

Lehrstuhl für Bauphysik

Tageslichtnutzung in Gebäuden-
Entwicklung eines Berechnungsmodells zur detaillierten Erfassung von Sonnenschutz-
und Tageslichtlenksystemen.

Werner Jager

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. St. Winter

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Hauser
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Hausladen

Die Dissertation wurde am 06.12.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 10.07.2006 angenommen.

Inhaltsverzeichnis

1	Nomenklatur	5
2	Einführung	9
3	Grundlagen der Lichttechnik	15
3.1	Raumwinkel und Raumwinkelprojektion	15
3.2	Der Lichtstrom	17
3.3	Lichtstärke	17
3.4	Beleuchtungsstärke	17
3.5	Leuchtdichte	17
3.6	Zusammenspiel der Grundgrößen	18
3.7	Bestimmung des Sonnenstandes	20
3.8	Bestimmung der Einstrahlzahlen im Raum	21
4	Tageslicht	23
4.1	Einführung	23
4.2	Horizontale Beleuchtungsstärke durch bedeckten Himmel	24
4.3	Vertikale Beleuchtungsstärke durch bedeckten Himmel	26
4.4	Vertikale Beleuchtungsstärke durch den Grund	27
4.5	Beleuchtungsstärke von Deckenflächen durch den Grund	28
4.6	Beleuchtungsstärke durch klaren Himmel	29

5	Verglasungseinheiten	32
5.1	Der Transmissionsgrad	32
5.2	Der Reflexionsgrad	35
5.3	Der Absorptionsgrad	37
5.4	Gesamtübersicht	40
5.5	Strahlungsphysikalisches Verhalten von Verglasungssystemen	42
6	Verschattungs-und Tageslichtlenkeinrichtungen	46
6.1	Der horizontale Lamellenstore	47
6.1.1	Direkter Durchgang der gerichteten Solarstrahlung	47
6.1.2	Diffuse Reflexion der gerichteten Strahlung	48
6.1.3	Direkte Reflexion der gerichteten Strahlung	49
6.1.4	Direkter Durchgang diffuser Strahlung	49
6.1.5	Reflexion diffuser Strahlung	50
6.1.6	Die direkte Transmission zur Tageslichtnutzung	52
6.1.7	Die Direkt-zu-Diffus reflektierte Transmission zur Tageslichtnutzung	54
6.1.8	Die Direkt-zu-Direkt reflektierte Transmission zur Tageslichtnutzung	60
6.2	Lamellenstore mit gerundeten Lamellen	65
6.2.1	Direkter Durchgang der gerichteten Solarstrahlung	65
6.2.2	Diffuse Reflexion der gerichteten Strahlung	65
6.2.3	Die Direkt-zu-Direkt reflektierte Transmission zur Tageslichtnutzung	68
6.3	Die Prismenscheibe	76
6.3.1	Prismenschrägen nach Innen	84
6.3.2	Prismenschrägen nach Außen	118
7	Tageslichtangebot - Berechnungsverfahren	142
7.1	DIN 5034	142
7.2	HAUSer 1983	144
7.3	Das Verfahren nach Superlite und Superlink - Szerman	146
7.4	Französische Verordnung - Reglementation Thermique 2000	147

7.4.1	Der Energiebedarf für Beleuchtung	147
7.4.2	Die installierte Leistung	147
7.4.3	Die Betriebszeiten	149
7.5	J. de Boer - Tageslichtbeleuchtung und Kunstlichteinsatz in Verwaltungsbauten bei unterschiedlichen Fassaden	152
8	Verfahren zur Berechnung von Lichtlenkssystemen	154
9	Vergleich der Berechnungsverfahren	159
9.1	Die Verschattungssysteme	159
9.1.1	Lamellen	163
9.1.2	Prismengläser	166
9.2	Das Raummodell	171
9.2.1	Messwerte	171
9.2.2	Ergebnisse mit dem Verfahren Jager	177
10	Zusammenfassung	192
A	Geometrische Darstellung	200
A.1	Koordinatentransformation	200
A.2	Gerade im Raum	202
A.2.1	Schnittpunkt zweier Geraden im Raum	202
A.2.2	Schnittwinkel zweier Geraden im Raum	202
A.2.3	Abstand von Punkt \vec{P} zur Gerade im Raum	202
A.2.4	Der Fußpunkt der Punktes \vec{P} auf der Geraden im Raum	203
A.2.5	Abstand zweier Geraden im Raum	203
A.3	Ebenen im Raum	204
A.3.1	Umformung der Parameter- in Koordinatendarstellung	204
A.3.2	Umformung der Koordinatendarstellung in HESSEsche Normalform	205
A.3.3	Umformung der Parameterdarstellung in HESSEsche Normalform .	205
A.3.4	Abstand Punkt zu Ebene im Raum	205
A.3.5	Fußpunkt x_o des Lotes durch den Punkt P auf die Ebene E	206

A.3.6	Schnittwinkel zweier Ebenen	206
A.3.7	Durchstoßpunkt der Geraden g durch die Ebene E	206
A.4	Spiegelung der direkten Strahlung an den Raumumschließungsflächen . . .	207
A.5	Der Kunstlichtbedarf	209
B	Programmbeschreibung	211
B.1	Eingabe der Grunddaten	211
B.1.1	Eingabe der Wand- und Fensterparameter	212
B.1.2	Eingabe der Rasterparameter	216
B.2	Berechnung der Strahlungsdaten	218
B.3	Berechnung der Rasterbeleuchtungsstärke	224
B.4	Die Bestimmung der Einstrahlzahlen	227
B.5	Lösen der Beleuchtungsmatrix	229
B.6	Berechnung der Sensorbeleuchtungsstärke	231

Kapitel 1

Nomenklatur

Bezeichnung	Einheit	Bedeutung
A	m^2	Fläche
h	m	Höhe
b	m	Breite
t	m	Tiefe
E	lux	Horizontal-Beleuchtungsstärke
E_n	lux	Beleuchtungsstärke
t_{KL}	h	Kunstlicht-Einschaltzeiten
Φ	lm	Lampenlichtstrom
P	W/lux	spezifische Leuchtenleistung
E_o	kW/m^2	Solarkonstante
E_H	lux	Horizontal Beleuchtungsstärke
E_{HB}	lux	Horizontal Beleuchtungsstärke bei bewölktem Himmel
E_{HK}	lux	Horizontal Beleuchtungsstärke bei klarem Himmel
E_S	lux	Horizontal Beleuchtungsstärke durch die Sonne
E_G	lux	Gesamt-Beleuchtungsstärke
I	W/m^2	Sonneneinstrahlungsintensität
SSW	-	Sonnenscheinwahrscheinlichkeit
R	-	Korrekturwert Sonnenscheinwahrscheinlichkeit
B	-	Bedeckungsgrad
D	-	Tageslichtquotient
K_S	lm/W	Horizontal Photometrisches Strahlungsäquivalent für die Sonne
K_H	lm/W	Horizontal Photometrisches Strahlungsäquivalent für den Himmel

Bezeichnung	Einheit	Bedeutung
A_K	m^2	Kugeloberfläche
A_B	m^2	Fläche des Beschattungssystems
r_K	m	Kugelradius
Ω	m	Raumwinkel
Ω_o	m	Einheitsraumwinkel
φ	$^\circ$	Meridianwinkel
γ	$^\circ$	Breitenwinkel
Φ	$^\circ$	Lichtstrom
K_m	lm/W	Photometrisches Strahlungsäquivalent
$V(\lambda)$	W/lm	Spektrale Hellempfindlichkeit
I	cd	Lichtstrke
E	lux	Beleuchtungsstärke
L	cd/m^2	Leuchtdichte
L_z	cd/m^2	Zenitleuchtdichte
MEZ	-	Mitteleuropische Zeit
MOZ	-	Mittlere Orstzeit
WOZ	-	Wahre Ortszeit
MESZ	-	Sommerzeit
zgl	-	Zeitgleichung
J	-	Tag im Jahr
δ	$^\circ$	Sonnendeklination
ω	$^\circ$	Stundenwinkel
γ_s	$^\circ$	Sonnenhöhe
α_s	$^\circ$	Sonnenazimut
$\varphi_{i,k}$	$^\circ$	Raumwinkel der Fläche i auf die Fläche k
G_{\perp}	-	Gewichtsfunktion zueinander rechtwinkliger Flächen
G_{\parallel}	-	Gewichtsfunktion zueinander paralleler Flächen
π	-	Die Zahl π
η	$^\circ$	Höhenwinkel zwischen Fassade und Horizont
ϵ	$^\circ$	Höhenwinkel zwischen Deckenfläche und Horizont
K_H	lm/W	Photometrisches Strahlungsäquivalent
E_{e0}	kW/m^2	Extraterrestrische Bestrahlungsstärke
τ	-	Transmissionsgrad
ρ	-	Reflexionsgrad
α	-	Absorptionsgrad
T_L	-	Trübungsfaktor nach Linke
p	bar	Luftdruck

Bezeichnung	Einheit	Bedeutung
n	-	Brechungsindex
Θ	$^{\circ}$	Einstrahlwinkel
r	-	Reflexionswert
K	-	Extinktionswert
d	m	Dicke der Verglasung
L_L	m	Lamellenlänge
β	$^{\circ}$	Neigungswinkel der Lamelle
h	$^{\circ}$	Projizierter Einstrahlwinkel auf die Lamelle
H_L	m	Lamellenabstand
f	-	Richtungsfaktor
h	$^{\circ}$	Höhenwinkel
KOR	-	Korrekturglied
ϕ	$^{\circ}$	Öffnungswinkel
α	$^{\circ}$	Anstellwinkel der Lamelle
o	$^{\circ}$	Ein-, Ausstrahlwinkel
tiefe	m	Tiefe der Prismenscheibe
bel	m	Beleuchtungsfläche an Grenzflächen
laeng	m	Laufänge durch das Prisma
L	cd/m^2	Leuchtdichte
L_Z	lux	Leuchtdichte des Punktes P am Himmel
L_P	lux	Zenit-Leuchtdichte
T	-	Trübungsfaktor
MEZ	-	Mitteleuropäische Zeit
MOZ	-	Mittlere Ortszeit
WOZ	-	Wahre Ortszeit
ZGL	min	Zeitgleichung
λ	-	Geographische Länge des Ortes östlich von Greenwich
J	-	Jahrestag
φ	$^{\circ}$	Geographische Breite des Ortes
γ	$^{\circ}$	Winkel zwischen Himmelspunkt und Horizont
ϵ	$^{\circ}$	Winkel zwischen Himmelspunkt und Zenit

Bezeichnung	Einheit	Bedeutung
C_{ECL}	Wh/a	Energiebedarf zur Beleuchtung
P_{ECL}	W/m^2	Beleuchtungsinstallation
t_{ECL}	h	Beleuchtungsstunden
t_{ECL}	h	Beleuchtungsstunden, gesamt
$t_{ECL,Nacht}$	h	Beleuchtungsstunden, Nacht
$t_{ECL,Tag}$	h	Beleuchtungsstunden, Tag
C_1	–	Faktor, Gebäudeleitsystem
C_2	–	Faktor, Klimazone
C_3	–	Faktor, Natürliche Beleuchtung
C_4	–	Faktor, Regelstrategie
$A_{Verglasung}$	m^2	Verglasungsfläche
τ_{diffus}	–	Transmission, diffus

Kapitel 2

Einführung

Die Nutzung von Tageslicht zur Beleuchtung von Räumen und Gebäuden wurde in den Normen und Regelwerken nur vereinzelt rechnerisch in Ansatz gebracht. So bestimmt die Deutsche *Energieeinsparverordnung 2002* den Energiebedarf des Gebäudes ohne den Energiebedarf für Kunstlicht. Gerade im Nicht-Wohnungsbau-Sektor liegt der Primärenergiebedarf für Heizung jedoch in gleicher Grössenordnung wie jener zur Beleuchtung des Gebäudes, *Szerman* [39]. Dies bedingt, dass dem Energiebedarf für Beleuchtung eine gleich grosse Bedeutung zu kommt, wie jenem zur Beheizung oder zur Kühlung eines Gebäudes. Aber auch zur Verringerung des Energiebedarfes für Kühlung ist zukünftig eine Kombination zwischen Steuerung und Tageslichtnutzung zwingend, da Tageslicht ein geringeres Wärmepotential aufweist als Kunstlicht, d.h. gezielte natürliche Beleuchtung von Räumen oder Gebäuden führt zu einer Verringerung des Kühlenergiebedarfes und des Energiebedarfes für künstliche Beleuchtung.

Das Europäische Parlament hat in der *Directive on Energy Performance of Buildings, 2002/91/EG* die EU - Mitgliedsstaaten dazu verpflichtet bis zum Jahre 2006 eigene *Energieeinsparverordnungen* einzuführen. Die Berechnung des Energiebedarfes erfolgt einheitlich nach gültigen Europäischen Normen (z.B. EN 832), sofern diese vorliegen. Einzig die Festsetzung des Anforderungsniveaus bleibt den Staaten überlassen. Eine zentrale Forderung ist die Nutzung von Tageslicht zur Reduktion des Energiebedarfes für Kunstlicht.

In dieser Richtlinie heisst es, dass die Gesamtenergieeffizienz bei der Planung von Gebäuden unter Berücksichtigung der jeweiligen äusseren klimatischen und lokalen Bedingungen in Ansatz zu bringen ist. Die Gesamtenergieeffizienz eines Gebäudes ist hiernach die Energiemenge, die tatsächlich verbraucht oder veranschlagt wird, um ein Gebäude zu betreiben. Betrachtet werden muss die Bereitstellung von Energie zur Heizung, Warmwasserbereitung, Kühlung, Lüftung und Beleuchtung. Vor allem für Gebäude mit leicht vorhersehbarer Nutzung, wie z.B. Bürogebäude, ist eine Detailierung möglich und, aufgrund der

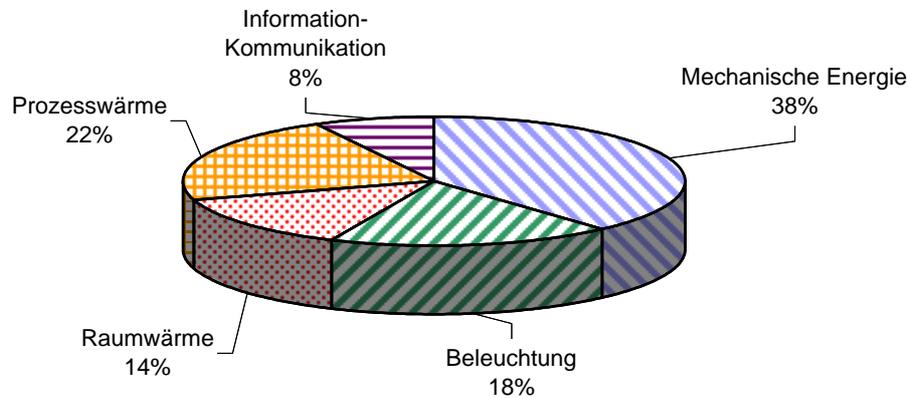


Abbildung 2.1: Primärenergieverteilung eines Bürogebäudes [7]

hohen Energiebedarfe für Beleuchtung, angezeigt.

In der DIN EN 12 464 werden in der Fassung von 1998 nachfolgende Beleuchtungsstärken im Büro gefordert:

- Archiv-Arbeitsplatz: 200 Lux
- Ablage, Kopiertätigkeit, Verkehrszonen, Empfang: 300 Lux
- Schreibtätigkeiten, Lesen, Datenverarbeitung und CAD - Arbeitsplätze: 500 Lux
- Technisches Zeichnen: 750 Lux

Vor allem jedoch die hohe Nennbeleuchtungsstärke für Bildschirmarbeitsplätze erscheint aufgrund neuester Untersuchungen nicht mehr zeitgerecht, da besonders im Bereich Bildschirmarbeitsplätze deutliche Verbesserungen erzielt werden. Bedingt durch hohe Eigenleuchtungsstärke und Blendfreiheit der Bildschirme. Hier muss zukünftig weiter differenziert werden, damit auch geringere Nennbeleuchtungsstärken möglich sind. Auf diese Weise kann der Kunstlichtbedarf um bis zu 60% gesenkt werden. Des Weiteren haben Studien wie *Hauser [55]* und *Schuster [37]* belegt, dass ein Grossteil der Nutzer Kunstlicht erst zuschaltet, wenn die Beleuchtungsstärke am Arbeitsplatz unter 125 Lux fällt. Des Weiteren werden Beleuchtungsstärken über 1000 Lux nicht zwingend als unangenehm empfunden.

D.h. auch die Ansätze zur Vermeidung von Blendung am Arbeitsplatz müssen überprüft werden. Die nachfolgende Abbildung 2.2 zeigt den Zusammenhang zwischen der erhöhten Nutzerakzeptanz (Bild links) und den erhöhten Beleuchtungsstärken (Bild rechts) bei Verwendung entsprechender Tageslichtsysteme.

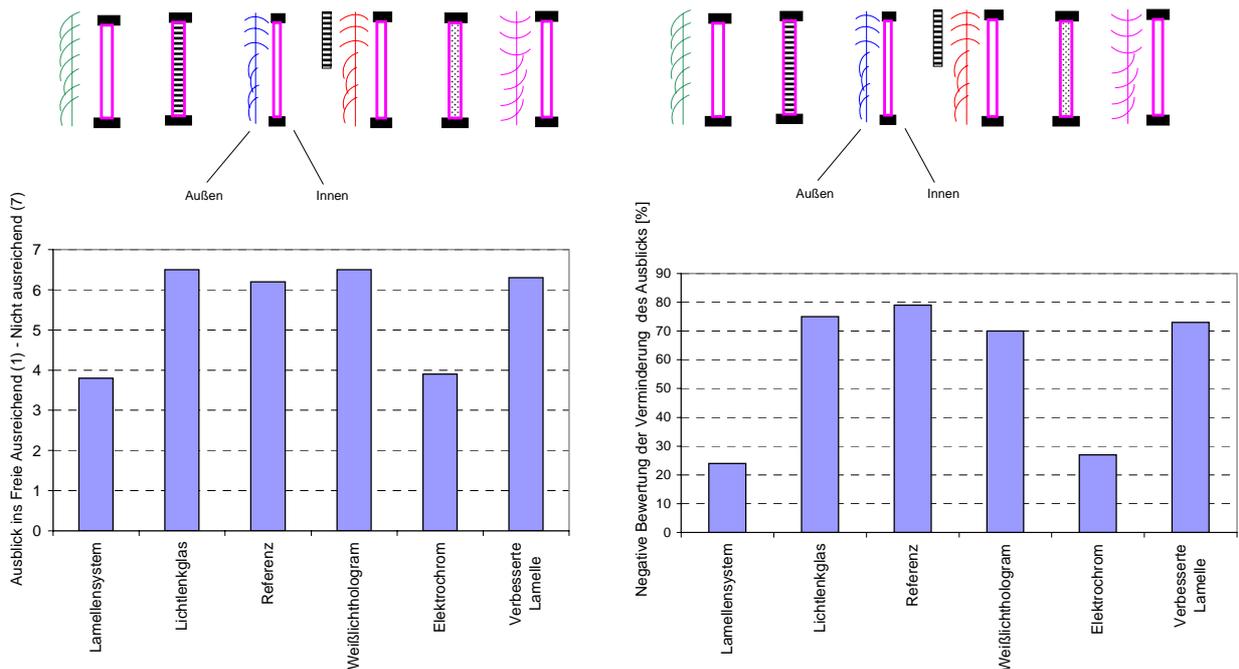


Abbildung 2.2: Nutzerakzeptanz von Sonnenschutzsystemen - Quantität des Tageslichtes [37]

Neben dem Aspekt des Nutzerkomforts ermöglicht der Einsatz natürlicher Beleuchtung eine wesentliche Verringerung des Wärmeeintrages in den Raum. Bild 2.3 zeigt die Lichtausbeute pro installierter Watt Leistung. Es zeigt z.B. das natürliche Licht bei gleicher Lichtausbeute bis zu 8 mal weniger Leistung aufweist.

Frankreich hat in seiner *Regulation Thermique 2000* ein vereinfachtes Verfahren zur Bestimmung des Energiebedarfes für Beleuchtung verwendet. Dieses Verfahren korreliert gut mit aufwendigeren Berechnungsmodellen, wie *Schrauth* [38] nachweisen konnte. Nachteil dieses Französischen Ansatzes ist der Umstand, dass Tageslichtlenk- und Beschattungssysteme nicht beschrieben werden können. Die Licht-Transmission durch die Verglasungs-

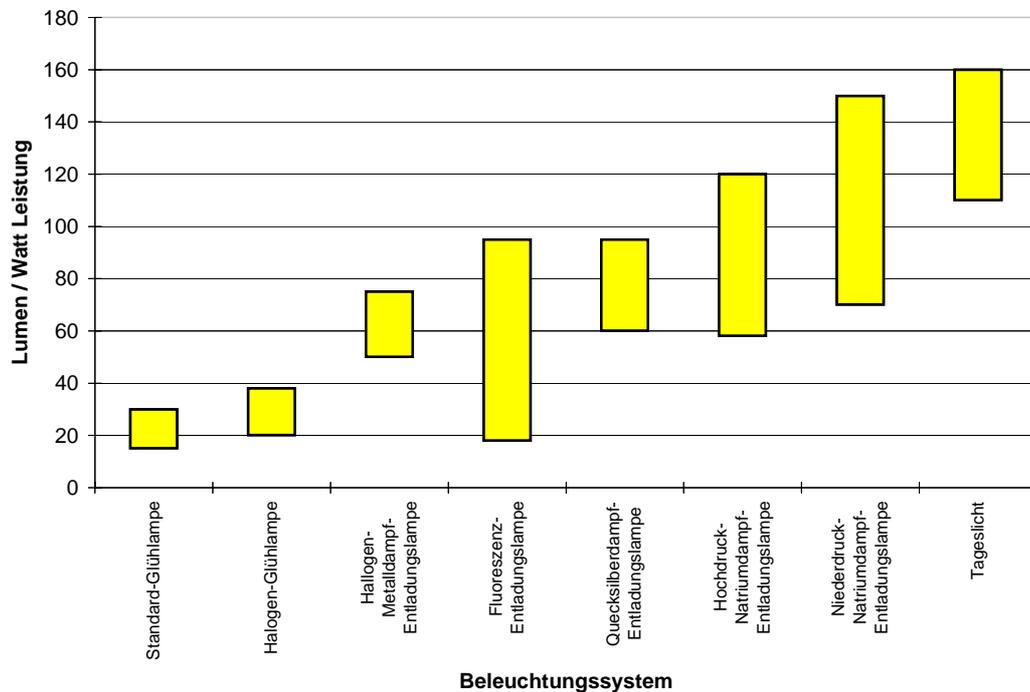


Abbildung 2.3: Lichtausbeute unterschiedlicher Beleuchtungssysteme im Vergleich zur natürlichen Beleuchtung [7]

einheit ist einzig als diffus angesetzt.

Die heutigen Verfahren zur Analyse der Beleuchtungsstunden pro Jahr verwenden den gleichen Ansatz, d.h. Tageslichtlenksysteme werden nicht korrekt abgebildet. Die Transmission erfolgt ab Verglasung diffus.

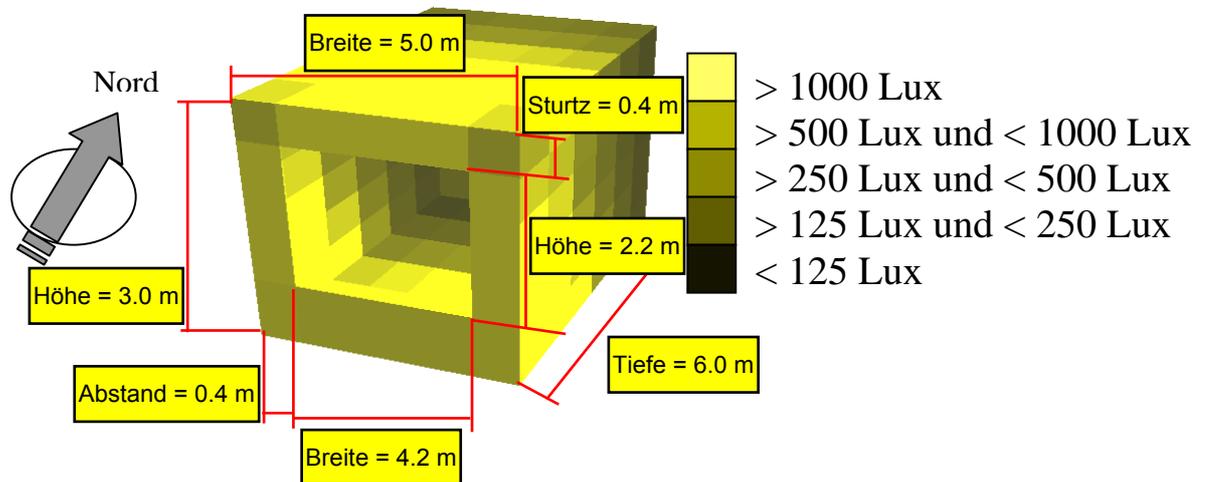
Das im weiteren vorgeschlagene Verfahren ermöglicht sowohl eine Momentaufnahme (Abbildung 2.4) als auch eine Gesamtjahressimulation, mit und ohne Tageslichtlenk-, Blend- und Sonnenschutzsystem. Durch die gezielte Verwendung von Methoden, welche bei thermischen Simulationsmodellen verwendet werden, ist eine Parallel-Berechnung von Kunstlicht- und Heizenergie möglich.

Im Vergleich zu Programmen, wie

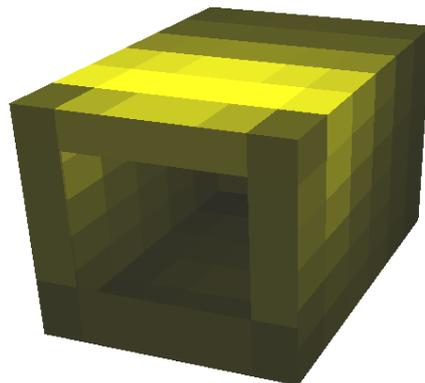
- SUPERLITE, welches nach dem Radiosity-Verfahren arbeitet und
- RADIANCE, welches sich des Random-Verfahrens (Monte Carlo Verfahren) bedient.

bildet das vorgeschlagene Verfahren die Fenstereckpunkte real auf die Raumumschließungsflächen ab. Dies bedeutet eine schnelle Berechnung bei tatsächlicher Abbildung der Beleuchtungsstärken. Änderungen der Einstrahlwinkel, bedingt durch Tageslichtlenk- und Sonnenschutzsysteme, werden der Realität entsprechend erfasst und in die Berechnung einbezogen. Die Abbildung 2.4 visualisiert dies bei unterschiedlichen Sonnenschutzeinstellungen für den angesetzten Referenzraum.

Ohne Sonnenschutz



Mit Lamellensonnenschutz und -45° geneigten Lamellen



Mit Lamellensonnenschutz und 0° geneigten Lamellen

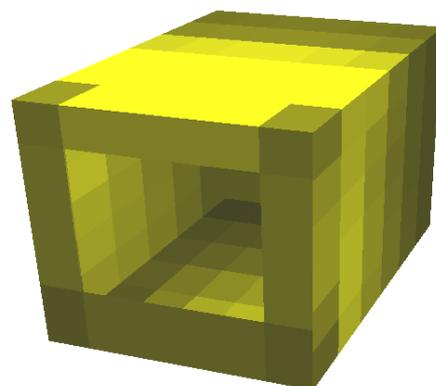


Abbildung 2.4: Abbild der Beleuchtungsstärke auf die Raumumschliessungsflächen

Kapitel 3

Grundlagen der Lichttechnik

Zur Beschreibung der diffusen Umgebungsstrahlung wird der Himmel in Segmente unterteilt. Jedes dieser Segmente sendet Strahlung auf die zu betrachtende Fläche der Beschattungs-, Lichtlenkanlage oder der Verglasungseinheit. Jedes Segment sendet somit einen, durch den Raumwinkel zu definierenden Anteil an diffuser Strahlung aus. Hierbei wird der Mittelpunkt des Segmentes als punktförmige Lichtquelle angenommen. Diese sendet den gleichen Betrag aus, wie die Teilfläche selbst.

Je kleiner die Segmentgrößen gewählt werden, desto genauer ist die Berechnung. Gleichzeitig erhöht sich jedoch der Rechenaufwand.

3.1 Raumwinkel und Raumwinkelprojektion

Der Raumwinkel ist definiert aus dem Verhältnis der betrachteten Kugeloberfläche A_K zum Quadrat des Kugelradius r_K^2 mal dem Einheitsraumwinkel Ω_o .

$$d\Omega = \frac{dA_K}{r_K^2} \cdot \Omega_o \quad (3.1)$$

Durch Integration über der Meridianwinkel φ sowie den Breitenwinkel γ ergibt sich der Raumwinkel zu:

$$\Omega = \Omega_o \cdot \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \sin \gamma \, d\gamma d\varphi \quad (3.2)$$

Für den in unserem Fall gesuchten Kugelabschnitt ergibt sich der spezielle Raumwinkel zu:

$$\Delta\Omega = 2 \cdot \pi \cdot (1 - \cos \gamma) \cdot \Omega_o \quad (3.3)$$

Die Fläche A_B des Beschattungs-/Tageslichtlenksystems wird jedoch meist nicht in Richtung der Flächennormalen des Kugelabschnittes A_K getroffen. Für diesen Fall muß die Projektion des Kugelabschnittes auf die Systemoberfläche betrachtet werden.

$$dA_B = dA_K \cdot \cos \omega \quad (3.4)$$

Somit erfolgt die Raumwinkelprojektion zu:

$$\begin{aligned} d\Omega_B &= \frac{dA_B}{r_K^2} \cdot \Omega_o \\ &= \frac{dA_K \cdot \cos \gamma}{r_K^2} \\ &= d\Omega \cdot \cos \gamma \cdot \Omega_o \end{aligned} \quad (3.5)$$

Integriert folgt diese Beziehung zu:

$$\begin{aligned} \Omega_B &= \int d\Omega_B \\ &= \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \cos \gamma d\Omega \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.2 Der Lichtstrom

Betrachtet man die Strahlungsleistung einer Lichtquelle und bringt sie in Abhängigkeit zur jeweiligen Wellenlänge der elektromagnetischen Strahlung, so erhält man den spektralen Strahlungsfluß $\Phi_{e\lambda}$. Bei reiner Betrachtung des Beleuchtungsfalls spielt desweiteren noch das Helligkeitsempfinden des menschlichen Auges eine Rolle. Dieses wird durch die spektrale Hellempfindlichkeit $V(\lambda)$ charakterisiert. Man erhält somit die bewertete spektrale Strahlungsleistung Φ , auch Lichtstrom, der Strahlungsquelle.

$$\Phi = K_m \cdot \int_{380nm}^{780nm} V(\lambda) \Phi_{e\lambda} d\lambda \quad (3.7)$$

Wobei das photometrische Strahlungsäquivalent zu $683 \frac{lm}{W}$ festgelegt [10] ist.

3.3 Lichtstärke

Das Verhältnis aus dem zuvor dargestellten Lichtstrom Φ und dem Raumwinkel Ω ergibt die Lichtstärke I .

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (3.8)$$

Die Einheit wird in Candela (cd) angegeben.

3.4 Beleuchtungstärke

Das Verhältnis aus Lichtstrom Φ und der bestrahlten Fläche A_B ergibt die Beleuchtungsstärke E .

$$E = \frac{d\Phi}{dA_B} \quad (3.9)$$

Die Einheit wird in Lux (lx) angegeben.

3.5 Leuchtdichte

Für den Bereich Tageslichtnutzung ist desweiteren die Wirkung der Strahlung auf das menschliche Auge wichtig, d.h. der Helligkeitseindruck. Dieser wird charakterisiert durch

die Leuchtdichte L .

$$\begin{aligned} L &= \frac{d^2\Phi}{dA_1 \cdot \cos \gamma_1 \cdot d\Omega_1} \\ &= \frac{dI(\gamma)}{dA_1 \cdot \cos \gamma_1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die Einheit wird in Candela pro Fläche ($\frac{cd}{m^2}$) angegeben.

3.6 Zusammenspiel der Grundgrößen

Das fotometrische Grundgesetz gibt den Zusammenhang zwischen bestrahlter Fläche A_2 und strahlender Fläche A_1 an. Der ausgehende Lichtstrom ergibt sich zu:

$$\Phi_1 = \int_{\Omega_i} \int_{A_1} L \cdot dA_1 \cdot \cos \gamma_1 d\Omega_1 \quad (3.11)$$

Es gilt desweiteren:

$$d\Omega_1 = \frac{dA_2 \cdot \cos \gamma_2 \Omega_o}{r^2} \quad (3.12)$$

$$d\Omega_2 = \frac{dA_1 \cdot \cos \gamma_1 \Omega_o}{r^2} \quad (3.13)$$

Das Verhältnis aus Lichtstromanteil $d^2\Omega_1$, welches von der Fläche A_1 auf die Fläche A_2 eingestrahlt wird und dem Verhältnis $d^2\Omega_2$, welches von der Fläche A_2 auf die Fläche A_1 eingestrahlt wird, ist proportional zum Verhältnis der Leuchtdichten.

$$\frac{d^2\Omega_1}{d^2\Omega_2} = \frac{L_1}{L_2} \quad (3.14)$$

Die, unter dem Winkel γ_1 , abgestrahlte Lichtstärke I folgt zu:

$$I(\gamma_1) = \int_{A_1} L_1 \cdot \cos \gamma_1 dA_1 \quad (3.15)$$

und die Beleuchtungsstärke ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} E &= \int L_1 \cdot \cos \gamma_2 d\Omega_1 \\ &= \int L_1 \cdot d\Omega_{2B} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Diese Beziehungen vereinfachen sich stark, wenn angenommen werden kann, dass es sich bei der Strahlungsquelle um einen LAMBERT-Strahler handelt, d.h. dass die Leuchtdichte L unter allen Winkeln γ die gleiche Größe besitzt. Hiermit folgt:

$$I = L \cdot A_{1,projiziert} \quad (3.17)$$

$$E = L \cdot \Omega_{2,projiziert} \quad (3.18)$$

Bei punktförmigen Strahlern, d.h. die Strahlungsfläche ist gering im Vergleich zum Strahlungsradius, folgt:

$$E = \frac{I(\gamma_1)}{r^2} \cdot \cos \gamma_2 \cdot \Omega_o \quad (3.19)$$

3.7 Bestimmung des Sonnenstandes

Die Ermittlung des Sonnenstandes erfolgt nach DIN 5034. Hierzu ist es notwendig die Wahre Ortszeit (WOZ) als Rechengrundlage und nicht die Mitteleuropäische Zeit (MEZ) zu wählen.

$$MEZ = MOZ + 4 \cdot (15^\circ - \lambda) \cdot \text{min}/^\circ \quad (3.20)$$

$$MOZ = WOZ - Zgl \quad (3.21)$$

Bei Sommerzeit (MESZ) ist dies bei der Angabe der MEZ zu berücksichtigen.

$$MESZ = MEZ + 1h \quad (3.22)$$

Mit der Mittleren Ortszeit (MOZ), der geographischen Länge des Ortes östlich von Greenwich λ und der Zeitgleichung Zgl , angegeben in Minuten.

Der Wert der Zeitgleichung Zgl kann unter Angabe des Tages J im Jahr ($J = 1$ am 01.01 und $J = 365$ bzw. 366 am 31.12) wie folgt ermittelt werden.

$$\begin{aligned} Zgl(J) &= 0,0066 + 7,3525 \cdot \cos(J' + 85,9^\circ) + 9,9359 \cdot \cos(2 \cdot J' + 108,9^\circ) + \\ &= 0,3387 \cdot \cos(3 \cdot J' + 105,2^\circ) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Mit $J' = 360^\circ \cdot \frac{J}{365}$ bzw. $J' = 360^\circ \cdot \frac{J}{366}$.

Die Sonnendeklination δ für den Tag J errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} \delta(J) &= \{0,3948 - 23,2559 \cdot \cos(J' + 9,1^\circ) - \\ &= -0,3915 \cdot \cos(2 \cdot J' + 5,4^\circ) - 0,1764 \cdot \cos(3 \cdot J' + 26,0^\circ)\}^\circ \end{aligned} \quad (3.24)$$

Damit der Sonnenstand bestimmt werden kann muß des weiteren noch der Stundenwinkel ω bestimmt werden. ω wird vom Meridian aus positiv für Stunden ab 12.00 Uhr und negativ für Stunden bis 12.00 Uhr gezählt.

$$\omega = (12.00h - WOZ) \cdot 15^\circ/h \quad (3.25)$$

Unter Angabe der geographischen Breite des Ortes φ ergibt sich die Sonnenhöhe zu:

$$\gamma_s = \arcsin(\cos \omega \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta + \sin \varphi \cdot \sin \delta) \quad (3.26)$$

Für den Sonnenazimut, welcher bei vollständiger Südorientierung der besonnten Fläche zu 180° wird, muß eine Unterteilung in Vormittags- und Nachmittagsstunden erfolgen.

Vormittag $WOZ \leq 12.00h$:

$$\alpha_s = 180^\circ - \arccos \frac{\sin \gamma_s \cdot \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \gamma_s \cdot \cos \varphi} \quad (3.27)$$

Nachmittag $WOZ > 12.00h$:

$$\alpha_s = 180^\circ + \arccos \frac{\sin \gamma_s \cdot \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \gamma_s \cdot \cos \varphi} \quad (3.28)$$

Der Azimutwinkel wird bei Nord zu 0° , bei Ost zu 90° , bei Süd zu 180° und bei Westorientierung der betrachteten Fläche zu 270° .

Aufgrund des sehr großen Abstandes zwischen der bestrahlten Fläche (Fenster/Wand) und der Strahlungsquelle (Sonne) werden die eingestrahlt Intensitäten als Geraden mit den jeweiligen Winkelneigungen α_s und γ_s angesetzt.

3.8 Bestimmung der Einstrahlzahlen im Raum

Bei der Betrachtung kurzweiliger wie langweiliger Strahlungsvorgänge im Raum ist die Bestimmung der Einstrahlzahl von zentraler Bedeutung. Die Bestimmung der Einstrahlzahlen ist überaus komplex. Aus diesem Grunde sollte eine definierte Raumgeometrie bzw. eine reduzierte Menge derselben vorgeben werden. Die Einstrahlzahl der Fläche i auf die Fläche k ergibt sich zu:

$$\varphi_{i,k} = \frac{1}{A_i} \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \sum_{o=1}^2 ((-1)^{(o+m+n+l+1)}) \cdot G(x_o, y_n, \eta_m, \xi_l) \quad (3.29)$$

Die Gewichtsfunktion ergibt sich für zueinander rechtwinklig stehende Flächenelemente zu:

$$\begin{aligned} G_{\perp} &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [(y - \xi) \cdot (x^2 + \xi^2)^{0,5} \cdot \arctan\left[\frac{y - \eta}{(x^2 + \xi^2)^{0,5}}\right] \\ &\quad - \frac{1}{4} \cdot [x^2 + \xi^2 - (y - \eta)^2] \cdot \ln[x^2 + \xi^2 + (y - \eta)^2]] \end{aligned} \quad (3.30)$$

Jene, parallel zueinander angeordneter Flächen ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
G_{\parallel} = & \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [(\xi - x) \cdot [z^2 + (\eta - y)^2]^{0,5} \cdot \arctan\left[\frac{\xi - x}{[z^2 + (\eta - y)^2]^{0,5}}\right] \\
& - (\eta - y) \cdot z \cdot \arctan\left[\frac{\eta - y}{z}\right] \\
& + [z^2 + (\xi - x)^2]^{0,5} \cdot (\eta - y) \cdot \arctan\left[\frac{\eta - y}{[z^2 + (\xi - x)^2]^{0,5}}\right] \\
& + \frac{1}{2} \cdot (\xi - x)^2 \cdot \ln\left[\frac{z^2 + (\eta - y)^2 + (\xi - x)^2}{(\xi - x)^2}\right] \\
& + \frac{1}{2} \cdot z^2 \cdot \ln[z^2 + (\eta - y)^2] \\
& - \frac{1}{2} \cdot [z^2 + (\xi - x)^2] \cdot \ln[z^2 + (\eta - y)^2 + (\xi - x)^2]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Der allgemeine Fall, dass Teilflächen weder senkrecht noch parallel zueinander angeordnet sind, stellt sich wie folgt dar :

$$A_i \cdot \varphi_{i,k} = \int_{A_k} \int_{A_i} \frac{\cos \beta_i \cdot \cos \beta_k}{\pi \cdot s^2} dA_i \cdot dA_k \tag{3.32}$$

β ist jeweils der Winkel zwischen der Flächennormalen und der Verbindungsgerade vom Mittelpunkt der Teilfläche i und jenem der Teilfläche k . Die Länge der Verbindungsgeraden wird mit s angegeben. Desweiteren muß die Reziprozität, d.h.:

$$A_i \cdot \varphi_{i,k} = A_k \cdot \varphi_{k,i} \tag{3.33}$$

sowie der Energieerhaltungssatz

$$\sum_{k=1}^n \varphi_{i,k} = 1 \tag{3.34}$$

erfüllt sein.

Kapitel 4

Tageslicht

4.1 Einführung

Aus der Differentialgeometrie ergibt sich die Berechnung der Flächenintegrale aus dem Kreuzprodukt des Ortsvektors, einmal abgeleitet nach dem Grundwinkel und einmal abgeleitet nach dem Höhenwinkel. In vorliegenden Fall entspricht der Grundwinkel unserem Azimutwinkel α und der Höhenwinkel dem Sonnenwinkel γ .

Die Grenzen der Integration sind $0 \leq \alpha \leq 2 \cdot \pi$, sowie $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$. Der Ortsvektor der Halbkugelfläche folgt zu:

$$\vec{r}(\gamma, \alpha) = (R \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha, R \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha, R \cdot \sin \gamma) \quad (4.1)$$

Das Differential wird angegeben zu:

- Ableitung nach dem Höhenwinkel γ :

$$\vec{r}'(\gamma) = (-R \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha, -R \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha, R \cdot \cos \gamma) \quad (4.2)$$

- Ableitung nach dem Azimutwinkel α :

$$\vec{r}'(\alpha) = (-R \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha, R \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha, 0) \quad (4.3)$$

Es folgt das Kreuzprodukt $\vec{r}'(\gamma) \times \vec{r}'(\alpha)$ zu:

$$\vec{r}'(\gamma) \times \vec{r}'(\alpha) = \begin{vmatrix} & i & j & k \\ -R \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha & -R \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha & R \cdot \cos \gamma & \\ -R \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha & R \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha & 0 & \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Aufgelöst ergibt sich der Kreuzvektor:

$$\vec{r}(\gamma) \times \vec{r}(\alpha) = \begin{pmatrix} -R^2 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos \alpha \\ -R^2 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \alpha \\ -R^2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Die Funktionaldeterminante bei Kugelkoordinaten errechnet sich aus dem Betrag des Kreuzvektors.

$$\begin{aligned} |\vec{r}(\gamma) \times \vec{r}(\alpha)| &= \sqrt{R^4 \cdot \cos^4 \gamma \cdot \cos^2 \alpha + R^4 \cdot \cos^4 \gamma \sin^2 \alpha + R^4 \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \gamma} \\ &= R^2 \cdot \cos \gamma \end{aligned} \quad (4.6)$$

4.2 Horizontale Beleuchtungsstärke durch bedeckten Himmel

Gemäß DIN 5034 Teil 2 ergibt sich die Leuchtdichte des bedeckten Himmels zu $L(\gamma) = L_z \cdot \frac{1+2 \cdot \sin \gamma}{3}$ mit L_z als Zenitleuchtdichte und γ als Winkel zwischen betrachtetem Himmelspunkt und Horizont.

Die Beleuchtungsstärke ergibt sich aus dem Integral der Leuchtdichte über dem Raumwinkel Ω . Die horizontale Beleuchtungsstärke ergibt sich aus der Perspektive eines Beobachters, welcher nicht auf der Himmelshalbkugel sondern auf der Grundscheibe steht. Somit muß der Raumwinkel angepaßt werden:

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{Beobachter}} &= \int d\Omega_{\text{Beobachter}} \\ &= \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \sin \gamma d\Omega \end{aligned} \quad (4.7)$$

Für die horizontale Beleuchtungsstärke folgt:

$$\begin{aligned} E_{\text{Horizontal}} &= \int L d\Omega_{\text{Beobachter}} \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} L \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma d\gamma d\alpha \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} L_z \cdot \frac{1 + 2 \cdot \sin \gamma}{3} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma d\gamma d\alpha \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \gamma \cdot \sin \gamma d\gamma d\alpha + \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \gamma d\gamma d\alpha \right) \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \left(\int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \sin^2 \gamma \right)_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha + \int_0^{2\pi} \left(\frac{2}{3} \cdot \sin^3 \gamma \right)_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{L_z}{3} \cdot \left(\int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right] d\alpha \right) \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot 2\pi \cdot \frac{7}{6} \\ &= \frac{7 \cdot \pi}{9} \cdot L_z \\ &= \frac{7 \cdot \pi}{9} \cdot \left(\frac{9}{7 \cdot \pi} \cdot [300 + 21000 \cdot \sin \gamma_S] \right) \\ &= (300 + 21000 \cdot \sin \gamma_S) \end{aligned} \tag{4.8}$$

Dieses Ergebnis entspricht der Angabe in DIN 5034 mit der Sonnenhöhe γ_S .

4.3 Vertikale Beleuchtungsstärke durch bedeckten Himmel

Gegenüber der horizontalen Beleuchtungsstärke des bedeckten Himmelsgewölbes wird hierbei die Sichtweise des Beobachters über den Höhenwinkel $\cos \gamma$ und den Azimutwinkel $\cos \alpha$ eingeflochten. Das Himmelsgewölbe kann des weiteren nur über einen Winkel von π auf die hier dargestellte senkrechte Fassade einstrahlen.

$$\begin{aligned}\Omega_{\text{Beobachter}} &= \int d\Omega_{\text{Beobachter}} \\ &= \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \cos \gamma \cdot \cos \alpha \, d\Omega\end{aligned}\quad (4.9)$$

Für die vertikale Beleuchtungsstärke folgt:

$$\begin{aligned}E_{\text{Vertikal}} &= \int L \, d\Omega_{\text{Beobachter}} \\ &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} L \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos \alpha \, d\gamma d\alpha \\ &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} L_z \cdot \frac{1 + 2 \cdot \sin \gamma}{3} \cdot \cos^2 \gamma \cos \alpha \, d\gamma d\alpha \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \left(\int_0^\pi \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \gamma + 2 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \gamma \, d\gamma \right] \cdot \cos \alpha \, d\alpha \right) \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \left(\int_0^\pi \left[\left(\frac{\cos \gamma \cdot \sin \gamma}{2} \right)_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\gamma \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(-\frac{2}{3} \cdot \cos^3 \gamma \right)_0^{\frac{\pi}{2}} \right] \cdot \cos \alpha \, d\alpha \right) \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \int_0^\pi \left[\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} \right] \cos \alpha \, d\alpha \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \left(\left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} \right] \cos \alpha \, d\alpha \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \left[\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} \right] \cos \alpha \, d\alpha \right| \right) \\ &= \frac{L_z}{3} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \frac{4}{3} \right] \\ &= \frac{7 \cdot \pi}{9} \cdot L_z \cdot \left[\frac{3}{14} + \frac{4}{7 \cdot \pi} \right] \\ &= E_{\text{Horizontal}} \cdot \left[\frac{3}{14} + \frac{4}{7 \cdot \pi} \right] \\ &= 0.396177 \cdot E_{\text{Horizontal}}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Dieses Ergebnis entspricht der Angabe in DIN 5034 für senkrechte Fassaden.

4.4 Vertikale Beleuchtungsstärke durch den Grund

Die Bestimmung der vertikalen Beleuchtungsstärke durch den Grund ist analog zur Bestimmung der horizontalen Beleuchtungsstärke auf den Grund. Die Leuchtdichte des Grundes ist

$$L_{\text{Grund}} = \frac{\rho_{\text{Grund}}}{\pi} \cdot E_{\text{Horizontal}}$$

Mit dem virtuellen Höhenwinkel η zwischen der senkrechten Fassade und dem Horizont errechnet sich die vertikale Beleuchtungsstärke durch den Grund zu:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Vertikal,Grund}} &= \int L \cdot \cos \eta \, d\Omega_{\text{Beobachter}} \\
 &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} L \cdot \cos \eta \cdot \sin \eta \, d\eta d\alpha \\
 &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} L_{\text{Grund}} \cdot \cos \eta \cdot \sin \eta \, d\eta d\alpha \\
 &= L_{\text{Grund}} \cdot \int_0^\pi \left(\frac{1}{2} \sin^2 \eta \right)_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \\
 &= L_{\text{Grund}} \cdot \left(\int_0^\pi \frac{1}{2} d\alpha \right) \\
 &= L_{\text{Grund}} \cdot \frac{\pi}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\rho_{\text{Grund}}}{\pi} \cdot E_{\text{Horizontal}} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{Grund}} \cdot E_{\text{Horizontal}} \tag{4.11}
 \end{aligned}$$

Hierbei ist zu beachten, dass η sich durch die Höhe des Bezugspunktes über dem Horizont ergibt. Dieser Einfluß wirkt sich vor allem bei den fassadennahen Segmenten aus. Hierdurch wird dem Umstand Rechnung getragen, dass die Beleuchtungsstärke auf eine Fassadenteilfläche mit der Entfernung abnimmt. Dies entspricht dem allgemein verwendeten Ansatz in der Literatur für senkrechte Fassaden. Bei der Neigung der Fassade zur Horizontalen oder Änderung des Fassadenazimuts muß dies bei der Festlegung der Integrationsgrenzen berücksichtigt werden.

4.5 Beleuchtungsstärke von Deckenflächen durch den Grund

Die Bestimmung der vertikalen Beleuchtungsstärke der Deckenfläche durch den Grund ergibt sich ebenso wie die zuvor durchgeführte Berechnung in Analogie zur Bestimmung der horizontalen Beleuchtungsstärke auf den Grund. Die Leuchtdichte des Grundes folgt zu

$$L_{\text{Grund}} = \frac{\rho_{\text{Grund}}}{\pi} \cdot E_{\text{Horizontal}}$$

Mit dem virtuellen Höhenwinkel ϵ zwischen der Deckenfläche und dem Horizont bestimmt sich die Beleuchtungsstärke durch den Grund auf die parallel hierzu befindliche Deckenfläche zu:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Decke-Grund}} &= \int L \cdot \cos \epsilon \, d\Omega_{\text{Beobachter}} \\
 &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_0^{\epsilon(\alpha)} L \cdot \cos \epsilon \cdot \sin \epsilon \, d\epsilon d\alpha \\
 &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_0^{\epsilon(\alpha)} L_{\text{Grund}} \cdot \cos \epsilon \cdot \sin \epsilon \, d\epsilon d\alpha \\
 &= L_{\text{Grund}} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left(\frac{1}{2} \sin^2 \epsilon \right)_0^{\epsilon(\alpha)} d\alpha \\
 &= L_{\text{Grund}} \cdot \left(\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{2} \cdot \sin(\epsilon(\alpha)) \, d\alpha \right) \\
 &= L_{\text{Grund}} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(\epsilon(\alpha)) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \sin(\epsilon(\alpha)) \cdot \frac{\rho_{\text{Grund}}}{\pi} \cdot E_{\text{Horizontal}} \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

Beachtet werden muss hierbei insbesondere, dass ϵ sich durch die Höhe des Bezugspunktes über dem Horizont ergibt. Dieser Einfluß wirkt sich vor allem bei den fassadennahen Segmenten aus. Hierdurch wird dem Umstand Rechnung getragen, dass die Beleuchtungsstärke auf eine Deckenteilfläche mit der Entfernung abnimmt.

4.6 Beleuchtungsstärke durch klaren Himmel

Nach DIN 5034 Teil 2 ist die horizontale Beleuchtungsstärke, welche durch die Strahlung des Himmels induziert wird:

$$E_H = 0,5 \cdot K_H \cdot E_{e0} \cdot \left(\tau_a^m - \exp \left(-T_L \cdot \bar{\delta}_R \cdot m \cdot \frac{p}{p_o} \right) \right) \cdot \sin \gamma_S \quad (4.13)$$

Die Parameter sind:

K_H	Photometrisches Strahlungsäquivalent für Himmelsstrahlung $= 125,4 \frac{lm}{W}$
E_{e0}	Bestrahlungsstärke der Extraterrestrischen Sonnenstrahlung $= 1,37 \frac{kW}{m^2}$
τ_a^m	Transmissionsgrad der Atmosphäre bezüglich Absorption $= (0,506 - 1,0788 \cdot 10^{-2} \cdot T_L) \cdot$ $(1,294 + 2,4417 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma_S - 3,973 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_S^2 + 3,8034 \cdot 10^{-6} \cdot \gamma_S^3 - 2,2145 \cdot 10^{-8} \cdot \gamma_S^4 + 5,8332 \cdot 10^{-11} \cdot \gamma_S^5)$
T_L	Trübungsfaktor nach Linke
$\bar{\delta}_R \cdot m$	Produkt aus der mittleren, optischen Dicke der reinen, trockenen Rayleigh-Atmosphäre und der relativen optischen Luftmasse $= (0,9 + 9,4 \cdot \sin \gamma_S)^{-1}$
$\frac{p}{p_o}$	Luftdruckkorrektur $= \exp \left(\frac{-H}{H_R} \right)$
H	Höhe des Ortes über Meeresniveau
H_R	Referenzhöhe = 8km
γ_S	Winkel zwischen Sonne und Horizont

Die Zenitleuchtdichte errechnet sich mit A

$$A = 7,6752 + 6,1096 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma_S - 5,9344 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_S^2 - 1,6018 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_S^3 - 3,8082 \cdot 10^{-6} \cdot \gamma_S^4 - 3,3126 \cdot 10^{-8} \cdot \gamma_S^5 + 1,0343 \cdot 10^{-10} \cdot \gamma_S^6 \quad (4.14)$$

somit zu:

$$L_Z = \frac{E_H}{A} = \frac{0,5 \cdot K_H \cdot E_{e0} \cdot \left(\tau_a^m - \exp \left(-T_L \cdot \bar{\delta}_R \cdot m \cdot \frac{p}{p_o} \right) \right) \cdot \sin \gamma_S}{A} \quad (4.15)$$

Es folgt die Leuchtdichte des Punktes P bei klarem Himmel zu:

$$\begin{aligned}
L_P &= L_Z \cdot \frac{\left[1 - \exp\left(\frac{-0,32}{\cos \epsilon}\right)\right] \cdot \left[0,856 + 16 \cdot \exp\left(\frac{-3\eta}{rad}\right) + 0,3 \cdot \cos^2 \eta\right]}{0,27385 \cdot \left(0,856 + 16 \cdot \exp\left[-3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad}\right)\right] + 0,3 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad}\right)\right)} \\
&= \frac{0,5 \cdot K_H \cdot E_{e0} \cdot \left(\tau_a^m - \exp\left(-T_L \cdot \delta_R \cdot m \cdot \frac{p}{p_0}\right)\right) \cdot \sin \gamma_S}{A} \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \exp\left(\frac{-0,32}{\cos \epsilon}\right)\right] \cdot \left[0,856 + 16 \cdot \exp\left(\frac{-3\eta}{rad}\right) + 0,3 \cdot \cos^2 \eta\right]}{0,27385 \cdot \left(0,856 + 16 \cdot \exp\left[-3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad}\right)\right] + 0,3 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad}\right)\right)} \right\}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Hierbei kommen folgende Parameter zum Einsatz:

L_P	Leuchtdichte des Punktes P
ϵ	Winkel zwischen Zenit und Punkt P $= \frac{\pi}{2} - \gamma_P$
γ_P	Winkel zwischen Horizont und Punkt P
η	Winkel zwischen Sonne und Punkt P $= \arccos(\sin \gamma_S \cdot \cos \epsilon + \cos \gamma_S \cdot \sin \epsilon \cdot \cos \alpha_S - \alpha_P)$ $= \arccos(\sin \gamma_S \cdot \sin \gamma_P + \cos \gamma_S \cdot \cos \gamma_P \cdot \cos \alpha_S - \alpha_P)$
γ_S	Sonnenhöhe
α_S	Sonnenazimut
α_P	Azimut des Punktes P

Bei Einführung von festen Parametern für sich nicht verändernde Terme, kann die Leuchtdichte des Punktes P angegeben werden zu:

$$\begin{aligned}
L_P &= L_Z \cdot \frac{\left[1 - \exp\left(\frac{-0,32}{\cos \epsilon}\right)\right] \cdot \left[0,856 + 16 \cdot \exp\left(\frac{-3\eta}{rad}\right) + 0,3 \cdot \cos^2 \eta\right]}{0,27385 \cdot \left(0,856 + 16 \cdot \exp\left[-3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad}\right)\right] + 0,3 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad}\right)\right)} \\
&= L_Z \cdot \frac{\left[1 - \exp\left(\frac{-0,32}{\cos \epsilon}\right)\right] \cdot \left[0,856 + 16 \cdot \exp\left(\frac{-3\eta}{rad}\right) + 0,3 \cdot (0,5 \cdot [1 + \cos 2 \cdot \eta])\right]}{A} \\
&= \frac{L_Z}{B} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-0,32}{\sin \gamma_P}\right)\right] \cdot \left[0,856 + 16 \cdot \exp\left(\frac{-3 \cdot (\arccos(\sin \gamma_S \cdot \sin \gamma_P + \cos \gamma_S \cdot \cos \gamma_P \cdot \cos |\alpha_S - \alpha_P|))}{rad}\right) + 0,3 \cdot (0,5 \cdot [1 + \cos 2 \cdot (\arccos(\sin \gamma_S \cdot \sin \gamma_P + \cos \gamma_S \cdot \cos \gamma_P \cdot \cos |\alpha_S - \alpha_P|))])\right]
\end{aligned} \tag{4.17}$$

mit der Konstanten B :

$$B = 0,27385 \cdot \left(0,856 + 16 \cdot \exp \left[-3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad} \right) \right] + 0,3 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma_S}{rad} \right) \right) \quad (4.18)$$

Unter Einführung einer weiteren Variablen C , welche sich ergibt zu:

$$C = \sin \gamma_S \cdot \sin \gamma_P + \cos \gamma_S \cdot \cos \gamma_P \cdot \cos |\alpha_S - \alpha_P| \quad (4.19)$$

folgt das Integral der horizontalen Beleuchtungsstärke E_H durch den klaren Himmel zu:

$$\begin{aligned} E_H &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} L_P \cdot \cos \gamma_P \cdot \sin \gamma_P \, d\gamma \, d\alpha \\ &= \frac{L_Z}{B} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(\cos \gamma_P \cdot \sin \gamma_P) \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{0,32}{\sin \gamma_P} \right] \right) \cdot \right. \\ &\quad \left. (1,06 + 16 \cdot \exp [-3 \cdot \arccos C] + 0,15 \cdot \cos (2 \cdot C)) \right] d\gamma \, d\alpha \quad (4.20) \end{aligned}$$

Kapitel 5

Verglasungseinheiten

In den derzeit angewandten Verfahren der **DIN EN 410** werden Einfach-, Zweifach- und Dreifachverglasungssysteme betrachtet. Wird ein Verglasungssystem mit einer höheren Anzahl von Verglasungseinheiten eingesetzt, muss dieses dann rechnerisch in Einfach-, Zweifach- und Dreifachverglasungssysteme zerlegt werden, bevor die Bestimmung der strahlungsphysikalischen Daten erfolgen kann. Dies entfällt bei dem folgenden Berechnungsmodell. Es ermöglicht die direkte Berechnung der Transmission, der Reflexion als auch der Absorption und ist bei n-fachen Verglasungssystemen direkt ansetzbar.

5.1 Der Transmissionsgrad

Es soll nun ein verallgemeinerter Ansatz zur Bestimmung der Gesamttransmission τ_{ges} eines, aus n Einheiten bestehenden Systems hergeleitet werden. Dieser Ansatz soll dazu verwendet werden, komplexe Systeme aus Glaseinheit und Verschattungssystemen hinsichtlich ihrer Transmissionseigenschaften hinreichend genau zu bestimmen.

Mit:

Φ_E Eingestrahler Lichtstrom

Φ_{i1} Lichtstrom von Aussen nach Innen durch die Einheit i

Φ_{i2} Lichtstrom nach Aussen; geht der Einheit i verloren

τ_i Transmission der Einheit i

α_i Absorption der Einheit i

ρ_{i1} Reflexion der Einheit i an der Position 1

ρ_{i2} Reflexion der Einheit i an der Position 2

Somit ergeben sich die Zusammenhänge für ein 3-fach System zu:

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= \tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22} \\ \Phi_{12} &= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot \Phi_{22} \\ \Phi_{21} &= \tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32} \\ \Phi_{22} &= \rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32} \\ \Phi_{31} &= \tau_3 \cdot \Phi_{21} + \rho_{32} \cdot \Phi_{42} \\ \Phi_{32} &= \rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42} \end{aligned}$$

Zur Ermittlung der Gesamt-Transmission dieses Systems muss das Verhältnis aus ein-
gestrahltem Lichtstrom Φ_E und ausgestrahltem Lichtstrom Φ_{31} bestimmt werden:

$$\tau_{ges} = \frac{\Phi_{31}}{\Phi_E} \tag{5.1}$$

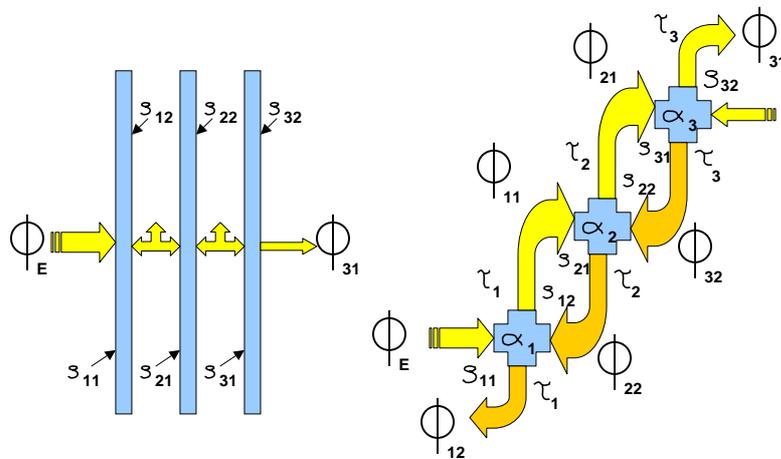


Abbildung 5.1: Strahlungsphysikalisches Verglasungsmodell

Aus Φ_{31} wird folglich:

$$\begin{aligned}
\Phi_{31} &= \tau_3 \cdot \Phi_{21} \\
&= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) \\
&= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}] + \rho_{22} \cdot \rho_{31} \cdot \Phi_{21}) \\
&= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})] + \rho_{22} \cdot \rho_{31} \cdot [\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}]) \\
&= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}] + \tau_2 \cdot [\rho_{31} \cdot \Phi_{21}])] \\
&\quad + \rho_{22} \cdot \rho_{31} \cdot [\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \rho_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot \Phi_{21})]) \\
&= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})] \\
&\quad + \tau_2 \cdot [\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32})])] + \rho_{22} \cdot \rho_{31} \cdot [\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E \\
&\quad + \rho_{12} \cdot [\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32}]) + \rho_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}))]) \\
&= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}] \\
&\quad + \tau_2 \cdot \Phi_{32})] + \tau_2 \cdot [\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}] + \rho_{22} \cdot \Phi_{32})])] \\
&\quad + \rho_{22} \cdot \rho_{31} \cdot [\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot [\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \tau_2 \cdot \Phi_{32}]) \\
&\quad + \rho_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}] + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}))])
\end{aligned}$$

Unter Vernachlässigung aller Φ_{22} - und Φ_{32} -Terme errechnet sich Φ_{31} zu:

$$\begin{aligned}
\Phi_{31} &= \tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E])]) \\
&\quad + \tau_2 \cdot [\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E])]]) + \rho_{22} \cdot \rho_{31} \cdot [\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E \\
&\quad + \rho_{12} \cdot [\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E)]) + \rho_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot [\tau_1 \cdot \Phi_E]))]) \\
&= \Phi_E \cdot \tau_3 \cdot \tau_2 \cdot \tau_1 \cdot \\
&\quad (1 + \rho_{12} \cdot \rho_{21} + \rho_{22} \cdot \rho_{31} + \rho_{12}^2 \cdot \rho_{21}^2 + \rho_{22}^2 \cdot \rho_{31}^2 + \rho_{12} \cdot \rho_{21} \cdot \rho_{22} \cdot \rho_{31} + \tau_2^2 \cdot \rho_{31} \cdot \rho_{12})
\end{aligned}$$

Es folgt der Gesamt-Transmissionsgrad zu:

$$\begin{aligned}
\tau_{ges} &= \frac{\Phi_{31}}{\Phi_E} \\
&= \tau_3 \cdot \tau_2 \cdot \tau_1 \cdot (1 + \rho_{12} \cdot \rho_{21} + \rho_{22} \cdot \rho_{31} + \rho_{12}^2 \cdot \rho_{21}^2 \\
&\quad + \rho_{22}^2 \cdot \rho_{31}^2 + \rho_{12} \cdot \rho_{21} \cdot \rho_{22} \cdot \rho_{31} + \tau_2^2 \cdot \rho_{31} \cdot \rho_{12}) \\
&= \prod_{k=1}^n \tau_k \cdot \left(1 + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{n-1} \rho_{s,2}^r \cdot \rho_{s+1,1}^r + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{v=2}^{n-1} (\tau_v^2 \cdot \rho_{v+1,1}^r \cdot \rho_{v-1,2}^r) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{w=1}^{n-2} (\rho_{w,2} \cdot \rho_{w+1,1} \cdot \rho_{w+1,2} \cdot \rho_{w+2,1}) \right)
\end{aligned}$$

Mit r als Anzahl der gewünschten Zwischenreflexionen.

5.2 Der Reflexionsgrad

Für die Behandlung der Reflexion, wie der Absorption kann man sich dieselbe Vorgehensweise zu Nutze machen. Die Gesamtreflexion eines 3-fach Systems errechnet sich aus:

$$\begin{aligned}
\Phi_{11} &= \tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22} \\
\Phi_{12} &= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot \Phi_{22} \\
\Phi_{21} &= \tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32} \\
\Phi_{22} &= \rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32} \\
\Phi_{31} &= \tau_3 \cdot \Phi_{21} + \rho_{32} \cdot \Phi_{42} \\
\Phi_{32} &= \rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42} \\
\vec{\Phi}_4 &= \tau_4 \cdot \Phi_{31} + \rho_{42} \cdot \bar{\Phi}_5 \\
\Phi_{42} &= \rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5
\end{aligned}$$

$$\rho_{Ges} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_E} \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{12} &= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot \Phi_{22} \\
&= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32}) \\
&= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot (\rho_{21} \cdot \\
&\quad (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \\
&\quad \cdot \Phi_{42})) \\
&= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot (\rho_{21} \cdot \\
&\quad (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})) \\
&\quad + \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) + \tau_3 \\
&\quad \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5))) \\
&= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot (\rho_{21} \cdot \\
&\quad (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \tau_2 \cdot \\
&\quad (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42}))) + \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \\
&\quad (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \rho_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42})) \\
&\quad + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot (\tau_3 \cdot \Phi_{21} + \rho_{32} \cdot \Phi_{42}) + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)))) \\
&= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot (\rho_{21} \cdot \\
&\quad (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})) + \\
&\quad \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)))) + \\
&\quad \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \rho_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)) + \\ & \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot (\tau_3 \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) + \rho_{32} \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)) \\ & + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)) \end{aligned}$$

Die Gesamt-Reflexion folgt somit zu:

$$\rho_{ges} = \rho_{1,1} + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\rho_{k+1,1} \cdot \prod_{m=1}^k \tau_m^2 \right) + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\rho_{k+1,1}^{r+1} \rho_{k,2}^r \cdot \prod_{m=1}^k \tau_m^2 \right)$$

5.3 Der Absorptionsgrad

Der Absorptionsgrad wird in Analogie zu den beiden zuvor dargestellten Berechnungsverfahren der Reflexion und Transmission bestimmt:

$$\begin{aligned}
\Phi_{11} &= \tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22} \\
\Phi_{12} &= \rho_{11} \cdot \Phi_E + \tau_1 \cdot \Phi_{22} \\
\Phi_{21} &= \tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32} \\
\Phi_{22} &= \rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32} \\
\Phi_{31} &= \tau_3 \cdot \Phi_{21} + \rho_{32} \cdot \Phi_{42} \\
\Phi_{32} &= \rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42} \\
\vec{\Phi}_4 &= \tau_4 \cdot \Phi_{31} + \rho_{42} \cdot \vec{\Phi}_5 \\
\Phi_{42} &= \rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \vec{\Phi}_5
\end{aligned}$$

$$\alpha_{Ges} = \frac{\Sigma \vec{\Phi}_\alpha}{\Phi_E} \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\alpha 1} &= \alpha_{11} \cdot \Phi_E + \alpha_{12} \cdot \Phi_{22} \\
\vec{\Phi}_{\alpha 2} &= \alpha_{21} \cdot \Phi_{11} + \alpha_{22} \cdot \Phi_{32} \\
\vec{\Phi}_{\alpha 3} &= \alpha_{31} \cdot \Phi_{21} + \alpha_{32} \cdot \Phi_{42}
\end{aligned}$$

Mit den Absorptionsgraden α_{11}, α_{21} und α_{31} für die Einstrahlung in Richtung der Solareinstrahlung und den Absorptionsgraden α_{12}, α_{22} und α_{32} für die Einstrahlung entgegen Richtung der Solareinstrahlung.

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\alpha 1} &= \alpha_{11} \cdot \Phi_E + \alpha_{12} \cdot \Phi_{22} \\
&= \alpha_{11} \cdot \Phi_E + \alpha_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32}) \\
&= \alpha_{11} \cdot \Phi_E + \alpha_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) \\
&\quad + \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42})) \\
&= \alpha_{11} \cdot \Phi_E + \alpha_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})) \\
&\quad + \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) \\
&\quad + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \vec{\Phi}_5))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\alpha 2} &= \alpha_{21} \cdot \Phi_{11} + \alpha_{22} \cdot \Phi_{32} \\
&= \alpha_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) \\
&\quad + \alpha_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42}) \\
&= \alpha_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})) \\
&\quad + \alpha_{22} \cdot (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32})) \\
&\quad + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)
\end{aligned}$$

Für konstanten Absorptionsgrad, unabhängig von welcher Seite die Einstrahlung erfolgt, kann die Absorption vereinfacht angegeben werden:

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\alpha 1} &= \alpha_1 \cdot (\Phi_E + \Phi_{22}) \\
\vec{\Phi}_{\alpha 2} &= \alpha_2 \cdot (\Phi_{11} + \Phi_{32}) \\
\vec{\Phi}_{\alpha 3} &= \alpha_3 \cdot (\Phi_{21} + \Phi_{42})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\alpha 1} &= \alpha_1 \cdot (\Phi_E + \Phi_{22}) \\
&= \alpha_1 \cdot (\Phi_E + \rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32}) \\
&= \alpha_1 \cdot (\Phi_E + \rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \tau_2 \cdot \\
&\quad (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42})) \\
&= \alpha_1 \cdot (\Phi_E + \rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32}))) + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5)) \\
&= \alpha_1 \cdot (\Phi_E + \rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \\
&\quad (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \tau_2 \cdot (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \\
&\quad \tau_3 \cdot \Phi_{42}))) + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot (\tau_3 \cdot \Phi_{21} + \rho_{32} \cdot \Phi_{42}) \\
&\quad + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{\Phi}_{\alpha 2} &= \alpha_2 \cdot (\Phi_{11} + \Phi_{32}) \\
&= \alpha_2 \cdot ((\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42})) \\
&= \alpha_2 \cdot ((\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot \Phi_{11} + \tau_2 \cdot \Phi_{32})) \\
&\quad + (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot \Phi_{11} + \rho_{22} \cdot \Phi_{32}) + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot \Phi_{31} + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5))) \\
&= \alpha_2 \cdot ((\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot (\rho_{21} \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \tau_2 \cdot \\
&\quad (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42}))) + (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) \\
&\quad + (\rho_{31} \cdot (\tau_2 \cdot (\tau_1 \cdot \Phi_E + \rho_{12} \cdot \Phi_{22}) + \rho_{22} \cdot \\
&\quad (\rho_{31} \cdot \Phi_{21} + \tau_3 \cdot \Phi_{42})) + \tau_3 \cdot (\rho_{41} \cdot (\tau_3 \cdot \Phi_{21} + \\
&\quad \rho_{32} \cdot \Phi_{42}) + \tau_4 \cdot \bar{\Phi}_5))))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{ges} = & \sum_{k=1}^n \left(\alpha_k \cdot \left[\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \left(1 + \sum_{r=1}^{\infty} \rho_{k-1,2}^r \cdot \rho_{k,1}^r + \tau_k \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \rho_{k+1,1}^r + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \tau_k \cdot \sum_{t=k+2}^n \left(\rho_{t,1} \cdot \prod_{p=k+1}^{n-1} \tau_p^2 \right) \right) \right] \right) + \\
& + \sum_{k=3}^n \left(\alpha_k \cdot \left[\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \rho_{k,1} \cdot \left[\sum_{m=1}^{k-2} \left(\rho_{k-m-1,2} \cdot \prod_{u=1}^m \tau_{k-u}^2 \right) \right] \right] \right)
\end{aligned}$$

5.4 Gesamtübersicht

Zusammenfassend können die charakteristischen Kennwerte von Elementen, zusammengesetzt aus mehreren Einzelbauteilen, wie folgt berechnet werden.

- Der Transmissionsgrad

$$\begin{aligned} \tau_{ges} = & \prod_{k=1}^n \tau_k \cdot \left(1 + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{n-1} \rho_{s,2}^r \cdot \rho_{s+1,1}^r + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{v=2}^{n-1} (\tau_{v,1} \cdot \tau_{v,2} \cdot \rho_{v+1,1}^r \cdot \rho_{v-1,2}^r) \right) \\ & + \sum_{w=1}^{n-2} (\rho_{w,2} \cdot \rho_{w+1,1} \cdot \rho_{w+1,2} \cdot \rho_{w+2,1}) \end{aligned} \quad (5.4)$$

- Der Reflexionsgrad

$$\rho_{ges} = \rho_{1,1} + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\rho_{k+1,1} \cdot \prod_{m=1}^k (\tau_{m,1} \cdot \tau_{m,2}) \right) + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\rho_{k+1,1}^{r+1} \rho_{k,2}^r \cdot \prod_{m=1}^k (\tau_{m,1} \cdot \tau_{m,2}) \right) \quad (5.5)$$

- Der Absorptionsgrad für $\alpha_{k,1} = \alpha_{k,2} = \alpha_k$

$$\begin{aligned} \alpha_{ges} = & \sum_{k=1}^n \left(\alpha_k \cdot \left[\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \left(1 + \sum_{r=1}^{\infty} \rho_{k-1,2}^r \cdot \rho_{k,1}^r + \tau_k \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \rho_{k+1,1}^r + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \tau_k \cdot \sum_{t=k+2}^n \left[\rho_{t,1} \cdot \prod_{p=k+1}^{n-1} (\tau_{p,1} \cdot \tau_{p,2}) \right] \right] \right) \right) + \\ & + \sum_{k=3}^n \left[\alpha_k \cdot \left(\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \rho_{k,1} \cdot \left[\sum_{m=1}^{k-2} \left(\rho_{k-m-1,2} \cdot \prod_{u=1}^m [\tau_{k-u,1} \cdot \tau_{k-u,2}] \right) \right] \right) \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

- Der Absorptionsgrad für $\alpha_{k,1} \neq \alpha_{k,2}$

$$\begin{aligned} \alpha_{ges} = & \sum_{k=1}^n \left(\alpha_{k,1} \cdot \left[\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \left(1 + \sum_{r=1}^{\infty} \rho_{k-1,2}^r \cdot \rho_{k,1}^r \right) \right] \right) + \\ & \sum_{k=3}^n \left[\alpha_{k,1} \cdot \left(\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \rho_{k,1} \cdot \left[\sum_{m=1}^{k-2} \left(\rho_{k-m-1,2} \cdot \prod_{u=1}^m [\tau_{k-u,1} \cdot \tau_{k-u,2}] \right) \right] \right) \right] + \\ & \sum_{k=1}^n \left[\alpha_{k,2} \cdot \tau_k \cdot \left(\prod_{m=0}^{k-1} \tau_m \cdot \left[\sum_{r=1}^{\infty} \rho_{k+1,1}^r + \sum_{t=k+2}^n \left(\rho_{t,1} \cdot \prod_{p=k+1}^{n-1} [\tau_{p,1} \cdot \tau_{p,2}] \right) \right] \right) \right] \end{aligned} \quad (5.7)$$

Hierbei bedeutet beim Transmissions-, Reflexions- sowie beim Absorptionskoeffizienten der Index ..., 1, dass der Strahlengang durch die transparente Abdeckung von aussen nach innen erfolgt. Der Index ..., 2 spiegelt die umgekehrte Einstrahlung, von innen nach aussen, wider.

Der Laufparameter r gibt die, vom Benutzer gewünschte Anzahl der Reflexionen innerhalb der Einheiten des transparenten Aufbaus wieder. Bei Aufbauten mit üblichen Reflexionsgraden von circa 8% pro Einzeleinheit führt die Verwendung von nur einer Reflexion bereits zu einer hinreichend exakten Berechnungsgenauigkeit. Werden jedoch Einzeleinheiten mit höherem Reflexionsgrad eingesetzt, so muss die Anzahl der zu berechnenden Reflexionen angehoben werden. Mehr als 10 Reflexionen müssen jedoch auch hierbei nicht angewendet werden, um eine genügend genaue Approximation der Realität zu erhalten.

Der Vorteil dieser Bestimmungsmethode gegenüber der DIN EN 410 ist in der gesonderten Berechnung des Absorptionsverhaltens einer, aus beliebig vielen Einzeleinheiten gebildeten, transparenten Abdeckung zu sehen. Es kann somit auf die vorherige Ermittlung des Transmissions- wie des Reflexionskoeffizienten verzichtet werden. Des weiteren muss mit dieser 'Straight Forward'-Methode nicht mehr länger eine Unterteilung der Gesamteinheit in Einer-, Zweier- oder Dreier-Einheiten erfolgen, sondern es kann direkt die Berechnung des Transmissions-, Reflexions- und Absorptionskoeffizienten durchgeführt werden.

Variante Glaseinheit aus 2 Glasscheiben		
	Transmission	0,8000
	Reflektion Pos.1	0,0400
	Reflektion Pos.2	0,0400
	Transmission	0,8000
	Reflektion Pos.1	0,0400
	Reflektion Pos.2	0,0400
Gesamttransmission	DIN EN 410	0,6410
	Jager	0,6410

Variante Glaseinheit aus 3 Glasscheiben		
	Transmission	0,8000
	Reflektion Pos.1	0,0400
	Reflektion Pos.2	0,0400
	Transmission	0,8000
	Reflektion Pos.1	0,0400
	Reflektion Pos.2	0,0400
	Transmission	0,8000
	Reflektion Pos.1	0,0400
	Reflektion Pos.2	0,0400
Gesamttransmission	DIN EN 410	0,5142
	Jager	0,5136

Tabelle 5.1: Vergleich der Berechnungen von Transmission, Reflexion und Absorption - Vergleich der DIN EN 410 zum JAGER Verfahren

5.5 Strahlungsphysikalisches Verhalten von Verglasungssystemen

Das in den vorangestellten Unterkapiteln 5.1 bis 5.4 vorgestellte Berechnungsverfahren benötigt noch Aussagen zur Transmission, Reflexion und Absorption der Einzelverglasungseinheit. Diese Grunddaten werden mit den, im folgenden dargestellten Verfahren ermittelt.

Beim Übergang zwischen zwei Medien erfährt die elektromagnetische Strahlung eine Richtungsänderung. Dieser Umstand, auch als Brechung bezeichnet, ist in Abhängigkeit vom Brechungsindex n des jeweiligen Mediums zu betrachten.

Er wird des weiteren durch den Einstrahlwinkel Θ_1 auf die Grenzfläche bestimmt. Es ergibt sich somit das Gesetz von SNELLIUS zu:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(\Theta_2)}{\sin(\Theta_1)} \quad (5.8)$$

Hierbei ist zu beachten, daß nicht die projizierte Sonnenhöhe verwendet wird, sondern der sich tatsächlich einstellende zwischen dem Lot der Verglasungsfläche und dem Einstrahlvektor.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{(\cos(\gamma) \cdot \sin(\Delta\alpha_z))^2 + \sin(\gamma)^2} \\ b &= 1 \\ c &= \cos(\gamma) \cdot \cos(\Delta\alpha_z) \end{aligned}$$

γ : Höhenwinkel des Einstrahlvektors
 $\Delta\alpha_z$: Differenz des Azimutwinkels zwischen Einstrahlvektor
 und Normalenvektor der Verglasungsfläche

Es folgt der tatsächliche Einstrahlwinkel zwischen Einstrahlvektor und Normalenvektor der Fläche zu:

$$\Theta_1 = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}\right) \quad (5.9)$$

Nach dem Einfügen und der Anwendung der Additionstheoreme ist:

$$\Theta_1 = \arccos(\cos(\gamma) \cdot \cos(\Delta\alpha_z)) \quad (5.10)$$

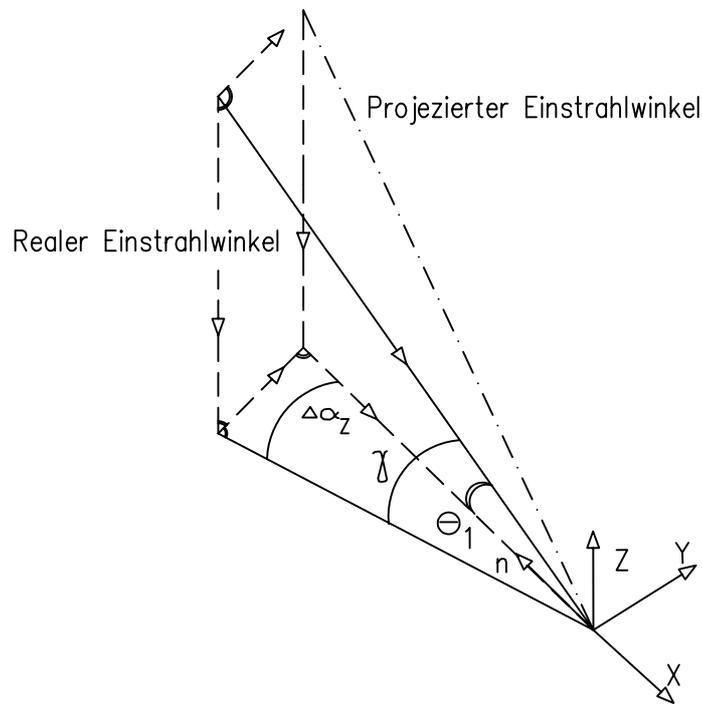


Abbildung 5.2: Einfallswinkel Θ_1

Für den Fall, daß die Verglasungsfläche nicht senkrecht zur Grundebene steht, muß dies in die Bestimmung des Höhenwinkels γ eingerechnet werden. Hierbei wird zuerst der Normalenvektor der Verglasungsebene in jene Ebene projiziert, welche senkrecht auf der Grundfläche steht und den Einstrahlvektor \vec{h}_{ein} enthält. Der Normalenvektor der Verglasungsfläche wird mit η und der projizierte mit $\eta_{Proj.}$ bezeichnet. Mit der Differenz zwischen dem Azimut der Flächennormalen und jenem des Einstrahlvektors $\Delta\alpha_z$ ergibt sich der projizierte Normalenvektor zu:

$$\eta_{Proj.} = \arctan(\tan \eta \cdot \cos(\Delta\alpha_z)) \quad (5.11)$$

Der Einfallswinkel auf die Verglasungsfläche γ bestimmt sich aus der Beziehung zwischen $\eta_{Proj.}$ und \vec{h}_{ein} . Hierbei sind insgesamt 6 Unterfälle zu betrachten.

• Fall 1

$$h > 0$$

$$\eta_{Proj.} > 0$$

$$\eta_{Proj.} > h$$

$$\gamma = \eta_{Proj.} - h \tag{5.12}$$

• Fall 2

$$h > 0$$

$$\eta_{Proj.} > 0$$

$$h > \eta_{Proj.}$$

$$\gamma = h - \eta_{Proj.} \tag{5.13}$$

• Fall 3

$$h < 0$$

$$\eta_{Proj.} > 0$$

$$\gamma = \eta_{Proj.} - h$$

$$\tag{5.14}$$

• Fall 4

$$h > 0$$

$$\eta_{Proj.} < 0$$

$$\gamma = h - \eta_{Proj.}$$

$$\tag{5.15}$$

• Fall 5

$$h < 0$$

$$\eta_{Proj.} < 0$$

$$h > \eta_{Proj.}$$

$$\gamma = \eta_{Proj.} - h$$

$$\tag{5.16}$$

• Fall 6

$$h < 0$$

$$\eta_{Proj.} < 0$$

$$\eta_{Proj.} > h$$

$$\gamma = h - \eta_{Proj.}$$

$$\tag{5.17}$$

Der abgelenkte Winkel Θ_2 im zweiten Medium errechnet sich zu:

$$\Theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 \cdot \sin(\Theta_1)}{n_2}\right) \tag{5.18}$$

Durch die Eigenschaft des Lichts sich in transversal schwingende Wellen auszubreiten, muß die unpolarisierte Strahlung in zwei Komponenten zerlegt betrachtet werden. Der Index y bezeichnet jenen Anteil, welcher parallel zu jener Ebene schwingt, die durch Ausbreitungsrichtung des Lichtes und die Flächennormale der Verglasung aufgespannt wird. Der Index x bezeichnet die hierzu senkrechte Komponente. Der Reflexionswert der Grenzfläche zwischen den beiden Medien wird bestimmt zu:

$$\begin{aligned} r_x &= \frac{\sin^2(\Theta_2 - \Theta_1)}{\sin^2(\Theta_2 + \Theta_1)} \\ r_y &= \frac{\tan^2(\Theta_2 - \Theta_1)}{\tan^2(\Theta_2 + \Theta_1)} \\ r_{Gesamt} &= \frac{r_x + r_y}{2} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Der allgemeine Transmissionskoeffizient τ_a bestimmt sich mit dem Extinktionskoeffizient K , auch Auslöschungswert genannt, zu:

$$\tau_a = e^{-\frac{K \cdot d_{Verglasung}}{\cos \Theta_2}} \quad (5.20)$$

mit der Dicke der Verglasungseinheit $d_{Verglasung}$. Die tatsächlichen Werte für Transmission, Reflexion und Absorption folgen für die Einzelscheibe zu:

$$\begin{aligned} \tau_x &= \tau_a \cdot \frac{(1 - r_x)^2}{1 - (r_x \cdot \tau_a)^2} \\ \tau_y &= \tau_a \cdot \frac{(1 - r_y)^2}{1 - (r_y \cdot \tau_a)^2} \\ \tau_{Res.} &= \frac{\tau_x + \tau_y}{2} \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \rho_x &= r_x \cdot (1 + \tau_a \cdot \tau_x) \\ \rho_y &= r_y \cdot (1 + \tau_a \cdot \tau_y) \\ \rho_{Res.} &= \frac{\rho_x + \rho_y}{2} \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \alpha_x &= (1 - \tau_a) \cdot \frac{1 - r_x}{1 - r_x \cdot \tau_a} \\ \alpha_y &= (1 - \tau_a) \cdot \frac{1 - r_y}{1 - r_y \cdot \tau_a} \\ \alpha_{Res.} &= \frac{\alpha_x + \alpha_y}{2} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Kapitel 6

Verschattungs- und Tageslichtlenkeinrichtungen

Im folgenden werden unterschiedliche Systeme zur Verschattung, aber auch zur Tageslichtlenkung untersucht. Im Gegensatz zu RADIANCE wird hierbei jedoch nicht der Weg des RAYTRACING besprochen, sondern mittels geometrischer Analogien werden die strahlungstechnisch bedeutsamen Daten bestimmt.

Grundlage dieser folgenden Betrachtungen ist *Pfrommer [32]*. Das Verfahren wurde für den thermischen Fall entwickelt und auf die Lichttechnik angewendet. In Ergänzung zu dem **Pfrommerschen** Ansatz können die Reflexionsgrade der Lamellenober- und unterseiten unterschiedlich gewählt werden. Darüber hinaus ist neben der geraden Lamelle und der ideal kreissegmentförmigen auch eine segmentierte Lamellenform hinsichtlich ihrer tageslichttechnischen Eigenschaften berechenbar. Neben der Analyse von Lamellensystemen werden in dieser Arbeit auch diffuse Blendschutzsysteme, sowie Prismensysteme numerisch erfasst. Bei den Prismengläsern ist der Extinktionskoeffizient, als auch die jeweilige Prismenschräge frei einstell- und somit berechenbar. Es wird hier neben der Lichttransmission, sowohl die Absorption in dem Prismenglas als auch die Rückreflexion getrennt voneinander bestimmt. Somit kann das numerische Verfahren auch entsprechend zur thermischen Berechnung verwendet werden.

Bei der Behandlung von Beschattungs- und Tageslichtlenksystemen muß zwischen den einzelnen Formen der Reflexion unterschieden werden.

- Direkter Durchgang der direkten Strahlungsenergie durch die Beschattungs-/ Lichtlenksysteme in den Innenraum ohne diffuse oder gerichtete Reflexion an dieser.
- Gerichtete Reflexion des direkten Tageslichtes an den Beschattungs-/Lichtlenksystemen.

- Diffuse Reflexion des direkten Tageslichtes an den Beschattungs-/Lichtlenkssystemen.
- Direkter Durchgang der diffusen Strahlungsenergie durch die Beschattungs-/ Lichtlenkssysteme in den Innenraum ohne Reflexion an dieser.
- Diffuse Reflexion des diffusen Tageslichtes an den Beschattungs-/Lichtlenkssystemen.

Des weiteren muss die Interaktion zwischen der Beschattungs-/ Lichtlenkungseinheit und der Glaseinheit berücksichtigt werden. Hierbei sind alle Bereiche des Spektrums der Strahlungsenergie zu betrachten, da Beschattungseinrichtungen einen wesentlichen Einfluss auf die energetische Situation des Gebäudes besitzen. Pfrommer untersucht in diesem Zusammenhang die Beschattungswirkung von horizontalen Lamellensystemen. Er beschreibt die Lamellenbehänge wie folgt [32]:

6.1 Der horizontale Lamellenstore

6.1.1 Direkter Durchgang der gerichteten Solarstrahlung

Der Transmissionsgrad für direkten Strahlungsdurchgang ergibt sich aus dem Verhältnis zwischen der unbeschatteten Lamellenfläche und der gesamten Fläche zwischen den einzelnen Lamellen.

$$\tau_d = 1 - \frac{L_L \cdot \sin \beta - L_L \cdot \cos \beta \cdot \tan h'}{H_L} \quad (6.1)$$

mit:

L_L : Lamellenlänge

β : Neigungswinkel der Lamelle zur Horizontalen

h' : Tatsächlicher Einfallswinkel der direkten Strahlung

H_L : Abstand der Lamellen

Ist die Stärke d der Lamelle nicht vernachlässigbar klein, d.h. größer als 1 mm, wird anstelle des Lamellenabstandes H_L der korrigierte Wert H'_L eingesetzt. Die Bestimmung dieses Wertes lautet:

$$H'_L = H_L - d \cdot \cos(\beta) \quad (6.2)$$

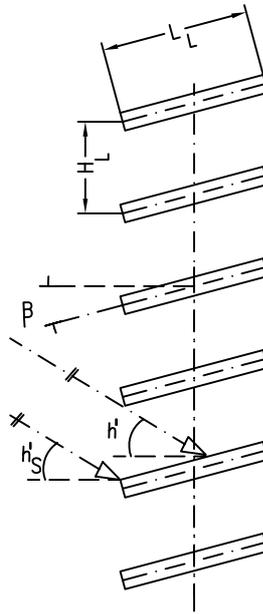


Abbildung 6.1: Der horizontale Lamellenstore

6.1.2 Diffuse Reflexion der gerichteten Strahlung

Die Reflexion der gerichteten Strahlung in diffuse Strahlung an der Beschattungs-/ Lichtlenkungseinheit ist bis zum 2. Grad angegeben. Grund hierfür sind, nach seinen Angaben, zu vernachlässigende Ungenauigkeiten von 1 % bei Lamellen mit geringer Reflexion ($\rho < 0,2$), bis zu 5 % bei Lamellen hoher Reflexion ($\rho > 0,6$). Der Transmissionsgrad für den Anteil Direkt-Diffus-Reflexion ergibt sich zu:

$$\tau_{dd} = (\rho \cdot f_1 + \rho^2 \cdot f_2 \cdot f_3) \cdot (1 - \tau_d) \quad (6.3)$$

Die Richtungsfaktoren f_1, f_2, f_3 sind dem VDI Wärmeatlas entnommen.

Der Richtungsfaktor f_1 beschreibt die diffuse Reflexion der direkten Strahlung von der besonnten Lamellenfläche in den Innenraum. Der Richtungsfaktor f_2 zeichnet die diffuse Reflexion von der beschienenen unteren Lamellenoberseite zur darüberliegenden Lamellenunterseite nach. Der Richtungsfaktor f_3 erfaßt die diffuse Reflexion von der Unterseite der darüberliegenden Lamelle in den Innenraum.

6.1.3 Direkte Reflexion der gerichteten Strahlung

Die Betrachtung der direkten, gerichteten Reflexion der gerichteten Solarstrahlung behandelt alle Reflexionen unterschiedlicher Ordnung und deren Reflexionsrichtung. Bei jeder Reflexion verringert sich der Anteil der Solarstrahlung. Gründe hierfür sind:

- Rückreflektion nach Außen
- Diffuser Reflexionsanteil ρ_{diffus} an der reflektierenden Oberfläche
- Absorption α eines Teiles der Strahlung an der reflektierenden Oberfläche
- Transmission τ eines Teiles der Strahlung an der reflektierenden Oberfläche

Der Punkt TRANSMISSION τ an reflektierenden Oberflächen muß vor allem bei der Behandlung transparenter Dämmungen und Lichtlenksysteme näher betrachtet werden.

6.1.4 Direkter Durchgang diffuser Strahlung

Diffuse Strahlung auf die Beschattungs- bzw. Lichtlenkeinheit erfolgt seitens:

- der Nachbarbebauung
- dem Grund
- der Himmelshalbkugel

Ähnlich wie bei der Behandlung der diffus reflektierten, gerichteten Strahlung werden auch hier die Einstrahlwege von einem Umgebungspunkt auf die Beschattungs-/ Lichtlenkeinheit numerisch bestimmt. Ein Teil der diffusen Strahlung wird, in Abhängigkeit von der geometrischen Abmessungen und Ausrichtungen der Bauteile, direkt an den Innenraum abgegeben.

Zur Bestimmung des energetischen Eintrages wird die Umgebung mit einem gedachten Raster versehen. Der Mittelpunkt eines jeden Rasterfeldes wird als Ausgangspunkt der diffusen Strahlung betrachtet und repräsentiert die Leuchtdichte dieses Rasterelementes.

Ausgehend von diesem Mittelpunkt werden nun die Schnittgeraden an die Begrenzungspunkte der Beschattungs-/Lichtlenksysteme gelegt, um so die Fläche des direkten Energiedurchganges zu bestimmen.

Für die Ermittlung der Wirksamkeit der Einrichtungen zur Tageslichtlenkung muß der betrachtete Raum gleichfalls mit einem fiktiven Raster und entsprechend vielen Matrixpunkten versehen werden.

Auf diesen kann die Helligkeitsverteilung im Raum ermittelt werden. Wie bei allen numerischen Betrachtungen muß die Anzahl der Rasterpunkte so gelegt werden, dass die Rechenzeiten im Rahmen bleiben und eine hinreichende Genauigkeit der berechneten Werte zu erwarten ist.

In diesem Zusammenhang ist des weiteren zu klären, ob die optische Brechung an Glaseinheit berücksichtigt werden muß, oder ob diesen Einheiten nur die ihnen eigenen winkelabhängigen Reflexions-, Absorptions-, und Transmissionsgrade zugewiesen werden sollen.

6.1.5 Reflexion diffuser Strahlung

Die Reflexion diffuser Strahlung kann in gerichteter, diffuser oder aber in Zwischenformen dieser erfolgen. Auch hier bietet sich die Verwendung von Einstrahlungsfaktoren an. Gemäß Pfrommer werden Reflexionen bis zur 2. Ordnung betrachtet.

Maßgebend für die Bestimmung diffuser Austauschvorgänge ist der Winkel zwischen den Vektoren **Zentrum der Strahlungsquelle - Eckpunkt 1 der gegenüberliegenden Lamelle** und dem Vektor **Zentrum der Strahlungsquelle - Eckpunkt 2 der gegenüberliegenden Lamelle**, sprich α_ρ . Des weiteren interessiert die direkte Reflexion von der Strahlungsfläche in Richtung der transparenten Öffnung α_{dir} . Dies entspricht dem Winkel zwischen dem Vektor **Zentrum der Strahlungsquelle - Eckpunkt 2 der gegenüberliegenden Lamelle** und dem Richtungsvektor der Fläche der Strahlungsfläche. Der Richtungsvektor wird immer zum Rauminnern hin bestimmt.

Bei der **Reflektion** eines Teiles der Strahlung auf die ursprüngliche Strahlungsfläche werden die Winkelbeziehungen entsprechend abgewandelt.

Der direkte Durchgang diffus reflektierter Strahlung der Fläche \vec{i} in Richtung Rauminnern ergibt sich zu:

$$\Phi_{dir,i} = \rho_{diff,i} \cdot \frac{\alpha_{dir,i}}{\pi} \cdot \Phi_{Ein,i} \quad (6.4)$$

Der auf die Teilfläche $i + 1$ reflektierte Teil ergibt sich aus:

$$\Phi_{\rho,i} = \rho_{diff,i} \cdot \frac{\alpha_{\rho,i}}{\pi} \cdot \Phi_{Ein,i} \quad (6.5)$$

Bei der Beachtung der Rückreflektion von der Teilfläche $i + 1$ auf die Teilfläche i :

$$\Phi_{\rho,i+1} = \rho_{diff,i+1} \cdot \frac{\alpha_{\rho,i+1}}{\pi} \cdot \Phi_{\rho,i} \quad (6.6)$$

Damit folgt die allgemeine Beziehung für den Strahlungsaustausch zweier Teilflächen:

$$\Phi_{\rho,i,n} = \rho_{diff,i} \cdot \frac{\alpha_{\rho,i}}{\pi} \cdot \Phi_{Ein,i} \cdot \prod_{n=0}^m \left(1 - \rho_{diff,i+1} \cdot \frac{\alpha_{\rho,i+1}}{\pi}\right)^m \quad (6.7)$$

Mit m als Anzahl der gewünschten Zwischenreflektionen.

Um diese Ansätze für die Behandlung im Bereich Tageslichttechnik einsetzen zu können, müssen diese z.T. umgeschrieben bzw. erweitert werden. Die projizierte Sonnenhöhe wird bestimmt zu:

$$h' = \arctan \left(\frac{\sin(h_s)}{\cos(h_s) \cdot \cos(\alpha_{zs} - \alpha_{zw})} \right) - \frac{\pi}{2} + \eta \text{ für: } h_s > 0 \quad (6.8)$$

$$h' = -\arctan \left(\frac{-\sin(h_s)}{\cos(h_s) \cdot \cos(\alpha_{zs} - \alpha_{zw})} \right) - \frac{\pi}{2} + \eta \text{ für: } h_s < 0 \quad (6.9)$$

Mit der Fensterneigung η , welche in senkrechter Einbaulage zu $\frac{\pi}{2}$ wird.

Die projizierte Sonnenhöhe ergibt sich somit aus der realen Sonnenhöhe h_s , dem Sonnena-
ziumt α_{zs} und dem Azimut der Wand bzw. der Beschattungs-/ Lichtlenkeinrichtung α_{zw} .
Diese Gleichungen können ebenso für alle anderen Teilsegmente des Himmelsgewölbes
und der Grundfläche angewendet werden. Die Bestimmung dieser Größe ist zur einfache-
ren Bestimmung von Transmissions-, Reflexions- und Absorptionsdaten notwendig. Für
die Beleuchtungssituation im Raum müssen diese Daten wieder in die 3D-Betrachtung
zurückgeführt werden.

$$h_{Segment} = \arctan \left(\tan \left(h' + \frac{\pi}{2} - \eta \right) \cdot \cos(\alpha_{z,Segment} - \alpha_{zw}) \right) \quad (6.10)$$

für: $h_{Segment} > 0$

$$h_{Segment} = -\arctan \left(\tan \left(-h' - \frac{\pi}{2} + \eta \right) \cdot \cos(\alpha_{z,Segment} - \alpha_{zw}) \right) \quad (6.11)$$

für: $h_{Segment} < 0$

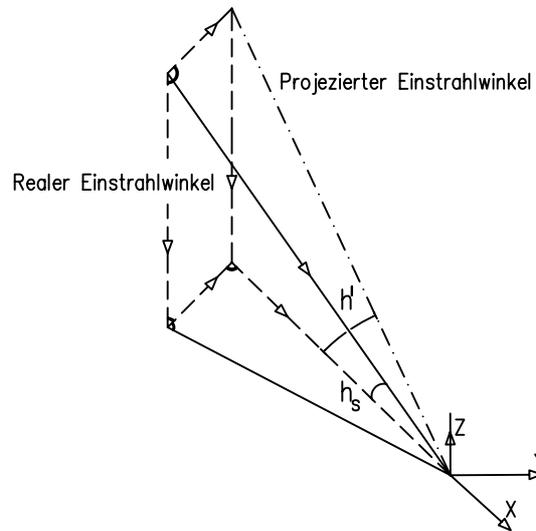


Abbildung 6.2: Die projizierte Sonnenhöhe

6.1.6 Die direkte Transmission zur Tageslichtnutzung

Die direkte Transmission zur Tageslichtnutzung bzw. zur Beschattung muß für unterschiedliche Gegebenheiten bestimmt werden.

- Fall 1: Direkte Transmission

$$\tau_{dir} = 1 - \frac{L_L}{H_L} \cdot (\tan(h') \cdot \cos(\beta_L) - \sin(\beta_L)) \quad (6.12)$$

mit: $h' > 0, \beta_L < h', \beta_L < 0$

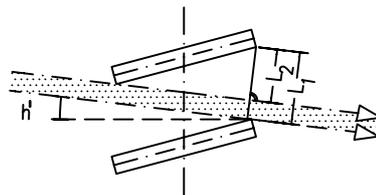


Abbildung 6.3: Direkte Transmission Fall 1

• Fall 2: Direkte Transmission

$$\tau_{dir} = 1 - \frac{L_L}{H_L} \cdot (+ \sin(\beta_L) - \tan(h') \cdot \cos(\beta_L)) \quad (6.13)$$

mit: $h' < 0, \beta_L < h', \beta_L < 0$

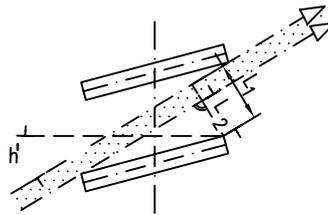


Abbildung 6.4: Direkte Transmission Fall 2

• Fall 3: Direkte Transmission

$$\tau_{dir} = 1 - \frac{L_L}{H_L} \cdot (\tan(h') \cdot \cos(\beta_L) - \sin(\beta_L)) \quad (6.14)$$

mit: $h' > 0, \beta_L < h', \beta_L > 0$

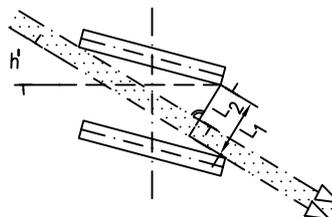


Abbildung 6.5: Direkte Transmission Fall 3

• Fall 4: Direkte Transmission

$$\tau_{dir} = 1 - \frac{L_L}{H_L} \cdot (\tan(h') \cdot \cos(\beta_L) - \sin(\beta_L)) \quad (6.15)$$

mit: $h' > 0, \beta_L > h', \beta_L < 0$

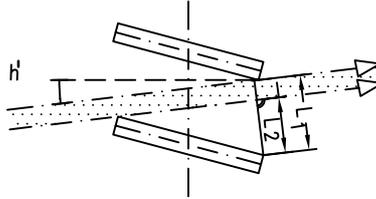


Abbildung 6.6: Direkte Transmission Fall 4

6.1.7 Die Direkt-zu-Diffus reflektierte Transmission zur Tageslichtnutzung

Hierbei wird die diffuse Reflexion der direkten Solarstrahlung näher betrachtet. Innerhalb des Programmes werden das Himmelsgewölbe, wie auch der Grund in Teilsegmente zerlegt. Die Strahlung, welche von diesen Segmenten ausgeht, wird als parallel angenommen. Durch diese Annahme, welche von der Behandlung der direkten Sonneneinstrahlung herrührt, kann auch die vormals ungerichtete, diffuse Grundstrahlung einfacher auf ihrem Weg in den Raum verfolgt werden.

Die Direkt-zu-Diffus Transmission berechnet sich allgemein zu:

$$\tau_{dir-dif} = (\rho_{uo,dif} \cdot f_1 + \rho_{uo,dif} \cdot \rho_{ou,dif} \cdot f_2 \cdot f_3) \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.16)$$

Für den Fall, dass als erstes die untere Lamelle an deren Oberseite bestrahlt wird $\rho_{uo,dif}$ und von dieser ein Teil der Strahlung direkt in den Raum weitergeleitet wird $[\rho_{uo,dif} \cdot f_1]$. Ein weiterer Teil wird an die darüberliegende Lamellenunterseite reflektiert und von hier in den Raum geleitet $[\rho_{uo,dif} \cdot \rho_{ou,dif} \cdot f_2 \cdot f_3]$.

Für den umgekehrten Fall, dass zuerst die obere Lamellenunterseite bestrahlt wird, ergibt sich die Direkt-zu-Diffus Transmission zu:

$$\tau_{dir-dif} = (\rho_{ou,dif} \cdot f_1 + \rho_{ou,dif} \cdot \rho_{uo,dif} \cdot f_2 \cdot f_3) \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.17)$$

Mit:

$\rho_{uo,dif}$: Reflexionsgrad der (O)berseite der (U)nteren Lamelle

$\rho_{ou,dif}$: Reflexionsgrad der (U)nterseite der (O)beren Lamelle

Die Formfaktoren f_1 , f_2 und f_3 werden gemäß dem VDI Wärmeatlas bestimmt. Die Herleitung des Faktors f_1 ist abhängig vom Öffnungswinkel α_1 . Dieser benötigt die Angaben über

L_L : Die Lamellentiefe

H_L : Den Abstand der Lamellen zueinander

α_L : Den Anstellwinkel der Lamellen

Lamellen fallen nach außen hin ab, d.h. negatives Vorzeichen

Lamellen fallen nach innen hin ab, d.h. positives Vorzeichen

Mittel des ersten Öffnungsgerade L_1 für die direkte Reflexion in den Raum

$$L_1^2 = (L_L - 0.5 \cdot L_{Bel})^2 - H_L^2 - 2 \cdot H_L \cdot (L_L - 0.5 \cdot L_{Bel}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_L\right) \quad (6.18)$$

folgt der Öffnungswinkel α_1 zu:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{L_L \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_L\right)}{L_1}\right) \quad (6.19)$$

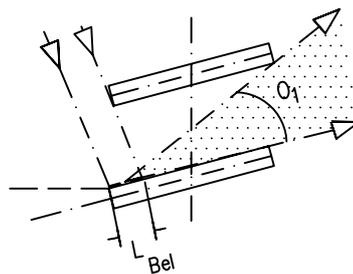


Abbildung 6.7: Bestimmung des Formfaktors f_1

Der Betrag der beleuchteten Lamellenfläche L_{Bel} ist abhängig von dem Lamellenabstand H_L , der projizierten Einstrahlhöhe der Solarstrahlung h_{proj} und dem Anstellwinkel der Lamellen α_L . Diese Fläche darf kleiner bzw. maximal gleich der Lamellentiefe L_L sein.

Die Berechnung muß in verschiedene Fälle unterteilt werden:

• Fall 1

$$L_{Bel} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - h_{proj}\right)}{\sin(h_{proj} - \alpha_L)} \quad (6.20)$$

Für: $h_{proj} \geq 0$

und $h_{proj} > \alpha_L$

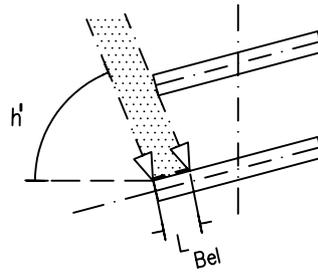


Abbildung 6.8: Fall 1 - $h_{proj} \geq 0$, $h_{proj} > \alpha_L$

• Fall 2

$$L_{Bel} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - h_{proj}\right)}{\sin(\alpha_L - h_{proj})} \quad (6.21)$$

Für: $h_{proj} \geq 0$

und $h_{proj} < \alpha_L$

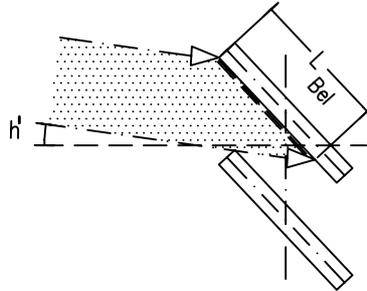


Abbildung 6.9: Fall 2 - $h_{proj} \geq 0$, $h_{proj} < \alpha_L$

• Fall 3

$$L_{Bel} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + h_{proj}\right)}{\sin(h_{proj} - \alpha_L)} \quad (6.22)$$

Für: $h_{proj} < 0$

und $\alpha_L < 0$

und $h_{proj} > \alpha_L$

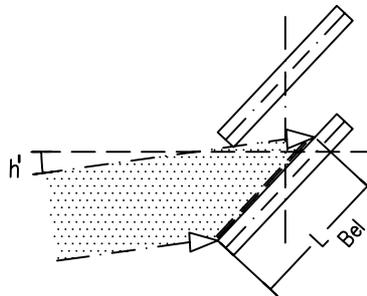


Abbildung 6.10: Fall 3 - $h_{proj} < 0$, $\alpha_L < 0$ und $h_{proj} > \alpha_L$

• Fall 4.1

$$L_{Bel} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + h_{proj}\right)}{\sin(\alpha_L - h_{proj})} \quad (6.23)$$

Für: $h_{proj} < 0$

und $\alpha_L < 0$

und $h_{proj} < \alpha_L$

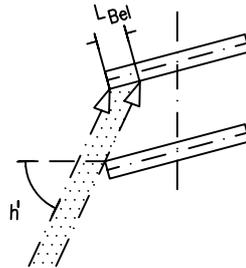


Abbildung 6.11: Fall 4.1 - $h_{proj} < 0$, $\alpha_L < 0$ und $h_{proj} < \alpha_L$

• Fall 4.2

$$L_{Bel} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + h_{proj}\right)}{\sin(\alpha_L - h_{proj})} \quad (6.24)$$

Für: $h_{proj} < 0$

und $\alpha_L > 0$

und $h_{proj} < \alpha_L$

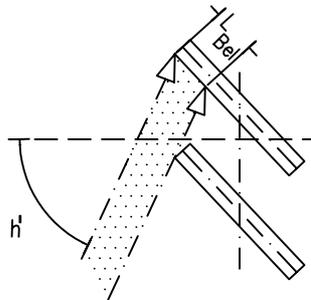


Abbildung 6.12: Fall 4.2 - $h_{proj} < 0$, $\alpha_L > 0$ und $h_{proj} < \alpha_L$

Der Formfaktor f_2 zwischen der beleuchteten unteren/ oberen Lamellenober-/ -unterseite und der darüber/ darunter liegenden Lamellenunter-/ -oberseite bestimmt sich mit der Öffnungsgeraden L_2

$$L_2^2 = L_L^2 + L_1^2 - 2 \cdot L_L \cdot L_1 \cdot \cos(o_1) \quad (6.25)$$

und dem Öffnungswinkel o_2

$$o_2 = \arcsin\left(\frac{L_L \cdot \sin(o_1)}{z_2}\right) \quad (6.26)$$

zu

$$f_2 = 0.5 \cdot (\cos(o_1) + \cos(\pi - o_1 - o_2)) \quad (6.27)$$

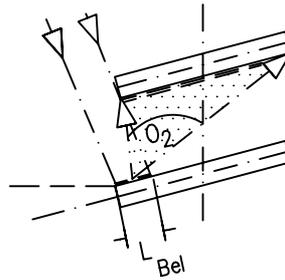


Abbildung 6.13: Bestimmung des Formfaktors f_2

Der Formfaktor f_3 zwischen der beleuchteten unteren/ oberen Lamellenober-/ -unterseite und dem Innenraum bestimmt sich mit der Öffnungsgeraden L_3

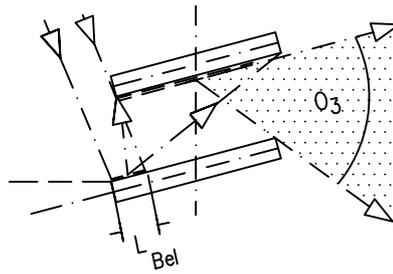
$$L_3^2 = 0.25 \cdot L_L^2 + H_L^2 - H_L \cdot L_L \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_L\right) \quad (6.28)$$

und dem Öffnungswinkel o_3

$$o_3 = \arcsin\left(\frac{H_L \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_L\right)}{z_3}\right) \quad (6.29)$$

zu

$$f_3 = 0.5 \cdot (1 - \cos(o_3)) \quad (6.30)$$


 Abbildung 6.14: Bestimmung des Formfaktors f_3

6.1.8 Die Direkt-zu-Direkt reflektierte Transmission zur Tageslichtnutzung

Das Modell für diese Berechnung berücksichtigt bis zu drei unterschiedliche Teilkomponenten zur Direkt-zu-Direkt Transmission. Hierbei wird die parallel auf die Lamellen einfallende Solarstrahlung von der Sonne und jene vom jeweiligen Himmels- oder Grundsegment ausgehende Strahlung gerichtet in den Raum reflektiert. Die drei Komponenten ergeben sich in Abhängigkeit von der Anzahl AR der Reflexionen zwischen den Lamellenblättern. Die Gesamttransmission $\tau_{dir-dir}$ folgt zu:

$$\tau_{dir-dir} = \tau_{dir-dir,1} + \tau_{dir-dir,2} + \tau_{dir-dir,3} \quad (6.31)$$

Entscheidenden Einfluß auf die jeweiligen Werte hat jene Lamellentiefe $L_{Bel,R}$, welche eingestrahlte Energie reflektieren könnte, aber durch den tatsächlichen Strahlengang nicht beansprucht wird. In Anhängigkeit der Relation projizierte Einstrahlhöhe h_{proj} zu Lamellenneigung α_L bestimmt sich die Größe $L_{Bel,R}$ zu:

$$h_{proj} > \alpha_L \quad : \quad L_{Bel,R} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - h_{proj} + 2 \cdot \alpha_L\right)}{\sin(h_{proj} - \alpha_L)} \leq L_L \quad (6.32)$$

$$h_{proj} < \alpha_L \quad : \quad L_{bel,R} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + h_{proj} - 2 \cdot \alpha_L\right)}{\sin(\alpha_L - h_{proj})} \leq L_L \quad (6.33)$$

Ist das Ergebnis von $L_{Bel,R}$ größer als 0, so wird alle reflektierte Strahlung nach Innen reflektiert. Dies kann in unbegrenzt vielen Schritten erfolgen. Bei negativem $L_{Bel,R}$ -Wert gelangen nur mehr zwei der drei Komponenten in den Innenraum, eine Komponente wird direkt nach Außen zurück reflektiert und in ihrem weiteren Verlauf nicht mehr betrachtet. Diese Annahme ist für den Fall, dass die Beschattungs- oder Tageslichtlenkeinrichtung hinter der Verglasung angeordnet ist, jedoch nur dann zulässig, wenn der reflektierte Anteil und die zu erwartende Reflektion von der Verglasung einen vernachlässigbaren Wert

ergeben. Bei üblichen Verglasungen mit einem Reflexionswert im Bereich von 8 % erscheint diese Annahme zulässig.

Keine Rückreflexion an der Lamelle

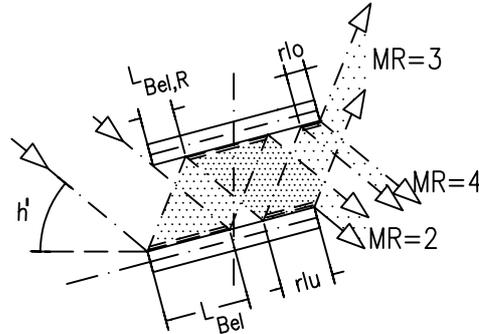


Abbildung 6.15: Direkt-zu-Direkt reflektierte Transmission - Keine Rückreflexion

In diesem Fall ist der Wert $L_{bel,R}$ positiv und alle drei Komponenten werden nach innen reflektiert. Je nach Anzahl AR der Reflexionen und dem Verhältnis der Lamellenneigung α_L zur projizierten Einstrahlhöhe h_{proj} erfolgt die Endreflexion an der oberen oder der unteren Lamelle. Jener Anteil der Lamelle, der zuletzt mit direkt reflektierter Strahlung beaufschlagt wird, wird als reflektierende Lamellentiefe L_R bezeichnet. Dieser wird noch dahingehend unterschieden, ob die obere $L_{R,o}$ oder die untere Lamelle $L_{R,u}$ betroffen ist.

$$L_{R,u} = L_L - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) \quad (6.34)$$

$$L_{R,o} = L_L - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) - L_{Bel,R} \quad (6.35)$$

Die minimale Anzahl der Reflexionen ergibt sich zu:

$$MAR = 2 \cdot \left\lfloor \frac{L_L}{L_{Bel} + L_{Bel,R}} \right\rfloor \quad (6.36)$$

für: $L_{Bel} + L_{Bel,R} \leq L_L$

$$MAR = 2 \cdot \left\lfloor \frac{L_L}{L_{Bel} + L_{Bel,R}} \right\rfloor - 1 \quad (6.37)$$

für: $L_{Bel} + L_{Bel,R} > L_L$

Hierbei gilt des weiteren:

$$\begin{aligned}
 L_{R,u} < 0 & \quad \text{folglich wird} \quad L_{R,u} = 0 \\
 L_{R,0} < 0 & \quad \text{folglich wird} \quad L_{R,0} = 0 \\
 L_{R,u} > L_{Bel} & \quad \text{folglich wird} \quad L_{R,u} = 0 \\
 L_{R,o} > L_{Bel} & \quad \text{folglich wird} \quad L_{R,o} = 0
 \end{aligned}$$

• $L_{R,u} > L_{R,o}$

Ist $L_{R,u}$ größer als $L_{R,o}$, so wird die Einstrahlkomponente mit der kleinsten Anzahl von Reflexionen MAR letztlich von der oberen Lamellenunterseite reflektiert. Dadurch, dass die Reflexionsgrade der Oberseite nicht jenen der Unterseite entsprechen muß, ist folgender Ansatz zu verwenden:

$$\begin{aligned}
 \tau_{dir-dir,1} &= \left(\prod_{i=0}^{MAR} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} - L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) & (6.38) \\
 \text{bei } MAR = 0 & \quad \text{folgt } \tau_{dir-dir,1} = 0
 \end{aligned}$$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+1} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,u} - L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.39)$$

$$\tau_{dir-dir,3} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.40)$$

• $L_{R,u} < L_{R,o}$

Hierbei wird die Strahlung mit der geringsten Anzahl an Reflexionen letztendlich von der unteren Lamellenoberseite in den Raum reflektiert.

$$\begin{aligned}
 \tau_{dir-dir,1} &= \left(\prod_{i=0}^{MAR+1} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} - L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) & (6.41) \\
 \text{bei } MAR = 0 & \quad \text{folgt } \tau_{dir-dir,1} = 0
 \end{aligned}$$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,o} - L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.42)$$

$$\tau_{dir-dir,3} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+3} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.43)$$

Ist MAR eine gerade Zahl, so wird bei jedem geraden Wert von i für $\rho(i)$ der Reflexionswert der Unterseite der oberen Lamelle $\rho_{o,u}$ eingesetzt, bei einer ungeraden Zahl folglich der Reflexionswert der Oberseite der unteren Lamelle $\rho_{u,o}$. Wurde MAR als ungerade Zahl bestimmt, so dreht sich das zuvor genannte Vorgehen um.

Rückreflexion an der Lamelle

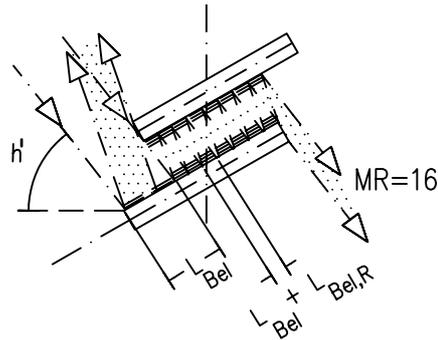


Abbildung 6.16: Direkt-zu-Direkt reflektierte Transmission - Rückreflexion

Nun nimmt die mögliche, reflektierende Lamellentiefe $L_{Bel,R}$ einen negativen Wert an. Das bedeutet, dass eine der drei Komponenten nach Außen zurückreflektiert wird und somit nicht zur Tageslichtnutzung im Raum verwendet werden kann. Die minimale Anzahl an Reflexionen MAR bestimmt sich zu:

$$MAR = 2 \cdot \left| \frac{L_L + L_{Bel,R}}{L_{Bel} + L_{Bel,R}} \right| \quad (6.44)$$

$$L_{R,u} = (L_L + L_{Bel,R}) - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) \quad (6.45)$$

$$L_{R,o} = (L_L + L_{Bel,R}) - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) \quad (6.46)$$

Da der Verlustanteil nach der 1. Reflexion erfolgt, berechnet sich die Transmission in Abhängigkeit davon, welche Lamelle zuerst bestrahlt wird zu:

$$\tau_{dir-dir,1} = \left(\prod_{i=0}^{MAR} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} + L_{Bel,R} - L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.47)$$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.48)$$

Falls die untere Lamellenoberseite zuerst beaufschlagt wurde.

$$\tau_{dir-dir,1} = \left(\prod_{i=0}^{MAR} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} + L_{Bel,R} - L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.49)$$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.50)$$

Falls die obere Lamellenunterseite zuerst beaufschlagt wurde.

Vorausgesetzt, dass die untere Lamellenoberseite zuerst von der Solarstrahlung getroffen wird, gilt die nachfolgende Aussage:

Ist MAR eine gerade Zahl, so wird bei jedem geraden Wert von i für $\rho(i)$ der Reflexionswert der Unterseite der oberen Lamelle $\rho_{o,u}$ eingesetzt, bei einer ungeraden Zahl folglich der Reflexionswert der Oberseite der unteren Lamelle $\rho_{u,o}$. Wurde MAR als ungerade Zahl bestimmt, so dreht sich das zuvor genannte Vorgehen um.

Wird jedoch erst die obere Lamellenunterseite bestrahlt muß die Aussage lauten:

Ist MAR eine gerade Zahl, so wird bei jedem geraden Wert von i für $\rho(i)$ der Reflexionswert der Oberseite der unteren Lamelle $\rho_{u,o}$ eingesetzt, bei einer ungeraden Zahl folglich der Reflexionswert der Unterseite der oberen Lamelle $\rho_{o,u}$. Wurde MAR als ungerade Zahl bestimmt, so dreht sich das zuvor genannte Vorgehen um.

6.2 Lamellenstore mit gerundeten Lamellen

Die Behandlung eines Lamellenstores, als aus planen Lamellen aufgebauter Sonnen- und Tageslichtlenkeinheit, trifft in den meisten Fällen die Realität hinreichend exakt. Für die Behandlung von gerundeten Lamellen sind die zuvor genannten Beziehungen noch zu präzisieren.

6.2.1 Direkter Durchgang der gerichteten Solarstrahlung

Der Transmissiongrad von planparallelen Lamellenstoren ist bei der Behandlung von gerundeten Lamellen durch ein Korrekturglied auf die tatsächliche Situation anzupassen. Der Schnittpunkt der Einstrahlung auf die Lamelle wird mit x_{KOR} und der Radius mit r bezeichnet. Der Radius muß größer sein, als der halbe Lamellenabstand. Das Korrekturglied KOR bestimmt sich zu:

$$x_{KOR} = r \cdot \sin(h'_s - \alpha_L) \quad (6.51)$$

$$KOR = \sqrt{(r^2 - x_{KOR}^2)} - \sqrt{r^2 - 0.25 \cdot L_L^2} - (0.5 \cdot L_L - x_{KOR}) \cdot \tan(h' - \alpha_L) \quad (6.52)$$

für $x_{KOR} > 0$

$$KOR = \sqrt{(r^2 - x_{KOR}^2)} - \sqrt{r^2 - 0.25 \cdot L_L^2} - (x_{KOR} - 0.5 \cdot L_L) \cdot \tan(h' - \alpha_L) \quad (6.53)$$

für $x_{KOR} < 0$

Die direkte Transmission ergibt sich somit zu:

$$\tau_d = 1 - \frac{L_L \cdot \sin \beta - L_L \cdot \cos \beta \cdot \tan h'}{H_L} - \frac{KOR}{H_L} \quad (6.54)$$

6.2.2 Diffuse Reflexion der gerichteten Strahlung

Durch insgesamt drei Korrekturglieder der Richtungsfaktoren f_1 und f_2 werden die Beziehungen der planparallelen auf den Fall der gerundeten Lamellenstoren angepaßt.

1. Wenn die Solarstrahlung die Lamelle trifft, wird jener Abschnitt beaufschlagt, welcher zwischen dem äußeren Ende der Lamelle und dem Kontaktpunkt x_{KOR} liegt. Die korrigierte, beleuchtete Lamellentiefe ist:

$$L_{bel,KOR} = 0.5 \cdot H_L \cdot r \cdot \sin(h'_s - \alpha_L) \quad (6.55)$$

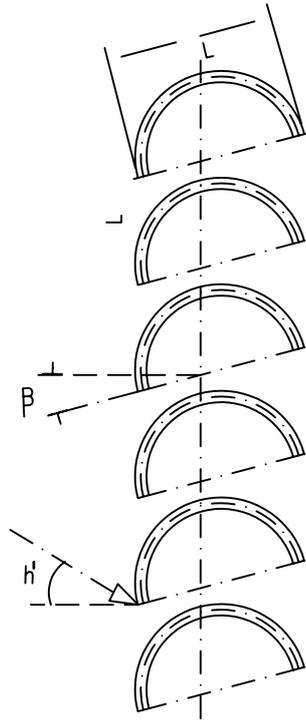


Abbildung 6.17: Die Store mit runden Lamellen

2. Der korrigierte Öffnungswinkel $o_{1,KOR}$ folgt zu:

$$o_{1,KOR} = o_1 - \arctan \left(\frac{\sqrt{(r^2 - x_{KOR}^2)} - \sqrt{(r^2 - 0.25 \cdot L_L^2)}}{L_{bel}} \right) \quad (6.56)$$

3. Der Lamellenabstand H_L wird angepaßt zu:

$$H_{L,KOR} = H_L + \sqrt{(r^2 - 0.25 \cdot L_L^2)} - r \quad (6.57)$$

Besonderes Augenmerk muß hier der Betrachtung der direkten Reflexion nach Innen geschenkt werden. Der projizierte Einstrahlwinkel kann wie bereits angegeben beschrieben werden durch:

$$h' = \arctan \left(\frac{\sin(h_s)}{\cos(h_s) \cdot \cos(\alpha_{zs} - \alpha_{zw})} \right) - \frac{\pi}{2} + \eta \text{ für: } h_s > 0 \quad (6.58)$$

$$h' = -\arctan \left(\frac{-\sin(h_s)}{\cos(h_s) \cdot \cos(\alpha_{zs} - \alpha_{zw})} \right) - \frac{\pi}{2} + \eta \text{ für: } h_s < 0 \quad (6.59)$$

Die Geradengleichung der Einstrahlung ergibt sich zu:

$$y = \tan(h') \cdot (x - x_0) + y_0 \quad (6.60)$$

Ein Punkt $P(x, y)$, der durch den Schnitt der erzeugenden Einstrahlgeraden mit dem Kreissegment der Lamelle gebildet wird, kann mit Hilfe des Kreisradiuses r beschrieben werden:

$$x = r \cdot \cos(\phi) + x_m \quad (6.61)$$

$$y = r \cdot \sin(\phi) + y_m \quad (6.62)$$

Der Mittelpunkt des Kreissegmentes ist durch $P(x_m, y_m)$ bezeichnet. Der Winkel ϕ stellt den Öffnungswinkel auf dem Kreissegment dar. Für die beiden Eckpunkte des Kreissegmentes ergibt sich dieser zu:

$$\phi_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_{Segment} \quad (6.63)$$

$$\phi_2 = \frac{\pi}{2} + \alpha_{Segment} \quad (6.64)$$

Der maximale Öffnungswinkel $\alpha_{Segment}$ errechnet sich aus der halben Länge der Kreissehne s .

$$\alpha_{Segment} = \arcsin\left(\frac{s}{2 \cdot r}\right) \quad (6.65)$$

Durch die Lage der gerundeten Lamellen zueinander ergibt sich der Einstrahlpunkt $P(x_1, y_1)$.

Er kann bestimmt werden aus den beiden Gleichungen:

$$y_1 = \tan(h') \cdot (x_1 - x_0) + y_0 \quad (6.66)$$

$$r^2 = (x_1 - x_m)^2 + (y_1 - y_m)^2 \quad (6.67)$$

Aufgelöst nach x_1^2 :

$$A \cdot x_1^2 + B \cdot x_1 + C = 0 \quad (6.68)$$

$$A : 1 + \tan^2(h')$$

$$B : -2 \cdot \left[x_0 \cdot \tan^2(h') + y_0 \tan(h') + x_m + y_m \cdot \tan(h') \right]$$

$$C : x_m^2 + \tan^2(h') \cdot x_0^2 - 2 \cdot y_0 \cdot x_0 \cdot \tan(h') + y_0^2 + 2 \cdot y_m \cdot x_0 \cdot \tan(h') - 2 \cdot y_m \cdot y_0 + y_m^2 - r^2$$

Somit ergeben sich für x_1 zwei mögliche Lösungen:

$$x_{1,1/2} = -\frac{B}{2 \cdot A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2 \cdot A}\right)^2 - \left(\frac{C}{A}\right)^2}$$

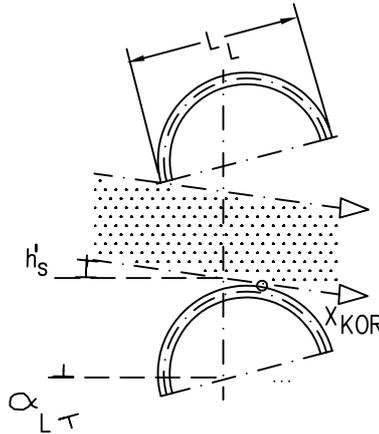


Abbildung 6.18: Die gerundete Lamelle

Bedingt durch die Lage des Koordinatensystems ist jedoch nur jener x - Wert von Interesse, welcher den kleinsten Betrag einnimmt. Dadurch gilt für die Koordinaten des Schnittpunktes P_1 :

$$x_1 = -\frac{B}{2 \cdot A} - \sqrt{\left(\frac{B}{2 \cdot A}\right)^2 - \left(\frac{C}{A}\right)^2} \quad (6.69)$$

$$y_1 = \tan(h') \cdot (x_1 - x_0) + y_0 \quad (6.70)$$

6.2.3 Die Direkt-zu-Direkt reflektierte Transmission zur Tageslichtnutzung

Der Rechenansatz berücksichtigt bis zu drei unterschiedliche Teilkomponenten zur Direkt-zu-Direkt Transmission. Er stellt, wie bei den planen Lamellen, eine exakte Behandlung der Realität dar. Für den Ansatz dieser Vorgehensweise auf gerundete Lamellen muß deren Form durch Kreissegmentgeraden angeglichen werden. Die Anzahl der Kreissegmente, welche die gerundete Lamelle beschreiben bestimmt die Genauigkeit der nachfolgenden Methode.

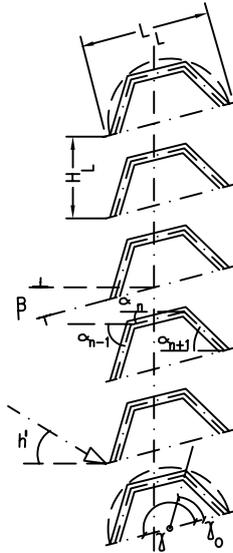


Abbildung 6.19: Angleichung der gerundeten Lamellen durch Segmentierung

Die Lamellenlänge nach der Segmentierung wird bestimmt zu:

$$L = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\gamma_o}{2}\right) \quad (6.71)$$

Der Öffnungswinkel γ_o errechnet sich aus dem Gesamtöffnungswinkel γ_{max} der gerundeten Lamelle und der Anzahl der gewünschten Segmente n

$$\gamma_o = \frac{\gamma_{max}}{n}$$

Die nach innen weitergeleitete Solarstrahlung ist in besonderem Maße vom Anstellwinkel der Lamellensegmente abhängig. Dieser Anstellwinkel des Segmentes n ergibt sich zu:

$$\alpha_n = -\left(\frac{\pi - \gamma_o}{2}\right) + \left(\frac{\pi - \gamma_m}{2} + (n - 1) \cdot \gamma_o\right) \quad (6.72)$$

Der Winkel α_n ist negativ für nach unten geneigte Segmente und positiv für nach oben angestellte Lamellenpaare.

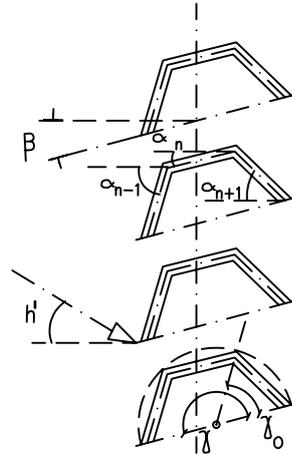


Abbildung 6.20: Der Anstellwinkel α_n der Lamellensegmente

Des weiteren ist zu betrachten, welches Kreisegment direkt von Außen angestrahlt wird. Zur Analyse diesen Sachverhalts wird die maximale Einstrahlhöhe bestimmt. Diese ist abhängig vom Lamellenabstand H_L und vom projizierten Einstrahlwinkel h' . Die nachfolgend beschriebene Schleife wird durchlaufen, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist.

```

 $L_{max} = H'_L \cdot \cos(h')$ 
 $i = 0$ 
 $L_{Summe} = 0$ 
Do  $j = 1, n$ 
     $i = j$ 
     $L_j = L \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - h' + \alpha_j\right)$ 
     $L_{Summe} = L_{Summe} + L_j$ 
     $L_{Summe} \geq L_{max}$  END
CONTINUE

```

Bleibt die Summe L_{Summe} der Längen unterhalb dem Wert der Gesamtlänge L wird der verbleibende Rest ohne Zwischenreflexion direkt nach innen durchgelassen.

Ein weiteres Kriterium ist der Vergleich zwischen dem Anstellwinkel der Segmentierung $\alpha_{L,i}$ und der projizierten Einstrahlhöhe h'_s . Wenn $\alpha_L \geq h'_s$ erfolgt keine Beleuchtung der betrachteten Lamellenpaarung.

Es wird die parallel auf die Lamellen einfallende Solarstrahlung von der Sonne und jene vom jeweiligen Himmels- oder Grundsegment ausgehende Strahlung gerichtet in den Raum oder auf die darüber oder darunterliegende Lamelle reflektiert.

Für jede Paarung muß bestimmt werden, ob sie direkt von außen bestrahlt wird. Hinzu

kommen die unterschiedlichen Strahlengänge aus der davor liegenden Lamellenpaarung. Es wird somit jede Lamellenpaarung separat, als eine Art Black-Box, behandelt. Die drei Komponenten ergeben sich in Abhängigkeit von der Anzahl AR der Reflexionen zwischen den Lamellenblättern. Die Gesamttransmission $\tau_{dir-dir}$ folgt zu:

$$\tau_{dir-dir} = \tau_{dir-dir,1} + \tau_{dir-dir,2} + \tau_{dir-dir,3} \quad (6.73)$$

Entscheidenden Einfluß auf die jeweiligen Werte hat jene Lamellentiefe $L_{Bel,R}$, welche ein- gestrahlte Energie reflektieren könnte, aber durch den tatsächlichen Strahlengang nicht beansprucht wird. In Ergänzung hierzu steht die direkt durch Solarstrahlung, oder indi- rekt durch Reflexion dieser, beaufschlagte Lamellentiefe L_{Bel} . In Anhängigkeit der Relati- on projizierte Einstrahlhöhe h_{proj} zu Lamellenneigung α_L bestimmt sich die Größe $L_{Bel,R}$ zu:

$$h_{proj} > \alpha_L \quad : \quad L_{Bel,R} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - h_{proj} + 2 \cdot \alpha_L\right)}{\sin(h_{proj} - \alpha_L)} \leq L_L \quad (6.74)$$

$$h_{proj} < \alpha_L \quad : \quad L_{bel,R} = H_L \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + h_{proj} - 2 \cdot \alpha_L\right)}{\sin(\alpha_L - h_{proj})} \leq L_L \quad (6.75)$$

Ist das Ergebnis von $L_{Bel,R}$ größer als 0, so wird alle reflektierte Strahlung nach Innen reflektiert. Dies kann in unbegrenzt vielen Schritten erfolgen. Bei negativem $L_{Bel,R}$ -Wert gelangen nur mehr zwei der drei Komponenten in den Innenraum, eine Komponente wird direkt nach Außen zurück reflektiert und in ihrem weiteren Verlauf nicht mehr betrachtet. Diese Annahme ist für den Fall, daß die Beschattungs-, Tageslichtlenkeinrichtung hinter der Verglasung angeordnet ist, jedoch nur dann zulässig, wenn der reflektierte Anteil und die zu erwartende Rückreflexion von der Verglasung einen vernachlässigbaren Wert er- geben. Bei üblichen Verglasungen mit einem Reflexionswert im Bereich von 8 % erscheint diese Annahme zulässig.

Keine Rückreflexion an der Lamelle

In diesem Fall ist der Wert $L_{bel,R}$ positiv und alle drei Komponenten werden nach innen reflektiert. Je nach Anzahl AR der Reflexionen und dem Verhältnis der Lamellenneigung α_L zur projizierten Einstrahlhöhe h_{proj} erfolgt die Endreflexion an der oberen oder der unteren Lamelle. Jener Anteil der Lamelle der zuletzt mit direkt reflektierter Strahlung beaufschlagt wird, wird als reflektierende Lamellentiefe L_R bezeichnet. Dieser wird noch dahingehend unterschieden, ob die obere $L_{R,o}$ oder die untere Lamelle $L_{R,u}$ betroffen ist.

$$L_{R,u} = L_L - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) \quad (6.76)$$

$$L_{R,o} = L_L - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) - L_{Bel,R} \quad (6.77)$$

Die minimale Anzahl der Reflexionen errechnet sich zu:

$$MAR = 2 \cdot \left\lfloor \frac{L_L}{L_{Bel} + L_{Bel,R}} \right\rfloor \quad (6.78)$$

für: $L_{Bel} + L_{Bel,R} \leq L_L$

$$MAR = 2 \cdot \left\lfloor \frac{L_L}{L_{Bel} + L_{Bel,R}} \right\rfloor - 1 \quad (6.79)$$

für: $L_{Bel} + L_{Bel,R} > L_L$

Hierbei gilt des weiteren:

$$\begin{array}{lll} L_{R,u} < 0 & \text{folglich wird} & L_{R,u} = 0 \\ L_{R,o} < 0 & \text{folglich wird} & L_{R,o} = 0 \\ L_{R,u} > L_{Bel} & \text{folglich wird} & L_{R,u} = 0 \\ L_{R,o} > L_{Bel} & \text{folglich wird} & L_{R,o} = 0 \end{array}$$

- $L_{R,u} > L_{R,o}$

Ist $L_{R,u}$ größer als $L_{R,o}$, so wird die Einstrahlkomponente mit der kleinsten Anzahl von Reflexionen MAR letztlich von der oberen Lamellenunterseite reflektiert. Dadurch, daß die Reflexionsgrade der Oberseite nicht jenen der Unterseite entsprechen muß, ist folgender Ansatz zu verwenden:

$$\tau_{dir-dir,1} = \left(\prod_{i=0}^{MAR} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} - L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.80)$$

bei $MAR = 0$ folgt $\tau_{dir-dir,1} = 0$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+1} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,u} - L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.81)$$

$$\tau_{dir-dir,3} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.82)$$

- $L_{R,u} < L_{R,o}$

Hierbei wird die Strahlung mit der geringsten Anzahl an Reflexionen letztendlich von der unteren Lamellenoberseite in den Raum reflektiert.

$$\tau_{dir-dir,1} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+1} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} - L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.83)$$

bei $MAR = 0$ folgt $\tau_{dir-dir,1} = 0$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,o} - L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.84)$$

$$\tau_{dir-dir,3} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+3} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.85)$$

Ist MAR eine gerade Zahl, so wird bei jedem geraden Wert von i für $\rho(i)$ der Reflexionswert der Unterseite der oberen Lamelle $\rho_{o,u}$ eingesetzt, bei einer ungeraden Zahl folglich der Reflexionswert der Oberseite der unteren Lamelle $\rho_{u,o}$. Wurde MAR als ungerade Zahl bestimmt, so dreht sich das zuvor genannte Vorgehen um.

Rückreflexion an der Lamelle

Nun nimmt die mögliche, reflektierende Lamellentiefe $L_{Bel,R}$ einen negativen Wert an. Das bedeutet, daß eine der drei Komponenten nach Außen zurückreflektiert wird und somit nicht zur Tageslichtnutzung im Raum verwendet werden kann. Die minimale Anzahl an Reflexionen MAR bestimmt sich zu:

$$MAR = 2 \cdot \left| \frac{L_L + L_{Bel,R}}{L_{Bel} + L_{Bel,R}} \right| \quad (6.86)$$

$$L_{R,u} = (L_L + L_{Bel,R}) - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) \quad (6.87)$$

$$L_{R,o} = (L_L + L_{Bel,R}) - 0.5 \cdot MAR \cdot (L_{Bel} + L_{Bel,R}) \quad (6.88)$$

Da der Verlustanteil nach der 1.Reflexion erfolgt, berechnet sich die Transmission in Abhängigkeit davon, welche Lamelle zuerst bestrahlt wird zu:

$$\tau_{dir-dir,1} = \left(\prod_{i=0}^{MAR} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} + L_{Bel,R} - L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.89)$$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,u}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.90)$$

Falls die untere Lamellenoberseite zuerst beaufschlagt wurde.

$$\tau_{dir-dir,1} = \left(\prod_{i=0}^{MAR} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{Bel} + L_{Bel,R} - L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.91)$$

$$\tau_{dir-dir,2} = \left(\prod_{i=0}^{MAR+2} \rho(i) \right) \cdot \frac{L_{R,o}}{L_{Bel}} \cdot (1 - \tau_{dir}) \quad (6.92)$$

Falls die obere Lamellenunterseite zuerst beaufschlagt wurde.

Vorausgesetzt, daß die untere Lamellenoberseite zuerst von der Solarstrahlung getroffen wird, gilt die nachfolgende Aussage:

Ist MAR eine gerade Zahl, so wird bei jedem geraden Wert von i für $\rho(i)$ der Reflexionswert der Unterseite der oberen Lamelle $\rho_{o,u}$ eingesetzt, bei einer ungeraden Zahl folglich der Reflexionswert der Oberseite der unteren Lamelle $\rho_{u,o}$. Wurde MAR als ungerade Zahl bestimmt, so dreht sich das zuvor genannte Vorgehen um.

Wird jedoch erst die obere Lamellenunterseite bestrahlt muß die Aussage lauten:
Ist MAR eine gerade Zahl, so wird bei jedem geraden Wert von i für $\rho(i)$ der Reflexionswert der Oberseite der unteren Lamelle $\rho_{u,o}$ eingesetzt, bei einer ungeraden Zahl folglich der Reflexionswert der Unterseite der oberen Lamelle $\rho_{o,u}$. Wurde MAR als ungerade Zahl bestimmt, so dreht sich das zuvor genannte Vorgehen um.

6.3 Die Prismenscheibe

Die Prismenscheibe ist für die Betrachtung der Tageslichtlenkung eine Möglichkeit um Blendung am Arbeitsplatz zu verringern und die Nutzung von Tageslicht zur Gebäudebeleuchtung zu verbessern. Bis dato gibt es in diesem Gebiet jedoch nur vereinfachte Berechnungsverfahren, welche sich auf Messungen von vorhandenen Prismensystemen stützen.

Die nachfolgenden Zusammenhänge erlauben es jedoch Prismen gläser in Abhängigkeit des verwendeten Materials, der Bautiefe, der Anstellung der Prismenschrägen und der Neigung der Prismeneinheit zur Vertikalen exakt zu berechnen. Das vorgestellte Berechnungsverfahren erlaubt zudem die getrennte Berechnung der Transmission, Reflexion und Absorption als auch die Orientierung der Prismenspitzen nach Außen *Bild 6.23* und nach Innen *Bild 6.24*. Die Messungen wurden sowohl am IFT Rosenheim als auch am ISFH Hameln durchgeführt.

Bei der Betrachtung der Wirkungsweise von Prismeneinheiten, welche nicht durch zwei

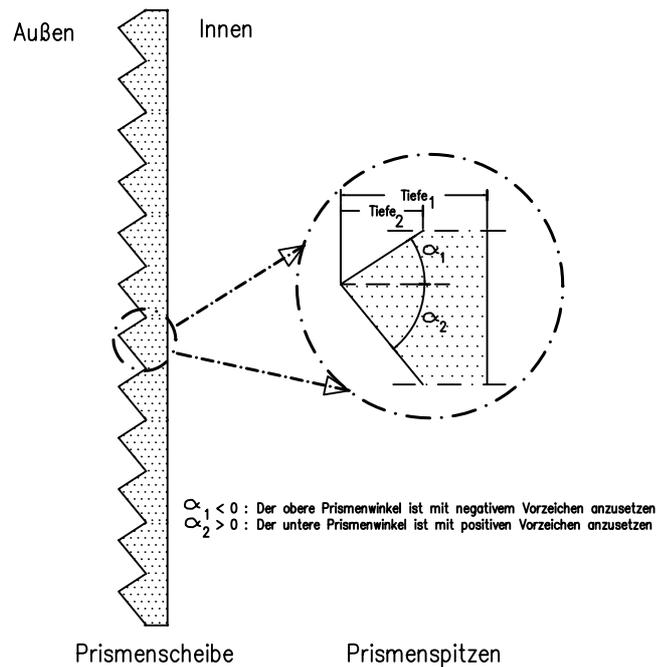


Abbildung 6.21: Die Prismenscheibe - Einbaulage nach Außen

zueinander parallele Ebenen begrenzt werden, ergeben sich durch die Bestimmung des

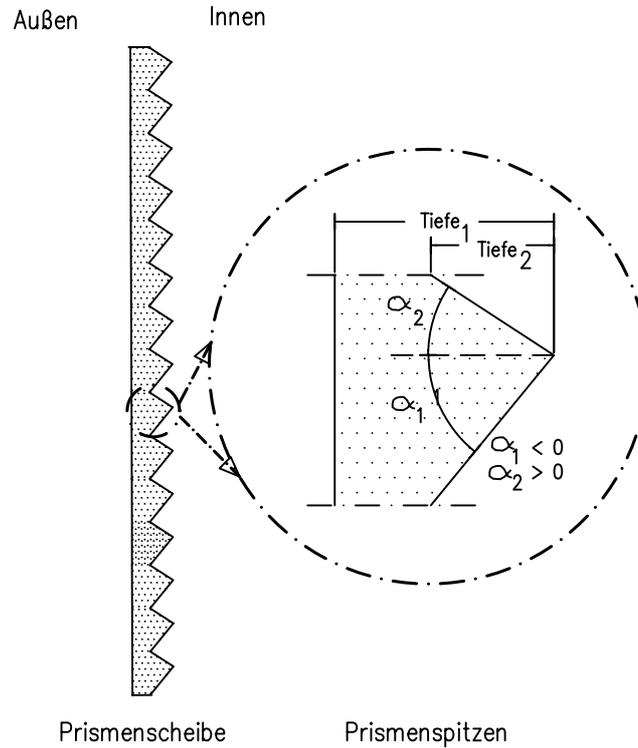


Abbildung 6.22: Die Prismenscheibe - Einbaulage nach Innen

Strahlendurchtritts grundsätzliche Fragen. Die Berechnung des Brechungswinkels an einer Oberfläche wird mittels dem Einstrahlwinkel $\alpha_{1,i}$ und der jeweiligen Brechzahl n_i durchgeführt. Der Einstrahlwinkel ergibt sich zwischen der globalen Einstrahlrichtung und dem Normalenvektor \vec{n}_i der Ebene i . Dies wird mittels der Beziehung

$$\alpha_{1,i} = \arccos(\cos(\Delta\alpha_z) \cdot \cos(h_{\text{Einstrahl}})) \quad (6.93)$$

bestimmt.

Hierbei beinhaltet der Ausdruck $\Delta\alpha_z$ die Differenz zwischen dem Azimut der Einstrahlung und jenem der Ebene i . Der Parameter $h_{\text{Einstrahl}}$ bezeichnet den realen Höhenwinkel der Einstrahlung auf die, um den Winkel η geneigte Ebene i .

Der in die Glasebene projizierte Einstrahlwinkel h'_s ergibt sich somit zu

$$h'_s = \arctan\left(\frac{\tan(h_s)}{\cos(\Delta\alpha_z)}\right) \quad (6.94)$$

Das Koordinatensystem der Prismenscheibe kann gegenüber dem Ausgangssystem des Raumes vertikal gedreht sein. Für die weiteren Berechnungen muß jedoch der Höhenwin-

kel mit der Flächennormale der Prismenscheibe bestimmt werden. Dieser wird als $h'_{proj.}$ bezeichnet und den jeweiligen Randbedingungen entsprechend bestimmt.

• Einstrahlung aus dem Himmelsgewölbe $h'_S \geq 0$

1.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \eta &\leq h'_S < \pi - \eta \\ 0 &\leq \eta \leq \frac{\pi}{2} \\ h'_{proj.} &= h'_S - \frac{\pi}{2} + \eta = o'_{1,1} \end{aligned} \quad (6.95)$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \eta &\geq h'_S \\ 0 &\leq \eta \leq \frac{\pi}{2} \\ h'_{proj.} &= \frac{\pi}{2} - h'_S - \eta = o'_{1,1} \end{aligned} \quad (6.96)$$

3.

$$\begin{aligned} h'_S &< \pi - \eta \\ \frac{\pi}{2} &\leq \eta \leq \pi \\ h'_{proj.} &= h'_S - \frac{\pi}{2} + \eta = o'_{1,1} \end{aligned} \quad (6.97)$$

• Einstrahlung aus dem Bereich des Grundes $h'_S < 0$

1.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \eta &\geq h'_S \\ 0 &\leq \eta \leq \frac{\pi}{2} \\ h'_{proj.} &= \frac{\pi}{2} - h'_S - \eta = o'_{1,1} \end{aligned} \quad (6.98)$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \eta &\geq h'_S > -\eta \\ \frac{\pi}{2} &\leq \eta \leq \pi \\ h'_{proj.} &= \frac{\pi}{2} - h'_S - \eta = o'_{1,1} \end{aligned} \quad (6.99)$$

3.

$$\begin{aligned}
 h'_s &\geq \frac{\pi}{2} - \eta \\
 \frac{\pi}{2} &\leq \eta \leq \pi \\
 h'_{proj.} &= h'_s - \frac{\pi}{2} + \eta = o'_{1,1}
 \end{aligned} \tag{6.100}$$

η wird zu 0 bei horizontaler und zu $\frac{\pi}{2}$ bei senkrechter Einbaulage. Diese Zusammenfassung der beiden Winkelparameter im Winkel $o_{1,i}$ und die anschließende Berechnung des Brechungswinkels nach SNELLIUS bedeutet jedoch einen Informationsverlust. Dieser ist gering bei Betrachtung des Einflusses der Prismascheiben auf die thermische Situation im Gebäude, jedoch bedeutend bei der Analyse des Tageslichtlenkpotentials dieses Bauteils. Hierbei kann zwar der Quadrant bezeichnet werden in welchem die Strahlablenkung erfolgt. Durch den Winkel $o_{2,i}$, welcher zwischen Austrittsstrahl und der Flächennormalen bestimmt wird, kann jedoch nicht der geänderte Azimut- oder Höhenwinkel rekonstruiert werden.

Der Versuch vor der Berechnung eine Zerlegung des Einstrahlwinkels in einen Azimut- und einen projizierten Höhenwinkel vorzunehmen, beide Anteile dann getrennt voneinander zu brechen und die neuen Werte für den Azimut- und Höhenwinkel zum neuen Brechungswinkel $o_{2,i}$ zusammenzufassen, ist mathematisch nicht möglich. Die Bestimmung des Winkels $o_{2,i}$ zum einen direkt über den Einstrahlwinkel $o_{1,i}$ und zum anderen über die vorherige Zerlegung in

$$\begin{aligned}
 \alpha_{2,i} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\Delta\alpha_{1,i})\right) \\
 h'_{1,i} &= \arctan\left(\frac{\tan(h_{1,i})}{\cos(\Delta\alpha_{1,i})}\right) \\
 h'_{2,i} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(h'_{1,i})\right) \\
 o_{2,i,rekomb.} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(h'_{2,i}) - \tan^2(\alpha_{2,i})}\right)
 \end{aligned}$$

ergibt unterschiedliche Werte für $o_{2,i}$ und $o_{2,i,rekomb.}$. Der rekombinierte Wert $o_{2,i,rekomb.}$ nimmt bei hohen Azimutdifferenzen bis zu 10° größere Beträge ein, als der tatsächliche Parameter $o_{2,i}$. Je geringer die Azimutdifferenz ist, desto geringer werden auch die Abstände zwischen diesen beiden Winkeln.

Die o.g. Tabelle ergibt sich für die Kombination Luft-Glas mit einem Brechungsindex für

Glas von 1,5. Bei einer metallischen Oberfläche mit einem Brechungsindex von 2,5 reduziert sich die Abweichung. Dies ergibt sich aus der Tatsache, daß bei steigendem Index

Tabelle 6.1: Auswirkung einer Rekombination der Strahlenläufe mit $n = 1,5$

$\Delta\alpha_z$	$h_{Einstrahl}$	$o_{2,i}$	$o_{2,i,rekomb.}$	Differenz
85,5	4,5	41,6535	46,0760	4,4225
	45,0	41,7314	51,5170	9,7856
	90,0	41,8103	51,5941	9,7838
45,0	4,5	28,2197	28,3519	0,1322
	45,0	35,2644	40,0536	4,7892
	90,0	41,8103	46,1776	4,3673
0,0	4,5	2,9983	2,9983	0,0000
	45,0	28,2197	28,2197	0,0000
	90,0	41,8103	41,8103	0,0000

n die Ausstrahlvektoren näher zum Normalenvektor der Einheit abgelenkt werden. Dies kann nachfolgender Tabelle entnommen werden.

Zur weiteren Betrachtung ist es jedoch unerlässlich, daß die Einzelkomponenten des Einstrahlvektors bekannt bleiben. Dadurch, daß die Ebenen der Prismeneinheit in Richtung des Azimutwinkels als zueinander parallel angenommen werden können, bedeutet dies:

Der Strahl, welcher die Prismenscheibe wieder verläßt, besitzt den selben Azimutwinkel, wie der Eingangsstrahl in die Prismeneinheit. Einzig der Höhenwinkel ändert sich. Mit dem Einstrahlwinkel in Azimutrichtung $\alpha_{1,1} = \Delta\alpha_z$ ergibt sich

$$\begin{aligned}\alpha_{2,1} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) \\ \alpha_{1,2} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) = \alpha_{2,1} \\ \alpha_{2,2} &= \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(\alpha_{1,2})\right) = \alpha_{1,1}\end{aligned}$$

Im folgenden wird somit der jeweilige Azimutwinkel in der zuvor genannten Weise bestimmt. Durch die Kenntnis des exakten Winkels $o_{x,i}$ zwischen dem Strahlen- und dem Flächenvektor, kann der jeweilige Höhenvektor rekombiniert werden. Es folgt der projizierte Höhenwinkel, wie er auch in der nachfolgenden Betrachtung benötigt wird, für Position 1 der Grenzfläche 2 der Einheit zu:

$$\alpha_{1,2} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right)$$

Tabelle 6.2: Auswirkung einer Rekombination der Strahlenläufe mit $n = 2,5$

$\Delta\alpha_z$	$h_{Einstrahl}$	$o_{2,i}$	$o_{2,i,rekomb.}$	Differenz
85,5	4,5	23,5016	27,7296	4,2280
	45,0	23,5397	31,5897	8,0501
	90,0	23,5782	31,6365	8,0583
45,0	4,5	16,4819	16,6041	0,1223
	45,0	20,2679	24,4308	4,1629
	90,0	23,5782	27,7766	4,1984
0,0	4,5	1,7984	1,7984	0,0000
	45,0	16,4299	16,4299	0,0000
	90,0	23,5782	23,5782	0,0000

$$o_{1,2} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,1})\right)$$

$$\cos(o_{1,2}) = \cos(\alpha_{1,2}) \cdot \cos(h_{1,2})$$

$$h_{1,2} = \arccos\left(\frac{\cos(o_{1,2})}{\cos(\alpha_{1,2})}\right)$$

$$o'_{1,2} = \arctan\left(\frac{\tan(h_{1,2})}{\cos(\alpha_{1,2})}\right) = h'_{1,2}$$

Zur Bestimmung des Höhenwinkels $h_{j,i}$ im 3-D-Koordinatensystem des Raumes muß zuerst der 2-D-Wert des Höhenwinkels bekannt sein.

1.

$$o'_{1,1} \geq 0 \quad \text{und} \quad o'_{2,1} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$h'_{1,2} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,1} \tag{6.101}$$

2.

$$o'_{1,1} \geq 0 \quad \text{und} \quad o'_{2,1} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$h'_{1,2} = o'_{2,1} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \tag{6.102}$$

3.

$$\begin{aligned} o'_{1,1} &< 0 \quad \text{und} \quad \alpha_1 \leq o'_{2,1} < 0 \\ h'_{1,2} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,1} \end{aligned} \tag{6.103}$$

4.

$$\begin{aligned} o'_{1,1} &\geq 0 \quad \text{und} \quad o'_{2,1} < \alpha_2 \\ h'_{1,4} &= o'_{2,1} + \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \end{aligned} \tag{6.104}$$

5.

$$\begin{aligned} o'_{1,1} &< 0 \quad \text{und} \quad o'_{2,1} \geq \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\ h'_{1,4} &= o'_{2,1} + \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \end{aligned} \tag{6.105}$$

6.

$$\begin{aligned} o'_{1,1} &< 0 \quad \text{und} \quad o'_{2,1} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\ h'_{1,4} &= \alpha_2 - o'_{2,1} - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \tag{6.106}$$

Hiernach kann der tatsächliche Einstrahlwinkel $o_{j,i}$ auf die jeweilige Prismenschräge bestimmt werden.

•

$$\begin{aligned}
 h_{1,2} &= \arctan \left(\tan \left(h'_{1,2} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{1,2} \right) \right) \\
 o_{1,2} &= \arccos \left(\cos \left(h_{1,2} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{1,2} \right) \right) \\
 o_{2,2} &= \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin \left(o_{1,2} \right) \right) \\
 h_{2,2} &= \arccos \left(\cos \left(o_{2,2} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{2,2} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{6.107}$$

•

$$\begin{aligned}
 h_{1,3} &= \arctan \left(\tan \left(h'_{1,3} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{1,3} \right) \right) \\
 o_{1,3} &= \arccos \left(\cos \left(h_{1,3} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{1,3} \right) \right) \\
 o_{2,3} &= \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin \left(o_{1,3} \right) \right) \\
 h_{2,3} &= \arccos \left(\cos \left(o_{2,3} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{2,3} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{6.108}$$

Wobei der Azimutwinkel der Ausstrahlrichtung gleich jener der Einstrahlrichtung ist, d.h. $\alpha_{2,2} = \alpha_{2,3} = \alpha_{1,1}$. Gemäß Definition wird der Winkel der unteren Prismenschräge i.d.R. mit negativem Vorzeichen in die Berechnung mit einbezogen. Dies wurde hier durch die Bildung des Betrages berücksichtigt.

Die Prismenscheibe nutzt die Eigenschaften von optisch dichteren Medien als Luft, da Strahlen, welche oberhalb eines genau definierten Winkels auf die Grenzfläche Medium-Luft treffen gänzlich reflektiert werden. Der Grenzwinkel beim Übergang von einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium bestimmt sich zu:

$$\alpha_{Grenze} = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \tag{6.109}$$

n_1 : Brechungsindex des optisch dünneren Mediums, z.B. Luft mit 1

n_2 : Brechungsindex des optisch dichteren Mediums, z.B. Glas mit 1,5

Für die Kombination Glas-Luft bedeutet dies z.B. einen Grenzwinkel von $41,81^\circ$.

6.3.1 Prismenschrägen nach Innen

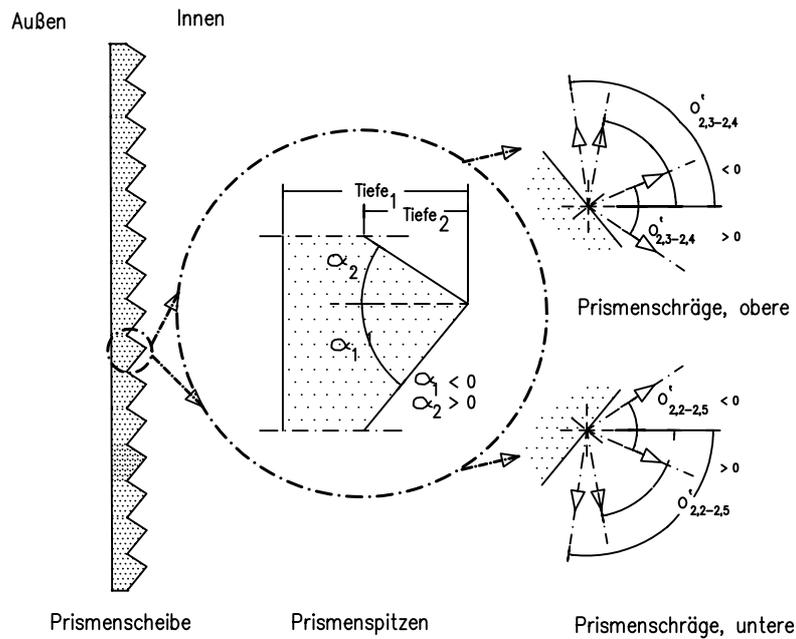


Abbildung 6.23: Prismenscheibe - Einbaulage 1

Das o.g. *Bild 6.25* zeigt die Prismenscheibe mit in den Innenraum zeigenden Prismen. Neben der Gesamtbautiefe $Tiefe_1$ ist die Prismenhöhe $Tiefe_2$, der Neigungswinkel der oberen Prismenschräge α_1 und der unteren Prismenschräge α_2 dargestellt.

Beleuchtung der Prismenschrägen von oben

Zur einfacheren Verfolgung der anschließenden Gleichungen, seien vorab die am häufigsten verwandten Symbole aufgeführt.

- $Tiefe_1$: Gesamtbautiefe der Prismenscheibe in mm
 $Tiefe_2$: BauTiefe der Prismenpyramide in mm
 α_1 : Winkel des unteren Prismenschenkels
 i.d.R mit negativem Vorzeichen
 α_2 : Winkel des oberen Prismenschenkels
 i.d.R mit positivem Vorzeichen
 k : Extinktionskoeffizient des optisch dichteren Mediums
 n_1 : Brechungsindex des optisch dünneren Mediums, Luft mit 1
 n_2 : Brechungsindex des optisch dichteren Mediums, Glas mit 1,5

Bei der Betrachtung der Ein- und Ausstrahlwinkel ergeben sich die Bezeichnungen wie folgt:

- $o_{1,i}$: Einstrahlwinkel auf die Grenzfläche i zwischen optisch unterschiedlich dichten Medien
 $o_{2,i}$: Ausstrahlwinkel von der Grenzfläche i zwischen optisch unterschiedlich dichten Medien

Der Zusammenhang zwischen Einstrahl- und Ausstrahlwinkel ergibt sich gemäß dem Brechungsgesetz nach SNELLIUS zu:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin o_{2,i}}{\sin o_{1,i}} \quad (6.110)$$

Durch Auflösung nach dem Austrittswinkel berechnet sich dieser zu:

$$o_{2,i} = \arcsin \left(\frac{n_1 \cdot \sin o_{1,i}}{n_2} \right) \quad (6.111)$$

Die anteilige Beleuchtung f_{unten} bzw. f_{oben} der Prismenschrägen ergibt sich aus geometrischer Betrachtung.

Einstrahlung aus dem Himmelsgewölbe $o'_{1,1} \geq 0$

1. Vollbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(\alpha_2 - o'_{2,1,real})}{\cos(\alpha_2)} \quad (6.112)$$

$$bel_{unten} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(o'_{2,1,real} - \alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} \quad (6.113)$$

$$\text{wenn } o'_{2,1} = o'_{2,1,real} \leq \alpha_2$$

(6.114)

2. Teilbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = 0$$

$$bel_{unten} = Tiefe_2 \cdot \left(\frac{\sin(o'_{2,1,real} - \alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} - \frac{\sin(o'_{2,1,real} - \alpha_2)}{\cos(\alpha_2)} \right) \quad (6.115)$$

$$\text{wenn } o'_{2,1} = o'_{2,1,real} > \alpha_2$$

$$f_{oben} = \frac{bel_{oben}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \quad (6.116)$$

$$f_{unten} = \frac{bel_{unten}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \quad (6.117)$$

Die Summe von f_{oben} und f_{unten} ergibt 1.

Einstrahlrichtung aus Richtung des Grundes $o'_{2,1} < 0$

1. Vollbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(\alpha_2 - o'_{2,1,real})}{\cos(\alpha_2)} \quad (6.118)$$

$$bel_{unten} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(o'_{2,1,real} - \alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} \quad (6.119)$$

$$\text{wenn } o'_{2,1} = o'_{2,1,real} \geq \alpha_1$$

$$(6.120)$$

2. Teilbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \left(\frac{\sin(\alpha_2 - o'_{2,1,real})}{\cos(\alpha_1)} - \frac{\sin(\alpha_1 - o'_{2,1,real})}{\cos(\alpha_2)} \right) \quad (6.121)$$

$$bel_{unten} = 0$$

$$\text{wenn } o'_{2,1} = o'_{2,1,real} < \alpha_1$$

$$f_{oben} = \frac{bel_{oben}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \quad (6.122)$$

$$f_{unten} = \frac{bel_{unten}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \quad (6.123)$$

Die Summe von f_{oben} und f_{unten} ergibt 1. Im weiteren Verlauf der Strahlung in den Raum, kann ein Teil der Strahlung durch weitere Abschattung bzw. Reflexion an einer der Prismenschrägen den jeweils betrachteten Transmissionsgrad beeinflussen. Hierzu ist es notwendig jenen Teil der Strahlung zu beziffern, welcher auf eine der Prismenschrägen eingestrahlt wird und nicht direkt in den Raum gelangt.

Fall 1: $o'_{2,4,real} < \alpha_1$

$$bel_{oben,real} = \frac{bel_{oben}}{\sin(\pi - \alpha_2 - o'_{1,1})} \quad (6.124)$$

$$bel_{oben,1.Refl} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1us}\right)}{\cos(\alpha_2 - \alpha_1 - o'_{1us})} \quad (6.125)$$

$$bel_{oben,dir} = bel_{oben,real} - bel_{oben,1.Refl} \quad (6.126)$$

Fall 2: $o'_{2,2,real} < \alpha_1$

$$bel_{unten,real} = \frac{bel_{unten}}{\sin(\pi + \alpha_1 - o'_{1,1})} \quad (6.127)$$

$$bel_{unten,1.Refl} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1os}\right)}{\cos(\alpha_2 - \alpha_1 - o'_{1os})} \quad (6.128)$$

$$bel_{unten,dir} = bel_{unten,real} - bel_{unten,1.Refl} \quad (6.129)$$

Falls $bel_{unten,1.Refl} > bel_{unten,real}$ gilt $bel_{unten,1.Refl} = bel_{unten,real}$, da dann nur eine Teilbestrahlung der darunter liegenden Prismenschräge vorliegt. Die gleiche Aussage kann auch für die darüber liegende gemacht werden. Hier folgt $bel_{oben,1.Refl} = bel_{oben,real}$ bei $bel_{oben,1.Refl} > bel_{oben,real}$.

Von jenen Anteilen, welche an der Ebene (1,2) bzw. (1,4) auf die Ebene (1,4) bzw. (1,2) reflektiert wird, kann ein Teil u.U. wieder direkt nach Außen zurückreflektiert werden. Der andere Teil wird in den Innenraum weitergeleitet.

Fall 3: $o'_{1,4,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$ und $o'_{1,4,real} < \alpha_1$

$$bel_{oben,5,dir} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1 - o'_{1,4}) \quad (6.130)$$

$$bel_{oben,5,Gesamt} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \cos(o'_{1,4}) \quad (6.131)$$

$$bel_{oben,5,Refl.außen} = bel_{oben,5,Gesamt} - bel_{oben,5,dir} \quad (6.132)$$

Fall 4: $o'_{1,2,real} < \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$ und $\alpha_1 + o'_{1,4,real} < 0$

$$bel_{unten,3,dir} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1 - o'_{1,2}) \quad (6.133)$$

$$bel_{unten,3,Gesamt} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \cos(o'_{1,2}) \quad (6.134)$$

$$bel_{unten,3,Refl.au\beta en} = bel_{unten,3,Gesamt} - bel_{unten,3,dir} \quad (6.135)$$

Diese Bestimmung der beleuchteten Flächen kann nicht nur für die jeweils erste Reflexion an einer der Schrägen durchgeführt werden, sondern beliebig oft für die weitergehende Betrachtung des Strahlenganges. Z.B. kann der an der oberen oder der unteren Schräge wieder eintretende Strahl o_{2us} bzw. o_{2os} wie der reflektierte Strahl $o_{1,3}$ bzw. $o_{1,5}$ behandelt werden. Wichtig kann dies vor allem für hochabsorbierende Prismenmaterialien werden, da dies einen deutlichen Einfluß auf das Absorptionsverhalten der Scheiben haben kann.

- Beleuchtung der unteren Prismenschräge $o'_{2,1,real} > \alpha_1$

1. Einstrahlwinkel auf die untere Schräge.

Für $o'_{1,1} \geq 0$ und $o'_{2,1} \leq \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} o'_{1,2} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,1} \\ o'_{1,2,real} &= o'_{2,1} \end{aligned} \quad (6.136)$$

Für $o'_{1,1} \geq 0$ und $o'_{2,1} > \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} o'_{1,2} &= o'_{2,1} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \\ o'_{1,2,real} &= o'_{2,1} \end{aligned} \quad (6.137)$$

Für $o'_{1,1} < 0$:

$$\begin{aligned} o'_{1,2} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2,1} \\ o'_{1,2,real} &= -o'_{2,1} \end{aligned} \quad (6.138)$$

2. Ausstrahlwinkel aus der unteren Schräge.

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) \\ h_{1,2} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,2}) \cdot \cos(\alpha_{1,2})\right) \\ o_{1,2} &= \arccos(\cos(h_{1,2}) \cdot \cos(\alpha_{1,2})) \end{aligned}$$

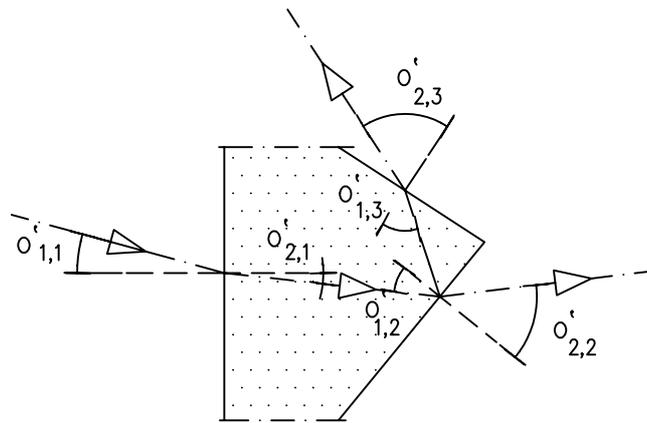


Abbildung 6.24: Der Winkel $o'_{1,2}$

$$\begin{aligned}
 &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,2}) - \tan^2(\alpha_{1,2})} \right) \\
 o_{2,2} &= \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(o_{1,2}) \right)
 \end{aligned} \tag{6.139}$$

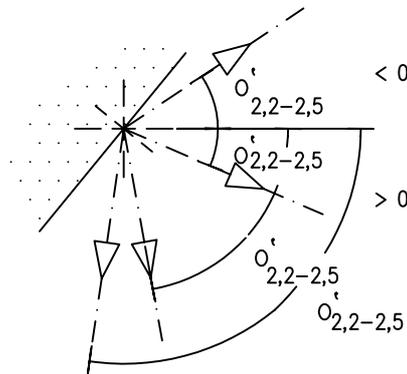


Abbildung 6.25: Der Winkel $o'_{2,2}$

Zur Weiterverarbeitung im Programm wird jedoch nicht dieser Relativwinkel benötigt, sondern jener im Raumkoordinatensystem. Die Fallunterscheidung folgt zu:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{2,2} &= \alpha_{1,1} \\
 o'_{2,2} &= \arctan \left(\frac{\tan(h_{2,2})}{\cos(\alpha_{2,2})} \right) \\
 &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o_{2,2}) + \tan^2(\alpha_{2,2})} \right)
 \end{aligned}$$

$$o'_{2,2,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,2} \quad (6.140)$$

$$\begin{aligned} & \text{mit } o'_{2,2} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \text{ und } o'_{1,2,real} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\ & = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2,2} \end{aligned} \quad (6.141)$$

$$\begin{aligned} & \text{mit } o'_{2,2} + \alpha_1 < 0 \text{ und } o'_{1,2,real} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\ & = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2,2} \end{aligned} \quad (6.142)$$

$$\text{mit } o'_{2,2} + \alpha_1 > 0 \text{ und } o'_{1,2,real} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

Der Winkel α_1 besitzt ein negatives Vorzeichen, $o'_{2,2}$ und $o'_{2,2,real}$ ein positives Vorzeichen. Für den Fall, daß $o'_{2,2} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1$ wird, erhält $o'_{2,2,real}$ ein negatives Vorzeichen und bestimmt sich zu:

$$o'_{2,2,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,2} \quad (6.143)$$

$$\text{mit } o'_{2,2} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \text{ und } o_{1,2,real} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$h_{2,2} = \arctan \left(\tan \left(o'_{2,2,real} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{2,2} \right) \right) \quad (6.144)$$

3. Einstrahlwinkel auf die obere Schräge. Nach der 1.Reflexion an der unteren Schräge.

$$o'_{1,3,real} = o'_{1,2} + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}$$

$$o'_{1,3} = \alpha_2 - \frac{\pi}{2} - o'_{1,3,real} \quad \text{wenn } o'_{1,2,real} \leq -\frac{\pi}{2} \quad (6.145)$$

$$o'_{1,3} = \alpha_2 - \frac{\pi}{2} - o'_{1,3,real} \quad \text{wenn } \frac{\pi}{2} < o'_{1,2,real} \leq \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \quad (6.146)$$

$$o'_{1,3} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,3,real} \quad \text{wenn } \alpha_2 - \frac{\pi}{2} < o'_{1,2,real} \leq 0 \quad (6.147)$$

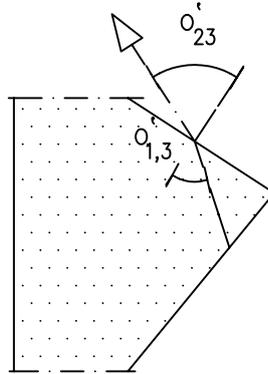
$$o'_{1,3} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,3,real} \quad \text{wenn } 0 < o'_{1,2,real} \quad (6.148)$$

4. Ausstrahlwinkel aus der oberen Schräge in den Raum.
Nach der 1.Reflexion an der unteren Schräge

$$\alpha_{1,3} = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \left(\alpha_{1,1} \right) \right)$$

$$h_{1,3} = \arctan \left(\tan \left(o'_{1,3} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{1,3} \right) \right)$$

$$o_{1,3} = \arccos \left(\cos \left(h_{1,3} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{1,3} \right) \right)$$


 Abbildung 6.26: Der Winkel o'_{13}

$$o_{2,3} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(o_{1,3})\right) \quad (6.149)$$

5. Einstrahlwinkel auf die darüberliegende, untere Schräge.

$$\alpha_{1us} = \alpha_{1,1}$$

$$o'_{2,3} = \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o_{2,3}) + \tan^2(\alpha_{2,3})}\right) \quad (6.150)$$

$$(6.151)$$

Einstrahlwinkel auf die darüberliegende, untere Schräge.

$$\alpha_{1us} = \alpha_{1,1}$$

$$o'_{1us} = \alpha_2 - \alpha_1 - o'_{2,3} \quad (6.152)$$

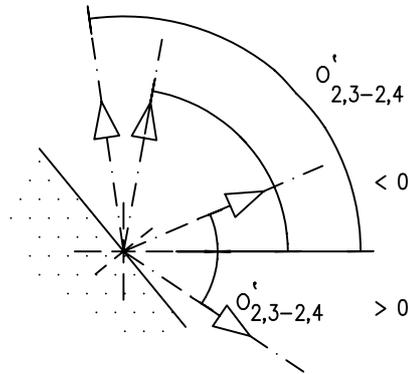
$$(6.153)$$

Für $o'_{2,3,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$ und $o'_{1us} \leq \frac{\pi}{2}$:

$$o'_{1us,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1us} \quad (6.154)$$

Für $o'_{2,3,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$ und $o'_{1us} > \frac{\pi}{2}$:

$$o'_{1us,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1us} \quad (6.155)$$


 Abbildung 6.27: Der Winkel o'_{23}

$$h_{1us} = \arctan(\tan(o'_{1us}) \cdot \cos(\alpha_{1us})) \quad (6.156)$$

$$o_{1us} = \arccos(\cos(h_{1us}) \cdot \cos(\alpha_{1us}))$$

Gültig für $o'_{1us} < \frac{\pi}{2}$.

Der reale, projizierte Austrahlwinkel kann angegeben werden zu:

$$o'_{2,3,real} = \alpha_2 + o'_{2,3} - \frac{\pi}{2} \quad (6.157)$$

$$\text{mit } o'_{2,3} \geq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{und } o'_{1,3,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$o'_{2,3,real} = \alpha_2 + o'_{2,3} - \frac{\pi}{2} \quad (6.158)$$

$$\text{mit } o'_{2,3} < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{und } o'_{1,3,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$o'_{2,3,real} = \alpha_2 - o'_{2,3} - \frac{\pi}{2} \quad (6.159)$$

$$\text{mit } o'_{2,3} < \alpha_2$$

$$\text{und } o'_{1,3,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$o'_{2,3,real} = \alpha_2 - o'_{2,3} - \frac{\pi}{2} \quad (6.160)$$

$$\text{mit } o'_{2,3} \geq \alpha_2$$

$$\text{und } o'_{1,3,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$(6.161)$$

$$h_{2,3} = \arctan \left(\tan(o'_{2,3,real}) \cdot \cos(\alpha_{2,3}) \right) \quad (6.162)$$

Wird der real, projizierte Ausfallswinkel $o'_{2,3,real}$ größer oder gleich dem Anstellwinkel α_1 der unteren Schräge, so erfolgt keine Bestrahlung der darüberliegenden unteren Schräge.

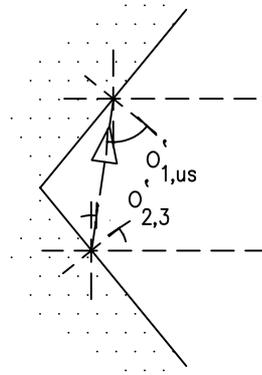


Abbildung 6.28: Der Winkel $o'_{1,us}$

- Beleuchtung der oberen Prismenschräge

1. Einstrahlwinkel auf die obere Schräge.

Für $o'_{1,1} \geq 0$:

$$o'_{1,4} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{2,1}$$

$$o'_{1,4,real} = o'_{2,1}$$

$$(6.163)$$

Für $o'_{1,1} < 0$ und $o'_{2,1} < \frac{\pi}{2}$:

$$o'_{1,4} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{2,1}$$

$$o'_{1,4,real} = -o'_{2,1} \quad (6.164)$$

Für $o'_{1,1} < 0$ und $o'_{2,1} \geq \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} o'_{1,4} &= o'_{2,1} + \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\ o'_{1,4,real} &= -o'_{2,1} \end{aligned} \quad (6.165)$$

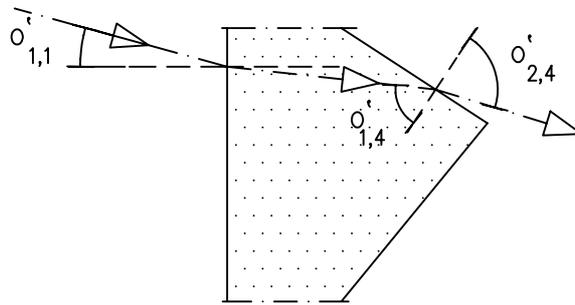


Abbildung 6.29: Der Winkel o'_{14}

2. Ausstrahlwinkel aus der oberen Schräge in den Raum.

$$\begin{aligned} \alpha_{1,4} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) \\ h_{1,4} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,4}) \cdot \cos(\alpha_{1,4,real})\right) \\ o_{1,4} &= \arccos(\cos(h_{1,4}) \cdot \cos(\alpha_{1,4})) \\ &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,4}) - \tan^2(\alpha_{1,4})}\right) \\ o_{2,4} &= \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(o_{1,4})\right) \end{aligned} \quad (6.166)$$

Ebenso wie zuvor muß für die weitere Behandlung dieses Winkels der reale Bezug gewählt werden.

$$\alpha_{2,4} = \alpha_{1,1}$$

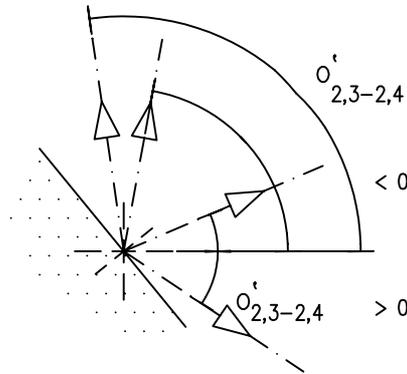


Abbildung 6.30: Der Winkel o'_{24}

$$\begin{aligned}
 o'_{2,4} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o_{2,4}) + \tan^2(\alpha_{2,4})} \right) \\
 o'_{2,4,real} &= \alpha_2 + o'_{2,4} - \frac{\pi}{2} & (6.167) \\
 &\text{mit } \alpha_2 + o'_{2,4} \geq \frac{\pi}{2} \text{ und } o'_{1,4,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

$o'_{2,4,real}$ mit positivem Vorzeichen, da in Richtung GRUND gelenkt.

$$o'_{2,4,real} = o'_{2,4} + \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \quad (6.168)$$

$$\begin{aligned}
 &\text{mit } \alpha_2 + o'_{2,4} < \frac{\pi}{2} \text{ und } o'_{1,4,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{2,4} & (6.169)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{mit } o'_{2,4} < \alpha_2 \text{ und } o'_{1,4,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{2,4} & (6.170)
 \end{aligned}$$

$$\text{mit } o'_{2,4} \geq \alpha_2 \text{ und } o'_{1,4,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$h_{2,4} = \arctan \left(\tan(o'_{2,4,real}) \cdot \cos(\alpha_{2,4}) \right) \quad (6.171)$$

3. Einstrahlwinkel auf die darüberliegende, untere Schräge.

$$\begin{aligned}\alpha_{1us} &= \alpha_{1,1} \\ o'_{1us} &= \alpha_2 - \alpha_1 - o'_{2,4}\end{aligned}\quad (6.172)$$

Für $o'_{2,4,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$ und $o'_{1us} \leq \frac{\pi}{2}$:

$$o'_{1us,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1us} \quad (6.173)$$

Für $o'_{2,4,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$ und $o'_{1us} > \frac{\pi}{2}$:

$$o'_{1us,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1us} \quad (6.174)$$

$$\begin{aligned}h_{1us} &= \arctan(\tan(o'_{1us}) \cdot \cos(\alpha_{1us})) \\ o_{1us} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1us}) - \tan^2(\alpha_{1us})}\right) \\ \alpha_{2us} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1us})\right) \\ o_{2us} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1us})\right) \\ o'_{2us} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o_{2us}) + \tan^2(\alpha_{2us})}\right) \\ o'_{2us,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2us}\end{aligned}\quad (6.175)$$

Gültig für $o'_{1us} < \frac{\pi}{2}$.

Hier nun mit negativem Vorzeichen, da in Richtung DECKE reflektiert.

4. Einstrahlwinkel auf die untere Schräge.

Nach der 1. Reflexion an der oberen Schräge

$$o'_{1,5,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_2 - o'_{1,4}$$

$$\begin{aligned}o'_{1,5} &= o'_{1,5,real} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \\ &\text{wenn } o'_{1,5,real} > \frac{\pi}{2}\end{aligned}\quad (6.176)$$

$$\begin{aligned}o'_{1,5} &= o'_{1,5,real} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \\ &\text{wenn } \frac{\pi}{2} + \alpha_1 < o'_{1,5,real} \leq \frac{\pi}{2}\end{aligned}\quad (6.177)$$

$$\begin{aligned}o'_{1,5} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1,5,real} \\ &\text{wenn } 0 < o'_{1,5,real} \leq \frac{\pi}{2} + \alpha_1\end{aligned}\quad (6.178)$$

$$o'_{1,5} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1,5,real} \quad (6.179)$$

$$\text{wenn } o'_{1,5,real} \leq 0 \quad (6.180)$$

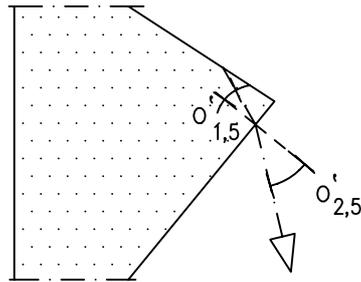


Abbildung 6.31: Der Winkel o'_{15}

5. Ausstrahlwinkel aus der unteren Schräge in den Raum.
 Nach der 1. Reflexion an der oberen Schräge

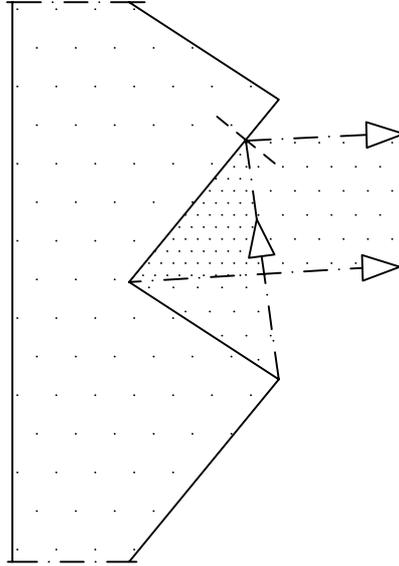


Abbildung 6.32: Der Ausstrahlungswinkel aus der unteren Schräge

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1,5} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) \\
 h_{1,5} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,5,real}) \cdot \cos(\alpha_{1,5})\right) \\
 o_{1,5} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,5}) + \tan^2(\alpha_{1,5})}\right) \\
 o_{2,5} &= \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(o_{1,5})\right)
 \end{aligned} \tag{6.181}$$

Der reale, projizierte Ausfallswinkel unterscheidet vier Fälle:

$$\begin{aligned}
 o'_{2,5,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,5} \\
 &\text{mit } o'_{2,5} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 &\text{und } o'_{1,5,real} \leq \frac{\pi}{2} + \alpha_1
 \end{aligned} \tag{6.182}$$

$$\begin{aligned}
 o'_{2,5,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,5} \\
 &\text{mit } o'_{2,5} \leq \frac{\pi}{2} + \alpha_1
 \end{aligned} \tag{6.183}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{und } o'_{1,5,real} \leq \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 o'_{2,5,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2,5} \qquad (6.184)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{mit } o'_{2,5} + \alpha_1 \leq 0 \\
 & \text{und } o'_{1,5,real} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 o'_{2,5,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2,5} \qquad (6.185) \\
 & \text{mit } o'_{2,5} + \alpha_1 > 0 \\
 & \text{und } o'_{1,5,real} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1
 \end{aligned}$$

$$h_{2,5} = \arctan \left(\tan \left(o'_{2,5,real} \right) \cdot \cos \left(\alpha_{2,5} \right) \right) \qquad (6.186)$$

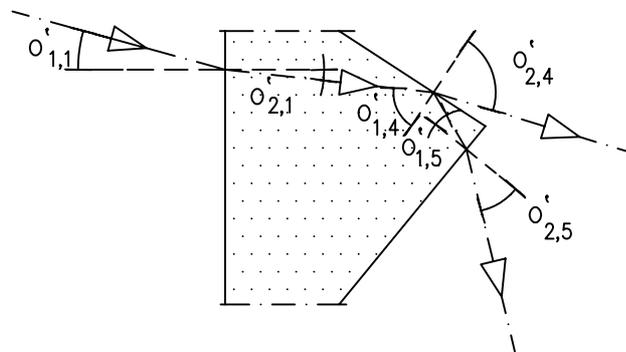


Abbildung 6.33: Der Winkel o'_{25}

6. Einstrahlwinkel auf die darunterliegende, obere Schräge

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1os} &= \alpha_{1,1} \\
 \alpha_{2,5} &= \alpha_{1,1} \\
 o'_{2,5} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o_{2,5}) + \tan^2(\alpha_{2,5})} \right) \\
 o'_{1os} &= \alpha_2 - \alpha_1 - o'_{2,5}
 \end{aligned} \tag{6.187}$$

$$\begin{aligned}
 h_{1os} &= \arctan(\tan(o'_{1os}) \cdot \cos(\alpha_{2,5})) \\
 o_{1os} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o'_{1os}) - \tan^2(\alpha_{1os})} \right) \\
 \alpha_{2os} &= \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1os}) \right) \\
 o_{2os} &= \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1os}) \right) \\
 o'_{2os} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o_{2os}) + \tan^2(\alpha_{2os})} \right) \\
 o'_{2os,real} &= \frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{2os}
 \end{aligned} \tag{6.188}$$

Dieser Einstrahlwinkel ergibt sich jedoch nicht nur durch den Winkel $o'_{2,5}$, sondern ebenso durch den nicht abgelenkten Ausfallswinkel $o'_{2,2}$. Hierzu kann die zuvor angegebene Gleichung angepaßt werden.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1os} &= \alpha_{1,1} \\
 \alpha_{2,2} &= \alpha_{1,1} \\
 o'_{2,2} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o_{2,2}) + \tan^2(\alpha_{2,2})} \right) \\
 o'_{1os} &= \alpha_2 - \alpha_1 - o'_{2,2}
 \end{aligned} \tag{6.189}$$

$$\begin{aligned}
 h_{1os} &= \arctan(\tan(o'_{1os}) \cdot \cos(\alpha_{1os})) \\
 o_{1os} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o'_{1os}) - \tan^2(\alpha_{1os})} \right)
 \end{aligned} \tag{6.190}$$

Gültig für $o'_{1os} < \frac{\pi}{2}$.

Der reale Einstrahlwinkel bestimmt sich zu:

Für $o'_{1os} \geq \frac{\pi}{2}\alpha_2$ und $o_{2,2,real}/o'_{2,5,real} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1$

$$o'_{1os,real} = \alpha_2 + o'_{1os} - \frac{\pi}{2} \tag{6.191}$$

Für $o'_{1os} < \frac{\pi}{2}\alpha_2$ und $o_{2,2,real}/o'_{2,5,real} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1$

$$o'_{1os,real} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{1os} \tag{6.192}$$

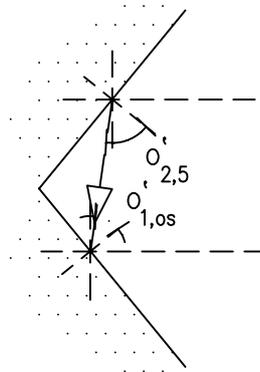


Abbildung 6.34: Der Winkel α'_{1os}

Bei diesen Beziehungen sind die jeweiligen Vorzeichen mit zu berücksichtigen, d.h. α_2 mit positivem und α_1 mit negativem Vorzeichen.

Dieser Anteil kann somit nicht im Inneren wirksam werden und nur ein Teil wird auf die obere Prismenschräge eingestrahlt.

Bei $\alpha'_{1,2} \geq \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$ erfolgt eine Totalreflexion an der Grenzfläche ‚untere Schräge‘. Bestimmt sich der Wert $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$ (mit $\alpha_1 \leq 0$) zu kleiner als $\alpha'_{2,1}$, so ergibt sich durch den steilen Einfallswinkel auf die untere Schräge eine Teilreflexion nach Außen. Eine Weiterreflexion zur oberen Prismenschräge erfolgt nicht.

Der gleiche Sachverhalt kann auch bei Beleuchtung der oberen Schräge angegeben werden. Hier lautet das Kriterium $\alpha'_{1,4} < \alpha_2$ für Teilreflexion und $\alpha'_{1,4} \geq \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$ für Totalreflexion an der Grenzfläche ‚obere Schräge‘. Bestimmt sich der Wert $\frac{\pi}{2} - \alpha_2$ (mit $\alpha_2 \geq 0$) zu kleiner als $|\alpha'_{2,4}|$, so ergibt sich durch den steilen Einfallswinkel auf die obere Schräge eine Teilreflexion nach Außen. Eine Weiterreflexion zur unteren Prismenschräge erfolgt nicht. Für die Betrachtung der Gesamttransmission sind desweiteren die Lauflängen der Strahlung durch das Medium höherer Dichte von Interesse.

1. Minimale Lauflänge bis zum ersten Kontakt
Für $\alpha'_{1,1} \geq 0$ oder $\alpha'_{1,1} < 0$

$$laeng_{min} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{21})} \quad (6.193)$$

2. Maximale Lauflänge bis zum ersten Kontakt

- Für den Fall $\alpha_1 \leq o'_{21} \leq \alpha_2$:

$$laeng_{max} = \frac{tief_1}{\cos(o'_{21})} \quad (6.194)$$

- Für den Fall $0 \leq \alpha_2 < o'_{2,1,real}$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,1})} + \frac{tief_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \left(\cos(o'_{21} - \alpha_2) + \frac{\sin(o'_{21} - \alpha_2)}{\tan(\pi - o'_{21} + \alpha_1)} \right) \quad (6.195)$$

- Für den Fall $o'_{2,1,real} \leq \alpha_2 < 0$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,1})} + \frac{tief_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \left(\cos(o'_{2,1} + \alpha_1) + \frac{\sin(o'_{2,1} + \alpha_1)}{\tan(\pi - o'_{21} - \alpha_2)} \right) \quad (6.196)$$

Für die reale maximale Lauflänge muß dieser, in die Ebene parallel zu den Flächennormalen der Schrägen projizierte Strahl, in die reale Situation zurückberechnet werden. Hierzu ist der am Anfang bestimmte Azimutwinkel α_{12} der, bereits an der ersten Trennebene abgelenkten, Strahlung hilfreich. Die reale Lauflänge ergibt sich dann zu:

$$laeng_{max} = laeng'_{max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \quad (6.197)$$

3. Mittlere Lauflänge auf die Prismenschrägen

$$laeng_{oben,Mittel} = \frac{laeng_{max} + laeng_{min}}{2} \quad (6.198)$$

$$laeng_{unten,Mittel} = \frac{laeng_{max} + laeng_{min}}{2} \quad (6.199)$$

Dadurch, daß die Prismen durch Ebenen begrenzt werden und das Material als homogen (d.h. konstanter Extinktionskoeffizient) angenommen werden kann, spiegelt diese mittlere Lauflänge den exakten Wert wieder, welcher zur Berechnung der Absorption im Material benötigt wird.

Neben dieser primären Wegstrecke wird des weiteren jene erfaßt, welche durch Reflexion an der entsprechenden Oberfläche ‚Untere ‘bzw. ‚Obere Prismenschräge ‘die Prismenschei-
be weiter durchläuft.

Hierzu sind insgesamt fünf Fälle zu unterscheiden.

Die untere Prismenschräge

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,2,real} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 & \alpha_1 + o'_{1,2} > 0 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,innen,min} & = 0 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,innen,max} & = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,2}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - \alpha_2 + o'_{1,2}\right)} \right) \\
 \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,2,real} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 & \alpha_1 + o'_{1,2} = 0 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,innen,min} & = 0 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,innen,max} & = Tiefe_2 \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1)} \right) \\
 \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,2,real} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 & \alpha_1 + o'_{1,2} < 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Reflexion nach Außen} \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)} \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)} + \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,2}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,2}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Reflexion nach Innen, Ebene 3} \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,innen,min} &= 0 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,innen,max} &= \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,2}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,2}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung:} \quad o'_{1,2,real} &> \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 o'_{1,2,real} &> \alpha_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 laeng'_{u-o,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(o'_{1,2} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)} \\
 laeng'_{u-o,max} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(o'_{1,2} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)} + \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,2}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,2}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} = laeng'_{u-o,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} = laeng'_{u-o,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} = laeng'_{u-o,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} = laeng'_{u-o,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,2,real} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 & o'_{1,2,real} < \alpha_2 \\
 \\
 laeng'_{u-o,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(o'_{1,2} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)} \\
 laeng'_{u-o,max} &= \frac{Tiefe_1}{\cos\left(o'_{1,2} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)} \\
 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} &= laeng'_{u-o,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} &= laeng'_{u-o,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} &= laeng'_{u-o,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} < \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\
 laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} &= laeng'_{u-o,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{1,2}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,2} \geq \frac{\pi}{2} + \alpha_1
 \end{aligned} \tag{6.200}$$

Die Umrechnung dieser 2D Längen in reale dreidimensionale führt zu nachfolgend dargestellten Beziehungen und die mittlere Lauflänge.

$$\begin{aligned}
 laeng_{u-o,1.Refl,innen,min} &= laeng'_{u-o,1.Refl,innen,min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{u-o,1.Refl,innen,max} &= laeng'_{u-o,1.Refl,innen,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{u-o,1.Refl,innen,mittel} &= \frac{laeng_{u-o,1.Refl,innen,min} + laeng_{u-o,1.Refl,innen,max}}{2} \\
 \\
 laeng_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} &= laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} &= laeng'_{u-o,1.Refl,au\beta en,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})}
 \end{aligned} \tag{6.201}$$

$$laeng_{u-o,1.Refl,au\beta en,mittel} = \frac{laeng_{u-o,1.Refl,au\beta en,min} + laeng_{u-o,1.Refl,au\beta en,max}}{2} \quad (6.202)$$

Bei hochabsorbierenden Prismen kann auch der wieder in die Prismenschräge eintretende Strahl von Bedeutung sein. Hierzu kann die zuvor dargestellte Berechnung einfach für $o'_{2us,real}$ durchgeführt werden. Es ergeben sich dann die Längen $laeng_{2us,innen,mittel}$ und $laeng_{2us,au\beta en,mittel}$.

Die obere Prismenschräge

$$\begin{aligned} \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,4,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\ & o'_{1,4} - \alpha_2 > 0 \\ laeng'_{o-u,1.Refl,innen,min} & = 0 \\ laeng'_{o-u,1.Refl,innen,max} & = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \\ & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,4}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} \right) \\ \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,4,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\ & o'_{1,4} - \alpha_2 = 0 \\ laeng'_{o-u,1.Refl,innen,min} & = 0 \\ laeng'_{o-u,1.Refl,innen,max} & = Tiefe_2 \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1)} \right) \\ \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,4,real} > \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\ & o'_{1,4} - \alpha_2 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Reflexion nach Außen} \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} + \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,4}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,4}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Reflexion nach Innen, Ebene 5} \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,innen,min} &= 0 \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,innen,max} &= \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,4}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,4}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung:} \quad o'_{1,4,real} &< \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\
 o'_{1,4,real} &< \alpha_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 laeng'_{o-u,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(o'_{1,4} - \frac{\pi}{2} + \alpha_2\right)} \\
 laeng'_{o-u,max} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(o'_{1,4} - \frac{\pi}{2} + \alpha_2\right)} + \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \\
 & \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,4}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 + o'_{1,4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - o'_{1,4}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} = laeng'_{o-u,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} < \frac{\pi}{2} - \alpha_2$$

$$laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} = laeng'_{o-u,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} \geq \frac{\pi}{2} - \alpha_2$$

$$laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} = laeng'_{o-u,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} < \frac{\pi}{2} - \alpha_2$$

$$laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} = laeng'_{o-u,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} \geq \frac{\pi}{2} - \alpha_2$$

$$\begin{aligned}
 \text{Bedingung:} \quad & o'_{1,4,real} < \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\
 & o'_{1,4,real} > \alpha_1 \\
 \\
 laeng'_{o-u,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos\left(o'_{1,4} - \frac{\pi}{2} + \alpha_2\right)} \\
 laeng'_{o-u,max} &= \frac{Tiefe_1}{\cos\left(o'_{1,4} - \frac{\pi}{2} + \alpha_2\right)} \\
 \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} &= laeng'_{o-u,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} < \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} &= laeng'_{o-u,min} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} \geq \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \\
 \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} &= laeng'_{o-u,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} < \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \\
 laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} &= laeng'_{o-u,max} \cdot \frac{\cos(o'_{2,1})}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{1,4}\right)} \quad \text{wenn } o'_{1,4} \geq \frac{\pi}{2} - \alpha_2
 \end{aligned} \tag{6.203}$$

$$\begin{aligned}
 laeng_{o-u,1.Refl,innen,min} &= laeng'_{o-u,1.Refl,innen,min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{o-u,1.Refl,innen,max} &= laeng'_{o-u,1.Refl,innen,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{o-u,1.Refl,innen,mittel} &= \frac{laeng_{o-u,1.Refl,innen,min} + laeng_{o-u,1.Refl,innen,max}}{2} \\
 \\
 laeng_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} &= laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} &= laeng'_{o-u,1.Refl,au\beta en,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1})}{\cos^2(\alpha_{2,1})} + \sin^2(o'_{2,1})} \\
 laeng_{o-u,1.Refl,au\beta en,mittel} &= \frac{laeng_{o-u,1.Refl,au\beta en,min} + laeng_{o-u,1.Refl,au\beta en,max}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.204}$$

Bei hochabsorbierenden Prismen kann auch der wieder in die Prismenschräge eintretende Strahl von Bedeutung sein. Hierzu kann die zuvor dargestellte Berechnung einfach für $o'_{2os,real}$ durchgeführt werden. Es ergeben sich dann die Längen $laeng_{2os,innen,mittel}$ und $laeng_{2os,außen,mittel}$. Zur Bestimmung der Auswirkung des Absorptionsverhaltens des Scheibenmaterials wird die allgemein bekannte Gleichung

$$\tau_a = e^{-\frac{K \cdot S_v}{\cos(o'_{12})}}$$

für die Betrachtung von Standardscheiben mit planen, zueinander parallelen Flächen umgestellt. In dieser Gleichung beschreibt K den Extinktionskoeffizient, S_v die Verglasungsdicke der Scheibe (Einheit in m) und o'_{12} den Laufwinkel der Solarstrahlung in der Scheibe. Bei Beachtung der realen Weglängen, welche die Solarstrahlung innerhalb einer Prismenscheibe zurücklegt, ergibt sich der Ansatz zu:

$$\tau_a = e^{-K \cdot laeng_a} \tag{6.205}$$

Mit der realen Lauflänge $laeng_a$.

Für die Erstbestrahlung der unteren Prismenebene folgt somit:

$$\tau_{a,u,dir} = e^{-K \cdot laeng_{unten,Mittel}} \tag{6.206}$$

entspricht direktem Durchgang

$$\tau_{a,u,1.Ref,innen} = e^{-K \cdot laeng_{u-o,1.Ref,innen,Mittel}} \tag{6.207}$$

1.Reflexion an unterer Prismenfläche

$$\tau_{a,u,1.Ref,außen} = e^{-K \cdot laeng_{u-o,1.Ref,außen,Mittel}} \tag{6.208}$$

1.Reflexion an unterer Prismenfläche

$$\tau_{a,2us,innen} = e^{-K \cdot laeng_{2us,innen,Mittel}} \tag{6.209}$$

Wiedereintritt in untere Prismenfläche

$$\tau_{a,2us,außen} = e^{-K \cdot laeng_{2us,außen,Mittel}} \tag{6.210}$$

Wiedereintritt in untere Prismenfläche

Bei der Erstbestrahlung der oberen Prismenebene gilt:

$$\tau_{a,o,dir} = e^{-K \cdot laeng_{oben,Mittel}} \quad (6.211)$$

direkter Durchgang

$$\tau_{a,o,1.Refl,innen} = e^{-K \cdot laeng_{o-u,1.Refl,innen,Mittel}} \quad (6.212)$$

1.Reflexion an oberer Prismenfläche

$$\tau_{a,o,1.Refl,auBen} = e^{-K \cdot laeng_{o-u,1.Refl,auBen,Mittel}} \quad (6.213)$$

1.Reflexion an oberer Prismenfläche

$$\tau_{a,2os,innen} = e^{-K \cdot laeng_{2os,innen,Mittel}} \quad (6.214)$$

Wiedereintritt in obere Prismenfläche

$$\tau_{a,2os,auBen} = e^{-K \cdot laeng_{2os,auBen,Mittel}} \quad (6.215)$$

Wiedereintritt in obere Prismenfläche

Ein Teil der Strahlung wird an den unterschiedlichen Grenzebenen der Scheibe reflektiert. Durch den Wellencharakter des Lichts setzt sich der Reflexionswert aus zwei Komponenten zusammen. Die y -Koordinate läuft parallel zu jener Ebene, welche durch die Haupttrichtung der Strahlung und die Flächennormale der Grenzebene aufgespannt wird. Die x -Komponente schwingt senkrecht hierzu.

Die Reflexion

Die unterschiedlichen Reflexionswerte lauten:

$$\rho_{1,x} = \frac{\sin^2(o_{21} - o_{11})}{\sin^2(o_{21} + o_{11})} \quad (6.216)$$

$$\rho_{1,y} = \frac{\tan^2(o_{21} - o_{11})}{\tan^2(o_{21} + o_{11})} \quad (6.217)$$

$$\rho_{1,res} = \frac{\rho_{1,x} + \rho_{1,y}}{2} \quad (6.218)$$

Von Außen in die Prismenscheibe, obere oder untere Schräge

$$\rho_{2,x} = \frac{\sin^2(o_{22} - o_{12})}{\sin^2(o_{22} + o_{12})} \quad (6.219)$$

$$\rho_{2,y} = \frac{\tan^2(o_{22} - o_{12})}{\tan^2(o_{22} + o_{12})} \quad (6.220)$$

$$\rho_{2,res} = \frac{\rho_{2,x} + \rho_{2,y}}{2} \quad (6.221)$$

1. Reflexion an der unteren Schräge

$$\rho_{3,x} = \frac{\sin^2(o_{23} - o_{13})}{\sin^2(o_{23} + o_{13})} \quad (6.222)$$

$$\rho_{3,y} = \frac{\tan^2(o_{23} - o_{13})}{\tan^2(o_{23} + o_{13})} \quad (6.223)$$

$$\rho_{3,res} = \frac{\rho_{3,x} + \rho_{3,y}}{2} \quad (6.224)$$

2. Reflexion an der oberen Schräge

$$\rho_{4,x} = \frac{\sin^2(o_{24} - o_{14})}{\sin^2(o_{24} + o_{14})} \quad (6.225)$$

$$\rho_{4,y} = \frac{\tan^2(o_{24} - o_{14})}{\tan^2(o_{24} + o_{14})} \quad (6.226)$$

$$\rho_{4,res} = \frac{\rho_{4,x} + \rho_{4,y}}{2} \quad (6.227)$$

1. Reflexion an der oberen Schräge

$$\rho_{5,x} = \frac{\sin^2(o_{25} - o_{15})}{\sin^2(o_{25} + o_{15})} \quad (6.228)$$

$$\rho_{5,y} = \frac{\tan^2(o_{25} - o_{15})}{\tan^2(o_{25} + o_{15})} \quad (6.229)$$

$$\rho_{5,res} = \frac{\rho_{5,x} + \rho_{5,y}}{2} \quad (6.230)$$

2. Reflexion an der unteren Schräge

Nach dem Austritt der Strahlung aus der oberen Schräge, entweder mit dem Winkel $o_{2,4}$ oder $o_{2,3}$, kann diese zum Teil gegen die darüber liegende Schräge (Definitions gemäß die untere Schräge) gestrahlt werden. Der sich dann ergebende Reflexionsgrad errechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
 \rho_{us,x} &= \frac{\sin^2(o_{2us} - o_{1us})}{\sin^2(o_{2us} + o_{1us})} \\
 \rho_{us,y} &= \frac{\tan^2(o_{2us} - o_{1us})}{\tan^2(o_{2us} + o_{1us})} \\
 \rho_{us,res} &= \frac{\rho_{us,x} + \rho_{us,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.231}$$

Nach dem Austritt der Strahlung aus der unteren Schräge - Winkel $o_{2,2}$ oder $o_{2,5}$ - kann diese zum Teil gegen die darunter liegende Schräge -Definitions gemäß die obere Schräge - gestrahlt werden. Der Reflexionsgrad lautet:

$$\begin{aligned}
 \rho_{os,x} &= \frac{\sin^2(o_{2os} - o_{1os})}{\sin^2(o_{2os} + o_{1os})} \\
 \rho_{os,y} &= \frac{\tan^2(o_{2os} - o_{1os})}{\tan^2(o_{2os} + o_{1os})} \\
 \rho_{os,res} &= \frac{\rho_{os,x} + \rho_{os,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.232}$$

Die Transmission

Direkte Transmission aus der unteren Schräge

$$\begin{aligned}
 \tau_{2,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \rho_{2,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \\
 \tau_{2,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \rho_{2,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \\
 \tau_{2,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{unten,dir}}{bel_{unten,real}} \frac{\tau_{2,x} + \tau_{2,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.233}$$

1.Reflexion an der unteren Schräge.

Direkte Transmission aus der oberen Prismenschräge.

$$\begin{aligned}
 \tau_{3,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \rho_{2,x} \cdot (1 - \rho_{3,x}) \tau_{a,u,dir} \cdot \tau_{a,u,1.Refl,innen} \\
 \tau_{3,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \rho_{2,y} \cdot (1 - \rho_{3,y}) \tau_{a,u,dir} \cdot \tau_{a,u,1.Refl,innen} \\
 \tau_{3,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{unten,3,dir}}{bel_{unten,3,Gesamt}} \frac{\tau_{3,x} + \tau_{3,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.234}$$

Direkte Transmission aus der oberen Schräge

$$\begin{aligned}
 \tau_{4,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \rho_{4,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \\
 \tau_{4,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \rho_{4,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \\
 \tau_{4,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,dir}}{bel_{oben,real}} \cdot \frac{\tau_{4,x} + \tau_{4,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.235}$$

1.Reflexion an der oberen Schräge.

Direkte Transmission aus der unteren Prismenschräge.

$$\begin{aligned}
 \tau_{5,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \rho_{4,x} \cdot (1 - \rho_{5,x}) \tau_{a,o,dir} \cdot \tau_{a,o,1.Refl,innen} \\
 \tau_{5,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \rho_{4,y} \cdot (1 - \rho_{5,y}) \tau_{a,o,dir} \cdot \tau_{a,o,1.Refl,innen} \\
 \tau_{5,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,5,dir}}{bel_{oben,5,Gesamt}} \cdot \frac{\tau_{5,x} + \tau_{5,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.236}$$

Direkte Transmission aus der unteren Prismenschräge.

Reflexion an der darunterliegenden Schräge.

$$\begin{aligned}
 \tau_{6,x} &= \rho_{1os,x} \cdot \tau_{2,x} \\
 \tau_{6,y} &= \rho_{1os,y} \cdot \tau_{2,y} \\
 \tau_{6,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{unten,1.Refl}}{bel_{unten,real}} \cdot \frac{\tau_{6,x} + \tau_{6,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.237}$$

1.Relfexion an der oberen Schräge.

Direkte Transmission aus der unteren Prismenschräge.

Reflexion an der darunterliegenden Schräge.

$$\begin{aligned}
 \tau_{7,x} &= \rho_{1os,x} \cdot \tau_{5,x} \\
 \tau_{7,y} &= \rho_{1os,y} \cdot \tau_{5,y} \\
 \tau_{7,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,5,1.Refl}}{bel_{oben,5,Gesamt}} \cdot \frac{\tau_{7,x} + \tau_{7,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.238}$$

Direkte Transmission aus der oberen Prismenschräge.

Reflexion an der darüberliegenden Schräge.

$$\begin{aligned}
 \tau_{8,x} &= \rho_{1us,x} \cdot \tau_{4,x} \\
 \tau_{8,y} &= \rho_{1us,y} \cdot \tau_{4,y} \\
 \tau_{8,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,1.Refl}}{bel_{oben,real}} \cdot \frac{\tau_{8,x} + \tau_{8,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.239}$$

1. Reflexion an der unteren Schräge.

Direkte Transmission aus der oberen Prismenschräge.

Reflexion an der darüberliegenden Schräge.

$$\begin{aligned}
 \tau_{9,x} &= \rho_{1us,x} \cdot \tau_{3,x} \\
 \tau_{9,y} &= \rho_{1us,y} \cdot \tau_{3,y} \\
 \tau_{9,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{unten,3,1.Refl}}{bel_{unten,3,Gesamt}} \cdot \frac{\tau_{9,x} + \tau_{9,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.240}$$

Die Absorption

Zur Bestimmung des energetischen Einflusses einer Lichtlenk- bzw. Verschattungseinrichtung ist es notwendig, das Absorptionsverhalten dieser erfassen zu können. Die Gesamtab-
sorption durch die Prismenscheibe ergibt sich für die untere Prismenschräge zu:

$$\alpha_{\text{unten}} = \alpha_{\text{unten},1} + \alpha_{\text{unten},2} + \alpha_{\text{unten},3} + \alpha_{\text{unten},4} + \alpha_{\text{unten},5} + \dots + \alpha_{\text{unten},n} \quad (6.241)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{unten},1,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \tau_{a,u,dir}) \\ \alpha_{\text{unten},1,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \tau_{a,u,dir}) \\ \alpha_{\text{unten},1} &= f_{\text{unten}} \cdot \frac{\alpha_{\text{unten},1,x} + \alpha_{\text{unten},1,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.242)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{unten},2,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,x} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,au\beta en}) \\ \alpha_{\text{unten},2,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,y} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,au\beta en}) \\ \alpha_{\text{unten},2} &= f_{\text{unten}} \cdot \frac{bel_{\text{unten},3,Refl.au\beta en}}{bel_{\text{unten},3,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{\text{unten},2,x} + \alpha_{\text{unten},2,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.243)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{unten},3,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,x} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,innen}) \\ \alpha_{\text{unten},3,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,y} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,innen}) \\ \alpha_{\text{unten},3} &= f_{\text{unten}} \cdot \frac{bel_{\text{unten},3,dir}}{bel_{\text{unten},3,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{\text{unten},3,x} + \alpha_{\text{unten},3,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.244)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{unten},4,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,x} \cdot \tau_{a,u,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{3,x}) \cdot (1 - \rho_{us}) \cdot \\ &\quad (1 - \tau_{a,2us,Refl.au\beta en}) \\ \alpha_{\text{unten},4,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,y} \cdot \tau_{a,u,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{3,y}) \cdot (1 - \rho_{us}) \cdot \\ &\quad (1 - \tau_{a,2us,Refl.au\beta en}) \\ \alpha_{\text{unten},4} &= f_{\text{unten}} \cdot \frac{bel_{\text{unten},2us,Refl.au\beta en}}{bel_{\text{unten},2us,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{\text{unten},4,x} + \alpha_{\text{unten},4,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.245)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{unten},5,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,x} \cdot \tau_{a,u,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{3,x}) \cdot (1 - \rho_{us}) \cdot \\ &\quad (1 - \tau_{a,2us,Refl.innen}) \\ \alpha_{\text{unten},5,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{2,y} \cdot \tau_{a,u,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{3,y}) \cdot (1 - \rho_{us}) \cdot \\ &\quad (1 - \tau_{a,2us,Refl.innen}) \\ \alpha_{\text{unten},5} &= f_{\text{unten}} \cdot \frac{bel_{\text{unten},2us,dir}}{bel_{\text{unten},2us,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{\text{unten},5,x} + \alpha_{\text{unten},5,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.246)$$

Die obere Prismenschräge folgt zu:

$$\alpha_{\text{oben}} = \alpha_{\text{oben},1} + \alpha_{\text{oben},2} + \alpha_{\text{oben},3} + \alpha_{\text{oben},4} + \alpha_{\text{oben},5} + \dots + \alpha_{\text{oben},n} \quad (6.247)$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{oben,1,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \tau_{a,o,dir}) \\
 \alpha_{oben,1,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \tau_{a,o,dir}) \\
 \alpha_{oben,1} &= f_{oben} \cdot \frac{\alpha_{oben,1,x} + \alpha_{oben,1,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.248}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{oben,2,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,x} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,au\beta en}) \\
 \alpha_{oben,2,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,y} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,au\beta en}) \\
 \alpha_{oben,2} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,3,Refl.au\beta en}}{bel_{oben,3,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{oben,2,x} + \alpha_{oben,2,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.249}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{oben,3,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,x} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,innen}) \\
 \alpha_{oben,3,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,y} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,innen}) \\
 \alpha_{oben,3} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,3,dir}}{bel_{oben,3,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{oben,3,x} + \alpha_{oben,3,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.250}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{oben,4,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,x} \cdot \tau_{a,o,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{5,x}) \cdot (1 - \rho_{os}) \cdot \\
 &\quad (1 - \tau_{a,2os,Refl.au\beta en}) \\
 \alpha_{oben,4,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,y} \cdot \tau_{a,o,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{5,y}) \cdot (1 - \rho_{os}) \cdot \\
 &\quad (1 - \tau_{a,2os,Refl.au\beta en}) \\
 \alpha_{oben,4} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,2os,Refl.au\beta en}}{bel_{oben,2os,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{oben,4,x} + \alpha_{oben,4,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.251}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{oben,5,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,x} \cdot \tau_{a,o,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{5,x}) \cdot (1 - \rho_{os}) \cdot \\
 &\quad (1 - \tau_{a,2os,Refl.innen}) \\
 \alpha_{oben,5,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{4,y} \cdot \tau_{a,o,1.Refl.,innen} \cdot (1 - \rho_{5,y}) \cdot (1 - \rho_{os}) \cdot \\
 &\quad (1 - \tau_{a,2os,Refl.innen}) \\
 \alpha_{oben,5} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,2os,dir}}{bel_{oben,2os,Gesamt}} \cdot \frac{\alpha_{oben,5,x} + \alpha_{oben,5,y}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.252}$$

6.3.2 Prismenschrägen nach Außen

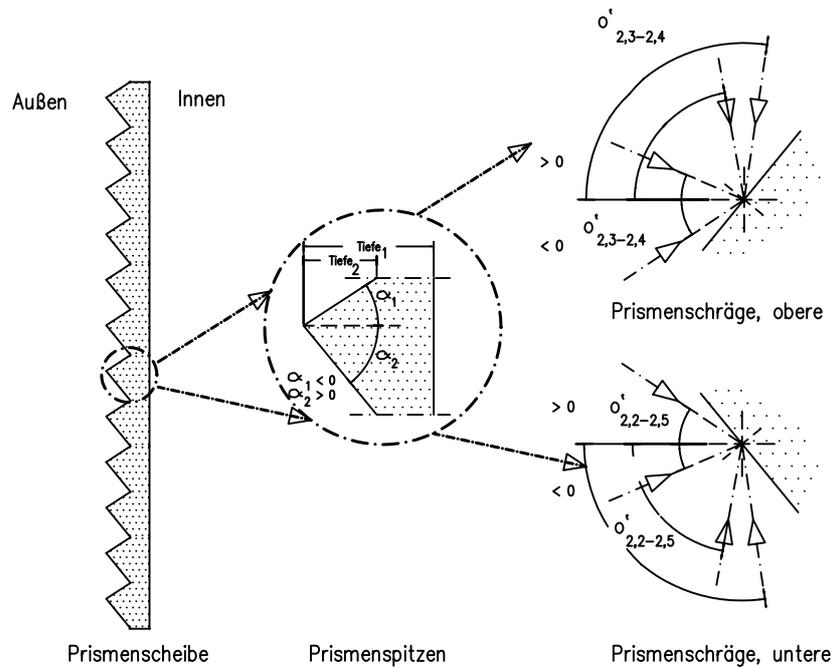


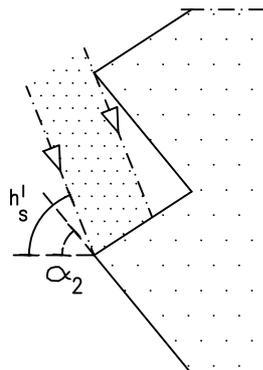
Abbildung 6.35: Prismenscheibe - Einbaulage 2

Die Abbildung 6.37 zeigt ein Prismenglas mit nach Außen gerichteten Prismenspitzen. Der Anstellwinkel der oberen Schräge wird mit α_1 bezeichnet und besitzt ein negatives Vorzeichen. Jener der unteren Schräge α_2 ist positiv. Neben der GesamtbauTiefe T_1 ist auch die Prismenhöhe T_2 bezeichnet.

Falls die Prismenschräge nach Außen gerichtet ist, müssen drei Fälle des projizierten Einstrahlwinkels h'_s unterschieden werden:

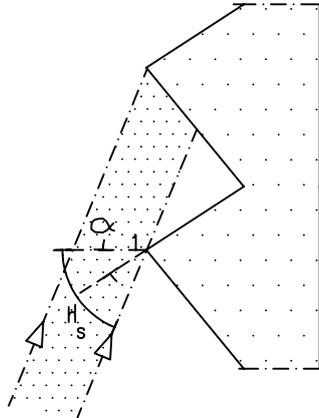
- Fall 1 Teilbestrahlung der unteren Prismenschräge

$$h'_s > \alpha_2 \text{ mit } h'_s > 0$$



• Fall 2 Teilbestrahlung der oberen Prismenschräge

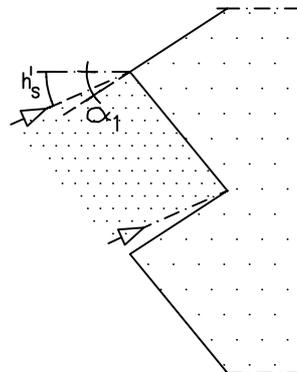
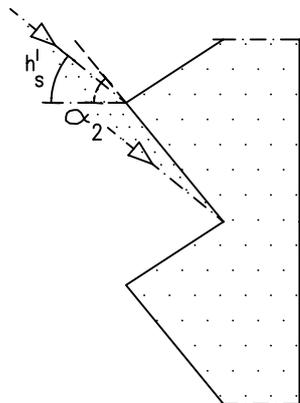
$$h'_s < \alpha_1 \text{ mit } h'_s < 0$$



• Fall 3 Bestrahlung der gesamten oberen Prismenschräge

a) $\alpha_1 < h'_s \leq 0$ mit $h_s \leq 0$

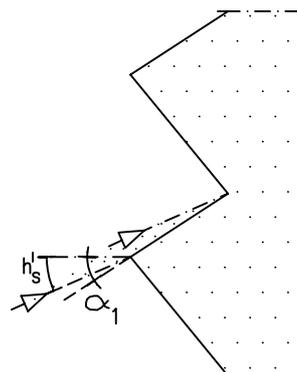
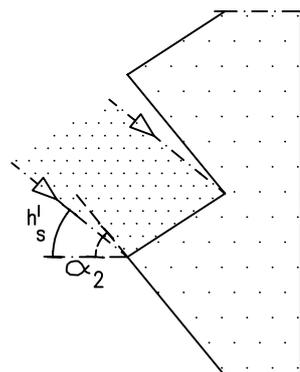
b) $0 < h'_s < \alpha_2$ mit $h_s > 0$



• Fall 4 Bestrahlung der gesamten unteren Prismenschräge

a) $\alpha_1 < h'_s \leq 0$ mit $h_s \leq 0$

b) $0 < h'_s < \alpha_2$ mit $h_s > 0$



Innerhalb dieser Hauptunterscheidungen gibt es jedoch noch weitere, welche sich aus der Relation des Einstrahlwinkels $\alpha'_{1,i}$ und des jeweiligen Ausstrahlwinkels $\alpha'_{2,i}$ von der betrachteten Grenzfläche i , sowie der Relation der Einstrahlhöhe h_s auf die jeweilige Prismenschräge ergeben.

Bestrahlung der oberen Prismenschräge

Der Unterfall 1.x.y behandelt den Fall, daß der Winkel der unteren Prismenschräge α_2 (positives Vorzeichen) kleiner, gleich oder größer ist als der Ausdruck $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$. α_1 ist der Anstellwinkel der oberen Schräge und besitzt ein negatives Vorzeichen $\alpha_1 < 0$. Der projizierte Höhenwinkel h'_s des jeweiligen Himmels- oder Grundsegmentes errechnet sich aus dem tatsächlichen Höhenwinkel h_s und der Azimutdifferenz zwischen dem Segment und der Flächennormalen der Prismenscheibe.

$$\alpha_{1,1} = \|\alpha_{az,s} - \alpha_{az,f}\| \tag{6.253}$$

$$h'_s = \arctan\left(\frac{\tan(h_s)}{\cos(\alpha_{1,1})}\right) \tag{6.254}$$

1.1 Bestrahlung der oberen Prismenfläche

$$h'_s > \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$h'_s > 0$$

$$o'_{1,1} = h'_s - \frac{\pi}{2} - \alpha_1$$

$$o_{1,1} = \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,1}) - \tan^2(\alpha_{1,1})}\right)$$

$$h_{1,1} = \arctan\left(\tan(o'_{1,1}) \cdot \cos(\alpha_{1,1})\right)$$

$$o_{2,1} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,1})\right)$$

$$\alpha_{2,1} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right)$$

$$o'_{2,1} = \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o_{2,1}) + \tan^2(\alpha_{2,1})}\right)$$

$$o'_{2,1,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 + o'_{2,1}$$

$$h_{2,1} = \arctan\left(\tan(o'_{2,1}) \cdot \cos(\alpha_{2,1})\right)$$

$$h'_s > \alpha_2 \text{ Teilbestrahlung}$$

$$h'_s \leq \alpha_2 \text{ Vollbestrahlung}$$

$$o'_{2,1,real} \leq \alpha_2 \text{ Direkter Durchgang der Strahlung}$$

$$o'_{2,1,real} > \alpha_2 \text{ Teilabschattung der Strahlung}$$

Hier ist der Einstrahlwinkel h'_s der Strahlung steiler als der Anstellwinkel der unteren Schräge α_2 . h'_s ist kleiner als der Anstellwinkel der unteren Schräge α_2 , jedoch noch größer

als $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$.

$$\begin{aligned}\alpha_{1,2} &= \alpha_{2,1} \\ o'_{1,2} &= o'_{2,1,real} \\ o_{1,2} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,2}) - \tan^2(\alpha_{1,2})}\right) \\ h_{1,2} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,2}) \cdot \cos(\alpha_{1,2})\right)\end{aligned}$$

1.2 Bestrahlung der oberen Prismenfläche

$$\begin{aligned}h'_s &< \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\ h'_s &> 0 \\ o'_{1,1} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - h'_s \\ o_{1,1} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,1}) - \tan^2(\alpha_{1,1})}\right) \\ h_{1,1} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,1}) \cdot \cos(\alpha_{1,1})\right) \\ o_{2,1} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,1})\right) \\ \alpha_{2,1} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) \\ o'_{2,1} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o_{2,1}) + \tan^2(\alpha_{2,1})}\right) \\ h_{2,1} &= \arctan\left(\tan(o'_{2,1}) \cdot \cos(\alpha_{2,1})\right) \\ 1.2.1 \quad o'_{2,1} &\leq \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\ o'_{2,1,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,1} \\ 1.2.2 \quad o_{21} &> \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\ o_{21,real} &= o_{21} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h'_s &> \alpha_2 \text{ Teilbestrahlung} \\ h'_s &\leq \alpha_2 \text{ Vollbestrahlung} \\ o'_{2,1,real} &\leq \alpha_2 \text{ Direkter Durchgang der Strahlung} \\ o'_{2,1,real} &> \alpha_2 \text{ Teilabschattung der Strahlung}\end{aligned}$$

h'_s ist kleiner als der Anstellwinkel der unteren Schräge α_2 und kleiner als $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$, jedoch ist h'_s noch größer als 0.

$$\begin{aligned}\alpha_{1,2} &= \alpha_{2,1} \\ o'_{1,2} &= o'_{2,1,real} \\ o_{1,2} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,2}) - \tan^2(\alpha_{1,2})}\right) \\ h_{1,2} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,2}) \cdot \cos(\alpha_{1,2})\right)\end{aligned}$$

1.3 Bestrahlung der oberen Prismenfläche

$$\begin{aligned}h'_s &< \frac{\pi}{2} + \alpha_1 \\ h'_s &< 0 \\ o'_{1,1} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - h'_s \\ o_{1,1} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,1}) - \tan^2(\alpha_{1,1})}\right) \\ h_{1,1} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,1}) \cdot \cos(\alpha_{1,1})\right) \\ o_{2,1} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,1})\right) \\ \alpha_{2,1} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,1})\right) \\ o'_{2,1} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o_{2,1}) + \tan^2(\alpha_{2,1})}\right) \\ h_{2,1} &= \arctan\left(\tan(o'_{2,1}) \cdot \cos(\alpha_{2,1})\right)\end{aligned}$$

1.3.1 $o'_{2,1} \leq \frac{\pi}{2} + \alpha_1$

$$o'_{2,1,real} = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,1}$$

1.3.2 $o'_{2,1} > \frac{\pi}{2} + \alpha_1$

$$o'_{2,1,real} = o'_{2,1} - \frac{\pi}{2} - \alpha_1$$

$$\begin{aligned}h'_s &> \alpha_2 \text{ Teilbestrahlung} \\ h'_s &\leq \alpha_2 \text{ Vollbestrahlung} \\ o'_{2,1,real} &\leq \alpha_2 \text{ Direkter Durchgang der Strahlung} \\ o'_{2,1,real} &> \alpha_2 \text{ Teilabschattung der Strahlung}\end{aligned}$$

h'_s ist kleiner als der Anstellwinkel der unteren Schräge α_2 , kleiner als $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$, und kleiner als 0.

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \alpha_{2,1} \\ o'_{1,2} &= o'_{2,1,real} \\ o_{1,2} &= \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,2}) - \tan^2(\alpha_{1,2})} \right) \\ h_{1,2} &= \arctan \left(\tan(o'_{1,2}) \cdot \cos(\alpha_{1,2}) \right) \end{aligned}$$

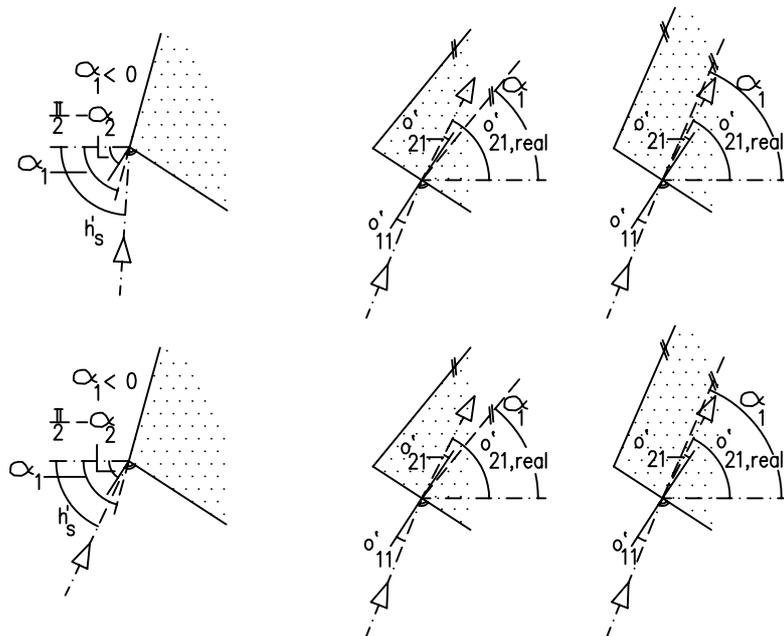


Abbildung 6.36: Bestrahlung der oberen Prismenschräge

Bestrahlung der unteren Prismenschräge

$$\bullet \alpha_1 > \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

2.1 Bestrahlung der unteren Prismenfläche

$$h'_s \geq \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$h'_s < 0$$

$$\alpha_{1,7} = \alpha_{1,1}$$

$$o'_{1,7} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + h'_s$$

$$o_{1,7} = \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,7}) - \tan^2(\alpha_{1,7})} \right)$$

$$h_{1,7} = \arctan \left(\tan(o'_{1,7}) \cdot \cos(\alpha_{1,7}) \right)$$

$$o_{2,7} = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,7}) \right)$$

$$\alpha_{2,7} = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,7}) \right)$$

$$o'_{2,7} = \arctan \left(\sqrt{\tan^2(o_{2,7}) + \tan^2(\alpha_{2,7})} \right)$$

$$h_{2,7} = \arctan \left(\tan(o'_{2,7}) \cdot \cos(\alpha_{2,7}) \right)$$

$$2.1.1 \ o'_{2,7} < \frac{\pi}{2} - \alpha_2$$

$$o'_{2,7,real} = \alpha_2 - \frac{\pi}{2} + o'_{2,7}$$

$$2.1.2 \ o'_{2,7} \geq \frac{\pi}{2} - \alpha_2$$

$$o'_{2,7,real} = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + o'_{2,7}$$

$$o'_{2,7,real} > \|\alpha_1\| \text{ Teilabschattung der Strahlung}$$

$$o'_{2,7,real} \leq \|\alpha_1\| \text{ Direkter Durchgang der Strahlung}$$

2.2 Bestrahlung der unteren Prismenfläche

$$h'_s < \alpha_2 - \frac{\pi}{2}$$

$$h'_s < 0$$

$$o'_{1,7} = \alpha_2 - \frac{\pi}{2} - h'_s$$

$$\begin{aligned}
 o_{2,7} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,7})\right) \\
 h_{1,7} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,7}) \cdot \cos(\alpha_{1,7})\right) \\
 o_{2,7} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,7})\right) \\
 \alpha_{2,7} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,7})\right) \\
 o'_{2,7} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o_{2,7}) + \tan^2(\alpha_{2,7})}\right) \\
 h_{2,7} &= \arctan\left(\tan(o'_{2,7}) \cdot \cos(\alpha_{2,7})\right) \\
 o'_{2,7,real} &= \alpha_2 - \frac{\pi}{2} - o'_{2,7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h'_s &\geq \alpha_1 \text{ Vollbestrahlung der unteren Prismenfläche} \\
 h'_s &< \alpha_1 \text{ Teilbestrahlung der unteren Prismenfläche} \\
 o'_{2,7,real} &> \|\alpha_1\| \text{ Teilabschattung der Strahlung} \\
 o'_{2,7,real} &\leq \|\alpha_1\| \text{ Direkter Durchgang der Strahlung}
 \end{aligned}$$

2.3 Vollbestrahlung der unteren Prismenfläche

$$\begin{aligned}
 h'_s &\geq \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \\
 h'_s &> 0 \\
 h'_s &< \alpha_2 \\
 o'_{1,7} &= +h'_s \\
 o_{1,7} &= \arctan\left(\tan(o'_{1,7}) \cdot \cos(\alpha_{1,7})\right) \\
 o_{2,7} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(o_{1,7})\right) \\
 \alpha_{2,1} &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\alpha_{1,7})\right) \\
 o'_{2,7} &= \arctan\left(\frac{\tan(o_{2,7})}{\cos(\alpha_{2,7})}\right) \\
 2.3.1 \quad o'_{2,1} &\leq \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \\
 o'_{2,7,real} &= \alpha_2 - \frac{\pi}{2} + o'_{2,1} \\
 2.3.2 \quad o'_{2,1} &> \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \\
 o'_{2,7,real} &= \frac{\pi}{2} - \alpha_2 - o'_{2,7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 o'_{2,7,real} &> \|\alpha_1\| \text{ Teilabschattung der Strahlung} \\
 o'_{2,7,real} &\leq \|\alpha_1\| \text{ Direkter Durchgang der Strahlung}
 \end{aligned}$$

Die anteilige Beleuchtung f_{unten} bzw. f_{oben} der Prismenschrägen ergibt sich aus geometrischer Betrachtung.

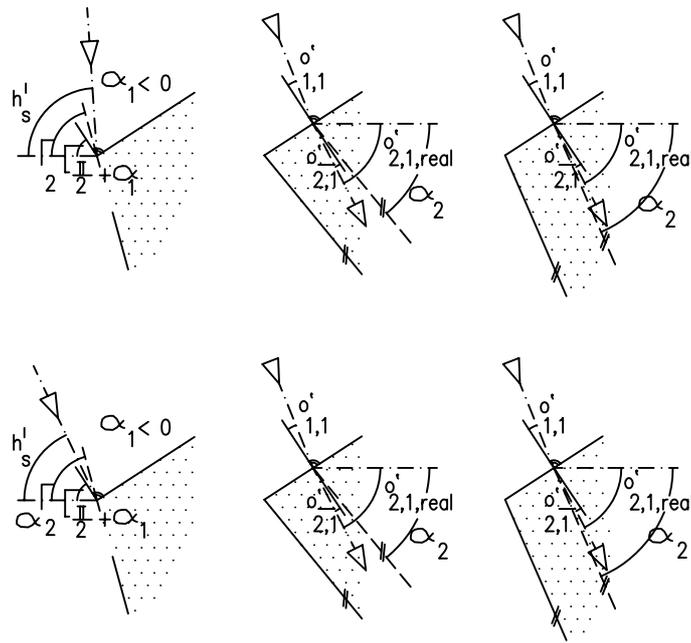


Abbildung 6.37: Bestrahlung der unteren Prismenschräge

- Einstrahlung aus dem Himmelsgewölbe $o'_{1,1} \geq 0$

1. Vollbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(\alpha_1 - o'_{1,1,real})}{\cos(\alpha_1)} \tag{6.255}$$

$$bel_{unten} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(\alpha_2 - o'_{1,1,real})}{\cos(\alpha_2)} \tag{6.256}$$

$$\text{wenn } o'_{1,1,real} \leq \alpha_2$$

(6.257)

2. Teilbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \left(\frac{\sin(o'_{1,1} - \alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} - \frac{\sin(o'_{1,1} - \alpha_2)}{\cos(\alpha_2)} \right)$$

$$bel_{unten} = 0 \tag{6.258}$$

$$\text{wenn } o'_{1,1,real} \geq \alpha_2$$

$$f_{oben} = \frac{bel_{oben}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \tag{6.259}$$

$$f_{unten} = \frac{bel_{unten}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \tag{6.260}$$

Für die Einstrahlrichtung aus den Segmenten des Grundes folgt:

- Einstrahlung aus den Segmenten des Grundes $o'_{1,1} < 0$

1. Vollbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(o'_{1,1,real} - \alpha_1)}{\cos(\alpha_1)} \quad (6.261)$$

$$bel_{unten} = Tiefe_2 \cdot \frac{\sin(\alpha_2 - o'_{1,1,real})}{\cos(\alpha_2)} \quad (6.262)$$

$$\text{wenn } o'_{1,1,real} > \alpha_1 \quad (6.263)$$

2. Teilbestrahlung der Prismenflächen

$$bel_{oben} = 0 \quad \text{wenn } o'_{1,1,real} < \alpha_1$$

$$bel_{oben} = Tiefe_2 \cdot \left(\frac{\sin(\pi + o'_{1,1,real} - \alpha_2)}{\cos(\alpha_2)} - \frac{\sin(\alpha_1 - o'_{1,1,real})}{\cos(\alpha_1)} \right) \quad (6.264)$$

$$\text{wenn } o'_{1,1,real} < \alpha_1$$

$$f_{oben} = \frac{bel_{oben}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \quad (6.265)$$

$$f_{unten} = \frac{bel_{unten}}{bel_{oben} + bel_{unten}} \quad (6.266)$$

Die Summe von f_{oben} und f_{unten} ergibt 1.

Für die Betrachtung der Gesamttransmission sind des weiteren die Lauflängen der Strahlung durch das Medium höherer Dichte von Interesse.

Bestrahlung der oberen Prismanschräge

1. Minimale Lauflänge bis zum ersten Kontakt

$$laeng'_{min} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,1,real})} \quad (6.267)$$

Die Lauflänge im 3-D-Raum bestimmt sich zu:

$$laeng_{min} = laeng'_{min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1,real})}{\cos^2(\alpha_{1,2})} + \sin^2(o'_{2,1,real})} \quad (6.268)$$

2. Maximale Lauflänge bis zum ersten Kontakt

- Für den Fall $0 \leq o'_{2,1,real} < \alpha_2$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1}{\cos(o'_{2,1,real})} \quad (6.269)$$

- Für den Fall $0 \leq \alpha_2 < o'_{2,1,real}$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,1,real})} + \frac{tief_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \left(\cos(o'_{2,1,real} - \alpha_2) + \frac{\sin(o'_{2,1,real} - \alpha_2)}{\tan(\pi - o'_{2,1,real} + \alpha_1)} \right)$$

- Für den Fall $\alpha_1 \leq o'_{2,1,real} < 0$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1}{\cos(o'_{2,1,real})} \quad (6.270)$$

- Für den Fall $o'_{2,1,real} < \alpha_1 < 0$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,1})} + \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \left(\cos(\alpha_1 - o'_{2,1,real}) + \frac{\sin(\alpha_1 - o'_{2,1,real})}{\tan(\pi - \alpha_2 + o'_{2,1,real})} \right)$$

Für die reale maximale Lauflänge muß dieser, in die Ebene parallel zu den Flächennormalen der Schrägen projizierte Strahl, in die reale Situation zurückberechnet werden. Hierzu ist der am Anfang bestimmte Azimutwinkel α_{12} der, bereits an der ersten Trennebene abgelenkten, Strahlung hilfreich. Die reale Lauflänge ergibt sich dann zu:

$$laeng_{max} = laeng'_{max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1,real})}{\cos^2(\alpha_{1,2})} + \sin^2(o'_{2,1,real})} \quad (6.271)$$

3. Mittlere Lauflänge auf die Prismenschrägen

$$laeng_{oben,Mittel} = \frac{laeng_{max} + laeng_{min}}{2} \quad (6.272)$$

$$laeng_{unten,Mittel} = \frac{laeng_{max} + laeng_{min}}{2} \quad (6.273)$$

Bestrahlung der unteren Prismenschräge

1. Minimale Lauflänge bis zum ersten Kontakt

$$laeng'_{min} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,7,real})} \quad (6.274)$$

Die Lauflänge im 3-D-Raum bestimmt sich zu:

$$laeng_{min} = laeng'_{min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,7,real})}{\cos^2(\alpha_{1,7})} + \sin^2(o'_{2,7,real})} \quad (6.275)$$

2. Maximale Lauflänge bis zum ersten Kontakt

- Für den Fall $0 \leq o'_{2,7,real} < \alpha_2$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1}{\cos(o'_{2,7,real})} \quad (6.276)$$

- Für den Fall $0 \leq \alpha_2 < o'_{2,7,real}$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,7,real})} + \frac{tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \left(\cos(o'_{2,7,real} - \alpha_2) + \frac{\sin(o'_{2,7,real} - \alpha_2)}{\tan(\pi - o'_{2,7,real} + \alpha_1)} \right)$$

- Für den Fall $\alpha_1 \leq o'_{2,7,real} < 0$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1}{\cos(o'_{2,7,real})} \quad (6.277)$$

- Für den Fall $o'_{2,7,real} < \alpha_1 < 0$:

$$laeng'_{max} = \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,7})} + \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \left(\cos(\alpha_1 - o'_{2,7,real}) + \frac{\sin(\alpha_1 - o'_{2,7,real})}{\tan(\pi - \alpha_2 + o'_{2,7,real})} \right)$$

Für die reale maximale Lauflänge muß dieser, in die Ebene parallel zu den Flächennormalen der Schrägen projizierte Strahl, in die reale Situation zurückberechnet werden. Hierzu ist der am Anfang bestimmte Azimutwinkel $\alpha_{1,8}$ der, bereits an der ersten Trennebene abgelenkten, Strahlung hilfreich. Die reale Lauflänge ergibt sich dann zu:

$$laeng_{max} = laeng'_{max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,7,real})}{\cos^2(\alpha_{1,8})} + \sin^2(o'_{2,7,real})} \quad (6.278)$$

3. Mittlere Lauflänge auf die Prismenschrägen

$$laeng_{oben,Mittel} = \frac{laeng_{max} + laeng_{min}}{2} \quad (6.279)$$

$$laeng_{unten,Mittel} = \frac{laeng_{max} + laeng_{min}}{2} \quad (6.280)$$

Dadurch, daß die Prismen durch Ebenen begrenzt werden und das Material als homogen (d.h. konstanter Extinktionskoeffizient) angenommen werden kann, spiegelt diese mittlere Lauflänge den exakten Wert wieder, welcher zur Berechnung der Absorption im Material benötigt wird.

Neben dieser primären Wegstrecke wird des weiteren jene erfaßt, welche durch Reflexion an der entsprechenden Oberfläche ‚Untere‘ bzw. ‚Obere Prismenschräge‘ die Prismenscheibe weiter durchläuft.

Hierbei kann ein bestimmter Anteil des eingestrahnten Lichtes bzw. der eingestrahnten Energie direkt durch die Prismeneinheit laufen. Ein zweiter Betrag wird auf die untere Prismenschräge eingestrahlt und von hier weiter reflektiert.

Beleuchtung der oberen Schräge aus dem Himmelsgewölbe

Aus den vorherigen Betrachtungen ist der beleuchtete Anteil der oberen Prismenschräge bel_{oben} bekannt. Dieser Anteil wird auf die Prismenschräge projiziert und beträgt dann

$$bel_{oben,real} = \frac{bel_{oben}}{\sin(o'_{1,1,real} - \alpha_1)}$$

Der, an der unteren Schräge reflektierte Anteil ist:

$$bel_{unten,1.Refl} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \frac{\sin(o'_{2,1,real} - \alpha_2)}{\cos(o'_{2,1,real} - \alpha_1 - \frac{\pi}{2})} \quad (6.281)$$

Die mittlere Lauflänge von der oberen Schräge bis zur ersten Reflexion an der unteren beträgt:

$$\begin{aligned} laeng'_{unten,1.Refl,min} &= 0 \\ laeng'_{unten,1.Refl,max} &= \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_2)} \cdot \sin(o'_{2,1,real} - \alpha_2) \cdot \left(\frac{\cos(\pi - o'_{2,1,real} + \alpha_1)}{\sin(\pi - o'_{2,1,real} + \alpha_1)} + \frac{\cos(o'_{2,1,real} - \alpha_2)}{\sin(o'_{2,1,real} + \alpha_2)} \right) \\ laeng_{unten,1.Refl,min} &= 0 \\ laeng_{unten,1.Refl,max} &= laeng'_{unten,1.Refl} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,1,real})}{\cos^2(\alpha_{1,2})} + \sin^2(o'_{2,1,real})} \\ laeng_{unten,1.Refl,mittel} &= \frac{laeng_{unten,1.Refl,max} + laeng_{unten,1.Refl,min}}{2} \end{aligned} \quad (6.282)$$

Der sich bei der Reflexion an der unteren Schräge einstellende Reflexionswinkel beträgt:

$$\begin{aligned} o'_{2,3} &= \frac{\pi}{2} - o'_{2,1,real} + \alpha_2 \\ o'_{2,3,real} &= \alpha_2 - o'_{2,3} - \frac{\pi}{2} \\ \alpha_{2,3} &= \alpha_{2,1} \\ o_{2,3} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{2,3}) - \tan(\alpha_{2,3})}\right) \\ \alpha_{1,4} &= \alpha_{2,1} \\ o'_{1,4} &= o'_{2,3,real} \\ o'_{1,4,real} &= o'_{2,3,real} \\ o_{1,4} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,4}) - \tan(\alpha_{1,4})}\right) \end{aligned} \quad (6.283)$$

Dies bedeutet für den weiteren Verlauf nach Innen:

$$\begin{aligned}
 laeng'_{unten,1.Refl,innen,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,3,real})} \\
 laeng'_{unten,1.Refl,innen,max} &= \frac{Tiefe_1}{\cos(o'_{2,3,real})} \\
 laeng_{unten,1.Refl,innen,min} &= laeng'_{unten,1.Refl,innen,min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,3,real})}{\cos^2(\alpha_{2,3})} + \sin^2(o'_{2,3,real})} \\
 laeng_{unten,1.Refl,innen,max} &= laeng'_{unten,1.Refl,innen,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,3,real})}{\cos^2(\alpha_{2,3})} + \sin^2(o'_{2,3,real})} \\
 laeng_{unten,1.Refl,innen,mittel} &= \frac{laeng_{unten,1.Refl,innen,max} + laeng_{unten,1.Refl,innen,min}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.284}$$

Der direkt nach Innen durchgestrahlte Anteil folgt zu:

$$bel_{oben,direkt} = bel_{oben,real} - bel_{unten,1.Refl} \tag{6.285}$$

Die maximale, wie die minimale Lauflänge durch die Scheibe lautet:

$$\begin{aligned}
 laeng'_{min,oben,dir} &= \frac{Tiefe_1 - (bel_{oben,real} - bel_{oben,direkt}) \cdot \cos(\alpha_1)}{\cos(o'_{2,3,real})} \\
 laeng'_{max,oben,dir} &= \frac{Tiefe_1 - bel_{oben,real} \cdot \cos(\alpha_1)}{\cos(o'_{2,3,real})} \\
 laeng_{min,oben,dir} &= laeng'_{min,oben,dir} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,3,real})}{\cos^2(\alpha_{2,3})} + \sin^2(o'_{2,3,real})} \\
 laeng_{max,oben,dir} &= laeng'_{max,oben,dir} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,3,real})}{\cos^2(\alpha_{2,3})} + \sin^2(o'_{2,3,real})}
 \end{aligned}$$

Mit dem mittleren Weg

$$laeng_{oben,dir} = \frac{laeng_{max,oben,dir} + laeng_{min,oben,dir}}{2} \tag{6.286}$$

Beleuchtung der unteren Schräge aus der Richtung des Grundes

Aus den vorherigen Betrachtungen ist der beleuchtete Anteil der unteren Prismenschräge bel_{unten} bekannt. Dieser Anteil wird auf die Prismenschräge projiziert und beträgt dann

$$bel_{unten,real} = \frac{bel_{unten}}{\sin(\alpha_2 - o'_{1,7,real})}$$

Der, an der unteren Schräge reflektierte Anteil ist:

$$bel_{oben,1.Refl} = \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \frac{\sin(\alpha_1 - o'_{2,7,real})}{\sin(\pi - \alpha_2 + o'_{2,7,real})} \quad (6.287)$$

Die mittlere Lauflänge von der unteren Schräge bis zur ersten Reflexion an der oberen beträgt:

$$\begin{aligned} laeng'_{oben,1.Refl,min} &= 0 \\ laeng'_{oben,1.Refl,max} &= \frac{Tiefe_2}{\cos(\alpha_1)} \cdot \sin(\alpha_1 - o'_{2,7,real}) \cdot \left(\frac{\cos(\pi + o'_{2,7,real} - \alpha_2)}{\sin(\pi + o'_{2,7,real} - \alpha_2)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\cos(\alpha_1 - o'_{2,7,real})}{\sin(\alpha_1 - o'_{2,7,real})} \right) \\ laeng_{oben,1.Refl,min} &= 0 \\ laeng_{oben,1.Refl,max} &= laeng'_{oben,1.Refl,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,7,real})}{\cos^2(\alpha_{2,7})} + \sin^2(o'_{2,7,real})} \\ laeng_{oben,1.Refl,mittel} &= \frac{laeng_{oben,1.Refl,max} + laeng_{oben,1.Refl,min}}{2} \end{aligned} \quad (6.288)$$

Der sich bei der Reflexion an der oberen Schräge einstellende Reflexionswinkel beträgt:

$$\begin{aligned} o'_{2,5} &= \frac{\pi}{2} - o'_{2,7,real} - \alpha_1 \\ o'_{2,5,real} &= \frac{\pi}{2} + \alpha_1 - o'_{2,5} \\ \alpha_{2,5} &= \alpha_{2,1} \\ o_{2,5} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{2,5}) - \tan(\alpha_{2,5})}\right) \\ \alpha_{1,6} &= \alpha_{2,7} \\ o'_{1,6} &= o'_{2,5,real} \\ o'_{1,6,real} &= o'_{1,6,real} \\ o_{1,6} &= \arctan\left(\sqrt{\tan^2(o'_{1,6}) - \tan(\alpha_{1,6})}\right) \end{aligned} \quad (6.289)$$

Somit kann der weitere Verlauf beschrieben werden.

$$\begin{aligned}
 laeng'_{oben,1.Refl,innen,min} &= \frac{Tiefe_1 - Tiefe_2}{\cos(o'_{2,5,real})} \\
 laeng'_{oben,1.Refl,innen,min} &= \frac{Tiefe_1}{\cos(o'_{2,5,real})} \\
 laeng_{oben,1.Refl,innen,min} &= laeng'_{oben,1.Refl,innen,min} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,5,real})}{\cos^2(\alpha_{2,5})} + \sin^2(o'_{2,5,real})} \\
 laeng_{oben,1.Refl,innen,max} &= laeng'_{oben,1.Refl,innen,max} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,5,real})}{\cos^2(\alpha_{2,5})} + \sin^2(o'_{2,5,real})} \\
 laeng_{oben,1.Refl,innen,mittel} &= \frac{laeng_{oben,1.Refl,innen,max} + laeng_{oben,1.Refl,innen,min}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.290}$$

Der direkt nach Innen durchgestrahlte Anteil folgt zu:

$$bel_{unten,direkt} = bel_{unten,real} - bel_{oben,1.Refl} \tag{6.291}$$

Die maximale, wie die minimale Lauflänge durch die Scheibe lautet:

$$\begin{aligned}
 laeng'_{max,unten,dir} &= \frac{Tiefe_1 - bel_{unten,real} \cdot \cos(\alpha_2)}{\cos(o'_{2,7,real})} \\
 laeng'_{min,unten,dir} &= \frac{Tiefe_1 - (bel_{unten,real} - bel_{unten,direkt}) \cdot \cos(\alpha_2)}{\cos(o'_{2,7,real})} \\
 laeng_{min,unten,dir} &= laeng'_{min,unten,dir} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,7,real})}{\cos^2(\alpha_{2,7})} + \sin^2(o'_{2,7,real})}
 \end{aligned} \tag{6.292}$$

$$laeng_{max,unten,dir} = laeng'_{max,unten,dir} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2(o'_{2,7,real})}{\cos^2(\alpha_{2,7})} + \sin^2(o'_{2,7,real})} \tag{6.293}$$

$$\tag{6.294}$$

Mit dem mittleren Weg

$$laeng_{unten,dir} = \frac{laeng_{max,unten,dir} + laeng_{min,unten,dir}}{2} \tag{6.295}$$

Zur Bestimmung der Auswirkung des Absorptionsverhaltens des Scheibenmaterials wird die allgemein bekannte Gleichung

$$\tau_a = e^{-\frac{K \cdot S_v}{\cos(o'_{j,i})}}$$

für die Betrachtung von Standardscheiben mit planen, zueinander parallelen Flächen umgestellt. In dieser Gleichung beschreibt K den Extinktionskoeffizient, S_v die Verglasungsdicke der Scheibe (Einheit in m) und $o'_{j,i}$ den Laufwinkel der Solarstrahlung in der Scheibe. Bei Beachtung der realen Weglängen, welche die Solarstrahlung innerhalb einer Prismenscheibe zurücklegt, ergibt sich der Ansatz zu:

$$\tau_a = e^{-K \cdot laeng_a} \quad (6.296)$$

Mit der realen Lauflänge $laeng_a$.

Für die Erstbestrahlung der unteren Prismenebene folgt somit:

$$\begin{aligned} \tau_{a,u,dir} &= e^{-K \cdot laeng_{unten,direkt,Mittel}} & (6.297) \\ &\text{entspricht direktem Durchgang} \\ &= e^{-K \cdot laeng_{unten,Mittel}} \text{ wenn } o'_{2,7,real} \geq \alpha_1 \\ &= 0 \text{ wenn } bel_{unten} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{a,u,1.Ref} &= e^{-K \cdot laeng_{oben,1.Ref.,Mittel}} & (6.298) \\ &\text{1.Reflexion an unterer Prismenfläche} \\ &= 0 \text{ wenn } o'_{2,7,real} \geq \alpha_1 \text{ oder } bel_{unten} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{a,u,1.Ref,innen} &= e^{-K \cdot laeng_{oben,1.Ref.,innen,Mittel}} & (6.299) \\ &= 0 \text{ wenn } o'_{2,7,real} \geq \alpha_1 \text{ oder } bel_{unten} = 0 \end{aligned} \quad (6.300)$$

Bei der Erstbestrahlung der oberen Prismenebene gilt:

$$\begin{aligned} \tau_{a,o,dir} &= e^{-K \cdot laeng_{oben,direkt,Mittel}} & (6.301) \\ &\text{entspricht direktem Durchgang} \\ &= e^{-K \cdot laeng_{oben,Mittel}} \text{ wenn } o'_{2,1,real} \leq \alpha_2 \\ &= 0 \text{ wenn } bel_{oben} = 0 \end{aligned}$$

$$\tau_{a,o,1.Ref} = e^{-K \cdot laeng_{oben,1.Refl.,Mittel}} \quad (6.302)$$

1. Reflexion an unterer Prismenfläche

$$= 0 \text{ wenn } o'_{2,1,real} \leq \alpha_2 \text{ oder } bel_{oben} = 0$$

$$\tau_{a,o,1.Ref,innen} = e^{-K \cdot laeng_{oben,1.Refl.,innen,Mittel}} \quad (6.303)$$

$$= 0 \text{ wenn } o'_{2,1,real} \leq \alpha_2 \text{ oder } bel_{oben} = 0$$

$$(6.304)$$

Ein Teil der Strahlung wird an den unterschiedlichen Grenzebenen der Scheibe reflektiert. Durch den Wellencharakter des Lichts setzt sich der Reflexionswert aus zwei Komponenten zusammen. Die y -Koordinate läuft parallel zu jener Ebene, welche durch die Hauptrichtung der Strahlung und die Flächennormale der Grenzebene aufgespannt wird. Die x -Komponente schwingt senkrecht hierzu. Die unterschiedlichen Reflexionswerte lauten:

$$\rho_{1,x} = \frac{\sin^2(o_{2,1} - o_{1,1})}{\sin^2(o_{2,1} + o_{1,1})}$$

$$\rho_{1,y} = \frac{\tan^2(o_{2,1} - o_{1,1})}{\tan^2(o_{2,1} + o_{1,1})}$$

$$\rho_{1,res} = \frac{\rho_{1,x} + \rho_{1,y}}{2} \quad (6.305)$$

Von Außen in die obere Schräge der Prismenscheibe

$$\rho_{2,x} = \frac{\sin^2(o_{2,2} - o_{1,2})}{\sin^2(o_{2,2} + o_{1,2})}$$

$$\rho_{2,y} = \frac{\tan^2(o_{2,2} - o_{1,2})}{\tan^2(o_{2,2} + o_{1,2})}$$

$$\rho_{2,res} = \frac{\rho_{2,x} + \rho_{2,y}}{2} \quad (6.306)$$

Direkter Durchgang ohne Reflexion an der unteren Schräge

$$\rho_{3,x} = \frac{\sin^2(o_{2,3} - o_{1,3})}{\sin^2(o_{2,3} + o_{1,3})}$$

$$\rho_{3,y} = \frac{\tan^2(o_{2,3} - o_{1,3})}{\tan^2(o_{2,3} + o_{1,3})}$$

$$\rho_{3,res} = \frac{\rho_{3,x} + \rho_{3,y}}{2} \quad (6.307)$$

1. Reflexion an der unteren Schräge

$$\begin{aligned} \rho_{4,x} &= \frac{\sin^2(o_{2,4} - o_{1,4})}{\sin^2(o_{2,4} + o_{1,4})} \\ \rho_{4,y} &= \frac{\tan^2(o_{2,4} - o_{1,4})}{\tan^2(o_{2,4} + o_{1,4})} \\ \rho_{4,res} &= \frac{\rho_{4,x} + \rho_{4,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.308)$$

Reflexion an der Innenebene nach Reflexion an der unteren Schräge

$$\begin{aligned} \rho_{5,x} &= \frac{\sin^2(o_{2,5} - o_{1,5})}{\sin^2(o_{2,5} + o_{1,5})} \\ \rho_{5,y} &= \frac{\tan^2(o_{2,5} - o_{1,5})}{\tan^2(o_{2,5} + o_{1,5})} \\ \rho_{5,res} &= \frac{\rho_{5,x} + \rho_{5,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.309)$$

1. Reflexion an der oberen Schräge

$$\begin{aligned} \rho_{6,x} &= \frac{\sin^2(o_{2,6} - o_{1,6})}{\sin^2(o_{2,6} + o_{1,6})} \\ \rho_{6,y} &= \frac{\tan^2(o_{2,6} - o_{1,6})}{\tan^2(o_{2,6} + o_{1,6})} \\ \rho_{6,res} &= \frac{\rho_{6,x} + \rho_{6,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.310)$$

$$(6.311)$$

2. Reflexion an der unteren Schräge

Reflexion an der Innenebene nach Reflexion an der oberen Schräge

$$\begin{aligned} \rho_{7,x} &= \frac{\sin^2(o_{2,7} - o_{1,7})}{\sin^2(o_{2,7} + o_{1,7})} \\ \rho_{7,y} &= \frac{\tan^2(o_{2,7} - o_{1,7})}{\tan^2(o_{2,7} + o_{1,7})} \end{aligned}$$

$$\rho_{7,res} = \frac{\rho_{7,x} + \rho_{7,y}}{2} \quad (6.312)$$

Von Außen in die untere Schäge der Prismenscheibe

$$\begin{aligned} \rho_{8,x} &= \frac{\sin^2(o_{2,8} - o_{1,8})}{\sin^2(o_{2,8} + o_{1,8})} \\ \rho_{8,y} &= \frac{\tan^2(o_{2,8} - o_{1,8})}{\tan^2(o_{2,8} + o_{1,8})} \end{aligned} \quad (6.313)$$

$$\rho_{8,res} = \frac{\rho_{8,x} + \rho_{8,y}}{2} \quad (6.314)$$

Direkter Durchgang ohne Reflexion an der oberen Schräge

$$(6.315)$$

Die Gesamttransmission durch die Prismenscheibe ergibt sich

$$\begin{aligned} \tau_{1,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \rho_{2,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \\ \tau_{1,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \rho_{2,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \\ \tau_{1,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,direkt}}{bel_{oben,real}} \cdot \frac{\tau_{1,x} + \tau_{1,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.316)$$

Direkter Durchgang von der oberen Schräge nach Innen

$$\begin{aligned} \tau_{2,x} &= (1 - \rho_{7,x}) \cdot (1 - \rho_{8,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \\ \tau_{2,y} &= (1 - \rho_{7,y}) \cdot (1 - \rho_{8,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \\ \tau_{2,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{unten,direkt}}{bel_{unten,real}} \cdot \frac{\tau_{2,x} + \tau_{2,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.317)$$

Direkter Durchgang von der unteren Schräge nach Innen

$$\begin{aligned} \tau_{3,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot \rho_{3,x} \cdot (1 - \rho_{4,x}) \cdot \tau_{a,o,1.Refl} \cdot \tau_{a,o,1.Refl,innen} \\ \tau_{3,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot \rho_{3,y} \cdot (1 - \rho_{4,y}) \cdot \tau_{a,o,1.Refl} \cdot \tau_{a,o,1.Refl,innen} \\ \tau_{3,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{unten,1.Refl}}{bel_{oben,real}} \cdot \frac{\tau_{3,x} + \tau_{3,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.318)$$

Durchgang von der oberen Schräge über Reflexion an der unteren nach Innen

$$\begin{aligned} \tau_{4,x} &= (1 - \rho_{7,x}) \cdot \rho_{5,x} \cdot (1 - \rho_{6,x}) \cdot \tau_{a,u,1.Refl} \cdot \tau_{a,u,1.Refl,innen} \\ \tau_{4,y} &= (1 - \rho_{7,y}) \cdot \rho_{5,y} \cdot (1 - \rho_{6,y}) \cdot \tau_{a,u,1.Refl} \cdot \tau_{a,u,1.Refl,innen} \\ \tau_{4,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{oben,1.Refl}}{bel_{unten,real}} \cdot \frac{\tau_{4,x} + \tau_{4,y}}{2} \end{aligned} \quad (6.319)$$

Durchgang von der unteren Schräge über Reflexion an der oberen nach Innen

Die Absorption durch die Prismenscheibe wird ebenso wie die Transmission abschnittsweise betrachtet. Ausformuliert ergeben sich die Beziehungen zu:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \tau_{a,o,dir}) + (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{2,x} \cdot (1 - \tau_{a,o,dir}) \\
 \alpha_{1,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \tau_{a,o,dir}) + (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,dir} \cdot \rho_{2,y} \cdot (1 - \tau_{a,o,dir}) \\
 \alpha_{1,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{oben,direkt}}{bel_{oben,real}} \cdot \frac{(\alpha_{1,x} + \alpha_{1,y})}{2}
 \end{aligned} \tag{6.320}$$

Direkter Durchgang von der oberen Schräge nach Innen

$$\begin{aligned}
 \alpha_{2,x} &= (1 - \rho_{7,x}) \cdot (1 - \tau_{a,u,dir}) + (1 - \rho_{7,x}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{8,x} \cdot (1 - \tau_{a,u,dir}) \\
 \alpha_{2,y} &= (1 - \rho_{7,y}) \cdot (1 - \tau_{a,u,dir}) + (1 - \rho_{7,y}) \cdot \tau_{a,u,dir} \cdot \rho_{8,y} \cdot (1 - \tau_{a,u,dir}) \\
 \alpha_{2,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{unten,direkt}}{bel_{unten,real}} \cdot \frac{(\alpha_{2,x} + \alpha_{2,y})}{2}
 \end{aligned} \tag{6.321}$$

Direkter Durchgang von der unteren Schräge nach Innen

$$\begin{aligned}
 \alpha_{3,x} &= (1 - \rho_{1,x}) \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl}) + (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,1.Refl} \cdot \rho_{3,x} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,innen}) + \\
 &\quad (1 - \rho_{1,x}) \cdot \tau_{a,o,1.Refl} \cdot \rho_{3,x} \cdot \tau_{a,o,1.Refl.,innen} \cdot \rho_{4,x} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,innen}) \\
 \alpha_{3,y} &= (1 - \rho_{1,y}) \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl}) + (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,1.Refl} \cdot \rho_{3,y} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,innen}) + \\
 &\quad (1 - \rho_{1,y}) \cdot \tau_{a,o,1.Refl} \cdot \rho_{3,y} \cdot \tau_{a,o,1.Refl.,innen} \cdot \rho_{4,y} \cdot (1 - \tau_{a,o,1.Refl.,innen}) \\
 \alpha_{3,res} &= f_{oben} \cdot \frac{bel_{unten,1.Refl}}{bel_{oben,real}} \cdot \frac{(\alpha_{3,x} + \alpha_{3,y})}{2}
 \end{aligned} \tag{6.322}$$

Durchgang von der oberen Schräge über Reflexion an der unteren nach Innen

$$\begin{aligned}
 \alpha_{4,x} &= (1 - \rho_{7,x}) \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl}) + (1 - \rho_{7,x}) \cdot \tau_{a,u,1.Refl} \cdot \rho_{5,x} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,innen}) + \\
 &\quad (1 - \rho_{7,x}) \cdot \tau_{a,u,1.Refl} \cdot \rho_{5,x} \cdot \tau_{a,u,1.Refl.,innen} \cdot \rho_{6,x} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,innen}) \\
 \alpha_{4,y} &= (1 - \rho_{7,y}) \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl}) + (1 - \rho_{7,y}) \cdot \tau_{a,u,1.Refl} \cdot \rho_{5,y} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,innen}) + \\
 &\quad (1 - \rho_{7,y}) \cdot \tau_{a,u,1.Refl} \cdot \rho_{5,y} \cdot \tau_{a,u,1.Refl.,innen} \cdot \rho_{6,y} \cdot (1 - \tau_{a,u,1.Refl.,innen}) \\
 \alpha_{4,res} &= f_{unten} \cdot \frac{bel_{oben,1.Refl}}{bel_{unten,real}} \cdot \frac{(\alpha_{4,x} + \alpha_{4,y})}{2}
 \end{aligned} \tag{6.323}$$

Kapitel 7

Tageslichtangebot - Berechnungsverfahren

7.1 DIN 5034

Die DIN 5034 behandelt strahlungsphysikalische, astronomische aber auch lichttechnische Grundlagen. Die Norm betrachtet zwei Himmelszustände: Den bewölkten und den klaren Himmel, jeweils getrennt voneinander. Das Model für den bewölkten Himmel setzt die vorherrschende horizontale Beleuchtungsstärke nur mit der Sonnenhöhe h_S in Beziehung. Jenes für den klaren Himmel berücksichtigt ferner den Sonnenazimut α_S .

Mittels Trübungsfaktoren wird die Abhängigkeit der direkten und diffusen Strahlung von der Absorption und Trübung der Atmosphäre einbezogen. Die Beleuchtungsstärken auf beliebig geneigte Flächen können für alle Himmelszustände bestimmt werden.

Zur Betrachtung des Einflusses der natürlichen Beleuchtung auf das energetische Verhalten von Räumen und Gebäuden sind die langjährigen Mittelwerte zu beachten. Diese langjährigen Mittelwerte lassen sich auf Grundlage der lokalen Sonnenscheinwahrscheinlichkeit SSW bestimmen.

Dieses Vorgehen unterteilt die Berechnung in zwei Bereiche. Beiden gemeinsam ist der Ansatz eines mittleren Himmels, d.h. dem Ansatz, dass der Himmels zum einen Teil bewölkt und zum anderen klar ist. Im Intervall SSW liegt zudem noch direkte Sonnenbestrahlung vor.

Die DIN 5034 empfiehlt zur Bestimmung der Sonnenscheinwahrscheinlichkeit, die Sonnenscheinstunden nach DIN 4710 heranzuziehen.

Zeitraum $(1 - SSW)$: Keine direkte Sonneneinstrahlung

$$\begin{aligned} E_H &= (E_{HK} \cdot SSW + E_{HB} \cdot (1 - SSW)) \cdot R_H \\ R_H &= 1,0 + 2,54 \cdot 10^{-2} \cdot SSW - 2,98 \cdot 10^{-4} \cdot SSW^2 \\ &\quad + 4,44 \cdot 10^{-7} \cdot SSW^3 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Die horizontale Beleuchtungsstärke erfolgt somit aus einer Mischung der Beleuchtungsstärken aus bewölktem Himmel E_{HB} und klarem Himmel E_{HK} . Korregiert mit dem Faktor R_H für teilweise bedeckten Himmel.

Zeitraum (SSW) : Direkte Sonneneinstrahlung

Für den Zeitraum SSW wird zudem die horizontale Beleuchtungsstärke aus der Sonnenbestrahlung E_S , korregiert mit dem Faktor R_S für teilweise bedeckten Himmel, bestimmt.

$$\begin{aligned} E_S &= E_S \cdot SSW \cdot R_S \\ R_S &= 1,48 - 4,066 \cdot 10^{-2} \cdot SSW + 6,92 \cdot 10^{-4} \cdot SSW^2 \\ &\quad - 3,34 \cdot 10^{-6} \cdot SSW^3 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Die Gesamtbeleuchtungsstärke im Zeitraum SSW folgt zu:

$$E_G = E_S + E_H \tag{7.3}$$

Beide Himmelsmodelle der DIN 5034 werden im Kapitel **Integration über das Himmelsgewölbe** behandelt.

7.2 HAUSer 1983

Das Verfahren in HAUSer [55] bedient sich der DIN 5034 als Basis. Zur Ermittlung der Sonnenscheinwahrscheinlichkeit SSW werden nur Daten (Stundenwerte) aus dem Testreferenzjahr TRY herangezogen. Die Sonnenscheinwahrscheinlichkeit SSW errechnet sich zu:

$$SSW_{effektiv} = \frac{I_{direkt,TRY}}{I_{direkt,DIN}} \quad (7.4)$$

Für die Berechnung der direkten Einstrahlung $I_{direkt,DIN}$ wird kein monatlicher Mittelwert des Trübungs-faktors verwendet, sondern der Sonnenhöhenwinkel abhängige Ansatz nach Aydinli [10]:

$$T = 2,78 - 8,71 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma_S + 9,677 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma_S^2 - 2,0932 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_S^3 + 1,8934 \cdot 10^{-6} \cdot \gamma_S^4 - 6,099 \cdot 10^{-9} \cdot \gamma_S^5 \quad (7.5)$$

Die diffuse Himmelsstrahlung wird zusätzlich mit dem Faktor $k_3 = 0,85$ für den diffusen Lichteinfall durch die Verglasung multipliziert. Die direkte Strahlung ist mit einem vom Einfallwinkel abhängigen Faktor nach *Duffie und Beckmann* zu bestimmen.

Die Dauer der Beleuchtung mit Kunstlicht errechnet sich getrennt für die Zeiten mit und ohne direkter Sonneneinstrahlung.

Im Intervall $(1 - SSW)$, d.h. ohne direkte Sonneneinstrahlung ist die Beleuchtungsstärke durch diese direkte Sonneneinstrahlung:

$$I_S = 0 \quad (7.6)$$

Mit direkter Sonneneinstrahlung, d.h. SSW gilt:

$$I_S = \frac{I_{dir,TRY}}{SSW_{effektiv}} \quad (7.7)$$

In Erweiterung des Ansatzes von HAUSER ermöglicht das Verfahren nach **Heibel** [18] eine Vereinfachung bei der Bestimmung der Kunstlicht-Einschaltzeiten. Hier wird durch ein Polynom 9. Grades bestehend aus den Parametern:

- k_1 : Schwächungsfaktor für Lichttransmission durch Konstruktionsteile
- k_2 : Schwächungsfaktor für Lichttransmission durch Verschmutzung
- τ_{D65} : Transmissionsgrad für Licht nach DIN 67507
- f_F : Fensterflächenanteil
- h_R : Höhe des Raumes
- t_R : Tiefe des Raumes
- b_R : Breite des Raumes
- E_n : Nennbeleuchtungsstärke
- ρ_W : Reflexionsgrad der inneren Raumbegrenzungsflächen

eine Kenngröße $X_{R,F}$ eingeführt, welche in Verbindung mit der Regressionsgerade Y die Kunstlicht-Einschaltzeiten bestimmt. Durch diese Verfahren kann ohne numerische Simulation des Raumes die Jahreseinschaltzeiten von Kunstlicht bei:

- unterschiedlichen Regelungsstrategien des Kunstlichtes
- unterschiedlichen Fensterflächenanteilen
- Orientierung des Raumes nach Nord, Ost, Süd oder West
- Verbauung durch benachbarte Bauten

ermittelt werden. Optimierungen durch jahreszeitliche oder nutzerabhängige Änderung des Verschattungsgrades des Fensters durch Sonnenschutzanlagen, der Regelungsstrategie, der Nennbeleuchtungsstärke in den jeweiligen Raumbereichen oder durch Einsatz von Tageslichtlenksystemen kann das Verfahren nicht abbilden.

7.3 Das Verfahren nach Superlite und Superlink - Szerman

Das Programm Superlite [38] berechnet die Beleuchtungsstärke auf die Nutzebene, mittels den diffusen Aussenbeleuchtungsstärken für den Himmel- und Bodenanteil, zuzüglich der direkten Solareinstrahlung. Diese Anteile werden gewichtet über Einstrahlzahlen aufsummiert, um die Beleuchtungsstärke am betrachteten Punkt der Nutzebene zu erhalten. Der Nutzer der Programme hat die Möglichkeit zwischen verschiedenen Himmelsmodellen zu unterscheiden:

- Mittlerer Himmel
- Bewölkter Himmel nach CIE Standard
- Klarer Himmel nach CIE Standard mit direkter Sonnenbestrahlung
- Klarer Himmel nach CIE Standard ohne direkte Sonnenbestrahlung

Die Zeiträume mit und ohne direkter Sonneneinstrahlung werden analog der DIN 5034 behandelt.

Die Berechnung erfolgt jeweils getrennt für die einzelnen Himmelsmodelle und an ausgewählten Tagen. Mittels der Gewichtung über die jeweilige Sonnenscheinwahrscheinlichkeit SSW wird die Gesamtbeleuchtungsstärke auf der Arbeitsebene aufsummiert. Als Besonderheit ist zu nennen, dass es keine direkte Besonnung gibt. Direkte Besonnung wird mittels eines Sonnenschutzes unterbunden, jedoch bleibt die Summe des eingestrahelten Lichtstromes gleich. Somit wird die Fensteröffnung als diffuser Strahler aufgefasst. Die Sonnenscheinwahrscheinlichkeit wird aus dem Testreferenzjahr TRY Essen und aus den Daten der direkten Strahlung berechnet:

$$SSW_{effektiv} = \frac{I_{direkt,TRY}}{I_{direkt,DIN}} \quad (7.8)$$

$I_{direkt,DIN}$ wird mittels monatlichen Trübungsfaktor bestimmt. Hierdurch kann SSW grösser als 1 werden, wird jedoch dann zu 1 gesetzt.

7.4 Französische Verordnung - Reglementation Thermique 2000

Die Französische Energieeinsparverordnung **Reglementation Thermique** [53] aus dem Jahre 2000 beinhaltet ein Verfahren zur Einbeziehung des Energiebedarfes für Kunstlicht in die Bestimmung der Gesamtenergiebilanz von Gebäuden.

7.4.1 Der Energiebedarf für Beleuchtung

Der Energiebedarf des Gebäudes für die Beleuchtung ermittelt sich aus der Summe des Energiebedarfes der verschiedenen Nutzungsbereiche:

$$C_{ecl} = \sum_{zones} P_{ecl,zones} \cdot t_{ecl,zones} \quad (7.9)$$

Mit:

C_{ecl}	Wh	Energiebedarf des Gebäudes für Beleuchtung
P_{ecl}	W	Installierte Leistung für die Beleuchtung
t_{ecl}	h	Dauer der Beleuchtung
$zones$	–	Zonen im Gebäude

7.4.2 Die installierte Leistung

Alle Leuchten, welche fest installiert sind, müssen in Ansatz gebracht werden. Die einzige Ausnahme bilden die Notbeleuchtungen. Die Leistung der Leuchten, sowie der dazu gehörenden Materialien wird über P_{ecl} beschrieben.

Es wird unterschieden zwischen Bereichen in denen natürliche Beleuchtung unmöglich ist:

- Die Wand nicht an das Gebäudeäussere grenzt
- Die Wände nicht über Fenster verfügen

und zwischen

- schwacher
- mittlerer
- starker

natürlicher Beleuchtung. Die Eingruppierung erfolgt mittels zweier Parameter. Dem Lichtindex I_c und dem Raamtiefenindex I_p .

$$\begin{array}{ll}
 I_c - 5 \cdot I_p > 0 & \text{Starke natürliche Beleuchtung} \\
 0 \geq I_c - 5 \cdot I_p > -5 & \text{Mittlere natürliche Beleuchtung} \\
 -5 \geq I_c - 5 \cdot I_p & \text{Schwache natürliche Beleuchtung}
 \end{array}
 \tag{7.10}$$

Der Lichtindex I_c , bedingt durch die natürliche Beleuchtung, ermittelt sich mit der Verglasungsfläche A_V , dem Transmissionsgrad τ_{dif} der Verglasung bei diffuser Beleuchtung, sowie der Gesamttraumfläche $A_{ecl,nat}$, welche von natürlicher Beleuchtung profitiert, zu:

$$I_c = 100 \cdot \left(\sum_{\text{Öffnungen}} \frac{A_V \cdot \tau_{dif}}{A_{ecl,nat}} \right)
 \tag{7.11}$$

Der Raamtiefenindex berücksichtigt bei der **allgemeinen Methode** die äquivalente Länge der Fassade $peri$, sowie die Gesamttraumfläche $A_{ecl,nat}$.

$$I_p = \frac{A_{ecl,nat}}{1,3 \cdot peri}
 \tag{7.12}$$

Mit:

$$peri = \sum_{\text{Etage}} peri_{\text{Etage}}
 \tag{7.13}$$

Die **Detaillierte Methode** berücksichtigt den Lichtindex I_c und den Raamtiefenindex I_p

wie folgt:

$$\begin{aligned} I_c &= 100 \cdot \left(\sum_{\text{Öffnungen}} \frac{A_V \cdot \tau_{dif}}{A_{loc}} \right) \\ I_p &= \frac{p_f}{h} \end{aligned} \tag{7.14}$$

Es gilt hierbei

A_{loc}	Oberfläche des Fussbodens
p_f	Raumtiefe bis zum relevanten Punkt der Arbeitsfläche
h	Höhe zwischen Arbeitsfläche und Fenstersturz

(7.15)

Bei Öffnungen im Dachbereich wird I_p zu 1 gesetzt.

7.4.3 Die Betriebszeiten

Die Berechnung der Beleuchtungsstunden t_{ecl} wird unter Berücksichtigung

- der natürlichen Beleuchtung (Faktor C_3)
- des Gebäudeleitsystems (Faktoren C_1 und C_4)
- der klimatischen Zone (Faktor C_2)

dargestellt.

$$t_{ecl} = C_1 \cdot t_{ecl,Nacht} + C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 \cdot t_{ecl,Tag} \tag{7.16}$$

Die Einstrahlung von natürlichem Licht unterscheidet 5 Fälle:

- Strahlung unmöglich

- Einstrahlung gleich Null
- Schwache Einstrahlung
- Mittlere Einstrahlung
- Starke Einstrahlung

Die Dauer der natürlichen Beleuchtung am Tag wird mittels des Faktors C_3 korrigiert.

Natürliche Belichtung	C_3
unmöglich oder gleich Null	1
Schwach	1
Mittel	0,8
Stark	0,6

Das Gebäudeleitsystem wird über den Faktor C_1 dargestellt

Gebäudeleitsystem	C_1
manuell	1
manuell mit überlagerter Zeitschaltung	0,9
manuell mit überlagerter Anwesenheitsschaltung	0,8

Das Raummanagement wird über die Faktoren C_1 korrigiert

Managementsystem	C_4
manuelle Schaltung	0,6
Tageslichtabhängige Kunstlichtkontrolle	0,4

An Orten ohne Tageslicht wird C_4 zu 1 gesetzt.

Die klimatischen Zonen werden durch den Parameter C_2 berücksichtigt. Er dient als Korrektur für die Zahl der Gebrauchsstunden der klimatischen Zone.

Klimatische Zone	C_2
H_1	1
H_2	0,8
H_1	0,6
Alle Bereiche ohne Tageslicht	1

Die Kunstlicht-Einschaltzeiten werden je nach Nutzungstyp, sowie zwischen Tag- und Nachtzeiten der Beleuchtung unterschieden. Für den Fall **Büro** sind 150 Beleuchtungsstunden in der Nacht und 2350 Beleuchtungsstunden während des Tages anzusetzen.

Eine Nachrechnung der Ansätze der Französischen Energieeinsparverordnung zeigt je-

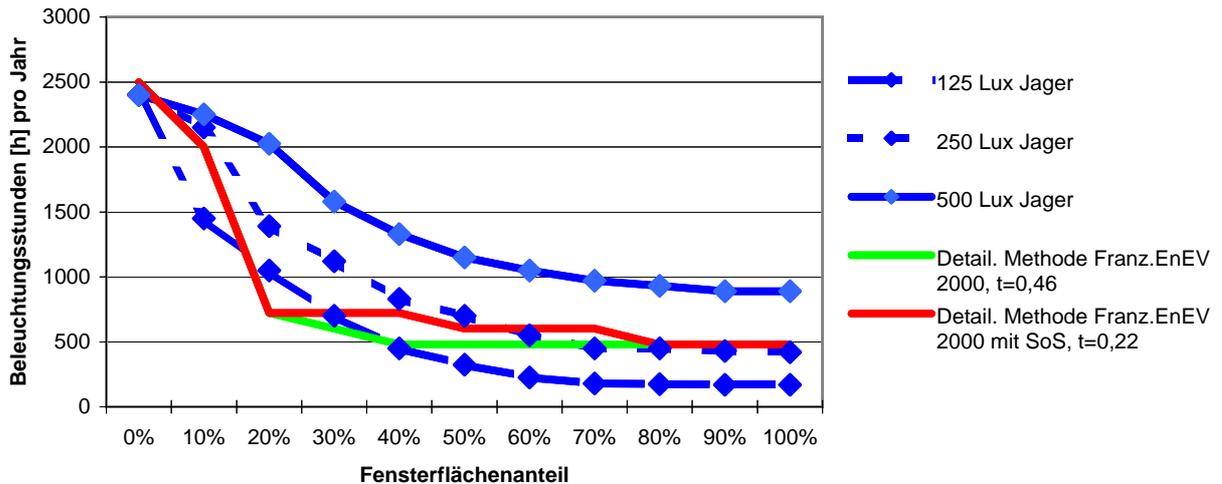


Abbildung 7.1: Ergebnisse der **Reglementation Thermique** vs. Verfahren nach **Jager**

doch dass das vorgestellte Verfahren die tageslichttechnischen Belange nicht hinreichend abbildet. Bei Verglasungsanteilen von über 60% stimmen die mit der **Reglementation Thermique** errechneten Werte gut mit den tatsächlichen zusammen. Jedoch werden bei Verglasungsflächenanteilen unter 50% deutlich geringere Kunstlichteinschaltzeiten (zT. Faktor 3) berechnet als dies in der Realität zu erwarten ist. Je geringer der Verglasungsanteil desto größer der Unterschied. Dieses Verfahren eignet sich somit bedingt für die Berechnung der thermischen Gegebenheiten, jedoch ist diese nicht geeignet Tageslicht und deren Potential für die Verringerung der Kunstlichteinschaltzeiten zu erfassen.

7.5 J. de Boer - Tageslichtbeleuchtung und Kunstlichteinsatz in Verwaltungsbauten bei unterschiedlichen Fassaden

Das von **de Boer** [58] beschriebene Verfahren hat zum Ziel ein einfaches, praxisorientiertes, lichttechnisches Berechnungswerkzeug zur Verfügung zu stellen. Dieses ermöglicht des weiteren zusätzlich zu der lichttechnischen auch Aussagen zur Wärmebilanz und der Primärenergiebilanz des Raumes zu machen. In Erweiterung der bekannten, vereinfachten Ansätze hat **de Boer** unterschiedlichste Systeme zu Beschattung und Tageslichtlenkung untersucht und in das vereinfachte Verfahren eingebunden.

Die Bestimmung der Beleuchtungswirkung der Beschattungs- und Tageslichtlenkssysteme greift diese Arbeit auf die numerische als auch auf die messtechnischen Daten zu.

Es ist zudem das numerische Goniophotometrie - Verfahren weiterentwickelt worden. Hierdurch kann das Beschattungs- und Tageslichtlenkssystem numerisch vermessen werden, wodurch die Notwendigkeit von praktisch durchzuführenden Messreihen reduziert wird. Grundlage ist das RAYTRACING - Verfahren.

Hier ergibt sich ein Unterschied zu dem Jager - Verfahren. Bei **de Boer** wird die Wirkung des Sonnenschutzes und des Tageslichtlenksystems analog zur Messung bestimmt, d.h. es wird das System ohne den dahinterliegenden Raum bzw. den Fassadenaufbau beschrieben. Mögliche gegenseitige Beeinflussungen werden nicht betrachtet. Um dies beschreiben zu können, werden Referenzfassadenaufbauten mittels RADIANCE hinsichtlich der Beleuchtungszustände untersucht und hiernach vereinfacht dargestellt.

Das Verfahren eignet sich zur schnellen Vorauslegung von Beschattungssystemen. Die hinsichtlich Energieeinsparung notwendigen Gesamtanalyse des Raumes mit unterschiedlichen Fassadenaufbauten, Tageslichtlenkssystemen und -strategien ist nur bedingt möglich. Sichtbar wird dies in den gewählten Randparametern für das vereinfachte Verfahren. Es wird zwischen 300 Lux und 500 Lux Nennbeleuchtungsstärke unterschieden. Hinsichtlich des Nutzerkomforts und des Energieeinsparpotentials sind jedoch Beleuchtungsstärken von 125 Lux bis 2000 Lux möglich [37]. Des weiteren muss das vereinfachte Verfahren bei Abweichungen des Aufbaus der Fassade und der Sonnenschutz-, Tageslichtlenkssysteme neu angepaßt werden. Deutlich ist dies durch die Aussage, dass doppelschalige Fassadensysteme zu einer deutlichen Verschlechterung der Beleuchtungsverhältnisse führen. Durch geeignete Verglasungsaufbauten (z.B. Weissglas), sowie entsprechender Positionierung des Sonnenschutzes und des Lichtlenksystems - nahe an der Aussenfassade - kann eine Optimierung erfolgen, die gesamtenergetisch deutliche Verbesserungen ermöglicht ohne aus

Beleuchtungssicht Nachteile zu haben.

Wesentlicher Unterschied des Jager-Verfahrens zu den angeführten Berechnungsverfahren: Es erfolgt die Einbindung von Tageslichtlenkungssystemen mittels numerischer Verfahren, die bis dato ausschließlich für die thermische Analyse verwendet werden. Des Weiteren kann, durch die einheitliche Berechnung der thermischen und lichttechnischen Raumsituation, eine Optimierung des Gesamtsystems Heizen - Kühlen - Beleuchten erfolgen, unter der gleichzeitigen Berücksichtigung von Behaglichkeitskriterien, thermisch wie visuell. Dies ist für eine signifikante Reduzierung des Energieverbrauches in Gebäuden unumgänglich.

Durch die direkte Abbildung der Beschattungs- und Tageslichtlenkungs-system innerhalb des numerischen Verfahrens, wird eine differenziert Regelungsstrategie des Raumes angeboten, welche zeitnahe Rückkoppelungen zwischen Heiz-, Kühl und Beleuchtungsanforderungen ermöglicht.

In Abbildung 9.22 werden die Verfahren der DIN 5034 und Szermann, in Abbildung 9.21 jenes von Heibel dem Jager - Verfahren gegenübergestellt, um hier unter gleichen Randparametern, einen Vergleich der Ergebnisse zu führen. Der Vergleich mit diesen Verfahren zeigt, dass es möglich ist thermische Berechnungsansätze auch für die Beleuchtung in Ansatz zu bringen.

Kapitel 8

Verfahren zur Berechnung von Lichtlenksystemen

Das vorliegenden Verfahren behandelt Tageslichtnutzung in Räumen. Es wird ein Verfahren vorgeschlagen, welches sowohl Analysen für bestimmte Tagessituationen als auch Jahressimulationen ermöglicht.

Das verwendete Verfahren nimmt die Berechnungsansätze der DIN 5034 als Grundlage. Folgende Berechnungsschritte werden analog der o.g. Norm durchgeführt:

- Die Sonnenhöhe γ_S
- Der Sonnenazimut α_S
- Die Sonnendeklination δ
- Der Trübungsfaktor T
- Die Leuchtdichte L
- Die Beleuchtungsstärke E

und noch weitere zur Bestimmung der horizontalen Beleuchtungsstärke notwendigen Parameter.

Abweichend zur DIN 5034 wird das Himmelsgewölbe in Segmente unterteilt. Für jedes Segment wird, in Abhängigkeit vom Azimut und von der Höhe die Leuchtdichte durch Integration ermittelt. Die Integration erfolgt zwischen dem Minima und dem Maxima des Azimutes, wie auch jenen des Höhenwinkels des jeweiligen Segmentes.

Für die Einstrahlung in den Raum über die Fenster wird der Höhenwinkel und der Azimut

des Segmentmittelpunktes herangezogen. Mit beiden Parametern (Höhenwinkel und Azimut des Segmentmittelpunktes) und den Fensterkoordinaten werden die Fenstereckpunkte auf die Raumumschliessungsflächen abgebildet. Die Einstrahlung aus den Himmels- und den Grundsegmenten wird als parallel angesetzt, ebenso wie die Bestrahlung durch die Sonne.

Die Abbildung der Fenstereckpunkte erfolgt exakt so wie in der Realität, d.h. es wird

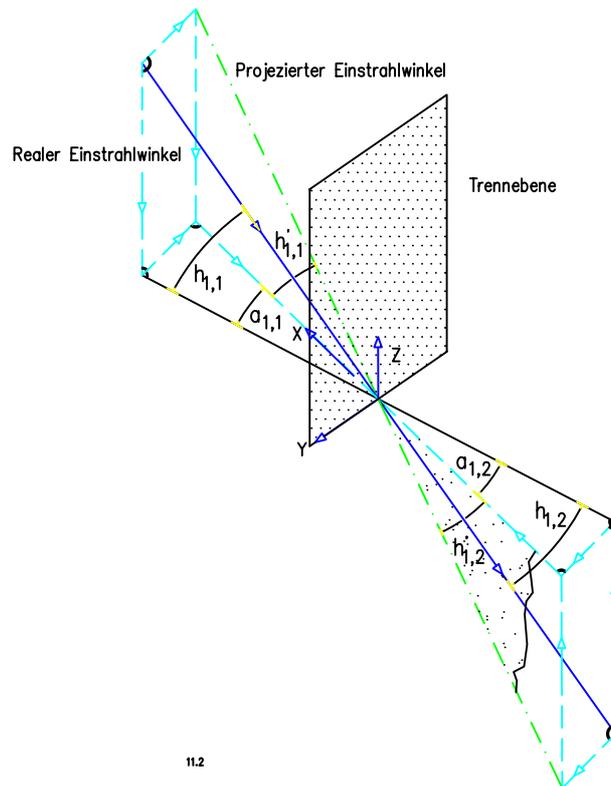


Abbildung 8.1: Einstrahlung aus den Himmelssegmenten in den Raum

nicht der vereinfachte Ansatz gewählt, wonach das Fenster als diffuser Strahler betrachtet wird, da winkelabhängige Einstrahlung in den Raum auf diese Art und Weise verwischt würde.

Der Ansatz der realen Abbildung der Fenstereckpunkte in den Raum ist vor allem dann wichtig, wenn zusätzlich die Wirkungsweise von Sonnenschutz- und Tageslichtlenkssystemen untersucht werden. Spätestens hier würde der vereinfachte Ansatz nach DIN 5034 ungenaue Ergebnisse liefern.

Die Anzahl und Neigung der Fenster- und Sonnenschutzsysteme ist für jede Raumumschliessungsfläche frei wählbar. Die direkte Einstrahlung auf die Sensoren durch das Himmelsgeölbe, den Grund oder die Sonne wird ebenso betrachtet.

Einfallswinkelabhängig wird der bestrahlten Fläche die Beleuchtungsstärke zugewiesen. Reflexion an den Flächen erfolgt diffus. Innerhalb des Raumes werden die Reflexionen zwischen den Raumumschliessungsflächen durch Einstrahlzahlen nachgebildet. Dieses Verfahren entspricht dem Vorgehen beim thermischen Strahlungsaustausch zwischen Flächen.

Als Grundlage wurde hier die Promotion von *Roland Kraus: Experimentelle und Numerische Untersuchung des Energieumsatzes an Transparenten Fassaden* [24] gewählt.

Basis ist neben dem bereits im thermischen Bereich validierten Verfahren auch die Frage, ob thermische Ansätze auf den Tageslicht-Bereich übertragbar sind.

Zusätzlich können durch den vorgestellten Ansatz neben Jahressimulationen auch Einzelbetrachtungen mit den jeweiligen Verteilungen auf die Raumumschließungsfläche durchgeführt werden.

Zur genaueren Abbildung der Realitäten ermöglicht es das Verfahren durch eine entsprechende Rasterung der Raumumschließungsflächen die Sonneneinstrahlung abzubilden. Des Weiteren können reale Beschattungssysteme betrachtet werden. Sowohl in der Jahressimulation als auch in der Einzelanalyse. Innerhalb des Verfahrens können die folgenden Beschattungssysteme verwendet werden:

- Blendschutz beliebiger diffuser Transmission
- Sonnenschutz mit geraden Lamellen
- Sonnenschutz mit gerundeten Lamellen
- Sonnenschutz mit segmentierten Lamellen
- Prismen mit den Prismenspitzen nach aussen gerichtet
- Prismen mit den Prismenspitzen nach innen gerichtet

Die Position des Sonnenschutzes kann vor, zwischen oder hinter der Verglasung sein.

Der lichttechnische Ansatz des Sonnenschutzes über Lamellen wird aus *P.Pfrommer: Modelling Highly Glazed Spaces* entwickelt. Das in der o.g. Verfahren entwickelte geometrische Abbildungsverfahren im thermischen Bereich, ist für den Einsatz im lichttechnischen Bereich weiterentwickelt. So können nun die optischen Eigenschaften der oberen und die unteren Oberflächen der Lamellen getrennt voneinander behandelt werden.

Neben der direkten Lichttransmission werden auch die, aus gerichteter und diffuser Reflexion an den Lamellenoberflächen stammende Transmission berechnet und winkelabhängig in den Raum weiter geleitet. Hierzu wird ausgehend von jedem Sensor im Raum überprüft, ob der in den Raum gelenkte Strahl den virtuellen Sensor beleuchtet oder nicht. D.h. zur Feststellung einer direkten Beleuchtung der Sensoren wird ein Verfahren, ähnlich wie das *Radiosity*-Verfahren verwendet.

Eigens für diese Kombinationsmöglichkeit von mehreren Verglasungseinheiten mit unterschiedlichen Sonnenschutz- und Blendschutzsystemen, wird ein neues Berechnungsverfahren zur direkten Bestimmung von Transmission, Reflexion und Absorption entwickelt. Dieses Verfahren erlaubt eine direkte Berechnung bei theoretisch unendlichen Kombinationen von Verglasung mit Sonnen-, Blendschutz, in den verschiedensten Positionen.

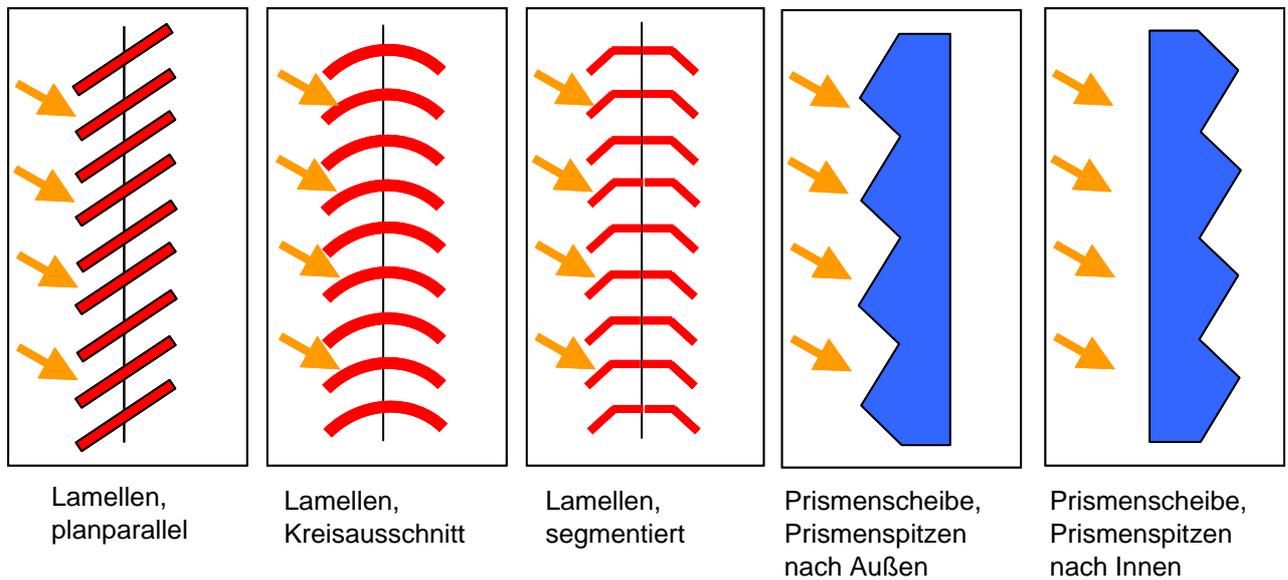


Abbildung 8.2: Abgebildete Sonnen- und Blendschutzsysteme

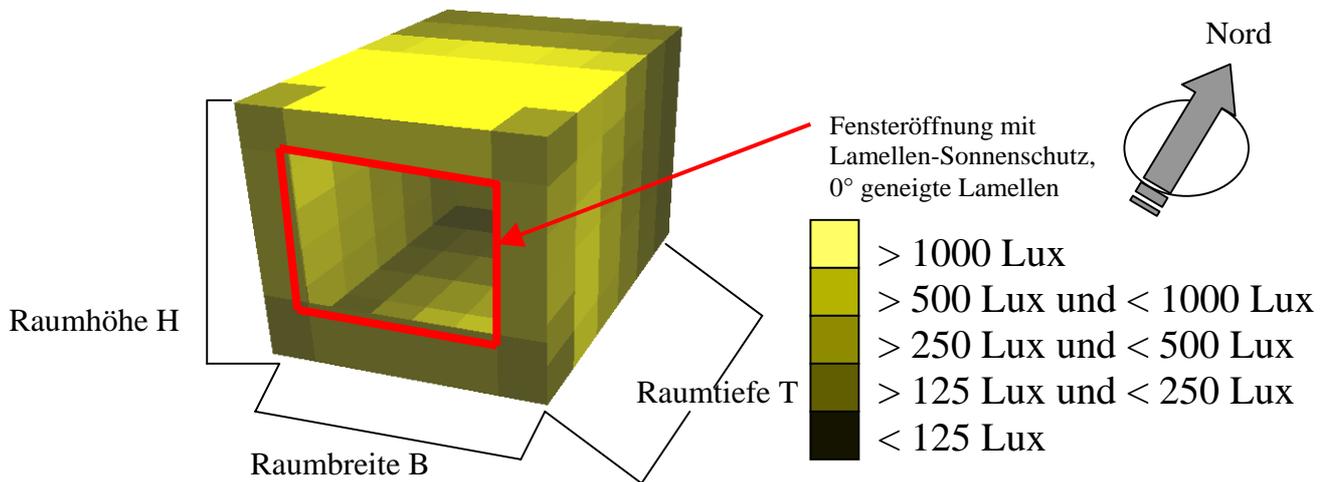


Abbildung 8.3: Beleuchtung im Raum durch das Fenster - Unterteilung der Raumschließungsflächen und Zuordnung der Beleuchtungsstärken

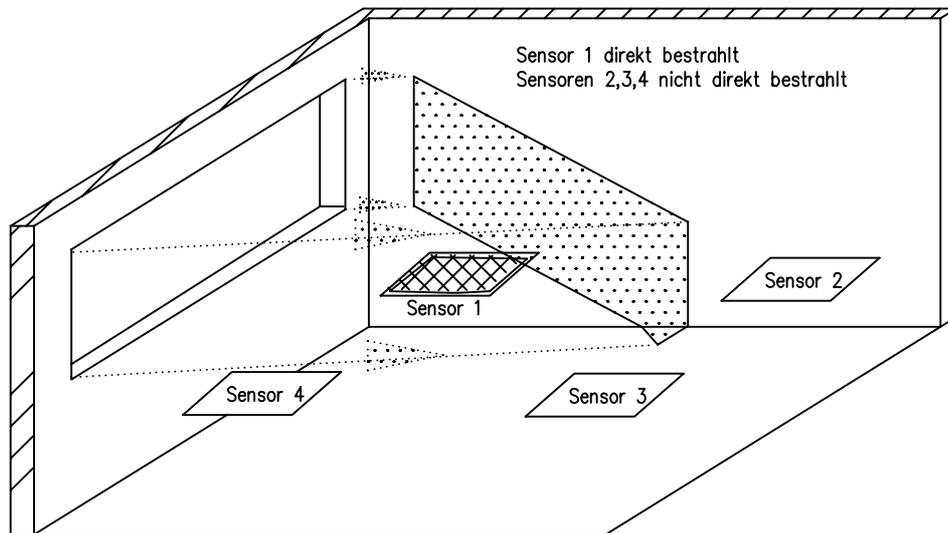


Abbildung 8.4: Beleuchtung der Sensoren durch das Fenster - Liegt der Sensor im Bereich der direkten Besonnung?

Kapitel 9

Vergleich der Berechnungsverfahren

9.1 Die Verschattungssysteme

Verschattungssysteme sind hinsichtlich ihrer tageslichttechnischen und energetischen Stellenwertes von zentraler Bedeutung für:

- den Sonnenschutz bzw. der Regulierung der passiven Solargewinne
- die Tageslichtnutzung bzw. die Reduktion des Kunstlichtbedarfes

Diese Systeme beeinflussen somit massiv den Energiebedarf eines Gebäudes für Heizung, Kühlung und Beleuchtung. Die Optimierung dieser Bauteile ist somit zwingend, um einer deutlichen Verringerung des Energiebedarfes von Gebäuden nahe zu kommen.

Neben der Verbesserung der Systeme muss jedoch auch eine Neudefinition der Beleuchtungsstärken gefunden werden. Neueste Forschungsvorhaben *Schuster [37]* belegen, dass bis dato gültige Normwerte für:

- Beleuchtung am Arbeitsplatz (i.d.R. 500 Lux)
- Blendung am Arbeitsplatz

nicht den Anforderungen heutiger Arbeitsplätze entsprechen. Die Abbildung 9.3 zeigt die Wirkung unterschiedlicher Tageslichtlenk- und Beschattungssysteme auf die Beleuchtung. Der direkte Vergleich mit der Abbildung 9.19 zeigt, dass die hier von [37] untersuchten Systeme nahezu gleiche Ergebnisse des Tageslichtquotienten ergeben, wie die durch das vorgeschlagene Verfahren berechneten.

Vor allem im Bereich von Bildschirmarbeitsplätzen werden Beleuchtungsstärken bis 125

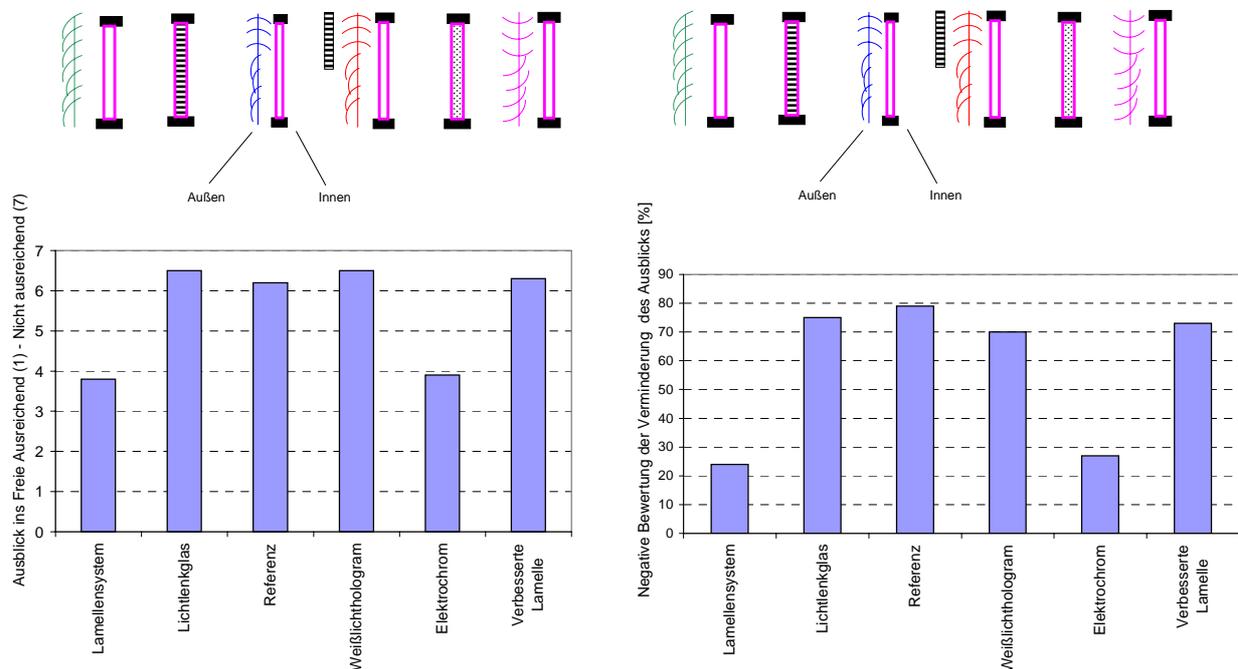


Abbildung 9.1: Nutzerakzeptanz von Sonnenschutzsystemen - Blickkontakt mit der Umgebung

Lux als ausreichend, sowie Beleuchtungsstärken bis zu 2000 Lux als nicht störend empfunden (Abbildung 9.2). Neben den rein technischen Belangen muss jedoch zukünftig vermehrt auf die Nutzerakzeptanz geachtet werden. Auch hier belegen die o.g. Untersuchungen, dass Sonnenschutz in der Regel als störend empfunden wird, da dieser den freien Blick nach aussen behindert oder gänzlich unterbindet (Abbildung 9.1.).

Zukünftige Systeme aus Tageslichtlenk-, Blend- und Sonnenschutzsystemen mit den Verglasungseinheiten müssen somit

- Blendung in Fensternähe
- Beleuchtung auch in Raumtiefe
- Blickkontakt mit der Umgebung
- Regulierung der passiven Solargewinne

verbinden.

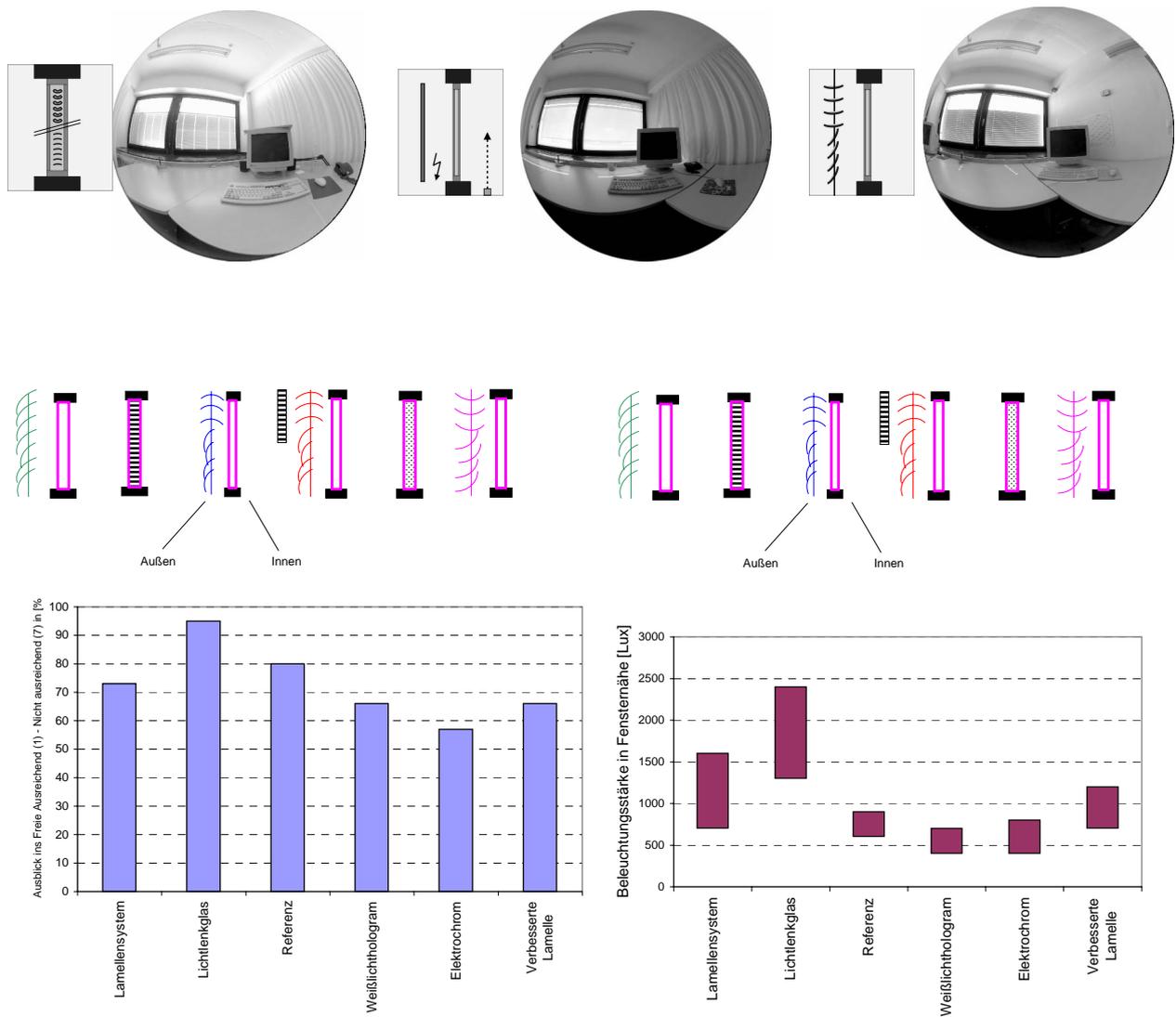


Abbildung 9.2: Nutzerakzeptanz von Sonnenschutzsystemen - Quantität des Tageslichtes

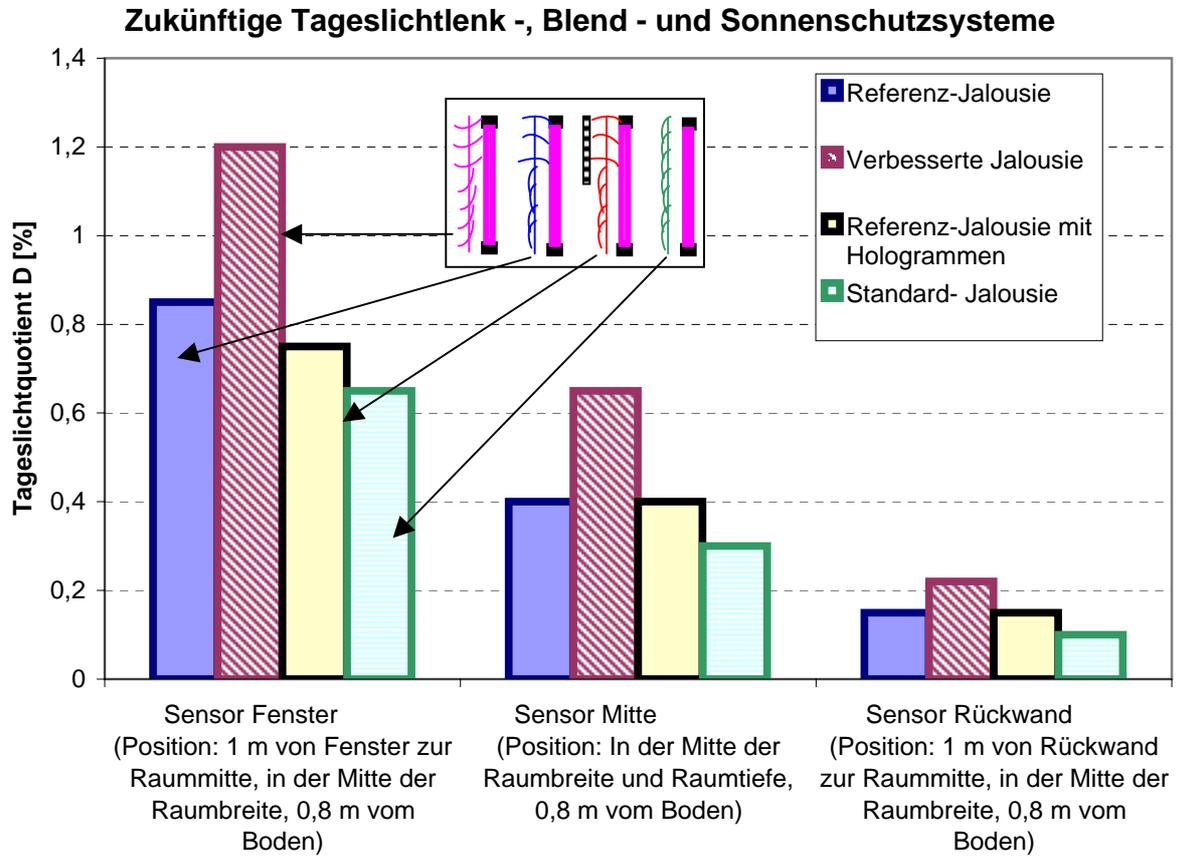


Abbildung 9.3: Neuartige Tageslichtlenk-, Blend- und Sonnenschutzsysteme - Beispiele [37]

9.1.1 Lamellen

Die Tageslichtlenk- und Sonnenschutzsysteme mit Lamellen wurden in den unterschiedlichsten Geometrien und Oberflächen untersucht. Zur Verifikation des Berechnungsverfahrens werden die Untersuchungen des *IFT Rosenheim*, der **Schweizerischen Lichttechnischen Gesellschaft** [1] sowie des **Bartenbach Lichtlabor** [59] verwendet. Zentrale Frage neben der Geometrie sind die strahlungsphysikalischen Werte der Oberflächen hinsichtlich Reflexion und Absorption im jeweils interessierenden Spektrum des Lichtes. Im nachfolgenden Abschnitt wird der Ansatz für den Lamellensonnenschutz, anhand der Vermessung eines Raumes, überprüft (Quelle: **Schweizerischen Lichttechnischen Gesellschaft** [1]). Am *IFT Rosenheim* wurden zwei Sonnenschutzsysteme untersucht:

- Beige Lamellen der Bautiefe 80 mm, dem Abstand 60 mm und der einheitlichen Reflexion 0,73 im sichtbaren Spektrum.
- Reflektierendes Lamellensystem der Bautiefe 80 mm, dem Abstand 60 mm und der Reflexion 0,87 an der Oberseite und 0,46 an der Unterseite des Behanges

Das Lamellensystem wird für die Einstrahlwinkel zwischen 0° und 90° berechnet. Die mittlere Transmission im sichtbaren Bereich liegt für:

- Beige System bei 0,11 und für
- das reflektierende System bei 0,32

Für beide Systeme mit einem Anstellwinkel von -45° , d.h. die Lamellen sind um 45° nach unten geneigt. Beide Werte konnten mit dem Rechenverfahren nachvollzogen werden. Der Unterschied zwischen Rechnung und Messung liegt bei 0,09 zu 0,11 für das beige System und 0,30 zu 0,32 für das hochreflektierende System. Und dies trotz der vereinfachten Beschreibung der Lamellen als planparallele Flächen.

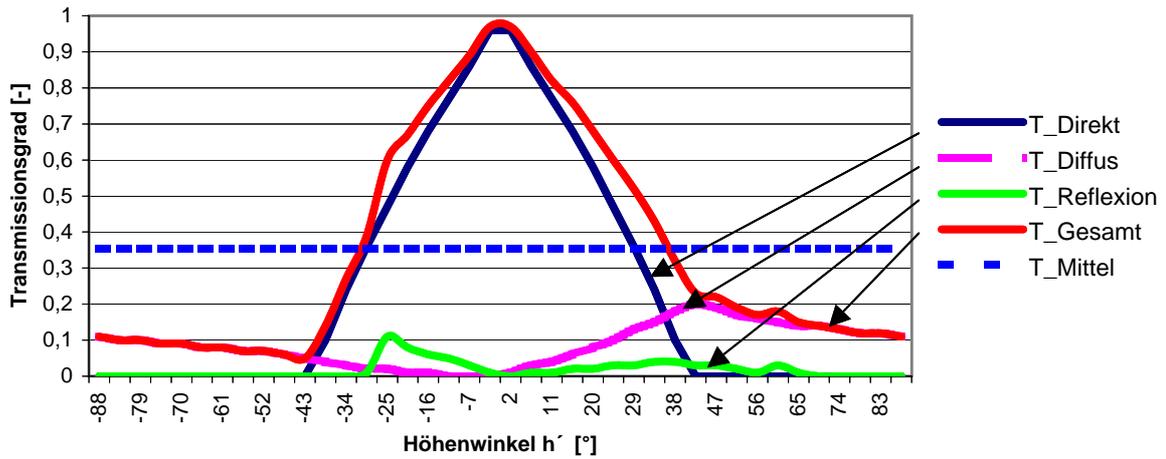


Abbildung 9.4: Transmissionsgrad eines Lamellenbehanges. Beige mit 0° Neigung

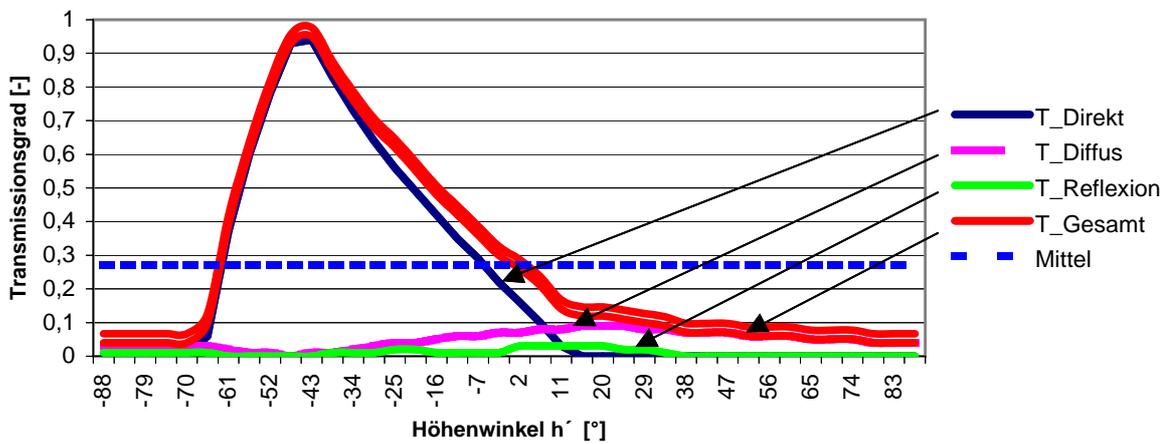


Abbildung 9.5: Transmissionsgrad eines Lamellenbehanges. Beige mit -45° Neigung

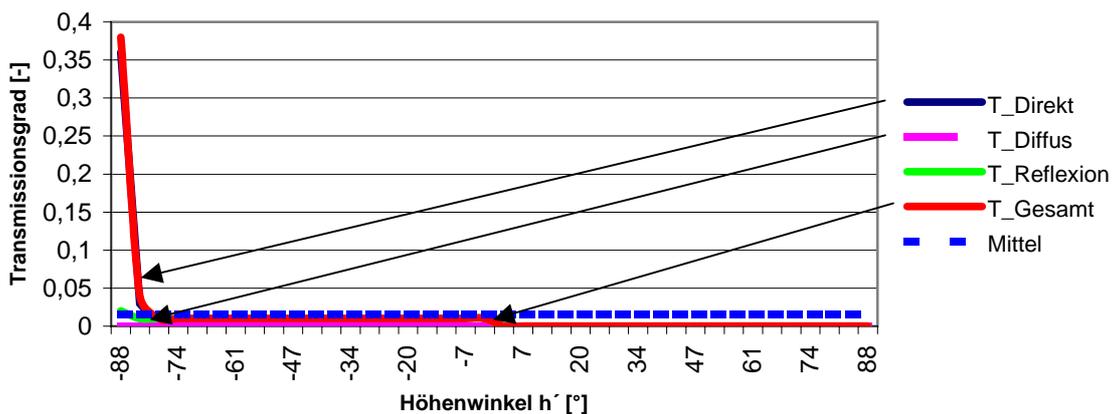


Abbildung 9.6: Transmissionsgrad eines Lamellenbehanges. Beige mit -89° Neigung

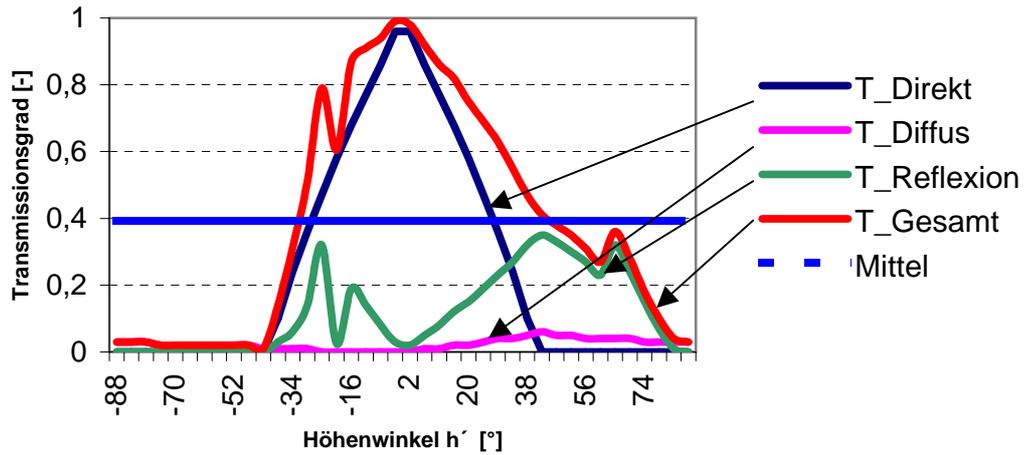


Abbildung 9.7: Transmissionsgrad eines Lamellenbehanges. Hochreflektierend mit 0° Neigung

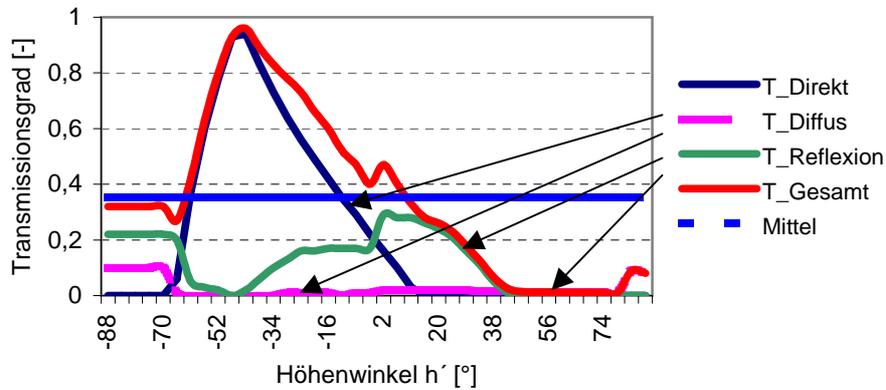


Abbildung 9.8: Transmissionsgrad eines Lamellenbehanges. Hochreflektierend mit -45° Neigung

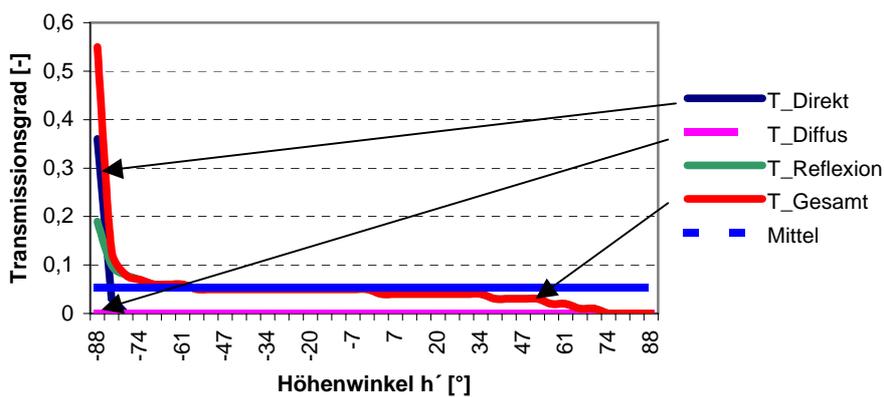


Abbildung 9.9: Transmissionsgrad eines Lamellenbehanges. Hochreflektierend mit -89° Neigung

9.1.2 Prismengläser

Orientierung nach Innen

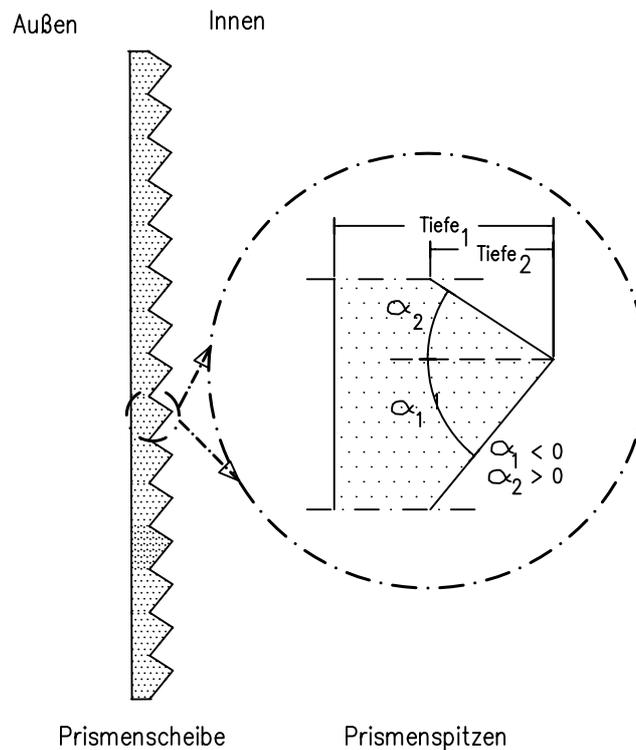


Abbildung 9.10: Prismenscheibe nach Innen

Die messtechnische Überprüfung der Prismenscheiben mit Orientierung der Prismenspitzen nach Innen erfolgte am *IFT Rosenheim* zwischen 0° und 60° Einstrahlwinkel. Dieses System zeigt über einen weiten Einstrahlwinkelbereich höchste Transmissionswerte. Die untersuchte Variante wird beschrieben:

- als Material: Glas mit Extinktionswert 4
- Gesamtbautiefe 8 mm
- Material: Prismenhöhe 4 mm
- Prismenwinkel: 48° und -60°

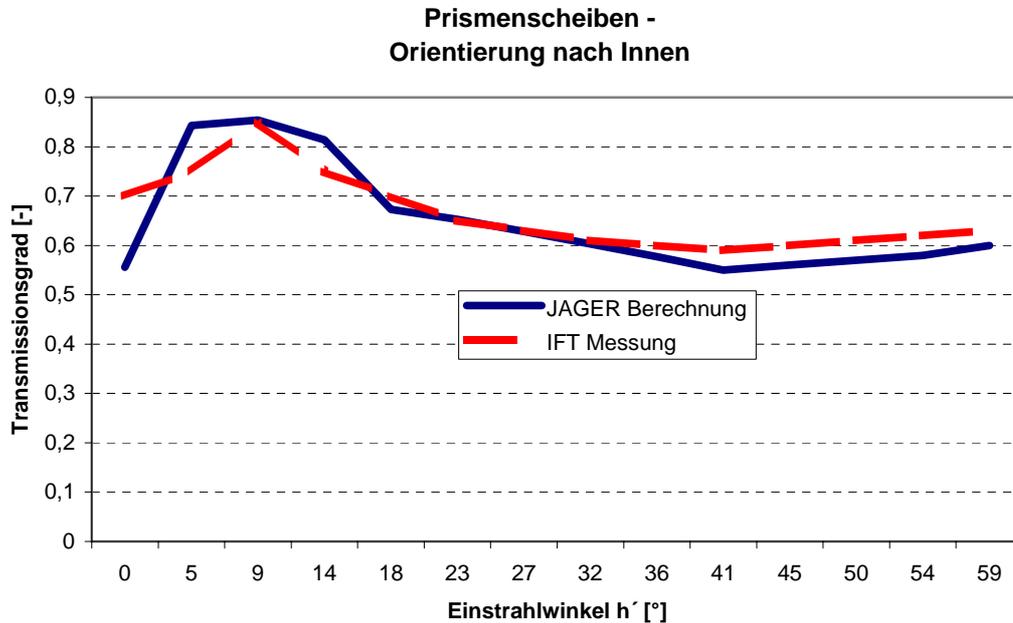


Abbildung 9.11: Transmissionsgrad einer Prismenscheibe mit Prismen nach Innen

Das Diagramm zeigt neben den Messergebnissen auch die Berechnungsergebnisse. Insgesamt mussten drei Berechnungsläufe durchgeführt werden, um die Totalreflexionen an den Innenflächen der Prismenscheibe zu erfassen. Nur so konnte eine Übereinstimmung zwischen den Berechnungsergebnissen und den Messungen erreicht werden.

Die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen der Wirkungsweise am Raum weisen diesem System sehr hohe Potentiale für die Tageslichtnutzung aus, da nicht nur hohe Transmissionswerte über einen grossen Einstrahlwinkelbereich vorliegen, sondern im gleichen Zug auch die höheren Einstrahlwinkel in flachere Ausstrahlwinkel umgelenkt werden, wodurch eine höhere Raumtiefenausleuchtung gegeben ist. Als negativ ist jedoch das hohe Blendpotential dieses Systems zu nennen. Als Einsatzbereich bietet sich das Oberlicht an. Das nachfolgende Diagramm zeigt die Reflexions-, Transmissions- und Absorptionswerte in Abhängigkeit vom Einstrahlwinkel. Die direkte Berechnung ist dann von Bedeutung, wenn die Modellansätze auch mit thermischen Analysen kombiniert werden sollen. Somit ermöglicht das vorgeschlagene Modell, neben der tageslichttechnischen Betrachtung auch den Einsatz in thermischen Simulationsprogrammen.

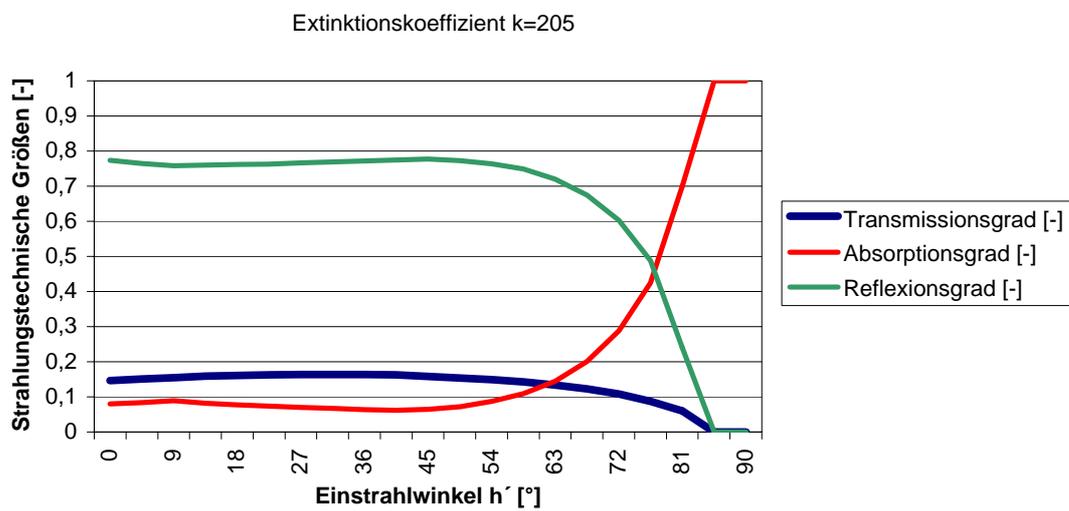
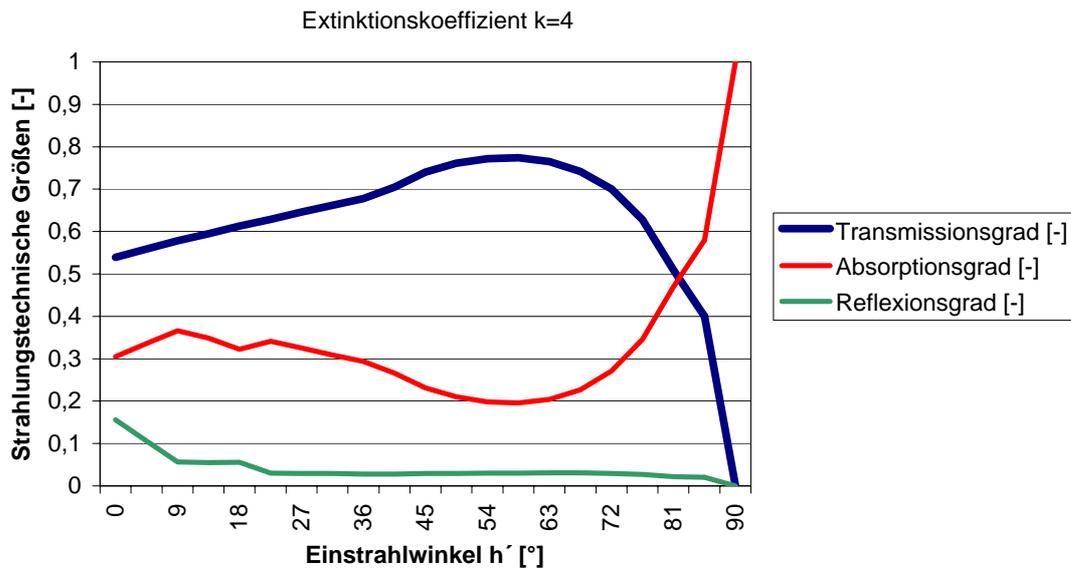


Abbildung 9.12: Transmissionsgrad, Reflexionsgrad und Absorptionsgrad einer Prismenscheibe mit Prismen nach Innen

Das Modell wird ausführlich im Kapitel 3 **Beleuchtungsgrundlagen** beschrieben.

Orientierung nach Aussen

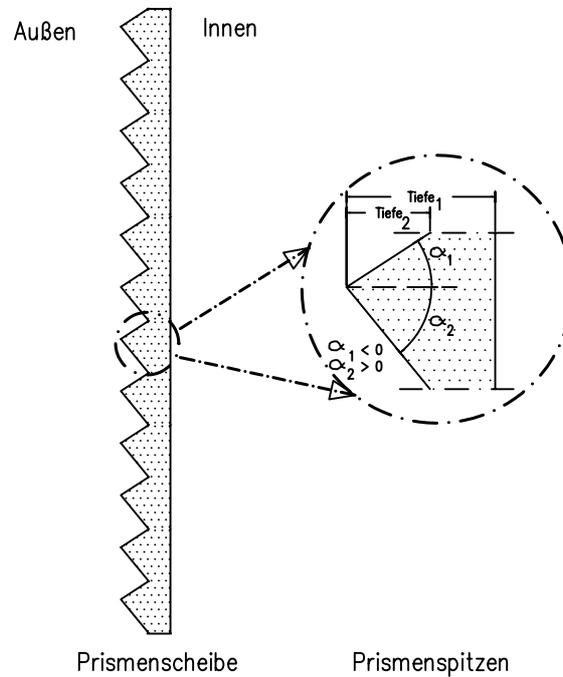


Abbildung 9.13: Prismenscheibe nach Außen

Prismengläser mit Orientierung der Prismenspitzen nach Außen werden seit mehr als einem Jahrzehnt untersucht, auch hinsichtlich ihrer Tageslichtlenk- und Sonnenschutzzeigenschaften. Das vorliegende Verfahren ermöglicht es, die Absorption, Reflexion und die Transmission direkt zu bestimmen, abhängig vom Extinktionskoeffizient, der Prismenseitenwinkel und der Bautiefe. Sowohl die Berechnungen als auch die Feldmessungen zeigen, dass dieses System vor allem im Bereich Verschattung direkter Sonnenstrahlung geeignet ist. Hinsichtlich Tageslichtlenkung kann von einem sehr eingeschränkten Anwendungsgebiete ausgegangen werden.

Verdeutlichen lässt sich dies durch nachfolgendes Transmissions-Diagramm bei:

- Material: Glas mit Extinktionswert 4
- Gesamtbautiefe 8 mm
- Material: Prismenhöhe 4 mm
- Prismenwinkel: -48° und 60°

Dieses System zeichnet sich durch eine komplette Ausschaltung von Transmission zwischen den Einstrahlwinkel -47° und 67° aus.

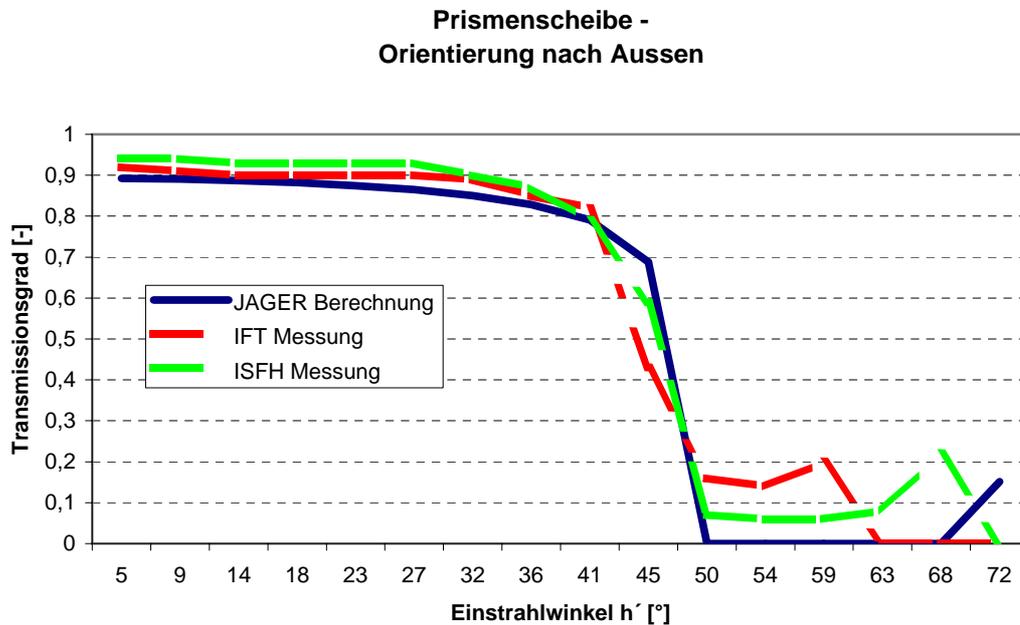


Abbildung 9.14: Transmissionsgrad einer Prismenscheibe mit Prismen nach Aussen

Die Berechnung dieses Verschattungstypes wurde mit Messungen am *IFT Rosenheim*, sowie am *ISFH Hameln* verifiziert. Es zeigt sich zwischen den Einstrahlwinkeln 0° und 50° eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und der Berechnung. Das *IFT Rosenheim* weist zwischen 50° und 60° noch Resttransmission auf, welche höher liegt als jene am *ISFH Hameln*. Die Messung am *IFT Rosenheim* erfolgte zwischen 0° und 60° , jene am *ISFH Hameln* zwischen 0° und 70° .

Die unterschiedlichen Ergebnisse im Einstrahlwinkellbereich zwischen 50° und 70° können der Oberflächenstruktur der Prismenscheibe aus Glas zugeschrieben werden, da diese in der Realität eine leicht gerippte Struktur aufweist. Die Berechnung erfolgt an ideal planen Oberflächen.

Die Bestimmung der Transmission, Reflexion und Absorption an beiden Prismensystemen (nach Innen und nach Aussen) ist von Bedeutung, wenn die Prismenscheibe zwischen Verglasungen positioniert wird. Nur so können Rückreflexionen und deren Auswirkungen auf die Gesamttransmission bestimmt werden. Das Modell wird ausführlich im Kapitel 3 **Beleuchtungsgrundlagen** beschrieben.

9.2 Das Raummodell

Zur Verifikation des Berechnungsansatzes wurden zwei Wege verfolgt. Zum einen über einen Vergleich zu Messwerten, zum anderen über einen Vergleich zu Berechnungsansätzen. Mittels beider Abprüfungen soll sichergestellt werden, dass die Ergebnisse die Realität widerspiegeln.

9.2.1 Messwerte

Die Messwerte-Vergleiche wurden anhand der Untersuchungen der **Schweizerischen Licht-technischen Gesellschaft** vorgenommen. Die dort durchgeführten Untersuchungen an Messräumen hatte als Thema den **Einfluss von Aussenlamellenstoren auf Beleuchtungsverhältnisse und Tageslichtquotient in einem Raum**. Durch diese Messreihe konnte sowohl das reine Raummodell als auch das Modell des Lamellenverschattungssystems verifiziert werden.

Die verwendeten Messräume werden zum einen als Referenzraum und zum anderen als Messraum verwendet. D.h. es wurde bei jeder Messung der Testfassade auch ein Referenzraum vermessen. Hierdurch soll sichergestellt werden, dass die Messergebnisse eindeutig bewertbar sind.

Die Messung erfolgte ausschliesslich an Tagen mit diffuser Himmelsstrahlung ohne direkte Sonnenstrahlung. Der Raum hat die Abmasse:

- Breite 3,54m
- Tiefe 6,00m
- Höhe 3,10m

mit den Reflexionswerten

- Boden 0,25
- Wände 0,8
- Decke 0,9

Der lichte Verglasungsflächenanteil beträgt 38% ohne Rahmenanteil, der Fensterflächenanteil gesamt ist 60%.

Beim Vergleich der Ergebnisse Rechnung-Messung ergibt sich ein Tageslichtquotient-Unterschied von 1%. Die Berechnung ergibt geringere Werte, was eine erhöhte Sicherheit bei der Jahressimulation bedeutet. Der Unterschied liegt darin begründet, dass die Messung bei bewölktem Himmel mit nicht ideal rotationssymmetrischer Strahlungsverteilung

erfolgt ist. Variationen des Bewölkungsgrades zeigen dies, da die beste Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung bei einem Bewölkungsgrad von 90% (Abbildung 9.15) erzielt wird. Im Vergleich dazu ist das Ergebnis mit 75% Beölkungsgrad in Abbildung 9.16 dargestellt.

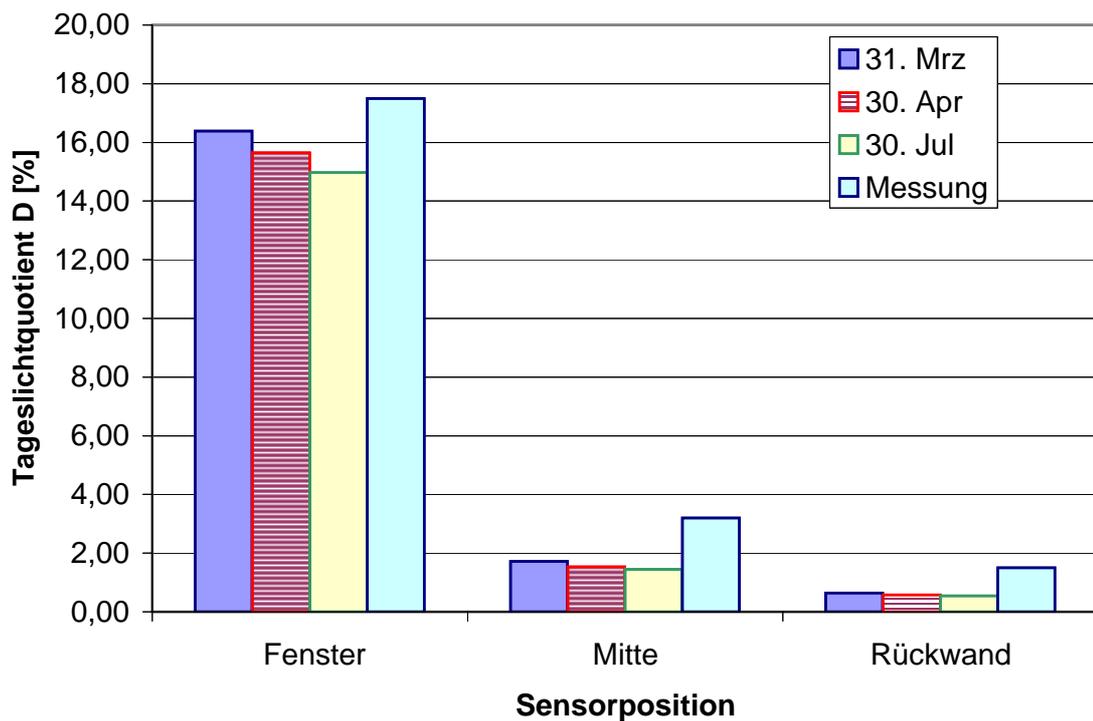


Abbildung 9.15: Beleuchtungsstärke ohne Sonnenschutz bei 90% Bewölkungsgrad

Die Berechnung erfolgte zum einen für ideal diffusen und zum anderen ideal klaren Himmel. Der rechnerische TLQ wird arithmetisch gewichtet aufsummiert, analog zum Vorgehen der DIN 5034.

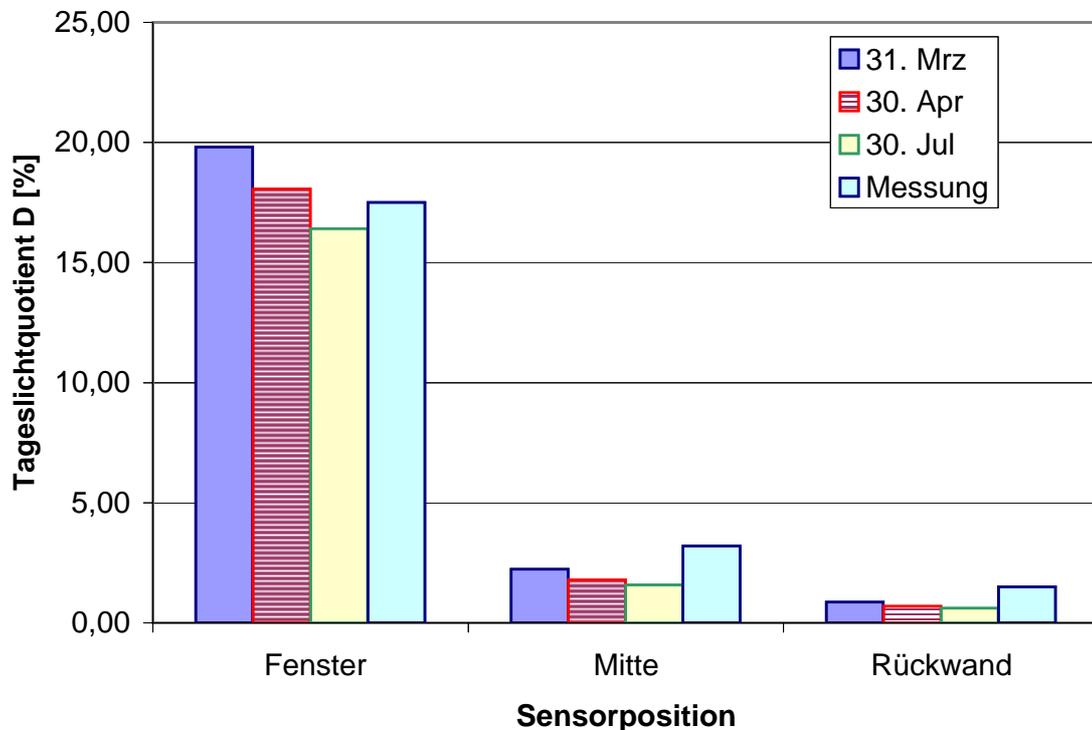


Abbildung 9.16: Beleuchtungsstärke ohne Sonnenschutz bei 75% Bewölkungsgrad

Die Messungen wurden für Sonnenschutzsysteme mit Lamellen durchgeführt. Hierdurch können neben dem zuvor verifizierten Raummodell auch noch die geometrischen Ansätze des Verfahrens für Lamellen-Sonnenschutzsysteme abgeprüft werden. Hierzu wird das Modell eines aussenliegenden Sonnenschutzes mit plan-parallelen Lamellen den Messungen gegenüber gestellt. Die Reflexionswerte der Lamellen-Ober- und Unterseite werden als 60% diffus und 40% direkt angesetzt. Der Vergleich bei 0° , -30° und geschlossener Lamellenstellung ergibt eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung, für sämtliche Sensorpositionen:

- Fensternähe
- Raummitte
- Rückwand

Die Berechnung für die -60° Lamellenneigung (Abbildung 9.19) zeigt einzig in Fensternähe eine Abweichung zur Messung. Die anderen Lamellenstellungen 0° (Abbildung

9.17) , -30° (Abbildung 9.18) und -89° (Abbildung 9.20) weisen eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und den gemessenen Tageslichtquotienten D auf.

mit Die Sensorpositionen *Raummitte* und *Rückwand* zeigen eine gute Übereinstimmung. Der Unterschied im Bereich *Fenster* kann bedingt sein durch die Annahme einer ideal, planparallelen Lamellengeometrie, sowie einer nicht homogenen Himmelsbeleuchtung.

-89° Lamellenneigung bedeutet, dass die Lamellen um 89° gegen den Grund geneigt sind und somit einen geschlossenen Sonnenschutz darstellen. Die verbleibende Öffnungstellung von 1° wurde gewählt, damit die Rechenergebnisse bei den Messwerten liegen. Grund ist, dass reale Beschattungssysteme nie zu 100% Transmission unterbinden können.

0° Lamellenneigung bedeutet, dass die Lamellen parallel zur Grundfläche positioniert sind.

-30° Lamellenneigung bedeutet, dass die Lamellen um 30° gegen den Grund geneigt sind.

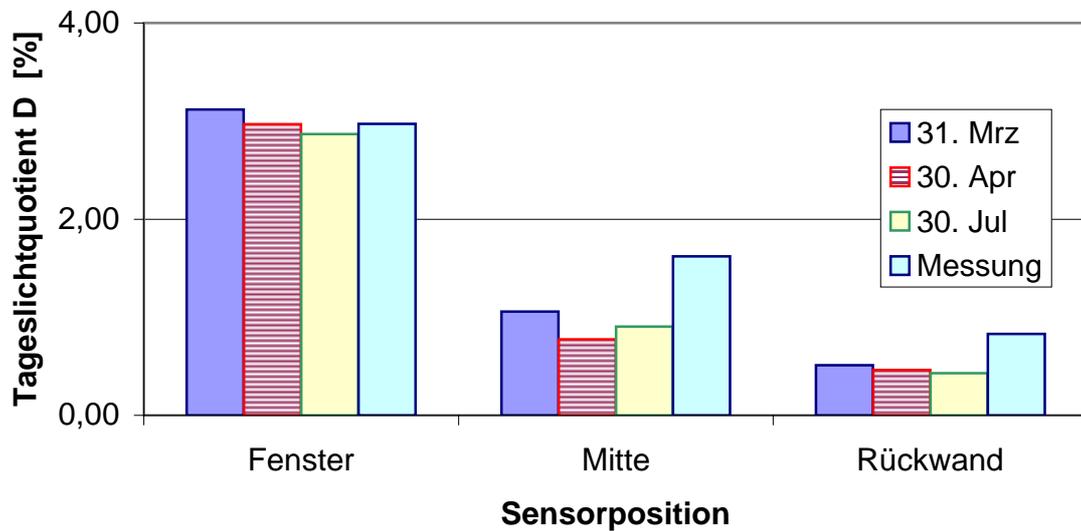


Abbildung 9.17: Beleuchtungsstärke mit Lamellen-Sonnenschutz und 0° geneigten Lamellen bei 90% Bewölkungsgrad

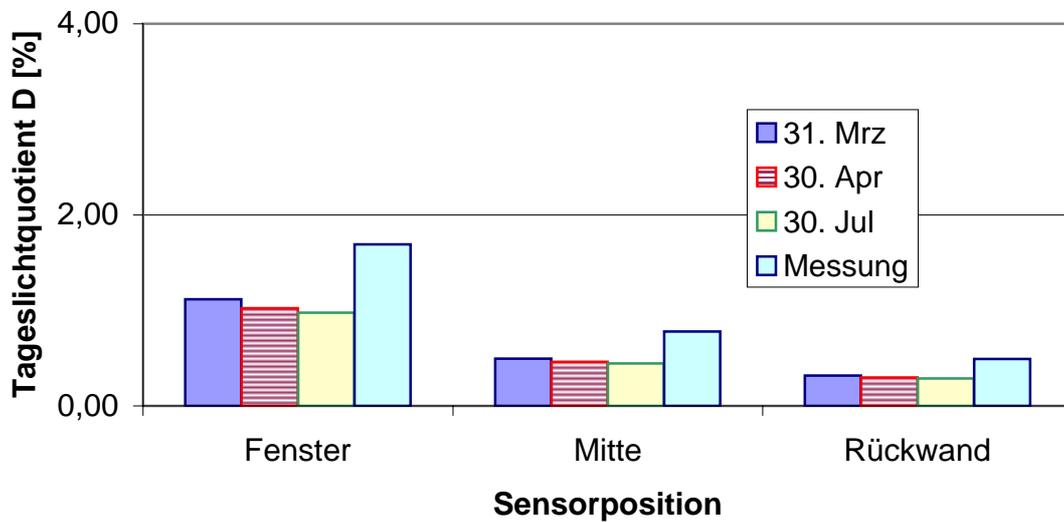


Abbildung 9.18: Beleuchtungsstärke mit Lamellen-Sonnenschutz und -30° geneigten Lamellen bei 90% Bewölkungsgrad

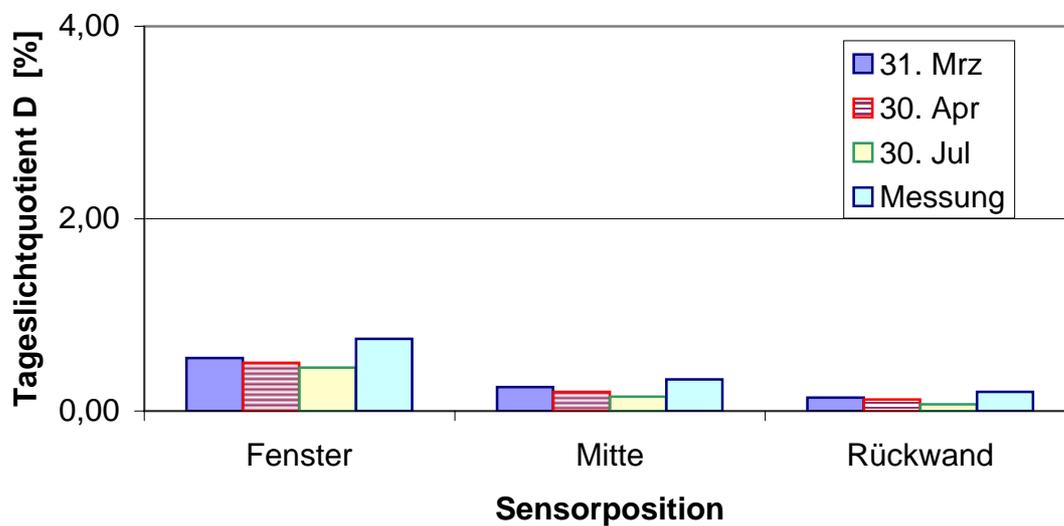


Abbildung 9.19: Beleuchtungsstärke mit Lamellen-Sonnenschutz und -60° geneigten Lamellen bei 90% Bewölkungsgrad

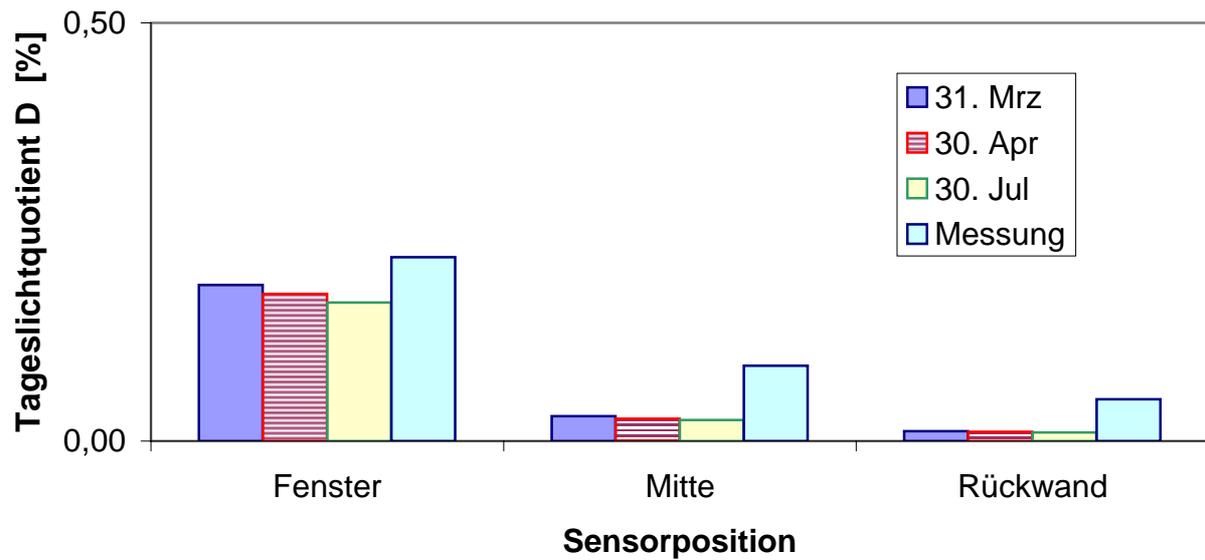


Abbildung 9.20: Beleuchtungsstärke mit Lamellen-Sonnenschutz und -89° geneigten Lamellen bei 90% Bewölkungsgrad

9.2.2 Ergebnisse mit dem Verfahren Jager

Tageslichtquotient im Vergleich

Die Gegenüberstellung der unterschiedlichen Berechnungsverfahren

- HAUSer mit der DIN 5034 als Grundlage
- SUPERLITE mit den Himmelsmodellen nach CIE Standard respektive der DIN 5034 und der Strahlungsverteilung mit dem RADIOSITY Verfahren und
- Jager

zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse bei bewölktem Himmel. Das vorliegende Verfahren zeigt gleiche Ergebnisse wie das Verfahren nach DIN 5034 (Abbildung 9.22). Die Ergebnisse für den Fall des klaren Himmels mit Sonne zeigen einen Unterschied zwischen dem dargestellten und den beiden anderen Modellen. Diese Modelle ergeben einen höheren Tageslichtquotienten (Δ TLQ +0,04 absolut) als der vorgeschlagene Ansatz. Ein Grund hierfür ist, dass das vorliegende Verfahren die Einstrahlung real ansetzt, d.h. dass die Sonneneinstrahlung auf die Raumumschließungsflächen abgebildet wird. Dem gegenüber verwendet die DIN 5034 sowie das verwendete SUPERLITE Modell den Ansatz, dass alle Strahlung vom Fenster aus als ideal diffus anzusetzen ist. Die Folge hierdurch ist, dass der Sensor in Raummitte eine erhöhte Strahlung aus dem Bereich Fenster bezieht.

Ein zweiter Vergleich zwischen dem JAGER Ansatz und dem Verfahren nach *B.Heibel* [18] zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen dem Heibelschen und dem hier vorgestellten Verfahren (Abbildung 9.21). Beide Verfahren ergeben gleiche Kunstlicht-Einschaltzeiten über den Jahresverlauf bei Variation der geforderten Beleuchtungsstärke und des Fensterflächenanteiles. Im Vergleich zu *B.Heibel* [18] erlaubt das Verfahren Jager die Einbindung unterschiedlichster Sonnen-, Blendschutz- und Tageslichtlenksysteme in die Berechnung. Da das Verfahren Jager die thermischen Ansätzen von *P.Pfrommer* [32] und *R.Kraus* [24] verwendet, ist auch eine gleichzeitige Bestimmung des Energiebedarfes für Heizen, Kühlen und Beleuchtung möglich.

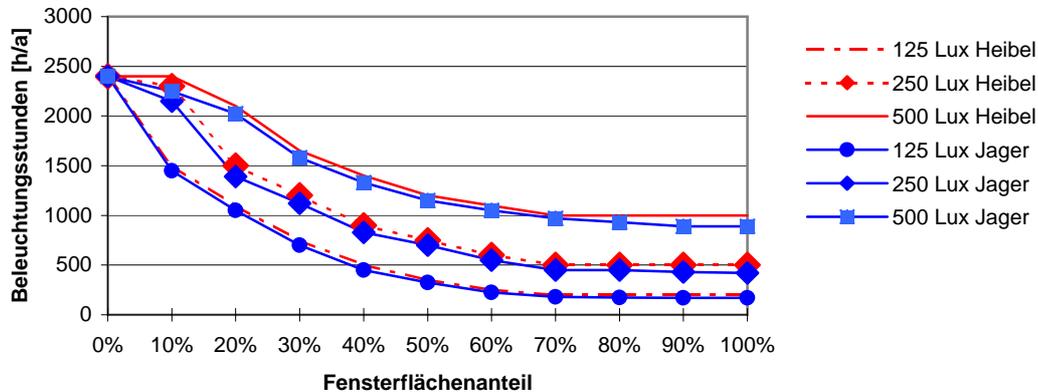


Abbildung 9.21: Kunstlicht-Einschaltzeiten der Verfahren Heibel und Jager

Beleuchtungsstärke bei bewölktem und klarem Himmel

Die Berechnungen unterschiedlicher Sonnenschutzsysteme führt zu folgenden Ergebnissen.

- Prismenscheiben mit den Prismenspitzen nach Aussen haben die gleiche Wirkung wie Lamellensysteme (reflektierend bei einem Lamellenwinkel von 0°) hinsichtlich Beleuchtung im Raum (Abbildungen 9.24, 9.25, 9.26, 9.27)
- Prismenscheiben mit den Prismenspitzen nach Innen führen zu einer deutlichen Erhöhung der Beleuchtung in der Raumentiefe, sowohl bei bewölktem als auch bei klarem Himmel (Abbildungen 9.24, 9.25, 9.26, 9.27).
- Prismenscheiben mit den Prismenspitzen nach Innen führen zu einer deutlichen Erhöhung der Blendung in Fensternähe. Vor allem bei klarem Himmel (Abbildung 9.37).
- Diffus reflektierende Lamellensysteme bedeuten eine Verringerung der Beleuchtung in Raumentiefe mit zunehmendem Neigungswinkel gegen den Grund (Abbildung 9.38).
- Gerichtet reflektierende Lamellensysteme erzielen ihr Maximum erst, wenn der Anstellwinkel der Lamellen zwischen 25° und 40° liegt (Abbildungen 9.39, 9.40, 9.41, 9.42).

- bei Lamellensystemen kann eine geringfügige Erhöhung der Beleuchtung in Raumtiefe nur mit einer Verringerung des Blickkontaktes nach aussen erzielt werden, da die Lamellen schräg angestellt werden müssen.

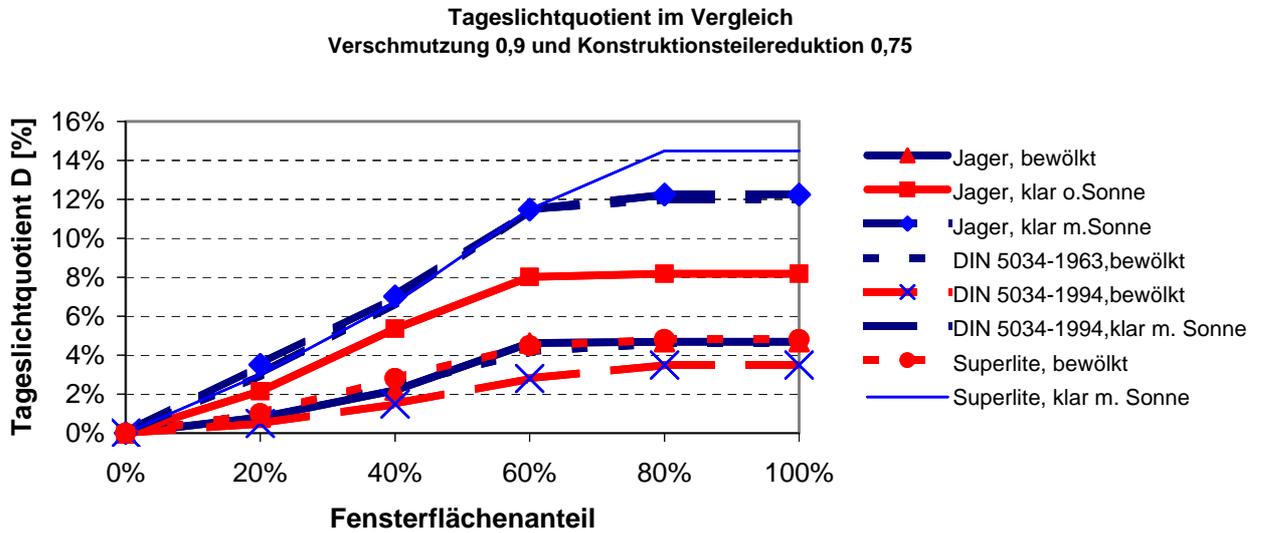


Abbildung 9.22: Tageslichtquotient bei unterschiedlichem Fensterflächenanteil - Vergleich mit anderen Verfahren

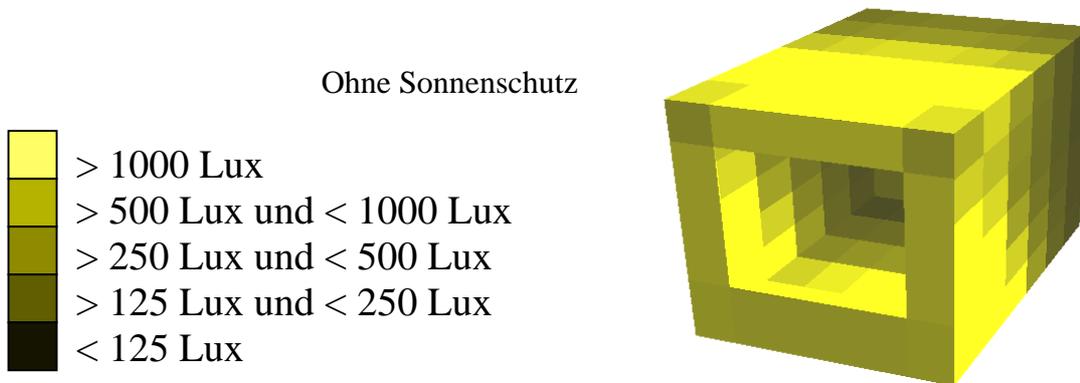


Abbildung 9.23: Beleuchtungsstärke auf die Raumumschließungsflächen - Visualisierung

Lichteinschaltzeiten über Fensterflächenanteil

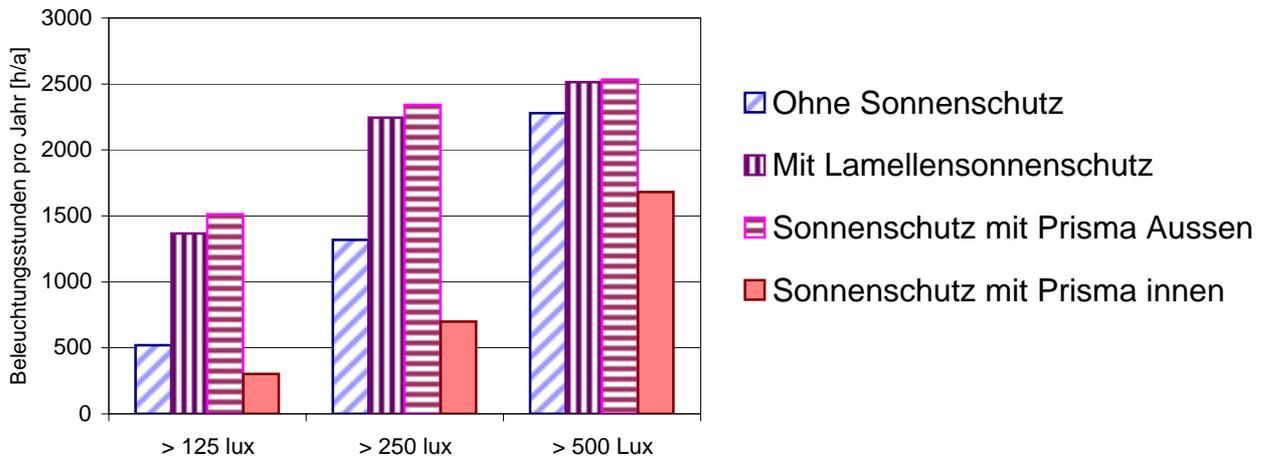


Abbildung 9.24: Beleuchtungsstunden bei 20% Fensterflächenanteil und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

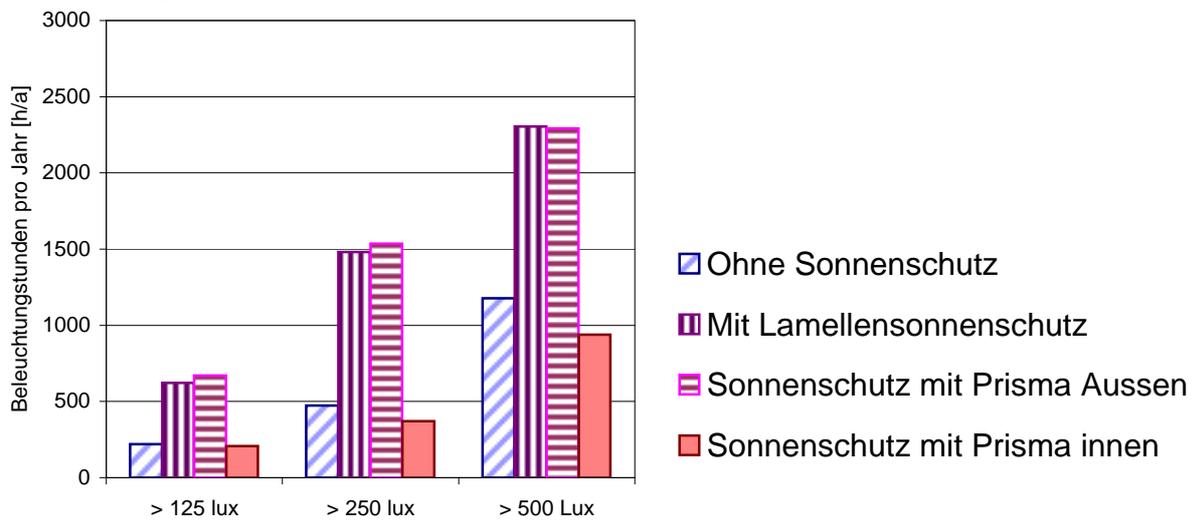


Abbildung 9.25: Beleuchtungsstunden bei 40% Fensterflächenanteil und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

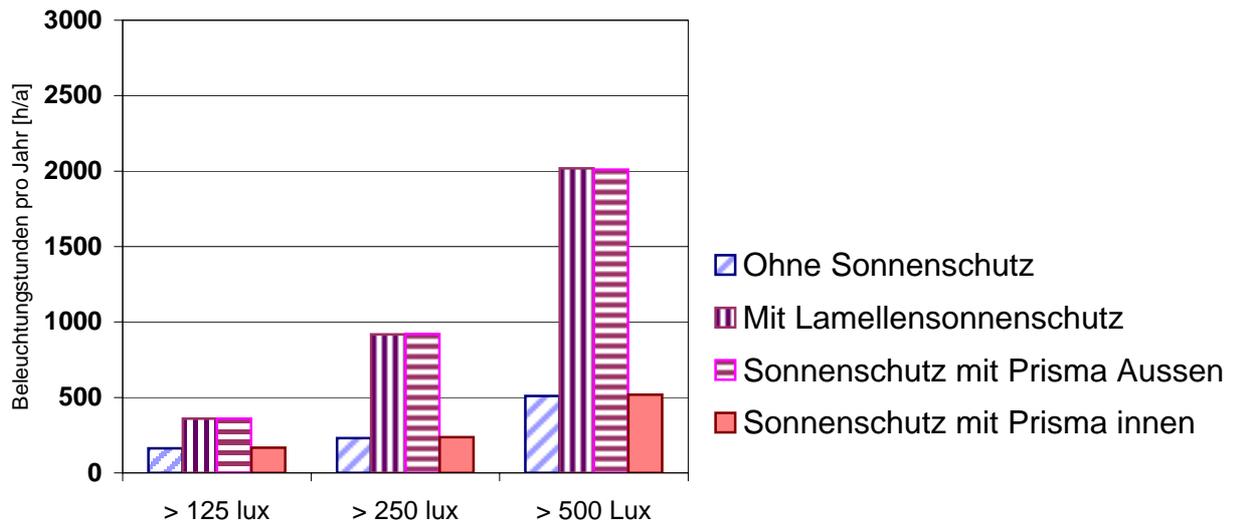


Abbildung 9.26: Beleuchtungsstunden bei 60% Fensterflächenanteil und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

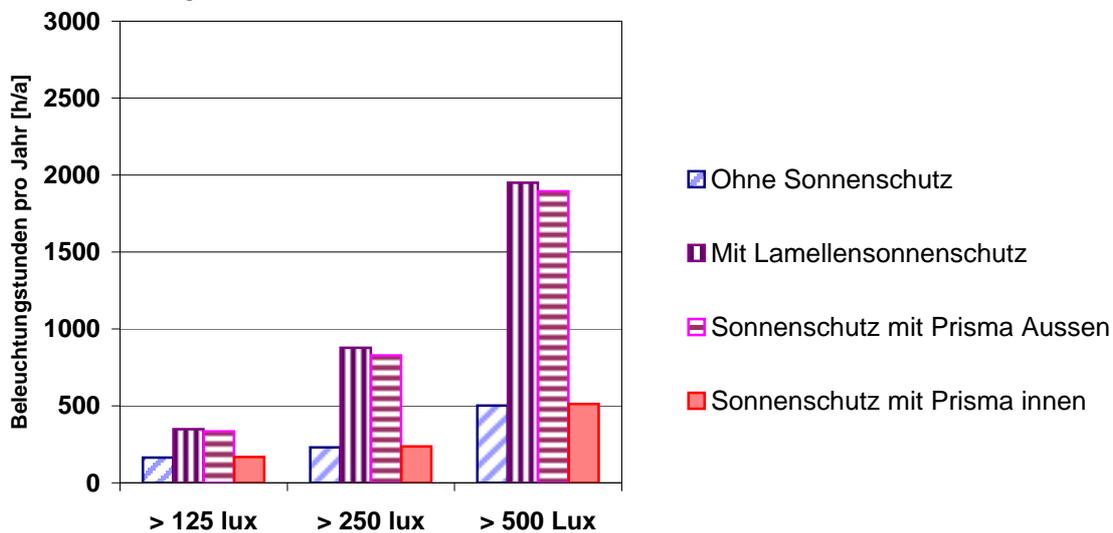


Abbildung 9.27: Beleuchtungsstunden bei 80% Fensterflächenanteil und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

Es wurden neben dem Fensterflächenanteil auch die Nennbeleuchtungsstärken bei den unterschiedlichen Sonnenschutzsystemen variiert. Ergebnisse hieraus sind:

- die Variation der Beleuchtungsstärke hat einen deutlichen Einfluss auf die Lichteinschaltzeiten pro Jahr. Zwischen einer Nennbeleuchtungsstärke von 500 Lux und 185 Lux liegen bis zu 1900 Stunden Kunstlichtbeleuchtung bei 20% Fensterflächenanteil und bei 80% Fensterflächenanteil bei 400 Stunden (Abbildungen 9.24, 9.25, 9.26, 9.27).
- Lamellenbehang mit 0° Lamellenneigung führt bei Variation der Beleuchtungsstärke und des Fensterflächenanteils zu nahezu gleichen Lichteinschaltzeiten, wie die Prismenscheibe mit den Prismenspitzen nach Aussen (Prismenwinkel -48° und 60°). Hierbei wurden die Systeme als starr angenommen, d.h. permanent in Position (Abbildungen 9.32, 9.33).
- die Prismenscheibe mit den Prismenspitzen nach Innen (Prismenwinkel 48° und -60°) führt bei geringem Fensterflächenanteil zu einer deutlichen Reduktion der Lichteinschaltzeiten. Bei grösseren Fensterflächenanteilen (ab 40%) liegen die Lichteinschaltzeiten gleich wie bei Räumen ohne Sonnenschutz.
- eine Erhöhung des Fensterflächenanteils über 60% führt zu keiner bedeutenden Verringerung der Lichteinschaltzeiten beim jeweiligen Verschattungssystem

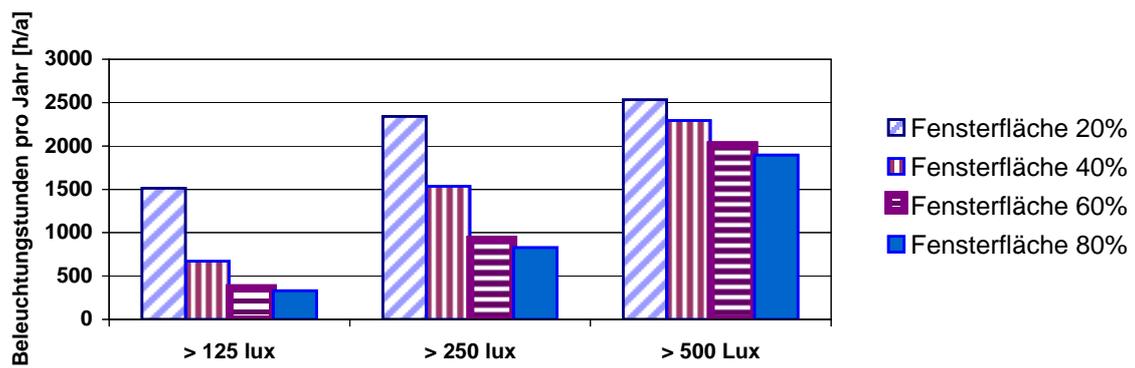


Abbildung 9.28: Beleuchtungsstunden mit Prisma - Spitzen nach Aussen - und Variation des Fensterflächenanteils

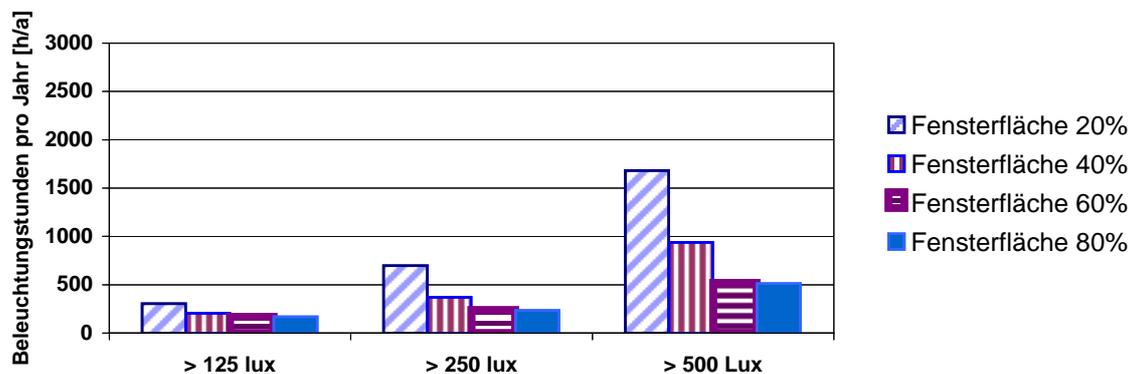


Abbildung 9.29: Beleuchtungsstunden mit Prisma - Spitzen nach Innen - und Variation des Fensterflächenanteils

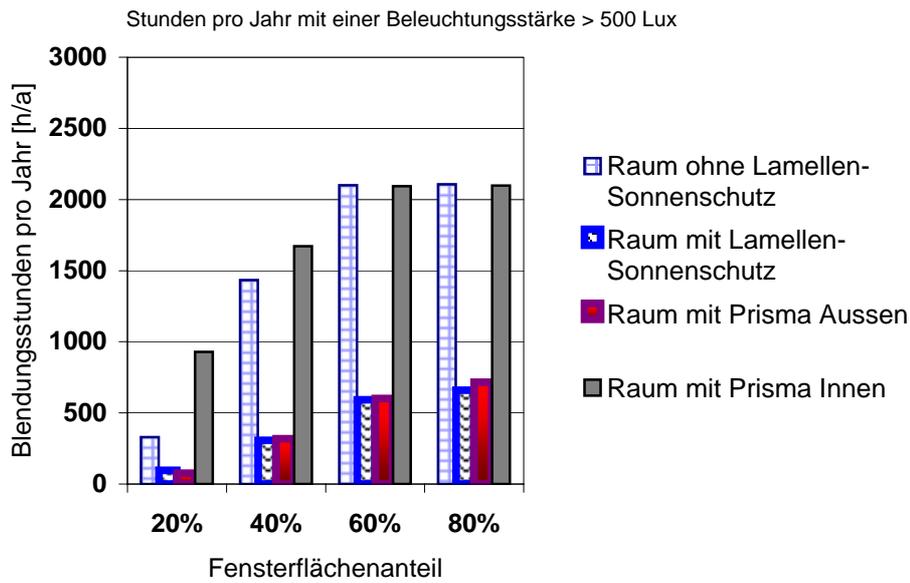


Abbildung 9.30: Stunden mit Beleuchtung grösser 500 lux mit Variation des Fensterflächenanteils

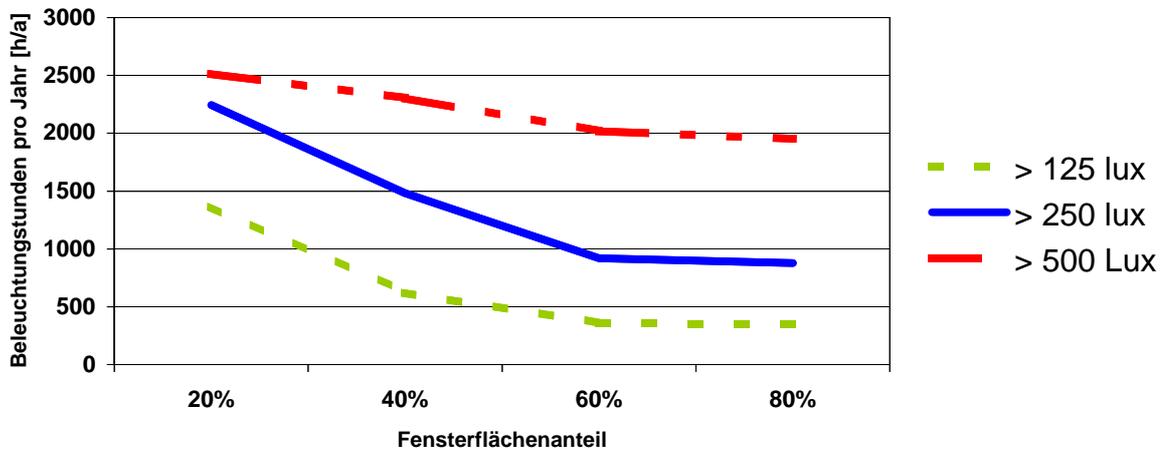


Abbildung 9.31: Beleuchtungsstunden ohne Sonnenschutz und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

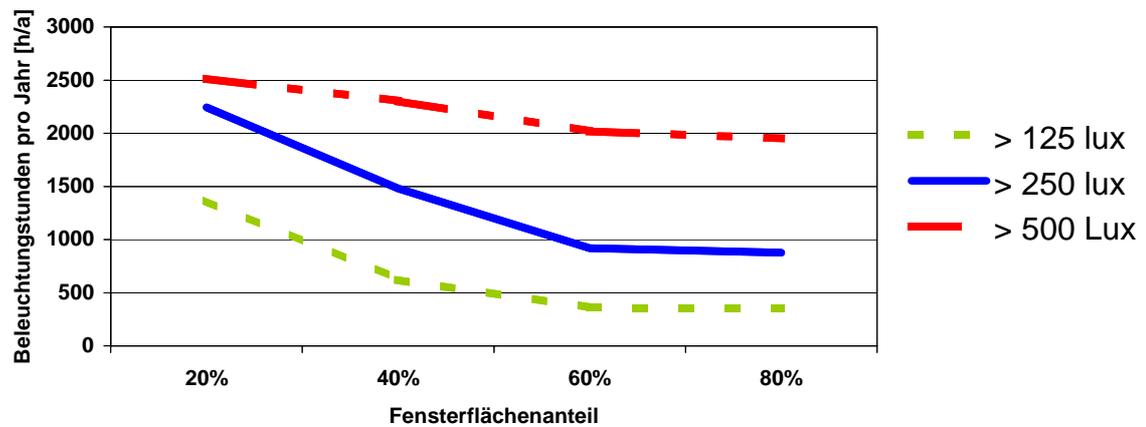


Abbildung 9.32: Beleuchtungsstunden mit Lamellen-Sonnenschutz und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

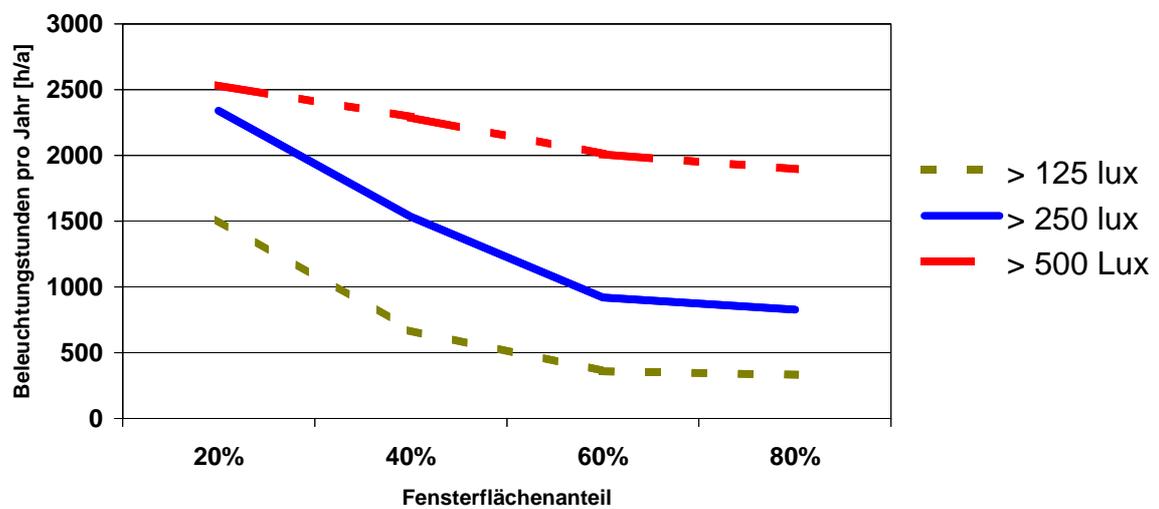


Abbildung 9.33: Beleuchtungsstunden mit Prisma - Spitzen nach Aussen - und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

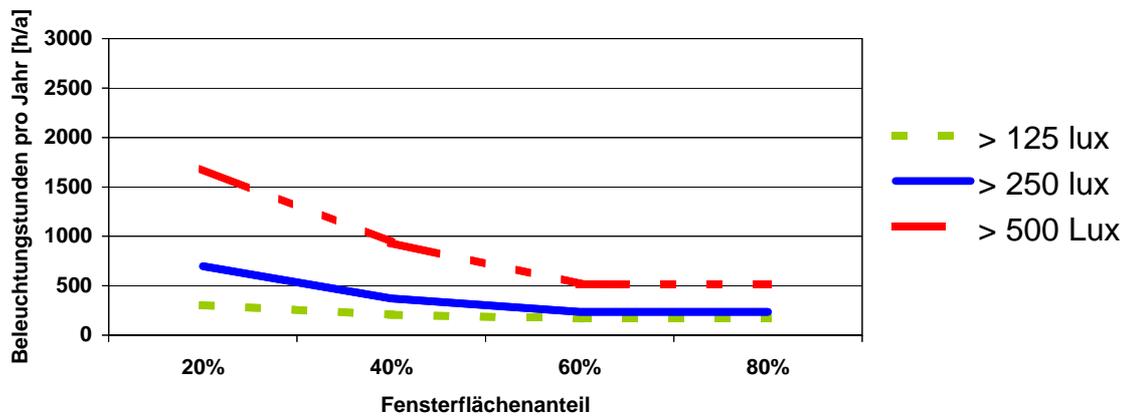


Abbildung 9.34: Beleuchtungsstunden mit Prisma - Spitzen nach Innen - und Variation der Beleuchtungsstärke in Raummitte

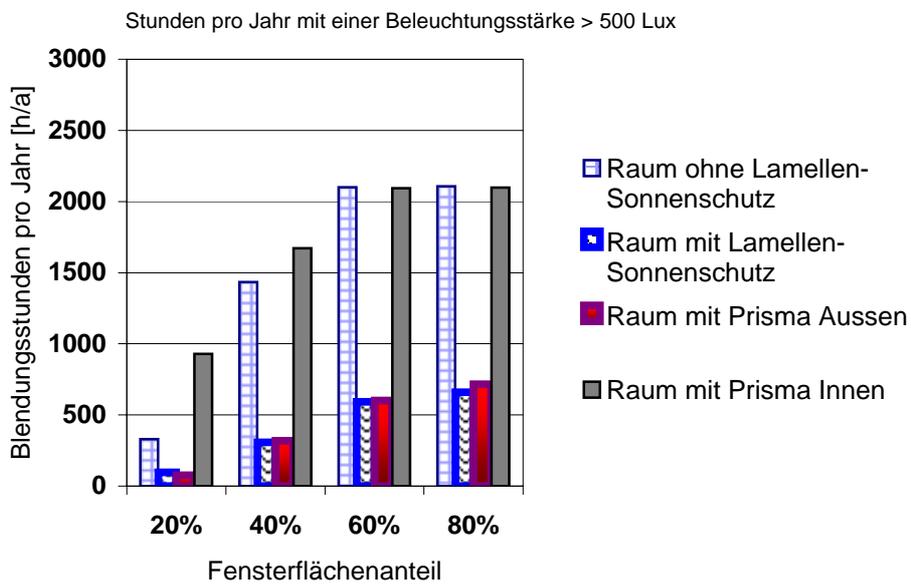


Abbildung 9.35: Blendungsstunden von Sonnenschutzsystemen

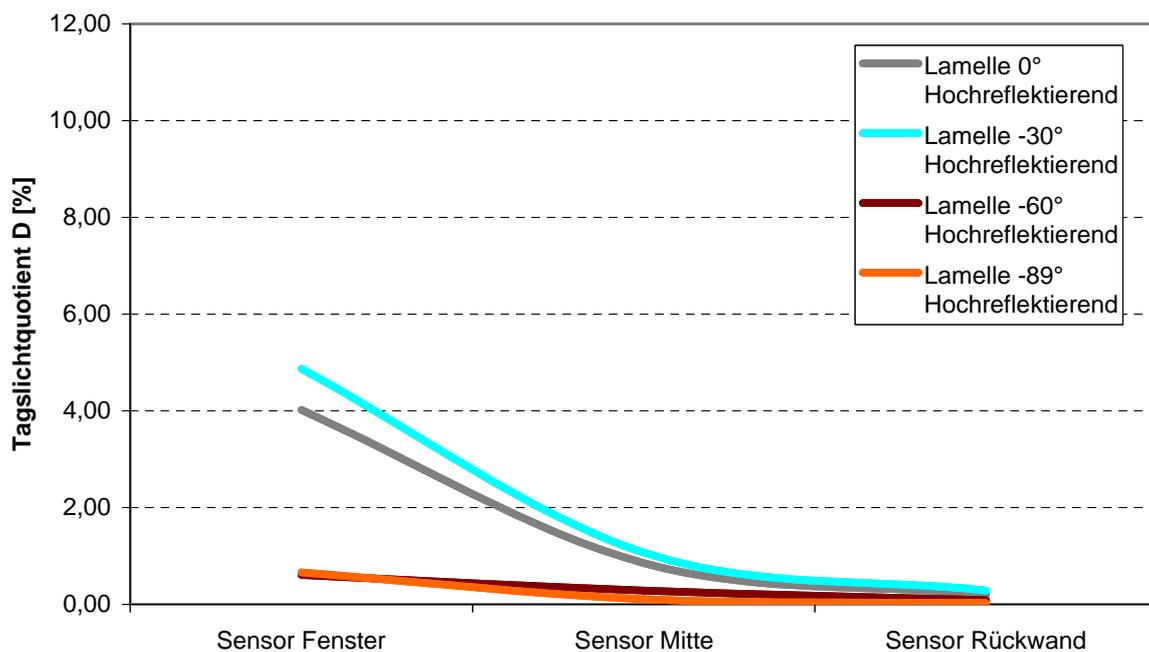


Abbildung 9.36: Tageslichtquotient D [%] bei hochreflektierenden Lamellensystemen mit unterschiedlichen Anstellwinkeln

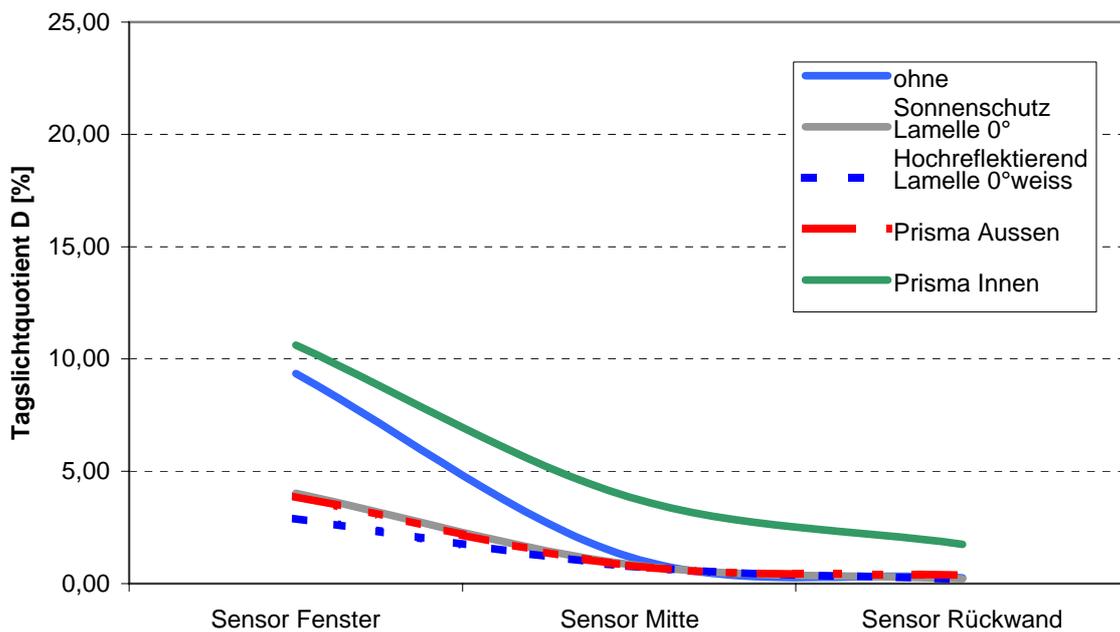


Abbildung 9.37: Tageslichtquotient D [%] bei unterschiedlichen Lichtlenksystemen - Für den 30.Juni 12.00 Uhr bei 20% Fensterflächenanteil

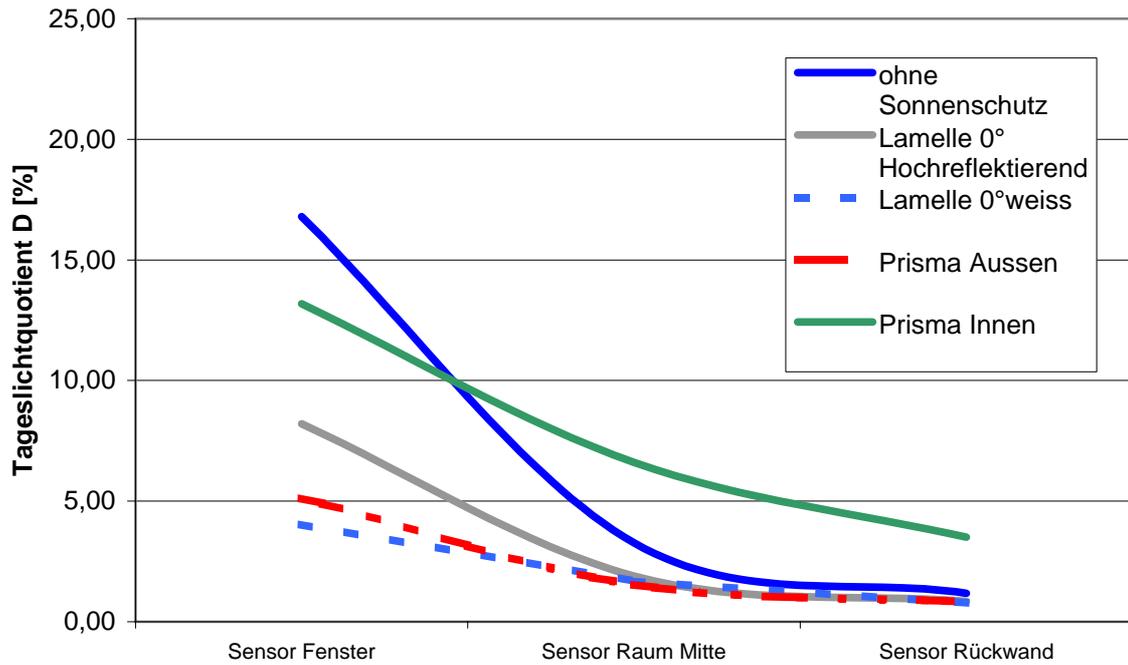


Abbildung 9.38: Tageslichtquotient D [%] bei unterschiedlichen Lichtlenksystemen - Für den 30.Juni 12.00 Uhr bei 40% Fensterflächenanteil

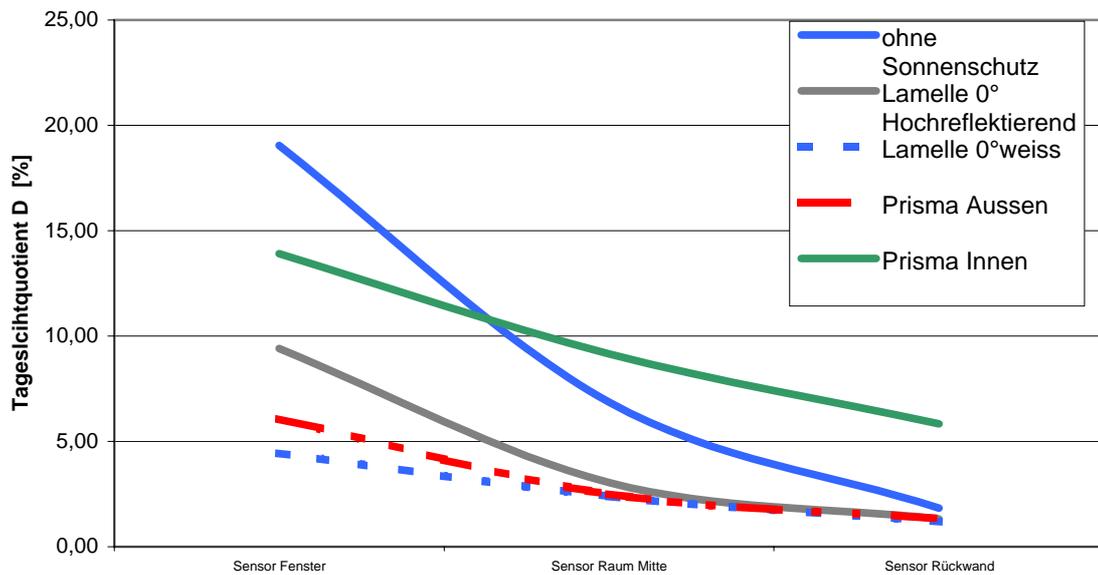


Abbildung 9.39: Tageslichtquotient D [%] bei unterschiedlichen Lichtlenksystemen - Für den 30.Juni 12.00 Uhr bei 60% Fensterflächenanteil

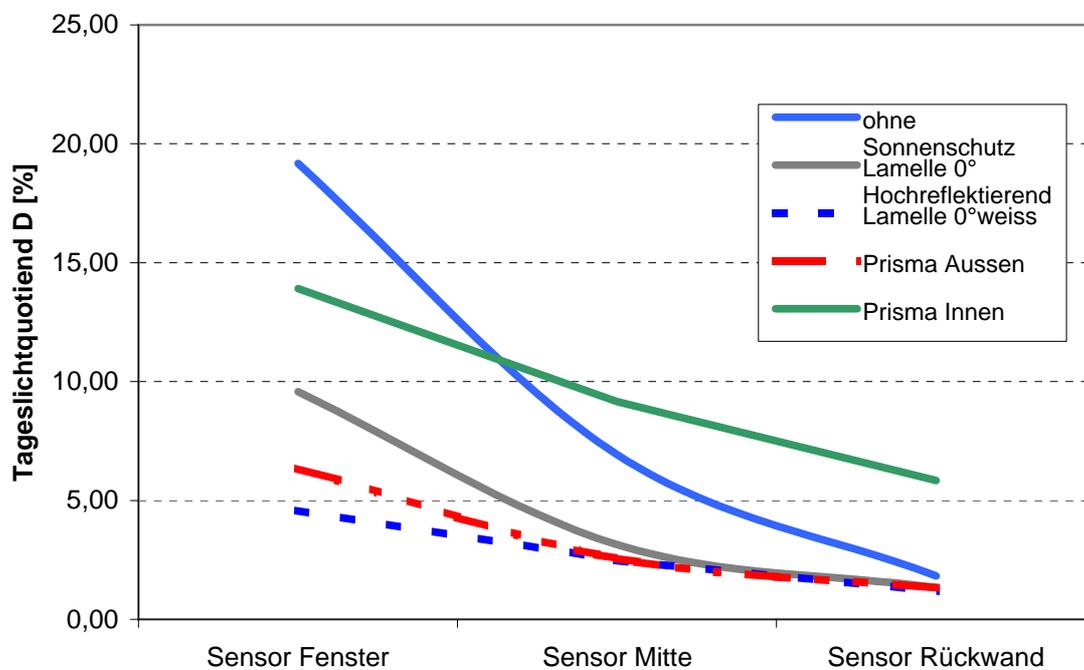


Abbildung 9.40: Tageslichtquotient D [%] bei unterschiedlichen Lichtlenksystemen - Für den 30. Juni 12.00 Uhr bei 80% Fensterflächenanteil

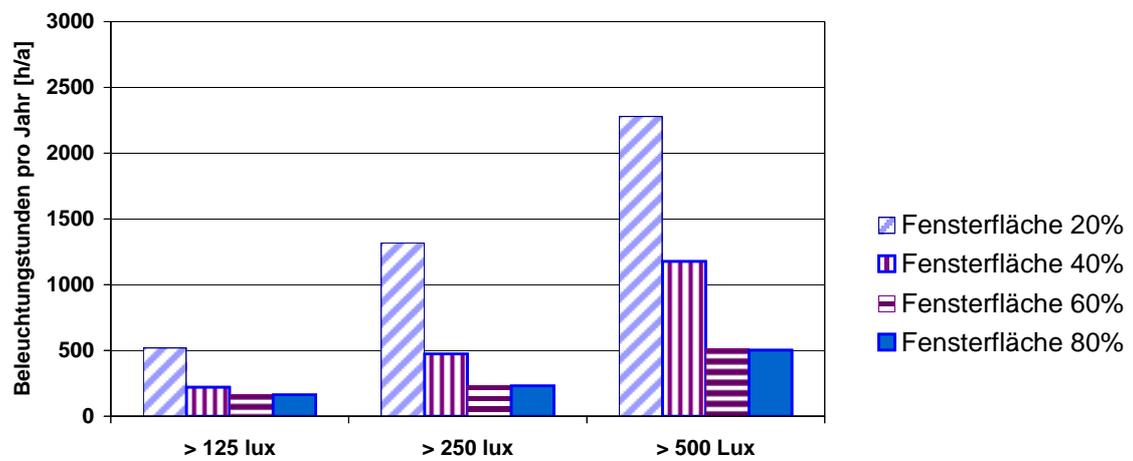


Abbildung 9.41: Beleuchtungsstunden ohne Sonnenschutz und Variation des Fensterflächenanteils

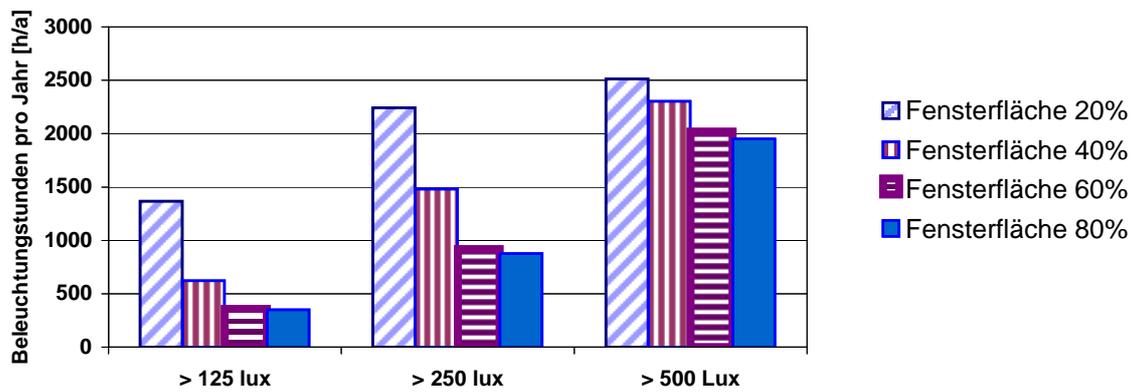


Abbildung 9.42: Beleuchtungsstunden mit Lamellen-Sonnenschutz und Variation des Fensterflächenanteils

Kapitel 10

Zusammenfassung

Durch das vorgeschlagene Verfahren soll die Anwendbarkeit bekannter thermischer Berechnungsverfahren, sowie die Entwicklung neuer Ansätze für Sonnenschutz- und Tageslichteinrichtungen dargestellt werden. Es konnte durch messtechnische Validierung des vorliegenden Berechnungsverfahrens sowohl die thermischen Ansätze von:

- *Roland Kraus: Experimentelle und Numerische Untersuchung des Energieumsatzes an Transparenten Fassaden*[24]
- *P.Pfrommer: Modelling Highly Glazed Spaces* [32]

hinsichtlich deren Anwendbarkeit auf Tageslichtnutzung und Sonnenschutz geprüft werden, als auch die neuen Ansätze zur Bestimmung der Tageslicht- und Sonnenschutzwirkung von:

- Planparallelen Lamellen mit beliebig gerichteter und diffuser Reflexion an den Oberflächen
- Gerundeten Lamellen mit beliebig gerichteter und diffuser Reflexion an den Oberflächen
- Segmentierter Lamellen mit beliebig gerichteter und diffuser Reflexionen an den Oberflächen
- Prismenscheiben mit Orientierung der Prismenspitzen nach Aussen mit beliebig wählbaren Prismenwinkeln
- Prismenscheiben mit Orientierung der Prismenspitzen nach Innen mit beliebig wählbaren Prismenwinkeln

In dieser Arbeit wird das Pfrommer-Modell für planparallele und gerundete Lamellen auf den Tageslichtlenkbereich angewandt. Das Modell ist durch die Berechnung von Prismen und von segmentierten Lamellensystemen erweitert. Speziell mit dem Ansatz der segmentierten Lamelle können unterschiedlichste Lamellenformen erfasst und berechnet werden. Mit Hilfe des vorliegenden Ansatzes lassen sich sowohl Momentaufnahmen der Beleuchtungsverhältnisse im Raum als auch Jahressimulationen durchführen. Die Untersuchungen ergeben, dass neben der Verwendung von Tageslichtlenksystemen vor allem eine hiermit einhergehende Steuerung der Lichtverhältnisse im Raum gekoppelt sein muss. Nur so kann eine größtmögliche Einsparung von elektrischer Energie zur künstlichen Beleuchtung erzielt werden. Vor allem in geographischen Breiten, wie Deutschland, in welchen ein *bedeckter Himmel* weit häufiger ist, als ein *klarer Himmel*, muss zukünftig das Tageslichtlenksystem nicht einzig für den *klaren Himmel* ausgelegt sein sondern speziell auf die Bedingungen des *bewölkten Himmel*. Dies ist heute jedoch noch nicht der Fall. In der Regel führen Tageslichtlenk- und Sonnenschutzsysteme bei bewölktem Himmel zu einer deutlichen Verringerung des Tageslichtangebotes im Raum.

Zukünftig sind alle Randparameter zur Erstellung, zur Nutzung und zum Rückbau des Gebäudes über die gesamte Nutzungsphase zu betrachten. Die *EU Directive 2002/91/EC: Directive on Energy Performance of Buildings* [57] gibt für alle EU Länder ab 2006 vor, die Nutzungsphase ganzheitlich zu betrachten.

Somit wird nicht die Minimierung einzelner Parameter, wie:

- Heizenergie
- Kühlenergie
- Beleuchtungsenergie
- Energieträger
- Gestehungsaufwand
- Recyclingfähigkeit erfolgen,

sondern dass einzig eine gesamtheitliche Betrachtungsweise die besten Ergebnisse hinsichtlich Energieeinsparung und Ressourcenschonung zur Folge haben wird. Diese Sichtweise einer gesamtheitlichen und nachhaltigen Gebäudeplanung sollte in weiteren Untersuchungen noch vertieft werden. Untersuchungen, wie [31] zeigen, dass Energieeinsparungen (primärenergetisch betrachtet) von bis 50% und mehr erzielbar sind, wenn eine gemeinsame Optimierung des Heiz-, Kühl, Belüftungs- und Beleuchtungsbedarfes erfolgt.

Der Jager-Ansatz faßt die Anforderungen aus Heiz-, Kühl, Belüftungs- und Beleuchtungsbedarfermittlung in einem Berechnungsmodell zusammen. Auf diese Weise kann eine gesamtheitliche Analyse der Energieverbräuche erfolgen. Es wird somit nicht nur ein Bereich

optimiert, sondern es kann eine Verringerung des Energiebedarfes in Abhängigkeit von allen Parametern und Anforderungen erfolgen.

Durch die heutigen Ansätze zur Bestimmung der Transmission, Reflexion und Absorption von transparenten Bereichen sind Aufbauten, welche mehr als 3 Ebenen enthalten, z.B. doppelschalige Fassaden mit 2-fach Isolierglas aussen und 3-fach Isolierglas innen, nur mit einem zusätzlichen Aufwand zu berechnen. Hierzu muss der Mehrfachaufbau in ein-, zwei- und dreifach Verglasungssysteme aufgeteilt werden, damit mit den Ansätzen der EN 410 gerechnet werden kann. Dies ermöglicht jedoch nicht z.B. variable transparente Wandaufbauten, wie dies heute verbaut werden, direkt in der Jahressimulation zu berücksichtigen. Damit dies jedoch auf einfache Weise, direkt in der Raumsimulation erfolgen kann, wurde im Jager-Ansatz ein Modell entwickelt, welches die direkte Bestimmung von Transmission, Reflexion und Absorption von n-fachen Verglasungsaufbauten ermöglicht.

Durch die Berechnung der Beleuchtung incl. von Sonnenschutz- und Tageslichtlenkssystemen innerhalb des thermischen Berechnungsansatzes ist es möglich jederzeit innerhalb der Jahressimulation Optimierungen zwischen Heiz-, Kühl, Belüftungs- und Beleuchtungsbedarf zu machen. Dieser Ansatz führt zu einer Verbesserung der Steuerung und Regelung der Einzelkomponenten - Heizanlage, Kühlanlage, natürliche und mechanische Belüftungsanlage, natürliches und künstliches Beleuchtungssystem -. Somit kann eine Verringerung des Abstimmungsbedarfs der Einzelkomponenten erzielt werden. Durch die heute praktizierte Vorgehensweise sind Einfahrtzeiten, d.h. jene Zeit, welche benötigt wird bis alle Komponenten optimal zusammenspielen, von bis zu 2 Jahren üblich. Dies kann mit den Jager-Ansatz verringert werden.

All die energetischen Betrachtungen müssen zukünftig jedoch um die Betrachtung der Behaglichkeit des Nutzers ergänzt werden. Nur auf diese Weise können theoretische Energieeinsparungen auch praktisch realisiert werden ohne die heute noch häufig hohen Schwankungen des Energieverbrauches durch unterschiedlichen Nutzereinfluss.

Ein weiteres Vorhaben muss somit sein, das Modell nach *FANGER* derart zu ergänzen, dass neben dem Ansatz von Luftgeschwindigkeit, Luftfeuchte, Raum- und Umschließungsflächentemperatur auch Tageslichtquotient, Blendung und Sichtkontakt nach Aussen in die Bewertung einfließen.

Literaturverzeichnis

- [1] Schweizerische Lichttechnische Gesellschaft *Handbuch für Beleuchtung*, 5.Auflage, 1992
- [2] Lichttechnische Gesellschaft e.V. *Projektierung von Beleuchtungsanlagen nach dem Wirkungsgradverfahren*, 5.Auflage, 1988
- [3] International Energy Agency *Daylight in Buildings*, 2000
- [4] International Energy Agency *Daylight in Buildings*, 2000
- [5] IFT Rosenheim et.al. *Vergleichende Untersuchungen zum Gesamtenergiedurchlaßgrad von Einfach- und Verbundfenstern mit integrierten Sonnenschutzvorrichtungen*, 1997
- [6] IFT Rosenheim et.al. *Bestimmung der Einstrahlwinkel abhängigen bi-direktionalen Transmission von Prismenscheiben*, Prüfbericht, intern, 1998
- [7] Fraunhofer-Institut Bauphysik, Erhorn, de Boer *Sonderschau Tageslichttechnik*, Sonderdruck, 2003
- [8] Canada Centre for Mineral and Energy Technology *VISION*, User Manual, 1992
- [9] Canada Centre for Mineral and Energy Technology *VISION*, Reference Manual, 1992
- [10] Aydinli, S. *ber die Berechnung der zur Verfugung stehenden Solarenergie und des Tageslichts*, Dissertation, TU Berlin, 1981
- [11] Arnesen, H. *Performance of Daylighting Systems for Sidelighted Spaces at High Latitudes*, Promotion NTNU Trondheim, Norwegen, 2002
- [12] Benkert, M. *Berechnung von bestrahlten und unbestrahlten Flächen in Modellräumen*, Semesterarbeit TU München, 1989
- [13] Compagnon, R. *Simulations Numérique de Systèmes d'Éclairage Naturel a Pénétration Latérale*, Promotion EPFL Lausanne, Schweiz, 1995

- [14] Doerner, U. *Vektor Rechnung*, Vorlesungsskript TU München , 1988
- [15] Feldmeier, D. *Berechnung und Programmierung der geometrischen Verhältnisse in besonnten Räumen*, Semesterarbeit TU München, 1990
- [16] Goetzberger, A.; Wittwer, V. *Sonnenenergie - Thermische Nutzung*, Teubner Verlag, 1989
- [17] Heibel, B. *Energiebilanz von Gebäuden*, Bericht im Auftrag des VFF, 1996
- [18] Heibel, B. *Verfahren zur Bestimmung von Kunstlicht-Einschaltzeiten*, Promotion Universität Kassel, 1998
- [19] Heyert, S. *Vergleichende Untersuchung des kurzwelligen Strahlendurchgangs durch mehrschichtige Fensterverglasungen*, Semesterarbeit TU München, 1989
- [20] Jäger, T. *Energiedurchgang durch Fassaden und Energiebedarf von Räumen und Gebäuden*, Semesterarbeit TU München, 1988
- [21] Kneser, J.; Schramm, D.; Christoffers, D. *Charakterisierung von Prismenscheiben zur saisonalen Abschattung von TWD - Elementen bei verschiedenen Einstrahlbedingungen*, ISFH Hameln, 1995
- [22] Christoffers, D. *Saisonal Shading of transparently insulated South-Facades with Prismatic Panels*, ISFH Hameln, 1995
- [23] Kneser, J.; Schramm, D.; Christoffers, D. *Vergleichende Untersuchung zum saisonalen Verhalten verschiedener TWD-Systeme*, ISFH Hameln, 1995
- [24] Kraus, R. *Experimentelle und numerische Untersuchung des Energieumsatzes an transparenten Fassaden*, Promotion TU München, 1990
- [25] Kersch, P.; Spörer, J. *Numerische Ermittlung der Sonnenflächeneckpunkte in besonnten Räumen*, Semesterarbeit TU München, 1988
- [26] Lorenz, W. *Die Auslegungskriterien einer Prismenscheibe für Sonnenenschutz und Energieeinsparung*, Gesundheits-Ingenieur Heft 3, Juni 2003
- [27] Markus, Th. *Berechnung von kurzwelligem Strahlungsaustausch in geschlossenen Räumen*, Semesterarbeit TU München, 1989
- [28] Mathis, W.; Tuchschnid, E. *Einfluss von Aussenlamellenstoren auf Beleuchtungsverhältnisse und Tageslichtquotienten in einem Raum*, Messbericht der Schweizerischen Licht. Gesellschaft, 1994
- [29] Matusiak, B. *Daylighting in linear atrium buildings at high latitudes*, Promotion NTNU Trondheim, Norwegen, 1998

- [30] Maschong, F. *Berechnung des Sonneneinstrahlintensität auf vertikale Fassaden unterschiedlicher Orientierung*, Semesterarbeit TU München, 1989
- [31] Müller, P. *Green Aluminium-Nachhaltiges Bauen mit Aluminium und Glas*, Fa. WICONA Interner Bericht, 2003
- [32] Pfrommer, P. *Modelling Highly glazed Spaces*, Promotion FH Stuttgart, 1995
- [33] Pfrommer, P. *Der Einfluß von Himmelsrichtung, Neigungswinkel, Beschichtung und Sonnenschutzvorrichtung auf den Strahlungstransmissionsgrad und effektiven Gesamtenergiedurchlaßgrad von Mehrfachverglasungen*, WKSB Ausgabe 32, 1993
- [34] Pfrommer, P. *Influence of transmission models for special glazing on the predicted performance of commercial buildings*, Energy and Buildings, Ausgabe 21, 1994
- [35] Pfrommer, P. *Transmissionwerte für Scheiben*, Glaswelt, Heft 9, 1993
- [36] Rank, R. *Numerische Ermittlung von Einstrahlzahlen zur Berechnung des Wärmeaustausches zwischen Feststoffoberflächen in umschlossenen Räumen*, Semesterarbeit TU München, 1988
- [37] Schuster, H. *Licht in Büroräumen*, Forschungsprojekt TU Dortmund, 2003
- [38] Schrauth, S. *Vergleich zweier Verfahren zur Bestimmung von Kunstlichteinschaltzeiten*, Semesterarbeit Fachgebiet Bauphysik, Universität Kassel, 2003
- [39] Szerman, M. *SUPERLINK - Ein dynamisches Rechenverfahren zur Bestimmung der Lichteinschaltzeiten tageslichtabhängig geregelter Beleuchtung*, Gesundheits-Ingenieur 117, 1996 Heft 1
- [40] Szerman, M. *Auswirkungen der Tageslichtnutzung auf das energetische Verhalten von Bürogebäuden*, Bauphysik 18, 1996 Heft 4
- [41] Vilsmeier, G. *Entwicklung eines Programmes zur Berechnung de Energietransportes durch Lamellenjalousien aufgrund kurzweiliger Sonneneinstrahlungen*, Semesterarbeit TU München, 1989
- [42] Firma Warema. *Prüfbericht 30° Umlenklamelle als Duo-Behang*, Interner Report, 1999
- [43] Firma Warema. *WAREMA Lichtlenk-Jalousien*, Planungsunterlage, 2001
- [44] Wille, D. *Repetitorium der linearen Algebra*, Binomi Verlag Springe , 2001
- [45] Wolf, S. *Theoretische Untersuchung der Strahlungsintensität durch Fenster mit Innenjalousien*, Semesterarbeit TU München, 1989

- [46] DIN EN 410 *Bestimmung der lichttechnischen und strahlungsphysikalischen Kenngrößen von Verglasungen*, 1998
- [47] DIN 4710 *Statistiken meteorologischer Daten zur Berechnung des Energiebedarfes von heiz- und raumluftechnischen Anlagen in Deutschland*, 2003
- [48] DIN 4710-Beiblatt 1 *Statistiken meteorologischer Daten zur Berechnung des Energiebedarfes von heiz- und raumluftechnischen Anlagen in Deutschland*, Beiblatt 1, 2003
- [49] DIN 5034 *Tageslicht in Innenräumen*, Teil 1 bis Teil 6, 1994
- [50] ISO 8995 *Beleuchtung von Innenraum-Arbeitsflächen*, 2002
- [51] EN 12464 *Licht und Beleuchtung - Beleuchtung auf der Arbeitsfläche* , Teil 1, 2002
- [52] DIN EN 13363 *Berechnung der Solarstrahlung und des Lichttransmissionsgrades*, Entwurf, 1999
- [53] ISO 15099-Draft *Thermal performance of windows, doors and shading devices - Detailed calculations*, Entwurf, 2003
- [54] Französische Energieeinsparverordnung *Reglementation Thermique*, 2000
- [55] Hauser, G. *Passive Sonnenenergienutzung durch Fenster , Aussenwände und temporäre Wärmeschutzmassnahmen*, HLH 34(1983), H.3, S.111-112, H.4, S.144-153, H.5, S.200-204, H.6, S.259-265
- [56] Flügge J., Hartwig G., Weiershausen W. *Studienbuch zur technischen Optik*, Vandenhoeck Verlag 2.Auflage 1985
- [57] Directive 2002/91/EC of the European Parliament and the Council *Directive on Energy Performance of Buildings*, December 2002
- [58] de Boer, J. *Tageslichtbeleuchtung und Kunstlicheinsatz in Verwaltungsbauten mit unterschiedlichen Fassaden*, Promotion Universität Stuttgart, Dezember 2004
- [59] Bartenbach C., Wittig W. *Das Fenster und das Licht*, Fachartikel Bartenbach Lichtlabor GmbH, 2001

Anhang A

Geometrische Darstellung

A.1 Koordinatentransformation

Bei der Verschiebung eines kartesischen Koordinatensystems im Raum ergeben sich die neuen Achsen im x' , y' , z' -Koordinatensystem zu:

$$x' = x - a \quad (\text{A.1})$$

$$y' = y - b \quad (\text{A.2})$$

$$z' = z - c \quad (\text{A.3})$$

Bei einer Drehung um die Koordinatenachsen des so gebildeten x' , y' , z' -Raumes ergibt sich das entgültige x'' , y'' , z'' -Koordinatensystem zu:

$$x'' = x' \cdot \cos \alpha_1 + y' \cdot \cos \beta_1 + z' \cdot \cos \gamma_1 \quad (\text{A.4})$$

$$y'' = x' \cdot \cos \alpha_2 + y' \cdot \cos \beta_2 + z' \cdot \cos \gamma_2 \quad (\text{A.5})$$

$$z'' = x' \cdot \cos \alpha_3 + y' \cdot \cos \beta_3 + z' \cdot \cos \gamma_3 \quad (\text{A.6})$$

Ausmultipliziert stellt sich das verschobene und gedrehte Koordinatensystem x'' , y'' , z'' wie folgt dar:

$$\begin{aligned} x'' &= x' \cdot \cos \alpha_1 + y' \cdot \cos \beta_1 + z' \cdot \cos \gamma_1 \\ &= (x - a) \cos \alpha_1 + (y - b) \cdot \cos \beta_1 + (z - c) \cdot \cos \gamma_1 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} y'' &= x' \cdot \cos \alpha_2 + y' \cdot \cos \beta_2 + z' \cdot \cos \gamma_2 \\ &= (x - a) \cos \alpha_2 + (y - b) \cdot \cos \beta_2 + (z - c) \cdot \cos \gamma_2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} z'' &= x' \cdot \cos \alpha_3 + y' \cdot \cos \beta_3 + z' \cdot \cos \gamma_3 \\ &= (x - a) \cos \alpha_3 + (y - b) \cdot \cos \beta_3 + (z - c) \cdot \cos \gamma_3 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Wobei $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ jene Winkel sind, welche die neue x'' -Achse mit den x, y, z -Achsen des ursprünglichen, kartesischen Systems bildet. Des weiteren sind $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ jene Winkel, welche die neue y'' -Achse mit den x, y, z -Achsen des ursprünglichen, kartesischen Systems bildet. Die Winkel zwischen der z'' -Achse und dem Ausgangssystem werden durch α_3, β_3 und γ_3 wiedergespiegelt.

A.2 Gerade im Raum

Die allgemeine Geradengleichung lautet:

$$g:\vec{x} = \vec{r}_o + t \cdot \vec{a} \quad (\text{A.10})$$

Mit $t \in \mathfrak{R}$ und dem Nullvektor r_o vom Koordinatenursprung zur Gerade, sowie dem Richtungsvektor \vec{a} der Geraden.

Soll die Gerade durch die beiden Punkte $\vec{P}_1 \wedge \vec{P}_2$ im Raum definiert werden, so gilt:

$$g:\vec{x} = \vec{P}_1 + t \cdot (\vec{P}_2 - \vec{P}_1) \quad (\text{A.11})$$

A.2.1 Schnittpunkt zweier Geraden im Raum

Zwei Geraden schneiden sich genau dann, wenn es einen Vektor \vec{x}_i gibt, dessen Endpunkt sowohl auf der Geraden g_1 als auch auf der Geraden g_2 liegt. Somit erfolgt die Anfangsbeziehung zu $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$. In Parameterdarstellung bedeutet dies:

$$r_{o1} + t_1 \cdot \vec{a}_1 = r_{o2} + t_2 \cdot \vec{a}_2 \quad (\text{A.12})$$

A.2.2 Schnittwinkel zweier Geraden im Raum

Der Schnittwinkel zweier Geraden im Raum ist gleich dem Winkel zwischen ihren Richtungsvektoren $\vec{a}_1 \wedge \vec{a}_2$.

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|} \quad (\text{A.13})$$

Die Werte $|\vec{a}_1| \wedge |\vec{a}_2|$ geben die Länge, den Betrag, des jeweiligen Richtungsvektors wieder.

A.2.3 Abstand von Punkt \vec{P} zur Gerade im Raum

Liegt ein Punkt \vec{P} nicht auf der Gerade g , so ergibt sich der lotrechte Abstand d zwischen Punkt \vec{P} und Geraden g zu:

$$d = \frac{|\vec{a}x(\vec{P} - \vec{r}_o)|}{|\vec{a}|} \quad (\text{A.14})$$

A.2.4 Der Fußpunkt der Punktes \vec{P} auf der Geraden im Raum

Der Fußpunkt \vec{x}_o des senkrechten Lotes durch den Punkt \vec{P} auf die Gerade g ergibt sich aus der Beziehung:

$$\vec{x}_o = \vec{r} + t_o \cdot \vec{a} \quad (\text{A.15})$$

mit :

$$t_o = \frac{(\vec{P} - \vec{r}) \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|^2} \quad (\text{A.16})$$

Das Lot bestimmt sich zu:

$$\vec{l}_o = \vec{x}_o - \vec{P} \quad (\text{A.17})$$

A.2.5 Abstand zweier Geraden im Raum

Der einfache Fall, daß die beiden zu betrachtenden Geraden parallel zueinander liegen, kann derart gelöst werden, daß man den Abstand eines beliebigen Punktes der einen Geraden zur zweiten Geraden bestimmt.

Liegen die Geraden nicht parallel zueinander, so ergibt sich der Abstand zu:

$$d = \frac{|\langle r_{o1} - r_{o2}, \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle|}{|\vec{a}_1 \times \vec{a}_2|} \quad (\text{A.18})$$

Der Ausdruck $\langle r_{o1} - r_{o2}, \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle$ entspricht dem Volumen des Spates, welcher von den Geraden aufgespannt wird.

A.3 Ebenen im Raum

Eine Ebene im Raum wird durch zwei Richtungsvektoren $\vec{a} \wedge \vec{b}$ aufgespannt, wenn die Beziehung $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ erfüllt ist. Die beiden Richtungsvektoren beginnen im gleichen Raumpunkt, welcher der Endpunkt des Ursprungsvektors r_o ist. Somit ergibt sich die Parameterdarstellung zu:

$$E: \vec{x} = \vec{r}_o + u \cdot \vec{a} + v \cdot \vec{b} \text{ mit } u, v \in \mathfrak{R} \quad (\text{A.19})$$

Liegt ein Punkt \vec{P} auf der Ebene E so muß die Beziehung $\vec{P} = \vec{r}_o + u_p \cdot \vec{a} + v_p \cdot \vec{b}$ erfüllt sein.

Liegen drei Punkte P_1, P_2, P_3 nicht auf einer Geraden und liegen alle drei in der gesuchten Ebene E , so ergibt sich die Parameterdarstellung zu:

$$E: \vec{x} = \vec{P}_1 + u \cdot (\vec{P}_2 - \vec{P}_1) + v \cdot (\vec{P}_3 - \vec{P}_1) \quad (\text{A.20})$$

A.3.1 Umformung der Parameter- in Koordinatendarstellung

Hierzu ist es notwendig die Ebenengleichung $\vec{x} = \vec{r}_o + u \cdot \vec{a} + v \cdot \vec{b}$ mit dem Normalenvektor $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ zu multiplizieren. Die Koordinatendarstellung ergibt sich zu:

$$E: a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = d \quad (\text{A.21})$$

Somit ist es einfacher zu überprüfen, ob ein Punkt P auf der Ebene E liegt oder nicht.

$$a \cdot x_p + b \cdot y_p + c \cdot z_p = d \quad (\text{A.22})$$

Ebenso läßt sich in der Koordinatendarstellung einfach der Normalenvektor angeben zu:

$$\vec{n} = (a, b, c)$$

Der Normaleneinheitsvektor ergibt sich zu:

$$\vec{n}_o = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}(a, b, c) \quad (\text{A.23})$$

A.3.2 Umformung der Koordinatendarstellung in HESSEsche Normalform

Hierzu wird die Koordinatendarstellung durch $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ geteilt und die rechte Seite der Gleichung wird ggf. durch Multiplikation mit -1 positiv gemacht.

Koordinatendarstellung:

$$E: a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = d \quad (\text{A.24})$$

HESSEsche Normalform HNF:

$$E: \vec{x} \cdot \vec{n} = k \text{ mit } k \geq 0 \quad (\text{A.25})$$

entspricht:

$$E: \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot y + \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot z = \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (\text{A.26})$$

mit der Bedingung $d \geq 0$. In der Darstellung $\vec{x} \cdot \vec{n} = k$ gibt der Wert k den Abstand der Ebene zum Koordinatenursprung an.

A.3.3 Umformung der Parameterdarstellung in HESSEsche Normalform

Hierzu wird die Parameterdarstellung zuerst in eine Koordinatendarstellung umgeformt. Im Anschluß erfolgt die Transformation in die HESSEsche Normalform HNF.

A.3.4 Abstand Punkt zu Ebene im Raum

Ist der Punkt P Endpunkt des Vektors \vec{P} und $\vec{x} \cdot \vec{n} = k$ die HESSEsche Normalform der Ebene E , so ergibt sich der Abstand des Punktes P zur Ebene E zu:

$$A = | \vec{P} \cdot \vec{n} - k | \quad (\text{A.27})$$

Ist $\vec{P} \cdot \vec{n} > k$ liegt P auf der den Nullpunkt nicht enthaltenen Seite.

Ist $\vec{P} \cdot \vec{n} = k$ liegt P auf der Ebene.

Ist $\vec{P} \cdot \vec{n} < k$ liegt P auf der gleichen Seite von E wie der Nullpunkt.

A.3.5 Fußpunkt x_o des Lotes durch den Punkt P auf die Ebene E

Der Ursprungsvektor des Fußpunktes \vec{x}_o ergibt sich mit

$$s_o = \frac{d - \vec{p} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|^2}$$

zu:

$$\vec{x}_o = \vec{P} + s_o \cdot \vec{n} \quad (\text{A.28})$$

mit der Ebenengleichung $\vec{x} \cdot \vec{n} = d$.

A.3.6 Schnittwinkel zweier Ebenen

Liegen beide Ebenengleichungen in HESSEsche Normalform vor, so ergibt sich der Schnittwinkel φ zu:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \quad (\text{A.29})$$

A.3.7 Durchstoßpunkt der Geraden g durch die Ebene E

Mit der Geradengleichung

$$\vec{x}_g = r_{og} + t \cdot \vec{a}_g$$

der Ebenengleichung in HNF

$$\vec{x}_E \cdot \vec{n}_E = d$$

und der Beziehung

$$t_o = \frac{d - r_{og} \cdot \vec{n}_E}{\vec{a}_g \cdot \vec{n}_E}$$

ergibt sich der Vektor des Durchstoßpunktes zu:

$$\vec{x}_o = r_{og} + t_o \cdot \vec{a}_g \quad (\text{A.30})$$

Für $\vec{a}_g \cdot \vec{n}_E \neq 0$ und $E \nparallel g$.

A.4 Spiegelung der direkten Strahlung an den Raumumschließungsflächen

Zur Behandlung von Mehrfachreflexionen von direkter Solarstrahlung an den Segmenten der Raumumschließungsflächen sind vorab die geometrischen Grundlagen dargelegt.

Der Schnittpunkt der direkten Solarstrahlung mit dem jeweiligen Segment der Fläche ergibt sich aus der Abbildung der Fenstereckpunkte auf die Ebene, welche die Fläche beinhaltet. Anschließend erfolgt die Fallunterscheidung, ob der Schnittpunkt innerhalb der Flächengrenzen liegt. Ist dem so, gilt dieser als wahrer Schnittpunkt. Liegt dieser jedoch außerhalb so spricht man von einem virtuellen Abbildungspunkt.

Diese Schnittpunkte, wahre wie virtuelle, werden danach gegen den Uhrzeigersinn sortiert. Geraden, welche vom Schnittpunkt P_i mit P_{i+1} erzeugt werden, ergeben mit den Begrenzungsgeraden der Flächensegmente, die direkt beschienene Abbildungsfläche der Solarstrahlung.

Jeder dieser Punkte wird als Ausgangspunkt der direkt reflektierten Strahlung betrachtet. Aus der Einfallsgerade und der jeweiligen Segmentnormalen im betreffenden Punkt wird die gespiegelte Strahlungsgerade bestimmt.

Die Geradengleichung der erzeugenden Geraden, welche durch den betrachteten Schnittpunkt \vec{P}_i des jeweiligen Flächensegmentes bestimmt ist wird angegeben zu:

$$g : \vec{X} = \vec{P}_i + t \cdot \vec{c} \quad (\text{A.31})$$

mit Richtungsanteil:

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ \tan(\alpha_{z,S} - \alpha_{z,f}) \\ \tan(h_S) \end{pmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Mit Azimutwinkel der Sonne $\alpha_{z,S}$, dem Azimutwinkel der Fensterfläche $\alpha_{z,f}$ und dem Höhenwinkel der Sonne h_S .

Die Flächennormale des Raumsegmentes wird aus drei Segmenteckpunkten \vec{S}_1 , \vec{S}_2 und \vec{S}_3 bestimmt.

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{S}_2 - \vec{S}_1 \\ \vec{b} &= \vec{S}_3 - \vec{S}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{n} &= \vec{a} \times \vec{b} \\ &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{pmatrix} \quad (\text{A.33})$$

Im Anschluß hieran kann das Lot zwischen einem Punkt der erzeugenden Geraden und dem Normalenvektor durch den Ebeneschnittpunkt \vec{P}_i errechnet werden. Dieser Fußpunkt \vec{F} folgt zu:

$$\vec{F} = \vec{P}_i + t_n \cdot \vec{n} \quad (\text{A.34})$$

mit dem Betragswert t_n :

$$t_n = \frac{(\vec{f} - \vec{P}_i) \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|^2} \quad (\text{A.35})$$

Der Punkt \vec{f} liegt auf der erzeugenden Geraden und kann ein Fenstereckpunkt oder aber ein Polygoneckpunkt der virtuellen Strahlungsquelle nach der m -ten direkten Spiegelung sein. Das Lot $f\vec{F}$ auf den Normalenvektor dient als Vorberechnung, welche notwendig ist, den Spiegelpunkt \vec{f}' darzustellen.

$$f\vec{F} = \vec{F} - \vec{f} \quad (\text{A.36})$$

$$\vec{f}' = \vec{f} + 2 \cdot f\vec{F} \quad (\text{A.37})$$

Die neue Erzeugungsgerade g_{Spiegel} folgt zu:

$$g_{\text{Spiegel}} : \vec{X} = \vec{P}_i + t \cdot (\vec{f}' - \vec{P}_i) \quad (\text{A.38})$$

Nun wird der Schnittpunkt dieser virtuellen Geraden mit den anderen Wänden gesucht und der am Anfang beschriebene Ablauf wird erneut durchlaufen.

A.5 Der Kunstlichtbedarf

- Die Bestimmung des Kunstlichtbedarfes von Büro- und Verwaltungsgebäuden ist vor allem aus energetischer Sicht wichtig. Zum einen wird für den Betrieb von Leuchten elektrische Energie benötigt, welche i.d.R. in Kraftwerken mit Wirkungsgraden zwischen 20% und 35% erzeugt wird. Zum anderen führt der Betrieb von Leuchten zur Entlastung der Heizanlage während der Heizperiode und zu einem Mehrverbrauch an Kühlenergie während der Kühlperiode. Für die Gebäudeplanung ist die Einbeziehung des Kunstlichtes von entscheidender Bedeutung.
- Bei der Gebäudeplanung muß genau betrachtet werden, wie weit der Einsatz von Tageslichttechnik die energetische Situation verbessern kann.
- Tageslichteinsatz zur Beleuchtung bedeutet u.U. eine Erhöhung des Blendungsrisikos, vor allem an fensternahen Arbeitsplätzen. Hier muß durch Tageslichtführung oder einfache Beschattung Blendung weitestgehend verhindert werden.
- Tageslichteinsatz kann jedoch u.U. auch zu einer Erhöhung des Kühlbedarfes führen. Hier muß genau abgewogen werden, an welchem Punkt eine weitere Erhöhung der Tageslichtnutzung die energetische Bilanz des Gebäudes negativ beeinflusst.

Die dem Gebäude zugeführte Wärmemenge ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 Q_{KL,ww} &= P \cdot l_1 \cdot \mu_B \cdot s_{KL,ww} \cdot G_{t,KL} \\
 &= E_n \cdot p \cdot \frac{1,25}{\eta \cdot \eta_B} \cdot l_1 \cdot \mu_B \cdot s_{KL,ww} \cdot G_{t,KL}
 \end{aligned}
 \tag{A.39}$$

- Die gesamte Anschlussleistung der Leuchten einschließlich Vorschaltgeräten wird mit P bezeichnet und bestimmt sich aus der Nennbeleuchtungsstärke E_n , der spezifischen Anschlußleistung p in $\frac{W}{m^2 \cdot klx}$, dem Beleuchtungswirkungsgrad η_B und der Lichtausbeute η aus der Leuchte. Der Wert 1,25 berücksichtigt den Verschmutzungsgrad und die Alterung der Leuchten.
- Die Wahrscheinlichkeit, daß nicht alle installierten Leuchten auch zum gleichen Zeitpunkt in Betrieb sind, wird als Gleichzeitigkeitsfaktor l_1 bezeichnet.
- Wie bei der Solarstrahlung kann auch eine entsprechende Gebäudemasse Teile der, durch Kunstlichteinsatz bedingten, Wärmezufuhr speichern und somit ein Mehr an Kühlenergie verringern oder aber verhindern (z.B. passive Nachtlüftung). Das Speicherverhalten wird durch $s_{KL,ww}$ beschrieben. Es muß noch geprüft werden, durch welche Lüftungsmaßnahmen auch diese gespeicherte Wärme abgeführt werden kann ohne daß dies einen Mehrbedarf an Kühlenergie bedeutet. Auch in der Heizperiode stellt der Speicherfaktor eine zu beachtende Größe dar, da die Beleuchtung nicht über 24 h an 7 Tagen in der Woche mit maximaler Leistung betrieben wird.

- Befindet sich der Raum oder das Gebäude im thermisch eingeschwungenen Zustand so ist $s_{KL,ww}$ zu 1 zu setzen.
- Die zeitliche Komponente, wie lang eine Leuchte pro Tag-Woche-Monat-Jahr in Betrieb ist, soll durch die Beleuchtungsgradtagszahl $G_{t,KL}$ erfaßt werden. Hierzu muß ein vereinfachtes Verfahren gefunden werden, wodurch das Beleuchtungsniveau in Arbeitsplatzhöhe (ca. 1,2 m - 1,4 m) ermittelt werden kann. Dieses Verfahren muß den Anteil der künstlichen Beleuchtung sowie den Anteil an Tageslicht, welcher über die transparenten Flächen in der Gebäudehülle eingestrahlt wird, enthalten. Des weiteren spielen die Raumgeometrie und die strahlungstechnischen Eigenschaften der Raumflächen eine entscheidende Einflußgröße.
- Für das Fenster wird eine Eigenhelligkeit bestimmt, wodurch das Fenster wie eine Leuchte dargestellt werden kann.

$$H_{Str,0} = E_{Str,0} + r_{Str,D,0} \cdot \sum_{k=1}^n (\varphi_{0,k} \cdot H_{Str,k}) \quad (\text{A.40})$$

- Die Helligkeit der Fensterfläche ergibt sich aus der Eigenhelligkeit des Fensters $E_{Str,0}$ sowie dem, von der Fensterinnenoberfläche reflektierten, Anteil $\sum_{k=1}^n (\varphi_{0,k} \cdot H_{Str,k})$. $\varphi_{0,k}$ bezeichnet die Einstrahlzahl.
- Die Eigenhelligkeit setzt sich zusammen aus einem diffusen Anteil D_0 und dem direkten Solarstrahlungseintrag mit Berücksichtigung etwaiger Beschattungseinrichtungen.
- Die reflektierte Strahlung opaker Innenoberflächen setzt sich zusammen aus dem Anteil der diffusen Strahlung zwischen den Innenoberflächen und der diffusen Helligkeit aufgrund der Reflektion der direkten Strahlung an der jeweiligen Oberfläche.
- Für die Bestimmung der Tageslichtnutzung ist nur der Wellenbereich des sichtbaren Lichtes (ca. 400 nm - 800 nm) von Bedeutung.

Anhang B

Programmbeschreibung

Das Software-Programm ist in 6 Teilbereiche unterteilt, welcher jeder für sich gesondert aufgerufen werden kann. Hierdurch ist es kurzfristig möglich z.B. alternative Beschattungseinrichtungen, andere Himmelszustände oder aber andere Betrachtungspunkte im Raum zu analysieren. Ausgabegröße ist jeweils die Beleuchtungsstärke in dem jeweiligen Raumpunkt. Die schnelle Änderung von Parametern wird dadurch begünstigt, daß alle Hilfsdateien *.DAT sequentiell abgespeichert sind. Der Nutzer hat somit jederzeit die Möglichkeit diese Dateien zu verändern und unter einem gesonderten Namen abzuspeichern.

B.1 Eingabe der Grunddaten

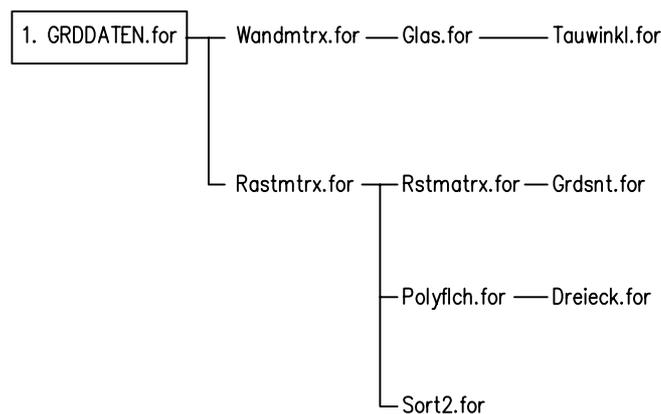


Abbildung B.1: Programmaufbau GRDDATEN.FOR

Das Hauptprogramm GRDDATEN.for fragt den Benutzer nach den gewünschten Dateinamen zur Abspeicherung der Wand-, der Fenster- und der Wandraasterdaten. Diese werden in der Datei NAMEN.DAT abgespeichert.

Desweiteren muß der Benutzer angeben, in wieviel Elemente die jeweilige Wand des Raumes unterteilt werden soll. Aufgrund des verwendeten FORTRAN 77-Compilers sind derzeit maximal 6 horizontale und 6 vertikale Unterteilungen pro Wand möglich. Erste Berechnungsergebnisse zeigen jedoch, daß diese grob scheinende Unterteilung bereits zu sehr guten Übereinstimmungen mit Meßergebnissen führen. Die Speicherung dieser Daten erfolgt in der Datei UNTTEIL.FOR.

GRDDATEN.FOR fragt desweiteren noch die gewünschte Anzahl der Fenster pro Wandfläche ab. Derzeit sind für jede der 6 Begrenzungsflächen maximal 6 Fenster möglich. Sicherungsdatei ist FNSTZAHL.DAT.

B.1.1 Eingabe der Wand- und Fensterparameter

Das Programm WANDMTRX.FOR fragt den Nutzer nach dem Azimutwinkel der Frontwand 5 des Raumes. Im weiteren werden die Azimutwerte der anderen Wände bestimmt. Der Azimut der Decken- und Grundfläche wurde zu 0 gesetzt. Abgespeichert in AZIMUT.DAT.

Der Neigungswinkel aller Wandflächen wird zu 90° , d.h. senkrecht angenommen. Dies ist durch den Ansatz nach GROSS et al. zur Berechnung der Einstrahlzahlen im Raum erforderlich. Bei Betrachtungen, welche von dieser Annahme abgehen, muß hier ein anderer Ansatz implementiert werden.

WANDMTRX.FOR

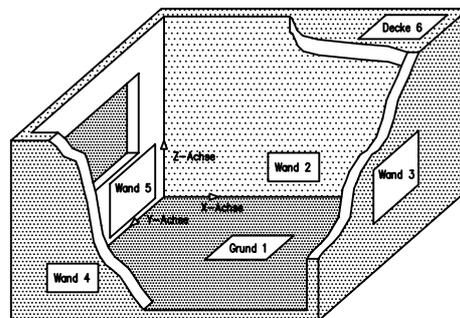


Abbildung B.2: Der Raum zur Tageslichtberechnung

WANDMTRX.FOR fragt nacheinander die Koordinaten im Raum ab. Hierbei ist eine gewisse Reihenfolge der Eingabe einzuhalten, da derzeit keine logische Abfrage die Richtigkeit der Daten überprüft und dann in der benötigten Reihenfolge sortiert.

- Die Grundfläche No.1

	x	y	z
Punkt 1	0	0	0
Punkt 2	1	0	0
Punkt 3	1	1	0
Punkt 4	0	1	0

Bei den realen Räumen ist an der Position 0 ebenso der Wert 0 einzugeben, bei den Positionen 1 sind die tatsächlichen Raumtiefen x , Raumbreiten y und Raumhöhen z einzusetzen.

- Die rechte Seitenfläche No.2, von Innen betrachtet

	x	y	z
Punkt 1	0	0	0
Punkt 2	0	0	1
Punkt 3	1	0	1
Punkt 4	1	0	0

- Die Rückseitenfläche No.3

	x	y	z
Punkt 1	1	0	0
Punkt 2	1	0	1
Punkt 3	1	1	1
Punkt 4	1	1	0

- Die linke Seitenfläche No.4, von Innen betrachtet

	x	y	z
Punkt 1	0	1	0
Punkt 2	0	1	1
Punkt 3	1	1	1
Punkt 4	1	1	0

- Die Frontseitenfläche No.5

	x	y	z
Punkt 1	0	0	0
Punkt 2	0	1	0
Punkt 3	0	1	1
Punkt 4	0	0	1

- Die Deckenfläche No.6

	x	y	z
Punkt 1	0	0	1
Punkt 2	0	1	1
Punkt 3	1	1	1
Punkt 4	1	0	1

Ebenso müssen die Fensterkoordinaten in logischer Reihenfolge, d.h. mathematisch positiv oder negativ geordnet eingegeben werden. Dies kann dadurch erleichtert werden, daß der Nutzer sich vor Beginn der Sitzung eine Skizze des zu untersuchenden Raumes mit den integrierten Fenstern anfertigt. Hierdurch fällt es ihm leichter die geforderte Ordnung einzuhalten. Das gleiche Verfahren ist auch im anschließenden Abschnitt RASTMTRX.FOR sinnvoll, da hier nur für zwei ausgesuchte Fälle Lösungsmöglichkeiten vorgegeben sind.

Innerhalb dieses Programmabschnittes werden auch noch die Glasdaten abgefragt und der Nutzer kann an einem konkreten Beispiel die Richtigkeit seiner Eingaben überprüfen. Es bieten sich zwei Varianten der Glasberechnung an:

Variante 1

Der Nutzer kann bereits die Daten zu Transmission, Reflexion und Absorption der einzelnen Scheiben beisteuern. Hierbei werden nun die Gesamttransmissions-, -reflexions- und -absorptionswerte mittels der im Abschnitt XXX angegebenen Berechnungsschemata bestimmt.

Variante 2

Der Nutzer kann die Anzahl der Scheiben, deren Extinktionskoeffizient k , die unterschiedlichen Brechzahlen n der Medien und die jeweilige Scheibendicke angeben. Hieraus werden die Transmissions- und Reflexionsgrade der Einzelkomponenten der Scheiben bestimmt.

Mit diesem Daten kann der zuvor erwähnte Berechnungsmodus des Kapitels XXX die tatsächlichen Werte für Transmission und Reflexion in Abhängigkeit von Einstrahlwinkel bestimmen. Die Glasdaten werden in der Datei GLAS.DAT abgelegt.

B.1.2 Eingabe der Rasterparameter

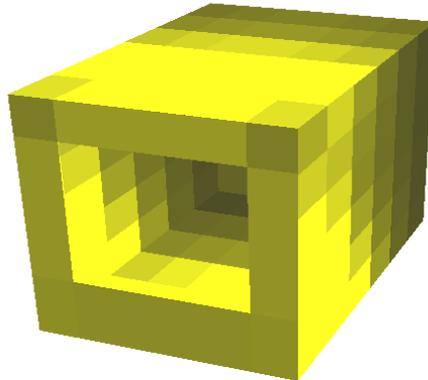


Abbildung B.3: Die Rasterung der Raumumschließungsflächen

RASTMTRX.FOR

Das Programm RASTMTRX.FOR fragt den Nutzer nach der Unterteilung der sechs Raumbegrenzungsflächen. Es bestimmt aus den Eckdaten die Teilfläche und den Schwerpunkt des Rasterelementes. Das Programm berechnet aus den Angaben des Nutzers nach gewünschter Unterteilung eine symmetrische Vorrasterung der Raumflächen. Der Nutzer wird gefragt, ob er diese übernehmen will oder eine neue Definition wünscht. Wird eine andere Unterteilung erforderlich, z.B. asymmetrische Unterteilung, mehrere Fenster o.ä., so müssen für diese Flächen die 4 Eckkoordinaten für jedes Teilsegment eingegeben werden. Spätestens hier empfiehlt es sich eine Skizze des Raumes im Vorfeld angelegt zu haben, da im Programm keine logische Überprüfung der Daten auf Richtigkeit durchgeführt wird. Für den Fall, daß eine Raumfläche in ein (3 x 3)-Raster zerlegt werden soll, z.B. ein Fenster in der Wand, bietet das Programm eine automatische Unterteilung dieser Fläche an. Hierbei wird die Unterteilung anhand der Fensterkoordinaten durchgeführt.

Dieser Programmabschnitt fragt desweiteren die Reflexionseigenschaften der Rasterflächen ab. Die Werte zur diffusen Reflexion $\rho_{dif,1-6}$, wie zur gerichteten Reflexion $\rho_{dir,1-6}$ werden in der jeweiligen Reflexionsdatei PHIRHO1-6.DAT abgelegt.

Auch hier muß bei homogener Beschaffenheit der Wand nicht jedes Raster angegeben werden, sondern nach einmaliger Eingabe erhalten alle Rasterflächen den gleichen Wert zugewiesen.

GRDSNT.FOR

Das Programm GRDSNT.FOR berechnet aus der Eingabe von jeweils zwei Punkten einer Geraden den Schnittpunkt der beiden Geraden.

POLYFLCH.FOR

POLYFLCH.FOR berechnet die Fläche von Polygonen. Hierzu wird ein Punkt des Polygons als FIXPunkt gewählt. Im Anschluß wird das Polygon in Dreiecke zerlegt, von welchen durch DREIECK.FOR die Fläche berechnet wird. Die Summe all dieser Teildreiecke ergibt die Gesamtfläche des Polygons. In diesem Programmabschnitt werden Rechteckflächen als Polygonsonderfälle betrachtet.

SORT2.FOR

SORT2.FOR berechnet aus der Angabe von drei Punkten im Raum, welche i.d.R. Ebenen aufspannen, die Maxima und Minima in Richtung der x -, y - und z -Koordinate. Hierdurch ist es einfach möglich zu überprüfen, ob ein weiterer Punkt innerhalb der Raumfläche oder außerhalb dieser zu liegen kommt.

B.2 Berechnung der Strahlungsdaten

Das Hauptprogramm dieses 2.Abschnittes BELEUCHT.FOR ließt:

- die Namen der Wand-, Fenster- und Rasterdatei aus NAMEN.DAT
- die Anzahl der Fenster pro Raumfläche aus FNSTZAHL.DAT
- den zur jeweiligen Raumfläche gehörenden Azimutwinkel aus AZIMUT.DAT ein

Das Hauptprogramm enthält desweiteren Angaben über den Trübungsfaktor, die geographische Höhe, Azimut und Höhe der Sonne. Über eine Abfrage gibt der Nutzer an, ob und wenn ja, wo eine Verschattungs-, Tageslichtlenkeinrichtung vorgesehen ist und welche Strahlungsdaten von Interessen sind.

BEKLAR.FOR

In BEKLAR.FOR wird die Beleuchtungsstärke des klaren Himmels auf die Grundfläche ermittelt. Das Himmelsgewölbe ist in Raster mit einem Öffnungswinkel von 4° in Richtung Azimut und $4,5^\circ$ in Richtung Höhenwinkel unterteilt. Die Integration erfolgt für 360° in Azimutrichtung und 90° in Höhenrichtung. Das Doppelintegral nach Abschnitt XXX wird in eine Doppelsummation zerlegt, wobei zur numerischen Integration die SIMPSONsche Regel

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{3 \cdot n} \cdot (y_a + 4 \cdot y_1 + 2 \cdot y_2 + 4 \cdot y_3 + 2 \cdot y_4 + \dots + 2 \cdot y_{n-2} + 4 \cdot y_{n-1} + y_b) \quad (\text{B.1})$$

zweifach geschachtelt angewendet wird. Der Strahlengang von den einzelnen Segmenten des unterteilten Himmelsgewölbes ist als parallel angenommen, d.h. gleiches Vorgehen wie bei direkter Sonneneinstrahlung.

Um die Beleuchtungsstärke numerisch berechnen zu können muß erst die Leuchtdichte für die jeweiligen Segmente bestimmt werden. Ausgangspunkt hierbei ist die Rückzerlegung der Beleuchtungsstärke für klaren Himmel nach DIN 5034. Dieses Programm, ebenso wie BEWOLKE.FOR soll dazu dienen, die Richtigkeit der numerischen Integration anhand der DIN 5034 Ansätze überprüfen zu können.

BEWOLKE.FOR

In BEWOLKE.FOR wird die Beleuchtungsstärke des bewölkten Himmels auf die Grundfläche ermittelt. Das Himmelsgewölbe ist, ebenso wie zuvor, in Raster mit 90 Segmenten

in Richtung Azimut und 20 Segmenten in Richtung Höhenwinkel unterteilt. Insgesamt werden somit 1800 Teilsegmente des Himmelsgewölbes betrachtet.

HIMMEL.FOR

HIMMEL.FOR nutzt die Integrationstechnik der beiden zuvor genannten Programme. In Weiterführung dieser berechnet dieser Abschnitt aber auch die Beleuchtungsstärke der einzelnen Himmelssegmente auf alle Raumumschließungsflächen. Dies wird benötigt, da SCHTTTHIM.FOR und SCHTTTGRD.FOR die Abbildung der Fenstereckpunkte auf die Raumflächen bestimmen. Wird eine Wand-, Rasterfläche von der Abbildung getroffen, so besitzt dieser Bereich die zuvor berechnete Beleuchtungsstärke.

GRUND.FOR

GRUND.FOR bestimmt die Beleuchtungsstärke der einzelnen Grundsegmente auf alle Raumumschließungsflächen. Die Strahlung der einzelnen Grundsegmente wird als parallel angenommen.

SCHTTTHIM.FOR

SCHTTTHIM.FOR berechnet für alle relevanten Himmelssegmente die vier Abbildungspunkte der Fenstereckkoordinaten auf alle betroffenen Raumumschließungsflächen. Diese werden in SHIMWND1-6.DAT abgelegt. Die Datei SCHLFHIM.DAT enthält wieviel Abbildungen pro Raumfläche erfolgt sind.

In der Datei SENS HIM.DAT werden Daten abgelegt, welche im Abschnitt SENSEIN.FOR notwendig sind, um feststellen zu können, ob ein Sensor von direkter Strahlung betroffen ist oder nicht. AZHIMMEL.DAT dient hier zur Abspeicherung der Azimut- und Höhenwinkelunterteilungen. ZAEHLHIM.DAT enthält Angaben, welche Verschattungs- bzw. Tageslichtlenkstrategie zum Einsatz gekommen ist.

Der Abbildungspunkt der jeweiligen Fensterfläche auf eine der Raumbegrenzungsflächen ergibt sich aus dem Schnitt

- einer Gerade, welche durch den Fensterpunkt geht, mit
- der betrachteten Raumebene, welche durch drei Eckpunkte \vec{W}_1 , \vec{W}_2 und \vec{W}_3 definiert ist.

Die Geradengleichung ergibt sich mit dem Fensterpunkt \vec{f} zu:

$$g : \vec{X} = \vec{f} + t \cdot \vec{c} \tag{B.2}$$

Die Ebenengleichung, welche durch die drei Flächeneckpunkte \vec{W}_1 , \vec{W}_2 und \vec{W}_3 aufgespannt wird, lautet in Parameterdarstellung:

$$\begin{aligned} E : \vec{X} &= \vec{W}_1 + u \cdot (\vec{W}_2 - \vec{W}_1) + v \cdot (\vec{W}_3 - \vec{W}_1) \\ &= \vec{W}_1 + u \cdot \vec{a} + v \cdot \vec{b} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Die Darstellung in Koordinatenform ergibt sich mit dem Kreuzprodukt aus $\vec{a} \times \vec{b}$ des Normalenvektor \vec{n} zu:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{pmatrix} \\ &= \vec{n} \end{aligned}$$

$$d = \vec{W}_1 \cdot \vec{n}$$

$$E : \vec{n} \cdot \vec{X} = d \quad (\text{B.4})$$

Der Schnittpunkt der Fenstergerade durch die jeweilige Raumfläche errechnet sich aus:

$$\vec{X}_o = \vec{f} + t_o \cdot \vec{c} \quad (\text{B.5})$$

$$\text{mit } \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ \tan(\alpha_{z,s} - \alpha_{z,f}) \\ \tan(h_s) \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Der Betragswert t_o ergibt sich somit zu:

$$t_o = \frac{d - \vec{f} \cdot \vec{n}}{\vec{c} \cdot \vec{n}} \quad (\text{B.7})$$

für $\vec{c} \cdot \vec{n} \neq 0$, d.h. die Gerade ist nicht parallel zur Ebene

Umformuliert und mit $d = \vec{W}_1 \cdot \vec{n}$ ergibt sich diese Beziehung zu:

$$\begin{aligned}
 (\vec{c} \cdot \vec{n}) \cdot t_o &= \vec{W}_1 \cdot \vec{n} - \vec{f} \cdot \vec{n} \\
 &= \underbrace{(\vec{W}_1 - \vec{f})}_{\vec{e}} \cdot \vec{n}
 \end{aligned}
 \tag{B.8}$$

Da jedoch das Vektorprodukt gleich deren Determinante ist,

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\vec{e} \cdot \vec{n}}_{A_1} &= (e_x, e_y, e_z) \cdot \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ e_x & e_y & e_z \end{vmatrix} \\
 \underbrace{\vec{c} \cdot \vec{n}}_{A_2} &= (c_x, c_y, c_z) \cdot \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

kann der Faktor t_o einfach aus dem Verhältnis beider Determinanten bestimmt werden. Dieses Vorgehen kann in gewisser Weise als die Anwendung der CRAMERSchen Regel verstanden werden.

$$t_o = \frac{\det(A_1)}{\det(A_2)} = \frac{\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ e_x & e_y & e_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}}
 \tag{B.9}$$

Durch Einsetzen dieses Parameterwertes t_o in die allgemeine Geradengleichung $g : \vec{X} = \vec{f} + t_o \cdot \vec{c}$ ergibt sich der Abbildungspunkt des Fenstereckpunktes auf der jeweiligen Wandfläche *spkt* (Wand 1-6, Koordinate 1-3, Fensterpunkt 1-4). Durch Abfrage wird überprüft, ob ein oder mehrere Fenstereckpunkte auf einer Fläche zu liegen kommen. Ist dies der Fall, so wird nur 1 Schnittpunkt abgespeichert, damit eine Doppelberechnung die Fensterabbildungsfläche auf der Wandrasterfläche verhindert wird.

Abbildung B.4: Schnittpunkt zwischen Gerade und Ebene

SCHTTGRD.FOR

SCHTTGRD.FOR arbeitet exakt wie SCHTTTHIM.FOR nur das hier alle Grundsegmente betrachtet werden. Die Abbildungspolygone werden unter SGRDWND1-6.DAT abgelegt. Die Anzahl der Abbildungsflächen in SCHLFGRD.DAT. SENSGRD.DAT enthält Aussage, falls ein Sensor von direkter Strahlung betroffen ist. AZGRUND.DAT dient hier zur Abspeicherung der relevanten Azimut- und Höhenwinkelunterteilungen. ZAEHLGRD.DAT enthält Angaben, welche Verschattungs- bzw. Tageslichtlenkstrategie zum Einsatz gekommen ist.

LAMHRZ.FOR

Hierbei werden die Transmission-, und Reflexionenwerte der Lamellenverschattungs-, tagelichtlenkanlage berechnet und an das aufrufende Unterprogramm zurückgegeben. Die Integerzahl *wert* gibt an, ob eine Lamelle eingesetzt wird (1) oder nicht (0). *glas* (Wand,Fenster) enthält die Angabe, ob die Verschattungseinheit ,(V)or ‘, d.h. (1), oder ,(H)inter ‘, d.h. (0), der Verglasungseinheit liegt.

Je nach Verschattungseinheit kann der eintreffende Strahlungswinkel durch eine Verschattungsanlage in mehrere Teilstrahlen zerlegt werden. Das Programm berücksichtigt derzeit bis zu 4 unterschiedliche Ausstrahlwinkel *hoehe* (4) aus der Verschattungsanlage in den Raum pro Einstrahlwinkel auf diese Einheit.

GEOFAK2.FOR

Zur Behandlung der diffusen Reflexionen an Verschattungseinheiten ist die Bestimmung der entsprechenden Geometriefaktoren notwendig.

- f_1 Behandelt die direkte, diffuse Reflexion in den Raum nach der ersten Reflexion an der Lamellenober- oder -unterseite, ohne an der darüber oder darunterliegenden Lamellenunter- oder -oberseite erneut reflektiert zu werden.
- f_2 Gibt die Reflexion der ersten Reflexion an der Ober- bzw. Unterseite an die darüber bzw. darunterliegende Unter- bzw. Oberseite an.
- f_3 Entspricht dem Geometriefaktor, welcher die 2.Reflexion der Lamellenober- bzw, -unterseite in den Raum behandelt.

Diffuse Reflexionen höherer Ordnung werden nicht betrachtet. Die hierbei bestimmte diffuse Transmission wird dazu verwendet aus den eingestrahnten Beleuchtungsstärken auf das Fenster eine Gesamtbeleuchtungsstärke des Fensters zu bestimmen. Das Fenster wird hiernach so behandelt als wenn es eine definierte Eigenbeleuchtungsstärke besitzen würde. Dies findet Berücksichtigung bei der Berechnung des Beleuchtungsstärkeaustausches zwischen den Rastern der Raumumschließungsflächen.

GLASWINK.FOR und TAUWINKL.FOR

Sie dienen zur Online-Ermittlung der Transmissions- und Reflexionswerte durch die Verglasungseinheit bei unterschiedlichem Einstrahlwinkel. Für den Fall, daß diffuse Strahlung auf die Glaseinheit fällt, wird hierbei der Wert für senkrechten Strahlungseinfall gewählt.

B.3 Berechnung der Rasterbeleuchtungsstärke

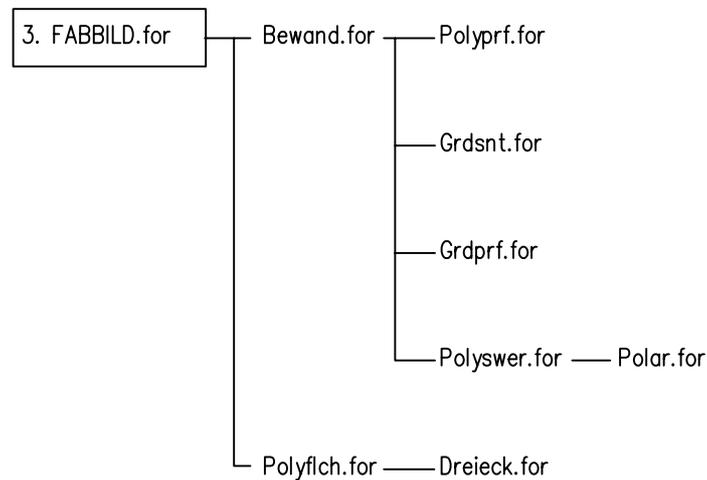


Abbildung B.5: Berechnung der Rasterbeleuchtungsstärke

FABBILD.FOR

FABBILD.FOR lädt als Hauptprogramm die Abbildungsflächen der Fensterebene und die verschiedenen Raumumschließungsflächen aus SCHTTTHIM1-6.DAT und SCHTTGRD1-6.DAT. Diese Daten werden derart aufbereitet, daß im nachfolgenden die Schnittpunkte dieser Abbildungspolygone mit den Wandrasterlinien und jene Punkte, welche innerhalb des Abbildungspolygons bzw. der Rasterfläche liegen, bestimmt werden können. Aus diesen insgesamt bestimmten Punkten ergibt sich der, auf die entsprechende Rasterfläche eingestrahelte Anteil des Abbildungspolygons.

BEWAND.FOR

In BEWAND.FOR wird überprüft, welche Schnittpunkte zwischen dem Abbildpolygon und den Wandrasterungen entstehen. Dabei muß zuerst überprüft werden, welcher Wandrasterpunkt innerhalb des Abbildungspolygons liegt.

POLYPRF.FOR

Hierbei werden jene Punkte des Wandrasters bzw. des Abbildungspolygons bestimmt, welche innerhalb des Abbildungspolygons bzw. des Wandrasters liegen.

- Punkt des Abbildungspolygons innerhalb des Wandrasters

Es werden aus drei Punkten des Wandrasters zwei Vektoren erstellt, wobei der Vektor \vec{A} aus einem beliebigen Punkt R_i und dem darauffolgenden Rasterpunkt R_{i+1} und der Vektor \vec{B} aus dem Punkt R_i und dem davorliegenden Rasterpunkt R_{i-1} errechnet wird. Der dritte Vektor \vec{C} ergibt sich aus dem Punkt R_i und dem zu untersuchenden Punkt des Abbildungspolygons P_j .

Daraufhin werden Kreuzprodukte $\vec{A} \times \vec{B}$ und $\vec{A} \times \vec{C}$ erstellt. Gilt für den gesamten Umlauf der Rasterfläche, daß das Vorzeichen der jeweiligen Kreuzprodukte $\vec{A} \times \vec{B}$ und dem Kreuzprodukt $\vec{A} \times \vec{C}$ das selbe Vorzeichen besitzen, so liegt der Abbildungspunkt P_j innerhalb der betrachteten Rasterfläche.

- Punkt des Wandrasters innerhalb des Abbildungspolygons

Hier wird dasselbe Berechnungsverfahren wie zuvor durchgeführt, nur daß nun das Kreuzprodukt $\vec{A} \times \vec{B}$ aus je drei aufeinander folgenden Polygonpunkten bestimmt wird und \vec{C} zwischen dem zentralen Punkt P_j und dem zu untersuchenden Rasterpunkt R_i berechnet wird.

GRDSNT.FOR

Hierbei wird der Schnittpunkt zwischen zwei Geraden bestimmt. Eine Gerade wird durch zwei aufeinanderfolgende Rastereckpunkte $X_1 = R_i$ und $X_2 = R_{i+1}$ erzeugt, die zweite durch zwei aufeinanderfolgende Punkte des Abbildungspolygons $X_3 = P_j$ und $X_4 = P_{j+1}$.

GRDPRF.FOR

Durch Vergleich der Vektorlänge wird überprüft, ob der berechnete Schittpunkt der Geraden zwischen den jeweiligen Erzeugungspunkten dieser Geraden liegt. Nur wenn dies der Fall ist kann dieser Schnittpunkt zum jeweiligen Raster gezählt werden.

POLYSWER.FOR und POLAR.FOR

POLYSWER.FOR errechnet aus den ungeordneten Punkten des neuen Abbildungspolygons der jeweiligen Rasterfläche den Polygonschwerpunkt. Ausgehend von diesem und mit der Transformation der Polygoneckpunkte in Polarkoordinaten durch POLAR.FOR werden diese Punkte entgegen dem Uhrzeigersinn geordnet.

POLYFLCH.FOR und DREIECK.FOR

Aufgrund der geordnet vorliegenden Polygoneckpunkten wird die Fläche des Polygons bestimmt. Hierzu wird in POLYFLCH.FOR ein Fixpunkt ausgewählt. Von diesem P_j ausgehend werden Vektoren mit dem nächsten Punkt P_{j+1} und dem darauffolgenden P_{j+2} erzeugt. In DREIECK.FOR kann dann die Fläche dieses Ausschnittes bestimmt werden. Dies wird solange wiederholt, bis alle Polygonpunkte einbezogen sind. Die Summe der Teilflächen ergibt die Gesamtfläche des Abbildungspolygons in der Rasterfläche.

B.4 Die Bestimmung der Einstrahlzahlen

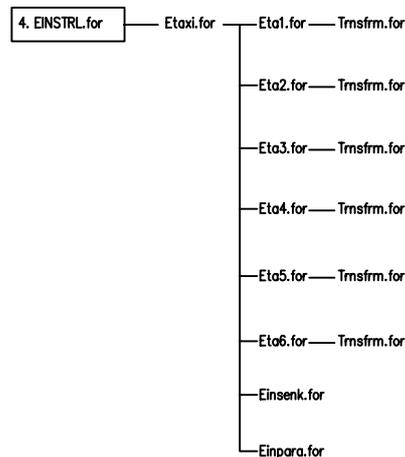


Abbildung B.6: Die Bestimmung der Einstrahlzahlen

Die Programme EINSTRL.FOR und ETAXI.FOR dienen der Vorbereitung zum anschließenden berechnen der Einstrahlzahlen zwischen den Rasterflächen einer Wand mit allen anderen Rasterflächen der anderen Raumbegrenzungsebenen.

ETA1-6.FOR und TRNSFRM.FOR

In diesen sechs Unterprogrammen ETA1-6.FOR werden die Eckkoordinaten der Rasterflächen derart aufbereitet, daß mit diesen und der angewendeten Bestimmungsgleichungen die jeweiligen Einstrahlzahlen bestimmt werden können. TRNSFRM.FOR führt eine Koordinatentransformation innerhalb des karthesischen Systems durch, da für das Verfahren nach GROSS et al. die Daten in einem bestimmten Verhältnis zueinander vorliegen müssen.

EINSENK.FOR

Programm zur Bestimmung der Einstrahlzahlen zueinander senkrechter Flächen nach GROSS et al.

EINPARA.FOR

Programm zur Bestimmung der Einstrahlzahlen zueinander paralleler Flächen nach GROSS

et al.

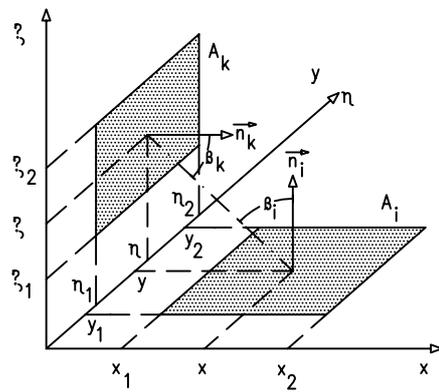


Abbildung B.7: Einstrahlzahlen zueinander senkrechter Ebenen

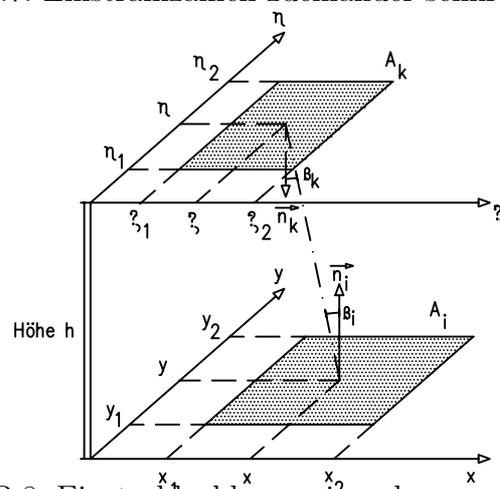


Abbildung B.8: Einstrahlzahlen zueinander paralleler Ebenen

B.5 Lösen der Beleuchtungsmatrix

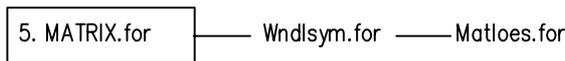


Abbildung B.9: Lösen der Beleuchtungsmatrix

MATRIX.FOR

Die Beleuchtungsstärke einer Fläche ergibt sich aus der Summe aller direkt eingestrahlenen Beleuchtungsstärke zuzüglich aller durch die Raumumschließungsflächen eingestrahlenen Energien. Wird dieser Sachverhalt nach der direkten Einstrahlung aufgelöst, so folgt:

$$E_{i,j,k} - \rho_{dif,i,j,k} \cdot \sum_l \sum_m \sum_n (E_{l,m,n} \cdot \phi_{i,j,k,l,m,n}) = \rho_{dir,i,j,k} \cdot E_{dir,i,j,k} \quad (\text{B.10})$$

Im Falle des Fensters muß noch beachtet werden, ob eine Verschattungsanlage zum Einsatz kommt. Ist dies der Fall, so wird der Fensterfläche eine Eigenbeleuchtungsstärke zugewiesen.

$$E_{i,j,k} - \rho_{dif,i,j,k} \cdot \sum_l \sum_m \sum_n (E_{l,m,n} \cdot \phi_{i,j,k,l,m,n}) = E_{dif,i,j,k} + \rho_{dir,i,j,k} \cdot E_{dir,i,j,k} \quad (\text{B.11})$$

i, j, k bezeichnet die Wand i , das Raster j horizontal und k vertikal. l, m, n bezeichnet die Gegenwand l , horizontale m und vertikale n Adresse der betrachteten Rasterfläche. Das lineare Gleichungssystem bestimmt sich, wenn Fenster z.B. in der Wand $i = 5$ und dem horizontalen Raster $j = 3$, sowie dem vertikalen Raster $k = 3$ zu:

$$\begin{aligned}
 & E_{1,1,1} - \rho_{dif,1,1,1} \cdot E_{1,1,1} \cdot \underbrace{\phi_{1,1,1,l=1,1,1}}_{=0} - \dots - \rho_{dif,1,1,1} \cdot E_{6,m,n} \cdot \phi_{1,1,1,6,m,n} \\
 & = \rho_{dir,1,1,1} \cdot E_{dir,1,1,1} \\
 & - \rho_{dif,1,1,2} \cdot E_{1,1,1} \cdot \underbrace{\phi_{1,1,2,1,1,1} + E_{1,1,2}}_{=0} - \dots - \rho_{dif,1,1,2} \cdot E_{6,m,n} \cdot \phi_{1,1,2,6,m,n} \\
 & = \rho_{dir,1,1,2} \cdot E_{dir,1,1,2} \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 & - \rho_{dif,5,3,3} \cdot E_{1,1,1} \cdot \phi_{5,5,3,1,1,1} - \dots + E_{5,3,3} - \dots - \rho_{dif,5,3,3} \cdot E_{6,m,n} \cdot \phi_{5,3,3,6,m,n} \\
 & = \rho_{dir,i,3,3} \cdot E_{dir,5,3,3} + E_{dif,5,3,3} \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 & - \rho_{dif,6,j,k} \cdot E_{1,1,1} \cdot \phi_{6,l,k,1,1,1} \rho_{dif,6,j,k} \cdot E_{1,1,2} \cdot \phi_{6,j,k,1,1,2} - \dots - E_{6,m,n} \\
 & = \rho_{dir,6,j,l} \cdot E_{dir,6,j,l}
 \end{aligned}$$

Wobei die Maximalanzahl $i = l$, $j = m$ und $k = n$ ist.

- $\rho_{dir,i,j,k}$ Gerichteter Reflexionskoeffizient der Fläche j,k auf der Wand i
- $\rho_{dif,i,j,k}$ Diffuser Reflexionskoeffizient der Fläche j,k auf der Wand i
- $\phi_{i,j,k,l,m,n}$ Einstrahlzahl zwischen dem Element j,k der Wand i und dem Element m,n der Wand l

WANDLSYM.FOR

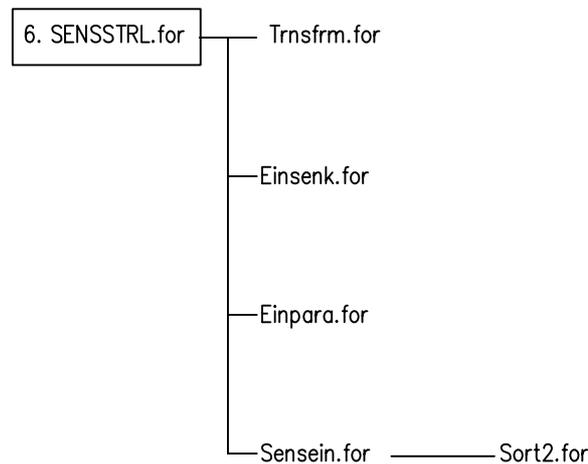
Hierbei wird die (m x m)-Matrix in eine Dreiecksform gebracht.

MATLOES.FOR

Berechnen der Beleuchtungsstärke der Wandflächen durch Lösen der dreiecksförmigen (m x m)-Matrix.

Abbildung B.10: Berechnung der Sensorbeleuchtungsstärke

B.6 Berechnung der Sensorbeleuchtungsstärke



SENSSTRL.FOR

Das Hauptprogramm ermittelt aus den Nutzerangaben

- Höhe der Sensoren über Grund
- Abstand der Sensoren von den Wänden
- Blickrichtung der Sensoren in Richtung (D)ecke oder (G)rund

die Koordinaten der Sensoren im Raum. Jeder Sensor besitzt eine Fläche vom 1 cm^2 . Für den Fall, daß der Sensor unter- oder oberhalb der Rasterflächen der Wände zu liegen kommt, wird automatisch eine neue Unterteilung der Wandfläche durchgeführt. Da auch die Berechnung der Einstrahlzahlen von den Wänden auf die Sensoren mittels des GROSS et al. Vorschlages erfolgt, werden die Sensor- und Rasterflächen zueinander in das richtige geometrische Verhältnis gebracht.

TRNSFRM.FOR

Führt die notwendige Koordinatentransformation, d.h. Drehung und Verschiebung, im kartesischen System durch.

EINSENK.FOR

Berechnet die Einstrahlzahlen zueinander senkrechter Flächen nach GROSS et al.

EINPARA.FOR

Berechnet die Einstrahlzahlen zueinander paralleler Flächen nach GROSS et al.

SENSSTRL.FOR

Mit Hilfe der in SHTTHIM.FOR und SHTTGRD.FOR angelegten Hilfsdateien wird überprüft, ob ein Sensor von direkter Strahlung durch ein Himmels- bzw. Grundsegment oder durch die Sonne beaufschlagt wird. Hierzu wird mittels einer Geraden, welche den Sensormittelpunkt als Ausgangspunkt und die Einstrahlwinkel α_{zs} , α_{zf} und h_s als Geradensteigung hat, überprüft, ob es zwischen dieser und der Fensterfläche zu einem Schnitt kommt. Liegt dieser Schnittpunkt innerhalb des Fensters, so wird der Sensor von diesem Segment oder der Sonne direkt beleuchtet und erhält dessen Beleuchtungsstärke als Zuschlag hinzuaddiert.