



Lehrstuhl für Maschinenelemente
Forschungsstelle für Zahnräder
und Getriebebau

**Einfluss von Flankenkorrekturen auf das
Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter
Stirnradpaarungen**

Stoyan Radev

Technische Universität München

Institut für Maschinen- und Fahrzeugtechnik - Lehrstuhl für
Maschinenelemente
Technische Universität München

**Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad-
und schrägverzahnter Stirnradpaarungen**

Stoyan Radev

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen
der Technischen Universität München zur Erlangung
des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfgang A. Wall
Prüfer der Dissertation 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd-Robert Höhn
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich

Die Dissertation wurde am 06.12.2006 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 20.06.2007 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Maschinenelemente, der Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG), der Technischen Universität München. Grundlage dafür bildeten zwei Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik (FVA), die vom Arbeitskreis „Geräusche“ betreut wurden.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen, die an der Verwirklichung dieser Arbeit Teil gehabt haben, bedanken!

Herrn Prof. Höhn, meinem Doktorvater, danke ich für das entgegengebrachte Vertrauen und das stets angenehme Arbeitsklima am Lehrstuhl. Herrn Prof. Ulbrich danke ich für die Übernahme des Co-Referats und Herrn Prof. Wall für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Ein großes Danke schön gilt meinem Forschungsgruppenleiter Herrn Dr. Oster. Ohne sein herausragendes Fachwissen und seinen persönlichen Einsatz wäre die erfolgreiche Durchführung dieser Arbeit nicht möglich gewesen.

Ein ganz besonderer Dank gilt Herrn Tobias Hertter für die unermüdliche fachliche und menschliche Unterstützung.

Meinem Partner Thomas Griggel danke ich für die stete Unterstützung und die Freude an der Zusammenarbeit, die wir gemeinsam in Erfolg umgewandelt haben. Vielen Dank auch Herrn Heider, der im Anschluss unser Team maßgebend verstärkt hat.

Den studentischen Hilfskräften Monz, Gesenhues und Karamarkovic vielen herzlichen Dank für die hervorragenden Leistungen und alles gute für die Zukunft!

Vielen Dank meinem langjährigen Zimmerkollegen Michael Otto und der gesamten FZG-Mannschaft für das tolle Arbeitsklima und die entgegengebrachte Hilfsbereitschaft.

Danke allen meinen Freunden für die manchmal so wichtige moralische Unterstützung!

Meinen Eltern möchte ich dafür, dass ich das bin was ich bin, ein riesengroßes Danke schön aussprechen!

München, Januar 2008

Steffen Radler

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Technik	2
2.1	Geräuschverhalten von Getrieben	2
2.2	Das Schwingungssystem Zahnradgetriebe und die Verzahnungsanregung	3
2.3	Mechanismen der Schwingungsanregung im Zahneingriff (Verzahnungsanregung)	7
2.4	Einflussgrößen der Verzahnungsanregung	8
2.4.1	Einfluss der Verzahnungssteifigkeit	8
2.4.2	Einfluss der Oberflächenrauheit und Reibung	12
2.4.3	Einfluss der Verzahnungskorrekturen	14
2.4.4	Einfluss von Herstellabweichungen	20
2.4.5	Einfluss des vor- und nachzeitigen Zahneingriffs	26
2.4.6	Einfluss des Ein- und Austrittsstoßes	26
2.5	Kennwerte für die Beurteilung der Verzahnungsanregung	27
2.5.1	Theoretische Kennwerte für die Verzahnungsanregung	27
2.5.2	Messtechnische Kennwerte für die Verzahnungsanregung	31
3	Theoretische Untersuchungen	33
3.1	Beschreibung des Rechenmodells	33
3.1.1	Berechnung der Zahnpaarsteifigkeit	33
3.1.2	Berücksichtigung des Welle/Lager-Systems	33
3.2	Standardkorrekturen	34
3.2.1	Standardkorrekturen für Tragfähigkeit und Anregung	35
3.3	Periodische Korrekturen	39
3.3.1	Funktionsprinzip der periodischen Korrektur in Bezug auf die Anregung	39
3.3.2	Berechnungsstudie zur periodischen Anregungskorrektur	45
4	Prüfstandsversuche und Prüfräder	51
4.1	Beschreibung des Prüfstandes und des Messaufbaus	51
4.1.1	Prüfstand	51
4.1.2	Messaufbau	52
4.2	Verzahnungsdaten	54
4.2.1	Hauptgeometrie der untersuchten Verzahnungen	54
4.2.2	Untersuchte Flankenkorrekturen	57
4.3	Dokumentation der Prüfräder	62

4.3.1	Teilungsqualität der Prüfräder	62
4.3.2	Darstellung der Sollkorrektur als Overlay-Diagramm	63
4.3.3	Verschränkungsmessung der Prüfräder	65
4.3.4	Topologiemessung der Prüfräder	67
5	Ergebnisse und Diskussion	69
5.1	Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen	70
5.2	Ergebnisse der dynamischen Simulation	73
5.3	Vergleichende Betrachtungen der Zahneingriffsfrequenz	77
5.3.1	Betrachtung des dynamischen Verhaltens in der Zahn- eingriffsfrequenz von Prüfpaarungen mit periodischer Anregungskorrektur	77
5.3.2	Betrachtung des dynamischen Verhaltens in der Zahn- eingriffsfrequenz von Prüfpaarungen mit Standardkor- rekturen	79
5.3.3	Betrachtung der Drehwegabweichung für die erste Ord- nung des Zahneingriffs	81
5.3.4	Zusammenfassung der Ergebnisse zur Betrachtungen der Zahneingriffsfrequenz	84
5.4	Vergleichende Betrachtungen höherharmonischer Anteile	87
5.5	Diskussion zum Einfluss von Fertigungsabweichungen	91
5.6	Betrachtungen zur Stabilität der periodischen Anregungskor- rektur	94
5.6.1	Theoretische Untersuchungen zur Stabilität der peri- odischen Anregungskorrektur	94
5.6.2	Experimentelle Untersuchungen zur Stabilität der peri- odischen Anregungskorrektur	97
5.6.3	Untersuchungen zur Abweichung aus der Sollform peri- odisch korrigierter Flanken	100
5.7	Diskussion zu Tragfähigkeit und Geräusch	105
6	Zusammenfassung und Ausblick	108
7	Literaturverzeichnis	112
A	Versuchsergebnisse	117
B	Berechnungsergebnisse	130
C	Dokumentation der Ergebnisse in Bezug auf die Grundharmoni- sche des Zahneingriffs	143
D	Darstellung von Mess- und Rechenergebnissen und entsprechen- de Ist-Flankenformen	149

Zeichen	Benennung	Einheit
a	Achsabstand	mm
A	Amplitude der periodischen Anregungskorrektur	μm
$2A$	Doppelamplitude der periodischen Anregungskorrektur	μm
A	Abstrahlmaß	— —
A_k	Anregungsamplitude für die k-te Laststufe	N
α_n	Normaleingriffswinkel	$^\circ$
b	Zahnbreite	mm
β	Schrägungswinkel	$^\circ$
β_{Csin}	sinusförmige periodische Korrektur, Orientierung	$^\circ$
C_a	Kopfrücknahme, Korrekturbetrag	μm
C_b	Breitenballigkeit, Korrekturbetrag	μm
C_f	Fußrücknahme, Korrekturbetrag	μm
$C_{H\beta}$	Schrägungswinkelkorrektur, Korrekturbetrag	μm
C_{sin}	sinusförmige periodische Korrektur, Korrekturbetrag	μm
$c_z(t)$	Veränderliche Verzahnungssteifigkeit	N/mm
$c_{ze}(t)$	Veränderliche Zahnpaarsteifigkeit	N/mm
$c_{z\gamma}(t)$	mittlere Verzahnungssteifigkeit	N/mm
$c_{zei}(t)$	Zahnpaarsteifigkeit des i-ten Zahnpaares im Eingriff	N/mm
$c_{zeij}(t)$	Zahnpaarsteifigkeit des i-ten Zahnpaares in der Eingriffsstellung j	N/mm
$c_{zj}(t)$	Fourierkomponenten der Verzahnungssteifigkeit c_z	N/mm
d_0	Teilkreisdurchmesser	mm
d_{a1}, d_{a2}	Kopfkreisdurchmesser	mm
D_{ZE}	Dämpfungsmaß einer Verzahnung	— —
ε_α	Profilüberdeckung	— —
ε_β	Sprungüberdeckung	— —
η	dynamische Ölviskosität	mPas
F	Kraft allgemein	N
$F(t)$	Äußere Last entsprechend der Reduktion des (konstanten) Antriebsmomentes auf den Grundkreis des Ritzels	N
$F(t)$	Errgerkraftspektrum	N
F_0	Statischer Anteil der Verzahnungskraft $F_z(t)$ bzw. deren zeitliches Mittel	N
F_{bt}/b	Statische Linienlast	N/mm

Zeichen	Benennung	Einheit
F_i	Amplitude der i-ten Fourierkomponente der dynamischen Verzahnungskraft $F_L(t)$	N
$F_{\text{stat}}(t)$	Statische Verzahnungskraft	N
f_z, ω_z	Zahneingriffs(kreis)frequenz	rad/s
$F_z(t)$	Verzahnungskraft	N
φ_0	Phasenverschiebung, Nullphasenwinkel der periodischen Anregungskorrektur	rad
φ_1, φ_2	Torsionsfreiheitsgrade	rad
φ_i	Phasenverschiebung der i-ten Fourierkomponente	rad
φ_{Csin}	sinusförmige periodische Korrektur, Nullphasenwinkel	°
k_{zei}	Dämpfung des i-ten Zahnpaares	kg/s
l'	Bezogene Berührlinienlänge	—
l_a	Kopfrücknahme, Korrekturlänge	mm
L_A	Anregungspegel	dB
L_{Ai}	Anregungsamplitudenpegel	dB
L_{fz}	Einfluss der Drehzahl bzw. Zahneingriffsfrequenz auf den Zahnkraftpegel	dB
L_{Fz}	Zahnkraftpegel	dB
L_{Flin}	Linearisierter Kraftpegel	dB
L_h	Körperschallmaß	—
l_i	Berührlinienlänge des Zahnpaares i bei gegebener Eingriffsstellung	mm
$L_{\ddot{u}}$	Akustisches Übertragungsmaß	—
λ_{Csin}	sinusförmige periodische Korrektur, Wellenlänge	°
m	Anzahl der diskreten Laststufen	—
m	Reduzierte Masse	kg
m_n	Normalmodul	mm
m_t	Stirnmodul	mm
n	Drehzahl	min ⁻¹
n	Anzahl der berücksichtigten Fourierglieder	—
ω_0	Eigenkreisfrequenz	rad/s
P, p	Schalldruck	N/m ²
q	Berührlinienfaktor	—
σ	Abstrahlgrad	—
t	Zeit	s
T_1, T	Drehmoment am Ritzel	Nm
\ddot{U}_v	Körperschallübertragungsfunktion	—
U_k	Übertragungsfaktor	—

Zeichen	Benennung	Einheit
v_1	Erregerschnelle	m/s
v_1	Körperschallschnelle	m/s
v_t	Umfangsgeschwindigkeit am Wälzkreis	m/s
$x(t)$	Zahnfederauslenkung; Drehwegdifferenz zwischen Ritzel und Rad reduziert auf den Grundkreis	mm
$x_1 \cdot m_n,$ $x_2 \cdot m_n$	Profilverschiebung	mm
$x_f(t)$	Verzahnungsabweichung eines Zahnpaares	mm
$x_{fi}(t)$	Verzahnungsabweichung des i-ten Zahnpaares	mm
z_1, z_2	Zähnezahlen	—

1 Einleitung

In der heutigen Zeit gewinnt im Zuge des steigenden Umweltbewusstseins das Geräuschverhalten von Getrieben zunehmend an Bedeutung. Die Grenzwerte für die zulässige Geräuschentwicklung werden zum Einen durch Kundenwünsche und zum Anderen durch gesetzliche Vorschriften festgelegt. Dies gilt sowohl für den Bereich industrieller Anwendungen als auch für den der privaten Nutzung. Bedingt durch stetig steigende Ansprüche an die Leistungsfähigkeit moderner Anlagen werden gleichzeitig höhere Werte für die Leistungsdichte moderner Getriebe gefordert. Aus diesen Forderungen wird ersichtlich, dass bei der Konstruktion moderner Leistungsgetriebe neben Aspekten wie Tragfähigkeit und Lebensdauer zunehmend Aspekte der Geräuschemission zu berücksichtigen sind.

Das Geräuschverhalten eines Getriebes wird wesentlich von der Anregung aus der Verzahnung beeinflusst. Die Schwingungsanregung einer Stirnradpaarung unter Last und Drehzahl stellt eine Ungleichmäßigkeit der Drehbewegung zwischen Ritzel und Rad dar. Diese Ungleichmäßigkeit kann anhand einer veränderlichen Wegübertragung, der Drehwegabweichung, und einer veränderlichen Kraftübertragung, der Verzahnungskraft, beschrieben werden. Die Drehwegabweichung bzw. die Verzahnungskraft sind Funktionen der Verzahnungsgeometrie und des elastischen Verhaltens des Getriebe-Gesamtsystems. Der Einfluss der Verzahnungsgeometrie auf das Anregungsverhalten wird maßgebend durch Hauptgeometrie-Kenngrößen, wie Profil- und Sprungüberdeckung sowie durch die Form der Zahnflankentopologie und durch die Herstellabweichungen bestimmt. Das Getriebe-Gesamtsystem beeinflusst die Anregung des Zahneingriffs insbesondere durch die Verformung der Wellen und deren Schrägstellung, verursacht durch Lagernachgiebigkeiten und -spiele.

Der Hauptinhalt der vorliegenden Arbeit setzt sich mit dem Einfluss von Zahnflankenkorrekturen auf die Verzahnungsanregung auseinander. In der Praxis werden Zahnflankenkorrekturen häufig eingesetzt. Dabei ist meistens das Ziel die Optimierung der Tragfähigkeit der Verzahnung durch Anpassen der Last- bzw. Pressungsverteilung (z. B. durch Korrektur für gleichmäßige Pressungsverteilung) und durch Vermeidung des vor- und nachzeitigen Zahneingriffs. Zusätzlich wird eine möglichst geringe Verzahnungsanregung angestrebt. In dieser Arbeit werden theoretische Studien und Experimente mit ausgeführten Standardkorrekturen und speziell für die Anregung entwickelten periodischen Korrekturen vorgestellt. Obwohl der Schwerpunkt der Arbeit sich mit der Anregung der Verzahnung auseinandersetzt, wird der Aspekt der Tragfähigkeit im Blickwinkel behalten.

2 Stand der Technik

2.1 Geräuschverhalten von Getrieben

Als eine Hauptursache der Geräuschanregung von Getrieben wird der Zahn-eingriff angesehen. Die Schallentstehungskette [11, 49, 12, 33, 29] beschreibt die Entstehung von Maschinengeräuschen infolge der Kraftanregung aus der Verzahnung (Erregerkraftspektrum $F(f)$). **Bild 1** zeigt ein Modell zur Beschreibung der Schallentstehungskette nach Föller [11].

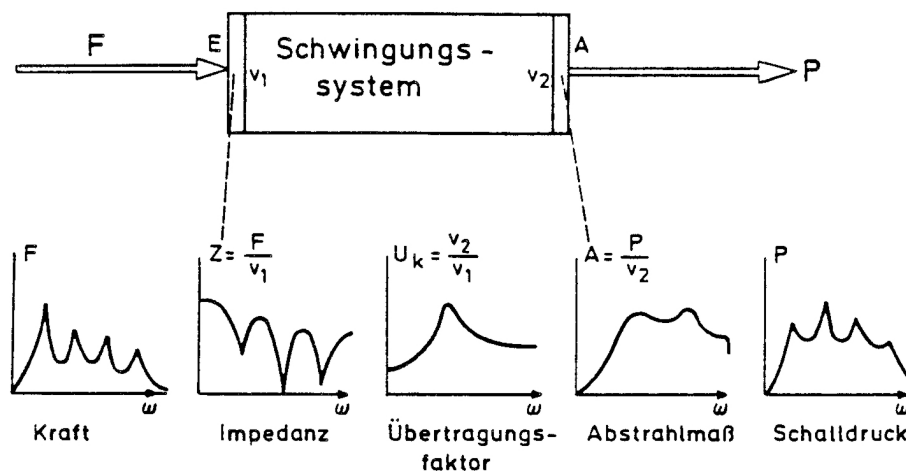


Bild 1: Beschreibung der Schallentstehungskette nach Föller [11]

Die Einleitung der Erregerkräfte F an den Kräfteinleitungsstellen erzeugt in der Getriebestruktur eine Erregerschnelle v_1 , die von der Eingangsimpedanz Z abhängig ist. Die eingespeiste Körperschalleistung breitet sich in der Struktur als Körperschallschnelle v_2 aus. Sie hängt über die Körperschallübertragungsfunktion \ddot{U}_v [49] bzw. den Übertragungsfaktor U_k [11, 12] mit der Erregerschnelle zusammen. Eingangsimpedanz und Übertragungsfunktion lassen sich ferner zur mittleren Übertragungsimpedanz $h_{\ddot{U}}$ zusammenfassen. Das Abstrahlmaß A [11] bzw. Abstrahlgrad σ [12] beschreiben die Umsetzung der Körperschallschnelle in Luftschall, der in einem veränderlichen Schalldruck P bzw. p resultiert. Die Umsetzung von Anregung in Körperschall erfolgt frequenzabhängig. Auch Müller [34] und Linke [29] stellen einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen Anregung und Körperschall her. Die **Bilder 2** und **3** zeigen die entsprechenden Modelle zur Beschreibung dieses Zusammenhangs nach Müller [34] (Bild 2) und nach Linke [29] (Bild 3).

Storm ermittelt experimentell Abstrahlgrad σ , Körperschallmaß L_h und akustisches Übertragungsmaß $L_{\ddot{U}}$ [49]. Er beschreibt den Mechanismus der Geräuschanregung krafterregter Strukturen.

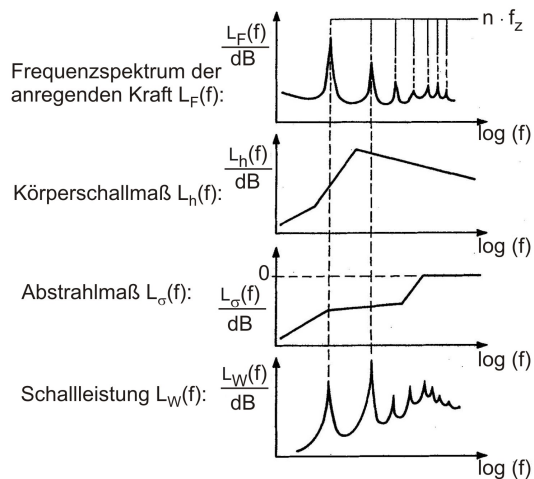


Bild 2: Beschreibung der Schallentstehungskette nach Müller [33]

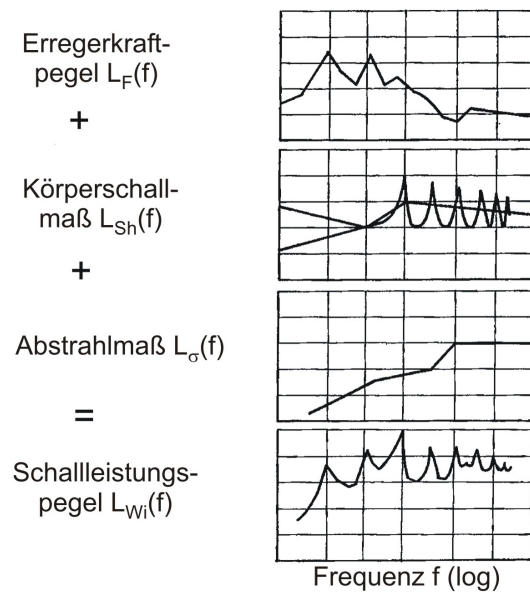


Bild 3: Beschreibung der Schallentstehungskette nach Linke [29]

2.2 Das Schwingungssystem Zahnradgetriebe und die Verzahnungsanregung

Das Schwingungssystem „Zahnradgetriebe“ und die wesentlichen Elemente der Schallentstehungskette lassen sich anhand des in **Bild 4** [33] dargestellten Schemas veranschaulichen.

Als Hauptursachen der Schwingungsanregung beinhaltet diese Übersicht die zeitlich veränderliche Zahnfedersteifigkeit $c_z(t)$, die in $x_f(t)$ zusammengefassten Verzahnungsabweichungen und -korrekturen wie auch die aus dem äußeren Moment resultierende statische Verzahnungskraft F_{stat} . Diese Anregungsursachen führen mit der Zahnfederauslenkung $x(t)$ zu der im Zahneingriff wirkenden dynamischen Verzahnungskraft $F_z(t)$. Die Zahnfederauslenkung $x(t)$ resultiert aus den im Zustandsvektor x zusammengefassten Bewegungskordinaten von Ritzel und Rad, die sich wiederum als Funktion des Schwingungsverhaltens des Getriebes aus der dynamischen Verzahnungskraft $F_z(t)$ ergeben. Die aus der dynamischen Verzahnungskraft $F_z(t)$ folgende Lagerreaktionskraft $F_L(t)$ führt entsprechend der Eingangsimpedanz der Lagerstellen zu dem im Gehäuse wirkenden Körperschall, der wiederum als Funktion des Übertragungs- und Abstrahlverhaltens des Gehäuses als Luftschall an die Umgebung abgestrahlt wird.

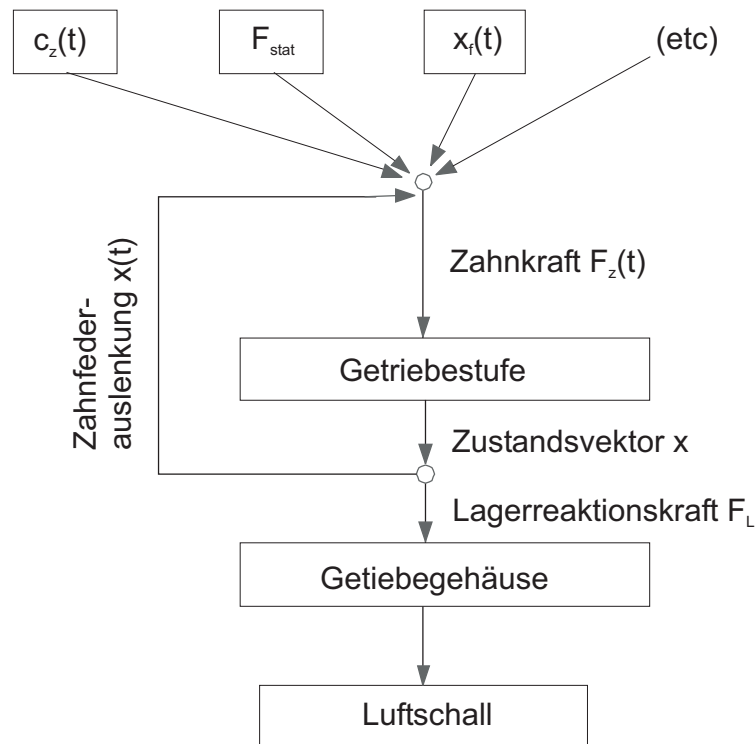


Bild 4: Schematische Darstellung des Schwingungssystems „Zahnradgetriebe“, Entstehungskette des abgestrahlten Luftschalls [33].

Ein besonderes Interesse in diesem System gilt der primären Ursache der Schallentstehung - dem Zahneingriff, der in der Getriebestufe stattfindet. Mit Hilfe eines einfachen Schwingungsmodells (**Bild 5**), bestehend aus den Drehmassen der beiden Zahnradkörper, gekoppelt untereinander durch die Verzahnungssteifigkeit, dargestellt in Bild 5 als Feder, kann das dynamische Verhalten der Getriebestufe erfasst werden. Der Ein-Masse-Schwinger als einfachstes Ersatzmodell einer Getriebestufe berücksichtigt lediglich die Torsionsfreiheitsgrade 1 und 2 von Ritzel und Rad. Durch Reduzierung dieser Torsionsfreiheitsgrade auf die jeweiligen Grundkreise, verbleibt nach Addition der Differentialgleichungen für Ritzel und Rad ein System mit einem Freiheitsgrad. Es handelt sich hierbei um ein Ein-Masse-Schwinger. Die Systemkoordinate x beschreibt die Auslenkung der Zahn-

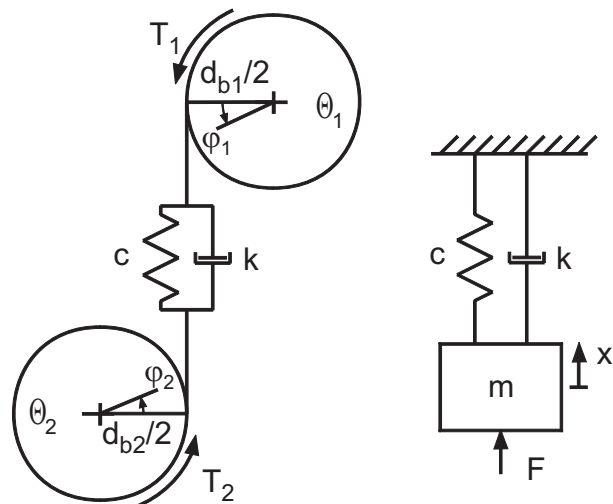


Bild 5: Einfaches Schwingungsmodell zur Berechnung der dynamischen Zahnkraft.

feder. Die reduzierte Masse m des Ein-Masse-Schwingers wird aus den Trägheitsmassen Θ_1 und Θ_2 der Radkörper nach folgender Gleichung (1) berechnet:

$$m = \frac{\Theta_1 \cdot \Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2 \cdot (d_{b2}/d_{b1})^2} \cdot \left(\frac{d_{b1}}{2} \right)^2 \quad (1)$$

Der Ein-Masse-Schwinger kann durch folgende Differentialgleichung beschrieben werden (Gleichung (2)):

$$m \cdot \ddot{x} + \sum_i \{ k_{zei} \cdot [\dot{x}(t) + \dot{x}_{fi}(t)] + c_{zei}(t) \cdot [x(t) + x_{fi}(t)] \} = F(t) \quad (2)$$

Im Einzelnen bedeuten:

t	:	Zeit
$x(t)$:	Elastische Verformung der Verzahnung unter Last, d. h. Drehwegdifferenz zwischen Ritzel und Rad reduziert auf den Grundkreis
k_{zei}	:	Dämpfung des i -ten Zahnpaares im Eingriff
$c_{zei}(t)$:	Zahnfedersteifigkeit des i -ten Zahnpaares im Eingriff
$x_{fi}(t)$:	Verzahnungsformabweichung des i -ten Zahnpaares
$F(t)$:	Äußere Last entsprechend der Reduktion des (konstanten) Antriebsmomentes auf den Grundkreis des Ritzels
m	:	Reduzierte Masse

In Gleichung (2) sind die wesentlichen Anregungsursachen enthalten. Es wird für jedes Zahnpaar die sich aus der Summe der Drehwegdifferenz $x(t)$ und der Verzahnungsabweichungen $x_{fi}(t)$, bzw. deren zeitlichen Ableitungen ergebende Zahnkraft $F_{zi}(t)$ ermittelt. Anschließend werden die Einzelkräfte über alle im Eingriff stehenden Zahnpaare i zur Gesamtverzahnungskraft aufsummiert.

Bei einer quasistatischen Betrachtungsweise des Ein-Masse-Schwingers spielt das Eigenschwingungsverhalten keine Rolle für die Schwingungsantwort - die Feder lenkt entsprechend der anregenden Kraft aus. Somit kann nur der Einfluss der Verzahnungssteifigkeit und -abweichungen, die beiden wichtigsten Anteile der Anregung, gesondert behandelt werden [33].

Quasistatischer Grenzzustand $n \rightarrow 0$

Unter Vernachlässigung von Massen- und Dämpfungskräften, die nur für die Schwingungsantwort, nicht aber für die Anregung aus der Verzahnung eine

Rolle spielen, wird Gleichung (2) zu:

$$x(t) = \frac{F - \sum_i [c_{zei}(t) \cdot x_{fi}(t)]}{\sum_i c_{zei}(t)} \quad (3)$$

Anschaulich kann man sich dies durch ein sehr langsames Durchdrehen der Getriebestufe bei konstanter Last vorstellen. Dabei führen die Steifigkeitsschwankungen zu entsprechenden Drehbewegungen. $x(t)$ aus Gleichung (3) ergibt die Drehwegabweichung der Verzahnung unter Last. Diese Drehwegabweichung ist als Beurteilungskriterium für die Verzahnungsanregung nur bedingt geeignet, da die Schallleistung eine Funktion der Drehwegabweichung und der mittleren Verzahnungssteifigkeit ist. Die Drehwegabweichung als relative Größe ist somit als Maßstab für die Schwingungsanregung nur beim Vergleich von Verzahnungen mit gleicher mittlerer Verzahnungssteifigkeit sinnvoll [33].

Quasistatischer Grenzzustand $n \rightarrow \infty$

Den quasistatischen Grenzzustand bei $n \rightarrow \infty$ kann man sich anschaulich durch ein weit überkritisch betriebenes Getriebe vorstellen. Aus Gleichung (2) kann hergeleitet werden:

$$F_z(t) = \sum_i \{c_{zei}(t) \cdot [x + x_{fi}(t)]\} \quad (4)$$

$F_z(t)$ stellt die zeitlich veränderliche Verzahnungskraft dar.

Aufgrund der Trägheit können die Radmassen keine Ausgleichsbewegungen ausführen. Das bedeutet, dass die steifigkeitsbedingten Verzahnungskraftschwankungen nicht in entsprechende Drehwegänderungen umgesetzt werden. Somit ergibt sich ein veränderlicher Verlauf der Verzahnungskraft.

Bei der quasistatischen Betrachtung bei $n \rightarrow 0$ und $n \rightarrow \infty$ wird die Ungleichmäßigkeit des Zeitsignals nur vom Verhalten des Zahneingriffs bestimmt.

Dynamische Berechnung

In dem FVA EDV-Programm DZP [1] wird für den Fall einer stationären Schwingung, Gleichung (2) durch numerische Integration nach Runge-Kutta gelöst

[1, 14]. Im Falle eines Ein-Masse-Schwingers (Bild 5) ergibt sich eine Abhängigkeit der Überhöhungen der Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz von der Bezugsdrehzahl N [59] des Ein-Masse-Schwingers. Somit ermöglicht die dynamische Berechnung eine realistische Bewertung der Schwingungsantwort bei gegebener Drehzahl und damit auch die Möglichkeit zu einem unmittelbaren Vergleich der Berechnung mit Prüfstandmessungen.

Bei der Massenmodellierung eines Getriebes ist die Verzahnungsdämpfung zu berücksichtigen. Gerber [16] führt diesbezüglich zahlreiche Untersuchungen durch und stellt eine Gleichung für das Dämpfungsmaß D_{ZE} einer Verzahnung mit $50 \text{ mm} < a < 200 \text{ mm}$ auf:

$$D_{ZE} = 0,00022 \cdot (a - 23)^{0,55} \cdot (\eta + 39)^{0,27} \cdot (v_t - 5)^{0,53} \quad (5)$$

2.3 Mechanismen der Schwingungsanregung im Zahneingriff (Verzahnungsanregung)

Als wesentliche Mechanismen der Verzahnungsanregung lassen sich nach Müller, Rettig [33, 42] nennen:

- Die zeitlich-veränderliche Verzahnungssteifigkeit
- Abweichungen der Verzahnungskontur von der exakten Evolventengeometrie durch gezielt gefertigte Verzahnungskorrekturen, durch Fertigungsabweichungen der Räder und durch ihre Einbaulage im Getriebe (Achsschrägung, Achsneigung, Losradlagerung auf der Welle)
- Die aus dem Fertigungsverfahren resultierende Oberflächenstruktur und Rauheit der Zahnflanken
- Die aus der lastbedingten elastischen Verformung des Wellen-/Lagersystems resultierenden Abweichungen in der Verzahnung
- Die Überdeckungsvergrößerung unter Last (vor- und nachzeitiger Zahneingriff)
- Die Umkehr der Reibkraft verursacht durch die unterschiedliche Richtung der Gleitgeschwindigkeit an Zahnkopf und -fuß
- Der Eingriffs- bzw. Austrittsstoß

Die Überdeckungsvergrößerung unter Last und das Auftreten des Eingriffs- und Austrittsstoßes sind eine Folge der elastischen Verformung der Verzahnung unter Last. Aus der Verformung resultiert eine Störung des kinematisch exakten Zahneingriffes - im Bereich des Ein- und Auslaufs ist das Verzahnungsgesetz nicht erfüllt.

2.4 Einflussgrößen der Verzahnungsanregung

2.4.1 Einfluss der Verzahnungssteifigkeit

Der Verlauf der Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$ über der Zeit ist bestimmend für die Anregung einer Verzahnung. Er wird maßgebend von der Hauptgeometrie der Verzahnung beeinflusst.

Schon frühzeitig erkennt Graf Soden [18] in ersten Messungen tendenziell die Bedeutung des Übergangs von Gerad- auf Schrägverzahnung für das Getriebegeräusch. In **Bild 6** ist der Verlauf der Verzahnungssteifigkeit für eine Geradverzahnung und eine Schrägverzahnung nach [58] dargestellt.

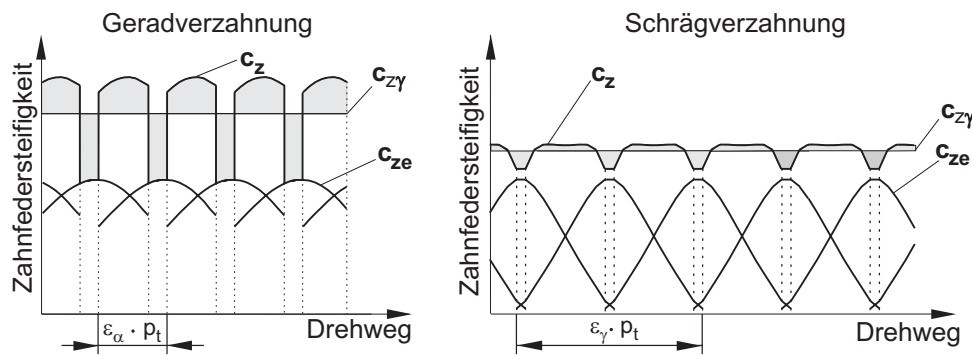


Bild 6: Zahnpaarsteifigkeit $c_{ze}(t)$, Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$ und mittlere Verzahnungssteifigkeit c_{zy} einer Gerad- und Schrägverzahnung.

Die Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$ setzt sich aus den parallel geschalteten Zahnpaarsteifigkeiten $c_{ze}(t)$ der sich im Eingriff befindlichen Zahnpaare zusammen, wobei der Kreuzeinfluss - die an einem Zahnpaar durch die Belastung benachbarter Zahnpaare hervorgerufenen Verformungen - vernachlässigt wird. Wie in Bild 6 für eine Gerad- und eine Schrägverzahnung dargestellt, wird die Schwankung der Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$ hauptsächlich durch die unterschiedliche Anzahl von den sich in Eingriff befindenden Zahnpaaren in Zusammenhang mit den entsprechenden Verläufen der Zahnpaarsteifigkeit $c_{ze}(t)$ der einzelnen Zähne über den Eingriff verursacht. Bei Geradverzahnungen trägt ein Zahnpaar schon bei Eingriffsbeginn über die ganze Breite. Da in erster Näherung die Zahnpaarsteifigkeit $c_{ze}(t)$ zur Berührlinienlänge proportional ist, führt bei Geradverzahnung das Eingreifen eines neuen Zahnpaars zu einem deutlichen Sprung im Verlauf der Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$. Bei Schrägverzahnungen nimmt die Berührlinienlänge und damit auch die Kraftaufnahme, beginnend am Einlauf, allmählich zu. Aus diesem Grund besitzt die Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$ bei Schrägverzahnungen im Allgemeinen einen glatteren Verlauf als bei Geradverzahnungen. Aus Bild 6 wird ersichtlich, dass für die Bestimmung des Verlaufs der Verzahnungssteifigkeit $c_z(t)$ über der Zeit eine genaue Kenntnis der

Zahnpaarsteifigkeit $c_{ze}(t)$ notwendig ist. Die Zahnpaarsteifigkeit wird anhand zahlreicher theoretischer Annahmen in Simulationsrechnungen [9, 42, 28] ermittelt. Die Berechnung der zeitlich-veränderlichen Zahnpaarsteifigkeit erfolgt bei Rettig [42] nach dem für Geradverzahnungen gültigen Ansatz von Weber/Banaschek [53]. Die dabei verwendeten Rechenmodelle weisen bedingt durch die zur Verfügung stehende Rechenleistung nur eine geringe Zahl von Freiheitsgraden auf. Linke [28] berücksichtigt die zeitlich veränderliche Verzahnungssteifigkeit, indem er durch Linearisierung die Steifigkeit in einem bestimmten Bereich als konstant annimmt. Die sich so ergebenden linearen Modelle werden rechnerisch gelöst und die Gesamtlösung durch Aneinandersetzen der Teillösungen an den Übergangsbereichen bestimmt. Indem er die Schrägverzahnung als einzelne parallel geschaltete geradverzahnte Scheiben modelliert, überträgt Bosch [9] den für Geradverzahnungen gültigen Ansatz von Weber/Banaschek [53] auf Schrägverzahnungen. Die Zahnpaarsteifigkeit einer Scheibe berechnet er nach dem Ansatz von Weber/Banaschek [53]. Baethge [6] setzt als Näherung die Zahnpaarsteifigkeit einer Schrägverzahnung proportional zur Berührlinienlänge an. Daraus ergibt sich für ein günstiges Geräuschverhalten die Forderung nach einer ganzzahligen Sprungüberdeckung, bei der die Gesamtberührlinienlänge der Verzahnung zeitlich konstant bleibt. Er belegt dies mit Messungen der Drehwegabweichung unter Last.

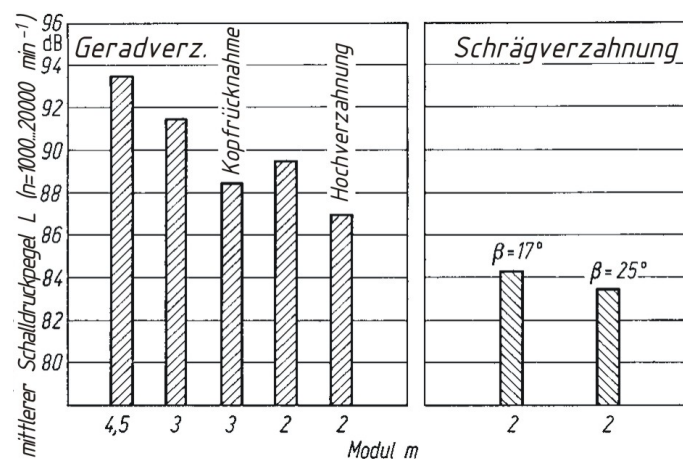


Bild 7: Einfluss des Übergangs von Gerad- auf Schrägverzahnung auf den Schalldruckpegel nach Niemann [37].

Der Einfluss der Verzahnungssteifigkeit auf das Geräuschverhalten von Verzahnungen wird experimentell von Niemann [37] und Knabel [27] behandelt. Niemann und Knabel [37, 27] untersuchen den Einfluss des Überganges von Normal- auf Hochverzahnung (bei Geradverzahnung) und von Gerad- auf Schrägverzahnung. In Bild 7 sind entsprechende Ergebnisse einer Schalldruckpegelmessung, durchgeführt in einem Hallraum, dargestellt.

Knabel [27] führt auch Messungen von Torsionsschwingungen am Radkörper durch. In Bild 8 sind einige Ergebnisse dargestellt. Diese belegen, dass mit sinkendem Steifigkeitssprung die Torsionsbeschleunigung deutlich abnimmt.

Allgemein geben die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen von Niemann und Knabel [37, 27] die Tendenz aus theoretischen Modellen gut wieder.

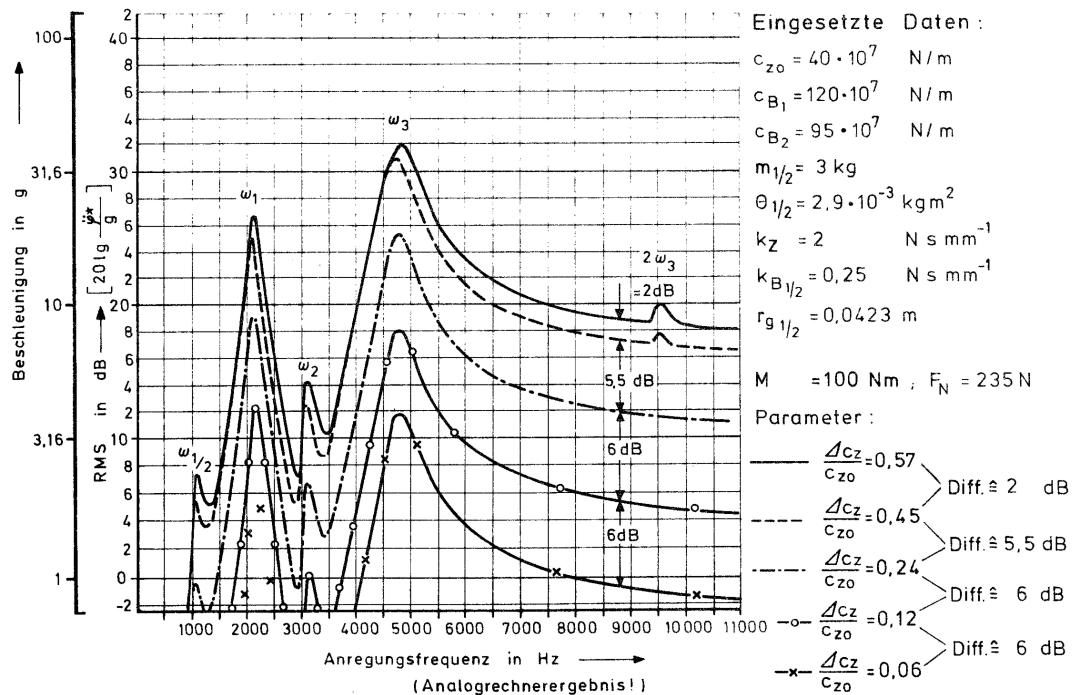


Bild 8: Einfluss der Verzahnungssteifigkeit auf die Torsionsbeschleunigung nach Knabel [27].

Die Lastverteilung längs der Berührlinie einer Schrägverzahnung wird in den Arbeiten von Schmidt [47], Ziegler [58] und Placzek [39] näher betrachtet. Schmidt greift die Plattentheorie von Kagawa [24] und Hayashi [19] auf und beschreibt hiermit das Zahnpaar als einseitig eingespannte Platte. Ziegler modelliert den Zahn als eingespannten kurzen Balken, der entlang der Berührlinie mit mehreren Einzelkräften belastet wird. Der Balken wird entsprechend der Zahl der Einzelkräfte in Scheibenelemente zerlegt, die einzelnen Scheiben sind untereinander gekoppelt. Aufgrund der unterschiedlichen verwendeten Modelle ergibt sich für den Ansatz nach Schmidt im Bereich des Eingriffsbeginns und -endes eine wesentlich niedrigere Steifigkeit als nach dem Ansatz nach Ziegler. Nach dem Ansatz von Ziegler stellt sich ein besonders gleichmäßiger Verlauf der Verzahnungssteifigkeit bei ganzzahliger Gesamtüberdeckung ein, nach Schmidt ist dagegen eine ganzzahlige Sprungüberdeckung anzustreben. Mark [30] geht wie Baethge von einer zur Berührlinienlänge proportionalen Verzahnungssteifigkeit aus.

Der Verlauf der Verzahnungssteifigkeit einer unkorrigierten Stirnradstufe über dem Eingriff und damit die parametrische Schwingungsanregung wird wesentlich von der Profil- und der Sprungüberdeckung beeinflusst. In den Arbeiten von Müller [33] und Sattelberger [46] wird der Einfluss von Profil- und Sprungüberdeckung auf den Zahnkraftpegel L_{Fz} [33] (siehe auch Kapitel 2.5) anhand des „Steppdeckendiagramms“ in **Bild 9** untersucht. Dabei wird von einer abweichungsfreien, unkorrigierten evolventischen Verzahnung ausgegangen.

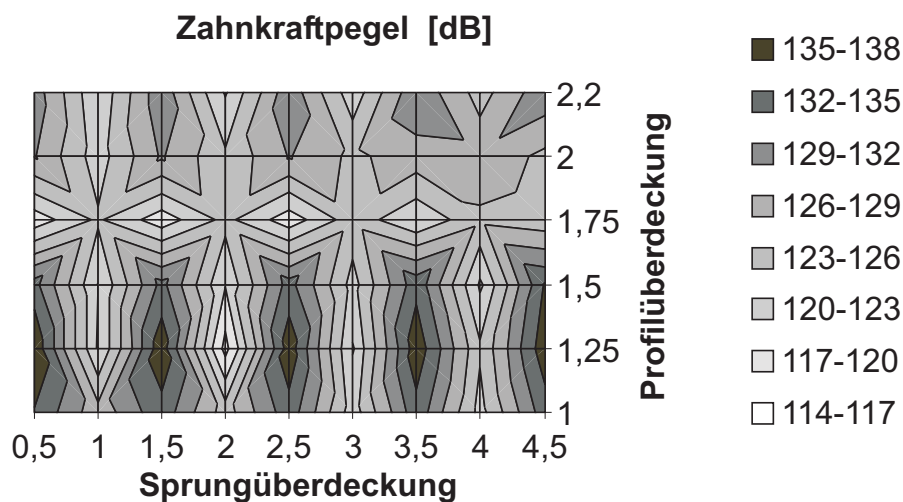
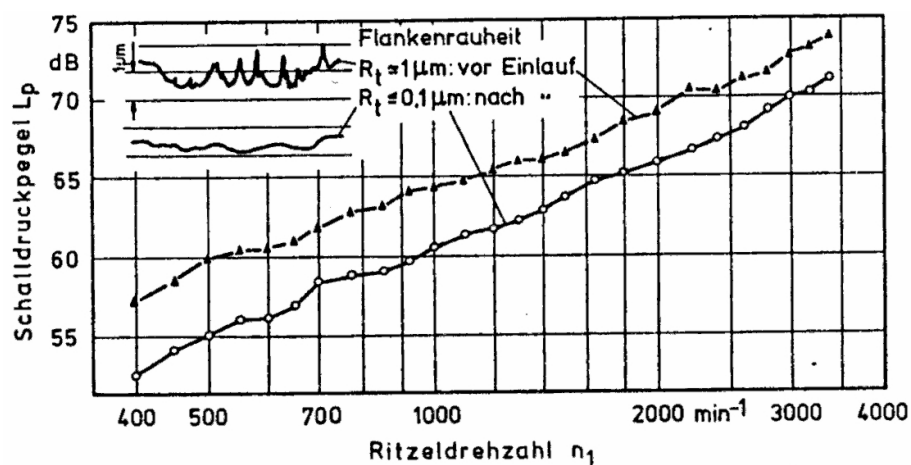


Bild 9: Steppdeckendiagramm: Abhängigkeit des Zahnkraftpegels L_{Fz} von Profil- und Sprungüberdeckung in Anlehnung an Müller [33].

Die Variation der Profilüberdeckung erfolgt durch die Anpassung der Kopfkreisdurchmesser. Die Variation der Sprungüberdeckung erfolgt dem Versuch entsprechend durch Änderung der Verzahnungsbreite bei gleich bleibender Linienlast. Es ist zu beachten, dass mit Zunahme der Sprungüberdeckung auch ein entsprechend größeres Drehmoment übertragen wird. Bild 9 zeigt Rechenergebnisse des Zahnkraftpegels L_{Fz} für eine abweichungsfreie, unkorrigierte Verzahnung bei konstanter Linienlast von $F_{bt}/b = 550 \text{ N/mm}$ für Prüfverzahnungen aus [33] mit einem Normalmodul $m_n = 3,0 \text{ mm}$ bei einem Achsabstand $a = 140 \text{ mm}$. Für diese Beispielverzahnungen ergibt sich im Bereich der Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha \leq 1,6$ und $\epsilon_\alpha \geq 1,9$ ein Minimum des Zahnkraftpegels bei ganzzahligen Werten der Sprungüberdeckung ϵ_β . Dazwischen findet sich jeweils ein Maximum. Im Bereich $1,6 \leq \epsilon_\alpha \leq 1,9$ verschwindet dieses Maximum, der Verlauf des Zahnkraftpegels zeigt bei den Sprungüberdeckungen $\epsilon_\beta = 1,5/2,5$ und $3,5$ sogar etwas niedrigere Werte als bei ganzzahliger Sprungüberdeckung und nähert sich einer mit steigender Sprungüberdeckung monoton fallenden Geraden an.

2.4.2 Einfluss der Oberflächenrauheit und Reibung

Niemann/Winter [37] stellen fest, dass Oberflächenbehandlungen in Form von Nitrieren, Kugelstrahlen, Phosphatieren keinen merklichen Einfluss auf das Anregungsverhalten haben. Beim Einlaufklappen mit aggressiven Getriebeölen, besonders bei Schrägverzahnungen, können jedoch einzelne Harmonische des Zahneingriffs unerwünscht dominant hervortreten. Niemann/Hösel [22, 37] formulieren, dass durch entsprechende Einlaufmittel und Einlauf Oberflächenrauheiten vermindert werden können, was sich positiv auf das Anregungsverhalten auswirkt (**Bild 10**).



Zahnraddaten:

$m_n = 3 \text{ mm}$; $z_1 = 18$; $z_2 = 29$; $x_1 = -0,038$; $x_2 = -0,137$;

$b = 22 \text{ mm}$; $\beta = 40^\circ$

DIN-Qualität 2...3

Bild 10: Einfluss der Flankenrauheit auf den Schalldruckpegel; Auswirkung des Einlaufvorganges auf die Flankenrauheit [22, 37].

Nach Unterberger [52] besteht eine in etwa lineare Abhängigkeit zwischen Lautstärke und Rauheit der Zahnflanken für alle Herstellungsarten der von ihm untersuchten Zahnräder.

Nach Beumler [8] behindert die Flankenrauheit die Ausbreitung des dämpfenden Ölschmierfilms, was zu metallischen Berührung der Zahnflanken führen kann. Beides wirkt sich nachteilig auf das Geräusch aus.

Ishida [23] untersucht das Reibgeräusch und den Wälzkreisimpuls bei Geradverzahnungen. Nach seinen Erkenntnissen spielen das Reibgeräusch und der Wälzkreisimpuls eine wesentliche Rolle für die Verzahnungsanregung. Zur Analyse dieser Einflüsse werden Parallelversuche in einem Zahnradprüfstand und in einem Rollenprüfstand mit veränderlichem Schlupf gefahren und die Ergebnisse miteinander verglichen. Nach den durchgeführten Untersuchungen wird das Reibgeräusch maßgebend durch die Rauheit, das spe-

zifische Gleiten und die Gleitgeschwindigkeit beeinflusst, dagegen nur wenig durch die Zahnkraft, vor allem bei großem spezifischem Gleiten. Während des Eingriffs ist das Reibgeräusch an der Eintrittsseite größer als das am Auslauf der Walzen bzw. Zahnflanken. Als Erklärung für die Entstehung des Reibgeräusches wird das Zusammenwirken einer durch die Reibbewegung der aufeinander gleitenden Flanken erregten Schwingung mit dem augenblicklichen Schwingungsimpuls aus der Reibkraftumkehr und der Zahndehnung angegeben. Das Reibgeräusch wird hauptsächlich als Luftschall und nicht als Körperschall abgestrahlt. Sein Anteil am Getriebegesamtgeräusch beträgt 5 bis 15% und der Anteil aus dem Wälzkreisimpuls beträgt etwa 10 bis 40% bei niedriger Zahneingriffsfrequenz.

Unterberger [52] stellt fest, dass bei unterschiedlichen Herstellungsarten der Zahnräder eine lineare Abhängigkeit zwischen der Lautstärke und der Rauheit der Flanken besteht.

Der Wälzkreisimpuls, der zusammen mit dem Einzeleingriffsimpuls den größten Geräuschanteil hervorruft, entsteht durch die plötzliche Umkehr der Reibkraft im Wälzpunkt. Das durch ihn hervorgerufene Geräusch wird durch veränderte Betriebsbedingungen nur wenig beeinflusst, jedoch durch den Schwingungsvorgang mit zunehmender Zahnfrequenz überdeckt.

Bei Schrägverzahnung hat die Reibkraftumkehr nahezu keinen Einfluss auf die Verzahnungsanregung, da sich in einer gegebenen Eingriffsstellung nur ein Punkt einer Berührlinie auf dem Wälzzyylinder befinden kann. Dabei befindet sich ein Teil der Berührlinie im Bereich des positiven und ein Teil der Berührlinie im Bereich des negativen Gleitens. Unter Berücksichtigung aller sich gleichzeitig im Eingriff befindlichen Berührlinien wird der Einfluss der Reibkraftumkehr nahezu verschwinden.

Winter und Seifried [56] ermitteln durch Versuche auf der Laufprüfmaschine den Zusammenhang zwischen der Verzahnungsgenauigkeit und der Oberflächenstruktur der Zahnflanke (verschiedene Schliffarten, Oberflächenbehandlung usw.) einerseits und dem Laufgeräusch andererseits. Die konstant gehaltene Drehzahl beträgt 3000 U/min. Für die Endbearbeitung der Verzahnung werden zehn unterschiedliche Verfahren angewendet:

- a) Wälzschleifen mit Schleifschnecke (Wälzschliff),
- b) Formschliff,
- c) Teil-Wälzschliff (Kreuzschliff),
- d) Schaben,
- e) Wälzschliff-kugelgestrahlt,
- f) Formschliff-kugelgestrahlt,
- g) Wälzschliff-phosphatiert,

- h) Formschliff-phosphatiert,
- i) Schaben-weichnitriert und
- j) Wälzschliff-weichnitriert.

An Versuchsrädern werden nachstehende Verzahnungsfehler gemessen:

1. Zweiflanken-Wälzfehler F_{iL} "(Versuchsrاد mit Lehrzahnrad), Zweiflanken-Wälz sprung f_{iL} "(Versuchsrاد mit Lehrzahnrad).
2. Zweiflanken-Wälzfehler F_{iW} "(Versuchsrاد mit Versuchsrاد), Zweiflanken-Wälz sprung f_{iW} "(Versuchsrاد mit Versuchsrاد).
3. Einflanken-Wälzfehler F_i' (Versuchsrاد mit Lehrzahnrad), Einflanken-Wälz sprung f_i' (Versuchsrاد mit Lehrzahnrad).
4. Grundkreisfehler F_g ,
5. Flankenformfehler f_f und
6. Flankenrichtungsfehler f_β .

Das Geräuschverhalten wird mit zunehmenden Fehlern (F_{iL} ", f_{iL} ", f_f) schlechter. Allerdings durchlaufen die Kurven bei den größeren Fehlern teilweise ein Maximum und fallen wieder leicht ab. Mit zunehmendem f_i' werden die Geräusche immer lästiger. Das Geräuschverhalten ist sehr schlecht bei $F \ll 0$, d. h. wenn $F_{g2} < 0$ und $F_{g1} > 0$ ist, also wenn der Kopf des treibenden Rades zurücksteht und der Kopf des getriebenen Ritzels vorsteht. Es empfiehlt sich also, den Kopf des treibenden Rades zurückzunehmen und den des getriebenen Rades eher etwas vorstehen zu lassen, um Eingriffstöße zu vermeiden. Es zeigt sich, dass der Schalldruck der Radpaarungen Kreuzschliff mit Glattschliff oder Kreuzschliff mit Kreuzschliff und der Paarungen mit geschabten Rädern erkennbar höher liegt als der Schalldruck von gleich gut beurteilten Paarungen aus Rädern mit Glattschliff. Dasselbe gilt für den mittleren „Gesamtfehler“. Sein Verlauf entspricht ungefähr dem des Schalldrucks. Im Vergleich zum Glattschliff wird das Geräusch von Kreuzschliff-flanken trotz etwas größerer Fehler und etwas höheren Schalldrucks gleich beurteilt. Bei gleicher Geräuschbeurteilung wie bei Glattschliff haben die geschabten Verzahnungen erheblich größere Fehler und strahlen einen größeren Schalldruck ab. Bei gleichem Schalldruck werden Radpaarungen mit geschabten oder Kreuzschliff-Rädern im Durchschnitt besser beurteilt als Paarungen aus gleitgeschliffenen Rädern.

2.4.3 Einfluss der Verzahnungskorrekturen

Rettig [43, 44] formuliert die Anregungsfunktion für eine Verzahnung mit Zahnfeder- und Zahnfehlererregung. Er verdeutlicht allgemein, dass sich durch Verzahnungskorrekturen die Steifigkeitsschwankungen aus der Zahnfeder ausgleichen lassen.

Baethge [6] diskutiert die Verwendung einer langen evolventischen Profilkorrektur. Mit dieser Korrektur lässt sich der Drehwegfehler bis auf einen sehr kleinen Restbetrag reduzieren. Dabei ist zu beachten, dass die Profilkorrektur nur für die Belastung einen minimalen Drehwegfehler ergibt, für die der Betrag der verwendeten Kopfrücknahme gleich der Zahnverformung ist. Nach Niemann/Winter [37] erzeugt eine Profilkorrektur in Form einer Kopfrücknahme einen Abbau des Eingriffs- und Austrittsimpulses. Bei Ausführung einer langen Kopfrücknahme ergibt sich im Vergleich zu einer kurzen Rücknahme ein Abbau des Sprunges der Verzahnungssteifigkeit. **Bild 11** erläutert diesen Zusammenhang anhand der Auswirkung der unterschiedlichen Korrekturen, ausgeführt auf die Geradverzahnung, auf die Zahnkraft (a), Zahnverformung (b), Drehwegabweichung (c) und die Form der Korrektur im Evolventendiagramm (d).

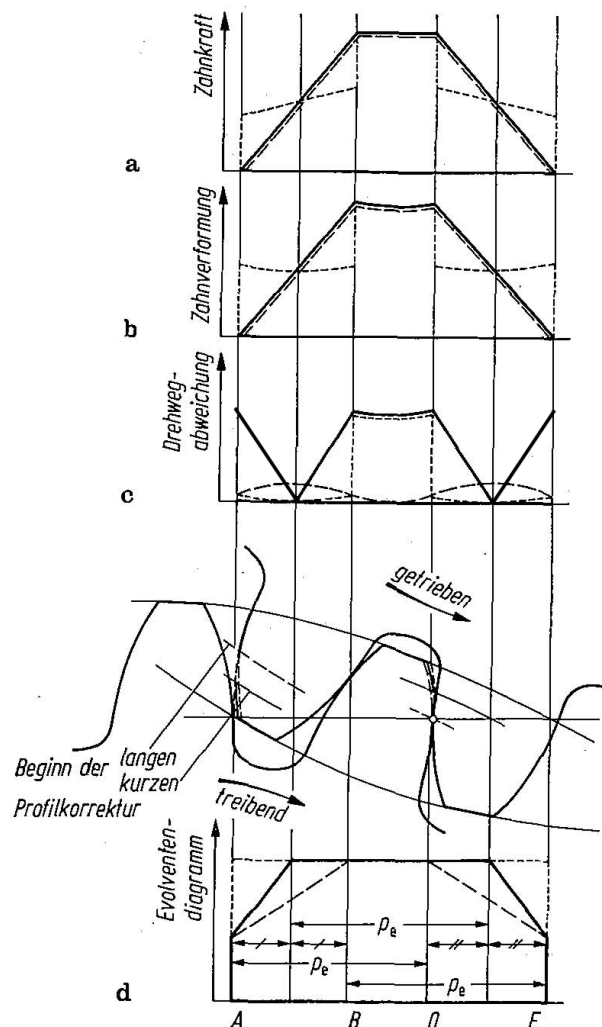


Bild 11: Einfluss einer kurz- und langevolventischen Profilkorrektur [37].

Die unkorrigierte Verzahnung ist kurz gestrichelt, die Verzahnung mit kurzevolventischer Korrektur durchgezogen und die Verzahnung mit langevolventischer Korrektur lang gestrichelt dargestellt. Nur die langevolventische Korrektur erzeugt ein Evolventendiagramm, das die Zahnverformung optimal ausgleicht. Dies führt zu einer nahezu konstanten Drehwegabweichung. Diese Betrachtungen gelten jedoch nur für eine bestimmte Last, da die lastabhängige Verformung der Verzahnung dem Korrekturbetrag der Profilkorrektur entsprechen muss. Deshalb wirkt die jeweilige Korrektur nur optimal für die gewählte Auslegungslast. Bei Teillast ergibt sich eine geringere Überdeckung und damit eine Verschlechterung des Anregungsverhaltens. Dieser Sachverhalt zeigt sich in **Bild 12**. Die Verzahnungsvarianten mit Profilkorrekturen, die für höhere Lasten ausgelegt sind, weisen im Teillastbereich ein schlechteres Geräuschverhalten auf als die unkorrigierte Verzahnung.

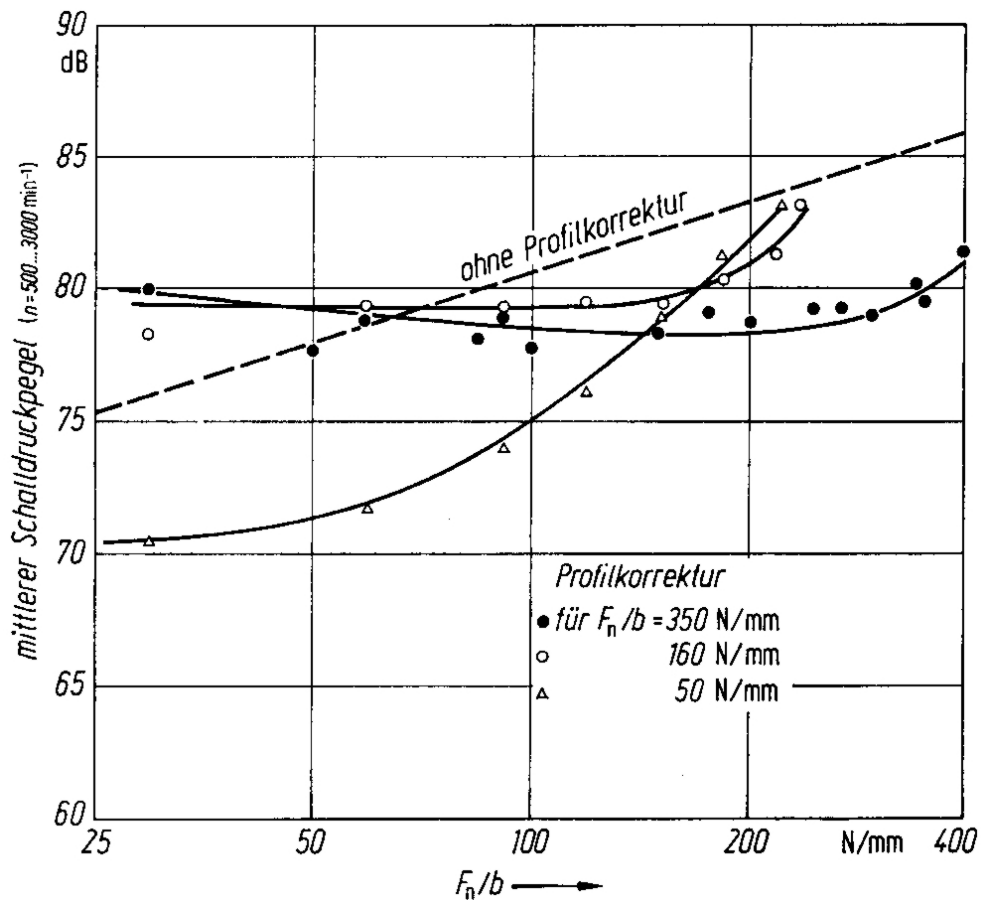


Bild 12: Einfluss von Profilkorrekturen auf die Geräusentwicklung eines Getriebes nach Tesch [50].

Bei Ausführung einer Anregungskorrektur ist generell auf ausreichende Verzahnungsqualität zu achten. Sonst wird das Übertragungsverhalten der Verzahnung durch die Wirkung der Verzahnungsabweichungen bestimmt. Bei Einsatz einer Breitenballigkeit ergibt sich eine ungünstige Auswirkung bei vorher günstiger Lastverteilung aufgrund größerer Belastung und damit größerer Verformung in Mitte der Zahnbreite. Führt der Einsatz der Balligkeit zur Vermeidung von einseitigem Tragen wird das Anregungsverhalten verbessert, da vorhandene Flankenlinienabweichungen ausgeglichen werden können [37]. Spirling [48] untersucht den Einfluss einer kurz- und einer langevolventischen Profilkorrektur gleichen Betrags auf den Schalleistungsspiegel einer Beispielgeradverzahnung (Bild 13). Er stellt fest, dass bei einer Geradverzahnung auch durch die Länge der Profilkorrektur die Lage des Geräuschminimums beeinflusst werden kann.

Müller [32, 33] beschreibt allgemein den positiven Einfluss von Profilkorrekturen (lange Kopfrücknahme, Höhenballigkeit) auf die Anregung bei Auslegungslast.

- $\beta = 0^\circ$
 Drehzahlbereich $n = (600 - 1000)\text{min}^{-1}$
 Verzahnung geschliffen
 $b = 40\text{ mm}$
- ① ohne Korrektur
 - ② langevolventische Profilrücknahme $c_a = 30\ \mu\text{m}$
 - ③ kurzevolventische Profilrücknahme $c_a = 30\ \mu\text{m}$

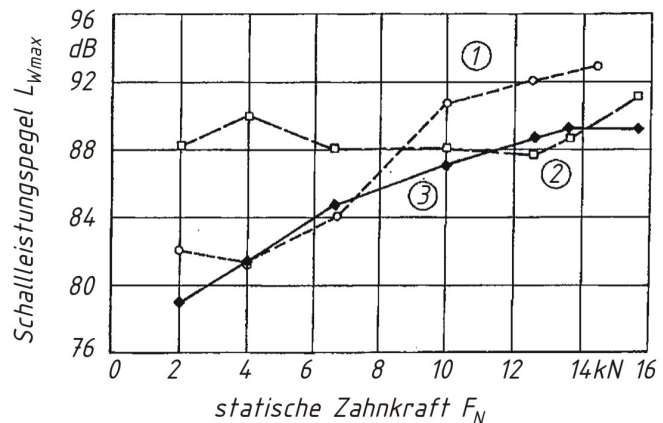


Bild 13: Wirkung von kurz- und langevolventischen Profilkorrekturen nach Spirling [48].

Die **Bilder 14** und **15** zeigen die Auswirkung unterschiedlicher Profilkorrekturen auf das Anregungsverhalten einer Verzahnung. Bild 14 zeigt den Einfluss einer langen Kopfrücknahme auf das Anregungsverhalten einer Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 3,5$, Modul $m_n = 2,0\text{ mm}$. Es ist sowohl eine theoretische Betrachtung anhand einer Anregungsberechnung als auch die zugehörige Messung dargestellt.

Auch Müller stellt fest, dass sich unterhalb der Auslegungslast ein schlechteres Anregungsverhalten ergibt. Über der Auslegungslast nähert sich das Anregungsverhalten der korrigierten Variante an das der unkorrigierten Verzahnung an. Bei Verzahnungen geringer Anregung wird durch Profilkorrekturen nur die spektrale Zusammensetzung des Verzahnungskraftverlaufs (Anregungskraft) beeinflusst. Keinen Einfluss auf die Anregung erzeugt hierbei eine kurze Kopfrücknahme. Bild 15 zeigt die Variation des Betrags bei Ausführung einer langen Kopfrücknahme. Mit zunehmendem Korrekturbetrag verschiebt sich das Anregungsminimum zu höheren Laststufen hin. Eine Höhenballigkeit kann zu einem ähnlichen Anregungsverhalten führen wie die Ausführung von Kopfrücknahmen an einer Verzahnung. Bei Schrägverzahnung können Breitenballigkeiten ähnlich positiven Einfluss wie Profilkorrekturen haben. Hierbei ist das Tragbild unter Last maßgebend für die Schwingungsanregung.

Sattelberger [45, 46] beschreibt die Wirkung einer Korrektur als Weganregung und stellt dar, dass die Ausführung einer langen Kopfrücknahme eine Weganregung erzeugt, die der Anregung aus der Verzahnungssteifigkeit entgegengesetzt ist. Er wiederholt die Beschränkung der optimalen Wirkung auf die Auslegungslast. Er spezifiziert die getroffenen Aussagen bezüglich des Einflusses einer kurzen Rücknahme: diese zeigt nur bei Schrägverzahnung keine Wirkung auf das Anregungsverhalten. Topologische Korrekturen wirken bei Schrägverzahnung wie lange Kopfrücknahmen.

Geiser [14] zeigt an einem Praxisbeispiel, dass bei entsprechend sorgfältiger Auslegung und Fertigung die theoretische Funktion einer geräuschkmä-

Big optimierten Flankenkorrektur real umgesetzt werden kann. So kann beispielsweise durch die gewählte, gewälzte Flankenkorrektur eine deutliche Verbesserung hinsichtlich Anregung und Geräusch erzielt werden.

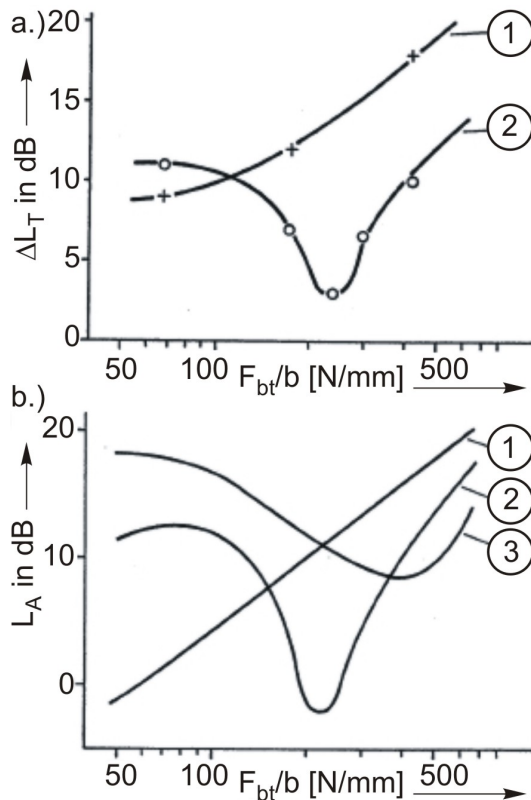


Bild 14: Einfluss einer langen Kopfrücknahme an Ritzel und Rad auf das Anregungsverhalten einer Verzahnung ($\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 3,5$, Modul $m_n = 2,0$ mm) in Messung und Rechnung nach Müller [33]

a) Gemessene Pegelüberhöhung über der statischen Last:

Kurve 1 : unkorrigierte Verzahnung (Qual. 4)

Kurve 2 : Ritzel und Rad mit langer Kopfrücknahme

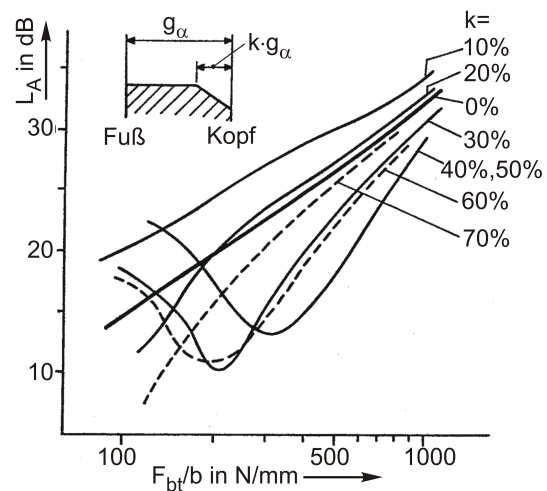


Bild 15: Einfluss der Länge einer Profilkorrektur in Form einer Kopfrücknahme an Ritzel und Rad auf das Anregungsverhalten einer Verzahnung nach Müller [33].

b) Anregungspegel L_A [33] über der Last (Rechnung):

Kurve 1 : unkorrigierte Verzahnung (abweichungsfrei)

Kurve 2 : Ritzel und Rad mit langer Kopfrücknahme, berechnet nach [33]

Kurve 3 : Ritzel und Rad mit langer Kopfrücknahme

Houser [21] verwendet zur Reduzierung des Transmission Errors (Übertragungsfehler) gewälzte Korrekturen, die neben der Hauptgeometrie zur Optimierung der Verzahnung bezüglich Anregung variiert werden.

Durch Flankenkorrekturen kann das Anregungsverhalten von Stirnradpaaren beeinflusst bzw. gezielt verbessert werden [33, 45, 15]. **Bild 16** zeigt bei-

spielhaft den Einfluss einer langen Kopfrücknahme auf das Anregungsverhalten einer Verzahnungsvariante mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 0,5$ aus [45], bewertet durch den Anregungspegel. Das (ungünstige) Anregungsverhalten der unkorrigierten Verzahnung wird durch die Ausführung einer langen Kopfrücknahme deutlich verbessert, was zu einer Absenkung des Anregungspegels nahezu über dem gesamten dargestellten Lastbereich führt.

Zur genaueren Betrachtung der Wirkungsweise einer linearen Kopfrücknahme in Bezug auf das Anregungsverhalten wird der Einfluss der kurzen und der langen Kopfrücknahme an Ritzel und Rad auf den Verlauf der Drehwegabweichung einer Geradverzahnung untersucht. In **Bild 17** sind für eine Geradverzahnung schematisch die Verzahnungssteifigkeit, der Korrekturbetrag für das Zahnpaar und

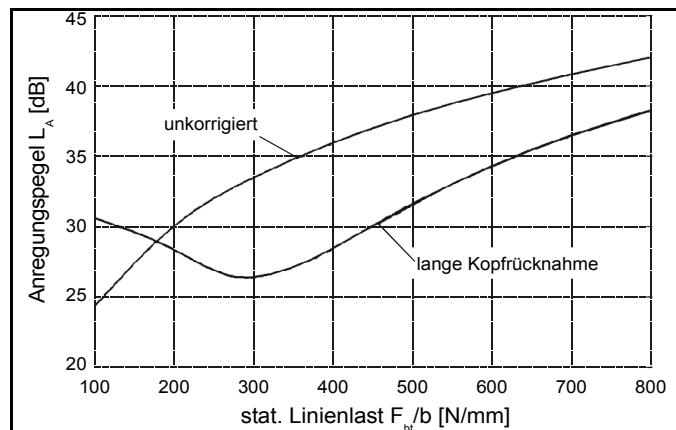


Bild 16: Einfluss einer langen Kopfrücknahme auf die Anregung einer Verzahnung mit $\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 0,5$ nach Sattelberger [45].

für die Verzahnung und die Drehwegabweichung unter Last dargestellt [45]. Es wird der Betrieb bei konstanter Last betrachtet. Bei der eingesetzten Last handelt es sich um die Auslegungslast der Korrektur, bei der alle Flankenbereiche gerade zum Tragen kommen. Die kurze Kopfrücknahme ist per Definition [37] halb so lang wie die lange Kopfrücknahme. Für die Summe aller sich im Eingriff befindlichen Zähne ergibt sich für die kurze Kopfrücknahme im Doppeleingriffsgebiet kein konstanter wirksamer Korrekturbetrag (Bild 17e) wie dies bei der langen Kopfrücknahme (Bild 17b) der Fall ist. Es entsteht eine dreieckförmige Weganregung. Diese Weganregung ergibt keinen ausreichenden Ausgleich der Schwankung der Verzahnungssteifigkeit (Bild 17d). Für die behandelte Auslegungslast verändert sich zwar der qualitative Verlauf der Drehwegabweichung, deren maximale Auslenkung bewegt sich jedoch weiterhin in der gleichen Größenordnung wie die der unkorrigierten Verzahnung (Bild 17f). Im Vergleich dazu wird aus Bild 17b ersichtlich, dass im Falle einer langen Kopfrücknahme der Verlauf der für alle eingreifenden Zahnpaare resultierenden Korrektur sich nahezu gegenphasig zum Verlauf der Verzahnungssteifigkeit (Bild 17a) ergibt. Für die Auslegungslast führt dies zu einer deutlichen Glättung des Verlaufs der Drehwegabweichung (Bild 17c). Die maximale Auslenkung der Drehwegabweichung ist gegenüber der unkorrigierten und der mit kurzer Kopfrücknahme korrigierten Verzahnung deutlich kleiner.

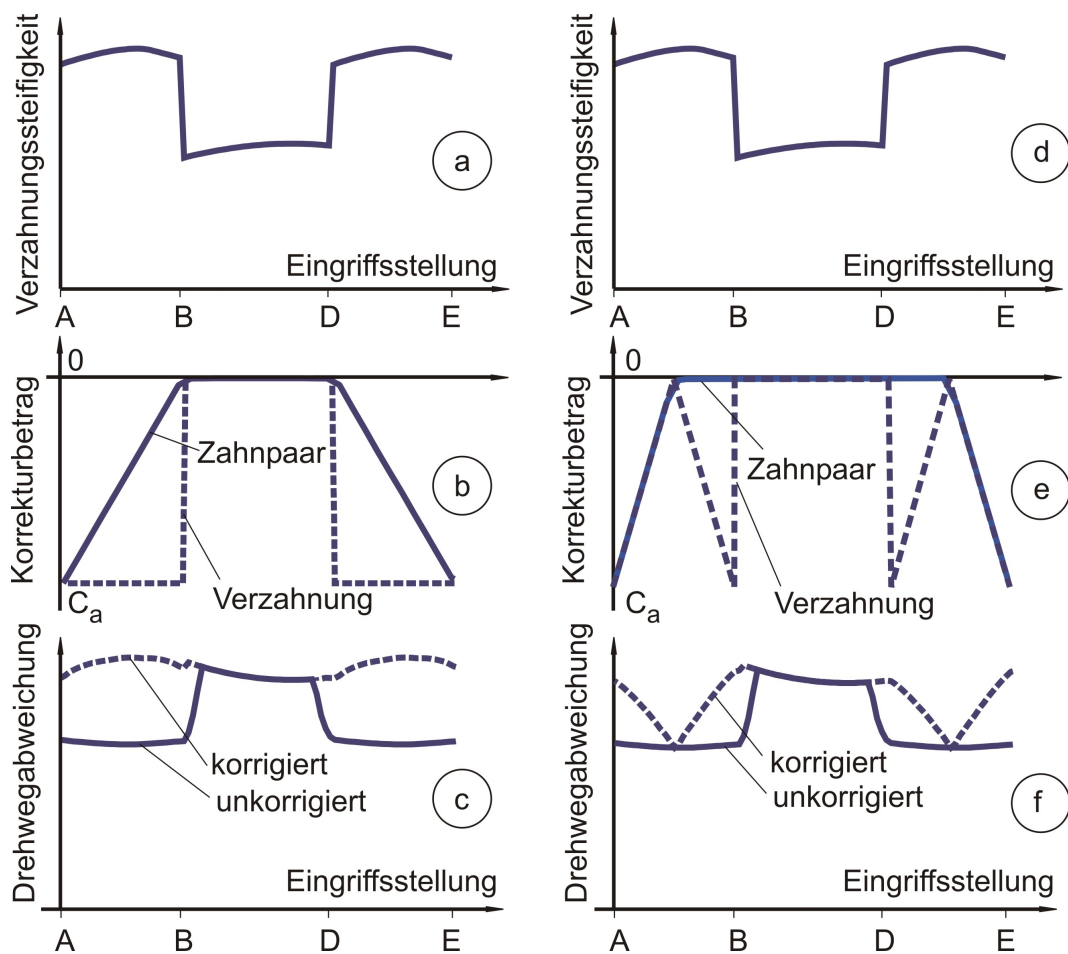


Bild 17: Verzahnungssteifigkeit, Korrekturbetrag und Drehwegverlauf einer Verzahnung nach Sattelberger [45].

- a) - c) lange Kopfrücknahme an Ritzel und Rad
 d) - f) kurze Kopfrücknahme an Ritzel und Rad

Die Sprünge im Verlauf der Drehwegabweichung sind zudem auch betragsmäßig deutlich kleiner. Ein günstigeres Anregungsverhalten der Verzahnungsvariante mit langer Kopfrücknahme im Vergleich zur Variante mit kurzer Kopfrücknahme ist die Folge.

Nach [45] kann bei allen Profil- und Flankenlinienkorrekturen bei einer vom Korrekturbetrag abhängigen Auslegungslast der Anregungspegel zum Teil erheblich reduziert werden. Im Teillastbereich treten dagegen Pegelüberhöhungen gegenüber der unkorrigierten Verzahnung auf.

2.4.4 Einfluss von Herstellabweichungen

Einzelteilungsabweichungen, Eingriffsteilungsabweichungen, Grundkreisabweichungen und Eingriffswinkelabweichungen führen nach Niemann/ Winter [37] zur Vergrößerung der Steifigkeitssprünge innerhalb eines Zahneingriffs und damit zu einem schlechteren Anregungsverhalten. Bei vorstehenden

Flankenteilen erfolgt zusätzlich eine Verstärkung des Impulses bei Eingriffsbeginn. Regellos am Umfang verteilte Teilungs- und Eingriffsteilungsabweichungen sind durch Seitenbänder zu den Zahnfrequenzen erkennbar. Flankenlinienabweichungen verkürzen das Tragbild. Dies bedeutet bei Schrägverzahnung eine Verkleinerung der Sprungüberdeckung. Bei vollem Tragbild ist trotzdem eine ungleichmäßige Kraftverteilung über der Zahnbreite möglich. Die stärkere Zahnverformung in höher belasteten Bereichen bedeutet größere Steifigkeitssprünge und verstärkte Eingriffsimpulse, die mit der Zahneingriffsfrequenz auftreten [37]. Profilformabweichungen können bei entsprechend welliger Form mehrerer Schwingungsimpulse pro Zahneingriff verursachen. Besonders bei Geradverzahnung ist dies kritisch und als hochfrequente Anregung erkennbar. Rundlauf- oder Summenteilungsabweichungen erzeugen Impulse mit der Drehfrequenz. Daraus ergeben sich Seitenbänder zur Zahneingriffsfrequenz [13].

Verzahnungsqualität

Niemann/ Winter [37] formulieren, dass ein ausgeprägter Einfluss von Verzahnungsdaten, wie Modul, Zähnezahl, Überdeckungen, Korrekturen, nur vorliegt, wenn eine Qualität nach DIN von 7 oder feiner vorliegt. Sonst überwiegt der Einfluss der Verzahnungsabweichungen. **Bild 18** zeigt Ergebnisse von Untersuchungen an Verzahnungen unterschiedlicher Herstellqualität. Im Bereich der untersuchten Qualitäten ist ein merklicher Einfluss auf das Geräuschverhalten festzustellen.

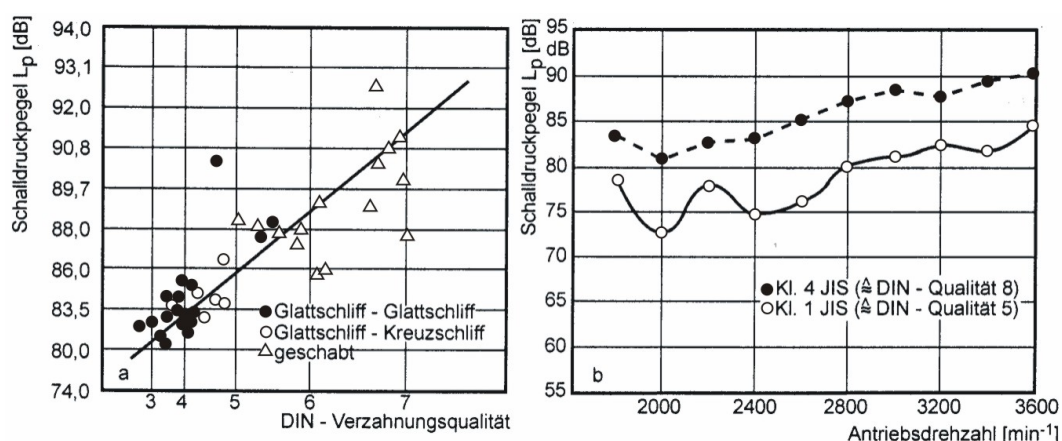


Bild 18: Einfluss der Verzahnungsqualität auf das Geräuschverhalten von Verzahnungen nach Niemann, Winter [37].

Der Einfluss der Verzahnungsqualität bzw. der Verzahnungsfehler ist nach Baethge [6] im Drehwegfehler deutlich feststellbar. Eine gute Verzahnungsqualität verursacht einen nur kleinen Drehwegfehler. Bei Radpaaren mit kleinem Drehwegfehleranstieg bei Belastung (infolge kleinem Berührlinienfaktor

q (Bild 27), etc.) ist eine gute Verzahnungsqualität besonders wichtig, da in diesem Fall der Drehwegfehler fast ausschließlich durch die Zahnfehler hervorgerufen wird. Nach Niemann/ Winter [37] besitzt die Verzahnungsqualität ihren überwiegenden Einfluss bei niedrigen Belastungen.

Es ergeben sich Pegelunterschiede von rund 3 dB je DIN-Qualität. Bei hoher Belastung sind die sich ergebenden Zahnverformungen größer als die Verzahnungsabweichungen. Es ergibt sich ein geringer Einfluss ab DIN-Qualität 4. Mittlere Qualitäten bis DIN-Qualität 8 erzeugen eine Erhöhung im Pegelverhalten von 1,5 bis 2 dB je Qualität (siehe auch Bild 18).

Auch **Bild 19** belegt einen Anstieg des Schalldruckpegels bei Verschlechterung der Qualität einer Verzahnung nach Heckl und Müller [20].

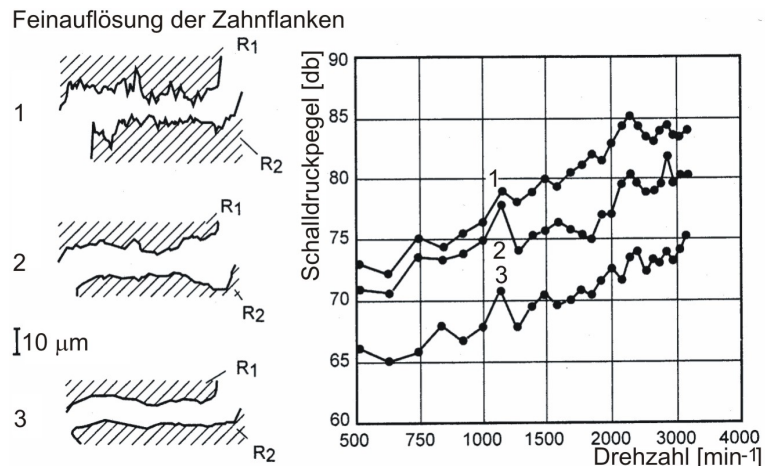


Bild 19: Einfluss der Verzahnungsqualität auf das Geräuschverhalten von Verzahnungen nach Heckl und Müller [20].

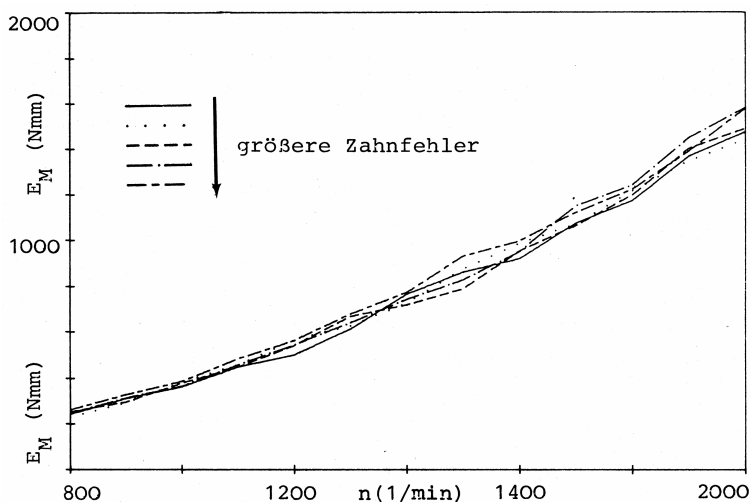


Bild 20: Geräuschverhalten bei Variation der Zahnfehler nach Küçükay [25].

Küçükay [25] untersucht allgemein das Geräuschverhalten einer Verzahnung bei Variation der Zahnfehler. Er bestätigt ebenfalls, dass mit größer werdenden Zahnfehlern, sich das Geräuschverhalten der untersuchten Verzahnung, besonders auch im höheren Drehzahlbereich, verschlechtert (**Bild 20**).

Der Einfluss der Herstellabweichungen wird im Rahmen zahlreicher

Forschungsarbeiten untersucht. Dabei werden insbesondere die Teilungsabweichungen, Profil- und Schrägungswinkelabweichungen und Welligkeiten auf der Zahnflanke intensiv behandelt.

Teilungsabweichungen

Im Spektrum auftretende Seitenbänder (Frequenzbereiche um die Zahneingriffsfrequenz und deren Vielfache) bzw. Zwischenfrequenzen können auch aus Verzahnungsabweichungen, wie z. B. Teilungsabweichungen resultieren.

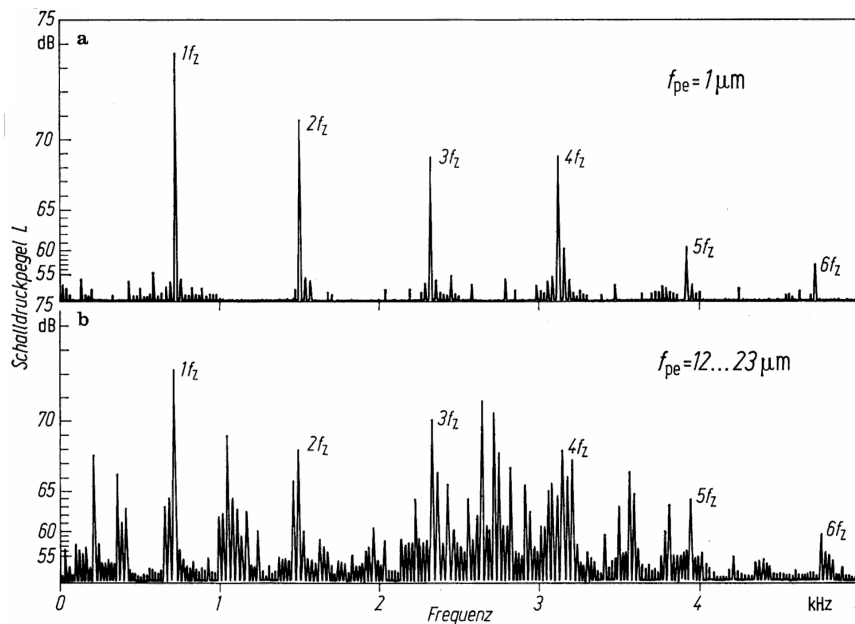


Bild 21: Schallpegelspektren zweier Verzahnungen mit unterschiedlicher Teilungsqualität nach Opitz [38].

Niemann [37] zeigt hierzu einen Vergleich von Schallpegelspektren zweier Verzahnungen, bei denen unterschiedliche Teilungsqualitäten ausgeführt wurden (**Bild 21**). Das untere der beiden Spektren in Bild 21 zeigt die Verzahnung mit deutlich schlechterer Teilungsqualität. Hier zeigen sich verstärkt Seitenbänder und Zwischenfrequenzen im Spektrum.

Auch Müller [33] stellt fest, dass herstellbedingte Verzahnungsabweichungen maßgebend bei Verzahnungen geringer Anregung (ganzzahlige Sprungüberdeckung) und bei niedriger Last sind. Deshalb ist hier eine höhere Verzahn-

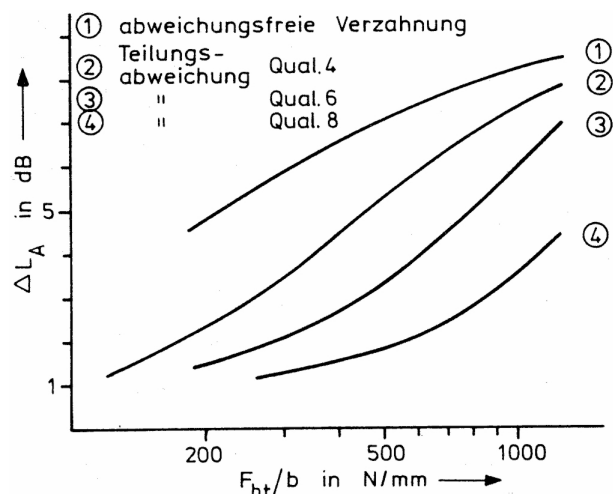


Bild 22: Einfluss der Teilungsqualität auf das Anregungsverhalten einer Verzahnung mit $\epsilon_\alpha = 1,0$, dargestellt als Differenz zu einer Verzahnung mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ nach Müller [33].

nungsqualität notwendig. Er vergleicht nach Bild 22 rechnerisch eine abweichungsfreie Verzahnung hoher Anregung ($\epsilon_\alpha = 1,5$) mit einer Verzahnung geringer Anregung ($\epsilon_\alpha = 1,0$), die unterschiedliche Teilungsqualität aufweist (s. vergleichend Bild 9) und stellt die absolute Differenz des Anregungspegels graphisch dar.

Aus **Bild 23** lässt sich nach Müller [33] die Auswirkung unterschiedlicher Verzahnungsqualitäten nach DIN auf die spektrale Zusammensetzung der Verzahnungskraft erkennen. Bei Qualität 0 ergibt sich dabei ein Spektrum, das theoretisch nur Kraftamplituden bei den Vielfachen der Zahneingriffsfrequenz aufweist. Mit Verschlechterung der Verzahnungsqualität nehmen die Seitenbänder im Spektrum zu, besonders im Bereich der Zahneingriffsfrequenz.

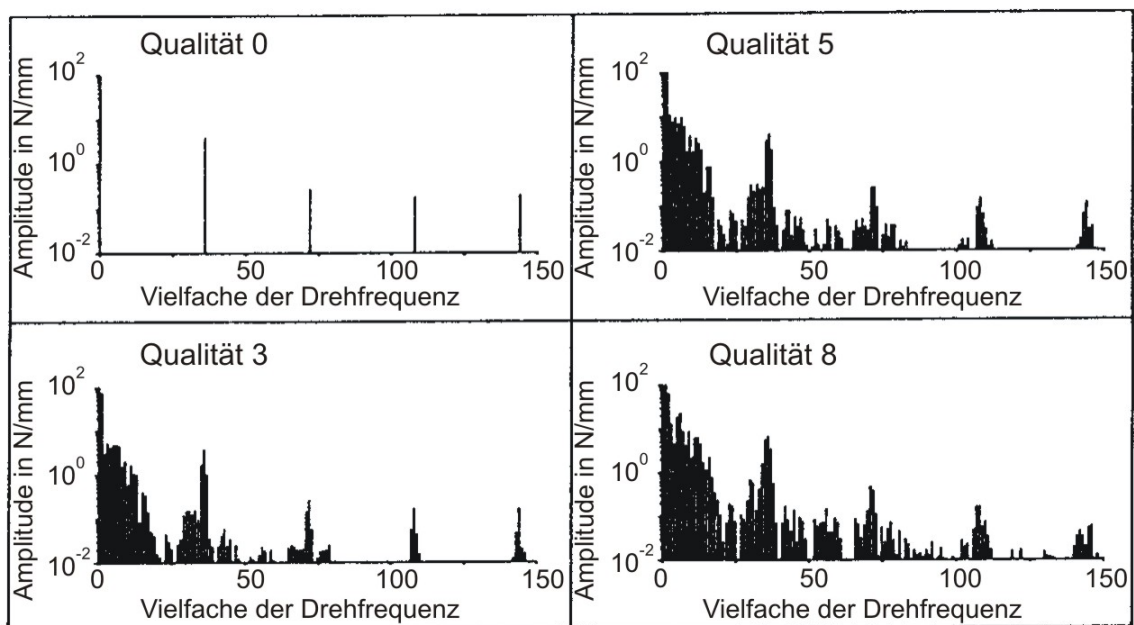


Bild 23: Spektren der Verzahnungskraft für Verzahnungen unterschiedlicher Teilungsqualität nach DIN [33].

Gerber [17] zeigt den Einfluss unterschiedlicher Einzelteilungsfehler auf die Schwingungs- und Geräuschanregung bei einem einzelnen vorstehenden Zahn. Er stellt bei höheren Abweichungen einen Anstieg der Schwankung der Verzahnungskraft bzw. des Anregungspegels fest. Allerdings ist der Einfluss dieser Abweichungen nur dann bestimmend für die Gesamtanregung, wenn es sich um eine ansonsten anregungsarme Verzahnung handelt.

Profil- und Schrägungswinkelabweichungen

Spirling [48] misst den Schalleistungspegel an zwei Verzahnungen mit unterschiedlichen Flankenlinienwinkelabweichungen (**Bild 24**). Er stellt fest,

dass sich bei der Verzahnung mit großer Flankenlinienwinkelabweichung im Vergleich zur abweichungsarmen Verzahnung eine deutliche Anhebung des Schalleistungspegels, besonders bei niedrigen Lasten, ergibt.

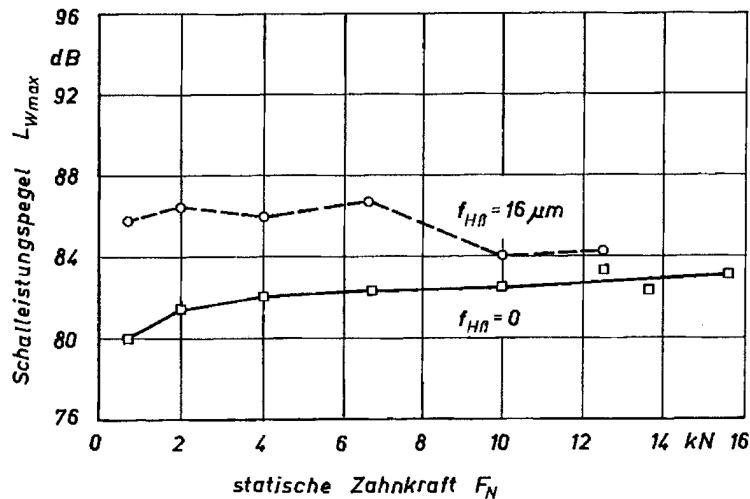


Bild 24: Einfluss einer Flankenlinienwinkelabweichung auf den Schalleistungspegel einer Verzahnung nach Spirling [48].

Welligkeiten

Nach Unterberger [52] prägen sämtliche periodische Fehler am Umfang des Zahnrades dem Geräusch diese Fehlerfrequenzen auf. Die Lautstärkezunahme ergibt sich naturgemäß deshalb, weil beim Vorliegen von Einzelfehlern diese zu den sonst vorhandenen Geräuschfrequenzen (Zahnfrequenzen) noch die Geräuschanteile der Fehlerfrequenzen dazuliefern.

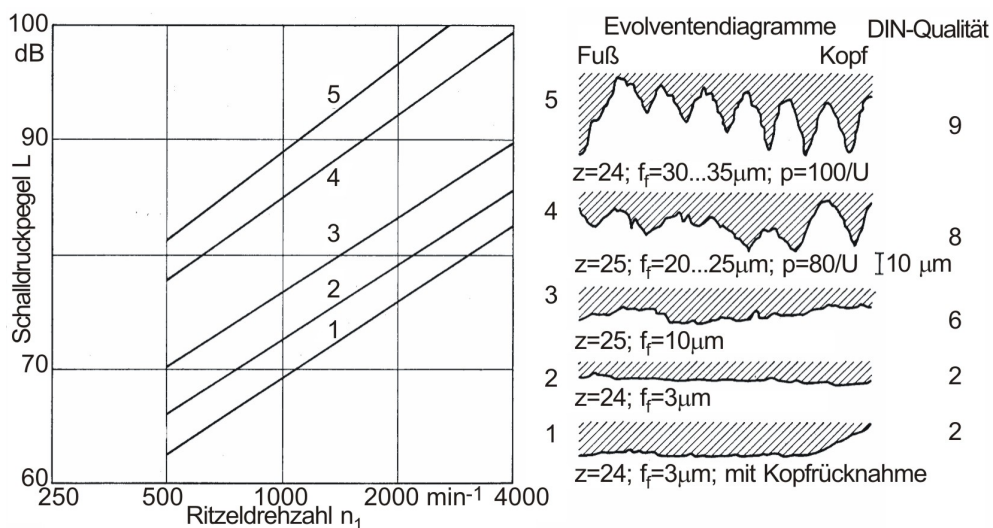


Bild 25: Einfluss von Profil-Formabweichungen auf das Geräuschverhalten einer Verzahnung nach Opitz [38].

Nach Arns/ Unterholzner [5] biegt sich bei hohen Belastungen des Zahnrades der die Umfangskraft übertragende Zahn unter Umständen so weit durch, dass sich kleine Fertigungstoleranzen infolge der Federeigenschaften des Zahnes ausgleichen. Die Lautstärke des Getriebes nimmt dadurch beim Belasten ab und umgekehrt beim Entlasten wieder zu. Bei Leerlauf kann auf Grund eines federnden Abspringens der Zähne voneinander die Lautstärke sogar sehr groß sein. Dabei stellt sich oft die durch die Festigkeit des gesamten Kraftübertragungssystems festgelegte Eigenresonanz ein.

In **Bild 25** wirken sich besonders die welligen Strukturen der Varianten 4 und 5 negativ auf den Schalldruckpegel aus. Profil-Formabweichungen, die mit der Zahneingriffsfrequenz auftreten (z. B. Fräsertaumeln) führen zu einer Erhöhung der Amplitudenwerte der Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz [4].

2.4.5 Einfluss des vor- und nachzeitigen Zahneingriffs

In **Bild 26** ist der Zahn-eingriff einer beispielhaften unkorrigierten Geradverzahnung im belasteten Zustand dargestellt [37]. Dabei handelt es sich der Einfachheit halber um eine Eingriffsstellung im Einzeleingriffsgebiet. Die beiden eingreifenden Zähne 2 und 2' werden auf Grund der Last um die Beträge f bzw. f' verformt. Dies führt zu einem „Nachrücken“ der unbelasteten (nicht verformten) Zähne 3 und 3', die sich jedoch nicht wie in Bild 26 dargestellt durchdringen, sondern verfrüht in Eingriff kommen. Daraus resultiert eine lastabhängige Vergrößerung der Überdeckung.

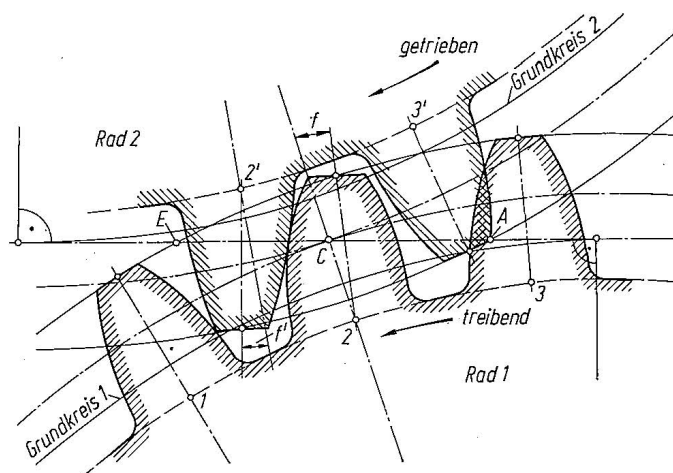


Bild 26: Überdeckungsvergrößerung unter Last [37].

2.4.6 Einfluss des Ein- und Austrittsstoßes

Anhand der lastbedingten Eingriffsstörung so wie in Bild 26 dargestellt, stößt die Kopfkante von Zahn 3' im Fußbereich von Zahn 3 an. Dieses Verhalten wird als Eintrittsstoß bezeichnet. Beim Austritt eines Zahnes aus dem Eingriff übernimmt der nachfolgende, bereits im Eingriff befindliche Zahn die ganze Kraft [37].

2.5 Kennwerte für die Beurteilung der Verzahnungsanregung

2.5.1 Theoretische Kennwerte für die Verzahnungsanregung

Die Profilüberdeckung ε_α und die Sprungüberdeckung ε_β stellen zugleich Hauptgeometriegrößen der Verzahnung und Kennwerte zur Bewertung bzw. Bestimmung der Verzahnungsanregung dar. Bei Geradverzahnung führt dementsprechend eine ganzzahlige Profilüberdeckung (z. B. $\varepsilon_\alpha = 2,0$) zur Glättung des Steifigkeitsverlaufs. Bei Schrägverzahnung spielt die Sprungüberdeckung ε_β eine maßgebende Rolle. Die Steifigkeitsschwankung ist bei einer gegebenen Profilüberdeckung bei ganzzahligen Sprungüberdeckung minimal. Dieses Verhalten lässt sich dadurch erklären, dass bei ganzzahliger Sprungüberdeckung eine konstante Gesamtberührlinienlänge unabhängig von der Eingriffsstellung vorliegt. Somit kann das Anregungsverhalten einer Verzahnung anhand der Gesamtberührlinienlänge bzw. des Berührlinienfaktor q nach [35, 6] beschrieben werden, dargestellt in **Bild 27** für unterschiedliche Profilüberdeckungen als Funktion der Sprungüberdeckung. Der Berührlinienfaktor q wird ermittelt nach:

$$q = \frac{1}{l'_{\min}} - \frac{1}{l'_{\max}} \quad (6)$$

l'_{\min} und l'_{\max} sind der Minimal- bzw. der Maximalbetrag der bezogenen Berührlinienlänge l' . Für eine gegebene Eingriffsstellung errechnet sich die bezogene Berührlinienlänge l' nach:

$$l' = \frac{\sum_i^n l_i \cdot \cos\beta_b}{b} \quad (7)$$

Dabei ist l_i die Länge der Berührlinie des Zahnpaars i zur gegebenen Eingriffsstellung.

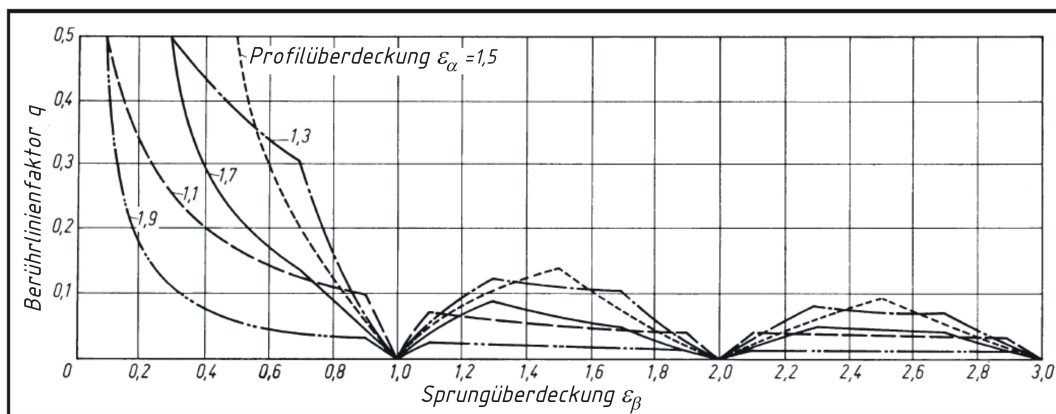


Bild 27: Berührlinienfaktor q aus [35] nach [36].

Das Zusammenspiel von Profil- und Sprungüberdeckung in Bezug auf die Verzahnungsanregung ist auch in Bild 9 anhand der Kenngröße Zahnkraftpegel nach Müller [33] ausgewertet, dargestellt („Steppdeckendiagramm“).

Mark [30] definiert das Produkt $\varepsilon_{\alpha} \cdot \varepsilon_{\beta}$ als „Aggregate Contact Ratio“ und verwendet diese Größe als Maß für die Schwingungsanregung von Verzahnungen.

Die bis hier aufgezeigten Kenngrößen zur Beurteilung der Verzahnungsanregung - Profilüberdeckung, Sprungüberdeckung und Berührlinienfaktor sind maßgebend für das Grundverständnis der Prozesse im Zahneingriff, haben aber eine eingeschränkte praktische Bedeutung, da stets von einer abweichungsfreien evolventischen Verzahnung ausgegangen wird. Für die Auslegung von Verzahnungskorrekturen sind diese Kennwerte somit nicht einzusetzen. Zur Auswertung des Einflusses von Verzahnungsabweichungen und -korrekturen sind Kennwerte einzusetzen, die diesen Einfluss berücksichtigen. Dies sind z. B. die lastfreie Drehwegabweichung (Drehfehler) [54, 55, 57], die Schwankung der Eingriffsfedersteifigkeit [10, 2], die Drehwegabweichung unter Last, beschrieben in [37, 16, 33, 2, 54, 55] und der Verzahnungskraftverlauf, beschrieben in [33, 46, 54, 55, 2].

Nach Cao [10] beschreibt die lastfreie Drehwegabweichung (Drehfehler) das Anregungsverhalten von Stirnradgetrieben bei sehr niedrigen Lasten. Für die lastbedingten Betrachtungen setzt Cao [10] die bezogene Schwankung der Eingriffsfedersteifigkeit ein. Diese beschreibt prozentual das Verhältnis der absoluten Schwankungsbreite zum Mittelwert des Steifigkeitsverlaufs. Der Steifigkeitsverlauf wird als Quotient aus Kraft und Drehwegabweichung für jede diskrete Eingriffsstellung errechnet.

Die Drehwegabweichung $x(t)$ ist eine Kenngröße, die aus der Grenzbetrachtung $n \rightarrow 0$ resultiert (s. Kap. 2.2). Die Drehwegabweichung errechnet sich

nach Gleichung (3):

$$x(t) = \frac{F - \sum_i [c_{zei}(t) \cdot x_{fi}(t)]}{\sum_i [c_{zei}(t)]}$$

dabei sind:

- F : die als konstant angenommene Verzahnungskraft
 $c_{zei}(t)$: die Zahnpaarsteifigkeit des i-ten Zahnpaares zum Zeitpunkt t
 $x_{fi}(t)$: die Formabweichung des i-ten Zahnpaares zum Zeitpunkt t

Die Verzahnungskraft $F_z(t)$ wird im Gegensatz zur Drehwegabweichung bei der Grenzbetrachtung mit $n \rightarrow \infty$ nach Gleichung (4) bestimmt:

$$F_z(t) = \sum_i \{c_{zei}(t) \cdot [x + x_{fi}(t)]\}$$

dabei ist:

- x : der als konstant angenommene Drehweg

Weitere Kenngrößen können aus der Drehwegabweichung und der Verzahnungskraft über dem Eingriff hergeleitet werden. Der von Müller [33] definierte Zahnkraftpegel L_{Fz} wird aus der nach Gleichung (4) ermittelten Verzahnungskraft $F_z(t)$ hergeleitet. Die Verzahnungskraft wird wie folgt in ihre Fourierkoeffizienten zerlegt:

$$F_z(t) = F_{\text{stat}} + \sum_{j=1}^n F_j \cdot \sin(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_z \cdot t + \varphi_j) \quad (8)$$

Hierbei sind:

- F_{stat} : statische Verzahnungskraft
 F_j : Amplitude der j-ten Fourierkomponente der Schwankung der Verzahnungskraft $F_z(t)$
 j : Phasenverschiebung der j-ten Fourierkomponente
 n : Anzahl der berücksichtigten Fourierglieder

Der Zahnkraftpegel ergibt sich nach Müller [33] nach folgender Gleichung:

$$L_{Fz} = 10 \cdot \lg \left[\frac{1}{(\omega_0 \cdot F_0)^2} \cdot \sum_{j=1}^n (j \cdot \omega_z \cdot F_j)^2 \right] \text{ dB} \quad (9)$$

Der Anregungspegel L_A wird ebenfalls von Müller [33] als Anteil des Zahnkraftpegels L_{Fz} des definiert:

$$L_A = 10 \cdot \lg \left[\sum_{j=1}^n \left(\frac{j \cdot F'_j}{F'_0} \right)^2 \right] \text{ dB} \quad (10)$$

dabei sind:

$$\begin{aligned} F'_j & : & F'_j &= F_j/b \\ F'_0 & : & \text{Eine Bezugsgröße, die mit } F_0 &= 1\text{N/mm angenommen wird.} \end{aligned}$$

Da im Anregungspegel kein Breiteneinfluss behandelt wird, erlaubt dieser im Vergleich zum Zahnkraftpegel eine einfachere Betrachtung insbesondere wenn unterschiedliche Flankenkorrekturen bei gleicher Hauptgeometrie (gleiche Breite) zu untersuchen sind.

Für eine ausführliche Erläuterung des Zahnkraft-/ Anregungspegels sei auf [14], [33] und [45] verwiesen.

Sattelberger [46] definiert den Lagerkraftpegel L_{FL} auf Basis des Zahnkraftpegels L_{Fz} . Er liefert hiermit einen Kennwert, der die Bewertung der Schwingungsanregung eines mehrstufigen Getriebes erlaubt. Hierbei wird das Zusammenspiel der Verzahnungskräfte aller Stufen zu resultierenden Lagerkräften betrachtet. Der Lagerkraftpegel kennzeichnet somit die Schwingungsanregung an den Krafteinleitungsstellen (Lagerstellen der Wellen) in das Getriebegehäuse.

Geiser [14] schlägt eine Pegelbildung der einzelnen Fourierkoeffizienten der Verzahnungskraft $F_z(t)$ aus Gleichung (8) vor. Er nennt diese Kenngröße Anregungsamplitudenpegel L_{Ai} und führt sie ein, um der Problematik der Tonhaltigkeit des Getriebegeräusches zu begegnen. Jeder betrachtete Fourierkoeffizient führt demnach zu einem Anregungsamplitudenpegel der entsprechenden Ordnung und berechnet sich nach:

$$L_{Aj} = 10 \cdot \lg \left[\frac{F_j^2}{F_{\text{bez}}^2} \right] \text{ dB} \quad (11)$$

dabei sind:

$$\begin{aligned} F_j & : & \text{Amplitude der } j\text{-ten Fourierkomponente der Schwankung der} \\ & & \text{Verzahnungskraft} \\ F_{\text{bez}} & : & \text{Eine Bezugskraft, die mit } F_{\text{bez}} = 1\text{N angenommen wird} \end{aligned}$$

Zusätzlich stellt Geiser [14] eine linearisierte Betrachtung des Schwingungsverhaltens einer Stirnradstufe an. Die Verzahnungssteifigkeit wird als konstant angenommen. Der veränderliche Anteil der Verzahnungssteifigkeit wird annähernd als Kraftanregung (rechte Seite der Differenzialgleichung) beschrieben. Dadurch kann die Betrachtung der Parameteranregung in der Verzahnung umgangen werden. Ein analytischer Lösungsweg für die Berechnung jedes Fourierkoeffizienten der dynamischen Verzahnungskraft $F_{\text{dyn}}(t)$ ist somit für den Ein-Masse-Schwinger möglich. Dazu wird für jeden Fourierkoeffizienten $F_{\text{dyn}j}$ der zusätzlichen dynamischen Verzahnungskraft $F_{\text{dyn}}(t)$ der linearisierte Kraftpegel L_{Flin} definiert [14]:

$$L_{\text{Flin}} = 10 \cdot \lg \left[\frac{1}{F_{\text{bez}}^2} \cdot \sum_{j=1}^n F_{\text{dyn}j}^2 \right] \text{ dB} \quad (12)$$

dabei sind:

- F_{bez} : Eine Bezugskraft, die mit $F_{\text{bez}} = 1\text{N}$ angenommen wird
- $F_{\text{dyn}j}$: Amplitude des j-ten Fouriergliedes der zusätzlichen dynamischen Verzahnungskraft

2.5.2 Messtechnische Kennwerte für die Verzahnungsanregung

Die Anregung einer Verzahnung kann messtechnisch unmittelbar durch Drehwegmessungen (z. B. Einflanken-Wälzprüfung, Drehwegmessung unter Last) bestimmt werden oder aus Messungen des Schwingungs- und Geräuschverhaltens des Getriebesystems gefolgert werden.

Das einfachste Verfahren einer Drehwegmessung stellt die Einflanken-Wälzprüfung dar. Nach Marquardt [31] kann diese zur Lösung von Geräuschproblemen bei Getrieben verwendet werden. Die Einflanken-Wälzprüfung stellt ein Verfahren auf Basis des lastfreien Abwälzens zwischen treibendes und getriebenes Zahnrad zur Bewertung der Übertragungsgenauigkeit dar. Hierbei werden im Messergebnis insbesondere die Abweichungen aus der idealen Evolventenform der Verzahnung festgehalten. Die Einflanken-Wälzprüfung ist in der VDI/VDE Richtlinie 2608 ausführlich beschrieben [61].

Durch Drehwegmessungen unter Last werden nicht nur die Verzahnungsabweichungen, sondern auch die lastbedingten Verformungen der Verzahnung beim Abwälzen berücksichtigt. Baethge [6] untersucht unter anderem anhand Drehwegmessungen unter Last den Einfluss der Drehwegabweichung auf das abgestrahlte Geräusch eines Getriebes. Toppe [51] führt Untersuchungen über die Geräuschregung bei Stirnrädern durch, die er an Drehwegmessungen unter Last abgleicht.

Klein [26] fasst die möglichen Methoden zur diagnostischen Zustandsbewertung von Zahnradstufen zusammen. Er unterscheidet u. a. Auswerteverfahren im Zeit- und im Frequenzbereich. Zur Darstellung von Frequenzinformationen über der Zeit (z. B. bei einem Getriebehochlauf) schlägt er alternativ das Wasserfall- oder Campbelldiagramm (Bild 28) vor. Der Vorteil des Campbelldiagramms liegt dabei darin, dass drehzahlabhängige Frequenzen (z. B. Zahneingriffsfrequenz) einfach als Ordnungen (senkrechte Linien) im Diagramm ablesbar sind.

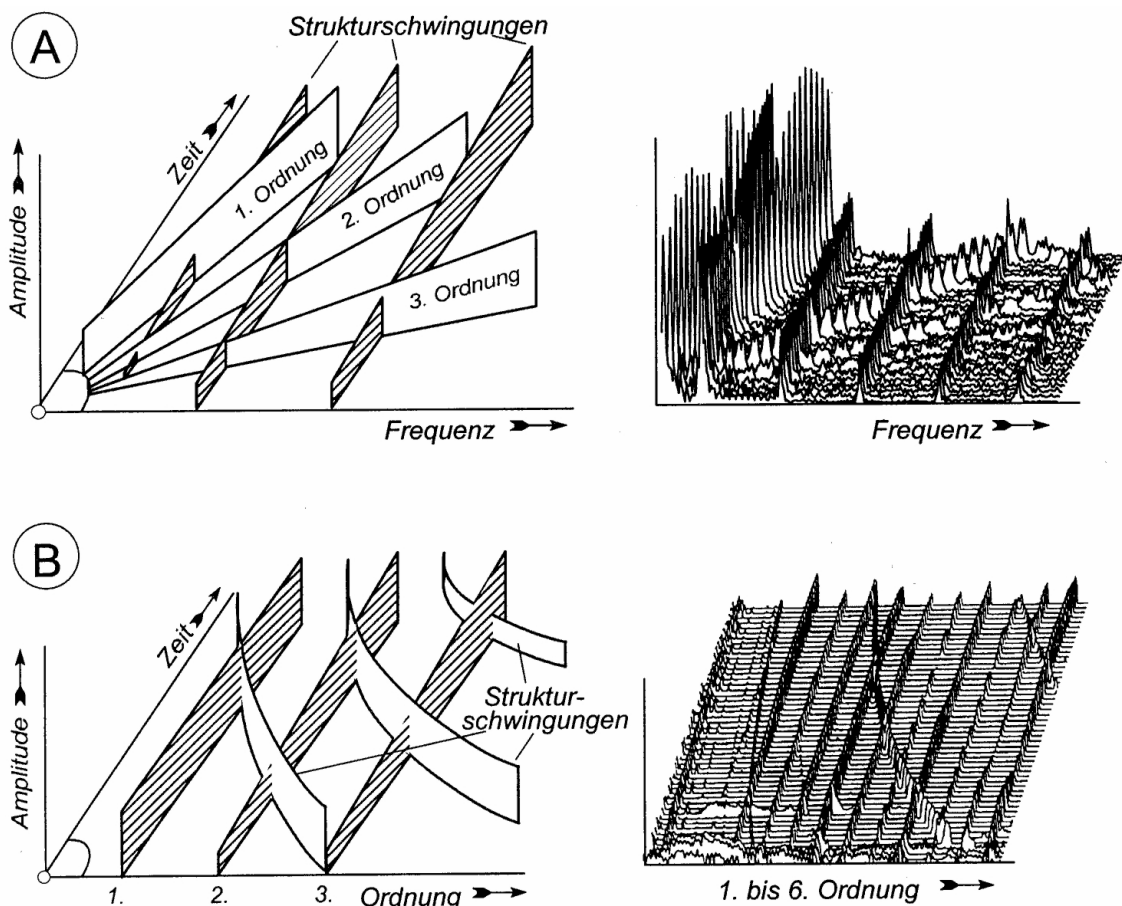


Bild 28: Dreidimensionale Diagramme zur Frequenzanalyse [26].

A: Aufbau eines Wasserfalldiagramms.

B: Aufbau eines Campbell-Diagramms.

In Form von Wasserfall- bzw. Campbell-Diagrammen können sowohl Rotations- und Translationsbeschleunigungen als auch Körperschallsignale und Luftschallaufnahmen dargestellt werden.

3 Theoretische Untersuchungen

3.1 Beschreibung des Rechenmodells

3.1.1 Berechnung der Zahnpaarsteifigkeit

Die Berechnung des Steifigkeitsverlaufes der Zahnradstufe ist für die Bewertung des Anregungsverhaltens von wesentlicher Bedeutung [28, 33, 42]. An der Forschungsstelle wurde ein auf den Arbeiten von Weber/Banaschek [53] und Schmidt [47] beruhendes analytisches Rechenmodell entwickelt. Hierbei wird das Zahnpaar als zwei einseitig eingespannte Platten modelliert (**Bild 29**). Die Plattensteifigkeit ergibt sich in Abhängigkeit von der vorliegenden Verzahnungshauptgeometrie. Die Last wird

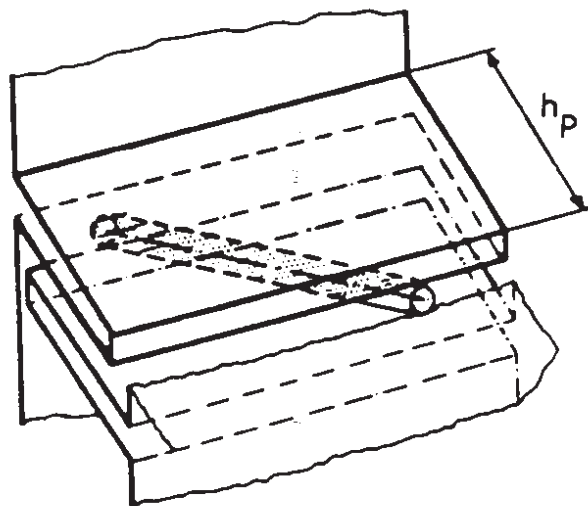


Bild 29: Modellierung eines Zahnpaars als zwei einseitig eingespannte Platten.

linienförmig in Richtung der Berührlinie der aktuellen Eingriffsstellung aufgebracht. Aufgrund der dreidimensionalen Struktur des Rechenmodells ist es möglich, alle relevanten Verzahnungsabweichungen bei der Berechnung zu erfassen. Das Rechenmodell ist in der Praxis erprobt und wird in der Industrie zur Kontaktanalyse, zur Berechnung der Lastverteilung (FVA EDV-Programm RIKOR [3]) und der Schwingungsanregung (FVA EDV-Programm DZP [1]) erfolgreich eingesetzt. Ein weiterer Vorteil dieses analytischen Verfahrens liegt in seiner einfachen Handhabbarkeit und den kurzen erforderlichen Rechenzeiten (Rechenzeit für den Zahnkraftpegel einer Stirnradstufe über der Last: ca. 1s auf einem Pentium IV PC). Damit wird die Durchführung umfangreicher Variationsrechnungen ermöglicht.

3.1.2 Berücksichtigung des Welle/Lager-Systems

Die elastischen Verformungen des Welle/Lager-Systems sowie die Lagerspiele können wesentlichen Einfluss auf das Tragbild im Zahneingriff haben. Dadurch kann die Verzahnungsanregung wesentlich verschlechtert werden. Im verwendeten Rechenmodell werden analytisch die Einflusszahlen aus der Wellenverformung auf dem Eingriffsfeld ermittelt und berücksichtigt, wobei

sowohl Kräfte in der zu berechnenden Stufe als auch äußere Kräfte und Momente (z. B. aus Nachbarstufen) berücksichtigt werden. Die Lagersteifigkeiten und -spiele sind vom Benutzer vorzugeben. Diese können im Rahmen einer Vorrechnung mit dem FVA EDV-Programm RIKOR [3] exakt ermittelt werden.

3.2 Standardkorrekturen

Als Beispielverzahnungen dienen Verzahnungen mit zwei unterschiedlichen Profilüberdeckungen ($\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $2,2$). Die Sprungüberdeckung variiert zwischen $\varepsilon_\beta = 0$ und $2,0$. Tabelle 2 zeigt die Hauptgeometriedaten der Beispielverzahnungen. Wie aus der Tabelle 2 zu ersehen, weisen die Verzahnungen gleicher Profilüberdeckung bei gleicher Breite und variablem Schrägungswinkel den gleichen Stirnschnitt auf. In der Tabelle 3 sind die Betriebsgrößen der Verzahnungen dargestellt.

Sprungüberdeckung	ε_β	[]	$\varepsilon_\alpha = 1,5$					$\varepsilon_\alpha = 2,2$				
			0	0,7	1,0	1,5	2,0	0	0,7	1,0	1,5	2,0
Achsabstand	a	[mm]	140									
Breite	b	[mm]	39,5									
Zähnezahlen	z_1 / z_2	[]	43 / 45									
Stirnmodul	m_t	[mm]	3,21									
Normalmodul	m	[mm]	3,21	3,16	3,11	3,00	2,86	3,21	3,16	3,11	3,00	2,86
Normalein-griffswinkel	α_n	[°]	21,35	21,05	20,06	20,00	19,20	18,65	18,30	18,14	17,50	16,70
Schrägungswinkel	β	[°]	0,00	10,15	14,30	21,00	27,10	0,00	10,15	14,30	21,00	27,10
Kopfkreisdurchmesser	d_{a1} / d_{a2}	[mm]	142,3 / 148,5					144,5 / 150,5				
Profilverschiebung	x_1^*m / x_2^*m	[mm]	-0,63 / -0,71					-0,63 / -0,69				

Tabelle 2: Verzahnungsdaten der Beispielverzahnungen.

Bezeichnung		Einheit	Wert
Vollastmoment (SH \approx 1)	T_1	[Nm]	2000
Drehzahl	n	[U/min]	3000

Tabelle 3: Betriebsgrößen.

3.2.1 Standardkorrekturen für Tragfähigkeit und Anregung

Ein wichtiges Ziel bei der Auslegung von Verzahnungen stellt eine gleichmäßige Lastverteilung im Eingriffsfeld für ein günstiges Tragverhalten dar. Hierzu muss zunächst auf eine günstige Konstruktion der angrenzenden Bauteile, z. B. des Welle-Lager-Systems geachtet werden. Hinsichtlich der Verzahnungsgeometrie ist eine über den Eingriffsstellungen nur wenig veränderliche Gesamtberührlinienlänge anzustreben. Nach DIN 3990 [60] besteht insbesondere bei Schrägverzahnungen zwischen der maßgebenden Gesamtberührlinienlänge und der Sprungüberdeckung ε_β eine Proportionalität.

Die Bestimmung der für die Tragfähigkeitslast gültigen, optimalen Flankenkorrektur sollte zunächst mit dem Programm RIKOR [3] nach dem Kriterium „konstante Lastverteilung“ erfolgen. Durch die berechnete Korrektur wird gleichzeitig der vorzeitige und der nachzeitige Eingriff abgemindert, die maximale Drehwegabweichung bleibt bei der Berechnung in RIKOR [3] jedoch theoretisch außer Betracht. Eine derartige Lastkorrektur mindert aber erfahrungsgemäß bei dieser Auslegungslast die Drehwegamplitude.

Im **Bild 30** sind die mit RIKOR [3] berechneten Lastverteilungen für die beiden Verzahnungsvarianten $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 1,0$ und $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 1,5$ aus Tabelle 2 im unkorrigierten und im korrigierten Zustand dargestellt. Die Korrektur wurde für die Tragfähigkeitslast ($T=1500$ Nm) und für eine gleichmäßige Lastverteilung ausgeführt.

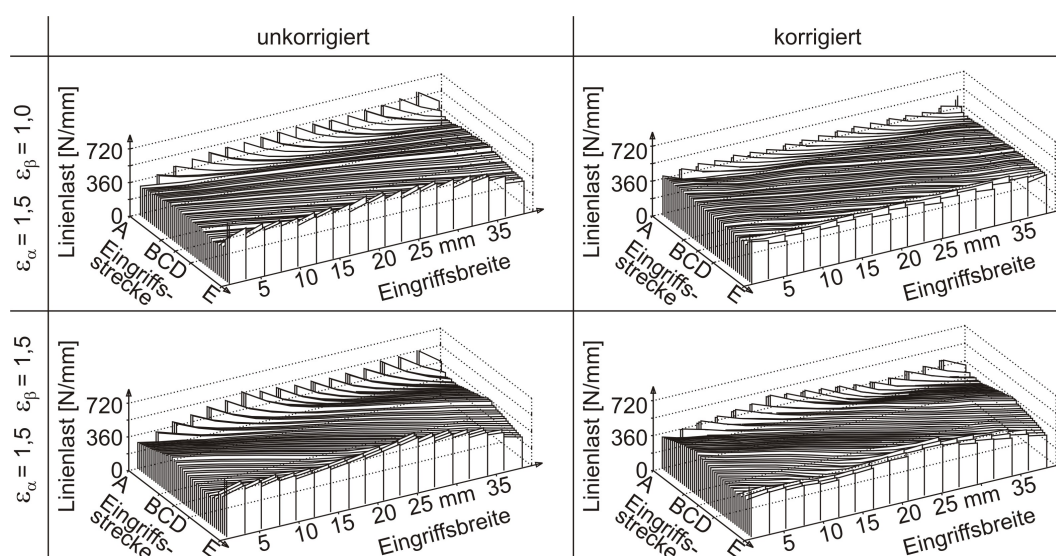


Bild 30: Lastverteilung nach RIKOR [3] (berechnet mit 30 Eingriffsstellungen), Auslegungsmoment $T = 1500$ Nm, (korrigierte Variante: gleichmäßige Lastverteilung ohne linearen Anstieg).

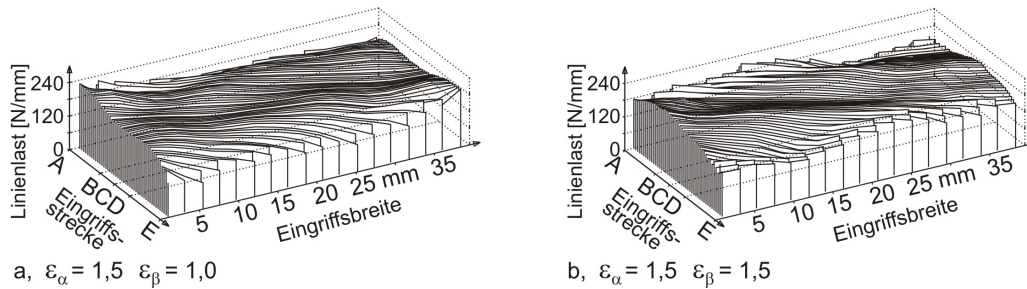


Bild 31: Lastverteilung nach RIKOR [3] (berechnet mit 30 Eingriffsstellungen), Anregungsmoment $T = 700 \text{ Nm}$, Korrektur: gleichmäßige Lastverteilung ohne linearen Anstieg für $T = 1500 \text{ Nm}$.

Die sich mit den für die Tragfähigkeitslast ermittelten Korrekturen einstellenden Lastverteilungen bei der Anregungslast ($T = 700 \text{ Nm}$) zeigt das **Bild 31** ebenfalls für die beiden Varianten aus Bild 30. In den Bereichen A und E der Eingriffsfelder ergeben sich bei Teillast demnach reduzierte Linienlasten.

In **Bild 32** sind für die Verzahnungen aus Tabelle 2 im unkorrigierten Zustand der Anregungspegel in Abhängigkeit vom Drehmoment gegenübergestellt. Für die Geradverzahnungen ergeben sich die größten Werte für die Anregung. Die Verzahnungen mit ganzzahliger Sprungüberdeckung besitzen demgegenüber die geringsten Werte.

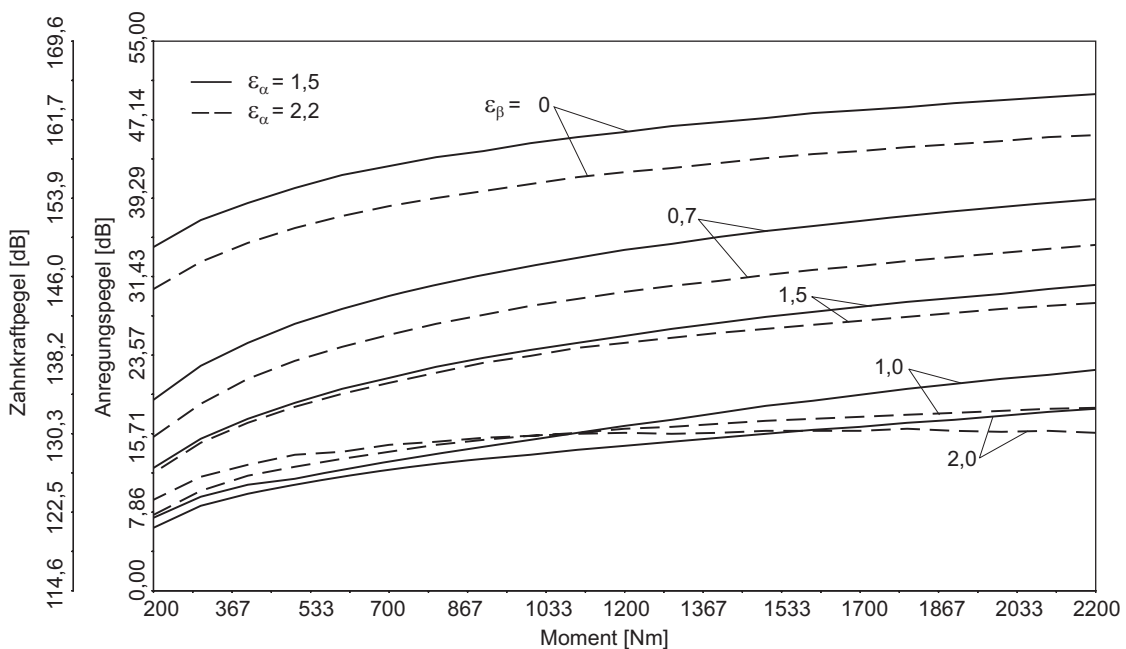


Bild 32: Anregungspegel in Abhängigkeit vom Drehmoment (Verzahnungsdaten: s. Tabelle 2, unkorrigierte Verzahnungen).

Bei der Variante $\epsilon_\alpha = 2,2$ und $\epsilon_\beta = 2,0$ beträgt die maximale Drehwegabweichung $0,7 \text{ }\mu\text{m}$ und die spezifische Anregungsamplitude 10 N/mm (s. Bild 32).

Die Variante $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 0,0$ weist mit einer maximalen Drehwegabweichung von $28 \mu\text{m}$ und einer spezifischen Anregungsamplitude von 384 N/mm die größten Werte auf (s. Bild 32).

In dem nachfolgenden **Bild 33** ist für die beiden Varianten ($\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 1,0$ und $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 1,5$, s. Tabelle 2) im unkorrigierten und korrigierten Zustand der Anregungspegel gegenübergestellt. Bei der unkorrigierten Verzahnung mit der Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta = 1,0$ zeigt der Anregungspegel bereits kleine Werte. Dem Bild 33 ist zudem zu entnehmen, dass die Korrektur bei der Variante mit $\varepsilon_\beta = 1,5$ bei Tragfähigkeitslast ($T = 1500 \text{ Nm}$) zu günstigeren, hingegen bei der Variante mit $\varepsilon_\beta = 1,0$ zu ungünstigeren Werten führt. Im Teillastbereich liegen jeweils ungünstigere Werte als bei der unkorrigierten Verzahnung vor.

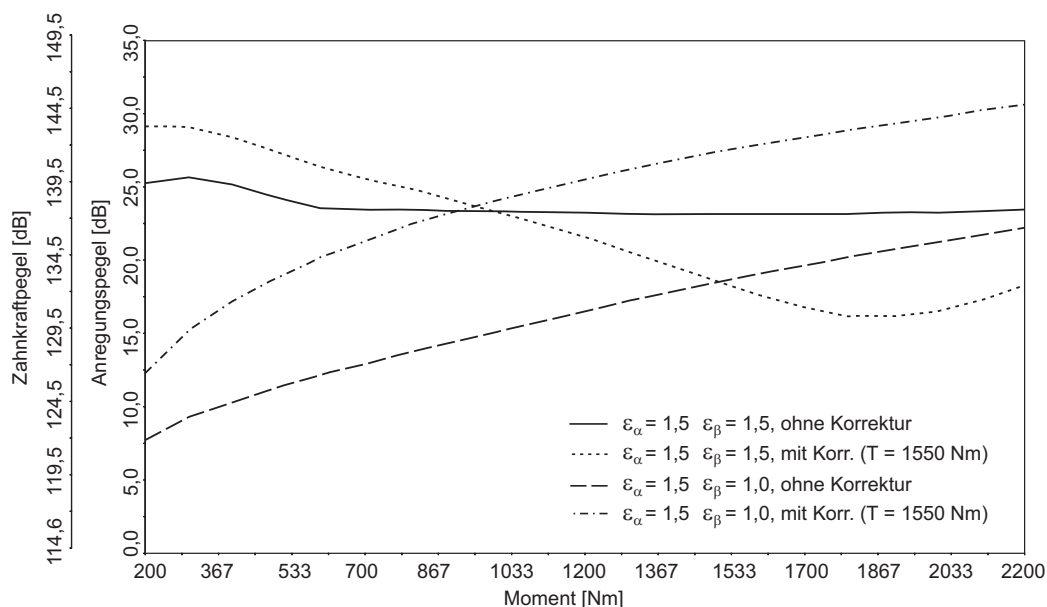


Bild 33: Anregungspegel in Abhängigkeit vom Drehmoment: Vergleich unkorrigierter und korrigierter Verzahnungen (korrigierte Variante: gleichmäßige Lastverteilung ohne linearen Anstieg).

Nachfolgend soll der Einfluss von Standardkorrekturen aufgezeigt werden. Hierzu dienen wiederum die beiden Verzahnungsvarianten der Tabelle 1 mit $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 0,0$ und $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 1,5$. Beide Verzahnungen werden hierzu mit einer langen Kopf- und Fußrücknahme ($C_a = C_f = 24 \mu\text{m}$, Länge $4,7 \text{ mm}$ [1]) versehen, die bei $T = 700 \text{ Nm}$ vorzeitigen und nachzeitigen Eingriff verhindert. Als Tragfähigkeitskorrektur wird eine Schrägungswinkelkorrektur von $x_{f0} = -4,5 \mu\text{m}$ [1] für gleichmäßiges Breitentragen bei $T = 1500 \text{ Nm}$ überlagert.

In **Bild 34** ist der Zahnkraftpegel für $T = 700 \text{ Nm}$ der beiden Verzahnungsvarianten für den unkorrigierten und korrigierten Zustand gegenübergestellt.

Beiden Verzahnungen ist gemein, dass die Anregung oberhalb der Anregungslast durch die Verzahnungskorrektur reduziert wird (s. Bild 34).

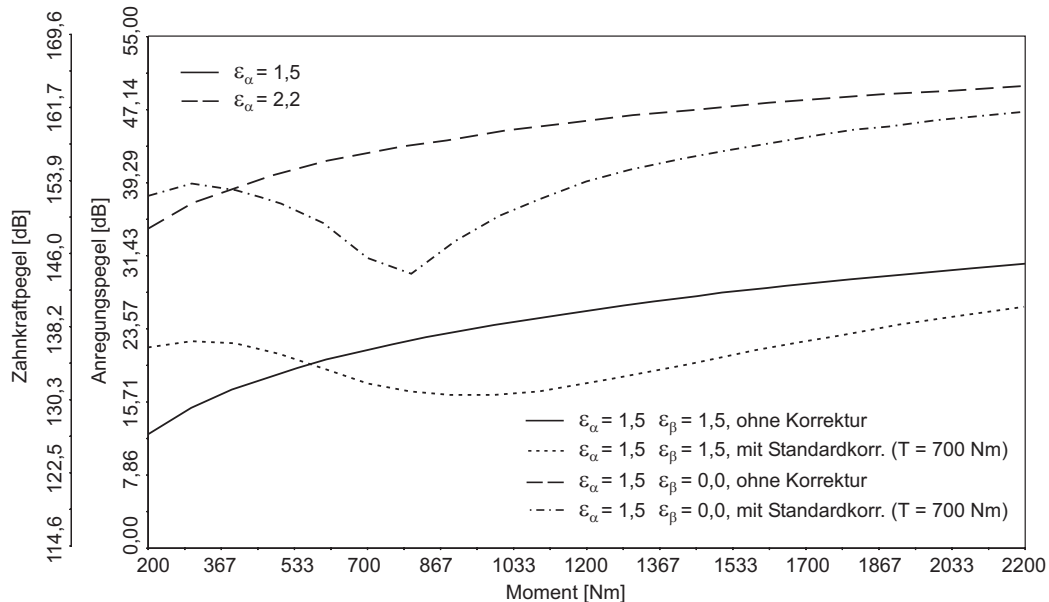


Bild 34: Einfluss von Standardkorrekturen: Zahnkraftpegel über dem Drehmoment (Korrektur: Breitenkorrektur als Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500$ Nm; lange Kopf- und Fußrücknahme als Anregungskorrektur für $T = 700$ Nm).

Ordnung	$\varepsilon_\alpha = 1,5, \varepsilon_\beta = 0,0$		$\varepsilon_\alpha = 1,5, \varepsilon_\beta = 1,5$	
	unkorrigiert	korrigiert	unkorrigiert	korrigiert
1	0,45585E-2	0,16904E-2	0,58153E-3	0,28439E-3
2	0,24199E-2	0,16548E-3	0,27284E-4	0,64080E-4
3	0,56945E-3	0,24758E-3	0,18762E-4	0,51158E-4
4	0,44690E-3	0,77246E-4	0,22259E-4	0,36092E-4
5	0,59898E-3	0,11365E-3	0,82480E-5	0,22214E-4
6	0,34539E-3	0,55198E-4	0,44343E-5	0,13504E-4
7	0,10249E-3	0,59875E-4	0,77328E-5	0,70724E-5
8	0,24418E-4	0,41266E-4	0,50404E-5	0,49497E-5
9	0,84877E-4	0,31812E-4	0,39216E-6	0,20355E-5
10	0,12128E-3	0,30471E-4	0,27555E-5	0,33692E-6
11	0,11099E-3	0,16849E-4	0,29185E-5	0,11625E-5
12	0,54012E-4	0,22253E-4	0,96636E-6	0,14016E-5

Tabelle 4: Vergleich von Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung in μm ($T = 700$ Nm)

3.3 Periodische Korrekturen

3.3.1 Funktionsprinzip der periodischen Korrektur in Bezug auf die Anregung

Aus dem in Bild 17 behandelten Beispiel wird ersichtlich, dass die mit dem Wechsel von Einzel- und Doppeleingriff anschaulichen Überdeckungsverhältnisse einer Geradverzahnung die Auslegung einer anregungsgünstigen Korrektur für konstante Last anhand einfacher Überlegungen zulassen. Es ist naheliegend, dass durch zusätzliche Modifikation der langen Korrektur, deren Verlauf hier linear angenommen wurde, die restlichen Schwankungen der Drehwegabweichung kompensiert werden können. Es fällt für das behandelte Beispiel auf, dass die über die eingreifenden Zahnpaare resultierende Korrektur für den Drehweg einen teilungsperiodischen Verlauf aufweist. Die Übertragbarkeit auf Schrägverzahnungen, z. B. durch Einsetzen einer gewälzten Korrektur, ist nur bedingt ($\varepsilon_\gamma \leq 2,0$) möglich [45]. In dem in Bild 17 behandelten Beispiel wird der Übersicht halber als Basisgröße für die Verzahnungsanregung der Verlauf der Drehwegabweichung vorausgesetzt. Eine analoge Betrachtung auf Basis der Verzahnungskraft $F_z(t)$ wäre genauso möglich. Für die weiteren Betrachtungen wird diese vorgezogen (s. Kap. 2.2). Ziel ist es, einen allgemeinen Ansatz zur Ermittlung einer für die Anregung optimalen Zahnflankentopologie unabhängig von einer vorgegebenen Verzahnungshauptgeometrie, also für beliebige Verzahnungshauptgeometrien aufzustellen. Es werden entsprechend für unterschiedliche Profil- und Sprungüberdeckungen die Möglichkeiten zur Ermittlung einer anregungsoptimierten Flankenkorrektur für konstante und für veränderliche Last theoretisch untersucht. Zunächst wird die allgemeine Bedingung für die minimale Anregung einer Verzahnung für beliebige Geometriegrößen definiert. Die Verzahnungskraft muss hierfür einen konstanten Wert über der Zeit aufweisen:

$$F_z(t) \stackrel{!}{=} \text{const} \quad (13)$$

Vereinfachend wird vorausgesetzt, dass die Flanken aller Zähne eines Rades untereinander gleich sind und keine Teilungsabweichungen vorliegen. Solch eine vereinfachende Betrachtung ist für den Zweck der getrennten Untersuchung des Einflusses der Flankenform auf die Verzahnungsanregung zulässig. Werden zwei aufeinander folgende, diskrete Eingriffsstellungen 1 und 2 betrachtet, so folgt aus (13):

$$F_1 \stackrel{!}{=} F_2 \quad (14)$$

wobei F_1 und F_2 die den Eingriffsstellungen 1 und 2 entsprechenden Verzahnungskräfte darstellen. Nach Einsetzen in Gleichung (4) für die Verzahnungskraft $F_z(t)$ nach [33], wird Gleichung (14) zu:

$$c_{ze11} \cdot [x_0 + x_{k11}] + c_{ze21} \cdot [x_0 + x_{k21}] \stackrel{!}{=} c_{ze12} \cdot [x_0 + x_{k12}] + c_{ze22} \cdot [x_0 + x_{k22}] \quad (15)$$

Dabei sind:

- c_{zej} : die Zahnpaarsteifigkeiten des i -ten Zahnpaares zur Eingriffsstellung j
- x_0 : die mittlere Verzahnungsauslenkung
- x_{kij} : die gesuchten Flankenkorrekturen für das i -te Zahnpaar zur Eingriffsstellung j

Aus Gleichung (15) sind die Werte der Korrekturen x_{kij} zu ermitteln. Somit steht bei der Betrachtung von nur 2 Eingriffsstellungen **eine** Gleichung für **4** Unbekannte zur Verfügung. Im allgemeinen Fall ($n+1$ Eingriffsstellungen) ergeben sich **n** Gleichungen für **$2n+2$** Unbekannte. Solch ein System hat unendlich viele mathematische Lösungen. Daher ist die Definition von technisch sinnvollen Randbedingungen für die Anwendung erforderlich. Für die zur Lösung der Gleichung 15 erforderlichen Randbedingungen können Forderungen hinsichtlich einer ausreichenden Tragfähigkeit herangezogen werden. Aus dieser Überlegung heraus setzt der Ansatz, der hier erarbeitet wird, voraus, dass die durch Gleichung (15) ermittelten Korrekturwerte keine Veränderung der Lastverteilung nach sich ziehen dürfen. Das Beibehalten der Lastverteilung vor und nach dem Aufbringen einer Korrektur, die gleichzeitig eine Lösung von Gleichung (15) darstellt, wird erreicht, indem alle sich innerhalb einer Eingriffsstellung gleichzeitig im Eingriff befindlichen Berührlinien um den gleichen Betrag in Eingriffsrichtung verschoben werden. Daraus ergeben sich für die beiden in Gleichung (15) behandelten Eingriffsstellungen bzw. für die auf die Berührlinien bezogenen Korrekturwerte x_{kij} die Forderungen:

$$x_{k11} = x_{k21}$$

und

$$x_{k12} = x_{k22}$$

Gleichung (15) wird zu

$$(c_{ze11} + c_{ze21}) \cdot x_{k11} \stackrel{!}{=} (c_{ze12} + c_{ze22}) \cdot x_{k12} \quad (16)$$

Im allgemeinen Fall ($n+1$ Eingriffsstellungen) ergeben sich entsprechend n Gleichungen mit $n+1$ Unbekannten. Ein beliebiges x_{kij} kann gleich Null gesetzt werden:

$$x_{kij} = 0$$

Gleichung (16) ist damit eindeutig lösbar.

Fazit: Mit Gleichung (16) liegt eine spezielle Lösung der allgemeinen Problemstellung, beschrieben durch die Gleichungen (13) und (15) vor. Die Lösung von Gleichung (16) entspricht der Berechnung der Drehwegabweichung [33] für den quasistatischen Grenzzustand $n \rightarrow 0$. Daraus folgt, dass die erforderliche Flankenkorrektur einen in Eingriffsrichtung zur Drehwegabweichung gegenphasigen Materialauftrag darstellt. Damit entspricht die vorgeschlagene Korrekturform, die eine Periodizität mit einer Periodenlänge gleich der Teilung aufweist, ihrer Wirkungsweise nach einem Tilger und kann für eine vorbestimmte Einzellast die veränderliche Komponente der Verzahnungskraft restlos löschen. Es liegt hiermit eine eindeutige Lösung für den Betrieb einer Verzahnung bei konstanter Auslegungslast vor.

Die auf diese Weise festgelegte Korrekturform für ein verschwindendes Anregungsverhalten, ermöglicht eine getrennte Ausführung von einer Flankenkorrektur hinsichtlich Tragfähigkeit und einer nach Gleichung (15) zusätzlich ermittelten Flankenkorrektur für Anregungsminimierung, ohne dass sich beide gegenseitig beeinflussen. Dieses Verhalten wird in Kap. 5.7 mit Hilfe eines Beispiels noch näher erläutert.

Es ist ersichtlich, dass sich für die hier vorgeschlagene Lösungsmethodik eine Logik erkenntlich macht, die in ähnlicher Weise aus dem Beispiel in Bild 17 hergeleitet werden kann. Anhand weiterer Beispiele soll die Funktionsweise der hier entwickelten periodischen Anregungskorrektur näher diskutiert werden. **Bild 35** zeigt die theoretische Soll-Eingriffstopologie für eine Auslegungslast (hier 1000 Nm am Ritzel), die sich unter Vorgabe einer theoretisch abweichungsfreien Ausgangsverzahnung ergibt. Durch Änderung des Schrägungswinkels wird jeweils die Sprungüberdeckung ϵ_{β} variiert (in Bild

35a: $\epsilon_\beta = 1,5$; Bild 35b: $\epsilon_\beta = 2,0$). Die Profilüberdeckung ϵ_α beträgt jeweils 1,5. Aus Bild 35 wird ersichtlich, dass die theoretisch ermittelte Flankenform (Eingriffstopologie) für die periodische Anregungskorrektur in der Maximalamplitude sowie in der Form von der Profil- und Sprungüberdeckung abhängig ist. Insbesondere die Variante mit $\epsilon_\beta = 2,0$ weist eine komplizierte Form auf, in der sich die höherharmonischen Anteile der Drehwegabweichung in Form ausgeprägter Spitzen zeigen. Gleichzeitig liegt der maximal erforderliche Korrekturbetrag bei der gewählten Auslegungslast bei ca. 0,5 mm.

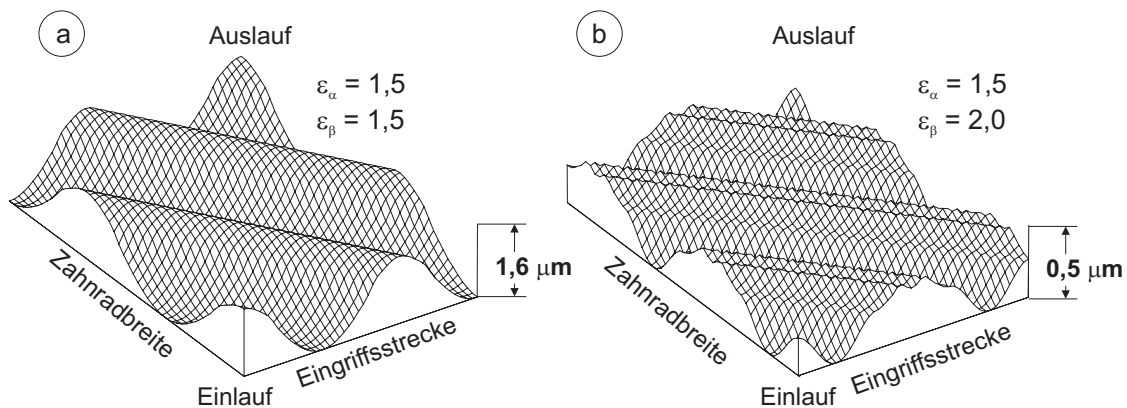


Bild 35: Periodische Anregungskorrektur für zwei Verzahnungsvarianten bei einem Drehmoment am Ritzel von 1000 Nm.

In **Bild 36** sind die Kraftverläufe für beide Varianten unkorrigiert und mit periodischer Anregungskorrektur nach Bild 35 für die Auslegungslast dargestellt (Bild 36a: $\epsilon_\beta = 1,5$; Bild 36b: $\epsilon_\beta = 2,0$).

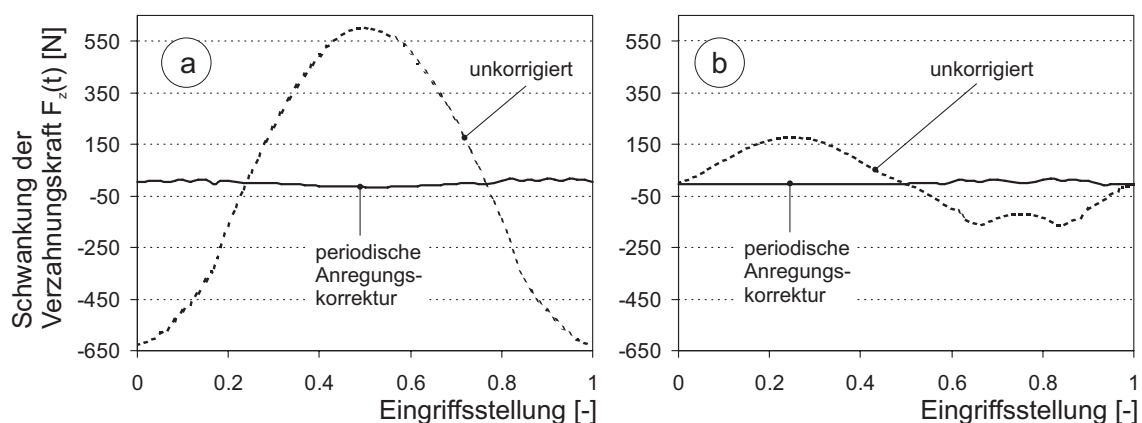


Bild 36: Verlauf der Schwankung der Verzahnungskraft über dem Eingriff. Gestrichelt - unkorrigiert, durchgezogen - periodische Anregungskorrektur für die behandelte Last (1000 Nm).

a : $\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 1,5$

b : $\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 2,0$

Die Verzahnungskraftverläufe in Bild 36 belegen, dass für die Auslegungslast

mit Hilfe der periodischen Anregungskorrektur eine fast vollkommene Glättung des Verlaufs der Verzahnungskraft über dem Eingriff erreicht werden kann.

Bild 37 zeigt die entsprechenden Verläufe des Zahnkraftpegels über der Last, gebildet aus 12 Fourier-Koeffizienten für einen Lastbereich von 200 bis 2200 Nm.

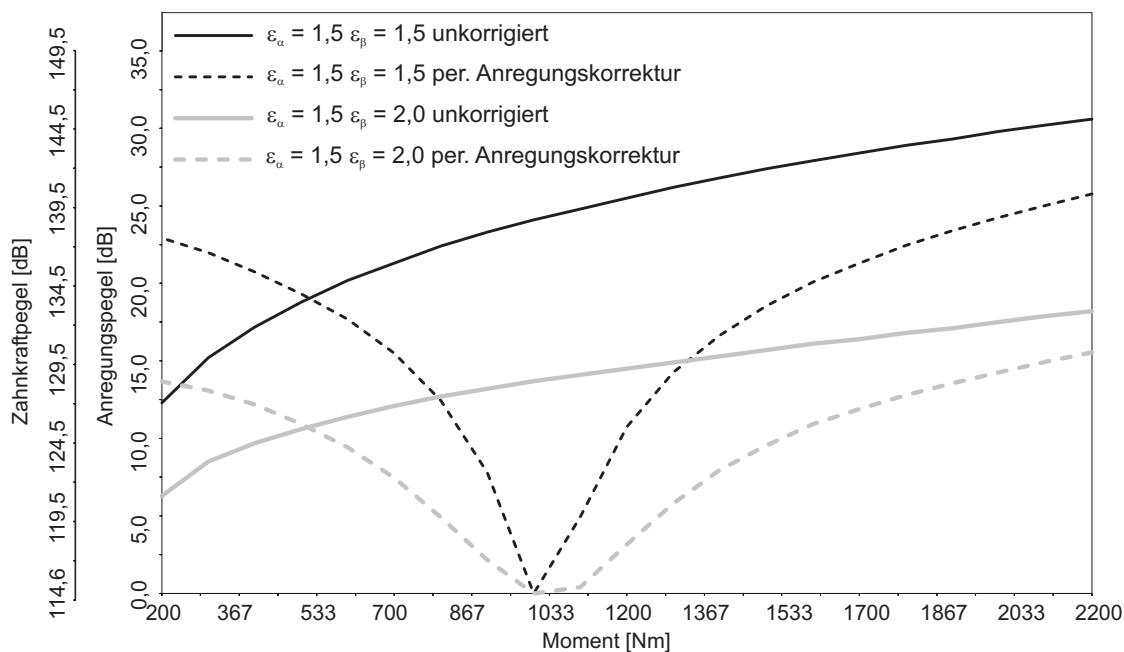


Bild 37: Verlauf des Zahnkraft-/Anregungspegels über der Last für zwei Verzahnungsvarianten ($\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 2,0$, s. Bild 35) mit und ohne periodischer Anregungskorrektur für 1000 Nm.

Wird der Zahnkraftpegelverlauf in Bild 37 für beide unkorrigierten Verzahnungen verglichen, so fällt auf, dass die Verzahnung mit der ganzzahligen Sprungüberdeckung von $\epsilon_\beta = 2,0$ gegenüber der Verzahnung mit $\epsilon_\beta = 1,5$ deutlich kleinere Werte für den Zahnkraftpegel aufweist. Dieses Verhalten stimmt mit früheren Untersuchungen z. B. in [33] und [45] überein und lässt sich durch die dominante Rolle des Verlaufs der Gesamtberührlinienlänge über dem Eingriff einer unkorrigierten Schrägverzahnung auf den Verzahnungssteifigkeitsverlauf erklären. Aus Bild 37 wird ferner ersichtlich, dass sich bei der periodischen Anregungskorrektur für die Auslegungslast von 1000 Nm unabhängig von der Hauptgeometrie ein eindeutiges Minimum des Zahnkraftpegels ausbildet. Die Absenkung des Zahnkraftpegelverlaufs umfasst gegenüber der jeweiligen unkorrigierten Variante größere Lastbereiche insbesondere im Bereich hoher Lasten. Lediglich bei kleiner Last bringt die periodische Anregungskorrektur Nachteile mit sich. Bild 37 belegt weiterhin, dass für einen relativ schmalen Lastbereich um die Auslegungslast die anregungskorrigierte Verzahnung mit $\epsilon_\beta = 1,5$ Vorteile gegenüber der un-

korrigierten Verzahnung mit der ganzzahligen Sprungüberdeckung von 2,0 bietet.

Die hier behandelten Beispiele bestätigen die aufgestellte Theorie indem sie zeigen, dass die ermittelte periodische Anregungskorrektur zu einer Anregungsminimierung für konstante Last führt. Nichts desto trotz bleibt die Frage der technischen Realisierbarkeit solcher Eingriffstopologien, wie in Bild 35 dargestellt, zu klären. Die komplexe Flankenform sowie der kleine Korrekturbetrag scheint mit den heutigen Fertigungsmöglichkeiten nicht ohne Weiteres herstellbar zu sein. Die Variante mit $\epsilon_\beta = 1,5$ weist verglichen mit der Variante mit $\epsilon_\beta = 2,0$ eine Soll-Eingriffstopologie mit deutlich weniger Unstetigkeiten auf (Bild 35a) und hat gleichzeitig einen deutlich höheren Maximalwert mit ca. $1,6 \mu\text{m}$.

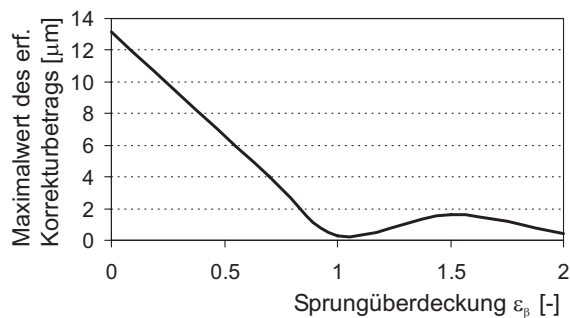


Bild 38: Maximaler Betrag der erforderlichen periodischen Anregungskorrektur in Abhängigkeit von der Sprungüberdeckung: $m_t = 3,21 \text{ mm}$, $a = 140 \text{ mm}$, $T = 1000 \text{ Nm}$.

In Bild 38 ist der Maximalwert der erforderlichen periodischen Anregungskorrektur für eine Verzahnung mit einem Stirnmodul $m_t = 3,21 \text{ mm}$ und einem Achsabstand $a = 140 \text{ mm}$ als Funktion von der Sprungüberdeckung dargestellt. Dieser Maximalwert entspricht der maximalen Drehwegschwankung für die entsprechende Variante bei einer Auslegungslast von 1000 Nm . Aus Bild 38 wird ersichtlich, dass im Bereich einer Sprungüberdeckung von 0 bis 1,0 der Maximalwert der erforderlichen

Korrektur immer kleiner wird. Weiterhin machen sich bei ganzzahliger Sprungüberdeckung eindeutige Minima bemerkbar. Dieses Verhalten entspricht tendenziell der Aussage des Steppdeckendiagramms nach [33], [45] bzw. des Berührlinienfaktors q aus [37] nach [36] (s. Bild 27). Die Bereiche geringer Anregung befinden sich grundsätzlich bei ganzzahliger Sprungüberdeckung. Nach Bild 38 würde demnach bei einer Sprungüberdeckung $\epsilon_\beta = 1,0$ die Amplitude der erforderlichen periodischen Anregungskorrektur im Bereich weniger Zehntel μm liegen, bei $\epsilon_\beta = 0,5$ würden knapp $7 \mu\text{m}$ notwendig sein. Da diese Betrachtung der Beurteilung der Fertigungsrelevanz der periodischen Anregungskorrektur dienen soll, kann gefolgert werden, dass Verzahnungen mit schlechterem Anregungsverhalten größere, also einfacher realisierbare Beträge für die fertigungstechnische Ausführung der periodischen Anregungskorrektur aufweisen.

Die vorgestellte Lösungsmethode bietet ausgehend von Gleichung (13) eine Flankenkorrektur in Form einer teilungsperiodischen Welligkeit in Eingriffsrichtung an, die eine eindeutige Lösung für eine vorgegebene konstante Last

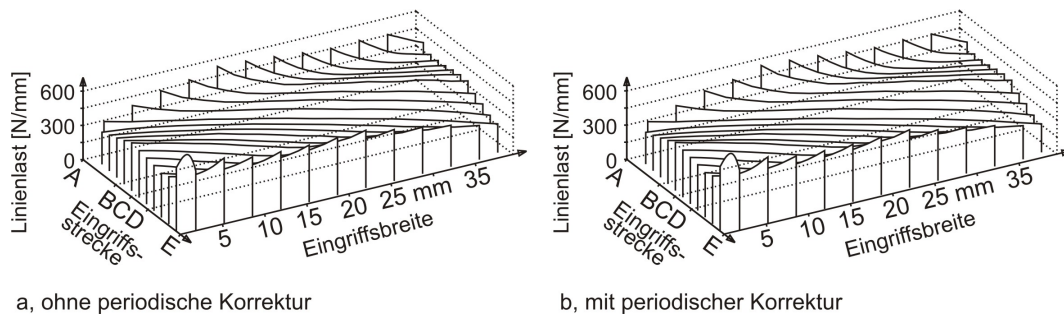
(Drehmoment am Ritzel) besitzt und gleichzeitig (s. Bild 37) zu einer merklichen Absenkung der Anregung über einen um die Auslegungslast breiten Lastbereich führt. Die praktische Realisierbarkeit dieser Korrekturform kann an fertigungstechnischen Grenzen stoßen.

Weitergehende Untersuchungen

Um für jedes Drehmoment in einem gegebenen Lastbereich einen konstanten Verzahnungskraftverlauf zu erreichen (s. Gleichung (13)), müssen sich für diese Drehmomente gleichzeitig die Amplituden und die Phasenlagen der Verzahnungskraftverläufe entsprechen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Möglichkeiten für die theoretische Berechnung einer anregungsoptimierten Flankenkorrektur für veränderliche Last untersucht. Eine lastunabhängige Korrektur sollte durch Veränderung der tragenden Länge der Berührlinien in Abhängigkeit von der Last und der Eingriffsstellung sowie durch den Einsatz von Berührlinienballigkeiten erzwungen werden. Die Ergebnisse der Berechnungen mit solchen Varianten führen nicht zum erwünschten Ergebnis. Die untersuchten Varianten unterscheiden sich anregungstechnisch nicht wesentlich von der unkorrigierten Verzahnung. Ferner sollte die Lastunabhängigkeit der Flankenkorrektur durch Veränderung des Tragbildes in Eingriffsrichtung in Abhängigkeit von der Last erreicht werden. In diesem Fall konnten bei bestimmten Fällen in der Auswertung des Zahnkraftpegels bzw. der ersten Harmonischen der anregenden Kraft mehrere Minima erzielt werden. Zwischen den einzelnen Minima sind allerdings stets Überhöhungen aufgetreten, die teils deutlich über den Rechenwerten für den Zahnkraftpegel bzw. die erste Harmonische der anregenden Kraft der unkorrigierten Verzahnung lagen. Keines dieser Vorgehen führte zur Aufstellung eines zufriedenstellenden Lösungsansatzes. In dieser Hinsicht scheint die Lösung für konstante Last eine weitestgehend wirksame Teillösung auch für veränderliche Last zu sein.

3.3.2 Berechnungsstudie zur periodischen Anregungskorrektur

Die DZP Version 4.0.5 sieht die Eingabe einer Flankenwelligkeit (periodische Welligkeit, [1]) vor. Im entsprechenden Eingabefenster können Flankenwelligkeiten unterschiedlicher Frequenz, Phasenlage, Orientierung und Amplitude vorgegeben werden. Damit ist die Eingabe der lastabhängigen Drehwegabweichung durch harmonische Überlagerung umfassend möglich. Die periodische Anregungskorrektur entspricht demnach der Vorgabe einer Flankenwelligkeit mit dem Grundschrägungswinkel und einer Wellenlänge in der Größe der Stirnteilung. **Bild 39** zeigt anhand der Variante mit $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$ aus Tabelle 2, dass eine periodische Korrektur die Lastverteilung über dem Eingriffsfeld nicht beeinflusst.



a, ohne periodische Korrektur

b, mit periodischer Korrektur

Bild 39: Einfluss der Anregungskorrektur auf die Lastverteilung (Verzahnung: $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,5$, mit Korrektur für gleichmäßige Lastverteilung, $T = 1500 \text{ Nm}$).

Alle nachfolgenden Berechnungsbeispiele beziehen sich ebenfalls auf die Varianten von Tabelle 1. Hier wurden die Fourierkoeffizienten ($N = 12$) der Drehwegabweichung der tragfähigkeitskorrigierten Verzahnung als periodische Anregungskorrektur vorgegeben. Als Standardkorrekturen hinsichtlich Tragfähigkeit sind für die Geradverzahnungen lange Kopf- und Fußrücknahmen ($\epsilon_\alpha = 1,5$: $C_a = C_f = 24 \mu\text{m}$, Länge 4,7 mm; $\epsilon_\alpha = 2,2$: $C_a = C_f = 31 \mu\text{m}$, Länge 4,7 mm [1]), die bei $T = 700 \text{ Nm}$ vorzeitigen und nachzeitigen Eingriff verhindern sowie eine Schrägungswinkelkorrektur von $x_{f0} = -4,5 \mu\text{m}$ [1] für gleichmäßiges Breitentragen bei $T = 1500 \text{ Nm}$. Die übrigen Verzahnungsvarianten wurden mit Hilfe von RIKOR [3] auf eine gleichmäßige Lastverteilung korrigiert.

Ordnung	$\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,0$ (mit Tragfähigkeitskorrektur)	$\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,5$ (mit Tragfähigkeitskorrektur)
1	0,61203E-3	0,10477E-2
2	0,17301E-3	0,77696E-4
3	0,68750E-4	0,20517E-4
4	0,30409E-4	0,23559E-4
5	0,17330E-4	0,39188E-5
6	0,10578E-4	0,37641E-5
7	0,61786E-5	0,51826E-5
8	0,48844E-5	0,35745E-5
9	0,45075E-5	0,42637E-5
10	0,32886E-5	0,38913E-5
11	0,40330E-5	0,37625E-5
12	0,43514E-5	0,34660E-5

Tabelle 5: Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung in mm ($T = 700 \text{ Nm}$) als Vorgabe für die periodische Anregungskorrektur (berechnet mit DZP [1] unter Vorgabe der Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500 \text{ Nm}$).

Die Tabelle 5 zeigt beispielhaft die Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung

chung für die periodische Anregungskorrektur bei der Anregungslast für die Varianten $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,0$ sowie $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,5$.

Auch für den Teillastbereich zeigt der Verlauf des Anregungspegels (s. Bilder 40 und 42) über dem Drehmoment abgesenkte Werte gegenüber der unkorrigierten Verzahnung (s. Bild 32).

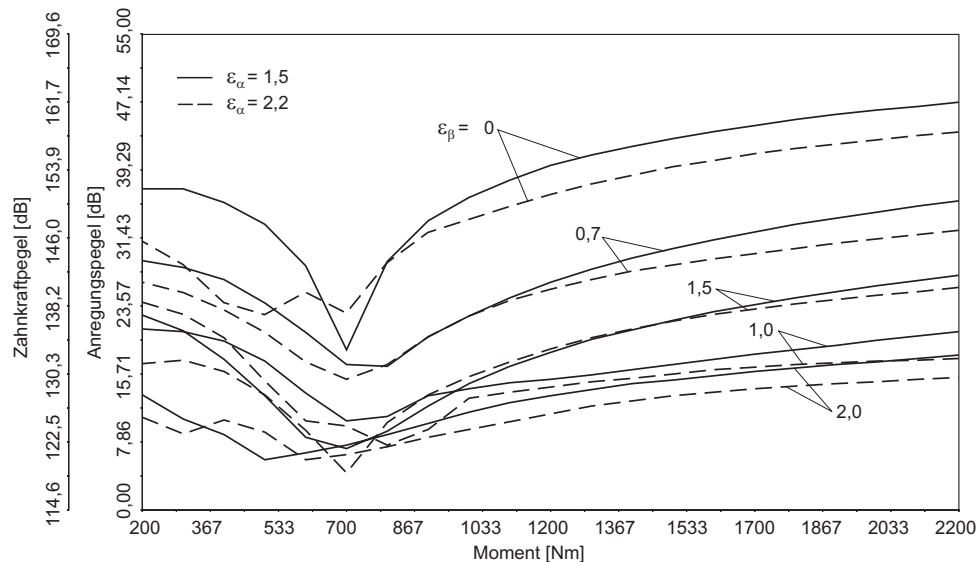


Bild 40: Einfluss periodischer Anregungskorrektur auf den Anregungspegel [33] über dem Drehmoment (Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500$ Nm, optimale Anregungskorrektur für $T = 700$ Nm).

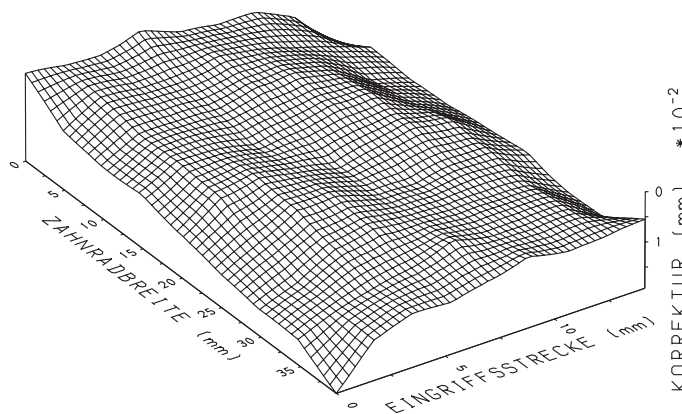


Bild 41: Variante: $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,5$, überlagerte Tragfähigkeitskorrektur ($T = 1500$ Nm) des Rades und periodische Anregungskorrektur ($T = 700$ Nm) für das Ritzel.

Der wesentliche Einfluss auf den Zahnkraftpegel liegt nicht in der Erhöhung der Profil-, sondern der Sprungüberdeckung (s. Bild 40). Im Bereich der Anregungskorrektur nimmt der Zahnkraftpegel geringe Werte an. In den übrigen Bereichen werden die Werte gegenüber der unkorrigierten Verzahnung zum Teil größer (s. Bild 40).

Bei den Varianten $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 1,5$, $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 0,0$ sowie $\epsilon_\alpha = 2,2$ und $\epsilon_\beta = 0,0$ werden nachfolgend die Einflüsse von Korrekturen auf den Anregungspegel, die maximale Drehwegabweichung bzw. die dynamische Zahnkraft betrachtet. Im Bild 41 sind beispielhaft

die Tragfähigkeitskorrektur des Rades und die periodische Anregungskorrektur für das Ritzel der Variante $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,5$ in überlagerter Form dargestellt. Mit einer der Tragfähigkeitskorrektur ($T = 1500$ Nm) überlagerten periodischen Anregungskorrektur ($T = 700$ Nm) kann die Anregung im Bereich der Teillast deutlich verringert werden (s. Bild 42).

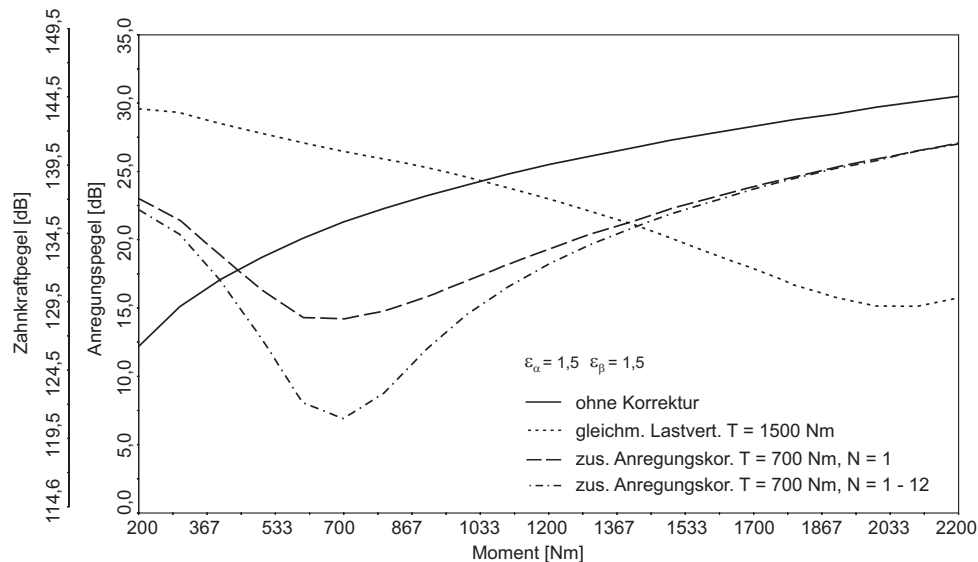


Bild 42: Einfluss von Korrekturen auf den Zahnkraftpegel [33] über dem Drehmoment (Variante: $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 1,5$; Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500$ Nm, optimale Anregungskorrektur für $T = 700$ Nm).

Dies wird auch durch die Verläufe der dynamischen Zahnkraft über der Drehzahl für $T = 700$ Nm bestätigt (s. Bild 44).

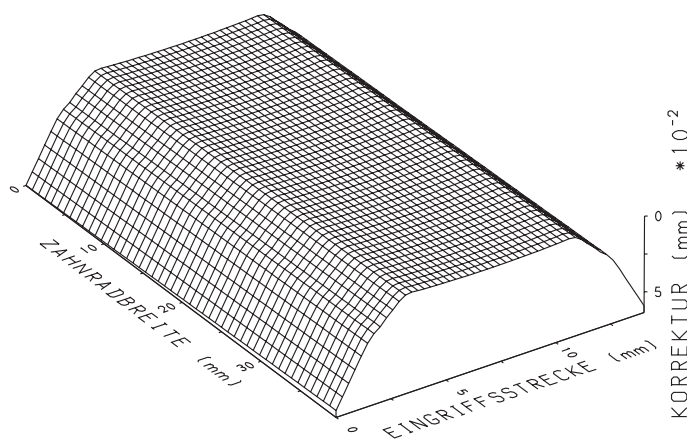


Bild 43: Variante: $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 0,0$, überlagerte Tragfähigkeitskorrektur ($T = 1500$ Nm) des Rades und periodische Anregungskorrektur ($T = 700$ Nm) für das Ritzel.

Im Bild 43 sind die Tragfähigkeitskorrektur des Rades und die periodische Anregungskorrektur für das Ritzel der Variante $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 0,0$ (s. Tabelle 2) in überlagerter Form dargestellt. Auch bei der Geradverzahnung ($\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 0,0$) kann durch Überlagerung einer periodischen Anregungskorrektur die dynamische Zahnkraft deutlich vermindert werden (s. Bild 45).

Werden bei der Vorgabe der periodischen Anregungskorrektur 12 Amplituden ($N=12$ in Bild 45) der Fou-

rierkoeffizienten der Drehwegabweichung berücksichtigt, können auch die Amplituden der Höherharmonischen beeinflusst werden.

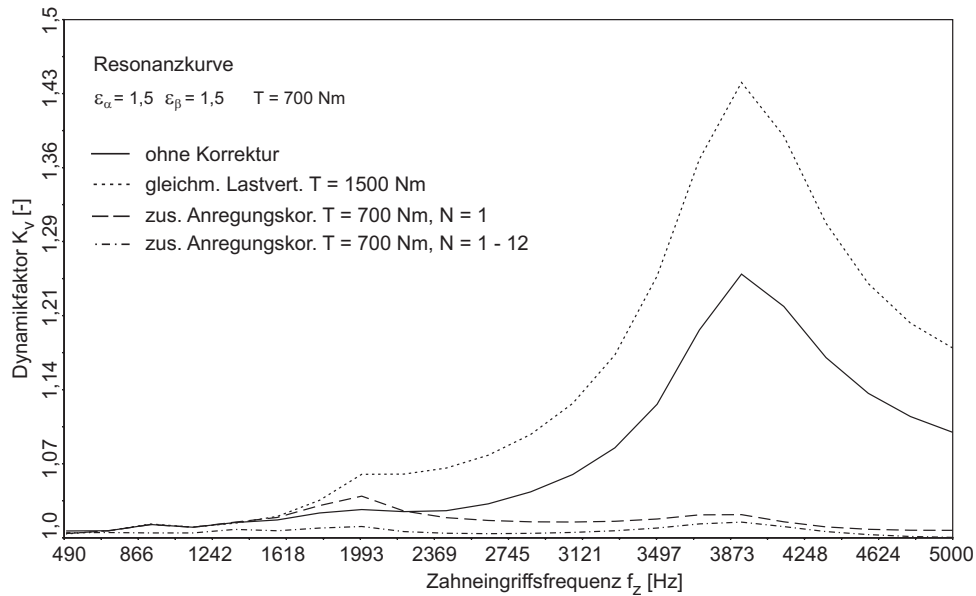


Bild 44: Einfluss von Korrekturen auf die dynamische Verzahnungskraft über der Drehzahl (Variante: $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 1,5$; Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500$ Nm, optimale Anregungskorrektur für $T = 700$ Nm).

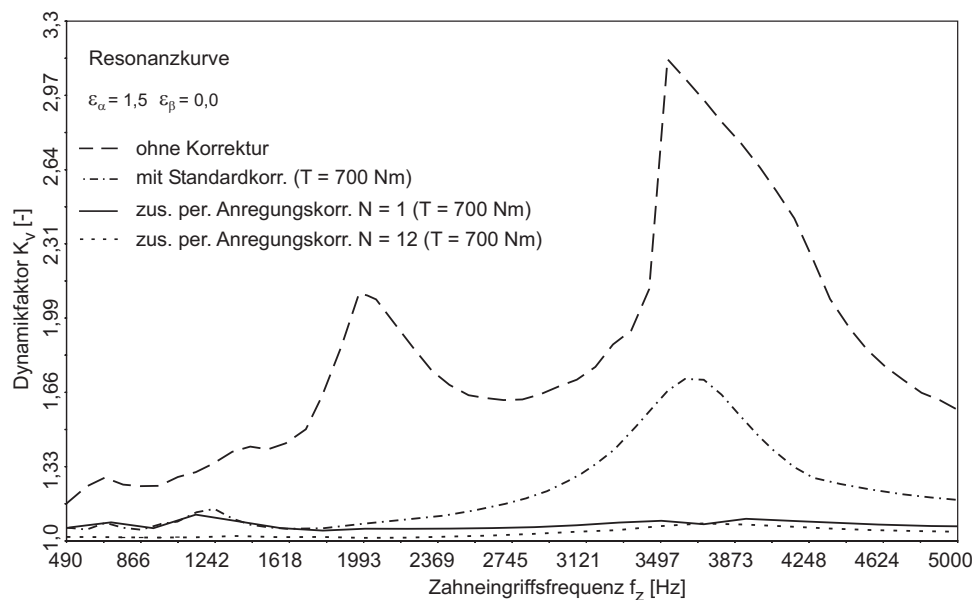


Bild 45: Einfluss von Korrekturen auf die dynamische Verzahnungskraft über der Drehzahl (Variante: $\varepsilon_\alpha = 1,5$, $\varepsilon_\beta = 0,0$; Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500$ Nm, optimale Anregungskorrektur für $T = 700$ Nm).

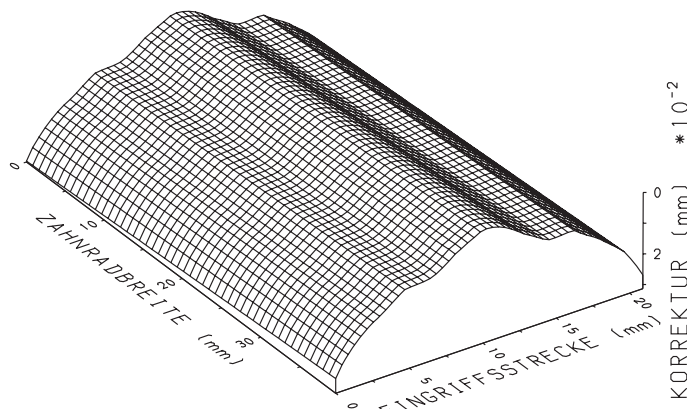


Bild 46: Variante: $\epsilon_\alpha = 2,2$, $\epsilon_\beta = 0,0$, überlagerte Tragfähigkeitskorrektur ($T = 1500 \text{ Nm}$) des Rades und periodische Anregungskorrektur ($T = 700 \text{ Nm}$) für das Ritzel.

Im **Bild 46** sind analog zu den vorhergehenden Varianten die Tragfähigkeitskorrektur des Rades und die periodische Anregungskorrektur für das Ritzel der Variante $\epsilon_\alpha = 2,2$, $\epsilon_\beta = 0,0$ (s. Tabelle 2) in überlagerter Form dargestellt. Wie bei der Variante $\epsilon_\alpha = 1,5$, $\epsilon_\beta = 0,0$ kann bei der Variante $\epsilon_\alpha = 2,2$, $\epsilon_\beta = 0,0$ durch Überlagerung einer periodischen Anregungskorrektur die dynamische Zahnkraft deutlich

vermindert werden (s. **Bild 47**).

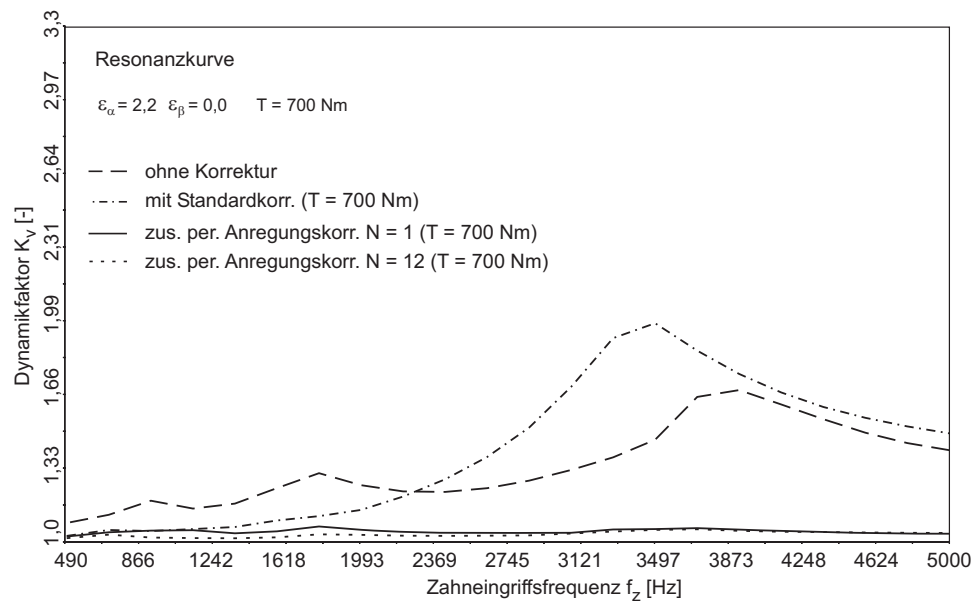


Bild 47: Einfluss von Korrekturen auf die dynamische Verzahnungskraft über der Drehzahl (Variante: $\epsilon_\alpha = 2,2$, $\epsilon_\beta = 0,0$; Tragfähigkeitskorrektur für $T = 1500 \text{ Nm}$, Anregungskorrektur für $T = 700 \text{ Nm}$).

4 Prüfstandsversuche und Prüfräder

4.1 Beschreibung des Prüfstandes und des Messaufbaus

4.1.1 Prüfstand

Die Laufversuche zur experimentellen Absicherung der Rechenergebnisse wurden auf einem Verspannungsprüfstand mit einem Achsabstand von $a = 140 \text{ mm}$ durchgeführt. Ein Schema dieses Prüfstandes zeigt **Bild 48**. Bei einem Prüfstand, ausgeführt nach dem Verspannungsprinzip ("back-to-back"), ergibt sich ein geschlossener Momentenkreislauf. Dieser Kreislauf verläuft von der Antriebswelle in die Verzahnung des Prüfgetriebes (a), über die Abtriebswelle in die Verzahnung des Übertragungsgetriebes (b) und wieder zurück zur Antriebswelle. Das Aufbringen des Verspannmomentes erfolgt durch Öffnen der Verspannkupplung (c) und Aufbringen eines Torsionsmoments auf die eine Hälfte der Kupplung mit Hilfe eines Hebels und daran angehängten Gewichten. In diesem belasteten Zustand werden die beiden Hälften der Verspannkupplung verschraubt. So ist nach Entfernung von Gewichten und Hebel das aufgebrachte Torsionsmoment als Verspannmoment im Momentenkreislauf vorhanden. Der Antrieb des Prüfstandes erfolgt durch einen drehzahlgeregelten Gleichstrommotor (e), der über ein zwischengeschaltetes Riemenvorgelege (d) aufgrund des Wirkprinzips des Verspannungsprüfstandes dem Kreislauf lediglich die Verlustleistung zuführen muss.

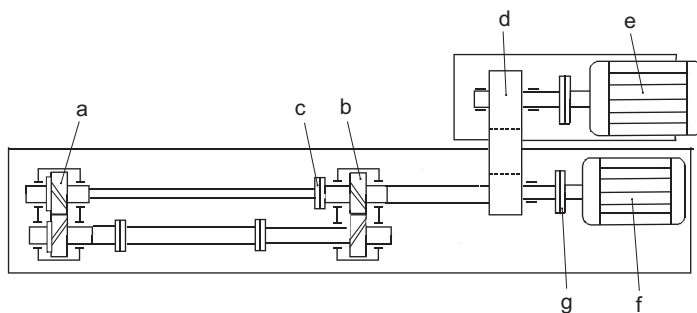


Bild 48: Schematische Darstellung des verwendeten Verspannungsprüfstandes $a = 140 \text{ mm}$.

Eine Besonderheit dieses Prüfstandes gegenüber konventionellen Verspannungsprüfständen besteht darin, dass hier zur Überwindung des, gegenüber dem im Betrieb benötigten Moments, deutlich höheren Anfahrmoments ein Getriebemotor (f) als Anfahrhilfe verwendet wird. Beim Anfahren des Prüfstandes wird

kurzzeitig der Getriebemotor (f) auf einer Drehzahl von ca. 100 1/min auf der Ritzelwelle betrieben. Dann wird dieser durch eine elektrisch betätigte Zahnkupplung (g) vom Prüfstand getrennt und der eigentliche Antrieb wird nach geringer zeitlicher Verzögerung zugeschaltet. Damit kann die installierte Leistung des Hauptantriebes (e) von ca. 100 kW auf 40 kW reduziert werden. Bei der Konstruktion des Prüfstandes wurde eine möglichst gute dynamische Entkopplung der beiden Getriebe angestrebt, um eine Verfälschung der Messergebnisse durch Einflüsse des Übertragungsgetriebes zu mini-

mieren. Durch eine torsionsweiche Gestaltung der Verbindungswellen wird ein Signalabstand des Schwingungssignals aus dem Übertragungsgetriebe zum Messsignal im Prüfgetriebe von mindestens 35 dB erzielt. Dies kann als ausreichend angesehen werden. Zur Vermeidung einer Beeinflussung des Schwingungsverhaltens durch Nichtlinearitäten z. B. aus spielbehafteten Welle-Nabe-Verbindungen sind die Verbindungen Zahnrad-Welle wie auch sämtliche anderen Welle-Nabe-Verbindungen als Querpresssitz ausgeführt. Die Montage der Prüfräder auf der Welle erfolgt als Presssitz durch axiales Aufschieben des Radkörpers auf einer Zwischenhülse mit kegeliger Bohrung auf die ebenfalls kegelige Welle. Zur Demontage wird der Kegelsitz durch Drucköl von innen aufgeweitet. Beide Wellen sind wälzgelagert, für die Aufnahme auftretender Axialkräfte dient jeweils ein Vierpunktlager. Die Schmierung der Verzahnung von Prüf- und Übertragungsgetriebe erfolgt als Einspritzschmierung durch zwei getrennte, thermostatgeregelte Ölaggregate. Die Lager werden durch Spritzöl aus der Verzahnung ausreichend mit Öl versorgt. Analog zu den Vorgängervorhaben [32], [45], [15] kommt ein Öl FVA 3 mit 4% Anglamol bei einer Betriebstemperatur von 60°C zum Einsatz.

4.1.2 Messaufbau

Zur Erfassung einzelner Komponenten des das Schwingungssystem beschreibenden Zustandsvektors x werden die Biege- und die Torsionsbeschleunigung des Radkörpers gemessen. Hierzu werden auf einer stirnseitig mit dem Radkörper verschraubten Scheibe drei Beschleunigungsgeber montiert. Die Gestalt dieser Scheibe und die Anordnung der Geber zeigt Bild 49. Die Befestigung der Geber in der Scheibe erfolgt durch Einschrauben in eingepresste Hülsen aus Pertinax (PF). Die Pertinax-Hülsen isolieren die Geber elektrisch gegenüber der Aufnahme. Anschließend werden die Geber einschließlich des integrierten Kabels mit Epoxidharz eingegossen. Dieses Eingießen ist notwendig, da durch die Einwirkung der Fliehkraft und des Getriebeöles Schäden an der integrierten Kabelzuführung der Geber auftreten können, die zu einem vorzeitigen Ausfall der Geber führen. Bei den Gebern handelt es sich um seismische Beschleunigungsaufnehmer mit integriertem Ladungs-Spannungs-Wandler, die ein Spannungssignal liefern, welches der in Geberlängsachse wirkenden Beschleunigung proportional ist. Bei der Bauweise der eingesetzten Geber kann deren Querempfindlichkeit vernachlässigt werden. Geber 1 und 2 sind um 90° verdreht zueinander angeordnet. Aus der Quadratsumme der Beschleunigungssignale beider Geber 1 und 2, kann die Translationsbeschleunigung der Radkörpermasse in Eingriffsrichtung ermittelt werden (Biegebeschleunigung). Geber 2 und 3 sind parallel eingebaut, zeigen allerdings in die entgegengesetzte Richtung. Durch Anordnung der Geber 2 und 3 wie in Bild 49 gezeigt, ergibt das Summensignal dieser beiden Geber die Rotationsbeschleunigung (Torsionsbeschleu-

nigung) der Radkörpermasse. Beispiele für gemessene Translations- und Rotationsbeschleunigungssignale sind ebenfalls in Bild 49 dargestellt.

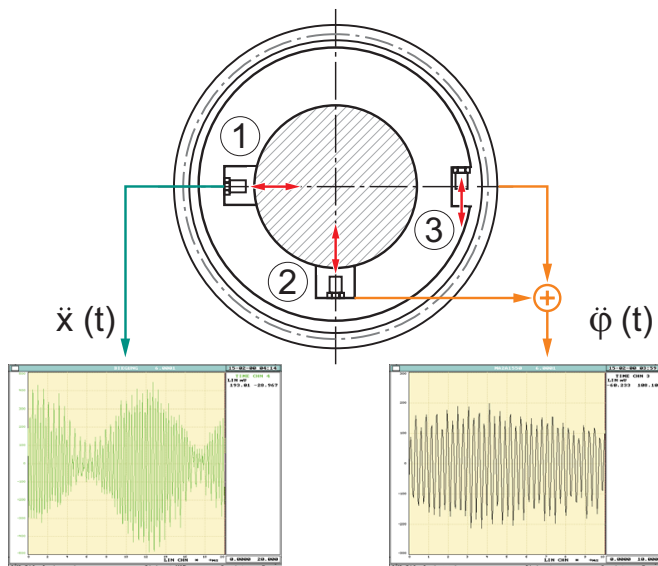


Bild 49: Anordnung der seismischen Beschleunigungsgeber zur Erfassung der Torsionsbeschleunigung $\ddot{\phi}(t)$ und der Biegebeschleunigung $\ddot{x}(t)$ an der Stirnseite eines Prüfrades.

Die gleichzeitige Erfassung von Biege- und Torsionssignal ermöglicht durch Vergleich beider Signale eine ständige Plausibilitätskontrolle der gemessenen Torsionsbeschleunigung. Die von den Gebern gelieferten Spannungssignale werden der Versorgungsspannung überlagert und über einen 4-Kanal-Quecksilber-Drehübertrager ausgeleitet. Die Aufzeichnung der Signale erfolgt mit Hilfe eines FFT-Analysators (s. Tabelle 6). Parallel zur Messung der Beschleunigung am Radkörper wird die an der äußeren La-

gerstelle der treibenden Welle vorliegende Körperschall-Beschleunigung erfasst. Der Geber ist so angebracht, dass die Geberlängsachse (= Achse maximaler Empfindlichkeit) in Richtung der Eingriffsebene der Prüfverzahnung orientiert ist. Die Montage erfolgt durch Verschraubung mit einer Grundplatte, welche mit dem Gehäuse verklebt ist. Hierdurch wird ein nutzbarer Frequenzbereich von mindestens 10 - 15 kHz erreicht, der für die vorliegenden Messungen als ausreichend angesehen wird. Das Körperschall-Beschleunigungssignal wird ebenfalls auf dem FFT-Analysator gespeichert. Im Einzelnen werden folgende Geräte verwendet:

Beschleunigungsgeber	Vibrometer CE 501 M 101, 10 mV/g Frequenzbereich 7 - 20000 Hz
Spannungsversorgung der Geber	10-Kanal-Messanlage PS 118 M 101 der Fa. Vibrometer
Quecksilber-Drehübertrager	Vibrometer 4-MTA/T
Beschleunigungsgeber zur Körperschallmessung	Kistler Typ 8702B500, Resonanzfrequenz 54 kHz
Frequenzanalysator	DIFA DSA 210-8

Tabelle 6: Daten der verwendeten Messgeräte.

4.2 Verzahnungsdaten

4.2.1 Hauptgeometrie der untersuchten Verzahnungen

Die für die Prüfstandsversuche gewählten Prüfverzahnungen sind prinzipiell der Hauptgeometrie der Prüfverzahnungen aus den Vorgängervorhaben 133 II [45] und 338 I/II [15] angelehnt. In Tabelle 7 sind die entsprechenden Verzahnungsdaten aufgeführt.

Bezeichnung		Einheit	Wert
Achsabstand	a	[mm]	140
Verzahnungsbreite	b	[mm]	19,7/39,4/52,6
Normaleingriffswinkel	α_n	[°]	20
Schrägungswinkel	β	[°]	21
Normalmodul	m	[mm]	3
Zähnezahlen	z_1/z_2	[-]	43/45
Profilüberdeckung	ε_α	[-]	1,5/2,2
Sprungüberdeckung	ε_β	[-]	0,75/1,5/2,0

Tabelle 7: Hauptverzahnungsgeometrie der Prüfräder.

Im Vergleich zu den Vorgängervorhaben [32, 45, 15] ist die Auswahl der zu untersuchenden Hauptgeometrievarianten um die Hochverzahnungen mit $\varepsilon_\alpha = 2,2$ erweitert. Die unterschiedliche Sprungüberdeckung wird (wie aus Tabelle 7 ersichtlich) durch Variation der Breite erreicht. Ausgehend von einer Breite von 52,6 mm der Vorverzahnung sind die schmaleren Varianten durch beidseitiges Schleifen der Stirnseiten hergestellt. Alle Hauptgeometrievarianten wurden unkorrigiert wie auch korrigiert ausgeführt. Die korrigierten Großräder sind jeweils mit Standardkorrekturen im Sinne einer gleichmäßigen Pressungsverteilung gemäß RIKOR [3] für 75% der Nennlast ausgeführt. Als Nennlast ist für jede Verzahnungsvariante die Last definiert, bei der sich für die Hertz'sche Pressung am Wälzpunkt p_{HC} ein Wert von 1500 N/mm² ergibt. In der folgenden Tabelle 8 ist abhängig von ε_α und ε_β die jeweilige Nennlast aufgeführt:

Nennlast [Nm]			
ϵ_α	ϵ_β		
	0,75	1,5	2,0
1,5	1000	2000	2667
2,2	870	1740	2320

Tabelle 8: Nennlasten der Verzahnungsvarianten.

Die Fertigungszeichnungen für die verwendeten Prüfverzahnungen sind in Anhang A aufgeführt.

In Tabelle 9 sind die Korrekturpaarungen schematisch angegeben.

Ritzel \ Rad	unkorrigiert	mit Standardkorrektur ¹⁾
unkorrigiert	X	X
periodische Anregungskorrektur, ausgelegt für 67% der Nennlast und ein unkorrigiertes Gegenrad	X	
periodische Anregungskorrektur, ausgelegt für 67% der Nennlast und ein standardkorrigiertes Gegenrad		X
¹⁾ : Standard-Korrektur: Kopf- und Fußrücknahme für 75% der Nennlast Breitenballigkeit $C_b = 3-5 \mu\text{m}$		

Tabelle 9: Schematische Darstellung der Korrekturpaarungen Ritzel-Rad. Zu untersuchen sind die angekreuzten Kombinationen.

Aus Tabelle 9 wird ersichtlich, dass nicht jedes Ritzel mit jedem Rad gepaart wird. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Auslegung der periodischen Anregungskorrektur für das Ritzel aus der Drehwegabweichung zu ermitteln ist. Diese ist eine Funktion der Last und der Flankenform des Gegenrades. Die Kopf- und Fußrücknahmen werden jeweils linear als lange Korrektur ausgeführt. Um die Prüfräder im einzelnen beschreiben zu können und die Prüfradpaarungen festzulegen, werden für die Prüfräder vereinfachende Bezeichnungen nach Tabelle 10 eingeführt.

RA	n	07	u
			u Rad unkorrigiert
			s Rad mit Standardkorrektur
			uu Ritzel unkorrigiert
			au Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur für ein unkorrigiertes Gegenrad
			as Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur für ein Gegenrad mit Standardkorrektur
		07	- $\varepsilon_\beta = 0,75$
		15	- $\varepsilon_\beta = 1,5$
		20	- $\varepsilon_\beta = 2,0$
	n		- Normalverzahnung, $\varepsilon_\alpha = 1,5$
	h		- Hochverzahnung, $\varepsilon_\alpha = 2,2$
ri			- Ritzel
RA			- Rad

Tabelle 10: Schematische Erläuterung für die Bezeichnung der Prüfräder.

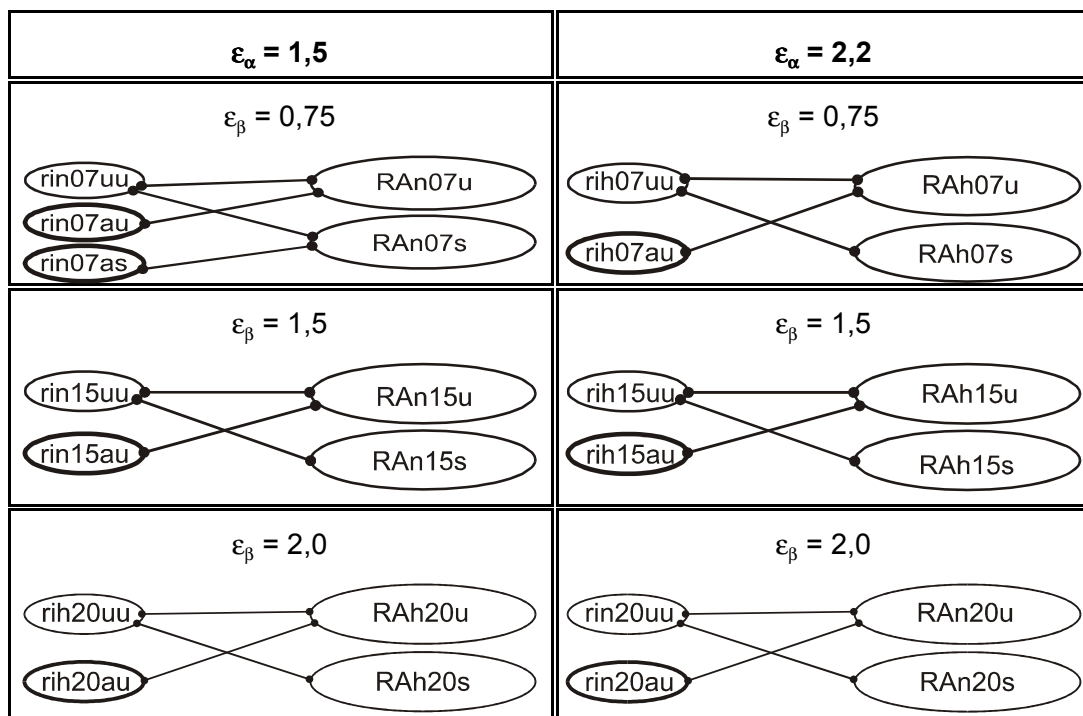


Tabelle 11: Radpaarungen für das Prüfprogramm (die Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur sind mit dicker Linie umrandet).

In Tabelle 11 sind die Radpaarungen für das Versuchsprogramm aufgelistet. Die kleinen Ellipsen kennzeichnen jeweils die Ritzel und die großen Ellipsen die Räder für jede Geometrievariante. Mit dicker Umrandung sind die Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur hervorgehoben. Die Verbindungsstriche bezeichnen die Radpaarungen, die sich für die Prüfstandsversuche ergeben. Es wird ersichtlich, dass insgesamt 19 Prüfradpaarungsvarianten in den Laufversuchen am Prüfstand zum Einsatz kommen. Pro Prüfradpaarung werden jeweils 6 Laststufen mit 20, 33, 50, 67, 80 und 100% der Nennlast auf dem Prüfstand untersucht.

4.2.2 Untersuchte Flankenkorrekturen

Angaben zu den ausgeführten periodischen Korrekturen

Für die Untersuchungen der Wirksamkeit der periodischen Anregungskorrektur wird eine periodische Anregungskorrektur für die erste Ordnung des Zahneingriffs ausgelegt. Die erforderliche Flankenform entspricht demnach einer dreidimensionalen Fläche, die in Stirnschnitt einen sinusförmigen Verlauf aufweist. In **Bild 50** ist die periodische Anregungskorrektur für die erste Ordnung des Zahneingriffs einer beispielhaften Verzahnung, aufgespannt über das Eingriffsfeld, gekennzeichnet durch die Eingriffsstrecke g_α und die Verzahnungsbreite b , dargestellt. Die periodische Anregungskorrektur für eine einzel-

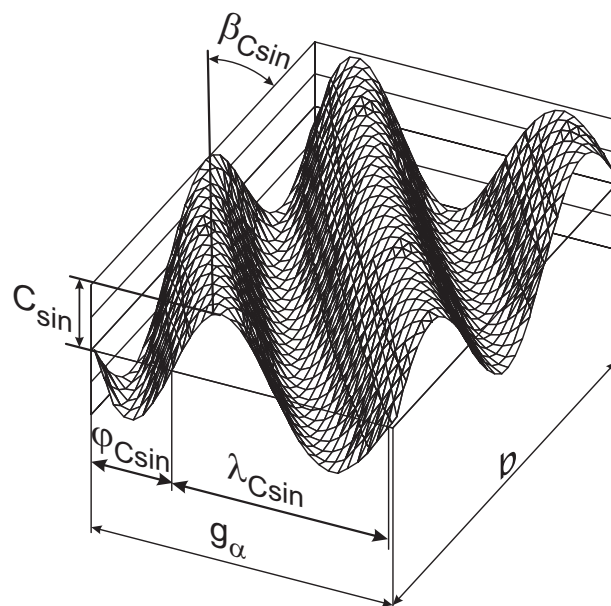


Bild 50: Bestimmungsgrößen der periodischen Anregungskorrektur.

ne Ordnung wird durch die Bestimmungsgrößen Amplitude C_{\sin} , Wellenlänge $\lambda_{C\sin}$, Nullphasenwinkel $\varphi_{C\sin}$ und Orientierung $\beta_{C\sin}$ festgelegt (Bild 50). Zur Ermittlung der periodischen Anregungskorrektur wird die mit dem FVA EDV-Programm DZP [1] ermittelte Drehwegabweichung herangezogen. Aus den rechnerisch ermittelten Fouriegliedern der Drehwegabweichung können die Sollwerte für die Amplitude C_{\sin} , die Wellenlänge $\lambda_{C\sin}$ und den Nullphasenwinkels $\varphi_{C\sin}$ bestimmt werden. Die Orientierung der periodischen Anregungskorrektur $\beta_{C\sin}$ entspricht dem Schrägungswinkel am Grundkreis β_b .

In **Tabelle 12** sind die Amplituden der periodischen Anregungskorrektur für die untersuchten Ritzelvarianten aufgeführt.

	Prüfrad	Amplitude [μm]
1.	rin07au	1,20
2.	rin07as	1,06
3.	rin15au	1,08
4.	rin20au	0,17
5.	rih07au	1,20
6.	rih15au	0,90
7.	rih20au	0,04

Tabelle 12: Betrag der Amplituden der periodischen Korrektur für die verschiedenen Ritzelvarianten.

Im Folgenden sind in den **Tabellen 13** bzw. **14** für die Ritzel mit Profilüberdeckung $\varepsilon_\alpha = 1,5$ bzw. $\varepsilon_\alpha = 2,2$, Angaben über die auszuführende periodische Anregungskorrektur und die graphische Darstellung der Flankentopologie aufgeführt. Aus Tabelle 12 wird ersichtlich, dass die Varianten 4 (rin20au) und 7 (rih20au) für die Auslegungslast (67% der Nennlast) erforderliche Doppelamplituden ($\equiv 2 \times \text{Amplitude}$) für die periodische Anregungskorrektur von $0,34 \mu\text{m}$ bzw. $0,08 \mu\text{m}$ aufweisen. Aus fertigungstechnischen Gründen wird festgelegt, dass die Untergrenze für die auszuführende Doppelamplitude $1 \mu\text{m}$ nicht unterschreiten soll. Um das Prüfprogramm um Verzahnungsvarianten mit ganzzahliger Sprungüberdeckung zu erweitern, wurde deshalb für die beiden Varianten rin20au und rih20au eine Doppelamplitude von $1 \mu\text{m}$ festgelegt. Dies führt zu einer Überdimensionierung der periodischen Anregungskorrektur. Entsprechend der Theorie der periodischen Anregungskorrektur ist bei einer Überdimensionierung der Korrektur mit einer Verstärkung der Anregung für den betrachteten Lastbereich zu rechnen.

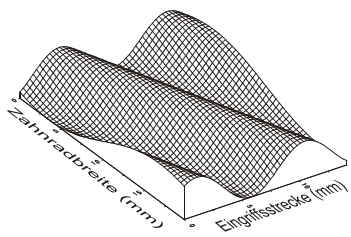
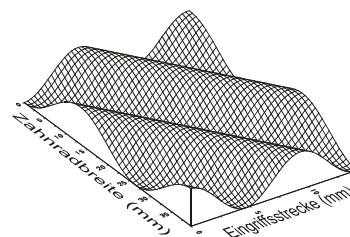
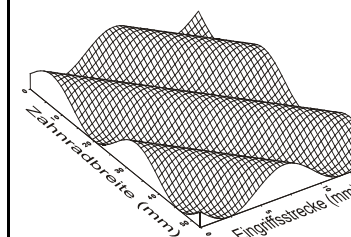
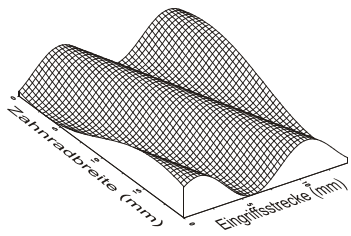
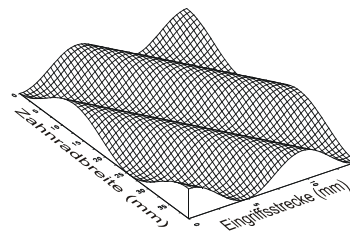
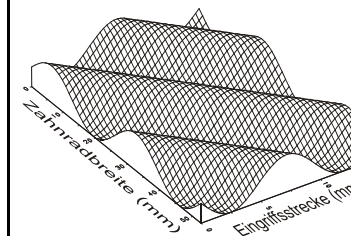
Ritzel (z = 43)		
$\epsilon_\alpha = 1,5$		
$\epsilon_\beta = 0,75$ $b = 19,7$ mm	$\epsilon_\beta = 1,5$ $b = 39,4$ mm	$\epsilon_\beta = 2,0$ $b = 52,6$ mm
unkorrigiert		
rin07uu	rin15uu	rin20uu
periodische Anregungskorrektur für ein unkorrigiertes Großrad		
rin07au	rin15au	rin20au
$2xA = 2,40$ μm	$2xA = 2,16$ μm	$2xA = 0,34$ μm
		
periodische Anregungskorrektur für ein Großrad mit Standardkorrektur		
rin07as	rin15as	rin20as
$2xA = 2,12$ μm	$2xA = 1,06$ μm	$2xA = 0,15$ μm
		

Tabelle 13: Zusammenstellung der Prüfritzel für die Normalverzahnung.

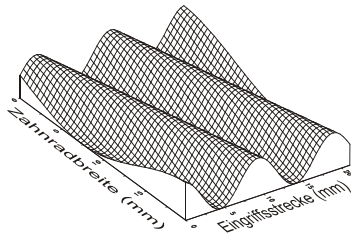
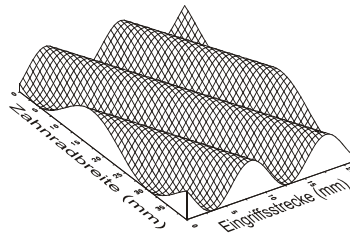
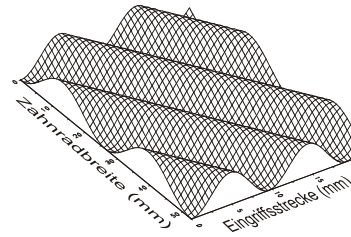
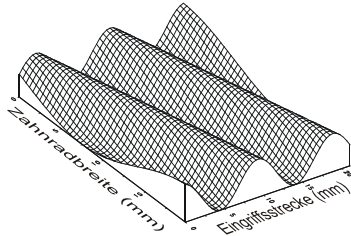
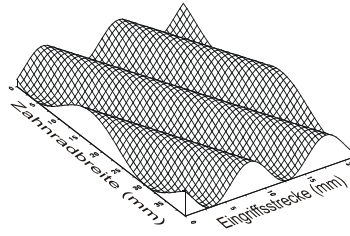
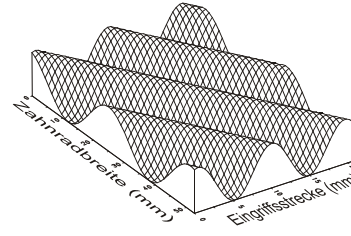
Ritzel ($z = 43$)		
$\varepsilon_\alpha = 2,2$		
$\varepsilon_\beta = 0,75$ $b = 19,7$ mm	$\varepsilon_\beta = 1,5$ $b = 39,4$ mm	$\varepsilon_\beta = 2,0$ $b = 52,6$ mm
unkorrigiert		
rih07uu	rih15uu	rih20uu
periodische Anregungskorrektur für ein unkorrigiertes Großrad		
rih07au	rih15au	rih20au
$2xA = 2,40$ μm	$2xA = 1,80$ μm	$2xA = 0,04$ μm
		
periodische Anregungskorrektur für ein Großrad mit Standardkorrektur		
rih07as	rih15as	rih20as
$2xA = 2,18$ μm	$2xA = 1,16$ μm	$2xA = 0,08$ μm
		

Tabelle 14: Zusammenstellung der Prüfritzel für die Hochverzahnung mit $\varepsilon_\alpha = 2,2$.

Angaben zu den ausgeführten Standardkorrekturen

In der nachfolgenden **Tabelle 15** sind analog zu Tabellen 13 und 14 die im Versuchsprogramm eingesetzten Räder mit Prüfrad-Bezeichnung, Angaben über die auszuführende Standardkorrektur und die graphische Darstellung der Flankentopologie aufgeführt.

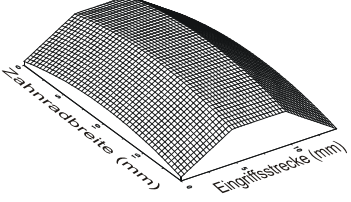
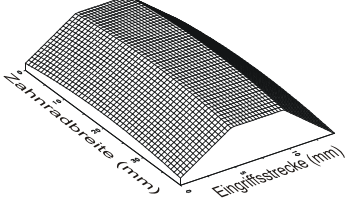
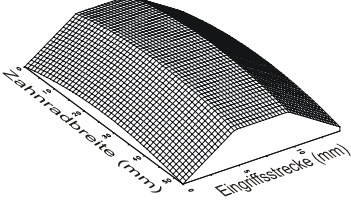
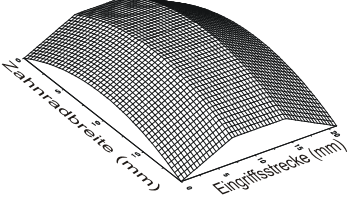
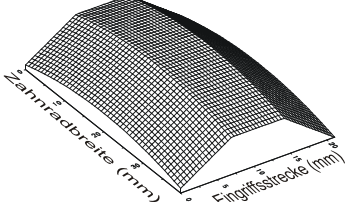
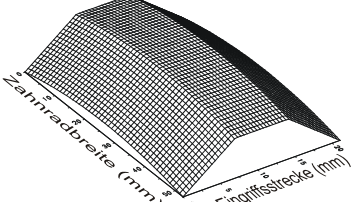
Räder (z = 45)			
$\epsilon_\alpha = 1,5$			
$\epsilon_\beta = 0,75$ $b = 19,7 \text{ mm}$	$\epsilon_\beta = 1,5$ $b = 39,4 \text{ mm}$	$\epsilon_\beta = 2,0$ $b = 52,6 \text{ mm}$	
unkorrigiert			
RAn07u	RAn15u	RAn20u	
korrigiert mit langer Kopf- und Fußrücknahme und Breitenballigkeit			
RAn07s	RAn15s	RAn20s	
$C_a = 15,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_f = 13,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_b = 4,0 \text{ }\mu\text{m}$	$C_a = 17,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_f = 14,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_b = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$	$C_a = 8,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_f = 9,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_b = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$	
			
$\epsilon_\alpha = 2,2$			
$\epsilon_\beta = 0,75$ $b = 19,7 \text{ mm}$	$\epsilon_\beta = 1,5$ $b = 39,4 \text{ mm}$	$\epsilon_\beta = 2,0$ $b = 52,6 \text{ mm}$	
unkorrigiert			
RAh07u	RAh15u	RAh20u	
korrigiert mit Kopf- und Fußrücknahme 33% der Eingriffsstrecke und Breitenballigkeit			
RAh07s	RAh15s	RAh20s	
$C_a = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_f = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_b = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$	$C_a = 8,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_f = 7,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_b = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$	$C_a = 10,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_f = 10,0 \text{ }\mu\text{m}$ $C_b = 3,0 \text{ }\mu\text{m}$	
			

Tabelle 15: Zusammenstellung der Prüfräder.

4.3 Dokumentation der Prüfräder

Alle Prüfräder wurden sowohl an der FZG als auch bei der Fa. Reishauer, die das Schleifen der Zahnradflanken durchgeführt hat, dreidimensional vermessen. Die Messungen der FZG wurden auf einer modernisierten Höfler EMZ 402 durchgeführt. Die 3D-Messmaschine der FZG verfügt über 4 Achsen und ein Abtastsystem der Fa. Zeiss. Die Prüfräder wurden für das Vermessen auf einen Spanndorn der Fa. König aufgespannt. Die Dokumentation jedes einzelnen Prüfrades besteht aus der Teilungsprüfung, der Verschränkungsmessung an einem Zahn sowie einer Topologiemessung aller Zahnflanken mit einer Auflösung von 32x32 Stützpunkten.

4.3.1 Teilungsqualität der Prüfräder

Im Rahmen des Messprogramms wurde für jedes untersuchte Zahnrad an der FZG eine Teilungsprüfung nach DIN 3962 [59] durchgeführt. Als Referenz für diese Messungen lagen der FZG Ergebnisse der Fa. Reishauer, die neben der Verschränkungsmessung auch die Teilungsprüfung durchführte, vor. Diese Messungen bestätigen die Messungen der FZG. **Bild 51** zeigt exemplarisch die Ergebnisse der Teilungsprüfung für das anregungskorrigierte Ritzel rin15au. In dieser Darstellung sind den einzelnen Zähnen durch die jeweiligen Zahnnummern die Einzelteilungsabweichungen zugeordnet. Die Zahnnummer dient als Referenz für die Vorgabe der richtigen Einzelteilungsabweichung bei der dynamischen Berechnung mit dem FVA EDV-Programm DZP [1]. Die Messung der Teilungsabweichungen zeigen insgesamt, dass die Prüfräder eine Qualität im Bereich von 3 bis 4 nach DIN 3962 [59] aufweisen. Die Teilungsmessschriene aller Prüflinge sind untereinander gleichwertig.

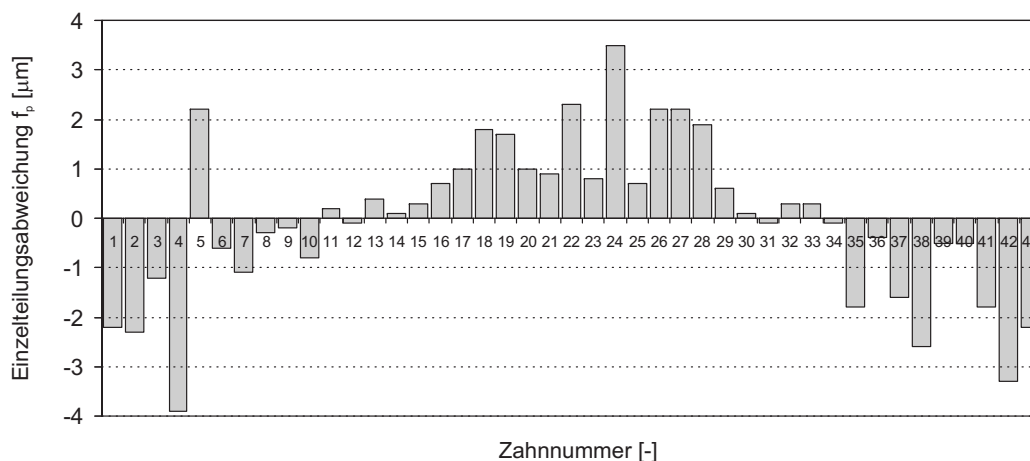


Bild 51: Einzelteilungsabweichung für die einzelnen Zähne des Prüfritzel rin15au.

4.3.2 Darstellung der Sollkorrektur als Overlay-Diagramm

Für die Bewertung der Schleifergebnisse bei der Fertigung der periodischen Korrekturen werden Sollvorgaben in Form von Overlay-Diagrammen erstellt. Ein Overlay-Diagramm wird aus dem Sollverlauf von jeweils 3 Profil- und drei Flankenlinien gebildet. Mit Hilfe der **Bilder 52** und **53** soll die Entstehung des veranschaulicht werden.

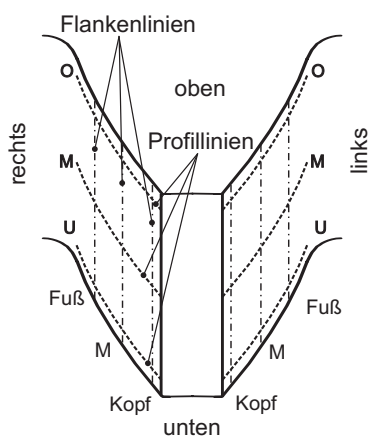


Bild 52: 3D-Darstellung eines Zahnes zur Verdeutlichung der Entstehung von Overlay-Diagrammen.

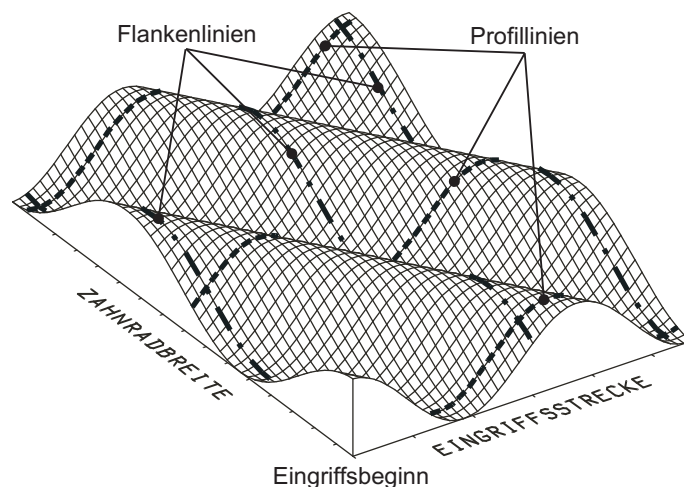


Bild 53: Eingriffsfeld einer Soll-Verzahnung mit periodischer Anregungskorrektur mit Verläufen von Profil- und Flankenlinien für das Overlay-Diagramm.

In Bild 52 sowie in Bild 53 sind die Profillinien jeweils gestrichelt dargestellt, die Flankenlinien mit Strich-Punkt gekennzeichnet. In Bild 52 ist eine dreidimensionale Ansicht eines zu beschreibenden Zahnes dargestellt. Die Soll-Flankenform ist vorgegeben. Die Abtastung der festgelegten Soll-Profil- und Soll-Flankenlinien führt zu einem Overlay-Diagramm, das z. B. wie in **Bild 54** dargestellt, aussehen kann. Die Positionen „Oben“, „unten“, „links“ und „rechts“ sind entsprechend der Vermessung auf der 3D-Messmaschine orientiert. Die Zuordnung der einzelnen Schriebe zu den Vorgaben des Overlay-Diagramms ist dadurch möglich. Die Bezeichnungen „O“ und „U“ in Bild 52 stehen für die Zuordnung der Profillinien - oben und unten. „Kopf“ und „Fuß“ bezeichnet die Position der Flankenlinien, „M“ bedeutet jeweils die Mitte. Diese Bezeichnungen sind auch im Overlay-Diagramm (Bild 54) wiederzufinden.

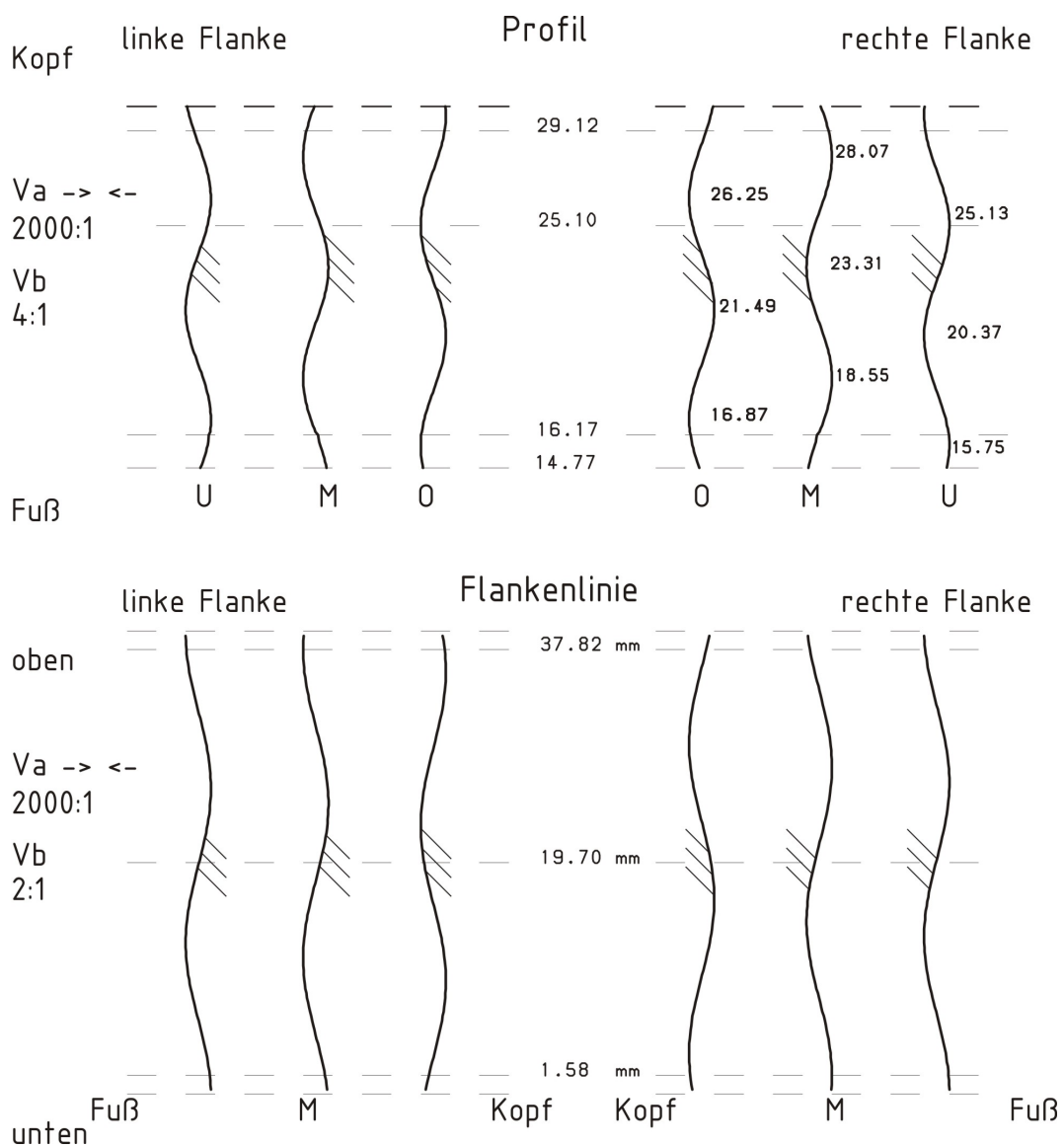


Bild 54: Beispielhaftes Overlay-Diagramm.

Im Falle einer beispielhaften periodischen Anregungskorrektur verlaufen die Profil- und Flankenlinien entsprechend Bild 53. Es ist zu beachten, dass in Bild 53 die Flanke über dem Eingriffsfeld aufgespannt ist, um die Soll-Flankenform hervorzuheben.

Das Overlay-Diagramm aus Bild 54 kann über die Schriebe der gemessenen Flanke gelegt werden und somit die Formgenauigkeit der real ausgeführten Flanke bewertet werden. Zur Verdeutlichung der Orientierung der Profil- und Flankenlinien in Bild 54 wurde die Materialeite mit drei parallelen Strichen gekennzeichnet.

4.3.3 Verschränkungsmessung der Prüfräder

Wie aus Tabelle 13 und 14 (Kap. 4.2.2) ersichtlich, weisen die Flanken der periodisch korrigierten Ritzel eine relativ komplexe Gestalt auf. **Bilder 55** und **56** zeigen jeweils den Vergleich zwischen der gemessenen Flankenform eines Zahnes in einer Verschränkungsmessung (Aufnahme von jeweils 3 Profil- und 3 Flankenlinien) und der theoretischen Flankenform, dargestellt als Overlay-Vorlage in grauer Tönung. Es wird jeweils eine Verschränkungsmessung der Fa. Reishauer einer entsprechenden Messung der FZG gegenübergestellt. Bild 55 behandelt das Ritzel rin07au ($\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 0,75$), Bild 56 das Ritzel rin15au ($\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 1,5$).

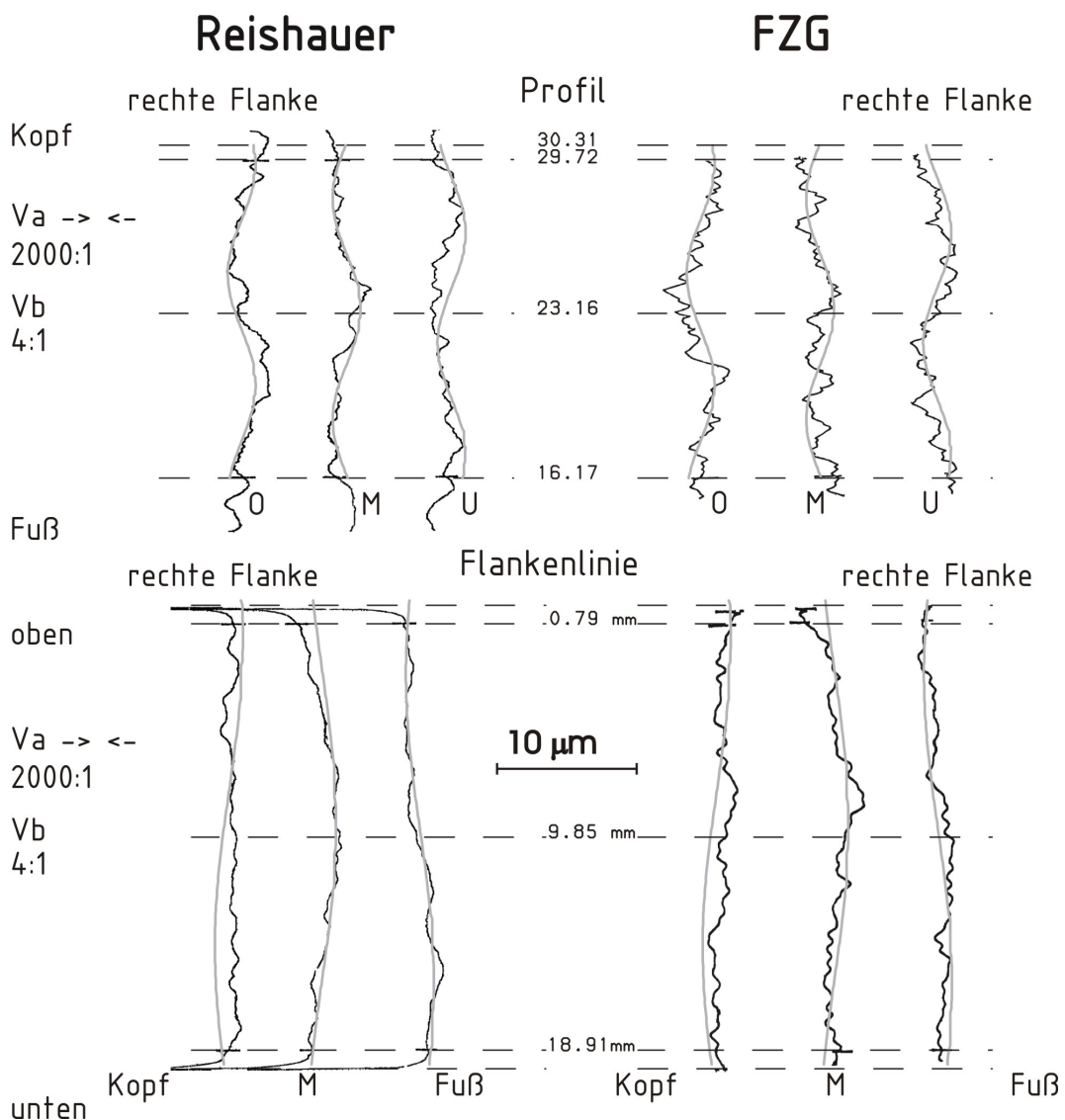


Bild 55: Vergleich zwischen der Overlayvorgabe (graue Linie) und dem Messschrieb für Profil- und Flankenlinien für das Ritzel rin07au. Die dargestellte Flanke ist beim Prüfstandsversuch zum Einsatz gekommen.

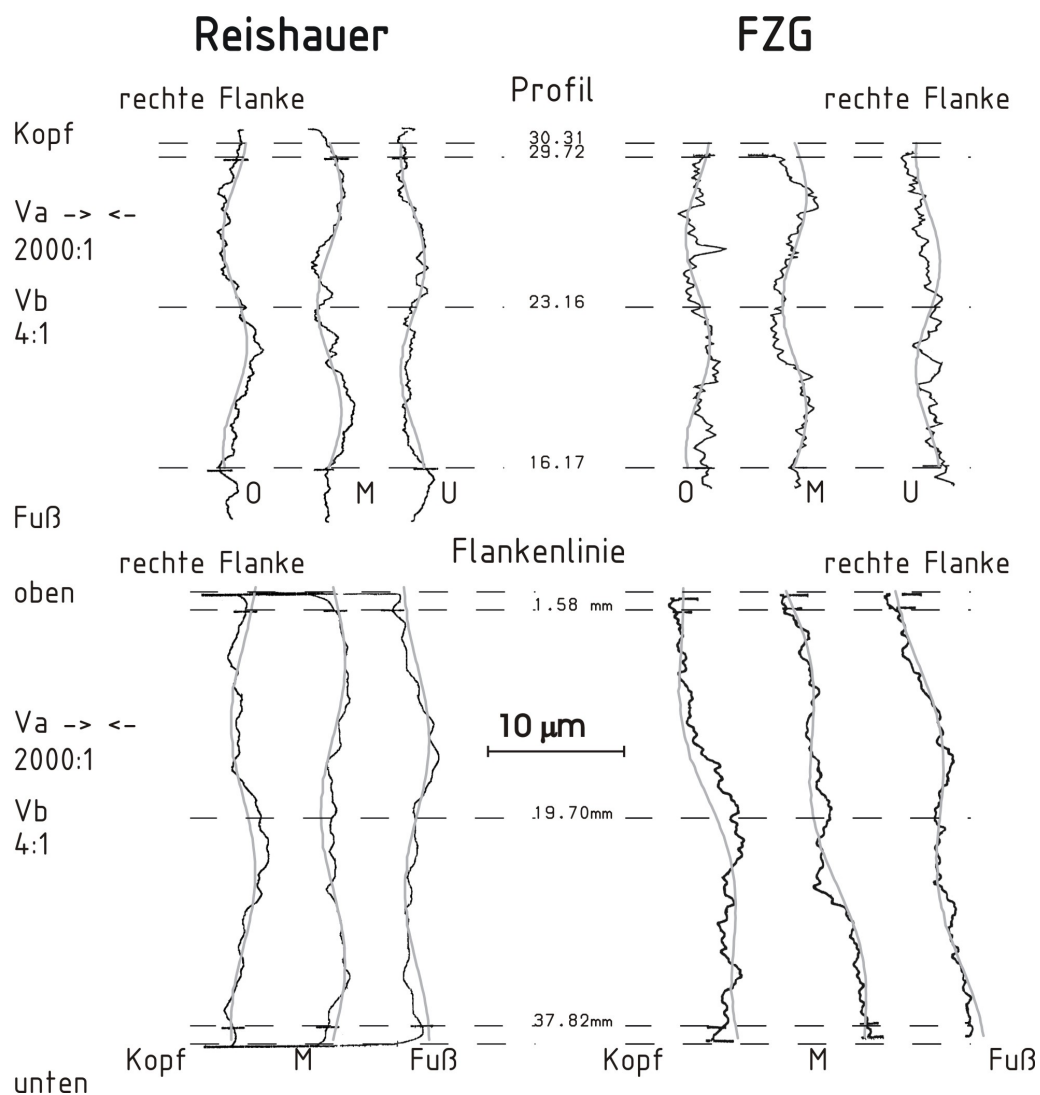


Bild 56: Vergleich zwischen der Overlayvorgabe (graue Linie) und dem Messschrieb für Profil- und Flankenlinie für das Ritzel rin15au. Die dargestellte Flanke ist beim Prüfstandsversuch zum Einsatz gekommen.

Da die Messungen auf unterschiedlichen Messanlagen durchgeführt wurden, unterscheiden sich die Verläufe in der Anzahl und Ausmaß der sich ausbildenden „Zacken“. Bilder 55 und 56 belegen jedoch, dass für beide Varianten rin15au ($\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 1,5$) und rin07au ($\epsilon_\alpha = 1,5$; $\epsilon_\beta = 0,75$) jeweils eine relativ gute Übereinstimmung zwischen der Soll- und Ist-Flankenform gegeben ist. Die Übereinstimmung der Messungen zwischen der Fa. Reishauer und der FZG ist als gut einzustufen. Hier sei angemerkt, dass bei der Fa. Reishauer und bei der FZG nicht der gleiche Zahn gemessen wurde, da eine genaue Zuordnung nicht mehr möglich war. In Abschlussbericht zum FVA IIb [40] sind für alle Prüfräder die Verschränkungsmessungen der Fa. Reishauer in einem zu Bildern 55 und 56 gleichwertigen Format aufgeführt. Aus den dokumentierten Messschrieben wird ersichtlich, dass für jede Variante die erforderliche Flankenform gut realisiert wurde.

4.3.4 Topologiemessung der Prüfräder

An der FZG wurden weiterhin alle verwendeten Prüfräder topologisch vermessen. Die Auflösung der Messung beträgt auch hier 32x32 Stützpunkten, wobei bei der Abtastung der Flanken jeweils in Profilrichtung verfahren wurde. Zusammen mit den Teilungsabweichungen wurden die gemessenen Topologien für die dynamische Berechnung mit dem EDV-Programm DZP [1] vorgegeben.

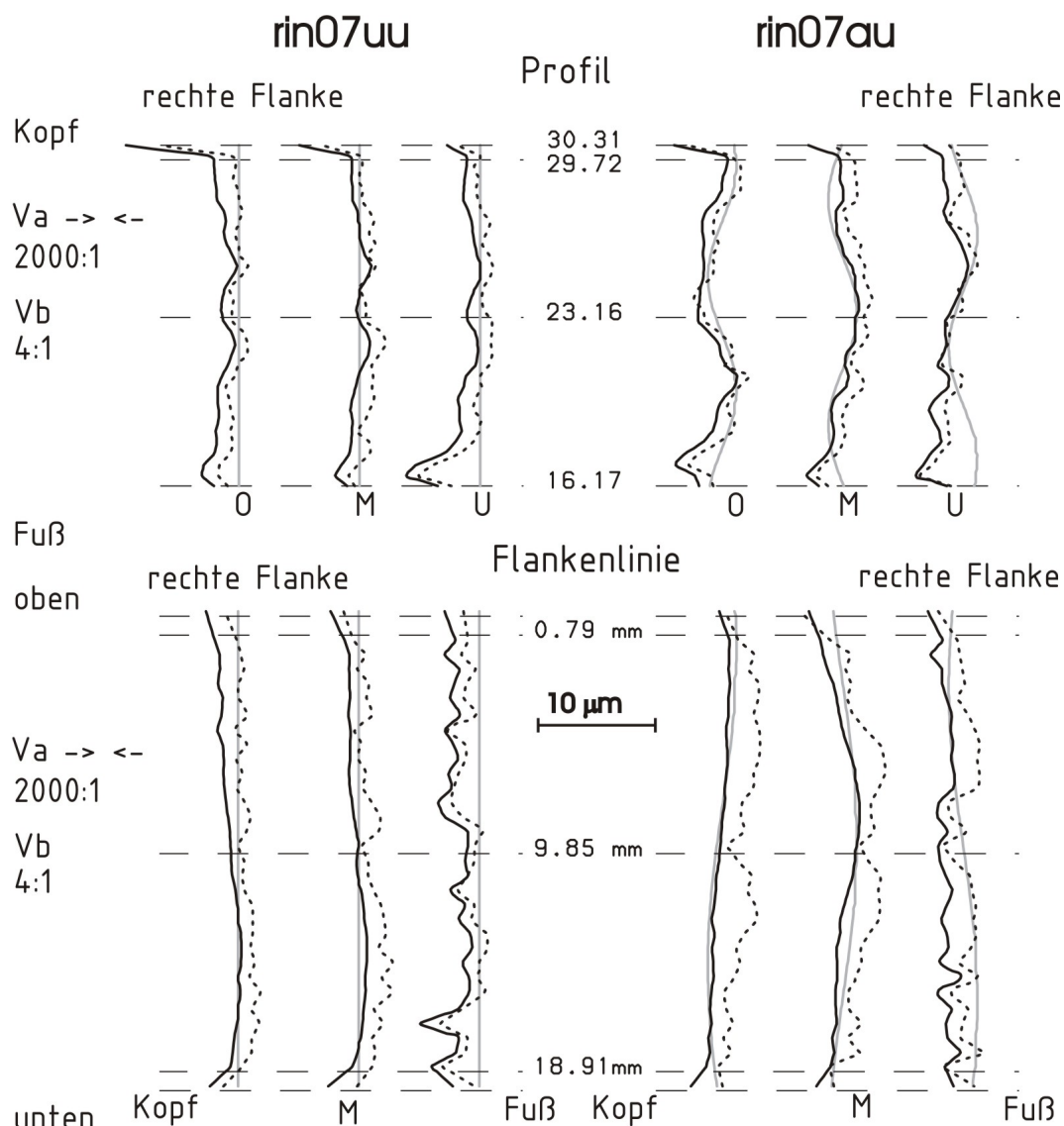


Bild 57: Darstellung der Topologiemessung durch Profil- und Flankenlinien analog zur Verschränkungsmessung.

Zur Beurteilung der gemessenen Flankenform, sowie zur zusätzlichen Überprüfung, der in das Programm DZP [1] eingelesenen Daten, wurden aus den Messergebnissen der Topologiemessung Diagramme im Format einer Verschränkungsmessung analog zu **Bild 57** erstellt. In Bild 57 dient ein Overlay-

Diagramm als Referenz für die Messvorschrift, gekennzeichnet durch die graue Tönung. Die schwarzen durchgezogenen Linien sind die Profil- und Flankenschriebe, die als Mittelwert aus der Flankenform aller Flanken des jeweiligen Zahnrades gebildet werden. Die schwarz gestrichelten Schriebe kennzeichnen die am meisten von der Soll-Vorgabe abweichenden Flanke des behandelten Zahnrades. Diese Flanke wird nach der Fehlerquadratmethode ermittelt. Dabei ist zu beachten, dass die Abweichungen aller Schriebe bezogen auf die Soll-Flanke, dargestellt durch die grauen Overlay-Vorlagen, Absolutwerte in μm darstellen. Der Vorteil der Darstellung wie in Bild 57 ist, dass in reduzierter und überschaubarer Weise eine Aussage über die Flankenform bzw. deren Abweichung für alle Flanken des gemessenen Zahnrades gemacht werden kann. Die Umsetzung der Topologiemessungen in graphischen Darstellungen nach dem gleichen Format wie in Bild 57 sind im Abschlussbericht zum FVA IIb [40] zu finden. Allgemein folgt aus der Durchsicht der Flankenformmessungen, dass die erforderliche Flankenform für alle Prüfräder messtechnisch und entsprechend den Messschrieben optisch nachvollziehbar realisiert wurde. Lediglich die Varianten mit einer Doppelamplitude von $1,0 \mu\text{m}$ weichen bei der Topologiemessung stärker im Fußflankenbereich von der Soll-Vorgabe ab. Einige Varianten mit Standardkorrektur weisen etwas höhere Beträge im Vergleich zur Vorgabe auf, was aber nicht als kritisch angesehen wird.

5 Ergebnisse und Diskussion

Die Flanken aller im Rahmen dieses Vorhabens untersuchten Prüfräder wurden auf aufgerüsteten MAAG-Schleifmaschinen bei der Fa. Reishauer geschliffen. Da das eingesetzte Schleifverfahren und die Maschinenkinematik für alle Prüfräder gleich sind, ist davon auszugehen, dass die fertigungsbedingten Einflüsse für alle Prüfräder äquivalent sind. Daher können alle merklichen Unterschiede des dynamischen Verhaltens den unterschiedlichen Prüfpaarungen, die sich im Ergebnis der Laufversuche darstellen, auf die Grundgeometrie und die ausgeführten Flankenkorrekturen zurückgeführt werden. In der hier dargelegten Untersuchung wird verstärkt auf die Grundschwingung der Verzahnungsanregung bzw. auf die Zahneingriffsfrequenz f_z (erste Harmonische der Zahneingriffsfrequenz) eingegangen, Höherharmonischen Anteile (zweite $2 \cdot f_z$ und dritte $3 \cdot f_z$ Harmonische der Zahneingriffsfrequenz) werden ergänzend behandelt. Wie in Kap. 4.2.2 schon dargestellt, ist die periodische Anregungskorrektur gezielt auf die Grundschwingung der Anregung angepasst und ausgeführt. Aus diesem Grund ist die Grundschwingung der Verzahnungsanregung bzw. die Zahneingriffsfrequenz von besonderem Interesse. Außerdem belegen die Ergebnisse der Vorgängervorhaben [32, 45, 15], dass die erste Harmonische der Zahneingriffsfrequenz bei den meisten eingesetzten Prüfrädern das Dynamik- und Geräuschverhalten der Verzahnung, bewertet durch die gemessene Torsionsbeschleunigung, maßgebend prägt. Die zweite und dritte Harmonische der Zahneingriffsfrequenz beeinflussen das Dynamikverhalten der Verzahnung bzw. des Prüfstands nur bedingt. Zusätzliche Zwischenfrequenzen können fertigungsbedingt auftreten [15]. Harmonische 4. und höherer Ordnung der Zahneingriffsfrequenz haben keine akustische Bedeutung.

Die Ergebnisse aus Rechnung und Messung werden anhand folgender Größen bewertet:

Anregungsamplitudenpegel:

Die Anregung eines Zahnradpaares behandelt jeweils die Zahnradauslegung und spiegelt das Verhalten der Soll-Verzahnung wieder. Es wird hier die Größe Anregungsamplitudenpegel L_{Ai} [14] herangezogen. Dieser wird jeweils aus einer einzelnen Fourierkomponente der Verzahnungskraft $F_z(t)$ gebildet.

Pegel der dynamischen Verzahnungskraft:

Die berechnete dynamische Zahnkraft wird nach Fourier entwickelt. Es werden Pegel aus den Amplituden gebildet.

Torsionsbeschleunigungspegel:

Die gemessene Torsionsbeschleunigung am Radkörper wird nach Fourier entwickelt. Aus den Amplituden werden Pegel gebildet.

5.1 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

In Kapitel 4.1 wurde die Messtechnik und das Auswerteverfahren vorgestellt. In diesem Kapitel werden Ergebnisse dargestellt, erläutert und diskutiert.

Das Ergebnis der Messung einer Radpaarung bei vorgegebenem Drehmoment wird in einem Campbell-Diagramm mit zwei Teildiagrammen, Teildiagramm 1 - über der Drehzahl gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel - und Teildiagramm 2 - Summenpegel und erste bis dritte Harmonische der Zahneingriffsfrequenz f_z als Funktion der Drehzahl - zusammengefasst (**Bild 58**).

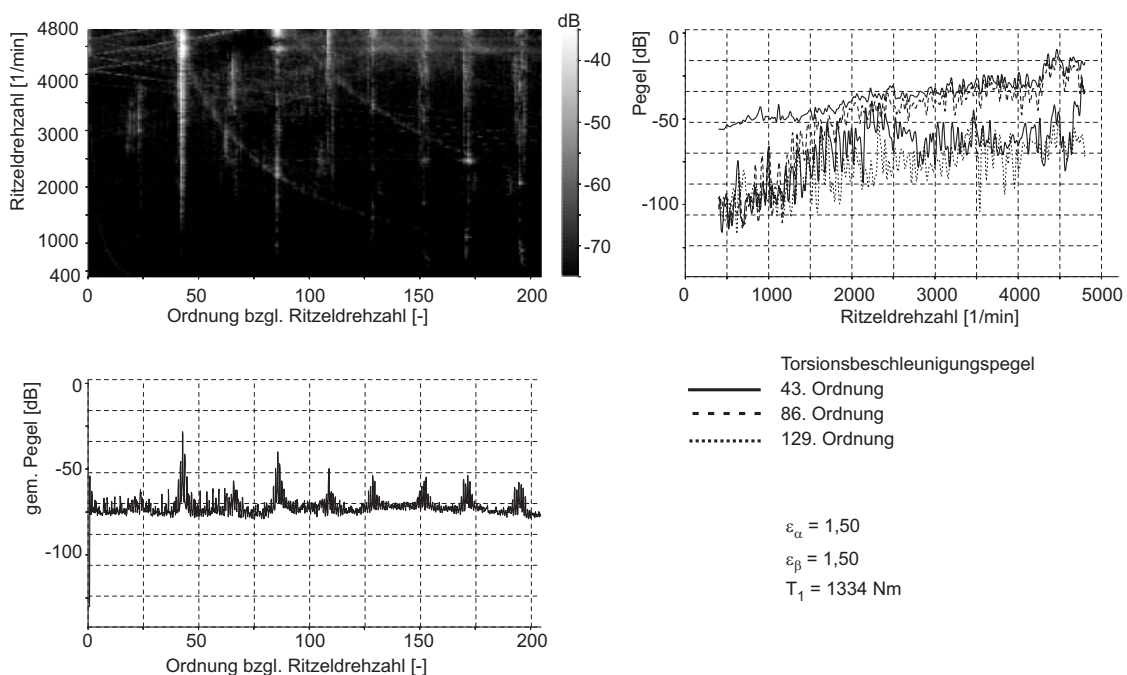


Bild 58: Gemessene Torsionsbeschleunigung am Radkörper, unkorrigiertes Radpaar rin15uu-RAn15u:

- Campbell-Diagramm
- Teildiagramm 1 - über der Drehzahl gemittelter Pegel (links unten)
- Teildiagramm 2 - Summenpegel und Pegel der 1.-3. Harmonischen (rechts oben)

In Bild 58 ist oben links das Campbell-Diagramm dargestellt. Es zeigt den Torsionsbeschleunigungspegel in der Draufsicht in Abhängigkeit von der Ordnung bezogen auf die Ritzeldrehzahl (Abszisse) und von der Drehzahl (Ordinate). Die hellen Bereiche sind Bereiche größerer Pegelwerte, dunkle Bereiche kennzeichnen kleine Pegelwerte. Die Skalierung entspricht dem Balken rechts vom Diagramm. Da die Ordnungen dimensionslos, also drehzahlunabhängig, dargestellt sind, bildet die Zahneingriffsfrequenz f_z eine senkrechte

te Gerade, die bei der 43. Ordnung der Ritzeldrehzahl liegt. Die höheren Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz sind ebenfalls senkrechte Geraden, die sich im Campbell-Diagramm entsprechend bei der 86., 129. usw. Ordnung befinden. Bei der behandelten Radpaarung handelt es sich um eine unkorrigierte Verzahnung mit $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$, gemessen bei einem Drehmoment am Ritzel von 1334 Nm. Insbesondere aus dem Teildiagramm 1 ist zu ersehen, dass für diese Hauptgeometrie die erste Harmonische der Zahneingriffsfrequenz das dynamische Verhalten der Verzahnung im Wesentlichen dominiert. Dies wird durch Ergebnisse aus FVA-Forschungsvorhaben bestätigt [32], [45], [15]. Die Haupteigenfrequenz der Verzahnung (Torsions-eigenfrequenz) stellt sich im Campbell-Diagramm als eine Hyperbel dar, die in diesem Fall von der Zahneingriffsfrequenz f_z bei einer Drehzahl von ca. 4200 - 4600 1/min und von der zweiten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz f_z bei ca. 2500 1/min durchfahren wird. Es lässt sich aus Bild 58 erkennen, dass beim Durchfahren der Haupteigenfrequenz der Verzahnung bei der Zahneingriffsfrequenz f_z eine deutliche Pegelüberhöhung stattfindet (Die Abhängigkeit des Summenpegels sowie der ersten bis zur dritten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz vom Resonanzverhalten des Zahnradpaares ist im Teildiagramm oben rechts (Teildiagramm 2) in Bild 58 dargestellt). Die Darstellung erfolgt in Abhängigkeit von der Ritzeldrehzahl. In dieser Darstellung kann bei dieser Verzahnungsvariante die deutliche Überhöhung der Zahneingriffsfrequenz im Bereich der Eigenfrequenz und deren maßgebende Einfluss auf den Summenpegel, insbesondere bei Drehzahlen von über 2500 1/min nachvollzogen werden.

Da in einer Darstellung der Messergebnisse im Campbell-Diagramm mit Teildiagrammen nur eine Einzellast behandelt wird, kann diese Darstellung bei der Untersuchung des dynamischen Verhaltens einer Verzahnung in Abhängigkeit von der Last nicht ohne Weiteres verwendet werden. Es ist ein Vergleich mehrerer solcher Diagramme untereinander notwendig. Zum Vergleich der Ergebnisse für verschiedene Lasten eignet sich der über der Drehzahl gemittelte Torsionsbeschleunigungspegel (Bild 58, Teildiagramm 1 unten links). In **Bild 59** sind die gemittelten Torsionsbeschleunigungspegel in Abhängigkeit von der Last dargestellt. Für die richtige Deutung dieser Darstellung ist die Position der Haupteigenfrequenz zu beachten. Diese kann vom entsprechenden Campbell-Diagramm abgelesen werden. In Bild 59 ist für die Hauptgeometrie $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$ beispielhaft für die unkorrigierte Radpaarvariante rin15uu-RAn15u und die anregungskorrigierte Variante rin15au-RAn15u der über der Drehzahl gemittelte Torsionsbeschleunigungspegel in Abhängigkeit von der Last vergleichend aufgeführt. Zur besseren Lesbarkeit des Bildes ist jeweils der Bereich zwischen -30 und -40 dB grau schattiert gekennzeichnet. Insbesondere die Veränderung der Zahneingriffsfrequenz (43. Ordnung) bei Veränderung der Last fällt in Bild 59 auf.

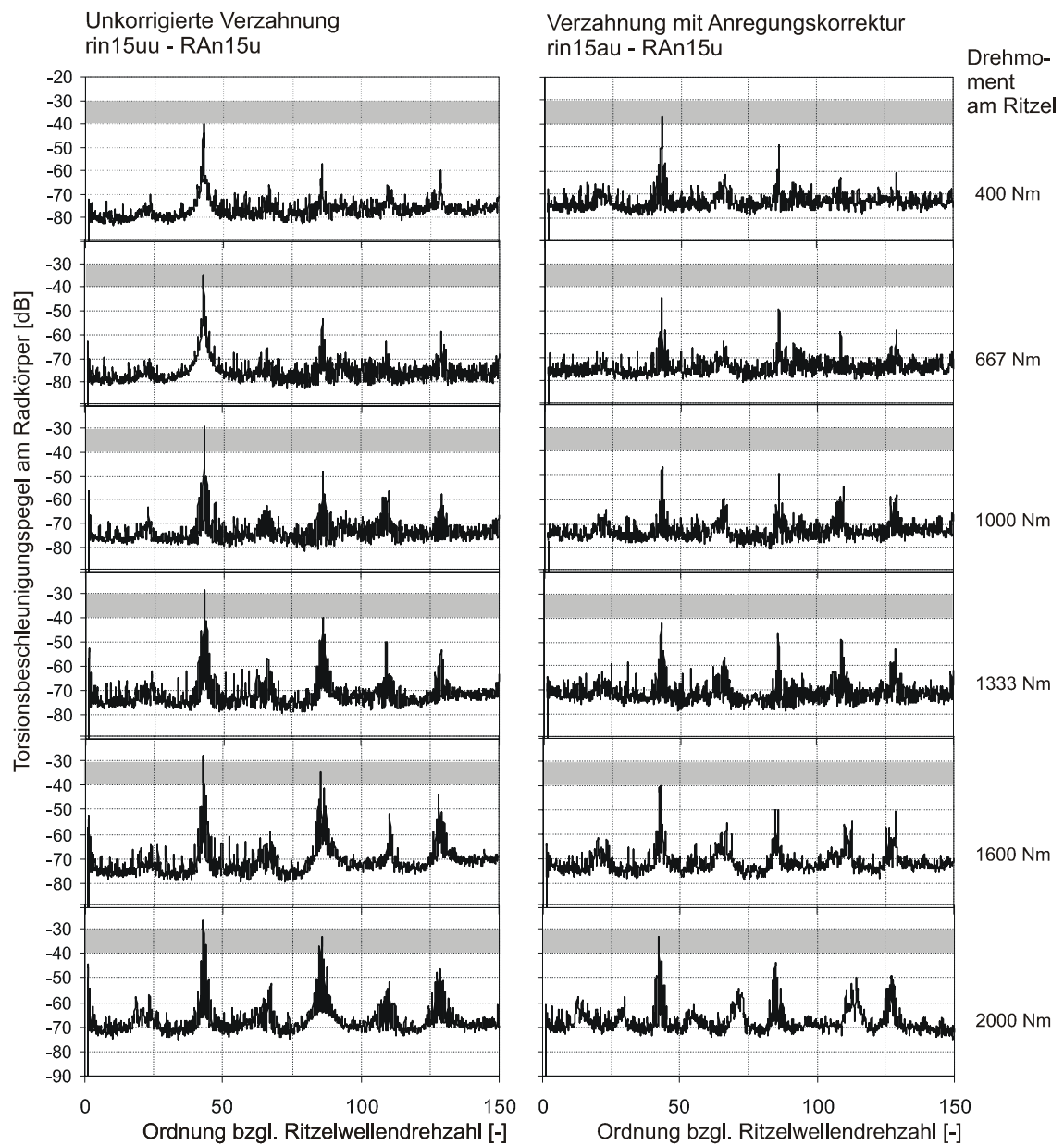


Bild 59: Darstellung des Torsionsbeschleunigungspegels über den Ordnungen der Ritzelwellendrehzahl für unterschiedliche Laststufen. Links - unkorrigierte Verzahnung rin15uu-RAn15u, rechts - Verzahnung mit periodischer Anregungskorrektur rin15au-RAn15u, ausgelegt für 1333 Nm.

Aus Bild 59 können folgende Zusammenhänge entnommen werden:

- Für die unkorrigierte Variante $rin15uu$ - RA_{n15u} steigt mit zunehmender Last der Pegel der Zahneingriffsfrequenz kontinuierlich an.
- Für die anregungskorrigierte Variante $rin15au$ - RA_{n15u} stellt sich ein Minimum im Bereich von etwa 1000 Nm ein.

Für einige signifikante Prüfradpaarungen befindet sich die vergleichende Darstellung der über der Drehzahl gemittelten Torsionsbeschleunigungspegel in Abhängigkeit von der Last gemäß Bild 59 im Anhang A. In Kapitel 5.3 werden die hier aufgeführten Ergebnisse bewertet, gegenübergestellt und diskutiert.

5.2 Ergebnisse der dynamischen Simulation

Für eine möglichst realitätsnahe Simulation der Betriebsbedingungen aus dem Prüfstand wurde ein passendes dynamisches Modell gesucht. Die Eingabemöglichkeiten einer Version des EDV-Programms DZP [1] werden im Rahmen dieser Arbeit derart erweitert, dass ein Einlesen der 3D-gemessenen Flankentopologie jeder Flanke eines Zahnrades einzeln für die Berechnung realisiert werden kann. Für die Simulation des dynamischen Verhaltens des Zahnradpaares wird ein Ein-Massen-Modell (s. Kap. 2.2) eingesetzt, wobei die Massen beider Radkörper und der nächstliegenden Wellenabschnitte bis zu den Lagerstellen, berechnet aus der Geometrie, berücksichtigt werden. Die dynamische Verzahnungssteifigkeit wird im DZP [1] unter Zuhilfenahme des Plattenmodells nach Schmidt [47] und unter Berücksichtigung der Flankenformabweichungen und des vor- und nachzeitigen Eingriffs ermittelt. Das auf diese Weise festgelegte Modell besitzt eine Eigenfrequenz, die Haupteigenfrequenz der Verzahnung (Torsionseigenfrequenz). Wie aus den FVA-Forschungsvorhaben [32, 45, 15] bekannt, stimmt die rechnerisch ermittelte Eigenfrequenz gut mit der experimentell ermittelten überein. Es wurde zudem festgestellt, dass diese Eigenfrequenz das dynamische Verhalten der Verzahnung maßgebend prägt. Für die Untersuchung der dynamischen Antwort der Prüfvarianten ist somit das festgelegte Ein-Massen-Modell ausreichend. Die Parameter für die Berechnung werden identisch zu den Bedingungen der Prüfstandsmessung und der Messauswertung gewählt. Es werden die gleichen 6 Laststufen untersucht, sowie der Drehzahlbereich von 400 bis 4800 1/min berücksichtigt. Die Berechnung im Drehzahlbereich erfolgt stationär, wobei beginnend bei 400 1/min alle 100 1/min eine Berechnung im Zeitbereich durchgeführt wird. Die verglichen zu der Messung mit 20 1/min größere Schrittweite im Drehzahlbereich für die Berechnung dient zur Verkürzung der Rechenzeit. Drehzahlbedingte Schwankungen, die eine höhere Auflösung erfordern, treten anhand des verwendeten Rechenmodells

nicht auf. Nach der anschließenden Fast Fourier Transformation (FFT) ergibt sich analog zur Messauswertung eine Ordnungsauflösung von 0,1 Ordnungen. Für die Berechnung wird der gleiche FFT-Algorithmus verwendet wie für die Messauswertung (s. Kap. 4.1). Das Ergebnis, jeweils für eine Laststufe, wird identisch zur Messung im Format eines Campbell-Diagramms und zwei Teildiagrammen dargestellt (**Bild 60**).

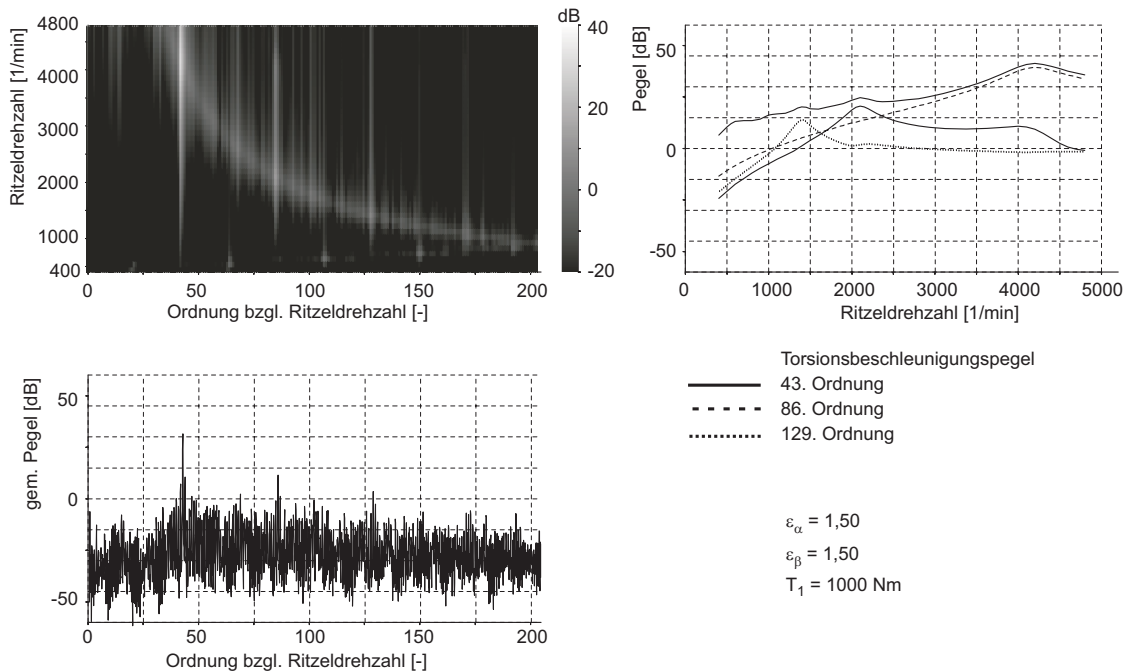


Bild 60: Mit DZP [1] berechnete dynamische Zahnkraft, unkorrigiertes Radpaar rin15uu-RAn15u.

- Campbell-Diagramm
- Teildiagramm 1 - über der Drehzahl gemittelter Pegel (links unten)
- Teildiagramm 2 - Summenpegel und Pegel der 1.-3. Harmonischen (rechts oben)

Es gelten die gleichen Bedingungen wie für das messtechnisch ermittelte Campbell-Diagramm (s. Bild 59). An Stelle der Torsionsbeschleunigung wird hier die dynamische Verzahnungskraft ausgewertet. Für den Zahneingriff werden außer den allgemeinen Verzahnungsdaten, die gemessenen Teilungsabweichungen sowie die daran referenzierte 3D-gemessenen Topologien aller in Eingriff kommender Flanken an Ritzel und Rad einzeln, in Form einer Matrix mit 32x32 Stützpunkte auf der Flanke, berücksichtigt (s. Kap. 4.3). Bild 60 stellt das Ergebnis der dynamischen Berechnung mit dem EDV-Programm DZP [1] für die unkorrigierte Prüfradpaarung rin15uu-RAn15u mit $\varepsilon_{\alpha} = 1,5$ und $\varepsilon_{\beta} = 1,5$ für ein Drehmoment von 1000 Nm am Ritzel dar.

Das rechnerisch ermittelte Campbell-Diagramm in Bild 60 und dessen Teil-

diagramme sind analog zum messtechnisch ermittelten Campbell-Diagramm (s. Bild 61) zu deuten. Im hier behandelten Beispiel - der Prüfradpaarung rin15uu-RAn15u mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 1,5$ - ist ersichtlich, dass in allen Teildiagrammen in Bild 60 die signifikanten Merkmale der entsprechenden Diagramme aus der Messung (s. Kap. 5.1 und Anhang A) auftreten. Die Zahneingriffsfrequenz dominiert im Wesentlichen das dynamische Verhalten dieser Verzahnung vor allem im Drehzahlbereich über 2500 1/min. Die Zahneingriffsfrequenz durchfährt die Eigenfrequenz des Systems bei ca 4000-4500 1/min. Entsprechende exemplarische Campbell-Diagramme für jeweils eine Laststufe pro Prüfradpaarung befinden sich im Anhang B. Es ist festzustellen, dass ein unmittelbarer Vergleich zwischen dem rechnerisch und dem messtechnisch ermittelten Campbell-Diagramm für eine bestimmte Radpaarvariante bei gegebener Last möglich ist. Um auch bei der Berechnung den Lasteinfluss in einer vereinfachten graphischen Form vergleichen zu können, wird analog zum Messergebnis (s. Bild 59 und Anhang A) der über der Drehzahl gemittelte Pegel der dynamischen Zahnkraft dargestellt. In **Bild 61** ist dementsprechend beispielhaft links die unkorrigierte Radpaarvariante rin15uu-RAn15u, rechts die mit einer periodischen Anregungskorrektur ausgeführte Variante rin15au-RAn15u aufgeführt. Zur besseren Lesbarkeit der Diagramme sind die Bereiche von 20 bis 40 dB grau schattiert hinterlegt. Die größte Veränderung in Abhängigkeit von der Last in Bild 61 erfährt die Zahneingriffsfrequenz. Aus Bild 61 wird ersichtlich, dass für die unkorrigierte Radpaarvariante rin15uu-RAn15u der Pegel der Zahneingriffsfrequenz dominiert. Dieser wird mit steigender Last größer. Bei der Radpaarvariante rin15au-RAn15u mit periodischer Anregungskorrektur bildet sich im Bereich von 1000 bis 1333 Nm ein klares Minimum aus. Die Pegel der Höherharmonischen sind grundsätzlich geringer. Darunter befindet sich das Grundrauschen.

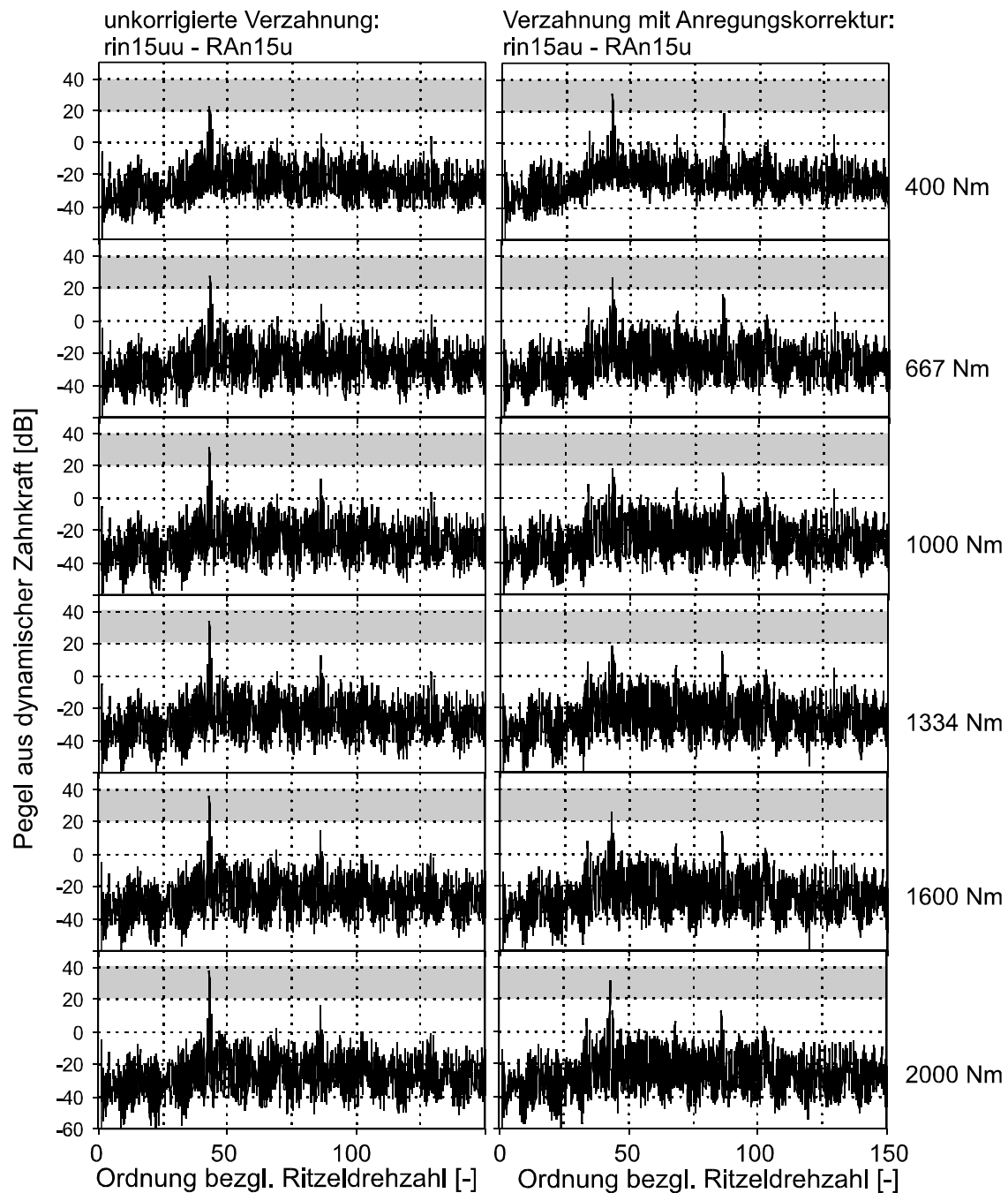


Bild 61: Darstellung der dynamischen Zahnkraft, berechnet mit DZP [1], als Pegel über den Ordnungen der Ritzelwellendrehzahl für unterschiedliche Laststufen. Links - unkorrigierte Verzahnung rin15uu-RAn15u, rechts - Verzahnung mit periodischer Anregungskorrektur rin15au-RAn15u, ausgelegt für 1333 Nm.

5.3 Vergleichende Betrachtungen der Zahneingriffsfrequenz

In diesem Kapitell werden explizit die Prüfradpaarungen mit der Hauptverzahnungsgeometrie mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 1,5$ dargestellt und analysiert. Die Ergebnisse der Prüfstandsmessungen und der Berechnungen für die restlichen Prüfradpaarungen sind in Anhang C aufgeführt. In Kapitel 5.3.4 erfolgt eine vertiefende Diskussion für alle untersuchten Prüfradpaarungen.

5.3.1 Betrachtung des dynamischen Verhaltens in der Zahneingriffsfrequenz von Prüfpaarungen mit periodischer Anregungskorrektur

In den **Bildern 62** und **63** sind die Ergebnisse für die Hauptverzahnungsgeometrie mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 1,5$ in Bezug auf die Zahneingriffsfrequenz f_z dargestellt. Die hierzu untersuchten Prüfradpaarungen sind wie folgt:

rin15uu-RAn15u - Ritzel und Rad unkorrigiert,

rin15au-RAn15u - Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

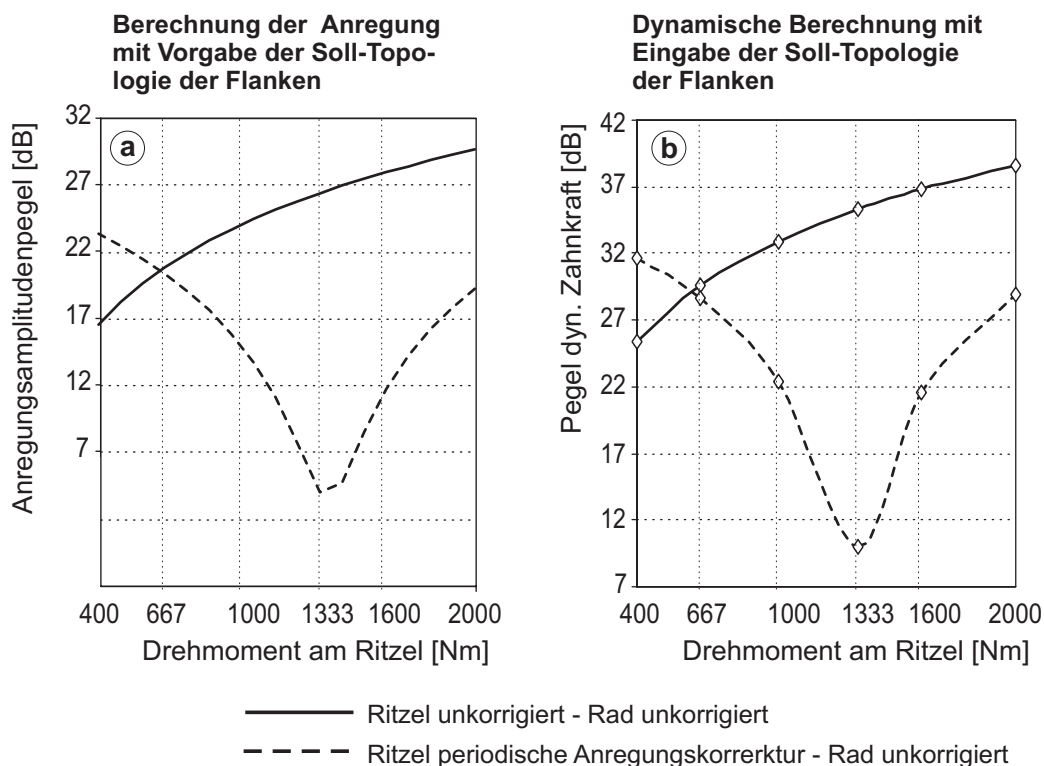


Bild 62: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz aus der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rin15uu-RAn15u und die Radpaarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel rin15au-RAn15u.

Bild 62 zeigt für die behandelte Hauptgeometrievariante den Verlauf des Anregungsamplitudenpegels des ersten Fourierkoeffizienten der Verzahnungskraft $F_z(t)$ (Bild 62a) und den Verlauf des Pegels der ersten Ordnung der dynamischen Verzahnungskraft für den betrachteten Drehzahlbereich von 400-4800 1/min (Bild 62b) über der Last. In Bild 62 wird der theoretisch abweichungsfreien Verzahnung, die zur Referenz dient, die Verzahnung mit der Sollflankenform für die periodische Anregungskorrektur gegenübergestellt. Aus Bild 62a wird ersichtlich, dass sich bei der quasistatischen Berechnung, die die Grundlage für die Auslegung der periodischen Anregungskorrektur bildet, das Minimum der Verzahnungskraft $F_z(t)$ für diese Korrektur bei der entsprechenden Auslegungslast von 1333 Nm befindet. Bild 62b bestätigt, dass die dynamische Antwort der Verzahnung sich qualitativ gleichwertig zur Verzahnungsanregung verhält. In **Bild 63** werden analog zu der Darstellung in Bild 62 den Ergebnissen der Torsionsbeschleunigungsmessung die Ergebnisse der dynamischen Berechnung unter Berücksichtigung der Teilungsabweichungen und der Ist-Flankenform aller Flanken gegenübergestellt.

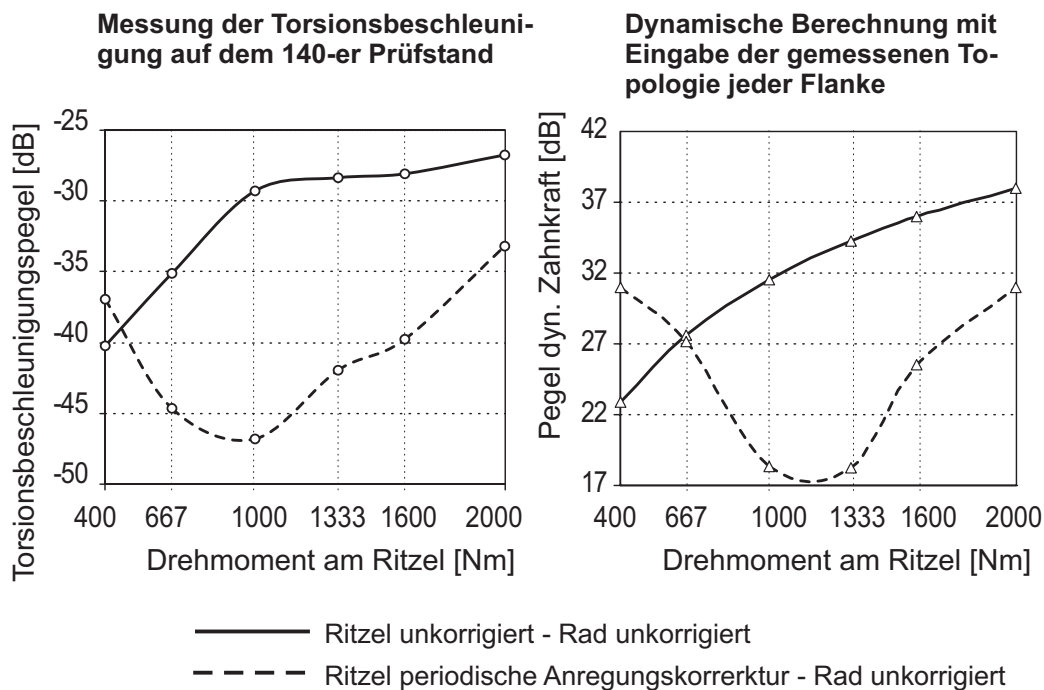


Bild 63: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit Vorgabe von Teilungsabweichungen und Ist-Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin15uu-RAn15u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel rin15au-RAn15u.

Aus Bild 63a wird ersichtlich, dass sich das Minimum der Zahneingriffsfrequenz über der Last bei der Radpaarung rin15au-RAn15u, verglichen mit dem Ergebnis der Auslegungsberechnung (Bild 62a) zu einer kleineren Last

verschoben hat. Die dynamische Berechnung bestätigt die Prüfstandsmessung. Daraus lässt sich schließen, dass die Verschiebung des Anregungsminimums zu einer kleineren Last auf die real ausgeführte Flankenform der Räder der Paarung rin15au-RAn15u zurückzuführen ist (s. Kap. 5.6).

Aus Bild 62 ist ersichtlich, dass sich die Soll-Flanke sowohl in der quasistatischen Auslegungsberechnung (Bild 62a) als auch in einer dynamischen Referenzberechnung mit Vorgabe der Soll-Flankenformen (Bild 62b) gleichwertig verhält. Aus der dynamischen Berechnung mit erweiterter Eingabe der Ist-Flankenform (Bild 63b) kann auf die Wirkung der Formabweichung der Flanke von der Sollvorgabe geschlossen werden, die sich auch im Verhalten der Prüfräder im Laufversuch, beurteilt durch die gemessene Torsionsbeschleunigung am Radkörper, widerspiegelt.

Die Ergebnisse für die anderen Verzahnungsvarianten werden auf die gleiche Art und Weise wie die oben angeführten Ergebnisse für die Varianten rin15uu-RAn15u und rin15au-RAn15u der Hauptgeometrie $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$ in Anhang C aufgeführt. Zum einen durch einen Vergleich zwischen der Berechnung der Anregung und der dynamischen Antwort mit Vorgabe der Soll-Flankenform. Zum anderen durch einen Vergleich zwischen dem gemessenen Torsionsbeschleunigungspegel und der dynamischen Berechnung mit Vorgabe der messtechnisch ermittelten Flankenform (Ist-Flankenform) aller sich im Eingriff befindlichen Flanken und unter Berücksichtigung der gemessenen Teilungsabweichungen.

5.3.2 Betrachtung des dynamischen Verhaltens in der Zahneingriffsfrequenz von Prüfpaarungen mit Standardkorrekturen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der unkorrigierten Varianten denjenigen Varianten mit unkorrigiertem Ritzel und standardkorrigiertem Großrad gegenübergestellt. Der Vergleich erfolgt analog zum vorhergehenden Kapitel. Die Auswertung erfolgt somit ebenfalls mit Hilfe des ersten Fourier-Koeffizienten der Verzahnungskraft F_z bzw. der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz f_z . Zunächst werden für die einzelnen Varianten jeweils die Ergebnisse der quasistatischen und der dynamischen Berechnung mit Soll-Flankenform dargestellt. Anschließend erfolgt die Auswertung der gemessenen Torsionsbeschleunigung und der dynamischen Berechnung unter Vorgabe der gemessenen Teilungsabweichungen und die darauf bezogenen Ist-Flankentopologie jeder Flanke aus dem Ergebnis der 3D-Messung. Da die Standardkorrekturen für alle Prüfradvarianten dieses Vorhabens auf eine gleichmäßige Pressungsverteilung ausgelegt sind, ist nicht zwingend eine Verbesserung des Anregungs- und des dynamischen Verhaltens der entsprechenden Varianten zu erwarten. Die Auswirkung der festgelegten Standardkorrekturen bezüglich Anregung und Dynamik sowie die vergleiche-

chende Erörterung der Ergebnisse aus Berechnung und Prüfstandsmessung sind Ziel der durchgeführten Untersuchungen.

Für die Hauptgeometrievariante mit $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$ wurden folgende Radpaarungen untersucht:

rin15uu-RAn15u - Ritzel und Rad unkorrigiert,

rin15uu-RAn15s - Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur.

In **Bild 64** ist das Ergebnis der Berechnung mit Vorgabe der Soll-Flankenform dargestellt - in Bild 64a die quasistatische, in Bild 64b die dynamische Berechnung.

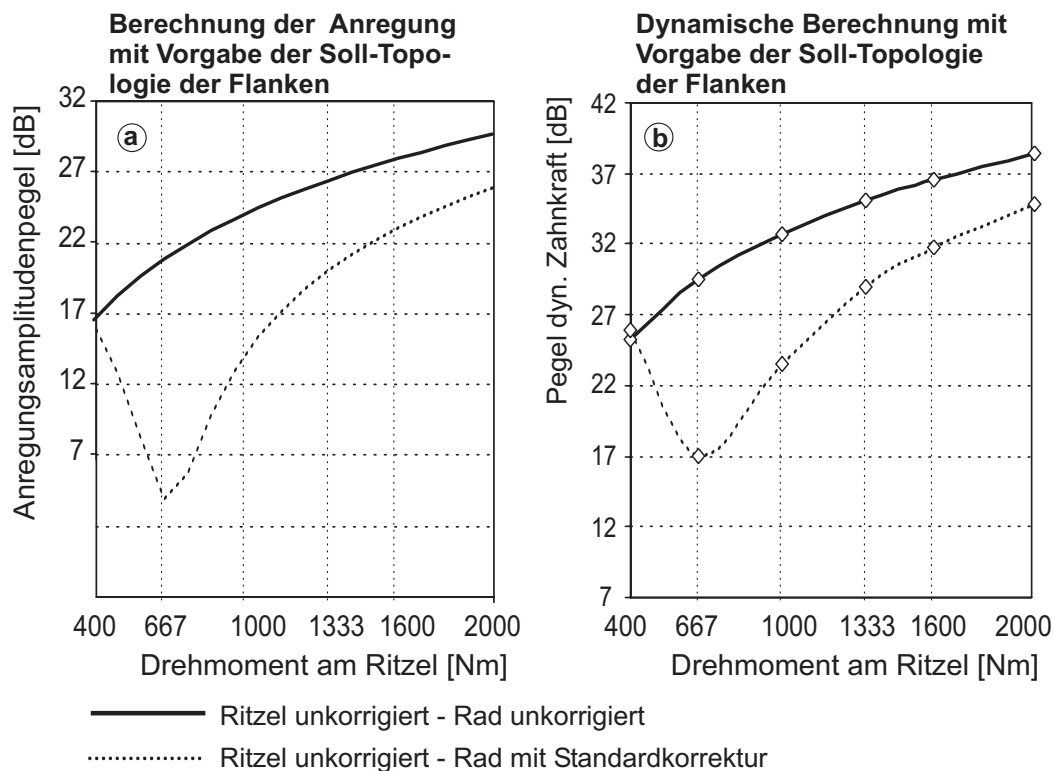


Bild 64: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz aus der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rin15uu-RAn15u und die Radpaarung mit unkorrigiertem Ritzel und korrigiertem Großrad rin15uu-RAn15s.

Aus Bild 64 wird ersichtlich, dass die dynamische Berechnung mit Vorgabe der Soll-Topologie das Ergebnis der entsprechenden quasistatischen Berechnung qualitativ bestätigt. In beiden Fällen ergibt sich für die Variante mit Standardkorrektur rin15uu-RAn15s ein Anregungs- bzw. Pegelminimum bei einer Last von 667 Nm. Mit steigender Last liegt die Anregung bzw. der Pegel der standardkorrigierten Variante rin15uu-RAn15s unterhalb der Werte, die sich für die unkorrigierte Variante rin15uu-RAn15u ergeben.

Bild 65 zeigt das Ergebnis der Messung des Torsionsbeschleunigungspegels im Vergleich zur dynamischen Berechnung mit Vorgabe der Teilungsabweichungen und der Ist-Flankentopologie. Das Minimum für die Variante mit Standardkorrektur rin15uu-RAn15s, das sich bei der Berechnung mit Vorgabe der Soll-Flankenform bei der Last von 667 Nm befindet, wurde bei einem Drehmoment von 1000 Nm gemessen (Bild 65a). Diese Lage des Minimums bei 1000 Nm konnte mit der dynamischen Berechnung mit Vorgabe der Ist-Flankenform bestätigt werden (Bild 65b). Die Verschiebung des Pegelminimums auf der Momentenachse lässt sich durch den Unterschied zwischen der Soll- und der Ist-Flankenform (s. auch Kap. 5.6).

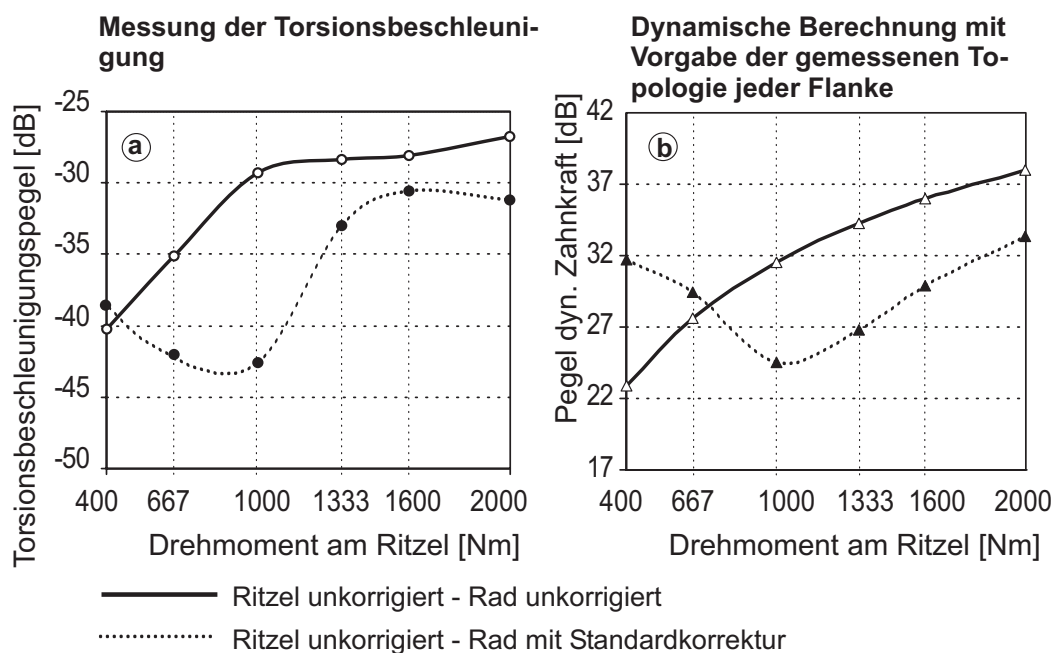


Bild 65: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit Vorgabe von Teilungsabweichungen und Ist-Flankentopologie (b). Unkorrigierte Radpaarung rin15uu-RAn15u, Radpaarung mit unkorrigiertem Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin15uu-RAn15s.

5.3.3 Betrachtung der Drehwegabweichung für die erste Ordnung des Zahneingriffs

Zur Untersuchung der periodischen Anregungskorrektur wurden bei der Fa. ZF/Friedrichshafen Drehwegmessungen unter Last durchgeführt [41]. Diese Messungen wurden mit Berechnungen der Drehwegabweichung unter Last mit dem FVA EDV-Programm DZP [1] verglichen. Durch diesen Vergleich konnte der Rechenkern des FVA EDV-Programms DZP sehr gut verifiziert werden. Es wurden drei Varianten der Hauptgeometrie mit $\varepsilon_{\alpha} = 1,5$ und $\varepsilon_{\beta} = 1,5$ (s. Tabelle 7) untersucht. Bei der ersten Versuchspaarung wurde ein

unkorrigiertes Ritzel mit unkorrigiertem Großrad, bei der zweiten Versuchspaarung ein periodisch korrigiertes Ritzel mit unkorrigiertem Großrad und bei der dritten Versuchspaarung ein unkorrigiertes Ritzel mit einem standardkorrigierten Großrad verwendet. Die periodische Anregungskorrektur am verwendeten Ritzel ist für eine Anregungsoptimierung bei einem Drehmoment von 1333 Nm ausgelegt. Die Standardkorrektur am Großrad wurde wie bereits erläutert zur Verbesserung der Tragfähigkeit. Bei den im vorherigen Abschnitt dargestellten Untersuchungen hat sich gezeigt, dass die ausgelegte Korrektur auch ein günstiges Verhalten bezüglich Anregung besitzt.

In den Berechnungen mit DZP wurde die gemessene Flankentopologie aller Zahnflanken mit einer Auflösung von 32x32 Stützpunkten inklusive Teilungsabweichungen berücksichtigt.

In den **Bildern 66 bis 68** sind die Verläufe der Amplitude des ersten Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung (entspricht der Zahneingriffsfrequenz) über der Last für Rechnung und Messung dargestellt.

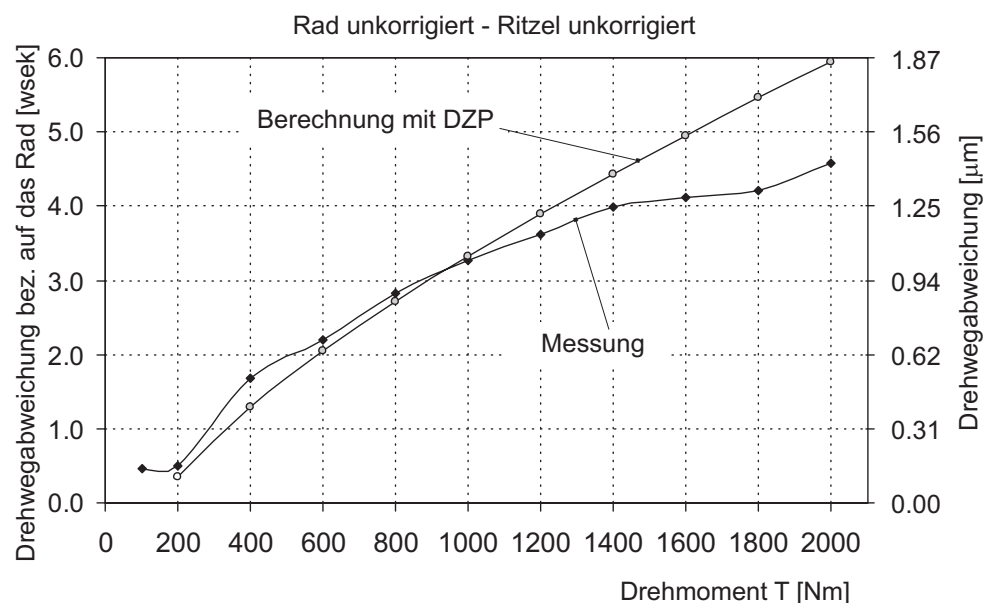


Bild 66: Vergleich der berechneten und gemessenen Drehwegabweichung (Amplitude des ersten Fourierkoeffizienten) für eine Verzahnung ohne Korrektur.

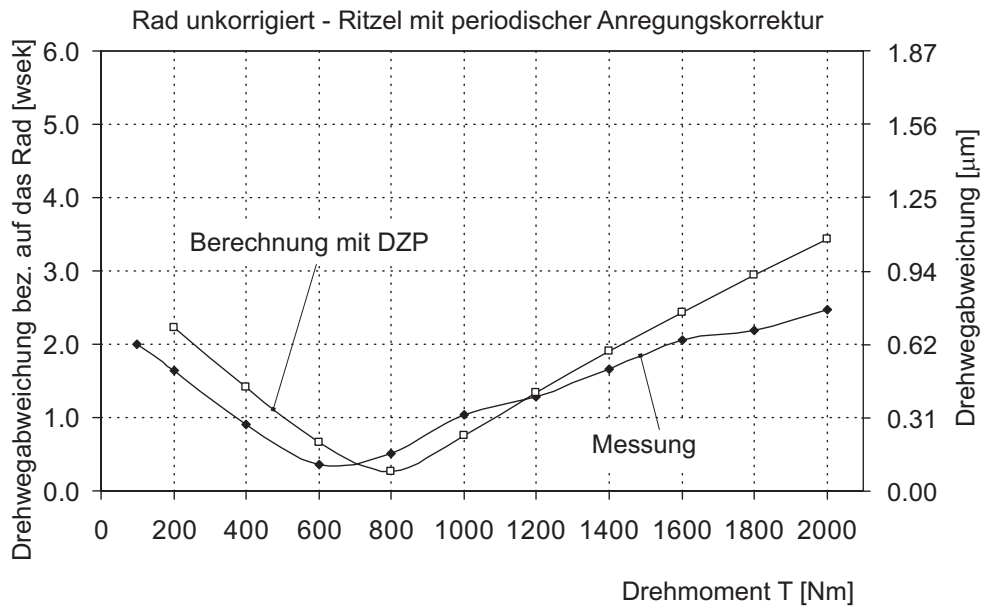


Bild 67: Vergleich der berechneten und gemessenen Drehwegabweichung (Amplitude des ersten Fourierkoeffizienten) für eine Verzahnung mit periodisch korrigiertem Ritzel.

Die Amplitude ist sowohl in wsek bezogen auf den Grundkreis des Rades, als auch in μm entlang der Eingriffsstrecke angegeben. Bild 66 zeigt den Vergleich für die Verzahnungsvariante ohne Korrektur, Bild 67 für die Variante mit periodischer Anregungskorrektur, Bild 68 für die Variante mit Standardkorrektur am Großrad.

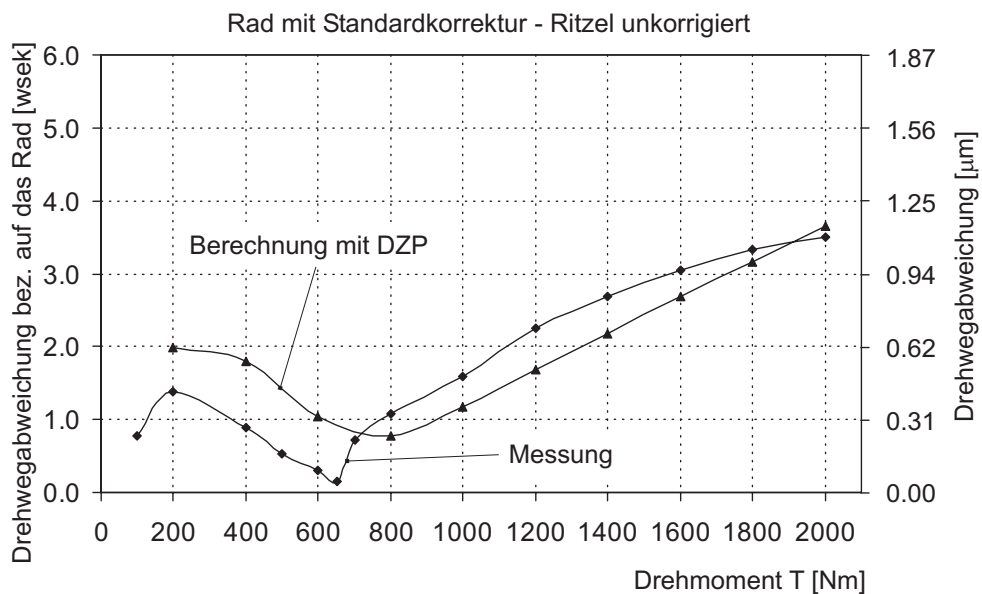


Bild 68: Vergleich der berechneten und gemessenen Drehwegabweichung (Amplitude des ersten Fourierkoeffizienten) für eine Verzahnung mit Standardkorrektur am Großrad.

Es zeigt sich für die periodisch korrigierte Variante in Bild 67 die Wirkung der periodischen Anregungskorrektur durch eine deutliche Minimierung der Drehwegabweichung im Teillastbereich im Vergleich zur unkorrigierten Variante (siehe Bild 66). In Bild 68 ist erkennbar, dass sich für die standardkorrigierte Variante ebenfalls ein Verhalten zeigt, das eine Minimierung der Drehwegabweichung im mittleren Lastbereich widerspiegelt. Es lässt sich hieraus auf ein anregungsarmes Verhalten der korrigierten Varianten schließen, wie es in Kapiteln 5.3.1 und 5.3.2 für diese Varianten in Prüfstandsversuchen und dynamischen Berechnungen mit dem FVA EDV-Programm DZP [1] nachgewiesen wird.

Aus den Bildern 66 bis 68 wird weiterhin ersichtlich, dass die Übereinstimmung der Verläufe der Drehwegamplituden zwischen Rechnung und Messung nicht nur qualitativ sehr gut ist, sondern sogar im Bereich weniger Zehntel μm genau ist. Das im FVA EDV-Programm DZP [1] verwendete Verzahnungsmodul zeichnet sich demnach durch eine hohe Realitätstreue aus.

5.3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse zur Betrachtungen der Zahneingriffsfrequenz

In Kapitel 3.3.1 wird die Theorie der periodischen Anregungskorrektur dargestellt. Mit Hilfe dieser Theorie wurden die Flankenkorrekturen einer Anzahl von Prüfrädern ausgelegt. Die in den vorangegangenen Kapiteln 5.3.1, 5.3.2 und 5.3.3 dargestellten Ergebnisse belegen, dass die periodische Anregungskorrektur nicht nur theoretisch, sondern auch bei den real ausgeführten Verzahnungen im Rahmen der durchgeführten Prüfstandsversuche zu der gewünschten Beeinflussung des Anregungsverhaltens führt.

Die einzelnen Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Bei allen Varianten bestätigt die dynamische Berechnung mit Vorgabe der Soll-Topologie die quasistatische Auslegungsberechnung auf Basis des Anregungsamplitudenpegels.
2. Untersuchungen mit periodisch anregungskorrigiertem Ritzel/ unkorrigiertem bzw. standardkorrigiertem Großrad:
 - 2.1. Bei allen Varianten mit nicht ganzzahliger Sprungüberdeckung lässt sich messtechnisch eine deutliche Absenkung des Pegels der Zahneingriffsfrequenz feststellen. Diese Absenkung findet nicht nur im Bereich der Auslegungslast, sondern über weite Lastbereiche bis hin zur Nennlast statt. Im Bereich der Auslegungslast können für die Zahneingriffsfrequenz Pegelabsenkungen infolge der periodischen Anregungskorrektur von bis zu 17 dB (s. Variante rin15au-RAn15u) gemessen werden.

- 2.2. Für die periodische Anregungskorrektur kann insbesondere bei den normalverzahnten Varianten mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem gemessenen Torsionsbeschleunigungspegel und der berechneten dynamischen Zahnkraft unter Vorgabe der Teilungsabweichungen und den darauf bezogenen Ist-Topologien der Zahnflanken festgestellt werden. Die Lage des Minimums der Pegel über der Last fällt bei der Messung und der dynamischen Berechnung mit Vorgabe der Ist-Flankentopologie zusammen. Verglichen dazu treten bei der Auslegungsberechnung mit Vorgabe der Soll-Topologie Fälle auf, bei denen das Minimum auf der Lastachse verschoben liegt. Dies kann durch den Unterschied von Ist- zur Soll-Flankentopologie erklärt werden. Bei den hochverzahnten Varianten tritt das Minimum des Pegels der gemessenen Zahneingriffsfrequenz im Vergleich zur Auslegungsrechnung bei höherer Last auf.
- 2.3. Bei den Varianten mit ganzzahliger Sprungüberdeckung von 2,0 und periodischer Korrektur tritt im Vergleich zu den entsprechenden unkorrigierten Varianten eine Überhöhung des Pegels der Zahneingriffsfrequenz stets über dem gesamten betrachteten Lastbereich auf. Wie in Kapitel 4.2.2 erläutert, wurde für diese Verzahnungsvarianten eine überdimensionierte Doppelamplitude vorgegeben. Die Laststufe, bei der die überdimensionierte Korrektur das Drehwegverhalten der ersten Harmonischen tilgt, verschiebt sich dadurch zu sehr hohen Lasten, die im Prüfstandsversuch nicht untersucht werden konnten. **Bild 69** zeigt für die Hauptverzahnungsgeometrie mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 2,0$ die Verläufe des Anregungsamplitudenpegels entspricht in diesem Fall dem Zahnkraftpegel des ersten Fourierkoeffizienten der Verzahnungskraft F_z für die unkorrigierte Variante und die mit periodischer Anregungskorrektur ausgeführten Variante. Die periodische Anregungskorrektur wurde hier entsprechend der Auslegung nach Tabelle 12 vorgegeben. Die verwendete Doppelamplitude beträgt $0,34 \mu\text{m}$. Aus den dargestellten Pegelverläufen ist ersichtlich, dass auch bei ganzzahliger Sprungüberdeckung bei korrekter Ausführung der periodischen Anregungskorrektur wesentliche Verbesserungen des Anregungsverhaltens der Verzahnung erreicht werden können. Durch die erhaltenen Ergebnisse bestätigt sich grundsätzlich die Wirkung der periodischen Korrektur entsprechend der zugrundeliegenden theoretischen Überlegungen.

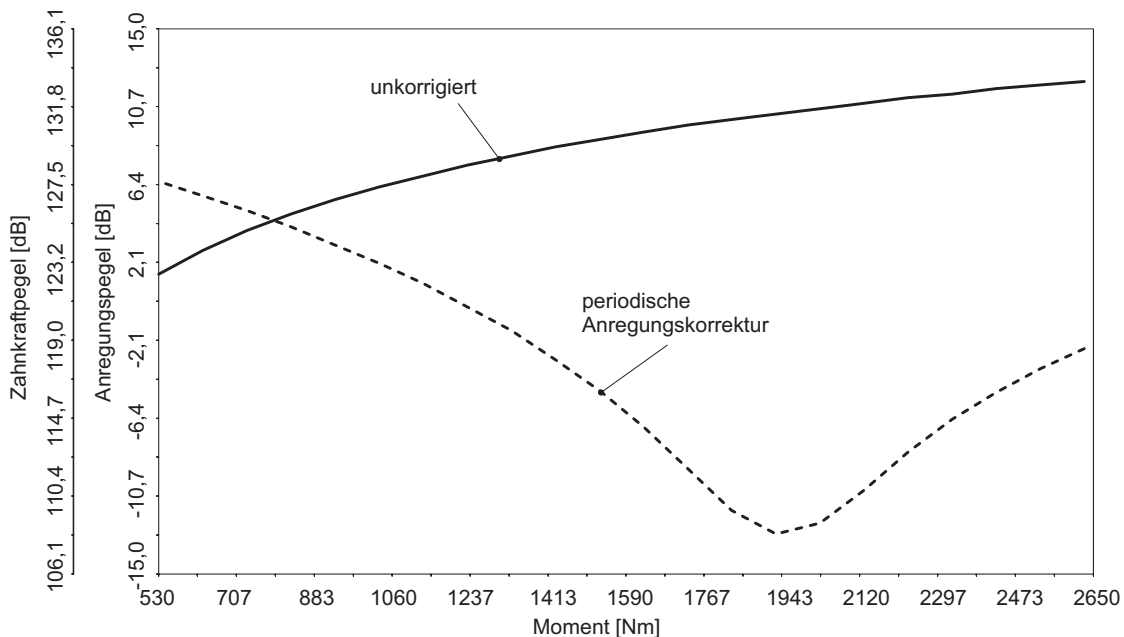


Bild 69: Anregungsamplituden- bzw. Zahnkraftpegel in Abhängigkeit von der Last für unkorrigierte Verzahnung und Verzahnung mit periodischer Anregungskorrektur; $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 2,0$.

3. Untersuchungen mit standardkorrigiertem Großrad (Ritzel unkorrigiert):

Bei den Varianten mit $\epsilon_\beta = 1,5$ ist eine Verminderung des Pegels der Zahneingriffsfrequenz verglichen mit den entsprechenden unkorrigierten Varianten aufgetreten. Der Pegel der Zahneingriffsfrequenz bildet dabei ein Minimum im mittleren Lastbereich. Bei den Varianten mit $\epsilon_\beta = 0,75$ waren die Verläufe des Pegels der Zahneingriffsfrequenz über der Last für die Varianten mit standardkorrigiertem Großrad und die Verläufe der unkorrigierten Varianten untereinander sehr ähnlich. Diese Unterschiede im Verhalten beider Sprungüberdeckungen sind darauf zurückzuführen, dass die eingesetzten Standardkorrekturen gezielt auf gleichmäßige Pressungsverteilung ausgelegt waren. Das daraus resultierende Anregungsverhalten war vergleichend zu untersuchen, nicht jedoch durch zusätzliche Anpassung der gewählten Standardkorrektur gezielt zu beeinflussen.

4. Die Ergebnisse der Verzahnungen mit $\epsilon_\beta = 1,5$ zeigen, dass bei diesen Hauptgeometrien die verwendete Standardkorrektur gleichzeitig die Tragfähigkeit und die Anregung verbessern kann. Die periodische Anregungskorrektur führt dagegen bei allen untersuchten Varianten zu einer wesentlichen Verminderung des Pegels der Zahneingriffsfrequenz im Vergleich zur entsprechenden unkorrigierten Verzahnung. Gleichzeitig führt die periodische Anregungskorrektur jedoch zu keiner Veränderung der Lastverteilung. Die periodische Anregungskorrektur

ermöglicht es, das Anregungsverhalten einer Verzahnung bei einer bestimmten Last gezielt zu reduzieren, ohne die Wirkung der Tragfähigkeitskorrektur für die Auslegungslast bzw. Tragfähigkeitslast zu beeinflussen. Dieser Sachverhalt ist am Beispiel einer Stufe des virtuellen FVA-Getriebes [1, 3, 7] in Kapitel 5.7 dargestellt.

5. Insgesamt lässt sich feststellen, dass zwischen den gemessenen Verläufen des Torsionsbeschleunigungspegels und den Verläufen der dynamischen Berechnung mit Vorgabe der Teilungsabweichungen sowie der gemessenen Flankentopologien gute Übereinstimmung besteht. Daraus lässt sich folgern, dass sich die von der Auslegungsberechnung abweichenden Ergebnisse auf die real ausgeführten Flankenformen zurückzuführen sind. Untersuchungen hierzu sind in Kapitel 5.6 durchgeführt.

5.4 Vergleichende Betrachtungen höherharmonischer Anteile

Das vorhergehende Kapitel 5.3 befasst sich in der Auswertung der Mess- und Rechenergebnissen ausschließlich mit der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz f_z (Grundschiwingung), da die real ausgeführte periodische Anregungskorrektur aus fertigungstechnischen Gründen (größter Betrag der erforderlichen Amplitude) gezielt für die Grundschiwingung der Zahneingriffsfrequenz ausgeführt wurde. Für die Prüfradpaarungen mit $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$ wird hier ergänzend eine Betrachtung der Höherharmonischen durchgeführt. Es werden die zweite und dritte Harmonische der Zahneingriffsfrequenz f_z herangezogen. Ausgehend vom einem Campbell-Diagramm (**Bild 70**) erfolgt die Betrachtung der Höherharmonischen in einem Drehzahlband zwischen 1000 und 1500 1/min. Die Betrachtung in diesem Drehzahlband dient der Vergleichbarkeit zwischen der am Prüfstand gemessenen Torsionsbeschleunigung am Radkörper und der mit dem FVA EDV-Programm DZP [1] berechneten dynamischen Verzahnungskraft insofern, dass bei der Berechnung mit FVA EDV-Programm DZP [1] ein Ein-Massen-Modell eingesetzt wird. Dieses Modell beschreibt das Verhalten der Schwingungssystems Zahnradpaarung unter Berücksichtigung der Haupteigenfrequenz der Verzahnung. Aus Bild 70 wird ersichtlich, dass in dem Drehzahlbereich von 400 bis 4800 die (im Bild 70 gekennzeichneten) Haupteigenfrequenz bei ca. 4000-4500 1/min von der Zahneingriffsfrequenz durchfahren wird. Demzufolge ist eine Betrachtung des Verhaltens der Zahneingriffsfrequenz f_z in diesem relativ breiten Drehzahlband zulässig, da sich keine zusätzlichen dynamischen Einflüsse beim Messergebniss (Campbell-Diagramm) bemerkbar machen. Bei höheren Ordnungen zeigt sich bei der Messung zusätzlich der Einfluss weiterer Eigenfrequenzen (Zahnrad- und Prüfstandseigenfrequenzen), die das Verhalten der Höherharmonischen wesentlich beeinflussen.

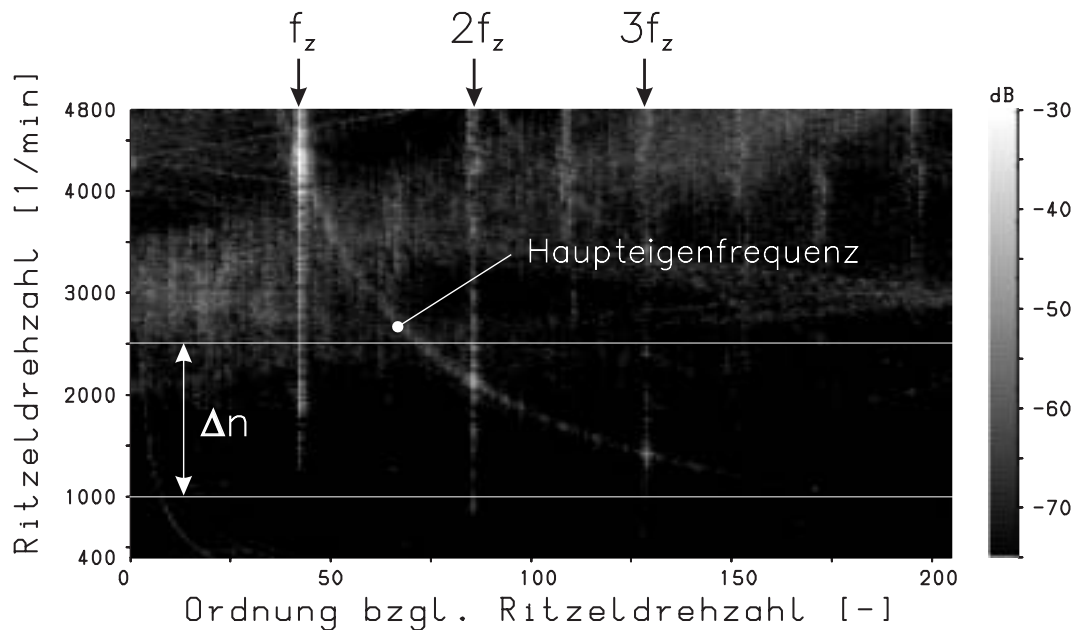


Bild 70: Gemessenes Campbell-Diagramm Ritzel rin15as mit gekennzeichnete Zahneingriffsfrequenz f_z und deren zweiten und dritten Harmonischen $2f_z$ und $3f_z$. Hinweis auf die Haupteigenfrequenz der Verzahnung und das für Messung und Rechnung ausgewertete Drehzahlband Δn .

Für die Betrachtung der Höherharmonischen wird deshalb nur ein Drehzahlband bei niedrigen Drehzahlen ausgewertet, das in Bild 70 mit Δn bezeichnet ist. In diesem Drehzahlband ist die Haupteigenfrequenz der Zahnradpaarung dominierend, da sie abhängig von der Drehzahl von der zweiten bzw. dritten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz angeregt wird. Die Wahl des ausgewerteten Drehzahlbandes Δn ist für jede Hauptgeometrie anhand der Lage der Haupteigenfrequenz der Verzahnung sowie das Ein-Masse-Modell verfälschende Eigenfrequenzen höherer Ordnung zu bestimmen.

Im Drehzahlband von 1000 und 1500 1/min wird eine Mittelung durchgeführt. Damit ergibt sich je Campbell-Diagramm ein einziger Wert für den Pegel der zweiten bzw. der dritten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz. Da ein Campbell-Diagramm das Systemverhalten bei nur einem gegebenem Drehmoment beschreibt, können somit die aus mehreren Campbell-Diagrammen ermittelten Pegelwerte als Funktion des Drehmoments, analog zu den Betrachtungen der Zahneingriffsfrequenz in Kapitel 5.3 und Anhang C, dargestellt werden. Für die Prüfverzahnung $\varepsilon_\alpha = 1,5$ und $\varepsilon_\beta = 1,5$ ist für die unkorrigierte Variante und die Variante mit periodisch korrigiertem Ritzel das Ergebnis aus dieser Vorgehensweise für den Pegel der zweiten Harmonischen $2f_z$ der Zahneingriffsfrequenz in **Bild 71** und für den Pegel der dritten Harmonischen $3f_z$ der Zahneingriffsfrequenz in **Bild 72** dargestellt. In den Bildern 71 und 72 werden die gemessenen Torsionsbeschleunigungspegel mit dem Programm DZP [1] berechneten Pegel aus der dynamischen Verzahnungskraft verglichen. In die Berechnung gehen die 3D-gemessene Topolo-

gie aller Zahnflanken und die entsprechenden Werte für die Teilungsabweichungen mit ein. Die durchgezogene Linie in den Bildern kennzeichnen stets die unkorrigierte Variante, die als Referenz dient, die gestrichelte Linien die korrigierte.

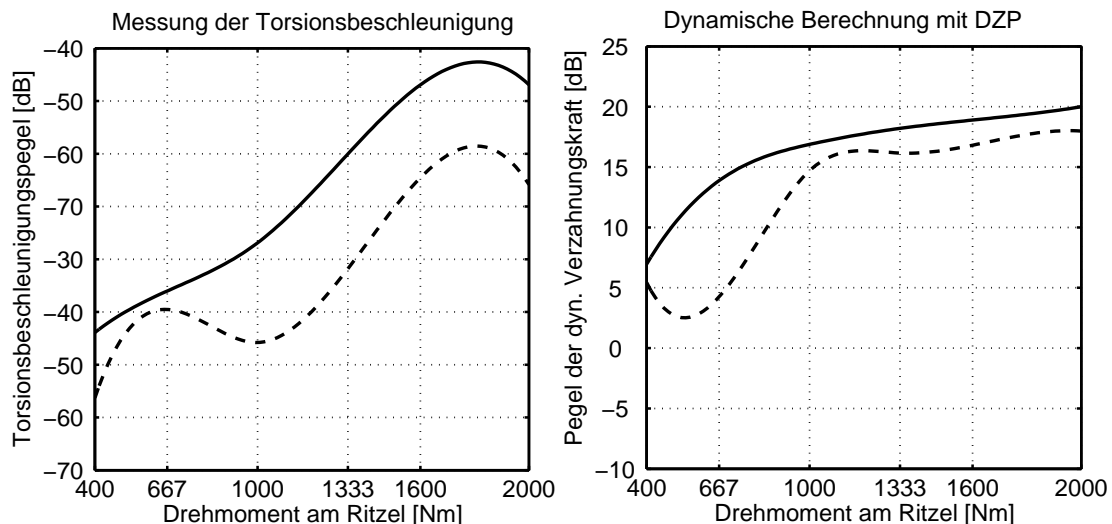


Bild 71: Verlauf des Pegels der **zweiten Harmonischen** der Zahneingriffsfrequenz ($2f_z$) über der Last. Vergleich zwischen gemessener Torsionsbeschleunigung am Rad und mit dem Programm DZP [1] ermittelter dynamischer Verzahnungskraft. Durchgezogene Linie - unkorrigierte Referenzvariante. Gestrichelte Linie - Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

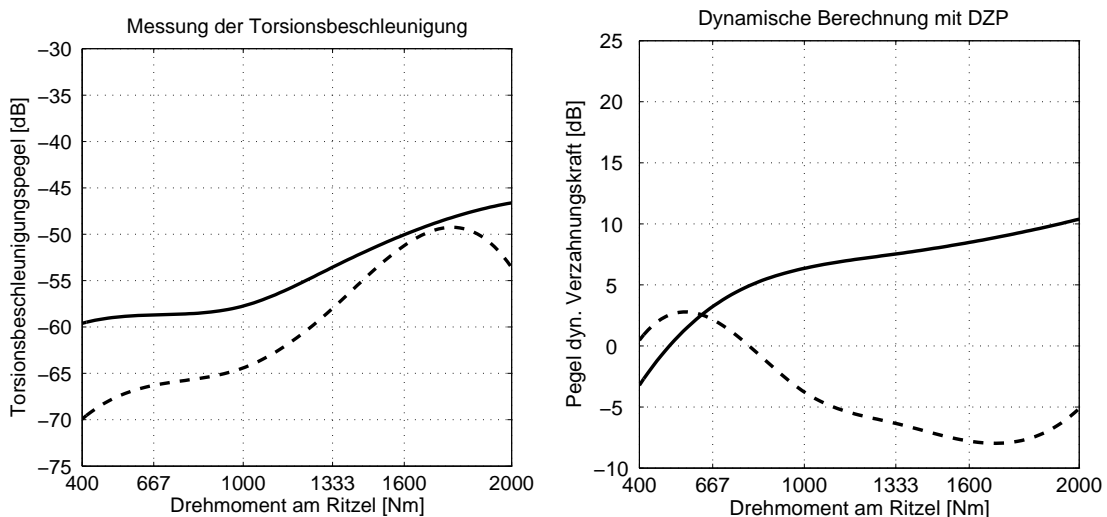


Bild 72: Verlauf des Pegels der **dritten Harmonischen** der Zahneingriffsfrequenz ($3f_z$) über der Last. Vergleich zwischen gemessener Torsionsbeschleunigung am Rad und mit dem Programm DZP [1] ermittelter dynamischer Verzahnungskraft. Durchgezogene Linie - unkorrigierte Referenzvariante. Gestrichelte Linie - Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

Aus Bild 71 wird ersichtlich, dass die Übereinstimmung der Mess- und Rechenergebnisse im Bezug auf der zweiten Harmonischen des Zahneingriffs

für die untersuchte Variante sehr hoch ist. Sowohl bei der Messung als auch bei der Rechnung weist der Pegel der zweiten Harmonischen für die unkorrigierte Referenzvariante einen stetigen Anstieg mit größer werdendem Drehmoment am Ritzel auf. Der Verlauf für die korrigierte Variante liegt im kompletten Lastbereich unter dem der unkorrigierten. Selbst das Auftreten eines Pegelminimum bei kleiner Last ist bei der Messung und der Rechnung nahezu identisch. Im Bereich hoher Lasten sind die qualitativen Verläufe des Pegels der zweiten Harmonischen des Zahneingriffs bei Messung und Rechnung abweichend, die Grundtendenz bleibt jedoch erhalten.

Aus Bild 72 wird ersichtlich, dass sich für die unkorrigierte Referenzvariante eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ergibt - der Verlauf des Pegels der dritten Harmonischen des Zahneingriffs ist über dem ganzen Lastbereich steigend. Bei der korrigierten Variante sind die Unterschiede größer. Der Verlauf des Pegels der dritten Harmonischen des Zahneingriffs ist nahezu gegenläufig. Dennoch liegen bei der hier betrachteten Hauptverzahnungsvariante mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 1,5$ die Pegelwerte sowohl bei der Messung als auch bei der Rechnung unter denen der unkorrigierten Variante. Damit bleibt eine wichtige Aussage über den Einfluss der ausgeführten Korrektur auch im Bezug auf die dritte Harmonischen des Zahneingriffs erhalten.

Hauptgeometrie	$\epsilon_\alpha = 1,5$ $\epsilon_\beta = 0,75$	$\epsilon_\alpha = 1,5$ $\epsilon_\beta = 1,5$	$\epsilon_\alpha = 2,2$ $\epsilon_\beta = 0,75$	$\epsilon_\alpha = 2,2$ $\epsilon_\beta = 1,5$	
Moment $T_1 =$	667 Nm	1334 Nm	574 Nm	1148 Nm	
Wellenl.	Ord.	Amplitude [mm]			
p_{et}	1.	0,10573E-2	0,10846E-2	0,12088E-2	0,85747E-3
$p_{et}/2$	2.	0,37294E-3	0,82900E-4	0,20698E-4	0,16629E-3
$p_{et}/3$	3.	0,76994E-5	0,42130E-5	0,13403E-3	0,87053E-4

Tabelle 16: Wellenlänge und Amplitude der ersten drei Harmonischen der Drehwegabweichung bei Auslegungslast für die periodische Anregungskorrektur für vier Hauptgeometrien.

Tendenziell lässt sich feststellen, dass die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung in Bezug auf die **zweite** Harmonische der Zahneingriffsfrequenz gut ist. Die Pegel weisen für Messung und Rechnung den gleichen qualitativen Verlauf in Abhängigkeit von der Last auf. Die Tendenz im Pegelverlauf zwischen korrigierter und unkorrigierter Verzahnung wird für jede Variante gut wiedergegeben auch wenn die absolute Pegeldifferenz nicht exakt den gleichen Wert aufweist. In Bezug auf die **dritte** Harmonische der Zahneingriffsfrequenz lässt sich anhand der untersuchten Beispielverzahnungen keine eindeutige Korrelation zwischen Rechnung und Messung feststellen. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Anregungsamplitude der dritten Har-

monischen im Allgemeinen einen wesentlich kleineren Betrag als diejenige der ersten und der zweiten Harmonischen aufweist. Hierzu sind in **Tabelle 16** für die unkorrigierten Varianten mit nicht ganzzahliger Sprungüberdeckung die Anregungsamplituden (dargestellt in mm) für die Auslegungslast für die periodische Anregungskorrektur dargestellt.

Aus Tabelle 16 wird ersichtlich, dass die Amplitude der dritten Harmonischen meist um eine bis zwei Größenordnungen kleiner als die Amplitude der ersten und der zweiten Harmonischen ausfällt. Zusätzlich ist auch die Wellenlänge kleiner. Aus diesen Gründen lässt sich schließen, dass höherharmonische Anteile auf der Zahnflanke messtechnisch nicht ohne Weiteres erfasst werden können. Bei dem in dieser Arbeit eingesetzten Messverfahren liegen die Amplituden der zweiten und insbesondere der dritten Ordnung des Zahneingriffs deutlich unter der Messgenauigkeit der Anlage.

5.5 Diskussion zum Einfluss von Fertigungsabweichungen

Die Ergebnisse aus den FVA-Forschungsvorhaben 338 II [15] und 338 IIb [40] zeigen, dass bei verschiedenen eingesetzten Schleifverfahren unterschiedliche, von der Zahneingriffsfrequenz und deren Harmonischen abweichende Ordnungen einer Zahnradpaarung beim Laufversuch verstärkt gemessen werden können. Im Rahmen des Vorhabens 338 IIb [40] wurden diese Zwischenfrequenzen an „MAAG“-geschliffenen Prüfrädern messtechnisch belegt und durch theoretische Analyse mittels DZP [1] bei Eingabe der gemessenen Flankentopologie rechnerisch bestätigt.

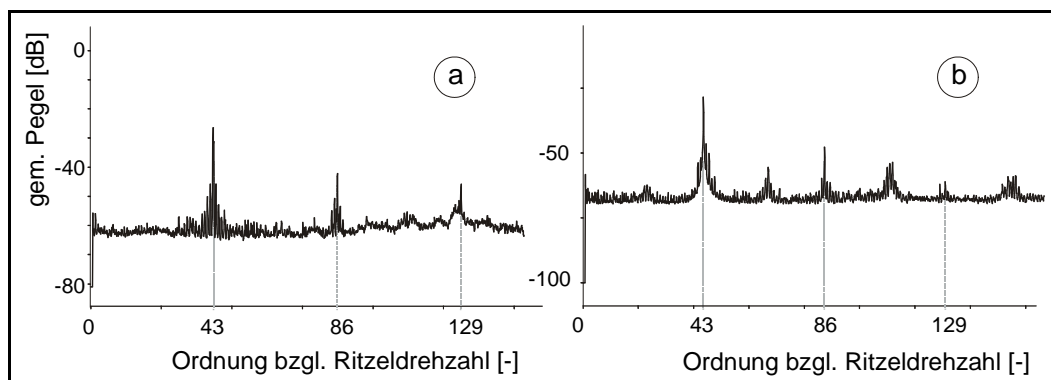


Bild 73: Darstellung des über der Drehzahl gemittelten Torsionsbeschleunigungsspektrums - a) Profilschliff, b) MAAG-Wälzgeschliff. Die Zahneingriffsfrequenz befindet sich auf der 43. Ordnung der Ritzelwählendrehzahl.

Bilder 73a und **73b** zeigen das gemessene Frequenzspektrum für eine profil- (73a) und eine nach dem MAAG-Verfahren wälzgeschliffene (73b) Prüfradpaarung.

Um in den Bildern 73a und 73b die Zuordnung der Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz zu den Ordnungen der Ritzelwellendrehzahl (aufgetragen auf der Abszisse) zu erleichtern, sind die Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz mit gestrichelten Linien gekennzeichnet.

Zwischenfrequenzen können auch in dynamischen Simulationen mit dem FVA EDV-Programm DZP [1] erzeugt werden. **Bilder 74** und **75** zeigen Ergebnisse von dynamischen Berechnungen unter Vorgabe bestimmter Teilungsabweichungsabfolgen. Für die Berechnungen wurde die Hauptverzahnungsvariante mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 1,5$ nach Tabelle 7 (Kapitel 4.2.1) herangezogen. Es ist eine Last von 1000 Nm vorgegeben. Es werden Spektren der dynamischen Verzahnungskraft ohne und mit Teilungsabweichungen berechnet. Der Teilungssprung beträgt $2 \mu\text{m}$. Für die Berechnung, die in Bild 74 dargestellt ist, wurden Teilungsabweichungen mit einer 2er-Periodik vorgegeben, für die in Bild 75 gezeigte Berechnung wurde eine 3er-Periodik eingegeben. Die Berechnungen werden im Bereich der kritischen Drehzahl (in der Eigenfrequenz) durchgeführt.

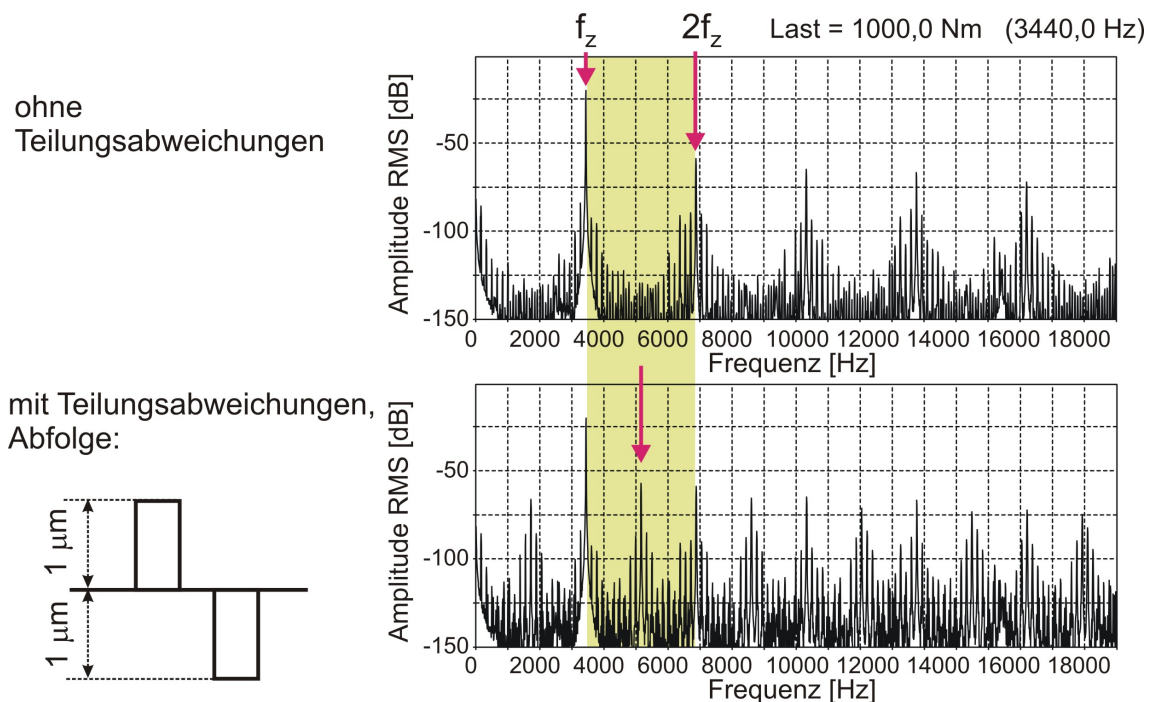


Bild 74: Auftreten von Zwischenfrequenzen mit der halben Zahneingriffsfrequenz infolge von Teilungsabweichungen, periodisch über zwei aufeinander folgende Zähne. Dynamische Berechnung mit dem FVA EDV-Programm DZP [1].

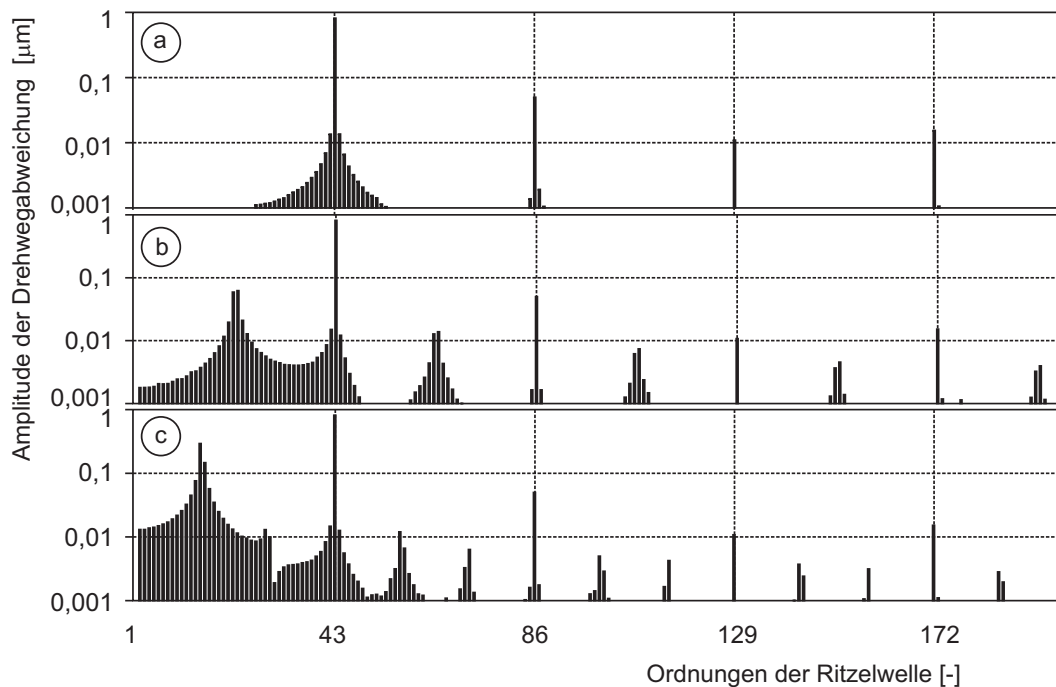


Bild 76: Spektrum aus der Drehwegabweichung in Abhängigkeit von der Ritzelwellenordnung mit und ohne Teilungsabweichungen, berechnet mit dem FVA EDV-Programm DZP [1]:

- a) ohne Teilungsabweichungen
- b) Teilungsabweichungen mit 2-er Periodik
- c) Teilungsabweichungen mit 3-er Periodik

Aus Bild 76 wird ersichtlich, dass die Amplituden der Zwischenfrequenzen deutlich kleiner als die Amplituden der Ordnungen der Zahneingriffsfrequenz sind, wobei hier auf die logarithmische Skalierung der Ordinate hingewiesen wird. Trotz dieses Unterschieds führen die Amplituden der Zwischenfrequenzen in der dynamischen Simulation offensichtlich dennoch zu starken dynamischen Kraftüberhöhungen bei kritischen Drehzahlen.

5.6 Betrachtungen zur Stabilität der periodischen Anregungskorrektur

5.6.1 Theoretische Untersuchungen zur Stabilität der periodischen Anregungskorrektur

Um die periodischen Anregungskorrektur in Bezug auf den Einfluss von Toleranzen zu bewerten, werden hier die Ergebnisse umfassender theoretischer Untersuchungen zur Stabilität der periodischen Anregungskorrektur zusammengefasst. Im Rahmen der Untersuchungen wird der Einfluss von Abweichungen aus dem Sollwert der Bestimmungsgrößen der periodischen Anregungskorrektur Amplitude C_{\sin} , Wellenlänge $\lambda_{C\sin}$, Nullphasenwinkel $\varphi_{C\sin}$

und Orientierung β_{Csin} bewertet. Nach diesen theoretischen Untersuchungen kann eine eindeutige Rangfolge der untersuchten Größen nach ihrem Einfluss auf die Stabilität der periodischen Anregungskorrektur gemacht werden.

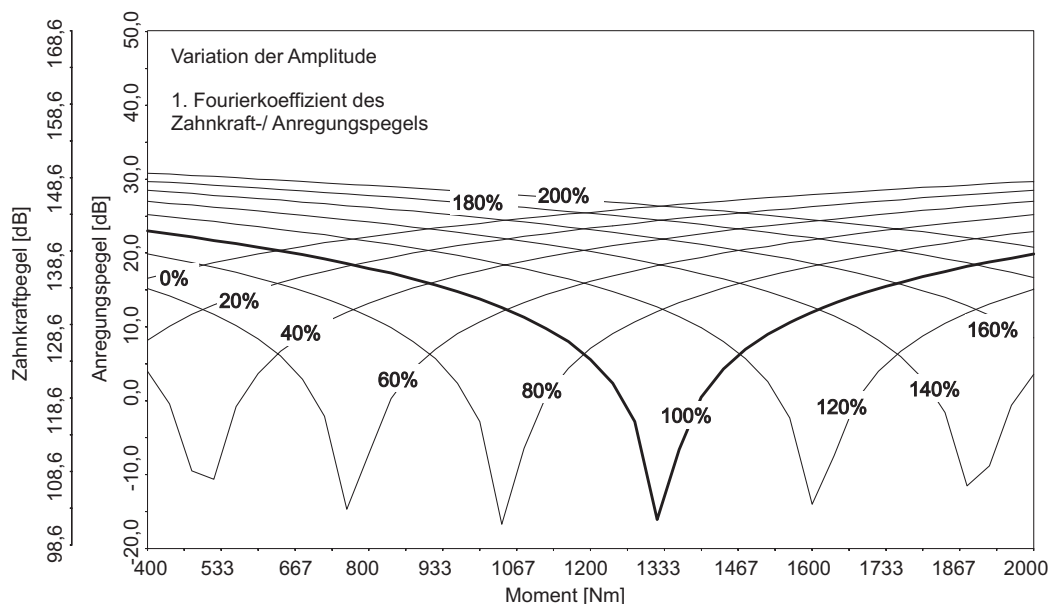


Bild 77: Verlauf des Anregungsamplitudenpegels der 1. Harmonischen der Verzahnungskraft in Abhängigkeit vom Drehmoment am Ritzel unter Vorgabe verschiedener relativer Abweichung der Amplitude der periodischen Anregungskorrektur, angegeben in % vom Sollwert, Rad unkorrigiert.

In **Bild 77** ist für eine beispielhafte Verzahnung der Einfluss der Abweichung aus dem Sollwert für die Amplitude der periodischen Anregungskorrektur auf die maßgebende Anregungsamplitude dargestellt. Für unterschiedliche relative Abweichungen der Amplitude der periodischen Anregungskorrektur sind die Verläufe des Anregungsamplitudenpegels der 1. Harmonischen der Verzahnungskraft in Abhängigkeit von der Last aufgeführt. Der Sollwert der Amplitude der periodischen Anregungskorrektur beträgt $1,0 \mu\text{m}$. Der Variationsumfang von 0 bis 200% in Bild 77 begründet sich in dem kleinen Wert der Amplitude, der im Falle der Sollamplitude fertigungstechnisch zu realisieren ist. Beispielsweise entsprechen 20% Abweichung von einer Amplitude von $1,0 \mu\text{m}$ einem Wert von $0,2 \mu\text{m}$. Aus Bild 77 wird ersichtlich, dass eine große relative Abweichung der Amplitude der periodischen Anregungskorrektur aus dem Sollwert, zu einer entsprechenden Verschiebung des Minimums des Anregungsamplitudenpegels weg von der Auslegungslast führt. Absolut gesehen bewegen sich die Werte der Abweichung der Amplitude in Bild 77 zwischen $0 \mu\text{m}$ und $2,2 \mu\text{m}$ mit einer Schrittweite von $0,22 \mu\text{m}$. Die Variation findet demnach im Bereich von Zehntel μm statt.

In **Bild 78** ist für die gleiche Verzahnung wie in Bild 77 der Einfluss der

Abweichung aus dem Sollwert für den Nullphasenwinkel $\varphi_{C_{\text{sin}}}$ der periodischen Anregungskorrektur auf den Anregungsamplitudenpegel der ersten Ordnung des Verzahnungskraft F_z dargestellt. Der Sollwert des Nullphasenwinkel $\varphi_{C_{\text{sin}}}$ beträgt $92,83^\circ$. Das dargestellte Streuband zeigt Ergebnisse für eine Abweichung von maximal $\pm 19,14^\circ$.

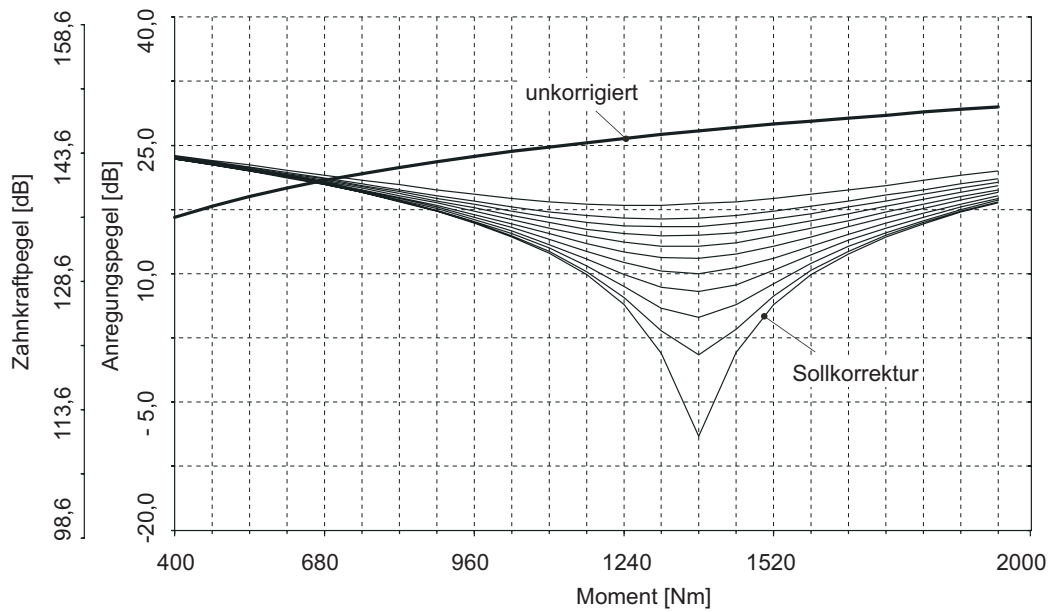


Bild 78: Verlauf des Anregungsamplitudenpegels der 1. Harmonischen der Verzahnungskraft in Abhängigkeit vom Drehmoment am Ritzel unter Vorgabe von Abweichungen des Nullphasenwinkels der periodischen Anregungskorrektur vom Sollwert nach Tabelle 5.4, Rad unkorrigiert.

Aus Bild 78 wird ersichtlich, dass die Abweichung aus der Sollvorgabe des Nullphasenwinkels $\varphi_{C_{\text{sin}}}$ der periodischen Anregungskorrektur einen geringen Einfluss auf die Wirkungsweise der Korrektur hat. Der Verlauf des Anregungsamplitudenpegels zeigt auch im Fall der maximalen Abweichung vom Sollwert (Grenze des Toleranzbereichs) im Bereich der Auslegungslast von 1333 Nm eine deutliche Absenkung der korrigierten im Vergleich zur unkorrigierten Verzahnungsvariante von rund 10 dB. Die Lage des Anregungsminimums verschiebt sich bei Variation des Nullphasenwinkels $\varphi_{C_{\text{sin}}}$ nicht. Ähnlich wie der Nullphasenwinkel $\varphi_{C_{\text{sin}}}$ verhalten sich die Bestimmungsgrößen Wellenlänge $\lambda_{C_{\text{sin}}}$ und Orientierung $\beta_{C_{\text{sin}}}$ bei Berücksichtigung von Abweichungen aus dem Sollwert.

Alle im Rahmen dieser Arbeit behandelten Hauptverzahnungsvarianten, wurden auch theoretisch im Bezug auf die Stabilität der periodischen Anregungskorrektur untersucht. Zusammenfassend kann anhand dieser Untersuchungen festgehalten werden:

- Die Amplitude der periodischen Anregungskorrektur stellt die Haupteinflussgröße auf die Wirksamkeit der Korrektur dar.

- Die Abweichungen aus dem Sollmaß der Größen Nullphasenwinkel, Wellenlänge und Orientierung spielen nur eine untergeordnete Rolle für die Stabilität der periodischen Korrektur.

Die Amplitude stellt sich als Haupteinflussgröße auf die Wirksamkeit der periodischen Anregungskorrektur dar, da selbst bei Abweichungen im Bereich weniger Zehntel μm aus dem Sollwert das Anregungsverhalten der untersuchten Verzahnungen deutlich beeinflusst wird. Aus diesem Grund sollte die Amplitude auch sehr eng, i. A. im Bereich von einem Zehntel μm , toleriert werden. Die Wellenlänge kann im Bereich mehrerer Zehntel Millimeter toleriert werden, der Nullphasenwinkel ohne weiteres mit bis zu $\pm 10^\circ$, ohne dass die Wirksamkeit der periodischen Anregungskorrektur wesentlich verringert wird. Eine Abweichung der Orientierung von bis zu 5° stellt eine relative Abweichung von bis zu 12% vom Sollwert dar. Selbst bei dieser beträchtlichen relativen Abweichung der Orientierung verhält sich die periodische Korrektur in den meisten Fällen sehr stabil.

Die Ergebnisse der theoretischen Untersuchung sind einsichtig und können für die Auslegung einer periodischen Anregungskorrektur eingesetzt werden.

5.6.2 Experimentelle Untersuchungen zur Stabilität der periodischen Anregungskorrektur

Für die experimentellen Untersuchungen zur Stabilität der periodischen Anregungskorrektur wird die Hauptgeometrievariante mit $\epsilon_\alpha = 1,5$ und $\epsilon_\beta = 0,75$ herangezogen, da für diese Variante mehr Prüfritzel (insgesamt drei) mit ausgeführter periodischer Anregungskorrektur vorliegen als für die anderen Hauptgeometrievarianten. Dies sind zwei Ritzel der Variante rin07au und ein Ritzel der Variante rin07as. Die Sollflankenform dieser beiden Ritzelvarianten ist nahezu identisch, wobei lediglich die Soll-Amplitude um $0,14 \mu\text{m}$ abweicht. Alle Ritzel werden mit einem standardkorrigierten Großrad RAn07s gepaart. Diese Radvariante wird verwendet, da im Laufversuch ein deutliches Anregungsminimum beim Paaren mit dem periodisch korrigiertem Ritzel gemessen wurde (s. Anhang C). Bei jedem Ritzel werden beide Flanken eingesetzt, die stets mit ein und der gleichen Radflanke gepaart werden. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass die zu erwartende Streuung der Ergebnisse nur auf der Seite der Ritzelflanken stattfinden kann.

Das erwartete Anregungsminimum für die untersuchten Radpaarungen liegt bei der Auslegungslast von 667 Nm (s. Anhang C)

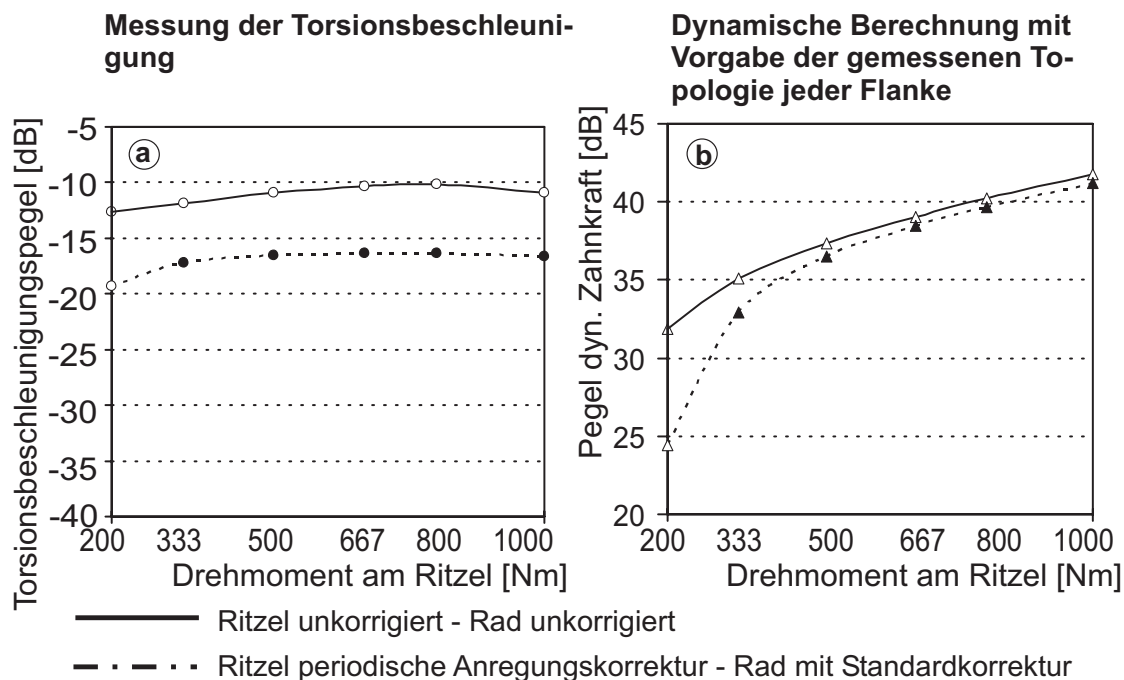


Bild 79: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit Vorgabe von Teilungsabweichungen und Ist-Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u, Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und Standardkorrektur am Großrad rin07au-RAn07s. Linke Ritzelflanke im Eingriff

In **Bild 79** sind Prüfstandsmessung und dynamische Berechnung für die Paarung aus dem anregungskorrigiertem Ritzel rin07au Nr. 1 und dem standardkorrigiertem Großrad RAn07s dargestellt. Für das Ritzel ist die linke Zahnflanke in Eingriff. Als Referenz ist in gleicher Form die Paarung aus unkorrigiertem Ritzel und Rad aufgeführt.

Aus Bild 79 wird ersichtlich, dass sich sowohl bei der Messung als auch bei der dynamischen Berechnung für die unkorrigierte und die korrigierte Paarung ähnliche Pegelwerte ergeben. In diesem Beispiel zeigt sich nicht die erwartete Wirkung der periodischen Korrektur. Die Pegelverläufe für die periodisch korrigierte Verzahnung liegen dennoch sowohl für Berechnung als auch für Messung unter denen der unkorrigierten Verzahnung. Es ist weiterhin festzuhalten, dass Messung und Berechnung tendenziell gut übereinstimmen, also in beiden Fällen keine Wirkung der periodischen Korrektur erkannt werden kann.

In **Bild 80** sind analog zu Bild 79 die Ergebnisse der Radpaarung Ritzel rin07au Nr. 1 und dem Großrad RAn07s dargestellt, wobei hier die rechte Zahnflanke des Ritzel rin07au Nr. 1 sich im Eingriff befindet. Auch hier dient die unkorrigierte Paarung als Referenz.

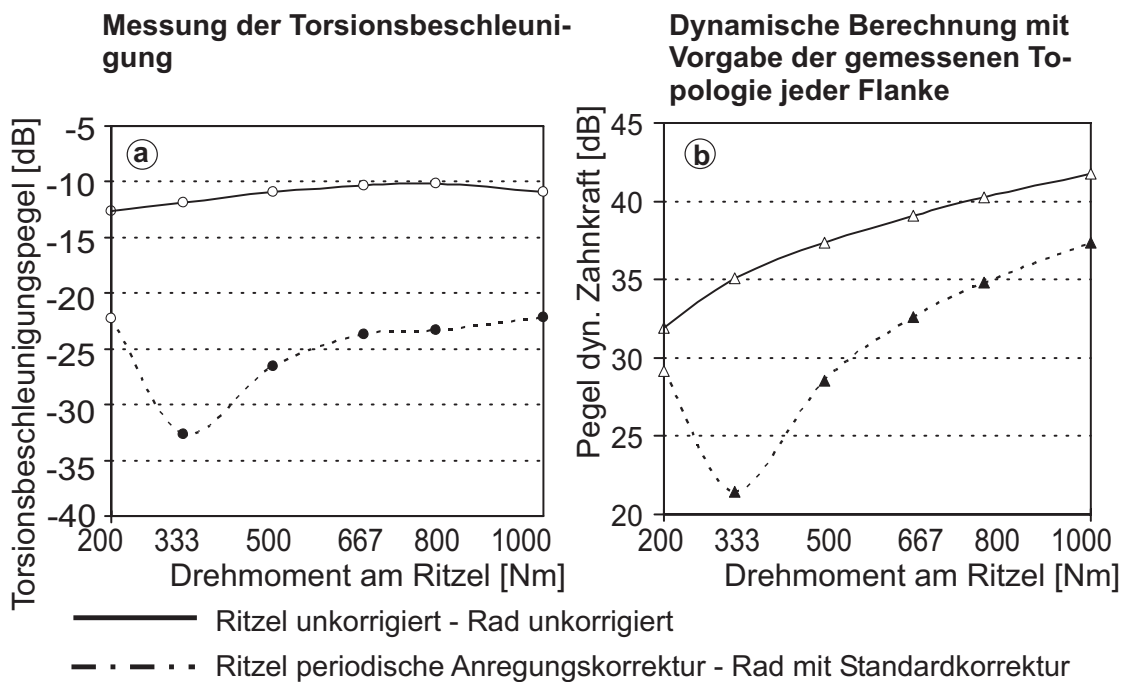


Bild 80: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit Vorgabe von Teilungsabweichungen und Ist-Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u, Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und Standardkorrektur am Großrad rin07au-RAn07s. Rechte Ritzelflanke im Eingriff

Bild 80 zeigt, dass die Pegelverläufe für Messung und dynamische Berechnung wiederum qualitativ gut übereinstimmen. Der Vergleich der Pegelverläufe weist für die anregungskorrigierte Paarungsvariante jeweils ein Minimum für die zweite Laststufe und eine Absenkung des Pegels über dem gesamten Lastbereich aus. Die erwartete Wirkung der periodischen Korrektur bezüglich der Pegelabsenkung wird sehr gut erreicht. Das Minimum ist jedoch, verglichen mit der Auslegungslast, zu einer kleineren Last hin verschoben. Die Verschiebung des Minimums wird im nachfolgenden Abschnitt 5.6.3 der abweichenden Flankenform bezüglich der Sollvorgabe zugewiesen.

Die Ergebnisse aus den Prüfstandsversuchen mit den restlichen Radpaarungen sind im Anhang D aufgeführt. Zusammenfassend ist festzustellen, dass bei den Messungen im Laufversuch bei jedem Ritzel die periodische Anregungskorrektur eine gute Wirkung gezeigt hat, wenn die **rechte** Zahnflanke aktiv war. Beim Eingriff der **linken** Zahnflanke zeigte sich bei keiner der untersuchten Ritzelvarianten eine nennenswerte Verbesserung des Anregungsverhaltens. Insbesondere die rechte Flanke des Ritzels run07au Nr. 2 zeigt ein überragendes Ergebnis in Bezug auf die Minimierung des gemessenen Torsionsbeschleunigungspegels über dem gesamten behandelten Lastbereich.

5.6.3 Untersuchungen zur Abweichung aus der Sollform periodisch korrigierter Flanken

Im **Bild 81** sind die gemittelten Flanken des Ritzels rin07au Nr. 1 (s. Messergebnisse in den Bildern 23 und 24) dreidimensional dargestellt. Vergleichend dazu ist die Topologie des Sollritzels aufgeführt. Eine subjektive Betrachtung der Flankentopographien in Bild 81 deutet auf große Unterschiede zwischen der linken, der rechten Flanke des Ritzels rin07au und der geforderten Soll-Topologie. Die rechte Flanke, die nach Bild 80 eine relativ gute Übereinstimmung zwischen der Auslegungsberechnung und der Messung ergibt - es bildet sich, wenn auch verschoben, ein Minimum im Pegelverlauf der ersten Harmonischen des Zahneingriffs über der Last - scheint demnach der Sollform ähnlich. Die linke Flanke hingegen scheint in Bild 81 fast spiegelverkehrt zur Sollform. Die entsprechende Messung in Bild 79 weist keine Wirkung der ausgeführten periodischen Anregungskorrektur aus. In **Bild 82** sind im Format der Verschränkungsmessung wiederum die Sollflanke und die linke und rechte Flanke des Ritzels rin07au Nr. 1 dargestellt. In Bild 82 dient ein Overlay-Diagramm als Referenz für die Messvorschrift, gekennzeichnet durch die graue Tönung. Die schwarzen durchgezogenen Linien sind die Profil- und Flankenschriebe, die als Mittelwert aus der Flankenform aller Flanken des jeweiligen Zahnrades gebildet sind. Die schwarz gestrichelten Schriebe kennzeichnen die am meisten von der Sollvorgabe abweichenden Flanke des behandelten Zahnrades.

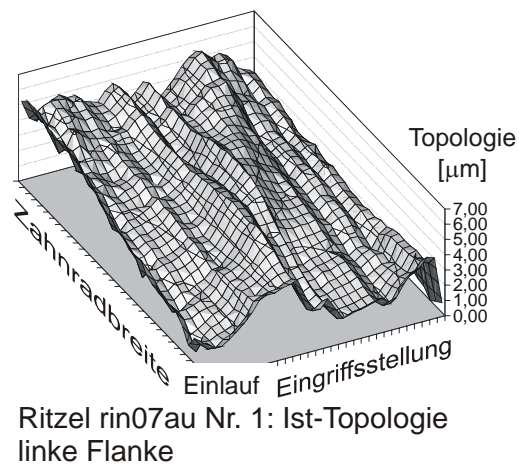
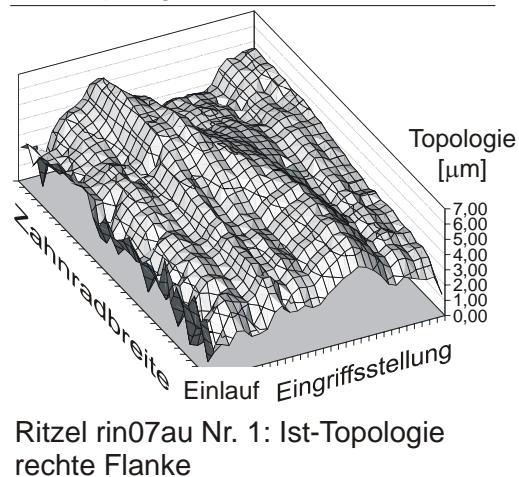
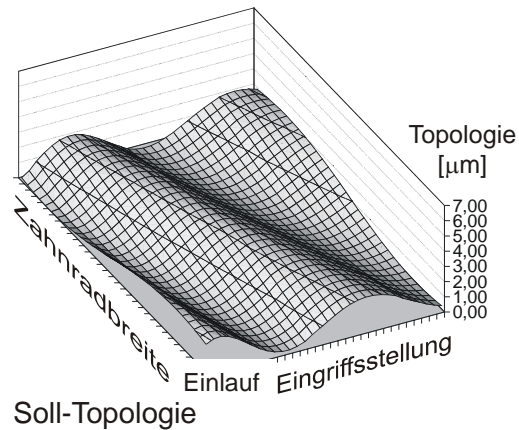


Bild 81: Topographische Darstellung der Soll-Flanke und der Ist-Flanken des Ritzels rin07au Nr. 1.

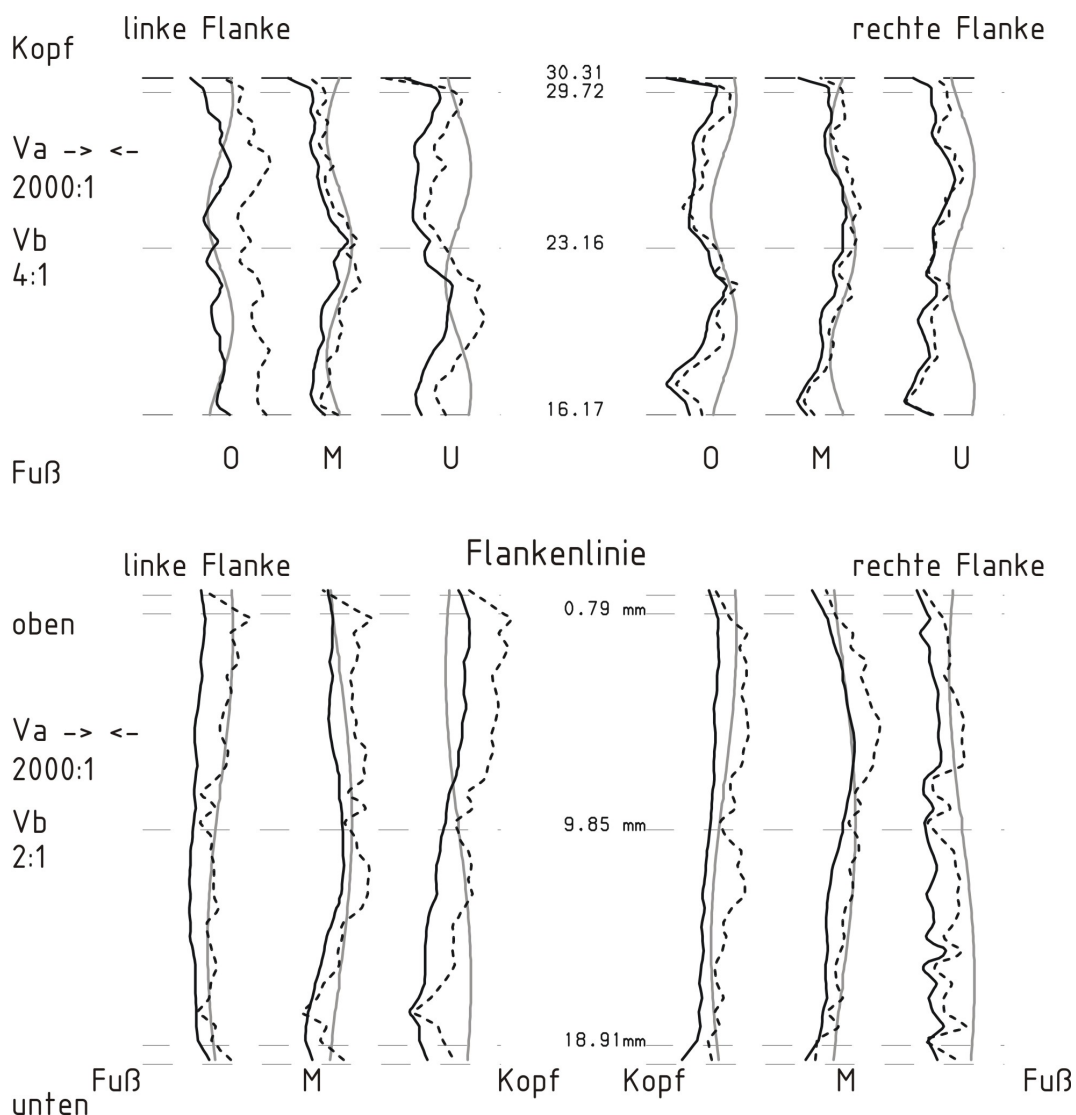


Bild 82: Vergleich zwischen der Ist-Flanke aus der Topologiemessung mit der Sollvorgabe (grau) für Ritzel rin07au Nr.1.

Aus Bild 82 wird ersichtlich, dass die einzelnen Schnitte der in Bild 81 spiegelverkehrt wirkenden linken Flanke in Widerspruch zum optischen Eindruck aus Bild 81 relativ gut mit der Sollvorgabe zusammenpassen. Einzig die untere Profillinie und die Flankenlinie am Fuß weichen stark, fast gegenphasig, von der Sollvorgabe ab. Diese Abweichungen können der Grund für die gemessenen bzw. gerechneten Pegelverläufe in Bild 79 sein. Die rechte Flanke scheint in der Darstellung in Bild 82 gut mit der Sollvorgabe übereinzustimmen. Die bisher anhand der Bilder 81 und 82 durchgeführten Bewertungen der Flankenform des Ritzels rin07au Nr.1 sind subjektiv, auch wenn sie im betrachteten Fall mit den Prüfstandsmessungen gut übereinstimmen. Die tatsächliche Wirkung einer Korrektur kann anhand des Abwälzverhaltens unter Last bewertet werden. Dazu soll hier der Einfluss der Korrektur entkoppelt von den lastabhängigen Verformungsanteilen des Drehwegs betrachtet wer-

den. Dabei entspricht das Eingriffsverhalten dem Tragbild unter Last, die lastbedingten Verformungsanteile werden allerdings außer Acht gelassen. In **Bild 83** ist dazu die Drehwegabweichung gebildet aus der Formabweichung des Ritzels rin07au Nr. 1 in Abhängigkeit vom Drehweg bei der Auslegungslast ($T = 667 \text{ Nm}$) dargestellt. Das Ritzel wird dabei jeweils gegen ein abweichungsfreies, entsprechend der Vorgabe standardkorrigiertes, Sollrad abgewälzt. Dabei werden die tatsächlich tragenden Bereiche der Flanken berücksichtigt. Es ist genau eine Umdrehung des Ritzels (43 Eingriffsperioden) dargestellt. Im oberen Teil des Bildes befindet sich der Verlauf für die Sollflanke, darunter sind die oben betrachteten Flanken des Ritzels rin07au Nr.1 aufgeführt. Da speziell auf die Abweichung der Flankenform eingegangen wird, sind tieffrequente Signalanteile in dieser Darstellung herausgefiltert. Es ist davon auszugehen, dass sich das Teilungsverhalten in der Ausbildung von Zwischenfrequenzen niederschlägt und eine eher untergeordnete Bedeutung für die Grundharmonische besitzt.

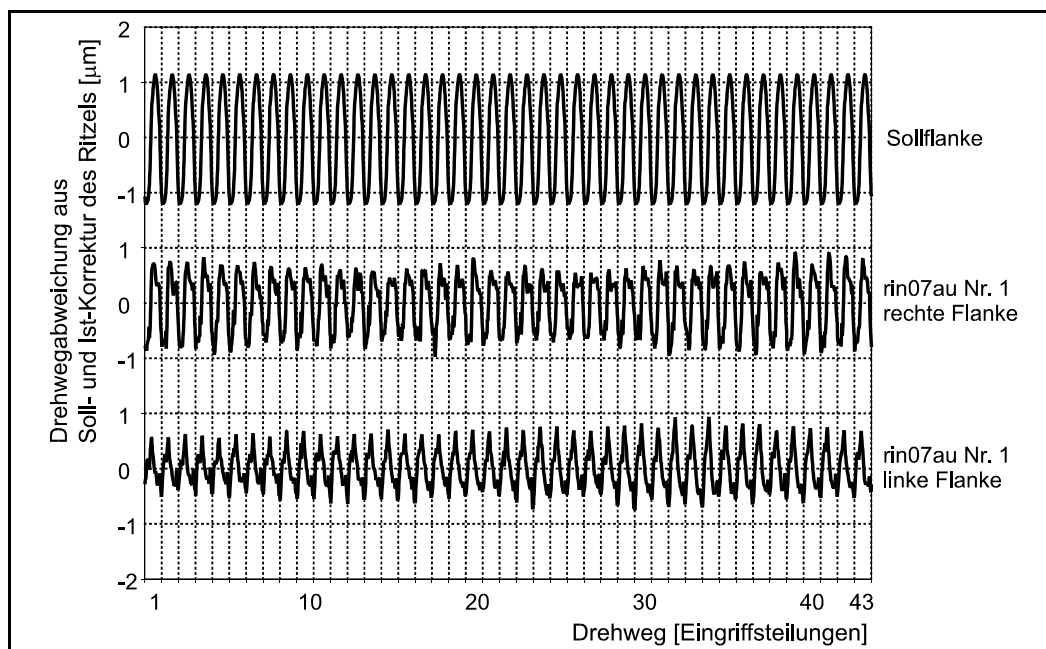


Bild 83: Drehwegabweichung aus Soll- und Ist-Korrektur des Ritzels in Abhängigkeit vom Drehweg bei $T = 667 \text{ Nm}$; Darstellung aller Zähne des Ritzels; Paarung gegen ein abweichungsfreies Sollrad mit Standardkorrekturen.

Aus den in Bild 83 dargestellten Verläufen kann in Übereinstimmung mit der Prüfstandsmessung (siehe Bild 24) und mit der topologischen Darstellung (Bild 82) die rechte Flanke als der Sollflanke ähnlicher eingeschätzt werden als die Linksflanke des gleichen Ritzels (siehe Bild 79). Zur genaueren Beurteilung sind die oben dargestellten Signale einer harmonischen Analyse zu unterziehen. Dadurch kann die Amplitude und die Phase der zu untersuchenden Ordnungen mit dem Sollwert verglichen werden. In Bild 84 sind die

Spektren der Drehwegabweichung aus den Korrekturen nach Bild 83 aufgeführt. Bild 84 zeigt die Amplituden der Drehwegabweichung aus den Korrekturen in Abhängigkeit von der Ritzelwellenordnung. Die erste Harmonische des Zahneingriffs liegt bei der 43. Ordnung und ist mit f_z gekennzeichnet. Diese Ordnung ist für die Wirkung der verwendeten periodische Korrektur maßgebend.

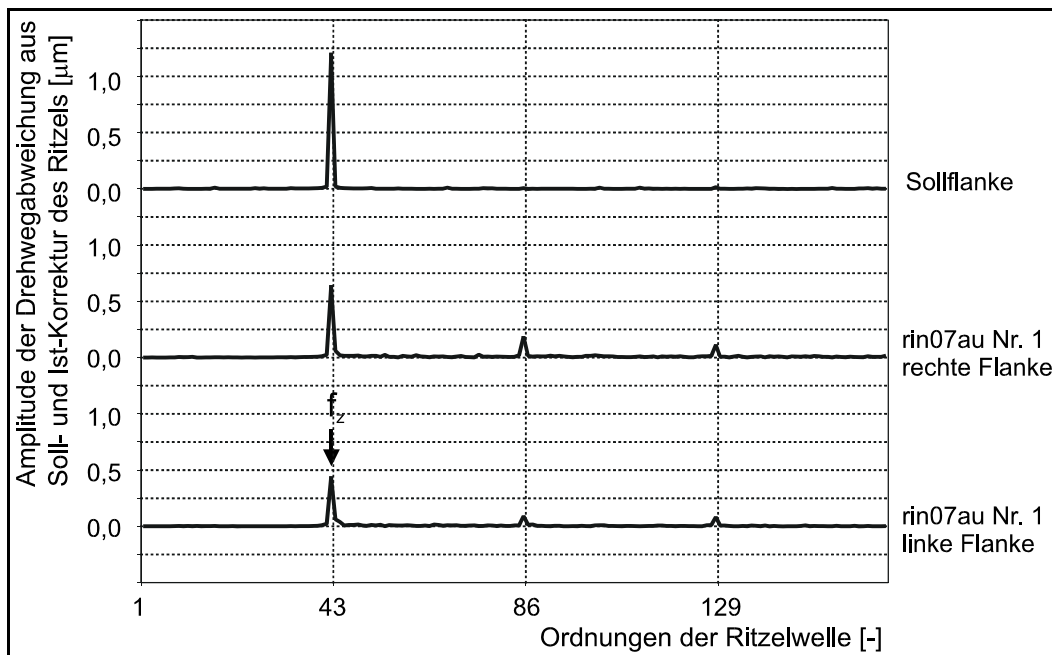


Bild 84: Spektren der Drehwegabweichung aus Soll- und Istkorrektur des Ritzels bei $T = 667 \text{ Nm}$, aufgetragen über der Ordnung der Ritzelwellendrehzahl; Paarung gegen ein abweichungsfreies Sollrad mit Standardkorrekturen.

Bild 84 zeigt, dass insbesondere bei der 43. Ordnung die rechte Flanke des Ritzels rin07au Nr.1 besser der Sollvorgabe für die Amplitude entspricht als die linke Flanke. Laut Bild 84 weist die Amplitude der rechten Flanke des Ritzels ungefähr den halben Wert der Sollamplitude auf. Das Ergebnis der Prüfstandsmessung mit dieser Radpaarung in Bild 80, bei der sich die hier behandelte rechte Flanke im Eingriff befand, zeigt eine Verschiebung des Anregungsminimums zu einer kleineren Last verglichen mit der Auslegungsberechnung. Diese Verschiebung korreliert sehr gut mit der hier ermittelten Ist-Amplitude für diese Flanke. Um diese Übereinstimmung zu verifizieren ist eine zusätzliche Betrachtung der Phasenlage der maßgebenden Harmonischen erforderlich. In Bild 85 sind ähnlich wie in Bild 83 die Drehwegabweichung gebildet aus der Formabweichung des Ritzels rin07au Nr.1 in Abhängigkeit vom Drehweg bei Auslegungslast ($T = 667 \text{ Nm}$) dargestellt. Es handelt sich hier jedoch nur um die Grundharmonische. Es sind vier Eingriffsperioden dargestellt.

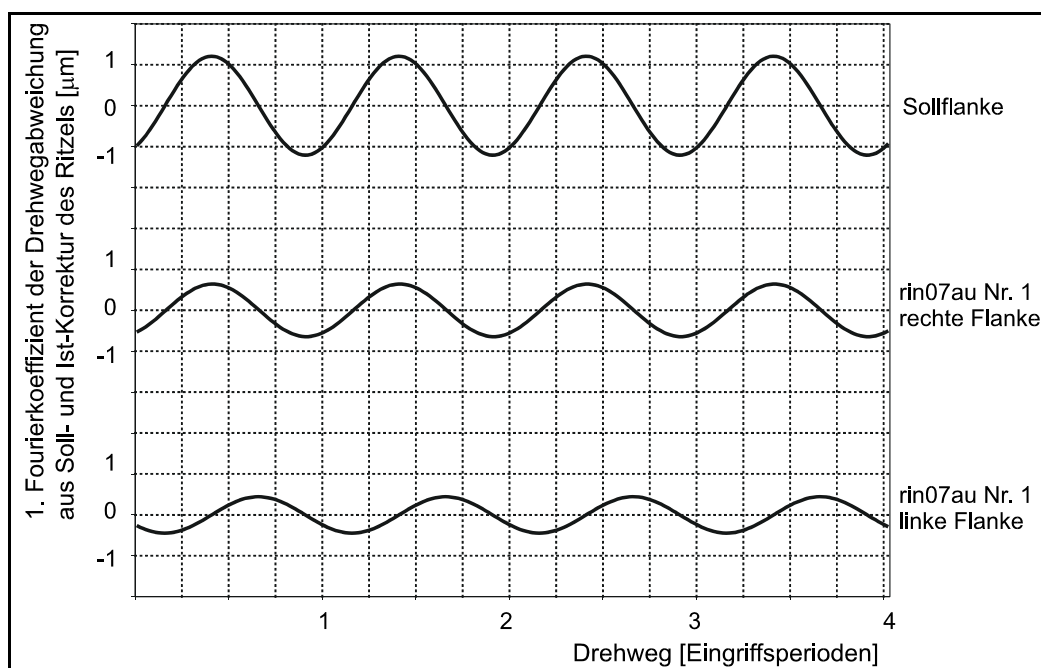


Bild 85: Spektren der Drehwegabweichung aus Soll- und Istkorrektur des Ritzels bei $T = 667 \text{ Nm}$, aufgetragen über der Ordnung der Ritzelwellendrehzahl; Paarung gegen ein abweichungsfreies Sollrad mit Standardkorrekturen.

Aus Bild 85 wird ersichtlich, dass die rechte Flanke des Prüfritzels rin07au Nr. 1 fast in Phase mit der Sollkorrektur schwingt. Gleichzeitig ist auch hier analog zu Bild 84 ein Abfall der Amplitude um ca. die Hälfte erkennbar. In Tabelle 17 sind die zugehörigen Werte der Amplitude und der Phasenlage für die Sollflanke und die Grundharmonische beider Flanken des Ist-Ritzels dargestellt. Es handelt sich hierbei ebenfalls um die Drehwegabweichung, hergeleitet aus der Flankenformabweichung unter Berücksichtigung der tragenden Flankenbereichen bei einem Drehmoment am Ritzel von $T = 667 \text{ Nm}$.

Flanke	Amplitude [μm]	Phasenlage [$^\circ$]
Sollflanke	1,08	54,2
rin07au Nr. 1, rechts	0,64	55,9
rin07au Nr. 1, links	0,44	143,9

Tabelle 17: Amplitude und Phasenlage der Grundharmonischen der Drehwegabweichung aus Soll und Ist-Korrektur.

Damit lassen sich die in der Messung und in der dynamischen Berechnung festgestellten Unterschiede klar auf die tatsächlich ausgeführte Flankenform zurückführen. Die Ergebnisse für die Prüfradpaarungen mit den Ritzeln rin07au Nr. 2 und rin07as sind analog zu Bild 83 bis 85 in Anhang C aufgeführt.

5.7 Diskussion zu Tragfähigkeit und Geräusch

In diesem Kapitel wird eine Möglichkeit zur Trennung der Aspekte Tragfähigkeit und Anregung bei der Ausführung von Flankenkorrekturen aufgezeigt. Dies stellt einen grundsätzlichen Vorteil der periodischen Anregungskorrektur dar. Das nachfolgende Berechnungsbeispiel soll belegen, wie sich dieser Vorteil auf die Auslegung von Flankenkorrekturen auswirkt. Bei der untersuchten Verzahnungsvariante handelt es sich um die zweite Stufe des virtuellen FVA-Getriebes [1, 3, 7]. Diese hat einen Modul von 8 mm und weist eine Profilüberdeckung $\varepsilon_\alpha = 1,48$ und eine Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta = 0,88$ auf. Zunächst wird in den **Bildern 86** und **87** die mit dem FVA EDV-Programm RIKOR [3] berechnete Pressungsverteilung für die unkorrigierte Variante (Bild 86) und für die Variante mit Tragfähigkeitskorrektur bestehend aus Standardkorrekturen (Bild 87) aufgeführt. Dazu wurde eine Schrägungswinkelkorrektur von $-19 \mu\text{m}$ für den Ausgleich der Wellenverformung ausgeführt. Zur Vermeidung des vor- und nachzeitigen Zahneingriffs bei der Nennlast von $T = 1815 \text{ Nm}$ wurde zusätzlich eine lange Kopf- bzw. Fußrücknahme von jeweils $10 \mu\text{m}$ berücksichtigt.

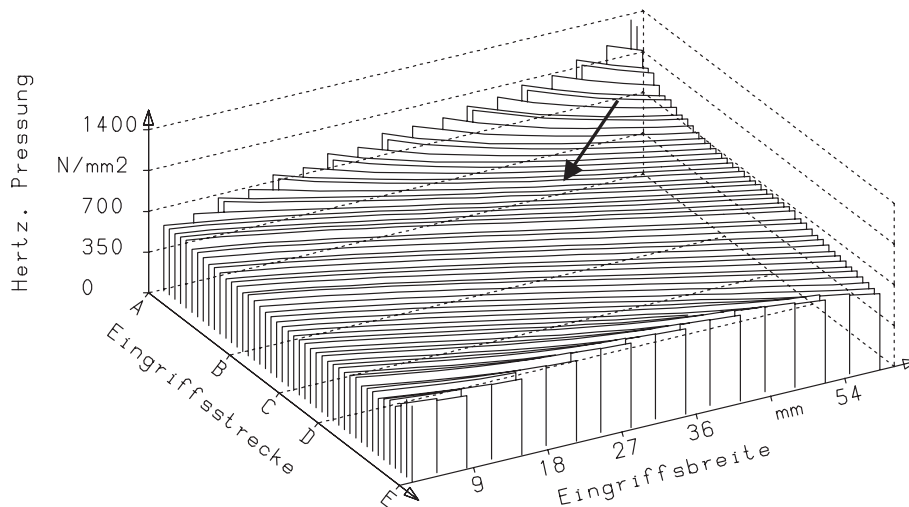


Bild 86: Pressungsverteilung nach RIKOR [3], Auslegungsmoment $T = 1815 \text{ Nm}$, unkorrigierte Verzahnung.

Aus den Bildern 86 und 87 wird ersichtlich, dass die ausgeführten Standardkorrekturen zu einer deutlich günstigeren Pressungsverteilung auf den Zahnflanken führen, was sich insbesondere im Bereich des Einlaufs durch eine wesentliche Absenkung der lokalen Pressung bemerkbar macht. **Bild 88** zeigt die Pressungsverteilung der korrigierten Variante bei Teillast ($T = 908 \text{ Nm}$). Es wird hierbei deutlich, dass es bei Teillast zu keinen Pressungsüberhöhungen kommt, obwohl sich durch die ausgeführten Korrekturen das Tragbild bei Teillast verändert.

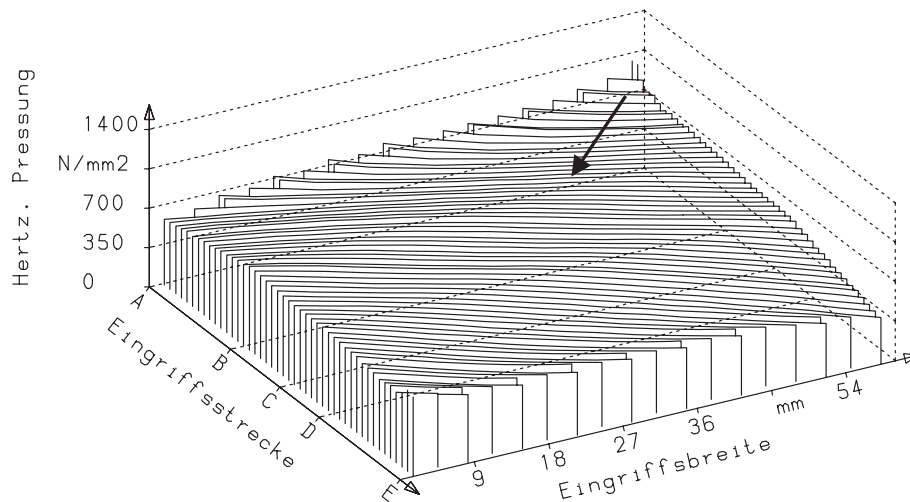


Bild 87: Pressungsverteilung nach RIKOR [3], Auslegungslast $T = 1815$ Nm, Verzahnung mit Tragfähigkeitskorrektur.

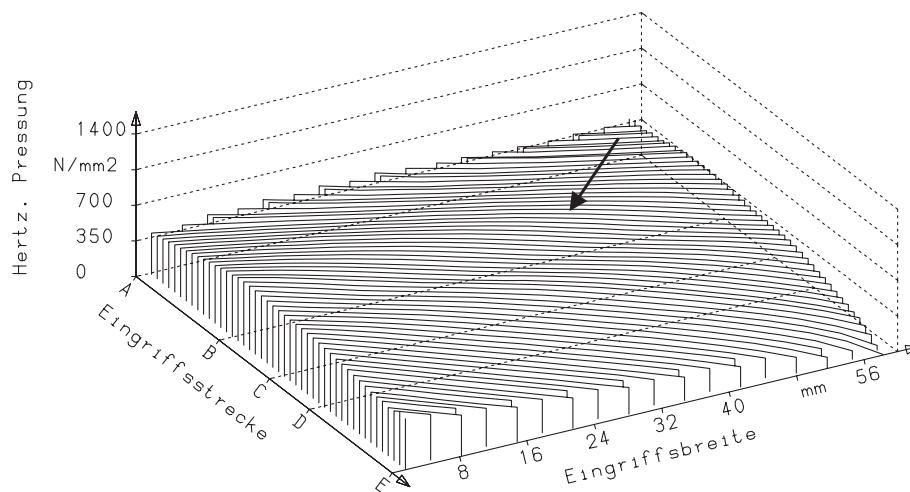


Bild 88: Pressungsverteilung nach RIKOR [3], Auslegungslast $T = 908$ Nm, Verzahnung mit Tragfähigkeitskorrektur.

Alle Pressungswerte in Bild 88 sind kleiner als die Pressungswerte in Bild 87. Für die unkorrigierte Variante entspricht die Pressungsverteilung bei Teillast qualitativ der Verteilung bei Vollast (Bild 86), wobei die Werte mit der Last linear abnehmen. Zusätzlich zu der ausgeführten Tragfähigkeitskorrektur wird eine periodische Anregungskorrektur für die Minimierung der Anregung bei Teillast ausgelegt. Die Auslegungslast beträgt 908 Nm. Diese periodische Anregungskorrektur ist ausgelegt auf die Tilgung der ersten Harmonischen des Zahneingriffs und besitzt eine Amplitude von $1,3 \mu\text{m}$. Da die periodische Anregungskorrektur zu keiner Verschiebung der sich gleichzeitig im Eingriff befindlichen Berührlinien untereinander führt, bleibt die für Tragfähigkeit optimierte Pressungsverteilung (Bild 87 und 88) unverändert.

In **Bild 89** ist für die drei betrachteten Verzahnungsvarianten - unkorrigiert,

Tragfähigkeitskorrektur, Tragfähigkeitskorrektur und periodische Anregungskorrektur - der Anregungsamplitudenpegel des ersten Fourierkoeffizient der Verzahnungskraft $F_z(t)$, dargestellt. Die unkorrigierte Variante wird als Referenz aufgeführt. Es zeigt, dass die ausgeführte Tragfähigkeitskorrektur aus Standardkorrekturen - für günstige Pressungsverteilung und Vermeidung des vor- und nachzeitigen Eingriffs - zu einer Verbesserung der Anregung im Bereich der Volllast von $T = 1815 \text{ Nm}$ führt.

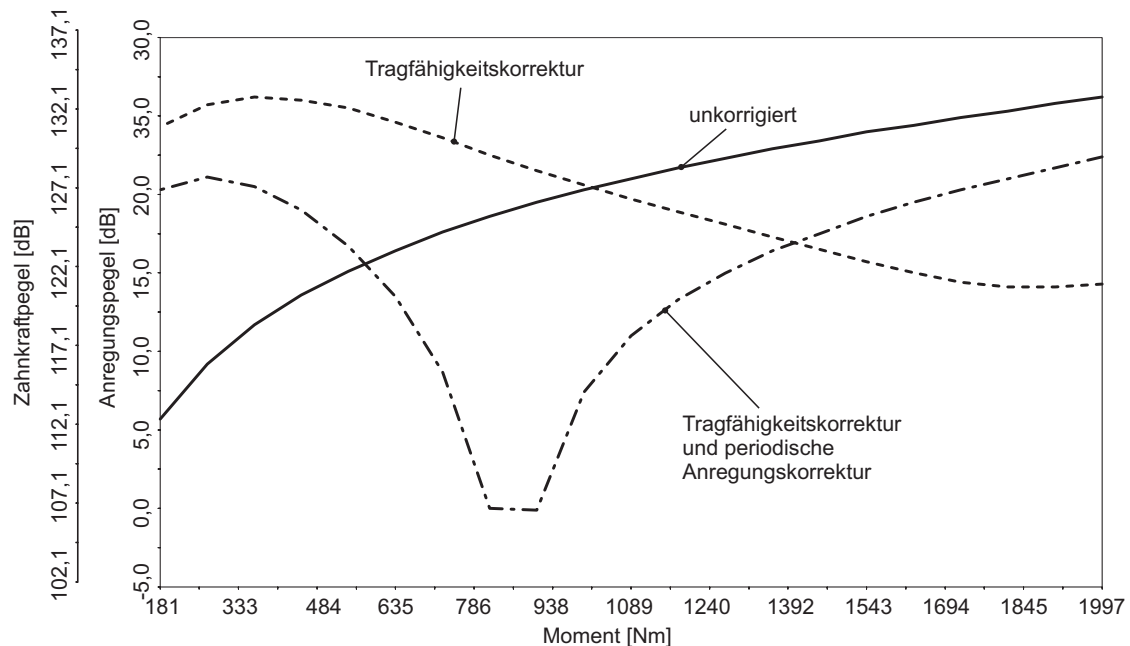


Bild 89: Anregungsamplitudenpegel über dem Drehmoment am Ritzel für unkorrigierte Verzahnungsvariante, Variante mit Tragfähigkeitskorrektur und Variante zusätzlich mit periodischer Anregungskorrektur.

Im Bereich niedriger Lasten, bei denen in der Regel ein günstiges Anregungsverhalten gefordert wird, führt diese Korrektur zu einer Anhebung des Anregungsamplitudenpegels. Die zusätzlich ausgeführte periodische Korrektur kann gezielt auf eine bestimmte Last (hier 908 Nm) optimiert werden, wobei aus Bild 89 ersichtlich wird, dass auch ein weiter Lastbereich um die Auslegungslast bezüglich Anregung positiv, sowohl im Vergleich zur unkorrigierten Variante als auch zur Variante mit Tragfähigkeitskorrektur, beeinflusst wird. Das hier behandelte Rechenbeispiel zeigt, dass eine getrennte Behandlung der Aspekte Tragfähigkeit und Anregung durch das Zusammenspiel von Standardkorrekturen und periodischer Anregungskorrektur möglich ist. Dabei sei darauf hingewiesen, dass sich die Beträge für die Standardkorrekturen im Bereich von 10-20 μm bewegen. Verglichen damit ist der Betrag der periodischen Anregungskorrektur um eine Größenordnung kleiner.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit ist es, die Möglichkeiten zur Verbesserung des Anregungsverhaltens von Stirnradverzahnungen unter Zuhilfenahme von Zahnflankenkorrekturen zu analysieren und zu systematisieren. Mit geeigneter Wahl und Ausführung von Zahnflankenkorrekturen kann über das Anregungsverhalten einzelner Stirnradstufen das Dynamik- und Geräuschverhalten eines Getriebes gezielt verbessert werden.

Zunächst werden alle maßgebenden Ursachen der Verzahnungsanregung beschrieben. Dies sind insbesondere die zeitlich veränderliche Verzahnungssteifigkeit, Herstellabweichungen unterschiedlicher Ordnung, gezielt ausgeführte Flankenkorrekturen, Verschiebungen des exakten Zahneingriffs aufgrund elastischer Verformungen, Versatz des Umfeldes, die Überdeckungsvergrößerung der Verzahnung unter Last und Reibeffekte zwischen den Flanken.

Es werden im Rahmen dieser Arbeit unterschiedliche Arten von Flankenkorrekturen bei unterschiedlichen Verzahnungshauptgeometrien sowohl theoretisch als auch in Laufversuchen am Verspannungsprüfstand untersucht. Dies sind unter anderem Standardkorrekturen wie z. B. Kopf- und Fußrücknahmen, topologische Korrekturen, periodische Korrekturen sowie unmittelbar am Prüfling gemessene Flankentopologien.

Im theoretischen Teil der Arbeit werden die grundsätzlichen Aspekte der Wirkung von Flankenkorrekturen auf die Verzahnungsanregung festgehalten und Wege zur Ermittlung anregungsgünstiger Flankenkorrekturen gezeigt. Dabei wird zusätzlich die Tragfähigkeit der Verzahnung betrachtet. Auf die periodische Anregungskorrektur wird näher eingegangen, da diese zum heutigen Stand der Technik kein Standard darstellt. Die Herleitung und Funktionsweise der periodischen Anregungskorrektur ist ein Grundbaustein der vorliegenden Arbeit. Für die theoretischen Untersuchungen der gewählten Verzahnungen wird das FVA EDV-Programm DZP der FZG eingesetzt. Für die Betrachtungen realer Flankenformen wurde das Programm entsprechend modifiziert. Die zu Grunde liegende Theorie, die den Rechenkern des Programms DZP bildet, wird im theoretischen Teil der Arbeit beschrieben.

Begleitend zu den theoretischen Betrachtungen werden im Rahmen dieser Arbeit eine Vielzahl von Prüfstandsversuchen durchgeführt. Ein Großteil der theoretisch untersuchten Verzahnungen wurde gefertigt und in Bezug auf Geräusch, Dynamik und Anregung experimentell untersucht. Dazu wurden Torsionsbeschleunigungsmessungen am Radkörper und Drehwegmessungen unter Last durchgeführt. Die Prüfräder wurden außerdem einer Teilungs- und Topologiemessung hoher Auflösung unterzogen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird gezeigt, dass anhand von Flankenkorrektu-

ren das Anregungsverhalten einer gegebenen Stirnradpaarung maßgeblich beeinflusst werden kann. Sowohl der Einsatz von Standardkorrekturen als auch von Sonderkorrekturen wie der periodische Anregungskorrektur kann zielführend sein.

Für die Bewertung der Verzahnungsanregung wurde in dieser Arbeit die Kenngröße Anregungsamplitudenpegel bevorzugt verwendet. Der Anregungsamplitudenpegel wird für jede Ordnung der Verzahnungskraft F_z einzeln gebildet. Die Betrachtung einzelner Ordnungen war hier von besonderem Interesse, zum Einen, weil die periodische Anregungskorrektur gezielt für die erste Ordnung (entspricht der Zahneingriffsfrequenz) ausgeführt wurde, zum Anderen da die Tonalität des Getriebes und speziell der Einfluss höherharmonischer Anteile auf die Verzahnungsanregung an Bedeutung gewinnt. Ferner kann die Anregung aus höheren Ordnungen im Bereich der Vorresonanzen bei $N \leq 0,5$ [60] zu dynamischen Kraftüberhöhungen führen. Die hohe Spektalauflösung bei Messung und Rechnung hat zusätzlich Betrachtungen zum Phänomen der „Zwischenfrequenzen“ ermöglicht.

Insbesondere in Bezug auf die erste Ordnung der Verzahnungskraft und der Drehwegabweichung zur Charakterisierung der Verzahnungsanregung und den Torsionsbeschleunigungspegel und den errechneten dynamischen Verzahnungskraftpegel in der Zahneingriffsfrequenz zur Charakterisierung der dynamischen Antwort, wurden sehr umfangreiche Untersuchungen durchgeführt. Es wurde nachgewiesen, dass eine periodische Anregungskorrektur für eine Auslegungslast mit Hilfe von dem Programm DZP zuverlässig ermittelt werden kann. Diese periodische Anregungskorrektur führt zudem zu einer Absenkung der Anregung in einem breiten Lastbereich um die Auslegungslast. Es wurde gezeigt, dass die erforderliche periodische Korrektur bis zu einer Doppelamplitude von $1 \mu\text{m}$ fertigungstechnisch realisiert werden kann. Eine zusätzliche dynamische Berechnung mit dem Programm DZP unter Vorgabe aller mit hoher Auflösung, dreidimensional gemessenen Flanken beider Räder, liefert eine noch bessere Übereinstimmung mit den erwarteten Ergebnissen aus dem Versuch. Die Abweichungen zwischen den aus der Soll-Flankenform erwarteten Ergebnissen und den realen Ergebnissen der Prüfstandsmessung konnten der tatsächlich ausgeführten Flankenform zugeordnet werden. Bei allen untersuchten Hauptverzahnungsgeometrien und Flankenkorrekturen ist die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung im Bezug auf die erste Harmonische der Zahneingriffsfrequenz mindestens als gut zu werten. Beim gemessenen Torsionsbeschleunigungspegel wurde durch die periodische Anregungskorrektur eine Verbesserung von bis zu 17 dB erreicht.

Ergänzend zur ersten Ordnung der Anregungsfunktion (Zahneingriffsfrequenz) wurden Betrachtungen zu deren zweiten und dritten Harmonischen angestellt. Die Ergebnisse der Messung des Torsionsbeschleunigungspegels

und der dynamischen Berechnung stimmen in Bezug auf die zweite Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz qualitativ gut überein. Das Verhalten der dritten Harmonischen, die auch untersucht wurde, kann nicht ohne Weiteres nachvollzogen werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei den untersuchten Verzahnungsvarianten die Amplitude der dritten Harmonische im allgemeinen im Nanometerbereich liegt, ca. eine Größenordnung kleiner als die Amplitude der zweiten und zwei Größenordnungen kleiner als die Amplitude der Grundharmonischen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde nachgewiesen, dass bestimmte Teilungsabweichungsabfolgen entsprechende Frequenzen zwischen den Ordnungen der Zahneingriffsfrequenz hervorrufen können. Ein Teilungssprung von bis zu $2\ \mu\text{m}$ reicht aus, um wesentliche Pegelüberhöhungen im Spektrum der dynamischen Verzahnungskraft hervorzurufen. Die tatsächlichen Anregungsamplituden befinden sich dabei im Bereich weniger Zehntel μm . „Zwischenfrequenzen“ treten sowohl in der Prüfstandsmessung als auch in der dynamischen Berechnung mit dem Programm DZP bei Vorgabe aller Ist-Flankentopologien und den zugehörigen Einzelteilungsabweichungen auf.

Ergänzend wird die Stabilität der periodischen Anregungskorrektur untersucht. Es wird gezeigt, dass insbesondere die Amplitude der periodischen Anregungskorrektur auf fertigungstechnische Abweichungen sehr empfindlich reagiert - bei minimalster absoluter Abweichung aus dem Sollwert der Amplitude, kann die erwartete Anregungsminimierung nicht mehr auftreten. Die restlichen Bestimmungsparameter der periodischen Anregungskorrektur verhalten sich gegenüber fertigungstechnischen Abweichungen stabil.

Als ein wesentlicher Vorteil der in dieser Arbeit behandelten, periodischen Anregungskorrektur ist zu werten, dass diese die vorliegende Lastverteilung nicht verändert. Dadurch kann eine Tragfähigkeitskorrektur z. B. als Kombination von Standardkorrekturen ausgeführt werden und die periodische Anregungskorrektur zusätzlich zum Einsatz kommen. Eine Trennung der Aspekte Tragfähigkeit und Anregung ist dadurch möglich. Ein Nachteil der periodischen Anregungskorrektur sind die relativ kleinen notwendigen Korrekturbeträge, die um ca. eine Größenordnung kleiner sind als die erforderlichen Beträge einer Tragfähigkeitskorrektur der gleichen Verzahnung.

Die Ergebnisse dieser Arbeit führen den Nachweis, dass unter Zuhilfenahme des EDV-Programms DZP sehr zuverlässig Korrekturen ausgelegt werden können. Insbesondere durch die Modifikation des Rechengangs zur Erfassung von 3D-gemessenen Ist-Flankentopologien konnte eine Bestätigung der Möglichkeiten des Programms DZP erfolgen. Die Gegenüberstellung von gemessener und gerechneter Drehwegabweichung zeigt qualitativ und quantitativ nahezu deckungsgleiche Ergebnisse für die Messung und die Berechnung mit DZP. Die dynamische Simulation zeigt verglichen mit Messungen der Torsionsbeschleunigung am Radkörper selbst in der Spektraldarstel-

lung hoher Auflösung eine gute Überstimmung im kompletten ausgewerteten Frequenzband. Selbst die Pegelwerte der höherharmonischen der Zahneingriffsfrequenz und sogar Zwischenfrequenzen aus Teilungsabweichungen können vom Programm DZP realitätsgetreu wiedergegeben werden.

7 Literaturverzeichnis

Zeitschriftenaufsätze, Bücher, Dissertationen

- [1] *Dynamische Zahnkräfte Programm (DZP), Version 4.0: Programmdokumentation, FVA-Heft Nr. 635.* Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2001
- [2] *Benutzeranleitung zum Programm FE-Stirnradkette 3.0.* Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2003
- [3] *Ritzelkorrektur (RIKOR), Version H: Programmdokumentation, FVA-Heft Nr. 481.* Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2005
- [4] 179, FVA-Heft: *FVA-Themenvorschlag Nr. T 219, Zahnabweichungen - Betriebsverhalten.* Frankfurt/Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Frankfurt/Main, 1984
- [5] Arns, U. ; Unterholzner, F.: *Ursachen von Getriebegeräuschen und ihre Vermessung. VDI-Z. 102 (1960) Nr.6.* 1960
- [6] Baethge, J.: *Drehwegfehler, Zahnfederhärte und Geräusch bei Stirnrädern. Dissertation TH München.* München, 1969
- [7] Benkler, K.: *Datenanalyse an einem Getriebeprogrammsystem anhand eines konstruktiven Beispiels. Diplomarbeit TU München.* München, 1986
- [8] Beumler, H.: *Zahnabweichungen - Betriebsverhalten. Forschungsheft Ruhr - Universität Bochum.* Bochum, 1984
- [9] Bosch, M.: *Über das dynamische Verhalten von Stirnradgetrieben unter besonderer Berücksichtigung der Verzahnungsgenauigkeit. Dissertation RWTH Aachen.* Aachen, 1965
- [10] Cao, J.: *Anforderungs- und fertigungsgerechte Auslegung von Stirnradverzahnungen durch Zahnkontaktanalyse mit Hilfe der FEM. Dissertation RTWH Aachen.* Aachen, 2002
- [11] Föllner, D.: *Körperschall in Maschinen. Dissertation TU Darmstadt.* 1972
- [12] Föllner, D.: *Lärmarm konstruieren X – Luftschallabstrahlung von kraftregten Strukturen. Schriftreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz.* 1984
- [13] Friedrich, H.: *Beurteilung von Getriebegeräuschen. Tagungsbericht, TAE.* 1986
- [14] Geiser, H.: *Grundlagen zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrädern. Dissertation TU München.* München, 2002

- [15] Geiser, H. ; D., Mandt: *FVA-Heft 634: FVA-Forschungsvorhaben 338 I+II, Anregungsverhalten bei Flankenkorrekturen, Anregungsverhalten schrägverzahnter Stirnradpaarungen unter Last und Drehzahl bei Berücksichtigung der verfahrensbedingten Verzahnungsabweichungen, Abschlussbericht.* Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2001
- [16] Gerber, H.: *Innere dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben. Dissertation TU München.* München, 1984
- [17] Gerber, H.: *Geräusche als Schwinger in Antriebssysteme. Tagungsbericht, TAE „Schwingungen, Geräusche und Laufverhalten von Zahnradgetrieben“.* 1986
- [18] Graf Soden, A.: *Das Zahnrad als Lärmquelle. Z. VDI Bd. 77 (1933) S. 231-238.* 1933
- [19] Hayashi, K. ; Sayama, T.: *Load Distribution on the Contact Line of Helical Gear Teeth. Teil 1: Fundamental Concept. Teil 2: Gears of Large Tooth Width. In: Bulletin of the JSME 6 22, S. 336 - 353.* 1963
- [20] Heckl, M. ; Müller, H. A.: *Taschenbuch der technischen Akustik.* Berlin : Springer Verlag, 1994
- [21] Houser, D. R. ; Harianto, J.: *A Gear Design Optimization Procedure that Identifies Robust, Minimum Stress and Minimum Noise Gear Pair Design, Technical Paper.* 2002
- [22] Hösel, T.: *Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern. Dissertation TU München.* München, 1965
- [23] Ishida, K.: *Das Reibgeräusch und der Wälzkreisimpuls im Zahnradgeräusch. "Semi-International-Symposium of JSME", Tokio.* Tokio, 1967
- [24] Kagawa, T.: *Deflection and Moment Due to a Concentrate Edgeload on an Cantilever Plate of Finite Length. Proc. 11th Japan National Congress for Appl. Mech.* 1961
- [25] Küçükay, F.: *Über das dynamische Verhalten von einstufigen Zahnradgetrieben. Dissertation TU München.* 1981
- [26] Klein, U.: *Schwingungsdiagnostische Beurteilung von Maschinen und Anlagen.* Düsseldorf : Verlag Stahleisen, 1998
- [27] Knabel, W.: *Geräusche und Schwingung an Stirnradgetrieben, Untersuchungen geometrischer Einflüsse bei hoher Drehzahl und Belastungen. Dissertation TU München.* München, 1977
- [28] Linke, H.: *Untersuchungen zur Ermittlung dynamischer Zahnkräfte von einstufigen Stirnradgetrieben mit Geradverzahnung. Dissertation TU Dresden.* Dresden, 1969

- [29] Linke, H.: *Stirnradverzahnung*. Leipzig: Hanser Verlag, 1996
- [30] Mark, W. D.: *Analysis of the Vibratory Excitation of Gear Systems. J. Acoust. Soc. Am. 63 (1978) 1409-1430 und 66 (1979) 1758-1787. 1978-1979*
- [31] Marquardt, R.: *Einflanken-Wälzprüfung - ein Weg zur Lösung von Geräuschproblemen bei Fahrzeuggetrieben. wt-Produktion und Management 85, S. 97-103*. Springer Verlag, 1995
- [32] Müller, R.: *FVA-Heft 326: FVA-Forschungsvorhaben 133 I, Sprungüberdeckung, Einfluss von Verzahnungsabweichungen und -korrekturen auf die Schwingungsanregung schrägverzahnter Getriebe, Abschlussbericht*. Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 1990
- [33] Müller, R.: *Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. Dissertation TU München*. München, 1991
- [34] Müller, R.: *Schwingungen, Geräusche und Laufverhalten von Zahnradgetrieben. Tagungsbericht, TAE*. München, 2000
- [35] Niemann, G.: *Maschinenelemente, Band 2, 2. berichtigter Neudruck*. Berlin : Springer, 1965
- [36] Niemann, G. ; Baethge, J.: *Drehwegfehler, Zahnfederhärte und Geräusch bei Stirnrädern. VDI-Z. 112, S. 205-214 und 495-499*. 1970
- [37] Niemann, G. ; Winter, H.: *Maschinenelemente, Band 2. 2.* Berlin Heidelberg New York Tokyo : Springer, 1985
- [38] Opitz, H.: *Moderne Produktionstechnik, Essen: Girardet*. 1970
- [39] Placzek, T.: *Lastverteilung und Flankenkorrektur. Dissertation TU München*. 1988
- [40] Radev, S. ; Griggel, T.: *FVA-Heft 739: FVA-Forschungsvorhaben 338 IIb, Anregungsoptimierte Flankenkorrektur für konstante und veränderliche Last, Abschlussbericht*. Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2004
- [41] Radev, S. ; Griggel, T.: *FVA-Heft 789: FVA-Forschungsvorhaben 338 III, Anregungsoptimierte Flankenkorrektur (FLAKOR)*. Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2006
- [42] Rettig, H.: *Dynamische Zahnkraft. Dissertation TH München*. München, 1957
- [43] Rettig, H.: *Dynamische Zahnkräfte. VDI-Bericht*. 1973
- [44] Rettig, H.: *Schwingungen in Zahnradgetrieben - Versuchsergebnisse und Berechnungsansatz über dynamische Zahnkräfte. Veröffentlichung*. 1975

- [45] Sattelberger, K.: *FVA-Heft 459: FVA-Forschungsvorhaben 133 II, Sprungüberdeckung, Einfluss von Verzahnungsabweichungen und -korrekturen auf die Schwingungsanregung schrägverzahnter Getriebe, Abschlussbericht*. Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 1995
- [46] Sattelberger, K.: *Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen Stirnradgetrieben. Dissertation TU München*. München, 1997
- [47] Schmidt, G.: *Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. Dissertation TU München*. München, 1973
- [48] Spirling, F.: *Die dynamischen Lagerkräfte und ihre Bedeutung für das Geräuschverhalten von Stirnradgetrieben. Dissertation TU Dresden*. 1976
- [49] Storm, R.: *Untersuchung der Einflussgrößen auf das akustische Übertragungsverhalten von Maschinenstrukturen. Dissertation TU Darmstadt*. Darmstadt, 1980
- [50] Tesch, T.: *Der fehlerhafte Zahneingriff und seine Auswirkungen auf die Geräuschabstrahlung. Dissertation RTWH Aachen*. 1969
- [51] Toppe, A.: *Untersuchungen über die Geräuschanregung bei Stirnrädern unter besonderer Berücksichtigung der Fertigungsgenauigkeit. Dissertation RTWH Aachen*. Aachen, 1966
- [52] Unterberger, M.: *Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Zahnradern. Dissertation Technische Hochschule München*. München, 1958
- [53] Weber, C. ; Banaschek, K.: *Formänderung und Profilirücknahme bei gerad- und schrägverzahnten Rädern. Schriftenreihe Antriebstechnik 11*. Braunschweig : Vieweg, 1955
- [54] Weck, M. ; Bong, H. B.: *FVA-Heft 322: FVA-Forschungsvorhaben 127/IIa+b, Berechnung der Beanspruchungen und Sicherheiten von Stirnräder mit der Methode der finiten Elemente, FE-Stirnradkette*. Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 1990
- [55] Weck, M. ; Schlattmeier, H. ; Schäfer, J.: *FVA-Heft 723: FVA-Forschungsvorhaben 377, Kontaktmodell mehrfacher Zahneingriff*. Frankfurt / Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2003
- [56] Winter, H. ; Seifried, A. ; Seifried, M.: *Einfluss von Verzahnungsgenauigkeit und Oberflächenstruktur der Zahnflanke auf das Geräuschverhalten von Stirnrädern. VDI-Z.107, Nr. 6*. 1965

- [57] Wittke, W.: *Beanspruchungsgerechte und geräuschoptimierte Stirnradgetriebe - Toleranzvorgaben und Flankenkorrekturen. Dissertation RT-WH Aachen. Aachen, 1994*
- [58] Ziegler, H.: *Gesamt-Zahnfedersteifigkeit und Lastverteilung schrägverzahnter Stirnräder. Dissertation TH Aachen. Aachen, 1971*

Normen und Richtlinien

- [59] *DIN 3962: Toleranzen von Stirnradverzahnungen.*
- [60] *DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Einführung und allgemeine Einflußfaktoren. Beuth Verlag Berlin. 1987*
- [61] *VDI/VDE 2608: Einflanken- und Zweiflanken-Wälzprüfung an Zylinder- rädern, Kegeln, Schnecken und Schneckenrädern. 2001*

A Versuchsergebnisse

Abbildungsverzeichnis

- Campbelldiagramme, Normalverzahnung
 - Radpaarung rin07uu-RAh07u,
Ritzel und Rad unkorrigiert 118
 - Radpaarung rin07au-RAh07u,
Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert 119
 - Radpaarung rin07uu-RAh07s,
Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur 120
 - Radpaarung rin07as-RAh07s,
Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad mit Standardkorrektur 121
- Campbelldiagramme, Hochverzahnung
 - Radpaarung rih07uu-RAh07u,
Ritzel und Rad unkorrigiert 122
 - Radpaarung rih07au-RAh07u,
Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert 123
 - Radpaarung rih07uu-RAh07s,
Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur 124
- Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich normalverzahnter Radpaarungen
 - rin07uu-RAh07u und rin07au-RAh07u 125
 - rin07uu-RAh07u und rin07uu-RAh07s 126
 - rin07uu-RAh07u und rin07as-RAh07s 127
- Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich hochverzahnter Radpaarungen
 - rih07uu-RAh07u und rih07au-RAh07u 128
 - rih07uu-RAh07u und rih07uu-RAh07s 129

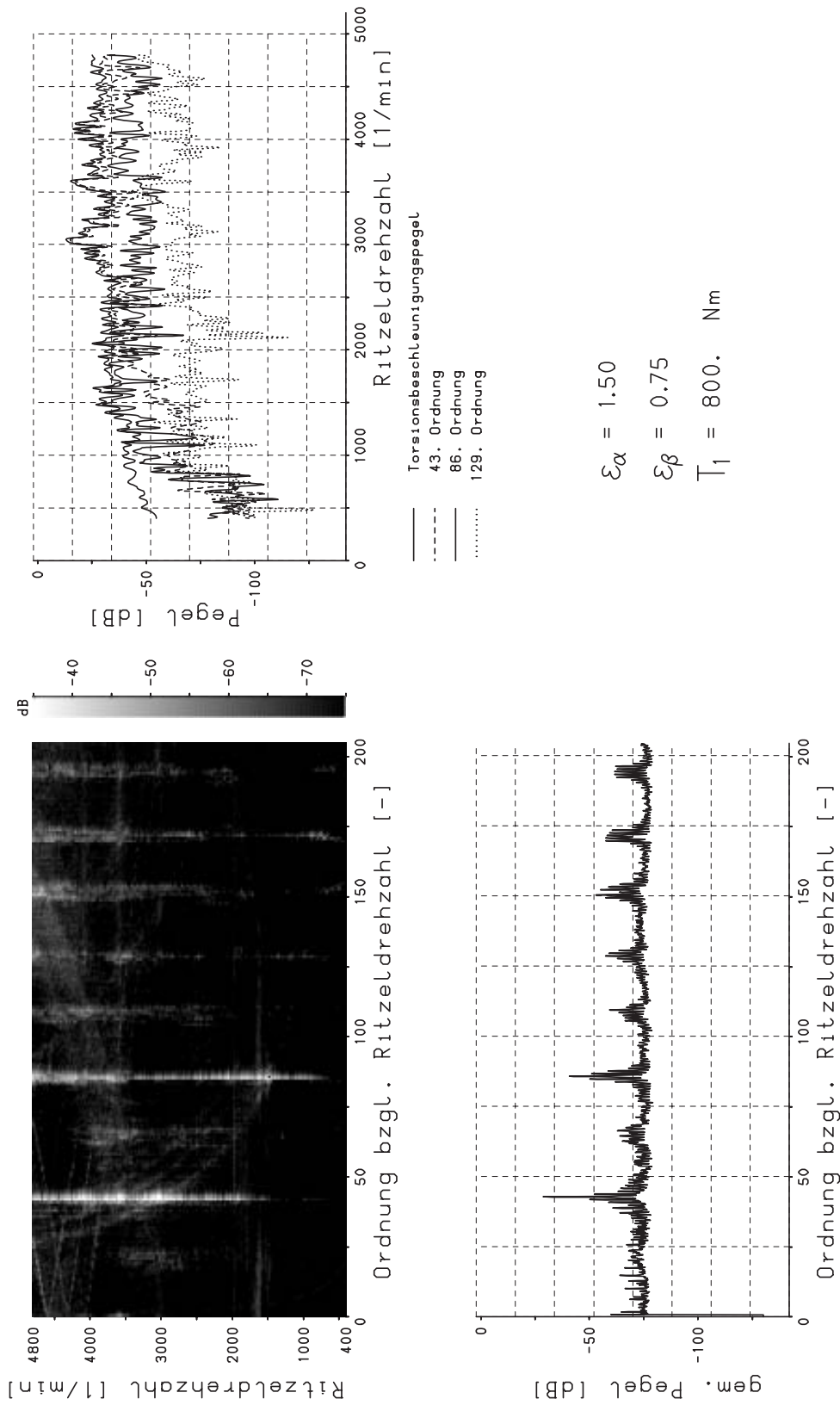


Bild 90: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07uu-RAn07u, Ritzel und Rad unkorrigiert.

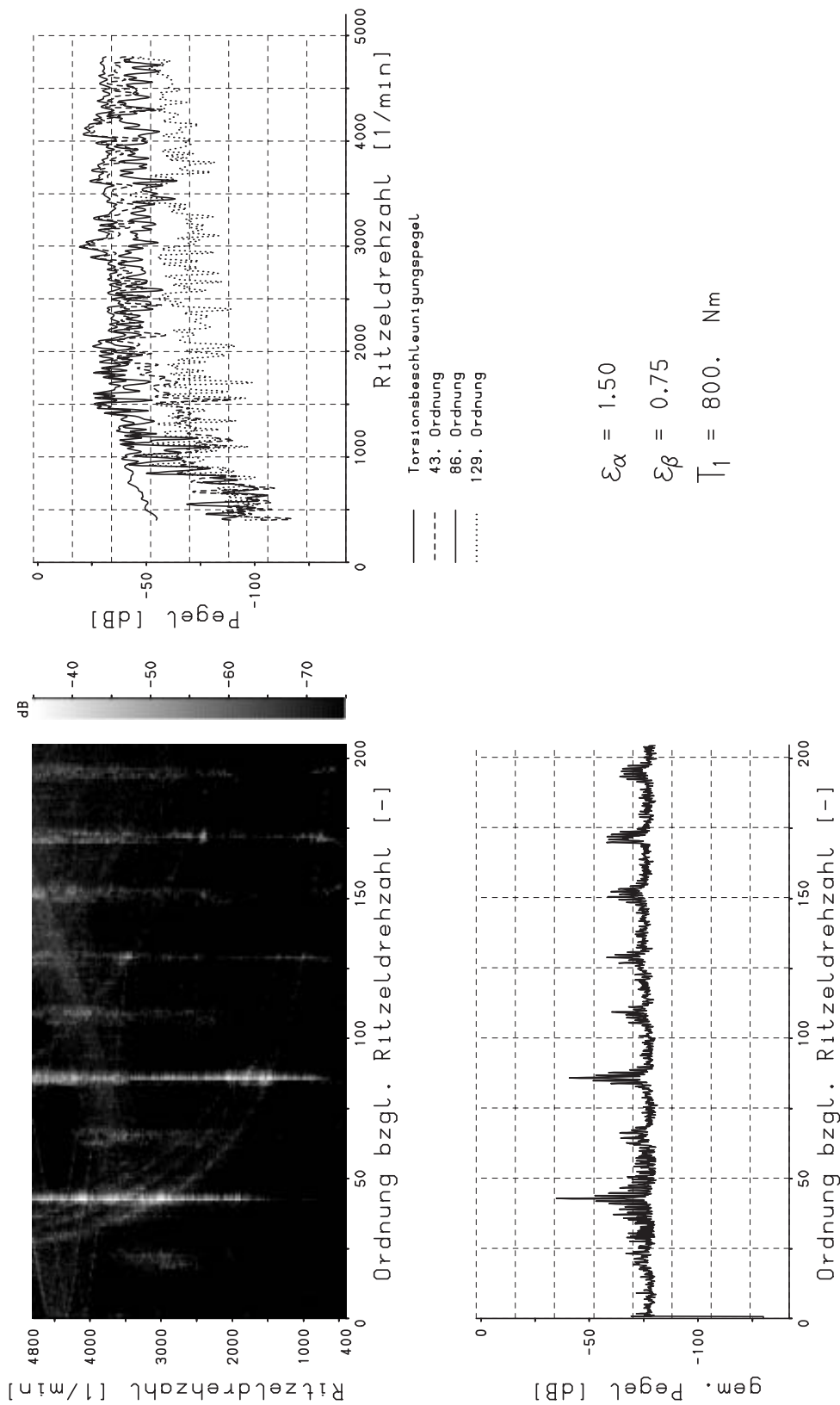


Bild 91: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07au-RAn07u, Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

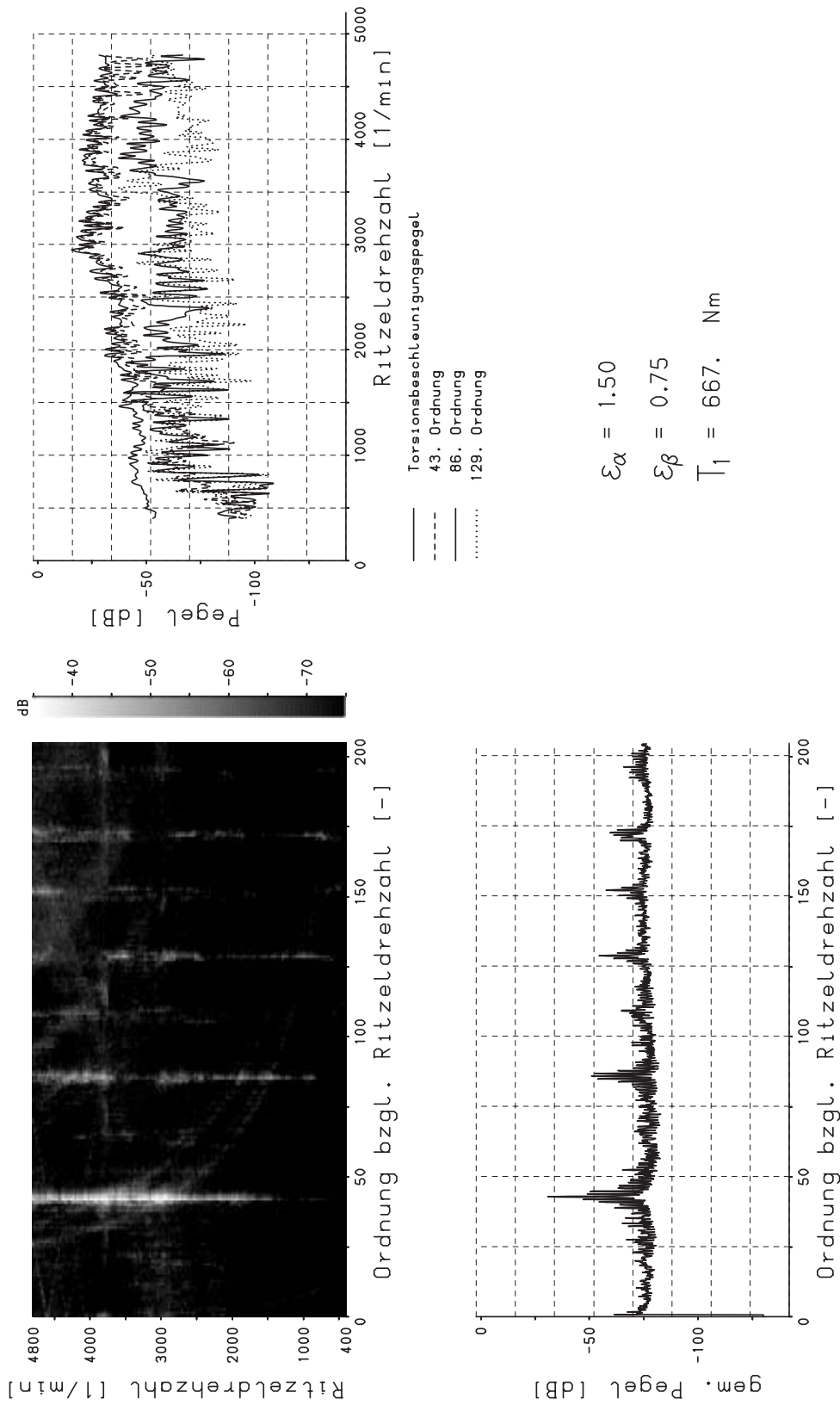


Bild 92: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07uu-RAn07s, Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur.

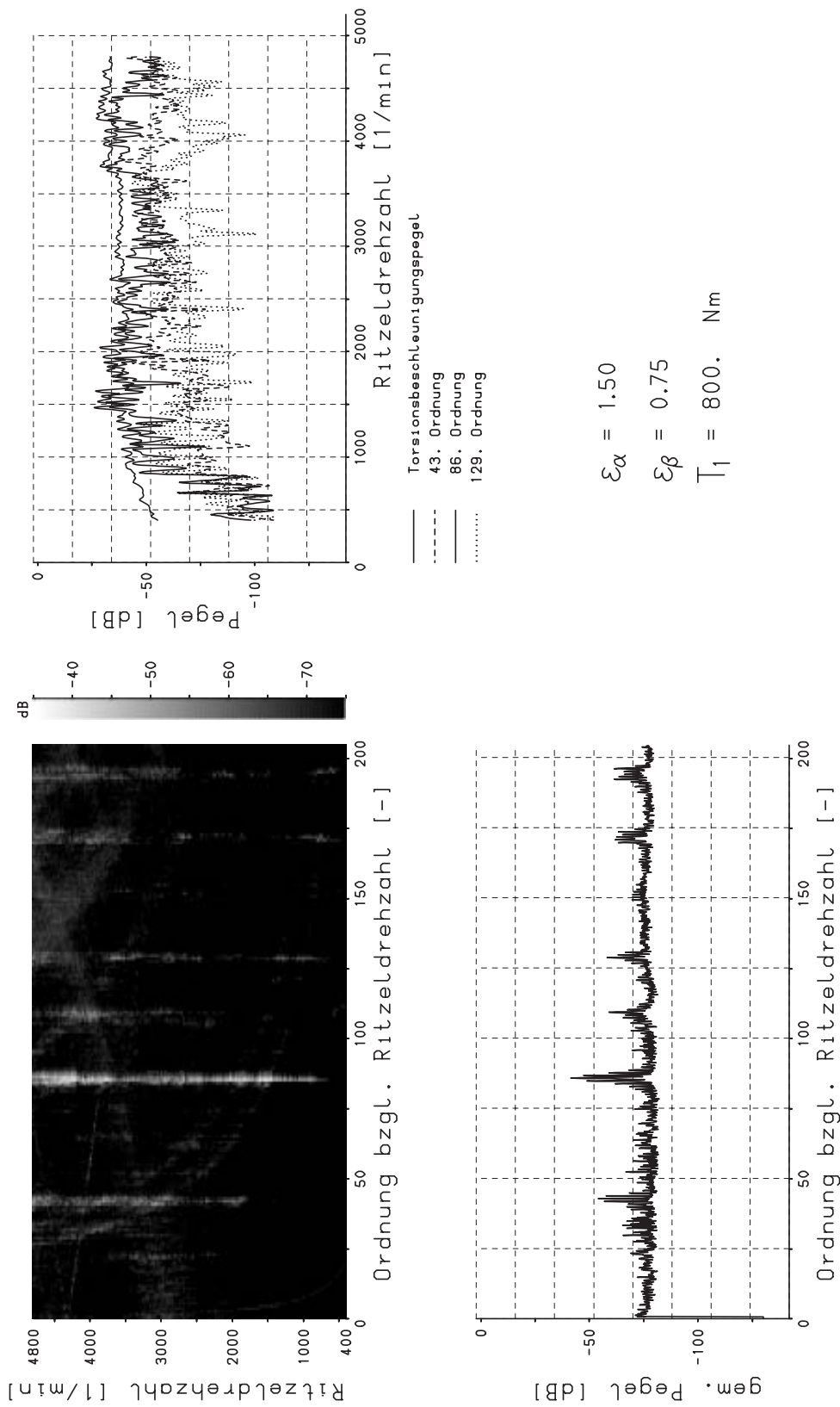


Bild 93: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07as-RAn07s, Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad mit Standardkorrektur.

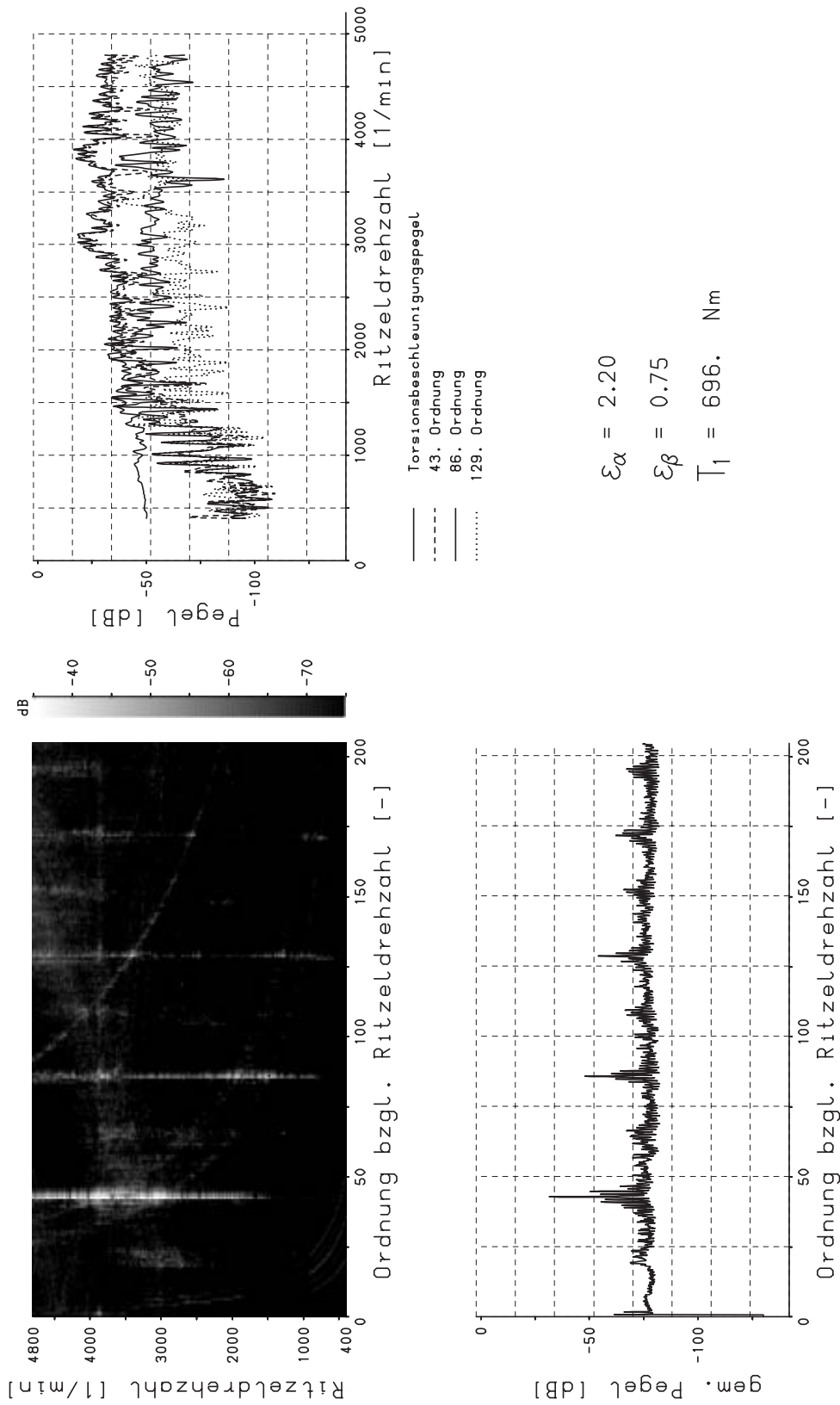


Bild 94: Campbelldiagramm, Radpaarung rih07uu-RAh07u, Ritzel und Rad unkorrigiert.

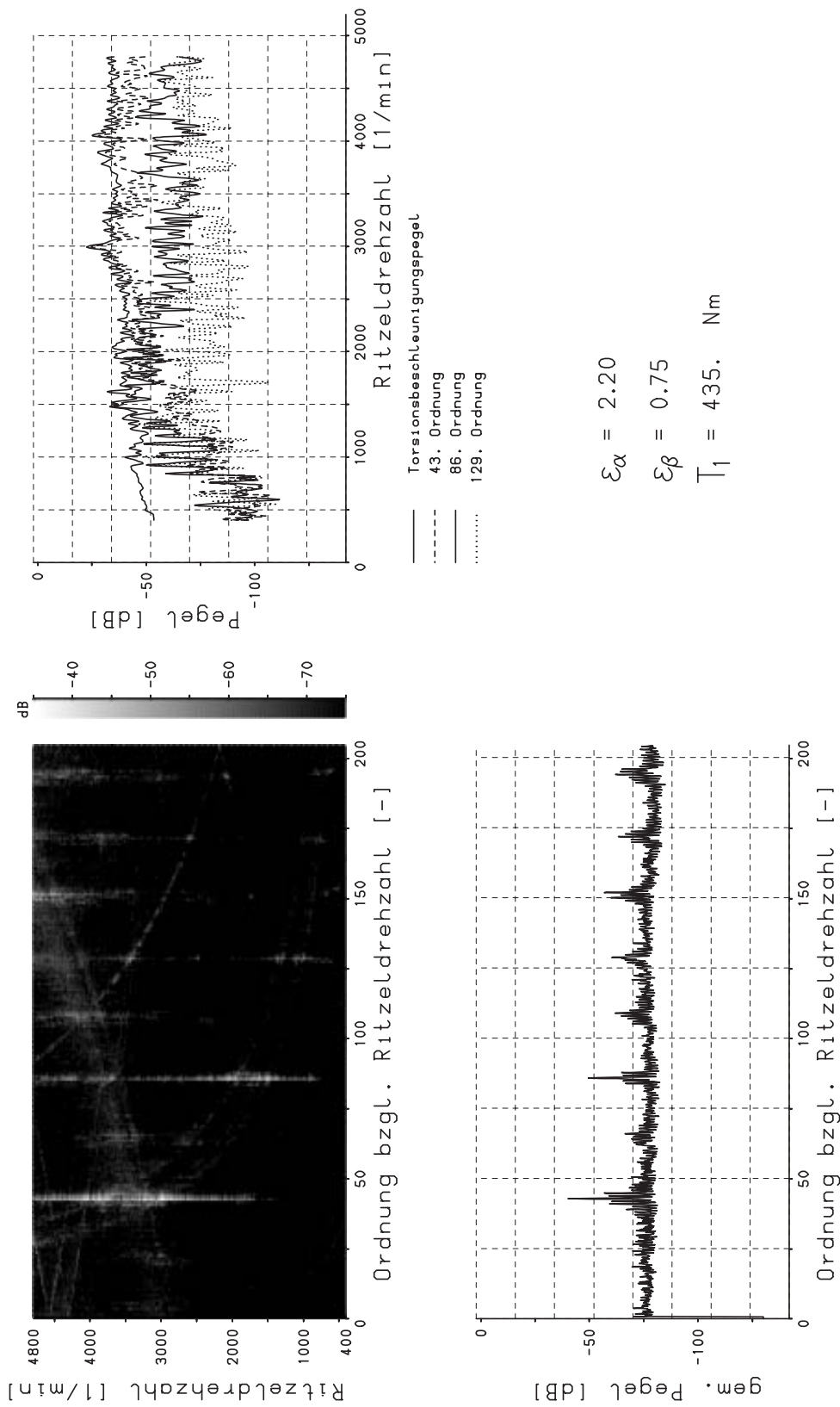


Bild 95: Campbelldiagramm, Radpaarung rih07au-RAh07u, Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

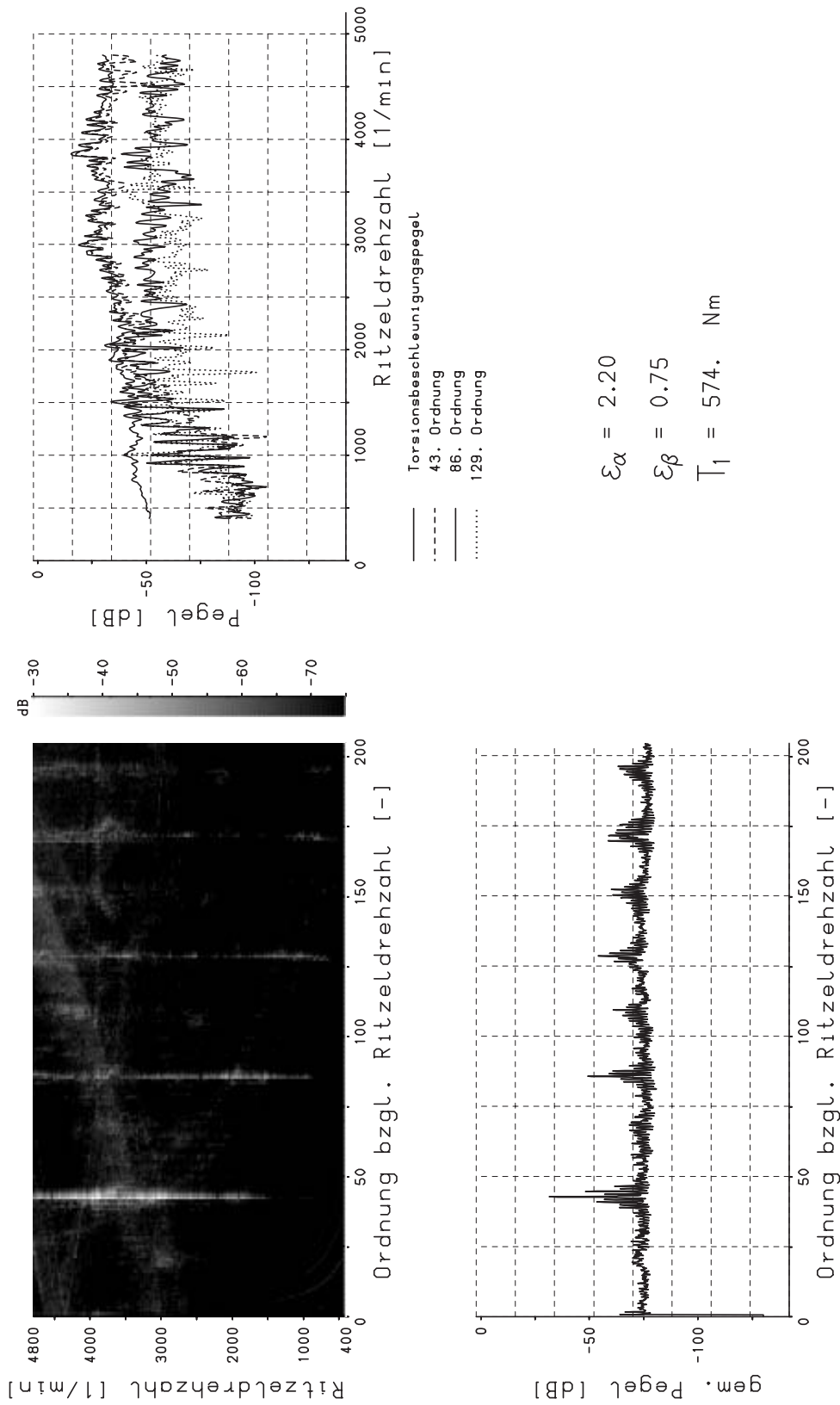


Bild 96: Campbelldiagramm, Radpaarung rih07uu-RAh07s, Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur.

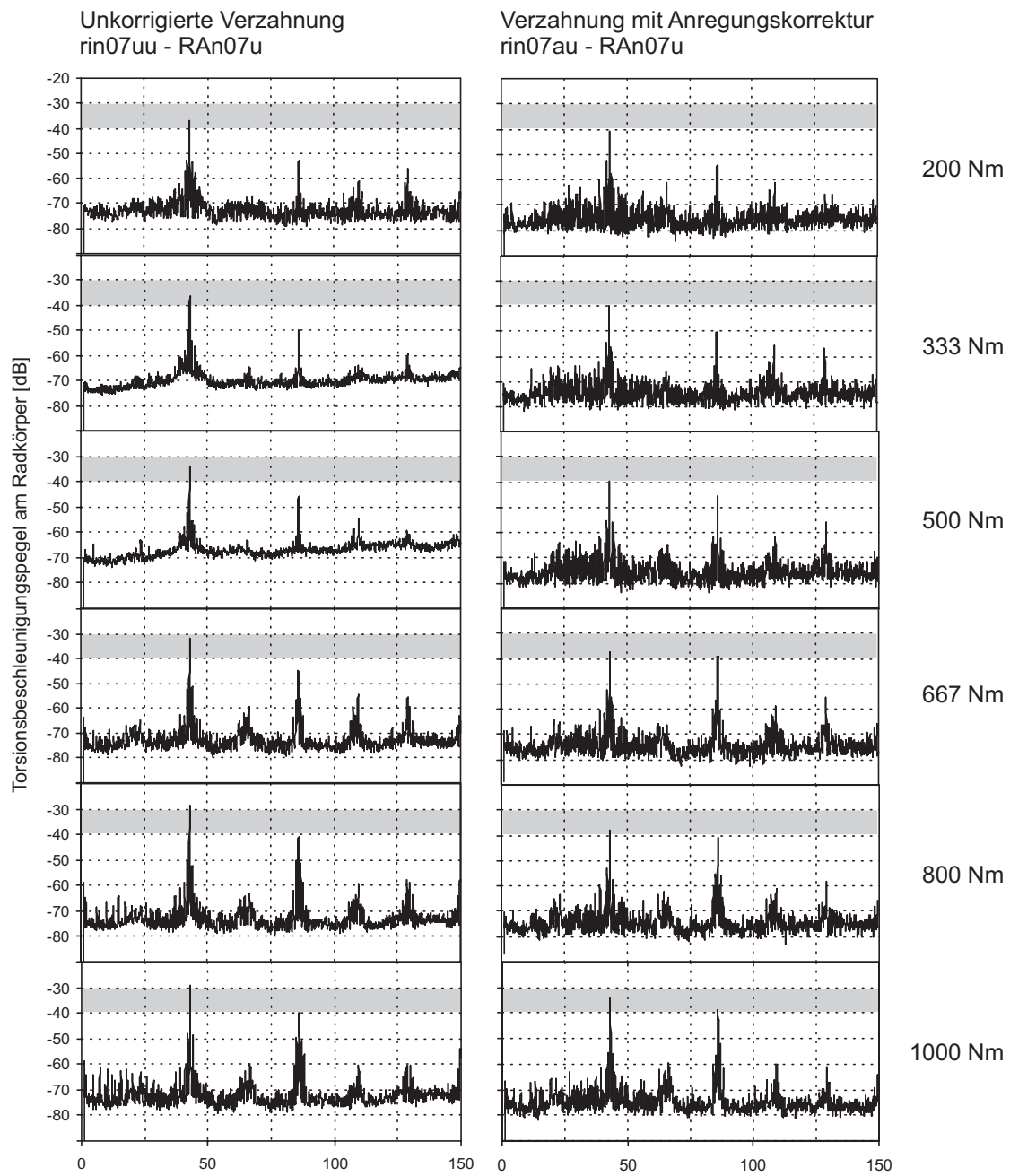


Bild 97: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rin07uu-RAn07u und rin07au-RAn07u.

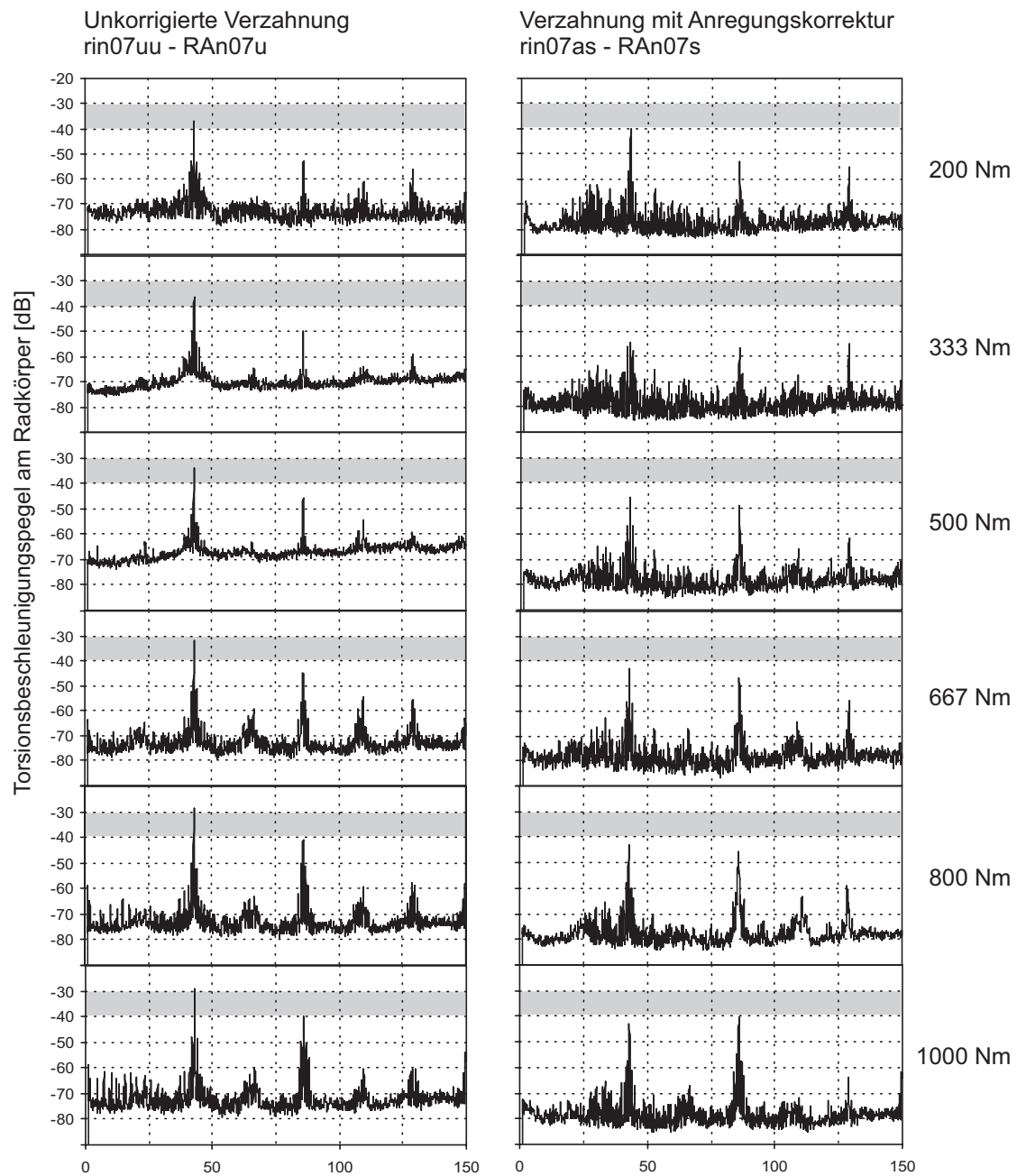


Bild 98: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rin07uu-RAn07u und rin07uu-RAn07s.

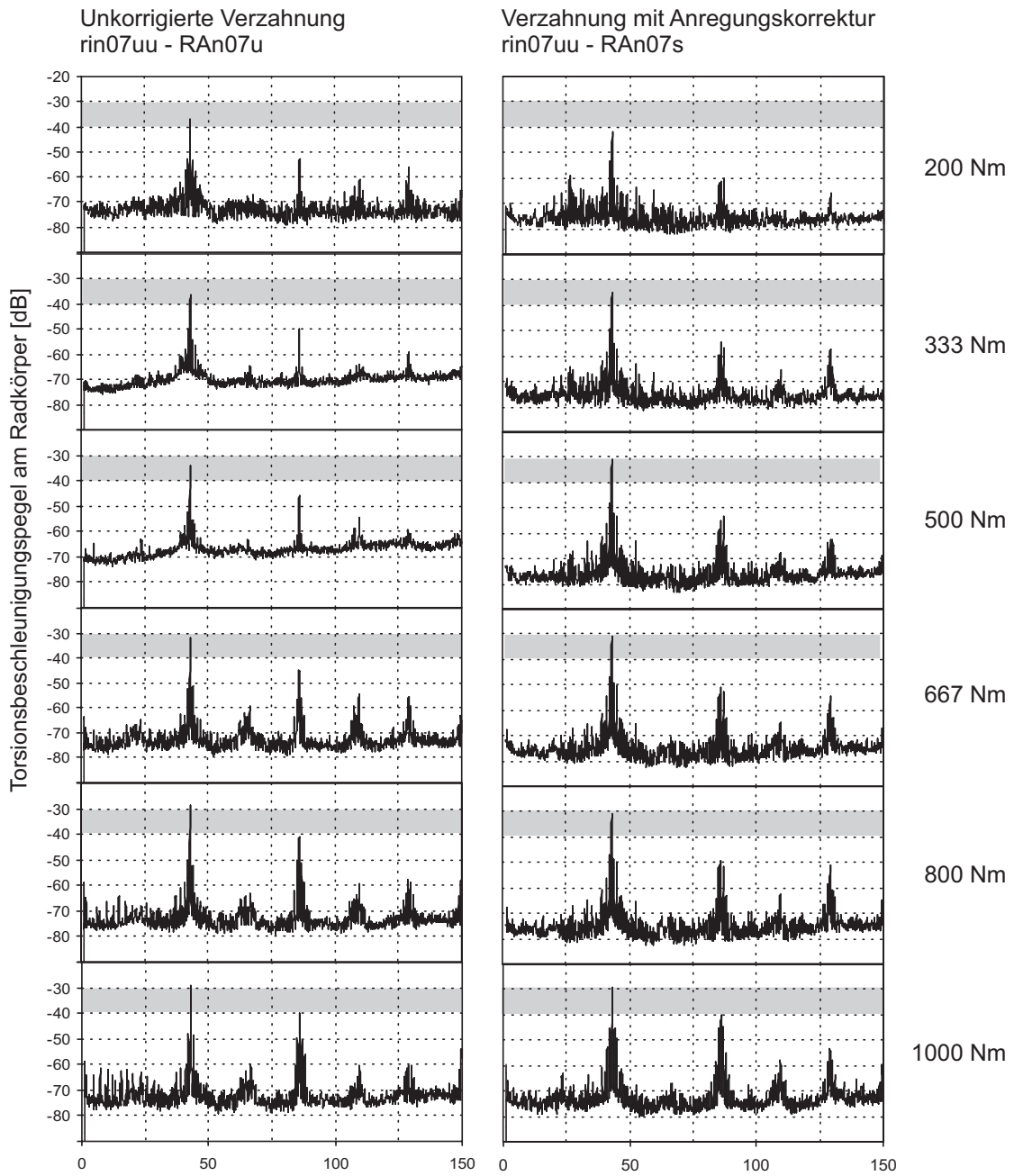


Bild 99: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rin07uu-RAn07u und rin07as-RAn07s.

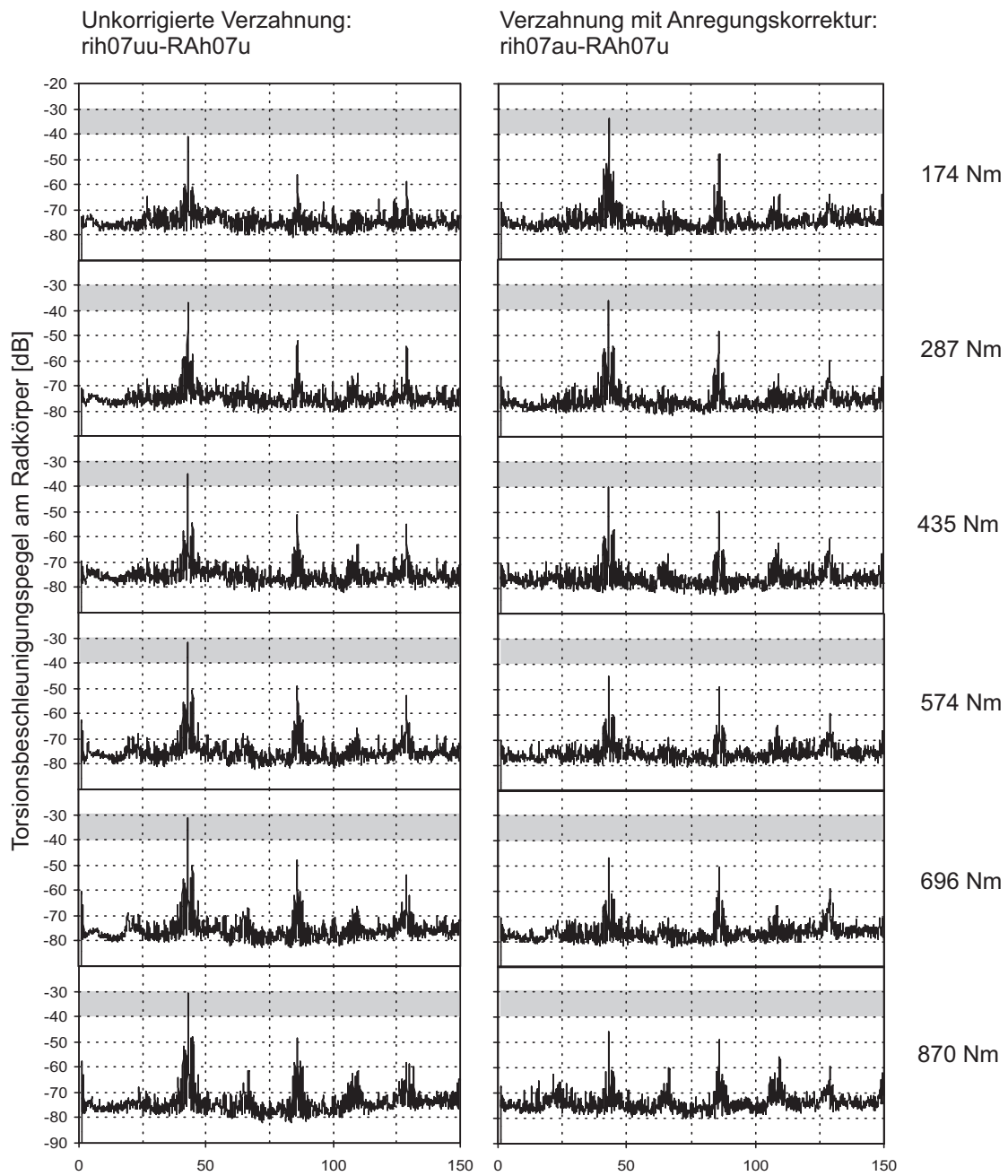


Bild 100: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rih07uu-RAh07u und rih07au-RAh07u.

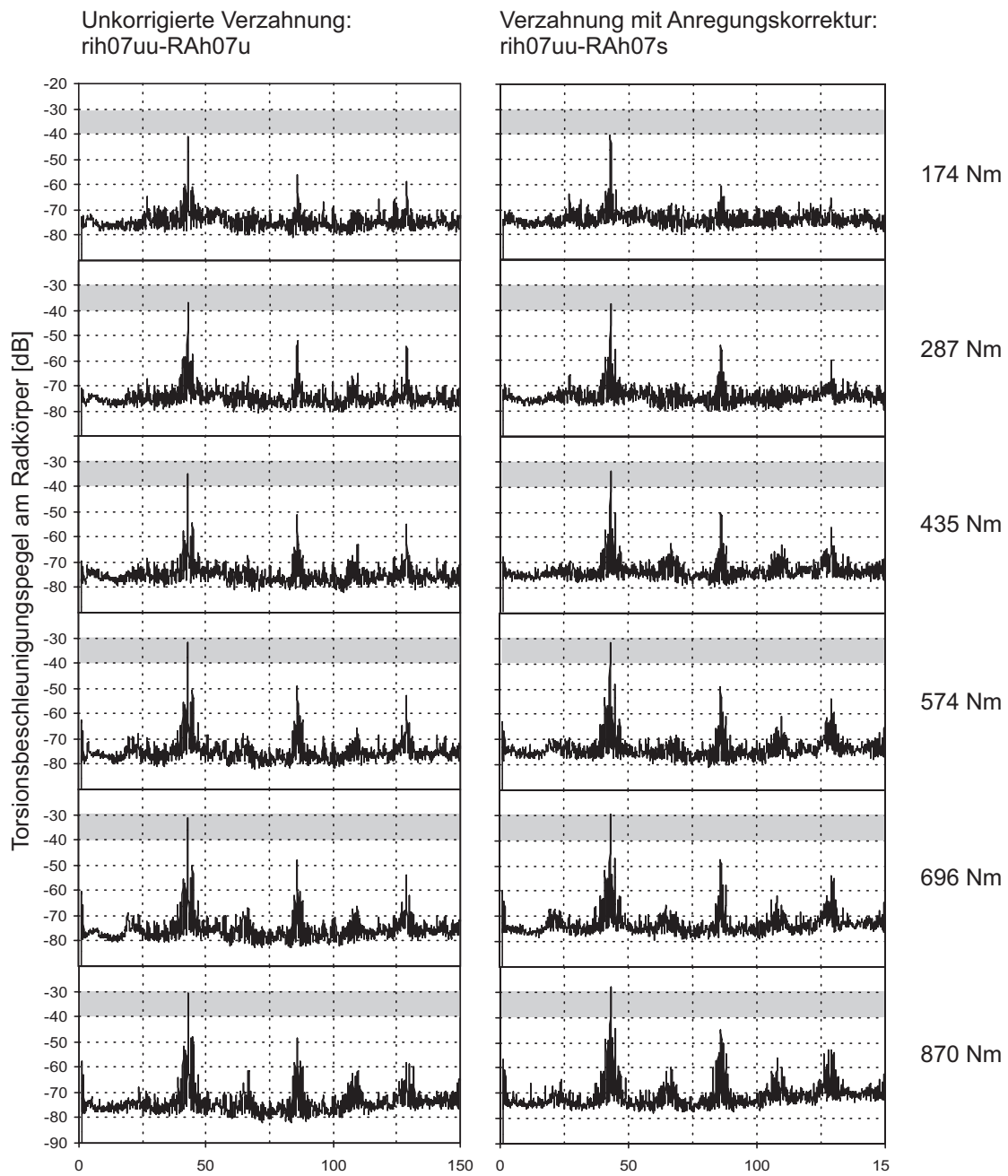


Bild 101: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rih07uu-RAh07u und rih07uu-RAh07s.

B Berechnungsergebnisse

Abbildungsverzeichnis

- Campbelldiagramme, Normalverzahnung
 - Radpaarung rin07uu-RAh07u,
Ritzel und Rad unkorrigiert 131
 - Radpaarung rin07au-RAh07u,
Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert 132
 - Radpaarung rin07uu-RAh07s,
Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur 133
 - Radpaarung rin07as-RAh07s,
Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad mit Standardkorrektur 134
- Campbelldiagramme, Hochverzahnung
 - Radpaarung rih07uu-RAh07u,
Ritzel und Rad unkorrigiert 135
 - Radpaarung rih07au-RAh07u,
Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert 136
 - Radpaarung rih07uu-RAh07s,
Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur 137
- Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich normalverzahnter Radpaarungen
 - rin07uu-RAh07u und rin07uu-RAh07s 138
 - rin07uu-RAh07u und rin07au-RAh07u 139
 - rin07uu-RAh07u und rin07as-RAh07s 140
- Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich hochverzahnter Radpaarungen
 - rih07uu-RAh07u und rih07au-RAh07u 141
 - rih07uu-RAh07u und rih07uu-RAh07s 142

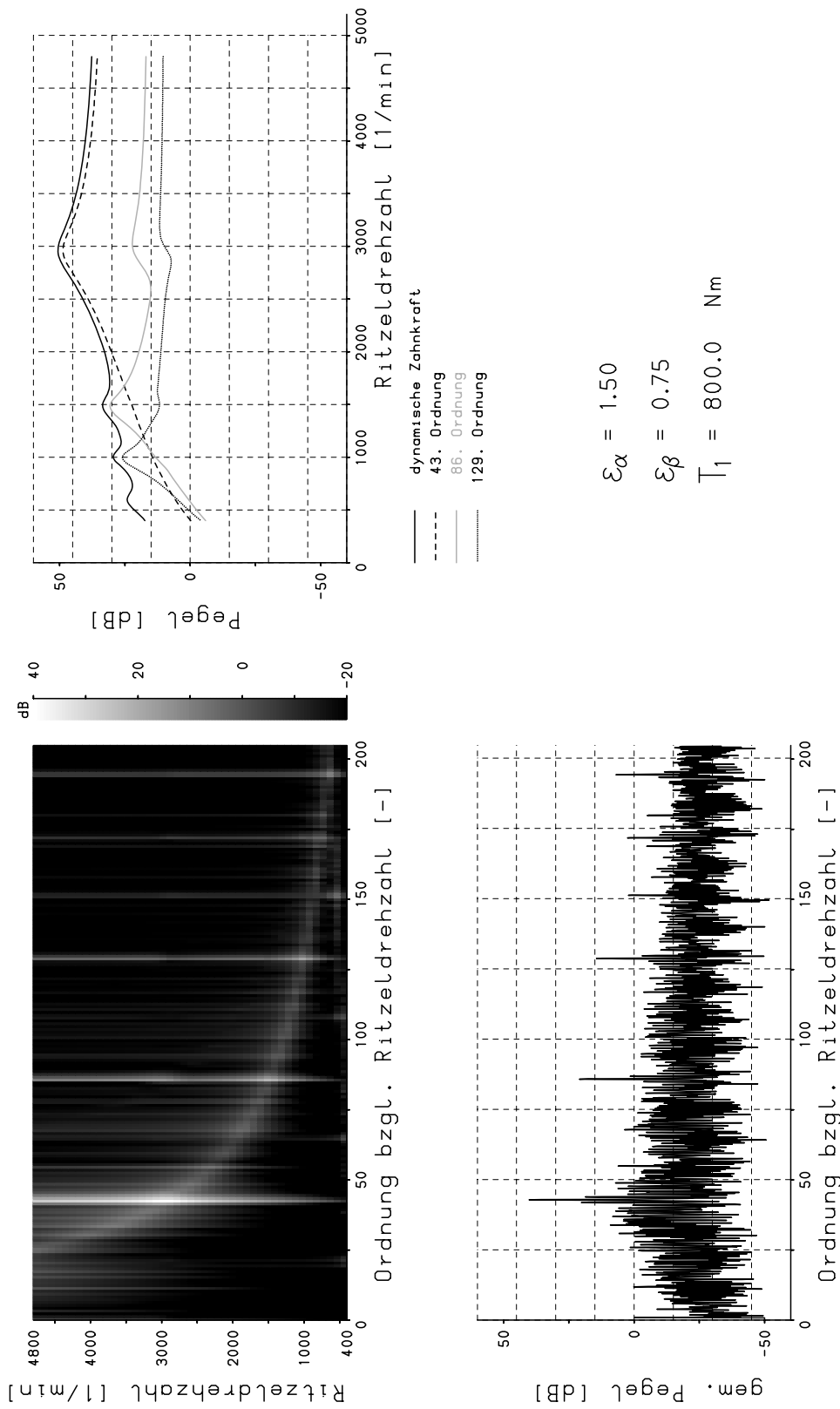


Bild 102: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07uu-RAn07u, Ritzel und Rad unkorrigiert.

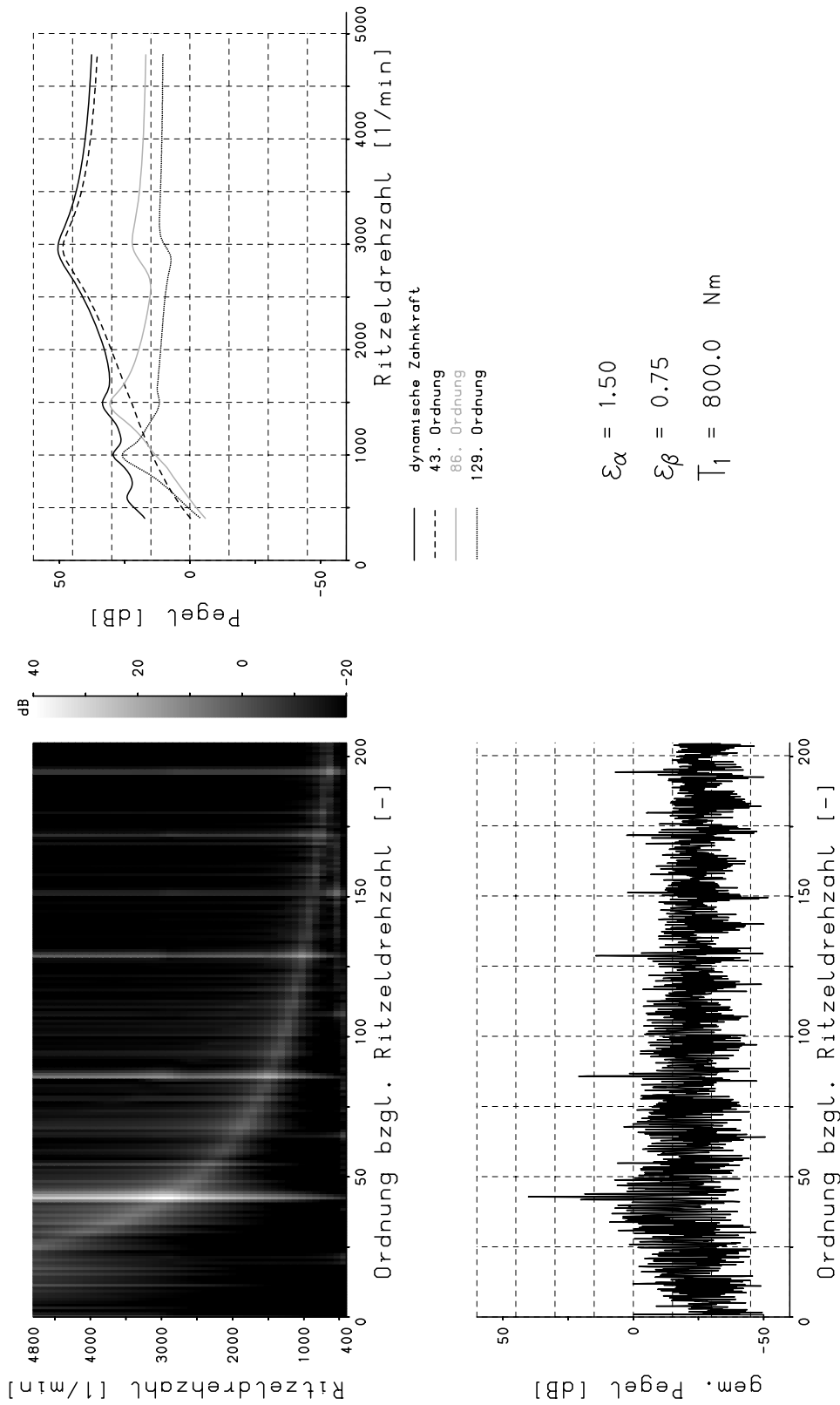


Bild 103: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07au-RAAn07u, Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

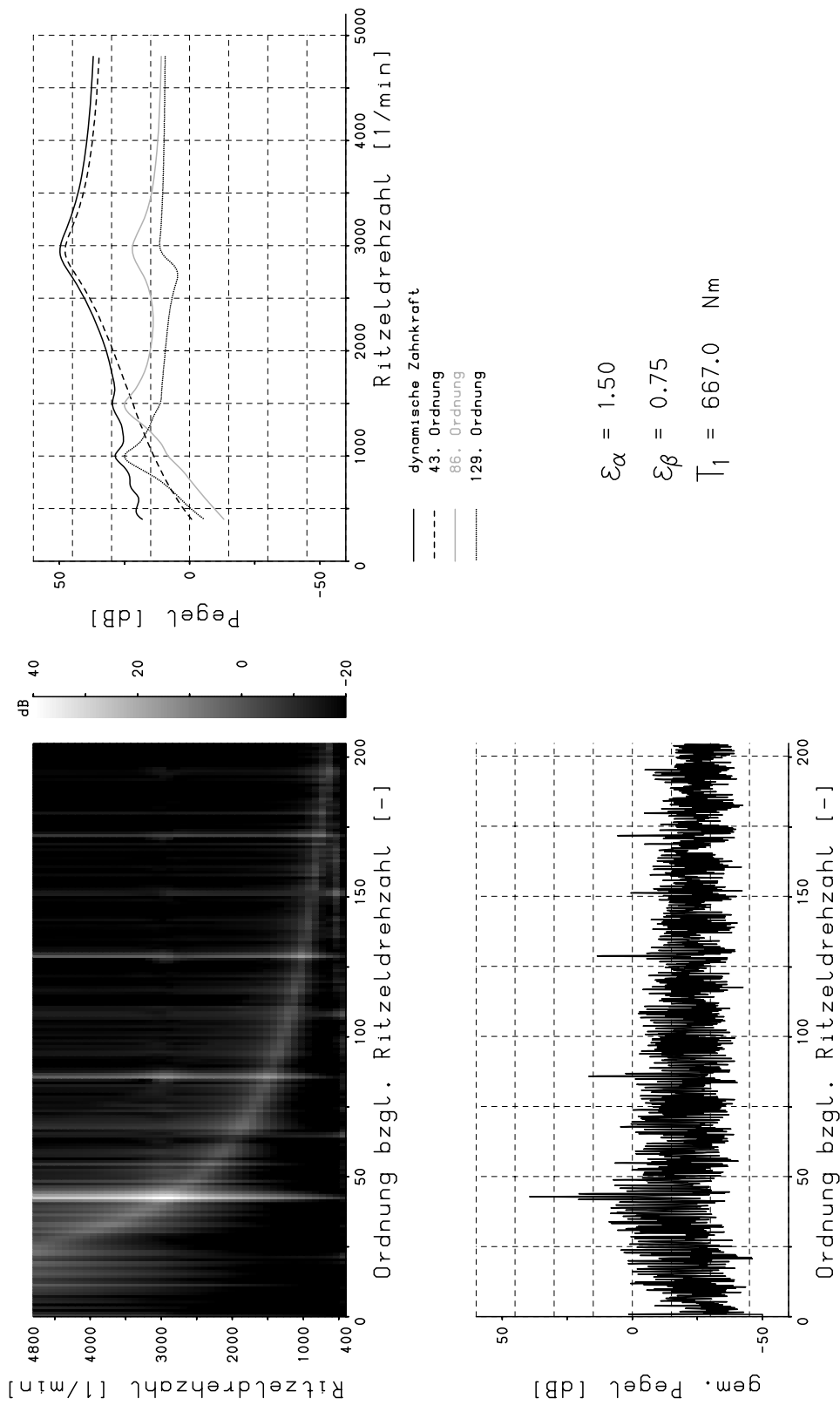


Bild 104: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07uu-RAn07s, Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur.

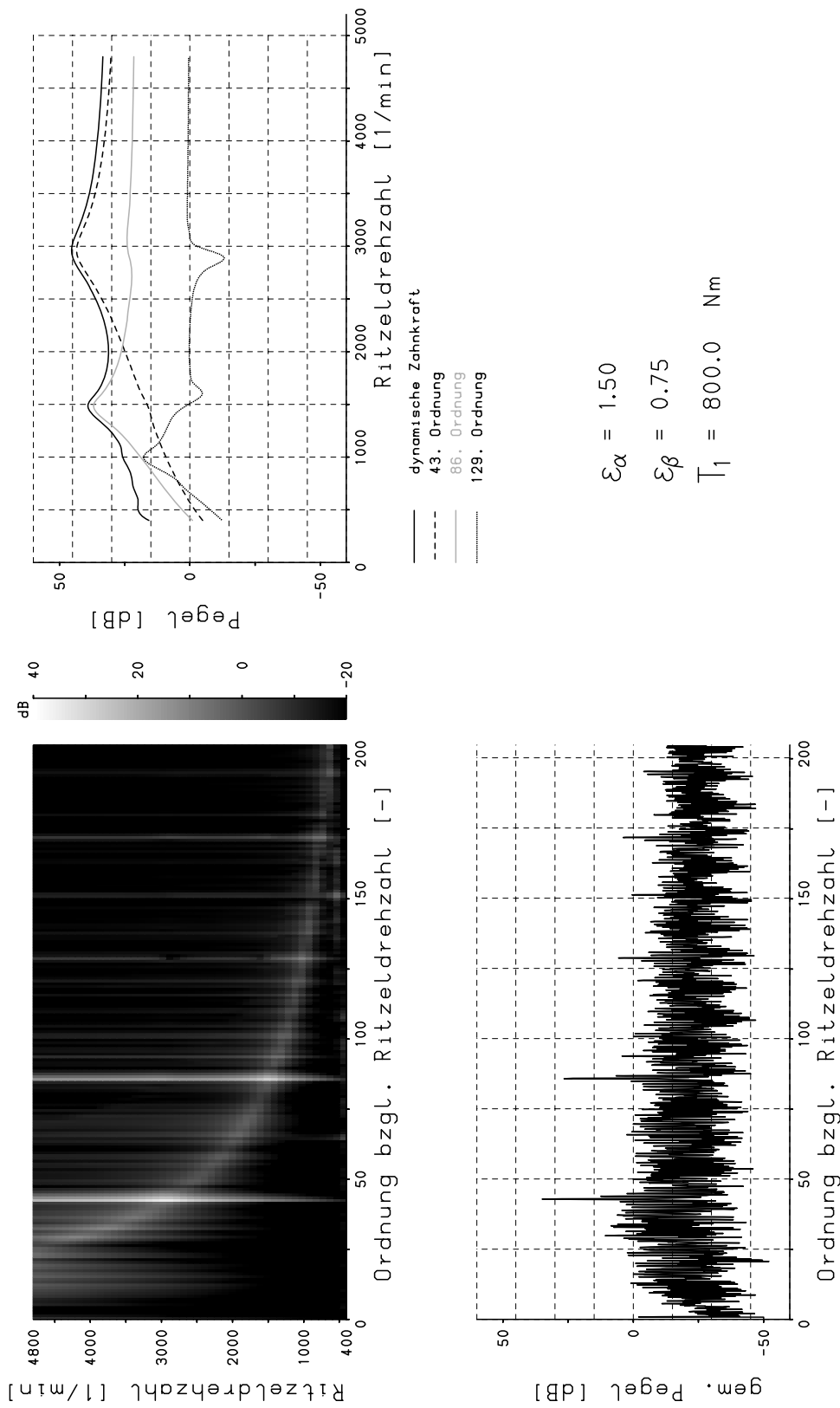


Bild 105: Campbelldiagramm, Radpaarung rin07as-RAn07s, Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad mit Standardkorrektur.

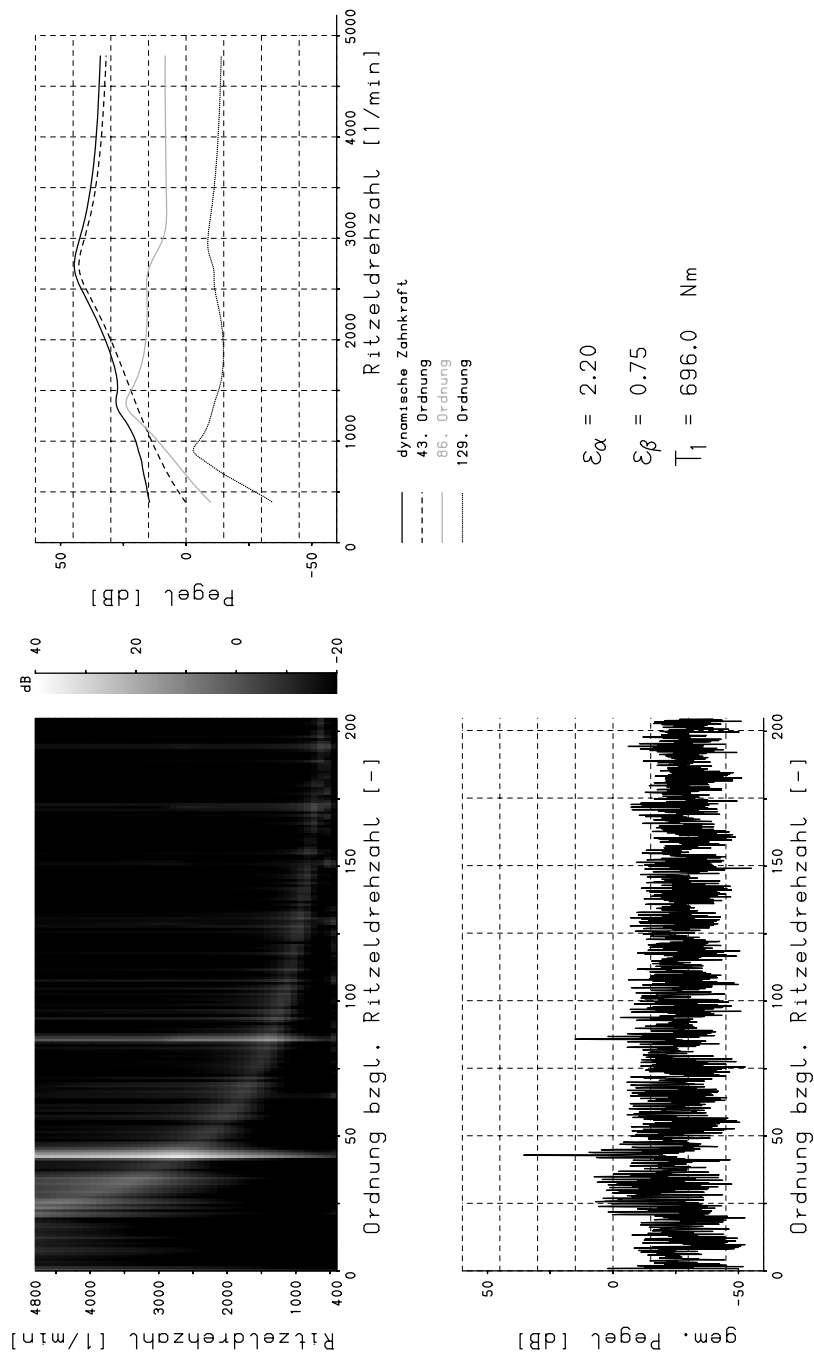


Bild 106: Campbelldiagramm, Radpaarung rih07uu-RAh07u, Ritzel und Rad unkorrigiert.

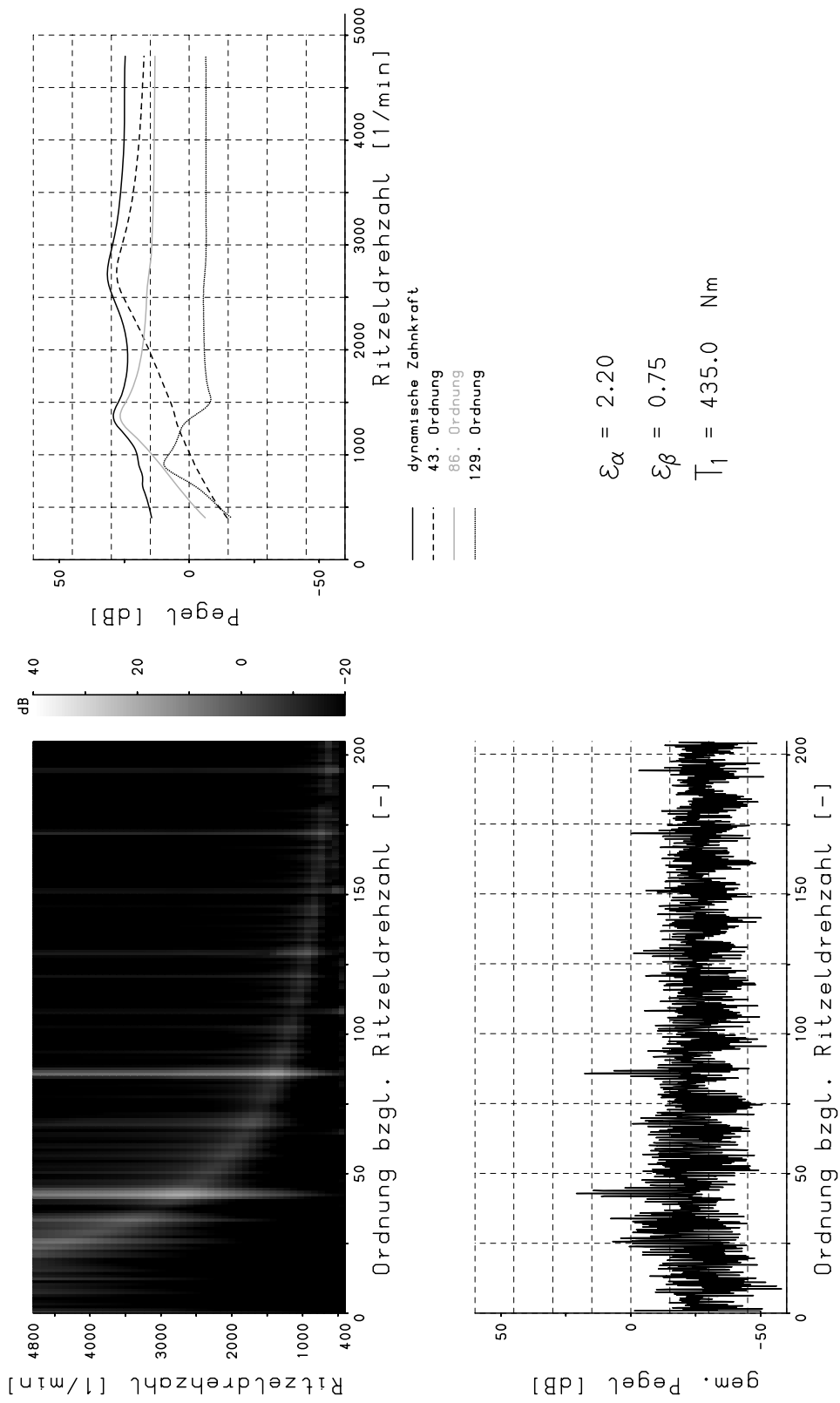


Bild 107: Campbelldiagramm, Radpaarung rih07au-RAh07u, Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert.

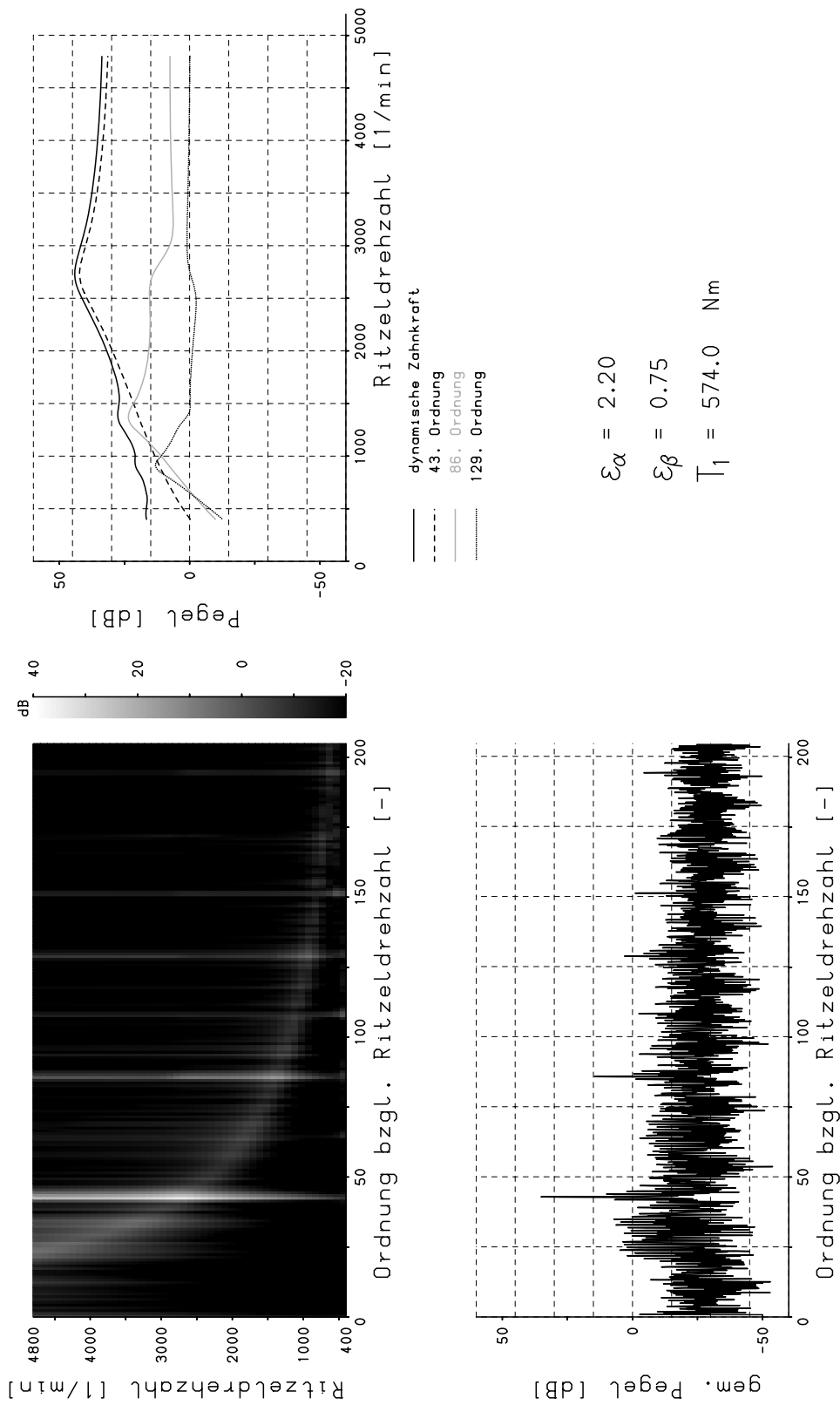


Bild 108: Campbelldiagramm, Radpaarung rih07uu-RAh07s, Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur.

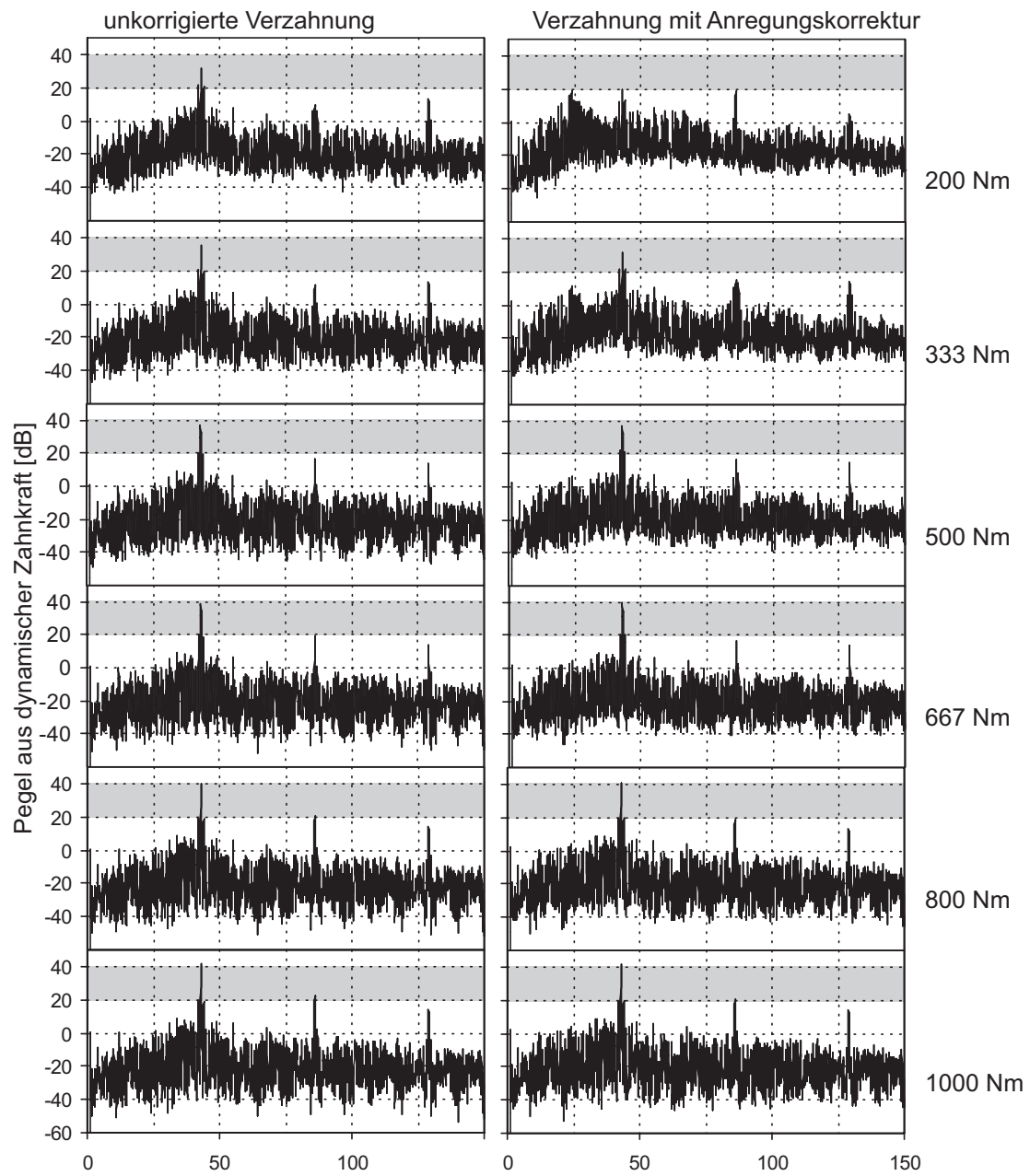


Bild 109: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rin07uu-RA07u und rin07uu-RA07s.

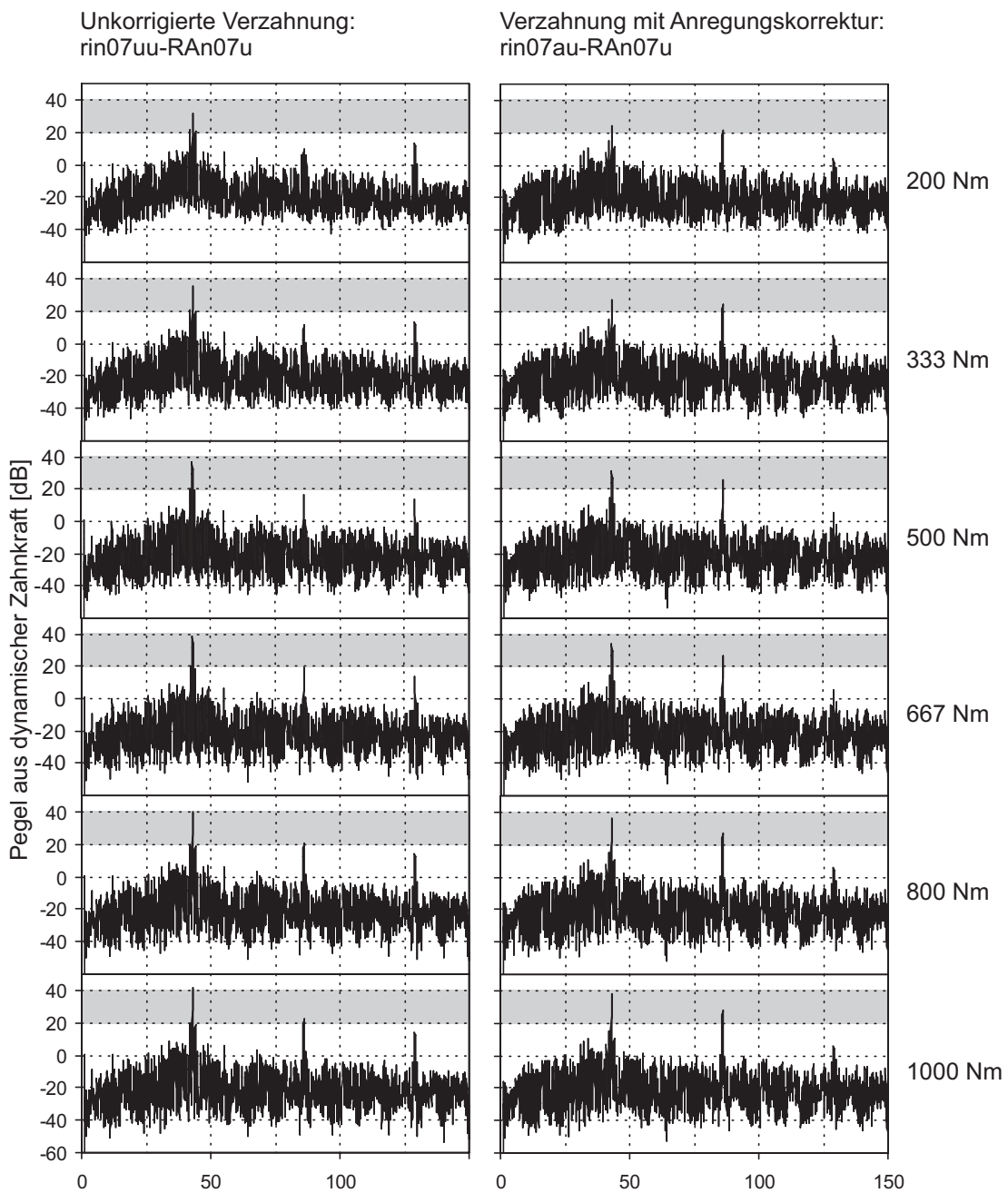


Bild 110: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rin07uu-RAn07u und rin07au-RAn07u.

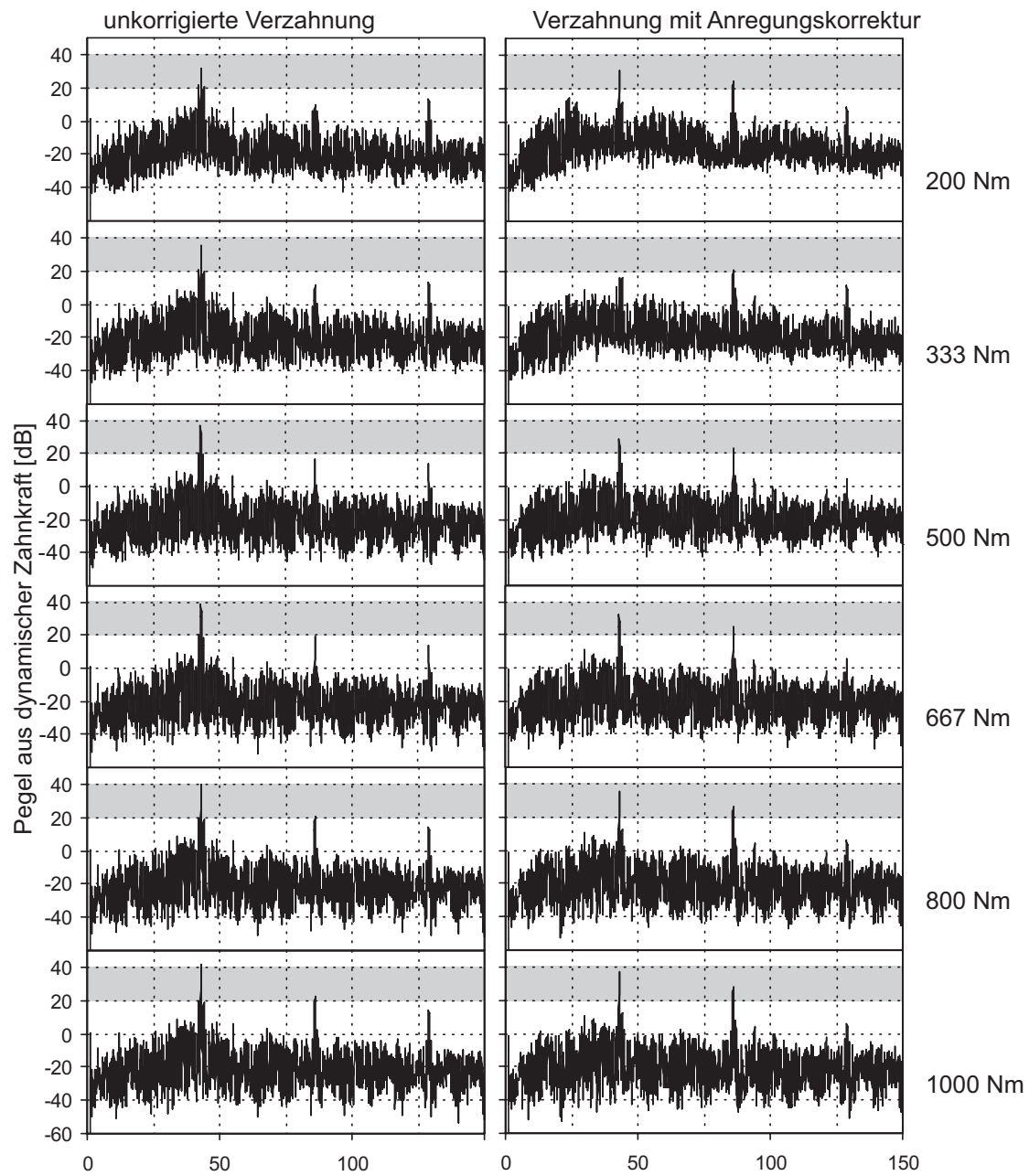


Bild 111: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rin07uu-RAn07u und rin07as-RAn07s.

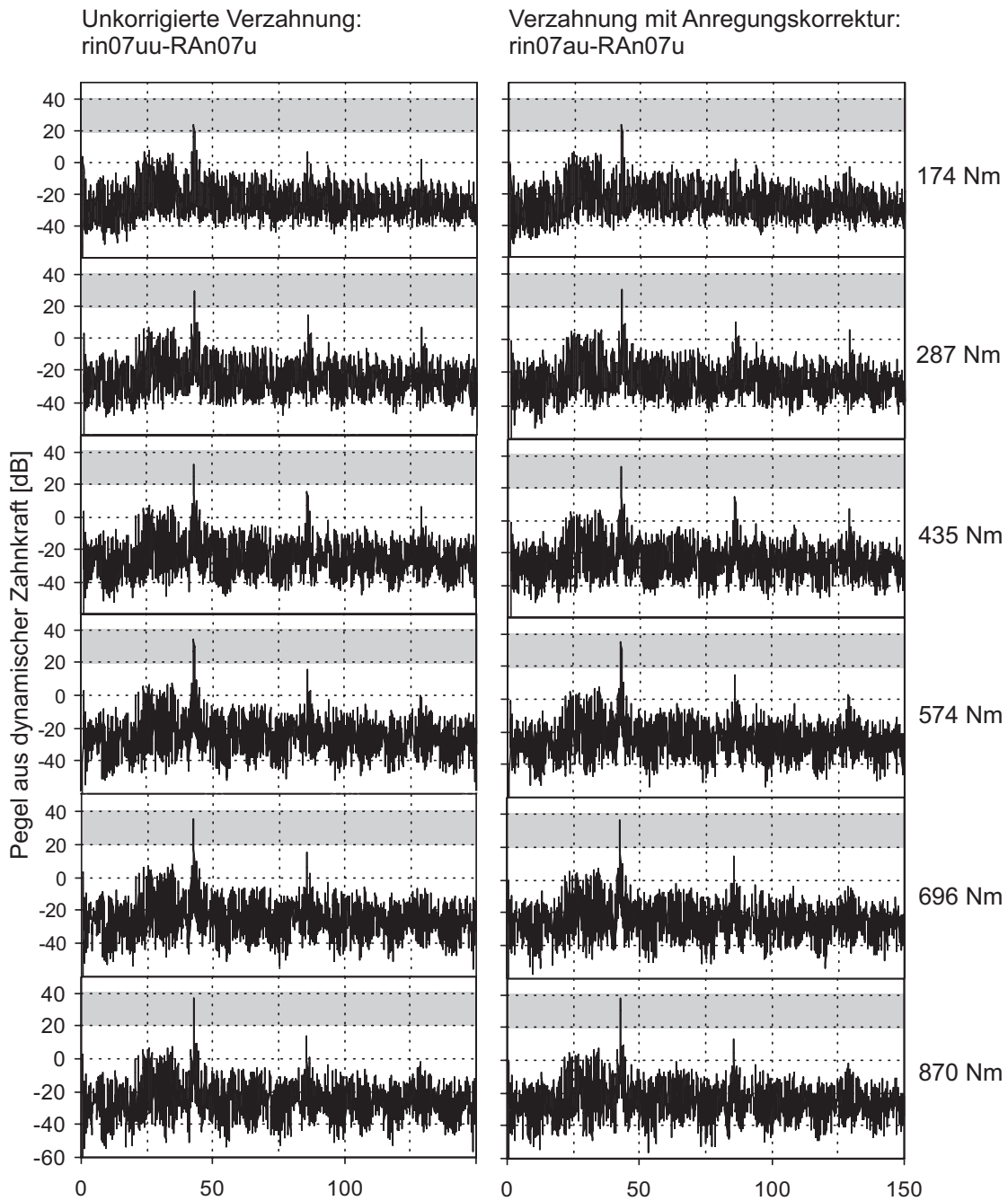


Bild 112: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rih07uu-RAh07u und rih07au-RAh07u.

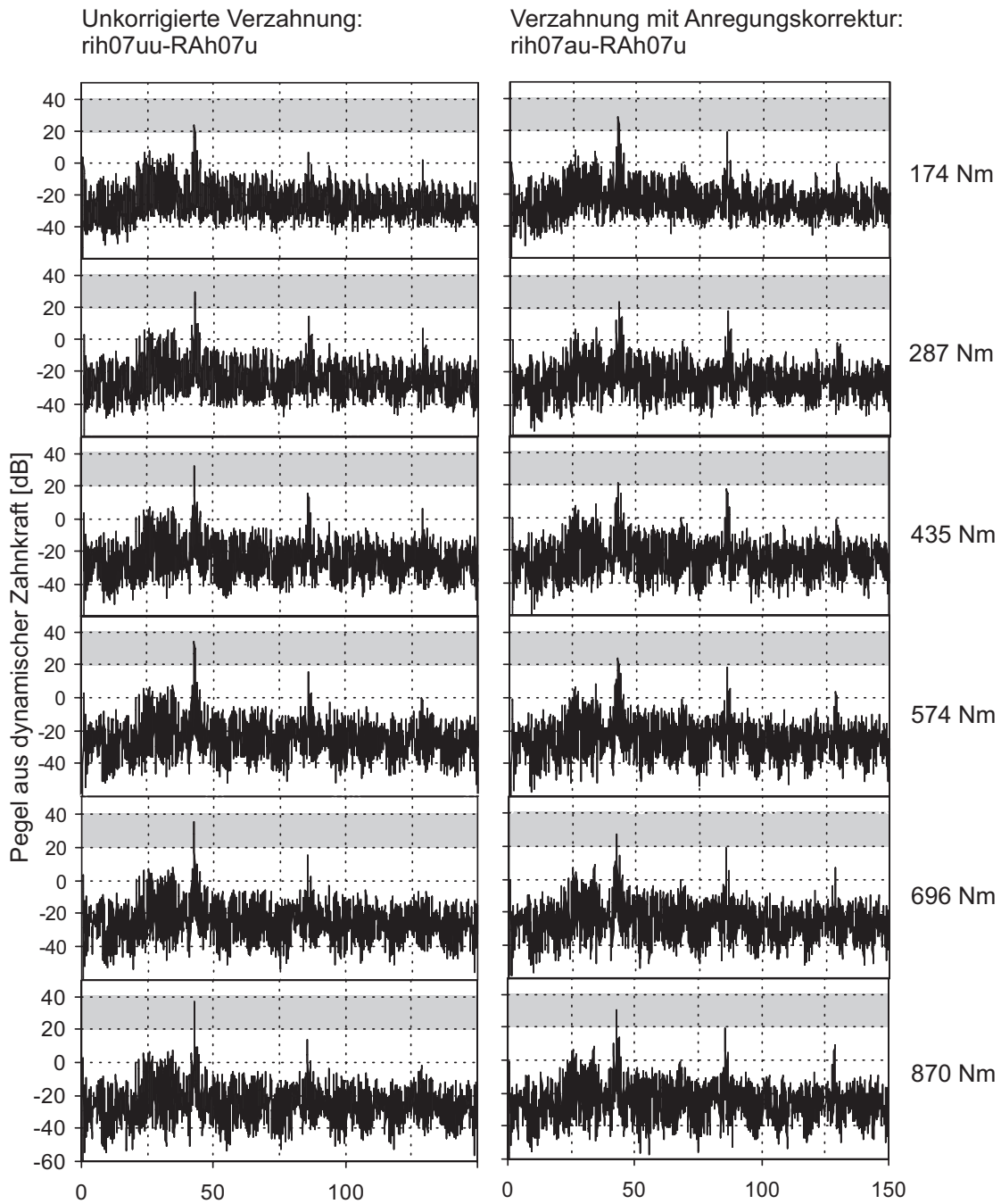


Bild 113: Gemittelter Torsionsbeschleunigungspegel, Vergleich zwischen den Radpaarungen rih07uu-RAh07u und rih07uu-RAh07s.

C Dokumentation der Ergebnisse in Bezug auf die Grundharmonische des Zahneingriffs

Abbildungsverzeichnis

- Hauptgeometrie: $\varepsilon_{\alpha} = 1.5$ und $\varepsilon_{\beta} = 0.75$
 - Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert
 - * Anregungs- und Dynamikberechnung mit Soll-Topologie 144
 - * Messung und Dynamikberechnung mit Ist-Topologie 144
 - Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur
 - * Anregungs- und Dynamikberechnung mit Soll-Topologie 145
 - * Messung und Dynamikberechnung mit Ist-Topologie 145
 - Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad mit Standardkorrektur
 - * Anregungs- und Dynamikberechnung mit Soll-Topologie 146
 - * Messung und Dynamikberechnung mit Ist-Topologie 146
- Hauptgeometrie: $\varepsilon_{\alpha} = 2.2$ und $\varepsilon_{\beta} = 0.75$
 - Ritzel mit periodischer Anregungskorrektur, Rad unkorrigiert
 - * Anregungs- und Dynamikberechnung mit Soll-Topologie 147
 - * Messung und Dynamikberechnung mit Ist-Topologie 147
 - Ritzel unkorrigiert, Rad mit Standardkorrektur
 - * Anregungs- und Dynamikberechnung mit Soll-Topologie 148
 - * Messung und Dynamikberechnung mit Ist-Topologie 148

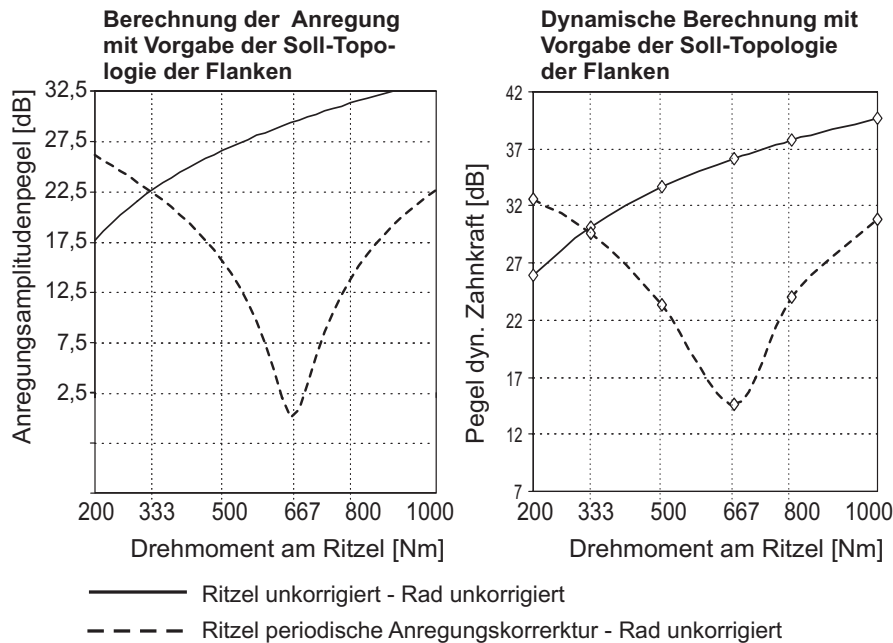


Bild 114: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz von der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rin07uu-RAn07u und die Radpaarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel rin07au-RAn07u.

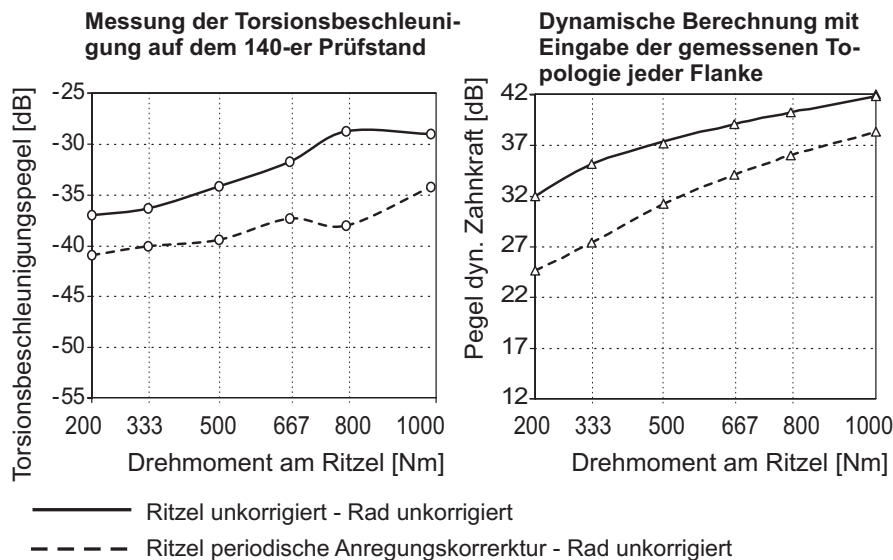


Bild 115: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel rin07au-RAn07u.

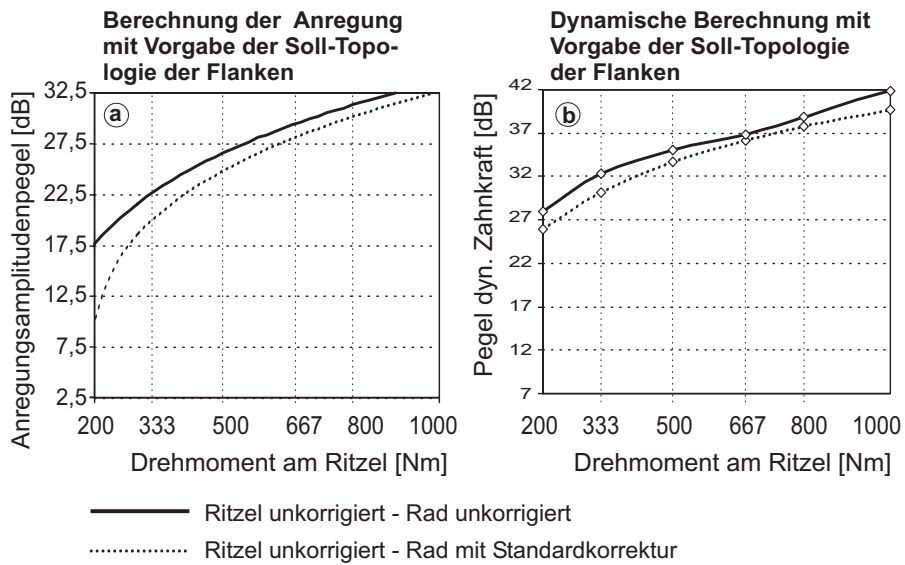


Bild 116: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz von der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rin07uu-RAn07u und die Radpaarung mit unkorrigiertem Ritzel und standardkorrigiertem Großrad rin07uu-RAn07s.

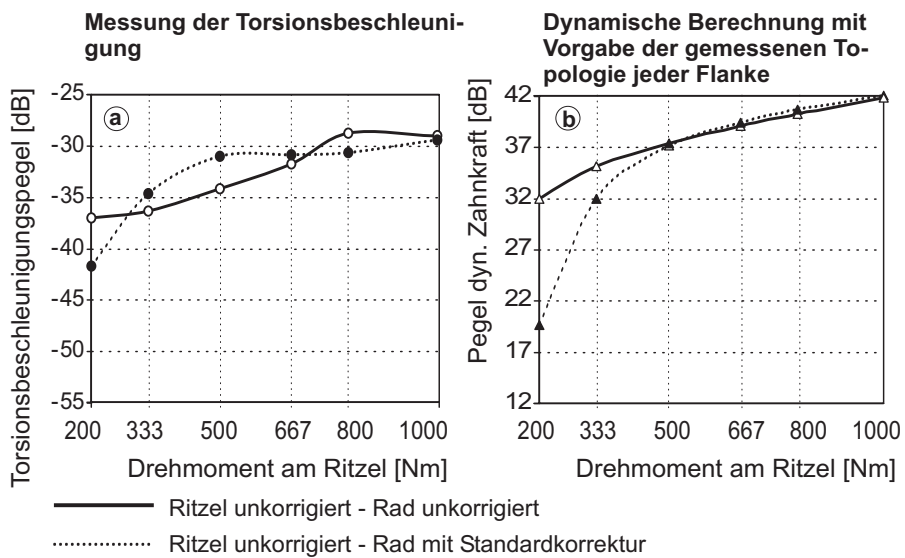


Bild 117: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u; Paarung mit unkorrigiertem Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07uu-RAn07s.

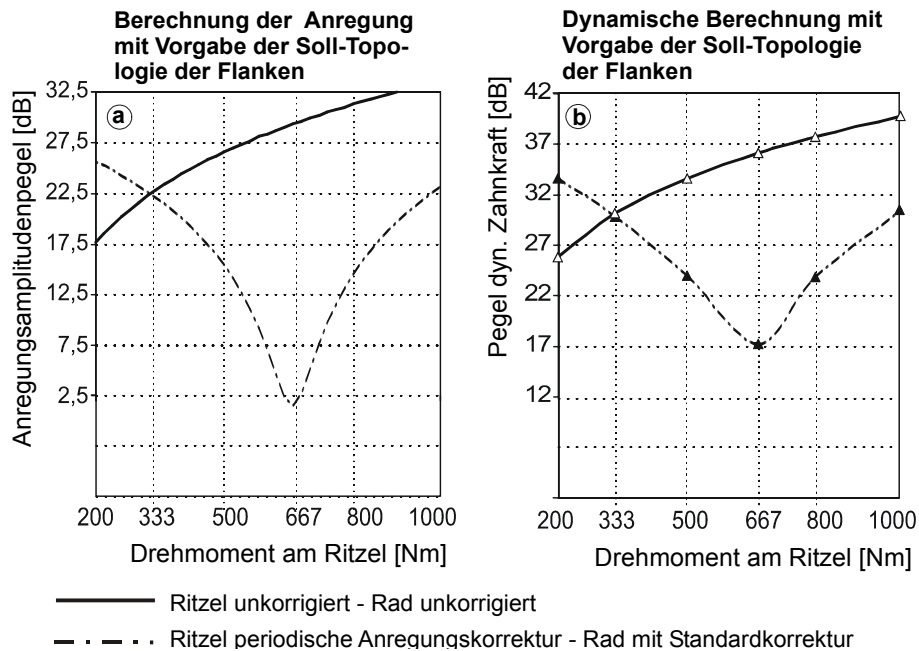


Bild 118: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz von der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rin07uu-RAn07u und die Radpaarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07au-RAn07s.

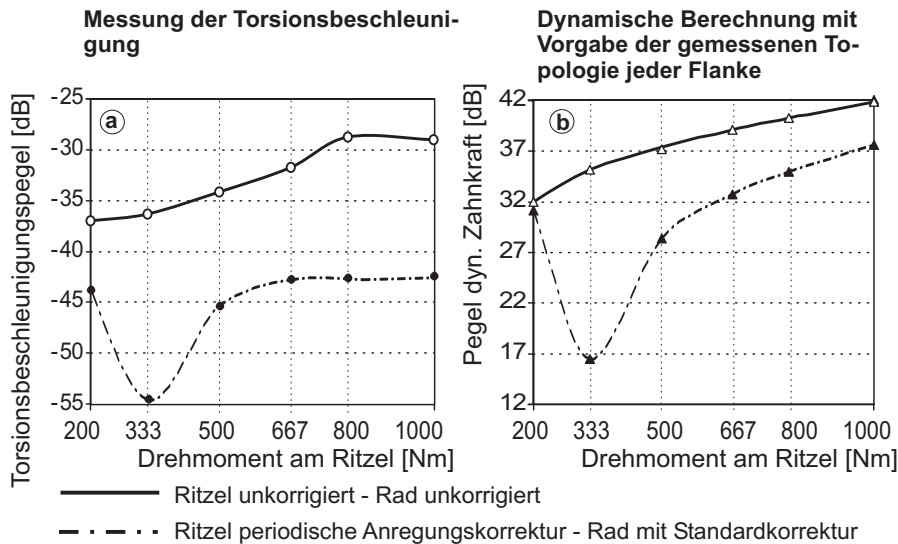


Bild 119: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin 07uu-RAn07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07au-RAn07s.

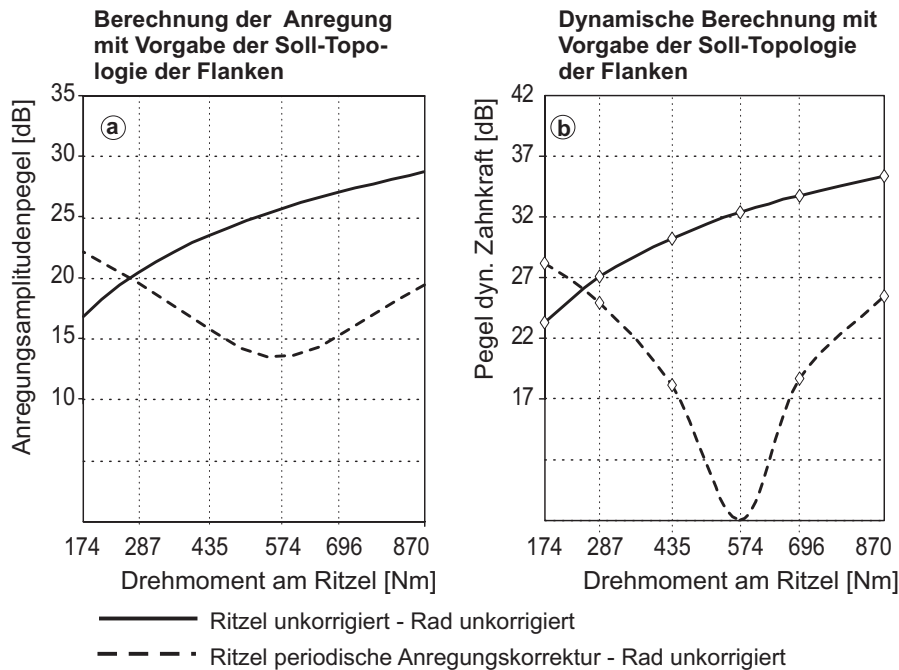


Bild 120: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz von der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rih07uu-RAh07u und die Radpaarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel rih07au-RAh07u.

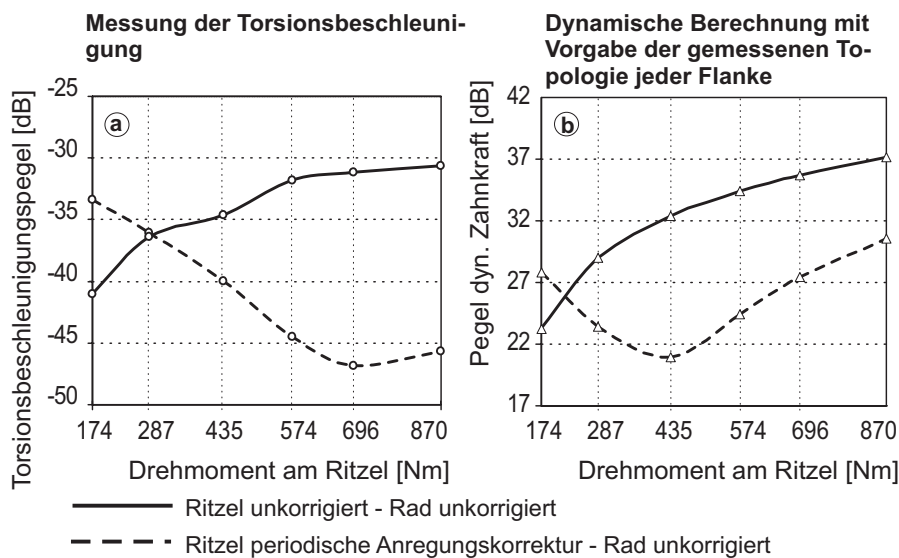


Bild 121: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rih07uu-RAh07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel rih07au-RAh07u.

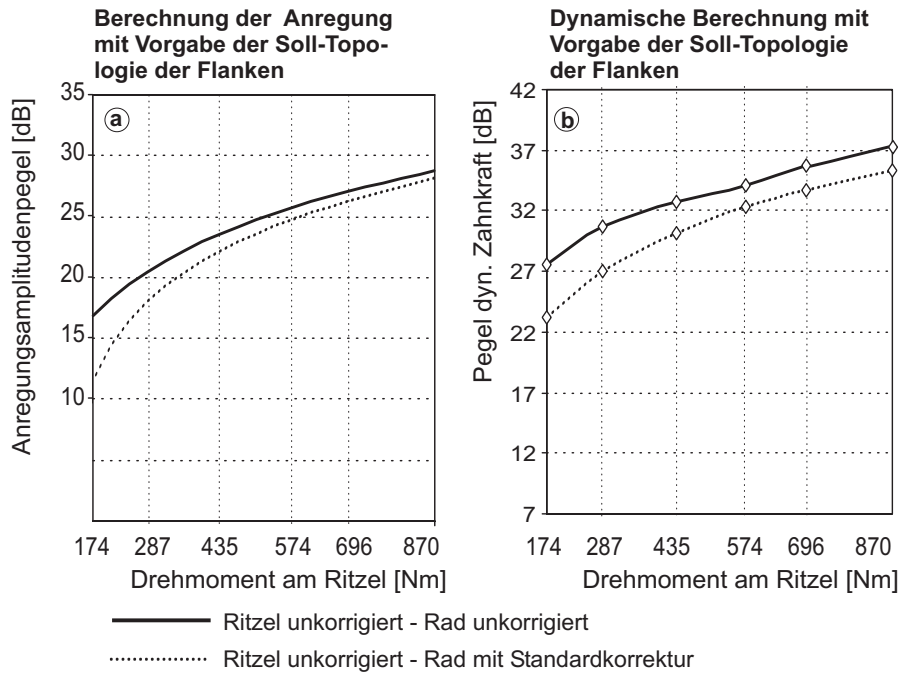


Bild 122: Vergleich der Pegel der ersten Harmonischen der Zahneingriffsfrequenz von der quasistatischen Berechnung (a) und der dynamischen Berechnung (b) für die unkorrigierte Radpaarung rih07uu-RAh07u und die Radpaarung mit unkorrigiertem Ritzel und standardkorrigiertem Großrad rih07uu-RAh07s.

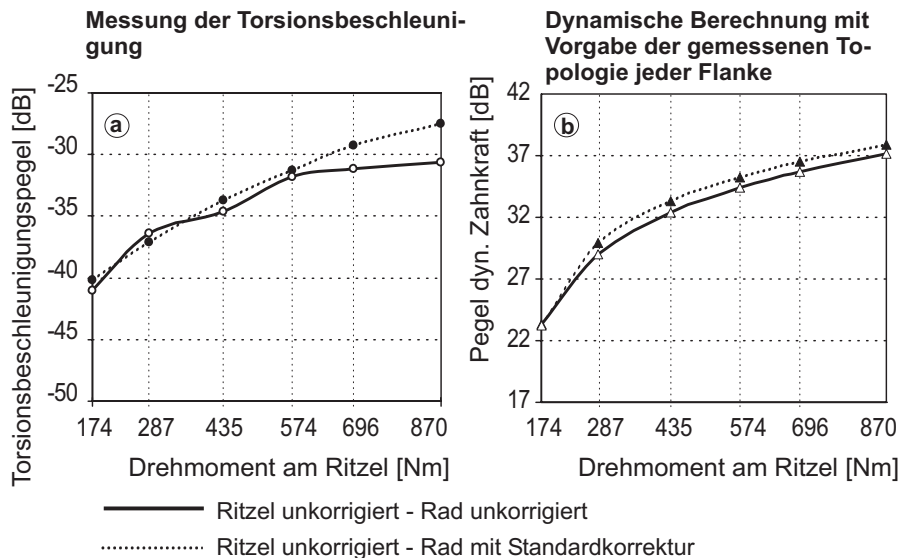


Bild 123: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rih07uu-RAh07u; Paarung mit unkorrigiertem Ritzel und standardkorrigiertem Rad rih07uu-RAh07s.

D Darstellung von Mess- und Rechenergebnissen und entsprechende Ist-Flankenformen

Abbildungsverzeichnis

- Ergebnisse der Prüfstandsmessung und der dynamischen Berechnung
 - Radpaarung rin07au Nr.2 (linke Flanke) - RAn07s 150
 - Radpaarung rin07au Nr.2 (rechte Flanke) - RAn07s 150
 - Radpaarung rin07as (linke Flanke) - RAn07s 151
 - Radpaarung rin07as (rechte Flanke) - RAn07s 151
- Dreidimensionale Darstellung der gemittelten Flankentopologien
 - Soll- und Isttopologie des Ritzels rin07au Nr.2 152
 - Soll- und Isttopologie des Ritzels rin07as 152
- Darstellung des Verlaufs des 1. Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung aus der Korrektur
 - Ritzel rin07au Nr.2 153
 - Ritzel rin07as 153

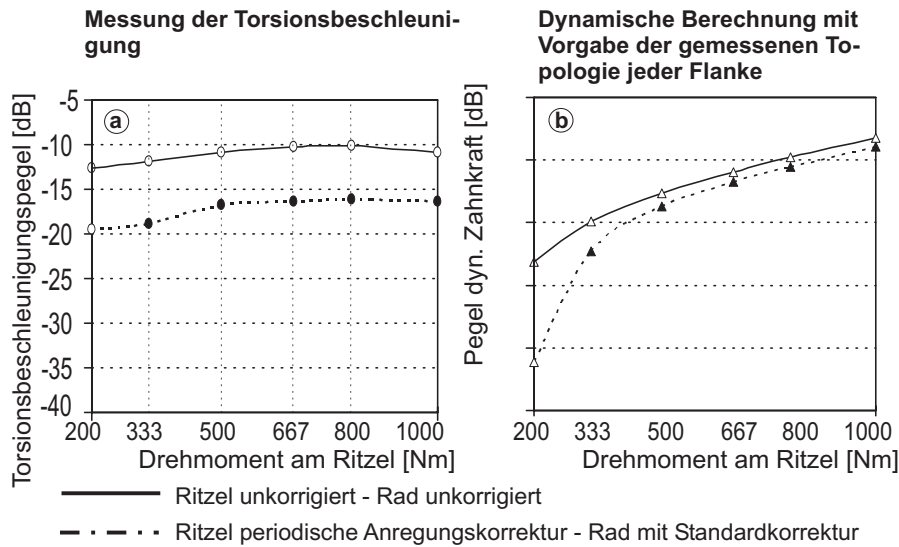


Bild 124: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07au Nr. 2-RAn07s. Linke Flanke des Ritzels rin07au Nr. 2 im Eingriff

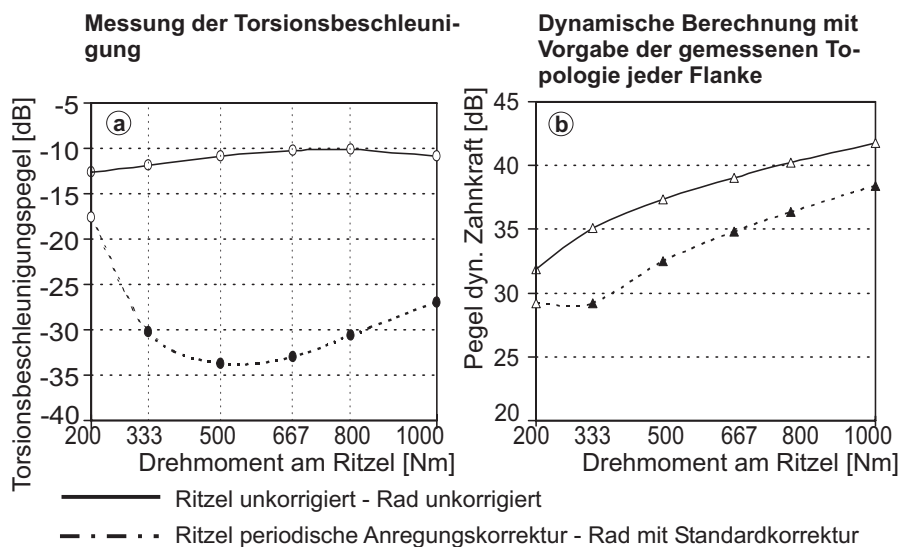


Bild 125: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07au Nr. 2-RAn07s. Rechte Flanke des Ritzels rin07au Nr. 2 im Eingriff

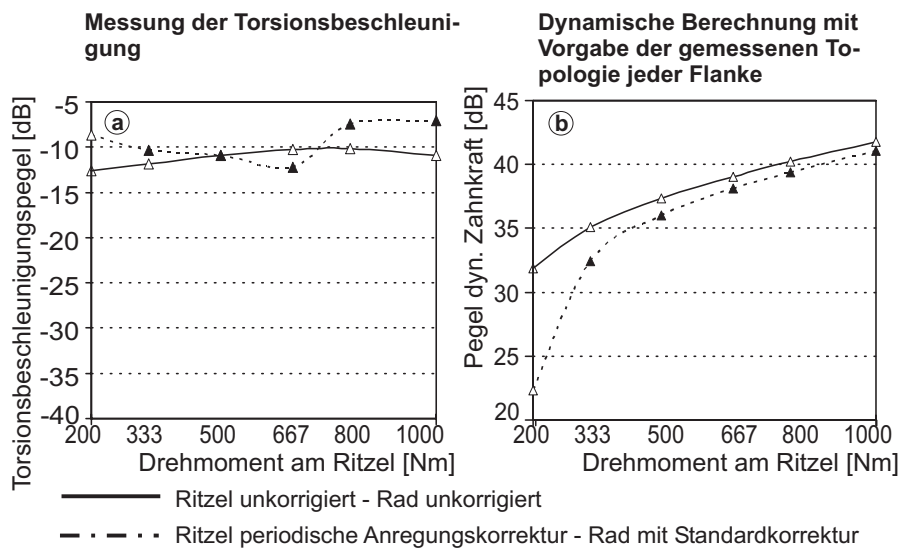


Bild 126: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07as-RAn07s. Linke Flanke des Ritzels rin07au Nr. 2 im Eingriff

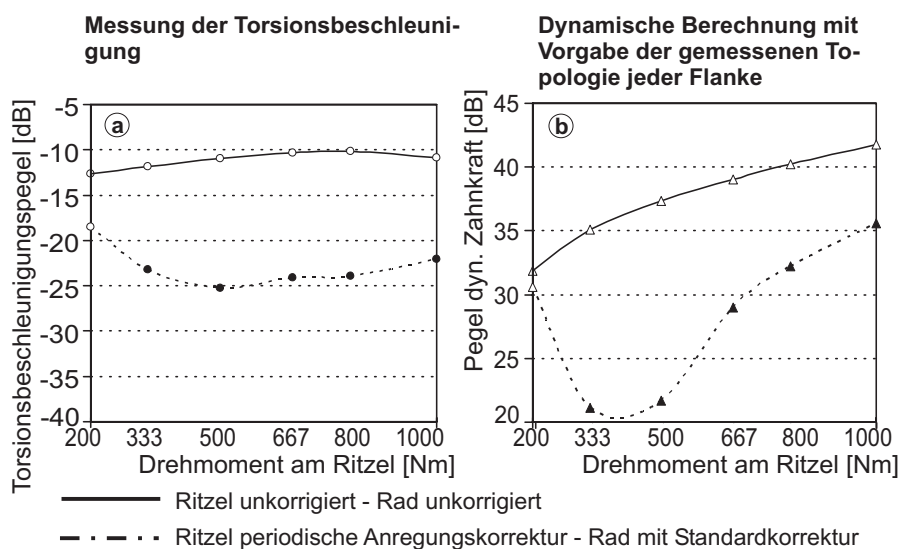


Bild 127: Pegelvergleich der Zahneingriffsfrequenz zwischen dem Ergebnis der Torsionsbeschleunigungsmessung (a) und der dynamischen Berechnung mit der Vorgabe der Flankentopologie (b). Unkorrigierte Zahnradpaarung rin07uu-RAn07u; Paarung mit periodischer Anregungskorrektur am Ritzel und standardkorrigiertem Rad rin07as-RAn07s. Rechte Flanke des Ritzels rin07au Nr. 2 im Eingriff

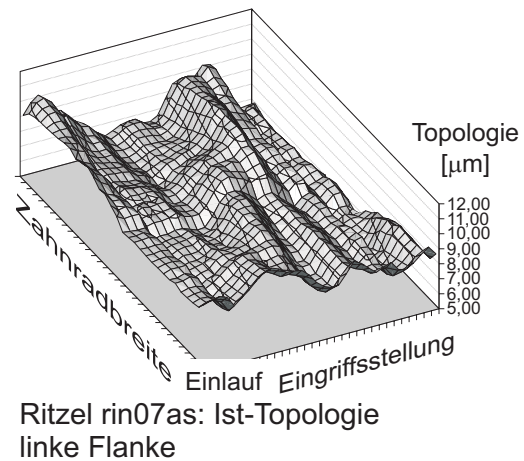
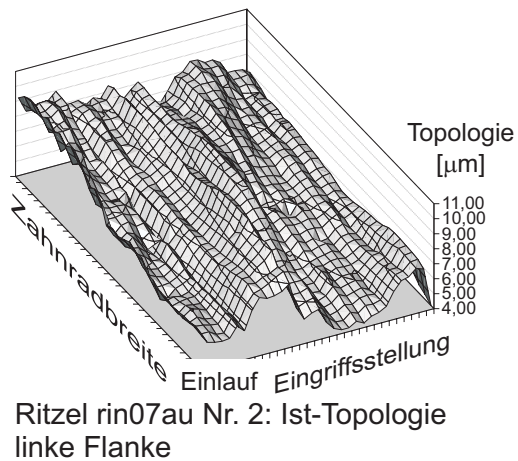
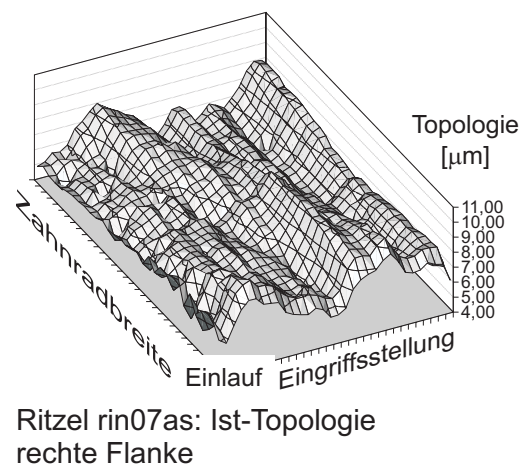
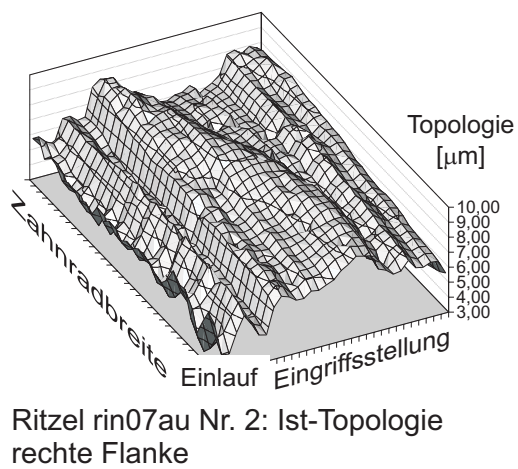
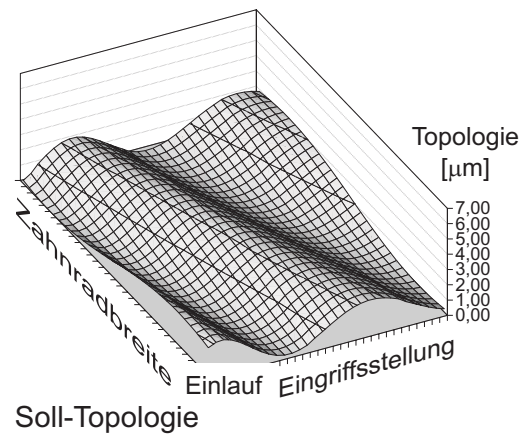
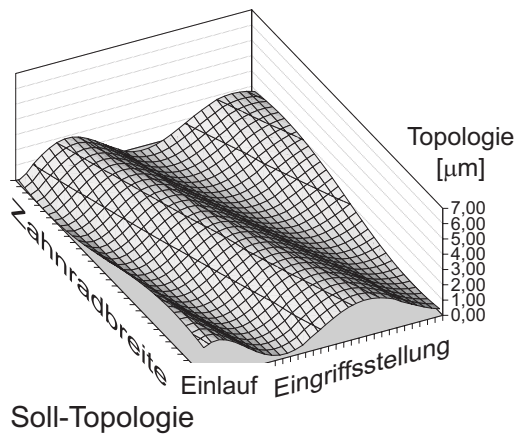


Bild 128: Gegenüberstellung der Flanken des Ritzels rin07au Nr. 2 mit der Sollflankenform

Bild 129: Gegenüberstellung der Flanken des Ritzels rin07as mit der Sollflankenform

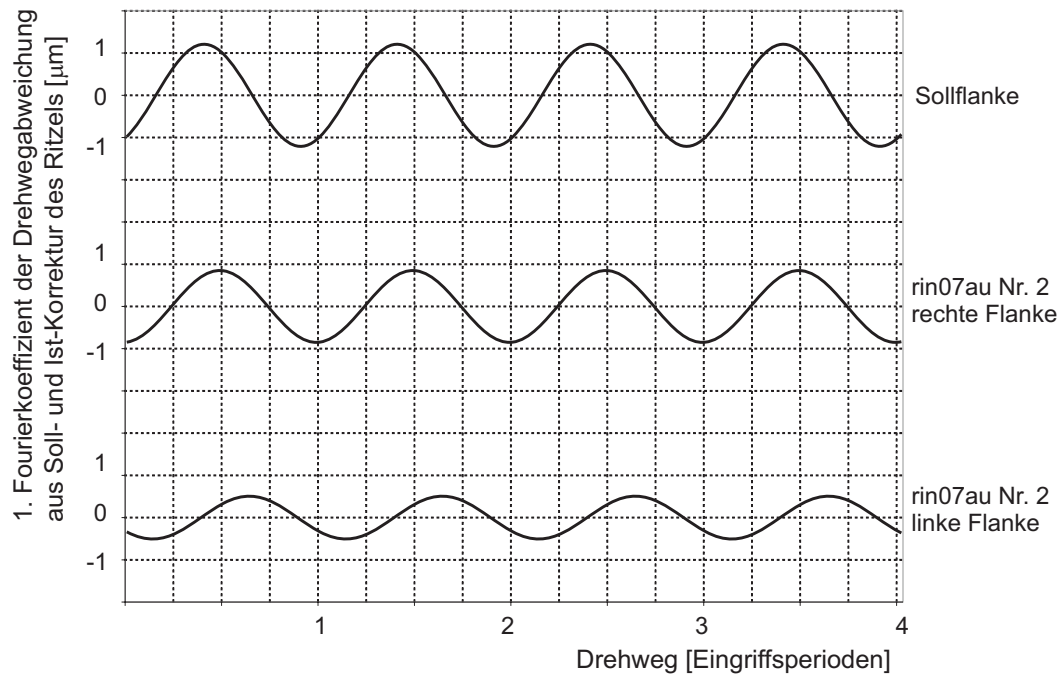


Bild 130: Verlauf des 1. Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung aus Korrektur über vier Eingriffperioden bei $T = 667 \text{ Nm}$; Paarung gegen ein abweichungsfreies Sollrad mit Standardkorrekturen

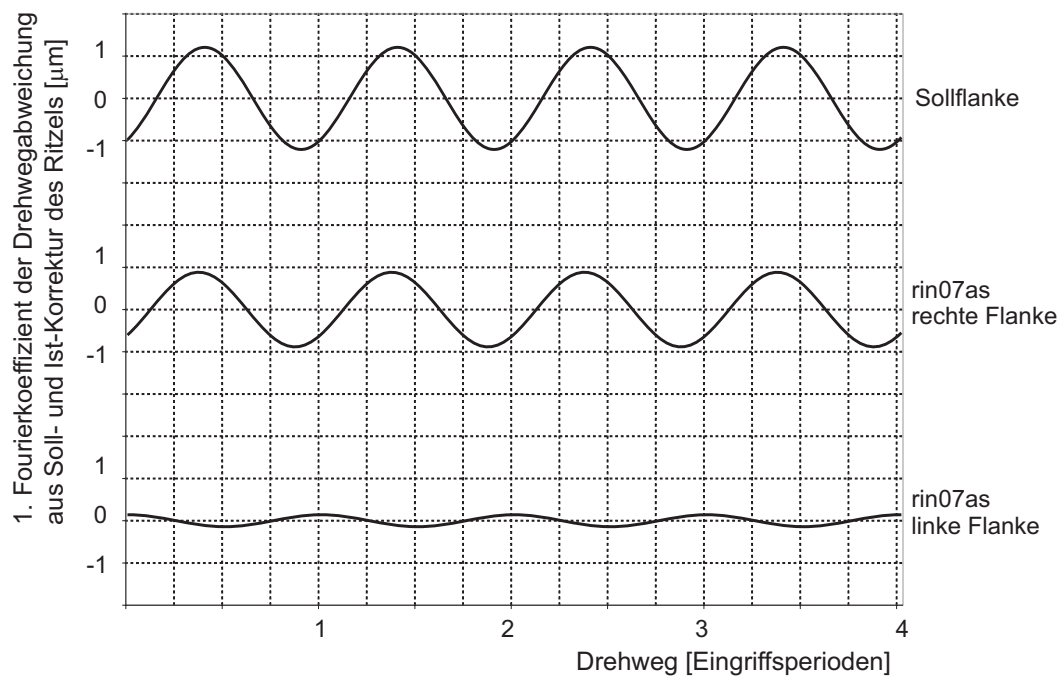


Bild 131: Verlauf des 1. Fourierkoeffizienten der Drehwegabweichung aus Korrektur über vier Eingriffperioden bei $T = 667 \text{ Nm}$; Paarung gegen ein abweichungsfreies Sollrad mit Standardkorrekturen

Dissertationen der FZG

1. PERRET, H. Übertragung konstanter Leistung durch stufenlos mechanische Regeltriebe. TH Braunschweig 1935.
2. BELLMANN, H. Beiträge zur Prüfung von Bremsbelägen. TH Braunschweig 1939.
3. HIERSIG, H.M. Der Zusammenhang von Gestaltung und Beanspruchung bei Schneckengetrieben mit Evolventenverzahnung. TH Braunschweig 1943.
4. HELBIG, F. Walzenfestigkeit und Grübchenbildung von Zahnrad- und Wälzlagerwerkstoffen. TH Braunschweig 1943.
5. ARF, D. Pendelrollenlager mit symmetrischen und unsymmetrischen Rollen. TH Braunschweig 1944.
6. OESMANN, W. Entwicklung einer Stahlsand-Schalt- und Regelkupplung. TH Braunschweig 1945.
7. RUBO, E. Ermittlung der Achsfehler-Empfindlichkeit verschiedener Zylinder-Schneckengetriebe mit Hilfe des Einlauf-Abschliffvolumens. TH Braunschweig 1948.
8. GLAUBNITZ, H. Drehmomentmessungen zum Wendevorgang bei Raupenfahrwerken. TH Braunschweig 1948.
9. TALKE, H. Beiträge zur hydrodynamischen Schmiertheorie des ebenen Gleit-schuhes auf ebener Fläche. TH Braunschweig 1948.
10. CRAMER, H. Über die Reibung und Schmierung feinmechanischer Geräte. TH Braunschweig 1949.
11. THOMAS, W. Reibscheiben-Regelgetriebe mit Linienberührung. TH Braunschweig 1949.
12. MAUSHAKE, W. Theoretische Untersuchung von Schneckengetrieben mit Globoid-schnecke und Stirnrad. TH Braunschweig 1950.
13. KRAUPNER, K.W. Das plastische Verhalten umlaufender Stahlrollen bei Punktberührung. TH Braunschweig 1951.
14. BANASCHEK, K. Die Gleitreibung geschmierter Flächen kleiner Schmiegun. Einfluß von Werkstoffpaarung, Krümmung, Oberfläche und Schmierstoff. TH Braunschweig 1951.
15. HEYER, E. Versuche mit Zylinderschneckenrieben. Einfluß von Zahnform, Modul, Durchmesser und Schmierstoff auf Verlustleistung und Tragfähigkeit. TH München 1952.
16. HENTSCHEL, G. Der Hochleistungswälztrieb. Entwicklungsstand und Entwicklungsmöglichkeiten. TH München 1952.
17. WINTER, H. Tragfähigste Evolventengeradverzahnung. TH München 1954.
18. ROY, A.K. Spannungsoptische Untersuchung eines schrägverzahnten Stirnrades. TH München 1957.
19. RETTIG, H. Dynamische Zahnkraft. TH München 1957.
20. OHLENDORF, H. Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern. TH München 1958.
21. UNTERBERGER, M. Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Zahnrädern. TH München 1958.
22. LOOMAN, J. Das Abrichten von profilierten Schleifscheiben zum Schleifen von schrägverzahnten Stirnrädern. TH München 1959.

23. JARCHOW, F. Versuche an Stirnrad-Globoidschneckenrieben. TH München 1960.
24. POPOVIC, L. Einfluß von Zahnform und Bearbeitung auf die Zahnfußfestigkeit. TH München 1960.
25. EHRENSPIEL, K. Die Festkörperreibung von geschmierten und ungeschmierten Metallpaarungen mit Linienberührung. TH München 1962.
26. PITTROFF, H. Riffelbildung infolge Stillstandserschütterungen bei Wälzlagern. TH München 1962.
27. SCHREIBER, H. Zur Auswertung von Lebensdauerversuchen an Wälzlagern. TH München 1962.
28. ROTH, K. Untersuchungen über die Eignung der Evolventenzahnform für eine allgemein verwendbare feinwerktechnische Normverzahnung. TH München 1963.
29. NARUSE, Ch. Verschleiß, Tragfähigkeit und Verlustleistung bei Schraubenradgetrieben. TH München 1964.
30. GARTNER, F. Die Mischreibung bei Linienberührung. TH München 1964.
31. ASSMANN, H. Vergleichende Untersuchung von Getriebeölen im FZG-Stirnrad- und Esso-Hypoidprüfstand. TH München.
32. REISTER, D. Einseitiges Breitentragen bei Stirnrädern. TH München 1965.
33. KORRENN, H. Gleitreibung in den Kontaktstellen zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen der Ringe von Wälzlagern. TH München 1965.
34. HÖSEL, Th. Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern mit Evolventenverzahnung. TH München 1965.
35. LANGENBECK, K. Die Verschleiß- und Freßgrenzlast der Hypoidgetriebe. TH München 1966.
36. MEMMEL, M. Untersuchungen über die Tragfähigkeit und Gebrauchsdauer von Gelenklagern. TH München 1966.
37. BÖTSCH, H. Der Einfluß der Oberflächenbearbeitung und -behandlung auf die Flankenfestigkeit von Stirnrädern aus Vergütungsstahl. TH München 1966.
38. LECHNER, G. Die Freßblastgrenze bei Stirnrädern aus Stahl. TH München 1966.
39. LANGE, S. Untersuchungen von Helicon- und Spiroidgetrieben mit abwickelbaren Schneckenflanken nach der hydrodynamischen und nach der Hertzschen Theorie. TH München 1967.
40. SCHWÄGERL, D. Untersuchung von Helicon- und Spiroidgetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil nach der Hertzschen und nach der hydrodynamischen Theorie. TH München 1967.
41. MICHELS, K. Schneckengetriebe mit Werkstoffpaarung Stahl/Grauguß. TH München 1968.
42. GACKSTETTER, G. Verlustarme Verzahnung. TH München 1968.
43. GEUPEL, H. Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung. TH München 1969.
44. GREKOUSSIS, R. Vergleichende Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Stirnrädern. TH München 1969.
45. BAETHGE, J. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969.
46. SCHULZ, H.D. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969.

47. STÖLZLE, K. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970.
48. SEITZINGER, K. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München 1971.
49. STÖSSEL, K. Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München 1971.
50. SCHMIDT, G. Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. TU München 1972.
51. HIRT, M. Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Geradstirnrädern. TU München 1974.
52. WILKESMANN, H. Berechnung von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahnprofilformen (Tragfähigkeits- und Verlustleistung für Hohlkreis-, Evolventen- und Geradlinienprofil). TU München 1974.
53. RICHTER, M. Der Verzahnungswirkungsgrad und die Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Schraubenradgetrieben - Versuchsergebnisse und Berechnungsmethoden. TU München 1976.
54. RÖSCH, H. Untersuchungen zur Wälzfestigkeit von Rollen - Einfluß von Werkstoff, Wärmebehandlung und Schlupf. TU München 1976.
55. GAGGERMEIER, H. Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung. TU München 1977.
56. KÄSER, W. Beitrag zur Grübchenbildung an gehärteten Zahnrädern. Einfluß von Härtetiefe und Schmierstoff auf die Flankentragfähigkeit. TU München 1977.
57. KNABEL, W. Geräusche und Schwingungen an Stirnradgetrieben. Untersuchungen geometrischer Einflüsse bei hohen Drehzahlen und Belastungen. TU München 1977.
58. WIRTH, X. Über den Einfluß von Schleifkerben auf die Zahnfußtragfähigkeit und das Schädigungsverhalten oberflächengehärteter Zahnräder. TU München 1977.
59. HUBER, G. Zylinderschneckengetriebe, ein Beitrag zur Berechnung von Grübchen- und Gleitverschleiß und Angaben zum Wirkungsgradverhalten aus Versuchen. TU München 1978.
60. BROSSMANN, U. Über den Einfluß der Zahnfußausrundung und des Schrägungswinkels auf Beanspruchung und Festigkeit schrägverzahnter Stirnräder. TU München 1979.
61. PLEWE, H.-J. Untersuchungen über den Abriebverschleiß von geschmierten, langsam laufenden Zahnrädern. TU München 1980.
62. FRESEN, G. Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelradgetrieben (Grübchen, Ridging, Rippling, Graufleckigkeit und Zahnbruch). TU München 1981.
63. OSTER, P. Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elastohydrodynamik. TU München 1982.
64. HORNUNG, K. Zahnräder aus Bainitischem Gusseisen mit Kugelgraphit. TU München 1983.
65. WEISS, T. Zum Festigkeits- und Verzugsverhalten von randschichtgehärteten Zahnrädern. TU München 1983.

66. VOJACEK, H. Das Reibungsverhalten von Fluiden unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. Einfluß der chem. Struktur des Fluides, der Werkstoffe und der Makro- und Mikrogeometrie der Gleit/Wälzkörper. TU München 1984.
67. SCHÖNNENBECK, G. Einfluß der Schmierstoffe auf die Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit und Grübchenbildung) hauptsächlich im Umfangsgeschwindigkeitsbereich 1...9 m/s. TU München 1984.
68. WIENER, H. Untersuchung der Rollenkinematik im Axial-Pendelrollenlager. TU München 1984.
69. MATHIAK, D. Untersuchungen über Flankentragfähigkeit, Zahnfußtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinderschneckengetrieben. TU München 1984.
70. STRASSER, H. Einflüsse von Verzahnungsgeometrie, Werkstoff und Wärmebehandlung auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München 1984.
71. JOACHIM, F.-J. Untersuchungen zur Grübchenbildung an vergüteten und normalisierten Zahnrädern (Einfluß von Werkstoffpaarung, Oberflächen- und Eigenspannungszustand). TU München 1984.
72. GERBER, H. Innere dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben - Modellbildung, innere Anregung und Dämpfung. TU München 1984.
73. SIMON, M. Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern und ihre Auswirkung auf die Grübchentragfähigkeit vergüteter Scheiben und Zahnräder. TU München 1984.
74. SCHMIDT, W. Untersuchungen zur Grübchen- und zur Zahnfußtragfähigkeit geradverzahnter evolventischer Innenstirnräder. TU München 1984.
75. FUNCK, G. Wärmeabführung bei Getrieben unter quasistationären Betriebsbedingungen. TU München 1985.
76. PAUL, M. Einfluß von Balligkeit und Lageabweichungen auf die Zahnfußbeanspruchung spiralverzahnter Kegelräder. TU München 1986.
77. HOPPE, F. Das Abschalt- und Betriebsverhalten von mechanischen Sicherheitskupplungen. TU München 1986.
78. MICHAELIS, K. Die Integraltemperatur zur Beurteilung der Freßtragfähigkeit von Stirnradgetrieben. TU München 1987.
79. WECH, L. Untersuchungen zum Wirkungsgrad von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München 1987.
80. KNAUER, G. Zur Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur. TU München 1988.
81. PLACZEK, T. Lastverteilung und Flankenkorrektur in gerad- und schrägverzahnten Stirnradstufen. TU München 1988.
82. PFLAUM, H. Das Reibungsverhalten ölgeschmierter Kegelreibkupplungen in Synchronisationseinrichtungen von Kraftfahrzeug-Schaltgetrieben. TU München 1988.
83. BRINCK, P. Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Laststrichtungsumkehr. TU München 1989.
84. entfallen
85. NEUPERT, K. Verschleißtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinder-Schneckengetrieben. TU München 1990.
86. PREXLER, F. Einfluß der Wälzflächenrauheit auf die Grübchenbildung vergüteter Scheiben im EHD-Kontakt. TU München 1990.

87. SCHALLER, K.-V. Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Grübchenbildung an ein-
satzgehärteten Stirnradflanken. TU München 1990.
88. COLLENBERG, H.-F. Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit schnelllaufender Stirnradge-
triebe. TU München 1991.
89. MÜLLER, R. Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. TU
München 1991.
90. ANZINGER, M. Werkstoff- und Fertigungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit,
insbesondere im hohen Zeitfestigkeitsgebiet. TU München 1991.
91. KAGERER, E. Messung von elastohydrodynamischen Parametern im hochbelas-
teten Scheiben- und Zahnkontakt. TU München 1991.
92. HASLINGER, K. Untersuchungen zur Grübchentragfähigkeit profilkorrigierter Zahn-
räder. TU München 1991.
93. VOLLHÜTER, F. Einfluß der Achsversetzung auf die Grübchen- und Zahnfußtragfä-
higkeit von spiralverzahnten Kegelrädern. TU München 1992.
94. PINNEKAMP, B. Das Schaltverhalten von PKW-Getriebesynchronisierungen. TU
München 1992.
95. SCHUBERT, M. Einfluß der Befestigungsart und Radkranzdicke auf die Zahntragfä-
higkeit von Innenstirnradern. TU München 1993.
96. STEINGRÖVER, K. Untersuchung zu Verschleiß, Verlustgrad und Fressen bei Zylinder-
Schneckengetrieben. TU München 1993.
97. ELSTORPFF, M.-G. Einflüsse auf die Grübchentragfähigkeit ein-
satzgehärteter Zahnräder bis in das höchste Zeitfestigkeitsgebiet. TU München 1993.
98. EMMERT, S. Untersuchungen zur Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit, Grüb-
chenbildung) schnelllaufender Stirnradgetriebe. TU München 1994.
99. SUCHANDT, Th. Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit ein-
satzgehärteter Zahnräder und zur Bruchfestigkeit vergüteter La-
schenketten. TU München 1994.
100. HÄMMERL, B. Lebensdauer- und Temperaturverhalten ölgekühlter Lamellenkupp-
lungen bei Lastkollektivbeanspruchung. TU München 1994.
101. WEISS, R. Einfluß der Ölalterung auf die Zahnflankentragfähigkeit. TU Mün-
chen 1994.
102. SCHLENK, L. Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Großzahnradern. TU
München 1995.
103. MANN, U. Schmierfilmbildung in elastohydrodynamischen Kontakten, Einfluß
verschiedener Grundöle und Viskositäts-Index-Verbesserer. TU
München 1995.
104. RUDZEWSKI, S. Systemtechnische Verknüpfung eingeführter Getriebeberech-
nungsprogramme. TU München 1995.
105. RANK, R. Untersuchungen zur Lebensdauerprüfung von Synchronisierun-
gen. TU München 1995.
106. EBERSPÄCHER, C. Reihenfolgeeffekte bei der Grübchen-Betriebsfestigkeit ein-
satzgehärteter Zahnräder. TU München 1995.
107. RANK, B. Untersuchungen zur Grübchenbildung bei Zylinder-
Schneckengetrieben. TU München 1996.
108. SATTELBERGER, K. Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen
Stirnradgetrieben. TU München 1997.
109. HIRSCHMANN, V. Tragfähigkeitsuntersuchungen an stufenlosen Umschlingungsge-
trieben. TU München 1997.

110. THOMAS, J. Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hartfeinbearbeiteten Kegelrädern. TU München 1998.
111. WIKIDAL, F. Berechnung der Flankenpressung gerad- und schrägverzahnter Stirnräder für last- und fertigungsbedingte Abweichungen. TU München 1998.
112. PERPONCHER, V., CH. Einflüsse von Reibflächentopographie und Beanspruchungen auf das Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen. TU München 1998.
113. SCHEDL, U. Einfluß des Schmierstoffs auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder. TU München 1998.
114. VOLLMER, T. Methodik zur Entwicklung einer Fahrstrategie für Fahrzeuge, ausgeführt am Beispiel des Autarken Hybrids. TU München 1998.
115. HEITMANN, A. Entwicklung des i^2 -Getriebes für den Autarken Hybrid-Antriebsstrang. TU München 1998.
116. PFLEGER, F. Schalt- und Lebensdauerverhalten von Lamellenkupplungen. TU München 1998.
117. KERSCHL, S. Der Autarke Hybrid - Optimierung des Antriebsstrangs hinsichtlich Energieverbrauch und Bestimmung des Einsparpotentials, TU München 1998.
118. DÖBEREINER, R. Tragfähigkeit von Hochverzahnungen geringer Schwingungsanregung, TU München 1998.
119. WEIGAND, U. Werkstoff- und Wärmebehandlungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, TU München 1999.
120. SCHRADE, U. Einfluß von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben, TU München 2000.
121. KÖLL, J. Konstruktion des Getriebes für ein Pkw-Hybridantriebssystem, TU München 2000.
122. FÖRSTER, W. Der Lastschaltvorgang beim stufenlosen i^2 -Getriebe des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs, TU München 1999.
123. LANGE, N. Hoch fresstragfähige Schneckengetriebe mit Rädern aus Sphaeroguß, TU München 2000.
124. LUTZ, M. Methoden zur rechnerischen Ermittlung und Optimierung von Tragbildern an Schneckengetrieben, TU München 2000.
125. KOPATSCH, F. Wirksamkeit von Viskositätsindex-Verbesserern im EHD-Zahnradkontakt, TU München 2000.
126. BAYERDÖRFER, I. Einfluß von betriebsbedingten Schmierstoffveränderungen auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2000.
127. TOBIE, T. Zur Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder, TU München 2001.
128. STAHL, K. Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Gerad- und Schrägverzahnungen unter besonderer Berücksichtigung der Pressungsverteilung, TU München 2001.
129. NEUMÜLLER, M. Einfluß der Ölalterung auf Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen, TU München 2001.
130. MOSBACH, C. Das Reibungs- und Reibschwing-Verhalten naslaufender Lamellenkupplungen, TU München 2002.

131. DYLA, A. Modell einer durchgängig rechnerbasierten Produktentwicklung, TU München 2002.
132. GRASWALD, C. Reibung im elasto-hydrodynamischen Kontakt von Reibradgetrieben, TU München 2002.
133. GEISER, H.. Grundlagen zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrädern, TU München 2002.
134. SCHINAGL, S. Zahnfußtragfähigkeit schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung, TU München 2002.
135. DOLESCHEL, A. Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhängigkeit vom Schmierstoff, TU München 2003.
136. ANNAST, R. Kegelrad-Flankenbruch, TU München 2003
137. SÜSSMUTH, J.-F. Eignungsbeurteilung von Schmierstoffen für stufenlose Umschlingungsgetriebe, TU München 2003.
138. MATTEN, D. Methode zur Entwicklung ingenieurwissenschaftlicher Berechnungsprogramme, TU München 2003.
139. GEIER, N. Untersuchung des Reibungs- und Verschleißverhaltens nasslaufender Kupplungen in Abhängigkeit ihrer Reibflächentopographie, TU München 2003
140. HERTTER, T. Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2003.
141. KRIEGER, H. Alterung von Schmierstoffen im Zahnradprüfstand und in Praxisgetrieben, TU München 2004.
142. STEUTZGER, M. Einfluß der Baugröße auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2004.
143. SCHMIDBAUER, T. Aufbau und Erprobung des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs im Versuchsfahrzeug. TU München 2004.
144. LIU, W. Einfluss verschiedener Fertigungsverfahren auf die Grauflecken-tragfähigkeit von Zahnradgetrieben. TU München 2004.
145. FEHLING, R. Höhere Tragfähigkeit bei Zahnradflanken durch eine nichtevolventische Profilmodifikation. TU München 2004.
146. GUTTENBERG, P. Der autarke Hybrid am Prüfstand - Funktion, Kraftstoffverbrauch und energetische Analyse. TU München 2004
147. WIMMER, T. Einflüsse auf das Lastübernahmeverhalten von nasslaufenden Lammellenkupplungen. TU München 2004.
148. RADEV, T. Einfluss des Schmierstoffes auf die Grübchentrugfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Entwicklung des Praxisnahen Pittingtests. TU München 2005
149. KRASDEV, I. Optimierung des Lastschaltvorgangs im i²-Getriebe. TU München 2005
150. HEILEMANN, J. Tragfähigkeit und Wirkungsgrad bei unterschiedlichen Schnecken-Zahnflankenformen unter Berücksichtigung der Oberflächenhärte und Härtetiefe. TU München 2005.
151. HEIZENRÖTHER, M. Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung im Vergleich zum Kegelraddifferenzial inklusive einer Sperrwertanalyse. TU München 2005.
152. WIMMER, A. Lastverluste von Stirnradverzahnungen - Konstruktive Einflüsse, Wirkungsgradmaximierung, Tribologie. TU München 2006.
153. BRUCKMEIER, S. Flankenbruch bei Stirnradgetrieben. TU München 2006.

154. HAUSER, C. Einfluss der Ölalterung auf Reibcharakteristik und Reibschwingverhalten von Lamellenkupplungen. TU München 2007.
155. GROSSL, A. Einfluss von PVD-Beschichtungen auf die Flanken- und Fußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München 2007.
156. STEINBERGER, G. Optimale Grübchentrugfähigkeit von Schrägverzahnungen. TU München 2007.
157. JAROS, M. Integration des STEP-Produktmodells in den Getriebeentwicklungsprozess. TU München 2007.
158. RADEV, S. Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Stirnradpaarungen. TU München 2007.