

Technische Universität München
Max-Planck-Institut für Quantenoptik

Zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz

Thomas Legero

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. Dr. h.c. A. Laubereau
Prüfer der Dissertation: 1. Hon.-Prof. Dr. G. Rempe
2. Univ.-Prof. Dr. M. Kleber

Die Dissertation wurde am 26.01.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 10.03.2005 angenommen.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Interferenz zweier einzelner Photonen mit individuell einstellbarer Wellenlänge studiert. Die Photonen werden nacheinander mittels einer adiabatischen Passage in einem Atom-Resonator-System generiert, durchlaufen zwei verschieden lange optische Fasern und treffen zeitgleich auf einen Strahlteiler. Die Dauer der Photonen-Wellenpakete übersteigt die Zeitauflösung der beiden Detektoren an den Ausgängen des Strahlteilers. Somit kann die Koinzidenz von Photodetektionen erstmals in Abhängigkeit der Zeit zwischen den Detektionsereignissen untersucht werden. Dabei zeigt sich, dass die Photonen niemals gleichzeitig in den beiden Strahlteilerausgängen detektiert werden, selbst wenn sie durch ihre Frequenz oder ihre Ankunftszeit am Strahlteiler unterscheidbar sind. Für Photonen definierter Frequenzdifferenz oszilliert die Koinzidenzwahrscheinlichkeit mit dem Zeitabstand der Photodetektionen. Die Visibilität dieser Oszillation von nahezu 100% ist auf die Quantennatur des Lichtes zurückzuführen und klassisch nicht erklärbar.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Feldquantisierung: Das Photon	5
2.1.1	Moden eines optischen Resonators	5
2.1.2	Moden des Gauß'schen Strahls	7
2.2	Photodetektionstheorie	9
2.2.1	Korrelationsfunktion erster Ordnung	10
2.2.2	Korrelationsfunktion zweiter Ordnung	12
2.3	Der Strahlteiler	14
2.3.1	Klassische Beschreibung des idealen Strahlteilers	14
2.3.2	Quantentheorie des idealen Strahlteilers	15
2.3.3	Zustandsentwicklung am Strahlteiler	18
2.4	Zwei-Photonen-Interferenz	22
2.4.1	Gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit am Strahlteiler	22
2.4.2	Korrelationsfunktion und Polarisierung	24
2.4.3	Korrelationsfunktion für Photonenpulse	25
2.4.4	Modellsystem: Gauß'sche Raum-Zeit-Moden	27
2.4.5	Zwei-Photonen-Interferenz ohne Zeitauflösung	29
2.4.6	Zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz	31
2.4.7	Schritt für Schritt Analyse der Zwei-Photonen-Interferenz	35
2.4.8	Ensemble von Einzelphotonenpulsen	37
2.4.9	Kontrast bei der Zwei-Photonen-Interferenz	43
2.4.10	Intensitätskorrelation bei klassischen Lichtfeldern	44
3	Experimenteller Aufbau	48
3.1	Aufbau und Funktion der Einzelphotonenquelle	49
3.1.1	Adiabatische Passage in Rubidium 85	49
3.1.2	Atompräparation	49
3.1.3	Der Resonator hoher Finesse	50
3.1.4	Trigger- und Rückpumpequenz	52
3.1.5	Messzyklus	52
3.1.6	Kontrolle über die Frequenz der erzeugten Photonen	53
3.2	Optimierung der Einzelphotonenquelle	54
3.2.1	Messung und Kompensation des Magnetfeldes	55

3.2.2	Rückpumpschemata	57
3.2.3	Im Experiment verwendete Parametersätze	60
3.2.4	Effizienz der Einzelphotonenquelle	60
3.3	Mach-Zehnder-Interferometer	63
3.3.1	Aufbau und Funktion	64
3.3.2	Detektion der Photonen	66
3.3.3	Charakterisierung des Interferometers	67
4	Experimentelle Ergebnisse	73
4.1	Pulsform eines Ensembles von Einzelphotonen	74
4.1.1	Messungen zur Pulsform	74
4.1.2	Interpretation der Pulsform	76
4.2	Zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz	76
4.2.1	Koinzidenzmessungen	77
4.2.2	Vergleich mit der Pulsform	82
4.2.3	Analyse der Ergebnisse	84
4.2.4	Zeitabhängigkeit des Kontrastes	88
4.3	Interferenz von Photonen verschiedener Frequenz	89
4.3.1	Klassische Intensitätskorrelationen	92
5	Ausblick	95
A	Ergänzungen zur Quantentheorie des Strahlteilers	99
A.1	Der Entwicklungsoperator \hat{B}	99
A.2	Entwicklung polynomialer Funktionen von Leiteroperatoren	100
A.3	Verallgemeinerung des Entwicklungsoperators	100
A.3.1	Polarisationsabhängige Strahlteiler	102
A.3.2	Raum-Zeit-Moden	103
A.4	Beispiele der Zustandsentwicklung am Strahlteiler	103
	Literaturverzeichnis	105

Kapitel 1

Einleitung

Das Auftreten von Interferenzen zwischen zwei oder mehreren einander überlagernden Lichtfeldern ist ein eindrucksvoller Beweis für die Wellennatur des Lichtes. Das erste und bekannteste optische Interferenzexperiment ist das 1801 von Thomas Young durchgeführte Doppelspaltexperiment [1]. Das hinter den zwei Spalten auf einem Schirm zu beobachtende Interferenzmuster aus hellen und dunklen Bereichen resultiert aus der Tatsache, dass sich bei der Überlagerung von Wellen stets die phasenbehafteten Amplituden und nicht die Intensitäten addieren. Dieses Superpositionsprinzip liegt auch der Quantentheorie zugrunde und „erklärt“ die Interferenz von Lichtfeldern auch dann, wenn diese nicht durch elektromagnetische Wellen, sondern quantisiert, d.h. in Form einzelner Photonen beschrieben werden. Dabei tritt eines der verblüffendsten Interferenzphänomene zu Tage, wenn zwei Lichtfelder überlagert werden, die jeweils nur ein einzelnes Photon beinhalten. Obwohl in diesem Fall prinzipiell kein Interferenzmuster zu erwarten ist, registrieren zwei Detektoren in der Beobachtungsebene niemals gemeinsame Photodetektionen wenn ihr gegenseitiger Abstand einem ungeradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge des Lichtes entspricht [2, 3]. Dabei ist vorausgesetzt, dass die beiden Photonen in ihren Eigenschaften wie z.B. Wellenlänge und Polarisation übereinstimmen. Diese Zwei-Photonen-Interferenz wird besonders deutlich, wenn die beiden Photonen auf einem Strahlteiler überlagert werden. In dieser Konfiguration registrieren die beiden Detektoren an den Ausgängen des Strahlteilers niemals gemeinsam ein Photon, was den Schluss zulässt, dass die Photonen den Strahlteiler immer paarweise verlassen.

Der erste experimentelle Nachweis dieses Interferenzeffektes gelang Hong, Ou und Mandel im Jahr 1987 [4]. Die einzelnen Photonen wurden hierbei mittels einer parametrischen Fluoreszenz in einem nichtlinearen optischen Kristall generiert [5]. In diesem Prozess entstehen simultan zwei einzelne Photonen, die in ihren Eigenschaften wie Wellenlänge und Polarisation streng korreliert sind. Aufgrund dieser Verschränkung der quantenmechanischen Zustände der beiden Photonen müssen diese als eine Einheit, ein Zwillingenphoton, aufgefasst werden. In einer Reihe von Experimenten mit polarisationssensitiven Verzögerungsstrecken vor dem Strahlteiler und vor den Detektoren konnte nachgewiesen werden, dass der beobachtete Interferenzeffekt selbst dann auftritt, wenn die Photonen zu verschiedenen Zeiten am Strahlteiler auftreffen [6, 7, 8]. Diese Experimente verdeutlichen, dass die Zwei-Photonen-Interferenz nicht auf einer „Wechselwirkung“ der beiden Photonen am Strahlteiler beruht, sondern auf die Ununterscheidbarkeit quan-

tenmechanischer Alternativen zurückgeführt werden muss. Darüber hinaus wird deutlich, dass die Interferenz eines Zwillingphotons aufgrund der Polarisationsverschränkung zusätzliche Eigenschaften aufweist, die man bei der Interferenz von zwei unabhängigen Photonen nicht erwartet, da in diesem Fall die quantenmechanischen Alternativen nur dann ununterscheidbar sind, wenn die beiden Photonen gleichzeitig auf den Strahlteiler treffen.

Das Auftreten einer Zwei-Photonen-Interferenz spielt für eine ganze Reihe von Experimenten zu Grundlagenfragen der Quantentheorie eine wichtige Rolle. Hierzu gehört u.a. der Nachweis der Verletzung der Bell'schen-Ungleichung [9, 10], die Teleportation des Polarisationszustandes eines Photons [11], die konditionierte Verschränkung von zwei Photonen aus zwei verschiedenen Quellen von Zwillingphotonen [12] sowie die experimentelle Realisierung von GHZ-Zuständen [13, 14]. Insbesondere der Vorschlag von Knill, Laflamme und Milburn [15] Quantengatter rein optisch mit Einzelphotonenquellen, Strahlteilern und effizienten Mehrphotonendetektoren zu realisieren, baut auf der Zwei-Photonen-Interferenz auf. In dieser optischen Variante eines Quantengatters durchlaufen mehrere Einzelphotonen gleichzeitig eine Reihe von Strahlteilern, die die Pfade der Photonen miteinander koppeln. Im Zusammenspiel mit einer geeigneten Messung an einem Teil der Ausgangspfade lässt sich die auftretende Zwei-Photonen-Interferenz zur Realisierung eines CNOT-Gatters einsetzen. Für die praktische Umsetzung dieses Schemas werden mehrere Einzelphotonenquellen benötigt, die zu vorgegeben Zeitpunkten kontrolliert identische Photonen emittieren. Der erste Schritt zur Realisierung solcher Quantengatter bestand daher im experimentellen Nachweis, dass eine Zwei-Photonen-Interferenz auch zwischen unabhängig voneinander erzeugten Photonen auftritt. In einem früheren Experiment konnte bereits die Interferenz einzelner Photonen aus einer parametrischen Fluoreszenz mit einem sehr schwachen kohärenten Laserpuls nachgewiesen werden [16]. Mit einer Einzelphotonenquelle, die auf einer gepulsten Anregung eines einzelnen Halbleiter-Quantenpunkts basiert [17, 18], gelang erstmals die Demonstration einer Zwei-Photonen-Interferenz von zwei unabhängigen Einzelphotonen [19]. Hierbei stammten die beiden nacheinander erzeugten Photonen zwar aus derselben Quelle, jedoch gab es keine kohärente Beziehung zwischen den einzelnen Erzeugungsprozessen. Auch mit zwei Photonen aus zwei verschiedenen parametrischen Fluoreszenz-Quellen wurde der Interferenzeffekt inzwischen nachgewiesen [20].

Alle bisherigen Experimente zur Zwei-Photonen-Interferenz wurden mit Photonen durchgeführt, deren Dauer sehr viel kürzer war, als die Zeitauflösung der Photodetektoren. Daher konnte lediglich das Auftreten oder Ausbleiben einer Koinzidenz von Photodetektionen in den beiden Strahlteilerausgängen gemessen werden. Erst die Realisierung einer Einzelphotonenquelle, die auf einer adiabatischen Passage in einem stark gekoppelten Atom-Resonator-System beruht, hat es ermöglicht, Einzelphotonenpulse von einigen Mikrosekunden Dauer zu generieren [21, 22, 23]. Diese Dauer überschreitet die Zeitauflösung gängiger Photodetektoren um mehrere Größenordnungen und erlaubt somit erstmals eine Untersuchung der Zwei-Photonen-Interferenz in Abhängigkeit des Zeitabstandes der Photodetektionsereignisse. Die theoretische Analyse [24] und der experimentelle Nachweis [25] einer solchen zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Im ersten Kapitel wird die Theorie der zeitaufgelösten Interferenz zweier unabhän-

giger Einzelphotonen diskutiert. Die auf einen Strahlteiler treffenden Photonen werden dabei als Anregungsquanten sich im Raum ausbreitender Wellenpakete beschrieben, deren Eigenschaften wie Frequenz oder Polarisation voneinander unabhängig sind. Falls die Dauer der Photonen-Wellenpakete die Detektorzeitauflösung übersteigt, lassen sich die Photodetektionen innerhalb der Photonendauer zeitlich lokalisieren. Damit ist es möglich, die Koinzidenzwahrscheinlichkeit von Photodetektionen in den beiden Strahlteilerausgängen als Funktion der Zeit zwischen den Detektionsereignissen zu analysieren. Diskutiert wird zum einen die Interferenz zweier Photonen definierter Frequenzdifferenz und zum anderen die Interferenz eines Ensembles von Photonenpaaren, deren Frequenz und Erzeugungszeitpunkte streuen.

Der experimentelle Aufbau zur Untersuchung der zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz wird im zweiten Kapitel beschrieben. Unsere Einzelphotonenquelle erlaubt die Erzeugung mehrerer aufeinander folgender Einzelphotonenpulse mit kontrolliertem zeitlichen Abstand. Sie basiert auf der bereits erwähnten adiabatischen Passage in einem Atom-Resonator-System und wurde in Hinblick auf die Erzeugung reproduzierbarer Photonenpulse optimiert. Zwei nacheinander generierte Photonen gelangen über verschieden lange optische Fasern zeitgleich auf einen 50/50-Strahlteiler. An den Strahlteilerausgängen werden sie von zwei Einzelphotonendetektoren nachgewiesen. In dem Experiment wird die Anzahl der Koinzidenzen über viele Photonenpaare akkumuliert und als Funktion der Zeit zwischen den Detektionsereignissen ausgewertet.

Im dritten Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse zur zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz diskutiert. In verschiedenen Koinzidenzmessungen wird die Polarisation der Photonen einmal senkrecht und einmal parallel zueinander gewählt. Senkrecht zueinander polarisierte Photonen interferieren nicht, so dass der zeitliche Verlauf der Koinzidenzwahrscheinlichkeit lediglich die Form der Photonen-Wellenpakete widerspiegelt. Im Fall gleichpolarisierter Photonen ist der erwartete Interferenz-Effekt zu beobachten. Das Ergebnis dieser Messung erlaubt Rückschlüsse über auftretende Streuungen der Frequenzen und Emissionszeitpunkte der emittierten Photonen. In einem weiteren Experiment wird die Interferenz von Photonen definierter Frequenzdifferenz untersucht. In bester Übereinstimmung zu den theoretischen Vorhersagen oszilliert die Koinzidenzwahrscheinlichkeit als Funktion des Zeitabstandes zwischen den Photodetektionen. Diese Oszillation erreicht eine Visibilität von nahezu 100%, die sich in einem vergleichbaren Experiment mit klassischen Laserpulsen nicht erreichen lässt.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Die Zwei-Photonen-Interferenz wurde in der Vergangenheit für eine Reihe verschiedener Systeme und Konfigurationen analysiert. Hierzu gehört u.a. die Untersuchung von Intensitätskorrelationen in räumlich überlagerten Lichtfeldern ähnlich dem Youngschen Doppelspaltexperiment [2] wie auch die Betrachtung der Interferenz zweier Lichtfelder auf einem Strahlteiler [26]. Als Quellen einzelner Photonen wurden in diesem Zusammenhang korrelierte Photonenpaare aus einer parametrischen Fluoreszenz und Photonen aus einem Kaskadenübergang eines Atoms angenommen [27]. Diese Analysen gehen von Photonen sehr kurzer Dauer aus und untersuchen die Zwei-Photonen-Interferenz ohne auf eine mögliche Zeitauflösung in der Betrachtung der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit einzugehen. Eine solche Zeitauflösung wurde zum ersten Mal für die Interferenz eines frequenzverschränktes Zwillingphotons diskutiert [28]. Hierbei wurde der Einfluss eines dispersiven Mediums auf die Zwei-Photonen-Interferenz untersucht, wenn sich das Medium nur in einem der beiden Wege dieses Zwillingphotons befindet. Die diskutierten Effekte hängen in diesem Fall jedoch entscheidend von den nichtlokalen Eigenschaften des betrachteten Photonenpaares ab.

Angeregt durch die Bedeutung der Zwei-Photonen-Interferenz für die Umsetzung optischer Quantengatter [15, 29, 30] wurden in neuerer Zeit wieder Untersuchungen zur Interferenz unabhängig voneinander emittierter Photonen [31, 32] veröffentlicht. Im Vordergrund dieser Arbeiten stehen die Eigenschaften der Einzelphotonenquellen und die Auswirkungen dieser Eigenschaften auf die Beobachtbarkeit der Zwei-Photonen-Interferenz. Mögliche Effekte, die sich aus einer Zeitauflösung aufgrund der Dauer der Photonen ergeben, werden in diesem Zusammenhang nicht diskutiert.

Im Rahmen dieser Doktorarbeit wurde erstmals die *zeitaufgelöste* Zwei-Photonen-Interferenz zweier unabhängig voneinander erzeugter Einzelphotonenpulse analysiert [24]. In diesem Kapitel werden die Grundlagen und Ergebnisse dieser Betrachtungen ausführlich dargestellt. Dabei wird die Zwei-Photonen-Interferenz ausschließlich aus der Perspektive des quantisierten Lichtfeldes diskutiert. In Abschnitt 2.1 wird zunächst das Konzept des Photons erläutert und auf den Fall eines Photons als Anregungsquant eines sich im Raum ausbreitenden Wellenpaketes erweitert. Die Photodetektion solcher Photonenpulse wird in Abschnitt 2.2 insbesondere im Hinblick auf die Zeitauflösung des Detektors erläutert. Abschnitt 2.3 thematisiert die Physik des Strahlteilers. Ausgehend von einer klassischen Beschreibung wird die Wirkung des Strahlteilers auf quantisierte Felder be-

trachtet. Der quantenmechanischen Zustandsentwicklung der Eingangslichtfelder kommt hierbei eine besondere Bedeutung zu und führt schließlich zu der in Abschnitt 2.4 diskutierten zeitaufgelösten Interferenz zweier Einzelphotonenpulse. Ein Vergleich mit Intensitätskorrelationen klassischer Lichtpulse beschließt dieses Kapitel.

2.1 Feldquantisierung: Das Photon

Die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes muss in vielen Fällen nicht für den gesamten Raum durchgeführt werden. Im Folgenden werden zwei Systeme diskutiert, bei denen die Quantisierung lediglich entlang der Ausbreitungsrichtung des Lichtes durchgeführt wird: der Fabry-Perot-Resonator und der frei in eine Richtung propagierende Gauß'sche Strahl. Bei beiden Systemen lässt sich der transversale Anteil des Feldes durch normierte klassische Modenfunktionen beschreiben. Die longitudinalen Moden hingegen definieren sich im ersten Fall durch die Randbedingungen des Resonators und sind im zweiten Fall frei wählbar.

2.1.1 Moden eines optischen Resonators

Das Prinzip eines Fabry-Perot-Resonators ist in Abbildung 2.1 (a) dargestellt. Ein solcher Resonator besteht aus zwei Hohlspiegeln mit dem Krümmungsradius R , welche sich im Abstand L gegenüberstehen. Im Innern dieses Resonators bilden sich stabile Feldverteilungen $\Psi_m(x, y, z)$ aus, die als Moden des Resonators bezeichnet werden. In paraxialer Näherung kann der transversale Anteil der Feldverteilung¹ $\chi_{n,l}(x, y, z)$ durch Hermite-Gauß'sche oder Laguerre-Gauß'sche Funktionen modelliert werden [33]. Die Abhängigkeit von z spiegelt dabei lediglich die Variation des Modendurchmessers $w(z)$ in longitudinaler Richtung wieder. Bzgl. der transversalen Feldverteilung beschränken sich die nachfolgenden Betrachtungen auf die TEM₀₀-Mode (siehe Abbildung 2.1 (b)).

$$\chi_{00}(x, y, z) \propto e^{-(x^2+y^2)/w(z)^2} \quad (2.1)$$

Die longitudinale Feldverteilung der Moden $\Psi_m(x, y, z)$ ergibt sich durch die von den beiden Spiegeln festgelegten Randbedingungen. Es bilden sich hier stehende Wellen mit der Wellenzahl $k_m = m \pi / L$, $m \in \mathbb{N}$ aus. Die Gesamtheit der Moden eines Fabry-Perot-Resonators ist damit abzählbar.

In der Durchführung der Feldquantisierung findet man für jede Mode Ψ_m den Hamiltonoperator $\hat{H}_{m,s}$ eines harmonischen Oszillators mit der Eigenfrequenz $\omega_{m,s} = c \cdot k_{m,s}$. Der zusätzliche Index $s \in \{1, 2\}$ zählt hierbei zwei beliebige, aber zueinander orthogonale Polarisationen des Lichtfeldes durch.

$$\hat{H}_{m,s} = \hbar \omega_{m,s} [\hat{a}_{m,s}^\dagger \hat{a}_{m,s} + 1/2] \quad (2.2)$$

Die Leiteroperatoren $\hat{a}_{m,s}^\dagger$ und $\hat{a}_{m,s}$ definieren einen vollständigen Satz von Eigenzuständen $|n_{m,s}\rangle$ des Hamiltonoperators mit den Energie-Eigenwerten $E_n = \hbar \omega_{m,s} (n + \frac{1}{2})$ (siehe

¹Unter der transversalen Feldverteilung wird hier die Feldverteilung in der Ebene senkrecht zur Resonatorachse verstanden. Die longitudinale Feldverteilung verläuft entlang der Resonatorachse.

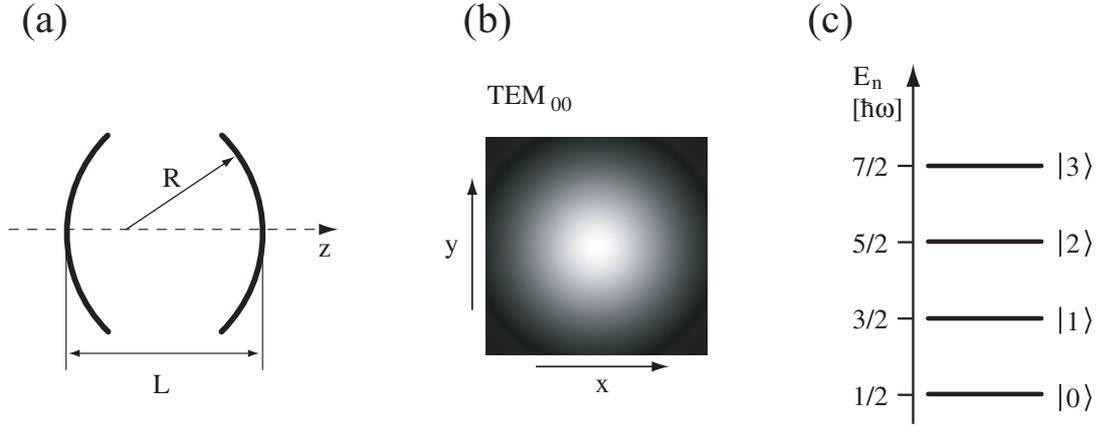


Abbildung 2.1: (a) Prinzipskizze eines Fabry-Perot-Resonators aus zwei Hohlspiegeln mit dem Krümmungsradius R und dem Spiegelabstand L . (b) Eine der möglichen transversalen Feldverteilungen eines solchen Resonators ist die TEM₀₀-Mode. Die longitudinale Feldverteilung ist durch stehende Wellen gegeben. (c) In der Feldquantisierung ergibt sich für jede dieser Longitudinalmoden das diskrete Energiespektrum E_n eines harmonischen Oszillators.

Abbildung 2.1 (c)). Unter dem Photon wird in diesem Zusammenhang das Anregungsquant der Mode Ψ_m verstanden. Es trägt die Energie $\hbar\omega_{m,s}$. Im Grundzustand $|0\rangle$ enthält die Mode kein Photon, im Eigenzustand $|n_{m,s}\rangle$ sind $n_{m,s}$ Photonen in der Mode enthalten. Die Leiteroperatoren $\hat{a}_{m,s}^\dagger$ und $\hat{a}_{m,s}$ stehen für die Erzeugung bzw. Vernichtung von Photonen der entsprechenden Moden. Sie genügen bosonischen Kommutatorregeln [34].

$$[\hat{a}_{m,s}, \hat{a}_{m',s'}] = [\hat{a}_{m,s}^\dagger, \hat{a}_{m',s'}^\dagger] = 0 \quad \text{und} \quad [\hat{a}_{m,s}, \hat{a}_{m',s'}^\dagger] = \delta_{m,m'} \delta_{s,s'} \quad (2.3)$$

Der Eigenzustand $|n_{m,s}\rangle$ ergibt sich durch n -malige Anwendung des Erzeugers $\hat{a}_{m,s}^\dagger$ auf den Vakuumzustand $|0\rangle$:

$$|n_{m,s}\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}_{m,s}^\dagger)^n |0\rangle \quad (2.4)$$

Die Zeitentwicklung der Leiteroperatoren lässt sich aus der Heisenberggleichung gewinnen [34]. Es ist:

$$i\hbar \frac{d\hat{a}_{m,s}}{dt} = [\hat{a}_{m,s}, \hat{H}] = \hbar\omega_{m,s} \hat{a}_{m,s} \quad \Rightarrow \quad \hat{a}_{m,s,t} = e^{-i\omega_{m,s}t} \hat{a}_{m,s} \quad (2.5)$$

$$i\hbar \frac{d\hat{a}_{m,s}^\dagger}{dt} = [\hat{a}_{m,s}^\dagger, \hat{H}] = -\hbar\omega_{m,s} \hat{a}_{m,s}^\dagger \quad \Rightarrow \quad \hat{a}_{m,s,t}^\dagger = e^{i\omega_{m,s}t} \hat{a}_{m,s}^\dagger \quad (2.6)$$

Hierbei ist $\hat{H} = \sum_{m,s} \hat{H}_{m,s}$ der Hamiltonoperator des Gesamtsystems, welches alle Moden Ψ_m des Resonators umfasst. Die Eigenzustände des Resonators lassen sich damit durch das direkte Produkt der einzelnen Eigenzustände ausdrücken.

$$|\{n\}\rangle = \prod_{m,s} |n_{m,s}\rangle \quad (2.7)$$

Diese Zustände $|\{n\}\rangle$ sind Eigenzustände des Anzahl-Operators $\hat{N} = \sum_{m,s} \hat{a}_{m,s}^\dagger \hat{a}_{m,s}$. Insbesondere ist auch jeder Zustand $|\{0\}, n_{m,s}\rangle$, in dem nur die Mode Ψ_m angeregt ist, Eigenzustand von \hat{N} . Es gilt:

$$\hat{N}|\{0\}, n_{m,s}\rangle = n_{m,s}|\{0\}, n_{m,s}\rangle \quad \text{bzw.} \quad \hat{N}|\{n\}\rangle = \sum_{m,s} n_{m,s}|\{n\}\rangle \quad (2.8)$$

Die diskrete Struktur der im Resonator möglichen Moden des elektromagnetischen Feldes führt damit zu einer abzählbaren Menge von Eigenzuständen $|\{n\}\rangle$.

2.1.2 Moden des Gauß'schen Strahls

Im leeren Raum entfallen die Randbedingungen. Eine Beschränkung auf Gauß'sche Strahlen legt die transversale Feldverteilung jedoch auf Hermite-Gauß'sche Moden fest. Longitudinal sind die Moden des Feldes nach wie vor beliebig wählbar. Hierbei bieten sich als natürliche Basis zunächst Wellen fester Frequenz ω an. Die Gesamtheit solcher Moden deckt ein kontinuierliches Spektrum ab. Die Feldquantisierung führt völlig analog zum Fall des Resonators zu Leiteroperatoren $\hat{a}_s^\dagger(\omega)$ und $\hat{a}_s(\omega)$, die nach wie vor bosonischen Kommutatorregeln gehorchen.

$$\begin{aligned} [\hat{a}_s(\omega), \hat{a}_{s'}(\omega')] &= [\hat{a}_s^\dagger(\omega), \hat{a}_{s'}^\dagger(\omega')] = 0 \\ [\hat{a}_s(\omega), \hat{a}_{s'}^\dagger(\omega')] &= \delta_{ss'} \delta(\omega - \omega') \end{aligned} \quad (2.9)$$

Die Zeitentwicklung dieser Operatoren ist analog zu den Gleichungen 2.5 und 2.6 gegeben:

$$\hat{a}_{s,t}(\omega) = e^{-i\omega t} \hat{a}_s(\omega) \quad \text{bzw.} \quad \hat{a}_{s,t}^\dagger(\omega) = e^{i\omega t} \hat{a}_s^\dagger(\omega) \quad (2.10)$$

Diese Leiteroperatoren definieren wieder einen vollständigen Satz von Zustandsvektoren $|n(\omega)\rangle$ für jede einzelne Mode. Aufgrund des kontinuierlichen Spektrums der Gesamtheit aller Moden sind diese jedoch nicht mehr abzählbar. Damit lassen sich insbesondere keine Produktzustände entsprechend Gleichung 2.7 formulieren.

Die Leiteroperatoren $\hat{a}_s^\dagger(\omega)$ und $\hat{a}_s(\omega)$ erzeugen bzw. vernichten Photonen als Anregungsquanten von in z-Richtung unendlich ausgedehnten monochromatischen Wellen der Frequenz $\omega/2\pi$. Diese Wahl der Moden ist jedoch keineswegs zwingend. Im Folgenden wird ein Wechsel zu einem System abzählbarer räumlich lokalisierter Moden durchgeführt [35]. Photonen treten dann als Anregungsquanten von Wellenpaketen in Erscheinung.

Ausgangspunkt dieses Modenwechsels ist ein abzählbarer vollständiger Satz orthonormalen Funktionen $\{\Phi_i(\omega)\}^2$. Diese Funktionen definieren Moden entsprechender Frequenzverteilung, denen sich mittels $\hat{a}_s(\omega)$ bzw. $\hat{a}_s^\dagger(\omega)$ eigene Leiteroperatoren $\hat{c}_s(\Phi_i)$ zuordnen lassen.

² Die Orthonormalität der Funktionen $\Phi_i(\omega)$ wird durch $\int d\omega \Phi_i(\omega) \Phi_j^*(\omega) = \delta_{ij}$ sichergestellt. Die Vollständigkeitsbedingung ist durch $\sum_i \Phi_i^*(\omega) \Phi_i(\omega') = \delta(\omega - \omega')$ gegeben.

$$\hat{c}_s(\Phi_i) := \int d\omega \Phi_i^*(\omega) \hat{a}_s(\omega) \quad \text{bzw.} \quad \hat{a}_s(\omega) = \sum_i \Phi_i(\omega) \hat{c}_s(\Phi_i) \quad (2.11)$$

Diese Leiteroperatoren $\hat{c}_s^\dagger(\Phi_i)$ und $\hat{c}_s(\Phi_i)$ erfüllen bosonische Kommutatorregeln analog zu Ausdruck 2.3. Sie definieren ebenfalls einen vollständigen Satz von Zustandsvektoren $|n(\Phi_i)_s\rangle = (n!)^{-1/2} (\hat{c}_s^\dagger(\Phi_i))^n |0\rangle$. Der Gesamtraum aller Zustandsvektoren $|\{n\}\rangle$ ist nun analog zu Gleichung 2.7 abzählbar.

$$|\{n\}\rangle = \prod_{i,s} |n(\Phi_i)_s\rangle \quad (2.12)$$

Diese Definition von Leiteroperatoren lässt sich aufgrund der Vollständigkeit des Funktionensatzes $\{\Phi_i(\omega)\}$ auf beliebige normierbare Funktionen $\xi(\omega) = \sum_i c_i \Phi_i(\omega)$ erweitern. Die Leiteroperatoren zu diesen Moden schreiben sich dann als:

$$\hat{c}_s(\xi) = \sum_i c_i^* \hat{c}_s(\Phi_i) \quad \text{bzw.} \quad \hat{c}_s^\dagger(\xi) = \sum_i c_i \hat{c}_s^\dagger(\Phi_i) \quad (2.13)$$

Mittels der Fouriertransformation ist ein Wechsel von den frequenzabhängigen Funktionen $\{\Phi_i(\omega)\}$ zu zeitabhängigen Funktionen $\{\Phi_i(t - z/c)\}$ möglich. Diese Funktionen werden im Folgenden als Raum-Zeit-Moden bezeichnet.

$$\Phi_i(t - z/c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \Phi_i(\omega) e^{-i\omega(t-z/c)} \quad (2.14)$$

Die Definition von Leiteroperatoren, die in Analogie zu Gleichung 2.11 Photonen in Raum-Zeit-Moden erzeugen bzw. vernichten, ist nicht ohne Einschränkung möglich. Vielmehr muss man sich hier auf Moden beschränken, deren Bandbreite $\delta\omega$ sehr viel kleiner ist als die zugrunde liegende Frequenz ω_0 des Lichtes [35]. Im Bereich optischer Frequenzen ist diese im Folgenden als *Bandbreitenbedingung* bezeichnete Voraussetzung in der Regel erfüllt. Wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt wird, ermöglicht diese Bedingung die Definition einer Fouriertransformierten $\hat{a}_s(t - z/c) = 1/\sqrt{2\pi} \int d\omega \hat{a}_s(\omega) e^{-i\omega(t-z/c)}$ der Leiteroperatoren $\hat{a}_s(\omega)$. Erst hierdurch wird es möglich, auch Leiteroperatoren von Raum-Zeit-Moden zu definieren. Ganz analog zu Gleichung 2.11 lassen sich diese Leiteroperatoren dann schreiben als³:

$$\hat{c}_s(\Phi_i) = \int dq \Phi_i^*(q) \hat{a}_s(q) \quad \text{bzw.} \quad \hat{a}_s(q) = \sum_i \Phi_i(q) \hat{c}_s(\Phi_i) \quad (2.15)$$

Ein Photon, welches der Raum-Zeit-Mode $\xi(q)$ und der Polarisation s zuzuordnen ist, ergibt sich dann durch den Erzeuger $\hat{c}_s^\dagger(\xi)$:

$$|1(\xi)\rangle_s = \hat{c}_s^\dagger(\xi)|0\rangle \quad (2.16)$$

Man beachte, dass die hierfür vorausgesetzte Bandbreitenbedingung eine Grenze für die Lokalisierung eines Photons durch eine Raum-Zeit-Mode $\xi(q)$ darstellt. Photonen als Anregungsquanten von sich im Raum ausbreitenden Wellenpaketen sind nur dann eine korrekte Beschreibung des Feldes, wenn die Dauer δt der Raum-Zeit-Moden sehr viel größer

³Hierbei wird der Ausdruck $t - z/c$ im Folgenden durch die Größe q abgekürzt.

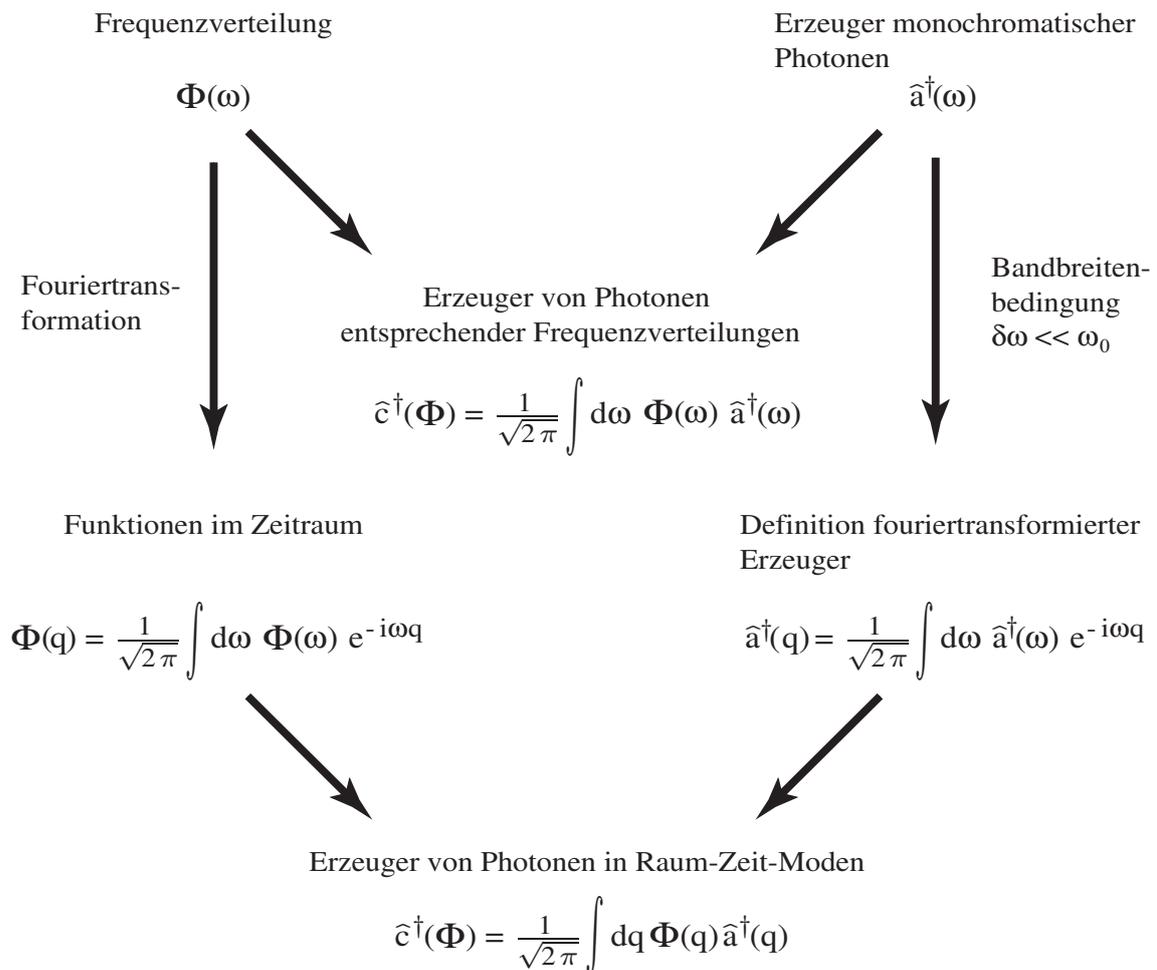


Abbildung 2.2: Beziehungen zwischen den Leiteroperatoren $\hat{a}^\dagger(\omega)$ monochromatischer Wellen und Raum-Zeit-Moden $\hat{c}^\dagger(\Phi)$.

ist als $1/\omega_0$. Abbildung 2.2 fasst die Beziehungen zwischen den Leiteroperatoren monochromatischer Wellen und Raum-Zeit-Moden noch einmal zusammen.

2.2 Photodetektionstheorie

Die Beschreibung der Detektion einzelner Photonen unterscheidet sich in einigen wesentlichen Aspekten von der Beschreibung der Intensitätsmessung klassischer Felder. In der letzteren wird das Betragsquadrat $|E(r, t)|^2$ der reellen Feldamplitude $E(r, t) = E^+(r, t) + E^-(r, t)$ ausgewertet. Die Messung eines Photonenflusses basiert jedoch nicht auf dem Quadrat des Feldoperators $\hat{E}(r, t) = \hat{E}^+(r, t) + \hat{E}^-(r, t)$, sondern auf dem Erwartungswert des normal geordneten Produkts $\hat{E}^-(r, t)\hat{E}^+(r, t)$ seines negativen bzw. positiven Frequenzanteils [36, 37]. Die folgenden beiden Abschnitte werden die Wahrscheinlichkeit einer Photodetektion in einem Detektor bzw. die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion in zwei Detektoren betrachten. Dabei wird insbesondere

das Verhältnis der Dauer der Photonenpulse zur Detektorzeitauflösung diskutiert. Die dabei betrachteten Lichtfelder sollen durch Gauß'sche Strahlen beschrieben werden. Hierbei wird angenommen, dass der transversale Modenanteil dieser Lichtfelder vollständig auf die empfindliche Fläche der betrachteten Detektoren abgebildet wird. Die transversale Feldverteilung muss in der folgenden Diskussion der Photodetektion also nicht weiter berücksichtigt werden.

2.2.1 Korrelationsfunktion erster Ordnung

Zu Beginn wird ein einzelner in z -Richtung weisender Gauß'scher Strahl betrachtet, der auf einen am Ort z_0 platzierten Photodetektor trifft. Das betrachtete Lichtfeld soll genau ein Photon beinhalten. Der Zustand des Lichtfeldes bzgl. der besetzten Raum-Zeit-Moden sei durch einen Dichteoperator $\hat{\rho}$ gegeben. Eine Darstellung dieses Dichteoperators wird in Abschnitt 2.4.8 näher erläutert. Entsprechend der Standardtheorie der Photodetektion ist die Wahrscheinlichkeit eines Detektionsereignisses in einem durch $t_0 - \Delta t/2$ und $t_0 + \Delta t/2$ begrenzten Zeitfenster gegeben durch [37]:

$$P^{(1)}(z_0, t_0, \Delta t) = \eta \int_{t_0 - \Delta t/2}^{t_0 + \Delta t/2} dt G^{(1)}(z_0, t) \quad (2.17)$$

Hierbei berücksichtigt η die Quanteneffizienz des Detektors. Der Ausdruck $G^{(1)}(z_0, t)$ ist durch die Korrelationsfunktion erster Ordnung $G^{(1)}(z_0, t_1, t_2)$ für $t_1 = t_2 =: t$ definiert. Diese berechnet sich als quantenmechanischer Erwartungswert des normal geordneten Produkts der elektrischen Feldoperatoren.

$$G^{(1)}(z_0, t_1, t_2) := \text{tr}(\hat{\rho} \hat{E}^-(z_0, t_1) \hat{E}^+(z_0, t_2)) \quad (2.18)$$

Die Feldoperatoren $\hat{E}^+(z, t)$ und $\hat{E}^-(z, t)$ sind direkt mit der Vernichtung bzw. Erzeugung von Photonen assoziiert [35, 36, 38]. Aus der Feldquantisierung erhält man beispielsweise für den Feldoperator $\hat{E}^+(z, t)$ den Ausdruck:

$$\hat{E}^+(z, t) = i \sum_s \int_0^\infty d\omega \left(\frac{\hbar\omega}{4\pi\epsilon_0 c A} \right)^{1/2} \hat{a}_s(\omega) \epsilon_s e^{-i\omega(t-z/c)} \quad (2.19)$$

Hierbei ist A der Quantisierungsquerschnitt. Summiert wird über zwei beliebige aber zueinander orthogonale Polarisationen, die durch einen komplexen Polarisationsvektor ϵ_s ausgedrückt werden.

Die explizite Abhängigkeit der Feldoperatoren von der Frequenz des Lichtes erschwert die konkrete Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit. Unter der Annahme, dass die Bandbreite $\delta\omega$ der betrachteten Raum-Zeit-Moden sehr viel kleiner ist als die Frequenz ω_0 des Lichtes, lassen sich die Gleichungen jedoch wesentlich vereinfachen [35, 39]. Aus dem Integralausdruck 2.19 des Feldoperators $\hat{E}^+(z, t)$ lässt sich $\sqrt{\omega_0}$ zunächst als konstante Größe herausziehen. Darüber hinaus kann die Integration, die sich streng genommen nur über den Bereich $[0, \infty)$ erstreckt, ohne wesentliche Fehler auf den negativen Bereich ausgedehnt werden. Damit erhält man für den Feldoperator die Form:

$$\hat{E}^+(z, t) = i \left(\frac{\hbar\omega_0}{4\pi\epsilon_0 c A} \right)^{1/2} \sum_s \epsilon_s \int d\omega \hat{a}_s(\omega) e^{-i\omega(t-z/c)} \quad (2.20)$$

Der verbleibende Integralausdruck lässt sich als Definition eines neuen Leiteroperators $\hat{a}_s(t)$ verstehen [35, 39, 27]. Anschaulich stehen diese Leiteroperatoren für die Erzeugung bzw. Vernichtung von Photonen zu festen Zeitpunkten $t - z/c$.

$$\hat{a}_s(t - z/c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \hat{a}_s(\omega) e^{-i\omega(t-z/c)} \quad (2.21)$$

Die Korrelationsfunktion $G^{(1)}(z_0, t_1, t_2)$ lässt sich daher mittels dieser Leiteroperatoren ausdrücken.

$$G^{(1)}(z_0, t_1, t_2) = \sum_s \text{tr}(\hat{\rho} \hat{a}_s^\dagger(t_1 - z_0/c) \hat{a}_s(t_2 - z_0/c)) \quad (2.22)$$

Für die nachfolgenden Betrachtungen einer *zeitaufgelösten* Zwei-Photonen-Interferenz ist die Dauer des betrachteten Detektionszeitfensters Δt eine wichtige Größe. Diese kann in der Praxis nicht beliebig klein gewählt werden, sondern ist durch die Zeitauflösung der Elektronik begrenzt, die zur Erzeugung bzw. Auswertung der Pulse der Photodetektoren eingesetzt wird⁴. Das kleinste sinnvolle Zeitfenster wird im Folgenden als Detektorzeitauflösung Δt bezeichnet.

Betrachtet man Photonen so schmaler Bandbreite, dass deren Dauer δt sehr viel größer ist als die Detektorzeitauflösung, so kann die zeitliche Änderung von $G^{(1)}(z_0, t)$ innerhalb der Integrationsgrenzen von Gleichung 2.17 vernachlässigt werden und die Detektionswahrscheinlichkeit des Photons ist direkt proportional zu $G^{(1)}(z_0, t_0)$:

$$P^{(1)}(z_0, t_0) = \eta \Delta t G^{(1)}(z_0, t_0) \quad (2.23)$$

Der Photodetektionsprozess kann dann zeitlich *innerhalb* der Dauer des Photonenpulses mit der Auflösung $\Delta t \ll \delta t$ lokalisiert werden.

Um dies zu verdeutlichen wird die Detektionswahrscheinlichkeit eines Photons der Raum-Zeit-Mode $\xi(q) = \sum_i c_i \Phi_i(q)$ berechnet. Der Zustand des Lichtfeldes ist gegeben durch $|1(\xi)\rangle = \hat{c}^\dagger(\xi)|0\rangle$. Die Darstellung beschränkt sich hierbei auf eine einzige Polarisation, so dass der Index s entfallen kann. Die Korrelationsfunktion $G^{(1)}(z_0, t_0)$ berechnet sich dann mittels:

$$G^{(1)}(z_0, t_0) = \text{tr}(|1(\xi)\rangle\langle 1(\xi)| \hat{a}^\dagger(q_0) \hat{a}(q_0)) = \langle 0 | \hat{c}(\xi) \hat{a}^\dagger(q_0) \hat{a}(q_0) \hat{c}^\dagger(\xi) | 0 \rangle$$

Die Leiteroperatoren $\hat{a}(q_0)$ lassen sich entsprechend Gleichung 2.15 durch die Leiteroperatoren der Raum-Zeit-Moden $\{\Phi_i(q_0)\}$ ausdrücken. Weiterhin ist $\hat{c}^\dagger(\xi)$ durch Gleichung 2.13 definiert. Die Wirkung des Operators $\hat{a}(q_0)$ auf den Zustand $|1(\xi)\rangle = \hat{c}^\dagger(\xi)|0\rangle$ berechnet sich damit zu:

⁴Eine prinzipielle physikalische Untergrenze für diese Dauer stellt die Detektionsbandbreite des Detektors dar. Diese Problematik wird eingehender in [37] erläutert.

$$\begin{aligned}
\hat{a}(q_0) \hat{c}^\dagger(\xi) |0\rangle &= \sum_j \Phi_j(q_0) \hat{c}(\Phi_j) \sum_i c_i \hat{c}^\dagger(\Phi_i) |0\rangle \\
&= \sum_{j,i} \Phi_j(q_0) c_i \delta_{i,j} |0\rangle \\
&= \xi(q_0) |0\rangle
\end{aligned}$$

Die Detektionswahrscheinlichkeit des Photons pro Zeitintervall Δt ist demnach durch das Betragsquadrat der Funktion ξ an der Stelle q_0 gegeben.

$$P^{(1)}(q_0)/\Delta t = \eta \xi^*(q_0) \xi(q_0) = \eta |\xi(q_0)|^2 \quad (2.24)$$

Wird andererseits ein Photon betrachtet, deren Raum-Zeit-Mode sehr kurz im Vergleich zur Detektorzeitaufösung ist, so kann nur noch darüber entschieden werden, ob das Photon innerhalb der Dauer Δt detektiert wurde oder nicht. Dieser Fall wird im nachfolgenden Abschnitt für die gemeinsame Photodetektion in zwei Detektoren näher diskutiert.

2.2.2 Korrelationsfunktion zweiter Ordnung

Zur Erfassung der Zwei-Photonen-Interferenz reicht das Signal eines einzelnen Detektors nicht aus. Der Interferenzeffekt äußert sich nur in der Korrelation der Signale von zwei Detektoren. Die Detektionswahrscheinlichkeit eines Photons in einem Detektor muss daher um den Begriff der *gemeinsamen* Detektionswahrscheinlichkeit von zwei Photonen in zwei Detektoren ergänzt werden. Aus diesem Grund werden die vorangegangenen Betrachtungen auf das Lichtfeld zweier Gauß'scher Strahlen erweitert. Dabei wird angenommen, dass genau ein Gauß'scher Strahl auf je einen Detektor abgebildet wird. Das Lichtfeld soll insgesamt genau zwei Photonen enthalten. Sein Zustand bzgl. der Raum-Zeit-Moden beider Gauß'schen Strahlen wird durch einen Dichteoperator $\hat{\rho}_{12}$ erfasst. Die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion in beiden Detektoren während der Zeitfenster $[t_{01} - \Delta t/2, t_{01} + \Delta t/2]$ bzw. $[t_{02} - \Delta t/2, t_{02} + \Delta t/2]$ ist dann analog Gleichung 2.17 gegeben.

$$P_{12}^{(2)}(z_{01}, t_{01}, z_{02}, t_{02}, \Delta t) = \eta_1 \eta_2 \int_{t_{01} - \Delta t/2}^{t_{01} + \Delta t/2} dt_1 \int_{t_{02} - \Delta t/2}^{t_{02} + \Delta t/2} dt_2 G_{12}^{(2)}(q_1, q_2) \quad (2.25)$$

Die Quanteneffizienz der beiden Detektoren wird durch η_1 und η_2 beschrieben. Die Größe $G_{12}^{(2)}(q_1, q_2)$ wird als Korrelationsfunktion zweiter Ordnung bezeichnet [37]. Unter Gültigkeit der Bandbreitenbedingung lässt sich diese wieder mittels der Leiteroperatoren aus Gleichung 2.21 ausdrücken.

$$G_{12}^{(2)}(q_1, q_2) = \sum_{s,s'} \text{tr}(\hat{\rho}_{12} \hat{a}_{1s}^\dagger(q_1) \hat{a}_{2s'}^\dagger(q_2) \hat{a}_{2s'}(q_2) \hat{a}_{1s}(q_1)) \quad (2.26)$$

In diesem Fall wird über zwei orthogonale Polarisationen summiert. Die auftretenden Leiteroperatoren sind mittels der Indizes 1 und 2 bzgl. der beiden Gauß'schen Strahlen

$$P_{12}^{(2)}(q_{01}, q_{02}, \Delta t) = \eta_1 \eta_2 \int_{t_{01} - \Delta t/2}^{t_{01} + \Delta t/2} dt_1 \int_{t_{02} - \Delta t/2}^{t_{02} + \Delta t/2} dt_2 G_{12}^{(2)}(q_1, q_2)$$

(a) ↙

sehr lange Photonenpulse
 $\delta t \gg \Delta t$

↓

$P_{12}^{(2)}(q_{01}, q_{02}, \Delta t) = \eta_1 \eta_2 \Delta t^2 G_{12}^{(2)}(q_{01}, q_{02})$

↘ (b)

sehr kurze Photonenpulse
 $\delta t \ll \Delta t$

↓

$P_{12}^{(2)}(z_{01}, z_{02}) = \eta_1 \eta_2 \int dt_1 \int dt_2 G_{12}^{(2)}(q_1, q_2)$

Abbildung 2.3: Berechnung der Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion $P_{12}^{(2)}$. In Fall (a) ist die Dauer der Raum-Zeit-Moden sehr viel größer als die Detektorzeitauflösung, so dass $P_{12}^{(2)}$ in Abhängigkeit der Detektionszeitpunkte gemessen werden kann. In Fall (b) ist die Dauer der Raum-Zeit-Moden vernachlässigbar klein im Vergleich zur Dauer der Detektorzeitauflösung. Die Größe $P_{12}^{(2)}$ gibt damit nur die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion *innerhalb* der Detektorzeitauflösung an.

gekennzeichnet. Die Größen q_i sind definiert durch $q_i := t_i - z_{0i}/c$, wobei die Größen z_{0i} die Positionen der beiden Detektoren angeben.

Bei der Erfassung von $P_{12}^{(2)}$ lassen sich wiederum die bereits betrachteten Grenzfälle des Verhältnisses der Dauer der Raum-Zeit-Moden δt zur Detektorzeitauflösung unterscheiden (siehe Abbildung 2.3). Für $\delta t \gg \Delta t$ ist die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion direkt proportional zur Korrelationsfunktion zweiter Ordnung und somit eine Funktion der beiden Detektionszeitpunkte $q_{01} = t_{01} - z_{01}/c$ und $q_{02} = t_{02} - z_{02}/c$.

$$P_{12}^{(2)}(z_{01}, t_{01}, z_{02}, t_{02}) = \eta_1 \eta_2 \Delta t^2 G_{12}^{(2)}(q_{01}, q_{02}) \quad (2.27)$$

Diese Zeitauflösung ist für die vorliegende Arbeit von entscheidender Bedeutung. Sie ermöglicht die Betrachtung der Zwei-Photonen-Interferenz in Abhängigkeit der Zeit zwischen den Detektionsereignissen der beiden Detektoren. Dies wird in Abschnitt 2.3.3 ausführlich diskutiert.

Für sehr kurze Photonenpulse, also für $\delta t \ll \Delta t$, muss die Integration 2.25 der Korrelationsfunktion in jedem Fall ausgeführt werden. Allerdings lassen sich die Integrationsgrenzen in guter Näherung auf $\pm\infty$ ausdehnen. Man erhält dann:

$$P_{12}^{(2)}(z_{01}, z_{02}) = \eta_1 \eta_2 \int dt_1 \int dt_2 G_{12}^{(2)}(q_1, q_2) \quad (2.28)$$

In diesem Fall lässt sich die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion nicht mehr zeitlich auflösen. Damit kann nur noch eine Aussage über das gemeinsame Auftreten von Detektionsereignissen *innerhalb* der Detektorzeitauflösung Δt getroffen werden.

2.3 Der Strahlteiler

In dieser Arbeit wird die Zwei-Photonen-Interferenz für die Überlagerung der beiden Lichtfelder auf einem Strahlteiler analysiert. Daher ist es angebracht, die Eigenschaften eines Strahlteilers und seine Wirkung auf klassische wie auch auf quantisierte Felder zusammenzufassen.

Innerhalb der klassischen Physik ist der Strahlteiler jedem vertraut (siehe Abbildung 2.4). Er wird als teildurchlässiger Spiegel mit dem Transmissionsgrad $|\sigma|^2$ und dem Reflexionsgrad $|\rho|^2$ beschrieben. Das auf ihn treffende Licht geht also zum Teil durch ihn hindurch und wird zum Teil von ihm reflektiert. Bei einem *idealen* Strahlteiler treten keine Verluste in Form von Absorption oder Streuung des Lichtes auf. Für diesen addieren sich Reflexions- und Transmissionsgrad zu eins. Die komplexen Größen σ und ρ können weiterhin von der Polarisation des auftreffenden Lichtes abhängig sein. Dieser Fall liegt bei einem Polarisationsstrahlteiler vor. Zur besseren Verständlichkeit beschränken sich die folgenden Betrachtungen auf den Spezialfall eines polarisationsunabhängigen Strahlteilers und Licht einer festen Polarisation. Die Beschreibung eines Polarisationsstrahlteilers wird im Anhang A.3.1 vorgestellt.

Aufbauend auf der klassischen Beschreibung des Strahlteilers steht in diesem Abschnitt vor allem die Diskussion quantisierter Felder im Vordergrund. Insbesondere wird die Zustandsentwicklung von Lichtfeldern einzelner Photonen erläutert.

2.3.1 Klassische Beschreibung des idealen Strahlteilers

Die klassische Beschreibung des Strahlteilers basiert auf der Addition elektrischer Feldstärken. Die positiven und negativen Frequenzanteile $E_1^\pm(z, t)$ und $E_2^\pm(z, t)$ der elektrischen Feldstärke der Eingangsseite addieren sich entsprechend gewichtet mit den Transmissions- und Reflexionskoeffizienten zu den Feldern der Ausgangsseite $E_3^\pm(z, t)$ und $E_4^\pm(z, t)$. Dieser Zusammenhang lässt sich übersichtlich und kompakt in Matrixform darstellen.

$$\begin{pmatrix} E_3^\pm(z, t) \\ E_4^\pm(z, t) \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} E_1^\pm(z, t) \\ E_2^\pm(z, t) \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \sigma_2 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Für den idealen Strahlteiler muss die Summe der Intensitäten des Lichtes an den beiden Ausgängen identisch mit der Summe der Intensitäten des einfallenden Lichtes sein. Diese Forderung nach Energieerhaltung $|E_3|^2 + |E_4|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2$ erzwingt die Unitarität der Strahlteilermatrix \mathbf{B} ⁵. Unter Einführung von vier reellen Parametern $\theta, \phi_0, \phi_\sigma$ und ϕ_ρ , die den Betrag und die Phasen der Transmissions- und Reflexionskoeffizienten beinhalten, lässt sich \mathbf{B} in die allgemeinste Form einer unitären 2×2 -Matrix überführen [40].

⁵Für unitäre Matrizen gilt $\mathbf{B}\mathbf{B}^* = \mathbf{1}$, so dass adjungierte Matrix \mathbf{B}^* und invertierte Matrix \mathbf{B}^{-1} identisch sind.

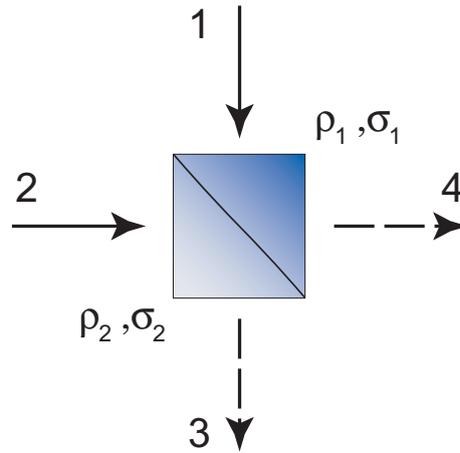


Abbildung 2.4: Prinzip eines Strahlteilers. Das auf die Eingänge 1 und 2 treffende Licht wird entsprechend der Transmissions- und Reflexionskoeffizienten auf die beiden Ausgänge 3 und 4 verteilt. Im allgemeinsten Fall muss der Strahlteiler bezüglich seiner beiden Eingänge nicht symmetrisch sein. Damit erfährt das Licht an jedem Eingang ein unterschiedliches Paar (σ_i, ρ_i) von Transmissions- und Reflexionskoeffizienten.

$$\mathbf{B} = e^{i\phi_0} \begin{pmatrix} \cos \theta e^{i\phi_\sigma} & \sin \theta e^{i\phi_\rho} \\ -\sin \theta e^{-i\phi_\rho} & \cos \theta e^{-i\phi_\sigma} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Für den speziellen Fall $\phi_0 = \phi_\sigma = \phi_\rho = 0$ nimmt die Strahlteilermatrix \mathbf{B} die einfache Form einer Drehmatrix an. Für $\theta = \pi/4$ erhält man die Matrix eines idealen symmetrischen Strahlteilers mit 50% Reflexion und 50% Transmission.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \xrightarrow{\theta=\pi/4} \mathbf{B}_{1/2} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Das negative Vorzeichen in der Matrix bezeichnet hierbei gerade einen Phasensprung von π , der bei der Reflexion an einer der Grenzflächen des Strahlteilers auftritt.

2.3.2 Quantentheorie des idealen Strahlteilers

Beim Übergang von der klassischen zur quantentheoretischen Beschreibung des Strahlteilers treten die Feldoperatoren $\hat{E}_i^\pm(z, t)$ an die Stelle der elektrischen Feldstärken $E_i^\pm(z, t)$. Dabei überträgt sich die Beziehung 2.29 zwischen den Feldgrößen der Ein- und Ausgangsseite auf die zugehörigen Leiteroperatoren. Die Erzeuger und Vernichter der Ausgangsseite definieren sich nun mittels der unitären Transformationsmatrix \mathbf{B} unmittelbar über die Erzeuger und Vernichter der Eingangsseite. Diese Beziehung gilt sowohl für die Leiteroperatoren monochromatischer Wellen $\hat{a}(\omega)$, als auch für die Leiteroperatoren von Raum-Zeit-Moden $\hat{c}(\Phi)$.

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} \hat{a}_3^\dagger & \hat{a}_4^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{a}_1^\dagger & \hat{a}_2^\dagger \end{pmatrix} \mathbf{B}^* \quad (2.32)$$

Die Unitarität der Strahlteilermatrix sichert an dieser Stelle nicht nur die Energieerhaltung $\hat{n}_3 + \hat{n}_4 = \hat{n}_1 + \hat{n}_2$, sondern auch den Erhalt der Bosonischen Kommutatorregeln 2.3 für die Leiteroperatoren der Ausgangsseite [40].

Das System lässt sich damit durch zwei komplementäre Paare von Moden beschreiben, die jeweils durch die Leiteroperatoren der Ein- oder der Ausgangsseite definiert sind. Für die folgenden Betrachtungen wird das System durch die Moden der Eingangsoperatoren \hat{a}_1 und \hat{a}_2 beschrieben. Ein Lichtfeld mit je einem Photon in diesen beiden Eingangsmoden des Strahlteilers wird damit durch den Zustand $|\Psi_{in}\rangle = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0\rangle = |1\rangle_1 |1\rangle_2$ dargestellt.

Im Folgenden werden bei bekanntem Eingangszustand $|\Psi_{in}\rangle$ Erwartungswerte von Operatoren der Ausgangsseite des Strahlteilers berechnet. Hierzu lässt sich der Übergang von der Eingangs- zur Ausgangsseite des Strahlteilers als Entwicklung des Systems begreifen, welche in zwei äquivalenten Bildern beschreibbar ist. Im ersten Bild wird die Entwicklung durch die Leiteroperatoren erfasst. Die Erzeuger und Vernichter der Ausgangsseite können dabei als die entwickelten Erzeuger und Vernichter der Eingangsseite betrachtet werden. Der Zustandsvektor des Lichtfeldes bleibt unverändert. Diese Sichtweise ähnelt dem Heisenbergbild in der Quantenmechanik. Alternativ kann die Entwicklung aber auch durch den Zustandsvektor des Lichtfeldes erfasst werden. Dieser Fall entspricht dem Schrödingerbild [40, 41, 42].

Heisenbergbild

Im Heisenbergbild werden die Leiteroperatoren der Ausgangsseite als die entwickelten Leiteroperatoren der Eingangsseite betrachtet. Neben der Transformationsgleichung 2.32 wird diese Entwicklung durch einen unitären Operator \hat{B} beschrieben. Dieser Entwicklungoperator lässt sich aus der Analogie zur quantentheoretischen Beschreibung der Polarisation gewinnen und wird in Abschnitt A.1 eingehender diskutiert.

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \hat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \hat{B}^\dagger = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Die Berechnung von Erwartungswerten $P = \langle \Psi_{in} | f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4) | \Psi_{in} \rangle$ wird hier durch die Zurückführung der Ausgangsoperatoren auf die Eingangsoperatoren erreicht, wobei die Entwicklung der Leiteroperatoren $\hat{B} \hat{a}_1 \hat{B}^\dagger$ entsprechend Gleichung 2.33 durch die Transformationsmatrix \mathbf{B} ausgedrückt werden kann. Aus einer Funktion f von Leiteroperatoren der Ausgangsseite wird somit eine Funktion \tilde{f} von Operatoren der Eingangsseite:

$$f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4) = f(\hat{B} \hat{a}_1^\dagger \hat{B}^\dagger, \hat{B} \hat{a}_2^\dagger \hat{B}^\dagger, \hat{B} \hat{a}_1 \hat{B}^\dagger, \hat{B} \hat{a}_2 \hat{B}^\dagger) = \tilde{f}(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_1, \hat{a}_2) \quad (2.34)$$

Der Erwartungswert im Heisenbergbild berechnet sich damit mittels

$$P = \langle \Psi_{in} | f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4) | \Psi_{in} \rangle = \langle \Psi_{in} | \tilde{f}(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_1, \hat{a}_2) | \Psi_{in} \rangle \quad (2.35)$$

Ist die Funktion $f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4)$ ein Polynom in den Leiteroperatoren, so lässt sich die unitäre Entwicklung aus der Funktion herausziehen (siehe Anhang A.2).

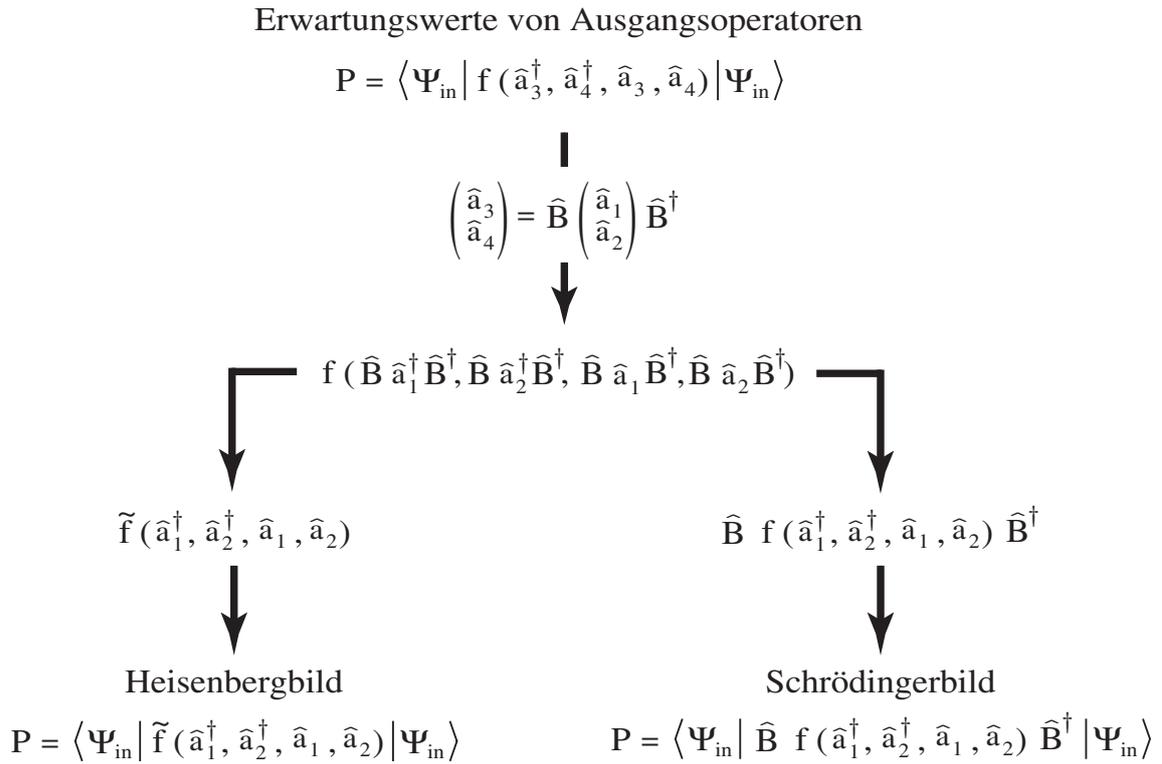


Abbildung 2.5: Berechnung von Erwartungswerten beim Strahlteiler im Heisenberg- und Schrödingerbild.

$$f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4) = \hat{B} f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_1, \hat{a}_2) \hat{B}^\dagger \quad (2.36)$$

Die Berechnung des Erwartungswertes lässt sich dann auf die Entwicklung des Zustandsvektors $|\Psi_{in}\rangle$ zurückführen. Diese Darstellung entspricht dem Schrödingerbild.

$$P = \langle \Psi_{out} | f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_1, \hat{a}_2) | \Psi_{out} \rangle \quad \text{mit} \quad |\Psi_{out}\rangle = \hat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle \quad (2.37)$$

Abbildung 2.5 stellt die Berechnung von Erwartungswerten am Strahlteiler im Heisenberg- und im Schrödingerbild noch einmal gegenüber.

Schrödingerbild

Das Schrödingerbild bietet die Möglichkeit, die Entwicklung des Lichtfeldes am Strahlteiler zu beschreiben. Das auf der Eingangsseite des Strahlteilers durch $|\Psi_{in}\rangle$ bzw. \hat{q}_{in} beschriebene Lichtfeld geht in ein durch $|\Psi_{out}\rangle$ bzw. \hat{q}_{out} beschriebenes Lichtfeld der Ausgangsseite über.

$$|\Psi_{out}\rangle = \hat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle \quad \text{bzw.} \quad \hat{q}_{out} = \hat{B}^\dagger \hat{q}_{in} \hat{B} \quad (2.38)$$

Diese Entwicklung lässt sich durch $|\Psi_{in}\rangle = f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) |0\rangle$ wieder auf eine Transformation

von Leiteroperatoren zurückführen⁶.

$$\widehat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle = \widehat{B}^\dagger f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) |0\rangle = f(\widehat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \widehat{B}, \widehat{B}^\dagger \hat{a}_2^\dagger \widehat{B}) |0\rangle \quad (2.39)$$

Die Umkehrabbildung zu Gleichung 2.33 ist gegeben durch:

$$\widehat{B}^\dagger \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \widehat{B} = \mathbf{B}^* \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Damit lassen sich Ausdrücke wie $\widehat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \widehat{B}$ auf die inverse Matrix $\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{B}^*$ zurückführen und man erhält:

$$|\Psi_{out}\rangle = f(\widehat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \widehat{B}, \widehat{B}^\dagger \hat{a}_2^\dagger \widehat{B}) |0\rangle = \tilde{f}(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) |0\rangle \quad (2.41)$$

Diese bisher formal durchgeführte Zustandsentwicklung am Strahlteiler wird im folgenden Abschnitt anhand einiger Beispiele verdeutlicht.

2.3.3 Zustandsentwicklung am Strahlteiler

Um die Auswirkung eines Strahlteilers auf ein eingehendes Lichtfeld zu studieren, ist die Unterscheidung von zwei Fällen hilfreich. Im ersten Fall trifft Licht nur von einer Seite auf den Strahlteiler, so dass hier die *Aufteilung* des Lichtfeldes auf die beiden Ausgänge des Strahlteilers im Vordergrund steht. Im anderen Fall trifft Licht von beiden Seiten auf den Strahlteiler, so dass neben der jeweiligen Strahlteilung insbesondere die *Überlagerung* der Lichtfelder in den Ausgängen von Interesse ist. Mittels dieser Systematik werden im Folgenden Beispiele für klassische und nichtklassische Eingangszustände diskutiert.

Strahlteilung

Als Beispiel für die Strahlteilung eines nichtklassischen Lichtfeldes wird ein Fockzustand mit genau n Photonen betrachtet. Hierbei wird ein idealer polarisationsunabhängiger Strahlteiler zugrunde gelegt, dessen Matrix durch Gleichung 2.31 mit $\sigma_1 = \sigma_2 = \cos \theta$ und $-\rho_1 = \rho_2 = \sin \theta$ gegeben ist. Der Zustand des Lichtfeldes am Ausgang des Strahlteilers $|\Psi_{out}\rangle$ ist dann eine Superposition von Zuständen aller möglichen Verteilungen der n Photonen in die zwei Ausgänge⁷.

$$|\Psi_{out}\rangle = \widehat{B}^\dagger |n\rangle_1 |0\rangle_2 = \sum_{k=0}^n \sqrt{\binom{n}{k}} \sigma_1^k \rho_1^{n-k} |k\rangle_1 |n-k\rangle_2 \quad (2.42)$$

Berechnet man die Wahrscheinlichkeit $p(n_1, n_2)$ genau n_1 Photonen im ersten Ausgang und $n_2 = n - n_1$ Photonen im zweiten Ausgang vorzufinden, so erhält man eine Binomialverteilung.

⁶Hier wird der Eins-Operator in Form des unitären Entwicklungsoperators eingefügt $\widehat{B}^\dagger f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) |0\rangle = \widehat{B}^\dagger f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) \widehat{B} \widehat{B}^\dagger |0\rangle$ und die Tatsache ausgenutzt, dass sich der Vakuumzustand $\widehat{B}^\dagger |0\rangle = |0\rangle$ immer in einen Vakuumzustand entwickelt [42].

⁷Die Berechnung dieses Beispiels ist in Anhang A.4 gegeben.

$$p(n_1, n_2) = \langle \Psi_{out} | n_1, n_2 \rangle \langle n_1, n_2 | \Psi_{out} \rangle = \binom{n}{n_1} \sigma_1^{2n_1} \rho_1^{2n_2} \quad (2.43)$$

Dieses Ergebnis ist insofern bemerkenswert, als dass die Photonverteilung am Strahlteiler exakt der Statistik einer zufälligen Verteilung von n *unterscheidbaren* Objekten auf zwei Wege mit den Wahrscheinlichkeiten σ_1^2 und $\rho_1^2 = 1 - \sigma_1^2$ folgt [42].

Gleichung 2.42 beantwortet auch die Frage, was mit einem einzelnen Photon am Strahlteiler geschieht. Da sich das Photon am Strahlteiler nicht spalten kann, aber dennoch in dem einen wie in dem anderen Ausgang in Erscheinung treten muss, bleibt hier nur der Ausweg über den quantenmechanischen Superpositionszustand der beiden Möglichkeiten:

$$\hat{B}^\dagger |1\rangle_1 |0\rangle_2 = \sigma_1 |1\rangle_1 |0\rangle_2 + \rho_1 |0\rangle_1 |1\rangle_2 \quad (2.44)$$

Die Strahlteilung eines kohärenten Zustandes $|\alpha\rangle$ liefert hingegen ein vollkommen anderes Ergebnis. Wie in Abschnitt A.4 gezeigt wird erhält man für diesen Fall :

$$\hat{B}^\dagger |\alpha\rangle_1 |0\rangle_2 = |\sigma_1 \alpha\rangle_1 |\rho_1 \alpha\rangle_2 \quad (2.45)$$

Hier tritt also keine Superposition zwischen den Zuständen der beiden Ausgänge auf. Vielmehr ergeben sich im Ausgang zwei voneinander unabhängige kohärente Zustände, deren Amplituden völlig analog zum Fall klassischer Felder entsprechend der Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizienten des Strahlteilers abgeschwächt sind.

Interferenz

Bei der Überlagerung zweier Lichtfelder am Strahlteiler muss zwischen zwei Interferenzeffekten unterschieden werden. Um dies zu verdeutlichen wird als erstes Beispiel ein Eingangs-Lichtfeld betrachtet, das aus der Aufteilung eines einzelnen Photons entsprechend Gleichung 2.44 resultiert. Bei der Überlagerung dieses Lichtfeldes auf einem Strahlteiler interferiert das Photon mit sich selbst [43]. Die Interferenz lässt sich durch Beobachtung eines einzelnen Strahlteiler-Ausgangs nachweisen und wird als Interferenz zweiter Ordnung bezeichnet [44]. Das zweite Beispiel betrachtet daraufhin die Überlagerung zweier unabhängiger einzelner Photonen und stellt somit eine erste Einführung in den Effekt der Zwei-Photonen-Interferenz dar. Diese Interferenz vierter Ordnung [44] lässt sich nur durch Beobachtung beider Strahlteiler-Ausgänge nachweisen. In beiden Fällen wird die Polarisation der Photonen in der $\{H, V\}$ -Basis einmal gleich und einmal orthogonal zueinander gewählt.

Ein Lichtfeld, das aus der Aufteilung eines Photons in zwei mögliche Pfade resultiert und an einem Strahlteiler überlagert wird, schreibt sich entsprechend Gleichung 2.44 als:

$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_{1H} |0\rangle_2 + \exp(i\Phi) |0\rangle_1 |1\rangle_{2H}) \quad (2.46)$$

Die relative Phase Φ in diesem Zustand kann z.B. aus verschiedenen langen Pfaden zum vereinigenden Strahlteiler resultieren und lässt sich in einem Experiment kontrollieren.

Dieser Eingangszustand entwickelt sich an einem idealen 50/50-Strahlteiler entsprechend Gleichung 2.41:

$$\begin{aligned}
\widehat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle &= \widehat{B}^\dagger \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{a}_{1H}^\dagger + \exp(i\Phi) \hat{a}_{2H}^\dagger \right) |0\rangle \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\widehat{B}^\dagger \hat{a}_{1H}^\dagger(\omega) \widehat{B} + \exp(i\Phi) \widehat{B}^\dagger \hat{a}_{2H}^\dagger(\omega) \widehat{B} \right) |0\rangle \\
&= \frac{1}{2} (\hat{a}_{1H}^\dagger - \hat{a}_{2H}^\dagger) + \frac{\exp(i\Phi)}{2} (\hat{a}_{1H}^\dagger + \hat{a}_{2H}^\dagger) |0\rangle \\
&= \frac{1 + \exp(i\Phi)}{2} |1\rangle_{1H} |0\rangle_2 - \frac{1 - \exp(i\Phi)}{2} |0\rangle_1 |1\rangle_{2H}
\end{aligned}$$

Abhängig von der Phase Φ wird das Photon damit in dem einen oder anderen Ausgang des Strahlteilers mit unterschiedlicher Wahrscheinlichkeit in Erscheinung treten. Die Wahrscheinlichkeit, das Photon beispielsweise im Zustand $|1\rangle_{1H} |0\rangle_2$ anzutreffen, ist gegeben durch $|\langle \Psi_{out} | 1\rangle_{1H} |0\rangle_2|^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos \Phi)$. Die Interferenz lässt sich damit durch Variation der Phase Φ und durch alleinige Beobachtung eines der Ausgänge des Strahlteilers nachweisen.

Für den Fall, dass sich das Eingangslichtfeld als Superposition mit orthogonaler Polarisation schreibt, tritt keine Interferenz auf. Die beiden Terme des Eingangszustandes

$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_{1H} |0\rangle_2 + \exp(i\Phi) |0\rangle_1 |1\rangle_{2V}) \quad (2.47)$$

entwickeln sich am Strahlteiler unabhängig voneinander, und man erhält :

$$\widehat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle = \frac{1}{2} (|1\rangle_{1H} |0\rangle_2 - |0\rangle_1 |1\rangle_{2H}) + \frac{\exp(i\Phi)}{2} (|1\rangle_{1V} |0\rangle_2 + |0\rangle_1 |1\rangle_{2V})$$

Damit nimmt die Wahrscheinlichkeit, das Photon in einem der Ausgänge anzutreffen, unabhängig von Φ den Wert 1/2 an.

Als zweites Beispiel für die Überlagerung zweier Lichtfelder wird nun die Zwei-Photonen-Interferenz betrachtet. Dieser Interferenzeffekt zweier einzelner Photonen wird im nachfolgenden Abschnitt 2.4 auf Photonen von Raum-Zeit-Moden $\xi(q)$ erweitert und unter den zeitlichen Aspekten der Photodetektion ausführlich diskutiert.

Betrachtet wird zunächst der Fall, in dem die beiden Photonen die gleiche Polarisation aufweisen. Der Eingangszustand $|\Psi_{in}\rangle = |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2H} = \hat{a}_{1H}^\dagger \hat{a}_{2H}^\dagger |0\rangle$ entwickelt sich wieder entsprechend Gleichung 2.41 und führt auf vier Terme

$$\begin{aligned}
\widehat{B}^\dagger |\Psi_{in}\rangle &= (\sigma_1 \hat{a}_{1H}^\dagger + \rho_1 \hat{a}_{2H}^\dagger) (\rho_2 \hat{a}_{1H}^\dagger + \sigma_2 \hat{a}_{2H}^\dagger) |0\rangle \\
&= (\sigma_1 \rho_2 \hat{a}_{1H}^{\dagger 2} + \rho_1 \sigma_2 \hat{a}_{2H}^{\dagger 2} + \sigma_1 \sigma_2 \hat{a}_{1H}^\dagger \hat{a}_{2H}^\dagger + \rho_1 \rho_2 \hat{a}_{2H}^\dagger \hat{a}_{1H}^\dagger) |0\rangle
\end{aligned}$$

Jedem dieser vier Terme entspricht eine mögliche Photonenaufteilung (siehe Abbildung 2.6). Die ersten beiden Möglichkeiten (a und b) führen zu einem gemeinsamen Auftreten

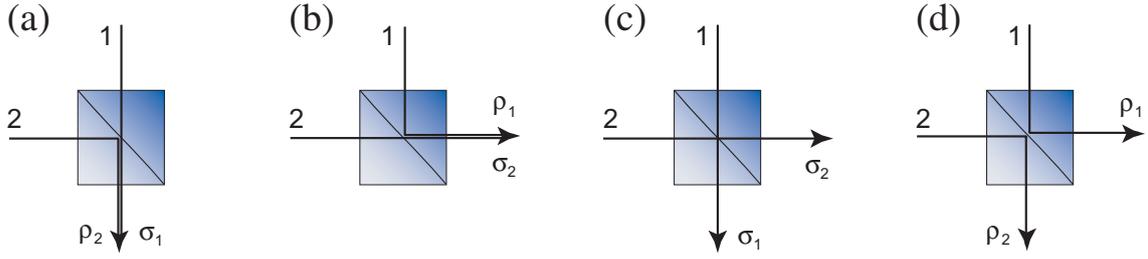


Abbildung 2.6: Bei zwei auf den Strahlteiler treffenden Photonen existieren vier Alternativen der Photonaufteilung. In den beiden ersten Fällen (a) und (b) werden die Photonen jeweils auf die gleichen Ausgänge des Strahlteilers verteilt. In den Fällen (c) und (d) sind sie in verschiedenen Ausgängen anzutreffen. Die beiden letzten Alternativen sind objektiv ununterscheidbar und führen zum selben Zustand $|1\rangle_{1H}|1\rangle_{2H}$ (siehe Text).

der Photonen in einem Ausgang des Strahlteilers. Bei den beiden übrigen Alternativen (c und d) wird in jedem Ausgang des Strahlteilers ein Photon vorzufinden sein. Da hier identische Photonen vorausgesetzt wurden, sind die beiden letzten Alternativen objektiv nicht zu unterscheiden. Dies äußert sich formal darin, dass aufgrund der Kommutatorrelation $[\hat{a}_{1H}^\dagger, \hat{a}_{2H}^\dagger] = 0$ die beiden letzten Terme auf denselben Zustand $|1\rangle_{1H}|1\rangle_{2H}$ führen.

$$\begin{aligned}
 &= \sigma_1 \rho_2 \hat{a}_{1H}^{\dagger 2} + \rho_1 \sigma_2 \hat{a}_{2H}^{\dagger 2} + (\sigma_1 \sigma_2 + \rho_1 \rho_2) \hat{a}_{1H}^\dagger \hat{a}_{2H}^\dagger |0\rangle \\
 &= \sqrt{2}(\sigma_1 \rho_2 |2\rangle_{1H} |0\rangle_2 + \rho_1 \sigma_2 |0\rangle_1 |2\rangle_{2H}) + (\sigma_1 \sigma_2 + \rho_1 \rho_2) |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2H}
 \end{aligned}$$

Die Unitarität der Strahlteilermatrix ist hierbei von besonderer Bedeutung. Sie ist für den Phasensprung von π zwischen den Reflexionen an den beiden Strahlteilerseiten verantwortlich und verursacht entgegengesetzte Vorzeichen der Produkte $\sigma_1 \sigma_2$ und $\rho_1 \rho_2$. Bei einem 50/50-Strahlteiler mit $\sigma_1 = \sigma_2 = -\rho_1 = \rho_2 = 1/\sqrt{2}$ tritt damit eine Auslöschung der Wahrscheinlichkeitsamplitude des Zustandes $|1\rangle_{1H}|1\rangle_{2H}$ auf und die zwei Photonen werden stets in einem Ausgang des Strahlteilers anzutreffen sein.

$$\hat{B}^\dagger |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2H} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|2\rangle_{1H} |0\rangle_2 - |0\rangle_1 |2\rangle_{2H}) \quad (2.48)$$

Bei der Überlagerung zweier Photonen mit zueinander orthogonaler Polarisation $|1\rangle_{1H}|1\rangle_{2V}$ kann dieser Effekt nicht auftreten. Hier sind die beiden Alternativen mit je einem Photon pro Strahlteilerausgang grundsätzlich unterscheidbar.

$$\hat{B}^\dagger |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2V} = (\sigma_1 \rho_2 \hat{a}_{1H}^\dagger \hat{a}_{1V}^\dagger + \rho_1 \sigma_2 \hat{a}_{2H}^\dagger \hat{a}_{2V}^\dagger + \sigma_1 \sigma_2 \hat{a}_{1H}^\dagger \hat{a}_{2V}^\dagger + \rho_1 \rho_2 \hat{a}_{2H}^\dagger \hat{a}_{1V}^\dagger) |0\rangle$$

Dieser Ausgangszustand ist damit auch für $\sigma_1 = \sigma_2 = -\rho_1 = \rho_2 = 1/\sqrt{2}$ durch das Produkt zweier unabhängig voneinander am Strahlteiler verteilten Photonen gegeben.

$$\hat{B}^\dagger |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2V} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_{1H} |0\rangle_2 - |0\rangle_1 |1\rangle_{2H}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_{1V} |0\rangle_2 + |0\rangle_1 |1\rangle_{2V}) \quad (2.49)$$

Die Zwei-Photonen-Interferenz lässt sich nicht durch Beobachtung eines einzelnen Ausgangs nachweisen. Die Wahrscheinlichkeit, in einem der Ausgänge ein Photon zu erhalten ist unabhängig davon, ob eine Interferenz auftritt oder nicht. Die Interferenz äußert sich erst in der Wahrscheinlichkeit, in *beiden* Ausgängen des Strahlteilers ein Photon nachzuweisen. Im Fall gleichpolarisierter Photonen ist diese null. Im Fall orthogonal polarisierter Photonen ist sie $1/2$.

2.4 Zwei-Photonen-Interferenz

In den folgenden Abschnitten wird die Zwei-Photonen-Interferenz unter dem Aspekt von Photonen als Anregungsquanten von Raum-Zeit-Moden analysiert. Als erster Schritt wird hierzu die in Abschnitt 2.2.2 eingeführte, gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit auf den Fall des Strahlteilers übertragen. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung schreibt sich dann über die Leiteroperatoren der Ausgänge des Strahlteilers. Anschließend wird untersucht, wie sich die Polarisierung der beiden Photonen auf die Korrelationsfunktion auswirkt. Hierzu werden die beiden Lichtfelder linear polarisiert angenommen, und die Abhängigkeit der Korrelationsfunktion von dem Winkel φ zwischen den Polarisierungen beschrieben. Diese Betrachtung wird unabhängig von der speziellen Art der von den Photonen besetzten Moden durchgeführt und zeigt, dass sich die Korrelationsfunktion aus zwei Termen zusammensetzt, die dem Fall gleicher und senkrechter Polarisierung entsprechen. Im darauf folgenden Abschnitt wird die Korrelationsfunktion für zwei Photonen unterschiedlicher Raum-Zeit-Moden ausgewertet. Als Modell für solche Moden werden schließlich Gauß'sche Raum-Zeit-Moden eingeführt. Die Berechnung der Korrelationsfunktion für diese Moden stellt den gemeinsamen Ausgangspunkt für die Diskussion der Zwei-Photonen-Interferenz im Fall sehr kurzer und im Fall sehr langer Photonen-Wellenpakete dar. Sind die Photonen zu kurz, um zwischen den einzelnen Detektionsereignissen innerhalb der Detektorzeitauflösung unterscheiden zu können, so lässt sich lediglich beschreiben, ob Koinzidenzen innerhalb dieser Detektorzeitauflösung auftreten oder nicht. Alle bisherigen Experimente zur Interferenz zweier Photonen werden durch diesen Fall beschrieben. Erst wenn die Dauer der Photonen größer ist als die Detektorzeitauflösung kann die Koinzidenzwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen betrachtet werden. In der Interferenz zweier Photonen verschiedener Frequenz wird in diesem Fall eine Oszillation in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit erwartet, die im Fall sehr kurzer Photonen nicht beobachtbar ist. Ausgehend von dieser Analyse einer zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz werden schließlich Ensemble von Einzelphotonenpulsen betrachtet, die einer Streuung hinsichtlich der besetzten Raum-Zeit-Moden unterliegen. Hierbei lässt sich zeigen, dass selbst im Fall einer eingeschränkten Kontrolle über die Frequenzen oder die Ankunftszeiten der Photonen am Strahlteiler keinen gleichzeitigen Detektionsereignisse erwartet werden.

2.4.1 Gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit am Strahlteiler

Die in Abschnitt 2.2.2 diskutierte gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit zweier Photonen in zwei Detektoren wird nun auf den Fall übertragen, dass sich das untersuchte

Lichtfeld durch die Überlagerung zweier Gauß'scher Strahlen auf einem Strahlteiler ergibt. Zur Vereinfachung der Betrachtungen wird im Folgenden angenommen, dass sich die beiden Detektoren im gleichen Abstand $z_{03} = z_{04} = 0$ zum Strahlteiler befinden. Weiterhin werden die beiden Zeitpunkte t_{01} und t_{02} durch t_0 und $t_0 + \tau$ ersetzt. Damit bezeichnet τ gerade die Dauer des Zeitintervall zwischen den beiden Detektionsereignissen. Der Ausdruck 2.25 für die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit $P^{(2)}$ nimmt damit folgende Gestalt an:

$$P_{34}^{(2)}(t_0, \tau, \Delta t) = \eta_3 \eta_4 \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} dt_1 \int_{t_0 + \tau}^{t_0 + \tau + \Delta t} dt_2 G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) \quad (2.50)$$

Die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}(t_1, t_2)$ muss nun über die Leiteroperatoren $\hat{a}_{3s}^\dagger, \hat{a}_{3s}$ und $\hat{a}_{4s}^\dagger, \hat{a}_{4s}$ der beiden Strahlteilerausgänge ausgedrückt werden.

$$G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = \sum_{s, s'} \text{tr}(\hat{\rho}_{12} \hat{a}_{3s}^\dagger(t_1) \hat{a}_{4s'}^\dagger(t_2) \hat{a}_{4s'}(t_2) \hat{a}_{3s}(t_1)) \quad (2.51)$$

Wie bereits in Abschnitt 2.2 diskutiert, lassen sich entsprechend des Verhältnisses der Detektorzeitauflösung Δt zur Dauer der Raum-Zeit-Moden δt zwei Grenzwerte unterscheiden. Für sehr kurze Photonen-Wellenpakete ist keine Zeitauflösung möglich, und die Größe $P_{34}^{(2)}$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit einer Koinzidenz von Detektionsereignissen innerhalb des Zeitintervalls $\Delta t \gg \delta t$:

$$P_{34}^{(2)} = \eta_3 \eta_4 \iint dt_1 dt_2 G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) \quad (2.52)$$

Für sehr lange Photonen-Wellenpakete $\delta t \gg \Delta t$ kann die Zeitauflösung der Detektoren vernachlässigt werden und Gleichung 2.50 vereinfacht sich zu dem Ausdruck:

$$P_{34}^{(2)}(t_0, \tau) = \eta_3 \eta_4 \Delta t^2 G_{34}^{(2)}(t_0, t_0 + \tau) \quad (2.53)$$

Die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion kann somit als Funktion der beiden Detektionszeitpunkte t_0 und $t_0 + \tau$ untersucht werden. Für die folgenden Betrachtungen wird hierbei jedoch nur die Abhängigkeit von der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen von Bedeutung sein. Daher wird $P_{34}^{(2)}(t_0, \tau)$ über alle Zeiten t_0 einer ersten Photodetektion integriert.

$$P_{34}^{(2)}(\tau) = \eta_3 \eta_4 \Delta t^2 \int dt_0 G_{34}^{(2)}(t_0, t_0 + \tau) \quad (2.54)$$

Die Auswertung der Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}$ für zwei auf dem Strahlteiler überlagerten Einzelphotonenpulsen stellt den ersten Schritt zur Untersuchung der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit dar. Hierbei muss insbesondere die Polarisation der beiden auf dem Strahlteiler überlagerten Lichtfelder berücksichtigt werden.

2.4.2 Korrelationsfunktion und Polarisation

Zur Auswertung der Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}$ wird zunächst der Einfluss der Polarisation der beiden Lichtfelder untersucht. Die Berechnungen werden hierbei unabhängig von der speziellen Art der von den Photonen besetzten Moden durchgeführt. Die auftretenden Leiteroperatoren \hat{a}_{is}^\dagger und \hat{a}_{is} stehen damit stellvertretend für Moden fester Frequenzen als auch für Raum-Zeit-Moden. Gleiches gilt für die betrachteten Fockzustände $|n\rangle_{is}$.

Zur Klärung des Einflusses der Polarisation auf die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}$ kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit von zwei linear polarisierten Lichtfeldern ausgegangen werden. Dabei ist es zweckmäßig, die Polarisationen des ersten Lichtfeldes in horizontaler Richtung festzulegen $|1\rangle_{1H}$ und die Polarisation des zweiten Lichtfeldes unter dem Winkel φ gegen diese Horizontale anzunehmen $\cos \varphi |1\rangle_{2H}|0\rangle_{2V} + \sin \varphi |0\rangle_{2H}|1\rangle_{2V}$. Der Eingangszustand $|\Psi_{in}\rangle$ auf den Strahlteiler stellt sich dann als eine Superposition von zwei Zuständen dar, in denen die beiden Photonen entweder gleich oder orthogonal zueinander polarisiert sind.

$$\begin{aligned} |\Psi_{in}\rangle &= |1\rangle_{1H} (\cos \varphi |1\rangle_{2H}|0\rangle_{2V} + \sin \varphi |0\rangle_{2H}|1\rangle_{2V}) \\ &= \cos \varphi |1\rangle_{1H}|1\rangle_{2H} + \sin \varphi |1\rangle_{1H}|1\rangle_{2V} \end{aligned} \quad (2.55)$$

In der nachfolgenden Darstellung wird dieser Zustand in der vereinfachten Schreibweise $|\Psi_{in}\rangle = \cos \varphi |H, H\rangle + \sin \varphi |H, V\rangle$ dargestellt.

Die Korrelationsfunktion der Detektorsignale in den Ausgängen des Strahlteilers ist entsprechend 2.51 durch die Leiteroperatoren der Ausgangsmoden gegeben.

$$G_{34}^{(2)} = \sum_{s,s'} tr(\hat{\rho} \hat{A}_{3s,4s'}) \quad \text{mit} \quad \hat{A}_{3s,4s'} := \hat{a}_{3s}^\dagger \hat{a}_{4s'}^\dagger \hat{a}_{4s'} \hat{a}_{3s} \quad \text{und} \quad s, s' \in \{H, V\}$$

Mit dem betrachteten Eingangszustand 2.55 stellt sich die Korrelationsfunktion als Summe von Erwartungswerten des Operators $\hat{A}_{3s,4s'}$ dar.

$$\begin{aligned} G_{34}^{(2)} &= \sum_{s,s'} (\cos^2 \varphi \langle H, H | \hat{A}_{3s,4s'} | H, H \rangle + \sin^2 \varphi \langle H, V | \hat{A}_{3s,4s'} | H, V \rangle \\ &\quad + \cos \varphi \sin \varphi (\langle H, V | \hat{A}_{3s,4s'} | H, H \rangle + \langle H, H | \hat{A}_{3s,4s'} | H, V \rangle)) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Zur Auswertung dieses Ausdrucks müssen die einzelnen Beiträge der Operatoren $\hat{A}_{3s,4s'}$ zur Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}$ analysiert werden. Hierzu werden die Leiteroperatoren der Ausgangsmoden entsprechend dem Heisenbergbild in die Leiteroperatoren der Eingangsmoden transformiert. Die Transformation eines jeden Leiteroperators aus $\hat{A}_{3s,4s'}$ ergibt sich für den betrachteten polarisationsunabhängigen 50/50-Strahlteiler dabei durch Gleichung 2.31.

$$\begin{aligned}
\widehat{A}_{3s,4s'} &= \widehat{a}_{3s}^\dagger \widehat{a}_{4s'}^\dagger \widehat{a}_{4s'} \widehat{a}_{3s} \\
&= \widehat{B} \widehat{a}_{1s}^\dagger \widehat{B}^\dagger \widehat{B} \widehat{a}_{2s'}^\dagger \widehat{B}^\dagger \widehat{B} \widehat{a}_{2s'} \widehat{B}^\dagger \widehat{B} \widehat{a}_{1s} \widehat{B}^\dagger \\
&= \frac{1}{4} (\widehat{a}_{2s}^\dagger + \widehat{a}_{1s}^\dagger) (\widehat{a}_{2s'}^\dagger - \widehat{a}_{1s'}^\dagger) (\widehat{a}_{2s'} - \widehat{a}_{1s'}) (\widehat{a}_{2s} + \widehat{a}_{1s}) \quad (2.57)
\end{aligned}$$

Jeder Operator $\widehat{A}_{3s,4s'}$ stellt sich damit als Summe von Kombinationen der Leiteroperatoren zu verschiedenen Eingangs- und Polarisationsmoden dar. Der Erwartungswert einer jeden Kombination kann bei je einem Photon pro Strahlteilereingang aber nur dann von null verschiedenen sein, wenn diese Kombination immer der Vernichtung von nur einem Photon pro Eingang entspricht⁸. Weiterhin werden hierdurch immer Leiteroperatoren zusammengefügt, die alle zur selben Polarisation (Kombination HHHH) oder zu je einem Paar zu verschiedenen Polarisierungen gehören (z.B. HVVH). D.h. eine Kombination wie z.B. $\widehat{a}_{2H}^\dagger \widehat{a}_{1H}^\dagger \widehat{a}_{1H} \widehat{a}_{2V}$ wird in Gleichung 2.56 immer den Beitrag null liefern.

Dies ermöglicht eine starke Vereinfachung des Ausdrucks für die Korrelationsfunktion. Im ersten Term von Gleichung 2.56 können nur Leiteroperatoren für die horizontale Polarisation einen von null verschiedenen Beitrag liefern. Im zweiten Term ist nur eine gemischte Polarisation von Bedeutung. Die beiden letzten Terme sind immer null. Gleichung 2.56 lässt sich daher allein über die Operatoren $\widehat{A}_{3H,4H}$, $\widehat{A}_{3H,4V}$ und $\widehat{A}_{3V,4H}$ ausdrücken.

$$\begin{aligned}
G_{34}^{(2)} &= \cos^2 \varphi \langle H, H | \widehat{A}_{3H,4H} | H, H \rangle \\
&\quad + \sin^2 \varphi \left(\langle H, V | \widehat{A}_{3H,4V} | H, V \rangle + \langle H, V | \widehat{A}_{3V,4H} | H, V \rangle \right)
\end{aligned}$$

Die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}$ zerfällt damit in eine Summe über zwei Terme $G_{34,HH}^{(2)}$ und $G_{34,HV}^{(2)}$, die für die Korrelationsfunktion bei der Überlagerung zweier Photonen gleicher bzw. orthogonaler Polarisation stehen. Jeder dieser Terme ist entsprechend des Polarisationswinkels φ gewichtet.

$$G_{34}^{(2)} = \cos^2 \varphi G_{34,HH}^{(2)} + \sin^2 \varphi G_{34,HV}^{(2)} \quad (2.58)$$

Dieses Ergebnis wird im nachfolgenden Abschnitt für den Fall zweier Photonenpulse weiter ausgewertet.

2.4.3 Korrelationsfunktion für Photonenpulse

Als Eingangszustand am Strahlteiler werden nun zwei Photonen der Raum-Zeit-Moden $\xi_1(t)$ und $\xi_2(t)$ betrachtet. Die Zustände dieser Lichtfelder ergeben sich entsprechend Abschnitt 2.1.2 durch $|1(\xi_{1,2})\rangle_{is} = \widehat{c}_{is}^\dagger(\xi_{1,2})|0\rangle$. Die Polarisationsvektoren schließen wieder den Winkel φ ein. Der Eingangszustand $|\Psi_{in}\rangle$ stellt sich dann in Analogie zu 2.55 dar:

⁸Eine solche Kombination ist z.B. $\widehat{a}_{2s}^\dagger \widehat{a}_{1s'}^\dagger \widehat{a}_{1s'} \widehat{a}_{2s}$.

$$|\Psi_{in}\rangle = \cos \varphi |1(\xi_1)\rangle_{1H}|1(\xi_2)\rangle_{2H} + \sin \varphi |1(\xi_1)\rangle_{1H}|1(\xi_2)\rangle_{2V} \quad (2.59)$$

Die Korrelationsfunktion $G_{34,HH}^{(2)}$ aus Gleichung 2.58 berücksichtigt den Teil des Eingangszustandes in dem die beiden Photonen die gleiche Polarisation aufweisen.

$$G_{34,HH}^{(2)}(t_1, t_2) = \langle 1(\xi_1)|_{1H}\langle 1(\xi_2)|_{2H} \hat{a}_{3H}^\dagger(t_1)\hat{a}_{4H}^\dagger(t_2)\hat{a}_{4H}(t_2)\hat{a}_{3H}(t_1) |1(\xi_1)\rangle_{1H}|1(\xi_2)\rangle_{2H}$$

Die Korrelationsfunktion $G_{34,HV}^{(2)}$ bewertet hingegen den Fall orthogonal zueinander polarisierter Photonen.

$$\begin{aligned} G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2) &= \langle 1(\xi_1)|_{1H}\langle 1(\xi_2)|_{2V} \hat{a}_{3H}^\dagger(t_1)\hat{a}_{4V}^\dagger(t_2)\hat{a}_{4V}(t_2)\hat{a}_{3H}(t_1) |1(\xi_1)\rangle_{1H}|1(\xi_2)\rangle_{2V} \\ &+ \langle 1(\xi_1)|_{1H}\langle 1(\xi_2)|_{2V} \hat{a}_{3V}^\dagger(t_1)\hat{a}_{4H}^\dagger(t_2)\hat{a}_{4H}(t_2)\hat{a}_{3V}(t_1) |1(\xi_1)\rangle_{1H}|1(\xi_2)\rangle_{2V} \end{aligned}$$

Zur Berechnung dieser Erwartungswerte wird wieder das Heisenbergbild herangezogen. Wie im vorangegangenen Abschnitt diskutiert, werden hierzu die Leiteroperatoren der Ausgangsmoden in die Leiteroperatoren der Eingangsmoden transformiert. Anschließend können die Erwartungswerte für die entsprechenden Eingangszustände ausgewertet werden. Die Wirkung eines Leiteroperators $\hat{a}(t)$ auf den Zustand eines Photons der Raum-Zeit-Mode $|1(\xi)\rangle$ ist in Abschnitt 2.2 dargestellt. Man erhält z.B.:

$$\hat{a}_{2V}(t_2)\hat{a}_{1H}(t_1)|1(\xi_1)\rangle_{1H}|1(\xi_2)\rangle_{2V} = \xi_2(t_2)\xi_1(t_1)|0\rangle$$

Eine solche Auswertung aller Ausdrücke führt schließlich auf die beiden gesuchten Korrelationsfunktionen.

$$G_{34,HH}^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{|\xi_1(t_1)\xi_2(t_2) - \xi_2(t_1)\xi_1(t_2)|^2}{4} \quad (2.60)$$

$$G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{|\xi_1(t_1)\xi_2(t_2)|^2 + |\xi_1(t_2)\xi_2(t_1)|^2}{4} \quad (2.61)$$

Bemerkenswert an diesem Resultat ist die Tatsache, dass die Korrelationsfunktion für Photonen gleicher Polarisation für $t_1 = t_2$ *unabhängig* von den beiden Raum-Zeit-Moden $\xi_1(t)$ und $\xi_2(t)$ stets null ist. Im Fall langer Photonen-Wellenpakete und der damit möglichen Zeitauflösung bedeutet dieses Ergebnis, dass auch für verschiedene Photonenpulse niemals eine gleichzeitige Photodetektion in beiden Detektoren erwartet wird. Die zeitaufgelöste gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit ist für $t_1 = t_2$ stets null. Dieses überraschende Resultat wird in der Betrachtung der zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz für das Modellsystem Gauß'scher Raum-Zeit-Moden noch eingehender diskutiert.

Im Gegensatz zum Fall gleichpolarisierter Photonen nimmt die Korrelationsfunktion $G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2)$ für orthogonal polarisierte Photonen nur dann den Wert null an, wenn die Werte der Raum-Zeit-Moden zu den Zeiten t_1 oder t_2 null sind.

Die beiden obigen Ausdrücke 2.60 und 2.61 für die Korrelationsfunktionen lassen sich noch weiter auswerten. Die Funktionen $\xi_1(t)$ und $\xi_2(t)$ der Raum-Zeit-Moden können in allgemeiner Form als Produkt eines reellen Amplituden- und eines Phasenterms geschrieben werden.

$$\xi_j(t) = \epsilon_j(t) \exp(-i \Phi_j(t)) \quad (2.62)$$

Da in der Korrelationsfunktion $G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2)$ einzig die Betragsquadrate der einzelnen Raum-Zeit-Moden eingehen, muss diese unabhängig von den einzelnen Phasentermen sein und lässt sich somit allein über die Amplitudenterme ausdrücken.

$$G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{|\epsilon_1(t_1)\epsilon_2(t_2)|^2 + |\epsilon_1(t_2)\epsilon_2(t_1)|^2}{4} \quad (2.63)$$

Dies gilt nicht für die Korrelationsfunktion $G_{34,HH}^{(2)}(t_1, t_2)$ im Fall gleicher Polarisation. Diese unterscheidet sich durch das Auftreten eines phasenabhängigen Interferenzterms $F(t_1, t_2)$ vom orthogonalen Fall.

$$G_{34,HH}^{(2)}(t_1, t_2) = G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2) - F(t_1, t_2) \quad (2.64)$$

mit

$$F(t_1, t_2) := \frac{\epsilon_1(t_1)\epsilon_2(t_2)\epsilon_1(t_2)\epsilon_2(t_1)}{2} \cos(\Phi_1(t_1) - \Phi_1(t_2) + \Phi_2(t_2) - \Phi_2(t_1)) \quad (2.65)$$

Diese Abhängigkeit von den Phasen ist jedoch nur gegeben, wenn die beiden Phasen $\Phi_1(t)$ und $\Phi_2(t)$ eine *unterschiedliche* Zeitentwicklung aufweisen. In jedem anderen Fall hebt sich obige Summe zu null auf. Eine unterschiedliche Zeitentwicklung ist z.B. dann gegeben, wenn sich die Frequenzen der beiden Photonen voneinander unterscheiden. In diesem Fall erwartet man eine zeitabhängige Modulation des Interferenzterms $F(t_1, t_2)$. Dieses Ergebnis wird im nächsten Abschnitt anhand des Modellsystems Gauß'scher Raum-Zeit-Moden näher diskutiert.

Die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}(t_1, t_2)$ für zwei Photonen, die unter dem Winkel φ zueinander polarisiert sind, erhält man aus der Kombination der Gleichungen 2.58 und 2.64.

$$G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2) - \cos^2 \varphi F(t_1, t_2) \quad (2.66)$$

Die Auswirkung des Interferenzterms wird mit zunehmenden Winkel φ zwischen den beiden Polarisationen schwächer. Beginnend mit $\varphi = 0$, d.h. mit Photonen gleicher Polarisation, geht die Korrelationsfunktion von dem Ausdruck $G_{34,HH}^{(2)}(t_1, t_2)$ mit wachsendem φ stetig in die Korrelationsfunktion senkrecht polarisierter Photonen über.

2.4.4 Modellsystem: Gauß'sche Raum-Zeit-Moden

Für die weitere Auswertung der Gleichungen 2.63 und 2.64 wird ein Modell für die von den Photonen besetzten Raum-Zeit-Moden benötigt. Für alle folgenden Betrachtungen werden hierzu Gauß'sche Raum-Zeit-Moden angenommen. Der Amplitudenterm $\epsilon_{1,2}(t)$ dieser Moden definiert sich durch Gaußfunktionen der Form:

$$\epsilon_j(t) = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi\delta t^2}} \exp\left(-\frac{(t - \delta\tau_j)^2}{\delta t^2}\right) \quad (2.67)$$

Die Größe δt bezeichnet dabei die halbe $1/e$ -Breite der Gaußfunktion. Die Größen $\delta\tau_j$ stellen eine Verzögerung der Wellenpakete dar. Mit ihnen lassen sich später die Auswirkungen einer Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau := \delta\tau_2 - \delta\tau_1$ der beiden Photonen am Strahlteiler untersuchen. Der Normierungsfaktor $\sqrt[4]{2/\pi\delta t^2}$ ergibt sich aus der Forderung, dass die Funktionen bzgl. ihres Betragsquadrats normiert sind. Dies stellt sicher, dass die über alle Zeiten integrierte Detektionswahrscheinlichkeit eines Photons eins wird (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Der Phasenterm $\Phi_j(t)$ der Raum-Zeit-Moden ergibt sich aus der Frequenz ω_j der Photonen.

$$\Phi_j(t) = \omega_j \cdot (t - \delta\tau_j) \quad (2.68)$$

Im Frequenzraum besitzen diese Raum-Zeit-Moden damit Gauß'sche Frequenzverteilungen mit einer halben $1/e$ -Breite von $2/\delta t_j$.

$$\xi_j(\omega) = \sqrt[4]{\frac{\delta t^2}{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\omega_j - \omega)^2}{4/\delta t^2}\right) \quad (2.69)$$

Die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}(t_1, t_2)$ wird nun für Photonen in zwei Gauß'schen Raum-Zeit-Moden berechnet. Hierbei wird angenommen, dass sich die beiden Moden hinsichtlich einer Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ und einer Frequenzdifferenz $\Delta := \omega_2 - \omega_1$ voneinander unterscheiden. Wie bereits diskutiert, besitzt die Frequenzdifferenz keinen Einfluss auf die Korrelationsfunktion senkrecht zueinander polarisierter Photonen und man erhält nach Auswertung von Gleichung 2.63 den Ausdruck:

$$G_{34,HV}^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{2}{\pi\delta t^2} \left[\frac{1}{2} + \sinh^2\left(\frac{(t_2 - t_1)\delta\tau}{\delta t^2}\right) \right] \exp\left(-\frac{2t_1^2 + 2t_2^2 + \delta\tau^2}{\delta t^2}\right) \quad (2.70)$$

Zur Berechnung der Korrelationsfunktion muss im weiteren der Interferenzterm $F(t_1, t_2)$ ausgewertet werden. Das Argument der Kosinusfunktion in Gleichung 2.65 ist aufgrund der unterschiedlichen Frequenzen der beiden Photonen nicht null:

$$\Phi_1(t_1) - \Phi_1(t_2) + \Phi_2(t_2) - \Phi_2(t_1) = \Delta \cdot (t_2 - t_1) \quad (2.71)$$

Damit unterliegt der Interferenzterm einer Oszillation, deren Frequenz gerade durch die Frequenzdifferenz Δ gegeben ist.

$$F(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \frac{2}{\pi\delta t^2} \exp\left(-\frac{2t_1^2 + 2t_2^2 + \delta\tau^2}{\delta t^2}\right) \cos(\Delta \cdot (t_2 - t_1))$$

Diese Oszillation tritt jedoch nicht in den absoluten Zeiten t_1 oder t_2 auf, sondern nur in ihrer Differenz $t_2 - t_1$. Wie in Abschnitt 2.4.6 noch eingehender erklärt wird, sorgt

dieser Umstand dafür, dass die auftretenden Oszillationen in der zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz stets mit einem Minimum bei $\tau = t_2 - t_1 = 0$ beginnen.

Entsprechend Gleichung 2.66 erhält man für die Korrelationsfunktion damit das Ergebnis:

$$G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{2}{\pi \delta t^2} \left[\frac{1 - \cos^2 \varphi \cos(\Delta(t_2 - t_1))}{2} + \sinh^2 \left(\frac{(t_2 - t_1)\delta\tau}{\delta t^2} \right) \right] \cdot \exp \left(-\frac{2t_1^2 + 2t_2^2 + \delta\tau^2}{\delta t^2} \right) \quad (2.72)$$

Diese Gleichung stellt den Ausgangspunkt für die nun folgende Analyse der Zwei-Photonen-Interferenz dar. Zunächst wird dabei der Fall beschrieben, dass keine Zeitauflösung in der Betrachtung der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit möglich ist.

2.4.5 Zwei-Photonen-Interferenz ohne Zeitauflösung

Sind die auf dem Strahlteiler überlagerten Photonenpulse zu kurz, um zwischen den Detektionszeitpunkten innerhalb der Detektorzeitauflösung Δt unterscheiden zu können, so ist nur eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit einer im Zeitintervall $\Delta t \gg \delta t$ auftretenden Koinzidenz der Detektionsereignisse möglich. In diesem Fall muss die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}(t_1, t_2)$ entsprechend Gleichung 2.52 über beide Zeiten t_1 und t_2 integriert werden. Dabei werden im Folgenden perfekte Detektoren mit einer Quanteneffizienz von $\eta_3 = \eta_4 = 1$ angenommen. Man erhält dann:

$$P_{34}^{(2)}(\delta\tau) = \iint dt_1 dt_2 G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos^2 \varphi \exp \left(-\frac{\delta t^2}{4/\Delta^2} \right) \exp \left(-\frac{\delta\tau^2}{\delta t^2} \right) \right)$$

Zur Veranschaulichung dieses Ergebnisses wird die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit im Folgenden als Funktion der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ diskutiert (siehe Abbildung 2.7).

Der einfachste Fall liegt dann vor, wenn die beiden Photonen senkrecht zueinander polarisiert sind. Für $\varphi = \pi/2$ nimmt die Koinzidenzwahrscheinlichkeit $P_{34}^{(2)}(\delta\tau)$ unabhängig von der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ den konstanten Wert $1/2$ an. Wie in Abschnitt 2.3.3 diskutiert, sind die beiden quantenmechanischen Alternativen, dass beide Photonen am Strahlteiler reflektiert werden oder hindurchgehen, in diesem Fall grundsätzlich unterscheidbar. Daher tritt keine Interferenz auf und die Photonen werden unabhängig voneinander am Strahlteiler verteilt. Damit kommt es in der Hälfte aller Fälle zu einer gemeinsamen Photodetektion, so dass $P_{34}^{(2)}(\delta\tau) = 1/2$ sein muss.

Im Fall identischer Photonen, d.h. Photonen gleicher Polarisation ($\varphi = 0$) und gleicher Frequenz ($\Delta = 0$), tritt in $P_{34}^{(2)}(\delta\tau)$ ein gaußförmiger Einbruch auf, dessen Breite gerade durch die Dauer δt der Photonenpulse gegeben ist. Ist die Ankunftszeitdifferenz viel größer als die Dauer der Photonenpulse, so sind die beiden bereits diskutierten Alternativen der Photonenaufteilung grundsätzlich unterscheidbar und es tritt keine Interferenz auf. Je besser die beiden Photonen zeitlich am Strahlteiler überlagern, desto deutlicher

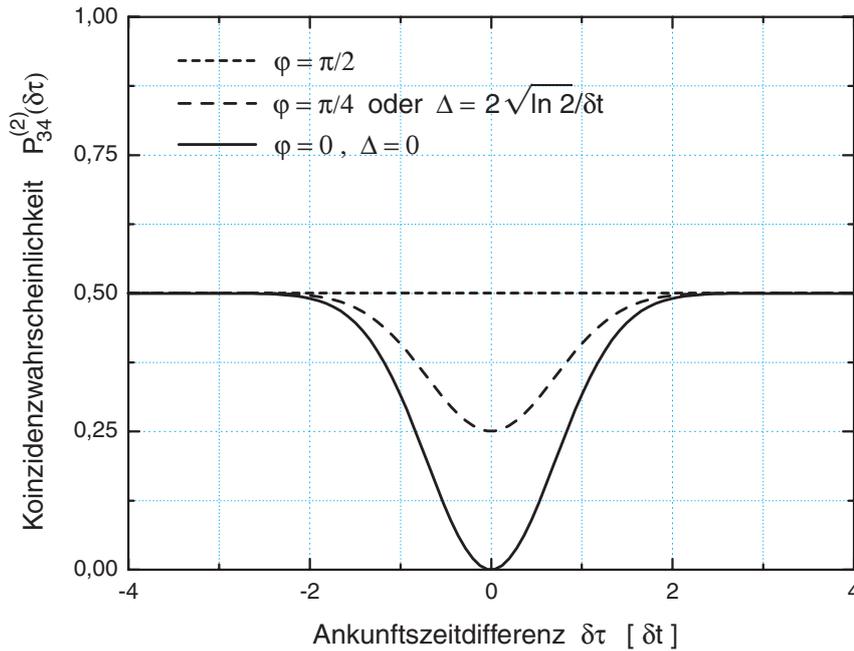


Abbildung 2.7: Koinzidenzwahrscheinlichkeit als Funktion der Ankunftszeitdifferenz zweier linear polarisierter Einphotonen-Wellenpakete. Für Photonen orthogonaler Polarisation ($\varphi = \pi/2$) tritt keine Interferenz auf. Die Koinzidenzwahrscheinlichkeit nimmt unabhängig von $\delta\tau$ den Wert $1/2$ an. Für Photonen gleicher Polarisation ($\varphi = 0$) und identischer Frequenz ($\Delta = 0$) ergibt sich ein gaußförmiger Einbruch in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit, der bei $\delta\tau = 0$ den Wert null erreicht. In diesem Fall liegt eine perfekte Zwei-Photonen-Interferenz vor. Ein Unterschied in der Polarisation oder der Frequenz führt zu einer Verminderung der Tiefe dieses Einbruchs. Auch wenn die Photonen zeitlich perfekt auf dem Strahlteiler überlagern, werden in diesem Fall gemeinsame Detektionsereignisse erwartet.

äußert sich der Interferenzeffekt. Bei perfekter zeitlicher Überlagerung ($\delta\tau = 0$) sind die Photonen nur paarweise in dem einen oder anderen Detektor nachweisbar und die Koinzidenzwahrscheinlichkeit ist somit null.

Unterscheiden sich die Photonen in ihrer Polarisation durch einen Winkel $\varphi > 0$ oder durch ihre Frequenzen $\Delta > 0$, so kann auch im Fall perfekter zeitlicher Überlagerung keine perfekte Zwei-Photonen-Interferenz mehr auftreten. Das Minimum in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit bei $\delta\tau = 0$ wird durch die beiden Terme $\cos^2 \varphi > 0$ und $\exp(-\delta t^2 \Delta^2/4) > 0$ in obiger Gleichung begrenzt. Wie in [Abbildung 2.7](#) dargestellt, wirken sich ein Winkel von $\varphi = \pi/4$ und eine Frequenzdifferenz von $\Delta = 2\sqrt{\ln 2/\delta t}$ in dieser Hinsicht gleich aus und lassen sich nicht voneinander unterscheiden.

In allen bisherigen Experimenten zur Zwei-Photonen-Interferenz wurde die Koinzidenzwahrscheinlichkeit aufgrund mangelnder Zeitauflösung ausschließlich in dieser Abhängigkeit von der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ untersucht. Im nachfolgenden Abschnitt wird der Fall analysiert, dass die Photonen-Wellenpakete lang genug sind, um die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit nicht nur in Abhängigkeit der Zeit $\delta\tau$ sondern auch in Abhängigkeit von der Zeit τ zwischen den Photodetektionen darstellen zu können.

2.4.6 Zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz

Wie in Abschnitt 2.4.1 diskutiert, kann die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit im Fall sehr langer Photonen-Wellenpakete $\delta t \gg \Delta t$ direkt proportional zur Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}(t_0, t_0 + \tau)$ angenommen werden. Dabei wird man im Experiment in der Regel keine Kenntnis von der Zeit t_0 der ersten Photodetektion nehmen, sondern die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion lediglich in Abhängigkeit von der Zeit τ zwischen zwei Detektionsereignissen messen. Daher werden alle Ereignisse, die denselben zeitlichen Abstand τ aufweisen zusammengefasst und folglich die von t_0 und τ abhängige Korrelationsfunktion entsprechend Gleichung 2.54 über alle Zeiten t_0 integriert. Ersetzt man t_1 und t_2 in Gleichung 2.72 durch t_0 und $t_0 + \tau$ und führt die Integration über t_0 aus, so erhält man den Ausdruck:

$$P_{34}^{(2)}(\tau, \delta\tau) = \frac{\Delta t^2}{\sqrt{\pi} \delta t} \left[\frac{1 - \cos^2 \varphi \cos(\Delta \tau)}{2} + \sinh^2 \left(\frac{\tau \delta\tau}{\delta t^2} \right) \right] \cdot \exp \left(-\frac{\delta\tau^2 + \tau^2}{\delta t^2} \right) \quad (2.73)$$

Die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit lässt sich nun in Abhängigkeit der beiden Zeiten τ und $\delta\tau$ analysieren. Dieses Ergebnis wird im Folgenden für die Fälle orthogonal zueinander polarisierter Photonen, sowie Photonen gleicher Polarisation mit und ohne Frequenzdifferenz eingehender diskutiert.

Photonen orthogonaler Polarisation

Die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion ist für den orthogonal polarisierten Fall in Abbildung 2.8 als Funktion der beiden Zeiten τ und $\delta\tau$ dargestellt. Das Vorzeichen von τ gibt die Reihenfolge der beiden Photodetektionen an. Ebenso bestimmt das Vorzeichen der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$, welches Photonen-Wellenpaket zuerst am Strahlteiler eintrifft. Beide Zeiten sind in Einheiten der Dauer δt der Photonenpulse dargestellt. Ebenso ist die Koinzidenzwahrscheinlichkeit in Einheiten von $\Delta t^2/\delta t$ aufgetragen.

Wie man anhand von Gleichung 2.73 erkennt, ist $P_{34}^{(2)}(\tau, \delta\tau)$ für $\varphi = \pi/2$ nicht mehr von der Frequenzdifferenz Δ abhängig. Dieses Ergebnis ist plausibel, da sich die Photonen bereits durch ihre Polarisation voneinander unterscheiden und ein zusätzlicher Unterschied in der Frequenz keinen weiteren Einfluss auf die Zwei-Photonen-Interferenz haben kann. Die Gleichung wird somit vollkommen symmetrisch zu den beiden Zeiten τ und $\delta\tau$. Treffen die Photonen zu verschiedenen Zeiten auf den Strahlteiler, so werden die beiden Detektionsereignisse genau um eine Zeit $|\delta\tau|$ auseinanderliegen. Die Wahrscheinlichkeit einer *gleichzeitigen* Photodetektion ($\tau = 0$) ist folglich null. Nur für Zeiten $|\tau| = |\delta\tau|$ kann die Koinzidenzwahrscheinlichkeit von null verschieden sein. Dies erklärt die kreuzförmige Struktur in Abbildung 2.8, wobei die Breite der Struktur durch die Dauer δt der Photonenpulse gegeben ist. Treffen die Photonen gleichzeitig auf den Strahlteiler, so werden auch gleichzeitige Detektionsereignisse registriert. In diesem Bereich entfällt die Unterscheidung bzgl. der Reihenfolge der beiden Photonen, so dass die Höhe der Koinzidenzwahrscheinlichkeit pro Zeitintervall hier doppelt so groß ist, als in den Maxima der kreuzförmigen Struktur.

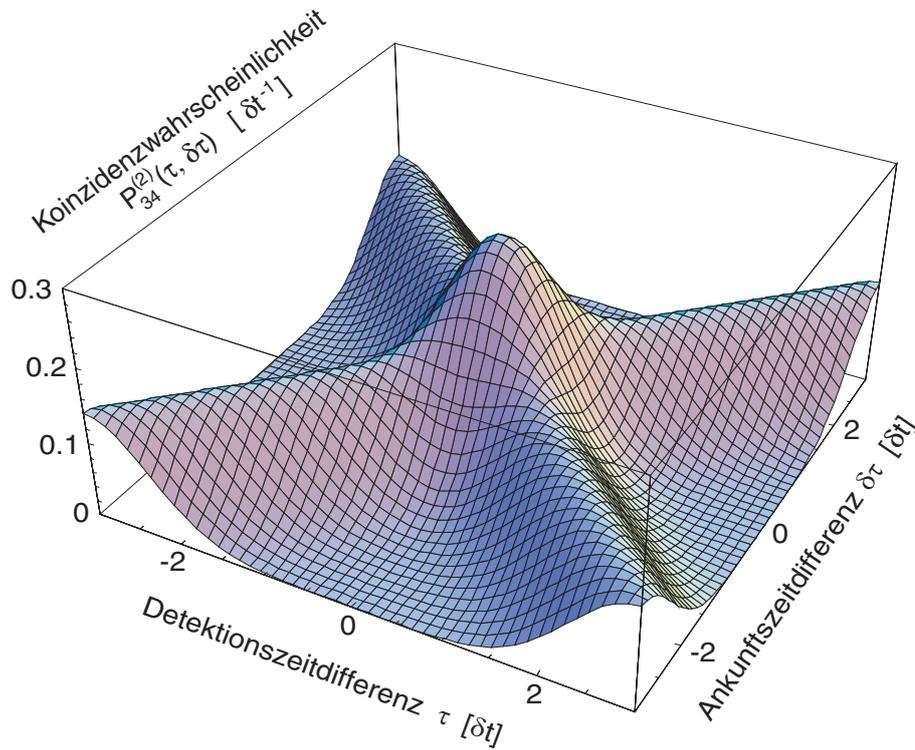


Abbildung 2.8: Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion $P_{34}^{(2)}(\tau, \delta\tau)$ als Funktion der Zeit τ zwischen den beiden Detektionsereignissen und der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ der beiden Photonen am Strahlteiler. In dem hier dargestellten Fall sind die Photonen orthogonal zueinander polarisiert ($\varphi = \pi/2$).

Zum Vergleich mit dem Fall einer mangelnden Zeitauflösung, wie sie im vorangegangenen Abschnitt diskutiert wurde, müssen alle Koinzidenzwahrscheinlichkeiten unabhängig von τ aufaddiert werden. Diese Integration über alle Zeiten τ ergibt wieder die von $\delta\tau$ unabhängige Koinzidenzwahrscheinlichkeit mit dem Wert $1/2$ (vgl. Abbildung 2.7).

Photonen gleicher Polarisation und identischer Frequenz

Abbildung 2.9 zeigt die Koinzidenzwahrscheinlichkeit für den Fall gleichpolarisierter Photonen, die keinen Unterschied in der Frequenz aufweisen. Auch in diesem Fall ist Gleichung 2.73 vollkommen symmetrisch in τ und $\delta\tau$. Allerdings entfällt der konstante Faktor $1/2$, so dass die Koinzidenzwahrscheinlichkeit für $\tau = 0$ oder $\delta\tau = 0$ den Wert null annimmt. Im Fall perfekter zeitlicher Überlagerung der beiden Photonen auf dem Strahlteiler treten somit niemals gemeinsame Detektionsereignisse auf. Im zentralen Bereich für $\tau < \delta t$ ist dies gerade die Signatur für das Auftreten der Zwei-Photonen-Interferenz. Die beiden auf den Strahlteiler treffenden Photonenpulse führen zu keinen gemeinsamen Detektionsereignissen in beiden Detektoren. Integriert man die Koinzidenzwahrscheinlichkeit wieder über alle Zeiten τ , so erhält man einen zentralen Einbruch in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit bei $\delta\tau = 0$ (vgl. Abbildung 2.7).

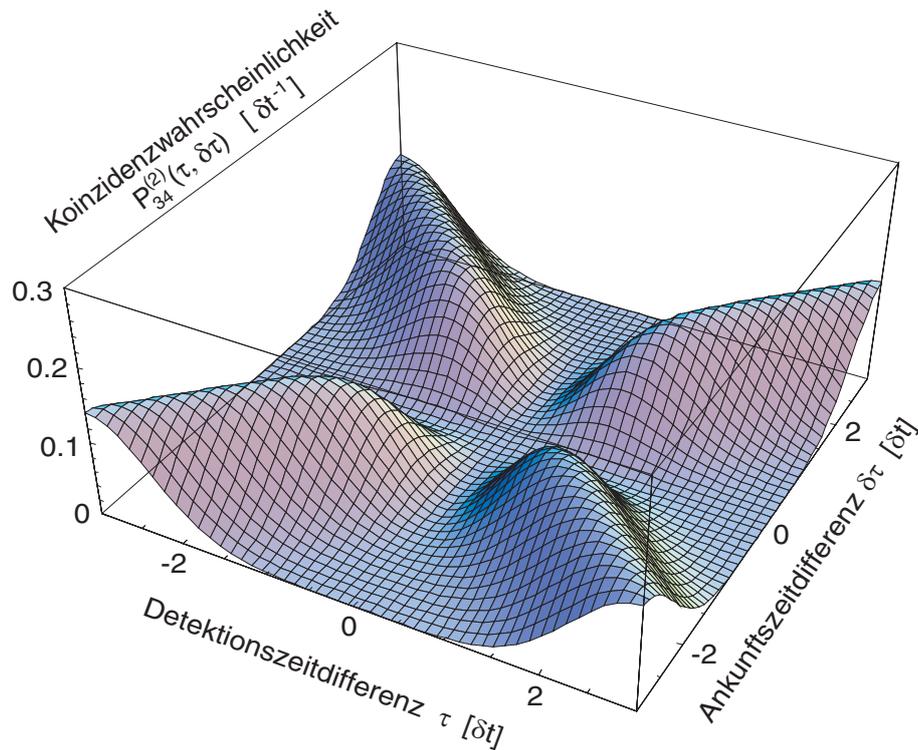


Abbildung 2.9: Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion für gleichpolarisierte Photonen identischer Frequenz ($\varphi = 0$, $\Delta = 0$). Die Zwei-Photonen-Interferenz äußert sich hier durch die fehlenden Koinzidenzen im Bereich $\tau = 0$, $\delta\tau = 0$.

Obwohl die gewonnene Zeitauflösung im Fall langer Photonen-Wellenpakete die Betrachtung der Zwei-Photonen-Interferenz in einer neuen Zeitkoordinate τ ermöglicht, ergeben sich im Fall identischer Photonenpulse noch keinen neuen Erkenntnisse. Dies ändert sich jedoch grundlegend, wenn die Interferenz zweier Photonen verschiedener Frequenz betrachtet wird.

Photonen gleicher Polarisation und verschiedener Frequenz

Wie in [Abbildung 2.10](#) dargestellt, kommt es im Fall einer Frequenzdifferenz zwischen den Photonen zu einer Oszillation in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit. Hierbei ist vorausgesetzt, dass die Dauer der Photonenpulse δt größer ist, als die Periode der Oszillation. Letztere ist durch $2\pi/\Delta$ gegeben. Diese Oszillation ist nur in Abhängigkeit der Zeit τ zwischen den Photodetektionen zu beobachten. Wie in [Abschnitt 2.4.5](#) diskutiert, führt eine Frequenzdifferenz zwischen den Photonen im Fall mangelnder Zeitauflösung lediglich zu einer verminderten Tiefe des Einbruchs in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit (vgl. [Abbildung 2.7](#)). Eine solche Oszillation in der Zwei-Photonen-Interferenz war in der Vergangenheit daher nicht nachweisbar.

In den Minima der Oszillation ist die Koinzidenzwahrscheinlichkeit $P_{34}^{(2)}(\tau, \delta\tau)$ identisch mit den Werten gleichpolarisierter Photonen ohne Frequenzdifferenz. Trotz der prinzipiellen Unterscheidbarkeit der Photonen werden aufgrund der verschiedenen Frequenz

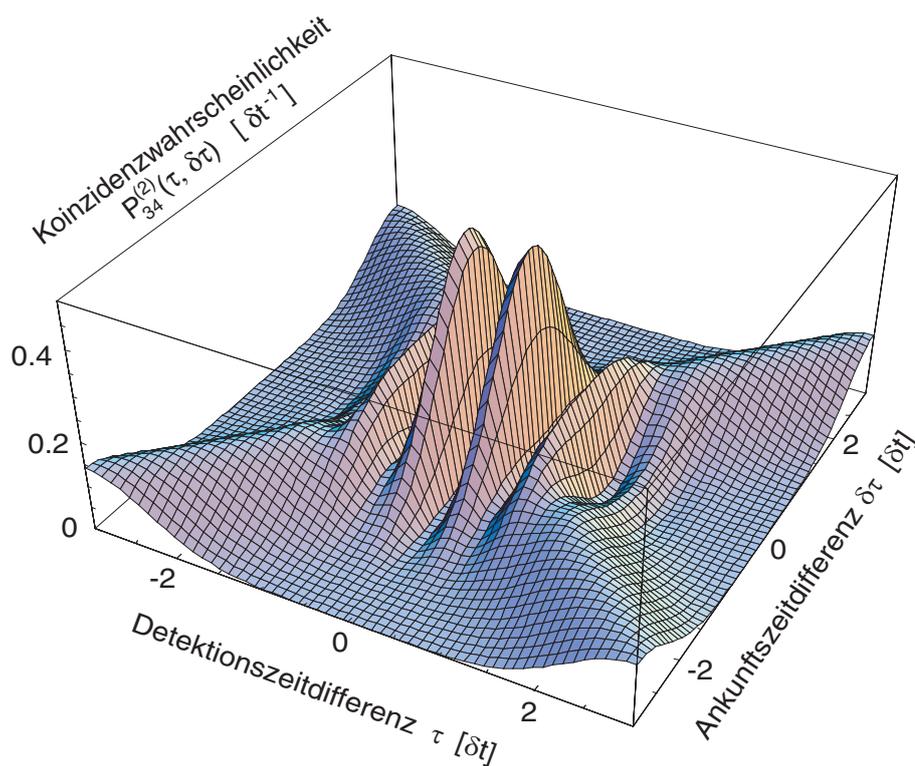


Abbildung 2.10: Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion für gleichpolarisierte Einphotonen-Wellenpakete mit einer Frequenzdifferenz von $\Delta = 3\pi/\delta t$. Diese Frequenzdifferenz führt zu einer Oszillation in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit, die jedoch nur in der Zeitkoordinate τ zu beobachten ist (siehe Text).

daher weiterhin keine *gleichzeitigen* Photodetektionen erwartet. Die Oszillation beginnt immer mit dem Wert $P_{34}^{(2)}(\tau = 0, \delta\tau) = 0$. In den Maxima erreicht die Koinzidenzwahrscheinlichkeit hingegen Werte, die doppelt so groß sind, als im Fall nicht interferierender Photonen. Eine anschauliche Deutung dieses Effektes wird im nachfolgenden Abschnitt 2.4.7 diskutiert.

Im Fall gleichzeitig auf dem Strahlteiler eintreffender Photonen ($\delta\tau = 0$) ist die Oszillation am stärksten ausgeprägt. Dieser Fall ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist die im Vergleich zur orthogonalen Polarisation überhöhte Koinzidenzwahrscheinlichkeit in den Maxima der Oszillation. Die Visibilität V dieser Oszillation, definiert als das Verhältnis von Amplitude zum Mittelwert für $\delta\tau = 0$, ist nur durch $\cos^2 \varphi$ begrenzt und weist im Fall gleichpolarisierter Photonen den Wert eins auf. Wie in Abschnitt 2.4.10 diskutiert wird, ist eine solche Visibilität in der Intensitätskorrelation klassischer Laserpulse prinzipiell nicht erreichbar und daher ein Effekt, der ausschließlich aus dem nichtklassischen Charakter der beiden interferierenden Felder resultiert.

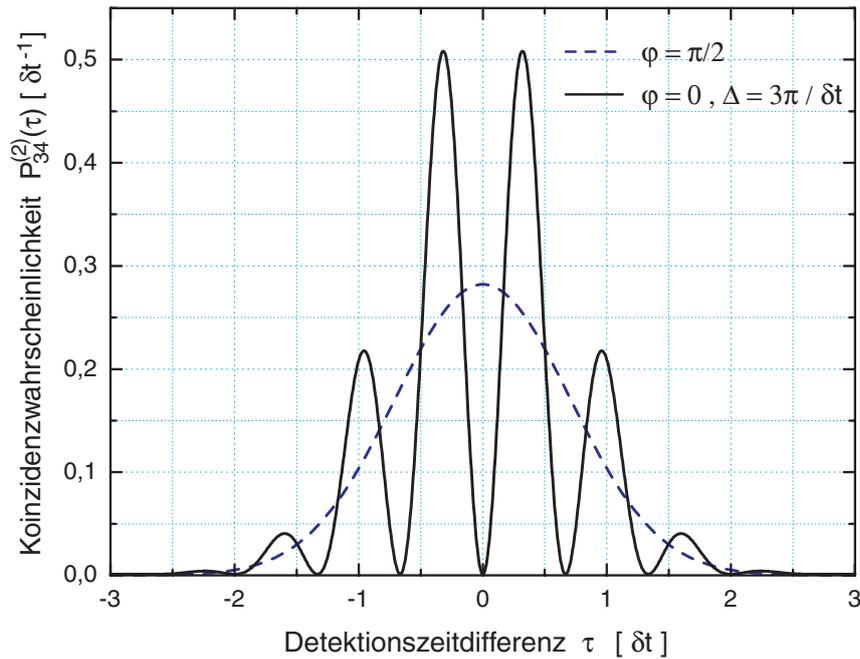


Abbildung 2.11: Koinzidenzwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Zeit τ zwischen den beiden Photodetektionen für gleichzeitig am Strahlteiler eintreffende Photonen-Wellenpakete ($\delta\tau = 0$). Dargestellt ist zum einen der Fall orthogonaler Polarisierung (gestrichelte Linie) und der Fall gleichpolarisierter Photonen mit einer Frequenzdifferenz von $\Delta = 3\pi/\delta t$ (durchgezogene Linie). In den Maxima der Oszillation ist die Wahrscheinlichkeit, die beiden Photonen in verschiedenen Detektoren anzutreffen doppelt so groß als im Fall senkrecht zueinander polarisierter Photonen (siehe Text).

2.4.7 Schritt für Schritt Analyse der Zwei-Photonen-Interferenz

Die zeitliche Lokalisierbarkeit eines Photodetektionsereignisses innerhalb der Dauer eines Photonen-Wellenpaketes ermöglicht die Betrachtung der Zwei-Photonen-Interferenz aus einer veränderten Perspektive. Dieses Bild ermöglicht u.a. eine anschauliche Erklärung für das Auftreten der Oszillationen in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit von Photonen verschiedener Frequenz. Hierbei steht die Rückwirkung eines ersten Detektionsereignisses auf den Zustand des Lichtfeldes im Vordergrund [24]. Diese Betrachtungsweise der Interferenz zweier Photonen wird im Folgenden für das vereinfachende Beispiel zweier Einphotonen-Lichtfelder fester Frequenz diskutiert. Das Eingangslichtfeld am Strahlteiler stellt sich somit dar als:

$$|\Psi_{in}\rangle = |1_{\omega_1}\rangle_1 |1_{\omega_2}\rangle_2 = \hat{a}_1^\dagger(\omega_1) \hat{a}_2^\dagger(\omega_2) |0\rangle \quad (2.74)$$

Die Zeitentwicklung des Systems wird in der folgenden Betrachtung allein durch die Zeitentwicklung des Zustands $|\Psi\rangle$ erfasst. Ein Detektionsereignis zum Zeitpunkt t_0 wird damit durch das Wirken des Operators $\hat{a}(0)$ auf den Zustand $|\Psi_{in}(t_0)\rangle$ beschrieben. Die Zeitentwicklung des Zustandes ist entsprechend Gleichung 2.10 gegeben. Zum Zeitpunkt t_0 erhält man damit:

$$|\Psi_{in}(t_0)\rangle = e^{i(\omega_1+\omega_2)t_0} |1_{\omega_1}\rangle_1 |1_{\omega_2}\rangle_2 \quad (2.75)$$

Ein Detektionsereignis in einem der beiden Detektoren hinter dem Strahlteiler ist dem Operator $\hat{a}_3(0)$ bzw. $\hat{a}_4(0)$ zuzuordnen und führt zu der Vernichtung eines ersten Photons. Den auf ein Detektionsereignis zum Zeitpunkt t_0 in Detektor 3 bzw. 4 konditionierten Zustand erhält man dann durch die Wirkung eines dieser Operatoren auf den Eingangszustand⁹.

$$\begin{aligned} |\Psi_{cond}(t_0)\rangle &= \hat{a}_{3,4}(0) |\Psi_{in}(t_0)\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_2(0) \pm \hat{a}_1(0)) |\Psi_{in}(t_0)\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|1_{\omega_1}\rangle_1 |0\rangle_2 \pm |0\rangle_1 |1_{\omega_2}\rangle_2) \end{aligned}$$

Da der Detektionsprozess durch einen Leiteroperator der Form $\hat{a}(t) = \int d\omega \hat{a}(\omega) \exp(i\omega t)$ beschrieben wird, und somit die Vernichtung eines Photons zu einem festen Zeitpunkt beschreibt, bleibt die Energie dieses Photons unbestimmt. Daher ergibt sich obiger Superpositionszustand eines Photon verschiedener Energie in zwei verschiedenen Eingängen des Strahlteilers. Die Zeitentwicklung der beiden Teilzustände verläuft folglich mit verschiedener Frequenz, so dass man unter Einführung der Frequenzdifferenz $\Delta := \omega_2 - \omega_1$ folgenden Ausdruck erhält:

$$\begin{aligned} |\Psi_{cond}(t_0 + \tau)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\exp(i\omega_1\tau) |1_{\omega_1}\rangle_1 |0\rangle_2 \pm \exp(i\omega_2\tau) |0\rangle_1 |1_{\omega_2}\rangle_2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|1_{\omega_1}\rangle_1 |0\rangle_2 \pm \exp(i\Delta \cdot \tau) |0\rangle_1 |1_{\omega_2}\rangle_2) \end{aligned}$$

Ein solcher Zustand ist bereits in Zusammenhang mit der Interferenz zweier Lichtfelder am Strahlteiler diskutiert worden. Die relative Phase $\exp(i\Delta \cdot \tau)$ entscheidet darüber, in welchem Ausgang des Strahlteilers das Photon vorzufinden ist. Besitzen die beiden Lichtfelder dieselbe Frequenz, so ist $\exp(i\Delta \cdot \tau) = 1$ und der konditionierte Zustand des Lichtfeldes ist unabhängig von der Zeit τ stets so beschaffen, dass das zweite Photon in demselben Ausgang des Strahlteilers vorzufinden ist, in dem das erste Photon detektiert wurde. Die Wahrscheinlichkeit, die Photonen in getrennten Detektoren zu detektieren, ist somit stets null, was gerade die Zwei-Photonen-Interferenz beschreibt.

Mit einer von null verschiedenen Frequenzdifferenz Δ bestimmt jedoch die Zeit τ darüber, in welchem Ausgang des Strahlteilers das zweite Photon vorzufinden ist. Für $\tau = 0$ ist das Photon mit Sicherheit in demselben Ausgang des Strahlteilers anzutreffen wie das erste Photon. Für $\tau = \Delta/2\pi$ hat sich die Phase gerade so entwickelt, dass das Photon mit Sicherheit im entgegengesetzten Ausgang des ersten Photons anzutreffen ist. Damit kommt es zu einer Oszillation in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit, die stets bei $\tau = 0$ mit dem Wert null beginnt und in den Maxima doppelt so groß ist, wie im Fall nicht interferierender Photonen.

⁹Zu Gunsten einer besseren Lesbarkeit werden globale Phasen der Zustände nicht mit aufgeführt.

Legt man sich auf eine erste Photodetektion in Detektor 3 fest, und berechnet man ausgehend vom konditionierten Zustand $|\Psi_{cond}(t_0 + \tau)\rangle = |1_{\omega_1}\rangle_1 |0\rangle_2 + \exp(i\Delta \cdot \tau) |0\rangle_1 |1_{\omega_2}\rangle_2$ die Wahrscheinlichkeit P_{34} , das zweite Photon zum Zeitpunkt $t_0 + \tau$ in Detektor 4 nachzuweisen, so erhält man :

$$P_{34} = \langle \Psi_{cond}(t_0 + \tau) | \hat{a}_4^\dagger(0) \hat{a}_4(0) | \Psi_{cond}(t_0 + \tau) \rangle = \frac{1}{2} (1 - \cos(\Delta \cdot \tau)) \quad (2.76)$$

Dieses Resultat entspricht gerade der durch Gleichung 2.73 gegebenen gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit im Fall von Photonen fester Frequenz ω .

2.4.8 Ensemble von Einzelphotonenpulsen

In den bisherigen Abschnitten wurde die Zwei-Photonen-Interferenz ausschließlich für Ensemble über Einzelphotonenpulse analysiert, die sich durch *reine* Zustände $|1(\xi)\rangle$ charakterisieren lassen. In der Praxis ist die Präparation eines solchen Ensembles mit perfekter Kontrolle über die besetzten Raum-Zeit-Moden $\xi(t)$ schwer zu verwirklichen. Die bisherige Diskussion soll daher auf Ensemble verallgemeinert werden, die durch einen Dichteoperator $\hat{\rho}$ bzgl. der besetzten Raum-Zeit-Moden beschrieben werden müssen. Zur Vereinfachung der Betrachtungen wird hierzu angenommen, dass sich die Raum-Zeit-Moden nur in *einem* der Parameter ϑ unterscheiden¹⁰. Im Ensemble soll dieser Parameter einer Verteilungsfunktion $f(\vartheta)$ unterliegen. Der Dichteoperator eines solchen Ensembles über Einzelphotonenpulse schreibt sich dann als [38]:

$$\hat{\rho} = \int d\vartheta f(\vartheta) \hat{\rho}(\xi(\vartheta)) \quad (2.77)$$

Dabei definiert $\hat{\rho}(\xi(\vartheta)) = |1(\xi)\rangle \langle 1(\xi)|$ den Dichteoperator der reinen Zustände. Die Korrelationsfunktion erster Ordnung ist entsprechend Abschnitt 2.2.1 durch den Erwartungswert $G^{(1)}(t_0) = \text{tr}(\hat{\rho} \hat{a}^\dagger(t_0) \hat{a}(t_0))$ gegeben. Damit kann man schreiben:

$$G^{(1)}(t_0) = \text{tr} \left(\int d\vartheta f(\vartheta) \hat{\rho}(\xi(\vartheta)) \hat{a}^\dagger(t_0) \hat{a}(t_0) \right) \quad (2.78)$$

Aufgrund der Linearität der Spurfunktion kann die Integration mit der Spurbildung vertauscht werden. Die Spur über die reinen Zustände ist bereits in Abschnitt 2.2.1 berechnet worden. Mit $\text{tr}(\hat{\rho}(\xi(\vartheta)) \hat{a}^\dagger(t_0) \hat{a}(t_0)) = |\xi(t_0)|^2$ erhält man:

$$G^{(1)}(t_0) = \int d\vartheta f(\vartheta) |\xi(t_0)|^2 \quad (2.79)$$

Unter der Voraussetzung, dass die besetzten Raum-Zeit-Moden lang im Vergleich zur Detektorzeitauflösung sind, ist die Wahrscheinlichkeit einer Photodetektion zum Zeitpunkt t_0 proportional zu dem Wert $G^{(1)}(t_0)$.

Zur Betrachtung der Zwei-Photonen-Interferenz wird der Dichteoperator $\hat{\rho}_{12}$ für ein Ensemble über Photonenpaare benötigt. Hierzu wird angenommen, dass die zwei auf

¹⁰Dieser Parameter kann bei Gauß'schen Raum-Zeit-Moden beispielsweise die Frequenz $\omega_{1,2}$ aber auch der zeitliche Schwerpunkt der Emissionszeit $\delta\tau_{1,2}$ sein.

dem Strahlteiler überlagerten Photonen aus je einem Ensemble mit den Dichteoperatoren $\hat{\rho}_1$ und $\hat{\rho}_2$ stammen. Unter der Voraussetzung, dass die beiden Ensembles *unabhängig* voneinander sind, lässt sich der Dichteoperator für das Ensemble der Photonenpaare als Tensorprodukt $\hat{\rho}_{12} = \hat{\rho}_1 \otimes \hat{\rho}_2$ schreiben. Man erhält damit:

$$\hat{\rho}_{12} = \iint d\vartheta_1 d\vartheta_2 f_1(\vartheta_1) f_2(\vartheta_2) \hat{\rho}(\xi_1(\vartheta_1), \xi_2(\vartheta_2)) \quad (2.80)$$

Hierbei ist $\hat{\rho}(\xi_1(\vartheta_1), \xi_2(\vartheta_2))$ wieder durch die reinen Zustände $|1(\xi_1)\rangle_1 |1(\xi_2)\rangle_2$ definiert. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung, welche durch Gleichung 2.51 gegeben ist, stellt sich mit diesem Dichteoperator und unter Vertauschung von Spur und Integration dar als¹¹:

$$G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = \iint d\vartheta_1 d\vartheta_2 f_1(\vartheta_1) f_2(\vartheta_2) \text{tr}(\hat{\rho}(\xi_1, \xi_2) \hat{A}(t_1, t_2)) \quad (2.81)$$

Mit diesen Ergebnissen können die bisherigen Aussagen zur zeitaufgelösten Interferenz zweier Photonen auf Gemische $\hat{\rho}_{12}$ erweitert werden. Hierbei werden zwei für die weiteren Betrachtungen wichtige Beispiele diskutiert: ein Gemisch über Frequenzen und ein Gemisch über Ankunftszeiten am Strahlteiler.

Streuungen in der Frequenz

Zuerst werden zwei Ensembles von Einzelphotonenpulsen betrachtet, deren Frequenzen $\omega_{1,2}$ einer Verteilungsfunktion $f_{1,2}(\omega_{1,2})$ unterliegen. Entsprechend Gleichung 2.80 stellt sich der Dichteoperator dann wie folgt dar:

$$\hat{\rho}_{12} = \iint d\omega_1 d\omega_2 f_1(\omega_1) f_2(\omega_2) \hat{\rho}(\xi_1, \xi_2) \quad (2.82)$$

Mit der Variablentransformation $\omega_1 =: \omega$ und $\omega_2 =: \omega + \Delta$ lässt sich die Korrelationsfunktion 2.81 mittels einer Verteilungsfunktion für die Frequenzdifferenz Δ ausdrücken.

$$G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = \int d\Delta f(\Delta) \text{tr}(\hat{\rho}(\xi_1, \xi_2) \hat{A}(t_1, t_2)) \quad (2.83)$$

Der Ausdruck $\text{tr}(\hat{\rho}(\xi_1, \xi_2) \hat{A}(t_1, t_2))$ stellt die Korrelationsfunktion für die reinen Zustände dar und ist durch Gleichung 2.72 gegeben. Die Verteilungsfunktion $f(\Delta)$ für die Frequenzdifferenz ist gegeben durch:

$$f(\Delta) := \int d\omega f_1(\omega) f_2(\omega, \Delta) \quad (2.84)$$

Im Fall zweier Gauß'scher Frequenzverteilungen $f_{1,2}(\omega_{1,2})$ der Form

$$f_i(\omega_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \delta\omega_i} \exp(-(\omega_{0i} - \omega_i)^2 / \delta\omega_i^2) \quad (2.85)$$

stellt sich auch die Verteilungsfunktion der Frequenzdifferenz Δ wieder als Gauß'sche Funktion dar:

¹¹Der Operator \hat{A} ist dabei definiert durch $\hat{A}(t_1, t_2) := \hat{a}_1^\dagger(t_1) \hat{a}_2^\dagger(t_2) \hat{a}_2(t_2) \hat{a}_1(t_1)$.

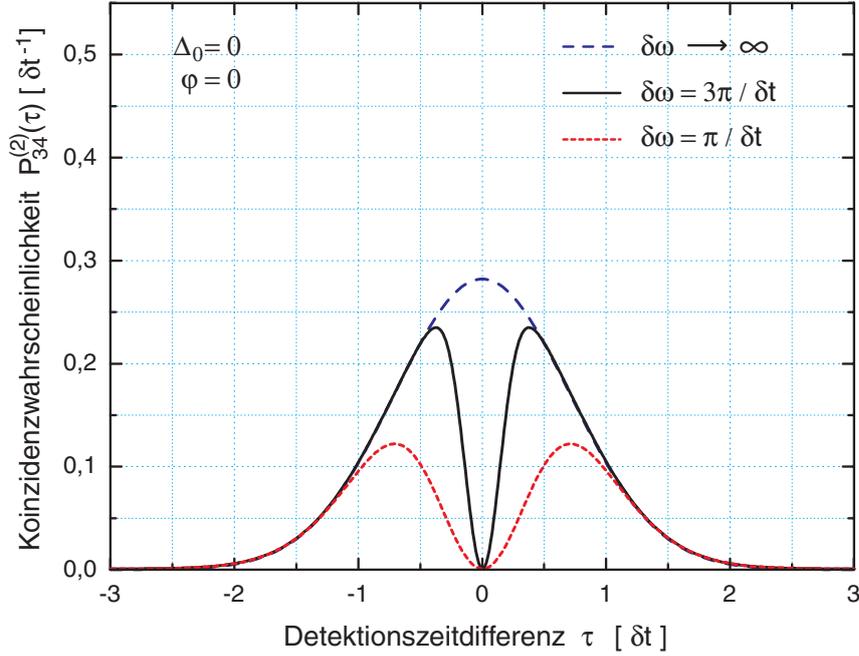


Abbildung 2.12: Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion als Funktion der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen. Dargestellt ist hier der Fall gleichzeitig am Strahlteiler eintreffender, gleichpolarisierter Photonen-Wellenpakete, die im Ensemble eine Streuung bzgl. ihrer Frequenzen aufweisen. Die Verteilungsfunktionen dieser Streuungen sind mit derselben Mittenfrequenz angenommen ($\Delta_0 = 0$). Die Frequenzdifferenz Δ im Ensemble der Photonenpaare weist damit eine Verteilungsfunktion der Breite $\delta\omega$ um $\Delta = 0$ auf. Die Breite des Einbruchs in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit um $\tau = 0$ ist proportional zum Kehrwert der Frequenzstreuung $\delta\omega$ (siehe Text). Im Limes großer Frequenzstreuung unterscheidet sich das Ergebnis nicht mehr von dem Fall senkrecht zueinander polarisierter Photonen.

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \delta\omega} \exp(-(\Delta_0 - \Delta)^2 / \delta\omega^2) \quad (2.86)$$

Dabei ist $\Delta_0 := \omega_{02} - \omega_{01}$ durch die Differenz der Mittelwerte und $\delta\omega := \sqrt{\delta\omega_1^2 + \delta\omega_2^2}$ durch die Breiten der beiden Frequenzverteilungen definiert.

Die zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz für den Fall eines solchen Gemisches über Frequenzen wird nun für den Fall gleichzeitig am Strahlteiler eintreffender Photonen ($\delta\tau = 0$) betrachtet. Die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit wird somit nur noch als Funktion der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen diskutiert. Die Lösung des Integrals 2.83 und die Berechnung der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit $P_{34}^{(2)}(\tau)$ entsprechend Gleichung 2.54 ergibt in diesem Fall:

$$P_{34}^{(2)}(\tau) = \frac{\Delta t^2}{2\sqrt{\pi}\delta t} \left[1 - \cos^2 \varphi \cos(\tau\Delta_0) \exp\left(-\frac{\tau^2}{4/\delta\omega^2}\right) \right] \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2}\right) \quad (2.87)$$

Dieses Ergebnis unterscheidet sich von der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit

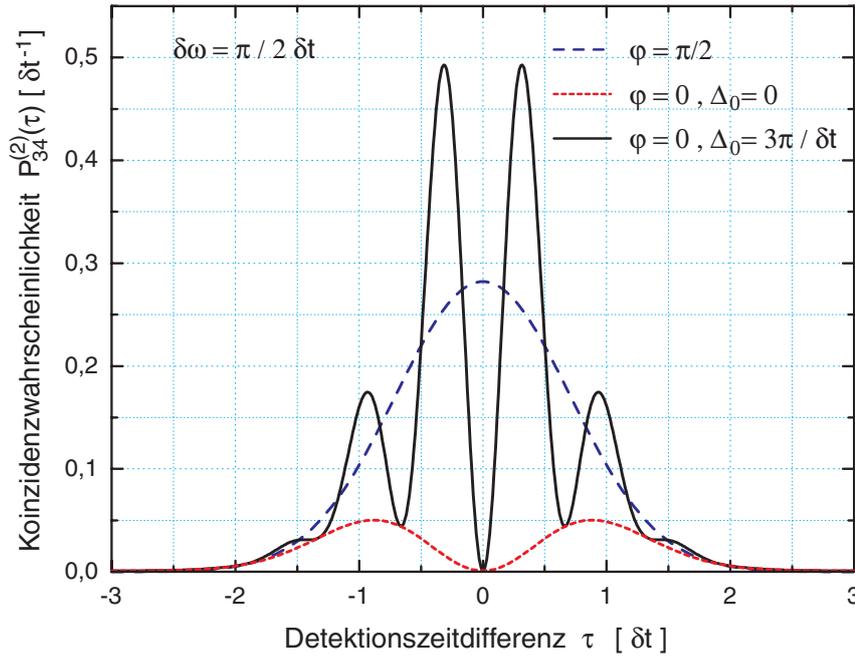


Abbildung 2.13: Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion als Funktion der Zeit τ für gleichzeitig auf den Strahlteiler treffende Photonen. Die Streuung der Frequenzen ist hier mit einer Breite von $\delta\omega = \pi/(2\delta t)$ angenommen. Die durchgezogene Linie gibt den Verlauf der Koinzidenzwahrscheinlichkeit wieder, wenn die Mittenfrequenzen der beiden Verteilungsfunktionen um $\Delta_0 = 3\pi/\delta t$ auseinanderliegen. In diesem Fall kommt es wieder zu einer Oszillation, deren Visibilität jedoch mit zunehmender Zeit τ gedämpft wird (siehe Text). Die Minima dieser Oszillation liegen auf dem Verlauf der Koinzidenzwahrscheinlichkeit für Photonen identischer Frequenzstreuungen. Zur Orientierung ist zusätzlich der Fall senkrechter Polarisation dargestellt.

im Fall reiner Zustände (siehe Gleichung 2.73 für $\delta\tau = 0$) durch das Auftreten eines zusätzlichen Terms $\exp(-\tau^2\delta\omega^2/4)$.

Dieser Term besitzt keinen Einfluss auf das Ergebnis für orthogonal zueinander polarisierte Photonen. Dies ist verständlich, da sich die Streuung der Frequenzen nur auf den Phasenterm der Raum-Zeit-Moden auswirkt und die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit im Fall senkrechter Polarisation unabhängig vom Phasenterm ist. Hieraus darf jedoch nicht der Schluss gezogen werden, dass Streuungen in den Raum-Zeit-Moden prinzipiell keinen Einfluss auf $P_{34}^{(2)}$ im Fall senkrechter Polarisation besitzen. Dies wird im nachfolgenden Abschnitt am Beispiel einer Streuung der Ankunftszeiten der Photonen weiter diskutiert.

Die Auswirkung einer Streuung in den Frequenzen auf die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit im Fall gleichpolarisierter Photonen wird zunächst für Ensemble von Einzelphotonenpulsen diskutiert, deren Frequenzverteilungen $f_{1,2}(\omega_{1,2})$ denselben Mittelwert $\omega_{01} = \omega_{02}$ besitzen. Damit ist $\Delta_0 = 0$. In Abbildung 2.12 ist die gemeinsame Detektionswahrscheinlichkeit $P_{34}^{(2)}$ in Abhängigkeit der Zeit τ für verschieden breite Frequenzverteilungen der Frequenzdifferenz der Photonenpaare dargestellt. Ohne Streuungen in der Frequenz werden prinzipiell keine gemeinsamen Detektionsereignisse er-

wartet. Unabhängig von τ ist $P_{34}^{(2)}$ stets null. Für $\delta\omega \neq 0$ führt der zusätzliche Term in Gleichung 2.87 zu einem Anstieg in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit mit zunehmender Zeit τ . Der Fall gleicher Polarisierung unterscheidet sich vom Fall senkrechter Polarisierung damit durch einen Einbruch in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit um $\tau = 0$. Die halbe $1/e$ -Breite dieses Einbruchs ist dabei ausschließlich durch die Streuung $\delta\omega$ der Frequenzdifferenz des Ensembles der Photonenpaare gegeben und ist identisch mit der Kohärenzzeit des Ensembles der Einzelphotonenpulse:

$$t_{coh} = 2/\delta\omega \quad (2.88)$$

Diese Kohärenzzeit des *Ensembles* darf nicht mit der Kohärenzzeit einzelner Photonen der Moden $\xi(t)$ verwechselt werden. Letztere ist identisch mit der Dauer δt der Raum-Zeit-Moden und ggf. viel länger als t_{coh} .

Unterscheiden sich die Frequenzverteilungen der beiden Ensemble hinsichtlich ihrer Mittenfrequenzen, so ist $\Delta_0 \neq 0$, und es treten wieder Oszillationen in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit auf. Dieser Fall ist in Abbildung 2.13 dargestellt. Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 2.4.6 diskutierten Ergebnis wird die Oszillation diesmal gedämpft und verliert mit zunehmender Zeit an Visibilität. Die Zeitkonstante dieser Dämpfung ist entsprechend Gleichung 2.87 identisch mit der Kohärenzzeit t_{coh} des Ensembles. Es ist:

$$V(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{4/\delta\omega^2}\right) \quad (2.89)$$

Ist die Kohärenzzeit t_{coh} kleiner als $1/\Delta_0$, so ist die Dämpfung zu stark und die Oszillation nicht mehr nachweisbar. Zum experimentellen Nachweis einer Oszillation in der zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz muss daher sichergestellt werden, dass die Frequenzdifferenz Δ_0 größer ist als die Breite der Frequenzstreuung $\delta\omega$.

Streuungen in der Ankunftszeitdifferenz

Als zweites Beispiel wird ein Ensemble über Photonenpaare betrachtet, das eine Streuung in den Ankunftszeiten der Photonen am Strahlteiler aufweist. Eine solche Streuung kann z.B. durch eine ungenügende Kontrolle des Emissionszeitpunktes der einzelnen Photonen-Wellenpakete verursacht sein. Ganz analog zur Betrachtung des Gemisches über Frequenzen lässt sich die Korrelationsfunktion $G_{34}^{(2)}(t_1, t_2)$ mittels einer Verteilungsfunktion für die Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau = \delta\tau_2 - \delta\tau_1$ zwischen zwei Photonen ausdrücken.

$$G_{34}^{(2)}(t_1, t_2) = \int d(\delta\tau) f(\delta\tau) \text{tr}(\hat{\rho}(\xi_1, \xi_2) \hat{A}(t_1, t_2)) \quad (2.90)$$

Unter der Annahme, dass die Streuungen für die Ankunftszeit der Photonen in beiden Ensemble durch eine Gauß'sche Verteilungsfunktion gegeben ist, wird auch die Verteilungsfunktion $f(\delta\tau)$ für die Differenz der Ankunftszeiten durch eine Gauß'sche Funktion beschrieben. Dabei ist vorausgesetzt, dass die Verteilungsfunktionen $f(\delta\tau_{1,2})$ identisch sind, so dass die Gaußfunktion um $\delta\tau = 0$ herum zentriert ist.

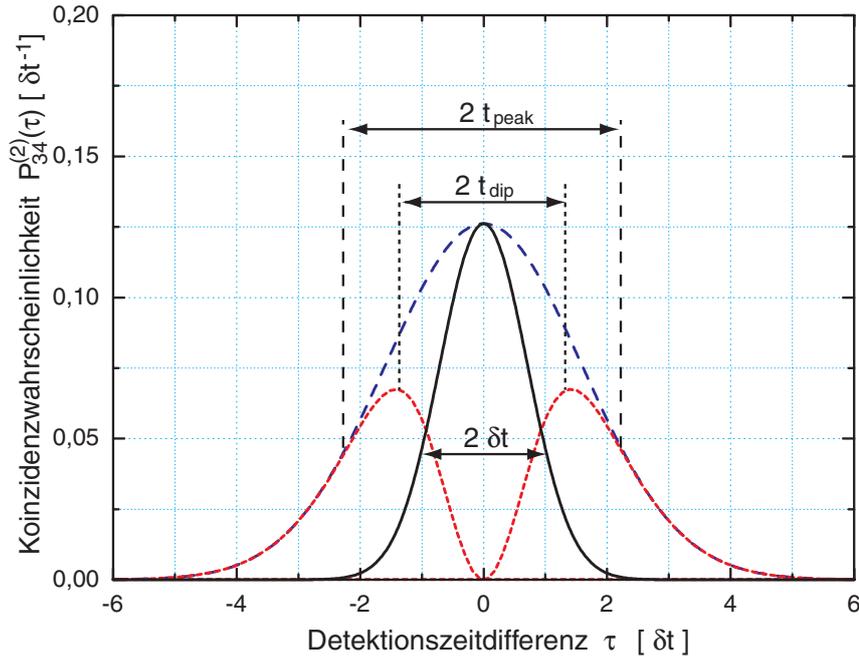


Abbildung 2.14: Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion als Funktion der Zeit τ für den Fall, dass eine Streuung in der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ auftritt. Der gaußförmige Verlauf der Koinzidenzwahrscheinlichkeit im Fall senkrechter Polarisation besitzt eine halbe $1/e$ -Breite von $t_{peak} = \sqrt{\delta t^2 + \Delta\tau^2}$ und ist damit um die Streuung $\Delta\tau$ der Ankunftszeitdifferenz verbreitert. Die Breite des Einbruchs im Fall gleichpolarisierter Photonen ergibt sich durch $t_{dip} = t_{peak} \delta t / \Delta\tau$. Zum Vergleich ist zusätzlich der gaußförmige Verlauf des Amplitudenterms der Photonenpulse dargestellt (durchgezogene Linie). Dieser besitzt die Breite δt .

$$f(\delta\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\tau} \exp(-\delta\tau^2 / \Delta\tau^2) \quad (2.91)$$

Im Gegensatz zu einer Streuung der Frequenz wirkt sich eine Streuung der Ankunftszeitdifferenz nicht nur über den Phasenterm, sondern auch über den Amplitudenterm der Raum-Zeit-Moden auf die Korrelationsfunktion aus. Damit besitzt diese Streuung nicht nur Einfluss auf die Korrelationsfunktion des gleichpolarisierten Falls, sondern auch auf den Fall senkrechter Polarisation. Als Ergebnis erhält man:

$$P_{34}^{(2)}(\tau) = \frac{\Delta t^2}{2\sqrt{\pi}\sqrt{\delta t^2 + \Delta\tau^2}} \left[1 - \cos^2 \varphi \cos(\tau\Delta_0) \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2 + \delta t^4 / \Delta\tau^2}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2 + \Delta\tau^2}\right) \quad (2.92)$$

Dieses Resultat ist formal identisch zum Ergebnis für die Koinzidenzwahrscheinlichkeit im Falle einer Streuung in der Frequenz (vgl. Gleichung 2.87). Allerdings ist die halbe $1/e$ -Breite der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit für senkrecht zueinander po-

larisierte Photonen nicht mehr identisch mit der Dauer δt der zugrunde liegenden Raum-Zeit-Moden, sondern um die Streuung $\Delta\tau$ verbreitert.

$$t_{peak} = \sqrt{\delta t^2 + \Delta\tau^2} \quad (2.93)$$

Weiterhin ist die halbe $1/e$ -Breite des Einbruchs in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit nicht mehr unabhängig von t_{peak} , sondern gegeben durch:

$$t_{dip} = \sqrt{\delta t^2 + \delta t^4 / \Delta\tau^2} = \frac{\delta t}{\Delta\tau} t_{peak} \quad (2.94)$$

Für den Fall, dass die Streuung $\Delta\tau$ in der Ankunftszeitdifferenz gegen null geht, wird t_{dip} unendlich groß und Gleichung 2.92 geht in Gleichung 2.73 für den Fall zweier Ensemble reiner Zustände über. Geht andererseits die Dauer der Photonen gegen null, so gibt t_{peak} nur noch die Breite $\Delta\tau$ der Streuung wieder und die Breite des Einbruchs t_{dip} geht gegen null. Die Beobachtung einer zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz ist in diesem Fall nicht mehr möglich. In der Praxis ist dies auch dann schon gegeben, wenn die Dauer der Photonen die Detektorzeitauflösung Δt unterschreitet.

Abbildung 2.14 veranschaulicht die Beziehungen zwischen der Dauer δt der Photonen und der Breiten t_{peak} und t_{dip} .

2.4.9 Kontrast bei der Zwei-Photonen-Interferenz

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass selbst im Fall verschiedener Frequenzen oder Ankunftszeiten der Photonen niemals *gleichzeitige* Photodetektionen zu erwarten sind. Dies gilt jedoch nur für Photonen gleicher Polarisation, die auf einem 50/50-Strahlteiler perfekt überlagert werden. Sobald die Polarisation der Photonen jedoch einen Winkel $\varphi \neq 0$ einschließt und / oder der Transmissionskoeffizient σ und der Reflexionskoeffizient ρ des Strahlteilers verschieden sind, nimmt $P_{34}^{(2)}(\tau = 0)$ einen Wert größer null an. In diesem Abschnitt wird die Auswirkung des Winkels φ und der Transmissions- und Reflexionskoeffizienten des Strahlteilers auf den Kontrast der Zwei-Photonen-Interferenz untersucht. Dabei kann die Unterscheidung der Photonen bzgl. ihrer Polarisation auch als Modell für eine nicht perfekte Überlagerung ihrer Transversalmoden dienen.

Unter dem Kontrast K wird im Folgenden die Größe

$$K := \frac{P_{34,HV}^{(2)} - P_{34}^{(2)}}{P_{34,HV}^{(2)}} \quad \text{bei } \tau = \delta\tau = 0 \quad (2.95)$$

verstanden. Bezogen auf den Referenzfall senkrecht zueinander polarisierter Photonen $P_{34,HV}^{(2)}$ bewertet diese Größe die Tiefe des Einbruchs in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit bei $\tau = 0$ von gleichzeitig auf dem Strahlteiler eintreffenden Photonen $\delta\tau = 0$.

Da die Wahrscheinlichkeit $P_{34}^{(2)}$ einer gemeinsamen Photodetektion für einen beliebigen Winkel φ zwischen den beiden Polarisationen analog zu Gleichung 2.58 durch $P_{34}^{(2)} = \cos^2 \varphi P_{34,HH}^{(2)} + \sin^2 \varphi P_{34,HV}^{(2)}$ gegeben ist, erhält man:

$$K = \frac{P_{34,HV}^{(2)} - P_{34,HH}^{(2)}}{P_{34,HV}^{(2)}} \cos^2 \varphi \quad (2.96)$$

Der Einfluss des Teilungsverhältnisses des Strahlteilers auf Zwei-Photonen-Interferenz ist bereits in Abschnitt 2.3.3 deutlich geworden. Im Fall eines symmetrischen, polarisationsunabhängigen Strahlteilers mit dem Transmissionskoeffizient σ und dem Reflexionskoeffizient ρ erhält man für die Koinzidenzwahrscheinlichkeit von Photonen gleicher und orthogonaler Polarisation die beiden Ausdrücke:

$$\begin{aligned} P_{34,HH}^{(2)}(\tau, \delta\tau) &= H(\tau, \delta\tau) \left[\rho^4 \exp\left(\frac{2\tau \delta\tau}{\delta t^2}\right) + \sigma^4 \exp\left(\frac{-2\tau \delta\tau}{\delta t^2}\right) - 2\rho^2\sigma^2 \right] \\ P_{34,HV}^{(2)}(\tau, \delta\tau) &= H(\tau, \delta\tau) \left[\rho^4 \exp\left(\frac{2\tau \delta\tau}{\delta t^2}\right) + \sigma^4 \exp\left(\frac{-2\tau \delta\tau}{\delta t^2}\right) \right] \end{aligned}$$

Mit der Abkürzung

$$H(\tau, \delta\tau) := \frac{\Delta t^2}{\sqrt{\pi} \delta t} \exp\left(-\frac{\delta\tau^2 + \tau^2}{\delta t^2}\right) \quad (2.97)$$

Für den Kontrast K der Zwei-Photonen-Interferenz erhält man damit die Gleichung:

$$K = \frac{2\rho^2\sigma^2}{\rho^4 + \sigma^4} \cos^2 \varphi \quad (2.98)$$

Diese Größe erreicht nur dann den Maximalwert $K = 1$, wenn $\rho^2 = \sigma^2$ und $\varphi = 0$ ist, wenn also ein 50/50-Strahlteiler eingesetzt wird und die Photonen exakt die gleiche Polarisation aufweisen bzw. hinsichtlich ihrer Transversalmoden perfekt auf dem Strahlteiler überlagert sind.

2.4.10 Intensitätskorrelation bei klassischen Lichtfeldern

Zum Abschluss dieses Theorie-Kapitels wird die Interferenz zweier Laserpulse auf einem Strahlteiler diskutiert. Als klassisches Pendant zur Zwei-Photonen-Interferenz soll hierbei die Intensitätskorrelation der beiden Ausgangslichtfelder am Strahlteiler betrachtet werden.

Ausgangspunkt der Diskussion sind zwei Laserpulse der Dauer δt , die gleichzeitig auf einem Strahlteiler treffen und dort perfekt überlagern. Als Modell dieser Laserpulse dienen im Folgenden zwei klassische monochromatische Felder $E_{1,2}(t) = E_{1,2}^+(t) + E_{1,2}^-(t)$ linearer Polarisation. Die beiden Felder weisen die gleiche zeitabhängige Feldamplitude $E_0(t)$ auf, unterscheiden sich jedoch hinsichtlich ihrer Polarisationsvektoren \mathbf{e}_1 und \mathbf{e}_2 und einer Phase $\delta(t)$ voneinander.

$$E_1^+(t) = \frac{1}{2} E_0(t) \mathbf{e}_1 e^{-i\omega t} \quad \text{und} \quad E_2^+(t) = \frac{1}{2} E_0(t) \mathbf{e}_2 e^{-i\omega t - i\delta(t)} \quad (2.99)$$

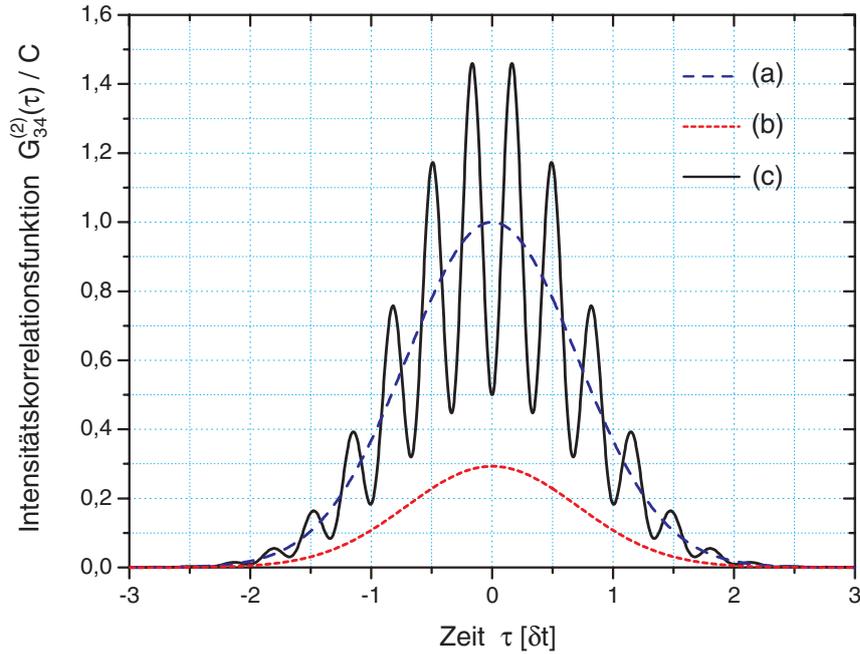


Abbildung 2.15: Intensitätskorrelation zweier klassischer Felder. Kurve (a) zeigt das Ergebnis für senkrecht zueinander polarisierte Felder ($\varphi = \pi/2$). Bei den Kurven (b) und (c) sind beide Felder gleich polarisiert ($\varphi = 0$), wobei Kurve (b) die Intensitätskorrelation von Feldern gleicher Frequenz aber einer relativen Phase von $\delta_0 = \pi/8$ und Kurve (c) das Ergebnis für zwei Felder mit einer Frequenzdifferenz von $\Delta\omega = 6\pi/\delta t$ zeigt.

Entsprechend Gleichung 2.29 berechnen sich die Ausgangslichtfelder am Strahlteiler zu $E_{3,4}^{\pm}(t) = 1/\sqrt{2}(E_1^{\pm}(t) \pm E_2^{\pm}(t))$. Hierbei ist ein polarisationsunabhängiger 50/50-Strahlteiler zugrunde gelegt. Die Intensität der Felder an den Ausgängen des Strahlteilers hängt dann von dem Winkel $\cos \varphi = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2$ zwischen den beiden Polarisationsrichtungen und der relativen Phase $\delta(t)$ ab.

$$I_{3,4}(t) = I_0(t) (1 \pm \cos \varphi \cos \delta(t)) \quad (2.100)$$

Hierbei ist $I_0(t)$ proportional zum Betragsquadrat $|E_0(t)|^2$ der Feldamplitude. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung bzw. die Intensitätskorrelation ist gegeben durch:

$$G_{34}^{(2)}(\tau) = \langle E_3^-(t) E_4^-(t + \tau) E_4^+(t + \tau) E_3^+(t) \rangle = \langle I_3(t) I_4(t + \tau) \rangle$$

Die Klammern $\langle \dots \rangle$ stehen hierbei für die Mittelwertbildung über die Zeit t . Mit obigen Ausgangslichtfeldern erhält man den Ausdruck:

$$G_{34}^{(2)}(\tau) = \langle E_0(t)^2 E_0(t + \tau)^2 (1 + \cos \varphi \cos \delta(t)) (1 - \cos \varphi \cos \delta(t + \tau)) \rangle \quad (2.101)$$

Zum Vergleich dieses Resultats mit der Interferenz zweier Photonen verschiedener Frequenz, wird im folgenden angenommen, dass sich die relative Phase zwischen den beiden Eingangsfeldern aus einer festen Frequenzdifferenz Δ und einer festen Anfangsphase δ_0

zusammensetzt, so dass $\delta(t) = \Delta\omega t + \delta_0$ ist. Ferner wird in Analogie zu den bisher betrachteten Gauß'schen Raum-Zeit-Moden 2.4.4 eine Gauß'sche Zeitabhängigkeit der Amplituden $E_0(t) = E_0 \exp(-(t/\delta t)^2)$ vorausgesetzt. Die Auswertung von Gleichung 2.101 ergibt dann den Ausdruck:

$$G_{34}^{(2)}(\tau) = C \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2}\right) \left[1 - \frac{\cos^2 \varphi}{2} \left(\cos(\Delta \cdot \tau) + \cos 2\delta_0 \exp\left(-\frac{\delta t^2}{4/\Delta^2}\right)\right)\right]$$

Hierbei ist C eine für die weiteren Betrachtungen unerhebliche Konstante. Dieses allgemeine Ergebnis soll nun für einige Sonderfälle diskutiert werden.

Der einfachste Fall tritt ein, wenn die beiden Felder senkrecht zueinander polarisiert sind ($\varphi = \pi/2$). Da in diesem Fall keine Interferenz auftritt, ist $G_{34}^{(2)}(\tau)$ lediglich durch die Gauß'schen Zeitabhängigkeit der Amplituden gegeben (siehe Abbildung 2.15 (a)).

$$G_{34,HV}^{(2)}(\tau) = C \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2}\right) \quad (2.102)$$

Weisen beide Felder die gleiche Polarisation auf ($\varphi = 0$), so treten ähnlich wie bei der Zwei-Photonen-Interferenz Oszillationen in der Intensitätskorrelationsfunktion auf. Die Periodendauer dieser Oszillation ist dabei wieder durch die Frequenzdifferenz der beiden Felder gegeben. Allerdings wird die Situation hier durch einen zusätzlichen von der Anfangsphase δ_0 abhängigen Term verkompliziert. Die Unterscheidung zweier Grenzfälle scheint deshalb sinnvoll.

Ist die Periodendauer $1/\Delta$ der Oszillationen sehr viel größer als die Dauer δt der Laserpulse, so sind innerhalb von δt keine Oszillationen zu beobachten. Die Intensitätskorrelationsfunktion wird in diesem Fall nur von der Anfangsphase δ_0 bestimmt und kann alle Werte zwischen null und dem Fall senkrechter Polarisation annehmen (siehe Abbildung 2.15 (b)).

$$G_{34,HH}^{(2)}(\tau) \stackrel{\Delta \ll \frac{1}{\delta t}}{=} \frac{C}{2} \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2}\right) (1 - \cos 2\delta_0) \quad (2.103)$$

Dies ist leicht einzusehen, da die Ausgangsintensitäten 2.100 im gleichpolarisierten Fall innerhalb der Pulsdauer ausschließlich durch δ_0 bestimmt werden. Die Anfangsphase δ_0 kann z.B. so gewählt werden, dass eine der Intensitäten null ist. Damit nimmt dann auch die Intensitätskorrelation den Wert null an. Diese Abhängigkeit der Intensitätskorrelation von der Anfangsphase der beiden Felder ist ein wichtiger Unterschied zur Zwei-Photonen-Interferenz.

Ist die Frequenzdifferenz hingegen groß genug, so werden sich die Intensitäten unabhängig von der Anfangsphase noch innerhalb der Pulsdauer verändern, was sich ebenfalls in der Intensitätskorrelationsfunktion bemerkbar macht. Je größer Δ im Vergleich zu $1/\delta t$ wird, desto kleiner wird der Einfluss der Anfangsphase, und $G_{34}^{(2)}(\tau)$ wird vollständig von der Modulation durch $\cos(\Delta \cdot \tau)$ bestimmt (siehe Abbildung 2.15 (c)).

$$G_{34,HH}^{(2)}(\tau) \stackrel{\Delta \gg \frac{1}{\delta t}}{=} C \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2}\right) \left(1 - \frac{\cos(\Delta \cdot \tau)}{2}\right) \quad (2.104)$$

An diesem Ergebnis überrascht zunächst die Tatsache, dass $G_{34}^2(\tau)$ für $\tau = 0$ stets minimal ist. Dies ist jedoch insofern leicht einzusehen, als dass die Ausgangsintensitäten 2.100 gegenphasig oszillieren. Das über die Zeit gemittelte Produkt dieser Intensitäten muss mit wachsendem τ solange größer werden, bis die Ausgangssignale gerade um eine Periode gegeneinander verschoben sind. Von diesem Maximalwert an wird $G_{34}^2(\tau)$ wieder kleiner, bis beide Ausgangssignale wieder gegenphasig verlaufen usw. Die Minima befinden sich damit bei den Zeiten τ , die ein ganzzahliges Vielfaches der Periode $2\pi/\Delta$ sind.

Das wichtigste Merkmal der klassischen Intensitätskorrelation ist die Begrenzung der Visibilität. Im Gegensatz zur Zwei-Photonen-Interferenz, bei der die Oszillation in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit eine Visibilität von eins aufweist, ist die Visibilität im Fall zweier Laserpulse grundsätzlich auf den Wert $V = 1/2$ begrenzt.

Kapitel 3

Experimenteller Aufbau

Der Aufbau des Experiments gliedert sich in zwei Funktionsblöcke: einer gepulsten Einzelphotonenquelle und einem nachfolgenden Aufbau, der die zeitangepasste Überlagerung zweier nacheinander erzeugter Photonen auf einem Strahlteiler ermöglicht.

Die Einzelphotonenquelle ist in der Lage, mehrere aufeinander folgende Einzelphotonenpulse mit kontrolliertem zeitlichen Abstand zu erzeugen. Der Erzeugungsprozess basiert auf einer adiabatischen Passage einzelner Rubidium-Atome im Innern eines Resonators hoher Finesse [45, 21, 46, 22, 47, 23]. Die Dauer der einzelnen Photonen-Wellenpakete lässt sich durch den Erzeugungsprozess kontrollieren und übersteigt die Zeitauflösung derzeitiger Detektoren um mehrere Größenordnungen. Dies stellt den Schlüssel zur Untersuchung einer zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz dar. Des Weiteren erlaubt der eingesetzte Erzeugungsprozess eine Kontrolle über die Frequenz der Photonen. Damit wird es möglich, nacheinander einzelne Photonen zu erzeugen, deren Frequenzen kontrolliert um einige Megahertz auseinanderliegen. Abschnitt 3.1 fasst den Aufbau und die Funktion dieser Quelle zusammen und erläutert das Prinzip der Kontrolle über die Frequenz der emittierten Photonen. Eine umfangreiche Darstellung der theoretischen Grundlagen, der experimentellen Details und der Charakterisierung der Einzelphotonenquelle war Gegenstand der Dissertation von Markus Henrich [23].

In Abschnitt 3.2 werden zwei wesentliche Optimierungsschritte der Quelle erläutert. Diese zielen auf eine verbesserte Reproduzierbarkeit der von den Photonen besetzten Raum-Zeit-Moden und eine Erhöhung der Effizienz der Quelle. Zum einen wurde das Magnetfeld im Innern des Resonators kompensiert und somit die Aufspaltung der magnetischen Unterzustände minimiert. Wie in Abschnitt 3.2.1 diskutiert wird, sollte dieser Schritt eine verminderten Streuung in den Frequenzen der erzeugten Photonen nach sich ziehen. Zum anderen wurde ein neues Rückpumpschema eingesetzt, welches sowohl zu einer verbesserten Effizienz der Quelle als auch zu einer verbesserten Kontrolle über die von den Photonen besetzten Raum-Zeit-Moden führt. Die Funktion dieses Rückpumpschemas wird in Abschnitt 3.2.2 diskutiert.

Der an die Einzelphotonenquelle anschließende Aufbau dient der Beobachtung und Untersuchung der Zwei-Photonen-Interferenz von nacheinander erzeugten Einzelphotonenpulsen. Konzeptionell gleicht er einem Mach-Zehnder-Interferometer mit sehr unterschiedlichen Armlängen. Die Beschreibung und die Charakterisierung dieses Interferometers ist Gegenstand von Abschnitt 3.3.

3.1 Aufbau und Funktion der Einzelphotonenquelle

Dieser Abschnitt fasst die Funktion der Einzelphotonenquelle zusammen. Das Prinzip dieser Quelle ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Neben einer kurzen Zusammenfassung der adiabatischen Passage in dem Atom-Resonator-System werden Details der Atompräparation, des optischen Resonators sowie der eingesetzten Triggersequenz und des Messzyklus erläutert.

3.1.1 Adiabatische Passage in Rubidium 85

Der eingesetzte Erzeugungsprozess einzelner Photonen nutzt das Vakuumfeld des optischen Resonators, um einen Ramanprozess mittels einer adiabatischen Passage zu stimulieren. Dieser Ramantransfer wurde in einem Λ -System aus Hyperfein-Übergängen der D_2 -Linie von Rubidium ^{85}Rb realisiert. Abbildung 3.2 zeigt das zugehörige Termschema ohne Darstellung der magnetischen Unterzustände. Die an der adiabatischen Passage beteiligten Zustände sind die beiden Hyperfeinzustände $F = 3$ und $F = 2$ des $5S_{1/2}$ Grundzustands und das Hyperfeinniveau $F' = 3$ des elektronisch angeregten $5P_{3/2}$ Zustandes. Im Folgenden werden diese mit $|u\rangle$, $|g\rangle$ und $|e\rangle$ bezeichnet. Ein Pumplaser koppelt die Zustände $|u\rangle$ und $|e\rangle$, der optische Resonator (siehe Abschnitt 3.1.3) die Zustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$. Hierbei können Pumplaser und Resonator um einen Wert Δ_P bzw. Δ_C zum Zustand $|e\rangle$ verstimmt sein. Wird die Ramanresonanzbedingung $\Delta_P = \Delta_C$ erfüllt, so läuft der Prozess am effizientesten ab. Mit zunehmender Differenz $\Delta_D := \Delta_P - \Delta_C$ zwischen diesen beiden Verstimmungen nimmt die Effizienz ab.

Zu Beginn des Prozesses ist das Atom im Zustand $|u\rangle$ präpariert. Gleichzeitig befindet sich kein Licht im Innern des optischen Resonators. Der Startzustand des Systems ist damit durch $|u, 0\rangle$ gegeben. Durch Erhöhung der Rabi-Frequenz des Pumplasers lässt sich ein adiabatischer Transfer in den Zielzustand $|g, 1\rangle$ erreichen, der durch die Transmission der Resonatorspiegel an die Umgebung koppelt und zur Erzeugung eines Einzelphotonenpulses führt. Der Endzustand des Systems $|g, 0\rangle$ steht nicht mehr für eine erneute Photonenerzeugung zur Verfügung, daher muss das Atom mittels eines Rückpumpzyklus in den Anfangszustand $|u\rangle$ zurückgeführt werden. In den durchgeführten Experimenten kamen dafür zwei verschiedene Rückpumpschemata zum Einsatz. Beide werden in Abschnitt 3.2.2 diskutiert. Durch eine Sequenz von Trigger- und Rückpumpzyklen können mit Hilfe eines Atoms nacheinander mehrere Einzelphotonenpulse generiert werden (siehe Abschnitt 3.1.4).

3.1.2 Atompräparation

Die ^{85}Rb -Atome werden in einer magneto-optischen Falle (MOT) eingefangen und mittels einer anschließenden Melassenphase auf eine Temperatur unter $10\ \mu\text{K}$ abgekühlt. Nach dem Abschalten der MOT sind die Atome im Zustand $5S_{1/2}(F = 3)$ präpariert. Hierbei liegt eine Gleichverteilung über alle m_F -Unterzustände vor. Die Rb-Wolke fällt durch eine Reihe von Blenden, die die Ausdehnung der Wolke senkrecht zur Fallrichtung begrenzen und die Geschwindigkeitsverteilung der Atome in Richtung der Resonatorachse reduzieren. Mittels der Ladezeit der magneto-optischen Falle ist es weiterhin möglich, die

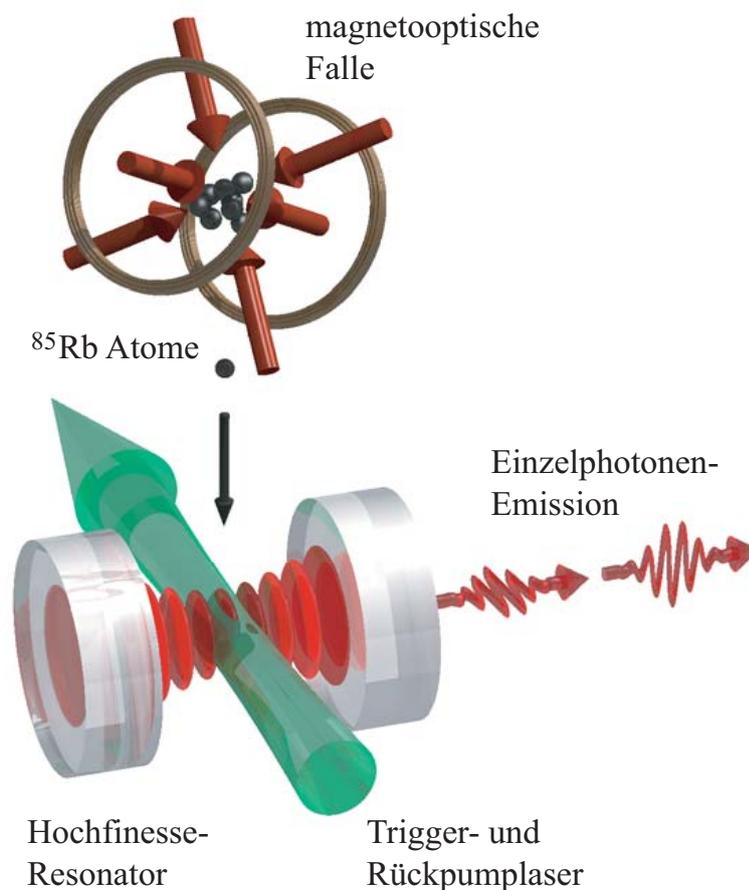


Abbildung 3.1: Experimenteller Aufbau der Einzelphotonenquelle. Der gesamte Aufbau befindet sich in einem Ultrahochvakuum mit einem Restdruck von ca. 10^{-9} mbar. In einer magnetooptischen Falle (MOT) werden ^{85}Rb -Atome eingefangen und mittels einer anschließenden Melassenphase auf einige Mikrokkelvin abgekühlt. Nach Abschalten der MOT fallen die Rubidium-Atome durch den Resonator mit einer Finesse von 58000. Der Resonator setzt sich aus zwei Spiegeln mit den Transmissionen 100 bzw. 1.8 ppm zusammen. Während der Durchflugsdauer der Atome durch die TEM_{00} -Mode des Resonators werden diese einer Reihe von Trigger- und Rückpumpulsen ausgesetzt. Während der Triggerpulse werden einzelne Photonen generiert, die den Resonator durch den Spiegel mit der größeren Transmission verlassen.

mittlere Anzahl der Atome, die sich in der Resonatormode aufhalten, auf Werte deutlich unter eins einzustellen. Der Resonator befindet sich 21.5 cm unterhalb der magnetooptischen Falle und die Atome erreichen nach etwa 209 ms die TEM_{00} -Mode des Resonators. Ihre Geschwindigkeit in Fallrichtung beträgt zu diesem Zeitpunkt 2 m/s.

3.1.3 Der Resonator hoher Finesse

Zwei hochreflektierende, sphärische Spiegel mit einem Krümmungsradius von 50 mm und einem Abstand von 0.98 mm bilden den optischen Resonator. Die TEM_{00} -Mode be-

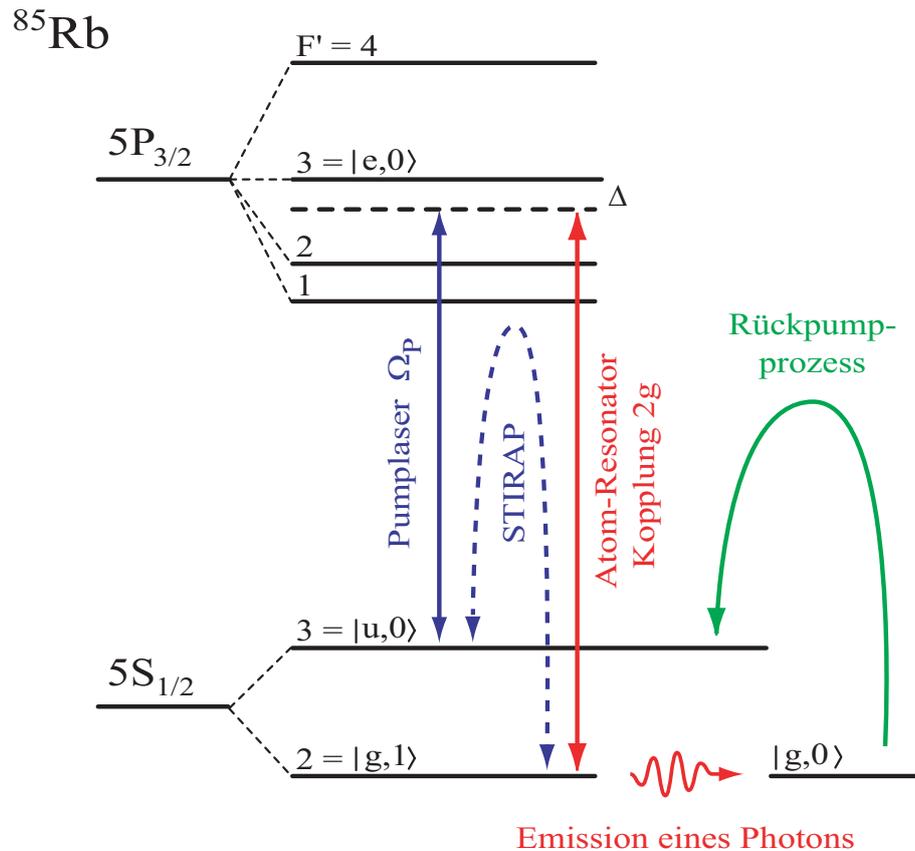


Abbildung 3.2: Prinzip der Einzelphotonenerzeugung mittels eines durch das Vakuumfeld des Resonators stimulierten adiabatischen Ramantransfers (STIRAP) in Rubidium ^{85}Rb . Das Atom-Resonator-System wird adiabatisch vom Zustand $|u, 0\rangle$ in den Zustand $|g, 1\rangle$ überführt (siehe Text). Nach beendeter Emission des Photons muss das System mittels eines geeigneten Rückpumpprozesses in den Startzustand $|u, 0\rangle$ zurückgeführt werden. Erst danach ist eine erneute Photonenerzeugung möglich.

sitzt eine Strahltaile von $35 \mu\text{m}^1$. Aus der Fallgeschwindigkeit der Atome von 2 m/s ergibt sich somit eine Wechselwirkungsdauer von $35 \mu\text{s}$. Die Kopplungsstärke g der Atome an die Resonatormode lässt sich aufgrund der Bewegung der Atome nicht kontrollieren. Sie variiert sowohl in Fallrichtung der Atome als auch in Richtung der Resonatorachse.

Die Transmission der beiden Spiegel beträgt 100 bzw. 1.8 ppm . Aufgrund der gewählten Asymmetrie der Spiegeltransmissionen werden die generierten Photonen den Resonator bevorzugt auf der Seite mit der höheren Transmission verlassen. Die Gesamtverluste an Absorption und Streuung betragen 6.3 ppm . Daraus resultiert für den Resonator eine Finesse von 58000 und eine Zerfallsrate von $2\kappa = 2\pi \cdot 2.5 \text{ MHz}$.

¹Die Strahltaile bezeichnet den kleinsten Radius ($1/e$ Abfall der elektrischen Feldstärke) der TEM_{00} -Mode im Innern des Resonators.

3.1.4 Trigger- und Rückpumpsequenz

Pump- und Rückpumpplaser werden senkrecht zur Resonatorachse eingestrahlt. Ein elliptisches Strahlprofil von horizontal $270\ \mu\text{m}$ und vertikal $26\ \mu\text{m}$ sorgt dabei für einen guten Überlapp mit der Resonatormode. Beide Strahlen sind linear polarisiert. Mit den Lasern wird eine Sequenz von abwechselnden Trigger- und Rückpumpzyklen gefahren. Während der Wechselwirkungszeit eines Atoms mit der Resonatormode können daher nacheinander mehrere Einzelphotonenpulse generiert werden. Der zeitliche Verlauf der Rabifrequenzen der Laser (für den Fall des optimierten Rückpumpschemas) ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Der untere Teil der Abbildung zeigt die relativen Häufigkeiten der Photonenankunftszeiten. Diese Messung wird in Abschnitt 4.1 näher erläutert. Zur Umsetzung der adiabatischen Passage folgt die Rabifrequenz des Pumplasers einem sägezahnförmigen Verlauf. Sie steigt während eines jeden $2\ \mu\text{s}$ langen Triggerpulses linear von $\Omega_P = 0$ bis zu einer maximalen Rabifrequenz $\Omega_{P,max}$ an. In der anschließenden Rückpumpsequenz wird das Atom in seinen Anfangszustand zurückversetzt. Wie die Messung der relativen Häufigkeiten der Photonenankunftszeiten zeigt, kommt es dabei zu einer Emission von Licht in den Resonator. Die Stärke dieser Emission hängt von dem eingesetzten Rückpumpschema und von der Verstimmung des Resonators zu dem im Rückpumpschema verwendeten Übergang ab. Die beiden Rückpumpschemata werden in Abschnitt 3.2.2 eingehender diskutiert.

Der im Prinzip beliebig einstellbare zeitliche Abstand zwischen zwei Triggerpulsen ist in der Praxis zwei Einschränkungen unterworfen. Zum einen darf die Rückpumpsequenz nicht zu kurz sein, um eine genügende Effizienz beim Rückpumpen zu erreichen. Zum anderen stellt die endliche Wechselwirkungszeit des Atoms mit der Resonatormode eine obere Grenze für den zeitlichen Abstand zwischen zwei Triggerpulsen dar. Da mehr als ein Photon pro Atom erzeugt werden soll, muss sich der Abstand zwischen den Triggerpulsen daher in einem Bereich von 4 bis $6\ \mu\text{s}$ bewegen.

3.1.5 Messzyklus

Alle Experimente mit der Einzelphotonenquelle müssen über eine große Zahl detektierter Photonen gemittelt werden. Aufgrund der begrenzten Wechselwirkungsdauer der Atome mit der Resonatormode und der endlichen Effizienz der Quelle lassen sich pro Atomwolke nur wenige Photonen erzeugen. Daher müssen die Experimente über viele Messzyklen wiederholt werden. Der Beginn eines Messzyklus definiert sich über das Laden der MOT und den Fall der Atome durch die Resonatormode. Die vom System emittierten Photonen werden von Avalanche-Photodioden detektiert und die Spannungspulse über eine Transientenrekorderkarte aufgezeichnet (siehe Abschnitt 3.3.2). Damit endet ein Messzyklus und die magnetooptische Falle wird erneut geladen. Die Dauer eines Messzyklus ist im Wesentlichen durch die Fallzeit der Atome und die Speicherzeit der Daten gegeben. In den durchgeführten Experimenten konnte eine Rate von etwa 100 Messzyklen pro Minute erreicht werden. Die Fallzeit der Atomwolke durch die Resonatormode legt das Zeitfenster für die Aufzeichnung der Detektionsereignisse fest. In den Experimenten betrug die Dauer dieses Zeitfensters $5.24\ \text{ms}$.

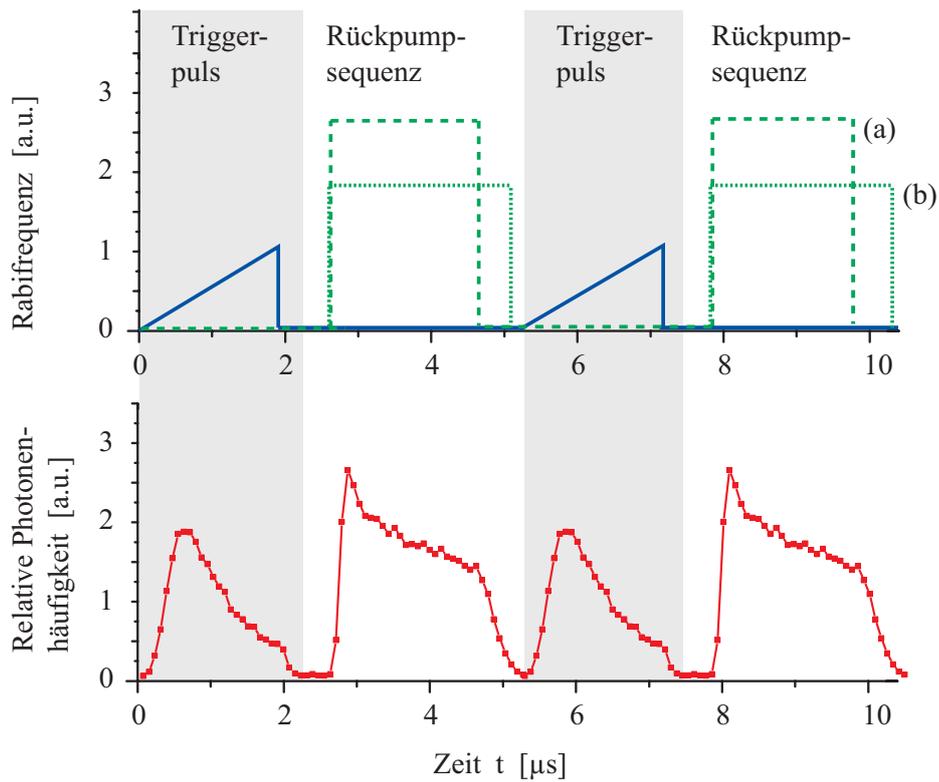


Abbildung 3.3: Zeitlicher Verlauf der Rabifrequenz von Pump- und Rückpumplasern. Diese Darstellung bezieht sich auf das optimierte Rückpumpschema (vgl. Abschnitt 3.2.2). Die Rabifrequenz des Pumplasers folgt einem sägezahnförmigen Verlauf. Das Rückpumplicht wird lediglich ein- und ausgeschaltet. Das Rückpumplicht von Verlauf (a) ist resonant zum Übergang $5S_{1/2} F=3 \rightarrow 5P_{3/2} F'=2$. Das Licht von Verlauf (b) ist resonant zu $5S_{1/2} F=2 \rightarrow 5P_{3/2} F'=3$ und wird 400 ns länger eingestrahlt. In der im unteren Teil abgebildeten Statistik der Photonenankunftszeiten wird deutlich, dass im optimierten Rückpumpschema während der Rückpumplesequenzen ebenfalls Licht erzeugt wird. Die Detektionsereignisse dieses Rückpumplichtes werden in den weiteren Experimenten nicht mit aufgezeichnet (vgl. Abschnitt 3.3.2).

3.1.6 Kontrolle über die Frequenz der erzeugten Photonen

Der zur Einzelphotonenerzeugung eingesetzte adiabatische Ramantransfer sollte prinzipiell eine Kontrolle über die Frequenz ω_0 der emittierten Photonen ermöglichen. Dies lässt sich über die Energieerhaltung des Systems veranschaulichen. Die Energie des Atoms vor bzw. nach dem Transfer ist durch den Zustand $|u\rangle$ bzw. $|g\rangle$ gegeben. Der Ramantransfer erzeugt unter Absorption eines Photons aus dem Pumplaserstrahl einen Einzelphotonenpuls der Energie $\hbar\omega_0$. Die Energiebilanz dieses Prozesses schreibt sich dann als:

$$E_u + \hbar\omega_P = E_g + \hbar\omega_0 \quad (3.1)$$

Bei bekannten Energien E_u bzw. E_g lässt sich die Frequenz des erzeugten Photons somit direkt über die Frequenz ω_P des Pumplasers einstellen. Hierbei ist zu beachten, dass der Prozess genau dann mit optimaler Effizienz abläuft, wenn die Ramanresonanzbedingung

$\Delta_D = 0$ erfüllt ist. Neben einer Veränderung der Frequenz des Pumplasers sollte daher die Länge des Resonators und somit dessen Resonanzfrequenz angepasst werden.

Um eine Sequenz von Photonenpulsen mit *abwechselnden* Frequenzen zu generieren, muss die Frequenz des Pumplasers in der Zeitspanne zwischen den Triggerpulsen (ca. $2.5 \mu\text{s}$) verändert werden. Diese Zeitspanne reicht jedoch nicht aus, um die Länge des Resonators anzupassen. Bei unveränderter Resonanzfrequenz ist die Ramanresonanzbedingung jedoch nicht mehr erfüllt. Um dennoch eine ausreichende Effizienz der Quelle sicherzustellen, darf die eingestellte Frequenzdifferenz Δ_D zwischen Pumplaser und Resonanzfrequenz die Linienbreite des Resonators nicht wesentlich überschreiten. Die Frequenz des Pumplasers wurde mittels eines akustooptischen Modulators (AOM) kontrolliert. Letzterer erlaubt eine Frequenzverschiebung um einige 10 MHz relativ zum Übergang $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 3$. Da sich die Radiofrequenz der hierzu eingesetzten Frequenzgeneratoren (VCO) nicht schnell genug verändern lässt, wurde der AOM mittels eines RF-Schalters abwechselnd mit zwei verschiedenen Frequenzgeneratoren betrieben. Hierbei lässt sich die Intensität des Lichtes nach wie vor unabhängig von der Frequenz verändern, so dass die Rabi-Frequenz des Pumplasers weiterhin bei beiden Frequenzeinstellungen linear verändert wurde (vgl. Abschnitt 3.2.2).

Die Abhängigkeit der Frequenz der Einzelphotonenpulse von der Energiedifferenz $E_u - E_g$ der beteiligten Übergänge sowie der Frequenz des Pumplasers ω_p ermöglicht nicht nur die bewusste Kontrolle, sondern muss auch als Ursache von möglichen Streuungen in der Frequenz der Photonen betrachtet werden. Wie im nachfolgenden Abschnitt diskutiert wird, führt beispielsweise ein Magnetfeld zu einer Aufspaltung der m_F -Untersustände der beteiligten Energieniveaus und somit zu verschiedenen Kombinationen von Energiedifferenzen $E_u - E_g$. Ohne Kontrolle der Besetzung der m_F -Untersustände des Startzustandes $|u\rangle$ können nacheinander erzeugte Photonen damit verschiedene Frequenzen aufweisen. In ähnlicher Weise wirkt sich die Frequenzstabilität des Pumplasers aus. Eine Fluktuation der Frequenz des Pumplasers von Triggerpuls zu Triggerpuls bewirkt eine ebenso große Fluktuation in den Frequenzen der einzelnen Photonen. Die Frequenzstabilität des Pumplaser wird eingehend in Zusammenhang mit der Charakterisierung des Mach-Zehnder-Interferometers in Abschnitt 3.3.3 diskutiert.

3.2 Optimierung der Einzelphotonenquelle

In diesem Abschnitt wird die Optimierung der Einzelphotonenquelle diskutiert. Alle Maßnahmen haben dabei vor allem die Minimierung von Unterschieden in den Raum-Zeit-Moden zweier nacheinander erzeugter Photonen zum Ziel. Als erster Schritt wird die Kompensation des Magnetfeldes am Ort des Resonators erläutert. Der zweite Schritt besteht in der Umsetzung eines optimierten Rückpumpschemas. In Abschnitt 3.2.3 werden die wesentlichen Unterschiede in den Parametern vor und nach der Optimierung gegenübergestellt und diskutiert.

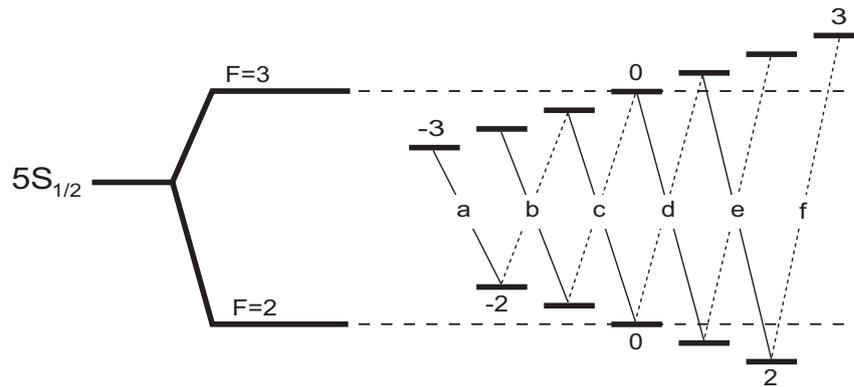


Abbildung 3.4: Zeeman-Aufspaltung der m_F -Unterzustände des $5S_{1/2}$ Grundzustands von ^{85}Rb . Aufgrund des betragsmäßig gleichen g-Faktors der beiden Hyperfeinzustände $F = 2$ und $F = 3$ ergeben sich für die Übergänge mit $\Delta m_F = \pm 1$ lediglich sechs verschiedene Übergangsfrequenzen (a-f).

3.2.1 Messung und Kompensation des Magnetfeldes

Ein während der Fallbewegung der Atome anliegendes Führungsmagnetfeld, das Erdmagnetfeld sowie unvermeidliche Streumagnetfelder verschiedener Quellen im Experiment verursachen eine Aufspaltung der magnetischen Unterzustände. Der unter Abschnitt 3.1.1 erläuterte Ramantransfer muss somit unter Berücksichtigung der einzelnen m_F -Unterzustände betrachtet werden. Insbesondere bewirkt die Aufspaltung, dass sich die Energiedifferenz $E_u - E_g$ des Atoms für die verschiedenen möglichen adiabatischen Pässe zwischen den einzelnen m_F -Unterzuständen unterscheidet. Ohne Kontrolle über die Besetzung der m_F -Unterzustände des Startzustandes $|u\rangle$ ergeben sich damit eine Reihe verschiedener Frequenzen der generierten Photonen. Daher führt ein Magnetfeld zu einer Streuung der Frequenzen im Photonen-Ensemble und sollte nach Möglichkeit kompensiert werden. Die Kompensation statischer Magnetfelder ist in dem experimentellen Aufbau mittels dreier Helmholtzspulenpaare möglich. Dabei wird das am Ort des optischen Resonators wirksame Magnetfeld anhand der Zeeman-Aufspaltung der beiden Hyperfeinzustände des $5S_{1/2}$ Grundzustands gemessen. Diese Messung wurde mittels eines in der Apparatur integrierten Mikrowellenresonators und eines nachfolgenden Fluoreszenznachweises durchgeführt.

Der Mikrowellenresonator [48] umschließt den optischen Resonator und ist mit einer Resonanzfrequenz von 3.0355 GHz für den Übergang zwischen den beiden Hyperfeinzuständen des $5S_{1/2}$ Grundzustands ausgelegt. Mittels eines hochstabilen durchstimmbaren Mikrowellengenerators (HP 8662 A) und eines Frequenzverdrehers lassen sich innerhalb seiner Linienbreite von 5.7 MHz (FWHM) Hochfrequenzmagnetfelder mit einer Amplitude von $B = 220$ nT erzeugen. In Resonanz zu einem Übergang zwischen magnetischen Unterzuständen der beiden Hyperfeinzustände können damit Rabi-Oszillationen angeregt werden. Das treibende Hochfrequenzmagnetfeld steht senkrecht zur Fallrichtung der Atome. Bezüglich des Führungsmagnetfeldes als Quantisierungsachse werden von der Mikrowelle damit ausschließlich σ^+ und σ^- -Übergänge zwischen den magne-

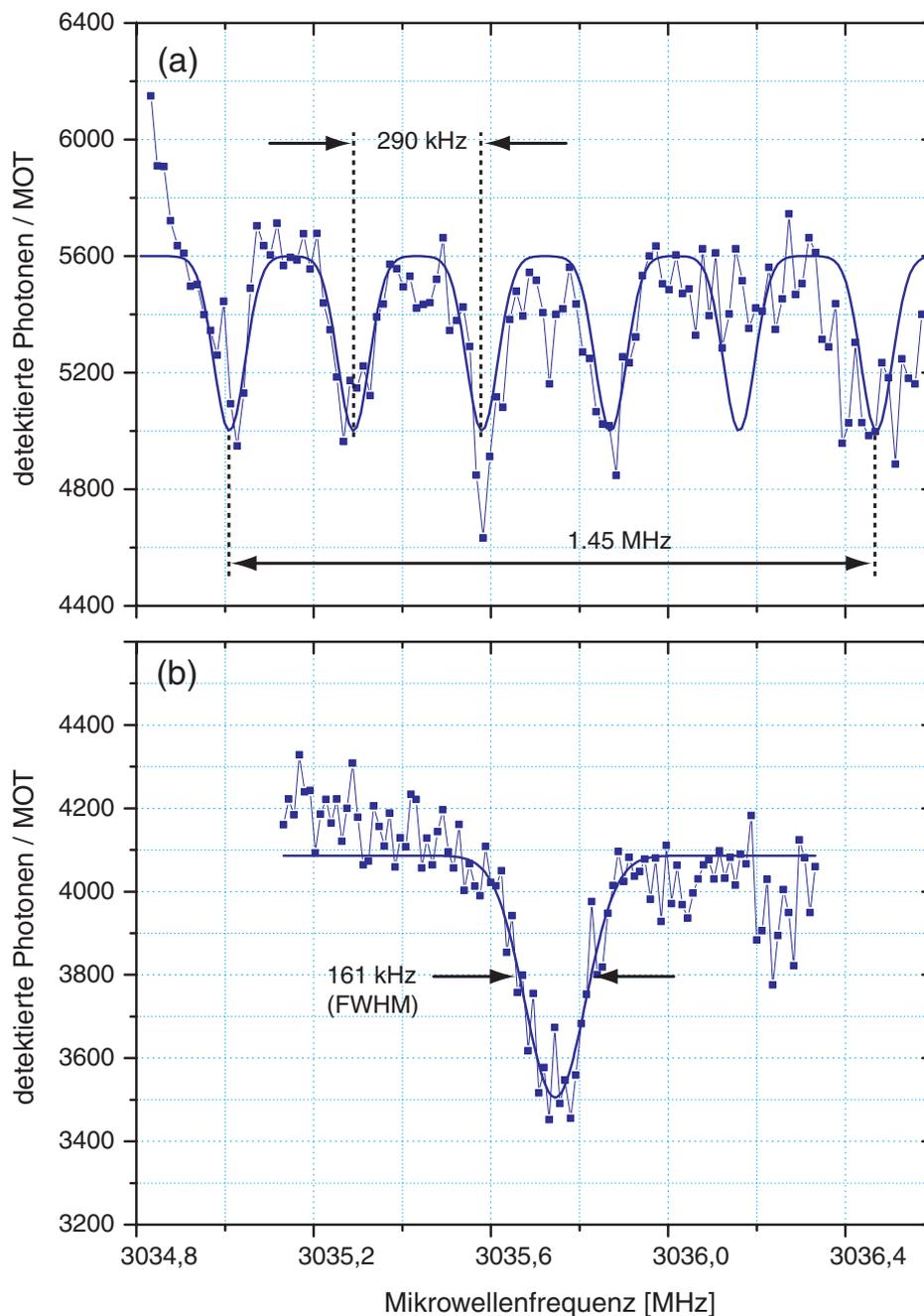


Abbildung 3.5: Spektrum der Zeeman-Aufspaltung der m_F -Unterzustände der Hyperfeinzustände $F = 2$ und $F = 3$ unter Einfluss des Führungsmagnetfeldes (a). Dargestellt sind die im LIF-Nachweis detektierten Photonen je MOT in Abhängigkeit von der Mikrowellenfrequenz (siehe Text). Der Messung unterliegt sind sechs Gaußkurven mit einem Abstand von je 290 kHz und einer Breite von 100 kHz (FWHM). Der Abstand der äußersten Linien beträgt 1.45 MHz. Bei kompensiertem Magnetfeld (b) lassen sich die einzelnen Linien nicht mehr auflösen. Die gesamte Linienbreite beträgt hier 161 kHz (FWHM).

tischen Unterzuständen getrieben. Die Zeeman-Aufspaltung der Hyperfeinzustände des $5S_{1/2}$ Grundzustands ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Aufspaltung der magnetischen Unterzustände ist gegeben durch $\Delta E = \Delta m_F \mu_B g_F B_0$. Der g -Faktor berechnet sich für den Hyperfeinzustand $F = 3$ zu $g_F = +1/3$ und für $F = 2$ zu $g_F = -1/3$. Damit ergeben sich für die σ^+ und σ^- -Übergänge lediglich sechs verschiedene Energiedifferenzen. Die auftretenden Rabifrequenzen Ω_R hängen von den jeweiligen Übergangsmatrixelementen ab [49] und berechnen sich zu Werten zwischen $2\pi \cdot 2.8$ kHz und $2\pi \cdot 0.73$ kHz. Mittels eines Mikrowellenpulses von $40 \mu\text{s}$ Dauer kann sichergestellt werden, dass zu jedem angesprochenen Übergang eine teilweise Umverteilung der Besetzung aus dem Zustand $F = 3$ in den Zustand $F = 2$ erreicht wird.

Etwa 225 mm unterhalb des optischen Resonators befindet sich der Fluoreszenzdetektor (LIF-Nachweis) [50]. In diesem werden die Atome resonant auf dem geschlossenen Übergang $5S_{1/2}(F = 3) \leftrightarrow 5P_{3/2}(F = 4)$ angeregt und das Fluoreszenzlicht über ein Kollektorsystem auf einen Photomultiplier gelenkt. Dieser Detektor weist damit zustandsselektiv nur jene Atome nach, die sich im Zustand $F = 3$ befinden. Jede Umverteilung in den Zustand $F = 2$ muss sich hier in einem Einbruch der Fluoreszenzrate bemerkbar machen, wodurch die Aufnahme eines Spektrums der Übergänge der magnetischen Unterzustände möglich wird.

Das Ergebnis der Messung zeigt Diagramm 3.5 (a). Man erkennt sechs Linien, die sich den entsprechenden σ^+ bzw. σ^- -Übergängen zuordnen lassen. Zur Verdeutlichung sind den Messdaten sechs Gauß-Kurven mit einer Breite von 100 kHz (FWHM) unterlegt. Der Frequenzabstand zweier Linien beträgt $\Delta\nu = 290$ kHz. Mit $\Delta E = 1/2\hbar\Delta\nu$ und $B_0 = \Delta E/(g\mu_B)$ errechnet sich hieraus ein Magnetfeld von $B_0 = 310$ mG. Die Kompensation des Magnetfeldes am Ort des optischen Resonators wurde schrittweise mittels dreier senkrecht aufeinander stehender Helmholtzspulenpaare durchgeführt und jeweils über die Messung der Zeeman-Aufspaltung verifiziert.

Das gemessene Spektrum nach beendeter Magnetfeldkompensation zeigt Diagramm 3.5 (b). Die einzelnen Zeeman-Übergänge lassen sich nicht mehr auflösen. Die Linienbreite beträgt 161 kHz (FWHM). Setzt man für die einzelnen Linien wieder eine Breite von 100 kHz (FWHM) voraus, so errechnet sich ein Linienabstand von 26 kHz. Dies entspricht einem Rest-Magnetfeld von $B_0 \approx 4$ mG. Der Abstand der äußersten Linien beträgt in diesem Fall 130 kHz.

3.2.2 Rückpumpschemata

In den durchgeführten Experimenten sind zwei verschiedene Rückpumpschemata zum Einsatz gekommen. Das erste Rückpumpschema ist in Abbildung 3.6 (a) dargestellt. Es arbeitet über eine resonante Anregung in den Zustand $5P_{3/2}$ $F'=3$. Dieser Zustand zerfällt mit einer Rate von $2\gamma = 2\pi \cdot 6$ MHz mit den Wahrscheinlichkeiten $5/9$ bzw. $4/9$ in die Zustände $5S_{1/2}$ $F=3$ und $F=2$. Da der Zerfall sowohl über π - als auch über σ -Übergänge stattfindet, erhält man mit diesem Rückpumpschema eine Gleichbesetzung aller m_F -Unterzustände von $5S_{1/2}$ $F=3$. Dies birgt zwei entscheidende Nachteile:

Zum einen sollte dieses Schema nur in Zusammenspiel mit einem Magnetfeld eingesetzt werden, da es sonst zu einer Besetzung von m_F -Unterzuständen kommt, die nicht für eine Photonenerzeugung zur Verfügung stehen. Zur Erklärung dieses Sachverhaltes

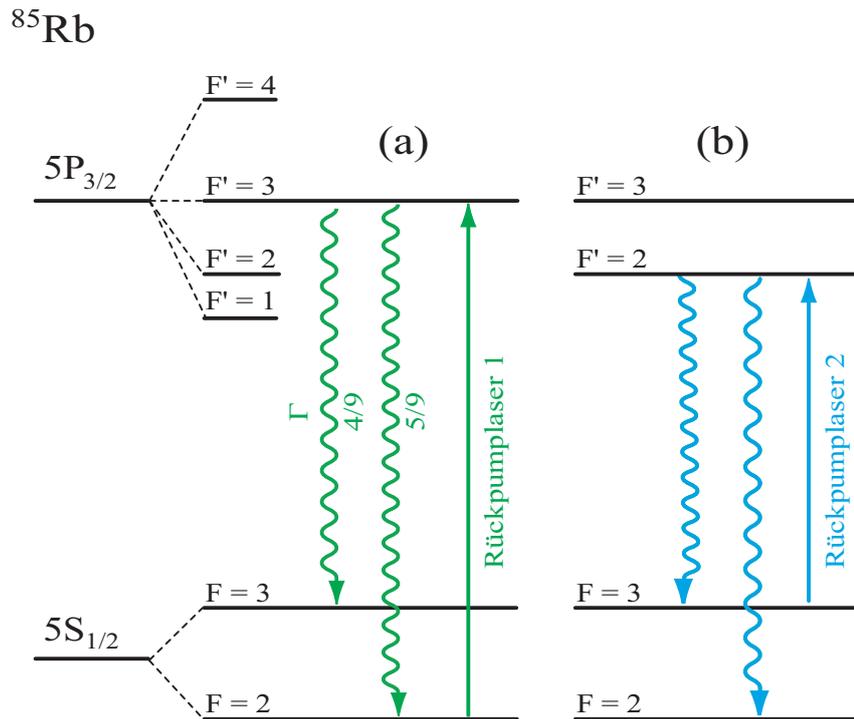


Abbildung 3.6: Eingesetzte Rückpumpschemata. Das am einfachsten zu realisierende Rückpumpschema (a) ist ein optisches Pumpen über den angeregten Zustand $5P_{3/2}, F'=3$. Dieses führt zu einer Gleichbesetzung aller m_F -Unterzustände (siehe Text). Eine Optimierung dieses Schemas stellt ein *zusätzlicher* Rückpumpplaser dar (b), der resonant zum Übergang $5S_{1/2}, F=3 \rightarrow 5P_{3/2}, F'=2$ arbeitet. In diesem Fall lässt sich eine erhöhte Besetzungswahrscheinlichkeit der m_F -Unterzustände mit $m_F = \pm 3$ erreichen (siehe Text).

wird die Quantisierungsachse so gewählt, dass sie in Polarisationsrichtung des linear polarisierten Pumplichtes zeigt. Der Pumplaser treibt somit nur π -Übergänge zwischen den m_F -Unterzuständen von $5S_{1/2}, F=3$ und $5P_{3/2}, F'=3$. Ein π -Übergang von $m_F = 0$ nach $m'_F = 0$ ist nicht möglich. Daher nimmt ein Atom, das aufgrund des obigen Rückpumpschemas in den Zustand $m_F = 0$ gelangt, nicht an der Photonenerzeugung teil. Erst das Vorhandensein eines genügend starken Magnetfeldes, welches nicht in Richtung der gewählten Quantisierungsachse zeigt, sorgt für eine ständige Durchmischung der m_F -Unterzustände und vermeidet somit eine stabile Besetzung des Zustandes $m_F = 0$. Sobald das Magnetfeld kompensiert wird (siehe Abschnitt 3.2.1), sinkt die Effizienz der Einzelphotonenquelle.

Zum anderen führen die unterschiedlichen Clebsch-Gordan-Koeffizienten zwischen Übergängen der einzelnen m_F -Unterzustände von $5S_{1/2}, F=3$ und $5P_{3/2}, F'=3$ zu verschiedenen Rabi-Frequenzen Ω_P des Pumplasers. Ebenfalls ergeben sich verschiedene Atom-Resonator-Kopplungsstärken g . Wie in [23] gezeigt, wirkt sich eine Variation in den Parametern der adiabatischen Passage auf die Pulsform der erzeugten Photonen aus. Bei gleichem Verhältnis von Ω_P/g kommt es mit schwächerer Atom-Resonator-Kopplung zu einer Verzögerung des Emissionsschwerpunktes eines Photons relativ zum Triggerpuls.

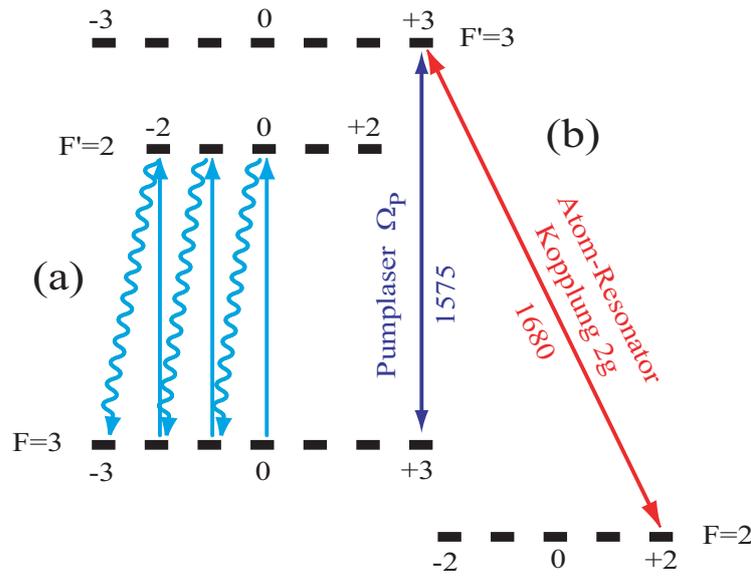


Abbildung 3.7: (a) Umverteilung der m_F -Unterzustände von $5S_{1/2}$ $F=3$ durch den zusätzlichen Rückpumpplaser. Da jeder m'_F -Zustand von $5P_{1/2}$ $F'=2$ sowohl über π - als auch σ -Übergänge zerfällt, wird ein Atom zufällig verschiedene m_F -Unterzustände erreichen. Sobald es jedoch einen der Unterzustände mit $m_F = \pm 3$ besetzt, endet der Rückpumpzyklus. Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für σ -Übergänge werden mit wachsendem m'_F größer und unterstützen daher die Umverteilung in Richtung dieser Zielzustände. (b) Bei geeigneter Polarisation des Pumpplasers kann die adiabatische Passage von den Zuständen $m_F = \pm 3$ nur noch in die Zustände $m_F = \pm 2$ von $5S_{1/2}$ $F=2$ führen. Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten sind für diese Übergänge maximal. Angegeben sind hier die Werte für das Quadrat der Kopplungsstärken in Einheiten von $1.67 \cdot 10^{-56} \text{ C}^2\text{m}^2$ [51].

Damit führt eine Gleichbesetzung aller m_F -Unterzustände zu einer verminderten Kontrolle über die von den Photonen besetzten Raum-Zeit-Moden.

Das zweite im Experiment eingesetzte Rückpumpschema arbeitet mit dem kompensierten Magnetfeld und überwindet diese Probleme. Hierbei wird *zusätzlich* zum bisherigen Rückpumpplaser der Übergang $5S_{1/2}$ $F=3 \rightarrow 5P_{3/2}$ $F=2$ getrieben (siehe Abbildung 3.6 (b)). Dieses zusätzliche Rückpumplicht sorgt zum einen dafür, dass bei kompensiertem Magnetfeld der Zustand $5S_{1/2}$ $F=3$ $m_F = 0$ nicht dauerhaft von einem Atom besetzt bleiben kann. Zum anderen führt es zu einer erhöhten Besetzungswahrscheinlichkeit der Unterzustände mit $m_F = \pm 3$.

Dies wird in Abbildung 3.7 (a) deutlich. Die hier dargestellten m_F -Unterzustände sind bzgl. einer in Richtung der Resonatorachse zeigenden Quantisierungsachse definiert. Das zusätzliche Rückpumplicht soll π -Übergänge treiben und muss daher in Richtung der Resonatorachse linear polarisiert eingestrahlt werden. Da ein π -Übergang aus den beiden Unterniveaus mit $m_F = \pm 3$ nicht möglich ist, endet der Rückpumpzyklus für ein Atom, wenn es einen dieser Zustände erreicht. Diese Umverteilung zwischen den m_F -Unterzuständen des Zustandes $5S_{1/2}$ $F=3$ und die Besetzung der Zustände mit $m_F = \pm 3$ geschieht aufgrund des möglichen π - und σ -Zerfalls von $5P_{1/2}$ $F'=2$ zufällig. Allerdings

wachsen die Clebsch-Gordan-Koeffizienten der σ -Übergänge mit steigendem m'_F und unterstützen somit die Umverteilung in Richtung der beiden Zielzustände mit $m_F = \pm 3$. Für einen linear in Richtung der Resonatorachse polarisierten Pump Laser besitzen diese beiden Unterzustände die höchste Kopplung zum Zustand $5P_{3/2}$, $F'=3$. Darüber hinaus kann die adiabatische Passage nur noch in die Zustände $5S_{1/2}$, $F=2$, $m_F = \pm 2$ führen. Die Atom-Resonator-Kopplung ist für diese σ -Übergänge ebenfalls maximal (siehe Abbildung 3.7 (b)).

Da der Zustand $5P_{3/2}$, $F'=2$ zu etwa 3/4 wieder in den Zustand $5S_{1/2}$, $F=2$ zerfällt, und die Besetzung der $m_F = \pm 3$ -Zustände aufgrund des zufälligen Charakters des Schemas sehr viel Zeit in Anspruch nimmt, ist der modifizierte Rückpumpprozess nicht in 2 μ s abzuschließen. Weiterhin wird durch die permanent notwendige Anregung in den Zustand $5P_{3/2}$, $F'=3$ mittels des ersten Rückpump Lasers und dem möglichen Zerfall zurück in $5S_{1/2}$, $F=2$ während der gesamten Rückpumpsequenz Licht erzeugt. Ist der Resonator nicht zum Übergang $5S_{1/2}$, $F=2 \rightarrow 5P_{3/2}$, $F'=3$ verstimmt (vgl. Abschnitt 3.2.3), dann wird dieses Licht auch in den Resonator hinein emittiert. Abbildung 3.3 zeigt die Anzahl detektierter Photonen in Bezug zur Trigger- und Rückpumpsequenz. Man erkennt, dass sowohl während der Triggerphase als auch während der Rückpumpphase Licht generiert wird. Das Licht aus dem Rückpumpzyklus entspricht keinen Einzelphotonenpulsen und wäre für die durchgeführten Experimente störend. Wie unter Abschnitt 3.3.2 dargestellt, lässt sich dieses Licht jedoch ohne weiteres elektronisch aus dem Strom detektierter Photonen ausblenden.

3.2.3 Im Experiment verwendete Parametersätze

Die Messungen an der Einzelphotonenquelle und die Experimente zur Zwei-Photonen-Interferenz wurden mit zwei verschiedenen Einstellungen der Einzelphotonenquelle durchgeführt. Zur besseren Übersicht sind diese beiden Parametersätze in Tabelle 3.1 noch einmal gegenübergestellt. Dabei sind auch die Rabifrequenz des Triggerlasers und die Kopplungskonstante zwischen Atom und Resonatormode aufgeführt². Da unter Anwendung des ersten Rückpumpschemas eine Gleichverteilung aller m_F -Unterniveaus auftritt, werden die über alle m_F -Unterzustände gemittelten Werte der Rabifrequenz und der Kopplungskonstante angegeben. Aufgrund der Optimierung des Rückpumpschemas erwartet man eine erhöhte Besetzungswahrscheinlichkeit der Unterzustände mit $m_F = \pm 3$. Da genaue Besetzungszahlen der einzelnen Unterzustände für dieses Rückpumpschema nicht vorliegen, sind für die Rabifrequenz und die Kopplungskonstante die Maximalwerte für $m_F = \pm 3$ angegeben.

3.2.4 Effizienz der Einzelphotonenquelle

Die Modifikation des Rückpumpschemas und die damit verbundene erhöhte Besetzungswahrscheinlichkeit der stark gekoppelten m_F -Unterzustände sollte zu einer Verbesserung in der Effizienz der Einzelphotonenquelle führen. Diese Effizienz lässt sich aus der

²Die Angabe der Rabifrequenz des Triggerlasers bezieht sich auf den Maximalwert am Ende des linear ansteigenden Triggerpulses. Für die Kopplungskonstante wird der Wert angegeben, der auf der Resonatorachse in den Bäuchen der Resonator-Stehwelle wirksam ist.

	Parametersatz 1	Parametersatz 2
Magnetfeld	$B_0 = 310 \text{ mG}$	$B_0 \approx 4 \text{ mG}$
Aufspaltung zwischen den Unterebenen mit $m_F = +3$ und -3	1.45 MHz	130 kHz
Rückpumpschema	1	2
Verstimmung	$\Delta = -14 \text{ MHz}$	$\Delta = 0 \text{ MHz}$
Max. Leistung des Triggerpulses	$P = 28 \mu\text{W}$	$P = 28.7 \mu\text{W}$
Max. Rabi-Frequenz des Triggerpulses	$\Omega_P/2\pi = 22 \text{ MHz}$	$\Omega_P/2\pi = 34 \text{ MHz}$
Atom-Resonator-Kopplungskonstante	$g_{av}/2\pi = 2.5 \text{ MHz}$	$g_{max}/2\pi = 3.1 \text{ MHz}$

Tabelle 3.1: Gegenüberstellung der beiden im Experiment verwendeten Parametersätze der Einzelphotonenquelle. Die unterschiedlichen Rabi-Frequenzen und Atom-Resonator-Kopplungsstärken resultieren aus den verschiedenen Rückpumpschemata. Beim ersten Parametersatz liegt eine Gleichverteilung über alle m_F -Unterebenen vor, so dass hier gemittelte Größen angegeben sind. Beim zweiten Parametersatz sind die Größen für die Unterebenen mit $m_F = \pm 3$ angegeben.

Messung der Intensitätskorrelationsfunktion des von der Quelle emittierten Stroms an Photonen ermitteln [52]. Die Intensitätskorrelationsfunktion wurde daher für den zweiten Parametersatz gemessen. Dies ist mittels eines Hanbury-Brown & Twiss Aufbaus möglich [53]. Dabei treffen die von der Quelle emittierten Photonen auf einen 50/50-Strahlteiler und werden von zwei Detektoren detektiert. Die Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Detektorsignale liefert dabei die gesuchte Intensitätskorrelationsfunktion, ohne durch die Totzeit der Detektoren limitiert zu sein [23]. Die Messung wurde an dem in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen experimentellen Aufbau durchgeführt. Hierbei war jedoch der Weg durch die 1086 m lange optische Faser des Interferometers versperrt, so dass das Licht nur noch über die kurze Faser zum Strahlteiler gelangen konnte.

Abbildung 3.8 zeigt das Ergebnis dieser Messung. Aufgrund der Periodizität der Photonenerzeugung zeigt das Korrelationssignal eine kammartige Struktur. Die Periode dieser Struktur ist durch den zeitlichen Abstand der Triggerpulse von $5.28 \mu\text{s}$ gegeben. Die annähernd gaußförmige Einhüllende dieses Kamms resultiert aus der begrenzten Wechselwirkungsdauer eines Atoms mit der Resonatormode. Für Zeiten τ , die wesentlich größer sind als diese Wechselwirkungsdauer, treten nur noch Koinzidenzen der detektierten Photonen mit Ereignissen aus der Dunkelzählrate der Detektoren auf. Die zu beobachtende Modulation dieses Untergrundsignals resultiert aus dem in Abschnitt 3.3.2 erläuterten Verfahren, der elektronischen Trennung der generierten Einzelphotonen von dem Licht,

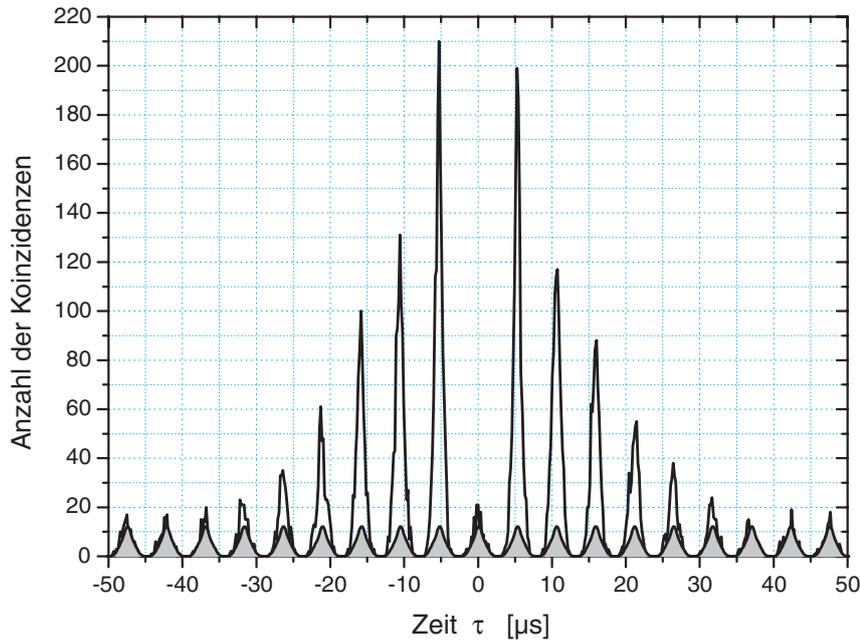


Abbildung 3.8: Anzahl der Koinzidenzen in Abhängigkeit der Verzögerung τ zwischen den aufgezzeichneten Detektionsereignissen beider Detektoren. Für diese Messung ist der Weg durch die lange Faser versperrt. Die Daten sind über 70000 Messzyklen akkumuliert. Insgesamt wurden $N_{ges} = 176576$ Detektionsereignisse aufgezeichnet, von denen etwa $N_{noise} = 60000$ aus der Dunkelzählrate der Detektoren resultieren. Der Atomfluss betrug 1.5 Atome/ms. Das grau unterlegte Untergrundsignal ist auf Koinzidenzen mit Ereignissen aus der Dunkelzählrate der Detektoren zurückzuführen (siehe Text).

welches während der Rückpumpsequenzen erzeugt wird. Da bei diesem Filterverfahren nur Ereignisse während der Triggerpulse aufgezeichnet werden, wird auch das Rauschen der Detektoren mit der Periodizität der Triggersequenz moduliert. Es können daher auch für große Zeiten τ nur dann Koinzidenzen auftreten, wenn τ ein ganzzahliges Vielfaches der Trigger-Periode ist. Das für große Zeiten τ ermittelte Untergrundsignal ist in Abbildung 3.8 periodisch für kleine Zeiten fortgesetzt.

Das zentrale Maximum im Korrelationssignal bei $\tau \approx 0$ beinhaltet im Wesentlichen nur so viele Koinzidenzen, wie aufgrund des Untergrundsignals erwartet werden. Die Anzahl der Koinzidenzen in den benachbarten Maxima bei $\pm 5.28 \mu\text{s}$ übersteigt dieses zentrale Maximum deutlich. Diese Verletzung der Schwartzschen Ungleichung lässt sich nur durch den nicht-klassischen Charakter des erzeugten Lichtes erklären [52, 23]. Für die folgenden Experimente darf davon ausgegangen werden, dass nur einzelne Photonen nacheinander von der Quelle emittiert werden.

Um aus der Anzahl der Koinzidenzen der einzelnen Maxima auf die Effizienz der Photonerzeugung schließen zu können, muss der poissonverteilte Fluss der Atome durch den Resonator berücksichtigt werden. Da sich nicht zu jeder Zeit ein Atom in der TEM_{00} -Mode des Resonators aufhält, muss die Effizienz auf die Anwesenheit eines Atoms konditioniert werden [52, 23]. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom während des betrachteten Zeitraums im Resonator vorhanden ist, lässt sich aus dem Verhältnis der Anzahl tatsäch-

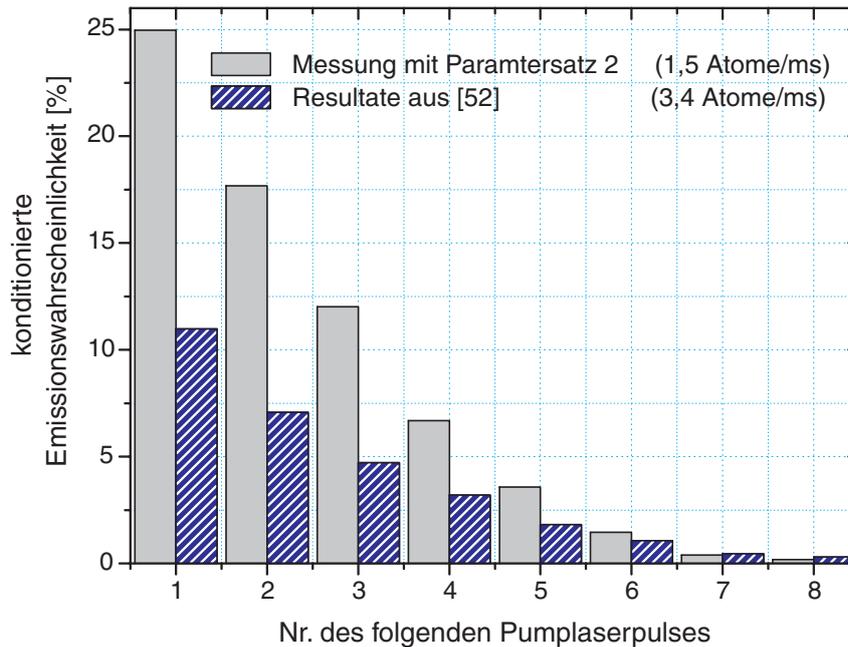


Abbildung 3.9: Aus der Hanbury-Brown & Twiss Messung ermittelte Werte für die auf eine erste Photodetektion konditionierte Emissionswahrscheinlichkeit eines Photons. Den bei Parametersatz 2 ermittelten Werten sind bisherige Resultate gegenübergestellt. Die Einstellungen der Einzelphotonenquelle in [52] gleichen dabei denen von Parametersatz 1. Allerdings wurde diese Messung bei einer Verstimmung von -20 MHz und einer Rabi-frequenz des Pumplasers von $\Omega_P/2\pi = 8.0$ MHz durchgeführt.

lich detektierter Photonen zur Gesamtzahl aller Detektionsereignisse berechnen. Es ist $P_{atom} = (N_{ges} - N_{noise})/N_{ges} = 0.66$. Mittels der Quanteneffizienz der eingesetzten Detektoren von $\eta = 0.5$, der Transmission $T = 0.3$ der Strecke zwischen Einzelphotonenquelle und Detektor (siehe Abschnitt 3.3.1) und dem Beitrag der Dunkelzählrate der Detektoren lässt sich die konditionierte Emissionswahrscheinlichkeit $P_{emit}(i)$ für jeden einzelnen Triggerpuls nach einer ersten Photodetektion errechnen [52]. Das Ergebnis dieser Auswertung zeigt Abbildung 3.9. Im Vergleich zu früheren Messungen³ hat sich die Effizienz der Quelle für den zweiten Parametersatz mehr als verdoppelt. Dieser Gewinn an Effizienz ist ein starkes Indiz für die verbesserte Kopplung der Atome an die Resonatormode aufgrund des veränderten Rückpumpschemas.

3.3 Mach-Zehnder-Interferometer

Die Überlagerung zweier nacheinander von der selben Quelle emittierter Photonen auf einem Strahlteiler ist nur möglich, wenn die beiden Photonen den Strahlteiler auf unterschiedlich langen Wegen erreichen. Der Wegunterschied Δl muss dabei auf den zeit-

³Die Parameter dieser Messung gleichen denen von Parametersatz 1 bis auf zwei Ausnahmen: die maximale Rabi-frequenz des Pumplasers betrug $\Omega_P/2\pi = 8.0$ MHz und für die Verstimmung von Pumplaser und Resonator zum Zustand $|e\rangle$ war ein Wert von -20 MHz gewählt. Der Atomfluss betrug 3.4 Atome/ms.

lichen Abstand zwischen zwei Photonenerzeugungsprozessen abgestimmt sein. Da sich diese Zeit sinnvoll nur zwischen 4 und 6 μs einstellen lässt (vgl. Abschnitt 3.1.4), wird im Vakuum eine Wegdifferenz von 1200 bis 1800 m benötigt. Eine kontrollierte praktikable Führung von Licht über solche Distanzen ist nur mittels optischer Fasern zu erreichen. Aufgrund des Brechungsindex des Fasermaterials von ca. 1.5 muss eine solche Glasfaser daher eine Länge zwischen 800 und 1200 m aufweisen. Darüber hinaus muss eine Verteilung der Photonen auf die zwei Wege stattfinden. Dieses Problem ist für Photonen, die im Ensemble betrachtet unpolarisiert sind, mittels eines Polarisationsstrahlteilers zu lösen. Dabei wird jedes Photon zufällig mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf einen der beiden möglichen Wege verteilt. Für zwei aufeinander folgende Photonen ergibt sich dann in einem von vier Fällen gerade jene Verteilung, bei der das zuerst erzeugte Photon den langen Weg und das nachfolgende Photon den kurzen Weg zum Strahlteiler läuft. Der Polarisationsstrahlteiler, die beiden durch optische Fasern realisierten Wege und der polarisationsunabhängige Strahlteiler, auf welchem die Vereinigung der beiden Photonen stattfindet, entsprechen konzeptionell einem Mach-Zehnder-Interferometer⁴. Der Aufbau und die Funktion dieses Interferometers werden in Abschnitt 3.3.1 dargestellt. Da der Kontrast der Zwei-Photonen-Interferenz entscheidend von der Güte der Überlagerung der beiden transversalen Moden auf dem Strahlteiler abhängt, muss das Interferometer im Hinblick auf diese Größe charakterisiert werden. Hierzu dient die Messung der Interferenz zweiter Ordnung zweier klassischer Lichtfelder. Weiterhin ist die Phasenstabilität des Interferometers eine wichtige Kenngröße. Beide Charakterisierungen des Interferometers werden in Abschnitt 3.3.3 diskutiert.

3.3.1 Aufbau und Funktion

Das Prinzip des im Experiment verwendeten Mach-Zehnder-Interferometers zeigt Abbildung 3.10. Als Eingangsstrahlteiler dient ein Polarisationsstrahlteiler mit einem werkseitig angegebenen Extinktionsverhältnis von 1000:1. Die Transmission der P-polarisierten Komponente beträgt 95 %. Die Verluste bei der Reflexion der S-polarisierten Komponente sind vernachlässigbar klein. Die beiden Pfade des Interferometers sind durch zwei polarisationserhaltende "Single-Mode"-Fasern der Firma 3M (FS-PM-4611) realisiert. Die Glasfasern sind nominell 10 bzw. 1086 m lang. Die P-Komponente des Lichtes wird in die kurze, die S-Komponente in die lange Faser eingekoppelt. Die gemessene Laufzeiten des Lichtes in den Fasern betragen 54 ns bzw. 5.36 μs . Damit ergibt sich eine Laufzeitdifferenz von $\Delta t = 5.306 \mu\text{s}$. Die Dämpfung des Lichtes bei einer Wellenlänge von 780 nm wurde in der langen Faser mit -3.3 dB/km gemessen. In der kurzen Faser ist die Dämpfung vernachlässigbar klein. Zusammen mit den Ein- und Auskoppelverlusten konnten Transmissionen von 25% für die 1086 m lange Faser und 66 % für die 10 m lange Faser gemessen werden. Insbesondere bei der langen Faser sind Polarisationschwankungen zu beobachten, die zu einer deutlichen Verminderung des Kontrastes bei der Zwei-Photonen-Interferenz führen müssen. Aus diesem Grund wurde hinter jeder Faser ein Polarcor-Polarisationsfilter in das Interferometer eingefügt. Diese Filter besitzen bei einem Extinktionsverhältnis von 10.000 : 1 eine Transmission von 90 %.

⁴Aufgrund des Polarisationsstrahlteilers verhält sich dieser Aufbau streng genommen nur dann wie ein Mach-Zehnder-Interferometer, wenn das einfallende Licht linear unter 45° oder zirkular polarisiert ist.

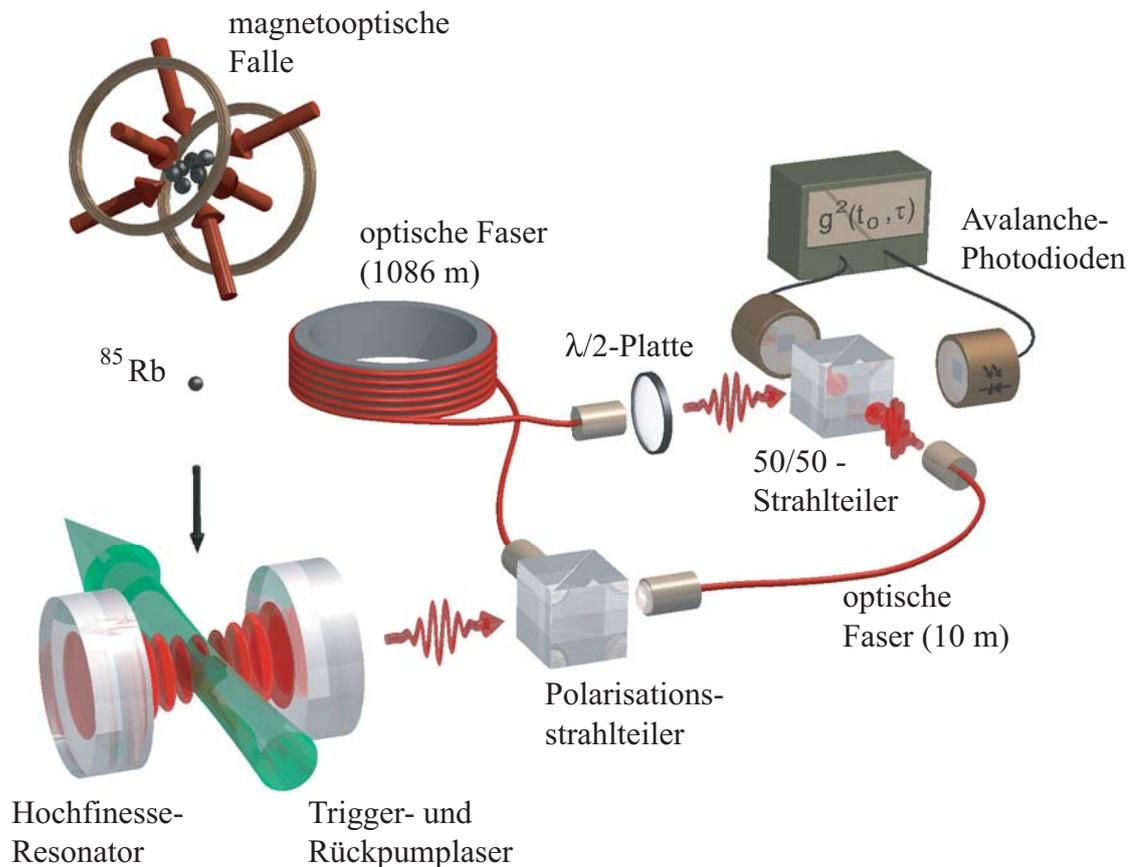


Abbildung 3.10: Aufbau des Mach-Zehnder-Interferometers. Die vom Atom-Resonator-System emittierten Einzelphotonenpulse werden mittels einer Polarisationsstrahlteilers auf zwei verschiedenen langen optischen Fasern verteilt. Zur zeitangepassten Überlagerung zweier nacheinander erzeugter Photonen auf dem zweiten polarisationsunabhängigen Strahlteiler muss die Sequenz der Photonerzeugung an den Laufzeitunterschied des Lichtes in den beiden Fasern angepasst werden. Mit Hilfe eines $\lambda/2$ -Plättchens lässt sich die Polarisation der beiden Photonen zueinander variieren.

Mit Hilfe eines $\lambda/2$ -Plättchens kann der Winkel φ zwischen den beiden linearen Polarisierungen der Photonen variiert werden, bevor diese auf dem zweiten vereinigenden Strahlteiler zur Interferenz gebracht werden. Dieser Strahlteilerwürfel ist polarisationsunabhängig und besitzt auf jeder Eingangsseite etwa 3.6 % Verluste aufgrund von Streuung und Absorption. Diese Verluste lassen sich formal vom Strahlteiler trennen und somit identisch zu den Verlusten der Fasern behandeln. Damit erhält man formal einen idealen Strahlteiler. Dieser besitzt dann eine gemessene, die Verluste berücksichtigende, polarisationsunabhängige Transmission von $\sigma^2 = 0.52$ und eine Reflexion von $\rho^2 = 0.48$. Die Gesamttransmission der einzelnen Interferometerarme setzt sich aus den Transmissionen des Polarisationsstrahlteilers, der jeweiligen Fasern, der beiden Polarcor-Filter und des zweiten Strahlteilers zusammen. Man erhält damit für die kurze Strecke eine Transmission von $T_{kurz} = 0.54$ und für die lange Strecke eine Transmission von $T_{lang} = 0.22$.

Im Ensemble betrachtet sind die Photonen der Einzelphotonenquelle unpolarisiert.

Daher wird ein Photon durch den Polarisationsstrahlteiler zufällig und mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf einen der beiden möglichen Wege verteilt. Bei zwei im zeitlichen Abstand ΔT aufeinander folgenden Photonen gibt es dabei vier mögliche Kombinationen, wobei jede Kombination die Wahrscheinlichkeit $1/4$ besitzt. Zum einen können beide Photonen auf dieselbe Faser verteilt werden. In diesem Fall bleibt der zeitliche Abstand der Photonen unverändert. In der gemessenen Korrelationsfunktion leistet dieser Fall lediglich einen Beitrag bei $\tau = \Delta T$. Zum anderen können die beiden Photonen auf verschiedene Fasern verteilt werden. In diesem Fall tritt die Laufzeitdifferenz Δt zwischen den beiden Wegen in Erscheinung. Die Zeitdifferenz $\delta\tau$ zwischen dem Eintreffen der beiden Photonen am zweiten Strahlteiler ist dann durch $\delta\tau = \Delta t \pm \Delta T$ gegeben. Die beiden Zeiten subtrahieren sich für den Fall, dass das erste Photon den langen und das zweite Photon den kurzen Weg einschlägt, und sie addieren sich für den umgekehrten Fall. Wählt man den zeitlichen Abstand der Photonen gerade so, dass er der Laufzeitdifferenz entspricht, so erreicht man im ersten Fall ein gleichzeitiges Auftreffen der zwei Photonen auf dem Strahlteiler. Damit lässt sich die Interferenz vierter Ordnung zweier einzelner Photonen untersuchen.

3.3.2 Detektion der Photonen

Zur Detektion von Einzelphotonen werden Detektormodule (SPCM-AQR-13) von EG&G eingesetzt. Diese Detektoren arbeiten mit Avalanche-Photodioden und besitzen bei 780 nm eine Quanteneffizienz η von 50 %. Die Dunkelzählrate der beiden Detektoren beträgt 90 bzw. 120 Ereignisse pro Sekunde. Pro Detektionsereignis wird ein TTL-Puls von etwa 30 ns Dauer generiert. Die Totzeit zwischen zwei Detektionsereignissen beträgt detektorseitig 43 ns. Eine den Detektoren nachgeschaltete Elektronik verlängert die Dauer der Pulse und somit auch die Totzeit zwischen den Detektionsereignissen auf 100 ns. Werkseitig wird die Genauigkeit mit der der Zeitpunkt eines Photodetektionsereignisses gemessen werden kann mit 300 ps FWHM angegeben. Diese Größe entspricht prinzipiell der in Abschnitt 2.2 diskutierten Detektorzeitauflösung, und ist um fast vier Größenordnungen kleiner als die typischen Pulslängen der Einzelphotonen. Wie weiter unten erläutert wird, ist die für das Experiment entscheidende Zeitauflösung noch durch weitere technische Aspekte begrenzt.

Die TTL-Pulse werden einer Transientenrekorderkarte (PCI.258 von Spectrum) zugeführt. Die Zeitpunkte zu denen eine gewählte Triggerschwelle überschritten wird, werden von einem Computer aufgezeichnet. Hier ergibt sich die Möglichkeit, Detektionsereignisse, die auf das Rückpumplicht zurückzuführen sind, aus dem Signal herauszufiltern (siehe Abbildung 3.11). Dazu wird das Ausgangssignal der Detektoren zu einem Rechtecksignal hinzuaddiert. Dieses Rechtecksignal ist in Phase zu der Trigger- und Rückpumpsequenz. Entsprechende elektronische Laufzeiten berücksichtigend ist der Pegel dieses Rechtecksignals solange logisch „eins“, wie der Triggerpuls dauert. Durch geeignete Wahl der Triggerschwelle der Transientenrekorderkarte werden somit nur Detektionsereignisse aufgezeichnet, die aus den Zeiträumen stammen, zu denen einzelne Photonen generiert werden. Diese Art der Filterung bedingt, dass während der Rückpumpzyklen keine Detektionsereignisse aus der Dunkelzählrate der Detektoren aufgezeichnet werden. Dies hat Konsequenzen für die Kreuzkorrelationssignale von zwei Detektoren und wird in Abschnitt

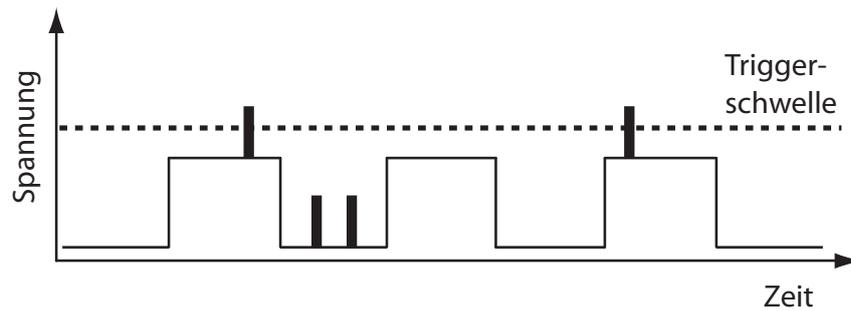


Abbildung 3.11: Trennung der Detektionsereignisse von Photonen, die während der Triggerpulse erzeugt wurden, von Photonen, die aus dem Rückpumpprozess stammen. Durch ein zusätzliches Rechtecksignal wird das Detektionssignal von Einzelphotonenpulsen über die Triggerschwelle der Transientenrekorderkarte gehoben. Detektionsereignisse, die von Photonen stammen, die während der Rückpumppulse erzeugt werden, erreichen die Triggerschwelle nicht und werden daher nicht aufgezeichnet.

3.2.4 näher erläutert.

Die relative Häufigkeit von gemeinsamen Photodetektionen in beiden Detektoren wird nach Durchführung des Experimentes numerisch berechnet. Hierzu werden die aufgezeichneten Detektionsereignisse der beiden Detektoren zunächst in ein Zeitraster eingeteilt. Die Dauer T_r eines jeden Zeitabschnitts wird im Folgenden als Integrationsintervall bezeichnet. Anschließend werden die Detektorsignale um die Zeit $\tau = nT_r$ gegeneinander verschoben und die Anzahl an Koinzidenzen in Abhängigkeit dieser zeitlichen Verschiebung gezählt. Diese Größe ist direkt proportional zu der Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion in zwei um τ gegeneinander verschobenen Zeitintervallen der Dauer $\Delta t = T_r$ (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Die für das Experiment entscheidende Zeitauflösung ist nicht durch obige Detektorzeitauflösung begrenzt. Die gewählte Abtastrate der Transientenrekorderkarte stellt in der Regel ein viel gröberes Zeitraster dar. Bei einer in den Experimenten zur Zwei-Photonen-Interferenz eingestellten Abtastrate von 62.5 MHz ergibt sich somit eine Zeitauflösung von 16 ns. Das zur Berechnung der Kreuzkorrelation gewählte Integrationsintervall T_r darf nicht kleiner sein, als die Zeitauflösung, die durch die Transientenrekorderkarte vorgegeben ist. Da die Anzahl ermittelter Koinzidenzen in den durchgeführten Experimenten sehr gering ist, wurde das Integrationsintervall in der Regel sogar größer gewählt als die Zeitauflösung der Transientenrekorderkarte. Dennoch war diese Zeitauflösung stets kleiner als die Dauer der Photonenpulse.

3.3.3 Charakterisierung des Interferometers

Erwarteter Kontrast bei der Zwei-Photonen-Interferenz

Wie in Abschnitt 2.4.9 diskutiert, bewirkt eine ungenügende Überlagerung der transversalen Moden eine Verminderung des Kontrastes in der Zwei-Photonen-Interferenz. Als erstes wichtiges Merkmal des Interferometers muss daher die Güte der Modenüberlagerung auf dem zweiten Strahlteiler quantifiziert werden. Dies gelingt über die Messung

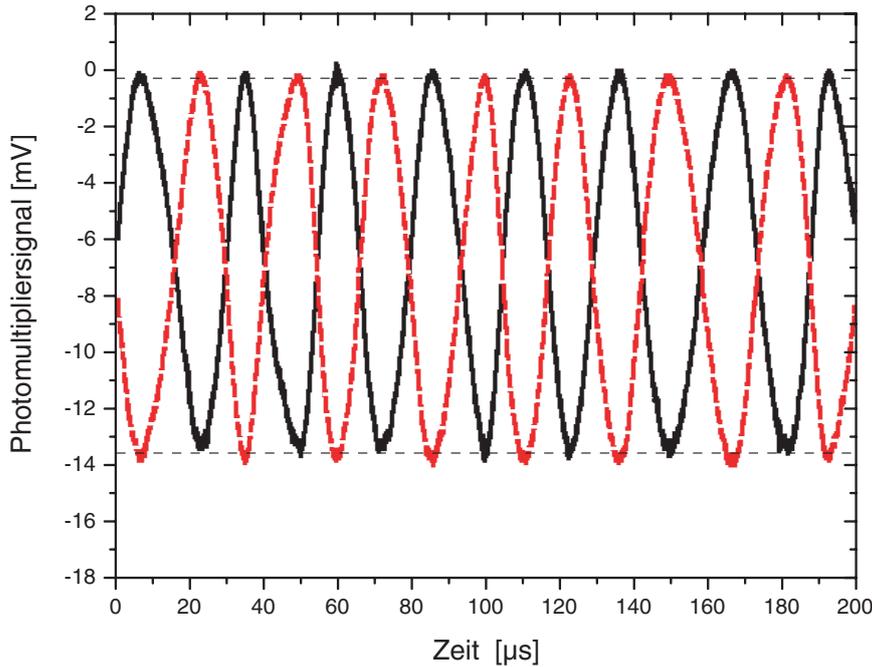


Abbildung 3.12: Interferenzsignal zweiter Ordnung beim Mach-Zehnder-Interferometer. Die beiden Kurven zeigen den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung der Photomultiplier an den beiden Ausgängen des zweiten Strahlteilers. Die gemessenen Oszillationen besitzen eine Visibilität von etwa 96 %.

der Visibilität der Interferenz zweiter Ordnung. Hierzu wird linear polarisiertes Laserlicht in das Interferometer eingekoppelt. Durch Wahl des Polarisationswinkels lässt sich dabei das Aufteilungsverhältnis am Polarisationsstrahlteiler einstellen. Damit wird es möglich die unterschiedliche Transmission der beiden Fasern auszugleichen und sicherzustellen, dass die beiden Lichtfelder vor dem zweiten Strahlteiler die gleiche Amplitude E_0 aufweisen. Mittels des $\lambda/2$ -Plättchens wird die Polarisation beider Lichtfelder parallel zueinander ausgerichtet. Die beiden Eingangslichtfelder des zweiten Strahlteilers werden damit durch Gleichung 2.99 beschrieben. Wie bereits erwähnt, sollen beide Lichtfelder jedoch die gleiche Amplitude E_0 besitzen. Sie unterscheiden sich aber weiterhin durch eine zeitabhängige relative Phase $\delta(t)$. Die in den beiden Strahlteilerausgängen zu messende Intensität $I_{34}(t)$ ergibt sich analog zu Gleichung 2.100, wobei hier ein Strahlteiler mit der Transmission σ^2 und der Reflexion ρ^2 zugrunde gelegt wird.

$$I_{34} \propto E_0^2 (\rho^2 + \sigma^2 \pm 2\rho\sigma \cos \varphi \cos \delta(t)) \quad (3.2)$$

Eine lineare zeitliche Variation der relativen Phase $\delta(t)$ wird somit zu einer Oszillation der an den Ausgängen zu messenden Intensität führen. Die Visibilität dieser Oszillation hängt damit von der Transmission und Reflexion des Strahlteilers und der Güte der Modenüberlagerung $\cos \varphi$ ab.

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 2\rho\sigma \cos \varphi \quad (3.3)$$

In Zusammenhang mit Gleichung 2.98 lässt sich der zu erwartende Kontrast bei der Interferenz vierter Ordnung somit mittels einer Messung der Visibilität V berechnen. Es gilt:

$$K = \frac{V^2}{2(\rho^4 + \sigma^4)} \quad (3.4)$$

Die zeitliche Variation der relativen Phase $\delta(t)$ lässt sich in einem Mach-Zehnder-Interferometer durch die Veränderung der Wegstrecke in einem der Arme des Interferometers erreichen. Im diskutierten Aufbau ist eine solche Variation nicht praktikabel. Bei den sehr unterschiedlichen Armlängen bietet sich eine weit einfachere Methode an. Die Phasendifferenz beträgt aufgrund des Laufzeitunterschiedes Δt in den beiden Fasern $\delta = \omega \Delta t$. Durch Variation der Frequenz ω lässt sich ebenfalls eine Variation der Phase δ erreichen. Bei einem Laufzeitunterschied von $5.306 \mu\text{s}$ benötigt man lediglich eine Frequenzvariation von $\Delta\omega = 2\pi/\Delta t = 2\pi \cdot 188.6 \text{ kHz}$, um die relative Phase um 2π zu verändern.

Zur Messung der Interferenz zweiter Ordnung wurde die Frequenz des Lichtes daher mit einem linearen Anstieg von $52.4 \text{ kHz}/\mu\text{s}$ verändert. Die Intensitäten an beiden Ausgängen des Strahlteilers wurden mittels Photomultiplier gemessen, die mit Widerständen von 100Ω abgeschlossen waren. Um auszuschließen, dass die Messung durch einen Winkel zwischen den beiden überlagerten Strahlen verfälscht wird, wurde der Abstand der Detektoren vom Strahlteiler mit 35 cm bzw. 120 cm möglichst unterschiedlich gewählt. Das Ergebnis der Messung zeigt Abbildung 3.12. Innerhalb von $22.6 \mu\text{s}$ wird eine Periode durchgeföhren. Die durchgezogene Linie gibt das Signal des weiter vom Strahlteiler entfernt stehenden Detektors wieder. Die gemessene Visibilität V beträgt 96% . Da sich die Strahlteilerparameter nicht wesentlich von denen eines 50/50-Strahlteilers unterscheiden (vgl. Abschnitt 3.3.1) ist die Güte der Modenüberlagerung $\cos \varphi$ identisch mit der Visibilität. Der erwartete Kontrast der Zwei-Photonen-Interferenz berechnet sich damit zu $K = 92\%$. Diese Größe muss beim Vergleich der theoretischen Vorhersagen mit den Messungen zur zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz berücksichtigt werden.

Phasenstabilität

Streuungen in der Ankunftszeitdifferenz der Photonen am Strahlteiler sowie Streuungen in ihrer Frequenz föhren zu einer prinzipiellen Unterscheidbarkeit der Photonen und wirken sich entsprechend Abschnitt 2.4.8 negativ auf die Beobachtbarkeit der Zwei-Photonen-Interferenz aus. Sind die Streuungen zu groß, so ist ggf. kein Interferenz-Effekt mehr zu beobachten. Um den Beitrag des experimentellen Aufbaus an diesen Streuungen zu verdeutlichen, wurde die Phasenstabilität des Interferometers mit Hilfe des Pumplasers untersucht. Unter der Phasenstabilität wird im Folgenden die zeitliche Stabilität der relativen Phase des Lichtes zwischen den beiden Armen des Interferometers verstanden. Ein Rauschen dieser relativen Phase kann zum einen auf einer Fluktuation der optischen Weglänge der beiden Interferometerarme beruhen. Dieses kann entweder durch Änderungen im Brechungsindex der beiden optischen Fasern oder durch Änderungen der Weglängen verursacht sein. Zum anderen ziehen Fluktuationen der Frequenz des Pumplasers aufgrund der sehr unterschiedlichen Armlängen ebenfalls eine Änderung der relativen Phase nach sich. Der Einfluss des Interferometers und der Einfluss der Pumplaserfrequenz las-

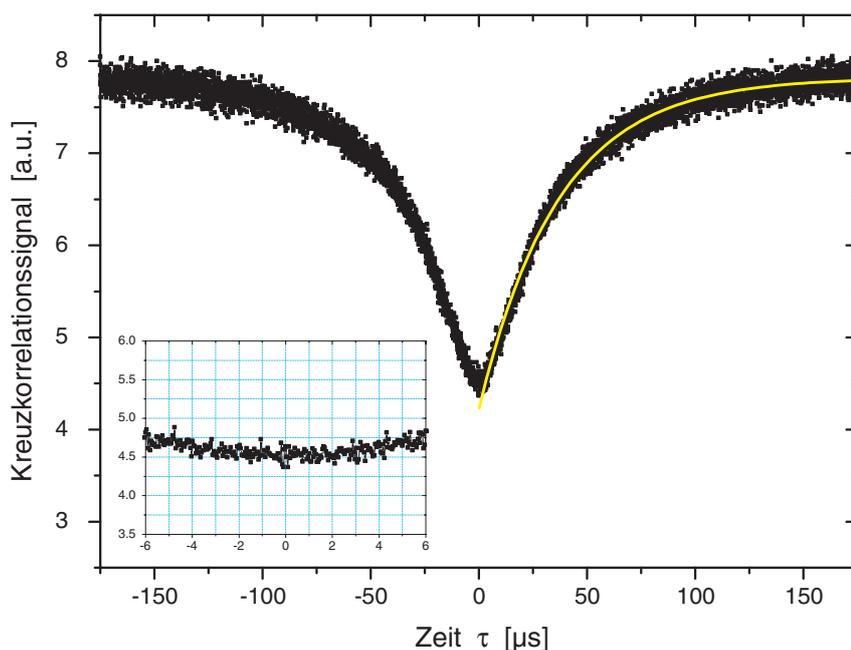


Abbildung 3.13: Kreuzkorrelationssignal der beiden Detektoren am Ausgang des Interferometers bei kontinuierlichem Pumplaserbetrieb. Der gemessene Verlauf ist durch eine Exponentialfunktion mit einer Zeitkonstanten von $T = 37 \mu\text{s}$ angepasst. Der Ausschnitt zeigt den Verlauf des Korrelationssignals für kleine Zeiten τ .

sen sich dabei nicht voneinander trennen.

Zur Messung der Phasenstabilität wurde das stark abgeschwächte Licht des im cw-Betrieb laufenden Pumplasers⁵ in das Interferometer eingekoppelt und die Polarisation so eingestellt, dass das Licht aus beiden Fasern am zweiten Strahlteiler des Interferometers die gleiche Intensität aufweist. Im Gegensatz zur Messung der Visibilität des Interferometers war der Pumplaser in dieser Messung stabilisiert. Die Detektionsereignisse in beiden Einzelphotonendetektoren am Ausgang des Interferometers wurden über eine Dauer von etwa 6 s aufgezeichnet. Die ermittelte Kreuzkorrelation der beiden Detektorsignale zeigt Abbildung 3.13.

Der Verlauf dieses Korrelationssignals lässt sich sehr gut durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 + A \exp(-\tau/T)$ anpassen. Die Zeitkonstante T beträgt hier $37 \mu\text{s}$. Das Resultat dieser Messung lässt sich mit den Ergebnissen zur Intensitätskorrelationen zweier klassischer Felder erklären (siehe Abschnitt 2.4.10). Hierzu wird das Licht am zweiten Strahlteiler des Interferometers durch zwei kontinuierliche Felder gleicher Feldstärke beschrieben. Dabei soll die relative Phase $\delta(t) = \dot{\delta} \cdot t + \delta_0$ dieser beiden Felder zeitliche Fluktuationen aufweisen, die durch die Stabilität des Interferometers bzw. die Frequenzstabilität des Lichtes bedingt sind. Diese Fluktuationen werden durch eine Ver-

⁵Bei dem Pumplaser handelt es sich um einen Titan-Saphir-Laser (Coherent 899), welcher über eine Sättigungsspektroskopie mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren relativ zum Interkombinationsübergang $5S_{1/2} F=3 \rightarrow 5P_{3/2} F'=3/4$ stabilisiert ist (siehe [23]).

teilungsfunktion $f(\dot{\delta})$ für die Phasenänderung $\dot{\delta}$ erfasst. Für eine beliebige aber konstante Phasenänderung zeigt die Intensitätskorrelation der Ausgangssignale am Strahlteiler in Analogie zu Gleichung 2.104 Oszillationen, die unabhängig von δ_0 alle mit einem Minimum bei $\tau = 0$ beginnen:

$$G_{34}^{(2)}(\tau) = C \left(1 - \frac{1}{2} \cos(\dot{\delta} \tau) \right)$$

Unter Berücksichtigung der Verteilungsfunktion für die Phasenänderung ergibt sich die zu messende Intensitätskorrelation durch die gewichtete Summe über aller $G_{34}^{(2)}(\tau)$.

$$\bar{G}_{34}^{(2)}(\tau) = \int d\dot{\delta} f(\dot{\delta}) G_{34}^{(2)}(\tau)$$

Setzt man für dieses Korrelationssignal eine Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten T an, so erhält man für die Verteilungsfunktion der Phasenänderung eine Lorentzkurve der Halbwertsbreite $1/T$:

$$f(\dot{\delta}) \propto \frac{1/T}{(1/T)^2 + \dot{\delta}^2}$$

Die aus der Messung ermittelte Zeitkonstante von $T = 37 \mu\text{s}$ entspricht demnach einer Halbwertsbreite für die Phasenänderung von $27 \text{ mrad}/\mu\text{s}$. Diese Größe wird im Folgenden als Phasenstabilität bezeichnet.

Unter der Annahme, dass die Phasenänderungen ausschließlich auf Frequenzfluktuationen beruhen, kann man die Phasenstabilität in eine Frequenzstabilität des Pumplasers umrechnen. Wird die Phase des Lichtfeldes am Eingang des Interferometers durch $\omega(t) \cdot t$ beschrieben, so ergibt sich am Ende der beiden optischen Fasern aufgrund des Laufzeitunterschiedes Δt eine Phasendifferenz von

$$\delta(t) = \omega(t + \Delta t) \cdot (t + \Delta t) - \omega(t) \cdot t$$

Nimmt man an, dass sich die Frequenz für kleine Zeiten t linear mit der Rate $\dot{\omega}$ ändert, so erhält man schließlich:

$$\delta(t) = 2\Delta t \dot{\omega} t + \text{const} = \dot{\delta} \cdot t + \delta_0$$

Aus obiger Phasenstabilität folgt damit eine Frequenzstabilität von $2\pi \cdot 400 \text{ Hz}/\mu\text{s}$. Die Frequenz des Pumplasers variiert damit in der Zeit von $5.28 \mu\text{s}$ von Triggerpuls zu Triggerpuls im Mittel nur um etwa 2.1 kHz . Wie in Abschnitt 4.2.3 erläutert wird, ist dieser Beitrag an den ermittelten Streuungen der Frequenzen der Photonen vernachlässigbar klein.

In ähnlicher Weise lässt sich auf die Stabilität der Differenz l der optischen Armlängen des Interferometers schließen. Die relative Phase $\delta(t)$ resultiert hier aus dem Laufzeitunterschied $\Delta t(t)$ zwischen beiden Wegen. Die Änderung des Laufzeitunterschiedes wird durch eine Änderung \dot{l} der optischen Weglängendifferenz hervorgerufen und ist durch \dot{l}/c gegeben. Die relative Phase schreibt sich dann als:

$$\delta(t) = \frac{\dot{l} \omega n}{c} t + \text{const} = \dot{\delta} \cdot t + \delta_0$$

Die Stabilität des Interferometers bzgl. der optischen Weglängendifferenz ergibt sich damit zu $2.2 \text{ nm}/\mu\text{s}$. Die mittlere Unterschied in der optischen Weglänge der beiden Interferometerarme in der Zeit zwischen zwei Triggerpulsen beträgt damit etwa 11.6 nm . Eine solch kleine Weglängendifferenz spielt für den Laufzeitunterschied der Photonen im Interferometer keine Rolle. Mögliche Streuungen in den Ankunftszeitdifferenz der beiden Photonen müssen daher ausschließlich aus Streuungen der Emissionszeitpunkte der Photonen resultieren (siehe Abschnitt [4.2.3](#)).

Kapitel 4

Experimentelle Ergebnisse

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die Untersuchung der zeitaufgelösten Interferenz von zwei in ihren Eigenschaften unabhängigen Einzelphotonen. Wie in Kapitel 3 erläutert, werden die einzelnen Photonen nacheinander mittels einer adiabatischen Passage in einem Atom-Resonator-System generiert, durchlaufen zwei verschieden lange optische Fasern und treffen zeitgleich auf einen 50/50-Strahlteiler. Zwischen den einzelnen Photonenerzeugungsprozessen wird das Atom-Resonator-System mittels eines inkohärenten Rückpumpzyklus jeweils in den Ausgangszustand zurückversetzt. Die einzelnen Photonen stehen daher in keiner kohärenten Beziehung zueinander, so dass das System formal identisch zu einem Experiment mit zwei Einzelphotonenquellen ist. Insbesondere wird es so möglich, die Frequenz und die Polarisierung der beiden Photonen unabhängig voneinander einzustellen.

In einem ersten Experiment wird der zeitliche Verlauf der Detektionswahrscheinlichkeit der Photonen relativ zum Startzeitpunkt ihres Erzeugungsprozesses gemessen. Wie in Abschnitt 4.1 gezeigt wird, ist die Dauer dieser Pulsform durch den Erzeugungsprozess gegeben und damit deutlich größer als die Detektorzeitauflösung im Experiment. Da der gemessene Verlauf die gemittelte Pulsform aller in der Messung erfassten Photonen wiedergibt, erlaubt diese Messung keinen Aufschluss über Dauer und Form der zugrunde liegenden Einzelphotonen. Dies ist erst mit einer Messung der zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz möglich.

Die experimentellen Ergebnisse zur zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz werden in Abschnitt 4.2 vorgestellt und diskutiert. Dieses Experiment unterscheidet sich grundlegend von bisherigen Messungen zur Zwei-Photonen-Interferenz [4, 19, 20]. Bisher wurde der Interferenzeffekt stets durch Variation der Ankunftszeit $\delta\tau$ der beiden Photonen auf dem Strahlteiler verdeutlicht, ohne zwischen den Detektionsereignissen in den beiden Detektoren zeitlich unterscheiden zu können. Aufgrund der Zeitauflösung ist es nun erstmals möglich, die Anzahl der Koinzidenzen in Abhängigkeit von der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen aufzunehmen, wobei die Photonen (von eventuellen Streuungen des Emissionszeitpunktes abgesehen) stets *gleichzeitig* auf den Strahlteiler treffen. Die Messung wird einmal mit Photonen gleicher und einmal mit Photonen orthogonaler Polarisierung durchgeführt.

Wie in Abschnitt 3.1.6 erläutert, erlaubt die Einzelphotonenquelle prinzipiell die Kontrolle über die Frequenz der erzeugten Photonen. Durch Umschalten der Frequenz des

Pumplasers zwischen den einzelnen Erzeugungsprozessen wird erreicht, dass nacheinander erzeugte Photonen eine feste Frequenzdifferenz aufweisen. Damit ist es erstmals möglich, die Interferenz unabhängiger Photonen mit definierter Frequenzdifferenz zu untersuchen. Die Ergebnisse dieses Experimentes und der Vergleich der Resultate mit dem klassischen Pendant interferierender Laserpulse werden in Abschnitt 4.3 diskutiert.

4.1 Pulsform eines Ensembles von Einzelphotonen

Wie in Abschnitt 3.1.4 erläutert, wird ein Rubidium-Atom auf seinem Weg durch die Resonatormode einer Folge von Trigger- und Rückpumpspulsen ausgesetzt. Bei jedem der 2 μ s dauernden Triggerpulse kann das Atom-Resonator-System einen Einzelphotonenpuls emittieren. Im Idealfall werden dabei Photonen erzeugt, deren Dauer und Form durch den zeitlichen Verlauf des Triggerpulses kontrollierbar ist [54]. Aus der Aufzeichnung der Detektionszeitpunkte der einzelnen Photonen relativ zu den erzeugenden Triggerpulsen lässt sich *gemittelt über viele Messzyklen* der zeitliche Verlauf der Detektionswahrscheinlichkeit $P^{(1)}(t)$ der emittierten Photonen gewinnen (vgl. Abschnitt 2.2). Die Größe $P^{(1)}(t)$ wird im Folgenden als die Pulsform der Photonen bezeichnet. Man beachte, dass das Resultat einer solchen Messung jedoch lediglich die Pulsform des *Ensembles* aller in der Messung erfassten Photonenpulse wiedergibt. Auch wenn die gemessene Pulsform mit der Dauer der Triggerpulse übereinstimmt, so kann aus dieser Messung allein noch nicht geschlossen werden, dass die zugrunde liegenden einzelnen Photonen tatsächlich eine solche Dauer aufweisen. Insbesondere muss die gemessene Pulsform nicht mit der Pulsform der Einzelphotonen übereinstimmen. Bevor dies im Folgenden weiter analysiert wird, sollen zunächst die durchgeführten Messungen zur Pulsform vorgestellt und diskutiert werden.

4.1.1 Messungen zur Pulsform

Die Messungen wurden an dem in Abschnitt 3.3.1 erläuterten Aufbau durchgeführt. In diesem Fall war jedoch der Weg durch die lange Faser blockiert, so dass das Licht die Detektoren nur über die kurze Faser erreichen konnte. In zwei voneinander unabhängigen Messungen mit identischem zeitlichen Verlauf der einzelnen Triggerpulse wurde die Einzelphotonenquelle einmal unter den Bedingungen des ersten und einmal unter den Bedingungen des zweiten Parametersatzes betrieben (siehe Abschnitt 3.2.3). Die beiden Parametersätze unterscheiden sich zum einen hinsichtlich des Magnetfeldes, welches am Ort des optischen Resonators wirksam ist, und zum anderen durch den Rückpumpprozess, der das Atom nach erfolgter Photonenemission in den Ausgangszustand zurückversetzt. Im Fall des zweiten Parametersatzes ist das Magnetfeld kompensiert und das einfache Rückpumpschema des ersten Parametersatzes durch ein optimiertes Rückpumpschema ersetzt (siehe Abschnitt 3.2.2). Das Ergebnis beider Messungen zeigt Abbildung 4.1. Dargestellt sind die relativen Häufigkeiten der Detektionszeitpunkte pro Mikrosekunde. Diese Größe ist direkt proportional zur Pulsform $P^{(1)}(t)$.

In beiden Messungen ist der Zeitraum, in dem Photonen detektiert werden, identisch mit der Dauer der Triggerpulse von 2 μ s. Die Schwerpunkte der beiden Pulsformen stim-

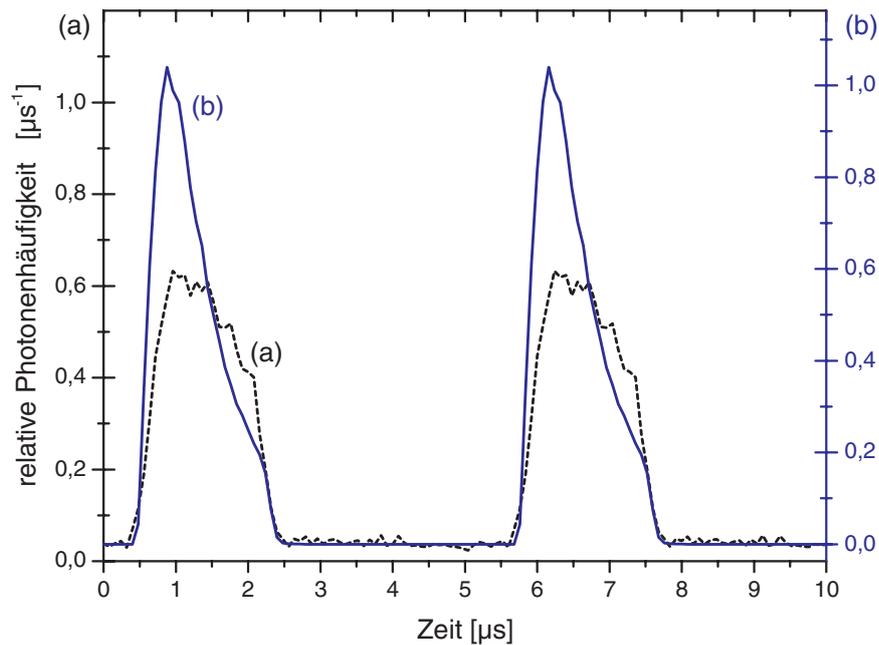


Abbildung 4.1: Relative Häufigkeit der Detektionsereignisse relativ zu den Triggerpulsen. Zur Verdeutlichung der Sequenz der Photonenerzeugung ist der Verlauf für zwei Triggerpulse dargestellt. Die gestrichelte Linie (a) zeigt das Ergebnis für den ersten, die durchgezogene Linie (b) für den zweiten Parametersatz. Bei der Messung mit dem zweiten Parametersatz wurden alle Detektionsereignisse, die während der Rückpumpsequenzen auftraten, ignoriert (vgl. Abschnitt 3.3.2). Daher tritt im Gegensatz zur Messung mit dem ersten Parametersatz kein Signal außerhalb der Triggersequenzen auf. Der konstante Untergrund bei (a) ist der Dunkelzählrate der Detektoren zuzuordnen. Zum besseren Vergleich der beiden Ergebnisse ist die Skala von Kurve (b) auf das Niveau dieses Untergrundsignals angehoben.

men jedoch nicht überein. Im Fall der optimierten Quelle setzt die Photonenemission relativ zum Triggerpuls früher ein als im Fall der nicht optimierten Quelle. Wie frühere Simulationen zur Photonenemissionsrate gezeigt haben [23], entscheidet das Verhältnis der Rabi-Frequenz des Pumpasers Ω_P zur Atom-Resonator-Kopplung g über den zeitlichen Schwerpunkt der Photonenemission. Bei gleichem Wert von Ω_P/g setzt die Emission um so früher ein, je stärker das Atom an die Resonatormode koppelt. Ein solcher Gewinn an Kopplungsstärke wird gerade durch die erhöhte Besetzungswahrscheinlichkeit der maximal gekoppelten Unterzustände mit $m_F = \pm 3$ im Fall des optimierten Rückpumpschemas erwartet. Zusammen mit dem unter Abschnitt 3.2.4 diskutierten Gewinn in der Effizienz der Quelle weist dieses Ergebnis somit auf die Wirksamkeit des optimierten Rückpumpschemas im Hinblick auf eine verbesserte Atom-Resonator-Kopplung hin (vgl. Abschnitt 3.2.2). Eine zunehmende Verlagerung des Emissionsschwerpunktes zu früheren Zeiten zieht eine verminderte Streuung in den Emissionszeitpunkten nach sich, so dass man für die unter dem zweiten Parametersatz betriebene Quelle eine verbesserte Reproduzierbarkeit der emittierten Photonen erwartet.

4.1.2 Interpretation der Pulsform

Der zeitliche Verlauf der relativen Häufigkeit der Detektionszeitpunkte spiegelt die Pulsform des Ensembles aller in der Messung erfassten Photonen wieder. Ob diese Pulsform identisch mit der Pulsform $|\xi(t)|^2$ der zugrunde liegenden Photonen ist, hängt davon ab, ob Streuungen in den besetzten Raum-Zeit-Moden auftreten und von welcher Art diese Streuungen sind. Wie in Abschnitt 2.4.8 dargestellt, berechnet sich die Wahrscheinlichkeit einer Photodetektion zum Zeitpunkt t_0 für ein durch den Dichteoperator $\hat{\rho} = \int d\vartheta f(\vartheta) \hat{\rho}(\xi(\vartheta))$ beschriebenes Ensemble von Einzelphotonenpulsen durch:

$$P^{(1)}(t_0) = \eta \Delta t \int d\vartheta f(\vartheta) |\xi(t_0, \vartheta)|^2 \quad (4.1)$$

Hierbei wird angenommen, dass sich die Raum-Zeit-Moden im Ensemble aller Photonen nur in einem ihrer Parameter ϑ unterscheiden. Für diesen Parameter wird eine Streuung mit der Verteilungsfunktion $f(\vartheta)$ angenommen. Für den Fall, dass keine Streuungen auftreten und sich das Ensemble bzgl. der besetzten Raum-Zeit-Moden durch einen reinen Zustand $|1(\xi)\rangle\langle 1(\xi)|$ beschreiben lässt, gibt $P^{(1)}(t_0)$ gerade die Pulsform $|\xi(t)|^2$ dieser Photonen wieder. Betrachtet man hingegen ein Ensemble von Einzelphotonenpulsen identischer Form mit einer Streuung $f(\delta\tau)$ der Emissionsschwerpunkte, so erhält man für die Detektionswahrscheinlichkeit den Ausdruck:

$$P^{(1)}(t_0) = \eta \Delta t \int d\delta\tau f(\delta\tau) |\xi(t_0 - \delta\tau)|^2 \quad (4.2)$$

Dies stellt ein Faltungsintegral der Verteilungsfunktion $f(\delta\tau)$ mit der Pulsform $|\xi(t_0)|^2$ der Einzelphotonen dar, so dass die gemessene Pulsform grundsätzlich breiter sein muss als $|\xi(t_0)|^2$. Im Grenzfall sehr kurzer Photonenpulse gibt $P^{(1)}(t_0)$ nur noch die Form der Verteilungsfunktion für die Streuung der Emissionszeitpunkte wieder.

Eine alleinige Streuung in den Frequenzen, wie sie in Abschnitt 2.4.8 betrachtet wurde, wirkt sich hingegen nicht auf die Pulsform aus. Da sich die Frequenz nur im Phasenterm der Raum-Zeit-Moden wiederfindet und das Betragsquadrat $|\xi(t_0)|^2$ unabhängig von diesem Phasenterm ist, kann $|\xi(t_0)|^2$ aus dem Integral 4.1 herausgezogen werden. Die Pulsform des Ensembles und die Pulsform eines jeden Photonen-Wellenpaketes sind in diesem Fall also identisch.

Diese Beispiele zeigen, dass aus einer Messung des zeitlichen Verlaufs der Detektionswahrscheinlichkeit noch keine Aussagen über die Dauer oder die Form der zugrunde liegenden Einzelphotonenpulse möglich ist. Erst das Experiment zur zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz lässt Rückschlüsse über die Dauer der erzeugten Photonen zu.

4.2 Zeitaufgelöste Zwei-Photonen-Interferenz

Dieser Abschnitt diskutiert die Experimente zur zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz und gliedert sich in vier Unterabschnitte. In Abschnitt 4.2.1 werden die durchgeführten Messungen erläutert und ihre Resultate mit den theoretischen Vorhersagen aus Abschnitt 2.4 verglichen. Die Analyse und Interpretation der Daten ist Gegenstand der

beiden darauf folgenden Abschnitte. Aus dem Vergleich der Ergebnisse der Koinzidenzmessungen bei senkrecht zueinander polarisierten Photonen mit den Autokorrelationsfunktionen der gemessenen Pulsformen lassen sich zunächst Aussagen über das Gesamt-Ensemble der emittierten Photonen gewinnen (siehe Abschnitt 4.2.2). Eine Deutung der gemessenen Verläufe hinsichtlich möglicher Streuungen im Sub-Ensemble nacheinander emittierter Photonen wird in Abschnitt 4.2.3 gegeben. Im letzten Abschnitt 4.2.4 wird der für die Umsetzung optischer Quantengatter relevante Aspekt der Zeitabhängigkeit des Kontrastes der Zwei-Photonen-Interferenz diskutiert.

4.2.1 Koinzidenzmessungen

In den Messungen zur Zwei-Photonen-Interferenz wurden beide Fasern des in Abschnitt 3.3.1 erläuterten Interferometers genutzt und der zeitliche Abstand der Triggerpulse mit $5.28 \mu\text{s}$ so eingestellt, dass zwei nacheinander erzeugte Photonen gleichzeitig auf dem Strahlteiler eintreffen können. Die Detektionsereignisse in beiden Detektoren wurden über eine große Zahl wiederholter Messzyklen aufgezeichnet und die Anzahl gemeinsamer Photodetektionen in Abhängigkeit von der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen ermittelt (vgl. Abschnitt 3.3.2). In zwei voneinander unabhängigen Messungen war die Polarisierung der Photonen einmal senkrecht und einmal parallel zueinander ausgerichtet. Um die Ergebnisse dieser beiden Experimente auch quantitativ vergleichen zu können, wurden die Daten in beiden Messungen über dieselbe Anzahl von Messzyklen akkumuliert. Daher tragen in beiden Experimenten etwa gleich viele Detektionsereignisse zum Korrelationssignal bei. Diese Paare von Messungen wurden mit den beiden unter Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Parametersätzen (d.h. einmal ohne Kompensation des Magnetfeldes und einfachem Rückpumpschema sowie mit Magnetfeldkompensation und optimierten Rückpumpschema) durchgeführt.

Zur ersten Orientierung werden zunächst die Messungen ohne Magnetfeld im Resonator, d.h. ohne Zeeman-Aufspaltung der Atome in der Photonenquelle vorgestellt. Die Ergebnisse bei senkrechter und bei gleicher Polarisierung der Photonen zeigt Abbildung 4.2. Die Zeitauflösung in der Darstellung der Daten ist durch das in Abschnitt 3.3.2 erläuterte Integrationsintervall gegeben. In diesem Fall beträgt es 176 ns . Wie bei der unter Abschnitt 3.2.4 diskutierten Hanbury-Brown & Twiss Messung tritt auch bei diesen Messungen eine kammartige Struktur im Korrelationssignal auf. Da im Hanbury-Brown & Twiss Aufbau nur eine Faser geöffnet war, konnten die auftretenden Maxima direkt mit der Reihenfolge der Photonen-Emissionen assoziiert werden. In den Messungen zur Zwei-Photonen-Interferenz gelangen die Photonen jedoch über beide Fasern zu den Detektoren, so dass die einzelnen Maxima einer Reihe von Kombinationen zuzuordnen sind. Zum Beispiel ergeben sich die Koinzidenzen bei $\pm 5.28 \mu\text{s}$ zum einen aus der Detektion von nacheinander emittierten Photonen, die durch dieselbe Faser zum Strahlteiler gelangen und zum anderen durch Photonen, die mit einem zeitlichen Abstand von $10.56 \mu\text{s}$ emittiert werden, wobei das zuerst erzeugte Photon den Strahlteiler durch die lange und das später erzeugte Photon durch die kurze Faser erreicht.

Im Gegensatz zur Hanbury-Brown & Twiss Messung, in der immer nur einzelne Photonen auf den Strahlteiler trafen, kann nun ein zentrales Maximum um $\tau = 0$ auftreten. Dieses Maximum enthält (vom Untergrundsignal, d.h. von Koinzidenzen mit Rausch-

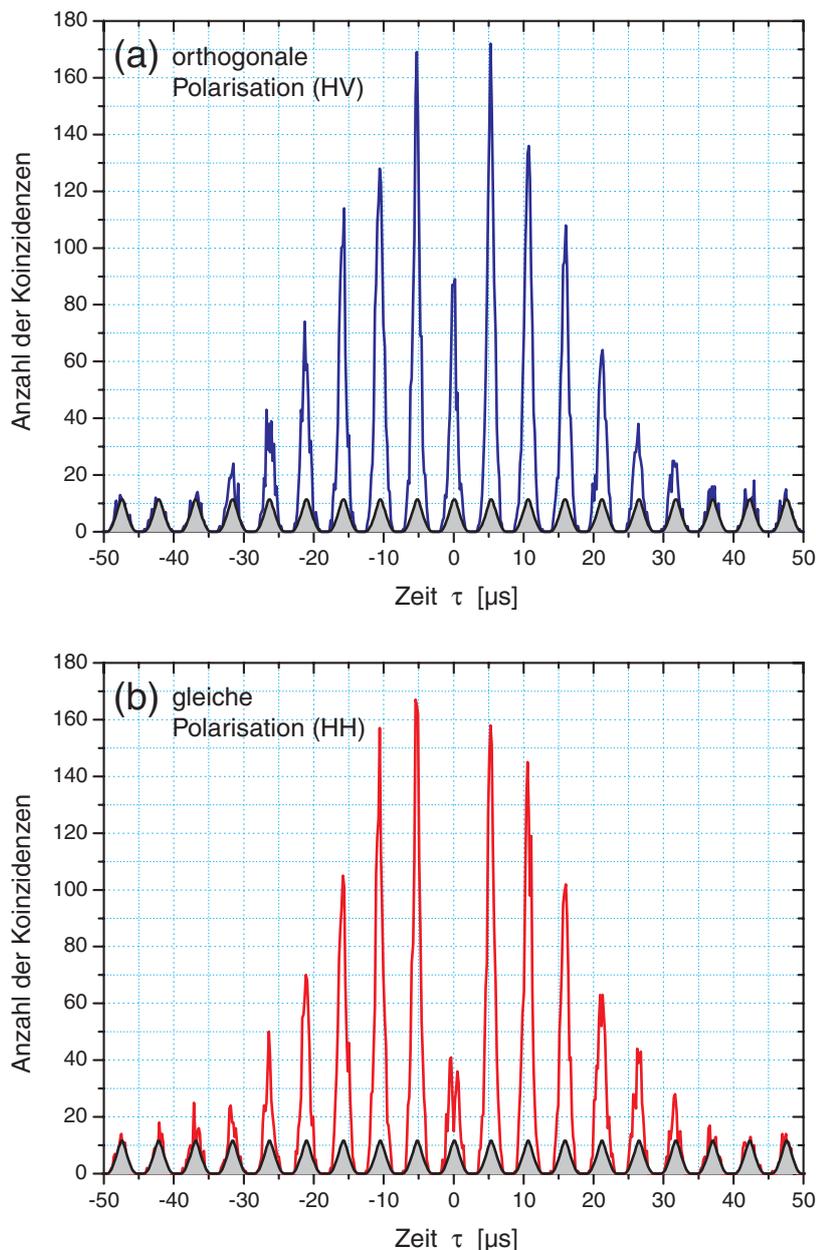


Abbildung 4.2: Anzahl gemeinsamer Photodetektionen in Abhängigkeit der Zeit τ zwischen zwei Detektionsereignissen bei (a) senkrechter bzw. (b) gleicher Polarisierung der Photonen. In dieser Messung wurde die Einzelphotonenquelle ohne Magnetfeld am Ort des optischen Resonators und mit dem optimierten Rückpumpschema betrieben. Das Integrationsintervall beträgt 176 ns. Beide Messungen sind über 46000 Messzyklen akkumuliert. Dabei wurden in beiden Fällen etwa 139000 Detektionsereignisse aufgezeichnet. Das Untergrundsignal (grau unterlegte Kurve) ist in beiden Messungen gleich und beinhaltet pro Maximum 115 Koinzidenzen. Die Anzahl gemeinsamer Detektionsereignisse im zentralen Maximum beträgt im Fall senkrechter Polarisierung 627 und im Fall gleicher Polarisierung 375. Dieser Unterschied demonstriert das Auftreten der Zwei-Photonen-Interferenz (siehe Text).

ereignissen der Detektoren, abgesehen) nur jene Koinzidenzen, die aus dem *gleichzeitigen* Auftreffen zweier nacheinander emittierter Photonen am Strahlteiler resultieren. Die Resultate der Messungen mit (a) senkrechter bzw. (b) gleicher Polarisation unterscheiden sich hier deutlich voneinander. Summiert man alle Koinzidenzen innerhalb des zentralen Maximums von $-2.4\ \mu\text{s}$ bis $+2.4\ \mu\text{s}$, so erhält man im Fall senkrecht zueinander polarisierter Photonen 627 gemeinsame Photodetektionen. Im Fall gleicher Polarisation sind es hingegen nur 375. Diese beiden Werte enthalten noch den Beitrag des Untergrundsignals von etwa 115 Ereignissen. Der Unterschied in der Anzahl gemeinsamer Photodetektionen von gleichzeitig am Strahlteiler eintreffenden Photonen muss auf die Zwei-Photonen-Interferenz zurückgeführt werden. Unter Abzug des Beitrags aus der Dunkelzählrate der Detektoren hat sich die Koinzidenzwahrscheinlichkeit im Fall gleichpolarisierter Photonen demnach um 50% reduziert. Bei der unter dem ersten Parametersatz durchgeführten Messung beträgt der Unterschied lediglich 32% (vgl. Abbildung 4.4). Im Fall perfekter Zwei-Photonen-Interferenz werden keine gemeinsamen Photodetektionen erwartet, so dass eine Verminderung der Koinzidenzwahrscheinlichkeit um 100% auftritt. Die Diskrepanz zu diesem Idealfall zeigt, dass die erzeugten Photonen im Ensemble Streuungen bzgl. ihrer Eigenschaften unterliegen müssen. Diese Streuungen konnten durch die Optimierung der Quelle offensichtlich verringert werden, da die Verminderung der Koinzidenzwahrscheinlichkeit in den Messungen unter Parametersatz 2 deutlich stärker ausgeprägt ist als in der Messung unter Parametersatz 1. Die Art dieser Streuungen und mögliche Ursachen werden in Abschnitt 4.2.3 eingehender diskutiert.

Neben der verminderten Anzahl der Koinzidenzen ist im gleichpolarisierten Fall noch eine Struktur im zentralen Maximum zu erkennen, die in der Messung mit senkrecht zueinander polarisierten Photonen nicht auftritt. Verbessert man die Zeitauflösung in der Auswertung der Daten durch die Wahl eines kleineren Integrationsintervalls, so tritt diese Struktur deutlicher zu Tage. Abbildung 4.3 zeigt den zentralen Bereich des Korrelationssignals für ein Integrationsintervall von 48 ns mit kompensiertem Magnetfeld, während das Ergebnis der Messung mit dem ersten Parametersatz in Abbildung 4.4 dargestellt ist. Die Daten sind jeweils um das Untergrundsignal korrigiert¹. Man beachte, dass beide Abbildungen die Anzahl gemeinsamer Photodetektionen in Abhängigkeit der Zeit τ zwischen den Detektionsereignissen zeigen. Dies unterscheidet sich grundlegend von bisherigen Darstellungen der Zwei-Photonen-Interferenz, in der die Anzahl der Koinzidenzen ausschließlich in Abhängigkeit der Ankunftszeitdifferenz $\delta\tau$ untersucht wurde.

Die Ergebnisse der Messungen mit Photonen gleicher Polarisation (b) kennzeichnen sich durch ein ausgeprägtes Minimum in der Anzahl gemeinsamer Photodetektionen um $\tau = 0$. Die Daten stimmen sehr gut mit den in Abschnitt 2.4.8 beschriebenen Verläufen einer *zeitaufgelösten* Zwei-Photonen-Interferenz überein. Die dort betrachteten Wahrscheinlichkeiten $P_{34}^{(2)}$ sind über die Anzahl detektierter Photonenpaare direkt proportional zu der Anzahl gemeinsamer Photodetektionen $N_{34}^{(2)}$. Die einzelnen Verläufe für senkrechte bzw. gleiche Polarisation im Fall einer nicht explizit gewählten Frequenzdifferenz der Photonen werden dann entsprechend Abschnitt 2.4.8 durch Gleichungen folgender Form beschrieben:

¹Das gelegentliche Auftreten von negativen Werten in der Anzahl der Koinzidenzen nach Abzug des Untergrundsignals ist durch das Rauschen im Messsignal bedingt.

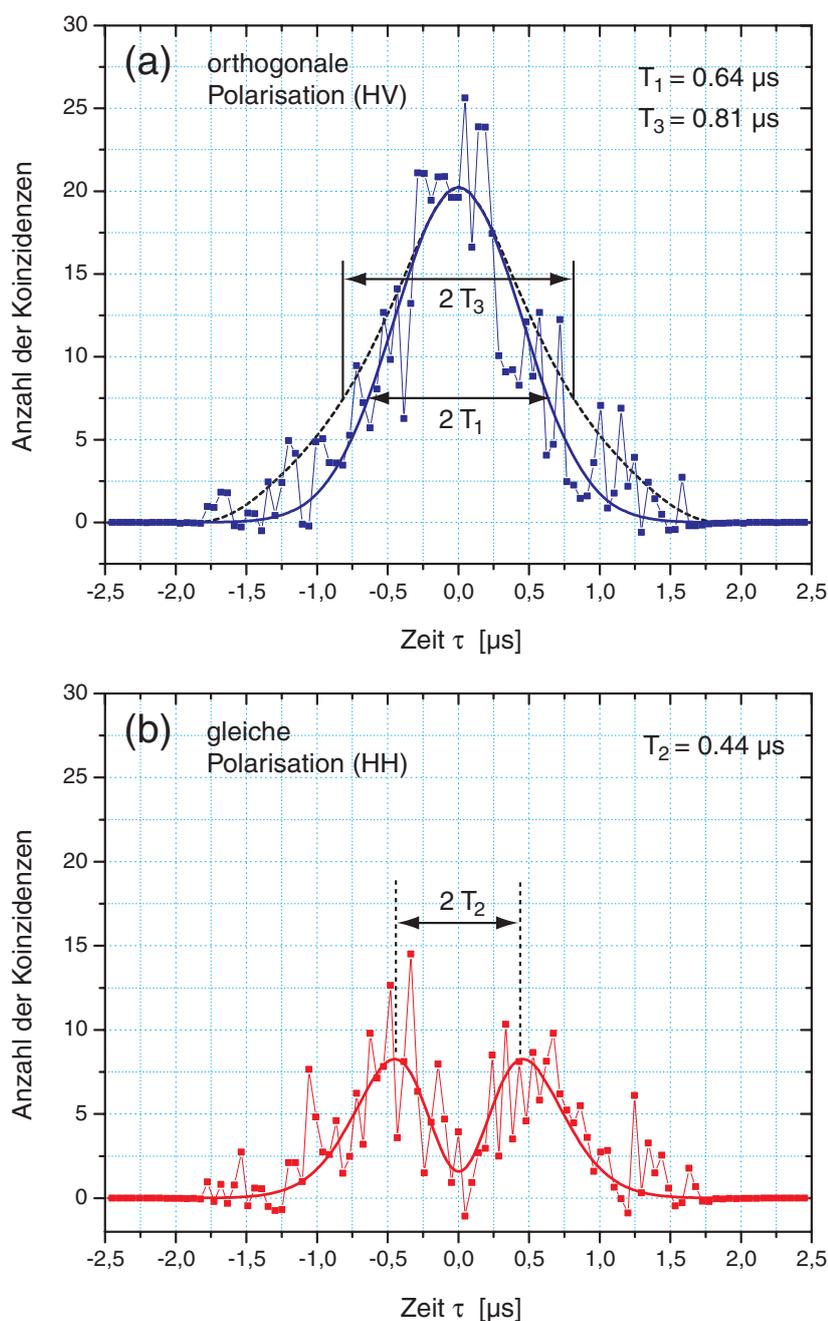


Abbildung 4.3: Ausschnitt des zentralen Bereichs aus Abbildung 4.2. Die Daten sind nun mit einem Integrationsintervall von 48 ns ausgewertet. Beide Datensätze sind um das Untergrundsignal korrigiert (siehe Text). An die Ergebnisse sind die durch Gleichung 4.3 bzw. 4.4 gegebenen Theoriekurven angepasst. Die gestrichelte Kurve in Abbildung (a) zeigt das aus der Pulsform berechnete Autokorrelationssignal (siehe Abschnitt 4.2.2). Dieses besitzt eine Breite von $T_3 = 0.81 \mu\text{s}$. Aus den Ergebnissen bei senkrecht zueinander polarisierten Photonen (a) erhält man die Zeitkonstante $T_1 = 0.64 \mu\text{s}$. Aus der Messung mit Photonen gleicher Polarisation (b) folgt als zweite Zeitkonstante der Wert $T_2 = 0.44 \mu\text{s}$.

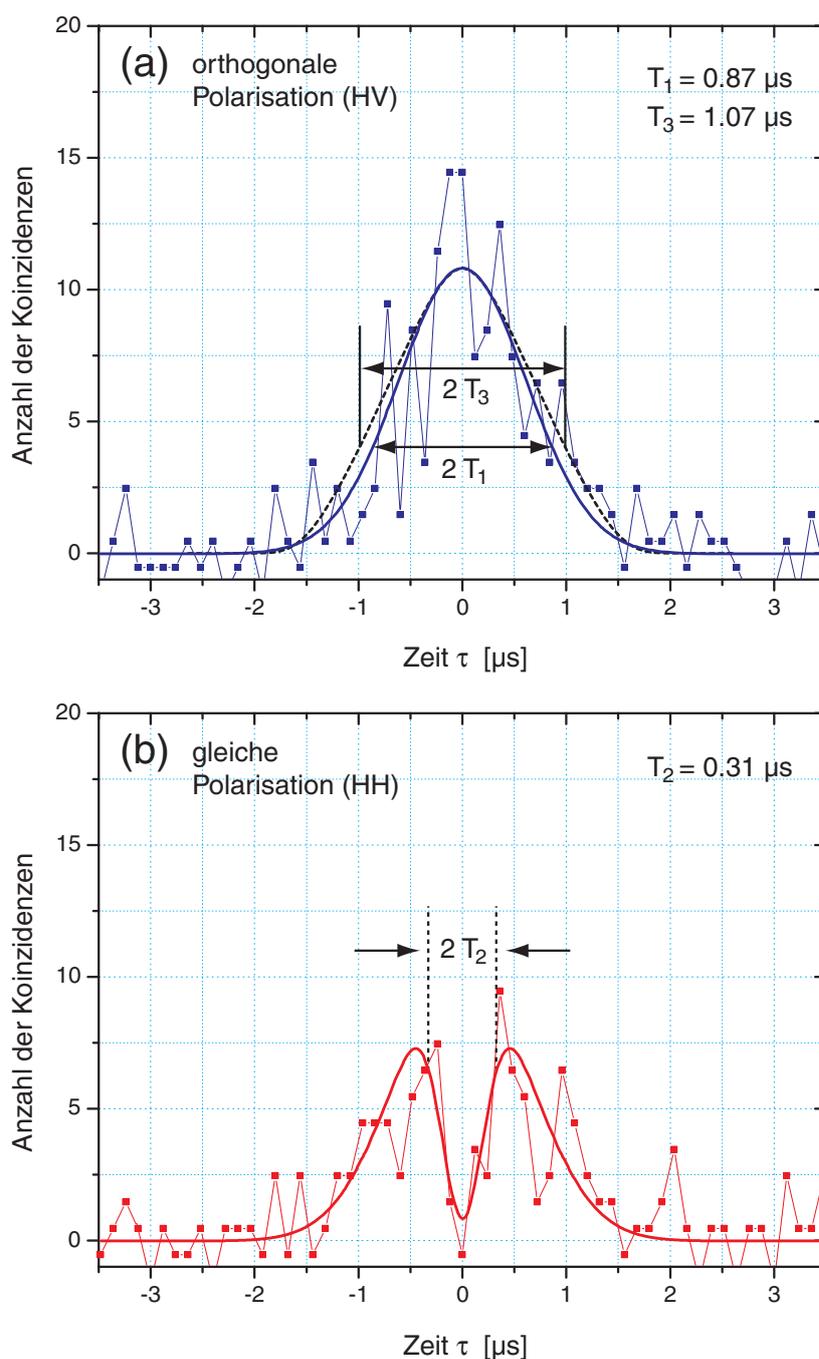


Abbildung 4.4: Zwei-Photonen-Interferenz unter Parametersatz 1. Beide Messungen wurden nur über 11000 Messzyklen akkumuliert. Daher tragen jeweils lediglich 73000 Detektionsereignisse zum Messsignal bei. Zur Verminderung des Rauschens, wurde ein Integrationsintervall von 120 ns gewählt. Die Ergebnisse sind um das in dieser Messung konstante Untergrundsignal (1.5 Koinzidenzen pro 120 ns) korrigiert. Die Zeitkonstante T_1 in Messung (a) weist einen Wert von $0.87 \mu\text{s}$ auf. Der Messung (b) entnimmt man die zweite Zeitkonstante mit dem Wert $T_2 = 0.31 \mu\text{s}$.

$$N_{34,HV}^{(2)}(\tau) = N_0^{(2)} \exp\left(-\frac{\tau^2}{T_1^2}\right) \quad (4.3)$$

$$N_{34,HH}^{(2)}(\tau) = N_{34,HV}^{(2)}(\tau) \left[1 - \cos^2 \varphi \exp\left(-\frac{\tau^2}{T_2^2}\right)\right] \quad (4.4)$$

Hierbei wird die Güte der Überlagerung der beiden Transversalmoden auf dem Strahlteiler durch den Faktor $\cos \varphi$ berücksichtigt. Wie in Abschnitt 3.3.3 erläutert, wurde im Zuge der Charakterisierung des Interferometers für diese Größe ein Wert von $\cos \varphi = 0.96$ ermittelt. Da der Kontrast in der Zwei-Photonen-Interferenz durch das Quadrat dieser Größe gegeben ist, erhält man somit eine Begrenzung des Kontrastes auf 92%. Dieser Wert wird in der Anpassung der Theoriekurven berücksichtigt, so dass das Minimum der angepassten theoretischen Verläufe bei $\tau = 0$ daher nicht den Wert null annimmt. Die auftretenden Zeitkonstanten T_1 und T_2 in den Gleichungen 4.3 und 4.4 sind entsprechend den zugrunde liegenden Modellen (Gemisch über Frequenzen oder Gemisch über Ankunftszeitdifferenzen) durch die Dauer der Photonen und die auftretenden Streuungen in der Frequenz bzw. der Ankunftszeitdifferenz gegeben².

Die Anpassung der Theoriekurven an die experimentellen Daten wurde schrittweise durchgeführt. Aus der Messung mit senkrecht zueinander polarisierten Photonen erhält man mittels Gleichung 4.3 zunächst die Zeitkonstante T_1 und den Wert $N_0^{(2)}$. Diese beiden Größen zugrunde legend, kann durch Anpassung von Gleichung 4.4 an die Messung mit Photonen gleicher Polarisation die zweite Zeitkonstante T_2 ermittelt werden. Die Theoriekurven sind in Abbildung 4.3 und 4.4 als durchgezogene Linien dargestellt. Die durch die Anpassung der Theoriekurven ermittelten Zeitkonstanten T_1 und T_2 werden Abschnitt 4.2.3 interpretiert.

4.2.2 Vergleich mit der Pulsform

Die Koinzidenzwahrscheinlichkeit $P_{34,HV}^{(2)}(\tau)$ im Fall senkrecht zueinander polarisierter Photonen und die Autokorrelationsfunktion $A^{(2)}(\tau)$ der Pulsform stehen in enger Beziehung zueinander. Da sich senkrecht zueinander polarisierte Photonen unabhängig voneinander auf die beiden Strahlteilerausgänge verteilen, unterscheidet sich der Strom aufgezeichneter Detektionsereignisse in jedem Detektor prinzipiell nicht von dem Fall, in dem Photonen nur von einer Seite auf den Strahlteiler treffen. Nimmt man an, dass sich die Photonen in ihren Raum-Zeit-Moden nicht voneinander unterscheiden, und bildet man im ersten Fall die Kreuzkorrelationsfunktion beider Detektorsignale und im anderen Fall die Autokorrelationsfunktion der ermittelten Pulsform, so stimmen diese beiden Resultate in ihrer Form überein. Dies lässt sich auch formal zeigen: Die Koinzidenzwahrscheinlichkeit $P_{34,HV}^{(2)}(\tau)$ ist proportional zu der Größe $\int dt_0 |\xi(t_0)\xi(t_0 - \tau)|^2$. Die Pulsform wird im Fall

²Eine Anpassung der durch die Gleichungen 4.3 und 4.4 gegebenen Theoriekurven an die gemessenen Verläufe setzt zunächst einmal voraus, dass die Streuungen in den entsprechenden Größen einer Gaußverteilung unterliegen. Wie in Abschnitt 4.2.3 noch eingehender erläutert wird, lässt sich der unter dem ersten Parametersatz gemessene Verlauf jedoch auch durch eine Streuung über diskrete Frequenzdifferenzen erklären.

identischer Photonen-Wellenpakete durch die zeitabhängige Detektionswahrscheinlichkeit $P^{(1)}(t_0) \propto |\xi(t_0)|^2$ wiedergegeben. Die Berechnung der Autokorrelationsfunktion $A^{(2)}(\tau)$ dieser Pulsform ergibt damit:

$$A^{(2)}(\tau) = \int dt_0 P^{(1)}(t_0) P^{(1)}(t_0 - \tau) \propto \int dt_0 |\xi(t_0) \xi(t_0 - \tau)|^2 \propto P_{34,HV}^{(2)}(\tau)$$

Bei dem Vergleich dieser beiden Größen muss im Folgenden berücksichtigt werden, dass die unter Abschnitt 4.1 diskutierte Pulsform über alle detektierten Photonen ermittelt wird, wohingegen in der Koinzidenzmessung immer nur nacheinander erzeugte Photonen eingehen. Das Gesamt-Ensemble aller in der Messung erfassten Photonen und das Sub-Ensemble all jener Photonen, die in aufeinander folgenden Triggerpulsen erzeugt wurden, müssen in ihren Eigenschaften jedoch nicht zwingend identisch sein. Dies ist für unsere Einzelphotonenquelle insofern leicht einzusehen, da zwei nacheinander erzeugte Photonen mittels desselben Atoms unter ähnlichen Bedingungen erzeugt werden, was für die Gesamtheit aller in der Messung erfassten Photonen nicht zutrifft. Die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Photodetektion

$$P_{HV}^{(2)}(\tau) = \frac{\eta^2 \Delta t^2}{2} \int dt_0 \iint d\vartheta_1 d\vartheta_2 \tilde{f}(\vartheta_1) \tilde{f}(\vartheta_2) |\xi(t_0, \vartheta_1) \xi(t_0 - \tau, \vartheta_2)|^2 \quad (4.5)$$

und die aus Gleichung 4.1 gebildete Autokorrelationsfunktion

$$A^{(2)}(\tau) = \frac{\eta^2 \Delta t^2}{2} \int dt_0 \iint d\vartheta_1 d\vartheta_2 f(\vartheta_1) f(\vartheta_2) |\xi(t_0, \vartheta_1) \xi(t_0 - \tau, \vartheta_2)|^2 \quad (4.6)$$

werden damit über Verteilungsfunktionen $\tilde{f}(\vartheta)$ und $f(\vartheta)$ berechnet, die i.a. nicht identisch sein müssen. Die beiden Ausdrücke 4.5 und 4.6 liefern nur dann dasselbe Ergebnis, wenn entweder das Betragsquadrat $|\xi(t_0, \vartheta_1) \xi(t_0 - \tau, \vartheta_2)|^2$ unabhängig von den Parametern $\vartheta_{1,2}$ ist, oder wenn die Verteilungsfunktion $f(\vartheta)$ des Gesamt-Ensembles identisch ist mit der Verteilungsfunktion $\tilde{f}(\vartheta)$, die das Ensemble der Photonenpulse unter der Voraussetzung beschreibt, dass in zwei aufeinander folgenden Triggerpulsen ein Photon generiert wird. Ein Vergleich der Koinzidenzmessung bei senkrecht zueinander polarisierten Photonen mit der Autokorrelationsfunktion der gemessenen Pulsform erlaubt daher Aussagen über die im Gesamt-Ensemble auftretenden Streuungen.

Die aus den Pulsformen berechneten Autokorrelationsfunktionen sind in den Abbildungen 4.3 und 4.4 (a) jeweils als gestrichelte Linien dargestellt. Vergleicht man die Breiten T_3 dieser beiden Verläufe³, mit den Breiten T_1 der an die Daten angepassten Theoriekurven, so treten in beiden Fällen Abweichungen von ca. 20% auf. Insbesondere bei der Messung mit dem zweiten Parametersatz (Abbildung 4.3) gibt die Autokorrelationsfunktion der Pulsform den Verlauf der experimentellen Daten auch unter Berücksichtigung des Rauschens nur ungenügend wieder. Eine solche Diskrepanz legt entsprechend obigen Ausführungen folgende Schlüsse nahe:

³Obwohl die Verläufe der Autokorrelationsfunktionen nicht durch Gaußfunktionen gegeben sind, werden aus Gründen der Vergleichbarkeit halbe $1/e$ -Breiten angegeben.

1. Das von der Einzelphotonenquelle über viele Messzyklen emittierte Photonen-Ensemble lässt sich bzgl. der besetzten Raum-Zeit-Moden nicht durch einen reinen Zustand beschreiben. Wäre dies der Fall, so müssten die beiden Messungen dasselbe Resultat zeigen. Die Eigenschaften der im Gesamt-Ensemble besetzten Raum-Zeit-Moden müssen daher Streuungen unterliegen.
2. Die Streuungen im Gesamt-Ensemble können nicht ausschließlich Streuungen in der Frequenz der emittierten Photonen sein, denn auch in diesem Fall müssten die beiden Resultate übereinstimmen. Hieraus folgt insbesondere, dass die in Abschnitt 4.1 diskutierte Pulsform nicht exakt die Pulsform der zugrunde liegenden Photonen wiedergibt.
3. Die in Frage kommenden Streuungen (z.B. Streuungen des Emissionszeitpunktes) müssen im Ensemble aller emittierten Photonen größer sein als im Sub-Ensemble jener Photonen, die in zwei aufeinander folgenden Triggerpulsen erzeugt wurden.

Der Unterschied in den Streuungen des Gesamt- und des Sub-Ensembles lässt sich auf die Bewegung der Atome in der Resonatormode zurückführen. Wie unter Abschnitt 3.1.3 erläutert, fallen die Atome durch die Resonatormode hindurch und erfahren dabei unterschiedlich starke Atom-Resonator-Kopplungsstärken mit denen unterschiedliche zeitliche Schwerpunkte in der Photonenemission verbunden sind (vgl. Abschnitt 4.1.1). Das Gesamt-Ensemble aller in der Messung erfassten Photonen wird über viele Messzyklen mittels unterschiedlich stark gekoppelter Atome produziert. Daher sind die Streuungen im Emissionszeitpunkt sehr groß. Zwei nacheinander emittierte Photonen stammen jedoch von ein und demselben Atom, welches sich in der Zeit zwischen zwei Triggerpulsen nicht wesentlich in der Resonatormode bewegt hat⁴. Damit ist die Atom-Resonator-Kopplung in zwei aufeinander folgenden Photonenerzeugungsprozessen ähnlich und die Streuungen im Emissionszeitpunkt im Mittel geringer als für zwei beliebige Photonen des Gesamt-Ensembles.

4.2.3 Analyse der Ergebnisse

Interpretation der ermittelten Zeitkonstanten

Durch die Anpassung der Theoriekurven an die experimentellen Daten konnten die zwei Zeitkonstanten T_1 und T_2 ermittelt werden. Diese Zeitkonstanten lassen sich entsprechend der beiden unter Abschnitt 2.4.8 diskutierten Modelle interpretieren. In diesen Modellen wird vorausgesetzt, dass entweder ausschließlich die Frequenz oder ausschließlich die Ankunftszeitdifferenz der Photonen am Strahlteiler einer Streuung unterliegt. Am wahrscheinlichsten werden beide Größen streuen. Allerdings lässt sich aus den Daten nicht ermitteln, welchen Anteil die einzelnen Streuungen an dem Messergebnis besitzen. Die beiden Modelle werden daher getrennt analysiert. Dies bietet u.a. den Vorteil, dass sich die maximalen Streuungen angeben lassen, denen das Photonen-Ensemble hinsichtlich

⁴Die Fallgeschwindigkeit der Atome beträgt 2 m/s. In der Zeit zwischen zwei Triggerpulsen bewegen sie sich daher um etwa 10 μm in vertikaler Richtung. Der maximale Unterschied in der Atom-Resonator-Kopplung beträgt damit etwa 25 %.

	Parametersatz 1 Magnetfeld $B_0 = 310$ mG (Abb. 4.4)	Parametersatz 2 Magnetfeld $B_0 \approx 4$ mG (Abb. 4.3)
Ermittelte Zeitkonstanten T_1 und T_2	$T_1 = 0.87 \mu\text{s}$ $T_2 = 0.31 \mu\text{s}$	$T_1 = 0.64 \mu\text{s}$ $T_2 = 0.44 \mu\text{s}$
Breite der aus der Pulsform berechneten Korrelationsfunktion	$T_3 = 1.07 \mu\text{s}$	$T_3 = 0.81 \mu\text{s}$
Gemisch über Frequenzen $\delta t = T_1$ $\delta\omega = 2/T_2$	$\delta t = 0.87 \mu\text{s}$ $\delta\omega = 2\pi \cdot 1.03$ MHz	$\delta t = 0.64 \mu\text{s}$ $\delta\omega = 2\pi \cdot 0.77$ MHz
Gemisch über Emissionszeitpunkte $\delta t = T_1 T_2 / \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$ $\Delta\tau = T_1^2 / \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$	$\delta t = 0.29 \mu\text{s}$ $\Delta\tau = 0.82 \mu\text{s}$	$\delta t = 0.36 \mu\text{s}$ $\Delta\tau = 0.53 \mu\text{s}$

Tabelle 4.1: Zusammenstellung der Ergebnisse aus den Messungen zur Zwei-Photonen-Interferenz für beide Parametersätze. Alle angegebenen Werte sind halbe $1/e$ -Breiten.

seiner Frequenz oder Ankunftszeit unterliegt. Darüber hinaus erhält man den maximalen bzw. minimalen Wert für die Dauer der Photonen. Die möglichen Ursachen solcher Streuungen werden im nachfolgenden Abschnitt diskutiert.

Unter der Annahme, dass bei zwei nacheinander erzeugten Photonen *ausschließlich* Streuungen in der Frequenzdifferenz auftreten, ist die Zeitkonstante T_1 identisch mit der Dauer der Photonen δt . Die Zeitkonstante T_2 ist mit $2/\delta\omega$ durch die Breite der Frequenzstreuung gegeben. Ohne jegliche Streuung in der Ankunftszeit markieren diese Werte die maximale Dauer und die maximale Frequenzstreuung der Photonen. Bei der unter dem zweiten Parametersatz (d.h. mit kompensiertem Magnetfeld) betriebenen Quelle erhält man somit eine maximale Dauer der Photonen von $0.64 \mu\text{s}$ und eine maximale Streuung in der Frequenz von 770 kHz. Tritt neben der Frequenzstreuung zusätzlich eine Streuung in der Ankunftszeitdifferenz auf, so muss die Dauer der Photonen und die Frequenzstreuung kleiner sein als diese beiden Werte.

Setzt man andererseits *ausschließlich* eine Streuung $\Delta\tau$ in der Ankunftszeit voraus, so gilt $T_1 = \sqrt{\delta t^2 + \Delta\tau^2}$ und $T_2 = T_1 \delta t / \Delta\tau$. Die hieraus zu ermittelnde Dauer δt der Photonen markiert einen minimalen Wert und beträgt im Fall des zweiten Parametersatzes $0.36 \mu\text{s}$. Gleichzeitig stellt die ermittelte Streuung der Ankunftszeitdifferenz $\Delta\tau$ einen maximalen Wert dar. Aus den Ergebnissen zur zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz lässt sich somit die Dauer der Photonen bei der unter dem zweiten Parametersatz betriebenen Quelle auf $0.36 \mu\text{s} < \delta t < 0.64 \mu\text{s}$ eingrenzen. Die aus den Zeitkonstanten T_1 und

T_2 abgeleiteten Werte der Photonendauer und der Streuungen bzgl. der Frequenzdifferenz bzw. der Ankunftszeitdifferenz sind in Tabelle 4.1 für beide Parametersätze gegenübergestellt.

Mögliche Ursachen der Streuungen

Entsprechend Abschnitt 3.1.6 hängt die Frequenz des emittierten Photons sowohl von der Frequenz des Pumplasers als auch von der Energiedifferenz zwischen Start- und Zielzustand ab. Als Ursache einer Frequenzstreuung der emittierten Photonen kommen daher grundsätzlich Frequenzfluktuationen des Pumplasers und eine Aufspaltung der m_F -Unterzustände aufgrund eines Magnetfeldes in Frage. Wie in Abschnitt 3.3.3 gezeigt, weist der Pumplaser eine Frequenzstabilität von etwa 400 Hz/ μ s auf, so dass die Frequenz zwischen zwei Triggerpulsen und damit die Frequenzdifferenz zweier Photonen im Mittel nur um 2.1 kHz variiert. Vergleicht man diesen Wert mit den maximalen Frequenzstreuungen in Tabelle 4.1 in der Größenordnung von einem Megahertz, so kann die begrenzte Frequenzstabilität des Pumplasers in diesem Experiment vernachlässigt werden. Die Aufspaltung der m_F -Unterzustände aufgrund eines Magnetfeldes ist in den beiden Parametersätzen unterschiedlich groß. Ihr Einfluss auf die Frequenzstreuungen muss für die beiden Parametersätze daher getrennt bewertet werden:

Unter den Bedingungen des ersten Parametersatzes war ein Magnetfeld von 310 mG wirksam. Wie in Abschnitt 3.2.1 dargestellt, bewirkt dieses Magnetfeld eine deutliche Aufspaltung der m_F -Unterzustände. Die maximale Frequenzdifferenz zweier nacheinander emittierter Photonen kann in diesem Fall 1.45 MHz betragen. Mittels eines einfachen Modells lässt sich zeigen, dass die Streuungen in der Frequenz aufgrund der Aufspaltung der m_F -Unterzustände in diesem Fall dominieren. In diesem Modell wird vereinfachend angenommen, dass die erzeugten Photonen entweder σ^+ oder σ^- polarisiert sind. Damit besitzen zwei aufeinander folgend generierte Photonen eine Frequenzdifferenz Δ , die durch die Energiedifferenz der sechs Übergänge a bis f in Abbildung 3.5 gegeben ist. Ausgehend von einer Gleichverteilung der m_F -Unterzustände des Startzustandes $F = 3$ vor jedem einzelnen Erzeugungsprozess ergeben sich für zwei aufeinander folgend generierte Photonen 36 verschiedene Übergangskombinationen mit sechs entsprechenden Frequenzdifferenzen⁵. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei nacheinander erzeugte Photonen eine Frequenzdifferenz von $\{0, \delta\nu, 2 \delta\nu, 3 \delta\nu, 4 \delta\nu, 5 \delta\nu\}$ besitzen, beträgt $\{1/6, 5/18, 2/9, 1/6, 1/9, 1/18\}$ ⁶. Für jede Frequenzdifferenz ergibt sich eine Oszillation in der Koinzidenzwahrscheinlichkeit, deren Periode durch den Kehrwert der entsprechenden Frequenzdifferenz gegeben ist (vgl. Abschnitt 2.4.6). Die Summe der mit den Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens gewichteten Oszillationen ergibt schließlich den zu messenden Verlauf der Koinzidenzwahrscheinlichkeit. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Für die Berechnung der Verläufe wurde dabei die bereits ermittelte Zeitkonstante T_1 zugrunde gelegt. Aus dem Ergebnis lässt sich eine Zeit-

⁵Zum Beispiel kann das erste Photon entsprechend Übergang b und das zweite Photon entsprechend Übergang e erzeugt werden. Die Frequenzdifferenz beträgt in diesem Fall $3 \delta\nu = 870$ kHz.

⁶Diese Wahrscheinlichkeiten sind nur über die Anzahl der Möglichkeiten, mit der die entsprechende Frequenzdifferenz auftritt, ermittelt. Zur Vereinfachung wurden die verschiedenen großen Kopplungsstärken bei der Erzeugung der Photonen nicht berücksichtigt.

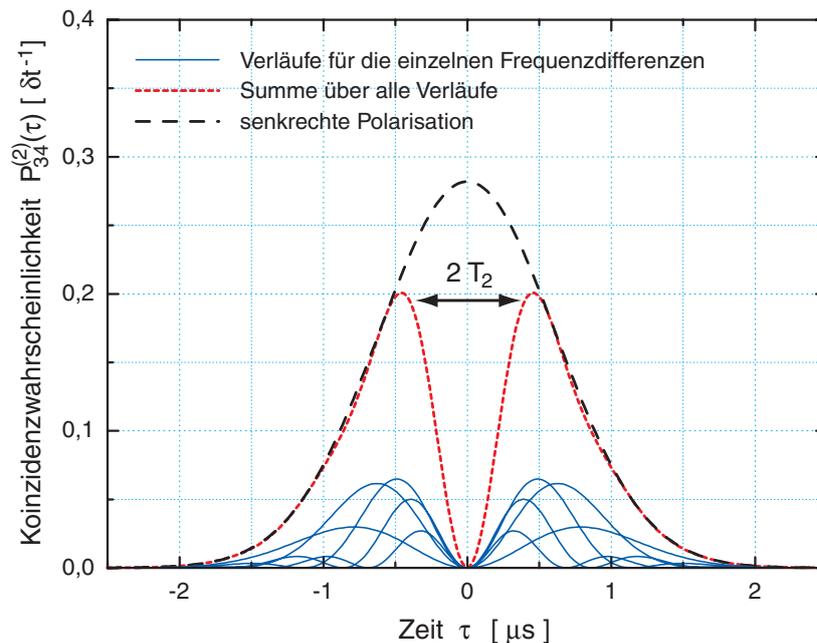


Abbildung 4.5: Erklärung des Ergebnisses der Zwei-Photonen-Interferenz im Fall des ersten Parametersatzes. Das Magnetfeld bedingt eine Aufspaltung der m_F -Unterzustände und bedingt somit sechs mögliche Frequenzdifferenzen von nacheinander erzeugten Photonen. Die Verläufe der Koinzidenzwahrscheinlichkeit für die einzelnen Frequenzdifferenzen (durchgezogene Linien) sind gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens. Die Summe dieser Verläufe (kurz gestrichelte Linie) ergibt die von dem Modell vorhergesagte Kurve für die Koinzidenzwahrscheinlichkeit im Fall des ersten Parametersatzes. Die hieraus abzuleitende Zeitkonstante von $T_2 = 0.30 \mu\text{s}$ stimmt sehr gut mit dem bereits ermittelten Wert überein. Zur Orientierung ist ebenfalls der Verlauf für Photonen senkrechter Polarisation dargestellt.

konstante von $T_2=0.30 \mu\text{s}$ ermitteln, die angesichts der starken Vereinfachungen in dem Modell überraschend gut mit dem unter Abschnitt 4.2.1 ermittelten Wert von $T_2=0.31 \mu\text{s}$ übereinstimmt. Die Frequenzstreuung ist in diesem Fall offensichtlich so groß, dass sie die Auswirkung einer Streuung der Ankunftszeitdifferenzen dominiert. Letztere besitzt daher keinen nennenswerten Einfluss auf den Wert der Zeitkonstanten T_2 .

Im Fall des zweiten Parametersatzes ist das Magnetfeld bis auf ein verbleibendes Feld von etwa 4 mG kompensiert. Die maximale Frequenzdifferenz zweier Photonen beträgt in diesem Fall nur 130 kHz (vgl. Abschnitt 3.2.1). Unter Anwendung des obigen Modells erhält man in diesem Fall eine Zeitkonstante von $T_2=1.78 \mu\text{s}$, was den tatsächlich gemessenen Wert von $0.44 \mu\text{s}$ deutlich übersteigt. In diesem Fall ist die Frequenzstreuung so klein, dass sie von Streuungen in der Ankunftszeitdifferenz dominiert wird.

Wie unter Abschnitt 3.3.3 bereits gezeigt wurde, sind Streuungen in der Ankunftszeitdifferenz der Photonen am Strahlteiler ausschließlich auf Streuungen des Emissionszeitpunktes der Photonen zurückzuführen und können definitiv nicht durch Fluktuationen der optischen Weglänge der beiden Interferometerarme erklärt werden. Da das Licht in den optischen Fasern etwa 20 m in 100 ns zurücklegt, würde eine Streuung der Ankunftszeitdifferenz von nur 100 ns einer geradezu phantastischen mittleren Längenfluktuation von

20 m entsprechen. Dies ist unrealistisch, da das gesamte Interferometer zwischen zwei Triggerpulsen im Mittel nur um einen vernachlässigbar kleinen Wert von 12 nm driftet. Daher müssen mögliche Ursachen für Streuungen im Emissionszeitpunkt diskutiert werden. Wie bereits im Zusammenhang mit der Messung der Pulsform diskutiert wurde, besitzt das Verhältnis der Rabi-Frequenz des Pumpasers zur Atom-Resonator-Kopplung Einfluss auf den zeitlichen Schwerpunkt der Photonenemission. Da die Position des Atoms in der Resonatormode in diesem Experiment nicht kontrolliert wird, ergeben sich schon rein räumlich Variationen in der Atom-Resonator-Kopplung, die zwangsläufig auch Streuungen des Emissionszeitpunktes nach sich ziehen. Eine Möglichkeit, dies zu umgehen wurde von Experimenten aufgezeigt, die die Positionskontrolle eines Atoms oder Ions in der Mode eines optischen Resonators zum Gegenstand haben [55, 56, 57, 58, 59, 60]. Die dort entwickelten Methoden sollten zu einer deutlich verbesserten Kontrolle der von den Photonen besetzten Raum-Zeit-Moden führen.

4.2.4 Zeitabhängigkeit des Kontrastes

Für Anwendungen in optischen Quantengattern [15] werden Einzelphotonenquellen benötigt, deren Photonen eine möglichst perfekte Zwei-Photonen-Interferenz zeigen. Bei sehr kurzen Photonenpulsen muss diese Interferenzfähigkeit über die gesamte Dauer der Photonenpulse gewährleistet sein. Mögliche Streuungen in den besetzten Raum-Zeit-Moden ziehen unmittelbar eine Verminderung des Kontrastes der Zwei-Photonen-Interferenz nach sich und stellen somit die Eignung der zugrunde liegenden Quelle für die Anwendung in optischen Quantengattern in Frage. Bei sehr langen Einzelphotonenpulsen ist jedoch die Anwendung eines Zeitfilters denkbar. Wie Abschnitt 4.2 verdeutlicht, ist die Interferenz in einem kleinen Zeitfenster um $\tau = 0$ nahezu perfekt. Je größer dieses Zeitfenster gewählt wird, desto deutlicher machen sich die Streuungen in den Raum-Zeit-Moden bemerkbar. Um diesen Sachverhalt quantitativ zu erfassen, wird der Kontrast der Zwei-Photonen-Interferenz in Anlehnung an Gleichung 2.96 unter Einführung eines Zeitfensters T_F definiert:

$$K(T_F) := \cos^2 \varphi \frac{\int_{-T_F/2}^{T_F/2} d\tau N_{34,HV}^{(2)}(\tau) - \int_{-T_F/2}^{T_F/2} d\tau N_{34,HH}^{(2)}(\tau)}{\int_{-T_F/2}^{T_F/2} d\tau N_{34,HV}^{(2)}(\tau)} \quad (4.7)$$

Die Größe $\cos \varphi$ bewertet die Güte der Überlagerung der Transversalmoden auf dem Strahlteiler. Wie in Abschnitt 2.4.9 deutlich wird, ist der Kontrast für ein sehr kleines Zeitfenster (einen 50/50-Strahlteiler voraussetzend) nur durch diesen Wert begrenzt.

Abbildung 4.6 zeigt den erzielten Kontrast der unter Parametersatz 2 gemessenen zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz in Abhängigkeit von der Dauer des Zeitfensters T_F . Die durchgezogene Linie gibt dabei den Kontrast wieder, der sich aus den angepassten Theoriekurven für senkrechte und parallele Polarisation der Photonen berechnet. Dieser Verlauf des Kontrastes weicht nur geringfügig von den aus der Messung ermittelten Werten ab und zeigt, dass die angepassten Theoriekurven die Verläufe in Abbildung 4.3 sehr gut widerspiegeln. Wie bereits erwähnt, ist der Kontrast bei kleinem Zeitfenster

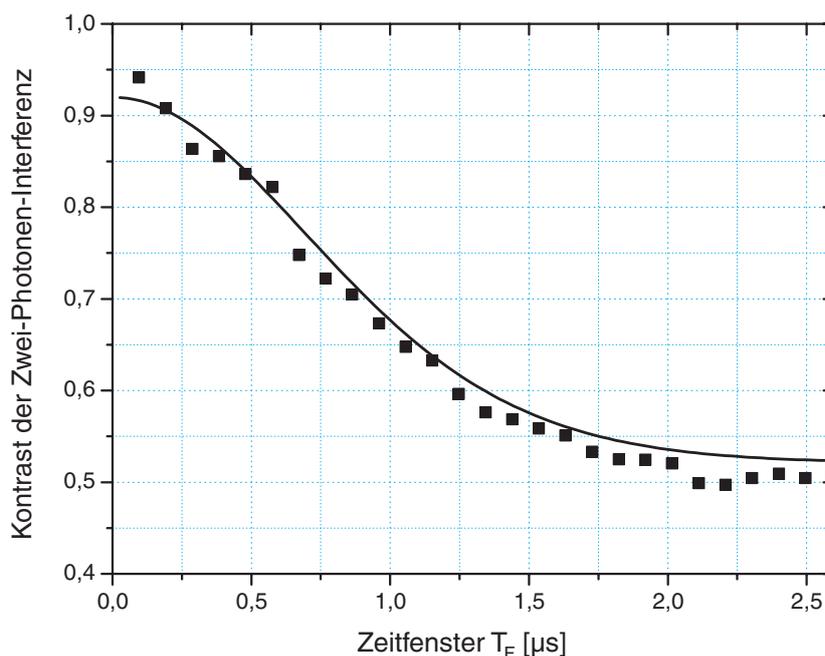


Abbildung 4.6: Erzielter Kontrast in der Zwei-Photonen-Interferenz unter Anwendung eines Zeitfilters der Dauer T_F . Die aus den Daten (Kästchen) und aus den angepassten Theoriekurven (durchgezogenen Linie) ermittelten Verläufe für den Kontrast stimmen weitgehend überein (siehe Text). Man beachte, dass in diesem Ergebnis noch die Güte der Transversalmoden-Überlagerung enthalten ist.

T_F nur durch die Güte der Transversalmoden-Überlagerung begrenzt und beträgt demnach 92%. Mit zunehmender Dauer des Zeitfensters nähert sich der Kontrast einem Wert von 50% an. Dieser Wert entspricht dem Kontrast der Zwei-Photonen-Interferenz ohne Zeitauflösung und wurde für diese Messung bereits in Abschnitt 4.2.1 diskutiert. Man beachte, dass zunehmende Streuungen der Frequenz bzw. Emissionszeiten im Photonensemble lediglich zu einem rascheren Abfall des Kontrastes führen, diesen aber für ein hinreichend kleines Zeitfenster nicht begrenzen.

Da die derzeit diskutierten optischen Quantengatter auf einer Konditionierung durch die Detektion von Photonen beruhen, bietet obiges Zeitfenster die Möglichkeit eines zusätzlichen Filters, der sicherstellt, dass das Gatter zuverlässig gearbeitet hat. Hierzu genügt es, jene Gatteroperationen zu verwerfen, deren Konditionierungsereignisse zeitlich zu weit auseinander liegen.

4.3 Interferenz von Photonen verschiedener Frequenz

In diesem Abschnitt wird die Interferenz zweier Photonen mit definierter Frequenzdifferenz diskutiert. Dieses Experiment ist in doppelter Hinsicht aufschlussreich. Zum einen stellt es den ersten experimentellen Nachweis dar, dass eine Interferenz zweier Photonen auch dann beobachtbar ist, wenn diese sich hinsichtlich ihrer Frequenz prinzipiell unterscheiden lassen. Dies äußert sich in der unter Abschnitt 2.4.6 vorhergesagten Oszillation

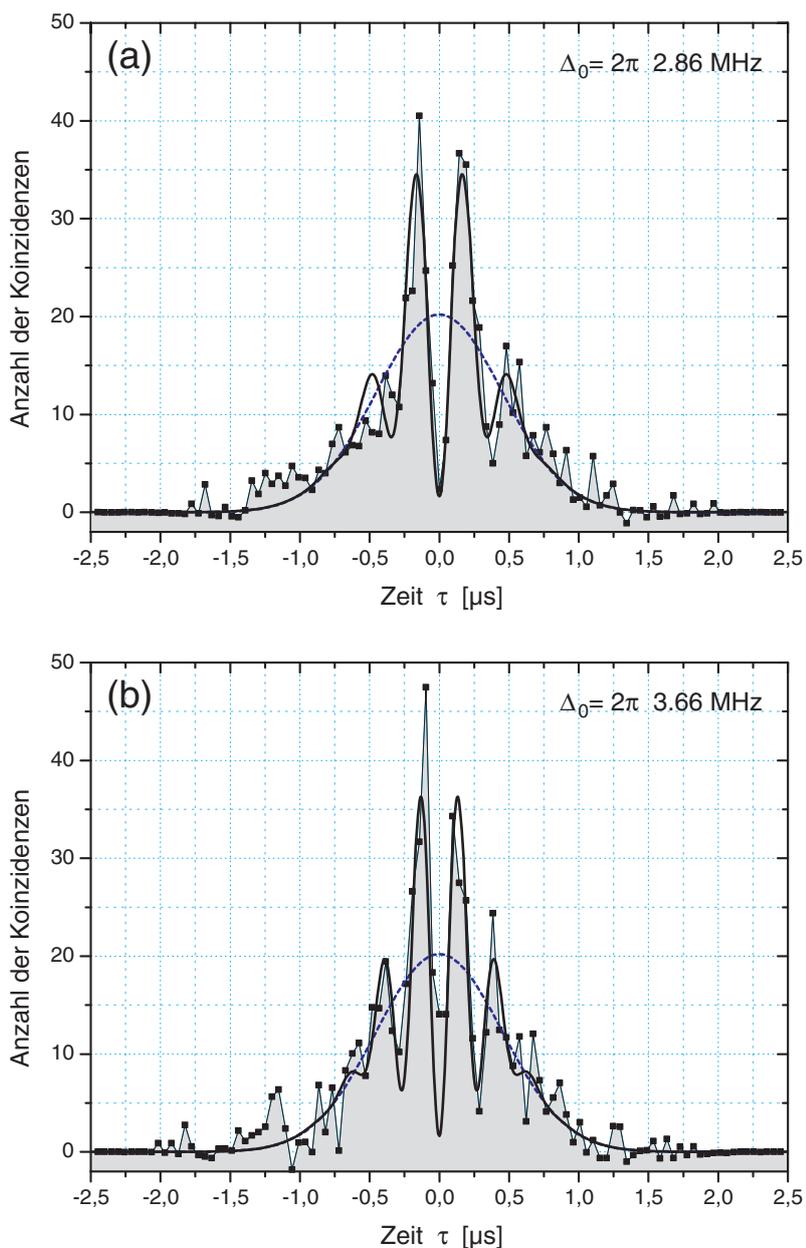


Abbildung 4.7: Anzahl der Koinzidenzen in Abhängigkeit der Zeit τ bei einer eingestellten Frequenzdifferenz von (a) 2.8 MHz bzw. (b) 3.8 MHz. Das Integrationsintervall beträgt in beiden Fällen 48 ns. Messung (a) ist über 90000 Messzyklen mit 210000 Detektionsereignissen akkumuliert. Messung (b) wurde über 154000 Messzyklen mit etwa 319000 Detektionsereignissen gewonnen. Unter Berücksichtigung der Dunkelzählrate der Detektoren entspricht die Anzahl detektierter Photonen in beiden Fällen denen aus Abschnitt 4.2.1. Beiden Ergebnissen ist das Ergebnis senkrecht zueinander polarisierter Photonen unterlegt (gestrichelter Verlauf). Die aus der Anpassung von Gleichung 4.8 (durchgezogene Linien) gewonnenen Frequenzdifferenzen von (a) $\Delta_0 = 2.86$ MHz und (b) $\Delta_0 = 3.66$ MHz stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit den eingestellten Werten überein.

in der gemeinsamen Detektionswahrscheinlichkeit. Zum anderen beweist es, dass sich die Frequenz der Photonen in einer adiabatischen Passage mittels der Frequenz des Pumplasers kontrollieren lässt. Die Möglichkeit einer solchen Kontrolle wurde in Abschnitt 3.1.6 vorgestellt. Eine experimentelle Bestätigung lag bisher noch nicht vor.

Die Sichtbarkeit der Oszillationen hängt entscheidend von den Eigenschaften des Photonen-Ensembles ab. In Abschnitt 2.4.8 wurde gezeigt, dass das Auftreten von Streuungen in den Raum-Zeit-Moden zu einer Dämpfung der Oszillation führt. Sind die Streuungen zu groß, so ist nur noch ein Einbruch im Korrelationssignal zu beobachten. Zum Nachweis dieses neuen Interferenzeffektes wurde die Einzelphotonenquelle daher unter den wesentlich günstigeren Bedingungen des zweiten Parametersatzes betrieben.

Es wurden zwei Experimente mit jeweils verschiedener Frequenzdifferenz Δ_0 durchgeführt. In dem ersten Experiment wurde die Frequenz des Pumplasers in aufeinander folgenden Triggerpulsen um 2.8 MHz, in dem zweiten Experiment um 3.8 MHz verändert⁷. Wie in Abschnitt 3.1.6 dargestellt, entsprechen diese Werte den erwarteten Frequenzdifferenzen der Photonen.

Die Anzahl der Koinzidenzen in Abhängigkeit von τ werden entsprechend Abschnitt 2.4.8 durch folgenden Verlauf beschrieben.

$$N_{34,HH}^{(2)}(\tau) = N_{34,HV}^{(2)}(\tau) \left[1 - \cos^2 \varphi \cos(\tau \Delta_0) \exp\left(-\frac{\tau^2}{T_2^2}\right) \right] \quad (4.8)$$

In beiden Experimenten wurde die Anzahl der Messzyklen so gewählt, dass die Anzahl detektierter Photonen mit denen übereinstimmt, die in den Messungen zur Zwei-Photonen-Interferenz vorlagen⁸. Daher sind bis auf die Frequenzdifferenz Δ_0 bereits alle Parameter in Gleichung 4.8 durch die vorangegangenen Messungen festgelegt. Die Frequenzdifferenz Δ_0 ist in der Anpassung der Theorie an die experimentellen Daten somit der einzig freie Parameter.

Abbildung 4.7 zeigt das Ergebnis der beiden Messungen. Die experimentellen Daten stehen dabei in sehr guter Übereinstimmung mit den durch Gleichung 4.8 gegebenen Theoriekurven. Die Anpassung dieser Kurven ergibt Frequenzdifferenzen Δ_0 , die innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen in guter Übereinstimmung mit den eingestellten Werten von 2.8 MHz und 3.8 MHz liegen. In beiden Graphen ist zum Vergleich das Ergebnis der Koinzidenzmessung bei senkrecht zueinander polarisierten Photonen dargestellt. Wie unter Abschnitt 2.4.6 vorhergesagt, gehen die Maxima der gemessenen Oszillationen deutlich über diese Referenzkurve hinaus. Die gemessene Anzahl der Koinzidenzen ist in diesen Punkten also deutlich größer als im Fall zufällig am Strahlteiler verteilter Photonen. Gleichzeitig ist die Wahrscheinlichkeit einer Koinzidenz bei $\tau = 0$ deutlich reduziert. Mittelt man (aufgrund des starken Rauschens in den experimentellen Daten) jeweils die beiden ersten und stärksten gemessenen Maxima und vergleicht diese mit dem gemessenen Minimum bei $\tau = 0$, so erhält man eine Visibilität der Oszillation von (a)

⁷Aufgrund eines erst später erkannten Kalibrierfehlers in der Frequenz des Pumplasers müssen diese beiden Werte mit einem Fehler von ± 0.1 MHz angenommen werden.

⁸Wegen der verminderten Effizienz der Quelle bei $\Delta_D \neq 0$ musste über eine größere Zahl von Messzyklen akkumuliert werden. Der Anteil an Koinzidenzen, der durch die Dunkelzählrate der Detektoren verursacht wird, ist wegen der verlängerten Messdauer dann ebenfalls größer und muss entsprechend berücksichtigt werden.

88% und (b) 48%. Der erste Wert übersteigt das klassische Limit, welches bei der Interferenz zweier Laserpulse zu erreichen ist, deutlich. Der zweite Wert liegt (aufgrund des hohen Wertes bei $\tau = 0$) leicht unterhalb dieses Limits. Beide Werte sind dennoch größer als die mit demselben Aufbau gemessene Visibilität in der Intensitätskorrelation von Laserpulsen. Diese Messungen werden im nachfolgenden Abschnitt vorgestellt.

4.3.1 Klassische Intensitätskorrelationen

Wie in Abschnitt 2.4.10 diskutiert, treten auch bei der Überlagerung von Laserpulsen verschiedener Frequenz auf einem Strahlteiler Oszillationen in der Intensitätskorrelationsfunktion auf. Die Anzahl der Koinzidenzen wird in diesem Fall durch Gleichungen folgender Form beschrieben:

$$N_{34,HV}^{(2)}(\tau) = N_0^{(2)} \exp\left(-\frac{\tau^2}{\delta t^2}\right) \quad (4.9)$$

$$N_{34,HH}^{(2)}(\tau) = N_{34,HV}^{(2)}(\tau) \left(1 - \frac{A}{2} \cos \Delta_0 \cdot \tau\right) \quad (4.10)$$

Die Visibilität der Oszillationen ist auf 50 % begrenzt, was sich in Gleichung 4.10 durch den Faktor 1/2 vor der Kosinusfunktion äußert. Eine nicht perfekte Überlagerung der Transversalmoden, sowie Unterschiede in den Intensitäten der beiden Pulse führen zu einer Verminderung dieser Visibilität (hier durch die Größe A berücksichtigt).

Um die gemessenen Oszillationen in der zeitaufgelösten Zwei-Photonen-Interferenz gegen diesen klassisch zu erwartenden Effekt abzugrenzen, wurden die Koinzidenzmessungen mit demselben Aufbau und sehr schwachen gaußförmigen Laserpulsen von 1 μ s Dauer⁹ wiederholt. Die Verwendung desselben Aufbaus stellt dabei sicher, dass die Güte der Transversalmoden-Überlagerung bei beiden Experimenten identisch ist. Weiterhin wurde sichergestellt, dass die Intensitäten der Laserpulse in beiden Armen des Interferometers, um weniger als 10 % voneinander abweichen. Als Quelle dieser Pulse diente derselbe Laser, der für die Triggerpulse in der Einzelphotonenerzeugung eingesetzt wurde. Analog zu dem in Abschnitt 4.3 erläuterten Ablauf des Experiments, wurden immer zwei Pulse mit einer fest gewählten Frequenzdifferenz Δ_0 auf dem zweiten Strahlteiler des Mach-Zehnder-Interferometers überlagert. Die Zeitpunkte der Detektionsereignisse wurden über viele Laserpulse hinweg aufgezeichnet, und die Anzahl der Koinzidenzen wieder in Abhängigkeit der Zeit zwischen den Detektionsereignissen ermittelt. Als Referenz dient ebenfalls das Ergebnis der Intensitätskorrelation bei senkrecht zueinander polarisierten Laserpulsen.

In Abbildung 4.8 sind die Ergebnisse der Messungen und die angepassten Theoriekurven dargestellt. Abbildung (a) zeigt die Resultate für senkrecht zueinander polarisierte Laserpulse, sowie für Laserpulse gleicher Polarisation. Die Frequenzdifferenz betrug in diesem Fall 2.82 MHz. Die Ergebnisse dieser Messungen stehen in sehr guter Übereinstimmung mit den durch Gleichung 4.9 und 4.10 beschriebenen Theoriekurven. Die aus der Anpassung von Gleichung 4.9 ermittelte Dauer der Laserpulse beträgt 1.06 μ s und

⁹Angegeben ist hier der Wert für die halbe 1/e-Breite bzgl. der Feldamplitude.

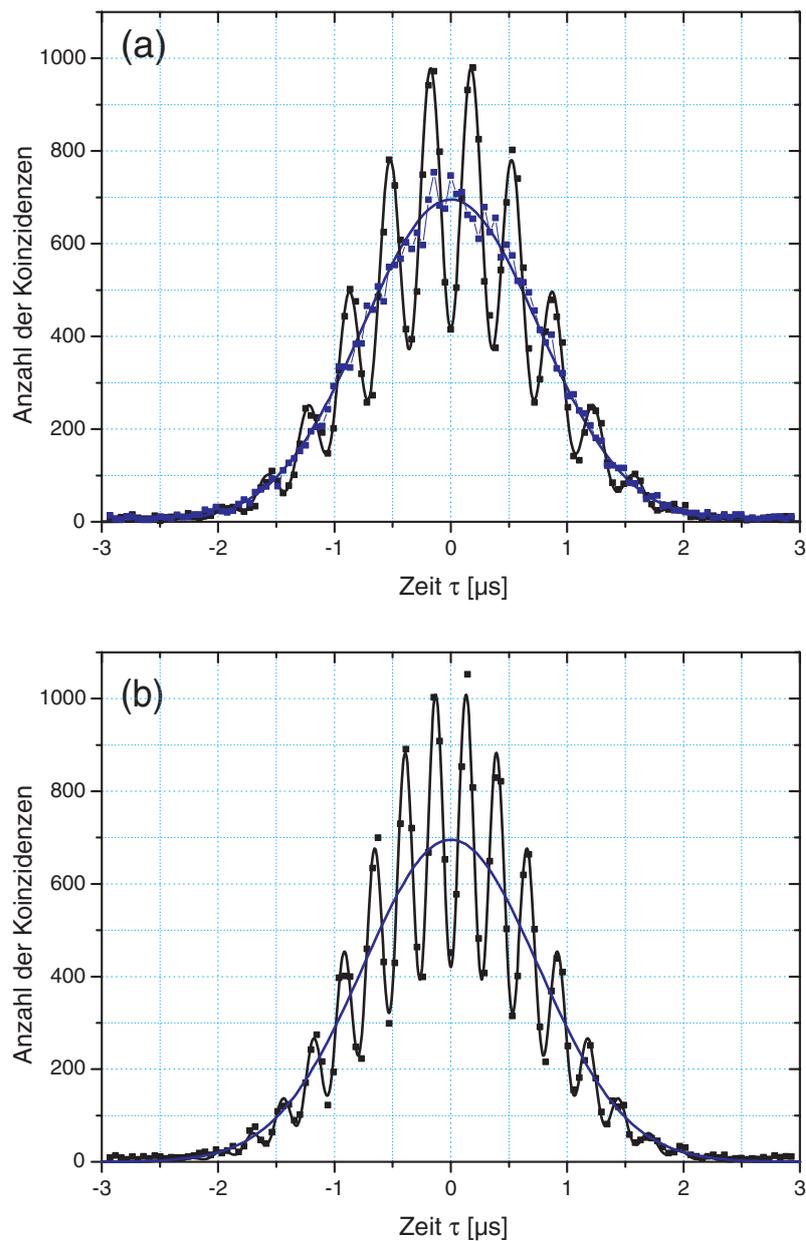


Abbildung 4.8: Gemessene Intensitätskorrelationen bei sehr schwachen Laserpulsen mit einer Frequenzdifferenz von (a) 2.82 MHz bzw. (b) 3.78 MHz. Als Referenz dient hier ebenfalls die Messung mit senkrecht zueinander polarisierten Pulsen. An die Ergebnisse sind die durch Gleichung 4.9 und 4.10 gegebenen Theoriekurven angepasst. Die gemessene Visibilität der Oszillationen beträgt in beiden Fällen etwa 40%.

stimmt sehr gut mit der eingestellten Dauer der Laserpulse überein. Dies beweist, dass der Startzeitpunkt der Triggerpulse über den Zeitraum der Messung scharf definiert ist und keinen nennenswerten Streuungen unterliegt. Daher können die Streuungen im Emissionszeitpunkt der von der Einzelphotonenquelle generierten Photonen nicht auf Streuungen im Startzeitpunkt des Triggerpulses zurückgeführt werden. Die beobachteten Oszil-

lationen im Fall gleichpolarisierter Laserpulse lassen sich sehr gut durch Gleichung 4.10 anpassen und ergeben einen Wert für die Frequenzdifferenz, der mit dem eingestellten Wert identisch ist. Dies gilt ebenfalls für Abbildung (b), die die Ergebnisse der Messung bei einer Frequenzdifferenz von 3.78 MHz darstellt.

Die Visibilität der Oszillationen beträgt in beiden Fällen etwa 40 % und ist damit deutlich geringer als die gemessenen Werte in der Zwei-Photonen-Interferenz. Die Abweichung von den maximal zu erreichenden 50 % sind zum größten Teil auf den Unterschied in den Intensitäten der Pulse zurückzuführen. Man beachte, dass die Oszillationen über die volle Pulsdauer hinweg sichtbar sind. Im Gegensatz zu den Messungen mit Einzelphotonenpulsen ist hier keine Dämpfung der Oszillationen erkennbar. Dies unterstreicht noch einmal die Frequenzstabilität des Pumplasers. Innerhalb der 5.28 μ s langen Dauer zwischen zwei Pulsen tritt bei diesem offensichtlich keine nennenswerte Frequenzänderung auf.

Kapitel 5

Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Experimente zur Zwei-Photonen-Interferenz eröffnen die Möglichkeit, Einzelphotonenquellen hinsichtlich der Reproduzierbarkeit der von ihnen emittierten Photonen zu charakterisieren und somit gezielt zu optimieren. Durch die erreichte Zeitauflösung im Fall sehr langer Photonen sind dabei Aussagen über die auftretenden Streuungen der emittierten Photonen-Wellenpakete möglich. Somit konnte eine erste Minimierung von Frequenzstreuungen in unserer Einzelphotonenquelle mittels einer Kompensation des Erdmagnetfeldes verifiziert werden. Wünschenswert für die Zukunft ist eine zusätzliche Kontrolle über die Position des Atoms in der Resonatormode. Ein in den Bäuchen der Resonator-Stehwelle fixiertes Atom erfährt eine konstante Atom-Resonator-Kopplung, so dass keine Streuung des Emissionszeitpunktes der Photonen auftreten sollte. Erste Experimente [55, 56, 57, 58, 61, 62] haben gezeigt, dass sich neutrale Atome in optischen Resonatoren fangen lassen. Eine zusätzliche gezielte Positionskontrolle in der Resonatormode wurde erstmals mit Ionen [59, 60] und unlängst in unserer Arbeitsgruppe mit einzelnen Rubidium-Atomen in einer Stehwellen-Dipolfalle demonstriert [63].

Einer zuverlässigen Einzelphotonenquelle, die hinsichtlich der Photoneneigenschaften wie Frequenz, Pulsform und Emissionszeitpunkt charakterisiert und optimiert ist, stehen viele Anwendungsmöglichkeiten in der Quanteninformationsverarbeitung offen. Hierbei sind vor allem der Einsatz in optischen Quantengattern [15], aber auch die Demonstration von Quanten-Netzwerken [64, 65] zu nennen.

Eine besonders spannende Perspektive für unsere Einzelphotonenquelle bieten die in letzter Zeit diskutierten Vorschläge, zwei im Prinzip beliebig weit voneinander entfernte Atom-Resonator-Systeme zu verschränken [66, 67, 68, 69, 70, 71]. Eine Verschränkung zweier Systeme über räumliche Distanzen ohne direkte Wechselwirkung wurde bisher nur für zwei Atom-Ensemble gezeigt [72]. Allen Vorschlägen gemein ist die Voraussetzung, dass die beiden zu verschränkenden Systeme jeweils genau ein Photon emittieren, welches mit dem jeweiligen Atom verschränkt ist. Durch eine geeignete Messung an den emittierten Photonen lässt sich somit eine auf das Messergebnis konditionierte Verschränkung der beiden Systeme erreichen. Grundvoraussetzung für diese Schemata ist wieder die Ununterscheidbarkeit der beiden von den Systemen generierten Photonen. Einige der Verschränkungsschemata basieren auf der Detektion nur eines der beiden Photonen und sind abhängig von der Phasenstabilität des Aufbaus und der Quanteneffizienz der einge-

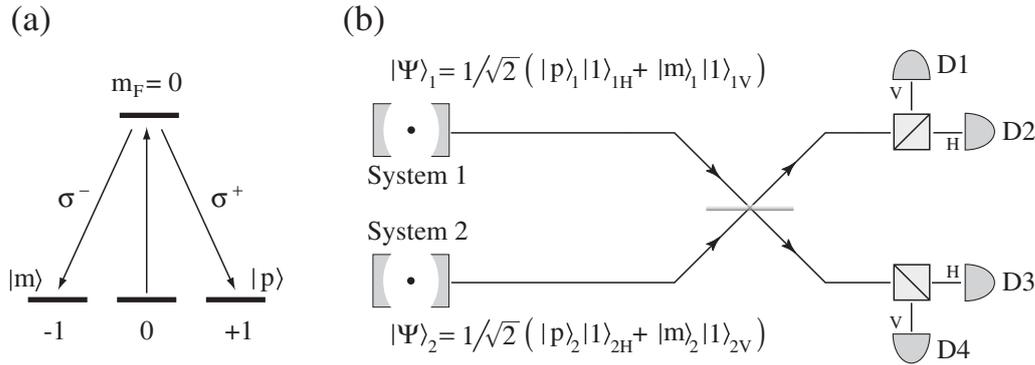


Abbildung 5.1: Prinzip der konditionierten Verschränkung zweier Atom-Resonator-Systeme. Jedes der beiden Systeme emittiert genau ein Photon, dessen Polarisation mit dem Zustand des Atoms verschränkt ist (siehe Text). Die beiden Photonen treffen auf einen polarisationsunabhängigen 50/50-Strahlteiler. Der Ausgangszustand dieses Strahlteilers wird durch vier Detektoren hinter zwei Polarisationsstrahlteilern analysiert. Essentiell für den Erfolg dieses Schemas ist die Ununterscheidbarkeit der von beiden Systemen emittierten Photonen.

setzten Detektoren. Die Konditionierung durch eine Koinzidenzmessung beider Photonen, wie sie in den Protokollen von Simon und Irvine [69] bzw. von Kimble und Duan [71] vorgesehen ist, vermeidet diese Nachteile.

Das Prinzip dieses Verschränkungschemas zeigt Abbildung 5.1. Die von den beiden Atom-Resonator-Systemen emittierten Photonen müssen hinsichtlich ihrer Polarisation mit den internen Zuständen des Atoms (hier mit $|p\rangle$ und $|m\rangle$ bezeichnet) verschränkt sein. Eine solche Verschränkung wurde erstmals mit einem Ion als Emitter einzelner Photonen demonstriert [73] und lässt sich in unserer Einzelphotonenquelle unter Ausnutzung der m_F -Unterzustände erreichen. Der adiabatische Ramantransfer muss zu diesem Zweck gleichzeitig in zwei verschiedene m_F -Unterzustände desselben Hyperfeinzustands führen können. Das Prinzip dieses Schemas zeigt Abbildung 5.1 (a). Der Pumplaser koppelt in diesem Schema die beiden Unterzustände mit $m_F = 0$, wobei der Transfer unter Aussendung eines σ^+ bzw. σ^- -Photons in die beiden Zielzustände $m_F = +1$ und $m_F = -1$ führt. Mittels zweier $\lambda/4$ -Plättchen lässt sich die Polarisation der Photonen in eine $\{H, V\}$ -Basis überführen. Eine erste Umsetzung der adiabatischen Passage zwischen magnetischen Unterzuständen in ^{87}Rb wird gerade an unserer Einzelphotonenquelle demonstriert [74]. Wie in Abbildung 5.1 (b) gezeigt, werden die Photonen auf einen polarisationsunabhängigen 50/50-Strahlteiler überlagert. Der Ausgangszustand dieses Strahlteilers wird mittels vier Detektoren hinsichtlich der Polarisation der Photonen analysiert. Die erfolgreiche Verschränkung der beiden Atom-Resonator-Systeme wird durch bestimmte Koinzidenzen zwischen den Detektoren angezeigt. Wie sich leicht zeigen lässt, verändert sich der Produktzustand des Gesamtsystems

$$\begin{aligned}
 |\Psi\rangle_1 |\Psi\rangle_2 &= \frac{|p\rangle_1 |p\rangle_2 |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2H}}{2} + \frac{|m\rangle_1 |m\rangle_2 |1\rangle_{1V} |1\rangle_{2V}}{2} \\
 &+ \frac{|p\rangle_1 |m\rangle_2 |1\rangle_{1H} |1\rangle_{2V}}{2} + \frac{|m\rangle_1 |p\rangle_2 |1\rangle_{1V} |1\rangle_{2H}}{2}
 \end{aligned}$$

durch die Entwicklung des Lichtfeldes am Strahlteiler in einen Zustand, der sich in vier Terme aufteilen lässt.

$$\widehat{B}^\dagger |\Psi\rangle_1 |\Psi\rangle_2 = \frac{1}{2} (|\Phi_H\rangle + |\Phi_V\rangle + |\Psi^+\rangle + |\Psi^-\rangle)$$

Weisen die beiden Photonen vor dem Strahlteiler dieselbe Polarisation auf, so kommt es zur Zwei-Photonen-Interferenz, und die Photonen sind jeweils nur als Paar in dem einen oder anderen Ausgang des Strahlteilers nachweisbar. Diese Zustände sind durch $|\Phi_H\rangle$ und $|\Phi_V\rangle$ bezeichnet. Sie sind gegeben durch:

$$|\Phi_H\rangle = |p\rangle_1 |p\rangle_2 \frac{|2\rangle_{1H}|0\rangle_2 - |0\rangle_1|2\rangle_{2H}}{\sqrt{2}}$$

$$|\Phi_V\rangle = |m\rangle_1 |m\rangle_2 \frac{|2\rangle_{1V}|0\rangle_2 - |0\rangle_1|2\rangle_{2V}}{\sqrt{2}}$$

Sind die Photonen unterschiedlich polarisiert, so teilen sie sich entsprechend Abschnitt 2.3.3 unabhängig voneinander am Strahlteiler auf. Dieser Fall führt auf die beiden Zustände $|\Psi^+\rangle$ und $|\Psi^-\rangle$, die dem symmetrischen bzw. antisymmetrischen Bellzuständen für den Atom-Zustand entsprechen. Sie sind gegeben durch:

$$|\Psi^+\rangle = \frac{|p\rangle_1 |m\rangle_2 + |m\rangle_1 |p\rangle_2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|1\rangle_{1H}|1\rangle_{1V}|0\rangle_2 - |0\rangle_1|1\rangle_{2H}|1\rangle_{2V}}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{|p\rangle_1 |m\rangle_2 - |m\rangle_1 |p\rangle_2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|1\rangle_{1H}|1\rangle_{2V} - |1\rangle_{1V}|1\rangle_{2H}}{\sqrt{2}}$$

Werden Koinzidenzen zwischen Photodetektionen in den Detektoren D1 und D2 bzw. D3 und D4 nachgewiesen, so befindet sich das Atom in dem verschränkten Zustand $|p\rangle_1 |m\rangle_2 + |m\rangle_1 |p\rangle_2$, werden andererseits Koinzidenzen zwischen den Detektoren D1 und D3 bzw. D2 und D4 gemessen, so ist das Atom in den Zustand $|p\rangle_1 |m\rangle_2 - |m\rangle_1 |p\rangle_2$ präpariert.

$$\text{D1, D2 oder D3, D4} \rightarrow |\Psi\rangle_{atom} = \frac{|p\rangle_1 |m\rangle_2 + |m\rangle_1 |p\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

$$\text{D1, D3 oder D2, D4} \rightarrow |\Psi\rangle_{atom} = \frac{|p\rangle_1 |m\rangle_2 - |m\rangle_1 |p\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

Andere Koinzidenzen der Photodetektionen entsprechen keiner Verschränkung zwischen den beiden Atomen und werden in der Präparation dieses Zustandes verworfen. Es sei noch einmal betont, dass dieses Verschränkungsschema nur funktioniert, wenn sich die Photonen hinsichtlich ihrer Raum-Zeit-Moden nicht unterscheiden lassen. Streuungen in den Eigenschaften der Photonen führen zu Fällen, in denen trotz entsprechender Koinzidenzen der Detektionsereignisse keine Verschränkung der beiden Atome erzielt wird. Allerdings sollte die Zeitauflösung im Fall sehr langer Photonen-Wellenpakete auch in diesem Fall die Anwendung eines Zeitfilters als zusätzliche Konditionierungsbedingung ermöglichen.

Anhang A

Ergänzungen zur Quantentheorie des Strahlteilers

A.1 Der Entwicklungsoperator \hat{B}

Die formale Beschreibung des Strahlteilers, insbesondere die explizite Darstellung des Entwicklungsoperators \hat{B} ist identisch zur quantentheoretischen Beschreibung der Polarisation. Daher soll diese kurz vorgestellt werden:

Der Polarisationszustand von klassischem Licht lässt sich mittels des Polarisationsvektors $P = (P_x, P_y, P_z)$ darstellen. Die Komponenten dieses Vektors werden auch als Stokes-Parameter bezeichnet und sind mittels der Pauli-Spinmatrizen definiert¹:

$$P_i = \frac{1}{2} (E_H^-, E_V^-) \sigma_i \begin{pmatrix} E_H^+ \\ E_V^+ \end{pmatrix} \quad \text{mit } i \in \{x, y, z\} \quad (\text{A.1})$$

Hierbei sind E_H^\pm und E_V^\pm die horizontal bzw. vertikal polarisierten Komponenten des klassischen Feldvektors.

In der quantentheoretischen Beschreibung der Polarisation werden analog zu den Stokes-Parametern die Jordan-Schwinger-Operatoren \hat{L}_1, \hat{L}_2 und \hat{L}_3 definiert, welche die Kommutatorregeln von Drehimpulsoperatoren erfüllen. Hierbei treten die Leiteroperatoren \hat{a}_H und \hat{a}_V für horizontal bzw. vertikal polarisierte Moden an die Stelle der klassischen Feldgrößen.

$$\hat{L}_i = \frac{1}{2} (\hat{a}_H^\dagger, \hat{a}_V^\dagger) \sigma_i \begin{pmatrix} \hat{a}_H \\ \hat{a}_V \end{pmatrix} \quad \text{mit } i \in \{x, y, z\} \quad (\text{A.2})$$

Mit Hilfe der Drehimpulsoperatoren A.2 lässt sich ein Rotationsoperator \hat{B} definieren.

$$\hat{B} = e^{-i\Phi\hat{L}_z} e^{-i\Theta\hat{L}_y} e^{-i\Psi\hat{L}_z} \quad (\text{A.3})$$

Dieser Rotationsoperator bewirkt eine Drehung der Polarisation des Lichtes und beschreibt somit u.a. die Wirkung von $\lambda/2$ oder $\lambda/4$ - Platten auf den Zustandsvektor des Lichtfeldes.

¹ Die Pauli-Spinmatrizen sind: $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ und $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Dieser Formalismus ist auf alle Systeme anwendbar, die sich mittels zweier Moden beschreiben lassen. Wählt man statt der horizontal und vertikal polarisierten Moden mit den Leiteroperatoren \hat{a}_H und \hat{a}_V die beiden Eingangsmoden des Strahlteilers \hat{a}_1 und \hat{a}_2 , so beschreibt der Rotationsoperator \hat{B} gerade die unitäre Entwicklung des Zustandes am Strahlteiler. Hierbei stehen die Euler-Winkel Φ , Θ und Ψ mit den Parametern θ , ϕ_σ und ϕ_ρ der Strahlteilermatrix 2.30 in Verbindung. Es ist:

$$\begin{aligned}\Phi &= 2(\phi_\sigma - \phi_\rho) \\ \Theta &= 2\theta \\ \Psi &= 2(\phi_\sigma + \phi_\rho)\end{aligned}\tag{A.4}$$

A.2 Entwicklung polynomialer Funktionen von Leiteroperatoren

Im Folgenden soll die Entwicklung von polynomialen Funktionen von Leiteroperatoren $f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4)$ betrachtet werden. Zur bessern Darstellung und ohne Einschränkung der Allgemeinheit wird die Funktion im Folgenden nur in Abhängigkeit der Erzeuger betrachtet. Der Beweis lässt sich leicht auf die Vernichter erweitern. Das allgemeinste Polynom $f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger)$ besitzt die Form:

$$f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger) = c_{11} \hat{a}_3^{\dagger n_{11}} + c_{12} \hat{a}_3^{\dagger n_{12}} \hat{a}_4^{\dagger n_{21}} + c_{22} \hat{a}_4^{\dagger n_{22}}$$

Durch Transformation der Leiteroperatoren $\hat{a}_3^\dagger = \hat{B} \hat{a}_1^\dagger \hat{B}^\dagger$ und $\hat{a}_4^\dagger = \hat{B} \hat{a}_2^\dagger \hat{B}^\dagger$ treten Terme der Form $(\hat{B} \hat{a}_1^\dagger \hat{B}^\dagger)^{n_{11}}$ auf. Wegen der Unitarität des Entwicklungsoperators mit $\hat{B} \hat{B}^\dagger = \hat{B}^\dagger \hat{B} = \mathbf{1}$ gilt:

$$\left(\hat{B} \hat{a}_1^\dagger \hat{B}^\dagger\right)^{n_{11}} = \hat{B} \hat{a}_1^{\dagger n_{11}} \hat{B}^\dagger$$

Da die Abbildung durch den Entwicklungsoperator weiterhin linear ist, folgt sofort:

$$f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger) = \hat{B}(c_{11} \hat{a}_1^{\dagger n_{11}} + c_{12} \hat{a}_1^{\dagger n_{12}} \hat{a}_2^{\dagger n_{21}} + c_{22} \hat{a}_2^{\dagger n_{22}}) \hat{B}^\dagger = \hat{B} f(\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger) \hat{B}^\dagger$$

Damit lässt sich die unitäre Entwicklung aus polynomialen Funktionen der Leiteroperatoren $f(\hat{a}_3^\dagger, \hat{a}_4^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4)$ herausziehen.

A.3 Verallgemeinerung des Entwicklungsoperators

Der Formalismus des Entwicklungsoperators lässt sich in allgemeiner Weise auf Fälle erweitern, in denen die beiden betrachteten Moden noch durch zusätzliche Freiheitsgrade unterscheidbar sind. Zum Beispiel lassen sich den beiden Eingangsmoden des Strahlteilers je zwei orthogonale Polarisationsmoden $\{H, V\}$ zuordnen, so dass die entsprechenden Leiteroperatoren durch \hat{a}_{1H} , \hat{a}_{1V} , \hat{a}_{2H} und \hat{a}_{2V} gegeben sind. Werden orthogonale Raum-Zeit-Moden $\{\Phi_n\}$ betrachtet, so ergibt sich für jede Eingangsmode sogar eine abzählbar unendliche Menge von Leiteroperatoren $\hat{a}_1(\Phi_n)$ und $\hat{a}_2(\Phi_n)$.

Im Folgenden wird jeder Eingang des Strahlteilers durch eine abzählbare Menge von Moden $\{\Gamma_n\}$ charakterisiert. Die Leiteroperatoren sind dann $\hat{a}_1(\Gamma_n)$ und $\hat{a}_2(\Gamma_n)$. Ganz analog zu Gleichung A.2 lassen sich für jede durch Γ_n definierte Mode Stokes-Operatoren definieren:

$$\hat{L}_i(\Gamma_n) := \frac{1}{2} (\hat{a}_1^\dagger(\Gamma_n), \hat{a}_2^\dagger(\Gamma_n)) \sigma_i \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\Gamma_n) \\ \hat{a}_2(\Gamma_n) \end{pmatrix} \quad \text{mit } i \in \{x, y, z\} \quad (\text{A.5})$$

Der Entwicklungsoperator \hat{B} stellt sich dann als das Produkt der zu Γ_n gehörenden Entwicklungsoperatoren \hat{B}_n dar.

$$\hat{B} = \prod_n \hat{B}_n \quad \text{mit} \quad \hat{B}_n = e^{-i\Phi_n \hat{L}_z(\Gamma_n)} e^{-i\Theta_n \hat{L}_y(\Gamma_n)} e^{-i\Psi_n \hat{L}_z(\Gamma_n)} \quad (\text{A.6})$$

Die Wirkung des Entwicklungsoperators \hat{B} auf einen beliebigen Leiteroperator $\hat{a}_j(\Gamma_k)$ wird vollständig durch den zu Γ_k gehörenden Entwicklungsoperator \hat{B}_k übernommen. Es ist:

$$\hat{B} \hat{a}_j(\Gamma_k) \hat{B}^\dagger = \hat{B}_k \hat{a}_j(\Gamma_k) \hat{B}_k^\dagger \quad (\text{A.7})$$

Dieses Resultat soll im Folgenden für den vereinfachten Fall $\hat{B}_m = e^{-i\Theta_m \hat{L}_y(\Gamma_m)}$ gezeigt werden:

Es gilt mit den rekursiv definierten Operator $\hat{C}_n = [\hat{G}, \hat{C}_{n-1}]$ und $\hat{C}_0 = \hat{A}$ die Beziehung (siehe [75]):

$$e^{\lambda \hat{G}} \hat{A} e^{-\lambda \hat{G}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} \hat{C}_n \quad (\text{A.8})$$

Damit erhält man für $\hat{B}_m \hat{a}_j(\Gamma_k) \hat{B}_m^\dagger$ den Ausdruck:

$$e^{-i\Theta_m \hat{L}_y(\Gamma_m)} \hat{a}_j(\Gamma_k) e^{i\Theta_m \hat{L}_y(\Gamma_m)} = \hat{a}_j(\Gamma_k) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i\Theta_m)^n}{n!} \hat{C}_n \quad (\text{A.9})$$

Hierbei ist $\hat{C}_1 = [\hat{L}_y(\Gamma_m), \hat{a}_j(\Gamma_k)] = 0$ für $m \neq k$ und damit auch jedes $\hat{C}_n = 0$ mit $n > 0$, so dass gilt:

$$\hat{B}_m \hat{a}_j(\Gamma_k) \hat{B}_m^\dagger = \hat{a}_j(\Gamma_k) \quad \text{bei } n \neq k \quad (\text{A.10})$$

Daher bleibt aus dem Produkt $\hat{B} = \prod_m \hat{B}_m$ aus Gleichung A.7 lediglich der Entwicklungsoperator \hat{B}_k übrig. Folglich lässt sich für den verallgemeinerten Entwicklungsoperator eine zu Gleichung 2.33 analoge Beziehung angeben.

$$\hat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\Gamma_k) \\ \hat{a}_2(\Gamma_k) \end{pmatrix} \hat{B}^\dagger = \mathbf{B}_k \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\Gamma_k) \\ \hat{a}_2(\Gamma_k) \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Die anfangs erwähnten Beispiele der zwei Polarisationsmoden und der durch $\{\Phi_n\}$ gegebenen Raum-Zeit-Moden sollen im Folgenden näher betrachtet werden.

A.3.1 Polarisationsabhängige Strahlteiler

Legt man zur Beschreibung polarisationsabhängiger Strahlteiler eine Polarisationsbasis fest, z.B. linear horizontal und linear vertikal $\{H, V\}$, so stellt sich dem Strahlteiler zuzuordnende Entwicklungsoperator \hat{B} entsprechend A.5 dar. Die Stokes-Operatoren sind dabei mittels der Leiteroperatoren $\hat{a}_{1H}, \hat{a}_{1V}, \hat{a}_{2H}$ und \hat{a}_{2V} definiert.

$$\hat{L}_{iH} = \frac{1}{2} (\hat{a}_{1H}^\dagger, \hat{a}_{2H}^\dagger) \sigma_i \begin{pmatrix} \hat{a}_{1H} \\ \hat{a}_{2H} \end{pmatrix} \quad \text{mit } i \in \{x, y, z\} \quad (\text{A.12})$$

Zur besseren Übersicht wird im Folgenden $\Phi_{H,V} = \Psi_{H,V} = 0$ gewählt. In diesem Fall ist der Entwicklungsoperator durch die beiden die Transmission (bzw. Reflexion) des Strahlteilers festlegenden Parameter Θ_H und Θ_V gegeben²:

$$\hat{B} = e^{-i\Theta_H \hat{L}_{yH}} e^{-i\Theta_V \hat{L}_{yV}} \quad (\text{A.13})$$

Die Wirkung des Entwicklungsoperators auf die Leiteroperatoren \hat{a}_{iH} und \hat{a}_{iV} ergibt sich nun entsprechend Gleichung A.11.

$$\hat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_{1H} \\ \hat{a}_{2H} \end{pmatrix} \hat{B}^\dagger = \mathbf{B}_H \begin{pmatrix} \hat{a}_{1H} \\ \hat{a}_{2H} \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\hat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_{1V} \\ \hat{a}_{2V} \end{pmatrix} \hat{B}^\dagger = \mathbf{B}_V \begin{pmatrix} \hat{a}_{1V} \\ \hat{a}_{2V} \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Für jede der beiden gewählten Polarisierungen erhält man damit im allgemeinen eine andere Strahlteilermatrix \mathbf{B}_H und \mathbf{B}_V . Im hier diskutierten Fall sind die beiden Matrizen gegeben durch:

$$\mathbf{B}_H = \begin{pmatrix} \cos \Theta_H & \sin \Theta_H \\ -\sin \Theta_H & \cos \Theta_H \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_V = \begin{pmatrix} \cos \Theta_V & \sin \Theta_V \\ -\sin \Theta_V & \cos \Theta_V \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Ein besonders einfaches Beispiel ist der Polarisationsstrahlteiler. Bei diesem wird die horizontal polarisierte Komponente stets reflektiert und die vertikal polarisierte Komponente stets hindurchgelassen. Damit ist er durch $\Theta_H = \pi/2$ und $\Theta_V = 0$ gekennzeichnet und die Strahlteilermatrizen sind:

$$\mathbf{B}_H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Bei einem polarisationsunabhängigen Strahlteiler sind die beiden Parameter identisch $\Theta_H = \Theta_V$.

²Man beachte, dass die Drehimpulsoperatoren zu verschiedenen Polarisierungen grundsätzlich kommutieren. Zum Beispiel ist $[\hat{L}_{yH}, \hat{L}_{yV}] = 0$.

A.3.2 Raum-Zeit-Moden

Werden statt der Polarisationsmoden des einfallenden Lichtes Raum-Zeit-Moden betrachtet, welche durch einen vollständigen Satz orthogonaler Funktionen $\{\Phi_n\}$ gegeben sind, so bekommt man zunächst für jede Raum-Zeit-Mode Φ_k eine Strahlteilermatrix \mathbf{B}_k und es gilt:

$$\widehat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\Phi_k) \\ \hat{a}_2(\Phi_k) \end{pmatrix} \widehat{B}^\dagger = \mathbf{B}_k \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\Phi_k) \\ \hat{a}_2(\Phi_k) \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Da bei einem passiven Strahlteiler die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten nicht von der speziellen Form der einfallenden Lichtpulse abhängen, sind alle Matrizen \mathbf{B}_k identisch. Daher gilt Beziehung A.18 auch für beliebige Raum-Zeit-Mode $\xi = \sum_i c_i \Phi_i$. Die zugehörigen Leiteroperatoren transformieren sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} \widehat{B} \hat{a}_j(\xi) \widehat{B}^\dagger &= \widehat{B} \left(\sum_n c_n \hat{a}_j(\Phi_n) \right) \widehat{B}^\dagger \\ &= \sum_n c_n \widehat{B} \hat{a}_j(\Phi_n) \widehat{B}^\dagger \\ &= \sum_n c_n (B_{j1} \hat{a}_1(\Phi_n) + B_{j2} \hat{a}_2(\Phi_n)) \\ &= B_{j1} \sum_n c_n \hat{a}_1(\Phi_n) + B_{j2} \sum_n c_n \hat{a}_2(\Phi_n) \\ &= B_{j1} \hat{a}_1(\xi) + B_{j2} \hat{a}_2(\xi) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

So dass für beliebige Raum-Zeit-Moden folgt:

$$\widehat{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\xi) \\ \hat{a}_2(\xi) \end{pmatrix} \widehat{B}^\dagger = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\xi) \\ \hat{a}_2(\xi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

A.4 Beispiele der Zustandsentwicklung am Strahlteiler

Im Folgenden wird die Zustandsentwicklung am Strahlteiler exemplarisch anhand zweier wichtiger Eingangszustände vorgeführt. Im ersten Fall wird ein n -Photonen-Fockzustand betrachtet, im zweiten Fall wird die Entwicklung kohärenter Zustände berechnet.

Fockzustand

Das Lichtfeld am Eingang 1 des Strahlteilers soll genau n Photonen aufweisen. Das Lichtfeld am Eingang 2 sei das Vakuumlichtfeld $|0\rangle$. Die Entwicklung des Eingangszustandes $|n\rangle_1 |0\rangle_2$ schreibt sich dann als:

$$\widehat{B}^\dagger |n\rangle_1 |0\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{n!}} \widehat{B}^\dagger \hat{a}_1^{\dagger n} \widehat{B} |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left(\widehat{B}^\dagger \hat{a}_1^\dagger \widehat{B} \right)^n |0\rangle$$

Mittels der Beziehung 2.40 und dem Binomischen Satz erhält man:

$$\left(\widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1^\dagger \widehat{B}\right)^n = (\sigma_1 \widehat{a}_1^\dagger - \rho_1 \widehat{a}_2^\dagger)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sigma_1^k (-\rho_1)^{n-k} \widehat{a}_1^{\dagger k} \widehat{a}_2^{\dagger(n-k)} \quad (\text{A.21})$$

Wegen $\widehat{a}^{\dagger n}|0\rangle = \sqrt{n!}|n\rangle$ folgt dann für den Ausgangszustand :

$$\widehat{B}^\dagger |n\rangle_1 |0\rangle_2 = \sum_{k=0}^n \sqrt{\binom{n}{k}} \sigma_1^k (-\rho_1)^{n-k} |k\rangle_1 |n-k\rangle_2 \quad (\text{A.22})$$

Kohärenter Zustand

Das Eingangsfeld am Strahlteiler sei nun durch den kohärenten Zustand $|\alpha\rangle_1$ an Eingang 1 und durch den Vakuumzustand $|0\rangle_2$ an Eingang 2 gekennzeichnet.

Der kohärente Zustand eines Lichtfeldes $|\alpha\rangle$ in der Fockdarstellung [38] ergibt sich über ein Polynom $f(\widehat{a}^\dagger)$ des Erzeugers \widehat{a}^\dagger .

$$|\alpha\rangle = f(\widehat{a}^\dagger) |0\rangle \quad \text{mit} \quad f(\widehat{a}^\dagger) = e^{|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n \widehat{a}^{\dagger n}}{n!} \quad (\text{A.23})$$

Alternativ hierzu erhält man den Zustand $|\alpha\rangle$ mittels des Verschiebungsoperators $\widehat{D}(\alpha)$ [38].

$$|\alpha\rangle = \widehat{D}(\alpha)|0\rangle \quad \text{mit} \quad \widehat{D}(\alpha) := e^{\alpha \widehat{a}^\dagger - \alpha^* \widehat{a}} \quad (\text{A.24})$$

Die Entwicklung des Zustandes $|\alpha\rangle_1 |0\rangle_2$ lässt sich zunächst über das Polynom $f(\widehat{a}_1^\dagger)$ verfolgen.

$$\widehat{B}^\dagger |\alpha\rangle_1 |0\rangle_2 = \widehat{B}^\dagger f(\widehat{a}_1^\dagger) \widehat{B} |0\rangle = f(\widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1^\dagger \widehat{B}) |0\rangle \quad (\text{A.25})$$

Wählt man an dieser Stelle die Darstellung mittels des Verschiebungsoperators A.24 folgt wegen $f(\widehat{a}^\dagger) = e^{\alpha \widehat{a}^\dagger - \alpha^* \widehat{a}}$ in wenigen Schritten das Ergebnis ³.

$$\begin{aligned} f(\widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1^\dagger \widehat{B}) |0\rangle &= e^{\alpha \widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1^\dagger \widehat{B} - \alpha^* \widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1 \widehat{B}} |0\rangle \\ &= e^{\sigma_1 (\alpha \widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1^\dagger \widehat{B} - \alpha^* \widehat{B}^\dagger \widehat{a}_1 \widehat{B})} e^{-\rho_1 (\alpha \widehat{B}^\dagger \widehat{a}_2^\dagger \widehat{B} - \alpha^* \widehat{B}^\dagger \widehat{a}_2 \widehat{B})} |0\rangle \\ &= \widehat{D}_1(\sigma_1 \alpha) \widehat{D}_2(-\rho_1 \alpha) |0\rangle \\ &= |\sigma_1 \alpha\rangle_1 |-\rho_1 \alpha\rangle_2 \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Ein kohärenter Zustand $|\alpha\rangle$ an einem Eingang des Strahlteilers teilt sich damit rein klassisch, d.h. ohne Korrelationen zwischen den beiden Ausgängen, auf.

Mit der selben Technik lässt sich die Interferenz zweier kohärenter Zustände $|\alpha_1\rangle_1 |\alpha_2\rangle_2$ am Strahlteiler berechnen. Man erhält:

$$\widehat{B}^\dagger |\alpha_1\rangle_1 |\alpha_2\rangle_2 = |\sigma_1 \alpha_1 - \rho_1 \alpha_2\rangle_1 |\rho_2 \alpha_1 + \sigma_2 \alpha_2\rangle_2 \quad (\text{A.27})$$

³Das Ergebnis erhält man mit Hilfe der Campbell-Baker-Hausdorf-Formel [38]: Vertauschen zwei Operatoren \widehat{A} und \widehat{B} mit ihrem Kommutator $[\widehat{A}, [\widehat{A}, \widehat{B}]] = [\widehat{B}, [\widehat{A}, \widehat{B}]] = 0$, so gilt für die Exponentialfunktion $e^{\widehat{A} + \widehat{B}}$ die Beziehung $e^{\widehat{A} + \widehat{B}} = e^{\widehat{A}} e^{\widehat{B}} e^{1/2[\widehat{A}, \widehat{B}]}$.

Literaturverzeichnis

- [1] T. Young. *Lectures on Natural Philosophy*, volume 1. Johnson, 1807.
- [2] L. Mandel. Photon interference and correlation effects produced by independent quantum sources. *Phys. Rev. A*, 28(2):929, 1983.
- [3] R. Gosch and L. Mandel. Observation of nonclassical effects in the interference of two photons. *Phys. Rev. Lett.*, 59(17):1903, 1987.
- [4] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2044–2046, 1987.
- [5] C. K. Hong and L. Mandel. Experimental realization of a localized one-photon state. *Phys. Rev. Lett.*, 56:58–60, 1986.
- [6] T. B. Pittman, D. V. Strekalov, A. Migdall, M. H. Rubin, A. V. Sergienko, and Y. H. Shih. Can two-photon interference be considered the interference of two photons? *Phys. Rev. Lett.*, 77:1917–1920, 1996.
- [7] D. V. Strekalov, T. B. Pittman, and Y. H. Shih. What we can learn about single photons in a two-photon interference experiment. *Phys. Rev. A*, 57(1):567–570, 1998.
- [8] Y. H. Shih, D. V. Strekalov, T. D. Pittman, and M. H. Rubin. Why two-photon but not two photons? *Fortschr. Phys.*, 46:627–641, 1998.
- [9] Z. Y. Ou and L. Mandel. Violation of bell’s inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 61(1):50, 1988.
- [10] D. Fattal, E. Diamanti, K. Inoue, , and Y. Yamamoto. Quantum teleportation with a quantum dot single photon source. *Phys. Rev. Lett.*, 92(3):037904, 2004.
- [11] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Experimental quantum teleportation. *Nature*, 390:575–579, 1997.
- [12] J. W. Pan, D. Bouwmeester, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Experimental entanglement swapping: Entangling photons that never interacted. *Phys. Rev. Lett.*, 80(18):3891, 1998.

- [13] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Observation of three-photon greenberger-horne-zeilinger entanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1345, 1999.
- [14] J.-W. Pan, D. Bouwmeester, M. Daniel, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Experimental test of quantum nonlocality in three-photon greenberger-horne-zeilinger entanglement. *Nature*, 403:515–519, 2000.
- [15] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn. A scheme for efficient quantum computing with linear optics. *Nature*, 409:46–52, 2001.
- [16] J. G. Rarity, P. R. Tapster, and R. Loudon. In F. De Martini, G. Denardo, and Y. Shih, editors, *Quantum Interferometry*, Weinheim, 1996. VCH.
- [17] C. Santori, M. Pelton, G. Solomon, Y. Dale, and Y. Yamamoto. Triggered single photons from a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 86:1502–1505, 2001.
- [18] M. Pelton, C. Santori, J. Vučković, B. Zhang, G. S. Solomon, J. Plant, and Y. Yamamoto. An efficient source of single photons: A single quantum dot in a micropost microcavity. *Phys. Rev. Lett.*, 89:233602, 2002, quant-ph/0208054.
- [19] C. Santori, D. Fattal, J. Vučković, G. S. Solomon, and Y. Yamamoto. Indistinguishable photons from a single-photon device. *Nature*, 419:594–597, 2002.
- [20] H. de Riedmatten, I. Marcikic, W. Tittel, H. Zbinden, and N. Gisin. Quantum interference with photon pairs created in spatially separated sources. *Phys. Rev. A*, 67:022301–1, 2003.
- [21] M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn, and G. Rempe. Vacuum-stimulated raman scattering based on adiabatic passage in a high-finesse optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 85:4872–4875, 2000.
- [22] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe. Deterministic single-photon source for distributed quantum networking. *Phys. Rev. Lett.*, 89:067901, 2002.
- [23] M. Hennrich. *Kontrollierte Erzeugung einzelner Photonen in einem optischen Resonator hoher Finesse*. PhD thesis, Technische Universität München, 2003.
- [24] T. Legero, T. Wilk, A. Kuhn, and G. Rempe. Time-resolved two-photon quantum interference. *Appl. Phys. B*, 77(8):797, 2003.
- [25] T. Legero, T. Wilk, M. Hennrich, G. Rempe, and A. Kuhn. Quantum Beat of Two Single Photons. *Phys. Rev. Lett.*, 93:070503, 2004.
- [26] Z. Y. Ou. Quantum theory of fourth-order interference. *Phys. Rev. A*, 37(5):1607, 1988.
- [27] H. Fearn and R. Loudon. Theory of two-photon interference. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(5):917–927, 1989.

- [28] A. M. Steinberg, P. G. Kwiat, and R. Y. Chiao. Dispersion cancellation and high-resolution time measurements in a four-order optical interferometer. *Phys. Rev. A*, 45(9):6659–6665, 1992.
- [29] T. C. Ralph, A. G. White, W. J. Munro, and G. J. Milburn. Simple scheme for efficient linear optics quantum gates. *Phys. Rev. A*, 65:012314, 2001.
- [30] S. Scheel, K. Nemoto, W. J. Munro, and P. L. Knight. Measurement-induced nonlinearity in linear optics. *Phys. Rev. A*, 68:032310, 2003.
- [31] J. Bylander, I. Robert-Philip, and I. Abram. Interference and correlation of two independent photons. *Eur. Phys. J. D*, 22:295–301, 2003.
- [32] A. Kiraz, M. Atatüre, and A. Imamoglu. Quantum-dot single-photon sources: Prospect for applications in linear optics quantum-information processing. *Phys. Rev. A*, 69:032305, 2004.
- [33] H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. *Applied Optics*, 5(10), October 1966.
- [34] A. Messiah. *Quantum Mechanics*, volume 2. J. Wiley & Sons, NY, 1958.
- [35] K. J. Blow, Rodney Loudon, and Simon J. D. Phoenix. Continuum fields in quantum optics. *Phys. Rev. A*, 42(7):4102–4114, 1990.
- [36] Roy J. Glauber. The quantum theory of optical coherence. *Phys. Rev.*, 130(6):2529–2539, 1963.
- [37] R. J. Glauber. Optical coherence and photon statistics. In C. Cohen-Tannoudji, C. DeWitt, A. Blandin, editor, *Quantum Optics and Electronics*, Les Houches, page 621, New York, 1965. Gordon and Breach.
- [38] L. Mandel and E. Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge University Press, Cambridge, USA, 1995.
- [39] H. Fearn and R. Loudon. Quantum theory of the lossless beam splitter. *Opt. Com.*, 64(6):485–490, 1987.
- [40] R. A. Campos, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich. Quantum-mechanical lossless beam splitter: $Su(2)$ symmetry and photon statistics. *Phys. Rev. A*, 40(3):1371, 1989.
- [41] Ulf Leonhardt. *Measuring the Quantum State of Light*. Cambridge University Press, 1997.
- [42] Ulf Leonhardt. Quantum physics of simple optical instruments. *Rep. Prog. Phys.*, 66:1207–1249, 2003.
- [43] P. A. M. Dirac. *The Principles of Quantum Mechanics*. Oxford Clarendon Press, 4 edition, 1978.

- [44] L. Mandel. Quantum effects in one-photon and two-photon interference. *Rev. Mod. Phys.*, 71:S274–S282, 1999.
- [45] A. Kuhn, M. Hennrich, T. Bondo, and G. Rempe. Controlled generation of single photons from a strongly coupled atom-cavity system. *Appl. Phys. B*, 69:373–377, 1999.
- [46] A. Kuhn and G. Rempe. Optical cavity QED: Fundamentals and application as a single-photon light source. In F. De Martini and C. Monroe, editors, *Experimental Quantum Computation and Information*, volume CXLVIII, pages 37–66, Amsterdam, 2002. Int. School of Physics Enrico Fermi, IOS Press.
- [47] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe. Strongly coupled atom-cavity systems. In G. Leuchs and T. Beth, editors, *Quantum Information Processing*, pages 182–195, Berlin, 2002. Wiley-VCH Verlag.
- [48] K. Dieckmann. Ramsey-Spektroskopieexperimente mit langsamen Atomen. Master’s thesis, Fakultät für Physik Universität Konstanz, Februar 1996.
- [49] J. Vanier and C. Audoin. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, volume 1. Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1989.
- [50] T. Bondo. Laser induced fluorescence detection of single atoms. Master’s thesis, Københavens Universitet, Niels Bohr Institute, H.C. Ørsted Laboratoriet, København, August 1999.
- [51] H.J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1999.
- [52] M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn, and G. Rempe. Photon statistics of a non-stationary periodically driven single-photon source. *New Journal of Physics*, 6, 2004.
- [53] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. Interferometry of the intensity fluctuations in light ii. an experimental test of the theory for partially coherent light. *Proc. Roy. Soc.*, A242:300–319, 1957.
- [54] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, and H. Walther. Continuous generation of single photons with controlled waveform in an ion-trap cavity system. *Nature*, 431:1075–1078, 2004.
- [55] J. Ye, D. W. Vernooy, and H. J. Kimble. Trapping of single atoms in cavity qed. *Phys. Rev. Lett.*, 83:4987–4990, 1999.
- [56] C. J. Hood, T.W. Lynn, A.C. Doherty, A.S. Parkins, and H.J. Kimble. The atom-cavity microscope: Single atoms bound in orbit by single photons. *Science*, 287:1447–1453, 2000.
- [57] P. W. H. Pinkse, T. Fischer, P. Maunz, and G. Rempe. Trapping an atom with single photons. *Nature*, 404:365–368, 2000.

- [58] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P. W. H. Pinkse, and G. Rempe. Cavity cooling of a single atom. *Nature*, 428:50, March 2004.
- [59] G. R. Guthörlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange, and H. Walther. A single ion as a nanoscopic probe of an optical field. *Nature*, 414:49–51, 2001.
- [60] A. B. Mundt, A. Kreuter, C. Becher, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, and R. Blatt. Coupling a single atomic quantum bit to a high finesse optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 89(10):103001, 2002, quant-ph/0202112.
- [61] T. Fischer, P. Maunz, P. W. H. Pinkse, T. Puppe, and G. Rempe. Feedback on the motion of a single atom in an optical cavity. 88:1630002, 2002.
- [62] J. A. Sauer, K. M. Fortier, M. S. Chang, C. D. Hamley, and M. S. Chapman. Cavity qed with optically transported atoms. *Phys. Rev. A*, 69:051804, 2004, quant-ph/0309052.
- [63] S. Nußmann, B. Weber, M. Hijlkema, A. Kuhn, and G. Rempe. private communication, 2005.
- [64] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, and H. Mabuchi. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. *Phys. Rev. Lett.*, 78:3221–3224, 1997.
- [65] S. J. van Enk, J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, and H. Mabuchi. Quantum state transfer in a quantum network: A quantum optical implementation. *J. Mod. Opt.*, 44:1727, 1997.
- [66] S. Bose, P. L. Knight, M. B. Plenio, and V. Vedral. Proposal for teleportation of an atomic state via cavity decay. *Phys. Rev. Lett.*, 83:5158–5161, 1999.
- [67] C. Cabrillo, J. I. Cirac, P. Garcia-Fernandez, and P. Zoller. Creation of entangled states of distant atoms by interference. *Phys. Rev. A*, 59:1025–1033, 1999.
- [68] D. E. Browne, M. B. Plenio, and S. F. Huelga. Robust creation of entanglement between ions in spatially separate cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 91:067901, 2003.
- [69] C. Simon and William T. M. Irvine. Robust Long-Distance Entanglement and a Loophole-Free Bell Test with Ions and Photons. *Phys. Rev. Lett.*, 91:110405, 2003.
- [70] X. L. Feng, Z. M. Zhang, X. D. Li, S-Q. Gong, and Z. Z. Xu. Entangling distant atoms by interference of polarized photons. *Phys. Rev. Lett.*, 90:217902, 2003.
- [71] L.-M. Duan and H.J. Kimble. Efficient engineering of multi-atom entanglement through single-photon detections. *Phys. Rev. Lett.*, 90:253601, 2003, quant-ph/0301164.
- [72] B. Julesgaard, A. Kozhekin, and E. S. Polzik. Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects. *Nature*, 413:400–403, 2001.

- [73] D. L. Moehring, M. J. Madsen, B. B. Blinov, and C. Monroe. Experimental Bell Inequality Violation with an Atom and a Photon. *Phys. Rev. Lett.*, 93:090410, 2004.
- [74] T. Wilk, H. Specht, A. Kuhn, and G. Rempe. private communication, 2005.
- [75] M.A.Nielsen and I.L.Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2003.

Publikationen

T. Legero, T. Wilk, M. Hennrich, G. Rempe, and A. Kuhn, Quantum Beat of Two Single Photons, *Phys. Rev. Lett.* 93: 070503, 2004

M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn, and G. Rempe, Photon Statistics of a Non-Stationary Periodically Driven Single-Photon Source *New Journal of Physics* 6: 86, 2004

T. Legero, T. Wilk, A. Kuhn, and G. Rempe, Time-Resolved Two-Photon Quantum Interference *Appl. Phys. B* 77(8): 797-802, 2003

M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn, and G. Rempe, Counter-Intuitive Vacuum-Stimulated Raman Scattering, *J. Mod. Opt.* 50: 935-942, 2003

A. Kuhn, M. Hennrich, T. Legero and G. Rempe, Photons made by vacuum-stimulated Raman scattering in an optical cavity OSA TOPS vol. 57, QELS 2001 Tech. Digest, 223-224, 2001

M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn and G. Rempe, Vacuum-Stimulated Raman Scattering based on Adiabatic Passage in a High-Finesse Optical Cavity *Phys. Rev. Lett.* 85: 4872-4875, 2000

Danksagung

Auf diesen letzten beiden Seiten möchte ich allen ein herzliches *Dankeschön* aussprechen, deren Unterstützung und Mitwirkung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Allen voran danke ich Prof. Gerhard Rempe für die freundliche Aufnahme in seiner Arbeitsgruppe. Hiermit eröffnete er mir die Möglichkeit, meine Doktorarbeit in dem spannenden und sich rasant entwickelnden Gebiet der Quantenoptik und der Quanteninformationsverarbeitung anzufertigen.

Mein ganzer Dank gilt auch Axel Kuhn, der mir stets als Diskussionspartner zur Seite stand und dem Experiment mit vielen unkonventionellen Ideen immer wieder neue entscheidende Impulse gab.

Ganz herzlich möchte ich mich auch bei meinen Mitstreitern Markus Hennrich und Tatjana Wilk bedanken. Die lehrreiche und erfolgreiche Zusammenarbeit mit Markus an der Einzelphotonenquelle habe ich sehr genossen. Ohne diese Quelle wäre dieses Experiment nicht denkbar gewesen. Tatjana danke ich insbesondere für ihre Hilfe beim Aufbau des Interferenz-Experimentes und die unschätzbare Unterstützung bei der langwierigen Aufnahme unserer Messdaten.

Herzlich danke ich auch „meinem“ Diplomanden Stefan Kudera für die spannende Zusammenarbeit bei der Entwicklung und dem Aufbau des Hochfinesse-Resonators und des Interferometers für das Quantenschalter-Projekt.

Ein ganz besonderes *Dankeschön* geht an Peter Maunz für seinen unermüdlichen Einsatz als Netzwerkadministrator und seine Unterstützung bei der Lösung von Elektronik- und Software-Problemen.

Ebenso danke ich Pepijn Pinkse, Thomas Puppe und Ingrid Schuster für die vielen Tipps und Tricks im Umgang mit Hochfinesse-Resonatoren. Thomas Fischer danke ich insbesondere für seinen aufopfernden und geduldigen Versuch, mir das Snowboard-Fahren zu lehren.

Weiterhin möchte ich mich herzlich bei Alexander Grote bedanken, der zu Zeiten seiner Hiwi-Tätigkeit tatkräftig zur erfolgreichen Umsetzung elektronischer Schaltungen beigetragen hat.

Für die professionelle und schnelle Lösung vieler technischer Probleme bin ich „unseren“ Technikern Josef Bayerl, Franz Denk, Helmut Stehbeck, Peter Sachsenmaier und Thomas Wiesmaier ein herzliches *Dankeschön* schuldig. Ohne ihre Ideen und ihren Erfahrungsschatz wäre das Experiment nicht in dieser Perfektion umzusetzen gewesen.

Auch bei allen hier nicht ausdrücklich erwähnten Mitgliedern der Gruppe „Rempe“ bedanke ich mich für die immer angenehme Arbeitsatmosphäre, die stets unterhaltsamen Diskussionen und den Spaß bei allen Skiausflügen, Grillabenden und Ringberg-Tagungen.

Ein dickes *Dankeschön* gilt auch meinem Schatz Melanie, die mir in allen Höhen und Tiefen, die ein solches Projekt mit sich bringt, geduldig zuhörend und immer wieder Mut zusprechend zur Seite stand.

Vor allem aber danke ich meinen Eltern, die meinen beruflichen Plänen stets aufgeschlossen gegenüber standen und mich mit ihren ganzen Kräften unterstützten. Ohne ihren liebevollen Einsatz wäre diese Arbeit nicht entstanden.