

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
INSTITUT FÜR ENERGIETECHNIK MW7

LEHRSTUHL FÜR FLUIDMECHANIK

**Numerische Strömungssimulation
von Horizontalachsen-Windturbinen**

Florian J. Kronschnabl

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-P. Kau

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. R. Schilling
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. N. A. Adams

Die Dissertation wurde am 01.07.2008 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 12.12.2008 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Fluidmechanik, vormals Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, der Technischen Universität München.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Rudolf Schilling, der mir diese Arbeit ermöglichte und wesentlich zu ihrem Gelingen beitrug. Seine lehrreichen Anregungen und die zahlreichen fachlichen Diskussionen mit ihm waren mir stets eine wertvolle Hilfe während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Nikolaus Andreas Adams danke ich für die Übernahme des Koreferates ebenso wie Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Kau, der freundlicherweise als Vorsitzender der Prüfungskommission zur Verfügung stand.

Weiterhin danke ich dem akademischen Oberrat, Herrn Dr.-Ing. Wilfried Knapp, und der Sekretärin Frau Anna-Maria Lang für die vielseitige Unterstützung.

Gerne möchte ich an dieser Stelle auch all meinen Kollegen für die stets außerordentlich gute Zusammenarbeit und Hilfsbereitschaft danken.

Ganz herzlich möchte ich auch meinen Eltern danken, die mich beim Erreichen meiner Ziele immer bestärkt und nach Kräften unterstützt haben. Ihnen widme ich diese Arbeit.

Garching bei München, März 2009

Florian Kronschnabl

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen	VII
Zusammenfassung	XV
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Stand des Wissens	2
1.3 Zielsetzung	6
2 Theoretische Grundlagen	7
2.1 Basis-Spline-Kurven	9
2.1.1 Definition von B-Spline-Kurven	9
2.1.2 Ableitungen von B-Spline-Kurven	11
2.1.3 Interpolation mittels B-Spline-Kurven	11
2.1.4 Approximation mittels B-Spline-Kurven	13
2.1.5 Approximation mittels B-Spline-Kurven bei gegebenen Endableitungen . .	14
2.1.6 Knot-Insertion bei B-Spline-Kurven	15
2.2 Basis-Spline-Flächen	16
2.3 Geometriebeschreibung	17
2.3.1 Beschreibung von Profilen	17
2.3.2 Beschreibung des Windturbinen-Blattes	22
2.4 Netzgenerierung	23
2.4.1 Punkteverteilungen auf Kurven	24
2.4.2 Netzgenerierung mittels Interpolationsverfahren	25
2.5 Strömungssimulation	26
2.5.1 Grundgleichungen	26
2.5.2 Numerische Verfahren	28
2.5.3 Mittelung der Grundgleichungen	28
2.5.4 Turbulenzmodellierung	29
2.5.5 Wandbehandlung	36
2.5.6 Unterdrückung der Staupunktanomalie	37
2.5.7 Diskretisierung	38
2.5.8 Randbedingungen	38
2.5.9 Blockgrenzen	40

2.6	Windturbine	42
2.6.1	Das Actuator-Disk-Modell nach Lanchester und Betz	42
2.6.2	Froude-Rankinesches Theorem	44
2.6.3	Maximal aus dem Wind entnehmbare Leistung	44
2.6.4	Blattelementmethode	45
3	Modellierung	49
3.1	Profil NREL S809	49
3.1.1	Profileigenschaften	49
3.1.2	Geometriaufbereitung	50
3.1.3	Netzgenerierung	50
3.2	Windturbine NREL Phase IV	54
3.2.1	Konfiguration NREL Phase IV	54
3.2.2	Geometriaufbereitung	56
3.2.3	Netzgenerierung	56
3.2.4	Simulationsmodell	61
3.3	Verwendete Simulations-Software	61
3.3.1	2D-Panel-Code <i>XFOIL</i>	61
3.3.2	CFD-Code <i>NS3D</i>	62
3.3.3	CFD-Paket <i>Ansys-CFX</i>	62
4	Ergebnisse	63
4.1	Profil NREL S809	63
4.1.1	Experimentelle Daten	63
4.1.2	Potentialtheoretische Betrachtung	65
4.1.3	XFOIL-Ergebnisse	66
4.1.4	RANS-Ergebnisse	71
4.2	Windturbine NREL Phase IV	94
4.2.1	Experimentelle Daten	94
4.2.2	Simulationsergebnisse	97
5	Bewertung und Ausblick	125
A	Anhang	127
A.1	Profilkoordinaten NREL S809	127
A.2	NACA 4-digit Profile	128
A.3	Einstellwinkelverteilung NREL Phase IV	129
A.4	Auswertungs-Formeln	129
A.5	Stoffwerte von Luft	130
	Literaturverzeichnis	131

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen

Abkürzungen

1D	Eindimensional
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
AIAA	American Institute of Aeronautics and Astronautics
CAA	Computational Aeroacoustics
CAD	Computer Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFX	CFD-Code Ansys-CFX
CSU	Colorado State University
DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direkte Numerische Simulation
DOE	U.S. Department of Energy
DUT	Delft University of Technology
ECN	Energy research Centre of the Netherlands
Exp.	Experiment
FLM	Lehrstuhl für Fluidmechanik
FVM	Finite Volume Method
GNU	GNU's Not Unix
GPL	GNU General Public License
HAWT	Horizontalachsen-Windturbine
IEA	International Energy Agency
IGES	Initial Graphics Exchange Specification
LES	Large Eddy Simulation
MIT	Massachusetts Institute of Technology
MPI	Message Passing Interface
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NASG	Nihon univ. Aero Student Group
NREL	National Renewable Energy Laboratory
NS3D	CFD-Code des FLM
NWTC	National Wind Technology Center
LCL	Modell nach LIEN, CHEN UND LESCHZINER [83]

LES	Large Eddy Simulation
lowRe	Low-Reynolds, Netz / Simulation mit Auflösung der Wandgrenzschicht
OSHER	Verfahren nach CHAKRAVARTHY UND OSHER [27]
OSU	Ohio State University
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen
Res.	Residuum
RSM	Reynolds-Spannungs Modell
S-A	Modell nach SPALART UND ALLMARAS [144]
SGS	Subgrid-Scale Modell
SST	Shear-Stress-Transport-Modell
UAE	Unsteady Aerodynamic Experiment
UIUC	University of Illinois at Urbana-Champaign
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes-Gleichungen
URL	Uniform Resource Locator
U.S.	United States
USA	United States of America
wf	Wandfunktion, Netz / Simulation ohne Auflösung der Wandgrenzschicht
XFOIL	Programm eines 2D-Panelverfahrens nach DRELA [33]

Lateinische Zeichen

A	$[m^2]$	Kontrollfläche, Querschnittsfläche
a		Untergrenze der parametrischen Laufvariable
a, a'		Axialer Induktionsfaktor, tangentialer Induktionsfaktor
a_1		Modellkonstante des SST-Modells
b	$[m]$	Profilbreite
b		Obergrenze der parametrischen Laufvariable
b_{ij}		Anisotropietensor der Reynolds-Spannungen
C		Stetigkeit
C		Konstante
\vec{C}		B-Spline-Kurve
C_i, C_μ		Modellkonstanten
$C_P, C_{P,Betz}$		Rotorleistungsbeiwert, max. Rotorleistungsbeiwert nach BETZ [15]
C_S		Rotorschubbeiwert
$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$		Modellkonstanten der k - ε -Modelle
C_η, C_L		Modellkonstanten des v'^2 - f -Modells
$c_a, c_{a,max}$		Auftriebsbeiwert, maximaler Auftriebsbeiwert
c_{b1}, c_{b2}, c_{v1}		Modellkonstanten des Spalart-Allmaras Modells
c_m, c_{m0}		Momentenbeiwert; Null-Auftriebs-Momentenbeiwert
c_p		Druckbeiwert
c_t, c_n		Profilkoeffizienten in tangentialer / normaler Richtung
c_u, c_s		Profilkoeffizienten in Umfangsrichtung / axialer Richtung
c_w, c_{wp}		Widerstandsbeiwert, druckbasierter Widerstandsbeiwert
c_{w1}, c_{w2}, c_{w3}		Modellkonstanten des Spalart-Allmaras Modells
$c_\theta, c_{\theta 1}, c_{\theta 3}$	$[m/s]$	Geschwindigkeitskomponenten in Umfangsrichtung
D_2		Modellkonstante des v'^2 - f -Modells

d	[m]	Größte Profildicke, Abstand
dr	[m]	Breite eines Kreisringsegments
E	[m ² /s ⁴]	Term in der ε -Gleichung
E	[kg m ² /s ²]	Kinetische Energie
e		Osten
F_1, F_2		Funktionen des SST-Modells
\vec{F}_a, \vec{F}_w	[N]	Auftriebskraft, Widerstandskraft
\vec{F}_t, \vec{F}_n	[N]	Tangentialkraft, Normalkraft
\vec{F}_u, \vec{F}_s	[N]	Umfangskraft, Schubkraft
\vec{F}_R	[N]	Resultierende Kraft
$F_S, F_{S,Exp}$	[N]	Rotorschub, experimentell bestimmter Rotorschub
f	[1/s]	Elliptischer Operator des v'^2 - f -Modells
f	[m]	Wölbung, max. Ordinate der Skelettlinie
f_{v1}, f_{v2}, f_w		Funktionen des Spalart-Allmaras Modells
f_μ, f_1, f_2		Dämpfungsfunktionen
g		Hilfsvariable des Spalart-Allmaras Modells
i		Laufindex
i_{min}, i_{max}		Linker / rechter Rand eines Netzes
j_{min}, j_{max}		Unterer / oberer Rand eines Netzes
K		Größter Index Kurven
k	[m ² /s ²]	Turbulente kinetische Energie
L_N	[m]	Gesamtlänge über alle Knoten / Punkte
L_T	[m]	Integrales turbulentes Längenmaß
l		Anzahl gleicher Knotenwerte
l	[m]	Seitenlänge einer Zelle; Profiltiefe, Länge der Profilsehne
M	[Nm]	Nickmoment bzgl. Referenzpunkt $\frac{1}{4}l$
M	[m ³ /s]	Dipolmoment
$M_z, M_{z,Exp}$	[Nm]	Rotordrehmoment, experimentell bestimmtes Rotordrehmoment
m		Größter Index Kontrollpunkte / Knoten / gegebene Punkte
m		Wölbungsmaß
m	[kg]	Masse
\dot{m}	[kg/s]	Massenstrom
N		Basis-Spline-Funktion
N		Anzahl Knoten / Punkte / Kreissegmente
N		Matrix
N_{Panels}		Panelanzahl
N_{Zellen}		Zellanzahl, Anzahl Zellschichten
n		Größter Index Kontrollpunkte
n		Norden
n	[1/min]	Drehzahl
\vec{n}		Zellflächennormale
n_{crit}		Critical Amplification Ratio
\mathbf{P}		Vektor von Punkten
\vec{P}, \vec{P}_i		Punkt, Kontrollpunkt
P, P_{gen}	[W]	Leistung, Abgegebene Generatorleistung

P_k	$[\text{m}^2/\text{s}^3]$	Produktion von k
P_{mech}	$[\text{W}]$	Mechanische Leistung
P_{Tu}		Position (Punkt) vor dem Profil zur Bestimmung von Tu
p		Grad; Wölbungsrücklage
p, p_{max}, p_{out}	$[\text{N}/\text{m}^2]$	Statischer Druck, max. statischer Druck, statischer Druck am Outlet
p_1, p_3	$[\text{N}/\text{m}^2]$	Statischer Druck weit vor / weit hinter dem Rotor
p_{2a}, p_{2b}	$[\text{N}/\text{m}^2]$	Statischer Druck kurz vor / kurz hinter der Rotorebene
\vec{Q}		Zu interpolierender / approximierender Punkt
q		Grad; Expansionsfaktor
q, q_1	$[\text{N}/\text{m}^2]$	Staudruck, Staudruck gebildet mit Windgeschwindigkeit v_1
R	$[\text{m}]$	Radius Rotorspitze, Radius Kreiszylinder
\mathbf{R}		Vektor von Punkten
r	$[\text{m}]$	Radius
r		Normierte Bogenlänge
r		Hilfsvariable des Spalart-Allmaras Modells
r_{Hub}	$[\text{m}]$	Radius der kugelförmigen Nabe
r_{min}, r_{max}	$[\text{m}]$	Minimale / maximale radiale Erstreckung des Rechengebiets
r_N	$[\text{m}]$	Nasenradius
Re		Reynolds-Zahl
Re_T, Re_y		Turbulente Reynolds-Zahl
S	$[1/\text{s}]$	Deformationsrate
\vec{S}		B-Spline-Fläche
\tilde{S}		Hilfsvariable des Spalart-Allmaras Modells
s		Normierte Bogenlänge
s		Süden
S_{ij}	$[1/\text{s}]$	Deformationstensor
T	$[\text{s}]$	Zeitintervall
T_T	$[\text{s}]$	Turbulentes Zeitmaß
t		Dickenverhältnis
t	$[\text{s}]$	Zeit
\vec{t}		Tangente an die Zellfläche
Tu		Turbulenzgrad
U		Knotenvektor
U	$[\text{m}/\text{s}]$	Umfangsgeschwindigkeit
u		Parametrische Laufvariable
u		Knoten
\vec{u}, u_i	$[\text{m}/\text{s}]$	Geschwindigkeitsvektor, Geschwindigkeitskomponente
u^+		Dimensionslose Geschwindigkeit
u'	$[\text{m}/\text{s}]$	Geschwindigkeitsschwankung
u_T	$[\text{m}/\text{s}]$	Turbulentes Geschwindigkeitsmaß
\vec{u}_t	$[\text{m}/\text{s}]$	Wandtangente Geschwindigkeitskomponente
u_∞	$[\text{m}/\text{s}]$	Geschwindigkeit der Grundströmung
u_τ	$[\text{m}/\text{s}]$	Schubspannungsgeschwindigkeit
$\overline{u'_i u'_j}$	$[\text{m}^2/\text{s}^2]$	Reynolds-Spannungstensor
V		Knotenvektor

v		Parametrische Laufvariable
v		Knoten
v'^2	[m ² /s ²]	Skalares Geschwindigkeitsmaß des v'^2 - f -Modells
v_1, v_2, v_3	[m/s]	Windgeschwindigkeit weit vor, am und weit hinter dem Rotor
v_{2a}, v_{2b}	[m/s]	Windgeschwindigkeit kurz vor / kurz hinter dem Rotor
w		Westen
w_1, w_2		Gewichtsfunktionen
\vec{w}	[m/s]	Relativgeschwindigkeit
w_z, w_θ	[m/s]	Axiale Komponente von \vec{w} , Umfangskomponente von \vec{w}
x, \vec{x}, x_i	[m]	Ortskoordinate
x_c	[m]	Abszisse der Skelettlinie / Wölbungslinie
x_d, x_f	[m]	Rücklage der größten Dicke, Rücklage der größten Wölbung
x_o, x_u	[m]	Abszisse der Profilloberseite / Profilunterseite
y	[m]	Ortskoordinate
$y^+, \overline{y^+}$		Dimensionsloser bzw. mittlerer dimensionsloser Wandabstand
y_c	[m]	Ordinate der Skelettlinie / Wölbungslinie
y_o, y_u	[m]	Ordinate der Profilloberseite / Profilunterseite
y_P	[m]	Wandabstand
y_t	[m]	Profil-Dickenverteilung
Z		Blattanzahl
z	[m]	Ortskoordinate
z_{min}, z_{max}	[m]	Axiale Erstreckung des Rechengebiets vor / nach der Windturbine

Griechische Zeichen

α		Gewichtung
α		Modellkonstante des k - ω -Modells
α, α_m	[°]	Aerodynamischer Anstellwinkel, gemessener Anströmwinkel
α_1, α_2		Modellkonstanten des SST-Modells
α_r		Relaxationsparameter
β		Modellkonstante des k - ω -Modells
β		Flux-Blending-Faktor
β, β_{tip}	[°]	Einstellwinkel, Einstellwinkel an der Blattspitze
β_1, β_2		Modellkonstanten des SST-Modells
β^*		Funktion des k - ω -Modells
Γ	[m ² /s]	Zirkulation
Δx	[m]	Abstand, Erstreckung
δ_{ij}		Kronecker Symbol
$\varepsilon, \varepsilon_0$	[m ² /s ³]	Dissipationsrate, Wandwert von ε
η		Normierte Indexvariable
η	[Ns/m ²]	Dynamische Viskosität
η_{GG}		System-Wirkungsgrad für Getriebe und Generator
η_T	[m]	Kolmogorov-Länge
θ	[°]	Steigungswinkel der Skelettlinie
θ	[m]	Bogenlänge
κ	[1/m]	Krümmung

κ		Kármán-Konstante
λ		Schnelllaufzahl
ν, ν_{eff}	[m ² /s]	Kinematische Viskosität, effektive kinematische Viskosität
ν_T	[m ² /s]	Kinematische Wirbelviskosität
ξ		Normierte Indexvariable
π		Kreiszahl
ρ	[kg/m ³]	Dichte
σ		Turbulente Prandtl-Zahl; Standardabweichung
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_\omega$		Modellkonstanten
σ_{k1}, σ_{k2}		Modellkonstanten des SST-Modells
$\sigma_{\omega1}, \sigma_{\omega2}$		Modellkonstanten des SST-Modells
τ_w	[N/m ²]	Wandschubspannung
Φ	[m ² /s]	Potentialfunktion
ϕ		Auf die allgemeine Variable ϕ bezogen
χ		Hilfsvariable des Spalart-Allmaras Modells
Ψ	[m ² /s]	Stromfunktion
Ω	[1/s]	Absolutwert der Wirbelstärke
Ω_{ij}	[1/s]	Rotationstensor
ω	[1/s]	Spezifische Dissipationsrate
ω	[rad/s]	Winkelgeschwindigkeit

Tiefgestellte Zeichen

1, 2, 3	Weit vor / in / weit hinter der Rotorebene der Windturbine
<i>abs</i>	Absolut
<i>d</i>	Doublet, Dipolströmung
<i>Exp</i>	Experiment
<i>eff</i>	Effektiv
<i>Hub</i>	Nabe
<i>i, j, k</i>	Laufindex
<i>in</i>	Eintritt (Inlet)
<i>mech</i>	Mechanisch
<i>n</i>	Normal
<i>P</i>	Zellmittelpunkt
<i>p, q</i>	Grad
<i>r</i>	Radiale Richtung
<i>rel</i>	Relativ
<i>S</i>	Schub
<i>T</i>	Turbulent
<i>t</i>	Tangential
<i>u</i>	Uniform, Parallelströmung
<i>v</i>	Vortex, Potentialwirbel
<i>W</i>	Wand
<i>x, y, z</i>	<i>x</i> -/ <i>y</i> -/ <i>z</i> -Richtung
θ	Umfangsrichtung
∞	Umgebung

Hochgestellte Zeichen

(k)	k -te Ableitung
m	Größter Knotenindex
OSH	Berechnet nach CHAKRAVARTHY UND OSHER [27]
p	Grad
T	Transponierte
UDS	Berechnet mittels Stromauf-Interpolation
+	Dimensionslose turbulente Größe

Sonstige

Δ	Differenz
$\frac{\partial}{\partial t}$	Partielle Ableitung nach der Zeit
$\frac{d}{d\phi}$	Ableitung nach der Variable ϕ
\mathcal{O}	Größenordnung; Ordnung
\times	Kreuzprodukt
\sim	Dimensionslose Variable
'	Schwankungsgröße; geändert; bei periodischen Rändern
-	Mittelwert; Parametrisierung

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird am Beispiel der dreiblättrigen Windturbine NREL Phase IV das stationäre Strömungsverhalten von Windturbinen mittels *Computational Fluid Dynamics* (CFD) untersucht. Dazu wird der auf den inkompressiblen Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) basierende lehrstuhleigene CFD-Solver *NS3D* verwendet. Ziel dieser Arbeit ist es neben der Visualisierung und Analyse der Strömungsvorgänge am Windturbinenblatt auch die Sensitivität des Strömungsverhaltens auf Änderungen verschiedener Modellierungsparameter darzustellen. Die Arbeit beschreibt den gesamten Simulationsprozess, beginnend bei der Geometriebeschreibung über die Netzgenerierung und dem Preprocessing bis zur Strömungssimulation samt verwendeter Turbulenzmodelle sowie dem anschließenden Postprocessing. Ein eigenes Kapitel geht auf die für die Strömungssimulation von Windturbinenprofil und Windturbinenblatt verwendete Modellierung ein.

Bevor die Strömungsverhältnisse am Windturbinenblatt untersucht werden, wird zunächst die zweidimensionale Strömung am Windturbinenprofil NREL S809 mit dem 2D-Panelverfahren *XFOIL*, dem RANS-Solver *NS3D* sowie dem kommerziellen CFD-System *Ansys-CFX* simuliert. Es zeigt sich, dass die Diskretisierungs-Ordnung, der Turbulenzgrad, die Größe des Rechengebietes sowie Anzahl und Verteilung der Netzknoten einen starken Einfluss auf die Profilpolare haben. Außerdem wird eine Auswahl an Turbulenzmodellen mit und ohne Auflösung der Grenzschicht untersucht. Insbesondere die Resultate des Turbulenzmodells nach Lien, Chen und Leschziner (LCL) zeigen hier eine gute Übereinstimmung mit den Windkanal-Messdaten, weshalb die 3D-Simulationen in dieser Arbeit hauptsächlich mit diesem Modell durchgeführt werden.

Bei der 3D-Simulation wird die Strömung um ein einzelnes Windturbinenblatt, d. h. ein 120° -Segment des Rotors, betrachtet. Analog zu den 2D-Profil-Untersuchungen werden die integralen Rotorwerte, wie Rotordrehmoment und Rotorschubkraft, von der Diskretisierungs-Ordnung, der Rechengebietsgröße sowie der Netzauflösung deutlich beeinflusst. Neben der Betrachtung dieser Modellierungsgrößen wird das Verhalten bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten sowohl mittels *NS3D* als auch mit *Ansys-CFX* untersucht und mit experimentellen Daten verglichen. Dabei zeigt die stationäre Strömungssimulation mit dem LCL-Turbulenzmodell eine gute Übereinstimmung, lediglich bei hohen Windgeschwindigkeiten und den daraus resultierenden großen Anstellwinkeln wird das Rotordrehmoment überschätzt.

Für die Analyse der Strömungsverhältnisse direkt am Windturbinenblatt werden der lokale Anstellwinkel, die Profilkoeffizienten sowie Druckverläufe und Leistungsverteilung herangezogen. Mittels Stromlinienverläufen wird die Strömung entlang der Blattoberfläche bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten visualisiert. Im Nah- und Fernbereich des Rotors wird die Strömung auf Schnittebenen vor und hinter der Rotorebene, in der Meridianansicht sowie umfangsgemittelt auf konstantem Radius analysiert.

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Die Deckung des weltweit wachsenden Energiebedarfs ist eines der großen Themen unserer Zeit. Die Windenergie als eine Form von regenerativer Energie kann hierzu einen nachhaltigen und ressourcenschonenden Beitrag leisten.

Für die Nutzung der Windenergie mittels Windkraftanlagen stehen allerdings Standorte mit wirtschaftlich nutzbaren Windverhältnissen nur begrenzt zur Verfügung. Des Weiteren kann es u. a. Einschränkungen durch Natur- und Landschaftsschutz oder durch Anwohner geben. Eine Windturbine sollte daher das vorhandene Windangebot möglichst effizient in elektrische Energie wandeln. Voraussetzung dafür ist ein optimales Design der Rotorblätter. Dazu ist die Kenntnis der Strömungsverhältnisse um und am Windturbinenblatt unerlässlich.

Während das Strömungsverhalten experimentell nur in einzelnen Bereichen des Rotorblatts bestimmt werden kann, liefert die Strömungssimulation alle berechneten Strömungsgrößen im gesamten Rechengebiet. Die Berechnung integraler Größen zur Bilanzierung ist nach geeigneter Mittelung genauso möglich wie die Betrachtung lokaler Strömungsverhältnisse in einem Detailbereich. Grundlage jeder Simulation ist ein Simulationsmodell, durch das die Realität nachgebildet wird. Die Auswahl eines geeigneten Modells und die Qualität der jeweiligen Modellierung bestimmen das Simulationsergebnis wesentlich.

Bei der Strömungssimulation mittels Reynolds-gemittelter Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) werden die Strömung beschreibenden Gleichungen an diskreten Netz-Punkten im Rechengebiet berechnet. Die räumliche Ausdehnung des Rechengebiets, die Anzahl von Netzpunkten, die Netzverzerrung sowie die Auflösung von Geometrie und Grenzschicht beeinflussen die Ergebnisse. Außerdem wirkt sich auch die Wahl des Turbulenzmodells und die Art der Diskretisierung auf die berechneten Strömungsverhältnisse aus.

Um das Strömungsverhalten möglichst realitätsnah vorherzusagen, ist der Einfluss unterschiedlicher Modellierungen und ihrer jeweiligen Modellierungsparameter auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen. Erst mit Kenntnis dieser Zusammenhänge können Aufwand und Nutzen der Simulation abgeschätzt werden. Eine effiziente und realitätsnahe Berechnung der Strömung kann so sichergestellt werden.

1.2 Stand des Wissens

Die Aerodynamik der Windturbine wird ausführlich von HANSEN [64] sowie von HANSEN UND BUTTERFIELD [61] beschrieben. Für den Auslegungprozess eines Windturbinenblattes werden neben diesem Wissen zusätzlich präzise, zuverlässige und gleichzeitig robuste numerische Methoden zur Vorhersage der aerodynamischen Eigenschaften und der daraus resultierenden Rotorleistung im gesamten Einsatzbereich benötigt. Die korrekte Berechnung des Strömungsverhaltens bei Windturbinen ist allerdings immer noch anspruchsvoll, vgl. LEISHMAN [82].

HANSEN ET AL. [66] geben einen umfassenden Überblick über die aktuell verwendeten Werkzeuge der *Computational Fluid Dynamics* (CFD), mit denen die Aerodynamik bei Windturbinen untersucht wird. Für die Auslegung von Windturbinen wird heutzutage meist eine Form der *Blade Element Momentum Methode* verwendet, während für die Simulation der Strömungsverhältnisse einer Windturbine in zunehmendem Maße *Navier-Stokes-Solver* zur Anwendung kommen.

Blade Element Momentum Methode

Die Blattelementmethode (BEM) geht auf FROUDE [55] zurück. Das Verfahren wird von GLAUERT [58] für die Auslegung von Propellern beschrieben und von WILSON UND LISSAMAN [158] auch auf Windturbinen angewendet. Diese Methode ist aufgrund des vergleichsweise geringen Rechenaufwands sehr schnell. Sie wird in Kapitel 2.6.4 beschrieben.

In erweiterter Form wird sie heute als Standard-Methode zur Auslegung von Windturbinenblättern verwendet. So existieren Verfahren, die die Blattspitzen-Verluste berücksichtigen, siehe bspw. SHEN ET AL. [130] oder HANSEN UND JOHANSEN [65]. Dynamische Modelle simulieren das zeitliche Verhalten bei Änderung der Zuströmgeschwindigkeit, siehe SCHEPERS ET AL. [122] bzw. SNEL UND SCHEPERS [137]. Für die Simulation bei schräg angeströmter Rotorebene finden Verfahren aus der Hubschrauber-Aerodynamik Anwendung. HANSEN ET AL. [62] verwenden das Beddoes-Leishman-Modell [81] um den *dynamic stall* zu simulieren. Dieses Modell berücksichtigt u. a. die Ablösung an der Vorderkante sowie Kompressibilitätseffekte und korrigiert Auftriebs- und Widerstandsbeiwert entsprechend.

Um die Blattelementmethode anwenden zu können, ist es oft notwendig, vorhandene Profildaten in den abgerissenen Bereich zu extrapolieren und/oder Rotationseffekte, wie bspw. von BUTTERFIELD ET AL. [22] beschrieben, zu berücksichtigen. So wurden Methoden entwickelt mit deren Hilfe aus CFD-Rechenergebnissen 3D-Profildaten extrahiert werden können, vgl. JOHANSEN UND SØRENSEN [73]. Des Weiteren gibt es auch Verfahren, mit denen 2D-Profildaten um die 3D-Effekte korrigiert werden können, siehe bspw. BAK ET AL. [9].

Navier-Stokes-Solver

In den achtziger Jahren wurde CFD auf Flugzeugflügel und Rotorkonfigurationen von Hubschraubern angewendet, siehe bspw. BORLAND ET AL. [17], SANKAR ET AL. [118], STEGER UND CARADONNA [147] oder CARADONNA ET AL. [23]. Kamen zunächst instationäre Euler-Solver zum

Einsatz, wie zum Beispiel von SANKAR ET AL. [119], JAMESON UND BAKER [72] oder AGARWAL UND DEESE [4] beschrieben, so wurden mit zunehmender Rechenleistung der Computer bald Solver verwendet, die die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes (RANS) Gleichungen lösten. Somit wurden reibungsbehaftete Strömungen bereits Ende der achtziger Jahre untersucht, vgl. SRINIVASAN UND MCCROSKEY [146].

Über die Simulation der Aerodynamik von Windturbinen mittels RANS-Solvern wird erst in den Neunzigern berichtet, siehe bspw. HANSEN ET AL. [63], XU UND SANKAR [163] oder DUQUE ET AL. [38]. In nationalen und europäischen Projekten, wie bspw. *VISWIND* [139] oder *VISCEL* [28] wurde die Simulation der Strömung durch den Windturbinenrotor mittels Navier-Stokes-Solvern weiterentwickelt. Im letztgenannten Projekt wird auch die Aeroelastizität mit berücksichtigt, vgl. CHAVIAROPOULOS ET AL. [29].

Ansätze

Zahlreiche CFD-Codes zur Rotor-Berechnung stammen aus dem Bereich der Luftfahrt und lösen hauptsächlich die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen, da sie für Berechnungen im subsonischen und transsonischen Bereich gedacht sind, siehe bspw. MEAKIN [93], RIZZI ET AL. [115] oder KROLL ET AL. [76]. Bei der Anwendung auf Hubschrauber-Rotoren spielt die Kompressibilität eine große Rolle. Die Mach-Zahlen bei einer Windturbine sind dagegen viel geringer. Besonders im Nabenbereich der Windturbine sind die Strömungsgeschwindigkeiten vergleichsweise gering. Die Luft verhält sich hier inkompressibel, so dass es schwierig wird, die kompressiblen Strömungsgleichungen zu lösen.

Mit der *Artificial Compressibility Method* nach CHORIN [31] ist es möglich, die kompressiblen Gleichungen auch auf inkompressible Problemstellungen anzuwenden, vgl. YUAN ET AL. [164]. Dadurch können die bewährten CFD-Codes aus der Luftfahrt-Branche auch auf Windturbinen angewendet werden.

Aufgrund der geringen Mach-Zahlen können auch die inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen für die Simulation der Windturbinen-Aerodynamik verwendet werden. Für gewöhnlich werden druckbasierte Methoden verwendet, vgl. bspw. CHORIN [30], PATANKAR UND SPALDING [102] oder RHIE [112]. Mit diesen Solvern können sowohl stationäre als auch instationäre Problemstellungen gelöst werden, siehe FERZIGER UND PERIĆ [47].

Turbulenzmodelle

Für technische Problemstellungen, insbesondere bei der Strömungssimulation von Windturbinen, können die Navier-Stokes Gleichungen nicht direkt gelöst werden, weswegen eine Art von Turbulenzmodellierung benötigt wird, vgl. Kapitel 2.5.2. Weit verbreitet sind heutzutage Solver, die die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) in Verbindung mit Turbulenzmodellen lösen. Eine Vielzahl von Turbulenzmodellen zeigt bei der Anwendung auf Windturbinen gute Resultate. Sehr erfolgreich sind das *k- ω -SST*-Modell von MENTER [94], das *Spalart-Allmaras*-Eingleichungsmodell [143] sowie das *Baldwin-Barth*-Modell [10]. Dagegen ist das häufig bei der Strömungssimulation von Helikoptern verwendete *Baldwin-Lomax*-Modell [11] wegen der bei Windturbinen üblichen hohen Anstellwinkel weniger gut geeignet.

Verschiedene Untersuchungen von Stall-geregelten Windturbinen zeigen, dass die RANS-Modellierung Schwächen bei der Abbildung der abgelösten Strömung bei hohen Windgeschwindigkeiten aufweist. Eine verbesserte Darstellung der Wirbelstrukturen könnte mittels der *Detached Eddy Simulation* (DES) erreicht werden, siehe bspw. WUNDERER UND SCHILLING [160], TRAVIN ET AL. [154] oder STRELETS [149]. Allerdings werden bei der DES feiner aufgelöste Netze benötigt, was bei zeitechter Simulation zu einem enormen Rechenzeitbedarf führt.

Bei bisher durchgeführten CFD-Untersuchungen wurden meist voll turbulente Bedingungen angenommen. Bereits bei 2D-Anwendungen können Transitionsmodelle die Genauigkeit der Simulation erhöhen. Um der Physik so nahe wie möglich zu kommen, ist die genaue Vorhersage der Transition in 3D am Windturbinenblatt wichtig, vgl. XU UND SANKAR [162] oder MICHELSEN UND SØRENSEN [96]. Aufgrund der hohen Komplexität ist die Transitions-Modellierung in 3D aber derzeit noch ein Feld der Forschung.

Geometrie und Netze

Um einen Rotor mittels CFD zu simulieren, muss zunächst eine digitale Beschreibung des Windturbinenblattes erzeugt werden. Häufig wird die Geometrie über Profilschnitte auf bestimmten Radien beschrieben. Für die Netzgenerierung werden entweder zunächst aus diesen Daten geeignete Freiformflächen erzeugt oder es wird entsprechend zwischen den gegebenen Schnitten interpoliert. Dabei weisen die Windturbinenblätter häufig eine starke Verwindung bei gleichzeitiger Verjüngung zur Blattspitze hin auf.

Je nach verwendetem Solver kommen entweder strukturierte oder unstrukturierte Netze zur Anwendung. Unstrukturierte Netze weisen meist mehrere Prismenschichten entlang des Windturbinenblattes auf. Die überwiegende Zahl von Windturbinensimulationen wird auf strukturierten Hexaedernetzen in Multiblock-Topologie durchgeführt.

Eine gute Auflösung des Windturbinenblattes und des Bereichs in der direkten Blattumgebung ist notwendig, um die Strömungsphysik korrekt abbilden zu können. Wegen der hohen Reynolds-Zahl am Blattaußenbereich werden die Zellen dort sehr dünn. Gleichzeitig ist das Rechengebiet mehrere Rotor-Durchmesser groß, damit die Randbedingungen nicht die Strömung im Bereich des Windturbinenblattes stören. Trotz einer starken Vergrößerung der Netze zu den Außenrändern des Rechengebiets hin, weisen Rechennetze für RANS-Solver dennoch ca. 2 Millionen Zellen und mehr auf. Bei gleichmäßiger axialer Zuströmung kann die Periodizität des Rotors allerdings derart genutzt werden, dass lediglich ein Windturbinenblatt mit entsprechenden periodischen Randbedingungen simuliert wird. Somit lassen sich Netzknoten und damit Rechenzeit einsparen.

Aktuelle CFD-Anwendungen

Im Jahr 2000 wurde vom National Renewable Energy Laboratory (NREL) des U.S. Department of Energy (DOE) der sog. *Blind Comparison Test* ausgerufen, bei dem die aerodynamischen Eigenschaften durch Rechnungen gegebener Windturbinen-Geometrien „blind“ vorhergesagt werden sollten, siehe zum Beispiel FINGERSH ET AL. [51] oder SIMMS ET AL. [132]. Später wurden die Messergebnisse veröffentlicht. Sie umfassen Druckverteilungen und Anstellwinkel auf bestimmten

Radien sowie verschiedene Moment- und Kraft-Messwerte für den Vergleich mit aeroelastischen Berechnungen, siehe auch Kapitel 3.2.

Dieser *Blind Test* ist auch unter den Namen *Combined Experiment* oder *Unsteady Aerodynamics Experiment* (UAE) bekannt. Eine Auswahl von Veröffentlichungen findet sich auf den Internetseiten von NREL [98]. Das Energy research Centre of the Netherlands (ECN) stellt in der IEA-ANNEX-DATENBANK [43] eine Auswahl von NREL-Messdaten sowie Daten von Turbinen weiterer Forschungseinrichtungen zur Verfügung, siehe SCHEPPERS ET AL. [120].

Zuletzt wurde von NREL die zweiblättrige Windturbine Phase VI sowohl im 80' × 120'-Windtunnel der NASA am Ames Research Center als auch im Freilandversuch am National Wind Technology Center (NWTC) vermessen. In zahlreichen aktuellen Veröffentlichungen werden die NREL-Windturbinen mittels CFD simuliert und die Ergebnisse mit den Messdaten verglichen, siehe bspw. SØRENSEN ET AL. [141], DUQUE ET AL. [37], BENJANIRAT ET AL. [13] oder LE PAPE UND LECANU [80]. Es existieren auch Messdaten für NREL-Windturbinen mit schräg angeströmtem Rotor. Entsprechende instationäre CFD-Simulationen wurden auch hierfür durchgeführt, vgl. XU UND SANKAR [162], SØRENSEN ET AL. [142], MADSEN ET AL. [89] oder TONGCHITPAKDEE ET AL. [153].

Bereits HIMMELSKAMP [68] beschreibt für Propeller Effekte, die von der Rotation herrühren. Bei Windturbinen führen diese im Nabenbereich bei großen Anstellwinkeln zu höherem Auftrieb und verzögertem Strömungsabriss. Dieses Verhalten wird mittels CFD von VAN ROOIJ UND ARENS [92] bestätigt. 3D-Effekte und Rotation haben auch Auswirkungen auf die Grenzschicht, wie bspw. von CARCANGIU ET AL. [24], MARTÍNEZ H. ET AL. [91] und SCHRECK ET AL. [127] beschrieben. Von MADSEN ET AL. [88] werden Korrekturen vorgeschlagen, durch die die 3D-Effekte auch bei der Blattelementmethode berücksichtigt werden. Mittels CFD kann die Blattelementmethode überprüft werden, vgl. bspw. LAURSEN ET AL. [79]. Ziel ist es, neue und verbesserte Auslegungsmethoden zu erhalten, siehe zum Beispiel OKULOV UND SØRENSEN [101] sowie GRECO ET AL. [59].

Neben den 3D-Rotoreffekten wird das Strömungsfeld am Windturbinenblatt auch von der Gestalt der Blattspitze beeinflusst. So untersuchen FERRER UND MUNDUATE [46] mittels CFD die Auswirkungen verschiedener Blattspitzen und GAUNAA UND JOHANSEN [57] den Einfluss von Winglets auf die Strömung.

Außer der Blatumströmung ist auch das Strömungsverhalten im Nachlauf des Rotors für die Anordnung von Windturbinen in einem Windpark von Interesse. WUSSOW ET AL. [161] berechnen mittels CFD die Strömung um die Windturbinenblätter, um die dreidimensionale turbulente Strömung hinter einer Windturbine zu erfassen. Das Verhalten von an der Blattspitze und der Blattwurzel erzeugten Wirbeln im Nachlauf wird von IVANELL ET AL. [70] untersucht.

Mit zunehmender Größe von Windturbinen muss nicht nur die Aerodynamik sondern auch die Aeroelastizität berücksichtigt werden, siehe SØRENSEN UND JOHANSEN [140] sowie HILLMER ET AL. [67]. Die Kopplung von 3D-CFD-Solvern mit Programmen zur Analyse der Aeroelastizität zählt zu den aktuellen Forschungsgebieten, vgl. STREINER ET AL. [148].

Ein weiteres Forschungsgebiet ist die Kopplung von CFD und Computational Aeroacoustics (CAA), mit deren Hilfe die Entstehung und Ausbreitung aerodynamisch erzeugter Geräusche berechnet wird, siehe bspw. ZHU ET AL. [165] oder SHEN UND SØRENSEN [131]. Um feine

Wirbelstrukturen auflösen zu können, werden von JOHANSEN ET AL. [74] Detached Eddy Simulationen (DES) auf Netzen mit ca. 15 Millionen Zellen durchgeführt. Auch eine Large Eddy Simulation (LES) mit ca. 300 Millionen Netzknoten wurde bereits von FLEIG UND ARAKAWA [52] auf dem *Earth Simulator* in Japan durchgeführt, um die Geräuschenstehung durch Wirbel an der Blattspitze zu untersuchen, siehe auch FLEIG ET AL. [53].

1.3 Zielsetzung

Der Lehrstuhl für Fluidmechanik (FLM) der Technischen Universität München verfügt über langjährige Erfahrung in der Auslegung, Simulation und Optimierung unterschiedlichster Strömungsmaschinen. Aufbauend auf der Arbeit von RITZINGER [114] entstanden leistungsfähige Simulationssysteme zur Strömungsberechnung von Wasserturbinen, siehe THUM [152], Pumpen, siehe SCHILLING ET AL. [124], Ventilatoren, siehe SCHILLING ET AL. [125], Verdichter, siehe BADER [8] und gehäuselosen hydraulischen Strömungsmaschinen, siehe SCHUSTER [128]. Für die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse wird der von EINZINGER [44] erstellte, von BOGNER UND FLURL [16] weiterentwickelte und von FIEREDER [49] um das Turbulenzmodell nach SPALART UND ALLMARAS [144] (S-A) erweiterte Navier-Stokes-Solver *NS3D* des FLM verwendet. Mit diesem Solver soll das stationäre Strömungsverhalten an Windturbinen mit horizontaler Rotorachse simuliert werden. Dafür ist die notwendige Infrastruktur, bestehend aus Geometriebeschreibung, Netzgenerierung sowie Pre- und Postprocessing, zu erstellen. Am Beispiel der dreiblättrigen Windturbine NREL Phase IV sollen die Untersuchungen in zwei Teilschritten durchgeführt werden.

Im ersten Teil werden verschiedene Einflussfaktoren der Modellierung auf das von SOMERS [138] für Windturbinen entworfene Profil NREL S809 mittels 2D-Simulation untersucht. Im Einzelnen sind das die Diskretisierungs-Ordnung, die Größe des Rechengebiets sowie Anzahl und Verteilung der Netzknoten. Die Auswirkungen verschiedener Turbulenzmodelle auf die Profilverläufe sollen dargestellt werden. Dabei kommen sowohl Modelle, die die Grenzschicht auflösen, sog. *lowRe*-Modelle als auch Modelle mit Wandfunktion zum Einsatz. Insbesondere soll das Turbulenzmodell von LIEN ET AL. [83] (LCL) untersucht werden, da es bei Turbomaschinen gute Resultate liefert, vgl. SKODA [135]. Als wichtig werden auch die Auswirkungen unterschiedlicher Turbulenzgrade auf die Simulationsergebnisse erachtet. Neben dem Solver *NS3D* sollen auch das kommerzielle CFD-System *Ansys-CFX* sowie das 2D-Panelverfahren mit Grenzschichtberechnung *XFOIL* zur Simulation verwendet und die Ergebnisse mit Messdaten verglichen werden.

Im zweiten Teil wird unter Verwendung der Erkenntnisse aus den 2D-Simulationen das Strömungsverhalten an einem Windturbinenblatt in 3D simuliert. Auch hier wird der Einfluss von Diskretisierungs-Ordnung, Rechengebietsgröße und Netzauflösung auf die Strömung untersucht. Des Weiteren sollen Simulationen mit unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten durchgeführt werden. Die sowohl mit *NS3D* als auch mit *Ansys-CFX* gewonnenen Simulationsergebnisse sind mit Messdaten zu vergleichen.

Die in dieser Arbeit präsentierten Resultate sollen neben der Analyse der Strömungsverhältnisse am Windturbinenblatt vor allem auch eine Aussage über die Sensitivität der Simulationsergebnisse auf verschiedene Modellierungsparameter liefern.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die wesentlichen theoretischen Grundlagen beschrieben, die für die numerische Strömungssimulation von Windturbinen von Bedeutung sind. Die einzelnen Themengebiete werden entsprechend der in Bild 2.1 dargestellten Reihenfolge behandelt.

Die Beschreibung der Geometrie des Windturbinenblattes erfolgt in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe von Basis-Spline-Flächen. Daher werden in diesem Kapitel zunächst die zu Grunde liegenden B-Spline-Kurven, die verwendeten Interpolations- und Approximations-Verfahren sowie die Beschreibung von Profil- und Blatt-Geometrien behandelt. Die resultierenden parametrischen Flächen sind Eingangsdaten für die Vernetzung.

Die Rechennetze werden mittels eines im Rahmen dieser Arbeit erstellten Netzgenerators für Windturbinenblätter erzeugt. Mit Hilfe dieses Netzgenerators kann sichergestellt werden, dass die dimensionslosen Wandabstände (y^+) am gesamten Windturbinenblatt im gewünschten Gültigkeitsbereich liegen. Dafür werden auf verschiedenen Radien die Strömungsverhältnisse abgeschätzt und entsprechende 2D-CFD-Rechnungen durchgeführt. Die Parameter für die Netzgenerierung werden dabei iterativ angepasst, bis die y^+ -Werte im gewünschten Bereich zu liegen kommen, vgl. Bild 2.1. Die ermittelten Parameter werden dann bei der darauf folgenden 3D-Vernetzung verwendet.

Nach der Behandlung der verwendeten Vernetzungstechniken wird auf die strömungsbeschreibenden Erhaltungsgleichungen eingegangen. Insbesondere wird ein Überblick über die in dieser Arbeit verwendeten Turbulenz-Modelle gegeben. Die verschiedenen Turbulenzmodelle werden bei der Untersuchung der 2D-Strömung um ein Profil verwendet, um geeignete Modelle für die 3D-Simulation auszuwählen. Außerdem werden die Randbedingungen und Konnektivitäten behandelt, die bei den 2D- und 3D-Simulationen zur Anwendung kommen.

Neben dem Vergleich von Simulations-Ergebnissen mit Messwerten ist auch die Validierung gegen theoretische Kenngrößen von Interesse. Diese Kenngrößen sowie die Umrechnung von lokalen Profil-Beiwerten in globale Schub- und Leistungs-Beiwerte einer Windturbine werden am Schluss dieses Kapitels behandelt.

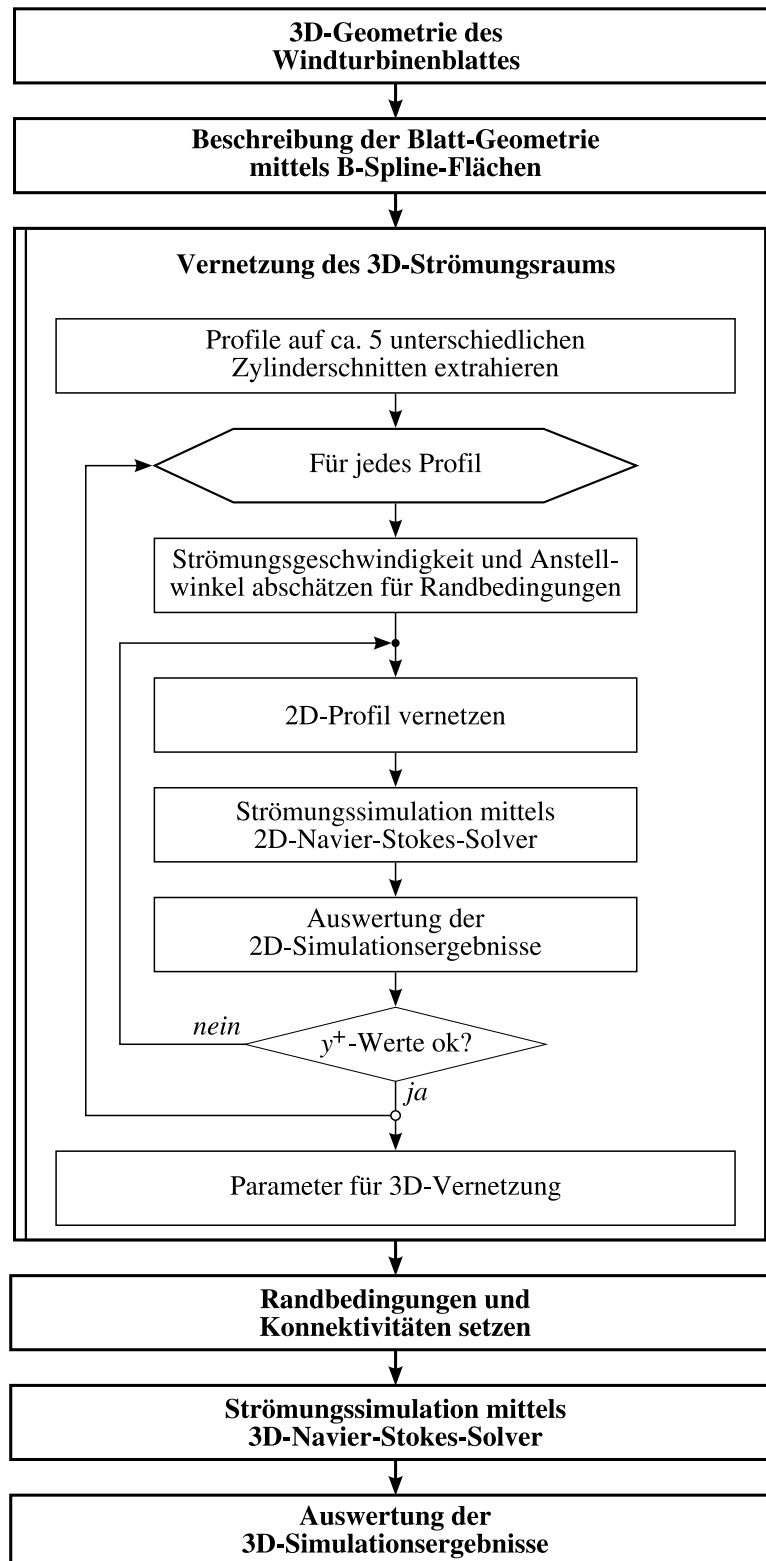


Bild 2.1: Vorgehensweise bei der numerischen 3D-Strömungssimulation von Windturbinen

2.1 Basis-Spline-Kurven

Basis-Spline-Kurven, oft auch als B-Spline-Kurven bezeichnet, sind segmentweise aus Polynomen vom Grad p zusammengesetzte parametrische Kurven. Der Verlauf dieser Kurven wird durch beschreibende Kontrollpunkte \vec{P}_i festgelegt. Durch die segmentweise Beschreibung wirkt sich die Änderung eines Kontrollpunktes nur lokal auf den Verlauf der B-Spline-Kurve aus, siehe Bild 2.2. Außerdem können beliebig viele beschreibende Punkte verwendet werden, ohne den Polynomgrad der zugrundeliegenden Basis-Spline-Funktionen $N_{i,p}(u)$ erhöhen zu müssen, vgl. ROGERS [116].

2.1.1 Definition von B-Spline-Kurven

Eine B-Spline-Kurve $\vec{C}(u)$ vom Grad p wird nach PIEGL UND TILLER [105] beschrieben durch die Gleichung

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \cdot \vec{P}_i \quad \text{für } a \leq u \leq b, \quad (2.1)$$

mit $(n+1)$ Kontrollpunkten \vec{P}_i und den durch Rekursion berechneten Basis-Funktionen $N_{i,p}(u)$:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } u_i \leq u \leq u_{i+1}, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u). \quad (2.2)$$

Quotienten mit „0“ im Nenner werden dabei durch den Wert „0“ ersetzt. Die Basis-Funktionen sind definiert innerhalb des nicht-periodischen und nicht-uniformen Knotenvektors U :

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{(p+1)\text{-fach}}, \underbrace{u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}}_{\text{innere Knoten}}, \underbrace{b, \dots, b}_{(p+1)\text{-fach}} \right\} \quad \text{mit } m = n + p + 1. \quad (2.3)$$

Für die Knoten u_i des Knotenvektors $U = \{u_0, \dots, u_m\}$ gilt: $u_i \leq u_{i+1}$ mit $i = 0, \dots, m-1$.

Bei einfacher Gewichtung der inneren Knoten im Knotenvektor, d. h. $u_i < u_{i+1}$, gehen die Segmente einer B-Spline-Kurve an den Knoten C^{p-1} -stetig ineinander über, siehe Bild 2.2 und Bild 2.3. Fallen im Knotenvektor l Parameterwerte zusammen, d. h. $u_i = u_{i+1} = \dots = u_{i+l-1}$, so reduziert sich die Differentiationsordnung der B-Spline-Funktion $N_{i,p}(u_i)$ von C^{p-1} auf C^{p-l-1} , siehe Bild 2.5. In Bild 2.4 ist dargestellt, wie auf diese Weise Unstetigkeiten, wie z.B. Ecken, im Kurvenverlauf erzwungen werden können.

Nach Gleichung (2.2) wirkt sich die Änderung eines Kontrollpunktes einer B-Spline-Kurve lediglich auf die Form von bis zu $(p+1)$ Kurvensegmente aus, siehe Bild 2.2. Die Form eines Segments wird von bis zu $(p+1)$ Kontrollpunkten bestimmt.

Für B-Spline-Kurven gilt $p \leq n$. Für $p = n$ geht die B-Spline-Kurve in eine Bézier-Kurve über, d. h. die Kurve besteht aus einem einzigen Segment. Die Basis-Funktionen repräsentieren dann

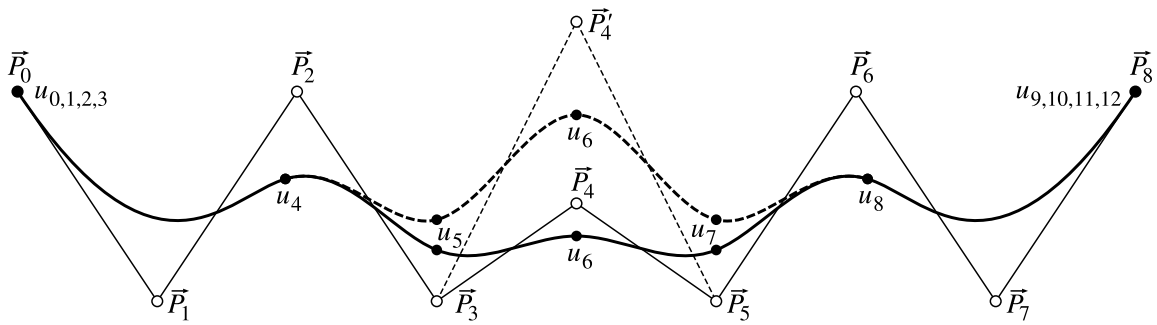


Bild 2.2: B-Spline-Kurve vom Grad $p = 3$, $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, 1, 1, 1\}$: Änderung des Kontrollpunktes \vec{P}_4 nach \vec{P}'_4 wirkt sich auf 4 Segmente (gestrichelt) aus

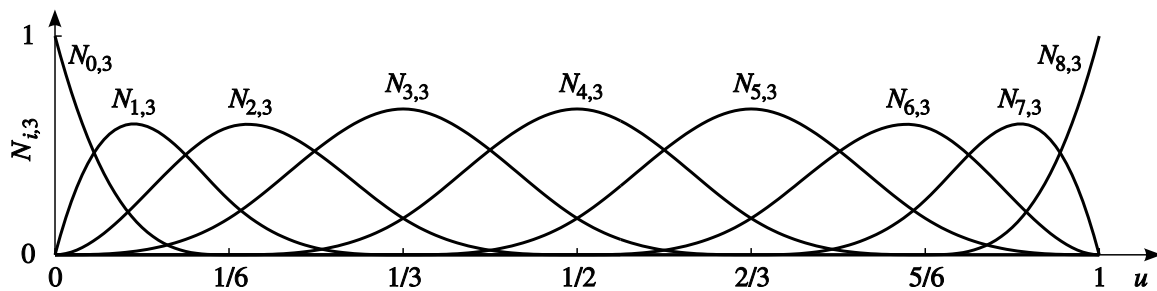


Bild 2.3: Basis-Funktionen $N_{i,3}$ zur B-Spline-Kurve von Bild 2.2 mit Knotenvektor $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, 1, 1, 1\}$

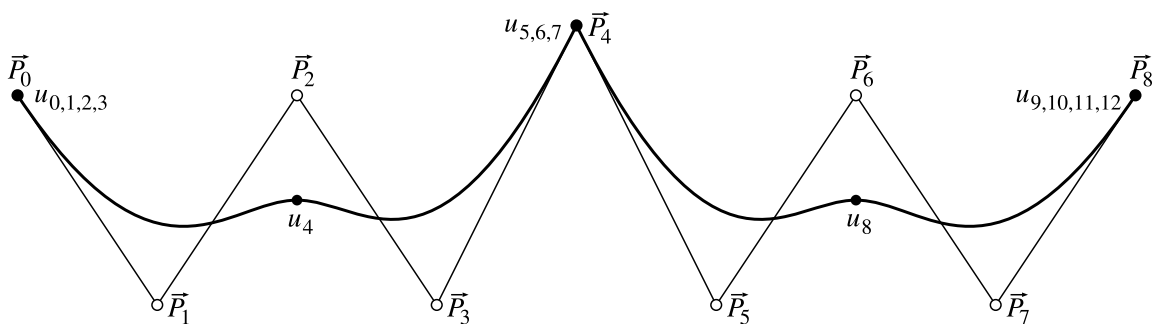


Bild 2.4: B-Spline-Kurve vom Grad $p = 3$ mit Ecke bei $u = \frac{1}{2}$, erzwungen durch Mehrfachbelegung des Knotenvektors mit $u_5 = u_6 = u_7 = \frac{1}{2}$; $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1\}$

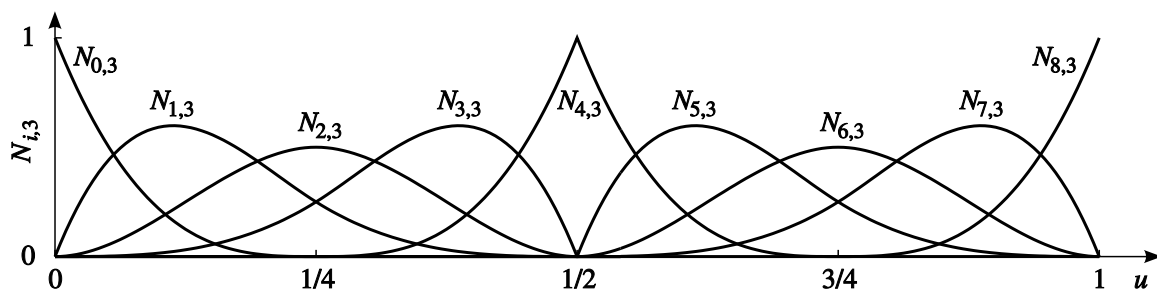


Bild 2.5: Basis-Funktionen $N_{i,3}$ zur B-Spline-Kurve von Bild 2.4 mit Knotenvektor $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1\}$

die Bernstein-Polynome und der Knotenvektor aus Gleichung (2.3) enthält keine inneren Knoten mehr:

$$U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\} . \quad (2.4)$$

2.1.2 Ableitungen von B-Spline-Kurven

Die k -te Ableitung der B-Spline-Kurve $\vec{C}^{(k)}(u)$ an der durch den Parameter u definierten Stelle, lautet:

$$\vec{C}^{(k)}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}^{(k)}(u) \cdot \vec{P}_i \quad (2.5)$$

mit der k -ten Ableitung der Basis-Funktion $N_{i,p}^{(k)}(u)$, die sich rekursiv berechnen lässt aus:

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = p \cdot \left(\frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) . \quad (2.6)$$

Höhere Ableitungen, d. h. $k > p$, haben den Wert $\vec{0}$.

Mit Hilfe der ersten und zweiten Ableitung lässt sich die Krümmung $\kappa(u)$ bestimmen. Sie ist nach MEYBERG UND VACHENAUER [95] bei einer zweimal differenzierbaren, parametrischen, dreidimensionalen Kurve $\vec{C}(u)$ definiert durch:

$$\kappa(u) = \frac{|\vec{C}^{(1)}(u) \times \vec{C}^{(2)}(u)|}{|\vec{C}^{(1)}(u)|^3} \quad \text{für } \vec{C}^{(1)}(u) \neq 0 . \quad (2.7)$$

Für $\kappa(u) \neq 0$ ist der Radius $r(u)$ des Krümmungskreises in der Schmiegebene: $r(u) = 1/\kappa(u)$.

2.1.3 Interpolation mittels B-Spline-Kurven

Gleichung (2.1) definiert den Verlauf einer B-Spline-Kurve bei gegebenen Kontrollpunkten. Oft muss jedoch die inverse Aufgabenstellung gelöst werden: Mittels der gegebenen Punkte \vec{Q}_k , $k = 0, \dots, n$, sollen die noch unbekanntenen Kontrollpunkte \vec{P}_i einer Basis-Spline-Kurve vom Grad p berechnet werden. Bei der Interpolation verläuft die gesuchte Kurve durch die gegebenen Punkte und wird wie folgt bestimmt:

- Parametrisieren der geg. Punkte, d. h. jedem Punkt \vec{Q}_k wird ein Parameterwert \bar{u}_k zugewiesen.
- Bestimmung der Werte des Knotenvektors $U = \{u_0, \dots, u_m\}$.
- Aufstellen und Lösen des linearen Gleichungssystems der Größe $(n+1) \times (n+1)$:

$$\vec{Q}_k = \vec{C}(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) \cdot \vec{P}_i . \quad (2.8)$$

Als Ergebnis erhält man die $(n + 1)$ unbekanntes Kontrollpunkte \vec{P}_i der gesuchten B-Spline-Kurve. Dabei haben die Art der Parametrisierung und der Knotenvektor starken Einfluss auf die Form der Kurve. Im Folgenden wird von Parameterwerten im Bereich $u \in [0, 1]$ ausgegangen. In Bild 2.6 sind die B-Spline-Kurven für die drei folgenden Parametrisierungen dargestellt:

a) Parametrisierung äquidistant:

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0, & \bar{u}_n &= 1, \\ \bar{u}_k &= \frac{k}{n} \quad \text{für } k = 1, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (2.9)$$

b) Parametrisierung chordal:

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0, & \bar{u}_n &= 1, & d &= \sum_{k=1}^n |\vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1}|, \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{|\vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1}|}{d} \quad \text{für } k = 1, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (2.10)$$

c) Parametrisierung zentripetal:

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0, & \bar{u}_n &= 1, & d &= \sum_{k=1}^n \sqrt{|\vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1}|}, \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|\vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1}|}}{d} \quad \text{für } k = 1, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Geometrisch kann nach HOSCHEK UND LASSER [69] die chordale Parametrisierung als Näherung der Bogenlänge interpretiert werden. Bild 2.6 zeigt, dass sowohl die chordale als auch die zentripetale Parametrisierung bei ungleichmäßig verteilten Datenpunkten zu Kurvenverläufen mit geringeren Überschwingern führen. Bei Daten mit starken Krümmungen empfehlen PIEGL UND TILLER [105] die zentripetale Methode.

Die Knoten des Knotenvektors können durch Mittelwertbildung über die Parameterwerte festgelegt werden:

$$\begin{aligned} u_0 &= \dots = u_p = 0, & u_{m-p} &= \dots = u_m = 1, \\ u_{j+p} &= \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} \bar{u}_i \quad \text{für } j = 1, \dots, n-p. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Diese Methode stellt sicher, dass unter Verwendung von Gleichung (2.12) zusammen mit Gl. (2.10) bzw. Gl. (2.11) das resultierende Gleichungssystem nicht singulär wird.

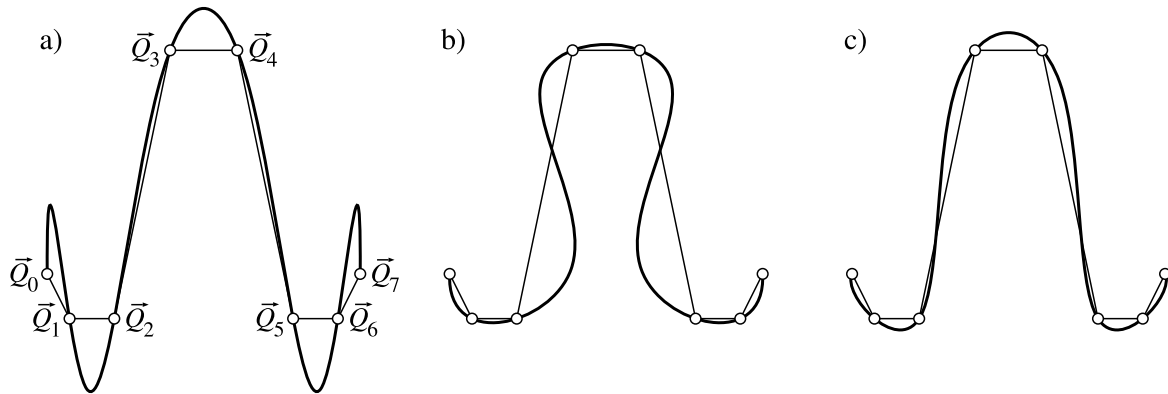


Bild 2.6: Interpolierende B-Spline-Kurven vom Grad $p = 3$, $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, 1, 1, 1\}$ mit verschiedenen Parametrisierungen: a) äquidistant, b) chordal, c) zentripetal

2.1.4 Approximation mittels B-Spline-Kurven

Die Interpolation nach Gleichung (2.8) ist eine mögliche Lösung der inversen Aufgabenstellung, bei der die Anzahl der Kontrollpunkte gleich der Anzahl der gegebenen Datenpunkte ist. Für die Modifikation bzw. Optimierung von Strömungsmaschinen wird jedoch eine möglichst geringe Anzahl von Kontrollpunkten angestrebt, was durch Approximation realisiert werden kann.

Bei der Approximation nähert die gesuchte Basis-Spline-Kurve $\vec{C}(u)$ vom Grad p , $p \geq 1$, die gegebenen Punkte $\vec{Q}_0, \dots, \vec{Q}_m$, $m > n \geq p$, lediglich an, d. h. die Kurve verläuft i. allg. nicht durch die gegebenen Punkte und ist beschrieben durch:

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \cdot \vec{P}_i \quad \text{für } u \in [0, 1] . \quad (2.13)$$

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der gesuchten $(n + 1)$ Kontrollpunkten \vec{P}_i ist ähnlich der zur Interpolation:

- Parametrisieren der geg. Punkte, d. h. jedem Punkt \vec{Q}_k wird ein Parameterwert \bar{u}_k zugewiesen.
- Bestimmung der Werte des Knotenvektors $U = \{u_0, \dots, u_m\}$.
- Der erste und letzte Kontrollpunkt sind bestimmt durch: $\vec{C}(0) = \vec{Q}_0$ und $\vec{C}(1) = \vec{Q}_m$. Die übrigen Punkte \vec{Q}_k werden nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate approximiert:

$$\sum_{k=1}^{m-1} |\vec{Q}_k - \vec{C}(\bar{u}_k)|^2 \stackrel{!}{=} \min \quad \text{für } k = 1, \dots, m-1 . \quad (2.14)$$

Durch Differentiation von Gleichung (2.14) nach den gesuchten Kontrollpunkten und Gleichsetzen der resultierenden Gleichung mit Null ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die gesuchten $(n - 1)$ Kontrollpunkte $\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_{n-1}$:

$$(N^T N) \mathbf{P} = \mathbf{R} , \quad (2.15)$$

wobei N eine $(m-1) \times (n-1)$ -Matrix von Skalaren ist:

$$N = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(\bar{u}_{m-1}) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1}) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

\mathbf{R} ist ein Vektor von $(n-1)$ Punkten:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1)\vec{R}_1 + \cdots + N_{1,p}(\bar{u}_{m-1})\vec{R}_{m-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(\bar{u}_1)\vec{R}_1 + \cdots + N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1})\vec{R}_{m-1} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\text{mit } \vec{R}_k = \vec{Q}_k - N_{0,p}(\bar{u}_k)\vec{Q}_0 - N_{n,p}(\bar{u}_k)\vec{Q}_m$$

und

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \vec{P}_1 \\ \vdots \\ \vec{P}_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Bezüglich des Punktes \vec{Q}_k ist der Punkt $\vec{C}(\bar{u}_k)$ i. allg. nicht der nächstgelegene Punkt $\vec{C}(\bar{u}'_k)$ auf der Kurve $\vec{C}(u)$, siehe Bild 2.7. Nach Gleichung (2.14) wird der Abstand zwischen Kurvenpunkt $\vec{C}(\bar{u}_k)$ und gegebenem Punkt \vec{Q}_k für $k = 1, \dots, m-1$ minimiert, was zu einer Kurve führt, die die gegebenen Punkte nicht optimal annähert.

Um die Approximation zu verbessern wird die Ausgangskurve verwendet, um neue Parameterwerte \bar{u}'_k zu berechnen, die wiederum in der nächsten Iteration als Parametrisierung für eine neue B-Spline-Kurve dienen und so fort. So wird von Iteration zu Iteration der Unterschied zwischen \bar{u}_k und \bar{u}'_k verringert, die Distanz $\vec{C}(\bar{u}_k)$ zu $\vec{C}(\bar{u}'_k)$ reduziert und somit der Abstand der Kurve zu den geg. Punkten minimiert, siehe Bild 2.7. Als Abbruchkriterien können bspw. eine maximale Anzahl von Iterationen oder das Unterschreiten eines Grenzwertes der Fehlerquadratsumme nach Gleichung (2.14) dienen.

2.1.5 Approximation mittels B-Spline-Kurven bei gegebenen Endableitungen

Zu den Datenpunkten \vec{Q}_k können zusätzlich noch die Ableitungen am Anfang $\vec{C}^{(1)}(0), \dots, \vec{C}^{(a)}(0)$ und am Ende $\vec{C}^{(1)}(1), \dots, \vec{C}^{(b)}(1)$ der gesuchten Kurve vorgegeben werden, wobei die Anzahl der Ableitungen verschieden sein darf, aber kleiner als der Grad p sein muss: $a, b < p$.

Der erste gesuchte Kontrollpunkt \vec{P}_0 ist mit dem ersten Datenpunkt \vec{Q}_0 identisch. Durch jede zusätzlich vorgegebene Ableitung ist ein weiterer Kontrollpunkt \vec{P}_i , $1 \leq i \leq a$ am Anfang der Kurve festgelegt. Entsprechend wird mit den gegebenen Ableitungen am Ende der Kurve verfahren.

Die übrigen noch nicht festgelegten Kontrollpunkte $\vec{P}_{a+1}, \dots, \vec{P}_{n-b-1}$ werden wie oben beschrieben mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt. Der Algorithmus wird ausführlich von PIEGL UND TILLER [107] beschrieben.

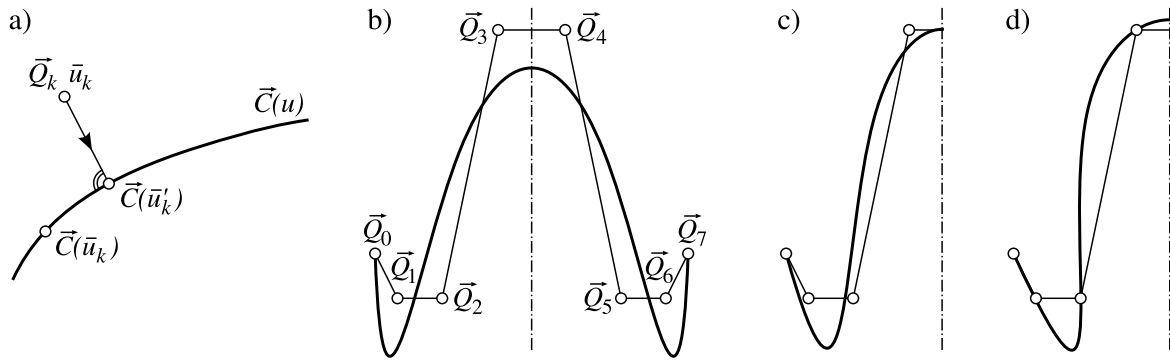


Bild 2.7: Optimierung der Parametrisierung bei der Approximation mittels B-Spline-Kurven: a) Vorgehensweise und Veranschaulichung mittels einer B-Spline-Kurve vom Grad $p = 3$, $n = 5$, $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1, 1, 1\}$ mit b) äquidistanter und verbesserter Parametrisierung nach c) 3 bzw. d) 8 Iterationen

2.1.6 Knot-Insertion bei B-Spline-Kurven

Mit der Methode des sog. Knot-Insertion kann einem Knotenvektor U einer B-Spline-Kurve mit den Kontrollpunkten \vec{P}_i ein weiterer Knoten \bar{u} hinzugefügt werden. Man erhält eine geometrisch und parametrisch identische B-Spline-Kurve mit den Kontrollpunkten \vec{Q}_i und dem Knotenvektor \bar{U} , auf dem die Basis-Funktionen $\bar{N}_{i,p}(u)$ gebildet werden:

$$\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \cdot \vec{P}_i = \sum_{i=0}^{n+1} \bar{N}_{i,p}(u) \cdot \vec{Q}_i . \quad (2.18)$$

Mit $u_k \leq \bar{u} < u_{k+1}$ ergibt sich der Knotenvektor \bar{U} :

$$\bar{U} = \{\bar{u}_0 = u_0, \dots, \bar{u}_k = u_k, \bar{u}_{k+1} = \bar{u}, \bar{u}_{k+2} = u_{k+1}, \dots, \bar{u}_{m+1} = u_m\} . \quad (2.19)$$

Die Kontrollpunkte \vec{Q}_i berechnen sich wie folgt:

$$\vec{Q}_i = \alpha_i \vec{P}_i + (1 - \alpha_i) \vec{P}_{i-1} \quad (2.20)$$

$$\text{mit } \alpha_i = \begin{cases} 1 & \text{für } i \leq k - p , \\ \frac{\bar{u} - u_i}{u_{i+p} - u_i} & \text{für } k - p + 1 \leq i \leq k , \\ 0 & \text{für } i \geq k + 1 . \end{cases}$$

Anwendung findet die Methode des Knot-Insertion u. a. beim interaktiven Design von B-Spline-Kurven, wo die Kurvenverläufe lokal durch Hinzufügen von Kontrollpunkten angepasst werden können.

Diese Methode kann auch zum Zerlegen einer B-Spline-Kurve verwendet werden. Im Knotenvektor der Ausgangskurve wird dazu ein p -facher Knoten erzeugt, an dem die B-Spline-Kurve aufgetrennt wird. Es entstehen zwei Teilkurven, die zusammen den gleichen Verlauf wie die Ausgangskurve haben, siehe Bild 2.8.

Durch Einfügen von Knoten können Knotenvektoren verschiedener B-Spline-Kurven gleichen Grades angeglichen werden. Dies ist bspw. für die Beschreibung von B-Spline-Flächen notwendig.

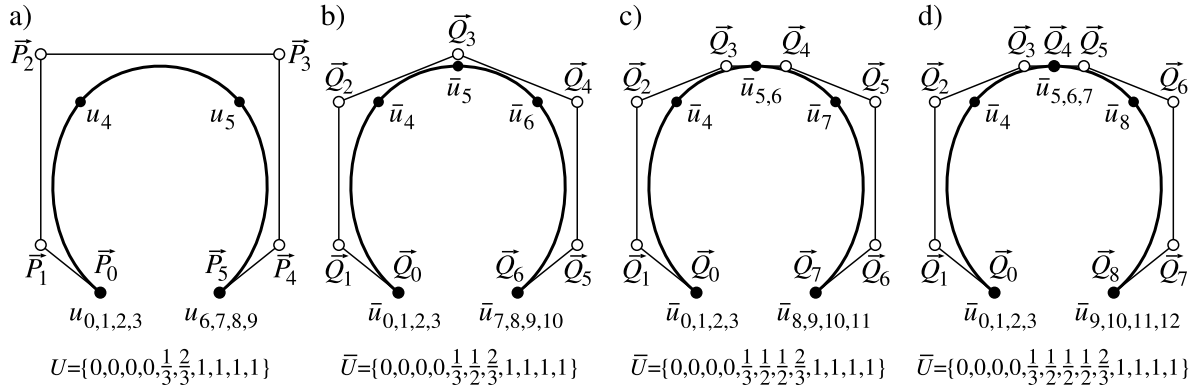


Bild 2.8: Knot-Insertion am Beispiel einer B-Spline-Kurve vom Grad $p = 3$: a) Ausgangskurve; Einfügen eines b) einfachen, c) zweifachen und d) dreifachen Knotens an der Stelle $\bar{u} = \frac{1}{2}$

2.2 Basis-Spline-Flächen

Basis-Spline-Flächen, oft auch B-Spline-Flächen genannt, gehören zur Gruppe der Freiformflächen. Da B-Spline-Flächen auf B-Spline-Kurven basieren, sind deren wesentlichen Eigenschaften analog auf die Flächen übertragbar.

Eine B-Spline-Fläche wird beschrieben durch eine zweidimensionale Matrix von Kontrollpunkten $\vec{P}_{i,j}$, den Knotenvektoren U und V , den voneinander unabhängigen Parametern u und v sowie durch den Grad der Fläche in u -Richtung p bzw. v -Richtung q .

Bild 2.9 veranschaulicht die Berechnung eines Punktes $\vec{S}(u_c, v_c)$ auf einer B-Spline-Fläche: Aus den B-Spline-Kurven $\vec{C}_i(v)$ in v -Richtung werden an der Stelle $v = v_c$ Kontrollpunkte berechnet, vgl. Gl. (2.22). Diese $(n + 1)$ Kontrollpunkte beschreiben wiederum eine B-Spline-Kurve $\vec{S}(u, v_c)$ in u -Richtung, auf der der gesuchte Flächenpunkt an der Stelle $u = u_c$ ermittelt werden kann:

$$\vec{S}(u, v) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \cdot \vec{C}_i(v) , \quad (2.21)$$

$$\vec{C}_i(v) = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(v) \cdot \vec{P}_{i,j} . \quad (2.22)$$

Ineinander eingesetzt ergibt sich ein Tensor-Produkt zur direkten Berechnung der Punkte auf einer B-Spline-Fläche in Abhängigkeit von den Parametern u und v , vgl. PRAUTZSCH ET AL. [108]:

$$\vec{S}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \cdot \vec{P}_{i,j} . \quad (2.23)$$

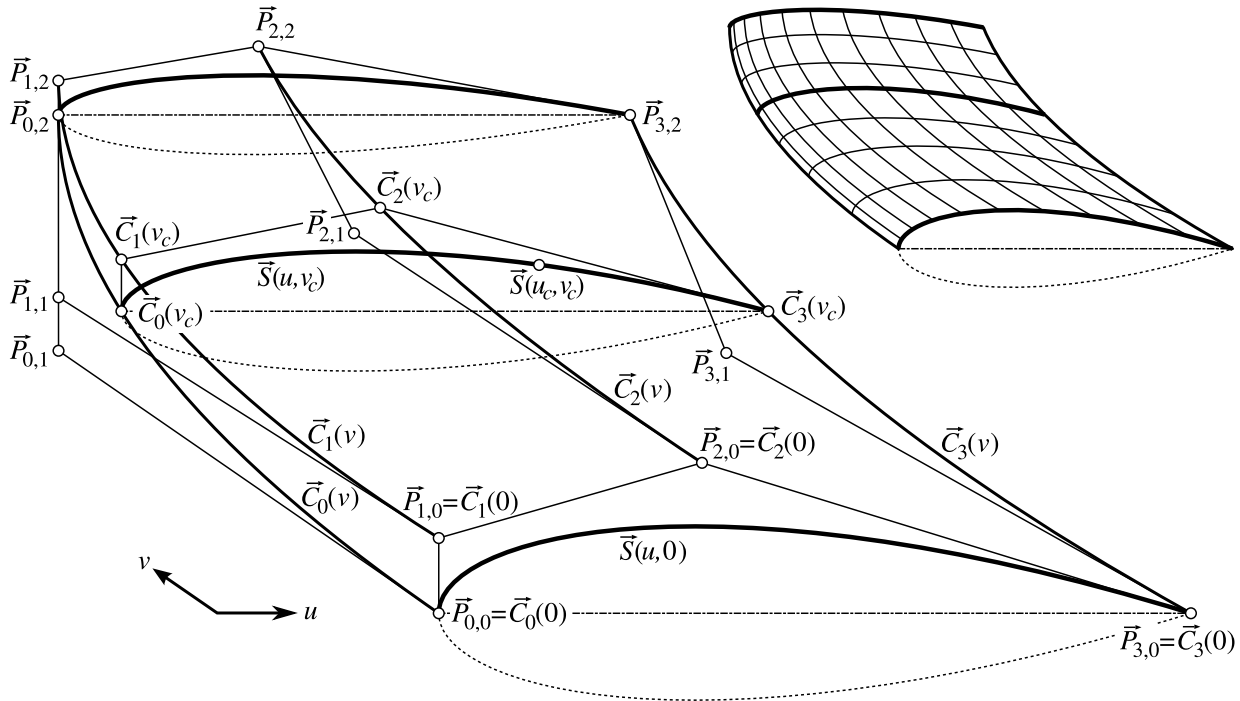


Bild 2.9: Berechnung eines Punktes $\vec{S}(u_c, v_c)$ auf einer B-Spline-Fläche; u -Richtung: $n = 3$, Grad $p = 3$, Knotenvektor $U = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$, v -Richtung: $m = 2$, Grad $q = 2$, Knotenvektor $V = \{0, 0, 0, 1, 1, 1\}$

Die B-Spline-Basisfunktionen $N_{i,p}(u)$ bzw. $N_{j,q}(v)$ sind nach Gleichung (2.2) definiert auf den Knotenvektoren:

$$U = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{(p+1)\text{-fach}}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{(p+1)\text{-fach}} \}, \quad (2.24)$$

$$V = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{(q+1)\text{-fach}}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{(q+1)\text{-fach}} \}, \quad (2.25)$$

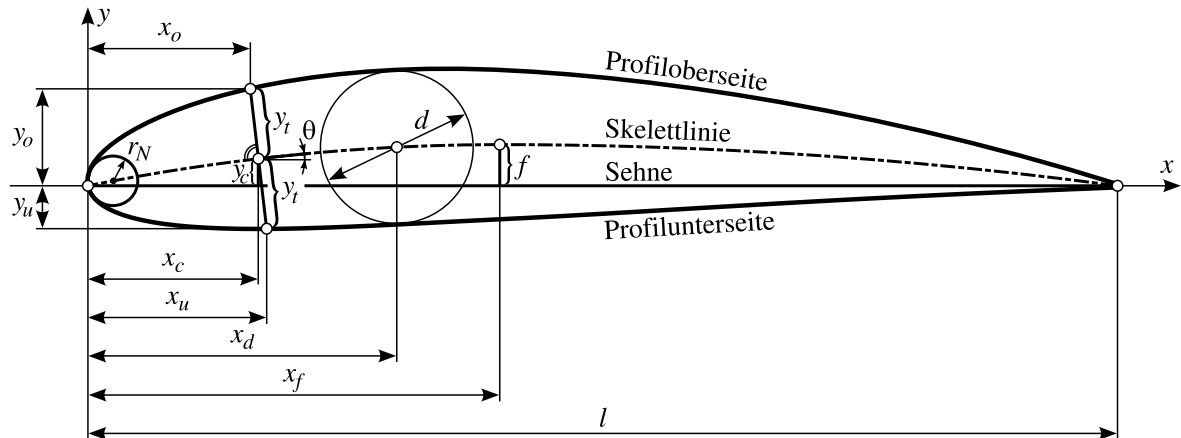
$$\text{mit } r = n + p + 1, \quad s = m + q + 1, \quad 0 \leq u, v \leq 1. \quad (2.26)$$

2.3 Geometriebeschreibung

2.3.1 Beschreibung von Profilen

Charakteristische geometrische Größen und Profilerzeugung

Für die Beschreibung der Profilgeometrie werden in dieser Arbeit die in Bild 2.10 dargestellten Bezeichnungen nach DUBS [36] bzw. RIEGELS [113] verwendet. Bild 2.11 zeigt, wie die normierte Bogenlänge s entlang der Profilkontur definiert ist.

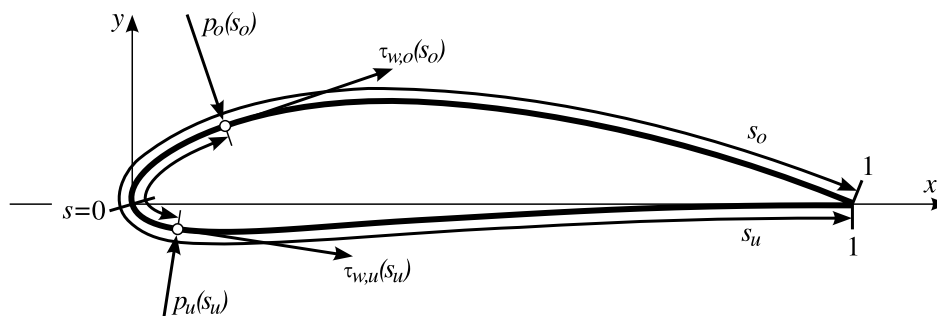


- | | |
|--|--|
| l Profiltiefe, Länge der Profilsehne | r_N Nasenradius |
| x_o Abszisse der Profiloberseite (Saugseite) | y_o Ordinate der Profiloberseite (Saugseite) |
| x_c Abszisse der Skelettlinie / Wöblungslinie | y_c Ordinate der Skelettlinie / Wöblungslinie |
| x_u Abszisse der Profilunterseite (Druckseite) | y_u Ordinate der Profilunterseite (Druckseite) |
| x_d Rücklage der größten Dicke d | d größte Profildicke |
| x_f Rücklage der größten Wölbung f | f Wölbung, max. Ordinate der Skelettlinie |
| p Wölbungsrücklage $p = x_f/l$ | m Wölbungsmaß $m = f/l$ |
| θ Steigungswinkel der Skelettlinie | t Dickenverhältnis $t = d/l$ |

$$x_o = x_c - y_t \cdot \sin(\theta) \quad y_o = y_c + y_t \cdot \cos(\theta) \quad \theta = \arctan\left(\frac{dy_c}{dx_c}\right)$$

$$x_u = x_c + y_t \cdot \sin(\theta) \quad y_u = y_c - y_t \cdot \cos(\theta)$$

Bild 2.10: Bezeichnungen charakteristischer geometrischer Größen von Profilen

Bild 2.11: Definition von normierter Bogenlänge s und Richtung der Wandschubspannung τ_w an einem Profil nach ANDERSON [6]

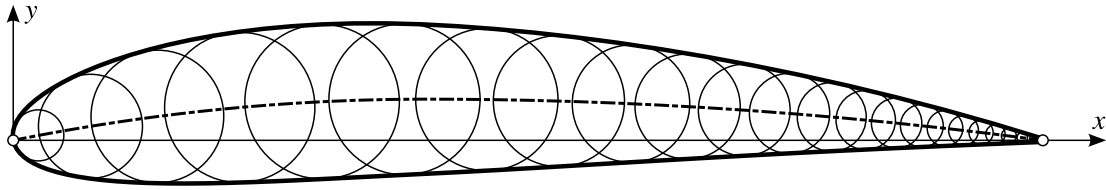


Bild 2.12: Bestimmung der Skelettlinie durch „Auskreisen“ einer gegebenen Profilkontur

Nach RIEGELS [113] ist früher vielfach die Skelettlinie als die Verbindungslinie der Mittelpunkte der einbeschriebenen Kreise definiert worden, vgl. Bild 2.12. Annähernd identisch mit dieser Definition ist die Auftragung der Ordinate y_t der Dickenverteilung senkrecht zur Tangente an einer Mittellinie mit der Ordinate y_c , um die Profilkontur zu erhalten, vgl. Bild 2.10. Daher werden in dieser Arbeit die Begriffe „Mittellinie“, „Skelettlinie“ und „Wölbungslinie“ synonym verwendet.

Profile können auf verschiedene Art beschrieben werden: In Profildatenbanken wie z. B. der NASG AIRFOIL DATABASE [99] oder der UIUC AIRFOIL COORDINATES DATABASE [129], und in Referenzbüchern wie bspw. bei ABBOTT UND VON DOENHOFF [1], ALTHAUS UND WORTMANN [5], EPPLER [45] oder RIEGELS [113] sind die Profilkonturen als diskrete Punkte hinterlegt.

Andere Beschreibungen basieren auf rein analytischen Funktionen, wie bspw. bei den Joukowski-Profilen oder die Profilkontur wird durch Überlagerung von Werten analytischer Funktionen erzeugt, siehe Bild 2.13. So wird bei vierziffrigen NACA-Profilen senkrecht zu einer Mittellinie eine Dicke überlagert, vgl. Anhang A.2. Mittellinie und Dickenverteilung sind hierbei analytische Funktionen, denkbar wären hier aber auch Beschreibungen mittels diskreter Punkte.

Aufbereitung der Profilgeometrie

Als Ausgangspunkt für die weitere Geometrie-Aufbereitung wird hier von der Beschreibung der Profilkontur durch diskrete Punkte ausgegangen. Diese Art der Beschreibung ist weit verbreitet und andere Beschreibungen können leicht in diese Form überführt werden.

Die diskreten Punkte der Profilkontur sind für eine numerische Rechnung meist nicht fein genug verteilt. Daher wird ausgehend von den gegebenen diskreten Punkten eine analytisch beschriebene Kurve gesucht, die nach RIEGELS [113] mindestens krümmungsstetig sein sollte, um Sprünge in der Geschwindigkeits- bzw. Druckverteilung entlang der Profilkontur zu vermeiden. Da eine solche Kurve zu einem x -Wert mehrere y -Werte aufweisen kann, werden parametrische Kurvenbeschreibungen bevorzugt verwendet:

- WOLFE UND OCHS [159] verwenden hier die *kubische Spline-Interpolation*. Immer zwei diskrete Punkte werden durch je ein Kurvensegment basierend auf Polynomen dritten Grades miteinander verbunden. Die einzelnen Kurvensegmente gehen an den gegebenen diskreten Punkten tangential- und krümmungsstetig ineinander über.

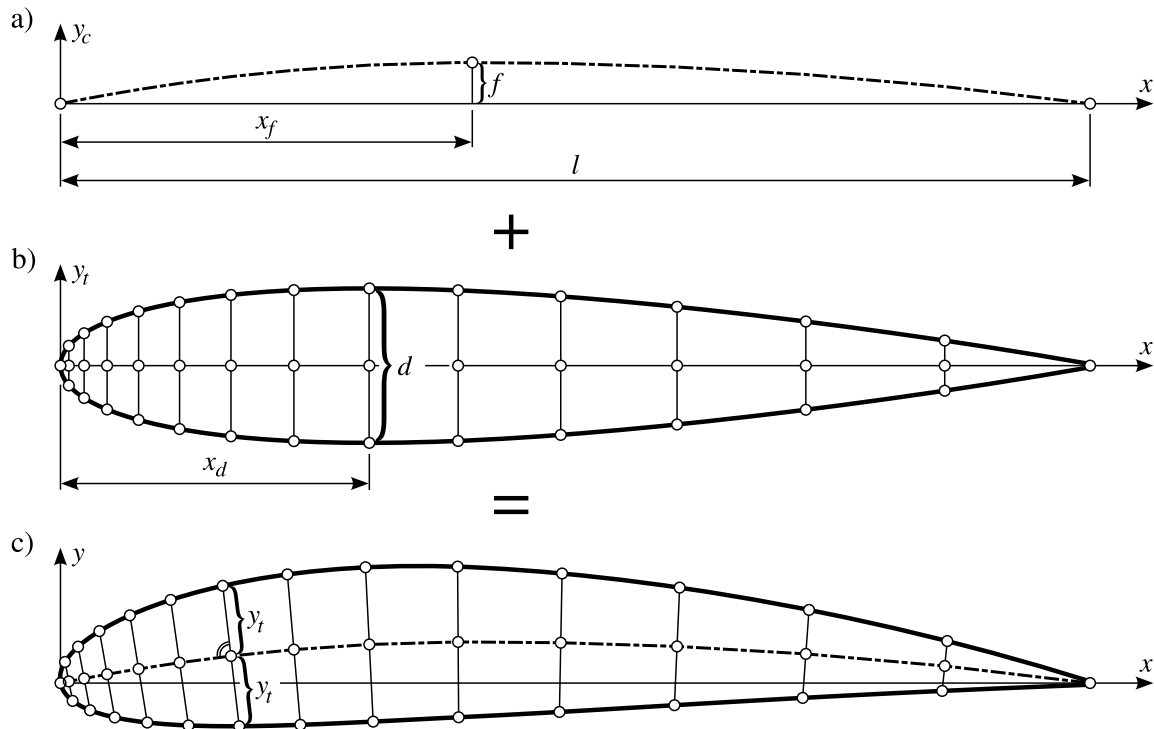


Bild 2.13: Erzeugung einer Profilkontur (c) nach der NACA-Philosophie: Jeweils senkrecht zur Mittellinie (a) werden die Werte einer symmetrischen Dickenverteilung (b) überlagert

- Bei der *B-Spline-Interpolation* werden mindestens Basis-Spline-Funktionen vom Grad 3 verwendet, um die geforderte Krümmungsstetigkeit zu erreichen. B-Spline-Kurven höheren Grades führen zu Krümmungsschwankungen, wie in Bild 2.14 dargestellt.
- Auch bei der *B-Spline-Approximation* kommen Basis-Spline-Funktionen mindestens vom Grad 3 zum Einsatz. Die Approximation wird vorwiegend zur Reduzierung der Daten verwendet, wenn bspw. die Profilkontur durch eine große Anzahl diskreter Punkte gegeben ist. Die Approximation eignet sich auch, falls der Knotenvektor vorgegeben ist.

Jede der beiden Interpolations-Varianten liefert eine Kurve, die von der Profilhinterkante zur Vorderkante und zurück zur Hinterkante verläuft. Für die spätere Netzgenerierung ist es jedoch vorteilhaft, wenn die Profilkontur durch je eine Kurve für die Ober- und die Unterseite beschrieben wird, jede beginnend an der Proflnase mit dem Wert $y = 0$.

Bei der B-Spline-Interpolation wird mittels der Methode des Knot-Insertion die Kurve an der Profilverkante in die gewünschten zwei Teilkurven aufgetrennt.

Bei der B-Spline-Approximation wird eine Abwandlung des von PIEGL [107] vorgestellten Verfahrens zur Approximation geschlossener Kurven verwendet: Zuerst wird die Proflnase mit einer B-Spline-Kurve approximiert, die zu den später generierten Kurven für Profilober- und Unterseite parametrisch kompatibel ist. Diese Kurve dient zur Bestimmung der ersten beiden Ableitungen $\vec{C}^{(1)}(u)$ und $\vec{C}^{(2)}(u)$ nach Gleichung (2.6) an der Profilverkante. Diese Ableitungen werden jeweils bei der Approximation der Ober- und der Unterseite des Profils vorgegeben, wodurch an der Nase ein C^2 -stetiger Übergang der beiden Kurven gewährleistet wird.

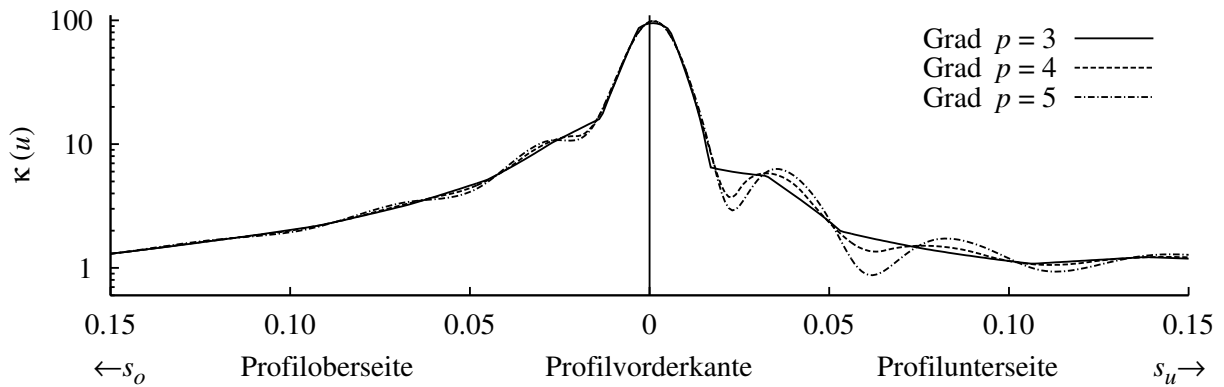


Bild 2.14: Interpolation des Profils S809 mittels B-Spline-Kurven verschiedenen Grades p . Auftragung der Krümmung $\kappa(u)$ entsprechend Gleichung (2.7) über normierter Bogenlänge s der jeweiligen B-Spline-Kurve

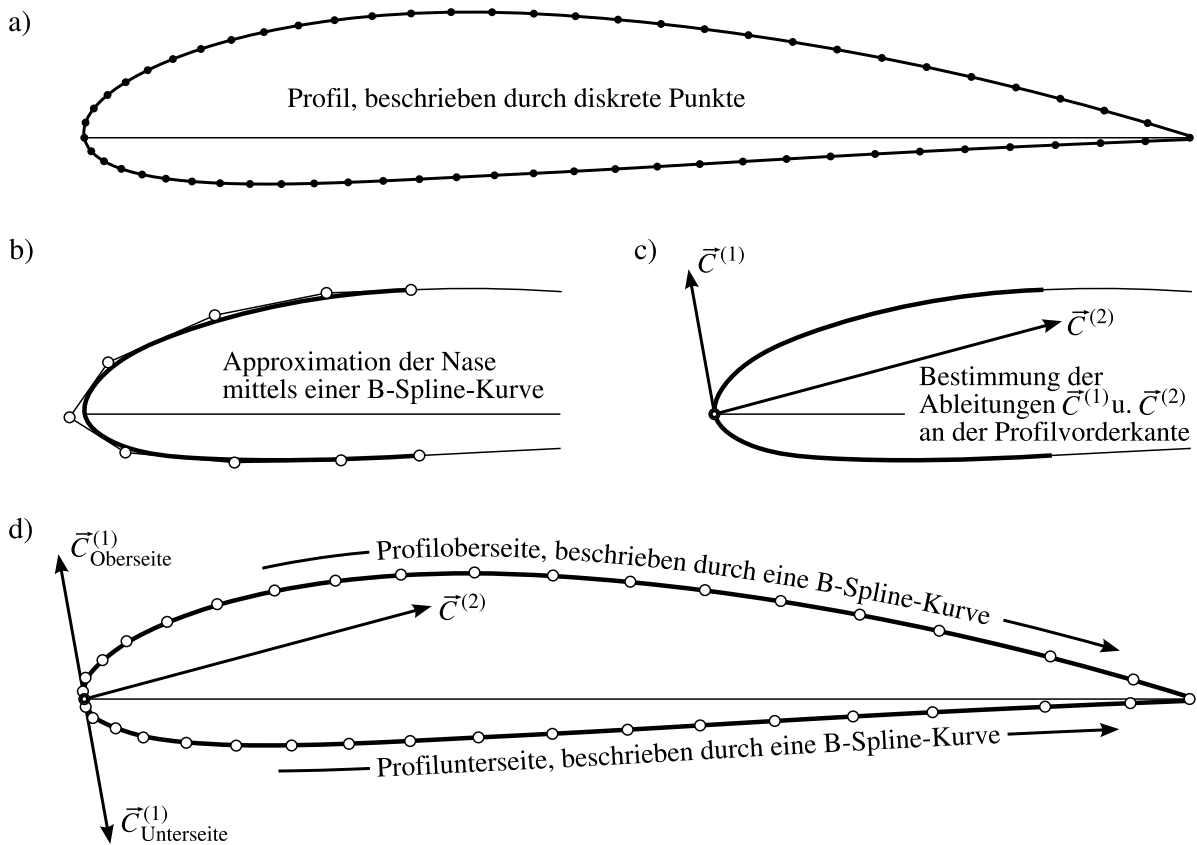


Bild 2.15: Approximation eines durch diskrete Punkte beschriebenen Profils (a) mittels je einer B-Spline-Kurve vom Grad $p = 3$ für Ober- und Unterseite (d); Approximation der Nase (b) zur Bestimmung der Ableitungen (c); Darstellung von $\vec{C}^{(1)}$ skaliert mit 0.2, $\vec{C}^{(2)}$ mit 0.02

2.3.2 Beschreibung des Windturbinen-Blattes

Die Blattgeometrie wird durch Aufreihung von Profilen entlang einer sog. Zapfenachse und anschließender Interpolation zwischen diesen Profilen beschrieben, vgl. Bild 2.16a. Dabei wird jedem Profil einzeln der Durchstoßpunkt der Profilebene mit der Zapfenachse vorgegeben. Gängig ist hier die Verwendung des Flächenschwerpunktes des jeweiligen Profils oder Werte relativ zur Sehnenlänge. Statt der Zapfenachse ist auch die Verwendung einer Kurve möglich.

Jedes Profil wird durch zwei B-Spline-Kurven beschrieben, eine für die ProfiOber- und eine für die Unterseite. Die B-Spline-Kurven können dabei durch Interpolation oder Approximation entstanden sein, vgl. Abschnitt 2.3.1. Durch Aufreihung und Interpolation zwischen den einzelnen Kurven entstehen eine B-Spline-Fläche für die Ober- und eine für die Unterseite des Blattes.

Diese Vorgehensweise wird von PIEGL [106] als *Cross-Sectional Design* bezeichnet und lässt sich in drei Schritte gliedern:

1. Die B-Spline-Kurven müssen die gleiche Anzahl Kontrollpunkte, den gleichen Grad p und einen identischen Knotenvektor besitzen, um zueinander kompatibel zu sein. Der gewünschte Grad und die Anzahl Kontrollpunkte werden einheitlich bei der Approximation der Profile vorgegeben. Falls dabei nicht bereits ein einheitlicher Knotenvektor U angegeben wird, müssen im Anschluss die verschiedenen Knotenvektoren durch die Methode des Knot-Insertion in einen einheitlichen Knotenvektor überführt werden. Von den insgesamt $(K + 1)$ Einzelkurven zur Beschreibung einer B-Spline-Fläche ist jede Kurve $\vec{C}_k(u)$ gegeben durch:

$$\vec{C}_k(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \cdot \vec{Q}_{i,k} \quad \text{mit } k = 0, \dots, K . \quad (2.27)$$

2. Die Kurven $\vec{C}_k(u)$ aus dem ersten Schritt stellen isoparametrische Kurven auf der B-Spline-Fläche in u -Richtung dar, vgl. Bild 2.16a. Jeder Kurve k wird ein fester v -Wert v_k zugewiesen. Für die Interpolation zwischen diesen Kurven wird ein einheitlicher Knotenvektor V bestimmt.
3. Unter Verwendung des Knotenvektors V wird für jedes i einzeln zwischen den Kontrollpunkten $\vec{Q}_{i,k}$ der Kurven mit B-Spline-Kurven $\vec{C}_i(v)$ vom Grad q in v -Richtung interpoliert, siehe Bild 2.16b:

$$\vec{C}_i(v) = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(v) \cdot \vec{P}_{i,j} \quad \text{mit } \vec{C}_i(v_k) = \vec{Q}_{i,k} . \quad (2.28)$$

Die hieraus berechneten Kontrollpunkte $\vec{P}_{i,j}$ bilden das Kontrollpunkte-Netz, das zusammen mit den Knotenvektoren U und V die B-Spline-Fläche $\vec{S}(u, v)$ vom Grad p in u -Richtung bzw. Grad q in v -Richtung beschreibt, vgl. Bild 2.16c:

$$\vec{S}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \cdot \vec{P}_{i,j} . \quad (2.29)$$

Die B-Spline-Flächen können, standardisiert im IGES-Format gespeichert, an ein CAD-System für die weitere Aufbereitung zur Fertigung oder einen Netzgenerator als Vorstufe zur numerischen Simulation exportiert werden.

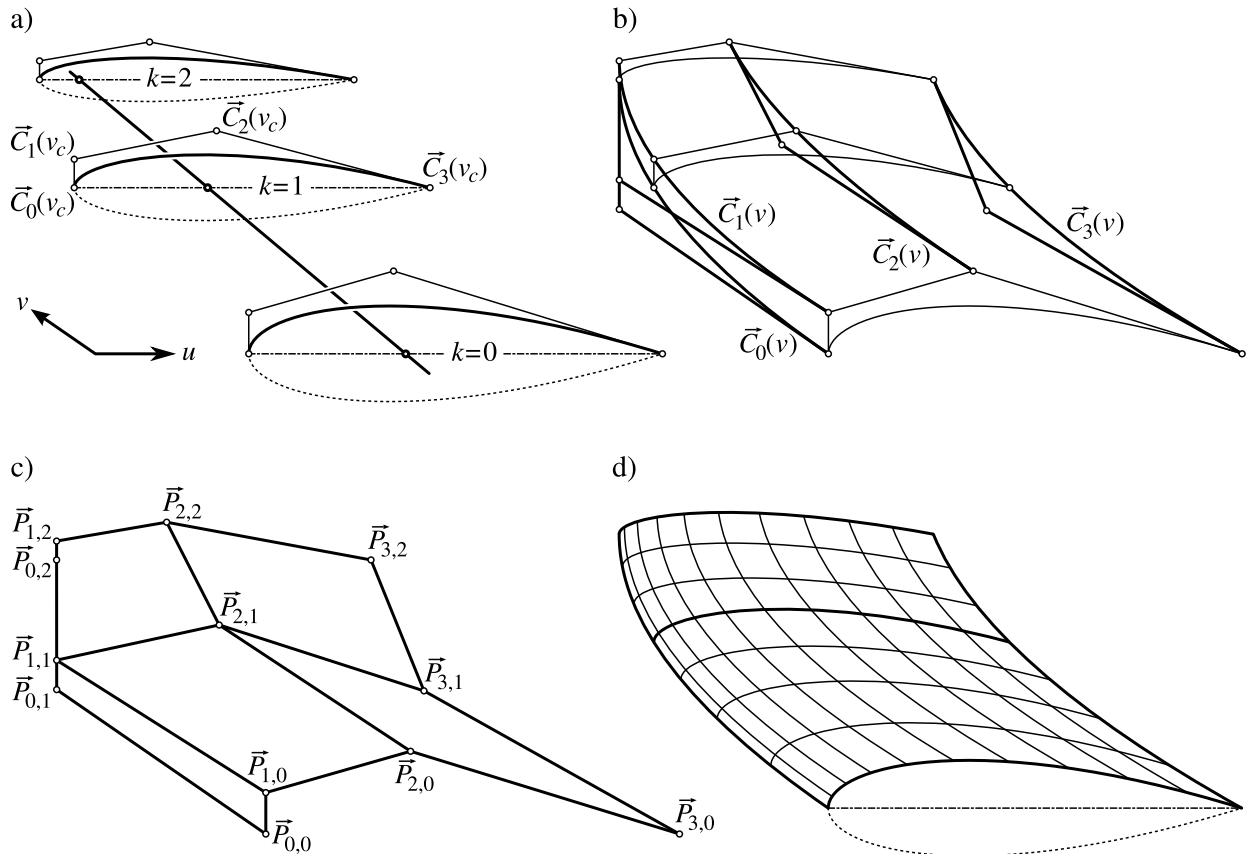


Bild 2.16: Erzeugung einer B-Spline-Fläche durch Cross-Sectional Design: a) Auffädung der einzelnen durch B-Spline-Kurven beschriebenen Profile entlang einer Zapfenachse, b) Interpolation in v -Richtung zwischen den Kontrollpunkten der Kurven und Darstellung des c) Kontrollpunkte-Netzes der B-Spline-Fläche (d)

2.4 Netzgenerierung

Aufgabe der Netzgenerierung ist es, das zu untersuchende Gebiet in diskrete Gitterelemente für die anschließende Strömungssimulation zu zerlegen.

Im zweidimensionalen Fall werden die Rechenknoten vom Netzgenerator innerhalb einer Fläche angeordnet. Dafür müssen vorher auf den Berandungskurven Punkte verteilt werden. Die tatsächliche Kontur des Berechnungsgebietes wird dabei lediglich approximiert. Im dreidimensionalen Fall werden die Rechenknoten innerhalb eines Volumens bestimmt, das von vorgelegten Berandungsflächen eingeschlossen wird.

Im Folgenden wird die Erzeugung von strukturierten, zweidimensionalen Gittern beschrieben. Hierfür müssen zuerst Punkte auf einer Kurve verteilt werden.

2.4.1 Punkteverteilungen auf Kurven

Exemplarisch werden zwei bewährte Verfahren zur Punkteverteilung auf Kurven beschrieben.

Punkteverteilung mittels geometrischer Reihe

Die Punkteverteilung mittels geometrischer Reihe basiert auf einer Abwandlung der sogenannten Rentenformel, vgl. BARTSCH [12]. Das Verhältnis q der Seitenlänge l_i von einer Zelle zur nächsten soll für alle Zellen gleich sein, d. h. der Expansionsfaktor $q = \frac{l_{i+1}}{l_i} = \text{const.}$ Auf der Kurve mit der Gesamtlänge L_N werden $(N + 1)$ Punkte verteilt. Die Länge des ersten Segments beträgt l_0 , vgl. Bild 2.17.

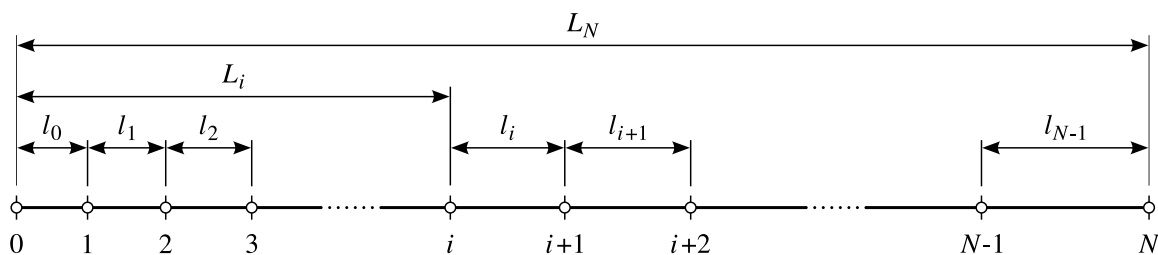


Bild 2.17: Punkteverteilung mittels geometrischer Reihe auf einer Kurve, hier mit $q = 1.1$

Zur Bestimmung der Position L_i des i -ten Knotens müssen zwei der drei Parameter l_0 , N , q vorgegeben werden, aus denen sich dann der dritte berechnen lässt:

$$L_i(l_0, i, q) = l_0 \cdot \frac{q^i - 1}{q - 1} \quad \text{für } q \neq 1 ; \quad L_i = l_0 \cdot i \quad \text{für } q = 1 \quad (2.30)$$

$$l_0(L_N, N, q) = L_N \cdot \frac{q - 1}{q^N - 1} \quad \text{für } q \neq 1 ; \quad l_0 = \frac{L_N}{N} \quad \text{für } q = 1 \quad (2.31)$$

$$N(L_N, l_0, q) = \frac{\log_{10} \left(1 + \frac{L_N}{l_0} \cdot (q - 1) \right)}{\log_{10}(q)} \quad \text{für } q \neq 1 ; \quad N = \frac{L_N}{l_0} \quad \text{für } q = 1 \quad (2.32)$$

Der Expansionsfaktor $q = q(L, N, l_0)$ kann aus den gegebenen Größen iterativ bestimmt werden.

Dieses Verfahren ist besonders gut geeignet, wenn die Größe der wandnächsten Zelle l_0 vorgegeben werden soll, um bei der Strömungssimulation den dimensionslosen Wandabstand y^+ innerhalb des Gültigkeitsbereichs zu halten, vgl. Abschnitt 2.5.5.

Punkteverteilung mittels Bézierkurve vom Grad 3

Mit der Punkteverteilung mittels Bézierkurve ist es möglich, die Verteilung graphisch zu beschreiben, siehe Bild 2.18. Eine normierte Gleichverteilung, angetragen auf der Abszisse, wird mittels

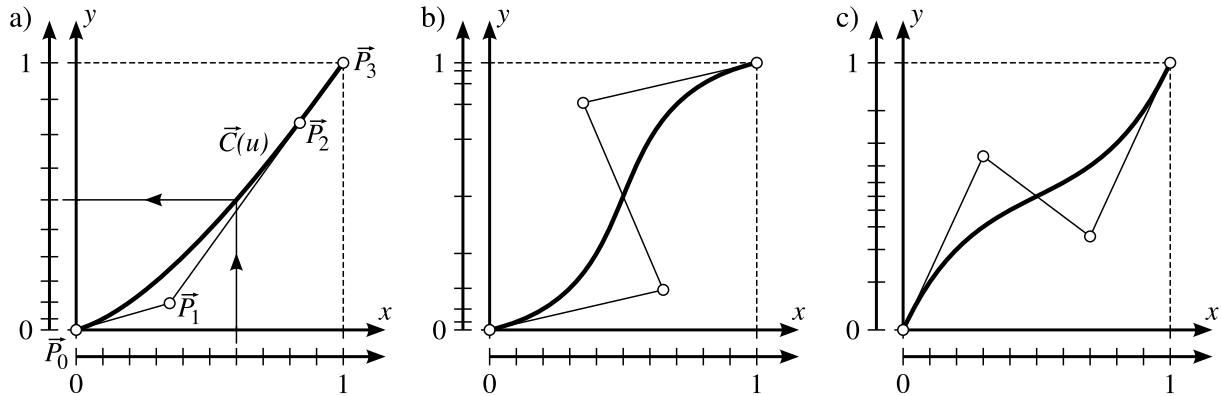


Bild 2.18: Punkteverteilung mittels Bézierkurve vom Grad 3: Verschiedene Verteilungen sind graphisch intuitiv mittels der Kontrollpunkte \vec{P}_i einstellbar; Beispiele: a) Verdichtung hin zum Kurvenanfang, b) Verdichtung zu den Enden und c) Verdichtung zur Mitte

einer Bézierkurve vom Grad 3 auf die Ordinate abgebildet, was zu einer normierten Punkteverteilung führt. Mit dieser Verteilung können dann Punkte auf einer beliebigen Kurve mittels normierter Bogenlänge verteilt werden.

Die Bézierkurve $\vec{C}(u)$ ist durch vier Kontrollpunkte \vec{P}_i definiert:

$$\vec{C}(u) = \left(-\vec{P}_0 + 3\vec{P}_1 - 3\vec{P}_2 + \vec{P}_3\right) u^3 + \left(3\vec{P}_0 - 6\vec{P}_1 + 3\vec{P}_2\right) u^2 + \left(-3\vec{P}_0 + 3\vec{P}_1\right) u + \vec{P}_0 \quad (2.33)$$

mit dem normierten Parameter $0 \leq u \leq 1$. Unter Voraussetzung, dass

$$\vec{P}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}, \quad \left. \begin{array}{l} 0 \leq x_i \leq 1 \\ 0 \leq y_i \leq 1 \end{array} \right\} \text{ für } i = 1, 2 \quad \text{und} \quad \vec{P}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{P}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ergibt sich für $0 \leq x \leq 1$ eine streng monoton steigende Funktion $y(x)$. Mittels Gleichung (2.33) kann somit für jedes gegebene x aus diesem Bereich der entsprechende Parameterwert u bestimmt werden. Da es sich bei der Funktion $x(u)$ um ein Polynom vom Grad 3 handelt, kann der Parameterwert u analytisch berechnet werden, vgl. BRONŠTEIN [19]. Mit dem Parameterwert u ergibt sich dann der zu x gehörige y -Wert.

Nach der Verteilung von Punkten auf den Berandungskurven können die Positionen der Rechenknoten innerhalb des Rechengebietes bestimmt werden.

2.4.2 Netzgenerierung mittels Interpolationsverfahren

Für die Netzgenerierung werden in dieser Arbeit rein algebraische Interpolationsverfahren verwendet. Diese sind im Vergleich zu elliptischen Verfahren schneller und stabiler, da hier keine iterativen Gleichungslöser notwendig sind. Die Koordinaten der inneren Knoten $\vec{P}(\xi, \eta)$ des Rechnetzes

werden direkt durch Interpolation mittels einer algebraischen Gleichung aus den gegebenen Randknoten ermittelt:

$$\begin{aligned} \vec{P}(\xi, \eta) = & w_1 \cdot \vec{P}(1, \eta) + (1 - w_1) \cdot \vec{P}(0, \eta) \\ & + w_2 \cdot \vec{P}(\xi, 1) + (1 - w_2) \cdot \vec{P}(\xi, 0) \\ & - w_1 \cdot w_2 \cdot \vec{P}(1, 1) - w_1 \cdot (1 - w_2) \cdot \vec{P}(1, 0) \\ & - (1 - w_1) \cdot w_2 \cdot \vec{P}(0, 1) - (1 - w_1) \cdot (1 - w_2) \cdot \vec{P}(0, 0) . \end{aligned} \quad (2.34)$$

Die von den normierten Indexvariablen $\xi [0, 1]$ und $\eta [0, 1]$ abhängigen Gewichtsfunktionen w_1 und w_2 bestimmen sich nach SCHILLING [123]

- bei der transfiniten Interpolation zu $w_1 = \xi$, $w_2 = \eta$, vgl. Bild 2.19, bzw.
- bei der semi-geometrischen Interpolation zu $w_1 = r(\xi, \eta)$, $w_2 = s(\xi, \eta)$, vgl. Bild 2.20.

Die Werte für $r(\xi, \eta)$ und $s(\xi, \eta)$ werden dabei wie in Bild 2.21 dargestellt bestimmt. Weitere algebraische Interpolationsverfahren können der Literatur entnommen werden, bspw. THOMPSON ET AL. [151].

2.5 Strömungssimulation

2.5.1 Grundgleichungen

In einem kartesischen Koordinatensystem mit den Koordinatenrichtungen $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = x_i = (x, y, z)^T$ ist das dreidimensionale Strömungsfeld eines inkompressiblen Fluids durch die Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)^T = u_i$ und dem statischen Druck p definiert. Zur Berechnung dieser Größen stehen vier Erhaltungsgleichungen zur Verfügung, die Kontinuitätsgleichung (2.35) sowie drei Impulsgleichungen (2.36). Eine Bestimmungsgleichung für die Temperatur muss nicht gelöst werden, da unter Annahme einer von der Temperatur unabhängigen Viskosität ν die Energiegleichung von der Massen- und Impulsbilanz entkoppelt ist. Unter Annahme der Stokeschen Hypothese sowie einer ortsabhängigen Viskosität lassen sich die Erhaltungsgleichungen für Newtonsche Fluide unter Verwendung der Einsteinschen Summenkonvention wie folgt in differentieller Form darstellen, siehe z. B. ZIEREP [166]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 , \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] . \quad (2.36)$$

Hierin bezeichnen t die Zeit, ρ die Dichte und $\nu = \eta/\rho$ die kinematische Viskosität des Fluids. Da sich dieses System gekoppelter, nichtlinearer Gleichungen nur in wenigen Sonderfällen analytisch lösen lässt, werden zur Lösung numerische Verfahren herangezogen.

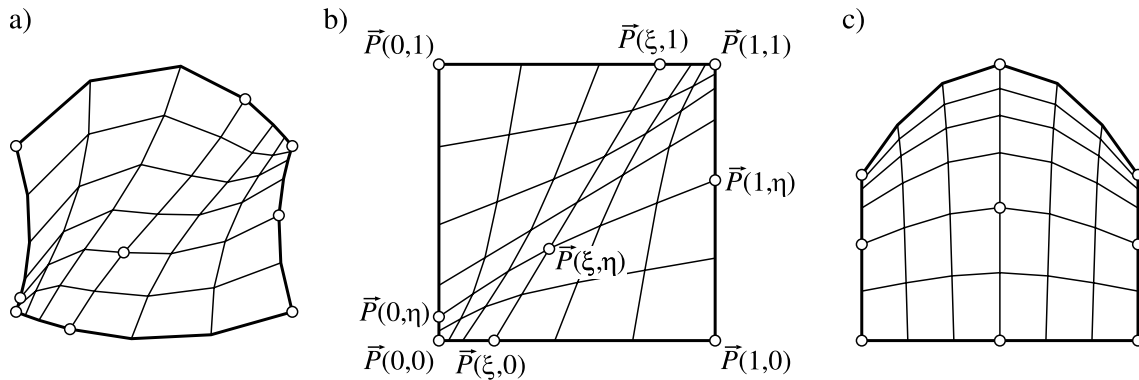


Bild 2.19: Netzgenerierung mittels transfiniter Interpolation an drei verschiedenen Beispielen

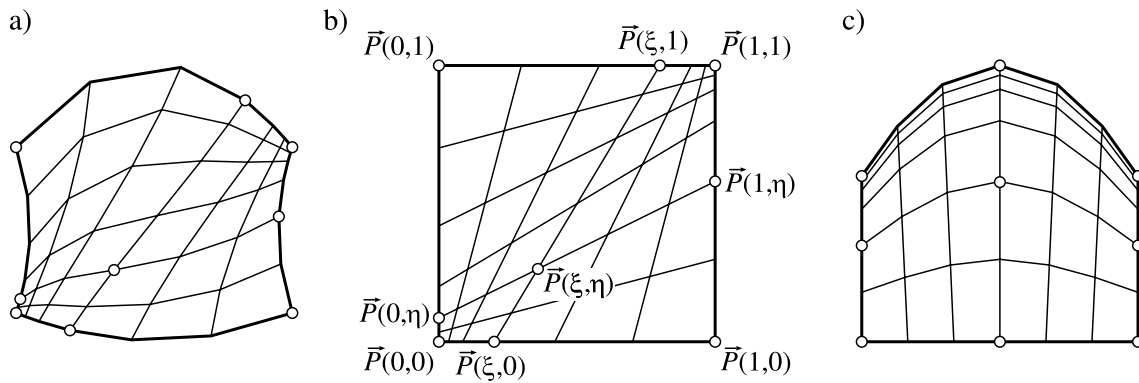


Bild 2.20: Netzgenerierung mittels semi-isogeometrischer Interpolation an drei Beispielen

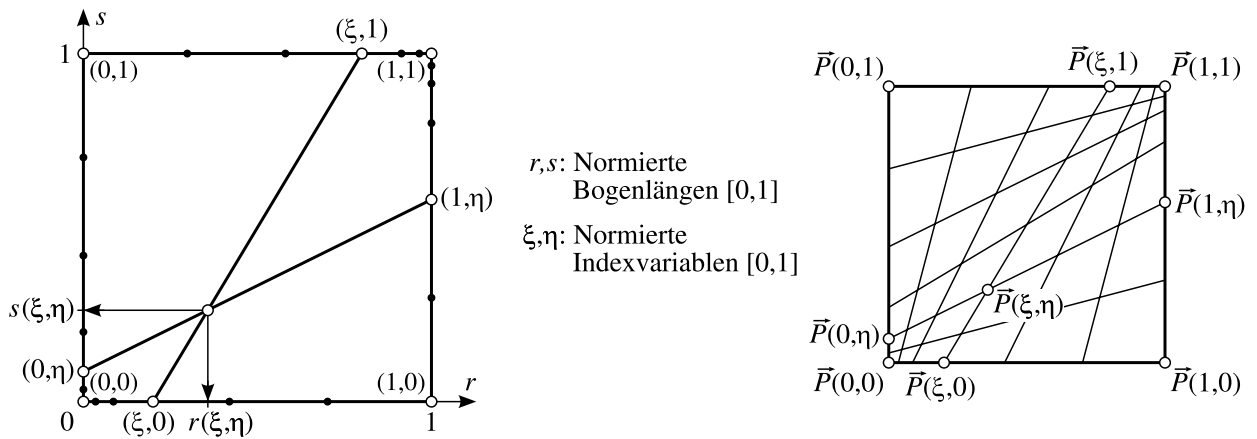


Bild 2.21: Bestimmung der Gewichtsfunktionen $w_1 = r(\xi, \eta)$ und $w_2 = s(\xi, \eta)$ (links) für die semi-isogeometrische Interpolation (rechts)

2.5.2 Numerische Verfahren

Die genaueste Methode zur Berechnung des Strömungsfeldes ist die *Direkte Numerische Simulation* (DNS). Hierbei wird das Gleichungssystem (2.35) und (2.36) ohne zusätzliche Modellannahmen gelöst. Hierfür müssen mit der Diskretisierung in Raum und Zeit auch die kleinsten Wirbel aufgelöst werden, um alle Skalen der Turbulenz zu erfassen. Nach TENNEKES UND LUMLEY [150] lässt sich die erforderliche Anzahl der Knoten N eines Rechengitters über das Verhältnis des integralen turbulenten Längenmaßes L_T zur Kolmogorov-Länge η_T abschätzen:

$$\frac{L_T}{\eta_T} \sim \left(\frac{u_T \cdot L_T}{\nu} \right)^{\frac{3}{4}} \sim Re_T^{\frac{3}{4}} \implies N \sim \left(\frac{L_T}{\eta_T} \right)^3 \sim Re_T^{\frac{9}{4}}. \quad (2.37)$$

Die turbulente Reynolds-Zahl Re_T basiert auf dem turbulenten Geschwindigkeitsmaß u_T sowie dem integralen turbulenten Längenmaß L_T . Laut FERZIGER UND PERIĆ [47] ist die turbulente Reynolds-Zahl Re_T etwa um den Faktor 100 kleiner als die makroskopische Reynolds-Zahl Re , wie sie zur Beschreibung technischer Strömungsvorgänge benutzt wird. Die Größenordnung von $\mathcal{O}(10^4)$ für die turbulente Reynolds-Zahl Re_T bei technisch relevanten Anwendungen und der daraus resultierende enorme Arbeitsspeicherbedarf lassen selbst Großrechner schnell an ihre Grenzen stoßen, weshalb die DNS heute hauptsächlich bei der Entwicklung von Turbulenzmodellen Verwendung findet.

Bei der Grobstruktursimulation oder Large Eddy Simulation (LES) wird die dreidimensionale, instationäre Entwicklung der energietragenden großen Wirbel, durch die das globale Strömungsfeld im wesentlichen beeinflusst wird, aufgelöst. Im Unterschied zur DNS werden die kleineren dissipativen Wirbel durch ein Subgrid-Scale-Modell (SGS) berücksichtigt. Es ergibt sich eine bedeutende Einsparung an Rechenzeit, da die kleinsten räumlichen Strukturen nicht aufgelöst werden müssen.

Für die meisten technischen Anwendungen sind die resultierenden Rechenzeiten bei der LES immer noch zu hoch. Weitere Einsparungen ergeben sich durch die statistische Beschreibung der Turbulenz mittels der Reynolds-gemittelten oder Reynolds-Averaged-Navier-Stokes-Gleichungen (RANS).

2.5.3 Mittelung der Grundgleichungen

Die statistische Betrachtung der Turbulenz geht auf REYNOLDS [111] zurück. Die Aufspaltung einer Lösung in ihren Mittelwert und die Fluktuation um den Mittelwert führt auf die sogenannte Reynolds-Mittelung zur Herleitung von Entwicklungsgleichungen des gemittelten Strömungsfeldes, vgl. ADAMS [3].

Wird eine statistisch stationäre Strömung betrachtet, so lässt sich die lokal an einem Ort x_i vorherrschende Strömungsgröße ϕ in einen zeitlichen Mittelwert $\bar{\phi}$ und einen Schwankungsanteil ϕ' trennen, vgl. FERZIGER UND PERIĆ [48]:

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t) . \quad (2.38)$$

Durch Mittelung über einen ausreichend langen Zeitraum T ergibt sich die zeitlich gemittelte Größe $\bar{\phi}(x_i)$ zu

$$\bar{\phi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(x_i, t) dt . \quad (2.39)$$

Der zeitliche Mittelwert des Schwankungsanteils ist Null:

$$\overline{\phi'}(x_i, t) = 0 . \quad (2.40)$$

Wendet man den Separationsansatz nach Gl. (2.38) auf die Geschwindigkeiten und den statischen Druck der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen (2.35) und (2.36) an und mittelt diese, so ergeben sich die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 , \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] . \quad (2.42)$$

Diese Gleichungen beschreiben im Gegensatz zu den ursprünglichen Erhaltungsgleichungen den Transport der mittleren Stromfeldgrößen. Zusätzlich enthalten die Gleichungen den Reynolds-Spannungstensor $\overline{u'_i u'_j}$, der aus der Mittelung der konvektiven Terme herrührt und dessen Komponenten a priori unbekannt sind. Das Gleichungssystem ist somit unterbestimmt.

2.5.4 Turbulenzmodellierung

Die sechs unbekanntenen Komponenten des Reynolds-Spannungstensors müssen derart bestimmt werden, dass einerseits das Gleichungssystem geschlossen ist, andererseits die zugrunde liegende Physik der Strömung möglichst gut modelliert wird. Hierzu werden Turbulenzmodelle verwendet, die sich für RANS-Gleichungen entsprechend ihrer Beschreibung der Reynolds-Spannungen in zwei Hauptgruppen unterteilen lassen, vgl. SCHUSTER [128]:

Bei den *Reynolds-Spannungs Modellen* (RSM) werden die Korrelationen der Reynolds-Spannungen entweder direkt durch Transportgleichungen (differentielle RSM) bestimmt oder mittels algebraischer Ausdrücke (algebraische RSM) modelliert.

Dagegen werden bei *Wirbelviskositätsmodellen* entsprechend des Wirbelviskositätsansatzes nach BOUSSINESQ [18] die Komponenten des Reynolds-Spannungstensors mit dem mittleren Stromfeld gekoppelt. Lineare Wirbelviskositätsmodelle verknüpfen die Reynolds-Spannungen mit den Gradienten der Geschwindigkeitskomponenten mittels der turbulenten Wirbelviskosität $\nu_T(x, y, z, t)$ als Proportionalitätsfaktor:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.43)$$

$$\text{mit} \quad k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} . \quad (2.44)$$

Hierin ist k die turbulente kinetische Energie und δ_{ij} das Kronecker Symbol. Das Schließungsproblem reduziert sich somit auf die Bestimmung der Wirbelviskosität ν_T und der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k . Die Berechnung einer sinnvollen Verteilung der Größen k und ν_T ist Aufgabe des Turbulenzmodells.

Mittels Dimensionsanalyse lässt sich ν_T auf ein turbulentes Zeitmaß T_T und ein integrales Längenmaß L_T zurückführen:

$$\nu_T \propto \frac{L_T^2}{T_T} . \quad (2.45)$$

In der Praxis werden diese Maße nicht direkt berechnet, sondern über die kinetische Energie k und ihre Dissipationsrate ε :

$$T_T = \frac{k}{\varepsilon} , \quad (2.46)$$

$$L_T = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} . \quad (2.47)$$

Die Größen k und ε lassen sich dann mit entsprechenden Transportgleichungen ermitteln. Für die Definition der folgenden Turbulenzmodelle wird die effektive kinematische Viskosität ν_{eff} eingeführt:

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_T . \quad (2.48)$$

Standard- k - ε -Modell

Eines der bekanntesten und häufig verwendeten Turbulenzmodelle ist das k - ε -Modell, das als lineares Wirbelviskositätsmodell in seiner Standard-Form von LAUNDER UND SPALDING [78] vorgeschlagen wurde. Die Wirbelviskosität wird hier entsprechend Gl. (2.45) mit der Proportionalitätskonstante C_μ ausgedrückt durch:

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \text{bzw.} \quad \nu_T = C_\mu f_\mu k T_T . \quad (2.49)$$

Es ergeben sich zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und deren Dissipationsrate ε , die nach FERZIGER UND PERIĆ [47] als Modellgleichungen anzusehen sind:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon , \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \tilde{\varepsilon}}{T_T} + E . \quad (2.51)$$

Zur vereinfachten Formulierung von Wandrandbedingungen für ε wird bei manchen Modellvarianten als Lösungsvariable $\tilde{\varepsilon}$ statt der Dissipation ε verwendet:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon} . \quad (2.52)$$

Die Variable ε_0 ist der Wert von ε an der Wand und wird von der jeweiligen Modellvariante separat definiert. In Gleichung (2.50) und (2.51) ist P_k die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie k , die über den Deformationstensor S_{ij} definiert ist:

$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} S_{ij} = 2\nu_T S_{ij} S_{ij} \quad (2.53)$$

$$\text{mit } S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) . \quad (2.54)$$

Die Konstanten aus Gl. (2.50) und (2.51) sind beim Standard- k - ε -Modell wie folgt belegt:

$$C_\mu = 0.09 , \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 , \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 , \quad \sigma_k = 1.0 , \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 . \quad (2.55)$$

Beim Standard- k - ε -Modell nach LAUNDER UND SPALDING [78] sind die Dämpfungsfunktionen f_μ, f_1, f_2 gleich 1, der Term E sowie ε_0 sind Null. Die Dämpfungsfunktionen werden bei sog. *low-Re- k - ε* -Modellen verwendet, um die zur Wand hin abklingenden Reynolds-Spannungskomponenten wiederzugeben, siehe PATEL ET AL. [104].

k - ω -Modell

Bei dem k - ω -Modell nach WILCOX [157] wird statt der Transportgleichung (2.51) für ε eine Transportgleichung für die spezifische Dissipationsrate ω verwendet, die mittels der Konstante β^* über folgende Beziehung mit ε verknüpft ist:

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} . \quad (2.56)$$

Für die Wirbelviskosität ergibt sich entsprechend Gl. (2.45) mit $\beta^* = C_\mu$:

$$\nu_T = \frac{k}{\omega} = C_\mu k T_T . \quad (2.57)$$

Die Transportgleichungen des k - ω -Modells lauten:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* k \omega , \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\alpha \frac{P_k}{k} - \beta \omega}{C_\mu T_T} . \quad (2.59)$$

Der Produktionsterm P_k wird nach Gleichung (2.53) bestimmt. Die Konstanten aus Gl. (2.58) und (2.59) sind beim k - ω -Modell wie folgt belegt:

$$\alpha = \frac{5}{9} , \quad \beta^* = 0.09 , \quad \beta = \frac{3}{40} , \quad \sigma_k = 2 , \quad \sigma_\omega = 2 . \quad (2.60)$$

Shear-Stress-Transport-Modell (SST)

Das Shear-Stress-Transport-Modell (SST) nach MENTER [94] kombiniert verschiedene Aspekte existierender Zweigleichungsmodelle. Eine wesentliche Eigenschaft ist die bereichsabhängige Gewichtung der Modell-Koeffizienten: In der Nähe von Wänden wird ein k - ω -Modell, im Bereich der Hauptströmung wird ein k - ε -Modell verwendet.

Der Übergang zwischen den Modellen erfolgt durch entsprechende Gewichtungsfunktionen, angewendet auf die Modell-Koeffizienten. Um dies zu ermöglichen, wird das k - ε -Modell in eine k - ω -Formulierung überführt. Bestimmte Parameter des k - ω -Modells werden mit einer Funktion F_1 multipliziert, entsprechende Parameter des transformierten k - ε -Modells mit der Funktion $(1 - F_1)$ als Faktor versehen und die resultierenden Gleichungen anschließend addiert. Die Funktion F_1 nimmt in der Nähe von Wänden den Wert 1 an und geht mit zunehmender Entfernung gegen 0.

Die Transportgleichungen des SST-Modells lauten, vgl. CFX-MANUAL [7]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* k \omega , \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_{\omega3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \alpha_3 \frac{\omega}{\rho k} P_k - \beta_3 \omega^2 + (1 - F_1) \frac{2}{\sigma_{\omega2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} . \quad (2.62)$$

Im SST-Modell wird auch die turbulente Wirbelviskosität v_T aus Gleichung (2.57) modifiziert, vgl. CEBECI [25]:

$$v_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad \text{mit} \quad a_1 = 0.31 . \quad (2.63)$$

Dabei ist Ω der Absolutwert der Wirbelstärke und F_2 ist eine vom Wandabstand y_P abhängige Funktion:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (2.64)$$

$$\text{mit} \quad \arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y_P}, \frac{500 v}{y_P^2 \omega} \right) . \quad (2.65)$$

Die Funktion F_1 basiert auf den Strömungsgrößen und dem Abstand zur nächstgelegenen Wand:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (2.66)$$

$$\text{mit} \quad \arg_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y_P}, \frac{500 v}{y_P^2 \omega} \right), \frac{4 \rho k}{CD_{k\omega} \sigma_{\omega2} y_P^2} \right) , \quad (2.67)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(\frac{2 \rho}{\sigma_{\omega2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) . \quad (2.68)$$

Die Koeffizienten des SST-Modells setzen sich aus den korrespondierenden Koeffizienten der zu Grunde liegenden Modelle zusammen:

$$\phi_3 = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 , \quad (2.69)$$

$$\beta^* = 0.09, \quad \alpha_1 = \frac{5}{9}, \quad \beta_1 = \frac{3}{40}, \quad \sigma_{k1} = 2, \quad \sigma_{\omega1} = 2, \quad (2.70)$$

$$\alpha_2 = 0.44, \quad \beta_2 = 0.0828, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad \sigma_{\omega2} = \frac{1}{0.856} .$$

v'^2 - f -Modell

Turbulenzmodelle wie das k - ε - oder k - ω -Modell benutzen die Annahme homogener, isotroper Turbulenz. In Wandnähe ist allerdings die Turbulenz inhomogen und anisotrop. Das v'^2 - f -Modell erweitert das k - ε -Modell um zwei weitere Transportgleichungen: Eine für das Geschwindigkeitsmaß normal zur Wand v'^2 und eine für deren mit k normalisierten Produktionsrate f . Der elliptische Operator f berücksichtigt dabei nichtlokale Wandeffekte. Das Modell basiert auf dem Wirbelviskositätsansatz nach BOUSSINESQ [18]. Die Wirbelviskosität ν_T ist dabei definiert durch:

$$\nu_T = C_\mu v'^2 T_T . \quad (2.71)$$

Das originäre v'^2 - f -Modell nach DURBIN [41] kann Stabilitätsprobleme für sequentielle Lösungsverfahren aufweisen, vgl. LIEN UND DURBIN [84] bzw. LIEN ET AL. [86]. Daher wird in dieser Arbeit eine modifizierte Variante nach LIEN UND KALITZIN [85] bzw. LIEN ET AL. [86] verwendet. Die Transportgleichung für v'^2 und die Bestimmungsgleichung für f lauten:

$$\frac{\partial v'^2}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial v'^2}{\partial x_j} + 6v'^2 \frac{\varepsilon}{k} = kf + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial v'^2}{\partial x_j} \right] , \quad (2.72)$$

$$L_T^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} - f = \frac{1}{T_T} \left[(C_1 - 6) \frac{v'^2}{k} - \frac{2}{3} (C_1 - 1) \right] - D_2 \frac{P_k}{k} . \quad (2.73)$$

Für das turbulente Längenmaß L_T und das Zeitmaß T_T werden Restriktionen eingeführt, so dass diese Größen nicht kleiner als die entsprechenden Kolmogorov-Längen bzw. -Zeitmaße der viskosen Dissipation sein können:

$$T_T = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, 6 \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right] , \quad (2.74)$$

$$L_T = C_L \cdot \max \left[\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right] . \quad (2.75)$$

Die Gleichungen für k und ε des v'^2 - f -Modells sind identisch mit denen des k - ε -Modells. Die Modellkonstanten aus Gl. (2.50), (2.51), (2.72) und (2.73) sind wie folgt belegt:

$$C_\mu = 0.22 , \quad \sigma_k = 1.0 , \quad C_1 = 1.4 , \quad C_L = 0.23 , \quad C_{\varepsilon 1} = 1.4 \left(1 + 0.05 \sqrt{k/\nu^2} \right) , \quad (2.76)$$

$$\sigma_\varepsilon = 1.3 , \quad D_2 = 0.3 , \quad C_\eta = 70 , \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9 .$$

Nichtlineares Low-Reynolds k - ε -Modell (LCL)

Beim nichtlinearen Low-Reynolds k - ε -Wirbelviskositätsmodell wird die Anisotropie der Turbulenz über eine explizite Abhängigkeit des Reynolds-Spannungstensors von lokalen Strömungsgrößen berücksichtigt. Grundlage ist eine konstitutive Gleichung, die aus einer Reihenentwicklung des Spannungstensors nach dem Deformationstensor S_{ij} , Gl. (2.54), und dem Rotationstensor Ω_{ij} , Gl. (2.77), hervorgeht.

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) . \quad (2.77)$$

Der Anisotropietensor b_{ij}

$$b_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (2.78)$$

wird bis zu den Termen dritter Ordnung entwickelt:

$$\begin{aligned} b_{ij} = & -2 \frac{\nu_T}{k} S_{ij} + 4C_1 \frac{\nu_T}{\tilde{\varepsilon}} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{lk} \delta_{ij} \right) + 4C_2 \frac{\nu_T}{\tilde{\varepsilon}} (\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}) \\ & + 4C_3 \frac{\nu_T}{\tilde{\varepsilon}} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \delta_{ij} \right) + 8C_4 \frac{\nu_T k}{\tilde{\varepsilon}^2} (S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} \\ & + 8C_5 \frac{\nu_T k}{\tilde{\varepsilon}^2} \left(\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij} \right) \\ & + 8C_6 \frac{\nu_T k}{\tilde{\varepsilon}^2} S_{ij} S_{kl} S_{lk} + 8C_7 \frac{\nu_T k}{\tilde{\varepsilon}^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} . \end{aligned} \quad (2.79)$$

In dieser Arbeit wird die Low-Reynolds-Variante nach LIEN ET AL. [83] (LCL) verwendet mit den folgenden Koeffizienten:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{3/4}{C_\mu (1000 + \tilde{S}^3)} , & C_4 &= -10 \cdot C_\mu^2 , & \varepsilon_0 &= 0 , \\ C_2 &= \frac{15/4}{C_\mu (1000 + \tilde{S}^3)} , & C_5 &= 0 , & E &= 0 , \\ C_3 &= \frac{19/4}{C_\mu (1000 + \tilde{S}^3)} , & C_6 &= -2 \cdot C_\mu^2 , & \sigma_k &= 1.0 , \\ C_\mu &= \frac{2/3}{(4 + \tilde{S} + 0.9 \cdot \tilde{\Omega})} , & C_7 &= 2 \cdot C_\mu^2 , & \sigma_\varepsilon &= 1.3 , \\ C_{\varepsilon 1} &= 1.44 \cdot (1 + P'_k / P_k) , & C_{\varepsilon 2} &= 1.92 \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$\text{mit } P'_k = 1.33 \cdot [1 - 0.3 \cdot \exp(-Re_T^2)] \left(P_k + 2\nu \frac{k}{y^2} \right) \exp(-0.00375 \cdot Re_y^2) \quad (2.81)$$

$$\tilde{S} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} , \quad \tilde{\Omega} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} . \quad (2.82)$$

Mit den turbulenten Reynolds-Zahlen Re_T und Re_y

$$Re_T = \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon} \nu} , \quad Re_y = \frac{\sqrt{k} y}{\nu} . \quad (2.83)$$

lassen sich die Dämpfungsfunktionen wie folgt definieren:

$$f_1 = 1.0, \quad f_2 = 1 - 0.3 \cdot \exp(-Re_T^2), \quad (2.84)$$

$$f_\mu = [1 - \exp(-0.0198 \cdot Re_y)] \cdot \left(1 + \frac{5.29}{Re_y}\right). \quad (2.85)$$

Spalart-Allmaras Modell (S-A)

Das Eingleichungs-Turbulenzmodell nach SPALART UND ALLMARAS [144] (S-A) verwendet eine halb-empirische Transportgleichung für die turbulente kinematische Viskosität ν_T :

$$\nu_T = \tilde{\nu} f_{v1}. \quad (2.86)$$

Die Transportgleichung für die Rechenvariable $\tilde{\nu}$ dieses Turbulenzmodells lautet:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \right] + \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k}. \quad (2.87)$$

Die Variable d ist der Abstand zur nächstgelegenen Oberfläche. Die empirischen Funktionen f_{v1} , f_{v2} und f_w sind definiert als

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}} \quad (2.88)$$

mit den Hilfsvariablen χ , g , r und \tilde{S} :

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, \quad \tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}. \quad (2.89)$$

Die Deformationsrate S ist nach CEBECI [25] gegeben mit $S = \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$. Die Modellkonstanten der Gleichungen (2.87) bis (2.89) sind:

$$\begin{aligned} c_{b1} &= 0.1355, & c_{b2} &= 0.622, & c_{v1} &= 7.1, & c_{w1} &= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}, \\ c_{w2} &= 0.3, & c_{w3} &= 2, & \sigma &= 2/3, & \kappa &= 0.41. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Dabei ist σ die turbulente Prandtl-Zahl und κ die Kármán-Konstante.

2.5.5 Wandbehandlung

Eine vollentwickelte, turbulente Grenzschicht an einer festen Wand lässt sich in drei Bereiche mit fließenden Grenzen unterteilen:

- Viskose Wandschicht,
- Logarithmischer Bereich,
- Außen- bzw. turbulente Kernströmung.

Bei Turbulenzmodellen, die bis in die viskose Wandschicht integriert werden, ist für die wandnächste Zelle ein dimensionsloser Wandabstand y^+ der Größenordnung $\mathcal{O}(1)$, einzuhalten. Das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil u^+ weist hier bis etwa $y^+ < 5$ einen linearen Verlauf auf, d. h. $u^+ = y^+$, vgl. Bild 2.22.

Bei großen Reynolds-Zahlen ist die viskose Unterschicht so dünn, dass sie nur schwer mit genügend Netzknoten aufzulösen ist. Durch Verwendung einer Wandfunktion kann das Rechenggebiet erst im logarithmischen Bereich beginnen, wo das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil u^+ dem *Universellen Logarithmischen Wandgesetz* folgt:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C . \quad (2.91)$$

Hierbei ist C eine von der Wandrauigkeit abhängige Konstante mit dem Wert $C \approx 5.2$ für eine hydraulisch glatte Wand. Die Kármán-Konstante κ wird mit $\kappa \approx 0.41$ angegeben. Die dimensionslosen Größen sind definiert über die wandtangente Geschwindigkeitskomponente \bar{u}_t , die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ und dem Wandabstand y_P des wandnächsten Rechenpunktes:

$$u^+ = \frac{\bar{u}_t}{u_\tau} , \quad (2.92)$$

$$y^+ = \frac{y_P u_\tau}{\nu} , \quad (2.93)$$

$$\text{mit } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} . \quad (2.94)$$

Nach DURBIN UND PETTERSSON REIF [42] befindet sich die Strömung in der logarithmischen Schicht in einem lokalen Gleichgewicht zwischen Produktion P_k und Dissipation ε und es gilt dann:

$$u_\tau = C_\mu^{1/4} \sqrt{k} . \quad (2.95)$$

Der logarithmische Bereich des in Bild 2.22 dargestellten Beispiels erstreckt sich auf ein Intervall von $30 < y^+ < 500$. Da der Wert von y^+ Ergebnis der Strömungsrechnung ist, muss nach einer High-Reynolds-Simulation mit Wandfunktion überprüft werden, ob die wandnächsten Rechenpunkte mit ihren dimensionslosen Wandabständen innerhalb dieses Intervalls liegen. Die Grenzen sind stark problemabhängig, so gibt bspw. TRUCKENBRODT [155] die Untergrenze mit $y^+ = 60$ an. Die Obergrenze kann bei kleinen Reynolds-Zahlen bei 100 liegen, bei größeren Reynolds-Zahlen aber auch den y^+ -Wert von 1000 überschreiten vgl. ADAMS [2].

In dieser Arbeit werden zur besseren Unterscheidung Rechnetze und Turbulenzmodelle, die die viskose Unterschicht auflösen als *lowRe*-Netze bzw. -Turbulenzmodelle bezeichnet. Dagegen werden Netze und Turbulenzmodelle, die das *Universelle Logarithmische Wandgesetz* verwenden, mit der Abkürzung *wf* gekennzeichnet.

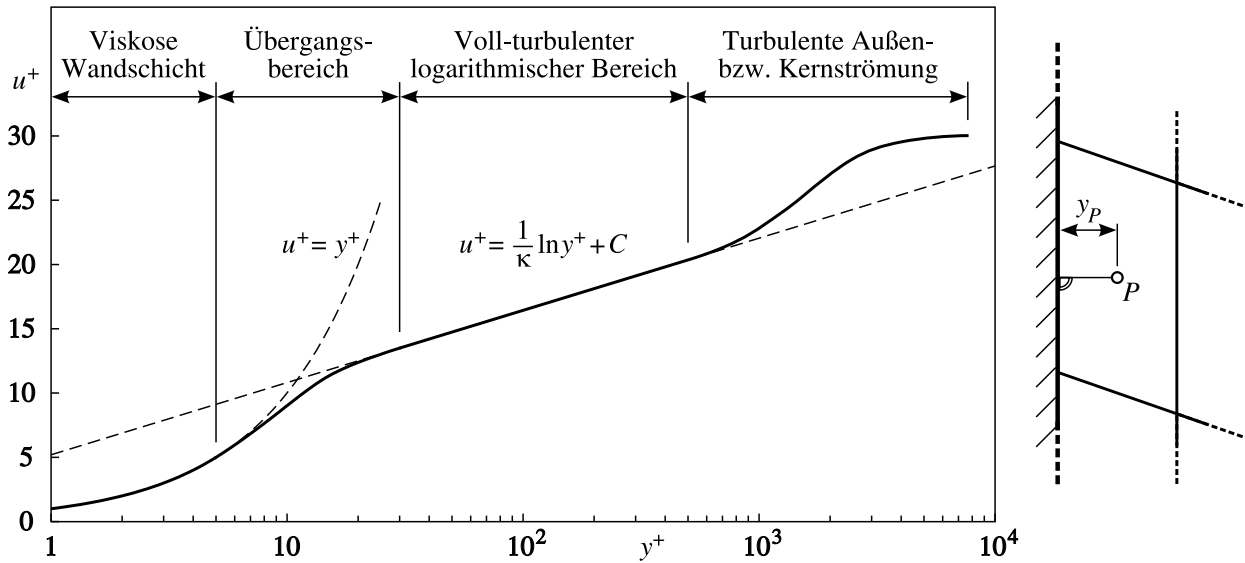


Bild 2.22: Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht an einer hydraulisch glatten Wand

2.5.6 Unterdrückung der Staupunktanomalie

Durch die Wirbelviskositätsannahme nach Gleichung (2.43) wird in Staupunktströmungen eine unphysikalisch hohe Produktion von turbulenter kinetischer Energie P_k berechnet. Diese Überproduktion wirkt sich auf den Zustand der weiter stromab liegenden Grenzschicht aus. Die in die turbulente Grenzschicht eingebrachte turbulente kinetische Energie stabilisiert die Schicht derart, dass eine mögliche Ablösung erst weiter stromab oder gar nicht auftritt. Dagegen kann bei einer anfänglich laminaren Grenzschicht die Transition zu früh vorhergesagt werden oder aber es bildet sich keine laminare Ablöseblase aus.

Es existieren zahlreiche Ansätze zur Korrektur der Überproduktion der turbulenten kinetischen Energie. So führt bspw. DURBIN [39] die Staupunktanomalie auf eine Verletzung der Realizability-Bedingung zurück:

$$0 \leq \overline{u'_i u'_i} \leq 2k \quad (1) . \quad (2.96)$$

DURBIN [40] verwendet die Realizability-Beschränkung des turbulenten Zeitmaßes T_T auch bei Zweigleichungsmodellen:

$$T_T \leq \frac{\alpha_r k}{\sqrt{6} C_\mu u_T^2 \sqrt{S_{ij} S_{ij}}} . \quad (2.97)$$

Dabei hat der Relaxationsparameter α_r in dieser Arbeit den Wert $\alpha_r = 1$. Das Geschwindigkeitsmaß u_T aus Gleichung (2.97) wird bestimmt durch:

$$u_T^2 = f_\mu k . \quad (2.98)$$

Beim k - ω -Modell ist die Dämpfungsfunktion $f_\mu = 1$ gesetzt und beim v'^2 - f -Modell ist $u_T^2 = v'^2$. Von unten wird das turbulente Zeitmaßes T_T vom Kolmogorov-Zeitmaß begrenzt, siehe Gleichung (2.74).

⁽¹⁾Die Einsteinsche Summenkonvention wird hier nicht angewandt, d. h. über doppelte Indizes wird nicht summiert.

In dieser Arbeit wird für alle Rechnungen mit *NS3D* die über das Zeitmaß T_T formulierte Realizability-Bedingung nach Gleichung (2.97) verwendet.

2.5.7 Diskretisierung

Die oben beschriebenen Grundgleichungen der Strömungsmechanik sind partielle Differentialgleichungen, die die Änderungen der Variablen kontinuierlich in den drei Raumrichtungen und in der Zeit ausdrücken. Als Diskretisierung wird die Überführung dieser kontinuierlichen Beschreibung in eine diskrete bezeichnet, bei der die Variablen nur in den diskreten Punkten des Rechnernetzes zu bestimmten Zeitpunkten bestimmt werden. Die Differentialgleichungen können so in diskretisierter Form einer numerischen Berechnung zugänglich gemacht werden.

Der CFD-Code *NS3D* basiert auf einer *Finite-Volumen-Diskretisierung* (FVM), bei der das zu analysierende Stromfeld durch ein geeignetes Rechnernetz in kleine Teilvolumina aufgeteilt wird. Auf jedes dieser Teilvolumen werden die Transportgleichungen in integraler Form angewendet. Es entsteht für jede Zelle eine Bilanzgleichung, die die lokale Änderung einer Erhaltungsgröße in Beziehung zu den über die Zellflächen ein- und austretenden Flüsse und den im Volumen wirkenden Quellen und Senken setzt. Für eine ausführliche Beschreibung der *Finite-Volumen-Methode* wird auf VERSTEEG UND MALALASEKERA [156] verwiesen. Die Umsetzung im *NS3D* ist z. B. bei SKODA [135] oder EINZINGER [44] beschrieben.

Im Rahmen dieser Arbeit kommt für die Diskretisierung der konvektiven Flüsse über die Zellflächen ein *Flux-Limiter*-Verfahren nach CHAKRAVARTHY UND OSHER [27] (OSH) zum Einsatz. *Flux-Limiter*-Verfahren passen ihre Genauigkeit automatisch dem lokalen Strömungszustand an. Um eine stabile Lösung zu erhalten, hat es sich dennoch als notwendig erwiesen, eine Linearkombination mit einem konstanten *Flux-Blending*-Faktor β zwischen dem höherwertigen Verfahren (OSH) und der Stromauf-Interpolation (UDS⁽²⁾) zu verwenden:

$$\phi = \beta \cdot \phi^{\text{OSH}} + (1 - \beta) \cdot \phi^{\text{UDS}} . \quad (2.99)$$

2.5.8 Randbedingungen

Die Randflächen jedes Rechenblocks müssen mit geeigneten Randbedingungen belegt werden. Dies kann über eine direkte Wertzuweisung, der Dirichlet-Randbedingung, oder mittels Vorgabe eines Gradienten, der Neumann-Randbedingung, erfolgen. Gemeinsame Blockgrenzen erhalten eine Durchflussbedingung, die in Abschnitt 2.5.9 beschrieben wird.

Einströmrand (Inlet)

Am Einströmrand werden alle Komponenten des Geschwindigkeitsvektors mittels Dirichlet-Randbedingungen belegt. Auch die Turbulenzgrößen, turbulente kinetische Energie k und Dissipationsrate ε bzw. spezifische Dissipation ω , werden als Dirichlet-Randbedingung vorgegeben.

⁽²⁾UDS = Upwind Differencing Scheme

Lediglich der elliptische Operator f ist über eine Neumann-Bedingung mit verschwindendem Gradienten zwischen der Randfläche und dem wandnächsten Zellmittelpunkt implementiert. Das skalare Geschwindigkeitsmaß v'^2 wird mit $v'^2 = 2/3 k$ belegt. Die turbulente kinetische Energie am Eintritt k_{in} lässt sich über den Turbulenzgrad Tu und die absolute Strömungsgeschwindigkeit u_{in} bestimmen:

$$k_{in} = \frac{3}{2} Tu^2 u_{in}^2 . \quad (2.100)$$

Bei k - ε basierten Modellen kann die Dissipationsrate ε_{in} bei Vorgabe eines Viskositätsverhältnisses $(\frac{\nu_T}{\nu})$ unter Verwendung von Gleichung (2.49) wie folgt berechnet werden:

$$\varepsilon_{in} = C_\mu \cdot \frac{k_{in}^2}{(\frac{\nu_T}{\nu}) \cdot \nu} . \quad (2.101)$$

In der Literatur [7] wird für geringe Turbulenzgrade um 1% ein Viskositätsverhältnis von $(\frac{\nu_T}{\nu}) = 1$ angegeben; bei mittleren Turbulenzgraden um 5% wird ein Viskositätsverhältnis von $(\frac{\nu_T}{\nu}) = 10$ empfohlen.

Für k - ω basierte Turbulenzmodelle lässt sich am Eintritt mittels Gleichungen (2.49) und (2.57) die spezifische Dissipationsrate ω_{in} aus ε_{in} berechnen:

$$\omega_{in} = \frac{k}{(\frac{\nu_T}{\nu}) \cdot \nu} = \frac{\varepsilon_{in}}{C_\mu k_{in}} . \quad (2.102)$$

Für den statischen Druck p wird eine Neumann-Randbedingung entlang der Netzlinien verwendet. Der statische Druck am Einströmrand wird aus den Druckwerten des Feldes linear extrapoliert.

Ausströmrand (Outlet)

Am Ausströmrand ist der Geschwindigkeitsvektor unbekannt und somit Teil der Lösung. Die Geschwindigkeitswerte und Turbulenzgrößen am Ausströmrand werden mittels linearer Extrapolation aus den Werten des Feldes bestimmt.

Der statische Druck p wird entweder als konstanter oder als flächengemittelter Wert über der Austrittsfläche vorgegeben. In dieser Arbeit wird die flächengemittelte Variante verwendet.

Die Lage des Ausströmrandes sollte möglichst weit stromabwärts gewählt werden, um negative Rückwirkungen auf die stromaufwärts gelegenen Bereiche zu vermeiden.

Wand (Wall)

An fluidundurchlässigen Wänden verschwindet der Massenfluss sowie der konvektive Fluss durch die Wand. Aufgrund der Haftbedingung nimmt die Relativgeschwindigkeit an der Wand den Wert Null an.

Der statische Druck an der Wand wird aus den Druckwerten des Feldes linear extrapoliert.

Die turbulente kinetische Energie k , das Geschwindigkeitsmaß v'^2 , der elliptische Operator f und die Reynolds-Spannungen $\overline{u'_i u'_j}$ werden an der Wand zu Null gesetzt. Neben diesen Dirichlet-Randbedingungen wird mittels Neumann-Bedingung der Gradient der turbulenten kinetischen

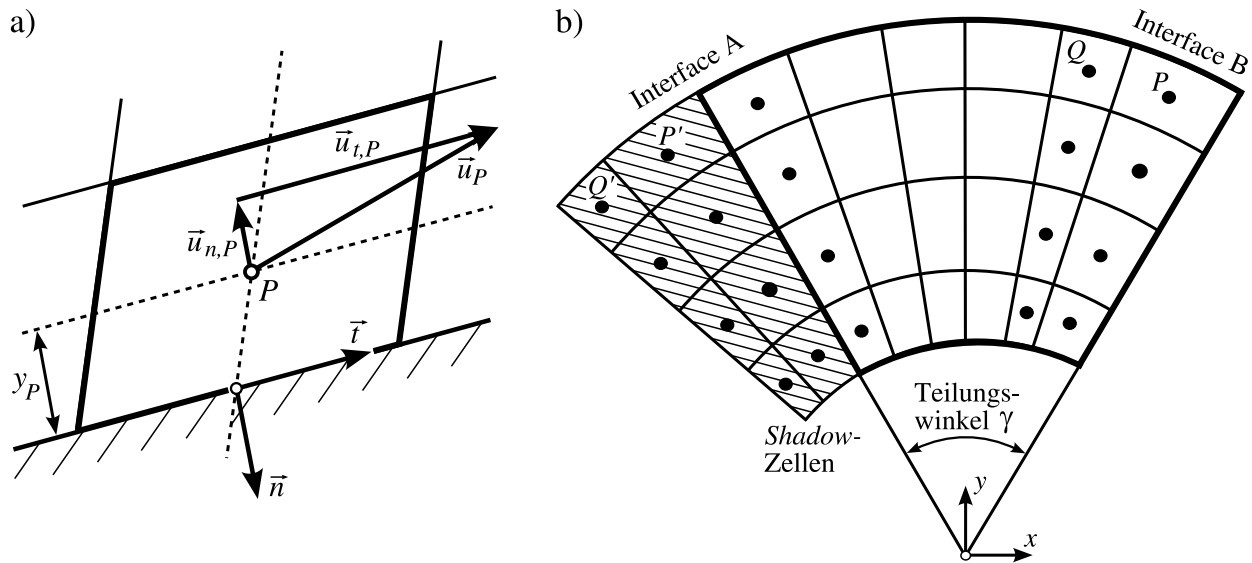


Bild 2.23: Schematische 2D-Skizze (a) einer Wandzelle zur Veranschaulichung der Wand-Randbedingung und 2D-Skizze (b) zum Datenaustausch an rotierend-periodischen Interfaces

Energie $(\frac{\partial k}{\partial n})_W$ ebenfalls gleich Null gesetzt, vgl. Bild 2.23a. Die Werte der Dissipationsrate ε bzw. die spezifische Dissipation ω werden je nach Turbulenzmodell unterschiedlich umgesetzt. Die entsprechende Implementierung sowie weitere Informationen zur Wand-Randbedingung finden sich bei SKODA [135].

Reibungsfreie Wand

Die reibungsfreie Wand wird oft als Symmetrierandbedingung oder auch als Euler-Wand bezeichnet. Der Massenfluss und der konvektive Fluss durch die Wand sind hier gleich Null gesetzt. Der Impulsaustausch findet wie bei der Wand über den diffusiven Fluss statt.

Der statische Druck an der reibungsfreien Wand wird aus den Druckwerten des Feldes linear extrapoliert.

Die Turbulenzgrößen werden mit verschwindendem Gradienten $(\frac{\partial \phi}{\partial n})_W = 0$ mittels Neumann-Randbedingung gesetzt.

2.5.9 Blockgrenzen

Auf strukturierten Netzen arbeitende Lösungsverfahren haben gegenüber unstrukturierten Verfahren den Vorteil, dass die Lösungsalgorithmen für die linearisierten Gleichungen i. A. schneller sind und sich die Datenhaltung effizienter realisieren lässt. Dagegen erweist sich die Generierung eines strukturierten Netzes bei komplexen Geometrien oft als schwierig. Mittels blockstrukturierter Verfahren lässt sich die Effizienz der strukturierten mit der Flexibilität der unstrukturierten Verfahren bis zu einem gewissen Maß kombinieren. In dem verwendeten CFD-Code *NS3D* bestehen verschiedene Möglichkeiten die einzelnen Blöcke mittels Interfaces miteinander zu koppeln, vgl. EINZINGER [44].

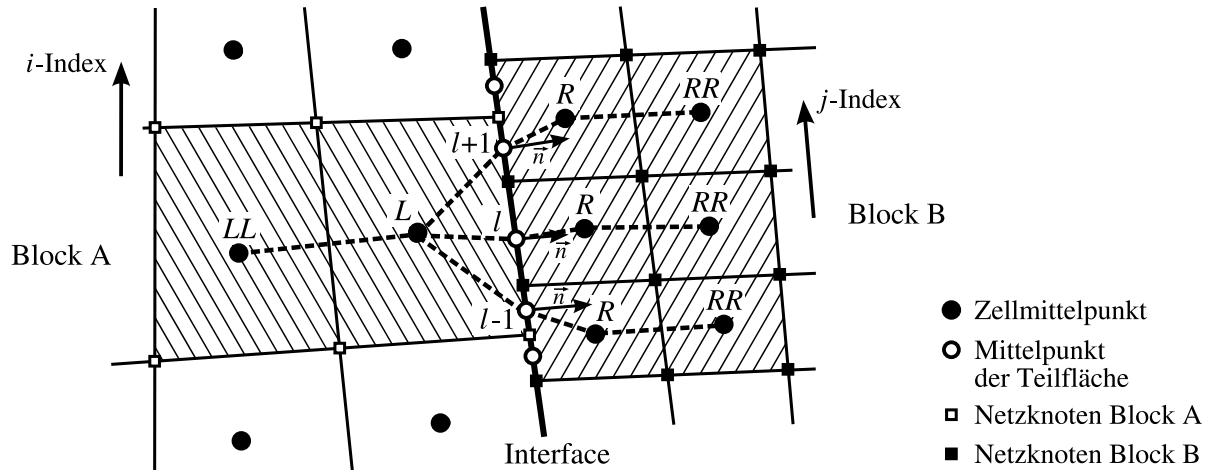


Bild 2.24: 2D-Skizze einer Blockgrenze mit nicht-passenden Knoten (*non-matching Interface*)

Matching Interface – Bei diesem Interface kommen die Netzknöten zweier benachbarter Blöcke an ihren Rändern aufeinander zu liegen. Die Blöcke können dabei aufgrund einer flexiblen Datenstruktur beliebig zueinander orientiert sein.

Non-matching Interface – Der im *NS3D* implementierte Mehrblockalgorithmus, bei dem die Netzknöten zweier angrenzender Blöcke nicht aufeinander liegen müssen, basiert auf einer Idee von LILEK [87]. Auch hier dürfen die Blöcke beliebig zueinander orientiert sein. Die Blockgrenzen einer zweidimensionalen Topologie mit *non-matching Interface* sind in Bild 2.24 beispielhaft dargestellt. Zur Berechnung der Flüsse über die Blockgrenze wird diese in Teilflächen zerlegt. Jede dieser Teilflächen ist von zwei Netzknöten, die zu unterschiedlichen Blöcken gehören können, berandet. Die Konservativität des Verfahrens wird durch die Berechnung der Flüsse durch jede Teilfläche gewährleistet. Bei Verwendung eines höherwertigen Verfahrens für die Berechnung der konvektiven Terme sind zwei Zellschichten je Block betroffen, in Bild 2.24 als Zellen L und LL in Block A und als Zellen R und RR in Block B bezeichnet. Eine Beschreibung über das Verfahren findet sich z. B. bei SKODA [135].

Periodic Interface – Periodische Block-Interfaces werden wie die bereits beschriebenen Interfaces behandelt, wobei zusätzlich eine Transformantion anzuwenden ist. Im Rahmen dieser Arbeit wird der *NS3D* mit rotierender Periodizität mit passenden Netzen verwendet, siehe Bild 2.23b. Bei diesem Interface werden skalare Größen in den Zellmittelpunkten P und Q einfach punktweise den Zellmittelpunkten der *Shadow-Zellen* übergeben. Bei Vektoren und Matrizen erfolgt die Übergabe durch Anwendung einer Rotationsmatrix, siehe z. B. EINZINGER [44].

Die Mehrblockstrategie bietet neben den oben erwähnten Vorteilen außerdem die Möglichkeit der Parallelisierung, indem einzelne Rechengebiete auf verschiedene Rechenprozesse verteilt und parallel auf mehreren Prozessoren und Computern abgearbeitet werden können. Die Kommunikation zwischen den einzelnen Prozessen erfolgt mittels der Software-Bibliothek *Message Passing Interface* (MPI). Der Datenaustausch zwischen den einzelnen Blöcken mittels o. g. Interfaces kann auf diese Weise gleichzeitig über Prozessor- und Computer-Grenze hinweg erfolgen.

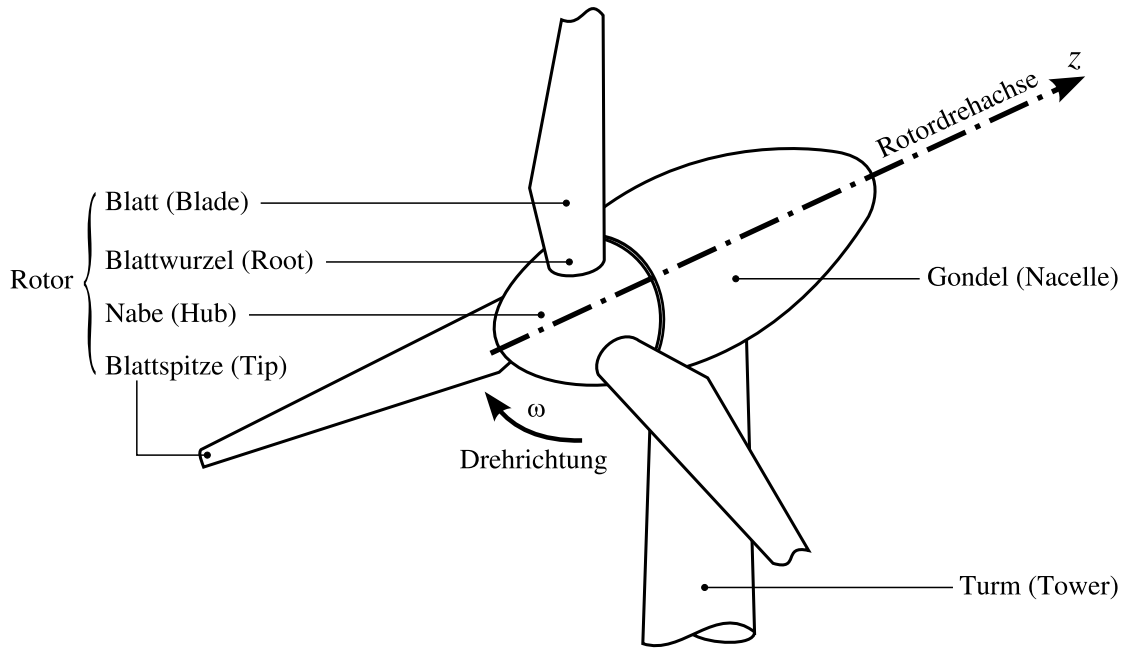


Bild 2.25: Schematische Darstellung einer Windturbine mit Bezeichnungen der einzelnen Teile

2.6 Windturbine

In Bild 2.25 ist schematisch der Aufbau einer Windturbine dargestellt. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Aerodynamik der Windturbine unter der Vereinfachung, dass lediglich der Rotor und hier speziell nur die Strömung um ein Windturbinenblatt zwischen Blattwurzel und Blattspitze betrachtet wird.

Als z -Achse ist die Rotordrehachse definiert, sie wird in Hauptströmungsrichtung positiv gezählt. Bezüglich der z -Achse werden das Rotordrehmoment M_z und die Rotorschubkraft F_S festgesetzt. Diese Größen lassen sich mit dem Actuator-Disk-Modell nach Lanchester und Betz abschätzen. Für die Auswertung und den Vergleich der Simulation mit experimentellen Daten werden im Folgenden auch die Grundlagen der Blattelemente-Methode vorgestellt.

2.6.1 Das Actuator-Disk-Modell nach Lanchester und Betz

Aus der kinetischen Energie E einer mit der konstanten Geschwindigkeit v_1 bewegten Masse m lässt sich die „Windleistung P_0 “ eines Luftstroms \dot{m} , der durch die Kontrollfläche A strömt, herleiten:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \quad \longrightarrow \quad \dot{E} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2 = P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v_1^3 . \quad (2.103)$$

Nach LANCHESTER [77] bzw. BETZ [15] kann dem Luftstrom durch ein Windrad nur ein Teil der kinetischen Energie entzogen werden. Mit dem Actuator-Disk-Modell kann das sogenannte *Lanchester-Betz-Limit*, das Verhältnis von maximal entnehmbarer Leistung zu Windleistung, bestimmt werden. Bei diesem 1D-Modell werden folgende idealisierte Bedingungen verwendet:

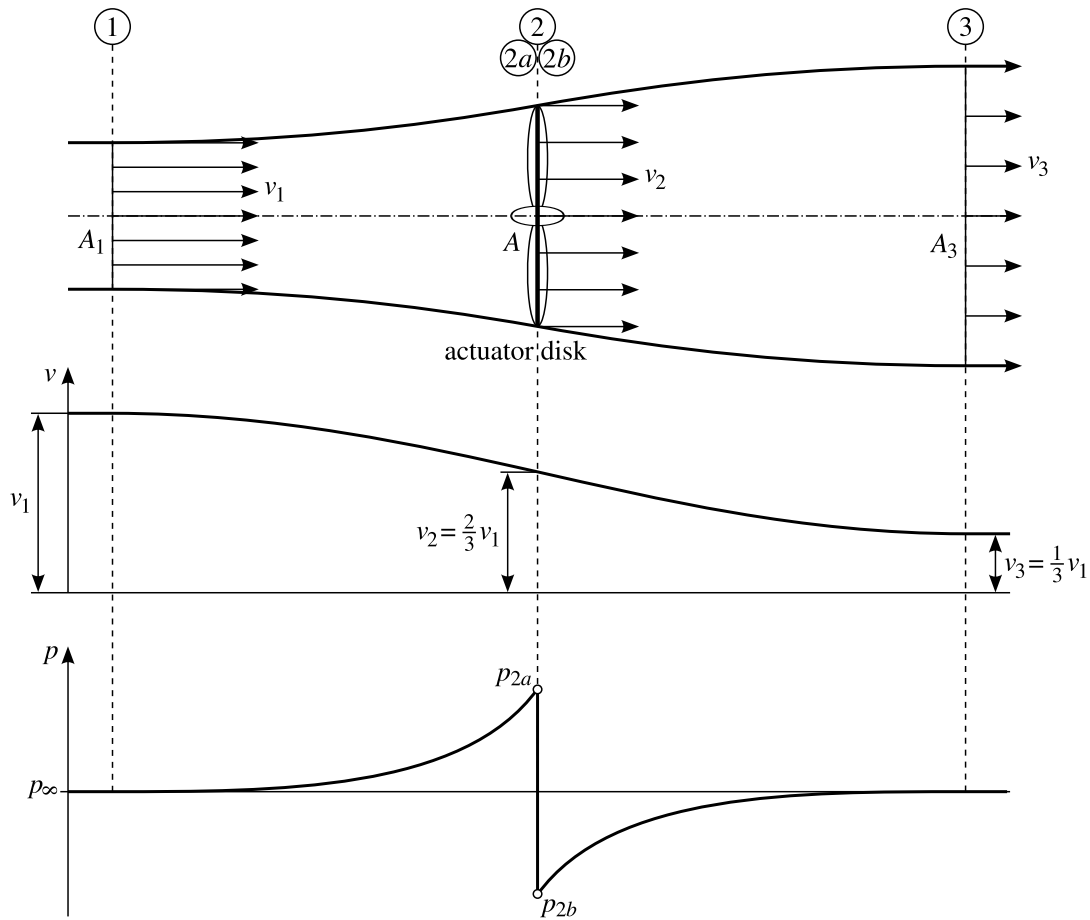


Bild 2.26: Strömungsverhältnisse bei Durchströmung eines idealen Windrades nach dem Actuator-Disk-Modell bei optimaler Windenergieausbeute

- Das Windrad wird durch eine dünne permeable Scheibe, der *actuator-disk*, ersetzt, was einem Windrad mit unendlich vielen Flügeln entspricht.
- Die Luft ist reibungsfrei und inkompressibel, d. h. Dichte $\rho = const.$
- Die Strömung vor und hinter der *actuator-disk* ist drallfrei und laminar.
- Der statische Druck weit vor dem Windrad ist gleich dem statischen Druck weit hinter dem Windrad.

In Bild 2.26 ist die Strömung durch solch ein idealisiertes Windrad dargestellt. Dem Wind wird in der von den Blättern der Windkraftanlage überstrichenen Fläche A Energie entzogen. Dadurch wird die Windgeschwindigkeit von v_1 weit vor dem Windrad auf v_3 weit hinter der Windturbine verzögert. Aufgrund der Kontinuität weitet sich die Stromröhre auf:

$$\dot{m} = \rho \cdot v_2 \cdot A = \rho \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho \cdot v_3 \cdot A_3 . \quad (2.104)$$

Durch die Windturbine wird dem Wind die Leistung P_{mech} entnommen:

$$P_{mech} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_3^2) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2 \cdot A \cdot (v_1^2 - v_3^2) . \quad (2.105)$$

2.6.2 Froude-Rankinesches Theorem

Aufbauend auf der Arbeit von RANKINE [110] bestimmt FROUDE [54] die Windgeschwindigkeit v_2 in Abhängigkeit von v_1 und v_3 . Dazu wird die Schubkraft F_S , die auf die Anlage in Radebene wirkt, verwendet. Durch den Impulssatz ausgedrückt ist diese Kraft:

$$F_S = \dot{m} \cdot (v_1 - v_3) = \rho \cdot v_2 \cdot A \cdot (v_1 - v_3) . \quad (2.106)$$

Die Strömung sei stationär, inkompressibel und reibungsfrei. Vor und nach der Turbine wirken keine äußeren Kräfte auf das Fluid ein. Daher kann die Bernoulli-Gleichung jeweils links und rechts von der Radebene aufgestellt werden:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 = p_{2a} + \frac{\rho}{2} \cdot v_{2a}^2 , \quad (2.107)$$

$$p_{2b} + \frac{\rho}{2} \cdot v_{2b}^2 = p_3 + \frac{\rho}{2} \cdot v_3^2 . \quad (2.108)$$

Wegen der Kontinuität müssen die Geschwindigkeiten dicht vor und hinter der *actuator-disk* gleich groß sein: $v_{2a} = v_{2b}$. Der statische Druck weit vor und weit hinter der Radebene ist gleich dem statischen Umgebungsdruck: $p_\infty = p_1 = p_3$. Durch Subtraktion der Gleichung (2.108) von (2.107) ergibt sich somit:

$$\frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_3^2) = p_{2a} - p_{2b} . \quad (2.109)$$

Die Schubkraft F_S kann auch über die Differenz des statischen Drucks ausgedrückt werden:

$$F_S = A \cdot (p_{2a} - p_{2b}) . \quad (2.110)$$

Gleichung (2.109) in Gl. (2.110) eingesetzt und mit Gl. (2.106) gleichgesetzt ergibt:

$$F_S = A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_3^2) = A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v_1 + v_3) \cdot (v_1 - v_3) = \rho \cdot v_2 \cdot A \cdot (v_1 - v_3) . \quad (2.111)$$

Daraus ergibt sich v_2 in Abhängigkeit von v_1 und v_3 :

$$v_2 = \frac{(v_1 + v_3)}{2} . \quad (2.112)$$

2.6.3 Maximal aus dem Wind entnehmbare Leistung

Unter Verwendung von Gleichung (2.112) lässt sich Gl. (2.105) schreiben als:

$$P_{mech} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{v_3}{v_1}\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2\right)}_{\text{Rotorleistungsbeiwert } C_P} \cdot \underbrace{\frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v_1^3}_{P_0} . \quad (2.113)$$

Der maximal erreichbare Rotorleistungsbeiwert C_P , das sogenannte Lanchester-Betz-Limit $C_{P,Betz}$, ergibt sich zu

$$C_{P,Betz} = \frac{16}{27} \approx 0.59 \quad \text{bei} \quad v_2 = \frac{2}{3}v_1 \quad \text{bzw.} \quad v_3 = \frac{1}{3}v_1 . \quad (2.114)$$

Eine ideale Windturbine kann also nur maximal 59% der dem Wind enthaltenen Leistung P_0 in mechanische Leistung P_{mech} umwandeln. Die Schubkraft F_S des Rotors ist

$$F_S = \underbrace{\left(1 - \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2\right)}_{\text{Rotorschubbeiwert } C_S} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v_1^2 . \quad (2.115)$$

Bei $v_3 = \frac{1}{3}v_1$ ergibt sich ein Rotorschubbeiwert von $C_S = 8/9 \approx 0.89$.

Im englischen Schrifttum werden der Rotorleistungsbeiwert C_P und der Rotorschubbeiwert C_S häufig über den *axialen Induktionsfaktor* a ausgedrückt, vgl. Bild 2.27:

$$P_{mech} = \underbrace{4a \cdot (1-a)^2}_{C_P} \cdot \underbrace{\frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v_1^3}_{P_0} , \quad (2.116)$$

$$F_S = \underbrace{4a \cdot (1-a)}_{C_S} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v_1^2 . \quad (2.117)$$

Für Werte von $a > \frac{1}{2}$ bzw. $\frac{v_3}{v_1} < 0$ sind die Gleichungen (2.113) bis (2.117) nicht gültig.

Neben dem *axialen Induktionsfaktor* a , der die Strömungsgeschwindigkeit in axialer Richtung beschreibt, existiert auch ein *tangentialer Induktionsfaktor* a' , mit dem die Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung c_θ angegeben werden kann, vgl. BURTON ET AL. [20]:

$$v = v_1 \cdot (1-a) , \quad (2.118)$$

$$c_\theta = \omega r \cdot a' . \quad (2.119)$$

Dabei ist ωr die örtliche Umfangsgeschwindigkeit. Nach GASCH UND TWELE [56] ergeben sich die Induktionsfaktoren in der Rotorebene aus den Geschwindigkeitskomponenten weit vor (1) und weit hinter (3) dem Rotor wie folgt:

$$a = \frac{(v_1 - v_3)/2}{v_1} , \quad a' = \frac{(c_{\theta 1} - c_{\theta 3})/2}{\omega \cdot r} . \quad (2.120)$$

2.6.4 Blattelementmethode

Die Kräfteverteilung auf ein Windturbinenblatt kann in erster Näherung über die Impulserhaltung beschrieben werden. Auf ein Kreisringsegment der Breite dr und dem mittleren Radius r wirkt unter Verwendung von Gleichung (2.117) die Schubkraft dF_S , vgl. Bild 2.28

$$dF_S = 4a \cdot (1-a) \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr . \quad (2.121)$$

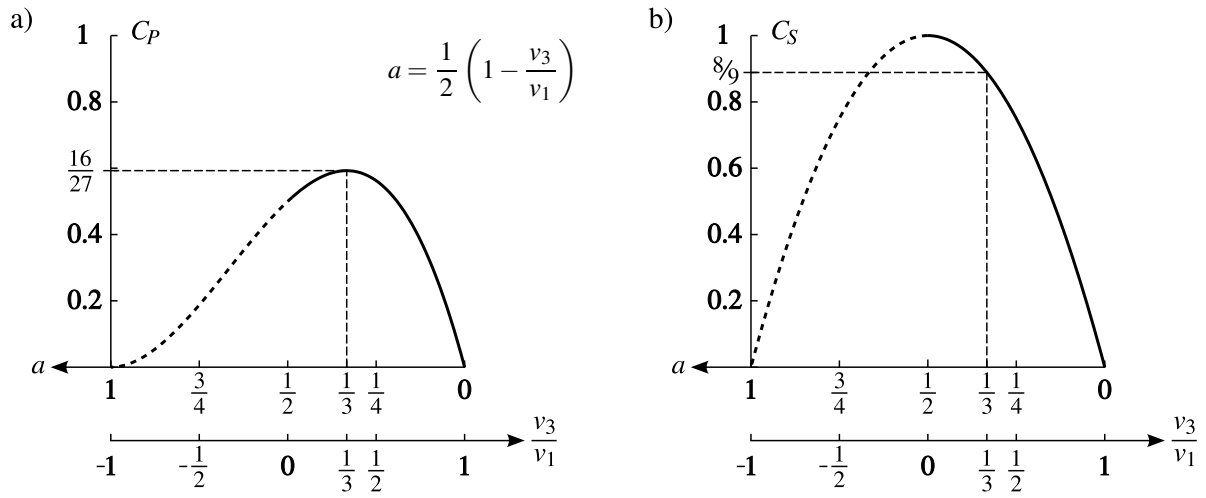


Bild 2.27: Rotorleistungsbeiwert C_P und Rotorschubbeiwert C_S in Abhängigkeit vom axialen Induktionsfaktor a am Windturbinenblatt bzw. vom Verhältnis der Windgeschwindigkeiten weit hinter (v_3) und weit vor (v_1) der Rotorebene

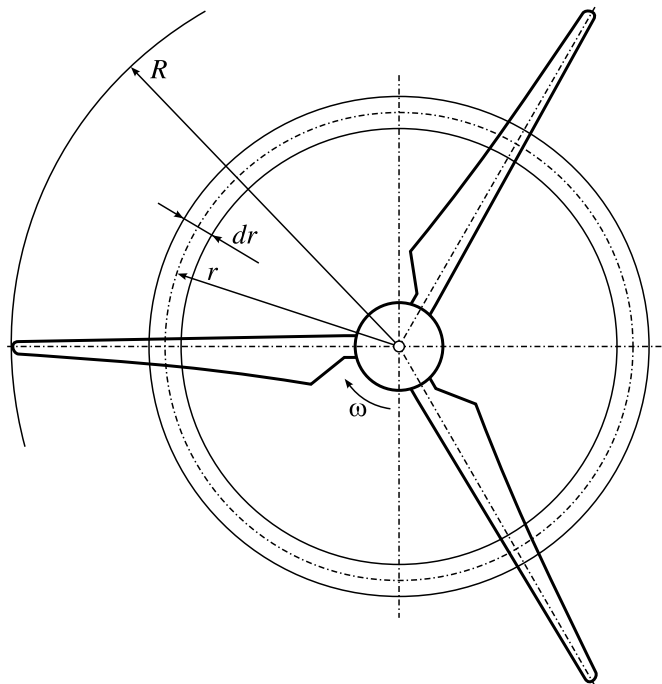
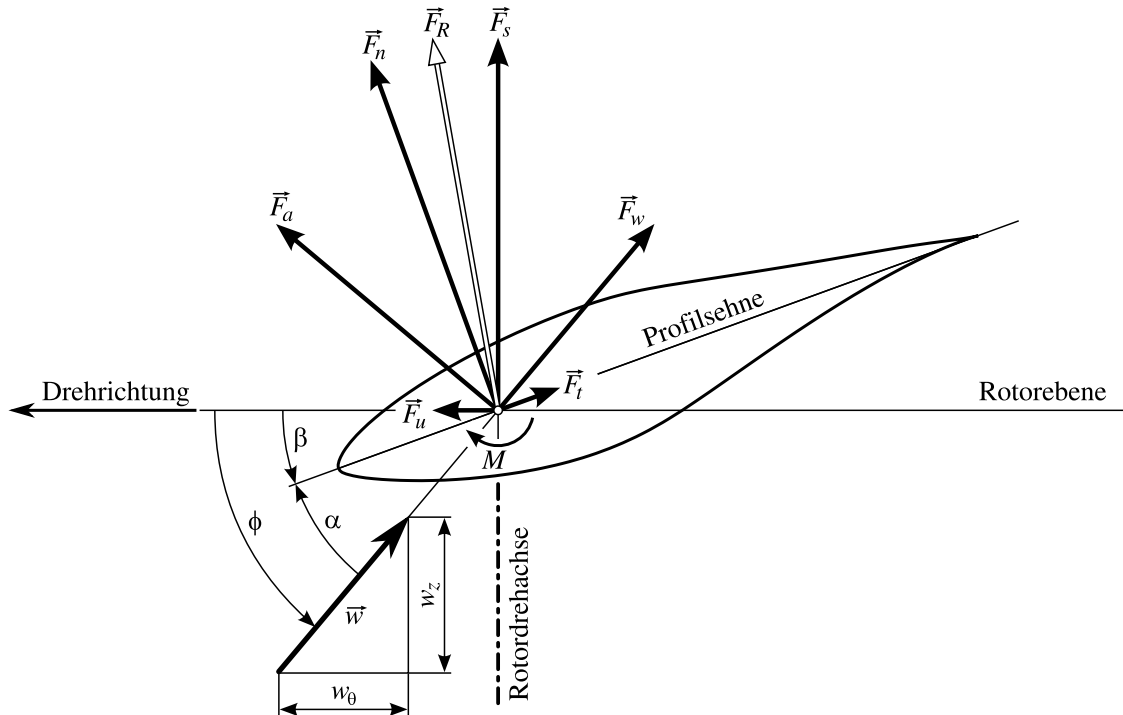


Bild 2.28: Kreisringsegment mit dem Flächeninhalt $dA = 2\pi \cdot r \cdot dr$ zur inkrementellen Berechnung von Rotordrehmoment M_z und Rotorschub F_S nach der Blattelementmethode



\vec{F}_a Auftriebskraft	} Referenz Anströmung \vec{w}	\vec{F}_n Normalkraft	} Referenz Profilsehne
\vec{F}_w Widerstandskraft		\vec{F}_t Tangentialkraft	
\vec{F}_s Schubkraft	} Referenz: Rotorebene	\vec{F}_R Resultierende Kraft	
\vec{F}_u Umfangskraft		M Nickmoment bzgl. Referenzpunkt $\frac{1}{4}l$	
\vec{w} Relativgeschwindigkeit		α Aerodynamischer Anstellwinkel	
w_θ Umfangskomponente von \vec{w}		β Einstellwinkel	
w_z axiale Komponente von \vec{w}		$\phi = (\alpha + \beta)$	

Bild 2.29: Bezeichnungen und aerodynamische Kräfte bzgl. verschiedener Referenzen am Profilschnitt bzw. am Kreisringsegment eines Windturbinenblattes

Außerdem trägt das betrachtete Kreisringsegment zum Rotordrehmoment das differentielle Moment dM_z bei:

$$dM_z = 4a' \cdot (1 - a) \cdot \rho \cdot v_1 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \omega \cdot dr . \quad (2.122)$$

Die Blattelementmethode geht auf FROUDE [55] zurück. Ursprünglich von GLAUERT [58] für die Auslegung von Propellern beschrieben, wird dieses Verfahren auch für Windturbinen verwendet, siehe WILSON UND LISSAMAN [158].

Im Unterschied zur Impulsbetrachtung werden hier die Kräfte auf die Strömung durch das Blatt statt durch eine *actuator-disk* erzeugt. Dazu wird das Blatt, wie in Bild 2.28 dargestellt, in N Kreissegmente aufgeteilt und die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte der sich ergebenden Profilschnitte bestimmt. Wie bei MANWELL [90] beschrieben, wird vereinfachend angenommen, dass zwischen den Kreisringsegmenten kein Austausch stattfindet und die Kräfte auf das Blatt alleine durch die c_a - und c_w -Werte des jeweiligen Profilschnitts bestimmt werden.

Bild 2.29 zeigt exemplarisch einen Profilschnitt. Der Auftriebsbeiwert c_a ist senkrecht, der Widerstandsbeiwert c_w tangential zur Relativgeschwindigkeit \vec{w} definiert. Diese beiden Beiwerte können in Beiwerte in Umfangsrichtung c_u und in axialer Richtung c_s umgerechnet werden. Im experimentellen Bereich werden häufig die Beiwerte normal c_n und tangential c_t zur Profilschneide verwendet. Für die Umrechnung in c_u und c_s ist hier der lokale Anstellwinkel α nicht erforderlich, es genügt der durch die Geometrie gegebene lokale Einstellwinkel β :

$$c_u = c_a \cdot \sin(\phi) - c_w \cdot \cos(\phi) = c_n \cdot \sin(\beta) - c_t \cdot \cos(\beta) , \quad (2.123)$$

$$c_s = c_a \cdot \cos(\phi) + c_w \cdot \sin(\phi) = c_n \cdot \cos(\beta) + c_t \cdot \sin(\beta) , \quad (2.124)$$

$$c_t = c_w \cdot \cos(\alpha) - c_a \cdot \sin(\alpha) = c_s \cdot \sin(\beta) - c_u \cdot \cos(\beta) , \quad (2.125)$$

$$c_n = c_w \cdot \sin(\alpha) + c_a \cdot \cos(\alpha) = c_s \cdot \cos(\beta) + c_u \cdot \sin(\beta) , \quad (2.126)$$

$$c_a = c_s \cdot \cos(\phi) + c_u \cdot \sin(\phi) = c_n \cdot \cos(\alpha) - c_t \cdot \sin(\alpha) , \quad (2.127)$$

$$c_w = c_s \cdot \sin(\phi) - c_u \cdot \cos(\phi) = c_n \cdot \sin(\alpha) + c_t \cdot \cos(\alpha) . \quad (2.128)$$

Die entsprechenden Kräfte des Blattsegmentes mit der Breite dr und der Profilschneidlänge l ergeben sich mit dem lokalen Staudruck, gebildet aus dem Betrag der Relativströmungsgeschwindigkeit w und der Luftdichte ρ :

$$dF_a = c_a \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot l \cdot dr , \quad dF_w = c_w \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot l \cdot dr , \quad (2.129)$$

$$dF_n = c_n \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot l \cdot dr , \quad dF_t = c_t \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot l \cdot dr , \quad (2.130)$$

$$dF_u = c_u \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot l \cdot dr , \quad dF_s = c_s \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot l \cdot dr . \quad (2.131)$$

Das Rotordrehmoment M_z und die Rotorschubkraft F_S ergeben sich durch Multiplikation mit der Blattanzahl Z und Summation über alle N Kreissegmente:

$$M_z = Z \cdot \sum^N (r \cdot dF_u) , \quad F_S = Z \cdot \sum^N (dF_s) . \quad (2.132)$$

Mittels folgender Formeln lassen sich M_z und F_S mit dem Rotorleistungsbeiwert C_P und dem Rotorschubbeiwert C_S in Beziehung setzen:

$$M_z = C_P \cdot R^2 \pi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \cdot \frac{1}{\omega} , \quad (2.133)$$

$$F_S = C_S \cdot R^2 \pi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 . \quad (2.134)$$

Die Komponenten der Relativgeschwindigkeit w in Rotorebene, das sind w_θ in Umfangsrichtung und w_z in axialer Richtung, lassen sich über die Induktionsfaktoren ausdrücken, vgl. SPERA [145]:

$$w_\theta = r \cdot \omega \cdot (1 + a') , \quad w_z = v_1 \cdot (1 - a) . \quad (2.135)$$

Zur Charakterisierung von Windturbinen wird die Schnelllaufzahl λ , im Englischen als *tip speed ratio* bezeichnet, verwendet. Sie setzt die Umfangsgeschwindigkeit U der Blattspitze mit Radius R in Relation zu der Windgeschwindigkeit v_1 :

$$\lambda = \frac{U}{v_1} \quad \text{mit} \quad U = R \cdot \omega . \quad (2.136)$$

3 Modellierung

In diesem Kapitel wird die zu untersuchende Windturbine und ihre Modellierung beschrieben. Zunächst wird das verwendete Blatt-Profil *NREL S809* vorgestellt. Hier wird die Geometriebeschreibung und die Vernetzungsstrategie für die 2D-Simulation behandelt.

Im Anschluss wird die Windturbine *NREL Phase IV* beschrieben. Es werden die Geometrieaufbereitung und die Vernetzung eines Windturbinenblattes sowie die für die 3D-Simulation getroffenen Vereinfachungen erläutert. Abschließend wird die verwendete Software vorgestellt.

3.1 Profil NREL S809

Das Profil S809 wurde in den 80iger Jahren von SOMERS [138] im Auftrag des National Renewable Energy Laboratory (NREL) als Laminarprofil für Horizontalachsen-Windturbinen (HAWT) entwickelt. Bild 3.1 zeigt das Profil, dabei wurden die Skelettlinie und die Dickenverteilung aus der Profilkontur nach der in Abschnitt 2.3.1 beschriebenen Methode bestimmt.

3.1.1 Profileigenschaften

Die gewünschten Profileigenschaften wurden experimentell im *Low-Turbulence Wind Tunnel* des *Low Speed Laboratory* der Technischen Universität Delft überprüft und von SOMERS [138] veröffentlicht.

Das Profil mit der Dicke von 21% der Sehnenlänge l hat bei der Auslegungs-Reynolds-Zahl von $Re = 20 \cdot 10^5$ einen maximalen Auftriebsbeiwert von $c_{a,max} = 1.0$ bei $\alpha = 9.22^\circ$ sowie einen geringen Widerstandsbeiwert c_w im Bereich von $c_a = -0.45$, $\alpha = -5.14^\circ$ bis $c_a = 0.77$, $\alpha = 5.13^\circ$. Der Null-Auftriebs-Momentenbeiwert ist mit $c_{m0} = -0.041$ angegeben.

Außerdem ist das Profil unempfindlich gegenüber Oberflächenrauigkeit und weist gutmütige Stall-Eigenschaften auf. Im positiven Anstellwinkelbereich sind die Druckverteilungen bei steigendem Anstellwinkel mit denen bei fallendem Anstellwinkel identisch, d. h. die Profilpolare weist im positiven Anstellwinkelbereich keine Hysterese auf.

Die Koordinaten der Profilkontur sind im Anhang A.1 hinterlegt.

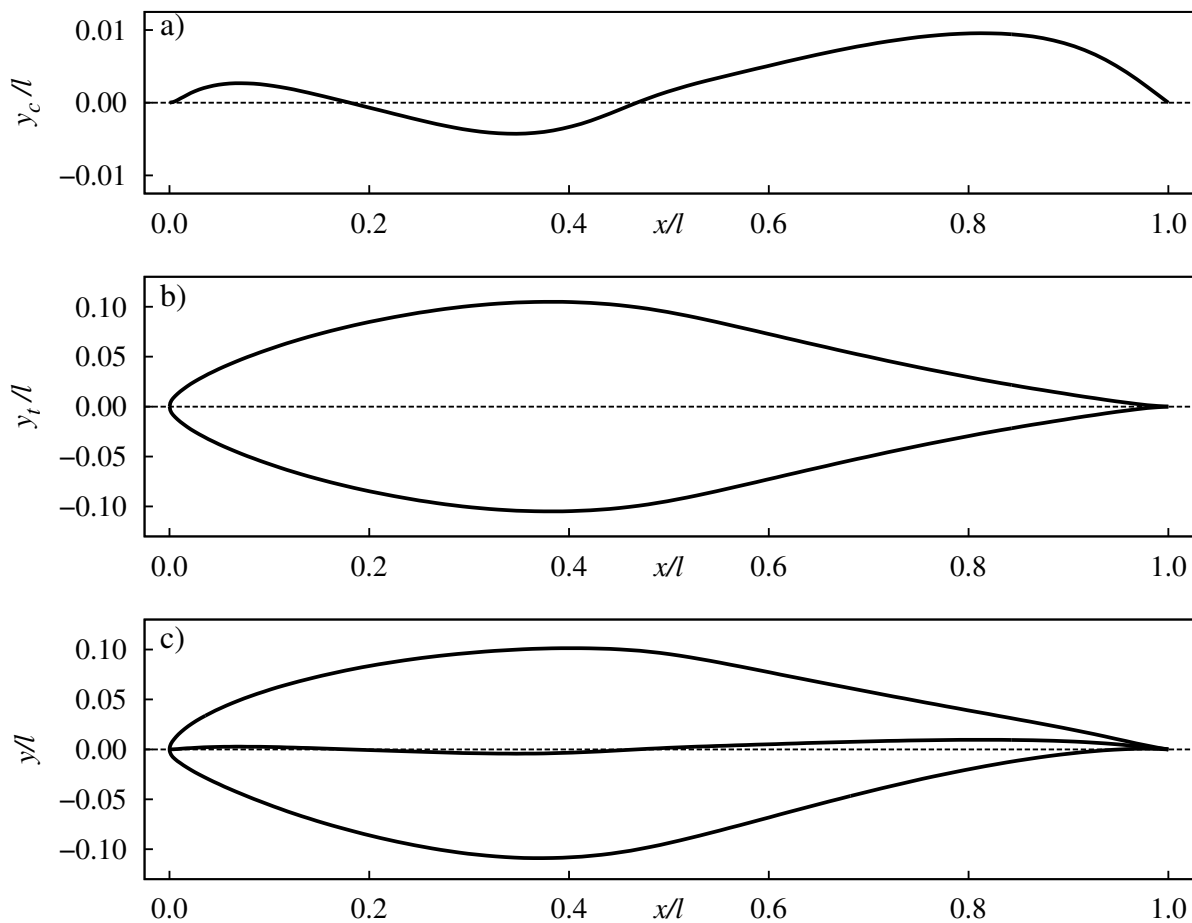


Bild 3.1: Skelettlinie (a) und Dickenverteilung (b) des Profils NREL S809 (c)

3.1.2 Geometrieaufbereitung

Um vergleichbare Ergebnisse sicherzustellen, wird die Geometrie des Profils S809 so aufbereitet, dass sie gleichermaßen für die 2D-Rechnungen des Profils wie auch für die 3D-Untersuchungen des Windturbinenblattes verwendet werden kann. Deswegen werden die Koordinaten der Profilkontur wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben mit zwei B-Spline-Kurven vom Grad $p = 3$ approximiert. Eine Kurve beschreibt die Profiloberseite, die andere Kurve die Unterseite, vgl. Bild 2.15

Die Beschreibung mittels krümmungsstetiger Kurven ist notwendig, da für die CFD-Rechnung entlang der Profilkontur wesentlich mehr Netzpunkte verteilt werden, als für die Kontur ursprünglich angegeben sind, vgl. Anhang A.1

3.1.3 Netzgenerierung

Bei der Vernetzung des Profils wird eine Multiblock-Topologie verwendet, die in wesentlichen Teilen bereits die Vernetzungsstrategie des Windturbinenblattes widerspiegelt. In Bild 3.2 ist die

Topologie dargestellt. Das Profil wird so positioniert, dass der Nullpunkt gleich dem Durchstoßpunkt der Zapfenachse mit der Zeichenebene ist, vgl. Bild 2.16a.

Direkt um das Profil wird ein C-Netz ② gelegt, das gleichmäßige Wandabstände und ungescherzte Zellen gewährleistet. Ein O-Grid ③ umhüllt das C-Netz ② und weist einen konzentrischen Kreis als Außenberandung auf. Erzeugt wird das O-Grid ③ aus Teilbereichen, die mittels semiisogeometrischer Interpolation, entsprechend Abschnitt 2.4.2, vernetzt werden. Die Grenzen zwischen den Teilbereichen werden über B-Splines definiert.

Eine Änderung des Anstellwinkels α erfolgt durch Verdrehen des inneren Bereichs, bestehend aus C-Netz ② und O-Grid ③, bezüglich der restlichen Netze um den Nullpunkt. Die Kopplung dieses drehbaren Bereichs mit dem ebenfalls als O-Grid ausgeführten Ring ④ erfolgt mit einem *non-matching Interface*, vgl. Abschnitt 2.5.9.

Mit dem Block ⑤ werden die Netze ② bis ④ so umschlossen, dass nach außen eine rechteckige Berandung entsteht. Der Bereich von dieser Berandung aus bis zu den Außengrenzen des Rechengebiets wird mit den Netzen ⑥, ⑦, ⑧ und ⑨ gefüllt. Block ⑥ ist dabei gegenüber Block ④ mit einem *non-matching Interface* angebunden, um eine feinere Netzauflösung im Nachlauf des Profils zu ermöglichen.

Der obere Rand j_{max} von Block ⑧ und der untere Rand j_{min} von Block ⑨ werden mit einer *reibungs-freien Wand* als Randbedingung belegt. An den linken Rändern i_{min} der Blöcke ⑦ bis ⑨ wird eine *Inlet*-Randbedingung, an den rechten Rändern i_{max} der Blöcke ⑧ und ⑨ sowie am Rand j_{max} des Blockes ⑥ wird eine *Outlet*-Randbedingung gesetzt. Das Profil selbst wird als *reibungsbehaftete Wand* behandelt.

In Tabelle 3.1 sind die Kopplungen der Blöcke untereinander zusammengefasst und Bild 3.3 zeigt ein typisches Netz für eine CFD-Rechnung des NREL-Profiles S809 unter Verwendung eines Turbulenzmodells mit Wandfunktion.

Tabelle 3.1: Schnittstellen zwischen den Blöcken bei der 2D-Vernetzung von Profilen, vgl. Bild 3.2

Block	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
②	m	m						
③	m	m	nm					
④		nm	m	m	m			
⑤			m		nm	m	m	m
⑥			m	nm			m	m
⑦				m			m	m
⑧				m	m	m		
⑨				m	m	m		

m = matching Interface ; nm = non-matching Interface

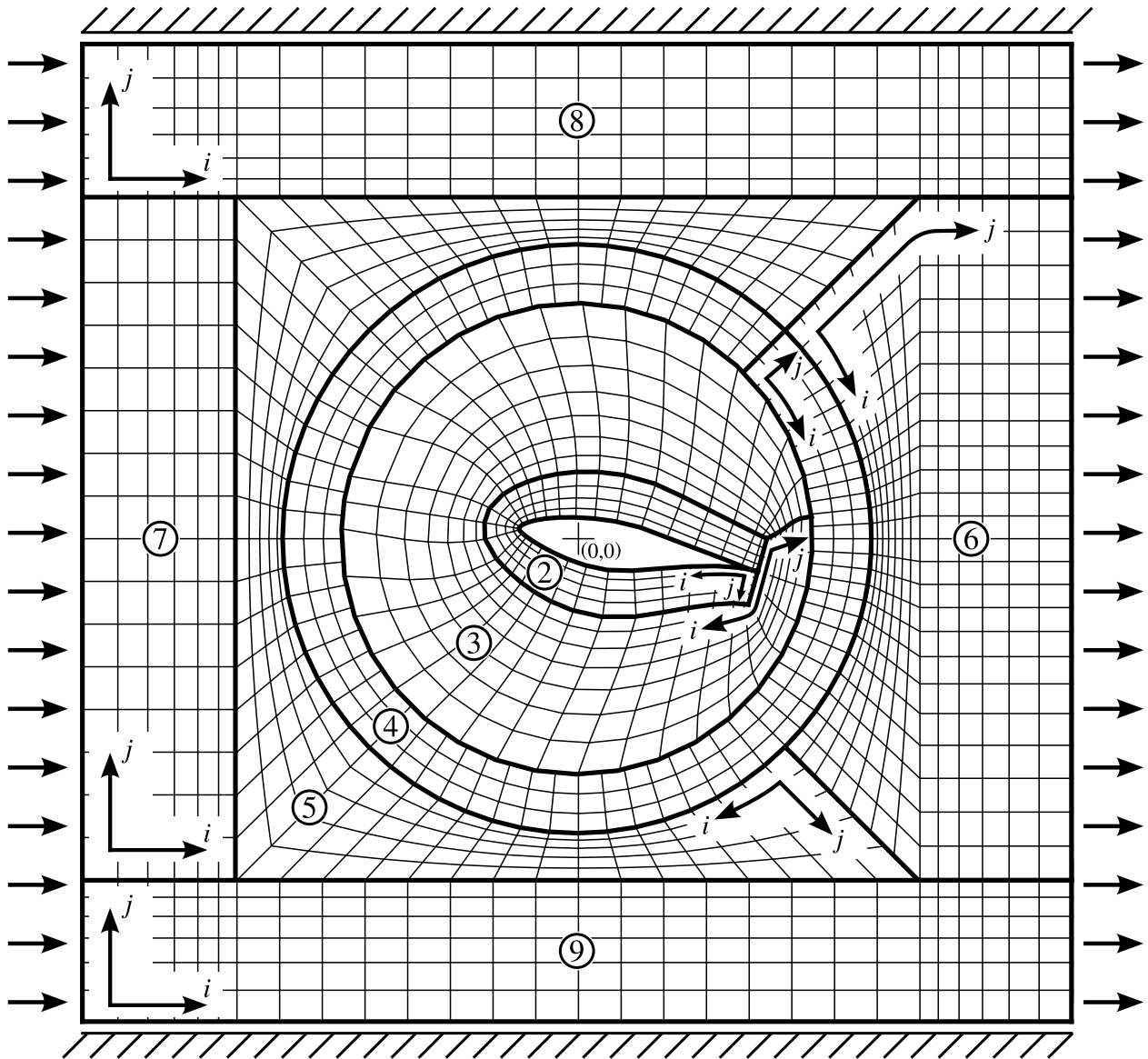


Bild 3.2: Schematische Darstellung der Netztopologie für 2D-CFD-Untersuchungen eines Profils

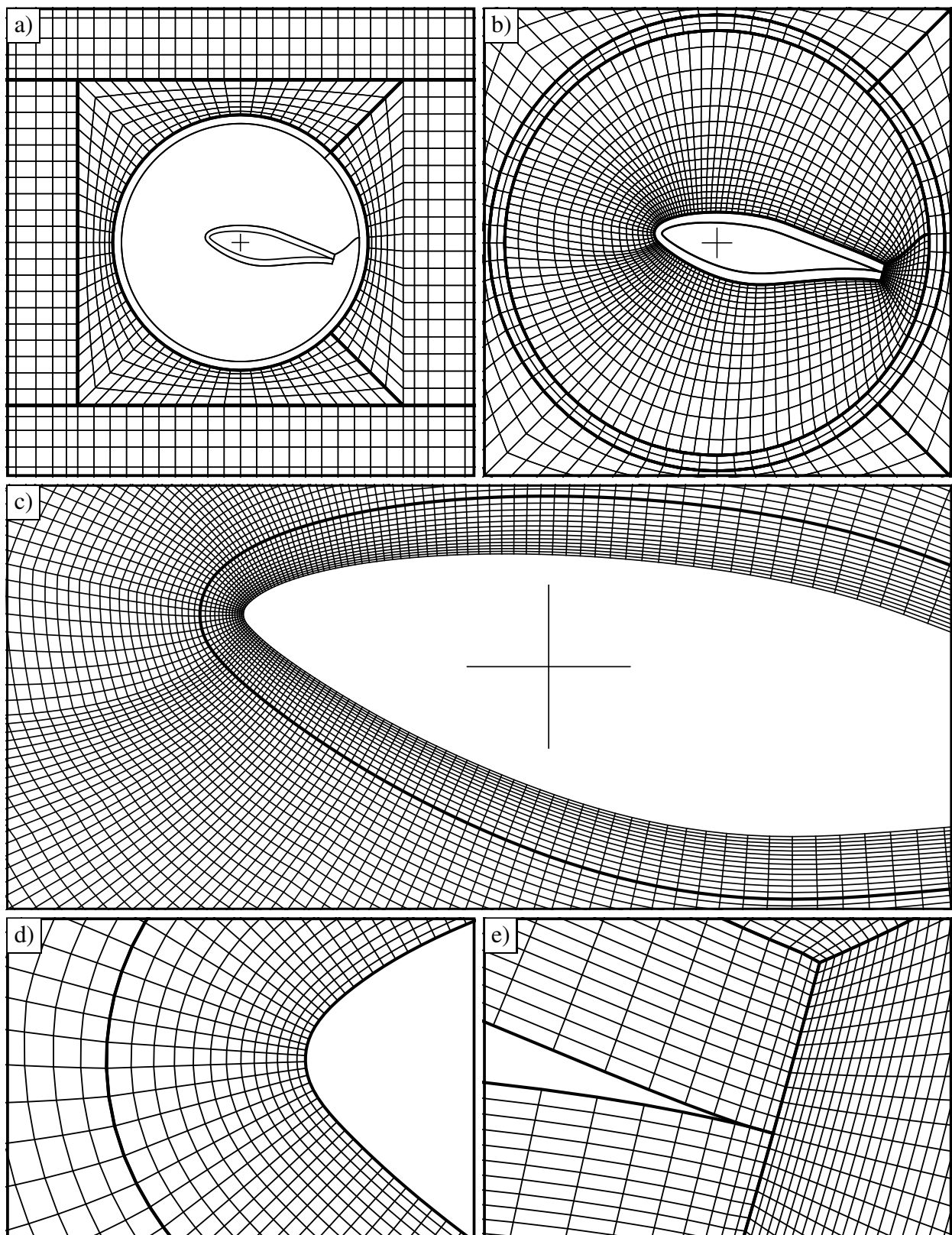


Bild 3.3: Vernetzung des Profils S809 für CFD-Rechnungen mit Turbulenzmodellen mit Wandfunktion; In den Bildern a) und b) sind die Netze zur besseren Darstellung ausgedünnt.

3.2 Windturbine NREL Phase IV

Die Windturbine NREL Phase IV wurde im Rahmen des *Unsteady Aerodynamic Experiment* untersucht. Das *Unsteady Aerodynamic Experiment* (UAE) wurde 1987, ursprünglich unter dem Namen *Combined Experiment*, vom National Renewable Energy Laboratory (NREL) des U.S. Department of Energy (DOE) ins Leben gerufen.

Als Testträger für die Untersuchungen dient eine modifizierte Grumman Wind Stream 33 Windturbine mit einem Rotordurchmesser von ca. 10m, einem 19.8kW Asynchrongenerator und einer konstanten Rotordrehzahl von ca. 72 1/min. Bislang umfasst das Experiment sechs verschiedene Windturbinen, bei denen in Anzahl und Form unterschiedliche Rotorblätter zum Einsatz kamen.

Die atmosphärischen Tests wurden am National Wind Technology Center (NWTC) 10 Meilen nördlich von Golden, Colorado, USA durchgeführt. Außerdem wurden verschiedene Konfigurationen auch im 80' × 120' (24.4m × 36.6m)-Windtunnel der NASA am Ames Research Center vermessen.

Im Mai 2000 wurden von NREL einzelne Konfigurationen des UAE ohne Messergebnisse herausgegeben, siehe NREL-AMES-TEST [97]. Die aerodynamischen Eigenschaften sollten durch Rechnungen „blind“ vorhergesagt werden. Im zweiten Teil des sog. *Blind Comparison Test* wurde dann Zugriff auf einen Teil der Messergebnisse gewährt, um die Verfahren für die Vorhersage weiterer Testkonfigurationen kalibrieren zu können.

3.2.1 Konfiguration NREL Phase IV

Die Konfigurationen der verschiedenen Phasen unterscheiden sich entweder in der Geometrie, in der Kinematik der Rotorblattaufhängung und/oder in der installierten Messapparatur, siehe bspw. BUTTERFIELD ET AL. [21], SIMMS ET AL. [133] oder HAND ET AL. [60]. Bei allen Ausführungen waren Turm und Gondel der Windturbine baugleich. Lediglich für die Messreihen im Windkanal wurde ein um 5m kürzerer Turm verwendet. Es kam einheitlich das NREL-Profil S809 zum Einsatz. Eine Übersicht der verschiedenen Konfigurationen gibt Tabelle 3.2 wieder.

In dieser Arbeit wird die in Bild 3.4 dargestellte Windturbine Phase IV untersucht, da sie drei Blätter in upwind-Konfiguration aufweist und Messdaten des Freilandversuchs in der IEA-ANNEX-DATENBANK [43] vorliegen, siehe SCHEPPERS ET AL. [120].

Tabelle 3.2: Windturbinen-Konfigurationen des NREL Unsteady Aerodynamic Experiments (UAE)

	Phase-II	Phase-III	Phase-IV	Phase-V	Phase-VI
Anzahl Blätter	3	3	3	2	2
Blatt verwunden	nein	ja	ja	ja	ja
Blatt verjüngt	nein	nein	nein	nein	ja
Einstellwinkel $\beta_{\text{tip}}[^\circ]$	12	-3, 3, 8	-9, -3, 3, 8, 12	-9, -3, 3, 8, 12	mehrere

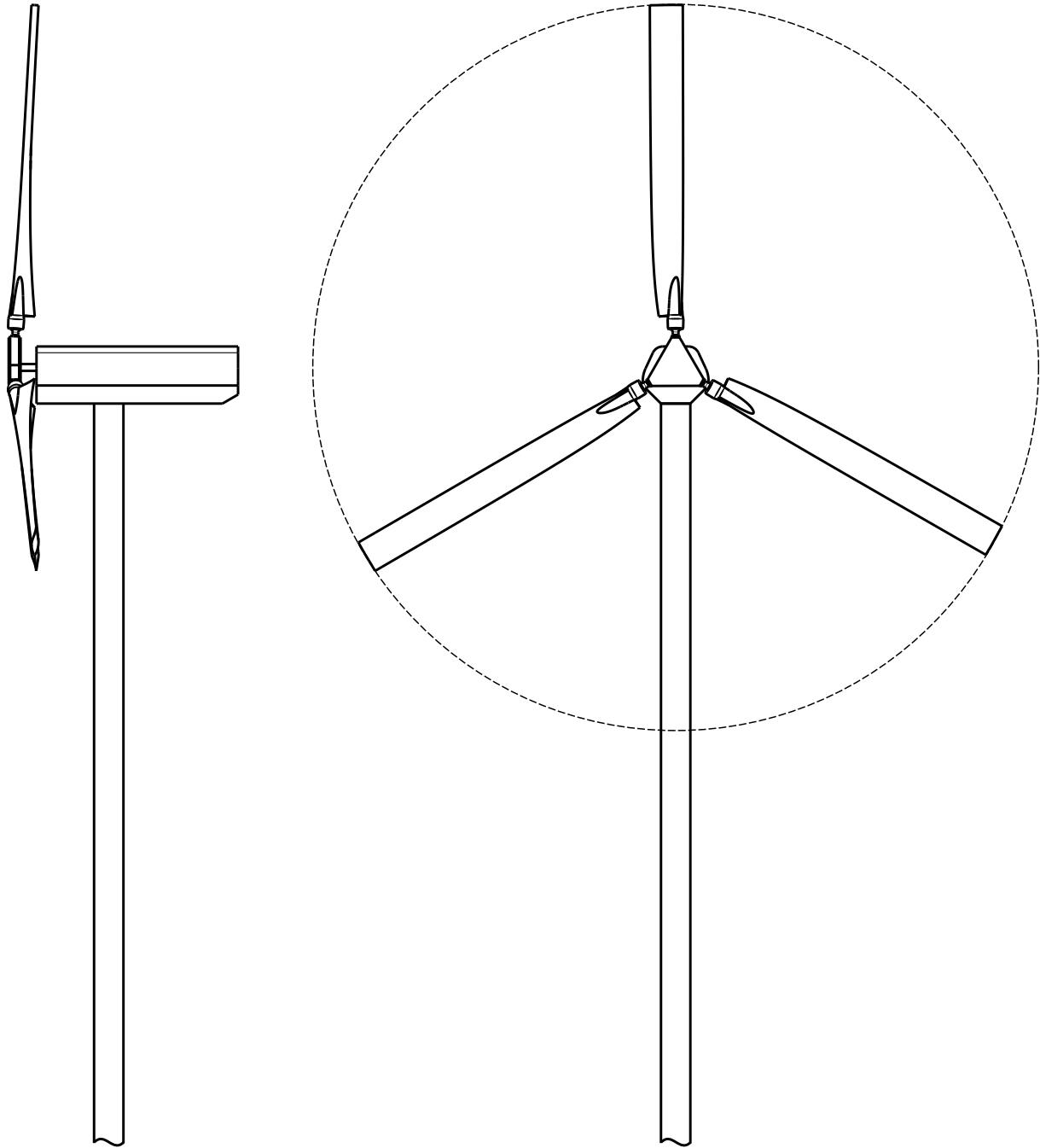


Bild 3.4: Schematische Darstellung der NREL-Windturbine Phase IV in *upwind*-Konfiguration, vgl. RÖSSLE [117]

Die Windturbine hat einen Konuswinkel von 3.417° , vgl. SIMMS ET AL. [133]. Der profilierte Bereich des Blattes erstreckt sich von $r = 0.723$ m bis $R = 5.023$ m. Die Profiltiefe ist dabei über den gesamten Bereich konstant $l = 0.4572$ m.

Als Einstellwinkel an der Blattspitze wird $\beta_{\text{tip}} = 3^\circ$ verwendet. Nach BUTTERFIELD ET AL. [21] wurde die Verwindung des Blattes so ausgelegt, dass bei einer Windgeschwindigkeit von $v_1 \approx 8$ m/s ein konstanter Anstellwinkel über die gesamte Spannweite des Blattes erzielt wird. Die Verteilung des Einstellwinkels β entlang des Blattes ist in Anhang A.3 angegeben und in Bild 3.5 dargestellt. Während des Betriebs erfolgt keine Änderung des Blatteinstellwinkels, d. h. die Leistungsbegrenzung erfolgt über Strömungsabriss.

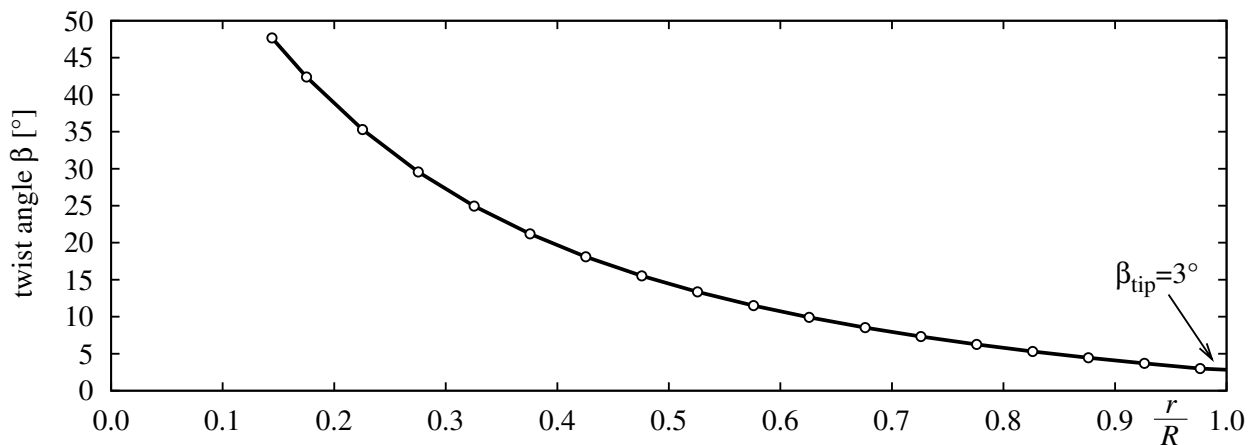


Bild 3.5: Verteilung des Einstellwinkels β entlang des Blattes der Windturbine NREL Phase IV bei einem Einstellwinkel an der Blattspitze von $\beta_{\text{tip}} = 3^\circ$; Werte siehe Anhang A.3

3.2.2 Geometrieaufbereitung

Die Geometriebeschreibung des Windturbinenblattes erfolgt mittels *Cross-Sectional Design* wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben: Das Profil aus Abschnitt 3.1.2 wird entlang der Zapfenachse mit den im Anhang A.3 angegebene Einstellwinkeln β verteilt, siehe auch Bild 3.5. Durch Interpolation vom Grad $p = 3$ zwischen den Kontrollpunkten der Einzelprofile entstehen zwei B-Spline-Flächen: Eine Fläche beschreibt die Saugseite, die andere die Druckseite des Windturbinenblattes, wie sie der Netzgenerator für die Netzgenerierung benötigt.

3.2.3 Netzgenerierung

Bei der Vernetzung des Windturbinenblattes wird ebenfalls eine Multiblock-Topologie verwendet. Der Rotor hat drei Blätter, daher wird ein 120° -Segment des profilierten Bereichs des Blattes von $r = 0.723$ m bis $R = 5.023$ m vernetzt, vgl. Bild 3.6. Die Strömung um den Turm, die Gondel und die Nabe werden in dieser Arbeit nicht untersucht.

Wie bei der Profil-Vernetzung von Abschnitt 3.1.3 wird das Windturbinenblatt von einem C-Netz ② umhüllt, siehe Bild 3.8. Dieses Netz wird bis zur äußeren radialen Berandung r_{max} herausgezogen. Das C-Netz ② wird von einem O-Grid umschlossen, dessen Außenfläche als Rotationsfläche um die Zapfenachse definiert ist. Wegen der hohen Anzahl von Zellen, wird das O-Grid zur besseren Parallelisierbarkeit in zwei Blöcke ① und ③ aufgeteilt, vgl. Bild 3.7. C-Netz ② und O-Grid ①③ weisen kugelförmige Berandungen an der Nabe r_{Hub} sowie an der äußeren radialen Berandung r_{max} auf. Aufgrund dieser Kugelflächen und der Rotations-Außenfläche von Block ①③ können diese Blöcke um die Zapfenachse gedreht und somit der Blatteinstellwinkel variiert werden.

Die Blöcke ①③ sind an ihrer Außenfläche mittels eines *non-matching*-Ring-Interfaces mit Block ④ gekoppelt. Das O-Grid von Block ④ erstreckt sich von r_{Hub} bis r_{max} . Die Blöcke ⑤ und ⑥ schließen sich stromab- bis z_{max} bzw. stromaufwärts bis z_{min} an Block ④ an, siehe Bild 3.7 und Bild 3.8.

Zwischen r_{min} bis r_{max} werden über die komplette axiale Länge Blöcke derart erzeugt, dass in Umfangsrichtung ein 120° -Segment entsteht, siehe Bild 3.7d. Es können beliebig viele Blöcke, beginnend mit der Nummer ⑨, verwendet werden. Diese Blöcke sind untereinander mit *non-matching*-Interfaces gekoppelt. Dadurch lässt sich die mit größer werdendem Radius steigende Bogenlänge durch eine entsprechend angepasste Zellenzahl in Umfangsrichtung überbrücken.

Die Blöcke ⑦ und ⑧ füllen, wie in Bild 3.9 dargestellt, den vom C-Netz ② umschlossenen Bereich oberhalb der Blattspitze ($r \geq R$) bis r_{max} . Diese beiden Blöcke werden bei einer Einstellwinkeländerung des Windturbinenblattes ebenfalls wie die Blöcke ①, ② und ③ um die Zapfenachse gedreht. Die Kopplungen der Blöcke untereinander sind in Tabelle 3.3 zusammengefasst.

Nach der Beschreibung der einzelnen Blöcke soll hier kurz auf die generelle Form der Netze eingegangen werden: Der Schnittpunkt der Zapfenachse mit der Rotordrehachse (z -Achse) legt den Nullpunkt fest. Da einerseits das Blatt mit seinen umgebenden Netzen ①, ② und ③ zur Veränderung des Einstellwinkels verdreht werden können soll, andererseits das Blatt als Teil des Rotors um die z -Achse drehen soll, müssen an der Nabe r_{Hub} und am äußeren Radius r_{max} Kugelflächen verwendet werden. Der Mittelpunkt der beiden Kugelflächen ist der Nullpunkt.

Der Konuswinkel des Blattes definiert, wie stark das Blatt und die umgebenden Netze nach hinten geneigt sind.

Die Ausdehnung der Netze ①, ② und ④ um die Zapfenachse wird hauptsächlich durch die benötigten y^+ -Werte der wand nächsten Zelle des C-Netzes ② bestimmt: Zur Blattspitze hin sind die Profil-Reynolds-Zahlen größer als in der Nähe der Nabe, somit wird der Wandabstand y_p zur Blattspitze hin geringer gewählt als in Nabennähe. Um ähnliche Expansionsfaktoren q aufrecht zu erhalten wird dazu die Ausdehnung der Netze angepasst. Auf der anderen Seite sollen die Netzzellen möglichst senkrecht auf der Kugelfläche an der Nabe stehen. Die sich so ergebende Form ist in Bild 3.7 dargestellt.

Als Randbedingungen werden der innere r_{min} und der äußere r_{max} Rand jeweils mit einer *reibungsfreien Wand* belegt. Die stromaufwärts z_{min} gelegene Fläche wird als *Inlet*, die stromabwärts z_{max} gelegene als *Outlet* definiert. Die Seitenflächen werden mit einem rotationsperiodischen Interface miteinander gekoppelt. Die Flächen des Windturbinenblattes werden als *reibungsbehaftete Wände* behandelt.

Tabelle 3.3: Schnittstellen zwischen den Blöcken bei der 3D-Vernetzung eines Windturbinenblatts

Block	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	Ⓝ
①	m	m	m	nm						
②	m	m	m				m	m		
③	m	m	m	nm						
④	nm		nm	m	m	m			m,p	m,p
⑤				m					m,p	m,p
⑥				m					m,p	m,p
⑦		m						m		
⑧		m					m			
⑨				m,p	m,p	m,p				nm
Ⓝ				m,p	m,p	m,p			nm	

m = matching Interface ; nm = non-matching Interface ; p = periodic Interface

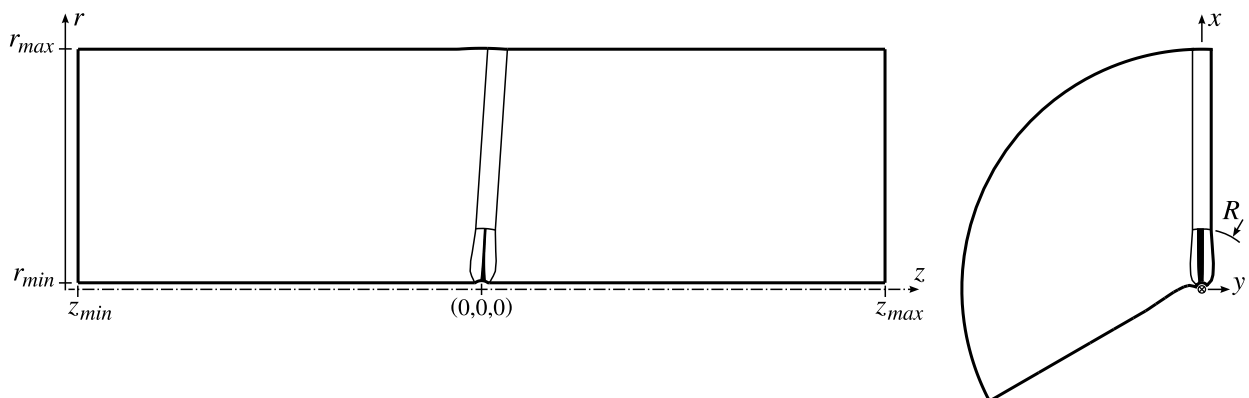


Bild 3.6: 3D-Rechengebiet, bestehend aus einem 120° -Segment um das Windturbinenblatt (schwarz)

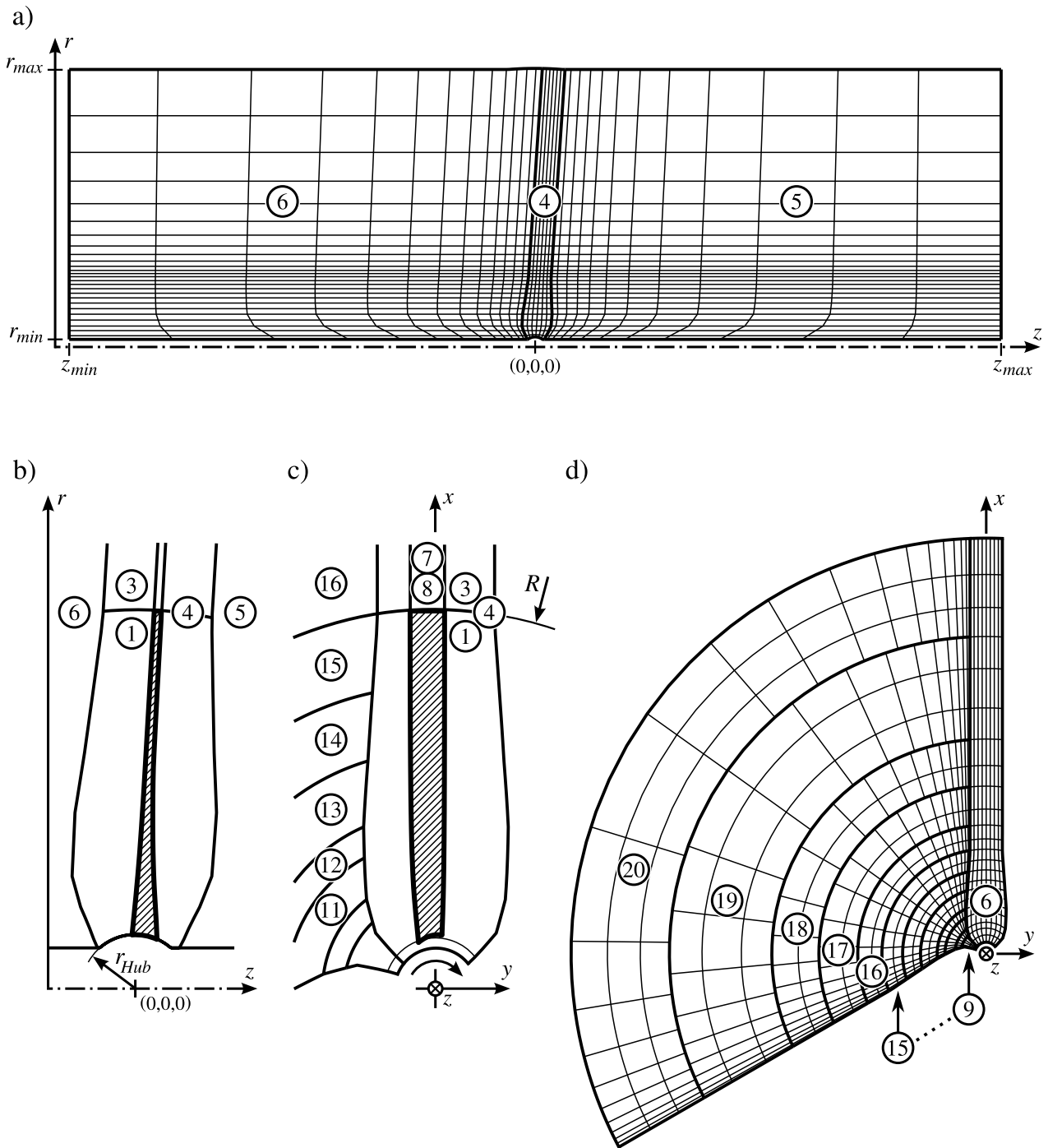


Bild 3.7: Vernetzungs-Strategie des 120°-Segments um das Windturbinenblatt (schraffiert)

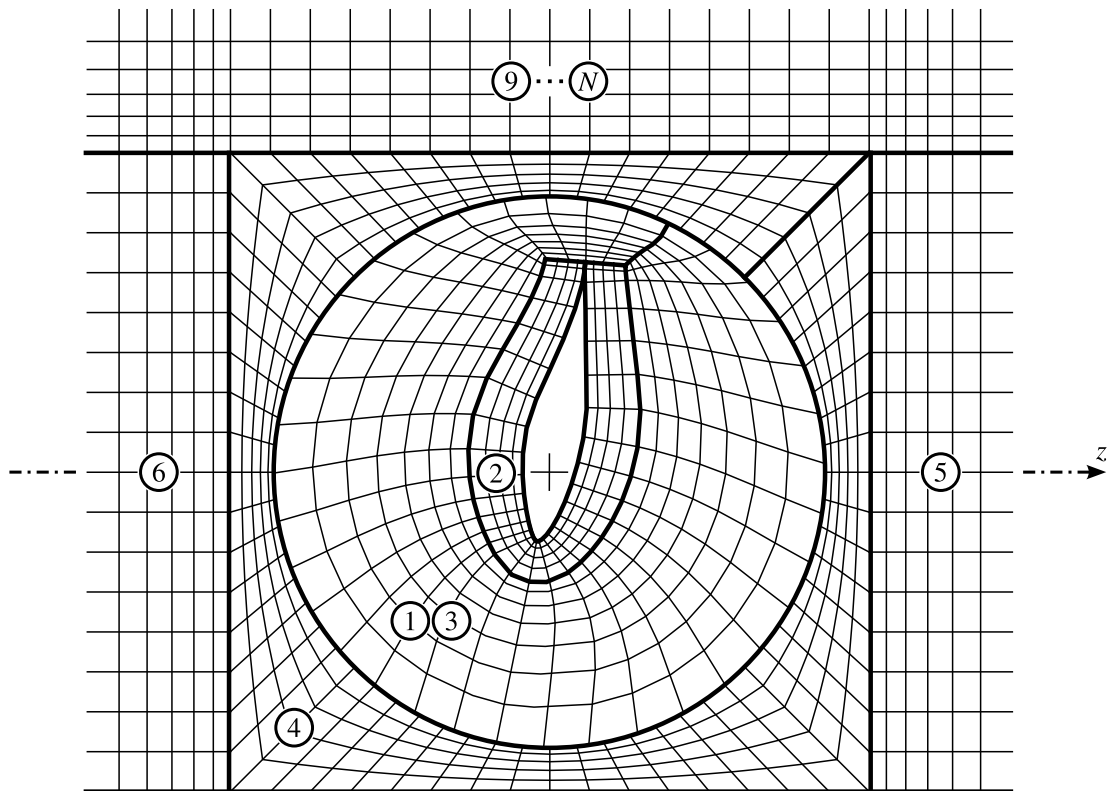


Bild 3.8: Vernetzungs-Strategie des 120°-Segments direkt um das Windturbinenblatt

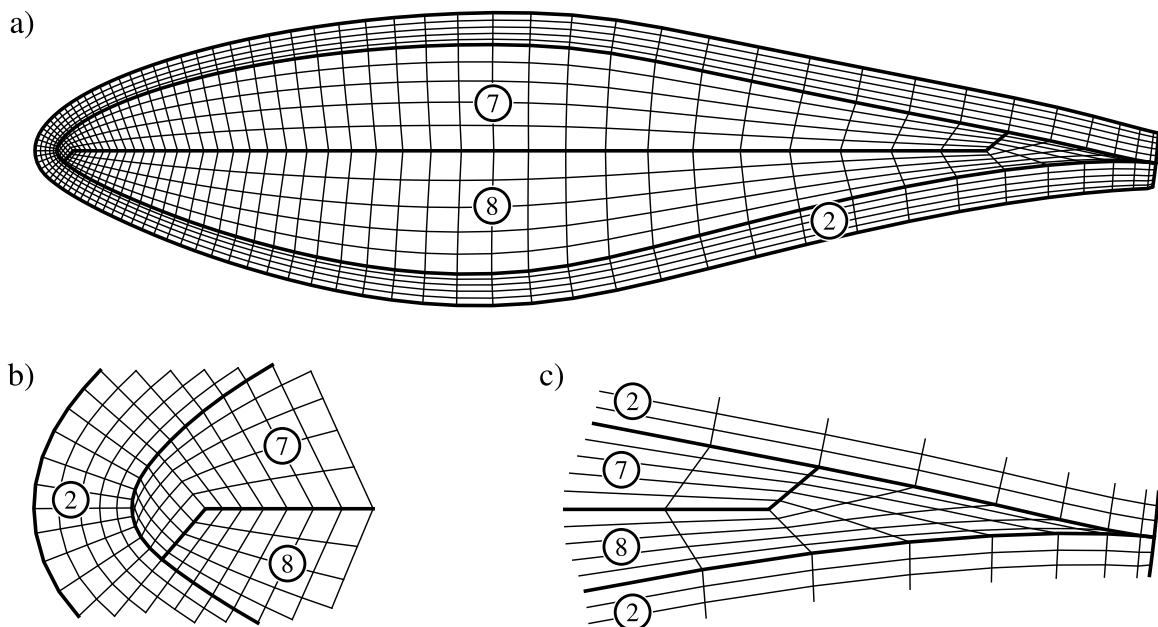


Bild 3.9: Vernetzungs-Strategie im Außenbereich: a) oberhalb der Blattspitze $r \geq R$; b) Detailansicht im Nasenbereich, c) Detailansicht an der Hinterkante

3.2.4 Simulationsmodell

Ziel dieser Arbeit ist es, das Strömungsverhalten an einer Windturbine zu simulieren. Dazu kommen handelsübliche, miteinander vernetzte Arbeitsplatz-PCs zum Einsatz. Um die Rechenzeiten möglichst klein zu halten, wird lediglich ein sich drehendes 120° -Segment des Rotors stationär simuliert, d. h. die Strömung um Gondel und Turm als nicht achsensymmetrische Bauteile bleibt unberücksichtigt. Der Rechenraum ist zur Rotor-Achse hin bis zum Radius r_{min} vernetzt, mit einer kugelförmigen Nabe im Bereich des Windturbinenblattes. Aufgrund des geringen Anteils an der gesamten Rotorfrontfläche kann der Bereich $r < r_{min}$ vernachlässigt werden.

Die Begrenzungsflächen an r_{min} und r_{max} werden mit einer *reibungsfreien Wand* als Randbedingung belegt. Aufgrund der stationären Simulation eines 120° -Segments werden über den gesamten *Inlet*-Bereich konstante Windgeschwindigkeiten und Turbulenzgrößen vorgegeben. Eine Windgeschwindigkeitsverteilung entsprechend der Grenzschicht über Grund wird bei dieser Modellierung nicht berücksichtigt. Wegen den geringen Strömungsgeschwindigkeiten kann inkompressibel gerechnet werden, d. h. der CFD-Code rechnet intern mit Druckgradienten. Der Referenzdruck kann daher frei gewählt werden und wird hier durch den Mittelwert des statischen Drucks $\bar{p} = 0$ am Outlet festgelegt.

3.3 Verwendete Simulations-Software

In dieser Arbeit kamen unterschiedliche Simulationsprogramme zum Einsatz. So wurde die 2D-Profilumströmung mit dem Programm *XFOIL*, mit dem lehrstuhleigenen CFD-Code *NS3D* und mit dem kommerziellen CFD-Paket *Ansys-CFX* untersucht. Aufbauend auf den 2D-Ergebnissen wurde mit den beiden CFD-Programmen *NS3D* und *Ansys-CFX* die 3D-Strömung um das Windturbinenblatt simuliert. Im Folgenden werden die verwendeten Simulationsprogramme kurz beschrieben.

3.3.1 2D-Panel-Code *XFOIL*

Das Programm *XFOIL* wurde am Massachusetts Institute of Technology (MIT) von MARK DELLA [33] in Fortran 77 entwickelt und steht unter der GNU General Public License (GPL) zur freien Verfügung. Es verwendet ein 2D-Panelverfahren zur Berechnung von Auftriebsbeiwert c_a , Widerstandsbeiwert c_w und Momentenbeiwert c_m eines gegebenen Profils bei subsonischen Strömungsgeschwindigkeiten.

Die Strömung um ein Profil kann sowohl reibungsfrei als auch reibungsbehaftet simuliert werden. Dabei werden insbesondere die bei geringen Reynolds-Zahlen auftretenden Strömungseffekte berücksichtigt, wie bspw. die Transition über eine laminare Ablöseblase. Die Berechnung des Strömungsfelds außerhalb der Grenzschicht erfolgt mit Hilfe eines auf der Potentialtheorie basierenden Panel-Verfahrens. Die viskose Grenzschichtströmung um das Profil wird mittels eines Grenzschichtverfahrens bestimmt.

Außer der Analyse bestehender Profilkonturen können mit *XFOIL* auch Profile entworfen und verändert werden. Die Profilgeometrie kann dabei entweder direkt modifiziert werden oder sie

wird über eine inverse Methode durch Vorgabe einer Druck- bzw. Geschwindigkeitsverteilung bestimmt.

3.3.2 CFD-Code *NS3D*

Der *NS3D* ist ein am Lehrstuhl für Fluidmechanik der Technischen Universität München entwickelter Strömungslöser. Die grundsätzlichen numerischen Eigenschaften basieren auf einem einfachen CFD-Code von FERZIGER UND PERIĆ [47], der via Internet frei verfügbar ist. Der Aufbau des Codes und die Implementierung der numerischen Methoden finden sich bei BADER [8], SKODA [135] oder EINZINGER [44].

Der *NS3D*-Solver löst die inkompressiblen Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) auf allgemeinen, krummlinigen, problemangepassten Netzen implizit sequenziell mittels *Finiter-Volumen-Diskretisierung* (FVM). Die Druck/Geschwindigkeits-Kopplung wird über den SIMPLE-Algorithmus nach PATANKAR [103] sichergestellt. Für die Parallelisierung wird das *Message Passing Interface* (MPI) verwendet. Der Multiblock-Solver verfügt über zahlreiche Turbulenzmodelle und verschiedene *Flux-Limiter*-Verfahren und kann sowohl stationäre als auch transiente Problemstellungen lösen.

Aufgrund spezieller Randbedingungen und Kopplungs-Algorithmen zwischen Blöcken eignet sich dieser CFD-Code besonders für die Simulation von Turbomaschinen.

3.3.3 CFD-Paket *Ansys-CFX*

Mit dem kommerziellen CFD-Paket *Ansys-CFX* können komplexe 3D-Strömungsprobleme simuliert werden. Hierfür stehen umfangreiche Pre- und Postprocessing-Werkzeuge zur Verfügung. Der CFD-Solver ist ein impliziter, gekoppelter, algebraischer URANS-Mehrgitterlöser mit effizienter Parallelisierung.

Es stehen zahlreiche Turbulenzmodelle zur Verfügung. Im Rahmen dieser Arbeit werden das k - ε - und das k - ω -SST-Modell verwendet.

4 Ergebnisse

Im ersten Teil dieses Kapitels wird das Profil NREL S809 behandelt. Es werden die experimentellen Daten und eine einfache Betrachtung der Umströmung mittels Potentialtheorie vorgestellt. Im Anschluss wird das Strömungsverhalten und der Einfluss von verschiedenen Modellierungsparametern auf die zu berechnenden Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte mit den Programmen *XFOIL*, *NS3D* und *Ansys-CFX* untersucht.

Die Erkenntnisse aus diesen Profil-Untersuchungen fließen in die CFD-Simulationen des Windturbinen-Blattes ein, die im zweiten Teil behandelt werden. Nach einer Beschreibung der experimentellen Daten werden hier die verschiedenen Einfluss-Faktoren auf das Rotordrehmoment und den Rotorschub sowie die Strömungsverhältnisse um das Windturbinenblatt untersucht. Alle in dieser Arbeit präsentierten Ergebnisse stammen aus stationären Simulationen.

4.1 Profil NREL S809

Die Eigenschaften des Profils NREL S809 sind bereits in Kapitel 3.1 beschrieben worden. Zunächst sollen hier die verwendeten experimentellen Daten vorgestellt werden. Anschließend werden mittels Potentialtheorie die Strömungsverhältnisse qualitativ betrachtet. Darauf folgend werden die experimentellen Daten mit mittels *XFOIL* erzeugten Strömungsergebnissen verglichen. Der weitaus größte Teil dieses Abschnitts beschäftigt sich mit den stationären Berechnungsergebnissen von RANS-Solvern.

4.1.1 Experimentelle Daten

In der IEA-ANNEX-DATENBANK [43] des *Energy research Centre of the Netherlands* (ECN) sind Messdaten zum NREL S809-Profil hinterlegt. Ausführliche Informationen zu dieser Datenbank finden sich bei SCHEPERS ET AL. [121][120].

Für die Reynolds-Zahl $Re = 10 \cdot 10^5$ wurden an der Technischen Universität Delft (DUT) Auftriebsbeiwerte c_a und Widerstandsbeiwerte c_w in Abhängigkeit vom Anstellwinkel α gemessen und in der Datenbank hinterlegt. In der vorliegenden Arbeit sind diese Daten⁽¹⁾ mit DUT gekennzeichnet.

⁽¹⁾Dateien `cla_2D_n` und `cda_2D_n` aus `data/nrel/2d/coef2d_n.zip` der IEA-ANNEX-DATENBANK [43]

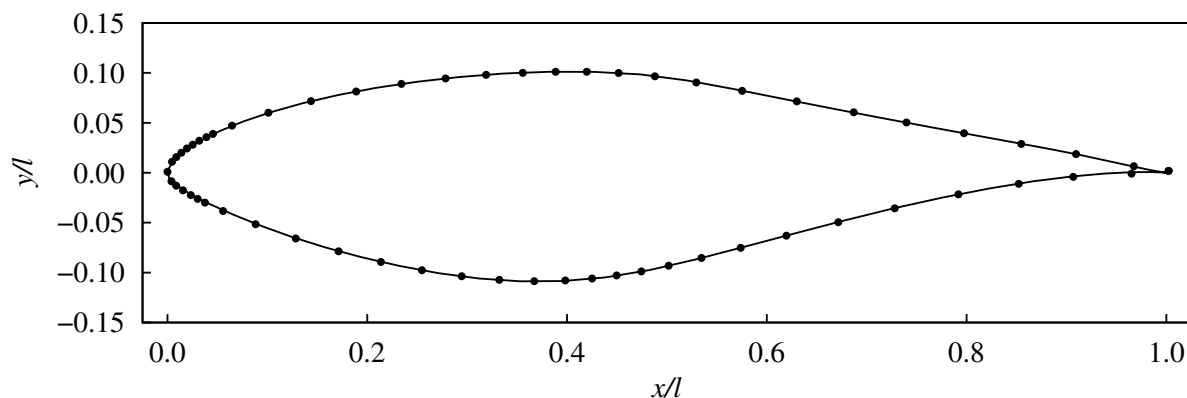


Bild 4.1: Druckmessstellen am Profil NREL S809, an denen im Windkanal der Ohio State University (OSU) die Werte für die Druckverläufe ermittelt wurden, vgl. RAMSAY [109]

An der Colorado State University (CSU) wurden für die Reynolds-Zahlen $Re = 3 \cdot 10^5$, $5 \cdot 10^5$ und $6.5 \cdot 10^5$ sowie an der Ohio State University (OSU) für $Re = 7.5 \cdot 10^5$ und $Re = 10 \cdot 10^5$ Auftriebsbeiwerte c_a und druckbasierte Widerstandsbeiwerte c_{wp} gemessen. Diese Daten finden sich zusammengefasst bei HAND ET AL. [60].

Die Momentenbeiwerte c_m des Profils S809 stammen ebenfalls von der Technischen Universität Delft und sind im WIND TURBINE AIRFOIL CATALOGUE [14] veröffentlicht.

Die Messdaten⁽²⁾ für die Druckverläufe c_p entlang der Profilloberfläche bei $Re = 10 \cdot 10^5$ stammen vom Aeronautical and Astronautical Research Laboratory der Ohio State University (OSU). Eine Beschreibung der Daten findet sich bei RAMSAY [109]. Die Positionen der Druckmessstellen sind in Bild 4.1 dargestellt.

Ein wichtiger Parameter für die Strömungssimulation ist der Turbulenzgrad Tu . Er setzt die Geschwindigkeitsschwankungen u' in den drei Raumrichtung in Relation zur Geschwindigkeit der Grundströmung u_∞ :

$$Tu = \frac{1}{u_\infty} \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2})} . \quad (4.1)$$

Sind die zeitlichen Mittelwerte der Schwankungsgeschwindigkeit in allen drei Koordinatenrichtungen gleich $\overline{u_1'^2} = \overline{u_2'^2} = \overline{u_3'^2}$, so liegt *isotrope* Turbulenz vor und für den Turbulenzgrad ist allein die Längsschwankung $\overline{u'^2}$ maßgeblich, siehe SCHLICHTING UND GERSTEN [126]:

$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{u_\infty} . \quad (4.2)$$

Laut SOMERS [138] variiert im *low-turbulence wind tunnel* des *Low Speed Laboratory* der Technischen Universität Delft (DUT) der Turbulenzgrad Tu zwischen $Tu = 0.02\%$ bei $u_\infty = 10 \text{ m/s}$ und $Tu = 0.04\%$ bei $u_\infty = 60 \text{ m/s}$.

⁽²⁾Datei OSU_data/data/3x5/S809data/S809C100.TXT der OSU-Windtunnel-Daten [100]

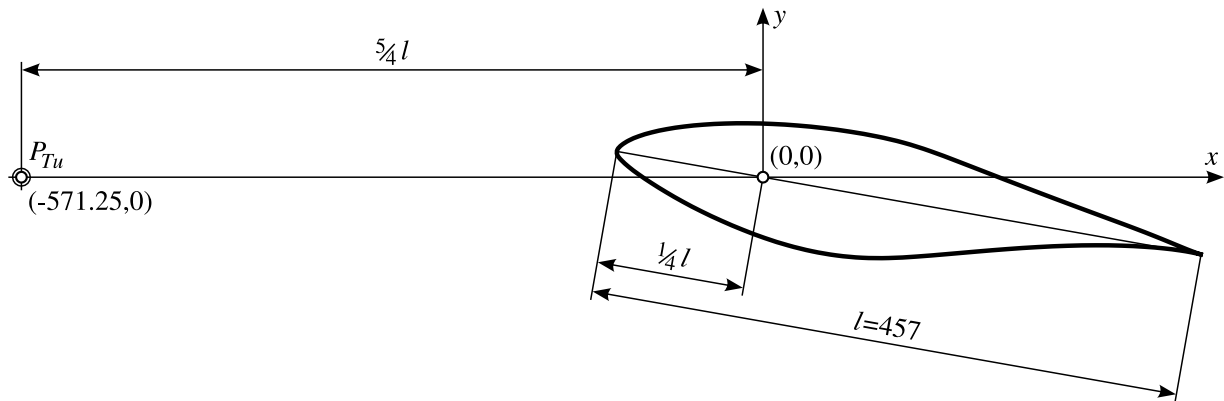


Bild 4.2: Lage des Punktes P_{Tu} für die Bestimmung des Turbulenzgrades Tu vor dem Profil

Bei den Strömungssimulationen in dieser Arbeit werden daher die entsprechenden Parameter am Inlet so angepasst, dass sich an der Position P_{Tu} vor dem Profil ein Turbulenzgrad von etwa $Tu = 0.03\%$ ergibt, vgl. Bild 4.2. Hintergrund ist, dass bspw. bei Zweigleichungsturbulenzmodellen der Turbulenzgrad bei ungestörter Strömung, wie sie im Bereich stromaufwärts des Profils vorherrscht, sehr schnell abfällt. Für die Vergleichbarkeit der Messergebnisse mit den Simulationsergebnissen sollte der Turbulenzgrad des Windkanals ähnlich zum Turbulenzgrad kurz vor dem Profil in der Simulation sein.

4.1.2 Potentialtheoretische Betrachtung

Bei der potentialtheoretischen Betrachtung eines Tragflügelprofils wird von einer zweidimensionalen, stationären, inkompressiblen und reibungsfreien Strömung ausgegangen. Stark vereinfacht kann das Strömungsbild um ein Profil mittels eines „auftriebserzeugenden“ Kreiszyinders beschrieben werden. Bei diesem Ersatzmodell wird der Kreiszyinder an der Stelle der maximalen Profildicke positioniert, vgl. Bild 4.3. Die Superposition der elementaren Potentialelemente ist in Bild 4.4 dargestellt. Das Profil, d. h. der Kreiszyinder, wird mit einer Parallelströmung der Fluidgeschwindigkeit u_∞ angeströmt. Die Verdrängungswirkung des Kreiszyinders mit Radius R wird mittels Dipolströmung und der Auftrieb des Profils durch einen konzentrischen Potentialwirbel beschrieben.

Die einzelnen Potentialfunktionen $\Phi(x,y)$ und Stromfunktionen $\Psi(x,y)$ sowie die Geschwindigkeitskomponenten $u(x,y)$ in x - und $v(x,y)$ in y -Richtung lauten, vgl. KÄPPELI [75]:

- Parallelströmung (uniform):

$$\Phi_u(x,y) = u_\infty \cdot x, \quad \Psi_u(x,y) = u_\infty \cdot y, \quad (4.3)$$

$$u_u(x,y) = u_\infty, \quad v_u(x,y) = 0. \quad (4.4)$$

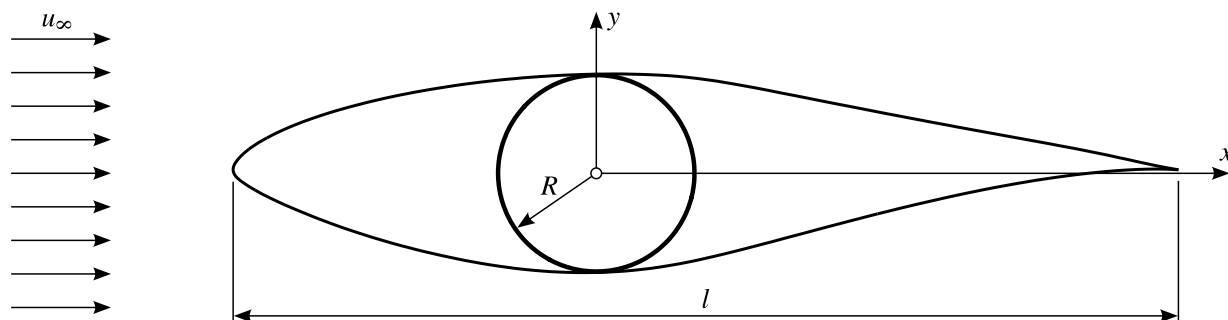


Bild 4.3: Profil NREL S809 mit einbeschriebenem Kreiszyylinder als Ersatzmodell für eine potentialtheoretische Betrachtung; Radius $R = 0.21 \cdot l$ am Ort maximaler Dicke

- Dipolströmung (doublet):

$$\Phi_d(x,y) = \frac{M}{2\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad \Psi_d(x,y) = -\frac{M}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad (4.5)$$

$$u_d(x,y) = \frac{M}{2\pi} \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad v_d(x,y) = -\frac{M}{2\pi} \cdot \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (4.6)$$

- Potentialwirbel (vortex):

$$\Phi_v(x,y) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \quad \Psi_v(x,y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \ln\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right), \quad (4.7)$$

$$u_v(x,y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad v_v(x,y) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}. \quad (4.8)$$

Das Dipolmoment M ist definiert als $M = 2\pi \cdot u_\infty \cdot R^2$. Mittels des Auftriebssatzes von Kutta-Joukowski $F_a = \rho \cdot b \cdot u_\infty \cdot \Gamma$ und der Definition des Auftriebs $F_a = c_a \cdot \frac{\rho}{2} u_\infty^2 \cdot b \cdot l$ lässt sich die Zirkulation $\Gamma = \frac{1}{2} c_a \cdot u_\infty \cdot l$ bestimmen. Das Profil ist durch die Breite b , die Profilschneidlänge l und den Auftriebsbeiwert c_a bei der Dichte ρ charakterisiert.

Die Superposition der elementaren Potentialströmungen erfolgt durch Addition der einzelnen Potential- und Stromfunktionen:

$$\Phi = \Phi_u + \Phi_d + \Phi_v, \quad \Psi = \Psi_u + \Psi_d + \Psi_v. \quad (4.9)$$

In Bild 4.4d ist die Superposition der Stromfunktionen dargestellt. Der Kreiszyylinder und somit das Tragflügelprofil zeigt einen starken Einfluss auf die Strömung. So ist sowohl weit stromaufwärts als auch weit stromabwärts vom Profil eine Geschwindigkeitskomponente v in y -Richtung festzustellen.

4.1.3 XFOIL-Ergebnisse

Mit dem 2D-Panel-Code *XFOIL* können sehr schnell Profilpolaren für ein gegebenes Profil berechnet werden. Als Modell-Parameter ist hierbei die Panelanzahl von Interesse. Außerdem wird der Einfluss von Turbulenzgrad und Reynolds-Zahl auf die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte untersucht.

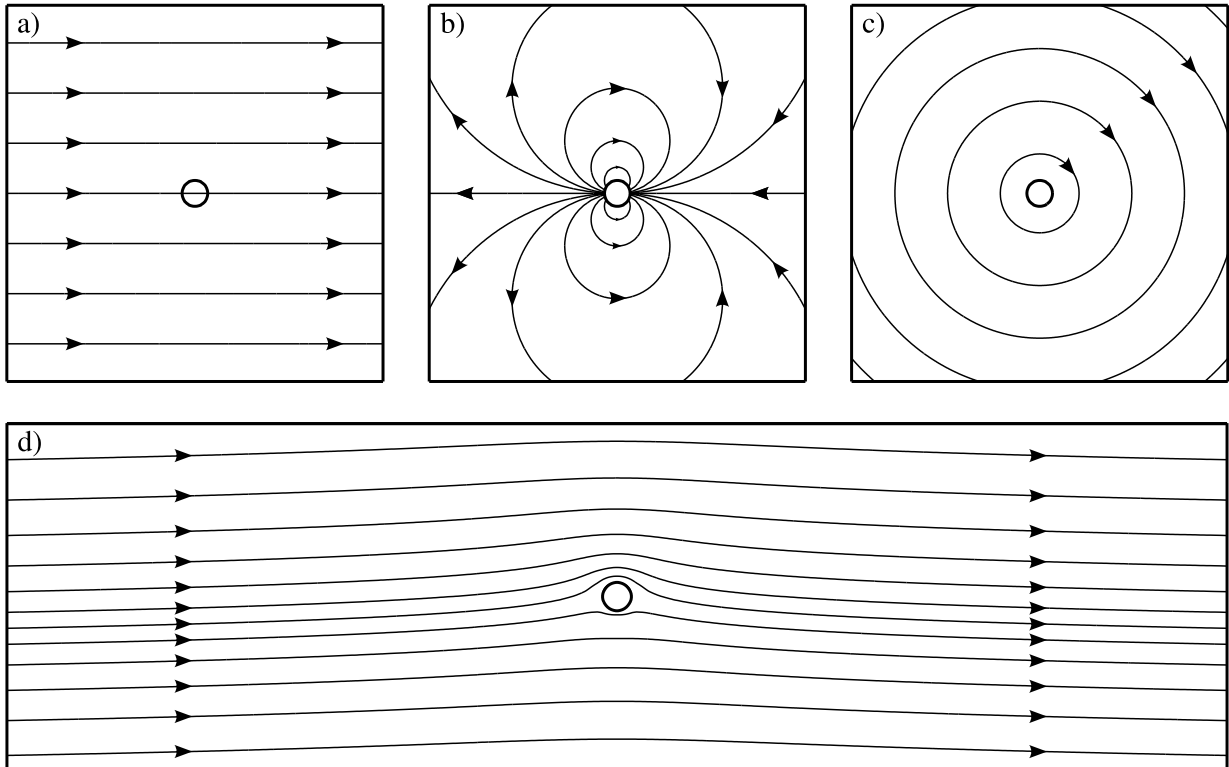


Bild 4.4: Potentialtheoretische Betrachtung des Profils NREL S809 bei $c_a \approx 1.0$ durch Superposition elementarer Stromfunktionen: a) Parallelströmung Ψ_u , b) Dipolströmung Ψ_d , c) Potentialwirbel Ψ_v , d) Superposition $\Psi = \Psi_u + \Psi_d + \Psi_v$

Einfluss der Panelanzahl

Für die Untersuchung des Einflusses der Panelanzahl N_{panels} werden die Profilkordinaten des Profils NREL S809 aus Anhang A.1 eingelesen. Die Panelanzahl um das gesamte Profil kann in *XFOIL* direkt eingestellt werden.

Wie Bild 4.5 zeigt, hat die Panelanzahl im unteren Anstellwinkelbereich kaum Einfluss auf die Profilkoeffizienten. Erst bei höheren Anstellwinkeln, d. h. $\alpha > 6^\circ$, lassen sich Unterschiede feststellen. Da die Rechenzeit gering ist, werden alle weiteren Untersuchungen mit *XFOIL* standardmäßig mit der Panelanzahl $N_{panels} = 300$ durchgeführt.

Einfluss des Turbulenzgrads

Bei der Simulation mit *XFOIL* kann über den als *critical amplification ratio* bezeichneten Parameter n_{crit} Einfluss auf den Turbulenzgrad genommen werden, vgl. DRELA UND YOUNGREN [34]:

$$n_{crit} = -8.43 - 2.4 \cdot \ln(Tu) . \quad (4.10)$$

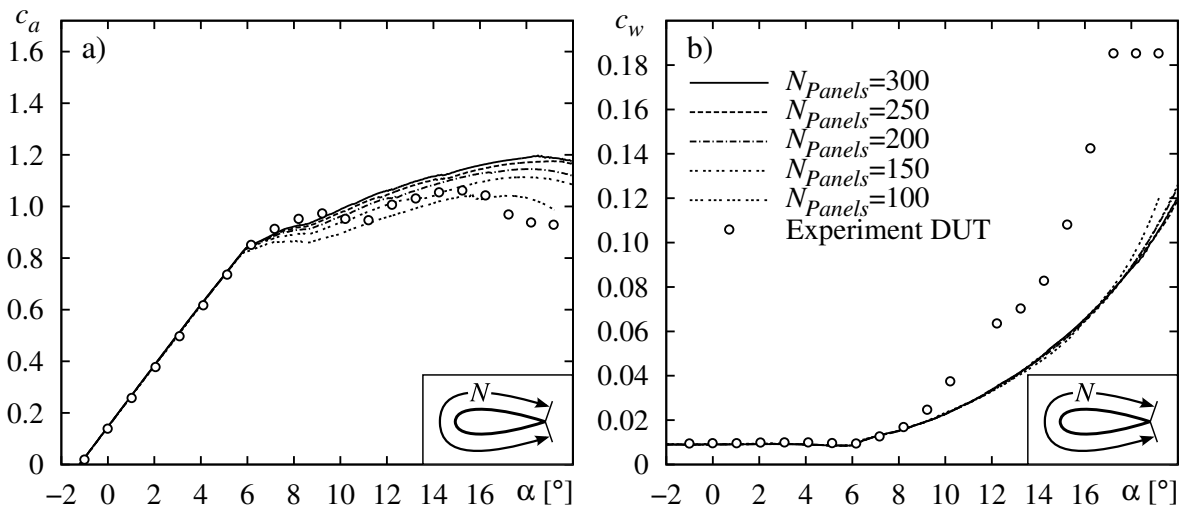


Bild 4.5: Einfluss der Panel-Anzahl N_{Panels} auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w bei der Verwendung von XFOIL. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $n_{crit} = 9$

XFOIL verwendet standardmäßig den Wert $n_{crit} = 9$, was laut XFOIL USER GUIDE [35] dem Turbulenzgrad eines durchschnittlichen Windkanals entspricht. Größere Werte von n_{crit} bedeuten weniger Turbulenz, kleinere dagegen einen höheren Turbulenzgrad.

Wie Bild 4.6 zeigt, beeinflusst der Turbulenzgrad den Auftriebsbeiwert c_a bei geringen Anstellwinkeln ($\alpha < 5^\circ$) kaum. In diesem Anstellwinkelbereich verringert sich der Widerstandsbeiwert c_w mit steigendem Turbulenzgrad.

Bei Strömungen mit höherem Turbulenzgrad beginnt die Ablösung der Strömung vom Profil bei geringeren Anstellwinkeln. Für die beginnende Ablösung ist eine drastische Erhöhung des Widerstandsbeiwerts c_w bei gleichzeitig geringerer Zunahme des Auftriebsbeiwerts c_a charakteristisch, was zu einem „Knick“ in der Profilpolare führt, siehe Bild 4.6c.

Mit $n_{crit} = 11$ zeigt sich im unteren Anstellwinkelbereich eine gute Übereinstimmung des Widerstandsbeiwerts c_w mit den experimentellen Daten. Auch das Abknicken der Profilpolare wird gut wiedergegeben. Für die nachfolgenden Vergleiche werden daher, wenn nicht anders erwähnt, die Daten mit der Einstellung $n_{crit} = 11$ herangezogen und mit XFOIL-viscous bezeichnet. Darüber hinaus entspricht diese Einstellung in etwa dem Turbulenzgrad von ca. 0.03% im Windkanal.

Einfluss der Reynolds-Zahl

Der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeiten auf die Profilpolare des Profils NREL S809 ist in Bild 4.7 dargestellt. Als Profil-Reynolds-Zahlen werden für das Blatt der Windturbine NREL Phase IV typische Werte verwendet.

Die Profilpolaren zeigen im unteren Anstellwinkelbereich das für Laminarprofile charakteristische Verhalten: Mit zunehmender Reynolds-Zahl ist eine Abnahme des Widerstandsbeiwertes c_w zu verzeichnen, da sich die turbulente Grenzschicht immer besser anlegt, vgl. DUBS [36].

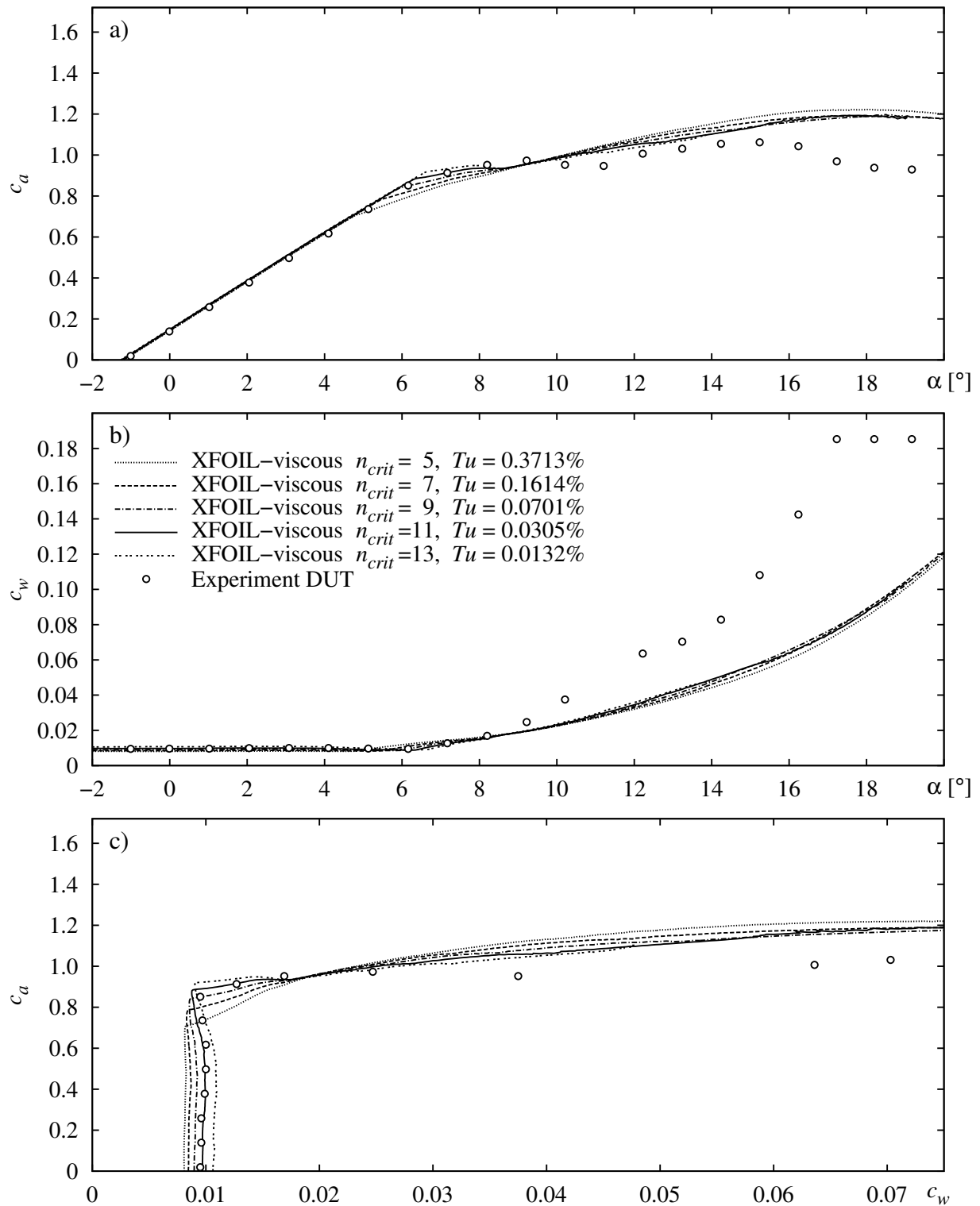


Bild 4.6: Einfluss des Turbulenzgrads Tu auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w . Umrechnung des Turbulenzgrads in den Parameter *critical amplification ratio* n_{crit} nach Formel (4.10). Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $N_{Panels} = 300$

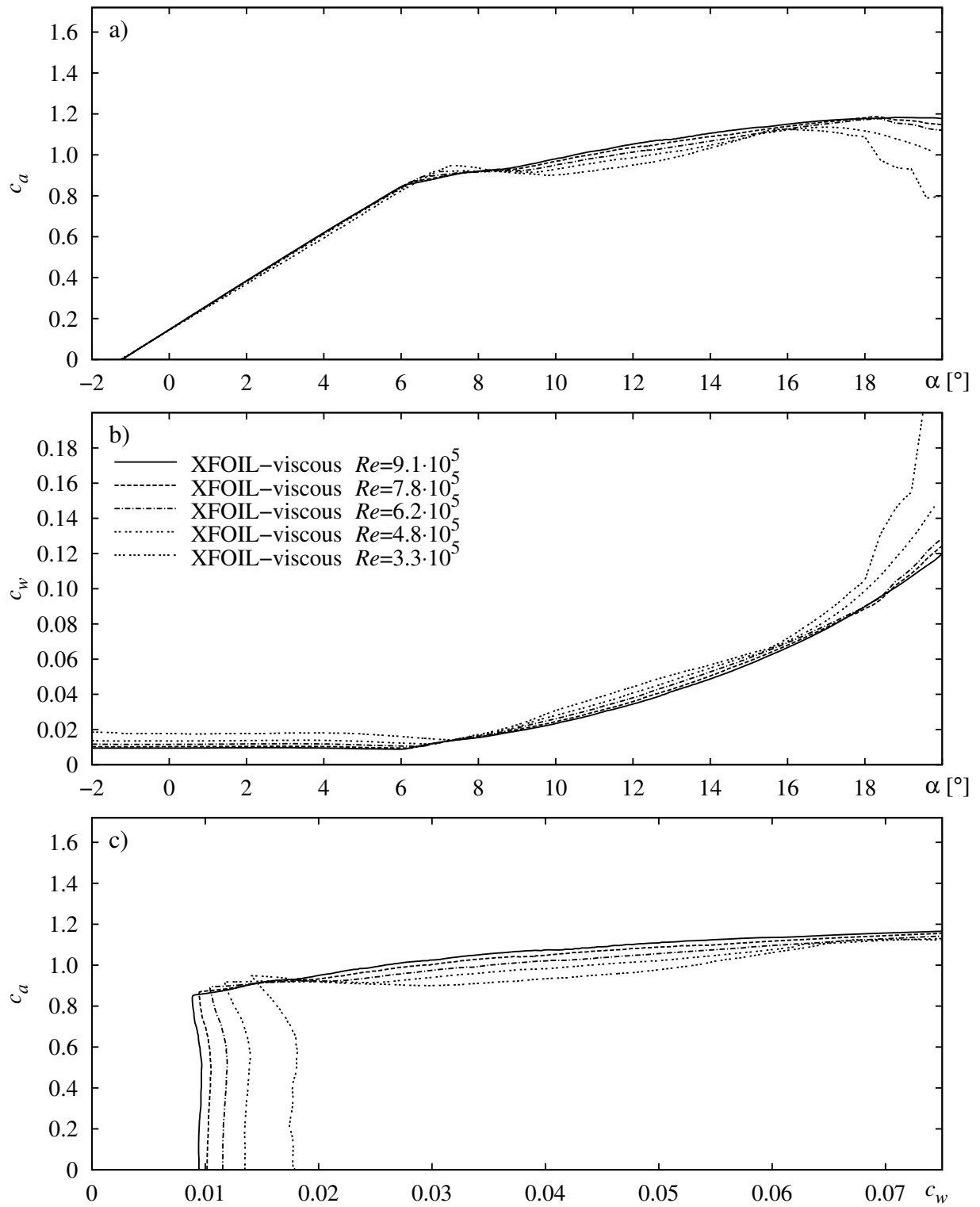


Bild 4.7: Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit, beschrieben mittels Reynolds-Zahl $Re = (v \cdot l) / \nu$, auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w . Profil: NREL S809, $n_{crit} = 9$, $N_{Panels} = 300$

Bei höheren Anstellwinkeln ($\alpha > 9^\circ$) liegen die Auftriebsbeiwerte c_a von großen Reynolds-Zahlen tendenziell über denen von kleineren Reynolds-Zahlen. Nach DUBS [36] hat die Grenzschicht mit steigender Reynolds-Zahl zusehends größere Fähigkeit, Druckanstiege überwinden zu können.

4.1.4 RANS-Ergebnisse

Für die RANS-Untersuchungen der 2D-Profil-Umströmung werden die im Anhang A.5 aufgeführten Stoffwerte von Luft verwendet. Die hier präsentierten Ergebnisse stationärer Simulationen erfolgten unter der Annahme eines inkompressiblen Fluides.

Nach der für iterative Verfahren obligatorischen Residuenstudie wird der Einfluss der Ordnung auf Widerstands- und Auftriebsbeiwert untersucht. Anschließend werden die Rechenergebnisse verschiedener Turbulenzmodelle miteinander verglichen und die Abhängigkeit der Profilkoeffizienten von der Ausdehnung des Rechenraums einerseits und von der Netzfeinheit wie auch der Netzverzerrung andererseits untersucht.

Bereits bei den Rechnungen mit *XFOIL* zeigte sich der Turbulenzgrad als wichtiger Parameter. Sein Einfluss auf Beiwerte und Strömungsfeld wird hier ausführlich behandelt. Die Präsentation von Druckverteilungen und Stromlinienbildern bei unterschiedlichen Anstellwinkeln rundet die Untersuchungen ab.

Die hier vorgestellten CFD-Ergebnisse werden bei den in Tabelle 4.1 angegebenen Profil-Anstellwinkeln α berechnet, zu denen experimentell gemessene Druckverteilungen aus dem OSU-Windtunnel [100] vorliegen. Da Windturbinen meist mit Anstellwinkeln im Bereich des Auftriebsmaximums betrieben werden, werden in dieser Arbeit häufig Simulations-Ergebnisse bei $\alpha = 10.1^\circ$ miteinander verglichen. Der maximale Auftriebsbeiwert stellt sich bei einem Anstellwinkel von $\alpha = 9.22^\circ$ ein, vgl. SOMERS [138].

Tabelle 4.1: Profil-Anstellwinkel α , die zur Berechnung der in dieser Arbeit vorgestellten CFD-Ergebnisse bei Reynolds-Zahl $Re = 10 \cdot 10^5$ verwendet werden

α [°]:	0.0	2.1	4.1	6.1	8.2	10.1	11.2	12.2	14.2	16.2	18.1	20.0
---------------	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------

Residuenstudie

Das Strömungsfeld innerhalb eines Rechenraums wird mit den in Kapitel 2.5.1 aufgeführten Grundgleichungen beschrieben. Die daraus resultierenden Gleichungssysteme werden in der Strömungssimulation meist iterativ gelöst. Dabei ist das Residuum ein Maß für die Abweichung der exakten von der in der aktuellen Iteration geschätzten Lösung des Gleichungssystems.

In Bild 4.8 sind die Profilkoeffizienten c_a und c_w in Abhängigkeit vom Residuum unter Verwendung eines Turbulenzmodells mit Wandfunktion dargestellt. Ab einem Residuum von ca. 10^{-7} weisen sowohl Auftriebsbeiwert c_a als auch Widerstandsbeiwert c_w einen konstanten Wert auf,

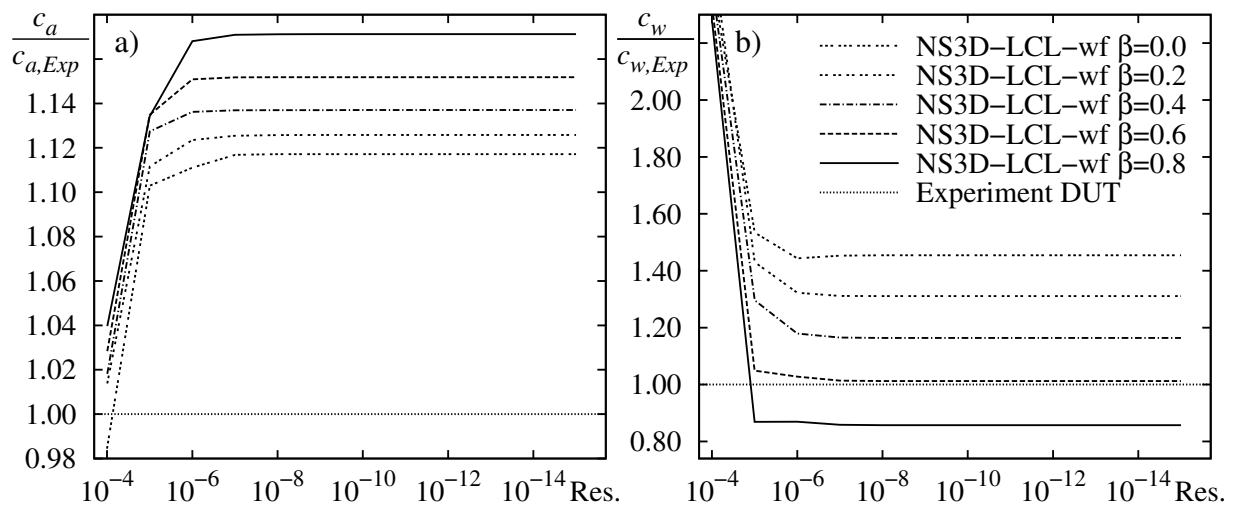


Bild 4.8: Abhängigkeit des Auftriebsbeiwerts c_a und Widerstandsbeiwerts c_w vom Residuum bei verschiedenen *Flux-Blending*-Faktoren β unter Verwendung des LCL-Turbulenzmodells mit Wandfunktion. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$

d. h. eine Rechnung kann bei Unterschreitung dieses Residuenwertes als „auskonvergiert“ angesehen werden.

Wird die Strömung mit Auflösung der Wandgrenzschicht simuliert, so zeigt Bild 4.9, dass bei der Betrachtung des c_a -Wertes erst ab einem Residuum von ca. 10^{-8} eine konvergente Lösung vorliegt.

Aufgrund dieser Ergebnisse wird bei allen in dieser Arbeit vorgestellten *NS3D*-Profil-Rechnungen ein Konvergenzkriterium von 10^{-10} vorgegeben, um mit ausreichender Sicherheit reproduzierbare Ergebnisse zu gewährleisten. Bei Simulationen, die dieses Kriterium nicht erreichen, wird die Rechnung nach einer voreingestellten Anzahl von Iterationen abgebrochen. Dies ist vor allem bei der Simulation hoher Anstellwinkel der Fall, bei der das Residuum aufgrund instationärer Effekte konstant um einen Wert schwingt.

Ordnungsstudie

Bereits die Bilder 4.8 und 4.9 zeigen eine starke Abhängigkeit der Profilkoeffizienten von der Ordnung, mit der die konvektiven Terme diskretisiert werden. Der *Flux-Blending*-Faktor β beschreibt dabei nach Formel (2.99) den Anteil des höherwertigen Verfahrens (OSH) zur Stromauf-Interpolation (UDS).

Bild 4.10 zeigt für Anstellwinkel $\alpha \leq 12^\circ$, dass mit steigender Ordnung der Widerstandsbeiwert c_w sinkt. Dagegen ist der Einfluss des *Flux-Blending*-Faktors β auf den Auftriebsbeiwert c_a geringer und wirkt sich hauptsächlich im Bereich hoher Anstellwinkel $\alpha \geq 7^\circ$ aus. Als Resultat zeigt die Profilpolare, Bild 4.10c, mit wachsendem β eine deutliche Verschiebung zu geringeren Widerstandsbeiwerten und somit eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

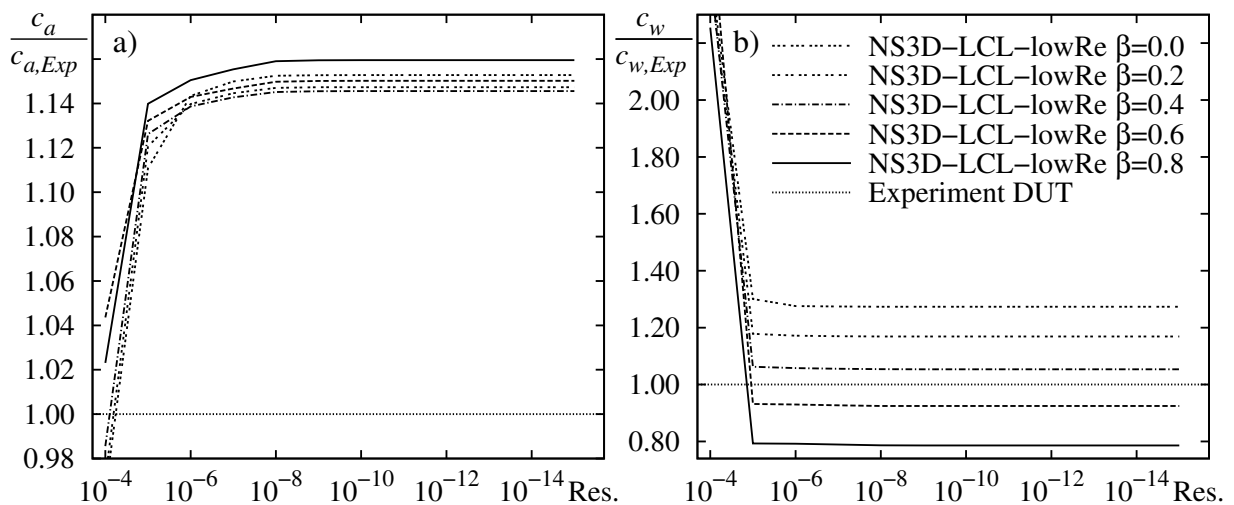


Bild 4.9: Abhängigkeit des Auftriebsbeiwerts c_a und Widerstandsbeiwerts c_w vom Residuum bei verschiedenen *Flux-Blending*-Faktoren β unter Verwendung des LCL-Turbulenzmodells mit Auflösung der Wandgrenzschicht. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$

Wird mit einem *lowRe*-Turbulenzmodell, d. h. mit Auflösung der Wandgrenzschicht gerechnet, so zeigt sich das gleiche Verhalten. Wie Bild 4.11 zeigt, werden hier bei hoher Ordnung die c_a - und c_w -Werte des Experiments gut wiedergegeben. Von der Simulation werden lediglich die Auftriebsbeiwerte ab einem Anstellwinkel von $\alpha > 7^\circ$ überschätzt.

Ab einem Anstellwinkel von ca. $\alpha > 12^\circ$ wird das eingestellte Konvergenzkriterium nicht mehr erreicht. Die Profilkoeffizienten unterliegen in diesem Anstellwinkelbereich starken Schwankungen. Trotzdem werden die Simulationsergebnisse hier dargestellt, da durchaus am Windturbinenblatt diese Anstellwinkel lokal auftreten können.

Bei der Untersuchung des Einflusses der Ordnung auf die Simulationsergebnisse führten *Flux-Blending*-Faktoren $\beta > 0.8$ zu nicht konvergenten Lösungen. Aufgrund der Ergebnisse aus der Ordnungsstudie werden in dieser Arbeit, falls nicht anders erwähnt, Profil-Simulationen mit $\beta = 0.8$ durchgeführt.

Untersuchung verschiedener Turbulenzmodelle

Es werden vier verschiedene Turbulenzmodelle mit Wandfunktion und vier Turbulenzmodelle auf Netzen mit Auflösung der Wandgrenzschicht untersucht.

Turbulenzmodelle mit Wandfunktion

Bei den untersuchten Turbulenzmodellen mit Wandfunktion kann das SST-Modell im unteren Anstellwinkelbereich sowohl die c_a - als auch die c_w -Werte des Experiments am besten reproduzieren, siehe Bild 4.12. Im oberen Anstellwinkelbereich wird dagegen der Auftriebsbeiwert stark über- und der Widerstandsbeiwert unterschätzt.

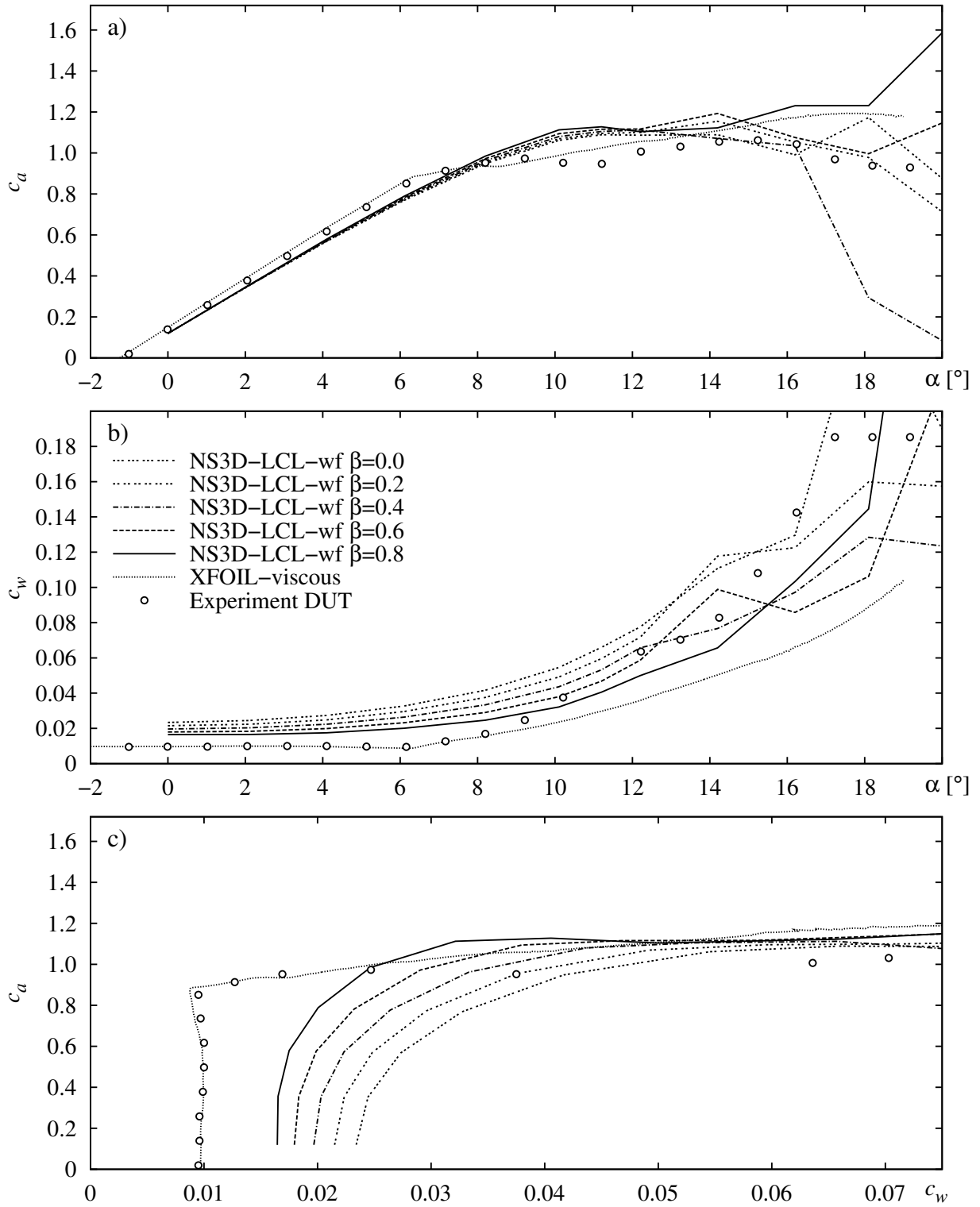


Bild 4.10: Einfluss des Flux-Blending-Faktors β auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w unter Verwendung des LCL-Turbulenzmodells mit Wandfunktion. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$

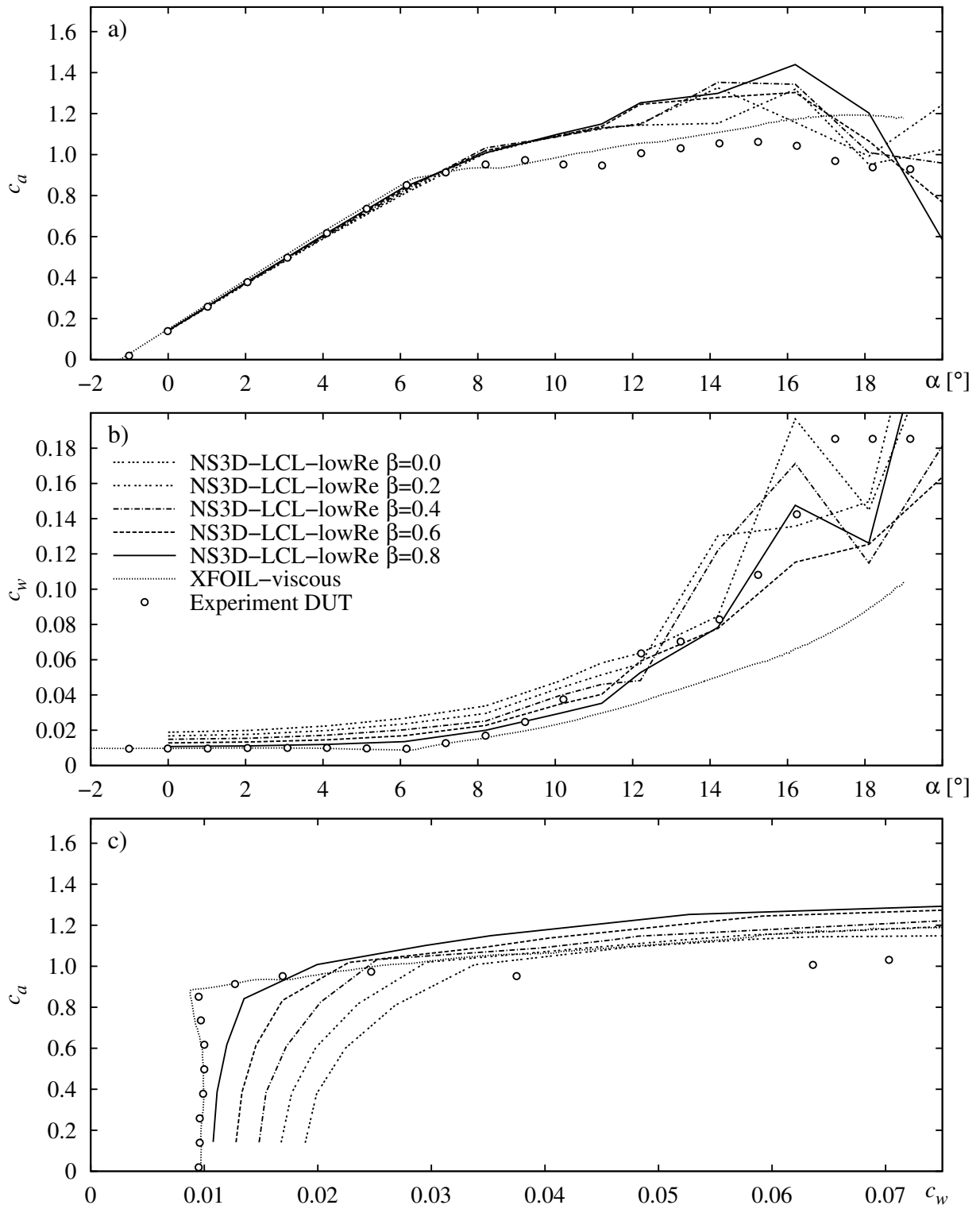


Bild 4.11: Einfluss des Flux-Blending-Faktors β auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w unter Verwendung des LCL-Turbulenzmodells mit Auflösung der Wandgrenzschicht. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$

Das k - ε -Modell und das k - ω -Modell zeigen im unteren Anstellwinkelbereich ebenfalls gute Übereinstimmung in den c_a -Werten und eine Überschätzung bei hohen Anstellwinkeln. Die Widerstandsbeiwerte werden bei kleinen Anstellwinkeln über- und bei hohen Anstellwinkeln stark unterschätzt.

Das LCL-Modell zeigt im unteren Anstellwinkelbereich ähnliche c_w -Werte wie das k - ε -Modell und das k - ω -Modell sowie eine geringe Unterschätzung beim c_a -Wert. Dafür liegen aber die Profilkoeffizienten im höheren Anstellwinkelbereich näher an den experimentellen Werten als bei den anderen untersuchten Turbulenzmodellen mit Wandfunktion.

Turbulenzmodelle mit Auflösung der Grenzschicht

In Bild 4.13 sind die Ergebnisse von Simulationen dargestellt, bei denen die Wandgrenzschicht mit ausreichend Netzknoten aufgelöst wird. Der Verlauf der Profilpolaren wird besser wiedergegeben als bei den Turbulenzmodellen mit Wandfunktion, siehe Bild 4.13c.

Die Ergebnisse des v'^2 - f - und des LCL-Modells zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Bei hohen Anstellwinkeln von $\alpha > 13^\circ$ erreichen die Rechnungen das Konvergenzkriterium nicht mehr; die Ergebnisse unterliegen hier starken Schwankungen.

Bei der im *NS3D* implementierten Form des v'^2 - f -Modells muss stark unterrelaxiert werden, um selbst bei geringen Anstellwinkeln eine konvergente Lösung zu erhalten. Dies und die hohe Anzahl von ca. 53000 Knoten pro Netz-Schicht führen gegenüber der Simulation mit Wandfunktion mit ca. 32000 Knoten zu längeren Rechenzeiten.

Direkter CFD-Code-Vergleich

Bild 4.14 zeigt den direkten Vergleich von Simulations-Ergebnissen des CFD-Codes *NS3D* mit *Ansys-CFX*. Bei diesem Test werden dieselben Netze bei weitestgehend identischen Einstellungen der CFD-Solver verwendet. Diese Vorgehensweise stellt eine Art Validierung dar, da so auf zwei unterschiedlichen Systemen die gewählten Einstellungen für Randbedingungen und Turbulenzmodelle sowie die Auswertungsroutinen überprüft werden können.

Wie Bild 4.14 zeigt, sind die Ergebnisse der beiden Solver zueinander ähnlich. Lediglich im oberen Anstellwinkelbereich weichen die Werte der berechneten Profilkoeffizienten voneinander ab, das ist der Bereich in dem das Konvergenzkriterium nicht mehr erfüllt wird. Die geringen Abweichungen in den Ergebnissen lassen sich darüber hinaus mit der unterschiedlichen Implementierung der beiden CFD-Solver begründen.

Die in dieser Arbeit vorgestellten 2D-Profilsimulationen sind Voruntersuchungen für die 3D-Simulation der Strömung um ein Windturbinenblatt. Aufgrund der Rechenzeiten und auch der resultierenden Größe des Gesamtnetzes wird ein Turbulenzmodell mit Wandfunktion favorisiert. Das LCL-Modell mit Wandfunktion scheint hier ein guter Kompromiss zwischen Netzgröße/Rechenzeit und guter Vorhersage der Profileigenschaften zu sein, vgl. Bild 4.12. Daher wird in den weiteren Untersuchungen das LCL-Modell mit Wandfunktion verwendet.

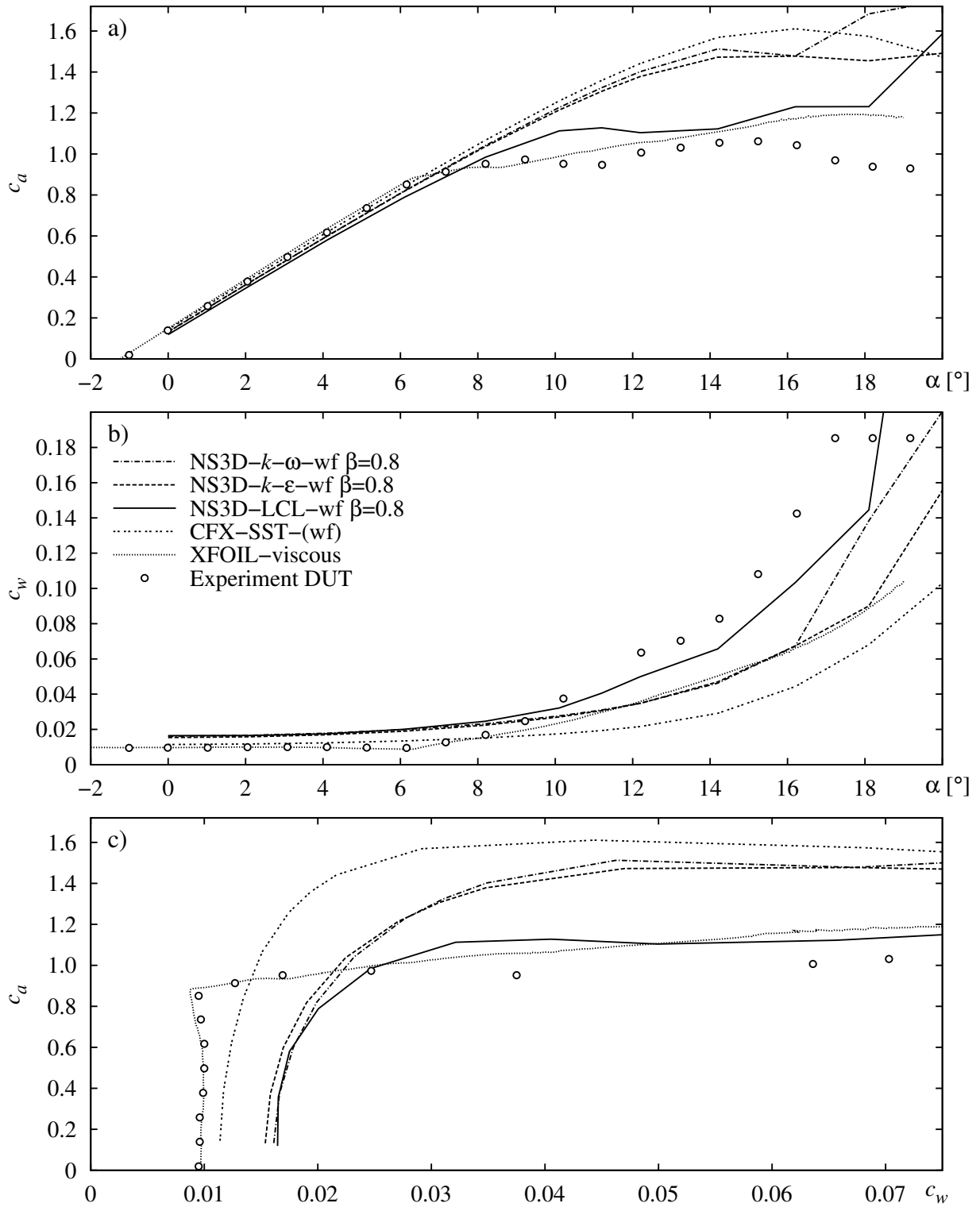


Bild 4.12: Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle mit Wandfunktion. Einstellungen CFX: Turbulent Wall Functions: *Automatic*, Advection Scheme: *High Resolution*. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$

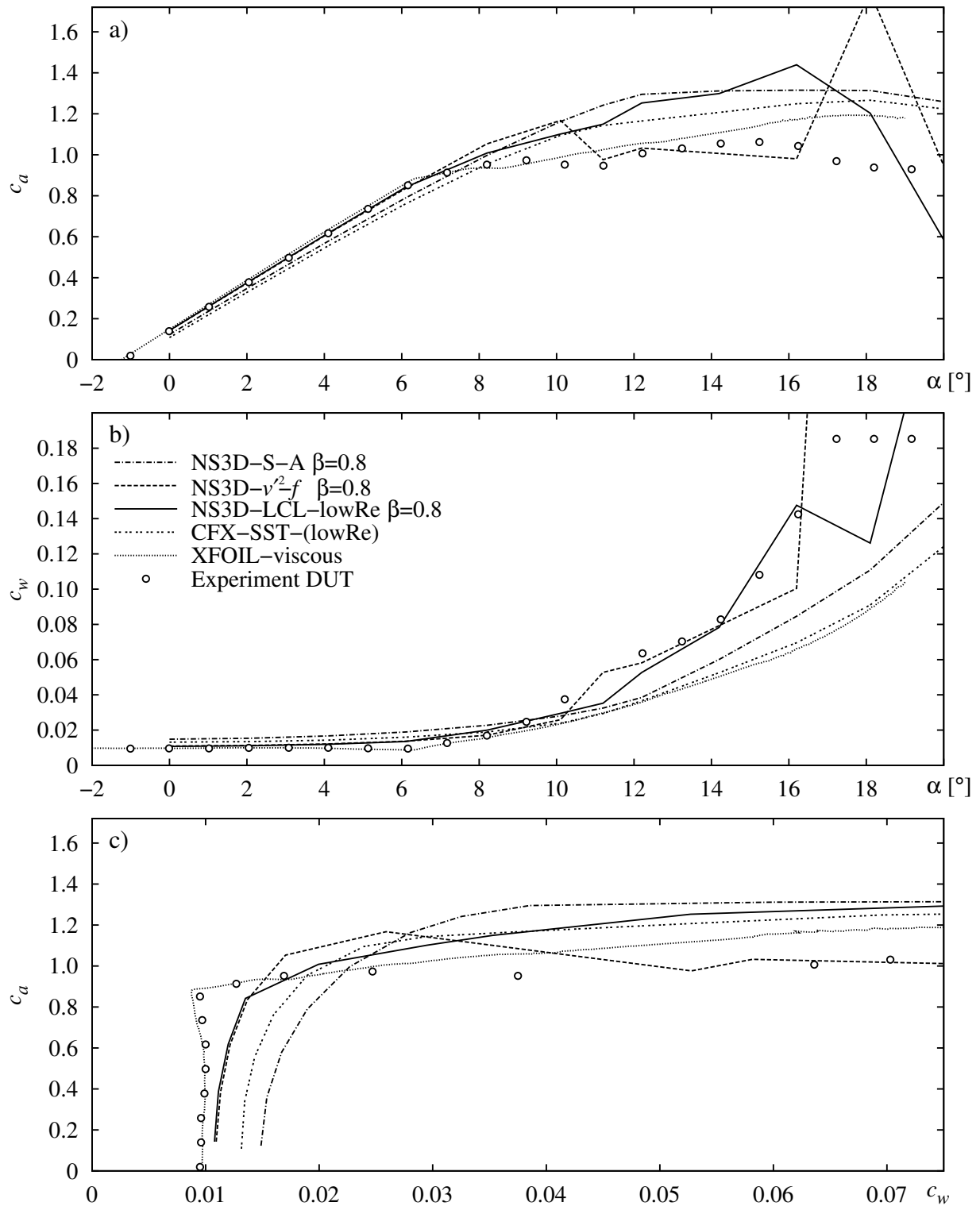


Bild 4.13: Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle mit Auflösung der Wandgrenzschicht. Einstellungen CFX: Turbulent Wall Functions: *Automatic*, Advection Scheme: *High Resolution*. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$

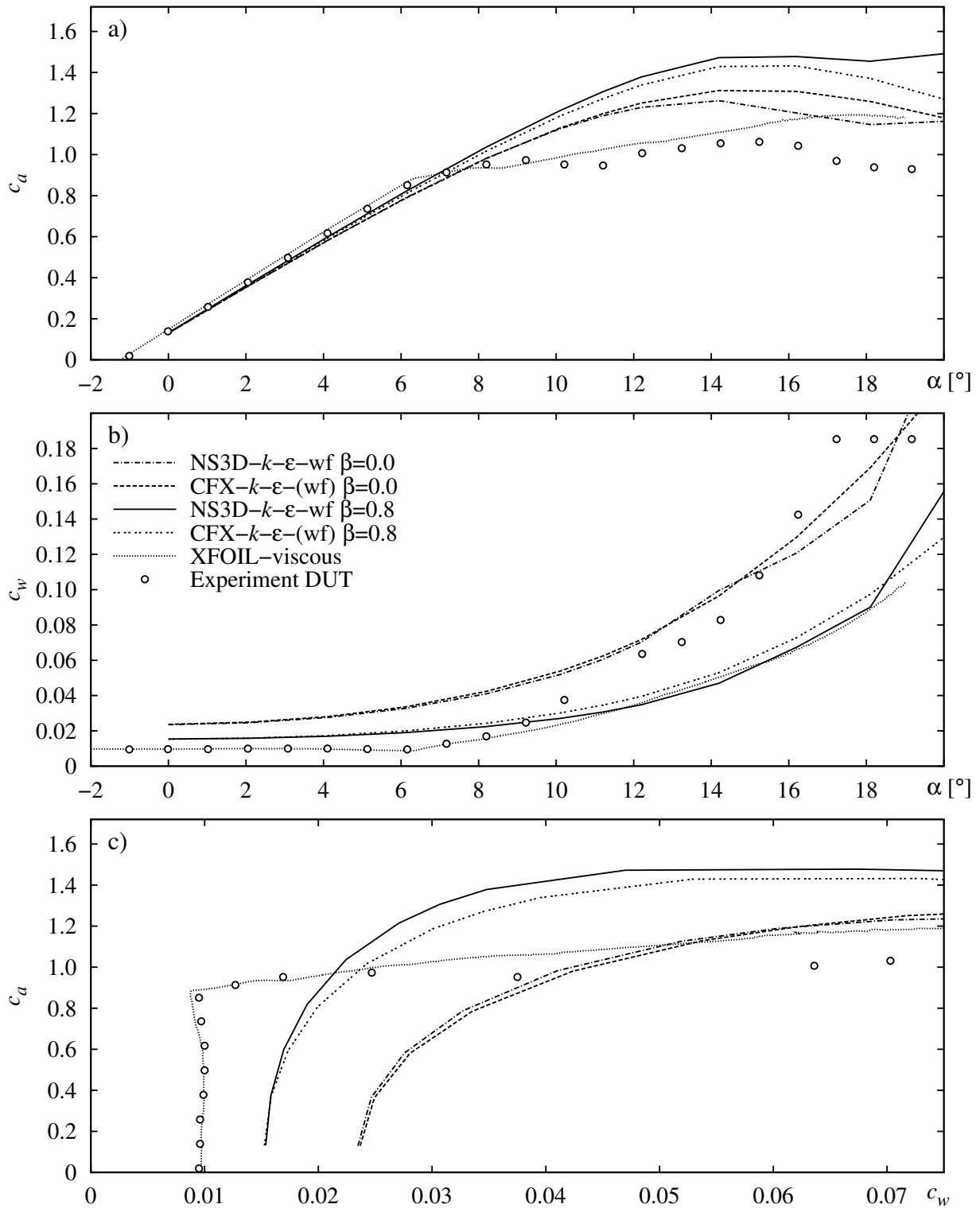


Bild 4.14: Vergleich der Auftriebsbeiwerte c_a und Widerstandsbeiwerte c_w zwischen *NS3D* und *CFX* unter Verwendung des k - ϵ -Turbulenzmodells. Einstellungen *CFX*: Turbulent Wall Functions: *Scalable*, Advection Scheme: *Blend Factor* = 0.0 bzw. 0.8. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$

Einfluss der Rechengebietsgröße und Netz-Auflösung

Die Zahl an Netzknoten bestimmt u. a. die Rechenzeit der jeweiligen Strömungssimulation. Diese Anzahl wird einerseits von der Größe des Rechengebiets, andererseits von der Geometrie- und Netz-Auflösung bestimmt.

Größe des Rechengebiets

Für das k - ε - und das LCL-Turbulenzmodell mit Wandfunktion wird der Einfluss der Rechengebietsgröße auf die Profilkoeffizienten untersucht. Dabei hat das Gebiet standardmäßig eine Ausdehnung von 30 Profilschneidungen l in jede Richtung. Die Richtungen werden nach Kompassnotation bezeichnet. Bei der Variation des Vorlaufs werden die Inlet-Randbedingungen jeweils so angepasst, dass trotz der unterschiedlichen Abstände zum Inlet immer der gleiche Turbulenzgrad kurz vor der Schaufel am Punkt P_{Tu} herrscht, vgl. Bild 4.2.

Die Bilder 4.15a und b zeigen die Variation der Netz-Erstreckung vor (w) und hinter (e) dem Profil. Während ein kurzer Vorlauf (w) den c_a -Wert nur gering beeinflusst, muss der Nachlauf (e) mindestens eine Länge von $10l$ bis $15l$ aufweisen, um eine konvergente Lösung zu erhalten. Werden Vor- und Nachlauf gemeinsam variiert (w & e), so ist die Änderung des Auftriebsbeiwerts c_a ab einer Erstreckung von jeweils $15l$ nur mehr gering, vgl. Bild 4.15a. Dagegen zeigt Bild 4.15b, dass die Ausdehnung des Rechengebiets in w & e -Richtung den Widerstandsbeiwert c_w sehr stark beeinflusst und selbst $30l$ in jeder Richtung ein noch zu kleines Rechengebiet darstellen.

In den Bildern 4.15c und d sind die Ergebnisse für die Variation der Rechengebietsausdehnung in n & s -Richtung dargestellt. Im Vergleich zur Variation von Vor- und Nachlauf sind hier die Einflüsse auf die Profilkoeffizienten ab einer Erstreckung von $10l$ sehr gering. Der c_w -Wert reagiert aber auch hier auf die Variation empfindlicher als der c_a -Wert.

Die Bilder 4.15e und f zeigen die Auswirkungen einer Variation der Rechengebiets-Ausdehnung in allen vier Richtungen. Mit dem k - ε - und dem LCL-Turbulenzmodell kann der Turbulenzgrad von etwa $Tu = 0.03\%$ nur bis zu einem Abstand von ca. $30l$ zwischen Inlet und Profil aufrechterhalten werden, da der Turbulenzgrad aufgrund der Dissipation ε hier in ungestörter Strömung stark abfällt.

Das Eingleichungs-Turbulenzmodell nach SPALART UND ALLMARAS [144] (S-A) weist diesen Effekt nicht auf. Bei Variation der Rechengebietsgröße in allen vier Richtungen zeigen die Simulationsergebnisse mit S-A-Turbulenzmodell, dass der c_a -Wert etwa ab $30l$, der c_w -Wert dagegen erst ab ca. $300l$ von der Ausdehnung unabhängig ist.

Zusammenfassend scheinen für die Untersuchungen der Profilmströmung mit Zweigleichungs-Turbulenzmodellen etwa 30 Profilschneidungen l in jede Richtung als sinnvoll. Das Rechengebiet ist groß genug für die Berechnung des Auftriebsbeiwerts und die resultierende Knoten-Anzahl führt zu angemessenen Rechenzeiten. Bei dem hier betrachteten Beispiel ist es nur bei einer großen Gebietsausdehnung möglich, eine von der Größe des Rechengebiets unabhängige Lösung für den c_w -Wert zu erhalten.

Netzverzerrung und Auflösung des Rechengebiets

Neben der Ausdehnung bestimmt auch die Netzauflösung des Rechengebiets die Knotenanzahl und somit die Rechenzeit. Die Bilder 4.16a und b zeigen die Profilkoeffizienten in Abhängigkeit von der Auflösung der Profilkontur. Ab jeweils 100 Zellen entlang der Profiloberseite und Unterseite ändert

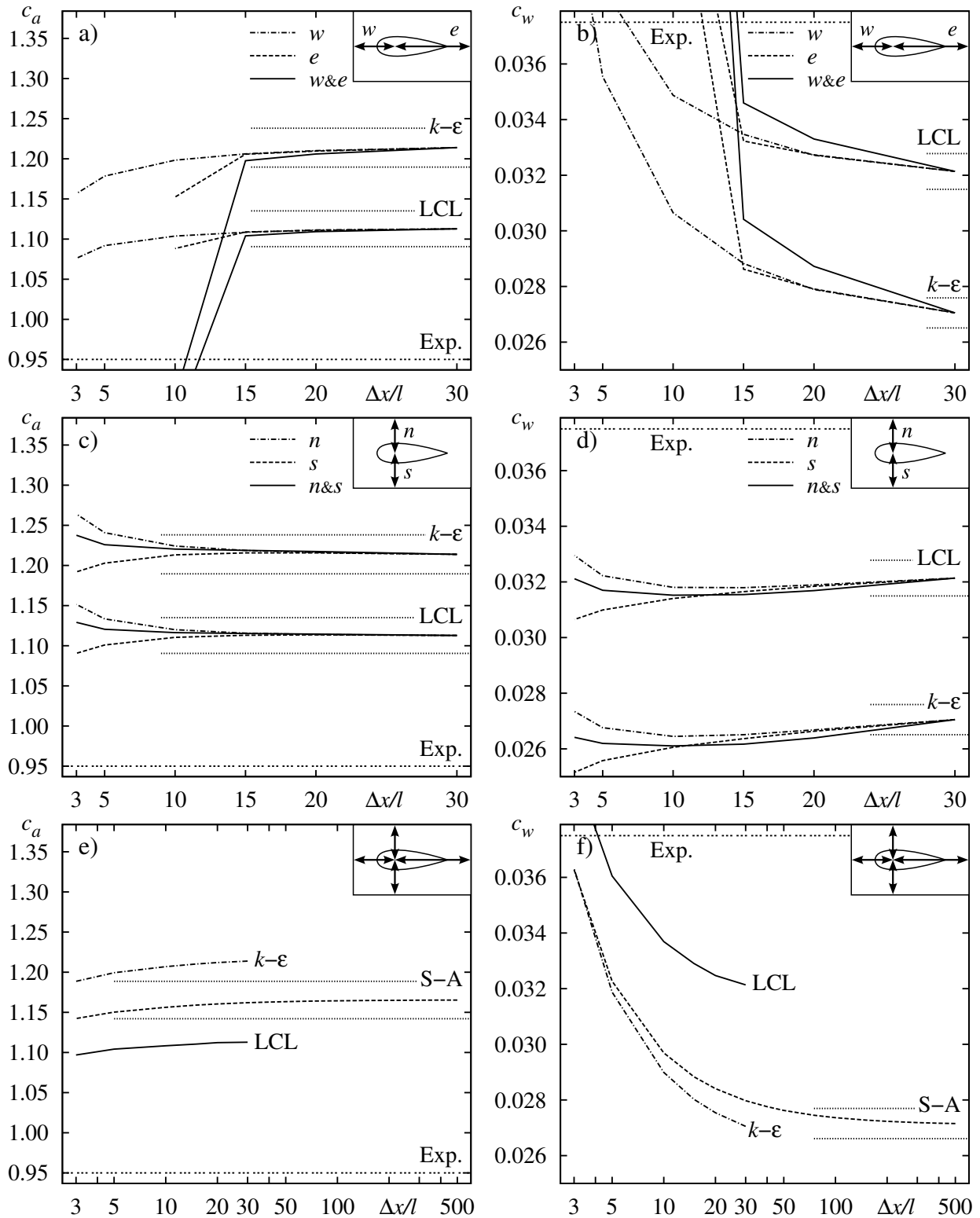


Bild 4.15: Variation der Ausdehnung des Rechengebiets bei konstantem Turbulenzgrad Tu an der Position P_{Tu} vor dem Profil. Bezogen auf die Profilsenhnenlänge l ist der Standardabstand in alle Richtungen $\Delta x/l = 30$. Abweichend davon: Variation der Abstände a)+b) links (w) und rechts (e), c)+d) oben (n) und unten (s) sowie e)+f) in allen Richtungen. Gepunktelt dargestellt: $\pm 2\%$ des Endwerts von c_a bzw. c_w . Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$, $\beta = 0.8$

sich der Auftriebsbeiwert nur mehr geringfügig. Dagegen ist eine Auflösung mit jeweils 200 Zellen noch zu gering, um einen vom Parameter N_{Zellen} unabhängigen c_w -Wert zu erhalten. Auch hier zeigt sich wieder, dass der variierte Parameter den c_w -Wert stärker beeinflusst als den c_a -Wert.

Bild 4.17 zeigt die Druckverteilung aufgetragen über der Profilsenhnenlänge bei verschiedenen Auflösungen der Profilkontur mit Netz-Zellen N_{Zellen} . Die Kurven zeigen Unterschiede in ihren Verläufen bis etwa $N_{Zellen} = 100$. Danach zeigen sich Abweichungen nur noch in der Größenordnung der Strichstärke. Falls nicht anders erwähnt, wird in dieser Arbeit die Profilkontur für Rechnungen mit Wandfunktion mit jeweils 100 Zellen aufgelöst.

Die Netzverzerrung wird u. a. über den Expansionsfaktor q beeinflusst, durch den die relative Vergrößerung der Zell-Höhe aufeinanderfolgender Zellen in Richtung senkrecht zur Profiloberfläche beschrieben wird, vgl. Kapitel 2.4.1. Bei dieser Untersuchung wird die Zellhöhe der wandnächsten Zelle konstant gehalten. Sowohl der Auftriebs- als auch der Widerstandsbeiwert zeigen ein nahezu konstantes Verhalten über den untersuchten Bereich von $q = 1.02$ bis $q = 1.6$, vgl. Bilder 4.16c und d.

Obwohl diese Ergebnisse einen großen Expansionsfaktor q nahelegen, so wird in dieser Arbeit ein Wert von $q \leq 1.2$ verwendet. Ansonsten könnten die Strömungsverhältnisse in Profilnähe, bspw. auftretende Wirbel-Strukturen bei höheren Anstellwinkeln, nicht aufgelöst werden.

Bei der Verwendung von Turbulenzmodellen mit Wandfunktion ist sicherzustellen, dass die dimensionslosen Wandabstände y^+ der wandnächsten Zellen im logarithmischen Bereich zu liegen kommen, vgl. Kapitel 2.5.5.

Die Bilder 4.16e und f zeigen exemplarisch für das LCL-Turbulenzmodell mit Wandfunktion den Einfluss des mittleren dimensionslosen Wandabstands \bar{y}^+ auf die Profilkoeffizienten. Dabei wird \bar{y}^+ als arithmetisches Mittel aus den einzelnen y^+ -Werten der Wandzellen entlang der Profilkontur gebildet. Der Expansionsfaktor q ist bei dieser Variation konstant. Zwischen $\bar{y}^+ = 10$ (Punkt D) und $\bar{y}^+ = 55$ (Punkt B) weisen die Profilkoeffizienten einen von \bar{y}^+ nahezu unabhängigen Bereich auf. Die Punkte B und D markieren somit die Grenzen für die Verwendung des LCL-Turbulenzmodells mit Wandfunktion.

Für die markierten Punkte A–E ist in Bild 4.18 der Wandabstand y_p des Zellmittelpunkts sowie der dimensionslose Wandabstand y^+ über der Bogenlänge s entlang der Profilkontur aufgetragen. Die y^+ -Werte fallen in der Nähe des Druckpunktes aufgrund der geringen Geschwindigkeiten stark ab. Im übrigen Bereich schwanken die y^+ -Werte jeweils mit geringen Abweichungen um einen Mittelwert. Für die Kurve B ist dies ein Wert von etwa $y^+ = 80$, für Kurve D etwa $y^+ = 11$.

Bei der Verwendung des LCL-Turbulenzmodells mit Wandfunktion werden somit Werte von $11 < y^+ < 80$ für eine netzunabhängige Berechnung der Profilkoeffizienten benötigt. Bild 4.19 zeigt, dass sich für Wandauflösungen in diesem y^+ -Werte-Bereich ähnliche Strömungsverhältnisse einstellen, während die Geschwindigkeitsverteilung und auch die Geschwindigkeit der Hauptströmung stark abweichen, sobald der Gültigkeitsbereich verlassen wird, vgl. Punkte A und E. Außerdem wird bei CFD ONLINE [26] empfohlen, dass bei Turbulenzmodellen mit Wandfunktion mindestens 5 bis 10 Zellen in der Grenzschicht liegen sollten. In dieser Arbeit wird dies bei Verwendung von Turbulenzmodellen mit Wandfunktion berücksichtigt, was in etwa Netzen vom untersuchten Punkt B entspricht. Diese relativ grobe Auflösung ist gerade noch im Gültigkeitsbereich

und führt gegenüber feiner aufgelösten Netzen zu kürzeren Rechenzeiten wegen der geringeren Netzknottenanzahl.

Einfluss des Turbulenzgrades

Bereits die Untersuchungen mittels *XFOIL* zeigen einen starken Einfluss des Turbulenzgrades auf die Profilkoeffizienten, siehe Bild 4.6. Bei der Verwendung von RANS-Solvern wird der Turbulenzgrad Tu am Inlet, umgerechnet in die entsprechende turbulente Größe des Turbulenzmodells, als Randbedingung gesetzt.

Beim Eingleichungsmodell nach Spalart-Allmaras (S-A) wird so die effektive kinematische Viskosität $\nu_{eff} = (\nu + \nu_T)$ der Strömung beeinflusst. Bild 4.20 zeigt den Einfluss der kinematischen Viskosität auf die Profilkoeffizienten. Überwiegt die turbulente Viskosität ν_T deutlich im Vergleich zur laminaren Viskosität $\nu \approx 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, so fällt der c_a -Wert, während der c_w -Wert stark ansteigt.

Beim Zweigleichungs-LCL-Modell wird der Turbulenzgrad am Eintritt in die turbulente kinetische Energie k umgerechnet, vgl. Formel (2.100). Des Weiteren kann mittels Formel (2.101) aus k und dem Viskositätsverhältnis ν_T/ν die Dissipationsrate ε am Inlet bestimmt werden. Der Einfluss des Turbulenzgrads Tu und des Viskositätsverhältnisses ν_T/ν auf die Profilkoeffizienten ist in Bild 4.21 dargestellt. Die für das Bild verwendeten Werte für Tu und ν_T/ν werden vor dem Profil an der mit P_{Tu} markierten Stelle bestimmt, vgl. Bild 4.2.

Bild 4.21 zeigt für verschiedene Turbulenzgrade den jeweils möglichen Bereich von Viskositätsverhältnissen, in denen eine konvergente Lösung mit dem *NS3D*-Solver unter Verwendung des LCL-Modells erzielt werden kann. Es lässt sich also für einen bestimmten Turbulenzgrad nur ein eingeschränkter Bereich von Viskositätsverhältnissen realisieren. Des Weiteren zeigt sich, dass besonders bei größeren Tu -Werten der Turbulenzgrad einen stärkeren Einfluss auf die Profilkoeffizienten hat als die Veränderung des Viskositätsverhältnisses bei konstantem Tu .

Dies wird auch bei der Verteilung der turbulenten kinetischen Energie k im Strömungsraum deutlich. Bild 4.23 zeigt k aufgetragen über der x -Koordinate. Die Werte werden dabei entlang einer Kurve bestimmt, die am Inlet beginnt, horizontal bis zur Vorderkante verläuft, von dort entlang der Saugseite mit etwa einer Zellbreite Abstand über dem Profil zur Hinterkante geführt wird, um nach einer weiteren horizontalen Strecke am Outlet zu enden, vgl. Bild 4.22.

Bei verschiedenen Turbulenzgraden zeigen sich für die turbulente kinetische Energie k ähnliche Kurvenverläufe im Bereich des Profils, siehe Bild 4.23a. Die unterschiedlichen Turbulenzgrade führen allerdings zu stark unterschiedlichen k -Verläufen vor und hinter dem Profil. Im Vergleich dazu ist bei konstantem Tu der Einfluss des Viskositätsverhältnisses auf die k -Kurvenverläufe im Profil-Nachlauf geringer, vgl. Bild 4.23b. Der starke Abfall in der Nähe des Inlets lässt sich mit dem groben Rechnetnetz im Eintrittsbereich erklären.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Profilkoeffizienten stark vom Turbulenzgrad abhängen und durch die Festlegung von Tu gleichzeitig der Bereich des Viskositätsverhältnisses ν_T/ν bestimmt wird. Die Wahl von ν_T/ν hat allerdings einen geringeren Einfluss auf c_a und c_w als der Turbulenzgrad.

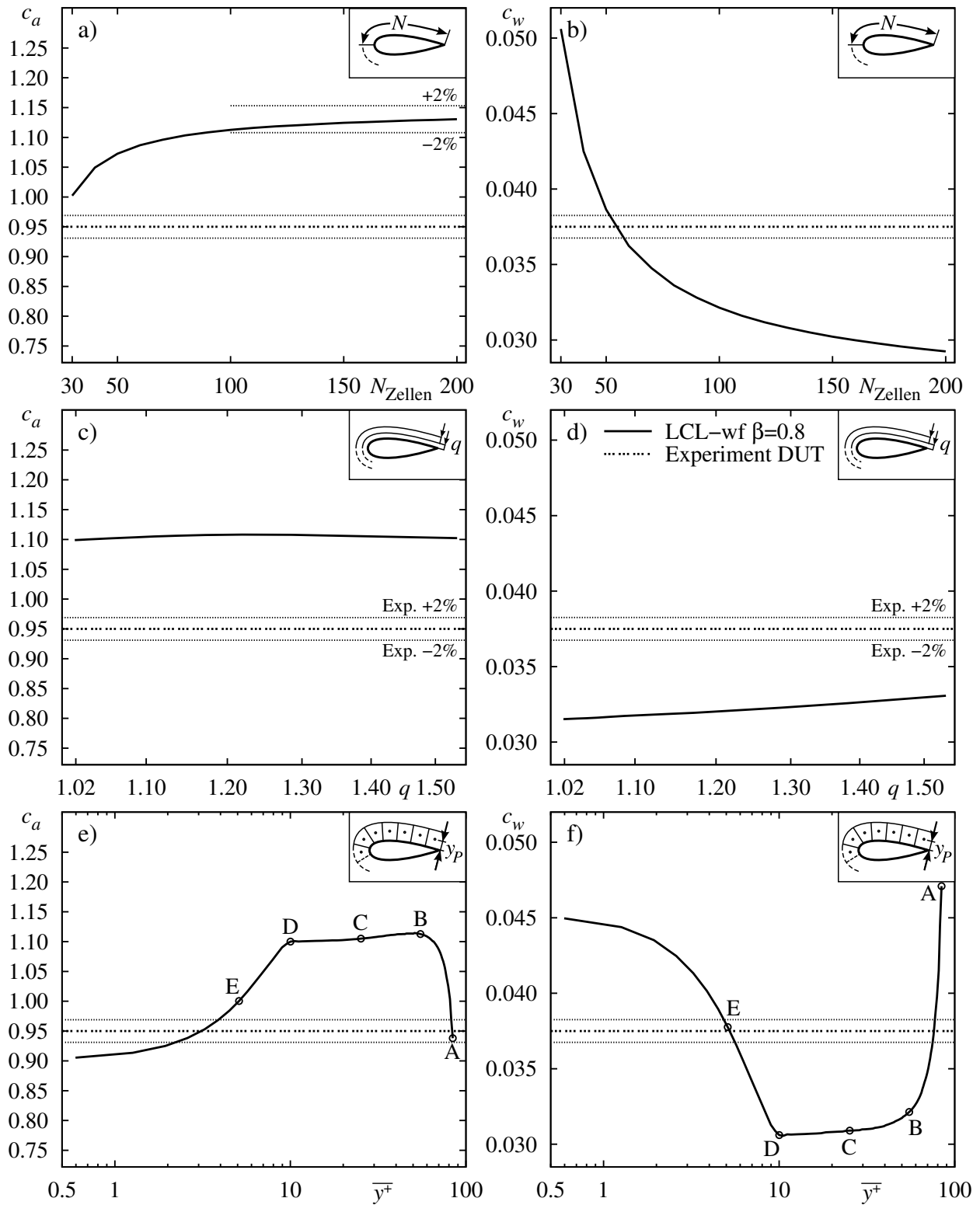


Bild 4.16: Einfluss von Knotenanzahl und Netzverzerrung auf den c_a - und c_w -Wert durch Variation von: a)+b) Zellanzahl N_{Zellen} entlang der Profilkontur, c)+d) Expansionsfaktor q in Wandnormalenrichtung, e)+f) der Zellhöhe $2y_p$ in Wandnormalenrichtung und somit Variation des mittleren dimensionslosen Wandabstands \bar{y}^+ . Gepunktelt dargestellt: $\pm 2\%$ vom c_a - bzw. c_w -Wert des Experiments. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$

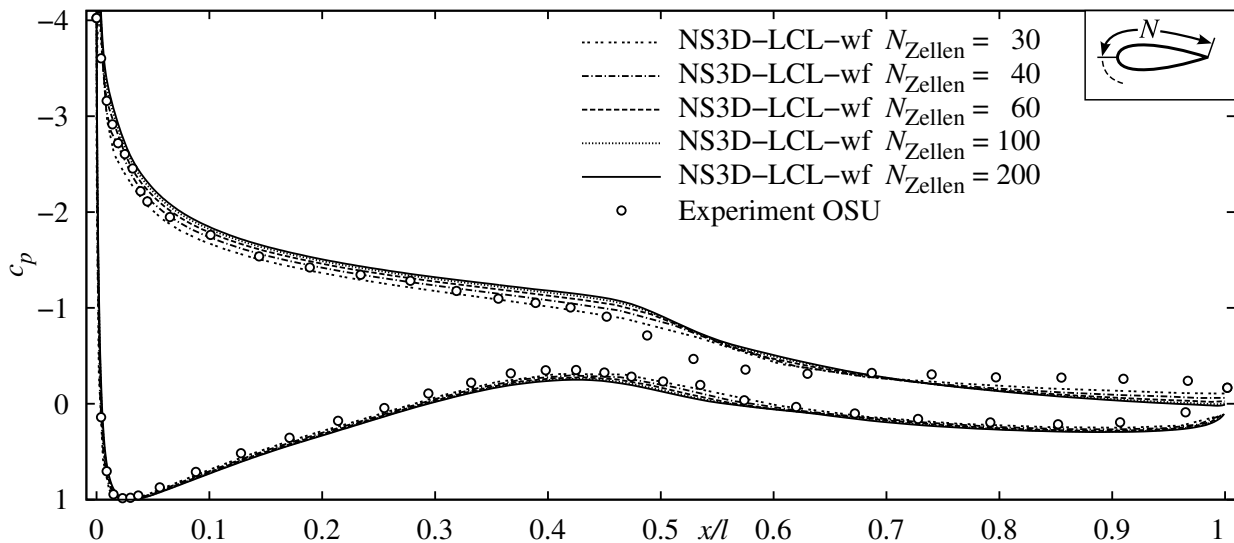


Bild 4.17: Druckverteilungen bei unterschiedlichen Auflösungen (N_{Zellen}) der Profilkontur, aufgetragen relativ über die Profilschneidlänge l . Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$, $\beta = 0.8$

Einfluss der Reynolds-Zahl

Aufgrund des geringen Nabenverhältnisses $\frac{r_{Hub}}{R}$ weist eine Windturbine entlang des Blattes einen breiten Bereich für die Profil-Reynolds-Zahl $Re = \frac{v \cdot l}{\nu}$ auf. Bild 4.24 zeigt sowohl experimentell als auch mittels CFD bestimmte Werte der Profilkoeffizienten in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit, ausgedrückt über die Reynolds-Zahl.

Mit wachsender Reynolds-Zahl nimmt im unteren Anstellwinkelbereich der Widerstandsbeiwert ab. Dies ist hier der druckbasierte Widerstandsbeiwert c_{wp} , der aus den Druckmessstellen entlang der Profilkontur ermittelt wird. Für den Auftriebsbeiwert kann bei steigender Re -Zahl eine Tendenz hin zu größeren c_a -Werten aus der Profilpolare gelesen werden, vgl. Bild 4.24c, was mit den Ergebnissen bei den Untersuchungen mittels *XFOIL* in Einklang steht, siehe Bild 4.7.

Bei den Untersuchungen des Reynolds-Zahl-Einflusses zeigt sich sowohl bei den *XFOIL*- als auch bei den RANS-Rechnungen, dass es hin zu geringeren Re -Zahlen immer schwieriger wird, das Konvergenzkriterium zu erreichen. Unter diesem Gesichtspunkt ist der stark abweichende Verlauf der $Re = 5 \cdot 10^5$ -Kurve zu interpretieren.

Lokale Strömungsverhältnisse

Neben den bisher betrachteten integralen Größen sind auch die lokalen Strömungsverhältnisse am Profil von Interesse. So ist in den Bildern 4.26 und 4.27 für verschiedene Anstellwinkel α die Profilmströmung mittels Stromlinien sichtbar gemacht.

Deutlich zu erkennen ist bei steigendem Anstellwinkel die Verschiebung des Staupunktes an der Nase zur Druckseite hin sowie die beginnende Ablösung auf der Saugseite im Hinterkantenbereich.

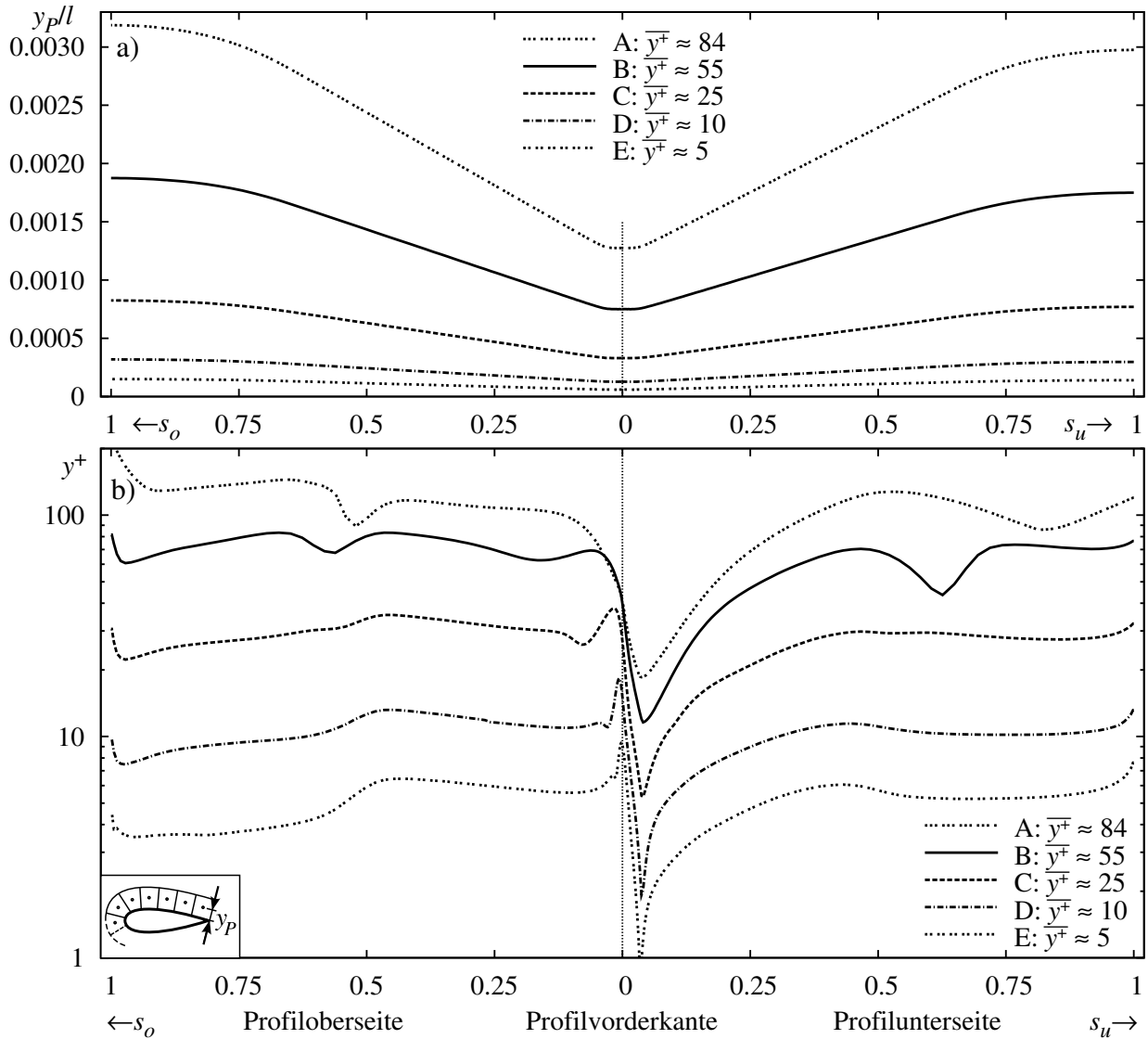


Bild 4.18: Aufgetragen über die normierte Bogenlänge s entlang der Profilkontur: a) Lokale Wandabstände y_P des jeweiligen Zellschwerpunkts, skaliert mit der Profilsehnenlänge l sowie b) lokale dimensionslose Wandabstände y^+ der jeweils wand nächsten Zelle für die in Bild 4.16 e)+f) definierten Punkte. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.8$

Des Weiteren zeigt sich, wie bei der potentialtheoretischen Betrachtung von Bild 4.4, die merkliche Strömungsbeeinflussung selbst in einiger Entfernung vom Profil. Dies erklärt den starken Einfluss der Größe des Rechengebiets auf die Profilkoeffizienten.

Die Druckverteilungen entlang der Profilkontur sind in Bild 4.25 dargestellt. Die mittels NS3D und XFOIL ermittelten Verteilungen zeigen gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten, leichte Abweichungen ergeben sich bei höheren Anstellwinkeln bis $\alpha \leq 12^\circ$.

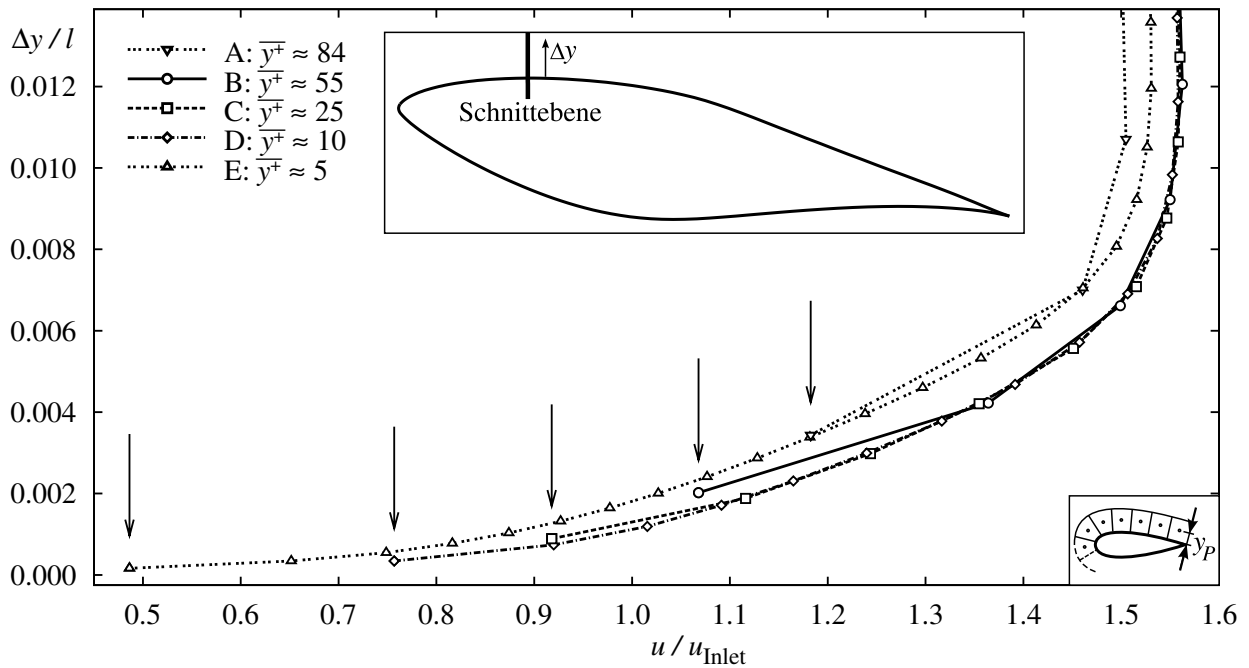


Bild 4.19: Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an der bezeichneten Schnittebene für die in Bild 4.16 e)+f) definierten Punkte (A bis E). Mit den Pfeilen ist jeweils der wandnächste Netzknoten markiert. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.8$

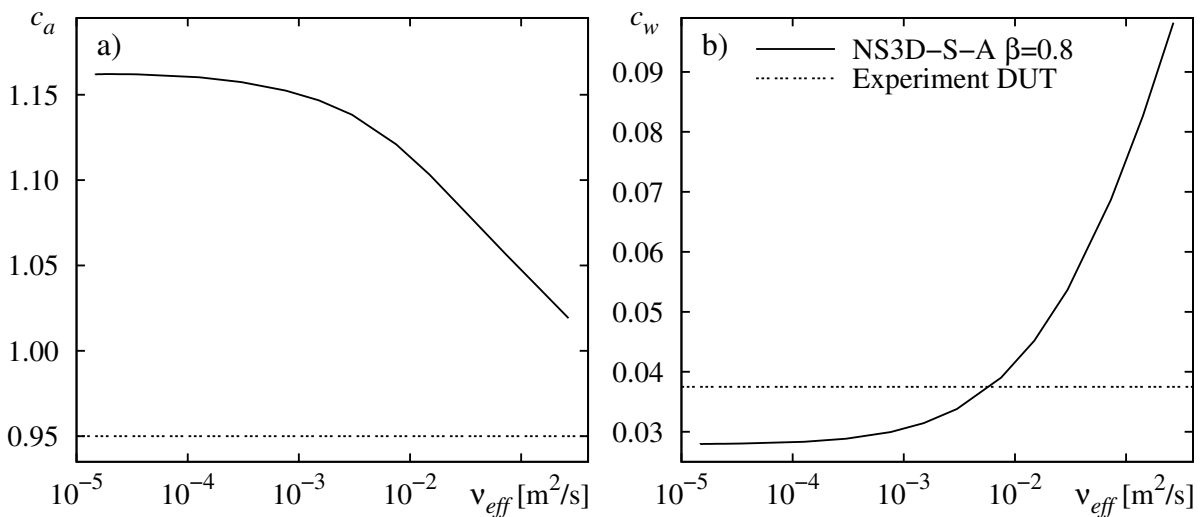


Bild 4.20: Einfluss der effektiven kinematischen Viskosität $v_{eff} = (v + v_T)$ auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w unter Verwendung des Eingleichungs-Turbulenzmodells nach SPALART UND ALLMARAS [144]. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$

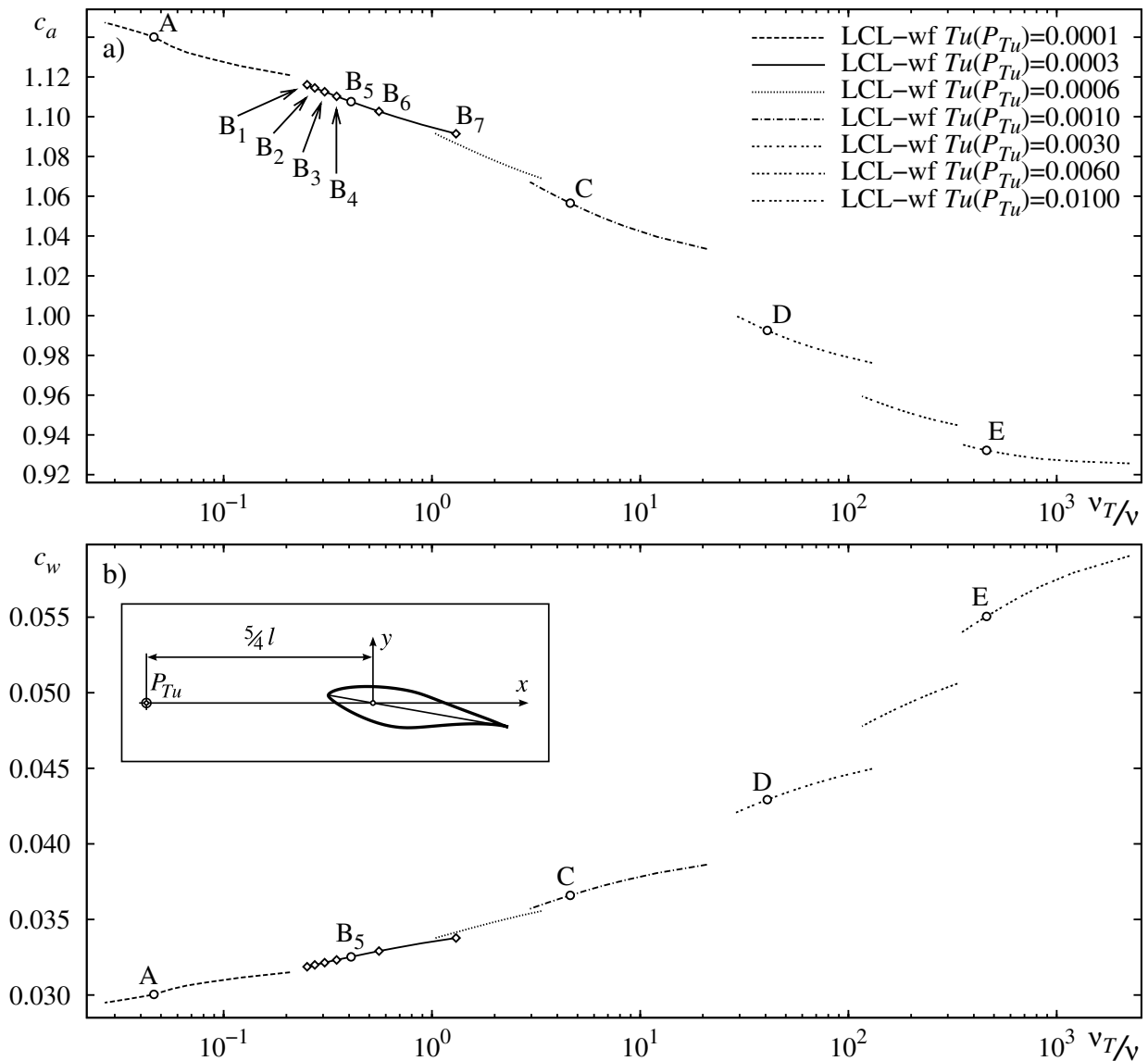


Bild 4.21: Einfluss des Turbulenzgrads Tu und Viskositätsverhältnisses ν_T/ν auf Auftriebsbeiwert c_a und Widerstandsbeiwert c_w . Tu und ν_T/ν bestimmt an der Position P_{Tu} vor dem Profil. Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$, $\beta = 0.8$

In Bild 4.25b zeigt der saugseitige c_p -Verlauf bei $x \approx 0.55l$ einen starken Druckanstieg, der laut SOMERS [138] als *transition ramp* die Transition von laminarer zur turbulenter Strömung fördern soll. Der gemessene Druckgradient wird hier von XFOIL besser vorhergesagt als von NS3D. Ein Grund hierfür kann die unterschiedliche Modellierung sein: XFOIL verfügt über eine Transitionsmodellierung, während die Strömungsberechnung beim NS3D mittels eines Turbulenzmodells erfolgt.

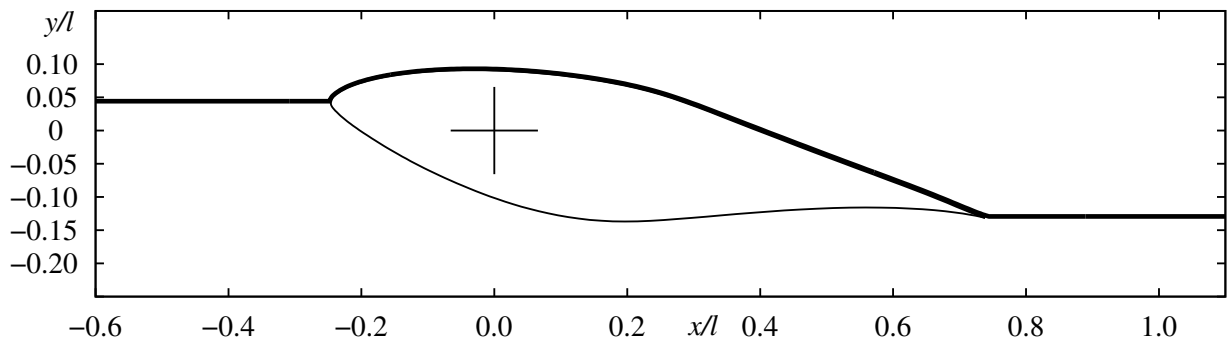


Bild 4.22: Darstellung der Schnittkurve entlang der die in Bild 4.23 aufgetragene turbulente kinetische Energie k ermittelt wird.

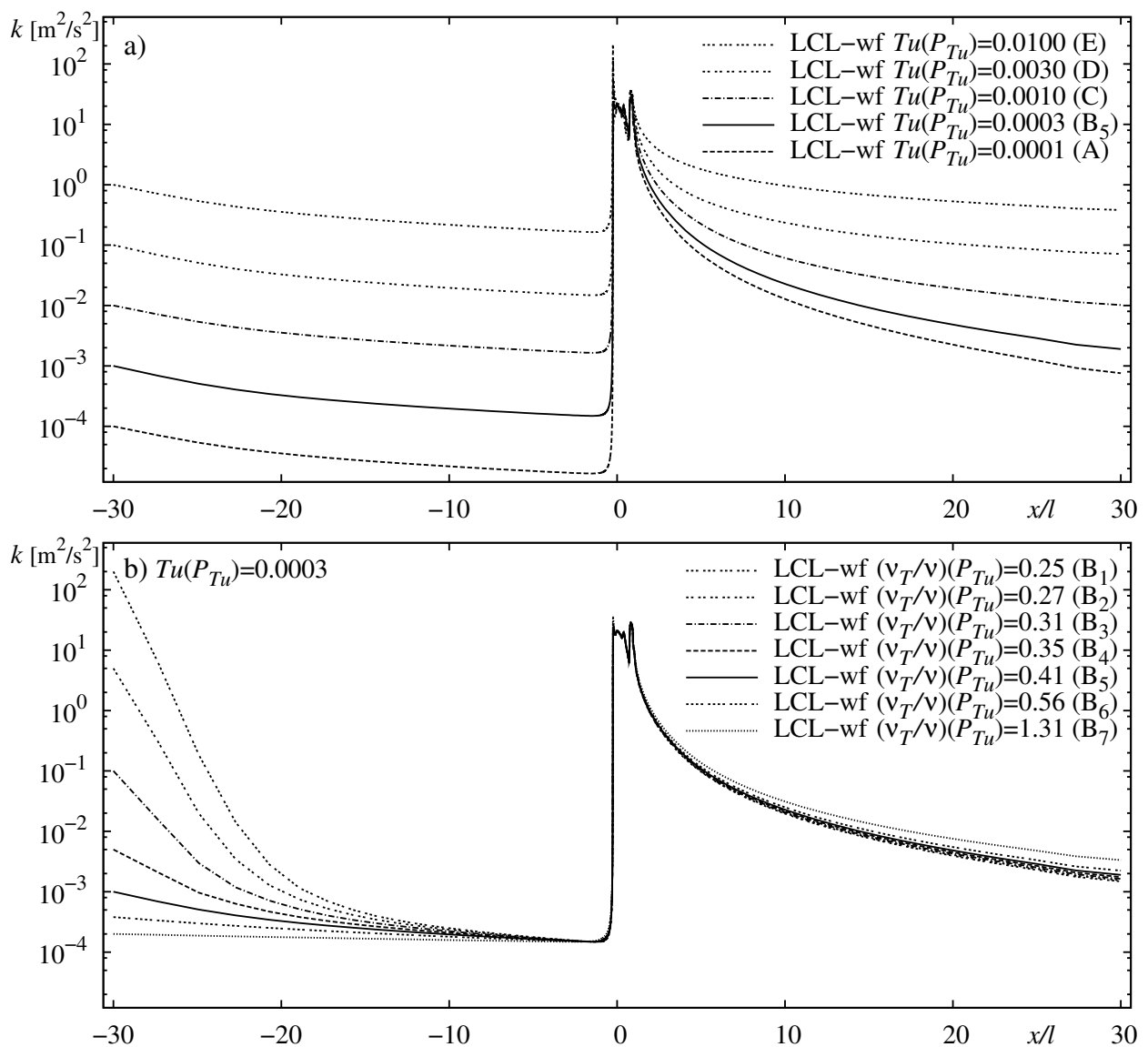


Bild 4.23: Verteilung der turbulenten kinetischen Energie k über die Koordinate x entlang der in Bild 4.22 gezeigten Kurve. Darstellung für die in Bild 4.21 markierten Turbulenzgrade Tu und Viskositätsverhältnisse ν_T/ν , beide bestimmt an der Position P_{Tu} kurz vor dem Profil NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$, $\alpha = 10.1^\circ$, $\beta = 0.8$

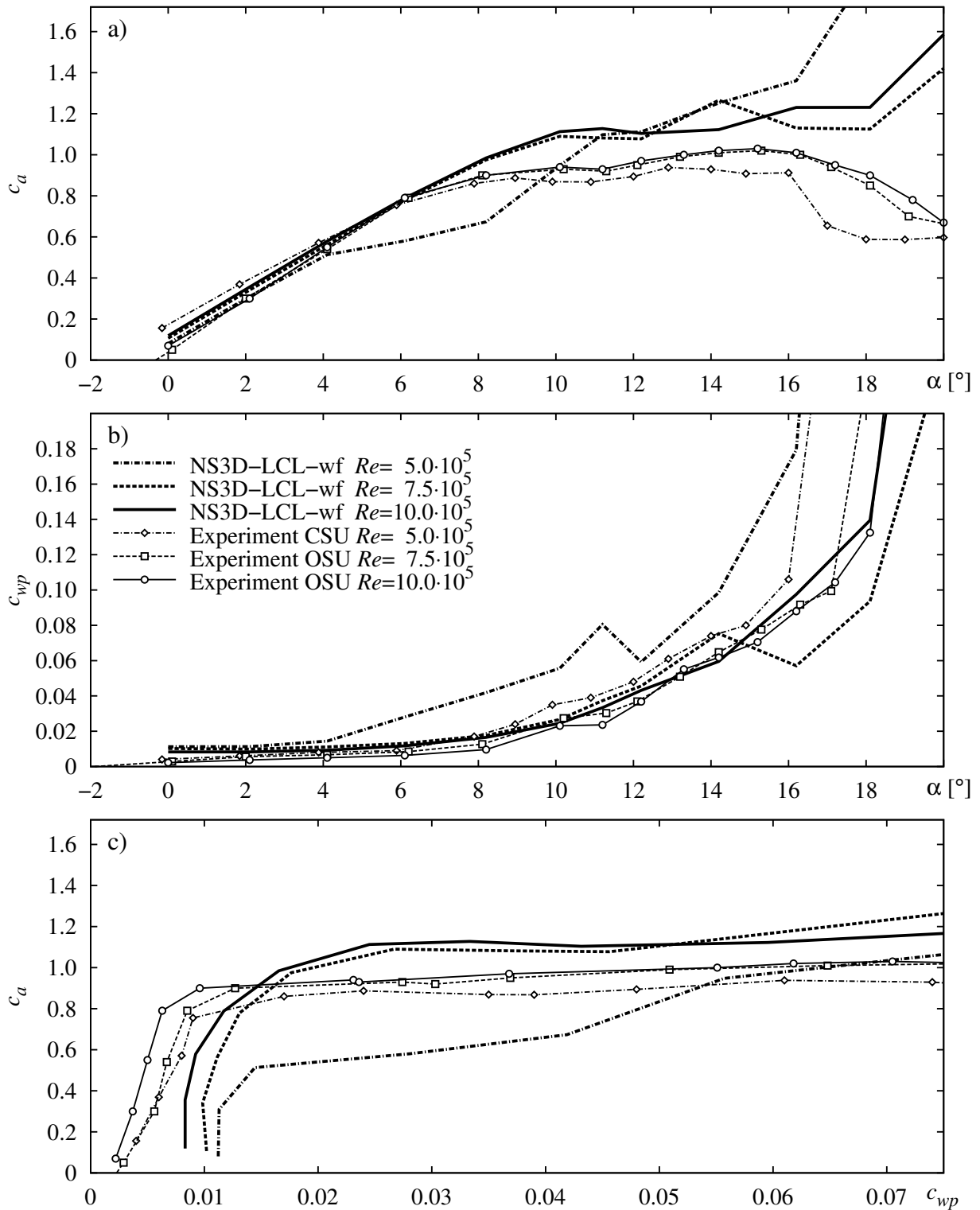


Bild 4.24: Einfluss der Reynolds-Zahl Re auf Auftriebsbeiwert c_a und druckbasierten Widerstandsbeiwert c_{wp} . Profil: NREL S809, $\beta = 0.8$

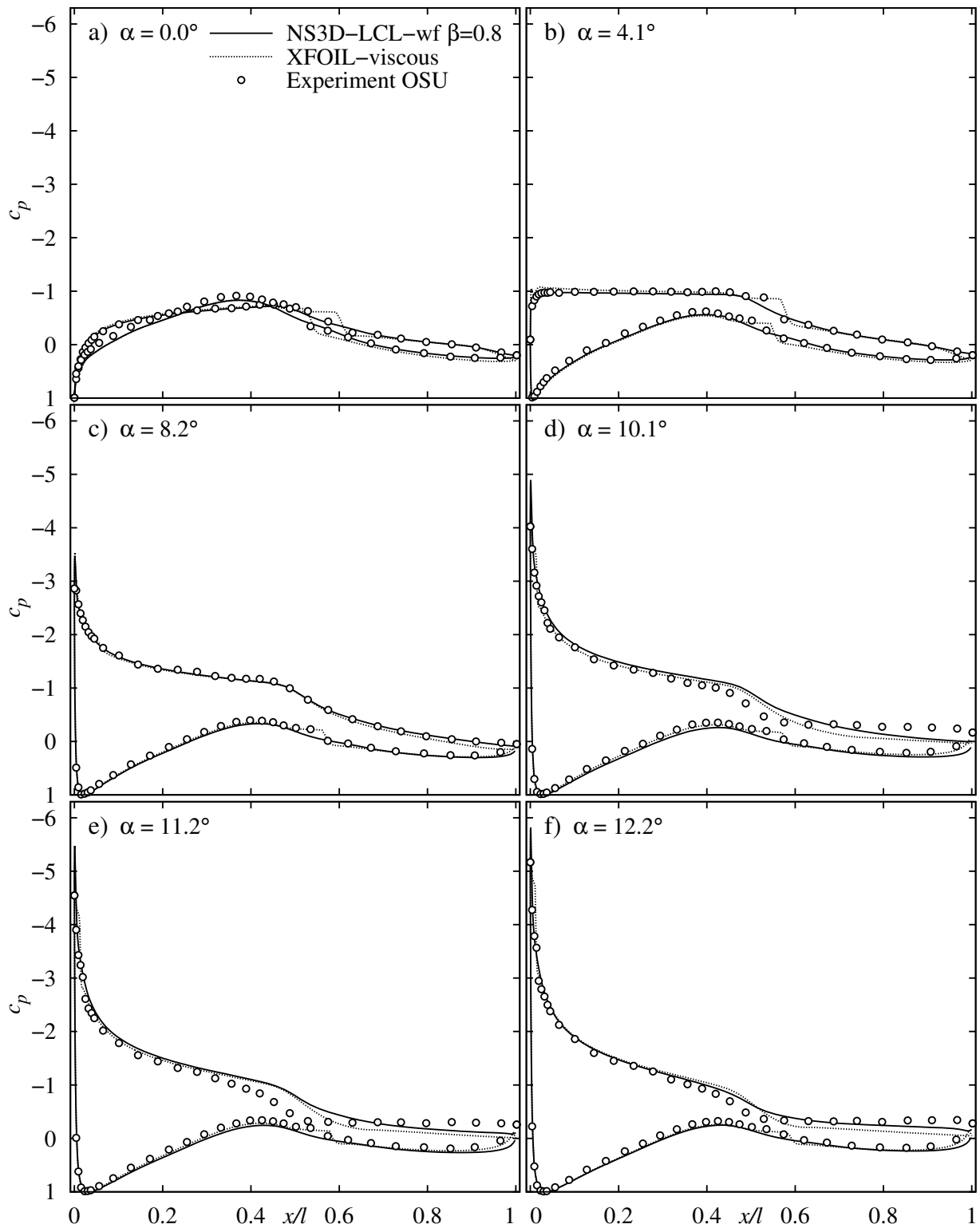


Bild 4.25: Druckverteilungen bei verschiedenen Anstellwinkeln α , aufgetragen relativ über die Profilhöhenlänge l . Profil: NREL S809, $Re = 10 \cdot 10^5$

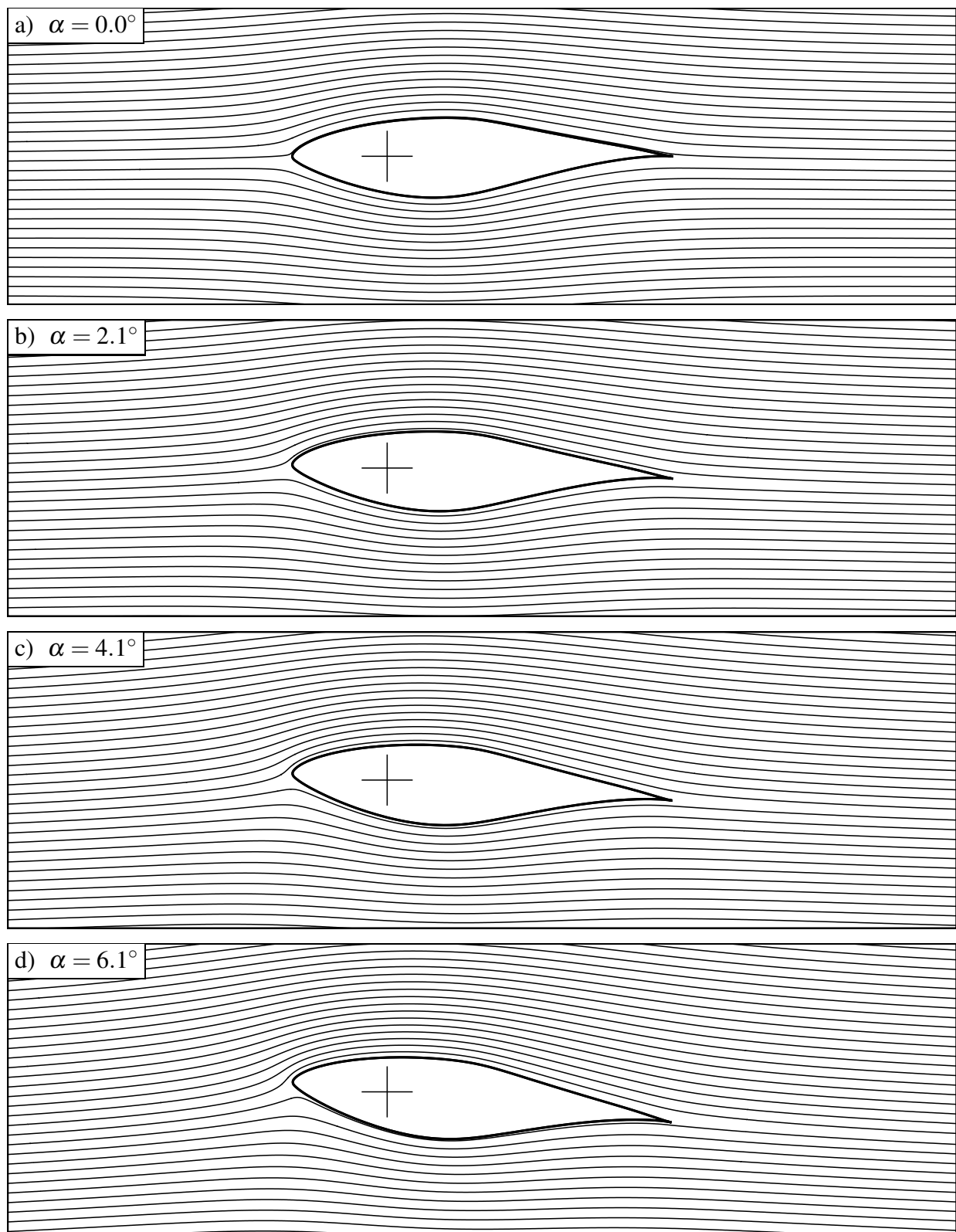


Bild 4.26: Strömungsverhältnisse um das Profil NREL S809 bei verschiedenen Anstellwinkeln α visualisiert mittels Stromlinien. CFD-Code: NS3D-LCL-lowRe, $\beta = 0.8$, $Re = 10 \cdot 10^5$

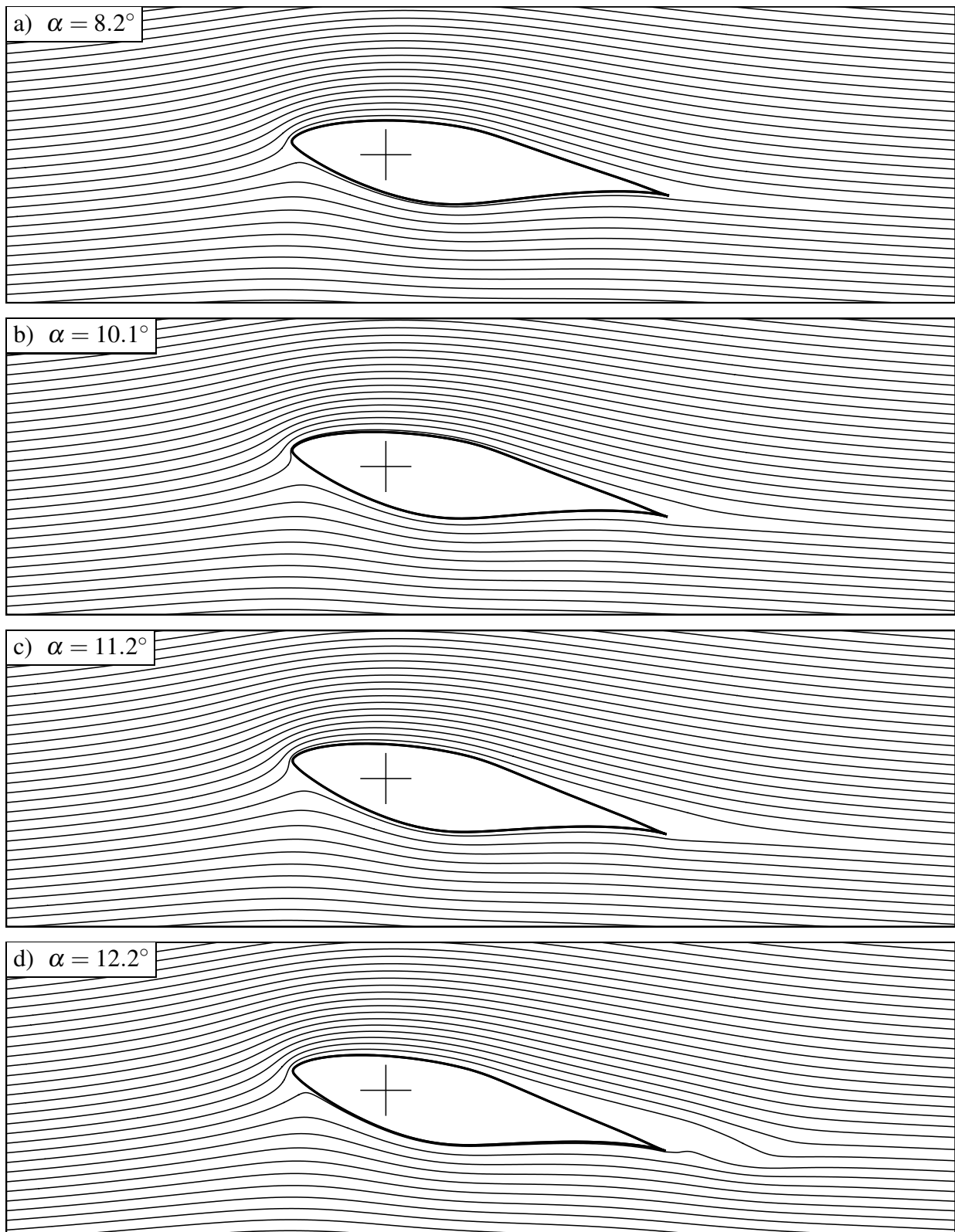


Bild 4.27: Strömungsverhältnisse um das Profil NREL S809 bei verschiedenen Anstellwinkeln α visualisiert mittels Stromlinien. CFD-Code: NS3D-LCL-lowRe, $\beta = 0.8$, $Re = 10 \cdot 10^5$

4.2 Windturbine NREL Phase IV

Die Windturbine NREL Phase IV ist bereits in Kapitel 3.2 vorgestellt worden.

In diesem Abschnitt werden zunächst die für den Vergleich mit den Simulationsergebnissen herangezogenen experimentellen Daten und die verwendeten Auswertungs-Formeln beschrieben, bevor die Ergebnisse der 3D-CFD-Rechnungen präsentiert werden.

4.2.1 Experimentelle Daten

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten für die Windturbine NREL Phase IV stammen aus der von SCHEPERS ET AL. [121][120] ausführlich beschriebenen IEA-ANNEX-DATENBANK [43] des *Energy research Centre of the Netherlands* (ECN).

Messung der lokalen Anströmrichtung

Ein Blatt der Windturbine ist mit Messsonden zur Bestimmung der lokalen Anströmrichtungen ausgerüstet. In Tabelle 4.2 sind die radialen Positionen dieser Sonden aufgeführt. Eine solche Sonde ist in Bild 4.28 dargestellt. Nähere Informationen zu dieser als *5-hole-probe* bezeichneten Messsonde finden sich bei FINGERSH UND ROBINSON [50]. An der Spitze der Messsonde wird der

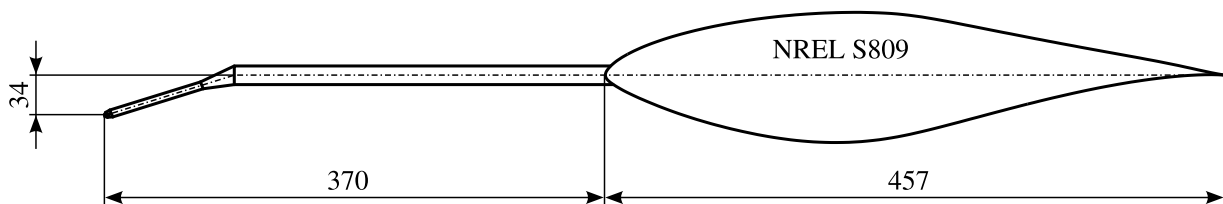


Bild 4.28: NREL Profil S809 mit Sonde *5-hole-probe* zur Messung der lokalen Anströmrichtung an der Windturbine NREL Phase IV, nach SIMMS ET AL. [133]

Winkel α_m der Strömung gegenüber der Profilschneide gemessen. Der gemessene Anströmwinkel α_m kann in einen lokalen Anstellwinkel α mittels folgender Korrekturformel umgerechnet werden:

$$\alpha = -5.427 \cdot 10^{-5} \cdot \alpha_m^3 + 6.713 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha_m^2 + 0.617 \cdot \alpha_m - 0.8293^\circ \quad \text{für } \alpha_m \leq 60^\circ, \quad (4.11)$$

$$\alpha = 0.93421 \cdot \alpha_m - 7.4174^\circ \quad \text{für } \alpha_m > 60^\circ. \quad (4.12)$$

Allerdings ist laut SCHEPPERS ET AL. [120] diese Formel streng genommen nur für die Vorgänger-Messsonde, den sogenannten *flag sensor* gültig, vgl. SIMMS ET AL. [134]. Dennoch wurden die mit den *5-hole-probe*-Sonden gemessenen Werte mittels Formel (4.11) und (4.12) korrigiert und in den Datensätzen der Datenbank gespeichert.

Tabelle 4.2: Radiale Positionen der Geschwindigkeit-Messsonden am Blatt der NREL Phase IV

$r/R =$	34%	51%	67%	84%	91%
r [m] =	1.71	2.56	3.37	4.22	4.57

Tabelle 4.3: Radiale Positionen der Druckmessstellen am Windturbinenblatt der NREL Phase IV

$r/R =$	30%	47%	63%	80%	95%
r [m] =	1.51	2.36	3.16	4.02	4.77

Bestimmung der Profil-Koeffizienten

Außer den Messsonden besitzt das Windturbinenblatt auch noch Druckmessstellen zur Ermittlung von Druckverläufen entlang der Profilloberfläche. Die radiale Lage dieser Messstellen ist in Tabelle 4.3 angegeben.

Aus den Druckverläufen lassen sich die Profil-Koeffizienten⁽³⁾ c_n und c_t für jeden in Tabelle 4.3 angegebenen Profil-Schnitt berechnen. Zusammen mit dem örtlichen Anstellwinkel α sind sie in der IEA-ANNEX-DATENBANK [43] hinterlegt. Zur Berechnung wird zunächst der maximale Druck p_{max} über alle Druckmessstellen des Profil-Schnittes bestimmt. Mit diesem maximalen Druck werden die Druck-Werte p_i jeder Druckmessstelle i normiert:

$$c_{p,i} = \frac{p_i}{p_{max}} \quad (4.13)$$

Durch Integration bzw. Summation der Druck-Koeffizienten c_p entlang der Profilloberfläche werden die Koeffizienten tangential c_t und normal c_n zur Profilhöhe der Länge l bestimmt, vgl. SIMMS ET AL. [133]:

$$c_n = \sum_{i=1}^n \frac{c_{p,i} + c_{p,i-1}}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{l} \quad (4.14)$$

$$c_t = - \sum_{i=1}^n \frac{c_{p,i} + c_{p,i-1}}{2} \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{l} \quad (4.15)$$

Der Nullpunkt der Koordinaten-Achsen x, y wird dabei an die Profil-Vorderkante gelegt. Der Index i wird von der Hinterkante (Index $i=0$) über die Profilloberseite zur Vorderkante und wieder zurück über die Profilunterseite zur Hinterkante (Index $i=n$) gezählt, siehe Bild 4.29. Die Umrechnung der Koeffizienten in Beiwerte in Umfangsrichtung c_u bzw. axialer Richtung c_s erfolgt mittels Formel (2.123) bzw. (2.124), vgl. Bild 2.29.

Leistungskurve

Außerdem finden sich bei SCHEPERS ET AL. [120] Angaben zur Generatorleistung P_{gen} der Windturbine NREL Phase IV bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten. Mit Hilfe des System-

⁽³⁾Dateien aus data/nrel/rotcoef/ntp/pit3/coef_ntp.zip der IEA-ANNEX-DATENBANK [43]

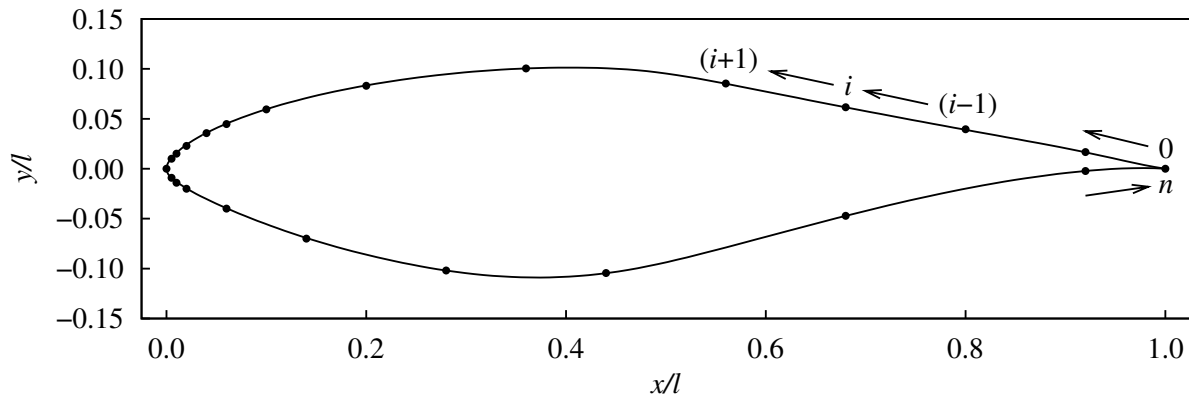


Bild 4.29: Verteilung der Druckmessstellen über das Profil NREL S809 am Blatt der Windturbine NREL Phase IV; radiale Positionen siehe Tabelle 4.3

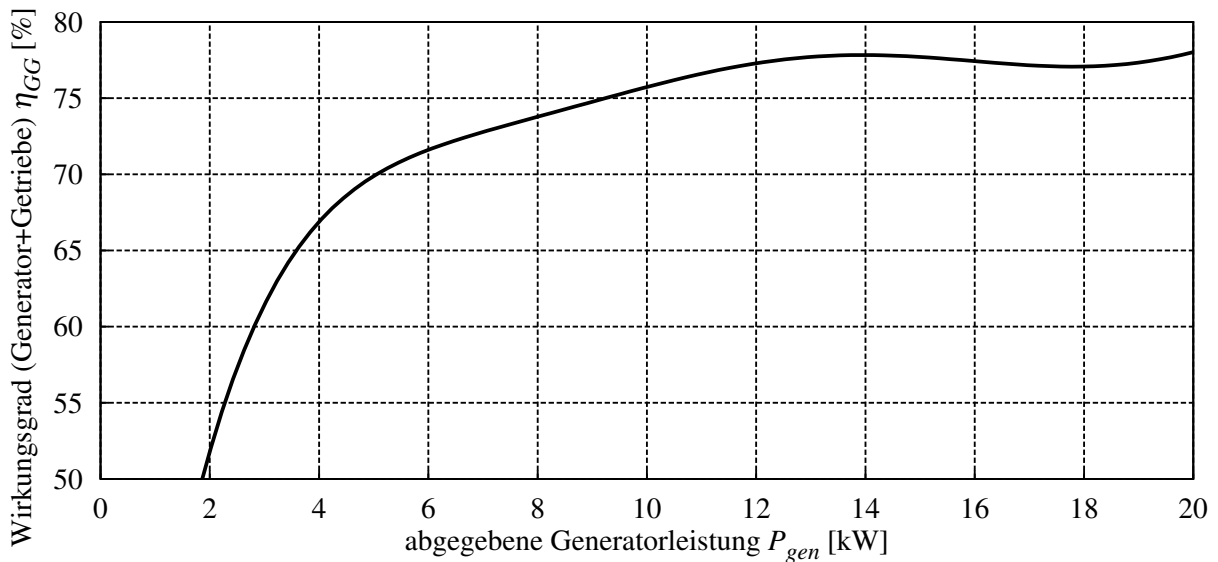


Bild 4.30: NREL Windturbine: System-Wirkungsgrad η_{GG} für Getriebe und Generator in Abhängigkeit von der abgegebenen Generatorleistung P_{gen} nach SCHEPERS ET AL. [121]

Wirkungsgrads η_{GG} (in %) für Getriebe und Generator kann in Abhängigkeit von der abgegebenen Generatorleistung P_{gen} (in kW) auf die Rotorleistung geschlossen werden, siehe SCHEPERS ET AL. [121]:

$$\eta_{GG} = -1.9717 \cdot 10^{-5} \cdot P_{gen}^6 + 1.5989 \cdot 10^{-3} \cdot P_{gen}^5 - 5.1150 \cdot 10^{-2} \cdot P_{gen}^4 + 8.2486 \cdot 10^{-1} \cdot P_{gen}^3 - 7.1329 \cdot 10^0 \cdot P_{gen}^2 + 3.2622 \cdot 10^1 \cdot P_{gen} + 9.2674 \quad (4.16)$$

In Bild 4.30 ist der Zusammenhang graphisch dargestellt.

Verwendete Datensätze

In dieser Arbeit werden aus der Datenbank Werte für die Windgeschwindigkeiten $v_1 = 7.1 \text{ m/s}^{(4)}$ und $v_1 = 10.4 \text{ m/s}^{(5)}$ verwendet. Bei diesen Datensätzen handelt es sich um Messwerte, die jeweils über eine Zeitdauer von 60s auf dem Freiland-Testgelände des NWTC bei „stationären“ Bedingungen aufgenommen wurden. Bei beiden Experimenten ist der Einstellwinkel an der Blattspitze mit $\beta_{tip} = 3^\circ$ angegeben.

Beim Datensatz mit $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$ wurde die Windturbine mit einer konstanten Drehzahl von $n = 72.2 \text{ 1/min}$ betrieben. Die Luftdichte ρ wird bei SCHEPPERS ET AL. [120] mit $\rho = 0.9793 \text{ kg/m}^3$ angegeben. Laut SNEL [136] beträgt der Turbulenzgrad typischerweise bei Flügelumströmungen von Windturbinen im Freien ca. 1%-2%.

Mittelwertbildung in Umfangsrichtung

Für die Darstellung von Werten einer beliebigen Variablen ϕ in der Meridianansicht wird in Umfangsrichtung gemittelt. Der Mittelwert $\bar{\phi}(z, r)$ an der Stelle (z, r) in der Meridianebene ergibt sich durch Mittelung über die Bogenlänge θ auf dem konstanten Radius r an der axialen Position z :

$$\bar{\phi}(z, r) = \frac{\int_{\theta} \phi(z, r, \theta) d\theta}{\int_{\theta} d\theta} \quad (4.17)$$

Für die Mittelung der Geschwindigkeiten werden zweckmäßigerweise Geschwindigkeitskomponenten im Zylinderkoordinatensystem verwendet: c_r ist die Geschwindigkeitskomponente in radialer, c_z die Komponente in axialer und c_θ die Komponente in Umfangs-Richtung. Die Umrechnung aus kartesischen Geschwindigkeitskomponenten (u, v, w) findet sich im Anhang A.4.

4.2.2 Simulationsergebnisse

Wie bei den 2D-Profiluntersuchungen wird auch bei den 3D-Simulationen zunächst eine Residuenstudie durchgeführt. Anschließend wird der Einfluss der Ordnung, der Rechengebietsgröße sowie der Netzauflösung auf Rotordrehmoment und Rotorschubkraft untersucht.

Nach diesen Parameterstudien werden die Strömungsverhältnisse direkt am Windturbinenblatt betrachtet. Hierzu werden bei konstanter Windgeschwindigkeit Anströmung, Profilkoeffizienten, Druck- und Momentenverläufe herangezogen. Im Nah- und Fernbereich der Rotorebene wird die Strömung umfangsgemittelt auf konstantem Radius sowie in der Meridianansicht analysiert.

Der Einfluss verschiedener Windgeschwindigkeiten auf die Strömungsverhältnisse wird ebenfalls in der Meridianansicht und mittels Stromlinienverläufen entlang der Blattoberfläche visualisiert. Unterschiedliche Windgeschwindigkeiten führen zu veränderten Profilkoeffizienten. Die daraus

⁽⁴⁾Dateien aus data/nrel/roottim/ntp/ny_ntp_1.zip der IEA-ANNEX-DATENBANK [43]

⁽⁵⁾Dateien aus data/nrel/roottim/ntp/ny_ntp_2.zip der IEA-ANNEX-DATENBANK [43]

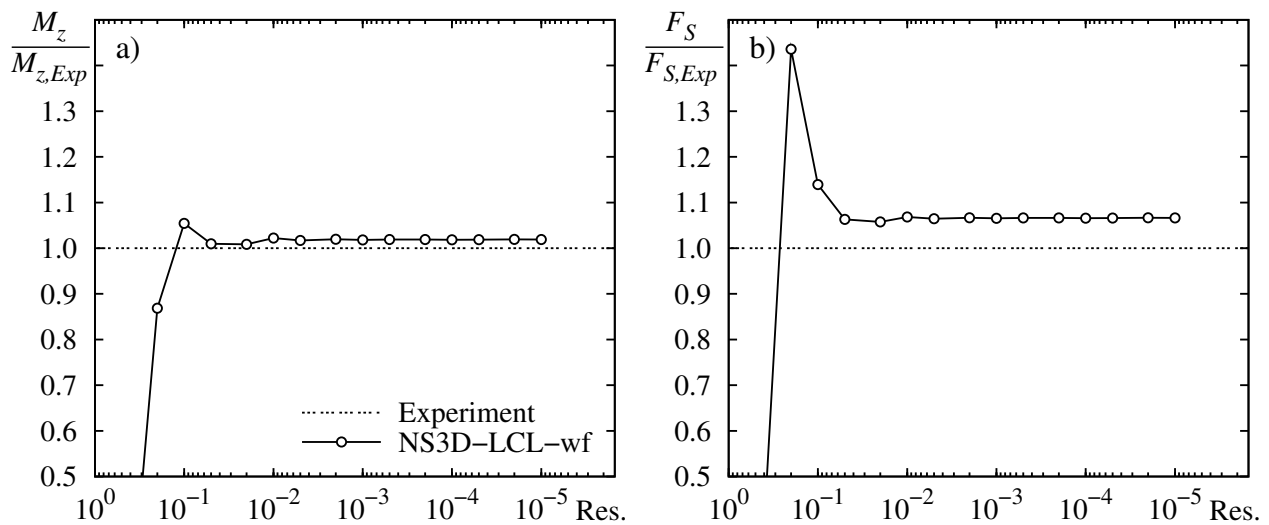


Bild 4.31: Rotor-Drehmoment M_z und axiale Schubkraft F_S , relativ zu den experimentellen Werten $M_{z,Exp}$ und $F_{S,Exp}$, in Abhängigkeit vom Residuum (Res.). NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$

resultierenden Rotordrehmomente werden mit einer gemessenen Leistungskurve verglichen. Abschließend werden die Rechenergebnisse der beiden CFD-Codes *NS3D* und *Ansys-CFX* gegenüber gestellt.

Residuenstudie

In Bild 4.31 sind das Drehmoment M_z und die axiale Schubkraft F_S des Rotors in Abhängigkeit vom Residuum aufgetragen. Ab einem Residuum von ca. 10^{-2} weisen beide Größen in etwa konstante Werte auf.

M_z und F_S werden hauptsächlich von den Auftriebsbeiwerten entlang des Rotorblattes bestimmt. Die Auftriebsbeiwerte wiederum ergeben sich im Wesentlichen aus den Druckverteilungen entlang des Rotorblattes. Erfahrungsgemäß erreichen Drücke sehr rasch ihren Endwert, während andere Strömungsgrößen erst nach einer weit größeren Anzahl von Iterationen konvergieren. Deshalb wird in dieser Arbeit ein Konvergenzkriterium von mindestens 10^{-4} gewählt.

Ordnungsstudie

Mit dem *Flux-Blending*-Faktor β wird nach Formel (2.99) der Anteil des höherwertigen Verfahrens (OSH) zur Stromauf-Interpolation (UDS) bei der Diskretisierung der konvektiven Terme festgelegt. Analog zum Profil wird auch bei der 3D-Strömungssimulation um das Windturbinenblatt der Einfluss dieses Faktors β untersucht.

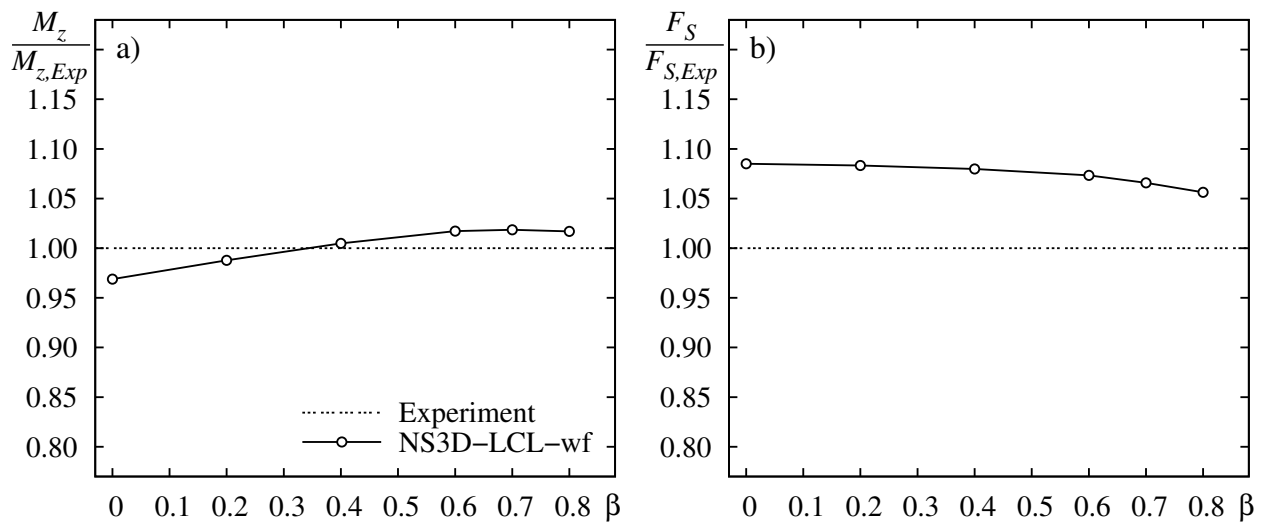


Bild 4.32: Rotor-Drehmoment M_z und axiale Schubkraft F_S , relativ zu den experimentellen Werten $M_{z,Exp}$ und $F_{S,Exp}$, in Abhängigkeit vom *Flux-Blending*-Faktor β . NREL Phase IV, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$

In Bild 4.32 ist das Drehmoment M_z und die axiale Schubkraft F_S des Rotors in Abhängigkeit vom Faktor β dargestellt. Mit zunehmendem Anteil von OSH nimmt das Drehmoment zu. Allerdings liegen die Änderungen von M_z und F_S im unteren einstelligen Prozentbereich.

Bereits bei $\beta = 0.8$ wird das Konvergenzkriterium knapp verfehlt. Auf Rechnungen mit größeren β -Werten wird deswegen verzichtet. Um konvergente Lösungen sicherzustellen, werden die in dieser Arbeit präsentierten Windturbinen-Simulationen mit einem *Flux-Blending*-Faktor von $\beta = 0.7$ durchgeführt.

Einfluss der Netzgeometrie

Bereits bei der Simulation der Umströmung eines 2D-Profiles zeigt sich eine starke Abhängigkeit der Profilkoeffizienten von Rechengröße sowie Netzauflösung. Entsprechende Untersuchungen für die Strömung um das Windturbinenblatt sind in Bild 4.33 dargestellt.

Bild 4.33a und b zeigen Drehmoment M_z und axiale Schubkraft F_S des Rotors in Abhängigkeit von der Rechengröße in radialer Richtung r_{max} . Mit zunehmendem r_{max} nähert sich M_z sukzessiv dem experimentell bestimmten Drehmoment an, während F_S asymptotisch einem Endwert zustrebt. Die dargestellten experimentellen Werte für M_z und F_S aus der IEA-ANNEX-DATENBANK [43] werden dort als „geschätzte“ Werte bezeichnet, da sie durch Integration über die am Blatt vorhandenen Druckmessstellen berechnet werden.

In der Meridianansicht von Bild 4.41a sind Stromlinien für verschiedene radiale Ausdehnungen r_{max} dargestellt. Mit zunehmendem r_{max} kann sich die Strömung bzw. die Stromröhre nach Kapitel 2.6.1 stärker in radialer Richtung ausdehnen.

Da sich ab $r_{max} = 4R$ die Werte von M_z und F_S nur mehr geringfügig ändern, wird diese radiale Ausdehnung in der vorliegenden Arbeit verwendet. Sie stellt einen guten Kompromiss zwischen Rechenknotenanzahl bzw. Rechenzeit auf der einen und Exaktheit der Ergebnisse auf der anderen Seite dar.

In Bild 4.33c und d sind die Werte für Drehmoment M_z und axiale Schubkraft F_S des Rotors in Abhängigkeit von der Größe des Nachlaufs in axialer Richtung z_{max} dargestellt. Der Inlet wird bei dieser Variation konstant bei einem Abstand von ca. $6R$ zur Rotorebene gehalten.

Die Werte von M_z und F_S weisen einen nahezu konstanten Wert ab $z_{max} = 3R$ auf. Wie Bild 4.41b zeigt, weichen die Stromlinien in der Meridianansicht bereits ab $z_{max} = 2R$ kaum mehr voneinander ab. Dennoch wird in dieser Arbeit ein Nachlauf von $z_{max} = 6R$ verwendet, da sich einerseits die Strömung am Windturbinenblatt möglichst unbeeinflusst einstellen soll und sich andererseits durch die sehr grobe Netzauflösung zu Inlet und Outlet hin die Netzknotenanzahl nur marginal erhöht.

Die Rechenzeiten werden auch von der Netzdichte und der daraus resultierenden Zellanzahl bestimmt. Für die in Bild 4.33e und f dargestellten Werte wird die Anzahl der Zellschichten N_{Zellen} variiert, mit der das Blatt in radialer Richtung aufgelöst wird.

Mit zunehmender Anzahl von Zellschichten N_{Zellen} nähert sich das Rotor-Drehmoment M_z dem experimentellen Wert an, während die axiale Schubkraft F_S des Rotors einem Endwert zustrebt.

Bei einer sehr groben Auflösung von $N_{Zellen} = 8$ weist das Gesamtnetz etwa $1.0 \cdot 10^6$ Knoten auf, wo hingegen das Netz bei $N_{Zellen} = 100$ aus ca. $4.2 \cdot 10^6$ Knoten besteht. In dieser Arbeit wird das Windturbinenblatt meist mit $N_{Zellen} = 30$ aufgelöst, was etwa $1.9 \cdot 10^6$ Netzknoten entspricht.

Strömungsverhältnisse bei konstanter Windgeschwindigkeit

Zunächst werden die Strömungsverhältnisse am Windturbinenblatt bei konstanter Windgeschwindigkeit dargestellt. In Bild 4.34 und 4.35 sind verschiedene Größen entlang des Blattes, d. h. über Radius r aufgetragen. Die für die mittlere Windgeschwindigkeit $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$ experimentell ermittelten Werte sind zusammen mit ihrer jeweiligen Standardabweichung $\pm \sigma$, berechnet über das Zeitintervall von 60s, aufgetragen.

Der in Bild 4.34a dargestellte Anstellwinkel α wird im Experiment mittels fünf Messsonden bestimmt, die den lokalen Strömungswinkel α_m vor dem Profil messen, vgl. Bild 4.28. Der lokale Strömungswinkel α_m kann dann mittels Formel (4.11) bzw. (4.12) in den Anstellwinkel α umgerechnet werden.

Dieses Verfahren wird ebenfalls bei den Simulationsergebnissen zur Bestimmung des α -Verlaufs entlang des Windturbinenblattes auf allen Zellschichten $r = const$ angewendet. Es zeigt sich, dass bei der Windgeschwindigkeit $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$ der Anstellwinkel zur Nabe hin zunimmt.

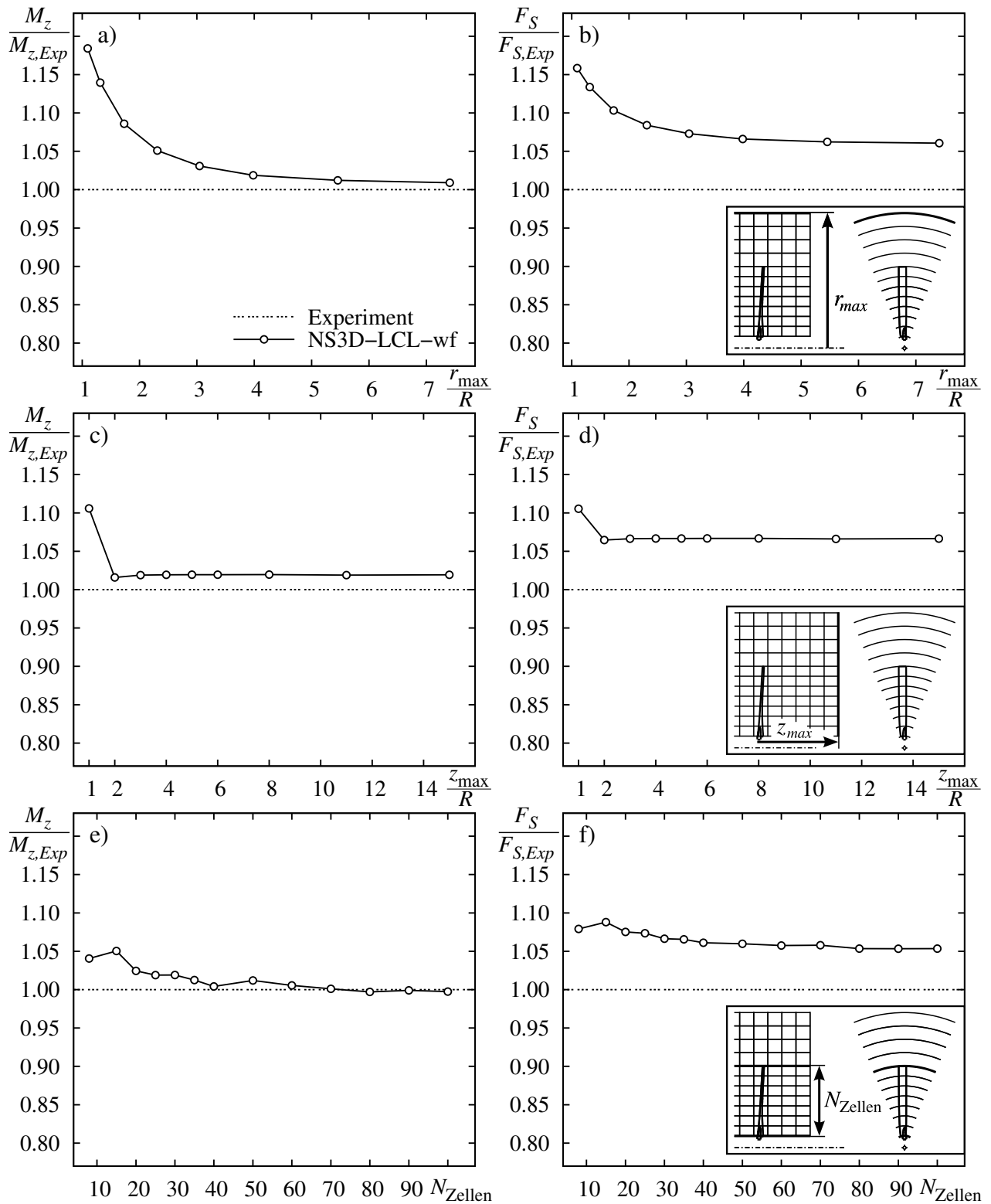


Bild 4.33: Rotor-Drehmoment M_z und axiale Schubkraft F_S , relativ zu den experimentellen Werten $M_{z,Exp}$ und $F_{S,Exp}$, in Abhängigkeit von a)+b) Netzausdehnung in radialer Richtung r_{max} und von c)+d) Nachlauf in axialer Richtung z_{max} sowie von der e)+f) radialen Netzaufösung im Blattbereich N_{Zellen} . NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$

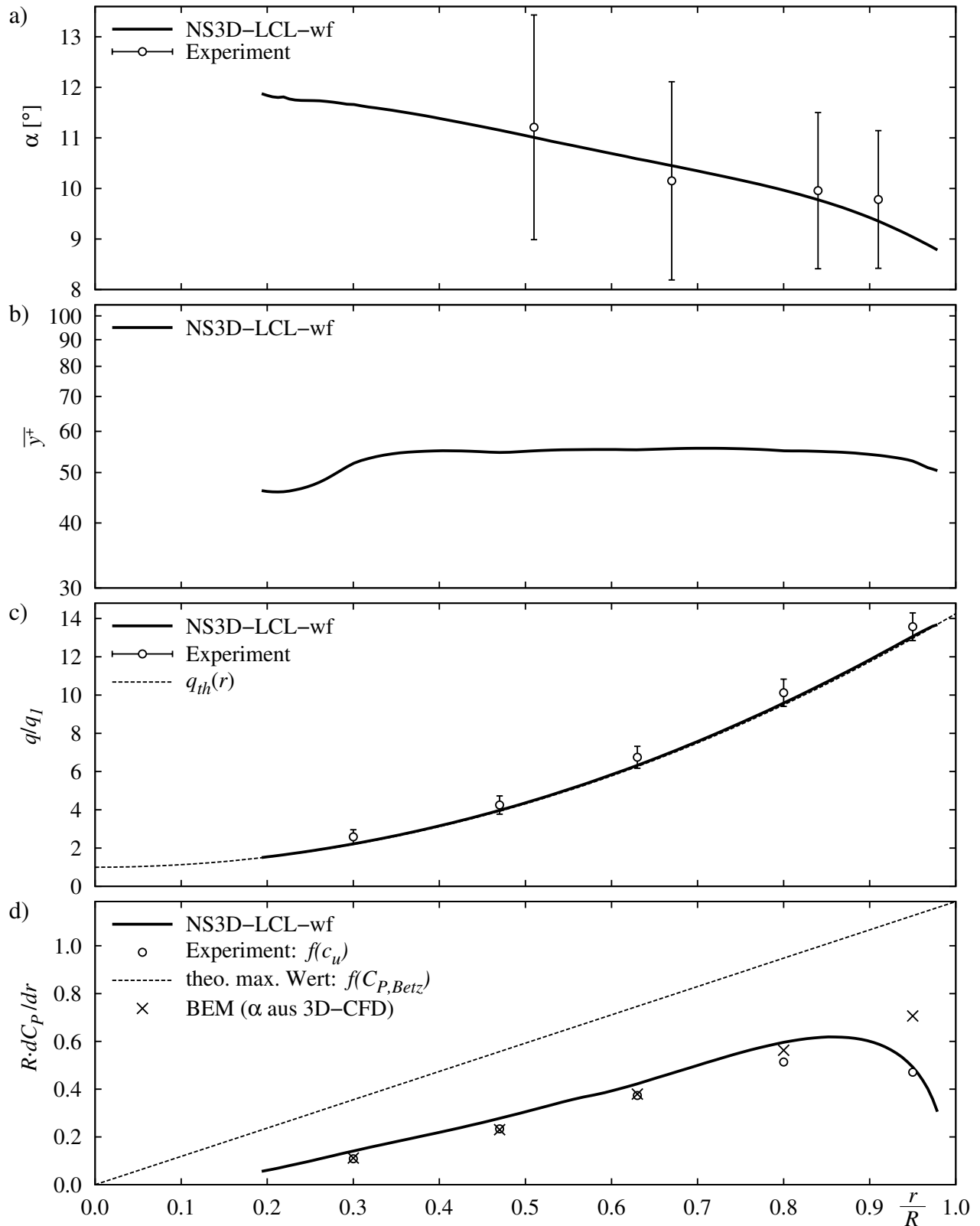


Bild 4.34: Verteilung von Anstellwinkel α , dimensionslosem mittlerem Wandabstand $\overline{y^+}$, Staudruck q und theoretischem Staudruck q_{th} nach Formel (4.19) sowie Leistungsverteilung $R \cdot dC_p/dr$. BEM-Ergebnisse aus Tabelle 4.4. Größen aufgetragen über Radius r entlang des Blattes der Windturbinen NREL Phase IV; CFD-Code: NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$, $q_1 = 1/2 \rho \cdot v_1^2$

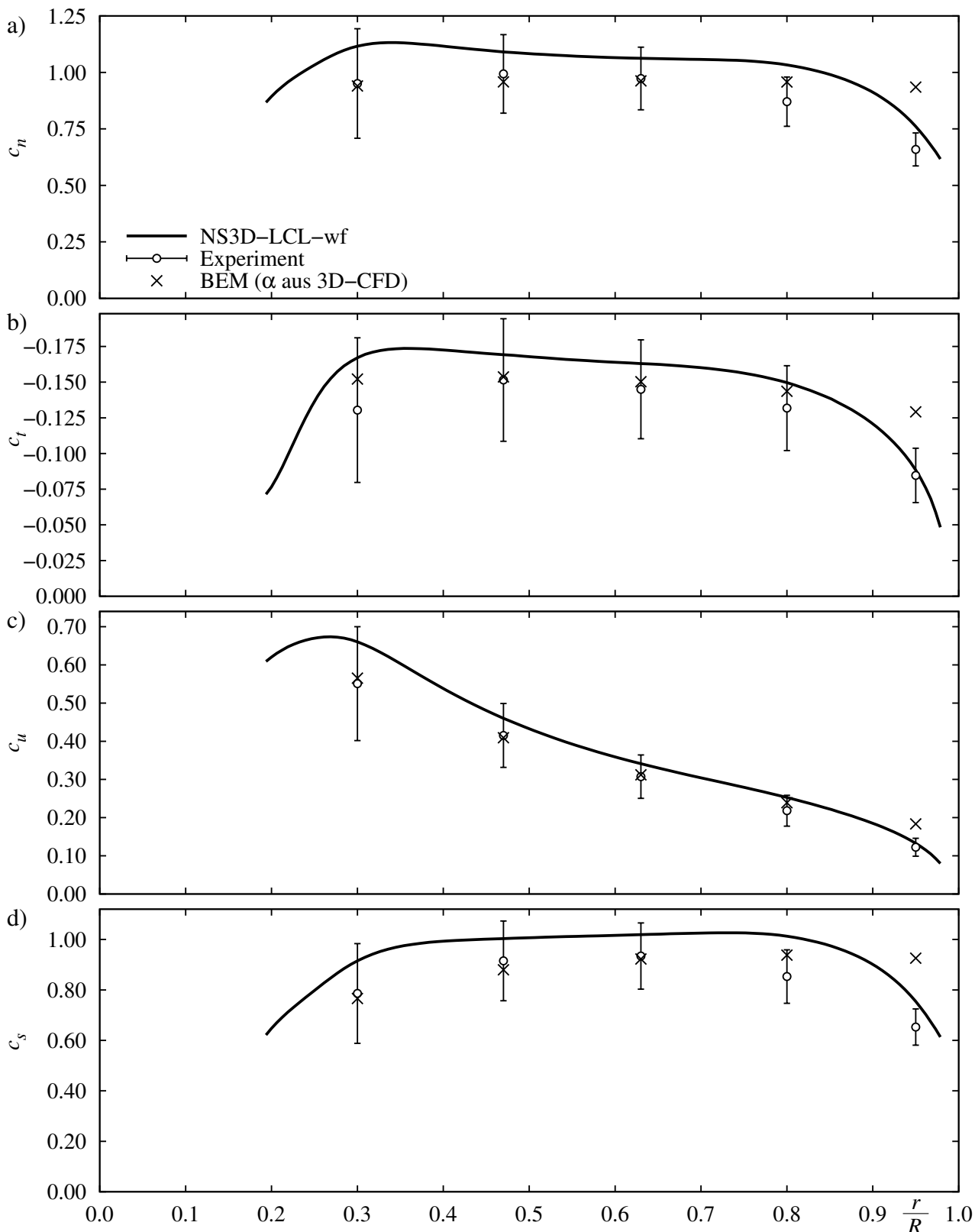


Bild 4.35: Verteilung der Profil-Koeffizienten c_n , c_t , c_u und c_s über Radius r entlang des Blattes der Windturbine NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$. BEM-Ergebnisse aus Tabelle 4.4.

Für eine korrekte Strömungssimulation müssen die dimensionslosen Wandabstände y^+ der wandnächsten Zellen im zulässigen Bereich liegen. In Bild 4.34b ist der mittlere dimensionslose Wandabstand $\overline{y^+}$, analog zu den Profiluntersuchungen, aufgetragen. Der Wert von $\overline{y^+}$ ist über weite Bereiche des Windturbinenblattes konstant und liegt an der oberen zulässigen Grenze, vgl. Bilder 4.16e und f.

Bild 4.34c zeigt den Staudruck-Verlauf entlang des Windturbinenblattes. Im Experiment werden dazu entlang des Profilschnitts $r = const$ die statischen Drücke p_i an den Druckmessstellen erfasst und daraus der maximale Druck p_{max} bestimmt. Es wird angenommen, dass dieser maximale Druck dem Staudruck q entspricht:

$$q(r) \approx p_{max}(r) = \max(p_i(r)) \quad \text{mit } r = const, \forall i . \quad (4.18)$$

Für die Bestimmung des Staudrucks bei der Simulation wird analog verfahren, indem das Maximum des statischen Druckes über alle Wandzellflächen entlang einer Zellschicht $r = const$ berechnet wird. Zusätzlich ist in Bild 4.34c der theoretische Staudruck-Verlauf q_{th} eingetragen. Dieser wird unter der Annahme axialer Zuströmung aus Umfangsgeschwindigkeit $r \cdot \omega$ und Windgeschwindigkeit v_1 berechnet:

$$q_{th}(r) = \frac{\rho}{2} \cdot ((r \cdot \omega)^2 + v_1^2) . \quad (4.19)$$

Die Kurve aus der Strömungssimulation zeigt sehr gute Übereinstimmung mit der Kurve des theoretischen Staudruckverlaufs. Dagegen liegen die gemessenen Staudrücke oberhalb der beiden Kurven. Dies deutet darauf hin, dass entweder die Drehzahl und/oder die Windgeschwindigkeit größer als angegeben sind. Außerdem muss berücksichtigt werden, dass die Windgeschwindigkeit quadratisch in die Berechnung des Staudrucks eingeht. Die Berechnung des Staudrucks aus der gemittelten Windgeschwindigkeit ist somit nicht zwangsläufig gleich mit dem über das Zeitintervall gemittelten Staudruck.

Bild 4.34d zeigt die Leistungs-Verteilung über Radius r für die gesamte Windturbine. Der Leistungsbeiwert C_P wird hier mittels Formel (2.133) aus dem Rotordrehmoment M_z eines Blattes, multipliziert mit der Blattanzahl $Z = 3$, bestimmt. Von einem Blattsegment der Breite dr wird mit größer werdendem Radius r ein steigendes Drehmoment dM_z auf die Rotorwelle ausgeübt. In der Nähe der Blattspitze fällt das Moment dann allerdings stark ab aufgrund des zunehmenden Druckausgleiches zwischen Druck- und Saugseite des Blattes.

Neben den Simulationsergebnissen sind in Bild 4.34d experimentelle Daten eingetragen, die aus den gemessenen c_u -Werten mittels der Formeln (2.131) und (2.132) bestimmt werden. Darüber hinaus ist die Leistungsverteilung einer optimalen Windturbine eingezeichnet, die die maximale Leistung gleichmäßig über die Rotorfläche verteilt dem Wind entzieht:

$$R \cdot \frac{dC_P}{dr} = 2 \cdot C_{P,Betz} \cdot \left(\frac{r}{R}\right) . \quad (4.20)$$

Tabelle 4.4: Berechnung der Leistungsverteilung $R \cdot dC_P/dr$ auf fünf verschiedenen Radien mittels BEM bei Windgeschwindigkeit $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$; Windturbine NREL Phase IV

r/R	[%]	30	47	63	80	95	Quelle/Formel
β	[°]	27.23	15.82	9.81	5.76	3.34	Geometrie, vgl. Bild 3.5
α	[°]	11.66	11.15	10.59	9.96	9.04	aus 3D-CFD, Formel (4.11)
v_3	[m/s]	8.98	8.54	8.09	7.55	7.40	aus 3D-CFD
v_2	[m/s]	9.69	9.47	9.24	8.98	8.90	$= 1/2 \cdot (v_1 + v_3)$
w	[m/s]	14.95	20.20	25.65	31.67	37.15	$= ((r \cdot \omega)^2 + v_2^2)^{1/2}$
Re	$\cdot 10^5$	3.72	5.02	6.38	7.88	9.24	$= (w \cdot l)/(\eta/\rho)$
c_a		0.95	0.97	0.97	0.97	0.94	XFOIL (Profil S809, Re , α)
c_w		0.04	0.03	0.03	0.02	0.02	XFOIL (Profil S809, Re , α)
c_t		-0.15	-0.15	-0.15	-0.14	-0.13	$= c_w \cdot \cos(\alpha) - c_a \cdot \sin(\alpha)$
c_n		0.94	0.96	0.96	0.96	0.93	$= c_w \cdot \sin(\alpha) + c_a \cdot \cos(\alpha)$
c_u		0.57	0.41	0.31	0.24	0.18	$= c_a \cdot \sin(\alpha + \beta) - c_w \cdot \cos(\alpha + \beta)$
c_s		0.77	0.88	0.92	0.94	0.93	$= c_a \cdot \cos(\alpha + \beta) + c_w \cdot \sin(\alpha + \beta)$
$R \cdot dC_P/dr$		0.11	0.23	0.38	0.56	0.71	$= Z \cdot (c_u \cdot w^2 \cdot l \cdot r \cdot \omega)/(R \cdot \pi \cdot v_1^3)$

mit: $R=5.023\text{m}$, $l=0.457\text{m}$, $v_1=10.4\text{m/s}$, $n=72.2\text{1/min}$, $\rho=0.9793\text{kg/m}^3$, $\eta=1.8 \cdot 10^{-5}\text{Ns/m}^2$, $Z=3$

Ebenfalls in Bild 4.34d sind die Ergebnisse einer Berechnung mittels der Blattelementmethode (BEM) entsprechend Kapitel 2.6.4 dargestellt. Hierzu werden Anstellwinkel und Geschwindigkeiten auf fünf unterschiedlichen Radien aus der 3D-CFD-Rechnung ermittelt. Für jeden Radius lassen sich mit Hilfe von XFOIL 2D-Simulationen mit entsprechenden Anströmgeschwindigkeiten durchführen. Die resultierenden Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte können für jeden Radius in ein entsprechendes Drehmoment und damit in eine mechanische Leistung pro Blattsegment dr umgerechnet werden, vgl. Tabelle 4.4.

Die mit der Blattelementmethode berechneten Werte auf den inneren drei Radien zeigen in Bild 4.34d gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Abweichungen auf den beiden äußeren Radien lassen sich mit den bereits erwähnten, von der Blattspitze herrührenden Effekten erklären, die durch eine 2D-Betrachtung nicht berücksichtigt werden.

Die in Bild 4.35 über dem Radius r aufgetragenen Profil-Koeffizienten c_n , c_t , c_u und c_s zeigen entsprechendes Verhalten. Die 3D-CFD-Simulationsergebnisse liegen betragsmäßig ausnahmslos oberhalb der Messwerte, allerdings meist innerhalb der Standardabweichung $\pm \sigma$. Die Verteilung über Radius r wird qualitativ gut wiedergegeben. Entsprechend Bild 4.34d fallen die Koeffizienten in der Nähe der Blattspitze ab, während die BEM-Werte betragsmäßig über den anderen Werten liegen.

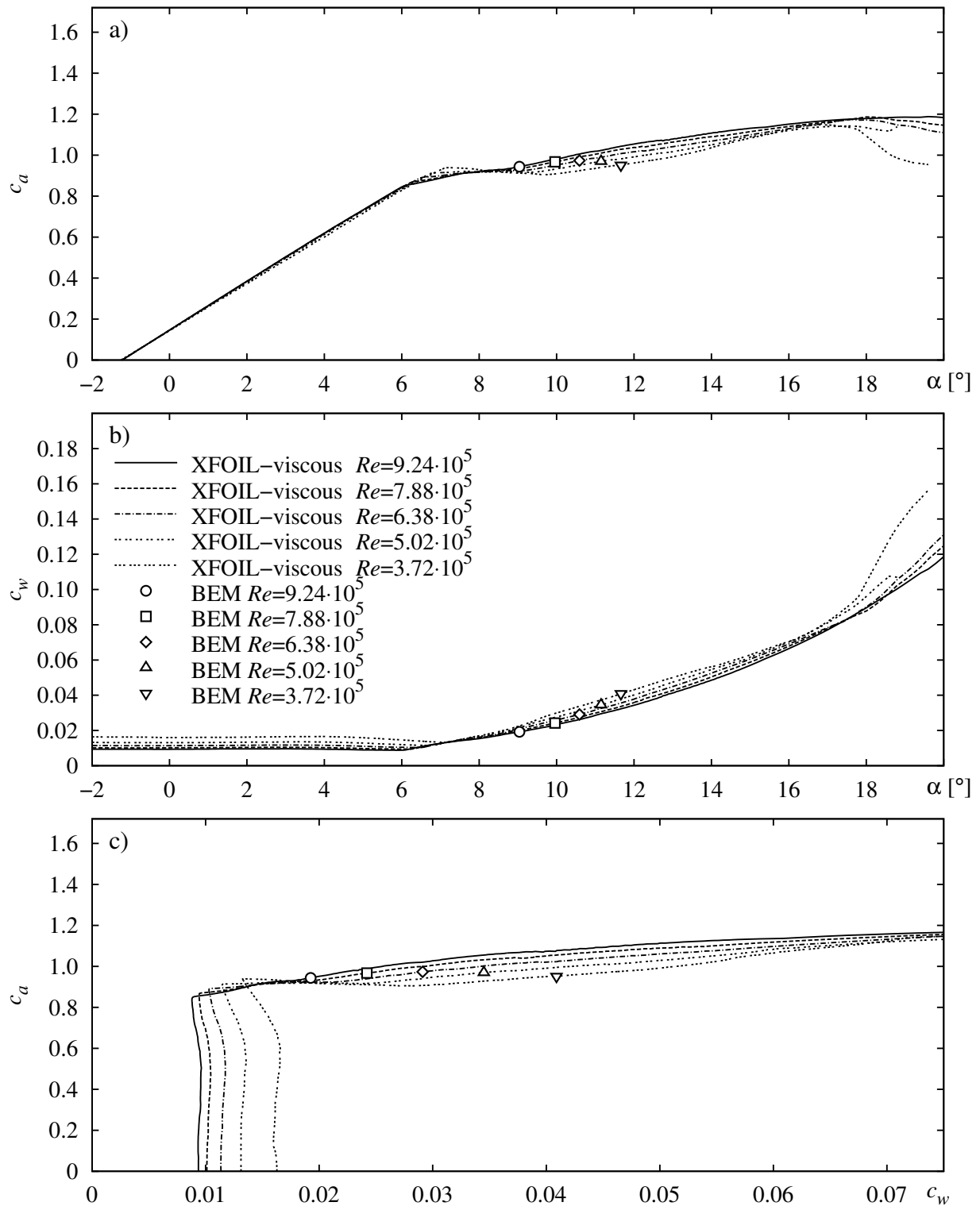


Bild 4.36: Profilpolaren des Profils NREL S809 entsprechend der am Blatt der Windturbine NREL Phase IV bei Windgeschwindigkeit $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$ auf unterschiedlichen Radien herrschenden Reynolds-Zahlen. Werte für die BEM als Punkte markiert, vgl. Tabelle 4.4. Berechnung mittels XFOIL, $n_{crit} = 9$, $N_{panels} = 300$.

Bild 4.36 zeigt die für die BEM ermittelten Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte und ihre Lage auf der jeweiligen Profilpolaren. Ein Vergleich dieser Werte bspw. mit den Profilpolaren von Bild 4.24 zeigt, dass die mit NS3D-LCL-wf bei diesen Anstellwinkeln α berechneten c_a -Werte über den experimentellen Werten liegen. Übertragen auf das Windturbinenblatt bedeutet dies höhere c_u -Werte und damit höhere Rotordrehmomente. Das Resultat ist die in Bild 4.34d dargestellte Kurve für die Leistungsverteilung, die oberhalb der experimentellen Werte liegt.

In Bild 4.37 sind verschiedene umfangsgemittelte Strömungsgrößen auf Ebenen kurz vor und hinter der Rotorebene sowie im Bereich des Inlets und Outlets dargestellt. Weit vor der Windturbine ist der statische Druck p über die gesamte radiale Erstreckung näherungsweise konstant. Wie in Kapitel 2.6 beschrieben steigt der Druck bis kurz vor dem Rotor an, um dann nach dem Rotor von einem niedrigeren Niveau aus mit zunehmendem Abstand hinter der Windturbine wieder anzusteigen.

Wie in Bild 4.37c zu erkennen, versetzt die Windturbine die sie durchströmende Luft in Rotation. Eine entsprechende Druckverteilung ist in der Nähe des Outlets zu erkennen. An der Verteilung der Umfangsgeschwindigkeit c_θ lässt sich außerdem die Aufweitung der Stromröhre feststellen.

Entsprechend der Theorie nimmt die axiale Geschwindigkeit c_z innerhalb der Stromröhre sukzessive ab. Dagegen zeigt sich außerhalb der Stromröhre eine Strömungs-Beschleunigung aufgrund der Querschnitts-Verengung zwischen „Stromröhre“ und äußerer Begrenzung des Rechengebiets (r_{max}). Dieses Phänomen ist auf die Modellierung der Begrenzung als reibungsfreie, undurchlässige Wand zurückzuführen. Die unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten schlagen sich entsprechend im statischen Druck nieder.

Des Weiteren ist in Bild 4.37a und d der Einfluss des Blattspitzenwirbels an der Stelle $r/R \approx 1$ auf die Strömungsgrößen zu erkennen. Außerdem zeigen sich in der Nähe der Rotorebene unweit der Rotordrehachse die Auswirkungen der kugelförmig modellierten Nabe durch entsprechende Geschwindigkeits- und Druckverteilungen.

Die Druckverteilungen auf fünf verschiedenen Radien sind in Bild 4.38 dargestellt. Mit abnehmendem Radius weichen die Simulationsergebnisse von den Messwerten stärker ab. Bei der betrachteten Windgeschwindigkeit von $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$ nimmt der Anstellwinkel α zur Nabe hin zu, während gleichzeitig die relative Anströmgeschwindigkeit abnimmt. Bereits die 2D-Profiluntersuchungen zeigen, dass mit steigendem Anstellwinkel die Abweichungen der gemessenen von den simulierten Werten zunehmen, vgl. Bild 4.25.

Auf allen fünf Radien weichen die Druckverläufe aus der Simulation derart von den experimentell ermittelten Verläufen ab, dass die Simulation höhere Auftriebsbeiwerte vorhersagt. Dies deckt sich mit den bereits präsentierten Auswertungen. Weiterhin werden die Druck-Koeffizienten c_p sowohl aus der Messung als auch aus der Simulation nach Formel (4.13) gebildet. Hier kann es vorkommen, dass aufgrund der geringen Auflösung mit Druckmessstellen entlang des Profils der maximale Druck nicht dem Staudruck entspricht und somit der direkte Vergleich nicht möglich ist, vgl. Bild 4.29.

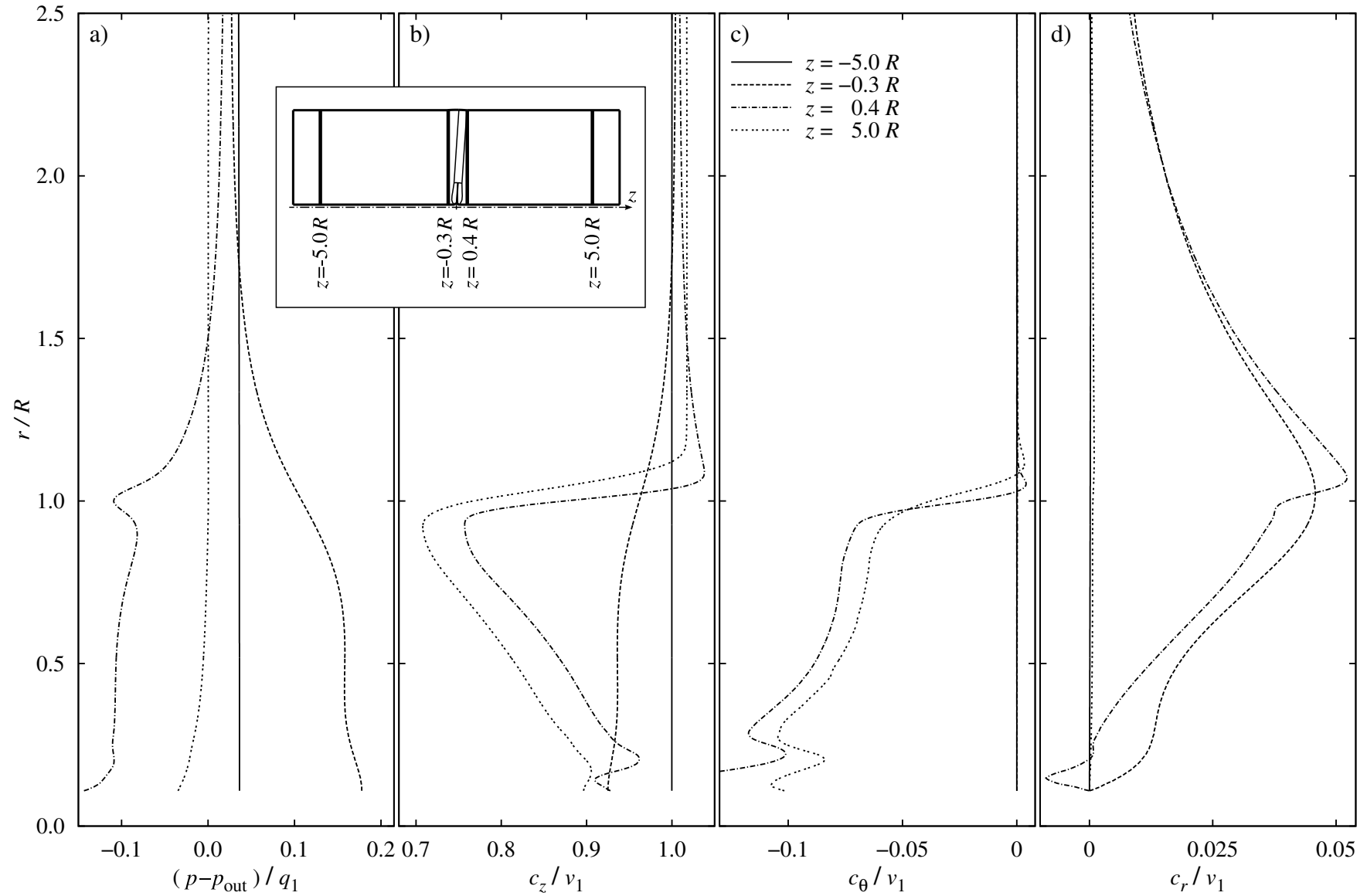


Bild 4.37: Verteilung des statischen Druckes p und der Geschwindigkeitskomponenten c_z , c_θ und c_r über Radius r an konstanten axialen Positionen z vor und hinter dem Rotor der Windturbine NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$

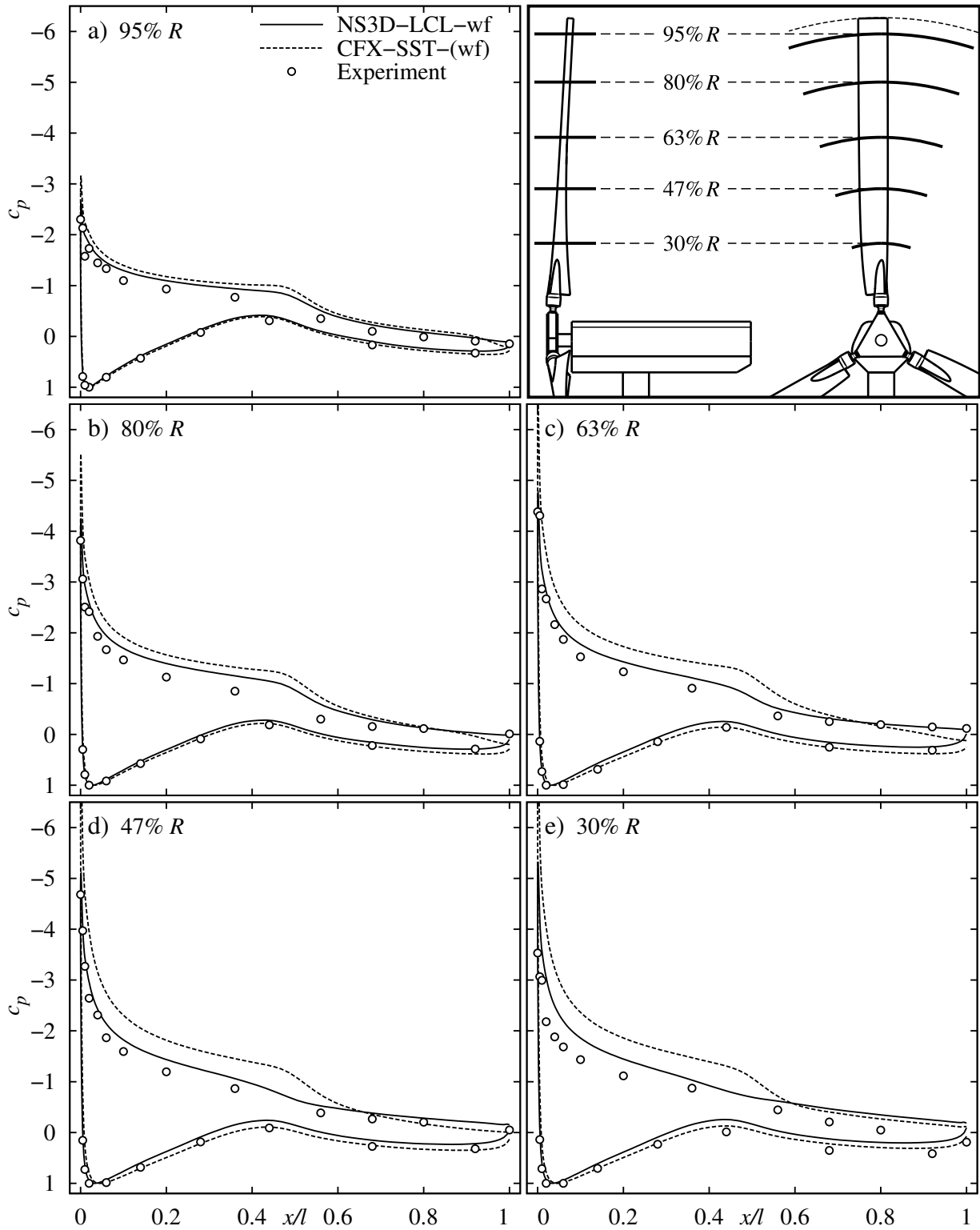


Bild 4.38: Druckverteilungen an den in Tabelle 4.3 angegebenen Profil-Schnitten am Blatt der Windturbine NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2^{1/\text{min}}$, $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$

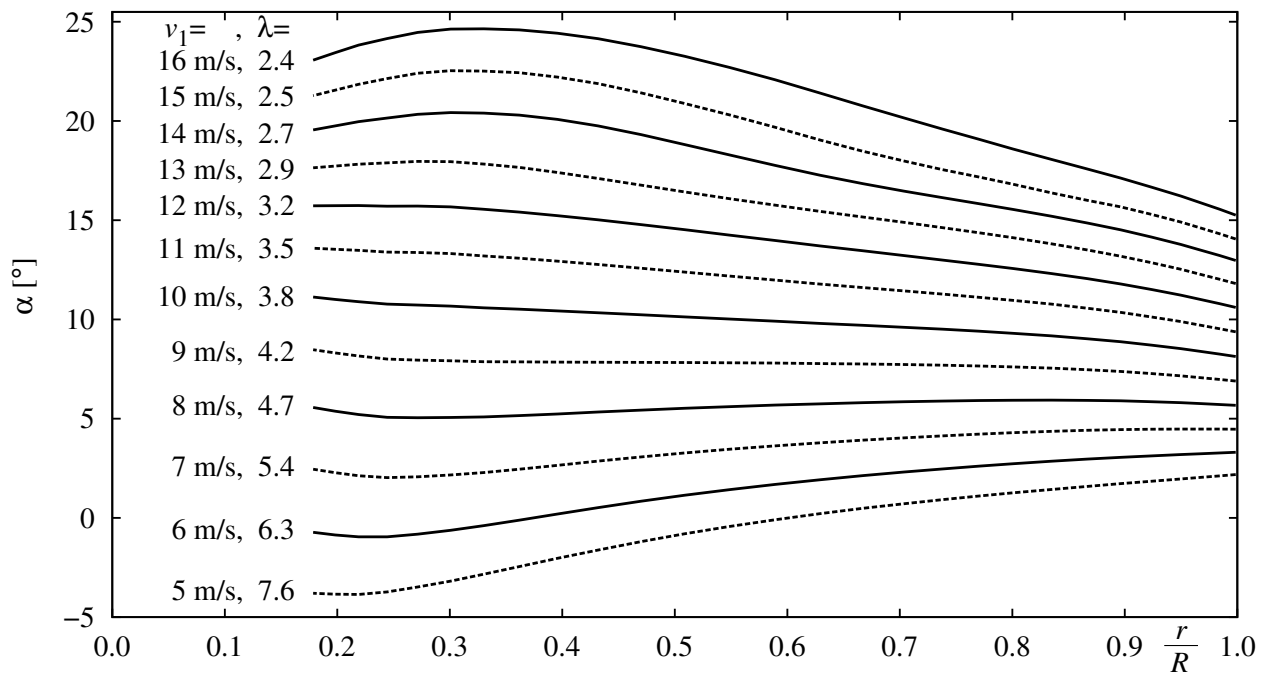


Bild 4.39: Verteilung des Anstellwinkels α über Radius r entlang des Blattes der Windturbine NREL Phase IV bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten v_1 und konstanter Drehzahl $n = 72.2 \text{ 1/min}$; NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$

Das Rotorblatt der Windturbine NREL Phase IV ist so ausgelegt, dass sich bei einer Windgeschwindigkeit von $v_1 \approx 8 \text{ m/s}$ ein konstanter Anstellwinkel über die gesamte Blattlänge einstellt, vgl. Bild 4.39. In Bild 4.40 sind auf fünf verschiedenen Radien die Geschwindigkeitsdreiecke für diese Windgeschwindigkeit dargestellt.

Die Zuströmung erfolgt ohne erkennbaren Drall. Dagegen ist die Abströmung erwartungsgemäß mit einem Drall entgegen der Rotordrehrichtung behaftet. Hier weist die Absolutgeschwindigkeit \vec{c} im Vergleich zur Umfangsgeschwindigkeit \vec{u} eine relativ geringe Umfangskomponente c_θ auf.

Die Geschwindigkeitsdreiecke zeigen außerdem, dass besonders im Außenbereich des Windturbinenblattes die jeweilige Relativgeschwindigkeit \vec{w} sehr stark durch die Umfangsgeschwindigkeit \vec{u} bestimmt ist und weniger von der Windgeschwindigkeit, bzw. von der absoluten Zuströmgeschwindigkeit \vec{c} .

Mit zunehmendem Radius nimmt auch der Unterschied zwischen der c_z -Geschwindigkeitskomponente vor und hinter dem Rotor zu. Eine mögliche Erklärung könnte die Aufweitung der Stromröhre sein, die zur Blattspitze hin stark ausgeprägt ist, vgl. Bild 4.42. So ist die Querschnittsfläche der Stromröhre vor dem Rotor kleiner als die hinter dem Rotor. Der Volumenstrom durch die beiden Flächen ist gleich groß; somit ist die c_z -Geschwindigkeitskomponente bei der größeren Querschnittsfläche im Mittel kleiner als bei der Fläche vor dem Rotor.

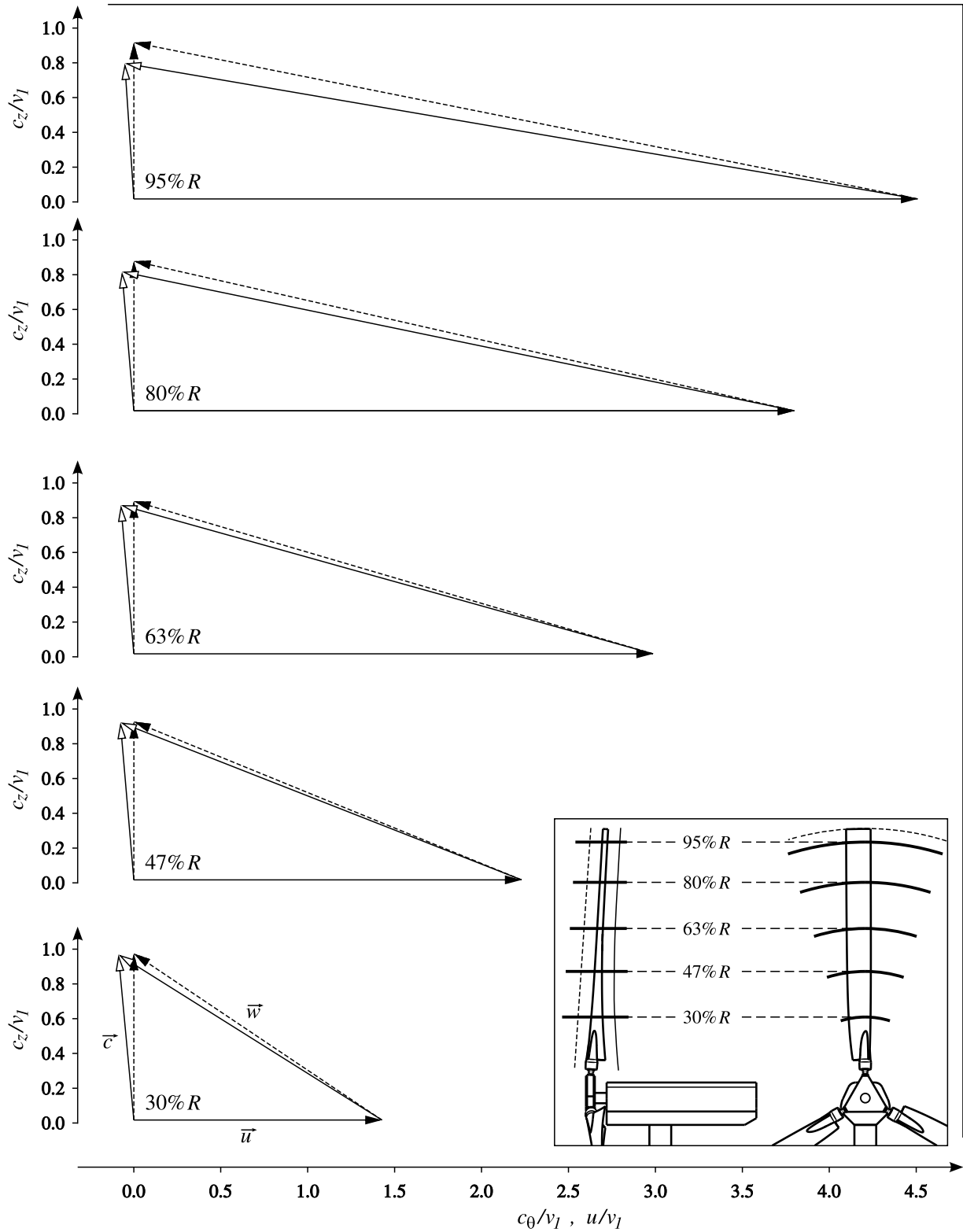


Bild 4.40: Geschwindigkeitsdreiecke auf fünf verschiedenen Radien des Blattes der Windturbine NREL Phase IV bei Windgeschwindigkeit $v_1 = 8.0 \text{ m/s}$. Gestrichelte Linien: Auswertung kurz vor dem Blatt, durchgezogene Linien: kurz hinter dem Blatt (vgl. Skizze); CFD-Code: NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7, n = 72.2 \text{ 1/min}$

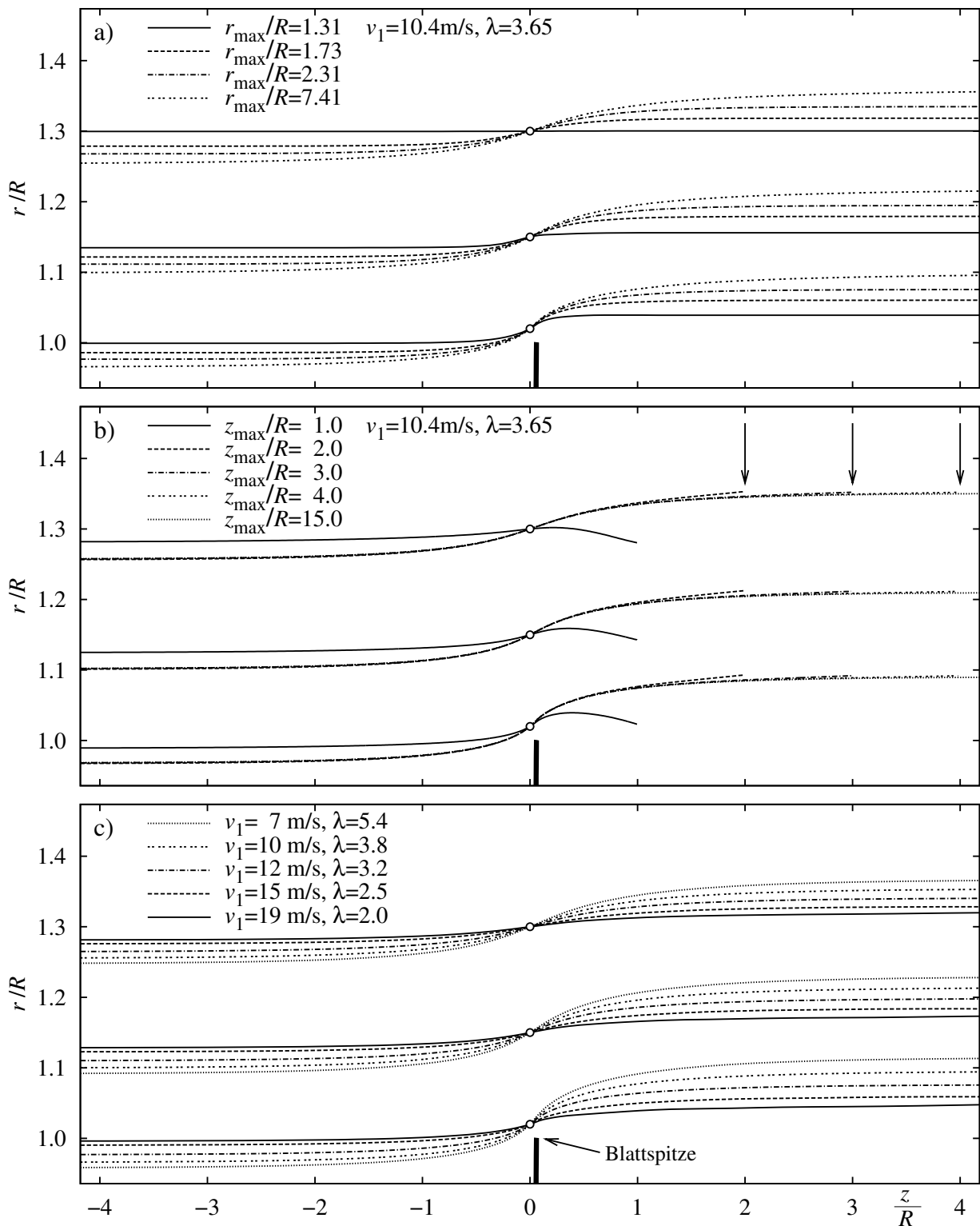


Bild 4.41: Einfluss a) der radialen Ausdehnung r_{\max} des Rechengebiets, b) der Größe des Nachlaufbereichs z_{\max} und c) der Windgeschwindigkeit v_1 auf die Strömung im Bereich der Blattspitze. Visualisierung mittels Stromlinien in der durch Umfangsmittelung erzeugten Meridianansicht. NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7, n = 72.2\text{ 1/min}$

Strömungsverhältnisse bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten

Die Auswirkungen unterschiedlicher Windgeschwindigkeiten v_1 auf die Strömungsverhältnisse zeigt die Meridianansicht von Bild 4.41c. Bei konstanter Rotordrehzahl weitet sich die Stromröhre mit kleiner werdenden Windgeschwindigkeiten stärker auf.

Dagegen kann es im Bereich des Rotors, also bei Radien $r < R$, durchaus zur Beschleunigung der Strömung in axialer Richtung kommen. Bei kleinen Windgeschwindigkeiten verdichten sich die Stromlinien, vgl. Bild 4.42. Der Grund hierfür lässt sich mit Hilfe von Bild 4.39 erklären: Ist bei der Auslegungs-Windgeschwindigkeit von $v_1 \approx 8 \text{ m/s}$ der lokale Anstellwinkel α über das gesamte Rotorblatt noch in etwa konstant, so verringert sich mit abnehmender Windgeschwindigkeit v_1 der Anstellwinkel zur Nabe hin stärker als im Außenbereich des Blattes. Dies kann sogar zu negativen Anstellwinkeln im Nabenbereich führen, d. h. das Windturbinenblatt wirkt hier wie ein Propeller und beschleunigt die Luft.

Eine stärkere Aufweitung der Stromröhre im Blattspitzenbereich ist allerdings nicht zwangsläufig mit höheren radialen Geschwindigkeiten c_r gleichzusetzen. Wie Bild 4.43a zeigt, weist die Strömung auf einem Zylinderschnitt bei $r = 0.8R$ mit zunehmenden Windgeschwindigkeiten auch höhere radiale Geschwindigkeiten auf. Erst bei Windgeschwindigkeiten oberhalb der Auslegungs-Windgeschwindigkeit vergrößert sich c_r nicht mehr, da die Strömung in zunehmendem Maße vom Windturbinenblatt abreißt, vgl. Bild 4.44. Unabhängig von der Windgeschwindigkeit zeigen die Radialgeschwindigkeits-Verläufe in unmittelbarer Nähe des Rotorblatts eine Verminderung von c_r . Grund hierfür kann der mit steigendem Radius wachsende Staudruck am Windturbinenblatt sein, vgl. Bild 4.34c. Der daraus resultierende Druckgradient entlang des Blattes kann so zur lokalen Verminderung von c_r führen.

Bei der Strömungsgeschwindigkeit in Umfangsrichtung c_θ in Bild 4.43b ist zu erkennen, wie mit zunehmender Windgeschwindigkeit die vor dem Rotor noch drallfreie Strömung durch das Windturbinenblatt stärker in Umfangsrichtung umgelenkt wird. Auch hier stagniert aufgrund der zunehmenden Strömungsablösung am Blatt bei höheren Windgeschwindigkeiten oberhalb der Auslegungs-Windgeschwindigkeit die Zunahme von c_θ .

Die mit abnehmender Windgeschwindigkeit stärkere Aufweitung der Stromröhre im Blattspitzenbereich führt auch zu einer entsprechend größeren relativen Verzögerung der Strömung in axialer Richtung, vgl. Bild 4.43c.

In Bild 4.43d ist der statische Druck p aufgetragen. Entsprechend dem in Kapitel 2.6.1 beschriebenen Actuator-Disk-Modell steigt der statische Druck bis zur Rotorebene an. Nach einem „Sprung“ auf ein niedrigeres Niveau wächst der Druck hinter der Rotorebene wieder bis auf den Umgebungsdruck weit hinter der Windturbine an. Relativ zum dynamischen Druck q_1 , gebildet mit der Windgeschwindigkeit v_1 , ist bei kleinen Windgeschwindigkeiten die größte statische Druckdifferenz festzustellen. Dies steht im Einklang mit den Verläufen der axialen Geschwindigkeit c_z von Bild 4.43c.

In Bild 4.44 und 4.45 sind die Strömungsverhältnisse in Wandnähe des Windturbinenblattes auf Saug- bzw. Druckseite bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten dargestellt. Verwendet werden hierfür Stromlinien, basierend auf den in den wandnächsten Zellen berechneten Strömungsgeschwindigkeiten.

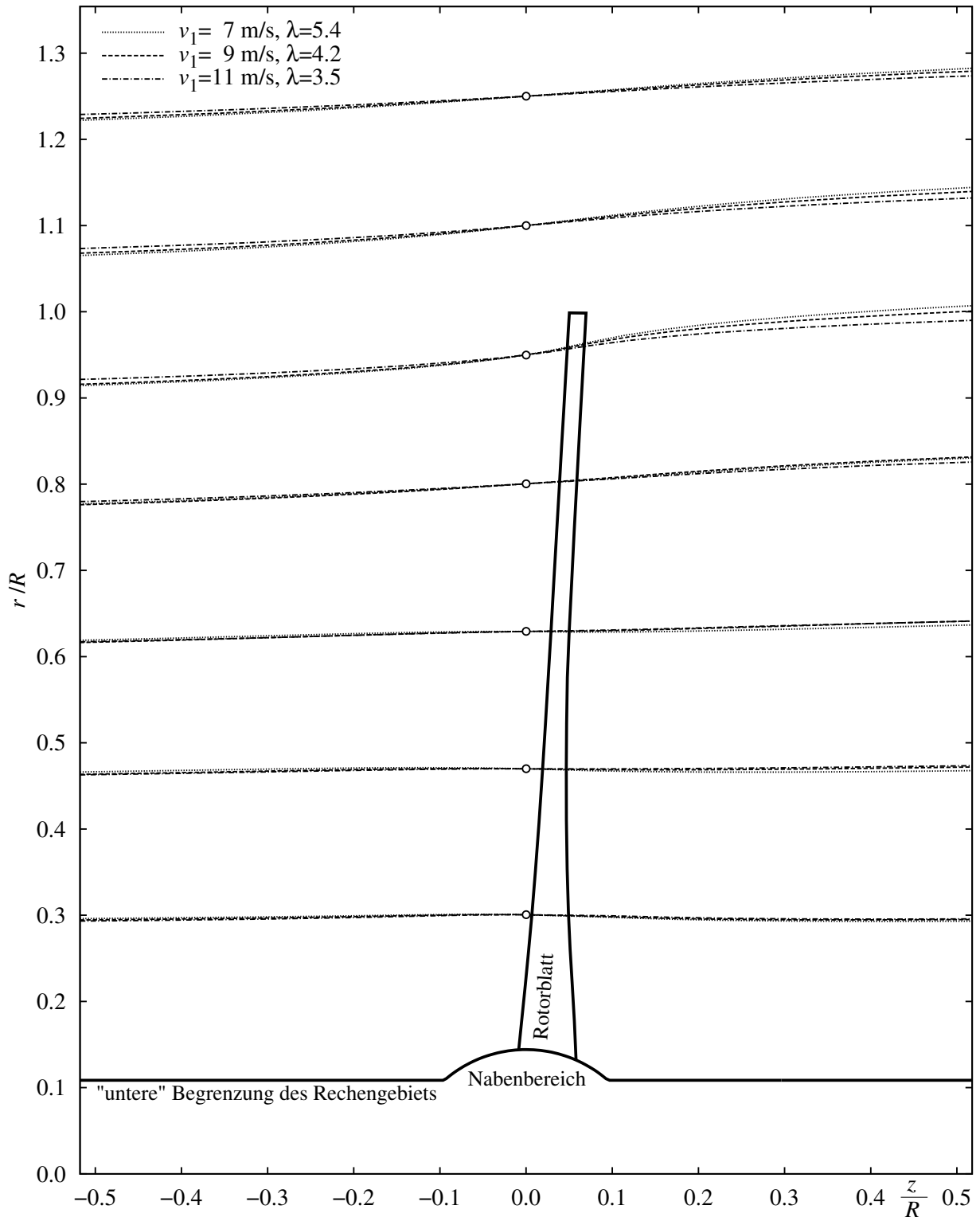


Bild 4.42: Mit Stromlinien visualisierte Strömung im Bereich des Rotorblatts bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten v_1 in der durch Umfangsmittelung erzeugten Meridianansicht. Windturbine NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0,7$, $n = 72,2 \text{ 1/min}$

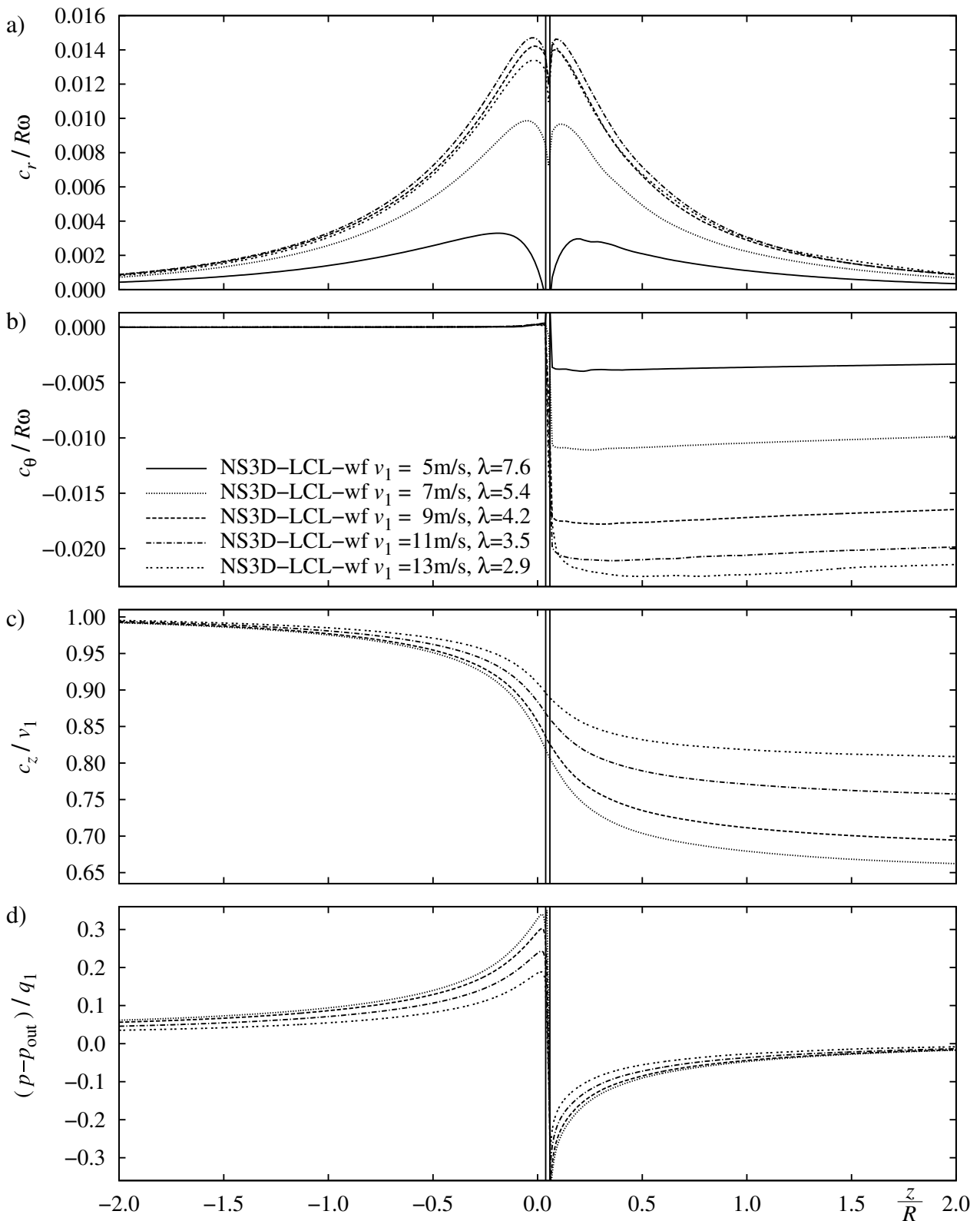


Bild 4.43: Geschwindigkeitskomponenten und statischer Druck auf Zylinderschnitt $r = 0.8R$ ($r = 4.02\text{m}$), umfangsgemittelt für verschiedene Windgeschwindigkeiten v_1 über z -Koordinate aufgetragen. Staudruck q_1 , gebildet mittels Windgeschwindigkeit v_1 . z -Position des geschnittenen Blattes mit senkrechten Linien angedeutet. NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7, n = 72.2\text{1/min}$

Wie Bild 4.39 zeigt, steigt mit wachsender Windgeschwindigkeit der lokale Anstellwinkel α im Nabenbereich des Rotorblattes stärker an als in der Nähe der Blattspitze. So löst auf der Saugseite die Strömung zunächst im Nabenbereich ab. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit vergrößert sich sukzessive der Flächenanteil der abgelösten Strömung, wobei zuerst der Hinterkantenbereich des Blattes betroffen ist.

Bild 4.45 zeigt die Strömungsverhältnisse auf der Druckseite bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten. Im Gegensatz zur Saugseite lassen sich hier keine Strömungsablösungen feststellen. Dafür ist deutlich zu erkennen, wie mit wachsender Windgeschwindigkeit und somit steigendem Anstellwinkel der Druckpunkt nach und nach von der Vorderkante weg wandert.

In Bild 4.46 sind die Druckverteilungen auf fünf verschiedenen Radien für drei Windgeschwindigkeiten, nämlich 75%, 100% und 138% der Auslegungs-Windgeschwindigkeit von $v_1 \approx 8 \text{ m/s}$, dargestellt. Die Druckverteilungen bei $v_1 = 8 \text{ m/s}$ sind zueinander sehr ähnlich, da bei dieser Windgeschwindigkeit der Anstellwinkel über die gesamte Blattlänge nahezu identisch ist, vgl. Bild 4.39. Bei höherer Windgeschwindigkeit ist der Anstellwinkel insgesamt größer und wächst zusätzlich zur Nabe hin an. Entsprechend weisen die Druckverläufe bei der höheren Windgeschwindigkeit größere Extremwerte auf der Saugseite auf. Umgekehrt sind die Anstellwinkel bei kleinerer Windgeschwindigkeit insgesamt geringer und nehmen außerdem zur Nabe hin ab. Die Druckverteilungen bei dieser Windgeschwindigkeit liegen überwiegend innerhalb der Kurven der Auslegungs-Windgeschwindigkeit. Auf dem innersten Radius überschneiden sich sogar die Kurven von Druck- und Saugseite aufgrund des geringen Anstellwinkels, vgl. Bild 4.46e.

Bild 4.47 zeigt die auf vier verschiedenen Radien des Windturbinenblattes bestimmten Profilkoeffizienten c_n und c_t . Die 3D-Simulationsergebnisse sind zusammen mit den experimentellen Daten aus der IEA-ANNEX-DATENBANK [43] über dem lokalen Anstellwinkel α aufgetragen. Bei konstanter Rotordrehzahl stellen sich bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten verschiedene Anstellwinkel ein, aus denen entsprechende Profilkoeffizienten resultieren.

Die Simulationsergebnisse von c_t zeigen gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, während die c_n -Werte von der Simulation auf allen Radien meist überschätzt werden. Die Werte auf dem Zylinderschnitt bei $r = 0.3R$ weichen von den gemessenen stärker ab. Hier kann die Modellierung der Nabe als Kugelform eine Rolle spielen. Außerdem zeigen die in Kapitel 4.1 beschriebenen 2D-Profil-Untersuchungen, dass die Simulationsergebnisse bei kleinen Profil-Reynolds-Zahlen, wie sie im inneren Bereich des Windturbinenblattes herrschen, stark von den Messwerten abweichen können.

Um Fehler bei der Bestimmung des Anstellwinkels auszuschließen, werden in Bild 4.48 die Profilkoeffizienten in Normalenrichtung c_n über denen in tangentialer Richtung c_t aufgetragen. Auf allen Zylinderschnitten liegen die Kurven der Simulationsergebnisse tendenziell oberhalb der Messwerte, d. h. c_n wird von der Simulation meist überschätzt und/oder der Betrag von c_t unterschätzt. Außerdem weisen die Simulationsergebnisse betragsmäßig größere Maximalwerte für c_t auf als die Messergebnisse.

Die Rotordrehmoment-Kurve in Bild 4.49 spiegelt diese Ergebnisse wider: Das mit *NS3D* berechnete Drehmoment wird bei niedrigen Windgeschwindigkeiten unterschätzt. Ab einer Windgeschwindigkeit von $v_1 \approx 11 \text{ m/s}$ weist das berechnete Drehmoment größere Werte als die Messung auf. Erst bei noch größeren Windgeschwindigkeiten nähern sich die Drehmomentkurven von Simulation und Experiment wieder an. Bei der axialen Rotorschubkraft sind nur zwei experimentell ermittelte Punkte in Bild 4.49b und d eingetragen, deren Werte sowohl vom *NS3D*-Solver als auch von *Ansys-CFX* überschätzt werden.

Für die in Bild 4.49a und c dargestellten experimentellen Werte werden die von SCHEPERS ET AL. [120] veröffentlichten Werte der Generatorleistung P_{gen} herangezogen. Mit Hilfe des in Formel (4.16) angegebenen System-Wirkungsgrads η_{GG} kann die Rotorleistung und somit das Rotor-Drehmoment M_z bestimmt werden. Die experimentellen Werte für die axiale Schubkraft F_S bei $v_1 = 7.1 \text{ m/s}$ und $v_1 = 10.4 \text{ m/s}$ stammen aus den Datensätzen der IEA-ANNEX-DATENBANK [43].

In Bild 4.49c ist der Rotorleistungsbeiwert C_P über der Windgeschwindigkeit v_1 aufgetragen. Die mit *NS3D* berechnete Kurve hat bei der Auslegungs-Windgeschwindigkeit von $v_1 \approx 8 \text{ m/s}$ ihren Maximalwert, d. h. bei dieser Windgeschwindigkeit wird der Wind am effizientesten in mechanische Leistung umgesetzt. Bei den experimentellen Daten liegt der Maximalwert von C_P unterhalb von $v_1 \approx 8 \text{ m/s}$. Eine mögliche Erklärung hierfür kann die oben erwähnte Umrechnung von Generatorleistung in Rotorleistung sein. Der System-Wirkungsgrad η_{GG} weist bei kleiner Leistung einen großen Gradienten auf, vgl. Bild 4.30. Eine geringe Abweichung in der Generatorleistung kann so bei der Berechnung der Rotorleistung zu einer stärkeren Abweichung führen.

In Bild 4.50 werden die Simulationsergebnisse von *NS3D* und *Ansys-CFX* direkt mit Messergebnissen eines Betriebspunkts verglichen. Die Simulationen mit beiden Solvern erfolgten auf demselben Rechnernetz. Wie bei den 2D-Profil-Untersuchungen kann die Simulation mittels zweier unterschiedlicher Systeme als eine Art von Validierung angesehen werden, bei der die gewählten Einstellungen für Randbedingungen und Turbulenzmodelle sowie die Auswertungsroutinen überprüft werden können.

Erwartungsgemäß zeigen die Ergebnisse von beiden Solvern bei Verwendung des $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodells sehr gute Übereinstimmung zueinander. Es zeigt sich, dass das $k-\varepsilon$ -Modell zusammen mit einer Diskretisierung der konvektiven Terme von erster Ordnung (upwind) die experimentell ermittelten Drehmomente sehr gut wiedergibt. Wird eine Diskretisierung der konvektiven Terme von höherer Ordnung verwendet, so ergibt sich bei den hier untersuchten Modellen eine Erhöhung des berechneten Rotordrehmoments.

Werden Rotorschubkraft und Drehmoment betrachtet, so gibt das LCL-Modell die beiden Werte bei einem *Flux-Blending*-Faktor von $\beta = 0.7$ im direkten Vergleich sehr gut wieder. Zu den mit dem SST-Modell berechneten Werten ist anzumerken, dass bei Verwendung dieses Modells eine Netzauflösung mit dimensionslosen Wandabständen von $y^+ < 5$ empfohlen wird. Ferner ist bei Simulationen mit *Ansys-CFX* eine Modellierung aus „stehender“ Domain vor der Windturbine, einer „drehenden“ Domain im Bereich des Rotors und anschließend wieder einer „stehenden“ Domain im Nachlauf der Windturbine angebracht.

Bei den in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen des Strömungsverhaltens an der Windturbine wurde für beide Solver das gesamte Rechengebiet als „drehende“ Domain modelliert, um die Ergebnisse beider CFD-Solver direkt vergleichen zu können.

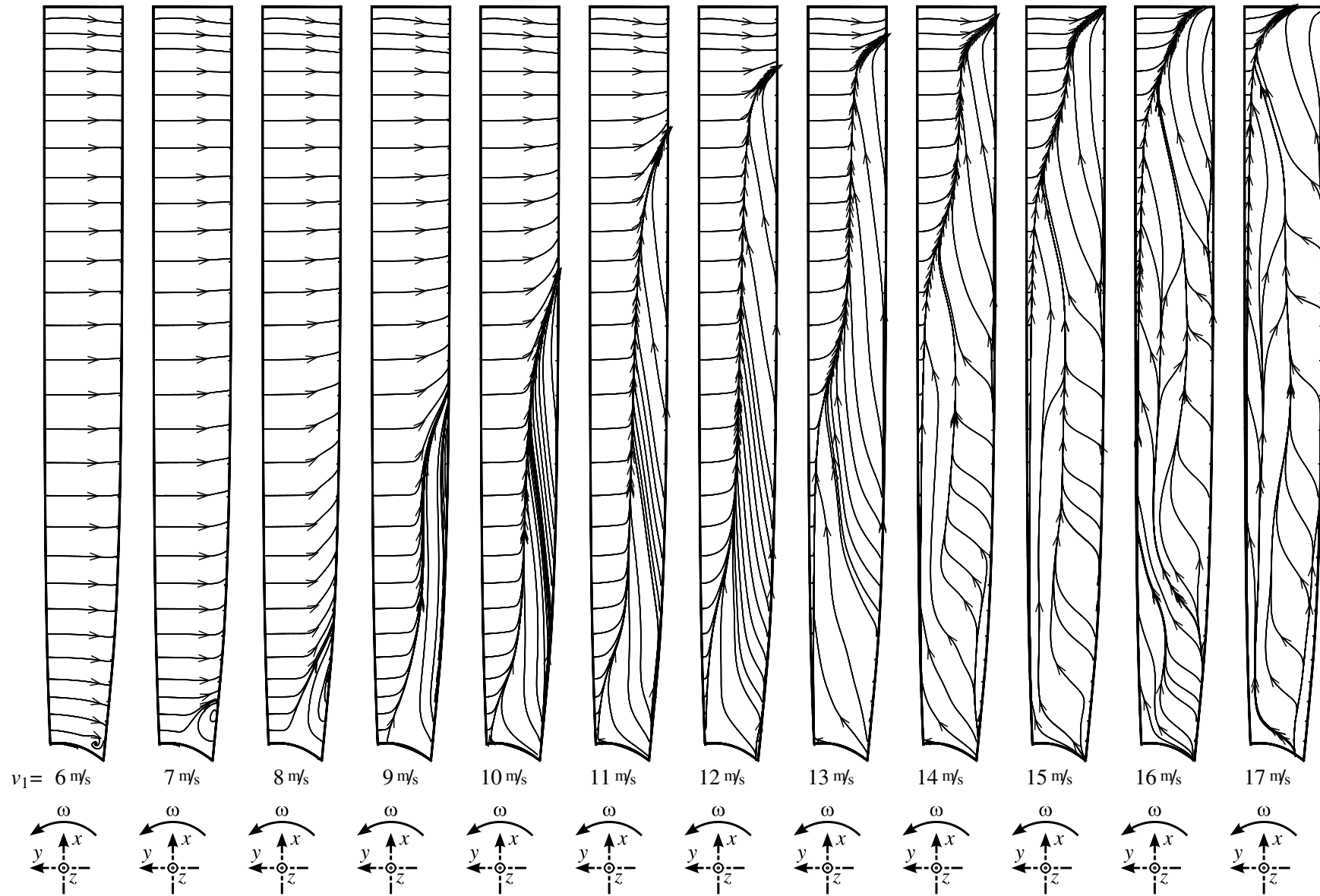


Bild 4.44: Stromlinien in Wandnähe des Turbinenblattes auf der Saugseite bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten v_1 . Blick in Richtung der Rotordrehachse gegen die Windrichtung. NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$

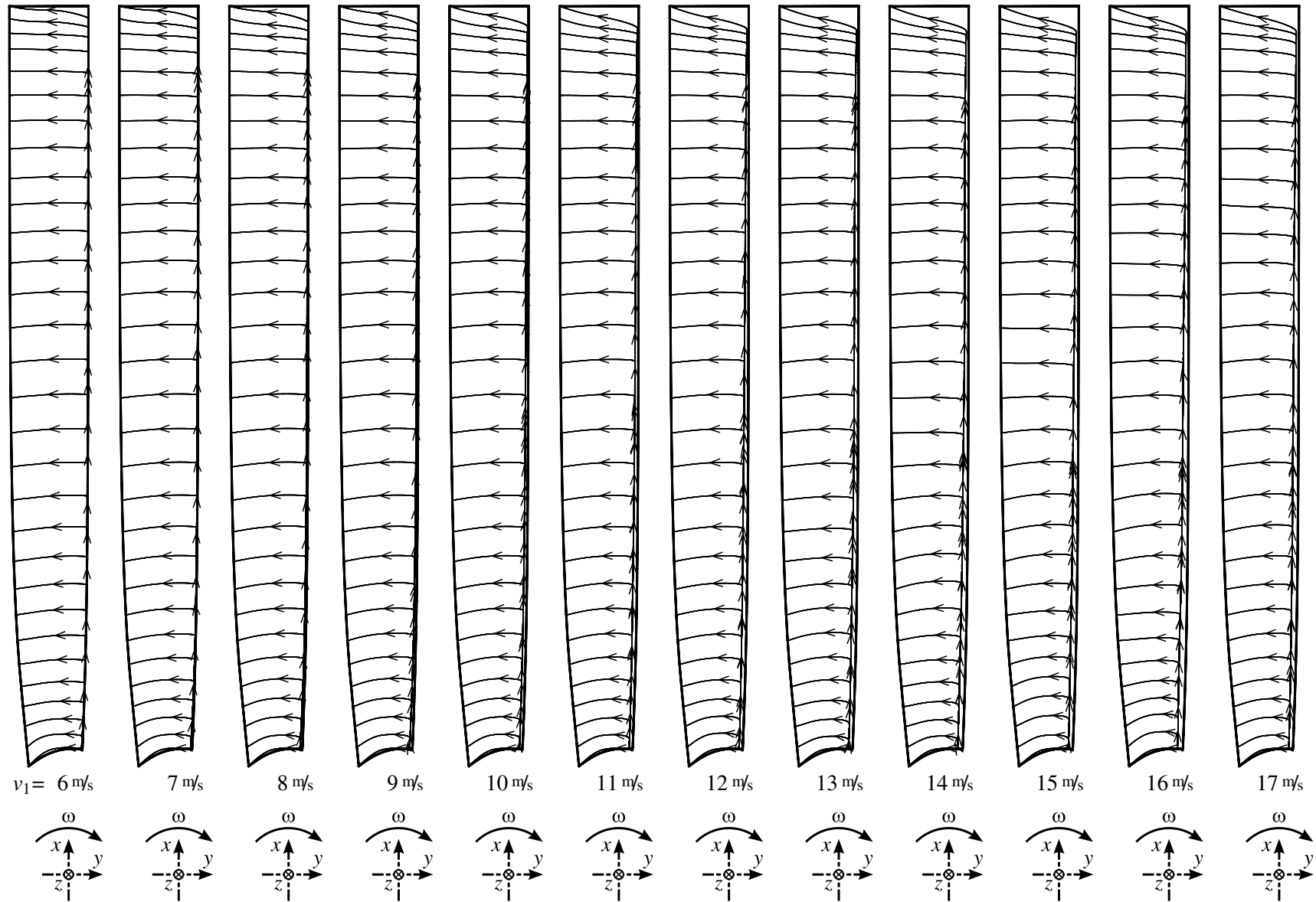


Bild 4.45: Stromlinien in Wandnähe des Turbinenblattes auf der Druckseite bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten v_1 . Blick in Richtung der Rotordrehachse in Hauptwindrichtung. NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$

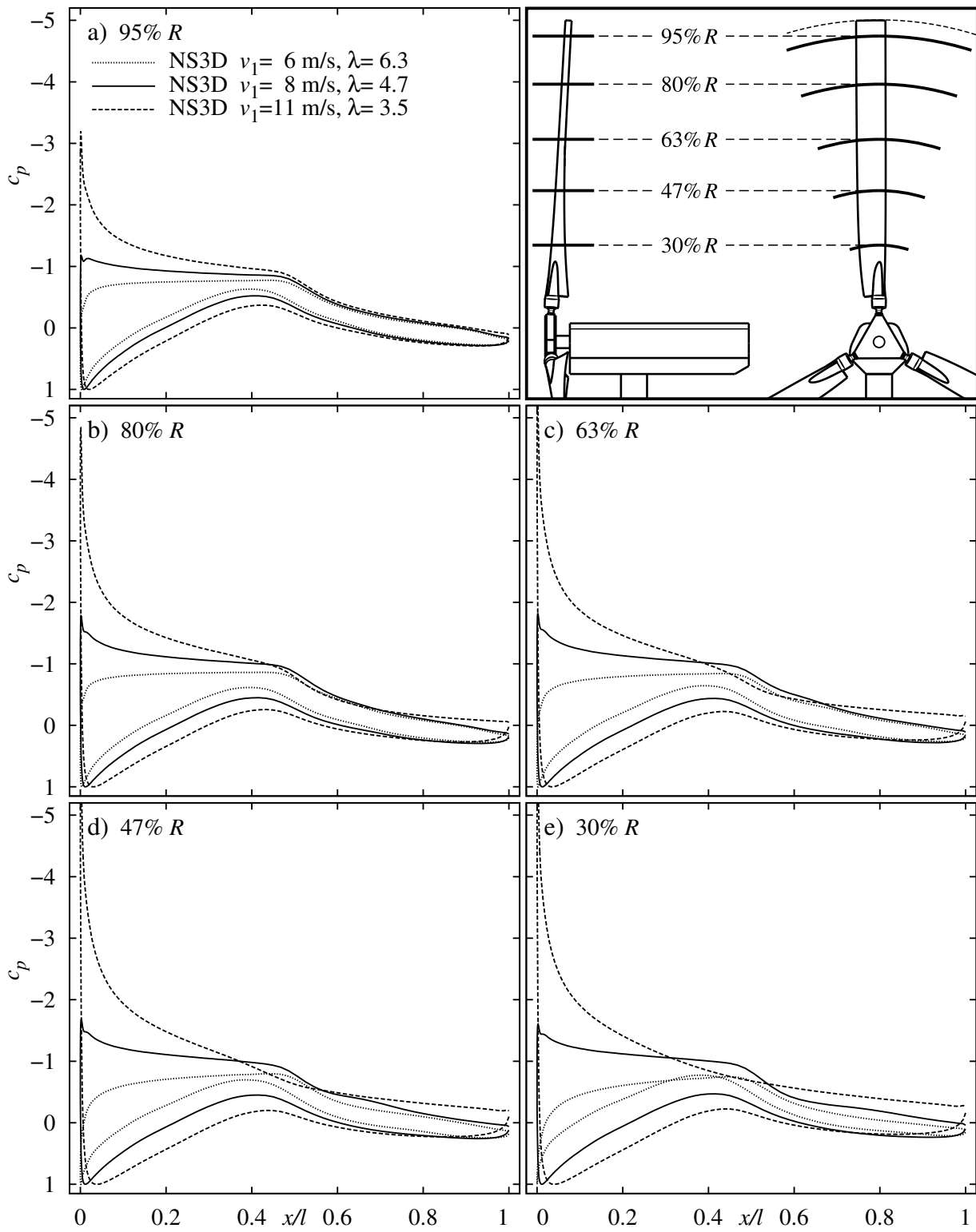


Bild 4.46: Druckverteilungen an den in Tabelle 4.3 angegebenen Profil-Schnitten am Windturbinenblatt bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten v_1 ; NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2$ 1/min

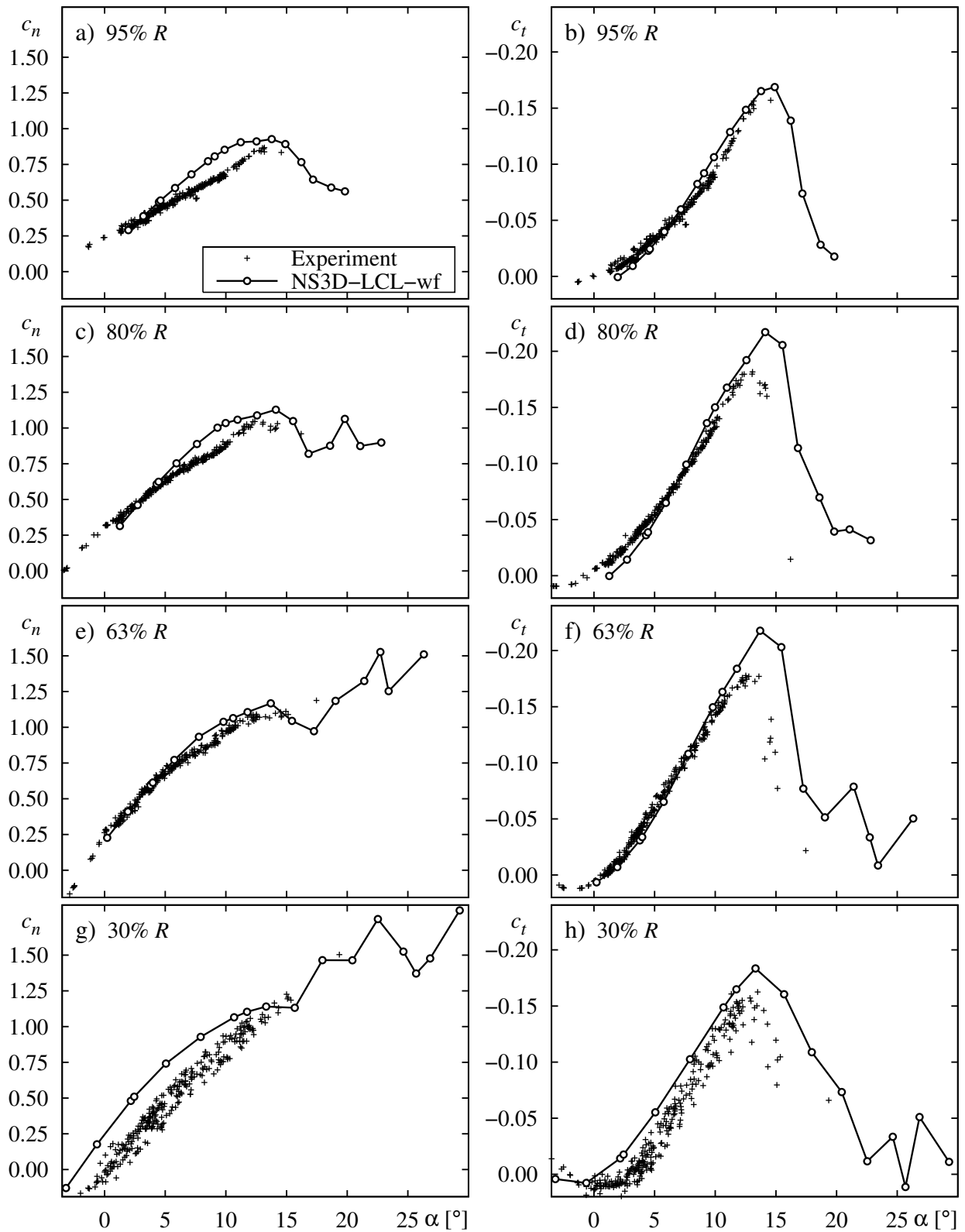


Bild 4.47: Auf verschiedenen Radien bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten v_1 ermittelte Profil-Koeffizienten c_n und c_t , aufgetragen über lokalen Anstellwinkel α . NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.2 \text{ 1/min}$, $v_{1,CFD} = 5 \dots 19 \text{ m/s}$

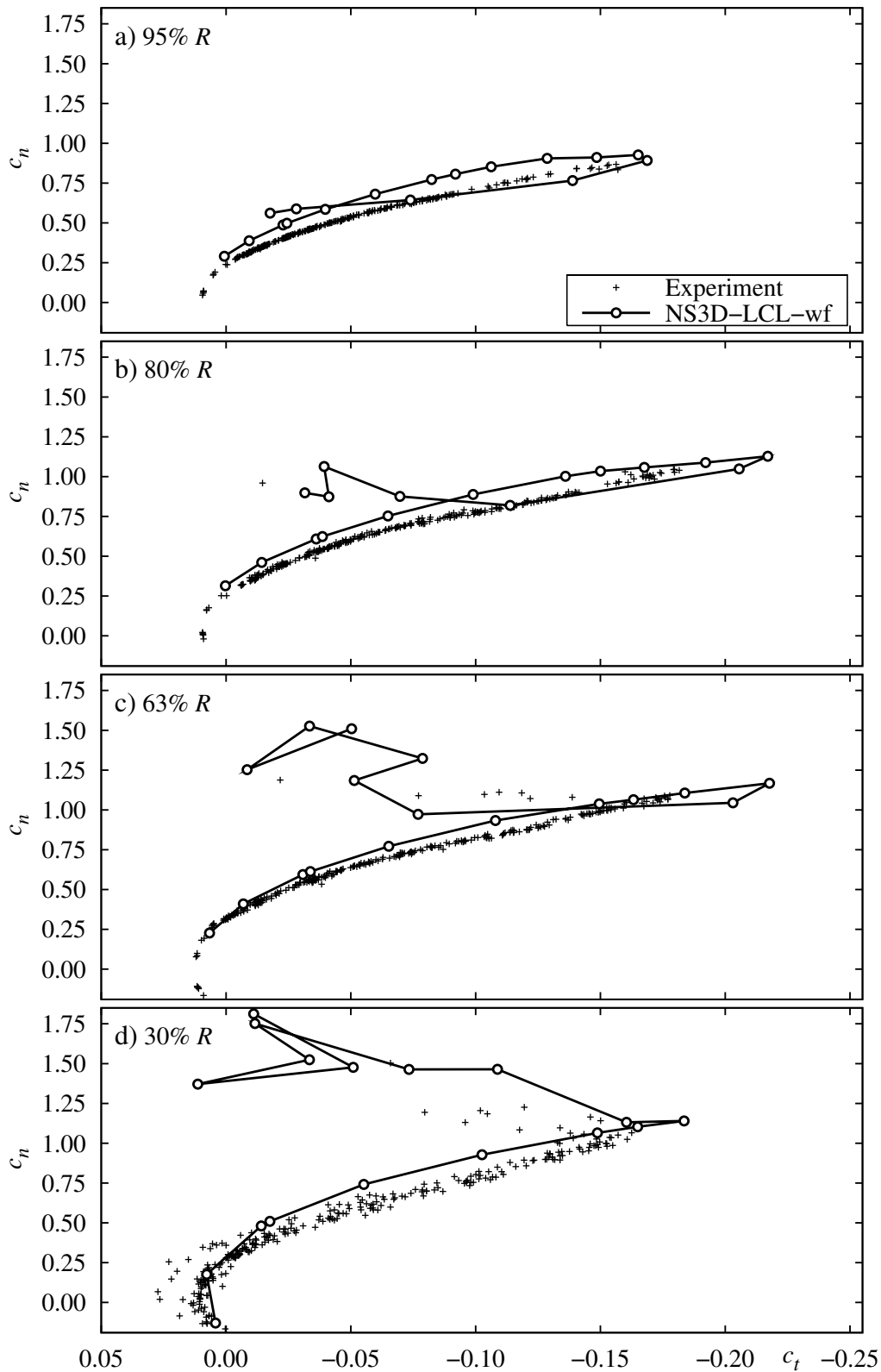


Bild 4.48: Auf verschiedenen Radien bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten v_1 ermittelte Profil-Koeffizienten c_n und c_t . NREL Phase IV, NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$, $n = 72.21/\text{min}$, $v_{1,CFD} = 5 \dots 19 \text{ m/s}$

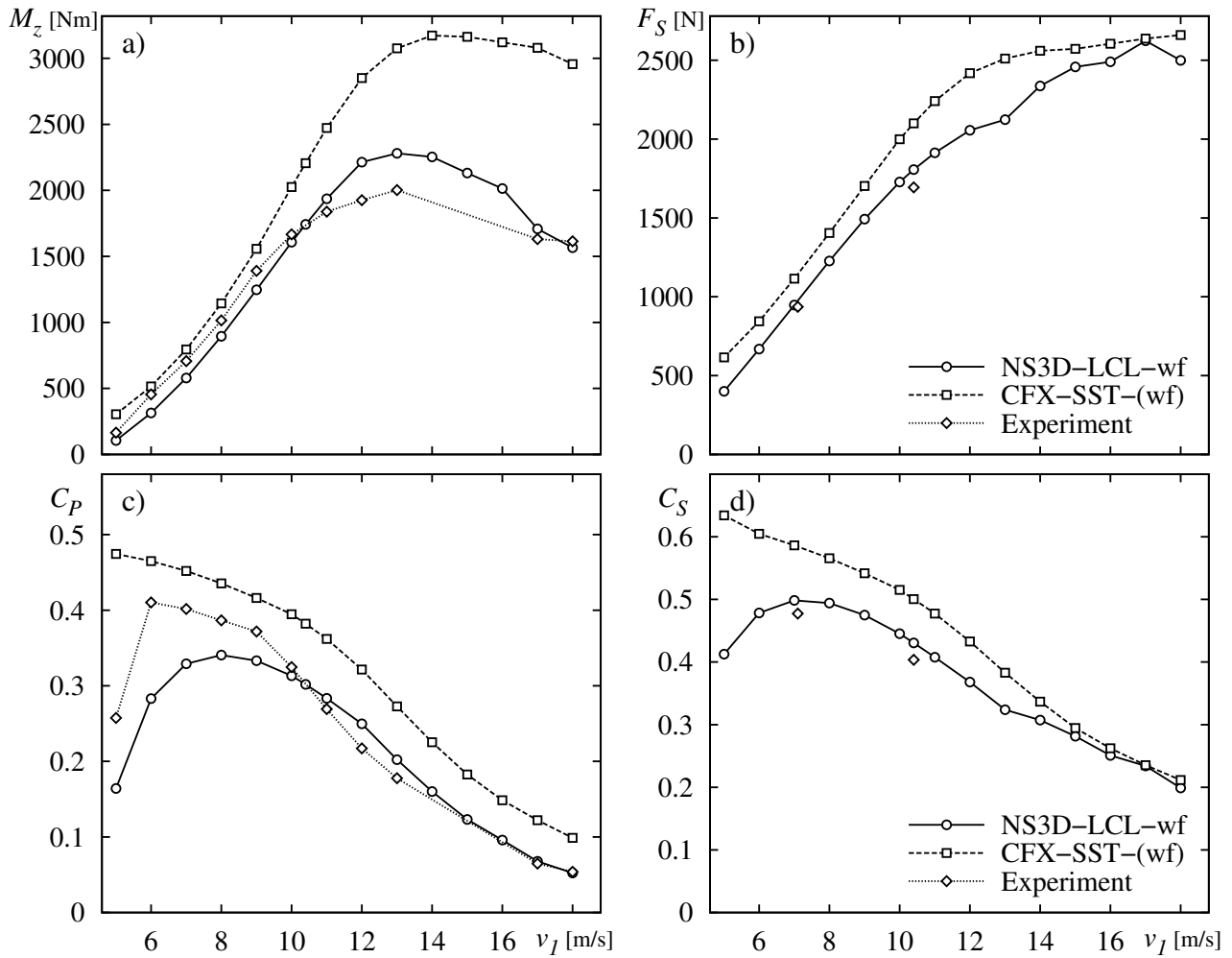


Bild 4.49: Einfluss der Windgeschwindigkeit v_1 auf Rotor-Drehmoment M_z und axiale Schubkraft F_S bzw. auf Rotorleistungsbeiwert C_P und Rotorschubbeiwert C_S . NREL Phase IV, $n = 72.21/\text{min}$, $v_{1,CFD} = 5 \dots 18 \text{ m/s}$; Einstellungen: NS3D-LCL-wf $\beta = 0.7$; CFX: Turbulent Wall Functions: *Scalable*, Advection Scheme: *High Resolution*

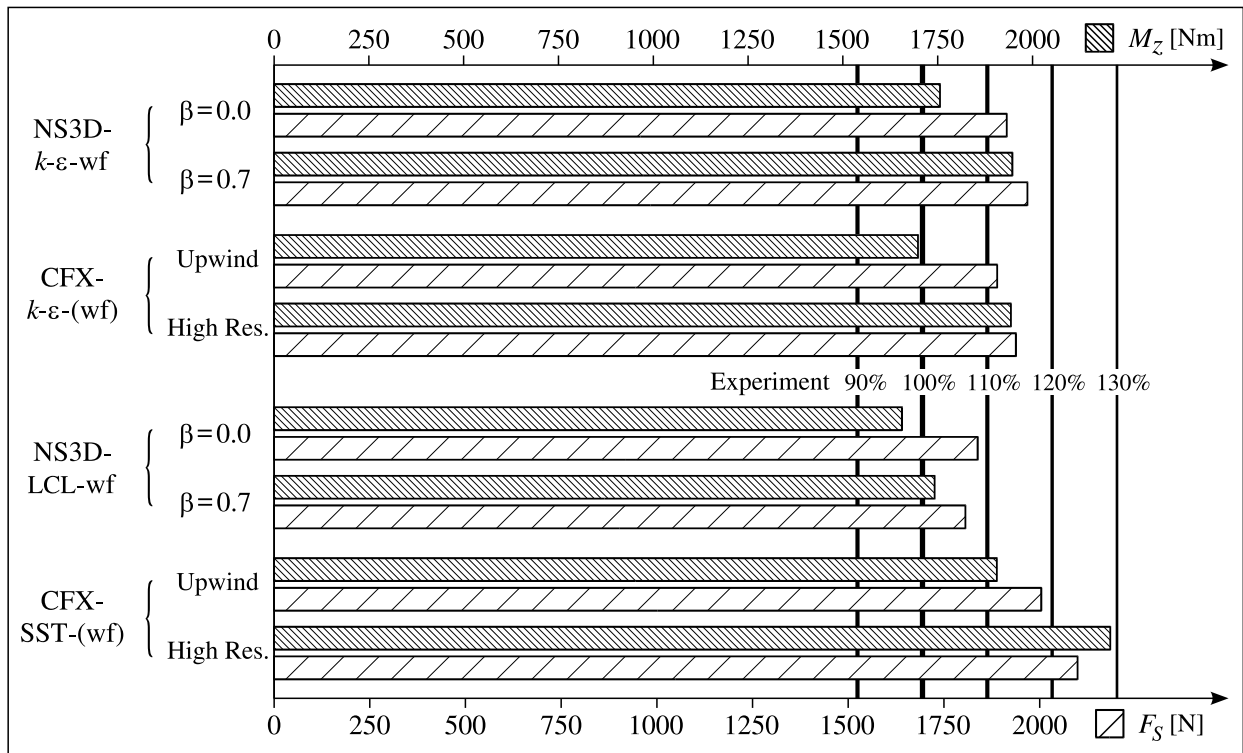


Bild 4.50: Direkter Vergleich des mit *NS3D* und *Ansys-CFX* berechneten Rotor-Drehmoments M_z und der axialen Schubkraft F_z . NREL Phase IV, $n = 72.2$ 1/min, $v_1 = 10.4$ m/s

5 Bewertung und Ausblick

Der lehrstuhleigene CFD-Code *NS3D* konnte erfolgreich auch für die Strömungssimulation von Windturbinen eingesetzt werden. Die Sensitivität des Strömungsverhaltens auf Änderungen verschiedener Modellierungsparameter wurde sowohl an 2D-Profiluntersuchungen als auch bei der 3D-Simulation dargestellt.

Bei den 2D-Untersuchungen zeigt sich, dass die Diskretisierungs-Ordnung, der Turbulenzgrad, die Größe des Rechengebiets sowie Anzahl und Verteilung der Netzknoten einen starken Einfluss auf die Profilpolare haben. Dabei lieferten Turbulenzmodelle mit Auflösung der Wandgrenzschicht, sog. low-Reynolds-Modelle, gegenüber Modellen mit Wandfunktion bessere Ergebnisse. Bei den untersuchten Turbulenzmodellen mit Wandfunktion wies das Modell nach Lien, Chen und Leschziner (LCL) gute Übereinstimmung mit der gemessenen Profilpolare auf.

Alle untersuchten Modelle überschätzen die Auftriebsbeiwerte bei abgelöster Strömung. Da dieser Zustand stark instationär ist, können stationäre Simulationen nur bedingt das Strömungsverhalten wiedergeben. Weiterhin sagen die meisten Modelle einen Strömungsabriss mit Verzögerung, also erst bei größeren Anstellwinkeln voraus. Grobstruktursimulationen könnten hier aufgrund der besseren Turbulenzbehandlung zu präziseren Ergebnissen führen. Außerdem könnte die Verwendung von Transitionsmodellen zu genaueren Resultaten führen.

Bei der Bestimmung von Profil-Koeffizienten mittels RANS beeinflusst die Rechengebietsgröße die Ergebnisse derart, dass keine Mindestgröße für eine netzunabhängig Lösung angegeben werden konnte. So muss ein Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und Netzknotenanzahl bzw. Rechenzeit eingegangen werden. Um die Knotenanzahl in vertretbarem Rahmen zu halten, wurde für die Untersuchungen an der Windturbine das LCL-Modell mit Wandfunktion ausgewählt.

Für die 3D-Simulation wird in dieser Arbeit ein vereinfachtes Modell der Windturbine verwendet. So wird lediglich ein 120°-Segment des Rotors betrachtet, bei der die Nabe kugelförmig modelliert wird. Diese einfache Geometrie erlaubt die Verwendung von strukturierten Netzen in Multiblock-Topologie. Für komplexere Geometrien speziell an der Blattspitze wäre eine zumindest in Teilbereichen unstrukturierte Vernetzung wünschenswert. Sollen Gondel und Turm in einer instationären Simulation mit einbezogen werden, so könnte neben der unstrukturierten Vernetzung die sogenannte *Chimera*-Technik, bei der sich einzelne Netze gegenseitig durchdringen, eine Alternative sein.

Wie bei der 2D-Simulation, so zeigt sich auch in 3D, dass sich die Rechengebietsgröße deutlich auf die Ergebnisse auswirkt. Grund hierfür ist, dass die Randbedingungen an den Gebietsaußenrändern einen starken Einfluss auf die Strömungsverhältnisse am Windturbinenblatt bzw. auf das Profil haben. Mit speziellen Randbedingungen könnten möglicherweise diese Auswirkungen minimiert und in der Folge die Rechengebietsdimensionen verkleinert werden. Denkbar wäre bspw. an der radialen Außenfläche r_{max} eine Bedingung, die die Strömung ungehindert in beliebiger Richtung

frei ein- und ausströmen lässt, so dass sich die Stromröhre uneingeschränkt ausbilden kann. Damit könnte die Netzknotenanzahl gesenkt und die benötigte Rechenzeit reduziert werden. Alternativ könnte stattdessen auch bei gleichbleibender Knotenanzahl das Windturbinenblatt in radialer Richtung feiner aufgelöst werden, um so zum Beispiel die Wirbelstrukturen an der Blattspitze und im Nachlauf der Windturbine besser wiederzugeben.

Aufgrund des geringen Nabenverhältnisses weist eine Windturbine entlang des Blattes einen weiten Bereich für die Profil-Reynolds-Zahl auf. Bei den Untersuchungen der Re-Zahl-Abhängigkeit zeigte sich, dass mit geringer werdender Reynolds-Zahl die Simulationsergebnisse stärker von den Messdaten abweichen. Um die Strömungsverhältnisse am Windturbinenblatt korrekt berechnen zu können, muss ein CFD-Solver in einem breiten Reynolds-Zahlenbereich präzise Ergebnisse liefern können.

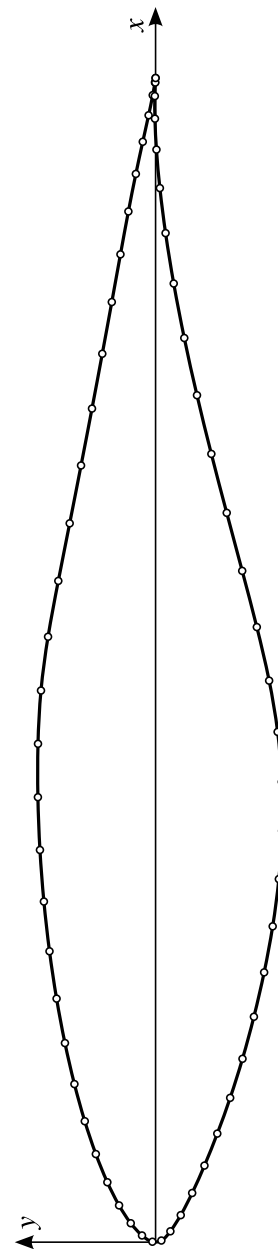
Mit dem Wissen über den Einfluss unterschiedlicher Modellierungen und ihrer jeweiligen Modellierungsparameter auf die Simulationsergebnisse lässt sich das Strömungsverhalten mittels RANS sowohl realitätsnah als auch effizient vorhersagen. Die CFD bietet somit eine ideale Möglichkeit die Strömungsverhältnisse an einer Windturbine im Detail an beliebiger Stelle zu untersuchen.

A Anhang

A.1 Profilkoordinaten NREL S809

Koordinaten der Kontur des NREL-Profiles S809, beschrieben in SOMERS [138]:

untere Kontur		obere Kontur	
$\frac{x_u}{T}$	$\frac{y_u}{T}$	$\frac{x_o}{T}$	$\frac{y_o}{T}$
0.00140	-0.00498	0.00037	0.00275
0.00933	-0.01272	0.00575	0.01166
0.02321	-0.02162	0.01626	0.02133
0.04223	-0.03144	0.03158	0.03136
0.06579	-0.04199	0.05147	0.04143
0.09325	-0.05301	0.07568	0.05132
0.12397	-0.06408	0.10390	0.06082
0.15752	-0.07467	0.13580	0.06972
0.19362	-0.08447	0.17103	0.07786
0.23175	-0.09326	0.20920	0.08505
0.27129	-0.10060	0.24987	0.09113
0.31188	-0.10589	0.29259	0.09594
0.35328	-0.10866	0.33689	0.09933
0.39541	-0.10842	0.38223	0.10109
0.43832	-0.10484	0.42809	0.10101
0.48234	-0.09756	0.47384	0.09843
0.52837	-0.08697	0.52005	0.09237
0.57663	-0.07442	0.56801	0.08356
0.62649	-0.06112	0.61747	0.07379
0.67710	-0.04792	0.66718	0.06403
0.72752	-0.03558	0.71606	0.05462
0.77668	-0.02466	0.76314	0.04578
0.82348	-0.01559	0.80756	0.03761
0.86677	-0.00859	0.84854	0.03017
0.90545	-0.00370	0.88537	0.02335
0.93852	-0.00075	0.91763	0.01694
0.96509	0.00054	0.94523	0.01101
0.98446	0.00065	0.96799	0.00600
0.99612	0.00024	0.98528	0.00245
1.00000	0.00000	0.99623	0.00054
		1.00000	0.00000



A.2 NACA 4-digit Profile

Nach JACOBS ET AL. [71] besteht die Skelettlinie eines vierziffrigen NACA Profils aus zwei mit gleicher Tangente aneinander schließende Parabelbögen. Die Wölbungsverteilung $y_c(x)$ wird aus dem Verhältnis von größter Wölbung f zur Profiltiefe l , kurz Wölbungsmaß $m = f/l$, und dem Verhältnis der Rücklage x_f der größten Wölbung zur Profiltiefe, kurz Wölbungsrücklage $p = x_f/l$ bestimmt:

$$\frac{y_c}{l} = \begin{cases} \frac{m}{p^2} \left[2p \left(\frac{x}{l} \right) - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] & \text{für } 0 \leq \left(\frac{x}{l} \right) \leq p, \\ \frac{m}{(1-p)^2} \left[(1-2p) + 2p \left(\frac{x}{l} \right) - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] & \text{für } p \leq \left(\frac{x}{l} \right) \leq 1. \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Die Dickenverteilung $y_t(x)$ berechnet sich aus dem Verhältnis der maximalen Profildicke d zur Profiltiefe, kurz Dickenverhältnis $t = d/l$:

$$\frac{y_t}{l} = 5t \cdot \left(a_0 \sqrt{\left(\frac{x}{l} \right)} + a_1 \left(\frac{x}{l} \right) + a_2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + a_3 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + a_4 \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right) \quad (\text{A.2})$$

mit $a_0 = 0.2969$, $a_1 = -0.1260$, $a_2 = -0.3516$, $a_3 = 0.2843$, $a_4 = -0.1015$.

Die Rücklage der größten Dicke x_d im Verhältnis zur Profiltiefe, kurz Dickenrücklage, liegt bei $x_d/l = 0.3$. Der Nasenradius beträgt $r_N/l = 1.1019 \cdot t^2$.

Um die Koordinaten der Profilkontur zu erhalten, wird die Dicke $y_t(x)$ der Skelettlinie $y_c(x)$ senkrecht überlagert, vgl. Bild A.1:

$$\begin{aligned} x_o &= x - y_t \cdot \sin(\theta), & y_o &= y_c + y_t \cdot \cos(\theta) \\ x_u &= x + y_t \cdot \sin(\theta), & y_u &= y_c - y_t \cdot \cos(\theta) \end{aligned} \quad \text{mit } \theta = \arctan\left(\frac{dy_c}{dx}\right) \quad (\text{A.3})$$

Aus der Bezeichnung NACA MPXX gehen die Geometrieparameter direkt hervor:

M: maximale Wölbung f der Skelettlinie in Prozent der Profiltiefe l ; $m = \frac{f}{l} = \frac{M}{100}$.

P: Wölbungsrücklage x_f in Zehntel der Profiltiefe l ; $p = \frac{x_f}{l} = \frac{P}{10}$.

XX: maximale Dicke d in Prozent der Profiltiefe l ; $t = \frac{d}{l} = \frac{XX}{100}$.

Weitere NACA-Profile und ihre aerodynamischen Eigenschaften finden sich in ABBOTT UND VON DOENHOFF [1].

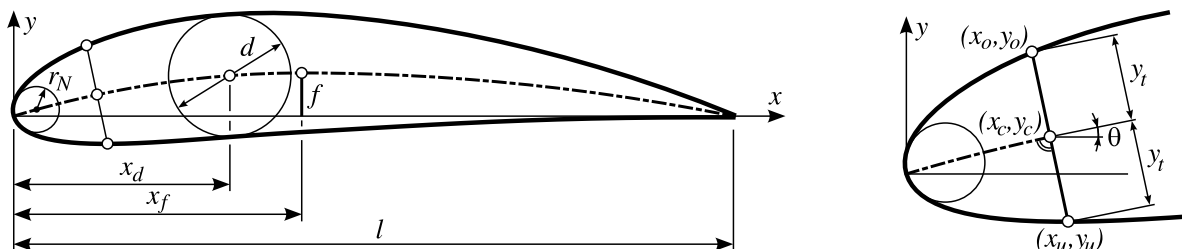


Bild A.1: Erzeugung der Profilkontur durch Überlagerung der Dicke senkrecht zur Skelettlinie

A.3 Einstellwinkelverteilung NREL Phase IV

Verwindung des Windturbinenblattes der Phasen II – V, aus SIMMS ET AL. [133]:

Radius [m]:	0.724	0.880	1.132	1.383	1.634	1.886	2.137	2.389	2.640
Twist [°]:	44.67	39.39	32.29	26.56	21.95	18.19	15.10	12.52	10.35
Radius [m]:	2.892	3.143	3.395	3.646	3.897	4.149	4.400	4.652	4.903
Twist [°]:	8.50	6.91	5.52	4.32	3.25	2.30	1.45	0.69	0.00

A.4 Auswertungs-Formeln

Umrechnung Relativ- / Absolut-Geschwindigkeit

Aus den Relativgeschwindigkeiten $(u_{rel}, v_{rel}, w_{rel})$ eines sich um die z -Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω drehenden Relativsystems lassen sich die Absolutgeschwindigkeitskomponenten $(u_{abs}, v_{abs}, w_{abs})$ folgendermaßen berechnen:

$$u_{abs} = u_{rel} - \omega \cdot y \quad , \quad (\text{A.4})$$

$$v_{abs} = v_{rel} + \omega \cdot x \quad , \quad (\text{A.5})$$

$$w_{abs} = w_{rel} \quad . \quad (\text{A.6})$$

Geschwindigkeitskomponenten im Zylinderkoordinatensystem

Die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten (u, v, w) lassen sich in die Radialkomponente c_r und die Umfangskomponente c_θ sowie in die meridionale Komponente c_m wie folgt umrechnen:

$$c_\theta = \frac{v \cdot x - u \cdot y}{r} \quad , \quad (\text{A.7})$$

$$c_r = \frac{u \cdot x + v \cdot y}{r} \quad , \quad (\text{A.8})$$

$$c_m = \sqrt{c_r^2 + w^2} \quad , \quad (\text{A.9})$$

$$\text{mit } r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad . \quad (\text{A.10})$$

A.5 Stoffwerte von Luft

Laut der DANISH WIND INDUSTRY ASSOCIATION [32] wird die Dichte von trockener Luft bei normalem atmosphärischen Druck auf Meereshöhe bei 15°C in der Windindustrie als Standard verwendet. Falls nicht anders angegeben, wird in dieser Arbeit auf folgende Stoffwerte zurückgegriffen:

Temperatur	$T = 15$	°C
Luftdruck	$p = 1013.25$	hPa
Dichte	$\rho = 1.225$	kg/m ³
dynamische Viskosität	$\eta = 1.8 \cdot 10^{-5}$	Ns/m ²
kinematische Viskosität	$\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$	m ² /s
molare Masse	$M = 28.96$	g/mol
maximaler Wassergehalt	0.013	kg/m ³

Literaturverzeichnis

- [1] ABBOTT, Ira H. ; DOENHOFF, Albert E. v.: *Theory of wing sections*. New York : Dover Publ., 1959
- [2] ADAMS, N. A.: *Skriptum zur Vorlesung „Fluidmechanik I: Einführung in die Dynamik der Fluide“*. TU München, Lehrstuhl für Aerodynamik, Juni 2006
- [3] ADAMS, N. A.: *Skriptum zur Vorlesung „Turbulente Strömungen: Einführung in die Theorie und Berechnung“*. TU München, Lehrstuhl für Aerodynamik, Juli 2008
- [4] AGARWAL, R. K. ; DEESE, J. E.: Euler calculations for flowfield of a helicopter rotor in hover. In: *Journal of Aircraft* 24 (1987), Nr. 4, S. 231–238. – ISSN 0021–8669
- [5] ALTHAUS, Dieter ; WORTMANN, Franz X.: *Stuttgarter Profilkatalog I*. Braunschweig : Vieweg, 1981. – ISBN 3–528–08464–2
- [6] ANDERSON, John D. Jr.: *Fundamentals of Aerodynamics*. 3rd ed. New York : McGraw-Hill, 2001. – ISBN 0–07–118146–6
- [7] ANSYS CANADA LTD. (Hrsg.): *Ansys CFX User Manual*. Release 10.0. Waterloo, Ontario, Canada: ANSYS Canada Ltd., Sept. 2005
- [8] BADER, Robert: *Simulation kompressibler und inkompressibler Strömungen in Turbomaschinen*. Düsseldorf : VDI-Verl., 2000 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Strömungstechnik 396). – ISBN 3–18–339607–6. – Diss
- [9] BAK, C. ; JOHANSEN, J. ; ANDERSEN, P. B.: Three-Dimensional Corrections of Airfoil Characteristics Based on Pressure Distributions. In: *Proceedings of the European Wind Energy Conference & Exhibition*. Athens, Greece : EWEC, Feb.-Mar. 2006
- [10] BALDWIN, B. S. ; BARTH, T. J.: A One-Equation Turbulence Transport Model for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows. In: *AIAA Paper 91-0610* (1991)
- [11] BALDWIN, B. S. ; LOMAX, H.: Thin Layer Approximation and Algebraic Turbulence Model for Separated Turbulent Flows. In: *AIAA Paper 78-257* (1978)
- [12] BARTSCH, Hans-Jochen: *Taschenbuch mathematischer Formeln*. 17. Aufl. München : Fachbuchverl. Leipzig im Hanser-Verl., 1997. – ISBN 3–446–18717–0
- [13] BENJANIRAT, S. ; SANKAR, L. N. ; XU, G.: Evaluation of Turbulence Models for the Prediction of Wind Turbine Aerodynamics. In: *AIAA Paper 2003-517* (2003)

- [14] BERTAGNOLIO, Franck ; SØRENSEN, Niels ; JOHANSEN, Jeppe ; FUGLSANG, Peter: Wind Turbine Airfoil Catalogue. Roskilde : Risø National Laboratory, August 2001 (R-1280(EN)). – Forschungsbericht. – ISBN 87–550–2911–6
- [15] BETZ, Albert: *Wind-Energie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen*. Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1926 (Aus Naturwissenschaft und Technik 2)
- [16] BOGNER, Mathias ; FLURL, Benedikt: *Persönliche Mitteilungen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2007
- [17] BORLAND, C. J. ; RIZZETTA, J. ; YOSHIHARA, H.: Numerical solution of three-dimensional unsteady transonic flow overswept wings. In: *AIAA Paper 80-1369* (1980)
- [18] BOUSSINESQ, Joseph: Essai sur La Théorie Des Eaux Courantes. In: *Mem. Présenté Acad. Sci.* 23 (1877), S. 64. – Paris
- [19] BRONŠTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin A. ; MUSIOL, Gerhard ; MÜHLIG, Heiner: *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Aufl. Frankfurt am Main : Harri Deutsch, 2001. – ISBN 3–8171–2005–2
- [20] BURTON, Tony ; SHARPE, David ; JENKINS, Nick ; BOSSANYI, Ervin: *Wind Energy Handbook*. Chichester : John Wiley & Sons, 2001. – ISBN 0–471–48997–2
- [21] BUTTERFIELD, C. P. ; MUSIAL, W. P. ; SIMMS, D. A.: Combined Experiment Final Report - Phase I / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, May 1992 (NREL/TP-257-4655). – Technical Report
- [22] BUTTERFIELD, C. P. ; SCOTT, George ; MUSIAL, W.: Comparison of Wind Tunnel Airfoil Performance Data With Wind Turbine Blade Data. In: *Journal of Solar Energy Engineering* 114 (1992), May, S. 119–124. – ISSN 0199–6231
- [23] CARADONNA, F. X. ; TUNG, C. ; DESOPPER, A.: Finite difference modeling of rotor flows including wake effects. In: *Journal of The American Helicopter Society* (1984). – ISSN 0002–8711
- [24] CARCANGIU, C. E. ; SØRENSEN, J. N. ; CAMBULI, F. ; MANDAS, N.: CFD-RANS analysis of the rotational effects on the boundary layer of wind turbine blades. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012031. – ISSN 1742–6596
- [25] CEBECI, Tuncer: *Turbulence Models and Their Application: Efficient Numerical Methods with Computer Programs*. Berlin : Springer, 2004. – ISBN 3–540–40288–8
- [26] CFD ONLINE: *Best practice guidelines for turbomachinery CFD*. URL: http://www.cfd-online.com/Wiki/Best_practice_guidelines, 2008. – [Stand 04.05.2008]
- [27] CHAKRAVARTHY, S. R. ; OSHER, S.: High resolution applications of the OSHER upwind scheme for the Euler equations. In: *AIAA Paper 83-1943* (1983)
- [28] CHAVIAROPOULOS, P. K. ; NIKOLAOU, I. G. ; AGGELIS, K. A. ; SØRENSEN, N. N. ; JOHANSEN, J. ; HANSEN, M. O. L. ; GAUNAA, Mac ; HAMBRAUS, T. und a.: Viscous and Aeroelastic Effects on Wind Turbine Blades. The VISCEL project. Part I: 3D Navier-Stokes Rotor simulations. In: *Wind Energy* 6 (2003), Nr. 4, S. 365–385. – ISSN 1099–1824

- [29] CHAVIAROPOULOS, P. K. ; NIKOLAOU, I. G. ; AGGELIS, K. A. ; SØRENSEN, N. N. ; JOHANSEN, J. ; HANSEN, M. O. L. ; GAUNAA, Mac ; HAMBRAUS, T. und a.: Viscous and Aeroelastic Effects on Wind Turbine Blades. The VISCEL Project. Part II: Aeroelastic Stability Investigations. In: *Wind Energy* 6 (2003), Nr. 4, S. 387–403. – ISSN 1099–1824
- [30] CHORIN, A. J.: Numerical solution of the Navier-Stokes equations. In: *Mathematics of Computation* 22 (1968), Nr. 104, S. 742–762. – ISSN 0025–5718
- [31] CHORIN, A. J.: A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems. In: *Journal of Computational Physics* 135 (1997), Nr. 2, S. 118–125. – ISSN 0021–9991
- [32] DANISH WIND INDUSTRY ASSOCIATION: *Handbuch der Windenergie Teil 1: Technische Parameter von Windenergie*. URL: <http://www.windpower.org/de/stat/unitsw.htm>, 2003. – [Stand 12.05.2003]
- [33] DRELA, Mark: *XFOIL Subsonic Airfoil Development System*. URL: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>, 2006. – [Stand 04.05.2006]
- [34] DRELA, Mark ; YOUNGREN, Harold: *A User's Guide to MISES 2.53*. Cambridge: MIT Computational Aerospace Science Laboratory, Dec. 1998
- [35] DRELA, Mark ; YOUNGREN, Harold: *XFOIL 6.94 User Guide*. : MIT Aero & Astro, Dec. 2001
- [36] DUBS, Fritz: *Aerodynamik der reinen Unterschallströmung*. 5. Aufl. Basel : Birkhäuser, 1987 (Flugtechnische Reihe 1). – ISBN 3–7643–1872–4
- [37] DUQUE, E. P. N. ; BURKLUND, M. D. ; JOHNSON, W.: Navier-Stokes and Comprehensive Analysis Performance Predictions of the NREL Phase VI Experiment. In: *Journal of Solar Energy Engineering* 125 (2003), Nr. 4, S. 457–467. – ISSN 0199–6231
- [38] DUQUE, E. P. N. ; VAN DAM, C. P. ; HUGHES, S.: Navier-Stokes simulations of the NREL combined experiment phase II rotor. In: *AIAA Paper 99-0037* (1999)
- [39] DURBIN, P. A.: On the k - ε -stagnation point anomaly. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 17 (1996), S. 89–90
- [40] DURBIN, P. A.: Computational studies for turbomachinery simulation. In: *Proceedings of the 2002 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Montreal, Canada, 2002*
- [41] DURBIN, Paul A.: Separated flow computations with the k - ε - v^2 model. In: *AIAA Journal* 33 (1995), April, Nr. 4, S. 659–664. – ISSN 0001–1452
- [42] DURBIN, Paul A. ; PETERSSON REIF, Björn A.: *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flows*. Chichester : John Wiley & Sons, 2001. – ISBN 0–471–49744–4
- [43] ECN: *IEA Annex XVIII Enhanced Field Rotor Aerodynamics Database*. URL: <http://www.ecn.nl/en/wind/>, 2008. – [Stand 28.05.2008]
- [44] EINZINGER, Johannes: *Numerische Simulation der Fluid-Struktur Interaktion in Turbomaschinen*, Technische Universität München, Diss., 2006
- [45] EPPLER, R.: *Airfoil Design and Data*. Berlin : Springer, 1990. – ISBN 3–540–52505–X

- [46] FERRER, E. ; MUNDUATE, X.: Wind turbine blade tip comparison using CFD. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012005. – ISSN 1742–6596
- [47] FERZIGER, Joel H. ; PERIĆ, Milovan: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd ed. Berlin : Springer, 2002. – ISBN 3–540–42074–6
- [48] FERZIGER, Joel H. ; PERIĆ, Milovan: *Numerische Strömungsmechanik*. Berlin : Springer, 2008. – ISBN 978–3–540–67586–0
- [49] FIEREDER, Rainer: *Persönliche Mitteilungen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2007
- [50] FINGERSH, L. J. ; ROBINSON, M. C.: Wind Tunnel Calibration of 5-Hole Pressure Probes for Application to Wind Turbines / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, May 1998 (NREL/CP-500-22134). – Technical Report
- [51] FINGERSH, L. J. ; SIMMS, D. ; HAND, M. ; JAGER, D. ; COTRELL, J. und a.: Wind tunnel testing of NREL's unsteady aerodynamics experiment. In: *AIAA Paper 2001-0035* (2001)
- [52] FLEIG, O. ; ARAKAWA, C.: Large-Eddy Simulation of Tip Vortex Flow at High Reynolds Number. In: *AIAA paper 2004-0261* (2004)
- [53] FLEIG, O. ; IIDA, M. ; ARAKAWA, C.: Wind Turbine Blade Tip Flow and Noise Prediction by Large-eddy Simulation. In: *Journal of Solar Energy Engineering* 126 (2004), S. 1017–1024. – ISSN 0199–6231
- [54] FROUDE, R. E.: On the part played in propulsion by differences of fluid pressure. In: *Transactions of the Institution of Naval Architects* (1889)
- [55] FROUDE, W.: On The Elementary Relation Between Pitch, Slip, and Propulsive Efficiency. In: *Transactions of the Institution of Naval Architects* 19 (1878), S. 47
- [56] GASCH, Robert ; TWELE, Jochen: *Windkraftanlagen: Grundlagen, Entwurf, Planung und Betrieb*. 4. Aufl. Wiesbaden : Teubner, 2005. – ISBN 3–519–36334–8
- [57] GAUNAA, M. ; JOHANSEN, J.: Determination of the Maximum Aerodynamic Efficiency of Wind Turbine Rotors with Winglets. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012006. – ISSN 1742–6596
- [58] GLAUERT, Hermann: Airplane Propellers. In: DURAND, William F. (Hrsg.): *Aerodynamic Theory* Bd. 4. Berlin : Springer, 1935, S. 169–360
- [59] GRECO, L. ; TESTA, C. ; SALVATORE, F.: Design Oriented Aerodynamic Modelling of Wind Turbine Performance. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012011. – ISSN 1742–6596
- [60] HAND, M. M. ; SIMMS, D. A. ; FINGERSH, L. J. ; JAGER, D. W. ; COTRELL, J. R. ; SCHRECK, S. ; LARWOOD, S. M.: Unsteady Aerodynamics Experiment Phase VI: Wind Tunnel Test Configurations and Available Data Campaigns / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, December 2001 (NREL/TP-500-29955). – Technical Report
- [61] HANSEN, A. C. ; BUTTERFIELD, C. P.: Aerodynamics of Horizontal-Axis Wind Turbines. In: *Annual Reviews in Fluid Mechanics* 25 (1993), Nr. 1, S. 115–149. – ISSN 1545–4479

- [62] HANSEN, M. H. ; M., Gaunaa ; MADSEN, H. A.: A Beddoes-Leishman type dynamic stall model in state-space and indicial formulations. Roskilde : Risø National Laboratory, Aug 2004 (R-1354(EN)). – Forschungsbericht. – ISBN 87–550–3090–4
- [63] HANSEN, M. O. L. ; ; SØRENSEN, N. N. ; SØRENSEN, J. N. ; MICHELSEN, J. A.: A global Navier-Stokes rotor prediction model. In: *AIAA Paper 97-0970* (1997)
- [64] HANSEN, Martin O. L.: *Aerodynamics of Wind Turbines*. 2nd ed. London : Earthscan Ltd., 2007. – ISBN 1844074382
- [65] HANSEN, M. O. L. ; JOHANSEN, J.: Tip Studies Using CFD and Comparison with Tip Loss Models. In: *Wind Energy 7* (2004), Nov, Nr. 4, S. 343–356. – ISSN 1095–4244
- [66] HANSEN, M. O. L. ; SØRENSEN, J. N. ; VOUTSINAS, S. ; SØRENSEN, N. ; MADSEN, H. A.: State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity. In: *Progress in Aerospace Sciences 42* (2006), June, Nr. 4, S. 285–330. – ISSN 0376–0421
- [67] HILLMER, B. ; BORSTELMANN, T. ; SCHAFFARCZYK, P. A. ; DANNENBERG, L.: Aerodynamic and Structural Design of MultiMW Wind Turbine Blades beyond 5MW. In: *Journal of Physics: Conference Series 75* (2007), Nr. 012002. – ISSN 1742–6596
- [68] HIMMELSKAMP, Hermann: *Profiluntersuchungen an einem umlaufenden Propeller*, Universität Göttingen, Diss., 1945
- [69] HOSCHEK, Josef ; LASSER, Dieter: *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. 2. Aufl. Stuttgart : Teubner, 1992. – ISBN 3–519–12962–0
- [70] IVANELL, S. ; SØRENSEN, J. N. ; MIKKELSEN, R. F. ; HENNINGSON, D.: Numerical analysis of the tip and root vortex position in the wake of a wind turbine. In: *Journal of Physics: Conference Series 75* (2007), Nr. 012035. – ISSN 1742–6596
- [71] JACOBS, Eastman N. ; WARD, Kenneth E. ; PINKERTON, Robert M.: The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel / National Advisory Committee for Aeronautics. Washington : NACA, 1933 (460). – Report
- [72] JAMESON, A. ; BAKER, T. J.: Solution of the Euler equations for complex configurations. In: *AIAA Paper 83-1929* (1983)
- [73] JOHANSEN, J. ; SØRENSEN, N. N.: Aerofoil characteristics from 3D CFD rotor computations. In: *Wind Energy 7* (2004), Nov, Nr. 4, S. 283–294. – ISSN 1095–4244
- [74] JOHANSEN, J. ; SØRENSEN, N. N. ; MICHELSEN, J. A. ; SCHRECK, S.: Detached-eddy simulation of flow around the NREL phase VI blade. In: *Wind Energy 5* (2002), Nr. 2-3, S. 185–197. – ISSN 1099–1824
- [75] KÄPPELI, Ernst: *Strömungslehre und Strömungsmaschinen*. 5. Aufl. Frankfurt am Main : Harri Deutsch, 1987. – ISBN 3–8171–1023–5
- [76] KROLL, N. ; RADESPIEL, R. ; ROSSOW, C. C.: Structured Grid Solvers I: Accurate and Efficient Flow Solvers for 3D Applications on Structured Meshes. In: *AGARD-R-807* (1995)
- [77] LANCHESTER, F. W.: A contribution to the theory of propulsion and the screw propeller. In: *Transactions of the Institution of Naval Architects* (1915)

- [78] LAUNDER, B. E. ; SPALDING, D. B.: The numerical computation of turbulent flows. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3 (1974), March, Nr. 2, S. 269–289. – ISSN 0045–7825
- [79] LAURSEN, J. ; ENEVOLDSEN, P. ; HJORT, S.: 3D CFD Quantification of the Performance of a Multi-Megawatt Wind Turbine. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012007. – ISSN 1742–6596
- [80] LE PAPE, A. ; LECANU, J.: 3D Navier-Stokes computations of a stall-regulated wind turbine. In: *Wind Energy* 7 (2004), Nr. 4, S. 309–324. – ISSN 1099–1824
- [81] LEISHMAN, J. G. ; BEDDOES, T. S.: A semi-empirical model for dynamic stall. In: *American Helicopter Society* 34 (1989), July, S. 3–17. – ISSN 0002–8711
- [82] LEISHMAN, J. G.: Challenges in modelling the unsteady aerodynamics of wind turbines. In: *Wind Energy* 5 (2002), July, Nr. 2-3, S. 85–132. – ISSN 1095–4244
- [83] LIEN, F. S. ; CHEN, W. L. ; LESCHZINER, M. A.: Low-Reynolds-number eddy-viscosity modelling based on non-linear stress-strain/vorticity relations. In: RODI, W. et a. (Hrsg.): *Proceedings of the 3rd Int. Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Experiments, Kreta*. Elsevier, Amsterdam u.a., 1996, S. 91–100
- [84] LIEN, F. S. ; DURBIN, P. A.: Non-linear $k-\epsilon-v^2$ modelling with application to high lift. In: MOIN, Parviz (Hrsg.) ; REYNOLDS, William C. (Hrsg.) ; MANSOUR, Nagi N. (Hrsg.): *Proceedings of the Summer Program*. Stanford University : Center for Turbulence Research, 1996, S. 5–26
- [85] LIEN, F. S. ; KALITZIN, G.: Computations of transonic flow with the v^2-f turbulence model. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 22 (2001), Feb., Nr. 1, S. 53–61. – ISSN 0142–727X
- [86] LIEN, F. S. ; KALITZIN, G. ; DURBIN, P. A.: RANS modelling for compressible and transitional flows. In: MOIN, Parviz (Hrsg.) ; REYNOLDS, William C. (Hrsg.): *Proceedings of the Summer Program*. Stanford University : Center for Turbulence Research, 1998, S. 267–286
- [87] LILEK, Ž. ; MUZAFERIJA, S. ; PERIĆ, M. ; SEIDL, V.: An implicit finite-volume method using nonmatching blocks of structured grid. In: *Numerical Heat Transfer, Part B* 32 (1997), S. 385–401
- [88] MADSEN, H. A. ; MIKKELSEN, R. ; ØYE, S. ; BAK, C. ; JOHANSEN, J.: A Detailed investigation of the Blade Element Momentum (BEM) model based on analytical and numerical results and proposal for modifications of the BEM model. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012016. – ISSN 1742–6596
- [89] MADSEN, H. A. ; SORENSEN, N. N. ; SCHRECK, S.: Yaw Aerodynamics Analyzed with Three Codes in Comparison with Experiment. In: *AIAA Paper 2003-519* (2003)
- [90] MANWELL, James F. ; MCGOWAN, Jon G. ; ROGERS, Anthony L.: *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*. Chichester : John Wiley & Sons, 2002. – ISBN 0–471–49972–2

- [91] MARTÍNEZ H., G. G. ; SØRENSEN, J. N. ; SHEN, W. Z.: 3D boundary layer study on a rotating wind turbine blade. In: *Journal of Physics: Conference Series 75* (2007), Nr. 012032. – ISSN 1742–6596
- [92] VAN ROOIJ, R. ; ARENS, E. A.: Analysis of the experimental and computational flow characteristics with respect to the augmented lift phenomenon caused by blade rotation. In: *Journal of Physics: Conference Series 75* (2007), Nr. 012021. – ISSN 1742–6596
- [93] MEAKIN, R. L.: Moving Body Overset Grid Methods for Complete Aircraft Tiltrotor Simulations. In: *AIAA Paper 93-3350* (1993)
- [94] MENTER, F. R.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: *AIAA Journal* 32 (1994), Aug., Nr. 8, S. 1598–1605. – ISSN 0001–1452
- [95] MEYBERG, Kurt ; VACHENAUER, Peter: *Höhere Mathematik 1*. 3. Aufl. Berlin : Springer, 1995. – ISBN 3–540–59188–5
- [96] MICHELSEN, J.A. ; SØRENSEN, N. N.: Current developments in Navier–Stokes modelling of wind turbine rotor flow. In: *Proceedings of the 2001 European Wind Energy Conference and Exhibition*, EWEC, July 2001, S. 367–372
- [97] NATIONAL RENEWABLE ENERGY LABORATORY: *NREL 10-m Wind Turbine Testing in NASA Ames 80'x120' Wind Tunnel*. URL: <http://wind.nrel.gov/amestest/>, 2008. – [Stand 17.05.2008]
- [98] NATIONAL RENEWABLE ENERGY LABORATORY: *Selected „Combined Experiment“ and „Unsteady Aerodynamics Experiment“ Publications (through January 2000)*. URL: <http://wind.nrel.gov/amestest/SelectedReports.pdf>, 2008. – [Stand 17.05.2008]
- [99] NIHON UNIV. AERO STUDENT GROUP: *NASG Airfoil Database*. URL: <http://www.nasg.com/afdb/index-e.phtml>, 2006. – [Stand 10.03.2006]
- [100] OHIO STATE UNIVERSITY: *OSU Wind-Tunnel Tests*. URL: http://wind.nrel.gov/OSU_data/index.html, 2006. – [Stand 04.05.2006]
- [101] OKULOV, V. L. ; SØRENSEN, J. N.: Optimum operating regimes for the ideal wind turbine. In: *Journal of Physics: Conference Series 75* (2007), Nr. 012009. – ISSN 1742–6596
- [102] PATANKAR, S. V. ; SPALDING, D. B.: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15 (1972), Nr. 10, S. 1787–1806. – ISSN 0017–9310
- [103] PATANKAR, Suhas V.: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Washington : Hemisphere Publ., 1980. – ISBN 0–07–048740–5
- [104] PATEL, Virendra C. ; RODI, Wolfgang ; SCHEUERER, Georg: Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review. In: *AIAA Journal* 23 (1985), Nr. 9, S. 1308–1319. – ISSN 0001–1452
- [105] PIEGL, Les ; TILLER, Wayne: *The NURBS Book*. 2nd ed. Berlin : Springer, 1997. – ISBN 3–540–61545–8

- [106] PIEGL, Les A.: On NURBS: A Survey. In: *IEEE Computer Graphics and Applications* 11 (1991), January, Nr. 1, S. 55–71. – ISSN 0272–1716
- [107] PIEGL, Les A. ; TILLER, Wayne: Least-Squares B-Spline Curve Approximation with Arbitrary End Derivatives. In: *Engineering with Computers* 16 (2000), Nr. 2, S. 109–116
- [108] PRAUTZSCH, Hartmut ; BOEHM, Wolfgang ; PALUSZNY, Marco: *Bézier and B-Spline Techniques*. Berlin : Springer, 2002. – ISBN 3–540–43761–4
- [109] RAMSAY, R. R. ; HOFFMANN, M. J. ; GREGOREK, G. M.: Effects of Grit Roughness and Pitch Oscillations on the S809 Airfoil / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, December 1995 (NREL/TP-442-7817). – Technical Report
- [110] RANKINE, W. J. M.: On the mechanical principles of the action of propellers. In: *Transactions of the Institution of Naval Architects* (1865)
- [111] REYNOLDS, Osborne: On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A* 186 (1895), S. 123–164
- [112] RHIE, C. M.: *A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation*, University of Illinois, PhD thesis, 1981
- [113] RIEGELS, Friedrich W.: *Aerodynamische Profile: Windkanal-Meßergebnisse, theoretische Unterlagen*. München : Oldenbourg, 1958
- [114] RITZINGER, Stephan: *Simulation realer Laufradströmungen*, Technische Universität München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Diss., 1997
- [115] RIZZI, A. ; ELIASSON, P. ; LINDBLAD, I. ; HIRSCH, C. ; LACOR, C. ; HAEUSER, J.: Engineering of multiblock/multigrid software for Navier-Stokes flows on structured meshes. In: *Computers & Fluids* 22 (1993), Nr. 2, S. 341–367. – ISSN 0045–7930
- [116] ROGERS, David F.: *An Introduction to NURBS: With Historical Perspective*. Morgan Kaufmann Publ., 2001. – ISBN 1–55860–669–6
- [117] RÖSSLE, Elisabeth: *Erstellung von Windturbinen-Geometrien für Strömungssimulationen*, Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, Semesterarbeit, 2006
- [118] SANKAR, N. L. ; MALONE, J. B. ; TASSA, Y.: An Implicit Conservative Algorithm for Steady and Unsteady Three-Dimensional Transonic Potential Flows. In: *AIAA Paper 81-1016* (1981)
- [119] SANKAR, N. L. ; WAKE, B. E. ; LEKODIS, S. G.: Solution of the unsteady Euler equations for fixed and rotor wing configurations. In: *Journal of Aircraft* 23 (1986), Nr. 4, S. 283–289. – ISSN 0021–8669
- [120] SCHEPERS, J. G. ; BRAND, A. J. ; BRUINING, A. ; GRAHAM, J. M. R. ; HAND, M. M. ; INFELD, D. G. ; MADSEN, H. A. ; MAEDA, T. ; PAYNTER, J. H. ; VAN ROOIJ, R. ; SHIMIZU, Y. ; SIMMS, D. A. ; STEFANATOS, N.: Final report of IEA Annex XVIII: Enhanced Field Rotor Aerodynamics Database / ECN. Petten : Energy Research Centre of the Netherlands, February 2002 (ECN-C-02-016). – Report

- [121] SCHEPERS, J. G. ; BRAND, A. J. ; BRUINING, A. ; GRAHAM, J. M. R. ; HAND, M. M. ; INFELD, D. G. ; MADSEN, H. A. ; PAYNTER, R. J. H. ; SIMMS, D. A.: Final report of IEA Annex XIV: Field Rotor Aerodynamics / ECN. Petten : Energy Research Centre of the Netherlands, May 1997 (ECN-C-97-027). – Report
- [122] SCHEPERS, J. G. ; SNEL, H. ; BUSSEL, G. J. W. v.: Dynamic inflow: yawed conditions and partial span pitch control / ECN. Petten : Energy Research Centre of the Netherlands, 1995 (ECN-C-95-056). – Report
- [123] SCHILLING, R.: *Skriptum zur Vorlesung „Numerische Simulation realer Strömungen“*. TU München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2005
- [124] SCHILLING, R. ; EINZINGER, J. ; WUNDERER, R.: AiF-Forschungsvorhaben Numerische Simulation des stationären und instationären Betriebsverhaltens sowie der Strömungsphänomene in Kreiselpumpen beliebiger spezifischer Drehzahl / FKM. 2005 (12921 N/1). – Abschlußbericht
- [125] SCHILLING, R. ; MÜLLER, N. ; EINZINGER, J. ; JUSUF, J. ; KRONSCHNABL, F. ; WUNDERER, R.: AiF-Forschungsvorhaben Numerische Simulation des Ventilatorbetriebes in realen Einbausituationen / FLT. 2005 (13243 N/1). – Abschlußbericht
- [126] SCHLICHTING, Herrmann ; GERSTEN, Klaus: *Grenzschicht-Theorie*. 9. Aufl. Berlin : Springer, 1997. – ISBN 3-540-55744-X
- [127] SCHRECK, S. J. ; SØRENSEN, N. ; ROBINSON, M. C.: Aerodynamic Structures and Processes in Rotationally Augmented Flow Fields. In: *Wind Energy* 10 (2007), Nr. 2, S. 159–178. – ISSN 1099-1824
- [128] SCHUSTER, Martin: *Simulation gehäuseloser, hydraulischer Strömungsmaschinen*. Düsseldorf : VDI-Verl., 2000 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Strömungstechnik 400). – ISBN 3-18-340007-3. – Diss
- [129] SELIG, Michael S.: *UIUC Airfoil Coordinates Database*. URL: http://www.ae.uiuc.edu/m-selig/ads/coord_database.html, 2006. – [Stand 10.03.2006]
- [130] SHEN, W. Z. ; MIKKELSEN, R. ; SØRENSEN, J. N. ; BAK, C.: Tip loss corrections for wind turbine computations. In: *Wind Energy* 8 (2005), March, Nr. 4, S. 457–475. – ISSN 1095-4244
- [131] SHEN, W. Z. ; SØRENSEN, J. N.: Aero-Acoustic Modelling using Large Eddy Simulation. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012085. – ISSN 1742-6596
- [132] SIMMS, D. ; SCHRECK, S. ; HAND, M. ; FINGERSH, L. J.: NREL Unsteady Aerodynamics Experiment in the NASA-Ames Wind Tunnel: A Comparison of Predictions to Measurements / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, May 2001 (NREL/TP-500-29494). – Technical Report
- [133] SIMMS, D. A. ; HAND, M. M. ; FINGERSH, L. J. ; JAGER, D. W.: Unsteady Aerodynamics Experiment Phases II-IV Test Configurations and Available Data Campaigns / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, Jul 1999 (NREL/TP-500-25950). – Technical Report

- [134] SIMMS, D. A. ; ROBINSON, M. C. ; HAND, M. M. ; FINGERSH, L. J.: A Comparison of Baseline Aerodynamic Performance of Optimally-Twisted Versus Non-Twisted HAWT Blades / NREL. Golden : National Renewable Energy Laboratory, 1996 (NREL/TP-442-20281). – Technical Report
- [135] SKODA, Romuald: *Numerische Simulation abgelöster und transitionaler Strömungen in Turbomaschinen*. Düsseldorf : VDI-Verl., 2003 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Strömungstechnik 451). – ISBN 3-18-345107-7. – Diss
- [136] SNEL, H.: Review of the Present Status of Rotor Aerodynamics. In: *Wind Energy* 1 (1998), April, Nr. S1, S. 46–69. – ISSN 1095-4244
- [137] SNEL, H. ; SCHEPERS, J. G.: Joint investigation of dynamic inflow effects and implementation of an engineering method / ECN. Petten : Energy Research Centre of the Netherlands, 1995 (ECN-C-94-107). – Report
- [138] SOMERS, Dan M.: Design and Experimental Results for the S809 Airfoil. Golden : National Renewable Energy Laboratory, January 1997 (NREL/SR-440-6918). – Technical Report
- [139] SØRENSEN, J. N.: VISCWIND, Viscous Effects on Wind Turbine Blades / Technical University of Denmark. 1999. – Forschungsbericht. – ISBN 87-7475-218-9. – DTU-ET-AFM-99-02
- [140] SØRENSEN, N. N. ; JOHANSEN, J.: UPWIND, Aerodynamics and aero-elasticity. Rotor aerodynamics in atmospheric shear flow. In: *2007 European Wind Energy Conference and Exhibition*
- [141] SØRENSEN, N. N. ; MICHELSEN, J. ; SCHRECK, S.: Navier-Stokes predictions of the NREL phase VI rotor in the NASA Ames 80 ft x 120 ft wind tunnel. In: *Wind Energy* 5 (2002), Nr. 2, S. 151–169. – ISSN 1099-1824
- [142] SØRENSEN, N. N. ; MICHELSEN, J. A. ; SCHRECK, S.: Application of CFD to Wind Turbine Aerodynamics. In: *4th GRACM Congress on Computational Mechanics, Patras*, Greek Association of Computational Mechanics, June 2002
- [143] SPALART, P. R. ; ALLMARAS, S. R.: A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: *AIAA Paper 92-0439* (1992)
- [144] SPALART, P. R. ; ALLMARAS, S. R.: A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: *La Recherche Aérospatiale* (1994), Nr. 1, S. 5–21. – ISSN 0034-1223
- [145] SPERA, David A. (Hrsg.): *Wind turbine technology: fundamental concepts of wind turbine engineering*. 1st paperback printing. New York : ASME Press, 1998. – ISBN 0-7918-1205-7
- [146] SRINIVASAN, G. R. ; MCCROSKEY, W. J.: Navier-Stokes calculations of hovering rotor flowfields. In: *Journal of Aircraft* 25 (1988), Nr. 10, S. 865–874. – ISSN 0021-8669
- [147] STEGER, J. L. ; CARADONNA, F. X.: Conservative Implicit Finite Difference Algorithm for the Unsteady Transonic Full Potential Equation. In: *NTIS, SPRINGFIELD, VA, 1980, 40* (1980)

- [148] STREINER, S. ; KRÄMER, E. ; EULITZ, A. ; ARMBRUSTER, P.: Aeroelastic analysis of wind turbines applying 3D CFD computational results. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012015. – ISSN 1742–6596
- [149] STRELETS, M.: Detached eddy simulation of massively separated flows. In: *AIAA Paper 2001-0879* (2001)
- [150] TENNEKES, Hendrik ; LUMLEY, John L.: *A First Course in Turbulence*. Cambridge : MIT Press, 1972. – ISBN 0–262–20019–8
- [151] THOMPSON, Joe F. ; SONI, Bharat K. ; WEATHERILL, Nigel P.: *Handbook of Grid Generation*. Boca Raton : CRC Press, 1999. – ISBN 0–8493–2687–7
- [152] THUM, S.: *Optimalauslegung und numerische Optimierung strömungsführender Bauteile in Francis Spiralturbinen*, Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, Diss., 2007
- [153] TONGCHITPAKDEE, C. ; BENIANIRAT, S. ; SANKAR, L. N.: Numerical Simulation of the Aerodynamics of Horizontal Axis Wind Turbines under Yawed Flow Conditions. In: *Journal of Solar Energy Engineering* 127 (2005), Nr. 4, S. 464–474. – ISSN 0199–6231
- [154] TRAVIN, A. ; SHUR, M. ; STRELETS, M. ; SPALART, P.: Detached-Eddy Simulations Past a Circular Cylinder. In: *Flow, Turbulence and Combustion* 63 (2000), Nr. 1-4, S. 293–313. – ISSN 1386–6184
- [155] TRUCKENBRODT, Erich: *Fluidmechanik I: Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide*. 4. Aufl. Berlin : Springer, 1996. – ISBN 3–540–58512–5
- [156] VERSTEEG, H. K. ; MALALASEKERA, W.: *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method*. Longman, 1995. – ISBN 0–582–21884–5
- [157] WILCOX, David C.: Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. In: *AIAA Journal* 26 (1988), Nov., Nr. 11, S. 1299–1310. – ISSN 0001–1452
- [158] WILSON, R. E. ; LISSAMAN, P. B. S.: *Applied aerodynamics of wind power machines*. Corvallis : Oregon State University, 1974
- [159] WOLFE, Walter P. ; OCHS, Stuart S.: Predicting Aerodynamic Characteristics of Typical Wind Turbine Airfoils Using CFD / Sandia National Laboratories. Albuquerque : Sandia National Laboratories, Sept. 1997 (SAND–96-2345). – Report
- [160] WUNDERER, R. ; SCHILLING, R.: Numerical Simulation Of Active Flow Control In Hydro Turbines. In: *ISROMAC-12: 12th International symposium on transport phenomena and dynamics of rotating machinery*. Honolulu, Hawaii, February 2008. – Paper-No. 20120
- [161] WUSSOW, S. ; SITZKI, L. ; HAHM, T.: 3D-simulation of the turbulent wake behind a wind turbine. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012033. – ISSN 1742–6596
- [162] XU, G. ; SANKAR, L. N.: Effects of Transition, Turbulence and Yaw on the Performance of Horizontal Axis Wind Turbines. In: *AIAA Paper 2000-0048* (2000)

- [163] XU, G. ; SANKAR, L.N.: Computational Study of Horizontal Axis Wind Turbines. In: *Journal of Solar Energy Engineering* 122 (2000), Nr. 1, S. 35–39. – ISSN 0199–6231
- [164] YUAN, W. ; SCHUSTER, M. ; C., Yang ; SCHILLING, R.: Three-Dimensional Time Accurate Simulation for Unsteady Incompressible Flow. In: *3rd International Conference on Hydro-Science and -Engineering*. Cottbus, Aug./Sept. 1998
- [165] ZHU, W. J. ; SHEN, W. Z. ; SØRENSEN, J. N.: Computational Aero-Acoustic Using High-order Finite-Difference Schemes. In: *Journal of Physics: Conference Series* 75 (2007), Nr. 012084. – ISSN 1742–6596
- [166] ZIEREP, Jürgen: *Grundzüge der Strömungslehre*. 6. Aufl. Berlin : Springer, 1997. – ISBN 3–540–61615–2