# Instationäre Strömungsvorgänge im Bereich von Randkavitäten mehrstufiger Hochdruckverdichter

Tobias Fröbel

# TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN Lehrstuhl für Flugantriebe

# Instationäre Strömungsvorgänge im Bereich von Randkavitäten mehrstufiger Hochdruckverdichter

### Tobias Fröbel

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:	UnivProf. DrIng. Horst Baier
Prüfer der Dissertation:	
	1. UnivProf. DrIng. Hans-Peter Kau
	2. UnivProf. DrIng. Reinhard Niehuis,
	Universität der Bundeswehr München

Die Dissertation wurde am 26.1.2012 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät Maschinenwesen am 2.10.2012 angenommen.

II

# Kurzfassung

Das zeitabhängige Strömungsverhalten im Schaufelrandbereich moderner Axialverdichter wird numerisch untersucht. Anhand der Simulation eines transsonischen als auch eines subsonischen Modellverdichters wird die zeitabhängige Interaktion der Hauptströmung innerhalb des Ringkanals mit jener der Randkavitäten (Statordeckbandräume bzw. Zapfluftentnahmen) analysiert. Ausgehend von einer Literaturrecherche als auch der Vorstellung bzw. Diskussion des Modellierungsansatzes werden Potential- als auch Nachlaufwirkung als Ursachen der Instationarität innerhalb von Axialverdichtern identifiziert und deren Stärke im Schaufelrandbereich quantifiziert. Durch Analyse des zeitabhängigen Strömungsfeldes im Anschlussbereich der Statordeckbandräume wird dargelegt, dass die beobachteten zeitabhängigen Schwankungen klein gegenüber jenen innerhalb des Ringkanals sind. Mit zunehmendem Abstand zum Ringkanal reduziert sich der zeitabhängige Charakter der Strömung innerhalb der Randkavitäten. Ursache des zeitabhängigen Verhaltens im Fall der Zuführung von impulsarmen Leckagefluid in den Ringkanal ist die Interaktion der Potentialfelder der umliegenden Schaufelreihen. Aus dem Ringkanal entnommenes Fluid reagiert aufgrund des erhöhten Impulses deutlich schwächer auf die Druckanregung umliegender Schaufelreihen. Es werden ebenso zeitabhängige Oszillationen von Scherschichten im Anschlussbereich von Zapfluftentnahmen diskutiert, deren charakteristische Frequenz jedoch durch die zeitabhängige Bewegung umgebender Schaufelreihen definiert wird. Die vorliegende Arbeit dient der Quantifizierung der Bedeutsamkeit instationärer Strömungsvorgänge im Schaufelrandbereich moderner Axialverdichter und gibt Empfehlungen für die Berücksichtigung dieser Einflüsse bei der Auslegung zukünftiger Maschinen.

### Abstract

The flow within the endwall region of modern high pressure axial compressors including common cavities like stator wells or bleed ports is analyzed by means of unsteady CFD methods. Aiming to identify the unsteady nature of the interaction between the main flow within the annulus and the one within common axial compressor cavities, two different compressor stages, representing transonic and subsonic designs, are simulated. Based upon a survey of open literature concerning the topic and an introduction of the models used, potential influence between the blade rows and the effects of wakes for the downstream rows are identified as the key sources of unsteadiness within both compressor stages. The unsteady flow structure near the endwall region is analyzed in detail. It is shown that the corresponding unsteadiness of the flow in the cavities is small compared to the amplitudes recognized in the main flow path and is also bounded to the contact region between annulus and cavity geometry. Furthermore, disturbance amplitudes of the cavity flow sharply reduce as the distance to the main flow path increases, indicating that the source of unsteadiness is located within the main flow path. In case of incoming low momentum cavity leakage flow, potential interaction between the surrounding blade rows define the unsteady flow structures in the contact region. If the momentum of the cavity or leakage flow rises as in case of bleed port cavities or stator well entries, much weaker sensitivity concerning unsteady potential influence by the surrounding blade rows is recognized. The unsteady, unstable nature of shear layers forming within the contact region of cavities is identified as a further possible source of unsteadiness within cavities. Nevertheless, no characteristic frequencies beside the ones caused by blade interaction could be indentified in the two compressor models analyzed. The present work aims to increase the knowledge about unsteady flow processes within the endwall region and their importance for future axial compressor design.

### Vorwort

Die vorliegende Dissertation ist das Ergebnis meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Flugantriebe der Technischen Universität München. Mein herzlicher Dank richtet sich daher zuerst an Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Kau für die Unterstützung und Betreuung der vorliegenden Arbeit. Seinem persönlichen Engagement insbesondere in der Endphase dieser Arbeit gilt mein besonderer Dank. Ebenso möchte ich mich bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Reinhard Niehuis für die Erstellung des Zweitgutachtens und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Baier als Prüfungsvorsitzenden bedanken.

Ich möchte mich zudem bei den beteiligten Mitarbeitern von Rolls-Royce Deutschland für die Zusammenarbeit bedanken. Ohne die zahlreichen und fruchtbaren Diskussionen wäre diese Arbeit sicher nicht entstanden. Herrn Groth, Herrn Johann und Herrn Gümmer gilt dabei mein besonderer Dank. Ihre Unterstützung sowie ihr Engagement waren mir stets eine große Hilfe.

Bei meinen ehemaligen Kollegen am Lehrstuhl möchte ich mich ebenso bedanken. Ihre Hilfsbereitschaft bei den zahlreichen Themen abseits der Fragestellungen der Promotion möchte ich nicht missen. Den ehemaligen Kollegen Kainz und Danner gilt mein besonderer Dank für die zahlreichen Diskussionen, Tipps und Anregungen. Ihre Unterstützung über den Arbeitsalltag hinaus machten aus Kollegen Freunde.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, welche durch ihre Unterstützung meines Studiums an der Technischen Universität München die Basis für die vorliegende Arbeit gelegt haben. Ohne ihr Engagement und ihren Verzicht wäre dies nicht möglich gewesen. Ganz besonders möchte ich mich bei meiner Frau Manuela für ihre unendliche Geduld und den steten Zuspruch gerade in der Entstehungszeit dieser Arbeit danken.

München, im Dezember 2011.

Tobias Fröbel

VI

# Inhaltsverzeichnis

$\mathbf{K}$	urzfa	issung	III
$\mathbf{A}$	bstra	let	IV
N	omer	ıklatur	IX
1	Ein	leitung	1
	$\begin{array}{c} 1.1 \\ 1.2 \end{array}$	Problemstellung	$\frac{1}{2}$
<b>2</b>	Star	nd der Forschung	<b>5</b>
	2.1	Strömungsvorgänge innerhalb einer einzelnen Schaufelreihe	5
	2.2	Strömungsvorgänge innerhalb eines Gitterverbands	8
		2.2.1 Potentialwirkung	8
		2.2.2 Nachlauftransport	8
		2.2.3 Besonderheiten transsonischer Axialverdichter	10
	2.3	Interaktion von Haupt- und Nebenströmungskanal	11
		2.3.1 Interaktion von Hauptströmungskanal und Statordeckband-	
		räumen	13
		2.3.2 Interaktion von Hauptströmungskanal und Druckluftent-	
	2.4	nahmeoffnungen	15
	2.4	Zielstellung	17
3	Nur	merische Strömungssimulation	19
	3.1	Strömungsgleichungen	19
	3.2	Turbulenzmodellierung und Separationsproblem	20
	3.3	Lösungsverfahren stationäre Lösung	24
	3.4	Lösungsverfahren instationäre Lösung	24
	3.5	Domain-Scaling-Methode und Konvergenzbeurteilung	25
4	Inst	ationäre Interaktion von Haupt- und Kavitätenströmung	29
	4.1	Interaktion Schaufelreihen	29
		4.1.1 Potentialwirkung	29
		4.1.2 Nachlaufwirkung	32
		4.1.3 Interaktionsmoden	33
	4.2	Ergebnisse transsonischer Testfall	34
		4.2.1 Untersuchungsgegenstand	34
		4.2.2 Numerisches Modell TMV	35
		4.2.3 Instationarität innerhalb der Hauptströmung	36

	4.2.4	Strömung innerhalb der Statordeckbandräume	. 48
	4.2.5	Interaktion von Statordeckbandraum und	
		Hauptströmung	55
13	Freeb	nisso subsonischer Testfall	. 00 60
4.0	Ligen		. 09
	4.3.1	Untersuchungsgegenstand	. 69
	4.3.2	Definition numerisches Modell SMV	. 70
	4.3.3	Auswirkung Gehäusezapfluft auf Rotor R2S	. 71
	4.3.4	Interaktion Zapfluftkammerraum und	
		Hauptströmung	. 76
$5  \mathrm{Zus}$	amme	nfassung	85
Literat	lirvor	zeichnis	89
LITCIA			05
Abbild	lungsv	erzeichnis	95
	8		
Tabell	enverz	eichnis	99
A Anl	hang		101
A.1	Rotier	ende, periodische Druckfelder	. 101
A 2	Abbil	dungen	103
· • • • • •	~ ~ II		· 100

# Nomenklatur

## Variable

$\dot{m}$	Massenstrom	[kg/s]
$\mathcal{R},\mathbf{R}$	algebraischer/diskreter Residuumsoperator	
$\bar{\bar{I}}$	Metriktensor	
$\vec{c}$	Geschwindigkeit (absolut)	[m/s]
$ec{F}$	Flussvektor	
$\vec{U}$	Zustandsvektor	
$\vec{u}$	${ m Umfangsgeschwindigkeit}$	[m/s]
$ec{w}$	Geschwindigkeit (relativ)	[m/s]
$\vec{x}$	Ortsvektor	[m,m,m]
A	Fläche	$[m^{2}]$
a	${ m Schallgeschwindigkeit}$	[m/s]
$A(\Phi)$	Amplitude der Größe $\Phi$	
С	relative Sehnenlänge	[%]
$C_p$	statischer Druckkoeffizient	[—]
$c_p, c_v$	spezifische Wärmekapazitäten	[J/(kgK)]
$e_t$	spezifische Energie	[J/kg]
f	Frequenz	[Hz]
h	spezifische Enthalpie	[J/(kg)]
i	Inzidenz(-winkel)	[°]
k	Wellenzahl	[1/m]
k	spezifische, kinetische Energie	$[m^2/s^2]$
l	repräsentativer Laufparameter durch Kavität	[—]
m	Modenzahl	[—]
Ma	Machzahl	[—]
N	(Schaufel-) Anzahl	[—]
n	Ordnung Harmonische $n = 1, 2, 3, \ldots$	[—]
$n_{RPM}$	Verdichterdrehzahl	[1/min]
p	Druck (statisch)	[Pa]
Pr	Prandl-Zahl	[-]
R	Gaskonstante	[J/(kgK)]
r, R	Radius	[m]

s	Entropie(-differenz)	[J/(kgK)]
s	Spaltweite	[m]
s	Weglänge	[m]
T	statische Temperatur	[K]
t	Teilung	[m]
t	Zeit	[s]
$x_c$	axiale Sehnenlänge	[m]

### Abkürzungen

$span, \ height$	relative Schaufelhöhe
BPF	blade passing frequency, Blattfolgefrequenz
CAV	cavity, Kavität
EPR	events per revolution, dimensionslose Frequenz
NPG	numerische Pumpgrenze
PS	pressure side, Druckseite
SMV	subsonischer Modellverdichter
SS	suction side, Saugseite
TMV	transsonischer Modellverdichter

### Indizes

1D	eindimensional
$ar{\Phi},  ilde{\Phi}$	(zeitlicher) Mittelwert $\Phi$
$\hat{\Phi}$	Amplitude $\Phi$
$\Phi', \Phi''$	Fluktuations anteil $\Phi$
BL	boundary layer, Grenzschicht
DP	Design Punkt, Auslegungspunkt
Exit	Austritt
G	Gehäuse
In,	Inlet, Eintritt
is	isentrop
L	Leckage
L	laminar
LE	Leading Edge, Vorderkante
M	Modell
m	Meridionalrichtung, -komponente
N	Nabe
n	Normalenrichtung, -komponente
R	Rotor
r	Radialrichtung, -komponente
Ref, ref, 0	Bezugspunkt, Referenzzustand

rel	relativ
S	Spalt
S	Stator
sig	Signal
Т	turbulent
t	total
TE	Trailing Edge, Hinterkante
u	Umfangsrichtung, -komponente

# Symbole

$\alpha$	Drallwinkel, Absolutsystem	[°]
$\alpha_D$	Deviationswinkel, Absolutsystem	[°]
$\bar{\omega}$	Verlustkoeffizient	[—]
$\beta$	Drallwinkel, Relativsystem	[°]
$\beta_D$	Deviationswinkel, Relativsystem	[°]
$\Delta$	Differenz bzw. Schrittweite	
δ	Grenzschichtdicke	[m]
δ	Kroneckeroperator	
$\epsilon$	Radialwinkel	[°]
$\eta$	Wirkungsgrad	[%]
$\gamma,\kappa$	Isentropenexponent	[-]
$\hat{ u}$	Hilfsviskosität nach Spalart-Allmaras	$[m^2/s]$
$\lambda$	Wellenlänge	[m]
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	[J/(msK)]
$\mu$	$\operatorname{Strahleinschn} \ddot{\operatorname{ungskoeffizient}}$	[—]
$\mu$	dynamische Viskosität	[kg/(ms)]
ν	Nabenverhältnis $\nu = \frac{r_N}{r_G}$	[—]
Ω	Drehfrequenz	[rad/s]
ω	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$	[rad/s]
$\partial$	partielle Ableitung	
$\Phi$	Signalgröße	
Π	Druckverhältnis	[—]
$\psi$	Durchflussfunktion	[—]
ho	Dichte	$[kg/m^3]$
$ar{ar{ au}}$	Spannungstensor	
$\theta$	${ m Umfangswinkel}$	$[^{\circ}, rad]$
$\varphi_m$	Phase	
Ξ	Differenzoperator	
ξ	Überströmfaktor	[—]

XI

XII

# Kapitel 1 Einleitung

### 1.1 Problemstellung

Zukünftige Flugtriebwerke zeichnen sich durch einen geringeren Treibstoffverbrauch als auch verringerte Lärmemissionen aus. Dies wird nach Wenger et al. [1] in erster Linie durch eine Steigerung des Bypassverhältnisses erreicht, was in der Regel zu einer Verringerung des verfügbaren Bauraumes für das Kerntriebwerk führt. Dieses muss jedoch höhere Druckverhältnisse bei gleich bleibender oder gesteigerter Effizienz zur Verfügung stellen. Diese anspruchsvollen Zielsetzungen führen nach Grieb [2] zu einer kontinuierlichen Zunahme des mittleren Stufendruckverhältnisses von Triebwerksgeneration zu Triebwerksgeneration, s. Abbildung 1.1.

Durch die Verringerung der geometrischen Baugröße des Kerntriebwerkes ergeben sich neue Anforderungen an die aerodynamische Auslegung der Hochdruckverdichterstufen. Aufgrund des verringerten Nabenverhältnisses als auch der gesteigerten Stufenbelastung kommt der Strömung im Seitenwandbereich eine zunehmende Bedeutung zu. Grenzschicht- bzw. Sekundärströmungen in diesem Bereich bestimmen nach Gümmer et al. [3] maßgeblich die aerodynamische Leistungsfähigkeit moderner Axialverdichter. Die aerodynamische Auslegung von Hochdruckverdichtern erfordert daher die detailgetreue Berücksichtigung von Radialspalten, Ausrundungsradien und insbesondere Randkavitäten wie Statordeckbandräumen und Zapfluftkanälen. Innerhalb von Statordeckbandräumen mit Labyrinthdichtungen kommt es zur Ausbildung einer Rückströmung, welche als Leckagefluid in die Hauptströmung getragen wird. Es kommt zu einer Verschlechterung des Wirkungsgrades als auch der Abströmung der Stufe. Dies führt zu einer Beeinflussung der stromab positionierten Stufen, so dass die Bestimmung der letztendlich resultierenden Stufenarbeitsumsetzung innerhalb eines mehrstufigen Axialverdichters die Berücksichtigung von Randkavitäten erfordert, s. Gümmer et al. [3]. Eine Berücksichtigung derartiger Strukturen ist daher Teil der stationären Routineauslegung, s. Kahl und Sturm [4] bzw. Gümmer et al. [3].

Die Zielsetzung des vorliegenden Projektes ist es, die in hoch belasteten Hochdruckverdichterstufen auftretenden instationären Effekte im Schaufelrandbereich numerisch zugänglich zu machen und zu ergründen. Es soll versucht werden, durch ein vertieftes Verständnis der instationären Vorgänge im Seitenwandbereich im Vergleich zur heutigen, stationären Routineauslegung eine evtl. verbesserte Gestaltung der Beschaufelung als auch der Randkavitäten zu ermöglichen.



Abbildung 1.1: Zeitliche Entwicklung von Wirkungsgrad und mittlerem Stufendruckverhältnis von Hochdruckverdichtern nach Grieb [2]

Ebenso soll ergründet werden, inwieweit die Instationarität der Strömung innerhalb dieser Zonen im Rahmen des Auslegungsprozesses berücksichtigt werden sollte.

## 1.2 Struktur der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit werden zwei unterschiedliche Axialverdichterstufen inklusive zugehöriger Randkavitäten untersucht. Die Struktur der Arbeit gliedert sich folgendermaßen: Nach der Einleitung in die Thematik wird im folgenden Kapitel 2 zunächst ein Überblick über den Stand der Forschung zum Thema gegeben. Es wird versucht, die Bedeutung von instationären Strömungsvorgängen innerhalb hoch belasteter Hochdruckverdichter als auch die Bedeutung der Berücksichtigung der Kopplung von Haupt- und Nebenströmungskanälen (Randkavitäten) hervorzuheben bzw. einzuschätzen.

Innerhalb von Kapitel 3 werden die notwendigen Grundlagen der numerischen

Strömungssimulation der zeitabhängigen Strömungen innerhalb eines Hochdruckverdichters erläutert. Nach einer kurzen Diskussion des betrachteten Gleichungssystems wird versucht jene Limitierungen zu erörtern, welche sich aus der Art und Weise der Modellierung der zeitabhängigen Strömung in Axialverdichtern ergeben. Hierzu zählen z. B. die Art der Berücksichtigung der Turbulenz als auch die Art der Modellierung periodischer Strömungsvorgänge innerhalb der Schaufelreihen.

Kapitel 4 beinhaltet die numerischen Ergebnisse der Arbeit. Es wird gezeigt, dass die dominierenden Quellen von Instationarität im Bereich der untersuchten Randkavitäten ihren Ursprung innerhalb der Hauptströmung haben. Zunächst werden jene Zonen innerhalb des Hauptströmungskanals identifiziert, welche den dominierenden Anregungseffekt auf die Randkavitäten ausüben. Insbesondere die Zeitabhängigkeit im Bereich der Axialspalte zwischen den interagierenden Schaufelreihen ist hierbei von Interesse. Sofern möglich, wird die Ursache der Zeitabhängigkeit des jeweiligen Strömungsvorganges erörtert. Nach Identifikation der Anregungsquellen innerhalb der Hauptströmung der jeweiligen Stufe wird nachfolgend die Strömung innerhalb der Randkavitäten selbst bzgl. ihrer Zeitabhängigkeit untersucht bzw. charakterisiert.

Kapitel 5 dient der Zusammenfassung der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit. Es wird versucht, Gemeinsamkeiten der zeitabhängigen Strömung innerhalb unterschiedlicher Randkavitäten zu erörtern. Abschließend wird ein Ausblick auf zukünftige Fragestellungen gegeben, welche aus dieser Arbeit resultieren. 4

# Kapitel 2 Stand der Forschung

Die Strömung innerhalb eines Axialverdichters ist inhärent instationär. Ursachen hierfür sind einerseits kleinskalige, stochastische Fluktuationen des Fluids selbst, welche unter dem Begriff *Turbulenz* zusammengefasst werden als auch großskalige, periodische durch die Relativbewegung der Schaufeln zueinander hervorgerufene Strömungsfluktuationen. Dies alles findet gleichzeitig mit sog. Sekundärströmungen statt, welche sich der Hauptströmung überlagern. Als Sekundärströmungen werden dabei häufig jene Strömungsstrukturen innerhalb der Schaufelreihen betrachtet, welche im eigentlichen Sinne nicht der Arbeitsübertragung dienen sondern vielmehr schädlichen Einfluss haben. Sie haben ihren Ursprung größtenteils im Randbereich der Schaufelgitter und können in Abhängigkeit des Drosselungsgrades Ursache des aerodynamischen Versagens eines Axialverdichters sein.

Innerhalb dieses Kapitels wird zunächst ein kurzer Überblick über die wesentlichen Sekundärströmungen in Axialverdichtern gegeben. Des Weiteren wird erläutert, welche Besonderheiten sich aus der Berücksichtigung der Relativbewegung der Schaufeln zueinander ergeben. Abschließend wird der Stand der Forschung zum Thema Interaktion der Hauptströmung mit typischen Randkavitäten innerhalb von Axialverdichtern zusammengefasst und die Zielstellung formuliert.

# 2.1 Strömungsvorgänge innerhalb einer einzelnen Schaufelreihe

Innerhalb einer Schaufelreihe kommt es zur Ausbildung von sog. Sekundärströmungen, welche im Allgemeinen Wirbelcharakter aufweisen. Man unterscheidet in der Fachliteratur jeweils die einzelnen Phänomene nach ihrem Ursprungsort bzw. Entstehungsmechanismus. Je nach konstruktiver Ausführung bzw. aerodynamischer Belastung des Gitters sind die jeweiligen Sekundärströmungen unterschiedlich stark ausgeprägt bzw. interagieren miteinander. Eine Übersicht zu den dominierenden Sekundärströmungen in Axialverdichtern findet sich u. a. bei Gümmer [5]. Abbildung 2.1a stellt die wesentlichen Sekundärströmungen dar:

• Kanalwirbel: Hervorgerufen durch die Umlenkung von Fluid mit unterschiedlichen Totaldrücken bzw. unterschiedlicher kinetischer Energie. Der zwischen Druck- und Saugseite vorhandene Druckgradient bedingt eine Überumlenkung von kinetisch langsameren Fluid wie z. B. der Naben- bzw. Gehäusegrenzschicht in Richtung der Saugseite (Querkanalströmung). Dies führt in Verbindung mit einer Ausgleichsbewegung im Bereich der mittleren Schaufelhöhe zur Ausbildung des klassischen Kanalwirbels.

- Hufeisenwirbel: Stromauf der Schaufelfüße werden oft schwach<sup>1</sup> ausgeprägte Hufeisenwirbel beobachtet. Darunter versteht man eine dreidimensionale Ablösung der Seitenwandgrenzschicht, welche sich stromauf der Schaufelvorderkante aufrollt und in Form eines saug- bzw. druckseitigen Astes in die Passage getragen wird. Da der druckseitige Ast vom Drehsinn dem Kanalwirbel entspricht, interagieren beide miteinander.
- Hinterkantenwirbel: An der Hinterkante einer Schaufel induzieren die in Kontakt tretenden Kanalwirbel unterschiedlich orientierte Radialgeschwindigkeiten. Dadurch kommt es zur Ausbildung von sog. Hinterkantenwirbeln innerhalb der Schaufelgrenzschicht.
- Spaltwirbel: Im Spalt zwischen Schaufelspitze und Kanalwand kommt es aufgrund des Druckgradienten zu einer Ausgleichsströmung, welche quer zur Schaufelsehne gerichtet ist. Dieser Leckagemassenstrom rollt sich saugseitig zu einem trichterförmigen Spaltwirbel auf. Innerhalb von Rotoren wird dieser Wirbel als Rotorspaltwirbel bezeichnet. In Statoren mit vollständigem Nabenspalt bzw. Teilspalt bezeichnet man den resultierenden Wirbel als Nabenspaltwirbel bzw. *Penny Gap Vortex*. Spaltwirbel wirken aufgrund ihres Drehsinns der Querkanalströmung entgegen.
- Eckenablösung: Hierunter versteht man eine dreidimensionale Grenzschichtablösung, welche maßgeblich durch die Querkanalströmung beeinflusst wird. Es kommt zur Ausbildung eines charakteristischen Wandstromlinienbildes, s. Abbildung 2.1b. In Gittern mit hohem Staffelungswinkel kann dieses Phänomen im Fall von hoher aerodynamischer Belastung die mögliche Druckumsetzung innerhalb des Gitters limitieren.
- Radialströmungen: Innerhalb der Profilgrenzschichten wird die Strömung des Fluids aufgrund des geringen Impulses durch lokale Druckgradienten bestimmt. Im Fall von Rotoren bedingt die Fliehkraft einen radialen Transport des Fluids in Richtung Gehäuse.
- Profilgrenzschicht<sup>2</sup>: Entlang der Schaufeloberflächen entwickelt sich eine Profilgrenzschicht. Sie zeichnet sich durch den Wandel von laminaren zu turbulenten Charakter aus. Nach Halstead et al. [6, 7] werden innerhalb von Axialverdichtern im Wesentlichen Bypass-Transition und Transition über eine laminare Ablöseblase als Formen des laminar-turbulenten Umschlags

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Die}$ tatsächliche Ausprägung ist abhängig vom lokalen Schaufeldesign im Schaufelrandbereich.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Die Profilgrenzschicht entspricht keiner Sekundärströmung im klassischen Sinn. Sie wir hier dennoch zur Gruppe der Sekundärströmungen gezählt, da sie verlustbehafteten Charakter aufweist und im eigentlichen Sinne nicht der Arbeitsübertragung dient.

beobachtet. Erstere ist geprägt durch die direkte Bildung sog. Turbulenzflecken, welche sich mit einer charakteristischen Konvektionsgeschwindigkeit entlang der Schaufeloberfläche bewegen. Die Bildung dieser Turbulenzflecken erfolgt zeit- und ortsabhängig, so dass es sich um einen instationären Strömungsvorgang handelt. Stromab der Hinterkante eines Schaufelgitters vereinen sich die Grenzschichten von Saug- und Druckseite zum Schaufelnachlauf. Nach Mailach et al. [8] können diese als Paar entgegengesetzt rotierender Wirbelreihen aufgefasst werden. In transsonischen Verdichtern beobachtet man zudem Transition im Bereich von Verdichtungsstößen.







(b) Eckenablösung nach Schulz et al. [9]

Abbildung 2.1: Sekundärströmungen

Die Stärke und Ausprägung der einzelnen Sekundärströmungen hängt maßgeblich von der aerodynamischen Belastung des Schaufelgitters ab. In geometrisch ähnlichen Gittern kommt es im Allgemeinen zur Ausbildung ähnlicher Sekundärströmungsstrukturen bzw. -topologien. Die erläuterten Phänomene lassen sich bereits innerhalb eines Einzelgitters beobachten. Im Fall von mehreren, interagierenden Schaufelreihen werden sie zusätzlich instationär beeinflusst und gegebenenfalls sogar verstärkt.

# 2.2 Strömungsvorgänge innerhalb eines Gitterverbands

In diesem Abschnitt soll ein Überblick über jene instationären Strömungsphänomene gegeben werden, welche ihre Ursache insbesondere in der Wechselwirkung bzw. Interaktion zwischen ruhenden und bewegten Schaufelgittern haben. Die Interaktion wird dabei durch Potentialwirkung zwischen den relativ zueinander bewegten Schaufelreihen und dem konvektiven Nachlauftransport bestimmt.

#### 2.2.1 Potentialwirkung

Die Durchströmung von Schaufelgittern bedingt die Ausbildung von umfangsperiodischen Druckfeldern. Diese überlagern und beeinflussen sich zeitabhängig im Fall von mehreren, relativ zueinander bewegten Schaufelgittern. Ein ruhender Beobachter stromauf der Vorderkante nimmt dieses Feld als Form einer periodischen Druckschwankung wahr. Der Einflussbereich stromauf bzw. stromab ist nach Greitzer et al. [10] proportional zur Teilung des Gitters. Da die axialen Abstände der Schaufelreihen moderner Axialverdichter im Bereich von 10% bis 20%der Schaufelteilung liegen, ist von einer Beeinflussung der Gitter untereinander auszugehen. Eine Übersicht bzgl. der Beeinflussung der Abströmung stromauf gelegener Gitter bzw. der Zuströmung stromab positionierter Gitter findet sich bei Müller [11]. Die Beeinflussung der Abströmung des stromauf positionierten Gitters ist abhängig von der Höhe des statischen Drucks im vorderen Staupunkt eines Gitters sowie der Differenz zum Druckminimum im Bereich der Saugspitze. Diese Differenz steigt mit zunehmender Machzahl, so dass im Fall von transsonischen Axialverdichtern mit einer verstärkten Interaktion zu rechnen ist. Die Zuströmung des stromab folgenden Gitters wird in Abhängigkeit der Druckvariation im Bereich der Hinterkante beeinflusst. Trotz Ausbildung eines Staupunktes im Bereich der Hinterkante ist die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite geringer als an der Vorderkante, so dass mit einer geringeren, stromab gerichteten Wirkung des Potentialfeldes zu rechnen ist. Eine ausführlichere Beschreibung der Potentialwirkung findet sich in Kapitel 4.1.1.

#### 2.2.2 Nachlauftransport

Die im Abschnitt 2.1 erläuterte Nachlaufbildung eines Schaufelgitters beeinflusst entscheidend die Zuströmung der stromab folgenden, relativ bewegten Schaufelreihe. Der Schaufelnachlauf selbst ist durch ein Geschwindigkeitsdefizit gegenüber der umgebenden Hauptströmung als auch einen erhöhten Turbulenzgrad geprägt. Aufgrund des Geschwindigkeitsdefizits bedingt der Nachlauftransport eine zeitlich, periodische Variation der Anströmungsrichtung- als auch -geschwindigkeit der nachfolgenden Schaufelreihe. Innerhalb von Verdichtern erhöht sich die aerodynamische Belastung der stromab folgenden Schaufel aufgrund der erhöhten Inzidenz innerhalb des Nachlaufgebietes. Im nachfolgenden Teil sollen die Auswirkungen des Nachlauftransports innerhalb der stromab folgenden Schaufelgitter anhand ausgewählter Beispiele diskutiert werden:

- Negative Jet-Effekt: Unter diesem Begriff versteht man den mit dem Nachlauftransport verbundenen Effekt eines induzierten Sekundärgeschwindigkeitsfeldes im nachfolgendem Gitter. Aufgrund des Geschwindigkeitsdefizits wird eine sog. Slip-Geschwindigkeit  $\vec{c}_{Slip}$  bzw.  $\vec{w}_{Slip}$  induziert, welche von Saug- zur Druckseite des folgenden Gitters gerichtet ist. Dies bedingt die Akkumulation von Nachlauffluid nahe der Druckseite des nachfolgenden Gitters. Experimentelle Untersuchungen zum Thema Negative Jet in Axialverdichtern wurden durch Mailach et al. [12, 13] sowie Sanders et al. [14] durchgeführt. Van Zante [15] untersuchte die Auswirkungen im Fall einer transsonischen Axialverdichterstufe experimentell als auch numerisch. Van Zante [15] und Mailach et al. [12] zeigen, dass das Auftreffen des Negative Jet auf der Druckseite mit der Formation zweier entgegengesetzt rotierender Wirbel verbunden ist, welche zu einer Verzögerung der druckseitigen Grenzschicht am stromauf positionierten Rand bzw. Beschleunigung am stromab positionierten Rand des Nachlaufs führen. Auf der Saugseite kehrt sich dieser Effekt um. Das Geschwindigkeitsdefizit eines Rotornachlaufs führt zu höheren Umfangsgeschwindigkeiten des Nachlauffluids, so dass dieses nach Euler eine höhere Totaltemperatur besitzt. Durch die folgende Akkumulation nahe der Druckseite des nachfolgenden Gitters, kommt es zu einer ungleichförmigen Verteilung der Totaltemperatur aufgrund des Negative Jet-Effektes, s. Sanders et al. [14].
- Wake Recovery-Effekt: Smith [16] zeigte, dass die Umlenkung / Deformation und damit verbundene Variation des Geschwindigkeitsprofils innerhalb eines Nachlaufsegmentes im stromab folgenden Schaufelgitter mit einem reversiblen Prozess verbunden ist. Dies äußert sich in einem geringeren Mischungsverlust des Nachlaufs gegenüber dem Fall ohne nachfolgendes Schaufelgitter. Zahlreiche Autoren [17, 15, 18, 19, 20, 21, 22] bestätigen die Existenz dieses Effektes in sub- als auch transsonischen Axialverdichtern.
- Laminar-turbulenter Umschlag (Gitterverband): Nach Halstead et al. [6, 7] unterscheiden sich die beobachteten Formen das laminar-turbulenten Umschlages innerhalb eines eingebetteten Schaufelgitters deutlich von dem eines Gitters mit homogener Anströmung. Bedingt durch den erhöhten Turbulenzgrad initiieren die Nachläufe der stromauf gelegenen Gitter die frühzeitige Bildung von Turbulenzflecken. Diese werden durch eine sog. beruhigte bzw. calmed Zone gefolgt. Sie weist quasi-laminaren Charakter auf und ist weniger gefährdet bzgl. Ablösung. Man unterscheidet zwischen Zonen mit Nachlauf-induzierter (Wake-induced Path, vgl. Abbildung 2.2) und nicht Nachlauf-induzierter Transition (Path between Wakes, vgl. Abbildung 2.2). Der beschriebene Vorgang führt dazu, dass auf einer Schaufel gleichzeitig mehrere Formen von Transition beobachtet werden können. Nach Halstead et al. [7] lässt sich bei ausreichend hoher Folgefrequenz der

Nachläufe die positive Wirkung der *beruhigten* Zone nutzen, um die sonst in Axialverdichtern dominierende Transition über eine Ablösungsblase bei niedrigen Reynoldszahlen zu unterbinden. Numerische Untersuchungen von Henderson et al. [23] und Wheeler et al. [24] bzw. experimentelle Untersuchungen von Mailach und Vogeler [8] sowie Hilgenfeld und Pfitzner [25] bestätigen die von Halstead et al. [6] eingeführte, prinzipielle Struktur möglicher Transitionsmoden.



Abbildung 2.2: Qualitatives Weg-Zeit-Diagramm typischer Transitionsmoden innerhalb Verdichterbeschaufelungen nach Halstead et al. [6]

#### 2.2.3 Besonderheiten transsonischer Axialverdichter

Transsonische Axialverdichter zeichnen sich durch die Existenz von Stoßsystemen aus, welche ihre Ursache in den transsonischen Machzahlen der Anströmung haben. Eine detaillierte Beschreibung typischer Stoßsysteme in modernen Axialverdichtern findet sich u. a. bei Bölcs und Suter [26]. Rotoren transsonischer Axialverdichter arbeiten über einen weiten Betriebsbereich mit abgelöster Kopfwelle, welche bis in die stromauf positionierten Leit- bzw. Statorgitter reichen. Sie werden an der Schaufeloberfläche als sog. Primärreflexion reflektiert. Eine detaillierte, experimentelle Studie der damit verbundenen Strömungseffekte findet sich bei Langford et al. [27]. Die mit der Primärreflexion verbundene Drucksteigerung initiiert gegebenenfalls die Bildung eines Wirbels an der Hinterkante der Statorschaufel. Van de Wall et al. [28] bestätigten die Existenz des beobachteten Wirbels in transsonischen Axialverdichtern numerisch.

Transsonische Axialverdichterrotoren sind durch lokale Uberschallgebiete nahe der Profilsaugseiten geprägt, welche durch einen Verdichtungsstoß begrenzt werden. Nach Yamamoto und Tanida [29] oszilliert die Position des abschließenden Stoßes. Dies ist zurückzuführen auf eine Oszillation der Ablöseblase, welche wiederum zur Variation des Druckfeldes und damit der Stoßposition führt. Dieser Vorgang wird auch als *Shock-Buffeting* bezeichnet und gehört zur Gruppe möglicher selbst-erregter Schwingungsquellen innerhalb von Axialverdichtern. Eulitz [30] bestätigt die Fähigkeit der Selbsterregung einer solchen Konfiguration numerisch.

# 2.3 Interaktion von Haupt- und Nebenströmungskanal

Die Strömung innerhalb eines Hochdruckverdichters lässt sich in jene innerhalb des Hauptströmungskanals und jene in sog. Nebenströmungskanäle unterteilen. Erstere dient dem Leistungstransfer, wobei letztere im Zusammenhang mit Leckageströmungen betrachtet werden. Oftmals ist eine exakte Trennung beider Kategorien nicht möglich. Abbildung 2.3 gibt einen Überblick über Nebenströmungskanäle in modernen Hochdruckverdichtern.





Abbildung 2.3: Haupt- und Nebenströmungsgebiete in Hochdruckverdichtern, oben: TP400 Hochdruckverdichter (Gümmer et al. [3]), unten: PW6000 Hochdruckverdichter (Grieb [2])

Abhängig vom jeweiligen Design des Hochdruckverdichters existieren verschiedene Nebenströmungskanäle bzw. Spalte. Die Leitgitter der Frontstufen eines Hochdruckverdichters werden zur Sicherstellung eines akzeptablen Teillastverhaltens häufig variabel ausgeführt. Diese Bauweise bedingt die Existenz von relativ großen Teilspalten an Nabe und Gehäuse (Abbildung 2.3, G), welche zu verlustreichen Sekundärströmungen (Teilspaltwirbel) insbesondere im Fall von Teillastbetrieb führen, s. Gümmer et al. [3]. Des Weiteren unterscheidet sich die Bauweise der Leitgitter. Diese werden entweder mit Innenring (shrouded-Bauweise) oder ohne Innenring (cantilevered-Bauweise) ausgeführt. Erste Bauweise führt zum Vorhandensein von sog. Statordeckbandräumen (Abbildung 2.3, C). Aufgrund der Druckdifferenz innerhalb der Leitgitter existiert eine Leckageströmung von Hinter- zur Vorderkante innerhalb dieser Deckbandräume. Bei Ausführung der Leitgitter ohne Innenring existiert ein Nabenspalt (Abbildung 2.3, B), welcher zur Ausbildung eines Spaltwirbels analog zum Rotorspalt (Abbildung 2.3, A) führt. Die Entscheidung welche dieser beiden Bauweisen Verwendung findet ist durch aerodynamische als auch mechanische Anforderungen bestimmt. Leitgitterausführungen mit Innenring zeichnen sich aus aerodynamischer Sicht durch einen höheren statischen Druckaufbau aus, s. Swoboda et al. [31] sowie Campobasso et al. [32]. Dem entgegengesetzt wird bei Ausführung ohne Innenring ein leicht erweiterter Betriebsbereich festgestellt, s. Swoboda et al. [31], Wellborn und Okiishi [33], Lange et al. [34] bzw. Grieb [2]. Aus mechanischer Sicht ist eine Ausführung mit Innenring im Fall des Anstreifens weniger gefährdet, da es nicht zu einem Kontakt von Statorschaufel und Rotortrommel wie im Fall der Ausführung ohne Innenring kommt (Grieb [2]). Ebenso werden Statoren mit kleinem Nabenverhältnis aus mechanischer Sicht häufig mit Innenring ausgeführt, so dass diese bevorzugt in Frontstufen von Hochdruckverdichtern zu finden sind.

Des Weiteren zeichnen sich Hochdruckverdichter in der Regel durch eine oder mehrere Druckluftentnahmestellen aus. Nabenseitig wird diese Luft z. B. zur Kühlung der Turbinenscheiben verwendet. Die Entnahme erfolgt nach Grieb [2] in der Regel zentral über einen Wirbelgleichrichter (Abbildung 2.3, D). Der entnommene Luftmassenstrom korreliert dabei linear zum Durchsatz des Verdichters, so dass der relative Anteil der Zapfluft am Verdichtermassenstrom nahezu konstant bleibt. Gehäuseseitig wird Zapfluft zur Kühlung und als Bordluft entnommen. Ihr Anteil ist daher im Allgemeinen variabel. Zur Vermeidung von Kopplungen zwischen den Kreisläufen für Bord- und Kühlluft werden mehrere gehäuseseitige Entnahmeöffnungen verwendet (Abbildung 2.3, E). Die gehäuseseitige Zapfluftentnahme erfolgt in der Regel durch axial geneigte, diskrete Schlitze oder umfangssymmetrische Öffnungen im Gehäuse, s. Gümmer et al. [3] bzw. Grieb [2]. Da die Zapfluft durch eine oder mehrere Leitungen zur Turbine oder zum Verbraucher geführt wird, werden die gehäuseseitigen Entnahmestellen durch Beruhigungskammern innerhalb der Gehäusestruktur gefolgt (Abbildung 2.3 E).

Bei der Überströmung umfangssymmetrischer Randkavitäten kann es zur Ausbildung einer Scherschicht kommen, deren Instabilität letztendlich Auslöser zeitabhängiger Schwingungen innerhalb der Kavität ist. Ein Überblick hierzu findet sich z. B. bei Lucas et al. [35]. Es geht hervor, dass Randkavitäten in Axialverdichtern als zusätzliche Anregungsquelle betrachtet werden können. Die mit ihnen verbundenen Strömungsvorgänge sind hauptsächlich akustischer Natur. Bei geeigneter Anregung kann es jedoch zur Resonanz kommen, so dass die mit der Resonanz verbundenen Druckschwankungen zunehmen und ihren akustischen Charakter verlieren. Lucas et al. [35] zeigen, dass eine genaue Abschätzung der zu einer Randkavität zugeordneten Frequenz für die in Axialverdichtern hauptsächlich vorkommenden Typen von Kavitäten (z. B. Statordeckbandräume bzw. Zapfluftentnahmen) nur schwer möglich ist.

Innerhalb der vorliegenden Arbeit soll der Einfluss von Deckbandräumen als auch Kühl- und Zapfluftentnahmeöffnungen auf die Hauptströmung numerisch untersucht werden. In den folgenden Abschnitten wird ein Überblick über die bisherigen Untersuchungen zum Einfluss dieser Nebenströmungskanäle bzw. Randkavitäten gegeben.

### 2.3.1 Interaktion von Hauptströmungskanal und Statordeckbandräumen

Zunächst soll die gewählte Terminologie als auch die prinzipielle Strömungstopologie im Bereich von Statordeckbandräumen anhand von Abbildung 2.4 erläutert werden. Aufgrund des höheren Drucks stromab der Hinterkante des Stators existiert ein Leckagemassenstrom entgegengesetzt zur Hauptströmungsrichtung. Dieser durchströmt den Deckbandraum von Kavitäteintritt zu Kavitätaustritt. Die Menge der Leckage wird durch Verwendung von ein oder mehreren Dichtspitzen (s. Chupp et al. [36], Trutnovsky [37] oder Matthias [38]) begrenzt. Die



Abbildung 2.4: Deckbandraumdurchströmung nach Lewis [39]

Auswirkung von Statordeckbandräumen (Kavitäten) in Axialverdichtern wurde u. a. von Wellborn und Okiishi [40] untersucht. Die Variation der Leckagemengen innerhalb der Deckbandräume eines Niedergeschwindigkeitsverdichters ergab, dass eine Spaltvergrößerung um 1 % mit einer Reduktion des Stufentotaldruckverhältnisses um ca. 3 % und einer Wirkungsgradverringerung um ca. 1,5 % einhergeht. Dies begründet sich maßgeblich in der Verschlechterung der Abströmung des jeweiligen Statorgitters. Die damit verbundene radiale Umverteilung in den stromab folgenden Stufen führt zu einer Fehlanströmung, so dass der Verdichter letztendlich weniger Totaldruck aufbaut.

Wellborn und Okiishi [40] identifizierten ebenso die Bedeutung der Druckbzw. Potentialfelder von Stator- und Rotorgittern auf die Verteilung der Strömungsgrößen innerhalb der Statordeckbandräume. Instationäre Schwankungen werden dabei maßgeblich durch die Bewegung des Rotors verursacht. Heidegger et al. [41] untersuchten die Strömungen innerhalb von Statordeckbandräumen numerisch für Hoch- als auch Niedergeschwindigkeitsverdichter für verschiedene Formen von Statordeckbandräumen. Diese Untersuchung identifizierte erstmals die Bedeutung des Tangentialgeschwindigkeitsniveaus des wieder eintretenden Leckagemassenstroms für die Sekundärströmungsentwicklung innerhalb der Leitgitter von Hochdruckverdichtern. Wellborn und Okiishi [33] veröffentlichten später weitere Ergebnisse experimenteller als auch numerischer Untersuchungen zur Fragestellung der Kavitätenströmung. Die Bedeutung des Tangentialgeschwindigkeitsniveaus wird dabei weiter herausgearbeitet. Im Fall von geringer Tangentialgeschwindigkeit des Leckagemassenstroms kommt es bedingt durch die Querkanalströmung innerhalb der Passage zu einer Ansammlung von impulsarmen Fluid nahe der Saugseite der Statoren. Dies hat insbesondere im Fall hoher Leckagemengen einen negativen Einfluss auf das Betriebsverhalten des Verdichters und verstärkt die Ablösungsgefahr. Liegt das Tangentialgeschwindigkeitsniveau über jenem der Hauptströmung, erhöht sich die Widerstandsfähigkeit des Leckagefluids gegenüber dem Querkanaltransport innerhalb der Passage. Leckagefluid sammelt sich daher eher druckseitig. Die Sensitivität des Gitters gegenüber höheren Leckagemengen wird somit reduziert. Diese Erkenntnis wird später experimentell von Demargne und Longley [42] verdeutlicht.

Ebenso bestätigten Wellborn und Okiishi [33], dass das Staudruckfeld der Statoren ein partielles Einströmen von Hauptströmungsfluid in die Kavität stromauf der Schaufelvorderkante verursachen kann. In Abhängigkeit der Leckagemenge kommt es zur Ausbildung von Wirbelstrukturen im vorderen- und hinteren Teil bzw. unmittelbaren Anschlussbereich der überströmten Kavität, s. Demargne und Longley [42]. Temperaturmessungen durch Lewis [39] in den Statordeckbandräumen eines Hochdruckverdichters einer Fluggasturbine bestätigen diesen Zusammenhang.

Basierend auf diesen Erkenntnissen entwickelten Wellborn et al. [43] ein Modell zur Berücksichtigung von Statordeckbandräumen als Teil der stationären Auslegung mehrstufiger Axialverdichter. Die Anwendung innerhalb einer numerischen Mehrstufensimulation zur Erklärung experimentell bestimmter Belastungsumverteilungen und erhöhten Temperaturen im Nabenbereich wurde erfolgreich demonstriert. Gümmer et al. [3] weisen in einer späteren Veröffentlichung zur Auslegung von Hochdruckverdichtern ebenfalls auf den Einfluss von Statordeckbandräumen während des Auslegungsprozesses hin. Sowohl Wellborn et al. [43] als auch Gümmer et al. [3] kommen zu dem Schluss, dass eine Nichtberücksichtigung von Nabenkavitäten bzw. Statordeckbandräumen innerhalb der Auslegung zu unrealistischen Belastungsverteilungen zwischen den einzelnen Stufen eines Hochdruckverdichters führt. Öztürk et al. [44] untersuchten den Einfluss umfangssymmetrischer als auch umfangsunsymmetrischer Geometrievariationen der Kavitäten. Dabei erzielten Veränderungen der zweidimensionalen Kontur der Statordeckbandräume nahezu keine Veränderung bzw. Verbesserung der Strömung. Der Einfluss von umfangsunsymmetrischen Strukturen (z. B. Verbindungsschrauben zwischen Rotorscheiben oder Sicherungselemente im Bereich des Rotorschaufelanschlusses) innerhalb der Statordeckbandräume wurde durch radiale Strukturen im hinteren Teil der Kavität untersucht. Derartige Strukturen erhöhen den Arbeitseintrag und damit die Tangentialgeschwindigkeit. Im von Öztürk et al. [44] untersuchten Fall ging dies mit einer Reduktion der treibenden, statischen Druckdifferenz über die Dichtspitzen einher, so dass sich ein geringerer Leckagemassenstrom einstellte. Scott et al. [45] untersuchten den hinteren Teil der Nabenkavität numerisch im Vergleich mit experimentellen Daten. Die zweidimensionale Modellierung der Kavität führte dabei bereits zu guter Übereinstimmung mit den vorhandenen Messdaten.

Wellborn [46] veröffentlichte später abermals eine experimentelle als auch numerische Untersuchung zur Strömung in Nabenkavitäten in Nieder- sowie Hochgeschwindigkeitsverdichtern. Er stellte fest, dass die Sekundärströmungsstrukturen innerhalb des Statorgitters maßgeblich beeinflussen, welche Teile des Hauptströmungsfluids abgezweigt und in die Statordeckbandräume getragen werden. Der hintere Teil der Kavität wird in erster Linie durch Sekundärströmungen innerhalb der Passage als auch durch das rotierende Druckfeld evtl. stromab folgender Rotoren beeinflusst. Dem entgegengesetzt sind Variationen im vorderen Teil der Kavität im Wesentlichen durch das Staudruckfeld des Stators bestimmt. In diesem Zusammenhang weist Wellborn [46] zudem darauf hin, dass insbesondere im Fall von hoch belasteten, im Nabenbereich transsonisch umströmten Statoren mit Innenring (Frontstufen von Hochdruckverdichtern, s. Kapitel 2.3) aufgrund der mit dem saugseitigen Überschallgebiet verbundenen, hohen Druckgradienten mit einer starken Beeinflussung der Durchströmung der vorderen Kavität zu rechnen ist. Die temporären Schwankungen sind nach Wellborn [46] in der vorderer Kavität relativ gering (1%). Hingegen sind in der hinteren Kavität deutlich höhere Schwankungen (11 %) feststellbar.

### 2.3.2 Interaktion von Hauptströmungskanal und Druckluftentnahmeöffnungen

Die Auswirkungen von Zapfluftentnahme auf die Hauptströmung als auch Fragen zur optimalen Gestaltung der Entnahmestelle selbst wurden von verschiedenen Autoren untersucht. Nahezu alle Untersuchungen kamen zu dem Schluss, dass das Verhalten der Strömung im Hauptströmungskanal und in der Druckluftentnahmeöffnung sehr stark vom Betriebspunkt des Verdichters, der geometrischen Gestaltung als auch der Menge der Druckluftentnahme abhängig ist, so dass es sich um einen stark gekoppelten Prozess handelt.

Auf die Analogie zwischen Kavitäten- und Zapfluftentnahmeströmung wiesen Wellborn und Koiro [47] hin. Sind die Entnahmemengen von gleicher Größenordnung wie die Leckagemassenströme in den Deckbandräumen von Statoren mit Innenring, bestimmen die Druckgradienten der Hauptströmung das Strömungsfeld innerhalb der Entnahmestelle. Ebenso zeigten Wellborn und Koiro [47], dass die Abbildung der Interaktion eine zumindest partielle geometrische Berücksichtigung der Geometrie der Zapfluftentnahmestelle erfordert. Die Variation der axialen Lage einer umfangssymmetrischen, schlitzförmigen Entnahmestelle innerhalb einer Hochdruckverdichterstufe führte nur zu einer marginalen Wirkungsgradverbesserung.

Leishman et al. führten eine Reihe von Analysen [48, 49, 50] bzgl. der Performance verschiedener Zapfluftentnahmeöffnungen durch. Sie zeigten, dass die Forderung nach einem möglichst hohen statischen Druckniveau der Zapfluft eine Anordnung der Entnahme nahe der Druckseite eines Gitters erfordert. Ebenso wurde die Bedeutung einer möglichst günstigen aerodynamischen Gestaltung, z. B. durch Verwendung einer Rampengeometrie verdeutlicht. Ebenso zeigen alle von Leishman et al. [48, 49, 50] durchgeführten Untersuchungen, dass eine allgemeingültige Richtlinie für die Gestaltung einer Zapfluftgeometrie kaum aufgestellt werden kann. Ursache hierfür ist die starke Abhängigkeit des Interaktionsprozesses von der Menge der Zapfluft. Konfigurationen, welche sich für niedrige Zapfluftraten eignen, haben einen besonders schädlichen Einfluss auf die Hauptströmung sobald die Zapfluftmenge gesteigert wird. Da insbesondere die Menge der benötigten Zapfluft für Bordluft stark variieren kann (s. Leishman et al. [48] bzw. Grieb [2]), sollte dieser Effekt bei Untersuchungen zu diesem Thema berücksichtigt werden.

Gümmer et al. [51] analysierten die Möglichkeit der positiven Beeinflussung der Hauptströmung durch Zapfluft innerhalb eines Stators einer hinteren Hochdruckverdichterstufe. Bereits für geringe Zapfluftraten (3%) können wesentliche Teile des impulsarmen Grenzschichtfluids abgesaugt werden. Dies ermöglicht eine deutliche Verringerung der Sekundärströmungsverluste aufgrund des Querkanaltransports innerhalb der Hauptströmung. Eine Diskussion der Eignung der untersuchten Konfiguration für unterschiedliche Zapfluftraten als auch der aerodynamischen Güte der Entnahme erfolgt nicht.

Die Strömung stromab der Zapfluftentnahmestelle innerhalb der Beruhigungskammer wurde von Schwarz et al. [52] bzw. Gomes et al. [53] experimentell untersucht. Sie konnten zeigen, dass sich innerhalb des Gehäuseraumes eine rotierende Strömungsstruktur in Form von einem Wirbel bzw. mehreren Wirbeln ausbildet. Die Rotationsrichtung des Systems um die Maschinenachse wird dabei im Wesentlichen durch den Drall des eintretenden Zapfluftfluids definiert. Ebenso kommen Gomes et al. [53] zu dem Schluss, dass die wesentlichen Verluste des untersuchten Zapfluftsystems innerhalb der Zapfluftschlitze und aufgrund der nachfolgenden, abrupten Expansion im Gehäuseraum entstehen. Des Weiteren wird ein Zusammenhang zwischen dem Volumen des Gehäuseraumes und Asymmetrien im statischen Druck innerhalb des Hauptströmungskanals nachgewiesen. Für den Fall von kleinen Volumen, beeinflusst die Anordnung der Zapfluftsammelleitungen über den Umfang des Gehäuses die Verteilung des statischen Drucks innerhalb des Hauptströmungskanals.

## 2.4 Zielstellung

Die Literaturstudie verdeutlicht einerseits die Bedeutung von instationären Strömungsvorgängen innerhalb von Axialverdichtern als auch die Notwendigkeit der Berücksichtigung der Strömungskopplung von Haupt- und Nebenströmungskanälen. Beide Aspekte wurden bis dato eher separat voneinander betrachtet. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher, die Auswirkungen von Nebenströmungskanälen innerhalb eines Axialverdichters zeitgenau zu betrachten. Es gilt, ein Maß für die Bedeutsamkeit der Zeitabhängigkeit zu finden. Ebenso soll geklärt werden, inwieweit diese Vorgänge mit den verwendeten Methoden zur numerischen Strömungssimulation abgebildet werden können. Zu diesem Zweck wird das instationäre Strömungsverhalten innerhalb zweier repräsentativer Axialverdichterstufen numerisch analysiert.

# Kapitel 3

# Numerische Strömungssimulation

Im folgenden Abschnitt werden die Grundlagen der numerischen Strömungssimulation mit Hilfe des CFD Programmpaketes HYDRA erläutert. Es wird ein kompakter Überblick über die innerhalb des Verfahrens eingesetzten Methoden sowie Annahmen gegeben. Ebenso werden spezifische Fragestellungen der numerischen Strömungssimulation von Axialverdichtern erläutert. Weiterführende Beschreibungen sind den in diesem Kapitel aufgeführten Quellen zu entnehmen.

## 3.1 Strömungsgleichungen

Werden die Prinzipien der Massen-, Impuls- und Energieerhaltung auf ein Fluidvolumen angewandt, lässt sich das gekoppelte Gleichungssystem der Navier-Stokes-Gleichungen herleiten. Es setzt sich zusammen aus fünf nichtlinearen Differentialgleichungen. Diese lassen sich in konservativer Formulierung<sup>1</sup> für ein kartesisches Koordinatensystem ausdrücken (s. Hoffmann et al. [54] bzw. Hirsch [55, 56]):

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla \bullet \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \vec{c} \\ \rho e_t \end{bmatrix} + \nabla \bullet \begin{bmatrix} \rho \vec{c} \\ \rho \vec{c} \otimes \vec{c} + p \bar{I} - \bar{\tau}^{\nu} \\ \rho h_t \vec{c} - \bar{\tau}^{\nu} \bullet \vec{c} - \lambda \nabla T \end{bmatrix} = 0$$
(3.1)

Der Zustandvektor  $\vec{U}$  setzt sich zusammen aus Dichte  $\rho$ , dem Geschwindigkeitsvektor  $\vec{c}$  sowie der spezifischen, totalen Energie  $e_t$ . Der Flussvektor  $\vec{F}$  lässt sich in einen konvektiven (nicht viskosen) Anteil  $\vec{F}^k$  und einen dissipativen (viskosen) Anteil  $\vec{F}^{\nu}$  nach Gleichung 3.2 aufspalten:

$$\vec{F} = \vec{F}^k - \vec{F}^\nu = \begin{bmatrix} \rho \vec{c} \\ \rho \vec{c} \otimes \vec{c} + p \bar{\bar{I}} \\ \rho h_t \vec{c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\bar{\tau}}^\nu \\ \bar{\bar{\tau}}^\nu \bullet \vec{c} + \lambda \nabla T \end{bmatrix}$$
(3.2)

Der viskose Spannungstensor  $\bar{\bar{\tau}}^{\nu}$  wird nach dem Stokes'schen Reibungsgesetz<sup>2</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Unter Vernachlässigung von externen Volumenkräften  $\vec{f_e}$  sowie Wärmequellen  $q_h$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Unter Vernachlässigung der Druckzähigkeit (s. Rotta [57]).

für Newton'sche Fluide nach Gleichung 3.3 ausgedrückt:

$$\tau_{ij}^{\nu} = \mu \left(\partial_j c_i + \partial_i c_j\right) - \frac{2}{3} (\nabla \bullet \vec{c}) \delta_{ij} \tag{3.3}$$

Das Gleichungssystem enthält zunächst folgende Unbekannten: Dichte  $\rho$ , Geschwindigkeitskomponenten  $c_x$ ,  $c_y$  und  $c_z$ , die spezifische Totalenthalpie<sup>3</sup>  $h_t$ , den statischen Druck p, die statische Temperatur T, die dynamische Viskosität  $\mu$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ . Mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases wird der Zusammenhang zwischen Dichte  $\rho$ , Druck p und statischer Temperatur T hergestellt:

$$\frac{p}{\rho} = RT \tag{3.4}$$

Die kalorische Zustandsgleichung stellt einen funktionalen Zusammenhang zwischen spezifischer Enthalpie h und statischem Druck sowie statischer Temperatur bzw. zwischen spezifischer innerer Energie e und statischer Temperatur bzw. spezifischem Volumen v dar.

$$h = f(T, p)$$
  $dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT = c_p dT$  (3.5)

$$e = f(T, v)$$
  $de = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_v dT = c_v dT$  (3.6)

$$h_t = e + \frac{p}{\rho} + \frac{|\vec{c}|^2}{2} = h + \frac{|\vec{c}|^2}{2} = e_t + \frac{p}{\rho}$$
(3.7)

Zur Bestimmung der Transportgrößen  $\mu$  und  $\lambda$  wird im Allgemeinen ebenfalls ein funktionaler Zusammenhang zu statischem Druck und statischer Temperatur benötigt. Nach Hoffmann et al. [54] ist in den meisten Fällen die Druckabhängigkeit der Viskosität jedoch zu vernachlässigen, so dass  $\mu$  als Funktion der statischen Temperatur T abgebildet wird. In der vorliegenden Arbeit wird dieser Zusammenhang nach dem Gesetz von Sutherland für Luft gebildet:

$$\mu = 1,461 \times 10^{-6} \cdot \frac{T^{\frac{3}{2}}}{T+110,3} \tag{3.8}$$

Durch Einführung einer laminaren Prandl-Zahl für Luft (s. Monier [58])  $Pr_L = 0,72$  lässt sich die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  in Abhängigkeit der Viskosität nach Gleichung 3.9 bestimmen:

$$\lambda = c_p \frac{\mu}{Pr_L} \tag{3.9}$$

# 3.2 Turbulenzmodellierung und Separationsproblem

Basierend auf dem Vorschlag von Reynolds wird die Turbulenz der Strömung mittels eines Separationsansatzes berücksichtigt. Er basiert auf der Grundvor-

 $<sup>^3\</sup>mathrm{bzw.}$ spezifische totale Energi<br/>e $e_t$ 

stellung, dass eine beliebige, zeitlich veränderliche Strömungsgröße  $\Phi$  in einen mittleren Schwankungswert  $\overline{\Phi}$  und einen fluktuierenden Anteil  $\Phi'$  aufgetrennt werden kann (s. Hirsch [56]):

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \qquad \bar{\Phi}(\vec{x,t}) = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{1}{2}\Delta t}^{\frac{1}{2}\Delta t} \Phi(\vec{x},\varphi) d\varphi \qquad \bar{\Phi'} = 0 \qquad (3.10)$$

Eine entscheidende Rolle kommt der Wahl des Mittelungszeitschrittes  $\Delta t$  bei der Bildung des Mittelwertes  $\overline{\Phi}$  zu. Er muss einerseits groß genug sein, um statistische Schwankungen aufgrund von Turbulenz auszumitteln, andererseits müssen niederfrequente, instationäre Schwankungen der Strömung nach erfolgter Mittelung weiterhin erkennbar sein (s. Wilcox [59]). Im Fall kompressibler Strömungen muss nach Hirsch [56] die Dichte bei der Bildung des zeitlichen, massengewichteten Mittelwertes  $\overline{\Phi}$  berücksichtigt werden (sog. Favre Mittelung):

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi'' \qquad \qquad \tilde{\Phi} = \frac{\rho \Phi}{\bar{\rho}} \qquad \qquad \overline{\rho \Phi''} = 0 \qquad (3.11)$$

Werden die Mittelungsprinzipien nach Gleichungen 3.10 und 3.11 auf die Erhaltungsgleichungen 3.1 angewandt, entstehen zusätzliche, unbekannte Terme, so dass das System nicht länger ohne weitere Annahmen zu lösen ist. Der zusätzliche Term  $-\rho \vec{c}'' \otimes \vec{c}''$  wird als Reynoldsspannungstensor  $\bar{\tau}^R$  bezeichnet. Er repräsentiert scheinbare Spannungen, welche durch die Turbulenzbewegung des Fluids hervorgerufen werden. Nach dem Vorschlag von Boussinesq wird dieser durch die Einführung einer turbulenten Wirbelviskosität  $\mu_T$  modelliert:

$$\bar{\bar{\tau}}^R = \mu_T \left[ \partial_i c_j + \partial_j c_i - \frac{2}{3} (\nabla \bullet \tilde{\vec{c}}) \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} k_T \delta_{ij}$$
(3.12)

Die turbulente kinetische Energie  $k_T$  wird nach Gleichung 3.13 berechnet:

$$\tau_{ii}^{R} = -2\bar{\rho}k_{T} = -\overline{\rho|\vec{c}^{\,''}|^{2}} \tag{3.13}$$

Des Weiteren bedingt die Berücksichtigung der turbulenten Schwankungsbewegungen einen zusätzlichen Term  $-\rho h''_t \vec{c}''$  innerhalb der Energieerhaltungsgleichung, welcher die zusätzliche Wärmeleitung innerhalb des Fluids aufgrund der Turbulenz repräsentiert. Dieser wird durch die Einführung einer turbulenten Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_T$  bzw. der Definition einer turbulenten Prandl-Zahl (s. Monier [58] bzw. Hirsch [56])  $Pr_T = 0,9$  modelliert:

$$\overline{-\rho h_t'' \vec{c}^{\,\prime\prime}} = -\lambda_T \nabla \bar{T} = -\gamma \frac{\mu_T}{P r_T} \nabla \bar{T} \tag{3.14}$$

Zusammenfassend ergibt sich das Favre-gemittelte System der Navier-Stokes Gleichungen nach Hirsch [56]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{\vec{c}} \\ \bar{\rho}\tilde{\vec{e}}_t \end{bmatrix} + \nabla \bullet \begin{bmatrix} \bar{\rho}\tilde{\vec{c}} \\ \bar{\rho}(\tilde{\vec{c}}\otimes\tilde{\vec{c}}) + (\bar{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}k_T)\bar{\vec{I}} - \bar{\tau}^T \\ \bar{\rho}\tilde{h}_t\tilde{\vec{c}} - \bar{\tau}^T \bullet \tilde{\vec{c}} - (\lambda + \lambda_T)\nabla\bar{T} \end{bmatrix} = 0$$
(3.15)

$$\bar{\bar{\tau}}^T = (\mu + \mu_T) \left[ \partial_i \tilde{c}_j + \partial_j \tilde{c}_i - \frac{2}{3} (\nabla \bullet \tilde{\vec{c}}) \delta_{ij} \right]$$
(3.16)

Die Grenzen der Anwendbarkeit der Favre-Mittelung im Zusammenhang mit der Simulation der instationären Strömung in Turbomaschinen werden durch Eulitz [30] aufgezeigt. Eine formal korrekte Berücksichtigung der Turbulenz nach dem Vorschlag nach Reynolds<sup>4</sup> durch Gleichung 3.10 verlangt, dass sich die repräsentativen Längen-, Geschwindigkeits- und Zeitskalen der instationären Strömungsvorgänge von jenen der turbulenten Schwankungsbewegungen unterscheiden. Wesentliche Ursache der Instationarität innerhalb einer Turbomaschine sind die periodischen Wechselwirkungen zwischen ruhenden und bewegten Schaufelreihen. Die repräsentativen Skalen für diese Vorgänge sind nach Eulitz [30] durch



Abbildung 3.1: Separationsproblem nach Eulitz [30]

die Schaufelteilung t, die Umfangsgeschwindigkeit u sowie die mittlere Grenzschichtdicke  $\delta_{BL}$  gegeben. Für die periodischen Wechselwirkungen lassen sich charakteristisches Längenmaß  $l_P$ , Geschwindigkeitsmaß  $c_P$  als auch Zeitmaß  $t_P$ abschätzen:

$$l_P \approx t \dots 10\delta_{BL}$$
  $c_P \approx u_R$   $t_P \approx \frac{t}{u_R} \dots \frac{10\delta_{BL}}{u_R}$  (3.17)

Ebenso können die repräsentativen Skalen der Turbulenz  $l_T$ ,  $c_T$  und  $t_T$  nach Eulitz [30] abgeschätzt werden:

$$l_T \approx \delta_{BL}$$
  $c_T \approx \frac{u_R}{10}$   $t_T \approx \frac{10\delta_{BL}}{u_R}$  (3.18)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Auf eine explizite Unterscheidung zwischen Reynolds- und Favre-Mittelung wird im weiteren Text verzichtet.
Werden die jeweiligen Längen-, Geschwindigkeits- und Zeitmaße ins Verhältnis gesetzt, wird das sogenannte Separationsproblem ersichtlich:

Längenmaß: 
$$\frac{l_P}{l_T} \approx \frac{t}{\delta_{BL}} \dots \frac{10\delta_{BL}}{\delta_{BL}} \approx 100 \dots 10$$
 (3.19)

Geschwindigkeitsmaß: 
$$\frac{c_P}{c_T} \approx \frac{10u_R}{u_R} \approx 10$$
 (3.20)

Zeitmaß: 
$$\frac{t_P}{t_T} \approx \frac{t u_R}{10 \delta_{BL} u_R} \dots \frac{10 \delta_{BL} u_R}{10 \delta_{BL} u_R} \approx 10 \dots 1$$
 (3.21)

Man erkennt anhand Gleichung 3.21, dass die repräsentativen Zeitmaße der periodischen Wechselwirkungen und jene der turbulenten Schwankungsbewegungen von gleicher Größenordnung sind (spektrale Überlappung). Abbildung 3.1 verdeutlicht diese Überlappung beider Effekte im Frequenzspektrum. In Anbetracht des erläuterten Separationsproblems scheint die Anwendung der Reynolds-Mittelung zur Simulation der instationären Strömung in Turbomaschinen aus theoretischer Sicht zweifelhaft. Dennoch stellt diese Herangehensweise die derzeit einzige, praktikable Möglichkeit der zeitgenauen Strömungssimulation derartiger Maschinen dar.

Zur Schließung des Reynolds-gemittelten Systems der Strömungsgleichungen wird in der vorliegenden Arbeit das Eingleichungsturbulenzmodell nach Spalart & Allmaras (s. Monier [58, 60]) verwendet. Die turbulente Wirbelviskosität  $\mu_T$ wird dabei mittels einer weiteren Differentialgleichung für die Hilfsviskosität  $\hat{\nu}$ berechnet:

$$\mu_T = \bar{\rho}\nu_T = \bar{\rho}f_{v1}\hat{\nu} \tag{3.22}$$

$$\underbrace{\frac{d\hat{\nu}}{dt}}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{c_{b1}\hat{S}\hat{\nu}}_{\text{Produktion}} - \underbrace{c_{w1}f_w\left(\frac{\hat{\nu}}{d_w}\right)^2}_{\text{Wanddestruktion}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma}\left(\nabla \bullet \left[(\nu+\hat{\nu})\nabla\hat{\nu}\right] + c_{b2}\left(\nabla\hat{\nu}\right)^2\right)}_{\text{Diffusion}} \quad (3.23)$$

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \qquad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \qquad \chi = \frac{\hat{\nu}}{\nu}$$
$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}\right)^{\frac{1}{6}} \qquad g = r + c_{w2} \left(r^6 - r\right) \qquad r = \frac{\hat{\nu}}{\hat{S}\kappa^2 d_w^2}$$

$$\hat{S} = S + \frac{\hat{\nu}}{\kappa^2 d_w^2} f_{v2} \qquad S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} + 2\min\left(0, \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} - \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}\right)$$

$$S_{ij} = (\partial_i \tilde{c}_j + \partial_j \tilde{c}_i) \qquad \qquad \Omega_{ij} = (\partial_i \tilde{c}_j - \partial_j \tilde{c}_i)$$

Der Transport der Hilfsviskosität wird phänomenologisch durch Produktions-, Destruktions- als auch Diffusionsterme modelliert. Gegenüber Zweigleichungsmodellen zeichnet es sich durch ein höheres Maß an numerischer Robustheit als auch durch bessere Netzunabhängigkeit aus. Ebenso weist es keine Staupunktanomalie auf. Die enthaltenen Konstanten wurden empirisch bestimmt:

$$c_{b1} = 0,1355 \qquad c_{b2} = 0,622 \qquad \sigma = \frac{2}{3} \qquad c_{v1} = 7,1$$
$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+c_{b2}}{\sigma} \qquad c_{w2} = 0,3 \qquad c_{w3} = 2 \qquad \kappa = 0,41$$

# 3.3 Lösungsverfahren stationäre Lösung

Innerhalb dieses Abschnittes soll das durch den Strömungslöser HYDRA angewandte Lösungsverfahren im Fall stationärer Strömungsbetrachtung beschrieben werden. Ausführliche Erläuterungen hierzu finden sich u. a. bei Monier [58] bzw. in der Programmdokumentation [61, 60]. Das Gleichungssystem 3.15 lässt sich kompakt zusammenfassen:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla \bullet \vec{F} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = 0$$
(3.24)

Da der Zustandsvektor  $\vec{U}$  allgemein betrachtet sowohl orts- als auch zeitabhängig ist, handelt es sich um ein Anfangsrandwertproblem. Die zeitliche Änderung des Zustandsvektors lässt sich formal durch einen Residuumsoperator  $\mathcal{R}$  beschreiben:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\nabla \bullet \vec{F}(\vec{U}, \nabla \vec{U}) = f(\vec{U}(\vec{x}, t)) = -\mathcal{R}(\vec{U}) \qquad \vec{U}_0 = \vec{U}(\vec{x}, t_0) \qquad (3.25)$$

Im Fall stationärer Betrachtung der Strömung ist es Aufgabe des Strömungslösers, nach Vorgabe einer Initialisierung jenen stationären Strömungszustand zu ermitteln, welcher die gegebenen Randbedingungen erfüllt. Das Anfangsrandwertproblem 3.25 wird in HYDRA unter Verwendung eines expliziten 5-Schritt Runge-Kutta Verfahrens nach Martinelli [62, 58] gelöst. Der Zeitschritt  $\Delta t$  wird hierbei in 5 Pseudozeitschritte unterteilt und jeweils lokal berechnet. Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens findet sich bei Monier [58].

Aufgrund der Verwendung räumlich inkonsistenter, lokaler Zeitschritte ist das Lösungsverfahren nicht zeitgenau. Jedoch ergibt sich hieraus die Möglichkeit der Anwendung von Mehrgitterverfahren zur Konvergenzbeschleunigung. Hierbei werden die Erhaltungsgleichungen innerhalb einer Iteration für unterschiedlich grobe Rechengitter gelöst. Hierdurch werden langwellige Fehleranteile rascher eliminiert und das Konvergenzverhalten beschleunigt. Die Erstellung der benötigten Grobgitternetze erfolgt in HYDRA automatisch auf Basis des feinsten Grundnetzes, wobei ein *Grid Collapse*-Algorithmus nach Müller [63] Anwendung findet.

# 3.4 Lösungsverfahren instationäre Lösung

Das Anfangsrandwertproblem nach Gleichung 3.26 erfordert im Fall zeitgenauer Betrachtung die Verwendung räumlich konsistenter Zeitschrittweiten. Der maximal mögliche Zeitschritt wird hierbei im Allgemeinen durch die kleinsten Bilanzvolumen begrenzt. Bei Verwendung expliziter Lösungsverfahren resultiert aus dieser Begrenzung ein unzureichend rasches Konvergenzverhalten.

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \mathcal{R}(\vec{U}) = 0 \qquad \vec{U}^n = \vec{U}(\vec{x}(t), t) \qquad \vec{U}^{n+1} = \vec{U}(\vec{x}(t+\Delta t), t+\Delta t) \qquad (3.26)$$

Der instationäre Strömungslöser HYDRA verwendet daher einen *Deferred Cor*rection Ansatz (Gleichung 3.27) nach Ferziger und Perić [64, 61]. Durch geeignete Wahl des *Blending*-Faktors  $\Theta$  lässt sich der implizite Anteil der Diskretisierung  $\mathbf{R}(\vec{U}^{n+1})$  und somit die Stabilität des Verfahrens erhöhen. Dies ermöglicht letztendlich die Verwendung größerer Zeitschrittweiten  $\Delta t$ .

$$\frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^n}{\Delta t} + \Theta \mathbf{R}(\vec{U}^{n+1}) + (1 - \Theta)\mathbf{R}(\vec{U}^n) = 0$$
(3.27)

Mit dem Ziel, den mit der impliziten Diskretisierung verbundenen, numerischen Mehraufwand zu begrenzen, werden in HYDRA implizite bzw. explizite Terme durch Residuumsoperatoren unterschiedlicher numerischer Genauigkeit gebildet. Explizite Anteile  $\vec{U}^n$  werden mit Verfahren zweiter Ordnung  $\mathbf{R}_2$  berechnet. Dem entgegengesetzt werden implizite Anteile  $\vec{U}^{n+1}$  mit Verfahren erster Ordnung  $\mathbf{R}_1$ und somit vergleichsweise numerisch günstig diskretisiert.

$$\frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^n}{\Delta t} = \Theta \left[ \mathbf{R}_1(\vec{U}^n) - \mathbf{R}_1(\vec{U}^{n+1}) \right] - \mathbf{R}_2(\vec{U}^n)$$
$$\vec{U}^{n+1} = \vec{U}^n + \Delta t \left[ \Theta \left( \mathbf{R}_1(\vec{U}^n) - \mathbf{R}_1(\vec{U}^{n+1}) \right) - \mathbf{R}_2(\vec{U}^n) \right]$$
(3.28)

Sobald das Verfahren gegen einen Lösungszustand konvergiert und die zeitlichen Veränderungen zwischen zwei Zeitschritten gering sind, wird die Differenz  $\mathbf{R}_1(\vec{U}^n) - \mathbf{R}_1(\vec{U}^{n+1})$  klein gegenüber dem Term  $\mathbf{R}_2(\vec{U}^n)$ , so dass das Verfahren eine Genauigkeit zweiter Ordnung aufweist.

# 3.5 *Domain-Scaling*-Methode und Konvergenzbeurteilung

Im Rahmen der instationären Strömungssimulation von Axialverdichtern kommt zur Begrenzung des numerischen Simulationsaufwandes häufig die sog. *Domain-Scaling*-Methode zum Einsatz. Wesentlicher Grundgedanke hierbei ist, dass das Simulationsmodell als auch das Strömungsfeld periodisch in Umfangsrichtung bzgl. des Erstreckungswinkels des Modells  $\Delta \theta_M$  sind. Hierdurch wird die notwendige räumliche Diskretisierung auf ein Bruchteil des vollständigen Verdichterumfangs begrenzt.

Zur Sicherstellung der räumlichen Periodizität muss in der Regel die reale Schaufelanzahl der simulierten Schaufelreihen verändert werden, so dass alle berücksichtigten Schaufelgitter einen gemeinsamen Teiler aufweisen, welcher letztendlich den Erstreckungswinkel des Modells  $\Delta \theta_M$  definiert. Da eine Veränderung der realen Schaufelanzahl stets mit einer Variation der aerodynamischen Belastung des Gitters einhergeht, versucht man diese möglichst gering zu halten. Sofern notwendig, wird die Sehnenlänge proportional zur Veränderung der Gitterteilung skaliert um ein konstantes Diffusionszahlniveau nach Lieblein sicher zu stellen. Bei Berücksichtigung der Relativbewegung der Rotorgitter wird die räumliche Periodizität des Modells bzgl. der Zeit erweitert. Mit gegebener Drehzahl  $n_{RPM}$  bestimmt sich die Modellperiodendauer  $\Delta t_M$  aus Gleichung 3.29:

$$\Delta t_M = \Delta \theta_M \cdot \frac{1}{\omega} = \Delta \theta_M \cdot \frac{60}{2\pi \cdot n_{RPM}} \tag{3.29}$$

Das resultierende Strömungsfeld wird als *instationär-periodisch* bezeichnet. Mittels des *Domain-Scaling*-Ansatzes bestimmte Strömungsgrößen  $\Phi(\vec{x}, t)$  weisen sowohl eine räumliche als auch eine zeitliche Periodizität auf:

$$\Phi(\vec{x}(r,\theta,x),t_1) = \Phi(\vec{x}(r,\theta+\Delta\theta_M,x),t_1) \quad \text{räumliche Periodizität} \quad (3.30)$$

$$\Phi(\vec{x}_1, t) = \Phi(\vec{x}_1, t + \Delta t_M) \qquad \text{zeitliche Periodizität} \qquad (3.31)$$

Gleichung 3.30 wird aufgrund der periodischen Randbedingungen in Umfangsrichtung als auch der räumlichen Diskretisierung automatisch erfüllt. Dem entgegengesetzt ist Gleichung 3.31 aufgrund des Charakters eines Anfangs-Randwert-Problems der Strömungssimulation nicht zwangsläufig erfüllt. Zu Beginn der Simulation zeigt das Modell ein Einschwingverhalten, welches nicht mit dem *instationär-periodischen* Charakter der Strömung verwechselt werden darf.



Abbildung 3.2: Signal und zugehörige, periodische Differenz

Abbildung 3.2a verdeutlicht dies anhand eines exemplarischen Punktprobensignals. Das Signal der Strömungsgröße kann nach Gleichung 3.32 in einen zeitunabhängigen Anteil  $\overline{\Phi}(\vec{x})$  und einen Fluktuationsanteil  $\Phi'(\vec{x}, t)$  zerlegt werden:

$$\Phi(\vec{x},t) = \bar{\Phi}(\vec{x}) + \Phi'(\vec{x},t) \tag{3.32}$$

Das in Abbildung 3.2a aufgezeichnete Signal scheint um den Mittelwert  $\bar{\Phi}(\vec{x})$ zu schwanken. Links des rot eingefärbten Abschnittes verändert sich jedoch der Amplitudenanteil der Fluktuationsgröße  $\Phi'(\vec{x},t)$ . Bewertet man das Signal mit Hilfe des periodischen Differenzoperators nach Gleichung 3.33, ergibt sich der in Abbildung 3.2b dargestellte Kurvenverlauf.

$$\Xi(\Phi) = \Phi(\vec{x}_1, t) - \Phi(\vec{x}_1, t - \Delta t_M)$$
(3.33)

Erfüllt die Strömungslösung die Periodizitätsbedingung nach Gleichung 3.31, strebt der Differenzoperator  $\Xi(\Phi)$  gegen Null (rot eingefärbter Bereich in Abbildung 3.2).

Durch Analyse der zeitlichen Verläufe sog. globaler Modellparameter wie Stufenmassenstrom  $\dot{m}$  bzw. Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  als auch repräsentativer, lokaler Strömungssignale<sup>5</sup> bzgl. dieser Kriterien lässt sich der instationär-periodische Charakter bzw. die Konvergenz der Strömungslösung beurteilen.

Im späteren Text werden *lokale* Signaldaten bzgl. ihrer Frequenzzusammensetzung analysiert. Daher soll an dieser Stelle bereits diskutiert werden, welche Einflüsse die Wahl der numerischen Modellierungsparameter des *Domain-Scaling*-Ansatzes auf den Informationsgehalt der numerisch bestimmten Signale haben. Durch Festlegung einer Winkelschrittweite  $\Delta \theta$  in Form der Anzahl der äußeren Iterationen  $N_{OIT}$  bestimmt sich die Abtastschrittweite  $\Delta t$  nach Gleichung 3.34:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_M}{N_{OIT}} \tag{3.34}$$

Da instationäre Strömungsvorgänge innerhalb des Strömungsfeldes des Modells mit dieser Schrittweite abgetastet werden, limitiert das Abtasttheorem nach Nyquist die maximal mögliche Frequenz  $f_{max}$  innerhalb des Systems:

$$f_{max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t} \tag{3.35}$$

Die Modellperiodendauer  $\Delta t_M$  kann ebenso mit Hilfe der Blattfolgefrequenz des Rotors  $f_{BPF,R}$ , der Anzahl der innerhalb des Modells repräsentierten Rotorschaufeln  $N_{R,M}$ , der Drehzahl  $n_{RPM}$  und der Schaufelanzahl des Rotors  $N_R$  nach Gleichung 3.36 angegeben werden:

$$\Delta t_M = N_{R,M} \cdot \Delta t_R = N_{R,M} \cdot \frac{1}{f_{BPF,R}} = N_{R,M} \cdot \frac{60}{n_{RPM}N_R}$$
(3.36)

Kombiniert man die Gleichungen 3.34, 3.35 und 3.36, erhält man einen Ausdruck für die maximal mögliche Frequenz in Abhängigkeit der numerischen Modellierungsparameter:

$$f_{max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_{OIT}}{N_{R,M}} \cdot \frac{n_{RPM}N_R}{60} = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_{OIT}}{N_{R,M}} \cdot f_{BPF,R}$$
(3.37)

Die maximale Frequenz entspricht der halben Blattfolgefrequenz des Rotors erhöht um das Verhältnis von äußeren Iterationen  $N_{OIT}$  und Rotorschaufelanzahl der Simulationsdomäne  $N_{R,M}$ . Aus Stabilitätsgründen liegt die Anzahl  $N_{OIT}$ häufig im zwei- bis dreistelligen Bereich, so dass in der Praxis sehr hohe Vielfache der Blattfolgefrequenz (Harmonische) mit Hilfe des *Domain-Scaling*-Ansatzes abgebildet werden können. Danner und Kau zeigen [65], dass in der Regel die Güte der räumlichen Auflösung bzw. die Diskretisierungsordnung des numerischen Verfahrens die maximal beobachtete Frequenz limitieren.

Die minimale Frequenz ist hingegen eine direkte Folge der aufgezeichneten Signallänge  $t_{sig}$  bzw. der Simulationszeit. Diese bestimmt sich aus der Anzahl

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Es werden mehrere Punktproben innerhalb des Simulationsmodells verteilt und die "aufgezeichneten" Signale analysiert.

der aufgezeichneten Modellperioden  $N_M^6$ , der Anzahl an äußeren Iterationen  $N_{OIT}$  und der Abtastschrittweite  $\Delta t$ . Für die minimale Frequenz gilt somit:

$$f_{min} = \frac{1}{t_{sig}} = \frac{1}{\Delta t \ N_{OIT} \ N_M} = \frac{n_{RPM} \ N_R}{60} \cdot \frac{1}{N_{R,M}} \cdot \frac{1}{N_M} = \frac{f_{BPF,R}}{N_{R,M} \cdot N_M}$$
(3.38)

Analysiert man das Signal mit Hilfe der diskreten Fast-Fourier-Analyse, entspricht die minimale Frequenz  $f_{min}$  der erzielbaren Frequenzauflösung  $\Delta f$ . In Hinblick auf die Signalanalyse ist es somit erstrebenswert, die Anzahl der aufgezeichneten Modellperioden  $N_M$  hoch zu halten. Dies geht jedoch ebenso wie eine Steigerung der Modellrotorschaufelanzahl  $N_{R,M}$  mit einer Steigerung des numerischen Aufwandes einher.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Berücksichtigt wird jener Signalanteil, in dem *instationär-periodisches* Verhalten vorliegt.

# Kapitel 4

# Instationäre Interaktion von Haupt- und Kavitätenströmung

Innerhalb dieses Kapitels werden die Ergebnisse der Interaktion von Haupt- und Kavitätenströmung vorgestellt. Die zeitgenaue Interaktion wird anhand zweier Modellverdichter numerisch untersucht. Es wird gezeigt, dass die beobachtete Instationarität innerhalb der Kavitäten auf eine Anregung seitens der Hauptströmung zurück zu führen ist. Hauptfragestellung der Ergebnisanalyse ist, inwieweit sich dieses instationäre Verhalten der Hauptströmung auf die Strömung innerhalb der Kavitäten auswirkt. Zu Beginn werden daher zunächst die notwendigen theoretischen Grundlagen kurz erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse der transsonischen als auch der subsonischen Verdichterstufe vorgestellt und diskutiert.

# 4.1 Interaktion Schaufelreihen

Wesentliche Ursache der Instationarität innerhalb eines Axialverdichters ist die Relativbewegung der Rotor- und Statorgitter zueinander. Aus den Ausführungen in Kapitel 2.2 geht hervor, dass Rotor- und Statorgitter maßgeblich aufgrund der Potential- sowie der Nachlaufwirkung miteinander interagieren. Abbildung 4.1 verdeutlicht jeweils die Wirkung beider Effekte. Mit dem Ziel, den jeweiligen Einfluss beider Effekte getrennt voneinander zu quantifizieren, erfolgt zunächst eine Klassifizierung von Potential- und Nachlaufwirkung. Sofern möglich wird versucht, deren Wirkung in mathematischer Form zu beschreiben.

### 4.1.1 Potentialwirkung

Wird ein Schaufelgitter durchströmt, bildet sich ein periodisches Druckfeld aus. Ein sich relativ zum Gitter bewegender Beobachter registriert dieses als periodische Druckschwankung. Die wahrgenommene Amplitude spiegelt unmittelbar existierende Druckdifferenzen innerhalb des Druckfeldes wider. Diese sind im Bereich der Vorderkante maximal, da es hier zur Ausbildung eines Staupunktes (Druckmaxima) als auch der Saugspitze (Druckminima) kommt. Letztere ist bedingt durch die starke Beschleunigung des Fluids im vorderen, saugseitigen Bereich des Gitters. Bei Steigerung der Anströmung-Machzahl erhöht sich ebenso



Abbildung 4.1: Schaufelgitterinteraktion, qualitative Darstellung von Potentialwirkung und Nachlauftransport

die wahrgenommene Druckdifferenz, so dass mit einer verstärkten Beeinflussung der Abströmung des stromauf gelegenen Gitters zu rechnen ist.

Analog zur Situation stromauf des Gitters bedingt die Potentialwirkung eine Beeinflussung der Zuströmung des stromab gelegenen Gitters. Die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite ist im Bereich nahe der Hinterkante eines Gitters jedoch deutlich geringer. Zudem liegt der Druck im hinteren Staupunkt im Fall eines Statorgitters aufgrund der auftretenden Totaldruckverluste zwischen Vorder- und Hinterkante des Stators unterhalb jenem des vorderen Staupunktes. Letztendlich ist die stromab wirkende Anregungsamplitude geringer, so dass mit einer schwächeren Potentialwirkung stromab zu rechnen ist.

Die wahrgenommene, periodische Druckschwankung ist periodisch zur Gitterteilung und lässt sich nach Greitzer et al. [10] als Fourier-Reihe von Schwingungen mit der Blattfolgefrequenz  $f_{BPF}$  des Gitters beschreiben. Anhand einer Störansatzbetrachtung zeigen Greitzer et al. [10], dass sich die einzelnen Harmonischen unterschiedlich stark stromauf bzw. stromab ausbreiten. Der Anteil der Grundfrequenz hat dabei die größte Bedeutung. Ebenso kommen Greitzer et al. zu dem Schluss, dass der axiale Einflussbereich der Druckstörung für moderate Axial-Machzahlen der Anströmung proportional zur Wellenlänge und somit zur Gitterteilung ist. Hieraus ergeben sich zwei Konsequenzen: Da moderne Axialverdichter axiale Gitterabstände von 10 % bis 20 % der Gitterteilung aufweisen, ist mit einer Interaktion der Druckfelder des stromauf bzw. stromab positionierten Gitters im Bereich der Kavitätanbindung zu rechnen. Aufgrund des raschen Abklingens der höher harmonischen Anteile, ähnelt die wahrgenommene Anregung aufgrund der Potentialwirkung zudem einer Kosinus-Funktion mit der Blattfolgefrequenz des jeweiligen Gitters.

Druckstörungen breiten sind innerhalb eines ruhenden Fluids mit der Schallgeschwindigkeit a aus. Im Fall eines Axialverdichters überlagert sich jedoch der axiale Konvektionsanteil  $c_x$  der Strömung selbst, so dass stromauf und stromab laufenden Druckströmungen anhand ihrer unterschiedlichen, axialen Ausbreitungsgeschwindigkeiten unterschieden werden können. Für die axiale Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Druckstörung gilt jeweils:

stromauf laufende Störung  $\longrightarrow a - c_x$  (4.1)

stromab laufende Störung 
$$\longrightarrow a + c_x$$
 (4.2)

Die Wirkung des Druckfeldes einer bewegten Schaufelreihe (bzw. die Uberlagerung der Druckfelder benachbarter Schaufelgitter) kann nach Müller [11] bzw. Tyler und Sofrin [66] in einfachster Näherung unter Vernachlässigung der axialen Gitterausdehnung durch eine rotierende Welle approximiert werden (s. Abbildung 4.2).



Abbildung 4.2: Periodische Wirkung eines Gitterdruckfelds als rotierende Welle nach Müller [11]

Eine auf dem Radius r in Umfangsrichtung mit der Geschwindigkeit u rotierende Welle lässt sich durch Gleichung 4.3 darstellen:

$$y(\theta, r, t) = \hat{y} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(r \cdot \theta - u \cdot t\right)\right]$$
(4.3)

Im Raum ist die Welle periodisch zur Wellenlänge  $\lambda$ . Sie kann als Schwingung der Frequenz  $f = 1/\Delta t$  aufgefasst werden, welche sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit u entlang des Radius r bewegt. Für die Periodendauer der Schwingung gilt dabei  $\Delta t = \lambda/u$ . Gleichung 4.3 kann ebenso mit Hilfe der Wellenzahl k sowie der Kreisfrequenz  $\omega$  ausgedrückt werden:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{4.4}$$

$$\omega = k \cdot u = 2\pi f \tag{4.5}$$

$$y(\theta, r, t) = \hat{y} \cos\left[kr \cdot \theta - \omega \cdot t\right] \tag{4.6}$$

Führt man eine Modenzahl m, welche die Anzahl der Wellenberge über den Umfang  $2\pi r$  repräsentiert, als auch eine Drehfrequenz  $\Omega_m$  ein, so lässt sich die Abhängigkeit vom Betrachtungsradius r eliminieren:

$$\lambda_m = \frac{2\pi r}{m} \qquad \qquad k_m = \frac{2\pi}{\lambda_m} = \frac{m}{r} \qquad \qquad u = \Omega_m \cdot r \qquad (4.7)$$

$$y_m(\theta, t) = \hat{y} \cos\left[k_m \left(r \cdot \theta - \Omega_m r \cdot t\right)\right] = \hat{y} \cos\left[m \cdot \theta - \underbrace{m\Omega_m}_{\omega_m} \cdot t\right]$$
(4.8)

Gleichung 4.8 wird verwendet, um die Potentialwirkung eines Schaufelgitters mathematisch zu beschreiben.

$$p_m(\theta, t) = \hat{p} \cos\left[m\left(\theta - \Omega_m \cdot t\right)\right] \tag{4.9}$$

Die Modenzahl entspricht dabei der Schaufelanzahl des Gitters, wohingegen die Drehfrequenz Aufschluss über die Rotation des betrachteten Gitters gibt.

#### 4.1.2 Nachlaufwirkung

Schaufelnachläufe zeichnen sich durch ein Geschwindigkeitsdefizit gegenüber der umgebenden Hauptströmung als auch einen erhöhten Turbulenzgrad aus. Sie bilden sich stromab der Hinterkante, indem sich saug- und druckseitige Grenzschicht vereinen. Aufgrund des Geschwindigkeitsdefizits kommt es zu Mischungsverlusten stromab des Gitters (Totaldruckverluste). Ebenso führt das Geschwindigkeitsdefizit zu einer temporären Inzidenzvariation  $\Delta i$  der Anströmung des stromab folgenden Gitters, s. Abbildung 4.1. Hierdurch variieren die aerodynamische Belastung und somit auch das Druckfeld der stromab positionierten Schaufelreihe. Berücksichtigt man Sekundärströmungsstrukturen wie z. B. den Teilspaltwirbel als Nachlauf eines Gitters, so "vergrößert" sich aus Sicht des nachfolgenden Gitters die räumliche Ausdehnung als auch die Stärke des Nachlaufs. Hierdurch erhöht sich die Verweildauer des nachfolgenden Gitters innerhalb der Zone der Inzidenzvariation, so dass im Schaufelrandbereich mit einer verstärkten Anregung aufgrund der Nachlaufwirkung zu rechnen ist.

Innerhalb des stromab positionierten Gitters wird das Nachlaufgebiet in Segmente zerteilt, welche mit der Konvektionsgeschwindigkeit der umgebenden Strömung weiter transportiert werden. Die Umlenkung eines derartigen Segments bedingt nach Smith [16] eine Verringerung des effektiven Geschwindigkeitsdefizits zwischen Haupt- und Nachlauffluid. Dieser Prozess ist reversibel und verringert die resultierenden Mischungsverluste gegenüber der Situation ohne nachfolgendes Gitter (wake recovery Effect). Neben verringerten Ausmischungsverlusten induziert das Geschwindigkeitsdefizit jedoch auch ein Sekundärgeschwindigkeitsfeld  $\vec{c}_{Slip}$  bzw.  $\vec{w}_{Slip}$ , s. Abbildung 4.1. Dieses ist im Bereich eines Nachlaufsegmentes in Richtung Druckseite ausgerichtet (sog. Negative Jet). Hierdurch wird Nachlauffluid in Richtung Druckseite transportiert, so dass es zu einem Ausgleich in Form einer Verjüngung des Segmentes nahe der Saugseite kommt. Aufgrund des Negative Jet formiert sich innerhalb des induzierten Geschwindigkeitsfeldes ein gegenrotierendes Wirbelpaar nahe der Druckseite. Die druckseitige Grenzschicht wird hierdurch am stromauf gelegenen Rand des Nachlaufsegmentes verzögert bzw. am stromab gelegenen Rand beschleunigt. Nahe der Saugseite kehrt sich dieser Effekt um. Hierdurch kann die momentane Druckverteilung um die Schaufel beeinflusst werden. Nach Euler besitzt Nachlauffluid eines Rotors eine erhöhte Totalenthalpie, da das Geschwindigkeitsdefizit im Relativsystem mit einer erhöhten Umfangskomponente  $\Delta c_u$  einher geht. Durch die Akkumulation von Nachlauffluid in der druckseitigen Hälfte der nachfolgenden Statorpassage, weist diese eine ungleichförmige Verteilung von Totalenthalpie bzw. Totaltemperatur auf, vgl. Sanders et al. [14].

#### 4.1.3 Interaktionsmoden

Innerhalb dieses Abschnittes soll die Auswirkung der Überlagerung der Potentialfelder im Axialspalt zwischen zwei Schaufelgittern analytisch diskutiert werden. Die sich in diesem Bereich einstellende, zeitabhängige Druckverteilung stellt eine Anregungsquelle für instationäre Strömungen innerhalb der Kavitäten dar.

Neben der rein additiven Überlagerung der Potentialfelder beider Schaufelreihen zeigen Tyler und Sofrin [66], dass es durch die Schaufelinteraktion zur Entstehung sog. *Tyler-Sofrin*- bzw. Interaktionsmoden kommt. Ursache hierfür kann z. B. die Interaktion des Rotors mit Nachläufen stromauf positionierter Gitter sein, welche letztendlich eine aerodynamische Belastungsvariation einzelner Schaufeln hervorruft. Unabhängig von der physikalischen Ursache der Interaktion werden rotierende, periodische Interaktionsmuster beobachtet, denen jeweils eine Modenzahl m als auch eine Drehfrequenz  $\Omega_m$  zugeordnet werden kann, siehe hierzu auch Cumpsty [67] bzw. Petry et al. [68].

Je nach Schaufelzahl der interagierenden Gitter lassen sich mögliche Modenzahlen m nach Cumpsty [67] in Abhängigkeit der Ordnung der betrachteten Harmonischen des Rotors n sowie einem Laufparameter j bestimmen, s. Gleichung 4.10:

$$m(n,j) = n \cdot N_R + j \cdot N_S \quad j = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad n = 1, 2, 3, \dots$$
(4.10)

Obwohl die Anzahl möglicher Moden theoretisch unbegrenzt ist, besitzen in der Praxis lediglich wenige Moden mit jeweils geringer Ordnung m relevante Amplituden. Die zugehörige Drehfrequenz einer Mode bestimmt sich nach Gleichung 4.11, s. Cumpsty [67]:

$$\Omega_m = \Omega \cdot \frac{n \cdot N_R}{n \cdot N_R + j \cdot N_S} = \Omega \cdot \frac{n \cdot N_R}{m}$$
(4.11)

Die Modenzahl m gibt Aufschluss über die Anzahl von Interaktionsmustern entlang des Umfangs und somit über die zugehörige Wellenlänge. Ist die Modenzahl negativ, so rotiert das beobachtete Interaktionsmuster entgegen der Drehrichtung des Rotors. Abbildung 4.3 zeigt einen Fall einer möglichen Interaktionsmode. Der



Abbildung 4.3: Generische Rotor Stator Kombination, Tyler-Sofrin Mode:  $m = -2, \Omega_m = -2 \cdot \Omega$ 

Rotor besitzt vier Schaufeln und rotiert mit der Drehfrequenz  $\Omega$  im Uhrzeigersinn. Eine Rotorschaufel ist exemplarisch strichliert dargestellt. Der Stator verfügt über sechs Schaufeln, so dass sich nach Gleichung 4.10 eine mögliche Mode mit m = -2 und einer Drehfrequenz von  $\Omega_m = -2 \cdot \Omega$  ergibt. Als Interaktion wird jeweils jene Situation betrachtet, an der zwei Schaufeln aufeinander treffen. Blaue Pfeile markieren diese Positionen. Für die dargestellte Zeitspanne rotiert der Rotor um  $\theta = \pi/2$  im Uhrzeigersinn. Das Moden- bzw. Interaktionsmuster hingegen rotiert doppelt so schnell entgegen dieser Richtung um den Winkel  $\theta = \pi$ .

## 4.2 Ergebnisse transsonischer Testfall

#### 4.2.1 Untersuchungsgegenstand

Moderne Axialverdichter zeichnen sich durch eine transsonische Auslegung der Frontstufen aus. Diese sind zur Sicherstellung eines ausreichenden Betriebsbereichs im Allgemeinen mit verstellbaren Statoren inklusive Innendeckband ausgeführt (s. Kapitel 2.3). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher eine transsonische Frontstufe simuliert, welche im folgenden Text als *transsonischer Modellverdichter* (TMV) bezeichnet wird. Diese weist neben der Rotorregion auch im Nabenbereich der Statoren transsonische Strömungsgebiete auf, so dass nach Wellborn [46] von einer verstärkten Interaktion der saugseitigen Überschallgebiete mit den Statordeckbandkavitäten auszugehen ist.



Abbildung 4.4: Numerisches Modell transsonischer Modellverdichter (TMV)

Abbildung 4.4 stellt den *transsonischen Modellverdichter* TMV dar. Er umfasst zwei verstellbare Statoren (Stator S1T und Stator S2T) inklusive Innenleitring und Teilspalten. Beide Gitter sind im Nabenbereich durch saugseitige Überschallgebiete geprägt. Die Statordeckbandräume unterhalb der Innenleitringe verfügen über jeweils drei Dichtspitzen, welche als Durchblick-Labyrinthdichtung agieren. Ausrundungsradien an den Schaufelfüßen als auch im Bereich der Kavitätenanbindung werden berücksichtigt.

#### 4.2.2 Numerisches Modell TMV

Der TMV wird mit Hilfe der *Domain-Scaling*-Methode innerhalb der HYDRA-Suite simuliert. Durch Reduktion der ursprünglichen Schaufelanzahl von Stator S1T um 2 auf 36 ist es möglich, dass vollständige Modell des TMV auf  $\Delta \theta_M = 40^\circ$  bzw. 1/9 des Umfangs zu begrenzen. Die Schaufelanzahl von Rotor R2T und Stator S2T bleibt jeweils unverändert. Diese Vorgehensweise stellt einen Kompromiss zwischen notwendiger Simulationsdauer und Abbildung der realen Strömung dar. Hieraus resultierende Limitierungen werden in Kapitel 3.5 erläutert. Die Reduktion der Schaufelanzahl erhöht die aerodynamische Profilbelastung innerhalb Stator S1T. Stationäre als auch instationäre Simulationen werden daher stets mit reduzierter Stator S1T Schaufelanzahl durchgeführt um Vergleichbarkeit zu gewährleisten.



(a) Interfaceregion Stator S1T(b) Stator S1T Hinterkante,(c) Statordeckbandraum Staund Rotor R2T, Gehäuse Kavitäteintritt tor S2T, Oberflächennetz

Abbildung 4.5: Vernetzungsdetails transsonischer Modellverdichter

Jedes Schaufelgitter wird in Form einer Einzelpassage vernetzt. Im Fall der instationären Simulation werden diese in Umfangsrichtung vervielfältigt, so dass das Simulationsgebiet des TMV 4 Stator S1T Schaufeln, 5 Rotor R2T Schaufeln und 6 Stator S2T Schaufeln umfasst. Aufgrund dieser Vorgehensweise richtet sich die Struktur des Einzelpassagennetzes maßgeblich an den Bedürfnissen der instationären Simulation aus.

Im Bereich der Interfacefläche zwischen Rotor- und Statorzonen wird auf eine möglichst gleichmäßige Netzstruktur geachtet, s. Abbildung 4.5a. Hierdurch wird eine einheitliche Diskretisierungsgüte der Schaufelnachläufe unabhängig von der jeweiligen, zeitlich veränderlichen Relativposition der Schaufelgitter gewährleistet. Das Rechengitter wird normal zu allen Wandflächen verfeinert, um eine ausreichend gute Auflösung der Wandgrenzschichten sicher zu stellen. Sämtliche Oberflächen werden als adiabate Wand mit Haftbedingung simuliert. Das Oberflächennetz im Nabenbereich von Stator S1T ist in Abbildung 4.5b exemplarisch dargestellt. Man erkennt den Nabenteilspalt als auch die Ausrundungsradien im Bereich des Schaufelfußes. Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die wesentlichen Vernetzungsparameter des TMV. Das Strömungsgebiet innerhalb der Statordeckbandräume wird jeweils vollständig diskretisiert. Anhand von Tabelle 4.2 wird ersichtlich, dass ein großer Anteil der Zellen der Rechengitter der Statoren hierfür

Zone	Gitterpunkte	Gitterpunkte	Gitterpunkte	Zellenanzahl Einzel-
	entlang Schau-	entlang	O-Netz	passage inkl. Kavi-
	felhöhe (Spalt)	Sehnenlänge		tät (Mio)
S1T	75~(10/8)	129	16	1,52
R2T	70 (10)	129	18	0,74
S2T	$75 \ (10/10)$	129	14	1,57

Tabelle 4.1: Vernetzungsparameter transsonischer Modellverdichter

verwendet wird. Die Bedeutung der Zellenanzahl innerhalb der Statordeckbandräume für die Lösungsunabhängigkeit wurde durch Schlaps [69] untersucht. In Relation zu der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Zellanzahl wurde die Variation charakteristischer Parameter wie z. B. Leckagemassenstrom in Abhängigkeit der Zellanzahl innerhalb der Statordeckbandräume des TMV bewertet. Schlaps [69] kommt zu dem Schluss, dass die verwendete Zellanzahl innerhalb der Statordeckbandräume ausreichend ist, um eine Netzunabhängigkeit der bewerteten Parameter sicher zu stellen. Abbildung 4.5c stellt das Oberflächennetz im Bereich der Labyrinthdichtung von Stator S2T exemplarisch dar. Als Eintritts-

Zone	Gitterpunkte	Gitterpunkte	Gitterpunkte	Anteil Zellenan-
	im Dichtspalt	Kavitätein-	Kavitätaustritt	zahl an Gesamt-
		tritt (axial)	(axial)	zone
S1T	20	25	25	32,2~%
S2T	20	20	30	30,4~%

Tabelle 4.2: Gitterpunkte Statordeckbandräume (TMV)

randbedingung wird ein radiales, umfangssymmetrisches Abströmungsprofil des stromauf des Stator S1T positionierten Rotor R1T vorgegeben. Dieses wird im Relativsystem des Rotors durch die Größen  $T_{t,rel}$ ,  $p_{t,rel}$ ,  $\beta$ ,  $\epsilon$  und  $\hat{\nu}$  definiert. Diese Vorgehensweise erlaubt eine Inzidenzvariation von Stator S1T bei variierendem Stufendurchsatz. Am Austrittsrand des Simulationsgebietes wird eine statische Druckrandbedingung mit radialem Gleichgewicht vorgegeben. Numerische Voruntersuchungen führen zu dem Schluss, dass die Relativbewegung von Rotor R2T mit einer Winkelschrittweite von  $\Delta \theta = 0, 11765^{\circ}$  aufgelöst wird. Die Anzahl der inneren Iterationen des Gleichungslösers HYDRA wird so gewählt, dass das mittlere Residuum um zwei Größenordnungen abfällt. Der resultierende Lösungszustand gilt als konvergent, sobald das instationäre Strömungsfeld sowohl bei globaler als auch lokaler Parameteranalyse instationär-periodischen Charakter aufweist, siehe hierzu Kapitel 3.5.

#### 4.2.3 Instationarität innerhalb der Hauptströmung

Die Strömung innerhalb des Hauptströmungskanals des TMV weist instationären Charakter auf. Wesentliche Ursache dieser Zeitabhängigkeit ist letztendlich die Interaktion der Schaufelreihen untereinander. Innerhalb dieses Abschnittes werden die dominierenden Strömungsvorgänge bzgl. ihrer Zeitabhängigkeit quantifiziert. Das zeitabhängige Strömungsverhalten wird exemplarisch für einen moderat angedrosselten Betriebspunkt bei Auslegungsdrehzahl diskutiert. Die Aussagen bzgl. der Zeitabhängigkeit lassen sich auf weitere Betriebspunkte der Charakteristik übertragen.

In Kapitel 4.1 wird gezeigt, dass Potential- als auch Nachlaufwirkung den zeitabhängigen Charakter der Hauptströmung prägen. Da sich beide Effekte überlagern, ist ihre jeweilige Auswirkung oftmals nicht klar voneinander zu unterscheiden. Beiden gemeinsam ist, dass sie in Verbindung mit der Blattfolgefrequenz  $f_{BPF}$  bzw. deren Harmonischen eines bestimmten Gitters stehen, z. B. jenes Gitter an dem der Nachlauf gebildet wird. Analysiert man die zeitliche Fluktuation der Strömung an einem festen Ort bzgl. ihrer Frequenzzusammensetzung, lassen sich Potential- und Nachlaufwirkung nicht voneinander unterscheiden. Da sich beide Effekte jedoch mit jeweils unterschiedlicher, charakteristischer Geschwindigkeit innerhalb der Strömung des TMV ausbreiten, ermöglicht eine Beurteilung der Fluktuationen an mehreren Orten bei gemeinsamer Zeitbasis eine Unterscheidung bzw. Quantifizierung der Stärke beider Effekte.

Mit dem Ziel, die Stärke von Potential- und Nachlaufwirkung zu quantifizieren, wird die zeitabhängige, statische Druckverteilung auf den Schaufeloberflächen des TMV exemplarisch in Form von Weg-Zeit-Diagrammen diskutiert. Sobald das Simulationsmodell *periodisch-instationären* Charakter (s. Kapitel 3.5) aufweist, werden an mehreren ausgewählten Probenpositionen auf der Schaufeloberfläche zeitabhängige Drucksignale gewonnen. Die Anordnung der Proben entlang eines Schaufelschnittes erlaubt neben der Frequenzanalyse eine Bestimmung der charakteristischen Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Fluktuation.

Bevor jedoch die zeitabhängige Schaufeldruckverteilung analysiert wird, werden jene Frequenzen bzw. Anregungsquellen diskutiert, welche das zeitabhängige Strömungsfeld des TMV dominieren. Letzteres wird durch die jeweiligen Blattfolgefrequenzen  $f_{BPF}$  der drei Schaufelreihen des TMV und deren Harmonischen bestimmt. Einerseits kommt es zur rein additiven Überlagerung der Einflüsse der einzelnen Schaufelreihen. Andererseits interagieren zeitlich periodische Strömungsstrukturen ebenso verstärkend bzw. multiplikativ miteinander im Zeitraum, so dass derartige Vorgänge durch Differenzfrequenzen (Faltung) der interagierenden Blattfolgefrequenzen charakterisiert werden. So bedingt beispielsweise die Inzidenzvariation aufgrund eines Nachlaufs eine Variation der aerodynamischen Belastung des nachfolgenden Gitters, so dass sich die Stärke des Potentialfeldes als Folge der Interaktion ändert. Die resultierenden Frequenzen entsprechen somit ganzzahligen Vielfachen der Blattfolgefrequenzen nach Gleichung 4.12.

$$f = i \cdot f_{BPF,S1T} + j \cdot f_{BPF,R2T} + k \cdot f_{BPF,S2T} \quad i, j, k \in \dots, -1, 0, 1, \dots$$
(4.12)

Durch Definition einer dimensionslosen Frequenz EPR nach Gleichung 4.14 lässt sich die Abhängigkeit der Blattfolgefrequenz von der Drehzahl  $n_{RPM}$  eliminieren:

$$f_{BPF} = \frac{n_{RPM}}{60} \cdot N_{Row} \tag{4.13}$$

$$EPR = N = f_{BPF} \cdot \frac{60}{n_{RPM}} \tag{4.14}$$

Gleichung 4.12 lässt sich somit ebenfalls entdimensionieren:

$$EPR = i \cdot N_{S1T} + j \cdot N_{R2T} + k \cdot N_{S2T} \tag{4.15}$$

Tabelle 4.3 gibt einen Überblick über die dominierenden Anteile innerhalb des Frequenzspektrums des TMV.

Name	Frequenz	i	j	k	EPR	
$R_2 - S_1$	$f_{BPF,R2T} - f_{BPF,S1T}$	-1	1	0	0 0	
$S_2 - R_2$	$f_{BPF,S2T} - f_{BPF,R2T}$	0	-1	1	9	
$2 \cdot (R_2 - S_1)$	$2 \cdot (f_{BPF,R2T} - f_{BPF,S1T})$	-2	2	0	18	
$2 \cdot (S_2 - R_2)$	$2 \cdot (f_{BPF,S2T} - f_{BPF,R2T})$	$\frac{1}{2T} - f_{BPF,R2T} = 0$		2	10	
$3 \cdot (R_2 - S_1)$	$3 \cdot (f_{BPF,R2T} - f_{BPF,S1T})$	-3	3	$\mathbf{b} = 0$		
$3 \cdot (S_2 - R_2)$	$3 \cdot (f_{BPF,S2T} - f_{BPF,R2T})$	0	-3	3		
$S_1$	$f_{BPF,S1T}$	1	0	0	36	
$R_2$	$f_{BPF,R2T}$	0	1	0	45	
$S_2$	$f_{BPF,S2T}$	0	0	1	54	
$2 \cdot S_1$	$2 \cdot f_{BPF,S1T}$	2	0	0	72	
$R_2 + S_1$	$f_{BPF,R2T} + f_{BPF,S1T}$	1	1	0	81	
$2 \cdot R_2$	$2 \cdot f_{BPF,R2T}$	0	2	0	90	
$S_2 + R_2$	$f_{BPF,S2T} + f_{BPF,R2T}$	0	1	1	99	
$2 \cdot S_2$	$2 \cdot f_{BPF,S2T}$	0	0	2	108	
$3 \cdot S_1$	$3 \cdot f_{BPF,S1T}$	3	0	0	100	
$3 \cdot R_2$	$3 \cdot f_{BPF,R2T}$	0	3	0	135	
$4 \cdot S_1$	$4 \cdot f_{BPF,S1T}$	4	0	0	144	
$3 \cdot S_2$	$3 \cdot f_{BPF,S2T}$	0	0	3	162	
$4 \cdot R_2$	$4 \cdot f_{BPF,R2T}$	0	4	0	180	
$5 \cdot S_1$	$5 \cdot f_{BPF,S1T}$	5	0	0	100	

Tabelle 4.3: Dominierende Frequenzen TMV

Als Folge des *Domain-Scaling-Ansatzes* weisen alle Schaufelreihen des TMV ein Vielfaches von neun auf. Daher kommt es zu Überlappungen von Interaktionsfrequenzen bzw. Harmonischen der Blattfolgefrequenz. Diese Frequenzen sind in Tabelle 4.3 schwarz hervor gehoben. Interaktionen zwischen Rotor R2T und Stator S2T bzw. Stator S1T können nicht anhand der Frequenz unterschieden werden, da beide Gitter jeweils eine Schaufeldifferenz von neun aufweisen. Des Weiteren deckt sich die dritte Harmonische von Stator S1T mit der zweiten Harmonischen von Stator S2T. Betrachtet man die Anregung von Rotor R2T durch die umgebenden Statoren, so lassen sich diese beiden Anteile nicht voneinander unterscheiden. In diesem Bereich ist von einer künstlichen Verstärkung/Überlappung beider Anteile aufgrund des *Domain-Scaling-Ansatzes* auszugehen.

Durch die Analyse der zeitabhängigen Profildruck- bzw. Machzahlverteilungen werden im folgenden Abschnitt jene Zonen innerhalb des Hauptströmungskanals identifiziert, welche eine große Zeitabhängigkeit aufweisen. Insbesondere die Randbereiche nahe der Nabe als auch die axialen Spalte zwischen den Schaufelreihen sind hierbei von Interesse. In Kapitel 4.2.4 wird erläutert, dass zeitabhängige Strömungsvorgänge in diesen Zonen maßgeblich die Strömung im Anschlussbereich der Statordeckbandräume bestimmen.

Als Berechnungsergebnis der numerischen Simulation steht u. a. die Profildruckverteilung  $p(\vec{x}, t)$  für verschiedene Schaufelhöhen zu diskreten Zeitpunkten zur Verfügung, welche mit Hilfe von Gleichung 4.16 in eine "isentrope" Machzahlverteilung<sup>1</sup> um die Schaufeloberfläche umgerechnet werden kann. Unter Berücksichtigung aller vorliegenden, diskreten Zeitpunkte einer Modellperiode lässt sich der zugehörige zeitliche Mittelwert nach Gleichung 4.17 ermitteln.

$$Ma_{is}(\vec{x}, t_i) = \sqrt{\left[\left(\frac{p_{t, ref, LE}}{p(\vec{x}, t_i)}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1\right]\frac{2}{\kappa - 1}}$$
(4.16)

$$\bar{Ma}_{is}(\vec{x}_i) = \frac{1}{N_t} \sum_{t}^{N_t} Ma_{is}(\vec{x}_i, t)$$
(4.17)

Abbildung 4.6 stellt die zeitgemittelte Profil-Machzahlverteilung nach Gleichung 4.17 als auch die zugehörige Schwankungsbreiteverteilung für einen Schaufelschnitt von Stator S1T nahe der Nabe (3 % Schaufelhöhe), der Kanalmitte (50 % Schaufelhöhe) und dem Gehäuse (92 % Schaufelhöhe) dar. Die momentanen Profil-Machzahlverteilungen für maximale bzw. minimale aerodynamische Belastung<sup>2</sup> sind ebenso jeweils in der rechten Hälfte von Abbildung 4.6 dargestellt.

Nahe der Nabe fallen zeitlicher Mittelwert und Schwankungsbandbreite nahezu zusammen, so dass die Profilumströmung quasi stationär ist. In diesem Schnitt ist ein lokales Überschallgebiet im Bereich der Schaufelvorderkante zu erkennen. Seine Ursache ist die große positive Inzidenz, welche aus dem als Eintrittsrandbedingung vorgegebenen Abströmungsprofil des stromauf positionierten Rotors resultiert. Stator S1T arbeitet in diesem Betriebspunkt trotz lokaler, saugseitiger Überschallgebiete noch mit anliegender Strömung. Mit zunehmendem Radius nimmt die Schwankungsbreite nahe der Hinterkante von Stator S1T zu. Die zugehörige momentane Machzahlverteilung maximaler aerodynamischer Profilbelastung ist durch eine lokale Strömungsverzögerung (Machzahlabsenkung) im Bereich der Hinterkante geprägt. Als Ursache hierfür wird im folgenden Abschnitt das Stoßsystem von Rotor R2T identifiziert.

Die Abbildungen A.2 und A.3 stellen die zeitabhängigen Druckschwankungen entlang eines Schaufelschnittes für 92 % Schaufelhöhe von Stator S1T in Form eines Weg-Zeit-Diagramms dar. Der dargestellte Zeitraum umfasst zwei Modellperioden  $\Delta t_M$ . Betrachtet man die periodische Druckschwankung  $p'(\vec{x}, t)$  in den Abbildungen A.2 und A.3, spiegelt sich die erhöhte Schwankungsbreite im Hinterkantenbereich analog zu Abbildung 4.6c ebenso wider. Fünf mal pro Modellperiode  $\Delta t_M$  breitet sich von der Hinterkante ausgehend ein Druckmaximum mit einer axialen Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. 490 m/s stromauf aus (rote Markierungslinie). Es wird somit mit der Blattfolgefrequenz des Rotors R2T detektiert. Analog zur Darstellungsweise in Abbildung 4.6 ist dieses im Bereich der

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Als Referenztotaldruck  $p_{t,ref,LE}$  wird der Druck im Staupunkt der Vorderkante des betrachteten Schnittes verwendet. Es wird isentroper Aufstau angenommen.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Bewertung "Maximum" bzw. "Minimum" beurteilt eingeschlossene Fläche zwischen Kurven der Druck- bzw. Saugseite.

Druckseite maximal. Ursache der Druckstörung ist die Stoßinteraktion zwischen dem transsonisch operierenden Rotor R2T und dem stromauf positionierten Stator S1T. Rotor R2T arbeitet mit abgelöster Kopfwelle, welche sich stromauf bis in die Statorpassage ausbreitet. Dort wird sie an der Druckseite reflektiert. Abbildung 4.7a verdeutlicht die Reflexionsvorgänge qualitativ. Die Kopfwelle des bewegten Rotors ist durch einen Drucksprung p' - p geprägt. Relativ zur Rotorschaufel verändert sich ihre Position kaum. Aufgrund der Rotation des Rotors bewegt sie sich jedoch mit der Umfangsgeschwindigkeit u zur Hinterkante von Stator S1T. Dort ankommen, erfolgt die Primärreflexion, welche mit einer weiteren, lokalen Druckzunahme auf den Druck p'' verbunden ist. Die Primärreflexion ist nahezu orthogonal zur Front der Kopfwelle ausgerichtet und wird ebenfalls



Abbildung 4.6: Stator S1T Profil-Machzahlverteilung  $Ma_{is}$ , links: zeitliches Mittel  $\overline{M}a_{is}$ , rechts: momentane aerodynamische Maximal- und Minimalbelastung

weiter stromauf in die Statorpassage getragen. Weiterführende Beschreibungen der mit der Stoß-Interaktion verbundenen Vorgänge finden sich u. a. in Eulitz [30], Bölcs und Suter [26] sowie Langford et al. [27].

Die Geschwindigkeit, mit der ein ruhender Beobachter innerhalb von Stator S1T die Bewegung der Kopfwelle bzw. des Reflexionspunktes (Position stromauf Druckmaxima) entlang der Schaufeloberfläche wahrnimmt, lässt sich in erster Näherung abschätzen: Unter Annahme einer geraden Kopfwellenfront, welche mit der Umfangsgeschwindigkeit u rotiert und um den Winkel  $\theta_S$  gegenüber der Rotationsachse des Verdichters geneigt ist (s. Abbildung 4.7a), folgt für die axiale Bewegungsgeschwindigkeit  $c_{ax}$  des Reflexionspunktes (Gleichung 4.18):

$$c_{ax} = \frac{u}{\tan \theta_S} \tag{4.18}$$

Abbildung 4.7b zeigt die Primärreflexion der Rotorkopfwelle innerhalb der S1T Statorpassage. Die momentane Position der Rotorkopfwelle ist durch eine rote Linie markiert, vgl. Abbildung 4.7a. Stromab des Reflexionspunktes erhöht sich der statische Druck, so dass ein entgegen der Hauptströmung gerichtetes Sekundärgeschwindigkeitsfeld induziert wird. Gegenüber der Maschinenachse ist die Kopfwelle um ca.  $\theta_s \approx 40^{\circ}$  geneigt, so dass sich nach Gleichung 4.18 eine axiale Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. 490 m/s ergibt. Dies deckt sich gut mit der in den Abbildungen A.2 und A.3 beobachteten Ausbreitungsgeschwindigkeit der stromauf laufenden Druckstörung.

Aus der Analyse der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Druckstörung geht hervor, dass diese deutlich oberhalb jener Axialgeschwindigkeit liegt, welche sich aus der Differenz von Schallgeschwindigkeit a und axialer Strömungsgeschwindigkeit  $c_x$  ergibt. Diese wäre charakteristisch für Druckstörungen, welche ihren Ursprung im Staupunkt der Vorderkante des stromab folgenden Rotors haben. Die Ursache der in Abbildung 4.6 beobachteten Zunahme der Schwankungsbreite der Profil-Machzahl mit dem Radius, ist die Zunahme der Stärke des Stoßsystems von Rotor R2T. Da letzterer im Nabenbereich subsonisch arbeitet, ist die Anregung von Stator S1T nahe der Nabe sehr gering. Der stromauf gerichtete Einfluss des reinen Staudruckfeldes (Potentialwirkung) von Rotor R2T auf Stator S1T ist eher gering.

Abbildung 4.8 stellt die zeitgemittelte Profil-Machzahlverteilung von Rotor R2T für vier verschiedene Schaufelhöhen sowie die zugehörigen Schwankungsbandbreiteverteilung dar. Rotor R2T besitzt oberhalb 33 % Schaufelhöhe ein transsonisches Design. Entlang der Saugseite ist ein Überschallgebiet mit abschließenden Verdichtungsstoß erkennbar, welcher mit zunehmender Schaufelhöhe bzw. Relativ-Machzahl in Richtung Hinterkante rückt, s. Bölcs und Suter [26]. Betrachtet man die Schwankungsbreite der Profil-Machzahl zeigt sich, dass diese nahe der Nabe am größten ist. Ursache hierfür ist der Nabenteilspaltwirbel von Stator S1T und das damit verbundene Axialgeschwindigkeitsdefizit, welches als Inzidenzvariation der Anströmung wahrgenommen wird. Mit zunehmendem Radius reduziert sich das Amplitudenniveau der Schwankungsbandbreite. Entlang der Druckseite der Profile bleibt die jeweilige Amplitude nahezu konstant. Anhand einer exemplarischen Diskussion der zeitgenauen Profildruckverteilung von Rotor R2T für 92 % Schaufelhöhe werden im folgenden Abschnitt die Ursachen für dieses Verhalten identifiziert.



(a) Rotor-Stoss-Interaktion TMV: links qualitative Position Kopfwelle; rechts: Abschätzung axiale Ausbreitungsgeschwindigkeit des Reflexionspunkts der Kopfwelle



(b) Rotor-Stoss-Interaktion TMV: 92% Schaufelhöhe, Vektorfeld links: momentane Fluktuation Absolutgeschwindigkeit  $c(\vec{x},t) - \bar{c}(\vec{x})$ ; rechts: momentane Druckfluktuation  $p(\vec{x},t) - \bar{p}(\vec{x})$ 

Abbildung 4.7: Rotor-Stoss-Interaktion TMV



Abbildung 4.8: Rotor R2T Profil-Machzahlverteilung, zeitliches Mittel  $Ma_{is}$ 

Die Abbildungen A.4, A.5, A.6 und A.7 zeigen die Weg-Zeit-Diagramme der Druck- und Saugseite von Rotor R2T für 92 % Schaufelhöhe<sup>3</sup>. Es sind jeweils Druck- bzw. Entropiefluktuation abgebildet. Anhand letzterer kann die Konvektion der Nachläufe von Stator S1T (*Wake*) entlang des Profils identifiziert werden. Diese werden in axiale Richtung mit einer Konvektionsgeschwindigkeit  $w_x$  transportiert (hellgrüne Markierungslinie), welche nahezu der axialen Strömungsgeschwindigkeit entspricht. Durch die Wirkung des *Negative Jet*-Effektes akkumuliert sich Nachlauffluid nahe der Druckseite, so dass diese insbesondere im Weg-Zeit-Diagramm der Druckseite sichtbar sind. Innerhalb einer Modellperiode  $\Delta t_M$  sind vier Nachläufe zu erkennen. Dies entspricht der Anzahl der S1T Statorschaufeln innerhalb des Modells.

Der Kontakt der Vorderkante von Rotor R2T mit dem Nachlauf von Stator S1T wird von einem Druckmaximum auf der Druckseite bzw. Druckminimum auf der Saugseite gefolgt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Druckinformation (S1T DS) entspricht der Schallgeschwindigkeit *a* plus Konvektionsgeschwindigkeit  $w_x$  (magenta-farbene Markierungslinie). Pro S1T Statorteilung können jeweils drei Druckmaxima bzw. -minima identifiziert werden, welche entlang der Druckseite die Strukturen im Weg-Zeit-Diagramm dominieren. Entlang der Saugseite ist der Einfluss der stromab laufenden Druckstörung (S1T DS) nur bis ca. 50 % axialer Sehnenlänge markant.

Im Hinterkantenbereich ist die stromauf gerichtete Potentialwirkung von Stator S2T (S2T US) in den Abbildungen A.4, A.5, A.6 und A.7 zu erkennen. Diese breitet sich mit einer Geschwindigkeit  $a - w_x$  stromauf (rote Markierungslinie)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Anzahl Proben entlang der Sehnenlänge: 15

aus. Da diese Wirkung dem Gitter S2T zugesprochen wird, sollten stromauf laufende Druckstörungen mit der Häufigkeit der simulierten Schaufelanzahl von Stator S2T auftreten. Bei genauer Betrachtung der Druckfluktuationen entlang der Druckseite in Abbildung A.4 erkennt man konstruktive Überlagerungen von stromauf und stromab laufenden Druckstörungen. Mit der dargestellten Häufigkeit der stromauf laufenden Maxima (S2T US), welche der einfachen Schaufelanzahl von Stator S2T entspricht, werden nicht alle konstruktiven Maxima per Überschneidung erkannt. Erst wenn man die doppelte Häufigkeit der S2T USDruckinformationen wahrnimmt, lässt sich das Muster der konstruktiven Maxima erklären.

Analysiert man die Druckfluktuation an jeder Probenposition bzgl. ihrer Frequenzzusammensetzung mit Hilfe der Fast-Fouier-Transformation, lässt sich diese Beobachtung bestätigen, s. Abbildungen 4.9a und 4.9b. Die Blattfolgefrequenz von Stator S1T und deren Harmonischen dominieren die Druckfluktuation nahe der Vorderkante, erkennbar an den EPR-Vielfachen der Schaufelanzahl von Stator S1T (36 Schaufeln). Der von der Hinterkante ausgehende Potentialeinfluss von Stator S2T wird durch *EPR*-Frequenzanteile mit einem Vielfachen der Schaufelanzahl von Stator S2T (54 Schaufeln) detektiert. Diese klingen mit zunehmendem Abstand zur Quelle (Staupunkt der Vorderkante von Stator S2T) ab, s. Anteil EPR = 54 in Abbildung 4.9a. Die Frequenzspektren in den Abbildungen 4.9a und 4.9b werden durch einen Anteil von EPR = 108 dominiert, welcher der dritten Harmonischen der Blattfolgefrequenz  $f_{BPF,S1T}$  als auch der zweiten Harmonischen der Blattfolgefrequen<br/>z $f_{BPF,S2T}$ zugeordnet werden kann, vgl. Tabelle 4.3. Hierdurch erklärt sich die in den Abbildungen A.4 und A.6 beobachtete Häufigkeit der konstruktiven Maxima. Beiden Vielfachen der Blattfolgefrequenzen kann eine unterschiedliche Ursache innerhalb des Strömungsfeldes zugeordnet werden. Jedoch kommt es aufgrund des Domain-Scaling-Ansatzes zu einer gleichfrequenten Überlagerung innerhalb des Modells. Dies führt dazu, dass dieser Anteil über die gesamte axiale Sehnenlänge quasi konstant ist. Bei Berücksichtigung der realen Schaufelanzahl von Stator S1T würde sich ein anderes Interaktionsmuster im Weg-Zeit-Diagramm des Rotors R2T einstellen.

Die Analyse der Weg-Zeit-Diagramme als auch der Frequenzspektren von Rotor R2T zeigt, dass die Profil-Machzahlverteilung maßgeblich durch stromab bzw. stromauf laufende Druckwellen beeinflusst wird. Der konvektive Transport der Nachläufe selbst induziert keine merklichen Druckfluktuationen aufgrund des *Negative-Jet*-Effektes. Vielmehr bedingt die durch die Nachläufe hervorgerufene Inzidenzvariation stromab laufende Druckwellen. Diese haben ihre Ursache in lokalen, wechselseitig angeordneten Überschallgebieten im Bereich der Vorderkantenumströmung, welche als temporäre Drucksenke- bzw. Druckquelle agieren. Dies verdeutlicht Abbildung 4.10 für einen Profilschnitt nahe der Nabe bzw. dem Gehäuse. Es wird jeweils die momentane Druckfluktuation  $p(t) - \bar{p}$  bzw. Entropiefluktuation  $s(t) - \bar{s}$  für zwei ausgewählte Zeitpunkte dargestellt. Zum Zeitpunkt  $t_1$  hat die Vorderkante keinen Kontakt zum Nachlaufgebiet<sup>4</sup>, so dass die Anströmung gegenüber dem zeitlichem Mittel mit geringerer Inzidenz erfolgt. Die druckseitige Beschleunigung um die Vorderkante führt zur Ausbildung eines

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Das Nachlaufgebiet wird nahe der Nabe bzw. dem Gehäuse maßgeblich durch den jeweiligen Teilspaltwirbel von Stator S1T geformt.



(a) 92%Schaufelhöhe, Frequenzanalyse Druckschwankung Druckseite



(b) 92%Schaufelhöhe, Frequenzanalyse Druckschwankung Saugseite

Abbildung 4.9: Frequenzanalyse Rotor R2T



Abbildung 4.10: Rotor R2T, 92 % Schaufelhöhe, momentane Druckfluktuation und Entropie

lokalen, temporären Druckminimums. Zum Zeitpunkt  $t_1 + \frac{1}{2}\Delta t_{R2T}$  durchquert die Rotorvorderkante das Nachlaufgebiet. Die Anströmung erfolgt mit positiver Inzidenz, so dass sich dieser Effekt umkehrt. Maßgeblicher Einflussparameter auf die Inzidenzänderung ist die Stärke des Axialgeschwindigkeitsdefizits innerhalb der Nachlaufregion. Dieses ist aufgrund der Teilspaltwirbel nahe der Nabe und dem Gehäuse besonders stark ausgeprägt. Hierdurch lassen sich die großen Schwankungsbreiten nahe der Vorderkanten in den Abbildungen 4.8a und 4.8d letztendlich erklären. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass Rotor R2T im Wesentlichen durch die Nachlaufwirkung von Stator S1T beeinflusst wird. Die stromab gerichtete Potentialwirkung von Stator S1T ist zu vernachlässigen. Dennoch ruft die Nachlaufwirkung stromab laufende Druckwellen hervor, welche ihren Ursprung in der alternierenden Vorderkantenumströmung des Rotorprofils haben.

Im Bereich der Vorderkante des Stators S2T lässt sich dieser Effekt ebenso beobachten. Abbildung 4.11 stellt die zeitgemittelte Profil-Machzahlverteilung für Stator S2T exemplarisch dar. Dieser arbeitet zwischen Nabe und ca. 50 % Schaufelhöhe transsonisch. Die Schwankungsbandbreite ist über die Schaufelhöhe gleichmäßig groß. Betrachtet man exemplarisch das zugehörige Weg-Zeit-Diagramm <sup>5</sup> in 7% Schaufelhöhe für die Druckseite A.8, können die Beobachtungen aus Rotor R2T übertragen werden: Pro Modellperiodendauer  $\Delta t_M$  lassen sich sechs Nachläufe (*Wake*) in Form erhöhter Entropiefluktuation  $s(t) - \bar{s}$  erkennen

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Anzahl Punktproben entlang der Sehnenlänge: 9



Abbildung 4.11: Stator S2T, Profil-Machzahlverteilung  $Ma_{is}$ , links: zeitliches Mittel  $\overline{M}a_{is}$ , rechts: momentane aerodynamische Maximal- und Minimalbelastung

(Abbildung A.9). Diese werden stromab mit der axialen Konvektionsgeschwindigkeit  $c_x$  transportiert (hellgrüne Markierungslinie).

Analog zur Situation an der Vorderkante der Druckseite von Rotor R2T, wird das Auftreffen des Nachlaufs durch ein Druckmaximum (R2T DS) gefolgt, welches sich mit Schallgeschwindigkeit a plus axialer Konvektionsgeschwindigkeit  $c_x$  stromab ausbreitet (magenta-farbene Markierungslinie). Die zeitabhängige Druckverteilung wird durch diese Störung bis zur Hinterkante geprägt, so dass sie als Ursache der in Abbildung 4.11 beobachteten Schwankungsbandbreite anzusehen ist. In der Verteilung der Druckfluktuation ist kein direkter Einfluss aufgrund des Negative-Jet-Effektes detektierbar.



Abbildung 4.12: Stator S2T, 7 % Schaufelhöhe, Frequenzanalyse Druckschwankung Druckseite

Das zugehörige Frequenzspektrum zum Weg-Zeit-Diagramm A.8 ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Der dominierende, stromab gerichtete Einfluss der Nachlaufwirkung von Rotor R2T und die dadurch hervorgerufene Inzidenzvariation an der Vorderkante von Stator S2T wird durch *EPR*-Anteile mit einem Vielfachen der Rotorschaufelanzahl 45 verdeutlicht. Vergleicht man die Größe der Schwankungsbandbreite der Profil-Machzahlverteilungen von Rotor R2T und Stator S2T, so fällt auf, dass diese im Nabenbereich von Rotor R2T am größten ist. Obwohl die zu Grunde liegende Ursache in beiden Gittern gleich ist, bedingt der Nabenteilspaltwirbel von Stator S1T in seiner Wirkung auf Rotor R2T eine verstärkte instationäre Anregung der Profilumströmung. In Kapitel 4.2.5 wird auf die Auswirkungen dieser Interaktion auf die Strömung im Anschlussbereich zwischen Hauptströmungskanal und Statordeckbandräumen weiter eingegangen.

#### 4.2.4 Strömung innerhalb der Statordeckbandräume

Innerhalb dieses Abschnittes wird die prinzipielle Strömungstopologie innerhalb der Statordeckbandräume untersucht. Es gilt zu klären, inwieweit sich das stationäre Strömungsverhalten mit jenem bei zeitgenauer Betrachtung deckt. Wesentliches Augenmerk liegt hierbei auf dem Verhalten des Leckagemassenstroms, da dieser das Betriebsverhalten des TMV maßgeblich beeinflusst. Anhand eines Vergleichs der CFD-Ergebnisse für verschiedene Dichtspitzenhöhen im Bereich der Labyrinthdichtungen mit einem analytischen, eindimensionalen Modell für die Durchströmung von Labyrinthdichtungen nach Matthias [38] wird die Güte der Modellierung der Statordeckbandräume bewertet. Im folgenden Text wird die Durchströmung des Statordeckbandraumes in der Nabe von Stator S2T exemplarisch diskutiert. Da die abgeleiteten Schlüsse allgemeiner Natur und somit ebenso repräsentativ für den Statordeckbandraum von Stator S1T sind, wird auf die zusätzliche Diskussion der Durchströmung des Statordeckbandraumes von Stator S1T verzichtet. Die prinzipielle Strömungstopologie innerhalb der Kavität von



Abbildung 4.13: Stator S2T, Strömungstopologie Statordeckbandraum, Referenzposition: Kavitäteintritt

Stator S2T ist in Abbildung 4.13 innerhalb einer  $\theta$ -Ebene dargestellt. Wesentliche Ursache der Leckageströmung ist die Druckdifferenz zwischen Kavitäteinund -austritt, welche durch den statischen Druckaufbau des betroffenen Statorgitters bestimmt wird. Im Bereich der Dichtspitzen erfolgt eine nicht-isentrope Expansion der Strömung, welche mit einer Temperaturabsenkung verbunden ist (s. Abbildung 4.13, unten links). Das Druckniveau stromauf bzw. stromab der Labyrinthdichtungen entspricht nahezu jenem im Kavitätein- bzw. -austritt. Abbildung 4.14 verdeutlicht diesen Zusammenhang exemplarisch. Die Positionen der Dichtspalte S1 bis S3 sind jeweils markiert. Durch die Rotation der Rotorwelle und dem hiermit verbundenen Arbeitseintrag (Schleppwirkung) in das Fluid steigt die Totaltemperatur des Leckagefluids (s. Abbildung 4.14 bzw. Abbildung 4.13, oben rechts). Da die Leckagemenge sehr gering ist, ist das Leckagefluid über einen langen Zeitraum der Schleppwirkung der Rotorwelle ausgesetzt. Somit dominiert die Drallkomponente  $c_u$  die Geschwindigkeit  $\vec{c}$ . Innerhalb der Wirbelkammern bildet sich ein Wirbel aus, welcher das Fluid nahezu isobar verwirbelt (s. Abbildung 4.14). Stromab bzw. stromauf der Labyrinthdichtung



Abbildung 4.14: Stator S2T Deckbandraum, Temperatur- und Druckverlauf von Kavitäteintritt (*Inlet*) bis Kavitätaustritt (*Exit*)



Abbildung 4.15: h-s Diagramm ideale Labyrinth- und Durchblicklabyrinthdichtung

lassen sich weitere Wirbel erkennen (s. Abbildung 4.13, unten rechts). Ihre Position wird im Wesentlichen durch die Form des Statordeckbandraumes bestimmt. Sie zeigen keine Abhängigkeit bzgl. zeitgenauer Betrachtung. Nimmt man die Durchströmung einer idealen Labyrinthdichtung an, so handelt es sich um eine Folge verlustbehafteter Expansionen. Im Bereich der Wirbelkammer dissipiert die kinetische Energie vollständig, so dass das Totalenthalpieniveau  $h_{t,0}$  stromauf der Dichtung erreicht wird. Die statischen Zustände unmittelbar stromab einer Dichtspitze kommen auf einer gemeinsamen Fanno-Kurve nach Gleichung 4.19 zu liegen.

$$s = s_0 + c_v \cdot \ln \frac{h}{h_0} + R \cdot \left[ \ln \sqrt{2(h_0 - h) + \left(\frac{\rho c}{\rho_0}\right)^2} - \ln \frac{\rho c}{\rho_0} \right]$$
(4.19)

Im Dichtspalt nimmt die Strömungsgeschwindigkeit mit steigender Dichtspaltanzahl zu und erreicht maximal Schallgeschwindigkeit im letzten Dichtspalt. Abbildung 4.15 verdeutlicht diesen Zusammenhang qualitativ.



Abbildung 4.16: Stator S2T, Temperaturerhöhung und T-s Diagramm Labyrinthdichtung

Im Fall realer Labyrinthdichtungen weicht die Strömung von dieser Idealvorstellung ab. Detaillierte Erklärungen hierzu finden sich u. a. bei Matthias [38] und Trutnovsky [37]. Insbesondere bei konstruktiver Ausführung der Labyrinthdichtung als Durchblicklabyrinth<sup>6</sup>, wie im Fall des TMV, wird das Leckagefluid nur unzureichend verwirbelt. Somit bleibt ein Großteil der kinetischen Energie erhalten. Die Zuströmgeschwindigkeit im nachfolgenden Dichtspalt ist somit nicht zu vernachlässigen (*Carry-Over*-Effekt). Hierdurch vergrößert sich der Leckagemassenstrom und das Totalenthalpieniveau vor der Labyrinthdichtung wird nicht erreicht, s. Abbildung 4.15. Diesem Umstand wirkt der Arbeitseintrag der Rotorwelle entgegen. Innerhalb einer Wirbelkammer erhöht sich die Drallkomponente und somit die Totaltemperatur. Das Referenzenthalpieniveau  $h_0$  in Gleichung 4.19 variiert somit nach jeder Wirbelkammer. Die statischen Zustände liegen nicht mehr länger auf einer gemeinsamen Fanno-Kurve.

Beide Effekte lassen sich innerhalb der CFD-Simulation beobachten, s. Abbildung 4.16. Der *Carry-Over*-Effekt wird in Abbildung 4.16a ersichtlich. Im Vergleich zum ersten Dichtspalt S1 nimmt die Differenz zwischen Total- und statischer Temperatur in den stromab folgenden Dichtspalten S2 und S3 zu. Die Druckdifferenz über den Spalt S1 ist deutlich höher als in den nachfolgenden Spalten. Ebenso erkennt man in Abbildung 4.16, dass nicht mehr alle statischen Zustände unmittelbar stromab der Dichtspitzen auf einer gemeinsamen Fanno-Kurve liegen. Unter Berücksichtigung von Korrekturfaktoren für beide beschriebenen Effekte, lässt sich das Niveau des Leckagemassenstroms nach Matthias [38] bzw. Trutnovsky [37] basierend auf einer eindimensionalen Betrachtung berechnen (Gleichung 4.20). Reibungseffekte innerhalb der Dichtung bleiben hierbei unberücksichtigt:

$$\dot{m}_{L,1D} = \mu \cdot \xi \cdot A_S \cdot \psi_n \cdot \sqrt{p_0 \cdot \rho_0} \tag{4.20}$$

In Gleichung 4.20 sind verschiedene Korrekturfaktoren enthalten:



Abbildung 4.17: Überströmfaktor  $\xi$  nach Egli [70, 37]

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>bzw. Halblabyrinth

- Strahleinschnürung μ: Durch die scharfkantige Ausführung der Dichtspitzen verringert sich der effektive Strömungsquerschnitt innerhalb des Dichtspaltes aufgrund der Strahleinschnürung. Der effektive Strömungsquerschnitt ist kleiner als die geometrische Spaltfläche A<sub>S</sub>. Greitzer et al. [10] bzw. Matthias [38] schlagen μ = 0,611 als Korrekturfaktor vor.
- Carry-Over-Effekt  $\xi$ : Der Carry-Over-Effekt bewirkt eine Zunahme des Leckagemassenstroms, welche in Form des experimentell bestimmten Überströmfaktors  $\xi$  berücksichtigt wird. Er hängt von der Anzahl der Dichtspitzen und dem Wirbelkammerteilungsverhältnis von Spaltweite *s* zur Kammerteilung *t* ab. Abbildung 4.17 stellt  $\xi$  in Abhängigkeit des Kammerteilungsverhältnisses und der Anzahl der Dichtspitzen *n* basierend auf den Messungen von Egli [70, 37] dar.

Da das statische Druckverhältnis über die einzelnen Dichtspitzen im vorliegenden Fall stets größer als 0,8 ist (vgl. Abbildung 4.14), kann zur Bestimmung der Durchflussfunktion  $\psi_n$  nach Matthias [38] die Näherungsgleichung 4.21 von Egli [70] verwendet werden.

$$\psi_n = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{n + \frac{2}{\kappa} \ln\left(\frac{p_0}{p_n}\right)}}$$
(4.21)



Abbildung 4.18: Stator S1T, Massenstromanteil & Druckdifferenz Statordeckbandraum

Die Abbildungen 4.18 und 4.19 stellen den Leckagemassenstrom innerhalb der Statordeckbandräume von Stator S1T und S2T für verschiedene Drosselungsgrade des TMV als auch Dichtspalthöhen dar. Jeweils rechts ist die statische Druckdifferenz zwischen Kavitätein- und -austritt abgebildet. Stationäre Simulationen (RANS\_new und RANS\_worn) werden jeweils durch ein Symbol pro Betriebspunkt repräsentiert. Instationäre Simulationen (uRANS\_worn) werden jeweils durch alle zeitabhängigen, verfügbaren Werte pro Modellperiode  $\Delta t_M$  dargestellt. Zeitliche Variationen der Leckagemenge äußern sich für letzteren Fall in einer Streuung in Ordinatenrichtung.

Das Verhalten des Leckagemassenstroms wird für zwei unterschiedliche Dichtspitzenhöhen untersucht, welche den Abnutzungsgrad eines neuwertigen Ver-



Abbildung 4.19: Stator S2T, Massenstromanteil & Druckdifferenz Statordeckbandraum

dichters (RANS\_new) als auch jenen zum Ende der Laufzeit eines Verdichters (RANS\_worn und uRANS\_worn) repräsentieren. Die Vergrößerung der Spaltfläche  $A_S$  geht in beiden Statoren mit einer Zunahme des Leckagemassenstromanteils  $\dot{m}_L/\dot{m}$  einher. Gleichzeitig reduziert sich der statische Druckaufbau innerhalb des jeweiligen Statorgitters aufgrund des negativen Einflusses der erhöhten Leckagemenge. Die Leckagemassenstromcharakteristiken weisen über eine weite Spanne von Drosselungsgraden ein nahezu horizontales Niveau auf, so dass der relative Anteil am Stufenmassenstrom konstant ist. Vergleicht man dieses Niveau mit jenem der analytischen Betrachtung nach Gleichung 4.20 für die Durchsatzrate A, fällt die sehr gute Übereinstimmung auf. Die durch die CFD Simulation vorhergesagten Sprünge im Leckagemassenstrom decken sich mit den erwarteten Zunahmen basierend auf der Theorie der Labyrinthdichtungen<sup>7</sup>. Analog zu den von Schlaps [69] getroffenen Aussagen zur Netzunabhängigkeit des numerischen Modells des TMV, scheint die Modellierung der Statordeckbandräume geeignet, die Variation des Niveaus des Leckagemassenstroms für verschiedene Betriebssituationen korrekt abzubilden. Vergleicht man den jeweiligen Leckagemassenstromanteil zugehöriger stationärer bzw. instationären Simulationen (RANS\_worn & uRANS\_worn) miteinander, lässt sich kein signifikanter Unterschied beobachten, welcher aus der Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit resultiert. Es ist daher anzunehmen, dass die Strömung im Bereich der Labyrinthdichtungen größtenteils stationären Charakter hat. Das folgende Kapitel 4.2.5 widmet sich daher der Frage, wie weit bzw. "tief" sich der in Kapitel 4.2.3 diskutierte, instationäre Charakter der Hauptströmung im Bereich der Axialspalte oberhalb der Kavitätanbindung auf den Statordeckbandraum selbst überträgt.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Im Fall der stationären Simulationen sperrt der Stufenverband für geringe Drosselungsgrade, so dass die Durchsatzgröße  $\dot{m}_{S2T}/\dot{m}_{Ref}$  nahezu konstant bleibt. Gleichzeitig variiert jedoch der statische Druckaufbau und analog hierzu der Massenstromanteil in Stator S2T.

### 4.2.5 Interaktion von Statordeckbandraum und Hauptströmung

Im diesem Kapitel wird die Fragestellung der zeitabhängige Interaktion zwischen Hauptströmung und jener der Statordeckbandräume behandelt. Es gilt zu klären, ob und gegebenenfalls bis zu welcher "Tiefe" das Ein- bzw. Ausströmen von Leckagefluid durch die instationäre Strömung im axialen Zwischenraum zwischen den jeweiligen Schaufelreihen beeinflusst wird. Zur Klärung dieser Fragestellung wird davon ausgegangen, dass die instationäre Strömung im Anschlussbereich der Statordeckbandräume auf die Überlagerung bzw. Interaktion periodischer Druckfelder zurück zu führen ist. Der Fokus der Untersuchung ist dabei auf den Kavitäteintritt des Statordeckbandraumes von Stator S1T als auch auf den Kavitätaustritt des Statordeckbandraumes von Stator S2T gerichtet, da beide Anbindungen jeweils durch ein stromauf als auch ein stromab positioniertes Gitter beeinflusst werden. Diese Situation spiegelt die Einbausituation in realen Axialverdichtern am besten wider. Zur Bewertung der Interaktion im Bereich der Anbindung wird das Strömungsfeld mit Hilfe von Rotationsflächen negativer Schaufelhöhe analysiert, s. Abbildung 4.20.



(a) Stator S1T



Abbildung 4.20: Position Auswertungsebenen TMV Statordeckbandräume

Es wird zunächst die Situation am Kavitätaustritt von Stator S2T betrachtet. In Abbildung 4.21 ist hierzu die momentane Druck- und Massenstromdichteverteilung<sup>8</sup> in den Ebenen E1 bis E5 für drei ausgewählte Zeitpunkte dargestellt, welche die Passagenzeit des Rotors R2T  $\Delta t_{R2T}$  umfassen. Der abgebildete zeitliche Vorgang wiederholt sich somit nahezu nach einem Fünftel der Modellperiodendauer  $\Delta t_M$ .

Zu den Zeitpunkten t bzw.  $t + \Delta t_{R2T}$  ist innerhalb der Ebene E1 eine Zone von Druckmaxima erkennbar, welche den halben Erstreckungswinkel des Modells  $\theta_M$  umfasst (s. "max" Markierung in Abbildung 4.21). Diese Zone reicht bis in die Ebenen E2 und E3. Die dargestellte Druckverteilung ist mit dem mittleren Druck in Ebene E1 entdimensioniert, so dass die beobachteten Druckschwankungen  $\pm 3 \%$  des Mittelwertes ausmachen. In der rechten Bildhälfte von

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Es wird zwischen radialer Massenstromdichte  $c_r \cdot \rho$  und normaler Massenstromdichte  $c_n \cdot \rho$  unterschieden. Beide Verteilungen zeigen nahezu identisches Verhalten.



Abbildung 4.21: Stator S2T Kavitätaustritt,  $p_{ref}$  = Mittelwert Ebene E1

Abbildung 4.21 ist die zugehörige radiale bzw. normale Massenstromdichteverteilung dargestellt. Auch hier lässt sich eine Maximazone erkennen, welche nahezu um den halben Modellerstreckungswinkel  $\theta_M$  versetzt ist. Zonen maximalen, momentanen Drucks am Kavitätaustritt korrespondieren mit Gebieten minimaler, radialer bzw. normaler Massenstromdichte. Verfolgt man diese Ungleichförmigkeiten bzgl. der Umfangsrichtung in Tiefenrichtung des Statordeckbandraumes (Ebenen E4 und E5), so beobachtet man eine rasche Homogenisierung in Umfangsrichtung. Die in den Ebenen E4 und E5 vorhandenen Unterschiede in der Massenstromdichteverteilung sind vornehmlich axialer Natur und spiegeln den stationären Charakter der Strömungstopologie der Statordeckbandströmung wider, vgl. Abbildung 4.13 bzw. Kapitel 4.2.4. Ebenso lassen sich innerhalb der Ebenen E4 und E5 nur noch sehr geringe Druckvariationen feststellen. Für den Zeitpunkt  $t + \frac{3}{7}\Delta t_M$  ist das Muster von Druck- und Massenstromdichtemaxima innerhalb der Ebenen E1 bis E3 um den halben Erstreckungswinkel  $\theta_M$  in Rotationsrichtung des Rotors verschoben.

Aus Abbildung 4.21 wird ersichtlich, dass die beobachteten, zeitabhängigen Ungleichförmigkeiten insbesondere in Umfangsrichtung auftreten. Zur systematischen Analyse dieses Verhaltens wird das Strömungsfeld innerhalb jeder der Ebenen E1 bis E5 in 120 (flächengleiche) Winkelsektoren unterteilt und pro Anschnitt jeweils ein Mittelwert gebildet. Man erhält somit für jeden Zeitpunkt bzw. Ebene eine Kurve wie in Abbildung 4.22, welche Aufschluss über die momentane Ungleichmäßigkeit des Strömungsfeldes im Bereich der Kavitätanbindung gibt. Die aus diesem Verfahren resultierenden Druck- und Massenstromdichteverteilungen für die in Abbildung 4.21 enthaltene Ebene E1 sind in den Abbildungen 4.22 und 4.23 dargestellt. Jedes Bild enthält die momentane Verteilung (blaue, durchgezogene Linie) sowie den zeitlichen Mittelwert (rot gestrichelte Linie). Es ist jeweils die Passagenzeit von Rotor R2T  $\Delta t_{R2T}$  abgebildet. Nach diesem Intervall wiederholt sich der Vorgang. Bei der Interpretation der Kurven gilt es zu beachten, dass der linke bzw. rechte Rand der Kurve den Zustand an den periodischen Rändern des Simulationsmodells repräsentieren, so dass die Kurve periodisch zum abgebildeten Umfang ist.

Die zu den Zeitpunkten t bzw.  $t + \Delta t_{R2T}$  in Abbildung 4.21 beobachtete Zone von Druckmaxima lässt sich ebenso in der jeweils linken Bildhälfte von Abbildung 4.21 erkennen. Mit fortschreitender Simulationszeit wandert diese Zone in Richtung positiver  $\theta$ -Richtung. Analog verhält sich die Zone der Massenstromdichtemaxima in Abbildung 4.23. Im zeitlichen Mittel von Druck- bzw. Massenstromdichteverteilung werden jeweils sechs Maxima bzw. Minima registriert. Deren räumliche Position ist zeitlich unveränderlich. Ebenso weisen sie einen Teilungswinkel zueinander auf, welcher jenem von Stator S2T entspricht, so dass das statische Potentialfeld von Stator S2T als Ursache dieser Verteilung gilt.

Die bei zeitgenauer Betrachtung beobachteten Maxima bzw. Minima in der Massenstromdichteverteilung liegen jeweils an jenen Positionen, an denen auch die zeitgemittelte Verteilung Extremwerte aufweist. Durch die Berücksichtigung der zeitabhängigen Rotor-Stator-Interaktion bzw. des zeitabhängigen Einflusses des bewegten Druckfeldes des Rotors strömen lokal kurzzeitig nahezu doppelt so hohe Mengen an Leckagefluid durch die Fläche E1. Ebenso führt die Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit zur Beobachtung, dass lokal Fluid der Hauptströmung entgegen dem Leckagefluid in den Kavitätaustritt einströmt, so dass die normale Massenstromdichte negativ wird. Ähnliche Beobachtungen in diesem Zusammenhang machte auch Wellborn [46].

Im Folgenden soll geklärt werden, was die Ursachen für die in den Abbildung 4.22 und 4.23 beobachteten Schwankungen sind. Es gilt zu klären, wie weit sich diese zeitabhängigen Fluktuationen in "Tiefenrichtung" der Kavität ausbreiten. Analog zur Vorgehensweise von Tyler und Sofrin [66] bzw. Mül-



Abbildung 4.22: Stator S2T, zeitabhängige Druckverteilung, Kavitätaustritt, Auswertungsebene E1,  $p_{Ref}$  = Mittelwert Ebene E1



Abbildung 4.23: Stator S2T, zeitabhängige Massenstromdichteverteilung, Kavitätaustritt, Auswertungsebene E1

ler [11] werden die beobachteten Umfangsverteilungen in den Ebenen E1 bis E5 als Überlagerung periodischer Druckfelder, welche in Form einer Wellengleichung 4.8 beschrieben werden können, interpretiert. Zu diesem Zweck wird die Umfangsverteilung bzgl. ihrer unterschiedlichen Moden nach dem Vorbild einer
Fast-Fourier-Transformation analysiert. In Kapitel A.1 ist die Vorgehensweise anhand eines generischen Beispiels erklärt. Diese Form der Modenzerlegung wird für jeden verfügbaren Zeitschritt einer Modellperiodendauer  $\Delta t_M$  durchgeführt. Anschließend wird ein zeitliches Mittel für jeden Modenanteil gebildet. Ebenso ist es hierdurch möglich, den zeitlichen Verlauf des Phasenwinkels  $\varphi_m$  einer jeden Mode aufzutragen. Dabei lässt die Steigung der resultierenden Sägezahnkurven eine Bestimmung der zugehörigen Drehfrequenz  $\Omega_m$  zu, vgl. Kapitel A.1. Moden, welche Statoren zugeordnet werden können, weisen keine Drehfrequenz  $\Omega_m$  und somit einen konstanten Phasenwinkel  $\varphi_m$  ohne Steigung auf. Die minimal detektierbare Mode innerhalb des numerischen Modells des TMV bestimmt sich durch den Erstreckungswinkel des Modells  $\Delta \theta_M$  zu neun. Da alle Schaufelzahlen der Gitter ein Vielfaches von neun sind, ergeben sich keine Limitierungen aufgrund der Verwendung periodischer Ränder.



Abbildung 4.24: Stator S2T, Kavitätaustritt, Tiefenabhängigkeit Druckschwankungen,  $p_{ref}$  = Mittelwert Ebene E1

Abbildung 4.24 stellt das Ergebnis der Modenanalyse der zeitabhängigen Druckverteilungen in den Ebenen E1 bis E5 im Kavitätaustritt von Stator S2T dar. Für jede Ebene sind die Modenamplituden  $\bar{A}$  als auch der zeitliche Verlauf des Phasenwinkels  $\varphi_m$  ausgewählter Moden dargestellt. Drei wesentliche Modenanteile werden detektiert:

- Einfluss Stator S2T: Das räumlich "ruhende" Druckfeld von Stator S2T lässt sich durch Moden der Ordnung  $m = n \cdot N_{S2T} = 54, 108, \ldots$  beschreiben. Da die zugehörige Drehfrequenz  $\Omega_{m=54} = 0$  ist, weist der zeitliche Verlauf der Phase  $\varphi_{m=54}$  nach Gleichung A.3 keine Steigung auf bzw. äußert sich in Form einer horizontalen Geraden. Mit zunehmendem Abstand zur Hauptströmung nimmt der Einfluss von Stator S2T ab, so dass die Amplitude der Mode 54 bereits in Ebene E3 (-5 % Schaufelhöhe) zu vernachlässigen ist und der zeitliche Phasenverlauf bzw. dessen Steigung nicht mehr eindeutig bestimmt werden kann.
- Einfluss Rotor R2T: Das sich bewegende Druckfeld von Rotor R2T kann in Form von rotierenden Moden der Modenzahl m = n · N<sub>R2T</sub> = 45, 90, ... aufgefasst werden. Die Drehfrequenz entspricht jener der Verdichterwelle Ω. Im zeitlichen Verlauf der Phase der Ordnung m = 45 werden 5 Phasensprünge registriert, so dass für die Periodendauer Δt der beobachteten Mode gilt:

$$\Delta t = \frac{1}{5} \Delta t_M = \frac{1}{5} \cdot \underbrace{\frac{\Delta \theta_M}{2\pi}}_{=\frac{1}{9}} \cdot \frac{60}{n_{RPM}}$$
(4.22)

Es lässt sich leicht zeigen, dass es sich hierbei um die Blattfolgefrequenz des Rotor  $f_{BPF,R2T}$  handelt:

$$\Delta f = \frac{1}{\Delta t} = 5 \cdot \underbrace{\frac{2\pi}{\Delta \theta_M}}_{=9} \cdot \frac{n_{RPM}}{60} = N_{R2T} \cdot \frac{n_{RPM}}{60} = f_{BPF,R2T}$$
(4.23)

Ersetzt man die partielle Ableitung in Gleichung A.3 durch finite Differenzen, welche Abbildung 4.24 entnommen sind, lässt sich ebenfalls zeigen, dass die Drehfrequenz des Rotors bzw. der Verdichterwelle korrekt detektiert wird:

$$-\frac{\partial\varphi(t)}{\partial t} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{-2\pi}{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{60}{n_{RPM}}} = 45\cdot\frac{2\pi\,n_{RPM}}{60} = m\cdot\Omega \qquad (4.24)$$

Mit zunehmendem Abstand zur Hauptströmung fällt die zugehörige Amplitude des Einflusses von Rotor R2T ab und beträgt in Ebene E3 bereits weniger als 0.5%. Dennoch wird die Drehfrequenz in Form des Phasenverlaufs korrekt wiedergegeben. Ebenso verliert der Einfluss von Rotor R2T seinen impulsartigen Charakter, so dass die Amplitude der höher harmonischen Mode m = 90 rasch abfällt.

• Interaktionsmode m = 9: Anhand der Modendiagramme (s. Abbildung 4.24, Mitte) wird ersichtlich, dass eine Mode mit m = 9 insbesondere in

den Ebenen E1 und E2 detektiert wird. Pro Modellperiodendauer  $\Delta t_M$ werden im zeitlichen Verlauf des zugehörigen Phasenwinkels  $\varphi_{m=9}$  ebenso viele Sprünge wie für die Mode des Rotors R2T registriert, so dass analog zur Vorgehensweise in Gleichung 4.24 für die Drehfrequenz der Mode gilt:

$$-\frac{\partial\varphi(t)}{\partial t} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 45 \cdot \frac{2\pi n_{RPM}}{60} = 9 \cdot \underbrace{5 \cdot \Omega}_{\Omega_{m=9}}$$
$$\implies \Omega_{m=9} = 5 \cdot \Omega \tag{4.25}$$

Die Interaktionsmode rotiert offensichtlich mit der fünffachen Drehfrequenz des Rotors  $\Omega$ . Bei Kenntnis der Ordnung *m* als auch der Drehfrequenz, lässt sich unter Verwendung der Gleichungen 4.10 und 4.11 jene Gitterkombination innerhalb des TMV bestimmen, welche der Ursprung der Mode ist. Die Tabellen 4.4 und 4.5 geben einen Überblick über mögliche Interaktionsmoden zwischen Stator S1T und Rotor R2T bzw. Rotor R2T und Stator S2T nach Gleichung 4.10.

j	-4	-3	-2	-1	0	1
n = 1	-99	-63	-27	9	45	81
n = 2	-54	-18	18	54	90	126
n = 3	-9	27	63	99	135	171
n = 4	36	72	108	144	180	216
n = 5	81	117	153	189	225	261

Tabelle 4.4: Interaktionsmoden nach Tyler und Sofrin [66] für Stator S1T  $(N_{S1T} = 36)$  und Rotor R2T  $(N_{R2T} = 45)$ 

j	-4	-3	-2	-1	0	1
n = 1	-171	-117	-63	-9	45	99
n=2	-126	-72	-18	36	90	144
n = 3	-81	-27	27	81	135	189
n=4	-36	-18	72	126	180	234
n = 5	9	63	117	171	225	279

Tabelle 4.5: Interaktionsmoden nach Tyler und Sofrin [66] für Stator S2T  $(N_{S2T} = 54)$  und Rotor R2T  $(N_{R2T} = 45)$ 

Aus der Analyse der möglichen Interaktionsmoden innerhalb des Systems geht hervor, dass alle zugehörigen Ordnungen stets ein Vielfaches von neun sind und somit die Periodizitätsanforderung des numerischen Modells erfüllt ist. Mögliche Quellen der Interaktionsmode m = 9 sind die Interaktion der ersten Harmonischen des Rotors R2T mit Stator S1T bzw. der fünften Harmonischen des Rotors R2T mit Stator S2T. Die Diskussion der Schwankungsbandbreiten der Profil-Machzahl in Abschnitt 4.2.3 zeigt, dass die größten instationären Anregungen im Nabenbereich durch die Interaktion des Nabenteilspaltwirbels von Stator S1T und der Vorderkante von Rotor R2T hervorgerufen werden. Dem entgegengesetzt zeigt die Analyse des Frequenzspektrums im Nabenbereich von Stator S2T einen Abfall der Amplituden der Harmonischen des Rotors R2T mit steigender Ordnung (vgl. Abbildung 4.12). Aufgrund des geringen Anteils der fünften Harmonischen des Rotors im Bereich der Vorderkante von Stator S2T wird daher davon ausgegangen, dass der Ursprung der Mode in der Interaktion der Grundfrequenz des Rotors R2T und dem Teilspaltwirbel von Stator S1T zu suchen ist. Mit zunehmender Tiefe dominiert die Interaktionsmode die Druckverteilung in Umfangsrichtung. Ursache hierfür ist in erster Linie der rasche Abfall des Einflusses des Druckfeldes von Stator S2T als auch jenes des Rotors R2T.



Abbildung 4.25: Stator S2T, Druckschwankungen oberhalb Kavitätaustritt,  $p_{ref} =$  Mittelwert 1 % Schaufelhöhe

Die rasch abklingende Bedeutung des Druckfeldes von Stator S2T mit zunehmendem Abstand zur Hauptströmung gegenüber dem Einfluss von Rotor R2T bzw. der Interaktionsmode m = 9 überrascht zunächst. Daher wird die Strömung oberhalb des Kavitätaustritts im Bereich von 1 % bis 10 % Kanalhöhe bzgl. der Modenzusammensetzung näher analysiert. Abbildung 4.25 stellt die momentane Druckverteilung, die Amplitudenzerlegung als auch den zeitabhängigen Phasenverlauf oberhalb des Kavitätaustritts von Stator S2T dar. Der Einfluss des Druckfeldes von Stator S2T nimmt mit zunehmendem Abstand zur Nabenfläche zu und dominiert bereits ab 5 % Schaufelhöhe. Da der wahrgenommene Druck wesentlich durch die Höhe des Drucks im Staupunkt der Statorvorderkante bestimmt wird, erkennt man hierin den Zuwachs des Totaldruckniveaus der Anströmung von Stator S2T. Nahe der Nabe (< 5 % Kanalhöhe) ist der jeweilige Einfluss von Stator S2T, Rotor R2T als auch der Interaktions-Mode m = 9 noch von vergleichbarer Größenordnung. Die in Abbildung 4.24 beobachteten Relationen der Einflüsse der einzelnen Gitter werden bestätigt.



Abbildung 4.26: Stator S2T, Kavitätaustritt, Tiefenabhängigkeit normale/radiale Massenstromdichte

Die von Wellborn [46] beschriebene Bedeutung des Statordruckfeldes transsonischer Frontstufen für das Ausströmen von Leckagefluid aus den Kavitäten wird durch die Modenanalyse der Umfangsverteilungen der Massenstromdichte der in Abbildung 4.21 dargestellten Ebenen E1 bis E5 untersucht, s. Abbildung 4.26. Im zeitlichen Mittel wird die Massenstromdichteverteilung in den Ebenen E1 bis E5 durch das statische Druckfeld von Stator S2T bestimmt, so dass die von Wellborn getroffenen Aussagen bestätigt werden. Dies äußert sich in einer Mode mit  $m = 54 = N_{S2T}$ , deren Phase keine Zeitabhängigkeit aufweist, s. Abbildung 4.26. Die Phasendifferenz der Mode m = 54 von Druck- bzw. Massenstromdichteverteilung entspricht nahezu  $\pi$  (vgl. Abbildungen 4.24 und 4.26). Hierdurch wird die Kopplung zwischen Druck- und Leckageverteilung im Fall eines Kavitätaustritts verdeutlicht: Leckagefluid tritt vornehmlich an jenen Positionen in die Hauptströmung ein, welche ein Minimum des statischen Drucks aufweisen. Aufgrund des geringen Impulses des Leckagefluids im Kavitätaustritt reagiert dieses auch auf geringe Druckanregungen. Es lässt sich in Abbildung 4.26 ebenso der Einfluss der Interaktionsmode m = 9 in der Massenstromdichteverteilung erkennen. Da sich die Einflüsse des Stators S2T als auch des Rotors R2T mit zunehmender Kavitättiefe rasch abschwächen, dominiert der zur Mode m = 9 zugehörige Anteil letztendlich die Massenstromdichteverteilung im Bereich  $\leq -10$  % Kanalhöhe.



Abbildung 4.27: Stator S2T, Kavitätaustritt, Tiefenabhängigkeit Tangentialgeschwindigkeit,  $c_{u,Ref}$  = Mittelwert Ebene E1

Abbildung 4.27 stellt das Ergebnis der Modenanalyse der Tangentialgeschwindigkeitsverteilung in den Ebenen E1 bis E5 im Bereich des Kavitätaustritts des Statordeckbandraumes von Stator S2T dar. In unmittelbarer Nähe zur Hauptströmung ist diese vornehmlich durch Stator S2T geprägt (Mode m = 54) und weist nahezu stationären Charakter auf. Der zeitabhängige Einfluss von Rotor R2T (Amplitude ist ca. halb so groß wie Amplitude durch Stator S2T) als jener der Interaktionsmode auf das Verhalten der Tangentialgeschwindigkeit ist eher gering.

Analog zum Vorgehen im Bereich des Kavitätaustritts von Stator S2T wird im folgenden Abschnitt das zeitabhängige Strömungsfeld im Bereich des Kavitäteintritts des Statordeckbandraumes von Stator S1T analysiert. Es gilt zu klären, inwieweit das Abzweigen von Leckagefluid durch den Stator S1T bzw. den stromab folgenden Rotor R2T beeinflusst wird.



Abbildung 4.28: Stator S1T, Kavitäte<br/>intritt, Tiefenabhängigkeit Druckschwankungen,  $p_{Ref}$  = Mittelwert Ebene E1

Abbildung 4.28 stellt hierzu das Ergebnis der Modenanalyse der in Abbildung 4.20a dargestellten Ebenen dar. Es lassen sich drei wesentliche Anteile in Abbildung 4.28 identifizieren:

- Einfluss Stator S1T: Stator S1T lässt sich durch Moden der Ordnung  $m = n \cdot N_{S1T} = 36, 72, \ldots$  und einer Drehfrequenz  $\Omega_{m=36} = 0$  auffassen. Der zeitliche Phasenverlauf weist keine Steigung auf. Im Bereich der Ebene E2 dominieren höherharmonische Anteile von Stator S1T. Die durch den Stator S1T hervorgerufenen Druckamplituden sind sehr gering (< 1 %). Ursache hierfür ist die geringe Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite, welche zusätzlich durch Existenz eines Teilspalts verringert wird. Der Einfluss von Stator S1T nimmt mit zunehmender Kavitättiefe rasch ab.
- Einfluss Rotor R2T: Rotor R2T lässt sich wie bereits diskutiert in Form von Moden mit  $m = n \cdot N_{R2T} = 45, 90, 135, \ldots$  und einer Drehfrequenz  $\Omega$  beschreiben. Im Bereich des Kavitäteintritts von Stator S1T lässt sich lediglich ein schwacher Einfluss bis zu -5% Kanalhöhe ausmachen. Dieser begründet sich analog zur Diskussion von Stator S2T in der Stärke des Staudrucks an der Vorderkante von Rotor R2T.
- Interaktionsmode m = 9: Die bereits bei der Analyse des Kavitätaustritts von Stator S2T angesprochene Interaktionsmode wird ebenfalls in diesem Bereich detektiert. Ihr Einfluss auf die Druckverteilung in Umfangsrichtung bleibt innerhalb der Ebenen E1 bis E5 nahezu unverändert. Insgesamt ist der Einfluss der Mode gering (< 0.5 %).

Das Ergebnis der Modenanalyse der Massenstromverteilung im Eintrittsbereich des Statordeckbandraumes ist in Abbildung 4.29 dargestellt. Im zeitlichen Mittel werden vier impulsartige Maxima beobachtet. Ursache hierfür sind die Sekundärströmungsstrukturen im Nabenbereich von Stator S1T. Sie werden entsprechend durch höher harmonische Modenanteile mit einem Vielfachen der Statorblattanzahl  $N_{S1T}$  registriert. Rotor R2T hat lediglich im Bereich der Ebenen E1 und E2 einen Einfluss. Er ist letztendlich verantwortlich für die schwache Zeitabhängigkeit des Strömungsfeldes im Eintrittsbereich dieser Kavität.

Die aus der Modenanalyse der Massenstromdichte hervorgehende Bedeutung der Sekundärströmungsstrukturen innerhalb der Hauptströmung auf den Vorgang des Einströmens deckt sich mit den Beobachtungen von Demargne [42], Wellborn und Okiishi [33] bzw. Heidegger et al. [41]. Die Mode m = 9 lässt sich ebenfalls in der Massenstromdichteverteilung nachweisen. Da die Strömung jedoch maßgeblich durch den Impuls der abgezweigten Hauptströmung getrieben ist, hat sie nur eine untergeordnete Bedeutung.

Zusammenfassend lassen sich folgende Aussagen zur Instationarität im Anschlussbereich der Statordeckbandräume des TMV treffen:

- Lediglich im unmittelbaren Kontaktbereich mit dem Hauptströmungskanal (> -10 % Kanalhöhe) können zeitabhängige Vorgänge registriert werden. Die beobachteten Druckschwankungen liegen im Bereich < 3 % des mittleren statischen Drucks nahe der Nabe.
- Ursache der instationären Vorgänge ist der Potentialeinfluss der jeweils benachbarten Schaufelgitter.



Abbildung 4.29: Stator S1T, Kavitäte<br/>intritt, Tiefenabhängigkeit normale/radiale Massenstrom<br/>dichte

- Im Fall eines Kavitäteintritts (Abzweigen von Leckagefluid aus dem Hauptströmungskanal) bestimmen die Sekundärströmungsstrukturen des jeweiligen Stators die beobachteten Umfangsverteilungen.
- Im Fall des Einströmens von Leckagefluid in die Hauptströmung (Kavitätaustritt) dominiert das momentane Druckfeld im Kontaktbereich mit dem Hauptströmungskanal den Vorgang des Einströmens. Es werden lokal höhere Massenstromdichten als bei stationärer Betrachtung registriert.
- Das momentane Druckfeld nahe der Nabe in den Axialspalten der Kavitäten zwischen den Schaufelreihen S1T und R2T bzw. R2T und S2T wird durch die Potentialfelder der umgebenden Schaufelreihen und eine Interaktionsmode bestimmt.

## 4.3 Ergebnisse subsonischer Testfall

### 4.3.1 Untersuchungsgegenstand

Die instationären Strömungsvorgänge innerhalb eines Hochdruckverdichters mit Zapfluftentnahme werden in dieser Arbeit anhand einer repräsentativen, mittleren Hochdruckverdichterstufe analysiert, welche als *subsonischer Modellverdichter* (SMV) bezeichnet wird. Der SMV umfasst zwei Statoren (S1S und S2S) mit Nabenspalt und ein Rotorgitter (R2S), s. Abbildung 4.30. Rotor R2S weist an der Blattspitze eine Anströmungs-Machzahl von ca. 0, 75 auf.



Abbildung 4.30: Geometrie subsonischer Modellverdichter

Der SMV wird durch zwei Luftentnahmestellen charakterisiert. Nabenseitig wird Zapfluft stromab von Rotor R2S über einen umfangssymmetrischen Schlitz abgeführt. Die Geometrie der stromab der Entnahme folgenden Kammer samt Wirbelgleichrichter wird nicht berücksichtigt. Da die entnommene Luft in Realität zur Scheibenkühlung Verwendung findet, wird der abgeführte Massenstromanteil als konstant angenommen, vgl. Grieb [2]. Am Gehäuse wird hingegen ein variabler Zapfluftanteil im Axialspalt zwischen der Hinterkante von Stator S2S und der Vorderkante von Rotor R2S über einen umfangssymmetrischen Schlitz in eine rotationssymmetrische Zapfluftkammer abgeführt. Im Bereich des Entnahmekanals befindet sich ein Steg, welcher den umfangssymmetrischen Schlitz partiell in Sektoren unterteilt. Die Anzahl der Stege entspricht der Schaufelanzahl von Stator S1S. Es werden zwei unterschiedliche Zapfluftmassenstromanteile in Bezug zum Eintrittsmassenstrom des SMV berücksichtigt (0 % und 2 % Zapfluftrate).

#### 4.3.2 Definition numerisches Modell SMV

Bei der Definition des numerischen Modells des SMV wird ein *Domain-Scaling*-Ansatz verwendet, bei dem die Schaufelanzahl beider Statoren auf jene des Rotors R2S reduziert wird. Um die Profilbelastung bzw. das Teilungsverhältnis konstant zu halten, werden die Sehnenlängen entsprechend der Schaufelzahlveränderung verlängert. Die axiale Lage der Hinterkante von Stator S1S bzw. der Vorderkante von Stator S2S im Ringkanal bleibt konstant, so dass Rotor R2S sowie die Geometrie im Bereich der gehäuseseitigen Entnahme nicht modifiziert sind. Durch die Skalierung der Statoren wird keine signifikante Veränderung der aerodynamischen Eigenschaften der Stufe festgestellt. Die Verdichtercharakteristik bleibt im Wesentlichen unverändert. Rotor R2S ist das aerodynamisch begrenzende Gitter des SMV. Da die benetzte Oberfläche im Bereich der Statorgitter reduziert wird, sinken die Verluste innerhalb dieser Gitter. Stationäre als auch instationäre Simulationen erfolgen stets mit skalierter Geometrie, so dass ein realistischer Vergleich beider Simulationsarten möglich ist. Tabelle 4.6 listet die wesentlichen Netzparameter der einzelnen Schaufelreihen des SMV auf.

Zone	Gitterpunkte entlang	Gitterpunkte	Gitterpunkte	Zellenanzahl
	Schaufelhöhe (davon	entlang	O-Netz	(Mio)
	im Spalt)	Sehnenlänge		
S1S	80 (18)	99	12	1,02
R2S	80 (18)	99	16	0,95
S2S	80 (20)	129	18	0,88

Tabelle 4.6: Gitterpunkte subsonischer Modellverdichter

Die Zapfluftentnahme wird als Teil des Statorgitters S1S betrachtet und beinhaltet insgesamt 23 % der Zellen des Simulationsgebietes des Stators S1T. Im Bereich der Kontaktfläche zwischen Hauptströmungskanal und Entnahmeschlitz werden 30 Gitterlinien in Achsrichtung verwendet (s. Abbildung 4.31a). Die nabenseitige Entnahme stromab Rotor R2S besitzt 40 Gitterlinien in Achsrichtung (s. Abbildung 4.31b). Normal zu allen Wänden wird das Netz verfeinert.

Am Eintrittsrand des SMV werden radiale, umfangsgemittelte Profile von Totaltemperatur, Totaldruck, Umfangswinkel, Radialwinkel als auch Spalart Allmaras Variable im Relativsystem des stromauf positionierten Rotors R1S vorgegeben. Durch indirekte Vorgabe des statischen Druckprofils (radiales Gleichgewicht) am Austrittsrand wird der Drosselungsgrad des Systems bestimmt. Durch Vorgabe eines definierten Durchsatzes (reduzierter Massenstrom) wird der statische Austrittsdruck des SMV durch den CFD-Löser angepasst, bis der vorgegebene Zieldurchsatz erreicht ist.

Der jeweilige relative Zapfluftmassenstromanteil an beiden Entnahmepositionen innerhalb des SMV wird in Relation zum Eintrittsmassenstrom definiert. Innerhalb der zugehörigen Austrittsfläche der Zapfluftentnahmen wird der statische Gegendruck durch den Strömungslöser variiert, so dass der Anteil unabhängig vom Drosselungsgrad der Verdichterstufe konstant bleibt. Alle Wände



Abbildung 4.31: Vernetzung Zapfluftentnahmen SMV

werden als adiabate Wände mit Haftbedingung berücksichtigt. Durch Verwendung von periodischen Randbedingungen an den Umfangsflächen des Simulationsmodells folgt die Periodizität der Strömung in Umfangsrichtung bzgl. des Erstreckungswinkels  $\Delta \theta_M$  des Modells. In den beiden folgenden Kapiteln werden die Ergebnisse der Variation der Gehäusezapfluft bei Auslegungsdrehzahl vorgestellt. Hauptfragestellung hierbei ist, wie die Hauptströmung mit jener im Bereich der Zapfluftentnahme interagiert. Tabelle 4.7 gibt einen Überblick über die Simulationen des SMV.

Name	Simulationstyp	Zapfluft Stator S1S	Zapfluft Rotor R2S
RANS_2BL	stationär	aktiv (2 %)	aktiv $(1, 2\%)$
RANS_OBL	stationär	deaktiviert (0 %)	aktiv (1,2%)
uRANS_2BL	instationär	aktiv (2 %)	aktiv $(1, 2\%)$
uRANS_0BL	instationär	deaktiviert (0%)	aktiv (1,2%)

Tabelle 4.7: Untersuchungsmatrix Simulationen SMV

In den folgenden Abschnitten wird die Auswirkung der Gehäusezapfluft auf den Rotor R2S als auch die Interaktion dieses Rotors mit der gehäuseseitigen Zapfluftentnahme exemplarisch für einen Betriebspunkt bei Auslegungsdrehzahl des SMV diskutiert. Da die Interaktion eine direkte Folge der aerodynamischen Belastung des Rotors im Blattspitzenbereich ist, wird der Betriebspunkt an der numerischen Pumpgrenze (hohe aerodynamische Belastung) analysiert. Hierdurch können etwaige Strömungseffekte deutlicher registriert werden.

### 4.3.3 Auswirkung Gehäusezapfluft auf Rotor R2S

In Abhängigkeit der Höhe der Zapfluftrate am Gehäuse verändert sich die Zuströmung der nachfolgenden Stufe bestehend aus Rotor R2S und Stator S2S. Da die Zapfluftrate in Abhängigkeit des Eintrittmassenstroms definiert ist und der reduzierte Massenstrom im stromab der Entnahme folgenden Berechnungsteil des SMV durch die Austrittsrandbedingung festgelegt ist, bewirkt die Aktivierung der Zapfluft eine aerodynamische Entdrosselung des Gitters S1S. Gegenüber einer Simulation mit deaktivierter Zapfluft am Gehäuse erhöht sich der Massendurchsatz innerhalb Stator S1S um den Betrag der Zapfluftrate. Die Wirkung der Zapfluft für den stromab folgenden Rotor R2S hat somit zwei Ursachen:

- Durch die aerodynamische Entdrosselung von Stator S1S variiert die Abströmung dieses Gitters, so dass sich dessen Deviation verringert.
- Die Entnahme von Zapfluft induziert ein zusätzliches Geschwindigkeitsfeld innerhalb des Hauptströmungskanals. Dem entnommenen Massenstromanteil kann eine zugehörige Fangstromröhre innerhalb des Ringkanals zugeordnet werden. Stromab der Entnahme ist dieser Anteil nicht mehr länger im Ringkanal enthalten, so dass sich die effektive, aerodynamische Größe des Ringkanals aus Sicht des verbleibenden Hauptströmungsfluids erhöht (Diffusoreffekt). Es kommt zu einer radialen Umverteilung von Masse innerhalb der stromab folgenden Stufen. Stromab der Entnahme bildet sich zudem eine neue Gehäusegrenzschicht aus.

Abbildung 4.32 dient der Verdeutlichung der Auswirkungen der gehäuseseitigen Zapfluft und dem hierdurch induzierten Radialgeschwindigkeitsfeld. Im Fall aktivierter Zapfluft ist stromauf der Vorderkante von Rotor R2S eine Zone mit positiver, radialer Massenstromdichte  $c_r \cdot \rho$  zu erkennen, welche die Position der Entnahme charakterisiert. Ihr Einfluss reicht bis zur Nabe von Stator S1S, so dass es hier zu einer Erhöhung der radialen Massenstromdichte kommt. Ebenso verändert sich hierdurch der meridionale Durchsatz innerhalb des SMV (s. Abbildung 4.33).

Betrachtet man das Niveau des meridionalen Durchsatzes in Gitter S1S bei aktivierter Zapfluft in Abbildung 4.33, so erkennt man eine Erhöhung innerhalb dieses Gitters. Bei genauer Betrachtung der Variation der meridionalen Durchsatzverteilung stromauf der Vorderkante von Rotor R2S fällt auf, dass die Aktivierung der Zapfluft im Bereich nahe dem Gehäuse zunächst zu einer Verringerung führt.



Abbildung 4.32: Umfangsgemittelte, radiale Massenstrom<br/>dichteverteilung, numerische Pumpgrenze, SMV  $\,$ 



Abbildung 4.33: Umfangsgemittelte, meridionale Massenstrom<br/>dichteverteilung, numerische Pumpgrenze, SMV



Abbildung 4.34: Stator S1S Austritt, meridionale Durchsatzverteilung numerische Pumpgrenze, links: stromauf Zapfluftentnahme; rechts: stromab Zapfluftentnahme (vgl. Abb. 4.33)

Eine detailliertere Beurteilung des Effektes erlaubt Abbildung 4.34, welche die meridionale Massenstromdichte unmittelbar stromauf bzw. stromab der Entnahme im Form radialer, umfangsgemittelter Profile darstellt. In der linken Bildhälfte erkennt man die angesprochene Entdrosselung von Stator S1S anhand des erhöhten Niveaus der Kurven der Fälle mit aktivierter Zapfluft. Für die untersuchten Zapfluftraten ergeben sich ähnliche radiale Profile stromauf der Entnahmeposition. Diese Ähnlichkeit ist stromab der Entnahme nicht mehr länger vorhanden (s. Abbildung 4.34 rechts). Durch Aktivierung der Zapfluft erhöht sich das meridionale Durchsatzniveau in unmittelbarer Gehäusenähe (> 95 % Schaufelhöhe) gegenüber dem Fall der deaktivierten Zapfluft. Gleichzeitig kommt jedoch der angesprochene Diffusoreffekt auf die benachbarte, im Kanal verbleibende Hauptströmung zu tragen. Aufgrund der Erweiterung der lokalen Stromröhrenhöhe verringert sich der meridionale Durchsatz zwischen 70 % und 95 % Schaufelhöhe durch Aktivierung der Zapfluft am Gehäuse. Es ist davon auszugehen, dass sich dieser Effekt für höhere Zapfluftraten verstärkt.

Die Verringerung der unmittelbaren Dicke der Gehäusegrenzschicht stromab der Entnahme beeinflusst insbesondere die Bildung des Rotorspaltwirbels, da sich dieser vornehmlich aus gehäusenahem Fluid bildet. Abbildung 4.35a stellt die dreidimensionale Struktur des Spaltwirbels für unterschiedliche Zapfluftraten dar. Die Position des Wirbelzentrums lässt sich in der Verteilung des relativen Totaldrucks  $p_{t,rel}$  erkennen. Diese gibt gleichzeitig Aufschluss über die durch den Rotorspaltwirbel hervorgerufenen Verluste. Für den Fall der aktivierten Zapfluft ist der Rotorspaltwirbel insgesamt kleiner. Jener Punkt an dem der Wirbel Kontakt zum Spalt der nacheilenden Schaufel hat, liegt weiter stromab. Hierdurch formiert sich der Spaltwirbel weniger verlustreich. Dieser Effekt wird in Abbildung 4.35b ersichtlich, welche die radiale Verteilung des Druckverlustkoeffizienten  $\bar{\omega}$  des Rotorspaltwirbel. Im Gehäusebereich bestimmt der Rotorspaltwirbel



Abbildung 4.35: Rotor R2S, Rotorspaltwirbel, zeitgemitteltes Strömungsfeld, numerische Pumpgrenze ( $\bar{\omega}_{Ref}$  Referenzwert Druckverlustkoeffizient)

maßgeblich die auftretenden Verluste, welche im Fall aktivierter Zapfluft stets geringer sind.

# 4.3.4 Interaktion Zapfluftkammerraum und Hauptströmung

Die Analyse der zeitabhängigen Strömung im Anschlussbereich der Zapfluftentnahme erfolgt wie in Kapitel 4.2.5 unter Verwendung von fünf rotationssymmetrischen Bilanzebenen. Abbildung 4.36 stellt die Staffelung der Ebenen in "Tiefenrichtung" der Zapfluftkammer dar.



Abbildung 4.36: Position Auswertungsebenen Zapfluftentnahme Stator S1S

Uberträgt man die Ausführungen von Kapitel 4.2.3 auf die subsonische Stufe, folgt, dass die Bewegung des Rotors R2S die Ursache der innerhalb der Hauptströmung wahrgenommenen Instationarität ist. Ein ruhender Beobachter nahe der Hinterkante von Stator S1S bzw. im Entnahmebereich nimmt die Relativbewegung als periodische Wiederholung eines Druckmaximums gefolgt von einem Druckminimum wahr. Die Höhe des Druckmaximums wird durch den Druck im Vorderkantenstaupunkt definiert, welche unter Annahme isentropen Aufstaus dem Relativdruck  $p_{t,rel}$  im Rotorspitzenbereich entspricht. Für eine konstante Drehzahl weist dieser nur eine geringe Abhängigkeit vom Drosselungsgrad auf. Dies gilt jedoch nicht für die Ursache des Druckminimums, welches durch die Rotorsaugspitze markiert wird. Letztere variiert in Stärke und Position entlang der Saugseite in Abhängigkeit der aerodynamischen Belastung des Profils. Für steigende Drosselungsgrade (erhöhte Inzidenz) nähert sie sich der Profilvorderkante. In Abbildung 4.37 ist die Auswirkung der Gehäusezapfluft auf die momentane Druckverteilung innerhalb der Rotorpassage für einen ausgewählten Zeitpunkt dargestellt. Abbildung 4.37 stellt in der jeweils rechten Bildhälfte die zugehörige, momentane meridionale Massenstromdichteverteilung dar. Die axiale Position der Entnahme ist durch ein schwarzes Rechteck markiert (Umriss Ebene E1). Nahe der Saugseite erkennt man die Rotorsaugspitze als Gebiet minimalen Drucks. Stromab dieser Zone maximaler Beschleunigung erfährt das Fluid eine kontinuierliche Verzögerung, so dass der statische Druck steigt. Ebenso erkennt man den Staupunkt an der Vorderkante. Innerhalb der Passage befindet sich ein Gebiet niedrigen Drucks, welches nach Schrapp [71] die Position des Rotorspaltwirbels bzw. dessen Wirbeltrajektorie markiert. In die Passage einströmendes Grenzschichtfluid an der Gehäusewand wird durch den Spaltwirbel radial nach innen in Richtung Kanalmitte transportiert. Stromab dieser Interaktionszone (Wirbelfront) verringert sich der meridionale Massendurchsatz signifikant. In Abbildung 4.37 erstreckt sich dieser Bereich bis zur nacheilenden Schaufel, so dass Rotorspaltwirbelfluid teilweise in den nächsten Spalt gesogen wird.

Im vorherigen Abschnitt 4.3.3 wird gezeigt, dass sich stromab der Entnahmeposition der meridionale Durchsatz im Bereich des Rotorspalts erhöht. Dieser Effekt ist ebenso in der jeweils rechten Bildhälfte von Abbildung 4.37 erkennbar. Im Fall aktivierter Zapfluft steigt das Niveau des Durchsatzes stromab der gestrichelten Linie. Dies führt letztendlich dazu, dass der Rotorspaltwirbel aufgrund des höheren meridionalen Impulses näher zur Saugseite hin ausgerichtet ist. Die axiale Kontaktposition der Wirbelfront mit der nacheilenden Schaufel verschiebt sich stromab.

Bei der Interpretation des Rotordruckfeldes ist es wichtig festzustellen, dass die Rotorsaugspitze bis in den Bereich unterhalb der Zapfluftentnahme reicht. Hierdurch kommt es zu einer lokalen, temporären Druckabsenkung. Ebenso kann dem Staupunkt der Rotorvorderkante eine lokale Druckerhöhung zugesprochen werden. Aufgrund der Bewegung des Rotors ergibt sich hieraus eine instationäre Anregung der Strömung innerhalb der Zapfluftkammer. Abbildung 4.38 verdeutlicht diese Anregung für zwei ausgewählte Zeitpunkte der Periodendauer des Rotors  $\Delta t_{R2S}$ . Das momentane, statische Druckfeld innerhalb des Hauptkanals ist in Form von schwarzen Konturlinien für einen Schaufelschnitt innerhalb des Schaufelspalts abgebildet. Im vorderen Bereich der Saugseite erkennt man die Rotorsaugspitze sowie die Druckrinne des Rotorspaltwirbels (vgl. Abbildung 4.37).



Abbildung 4.37: Rotor R2S, 98, 3% Schaufelhöhe, statische Druckverteilung und Durchsatz, 0%  $\Delta t_{R2S}$  numerische Pumpgrenze

Jeweils links befindet sich der Schaufelfuß von Stator S1S (siehe Markierung Saug- und Druckseite). Die Zylinderfläche E1 stellt die momentane Verteilung von Druck bzw. radialer Massenstromdichte dar und dient der Bewertung der zeitabhängigen Bewegung von Fluid normal zur Fläche E1. In Abhängigkeit der Rotorschaufelposition existiert innerhalb der Fläche E1 ein Druckminimum, wel-



Abbildung 4.38: Zapfluftentnahme Stator S1S, Einfluss Rotordruckfeld auf Zapfluftkammerschlitz, Konturlinien (schwarz): statischer Druck  $p [\Delta 4kPa]$ , statische Druckverteilung in Ebene E1:  $p_{max} - p_{min} = 25kPa$ 

ches mit der Position der Rotorsaugspitze übereinstimmt. Dieses Verhalten ist unabhängig von der untersuchten Zapfluftratenvariation. Ist diese jedoch aktiviert, nimmt die radiale Massenstromdichte in der stromab gelegenen Hälfte von Fläche E1 zu, so dass Zapfluft im Wesentlichen unmittelbar stromauf der Lippe den Hauptströmungskanal verlässt. Die Verteilung der radialen Massenstromdichte weist ein zeitabhängiges Streifenmuster auf. Zonen positiver bzw. negativer Massenstromdichte wechseln sich in Achsrichtung ab. Im Fall deaktivierter Zapfluft lässt sich ein ähnliches Muster in der Verteilung der radialen Massenstromdichte erkennen, jedoch bei wesentlich geringerem radialen Durchsatzniveau. Dies deutet bereits darauf hin, dass die Strömungsstruktur in diesem Bereich unabhängig von der Zapfluftrate durch die Hauptströmung bestimmt wird. Im Fall aktivierter Zapfluft erkennt man die zeitabhängige Sogwirkung der Rotorsaugspitze am deutlichsten. In Umfangsrichtung nahe der Kammerlippe lässt sich jeweils eine lokale Verringerung des radialen Durchsatzes an der jeweiligen Position der Rotorsaugspitze erkennen. Der geringere Druck im Bereich der Rotorsaugspitze verringert die treibende Druckdifferenz zwischen Kammereinund -austritt. Das Fluid innerhalb der Kammer selbst verhält sich unabhängig von der Zapfluftrate nahezu guasi-stationär.



Abbildung 4.39: Rotor R2S, Einfluss Rotordruckfeld auf Zapfluftkammertiefe, Konturlinien (schwarz): statischer Druck  $p [\Delta 4 \, kPa]$ , statische Druckverteilung in Ebene E1:  $p_{max}-p_{min} = 25kPa$ ,  $((c_r \cdot \rho)_{ref}$  integraler Mittel- bzw. Referenzwert Ebene E1)

Analog zur transsonischen Stufe TMV soll die Tiefenwirkung des Druckfeldes auf die Zapfluftentnahme diskutiert werden. Hierzu dient Abbildung 4.39, welche die momentane Strömung in den Flächen E1 bis E5 ebenfalls für zwei ausgewählte Zeitpunkte darstellt. Momentane Druck- als auch radiale Massenstromdichte werden bewertet. Man erkennt, dass sich die in Abbildung 4.38 beobachtete Druckstörung durch den Rotor R2S unabhängig von der Zapfluftrate bis in die Ebene E5 fortpflanzt. Zum Zeitpunkt 42 %  $\Delta t_{R2S}$  befindet sich das Druckmaximum jeweils in der unteren (druckseitigen) Hälfte des simulierten Zapfluftanschlussbereiches. Nach ca. der Hälfte der Periodendauer des Rotors  $\Delta t_{R2S}$  ist dieses Maximum um die halbe Rotorteilung in Rotationsrichtung verschoben. Vergleicht man die radiale Massenstromdichteverteilung für die jeweilige Zapfluftrate zu den verschiedenen Zeitpunkten, lässt sich nahezu keine Variation in den Flächen E3 bis E5 feststellen. Mit zunehmender Tiefenrichtung wird die Strömungstopologie innerhalb der Kammer durch deren Form selbst bestimmt und verhält sich daher quasi-stationär. Die zeitliche Variation des Druckfeldes aufgrund der Rotorbewegung hat nahezu keinen Einfluss.

Mit Hilfe der Abbildungen 4.40 und 4.41 soll die Ursache des zeitabhängi-



Abbildung 4.40: Zapfluftentnahme, deaktivierte Zapfluft,  $\theta = 89^{\circ}$  Ebene, links: momentaner radialer Durchsatz,  $((c_r \cdot \rho)_{ref}$  integraler Mittel- bzw. Referenzwert Ebene E1); rechts: momentane Strömungsvektoren (parallel zur Ebene)

gen, streifenförmigen Musters in der radialen Massenstromdichteverteilung im Anschlussbereich der Zapfluftentnahme (s. Abbildungen 4.38 und 4.39) erläutert werden. Beide stellen die zeitabhängige Strömung innerhalb einer Ebene mit konstanter  $\theta$ -Koordinate dar. Die  $\theta$ -Position ist in Abbildung 4.39 durch eine strich-punktierte Linie vermerkt. Es werden sechs Zeitpunkte einer Periodendauer des Rotors  $\Delta t_{R2S}$  dargestellt. Anschließend wiederholt sich das beobachtete Strömungsfeld periodisch.

In Abbildung 4.39 erkennt man, dass das Zentrum der Rotorsaugspitze zum Zeitpunkt 96 %  $\Delta t_{R2S}$  im Bereich der  $\theta$ -Ebene liegt. Dies fällt mit der Bildung eines entgegen dem Uhrzeitsinn rotierenden Wirbels an der stromauf gelegenen Kante der Zapfluftentnahme zusammen. In den Abbildungen 4.40 und 4.41 ist



Abbildung 4.41: Zapfluftentnahme, aktivierte Zapfluft,  $\theta = 89^{\circ}$  Ebene, links: momentaner radialer Durchsatz; rechts: momentane Strömungsvektoren (parallel zur Ebene)

ersichtlich, dass dieser Vorgang unabhängig von den betrachteten Zapfluftraten ist. Die Wirbelbildung ist vornehmlich in der hohen Strömungsumlenkung an der Kante begründet. Es addiert sich die Sogwirkung der Rotorsaugspitze, welche die Wirbelbildung initiiert. Erkennbar ist diese u. a. durch Betrachtung der lokalen Strömungsrichtung in unmittelbarer Nähe der stromab liegenden Lippe. Im Moment des Kontakts der Rotorsaugspitze mit der Auswertungsebene weisen die Geschwindigkeitsvektoren negative Radialkomponenten im Bereich der Lippe auf. Sobald der Wirbel initiiert wurde, wird er stromab durch die Hauptströmung in Richtung Lippe getragen. Er induziert ein Sekundärgeschwindigkeitsfeld innerhalb des Anschlussbereiches der Zapfluftentnahme, welches die Ursache des in den Abbildungen 4.38 und 4.39 beobachteten Musters der radialen Massenstromdichte ist. Folgende Grundströmungen bestimmen das resultierende, zeitabhängige Strömungsfeld im Bereich der Zapfluftentnahme:

- überströmte (Entnahme-)Kavität: Durch Überströmung einer Kavität kommt es am stromab gelegenen Bereich der Lippe zur Ausbildung eines Staupunktes. Im Fall aktivierter Zapfluft markiert er den Rand der Fangstromröhre. Fluid, welches im Fall deaktivierter bzw. sehr geringer Zapfluftmenge in die Kavität eintritt, verlässt diese im stromauf gelegenen Bereich der Entnahme. Das durch die Hauptströmung induzierte Strömungsfeld kann als stationärer Wirbel mit einer normal zur Hauptströmung ausgerichteten Wirbelachse aufgefasst werden. Bei Erhöhung der Zapfluftmenge rückt der induzierte Wirbel aufgrund der Zunahme des radialen Geschwindigkeitsniveaus weiter stromauf innerhalb der Kavität. Für deutlich höhere Zapfluftraten ist das Strömungsfeld vornehmlich radial gerichtet, so dass eine untergeordnete Bedeutung der Überströmung des Schlitzes durch die Hauptströmung erwartet wird.
- periodische Wirbelbildung an scharfer Kante: Aufgrund der scharfkantigen Ausbildung der stromauf gelegenen Kante des Entnahmekanals und der damit verbundenen hohen Umlenkung der Strömung in dem Entnahmekanal formiert sich ein Wirbel. Dieser wird durch die Hauptströmung stromab getragen. Auslösendes Moment für die Trennung des Wirbels ist die Bewegung des Rotors und die durch ihn initiierte Sogwirkung. Anschließend formiert sich der Wirbel erneut mit der Blattfolgefrequenz des Rotors.

Insgesamt reagiert die Zapfluftströmung in der Kammer analog zum Fall des Kavitäteintritts eines Statordeckbandraumes des TMV nur gering auf die Druckanregung durch die Hauptströmung. Das beobachtete Strömungsmuster im Entnahmebereich wird eher durch den Impuls bzw. die Sekundärströmungen der Hauptströmung bestimmt. Die Interaktion zwischen Kavität- und Hauptströmung konzentriert sich im Fall der untersuchten Zapfluftvariation auf den unmittelbaren Kontaktbereich zwischen Kavität und Hauptströmungskanal und ist von kleiner Größenordnung gegenüber den zeitabhängigen Schwankungen innerhalb der Hauptströmung.

# Kapitel 5

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Untersuchung der zeitabhängigen Strömungsvorgänge im Schaufelrandbereich von Axialverdichtern. Dabei wird das zeitabhängige Strömungsverhalten für typische Arten von Kavitäten, wie man sie in modernen Axialverdichtern findet, anhand zweier generischer Modellverdichter numerisch untersucht. Hauptfragestellung der Arbeit ist es dabei, die Bedeutung von instationären Strömungsvorgängen im Schaufelrandbereich unter Berücksichtigung der Kopplung zwischen sog. Haupt- und Nebenströmungskanälen zu erörtern. Es gilt, ein repräsentatives Maß für die Bedeutsamkeit der Zeitabhängigkeit zu finden, so dass diese gegebenenfalls als Teilschritt der derzeitigen Auslegungsprozesse berücksichtigt wird. Des Weiteren soll geklärt werden, inwieweit diese Vorgänge mit den verwendeten Methoden zur numerischen Strömungssimulation und den sich hieraus ergebenden Modellvereinfachungen gegenüber der realen Maschine abgebildet werden können.

Es wird eine transsonische Verdichterstufe (TMV) inklusive Statordeckbandräume modelliert und analysiert. Sie repräsentiert eine moderne, transsonische Frontstufe mit verstellbaren Statoren, wie man sie typischerweise in Axialverdichterkonfigurationen findet. Der zweite Modellverdichter hingegen lässt sich als subsonische Stufe (SMV) inklusive Zapfluftentnahmen an Nabe und Gehäuse charakterisieren. Derartige Stufen sind Bestandteil des mittleren bis hinteren Teils eines Axialverdichters in Kraftwerksanlagen bzw. Fluggasturbinen. Beiden Modellen gemeinsam ist, dass die Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit bzw. Relativbewegung der Schaufelreihen zueinander mit Hilfe der Domain-Scaling-Methode zu großen Simulationsmodellen mit entsprechend langen numerischen Rechnungslaufzeiten führt. Somit richtet sich der Fokus der Arbeit vornehmlich auf die detaillierte Analyse der resultierenden, zeitabhängigen Strömungsdaten. Trotz des hohen numerischen Aufwandes kann nur ein Bruchteil des gesamten Verdichterumfangs abgebildet werden, so dass die resultierenden Strömungsfelder zwangsläufig einer Periodizität in Umfangsrichtung unterliegen. Hieraus ergibt sich aufgrund der Rotationsbewegung der Rotoren ebenso eine erzwungene Periodizität bzgl. der Zeit.

Anhand einer zeitgenauen Analyse der Strömung innerhalb des Hauptströmungskanals des TMV werden zunächst die maßgeblichen Ursachen der Instationarität innerhalb des Axialverdichters identifiziert. Diese lassen sich auf die Wirkung der Potentialfelder der Gitter untereinander als auch auf den stromab gerichteten, konvektiven Transport der Schaufelnachläufe zurückführen. Letztere äußern sich in Form einer Inzidenzvariation der Anströmung des stromab nachfolgenden Gitters und verursachen wiederum eine zeitabhängige Variation der aerodynamischen Belastung. Potential- sowie auch Nachlaufwirkung eines Gitters und deren stromauf bzw. stromab gerichteter Einfluss sind durch die jeweilige Blattfolgefrequenz sowie unterschiedliche, axiale Ausbreitungsgeschwindigkeiten charakterisiert. Anhand der Analyse von instationär-periodischen Drucksignalen auf den Schaufeloberflächen wird der jeweilige Einfluss von Potential- bzw. Nachlaufwirkung im Schaufelrandbereich des TMV quantifiziert. Dabei dominiert im Gehäusebereich des TMV die stromauf gerichtete Wirkung der Kopfwelle des transsonisch operierenden Rotors R2T. Dem entgegengesetzt ist die dominierende Ursache der Zeitabhängigkeit im Nabenbereich die Interaktion zwischen Stator S1T und Rotor R2T aufgrund der Nachlaufwirkung des stromauf positionierten Stators S1T. Da dieser aufgrund der verstellbaren Konstruktion über einen relativ großen Teilspalt im Nabenbereich verfügt, bildet sich ein Spaltwirbel aus, welcher wiederum aufgrund seines Axialgeschwindigkeitsdefizites eine signifikante Variation der aerodynamischen Belastung des Rotors hervorruft.

Die aerodynamische Performance des TMV selbst wird maßgeblich durch die auftretenden Leckagemengen innerhalb der Statordeckbandräume beeinflusst. Das numerische Modell des TMV ist dabei in der Lage, die mit einer Variation der Dichtspitzenhöhen der Labyrinthdichtungen verbundene Änderung der Leckagemengen in guter Übereinstimmung mit der Theorie der Labyrinthdichtungen abzubilden. Es zeigt sich, dass der aerodynamische Betriebsbereich des TMV durch die Entwicklung eines Ablösungsgebietes in unmittelbarer Nabennähe des stromab positionierten Stators S2T begrenzt wird, welcher besonders sensitiv auf die effektive Leckagemenge reagiert. Im Fall der instationären Betrachtung tritt dieser Effekt bei geringerem Drosselungsgrad des Systems und somit bei höheren reduzierten Massenströmen auf. Die Größenordnung der beobachteten Leckagemengen bei instationärer Betrachtung deckt sich im zeitlichen Mittel mit jener der stationären Simulationen, so dass als Ursachen der verstärkten Formation der Ablösung die Interaktion der Schaufelreihen untereinander als auch die Art und Weise der Leckagezuführung bei zeitgenauer Simulation in Frage kommen.

Analysiert man das instationäre Strömungsverhalten innerhalb der Statordeckbandräume selbst, zeigt sich, dass die beobachteten Schwankungen in Relation zu jenen im Hauptströmungskanal klein sind und sich hauptsächlich auf den Anschlussbereich zwischen Hauptströmungskanal und Kavität selbst beschränken. Mit zunehmendem Abstand zum Ringkanal nehmen die Amplituden der zeitlichen Variationen ab, so dass von einer Anregung durch die Hauptströmung auszugehen ist. Dies bestätigt sich sobald man die zeitlichen und räumlichen Schwankungen im Bereich des Kavitätenanschlusses bezüglich ihrer Zusammensetzung analysiert. Anhand einer Modalanalyse wird gezeigt, dass die auftretenden räumlichen und zeitlichen Variationen innerhalb der Statordeckbandräume vornehmlich in Umfangsrichtung ausgebildet sind und sich auf die Interaktion der Potentialfelder der Schaufelgitter zurück führen lassen. Im Rahmen der durchgeführten Simulationen des TMV wird kein zeitlich veränderliches Strömungsmuster detektiert, welches durch die Kavität selbst<sup>1</sup> verursacht wird. Die

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Analog zur Situation von selbst erregten akustischen Schwingungen von überströmten Ka-

Strömung im Anschlussbereich der Statordeckbandräume reagiert insbesondere im Fall eines Kavitätaustritts (Zuführung von Leckagefluid in den Hauptströmungskanal) sensitiv auf die zeitliche Variation der statischen Druckfelder oberhalb des Anschlussbereiches. Dabei werden lokal deutlich höhere radiale Massenstromdichten als im Fall der stationären Simulation beobachtet, so dass dieser Effekt zur frühzeitigen Ablösungsentwicklung innerhalb von Stator S2T beiträgt. Dieses sensitive Verhalten begründet sich hauptsächlich im geringen Impuls des einströmenden Leckagefluids. Dem entgegengesetzt werden die innerhalb eines Kavitäteintritts (Abzweigung von Leckagefluid aus dem Hauptströmungskanal) beobachteten Strömungsstrukturen in erster Linie durch den Impuls der Hauptströmung und somit durch die Sekundärströmungen im Nabenbereich bestimmt. Der Einfluss der zeitlich veränderlichen Druckfelder aufgrund der Schaufelreiheninteraktion ist daher gering.

Die im Rahmen der Simulation des TMV beobachteten Effekte lassen sich ebenso auf die Strömung innerhalb des subsonischen Modellverdichters (SMV) übertragen. Dieser zeichnet sich durch zwei Zapfluftentnahmen aus. Der nabenseitig entnommene Anteil ist konstant. Dem entgegengesetzt wird der unmittelbar gehäuseseitig stromauf des subsonisch operierenden Rotors entnommene Zapfluftanteil variiert. Die dabei betrachteten Zapfluftmassenströme sind sehr gering bzw. null, so dass die beobachteten Strömungsstrukturen nicht alleinig durch die treibende Druckdifferenz zwischen Hauptströmungskanal und Entnahmerandbedingung dominiert sind.

Analog zur Situation eines Kavitäteintritts innerhalb des TMV beschränken sich die zeitabhängigen Schwankungen bzw. Variationen der Strömung innerhalb der Kavität (Zapfluftentnahme inkl. Ringkammer) auf den unmittelbaren Anschlussbereich zum Hauptströmungskanal. Sie sind auf die Anregung durch das Potentialfeld des Rotors R2S zurückzuführen. Aufgrund der scharfkantigen Ausführung der stromauf gelegenen Kante der Zapfluftentnahme bzw. der geringen Zapfluftmengen zeigt die vorhandene Scherschicht zwischen Hauptströmung ein zeitabhängiges Verhalten in Form einer Wirbelbildung unmittelbar stromab der Kante. Obwohl dieser Strömungsvorgang als Ursache möglicher selbst erregter Strömungsoszillationen zählt, ist ihr Einfluss unabhängig von der betrachteten Zapfluftrate gering, so dass keine Entleerung der Zapfluftkammer festgestellt werden kann.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen zeigen analog zu den Beobachtungen von Gümmer et al. [3] bzw. Kahl und Sturm [4] die Notwendigkeit auf, auch kleine geometrische Details in den Schaufelrandbereichen, wie Teilspalte bzw. Ausrundungsradien, bei der Strömungsanalyse von Axialverdichtern zu berücksichtigen. Ebenso sollten Randkavitäten wie Statordeckbandräume bzw. Zapfluftöffnungen zumindest partiell abgebildet werden. Eine vollständige Berücksichtigung im Fall der zeitgenauen Betrachtung erscheint als Schlussfolgerung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen jedoch nicht notwendig.

Aus der Analyse der zeitgenauen Strömung im Anschlussbereich der Statordeckbandräume geht hervor, dass diese u. a. auch durch akustische Interaktionsmuster bestimmt werden. Deren Eigenschaften wiederum sind eine direkte Folge der aus dem gewählten Modellansatz (*Domain-Scaling*) resultierenden Restriktionen, insbesondere der Schaufelzahlverhältnisse. Es wird daher für weiterführende Untersuchungen empfohlen, alternative Modellierungsansätze, welche die Berücksichtigung der realen Schaufelzahlverhältnisse ermöglichen, zu verwenden bzw. auf experimentelle Methoden zurück zu greifen.

In Anbetracht der trotz hohem numerischem Aufwand verbleibenden Unsicherheit bei der Vorhersage von selbst erregten Oszillationen im Anschlussbereich von Randkavitäten sowie der schädlichen Wirkung der mit ihnen verbundenen Leckageströmungen auf das aerodynamische Betriebsverhalten der Schaufelreihen, sollte der Einfluss von Randkavitäten durch konstruktive Maßnahmen möglichst minimiert werden. Hierzu zählen u. a. die Reduzierung der Leckagemenge durch Verwendung von Bürstendichtungen (s. Kahl und Sturm [4]). Ebenso sollte bei der Konstruktion der Anschlüsse von Randkavitäten auf eine möglichst kurze axiale Ausführung geachtet werden, so dass den mit Scherschichten verbundenen, instabilen Strömungsstrukturen insgesamt nur ein kleiner Raum zur Verfügung steht.

## Literaturverzeichnis

- WENGER, U.; S. ELLIS, M. B.: Hochdruckverdichtertechnologie f
  ür das ANTLE-Programm. In: Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2002 (2002), Nr. DGLR-JT2002-018
- [2] GRIEB, Hubert: Verdichter für Turbo-Flugtriebwerk. Springer Verlag Berlin, 2009
- [3] GUEMMER, V. ; DIGELE, R. ; GIETL, T.: Aerodynamic Technology Integration on the TP400 and E3E Core Compressors. In: 1st CEAS European Air and Space Conference (1997), Nr. CEAS-2007-293
- [4] KAHL, G. ; STURM, W.: Zukunftsweisende neue Technologien für Hochdruckverdichter der nächsten Generation. In: Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2009 (2009), Nr. 121281
- [5] GÜMMER, V.: Pfeilung und V-Stellung zur Beeinflussung der dreidimensionalen Strömung in Leiträdern transsonischer Axialverdichter, Technische Universität München, Diss., Juni 1999
- [6] HALSTEAD, D. E. et al.: Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines: Part 1 of 4 - Composite Picture. In: Journal of Turbomachinery 119 (1995), S. 114–127
- HALSTEAD, D. E. et al.: Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines: Part 4 of 4 - Computations and Analyses. In: Journal of Turbomachinery 119 (1995), S. 128-139
- [8] MAILACH, R. ; VOGELER, K.: Experimentelle Untersuchung des instationären Grenzschichtverhaltens auf den Schaufeln eines Niedergeschwindigkeits-Axialverdichters. In: Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress (2002), Nr. DGLR-JT2002-071
- SCHULZ, H. D. ; GALLUS, H. D. ; LAKSHMINARAYANA, B.: Three-Dimensional Separated Flow Field in the Endwall Region of an Annular Compressor Cascade in the Presence of Rotor-Stator Interaction: Part 1
   Quasi-Steady Flow Field and Comparison With Steady-State Data. In: Journal of Turbomachinery 112 (1990), S. 669–678
- [10] GREITZER, E. M.; TAN, C. S.; GRAF, M. B.: Internal Flow. Cambridge University Press, 2004

- [11] MÜLLER, L.: Instationäre Interaktion der Schaufelreihen beim Clocking der Leitreihen eines vierstufigen Niedergeschwindigkeits-Axialverdichters - Eingereicht, Technische Universität Dresden, Diss., Dezember 2010
- [12] MAILACH, R.; LEHMANN, I.; VOGELER, K.: Periodical Unsteady Flow Within a Rotor Blade Row of an Axial Compressor - Part I: Flow Field at Midspan. In: Proceedings of ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea and Air (2007), Nr. GT2007-27210
- [13] MAILACH, R.; LEHMANN, I.; VOGELER, K.: Periodical Unsteady Flow Within a Rotor Blade Row of an Axial Compressor - Part II: Wake - Tip Clearance Intraction. In: Proceedings of ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea and Air (2007), Nr. GT2007-27211
- [14] SANDERS, A. J.; PAPALIA, J.; FLEETER, S.: Multi-Blade Row Interactions in a Transonic Axial Compressor Part I: Stator Particle Image Velocimetry (PIV) Investigations. In: Proceedings of ASME Turbo Expo 2001: Power for Land, Sea and Air (2001), Nr. 2001-GT-0268
- [15] VAN ZANTE, D. E.: Study of a Wake Recovery Mechanism in a High-Speed Axial Compressor Stage. 1998. – NASA/CR-1998-206594
- [16] SMITH, L. H.: Wake Dispersion in Turbomachines. In: Journal of Basic Engineering (1966)
- [17] VAN ZANTE, D. E. ; ADAMCZYK, J. J. ; STRAZISAR, A. J. ; OKIISHI, T. H.: Wake Recovery Performance Benefit in a High-Speed Axial Compressor. In: *Journal of Turbomachinery* 124 (2002), S. 275–284
- [18] VALKOV, T. V.; TAN, C. S.: Effect of Upstream Rotor Vorticial Disturbances on the Time-Averaged Performance of Axial Compressor Stators Part 1 Framework of Technical Approach and Wake Stator Blade Interactions. In: Journal of Turbomachinery 121 (1999), S. 377–386
- [19] VALKOV, T. V.; TAN, C. S.: Effect of Upstream Rotor Vorticial Disturbances on the Time-Averaged Performance of Axial Compressor Stators Part 2 Rotor Tip Vortex / Streamwise Vortex-Stator Blade Interactions. In: Journal of Turbomachinery 121 (1999), S. 387–397
- [20] FRÖBEL, T.; KAU, H.-P.; GROTH, C.; GÜMMER, V.: Numerical Investigation of Unsteady Flow Phenomena in an HP Axial Compressor Incorporating Stator Shroud Cavities. In: Joint Propulsion Conference and Exhibit (2010), Nr. AIAA-2010-6532
- [21] ADAMCZYK, J. J.; CELESINA, M. L.; CHENG, J. P.: Wake-Induced Unsteady Flows: Their Impact on Rotor Performance and Wake Rectification. In: Journal of Turbomachinery 118 (1996), S. 88–95
- [22] MONTOMOLI, F.; NAYLOR, E.; HODSON, H. P.; LAPWORTH, L.: Unsteady Effects in Cantilevered Axial Compressors: A Multistage Simulation. In: *ISABE Conference 2009* (2009), Nr. ISABE-2009-1104

- [23] HENDERSON, A. D.; WALKER, G. J.; HUGHES, J. D.: Unsteady Transition Phenomena at a Compressor Blade Leading Edge. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air* (2006), Nr. GT2006-90641
- [24] WHEELER, A. P. S.; MILLER, R. J.; HODSON, H. P.: The Effect of Wake Induced Structures on Compressor Boundary Layers. In: *Journal of Turbo*machinery 129 (2007), S. 705–712
- [25] HILGENFELD, L.; PFITZNER, M.: Unsteady Boundary Layer Development Due to Wake Passing Effects on a Higly Loaded Linear Compressor Cascade. In: Journal of Turbomachinery 126 (2004), S. 493–500
- [26] BÖLCS, A. ; SUTER, P.: Transsonische Turbomaschinen. G. Braun Karlsruhe, 1986
- [27] LANGFORD, M. D.; BREEZE-STRINGFELLOW, A.; GUILLOT, S. A.; SO-LOMON, W.; NG, W.F.; ESTEVADEORDAL, J.: Experimental Investigation of the Effects of a Moving Shock Wave on Compressor Stator Flow. In: *Journal of Turbomachinery* 129 (2007), S. 127–135
- [28] VAN DE WALL, A. ; BREEZE-STRINGFELLOW, A. ; DAILEY, L.: Computational Investigation of Unsteady Flow Mechanisms in Compressors With Embedded Supersonic Rotors. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air* (2006), Nr. GT2006-90633
- [29] YAMAMOTO, K.; TANIDA, Y.: Self-Excited Oscillation of Transonic Flow Around an Airfoil in Two-Dimensional Channels. In: *Journal of Turbomachinery* 112 (1990), S. 723–731
- [30] EULITZ, F.: Numerische Simulation und Modellierung der instationären Strömung in Turbomaschinen, DLR Forschungsbericht 2000-05, Diss., 2000
- [31] SWOBODA, M.; IVEY, P. C.; WENGER, U.; GUEMMER, V.: An Experimental Examination of Cantilevered and Shrouded Stators in a Multistage Axial Compressor. In: International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition (1998), Nr. 98-GT-282
- [32] CAMPOBASSO, M. S. ; MATHEISS, A. ; WENGER, U.: Complementary Use of CFD and Experimental Measurements to Assess the Impact of Shrouded and Cantilevered Stators in Axial Compressors. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (1999), Nr. 99-GT-208
- [33] WELLBORN, S. R.; OKIISHI, T. H.: The Influence of Shrouded Stator Cavity Flows on Multistage Compressor Performance. In: *Journal of Turbomachi*nery 121 (1999), S. 486–498
- [34] LANGE, M. ; MAILACH, R. ; VOGELER, K.: An Experimental Investigation of Shrouded And Cantilevered Compressor Stators at Varying Clearance Sizes. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2010), Nr. GT2010-22106
- [35] LUCAS, M. J.; NOREEN, R. A.; SUTHERLAND, L. C.; COLE, J. E.; JUN-GER, M. C.: Handbook of the Acoustic Charakteristics of Turbomachinery Cavities. ASME Press, 1997

- [36] CHUPP, R. E.; HENDRICKS, R. C.; LATTIME, S. B.; STEINETZ, B. M.: Sealing in Turbomachinery. 2006. - NASA/TM-2006-214341
- [37] TRUTNOVSKY, K.: Berührungsfreie Dichtungen. VDI-Verlag GmbH, 1943
- [38] MATTHIAS, A.: Das Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen, Technische Universität Wien, Diss., Oktober 2007
- [39] LEWIS, L. V.: In-Engine Measurements of Temperature Rises in Axial Compressor Shrouded Stator Cavities. In: Proceedings of ASME Turbo Expo (2002), Nr. 2002-GT-30245
- [40] WELLBORN, S. R.; OKIISHI, T. H.: Effects of Shroud Stator Cavity Flows on Multistage Axial Compressor Aerodynamic Performance. 1998.
   NASA/CR-198536
- [41] HEIDEGGER, N. J.; HALL, E. J.; DELANEY, R. A.: Parameterized Study of High-Speed Compressor Seal Cavity Flows. AIAA, 1996
- [42] DEMARGNE, A. A. J.; LONGLEY, J. P.: The Aerodynamic Interaction of Stator Shroud Leckage and Mainstream Flows in Compressors. In: Proceedings of ASME Turbo Expo (2000), Nr. 2000-GT-570
- [43] WELLBORN, S. R. ; TOLCHINSKY, I. ; OKIISHI, T. H.: Modeling Shrouded Stator Cavity Flows in Axial-Flow Compressors. In: Journal of Turbomachinery 122 (2000), S. 55–61
- [44] ÖZTÜRK, H. K.; TURNER, A. B.; CHILDS, P. R. N.; BALEY, F. J.: Stator Well Flows In Axial Compressors. In: International Journal of Heat and Fluid Flow 21 21 (2000), S. 710–716
- [45] SCOTT, R. M.; CHILDS, P. R. N.; HILLS, N. J.; MILLWARD, J. A.: Radial Inflow Into the Downstream Cavity of a Compressor Stator Well. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2000), Nr. 2000-GT-0507
- [46] WELLBORN, S. R.: Details of Axial-Compressor Stator Cavity Flows. In: Proceedings of ASME Turbo Expo (2001), Nr. 2001-GT-0495
- [47] WELLBORN, S. R.; KOIRO, M. L.: Bleed Flow Interactions with an Axial-Flow Compressor Powerstream. In: 38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit (2002), Nr. AIAA 2002-4057
- [48] LEISHMAN, B. A.; CUMPSTY, N. A.; DENTON, J. D.: Effects of Bleed Rate and Endwall Location on the Aerodynamic Behaviour of a Circular Hole Bleed Off-Take. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2004), Nr. GT2004-54197
- [49] LEISHMAN, B. A.; CUMPSTY, N. A.; DENTON, J. D.: Effects of Inlet Ramp Surfaces on the Aerodynamic Behaviour of Bleed Hole And Bleed Slot Off-Take Configurations. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2004), Nr. GT2004-54331

- [50] LEISHMAN, B. A.; CUMPSTY, N. A.: Mechanism of the Interaction of a Ramped Bleed Slot With the Primary Flow. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2005), Nr. GT2005-68483
- [51] GÜMMER, V.; GOLLER, M.; SWOBODA, M.: Numerical Investigation of Endwall Boundary Layer Removal on Highly-Loaded Axial Compressor Blade Rows. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2005), Nr. GT2005-68699
- [52] SCHWARZ, C.; BRANDT, H.; FOTTNER, L.: Aerodynamische Untersuchung eines typischen Abblase-Luftsystems in einem mehrstufigen Axialverdichter. In: Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress (2002), Nr. DGLR-JT2002-019
- [53] GOMES, R. A.; SCHWARZ, C.; PFITZNER, M.: Aerodynamic Investigations of a Compressor Bleed Air Configuration Typical for Aeroengines. In: *ISABE Conference 2005* (2005), Nr. ISABE-2005-1264
- [54] HOFFMANN, K.; CHIANG, S. T.; SIDDIQUI, S.; PAPADAKIS, M.: Fundamental Equations of Fluid Mechanics. Engineering Education System, 1996
- [55] HIRSCH, C.: Numerical Computation of Internal and External Flows Vol. 1: Fundamentals of Numerical Discretization. JOHN WILEY & SONS Ltd., 1988
- [56] HIRSCH, C.: Numerical Computation of Internal and External Flows Vol.
   2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows. JOHN WILEY
   & SONS Ltd., 1990
- [57] ROTTA, J. C.: Turbulente Strömungen. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1972
- [58] MOINIER, P.: Algorithms Developments for an Unstructured Viscous Flow Solver, University of Oxford, Diss., Dezember 1999
- [59] WILCOX, D. C.: Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, 2006
- [60] ROLLS-ROYCE: The HYDRA Users Guide / Rolls-Royce plc. 2009. Version 6.1.7-beta
- [61] ROLLS-ROYCE: The HYDRA Programmers Guide / Rolls-Royce plc. 2005. – Version 0.05
- [62] MARTINELLI, L.: Calculations of Viscous Flows with a Multigrid Method, Princeton University, Diss., 1987
- [63] MÜLLER, J. D.: Coarsening 3-d hybrid meshes for multigrid methods. In: 9th Copper Mountain Multigrid Conference (1999)
- [64] J. H. FERZIGER ; PERIĆ, M.: Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Verlag, 2002

- [65] DANNER, F.; KAU, H.-P.: Influence of Discretisation Onto The Prediction of Propeller Noise Generation: Theory And Application. In: 14th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, HI, USA, Feb. 27 - March 2 (2012), Nr. ISROMAC-2012-1135
- [66] TYLER, J. M.; SOFRIN, T. G.: Axial Flow Compressor Noise Studies. In: Transaction Society of Automotive Engineers (1970)
- [67] CUMPSTY, N. A.: Compressor Aerodynamics. Wesley Longman Ltd, 1989
- [68] PETRY, N. ; BENRA, F. K. ; KOENIG, S.: Experimental Study of Acoustic Resonances in the Side Cavities of a High-Pressure Centrifugal Compressor Excited by Rotor/Stator Interaction. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2010), Nr. GT2010-22054
- [69] SCHLAPS, R.: Numerische Untersuchung des Einflusses von Deckbandströmungen innerhalb einer transsonischen Hochdruckverdichterstufe. 2011. – Semesterarbeit Lehrstuhl für Flugantriebe, TU München
- [70] EGLI, A.: The Leakage of Steam Through Labyrinth Seals. In: Journal of Fuels and Steam Power 57 (1935), S. 115–122
- [71] SCHRAPP, H.: Experimentelle Untersuchungen zum Aufplatzen des Spaltwirbels in Axialverdichtern, Technische Universität Braunschweig, Diss., Juni 2008
# Abbildungsverzeichnis

1.1	Zeitliche Entwicklung von Wirkungsgrad und mittlerem Stufen- druckverhältnis von Hochdruckverdichtern nach Grieb $[2]$	2
2.1	Sekundärströmungen	7
2.2	Qualitatives Weg-Zeit-Diagramm typischer Transitionsmoden in- nerhalb Verdichterbeschaufelungen nach Halstead et al. [6]	10
2.3	Haupt- und Nebenströmungsgebiete in Hochdruckverdichtern, oben: TP400 Hochdruckverdichter (Gümmer et al. [3]), unten: PW6000 Hachdruckverdichter (Grieb [2])	11
2.4	Deckbandraumdurchströmung nach Lewis [39]	11 $13$
3.1	Separationsproblem nach Eulitz $[30]$	22
3.2	Signal und zugehörige, periodische Differenz	26
4.1	Schaufelgitterinteraktion, qualitative Darstellung von Potential- wirkung und Nachlauftransport	30
4.2	Periodische Wirkung eines Gitterdruckfelds als rotierende Welle	21
13	Concrische Boter Stater Kombination. Tyler Sofrin Mode: $m = -$	51
4.0	$-2 \ \Omega_{m} = -2 \cdot \Omega$	33
4.4	Numerisches Modell transsonischer Modellverdichter (TMV)	34
4.5	Vernetzungsdetails transsonischer Modellverdichter	35
4.6	Stator S1T Profil-Machzahlverteilung $Ma_{is}$ , links: zeitliches Mit- tel $Ma_{is}$ , rechts: momentane aerodynamische Maximal- und Mi-	
	nimalbelastung	40
4.7	Rotor-Stoss-Interaction TMV	42
4.8	Rotor R2T Profil-Machzahlverteilung, zeitliches Mittel $\overline{M}a_{is}$	43
4.9	Frequenzanalyse Rotor R2T	45
4.10	Rotor R2T, 92 $\%$ Schaufelhöhe, momentane Druckfluktuation und	
	Entropie	46
4.11	Stator S2T, Profil-Machzahlverteilung $Ma_{is}$ , links: zeitliches Mit-	
	tel $Ma_{is}$ , rechts: momentane aerodynamische Maximal- und Mi-	
	nimalbelastung	47
4.12	Stator S2T, 7% Schaufelhöhe, Frequenzanalyse Druckschwankung	
4 10	Druckseite	48
4.13	Stator 521, Stromungstopologie Statordeckbandraum, Referenz-	40
1 11	Stater S2T Deckbandraum Temperatur und Druckverlauf von	49
4.14	Kavitäteintritt $(Inlet)$ his Kavitätaustritt $(Exit)$	50
	$\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}$	00

$\begin{array}{c} 4.15\\ 4.16\end{array}$	h-s Diagramm ideale Labyrinth- und Durchblicklabyrinth dichtung Stator S2T, Temperaturerhöhung und $T-s$ Diagramm Labyrinth-	50
4 1 17	dichtung $\dots$	51
4.17	Uberstromfaktor $\xi$ nach Egli [ $(0, 3)$ ]	52
4.18	raum	53
4.19	Stator S2T, Massenstromanteil & Druckdifferenz Statordeckband-	
	raum	54
4.20	Position Auswertungsebenen TMV Statordeckbandräume	55
4.21	Stator S2T Kavitätaustritt, $p_{ref}$ = Mittelwert Ebene E1	56
4.22	Stator S2T, zeitabhängige Druckverteilung, Kavitätaustritt, Aus-	-
4.00	wertungsebene E1, $p_{Ref}$ = Mittelwert Ebene E1	58
4.23	Stator S2T, zeitabhangige Massenstromdichteverteilung, Kavitat-	БO
1 94	Stater S2T Kavitätaustritt Tiefenabhängigkeit Druckschwankungen	99
4.24	$p_{ref} = Mittelwert Ebene E1$	, 59
4.25	Stator S2T. Druckschwankungen oberhalb Kavitätaustritt. $p_{ref} =$	00
	Mittelwert 1 % Schaufelhöhe	62
4.26	Stator S2T, Kavitätaustritt, Tiefenabhängigkeit normale/radiale	
	Massenstromdichte	63
4.27	$Stator\ S2T,\ Kavit \"austritt,\ Tiefenabh \"angigkeit\ Tangential geschwin-$	
	digkeit, $c_{u,Ref}$ = Mittelwert Ebene E1	64
4.28	Stator S1T, Kavitäteintritt, Tiefenabhängigkeit Druckschwankungen,	
4.00	$p_{Ref} = \text{Mittelwert Ebene E1}$	65
4.29	Stator SIT, Kavitateintritt, Tiefenabhangigkeit normale/radiale	67
4.20	Massenströmdichte	07
4.50	Vernetzung Zapfluftentrahmen SMV	09 71
4.51	Umfangagemittelte radiale Massenstromdichteverteilung numeri	(1
4.02	sche Pumperenze SMV	73
4.33	Umfangsgemittelte, meridionale Massenstromdichteverteilung, nu-	10
1.00	merische Pumpgrenze, SMV	74
4.34	Stator S1S Austritt, meridionale Durchsatzverteilung numerische	
	Pumpgrenze, links: stromauf Zapfluftentnahme; rechts: stromab	
	Zapfluftentnahme (vgl. Abb. $4.33$ )	75
4.35	Rotor R2S, Rotorspaltwirbel, zeitgemitteltes Strömungsfeld, nu-	
	merische Pumpgrenze ( $\bar{\bar{\omega}}_{Ref}$ Referenzwert Druckverlustkoeffizient)	76
4.36	Position Auswertungsebenen Zapfluftentnahme Stator S1S	76
4.37	Rotor R2S, 98,3 % Schaufelhöhe, statische Druckverteilung und	70
1 20	Durchsatz, $0 \% \Delta t_{R2S}$ numerische Pumpgrenze	78
4.38	Laphuntennianine Stator S1S, Enniuss Rotordruckield auf Laphult- kammerschlitz, Konturlinion (schwarz): statischer Druck $n[\Lambda A h D_{a}]$	
	statische Druckverteilung in Ebene E1: $n = -n + -25kPa$	79
4 39	Botor R2S Einfluss Rotordruckfeld auf Zapfluftkammertiefe Kon-	ιJ
1.00	turlinien (schwarz): statischer Druck $p [\Delta 4 k Pa]$ . statische Druck-	
	verteilung in Ebene E1: $p_{max} - p_{min} = 25 kPa$ , $((c_r \cdot \rho)_{ref}$ integraler	
	Mittel- bzw. Referenzwert Ebene E1)	80

4.40	Zapfluftentnahme, deaktivierte Zapfluft, $\theta = 89^{\circ}$ Ebene, links:
	momentaner radialer Durchsatz, $((c_r \cdot \rho)_{ref}$ integraler Mittel- bzw.
	Referenzwert Ebene E1); rechts: momentane Strömungsvektoren
	$(parallel zur Ebene) \dots \dots$
4.41	Zapfluftentnahme, aktivierte Zapfluft, $\theta = 89^{\circ}$ Ebene, links: mo-
	mentaner radialer Durchsatz; rechts: momentane Strömungsvek-
	toren (parallel zur Ebene) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $ 82
A.1	Umlaufende Druckwelle mit $m = 4$ und $\Omega_m = \frac{2\pi}{4}$
A.2	Stator S1T Schaufel 4 Saugseite, 92 % Schaufelhöhe, Weg-Zeit-
	Druckdiagramm
A.3	Stator S1T Schaufel 4 Druckseite, 92 $\%$ Schaufelhöhe, Weg-Zeit-
	Druckdiagramm
A.4	Rotor R2T 92 % Schaufelhöhe Druckseite Druckfluktuation 105
A.5	Rotor R2T 92 % Schaufelhöhe Druckseite Entropie fluktuation $~$ . 106
A.6	Rotor R2T 92 % Schaufelhöhe Saugseite Druckfluktuation 107
A.7	Rotor R2T 92 % Schaufelhöhe Saugseite Entropiefluktuation $\ldots$ . 108
A.8	Weg-Zeit-Diagramm Stator S2T Druckseite, 7 % Schaufelhöhe,
	Druckfluktuation
A.9	Weg-Zeit-Diagramm Stator S2T Druckseite, 7 % Schaufelhöhe,
	Entropiefluktuation

## Tabellenverzeichnis

4.1	Vernetzungsparameter transsonischer Modellverdichter	36
4.2	Gitterpunkte Statordeckbandräume (TMV)	36
4.3	Dominierende Frequenzen TMV	38
4.4	Interaktionsmoden nach Tyler und Sofrin [66] für Stator S1T ( $N_{S1T} =$	
	36) und Rotor R2T $(N_{R2T} = 45)$	61
4.5	Interaktionsmoden nach Tyler und Sofrin [66] für Stator S2T ( $N_{S2T} =$	
	54) und Rotor R2T $(N_{R2T} = 45)$	61
4.6	Gitterpunkte subsonischer Modellverdichter	70
4.7	Untersuchungsmatrix Simulationen SMV	71

## Anhang A

## Anhang

#### A.1 Rotierende, periodische Druckfelder

Nach Gleichung 4.8 kann dem Druckfeld eines Schaufelgitters eine Mode m und eine zugehörige Drehfrequenz  $\Omega_m$  zugeordnet werden.



Abbildung A.1: Umlaufende Druckwelle mit m = 4 und  $\Omega_m = \frac{2\pi}{4}$ 

Betrachtet man die Druckverteilung über dem Umfang zu einem festen Zeitpunkt  $t = t_1$  (Abbildung A.1a), registriert man ein Muster von Druckmaximabzw. Druckminima. Die Anzahl der beobachteten Druckberge bzw. -täler entspricht dabei der Modenordnung m. Zu einem späteren Zeitpunkt  $t_1 + \Delta t_B$  zeigt sich das identische Muster, jedoch verschoben um den Winkel  $\Delta \theta_{Phase} = \Omega_m \Delta t_B$ .

$$p_m(\theta, t_1) = \hat{p} \cos\left[m\left(\theta - \Omega_m \cdot t_1\right)\right] \tag{A.1}$$

Zerlegt man die Druckverteilung  $p_m(\theta, t_1)$  bzgl. der Modenzusammensetzung, bestimmt sich die minimal erfassbare Mode aus dem erfassten  $\theta$ -Bereich der Signalkurve. Analysiert man die zur Mode m zugehörige Phase  $\varphi(t) = -m\Omega_m t$ bzgl. der Zeit (Abbildung A.1a, unten), registriert man ein charakteristisches, periodisches Sägezahnmuster. Aufgrund der  $2\pi$ -Periodizität der Kosinusfunktion lässt sich die Periodendauer  $\Delta t$  des Sägezahnmusters bestimmen:

$$\varphi(t) = -m\Omega_m t = -\omega_m t = -2\pi f_m t = -\frac{2\pi}{\Delta t} t \stackrel{!}{=} 2\pi$$
$$\implies t = \Delta t \qquad (A.2)$$

Ebenso lässt sich anhand der Steigung der Sägezahnkurve die Kreisfrequenz  $\omega_m$  berechnen, so dass man bei bekannter Modenordnung den Betrag als auch die Rotationsrichtung der Drehfrequenz der Mode  $\Omega_m$  bestimmen kann (Gleichung A.3):

$$-\frac{\partial\varphi(t)}{\partial t} = m\Omega_m = \omega_m \tag{A.3}$$

Ein ruhender Beobachter an der Position  $\theta = \theta_1$  hingegen registriert die durch die Mode hervorgerufene Störung als zeitliche Schwankung des Drucks (Abbildung A.1b, oben) mit der Frequenz  $f_m$  (Gleichung A.5). Ein ebenfalls ruhender Beobachter in einer Position  $\theta_1 + \Delta \theta_B$  registriert die selbe zeitliche Schwankung des Drucks, jedoch verschoben um die Zeitspanne  $\Delta t_{Phase} = \frac{m\Delta \theta_B}{2\pi} \Delta t$ .

Trägt man die zur Frequenz  $f_m$  zugehörige Phase  $\varphi(\theta)$  in Abhängigkeit der  $\theta$ -Position auf, ergibt sich ebenfalls ein charakteristisches, periodisches Sägezahnmuster (Abbildung A.1b, unten).

$$p_m(\theta_1, t) = \hat{p} \cos\left[m\left(\theta_1 - \Omega_m \cdot t\right)\right] \stackrel{\cos\alpha = \cos -\alpha}{\equiv} \hat{p} \cos\left[m\Omega_m \cdot t - m\theta_1\right]$$
(A.4)

$$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = \frac{m \cdot \Omega_m}{2\pi} \tag{A.5}$$

Bedingt durch die  $2\pi$ -Periodizität der Kosinusfunktion weist das Sägezahnmuster einen Periodenwinkel  $\theta_P$  auf:

$$\varphi(\theta) = -m\theta \stackrel{!}{=} 2\pi \implies \theta_P = \frac{2\pi}{m}$$
 (A.6)

Ebenso lässt sich die zur Frequenz  $f_m$  zugehörige Modenordnung m nach Gleichung A.7 bestimmen:

$$\left|\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right| = m \tag{A.7}$$

Wesentlicher Vorteil der Interpretation der räumlichen und zeitlichen Schwan-

kungen in Form von umlaufenden Druckwellen ist, dass man sich die oftmals hohe, räumliche Auflösung des Simulationsmodells zu Nutze machen kann. Anhand weniger diskreter Zeitpunkte lässt sich somit ebenso eine Aussage über die Frequenzzusammensetzung treffen.

### A.2 Abbildungen



Abbildung A.2: Stator S1T Schaufel 4 Saugseite, 92 % Schaufelhöhe, Weg-Zeit-Druckdiagramm



Abbildung A.3: Stator S1T Schaufel 4 Druckseite,  $92\,\%$  Schaufelhöhe, Weg-Zeit-Druckdiagramm



Abbildung A.4: Rotor R2T 92%Schaufelhöhe Druckseite Druckfluktuation



Abbildung A.5: Rotor R2T 92%Schaufelhöhe Druckseite Entropiefluktuation



Abbildung A.6: Rotor R2T 92%Schaufelhöhe Saugseite Druckfluktuation



Abbildung A.7: Rotor R2T 92%Schaufelhöhe Saugseite Entropiefluktuation



Abbildung A.8: Weg-Zeit-Diagramm Stator S2T Druckseite, 7 % Schaufelhöhe, Druckfluktuation



Abbildung A.9: Weg-Zeit-Diagramm Stator S2T Druckseite, 7 % Schaufelhöhe, Entropiefluktuation