Markus Blaufuß

Ein Neuansatz ganzheitlicher Bewegungsforschung im Rahmen der Theorie komplexer Systeme und nichtlinearer Dynamik

Phasenübergänge bei koordinierten bimanuellen Bewegungen: Experiment und Entwicklung eines Normalformmodells

Lehrstuhl für Sportpädagogik

Ein Neuansatz ganzheitlicher Bewegungsforschung im Rahmen der Theorie komplexer Systeme und nichtlinearer Dynamik

Markus Blaufuß

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Philosophie (Dr. phil)

genehmigten Dissertation

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. Andre Büssing
Prüfer der Dissertation
1. Univ.-Prof. Dr. Karl-Heinz Leist
2. Univ.-Prof. Dr. Jürgen Loibl

Die Dissertation wurde am 06.09.2001 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften am 05.12.2001 angenommen.

Inhaltsverzeichnis

| 1. A | BSTRACT (ENGLISH) | 6 |
|-------------|--------------------------------------------------------|----|
| 2. A | BSTRACT (DEUTSCH) | 7 |
| 3. M | IATHEMATISCHE GRUNDLAGEN | 9 |
| 3.1. | Differentialgleichungen und ihre Lösungen | 9 |
| 3.2. | Die Hopf-Bifurkation | |
| 3.2.1 | Mathematische Analyse | |
| 3.3. | Rauschen | |
| 3.4. | Numerische Integration | |
| 4. Ü | BERBLICK ÜBER DEN FORSCHUNGSBEREICH | 20 |
| 4.1. | Das Kelso-Finger-Experiment | |
| 4.2. | Das Haken-Kelso-Bunz-Modell (HKB-Modell) | |
| 4.2.1 | Die Rolle der Amplitude | |
| 5. E | XPERIMENT | |
| 5.1. | Versuchspersonen | |
| 5.2. | Aufbau | |
| 5.3. | Durchführung | |
| 5.4. | Datenbehandlung und –analyse | |
| 5.4.1 | Amplitude der Bewegung | |
| 5.4.2 | 2. Relative Phase und Uniformität | |
| 5.4.3 | 8. Kritische Frequenz | |
| 5.4.4 | 4. Relativer tangentialer Winkel (RTA) und Uniformität | |

| 5.4 | .5. | Richtung des Phasenübergangs und wechselnde Hand | | | | | |
|-------------|------------|------------------------------------------------------------------------|----|--|--|--|--|
| 5.5. | Erg | ebnisse | 40 | | | | |
| 5.5 | .1. | Richtung des Phasenübergangs und wechselnde Hand | 40 | | | | |
| 5.5 | .2. | Amplitude der Bewegung | 42 | | | | |
| 5.5.3. | | Kritische Frequenz | 43 | | | | |
| 5.5 | .4. | Uniformität des RTA | 44 | | | | |
| 5.5 | .5. | Stabile Plateaus | 45 | | | | |
| 5.5 | .6. | Relativer tangentialer Winkel (RTA) | 46 | | | | |
| 5.6. | Dis | kussion | 46 | | | | |
| 5.6 | .1. | Richtung des Phasenübergangs und wechselnde Hand | 46 | | | | |
| 5.6 | .2. | Stabilität der Bewegung | 47 | | | | |
| 5.6 | .3. | Relativer tangentialer Winkel (RTA) | 49 | | | | |
| 6. 1 BEV | DAS VEG | MODELL FÜR DIE KOORDINATION BIMANUELLER UNGEN | 50 | | | | |
| 6.1. | Lin | eares Kopplungsmodell | 51 | | | | |
| 6.1 | .1. | Mathematische Analyse | 52 | | | | |
| 6.2. | Bist | abiles Kopplungsmodell | 55 | | | | |
| 6.3. | Ide | e der Inharmonizität | 57 | | | | |
| 6.3 | .1. | Inharmonizität durch die Masse-Feder-Differentialgleichung (MF-Modell) | 58 | | | | |
| 6.3 | .2. | Inharmonizität durch additiven Beitrag (AB-Modell) | 60 | | | | |
| 6.4. | Erg | ebnisse | 61 | | | | |
| 6.4 | .1. | MF-Modell | 61 | | | | |
| 6.4 | .2. | AB-Modell | 65 | | | | |
| 7. 4 | ABS | CHLIEßENDE DISKUSSION | 66 | | | | |
| 7.1. | | | | | | | |
| | Bev | vertung der Modelle | 00 | | | | |

| 8. | AC | CKNOWLEDGEMENTS | 72 |
|------|----|---------------------------------------------|-------|
| 9. | LI | FERATURVERZEICHNIS | 73 |
| 10. | AN | HANG | 77 |
| 10.1 | • | Größenordnungen und Einheiten der Parameter | 77 |
| 10.2 | • | Programm-Listings | 78 |
| 10.3 | • | Participant information sheet | . 102 |
| 10.4 | • | Consent Form | . 103 |
| 10.5 | • | Questionnaire of handedness | . 104 |
| 10.6 | • | Kreisringvorlagen | . 113 |
| 10.7 | • | Rohdaten des Experiments | . 115 |
| 10.8 | • | ANOVAs | . 119 |
| 11. | EH | IRENWÖRTLICHE ERKLÄRUNG | 124 |

1. Abstract (English)

The Kelso-finger-experiment¹ is considered a milestone in the field of motor control. A bunch of similar experiments followed the Kelso-experiment to investigate the properties of human motor control. Characteristic for all of these experiments with coupled movements was, that anti-phase (homologous muscle groups are contracting in an alternating fashion) was more instable than in-phase (homologous muscle groups are contracting simultaneously). Reaching a critical frequency the subjects suddenly switched to the in-phase pattern. Slowing down afterwards the subjects stayed in the in-phase pattern. This phenomenon, confirmed by many slightly different experiments, was described mathematically by Haken et al.² (HKB-model) using two nonlinear coupled differential equations. The instability of anti-phase was realised with an increase of frequency coupled with a decrease of amplitude.

At the beginning of this dissertation there is a short review of the mathematical basics important for understanding the models, the Kelso-experiment and the Haken-Kelso-Bunz-model (HKB-model). In the following experiment the coordination of bimanual movements is investigated using a circle tracing task. In this experiment subjects traced circles in two different patterns (anti-clockwise, inwards) with a phase difference of 180 deg each, using three different sized circles. Movement frequency was increased gradually by an auditory metronome. It is shown that the amplitude has no influence on the stability of the movements, so a basic topic of the HKB-model could not be confirmed.

With regards to that a new model is developed based on the so called Hopf-bifurcation having an instability of anti-phase which is solely rooted in an increase of frequency.

Program and information processing theories are known as a failure for the way of learning and teaching human movements and describing their genesis.³ So concluding there is a discussion about the connection between the synergetic modelling of human movements based on the theory of complex systems and non-linear dynamics and consequences for learning and teaching them in their entirety.

¹ Kelso JAS (1981).

² Haken H, Kelso JAS, Bunz H (1985).

³ Leist KH (1993), Leist KH (1999).

2. Abstract (Deutsch)

Das Kelso-Finger-Experiment⁴ gilt als Meilenstein in der modernen Motorikforschung. Auf dieses Experiment folgte eine ganze Reihe ähnlich gearteter Experimente um die Eigenschaften der menschlichen Koordination zu untersuchen. Gemeinsames Merkmal war, daß bei gekoppelten Bewegungen anti-Phase (homologe Muskelgruppen kontrahieren sich alternierend) instabiler war als in-Phase (homologe Muskelgruppen kontrahieren sich gleichzeitig) und die Bewegungen ab einer kritischen Frequenz plötzlich in den in-Phase Zustand umschlugen. Auch bei einer nachfolgenden Erniedrigung der Frequenz blieben die Versuchspersonen im in-Phase Modus. Dieses über eine große Vielfalt von verschiedenen Experimenten gültige Phänomen wurde von Haken et al.⁵ (HKB-Modell) mit einem mathematischen Modell dargestellt. Dabei wurden zwei nichtlinear gekoppelte Differentialgleichungen für die Beschreibung der Bewegung der beiden Gliedmaßen benutzt. Die Instabilität von anti-Phase wurde dabei durch die Steigerung der Frequenz, verbunden mit einem Absinken der Amplitude der Bewegung realisiert.

Zu Beginn der Arbeit werden überblicksartig die mathematischen Grundlagen, die zum Verständnis der Modelle nötig sind, das Kelso-Experiment und das Haken-Kelso-Bunz-Modell (HKB-Modell) dargestellt. In dem anschließenden Experiment wird die Koordination bimanueller Bewegungen mittels gleichzeitigem Zeichnen von Kreisen unter verschiedenen Bedingungen untersucht. In diesem Experiment zeichneten die Versuchspersonen die Kreise in zwei verschiedenen Koordinationsmustern (gegenuhrzeiger, einwärts), mit einem Phasenunterschied von jeweils 180°, bei drei verschiedenen Kreisgrößen. Die Bewegungsfrequenz wurde durch ein Metronom vorgegeben und schrittweise gesteigert. Es wird gezeigt, daß die Amplitude der Bewegung auf die Stabilität keinen Einfluß ausübt, d.h. ein zentraler Punkt des HKB-Modells (Absinken der Amplitude) konnte nicht bestätigt werden.

Daraufhin wird auf der Grundlage der sog. Hopf-Bifurkation ein neues Modell für die Koordination bimanueller Bewegungen entwickelt, dessen Instabilität der anti-Phase allein auf einem Ansteigen der Frequenz beruht.

Programm- und Informationsverarbeitungstheoretische Ansätze zum Lehren und Lernen von Bewegungen, sowie zur Beschreibung ihrer Entstehung, haben sich als klarer Fehlschlag er-

⁴ Kelso JAS (1981).

⁵ Haken H, Kelso JAS, Bunz H (1985).

wiesen.⁶ Daher wird abschließend auf den Zusammenhang zwischen der synergetischen Modellierung von Bewegungen auf der Grundlage der Theorie komplexer Systeme und nichtlinearer Dynamik und den sich daraus ergebenden Konsequenzen für das ganzheitliche Lehren und Lernen von Bewegungen eingegangen.

⁶ Leist KH (1993) S. 136 ff. Leist KH (1999).

3. Mathematische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen kurz die mathematischen Grundlagen dargelegt werden, die für die Entwicklung der Modelle und ihrer Lösung von Bedeutung sind. Dabei wird explizit auf die sogenannte Hopf-Bifurkation eingegangen, da sie die Grundlage für das spätere Modell bildet. Zum Zwecke der Übersichtlichkeit und da dies keine mathematische Arbeit sein soll, wird teilweise auf eine exakte Darstellung und Definition, z.B. von Dimension und Definitionsbereich verzichtet, soweit dies für das Verständnis nicht unbedingt erforderlich ist. Auch ergibt es sich zumeist aus dem Zusammenhang, ob eine Variable einen Skalar oder einen Vektor bezeichnet. Analoges gilt für die Darstellung und für ausführliche Beweise der Sätze wird auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen.

3.1. Differentialgleichungen und ihre Lösungen

Differentialgleichungen stellen Beziehungen zwischen Funktionen und ihren Ableitungen her. Sie treten in vielen Gebieten der Natur- und auch Geisteswissenschaften auf. Bekannte Beispiele sind die C-14-Methode zur Altersbestimmung oder das Räuber-Beute-Modell von Lotka-Volterra⁷. Ähnlich wie in der Integralrechnung galt lange Zeit das Hauptaugenmerk den verschiedenen Lösungsmethoden zur quantitativen Berechnung. Da dies mittlerweile von Computern numerisch gut beherrscht wird, richtet sich das Interesse mehr auf qualitative Betrachtungsweisen, wie Existenz und Stabilität einer Lösung, um die vom Computer gelieferten Ergebnisse richtig deuten und evtl. Fehler erkennen zu können.

Ganz allgemein läßt sich eine Differentialgleichung wie folgt schreiben:

Gleichung 1

$$F(t, x, x', x'', ..., x^{(n-1)}, x^{(n)}) = 0$$

wobei F eine Funktion aus dem Definitionsbereich nach \mathbb{R}^N und $t \in \mathbb{R}$, $x, x^i, x^{i'}, ..., x^{(n-1)}$, $x^{(n)} \in \mathbb{R}^N$ die Variablen sind. N bezeichnet die Dimension und n die Ordnung der Differentialgleichung. Gilt N = 1 so spricht man von einer skalaren Differentialgleichung, im Falle N > 1 von Vektordifferentialgleichungen oder Systemen von Differentialgleichungen.

⁷ Benannt nach Alfred James Lotka (1880-1949) und Vito Volterra (1860-1940).

Eine *n*-mal differenzierbare Funktion $\lambda(t)$ heißt Lösung von Gleichung 1, wenn für alle *t* aus einem gegebenen Intervall fogende Identität gilt:

Gleichung 2

$$F(t, \lambda(t), \lambda'(t), \dots, \lambda^{(n-1)}(t), \lambda^{(n)}(t)) \equiv 0$$

Dabei bezeichnet "'" die Ableitung von λ nach der Variablen *t*. Läßt sich Gleichung 1 nach der höchsten Ableitung $x^{(n)}$ auflösen, bezeichnet man sie auch als explizite Differentialgleichung:

Gleichung 3

$$x^{(n)} = f(t, x, x', ..., x^{(n-1)})$$

Dieses *N*-dimensionale System *n*-ter Ordnung ist dabei äquivalent zu folgendem $n \cdot N$ -dimensionalen System 1. Ordnung:

Gleichung 4

$$y_1' = y_2$$

 $y_2' = y_3$
:
 $y_{n-1}' = y_n$
 $y_n' = f(t, y_1, y_2, ..., y_n)$

Dies ergibt sich, indem man formal einen neuen Satz von Variablen einführt, nämlich:

$$y_1 := x, y_2 := x', ..., y_n := x^{(n-1)}$$

Unter Anwendung der Beziehungen $y_1 = y_2$, ..., $y_{n-1} = y_n$, $y_n = x^{(n)}$ folgt aus Gleichung 3 sofort Gleichung 4. Damit genügt es, sich lediglich mit Systemen 1. Ordnung zu beschäftigen, da man Systeme höherer Ordnung immer nach o.a. Mechanismus auf Systeme 1. Ordnung zurückführen kann. Eine Verringerung der Ordnung bewirkt dabei eine Erhöhung der Dimension und zwar in der Art und Weise, daß das Produkt aus Ordnung und Dimension konstant bleibt. Schreibt man Gleichung 4 in Vektorschreibweise und bezeichnet man die Variablen wieder mit *t* und *x*, erhält man folgende Form: Gleichung 5

$$x' = f(t,x)$$

Besonderes Interesse gilt natürlich der Frage nach der Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen. Der globale Existenz- und Eindeutigkeitssatz liefert:

Ist *f* stetig und bzgl. *x* Lipschitz-stetig, dann existiert zu jeder Anfangsbedingung (t_0 , x_0) aus dem Definitionsbereich von *f* eine eindeutig bestimmte Lösung.⁸

Nachdem die Lipschitz-Stetigkeit schwer direkt nachzuweisen ist, hilft oft der Zusammenhang, daß jede stetig differenzierbare Funktion insbesondere auch Lipschitz-stetig ist.⁹

Lösung einer Differentialgleichung kann grundsätzlich ein Punkt, auch Fixpunkt, kritischer Punkt oder Gleichgewichtspunkt genannt, oder eine periodische Kurve, auch bezeichnet als limit cycle oder Grenzzyklus sein. Betrachtet man auch nichtlineare und chaotische Systeme, dann unterscheidet man auch noch quasi-periodische und chaotische Lösungen. Eine Lösung heißt stabil oder attraktiv bzw. ist ein Attraktor, wenn alle Lösungskurven, oder Trajektorien, aus einer bestimmten Umgebung dieser Lösung zustreben. Analog dazu heißt eine Lösung instabil oder ist ein Repellor, wenn alle Trajektorien von dieser Lösung wegstreben. Beispiele für Attraktoren und Repelloren sowohl als Punkt als auch als Grenzzyklus findet man in Abbildung 1 und Abbildung 2.

Da bei nichtlinearen und chaotischen Systemen die Angabe einer expliziten Lösung in der Regel unmöglich ist, kommt hier der Identifikation von stabilen Zuständen und den Übergängen zwischen ihnen entscheidende Bedeutung zu. Man versucht die Funktionen in den Bereichen, die von Interesse sind, wenigstens qualitativ beschreiben zu können. Läßt sich die Funktion graphisch in der Phasenebene (x-x'-Ebene) darstellen, ist eine Identifikation von Attraktoren und Repelloren anhand des Kurvenverlaufs möglich. Die kritischen Punkte sind hierbei die Schnittpunkte des Graphen mit der x-Achse, da ja x' = 0 gelten muß. Weist der Graph bei der Nullstelle eine negative Steigung auf, so handelt es sich um einen Attraktor, andernfalls um einen Repellor.

Zu dieser Aussage führt eine einfache Überlegung. Im Falle des Attraktors besitzt die Funktion links von der Nullstelle, dem kritischen Punkt, positive x-Werte, d.h. eine positive Ableitung. Bei x-Werten, die kleiner sind als die Nullstelle, existiert also eine Tendenz zum kriti-

⁸ Genaue Formulierung und ausführlicher Beweis z.B. in Aulbach B (1997), S 71 ff.

⁹ s. Aulbach B (1997), S

schen Punkt. Bei *x*-Werten größer als die Nullstelle ist die Ableitung dagegen negativ und es wirkt eine "Kraft" zurück zum kritischen Punkt. Diese qualitative Erklärung läßt sich auch analytisch fassen. Die Steigung an der Nullstelle des Graphen ist ja nichts anderes als der Eigenwert. Linearisiert man die Gleichung um die Nullstelle, den kritischen Punkt, dann taucht der Eigenwert gemäß der Lösungsformel für lineare Differentialgleichungen im Exponenten der Lösung auf. Die Lösung ist dabei immer von der allgemeinen Form $f = a + be^{kt}$, wobei *k* der Eigenwert ist. Ist der Eigenwert negativ, dann verschwindet die *e*-Funktion bei genügend großer Zeit *t*. Diese einfache Identifikationsmöglichkeit für stabile und instabile Lösungen wird in Kapitel 6.1.1 bei Abbildung 18 benutzt.

Die Gleichungen, die in dieser Arbeit verwendet werden, sind Differentialgleichungen erster Ordnung. Differentialgleichungen höherer Ordnung, wie sie häufig in der Physik verwendet werden, wären in ihrer Handhabung weniger systematisch, weniger allgemein verwendbar und komplexer. Dies stellt aber keine Einschränkung dar, da Differentialgleichungen höherer Ordnung immer auf Systeme erster Ordnung zurückgeführt werden können. Weil für derartige Systeme mindestens zwei Variablen notwendig sind um oszillierende Lösungen zu erhalten, wird eine zweite Variable, y, eingeführt. Sie ist nicht direkt beobachtbar und stimmt nicht unbedingt mit der Geschwindigkeit der Bewegung überein, sie ist daher eine "versteckte" Variable. Aus diesem Grund wird für jeden Freiheitsgrad jeweils ein Paar von Variablen, x_i und y_i , eingeführt, wobei *i* die Zahl der Freiheitsgrade der Bewegung angibt.

3.2. Die Hopf-Bifurkation¹⁰

"Der Begriff Bifurkation oder Verzweigung bezeichnet den Übergang von einem Systemzustand zu einem anderen als Folge einer i.a. stetigen Änderung eines oder mehrerer Parameter [...]. So gibt es beispielsweise Bifurkationen vom Typ FP-FP, also den Übergang von einem Fixpunkt zu einem anderen (eine sogenannte statische Bifurkation), den Typ FP-GZ von einem Fixpunkt zu einem Grenzzyklus und den Typ GZ-GZ von einem Grenzzyklus zu einem anderen (eine dynamische Bifurkation). Diejenigen Parameterwerte, bei denen die Bifurkation eintritt, heißen kritische oder Katastrophenpunkte. In der Umgebung solcher Punkte ändern sich die Systemeigenschaften rapide [...]."¹¹

¹⁰ vgl. Blaufuß MD (1999).

¹¹ Plaschko P, Brod K (1995), S. 71.

Die sogenannte Hopf-Bifurkation beschreibt den Übergang von einem Fixpunkt zu einem Grenzzyklus und umgekehrt. Aus diesem Grund bildet sie eine geeignete Grundlage für das mathematische Modell, mit dem versucht wird die Koordination bimanueller Bewegungen zu beschreiben.

"[…] Das beschriebene Verzweigungsresultat war im wesentlichen schon H. Poincaré gegen Ende des vorigen Jahrhunderts bekannt. Explizit formuliert und bewiesen wurde es jedoch erstmals von dem russischen Mathematiker A. A. Andronov im Jahre 1929. Unabhängig davon beschrieb der deutsche Mathematiker Eberhard Hopf im Jahre 1942 dieses Resultat. Obwohl also E. Hopf nicht der eigentliche Urheber des Satzes über die Verzweigung von geschlossenen Trajektorien ist, hat sich (vor allem in der westlichen Literatur) der Name Hopf-Verzweigung eingebürgert. […]."¹²

Die Gleichung für die elementare Hopf-Bifurkation in Normalform lautet folgendermaßen:

Gleichung 6

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x, y) = \begin{pmatrix} \alpha & -\omega \\ \omega & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \gamma (x^2 + y^2) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

In dieser Gleichung befinden sich drei Parameter und jeder dieser Parameter beeinflußt einen anderen Aspekt der Lösung:

- 1. α : Relaxationsrate
- 2. $\omega/2\pi$: Frequenz des Grenzzyklus
- 3. $\sqrt{\alpha/\gamma} = A$: Amplitude, so daß umgekehrt gilt: $\gamma = \alpha/A^2$

Ohne Beschränkung der allgemeinen Gültigkeit kann man $\gamma = |\alpha|$ setzen, so daß die Amplitude der Schwingung zu eins normiert wird und somit nur noch die Zeitstruktur der Bifurkation beachtet werden muß. Diese Tatsache erlangt später entscheidende Bedeutung.

3.2.1. Mathematische Analyse

Wichtig für die Anpassung der mathematischen Modelle ist, in welchen Bereichen sich die o.a. Parameter befinden müssen um zu stabilen Lösungen oder Fixpunkten zu gelangen. Dies läßt sich bei diesem Grundmodell auf relativ einfache Weise berechnen.

¹² Aulbach B (1997), S. 381.

Wie gut zu sehen ist, liegt bei [x; y] = [0; 0] ein Fixpunkt von Gleichung 6 vor. Berechnet man die lineare Stabilitätsmatrix um diesen Fixpunkt, so ergeben sich zwei konjugiert komplexe Eigenwerte $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\omega$. Aus dem linearen Stabilitätstheorem¹³ folgt direkt, daß dieser Fixpunkt stabil ist, falls gilt: $\alpha < 0$.

In Abbildung 1 sieht man das Einschwingen des Oszillators in den Grenzzyklus. Durch das hinzugefügte Rauschen (Parameter q)¹⁴ verläßt der Oszillator in der rechten Abbildung den für $\alpha > 0$ instabilen Fixpunkt [0,0]. Daß es sich hierbei um einen instabilen Fixpunkt handelt, kann man im linken Teil der Abbildung 2 erkennen. Bei dieser Berechnung wurde auf das Hinzufügen von Rauschen verzichtet, was dazu führt, daß der Oszillator auf der Instabilität verharrt. Das Relaxieren gegen 0 für $\alpha < 0$ ist im rechten Teil von Abbildung 2 deutlich zu erkennen.



Abbildung 1. Gleichung 6. Links: $\alpha = 1$; $\omega = 15$; q = 0,05; $[x_0, y_0] = [2,2]$; $\gamma = |\alpha|$. Rechts: $\alpha = 2$; $\omega = 15$; q = 0,05; $[x_0, y_0] = [0,0]$; $\gamma = |\alpha|$.

¹³ Beweis in Plaschko P, Brod K (1995), S. 38.

¹⁴ Über die Wirkungsweise und Bedeutung von Rauschen wird in Kapitel 3.3 näher eingegangen.



Abbildung 2. Gleichung 6. Links: $\alpha=2$; $\omega=15$; q=0; $[x_0,y_0]=[0,0]$; $\gamma=|\alpha|$. Rechts: $\alpha=-0,5$; $\omega=15$; q=0,05; $[x_0,y_0]=[2,2]$; $\gamma=|\alpha|$.

Die Schwierigkeit weiterführender Berechnungen, die sich aus der Kopplung der Gleichungen für x und y ergeben, lassen sich vermeiden, indem man Gleichung 6 in Polarkoordinaten transformiert. Die Standard-Polarkoordinaten lauten:

Gleichung 7

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
 $\varphi = \arctan(y/x)$

mit ihrer Rückwärtstransformation:

Gleichung 8

$$x = r \cos \varphi$$
 $y = r \sin \varphi$

Damit ergibt sich Gleichung 6 zeilenweise geschrieben wie folgt:

(A)
$$r' \cos \varphi - \varphi' r \sin \varphi = \alpha r \cos \varphi - \omega r \sin \varphi - \gamma r^3 \cos \varphi$$

(B) $r' \sin \varphi + \varphi' r \cos \varphi = \omega r \cos \varphi + \alpha r \sin \varphi - \gamma r^3 \sin \varphi$

In einem ersten Rechendurchgang multipliziert man (A) mit $\cos\varphi$ und (B) mit $\sin\varphi$ und addiert beide Gleichungen; in einem zweiten werden (A) mit $\sin\varphi$ und (B) mit $\cos\varphi$ multipliziert und anschließend beide subtrahiert. Vereinfacht man die so erhaltenen Gleichungen, so ergibt sich die ungekoppelte Darstellung von Gleichung 6 in Polarkoordinatenform: Gleichung 9

$$\begin{pmatrix} r' \\ \varphi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha r - \gamma r^3 \\ \omega \end{pmatrix}$$

Die Gleichung 9 ist die Normalform der sogenannten Pitchfork-Bifurkation. Für die Berechnung ihrer Fixpunkte setzt man r' = 0 an. Dies führt unmittelbar zum ersten Fixpunkt $r_1 = 0$. Weiter ergibt sich für den zweiten Fixpunkt nach Division durch r: $r_2^2 = \alpha/\gamma$. Die Minuslösung der Wurzel aus α/γ ist irrelevant, da r nie negativ werden kann. Weiter existiert r_2 nur, wenn α und γ das gleiche Vorzeichen haben, wodurch ein nicht negativer Radikant gewährleistet wird. Wegen der Annahme $\gamma > 0$ - um zu verhindern, daß r gegen unendlich geht - existiert r_2 nur, falls $\alpha > 0$ ist. Zusammengefaßt ergibt sich also für die Fixpunkte:

$$r_1 = 0$$

 $r_2 = \sqrt{\alpha/\gamma}$ für $\alpha > 0$, da $\gamma > 0$ nach Annahme.

Die Eigenwerte der Gleichung 9 erhält man durch eine Taylor-Entwicklung um den jeweiligen Fixpunkt, die man nach dem ersten Glied bereits abbricht. Es handelt sich daher eigentlich nur um eine Linearisierung, d.h. die Eigenwerte bestimmt man durch Auswertung der Ableitung an der Stelle des Fixpunktes. Gleichung 9 abgeleitet nach r ergibt: $\alpha - 3\gamma r^2$. Für $r_1 = 0$ folgt Eigenwert $\lambda_1 = \alpha$ und für $r_2 = \sqrt{\alpha/\gamma}$ folgt Eigenwert $\lambda_2 = -2\alpha$. Dies führt für $\lambda_1 = \alpha$ zu der linearisierten Gleichung $r' = \alpha r$. Die Stabilität des Fixpunktes für $\alpha < 0$ folgt direkt aus dem Stabilitätstheorem, man kann aber auch die explizite Lösung des linearisierten Problems betrachten. Sie lautet: $r(t) = r(0)e^{\alpha t}$ und geht gegen Null, falls $\alpha < 0$ gilt. Für den Eigenwert $\lambda_2 = -2\alpha$ folgt die linearisierte Gleichung $r' = -2\alpha(r - \sqrt{\alpha/\gamma})$. Aus den o.a. Gründen folgt sofort die Stabilität des Fixpunktes für $\alpha > 0$.

Zusammengefaßt ergibt sich also:

- Bifurkation findet statt, wenn α das Vorzeichen wechselt.
- $\alpha < 0$: nur ein Fixpunkt r = 0 und dieser ist stabil.
- $\alpha > 0$: es existieren die beiden Fixpunkte $r_1 = 0$ und $r_2 = \sqrt{\alpha/\gamma}$. r_1 ist instabil, während r_2 stabil ist.
- Die Pitchfork ergibt sich, wenn man die negative Wurzellösung auch zuläßt.

Zum Schluß bleibt noch zu klären, ob die Parameter des Modells sinnvoll gewählt wurden. Um dies zu überprüfen, löst man die Gleichung 9 für φ ' durch Integration und setzt die Fixpunkte für r und die Lösung von φ in die Gleichungen für die Rückwärtstransformation (Gleichung 8) ein.

Die Lösung für Gleichung 9 lautet: $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$. Das Einsetzten von $r_1 = 0$ führt trivialerweise zu der Lösung x = 0 und y = 0. Für $r_2 = \sqrt{\alpha/\gamma} = A$ folgt die Lösung auf dem Grenzzyklus:

Gleichung 10

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$
 und $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

Diese Gleichungen beschreiben jeweils eine harmonische Schwingung mit Amplitude A und Winkelgeschwindigkeit ω , d.h. die Wahl der Parameter ist korrekt.

In Abbildung 3 erkennt man die Bifurkation durch den Wechsel des Vorzeichens von α . Während in der linken Graphik der Radius wegen $\alpha < 0$ zu Null relaxiert, strebt r in der rechten Graphik gegen den für $\alpha > 0$ stabilen Grenzwert $\sqrt{\alpha/\gamma}$. Da in Abbildung 4 auch die negative Wurzellösung zugelassen wurde, kann man die pitchfork erkennen. Das hinzugefügte Rauschen entscheidet zufällig darüber, welches Vorzeichen der Grenzwert annimmt, wenn vom instabilen Fixpunkt r = 0 ausgegangen wird. Das Verharren auf dem instabilen Fixpunkt ohne Rauschen ist äquivalent wie in der linken Graphik von Abbildung 2.

Da hier zwischen Gleichung 6 und Gleichung 9 nur eine Koordinatentransformation durchgeführt wurde müssen die Ergebnisse trivialerweise äquivalent sein. Die auf den ersten Blick zu existieren scheinenden Unterschiede, wie z.B. die pitchfork, ergeben sich aus den jeweiligen Besonderheiten bei der Darstellung in kartesischen oder Polarkoordinaten.



Abbildung 3. Gleichung 9. Links: $\alpha = -2$; $\omega = 15$; q = 0,05; $[r_0, \varphi_0] = [2,0]$; $\gamma = |\alpha|$. Rechts: $\alpha = 2$; $\omega = 15$; q = 0,05; $[r_0, \varphi_0] = [2,0]$; $\gamma = |\alpha|$.



Abbildung 4. Gleichung 9. $\alpha=2$; $\omega=15$; q=0,05; $[r_0,\varphi_0]=[0,0]$; $\gamma=|\alpha|$.

3.3. Rauschen¹⁵

Da die in Kapitel 3.2 und Kapitel 6 beschriebenen Modelle evtl. instabile Fixpunkte aufweisen, wie z.B. in Abbildung 1 und Abbildung 2 beim Punkt [0,0] dargestellt, und möglicherweise durch Instabilitäten gehen, ist es notwendig ein Rauschen hinzuzufügen. Gaußverteiltes Rauschen, das hier verwendet wird, hat den Mittelwert Null und die Standardabweichung eins. Die mathematisch exakte Bearbeitung in Zusammenhang mit der Integration von Gleichungen wird in Kapitel 3.4 erläutert.

Durch ein Hinzufügen von Rauschen geht man sicher, daß eine Relaxation in die stabilen Modi stattfindet, und die Oszillatoren nicht in eigentlich instabilen Zuständen verharren (s.o.). Liegt ein bistabiles Modell vor, so kann bei entsprechender Parametereinstellung ein stochastisches Umschlagen von einem stabilen Zustand in den anderen zu beobachten sein, nämlich dann, wenn durch eine zufällig besonders große Abweichung das Modell in den Attraktorbereich des anderen Zustandes gerät. Ist nun einer der beiden Zustände stabiler als der andere, so dürfte das Umschlagen nur in Richtung des stabileren Zustandes zu beobachten sein, da dessen Attraktor stärker ist und damit einen größeren Wirkungsbereich hat.

Unter dem Gesichtspunkt der Beschreibung von menschlichen Bewegungen steht das Rauschen für die Abweichungen und Ungenauigkeiten, die immer auftreten, da der Mensch keine Bewegung absolut exakt ausführen kann. Dabei variiert die Stärke des Rauschens nicht mit

¹⁵ vgl. Blaufuß MD (1999).

der Bewegungsfrequenz, allerdings existieren systematische Unterschiede zwischen verschiedenen Koordinationsmodi.¹⁶

3.4. Numerische Integration¹⁷

Die einfachste Möglichkeit zur Integration und damit zur Lösung von Differentialgleichungen bietet die sogenannte Euler-Routine. Der Algorithmus lautet:

Gleichung 11

$$x_{neu} = x_{alt} + \Delta t f(x_{alt})$$

Dabei bezeichnet Δt die Schrittweite bei der Integration. Eine Verringerung von Δt führt also zu einem genaueren Ergebnis. Eine größere Genauigkeit ließe sich auch durch die Verwendung anderer Integrationsalgorithmen erreichen wie z.B. durch Verfahren vom Runge-Kutta-Typ oder durch den Einsatz von Mehrschrittverfahren, bei denen zur Berechnung des nächsten Wertes nicht nur Informationen aus dem direkt vorhergehenden Teilintervall verwendet werden sondern auch weiter zurückliegende Werte berücksichtigt werden. Bei der hier vorliegenden Aufgabenstellung ist eine einfache Lösungsroutine aber vollkommen ausreichend. Außerdem wird die korrekte Behandlung des Rauschens bei der Integration erheblich komplizierter als in Gleichung 12 für die Euler-Routine dargestellt.

Zu Gleichung 11 wird nun das Rauschen hinzugefügt. Dabei muß der Gaußschen Zahlengenerator mit $\sqrt{\Delta t}$ multipliziert werden um keine numerischen Rechenfehler zu erhalten¹⁸. Der komplette Algorithmus lautet daher:

Gleichung 12

$$x_{neu} = x_{alt} + \Delta t f(x_{alt}) + q \sqrt{\Delta t} \ randn$$

Das Anfügen des Koeffizienten q ist notwendig, um das Rauschen den Erfordernissen entsprechend kalibrieren zu können. Das Rauschen wird durch den Gaußschen Zufallszahlengenerator *randn* erzeugt.

¹⁶ Post AA, Peper CE, Daffertshoder A, Beek PJ (2000).

¹⁷ vgl. Blaufuß (1999).

¹⁸ Zwillinger D (1989), S. 584. Beweis in Milšhtein GN (1974).

4. Überblick über den Forschungsbereich

In diesem Kapitel wird das Kelso-Finger-Experiment und das nach Haken et al. benannte HKB-Modell kurz dargestellt. Dies dient zur besseren Einordnung dieser Arbeit. Außerdem wird deutlich gemacht, daß das seit 1985 übliche HKB-Modell zur Beschreibung der Koordination bimanueller Bewegungen aufgrund neuerer Forschungsergebnisse für eine realitätsnahe Darstellung nicht mehr sehr gut geeignet ist, oder zumindest der Bedarf nach Alternativen besteht.



4.1. Das Kelso-Finger-Experiment¹⁹

Abbildung 5. Der Aufbau für das Kelso-Finger-Experiment.

Die Aufgabe für die Versuchspersonen bestand darin ihren rechten und linken Zeigefinger rhythmisch in der Horizontalebene mit der gleichen Frequenz zu bewegen. Die Bewegung wurde angezeigt durch eine kontinuierliche Messung der Position von LEDs, die an den Fingerspitzen angebracht waren und mit einem speziellen Kamera-System aufgenommen wurden. Zusätzlich wurde die elektromyographische Aktivität des jeweils ersten M. dorsal und

¹⁹ Beschreibung des Experiments frei übersetzt aus Kelso JAS, Schöner G (1988), S. 32-34. Experiment erstmals beschrieben bei Kelso (1981).

volar interosseus über Elektroden abgenommen (s. Abbildung 5^{20}). Die Bewegungsfrequenz wurde dann stufenweise erhöht. In dieser Situation ist eine stabile und wiederholbare Ausführung der Bewegung nur auf zwei unterschiedliche Arten möglich: Entweder befindet sich die Bewegung in einem in-Phase Modus, d.h. die homologen Muskelgruppen kontrahieren sich gleichzeitig, oder in einem anti-Phase Modus, d.h. die homologen Muskelgruppen kontrahieren sich alternierend. Die alleinige Existenz dieser beiden Modi wurde in Experimenten, in denen die relative Phase zwischen den beiden Fingern manipuliert und die Variabilität der produzierten relativen Phase gemessen wurde, quantitativ demonstriert.²¹ Begannen die Versuchspersonen im Kelso-Experiment im anti-Phase Modus und wurden dann aufgefordert die Bewegungsfrequenz zu erhöhen, so konnte man bei einer kritischen, intrinsisch definierten Frequenz einen plötzlichen und unwillkürlichen Wechsel in den in-Phase Modus beobachten (s. Abbildung 6^{22}). Jenseits dieser kritischen Frequenz konnte nur noch der in-Phase Modus stabil ausgeführt werden. Dasselbe Ergebnis wurde bei einer ganzen Reihe von anderen Untersuchungen erzielt, wobei unterschiedliche experimentelle Paradigmen verwendet und verschiedene anatomische Komponenten betrachtet wurden.



Abbildung 6. Typischer Verlauf der relativen Phase beim Kelso-Finger-Experiment.

In einer späteren Arbeit, die sich mit einem ähnlichen Experiment beschäftigte, konnte Kelso ebenfalls einen Übergang der Bewegungsart beobachten: Der anti-Phase Modus der Bewegung der Hände um das Handgelenk ging ab einer kritischen Frequenz in den in-Phase Modus über. Obwohl der Phasenübergang bei den verschiedenen Versuchspersonen bei unterschiedlichen Frequenzen auftrat, war er dennoch vorhersagbar. Wenn man die Übergangsfrequenz ins Verhältnis mit der bevorzugten Frequenz der Versuchspersonen setzte, ergab sich ein Wert ohne Einheit ("critical value"), der für alle Personen der gleiche war. Erschwerte man die

²⁰ Abbildung aus Kelso JAS, Schöner G (1988), S. 32.

²¹ Experimente in Tuller B, Kelso JAS (1985) und Yamanishi et al. (1980).

²² Abbildung aus Kelso JAS, Schöner G (1988), S. 33.

Bewegung durch das systematische Hinzufügen von Reibungskräften, so änderte sich sowohl die Übergangsfrequenz als auch die bevorzugte Frequenz; der "critical value" blieb jedoch konstant.²³

Die grundlegende Bedeutung des Kelso-Experiments besteht darin, daß es durch die Versuchsanordnung möglich ist, vollkommen isoliert die Koordination der Bewegung in Abhängigkeit von der zeitlichen Komponente zu untersuchen. Versuche haben gezeigt, daß die Größe der Amplitude keinen Einfluß auf die Ergebnisse ausübt.²⁴ Auch sind die beiden Oszillatoren räumlich getrennt, eine mechanische Rückkopplung durch die Bewegung des Einen auf den Anderen ist ausgeschlossen. Dies wäre z.B. bei Beinbewegungen der Fall, bei denen eine Übertragung von Schwingungen über das Becken oder durch Mitschwingen des Körpers aufgrund des großen Massenträgheitmoments der Beine auftreten würde. Durch das komplette Fehlen einer räumlichen Komponente ist es daher möglich, elementare Aussagen über die Koordination von Bewegungen zu treffen. Das Kelso-Finger-Experiment gilt daher als Schlüsselexperiment der modernen Motorikforschung mit tiefgreifenden Konsequenzen auch für Lern- und Lehrprozesse.

Amüsant ist anzumerken, daß die Idee zu diesem Experiment von dem Werbeslogan der amerikanischen Yellow Pages ausging: "Let your fingers do the walking".

4.2. Das Haken-Kelso-Bunz-Modell (HKB-Modell)²⁵

Der abrupte Phasenübergang von anti-Phase nach in-Phase und die damit verbundenen Stabilitätsverhältnisse im Kelso-Experiment wurden von Haken, Kelso und Bunz mittels eines mathematischen Modells dargestellt (HKB-Modell). Bei dieser Modellierung bedienten sie sich der Konzepte des von Haken entwickelten Gebiets der Synergetik.²⁶ Das Modell hatte gemäß der Ergebnisse des Experiments vier grundlegende Eigenschaften zu erfüllen:

- 1. Existenz von genau zwei stabilen Phasen (oder Attraktoren).
- 2. Abrupter Übergang von einem Attraktor zum anderen bei einer kritischen Frequenz.
- 3. Oberhalb der kritischen Frequenz existiert nur noch ein Attraktor (in-Phase).

²³ Kelso JAS (1984).

²⁴ Peper CE, Beek PJ (1998a); Post AA, Peper CE, Beek PJ (2000).

²⁵ Haken H, Kelso JAS, Bunz H (1985). Erläuterungen auch nach Peper CE, Beek PJ (1999).

²⁶ Haken H (1983), Haken H (1990).

4. Bei einer Reduzierung der Frequenz bleibt das System im in-Phase Zustand.

Der nächste Schritt war die Identifikation der relevanten Parameter für das Modell. Detaillierte Betrachtung des Experiments und seiner Ergebnisse führte zu "relative Phase" als sog. "order-parameter" und "Frequenz" als "control-parameter". Auf allgemeinstem Niveau wurden die zwei stabilen Modi als Minima einer Potentialfunktion $V(\varphi)$ modelliert. Dabei bezeichnet φ die relative Phase zwischen den beiden Fingern. Neben den o.a. Bedingungen müssen an die Potentialfunktion aber noch zwei weitere Bedingungen gestellt werden:

- 1. *V* ist 2π -periodisch, d.h. $V(\varphi) = V(\varphi+2\pi)$.
- 2. V darf sich nicht ändern, wenn man die Numerierung der Finger ändert, d.h. $V(\varphi) = V(-\varphi).$

Die Suche nach der einfachsten Potentialfunktion, welche die o.a. Eigenschaften erfüllt, führte zu:

Gleichung 13

$$V(\varphi) = -a\cos\varphi - b\cos(2\varphi)$$

Den Verlauf der Potentiallandschaft für unterschiedliche Parameterwerte b/a kann man in Abbildung 7 verfolgen. Der Attraktor bei π wird für einen sinkenden Wert von b/a immer schwächer, bis schließlich bei b/a = 0,25 der Übergang stattfindet und der Attraktor für kleinere Werte vollkommen verschwindet.



Abbildung 7. Das Potential $V(\varphi)$ (Gleichung 13) für verschiedene Werte b/a.²⁷

In Hinblick auf den Übergang von anti- zu in-Phase mußten Veränderungen des controlparameter in Veränderungen der Potentialfunktion resultieren und zwar in der Art und Weise, daß eine Anhebung der Frequenz (control-parameter) ein Auslöschen des anti-Phase Attraktors bewirkt, während der in-Phase Attraktor stabil bleibt. Im HKB-Modell wurde das durch die Annahme realisiert, daß die Bewegungsfrequenz sich auf das Verhältnis b/a in Gleichung 13 auswirkt. Mit steigender Frequenz wird das Verhältnis b/a kleiner, was letztendlich zu dem Übergang bei b/a = 0,25 führt (s. Abbildung 7).

Ursprünglich rein für das Kelso-Finger-Experiment entwickelt, erlangte das HKB-Modell allgemeine Bedeutung bei der Koordination verschiedener Effektoren, wie z.B. Arm und Bein²⁸, einzelner Gliedmaßen mit einem visuellen²⁹ oder auditiven³⁰ Stimulus und sogar bei sich rhythmisch bewegenden Beinen von zwei verschiedenen Personen³¹. Die Tatsache, daß der Übergang von anti- zu in-Phase bei diesen sehr verschiedenen Fällen auftrat, bedeutet, daß die

²⁷ Abbildung aus Haken H, Kelso JAS, Bunz H (1985).

²⁸ Jeka JJ, Kelso JAS (1995).

²⁹ Byblow WD, Chua R, Goodman D (1995). Wimmers RH, Beek PJ, van Wieringen PCW (1992).

³⁰ Kelso JAS, DelColle JD, Schöner G (1990).

³¹ Schmidt RC, Carello C, Turvey MT (1993).

Prinzipien der Koordination von allgemeiner Natur sind und sich nicht nur auf das jeweilige System beziehen. Dies unterstreicht die Bedeutung eines abstrakten Zugangs formaler Art, anstelle des Versuchs die Prinzipien der Koordination allein auf neuronaler oder neurophysiologischer Ebene zu erklären. Im Laufe der Jahre wurde das ursprüngliche HKB-Modell immer weiter entwickelt und unterschiedlichen Bedingungen angepaßt. Eine Erweiterung ist z.B. das sog Haken-Peper-Beek-Daffertshofer-Modell³² (HPBD-Modell) für Phasenübergänge bei Multifrequenzbewegungen. Dieses Modell enthält als Spezialfall das HKB-Modell. Daneben existieren noch andere Entwicklungsstufen. Da alle Modellen aber auf dem gleichen Prinzip beruhen, wird hier nur die ursprüngliche Form erläutert, da man so die Art der Modellierung am einfachsten beschreiben kann.

Wie in der Synergetik gezeigt wird, ist die Gleichung des order-parameter φ von der Form:

Gleichung 14

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi}$$

Daraus ergibt sich sofort:

Gleichung 15

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -a \sin \varphi - 2b \sin (2\varphi)$$

Haken et al. konnten zeigen, daß sich Gleichung 15 tatsächlich aus einem System von zwei gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen herleiten läßt. Diese Gleichungen, welche die Bewegungen der Finger selbst beschreiben, lassen sich allgemein wie folgt schreiben:

Gleichung 16

$$x_1$$
 · · · + $f_1(x_1, x_1) = I_{12}(x_1, x_2) + F_1(t)$

Gleichung 17

$$x_2$$
 · · + $f_2(x_2, x_2) = I_{21}(x_1, x_2) + F_2(t)$

Die linken Seiten von Gleichung 16 und Gleichung 17 beschreiben die Ortskoordinaten der Finger. Sie wurden mit Hilfe der sog. Van der Pol und Rayleigh Gleichung realisiert. Mit I_{12}

³² Haken H, Peper CE, Beek PJ, Daffertshofer A (1996).

und I_{21} werden die Kopplungsterme bezeichnet und F_1 , F_2 stehen für geringe Schwankungen bei der Bewegung (vgl. Kap. 3.3 Rauschen). Auf die Angabe der genauen Form der gekoppelten Differentialgleichung wird hier verzichtet. Die Stärke der Kopplung und Stabilität der Bewegung ist beim HKB-Modell abhängig von der Größe der Amplitude. Aufgrund des Rayleigh Terms in der Bewegungsgleichung sinkt die Amplitude mit steigender Frequenz, was zu einer Verringerung der Stabilität führt. Ab einer bestimmten kritischen Amplitude verschwindet der Attraktor für den anti-Phase Zustand und das System wird monostabil. Der Effekt des control-parameter "Frequenz" wird also herbeigeführt durch begleitende Änderungen in der Amplitude.

4.2.1. Die Rolle der Amplitude

Um die gewünschte Form der Gleichung des order-parameter (Gleichung 15) zu erreichen, wurden von Haken et al. zwei Möglichkeiten vorgestellt. Nach der Art der Kopplung werden sie "time-derivative" und "time-delay" Variante genannt.

Kopplung mit Hilfe von Ableitungen (time-derivative) führte zu folgender Gleichung des order-parameter:

Gleichung 18

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = (\alpha + 2\beta r^2)\sin\varphi - \beta r^2\sin(2\varphi)$$

Dabei ist *r* die Amplitude der Oszillation und α und β sind zwei einstellbare, aber dann konstante Parameter. Identifiziert man $\alpha + 2\beta r^2$ mit -a und βr^2 mit 2b ($\alpha < 0$), dann ist Gleichung 18 in der Tat identisch mit Gleichung 15. Der Übergang von anti- nach in-Phase findet bei b/a = 0,25 statt (s. Abbildung 7). Bezogen auf die hier gültigen Parameter bedeutet dies, daß der Übergang bei der kritischen Amplitude $r = \sqrt{-\alpha/4\beta}$ ($\alpha < 0$) auftritt.

Da die Stabilität von den Koeffizienten der Sinus Terme in Gleichung 18 abhängt, ist klar, daß bei dieser Version die Stabilität vollkommen durch die Kopplungsparameter (α , β) und die Amplitude *r* bestimmt ist. Die Bewegungsfrequenz hat nur einen indirekten Einfluß.



Abbildung 8. Numerische Simulation des HKB-Modells (time derivative Version). Die Frequenz steigt kontinuierlich von 1,17 Hz bis 3,05 Hz.



Abbildung 9. Zugehörige relative Phase der Simulation von Abbildung 8.³³

Abbildung 8 zeigt eine numerische Simulation der time derivative Version des HKB-Modells. Deutlich ist die Abnahme der Amplitude bei steigender Frequenz zu sehen. In Abbildung 9 ist die zugehörige relative Phase aufgetragen.

³³ Abbildung 8 und Abbildung 9 aus Haken H, Kelso JAS, Bunz H (1985).

Bei der zweiten Version wurde die Kopplung durch die Einarbeitung einer time delay Funktion realisiert. Die Kopplung zwischen den Händen zu einer Zeit *t* hängt dabei ab von der Fingerposition zu einer früheren Zeit τ und zwar auf die Art, daß der Kopplungseinfluß mit steigender Zeitverzögerung (*t* - τ) exponentiell abnimmt. Die so resultierende order-parameter Gleichung lautet:

Gleichung 19

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\omega^2 r} \left[(\alpha r + 6\beta r^3) \sin\varphi - 3\beta r^3 \sin(2\varphi) \right]$$

Hierbei bezeichnet ω die Frequenz der Oszillation. Der systematische Unterschied zwischen Gleichung 18 und Gleichung 19 besteht darin, daß jetzt die Stabilität nicht mehr nur von den Parametern α und β und der Amplitude *r* abhängt, sondern auch von der Bewegungsfrequenz ω selbst. Ein Erhöhen der Frequenz führt bei diesem Modell zu einer generellen Destabilisierung. Da aber beide Sinus Terme in gleichem Maße von ω abhängen, führt eine Erhöhung der Frequenz allein nicht zum Verschwinden des Attraktors bei anti-Phase. Ein stochastisches Umschlagen durch entsprechend großes Rauschen ist hier allerdings auch bei konstanter Amplitude möglich.³⁴ Der Übergang von anti- zu in-Phase, der auf einer unterschiedlichen Abschwächung der Attraktoren bis zum Verschwinden des anti-Phase Attraktors beruht, fußt aber auch bei dieser Version auf der reziproken Beziehung zwischen Frequenz und Amplitude. Die kritische Amplitude bei der time delay Variante liegt bei $r = \sqrt{-\alpha/12\beta}$ ($\alpha < 0$).

Beiden Modellen ist gemeinsam, daß der Phasenübergang immer begleitet ist von einer Verringerung der Amplitude. Die Abnahme der Amplitude bei steigender Frequenz ist also das zentrale Merkmal beider Versionen des HKB-Modells. Beim Kelso-Finger-Experiment wurde zwar beobachtet, daß die Amplitude vor dem Phasenübergang abnimmt, die Frage ist aber, ob die Amplitude entscheidenden Einfluß auf die Stabilität ausübt. Spielt die Amplitude für die Stabilität eines Koordinationsmusters keine entscheidende Rolle, so sollte sie nicht eine derart zentrale Rolle in der Modellierung spielen und es bestünde der Bedarf nach Alternativen.

Um zu untersuchen, welche der zwei Versionen des HKB-Modells die "bessere" ist, wurde ein Experiment mit trainierten Schlagzeugern durchgeführt, die bei drei unterschiedlichen Amplituden das Frequenzverhältnis 2:3 klopfen sollten.³⁵ Die Ergebnisse zeigten klar, daß die

³⁴ Schöner G, Haken H, Kelso JAS (1986). Peper CE, Beek PJ (1998a).

³⁵ Peper CE, Beek PJ (1998b).

Amplitude keinen Einfluß auf die Stärke der Kopplung ausübt, das Ausmaß der Interaktion zwischen den Händen als eine Funktion der Frequenz variierte und daß niedrigere Tempi sich durch ein höheres Ausmaß der Interaktion zwischen den Händen auszeichneten als höhere. Dies spricht gegen die time-derivative Version, obwohl sie häufiger Verwendung findet, da sie vorhersagt, daß sich die Stärke der Kopplung mit der Amplitude ändert, ungeachtet des Tempos. Die o.a. Beobachtungen können dagegen im Sinne der time-delay Version erklärt werden, da diese eine starke Abhängigkeit von der Bewegungsgeschwindigkeit vorhersagt.

Um die Rolle der Amplitude beim frequenzbedingten Phasenübergang zu untersuchen, wurde ein zweites Experiment durchgeführt.³⁶ Bei drei verschiedenen Amplituden führten die Versuchspersonen Flexion-Extensionsbewegungen um das rechte Handgelenk aus. Die Personen mußten einem visuellen Stimulus, dessen Frequenz schrittweise gesteigert wurde, in einem anti-Phase und in-Phase Modus folgen. Ein Stabilitätsverlust war für den anti-Phase Modus bei einer signifikant niedrigeren Frequenz zu beobachten als für die in-Phase. Dabei gab es einen Effekt der Amplitude, allerdings nicht in der Art, wie ihn das HKB-Modell vorhersagt. Für die mittlere Amplitude war die kritische Frequenz signifikant höher als für die anderen beiden Amplituden. Bei 57,5 % der anti-Phase Durchgänge trat ein Übergang zu in-Phase auf. Dabei gab es keinen Effekt der Amplitude. Da die Probanden einen gewissen Toleranzbereich bei der verlangten Amplitude hatten, wurde untersucht, ob im Bereich des Phasenübergangs Änderungen der Amplitude auftraten. Diese Analyse zeigte, daß die Anzahl der Phasenübergänge mit sinkender Amplitude.

Im Ergebnis bedeutet dies, daß zumindest bei diesem Experiment der Phasenübergang von anti- nach in-Phase nicht von Änderungen der Amplitude begleitet ist. Damit stehen die Ergebnisse in Widerspruch zu einem zentralen Aspekt beider Versionen des HKB-Modells, auch wenn bei der time-delay Version bei konstanter Amplitude allein durch eine Erhöhung der Frequenz auch ein stochastisches Umschlagen von anti- zu in-Phase möglich ist. Die Frequenzerhöhung führt dort zu einer allgemeinen Destabilisierung und der anti-Phase Attraktor wird zu schwach um den stochstischen Fluktuationen (Rauschen) widerstehen zu können (s. Erläuterungen zu Gleichung 19).

Die Schlußfolgerung war, daß die reziproke Beziehung zwischen Frequenz und Amplitude (wie im HKB-Modell modelliert) keine essentielle Rolle bei den neurophysiologischen Pro-

³⁶ Peper CE, Beek PJ (1998a).

zessen spielt, die der Koordination zwischen Gliedmaßen zu Grunde liegen. Sollten weitere Experimente diese Ergebnisse bestätigen, so bedarf es einer Neuformulierung des mathematischen Modells.

5. Experiment

Hauptsächliches Ziel des Experiments war die Stabilität von koordinierten Bewegungen (inund anti-Phase) in Abhängigkeit der Amplitude zu untersuchen. Die in Kapitel 4.2.1 dargelegten Ergebnisse motivieren dazu, diesen Aspekt bei der Bewegungskoordination explizit zu betrachten. Wurden in Kapitel 4.2.1 Experimente mit eindimensionalen Bewegungen beider Hände (Multifrequenz-tapping) oder auch nur einer Hand (mit Kopplung zu einem visuellen Stimulus) beschrieben, so wurden bei dem folgenden Experiment komplexere, beidhändige Bewegungsmuster untersucht. Dadurch wurde eine andere Form der Kopplung erreicht. Die Kopplung zwischen einer Hand und einem visuellen Stimulus ist nur in eine Richtung gerichtet, da die Hand trivialerweise auf den Stimulus keinen Einfluß ausüben kann. Bei bimanuellen Bewegungen stehen die Hände in Wechselwirkung zueinander und können sich so gegenseitig beeinflussen.

Das Experiment beinhaltete das bimanuelle Zeichen von Kreisen bei drei verschiedenen Amplituden in zwei unterschiedlichen Koordinationsmodi, wobei die Frequenz, gegeben durch ein Metronom, stufenweise erhöht wurde. Durchgeführt wurde es im Motor Control Laboratory des Department of Sport and Exercise Science des Universität Auckland, Neuseeland.

5.1. Versuchspersonen

Am Experiment teilgenommen haben insgesamt neun Personen im Alter von 21 bis 55 Jahren, sechs davon waren weiblich. Weitere drei Personen konnten die gewünschten Koordinationsmodi bei der Startfrequenz nicht stabil ausführen und wurden daher von der Teilnahme ausgeschlossen. Alle Teilnehmer waren nach eigenen Angaben Rechtshänder, was mit dem Edinburgh Questionnaire of Handedness³⁷ überprüft wurde. Die Werte der Händigkeit kann man in Tabelle 1 sehen. Alle Versuchspersonen gaben ihr Einverständnis und von Seiten des local university committee for ethical treatment on human subjects gab es keine Einwände bezüglich des geplanten Experiments.

³⁷ Oldfield RC (1971).

| Person | sub01 | sub02 | sub03 | sub04 | sub05 | sub06 | sub07 | sub08 | sub09 |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Wert | 100 | 50 | 71 | 100 | 83 | 83 | 100 | 57 | 92 |

Tabelle 1. Die Werte für die Händigkeit. Ein Wert von +100 steht für einen extremen Rechtshänder, ein Wert von -100 für einen extremen Linkshänder.

5.2. Aufbau

Die Teilnehmer saßen vor zwei ACECAD Graphiktabletts, die unter jeder Hand positioniert waren. Diese quadratischen Tabletts hatten eine Seitenlänge von 30 cm und eine Auflösung von 200 Punkten pro cm. Auf die Graphiktabletts wurden verschiedene Vorlagen in Form von Kreisringen gelegt. Die Kreisringe hatten einen mittleren Durchmesser von 5 cm, 7,5 cm und 10 cm und konnten mittels eines stiftartigen Griffels leicht nachgefahren werden. Die Dicke der Kreisringe (1 cm, 1,5 cm und 2 cm) für die unterschiedlichen Durchmesser wurde nach Fitts' Law for Rapid Movements³⁸ angepaßt. Dadurch wurde sichergestellt, daß nicht eine unterschiedliche Schwierigkeit in der Aufgabenstellung die Ergebnisse beeinflussen konnte. Hätte der Kreisring über alle Amplituden die gleiche Dicke, wäre die Aufgabe für die jeweils größere Amplitude schwieriger, da bei gleicher Frequenz die Bewegungsgeschwindigkeit mit größerem Durchmesser zunimmt und ein akkurates Zeichnen somit schwieriger wird.

Ein computergesteuertes Metronom gab die Frequenz vor. Der Ton des Metronoms hatte eine Frequenz von 800 Hz und eine Dauer von 50 msec. Die Ausgangsfrequenz für das Signal war 1 Hz und wurde alle fünf Sekunden um 0,25 Hz bis zu einer Endfrequenz von 2,75 Hz gesteigert. Dadurch ergaben sich acht Frequenzplateaus und eine Dauer für einen Durchgang von 40 Sekunden.

Die Position des Griffels auf dem Tablett in der mediolateralen (x) und anterioposteralen (y)Achse, sowie das Signal des Metronoms wurden mit einer Frequenz von 200 Hz aufgenommen und auf einem Datenträger gespeichert.

³⁸ Fitt's (1954).



Abbildung 10. Der Versuchsaufbau mit den zwei ACECAD Graphiktabletts und den Lautsprechern für das Rhythmussignal

5.3. Durchführung

Die Teilnehmer zeichneten zwischen der inneren und äußeren Linie der Kreisringe im verlangten Koordinationsmuster mit der vom Metronom vorgegebenen Frequenz. Dabei stützten sie sich nicht mit ihren Handgelenken, Unterarmen oder Ellbogen auf und hielten ihre Handgelenke steif. Auf diese Art wurden hauptsächlich die Schulter- und Oberarmmuskeln zum Zeichnen der Kreise benutzt. Auf eine Kontrolle mittels EMG wurde verzichtet, da schon in einem anderen Experiment bestätigt wurde, daß durch entsprechende Instruktion und visuelle Kontrolle hauptsächlich die gewünschten Muskelpartien aktiviert werden.³⁹

Jede Versuchsperson wurde in zwei Koordinationsmustern getestet, deren Bezeichnung aus der Bewegungsrichtung resultiert (gegenuhrzeiger und einwärts). Da beide Modi einen Phasenunterschied zwischen den Händen von 180° aufweisen, wird manchmal auch der Begriff asymmetrisch einwärts bzw. gegenuhrzeiger verwendet, um sie besser von Bewegungen ohne Phasenunterschied (symmetrisch einwärts bzw. gegenuhrzeiger) zu unterscheiden. Die beiden Bewegungsmuster sind in Abbildung 11 dargestellt.

³⁹ Byblow WD, Lewis GN, Stinear JW, Austin NJ, Lynch M (2000).



Abbildung 11. Die zwei untersuchten Bewegungsmuster. Oben: (asymmetrisch) einwärts; unten: (asymmetrisch) gegenuhrzeiger.

Jede Person führte fünf Durchgänge pro Konfiguration durch. Bei drei Durchmessern und zwei unterschiedlichen Bewegungsmustern ergab dies eine Summe von 30 Durchgängen pro Person, d.h. bei neun Teilnehmern führte das zu insgesamt 270 Durchgängen. Bevor mit dem Test begonnen wurde, bekamen die Teilnehmer drei bis vier Trainingsdurchgänge pro Bewegungsmuster bei einem beliebigen Durchmesser. Die sechs Konfigurationen wurden in einer zufälligen Reihenfolge präsentiert, ausgewogen verteilt über alle Teilnehmer. Die Reihenfolge, mit der die sechs verschiedenen Konfigurationen den Teilnehmern präsentiert wurden, ist in Tabelle 2 dargestellt.

| Person | sub01 | sub02 | sub03 | sub04 | sub05 | sub06 | sub07 | sub08 | sub09 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 5 einw | 4 | 2 | 6 | 6 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| 5 gegen | 6 | 5 | 1 | 2 | 6 | 4 | 3 | 2 | 4 |
| 7,5 einw | 1 | 6 | 4 | 4 | 2 | 5 | 6 | 1 | 1 |
| 7,5 gegen | 5 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 1 | 4 | 6 |
| 10 einw | 3 | 3 | 3 | 1 | 5 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| 10 gegen | 2 | 4 | 5 | 3 | 4 | 1 | 5 | 6 | 2 |

Tabelle 2. Die Reihenfolge der Konfigurationen für die einzelnen Teilnehmer.

Die Versuchspersonen wurden instruiert, daß sie nicht versuchen sollten aktiv zu widerstehen, falls sie den inneren Drang spürten das Bewegungsmuster zu wechseln und daß sie ebenfalls nicht versuchen sollten wieder in das Ausgangsmuster zurückzukehren, falls während eines Durchganges das Bewegungsmuster gewechselt hatte. Nach einem Durchgang wurde so lange für den nächsten gewartet bis die Person sich wieder bereit fühlte. Hielten sich die Teilnehmer nicht an die Instruktionen, z.B. im Bezug auf das Ruhighalten der Handgelenke, wurden die Daten des betreffenden Durchgangs gelöscht und der Durchgang wiederholt. Dies war bei allen neun Versuchspersonen zusammen lediglich viermal nötig. Die Aufnahme der Daten von einem Teilnehmer dauerte in der Regel etwas mehr als eine Stunde.

5.4. Datenbehandlung und –analyse

Da aufgrund der technischen Eigenschaften der Graphiktabletts und evtl. kurzzeitigen Abhebens des Griffels vom Tablett durch die Personen nicht für alle Zeitpunkte die Ortskoordinaten vorlagen, wurden fehlende Punkte mittels Interpolation eingefügt. Danach wurden die Daten low-pass gefiltert mit Hilfe eines dual-pass Butterwoth Filters bei einer cut-off Frequenz von 5 Hz.

5.4.1. Amplitude der Bewegung

Um die Amplitude der Bewegung in *x*- und *y*-Richtung zu bestimmen, wurde für jeden gezeichneten Kreis die am besten passende Ellipse berechnet⁴⁰ (jeder von Hand gezeichnete Kreis nähert sich in der Realität - zumal ab einer gewissen Geschwindigkeit - einer Ellipse an, die diagonal in der Zeichenebene liegt). Für weitere Analysen wurde von jeder der beiden Ellipsenachsen nur der Mittelwert im jeweiligen Frequenzplateau verwendet und auch nur die Plateaus betrachtet, in denen das geforderte Bewegungsmuster stabil ausgeführt werden konnte. In acht von 270 Durchgängen (2,96 %) konnte die am besten passende Ellipse nicht

⁴⁰ Walters MR, Carson RG (1997).

berechnet werden. Diese Durchgänge konnten für die Analyse der Amplitude nicht berücksichtigt werden. Durch die geringe Anzahl der nicht gewerteten Durchgänge waren aber keine Auswirkungen auf die Ergebnisse zu erwarten.

5.4.2. Relative Phase und Uniformität

Die kontinuierliche relative Phase in x- und y-Richtung wurde mittels eines peak-finding Algorithmus bestimmt. Außerdem wurde die Uniformität der relativen Phase in y-Richtung bestimmt, was ein Maß für die Stabilität der Bewegung ist. Die y-Richtung wurde ausgewählt, weil dies nach dem Design des Experiments die Achse war, bei der sowohl bei den einwärtsals auch bei den Gegenuhrzeigerbewegungen eine Änderung in der gegenseitigen Koordination zu erwarten war. Die Uniformität nimmt Werte im Intervall [0;1] an, kann aber leicht mit nachfolgender Formel auf den Bereich $[0;\infty)$ transformiert werden:

Gleichung 20

$$s_0 = -2\ln\sqrt{1 - S_0}$$

 S_0 bezeichnet das Maß der Uniformität auf dem Intervall [0;1] und s_0 ist die transformierte Uniformität.⁴¹ Höhere Werte von s_0 stehen damit für eine größere Uniformität. Ein Frequenzplateau wurde als stabil bezeichnet, falls die transformierte Uniformität s_0 der relativen Phase in y-Richtung einen Wert von 2,3 oder größer aufwies. Dieses Kriterium wurde nach einer detaillierten Sichtung der Daten gewählt. Für das erste Frequenzplateau wurde ein kleinerer Wert akzeptiert, wenn die Person eine stabile Ausführung ($s_0 > 2,3$) des verlangten Bewegungsmusters im nächsten Plateau zeigte. Am Anfang starteten die Teilnehmer oft mit einer zu hohen Frequenz, was manchmal eine Ungleichmäßigkeit in der Ausführung zur Folge hatte, während sie ihre Bewegungen an die vorgeschriebene Frequenz anpaßten. Die Nummer des jeweils letzten stabilen Plateaus für jeden Durchgang und alle Teilnehmer ist in Tabelle 3 dargestellt.

5.4.3. Kritische Frequenz

Als kritische Frequenz wurde der Mittelwert der Frequenz des letzten stabilen Plateaus genommen. Konnte ein Teilnehmer einen Durchgang bis zur höchsten Frequenz (2,75 Hz) stabil ausführen, so wurde der Mittelwert der Frequenz des letzten Plateaus als kritische Frequenz

⁴¹ Mardia K (1972).

genommen. Dies trat nur in vier von 270 Durchgängen auf (1,48 %) und hatte somit keinerlei Einfluß auf die Ergebnisse.

5.4.4. Relativer tangentialer Winkel (RTA) und Uniformität

Der relative tangentiale Winkel (RTA) zwischen den Händen wurde bestimmt, indem der kontinuierliche tangentiale Winkel von jeder Hand berechnet wurde und der Winkel der rechten Hand von dem der linken abgezogen wurde.⁴² Der RTA gibt ein Maß für die Asynchronität zwischen den Händen und unter Berücksichtigung der Uniformität des RTA auch einen Index der Stabilität.⁴³ Für die ersten stabilen Frequenzplateaus wurde jeweils der Mittelwert des RTA nach den hierfür gültigen Regeln⁴⁴ berechnet. Um zu bestimmen welche Hand die Bewegung führt, wurde 180° vom wirklichen RTA abgezogen. Dadurch konnte die Abweichung von einer Hand zur anderen bestimmt werden, da die verlangten Bewegungsmuster einen Phasenunterschied von 180° aufweisen. Ein positiver Wert des RTA bedeutet, daß die linke Hand der rechten vorauseilt, also die Bewegung "führt". Die Handposition in *x*- und *y*-Richtung und der RTA eines typischen gegenuhrzeiger und einwärts Durchgang sind in Abbildung 12 und Abbildung 15 dargestellt.

⁴² Carson RG, Thomas J, Summers JJ, Walters MR, Semjen A (1997).

⁴³ Mardia K (1972).

⁴⁴ Batschelet E (1981).
| | | S | ub01 | | | | 5 | sub02 | | | | S | ub03 | | | | |
|-----------|---|---|------|---|---|---|---|-------|---|---|---|-------|------|---|---|--|--|
| 5 gegen | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 | 7 | 7 | 7 | 6 | 5 | 6 | 8 | 7 | 5 | 5 | | |
| 7,5 gegen | 3 | 5 | 7 | 6 | 6 | 4 | 3 | 2 | 5 | 5 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | | |
| 10 gegen | 4 | 3 | 8 | 6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 7 | 6 | 6 | | |
| 5 einw | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 2 | 3 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 | | |
| 7,5 einw | 2 | 5 | 7 | 6 | 6 | 6 | 5 | 6 | 6 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4 | | |
| 10 einw | 7 | 7 | 6 | 7 | 7 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | | |
| | | S | ub04 | | | | 5 | sub05 | | | | S | ub06 | | | | |
| 5 gegen | 3 | 5 | 4 | 6 | 3 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | | |
| 7,5 gegen | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 1 | 4 | 4 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | | |
| 10 gegen | 6 | 6 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 4 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | | |
| 5 einw | 4 | 3 | 5 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | | |
| 7,5 einw | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | | |
| 10 einw | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | | |
| | | S | ub07 | | | | 5 | sub08 | | | | sub09 | | | | | |
| 5 gegen | 1 | 2 | 4 | 2 | 4 | 3 | 2 | 2 | 4 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | | |
| 7,5 gegen | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 2 | | |
| 10 gegen | 3 | 4 | 4 | 4 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | | |
| 5 einw | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4 | | |
| 7,5 einw | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 4 | | |
| 10 einw | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 4 | 5 | 2 | 4 | 6 | 5 | 4 | 4 | 4 | | |

Tabelle 3. Das jeweils letzte stabile Plateau im verlangten Bewegungsmuster im jeweiligen Durchgang.

5.4.5. Richtung des Phasenübergangs und wechselnde Hand

Für die Entscheidung, welche Hand für einen evtl. Wechsel im Bewegungsmuster verantwortlich war und in welche Richtung er sich vollzog, wurde ein graphisches Hilfsmittel benutzt, das in Abbildung 13 und Abbildung 14 gezeigt wird. Mit Hilfe dieses Tools konnte die Bewegung anhand der aufgenommenen Daten für einen beliebigen Zeitabschnitt mit einer frei wählbaren Geschwindigkeit betrachtet werden. Dadurch war es möglich, den Bereich des Phasenübergangs detailliert und in Zeitlupe zu untersuchen. Die Bestimmung, welche Hand den Wechsel vollzieht, wurde lediglich für die gegenuhrzeiger Fälle durchgeführt. Auf eine Untersuchung bei den einwärts Durchgängen wurde verzichtet, die Begründung hierfür ist in Kapitel 5.5.1 erläutert. Sehr leicht kann man den Wechsel in der Bewegungsrichtung der linken Hand in Abbildung 13 erkennen.



Abbildung 12. Zeitverlauf eines typischen gegenuhrzeiger Durchgangs bei einem Durchmesser von 7,5 cm mit einem Wechsel nach symmetrisch einwärts mit der linken Hand. Die Channels (Ch 1 – 6) sind von oben nach unten: Mediolaterale Position (x-Achse) linke Hand, anteriorposterior Position (y-Achse) linke Hand, mediolaterale Position (x-Achse) rechte Hand, anteriorposterior Position (y-Achse) rechte Hand, relativer tangentialer Winkel (RTA) für gegenuhrzeiger Bewegungen, relativer tangentialer Winkel (RTA) für einwärts Bewegungen. Bei den Channels, welche die Position anzeigen (Ch 1 – 4), korrespondiert die Ordinate mit Punkten des Graphiktabletts (200 Punkte $\stackrel{\circ}{=}$ 1 cm). Die RTA Channels (Ch 5 – 6) sind genormt auf das Intervall [-0,5;0,5], wobei 0,0 einen RTA von 0° (oder vielfache von 360°) und 0,5 einen RTA von 180° (oder ungerade vielfache davon) bedeutet. Die Frame Nummer ist auf der Abszisse aufgetragen, ein Frame entspricht 0,005 Sekunden. Die beiden Cursor illustrieren die Veränderung der gegenseitigen Koordination der Hände in der y-Achse (Ch 2 und Ch 4). Deutlich sieht man den Wechsel von anti-Phase zu in-Phase.



Abbildung 13. Die zu Abbildung 12 gehörende Darstellung der Bewegung in der *x-y*-Ebene im Bereich des Phasenübergangs von gegenuhrzeiger nach symmetrisch einwärts mit der linken (nicht dominanten) Hand. Die Einheiten der horizontalen und vertikalen Achse sind Punkte des Graphiktabletts (200 Punkte $\triangleq 1$ cm).



Abbildung 14. Die zu Abbildung 15 gehörende Darstellung der Bewegung in der *x-y*-Ebene im Bereich des Phasenübergangs von einwärts nach symmetrisch einwärts mit der rechten (dominanten) Hand. Da die wechselnde Hand meistens nicht so deutlich wie in dieser Abbildung zu erkennen war, wurde auf eine Bestimmung verzichtet.



Abbildung 15. Zeitverlauf eines typischen einwärts Durchgangs bei einem Durchmesser von 7,5 cm mit einem Wechsel nach symmetrisch einwärts mit der rechten Hand. Ansonsten gelten die Erläuterungen zu Abbildung 12.

5.5. Ergebnisse

Im folgenden werden die auf der Grundlage der aufgenommenen Daten gewonnen Ergebnisse dargestellt. Für eine Interpretation der erlangten Werte wird auf Kapitel 5.6 verwiesen.

5.5.1. Richtung des Phasenübergangs und wechselnde Hand

Bei 121 von insgesamt 135 (asymmetrisch) einwärts Durchgängen (89,6 %) geschah ein Wechsel direkt zu symmetrisch einwärts. In zwei Durchgängen wurde die Bewegung lediglich instabil und die Versuchsperson wechselte nicht in ein anderes Bewegungsmuster. Wäre die Frequenz weiter erhöht worden, hätte höchstwahrscheinlich auch ein Wechsel in ein anderes Muster stattgefunden. Teilnehmer 07 zeigte in 12 von den 15 einwärts Durchgängen, die jede Person durchzuführen hatte, einen Wechsel zu symmetrisch einwärts, dann für etwa 1 bis 1¹/₂ Sekunden einen Wechsel zu symmetrisch gegenuhrzeiger, um schließlich wieder zu symmetrisch einwärts zu wechseln und den Durchgang in diesem Muster zu beenden. Insgesamt gab es also einen Wechsel zu symmetrisch einwärts in 133 von 135 Durchgängen (98,5 %). In keinem der einwärts Durchgängen, außer bei Versuchsperson 07, die offensichtlich versuchte, wieder in das ursprüngliche Muster zurückzukehren obwohl sie angewiesen war dies nicht zu tun, trat ein Wechsel zu einem anderen Muster als symmetrisch einwärts auf, insbesondere auch kein Wechsel in der Bewegungsrichtung einer oder beider Hände.

Beim Start in (asymmetrisch) gegenuhrzeiger konnte ein direkter Wechsel zu symmetrisch einwärts in 98 Durchgängen (72,6 %) beobachtet werden. Bei 15 Durchgängen (11,1 %) ging dem Wechsel zu symmetrisch einwärts ein Wechsel zu symmetrisch gegenuhrzeiger voraus. Weitere drei Durchgänge (2,2 %) zeigten ein anderes Muster, bevor auch sie in symmetrisch einwärts endeten. Insgesamt gab es also bei 116 Durchgängen (85,9 %) einen Wechsel zu symmetrisch einwärts. Einmal (0,74 %) trat ein Wechsel zu symmetrisch auswärts auf. Bei neun Durchgängen (6,7 %) verloren die Personen lediglich die Stabilität in der Ausführung und bei fünf Durchgängen (3,7 %) wechselte der jeweilige Teilnehmer zu symmetrisch gegenuhrzeiger und verlor dann die Stabilität ohne einen weiteren Wechsel zu einem anderen Muster. Auch hier hätte eine weitere Erhöhung der Frequenz vermutlich noch zu einem Wechsel geführt. Eine stabile Durchführung bis zur höchsten verlangten Frequenz (2,75 Hz) gab es bei vier Durchgängen (2,96 %).

Der eine Wechsel zu symmetrisch auswärts geschah mit der rechten Hand. Bei 114 von den 116 Durchgängen (98,3 %), die in symmetrisch einwärts endeten, geschah der Wechsel mit der linken (nicht dominanten) Hand und keine Störung der rechten Hand konnte erkannt werden. Lediglich in zwei Fällen (1,7 %) gab es eine Störung, und zwar in beiden Händen, d.h. es gab keinen Wechsel zu symmetrisch einwärts mit der rechten (dominanten) Hand ohne Störung der linken.

Für die einwärts Durchgänge wurde nicht analysiert, welche Hand für den Wechsel im Bewegungsmuster verantwortlich war, da bei diesem Muster ein stabiler Wechsel in der Bewegungsrichtung einer Hand niemals vorkam. Der Wechsel zu symmetrisch einwärts geschah meistens auf die Art, daß eine Hand ihre Geschwindigkeit verlangsamte und auf die andere "wartete" oder daß eine Hand ihre Geschwindigkeit erhöhte, manchmal. trat auch eine Kombination aus beidem auf. Es gab daher keinen klaren Punkt des Wechsels, vielmehr ein mehr oder weniger großes "Wechselgebiet". Daher war eine Analyse in einem im Hinblick auf die zu erwartenden Ergebnisse vertretbaren Zeitrahmen nicht möglich.

| Ausgangsmuster | Endmuster | Anzahl | Prozent |
|------------------------|------------------------|--------|---------|
| (asym.) einwärts | sym. einwärts | 133 | 98,5 % |
| | Verlust der Stabilität | 2 | 1,5 % |
| (asym.) gegenuhrzeiger | sym. einwärts | 116 | 85,9 % |
| | sym. auswärts | 1 | 0,7 % |
| | Verlust der Stabilität | 9 | 6,7 % |
| | kein Wechsel | 4 | 3,0 % |
| | andere | 5 | 3,7 % |

Eine Übersicht über die dargelegten Ergebnisse bieten Tabelle 4 und Tabelle 5.

Tabelle 4. Die Wechselrichtungen im Überblick. Der Präferenz zu sym. einwärts ist klar erkennbar.

| Endmuster | wechselnde Hand | Anzahl | Prozent |
|---------------|-----------------|--------|---------|
| sym. einwärts | links | 114 | 84,4 % |
| sym. einwärts | beide | 2 | 1,5 % |
| sym. auswärts | rechts | 1 | 0,7 % |
| kein Wechsel | ~ | 18 | 13,3 % |

Tabelle 5. Die Verteilung der wechselnden Hand für die asym. gegenuhrzeiger Durchgänge im Überblick. Legt man nur die Fälle mit einem Wechsel zu sym. einwärts zu Grunde, dann geschahen 98,3 % der Wechsel zu sym. einwärts mit der linken (nicht dominanten) Hand!

5.5.2. Amplitude der Bewegung

Die Amplitude der Bewegung wurde anhand der Haupt- (*a*) und Nebenachse (*b*) der am besten passenden Ellipse untersucht. Dabei wurde jede Achse separat analysiert. Da die Kreisringvorlagen nach ihrem Durchmesser klassifiziert wurden und die Auflösung der Graphiktabletts (200 Punkte \triangleq 1 cm) es nahelegte, wurde nicht die Amplitude, sondern der Durchmesser, also die jeweils doppelte Amplitude betrachtet. So konnten die Zahlenwerte direkt und ohne Umrechnung mit 1/100 cm Durchmesser identifiziert werden.

Eine 3 x 2 ANOVA (analysis of variance) mit den Faktoren Durchmesser und Hand zeigte folgende Ergebnisse:

- Signifikanter Effekt der Durchmesser (a und b) der Ellipse: klein 5,12 cm (a),
 4,35 cm (b); mittel 7,42 cm (a), 6,38 cm (b); groß 9,75 (a), 8,47 cm (b).
 F(2,8) = 1242,9; P < 0,0001 (a); F(2,8) = 1096,3; P < 0,0001 (b).
- Signifikanter Effekt der Hand f
 ür den gr
 ößeren Durchmesser (a): links 7,68 cm; rechts 7,18 cm. F(1,16) = 13,3; P < 0,007.
- 3. Kein signifikanter Effekt der Hand für den kleineren Durchmesser (*b*): F(1,16) = 0,50; P > 0,5.

4. Kein signifikanter Effekt in der Interaktion zwischen Hand und Durchmesser: F(2,8) = 1,69; P > 0,2 (a); F(2,8) = 0,6; P > 0,5 (b).

Mit dem signifikanten Unterschied der Amplitude in der prae-Wechsel Zone (nur für diesen Bereich wurde die Amplitude zu Untersuchungen herangezogen) ist die Hauptforderung an das Design des Experiments erfüllt. Die Werte der Durchmesser für die einzelnen Teilnehmer bei den verschiedenen Konfigurationen finden sich in Tabelle 6.

| | | | 5 0 | cm | | | 7,5 | cm | | | 10 cm | | | | |
|--------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|------|--|--|
| | | lin | ks | rec | hts | lin | ks | recl | hts | lin | ks | recl | hts | | |
| Person | | mean | SD | mean | SD | mean | SD | mean | SD | mean | SD | mean | SD | | |
| 01 | a | 5,30 | 0,47 | 5,05 | 0,25 | 7,75 | 0,65 | 7,16 | 0,31 | 10,42 | 0,86 | 9,68 | 0,41 | | |
| b | b | 4,24 | 0,37 | 4,07 | 0,30 | 6,66 | 0,56 | 6,09 | 0,44 | 8,17 | 0,82 | 8,28 | 0,57 | | |
| 02 | a | 5,78 | 0,41 | 5,33 | 0,36 | 8,14 | 0,50 | 8,06 | 0,48 | 10,54 | 0,63 | 10,63 | 0,54 | | |
| b 02 b | b | 4,92 | 0,29 | 4,46 | 0,49 | 7,31 | 0,47 | 7,10 | 0,56 | 9,49 | 0,65 | 9,41 | 0,62 | | |
| 03 | a | 5,06 | 0,28 | 4,74 | 0,25 | 7,50 | 0,50 | 6,91 | 0,25 | 10,11 | 0,43 | 9,50 | 0,40 | | |
| 03 | b | 4,46 | 0,26 | 4,34 | 0,26 | 6,63 | 0,39 | 6,46 | 0,22 | 8,79 | 0,43 | 8,80 | 0,44 | | |
| 04 | a | 4,82 | 0,59 | 4,90 | 0,39 | 7,23 | 0,75 | 7,02 | 0,53 | 9,03 | 0,69 | 9,41 | 0,77 | | |
| 04 | b | 3,81 | 0,41 | 4,41 | 0,38 | 5,89 | 0,41 | 6,29 | 0,51 | 7,56 | 0,43 | 8,64 | 0,72 | | |
| 05 | a | 4,95 | 0,47 | 4,80 | 0,26 | 7,09 | 0,40 | 7,02 | 0,46 | 8,97 | 0,66 | 9,23 | 0,32 | | |
| 03 | b | 3,84 | 0,55 | 4,38 | 0,26 | 5,44 | 0,59 | 6,27 | 0,28 | 7,48 | 0,48 | 8,45 | 0,35 | | |
| 06 | a | 6,22 | 0,46 | 5,53 | 0,48 | 8,74 | 0,60 | 7,63 | 0,33 | 11,12 | 0,84 | 9,95 | 0,51 | | |
| 00 | b | 5,55 | 0,65 | 4,36 | 0,25 | 7,51 | 0,68 | 6,31 | 0,44 | 10,12 | 0,80 | 8,27 | 0,51 | | |
| 07 | a | 5,10 | 0,58 | 4,65 | 0,24 | 7,67 | 0,57 | 6,97 | 1,06 | 9,26 | 0,78 | 8,67 | 0,40 | | |
| 07 | b | 4,14 | 0,41 | 4,26 | 0,22 | 6,09 | 0,45 | 6,14 | 0,26 | 7,80 | 0,48 | 7,89 | 0,34 | | |
| 08 | a | 5,22 | 0,33 | 4,51 | 0,24 | 7,48 | 0,44 | 6,55 | 0,33 | 10,27 | 0,66 | 8,99 | 0,45 | | |
| 08 | b | 4,47 | 0,24 | 4,01 | 0,28 | 6,05 | 0,35 | 5,84 | 0,41 | 8,49 | 0,50 | 8,01 | 0,34 | | |
| 00 | a | 5,38 | 0,42 | 4,86 | 0,33 | 7,85 | 0,52 | 6,81 | 0,50 | 10,45 | 0,48 | 9,20 | 0,51 | | |
| 09 | b | 4,56 | 0,30 | 4,10 | 0,29 | 6,80 | 0,46 | 6,02 | 0,42 | 8,68 | 0,52 | 8,09 | 0,43 | | |

Tabelle 6. Die Mittelwerte (mean) und Standardabweichungen (SD) der zwei Durchmesser der Ellipsen in cm für den prae-Wechsel Bereich.

5.5.3. Kritische Frequenz

Eine 2 x 3 ANOVA mit den Faktoren Bewegungsmuster (gegenuhrzeiger, einwärts) und Durchmesser ergab:

- 1. Kein signifikanter Effekt des Bewegungsmusters: Gegenuhrzeiger 1,77 Hz, einwärts 1,76 Hz. F(1,8) = 0,02; P > 0,8.
- Kein signifikanter Effekt des Durchmessers: 5 cm 1,80 Hz, 7,5 cm 1,72 Hz, 10 cm 1,77 Hz. F(2,8) = 1,32; P > 0,2.
- 3. Kein signifikanter Effekt in der Interaktion zwischen Bewegungsmuster und Durchmesser: F(2,16) = 0,34; P > 0,7.

Das wichtigste Ergebnis findet sich in Nummer 2. Hier wird deutlich, daß die Amplitude, zumindest bei diesem Experiment, für die Stabilität keine Rolle spielt. Die mittleren kritischen Frequenzen mit ihren Standardabweichungen für alle Teilnehmer und Konfigurationen sind in Tabelle 7 dargestellt.

| | | g | gegenuh | rzeigei | r | | einwärts | | | | | | |
|--------|-------------|------|---------|---------|------|------|----------|--------|------|------|------|------|------|
| | 5 cm 7,5 cm | | 10 | cm | | 5 cm | | 7,5 cm | | 10 0 | cm | | |
| Person | mean | SD | mean | SD | mean | SD | me | an | SD | mean | SD | mean | SD |
| 01 | 2,26 | 0,41 | 2,08 | 0,37 | 2,00 | 0,35 | 2,4 | 17 | 0,03 | 2,00 | 0,44 | 2,38 | 0,10 |
| 02 | 2,35 | 0,22 | 1,72 | 0,31 | 1,96 | 0,12 | 1,8 | 32 | 0,39 | 2,20 | 0,14 | 2,05 | 0,15 |
| 03 | 2,18 | 0,17 | 1,76 | 0,17 | 2,15 | 0,14 | 2,0 |)4 | 0,13 | 1,76 | 0,16 | 1,96 | 0,12 |
| 04 | 1,82 | 0,28 | 2,00 | 0,04 | 1,92 | 0,29 | 1,6 | 52 | 0,18 | 1,68 | 0,23 | 1,77 | 0,15 |
| 05 | 1,91 | 0,12 | 1,48 | 0,32 | 1,71 | 0,16 | 1,6 | 59 | 0,05 | 1,73 | 0,15 | 1,69 | 0,10 |
| 06 | 1,66 | 0,10 | 1,73 | 0,01 | 1,40 | 0,13 | 1,6 | 53 | 0,13 | 1,63 | 0,13 | 1,44 | 0,21 |
| 07 | 1,42 | 0,31 | 1,34 | 0,17 | 1,60 | 0,20 | 1,2 | 28 | 0,14 | 1,21 | 0,19 | 1,07 | 0,02 |
| 08 | 1,50 | 0,26 | 1,62 | 0,12 | 1,59 | 0,24 | 1,5 | 53 | 0,22 | 1,71 | 0,22 | 1,65 | 0,24 |
| 09 | 1,41 | 0,14 | 1,62 | 0,23 | 1,56 | 0,11 | 1,8 | 39 | 0,12 | 1,72 | 0,14 | 1,88 | 0,18 |
| | | | | | | | | | | | | | |
| Σ | 1,84 | 0,36 | 1,71 | 0,23 | 1,76 | 0,25 | 1,7 | 8 | 0,34 | 1,75 | 0,27 | 1,77 | 0,37 |

Tabelle 7. Die Mittelwerte (mean) und Standardabweichungen (SD) der kritischen Frequenzen in Hz für die einzelnen Teilnehmer und Konfigurationen. Für die Frequenz wurde der Wert der *y*-Achse der rechten (dominanten) Hand genommen.

5.5.4. Uniformität des RTA

Um die Ergebnisse aus Kapitel 5.5.3 zu bestätigen, wurde zusätzlich die Uniformität des RTA analysiert. Die Werte der Uniformität wurden in jedem Frequenzplateau gemittelt und für die Analyse wurde danach der größte Mittelwert aus dem prae-Wechsel Bereich herangezogen. Die 2 x 3 ANOVA mit den Faktoren Bewegungsmuster und Durchmesser bestätigte vollauf die Ergebnisse aus Kapitel 5.5.3:

- 1. Kein signifikanter Effekt des Bewegungsmusters: Gegenuhrzeiger 2,76; einwärts 2,75. F(1,8) = 0,01; P > 0,9.
- Kein signifikanter Effekt des Durchmessers: 5 cm 2,73; 7,5 cm 2,76; 10 cm 2,77.
 F(2,8) = 0,71; P > 0,5.
- 3. Kein signifikanter Effekt in der Interaktion zwischen Bewegungsmuster und Durchmesser: F(2,16) = 1,64; P > 0,2.

Auch hier sind die detaillierten Daten in Tabelle 8 aufgelistet.

| | | g | gegenuh | rzeigei | • | | einwärts | | | | | | |
|--------|------|------|---------|---------|------|------|----------|------|-------|------|-------------|------|--|
| | 5 c | m | 7,5 0 | cm | 10 0 | cm | 5 c | m | 7,5 c | cm | 10 c | cm | |
| Person | mean | SD | mean | SD | mean | SD | mean | SD | mean | SD | mean | SD | |
| 01 | 3,00 | 0,10 | 2,90 | 0,11 | 2,75 | 0,10 | 2,90 | 0,10 | 2,89 | 0,15 | 2,88 | 0,08 | |
| 02 | 2,77 | 0,08 | 2,79 | 0,10 | 2,88 | 0,11 | 2,80 | 0,14 | 2,95 | 0,05 | 3,01 | 0,08 | |
| 03 | 3,00 | 0,07 | 3,08 | 0,13 | 3,12 | 0,09 | 2,90 | 0,11 | 3,08 | 0,14 | 2,94 | 0,06 | |
| 04 | 2,63 | 0,24 | 2,81 | 0,12 | 2,82 | 0,12 | 2,77 | 0,15 | 2,79 | 0,15 | 2,81 | 0,18 | |
| 05 | 2,66 | 0,13 | 2,49 | 0,21 | 2,70 | 0,25 | 2,64 | 0,23 | 2,65 | 0,11 | 2,69 | 0,17 | |
| 06 | 2,66 | 0,05 | 2,57 | 0,04 | 2,55 | 0,12 | 2,72 | 0,19 | 2,82 | 0,09 | 2,63 | 0,21 | |
| 07 | 2,61 | 0,29 | 2,62 | 0,25 | 2,64 | 0,20 | 2,29 | 0,49 | 2,19 | 0,23 | 2,04 | 0,29 | |
| 08 | 2,73 | 0,21 | 2,75 | 0,11 | 2,87 | 0,09 | 2,63 | 0,23 | 2,80 | 0,13 | 2,83 | 0,10 | |
| 09 | 2,58 | 0,19 | 2,65 | 0,28 | 2,76 | 0,18 | 2,86 | 0,05 | 2,83 | 0,17 | 2,88 | 0,13 | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| Σ | 2,74 | 0,16 | 2,74 | 0,18 | 2,79 | 0,16 | 2,72 | 0,19 | 2,76 | 0,23 | 2,75 | 0,29 | |

Tabelle 8. Der jeweils größte Mittelwert (mean) und die dazugehörige Standardabweichung (SD) der Uniformität aus dem prae-Wechsel Bereich für die einzelnen Personen.

5.5.5. Stabile Plateaus

Um möglichst schnell einen Überblick über die Stabilität der beiden Koordinationsmuster und evtl. Effekte der Amplitude zu erhalten, wurde nach der Datenaufnahme als erstes die Anzahl der stabilen Frequenzplateaus in dem geforderten Muster untersucht. Dies konnte relativ schnell bewerkstelligt werden und bot eine zuverlässige erste Näherung. Die Ergebnisse waren:

- 1. Kein signifikanter Unterschied in der Anzahl der stabilen Plateaus für die beiden Koordinationsmuster: gegenuhrzeiger 62,2; einwärts 61,3. P > 0,9 (Student t-Test).
- Kein signifikanter Effekt des Durchmessers bei der Anzahl der stabilen Plateaus:
 5 cm 42,8; 7,5 cm 39,8; 10 cm 41,0. F(2) = 0,14; P > 0,8 (einfaktorielle ANOVA mit dem Faktor Durchmesser).

In Tabelle 9 sind die Daten noch einmal dezidiert für alle Versuchpersonen aufgeführt.

| Person | gegenuhrzeiger | einwärts | 5 cm | 7,5 cm | 10 cm |
|--------|----------------|----------|--------|--------|-------|
| 01 | 85 | 95 | 66 | 53 | 61 |
| 02 | 75 | 75 | 53 | 47 | 50 |
| 03 | 82 | 73 | 57 | 45 | 53 |
| 04 | 71 | 55 | 39 | 44 | 43 |
| 05 | 58 | 60 | 43 | 36 | 39 |
| 06 | 51 | 50 | 37 | 38 | 26 |
| 07 | 41 | 23 | 23 | 19 | 22 |
| 08 | 50 | 55 | 31 | 38 | 36 |
| 09 | 47 | 66 | 36 | 38 | 39 |
| | | | | | |
| mean | 62,22 | 61,33 | 42,78 | 39,78 | 41,00 |
| SD | 16,30 | 19,87 | 13,55 | 9,54 | 12,49 |

Tabelle 9. Die Anzahl der stabilen Plateaus für die zwei Koordinationsmuster und die drei verschiedenen Durchmesser.

5.5.6. Relativer tangentialer Winkel (RTA)

Ein Student t-Test zeigte, daß kein signifikanter Unterschied in der führenden Hand zwischen den zwei Koordinationsmodi besteht (P > 0,2). Bei den gegenuhrzeiger Durchgängen führten sechs Personen mit der linken Hand und bei den einwärts Durchgängen vier. Die Werte für die einzelnen Teilnehmer finden sich in Tabelle 10

| Person | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | mean |
|--------|-------|------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|
| gegen | 35,65 | 3,04 | 0,45 | -5,46 | 2,46 | -8,18 | 44,48 | -3,48 | 35,21 | 11,32 |
| einw | 9,92 | 8,87 | -10,07 | 3,04 | -23,75 | -27,97 | 48,90 | -20,83 | -10,00 | -3,04 |

Tabelle 10. Der Mittelwert⁴⁵ des RTA in Grad des prae-Wechsel Bereichs. Ein positiver Wert bedeutet, daß die linke Hand die Bewegung führt.

5.6. Diskussion

5.6.1. Richtung des Phasenübergangs und wechselnde Hand

Die Ergebnisse entsprechen den Erwartungen und bestätigen frühere Studien.⁴⁶ Startet man eine koordinierte und gekoppelte Bewegung in einem anti-Phase Modus (homologe Muskelgruppen kontrahieren sich alternierend) und erhöht die Frequenz, so kann das Bewegungsmuster nur bis zu einer bestimmten Geschwindigkeit korrekt ausgeführt werden. Erhöht man die

⁴⁵ Berechnet nach Batschelet E (1981).

⁴⁶ z.B. Byblow WD, Lewis GN, Stinear JW, Austin NJ, Lynch M (2000).

Frequenz weiter, so kann man ein Umschlagen in einen symmetrischen Modus (homologe Muskelgruppen kontrahieren sich gleichzeitig) beobachten. Dabei geschieht das Umschlagen in den meisten Fällen mit der subdominanten Hand (bzw. Gliedmaße), ohne daß die dominante Hand (bzw. Gliedmaße) davon in ihrer Bewegungsausführung beeinflußt wird. Andere Wechselmechanismen sind äußerst selten und beruhen in den meisten Fällen auf Zufall oder Fehler der Versuchsperson bei der Ausführung. Eine Konzeption beruht darauf, daß die subdominante Hand stärker an die dominante gekoppelt ist als umgekehrt.⁴⁷ Diese Erkenntnisse konnten in dem vorliegenden Experiment eindrucksvoll untermauert werden. Da sich bei beiden verlangten Bewegungsmustern (gegnuhrzeiger, einwärts) die dominante Hand von Anfang an in einer Einwärtsbewegung befand, entsprach es voll den Erwartungen, daß die überwiegende Mehrzahl der Durchgänge in symmetrisch einwärts enden würde. Wie schon in Kapitel 5.5.1 dargelegt, wurde für die einwärts Durchgänge nicht bestimmt, welche Hand für den Phasenübergang verantwortlich war. Somit konnte die Hypothese der stärkeren Kopplung der subdominanten Hand an die dominante nur für die gegenuhrzeiger Bewegungen bestärkt werden.

5.6.2. Stabilität der Bewegung

Der Hauptfokus des Experiments galt der Stabilität der beiden ausgewählten Bewegungsmuster in Abhängigkeit der Amplitude. Das Experiment wurde in erster Linie daraufhin ausgerichtet. Die Auswirkungen von Amplitude und Frequenz auf die Stabilität ist durch die Art der Modellierung ein zentraler Aspekt des HKB-Modells (s. Kapitel 4.2.1). Neuere Forschungen stellten diese Realisierung in Frage, da kein Einfluß der Amplitude auf die Stabilität im Sinne der Modellierung gemäß Haken et al. nachgewiesen werden konnte.⁴⁸ Im Kelso-Finger-Experiment konnte zwar ein Absinken der Amplitude vor dem Phasenübergang beobachtet werden, was zu der entsprechenden Modellierung durch Haken et al. führte, die Frage, ob die Amplitude auf die Stabilität einwirkt, wurde aber nicht gestellt.

Grundlegende Voraussetzung war, daß von den Versuchspersonen drei signifikant verschiedene Amplituden gezeichnet wurden. Die ANOVA diesbezüglich zeigte das gewünschte Ergebnis (s. Kapitel 5.5.2). Der Versuchsaufbau erzeugte drei signifikant verschiedene Amplituden. Zusätzlich wurde überraschend noch ein Effekt der Hand bezüglich der Hauptachse (*a*) der Ellipsen gefunden. Die Versuchspersonen hatten mit der linken Hand in der Hauptachsen-

⁴⁷ Carson RG (1993). Treffner P, Turvey MT (1996).

richtung signifikant größere Werte. Da kein Effekt der Hand bezüglich der Nebenachse (*b*) gefunden wurde, kann dies auf Zufall beruhen. Um eindeutige Aussagen treffen zu können, wären für diesen Aspekt noch weitere Experimente nötig, die sich speziell darauf konzentrieren.

Die Untersuchung der Anzahl der im geforderten Ausgangsmuster stabil ausgeführten Plateaus (als erste Näherung), der kritischen Frequenz und der Uniformität des RTA brachte übereinstimmend die gleichen Ergebnisse: Beide Bewegungsmuster (einwärts und gegenuhrzeiger) sind gleich stabil und die Amplitude übt keinerlei Einfluß auf die Stabilität aus.

Teilt man die zwei Koordinationsmuster nach ihren Bewegungen in *x*- und *y*-Richtung auf, so könnte man erwarten, daß sich (asymmetrisch) gegenuhrzeiger als stabiler erweisen würde, da sich dort die Bewegung in *x*-Richtung in einem in-Phase Zustand befindet, während sich bei (asymmetrisch) einwärts sowohl die *x*- als auch die *y*-Richtung in anti-Phase befinden. Da wissenschaftlich gesichert gilt, daß anti-Phase instabiler ist als in-Phase, wäre unter dieser Betrachtungsweise (asymmetrisch) einwärts komplexer als (asymmetrisch) gegenuhrzeiger und somit auch weniger stabil. Die Phasenverschiebung bei beiden Koordinationsmustern um 180° bringt aber einen so hohen Grad der Asymmetrie und Komplexität in die Bewegungen und damit auch eine von Beginn an recht hohe Instabilität, so daß die im Verhältnis dazu geringen Unterschiede in der Verteilung von in- und anti-Phase Teilbewegungen nicht ins Gewicht fallen. Für diese Erklärung spricht auch die Tatsache, daß immerhin drei von ursprünglich zwölf potentiellen Versuchspersonen (25 %) zumindest eines der beiden Bewegungsmuster waren für sie offenbar zu komplex.

Wichtigstes Resultat des Experiments war die Erkenntnis, daß bei keinem der drei untersuchten Parametern (stabile Plateaus, kritische Frequenz, Uniformität des RTA) ein Einfluß der Amplitude der Bewegung auf die Stabilität festgestellt werden konnte. Für die Praxis bedeutet es, daß die Bewegungsweite und damit die tatsächliche Bewegungsgeschwindigkeit des Endeffektors für das stabile Ausführen von koordinierten Bewegungen unerheblich ist. Dies gilt natürlich nur innerhalb bestimmter Grenzen. Falls man mit der Bewegungsgeschwindigkeit in die Nähe der maximal möglichen gerät oder die physikalischen Fliehkräfte zu groß werden, wird man sicherlich dann auch einen Effekt der Amplitude auf die Stabilität beobachten kön-

⁴⁸ z.B. Peper CE, Beek PJ (1998a). Peper CE, Beek PJ (1998b).

nen. Für die Theorie bedeutet dies, daß ein wesentlicher Punkt des HKB-Modells bei der Modellierung der Instabilität für anti-Phase (s. Kapitel 4.2.1) experimentell nicht bestätigt werden konnte. Möchte man ein möglichst nahe an der Realität gelegenes mathematisches Modell für die Koordination bimanueller oder anderweitig gekoppelter Bewegungen, so ist zumindest auf der Grundlage dieses Experiments das HKB-Modell nicht mehr vollständig geeignet. Um einen Einfluß der Amplitude auf die Stabilität sicher ausschließen zu können, wären diesbezüglich noch weitere Experimente nötig, welche die gefundenen Ergebnisse bestätigen, z.B. gekoppelte Bewegungen mit eingebrachten Störungen, bei denen man die Relaxationszeit in den ursprünglichen Modus bei verschiedenen Amplituden mißt. Trotzdem soll hier der Vorschlag einer Neumodellierung auf der Basis der Hopf-Bifurkation eingebracht werden (Kapitel 6).

Durch das Vorgeben von verschiedenen Amplituden wird ein zusätzlicher Aspekt in Experimente mit gekoppelten und koordinierten Bewegungen gebracht. Üblicherweise hatte man die Bewegungsweite nicht in die Untersuchungen. sondern hauptsächlich die relative Phase (z.B. zwischen den Gliedmaßen) betrachtet. Aus dieser Sichtweise wurde das HKB-Modell entwikkelt. Es könnte also sein, daß durch die zusätzliche Instruktion, die vorgegebene Amplitude beizubehalten, ein grundsätzlich anderes Experiment vorliegt, das mit dem Kelso-Finger-Experiment nicht zu vergleichen ist. Peper und Beek⁴⁹ konnten in ihrem Experiment aber zeigen, daß es keinen signifikanten Unterschied in der Anzahl der Durchgänge mit einem Abfallen oder Ansteigen der Amplitude vor dem Phasenübergang gab. Dies deutet darauf hin, daß die Größe der Amplitude direkt vor dem Umschlagen ohne Bedeutung und auch keine Auswirkung auf die Amplitude im Bereich des Umschlagens feststellbar ist.

5.6.3. Relativer tangentialer Winkel (RTA)

Frühere Studien hätten erwarten lassen, daß die dominante Hand der subdominanten in der Bewegung vorauseilt.⁵⁰ Bei diesem Phänomen wird die Hypothese diskutiert, daß taktgebende Signale nur in der dominanten Hemisphäre des Gehirns generiert werden. Die Asynchronität beruht dann auf dem zusätzlichen Zeitbedarf, den das Signal für den Weg in die subdominante Hemisphäre zum Ansteuern der subdominanten Hand benötigt. Für diese Hypothese spricht, daß der Zeitunterschied zwischen den Gliedmaßen auch über unterschiedliche Bewegungsfre-

⁴⁹ Peper CE, Beek PJ (1998a).

⁵⁰ Byblow WD, Summers JJ, Wuyts IJ, Carson RG, Semjen A (1999). Carson RG, Thomas J, Summers JJ, Walters MR, Semjen A (1997). Viviani P, Perani D, Grassi F, Bettinardi V, Fazio F (1998).

quenzen konstant blieb.⁵¹ Weiterhin konnte gezeigt werden, daß die dominante Hand weniger stark die Bewegung führte, wenn die Versuchspersonen angewiesen wurden, sich auf die subdominante Seite zu konzentrieren.⁵² Grundsätzlich muß man anmerken, daß man lange Zeit nur die makroskopischen Effekte bimanueller Koordination untersucht hatte und Effekte wie die angesprochene Asynchronität nicht beachtet hatte. Bei diesem Aspekt koordinierter Bewegungen besteht daher noch intensiver Forschungsbedarf.

Wenn prinzipiell die Tendenz zu beobachten ist, daß die dominante Hand führt, warum ist dieses Phänomen im vorliegenden Experiment nicht nachweisbar? Der Grund liegt aller Wahrscheinlichkeit nach im Design des Experiments. Die Versuchspersonen hatten keinen bestimmten Punkt auf ihrer Kreisvorlage, den sie mit jedem Metronomschlag zu passieren hatten. Ein solcher Punkt konnte ihnen auch nicht zugewiesen werden, weil durch die asymmetrischen Ausgangsmuster nach einem Umschlagen des Koordinationsmuster sich der Punkt mitverschieben müßte. Da aber Wert auf eine möglichst freie und ungezwungene Bewegungsausführung gelegt wurde, hätte eine spezielle Markierung auf der Vorlage die Bewegung im Bereich des Übergangs und danach sicherlich beeinflußt. Auch wurden die Versuchspersonen nicht instruiert sich auf die dominante oder subdominante Seite zu konzentrieren. Dies hat auch Auswirkungen (s.o.) auf den Ausprägungsgrad der Führung. Versuchte man, die Werte des RTA bezüglich einer führenden Hand zu interpretieren, beginge man demnach einen strukturellen Fehler. Auf der Basis des vorliegenden Experiments ist mit den Ergebnissen aus Kapitel 5.5.6 keine valide Aussage möglich. Um diesen Aspekt näher zu untersuchen, ist ein entsprechendes Experiment mit einer anderen Versuchsanordnung nötig.

6. Das Modell für die Koordination bimanueller Bewegungen

Ausgehend vom elementaren Hopf-Oszillator, der in Kapitel 3.2 eingehend analysiert wurde, wird schrittweise ein bistabiles Modell entwickelt⁵³, welches die bei gekoppelten Bewegungen beobachteten Effekte beschreibt (s. Kapitel 4.1). Dabei wird die zunehmende Instabilität der anti-Phase allein aus dem Ansteigen der Bewegungsfrequenz resultieren. Damit wird den

⁵¹ Viviani P, Perani D, Grassi F, Bettinardi V, Fazio F (1998).

⁵² Swinnen SP, Jardin K, Verschueren S, Meulenbroek R (1996). Wyuts IJ, Summers JJ, Carson RG, Byblow WD, Semjen A (1996).

⁵³ in Anlehnung an Blaufuß MD (1999).

Ergebnissen des Experiments aus Kapitel 5 Rechnung getragen. Analog der Entwicklung des HKB-Modells wird dieses Modell so allgemein wie möglich gehalten. Erweiterungen und Anpassungen, wie z.B. das Einfügen von Asymmetrien sind leicht möglich, sollen hier aber nicht vorgenommen werden. In der Hauptsache geht es darum, ein Grundgerüst eines Modells anzubieten, dessen Stabilität allein von der Frequenz abhängt. Aus diesem Grund wird auch nicht das HKB-Modell erweitert oder verändert, sondern ein komplett anderer Zugang auf der Grundlage der Hopf-Bifurkation gewählt. Ob der gewählte Zugang sich als geeignet und günstig erweisen wird, müßten weiterführende Studien zeigen.

6.1. Lineares Kopplungsmodell

Bezugnehmend auf das Experiment von Kelso und ähnliche Experimente sind nur Kopplungen zwischen zwei Oszillatoren von Interesse. Man kann der Einfachheit halber annehmen, daß die Parameter α und γ für beide Oszillatoren die gleichen Werte besitzen. Zur Kopplung wird der Ortsvektor des anderen Oszillators additiv an die Gleichung angefügt. Um jeden gewünschten Phasenunterschied ϑ einstellen zu können, werden die Ortsvektoren des jeweils anderen Oszillators mit der Drehmatrix $R(\vartheta)$ (Gleichung 21) multipliziert.

Die Drehmatrix lautet:

Gleichung 21

$$R(\vartheta) = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta\\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}$$

Die gekoppelten Gleichungen schreiben sich daher wie folgt:

Gleichung 22

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x_1, y_1) + c_{1,2} R(\vartheta) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Gleichung 23

$$\begin{pmatrix} x_2' \\ y_2' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x_2, y_2) + c_{2,1} R(-\vartheta) \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

Das negative Vorzeichen von ϑ in Gleichung 23 erklärt sich aus der unterschiedlichen Betrachtungsrichtung des relativen Phasenunterschieds aus Sicht des jeweiligen Oszillators. Wenn z.B. Oszillator 2 um 90° vorauseilt, beträgt der Phasenunterschied aus Sicht von Oszillator 1 +90° und aus Sicht von Oszillator 2 –90°. Mit $c_{1,2}$ und $c_{2,1}$ werden die Kopplungskoeffizienten bezeichnet. Für die Modellierung sind insbesondere der in- bzw. der anti-Phase Status von Interesse. Diese erhält man, indem man $\vartheta = 0$ bzw. $\vartheta = \pi$ setzt. Die Drehmatrizen entarten in diesem Fall somit zur Einheitsmatrix bzw. negativen Einheitsmatrix, d.h. sie beeinflussen bei in- oder anti-Phase lediglich das Vorzeichen vor den Kopplungstermen.

6.1.1. Mathematische Analyse

Gleichung 22 und Gleichung 23 lassen sich ebenfalls relativ einfach in Polarkoordinaten überführen. Dabei wird der Parameter ω unterschiedlich für beide Oszillatoren gehalten (ω_i und ω_2). Setzt man für x_i und y_i die Standard-Polarkoordinaten ein, ergibt sich Gleichung 22 zeilenweise geschrieben zu:

- (A) $r_1 \cos \varphi_1 r_1 \varphi_1 \sin \varphi_1 = \alpha r_1 \cos \varphi_1 \omega_1 r_1 \sin \varphi_1 \gamma r_1^3 \cos \varphi_1 + c_{1,2} r_2 (\cos \varphi_2 \cos \vartheta \sin \varphi_2 \sin \vartheta)$
- (B) $r_1 \sin \varphi_1 + r_1 \varphi_1 \cos \varphi_1 = \omega_1 r_1 \cos \varphi_1 + \alpha r_1 \sin \varphi_1 \gamma r_1^3 \sin \varphi_1 + c_{2,1} r_2 (\cos \varphi_2 \sin \vartheta \sin \varphi_2 \sin \vartheta)$

Rechnet man (A) $\cos \varphi_{I}$ + (B) $\sin \varphi_{I}$, läßt sich φ_{I} ' eliminieren. Äquivalent ergibt sich mit dem Ansatz (A) $\cos \varphi_{I}$ – (B) $\sin \varphi_{I}$ die Gleichung für φ_{I} ' unabhängig von r_{I} '. Nach elementaren trigonometrischen Umformungen erhält man die Polarkoordinatendarstellung von Gleichung 22:

Gleichung 24

$$r_1 = \alpha r_1 - \gamma r_1^3 + c_{1,2} r_2 \cos(\vartheta - (\varphi_1 - \varphi_2))$$

Gleichung 25

$$\varphi_1 = \omega_1 + c_{1,2}(r_2/r_1) \sin(\vartheta - (\varphi_1 - \varphi_2))$$

Durch analoge Rechnung erhält man die Polarkoordinatendarstellung von Gleichung 23:

Gleichung 26

$$r_2' = \alpha r_2 - \gamma r_2^3 + c_{2,1} r_1 \cos(\vartheta - (\varphi_1 - \varphi_2))$$

Gleichung 27

$$\varphi_2 = \omega_2 + c_{2,l}(r_l/r_2) \sin(-\vartheta + (\varphi_l - \varphi_2))$$

Von besonderem Interesse ist unter welchen Umständen eine Kopplung der beiden Oszillatoren noch zustande kommt. Kopplung bedeutet, daß die relative Phase konstant bleibt. Dies ist gleichbedeutend mit $(\varphi_1 - \varphi_2)^{i} = (\varphi_1^{i} - \varphi_2^{i}) = 0$. Setzt man $\varphi_1^{i} - \varphi_2^{i}$ an, ergibt sich:

Gleichung 28

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \omega_1 - \omega_2 + [c_{1,2}(r_2/r_1) + c_{2,1}(r_1/r_2)] \sin(\vartheta - (\varphi_1 - \varphi_2))$$

Im eingeschwungenen Zustand kann näherungsweise davon ausgegangen werden, daß $r_1 \approx r_2$ gilt. Setzt man zusätzlich noch $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi$, $\omega_1 - \omega_2 = \Delta \omega$ und $c_{1,2} + c_{2,1} = c$, dann läßt sich Gleichung 28 folgendermaßen schreiben:

Gleichung 29

$$\boldsymbol{\varphi}' = \Delta \boldsymbol{\omega} - c \, \sin(\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\vartheta})$$

Im Falle der Kopplung (φ [•] = 0) läßt sich Gleichung 29 einfach nach φ auflösen. Dies ergibt:

Gleichung 30

$$\varphi = \vartheta + \arcsin(\Delta \omega/c)$$

Der arcsin ist nur definiert, wenn das Argument betragsmäßig kleiner oder gleich eins ist, d.h. nur für hinreichend kleines $\Delta \omega$, oder hinreichend großes *c*, erhält man eine Lösung von Gleichung 30, die eine gekoppelten Schwingung darstellt.

Alternativ kann man auch Gleichung 29 betrachten. Die Bedingungen für eine Kopplung $(\varphi' = 0)$ lassen sich dabei am einfachsten graphisch lösen. Wie man in Abbildung 18 sehen kann, lassen sich die Nullstellen der Sinuskurve leicht ablesen. Attraktoren sind hierbei aber nur Nullstellen mit einer negativen Steigung der Sinuskurve, Nullstellen mit einer positiven Steigung sind Repelloren (s. Kapitel 3.1). Die Bedingung $|\Delta\omega/c| < 1$ für eine Kopplung läßt sich also auch schon mit Gleichung 29 bestimmen, da für große $\Delta\omega$ oder kleine *c* die Sinuskurve keine Nullstellen mehr aufweist. Für $\Delta\omega = c$ berührt der Graph die φ -Achse gerade noch (s. Graph 2 in Abbildung 18) und schneidet sie nicht wirklich. In diesem Fall liegt also keine stabile Kopplung vor, es handelt sich vielmehr um einen instabilen Fixpunkt.

Abbildung 16 zeigt das Einschwingen in zwei verschiedene Phasenunterschiede, während man in Abbildung 17 den Verlust der Kopplung für ein zu großes $\Delta \omega$ erkennen kann.





Abbildung 16. Gleichung 22 und Gleichung 2 $[x_1,y_1,x_2,y_2]=[-1,0,1,1]$; Links: $\vartheta=0$; Rechts: $\vartheta=90^\circ$.

Abbildung 16. Gleichung 22 und Gleichung 23. $\alpha = 1$; $\gamma = |\alpha|$; $\omega_1 = \omega_2 = 15$; $c_{1,2} = c_{2,1} = 0,8$; q = 0,01;



Abbildung 17. Gleichung 22 und Gleichung 23. $\alpha=1$; $\gamma=|\alpha|$; $\vartheta=0$; $c_{1,2}=c_{2,1}=0,8$; q=0,01; $[x_1,y_1,x_2,y_2]=[-1,0,1,1]$; Links: $\omega_l=15$; $\omega_2=16$; Rechts: $\omega_l=15$; $\omega_2=17,5$.



Abbildung 18. Gleichung 29. ϑ =90°; *c*=1; Graph 1: $\Delta \omega$ =0; Graph 2: $\Delta \omega$ =1; Graph 3: $\Delta \omega$ =2.

6.2. Bistabiles Kopplungsmodell

Das lineare Kopplungsmodell aus Kapitel 6.1 soll nun so erweitert werden, daß zwei verschiedene relative Phasenwerte Attraktoren darstellen. In Abhängigkeit vom Startwert und der Stärke der einzelnen Attraktoren wird sich demnach ein Einschwingen in einen der beiden Zustände einstellen. Würde man Kopplungsbeiträge wie in Gleichung 22 und Gleichung 23 einfach addieren, würden sie sich gegenseitig beeinflussen und man könnte keine der beiden gewünschten Phasen darstellen, sondern man würde vielmehr einen Mittelwert beobachten. Man möchte also, daß in der Nähe der einen Phase im wesentlichen auch nur der zugehörige Kopplungsterm wirkt. Das gleiche gilt natürlich auch für die andere Phase, die man darstellen möchte. Aus diesem Grund muß der Wirkungsbereich der Kopplungsterme auf den Bereich der jeweils zugehörigen relativen Phase eingeschränkt werden. Man erreicht dies, indem man die einzelnen Kopplungsterme mit einer sogenannten "range-limiting"-Funktion⁵⁴ multipli-

⁵⁴ ausführlich dargestellt in Schöner G, Dose M, Engels C (1995) und auch in Schöner G (1994).

ziert. Dies muß aber so geschehen, daß am Attraktor (der relativen Phase) keine Änderung der Dynamik, d.h. kein zusätzlicher Beitrag zur Ableitung auftritt. Wählt man die "rangelimiting"-Funktion in Gauß-Form, so lassen sich die o.a. Forderungen erfüllen.

Die "range-limiting"-Funktion hat demnach folgende Form:

Gleichung 31

$$f_{\lim}(\vartheta) = e^{-\left|\binom{x_1}{y_1} - R(\vartheta)\binom{x_2}{y_2}\right|^2 / 2\sigma^2}$$

Man sieht, daß Gleichung 31 den Wert eins annimmt, wenn die beiden Oszillatoren mit der gewünschten relativen Phase ϑ schwingen. Je mehr die tatsächliche relative Phase von ϑ abweicht, desto geringer wird der Wert für f_{lim} . Der Parameter σ , die Standardabweichung, dient der Kalibrierung und der Festlegung der Reichweite von f_{lim} . Durch die Gauß-Glockenform ergibt sich auch der Wert Null für die Ableitung von f_{lim} an der Stelle des Attraktors und damit tritt dort kein zusätzlicher Beitrag zur Ableitung auf. Mit diesen Überlegungen ergibt sich folgender allgemeiner Ansatz für ein bistabiles Modell:

Gleichung 32

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \end{pmatrix} = f_{Hopf}(x_1, y_1) + c_1 R(\vartheta_1) f_{\lim}(\vartheta_1 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + c_2 R(\vartheta_2) f_{\lim}(\vartheta_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Der Einfachheit und Übersichtlichkeit halber wurde auf die Angabe des zweiten Oszillators verzichtet. Er schreibt sich analog, nur daß, wie bei Gleichung 23 begründet, jeweils die negative relative Phase ϑ_i , mit Ausnahme bei der range-limiting"-Funktion f_{lim} , gewählt werden muß. Setzt man nun 0 und π als relative Phasen ein um das Kelso-Finger-Experiment zu beschreiben, ergibt sich folgendes bistabile Modell:

Gleichung 33

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x_1, y_1) + c_0 f_{lim}(0) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - c_{\pi} f_{lim}(\pi) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Gleichung 34

$$\begin{pmatrix} x_2' \\ y_2' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x_2, y_2) + c_0 f_{lim}(0) \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} - c_{\pi} f_{lim}(\pi) \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

Diese Bistabilität wird in Abbildung 19 verdeutlicht. Je nachdem, welcher Status näher am Startwert liegt, schwingt der Oszillator in die anti- oder in-Phase ein. Bei rein harmonischer Schwingung, wie in diesen zwei Fällen, liegt die Grenze der beiden Attraktoren genau in der Mitte bei 90° Phasenunterschied. Dort befindet sich ein instabiler Fixpunkt (auf dessen Darstellung wird hier verzichtet). Für die Stabilität der Kopplung gilt das gleiche, wie schon in Kapitel 6.1.1 dargelegt: Der Unterschied der Kreisfrequenzen muß hinreichend klein, oder die Summe der Kopplungskoeffizienten hinreichend groß sein.



Abbildung 19. Gleichung 33 und Gleichung 34. $\alpha = 1$; $\gamma = |\alpha|$; $\omega_l = \omega_2 = 15$; $c_0 = c_{\pi} = 0.8$; q = 0; Links: $[x_1, y_1, x_2, y_2] = [1, 1, 1, 0]$; Rechts: $[x_1, y_1, x_2, y_2] = [1, 1, -1, 0]$.

6.3. Idee der Inharmonizität

Das in Kapitel 6.2 dargestellte Modell besitzt zwar $\varphi = 0^{\circ}$ und $\varphi = 180^{\circ}$ als stabile Attraktoren, jedoch ist die Stabilität jeweils gleich stark ausgeprägt. In Bezug auf das in Kapitel 4.1 beschriebene Kelso-Finger-Experiment muß es daher so modifiziert werden, daß bei steigender Frequenz der in-Phase Zustand stabil bleibt während der anti-Phase Zustand zunehmend an Stabilität verliert. Die Abnahme der Stabilität der anti-Phase wird dadurch erreicht, daß man die ursprünglich harmonische Schwingung zunehmend inharmonisch gestaltet. Dies stellt den grundlegenden Unterschied zum HKB-Modell dar, bei dem auf die Form der Schwingung nicht direkt Einfluß genommen wird und die Instabilität durch eine Steigerung der Frequenz, verbunden mit einem Absenken der Amplitude, modelliert wurde.

Die in dieser Arbeit vorgenommene Modellierung begründet sich auf experimentelle Beobachtungen. Man hat Grund zu der Annahme, daß die Oszillatorfrequenz während eines Zyklus nicht konstant ist, sondern sich mit der Geschwindigkeit des Effektors erhöht.⁵⁵ Im in-Phase Zustand hat dies keine Auswirkungen, da beide Effektoren gleichzeitig in ihrer Phase nach vorwärts oder rückwärts streben, ihre Trajektorien bleiben also deckungsgleich und stabilisieren sich so gegenseitig. Anders verhält es sich im anti-Phase Zustand. Ist die Schwingung nicht mehr harmonisch, z.B. hervorgerufen durch eine beschleunigte Aufwärtsbewegung, sind die Trajektorien, von denen eine an der *t*-Achse gespiegelt wird, nicht mehr deckungsgleich und die Oszillation verliert an Stabilität. Diese Modulation der Schwingung hat dabei keinerlei Auswirkungen auf die eigentliche Phase, da über einen kompletten Zyklus betrachtet die Erhöhung und Erniedrigung der Frequenz des Effektors sich gegenseitig exakt aufheben.

Die Inharmonizität wird auf zweierlei Art und Weise realisiert. Die so entstehenden Modelle werden im folgenden parallel untersucht.

6.3.1. Inharmonizität durch die Masse-Feder-Differentialgleichung (MF-Modell)

Für die Art der Umsetzung ist es wichtig einzusehen, daß die vom ZNS geplante periodische Trajektorie vom biomechanischen Motorkontrollsystem realisiert werden muß, wobei die Dynamik des ZNS (= des Oszillators) nicht identisch mit der physikalischen Dynamik des biomechanischen Systems ist.⁵⁶ Die Effektoren, im Falle des Kelso-Experiments die Finger, haben eigene physikalische Eigenschaften, die in die Bewegung mit einfließen. Die Bewegung wird also durch die Masse-Feder-Charakteristik des Motorkontrollsystems, mit dem es verglichen wird, gefiltert. Das System besitzt demnach eine bestimmte Dämpfung und Federhärte.

Die allgemeine Differentialgleichung der gedämpften Schwingung lautet:

Gleichung 35

$$r'' = -\omega_r^2(r-x) - \mu r'$$

Da es sich hier um eine Differentialgleichung zweiter Ordnung handelt, ist es notwendig sie in zwei gekoppelte Differentialgleichungen erster Ordnung umzuwandeln:

Gleichung 36

$$r' = v$$

⁵⁵ s. Kay BA, Saltzman EL, Kelso JAS (1991).

$$v' = -\omega_r^2(r-x) - \mu r'$$

Die geplante Trajektorie ist hierbei die (jetzt bewegte) Ruhelage der Feder. Dies begründet die Einkopplung von x und y in r und v. Die Differentialgleichung der gedämpften Feder-Schwingung übt direkten Einfluß auf den elementaren Hopf-Oszillator (Gleichung 6) aus. Dieser lautet daher nun folgendermaßen:

Gleichung 37

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = f_{hopfMF}(x, y, v) = \begin{pmatrix} \alpha & -(\omega + bv) \\ \omega + bv & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \gamma (x^2 + y^2) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Die Rückkopplung ($-[\omega + bv]$)begründet sich auf der Beobachtung, daß mechanische Störungen die Phase stets nach vorwärts und nie nach rückwärts verschieben. Damit lautet das komplette Modell nun folgendermaßen:

Gleichung 38

$$\begin{pmatrix} x_{1}' \\ y_{1}' \\ r_{1}' \\ v_{1}' \end{pmatrix} = \frac{f_{hopfMF}(x_{1}, y_{1}, v_{1}) + c_{0}f_{lim}(0) \begin{pmatrix} x_{2} \\ y_{2} \end{pmatrix} - c_{\pi}f_{lim}(\pi) \begin{pmatrix} x_{2} \\ y_{2} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} v_{1} \\ -\omega_{r}^{2}(r_{1} - x_{1}) - \mu v_{1} \end{pmatrix}$$

Gleichung 39

$$\begin{pmatrix} x_{2}' \\ y_{2}' \\ r_{2}' \\ v_{2}' \end{pmatrix} = f_{hopfMF}(x_{2}, y_{2}, v_{2}) + c_{0}f_{lim}(0) \begin{pmatrix} x_{1} \\ y_{1} \end{pmatrix} - c_{\pi}f_{lim}(\pi) \begin{pmatrix} x_{1} \\ y_{1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} v_{2} \\ -\omega_{r}^{2}(r_{2} - x_{2}) - \mu v_{2} \end{pmatrix}$$

Trivialerweise kann ein einzelner Effektor nicht gleichzeitig mit zwei verschiedenen Frequenzen schwingen, wodurch ω_r und ω denselben Wert haben. Damit wird klar, daß mit wachsendem ω die Inharmonizität ausgeprägter wird (bei konstantem $b \neq 0$). Dies ist deutlich in Abbildung 20 zu sehen. Evtl. Einschwingvorgänge wurden durch die Wahl der Anfangsbedingungen vermieden.

⁵⁶ s. Schöner G (1994a), S. 340.



Abbildung 20. Gleichung 38 und Gleichung 39. $[x_1,y_1,x_2,y_2,r_1,v_1,r_2,v_2]=[1,1,1,1,0,0,0,0]; \alpha=1; \gamma=|\alpha|; \sigma=1; c_0=c_{\pi}=3; b=1; q=0; \mu=2\omega_l;$ Links: $\omega_l=\omega_2=\omega_l=2,5;$ Rechts: $\omega_l=\omega_2=\omega_l=20.$

6.3.2. Inharmonizität durch additiven Beitrag (AB-Modell)

Eine andere Möglichkeit die Idee der Inharmonizität zu realisieren besteht darin, an das bistabile Modell (Gleichung 33 und Gleichung 34) einfach additiv einen geeigneten Term anzufügen, etwa auf folgende Art und Weise:

Gleichung 40

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x_1, y_1) + c_0 f_{lim}(0) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - c_{\pi} f_{lim}(\pi) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\beta y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gleichung 41

$$\begin{pmatrix} x_{2}' \\ y_{2}' \end{pmatrix} = f_{hopf}(x_{2}, y_{2}) + c_{0}f_{lim}(0) \begin{pmatrix} x_{1} \\ y_{1} \end{pmatrix} - c_{\pi}f_{lim}(-\pi) \begin{pmatrix} x_{1} \\ y_{1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\beta y_{2}^{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die betragsmäßige Größe des Parameters β ist ein Maß für die Inharmonizität der Schwingung. Ein betragsmäßig größeres β bewirkt eine stärkere Verformung der Lösung. Dabei ist es im Prinzip unerheblich, ob β positiv oder negativ gewählt wird. Eine Umkehrung des Vorzeichens von β bewirkt lediglich eine Spiegelung des Graphen der Schwingung an der *t*-Achse. Wird β positiv gewählt, so wird die Abwärtsbewegung beschleunigt und die Aufwärtsbewegung verlangsamt.



Abbildung 21. Gleichung 40 und Gleichung 41. $\alpha = 1$; $\gamma = |\alpha|$; $\omega_1 = \omega_2 = 15$; $c_0 = c_{\pi} = 0.8$; q = 0.01; $[x_1, y_1, x_2, y_2] = [1, 1, 1, 1]$; Links: $\beta = 1$; Rechts: $\beta = 5$.

Die Auswirkungen eines wachsenden Parameters β auf die Harmonizität der Schwingung sind in Abbildung 21 deutlich zu erkennen, ebenso die Beschleunigung der Abwärtsbewegung und die verlangsamte Aufwärtsbewegung. Die übrigen Parameter wurden bewußt so gewählt, daß ohne Einschwingvorgänge sofort eine stabile in-Phase Schwingung auftritt, um ausschließlich den Einfluß von β beobachten zu können.

6.4. Ergebnisse

Die Grenze der beiden Attraktoren liegt bei dem in Kapitel 6.2 simulierten Modell (Gleichung 33 und Gleichung 34) genau in der Mitte zwischen anti- und in-Phase bei 90°. Hier wird nun gezeigt, wie sich eine zunehmende Inharmonizität auf die Stabilität der relativen Phase und den Wirkungsbereich der Attraktoren auswirkt.

6.4.1. MF-Modell

Gleichung 38 und Gleichung 39 wurden für jede Kreisfrequenz ω über einen Zeitraum von 10 Sekunden simuliert. Damit etwaige Einschwingvorgänge die Ergebnisse nicht verfälschen, wurden die Berechnungen nur ab der fünften Sekunde durchgeführt, da nach Augenschein bis dahin alle Einschwingvorgänge vollständig abgeklungen waren. Die Ergebnisse dieser Simulationen (s.Tabelle 11) sind in Abbildung 22 und Abbildung 23 graphisch dargestellt. Die Standardabweichung läßt sich dabei als Maß für die Instabilität auffassen. Im rechten Teil von Abbildung 22 ist deutlich zu erkennen wie bei wachsendem ω die Standardabweichung für den anti-Phase Zustand größer wird. Ein weiteres Maß für die Instabilität ist die Abweichung der tatsächlichen Phase von der eingestellten Phase (hier 0° und 180°). In Abbildung 23 sieht man, daß bei wachsendem ω der anti-Phase Zustand ebenfalls immer weiter von 180° abweicht.

Die Abweichungen für die in-Phase bei $\omega = 8$ und $\omega = 10$ von den übrigen Werten lassen sich auf numerische Fehler zurückführen. Offensichtlich gibt es bei den niedrigen Frequenzen, sowohl für die anti- als auch für die in-Phase nicht genügend Extrema in den für die Berechnungen herangezogenen fünf Sekunden, um zu ausreichend genauen Ergebnissen zu kommen. Unter diesem Gesichtspunkt sind die Tabelle 11 und Abbildung 22 und Abbildung 23 erst ab $\omega = 12$ zu betrachten.



Abbildung 22. Gleichung 38 und Gleichung 39. $\alpha = 1$; $\sigma = 1$; $\gamma = |\alpha|$; $c_0 = c_{\pi} = 0,8$; q = 0; b = 0,5; $\omega_l = \omega_2 = \omega_l$; $\mu = 2 * \omega_l$; in-Phase (durchgezogen): $[x_1, y_1, x_2, y_2, r_1, v_1, r_2, v_2] = [1,1,1,0,0,0,0,0]$; im linken Bild identisch mit der Nullinie; anti-Phase (gestrichelt): $[x_1, y_1, x_2, y_2, r_1, v_1, r_2, v_2] = [1,1,-1,0,0,0,0,0]$.



Abbildung 23. Die Abweichung der relativen Phase in Grad von 0° für in-Phase (durchgezogen) und von 180° für anti-Phase (gestrichelt).

| | in-l | Phase | anti-Phase | | | | |
|----|------------|--------------|------------|--------------|--|--|--|
| ω | Mittelwert | Standardabw. | Mittelwert | Standardabw. | | | |
| 8 | -0,190 | 0,63 | 178,854 | 0,00 | | | |
| 10 | -0,190 | 0,71 | 179,889 | 0,89 | | | |
| 12 | 0,000 | 0,00 | 179,786 | 1,34 | | | |
| 14 | 0,000 | 0,00 | 179,294 | 1,32 | | | |
| 16 | 0,000 | 0,00 | 178,664 | 1,74 | | | |
| 18 | 0,000 | 0,00 | 177,813 | 2,10 | | | |
| 20 | 0,000 | 0,00 | 176,740 | 2,35 | | | |

Tabelle 11. Die zu Abbildung 22 und Abbildung 23 gehörende Wertetabelle.

Die rechte Graphik von Abbildung 24 zeigt das stochastische Umschlagen aus dem anti-Phase Modus in den in-Phase Modus. Durch die Inharmonizität wird die anti-Phase gegenüber der in-Phase destabilisiert, und der Wirkungsbereich des in-Phase Attraktors ausgeweitet. Durch das Hinzufügen von Rauschen kann es passieren, daß die Schwingung in den Bereich des in-Phase Attraktors gerät. Das System kehrt nicht mehr in den anti-Phase Modus zurück, da das Rauschen nun nicht ausreicht wieder einen Wert im Bereich des anti-Phase Attraktors zu liefern. Wie auch schon vorher gezeigt, ist die in-Phase Schwingung also stabiler. Die Parametereinstellungen sind bei beiden Graphiken dieselben, d.h. man kann nicht genau vorhersagen, wann der Übergang stattfindet. Man kann lediglich die Voraussetzungen für das Umschlagen schaffen, das weitere ist dann im wesentlichen vom Rauschen abhängig, das irgendwann zufällig einen hinreichend großen Wert hinzufügt. Setzt man die Parameter so, daß man auf jeden Fall bei jedem Versuchsdurchlauf einen Umschlag beobachten könnte, so könnte unter Umständen wieder ein, wenn auch kurzes, Zurückkehren in den anti-Phase Modus auftreten, da dann die in-Phase auch stärker destabilisiert wäre und ein größeres Rauschen in der Lage ist einen Wert auch außerhalb des stärkeren in-Phase Attraktors im Bereich des anti-Phase Attraktors zu liefern. In den praktischen Versuchen wurde eine einmal eingenommene in-Phase Schwingung nie wieder verlassen. Um dies zu vermeiden, ist es notwendig, die Parameter mit einer entsprechenden Sorgfalt zu wählen.⁵⁷

Sehr gut ist bei $t \approx 10$ der plötzliche Phasenübergang zu erkennen. Es handelt sich also nicht, wie man zunächst vielleicht annehmen könnte, um einen kontinuierlichen und langsamen Übergang von einem instabileren in einen stabileren Zustand. Die anti-Phase ist durchaus stabil, und nur ein überdurchschnittlich großer Rauschwert bringt die Schwingung in den Wirkungsbereich des in-Phase Attraktor.



Abbildung 24. Gleichung 38 und Gleichung 39. $\alpha = 1$; $\sigma = 1$; $\gamma = |\alpha|$; $c_0 = c_\pi = 5$; q = 0,3; b = 0,2; $\omega_l = 15$; $\omega_2 = 17$; $\omega_l = \omega_l$; $\mu = 2\omega_l$; $[x_1, y_1, x_2, y_2, r_1, v_1, r_2, v_2] = [1, 1, -1, -1, 0, 0, 0, 0]$.



Abbildung 25. Gleichung 38 und Gleichung 39. α =1; σ =1; γ =| α |; c_0 = c_π =5; q=0; b=0,4; ω_l =8-20; ω_2 =10-22; ω_r = ω_l ; μ =2 ω_l ; $[x_1, y_1, x_2, y_2, r_1, v_1, r_2, v_2]$ =[1,1,-1,-1,0,0,0,0].

⁵⁷ vgl. Schöner G, Haken H, Kelso JAS (1986) zum stochastischen Phasenübergang von anti-Phase nach in-Phase bei der time-delay Version des HKB-Modells und auch Peper CE, Beek PJ (1998a). Ein stochastisches Umschlagen von anti-Phase nach in-Phase bei genügend hoher Frequenz ist aber auch beim HKB-Modell zu beobachten.⁵⁸ Ziel der Aufgabenstellung war es aber ein Modell zu entwickeln, welches allein durch die Steigerung der Frequenz und ohne stochastische Beiträge (Rauschen) die zunächst stabile anti-Phase aufgibt und zur in-Phase Schwingung überspringt. Um diese Eigenschaft des MF-Modells nachzuweisen, wurde bei der Simulation auf Rauschen verzichtet und die Kreisfrequenz ω kontinuierlich bei jedem Integrationsschritt um 0,006 s⁻¹ erhöht. Dies bewirkte eine Erhöhung von ω um insgesamt 12 s⁻¹ über den gesamten Zeitraum der Lösung. Das Ergebnis ist in Abbildung 25 zu sehen. Deutlich erkennt man im Bereich von ca. 6,0 – 6,7 s den Übergang. Das bedeutet einen Wert von 15 – 16 s⁻¹ für ω_I , bzw. eine Frequenz von ungefähr 2,4 – 2,5 Hz.

Damit sind die grundsätzlichen Forderungen, die im Vorfeld an das zu entwickelnde Modell gestellt wurden, erfüllt.

6.4.2. AB-Modell

Da beim AB-Modell die Inharmonizität nicht direkt an die Frequenz gekoppelt ist, sondern nur durch einen additiven Term realisiert wurde, wird auf eine detaillierte Analyse verzichtet. Es wäre aber sicherlich auch realisierbar den Wert von β an die Kreisfrequenz ω zu koppeln und damit mit steigender Frequenz auch eine größere Inharmonizität zu erhalten. Im rechten Teil von Abbildung 26 sieht man deutlich das stochastische Umschlagen. Es gelten hierbei im wesentlichen die selben Erläuterungen wie in Kapitel 6.4.1 für das MF-Modell gemacht.



Abbildung 26. Gleichung 40 und Gleichung 41. $\alpha=1$; $\gamma=|\alpha|$; $\beta=4,5$; $\omega_1=\omega_2=15$; $\sigma=1$; $c_o=c_{\pi}=2$; q=0,3; $[x_1,y_1,x_2,y_2]=[1,1,-1,-1]$.

⁵⁸ Schöner G, Haken H, Kelso JAS (1986).

7. Abschließende Diskussion

7.1. Bewertung der Modelle

Mit dem MF-Modell (Kapitel 6.3.1) und dem AB-Modell (Kapitel 6.3.2) ist es gelungen, zwei Varianten eines Modells für die Koordination bimanueller Bewegungen auf der Basis der Hopf-Bifurkation zu entwickeln. Nach den in Kapitel 6.4.1 und Kapitel 6.4.2 angeführten Bemerkungen ist eindeutig das MF-Modell zu favorisieren. Es hat den Vorteil, daß die Inharmonizität direkt von der Frequenz abhängt und somit ein Ansteigen der Frequenz allein zu einer stärkeren Abschwächung des anti-Phase Attraktors führt. Schlußendlich wurde damit die gestellte Aufgabe erreicht, nämlich das Entwickeln eines Modells, welches bei steigender Frequenz von bistabil (in- und anti-Phase) nach monostabil (in-Phase) wechselt (s. Abbildung 25). Dabei hat die Amplitude keinen Einfluß auf den Übergang von bi- nach monostabil, da sie zu eins normiert wurde (s. Erläuterung zu Gleichung 6 in Kapitel 3.2). Es existiert viel Literatur zur reinen Zeitstruktur von Bewegung (tapping, metronome driven motion, tracking), mit der das hier vorgeschlagene (MF-)Modell besser als das HKB-Modell in Kontakt treten kann, da es ein reines "clock"-Modell ist. Das Konzept einer "clock" ist im Grunde genau das Konzept eines Grenzzyklus (limit cycle), dessen Amplitude keine Rolle spielt, der also nur bzgl. Phaseninformation genutzt wird. Dies ist der entscheidende Unterschied zum HKB-Modell (vgl. Kapitel 4.2.1).

Wie schon in der Einleitung zu Kapitel 6 kurz angeführt, wurde das Modell so allgemein wie möglich gehalten. Explizit bedeutet dies, daß das Modell noch zahlreiche Symmetrien aufweist. Es wurde bei den Oszillatoren nicht nach rechter und linker Hand unterschieden und auch die Werte für die Reichweite der range-limiting Funktion f_{lim} (σ , Gleichung 31) und die Kopplungskoeffizienten (c_0 und c_{π}) wurden jeweils gleich groß gewählt. Es ist zwar bekannt, daß es z.B. Unterschiede zwischen der dominanten und subdominanten Hand gibt (s. Kapitel 5.5.1), dies u.ä. sollte hier aber nicht in das Modell mit eingearbeitet werden. Um verläßliche Schätzungen für die einzelnen Parameterwerte bekommen zu können, ist ein einzelnes Experiment nicht ausreichend. Es wäre auf jeden Fall eine ganze Reihe von Experimenten nötig.

7.2. Einordnung und Anwendungsperspektive

Wie schon in Kapitel 4.2 angesprochen hat das Phänomen des Umschlagens von anti- zu in-Phase ab einer bestimmten Frequenz allgemeine Gültigkeit, da es für die verschiedensten Gliedmaßen und Kopplungsarten nachgewiesen werden konnte. Dies rechtfertigt den abstrakten Zugang formaler Art via eines mathematischen Modells, wie es hier geschehen ist. Dabei sollte sich das Modell möglichst nah an der Realität orientieren und bei möglichst vielen Konfigurationen anwendbar sein. Da das HKB-Modell den Nachteil der Amplitude aufweist, wurde ein anderer, ebenfalls als synergetisch zu bezeichnender, Ansatz für die Modellierung gewählt.

"Zur Aufklärung der Aktualgenese menschlichen Sichbewegens wie der Funktionsweise sensumotorischen Lernens haben sich klassische computeranaloge Steuerungs- und Regulationstheorien und entsprechend konzipierte Handlungsregulationstheorien ebenso als untauglich erwiesen wie sog. Informationsverarbeitungstheorien ..."59, denn "Movements are not displacements in Newtonian space, but changes in environmental relationship. Learning a skill is learning how to use the affordances of environment, not how to move one's body."⁶⁰ Die Synergetik bietet einen anderen, ganzheitlichen Zugang zu den Phänomenen menschlichen Sichbewegens und den damit verbundenen Lehr- und Lernprozessen.⁶¹ "Synergetik fragt primär nicht nach Elementen, sondern nach der gesamten Funktion, die im Wahrnehmen und Sichbewegen geleistet werden muß."⁶² Dies bringt Haken in seiner Metapher vom Auto als Leiterwagen, Seifenkiste, Kettcar, Autoscooter bildlich zum Ausdruck. Für das Lernen und Lehren von Bewegungen bedeutet das konkret, daß immer die elementare Funktion der gewünschten Bewegung im Auge behalten werden muß. "Klassische" sog. methodische Übungsreihen nach den Prinzipien "von Teilbewegungen zur ganzen Bewegung" oder "vom einfachen zum komplexen" haben sich als untauglich erwiesen (s.o.). Techniken im Sport sind kein Selbstzweck sondern erfüllen immer eine Funktion, so gibt es z.B. im Volleyball kein "pritschen" sondern nur ein "stellen", also ein plazieren des Balles in eine für den Mitspieler günstige Position um einen Angriff durchführen zu können. Dieser Funktion darf die Technik

⁵⁹ Leist KH (1999).

⁶⁰ Reed ES (1998), S. 79.

⁶¹ Eine ausgezeichnete Abhandlung über synergetische Lehr-Lernprozesse des Bewegungssystems ist z.B. Leist KH (1999).

⁶² Leist KH (1993), S. 115.

des pritschens beim Erlernen nicht beraubt werden, da sie sonst sinnentleert als Kunststück im Raum steht.

Das gleiche gilt für die Strukturen von Bewegungen. Betrachtet man z.B. einen Golfschlag als eine Vielzahl von Ortskoordinaten, die der Schlägerkopf zu einer bestimmten Zeit passieren muß, in Verbindung mit bestimmten Hand-, Arm-, Schulter-, Hüft- und Kniebewegungen, dann wird durch ein isoliertes Üben von Teilbewegungen des Schlages ein effektives Lernen des kompletten Schlages kaum gelingen, da diese Einzelbewegungen sinnlos erscheinen ("Der Trainer hat gesagt ich soll die Knie beugen"). Bekannt sind in diesem Zusammenhang auch die Probleme der Interferenz, d.h. eine früher erlernte (Teil-)Bewegung stört das Lernen einer neuen Bewegung. Es sind also noch Attraktoren (Täler in der Potentiallandschaft) vorhanden, die unter bestimmten Umständen wie z.B. Streß, Nervosität oder schnellere Bewegungsausführung (control-parameter!) zu Tage treten können. Dies führt dazu, daß die Bewegung dann zusammenbricht und man in das alte Muster zurückfällt. Begreift man das Schwingen des Schlägers aber als Pendelbewegung wird man, nach Erlernen des Pendelns, von sich aus die entsprechenden unterstützenden Körperbewegungen ausführen um das Pendel mit noch mehr Schwung ausführen und den Ball weiter schlagen zu können. Dabei muß der Spieler sich "[...] auf die Dynamik der Wechselbeziehung aktiver und reaktiver Kräfte so einlassen, daß die Golfschwung-Gestalt (d. Verf.) eigendynamisch entsteht. Er muß sozusagen versuchen, sich in die gestaltbildende Eigendynamik einzupassen⁶³ Für den Lehrer bedeutet dies, daß er die Umgebungsbedingungen so zu gestalten hat, daß sich die gewünschte Form auch eigendynamisch entwickeln kann. An diesem Beispiel lassen sich auch sehr gut die Unterschiede der Modellierung zeigen: Die "klassische" Bewegungslehre⁶⁴ würde den Schlag in unterschiedliche Phasen aufteilen, jede Phase bzgl. ihrer Teilbewegungen analysieren und am Ende eine Bewegungsgleichung hoher Ordnung hervorbringen, da eine Interpolation bei n+1 Stützstellen ein Polynom n-ten Grades erzeugt. In der Synergetik sucht man nach der zugrunde liegenden Ordnungsstruktur und findet das Prinzip des Pendels zum Schwingen des Schlägers. Mit den Hilfsmitteln der nichtlinearen Dynamik läßt sich dies mit Differentialgleichungen erster oder zweiter Ordnung leicht modellieren. Da der Grad einer mathematischen Gleichung ein Maß für die Komplexität ist, kann man schon über die Modellierung einsehen, daß aus den Theorien der Synergetik effektive Wege zum Lernen von Bewegungen resultieren.

⁶³ Leist KH (1999), S. 209.

⁶⁴ z.B. im Sinne von Meinel K, Schnabel G (1987).

Für die Unzulänglichkeiten der Programm-Theorien motorischen Lernens sei folgendes Beispiel zitiert: "Nach sog. Programm-Theorien motorischen Lernens ist folgender Ski-Lehrweg zum Erlernen des Umspringens bzw. Kurzschwingens mit Abheben der Skienden auf einem Steilhang (s. Abbildung 27) konzipiert:



Abbildung 27

Durch Winkelsprünge auf Hängen mit leichter Neigung soll ein Ausführungsmuster i.S. eines Motor-Programms erlernt werden, das dann am Steilhang nur noch in bestimmten Parametern an die neuen Bedingungen anzupassen ist.

Man meint also einerseits das Muster des Winkelspringens aus dem flachen Gelände der Steilhangsituation aufprägen zu können und es andererseits bloß in einzelnen Parametern anpassen zu müssen. Der Lehrweg hat sich als eklatanter Fehlschlag erwiesen. Zurückzuführen ist dies auf die zentralen Unzulänglichkeiten der zugrunde liegenden Theorie und die daraus resultierende gerade skizzierte Zweiteilung. Diese Zweiteilung wird aber der Einheit des besonderen dynamischen Wechselspiels zwischen aktiven und reaktiven Kräften nicht gerecht, die schon phänomenologisch ausweisbar ist:

Will ein Skifahrer z.B. einen steilen Firnhang in "Abhebeschwüngen" um die Fallinie bewältigen, so muß er sich – auf fortlaufenden Kantengriff und gespannten Abdruck gerichtet – auf die Dynamik der Wechselbeziehung aktiver und reaktiver Kräfte so einlassen, daß die "Abhebeschwung-Gestalt" eigendynamisch entsteht. Er muß sozusagen versuchen, sich in die gestaltbildende Eigendynamik einzupassen."⁶⁵

Abschließend sei noch ein weiteres Beispiel aus dem alpinen Skilauf kurz skizziert: Möchte man das Tiefschneefahren erlernen, so beginnen die Programm-Theorien motorischen Lernens mit dem Kurzschwung auf der präparierten Piste. Man glaubt damit ein entsprechendes Programm für die Ausführung des Kurzschwungs erlernt zu haben, das nur in bestimmten Parametern an die Tiefschneesituation anzupassen ist. Damit hat man zwar das Grundprinzip, nämlich das Pendeln um die Fallinie, erkannt. Begibt man sich aber daraufhin in den Tiefschnee, stellt man sehr schnell fest, daß ein schwereloses Dahingleiten unmöglich scheint. Der Grund liegt darin, daß die Mechanismen zur Schwungauslösung komplett verschieden sind, auch wenn nach außen auf den ersten Blick keine Unterschiede in den Schwüngen festzustellen sind. Auf der Piste erhält man durch den Kantengriff eine Abstoßspannung, die man für die Hochentlastung nutzt. Im Tiefschnee dagegen findet die Kante keinen festen Halt und jeder einzelne Schwung wird zum Kraftakt, da man durch den Tiefschnee einen höheren Drehwiderstand zu überwinden hat. Beim Tiefschneefahren ist es entscheidend durch eine gewisse Geschwindigkeit zum einen Auftrieb zu entwickeln und zum anderen genug Fahrtwucht zu besitzen um den Schnee zur Seite schieben zu können. Dieser zusammengeschobene und damit verdichtete Schnee dient dann als Hilfsmittel zur Entlastung, da man sich auf ihm nach oben tragen lassen kann um sofort nach dem Prinzip des Pendels den nächsten Schwung einzuleiten. Man muß sich also in den durch Schneeart und -tiefe sowie Steilheit des Geländes vorgegebenen Rhythmus einpassen um das Gefühl des Dahingleitens erleben zu können. Diese Mechanismen können auf der Piste nicht simuliert oder erlernt werden, daher zeigt sich wieder die eigentlich triviale Aussage: Tiefschneefahren lernt man nur im Tiefschnee!

An diesem Beispiel lassen sich die synergetischen Selbstordnungsprozesse gut darstellen. Erreicht der control-parameter "Geschwindigkeit" einen kritischen Wert, erfährt das System "Skifahrer" einen plötzlichen und radikalen Wechsel: Der zuvor durch viel Krafteinsatz und Drehhilfen wie Rotation des Oberkörpers erzwungene Schwung gelingt quasi von selbst. Es genügt wie ein Pendel von rechts nach links zu schwingen. Sinkt die Geschwindigkeit wieder unter den kritischen Wert, kehrt das System in den Ausgangszustand zurück und das Dahinschweben ist auf einen Schlag vorbei. Hier hat man den Paradefall einer Bifurkation, da eine

⁶⁵ Leist KH (1999), S. 208-209.

kleine Änderung des control-parameter Geschwindigkeit, nämlich Überschreiten des kritischen Werts, eine große und vollkommene Änderung des gesamten Systems zur Folge hat.

"Im Rahmen ganzheitlicher Theorien komplexer Systeme und nichtlinearer Dynamik ist solch gestaltbildende Eigendynamik als Selbstorganisation [...] darstellbar."⁶⁶ Dies gilt für alle in diesem Kapitel dargelegten Beispiele.

⁶⁶ Leist KH (1999), S. 209.

8. Acknowledgements

Mein Dank gilt Frau Prof. Dr. Dagmar Sternad, Pennsylvania State University, USA, die bei mir das Interesse für den Bereich motor control weckte. Ein besonderer Dank gebührt Herrn Prof. Dr. Schöner, CNRS Marseille, Frankreich und Institut für Neuroinformatik der Ruhr-Universität Bochum, auf dessen Idee die Modellierung mittels der Hopf-Bifurkation beruht. Seine Unterstützung bei der Entwicklung des Modells war eine große Hilfe. Weiterhin möchte ich mich bei Dr. Winston Byblow, Leiter des motor control Labors im Department of Sport and Exercise Science der Auckland University, Neuseeland, bedanken, der mir die Meßapparaturen für das Experiment in seinem Labor zur Verfügung stellte und mir wertvolle Anregungen für die Durchführung und Auswertung gab. Abschließend möchte ich Herrn Prof. Dr. Karl-Heinz Leist, Lehrstuhl für Sportpädagogik an der technischen Universität München, meinen Dank für die ausgezeichnete Betreuung dieser Arbeit aussprechen.
9. Literaturverzeichnis

- Aulbach B (1997). Gewöhnliche Differentialgleichungen. Spektrum, Akademischer Verlag, Berlin.
- Bachmann F, Schärer HR, Willimann L-S (1996). Mathematik mit Matlab. vdf Hochschulverlag an der ETH Zürich.
- Baldissera F, Cavallari P, Cavashi P (1982). Preferential coupling between voluntary movements of ipsilateral limbs. Neuroscience Letters 34: 95-100.
- Beek PJ, Peper CE, Stegeman DF (1995). Dynamic models of movement coordination. Human Movement Science 14: 573-608.
- Biran A, Breiner M (1999). Matlab 5 für Ingenieure, 3. Auflage. Addison-Wesley-Longman, Bonn.
- Blaufuß MD (1999). Normalformmodell der Koordination bimanueller Bewegungen. Zulassungsarbeit an der TU München.
- Braun (1991). Differentialgleichungen und ihre Anwendungen, 2. Auflage. Springer, Berlin.
- Bronstein, Semendjajew (1991). Taschenbuch der Mathematik, 25. Auflage. Teubner, Stuttgart.
- Byblow WD, Bysouth-Young D, Summers JJ, Carson RG (1998). Performance asymmetries and coupling dynamics in the acquisition of multifrequency bimanual coordination. Psychological Research 61: 56-70.
- Byblow WD, Chua R, Goodman (1995). Asymmetries in coupling dynamics of perception and action. Journal of Motor Behavior 27: 123-137.
- Byblow WD, Lewis GN, Stinear JW, Austin NJ, Lynch M (2000). The subdominant hand increases the efficacy of voluntary alterations in bimanual coordination. Experimental Brain Research 131: 366-374.
- Byblow WD, Summers JJ, Wuyts IJ, Carson RG, Semjen A (1999). Spontaneous and intentional pattern switching in a multisegmental bimanual coordination task. Motor Control 3: 372-393.
- Carson RG (1993). Manual asymmetries: old problems and new directions. Human Movement Science 12: 479-506
- Carson RG, Rieck S, Smethurst CJ, Lisón Párraga JF, Byblow WD (2000). Neuromuscularskeletal constraints upon the dynamics of unimanual and bimanual coordination. Experimental Brain Research 131: 196-214.
- Carson RG, Thomas J, Summers JJ, Walters MR, Semjen A (1997). The dynamics of bimanual circle drawing. The Quaterly Journal of Experimental Psychology 50A: 664-683.

- Fuchs A, Jirsa VK (2000). The HKB-model revisited: How varying the degree of symmetry controls dynamics. Human Movement Science 19: 425-449.
- Fuchs A, Jirsa VK, Haken H, Kelso JAS (1995). Extending the HKB-model of coordinated movement to oscillators with different eigenfrequencies. Biological Cybernetics 74: 21-30.
- Haken H (1983). Advanced Synergetics: Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices. Springer, Berlin.
- Haken H (1990). Synergetik: eine Einführung; Nichtgleichgewichts-Phasenübergänge und Selbstorganisation in Physik, Chemie und Biologie. 3., erw. Aufl. Springer, Berlin.
- Haken H, Kelso JAS, Bunz H (1985). A theoretical model of phase transitions in human hand movements. Biological Cybernetics 51: 347-356.
- Haken H, Peper CE, Beek PJ, Daffertshofer A (1996). A model for phase transitions in human hand movements during multifrequency tapping. Physica D, 90, 179-196; 92, 260 (erratum).
- Jeka JJ, Kelso JAS (1995). Manipulating symmetry in the coordination dynamics of human movement. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance 13: 178-190.
- Kay BA, Saltzman EL, Kelso JAS (1991). Steady state and perturbed rhythmical movements: A dynamical analysis. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance 17: 183-197.
- Kelso JAS (1981). Patterns of human interlimb coordination; Emerge from the properties of non-linear, limit cycle oscillatory prozesses: Theory and data, Journal of motor behavior 13: 226-261.
- Kelso JAS (1984). Phase transitions and critical behavior in human bimanual coordination. American Journal of Physiology: Regulatory, Integrative and Comparative Physiology 15: R1000-R1004.
- Kelso JAS, DelColle JD, Schöner G (1990). Action-perception as a pattern formation process. In M. Jeannerod, Attention and Performance XII (pp. 139-169), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kelso JAS, Schöner G (1988). Self-organization of coordinative movement patterns. Human Movement Science 7: 27-46.
- Leist KH (1993). Lernfeld Sport. Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH, Reinbek.
- Leist KH (1999). Synergetische Lehr-Lernprozesse des Bewegungssystems. In: Mainzer K (Hrsg.). Komplexe Systeme und Nichtlineare Dynamik in Natur und Gesellschaft: Komplexitätsforschung in Deutschland auf dem Weg ins nächste Jahrhundert. Springer, Berlin: 207-220.
- MacKenzie CL, Patla AE (1983). Breakdown in rapid bimanual finger tapping as a function of orientation and phasing. Society of Neuroscience.

Mardia KV (1972). Statistics of directional data. Academic Press, London.

Meinel K, Schnabel G (1987). Bewegungslehre – Sportmotorik. Berlin.

- Milšhtein GN (1974). Approximate Integration of Stochastic Differential Equations, Theory Prob. Appl. 19, Nr. 4: 557-562.
- Oldfield RC (1971). The assessment and analysis of handedness: the Edinburgh inventory. Neuropsychologia 9: 97-113.
- Peper CE, Beek PJ (1998a). Are frequency-induced transitions in rhythmic coordination mediated by a drop in amplitude? Biological Cybernetics 79: 291-300.
- Peper CE, Beek PJ (1998b). Distinguishing between the effects of frequency and amplitude on interlimb coupling in tapping a 2:3 polyrhythm. Experimental Brain Research 118, 78-92.
- Peper CE, Beek PJ (1999). Modeling rhythmic interlimb coordination: The roles of movement amplitude and time delays. Human Movement Science 18: 263-280.
- Peper CE, Carson RG (1999). Bimanual coordination between isometric contractions and rhythmic movements: an asymmetric coupling. Experimental Brain Research 129: 417-432
- Perko L (1991). Differential equations and dynamical systems. Springer, Berlin.
- Plaschko P, Brod K (1995). Nichtlineare Dynamik, Bifurkation und chaotische Systeme. Vieweg, Braunschweig.
- Post AA, Peper CE, Beek PJ (2000). Relative phase dynamics in perturbed interlimb coordination: the effects of frequency and amplitude. Biological Cybernetics 83: 529-542.
- Post AA, Peper CE, Daffertshofer A, Beek PJ (2000). Relative phase dynamics in perturbed interlimb coordination: stability and stochasticity. Biological Cybernetics 83: 443-459.
- Reed ES (1998). Applying the Theory of Actions Systems to the Study of Motor Skills. In: Meijer OG, Roth K (Eds.) Complex Movement Behaviour. The motor-action controversy. Amsterdam, 45-86.
- Schmidt RC, Carello C, Turvey MT (1990). Phase transitions and critical fluctuations in the visual coordination of rhythmic movement between people. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance 16: 227-247.
- Schöner G (1990). A dynamic theory of coordination of discrete movement. Biological Cybernetics 63: 257-270.
- Schöner G (1994a) From interlimb coordination to trajectory formation: Common dynamical principles. In: Swinnen S, Heuer H, Massion J, Casaer P (eds). Interlimb coordination: neural, dynamical and cognitive constraints. Academic Press, San Diego: 339-368.

- Schöner G (1994b). Dynamic theory of action-perception patterns: The time-before-contact paradigm. Human movement science 13: 415-439.
- Schöner G (1995). Recent developments and problems in human movement science and their conceptual implications. Ecological Psychology 7: 291-314.
- Schöner G, Dijkstra T, Jeka J (1998). Action-perception patterns; Emerge from coupling and adaptation. Ecological Psychology 10: 323-346.
- Schöner G, Dose M, Engels C (1995). Dynamics of behavior: Theory and applications for autonomous robot architectures. Robotics and autonomous systems 16: 213-245.
- Schöner G, Haken H, Kelso JAS (1986). A stochastic theory of phase transitions in human hand movements. Biological Cybernetics 53: 247-257.
- Schöner G, Kelso JAS (1988a). A synergetic theory of environmentally-specified and learned patterns of movement coordination. I. Relative phase dynamics. Biological Cybernetics 58: 71-80.
- Schöner G, Kelso JAS (1988b). A synergetic theory of environmentally-specified and learned patterns of movement coordination. II. Component oscillator dynamics. Biological Cybernetics 58: 81-89.
- Swinnen SP, Jardin K, Verschueren S, Meulenbroek R (1996). Between-limb asynchronies during bimanual coordination: effects of manual dominance and attentional cueing. Neuropsychologia 34: 1203-1213.
- Treffner P, Turvey MT (1996). Symmetry, broken symmetry, and handedness in bimanual coordination dynamics. Experimental Brain Research 107: 463-478.
- Tuller B, Kelso JAS (1985). Coordination in normal and split-brain patients. Paper presented at Psychonomic Society, Boston.
- Viviani P, Perani D, Grassi F, Bettinardi V, Fazio F (1998). Hemispheric asymmetries and bimanual asynchrony in left- and right-handers. Experimental Brain Research 120: 531-536.
- Walters MR, Carson RG (1997). A method for calculating the circularity of movement trajectories. Journal of Motor Behavior 29: 72-84.
- Wimmers RH, Beek PJ, van Wieringen PCW (1992). Phase transitions in rhythmic tracking movements: A case of unilateral coupling. Human Movement Science 11: 217-226.
- Wyuts IJ, Summers JJ, Carson RG, Byblow WD, Semjen A (1996). Attention as a mediating variable in the dynamics of bimanual coordination. Human Movement Science 15: 877-897.
- Yamanishi T, Kawato M and Suzuki R (1980). Two coupled oscillators as a model for the coordinated finger tapping by both hands. Biological Cybernetics 37: 219-225.

Zwillinger D (1989). Handbook of differential equations. Academic Press, San Diego.

10. Anhang

10.1. Größenordnungen und Einheiten der Parameter

Die Größenordnungen ergeben sich zum Teil aus den Messungen in den praktischen Experimenten, zum Teil aus den Werten anderer Parameter und zum Teil bedingen sie sich aus dem mathematischen Modell selbst um noch sinnvolle Ergebnisse zu erhalten.

- α: Typisch waren in den meisten Experimenten Relaxationszeiten von 0,5 bis 1 s. Daraus ergibt sich als Kehrwert Werte für α zwischen 1 und 2.
 Einheit: s⁻¹.
- γ : Bestimmt zusammen mit α die Amplitude der Schwingung. Da die Amplitude keinerlei Auswirkungen auf die Ergebnisse hat, normiert man mit $\gamma = |\alpha|$ die Amplitude zu 1. Einheit: s⁻¹m⁻².
- ω: Phasensprünge traten beim Kelso Experiment bei Frequenzen von 2 bis 2,5 Hz auf. Mit ω = 2πf ergeben sich Werte zwischen 12 und 15. Einheit: s⁻¹.
- μ: Für den aperiodischen Grenzfall (schnellstes Abklingen) muß gelten: μ = 2ω. Einheit: s⁻¹.
- *c*: Die Größe der Kopplungskonstante folgt im wesentlichen aus der Höhe des Frequenzunterschieds der beiden Oszillatoren.
 Einheit: s⁻¹.
- σ: Je größer σ ist, desto größer ist die Reichweite der Attraktoren. Mit einem gewählten σ wird für den Exponent der f_{lim} -Funktion (Gleichung 31) der Wert $d/(σ\sqrt{2})$ gesetzt. dbezeichnet den Abstand zwischen den beiden Oszillatoren. Sinnvoll sind Werte zwischen 0,5 und 1 für σ.

Einheit: m.

b: Sinnvolle Werte für *b* (zwischen 0,2 und 1) ermittelt man durch Augenschein auf die graphische Darstellung der Lösung.

Einheit: m⁻¹.

β: Ermittlung ebenfalls durch Betrachtung der Auswirkungen auf die Lösung in der graphischen Darstellung. Sinnvolle Werte liegen zwischen 1 und 6.
 Einheit: m⁻¹s⁻¹.

10.2. Programm-Listings

Programm für die Extraktion der Spalten mit den Amplitudenwerten aus .txt Dateien

```
BEGIN {FS = " \setminus t"}
FNR == 1 {printf FILENAME > "ab"}
FNR == 1 {printf "n" > "ab"}
FNR == 3 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 3 {printf "n" > "ab"}
FNR == 4 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 4 {printf \n \ > \abcolor abcolor abc
FNR == 5 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 5 {printf "\n" > "ab"}
FNR == 6 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 6 {printf "n" > "ab"}
FNR == 7 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf i' > ab'
FNR == 7 {printf "n" > "ab"}
FNR == 8 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 8 {printf "n" > "ab"}
FNR == 9 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 9 {printf "\n" > "ab"}
FNR == 10 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 10 {printf "\n" > "ab"}
FNR == 11 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf i' > ab'
FNR == 11 {printf \n \ > \abular
FNR == 12 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf $i"\t" > "ab"}
FNR == 12 {printf "\n" > "ab"}
FNR == 13 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf i' > ab''
FNR == 13 {printf "n" > "ab"}
```

FNR == 14 {for (i = 34; i <= 35; i++) printf \$i"\t" > "ab"}
FNR == 14 {printf "\n" > "ab"}

Programm für die Extraktion der Spalten mit den RTA-Werten aus .txt Dateien

BEGIN {FS = $" \setminus t"$ } FNR == 1 {printf FILENAME > "theta"} FNR == 1 {printf $"\n" > "theta"}$ FNR == 3 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf $i^{v} >$ "theta"} FNR == 3 {printf "n" > "theta"} FNR == 4 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf \$i"\t" > "theta"} FNR == 4 {printf "n" > "theta"} FNR == 5 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i' <"theta"} FNR == 5 {printf "n" > "theta"} FNR == 6 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i' > "theta"FNR == 6 {printf "\n" > "theta"} FNR == 7 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i <= 12; i++) printf i <= 12; i++) FNR == 7 {printf "\n" > "theta"} FNR == 8 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf \$i"\t" > "theta"} FNR == 8 {printf "n" > "theta"} FNR == 9 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf \$i"\t" > "theta"} FNR == 9 {printf "\n" > "theta"} FNR == 10 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf $i' \times$ "theta"} FNR == 10 {printf "n" > "theta"} FNR == 11 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i' > "theta"FNR == 11 {printf "n" > "theta"} FNR == 12 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i' > "theta"FNR == 12 {printf "n" > "theta"} FNR == 13 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i' > "theta"FNR == 13 {printf "n" > "theta"} FNR == 14 {for (i = 11; i <= 12; i++) printf i' > "theta"FNR == 14 {printf "\n" > "theta"}

Der elementare Hopf Oszillator (Gleichung 6)

```
Steuerprogramm
% Programm für die Darstellung der elementaren Hopf-Gleichung
% x'=alpha*x-omega*y-gamma*(x^2+y^2)*x
% y'=omega*x+alpha*y-gamma*(x^2+y^2)*y
global alpha omega gamma
                      % Relaxationsrate
alpha = -2;
                       % Kreisfrequenz des Grenzzyklus
omega = 15;
qhilfe = 0.05; % Rauschkoeffizient
h = 0.001;
                       % Schrittweite des Integrators
t0 = 0;
tfinal = 5;
            % Startkoordinaten
z0 = [2;2];
gamma = abs(alpha); % amplitude = sqrt(alpha/gamma)
q = [qhilfe;qhilfe];
[t,z] = euler_pc('hopf',t0,tfinal,z0,h,0,q);
set(figure,'color',[1,1,1]);
subplot(2,1,1), plot(t,z(:,1),'k-',t,z(:,2),'k-.')
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);
title('x (durchgezogen) & y (gestrichelt) gegen
t','color',[0,0,0]);
subplot(2,1,2), plot(z(:,1),z(:,2),'k-')
axis('equal');
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);
title('y gegen x','color',[0,0,0]);
```

Gleichung

```
function zp = hopf(t,z)
% Hopf-Normalformmodell
% x'= alpha*x-omega*y-gamma*(x^2+y^2)*x
% y'= omega*x+alpha*y-gamma*(x^2+y^2)*y
global alpha omega gamma
zp = [alpha,-omega;omega,alpha]*z -
```

```
[gamma*(z'*z)*z(1);gamma*(z'*z)*z(2)];
```

Polarkoordinatendarstellung des Hopf Oszillators (Gleichung 9)

Steuerprogramm

```
% Programm für die Darstellung der elementaren Hopf-Gleichung
in Polarkoordinaten
% r'=alpha*r-gamma*r^3
% phi'=omega
global alpha omega gamma
                  % relaxation rate
alpha = 2;
                 % frequency on limit cycle (omega/2pi)
omega = 15;
                 % Rauschkoeffizient
qhilfe = 0.05;
h = 0.001;
                  % Schrittweite des Integrators
t0 = 0;
tfinal = 4;
z0 = [0;0]; % Startkoordinaten r und phi
gamma = abs(alpha);
q = [qhilfe;qhilfe];
```

```
[t,z] = euler_pc('hopfpolar',t0,tfinal,z0,h,0,q);
set(figure,'color',[1,1,1]);
plot(t,z(:,1),'k-')
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);
title('r gegen t','color',[0,0,0]);
Gleichung
function zp = hopf(t,z)
% Hopf-Normalformmodell in Polarkoordinatendarstellung
% r'= alpha*r-gamma*r^3
% phi'= omega
global alpha omega gamma
```

 $zp = [alpha*z(1)-gamma*(z(1))^3;omega];$

Lineares Kopplungsmodell (Gleichung 22, Gleichung 23)

Steuerprogramm

```
% Programm für die Darstellung der gekoppelten Hopf-Gleichung
% z = [x1;y1;x2;y2]
```

global alpha omega1 omega2 c12 c21 theta gamma

```
alpha = 1; % Relaxationsrate
omegal = 15; % Kreisfrequenz
omega2 = 17.5;
cl2 = 0.8; % Kopplungskoeffizienten
c21 = 0.8;
theta = 0; % relative Phase
qhilfe = 0.01; % Rauschkoeffizient
h = 0.01; % Schrittweite des Integrators
```

```
t0 = 0;
tfinal = 5;
z0 = [-1;0;1;1]; % Startkoordinaten
gamma = abs(alpha);
q = [qhilfe;qhilfe;qhilfe;qhilfe];
[t,z] = euler_pc('hopfk',t0,tfinal,z0,h,0,q);
% ------Berechnung der relativen Phase-----Berechnung der relativen Phase------
% 1. Bestimmen der Extremas
periode = (4*pi)^2/omegal;
rc_x1 = 0.5; rc_x2 = 0.5;
[Max_pos_x1, Min_pos_x1] = pickextr([z(:,1),t], rc_x1,
20*periode);
[Max_pos_x2, Min_pos_x2] = pickextr([z(:,3),t], rc_x2,
20*periode);
% 2. Bestimmung der relativen Phase aus den Koordinaten der
Extremas
Phase_max_pos = relphase(Max_pos_x1, Max_pos_x2);
Phase_min_pos = relphase(Min_pos_x1, Min_pos_x2);
% 3. Kombination der relativen Phase von Peaks and Valls in
ein Signal
[Phase_pos, ftyp_pos] = ...
   c_peaval(Phase_max_pos, Phase_min_pos, Max_pos_x1,
Min_pos_x1);
% 4. Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung der
relativen Phase
```

```
[ang_mean, ang_dev] = angstat(Phase_pos(:,1));
```

```
% -----Ende Berechnung von relativer Phase------
% Graphische Darstellung der Daten
set(figure, 'color', [1,1,1]);
subplot(3,1,1), plot(t,z(:,1),'k-',t,z(:,3),'k-.')
set(qca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0],...
     'XTick',[]);
% xlabel('t','color',[0,0,0]);
ylabel('x1,x2','color',[0,0,0]);
title('x1 (durchgezogen) & x2 (gestrichelt) gegen
t','color',[0,0,0]);
subplot(3,1,2), plot(z(:,1),z(:,3),'k-')
axis('equal');
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0],...
     'XTick',[]);
% xlabel('x1','color',[0,0,0]); ylabel('x2','color',[0,0,0]);
title('x2 gegen x1','color',[0,0,0]);
subplot(3,1,3), plotphas(Phase_pos,'k-');
title1 = sprintf('Relative Phase gegen t; Mittelwert %4.3f+/-
%3.2f deq', ...
   ang_mean*180/pi, ang_dev*180/pi);
title(title1,'color',[0,0,0]);
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);
Gleichung
function zp = hopfk(t,z)
```

```
% gekoppeltes Hopf-Normalformmodell
% z=[x1,y1,x2,y2], d.h. z(1)=x1, z(2)=y1 usw.
```

```
global alpha omega1 omega2 cl2 c21 theta gamma
% Hopf-Funktionen:
fhopf1=[alpha,-omega1;omega1,alpha]*[z(1);z(2)] -
(gamma*(z(1)^2+z(2)^2))*[z(1);z(2)];
fhopf2=[alpha,-omega2;omega2,alpha]*[z(3);z(4)] -
(gamma*(z(3)^2+z(4)^2))*[z(3);z(4)];
% Drehmatrizen
Rtheta = [cos(theta),-sin(theta);sin(theta),cos(theta)];
Rminustheta = [cos(-theta),-sin(-theta);sin(-theta),cos(-theta)];
% Vollständiges Modell
zp = [fhopf1+c12*Rtheta*[z(3);z(4)]
```

Bistabiles Modell und AB-Modell (Gleichung 33, Gleichung 34 und Gleichung 40, Gleichung 41)

fhopf2+c21*Rminustheta*[z(1);z(2)];

```
Steuerprogramm
% Programm für die Darstellung der gekoppelten bistabilen
Hopf-Gleichung
% z = [x1;y1;x2;y2]
global alpha omegal omega2 gamma sigma c0 cpi beta
alpha = 1; % relaxation rate
omega1 = 15; % omega/2pi = frequency on limit cycle
omega2 = 15;
```

```
sigma = 1;
c0 = 0.8;
           % Kopplungskoeffiezienten
cpi = c0;
beta = 0;
                       % Rauschkoeffizient
qhilfe = 0;
q = [qhilfe;qhilfe;qhilfe];
h = 0.01; % Schrittweite des Integrators
t0 = 0;
tfinal =5;
z0 = [1;1;-1;0]; % Startkoordinaten
gamma = abs(alpha);
[t,z] = euler_pc('hopfnk',t0,tfinal,z0,h,0,q);
% -----Berechnung der relativen Phase-----Berechnung der relativen Phase-----
% 1. Bestimmen der Extremas
periode = (4*pi)^2/omegal;
rc_x1 = 0.5; rc_x2 = 0.5;
[Max_pos_x1, Min_pos_x1] = pickextr([z(:,1),t], rc_x1,
20*periode);
[Max_pos_x2, Min_pos_x2] = pickextr([z(:,3),t], rc_x2,
20*periode);
% 2. Bestimmung der relativen Phase aus den Koordinaten der
Extremas
Phase_max_pos = relphase(Max_pos_x1, Max_pos_x2);
Phase_min_pos = relphase(Min_pos_x1, Min_pos_x2);
```

% 3. Kombination der relativen Phase von Peaks and Valls in

```
ein Signal
[Phase_pos, ftyp_pos] = ...
   c_peaval(Phase_max_pos, Phase_min_pos, Max_pos_x1,
Min_pos_x1);
% 4. Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung der
relativen Phase
[ang_mean, ang_dev] = angstat(Phase_pos(:,1));
% ------Ende Berechnung von relativer Phase-----
% Graphische Darstellung der Daten
set(figure,'color',[1,1,1]);
subplot(3,1,1), plot(t,z(:,1),'k-',t,z(:,3),'k-.')
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0],...
     'XTick',[]);
title('x1 (durchgezogen) & x2 (gestrichelt) gegen
t','color',[0,0,0]);
subplot(3,1,2), plot(z(:,1),z(:,3),'k-');
axis('equal');
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0],...
     'XTick',[]);
title('x2 gegen x1','color',[0,0,0]);
subplot(3,1,3), plotphas(Phase_pos,'k-');
title1 = sprintf('Relative Phase gegen t; Mittelwert %4.3f+/-
%3.2f deg', ...
   ang_mean*180/pi, ang_dev*180/pi);
title(title1,'color',[0,0,0]);
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);
```

Gleichung

```
function zp = hopfnk(t,z)
% gekoppeltes bistabiles Hopf-Modell
% z = [x1,y1,x2,y2], d.h. z(1)=x1, z(2)=y1 usw.
% Einstellbare Parameter
global alpha omega1 omega2 gamma sigma c0 cpi beta
% Hopf-Funktionen:
fhopf1=[alpha,-omega1;omega1,alpha]*[z(1);z(2)] -
(gamma*(z(1)^2+z(2)^2))*[z(1);z(2)];
fhopf2=[alpha,-omega2;omega2,alpha]*[z(3);z(4)] -
(gamma*(z(3)<sup>2</sup>+z(4)<sup>2</sup>))*[z(3);z(4)];
% chi-Funktionen:
chim=exp(-((z(1)-z(3))^2+(z(2)-z(4))^2)/(2*sigma^2)); % chi
minus
chip=exp(-((z(1)+z(3))^2+(z(2)+z(4))^2)/(2*sigma^2)); % chi
plus
% Vollständiges Modell:
```

```
zp=[fhopf1+(c0*chim-cpi*chip)*[z(3);z(4)]
fhopf2+(c0*chim-cpi*chip)*[z(1);z(2)]]...
+ [-beta*z(2)^2;0;-beta*z(4)^2;0];
```

MF-Modell (Gleichung 38, Gleichung 39)

Steuerprogramm 1

% Programm für die Darstellung der inharmonischen gekoppelten Hopf-Gleichung

```
% z = [x1,y1,x2,y2,r1,v1,r2,v2], d.h. z(1)=x1, z(2)=y1 usw.
```

global alpha omega1 omega2 gamma sigma c0 cpi b omegar mu

```
% relaxation rate
alpha = 1;
omegal = 8;
                   % omega/2pi = frequency on limit cycle
omega2 = 10;
omegar = omega1; % Konstanten der Masse-Feder-Gleichung
mu = 2*omega1; % -omegar^2(r1-x1)-mu*v1
b = 0.4;
sigma = 1;
                  % Konstante der Range-Funktion (chi-
Funktion)
c0 = 5;
                   % Kopplungskoeffiezienten
cpi = c0;
qhilfe = 0;
                       % Rauschkoeffizient
h = 0.005;
                       % Schrittweite des Integrators
t0 = 0;
tfinal = 10;
z0 = [1;1;-1;-1]
                       % Startkoordinaten x1,y1,x2,y2
      0;0;0;0];
                        % Startkoordinaten r1,v1,r2,v2
```

```
gamma = abs(alpha);
q = [qhilfe;qhilfe;qhilfe;qhilfe;0;0;0;0];
```

```
[t,z] = euler_incr('feder',t0,tfinal,z0,h,0,q);
```

```
% -----Berechnung der relativen Phase-----
```

% 1. Bestimmen der Extremas

```
periode = (4*pi)^2/omegal;
rc_x1 = 0.5; rc_x2 = 0.5;
[Max_pos_x1, Min_pos_x1] = pickextr([z(:,1),t], rc_x1,
20*periode);
[Max_pos_x2, Min_pos_x2] = pickextr([z(:,3),t], rc_x2,
20*periode);
% 2. Bestimmung der relativen Phase aus den Koordinaten der
Extremas
Phase_max_pos = relphase(Max_pos_x1, Max_pos_x2);
Phase_min_pos = relphase(Min_pos_x1, Min_pos_x2);
% 3. Kombination der relativen Phase von Peaks and Valls in
ein Signal
[Phase_pos, ftyp_pos] = ...
   c_peaval(Phase_max_pos, Phase_min_pos, Max_pos_x1,
Min_pos_x1);
% 4. Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung der
```

relativen Phase

```
[ang_mean, ang_dev] = angstat(Phase_pos(:,1));
```

% -----Ende Berechnung von relativer Phase-----

% Graphische Darstellung der Werte

set(figure,'color',[1,1,1]);

```
subplot(3,1,1), plot(t,z(:,1),'k-',t,z(:,3),'k-.')
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0],...
'XTick',[]);
% xlabel('t','color',[0,0,0]);
ylabel('x1,x2','color',[0,0,0]);
```

```
title('x1 (durchgezogen) & x2 (gestrichelt) gegen
t','color',[0,0,0]);
subplot(3,1,2), plot(z(:,1),z(:,3),'k-');
axis('equal');
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0],...
'XTick',[]);
% xlabel('x1','color',[0,0,0]); ylabel('x2','color',[0,0,0]);
title('x2 gegen x1','color',[0,0,0]);
subplot(3,1,3), plotphas(Phase_pos,'k-');
title1 = sprintf('Relative Phase gegen t; Mittelwert %4.3f+/-
%3.2f deg', ...
ang_mean*180/pi, ang_dev*180/pi);
```

title(title1,'color',[0,0,0]); set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);

Steuerprogramm 2

```
% Programm für die Berechnung von Mittelwert und
Standardabweichung
% der relativen Phase der inharmonischen gekoppelten Hopf-
Gleichung
%MF-Modell
% z = [x1,y1,x2,y2,r1,v1,r2,v2], d.h. z(1)=x1, z(2)=y1 usw.
```

global alpha omega1 omega2 gamma sigma c0 cpi b omegar mu

```
alpha = 1; % relaxation rate
omega1 = 8; % omega/2pi = frequency on limit cycle
omega2 = omega1;
omegar = omega1; % Konstanten der Masse-Feder-Gleichung
mu = 2*omega1; % -omegar^2(r1-x1)-mu*v1
b = 0.5;
sigma = 1; % Konstante der Range-Funktion (chi-
```

```
Funktion)
c0 = 0.8;
                   % Kopplungskoeffiezienten
cpi = c0;
                  % Rauschkoeffizient
qhilfe = 0;
h = 0.005;
                  % Schrittweite des Integrators
t0 = 0;
tfinal = 10;
z0 = [1;1;1;0 % Startkoordinaten x1,y1,x2,y2
      0;0;0;0]; % Startkoordinaten r1,v1,r2,v2
gamma = abs(alpha);
q = [qhilfe;qhilfe;qhilfe;0;0;0;0];
[te,zet] = euler_pc('feder',t0,tfinal,z0,h,0,q);
A = [te, zet];
B = A(1000:2001,:); % Einschwingvorgänge bleiben
unberücksichtigt,
t = B(:,1); % da die ersten 5 Sekunden abgeschnitten
werden
z = B(:,2:9); % h, t0, tfinal nicht ohne Anpassung
ändern!!!
% -----Berechnung der relativen Phase-----Berechnung der relativen Phase-----
% 1. Bestimmen der Extremas
periode = (4*pi)^2/omegal;
rc_x1 = 0.5; rc_x2 = 0.5;
[Max_pos_x1, Min_pos_x1] = pickextr([z(:,1),t], rc_x1,
20*periode);
[Max_pos_x2, Min_pos_x2] = pickextr([z(:,3),t], rc_x2,
20*periode);
```

```
% 2. Bestimmung der relativen Phase aus den Koordinaten der
Extremas
Phase_max_pos = relphase(Max_pos_x1, Max_pos_x2);
Phase_min_pos = relphase(Min_pos_x1, Min_pos_x2);
```

```
% 3. Kombination der relativen Phase von Peaks and Valls in
ein Signal
```

[Phase_pos, ftyp_pos] = ...

c_peaval(Phase_max_pos, Phase_min_pos, Max_pos_x1, Min_pos_x1);

```
% 4. Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung der
relativen Phase
[ang_mean, ang_dev] = angstat(Phase_pos(:,1));
```

% -----Ende Berechnung von relativer Phase-----

% Ausgabe der Relativen Phase und der Standardabweichung in Grad:

```
sprintf('Relative Phase; Mittelwert: %4.3f+/-%3.2f deg', ...
ang_mean*180/pi, ang_dev*180/pi)
```

Gleichung

function zp = feder(t,z)

% inharmonisch gekoppeltes Hopf-Modell
% z = [x1,y1,x2,y2,r1,v1,r2,v2], d.h. z(1)=x1, z(2)=y1 usw.

% Einstellbare Parameter

global alpha omega1 omega2 gamma sigma c0 cpi b omegar mu

% Hopf-Funktionen

```
% chi-Funktionen:
```

```
chim=exp(-((z(1)-z(3))^2+(z(2)-z(4))^2)/(2*sigma^2)); % chi
minus
chip=exp(-((z(1)+z(3))^2+(z(2)+z(4))^2)/(2*sigma^2)); % chi
plus
```

% Vollständiges Modell:

```
zp=[fhopf1 + (c0*chim-cpi*chip)*[z(3);z(4)]
    fhopf2 + (c0*chim-cpi*chip)*[z(1);z(2)]
    z(6)
    -omegar^2*(z(5)-z(1))-mu*z(6)
    z(8)
    -omegar^2*(z(7)-z(3))-mu*z(8)];
```

Programm für Abbildung 18 von Gleichung 29

```
% Darstellung der Sinusfunktion
deltaomega0 = 0; % Kreisfrequenz
deltaomega1 = 1;
deltaomega2 = 2;
c = 1; % Summe der beiden Kopplungskonstanten
theta = pi/2; % relative Phase
```

```
phi = linspace(0,2*pi,1000);
phipunkt0 = deltaomega0 - c*sin(phi-theta);
phipunkt1 = deltaomega1 - c*sin(phi-theta);
phipunkt2 = deltaomega2 - c*sin(phi-theta);
set(figure,'color',[1,1,1]);
axis equal;
axis([-1 6.5 -1 3.5]);
hold;
plot([-1 6.5],[0 0],'k-'); % phi-Achse
title('phi´ gegen phi','color',[0,0,0]);
text(1.2,-0.3,'theta','color',[0,0,0]);
plot([pi/2 pi/2],[-0.1 0.1],'k-');
text(6.4,1,'Graph 1','color',[0,0,0]); % Beschriftung der
Kurven
text(6.4,2,'Graph 2','color',[0,0,0]);
text(6.4,3,'Graph 3','color',[0,0,0]);
plot(phi,phipunkt0,'k-');
```

```
set(gca,'xcolor',[0,0,0],'ycolor',[0,0,0]);
plot(phi,phipunkt1,'k-');
plot(phi,phipunkt2,'k-');
```

Integrationsroutine (Gleichung 12)

```
function [tout, yout] = euler_pc(ypfun, t0, tfinal, y0, h,
trace, q)
%EULER Solve differential equations, Euler method.
% Euler integrates a system of ordinary differential
equations using
% forward Euler formula.
```

```
8
     [T,Y] = euler('yprime', T0, Tfinal, Y0) integrates the
system of
    ordinary differential equations described by the M-file
%
YPRIME.M,
    over the interval TO to Tfinal, with initial conditions
8
Y0.
8
    [T, Y] = Euler(F, T0, Tfinal, Y0, TOL, 1) uses tolerance
TOL
8
    and displays status while the integration proceeds.
%
%
    INPUT:
    F - String containing name of user-supplied problem
%
description.
            Call: yprime = fun(t,y) where F = 'fun'.
%
%
            t
                 - Time (scalar).
%
                  - Solution column-vector.
            У
%
            yprime - Returned derivative column-vector;
yprime(i) = dy(i)/dt.
    t0 - Initial value of t.
%
    tfinal- Final value of t.
%
         - Initial value column-vector.
%
    y0
         - Stepsize (default 0.1)
%
    h
8
   trace - If nonzero, each step is printed. (Default: trace
= 0).
%
%
    OUTPUT:
    T - Returned integration time points (column-vector).
%
    Y - Returned solution, one solution column-vector per
%
tout-value.
%
%
    The result can be displayed by: plot(tout, yout).
°
°
```

```
Gregor Schoner 26jan96
%
    Markus Blaufuß 18nov99
%
% Initialization
pow = 1/3;
if nargin < 5, h=0.1 ; end
if nargin < 6, trace = 0; end
t = t0;
y = y0(:);
chunk = 128;
tout = zeros(chunk,1);
yout = zeros(chunk,length(y));
k = 1;
tout(k) = t;
yout(k,:) = y.';
if trace
  clc, t, h, y
end
% The main loop
while (t < tfinal) \& (t + h > t)
   if t + h > tfinal, h = tfinal - t; end
   % integration step
   s1 = feval(ypfun, t, y); s1 = s1(:);
   t = t + h;
   y = y + h*s1 + sqrt(h)*(q.*randn(size(q))) ; %Euler step
  k = k+1;
   if k > length(tout)
         tout = [tout; zeros(chunk,1)];
         yout = [yout; zeros(chunk,length(y))];
```

```
end
tout(k) = t;
yout(k,:) = y.';
if trace
    home, t, h, y
end
```

end

```
tout = tout(1:k);
yout = yout(1:k,:);
```

Integrationsroutine für kontinuierlich wachsendes ω (Gleichung 12)

```
function [tout, yout] = euler_pc(ypfun, t0, tfinal, y0, h,
trace, q)
          Solve differential equations, Euler method.
%EULER
8
     Euler integrates a system of ordinary differential
equations using
%
     forward Euler formula.
     [T,Y] = euler('yprime', T0, Tfinal, Y0) integrates the
%
system of
     ordinary differential equations described by the M-file
%
YPRIME.M,
     over the interval TO to Tfinal, with initial conditions
%
Y0.
     [T, Y] = Euler(F, T0, Tfinal, Y0, TOL, 1) uses tolerance
%
TOL
%
     and displays status while the integration proceeds.
Ŷ
%
     INPUT:
       - String containing name of user-supplied problem
%
     F
description.
```

```
Ŷ
             Call: yprime = fun(t, y) where F = 'fun'.
                   - Time (scalar).
%
             t
                  - Solution column-vector.
°
             V
%
             yprime - Returned derivative column-vector;
yprime(i) = dy(i)/dt.
%
    t0 - Initial value of t.
    tfinal- Final value of t.
%
         - Initial value column-vector.
%
    y0
        - Stepsize (default 0.1)
     h
%
    trace - If nonzero, each step is printed. (Default: trace
%
= 0).
°
     OUTPUT:
%
     T - Returned integration time points (column-vector).
%
Ŷ
     Y - Returned solution, one solution column-vector per
tout-value.
%
%
     The result can be displayed by: plot(tout, yout).
%
%
    Gregor Schoner 26jan96
%
    Markus Blaufuß 18nov99
%
    Markus Blaufuß 20jul01
%
global alpha omega1 omega2 gamma sigma c0 cpi b omegar mu
% Initialization
pow = 1/3;
if nargin < 5, h=0.1 ; end
if nargin < 6, trace = 0; end
t = t0;
y = y0(:);
```

```
chunk = 128;
tout = zeros(chunk,1);
yout = zeros(chunk,length(y));
k = 1;
tout(k) = t;
yout(k,:) = y.';
if trace
  clc, t, h, y
end
% The main loop
while (t < tfinal) \& (t + h > t)
   if t + h > tfinal, h = tfinal - t; end
   % integration step
   s1 = feval(ypfun, t, y); s1 = s1(:);
   t = t + h;
   omegal = omegal + 0.006; % Steigerung der Frequenz
   omega2 = omega2 + 0.006;
   omegar = omega1;
   mu = 2*omega1;
   y = y + h*s1 + sqrt(h)*(q.*randn(size(q))) ; %Euler step
   k = k+1;
   if k > length(tout)
        tout = [tout; zeros(chunk,1)];
         yout = [yout; zeros(chunk,length(y))];
   end
   tout(k) = t;
   yout(k,:) = y.';
```

```
if trace
home, t, h, y
end
```

end

```
tout = tout(1:k);
yout = yout(1:k,:);
```

10.3. Participant information sheet

DEPARTMENT OF SPORT AND EXERCISE SCIENCE



THE UNIVERSITY OF AUCKLAND TAMAKI

Building 734, Tamaki Campus Morrin Road, Glen Innes Auckland, New Zealand Telephone 64 9 373 7599 ext 6887 Facsimile 64 9 373 7043

The University of Auckland Private Bag 92019 Auckland, New Zealand

Participant Information Sheet

Title of Project: The role of the brain in coordinated hand movements

Researchers: DR Winston Byblow, Markus Blaufuss

The above named researchers are members of the Sport & Exercise Science Department at the University of Auckland. We are conducting research in the area of human motor control. You are invited to participate in a study that examines the excitability of the brain during movement coordination. Your participation is voluntary and You may withdraw from participating anytime during the experiment without reason. If You are a student, any decision to not participate does not in any way affect you how you will be evaluated in your studies. If you feel uncomfortable at any time during the experiment please notify the experimenter.

Please read the following instructions carefully. This will save us time if we don't have to rerun many trials because of incorrect performing.

You will be asked to complete a questionnaire that will be used to determine the extent of your handedness.

We want you to do some metronome paced bimanual circle drawings. The metronome frequency will increase every 5 seconds. You must attempt to keep pace at all times by tracing one full circle per beat. The required patterns are as follows:



There are three different sized circles, (circle 1, 2, 3 and each circle inwards and anti-clockwise). For each condition you'll perform 5 trials for a total of 30 trials.

Your instruction is to stay between these lines while drawing the circles, at a rate of one circle per metronome beat.

Sit comfortable and stable on the chair with both feet on the ground. Try to match the given frequency as best you can. During the trial you may change your coordination pattern. This is normal. Once this happens, stay in the new pattern at the required tempo and don't try to get back into the old pattern.

Before starting the experiment you'll have practice trials for both directions (inwards and anti-clockwise).

The duration for one trial is 40 seconds, so with breaks, the whole experiment won't last longer than 1 hour.

Please feel free to ask any question as we proceed. If you have any further questions please feel free to contact Winston Byblow at any time, Building 734 Office 316, phone 373–7599 ext 6844.

For any queries regarding ethical concerns please contact:

DR Dennis Moore, Chair, The University of Auckland Human Subjects Ethics Committee c/o Research Office University of Auckland Private Bag 92019 Auckland

Tel: 373 7599 ext 8939

APPROVED BY THE UNIVERSITY OF AUCKLAND HUMAN SUBJECTS ETHICS COMMITTEE on July 28, 1999for a period of three years. Reference 1999/184.

10.4. Consent Form

DEPARTMENT OF SPORT AND EXERCISE SCIENCE



THE UNIVERSITY OF AUCKLAND TAMAKI

Building 734, Tamaki Campus Morrin Road, Glen Innes Auckland, New Zealand Telephone 64 9 373 7599 ext 6887 Facsimile 64 9 373 7043

The University of Auckland Private Bag 92019 Auckland, New Zealand

Consent Form

Title of Project: The role of the brain in coordinated hand movements.

Researcher: DR Winston Byblow, Markus Blaufuss

I have been given and have understood the explanation of this research project and my role as a subject. I have been informed that I may obtain results regarding the outcome of this experiment from the named researcher upon completion of the study. I have been informed that I may withdraw myself or any information traceable to me from this study.

I agree to take part in this research.

Signed:__

Name:______(Please print name in full)

Date:

APPROVED BY THE UNIVERSITY OF AUCKLAND HUMAN SUBJECTS ETHICS COMMITTEE on July 28, 1999 for a period of 3 years. Reference 1999/184

10.5. Questionnaire of handedness

susjecter

| | EDINBURGH | HANDEDNESS | INVENTORY | |
|---------------|-----------|------------|-----------|--|
| Surname | | | | |
| Given Names | | ••••• | | |
| Date of Birth | CA-CS 7 | <i>C</i> | Sex F | |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

| | | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|-------|
| 1 | Writing | | · + |
| 2 | Drawing | | ++ |
| 3 | Throwing | | ++ |
| 4 | Scissors | | + |
| 5 | Toothbrush | | + |
| 6 | Knife (without fork) | | + |
| 7 | Spoon | | t |
| 8 | Broom (upper hand) | | .+ |
| 9 | Striking match (match) | | + + |
| 10 | Opening box (lid) | | +- |
| | | | |
| i | Which foot do you prefer to kick with? | | + |
| ii | Which eye do you use when using only one? | | ++. |

| | EDINBURGH | HANDEDNESS | INVENTORY |
|---------------|-----------|------------|-----------|
| Surname | | | |
| Given Names | | | |
| Date of Birth | 5-3 | 46 | SexM |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| | TAT | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|-------|
| | Writing | | ++ |
| 2 | Drawing | | ++ |
| 3 | Throwing | | 1+ |
| 4 | Scissors | | + + + |
| 5 | Toothbrush | + | + |
| 6 | Knife (without fork) | + | + |
| 7 | Spoon | + | + |
| 8 | Broom (upper hand) | + | ł |
| 9 | Striking match (match) | | + + |
| 10 | Opening box (lid) | + | .+ |
| i | Which foot do you prefer to kick with? | | |
| | | | -J + |
| 11 | which eye do you use when using only one? | + | + |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

Ŧ

EDINBURGH HANDEDNESS INVENTORY

| Surname | |
|--------------------------|------|
| Given Names | |
| Date of Birth08 .03 - 72 | Sex1 |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| | X17 • | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|-------------------|
| | Writing | | × × |
| 2 | Drawing | | × |
| 3 | Throwing | | $\times \times$ |
| 4 | Scissors | × | × |
| 5 | Toothbrush | | ×× |
| 6 | Knife (without fork) | | × |
| 7 | Spoon | × | × |
| 8 | Broom (upper hand) | | \prec |
| 9 | Striking match (match) | | $\times \times$ |
| 10 | Opening box (lid) | × | \times |
| i | Which foot do you prefer to kick with? | | \times \times |
| ii | Which eye do you use when using only one? | | \times \times |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

ſ

| | EDINBURGH | HANDEDNESS | INVENTORY |
|---------------|-----------|------------|-----------|
| Surname | | | |
| Given Names | | | |
| Date of Birth | 20, OR | 77- | SexQ |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| 1 Writing X 2 Drawing X 3 Throwing X 4 Scissors X 5 Toothbrush X 6 Knife (without fork) X 7 Spoon X 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? V | 1 | X 17 1.1 | LEFT | RIGHT |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------------------|------|---------------------------|
| 2 Drawing X 3 Throwing X 4 Scissors X 5 Toothbrush X 6 Knife (without fork) X 7 Spoon X 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | | Writing | | X |
| 3 Throwing X 4 Scissors X 5 Toothbrush X 6 Knife (without fork) X 7 Spoon X 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? Image: Constraint of the set | 2 | Drawing | | X |
| 4 Scissors X 5 Toothbrush X 6 Knife (without fork) X 7 Spoon X 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | 3 | Throwing | | X |
| 5 Toothbrush χ 6 Knife (without fork) χ 7 Spoon χ 8 Broom (upper hand) χ 9 Striking match (match) χ 10 Opening box (lid) χ i Which foot do you prefer to kick with? χ ii Which eye do you use when using only one? χ | 4 | Scissors | | $\frac{\lambda}{\lambda}$ |
| 6 Knife (without fork) X 7 Spoon X 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | 5 | Toothbrush | | X |
| 7 Spoon X 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | 6 | Knife (without fork) | | X |
| 8 Broom (upper hand) X 9 Striking match (match) X 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | 7 | Spoon | | X |
| 9 Striking match (match) ↓ 10 Opening box (lid) ↓ i Which foot do you prefer to kick with? ↓ ii Which eye do you use when using only one? ↓ | 8 | Broom (upper hand) | | X |
| 10 Opening box (lid) X i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | 9 | Striking match (match) | | X |
| i Which foot do you prefer to kick with? X ii Which eye do you use when using only one? X | 10 | Opening box (lid) | | X |
| ii Which eye do you use when using only one? | i | Which foot do you prefer to kick with? | | X |
| | ii | Which eye do you use when using only one? | | |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

T

EDINBURGH HANDEDNESS INVENTORY

| Surname | |
|----------------------|------|
| Given Names | |
| Date of Birth17/7/79 | SexM |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| | X47 | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|-------|
| | writing | | ++ |
| 2 | Drawing | | ++ |
| 3 | Throwing | | ++ |
| 4 | Scissors | | |
| 5 | Toothbrush | | ++ |
| 6 | Knife (without fork) | | ++ |
| 7 | Spoon | | ++ |
| 8 | Broom (upper hand) | + | ť |
| 9 | Striking match (match) | | ++ |
| 10 | Opening box (lid) | | ++ |
| | | | |
| 1 | Which foot do you prefer to kick with? | t | Ŧ |
| ii | Which eye do you use when using only one? | | . ++ |
| | | | |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

ſ

Т
| Surname | |
|------------------------|-------------|
| Given Names | |
| Date of Birth .24/8/7/ | Sex Ferrale |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| <u>⊢</u> | XAZ-ici- | LEFT | RIGHT |
|----------|-------------------------------------------|------|-------|
| | writing | | ++ |
| 2 | Drawing | | ++ |
| 3 | Throwing | | ++ |
| 4 | Scissors | | ++ |
| 5 | Toothbrush | | ++ |
| 6 | Knife (without fork) | | 4 |
| 7 | Spoon | | ++ |
| 8 | Broom (upper hand) | | ++ |
| 9 | Striking match (match) | | ++ |
| 10 | Opening box (lid) | 7 | 4 |
| i | Which foot do | | |
| | Which foot do you prefer to kick with? | | ++ |
| 11 | which eye do you use when using only one? | .4 | 1 |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

ſ

| Surname | |
|---------------------------|-------|
| Given Names . | |
| Date of Birth $C(/10/72)$ | sex F |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| 1 | Writing | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|-------|
| | witting | | 4 -+ |
| 2 | Drawing | | 1 |
| 3 | Throwing | | + + |
| | | | + |
| 4 | Scissors | | + + |
| 5 | Toothbrush | | Ŀ- |
| 6 | Knife (without fork) | | 7 |
| 7 | Speep | | + + |
| | | | + |
| 8 | Broom (upper hand) | | 1 |
| 9 | Striking match (match) | | + |
| 10 | | | ++ |
| 10 | Opening box (lid) | | + |
| | | | |
| i | Which foot do you prefer to kick with? | | + |
| ii | Which eye do you use when using only one? | | , |
| | | | + + |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

T

| Surname | |
|---------------|-------|
| Given Names | |
| Date of Birth | Sex F |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| | | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|-------|
| | Writing | | J |
| 2 | Drawing | | Y |
| 3 | Throwing | | |
| 4 | Scissors | | м |
| 5 | Toothbrush | | 4 |
| 6 | Knife (without fork) | | ut . |
| 7 | Spoon | | vt |
| 8 | Broom (upper hand) | + | + |
| 9 | Striking match (match) | | |
| 10 | Opening box (lid) | | + |
| ; | Multiple Comments | | |
| 1 | which foot do you prefer to kick with? | 4 | + |
| 11 | which eye do you use when using only one? | ł | |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

F

| Surname | |
|--------------------------|---------|
| Given Names | |
| Date of Birth . 23/08/75 | Sex .F. |

Please indicate your preference for the use of the left or right hand in the following tasks by placing a "+" in the appropriate column. If you have such a strong preference for one hand that you would never try to use to other unless forced to, place a "++" in the column. If you would perform the task with either hand place a "+" in both columns.

Some of the tasks require both hands. In these cases the part of the task, or object, for which hand preference is wanted is indicated in the brackets.

| 1 | Writing | LEFT | RIGHT |
|----|-------------------------------------------|------|------------|
| | witting | | ++ |
| 2 | Drawing | | 1 / |
| 3 | Throwing | | ++ |
| | | | ++ |
| 4 | Scissors | | ++ |
| 5 | Toothbrush | | |
| 6 | Knife (with such (1) | | ++ |
| | Kille (without fork) | | 1+ |
| 7 | Spoon | | 1 / |
| 8 | Broom (upper hand) | | <i>T</i> + |
| | | | ++ |
| 9 | Striking match (match) | | |
| 10 | | | ++ |
| 10 | | + | + |
| | | | |
| 1 | Which foot do you prefer to kick with? | | +.+ |
| ii | Which eye do you use when using only one? | | ++ |
| | | | ' / |

Please try to answer all of the questions. Only leave a blank if you have no experience of the task or object.

ſ

10.6. Kreisringvorlagen





10.7. Rohdaten des Experiments

Kritische Frequenz

| auch : a a 40.1 | file | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | mean | SD |
|-----------------|-------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|------|------|
| subjector | 500 | 2 661807 | 2 660556 | 2 256014 | 1 063068 | 1 730/06 | 2.26 | 0.41 |
| | 75ac | 2,001007 | 1 00/76/ | 2,230014 | 2 238058 | 2 225001 | 2,20 | 0,41 |
| | 10ac | 1,400773 | 1,554704 | 2,475225 | 2,238038 | 2,225001 | 2,08 | 0,37 |
| | Tuac | 1,730031 | 1,313230 | 2,370090 | 2,190651 | 2,155554 | 2,00 | 0,55 |
| | 5inw | 2,455065 | 2,477400 | 2,512904 | 2,426259 | 2,490856 | 2,47 | 0,03 |
| | 75inw | 1,244873 | 2,000377 | 2,333092 | 2,189385 | 2,240454 | 2,00 | 0,44 |
| | 10inw | 2,455756 | 2,404924 | 2,240613 | 2,496044 | 2,321457 | 2,38 | 0,10 |
| subject02 | | | | | | | | |
| subjectoz | 5ac | 2,516976 | 2,534438 | 2,462069 | 2,211362 | 2,022143 | 2,35 | 0,22 |
| | 75ac | 1,756872 | 1,561505 | 1,279421 | 1,995903 | 2,019251 | 1,72 | 0,31 |
| | 10ac | 1,995281 | 2,032923 | 1,755483 | 2,020994 | 1,988480 | 1,96 | 0,12 |
| | 5inw | 1,288866 | 1,542673 | 1,976650 | 2,025848 | 2,259719 | 1,82 | 0,39 |
| | 75inw | 2,337231 | 2,014472 | 2,253401 | 2,279058 | 2,092528 | 2,20 | 0,14 |
| | 10inw | 2,316423 | 1,969867 | 1,968372 | 1,984570 | 1,992091 | 2,05 | 0,15 |
| | | | | | | | | |
| subject03 | 500 | 2 230578 | 2 360868 | 2 311008 | 2 025308 | 1 077034 | 2.18 | 0.17 |
| | 75ac | 1 520603 | 1 745060 | 1 680445 | 1 021342 | 1,977934 | 2,10 | 0,17 |
| | 10ac | 2 000222 | 1,745007 | 2 285/11 | 2 204623 | 2 265843 | 1,70 | 0,17 |
| | Toac | 2,009222 | 1,991021 | 2,203411 | 2,204023 | 2,203843 | 2,13 | 0,14 |
| | 5inw | 1,939456 | 2,006263 | 2,264585 | 2,043723 | 1,956993 | 2,04 | 0,13 |
| | 75inw | 1,763015 | 1,994477 | 1,973177 | 2,007037 | 1,651059 | 1,88 | 0,16 |
| | 10inw | 2,054799 | 1,769615 | 1,944899 | 2,026132 | 2,021904 | 1,96 | 0,12 |
| | | | | | | | | |
| subject04 | 500 | 1 /00538 | 1 005786 | 1 765262 | 2 200261 | 1 657520 | 1.82 | 0.28 |
| | 75ac | 2 033200 | 1 081180 | 1,705202 | 1 061760 | 2 056077 | 2.00 | 0,20 |
| | 10ac | 2,055290 | 2 25/371 | 1,978213 | 1,901700 | 1 028125 | 2,00 | 0,04 |
| | Toac | 2,137030 | 2,234371 | 1,374398 | 1,701002 | 1,920123 | 1,92 | 0,29 |
| | 5inw | 1,706575 | 1,472728 | 1,904537 | 1,528622 | 1,505999 | 1,62 | 0,18 |
| | 75inw | 1,269317 | 1,760560 | 1,834606 | 1,791337 | 1,763648 | 1,68 | 0,23 |
| | 10inw | 1,907090 | 1,842795 | 1,819584 | 1,517141 | 1,770959 | 1,77 | 0,15 |
| 1 | | | | | | | | |
| subject05 | 500 | 2 006040 | 1 765722 | 1 000/18/ | 2 001121 | 1 782244 | 1 01 | 0.12 |
| | 75ac | 1 037906 | 1 778321 | 1 635034 | 1 2381/15 | 1 6800/18 | 1,91 | 0,12 |
| | 10ac | 1 920057 | 1 755758 | 1 600728 | 1 507071 | 1 764734 | 1,40 | 0,52 |
| | Toac | 1,720037 | 1,133130 | 1,000720 | 1,307971 | 1,704734 | 1,/1 | 0,10 |
| | 5inw | 1,644462 | 1,702555 | 1,686569 | 1,762492 | 1,652126 | 1,69 | 0,05 |
| | 75inw | 1,766048 | 1,689532 | 1,880632 | 1,832054 | 1,489056 | 1,73 | 0,15 |
| | 10inw | 1,766770 | 1,748259 | 1,741901 | 1,674753 | 1,515595 | 1,69 | 0,10 |

| subject06 | | | | | | | | |
|-----------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|------|-------|
| 5 | 5ac | 1,722912 | 1,589165 | 1,740061 | 1,518975 | 1,727193 | 1,66 | 0,10 |
| | 75ac | 1,741128 | 1,734925 | 1,727735 | 1,705778 | 1,734004 | 1,73 | 0,01 |
| | 10ac | 1,197869 | 1,468611 | 1,350119 | 1,444648 | 1,514628 | 1,40 | 0,13 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 1,460264 | 1,739581 | 1,512035 | 1,709119 | 1,730165 | 1,63 | 0,13 |
| | 75inw | 1,467216 | 1,521062 | 1,704901 | 1,703939 | 1,760160 | 1,63 | 0,13 |
| | 10inw | 1,221415 | 1,270213 | 1,482233 | 1,494478 | 1,738497 | 1,44 | 0,21 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| subject07 | | | | | | | | |
| | 5ac | 1,068571 | 1,255199 | 1,763749 | 1,270631 | 1,738374 | 1,42 | 0,31 |
| | 75ac | 1,100590 | 1,523880 | 1,493013 | 1,318650 | 1,284498 | 1,34 | 0,17 |
| | 10ac | 1,476138 | 1,725293 | 1,785819 | 1,707286 | 1,304586 | 1,60 | 0,20 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 1,125142 | 1,507191 | 1,298404 | 1,252228 | 1,236635 | 1,28 | 0,14 |
| | 75inw | 1,102829 | 1,100936 | 1,074723 | 1,263885 | 1,529527 | 1,21 | 0,19 |
| | 10inw | 1,070319 | 1,051412 | 1,095752 | 1,065371 | 1,079570 | 1,07 | 0,02 |
| | | | | | | | | |
| 1.1 | | | | | | | | |
| subject08 | 5.00 | 1 5/1050 | 1 224070 | 1 226955 | 1 77/225 | 1 777049 | 1.50 | 0.26 |
| | 5ac | 1,341938 | 1,224970 | 1,220833 | 1,//4555 | 1,727948 | 1,50 | 0,20 |
| | 10aa | 1,701055 | 1,514014 | 1,400750 | 1,00/125 | 1,073904 | 1,02 | 0,12 |
| | Tuac | 1,701037 | 1,515555 | 1,194078 | 1,720785 | 1,738408 | 1,39 | 0,24 |
| | 5inw | 1 502418 | 1 483641 | 1 195216 | 1 721151 | 1 741538 | 1 53 | 0.22 |
| | 75inw | 1,493172 | 1.733062 | 1,920725 | 1,925430 | 1.482671 | 1.71 | 0.22 |
| | 10inw | 1.719703 | 1.711344 | 1.880600 | 1.251420 | 1.690236 | 1.65 | 0.24 |
| | | -,, | -,, | -, | -, | -, | -, | •,_ · |
| | | | | | | | | |
| subject09 | | | | | | | | |
| 5 | 5ac | 1,294040 | 1,544679 | 1,234479 | 1,504044 | 1,490938 | 1,41 | 0,14 |
| | 75ac | 1,715194 | 1,763508 | 1,703771 | 1,700262 | 1,210602 | 1,62 | 0,23 |
| | 10ac | 1,743631 | 1,549966 | 1,477182 | 1,479902 | 1,527017 | 1,56 | 0,11 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 1,798510 | 2,018468 | 1,948559 | 1,965123 | 1,721948 | 1,89 | 0,12 |
| | 75inw | 1,731163 | 1,505326 | 1,730585 | 1,908948 | 1,738226 | 1,72 | 0,14 |
| | 10inw | 2,141124 | 2,005708 | 1,749985 | 1,782519 | 1,733148 | 1,88 | 0,18 |

Uniformität des RTA

| | file | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | mean | SD |
|-----------|---------|----------|----------|----------|----------|------------|------|-------|
| subject01 | | | | | | | | |
| | 5ac | 2,915600 | 3,031800 | 3,165400 | 2,952100 | 2,929600 | 3,00 | 0,10 |
| | 75ac | 2,872000 | 3,067200 | 2,762600 | 2,872500 | 2,947600 | 2,90 | 0,11 |
| | 10ac | 2,725200 | 2,853500 | 2,833000 | 2,618400 | 2,718800 | 2,75 | 0,10 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 2,978900 | 2,850100 | 2,775400 | 3,017100 | 2,897400 | 2,90 | 0,10 |
| | 75inw | 2,661700 | 2,948200 | 2,969200 | 3,040900 | 2,852900 | 2,89 | 0,15 |
| | 10inw | 2,973200 | 2,909100 | 2,912900 | 2,821300 | 2,786000 | 2,88 | 0,08 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| subject02 | | | | | | | | |
| | 5ac | 2,824000 | 2,700100 | 2,677400 | 2,849200 | 2,803200 | 2,77 | 0,08 |
| | 75ac | 2,781700 | 2,926600 | 2,681900 | 2,714000 | 2,855900 | 2,79 | 0,10 |
| | 10ac | 2,821400 | 3,023500 | 2,940000 | 2,875500 | 2,723700 | 2,88 | 0,11 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 2,664400 | 2,682500 | 2,847100 | 2,798700 | 3,003600 | 2,80 | 0,14 |
| | 75inw | 2,863300 | 2,956200 | 2,995800 | 2,987300 | 2,926600 | 2,95 | 0,05 |
| | 10inw | 2,996000 | 2,940400 | 2,995900 | 3,142200 | 2,986000 | 3,01 | 0,08 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| subject03 | | | | | | | | |
| | 5ac | 2,933600 | 2,918500 | 3,013200 | 3,096600 | 3,021600 | 3,00 | 0,07 |
| | 75ac | 2,917600 | 2,996300 | 3,092000 | 3,179500 | 3,222600 | 3,08 | 0,13 |
| | 10ac | 3,223500 | 3,063000 | 3,018800 | 3,094100 | 3,188300 | 3,12 | 0,09 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 2,958300 | 2,840500 | 2,736500 | 2,997400 | 2,961600 | 2,90 | 0,11 |
| | 75inw | 2,990900 | 3,031800 | 2,819700 | 2,931200 | 2,693800 | 2,89 | 0,14 |
| | 10inw | 2,880000 | 3,011000 | 2,888400 | 2,999900 | 2,929700 | 2,94 | 0,06 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| subject04 | | | | | | | | |
| | 5ac | 2,378400 | 2,895000 | 2,800000 | 2,690000 | 2,371500 | 2,63 | 0,24 |
| | 75ac | 2,785100 | 2,891700 | 2,851000 | 2,903500 | 2,603800 | 2,81 | 0,12 |
| | 10ac | 2,840900 | 2,797000 | 2,623000 | 2,893100 | 2,933100 | 2,82 | 0,12 |
| | | | | | | | | |
| | 5inw | 2,734900 | 2,759300 | 2,718000 | 3,019600 | 2,636100 | 2,77 | 0,15 |
| | 75inw | 2,720300 | 2,988700 | 2,606400 | 2,900200 | 2,752700 | 2,79 | 0,15 |
| | 10inw | 2,964900 | 2,593700 | 3,025200 | 2,691100 | 2,770900 | 2,81 | 0,18 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| subject05 | _ | | | | | | - | o : - |
| | 5ac | 2,660100 | 2,870400 | 2,665000 | 2,525000 | 2,561600 | 2,66 | 0,13 |
| | 75ac | 2,115000 | 2,513300 | 2,649300 | 2,556900 | 2,593400 | 2,49 | 0,21 |
| | 10ac | 2,919300 | 2,483200 | 2,641000 | 3,006800 | 2,464200 | 2,70 | 0,25 |
| | <i></i> | 0.540100 | 2 020000 | 0.000000 | 0 450500 | 0.51.61.00 | | 0.00 |
| | 51nw | 2,560100 | 3,039800 | 2,629900 | 2,450500 | 2,516100 | 2,64 | 0,23 |
| | /51nw | 2,634200 | 2,822400 | 2,636600 | 2,626800 | 2,514400 | 2,65 | 0,11 |
| | 101nw | 2,633000 | 2,524600 | 2,954100 | 2,574200 | 2,744700 | 2,69 | 0,17 |

subject06 2,604100 2,717300 2,682400 2,707000 2,608600 2,66 0.05 5ac 75ac 2,576100 2,492800 2,593800 2,584500 2,595500 2,57 0,04 10ac 2,551800 2,356200 2,569100 2,609000 2,682100 0,12 2,55 5inw 2,767100 2,845700 2,416800 2,895900 2,683200 2,72 0.19 75inw 2,832600 2,798400 2,927300 2,845400 2,677500 2,82 0,09 10inw 2,290900 2,658100 2,754000 2,572900 2,852600 2,63 0,21 subject07 0,29 5ac 2,106800 2,629800 2,876900 2,715100 2,713700 2,61 75ac 2,393000 2,403700 2,924700 2,527300 2,831200 2,62 0,25 10ac 2,537800 2,694100 2,610000 2,957500 2,415500 2,64 0,20 5inw 1,518200 2,325800 2,787800 2,611500 2,220600 2.29 0.49 75inw 1,912300 2,044300 2,134400 2,438400 2,400600 2,19 0.23 10inw 1,756000 1,710800 2,307000 2,153500 2,288000 2,04 0,29 subject08 2,384300 2,956600 2,753200 2,840300 2,694900 0,21 5ac 2,73 75ac 2,699300 2,578900 2,834800 2,765400 2,854800 0,11 2,75 10ac 2,918400 2,716300 2,953800 2,887500 2,891400 2,87 0,09 5inw 2,878300 2,427100 2,440200 2,515800 2,886800 2.63 0.23 75inw 2,881800 2,823400 2,965600 2,713700 2,637300 2,80 0.13 10inw 2,815300 2,836700 2,795400 2,714700 3,000300 2,83 0,10 subject09 5ac 2,314000 2,483400 2,575100 2,794100 2,725200 2,58 0,19 75ac 2,927500 2,532500 2,251000 2,907700 2,615900 2,65 0,28 10ac 2,911200 2,639100 2,920700 2,834000 2,519000 2,76 0,18 5inw 2,826900 2,931500 2,836800 2,812900 2,868100 2,86 0.05 75inw 2,886100 2,769700 2,605600 2,817100 3,080600 2,83 0,17

Wegen des großen Umfangs – ca. 150 Seiten – wurde auf eine Angabe der Rohdaten für die Amplitude und den relativen tangentialen Winkel (RTA) verzichtet.

2,88

0,13

10inw 2,994800 2,914100 2,744800 3,001000 2,738900

10.8. ANOVAs

| Type III Sums of Squares | | | | | | | |
|--------------------------|----|----------------|-------------|----------|---------|--------|--------|
| Source | df | Sum of Squares | Mean Square | F-Value | P-Value | G-G | H-F |
| Subject | 8 | 9,375 | 1,172 | | | | |
| amplitude | 2 | 192,425 | 96,213 | 1242,904 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 |
| amplitude * SubÉ | 16 | 1,239 | 0,077 | | | | |
| hand | 1 | 3,471 | 3,471 | 13,315 | 0,0065 | 0,0065 | 0,0065 |
| hand * Subject | 8 | 2,085 | 0,261 | | | | |
| amplitude * hand | 2 | 0,106 | 0,053 | 1,692 | 0,2154 | 0,2273 | 0,2255 |
| amplitude * hanÉ | 16 | 0,502 | 0,031 | | | | |
| Dependent: a | | | | | | | |

Table of Epsilon Factors for df Adjustment

| Dependent: a | | | | | |
|-------------------|----|------------|-------------|-----------|------------|
| | G | -G Epsilon | H-F Epsilon | | |
| amplitude | | 0,613 | 0,667 | | |
| hand | | 1,000 | 1,000 | | |
| amplitude * hand | | 0,644 | 0,714 | | |
| Means Table | | | | | |
| Effect: amplitude | | | | | |
| Dependent: a | | | | | |
| | | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
| | 5 | 18 | 5,122 | 0,424 | 0,100 |
| | 75 | 10 | 7 421 | 0 552 | 0.120 |

| 7,5 | 18 | 7,421 | 0,553 | 0,130 |
|--------------------------|-------|--------|-----------|------------|
| 10 | 18 | 9,746 | 0,708 | 0,167 |
| Means Table | | | | |
| Effect: hand | | | | |
| Dependent: a | | | | |
| | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
| left | 27 | 7,683 | 2,035 | 0,392 |
| right | 27 | 7,176 | 1,942 | 0,374 |
| Means Table | | | | |
| Effect: amplitude * hand | | | | |
| Dependent: a | | | | |
| | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
| 5, left | 9 | 5,314 | 0,438 | 0,146 |
| 5, right | 9 | 4,930 | 0,326 | 0,109 |
| 7.5, left | 9 | 7,717 | 0,497 | 0,166 |
| 7.5, right | 9 | 7,126 | 0,455 | 0,152 |
| 10, left | 9 | 10,019 | 0,755 | 0,252 |
| 10, right | 9 | 9,473 | 0,573 | 0,191 |

| Type III Sums of Squares | | | | | | | |
|--------------------------|----|----------------|-------------|----------|---------|--------|--------|
| Source | df | Sum of Squares | Mean Square | F-Value | P-Value | G-G | H-F |
| Subject | 8 | 8,430 | 1,054 | | | | |
| amplitude | 2 | 152,285 | 76,142 | 1096,323 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 |
| amplitude * SubÉ | 16 | 1,111 | 0,069 | | | | |
| hand | 1 | 0,327 | 0,327 | 0,496 | 0,5011 | 0,5011 | 0,5011 |
| hand * Subject | 8 | 5,266 | 0,658 | | | | |
| amplitude * hand | 2 | 0,038 | 0,019 | 0,626 | 0,5471 | 0,5136 | 0,5393 |
| amplitude * hanÉ | 16 | 0,488 | 0,030 | | | | |
| Dependent: b | | | | | | | |

Table of Epsilon Factors for df Adjustment

| Dependent: h |) | |
|--------------|---|--|
|--------------|---|--|

| | G-0 | G Epsilon | H-F Epsilon | | |
|--------------------------|-----|-----------|-------------|-----------|------------|
| amplitude | | 0,787 | 0,946 | | |
| hand | | 1,000 | 1,000 | | |
| amplitude * hand | | 0,786 | 0,945 | | |
| Means Table | | | | | |
| Effect: amplitude | | | | | |
| Dependent: b | | | | | |
| | | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
| | 5 | 18 | 4,354 | 0,400 | 0,094 |
| 7 | 7,5 | 18 | 6,383 | 0,536 | 0,126 |
| | 10 | 18 | 8,468 | 0,688 | 0,162 |
| Means Table | | | | | |
| Effect: hand | | | | | |
| Dependent: b | | | | | |
| | | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
| left | | 27 | 6,480 | 1,826 | 0,351 |
| right | | 27 | 6,324 | 1,765 | 0,340 |
| Means Table | | | | | |
| Effect: amplitude * hand | | | | | |
| Dependent: b | | | | | |
| | | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
| 5, left | | 9 | 4,443 | 0,544 | 0,181 |
| 5, right | | 9 | 4,266 | 0,165 | 0,055 |
| 7.5, left | | 9 | 6,487 | 0,678 | 0,226 |
| 7.5, right | | 9 | 6,280 | 0,358 | 0,119 |
| 10, left | | 9 | 8,509 | 0,883 | 0,294 |
| 10, right | | 9 | 8,427 | 0,471 | 0,157 |

| Type III Sums of Squares | | | | | | | |
|--------------------------|----|----------------|-------------|---------|---------|--------|--------|
| Source | df | Sum of Squares | Mean Square | F-Value | P-Value | G-G | H-F |
| Subject | 8 | 1,504 | 0,188 | | | | |
| pattern | 1 | 0,001 | 0,001 | 0,010 | 0,9222 | 0,9222 | 0,9222 |
| pattern * Subject | 8 | 0,421 | 0,053 | | | | |
| amplitude | 2 | 0,013 | 0,007 | 0,710 | 0,5063 | 0,4725 | 0,4924 |
| amplitude * SubÉ | 16 | 0,146 | 0,009 | | | | |
| pattern * amplitÉ | 2 | 0,015 | 0,007 | 1,635 | 0,2259 | 0,2303 | 0,2259 |
| pattern * amplitÉ | 16 | 0,073 | 0,005 | | | | |
| Dependent: Uniformity | | | | | | | |

Table of Epsilon Factors for df Adjustment

| Dependent: | Uniformity |
|------------|------------|
|------------|------------|

| ÷ • | | |
|---------------------|-------------|-------------|
| | G-G Epsilon | H-F Epsilon |
| pattern | 1,000 | 1,000 |
| amplitude | 0,754 | 0,891 |
| pattern * amplitude | 0,865 | 1,082 |
| | | |

NOTE: Probabilities are not corrected for values

of epsilon greater than 1.

Means Table

Effect: pattern

Dependent: Uniformity

| | Count | Count Mean | | Dev. S | Std. Error | |
|----|-------|------------|-------|--------|------------|--|
| ac | | 27 | 2,755 | 0,164 | 0,031 | |
| in | | 27 | 2,749 | 0,238 | 0,046 | |

Means Table

Effect: amplitude

Dependent: Uniformity

| | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
|-----|-------|-------|-----------|------------|
| 5 | 18 | 2,731 | 0,171 | 0,040 |
| 7,5 | 18 | 2,759 | 0,213 | 0,050 |
| 10 | 18 | 2,767 | 0,229 | 0,054 |

Means Table

Effect: pattern * amplitude

Dependent: Uniformity

| | Count | Mean | Std. Dev | . Sto | l. Error |
|---------|-------|------|----------|-------|----------|
| ac, 5 | | 9 | 2,738 | 0,160 | 0,053 |
| ac, 7.5 | 9 | 9 | 2,740 | 0,181 | 0,060 |
| ac, 10 | 9 | 9 | 2,788 | 0,164 | 0,055 |
| in, 5 | 9 | 9 | 2,723 | 0,191 | 0,064 |
| in, 7.5 | | 9 | 2,778 | 0,25 | 0,083 |
| in, 10 | | 9 | 2,746 | 0,289 | 0,096 |

| Type III Sums of Squa | res | | | | | | |
|--------------------------|----------------------|----------------|-------------|------------|---------|--------|--------|
| Source | df | Sum of Squares | Mean Square | F-Value | P-Value | G-G | H-F |
| Subject | 8 | 3,400 | 0,425 | | | | |
| pattern | 1 | 0,001 | 0,001 | 0,024 | 0,8804 | 0,8804 | 0,8804 |
| pattern * Subject | 8 | 0,384 | 0,048 | | | | |
| amplitude | 2 | 0,062 | 0,031 | 1,318 | 0,2952 | 0,2943 | 0,2952 |
| amplitude * SubÉ | 16 | 0,375 | 0,023 | | | | |
| pattern * amplitÉ | 2 | 0,020 | 0,010 | 0,342 | 0,7153 | 0,6597 | 0,6945 |
| pattern * amplitÉ | 16 | 0,461 | 0,029 | | | | |
| Dependent: Critical free | equency | , | , | | | | |
| I | 1 | | | | | | |
| Table of Epsilon Facto | rs for df Adjustmer | ıt | | | | | |
| Dependent: Critical free | equency | | | | | | |
| - | G-G Epsilon | H-F Epsilon | | | | | |
| pattern | 1,000 | 1,000 | | | | | |
| amplitude | 0,831 | 1,023 | | | | | |
| pattern * amplitude | 0,760 | 0,902 | | | | | |
| 1 1 | , | , | | | | | |
| NOTE: Probabilities as | re not corrected for | values | | | | | |
| of epsilon greate | r than 1. | | | | | | |
| Means Table | | | | | | | |
| Effect: pattern | | | | | | | |
| Dependent: Critical fre | auencv | | | | | | |
| - ·F ······ ···· | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error | | | |
| ac | 27 | 1.769 | 0.282 | 0.054 | | | |
| in | 27 | 1.759 | 0.318 | 0.061 | | | |
| | | -, | •,• - • | -, | | | |
| Means Table | | | | | | | |
| Effect: amplitude | | | | | | | |
| Dependent: Critical fre | equency | | | | | | |
| L | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error | | | |
| | 5 18 | 1,804 | 0,344 | 0,081 | | | |
| | 7.5 18 | 1,722 | 0,244 | 0,058 | | | |
| | 10 18 | 1,766 | 0,309 | 0,073 | | | |
| | | , | , | * | | | |
| Means Table | | | | | | | |
| Effect: pattern * ampli | tude | | | | | | |
| Dependent: Critical fre | equency | | | | | | |
| T | Count | Mean | Std. Dev. | Std. Error | | | |
| ac. 5 | 9 | 1.834 | 0.365 | 0.122 | | | |
| ac. 7.5 | 9 | 1.706 | 0.232 | 0.077 | | | |
| ac, 10 | 9 | 1,766 | 0,252 | 0.083 | | | |
| in. 5 | 9 | 1 774 | 0 340 | 0 113 | | | |
| in 75 | 9 | 1 738 | 0.269 | 0.09 | | | |
| in, 10 | ر ۵ | 1,756 | 0.374 | 0.125 | | | |
| , 10 |) | 1,700 | 0,374 | 0,120 | | | |
| | | | | | | | |

Anova: Einfaktorielle Varianzanalyse Stabile Plateaus ZUSAMMENFASSUNG

| | Gruppen | Anzahl | Sur | пте | Mittelwert | Varianz |
|--------|---------|--------|-----|-----|-------------|-------------|
| 5 cm | | 9 |) | 385 | 42,77777778 | 183,6944444 |
| 7,5 cm | | 9 |) | 358 | 39,7777778 | 90,9444444 |
| 10 cm | | 9 |) | 369 | 41 | 156 |

ANOVA

| Streuungsursache | SS | df | MS | <i>F</i> -Wert | P-Wert | kritischer F-Wert |
|-----------------------|-------------|----|-------------|----------------|------------|-------------------|
| Untersch. zw. den Gr. | 40,96296296 | 2 | 20,48148148 | 0,142682062 | 0,86775968 | 3,402831794 |
| Innerhalb der Gruppen | 3445,111111 | 24 | 143,5462963 | | | |
| Gesamt | 3486,074074 | 26 | | | | |

11. Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, daß ich die Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt habe. Alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, wurden durch Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht.