

Technische Universität München
Max-Planck-Institut für Quantenoptik

Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome

Andreas Marte

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik
der Technischen Universität München
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. F. Koch, Ph. D.

Prüfer der Dissertation: 1. Hon.-Prof. Dr. G. Rempe
2. Univ.-Prof. Dr. M. Kleber

Die Dissertation wurde am 22.5.2003
bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Physik am 24.7.2003 angenommen.

Zusammenfassung

Atomare Bose-Einstein-Kondensate in ultrakalten, verdünnten Gasen stellen nahezu ideale Quantengase dar, die seit 1995 experimentell untersucht werden können. In den neuesten Experimenten spielt die interatomare Wechselwirkung eine entscheidende Rolle für die große Vielfalt der beobachteten Phänomene. So ist es beispielsweise möglich, die Wechselwirkung der Atome untereinander durch Magnetfeld-induzierte Resonanzen im elastischen Stoßquerschnitt, so genannte *Feshbach-Resonanzen*, gezielt zu verändern.

Thema der vorliegenden Arbeit ist die Beobachtung von mehr als 40 magnetisch-induzierten Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Atome, erstmals anhand des Isotops ^{87}Rb , welches weltweit in der großen Mehrzahl der Experimente zur Bose-Einstein-Kondensation verwendet wird. Untersucht wurde hierbei der Magnetfeldbereich zwischen 0, 5 und 1261 G sowie unterschiedliche Spinmischungen. Als Signatur der Resonanzen dienten Teilchenverluste in optisch gespeicherten Ensembles von Atomen infolge resonant überhöhter inelastischer Stoßprozesse. Mittels Mikrowellenspektroskopie wurden die Resonanzpositionen mit einer hohen absoluten Genauigkeit von ca. 30 mG bestimmt.

Ursprünglich waren lediglich vier Feshbach-Resonanzen für den Zustand $|f, m_f\rangle = |1, 1\rangle$ vorhergesagt worden, welche durch Kopplung des Streuzustandes an gebundene Molekülzustände mit der Drehimpulsquantenzahl $l = 0$ hervorgerufen werden. In Zusammenarbeit mit Prof. B. J. Verhaar und E. G. M. van Kempen von der Technischen Universität Eindhoven konnten alle Resonanzen bis auf eine unter Berücksichtigung zusätzlicher Kopplungsmechanismen und weiterer Eingangskanäle eindeutig identifiziert werden. Darüber hinaus gelang es, anhand der experimentell bestimmten Resonanzpositionen einen verbesserten Parametersatz für das Wechselwirkungspotential von Rubidium abzuleiten. Die Abweichungen zwischen experimentell bestimmten und theoretisch vorhergesagten Resonanzpositionen bewegen sich nunmehr im Bereich weniger Promille.

Im Bereich der breitesten Resonanz des Eingangskanals $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ bei ca. 1007 G wurde der beobachtete Teilchenverlust genauer untersucht. Auf der Resonanz folgt die Abnahme der Teilchenzahl auf langen Zeitskalen einem resonant überhöhten Drei-Körper-Zerfall mit einer Ratenkonstanten, die den entsprechenden Wert fernab der Resonanz um ca. zwei Größenordnungen übersteigt. Die Messungen legen zudem die Existenz eines zusätzlichen Zerfallsmechanismus nahe, der auf extrem kurzen Zeitskalen ($\lesssim 1$ ms) stattfindet. Ergebnisse anderer Arbeitsgruppen geben Anlaß zu der Vermutung, dass kohärente Kopplungen zwischen Atomen, Molekülen und dissoziierten Atom-Atom-Paaren hierbei eine entscheidende Rolle spielen.

Die Arbeit enthält ferner die Beschreibung und Charakterisierung einer neuen Apparatur, die es erlaubt, Bose-Einstein-Kondensate mit hoher Wiederholrate und hervorragender Reproduzierbarkeit zu erzeugen, unabdingbare Voraussetzungen für die durchgeführten Untersuchungen an Feshbach-Resonanzen in ^{87}Rb .

Abstract

Atomic Bose-Einstein condensates in ultracold dilute gases represent almost ideal quantum gases, which can be investigated experimentally since 1995. In the latest experiments, the interactions among the atoms plays a crucial role for a variety of phenomena. These interactions can be tuned by means of so called magnetically induced *Feshbach resonances*, i. e. resonances of the elastic scattering cross section.

This thesis reports on the observation of more than 40 magnetically induced Feshbach resonances, for the first time in ^{87}Rb , which is the isotope used in most of today's experiments on Bose-Einstein condensation. Thereby, the magnetic field range between 0,5 and 1261 G as well as different spin mixtures were examined. The loss of atoms owing to resonantly enhanced inelastic collision processes served as a signature of the resonances. The resonance positions were determined with a high absolute accuracy of 30 mG using microwave spectroscopy.

Originally, only four Feshbach resonances were predicted for the $|f, m_f\rangle = |1, 1\rangle$ Zeeman state due to the coupling to (quasi) bound states with rotational quantum number $l = 0$. In cooperation with Professor B. J. Verhaar and E. G. M. van Kempen from the Technical University in Eindhoven all except one of the resonances could be clearly identified including additional coupling mechanisms and other entrance channels in the analysis. Furthermore an improved set of model parameters for the rubidium interatomic potential could be derived on the basis of the experimentally determined resonance positions. The deviations between experimentally determined and theoretically predicted resonance positions lie now within the range of a few parts per thousand.

Within the range of the broadest resonance of the entrance channel $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ at 1007 G the observed particle loss was investigated in more detail. On resonance, the particle loss follows a resonantly enhanced three body decay on long time scales. The appropriate rate coefficient exceeds the corresponding value away from the resonance by approximately two orders of magnitude. Moreover, the measurements suggest the existence of an additional loss mechanism acting on time scales faster than 1 ms. In this context, results of other groups give rise to the assumption that coherent couplings between atoms, molecules, and dissociated atom pairs play a crucial role.

In addition, this thesis reports on the characterisation of a new apparatus, which allows for the production of Bose-Einstein condensates with a high repetition rate and outstanding reproducibility, indispensable conditions for the accomplished experiments with Feshbach resonances in ^{87}Rb .

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Bose-Einstein-Kondensate: Modellsysteme der Quantenphysik	1
1.2	Feshbach-Resonanzen: Kontrolle der Wechselwirkung in ultrakalten Gasen .	3
1.3	Die vorliegende Arbeit	4
2	Ultrakalte Stöße	7
2.1	Grundlegende Konzepte der Streutheorie	8
2.2	Partialwellenzerlegung im Grenzfall geringer Stoßenergien	9
2.2.1	Streuung identischer Teilchen	11
2.3	s-Wellen-Streuung	12
2.3.1	Streulänge und s-Wellen-Wirkungsquerschnitt	12
2.3.2	Streuung am Kastenpotential: Streulänge und Lage des letzten gebundenen Zustandes	14
3	Feshbach-Resonanzen	16
3.1	Phänomenologische Beschreibung	16
3.2	Streuung mit innerem Freiheitsgrad: Modell einer Feshbach-Resonanz . . .	19
4	Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter ^{87}Rb-Atome	23
4.1	Das Streupotential	23
4.2	Lage gebundener Zustände	29

4.3	Positionen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen	31
4.3.1	Quantenzahlen und Auswahlregeln	32
4.3.2	Resonanzpositionen in einfacher Abschätzung	34
4.3.3	Numerische Ergebnisse	36
5	Bose-Einstein-Kondensation	38
5.1	Kondensation des idealen Bose-Gases im harmonischen Potential	39
5.2	Auswirkungen der Wechselwirkung auf die Bose-Einstein-Kondensation	41
5.2.1	Kondensate unter dem Einfluss einer Feshbach-Resonanz	42
5.2.2	Thomas-Fermi-Näherung	42
5.2.3	Anisotrope Expansion als Signatur des Kondensats	44
6	Inelastische Stoßprozesse	46
6.1	Inelastische Zwei-Körper-Stöße: Spinrelaxation	46
6.2	Inelastische Drei-Körper-Stöße: Rekombination	48
6.3	Verlustmechanismen nahe Feshbach-Resonanzen	50
6.3.1	Kohärente Atom-Molekül-Kopplungen	51
7	Das Konzept des Experiments	53
7.1	Doppel-MOT-System	55
7.2	Präparation für die magnetische Speicherung	56
7.3	Magnetische Speicherung	57
7.3.1	Die Ioffe-Pritchard-Magnetfalle	58
7.3.2	Transfer in die magnetische Falle und adiabatische Kompression	61
7.4	Verdampfungskühlung magnetisch gespeicherter Atome	62
7.5	Speicherung ultrakalter Atome in einer Dipolfalle	64
7.5.1	Das Dipolpotential	65

7.5.2	Transfer von Atomen in die Dipolfalle	69
7.5.3	Charakterisierung der Dipolfalle	70
7.5.4	Spinpräparation	73
8	Detektion und Bestimmung der Systemgrößen	75
8.1	Absorptionsmessungen	75
8.2	Das Abbildungssystem	78
9	Experimenteller Aufbau	84
9.1	Lasersystem	84
9.2	Vakuumanlage	87
9.3	Eine hochstabile magnetische Falle für die Bose-Einstein-Kondensation . . .	90
9.3.1	Aufbau der Ioffe-Falle	90
9.3.2	Charakterisierung der Ioffe-Falle	96
9.3.3	Homogenes Magnetfeld für die Untersuchung von Feshbach-Resonanzen	102
9.3.4	Kalibrierung, Homogenität und Stabilität des Magnetfeldes	104
9.4	Aufbau der Dipolfalle	106
10	Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb im Experiment	108
10.1	Charakterisierung des Phasenübergangs	108
10.2	Lebensdauer von Bose-Einstein-Kondensaten	113
10.2.1	Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat	115
11	Feshbach-Resonanzen im Experiment	119
11.1	Beobachtung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen	119
11.2	Resonanz-Positionen: Experiment und Theorie im Vergleich	122
11.3	Identifikation des Eingangskanals einer Resonanz	126

11.4	Charakterisierung der „Stärke“ der Resonanzen	127
11.5	Die Feshbach-Resonanz bei 1007 G	131
11.5.1	Verlustmessungen: Bestimmung von Rekombinationsraten	132
12	Ausblick	135
	ANHANG	137
A	Variation der Streulänge nahe einer Feshbach-Resonanz	137
A.1	Projektionsoperator-Formalismus	138
A.2	Grenzfall niederenergetischer Streuzustände	139
A.3	Magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen	142
B	Eigenschaften des Isotops ^{87}Rb	143
C	Beobachtete Feshbach-Resonanzen im $f = 1$-Hyperfeingrundzustand	145
	LITERATURVERZEICHNIS	153
	ABBILDUNGS- UND TABELLENVERZEICHNISSE	167
	DANKSAGUNG	171

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Bose-Einstein-Kondensate: Modellsysteme der Quantenphysik

Vor nun fast 80 Jahren erschien in der Zeitschrift für Physik ein Beitrag des indischen Physikers S. N. Bose mit dem Titel *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, in der erstmals das Plancksche Strahlungsgesetz im Rahmen der statistischen Mechanik hergeleitet wurde [1]. Boses Arbeit beruht auf einem fundamentalen, damals noch kaum geläufigen Konzept der Quantenmechanik, nämlich der Ununterscheidbarkeit gleichartiger Teilchen. Der Übersetzer dieser Arbeit, kein geringerer als A. Einstein, merkt an: „Boses Ableitung der Planckschen Formel bedeutet meiner Meinung nach einen wichtigen Fortschritt. Die hier benutzte Methode liefert auch die Quantentheorie des idealen Gases, wie ich an anderer Stelle ausführen will.“ In seinen Abhandlungen zur „Quantentheorie des einatomigen idealen Gases“ [2, 3] beschreibt Einstein dann das später nach ihm und Bose benannte Phänomen der *Bose-Einstein-Kondensation* (BEK). Demnach sollten Bosonen, also Teilchen mit ganzzahligem Drehimpuls, bei großer Dichte und geringer Temperatur in einen gemeinsamen Quantenzustand des Systems „kondensieren“, allerdings nicht infolge einer Wechselwirkung zwischen den Teilchen, sondern letztlich nur aufgrund von deren Ununterscheidbarkeit. Hierbei handelt es sich um eines der herausragendsten Ergebnisse der theoretischen Quantenstatistik. Entsprechend wurde die erste Beobachtung der BEK eines nahezu idealen Gases 1995 [4], 70 Jahre nach Einsteins Vorhersage, als große wissenschaftliche Sensation gefeiert. Die Verleihung des Nobelpreises im Jahre 2001 an E. A. Cornell, W. Ketterle und C. E. Wieman, die Pioniere der experimentellen BEK, „für die Erzeugung der Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten Gasen aus Alkaliatomen, und für frühe grundsätzliche Studien über die Eigenschaften der Kondensate“ ist Ausdruck der enormen Bedeutung und Popularität dieses noch jungen Forschungsgebietes.

Bose-Einstein-Kondensation tritt auf, wenn die thermische de-Broglie-Wellenlänge der Teilchen deren mittleren Abstand übersteigt. Dieses Regime, in dem das Verhalten der Teilchen zunehmend von deren Wellennatur bestimmt wird, ist prinzipiell sowohl mit

hohen Dichten als auch mit tiefen Temperaturen und entsprechend großen de-Broglie-Wellenlängen erreichbar. Bei Temperaturen, welche mittels kryogener Methoden erzielt werden, wären allerdings noch derart hohe Dichten erforderlich, dass aufgrund des starken Einflusses der interatomaren van der Waals-Wechselwirkung nicht mehr von idealen Systemen ausgegangen werden könnte. Daher erschien die experimentelle Beobachtung der Bose-Einstein-Kondensation eines idealen Gases lange Zeit unmöglich. E. Schrödinger beschrieb diese Problematik mit den Worten [5]: „Um eine signifikante Abweichung [vom klassischen Verhalten] aufzuweisen, benötigt man so hohe Dichten und so kleine Temperaturen, dass die van der Waals-Korrekturen und die Effekte einer möglichen Entartung von der gleichen Größenordnung sein werden, und es besteht daher wenig Aussicht dafür, dass die beiden Arten von Effekten sich jemals trennen lassen.“ Es ist daher nicht überraschend, dass es sich bei den ersten Systemen, die mit der BEK in Verbindung gebracht wurden, um vergleichsweise stark wechselwirkende Systeme handelt. So schlug F. London 1938 vor [6], die Suprafluidität von ^4He könnte eine Manifestation der Kondensation von Helium-Atomen sein. Unterstützt wurde diese Vermutung durch die Tatsache, dass kein vergleichbarer Effekt mit dem Isotop ^3He zu beobachten war, welches nicht der Bose-Einstein-, sondern der Fermi-Dirac-Statistik gehorcht. Eng verwandt mit der Suprafluidität ist das 1911 von H. Kamerlingh Onnes entdeckte Phänomen der Supraleitung. Innerhalb der BCS-Theorie fand die Supraleitung 1957 eine Interpretation im Sinne der Kondensation so genannter Cooper-Paare.

Die lange Zeitspanne, welche zwischen Vorhersage und der erstmaligen Beobachtung der Bose-Einstein-Kondensation eines nahezu idealen Gases lag, ist auf den hohen technologischen Aufwand zurückzuführen, der für die Erzeugung eines solchen Kondensats zu betreiben ist. Da hierfür letztlich Temperaturen von wenigen 100 nK erforderlich sind, mußten neue Wege auf dem Gebiet der Kühlung und Speicherung von Atomen beschritten werden. Einen entscheidenden Beitrag leisteten die Methoden der Laserkühlung, für deren Entwicklung S. Chu, C. Cohen-Tannoudji und W. D. Phillips 1997 mit dem Nobelpreis geehrt wurden. So gelingt es mittels der so genannten magneto-optischen Falle [7], um nur einen Meilenstein dieser Entwicklungen zu nennen, eine ganze Reihe atomarer Gase mittlerweile routinemäßig auf Temperaturen von wenigen μK abzukühlen. Der endgültige Durchbruch gelang allerdings erst durch die Kombination optischer Kühlverfahren mit der Verdampfungskühlung [8] magnetisch gespeicherter Atome [9]. Bei der Verdampfungskühlung werden selektiv Teilchen mit überdurchschnittlich hoher Energie aus einem gespeicherten Ensemble entfernt, wodurch die Temperatur der verbleibenden Teilchen sinkt. Sowohl die magnetische Speicherung neutraler Atome als auch die Verdampfungskühlung wurden im Zuge der Bestrebungen entwickelt, atomaren Wasserstoff zu kondensieren, der lange Zeit als aussichtsreichster Kandidat galt. Der Weg zur BEK in Wasserstoff gestaltete sich aber letztlich äußerst beschwerlich, wurde aber schließlich im Jahre 1998 doch noch von Erfolg gekrönt [10].

Heute beschäftigen sich weltweit knapp 40 Arbeitsgruppen experimentell mit der Bose-Einstein-Kondensation nahezu idealer Gase. Dieser oftmals als „neue Form der Materie“ bezeichnete Zustand konnte nach den ersten erfolgreichen Experimenten an ^{87}Rb , ^7Li und ^{23}Na im Jahre 1995 [4, 11, 12] mittlerweile noch mit fünf weiteren Gasen, ^1H , ^{85}Rb , ^{41}K , $^4\text{He}^*$ und ^{133}Cs , beobachtet werden [10, 13, 14, 15, 16, 17]. Die Fragestellungen der jüngsten

Vergangenheit und der Gegenwart sind ein Ausdruck für die zunehmend „interdisziplinäre“ Forschung an Kondensaten, da sie viele unterschiedliche Bereiche der Physik berühren. An dieser Stelle seien stellvertretend für eine Vielzahl Aufsehen erregender Experimente Untersuchungen zur Auskopplung [18, 19, 20] und Verstärkung [21, 22] von Materiewellen, zur Vier-Wellen-Mischung mit Kondensaten [23] sowie zum Übergang zwischen einer suprafluiden Phase und einem Mott-Isolator [24] genannt. Diese Arbeiten unterstreichen die enge Verwandtschaft der Atomoptik, der Laserphysik, der nicht-linearen Optik sowie der Festkörperphysik mit der Physik von Bose-Einstein-Kondensaten.

Anhand der Entwicklungen der letzten Jahre wird ersichtlich, dass Bose-Einstein-Kondensate in ultrakalten, verdünnten Gasen einzigartige Modellsysteme darstellen, die sich noch recht nahe am Lehrbuchbeispiel eines idealen Kondensats bewegen. Die interatomare Wechselwirkung in diesen Systemen ist hinreichend schwach, so dass eine vergleichsweise einfache theoretische Beschreibung möglich ist. Dennoch spielt die Wechselwirkung eine entscheidende Rolle für die enorme Vielfalt der beobachteten Phänomene. Mittlerweile ist es sogar möglich, die Wechselwirkung in Kondensaten gezielt zu verändern, eine wesentliche Motivation für die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Experimente.

1.2 Feshbach-Resonanzen: Kontrolle der Wechselwirkung in ultrakalten Gasen

Mit der Realisierung der Bose-Einstein-Kondensation verdünnter Gase und den beeindruckenden Experimenten der folgenden Jahre ist auf dem Forschungsgebiet der Speicherung und Kühlung ultrakalter Atome ein bislang nicht da gewesenes Maß an Kontrolle und Präzision erreicht worden. Ultrakalte Gase und Kondensate bieten die Möglichkeit, die Wechselwirkungen zwischen Atomen, welche sich letztlich in Stößen der Atome untereinander äußert, im Detail zu studieren. Die experimentell gewonnenen Erkenntnisse über die Eigenschaften elastischer wie inelastischer Stöße führen zu stetig verbesserten Modellen der interatomaren Wechselwirkung. Hierdurch wurde auch die Prognose [25] und Beobachtung [26] feldinduzierter Streuresonanzen im elastischen Stoßquerschnitt möglich.

Während eines Stoßes können zwei Atome zeitweise ein Molekül bilden. Unterscheidet sich das magnetische Moment des Moleküls von jenem der Atome, so kann die Energiedifferenz zwischen dem atomaren und dem molekularen Zustand mittels eines externen magnetischen Feldes variiert werden. Fällt die Energie des gebundenen Zustandes mit jener der stoßenden Atome zusammen, und besteht zudem eine Kopplung zwischen dem gebundenen Zustand und dem Streuzustand, so tritt eine so genannte *Feshbach-Resonanz* auf. Durch die temporäre, resonant überhöhte Besetzung des gebundenen Zustandes kommt es dann zu signifikant veränderten Stößeigenschaften. Feshbach-Resonanzen bieten somit die Möglichkeit, die Wechselwirkung in kalten Gasen zu modifizieren und zu kontrollieren. Hierbei gelingt es sogar, die Wechselwirkung sowohl attraktiv als auch repulsiv zu gestalten. Eine allein durch Variation eines externen Magnetfeldes einstellbare Stärke der Wechselwirkung stellt einen neuartigen Freiheitsgrad bei der Untersuchung von Viel-Teilchen-Systemen dar.

Feshbach-Resonanzen sind ursprünglich ein Phänomen der Kernphysik. Durch die Arbeiten von Herman Feshbach zu einer verallgemeinerten Theorie von Kernreaktionen [27, 28] entstanden wesentliche, intuitive Konzepte, die heute das Gerüst komplexer Berechnungen von Kernreaktionen bilden. Eine spezielle Anwendung dieser Theorie ist die Beschreibung von Feshbach-Resonanzen.

Mittlerweile spielen magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen in der Physik ultrakalter Gase und Bose-Einstein-Kondensate eine herausragende Rolle und eröffnen vielversprechende Perspektiven. Für die Atom- und Molekülphysik sind Feshbach-Resonanzen insbesondere aus spektroskopischer Sicht von Interesse. Neben den Magnetfeldern, bei denen Resonanzen auftreten, geben die Breiten der Resonanzen genaue Auskunft über die beteiligten Molekülpotentiale und tragen daher zu erheblich verfeinerten Modellen der interatomaren Wechselwirkung bei [29, 30, 31, 32]. Für Stöße zwischen ultrakalten Rubidium- oder Cäsiumatomen ist hierbei inzwischen eine Genauigkeit der Beschreibung erreicht worden, welche an jene für atomaren Wasserstoff heranreicht. Dies ist insbesondere angesichts der Tatsache, dass Cäsium und Rubidium in Atomuhren zum Einsatz kommen, von großer Bedeutung.

Feshbach-Resonanzen wurden bereits in einer Vielzahl von Experimenten mit Kondensaten eingesetzt, da nahezu alle beobachtbaren Größen stark von der Wechselwirkung abhängen. So konnte durch geeignete Wahl einer schwach attraktiven Wechselwirkung in Lithium-Kondensaten die Propagation heller, aus Materiewellen bestehender Solitonen beobachtet werden [33, 34]. Der Wechsel zwischen Regimen repulsiver und attraktiver Wechselwirkung erlaubt es, dass Kräftegleichgewicht in Kondensaten drastisch zu stören und deren Reaktion auf die abrupt veränderten Verhältnisse zu studieren. Hierbei zeitigte die Dynamik kollabierender Kondensate eine ganze Reihe unerwarteter Phänomene für die in Anlehnung an das Verhalten kollabierender Sterne der Begriff der „bose nova“ geprägt wurde: Anisotrope Ausbrüche schneller Atome aus einem Kondensat, Ausbildung von Spitzen in dessen Dichteverteilung sowie ein zurückbleibender kalter Kern von Atomen [35]. Darüber hinaus eröffnen Feshbach-Resonanzen neue Perspektiven in der Physik kalter Moleküle. Aufgrund der kohärenten Kopplung zwischen Streuzustand und gebundenem Zustand konnten mittels geeigneter zeitabhängiger Magnetfelder Oszillationen in den Populationen atomarer und molekularer Zustände beobachtet werden [36]. Ein großes Ziel, die Realisierung eines molekularen Kondensats, scheint in greifbare Nähe gerückt. Schließlich bieten Feshbach-Resonanzen auch für Experimente mit ultrakalten Fermi-Gasen ein enormes Potential. Zahlreiche Arbeitsgruppen versuchen derzeit unter Verwendung von Feshbach-Resonanzen stark wechselwirkende, quantenentartete Fermi-Gase zu realisieren [37], um möglicherweise den Übergang in eine suprafluide Phase beobachten zu können.

1.3 Die vorliegende Arbeit

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der erstmaligen Beobachtung und Untersuchung von magnetisch-induzierten Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome des Isotops ^{87}Rb [32]. Nahe Feshbach-Resonanzen sind nicht nur elastische Stoßprozes-

se, sondern zumeist auch inelastische Prozesse resonant überhöht, welche zu Verlusten von Teilchen aus einem gespeicherten Ensemble führen. Anhand dieser Signatur wurden insgesamt 43 Feshbach-Resonanzen beobachtet. Voraussetzung für die Beobachtung und Untersuchung der Resonanzen war der Aufbau eines BEK-Experiments der „zweiten Generation“, also einer Apparatur, welche es erlaubt, Kondensate großer Teilchenzahl mit hoher Reproduzierbarkeit und hoher Wiederholrate zu erzeugen.

Auf Grundlage der mit hoher Genauigkeit ermittelten Resonanzpositionen gelang es in Zusammenarbeit mit Prof. B. J. Verhaar und seinem Mitarbeiter E. G. M. van Kempen von der Technischen Universität Eindhoven, die Resonanzen mit Pendants aus theoretischen Vorhersagen eindeutig zu identifizieren. Darüber hinaus konnte aus der Anpassung theoretisch vorhergesagter Resonanzpositionen an die experimentell bestimmten Werte ein verbesserter Satz von Parametern für das Wechselwirkungspotential abgeleitet werden. Die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment bewegen sich nunmehr im Bereich weniger Promille.

Rubidium 87 wird derzeit in weltweit ca. 35 Apparaturen zur Untersuchung der BEK und somit in der großen Mehrheit der Experimente eingesetzt. Die Beobachtung von Feshbach-Resonanzen in diesem Isotop birgt daher ein enormes Anwendungspotential. Eine signifikante Variation der Wechselwirkung in Kondensaten unter Verwendung einer der beobachteten Resonanzen konnte mittlerweile am hier beschriebenen Experiment erfolgreich demonstriert werden [38]. Darüber hinaus werden derzeit erste Schritte zur Bildung und Untersuchung von Molekülen mittels der beobachteten Feshbach-Resonanzen unternommen.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden grundlegende Konzepte der Streutheorie erläutert, wobei Stöße im Grenzfall geringer Energien im Vordergrund stehen. Zum Verständnis von Feshbach-Resonanzen ist eine Ausdehnung dieser Konzepte auf Stöße zwischen Teilchen mit inneren Freiheitsgraden erforderlich. Kapitel 3 widmet sich zunächst einer phänomenologischen Beschreibung, gefolgt von einem einfachen analytischen Modell, mit dessen Hilfe bereits wesentliche Eigenschaften dieser Streuresonanzen untersucht werden können. Die Betrachtung von Feshbach-Resonanzen wird anhand interatomarer Wechselwirkungen von Rubidium 87 in Kapitel 4 vertieft und konkretisiert. Die unterschiedlichen Kopplungsmechanismen zwischen Streuzuständen und gebundenen Zuständen führen zu einer Reihe von Auswahlregeln. In Kombination mit der Energieabhängigkeit dieser Zustände in einem äußeren Magnetfeld lassen sich dann erste Prognosen für die Positionen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen ableiten. Die Verbindung zwischen Feshbach-Resonanzen und der Bose-Einstein-Kondensation wird in Kapitel 5 beleuchtet. Nach einer kurzen Einführung zur BEK idealer Gase werden insbesondere die Auswirkungen der Wechselwirkung auf ein Kondensat diskutiert. Die theoretischen Grundlagen der Arbeit werden in Kapitel 6 mit der Betrachtung inelastischer Stoßprozesse und einigen Bemerkungen zu kohärenten Atom-Molekül-Kopplungen nahe Feshbach-Resonanzen abgeschlossen.

Der experimentelle Teil der Arbeit beginnt mit Kapitel 7. Hier werden zunächst Konzepte und Methoden vorgestellt, die im Rahmen des Experimentes zur Speicherung und Kühlung

eines Gases zum Einsatz kamen. Techniken, die zur Bestimmung von Systemgrößen wie etwa der Teilchenzahl oder der Temperatur eines gespeicherten Ensembles von Atomen eingesetzt wurden, sind in Kapitel 8 erläutert. Kapitel 9 beschreibt die neu entwickelte Apparatur zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten. Der Umzug der Arbeitsgruppe von der Universität Konstanz an das Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching im Herbst des Jahres 1999 bot die Gelegenheit, ein in vielerlei Hinsicht verbessertes Experiment aufzubauen. Herzstück der neuen Apparatur ist eine magnetische Falle, die sich durch ihre außerordentliche Stabilität auszeichnet und erheblich zur hohen Reproduzierbarkeit der Experimente beiträgt.

Kapitel 10 stellt Messungen zur Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium 87 in den beiden Hyperfeingrundzuständen $|2, +2\rangle$ und $|1, -1\rangle$ vor. Neben einer Charakterisierung des Phasenübergangs finden sich Untersuchungen zur Lebensdauer von Kondensaten. Diese bestimmt die Zeitskala, auf der Experimente mit Kondensaten durchgeführt werden können. Der Einfluss inelastischer Stöße und Stoßlawinen auf die Lebensdauer von Kondensaten ist Thema der Dissertation von J. Schuster [39, 40], die ebenfalls am hier beschriebenen Experiment entstand. Kapitel 11 ist schließlich der erstmaligen Beobachtung von Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter ^{87}Rb -Atome gewidmet und beruht auf der Publikation [32]. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick.

Kapitel 2

Ultrakalte Stöße

Stöße sind eine Folge der Wechselwirkung zwischen Teilchen und daher von entscheidender Bedeutung für das Verständnis von Eigenschaften ultrakalter Gase. Zunächst gewährleisten elastische Stöße die Thermalisierung eines Ensembles von gespeicherten Atomen auch in der Abwesenheit materieller Wände. Dies ist die Grundvoraussetzung für den bis heute in allen Experimenten zur Bose-Einstein-Kondensation eingesetzten Kühlmechanismus, die so genannte Verdampfungskühlung. Des Weiteren beeinflusst die Wechselwirkung wesentlich Form und Ausdehnung eines Bose-Einstein-Kondensats im Gleichgewicht, sowie dessen Dynamik. Schließlich bestimmen und limitieren inelastische Stöße die in ultrakalten Gasen erreichbaren Dichten. Streuresonanzen, also Resonanzen des Wirkungsquerschnitts elastischer und inelastischer Stöße, spielen daher eine wichtige Rolle in der Physik kalter Gase. Insbesondere Feshbach-Resonanzen kommt mittlerweile eine enorme Bedeutung zu, da es mit ihnen gelingt, die Stößeigenschaften dieser Gase gezielt zu verändern.

Experimente zur Bose-Einstein-Kondensation finden typischerweise an Gasen mit Temperaturen unterhalb weniger μK statt. Bereits bei um Größenordnungen höheren Temperaturen ist eine rein quantenmechanische Beschreibung von Stößen erforderlich. Interessanterweise wird diese Beschreibung aber gerade im Grenzfall „ultrakalter“ Stöße, d. h. für Stöße bei äußerst geringen Stoßenergien, vergleichsweise einfach: Trotz eines i. Allg. äußerst komplexen Wechselwirkungspotentials genügt ein einziger Parameter, um die elastischen Stößeigenschaften des Gases zu charakterisieren (siehe Kapitel 2.3). Da es sich bei den im Experiment präparierten Gasen um stark verdünnte Systeme handelt, ist zur Behandlung elastischer Stöße die Betrachtung von Zwei-Körper-Prozessen ausreichend. Bei inelastischen Stößen hingegen spielt die Molekülbildung, ein Drei-Körper-Prozess, eine wesentliche Rolle. Auf sie wird näher in Kapitel 6.2 eingegangen.

Im folgenden Kapitel werden einige Grundbegriffe der elastischen Streuung erläutert. Dabei wird insbesondere auf jene Konzepte eingegangen, die zum Verständnis von Feshbach-Resonanzen notwendig sind. Für eine detailliertere Darstellung sei an dieser Stelle auf die Referenzen [41, 42, 43] verwiesen.

2.1 Grundlegende Konzepte der Streutheorie

Das Problem der Streuung zweier Teilchen der Masse m lässt sich durch Übergang zu Schwerpunkts- und Relativkoordinaten auf das der Streuung *eines* Teilchens mit der reduzierten Masse $m_r = m/2$ zurückführen¹. Zur Beschreibung des einlaufenden Teilchens wäre korrekterweise ein Wellenpaket anzusetzen, allerdings ist die Betrachtung ebener Wellen mit Wellenvektoren \vec{k} und Energien $E_k = \hbar^2 k^2 / (2m_r)$ ausreichend, da sich jedes Wellenpaket durch Superposition ebener Wellen darstellen lässt. Die Untersuchung elastischer Streuprozesse hat schließlich zur Folge, dass es sich bei den Streuzuständen um Energieeigenzustände handelt. Gesucht sind somit Lösungen $\Psi_{\vec{k}}$ der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_r} \vec{\nabla}^2 + V(\vec{r}) \right) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = E_k \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}). \quad (2.1)$$

Für ein ausreichend kurzreichweitiges Potential ist der Streuzustand für große Abstände kräftefrei und hat als Überlagerung einer einlaufenden ebenen Welle sowie einer vom Streuzentrum ausgehenden Streuwelle folgende asymptotische Form:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \propto e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(k, \vec{n}, \vec{n}') \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (2.2)$$

Die so genannte *Streuamplitude* $f(k, \vec{n}, \vec{n}')$ hängt neben der Energie auch von der Ausbreitungsrichtung \vec{n} der einlaufenden Welle und der Beobachtungsrichtung \vec{n}' ab. Die Streuamplitude ist von großer Bedeutung, da sie die Verbindung zwischen der Wellenfunktion des Streuzustandes und den relevanten (beobachtbaren) physikalischen Größen, dem differentiellen bzw. dem totalen Wirkungsquerschnitt, herstellt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \vec{n}, \vec{n}')|^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma(k, \vec{n}) = \int_{\Omega} |f(k, \vec{n}, \vec{n}')|^2 d\Omega. \quad (2.3)$$

Ein zentrales Resultat der Streutheorie ist folgende Integraldarstellung für die Streuamplitude:

$$f(k, \vec{n}, \vec{n}') = -\frac{m_r}{2\pi\hbar^2} \int e^{-ik\vec{n}'\vec{r}'} V(\vec{r}') \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}') d^3r'. \quad (2.4)$$

Es handelt sich hierbei um eine implizite Gleichung, da asymptotische Werte der Wellenfunktion mit jenen innerhalb des Wirkungsbereichs des Streupotentials verknüpft werden. Die Berechnung der Streuamplitude stellt somit ein schwieriges Unterfangen dar, so dass man i. Allg. auf Näherungen angewiesen ist. Stellt das Potential bspw. nur eine geringe Störung dar, was insbesondere bei großen Stoßenergien der Fall ist, so kann der unbekannte Zustand $\Psi_{\vec{k}}$ in Gleichung (2.4) durch die einlaufende ebene Welle ersetzt werden. Dieser hinsichtlich des Streupotentials störungstheoretische Ansatz wird auch als Bornsche Näherung bezeichnet.

¹ Betrachtet man die Situation gespeicherter Teilchen, so erscheint die Gültigkeit der Variablenseparation zunächst fraglich. Einer genaueren Betrachtung zufolge bleibt diese Vorgehensweise für die im Experiment typischerweise verwendeten Fallenpotentiale jedoch gerechtfertigt [44].

Im Grenzfall ausreichend geringer Stoßenergien vereinfacht sich die Situation ebenfalls signifikant, da dann die Streuung (im Schwerpunktsystem) isotrop wird. Die entsprechende Energieskala ist hierbei von der „Reichweite“ L des Streupotentials abhängig [41]: Für $E_k \ll \hbar^2/(2m_r L^2)$ oder gleichbedeutend $k \ll 1/L$ folgt $|k\vec{n}'\vec{r}'| \leq kL \ll 1$ und somit $\exp(-ik\vec{n}'\vec{r}') \simeq 1$ für $r' \leq L$, wodurch die Streuamplitude gemäß Gleichung (2.4) die Abhängigkeit von der Beobachtungsrichtung verliert. Berücksichtigt man nun noch die Invarianz des Streuprozesses unter Zeitumkehr, $f(k, \vec{n}, \vec{n}') = f(k, -\vec{n}', -\vec{n})$, so zeigt sich, dass die Ausbreitungsrichtung der einfallenden ebenen Welle ebenfalls unerheblich für die Streuamplitude ist. Die Streuwelle stellt somit eine auslaufende Kugelwelle mit einer lediglich energieabhängigen Amplitude $f(k)$ dar:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \propto e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(k) \frac{e^{ikr}}{r} \quad \text{für} \quad E_k \ll \frac{\hbar^2}{2m_r L^2}. \quad (2.5)$$

In Experimenten mit ultrakalten Gasen finden Stöße fast ausschließlich in diesem Regime der so genannten *s-Wellen-Streuung* statt. Im Fall von Stößen zwischen Rubidiumatomen wird dieses Regime bei Temperaturen unterhalb weniger 100 μK erreicht (siehe auch Abbildung 2.1). Bei solch tiefen Temperaturen sind die Relativgeschwindigkeiten der Teilchen gering. Demzufolge ist bei Stößen zwischen Teilchen mit großem (relativem) Bahndrehimpuls deren Abstand ebenfalls groß. Dadurch sind diese Teilchen nur einer sehr schwachen Wechselwirkung ausgesetzt und tragen folglich kaum zur Streuung bei. Dieser Umstand findet seine Anwendung in der Partialwellenzerlegung, einer Entwicklung der Beiträge zur Streuamplitude nach Bahndrehimpulsen. Sie ist Gegenstand des folgenden Kapitels. Die s-Wellen-Streuung bildet innerhalb der Partialwellenzerlegung den Beitrag zum Bahndrehimpuls $l = 0$ und wird ausführlicher in Kapitel 2.3 diskutiert.

2.2 Partialwellenzerlegung im Grenzfall geringer Stoßenergien

Eine analytische Bestimmung der Streuamplitude anhand der dreidimensionalen Schrödinger-Gleichung (2.1) ist i. Allg. nicht möglich. Für den Fall eines zentralsymmetrischen Wechselwirkungspotentials vereinfacht sich die Problemstellung allerdings beträchtlich. Da der Drehimpuls nun eine Erhaltungsgröße ist, bietet sich eine Entwicklung von $\Psi_{\vec{k}}$ nach Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta, \phi)$ an. Diese reduzieren sich auf die Legendre-Polynome $P_l(\cos \theta)$, da der Streuvorgang offenbar nicht vom Azimutwinkel ϕ abhängen kann. Mit dem Ansatz

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) \frac{u_{k,l}(r)}{r} \quad (2.6)$$

lässt sich das Streuproblem auf folgende, jetzt eindimensionale Gleichung für den Radialteil $u_{k,l}(r)$ der Wellenfunktion zurückführen:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_r} \frac{d^2}{dr^2} u_{k,l}(r) + \left(V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_r r^2} - E_{\vec{k}} \right) u_{k,l}(r) = 0. \quad (2.7)$$

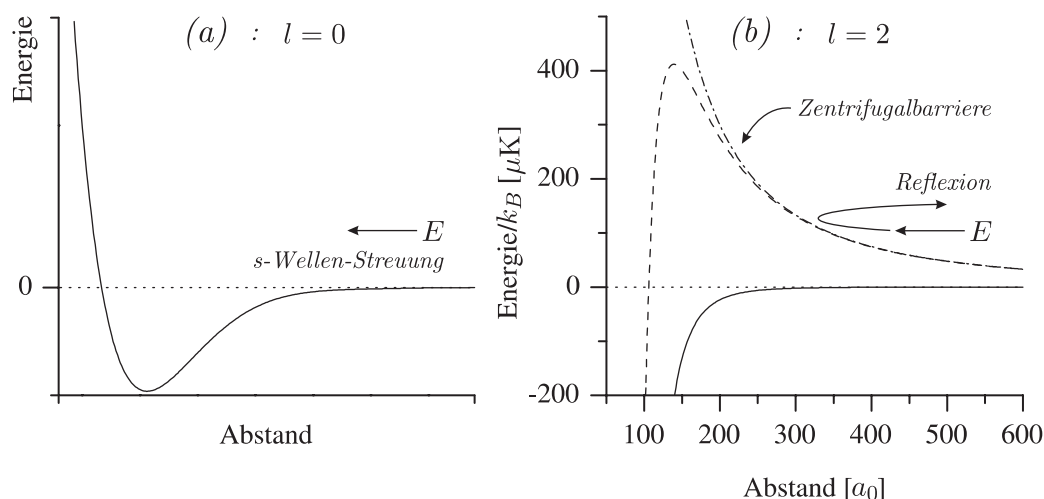


Abbildung 2.1: Wechselwirkungspotential für s -Wellen-Streuung (a) und höhere Partialwellen (b). (b) zeigt die Situation der d -Wellen-Streuung ($l=2$) zweier Rubidiumatome. Das für den Streuvorgang effektive Potential (gestrichelte Kurve) setzt sich aus dem Rb_2 -Wechselwirkungspotential (durchgezogene Kurve) und dem Zentrifugalpotential (punkt-gestrichelt) zusammen, wodurch eine Barriere entsteht. Bei hinreichend geringer Stoßenergie kommt es zur Reflexion an dieser Barriere, und somit bleibt der Abstand der Teilchen groß im Vergleich zur Reichweite des Wechselwirkungspotentials (siehe auch Abbildung 4.2).

Für die niedrigste Partialwelle (Beitrag zu $\Psi_{\vec{k}}$ mit $l = 0$), die so genannte s -Welle, ist das Potential in Gleichung (2.7) durch das Wechselwirkungspotential $V(r)$ gegeben, es liegt also die in Abbildung 2.1 (a) gezeigte Situation vor. Für alle höheren Partialwellen bildet das Zentrifugalpotential $l(l+1)\hbar^2/(2m_r r^2)$ eine Barriere aus. Reicht, wie in Abbildung 2.1 (b) dargestellt die Stoßenergie nicht aus, um diese Zentrifugalbarriere zu überwinden, so kommen sich die Teilchen nicht ausreichend nahe, um überhaupt in den Wirkungsbereich des Streupotentials einzudringen. Folglich tragen in diesem Fall höhere Partialwellen nicht zur Streuwelle bei. Dementsprechend kann man sich für geringe Stoßenergien bei der Berechnung der Streuamplitude bzw. des Wirkungsquerschnitts auf wenige Partialwellen beschränken. Außerhalb der Reichweite des Potentials sind die Lösungen der Radialgleichung (2.7) durch sphärische Besselfunktionen gegeben. Aus deren Verhalten für große Abstände r (siehe bspw. [45]) lässt sich folgende asymptotische Form für den Streuzustand $\Psi_{\vec{k}}$ ableiten:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) A_l \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + e^{2i\delta_l(k)} \frac{e^{ikr}}{r} \right). \quad (2.8)$$

Bei der Lösung handelt es sich somit um die Überlagerung ein- bzw. auslaufender Partialwellen. Da ein elastischer Streuvorgang betrachtet wird und somit die Teilchenzahl erhalten ist, müssen der Fluss von ein- bzw. auslaufender Welle gleich sein. Aufgrund der Drehimpulserhaltung ist diese Forderung für jede Partialwelle separat zu erfüllen, so dass sich die entsprechenden Amplituden nicht im Betrag, sondern lediglich in der Phase unterscheiden dürfen. Durch die Darstellung mit Koeffizienten A_l und Phasen $2\delta_l(k)$ ist dies für

die Entwicklung (2.8) bereits gegeben. Der Einfluss der Wechselwirkung macht sich in der asymptotischen Darstellung (2.8) lediglich durch die Phasenverschiebung $2\delta_l(k)$ zwischen aus- und einlaufender Partialwelle bemerkbar. $\delta_l(k)$ wird auch als *Streuphase* bezeichnet. Nach den Überlegungen in Kapitel 2.1 sollte sich der Streuzustand allerdings auch in der Form (2.2) ausdrücken lassen. Entwickelt man den Beitrag der ebenen Welle zu $\Psi_{\vec{k}}$ ebenfalls nach Kugelflächenfunktionen, so gewinnt man aus Gleichung (2.2) eine zu (2.8) analoge Darstellung für $\Psi_{\vec{k}}$:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + \frac{e^{ikr}}{r} \right) + f(k, \theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (2.9)$$

Durch Vergleich mit (2.8) gewinnt man unmittelbar folgendes Ergebnis für die Streuamplitude:

$$f(k, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) \left(e^{2i\delta_l(k)} - 1 \right). \quad (2.10)$$

Das Streuproblem ist somit auf die Bestimmung der Streuphasen $\delta_l(k)$ reduziert. Ist für sehr kleine Stoßenergien allein die s-Welle zu berücksichtigen, so wird der gesamte Streuprozess durch lediglich einen Parameter, die s-Wellen-Streuphase δ_0 bestimmt. Die zugehörige Streuamplitude ist dann durch $f(k) = (\exp(2i\delta_0(k)) - 1)/(2ik)$ gegeben, folglich wird die Streuung wie eingangs bereits erwähnt isotrop². Ausgehend von Gleichung (2.3) gilt somit für den Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma(k) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l(k) \quad \text{mit} \quad \sigma_l(k) = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k). \quad (2.11)$$

Als Folge der Teilchenzahlerhaltung kann der zur Partialwelle l gehörende Wirkungsquerschnitt maximal den Wert $\sigma_{l,max}(k) = 4\pi(2l+1)/k^2$, das so genannte Unitaritätslimit³ annehmen.

2.2.1 Streuung identischer Teilchen

In den bisherigen Überlegungen wurde stets von *unterscheidbaren* Teilchen ausgegangen. Die beiden in Abbildung 2.2 gezeigten Situationen verdeutlichen jedoch, dass bislang als unterschiedlich betrachtete Stoßprozesse im Falle *identischer* Teilchen zum selben Streuzustand führen. Diesem Umstand wird durch die geeignete Symmetrisierung des Streuzustandes Rechnung getragen. Für Bosonen bedeutet dies, dass die Wellenfunktion des

² Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Aussage ist ein hinreichend schnell abfallendes Potential. Verschwindet $V(r)$ langsamer als $1/r^3$ für $r \rightarrow \infty$, so tragen auch im Grenzfall $k \rightarrow 0$ alle Partialwellen bei [46, 43].

³ Der geometrische Wirkungsquerschnitt ist gegenüber $\sigma_{l,max}$ um einen Faktor 4 geringer [42]. Er ist durch die Fläche eines Ringes mit Radien l/k bzw. $(l+1)/k$ gegeben, die klassisch gesehen von jenem Anteil der einlaufenden ebenen Welle durchsetzt wird, der dem Fluss von Teilchen mit Drehimpulsen zwischen $l\hbar$ und $(l+1)\hbar$ entspricht.

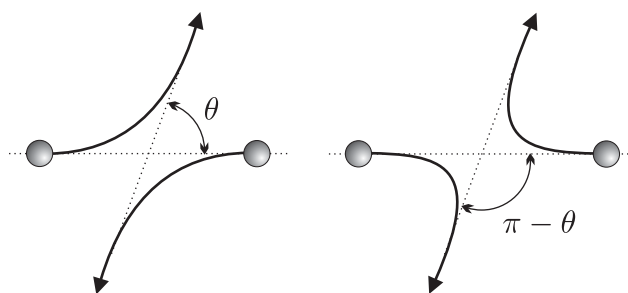


Abbildung 2.2: Ununterscheidbare Situationen bei der Streuung identischer Teilchen.

Streuzustandes unter Vertauschung der Teilchen gerade sein muss. Der differentielle Wirkungsquerschnitt setzt sich nun aus zwei Streuamplituden, entsprechend den zwei Situationen in Abbildung 2.2 zusammen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \theta) + f(k, \pi - \theta)|^2. \quad (2.12)$$

Anhand des Ausdrucks (2.12) ist nun ersichtlich, dass Partialwellen mit ungerader Parität aufgrund destruktiver Interferenz der beiden Streuamplituden nicht zur Streuung beitragen. Demgegenüber führt konstruktive Interferenz im Falle von Partialwellen mit gerader Parität zu einem vierfach größeren differentiellen Wirkungsquerschnitt⁴. Allerdings sind die totalen Wirkungsquerschnitte σ_l gegenüber (2.11) nur doppelt so groß, da nun gemäß Abbildung 2.2 alle Streuprozesse durch Integration des differentiellen Wirkungsquerschnittes über lediglich den halben Raumwinkel (2π) berücksichtigt werden:

$$\sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}} (2l + 1) \sin^2 \delta_l(k). \quad (2.13)$$

2.3 s-Wellen-Streuung

2.3.1 Streulänge und s-Wellen-Wirkungsquerschnitt

Im s-Wellen-Regime trägt nur die Partialwelle mit $l = 0$ zum Wirkungsquerschnitt $\sigma_0(k) = 8\pi \sin^2 \delta_0(k)/k^2$ bei. Im Grenzfall $k \rightarrow 0$ verschwindet die Streuphase gemäß $\delta_0 \propto k$ [41, 46], der Wirkungsquerschnitt hingegen strebt gegen einen festen Wert σ_s :

$$\sigma_s = 8\pi a^2 \quad \text{mit} \quad a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}. \quad (2.14)$$

Die Größe a wird als *Streulänge* bezeichnet und spielt eine zentrale Rolle für die Beschreibung von Feshbach-Resonanzen und der Bose-Einstein-Kondensation gering wechselwirkender Gase. a^2 kann als ein Maß für die Größe der stoßenden Teilchen im Sinne

⁴ In Systemen aus ununterscheidbaren Fermionen ist die Situation gerade umgekehrt. Da es in diesem Fall keine s-Wellen-Streuung gibt, strebt der Wirkungsquerschnitt bei tiefen Temperaturen gegen Null.

eines geometrischen Wirkungsquerschnitts interpretiert werden. Für Stöße zwischen Rubidiumatomen im maximal polarisierten Zustand $|f = 2, m_f = 2\rangle$ gilt $a = 98,96 a_0 = 5,237$ nm [32] bzw. $\sigma_s = 68923 \text{ \AA}^2$. Im Bereich kleiner k kann folgende Form für σ_0 angegeben werden [41, 47]:

$$\sigma_0(k) \simeq \frac{8\pi a^2}{(1 - \frac{1}{2}k^2La)^2 + k^2a^2}. \quad (2.15)$$

Hierbei bezeichnet L wiederum die (effektive) Reichweite des Potentials. Im Grenzfall $k \rightarrow 0$ geht $\sigma_0(k)$ in σ_s über. Bei gegebenem k und $ka \gg 1$ ist der maximal mögliche Wirkungsquerschnitt hingegen durch das bereits erwähnte Unitaritätslimit $8\pi/k^2$ gegeben.

Die physikalische Bedeutung der Streulänge lässt sich anhand der asymptotischen Form des Radialteils der Wellenfunktion erkennen. Für Abstände $r > L$ gilt zunächst $u_{k,0}(r) \propto \sin(kr + \delta_0(k))$. Ist zudem $kr \ll 1$ erfüllt, so nimmt $u_{k,0}(r)$ mit $u_{k,0}(r) \simeq kr \cos \delta_0(k) + \sin \delta_0(k)$ die Form einer Geraden an. Deren Nullstelle ist durch $-\tan \delta_0(k)/k$ gegeben. Die Streulänge ist somit die Nullstelle des (asymptotischen) Radialteils der Wellenfunktion im Grenzfall $k \rightarrow 0$. Das Potential verursacht somit eine Verschiebung der (asymptotischen) Wellenfunktion um a in radialer Richtung. Ein repulsives Potential führt immer zu einer positiven Streulänge, da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit innerhalb der Reichweite des Potentials reduziert ist. Der Umkehrschluss ist allerdings nicht zulässig, wie Abbildung 2.3 verdeutlicht.

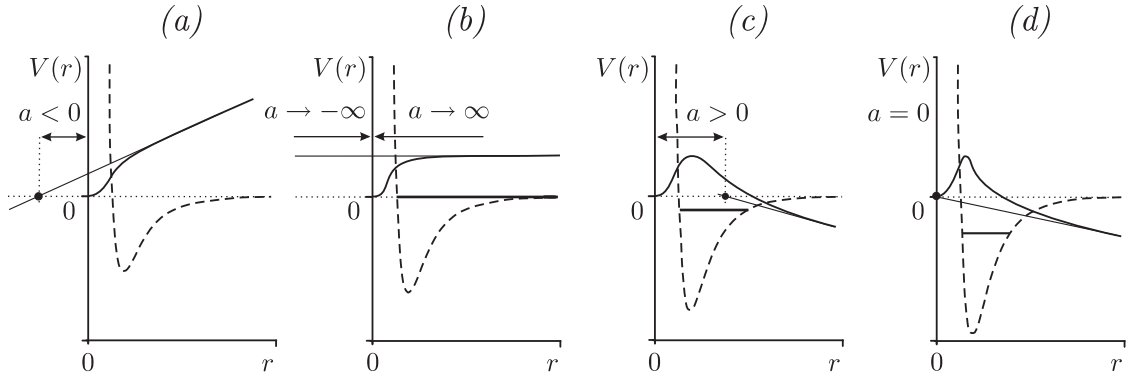


Abbildung 2.3: Qualitatives Verhalten der Streulänge für ein attraktives Wechselwirkungspotential. Ist das Potential zu schwach, um einen gebundenen Zustand auszubilden, so liegt eine negative Streulänge vor (a). Diese divergiert, sobald ein gebundener Zustand mit der Dissoziationsgrenze zusammenfällt (b). Tiefere Potentiale führen aufgrund der zunehmend gekrümmten Wellenfunktion zunächst zu einer positiven (c) und schließlich auch zu einer verschwindenden Streulänge (d).

Gezeigt ist die Situation eines attraktiven Potentials mit zunehmender Potentialtiefe. Ein schwaches Potential ohne gebundenen Zustand bewirkt eine Verschiebung der asymptotischen Wellenfunktion hin zu negativen Abständen, einer negativen Streulänge entsprechend (Situation a). Erlaubt das Potential gerade einen gebundenen Zustand an der Dissoziationsgrenze, so weist die asymptotische Wellenfunktion eine horizontale Tangente auf, die Streulänge divergiert (b). Ein tieferes Potential führt zu einer zunehmenden Krümmung

der Wellenfunktion, wodurch die Streulänge positiv wird (c): Trotz der attraktiven Wechselwirkung kann die s-Wellen-Streuung als effektive Abstoßung der Teilchen interpretiert werden, wie in Kapitel 5.2 näher erläutert wird. Eine weitere Zunahme der Potentialtiefe führt schließlich auch zu einer verschwindenden Streulänge (d), es liegt der Fall eines idealen Gases vor.

2.3.2 Streuung am Kastenpotential: Streulänge und Lage des letzten gebundenen Zustandes

Das Verhalten der Streulänge in Abhängigkeit der Potentialtiefe lässt sich am Beispiel der Streuung am Kastenpotential quantitativ untersuchen. Die in der Realität weitaus komplexeren Wechselwirkungspotentiale führen zu qualitativ ähnlichen Ergebnissen. In Kapitel 3.2 wird schließlich durch Erweiterung dieses Beispiels ein einfaches Modell einer Feshbach-Resonanz entworfen. Für das Kastenpotential

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & : r < R_0 \quad (V_0 > 0) \\ 0 & : r \geq R_0 \end{cases} \quad (2.16)$$

ist die Lösung der Radialgleichung (2.7) zur Partialwelle $l = 0$ und Energie E durch

$$u_{k,0}(r) \propto \begin{cases} \sin(k'r) & : r < R_0 \quad , \quad k' = \sqrt{2m_r(E + V_0)}/\hbar^2 \\ C \sin(kr + \delta_0(k)) & : r \geq R_0 \quad , \quad k = \sqrt{2m_r E}/\hbar^2 \end{cases} \quad (2.17)$$

gegeben. Der Koeffizient C und die Streuphase $\delta_0(k)$ ergeben sich aus der geforderten Stetigkeit der Lösung und deren Ableitung bei $r = R_0$. Aus der Streuphase

$$\delta_0(k) = -kR_0 + \arctan\left(\frac{k}{k'} \tan(k'R_0)\right) \quad (2.18)$$

erhält man mit der Definition (2.14) folgenden Ausdruck für die Streulänge:

$$a = R_0 - \frac{1}{k} \tan\left(\tilde{k}R_0\right) \quad \text{mit} \quad \tilde{k} = \sqrt{\frac{2m_r}{\hbar^2} V_0}. \quad (2.19)$$

Wie in Abbildung 2.4 zu sehen, weist die Streulänge in Abhängigkeit der Potentialtiefe V_0 ausgeprägte Resonanzstrukturen auf. Qualitativ ähnliche Verläufe der Streulänge in der Anwesenheit eines gebundenen Zustandes nahe der Dissoziationsgrenze werden in der Beschreibung von Feshbach-Resonanzen eine wichtige Rolle spielen. Die Pole der Resonanzstrukturen liegen bei $V_0 = V_1(2n - 1)^2$ mit $V_1 = \pi^2 \hbar^2 / (8m_r R_0^2)$ und ganzzahligem $n > 0$. Es handelt sich hierbei gerade um jene Potentialtiefen, bei denen sich ein (weiterer) gebundener Zustand an der Dissoziationsgrenze ausbilden kann, wie die im oberen Teil von Abbildung 2.4 dargestellten Energieverläufe des ersten, zweiten bzw. dritten gebundenen Zustandes erkennen lassen⁵. Das im letzten Kapitel anhand von Abbildung 2.3 diskutierte qualitative Verhalten einer im Verlauf zunehmender Potentialtiefe zunächst negativen, dann divergierenden, anschließend positiven und schließlich gegen Null strebenden Streulänge wiederholt sich somit immer wieder.

⁵ Dieser Zusammenhang, das so genannte Levinson-Theorem, gilt ganz allgemein.

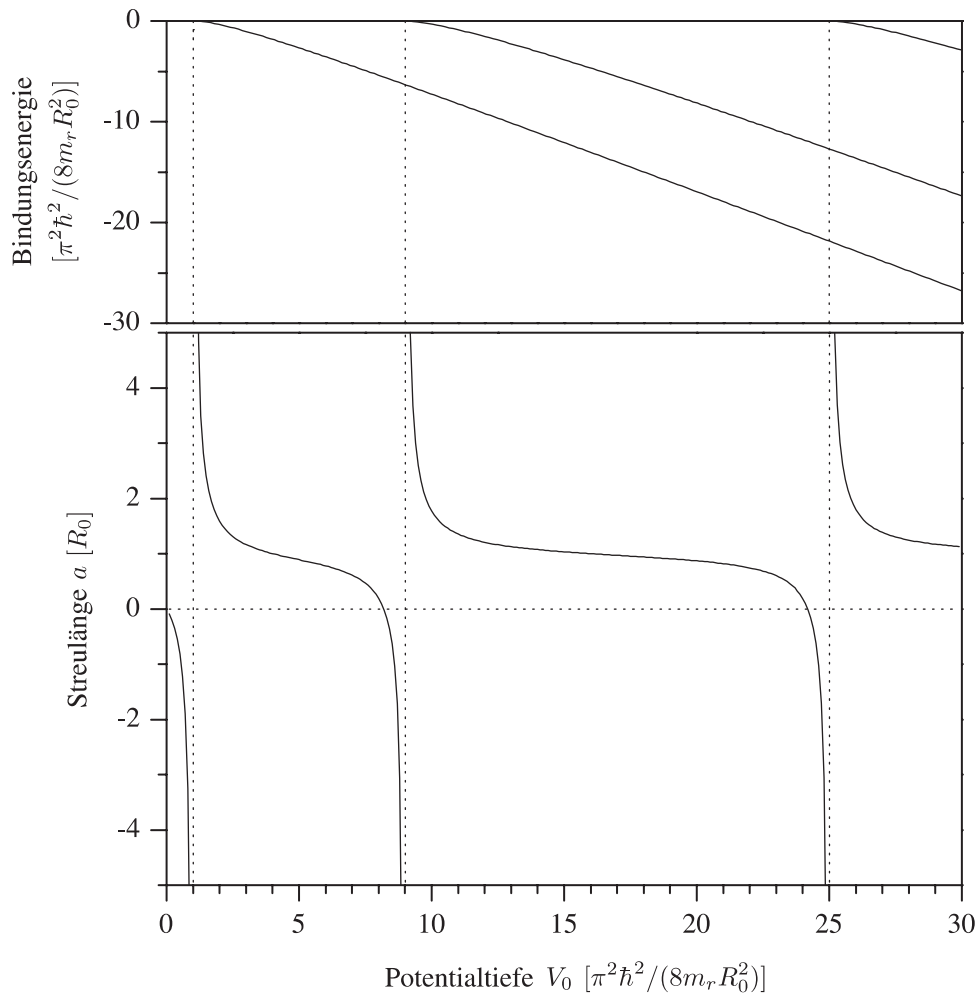


Abbildung 2.4: Energieverläufe gebundener Zustände (oben) und Variation der Streulänge (unten) in Abhängigkeit der Tiefe des Kastenpotentials. Resonanzstrukturen im Verlauf der Streulänge treten immer dann auf, wenn sich ein gebundener Zustand an der Dissoziationsgrenze ausbilden kann.

In den Bereichen sehr großer und positiver Streulänge, gleichbedeutend mit der Existenz eines sehr schwach gebundenen Zustandes, besteht eine Verbindung zwischen der Bindungsenergie E_B dieses Zustandes und der Streulänge a : Aus der Bestimmungsgleichung für die Energien gebundener Zustände

$$\sqrt{|E_B|} = -\sqrt{V_0 - |E_B|} \cot \left(\tilde{k} R_0 \sqrt{1 - \frac{|E_B|}{V_0}} \right) \quad (2.20)$$

und Gleichung (2.19) lässt sich der Zusammenhang $E_B \simeq -\hbar^2/(2m_r a^2)$ ableiten⁶.

⁶ Besitzt das Potential in Bereichen großer, negativer Streulängen einen gebundenen Zustand, so handelt es sich um einen Zustand mit größerer Bindungsenergie, $E_B \simeq -\hbar^2/(2m_r L^2)$ [41].

Kapitel 3

Feshbach-Resonanzen

3.1 Phänomenologische Beschreibung

Bei der Beschreibung ultrakalter Stöße in Kapitel 2 blieb die innere Struktur der Teilchen weitestgehend unberücksichtigt. Lediglich dem bosonischen bzw. fermionischen Teilchencharakter wurde durch entsprechende Symmetrisierung des Streuzustandes Rechnung getragen. Im Folgenden sollen Stöße von Teilchen mit inneren Freiheitsgraden betrachtet, sowie eine Kopplung zwischen internen Zuständen berücksichtigt werden. Solch eine Situation ist in Abbildung 3.1 vereinfacht dargestellt. Je nachdem, welchen Zustand die Teilchen besetzen, wird ein Stoßprozess durch die unterschiedlichen Wechselwirkungspotentiale $V_{\mathcal{P}}$ bzw. $V_{\mathcal{Q}}$ bestimmt. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von unterschiedlichen *Streukanälen* (\mathcal{P} bzw. \mathcal{Q}). Betrachtet wird nun ein Stoß zwischen Teilchen, die im Kanal \mathcal{P} einlaufen. Besteht wie in Abbildung 3.1 schematisch gezeigt eine Kopplung zwischen den Streukanälen, so können während des Stoßes gebundene Zustände des Kanals \mathcal{Q} bevölkert werden. Dabei handelt es sich allerdings nicht um Molekülzustände im eigentlichen Sinne, da die (quasi-gebundenen) Atome durch die Ankopplung an Kontinuumszustände des Kanals \mathcal{P} spontan dissoziieren können. Ist die Stoßenergie E kleiner als die Aufspaltung ΔV zwischen den Dissoziationsgrenzen der beiden Kanäle, so trägt der Kanal \mathcal{Q} asymptotisch nicht zur auslaufenden Streuwelle bei. In diesem Fall handelt es sich bei \mathcal{Q} um einen energetisch geschlossenen Kanal. Hinsichtlich einer temporären Besetzung von Zuständen im Kanal \mathcal{Q} ist die Situation besonders günstig, falls die Stoßenergie mit der Energie eines gebundenen Zustandes $|\chi\rangle$ zusammenfällt. Die zeitweise Besetzung des gebundenen Zustandes ist dann resonant überhöht. Solche Streuresonanzen werden auch als *Feshbach-Resonanzen*¹ bezeichnet [27, 28, 48].

In Kapitel 2.3.1 hatte sich die Lage des am schwächsten gebundenen Zustandes als maßgeblich für das Verhalten der Streulänge herausgestellt. Je nach Lage des gebundenen

¹ Herman Feshbach, 1917-2000, amerikanischer Physiker. Ursprünglich sind Feshbach-Resonanzen ein Phänomen der Kernphysik. Die dort untersuchten Systeme kommen durch Variation der Stoßenergie in Resonanz.

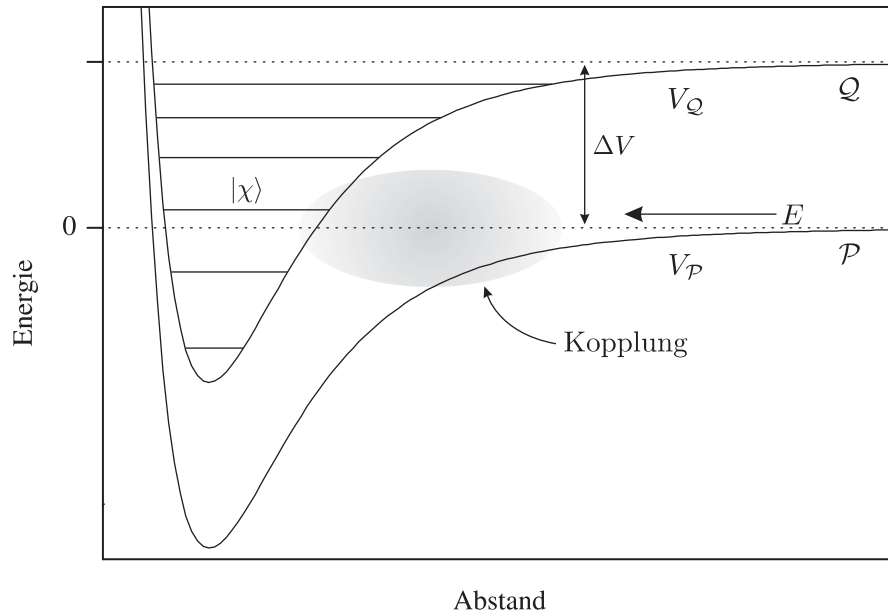


Abbildung 3.1: Grundlegender Mechanismus einer Feshbach-Resonanz: Feshbach-Resonanzen treten als Folge einer resonanten Kopplung zwischen einem Streukanal \mathcal{P} und gebundenen Zuständen eines weiteren, energetisch geschlossenen Kanals \mathcal{Q} auf. Die beteiligten Kanäle mit zugehörigen Molekülpotentialen V_P und V_Q entsprechen hierbei unterschiedlichen internen Zuständen der stoßenden Teilchen. Bei Übereinstimmung der Stoßenergie E mit der Lage eines gebundenen Zustandes $|\chi\rangle$ ermöglicht die Kopplung eine zeitweilige Besetzung dieses Zustandes, wodurch die Stoßeigenschaften drastisch verändert werden.

Zustandes $|\chi\rangle$ bzgl. der Stoßenergie ergeben sich auch in der hier diskutierten Situation Resonanzstrukturen im Verlauf der Streulänge, wie sie bereits bei der Streuung am Kastenpotential in Kapitel 2.3.2 auftraten. Im Allgemeinen entsprechen den Kanälen \mathcal{P} und \mathcal{Q} Zustände der Stoßpartner mit unterschiedlichen Spinkonfigurationen. Daher sind auch die zugehörigen magnetischen Momente in der Regel verschieden. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Aufspaltung ΔV der Molekülpotentiale und somit die Lage gebundener Zustände relativ zur Stoßenergie durch ein externes Magnetfeld kontrolliert zu verändern. Durch geeignete Wahl der Magnetfeldstärke lässt sich somit eine Streuresonanz induzieren. Magnetisch-induzierte Resonanzphänomene dieser Art wurden 1976 von Stwalley vorhergesagt [49] und bei tiefen Temperaturen in spin-polarisiertem atomarem Wasserstoff beobachtet [50, 51]. Im Zusammenhang mit ultrakalten Gasen und der Bose-Einstein-Kondensation wurden Feshbach-Resonanzen erstmals 1992 von Tiesinga et al. diskutiert [25, 52, 53].

In Abbildung 3.2 ist der Verlauf der Streulänge entlang magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen dargestellt (oben). Durch das Magnetfeld werden gebundene Zustände und die Dissoziationsgrenze des Eingangskanals unterschiedlich verschoben (unten). Für ultrakalte Stöße liegt die Stoßenergie nahe der Dissoziationsgrenze und es ergeben sich Resonanzen an den gezeigten Kreuzungspunkten. Rückt, wie in Abbildung 3.2 zu sehen, der

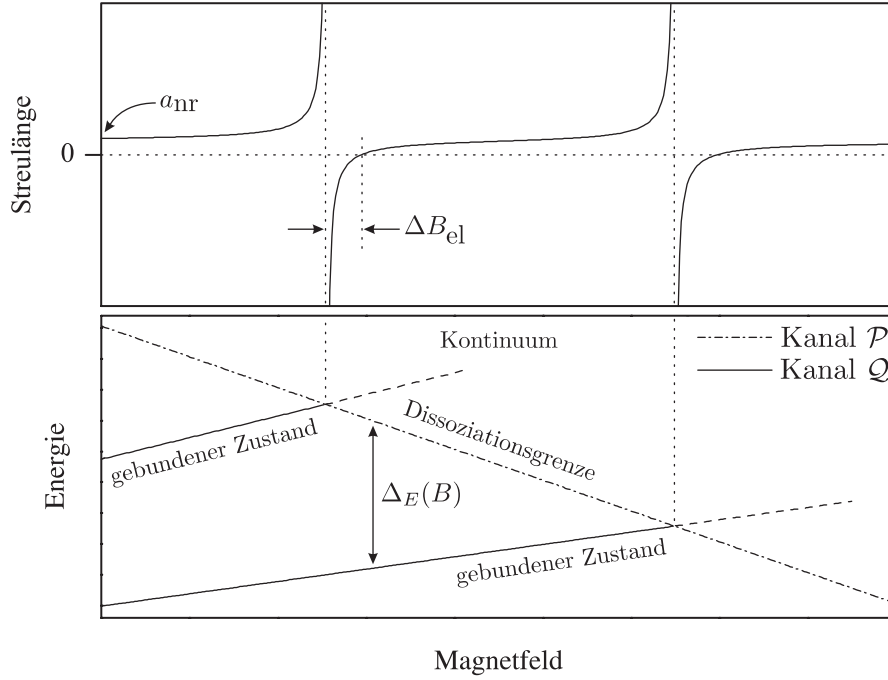


Abbildung 3.2: *Magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen: Verlauf der Streulänge (oben) sowie Verlauf der Dissoziationsgrenze des Streukanals und der Energie gebundener Zustände eines geschlossenen Kanals in Abhängigkeit des Magnetfeldes (unten). Im Grenzfall ultrakalter Stöße stimmen Stoßenergie und Dissoziationsgrenze nahezu überein, so dass sich Feshbach-Resonanzen bei jenen Magnetfeldern ausbilden, die zu einer Kreuzung der Dissoziationsgrenze mit Energieniveaus des geschlossenen Kanals \mathcal{Q} führen.*

gebundene Zustand mit zunehmendem Magnetfeld von kleineren Energien kommend an die Dissoziationsgrenze heran, so führt dies zu einer divergierenden, *positiven* Streulänge. Dies entspricht der in Abbildung 2.4 gezeigten Situation bei *abnehmender* Potentialtiefe. Nahe einer Feshbach-Resonanz variiert die Streulänge im Grenzfall kleiner Stoßenergien gemäß [54, 53, 55]:

$$a = a_{\text{nr}} \left(1 - \frac{\Delta B_{\text{el}}}{B - B_{\text{res}}} \right) \quad \text{für } k \rightarrow 0. \quad (3.1)$$

Eine Herleitung von Gleichung (3.1) findet sich auch in Anhang A. a_{nr} bezeichnet die Streulänge fernab der Resonanz, B_{res} deren Position. Die Resonanzbreite ΔB_{el} ist die Breite jenes Bereichs, über den die Streulänge ein gegenüber a_{nr} umgekehrtes Vorzeichen aufweist. Für ΔB_{el} kann folgender Ausdruck angegeben werden:

$$\Delta B_{\text{el}} = \frac{m}{4\pi\hbar^2 a_{\text{nr}}} |\alpha|^2 \left(\left. \frac{\partial \Delta_E}{\partial B} \right|_{B_{\text{res}}} \right)^{-1}. \quad (3.2)$$

Die Resonanzbreite wird zum einen vom Matrixelement α bestimmt, welches die Kopplung zwischen Eingangskanal und gebundenem Zustand beschreibt (siehe Anhang A). Des Weiteren geht die Änderung des energetischen Abstandes Δ_E zwischen der Energie des gebundenen Zustandes und der des Streuzustandes ein. Die zugrunde liegenden Kopplungs-

mechanismen sowie die Bestimmung von Resonanzpositionen werden näher in Kapitel 4 diskutiert.

Magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen in ultrakalten Gasen konnten bislang in ^{23}Na [26], ^{85}Rb [56, 57], ^{133}Cs [58], ^7Li [33, 34], in Spingemischen von fermionischem ^6Li [59, 60, 61] bzw. ^{40}K [62] und, erstmals im Rahmen dieser Arbeit, auch in ^{87}Rb [32] nachgewiesen werden. Neben der Verwendung eines externen Magnetfeldes zur gezielten Modifikation der Streulänge gibt es Vorschläge, diesen Effekt auch mit Hilfe von elektrischen, Radiofrequenz- oder Lichtfeldern zu erreichen [63, 64, 65, 66].

Die veränderten Stoßeigenschaften bieten eine Reihe von Möglichkeiten für den Nachweis von Feshbach-Resonanzen. Wie in Kapitel 2 bereits erwähnt wurde, sind elastische Stöße für die Thermalisierung eines Gases verantwortlich. Wird nun ein Gas aus dem thermischen Gleichgewicht gebracht, so geht die Relaxation des Ensembles anschließend umso schneller vonstatten, je größer die Rate elastischer Stöße ist. Eine hohe Stoßrate ist durch einen großen Wirkungsquerschnitt und somit gemäß Gleichung (2.14) durch eine (betragsmäßig) große Streulänge zu erreichen. Nahe einer Feshbach-Resonanz lässt sich daher eine rasant erhöhte Thermalisierung oder aber auch ein Erliegen derselben bei verschwindender Streulänge feststellen [58]. Meist sind nahe Feshbach-Resonanzen auch inelastische Stoßprozesse resonant überhöht (siehe Kapitel 6). Bei diesen Stößen ändert sich der interne Zustand der beteiligten Atome und sie gewinnen an kinetischer Energie. Dies führt in der Regel dazu, dass diese Teilchen aus dem gespeicherten Ensemble verloren gehen. Feshbach-Resonanzen können somit anhand stark veränderter Verlustraten identifiziert werden [26]. Schließlich eignen sich Photoassoziations- und Photodissoziations-Spektroskopie für den Nachweis von Feshbach-Resonanzen, da durch die temporäre, resonant überhöhte Besetzung eines gebundenen Zustandes des geschlossenen Kanals die Wahrscheinlichkeit für den Photoassoziations- bzw. Dissoziationsprozess zunimmt [67, 68, 56, 69].

3.2 Streuung am Kastenpotential mit innerem Freiheitsgrad: Modell einer Feshbach-Resonanz

Einige wesentliche Eigenschaften von Feshbach-Resonanzen lassen sich anhand des folgenden einfachen Modells genauer untersuchen und veranschaulichen (siehe auch Ref. [70]). Grundlage des Modells ist die in Kapitel 2.3.2 diskutierte Streuung am Kastenpotential im s-Wellen-Regime. Als Erweiterung werden nun zwei interne Zustände der stoßenden Teilchen berücksichtigt, beschrieben durch eine Wellenfunktion des Streuzustandes mit zwei Komponenten (Spin \uparrow und Spin \downarrow):

$$\Psi(r) = \frac{u(r)}{r} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} u^\uparrow(r) \\ u^\downarrow(r) \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Den beiden Zuständen \uparrow bzw. \downarrow sind die in Abbildung 3.3 dargestellten Kastenpotentiale V_Q bzw. V_P zugeordnet, jeweils mit Potentialtiefe V_0 . V_Q ist gegenüber V_P um ΔV verschoben. Die Energie E des Streuzustandes sei kleiner als die Energiedifferenz ΔV gewählt, so dass sich im geschlossenen Kanal Q lediglich eine evaneszente Welle für $r > R_0$ ausbilden

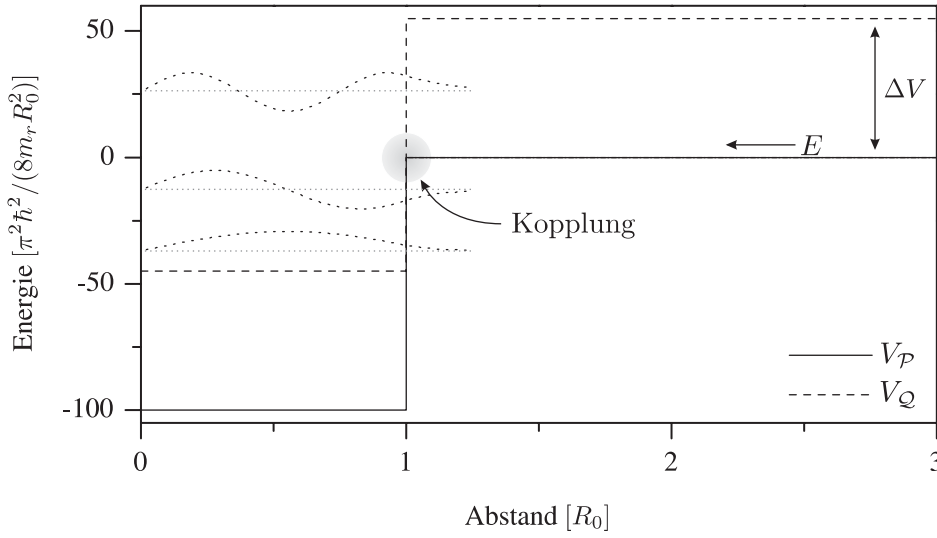


Abbildung 3.3: Modell einer Feshbach-Resonanz: Das Modell berücksichtigt zwei mögliche interne Zustände der Teilchen durch zwei gegeneinander verschobene Kastenpotentiale gleicher Tiefe und Ausdehnung. Der Einfachheit halber findet die erforderliche Kopplung zwischen den Zuständen an einem festen Ort statt. Schematisch sind gebundene Zustände des Potentials V_Q dargestellt (gepunktet), deren Energien bei geeigneter Wahl der Verschiebung ΔV der Potentiale mit der Energie E der stoßenden Teilchen zusammenfallen und dann zu Streuresonanzen führen.

kann. Durch eine Kopplung bei $r = R_0$, beschrieben durch eine unitäre Transformation \mathcal{U} , werden die beiden Zustände gemischt²:

$$\lim_{r \rightarrow R_0^-} \Psi(r) = \lim_{r \rightarrow R_0^+} \mathcal{U} \Psi(r) \quad , \quad \lim_{r \rightarrow R_0^-} \frac{d}{dr} \Psi(r) = \lim_{r \rightarrow R_0^+} \mathcal{U} \frac{d}{dr} \Psi(r) \quad (3.4)$$

$$\text{mit } \mathcal{U} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Die Lösung der Radialgleichung (2.7) zur Partialwelle $l = 0$

$$\begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m_r} \frac{d^2}{dr^2} + V_Q & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar^2}{2m_r} \frac{d^2}{dr^2} + V_P \end{pmatrix} u(r) = E u(r) \quad (3.6)$$

unter der Randbedingung $u(0) = 0$ lässt sich analytisch bestimmen. Sie ist von der Form

$$u(r \leq R_0) = \begin{pmatrix} A_1 \sin(k_i^\uparrow r) \\ A_2 \sin(k_i^\downarrow r) \end{pmatrix} \quad , \quad u(r > R_0) = \begin{pmatrix} \exp(-\kappa^\uparrow r) \\ A_3 \sin(k_a^\downarrow r) + A_4 \cos(k_a^\downarrow r) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

mit Wellenvektoren $k_i^\uparrow = \sqrt{2m_r(V_0 + E - \Delta V)/\hbar^2}$, $k_i^\downarrow = \sqrt{2m_r(V_0 + E)/\hbar^2}$, $\kappa^\uparrow = \sqrt{2m_r(\Delta V - E)/\hbar^2}$ und $k_a^\downarrow = \sqrt{2m_r E/\hbar^2}$. Die Koeffizienten A_1 bis A_4 ergeben sich aus den Anschlussbedingungen (3.4) bei $r = R_0$.

² Eine unitäre Transformation gewährleistet die Erhaltung des Flusses der Wellenfunktion bei $r = R_0$.

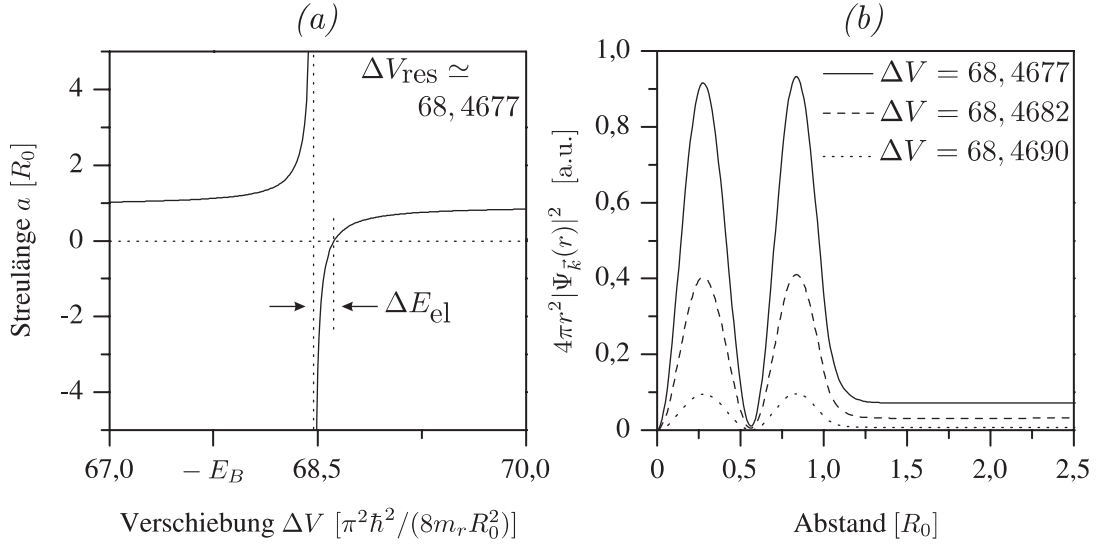


Abbildung 3.4: Variation der Streulänge (a) und resonant überhöhte Besetzung eines (quasi-)gebundenen Zustandes nahe einer Feshbach-Resonanz (b). Die Streuzustände und der Verlauf der Streulänge wurden für Potentialtiefen $V_0 = 100$, die Energie des Streuzustandes $E = 10^{-5}$ (Energien in Einheiten von $V_1 = \pi^2 \hbar^2 / (8m_r R_0^2)$) und einen Mischungswinkel $\varphi = \pi/10$ berechnet.

Abbildung 3.4 (a) zeigt die Streulänge als Funktion der Energiedifferenz ΔV für einen bestimmten Satz von Parametern. Zweierlei ist von Interesse: Für einen bestimmten Wert der Energiedifferenz, ΔV_{res} , divergiert die Streulänge, es liegt eine Feshbach-Resonanz vor. Ursache ist ein gebundener Zustand im energetisch geschlossenen Kanal \mathcal{Q} , dessen Lage für $\Delta V = \Delta V_{\text{res}}$ mit der Energie des Streuzustandes zusammenfällt. Bereits im Rahmen dieses vereinfachten Modells zeigt sich, dass eine Divergenz der Streulänge auch bei verschwindend kleiner Kopplung auftritt, ein Ergebnis, welches auch in detaillierteren Modellen seine Gültigkeit behält (siehe Anhang A). Zum Zweiten ist die Position der Resonanz gegenüber der Lage E_B des gebundenen Zustandes im ungestörten Potential $V_{\mathcal{Q}}$ verschoben. Ursache für diese Verschiebung ist die Kopplung zwischen den Zuständen.

Bei Annäherung an die Resonanz spiegelt die Wellenfunktion die zunehmend bessere Anpassung an einen gebundenen Zustand im Kanal \mathcal{Q} wider, wie Abbildung 3.4 (b) zeigt. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung³, $4\pi r^2 |\Psi_{\vec{k}}(r)|^2$, für drei unterschiedliche Energiedifferenzen ΔV . Nahe des Pols bei ΔV_{res} ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Bereich $r < R_0$ resonant überhöht. In diesem Bereich ist die Wellenfunktion des Streuzustandes der des gebundenen Zustandes im ungestörten Potential $V_{\mathcal{Q}}$ sehr ähnlich. Abbildung 3.5 (a) zeigt die zunehmende Verschiebung der Resonanzposition gegenüber der Lage des gebundenen Zustandes bei zunehmender Stärke der Kopplung. Im Grenzfall sehr kleiner Kopplungen ($\varphi \rightarrow 0$) allerdings stimmt die Resonanzposition mit der Energie $-E_B$ überein. Neben der Resonanzposition wird auch die Breite der Resonanz durch die Kopplungsstärke signifikant beeinflusst. Die (Energie-)Breite ΔE_{el} ist in Abbildung 3.5

³ Die Streuzustände sind auf einen konstanten Fluß der einlaufenden Welle normiert. Streng genommen handelt es sich somit nicht um eine Wahrscheinlichkeitsverteilung.

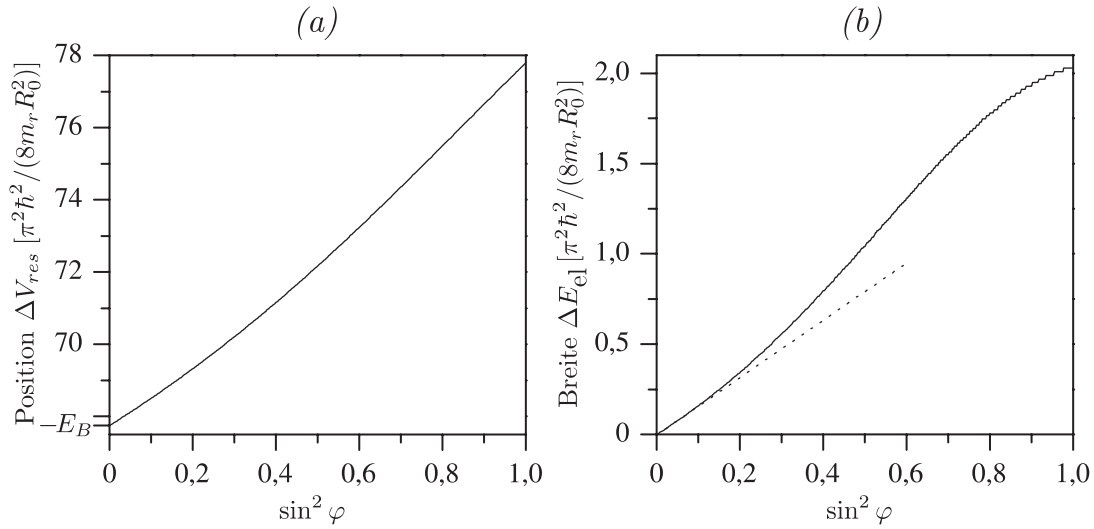


Abbildung 3.5: Position und Breite der in Abbildung 3.4 (a) gezeigten Feshbach-Resonanz als Funktion der Stärke der Kopplung. Im Grenzfall verschwindender Kopplung fällt die Resonanzposition mit der Lage des gebundenen Zustandes zusammen. Die Breite der Resonanz skaliert proportional $\sin^2 \varphi$ im Bereich kleiner Mischungswinkel φ (gepunktete Kurve).

(b) als Funktion von $\sin^2 \varphi$ aufgetragen. ΔE_{el} bezeichnet in Analogie zur Definition von ΔB_{el} die Breite jenes (Energie-)Bereichs, über den die Streulänge gegenüber ihrem Wert fernab der Resonanz ein umgekehrtes Vorzeichen besitzt (siehe auch Abbildung 3.4 (a)). Für kleine Mischungswinkel φ findet man $\Delta E_{el} \propto \sin^2 \varphi$, wie in Abbildung 3.5 (b) durch die gepunktete Linie angedeutet ist. Dem Ergebnis (3.2) zufolge sollte ΔE_{el} proportional zum Betragsquadrat des Matrixelementes α skalieren, allerdings soll an dieser Stelle auf die Frage, inwieweit $\sin \varphi$ als ein Maß für die Kopplungsstärke mit α identifiziert werden kann, nicht näher eingegangen werden.

Kapitel 4

Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter ^{87}Rb -Atome

Wie im letzten Kapitel diskutiert wurde, ist für die Position einer magnetisch-induzierten Feshbach-Resonanz die Lage gebundener Zustände bzw. der Dissoziationsgrenze im externen Magnetfeld entscheidend. Die Berechnung von Resonanzpositionen und -breiten setzt somit eine genaue Kenntnis der beteiligten Molekülpotentiale sowie der zugrunde liegenden Kopplungsmechanismen voraus. Hierbei handelt es sich um eine Wissenschaft für sich, eine detaillierte Betrachtung würde den Rahmen dieser Arbeit bei weitem sprengen. Das vorliegende Kapitel stellt daher lediglich die für das theoretische Verständnis notwendigen Grundlagen zusammen, einem Überblick über die unterschiedlichen Beiträge zur interatomaren Wechselwirkung zweier Atome und die für Feshbach-Resonanzen relevanten gebundenen Zustände folgt anschließend ein Einblick in die Bestimmung von Resonanzpositionen. Besonderes Augenmerk ist hierbei jeweils auf Stöße zwischen Atomen des Isotops ^{87}Rb gerichtet.

4.1 Das Streupotential

Für eine exakte quantenmechanische Beschreibung der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen müßten prinzipiell alle elektrischen und magnetischen Kräfte zwischen den Kernen und Elektronen in Betracht gezogen werden. Auch wenn Rubidium als Alkaliatom lediglich ein Valenzelektron aufweist, so ist dieses Unterfangen doch bei weitem zu komplex. Es zeigt sich jedoch, dass für ultrakalte Stöße insbesondere jene Bereiche des Wechselwirkungspotentials wesentlich sind, bei denen die Atome noch verhältnismäßig gut als separiert betrachtet werden können. In guter Näherung können daher alle Spins an den Orten der entsprechenden Atomkerne lokalisiert angenommen werden (sog. Shizgal-Näherung [71]). Zu einer weiteren wesentlichen Vereinfachung führt die Born-Oppenheimer-Näherung [72]: Da die Masse der Atomkerne die der Elektronen um Größenordnungen übersteigt, ist deren Bewegung deutlich langsamer als die der Elektronen. Die Elektronen können somit

einer Bewegung der Kerne immer unmittelbar folgen. Für die Bestimmung von Energieeigenzuständen der Elektronen ist es daher erlaubt, von einem festen Kernabstand auszugehen. Durch Variation des Kernabstandes gewinnt man somit (effektive) Molekülpotentiale, welche nicht mehr von den Ortskoordinaten der Elektronen abhängen. Schließlich resultiert ein Wechselwirkungspotential V , welches lediglich vom Kernabstand und den Spinquantenzahlen bestimmt wird [73, 74, 55, 47]:

$$V = \sum_{j=1}^2 (V_j^{\text{HF}} + V_j^{\text{Z}}) + V^{\text{C}} + V^{\text{SS}} + V^{\text{SO}}. \quad (4.1)$$

Neben der Hyperfeinaufspaltung V_j^{HF} und der Wechselwirkungsenergie V_j^{Z} der einzelnen Atome im äußeren Magnetfeld beinhaltet V die gegenseitige Coulomb-Wechselwirkung V^{C} der beiden Atome, sowie Dipol-Dipol-Wechselwirkungen V^{SS} und V^{SO} . Die einzelnen Terme werden im Folgenden näher betrachtet.

Hyperfeinwechselwirkung

Die Hyperfeinwechselwirkung beschreibt die Kopplung zwischen dem Spin \vec{s} der (Valenz-) Elektronen und dem Kernspin \vec{i} zum Gesamtspin \vec{f} des Atoms. Ursache der Wechselwirkung ist das von den Elektronen erzeugte Magnetfeld am Ort des Kerns. Für s-Elektronen resultiert sie aus einer endlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Kern und wird auch als Kontakt-Wechselwirkung bezeichnet. Im Falle des Rubidium-Isotops ^{87}Rb mit Kernspin $3/2$ und Elektronenspin $1/2$ führt die Kopplung zu einer Aufspaltung des Grundzustandes $5s^2S_{1/2}$ in die beiden Hyperfeinniveaus $f = i - s = 1$ und $f = i + s = 2$, wie in Abbildung 4.1 dargestellt ist. ^{87}Rb ist somit ein Boson. Der Hyperfeinwechselwirkung wird in Gleichung (4.1) durch einen Term der Form

$$V_j^{\text{HF}} = \frac{a_{\text{HF}}}{\hbar^2} \vec{i}_j \cdot \vec{s}_j \quad , \quad j = 1, 2 \quad (4.2)$$

Rechnung getragen [75], wobei a_{HF} die Kopplungskonstante bezeichnet. Eine entsprechende Wechselwirkung zwischen den Atomen kann vernachlässigt werden, so dass V_j^{HF} nicht von deren Abstand abhängt. Die Hyperfeinaufspaltung $\Delta E_{\text{HF}} = 2a_{\text{HF}}$ von rund $h \cdot 6,8$ GHz zwischen den Niveaus $f = 1$ und $f = 2$ konnte spektroskopisch mit einer (relativen) Genauigkeit von $1,3 \cdot 10^{-14}$ bestimmt werden [76] (siehe auch Anhang B).

Wechselwirkung mit äußerem Magnetfeld

Für die Untersuchung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen ist die Wechselwirkung der Atome mit einem externen Magnetfeld \vec{B} wesentlich. Sie lässt sich durch einen Term der Form

$$V_j^{\text{Z}} = -\vec{\mu}_j \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_s \vec{s}_j + g_N \vec{i}_j) \cdot \vec{B} \quad , \quad j = 1, 2 \quad (4.3)$$

berücksichtigen. Die Landé-Faktoren g_s und g_N für Elektron und Kern beziehen sich jeweils auf das Bohrsche Magneton μ_B , die Vorzeichenkonvention entspricht jener in Referenz [77].

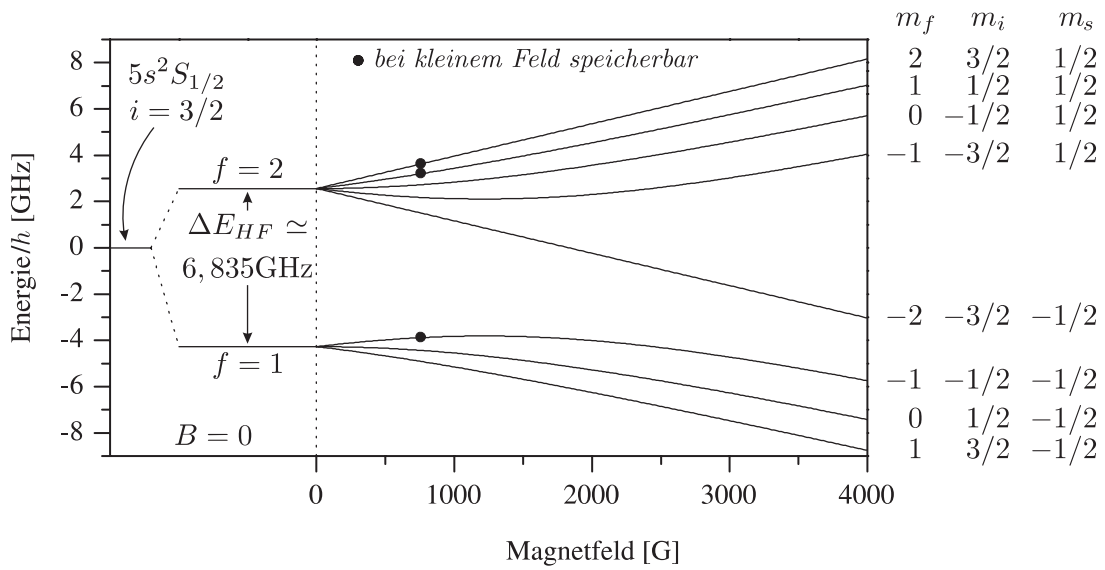


Abbildung 4.1: Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von ^{87}Rb und Niveaushiftungen im externen Magnetfeld gemäß der Breit-Rabi-Formel (4.4). Die Entartung der Zustände wird durch das äußere Magnetfeld aufgehoben. Bei kleinen Feldern dominiert die Hyperfeinaufspaltung, bei großen Feldern hingegen verliert die Kopplung zwischen Kern- und Elektronenspin ihre Bedeutung. Die innerhalb dieses Regimes geeigneten Quantenzahlen m_i , m_s und m_f sind rechts aufgeführt. Zustände, deren Energie bei kleinen Magnetfeldern mit wachsendem Feld zunimmt (mit • gekennzeichnet), eignen sich zur magnetischen Speicherung und werden auch als „low-field seekers“ bezeichnet (siehe auch Kapitel 7.3).

Werte für g_s , g_N und μ_B finden sich in Anhang B. Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf der HyperfeinGrundzustände von ^{87}Rb in einem äußeren Magnetfeld. Die Verschiebungen der Niveaus in den Grenzfällen sehr kleiner bzw. sehr großer Magnetfelder lassen sich wie folgt verstehen:

- Bei kleinen Magnetfeldern bleibt die Hyperfeinkopplung von \vec{s} und \vec{i} zu \vec{f} erhalten. In diesem Regime ist die Verschiebung der Niveaus proportional zum Magnetfeld (linearer Zeeman-Effekt). Das Magnetfeld hebt allerdings die Projektionsentartung zwischen Zuständen mit gleichem f , aber unterschiedlichem m_f auf. Als schwach ist ein Magnetfeld zu erachten, sofern die entsprechende Zeeman-Verschiebung klein gegen die Hyperfeinaufspaltung ausfällt. In grober Abschätzung ist dies gemäß $\mu_B B \ll \Delta E_{HF}/2$, also für Felder $B \ll m_e \Delta E_{HF}/(e\hbar) \simeq 2400$ G der Fall.
- Bei hohen Magnetfeldern koppeln \vec{s} und \vec{i} getrennt an das externe Magnetfeld, wodurch die Quantenzahl f des Gesamtspins seine Bedeutung verliert (sog. Back-Goudsmit-Effekt). In diesem Regime sind die Magnetquantenzahlen m_i und m_s von Kern- und Elektronenspin gute Quantenzahlen. Aufgrund des weitaus größeren magnetischen Moments des Elektrons gegenüber dem des Kern ist der elektronische Beitrag zur Energieverschiebung V_j^Z dominierend.

Der Übergangsbereich zwischen schwachem und starkem Feld ist i. Allg. schwierig zu behandeln. Allerdings lässt sich für den hier vorliegenden Fall einer (Gesamt-)Spinquantenzahl der Elektronen von $s = 1/2$ die Aufspaltung $E(B, m_f)$ der Hyperfeinniveaus im externen Magnetfeld durch die Breit-Rabi-Formel in geschlossener Form angeben¹[77, 78]:

$$E(B, m_f) = \frac{\Delta E_{\text{HF}}}{2(2i+1)} + m_f g_N \mu_B B \pm \frac{\Delta E_{\text{HF}}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_f}{2i+1}x + x^2} \quad (4.4)$$

mit $x = \frac{\mu_B(g_s - g_N)}{\Delta E_{\text{HF}}} B$, $f = i \pm \frac{1}{2}$, $m_f = -f, \dots, f$.

Die Lösungen mit „+“ bzw. „-“ sind asymptotisch mit den Zuständen $f = i + 1/2$ bzw. $f = i - 1/2$ bei $B = 0$ verknüpft. Mittels Mikrowellenspektroskopie können Energiedifferenzen zwischen unterschiedlichen $|f, m_f\rangle$ -Zuständen mit hoher Genauigkeit ermittelt und hieraus das vorliegende Magnetfeld anhand Gleichung (4.4) berechnet werden. Dieses Verfahren zur Kalibrierung des externen Magnetfeldes sowie zur Bestimmung der Positionen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen wird in Kapitel 9.3.4 näher erläutert.

Bei großen interatomaren Abständen tragen hauptsächlich die Hyperfeinwechselwirkung und die Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld zum Gesamtpotential V bei, d. h. die (atomaren) Quantenzahlen $f_1, m_{f_1}, f_2, m_{f_2}$ eignen sich zur Beschreibung eines Streuzustandes, wie in Abbildung 4.2 illustriert ist. Der Gesamtspin \vec{F} des Systems setzt sich in diesem Bereich gemäß $\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$ aus den Spins der einzelnen Atome zusammen.

Coulomb-Wechselwirkungen

V^{C} beschreibt sämtliche Coulomb-Wechselwirkungen zwischen den Kernen und Elektronen zweier Atome. Abhängig vom interatomaren Abstand tragen unterschiedliche Mechanismen zu V^{C} bei:

- Bei sehr kleinen Abständen r dominiert die Coulomb-Abstoßung der Kerne. Es resultiert ein sehr starker Anstieg des Potentials für $r \rightarrow 0$.
- Bei größeren Abstände ist V^{C} durch die Austauschwechselwirkung V^{A} zwischen den überlappenden Elektronenwolken geprägt. Im Fall von Stößen zwischen Alkaliatomen im Grundzustand ist das Potential lediglich von r und der relativen Spinstellung der beiden Valenzelektronen abhängig. Die Kopplung der einzelnen Elektronenspins zum molekularen Spin $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ bewirkt eine Aufspaltung in die Singulett- und Triplettpotentiale² $X^1\Sigma_g^+$ und $a^3\Sigma_u^+$ mit zugehörigen Spinquantenzahlen $S = 0$ bzw. $S = 1$. Abbildung 4.2 zeigt die beiden Potentiale für ^{87}Rb . Das Triplettpotential

¹ Für die Fälle $m_f = \pm(i + 1/2)$ ist $E(B, m_f)$ durch $\Delta E_{\text{HF}}i/(2i+1) \pm (g_s/2 + ig_N)\mu_B B$ gegeben.

² Innerhalb der Nomenklatur $^{2S+1}\Lambda_{\pi_e}^{\sigma}$ bezeichnen Λ die Projektion des elektronischen Bahndrehimpulses auf die Molekülachse (Σ wird für Zustände mit Bahndrehimpuls Null verwendet), σ die Symmetrie bzgl. einer Ebene senkrecht zur Molekülachse sowie π_e die Parität der elektronischen Wellenfunktion. X steht für den molekularen Grundzustand.

ist stets weniger tief als das Singulettpotential. Mit Tiefen von ca. $k_B \cdot 320$ K bzw. $k_B \cdot 5800$ K weisen die Potentiale 41 bzw. 125 gebundene Zustände auf [31]. Zu größeren Abständen hin nimmt die Austauschwechselwirkung gemäß

$$V^A = (-1)^{S+1} \frac{1}{2} J r^{7/(2\alpha)-1} e^{-2\alpha r/a_0} \quad (4.5)$$

exponentiell ab [79]. Die Parameter J und α hängen von der Atomsorte ab (für ^{87}Rb siehe Referenzen [32, 79]).

- Neben der Austauschwechselwirkung ist mit zunehmendem Abstand die attraktive van der Waals- oder Dispersionswechselwirkung von Bedeutung. Ursache hierfür sind Quantenfluktuationen in den Ladungsverteilungen der Atome. Die so entstehenden elektrischen Multipolmomente induzieren eine Polarisierung des jeweils anderen Atoms, wodurch eine Multipolwechselwirkung zwischen den Atomen entsteht. Unter Berücksichtigung der ersten drei Terme einer Multipolentwicklung nimmt die Dispersionswechselwirkung V^D zwischen Grundzustandsatomen folgende Gestalt an:

$$V^D = -\frac{C_6}{r^6} - \frac{C_8}{r^8} - \frac{C_{10}}{r^{10}}. \quad (4.6)$$

Die sog. Dispersionskoeffizienten C_6 , C_8 und C_{10} lassen sich aus numerischen Rechnungen [80, 81] und mit mittlerweile hoher Präzision aus der Anpassung theoretischer Vorhersagen an experimentelle Ergebnisse gewinnen [57, 31, 32].

Die Aufspaltung in Singulett- bzw. Triplettpotentiale übersteigt die Hyperfeinwechselwirkung (4.2) um Größenordnungen. Bei geringen Abständen der Atome verlieren daher die atomaren Quantenzahlen f_1 und f_2 ihre Bedeutung, an deren Stelle treten die molekularen Quantenzahlen S und I . Letztere beschreibt die Summe der beiden Kernspins. Die Quantenzahlen F des Gesamtspins $\vec{F} = \vec{S} + \vec{I} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$ und deren Projektion m_F sind hingegen unabhängig vom interatomaren Abstand Erhaltungsgrößen, in Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes allerdings nur noch die Magnetquantenzahl m_F . Im Übergangsbereich ist unter Berücksichtigung der guten Quantenzahlen F und m_F eine Änderung der relativen Spinorientierungen möglich, wie in Abbildung 4.2 schematisch dargestellt. Schließlich sind aufgrund der sphärischen Symmetrie der Beiträge (4.5) und (4.6) auch der (relative) Bahndrehimpuls \vec{l} der Teilchen bzw. die entsprechenden Quantenzahlen l und m_l erhalten.

Magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung

Bislang blieb die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten der beiden Valenzelektronen unberücksichtigt. Sie führt in Anlehnung an den entsprechenden klassischen Ausdruck [82] zu einem Potential der Form:

$$V^{\text{SS}} \propto -\frac{1}{r^3} \left(\frac{3(\vec{r} \cdot \vec{s}_1)(\vec{r} \cdot \vec{s}_2)}{r^2} - \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \right) \propto -\frac{1}{r^3} \left(\frac{3(\vec{r} \cdot \vec{S})^2}{r^2} - \vec{S}^2 \right). \quad (4.7)$$

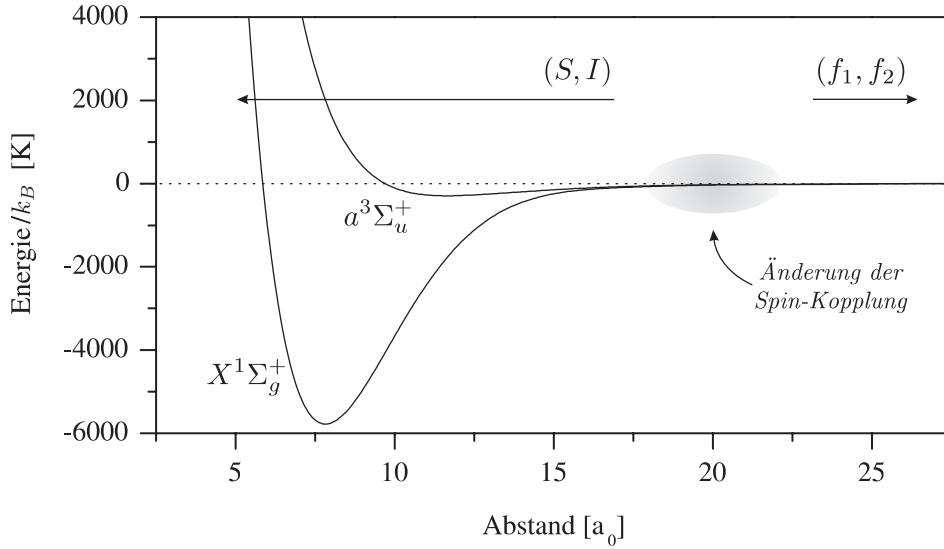


Abbildung 4.2: Singulett- ($X^1\Sigma_g^+$) und Triplettpotentiale ($a^3\Sigma_u^+$) für ^{87}Rb . Ursache der Aufspaltung ist die Austauschwechselwirkung, die bei geringen Abständen die Hyperfeinaufspaltung in separierten Atomen von ca. $k_B \cdot 0,3\text{K}$ bei weitem übersteigt. Bei Abständen um $20a_0$ sind beide Wechselwirkungen ähnlich stark. Im markierten Bereich sind weder f_1 und f_2 noch S und I gute Quantenzahlen und es kann zu einer Änderung der Spinkopplung kommen.

\vec{r} bezeichnet wiederum den Vektor, der die beiden Kerne verbindet. V^{SS} hängt somit offenbar von der Stellung des (Gesamt-)Elektronenspins \vec{S} bzgl. der Verbindungsachse der Kerne ab. Daher bewirkt die Dipol-Dipol-Wechselwirkung eine Aufhebung der Projektionsentartung von Triplettzuständen ($S = 1$), Singulettzustände ($S = 0$) sind hingegen unbeeinflusst. Des Weiteren vertauscht V^{SS} mit \vec{S}^2 , so dass dieser Term keine Mischung zwischen Singulett- und Triplettzuständen hervorruft. Allerdings besitzt V^{SS} keine sphärische Symmetrie, folglich stellt der Bahndrehimpuls \vec{l} keine Erhaltungsgröße dar. Lediglich der Gesamtdrehimpuls $\vec{F} = \vec{F} + \vec{l} = \vec{S} + \vec{I} + \vec{l}$ bleibt unverändert. Demnach ermöglicht die Dipol-Dipol-Wechselwirkung eine Umverteilung zwischen Spin- und Bahndrehimpuls. Eine genauere Betrachtung dieser Umverteilung erlaubt die folgende Darstellung von V^{SS} durch Tensoroperatoren zweiter Stufe $Y_2(\theta, \phi)$ und $(\vec{s}_1 \otimes \vec{s}_2)_2$, die von den Bahn- bzw. Spinvariablen abhängen [83, 73]:

$$V^{\text{SS}} \propto -\frac{1}{r^3} \sum_{m=-2}^{+2} (-1)^m Y_{2,m}(\theta, \phi) \cdot (\vec{s}_1 \otimes \vec{s}_2)_{2,-m}. \quad (4.8)$$

Mathematisch gesprochen werden Änderungen des Bahndrehimpulses durch die Kugelflächenfunktionen $Y_{2,m}$ hervorgerufen. Erlaubt sind Übergänge mit $|\Delta l| = 0, 2$ [73, 52]. Einschränkend ist allerdings anzumerken, dass sich bei einer Änderung des Bahndrehimpulses von s-Wellen-Zuständen ($l = 0$) um $2\hbar$ grundsätzlich ein d-Wellen-Zustand ($l = 2$) ergibt (also $l = 0 \rightarrow l = 0$ verboten).

Spin-Bahn-Wechselwirkung

Neben der magnetischen Dipol-Dipol-Wechselwirkung gibt es einen weiteren Mechanismus, welcher zu einer Umverteilung zwischen Spin- und Bahndrehimpuls führt, die sog. Spin-Bahn-Kopplung [74, 84]: Die Kopplung entsteht, wenn während eines Stoßes die Elektronenwolken zu überlappen beginnen. Quantenzahlen der Einzelatome eignen sich, wie bereits erwähnt, nicht mehr zur Beschreibung des Zustandes in diesem Bereich. Allerdings kann man sich die Verteilung der Elektronen als Superposition atomarer Zustände vorstellen, jedoch unter Beimischung angeregter elektronischer Zustände. In Analogie zur Feinstrukturaufspaltung kommt es nun bei jenen beigemischten Zuständen mit (elektronischem) Bahndrehimpuls ungleich null zu einer Kopplung zwischen Bahn- und Eigenmoment der Elektronen. Daher verschwindet dieser Effekt für den (reinen) elektronischen Grundzustand eines Alkaliatoms. Im Gegensatz zur direkten Spin-Spin-Wechselwirkung (4.7) spricht man daher auch von einer indirekten Kopplung.

Wie sich zeigt, besitzen V^{SO} und V^{SS} dieselbe Tensorstruktur, weisen allerdings unterschiedliche r -Abhängigkeiten auf [74]. Die Spin-Bahn-Kopplung nimmt mit zunehmendem Abstand und somit abnehmendem Überlapp der Elektronenwolken exponentiell ab, wie sich dies bereits bei der Austauschwechselwirkung (4.5) zeigte. Zudem besitzen V^{SO} und V^{SS} unterschiedliche Vorzeichen, so dass sich deren Effekte teilweise kompensieren. Dies ist insbesondere bei Rubidium gewährleistet³, wohingegen bei schwereren Alkaliatomen wie z. B. Cäsium die Spin-Bahn-Kopplung deutlich überwiegt [74, 85, 86].

4.2 Lage gebundener Zustände

Die Bestimmung gebundener Zustände der im letzten Kapitel diskutierten Wechselwirkungspotentiale stellt ein extrem schwieriges Unterfangen dar. So ist es derzeit mit den erforderlichen Näherungen nicht möglich, anhand numerischer ab initio-Berechnungen auch nur die Anzahl gebundener Zustände in Rubidium-Dimeren korrekt vorherzusagen. Seit wenigen Jahren stehen allerdings experimentelle Daten aus mehreren Präzisionsexperimenten [87, 88, 89] zur Verfügung, die Auskunft über Parameter des Wechselwirkungspotentials geben [31]. Durch Anpassen theoretischer Modelle an diese Ergebnisse können mittlerweile die Bindungsenergien von Zuständen nahe der zugehörigen Dissoziationsgrenzen aus numerischen Rechnungen mit hoher Genauigkeit ermittelt werden [90].

Abbildung 4.3 zeigt die Positionen schwach gebundener Zustände ohne äußeres Magnetfeld im Überblick [90]. Die Dissoziationsgrenzen der möglichen Kombinationen $(f_1, f_2) = (1, 1), (1, 2)$ bzw. $(2, 2)$ sind jeweils durch die Hyperfeinenergie ΔE_{HF} voneinander getrennt. Entlang einer Spalte unterscheiden sich die dargestellten Zustände durch ihre Vibrationsquantenzahl $\nu'_D = -1, -2, -3, \dots$ bzgl. der jeweiligen Dissoziationsgrenze. Neben f_1, f_2 und ν'_D hängt die Lage der Niveaus auch von der Quantenzahl F des Gesamtspins ab: Für eine feste Kombination (f_1, f_2) sind die zu unterschiedlichen Werten von F gehörenden

³ Für ^{87}Rb heben sich V^{SO} und V^{SS} bei einem Abstand von ca. $10a_0$ gegenseitig auf.

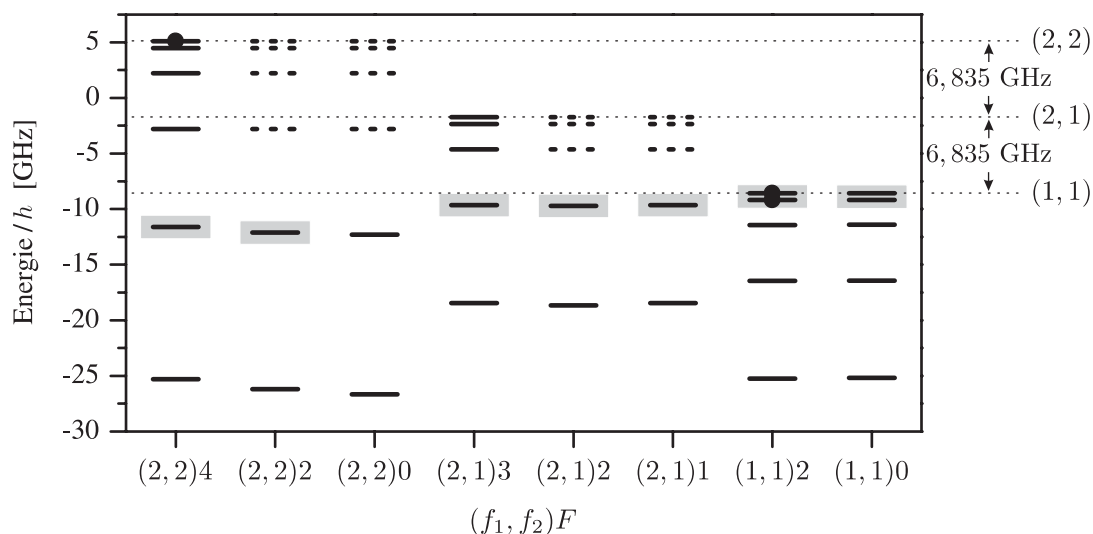


Abbildung 4.3: Lage gebundener ^{87}Rb -Molekülzustände ohne äußeres Magnetfeld. Die Energieniveaus sind das Resultat numerischer Rechnungen [90], lediglich die mit \bullet gekennzeichneten Niveaus sind aus Photoassoziationsmessungen bekannt [91, 87]. Gepunktet dargestellten Niveaus liegen keine Berechnungen zugrunde, sie sind lediglich der Vollständigkeit halber angedeutet. Die Dissoziationsgrenzen (gepunktete Linien) der unterschiedlichen Kombinationen (f_1, f_2) sind durch die Hyperfeinaufspaltung voneinander getrennt. Die grau unterlegten Zustände verursachen die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Feshbach-Resonanzen. Der Energienullpunkt wurde entsprechend Abbildung 4.1 gewählt.

Molekülpotentiale bei großen Abständen entartet, spalten mit abnehmendem Abstand allerdings aufgrund der Austauschwechselwirkung (4.5) auf⁴. Dementsprechend nimmt die F -Aufspaltung für tiefer liegende Niveaus zu.

Bei allen Niveaus in Abbildung 4.3 handelt es sich um Zustände mit $l = 0$, also Zustände ohne Bahndrehimpuls der Relativbewegung der beiden Atome. Eine zusätzliche Rotationsanregung des Moleküls führt zu einer Energieverschiebung von Zuständen mit $l > 0$ gegenüber jenen mit $l = 0$ um $E_{rot} = l(l+1)\hbar^2/2\Theta$. Da tiefer liegenden Molekülzuständen ein kleinerer interatomarer Abstand und somit ein kleineres Trägheitsmoment Θ entspricht, nimmt auch dieser Effekt mit wachsendem $|\nu'_D|$ zu⁵.

⁴ Aus Überlegungen zur Symmetrie der bosonischen Gesamtwellenfunktion eines (s-Wellen-) Streuzustandes ergibt sich, dass im Fall $f_1 = f_2$ die Quantenzahl F des Gesamtspins lediglich geradzahlige Werte annehmen kann [44].

⁵ Ausgehend von den in Abbildung 4.3 gezeigten Zuständen beträgt die Verschiebung E_{rot}/h der zugehörigen ($l = 2$)-Niveaus ca. 110, 180, 250 bzw. 310 MHz für $\nu'_D = -2, -3, -4$ bzw. -5 [90].

4.3 Positionen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen

Auf Grundlage der phänomenologischen Beschreibung von Feshbach-Resonanzen in Kapitel 3.1, der eingangs diskutierten Wechselwirkungen und Kopplungsmechanismen sowie der Lage gebundener Zustände sollen nun Positionen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter ^{87}Rb -Atome ermittelt werden. Wie in Kapitel 3.1 anhand von Abbildung 3.2 erläutert, entstehen Feshbach-Resonanzen im Grenzfall verschwindender Stoßenergie bei jenen Magnetfeldern, die zu Kreuzungen zwischen der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals und gebundenen Zuständen geschlossener Kanäle führen. Die äußerst geringe Energie des Streuzustandes bei den im Experiment typischerweise vorliegenden Temperaturen im μK -Bereich bewirkt eine weitestgehend vernachlässigbare Verschiebung der Resonanzpositionen⁶.

Als mögliche Eingangskanäle des Streuvorgangs kommen zunächst Atome in den beiden Hyperfeingrundzuständen $f = 1$ bzw. $f = 2$ in Frage. Eingangskanäle werden im Folgenden der Einfachheit halber mit $|f_1, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2, m_{f_2}\rangle$ bezeichnet, auch wenn diese Notation der eigentlich erforderlichen Symmetrisierung des Streuzustandes nicht Rechnung trägt. Wie sich in Kapitel 10.2 zeigt, weisen Bose-Einstein-Kondensate im $f = 2$ -Hyperfeinzustand gegenüber jenen im Zustand $f = 1$ eine deutlich kürzere Lebensdauer auf, was Experimente mit $f = 1$ -Kondensaten erheblich favorisiert. Daher sind insbesondere Feshbach-Resonanzen bei Stößen zwischen Atomen in den Eingangskanälen $|f_1 = 1, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2 = 1, m_{f_2}\rangle$ von Interesse. Die Kombinationen $(f_1 = 1, f_2 = 2)$ bzw. $(f_1 = 2, f_2 = 2)$ stellen aufgrund der um eine bzw. zwei Hyperfeinenergien höher liegenden Dissoziationsgrenzen geschlossene Kanäle dar. Aber auch einige Streukanäle, die sich vom Eingangskanal $|f_1 = 1, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2 = 1, m_{f_2}\rangle$ lediglich durch die Magnetquantenzahlen m_{f_1} und m_{f_2} unterscheiden, können bei geeigneter Verschiebung der entsprechenden Dissoziationsgrenzen im äußeren Magnetfeld einen geschlossenen Kanal bilden. Gebundene Zustände dieser Kanäle können dann ebenfalls zu Resonanzen führen. Gemäß Abbildung 4.3 liegen (ohne äußeres Magnetfeld) zahlreiche gebundene Zustände dieser geschlossenen Kanäle wenige GHz von der $(f_1 = 1, f_2 = 1)$ -Dissoziationsgrenze entfernt, potentielle Kandidaten also für magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen⁷. So gibt es in der Tat theoretische Vorhersagen für magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen bei Stößen zwischen Atomen im Zustand $|f = 1, m_f = 1\rangle$ [93, 31].

⁶ Ausgehend von einer relativen Steigung zwischen Dissoziationsgrenze und gebundenem Zustand von $\partial\Delta_E/\partial B \simeq \mu_B$ und einer Temperatur des Ensembles von $1\ \mu\text{K}$ erwartet man eine Verschiebung der Resonanzpositionen von lediglich $k_B T/\mu_B \simeq 15\ \text{mG}$.

⁷ Gebundene Zustände in Molekülpotentialen, die asymptotisch zu elektronisch *angeregten* Atomen führen, spielen für Feshbach-Resonanzen bei Stößen von Atomen in den Hyperfeingrundzuständen keine Rolle. So liegt die Dissoziationsgrenze eines $5S_{1/2}$ - $5P_{1/2}$ -Atompaars bereits $12579\ \text{cm}^{-1}$ über der des Eingangskanals $|f_1 = 2, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2 = 2, m_{f_2}\rangle$. Anhand der Tiefe des zugehörigen Singulettpotentials von ca. $3600\ \text{cm}^{-1}$ [92] wird ersichtlich, dass sich kein gebundener Zustand dieses Molekülpotentials durch ein äußeres Magnetfeld von einigen $1000\ \text{G}$ auch nur annähernd in die Nähe der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals verschieben lässt.

Welche Kreuzungen zwischen der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals und gebundenen Zuständen geschlossener Kanäle letztlich tatsächlich zu Resonanzen führen, ist eine Frage der in Kapitel 4.1 diskutierten Kopplungsmechanismen und der damit verbundenen Auswahlregeln. Diese Auswahlregeln sind Gegenstand des nächsten Abschnitts.

4.3.1 Quantenzahlen und Auswahlregeln

Üblicherweise werden Feshbach-Resonanzen anhand eines Satzes von Quantenzahlen bezeichnet, die zu jenem gebundenen Zustand gehören, welcher die Resonanz verursacht. Zunächst ist die Angabe der Vibrationsquantenzahl ν'_D erforderlich. Nach Abbildung 4.3 werden die hier diskutierten Feshbach-Resonanzen in ^{87}Rb durch schwach-gebundene Niveaus hervorgerufen ($|\nu'_D|$ klein). Dementsprechend halten sich Atome, die solch einen gebundenen Zustand bilden, einen Großteil ihrer Zeit bei großen interatomaren Abständen auf, so dass sich die atomaren Quantenzahlen f_1 und f_2 zur Beschreibung des zugehörigen Molekülpotentials eignen. Berücksichtigt man neben der Hyperfeinwechselwirkung nur die Coulomb-Wechselwirkung, so sind nach Kapitel 4.1 der Gesamtspin \vec{F} und der Bahndrehimpuls \vec{l} Erhaltungsgrößen. Dann lassen sich auch die Quantenzahlen F , m_F , l und m_l für eine genauere Bezeichnung eines gebundenen Zustandes heranziehen. Da die Coulomb-Wechselwirkung die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung und die Spin-Bahn-Wechselwirkung um Größenordnungen übersteigt, behalten diese Quantenzahlen aber auch noch bei Berücksichtigung der Terme V^{SS} und V^{SO} ihre Berechtigung. In Anwesenheit eines starken Magnetfeldes verliert allerdings F seine Bedeutung, an dessen Stelle tritt m_{f_1} bzw. m_{f_2} . Abhängig von der Stärke des Magnetfeldes lassen sich Feshbach-Resonanzen somit durch einen der folgenden Sätze von Quantenzahlen bezeichnen:

$$\{l, m_l, (f_1, f_2), \nu'_D, m_F, F\} \quad \text{bzw.} \quad (4.9)$$

$$\{l, m_l, (f_1, f_2), \nu'_D, m_F, m_{f_1}, m_{f_2} = m_F - m_{f_1}\}. \quad (4.10)$$

Die Frage, ab wann ein Magnetfeld in diesem Zusammenhang als stark anzusehen ist, muss im Einzelnen anhand der entsprechenden Zeeman-Aufspaltung im Vergleich zur F -Aufspaltung der gebundenen Zustände bei $B = 0$ geklärt werden.

Für das Auftreten einer Feshbach-Resonanz ist nun eine Kopplung zwischen Eingangskanal und einem gebundenem Zustand erforderlich. Ausgehend von einem Eingangskanal $|f_1, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2, m_{f_2}\rangle$ mit guten Quantenzahlen $\{f_1, m_{f_1}, f_2, m_{f_2}\}$ kommen diese Kopplungen entweder durch V^{C} oder durch V^{SS} bzw. V^{SO} zustande:

- **Kopplung durch Coulomb-Wechselwirkung:**
Mit dem Bahndrehimpuls als Erhaltungsgröße gilt $\Delta l = 0$ und $\Delta m_l = 0$ für eine Kopplung zwischen Eingangskanal und gebundenem Zustand. Da bei Temperaturen im μK -Bereich reine s-Wellen-Streuung vorliegt (siehe Kapitel 2.3), kommen somit nur gebundene Zustände mit $l = 0$ in Frage (im Folgenden als „ $l = 0$ -Resonanzen“ bezeichnet). Des Weiteren ist unabhängig von der Stärke des Magnetfeldes m_F eine gute Quantenzahl, d.h. es ist $\Delta m_F = 0$ zu erfüllen. Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit wichtigste Eingangskanal $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ mit $m_F = 2$ koppelt daher lediglich

an Zustände, deren entsprechende Molekülpotentiale asymptotisch in die Kanäle $|2, 2\rangle \otimes |2, 0\rangle$, $|2, 2\rangle \otimes |1, 0\rangle$, $|2, 1\rangle \otimes |2, 1\rangle$ und $|2, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ münden.

- Kopplung durch Spin-Spin-Wechselwirkung („ $l = 2$ -Resonanzen“): Zusätzliche Resonanzen entstehen durch die wesentlich schwächeren Wechselwirkungen V^{SS} und V^{SO} . Gemäß des Abschnitts über die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung koppelt eine einlaufende s -Welle an eine d -Welle, $\Delta l = 2$. Entsprechend muss der gebundene Zustand die Rotationsquantenzahl $l = 2$ aufweisen. Im äußeren Magnetfeld ist lediglich die Projektion des Gesamtdrehimpulses eine Erhaltungsgröße, es resultiert die Auswahlregel $\Delta m_{\mathcal{F}} = \Delta m_F + \Delta m_l = 0$.

Tabelle 4.1 faßt die nach diesen Auswahlregeln erlaubten Kopplungen zwischen dem Eingangskanal $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ (schraffiert dargestellt) und geschlossenen Kanälen zusammen. Für unterschiedliche Paare (f_1, f_1) sind bei gegebenem m_F alle erlaubten Kombinationen (m_{f_1}, m_{f_2}) in die Tabelle eingetragen, die zu $m_{\mathcal{F}} = 2$ führen. $l = 0$ -Resonanzen können lediglich durch gebundene Zustände hervorgerufen werden, die asymptotisch zu den vier bereits erwähnten, hier grau unterlegten Kanälen führen. Für $l = 2$ -Resonanzen stehen aufgrund der unterschiedlichen möglichen Werte von m_l weitaus mehr Kombinationsmöglichkeiten zur Verfügung.

(f_1, f_2)	$m_F = 0$	$m_F = 1$	$m_F = 2$	$m_F = 3$	$m_F = 4$
$(1, 1)$	$\begin{pmatrix} 0, 0 \\ 1, -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 0 \\ 1, 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 1 \\ 1, 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix}$		
$(1, 2)$	$\begin{pmatrix} 1, -1 \\ 0, 0 \\ -1, 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 0 \\ 0, 1 \\ -1, 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 1 \\ 0, 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$	$(1, 2) \quad \frac{1}{2}$	
$(2, 2)$	$\begin{pmatrix} 0, 0 \\ -1, 1 \\ -2, 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 0 \\ -1, 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{pmatrix} 2, 0 \\ 1, 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$	$(2, 1) \quad \frac{3}{2}$	$(2, 2) \quad 2$
m_l gemäß $m_{\mathcal{F}} = m_F + m_l = 2$	2	1	0	-1	-2
erlaubt für $l = 0$:			×		
erlaubt für $l = 2$:	×	×	×	×	×

Tabelle 4.1: Quantenzahlen und Auswahlregeln für Feshbach-Resonanzen im Eingangskanal $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ (schraffiert dargestellt). Einträge der Form $(m_{f_1}, m_{f_2}) \mu/\mu_B$ bezeichnen zusammen mit den Quantenzahlen (f_1, f_2) jeweils einen Kanal. Anhand des magnetischen Moments μ einer Kombination (m_{f_1}, m_{f_2}) lässt sich die Verschiebung eines Kanals im äußeren Magnetfeld abschätzen. Mehrere Kanäle mit unterschiedlichen Kombinationen (f_1, f_1) bzw. (m_{f_1}, m_{f_2}) erfüllen $m_{\mathcal{F}} = m_F + m_l = 2$ und können somit an den Eingangskanal mit $m_{\mathcal{F}} = m_F = 2$ (schraffiert dargestellt) koppeln. Wiederum wird der bosonischen Symmetrisierung in den Notationen nicht explizit Rechnung getragen.

Neben den Kombinationen (m_{f_1}, m_{f_2}) ist als jeweils dritte Zahl das zugehörige magnetische Moment in Einheiten von μ_B angegeben. Hiermit lässt sich ersehen, ob sich die Dissoziationsgrenze des Eingangskanals und gebundene Zustände der geschlossenen Kanäle im äußeren Magnetfeld kreuzen.

4.3.2 Resonanzpositionen in einfacher Abschätzung

Anhand der Lage gebundener Zustände gemäß Kapitel 4.2 und mit Hilfe der im letzten Abschnitt diskutierten Auswahlregeln können Resonanzpositionen bereits recht gut vorhergesagt werden. Zunächst lässt sich die Verschiebung der Dissoziationsgrenze eines Eingangskanals $|f_1, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2, m_{f_2}\rangle$ mit der Breit-Rabi Formel (4.4) als Summe der Verschiebungen der Zustände $|f_1, m_{f_1}\rangle$ und $|f_2, m_{f_2}\rangle$ exakt berechnen. Die Magnetfeldabhängigkeit eines gebundenen Zustandes hingegen kann nur numerisch bestimmt werden, da hier Kopplungen zwischen einer Vielzahl beteiligter Kanäle berücksichtigt werden müssen (siehe Kapitel 4.3.3 und Abbildung 4.5). Vereinfachend kann allerdings angenommen werden, dass sich die Lage eines gebundenen Zustandes im äußeren Magnetfeld lediglich entsprechend der Dissoziationsgrenze des zugehörigen Kanals verändert. Diese Verschiebung kann wiederum wie zuvor beschrieben mittels der Breit-Rabi-Formel ermittelt werden.

Aus Abbildung 4.4 (a) lassen sich die auf diese Art und Weise gewonnenen ungefähren Positionen von $l = 0$ -Resonanzen für den Eingangskanal $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ entnehmen. Neben der Dissoziationsgrenze ist die Lage von vier gebundenen Zuständen in Abhängigkeit des Magnetfeldes dargestellt. Sie gehören zu Molekülpotentialen, die asymptotisch zu den vier in Tabelle 4.1 grau unterlegten Kanälen führen. Die Lage der Zustände bei $B = 0$ ist Abbildung 4.3 entnommen (dort ebenfalls grau markiert)⁸. Die unterschiedlichen magnetischen Momente der betrachteten Kanäle (siehe auch Tabelle 4.1) führen zu den markierten Kreuzungen, an denen Feshbach-Resonanzen zu erwarten sind. Die ermittelten Magnetfelder von 394, 678, 954 und 972 G sind bereits bis auf 6 % in Übereinstimmung mit detaillierteren Vorhersagen [31] (siehe auch [93]) und den in Kapitel 11.2 vorgestellten Messungen [32]. Zustände mit größerer Bindungsenergie führen offensichtlich erst bei beträchtlich höheren Magnetfeldern zu Kreuzungen mit der Dissoziationsgrenze und somit zu Feshbach-Resonanzen.

Neben dem Eingangskanal $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ ist insbesondere auch der Streukanal $|1, -1\rangle \otimes |1, -1\rangle$ von Interesse, da dieser wie in Abbildung 4.1 veranschaulicht Stöße zwischen Atomen im einzigen magnetisch speicherbaren Zustand des unteren Hyperfeinniveaus beschreibt. Demzufolge steigt die Dissoziationsgrenze dieses Kanals mit steigendem Magnetfeld zunächst an, wie in Abbildung 4.4 (b) zu sehen ist. Kreuzungen lassen sich in diesem Fall nur ausgehend von gebundenen Zuständen erzeugen, deren Lage sich bei $B = 0$ oberhalb dieser Dissoziationsgrenze befindet. Wiederum sind die nach obigem Verfahren ermittelten ungefähren Verläufe von vier ausgewählten gebundenen Zuständen

⁸ Der Einfachheit halber ist die F -Aufspaltung der Zustände bei $B = 0$ vernachlässigt, für die Lage von Zuständen mit identischen Quantenzahlen $(f_1, f_2), \nu'_D$ aber unterschiedlichem F wurde die des Baryzenters des entsprechenden Multipletts angenommen.

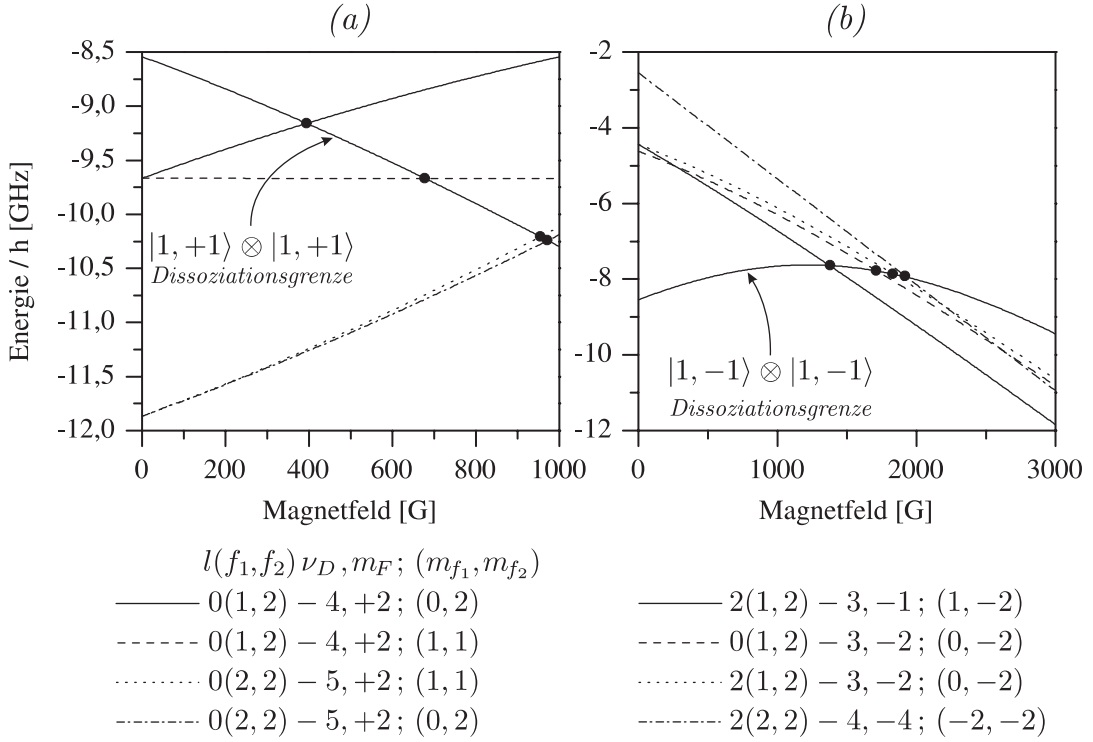


Abbildung 4.4: Prognostizierte Positionen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen (●) für die Eingangskanäle $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ (a) und $|1, -1\rangle \otimes |1, -1\rangle$ (b). Aufgetragen ist der Verlauf der Dissoziationsgrenze des jeweiligen Eingangskanals und einiger gebundener Zustände. Die gebundenen Zustände sind jeweils durch den in Kapitel 4.3.1 erläuterten Satz von Quantenzahlen (4.10) bezeichnet.

unter Berücksichtigung der Auswahlregel $\Delta m_F = 0$ (mit $m_F = -2$) dargestellt. Bei drei der prognostizierten Resonanzen würde es sich um $l = 2$ -Resonanzen handeln. Im Vergleich zur in Abbildung 4.4 (a) gezeigten Situation erwartet man die Resonanzen allerdings erst bei deutlich höheren Magnetfeldern (1374, 1715, 1832 und 1927 G). Somit befänden sie sich außerhalb jenes Bereichs, in dem Atome im Zustand $|f = 1, m_f = -1\rangle$ überhaupt noch magnetisch speicherbar sind. Experimentell wurde der Bereich zwischen 15 und 540 G bereits untersucht [94], in Übereinstimmung mit den in Abbildung 4.4 (b) gezeigten Abschätzungen fanden sich allerdings keine Feshbach-Resonanzen⁹.

⁹ Es ist hingegen anzunehmen, dass Feshbach-Resonanzen für den Eingangskanal $|1, -1\rangle \otimes |1, -1\rangle$ im Bereich sehr geringer Magnetfelder auftreten (< 15 G): Mit einer Bindungsenergie von ca. 5 MHz [91] befinden sich (quasi-)gebundene Zustände in $(f_1 = 1, f_2 = 1)$ -Molekülpotentialen mit $\nu_D = -1$ und Rotationsquantenzahl $l = 2$ knapp oberhalb der eigenen Dissoziationsgrenze (Diese Zustände sind auch für Resonanzen in der d-Wellen-Streuung verantwortlich). Ausgehend von diesen Zuständen sollten $l = 2$ -Feshbach-Resonanzen mit Quantenzahlen $\{2, -2(1, 1), -1, 0, 0, 0\}$ bzw. $\{2, -1(1, 1), -1, -1, 0, -1\}$ (Nomenklatur gemäß (4.10)) bei ca. 3, 6 bzw. 7, 2 G entstehen. Für den Eingangskanal $|2, 1\rangle \otimes |1, -1\rangle$ wurde solch eine Resonanz bereits vorhergesagt [31].

4.3.3 Numerische Ergebnisse

Für genauere Vorhersagen von Resonanzpositionen und -breiten ist ein ungleich größerer Aufwand vonnöten. Sie erfordern langwierige numerische Berechnungen unter Berücksichtigung aller beteiligten offenen bzw. geschlossenen Kanäle sowie aller in Frage kommenden Kopplungen zwischen diesen Kanälen. In der Gruppe um Prof. B. Verhaar an der Technischen Universität Eindhoven wurden solche Rechnungen (sog. „coupled-channels“-Rechnungen [55, 44, 47]) durchgeführt [90]. Angesichts der ungeheuren Genauigkeit der getroffenen Vorhersagen (siehe hierzu Kapitel 11.2 und Ref. [32]) kann man als Experimentator lediglich in Ehrfurcht erstarren. Im Gegenzug sind experimentell bestimmte Resonanzpositionen und -breiten unabdingbare Voraussetzungen präziser Vorhersagen und führen zu einer ständig verbesserten Anpassung des theoretischen Modells an die Wirklichkeit.

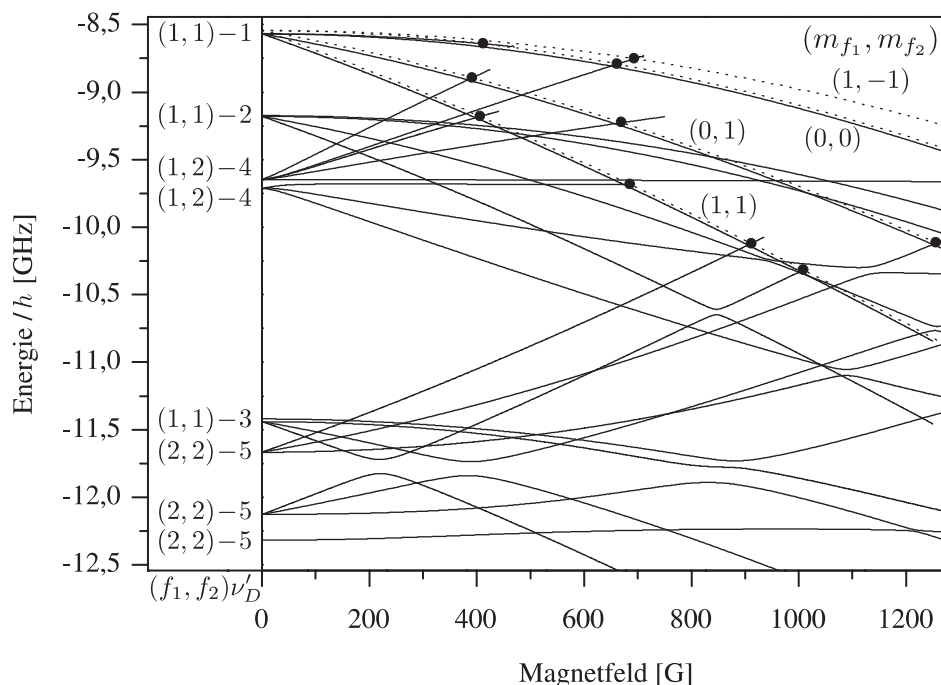


Abbildung 4.5: Vorhersagen für $l=0$ -Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome. Dargestellt sind die Verläufe der Dissoziationsgrenzen verschiedener Eingangskanäle $|1, m_{f_1}\rangle \otimes |1, m_{f_2}\rangle$ (gepunktete Linien) sowie relevanter gebundener Zustände (durchgezogene Linien) in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Gebundene Zustände sind durch die Quantenzahlen (f_1, f_2) sowie ihre Vibrationsquantenzahl ν'_D bezeichnet. Die Kopplung atomarer Spins zum Gesamtspin \vec{F} führt zu einer Aufspaltung von Zuständen mit unterschiedlichem F . Kreuzungen zwischen Dissoziationsgrenzen und gebundenen Zuständen unter Berücksichtigung der Auswahlregel $\Delta m_F = 0$ führen zu $l=0$ -Feshbach-Resonanzen (\bullet).

Abbildung 4.5 zeigt das Ergebnis dieser Rechnungen für die Eingangskanäle $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$, $|1, 1\rangle \otimes |1, 0\rangle$, $|1, 0\rangle \otimes |1, 0\rangle$ und $|1, 1\rangle \otimes |1, -1\rangle$. Deren Dissoziationsgrenzen sind durch die

gepunkteten Linien dargestellt. Der Übersichtlichkeit halber sind nur die Verläufe jener gebundenen Zustände in der Abbildung berücksichtigt, die entweder an Kreuzungen mit einer Dissoziationsgrenze eine Feshbach-Resonanz hervorrufen (durch \bullet markiert) oder aber den Verlauf solcher Zustände und damit die Resonanzpositionen durch vermiedene Kreuzungen beeinflussen. Zudem wurden lediglich $l=0$ -Resonanzen in Betracht gezogen. Entlang der Dissoziationsgrenze des $|1, 1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ -Streukanals erscheinen wiederum die bereits in Abschnitt 4.3.2 diskutierten vier Resonanzen. Weiterhin ist anhand der Vorhersagen für die Kanäle $|1, 1\rangle \otimes |1, 0\rangle$ und $|1, 1\rangle \otimes |1, -1\rangle$ zu erkennen, dass Feshbach-Resonanzen keineswegs auf Stöße zwischen identischen Teilchen beschränkt sind. Kapitel 11.3 geht näher auf die Untersuchung solcher so genannter „mixed species“-Resonanzen ein.

Kapitel 5

Bose-Einstein-Kondensation

Eines der herausragendsten Ergebnisse der theoretischen Quantenstatistik ist die Vorhersage, dass Bosonen, also Teilchen mit ganzzahligem Drehimpuls, bei sehr großer Dichte und/oder sehr geringer Temperatur in einen gemeinsamen Quantenzustand, den Grundzustand des Systems, „kondensieren“ können. Dieser als *Bose-Einstein-Kondensation* (BEK) bezeichnete Effekt beruht nicht etwa auf einer Wechselwirkung zwischen den Teilchen, sondern letztlich nur auf deren Ununterscheidbarkeit.

In der klassischen Physik sind identische Teilchen prinzipiell anhand ihrer Trajektorien zu unterscheiden, ein Konzept, welches auf quantenmechanische Teilchen nicht anwendbar ist, da für diese der Begriff einer Trajektorie zugunsten der Beschreibung mittels Aufenthaltswahrscheinlichkeiten aufgegeben werden muss. Dies ist eine Folge der Heisenbergschen Unschärferelation, welche die genaue Lokalisierung eines Teilchens verbietet. Die Ununterscheidbarkeit identischer Teilchen kommt demnach insbesondere dann zum Tragen, wenn der mittlere Abstand d der Teilchen vergleichbar oder kleiner als die Ausdehnung der Wellenpakete wird, die in der Quantenmechanik an die Stelle von punktförmigen Objekten der klassischen Physik treten. Die charakteristische Größe eines Wellenpakets ist durch die thermische de-Broglie-Wellenlänge $\Lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ gegeben. In der Tat ist das Einsetzen der BEK an die (äquivalenten) Bedingungen

$$d \lesssim \Lambda_{dB} \quad \text{bzw.} \quad n\Lambda_{dB}^3 \gtrsim 1 \quad (5.1)$$

geknüpft, wobei n die Dichte der Teilchen bezeichnet. In diesem Regime trägt die klassische Boltzmann-Verteilung der Ununterscheidbarkeit der Teilchen unzureichend Rechnung. Im vorliegenden Fall von Bosonen wird die mittlere Besetzung $\langle n_k \rangle$ eines Zustandes k mit der Energie ϵ_k dann durch die Bose-Einstein-Statistik

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_k - \mu)} - 1} \quad (5.2)$$

korrekt beschrieben¹.

¹ μ bezeichnet das chemische Potential des Systems, des Weiteren gilt $\beta = 1/(k_B T)$.

In diesem Kapitel sind die im Rahmen dieser Arbeit wesentlichen theoretischen Ergebnisse zur BEK zusammengestellt, für detaillierte Ausführungen sei auf die Übersichtspublikationen [95, 96] sowie die hervorragenden Artikel in Referenz [97] verwiesen.

5.1 Kondensation des idealen Bose-Gases im harmonischen Potential

Wie eingangs angedeutet, ist der dramatische Unterschied im Verhalten eines Bose-Gases bzw. eines klassischen Boltzmann-Gases insbesondere anhand der Besetzung des Grundzustandes N_0 zu erkennen. Dies soll im Folgenden eingehender diskutiert werden. Ausgangspunkt der Betrachtung ist ein ideales, entsprechend der experimentellen Situation inhomogenes Bose-Gas. Die im Experiment eingesetzten Fallen können durch ein harmonisches Speicherpotential

$$U(\vec{r}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (5.3)$$

mit Oszillations- oder *Fallenfrequenzen* $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ beschrieben werden², dessen Energiespektrum bekanntlich durch $\epsilon_{\vec{n}} = \sum_{j=x,y,z} \hbar\omega_j (n_j + 1/2)$ mit nicht-negativen ganzzahligen Quantenzahlen $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ gegeben ist. Die Gesamtteilchenzahl N setzt sich aus der Grundzustandsbesetzung N_0 und der mittleren Besetzung aller angeregten Zustände zusammen, mit (5.2) folgt:

$$N = \sum_{\vec{n}} \langle n_{\epsilon_{\vec{n}}} \rangle = N_0 + \sum_{\vec{n} \neq 0} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_{\vec{n}} - \mu)} - 1}. \quad (5.4)$$

Im Falle hinreichend hoher Temperaturen ($T \gg \hbar\omega_j/k_B$) lässt sich die Summe in Gleichung (5.4) näherungsweise analytisch bestimmen. Unter Berücksichtigung des führenden Terms einer Entwicklung nach $k_B T/(\hbar\omega)$ erhält man

$$N = N_0 + \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^3 \cdot \zeta_3(\tilde{z}), \quad (5.5)$$

wobei $\omega = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ das geometrische Mittel der Oszillationsfrequenzen, $\tilde{z} = \exp(\beta(\mu - \epsilon_0))$ die *Fugazität* und schließlich $\zeta_n(\tilde{z}) = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{z}^j / j^n$ die verallgemeinerte Riemannsche ζ -Funktion bezeichnen [96]³.

Anhand von Gleichung (5.2) ist zu erkennen, dass das chemische Potential μ stets kleiner als die Grundzustandsenergie ϵ_0 sein muss, da andernfalls negative Besetzungszahlen $\langle n_k \rangle$ die (unphysikalische) Folge wären. Die Fugazität ist daher auf Werte $0 < \tilde{z} < 1$ beschränkt, worauf $\zeta_3(\tilde{z})$ maximal den Wert $\zeta_3(1) \simeq 1,202$ für $\tilde{z} \rightarrow 1$ annehmen kann.

² Siehe Kapitel 7.3 und 7.5 zur Speicherung von Atomen in einer magnetischen Falle bzw. einer Dipol-Falle.

³ Für $T \gg \hbar\omega_j/k_B$ kann das Energiespektrum $\epsilon_{\vec{n}}$ als kontinuierlich angesehen werden. In dieser semiklassischen Näherung ist es erlaubt, die Summe in (5.4) mittels der *Zustandsdichte* in ein Integral über die Energie umzuwandeln, was schließlich ebenfalls zum Ergebnis (5.5) führt

Nach diesen Überlegungen ist gemäß Gleichung (5.5) die Anzahl von Teilchen in angeregten Zuständen limitiert. Es tritt somit eine „Sättigung“ des Gases ein, sobald dieses eine *kritische Temperatur*

$$T_c = \frac{\hbar\omega}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta_3(1)} \right)^{1/3} \quad (5.6)$$

annimmt, bei der das chemische Potential die Grundzustandsenergie erreicht. Beim Unterschreiten von T_c besetzen alle überschüssigen Teilchen den Grundzustand, „es tritt eine Scheidung ein; ein Teil *kondensiert*, der Rest bleibt ein *gesättigtes ideales Gas*“, wie es A. Einstein 1925 formulierte [3]. In diesem Temperaturbereich gilt nach Gleichung (5.5) und Definition (5.6) für die relative Grundzustandsbesetzung N_0/N :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad \text{für } T \leq T_c. \quad (5.7)$$

Typische Übergangstemperaturen liegen in Experimenten im Bereich einiger 100 nK. Bei einer Temperatur von $T = 0,5 \cdot T_c$ befänden sich bspw. von 10^7 Teilchen bereits knapp $9 \cdot 10^6$ im somit makroskopisch besetzten Grundzustand, unter Annahme der Gültigkeit der klassischen Boltzmann-Statistik wären dies gerade einmal 10 Teilchen!

Die Dichteverteilung $n_0(\vec{r})$ der kondensierten Teilchen ergibt sich aus der Grundzustands-Wellenfunktion $\Psi_0(\vec{r})$ des harmonischen Potentials (5.3) zu

$$n_0(\vec{r}) = N_0 |\Psi_0(\vec{r})|^2 = N_0 \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{m}{\hbar} (\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2) \right). \quad (5.8)$$

Somit ist die Dichteverteilung des Kondensats gaußförmig, deren charakteristische Ausdehnung ist durch die Oszillatorlänge $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ gegeben.

Die Dichteverteilung $n_T(\vec{r})$ der Teilchen in angeregten Zuständen muss hingegen wiederum aus der Besetzungsstatistik (5.2) abgeleitet werden. Man findet [96]:

$$n_T(\vec{r}) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} \zeta_{3/2} \left(\tilde{z} e^{-\beta U(\vec{r})} \right). \quad (5.9)$$

Die Dichte $n_p = n_T(\vec{r} = 0)$ im Zentrum der Dichteverteilung erreicht ihren Maximalwert für $\tilde{z} \rightarrow 1$ bei der Übergangstemperatur T_c . Demzufolge tritt die Bose-Einstein-Kondensation ein, wenn die (dimensionslose) *Phasenraumdichte* $n_p \lambda_{dB}^3$ die Bedingung

$$n_p \lambda_{dB}^3 = \zeta_{3/2}(1) \simeq 2,612 \quad (5.10)$$

erfüllt, ein Kriterium, welches bereits eingangs des Kapitels formuliert wurde. Im Grenzfall $\tilde{z} \rightarrow 0$ gilt $\zeta_{3/2}(\tilde{z}) \rightarrow \tilde{z}$ und Ausdruck (5.9) geht in die gaußförmige Dichteverteilung eines klassischen Gases im harmonischen Potential über.

Im folgenden Abschnitt wird der Wechselwirkung in realen Gasen Rechnung getragen, die, wie sich zeigt, die Dichteverteilung eines Bose-Einstein-Kondensats gegenüber jener des idealen Kondensats (5.8) erheblich modifizieren kann.

5.2 Auswirkungen der Wechselwirkung auf die Bose-Einstein-Kondensation

Um BEK möglichst in „Reinkultur“ studieren zu können, sollte die Wechselwirkung gering gehalten werden. Dies ist in stark verdünnte Gasen am ehesten der Fall. Die kritische Phasenraumdichte $n_p \lambda_{dB}^3 \simeq 2,612$ lässt sich demzufolge erst bei extrem tiefen Temperaturen erreichen. Wechselwirkungen zwischen zwei Teilchen können dann durch die in Kapitel 2.3 diskutierte s-Wellen-Streuung beschrieben werden. Die theoretische Behandlung der Wechselwirkung wird somit erheblich erleichtert:

- Aufgrund der starken Verdünnung ist es möglich, die N-Teilchen-Wechselwirkung, welche korrekterweise berücksichtigt werden müßte, durch eine Summe von Paarwechselwirkungen zu ersetzen. Die Verdünnung eines Gases kann im s-Wellen-Regime anhand des sog. *Gasparameters* $n|a|^3$ quantifiziert werden, typischerweise liegt diese Größe in Experimenten (fernab von Feshbach-Resonanzen) unterhalb von 10^{-4} .
- Im s-Wellen-Regime ist die Streulänge a die einzige für den Stoßprozess relevante Größe, wie in Kapitel 2.3.1 ausgeführt wurde. Eine detaillierte Kenntnis des Wechselwirkungspotentials ist in diesem Sinne unerheblich. Dies motiviert den theoretischen Ansatz, das äußerst komplexe Paarpotential der Teilchen (siehe Kapitel 4.1) näherungsweise durch das sog. Kontaktpotential $g\delta(\vec{r})$ zu ersetzen, sofern die Kopplungskonstante g derart gewählt ist, dass beide Potentiale zur selben Streulänge führen. Dieser Forderung wird mit der Kopplungskonstanten

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m}a \quad (5.11)$$

Rechnung getragen.

Zusätzlich zu diesen Vereinfachungen erfordern insbesondere Systeme mit großen Teilchenzahlen weitere Näherungen für eine Handhabung des Problems. Innerhalb der *Molekularfeld-* oder „mean-field“-Näherung gelangt man schließlich zu einer Beschreibung, in der sich die Wechselwirkung zwischen einem Teilchen am Ort \vec{r} und allen übrigen Teilchen durch einen Term proportional zu deren Dichte am Ort \vec{r} manifestiert. In dieser Näherung beschreibt die *Gross-Pitaevskii(GP)-Gleichung* [98, 99]

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + U(\vec{r}) + gN_0|\Phi(\vec{r})|^2 \right) \Phi(\vec{r}) = \mu\Phi(\vec{r}) \quad (5.12)$$

die *Kondensat-Wellenfunktion*⁴ $\Phi(\vec{r})$. Deren Eigenschaften hängen entscheidend vom Vorzeichen des *effektiven* Wechselwirkungspotentials $gN_0|\Phi(\vec{r})|^2 \propto n_0(\vec{r})$ ab. Es wird von der Kopplungskonstanten g und somit vom Vorzeichen der Streulänge a bestimmt:

⁴ Genau gesprochen handelt es sich bei Kondensat-Wellenfunktion $\Phi(\vec{r})$ um den Erwartungswert eines Feldoperators, der in der Molekularfeld-Näherung anstelle des Operators selbst verwendet wird. Die Näherung vernachlässigt daher sämtliche Korrelationen zwischen den Teilchen.

- Für eine positive Streulänge nimmt die Wechselwirkungsenergie mit wachsender Dichte zu, was einer effektiv repulsiven Wechselwirkung entspricht. Mit zunehmender Teilchenzahl und somit steigender Dichte führt diese Abstoßung zu einer sich aufblähenden Dichteverteilung, wie Abbildung 5.1 veranschaulicht.
- Bei verschwindender Streulänge $a = 0$, also für den Fall des idealen Gases, geht die GP-Gleichung in die (lineare) Schrödinger-Gleichung über, deren Lösung zur bereits diskutierten Dichteverteilung (5.8) führt.
- Im Fall einer negativen Streulänge führen Orte hoher Dichte zu einer Absenkung der Grundzustandsenergie. Ein räumlich homogenes System wird daher thermodynamisch instabil sein und kollabieren. Aufgrund der im Verlauf des Kollapses zunehmenden Dichte bilden sich schließlich Moleküle. In inhomogenen Systemen hingegen wirkt der sog. *Quantendruck*, d. h. die mit der Lokalisierung der Wellenfunktion verknüpfte kinetische Energie, dieser Tendenz zunächst entgegen, so dass der Kollaps eines Kondensats erst oberhalb einer kritischen Teilchenzahl $N \gtrsim a_{\text{ho}}/|a|$ einsetzt.

5.2.1 Kondensate unter dem Einfluss einer Feshbach-Resonanz

Angesichts der zuvor geführten Argumentation wird deutlich, welche wesentliche Bedeutung Feshbach-Resonanzen in der Kondensat-Physik zukommt. Aufgrund der mit den Resonanzen verbundenen Streulängenvariation (siehe Kapitel 3.1 und Anhang A) können die Wechselwirkung experimentell kontrolliert und somit Kondensate in den im letzten Abschnitt beschriebenen drei Regimen untersucht werden. Als Beispiele seien hier Experimente zum Studium des Kollapses eines Kondensats mit negativer Streulänge, welches zunächst im Regime repulsiver Wechselwirkung präpariert wurde [13, 88, 35, 100], oder aber auch zur Solitonenausbreitung in Kondensaten [34, 33], ebenfalls im Regime attraktiver Wechselwirkung, genannt.

Umgekehrt lassen sich Kondensate allerdings auch erfolgreich zur Untersuchung von Feshbach-Resonanzen einsetzen. In Analogie zur Verwendung schmalbandiger Laser in der optischen Spektroskopie bilden Kondensate aufgrund der äußerst geringen Breite ihrer Energieverteilung optimale Voraussetzungen, um Feshbach-Resonanzen hochauflösend zu detektieren und zu vermessen.

5.2.2 Thomas-Fermi-Näherung

Auch wenn nach wie vor von verdünnten Systemen im Sinne eines Gasparameters $n|a|^3 \ll 1$ ausgegangen wird, so bedeutet dies nicht notwendigerweise, dass Effekte der Wechselwirkung klein sind. Zu einer besseren Einschätzung der Wechselwirkungsenergie E_{ww} gelangt man durch Vergleich mit der kinetischen Energie E_{kin} , der Einfachheit halber anhand des Grundzustandes des harmonischen Oszillators: Mit $E_{\text{kin}} \simeq N_0 \hbar \omega \propto N_0 / a_{\text{ho}}^2$ und

$E_{\text{ww}} \simeq gN_0 \langle n \rangle \propto N_0^2 |a| / a_{\text{ho}}^3$ folgt für das Verhältnis von Wechselwirkungs- und kinetischer Energie:

$$\frac{E_{\text{ww}}}{E_{\text{kin}}} \simeq \frac{N_0 |a|}{a_{\text{ho}}}. \quad (5.13)$$

Selbst für Gasparameter unterhalb von 10^{-4} weist diese Größe (für $a > 0$, sowie wiederum fernab von Streuresonanzen) im Experiment typischerweise Werte im Bereich 10^3 bis 10^4 auf.

Unter diesen Bedingungen kann man den Operator der kinetischen Energie in der GP-Gleichung (5.12) vernachlässigen, ein Ansatz, der auch als Thomas-Fermi (TF)-Näherung bezeichnet wird. Es resultiert eine algebraische Gleichung, aus der sich die Dichteverteilung $n_{\text{TF}}(\vec{r})$ eines Kondensats in diesem Regime nun leicht ermitteln lässt:

$$n_{\text{TF}}(\vec{r}) = N_0 |\Phi_{\text{TF}}(\vec{r})|^2 = \begin{cases} (\mu - U(\vec{r})) / g & , \quad \mu > U(\vec{r}) \\ 0 & , \quad \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.14)$$

Für ein harmonisches Fallenpotential $U(\vec{r})$ nimmt das Kondensat somit die Form eines Ellipsoids an. Die Dichteverteilung längs einer der Hauptachsen bildet eine invertierte Parabel, wie in Abbildung 5.1 dargestellt ist. Das chemische Potential μ ergibt sich aus der Normierung der Wellenfunktion $\int |\Phi_{\text{TF}}(\vec{r})|^2 d\vec{r} = 1$ zu

$$\mu = \frac{1}{2} \hbar \omega \left(15 N_0 a \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \right)^{2/5}. \quad (5.15)$$

Die Anwendbarkeit der TF-Näherung lässt sich ausgehend von (5.13) und (5.15) auch anhand des Kriteriums $\mu \gg \hbar \omega$ überprüfen.

Die maximalen Ausdehnungen W_j der Kondensat-Wellenfunktion $\Phi_{\text{TF}}(\vec{r})$ sind durch

$$W_{j=x,y,z} = \frac{1}{\omega_j} \sqrt{\frac{8\mu}{m}} \quad (5.16)$$

gegeben und können anhand der (identischen) Ausdehnungen der zugehörigen Dichteverteilung experimentell bestimmt werden. Hieraus lässt sich dann die Zahl kondensierter Atome (unabhängig von der Wahl der Achse j) gemäß

$$N_0 = (\omega_j W_j)^5 \frac{m^2}{480 \hbar^2 \omega^3 a} \quad (5.17)$$

ermitteln.

Abschließend sei angemerkt, dass die Wechselwirkung neben Eigenschaften des Grundzustandes auch thermodynamische Größen wie die Übergangstemperatur T_c beeinflusst. In Systemen mit Wechselwirkung wird eine relative Verschiebung $\delta T_c / T_c \simeq -1,33 N^{1/6} a / a_{\text{ho}}$ typischerweise im Bereich von knapp 10 % erwartet. Die Wechselwirkung verändert aber auch die Dynamik von Kondensaten. Vom experimentellen Standpunkt aus ist die freie Expansion eines Kondensats im TF-Regime ein besonders prominentes Beispiel.

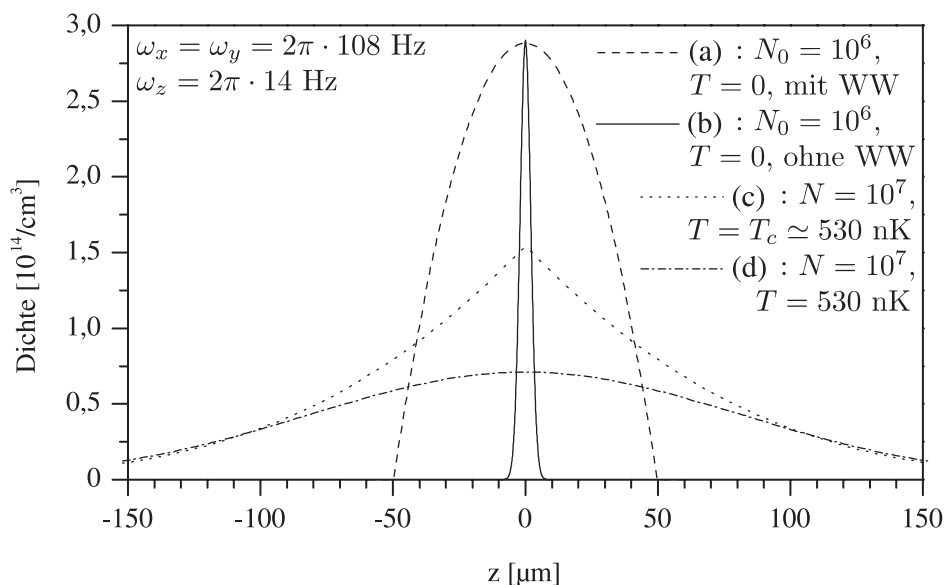


Abbildung 5.1: Auswirkungen der Wechselwirkung auf die Dichteverteilung eines ^{87}Rb Kondensats. Das Profil eines Kondensats im TF-Regime (a) ist durch die in diesem Fall repulsive Wechselwirkung gegenüber dem eines idealen Kondensats gleicher Teilchenzahl (b) deutlich verbreitert: Zwischen der maximalen Ausdehnung W_z der „TF-Parabel“ und der vollen $1/e^2$ -Breite $\sqrt{8}a_{\text{ho},z}$ des idealen Kondensats liegt ein Faktor 12. Entsprechend weist das reale Kondensat eine deutlich geringere maximale Dichte auf (Profil des idealen Kondensats um Faktor 200 gestaucht). Die Dichteverteilung (c) zeigt das Profil eines idealen, thermischen Bose-Gases mit 10^7 Teilchen bei T_c gemäß Gleichung (5.9). Dieses ist im Vergleich zum Gauß-Profil des klassischen Boltzmann-Gases (d) wesentlich spitzer, da die Besetzung niederenergetischer Zustände durch die Bose-Verteilung favorisiert wird.

5.2.3 Anisotrope Expansion als Signatur des Kondensats

Die freie Expansion eines zuvor anisotrop gespeicherten Kondensats erfolgt anisotrop und stellt eine einfach nachweisbare Signatur dieses exotischen Materiezustandes dar. Allerdings sind die zugrunde liegenden Mechanismen der anisotropen Expansion eines idealen bzw. eines von der Wechselwirkung dominierten Kondensats sehr verschieden:

- Teilchen eines idealen Kondensats sind in einem Zustand mit minimaler Unschärfe lokalisiert. Einer anisotropen Ortsverteilung entspricht gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation eine ebenfalls anisotrope Impulsverteilung, die sich bei freier Expansion zunehmend in der Ortsverteilung widerspiegelt. Demgegenüber ist die Impulsverteilung eines nichtkondensierten Ensembles isotrop, was sich bei fortschreitender Expansionsdauer auch auf dessen Ortsverteilung überträgt⁵.

⁵ Kagan et al. haben allerdings darauf hingewiesen, dass auch ein klassisches Gas im sog. *hydrodynamischen* Regime eine anisotrope Expansion aufweisen kann [101]. Diese ist zwar der eines Kondensats im TF-Regime ähnlich, der Unterschied ist jedoch ausreichend groß, um im Experiment die Expansion als Signatur der Kondensation heranziehen zu können [102].

- Die Expansion eines Kondensats im TF-Regime wird hingegen durch die Umwandlung von Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie bestimmt. Die Expansionsdynamik lässt sich anhand des folgenden klassischen Arguments verstehen [103]: Im Gleichgewicht verschwindet die Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}(V(\vec{r}) + gn_{\text{TF}}(\vec{r}))$ auf ein Teilchen des Kondensats. Die treibende Kraft einer sich anschließenden freien Expansion ($V(\vec{r}) = 0$) ist dann durch $\vec{F}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla}(gn_{\text{TF}}(\vec{r}, t))$ gegeben. Offenbar wird die anfängliche Beschleunigung eines Teilchens durch den entsprechenden Gradienten im Dichteprofil bestimmt, eine anfänglich anisotrope Dichteverteilung führt somit wiederum zu einer anisotropen Expansion.

Klassische wie quantenmechanische Rechnungen [104, 105, 103, 106] zeigen, dass ein Kondensat im TF-Regime während seiner Expansion stets die Form eines Ellipsoides beibehält, dessen Hauptachsen $W_{j=x,y,z}$ allerdings mit unterschiedlichen Zeitabhängigkeiten gemäß $W_j(t) = \lambda_j(t)W_j(0)$ variieren. Die Skalenparameter $\lambda_j(t)$ erfüllen hierbei das Differentialgleichungssystem

$$\ddot{\lambda}_j(t) = \frac{\omega_j^2}{\lambda_j(t) \lambda_x(t) \lambda_y(t) \lambda_z(t)} \quad \text{mit} \quad \lambda_j(0) = 1 \quad \text{und} \quad \dot{\lambda}_j(0) = 0. \quad (5.18)$$

Für den im Experiment zumeist vorliegenden Fall eines zu Beginn der Expansion zigarrenförmigen Kondensats mit identischen Breiten $W_x = W_y = W_\perp$ und einem anfänglichen *Aspektverhältnis* $\epsilon = W_\perp/W_z \ll 1$ lässt sich (5.18) näherungsweise analytisch lösen, die Entwicklung bis zur zweiten Ordnung in ϵ ergibt

$$\begin{aligned} \lambda_\perp(\tau) &= \sqrt{1 + \tau^2}, \\ \lambda_z(\tau) &= 1 + \epsilon^2 \left(\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right), \end{aligned} \quad (5.19)$$

wobei $\tau = \omega_\perp t$ eine dimensionslose Zeitvariable bezeichnet. Für $\tau \simeq 1/\epsilon$, also nach einer Zeit $t \simeq 1/\omega_\perp \epsilon$, nimmt das Kondensat eine vorübergehend sphärische, im weiteren Verlauf der Expansion dann eine scheibenförmige Gestalt an.

Die anisotrope Expansion lässt sich gut anhand des Aspektverhältnisses $W_\perp(t)/W_z(t) = \epsilon \lambda_\perp(t)/\lambda_z(t)$ nachvollziehen. Die experimentellen Resultate in Kapitel 10.1 (siehe Abbildung 10.2) und in den Referenzen [107, 102] bestätigen die Vorhersage (5.19) ausgezeichnet.

Kapitel 6

Inelastische Stoßprozesse

Neben den bislang diskutierten elastischen Stößen zweier Atome beeinflussen inelastische Stoßprozesse das Verhalten ultrakalter Gase entscheidend. Bei inelastischen Stößen wird Energie aus inneren Freiheitsgraden der Stoßpartner in kinetische Energie umgewandelt. Diese übertrifft in der Regel das chemische Potential eines Bose-Einstein-Kondensats bei weitem und übersteigt zumeist auch die Tiefe des Fallenpotentials, so dass die beteiligten Atome dem Kondensat bzw. dem gespeicherten Ensemble verloren gehen. Die Wahrscheinlichkeit für Stöße zwischen Teilchen eines Gases ist offenbar von dessen Dichte abhängig. Die im Experiment typischerweise erreichbaren Teilchendichten im Bereich von $10^{14}/\text{cm}^3$ bis $10^{15}/\text{cm}^3$ sind durch inelastische Zwei- bzw. Drei-Körper-Stöße limitiert. In diesem Dichteregime begrenzen diese die Lebensdauer ultrakalter Gase, worauf in Kapitel 10.2 anhand von Lebensdauermessungen an Kondensaten noch näher eingegangen wird. Inelastische Stoßprozesse sind nahe einer Feshbach-Resonanz neben den verstärkt auftretenden elastischen Stößen zumeist auch resonant überhöht. Wie in Kapitel 3.1 bereits erwähnt wurde, dienen resonant überhöhte Teilchenverluste in einem Gas gespeicherter Atome auch als Signatur einer Feshbach-Resonanz (siehe hierzu auch die in Kapitel 11.1 vorgestellten Messungen). Inelastische Zwei- bzw. Drei-Körper-Stöße werden in den folgenden beiden Abschnitten näher diskutiert. Gegenstand des Abschnitts 6.3 sind schließlich Verlustmechanismen, die im Zuge schneller Änderungen des Magnetfeldes nahe magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen auftreten und eine über das Konzept von Stößen mehrerer Atome hinausgehende Beschreibung erfordern.

6.1 Inelastische Zwei-Körper-Stöße: Spinrelaxation

Feshbach-Resonanzen basieren nach den Ausführungen von Kapitel 3.1 auf der Kopplung zwischen einem Eingangskanal und einem gebundenen Zustand eines (energetisch) geschlossenen Kanals. Die in Kapitel 4.1 eingehend erläuterten Wechselwirkungen können einen Streuzustand des Eingangskanal allerdings auch an einen Streuzustand eines (energetisch) offenen Kanals koppeln. Abbildung 6.1 zeigt solch eine Situation, in der der Ein-

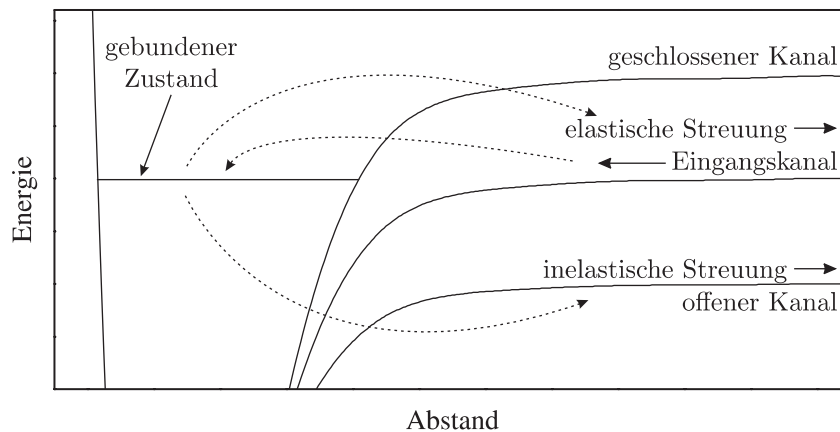


Abbildung 6.1: *Inelastische Zwei-Körper-Stöße beruhen auf der Kopplung zwischen dem Eingangskanal und einem energetisch tiefer liegenden, offenen Streukanal. Feshbach-Resonanzen basieren auf denselben Wechselwirkungen, allerdings koppelt der Eingangskanal in diesem Fall an einen gebundenen Zustand eines (energetisch) geschlossenen Kanals. Durch die resonant überhöhte Besetzung eines gebundenen Zustandes bei einer Feshbach-Resonanz wird auch eine Kopplung an einen inelastischen Streukanal wahrscheinlicher.*

gangskanal nicht dem energetisch tiefsten Zustand des Systems entspricht. In einem inelastischen Stoßprozess können die beteiligten Atome im tiefer liegenden Streukanal mit zusätzlicher kinetischer Energie auslaufen. Inelastische Zwei-Körper-Stöße sind daher lediglich für den absoluten Grundzustand ausgeschlossen. Hierbei handelt es sich im Fall von ^{87}Rb gemäß Abbildung 4.1 um den magnetisch nicht-speicherbaren Zustand $|1, +1\rangle$. Bei Stößen zwischen Atomen in magnetisch Speicherbaren Zuständen, also Zuständen, deren Energie mit wachsendem Magnetfeld anwächst, steht prinzipiell immer ein exothermer Streukanal zur Verfügung. Eine Kopplung zwischen dem Eingangskanal und inelastischen Kanälen wird sicherlich durch eine lange Verweildauer der Atome bei geringen Abständen während des Stoßes begünstigt. Dies ist bei Feshbach-Resonanzen aufgrund der resonant überhöhten Besetzung des gebundenen Zustandes im geschlossenen Kanal der Fall. Ausgehend von dieser Argumentation ist eine ebenfalls resonant überhöhte Wahrscheinlichkeit inelastischer Zwei-Körper-Stöße bei Feshbach-Resonanzen zu erwarten.

Die Energiedifferenz zwischen dem elastischen und dem inelastischen Kanal wird je nach Spinzusammensetzung der beiden Streukanäle von der Hyperfeinenergie bzw. der Zeeman-Verschiebung im äußeren Magnetfeld bestimmt, wie ebenfalls anhand von Abbildung 4.1 zu erkennen ist. Sowohl die Hyperfeinenergie $\Delta E_{\text{HF}} \simeq k_B \cdot 330 \text{ mK}$ als auch eine Zeeman-Verschiebung von $\mu_B B \simeq k_B \cdot 70 \text{ } \mu\text{K}$ bei einem Feld von 1 G stellen angesichts eines typischen chemischen Potentials eines Kondensats von ca. $k_B \cdot 100 \text{ nK}$ enorm große Energien dar. Ein inelastischer Zwei-Körper-Stoß resultiert daher immer im Verlust der beteiligten Atome aus einem Kondensat. Bei Potentialtiefen einer Dipolfalle von wenigen $10 \text{ } \mu\text{K}$ (siehe Kapitel 7.5.1) verlassen die Teilchen darüber hinaus auch das externe Speicherpotential. Schließlich führen inelastische Zwei-Körper-Stöße in magnetischen Fallen unabhängig von

der frei werdenden Energie zu Teilchenverlusten, sofern die Atome nach dem Stoß nicht mehr in magnetisch speicherbaren Zuständen vorliegen.

Abhängig vom Kopplungsmechanismus zwischen elastischem und inelastischem Streukanal spricht man bei inelastischen Zwei-Körper-Stößen von sog. Spinaustausch-Prozessen oder von dipolarer Relaxation. Spinaustausch-Prozesse basieren auf der Austauschwechselwirkung V^A , die nach Kapitel 4.3.1 auch zu den $l = 0$ -Resonanzen führt. Aufgrund der dort formulierten Auswahlregel $\Delta m_F = 0$ sind Spinaustausch-Prozesse bei Stößen zwischen zwei Atomen in einem der doppelt polarisierten Zustände $|2, \pm 2\rangle$ verboten. Bei geringen Temperaturen gilt Gleiches auch für die gestreckten Zustände $|1, \pm 1\rangle$, da nicht ausreichend Energie zur Besetzung von Zuständen mit $f = 2$ zur Verfügung steht. Dipolare Relaxation kommt durch die schwächeren Dipol-Dipol- bzw. Spin-Bahn-Wechselwirkungen V^{SS} bzw. V^{SO} zustande, welche auch die (schwächeren) $l = 2$ -Resonanzen verursachen. Bis auf Atome im absoluten Grundzustand $|1, +1\rangle$ sind dipolare Relaxations-Prozesse für Atome in allen Zuständen möglich. Allerdings ist deren Rate typischerweise erheblich geringer als die Rate für Spinaustausch-Stöße.

Die Abnahme der Teilchenzahl infolge inelastischer Zwei-Körper-Stöße lässt sich durch die Ratengleichung

$$\dot{N}|_{K_2} = -K_2 \int n^2(\vec{r}) d^3r \quad (6.1)$$

beschreiben, wobei $n(\vec{r})$ die Dichteverteilung des gespeicherten Ensembles von Atomen und K_2 die entsprechende Ratenkonstante bezeichnen. Theoretischen Vorhersagen zufolge ergibt sich für den Zustand $|2, +2\rangle$ eine Ratenkonstante $K_2 = 3,8 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^3/\text{s}$ bei einem Magnetfeld von 2 G und für den Zustand $|1, -1\rangle$ ein Wert von $K_2 = 8,5 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^3/\text{s}$ bei einem Feld von 2,8 G [90]. Die Angaben beziehen sich jeweils auf ein kondensiertes Ensemble¹.

6.2 Inelastische Drei-Körper-Stöße: Rekombination

Die Bose-Einstein-Kondensation eines nahezu idealen Gases lässt sich nur mit einem sehr stark unterkühlten Gas erreichen. Im thermodynamischen Gleichgewicht liegt unter den im Experiment herrschenden Temperatur- und Druckbedingungen kein Gas, sondern ein Festkörper vor [111]. Durch die Präparation eines sehr reinen Systems ist es dennoch möglich, zur BEK vorzudringen. In Abwesenheit künstlicher Nukleationskeime stellt die Molekülbildung den einzigen Prozess dar, durch den das übersättigte Gas eine kondensierte

¹ Die Wahrscheinlichkeit von Stößen zweier Atomen hängt offensichtlich davon ab, wie oft sich im Mittel zwei Atome zum gleichen Zeitpunkt am gleichen Ort befinden. Damit sind Korrelationen zwischen den Teilchen wichtig. In einem thermischen Gas unkorrelierter Atome treten Fluktuationen der Dichte auf, in einem Kondensat hingegen befinden sich alle Atome im gleichen Quantenzustand, wodurch Dichtefluktuationen unterdrückt sind und sich daher die Wahrscheinlichkeit für Stöße reduziert. Die Kohärenz eines kondensierten Ensembles äußert sich somit in reduzierten Raten elastischer wie inelastischer Stöße. Für Zwei- bzw. Drei-Körper-Stöße in einem Kondensat ergibt sich eine Unterdrückung der Ratenkonstanten K_2 bzw. K_3 um Faktoren $2!$ bzw. $3!$ gegenüber den entsprechenden Werten für ein thermisches Ensemble [108, 109, 110].

Phase im Sinne eines Festkörpers oder einer Flüssigkeit ausbilden kann. Aufgrund von Energie- und Impulserhaltung ist die Molekülbildung bei Zwei-Körper-Stößen verboten. Für den sog. Rekombinationsprozess ist ein dritter Stoßpartner erforderlich, welcher einen Teil der frei werdenden Bindungsenergie des Moleküls aufnimmt.

Die im Experiment präparierten Gase sind in der Regel stark verdünnt ($na^3 \ll 1$), so dass der mittlere Abstand der drei bei der Rekombination beteiligten Atome verhältnismäßig groß ist. Ein signifikanter Überlapp der Ortswellenfunktionen der Teilchen vor und nach dem Stoß ist daher nur für stark ausgedehnte Molekülzustände gewährleistet. Somit ist bei der Rekombination von der Bildung entsprechend schwach gebundener Moleküle auszugehen. In stark verdünnten Systemen kann die Wechselwirkung dreier Atome in guter Näherung durch Paarwechselwirkungen beschrieben werden. Da die Streulänge ein Maß für die Reichweite des Paarpotentials darstellt, ist qualitativ eine Zunahme der Wahrscheinlichkeit für Drei-Körper-Stöße mit der Streulänge zu erwarten. Nach theoretischen Vorhersagen ist von einer Proportionalität zu a^4 im Bereich großer, positiver Streulängen auszugehen [112, 113, 114, 44, 115]. Die Ratenkonstante K_3 für inelastische Drei-Körper-Stöße sollte den angegebenen Referenzen zufolge einem universellen Skalierungsgesetz $K_3 = 3C\hbar a^4/m$ gehorchen, wobei der dimensionslose Faktor C Werte bis maximal 70 annimmt. In Bereichen mit großen Variationen von a , wie sie nahe Feshbach-Resonanzen auftreten, werden Oszillationen des Faktors C mit Werten zwischen 0 und 70 prognostiziert [115, 116].

Alle derzeit verfügbaren Messungen zur Rekombination in unterschiedlichen Spezies bestätigen den generellen Trend eines universellen a^4 -Gesetzes [44]. Im Bereich betragsmäßig kleiner Streulängen nahe einer Feshbach-Resonanz zeigen sich jedoch Abweichungen von diesem Skalierungsverhalten [117]. Die bislang detaillierteste Untersuchung wurde anhand der Rekombination in ultrakaltem Cäsium durchgeführt [118]. Hierbei wurde die Ratenkonstante K_3 in Abhängigkeit großer positiver Streulängen ermittelt, wobei a im untersuchten Bereich aufgrund von Feshbach-Resonanzen um einen Faktor 2 variiert. Die Resultate sind in sehr guter Übereinstimmung mit der erwarteten a^4 -Abhängigkeit, eine Änderung oder Oszillation des Faktors C wurde im Bereich der untersuchten Streulängenvariation nicht beobachtet. Die in [118] vorgestellten Messungen zeigen nicht nur eine Abnahme der Teilchenzahl infolge inelastischer Drei-Körper-Stöße, sondern auch eine Zunahme der Temperatur des gespeicherten Ensembles, welche Auskunft über die Bindungsenergie der entstehenden Moleküle gibt. Demzufolge ist im Bereich großer Streulängen in der Tat von der Bildung von Molekülen im letzten gebundenen Zustand ($\nu'_D = -1$) mit einer entsprechend geringen Bindungsenergie $E_B \simeq -\hbar^2/(2m_r a^2)$ auszugehen (siehe Kapitel 2.3.2).

Abseits von Feshbach-Resonanzen besitzt ^{87}Rb eine große positive Streulänge von knapp 100 Bohrschen Radien. Die jeweils schwächsten gebundenen Molekülzustände von ^{87}Rb -Dimeren weisen eine Bindungsenergie $|E_B|$ von ca. $h \cdot 25 \text{ MHz} \simeq k_B \cdot 1,2 \text{ mK}$ auf (siehe auch Kapitel 4.2). Diese wandelt sich beim Rekombinationsprozess in kinetische Energie der beteiligten Teilchen um, wobei ein Drittel von $|E_B|$ auf das Molekül und zwei Drittel auf das dritte Atom entfallen. Somit besitzen die an einem inelastischen Drei-Körper-Stoß beteiligten Teilchen ausreichend Energie, um sowohl ein Kondensat als auch das externe Speicherpotential zu verlassen.

Teilchenverluste aufgrund von Rekombinationsprozessen können in Analogie zu Gleichung (6.1) durch eine Ratengleichung der Form

$$\dot{N}\Big|_{K_3} = -K_3 \int n^3(\vec{r}) d^3r \quad (6.2)$$

beschrieben werden. Anhand des zeitaufgelösten Zerfalls von ^{87}Rb -Kondensaten in den magnetisch speicherbaren Zuständen $|2, +2\rangle$ bzw. $|1, -1\rangle$ wurden für die Ratenkonstante K_3 Werte von $1,8(0,5) \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ [119] bzw. $5,8(1,9) \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ [110] ermittelt. Für ein thermisches Ensemble von Atomen sind die entsprechenden Ratenkonstanten jeweils um einen Faktor 3! erhöht, wie in Abschnitt 6.1 bereits erwähnt wurde.

Nahe Feshbach-Resonanzen sind inelastische Drei-Körper-Stöße in der Regel resonant überhöht. Die experimentell ermittelten Ratenkonstanten K_3 übersteigen hierbei die entsprechenden Werte fernab von Resonanzen um meist zwei bis drei Größenordnungen [117, 120], wie auch die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen zeigen (siehe Kapitel 11.5.1 und [32]). Drastisch erhöhte Ratenkonstanten K_3 treten allerdings nicht nur bei betragsmäßig großen Streulängen auf, sondern auch in jenen Bereichen einer Feshbach-Resonanz, in denen $|a|$ klein ist. Offenbar lässt sich das a^4 -Skalierungsverhalten nicht auf diese Bereiche verallgemeinern. Andere theoretische Modelle führen den beobachteten Anstieg von K_3 auf inelastische Stöße zurück, in denen der temporär besetzte, hoch angeregte gebundene Zustand durch Wechselwirkung mit einem dritten Atom „deaktiviert“ wird, d. h. unter Freisetzung von Bindungsenergie in einen tiefer liegenden Molekülzustand übergeht [121, 122, 123]. Wie sich zeigt, entspricht dieser Prozess formal einem inelastischen Drei-Körper-Stoß, wobei die entsprechende Ratenkonstante auch in jenen Bereichen überhöht ist, in denen die Streulänge betragsmäßig klein ist.

6.3 Verlustmechanismen nahe Feshbach-Resonanzen

Eine Beschreibung von Teilchenverlusten nahe Feshbach-Resonanzen allein durch Ratengleichungen mit inelastischen Zwei- und Drei-Körper-Stößen ist nicht ausreichend, wie eine ganze Reihe experimenteller Befunde belegt. Gemäß Messungen von Roberts et al. [120] und Claussen et al. [124] sind für Teilchenverluste nach Sprüngen des Magnetfeldes auf Werte im Bereich einer Feshbach-Resonanz zwei sehr unterschiedliche Zeitskalen relevant. So folgt einem anfänglich schnellen Zerfall innerhalb weniger $10 \mu\text{s}$ eine vergleichsweise langsame Abnahme der Teilchenzahl. Bei festen Magnetfeldern durchgeführte zeitaufgelöste Zerfallsmessungen über eine Dauer von vielen 100 ms bis zu einigen Sekunden lassen auf resonant überhöhte Zwei- und Drei-Körper-Verluste schließen [120], wie im letzten Abschnitt bereits erwähnt wurde. Die entsprechenden Ratenkonstanten K_2 und K_3 erklären die langsame Abnahme der Teilchenzahl, nicht aber den schnellen Zerfall zu Beginn. Ergebnisse der vorliegenden Arbeit deuten ebenfalls auf die Existenz zweier unterschiedlicher Verlustmechanismen hin: Bereits 1 ms nach einem Sprung des Magnetfeldes auf eine Resonanz wurde eine um bis zu 50 % reduzierte Teilchenzahl beobachtet. Anschließend folgt der über viele 100 ms aufgezeichnete Verlauf der Teilchenzahl einem resonant überhöhten Drei-Körper-Zerfall (siehe Kapitel 11.5.1 und [32]).

6.3.1 Kohärente Atom-Molekül-Kopplungen

Erste Hinweise auf kohärente Prozesse als Ursache für die beobachteten schnellen Teilchenverluste ergaben wiederum Messungen von Claussen et al. [124]. Sie analysierten die Abnahme der Kondensatteilchenzahl nach schnellen Änderungen des Magnetfeldes in Bereichen positiver, großer Streulängen nahe einer Feshbach-Resonanz. Hierbei wurden Trapez-förmige Pulse des Magnetfeldes mit einer Dauer zwischen wenigen μs und knapp $150 \mu\text{s}$ verwendet, wobei die Werte des Feldes zu Beginn und am Ende des Pulses abseits der Resonanz lagen. Überraschenderweise zeigt sich eine *Zunahme* der Teilchenverluste mit *zunehmender* Flankensteilheit der Pulse, also bei insgesamt *abnehmender* Verweildauer bei Magnetfeldern im Bereich der Feshbach-Resonanz.

In einem weiterführenden Experiment wurden Kondensate unter dem Einfluss zweier aufeinander folgender Trapez-förmiger Pulse des Magnetfeldes untersucht [36]. Die Zeit zwischen den Pulsen wurde hierbei über einige $10 \mu\text{s}$ variiert. Das Schema gleicht in seiner zeitlichen Abfolge dem der Ramsey-Methode. Als spektakuläres Resultat des Experiments zeigt sich eine Oszillation der Kondensatteilchenzahl bei Variation der Zeit zwischen den beiden Pulsen. Darüber hinaus brechen vergleichsweise energiereiche Atome aus dem Kondensat aus. Neben der Kondensatteilchenzahl oszillieren sowohl die Anzahl von Atomen in diesem sog. „Burst“ als auch die Gesamtteilchenzahl, was auf eine dritte, im Experiment nicht nachweisbare Komponente von Teilchen schließen lässt, deren Anzahl ebenfalls oszilliert. Die beobachteten Oszillationen legen die Präparation eines Superpositionszustandes zwischen Atomen und Molekülen durch die kohärente Kopplung der Feshbach-Resonanz nahe. Untermauert wird diese Annahme durch die ermittelte Oszillationsfrequenz. Diese entspricht gerade der Energie, welche der für die Resonanz verantwortliche gebundene Zustand bei jenem Magnetfeld aufweist, das zwischen den beiden Pulsen anliegt [36, 125].

Mittlerweile werden die beobachteten Oszillationen der Kondensatteilchenzahl von mehreren theoretischen Modellen reproduziert [126, 127, 128, 129]. Diesen Modellen zufolge liegt der Schlüssel zum Verständnis der beschriebenen Verlustmechanismen in magnetfeld- bzw. zeitabhängigen kohärenten Kopplungen zwischen Kondensatatom, Molekülen und sog. dissoziierten Atom-Atom-Paaren. Hierbei handelt es sich um Paare von Atomen, die durch Dissoziation des temporär besetzten (quasi-)gebundenen Zustandes entstehen können, welcher die Feshbach-Resonanz hervorruft. Auch wenn sich dieser Zustand ursprünglich aus zwei Atomen eines Kondensats gebildet hat, so müssen diese Atome nach einem Dissoziationsprozess nicht mehr notwendigerweise dem Kondensat angehören. So ist die Impulserhaltung auch für ein Paar zweier nicht-kondensierter Atome mit Impulsen $+\vec{k}$ bzw. $-\vec{k}$ gewährleistet. Darüber hinaus findet die Energieerhaltung keine strikte Anwendung, da in allen genannten Experimenten zeitlich veränderliche Magnetfelder involviert sind und sich somit die Lage des (quasi-)gebundenen Zustandes sowie die Lage ungebundener Zustände ständig ändert. Für Dissoziationsprozesse, die zu nicht-kondensierten Atom-Atom-Paaren führen, wurde auch der Begriff der „Schurken“-Dissoziation geprägt [130]. Offenbar sind neben der Bildung von Molekülen insbesondere diese Paare nicht-kondensierter Atome für die beobachteten schnellen Teilchenverluste in Kondensaten verantwortlich.

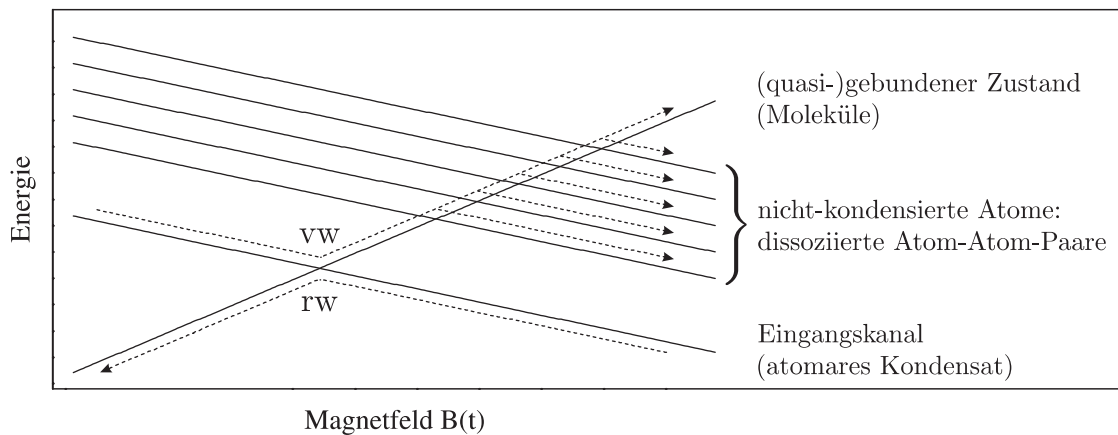


Abbildung 6.2: *Kohärenter Populationstransfer beim Rampen über eine Feshbach-Resonanz (nach Referenz [131]). Dargestellt sind Kopplungen zwischen einem atomaren Kondensat, Molekülen, sowie dissoziierten Atom-Atom-Paaren. Abhängig von der Richtung, in der eine Resonanz von einem zeitabhängigen Magnetfeld $B(t)$ überstrichen wird (vorwärts (vw) bzw. rückwärts (rw)), sollten sich Atome hauptsächlich in dissoziierte Atom-Atom-Paare bzw. in Moleküle transferieren lassen.*

Abbildung 6.2 zeigt den Verlauf des Eingangskanals einer Feshbach-Resonanz, des (quasi-) gebundenen Zustandes, sowie den Verlauf der Niveaus dissoziierter Atom-Atom-Paare in Abhängigkeit des Magnetfeldes [131] (vgl. auch Abbildung 3.2). Bei Änderungen des Magnetfeldes beeinflussen offensichtlich zahlreiche Kopplungen die Populationen der unterschiedlichen Komponenten. Zunächst sei ein zeitabhängiges Feld $B(t)$ betrachtet, so dass die Feshbach-Resonanz in Richtung des mit „vw“ bezeichneten Pfades überstrichen wird². Die Population des Eingangskanals geht dann im Fall eines rein adiabatischen Transfers zunächst in eine Population des quasi-gebundenen Molekülzustandes über. Im weiteren Verlauf bieten sich diesem Zustand eine ganze Reihe von offenen Kanälen aufgrund von „Schurken“-Dissoziation. Schließlich ist mit einer großen Anzahl dissoziierter Atom-Atom-Paare zu rechnen. Im Hinblick auf einen möglichst großen Transfer zwischen atomarer und molekularer Population sollte die Feshbach-Resonanz in umgekehrter Richtung (rw) durchfahren werden [131, 129]. Geht man wiederum von einem rein adiabatischen Verlauf aus, so bieten sich in diesem Fall scheinbar keine Möglichkeiten zur Dissoziation in Paare nicht-kondensierter Atome. Theoretischen Vorhersagen zufolge spielen dissoziierte Atom-Atom-Paare jedoch in beiden Fällen eine Rolle, so dass sich nie die gesamte atomare Population in Moleküle umwandeln lassen sollte [131, 129]. Unter geeigneten Bedingungen werden allerdings Transfereffizienzen von knapp 80% prognostiziert, wobei sich schwache Feshbach-Resonanzen gegenüber starken Resonanzen anscheinend als günstiger erweisen [131]. Die Bildung ultrakalter Moleküle unter Verwendung von Feshbach-Resonanzen ist Gegenstand aktueller Forschung. Zahlreiche Arbeitsgruppen beschäftigen sich derzeit in Theorie und Experiment mit dieser Thematik, insbesondere im Hinblick auf eine mögliche Entstehung molekularer Bose-Einstein-Kondensate und deren Nachweis.

² Für die im Rahmen dieser Arbeit beobachteten Feshbach-Resonanzen entspricht dies einem *ansteigenden* Magnetfeld (siehe hierzu die Abbildungen 3.2 und 4.5).

Kapitel 7

Das Konzept des Experiments

Das vorliegende Kapitel beschreibt die im Rahmen dieser Arbeit zur Erzeugung ultrakalter Ensembles von Rubidiumatomen eingesetzten Kühl- und Speichermethoden. Um deren Einordnung zu erleichtern, wird zunächst der prinzipielle Ablauf des Experiments erläutert. Anschließend folgt eine kurze Betrachtung der Methoden im Einzelnen. Besonderes Augenmerk ist hierbei auf die Speicherung kalter Atome in einer magnetischen Falle bzw. einer Dipolfalle gerichtet, da sowohl die Entwicklung einer hochstabilen magnetischen Falle [132] als auch der Aufbau einer Dipolfalle [133] wesentliche Neuerungen gegenüber früheren Arbeiten an diesem Experiment darstellen (siehe auch Kapitel 9.3 und 9.4). Details zu den übrigen Methoden finden sich in den Referenzen [134, 135, 132, 39].

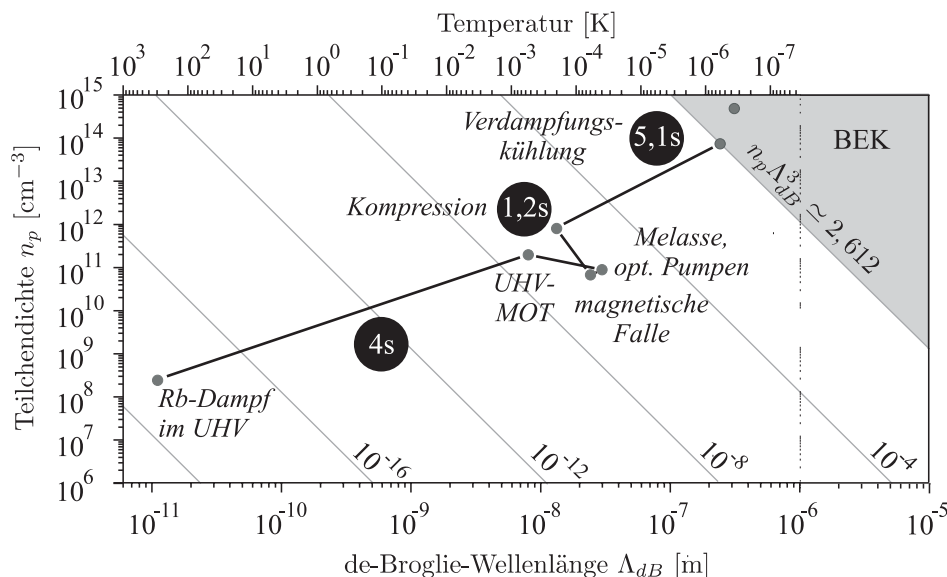


Abbildung 7.1: Entwicklung der Phasenraumdichte auf dem Weg zum Bose-Einstein-Kondensat von ^{87}Rb anhand der im Experiment eingesetzten Kühl- und Speichermethoden. Die Dauer eines Experimentzyklus beträgt (inklusive der Datenaufnahme) ca. 12 s.

In einem BEK-Experiment vollzieht ein atomares Gas eine wahre Odyssee im Phasenraum, wie anhand von Abbildung 7.1 zu erkennen ist. Ausgehend von einem Rb-Hintergrundgas bei Raumtemperatur und einem Partialdruck von 10^{-8} mbar muss die Phasenraumdichte um ca. 19 Größenordnungen erhöht werden, um die Kondensation zu erreichen. Hierfür ist eine Vielzahl unterschiedlichster Kühl- und Speichermethoden und ein dementsprechend großer technologischer Aufwand erforderlich. Eine herausragende Bedeutung kommt Verfahren der Laserkühlung und -Speicherung zu. So können mittels einer sog. magneto-optischen Falle (MOT) und anschließender Polarisationsgradientenkühlung in einer optischen Melasse bereits gut 13 Größenordnungen an Phasenraumdichte hinzugewonnen werden. Trotz beeindruckender Fortschritte [136] ist es allerdings bislang nicht gelungen, die Kondensation mit rein optischen Kühlmethoden zu erreichen. Temperatur und Dichte optisch gekühlter Ensembles sind letztlich immer nach unten bzw. oben durch Mechanismen limitiert, welche durch die Anwesenheit von nahresonantem Licht hervorgerufen werden. Diese lassen sich durch den Transfer vorgekühlter Atomwolken in eine rein magnetische Falle vermeiden. Die weitere Kühlung magnetisch gespeicherter Atome wird mit Hilfe der Verdampfungskühlung erreicht, ein Prozess, bei welchem die energiereichsten Teilchen des Ensembles selektiv entfernt werden. Nach wie vor ist die Verdampfungskühlung in allen BEK-Experimenten erforderlich.

Im ersten Schritt des vorliegenden Experiments werden Atome zunächst in einer **magneto-optischen Dampfzellenfalle** eingefangen und auf Temperaturen von einigen $100 \mu\text{K}$ gekühlt. Die magnetische Speicherung und die Verdampfungskühlung können allerdings nicht am Ort einer Dampfzellenfalle durchgeführt werden: Aufgrund des hohen Partialdrucks des Rb-Hintergrundgases im Bereich der Dampfzellenfalle ließe sich für magnetisch gespeicherte Atome lediglich eine Speicherzeit von einigen 100 ms erzielen, zu kurz für die typischerweise auf einer vergleichsweise langen Zeitskala von mehreren Sekunden stattfindende Verdampfungskühlung. Die Lösung des Problems besteht in der räumlichen Trennung der Dampfzellenfalle von jenem Bereich, in dem die magnetische Speicherung stattfindet. Diese Trennung gelingt mit einem sog. **Doppel-MOT-System**: Die Atome der Dampfzellenfalle werden mittels resonantem Lichtdruck in einen Bereich der Apparatur mit deutlich besseren Vakuumbedingungen ($10^{-11} - 10^{-10}$ mbar) transferiert und dort in einer weiteren MOT (im Folgenden als **UHV-MOT** bezeichnet) wieder eingefangen. Durch eine Kühlphase in einer **optischen Melasse** wird die Temperatur der Atome anschließend auf wenige $10 \mu\text{K}$ weiter verringert. Vor dem Transfer in die **magnetische Falle**, welche der UHV-MOT räumlich überlagert ist, erfolgt mittels **optischen Pumpens** noch die Spinpolarisierung des Ensembles. Der letzte Schritt vor der Verdampfungskühlung besteht in der **adiabatischen Kompression** der magnetisch gespeicherten Wolke. Mit zunehmender Steilheit der magnetischen Falle erhöht sich auch die Rate elastischer Stöße innerhalb des Gases, wodurch die Voraussetzungen für eine effiziente Verdampfungskühlung erheblich verbessert werden. Mit der **Verdampfungskühlung** wird schließlich die noch verbliebene Lücke von sechs Größenordnungen in der Phasenraumdichte geschlossen und der Phasenübergang zur **Bose-Einstein-Kondensation** erreicht.

Anschließend können Kondensate in eine **optische Dipolfalle** transferiert werden. Im Gegensatz zu magnetischen Fallen sind Dipolfallen in ihrer Anwendung nicht auf spezielle Zeeman-Zustände begrenzt. Zudem bleibt das Potential einer Dipolfalle durch ein externes,

homogenes Magnetfeld unbeeinflusst, so dass sich ultrakalte Ensembles in einer Dipolfalle hervorragend für die Untersuchung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen eignen.

7.1 Doppel-MOT-System

Die beiden magneto-optischen Fallen (MOT's) werden auf dem „Fallenübergang“ $f_g = 2 \rightarrow f_e = 3$ in $\sigma^+ - \sigma^-$ -Standardkonfiguration [7] mit jeweils sechs unabhängigen Strahlen betrieben. Da es sich beim Fallenübergang aufgrund nicht-resonanter Anregung des Zustandes $f_e = 2$ nicht um einen geschlossenen Übergang handelt, wird zusätzlich Rückpumplicht auf dem Übergang $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$ eingestrahlt (siehe hierzu das Termschema B.1. Erläuterungen zum Lasersystem finden sich in Kapitel 9.1). Die Dampfzellen-Falle (D-MOT) [137] wurde hinsichtlich einer hohen Laderate optimiert, um einen möglichst kurzen Experimentzyklus zu gewährleisten¹. Aufgrund der hohen Laserleistung und des großen Strahldurchmessers (siehe Tabelle 7.1) konnten bei einem Partialdruck des Hintergrundgases von ca. 10^{-8} mbar Laderaten von bis zu $8 \cdot 10^{10}$ Teilchen/s erzielt werden. Im täglichen Betrieb werden Laderaten von typischerweise $5 \cdot 10^{10}$ Teilchen/s erreicht.

Parameter	D-MOT	UHV-MOT
Gradient $\partial B_z / \partial z$ [G/cm]	13	16
Verstimmung $ \delta / (2\pi)$ [MHz]	30	18
Leistung/Strahl [mW]	30	10
Strahlradius ($1/e^2$) [mm]	13,5	4,8
Rückpumpleistung [mW]	20	6
Laderate [Atome/s]	$5 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^9$
Gleichgewichtsteilchenzahl	$2,5 \cdot 10^{10}$	$4 - 6 \cdot 10^9$
typische Ladedauer [s]	0,2	2 - 4

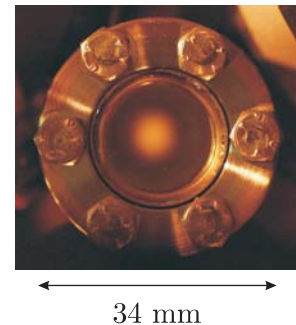


Tabelle 7.1: *Typische Parameter des Doppel-MOT-Systems. Das Foto zeigt die Dampfzellen-MOT (D-MOT) mit ca. $2,5 \cdot 10^{10}$ fluoreszierenden Rubidiumatomen beim Blick durch ein CF-16 Fenster.*

Der Transfer von Atomwolken im Doppel-MOT-System erfolgt durch ihre Beschleunigung mittels eines nahezu resonanten Laserstrahls. Hierbei wird zunächst das Quadrupolfeld der D-MOT abgeschaltet, so dass die MOT-Strahlen nun eine optische Melasse bilden und eine zusätzliche Kühlung der Atomwolke bewirken. Diese wird nun während $100 \mu\text{s}$ durch einen Laserstrahl mit vielfacher Sättigungsintensität beschleunigt und erreicht bei einer Geschwindigkeit von ca. 7 m/s nach 50 ms den Einfangbereich der UHV-MOT. Bei

¹ Eine detaillierte Charakterisierung und Optimierung des Doppel-MOT-Systems ist in den Referenzen [39, 135] beschrieben.

Ladezeiten der D-MOT im Bereich weniger 100 ms wurden Transfereffizienzen von 15 % erreicht.

Die Parameter der UHV-MOT sind im Hinblick auf eine hohe Gleichgewichtsteilchenzahl gewählt. Durch wiederholten Transfer von Atomwolken aus der D-MOT können Laderaten der UHV-MOT von bis zu $7 \cdot 10^9$ /s erreicht, sowie $6 \cdot 10^9$ Teilchen bei einer Temperatur von rund $500 \mu\text{K}$ und einer (maximalen) Dichte von ca. $1,5 \cdot 10^{11}/\text{cm}^3$ gespeichert werden. Teilchenzahl und Dichte sind dann durch lichtunterstützte Verlustmechanismen [138] limitiert.

Sind ausreichend Teilchen in der UHV-MOT akkumuliert, so wird deren Temperatur durch Polarisationsgradientenkühlung [139, 140] in einer optischen Melasse von 5 ms Dauer weiter erniedrigt. Typischerweise verbleiben $3 - 4 \cdot 10^9$ Atome bei einer Temperatur zwischen 40 und $50 \mu\text{K}$.

7.2 Präparation für die magnetische Speicherung

Aufgrund der komplexen Polarisationsverhältnisse in einer optischen Melasse sind die Atome nach der Polarisationsgradientenkühlung über alle Zeeman-Zustände verteilt. Da für die magnetische Speicherung lediglich die in Abbildung 4.1 gekennzeichneten „low-field seeker“ geeignet sind (siehe auch Abschnitt 7.3), ist eine Spinpolarisierung des Ensembles erforderlich, sollen nicht viele Atome beim Transfer in die magnetische Falle verloren gehen. Die Spinpolarisierung erfolgt durch optisches Pumpen, wahlweise in die Zustände $|1, -1\rangle$ oder $|2, +2\rangle$, gemäß der in Abbildung 7.2 dargestellten Schemata².

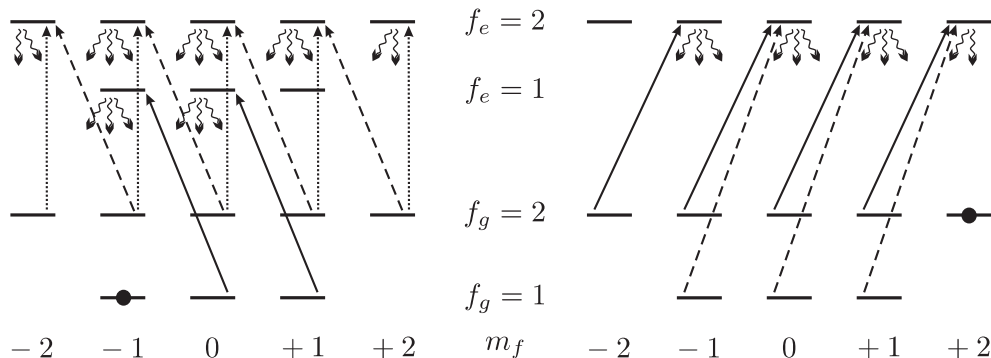


Abbildung 7.2: Pumpschemata für die Präparation der Zeeman-Zustände $|1, -1\rangle$ (links) bzw. $|2, +2\rangle$ (rechts). Aus den gewünschten Niveaus (\bullet) erfolgt keine weitere Anregung mehr.

² Nach Abbildung 4.1 zählt auch der Zustand $|2, +1\rangle$ zu den „low-field seekers“, weist allerdings gegenüber den gestreckten bzw. maximal polarisierten Zuständen $|1, -1\rangle$ bzw. $|2, +2\rangle$ eine höhere Ratenkonstante für inelastische Zwei-Körper-Stöße auf (siehe auch Kapitel 6.1) und ist daher weniger für die magnetische Speicherung geeignet.

Mit dem Ende der Polarisationsgradientenkühlung werden zunächst alle Laserstrahlen der optischen Melasse abgeschaltet, sowie ein magnetisches Führungsfeld von ca. 1 G angelegt, welches mit der Vorzugsrichtung des Feldes in der magnetischen Falle übereinstimmt und die Quantisierungsachse für den nun folgenden Pumpprozess vorgibt:

- Die Präparation des Zustandes $|2, +2\rangle$ erfolgt mit σ^+ -polarisiertem Licht auf dem Pump- bzw. Rückpumpübergang, $f_g = 2 \rightarrow f_e = 2$ bzw. $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$ (siehe auch Abbildung B.1). Die beiden gegenläufigen Laserstrahlen werden für eine Dauer von ca. 150 μs eingestrahlt.
- Aufwendiger gestaltet sich der Pumpprozess in den Zustand $|1, -1\rangle$. Um den Hyperfeingrundzustand $f_g = 2$ vollständig zu entleeren, wird (wiederum für 150 μs) sowohl σ^- - als auch ein geringer Anteil π -polarisiertes Licht auf dem Übergang $f_g = 2 \rightarrow f_e = 2$ eingestrahlt. σ^- -polarisiertes Licht auf dem Übergang $f_g = 1 \rightarrow f_e = 1$ bewirkt optisches Pumpen innerhalb der Zeeman-Niveaus des Zustandes $f_g = 1$.

Nach dem Pumpprozess stehen ca. $2 - 3 \cdot 10^9$ Teilchen im gewünschten Zeeman-Zustand bei einer (gegenüber der optischen Melasse unveränderten) Temperatur zwischen 40 und 50 μK für die magnetische Speicherung zur Verfügung.

7.3 Magnetische Speicherung

Die magnetische Speicherung beruht auf der bereits in Kapitel 4.1 diskutierten Wechselwirkung des magnetischen Moments eines Atoms mit einem äußeren Magnetfeld \vec{B} . Im Bereich des linearen Zeeman-Effekts, also bei schwachen Magnetfeldern, ist das entsprechende Wechselwirkungspotential durch

$$V^Z = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = m_f g_f \mu_B |\vec{B}| \quad (7.1)$$

gegeben, wobei g_f den Landé-Faktor des Zustandes $|f, m_f\rangle$ bezeichnet (vgl. Gleichung (4.3)). Ein inhomogenes Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$ bewirkt somit eine ortsabhängige Kraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V^Z(\vec{r}) = -m_f g_f \mu_B \vec{\nabla} |\vec{B}(\vec{r})| \quad (7.2)$$

auf die Atome. Ausgehend von den Maxwell-Gleichungen lässt sich zeigen, dass im stromfreien Raum der Betrag eines statischen Magnetfeldes zwar ein lokales Minimum, nicht aber ein lokales Maximum aufweisen kann [141]. Nahe eines lokalen Minimums erfahren gemäß Gleichung (7.2) allerdings nur diejenigen Atome eine rüchtreibende Kraft, die sich in Zuständen mit $m_f g_f > 0$ befinden. Diese auch als „low-field seeker“ bezeichneten Zustände wurden im Fall von ^{87}Rb bereits anhand von Abbildung 4.1 erläutert und sind dort entsprechend gekennzeichnet. Im Gegensatz zum Verhalten der „low-field seeker“ nimmt die Lageenergie des (absoluten) Grundzustandes mit wachsender Feldstärke stets ab, so dass Atome in magnetisch speicherbaren Zuständen prinzipiell exotherm stoßen können (siehe auch Kapitel 6.1), ein Nachteil, der sich erst mit der Speicherung von Atomen in einer Dipolfalle vermeiden lässt (vgl. Kapitel 7.5).

7.3.1 Die Ioffe-Pritchard-Magnetfalle

Die Ioffe-Pritchard-Falle geht ursprünglich auf einen Vorschlag von Yu. Gott, M. Ioffe und V. Tel'kovskii zum magnetischen Einschluss von Plasmen zurück [142]. Dieser Vorschlag wurde 1983 von D. Pritchard im Zusammenhang mit der Speicherung neutraler Atome aufgegriffen [143] und fand 1987 mit der Speicherung von Wasserstoff durch H. Hess erstmals diese Anwendung [144]³. Derzeit werden magnetische Fallen dieses Typs in der Mehrzahl der BEK-Experimente eingesetzt, wobei sich das entsprechende inhomogene Magnetfeld in Permanentmagnet-Fallen [11], der „Cloverleaf-“ [145], „Baseball-“ [146], „4-Dee-“ [147], „QUIC“-Falle [148], sowie in Mikrofallen [149, 150] mit unterschiedlichsten Geometrien realisieren lässt⁴.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Ioffe-Pritchard-Falle besteht aus einer Anordnung stromdurchflossener Spulen, die der „klassischen“ Geometrie [142] am nächsten kommt (Realisierung und Spezifikationen der Ioffe-Falle sind im Detail in Kapitel 9.3 nachzulesen.). Sie besteht aus den drei in Abbildung 7.3 schematisch dargestellten Komponenten, wobei die letztlich gewünschte Feldkonfiguration durch Überlagerung der entsprechenden Magnetfelder entsteht.

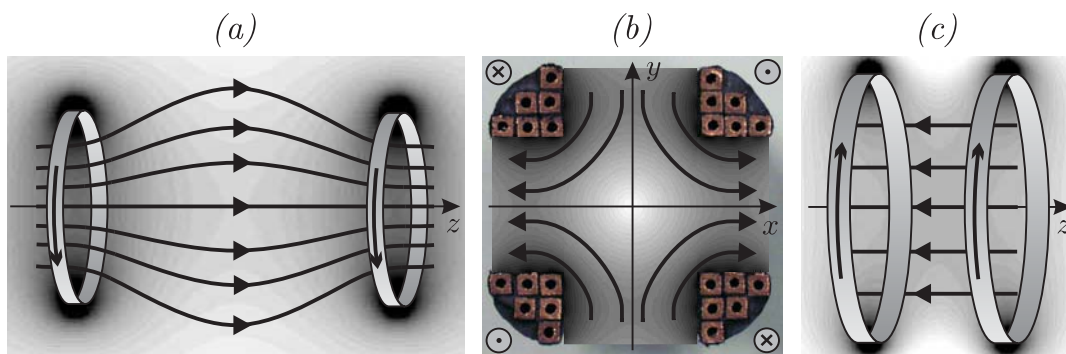


Abbildung 7.3: Qualitativer Feldlinienverlauf der einzelnen Komponenten einer Ioffe-Pritchard-Falle. Die „Pinch“-Spulen (a) erzeugen eine sog. magnetische Flasche. Die zu beiden Spulen hin zunehmende Feldliniendichte (dunkle Bereiche) gewährleistet einen Einschluss in axialer Richtung. Ein zweidimensionales Quadrupolfeld (b) bewirkt den Einschluss in radialer Richtung. Durch das nahezu homogene Feld der „Kompensations“-Spulen (c) lässt sich das Feld am Potentialminimum und damit die Potentialform einer Ioffe-Pritchard-Falle einstellen (siehe Text).

³ Die erstmalige magnetische Speicherung neutraler Atome gelang bereits 1985 mit Natrium, allerdings in einer im Vergleich zur Ioffe-Pritchard-Falle vergleichsweise einfachen Quadrupol-Geometrie [9].

⁴ Im ersten erfolgreichen Experiment zur BEK eines verdünnten Gases [4] wurde mit der sog. „TOP“-Falle („time-averaged orbiting potential“) hingegen ein anderer Fallentyp verwendet, welcher letztlich nicht auf einem statischen, sondern auf einem zeitgemittelten Magnetfeld beruht [151].

Die sog. „Pinch“-Spulen (a) sind für den axialen Einschluss in einer „magnetischen Flasche“ verantwortlich⁵. Als solche bezeichnet man das Feld, welches zwischen zwei coaxialen Spulen gleicher Stromrichtung entsteht, wenn deren Abstand $2A$ größer als ihr Radius R ist. In Abbildung 7.3 (a) ist ausgehend vom Zentrum die längs der Symmetrieachse zu beiden Spulen hin zunehmende Feldliniendichte zu erkennen. Nahe des Koordinatenursprungs ist das Magnetfeld der Pinch-Spulen durch

$$\vec{B}(r, z) = \left(B_0 + \frac{1}{2} B_2 \left(z^2 - \frac{r^2}{2} \right) \right) \cdot \vec{e}_z - \frac{1}{2} B_2 r z \cdot \vec{e}_r + \mathcal{O}(r^4) \quad (7.3)$$

mit Koeffizienten

$$B_0 = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + A^2)^{3/2}} \quad \text{und} \quad B_2 = B_0 \frac{3(4A^2 - R^2)}{(R^2 + A^2)^2} \quad (7.4)$$

gegeben [152]. Hierbei bezeichnen B_0 das Magnetfeld und B_2 die Krümmung $\partial^2 B_z / \partial z^2$ des Feldes im Zentrum der Anordnung, I den Spulenstrom, sowie μ_0 die Induktionskonstante. Bei vorgegebenem Spulenabstand wird die maximale Krümmung und damit der beste axiale Einschluss für $R_{\text{opt}} \simeq 0,59A$ erreicht. In radialer Richtung gewährleisten die Pinch-Spulen allerdings keinen Einschluss, wie anhand der transversal zur z -Achse abnehmenden Feldliniendichte in Abbildung 7.3 (a) zu erkennen ist.

Der Einschluss in radialer Richtung wird durch gerade, parallele Leiter erzeugt, die längs der Kanten eines Quaders symmetrisch um die z -Achse angeordnet sind, wie in Abbildung 7.3 (b) dargestellt ist. Bei alternierender Stromrichtung entsteht ein zweidimensionales Quadrupolfeld in der xy -Ebene, dessen Feldliniendichte ausgehend von der z -Achse in radialer Richtung zunimmt. Für kleine Auslenkungen von der z -Achse kann folgender Ausdruck für das Magnetfeld angegeben werden [152]:

$$\vec{B}(r, \varphi) = Cr \cos(2\varphi) \cdot \vec{e}_r - Cr \sin(2\varphi) \cdot \vec{e}_\varphi + \mathcal{O}(r^3). \quad (7.5)$$

Charakteristische Größe des Quadrupolfeldes ist dessen „Gradient“,

$$C = \frac{\partial}{\partial r} |\vec{B}(r)| = \frac{2\mu_0 I}{\pi S^2}, \quad (7.6)$$

wobei S den Abstand der oftmals auch „Ioffe-Stäbe“ genannten Leiter von der z -Achse bezeichnet⁶.

Das Speicherpotential U_{Ioffe} der Ioffe-Falle berechnet sich nun ausgehend von den Feldkomponenten (7.3) und (7.5) gemäß (7.1) zu

$$U_{\text{Ioffe}}(z, r, \varphi) = m_F g_F \mu_B \left[B_0^2 + B_0 B_2 z^2 + r^2 \left(C^2 - \frac{1}{2} B_0 B_2 - C B_2 z \cos(2\varphi) \right) + \mathcal{O}(r^4) \right]^{1/2}. \quad (7.7)$$

⁵ Aufgrund der Symmetrie der Anordnung werden im Folgenden Zylinderkoordinaten z, r, φ verwendet, wobei die z -Richtung mit der gemeinsamen Achse von Pinch- und Kompensationsspulen zusammenfällt. Die beiden Pinch-Spulen befinden sich in gleichem Abstand vom Koordinatenursprung.

⁶ Gleichung (7.6) ist lediglich im Grenzfall unendlich langer Leiter gültig. Bei endlicher Leiterlänge reduziert sich der Gradient, die Korrektur fällt allerdings kaum ins Gewicht, sofern die Länge der Stäbe wesentlich größer als deren Abstand S von der z -Achse ist [153].

Demnach liegt ein Einschluss in radialer Richtung allerdings nur dann vor, wenn die Bedingung $C^2 - B_0 B_2 / 2 - C B_2 z \cos(2\varphi) > 0$ erfüllt ist. Offenbar führen die radialen Feldkomponenten der Pinch-Spulen zu einem verminderten radialen Einschluss. Ein hoher radialer Einschluss scheint somit nur bei reduziertem axialen Einschluss erreichbar zu sein. Diese Kopplung zwischen den Freiheitsgraden des Potentials wird durch Überlagerung eines weiteren, homogenen Feldes auf elegante Weise behoben. Erzeugt wird dieses Feld durch die sog. „Kompensations“-Spulen, welche in Helmholtz-Konfiguration ($R = 2A$) angeordnet sind, allerdings gegenüber den Pinch-Spulen eine umgekehrte Stromrichtung aufweisen (siehe Abbildung 7.3 (c)). Die axiale Komponente B_K des Kompensations-Feldes ist daher der entsprechenden Feldkomponente der Pinch-Spulen entgegengerichtet. Somit wird das Feld B_0 im Zentrum der Spulenanordnung auf einen Wert $\tilde{B}_0 = B_0 - B_K$ reduziert. Das Speicherpotential behält die Form (7.7), lediglich ist B_0 durch das „Offset-Feld“ \tilde{B}_0 zu ersetzen. Mit der freien Wahl des Stroms in den Kompensations-Spulen können nun das Offset-Feld und hiermit der für den radialen Einschluss nahe des Fallenzentrums entscheidende Term $C^2 - \tilde{B}_0 B_2 / 2$ variiert werden, ohne den axialen Einschluss in Mitleidenschaft zu ziehen.

Für kleine Auslenkungen vom Fallenzentrum ist das Ioffe-Potential längs jeder Richtung harmonisch, verhält sich jedoch bei großen Auslenkungen in radialer Richtung gemäß $U_{\text{Ioffe}} \propto [\tilde{B}_0^2 + \text{const} \cdot r^2]^{1/2}$ zunehmend linear. Die Oszillationsbewegung eines Teilchens im harmonischen Bereich des Potentials lässt sich vollständig durch die Fallenfrequenzen $\omega_j = [(\partial^2 U_{\text{Ioffe}} / \partial x_j^2)|_0 / m]^{1/2}$ entlang der drei Raumrichtungen charakterisieren. Aufgrund der Zylindersymmetrie sind die axiale und radiale Fallenfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{\frac{m_f g_f \mu_B}{m} B_2} \quad \text{und} \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{m_f g_f \mu_B}{m} \left(\frac{C^2}{\tilde{B}_0} - \frac{B_2}{2} \right)} \quad (7.8)$$

zu unterscheiden. Anhand dieser Beziehungen wird wiederum deutlich, wie sich der radiale Einschluss durch Wahl des Offset-Feldes \tilde{B}_0 unabhängig vom axialen Einschluss kontrollieren lässt. Für den Transfer von Atomen in die magnetische Falle ist zunächst ein isotropes Speicherpotential von Vorteil, welches der weitestgehend kugelsymmetrischen Dichteverteilung eines Ensembles nach der Laserkühlung angepasst ist. Die Verdampfungskühlung wird hingegen durch eine möglichst steile Falle bei kleinem Offset-Feld \tilde{B}_0 (und dementsprechend großer radialer Fallenfrequenz ω_{\perp}) begünstigt⁷. In solch einer „komprimierten“ Ioffe-Falle nimmt eine Atomwolke die für diesen Fallentyp charakteristische Zigarrenform an. Die Kompression der Ioffe-Falle und die Verdampfungskühlung sind Gegenstand der nächsten Abschnitte.

⁷ Wesentliche Voraussetzung für den Erhalt der Spinpolarisation magnetisch gespeicherter Atome ist eine Larmorfrequenz $\omega_L = g_f \mu_B |\vec{B}(\vec{r})| / \hbar$, welche groß ist im Vergleich zur relativen Änderung der lokalen Feldrichtung aufgrund der atomaren Bewegung. Andernfalls finden sog. Majorana-Übergänge zwischen den Zeeman-Zuständen statt, die den Verlust von Atomen zur Folge haben. Daher darf das Offset-Feld \tilde{B}_0 nicht zu klein gewählt werden. Bei typischen Gradienten C einer Ioffe-Falle von einigen 100 G/cm sollte \tilde{B}_0 Werte im Bereich mehrerer 100 mG annehmen.

7.3.2 Transfer in die magnetische Falle und adiabatische Kompression

Soll die Phasenraumdicke eines Ensembles von Atomen beim Transfer in die magnetische Falle erhalten bleiben, so sind drei Bedingungen zu erfüllen. Einerseits muss zunächst der Einschaltvorgang auf Zeitskalen der atomaren Bewegung praktisch instantan erfolgen, um eine Expansion des Gases und somit eine Abnahme der Phasenraumdicke zu vermeiden. Dieser Forderung wird mit Schaltzeiten der Magnetfelder im Bereich von 1 ms Rechnung getragen (siehe hierzu auch Kapitel 9.3.1). Des Weiteren ist das Potentialminimum mit dem Schwerpunkt der Wolke zu überlagern, da dem System ansonsten die potentielle Energie des Schwerpunkts zugeführt würde, was wiederum eine Abnahme der Phasenraumdicke zur Folge hätte. Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich das Fallenzentrum unter dem Einfluss der Schwerkraft gegenüber der Position des Minimums des rein magnetischen Potentials um die Strecke $\Delta_y = -g/\omega_y^2$ längs der Vertikalen nach unten verschiebt. Im Experiment erfolgt die Überlagerung durch geeignete Positionierung der UHV-MOT. Schließlich ist die bereits erwähnte Anpassung des Speicherpotentials an die Ausdehnung der Wolke vonnöten. Ausgehend von einer nahezu gaußförmigen Orts- und Geschwindigkeitsverteilung des Ensembles nach der Laserkühlung verläuft der Transfer genau dann optimal, wenn sowohl die Temperatur, als auch die Breite der Ortsverteilung im harmonischen Potential der magnetischen Falle unverändert bleiben⁸. Bei vorgegebener Temperatur T und (halber) $1/e^2$ -Breite der Dichteverteilung σ sind die Fallenfrequenzen dann gemäß $\omega_z = \omega_\perp = [k_B T / (m\sigma^2)]^{1/2}$ zu wählen. Mit typischen Werten von $T \simeq 50 \mu\text{K}$ und $\sigma \simeq 1.3 \text{ mm}$ gelangt man zu Fallenfrequenzen von ca. 8,5 Hz.

Nach dem Transfer befinden sich die Atome daher zunächst in einem isotropen und vergleichsweise seichten Potential. Mit der nun folgenden Kompression der Wolke gelingt es, sowohl deren Dichte als auch die mittlere Geschwindigkeit der Atome und somit die Rate elastischer Stöße zu erhöhen. Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt wurde, gewährleistet eine hohe Stoßrate die rasche Thermalisierung des Gases, eine wesentliche Voraussetzung für eine schnelle und effiziente Verdampfungskühlung. Durch die Kompression der Wolke werden daher die Startbedingungen für diese Kühlmethode erheblich verbessert.

Abbildung 7.4 zeigt den Verlauf der Spulenströme der Ioffe-Falle (a) sowie der entsprechenden Fallenfrequenzen (b) während der 1, 2 s dauernden Kompressionsphase. Am Ende der Kompression liegen im harmonischen Bereich des Potentials Fallenfrequenzen von 14 Hz (axial) bzw. 108 Hz (radial) für Atome im Zustand $|1, -1\rangle$ vor. Bei einer Temperatur von typischerweise $200 \mu\text{K}$ und etwa $2 \cdot 10^9$ Teilchen, entsprechend einer maximalen Dichte von $7 \cdot 10^{11}/\text{cm}^3$, beträgt die mittlere Stoßrate⁹ nun ca. 40/s und hat sich im Verlauf der Kompression um einen Faktor 10 erhöht.

⁸ Detaillierte Ausführungen zum „Mode matching“ finden sich bspw. in Referenz [154].

⁹ Als *mittlere* Stoßrate wurde $\bar{\gamma}_{\text{el}} = \sigma_s \sqrt{2} \langle v \rangle \langle n \rangle$ mit $\langle v \rangle = [8k_B T / (\pi m)]^{1/2}$, $\langle n \rangle = \frac{1}{N} \int n^2(\vec{r}) d^3r$ und $\sigma_s = 8\pi a^2$ angesetzt.

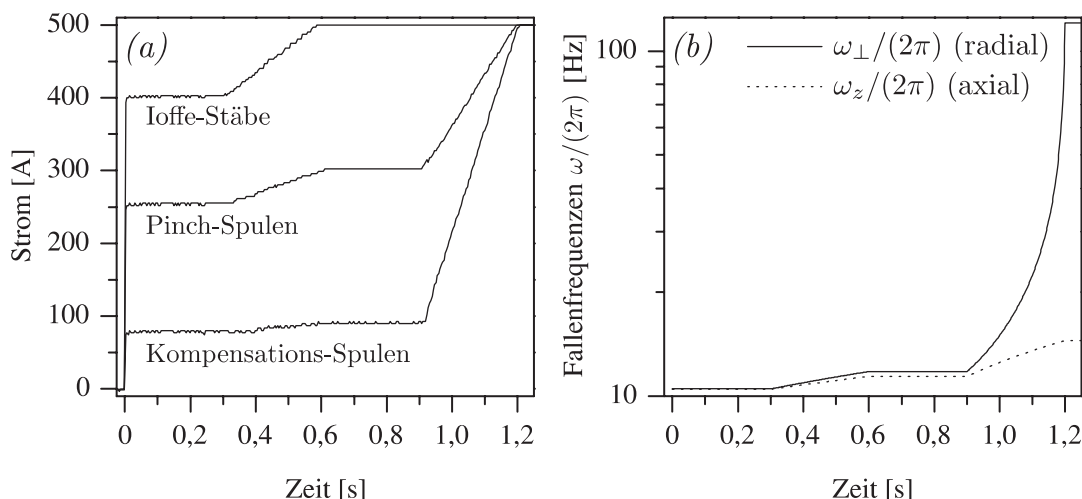


Abbildung 7.4: Verlauf von Spulenströmen (a) und Fallenfrequenzen (b) während der Kompression der Ioffe-Falle. Zu Beginn befinden sich die Atome in einem isotropen Potential mit Frequenzen von ca. 10 Hz. Nach 300 ms wird im ersten Abschnitt der Kompression der Strom durch die Stäbe auf den Maximalwert von 500 A erhöht, wobei sich die Fallenfrequenzen noch wenig verändern. Die Erhöhung des Stroms in den Kompensations-Spulen im letzten Abschnitt reduziert das Offset-Feld \vec{B}_0 und bewirkt somit einen starken Anstieg der radialen Fallenfrequenz gemäß Gleichung (7.8).

Analog zum Transfer in die magnetische Falle sollte auch die Kompression ohne Verlust an Phasenraumdichte, d. h. adiabatisch erfolgen¹⁰. Als adiabatisch ist die Kompression dann zu erachten, falls sich hierbei eine Fallenfrequenz $\omega = 2\pi \cdot \nu$ sowohl auf der durch die elastische Stoßrate als auch auf der durch die Fallenfrequenz selbst gegebenen Zeitskala langsam ändert [156]:

$$\frac{1}{\nu} \left| \frac{d\nu}{dt} \right| \ll \min(\nu, \gamma_{el}). \quad (7.9)$$

Die im Experiment ermittelte Temperaturzunahme von 50 μK auf rund 200 μK ist in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage [155], welche eine Endtemperatur von ca. 170 μK prognostiziert. Demzufolge verläuft die Kompression weitestgehend adiabatisch, auch wenn das Kriterium (7.9) für den in Abbildung 7.4 (b) gezeigten Verlauf der radialen Fallenfrequenz nicht in aller Strenge erfüllt ist (siehe hierzu auch [157]).

7.4 Verdampfungskühlung magnetisch gespeicherter Atome

Auf die Bedeutung der Verdampfungskühlung im Zusammenhang mit der BEK atomarer Gase hat H. Hess 1986 hingewiesen [158]. Diese Methode wurde erstmals 1988 an

¹⁰ Bedingt durch die mit der Kompression verbundenen Änderung der Potentialform der Ioffe-Falle (in radialer Richtung von harmonisch nach linear) ist im Gegensatz zum zuvor diskutierten Transfer sogar ein Anstieg der (maximalen) Phasenraumdichte möglich [155]. Für die Parameter der Ioffe-Falle vor bzw. nach der Kompression errechnet man eine Zunahme von $n_p \Lambda_{dB}^3$ um einen Faktor 2,1.

magnetisch gespeichertem Wasserstoff demonstriert [8], allerdings gelang der Durchbruch zur BEK erst 1995 [4, 11, 12] mit der Anwendung der sog. Radiofrequenz-induzierten Verdampfungskühlung auf Alkali-Gase [159, 160]. In allen heutigen BEK-Experimenten ist die Verdampfungskühlung ein entscheidender Schritt. Mit ihr gelingt es, die Phasenraumdichte um die zum Erreichen der Kondensation typischerweise noch fehlenden sechs Größenordnungen zu erhöhen (siehe Abbildung 7.1). In den folgenden beiden Abschnitten soll kurz das Prinzip der Verdampfungskühlung erläutert, sowie auf einige experimentelle Details der Radiofrequenz-induzierten Kühlung eingegangen werden. Ausführliche Darstellungen finden sich in den Referenzen [161, 162].

Prinzip der Verdampfungskühlung

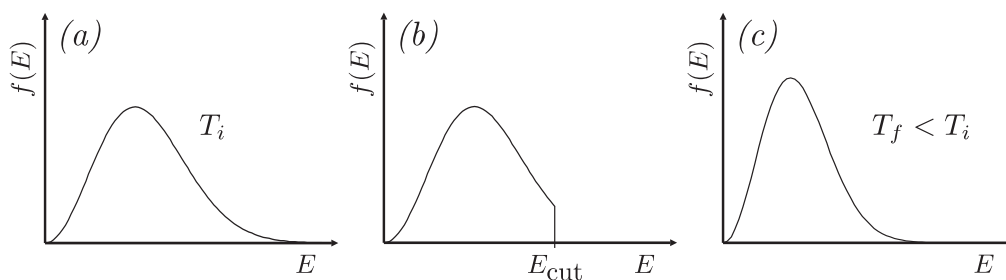


Abbildung 7.5: Grundprinzip der Verdampfungskühlung: Teilchen hoher Energie entkommen über eine Potentialbarriere, wodurch die mittlere Energie der gefangenen Teilchen sinkt. Das thermalisierte Ensemble weist eine zu geringeren Energien verschobene Energieverteilung $f(E)$ und dementsprechend eine geringere Temperatur auf.

Abbildung 7.5 veranschaulicht das Prinzip der Verdampfungskühlung. Ausgangspunkt ist ein Ensemble der Temperatur T_i im thermischen Gleichgewicht (a). Wird nun die Tiefe des äußeren Potentials auf einen endlichen Wert E_{cut} reduziert, so können energiereiche Teilchen über die Potentialschwelle entkommen (b). Durch elastische Stöße relaxieren die verbleibenden Teilchen schließlich wieder ins Gleichgewicht, wobei deren Energieverteilung nun einer geringeren Temperatur $T_f < T_i$ entspricht (c). Der Kühlprozess kommt allerdings rasch zum Erliegen, da immer weniger Teilchen mit weit überdurchschnittlicher Energie nachgeliefert werden. Um die Kühlung dennoch weiter fortzusetzen, ist es also notwendig, die Potentialschwelle während des Prozesses kontinuierlich zu senken und an die abnehmende Temperatur des Ensembles anzupassen. Dieses Vorgehen wird auch als erzwungene Verdampfungskühlung bezeichnet.

Radiofrequenz-induzierte Verdampfungskühlung

Bei der Radiofrequenz(Rf)-induzierten Verdampfungskühlung wird ausgenutzt, dass in der magnetischen Falle mit der Zeeman-Aufspaltung auch die Spinresonanz der Atome ortsabhängig ist. Mittels eines geeigneten magnetischen Wechselfeldes der Frequenz ν_{rf}

können Übergänge in magnetisch nicht-speicherbare m_f -Zustände induziert und somit Teilchen aus der Falle entfernt werden. Diese Übergänge finden lediglich an jenen Orten statt, an denen die Resonanzbedingung

$$\nu_{\text{rf}}(\vec{r}) = \frac{\mu_B |g_f \vec{B}(\vec{r})|}{h} \quad (7.10)$$

erfüllt ist. Aufgrund der mit wachsendem Betrag des Magnetfeldes steigenden potentiellen Energie der Atome ist dieser Mechanismus nicht allein orts- sondern auch wie erforderlich energie-selektiv. Mit $\mu_B/h \simeq 1,4 \text{ MHz/G}$ liegt ν_{rf} typischerweise im Radiofrequenzbereich.

Im Experiment wird eine quadratische Spule mit einer Kantenlänge von 31 mm und vier Windungen als Rf-Antenne eingesetzt. Sie befindet sich in 19 mm Abstand vom Ort der Atome, ihre Achse ist orthogonal zu jener von Pinch- bzw. Kompensations-Spule. Somit besitzt das magnetische Wechselfeld bzgl. der durch das Magnetfeld im Fallenzentrum gegebenen Quantisierungsachse die für Übergänge mit $\Delta m_f = \pm 1$ erforderliche Polarisation. Als Rf-Quelle ist ein Frequenzgenerator (HP8116) über einen 25 W-Verstärker (*Amplifier Research*, 25A250AM1) mit der Spule verbunden. Schließlich bewirkt ein mit der Spule in Serie geschaltetes RC-Glied eine Abnahme der Magnetfeldamplitude mit abnehmender Frequenz¹¹. Eine Impedanzanpassung im eigentlichen Sinne liegt nicht vor. Die erzwungene Verdampfungskühlung findet durch Absenken der Rf von 50 MHz auf typischerweise 2 MHz innerhalb von 5,1 s statt. Hinsichtlich der Optimierung von Dauer und Verlauf der Frequenzrampe sei auf die Referenzen [134, 39] verwiesen. Zum Ende der Verdampfungskühlung wird der Phasenübergang zur BEK bei Temperaturen von mehreren 100 nK und Teilchenzahlen oberhalb von 10^7 erreicht. Schließlich können Kondensate, wahlweise in den Zuständen $|2, +2\rangle$ bzw. $|1, -1\rangle$, mit einigen 10^6 Teilchen erzeugt werden (siehe Kapitel 10.1), die nun für weiterführende Experimente zur Verfügung stehen.

7.5 Speicherung ultrakalter Atome in einer Dipolfalle

Nach den Ausführungen in Abschnitt 7.3 zur magnetischen Speicherung von Atomen ist dieser Mechanismus auf spezielle Zustände, die „low-field seekers“ beschränkt. Allerdings sind gemäß der in Kapitel 4.3.2 getroffenen Vorhersagen Feshbach-Resonanzen insbesondere bei Stößen zwischen ^{87}Rb -Atomen in magnetisch nicht-speicherbaren Zuständen zu erwarten. *Dipolfallen* [163] hingegen unterliegen nicht dieser Einschränkung, da der Speichermechanismus unter geeigneten Bedingungen gänzlich unabhängig von der speziellen Wahl $|f, m_f\rangle$ des (Grund-)Zustandes ist. Dipolfallen basieren auf der elektrischen Dipolwechselwirkung mit Laserlicht, welches gegenüber atomaren Übergängen weit verstimmt ist. Die optische Anregung kann daher äußerst gering gehalten werden, so dass solche Fallen nicht durch jene lichtunterstützten Mechanismen limitiert sind, wie sie bspw. in einer MOT auftreten [138]. Zudem lässt sich eine Vielzahl unterschiedlicher Fallengeometrien mit relativ geringem Aufwand realisieren.

¹¹ Aus dem Spulenstrom wurde die Amplitude des Wechselfeldes am Ort der Atome zu ca. 100 mG zu Beginn bzw. zu 40 mG am Ende der Kühlung bestimmt. Ausführliche Betrachtungen zur Wahl der Feldamplitude finden sich in [39].

Als Unterschiede gegenüber magnetischen Fallen sind die in der Regel geringen Potentialtiefen und das vergleichsweise kleine „Speichervolumen“ anzuführen. Zudem lässt sich die Verdampfungskühlung lediglich durch ein Absenken der Potentialtiefe implementieren [164], was im Unterschied zur im letzten Abschnitt beschriebenen Rf-induzierten Verdampfungskühlung mit einer Abnahme der Fallenfrequenzen einhergeht. In BEK-Experimenten kommen daher bis auf wenige Ausnahmen [165, 17] derzeit fast ausschließlich rein magnetische Fallen zur Erzeugung von Kondensaten zum Einsatz. Für weiterführende Untersuchungen können Kondensate allerdings in Dipolfallen umgeladen [166] und mit deren Hilfe sogar über größere Distanzen transportiert werden [167].

Im folgenden Abschnitt sind die für das Verständnis notwendigen Grundlagen zur Entstehung des Dipolpotentials, sowie die wesentlichen Größen und Parameter einer Dipolfalle zusammengestellt. Eine ausführliche Darstellung sowohl theoretischer als auch experimenteller Resultate findet sich in Referenz [168].

7.5.1 Das Dipolpotential

Befindet sich ein Atom im Lichtfeld eines Lasers, so induziert das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}\vec{n}\hat{E}(\vec{r})\exp(-i\omega t) + c.c.$ ein atomares Dipolmoment $\vec{p}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}\vec{n}\hat{p}(\vec{r})\exp(-i\omega t) + c.c.$, welches mit der Lichtfrequenz ω oszilliert. Dessen Amplitude $\hat{p}(\vec{r})$ ist gemäß

$$\hat{p}(\vec{r}) = \alpha(\omega)\hat{E}(\vec{r}) \quad (7.11)$$

eine Funktion der (komplexen und frequenzabhängigen) atomaren Polarisierbarkeit $\alpha(\omega)$ sowie der Amplitude des elektrischen Feldes. Die Wechselwirkungsenergie des induzierten Dipols im äußeren elektrischen Feld ist durch

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \left\langle - \int_0^{\vec{E}(\vec{r})} \vec{p}(\vec{E}') \cdot d\vec{E}' \right\rangle_t = -\frac{1}{2} \left\langle \vec{p}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) \right\rangle_t = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \Re\{\alpha(\omega)\} I(\vec{r}) \quad (7.12)$$

gegeben, wobei $\langle \dots \rangle_t$ die zeitliche Mittelung über die mit 2ω schnell oszillierenden Terme bezeichnet. Neben der Intensität $I(\vec{r}) = 2\epsilon_0 c |\hat{E}(\vec{r})|^2$ des Lichtfeldes wird U_{dip} vom Realteil der Polarisierbarkeit und somit von dem mit dem Lichtfeld in Phase schwingenden Anteil des induzierten Dipolmomentes bestimmt. In einem Lichtfeld mit inhomogener Intensitätsverteilung erfährt das Atom somit eine (konservative) Kraft, die sog. *Dipolkraft*, proportional zum Gradienten der Intensität:

$$\vec{F}_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \Re\{\alpha(\omega)\} \vec{\nabla} I(\vec{r}). \quad (7.13)$$

Aufgrund des außer Phase schwingenden Anteils des Dipolmomentes wird die Leistung $\left\langle \frac{d}{dt} \left[\vec{p}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) \right] \right\rangle_t$ aus dem Lichtfeld absorbiert und in Form von Dipolstrahlung wieder emittiert. Im Bild eines aus Photonen der Energie $\hbar\omega$ zusammengesetzten Lichtfeldes entspricht dies der Absorption von Photonen, gefolgt von deren spontaner Emission. Die entsprechende Photonenstreurrate Γ_{sc} ist durch

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{1}{\hbar\omega} \left\langle \frac{d}{dt} \left[\vec{p}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) \right] \right\rangle_t = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \Im\{\alpha(\omega)\} I(\vec{r}) \quad (7.14)$$

gegeben und somit erwartungsgemäß vom Imaginärteil der Polarisierbarkeit abhängig.

Mit dem Potential U_{dip} , welches Form und Tiefe einer Dipolfalle festlegt, sowie der Rate für Photonenstreuung Γ_{sc} , welche die fundamentale Heizrate eines gespeicherten Ensembles bestimmt¹², sind die relevanten Größen einer Dipolfalle somit auf die Polarisierbarkeit $\alpha(\omega)$ zurückgeführt. Wiederum in klassischer Theorie lässt sich α anhand des Lorentzschens Atommodells eines harmonisch gebundenen Elektrons mit Eigenfrequenz ω_0 bestimmen (siehe bspw. Referenz [82]). Aus dessen Bewegungsgleichung, die der eines gedämpften und mit der Frequenz ω getriebenen harmonischen Oszillators entspricht, gewinnt man folgenden Ausdruck für die Polarisierbarkeit:

$$\alpha(\omega) = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma} \quad \text{mit} \quad \Gamma = \frac{e^2\omega_0^2}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3}. \quad (7.15)$$

Die Rate Γ beschreibt die Dämpfung des Oszillators und ist so gewählt, dass die absorbierte Leistung mit der abgestrahlten Leistung des klassischen Dipols übereinstimmt.

Semiklassisch, d. h. in einer quantenmechanischen Beschreibung des Atoms als Zwei-Niveau-System unter dem Einfluss eines klassischen Lichtfeldes bleibt (7.15) formal weiterhin gültig, allerdings ist Γ durch die natürliche Linienbreite Γ_{nat} des atomaren Übergangs zu ersetzen¹³. Unter Verwendung von (7.15) findet man im Grenzfall großer Verstimmungen $|\omega - \omega_0| \gg \Gamma_{\text{nat}}$ folgende Ausdrücke für das Dipolpotential und die Streurrate:

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\omega_0 + \omega} \right) I(\vec{r}) \quad (7.16)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\vec{r}). \quad (7.17)$$

Im „nah-resonanten“ Regime, $\omega_0 \gg |\omega - \omega_0| \gg \Gamma_{\text{nat}}$ lassen sich (7.16) und (7.17) weiter vereinfachen, es folgt schließlich

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\delta} I(\vec{r}) \quad \text{und} \quad \Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma_{\text{nat}}}{\delta} \right)^2 I(\vec{r}), \quad (7.18)$$

wobei $\delta = \omega - \omega_0$ die Verstimmung bezeichnet. Anhand dieser Beziehungen treten zwei wesentliche Merkmale von Dipol-Fallen zutage:

- **Vorzeichen der Verstimmung:** Das Vorzeichen von δ entscheidet darüber, ob sich Atome in einem Intensitätsgradienten in Richtung zunehmender ($\delta < 0$, „rot-verstimmt“) oder abnehmender Intensität ($\delta > 0$, „blau-verstimmt“) bewegen.

¹² Ausgehend von einer mittleren Energiezunahme von zwei Rückstoßenergien E_R je Streuprozess [168] ändert sich die Temperatur eines Ensembles in einer harmonischen Falle gemäß $3k_B dT = 2E_R \Gamma_{\text{sc}} dt = 3k_B T_R \Gamma_{\text{sc}} dt$, wobei T_R die Rückstoßtemperatur (siehe Anhang B) bezeichnet. Mit den Gleichungen (7.17) und (7.16) resultiert hieraus eine Heizrate in „rot-verstimmten“ Dipolfallen von $\dot{T} \simeq T_R \Gamma_{\text{nat}} |\tilde{U}_{\text{dip}}/(\hbar\delta)|$.

¹³ Für die D₂-Linie von Rb, einem starken Dipol-Übergang, stimmt das klassische Resultat (7.15) für Γ mit Γ_{nat} (siehe Anhang B) bis auf wenige Prozent überein. Allerdings setzt die Gültigkeit von (7.15) eine hinreichend schwache Intensität des treibenden Feldes voraus: Eine zu hohe Intensität führt in der quantenmechanischen Betrachtung zur Sättigung des Zwei-Niveau-Systems, ein Verhalten, welches der klassische Oszillator nicht berücksichtigt. Zumeist liegt aber der Fall hoher Verstimmung mit äußerst geringer Sättigung und entsprechend kleinen Streuraten $\Gamma_{\text{sc}} \ll \Gamma_{\text{nat}}$ vor.

- **Skalierungsverhalten mit Intensität und Verstimmung:** Aufgrund der Abhängigkeiten $U_{\text{dip}} \propto I/\delta$ und $\Gamma_{\text{sc}} \propto I/\delta^2$ lässt sich bei vorgegebener Potentialtiefe eine möglichst geringe Streurrate bei gleichzeitig hoher Intensität und Verstimmung erreichen.

In der bisherigen Betrachtung wurde stets von einem Zwei-Niveau-Atom ausgegangen, eine Vereinfachung die angesichts der in der Realität weitaus komplexeren elektronischen Struktur (siehe hierzu den Ausschnitt aus dem Termschema von ^{87}Rb in Anhang B) nicht haltbar erscheint. Die Resultate (7.16) und (7.17) bleiben allerdings weiterhin gültig, sofern die Verstimmung des Lichtfeldes gegenüber den (zahlreichen) atomaren Übergängen sowohl die Hyperfeinstruktur- als auch die Feinstrukturaufspaltung der beteiligten Niveaus bei weitem übertrifft, so dass das Atom effektiv wiederum als Zwei-Niveau-System erscheint. Dies entspricht auch der im Experiment gegebenen Situation, da bei einer Lichtwellenlänge von $\lambda = 1,03 \mu\text{m}$ die Verstimmung bzgl. den nächstliegenden Übergängen in ^{87}Rb , der D₁- bzw. D₂-Linie mit 795 bzw. 780 nm, ca. $2\pi \cdot 90$ THz beträgt und somit wesentlich größer als die entsprechende Feinstrukturaufspaltung von ca. $2\pi \cdot 7$ THz oder gar die Hyperfeinaufspaltung der Niveaus ist. In diesem Fall sind sowohl die Polarisierung des Lichtfeldes, als auch die konkrete Wahl des (Grund-)Zustandes $|f, m_f\rangle$ der Atome unerheblich [169, 168].

Fokussierter Gaußscher Strahl als „rot-verstimmte“ Dipolfalle

Im Experiment kommt eine der einfachsten Geometrien einer „rot-verstimmten“ Dipolfalle zum Einsatz, ein einzelner fokussierter Laserstrahl. Im Idealfall entspricht dessen Intensitätsverteilung der eines Gaußschen Strahls [170],

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-2r^2/w^2(z)}, \quad (7.19)$$

wobei P die Leistung des Strahls bezeichnet. Die $1/e^2$ -Breite der Intensitätsverteilung (7.19), $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$, variiert umso stärker mit dem Abstand z vom Fokus, je kleiner deren Breite w_0 im Fokus und somit die Rayleigh-Länge $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ ist. Der Strahl weist ausgehend vom Fokus bei $\vec{r} = 0$ sowohl entlang der Propagationsrichtung (z) als auch in radialer Richtung (r) eine abnehmende Intensität auf und erlaubt daher für eine Verstimmung $\delta < 0$ gemäß der zuvor geführten Argumentation einen dreidimensionalen Einschluss. Nahe des Fokus variiert das zugehörige Dipolpotential in erster Näherung harmonisch,

$$U_{\text{dip}}(r, z) = -\hat{U}_{\text{dip}} \left(1 - 2 \left(\frac{r}{w_0} \right)^2 - \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right), \quad (7.20)$$

die entsprechenden Oszillationsfrequenzen eines gespeicherten Teilchens sind durch

$$\omega_{\perp} = \sqrt{\frac{4\hat{U}_{\text{dip}}}{mw_0^2}} \propto \frac{\sqrt{P}}{w_0^2} \quad \text{bzw.} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{2\hat{U}_{\text{dip}}}{mz_R^2}} \propto \frac{\sqrt{P}}{w_0^3} \quad (7.21)$$

gegeben. Die Falltiefe $\hat{U}_{\text{dip}} = |U_{\text{dip}}(\vec{r} = 0)|$ sowie die maximale Streurrate $\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r} = 0)$ berechnen sich mit der maximalen Intensität $I(\vec{r} = 0) = 2P/(\pi w_0^2)$ aus den Gleichungen (7.16) bzw. (7.17). Für typische experimentelle Parameter, d. h. einer Wellenlänge $\lambda = 1,03 \mu\text{m}$ und Fokusgrößen w_0 zwischen 15 und 35 μm , liegt das Verhältnis $\omega_{\perp}/\omega_z = \sqrt{2}\pi w_0/\lambda$ der Oszillationsfrequenzen im Bereich 65 – 150. Somit überwiegt der Einschluss in radialer Richtung gegenüber jenem in axialer Richtung deutlich. Ferner ist anhand von (7.21) zu erkennen, dass die Oszillationsfrequenzen ω_{\perp} und ω_z bei vorgegebener Falltiefe nicht unabhängig voneinander gewählt werden können. Gewisse Mindestanforderungen an die Falltiefe und die axiale Fallenfrequenz (siehe auch Kapitel 9.3.4) führen daher zu einem äußerst starken radialen Einschluss. Als Konsequenz stellt sich eine hohe Dichte in der Dipolfalle ein, was sich aufgrund der in Kapitel 6.2 diskutierten Drei-Körper-Verluste nachteilig auf die Lebensdauer des gespeicherten Ensembles auswirkt (siehe auch Abbildung 7.9). Anspruchsvollere Fallgeometrien, so z. B. die Verwendung zweier gekreuzter, fokussierter Laserstrahlen [164, 165], erlauben hingegen mehr Freiheit in der Wahl der Parameter, ein Ansatz der derzeit auch am hier beschriebenen Experiment verfolgt wird [171].

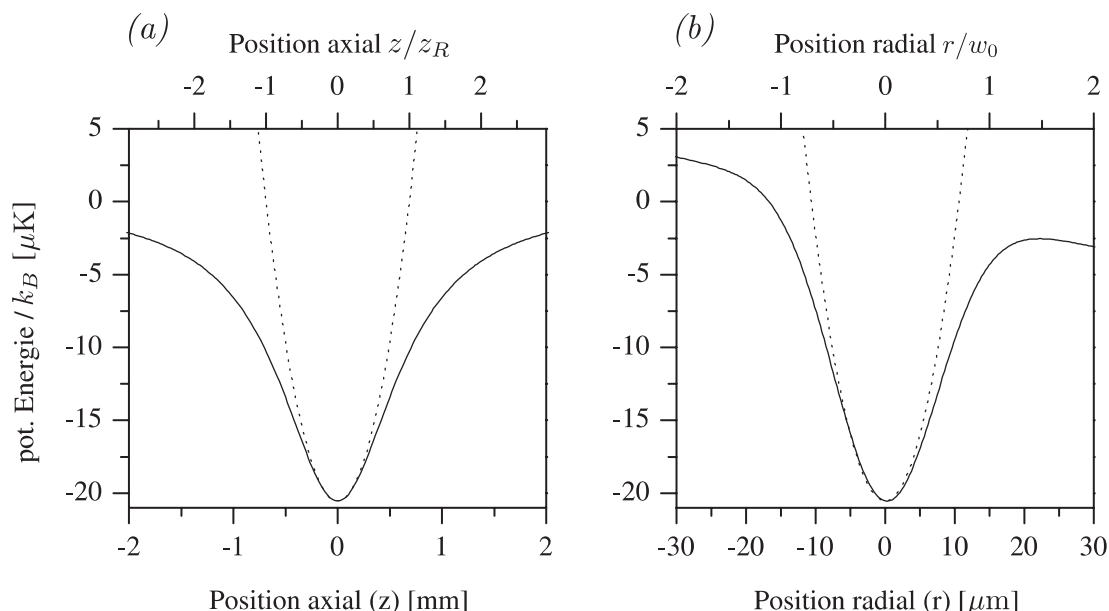


Abbildung 7.6: Potential einer „rot-verstimmten“ Dipolfalle, ausgehend vom Intensitätsprofil eines fokussierten Gaußschen Strahls. Dargestellt sind die Potentialverläufe entlang (a) und transversal (b) zur Ausbreitungsrichtung des Strahls bei einer Fokusgröße $w_0 = 15 \mu\text{m}$, der Leistung $P = 45 \text{ mW}$, sowie der Wellenlänge $\lambda = 1,03 \mu\text{m}$ (durchgezogene Kurven). Der Verlauf in radialer Richtung (b) berücksichtigt den Einfluss der Gravitation (senkrecht zur Ausbreitungsrichtung), wodurch sich eine reduzierte Falltiefe ergibt. Die gepunkteten Kurven geben die Potentialverläufe gemäß der harmonischen Näherung (7.20) wieder. Bereits bei Auslenkungen von $0,67 \cdot z_R$ in axialer bzw. $0,51 \cdot w_0$ in radialer Richtung betragen die Abweichungen vom tatsächlichen Potentialverlauf 20 %.

Abbildung 7.6 zeigt den gemäß der Beziehungen (7.16) und (7.19) berechneten Verlauf des Dipolpotentials entlang der axialen (a) bzw. radialen Richtung (b). Hierbei wurde von einer Fokusgröße $w_0 = 15 \mu\text{m}$ und einer Laserleistung $P = 45 \text{ mW}$ ausgegangen. Die Fallenfrequenzen des Potentials in harmonischer Näherung (gepunktet gezeichnet) betragen $\omega_z = 2\pi \cdot 14,5 \text{ Hz}$ bzw. $\omega_{\perp} = 2\pi \cdot 940 \text{ Hz}$. Anhand des asymmetrischen Potentialverlaufs in radialer Richtung wird der Einfluss der Gravitation auf das Dipolpotential deutlich, wobei von einem horizontal propagierenden Strahl ausgegangen wurde. Offenbar muss bei der Bestimmung der Fallentiefe stets der Wirkung der Gravitation Rechnung getragen werden.

7.5.2 Transfer von Atomen in die Dipolfalle

In Abbildung 7.7 ist der zeitliche Ablauf des Transfers von Atomen aus der magnetischen Falle in die Dipolfalle schematisch dargestellt. Die Sequenz beginnt mit der Präparation eines ultrakalten Ensembles in der magnetischen Falle entsprechend dem in Abbildung 7.1 skizzierten Verfahren, wahlweise knapp oberhalb oder unterhalb der Übergangstemperatur zur BEK. Das Absenken der Radiofrequenz endet in Abbildung 7.7 zum Zeitpunkt $t = 0$, nach weiteren 100 ms Kühlung bei konstanter Rf wird diese schließlich abgeschaltet. Der Laser für die Dipolfalle wird nun entlang der Achse von Pinch- bzw. Kompensations-Spulen eingestrahlt, also entlang jener Richtung, längs der sowohl die magnetische Falle, als auch die Dipolfalle einen vergleichsweise schwachen Einschluss aufweisen. Bei Überlagerung der Potentialminima von magnetischer Falle und Dipolfalle ist in dieser Geometrie die bestmögliche Anpassung der zigarrenförmigen, magnetisch gespeicherten Wolke an das Potential der Dipolfalle (7.20) gewährleistet. Die Laserleistung wird in einer linearen, 100 ms währenden Rampe von Null auf ihren Endwert erhöht, so dass sich die Atome nun in einem kombinierten Fallenpotential befinden. Nun wird der Strom durch die Spulen der magnetischen Falle während weiterer 100 ms auf Null abgesenkt, worauf die Atome im Anschluss allein in der Dipolfalle gespeichert bleiben. Mit einer Dauer von insgesamt 200 ms erfolgt der Umladevorgang im Sinne des in Kapitel 7.3.2 diskutierten Kriteriums (7.9) hinreichend adiabatisch. Nach einer (technisch bedingten) Verzögerung von 80 ms kann ein homogenes Magnetfeld zur Untersuchung der Feshbach-Resonanzen angelegt werden. Details zur Erzeugung, zur Stabilität und Kalibrierung des homogenen Feldes finden sich in den Kapiteln 9.3.3 bzw. 9.3.4.

Durch den beschriebenen Ablauf konnten je nach Temperatur der magnetisch gespeicherten Wolke und Tiefe der Dipolfalle bis zu $8 \cdot 10^6$ Teilchen in die Dipolfalle transferiert werden. Wird eine im Vergleich zur Temperatur der Wolke große Tiefe der Dipolfalle gewählt, so lassen sich während des Umladevorgangs im Rahmen der Meßgenauigkeit keine Teilchen nachweisen, die bspw. aufgrund unzureichender Überlagerung der beiden Fallen das Speichervolumen verlassen. In diesem Sinne beträgt die Transfereffizienz 100 %. Abbildung 7.7 zeigt eine typische Absorptionsaufnahme einer dünnen Wolke mit $6 \cdot 10^5$ Atomen und einer Temperatur von ca. 200 nK nach 7 s Speicherzeit in der Dipolfalle und einer anschließenden freien Expansion von 2,5 ms. Das extreme Aspektverhältnis der Dichteverteilung spiegelt das stark anisotrope Potential der Dipolfalle wider. Messungen zu deren Charakterisierung werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

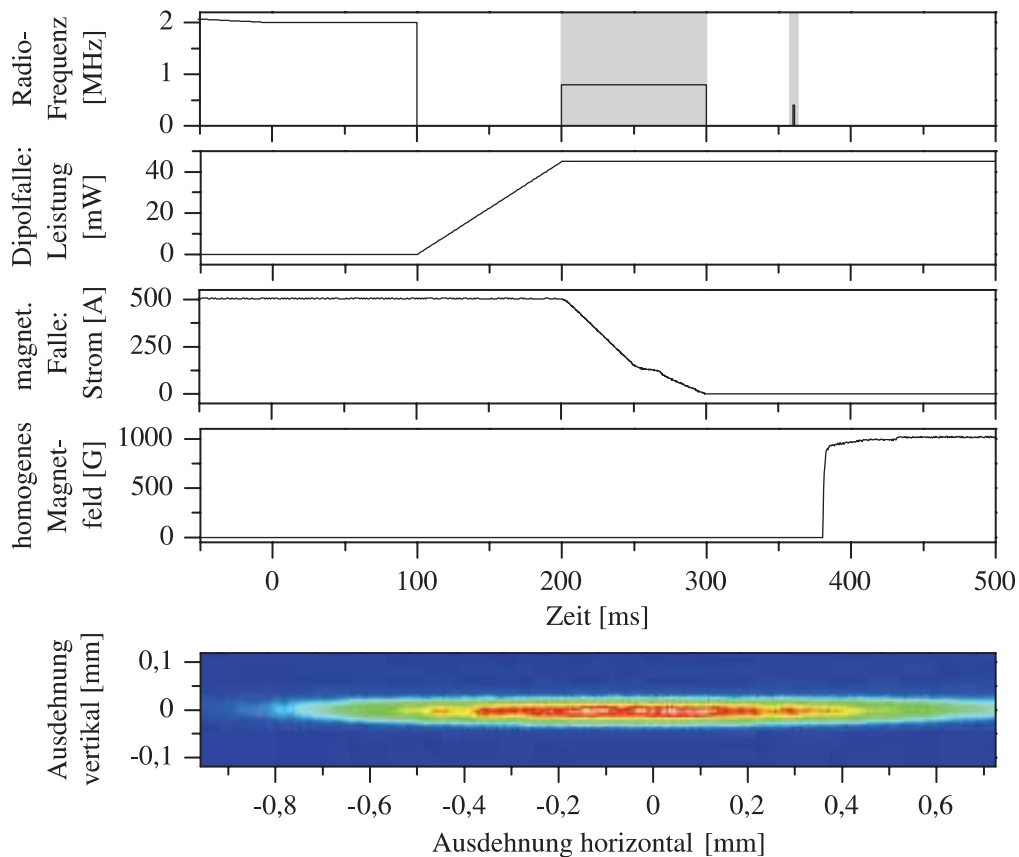


Abbildung 7.7: Zeitlicher Ablauf des Transfers von Atomen in die Dipolfalle. Der Transfer erfolgt nach dem Ende der Rf-induzierten Verdampfungskühlung durch „weiches“ Ein- bzw. Ausschalten der Dipolfalle bzw. der magnetischen Falle, jeweils auf einer Zeitskala von 100 ms. Während der grau markierten Abschnitte findet die Spinpräparation der Atome statt, welche in Kapitel 7.5.4 näher erläutert wird. Eine typische Absorptionaufnahme einer in der Dipolfalle gespeicherten Wolke ist unten gezeigt. Die Dipolfalle entsteht in diesem Falle im Fokus ($w_0 = 35 \mu\text{m}$) eines Laserstrahls ($\lambda = 1,03 \mu\text{m}$) mit einer Leistung von 80 mW, woraus sich Oszillationsfrequenzen von $\omega_z \simeq 2\pi \cdot 1,5 \text{ Hz}$ bzw. $\omega_\perp \simeq 2\pi \cdot 220 \text{ Hz}$ und eine Fallentiefe von ca. $k_B \cdot 6 \mu\text{K}$ ergeben.

7.5.3 Charakterisierung der Dipolfalle

Neben der Potentialtiefe und der Streurate sind die Fallenfrequenzen ω_z und ω_\perp die charakteristischen Größen einer Dipolfalle. Sie spielen für die meisten quantitativen Messungen eine entscheidende Rolle, so z. B. für die Bestimmung der Temperatur eines thermischen Ensembles oder auch der Anzahl kondensierter Atome aus der Ausdehnung der entsprechenden Dichteverteilung gemäß Gleichung (5.17). Nahe liegend ist die Bestimmung der Fallenfrequenzen aus der Oszillationsbewegung einer Atomwolke in der Falle, sofern diese sowohl zeitlich als auch räumlich aufgelöst werden kann. Dieser Ansatz wurde im Zuge der Charakterisierung der magnetischen Falle verfolgt (siehe Kapitel 9.3.2). Ist dies nicht

möglich, so bietet es sich an, die Fallenfrequenzen durch parametrisches Heizen zu ermitteln [172, 173]. Bei dieser Methode wird dem Ensemble durch Modulation der Fallenfrequenzen Energie zugeführt, was sich in einer Zunahme der Temperatur und bei hinreichend geringer Potentialtiefe schließlich im Verlust von Teilchen äußert. Hierbei findet die Energiezufuhr am effektivsten bei einer Modulationsfrequenz $2\omega/(2\pi)$ entsprechend der zweifachen Fallenfrequenz statt. Mit der Modulation der Laserleistung lässt sich dieses Verfahren an Dipolfallen besonders einfach implementieren.

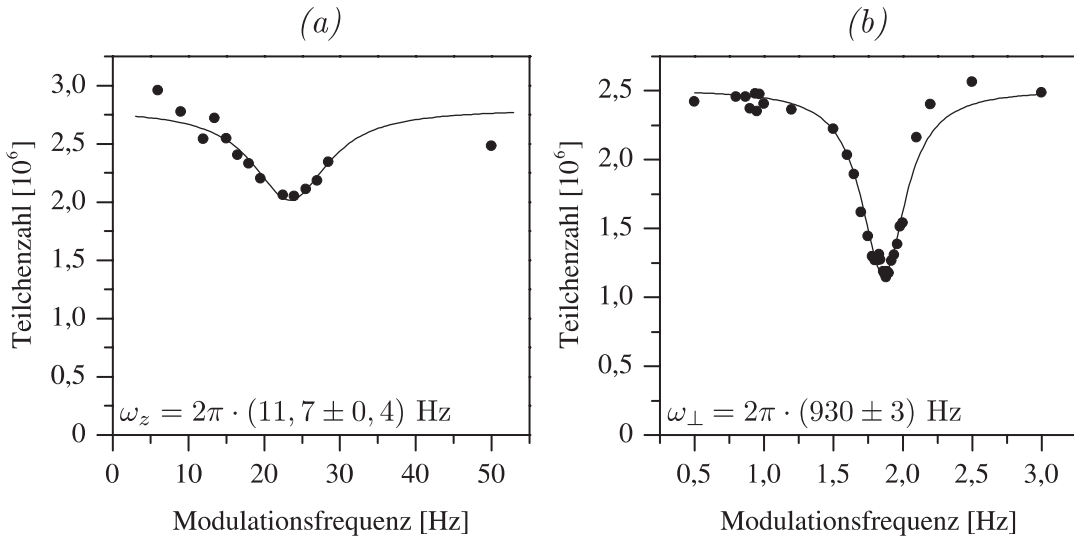


Abbildung 7.8: Bestimmung der axialen (a) bzw. radialen Fallenfrequenz (b) der Dipolfalle durch parametrisches Heizen. Aufgetragen ist jeweils die Anzahl verbliebener Teilchen nach 3 s Speicherzeit in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz der Laserleistung.

In Abbildung 7.8 sind Messungen zur Bestimmung der axialen (a) bzw. radialen Fallenfrequenz (b) mittels parametrischen Heizens zusammengestellt. Hierfür wurden Wolken mit ca. $2,5 \cdot 10^6$ Atomen und einer Temperatur von $2 \mu\text{K}$ in die Dipolfalle ($w_0 \simeq 15 \mu\text{m}$, $P = 45 \text{ mW}$, $\lambda = 1,03 \mu\text{m}$) transferiert und während einer Speicherzeit von 3 s die Laserleistung moduliert. Aus der Anzahl der in der Falle verbleibenden Teilchen in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz ergeben sich die Fallenfrequenzen zu $\omega_z = 2\pi \cdot (11,7 \pm 0,7) \text{ Hz}$ bzw. $\omega_{\perp} = 2\pi \cdot (930 \pm 3) \text{ Hz}$. Diese sind angesichts der Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Fokusgröße und der Laserleistung in recht guter Übereinstimmung mit den in Abschnitt 7.5.1 angegebenen, berechneten Werten von $\omega_z = 2\pi \cdot 14,5 \text{ Hz}$ bzw. $\omega_{\perp} = 2\pi \cdot 940 \text{ Hz}$.

Aus der genannten Fokusgröße und Laserleistung ermittelt man gemäß den Beziehungen (7.16) und (7.17) eine Falltiefe von ca. $k_B \cdot 18 \mu\text{K}$ (siehe auch Abbildung 7.6) sowie eine Streurrate¹⁴ $\Gamma_{\text{sc}} \simeq 0,09/\text{s}$.

¹⁴ Die aus dieser Streurrate nach Abschnitt 7.5.1 abgeschätzte Heizrate von wenigen nK/s spielt im Vergleich zu den durch Anti-Evaporation, streifende Stöße mit dem Hintergrundgas oder auch durch technische Unzulänglichkeiten verursachten Heizraten keine Rolle.

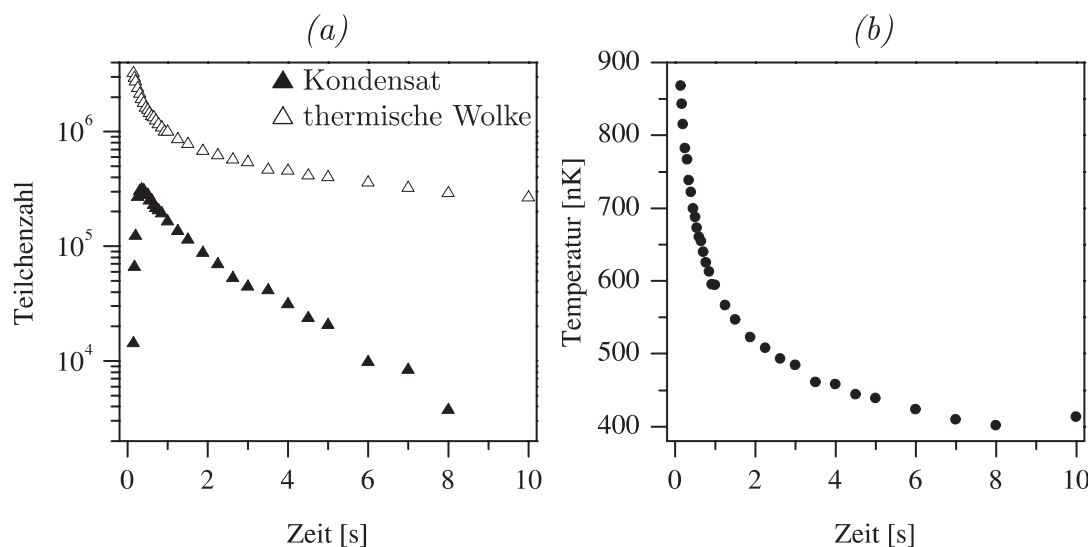


Abbildung 7.9: Zeitlicher Verlauf von Teilchenzahl (a) und Temperatur (b) einer ultrakalten, teilweise kondensierten Atomwolke in der Dipolfalle. Die Temperaturabnahme ist auf spontane Verdampfungskühlung in einer seichten Falle zurückzuführen.

Über die Charakterisierung des Fallenpotentials hinaus ist die Lebensdauer einer kalten Atomwolke bzw. eines Kondensats in der Dipolfalle von großer Bedeutung, da diese die Zeitskala festlegt, auf der weiterführende Experimente an den gespeicherten Ensembles durchgeführt werden können. In Abbildung 7.9 (a) ist der Zerfall einer ultrakalten Wolke mit einem geringen Anteil kondensierter Teilchen als Funktion der Speicherzeit in der Dipolfalle dargestellt. Demnach stehen Kondensate über mehrere Sekunden zur Verfügung, ausreichend Zeit für alle in dieser Arbeit beschriebenen Experimente zur Untersuchung von Feshbach-Resonanzen. Wie zu erkennen ist, entsteht das Kondensat erst nach dem Transfer in die Dipolfalle in den ersten 100 ms der Speicherzeit, zudem bleibt der Anteil kondensierter Atome an der Gesamtteilchenzahl stets sehr gering. Dies ist auf den zum damaligen Zeitpunkt nicht optimierten Transfer zurückzuführen. Im vorliegenden Fall liegt die Temperatur der Wolke zunächst oberhalb der Übergangstemperatur zur BEK, nimmt aber im weiteren Verlauf stark ab, wie in Abbildung 7.9 (b) zu sehen ist. Die Temperaturabnahme ist auf spontane Verdampfungskühlung einer im Vergleich zur Fallentiefe von ca. $k_B \cdot 5 \mu\text{K}$ (Laserleistung hier lediglich 15 mW) anfangs relativ warmen Wolke zurückzuführen. Hingegen dürfte die Abnahme der Teilchenzahl bei den vorliegenden Dichten von bis zu $3,2 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ in der thermischen Wolke bzw. $5,2 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ im Kondensat weniger durch den Kühlprozess, sondern vielmehr durch die in Kapitel 6.2 diskutierten inelastischen Drei-Körper-Stöße dominiert sein¹⁵. Hieran wird wiederum der Vorteil einer gekreuzten Dipolfalle ersichtlich, mit der sich aufgrund der größeren Freiheit in der

¹⁵ Aufgrund der Vielzahl beteiligter Verlust-, Kühl- und Heizprozesse wie Drei-Körper-, Zwei-Körper- und Hintergrundgasstöße, (evtl.) Stoßlawinen [40, 39], Verdampfung, Anti-Evaporation, sowie streifende Stöße mit dem Hintergrundgas [174, 175] gestaltet sich die Bestimmung einer Ratenkonstante für Drei-Körper-Stöße im vorliegenden Fall allerdings äußerst schwierig.

Wahl der Potentialparameter ein größeres Speichervolumen realisieren lässt, wodurch dichteabhängige Verluste vermindert werden können.

7.5.4 Spinpräparation

In der magnetischen Falle liegen alle Atome im magnetisch speicherbaren Zustand $|1, -1\rangle$ vor. Den in Kapitel 4.3.2 und 4.3.3 diskutierten Vorhersagen zufolge sind zahlreiche Feshbach-Resonanzen im Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$, aber auch welche ausgehend von gemischten Eingangskanälen zu erwarten („mixed species“-Resonanzen). Für die Untersuchung von Feshbach-Resonanzen ist es daher notwendig, die Spinzusammensetzung eines Ensembles von Atomen gezielt zu verändern. Für die Präparation des Zustandes $|1, +1\rangle$ wurden folgende Methoden verwendet:

- **Adiabatischer Transfer (Landau-Zener-Übergang):** Während des langsamen Ausschaltens der magnetischen Falle werden die Atome gleichzeitig einem Rf-Feld ausgesetzt (siehe breite graue Markierung in Abbildung 7.7). Ist dessen (feste) Frequenz kleiner als die Resonanzfrequenz $\nu_{\text{rf}} = |g_f| \mu_B B_0 / h$ für Rf-Übergänge bei einem Feld B_0 am Fallenboden gewählt, so kreuzen die Atome aufgrund des nun abnehmenden Feldes B_0 die Rf-Resonanz und werden adiabatisch in den gewünschten Zustand $|1, +1\rangle$ überführt. Auf diese Art und Weise konnten typischerweise 90 % der Atome transferiert werden.
- **Nicht-adiabatische Zustandsänderung:** Vor dem Transfer in die Dipolfalle wird ein magnetisches Führungsfeld (ca. 1 G) entlang der in der magnetischen Falle vorherrschenden Feldrichtung angelegt. Somit bleibt die Ausrichtung der Spins bzgl. dieser Richtung auch in der Dipolfalle erhalten. Das homogene Magnetfeld, welches zur Beobachtung der Feshbach-Resonanzen verwendet wird, ist dem Führungsfeld genau entgegengerichtet. Wird dieses Feld nun sehr schnell eingeschaltet (Steigung ca. 900 G/ms, siehe auch Abbildung 11.2 (b)), so können die Spins der abrupten Richtungsänderung nicht folgen. Der invertierten Feldrichtung entspricht eine Änderung der Magnetquantenzahl von $m_f = -1$ nach $m_f = +1$. Mit diesem Verfahren wurde eine Transfereffizienz von beinahe 100 % erreicht.

Die Präparation unterschiedlicher *Spinmischungen* ist insbesondere im Hinblick auf die Identifikation des Eingangskanals einer Feshbach-Resonanz von Bedeutung (siehe Kapitel 11.3). Hierzu wird zunächst ein Ensemble von Atomen im magnetisch speicherbaren Zustand $|1, -1\rangle$ in die Dipolfalle transferiert. Anschließend werden Rabi-Übergänge im Drei-Niveau-System $|1, -1\rangle$, $|1, 0\rangle$, $|1, +1\rangle$ induziert. Dies geschieht mittels eines kurzen Rf-Pulses bei fester Frequenz (siehe schmale graue Markierung in Abbildung 7.7), dessen Dauer variiert wird. Anhand von Abbildung 7.10 ist die unterschiedliche Spin-Zusammensetzung einer Wolke nach Pulsen von 23 μs (a), 45 μs (b) bzw. 67 μs Dauer (c)

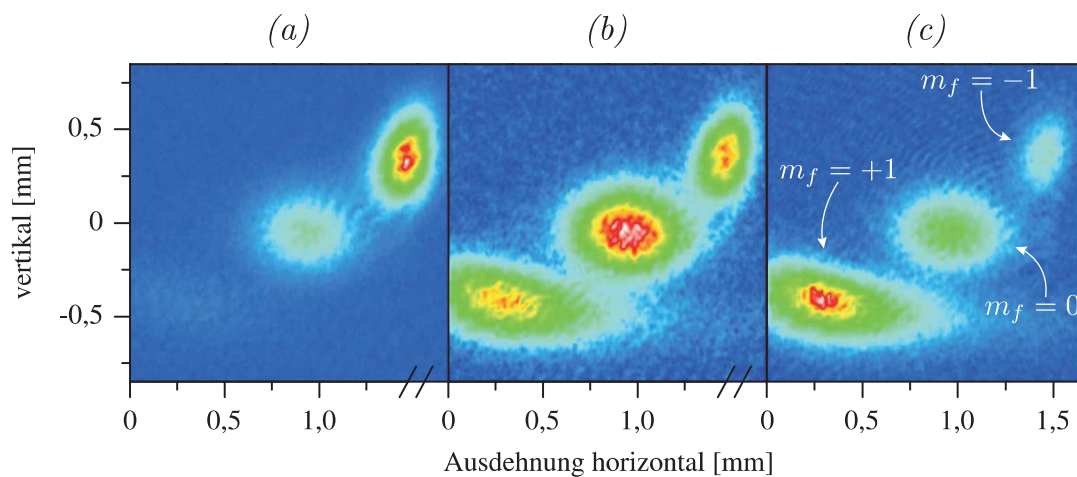


Abbildung 7.10: *Präparation von Spinmischungen in der Dipolfalle: Rabi-Übergänge, hervorgerufen durch Rf-Pulse von $23 \mu\text{s}$ (a), $45 \mu\text{s}$ (b) bzw. $67 \mu\text{s}$ Dauer (c), erzeugen unterschiedliche Spin-Zusammensetzungen. Die einzelnen Spin-Komponenten $m_f = -1, 0, +1$ innerhalb einer Wolke lassen sich in einer Art „Stern-Gerlach-Experiment“, d. h. nach Expansion in einem inhomogenen Magnetfeld, räumlich separieren.*

zu erkennen¹⁶. Die Absorptionsspektroskopie zeigt die Wolke jeweils nach einer Expansion von 16 ms im inhomogenen Magnetfeld der MOT-Spulen (Gradient ca. 25 G/cm). Anhand der einzelnen, nun räumlich separierten Komponenten (in Bild (c) entsprechend gekennzeichnet) lässt sich die Spinzusammensetzung der Wolke ermitteln. Mit dieser Methode wurden auch die zuvor angegebenen Effizienzen für die Präparation des Zustandes $|1, +1\rangle$ bestimmt.

¹⁶ Bei einer Amplitude $\hat{B} \simeq 13 \text{ mG}$ des (linear polarisierten) magnetischen Wechselfeldes beträgt die Rabi-Frequenz $\Omega_R = g_f \mu_B \hat{B} / (2\hbar) \simeq 2\pi \cdot 4,5 \text{ kHz}$, woraus sich eine Dauer von ca. $110 \mu\text{s}$ für den vollständigen Transfer der Population aus dem Zustand $|1, -1\rangle$ in den Zustand $|1, +1\rangle$ ergibt [176, 18]. Diese ist in recht guter Übereinstimmung mit der entsprechenden, experimentell bestimmten Zeitdauer (vgl. Abbildung 7.10).

Kapitel 8

Detektion und Bestimmung der Systemgrößen

Für die meisten quantitativen Untersuchungen wie auch zur Charakterisierung des Systems ist es erforderlich, die Dichteverteilung, Teilchenzahl und Temperatur einer Wolke von Atomen mit möglichst hoher Genauigkeit zu bestimmen. Absorptionsmessungen sind zu diesem Zweck am besten geeignet und wurden im Zuge aller in den Kapiteln 10 und 11 vorgestellten Experimente eingesetzt. Das der Absorptionsmethode zugrunde liegende Prinzip, sowie die Charakterisierung des verwendeten Abbildungssystems sind Gegenstand der folgenden Abschnitte¹. Für eine ausführliche Darstellung weiterer Detektionsmethoden, bspw. der Auswertung von Fluoreszenzaufnahmen, der Teilchenzahlbestimmung durch optisches Pumpen oder etwa der Phasenkontrastmikroskopie, sei auf die Dissertation von J. Schuster [39] und den Übersichtsartikel [177] verwiesen, da sie im Rahmen dieser Arbeit eher sporadisch zur Anwendung kamen.

8.1 Absorptionsmessungen

In Absorptionsmessungen wird die infolge atomarer Absorption auftretende Abschwächung nah-resonanten Laserlichts bei der Propagation durch eine Wolke von Atomen ortsaufgelöst aufgezeichnet. Hierzu wird ein Laserstrahl mit einer Frequenz nahe des Übergangs $|f_g = 2\rangle \rightarrow |f_e = 3\rangle$ auf die Wolke gerichtet. Für den Nachweis eines Ensembles von Atomen im Zustand $|f_g = 1\rangle$ werden diese zunächst durch Rückpumplicht in den Zustand $|f_g = 2\rangle$ überführt. Ausgehend von diesem Zustand stehen die Atome nun für viele Absorptions-Emissions-Zyklen auf dem Nachweis-Übergang zur Verfügung (siehe auch Ab-

¹ Eine detaillierte Diskussion einer ganzen Reihe wesentlicher experimenteller Aspekte von Absorptionsmessungen findet sich in der Dissertation von J. L. Roberts [70].

bildung B.1). In einem Strahl großen Durchmessers² hinterlässt die Wolke einen Schatten, welcher mittels einer hochauflösenden Optik auf den Chip einer CCD-Kamera abgebildet wird. Das aufgenommene Signal ist mit der längs der Propagationsrichtung des Strahls integrierten Dichte der Wolke korreliert, wie im Folgenden näher erläutert wird³.

Die längs der Wolke abnehmende Intensität $I(\vec{r})$ des Laserstrahls lässt sich ausgehend vom Beerschen Gesetz

$$dI(\vec{r}) = -I(\vec{r})\sigma_{\text{abs}}(\delta, I)n(\vec{r})dx \quad \text{mit} \quad \sigma_{\text{abs}}(\delta, I) = \frac{f\sigma_{\text{abs}}^{(0)}}{1 + fI(\vec{r})/I_S + 4\delta^2/\Gamma_{\text{nat}}^2} \quad (8.1)$$

berechnen [178]. Hierbei bezeichnen $\sigma_{\text{abs}}^{(0)} = 3\lambda^2/(2\pi)$ den resonanten Absorptionsquerschnitt eines Zwei-Niveau-Atoms für polarisiertes Licht, δ die Verstimmung des Laserlichts gegenüber der atomaren Resonanz, I_S die Sättigungsintensität und Γ_{nat} die natürliche Linienbreite des Übergangs (siehe auch Tabelle B.1). Für unpolarisierte Atome ist der resonante Wirkungsquerschnitt gegenüber $\sigma_{\text{abs}}^{(0)}$ um einen Faktor f reduziert, welcher sich aus der Mittelung über die Quadrate der Clebsch-Gordan-Koeffizienten der adressierten Übergänge im vorliegenden Fall zu $f = 7/15 \simeq 0,467$ ergibt. Für polarisierte Atome ist $f = 1$ anzusetzen. Abhängig von den experimentellen Gegebenheiten beim Nachweis kann f allerdings auch von 1 bzw. vom Mittel über die Quadrate der Clebsch-Gordan-Koeffizienten abweichende Werte annehmen [119]. Durch Integration von Gleichung (8.1) über die gesamte Ausdehnung der Dichteverteilung längs der Propagationsrichtung x erhält man schließlich

$$f\sigma_{\text{abs}}^{(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} n(\vec{r})dx = f\sigma_{\text{abs}}^{(0)}\tilde{n}(y, z) = \left(1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma_{\text{nat}}^2}\right) \ln\left(\frac{I_0(y, z)}{I_t(y, z)}\right) + f \frac{I_0(y, z) - I_t(y, z)}{I_S}, \quad (8.2)$$

wobei die Intensitätsverteilungen des Strahls vor bzw. hinter der Wolke durch $I_0(y, z)$ bzw. $I_t(y, z)$ gegeben sind. Das Integral über die Dichteverteilung der Wolke längs der Propagationsrichtung des Strahls wird auch als deren „Säulendichte“ $\tilde{n}(y, z)$ bezeichnet. Die (resonante) *optische Dichte* $\mathcal{D}^{(0)} = f\sigma_{\text{abs}}^{(0)}\tilde{n}(y, z)$ ist durch das Produkt aus (resonantem) Wirkungsquerschnitt und Säulendichte gegeben. Im Grenzfall geringer Intensität $I_0(y, z) \ll I_S$ wird die Bedeutung der optischen Dichte anhand der Beziehung $I_t(y, z) = I_0(y, z) \exp(-\mathcal{D})$ deutlich.

Im Experiment werden insgesamt drei Intensitätsprofile mit der CCD-Kamera aufgezeichnet. Unmittelbar nach Abbildung des Profils $I_t(y, z)$ wird ein weiteres Bild in Abwesenheit der Atomwolke zur Bestimmung des Profils $I_0(y, z)$ aufgenommen. Aus technischen Gründen ist die Dauer der Belichtung der Kamera von 2 ms deutlich länger als jene des Laserpulses (100 μ s), so dass sich ein gewisser Streulichthintergrund auf beiden Bildern nicht

² Im Experiment beträgt der $1/e^2$ -Radius des Nachweisstrahls ca. 2,3 mm, bestimmt durch das Auskopelobjektiv der zur „Modenreinigung“ des Strahls eingesetzten Glasfaser (siehe Abbildung 8.1). Für die Abbildung großer Wolken vor der Verdampfungskühlung wird der Strahl durch ein Teleskop um einen Faktor 4 aufgeweitet.

³ Bei allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Absorptionsmessungen propagierte der Nachweisstrahl transversal zur Richtung des schwachen Einschlusses der magnetischen Falle bzw. der Dipolfalle.

vollständig vermeiden lässt. Um dessen verfälschenden Einfluss auf die weitere Auswertung zu minimieren, wird ein drittes Intensitätsprofil ohne Belichtungspuls aufgezeichnet und von den beiden Profilen $I_t(y, z)$ und $I_0(y, z)$ abgezogen⁴. Somit gewinnt man aus dem Experiment schließlich jene Größen, mit denen sich gemäß der rechten Seite von Gleichung (8.2) die Säulendichte $\tilde{n}(y, z)$ ermitteln lässt.

Der theoretische Verlauf der Säulendichte für ein thermisches Ensemble \tilde{n}_T bzw. ein Kondensat \tilde{n}_0 berechnet sich durch Integration der entsprechenden Dichteverteilungen (5.9) und (5.14) zu

$$\begin{aligned}\tilde{n}_T(y, z, t) &= \frac{1}{2\pi\sigma_y(t)\sigma_z(t)} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^3 \zeta_2 \left(\tilde{z} \exp \left\{ -\frac{y^2}{2\sigma_y^2(t)} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2(t)} \right\} \right), \quad T \lesssim T_c, \\ \tilde{n}_0(y, z, t) &= \frac{10N_0}{\pi W_y(t)W_z(t)} \left(1 - \frac{4y^2}{W_y^2(t)} - \frac{4z^2}{W_z^2(t)} \right)^{3/2}, \quad T < T_c,\end{aligned}\tag{8.3}$$

wobei die Größen $\sigma_j(t) = \frac{1}{\omega_j} \sqrt{\frac{k_B T}{m} (1 + \omega_j^2 t^2)}$ die charakteristischen Ausdehnungen der thermischen Dichteverteilung und $W_j(t) = \lambda_j(t)W_j(0)$ die (vollen) Breiten der Kondensat-Wellenfunktion bei einer Expansionszeit t bezeichnen. Die Breiten $W_j(0)$ des Kondensats zu Beginn der Expansion bei $t = 0$ sind durch Gleichung (5.16) gegeben. Die Skalierungsparameter $\lambda_j(t)$ beschreiben die Expansion des Kondensats und sind Lösungen des Differentialgleichungssystems (5.18). In aller Regel werden Schnitte längs der y - oder z -Richtung durch die Säulendichte für die Auswertung verwendet. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu verbessern, kann es jedoch von Vorteil sein, die experimentell bestimmte Säulendichte längs einer der beiden Koordinaten aufzuintegrieren. Die auf diese Art und Weise gewonnenen eindimensionalen Verteilungen sind dann je nach Situation durch die Funktionen

$$\begin{aligned}\hat{n}_T(z, t) &= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma_z(t)} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^3 \zeta_{5/2} \left(\tilde{z} \exp \left\{ -\frac{z^2}{2\sigma_z^2(t)} \right\} \right), \quad T \lesssim T_c \\ \hat{n}_0(z, t) &= \frac{15N_0}{8W_z(t)} \left(1 - \frac{4z^2}{W_z^2(t)} \right)^2, \quad T < T_c\end{aligned}\tag{8.4}$$

zu beschreiben. Die Teilchenzahl und die Temperatur und somit der Verlauf der Dichte einer Wolke von Atomen ergeben sich schließlich aus der Anpassung der Funktionen (8.3) bzw. (8.4) an die Daten. Hierbei werden anstelle der verallgemeinerten Riemannschen ζ -Funktionen ζ_2 und $\zeta_{5/2}$ folgende analytische polynomiale Näherungen verwendet [39]⁵:

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}_2(\alpha) &= 1,01\alpha + 1,07\alpha^3 - 3,148\alpha^5 + 7,077\alpha^7 - 7,391\alpha^9 + 3,016\alpha^{11}, \\ \tilde{\zeta}_{5/2}(\alpha) &= 1,01\alpha + 0,618\alpha^3 - 1,408\alpha^5 + 2,675\alpha^7 - 2,464\alpha^9 + 0,909\alpha^{11}.\end{aligned}\tag{8.5}$$

⁴ Geringe Schwankungen der Laserintensität bei der Aufnahme der beiden Profile $I_t(y, z)$ bzw. $I_0(y, z)$ werden (nach Abzug des Streulichthintergrundes) durch Skalierung der Graustufenverteilung weit von der Wolke entfernter Bildbereiche auf den gleichen Mittelwert kompensiert.

⁵ Für $\alpha \rightarrow 0$ weichen die beiden Näherungen $\tilde{\zeta}_2(\alpha)$ bzw. $\tilde{\zeta}_{5/2}(\alpha)$ um jeweils ca. 1 % von ζ_2 bzw. $\zeta_{5/2}$ ab. Für alle anderen Werte im relevanten Bereich $0 \leq \alpha < 1$ sind die entsprechenden Abweichungen geringer.

Abschließend ist anzumerken, dass es sich bei Absorptionsmessungen um ein prinzipiell destruktives Verfahren handelt, da die Methode auf einer Vielzahl von Absorptions-Emissions-Prozessen beruht. Bereits die mit dem Impulsübertrag eines einzigen Photons auf ein Atom verbundene Energie von $\hbar^2 k^2 / (2m) \simeq k_B \cdot 180 \text{ nK}$ bei einer Wellenlänge von 780 nm ist typischerweise größer als das chemische Potential eines Bose-Einstein-Kondensats. Zudem erfolgen Absorptionsmessungen stets nach dem Abschalten der magnetischen Falle oder der Dipolfalle, da ansonsten die ortsabhängige Verstimmung des Nachweislasers gegenüber der atomaren Resonanz bei einer quantitative Analyse von Absorptionenaufnahmen berücksichtigt werden müsste. Demgegenüber ist es vergleichsweise einfach, die Expansionsdynamik einer Wolke in die Auswertung mit einzubeziehen.

8.2 Das Abbildungssystem

Abbildung 8.1 zeigt schematisch das zur Aufnahme von Absorptionenaufnahmen verwendete hochauflösende Abbildungssystem. Um Linsenfehler wie sphärische Aberration und Astigmatismus zu minimieren, wurden achromatische Linsen eingesetzt (*Melles-Griot*, Diode Laser Glass Doublets, 780–830 nm). Bedingt durch die Spulen der magnetischen Falle (siehe Abbildung 9.5) und einen Strahlteilerwürfel lässt sich ein Abstand zwischen dem Ort der Atome und der ersten Linse von ca. 140 mm nicht unterschreiten. Mit einem Durchmesser von 50 mm bildet sie die begrenzende Apertur der Abbildung (numerische Apertur $N. A. \simeq 0,17$).

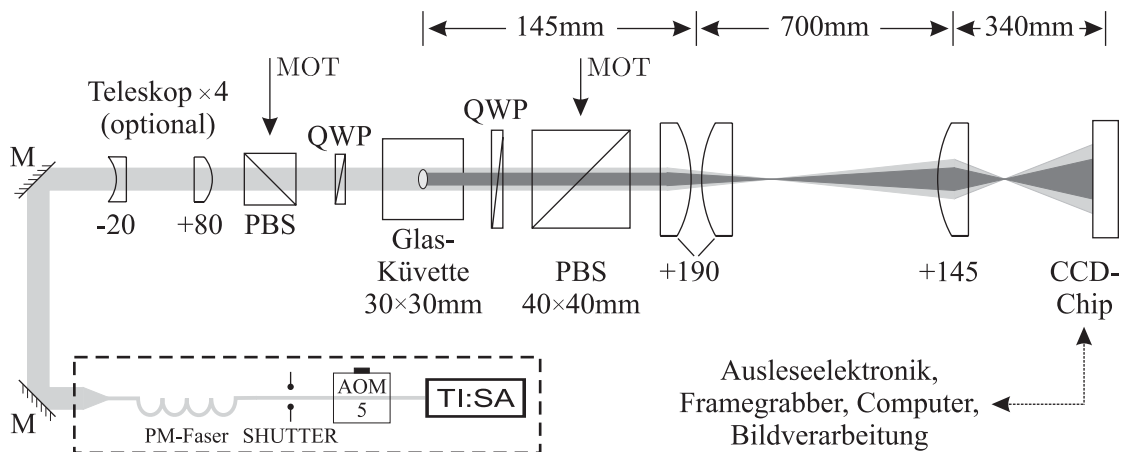


Abbildung 8.1: *Experimenteller Aufbau zur Aufnahme von Absorptionenaufnahmen (nicht maßstabsgetreu). Der Schatten einer Atomwolke im Nachweisstrahl wird mit einer Anordnung von drei achromatischen Linsen auf den Chip einer CCD-Kamera abgebildet. Der Nachweisstrahl propagiert transversal zur Richtung des schwachen Einschlusses der magnetischen Falle bzw. der Dipolfalle. Der Aufbau innerhalb des eingerahmten Bereichs ist im Detail in Abbildung 9.1 dargestellt.*

Die Vergrößerung des Abbildungssystems beträgt knapp 4. Mit einer Ausdehnung des CCD-Chips von ca. $6,7 \times 9,0$ mm wird somit ein Sichtfeld von $1,7 \times 2,2$ mm abgedeckt, so dass die Expansion einer fallenden Wolke über eine Zeit von 20 ms verfolgt werden kann, ohne dass eine Verschiebung der Kamera erforderlich wäre⁶. Die gewählte Vergrößerung stellt einen guten Kompromiss hinsichtlich eines ausreichend großen Sichtfeldes bei gleichzeitig hoher *geometrischer* Auflösung des Abbildungssystems von $1,6 \mu\text{m}/\text{Pixel}$ dar. Das (maximale) *optische* Auflösungsvermögen des Systems wurde anhand der Abbildung einer Apertur von $1 \mu\text{m}$ Durchmesser („pinhole“) bestimmt. Aus der Anpassung einer Gauß-Kurve an das aufgezeichnete Bild ergab sich eine volle Halbwertsbreite (FWHM) der Struktur von 3 Pixeln, entsprechend einer Ausdehnung von ca. $4,8 \mu\text{m}$.

Fokussierung des Abbildungssystems

Das optische Auflösungsvermögen ist (im Gegensatz zur geometrischen Auflösung) extrem sensitiv auf den Abstand des Abbildungssystems vom Ort der Atome. Dieser Abstand muss daher „am lebenden Objekt“, d. h. anhand von Absorptionsaufnahmen möglichst kleiner Wolken von Atomen optimiert werden. Die im Folgenden beschriebene Methode, das Abbildungssystem auf den Ort der Atome „scharf zu stellen“, beruht auf den für Absorptionsmessungen eigentlich unerwünschten dispersiven Eigenschaften einer Atomwolke. Für hinreichend dichte Wolken (insbesondere für Kondensate) spielt die mit der räumlichen Variation der atomaren Dichte verbundene Änderung des Brechungsindex eine wichtige Rolle. Im Bild der geometrischen Optik kommt es aufgrund von Brechung zu Verzerrungen im aufgezeichneten Profil der Säulendichte, sofern das Abbildungssystem nicht korrekt fokussiert ist.

Abbildung 8.2 veranschaulicht die beiden Situationen der Detektion mit blau- ($\delta > 0$) bzw. rot-verstimmtem Nachweislicht ($\delta < 0$). Im ersten Fall ist der Brechungsindex der Atomwolke kleiner eins, das Objekt wirkt demzufolge als Zerstreuungslinse. In die grau markierten Bereiche gelangt somit mehr Licht, als dies ohne Berücksichtigung der Brechung der Fall wäre. Ist die Abbildung nun nicht auf den Ort der Wolke, sondern bspw. auf die Ebene bei B scharf gestellt, so wird die scheinbare optische Dichte vom tatsächlichen Profil in Bild (1) abweichen und qualitativ die in Bild (3) gezeigte Form annehmen. Licht, das in die außerhalb des eigentlichen Nachweisstrahl liegenden Bereiche gebrochen wurde, führt an den beiden Rändern des Profils zu einer scheinbar negativen optischen Dichte. Befindet sich die „Fokalebene“ des Systems hingegen vor der Wolke bei A, so ist das virtuelle Bild der Abbildung zu berücksichtigen, von welchem die gepunktet eingezeichneten Strahlen auszugehen scheinen. In diesem Fall bewirkt das zusätzliche, scheinbar aus dem Zentrum der Wolke kommende Licht wiederum eine (scheinbar) negative optische Dichte in der Mitte des aufgenommenen Profils, wie in Bild (2) zu sehen ist. In der Situation mit

⁶ Für Absorptionsaufnahmen großer Wolken, etwa in der UHV-MOT oder in der magnetischen Falle vor der Verdampfungskühlung, ist ein weitaus größeres Sichtfeld erforderlich. Zu diesem Zweck wird das in Abbildung 8.2 gezeigte System durch Einsetzen zweier Linsen und eines Spiegels an fest definierten Orten erweitert, wodurch sich die Wolke in einer nun verkleinernden Abbildung (Faktor 0,2) auf eine weitere CCD-Kamera (*PULNIX*, TM-9701, 8-Bit) abbilden lässt. Deren Sichtfeld beträgt ca. 15×15 mm.

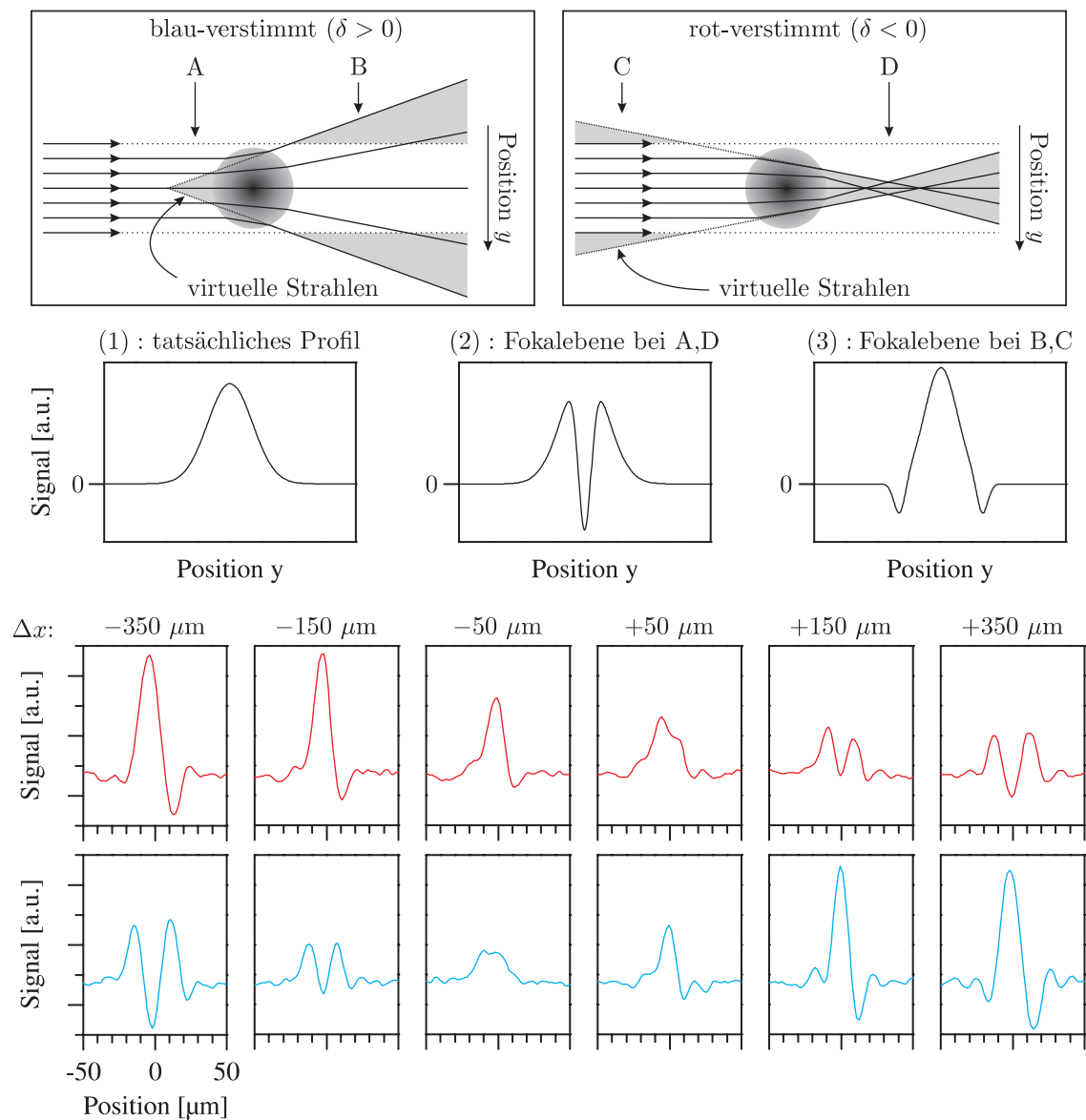


Abbildung 8.2: Einfluss der Brechung auf die detektierte, scheinbare optische Dichte. Beim Nachweis einer Wolke von Atomen mit einem blau- bzw. rot-verstimmten Laser gelangt mehr Licht in die grau markierten Bereiche als dies ohne Berücksichtigung der Brechung der Fall wäre. Dies führt zu Bereichen mit einer scheinbar negativen optischen Dichte, wobei das beobachtete Profil (2) bzw. (3) je nach Lage der „Fokalebene“ des Abbildungssystems gegenüber dem tatsächlichen Profil (1) unterschiedlich verzerrt ist. Im Experiment kann dieser Effekt ausgenutzt werden, um das Abbildungssystem durch Variation der Kameraposition (Δx) auf den Ort der Atome scharf zu stellen, wie die beiden Serien von Profilen der scheinbaren optischen Dichte beim Nachweis kleiner, dichter Wolken mit rot- (oben) bzw. blau-verstimmtem (unten) Licht verdeutlichen.

rot-verstimmtem Nachweislicht ($\delta < 0$) verläuft die Argumentation analog, allerdings sind die Rollen von Fokalebene vor bzw. hinter der Wolke vertauscht.

Die qualitativ motivierten Verzerrungen in der scheinbaren optischen Dichte werden im Experiment tatsächlich beobachtet, wie die beiden Serien mit Profilen der optischen Dichte beim Nachweis kleiner, dichter Wolken mit $\delta = -2\pi \cdot 12$ MHz (oben) bzw. $\delta = +2\pi \cdot 12$ MHz (unten) in Abbildung 8.2 belegen. Innerhalb einer Serie wurde die CCD-Kamera ausgehend von der letztlich gewählten Position bei $\Delta x = 0$ um maximal $\pm 350 \mu\text{m}$ längs der Propagationsrichtung des Nachweisstrahls bewegt, wobei Verschiebungen $\Delta x > 0$ einem zunehmendem Abstand der Kamera vom Ort der Atome entsprechen. Die Fokalebene der Abbildung bewegt sich ausgehend vom Ort der Atome um Distanzen $-\Delta x/V^2$, wobei V die Vergrößerung der Abbildung bezeichnet. Einer Bewegung der Kamera um $\Delta x = +350 \mu\text{m}$ entspricht somit eine Verschiebung der Fokalebene um gut $20 \mu\text{m}$ entgegen der Propagationsrichtung des Nachweisstrahls. Anhand der in Abbildung 8.2 gezeigten Serien wurde schließlich die (scheinbar) ideale Position der Kamera ermittelt⁷.

Dispersive Effekte lassen sich lediglich beim Nachweis auf Resonanz oder aber bei sehr hoher Verstimmung δ vermeiden. Für den Nachweis im Experiment sind dennoch Verstimmungen im Bereich einiger natürlicher Linienbreiten Γ_{nat} zu verwenden, da einerseits die hohe (resonante) optische Dichte einer Wolke auf Resonanz nicht aufgelöst werden kann⁸, andererseits das Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei sehr hohen Verstimmungen zu klein wird⁹.

CCD-Kamera und Wahl der Nachweisparameter

Im Experiment wird eine so genannte „Slow-Scan“-Kamera (*THETA-SYSTEMS*, SIS1-S285M, 3 MHz Ausleserate) eingesetzt, welche sich durch ein außerordentlich geringes Ausleserausachen von 2, 5 Elektronen (rms) auszeichnet. Mit einer auch als „Full-Well capacity“ bezeichneten Elektronenkapazität des CCD-Chips (*SONY*, ICX285AL, 1392×1040 Pixel, Pixelgröße $6,45 \mu\text{m} \times 6,45 \mu\text{m}$) von 18.000 Elektronen/Pixel beträgt die Dynamik des Kamerasystems 7200 : 1 (entsprechend einer Auflösung von knapp 13 bit) und beschränkt die maximal detektierbare optische Dichte auf $\mathcal{D} = \ln 7200 \simeq 8,9$. Die Auslese-Elektronik

⁷ Neben der beschriebenen Methode bietet es sich auch an, die Position der Kamera hinsichtlich eines möglichst hohen Aspektverhältnisses der aufgezeichneten Säulendichte einer unexpandierten Wolke zu optimieren. Unter Umständen können auch eine möglichst kleine detektierten Wolkengröße bzw. eine möglichst hohe detektierte optische Dichte beim Nachweis sehr kleiner Atomwolken auf Resonanz als Kriterien herangezogen werden. Hierbei ist es allerdings erforderlich, das Nachweislicht sehr genau auf die atomare Resonanz abzustimmen, um Verzerrungen im aufgenommenen Profil der optischen Dichte gemäß Abbildung 8.2 zu vermeiden.

⁸ Für das Kondensat mit $N_c = 1,9 \cdot 10^6$ Atome in Abbildung 10.1 beträgt die (zentrale) Säulendichte ca. $\tilde{n}_0 \simeq 3,6 \cdot 10^{15}/\text{m}^2$, woraus sich eine resonante optische Dichte von $\mathcal{D}^{(0)} \simeq 1000$ ergibt. Nach 20 ms Expansion hat deren Wert auf ca. 60 abgenommen und liegt damit immer noch deutlich oberhalb der im Experiment auflösbaren optischen Dichten von typischerweise 4 bis 5.

⁹ Das Signal $\ln(I_t/I_0)$ skaliert gemäß Gleichung (8.2) proportional $1/\delta^2$, dispersive Effekte verschwinden bei großen Verstimmungen hingegen mit $1/\delta$.

und der Framegrabber sind mit einer Speichertiefe von 14 bit auf die Dynamik des Systems abgestimmt. Die experimentell detektierbare optische Dichte erreicht allerdings maximal Werte im Bereich 4 bis 5. Dies ist einerseits eine Folge des bereits erwähnten Streulicht-hintergrundes. Darüber hinaus verringert der spektrale Untergrund des Nachweislasers, welcher durch die Atomwolke nicht oder nur gering abgeschwächt wird, deren scheinbare optische Dichte. Eine quantitative Auswertung von Absorptionenaufnahmen ist somit nur dann möglich, wenn die Transmission der Atomwolke groß im Vergleich zu dieser technisch bedingten, scheinbaren Transmission ausfällt. Demzufolge wird die Verstimmung des Nachweislasers in der Regel so gewählt, dass die optische Dichte der Wolke Werte im Bereich 2 bis 3 annimmt. Bei Expansionszeiten um 20 ms werden für den Nachweis eines Kondensats typischerweise Verstimmungen von $\delta \approx 2\pi \cdot 15$ MHz eingesetzt. Ausgehend von einer optischen Dichte von 2,5 kann die Säulendichte $\tilde{n}(y, z)$ bei Sättigung des CCD-Chips mit einer Anzahl von Graustufen entsprechend einer Dynamik von ca. 13 bit aufgelöst werden.

Eine Sättigung des CCD-Chips in Bereichen außerhalb des abgebildeten Schattens der Wolke lässt sich sowohl über eine hohe Laserintensität, als auch bei langer Dauer der Belichtung erreichen. Erstrebenswert sind allerdings kurze Pulse des Nachweislasers, da ansonsten die frei fallende Wolke während der Belichtung eine signifikante Strecke zurücklegen und somit die Abbildung ausschmieren würde. Bei einer typischen Dauer des Belichtungspulses von $\tau_B = 100 \mu\text{s}$ wird zur Sättigung des CCD-Chips die knapp 9-fache Sättigungsintensität des stärksten Übergangs benötigt¹⁰. Die Verwendung solch hoher Intensitäten ist in zweierlei Hinsicht problematisch. Einerseits führt die Absorption von Photonen aus dem Nachweisstrahl, gefolgt von der ungerichteten spontanen Emission, zu einer Translation und einer Verbreiterung der Wolke von Atomen. Die Translation Δx eines Atoms entlang der Propagationsrichtung des Nachweisstrahls ist näherungsweise durch

$$\Delta x = \frac{1}{2} \frac{\hbar k \tau_B^2}{m} \frac{\Gamma_{\text{nat}}}{2} \frac{I/I_S}{1 + I/I_S + 4\delta^2/\Gamma_{\text{nat}}^2} \quad (8.6)$$

gegeben [39] und beträgt bei $I = 9 \cdot I_S$, $\delta = 2\pi \cdot 15$ MHz sowie der angegebenen Belichtungsdauer ca. 140 μm . Gemäß den Ausführungen anhand von Abbildung 8.2 ist bei derartigen Verschiebungen des Objekts bereits mit erheblichen Verzerrungen des abgebildeten Profils der optischen Dichte zu rechnen. Andererseits trägt bei hohen Intensitäten der zweite, von I_S abhängige Term der rechten Seite in Gleichung (8.2) signifikant zum Signal bei. Die weitere Auswertung zur Bestimmung der Säulendichte $\tilde{n}(y, z)$ wird in diesem Fall stark von einer (schwierigen) Eichung des Signals auf dem CCD-Chip in Einheiten der Sättigungsintensität abhängen.

Durch so genanntes (Hardware-)Binning benachbarter CCD-Pixel ist es möglich, die zur Sättigung des CCD-Chips erforderliche Intensität zu reduzieren. Hierbei werden die Kapazitäten mehrerer CCD-Pixel bereits vor dem Auslesen kombiniert, was einer effek-

¹⁰ Mit einer „Full-Well capacity“ von 18000 e^- /Pixel und einer Quanteneffizienz von 12 % führen $1,5 \cdot 10^5$ Photonen/Pixel zur Sättigung des CCD-Chips, entsprechend einer Leistung von 0,4 nW/Pixel bei 100 μs Belichtungsdauer. Die erforderliche Intensität berechnet sich bei einer Pixelgröße von $6,45 \mu\text{m} \times 6,45 \mu\text{m}$ zu $0,9 \text{ mW/cm}^2$. Aufgrund der 4-fachen Vergrößerung der Abbildung entspricht dies einer 16-fach größeren Intensität am Ort der Atome, also ca. 15 mW/cm^2 .

tiv vergrößerten Pixelfläche bei gleichzeitig reduzierter Pixelanzahl entspricht. Im Experiment wurde zumeist ein Binning mit 3×3 Pixeln gewählt, wodurch sich die zur Sättigung des Chips benötigte Intensität bei noch ausreichend hoher (geometrischer) Auflösung des Abbildungssystems von ca. $4,9 \mu\text{m}/\text{Pixel}$ um einen Faktor 9 auf knapp eine Sättigungsintensität I_S vermindert. Darüber hinaus ist es in vielen Situationen nicht notwendig, die optische Dichte mit der verfügbaren Speichertiefe aufzulösen. So kann eine optische Dichte von 2,5 bei einer nochmals um einen Faktor 3 reduzierten Intensität (entsprechend einer Leistung des Nachweisstrahls von ca. $50 \mu\text{W}$) immer noch mit einer Speichertiefe von 12 bit aufgelöst werden.

Kapitel 9

Experimenteller Aufbau

Die folgenden Abschnitte sind den wichtigsten Komponenten des experimentellen Aufbaus gewidmet. Konzeptionell basiert dieser auf dem Konstanzer Experiment zur Bose-Einstein-Kondensation, welches in der Dissertation von U. Ernst beschrieben ist [134]. Der Umzug der Arbeitsgruppe von der Universität Konstanz an das MPI für Quantenoptik in Garching im Herbst 1999 bot die Gelegenheit, eine neue und in vielerlei Hinsicht leistungsfähigere Apparatur zu entwickeln. Die wesentliche Zielsetzung der Entwicklung einer BEK-Apparatur der „zweiten Generation“ bestand darin, die Stabilität des Experimentes zu erhöhen, sowie die Dauer des experimentellen Zyklus zu reduzieren. Die bedeutendsten Veränderungen wurden am Lasersystem, der Vakuumapparatur und mit dem Aufbau einer weiterentwickelten magnetischen Falle vorgenommen. Hinsichtlich des Lasersystems und der Vakuumapparatur sind in den beiden folgenden Abschnitten lediglich die wichtigsten „Eckdaten“ zusammengefasst, eine ausführliche Darstellung ist in der Dissertation von J. Schuster nachzulesen [39]. Anschließend folgt eine detaillierte Beschreibung und Charakterisierung der magnetischen Falle, deren Entwicklung einen wesentlichen Bestandteil dieser Arbeit bildet. In Abschnitt 9.4 wird schließlich auf den Aufbau der Dipolfalle eingegangen.

9.1 Lasersystem

Zur Kühlung und Manipulation ultrakalter Rubidiumatome wird kohärentes Licht bei einer Wellenlänge von 780 nm (D_2 -Linie) benötigt, dessen spektrale Breite die natürliche Linienbreite der atomaren Übergänge von ca. 6 MHz signifikant unterschreitet. Die im Experiment adressierten Übergänge sind im Termschema B.1 entsprechend gekennzeichnet. Da sich die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von 6,8 GHz nicht mit kommerziellen akusto-optischen Modulatoren (AOM's) überbrücken lässt, werden für den MOT- bzw. Rückpumpübergang zwei Lasersysteme benötigt.

Um die Dampfzellen-MOT im Hinblick auf eine hohe Laderate mit großen Strahldurchmessern und hoher Lichtintensität betreiben zu können (siehe auch Kapitel 7.1), kommt

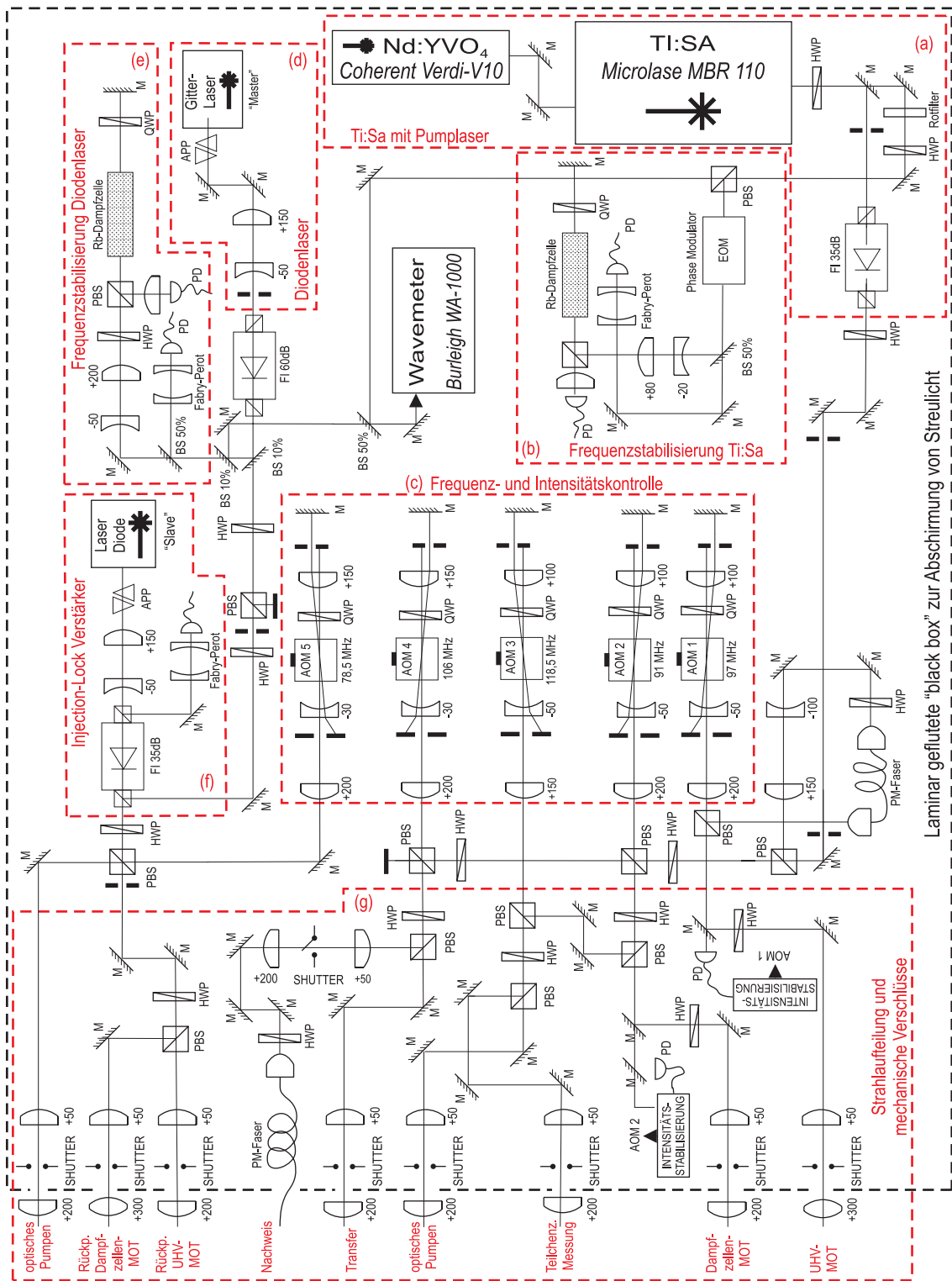


Abbildung 9.1: Lasersystem und Optik-Aufbau in schematischer Darstellung.



Abbildung 9.2: Fotografie des Lasersystems. Auf der linken Seite sind das Diodenlasersystem (vorne) bzw. das Titan-Saphir-Lasersystem (hinten) zu erkennen. Im mittleren Bereich werden die Strahlen beider Laser aufgeteilt und durch akusto-optische Modulatoren in ihrer Frequenz verschoben. Schließlich gelangen die Strahlen durch mechanische Verschlüsse auf der rechten Seite zur Vakuumapparatur.

ein Titan-Saphir-Ringlaser (Ti:Sa, *COHERENT-MICROLASE*, MBR-110) zum Einsatz. Dieser wird durch einen frequenzverdoppelten ND:YVO₄-Laser (*COHERENT*, Verdi V-10) bei 532 nm gepumpt, wobei sich bei 10 W Pumpleistung eine Ausgangsleistung von ca. 1,3 W im täglichen Gebrauch erreichen lässt. Gegenüber Diodenlasern mit hoher Ausgangsleistung, bspw. unter Verwendung sog. „Tapered-Amplifier“-Dioden, zeichnet sich der Ti:Sa-Laser durch seine hohe Strahlqualität aus ($M^2 \simeq 1,15$).

Als Quelle für das Rückpumplicht wird ein gitterstabilisierter Diodenlaser eingesetzt, der in der Arbeitsgruppe entwickelt wurde [179]. Mit einer 30 mW Laserdiode (*SHARP*, LTO25MDO) beträgt die ausgekoppelte Leistung ca. 20 mW, was allerdings für den optimalen Betrieb beider MOT's nicht ausreicht. Das Licht wird daher in eine freilaufende Laserdiode (*SANYO*, DL-7140-001) injiziert. Bei diesem sog. „Injection-Lock“-Verfahren [180] übertragen sich die spektralen Eigenschaften des gitterstabilisierten „Master“-Lasers auf jene des „Slave“-Lasers. Für das Experiment stehen schließlich 80 mW zur Verfügung.

Um die Frequenz des Lichts auf eine atomare Resonanz zu stabilisieren, wird bei beiden Lasersystemen auf Doppler-freie Sättigungsspektroskopie an Rubidium in einer Dampfzelle zurückgegriffen. Das für die Regelung erforderliche Fehlersignal wird mittels eines Phasenmodulationsverfahrens gewonnen [181, 182]. Eine detaillierte Beschreibung dieser generell in der Arbeitsgruppe zur Frequenzstabilisierung eingesetzten Methode ist in den Referenzen [183, 179] zu finden. Die Linienbreiten der stabilisierten Lasersysteme wurden jeweils aus dem Rauschen des Fehlersignals ermittelt, wobei dessen Pegel anhand des Spektroskopiesignals geeicht wurde. Demzufolge weist der Ti:Sa-Laser eine Linienbreite

von ca. 40 kHz (rms, im Frequenzband 100 mHz bis 100 kHz) auf¹. Für den Gitterlaser, welcher geringeren Ansprüchen hinsichtlich der spektralen Eigenschaften genügt, ergibt sich im gleichen Frequenzband eine Linienbreite von typischerweise 300 bis 400 kHz.

Der Ti:Sa-Laser wird auf eine sog. „cross-over“-Resonanz [178] ca. 212 MHz unterhalb des Übergangs $f_g = 2 \rightarrow f_e = 3$ stabilisiert. Ausgehend von dieser Frequenz lassen sich mittels vier AOM's die gewünschten Übergänge für die beiden MOT's (AOM1 und AOM2 in Abbildung 9.1), für das optische Pumpen (AOM3) sowie für den Nachweis bzw. den Transfer (AOM4) erreichen. Der Gitterlaser ist unmittelbar auf den Rückpumpübergang $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$ stabilisiert. Ein Teil des Lichts wird abgezweigt und durch einen weiteren Modulator (AOM5) für das optische Pumpen in den Zustand $|1, -1\rangle$ (siehe Kapitel 7.2) mit dem Übergang $f_g = 1 \rightarrow f_e = 1$ in Resonanz gebracht. Sämtliche AOM's werden im „double-pass“-Modus betrieben, um die frequenzabhängige Ablenkung des Strahls bei nur einmaligem Durchgang durch den Modulator zu kompensieren.

Das gesamte Lasersystem ist schematisch in Abbildung 9.1 und als Fotografie in Abbildung 9.2 dargestellt. Es befindet sich zusammen mit der Vakuumapparatur auf einem optischen Tisch und nimmt die Hälfte von dessen Fläche von $1,5 \times 4,5 \text{ m}^2$ ein.

9.2 Vakuumapparatur

Wie eingangs von Kapitel 7 ausgeführt wurde, ist die Vakuumapparatur für den Betrieb zweier magneto-optischer Fallen in unterschiedlichen Druckbereichen des Vakuums konzipiert. Das Herzstück der Apparatur ist in Abbildung 9.3 schematisch dargestellt und teilt sich in drei Bereiche auf. Eine Fotografie der gesamten Apparatur ist in Abbildung 9.4 zu sehen.

Die obere Kammer besteht aus einem Doppel-Kreuzstück mit sechs entlang paarweiser orthogonaler Achsen angebrachten CF-40 Flanschen, die mit antireflexbeschichteten Vakuumfenstern (*BALZERS*, Iralin Spezial 750–900 nm) für die Strahlen der Dampfzellenfalle versehen sind. Über ein Faltenbalgventil ist an einen der sieben CF-16 Flansche ein beheizbares Rubidiumreservoir angeschlossen. Ohne Beheizung stellt sich in der oberen Kammer ein Rb-Partialdruck von einigen 10^{-8} mbar ein, was für einen Betrieb der Dampfzellenfalle mit hoher Laderate (vgl. Tabelle 7.1) völlig ausreicht. Weitere CF-16 Vakuumfenster dienen der Beobachtung der Wolke mit CCD-Kameras und einem Fotomultiplier sowie dem Eintritt des Strahls für den Transfer von Atomwolken in die UHV-MOT².

Der Dampfzellenrezipient ist über ein Aluminium-Röhrchen mit dem mittleren Bereich der Apparatur verbunden, an welchen sämtliche Pumpen des Systems angeschlossen sind. Die

¹ Die Linienbreite des Ti:Sa-Systems war im Lieferzustand zunächst unzureichend und konnte erst durch Umbaumaßnahmen an der Regelelektronik verbessert werden. Dank gebührt an dieser Stelle Herrn Thomas Fischer aus dem Nachbarlabor.

² Die geometrische Anordnung der Vakuumfenster bzw. der MOT-Strahlen erlaubt prinzipiell auch den Transfer von Atomen in einer sog. „moving molasses“ [184, 185].

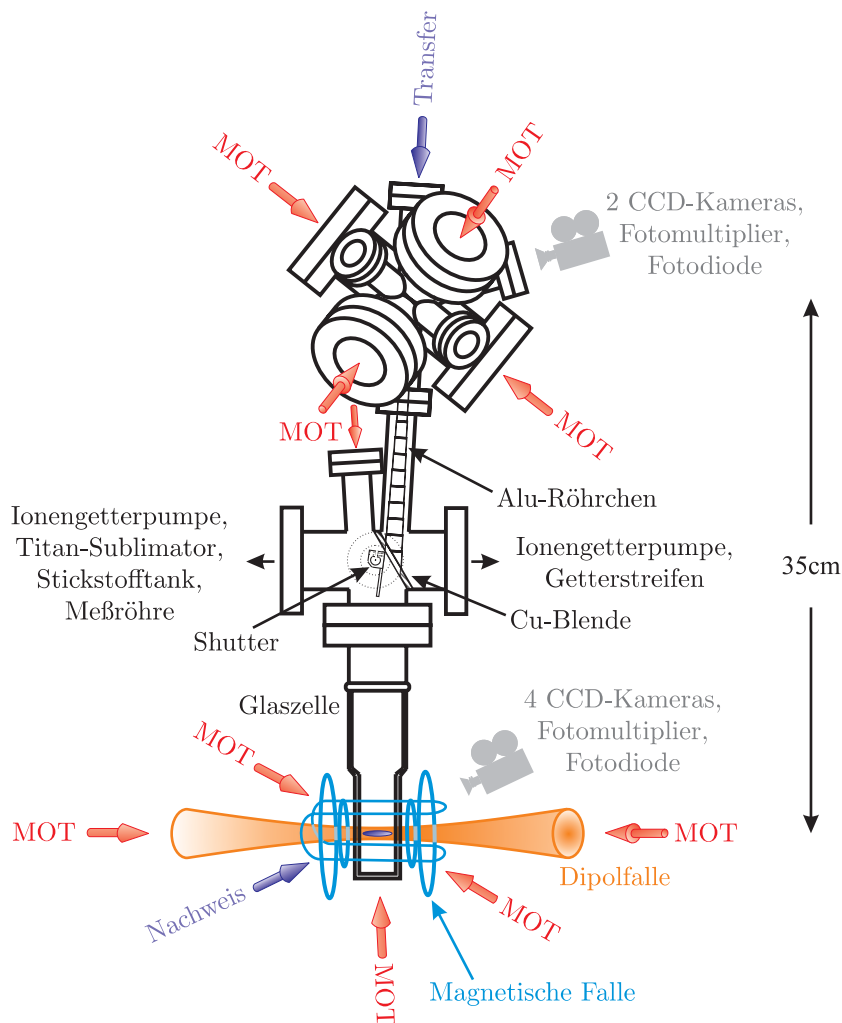


Abbildung 9.3: Zentraler Teil der Vakuumapparatur. Atome werden im oberen Rezipienten in einer Dampfzellenfalle aus dem Hintergrundgas eingefangen und mittels resonantem Lichtdruck durch ein Alu-Röhrchen in die Glaszelle transferiert. In diesem Bereich findet die Speicherung der Atome in der UHV-MOT, der magnetischen Falle, sowie in der Dipolfalle statt.

Verbindung zur oberen Kammer lässt sich durch ein drehbar gelagertes Plättchen schließen, um den Eintritt eines Strahls „heißer“ Rubidiumatome in den unteren Bereich der Apparatur zu verhindern³. Durch ein CF-16 Fenster, welches wie die Verbindung zur oberen Kammer um $3,5^\circ$ gegenüber der Vertikalen geneigt ist, tritt der von oben kommende Strahl für die UHV-MOT ein. In dieser Anordnung können beide MOT's mit sechs voneinander unabhängigen Strahlen betrieben werden, wodurch die mit großen Einschränkungen verbundene gemeinsame Nutzung eines Strahls für beide MOT's in der Konstanzer Apparatur vermieden wird [134].

³ Die Befürchtung, die Lebensdauer magnetisch oder optisch gespeicherter Atome könnte während des Betriebs des Experiments bei offener Stellung des „Shutters“ im Vergleich zur Situation mit abgedeckter Blende signifikant abnehmen, hat sich allerdings nicht bestätigt.

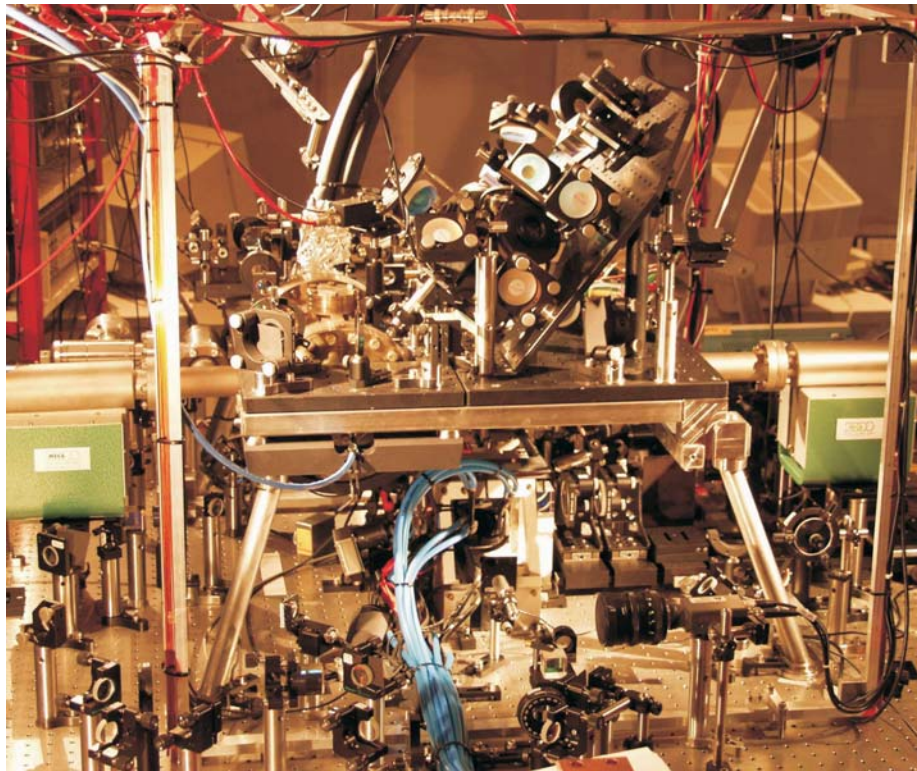


Abbildung 9.4: Fotografie der Vakuumparatur einschließlich der sie umgebenden optischen Elemente.

Am unteren Ende der Apparatur befindet sich schließlich eine quaderförmige Glaszelle (*HELMA*, Duran-Glas, $3 \times 3 \times 7$ cm), die jenen Bereich des Vakuums umgibt, in welchem die Atome in der UHV-MOT, der magnetischen Falle und in der Dipolfalle gespeichert werden. Die Küvette ist an einen Glas-Metall-Übergang (*VARIAN*, FGA-0150-SP) angeschmolzen und an ihren Außenflächen mit einer Breitband-Antireflexbeschichtung (*LASEROPTIK*, AR 780 HT 532 – 1064 nm) versehen, die sowohl den Betrieb der UHV-MOT als auch den einer weit verstimmtten Dipolfalle bei einer Wellenlänge von 1030 nm erlaubt.

Der untere UHV-Bereich wird durch eine edelgasstabile Ionengetterpumpe (*MECA 2000*, PID 25, 25 l/s) und eine Titan-Sublimationspumpe (*HOSITRAD*, TSP1/70) evakuiert. Dem Sublimator dient die Innenseite eines hohlzylinderförmigen Tanks (ca. 280 cm^2) als Getterfläche. An der Eintrittsblende der Sublimationspumpe beträgt deren Saugleistung durchschnittlich 300 l/s für die Gase H_2 , N_2 , O_2 , CO , CO_2 und H_2O ⁴. Der Dampfzellenrezipient ist über das Volumen zwischen der Außenwand des Alu-Röhrchens und der Innenwand der Rohrverbindung mit dem zentralen Kreuzstück der Apparatur und schließlich mit einer weiteren Ionengetterpumpe vom bereits genannten Typ verbunden. Der Druck wird im Bereich der Pumpen mit einer Bayard-Alpert-Ionisationsmeßröhre (*GRANVILLE-PHILLIPS*, 274023), bzw. aus dem Ionenstrom der beiden Ionengetterpumpen ermittelt.

⁴ Der Tank kann mit flüssigem Stickstoff befüllt werden, wodurch sich die die Pumpleistung auf durchschnittlich 350 l/s erhöht. Da der Druck im Bereich der Glaszelle für alle hier beschriebenen Experimente ausreichend gering ist, wurde hierauf in der Regel verzichtet.

Innerhalb der Glaszelle ist von einem Druck von einigen 10^{-11} mbar bis 10^{-10} mbar auszugehen⁵, in Übereinstimmung mit den anhand der Lebensdauer eines magnetisch gespeicherten Ensembles abgeschätzten Vakuumbedingungen (siehe Abschnitt 9.3.2).

9.3 Eine hochstabile magnetische Falle für die Bose-Einstein-Kondensation

Die magnetische Falle ist ein zentraler Bestandteil einer BEK-Apparatur⁶. Letztlich steht und fällt die Reproduzierbarkeit des gesamten Experimentes mit der Stabilität des magnetischen Speicherpotentials: Sowohl die Temperatur als auch die Teilchenzahl einer Atomwolke hängen empfindlich von der Potentialtiefe am Ende der Rf-induzierten Verdampfungskühlung ab. Da die Radiofrequenz aber fest vorgegeben wird, entsprechen Fluktuationen des Potentialminimums (d. h. Fluktuationen des Magnetfeldes \tilde{B}_0 am Fallenboden) solchen der Potentialtiefe. Messungen an Kondensaten werden in aller Regel anhand von Absorptionenaufnahmen, also destruktiv durchgeführt. Folglich ist die Präparation von Ensembles mit nahezu identischer Temperatur und Teilchenzahl über viele aufeinander folgende Experimentzyklen unabdingbare Voraussetzung für quantitative Untersuchungen. Neben schnellen Fluktuationen müssen daher insbesondere Driften des Magnetfeldes \tilde{B}_0 auf der Zeitskala der Wiederholrate des experimentellen Ablaufs vermieden werden.

9.3.1 Aufbau der Ioffe-Falle

Bei der im Folgenden beschriebenen magnetischen Falle handelt es sich um eine Weiterentwicklung der Ioffe-Pritchard-Falle (siehe auch Kapitel 7.3.1), welche am Konstanzer BEK-Experiment eingesetzt wurde [153, 107, 134]. Angesichts der zuvor geführten Argumentation wurde bei der Entwicklung der „zweiten Generation“ eine hohe Stabilität des Speicherpotentials mit höchster Priorität verfolgt⁷.

Anforderungen an den Aufbau der magnetischen Falle

- **Stabilität:** Wie eingangs erläutert wurde, ist die Stabilität des Offset-Feldes \tilde{B}_0 der entscheidende Parameter einer Ioffe-Falle hinsichtlich der Reproduzierbarkeit des Experiments. Bei fester Radiofrequenz ν_{rf} am Ende der Verdampfungskühlung stellt sich die Temperatur T des Ensembles in Abhängigkeit von \tilde{B}_0 gemäß der Beziehung

⁵ Bei größten anzunehmenden Vakuum-Unfällen kann der Einsatz von *VACSEAL* wärmstens empfohlen werden! Zitat aus den Herstellerangaben: „The use of this product almost always results in reduced downtime, and **on occasion has been known to save an experiment in progress**“.

⁶ Bei derzeit über 45 BEK-Experimenten weltweit (!) stellen zwei Experimente mit der Verwendung gekreuzter Dipolfallen [165, 17] die bislang einzigen Ausnahmen vom Einsatz magnetischer Fallen dar.

⁷ Eine detaillierte Darstellung findet sich auch in der Diplomarbeit von B. Sang [132]. Für seinen unermüdlichen Einsatz bei der Umsetzung nachfolgender Anforderungen gebührt ihm ein besonderer Dank.

$\eta k_B T = 2h\nu_{\text{rf}} - \mu_B \tilde{B}_0 \text{ ein}^8$ (für Atome im Zustand $|2, +2\rangle$), siehe auch Gleichung (7.10). Änderungen von \tilde{B}_0 führen daher zu Temperaturänderungen $\partial T / \partial \tilde{B}_0 \simeq -67/\eta \text{ nK/mG} \simeq 5 \text{ nK/mG}$ (für $\eta \simeq 13$). Möchte man die Temperatur eines Ensembles von 100 nK jeweils auf 5% genau reproduzieren, **so dürfen demnach Fluktuationen und Driften des Offset-Feldes 1 mG nicht übersteigen**, entsprechend einer relativen Stabilität von $4 \cdot 10^{-4}$ bei $\tilde{B}_0 = 2, 5 \text{ G}$. Ausgehend von der Geometrie der Pinch-Spulen (siehe Tabelle 9.1) errechnet man bereits eine Änderung von \tilde{B}_0 um gut 10 mG, falls sich deren Abstand um lediglich 1 μm ändert. Aufgrund der in den Spulen anfallenden ohmschen Wärme ist eine Ausdehnung allerdings unvermeidbar. Die geforderte Stabilität des Offset-Feldes lässt sich somit nur dann erreichen, wenn die innerhalb eines Experimentzyklus auftretenden Driften bei jeder Wiederholung identisch verlaufen, was nur in einem exakt periodischen Betrieb des Experiments zu erreichen ist. Dennoch ist eine durchdachte mechanische Konstruktion der Falle sowie eine möglichst geringe Erwärmung der Spulen obligatorisch!

- **Einschluss und Potentialform:** Nach den Ausführungen in Kapitel 7.3.2 zum Transfer und zur Kompression der Ioffe-Falle muss deren Potentialform variabel sein, was die unabhängige Kontrolle aller Spulenströme erfordert. Im Hinblick auf eine effiziente Verdampfungskühlung sind eine hohe Rate elastischer Stöße und somit ein starker Einschluss günstig. Nach den Gleichungen (7.6) und (7.4) skalieren der Gradient bzw. die Krümmung der Anordnung gemäß $C \propto NI/d^2$ bzw. $B_2 \propto NI/d^3$, wobei NI die Amperewindungszahl und d den Abstand einer Spule vom Fallenzentrum bezeichnet. Demnach ist eine möglichst kompakte Anordnung der Spulen mit kleinen Abständen d anzustreben.
- **Schaltzeiten:** Soll eine Abnahme der Dichte einer Atomwolke während des Transfers in die magnetische Falle vermieden werden, so muss der Einschaltvorgang schnell auf einer Zeitskala erfolgen, welche durch die typische Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ eines Teilchens nach der Laserkühlung sowie die Ausdehnung σ der Wolke bestimmt ist ($\tau \simeq \sigma / \langle v \rangle \simeq 13 \text{ ms}$ mit $\sigma \simeq 1, 3 \text{ mm}$ und $\langle v \rangle \simeq 0, 1 \text{ m/s}$). Der Ausschaltvorgang sollte hingegen auf der Zeitskala der kleinsten inversen Fallenfrequenz in der komprimierten Falle nahezu instantan erfolgen ($\tau \simeq 1/200 \text{ Hz} = 5 \text{ ms}$), will man die freie Expansion eines Gases beobachten. Aus den Vorgaben für den Einschluss der Falle leitet sich eine erforderliche Amperewindungszahl NI ab, wobei nun die Windungszahl bzw. der Strom festzulegen ist. Durch die Größe der Glaszelle von $3 \times 3 \text{ cm}$ ist der mittlere Abstand d von ca. 30 mm nach unten limitiert, woraus sich eine Amperewindungszahl um 3500 ergibt. Da die Induktivität der Spulen mit N^2 skaliert, fällt die Entscheidung im Hinblick auf möglichst kurze Schaltzeiten zugunsten geringer Windungszahl (5 – 7) und hohem Strom ($\simeq 500 \text{ A}$).
- **Optischer Zugang:** Trotz des erwünschten kompakten Aufbaus sollte ein möglichst guter optischer Zugang zur Fallenregion gewährleistet sein, welcher viel Freiraum in der Planung weiterführender Experimente mit Kondensaten erlaubt. Neben dem erforderlichen Zugang für die Strahlen der UHV-MOT und der (gekreuzten) Dipolfalle

⁸ Der sog. Abschneideparameter η bezeichnet das Verhältnis von Fallentiefe und Temperatur und weist am Ende der Kühlung typischerweise Werte im Bereich 10 bis 15 auf.

stellt insbesondere das zum Nachweis der Atome verwendete hochauflösende Abbildungssystem (siehe Kapitel 8.2) hohe Anforderungen an den frei zugänglichen Raumwinkel.

In den folgenden Abschnitten wird anhand der *mechanischen Konstruktion*, der *elektrischen Beschaltung* sowie der *Kühlwasseraufbereitung* näher auf die Umsetzung dieser Kriterien eingegangen. Alle relevanten Parameter der Spulenanordnung und des Fallenpotentials sind schließlich in Tabelle 9.1 zusammengestellt.

Mechanische Konstruktion der Falle

Abbildung 9.5 zeigt den mechanischen Aufbau der magnetische Falle. Ausgangspunkt der Konstruktion sind die **Pinch-Spulen**. Sie bestehen aus sieben Windungen Kupferrohr, wobei der mittlere Abstand der Spulen $2\bar{A}$ ausgehend von den Abmessungen der Glasküvette so klein wie möglich gewählt und der mittlere Radius \bar{R} der Spulen gemäß $\bar{R} \simeq 0,59\bar{A}$ hinsichtlich einer maximalen Krümmung B_2 optimiert wurde (vgl. Kapitel 7.3.1). Aufgrund des quadratischen Leiterquerschnitts wird das Wicklungsvolumen optimal ausgenutzt. Die Kantenlänge von 4 mm bzw. der Innendurchmesser von 2 mm stellen einen guten Kompromiss zwischen möglichst geringem elektrischen Widerstand einerseits und möglichst hohem Kühlwasserdurchfluss bei vorgegebenem Leitungsdruck andererseits dar. Zur Isolation sind die Kupferrohre mit Schrumpfschlauch überzogen. Die Spulen zur Erzeugung des Quadrupolfeldes der UHV-MOT sind jeweils unmittelbar auf der zur Küvette zugewandten Fläche der Pinch-Spulen angeordnet. Sie bestehen aus 10 Lagen Kupferlackdraht (1 mm Durchmesser) zu je zwei Windungen und werden durch den thermischen Kontakt zu den Pinch-Spulen ausreichend gekühlt. Die MOT-Spulen erzeugen einen Gradienten $\partial B_z / \partial z$ von ca. 4 G/cm·A. Beide Spulen sind zur Fixierung gemeinsam in einem Zwei-Komponenten-Epoxydharz (*STYCAST* 2850FT3, Catalyst 9, schwarzes Material in Abbildung 9.5) eingegossen, einer Transformatorvergüßmasse, die sich durch einen geringen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von $3,6 \cdot 10^{-5}/\text{K}$, eine hohe Wärmeleitfähigkeit, große Härte sowie ihren elektrisch isolierenden Charakter auszeichnet.

Die **Ioffe-Stäbe** grenzen unmittelbar an den äußeren Rand der Pinch-Spulen an. Jeder „Stab“ besteht aus sechs einzelnen Leitern, deren Anordnung bereits in Abbildung 7.3 (b) im Original zu sehen war. Wiederum wurde quadratisches Kupferrohr, aufgrund der gegenüber den Pinch-Spulen größeren Länge der Leiter aber mit einer Kantenlänge von 5 mm und einem Innendurchmesser von 3 mm verwendet. Die Anordnung ist aus vier flachen, länglichen Spulen mit je drei Windungen zusammengesetzt, die die Kanten eines Quaders bilden. Die Spulen sind elektrisch in Serie geschaltet, stellen aber bzgl. der Kühlung separate Kreisläufe dar, um einen möglichst hohen Kühlwasserdurchfluss zu gewährleisten. An den beiden Enden der Anordnung sind die vier Spulen in *STYCAST* eingegossen, wodurch eine stabile mechanische Verbindung erzielt wird. In einer geometrisch perfekten Anordnung dieser Art würden sich die Beiträge der Spulendenen zum axialen Magnetfeld im Fallenzentrum \tilde{B}_0 vollständig kompensieren (die runden Abschlüsse einer Stabspule sind in Abbildung 9.5 zwischen den Trägern der rechten Spulenhalterung zu erkennen).

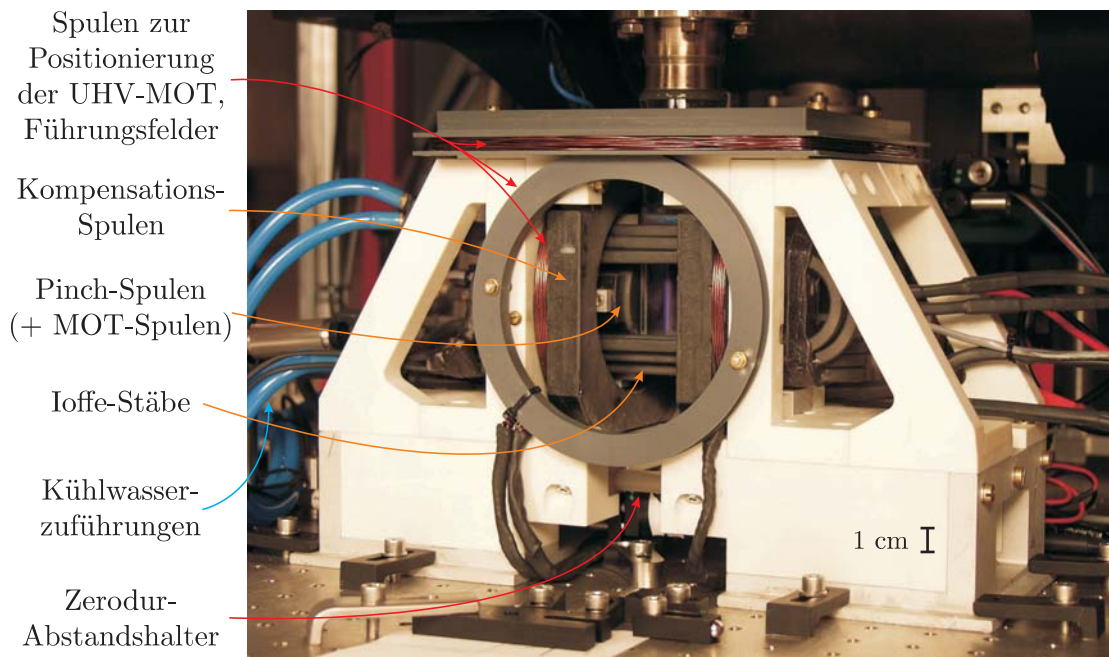


Abbildung 9.5: Fotografie der Ioffe-Pritchard-Falle. Pinch-, Kompensations-Spulen und Ioffe-Stäbe sind in schwarzem Kunststoff eingegossen und unmittelbar um die Glasküvette angeordnet. Am oberen Ende der Spulenhalterung ist der Glas-Metall-Übergang zu erkennen, welcher die Küvette mit der Vakuumapparatur verbindet (siehe auch Abbildung 9.3).

Die **Kompensations-Spulen** umschließen die Stäbe und befinden sich im kleinstmöglichen mittleren Abstand $2\bar{A}$ unmittelbar an der Küvette, um das Feld der Pinch-Spulen im Fallenzentrum bei möglichst geringer Amperewindungszahl zu kompensieren. Die Spulen bestehen jeweils aus fünf Windungen, wobei der Querschnitt des Kupferrohrs jenem der Ioffe-Stäbe entspricht. Der gewählte mittlere Spulenradius \bar{R} stellt einen Kompromiss zwischen den Forderungen nach größtmöglicher Homogenität des Feldes ($\bar{R} = 2\bar{A}$) bzw. größtmöglichem Feld ($\bar{R} = \sqrt{2}\bar{A}$) dar. Analog zu den Pinch-Spulen sind auch die Kompensations-Spulen in *STYCAST* eingegossen.

Alle Spulen sind in einer Halterung aus Kunststoff montiert, um die Induktion von Wirbelströmen beim Ein- bzw. Ausschalten der Magnetfelder zu vermeiden. Hierbei handelt es sich um Polybutylenterephthalat mit 30% Glasfaseranteil (Handelsname *TECADUR PBT GF 30*, weißes Material in Abbildung 9.5), ein äußerst festes, maßhaltiges und temperaturbeständiges Material, welches sich besonders durch den für Kunststoffe geringen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von $2,5 \cdot 10^{-5}/\text{K}$ auszeichnet⁹. Pinch- und Kompensationsspulen sind über Gewindehülsen, welche zusammen mit den Spulen in *STYCAST* eingegossen sind, mit der Halterung verschraubt. Die Befestigungspunkte an den Spulen sind hierbei derart gewählt, dass sich das Offset-Feld \tilde{B}_0 im Zuge einer *axialen*

⁹ An dieser Stelle geht ein besonderer Dank an Herrn Jauch von den wissenschaftlichen Werkstätten der Universität Konstanz für die erfolgreiche Bearbeitung ausgesprochen widerspenstiger Materialien wie *TECADUR* und *STYCAST*.

Ausdehnung der Spulen nicht ändert¹⁰. Weiterhin wurden die Befestigungen der Spulen hinsichtlich der verwendeten Materialien (Schrauben und Gewindehülsen bestehen aus einer Ti-Al-V-Legierung) und der Kontaktflächen so ausgeführt, dass sich ein möglichst geringer thermischer Kontakt zwischen den Spulen und der Halterung ergibt. Hierdurch wird eine langsame Erwärmung der Halterung weitestgehend vermieden. Schließlich können die Kompensations-Spulen über wenige mm längs der Spulenachse bewegt werden, um das verbleibende Magnetfeld \tilde{B}_0 im Fallenzentrum bei identischem Strom in allen Spulen (siehe hierzu den folgenden Abschnitt zur elektrische Beschaltung) einstellen zu können. Die beiden Hälften der Spulenhalterung sind über vier unter Spannung stehende Zerodur-Röhrchen mit einem thermischen Ausdehnungskoeffizienten von $1 \cdot 10^{-7}/\text{K}$ miteinander verbunden. Deren Auflagepunkte stimmen in axialer Richtung mit den Befestigungspunkten der Pinch- bzw. Kompensations-Spulen überein.

Die elektrischen Zuleitungen zur magnetischen Falle sind auf dem optischen Tisch als wassergekühlte Rohre größeren Querschnitts ausgeführt und dienen gleichzeitig der Kühlwasserzufuhr der Spulen. Die Wasserzufuhr ist in vier unabhängig durch Druckminderer regelbare Kreise aufgeteilt, so dass sich die Durchflussmengen durch Pinch-, Kompensations- sowie jeweils zwei Stab-Spulen einzeln regulieren lassen¹¹.

Elektrische Beschaltung der Falle

Entsprechend den Vorgaben für die mechanische Konstruktion steht auch bei der elektrischen Beschaltung der Spulen die Stabilität des Potentials im Vordergrund.

Das Offset-Feld \tilde{B}_0 entsteht im Wesentlichen aus der Differenz der (hohen) Magnetfelder von Pinch- und Kompensations-Spule, nach Abbildung 9.7 jeweils im Bereich von 360 G. Würden beide Spulen von unabhängigen Stromquellen versorgt, so dürfte deren relatives Stromrauschen $\Delta I/I$ einen Wert von $1 \text{ mG}/360 \text{ G} \simeq 3 \cdot 10^{-6}$ nicht übersteigen, um der geforderten Spezifikation für die Stabilität von \tilde{B}_0 zu genügen. Die Ansprüche an die Stabilität der Stromquelle fallen deutlich geringer aus, falls alle Spulen in Serie geschaltet vom selben Strom durchflossen werden. In solch einer Konfiguration kompensieren sich nicht nur die Magnetfelder größtenteils, sondern auch deren (korrelierte) Fluktuationen. Die geforderte relative Stromstabilität entspricht nun jener von \tilde{B}_0 , $\Delta I/I \simeq 1 \text{ mG}/2,5 \text{ G} \simeq 4 \cdot 10^{-4}$, die bereits im ersten Abschnitt dieses Kapitels diskutiert wurde. Im Experiment werden zwei in Serie geschaltete Netzgeräte vom Typ HP6681A (8 V/580 A) eingesetzt (in

¹⁰ Radiale Ausdehnungen der Pinch- bzw. Kompensations-Spulen führen zwar zu Änderungen von \tilde{B}_0 mit unterschiedlichen Vorzeichen, allerdings kompensieren sich die beiden Beiträge nicht vollständig. Es verbleibt eine Temperaturabhängigkeit von ca. 6 mG/K.

¹¹ Bei zu hohem Druck im Vorlauf der Kühlwasserzufuhr wird die Strömung in den dünnen Rohren der magnetischen Falle zunehmend turbulent, was sich in (hörbarem) „Strömungsrauschen“, also Vibrationen äußert. Diese können zu einer erhöhten Heizrate magnetisch gespeicherter Atomwolken führen [173].

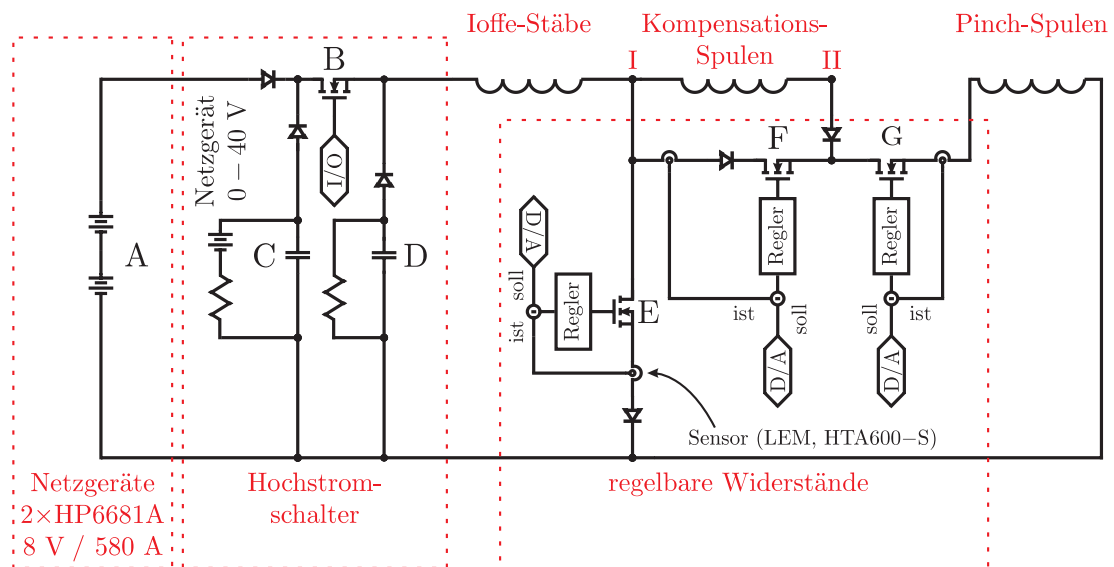


Abbildung 9.6: Elektrische Beschaltung der magnetischen Falle. Mit Hilfe eines Hochstromschalters werden Schaltzeiten unterhalb 1 ms erreicht. Die Potentialform der Ioffe-Falle lässt sich durch regelbare Widerstände variieren. An den mit I und II gekennzeichneten Kontakten schließt sich eine weitere Schaltung an, die im Zusammenhang mit der Untersuchung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen zur Erzeugung hoher Magnetfelder unter Verwendung der Kompensations-Spulen genutzt wird (siehe Kapitel 9.3.3).

sog. „Master-Slave“-Anordnung). Deren spezifiziertes relatives Stromrauschen von $3 \cdot 10^{-4}$ erfüllt die genannten Anforderungen¹².

Abbildung 9.6 zeigt schematisch die gesamte Beschaltung der magnetischen Falle. Die beiden Netzgeräte (A) sind zunächst mit einem Hochstromschalter verbunden, der sich u. a. aus vier parallel geschalteten MOSFET's (*Siemens*, BSM101AR) (B) zusammensetzt. Da die Netzgeräte zwar ausreichend Spannung für die ohmsche Last der Spulen, nicht aber die für Schaltzeiten unterhalb 1 ms zusätzlich erforderliche Induktionsspannung liefern ($|U_{ind}| = L|\dot{I}| \simeq 30 \mu\text{H} \cdot 500 \text{ A/ms} \simeq 15 \text{ V}$), wird vor dem Einschaltvorgang ein Kondensator (C) (4,4 mF) durch eine weitere Spannungsquelle auf bis zu 40 V aufgeladen. Im Einschaltmoment pendelt zunächst die im Kondensator gespeicherte Energie in den durch ihn und die Spulen gebildeten Schwingkreis, bis schließlich die Spannung am Kondensator die der Netzgeräte unterschreitet. Der Ausschaltvorgang verläuft analog, die im Magnetfeld der Spulen gespeicherte Energie wird in den Kondensator (D) transferiert und schließlich in einer ohmschen Last dissipiert.

Wie eingangs erläutert, ist während und insbesondere am Ende der Verdampfungskühlung sicherzustellen, dass alle Spulen vom selben Strom durchflossen werden. Demgegenüber müssen die Spulenströme beim Einschalten der magnetischen Falle und während der Kompression der gespeicherten Wolke (siehe Kapitel 7.3.2) unabhängig voneinander variiert

¹² Da sich das unkorrelierte Rauschen beider Geräte summiert, ist von einer Spezifikation von $\Delta I/I < \sqrt{2} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \simeq 4,2 \cdot 10^{-4}$ auszugehen.

werden, um die jeweils gewünschte Potentialform einstellen zu können. Dieses Problem wird durch den Einsatz von MOSFET's als regelbare Widerstände (E,F,G) gelöst (*Semikron*, SKM453A und SKM313B010). Bei minimalem Widerstand der Halbleiter (F) werden ca. 70 % des Stroms an den Kompensations-Spulen vorbei geleitet. Das Verzweigungsverhältnis zwischen den für den axialen bzw. radialen Einschluss verantwortlichen Spulen ist über die MOSFET's (E) und (G) hingegen beliebig einstellbar.

Kühlwasseraufbereitung

Auch mit der beschriebenen, aufwendigen mechanischen Konstruktion der magnetischen Falle lässt sich ein Einfluss der Kühlwassertemperatur auf das Offset-Feld nicht gänzlich vermeiden. Vor dem Einbau der Falle in die Apparatur wurde mittels einer Hall-Sonde die Abhängigkeit des Feldes \tilde{B}_0 von der Kühlwassertemperatur zu ca. 40 mG/K ermittelt [132]. Entsprechend den Anforderungen an die Stabilität von \tilde{B}_0 dürfen demnach *Fluktuationen* der Kühlwassertemperatur ± 13 mK nicht überschreiten. Wiederum ist nur die Reproduzierbarkeit „von Schuss zu Schuss“ relevant, ein Anstieg der Kühlwassertemperatur ist während des Betriebs der magnetischen Falle natürlich nicht zu verhindern.

Der Kühlwasserkreislauf am Max-Planck-Institut für Quantenoptik wird aufgrund starker Schwankungen der Vorlauftemperatur (mehrere K/h) diesen Anforderungen nicht gerecht. Daher kommt eine zusätzliche Anlage zur Stabilisierung der Kühlwassertemperatur zum Einsatz¹³, deren wesentlicher Bestandteil ein 2000 l fassender Behälter bildet. Dessen Inhalt wird umgewälzt, zusätzlich ist die Temperatur des umgewälzten Wassers über Heizelemente und Wärmetauscher aktiv geregelt. Die mit dieser Anlage gemessenen Schwankungen der Vorlauftemperatur von ca. 23 mK („peak-to-peak“) über einen Zeitraum von 2,5 h (!) führen nach obigen Erläuterungen zu keinerlei Beeinträchtigung des Experiments.

9.3.2 Charakterisierung der Ioffe-Falle

Parameter der Ioffe-Falle

Vor dem Einbau der Ioffe-Falle in das Experiment wurden zu deren Charakterisierung einzelne Magnetfeldkomponenten der felderzeugenden Spulen mittels einer Hall-Sonde (*Wuntzonic*, Koshava 3) vermessen. Abbildung 9.7 zeigt das Resultat dieser Messungen für die Feldkomponenten der Pinch- bzw. Kompensations-Spulen entlang deren Symmetrieachse (a), sowie für die radiale Komponente des Feldes der Ioffe-Stäbe. Die Spulenströme betragen jeweils 500 A.

Die durchgezogenen Kurven wurden durch numerische Integration des Biot-Savartschen Gesetzes für die entsprechenden Leitergeometrien gewonnen. Die hervorragende Über-

¹³ An dieser Stelle sei der Firma *Van der Heijden Labortechnik* nochmals ein Kompliment für die Entwicklung eines ebenso zuverlässigen wie erfolgreichen Produkts ausgesprochen.

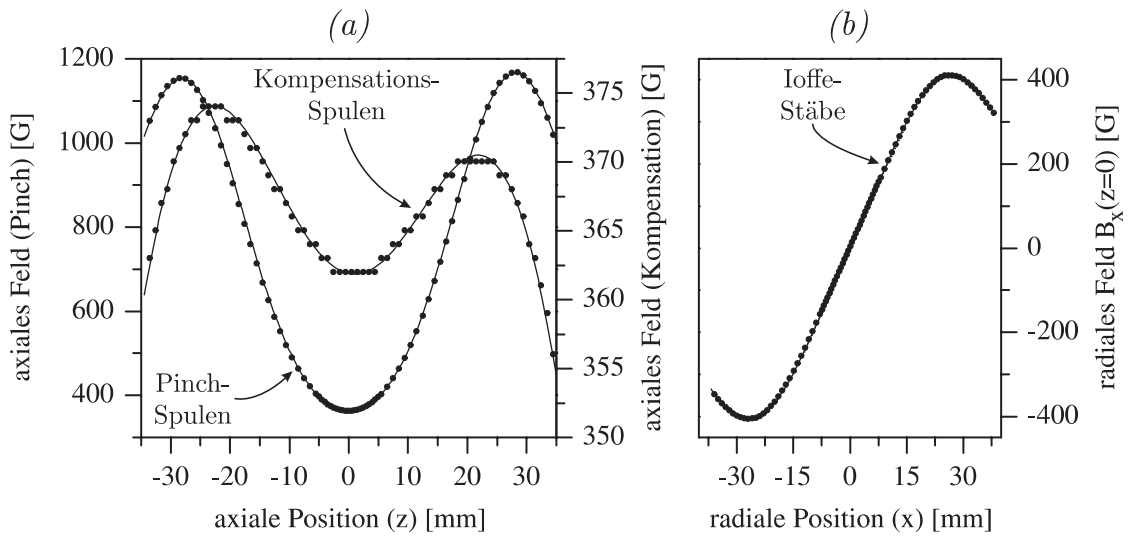


Abbildung 9.7: Axiale Feldkomponente der Pinch- bzw. Kompensations-Spule (a) sowie radiale Feldkomponente der Ioffe-Stäbe (b) bei einem Strom von jeweils 500 A. Die Messungen (\bullet) sind in hervorragender Übereinstimmung mit numerischen Berechnungen (durchgezogene Kurven).

einstimmung der Berechnungen mit den Messwerten konnte durch geringfügigste Veränderungen der zugrunde gelegten Spulenabstände und -Radien innerhalb der durch die Herstellung vorgegebenen Toleranzen erzielt werden. So sind die leicht unsymmetrischen Verläufe der axialen Feldkomponenten von Pinch- und Kompensations-Spulen jeweils das Resultat kleiner Differenzen zwischen den Spulenradien. Die aus den angepassten Kurven ermittelten Beiträge der Spulen zum Offset-Feld \tilde{B}_0 , zur Krümmung B_2 und zum Gradienten C sind zusammen mit Parametern der mechanischen Konstruktion sowie der elektrischen Beschaltung der Ioffe-Falle in Tabelle 9.1 zusammengestellt.

Mit den auf diese Art und Weise angepassten numerischen Berechnungen lässt sich auch die Tiefe des Fallenpotentials ermitteln. Hierbei zeigt sich, dass die Potentialtiefe nicht durch die Magnetfeldstärke am Rand der Küvette, sondern vielmehr durch Sattelpunkte der Magnetfeldstärke limitiert ist, die noch *innerhalb* der Wände der Glaszelle liegen. Für Atome im Zustand $|1, -1\rangle$ ergibt sich in der komprimierten Ioffe-Falle eine Potentialtiefe von ca. $k_B \cdot 1,8$ mK. Vor der Kompression weist das nahezu isotrope Fallenpotential (Fallenfrequenzen von ca. 10 Hz) hingegen lediglich eine Tiefe von knapp $k_B \cdot 350$ μ K auf, wobei jeweils der Einfluss der Gravitation berücksichtigt wurde¹⁴.

Messung der Fallenfrequenzen

Wie bereits im Zusammenhang mit der Charakterisierung der Dipolfalle erwähnt wurde, ist eine genaue Kenntnis der Fallenfrequenzen für die meisten quantitativen Messungen erforderlich. Die (kleinere) axiale Fallenfrequenz der Ioffe-Falle lässt sich unmittelbar aus der

¹⁴ Für Atome im Zustand $|2, +2\rangle$ betragen die entsprechenden Potentialtiefen $k_B \cdot 4,4$ mK bzw. $k_B \cdot 600$ μ K.

Spule	Parameter	Wert
Pinch	Beitrag zu \tilde{B}_0	0,7235 G/A
	Beitrag zur Krümmung B_2	0,539 G/(cm ² ·A)
	Windungen / Radius \bar{R} / Abstand $2\bar{A}$	7 / 16,9 mm / 58 mm
	Leiterquerschnitt / Widerstand	12,9 mm ² / 4,6 mΩ
	Kühlwasserfluss ($\Delta p = 4$ bar)	2,3 l/min
	Erwärmung ($I = 500$ A)	7,2 K
Kompensation	Beitrag zu \tilde{B}_0	-0,7237 G/A
	Beitrag zur Krümmung B_2	-0,017 G/(cm ² ·A)
	Windungen / Radius \bar{R} / Abstand $2\bar{A}$	5 / 53,6 mm / 65,4 mm
	Leiterquerschnitt / Widerstand	17,9 mm ² / 5,4 mΩ
	Kühlwasserfluss ($\Delta p = 4$ bar)	4 l/min
	Erwärmung ($I = 500$ A)	4,8 K
Ioffe-Stäbe	Beitrag zu \tilde{B}_0	$4,75 \cdot 10^{-3}$ G/A
	radialer Gradient C	0,4066 G/(cm·A)
	axialer Gradient $\partial B_z / \partial z$	$6 \cdot 10^{-4}$ G/(cm·A)
	Windungen / Abstand \bar{S} / Länge	6 / 34 mm / 130 mm
	Leiterquerschnitt / Widerstand	17,9 mm ² / 5,8 mΩ
	Kühlwasserfluss ($\Delta p = 4$ bar)	8,7 l/min
	Erwärmung ($I = 500$ A)	2,4 K
Parameter des Gesamtfeldes:		
	Gradient C	0,4066 G/(cm·A)
	Krümmung B_2	0,521 G/(cm ² ·A)
	Offset-Feld \tilde{B}_0	$4,57 \cdot 10^{-3}$ G/A
elektrische Kennlinie (inkl. Leistungselektronik)		$U = 1,78 \text{ V} + 19,55 \text{ m}\Omega \cdot I$
Dissipierte Leistung bei 500 A:		
Spulen / Leistungselektronik		3,9 kW / 1,9 kW
Kühlwasserfluss bei $\Delta p = 4$ bar:		
Spulen / Leistungselektronik		15 l/min / 5 l/min
mittlere Kühlwassererwärmung bei 500 A		3,7 K
Schaltzeiten:		
isotropes 10 Hz-Potential ein ($I = 402$ A, $ 1, -1\rangle$)		1 ms
komprimierte Falle aus ($I = 500$ A)		400 μ s

Tabelle 9.1: *Abmessungen der felderzeugenden Spulen, Parameter des Fallenpotentials und technische Daten der Ioffe-Falle im Überblick.*

orts- und zeitaufgelösten Beobachtung der Oszillationsbewegung einer Atomwolke bestimmen. Um sicherzustellen, dass die Bewegung der Atome auf den harmonischen Bereich des Potentials beschränkt bleibt, wurden zunächst Wolken mit einer Temperatur von ca. 1 μ K und somit geringer Ausdehnung präpariert. Durch Überlagerung eines Magnetfeldgradi-

enten von $\partial B_z/\partial z \simeq 7 \text{ G/cm}$ in axialer Richtung mit dem Fallenpotential befand sich die Wolke während der Verdampfungskühlung um ca. $300 \mu\text{m}$ aus der Gleichgewichtslage der Ioffe-Falle ausgelenkt. Mit dem Ende der Verdampfungskühlung wurden sowohl die Radiofrequenz als auch der Magnetfeldgradient abgeschaltet und die nun folgende Oszillation der Wolke aufgezeichnet. Aus dem in Abbildung 9.8 (a) dargestellten zeitlichen Verlauf der Schwerpunktsposition der Wolke ermittelt man eine axiale Oszillationsfrequenz in der komprimierten Falle von $\omega_z = 2\pi \cdot 19,8 \text{ Hz}$ für Atome im Zustand $|2, +2\rangle$. Die Messung stimmt somit bis auf 4% mit jenem Wert überein, welchen man unter Verwendung des Parameters B_2 aus Tabelle 9.1 gemäß Gleichung (7.8) gewinnt.

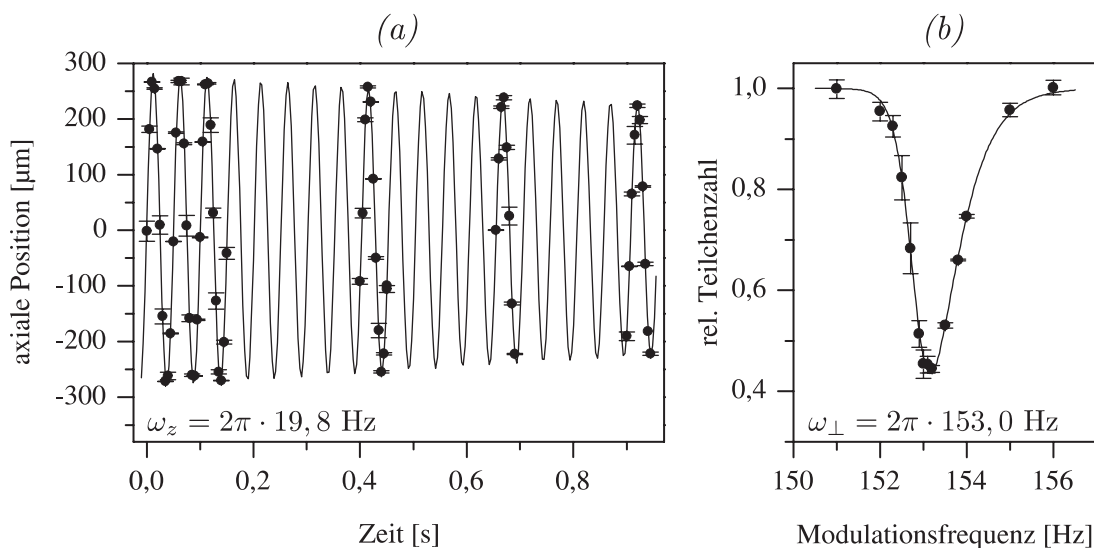


Abbildung 9.8: Bestimmung der axialen und radialen Fallenfrequenz der komprimierten Ioffe-Falle für Atome im Zustand $|2, +2\rangle$ aus der Oszillationsbewegung der Wolke (a) bzw. durch resonantes Heizen (b).

Die größere, radiale Fallenfrequenz ω_\perp wurde durch Modulation der Gleichgewichtslage in radialer Richtung ermittelt¹⁵. In Analogie zur Modulation der Fallenfrequenz bewirkt auch dieses Verfahren ein Aufheizen des gespeicherten Ensembles, allerdings handelt es sich nicht um einen parametrischen, sondern einen resonanten Prozess, d. h. die Energiezufuhr erfolgt am effektivsten bei einer Modulationsfrequenz $\omega_\perp/(2\pi)$ [173]. Entsprechend der in Kapitel 7.5.3 diskutierten Messung der Fallenfrequenzen in der Dipolfalle dient wiederum die Abnahme der Teilchenzahl als Signal, wobei im vorliegenden Fall die Potentialtiefe durch die Radiofrequenz am Ende der Verdampfungskühlung festgelegt ist. Aus dem in 9.8 (b) gezeigten Verlauf der Teilchenzahl in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz ergibt sich die radiale Fallenfrequenz zu $\omega_\perp = 2\pi \cdot 153 \text{ Hz}$. Bei einem Offset-Feld \tilde{B}_0 von ca. $2,79 \text{ G}$

¹⁵ Die Modulation der Gleichgewichtslage erfolgt über ein homogenes magnetisches Wechselfeld, welches orthogonal zur Symmetrieachse der Falle angelegt wird. Bei einer Amplitude von ungefähr 2 mG beträgt die (berechnete) Verschiebung des Potentialminimums ca. $0,1 \mu\text{m}$.

erhält man mit den in Tabelle 9.1 angegebenen Werten für B_2 und C aus Beziehung (7.8) eine Fallenfrequenz von 155 Hz, in hervorragender Übereinstimmung mit der Messung¹⁶.

Stabilität der Ioffe-Falle

Um die Stabilität der magnetischen Falle zu beurteilen, wurde das Experiment nach einer „Aufwärmphase“ von ca. 30 min über 1 h hinweg ohne äußere Einflussnahme zyklisch betrieben. Bei einer Zyklusdauer von rund 40 s wurden 100 Kondensate mit jeweils ca. $2,3 \cdot 10^6$ Atomen im Zustand $|2, +2\rangle$ erzeugt¹⁷. Abbildung 9.9 (a) zeigt den Verlauf der Temperatur der Ensembles, welche aus der Dichteverteilung der nicht-kondensierten Atome ermittelt wurde. Der Übersichtlichkeit halber ist nur jeder dritte Messwert dargestellt. Offensichtlich sind die relativen Temperaturschwankungen von 0,015 (rms) bzw. 0,061 („peak-to-peak“) äußerst gering und belegen somit eindrucksvoll die hohe Reproduzierbarkeit des Experiments.

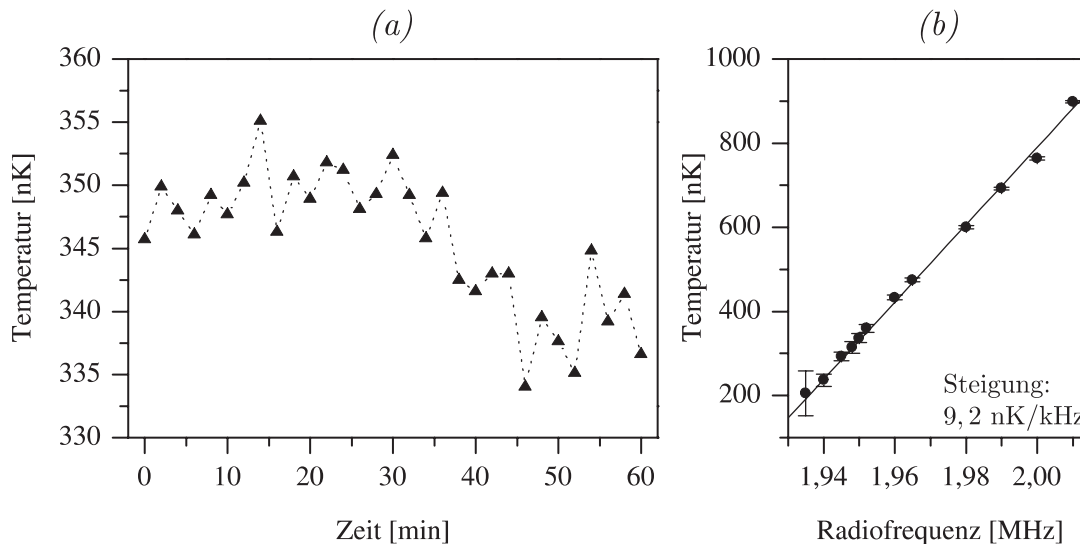


Abbildung 9.9: Messung zur Stabilität der Ioffe-Falle: Die aus dem Anteil nicht-kondensierter Atome ermittelte Temperatur ultrakalter Ensembles zeigt über 100 aufeinander folgende Experimentzyklen keine signifikanten Fluktuationen (a). In Kombination mit dem in (b) gezeigten Verlauf der Temperatur in Abhängigkeit der Radiofrequenz am Ende der Verdampfungskühlung ermittelt man Fluktuationen des Offset-Feldes \tilde{B}_0 von lediglich 0,8 mG (rms).

In Kombination mit einer weiteren (Eich-)Messung lässt sich aus den Temperaturschwankungen eine Obergrenze für die Fluktuationen des Offset-Feldes \tilde{B}_0 , also des entschei-

¹⁶ Das Offset-Feld \tilde{B}_0 wurde hierbei anhand von Gleichung (7.10) aus jener Radiofrequenz ermittelt, bei welcher sämtliche Atome aus der Falle entfernt werden.

¹⁷ Die eingangs von Kapitel 7 angegebene Zyklusdauer von ca. 12 s wurde erst nach sorgfältiger Optimierung der Verdampfungskühlung erreicht.

denden Parameters der Ioffe-Falle hinsichtlich deren Stabilität gewinnen. In Abbildung 9.9 (b) ist die Temperatur in Abhängigkeit der Radiofrequenz am Ende der Verdampfungskühlung dargestellt. Über den gezeigten Frequenzbereich variiert die Temperatur linear, wobei sich eine Steigung von $\partial T/\partial\nu_{rf} \simeq 9,2$ nK/kHz entnehmen lässt. Gemäß der Beziehung $\eta k_B T = 2h\nu_{rf} - \mu_B \tilde{B}_0$ (siehe Kapitel 9.3.1) ist die Temperatur bei vorgegebenem Abschneideparameter η eine Funktion der durch die Radiofrequenz ν_{rf} und das Offset-Feld \tilde{B}_0 vorgegebenen Falltiefe¹⁸. Schwankungen ΔT der Temperatur können ausgehend von $\eta k_B \Delta T = 2h\Delta\nu_{rf} - \mu_B \Delta\tilde{B}_0$ durch Änderungen $\Delta\nu_{rf}$ der Radiofrequenz oder aber durch Fluktuationen $\Delta\tilde{B}_0$ des Offset-Feldes verursacht werden. Vernachlässigt man Fluktuationen der Radiofrequenz, so sind die Temperaturschwankungen in Abbildung 9.9 (a) allein durch Fluktuationen $\Delta\tilde{B}_0$ des Offset-Feldes verursacht. Diese können über $-\mu_B \Delta\tilde{B}_0 = \eta k_B \Delta T = 2h(\partial T/\partial\nu_{rf})^{-1} \Delta T$ zu ΔT in Beziehung gesetzt werden. Hieraus ermittelt man **Fluktuationen bzw. Driften des Offset-Feldes von lediglich 0,8 mG (rms) bzw. 3,3 mG („peak-to-peak“) über einen Zeitraum von 60 min!** Die in Kapitel 9.3.1 formulierten Anforderungen werden somit vollauf erfüllt.

Lebensdauer einer Wolke in der Ioffe-Falle

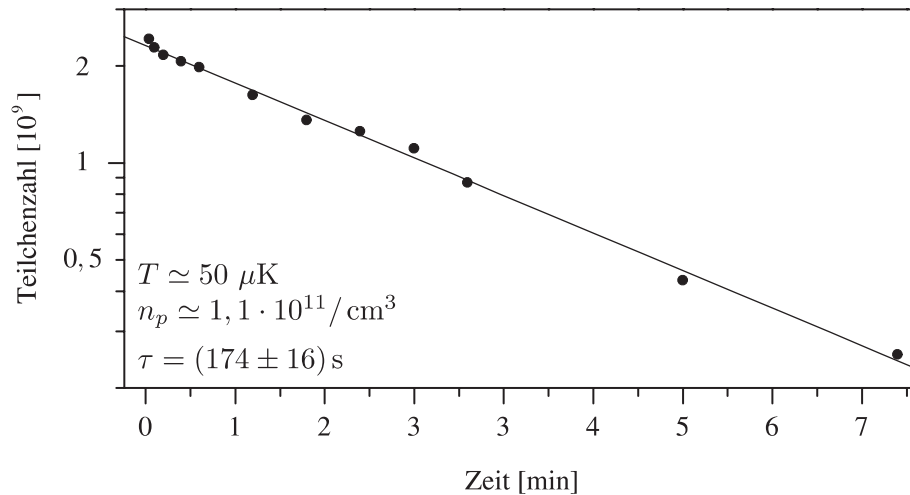


Abbildung 9.10: Zeitliche Entwicklung der Teilchenzahl einer in der unkomprimierten magnetischen Falle gespeicherten Wolke. Der exponentielle Zerfall ist auf Stöße mit dem Restgas zurückzuführen. Dichteabhängige Verluste (siehe Kapitel 6) spielen bei der angegebenen Dichte keine Rolle.

Abbildung 9.10 zeigt den zeitlichen Verlauf der Teilchenzahl einer Wolke von Atomen im Zustand $|2, +2\rangle$ in der unkomprimierten Ioffe-Falle ($\omega_z \simeq \omega_\perp \simeq 10$ Hz). Unmittelbar nach dem Transfer befinden sich gut $2 \cdot 10^9$ Atome in der magnetischen Falle. Der rein exponentielle Zerfall ist auf Stöße mit dem Restgas zurückzuführen und hat eine Zeitkonstante

¹⁸ Innerhalb des dargestellten Frequenzbereichs ist η offenbar konstant und nimmt mit $\eta = 2h(\partial T/\partial\nu_{rf})^{-1}/k_B$ einen (für das Ende der Verdampfungskühlung durchaus typischen) Wert von 10,4 an.

von $\tau = (174 \pm 16)$ s. Dichteunabhängige Verluste stellen somit auf der Zeitskala der Verdampfungskühlung oder von Experimenten zur Untersuchung von Feshbach-Resonanzen keinerlei Einschränkung dar. Aus der Zeitkonstanten τ und der (berechneten) Potentialtiefe der unkomprimierten Ioffe-Falle von ca. $k_B \cdot 600 \mu\text{K}$ (siehe Abschnitt „Parameter der Ioffe-Falle“) lässt sich der Restgasdruck in der Glaszelle näherungsweise bestimmen. Unter der Annahme eines von Wasserstoff, Rubidium oder Helium dominierten Restgases, errechnet man entsprechende Partialdrücke zwischen $4 \cdot 10^{-11}$ und $9 \cdot 10^{-11}$ mbar [186, 174].

9.3.3 Homogenes Magnetfeld für die Untersuchung von Feshbach-Resonanzen

Zur Untersuchung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen ist ein Magnetfeld erforderlich, welches über die Ausdehnung einer in der Dipolfalle gespeicherten, kalten Atomwolke möglichst homogen ist. Aufgrund ihrer Anordnung in nahezu perfekter Helmholtz-Geometrie bietet sich die Verwendung der Kompensations-Spulen der Ioffe-Falle an. Speziell für diesen Zweck eingesetzte Spulen könnten nur noch außerhalb der magnetischen Falle angeordnet werden und müßten aufgrund des dann deutlich größeren Abstandes zum Ort der Atome eine signifikant höhere Amperewindungszahl aufweisen. Nach den in Kapitel 4.3.2 bzw. 4.3.3 getroffenen Vorhersagen sind vier Feshbach-Resonanzen für den Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ im Bereich bis 1000 G zu erwarten. Gemäß Tabelle 9.1 erzeugen die Kompensations-Spulen ein Feld von 0,7237 G/A, so dass Ströme von knapp 1400 A erforderlich sind, was allerdings mit den Netzgeräten zum Betrieb der magnetischen Falle nicht machbar ist. Daher kommen vier zusätzliche, parallel betriebene Netzgeräte des Typs HP6690A (15 V/400 A) zum Einsatz, wie anhand des Schaltplans und der Fotografie 9.11 zu erkennen ist.

Entsprechend den Angaben des Herstellers können drei Netzgeräte (A) im sog. „Auto-Parallel-Modus“ betrieben werden: Zwei der Netzgeräte folgen jeweils bzgl. ihres Ausgangsstroms dem aktuellen Strom des dritten („Master“-)Netzgerätes, welches im vorliegenden Fall auf eine konstante Ausgangsspannung programmiert ist. Falls erforderlich, so kann der Strom des vierten, unabhängigen Netzgerätes (B) (ebenfalls im Konstant-Spannungs-Modus) über zwei parallel betriebene MOSFET's (C) (*Semikron*, SKM453A) hinzugeschaltet werden. Der Gesamtstrom wird über fünf MOSFET's in Parallelschaltung (D) (*Semikron*, SKM313B010) aktiv geregelt. Ein kommerziell erhältlicher Sensor (E) (*DANFYSIK*, Ultrastab860R, absolute Genauigkeit ca. 50 ppm) mit einer relativen Genauigkeit < 8 ppm (rms, bis 100 kHz) und 300 kHz Bandbreite liefert den „Ist-Wert“ des Gesamtstroms. Mit der Regelung wurde dessen verbleibendes relatives Rauschen zu ca. $1 \cdot 10^{-5}$ (ebenfalls bei 300 kHz Bandbreite) bestimmt. Bei einem maximalen Strom von 1760 A lassen sich Magnetfelder bis ca. 1270 G bei einem Rauschen von 13 mG (rms) realisieren. Analog zum Hochstromschalter der Ioffe-Falle dient ein Zweig mit Diode, Kondensator und Widerstand (F) (vgl. Abbildung 9.6) wiederum dazu, die beim Ausschalten des Stroms mit den MOSFET's auftretende Induktionsspannung zu limitieren, sowie die in den (Kompensations-)Spulen gespeicherte Energie aufzunehmen und anschließend zu dissipieren.

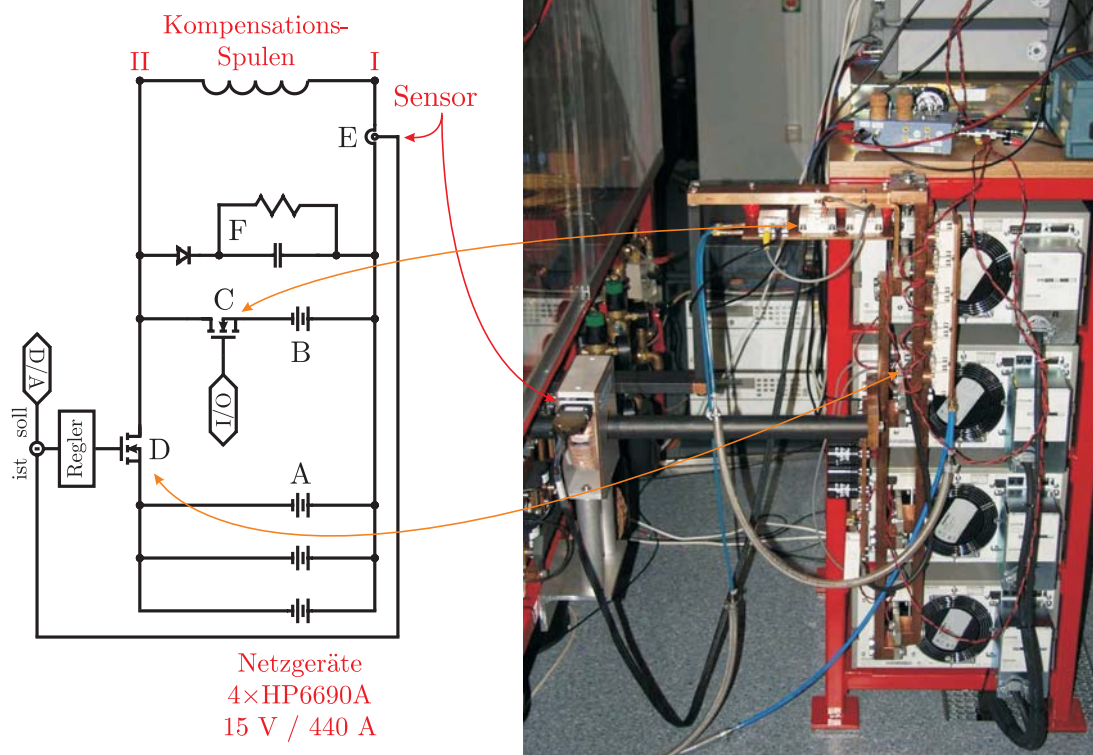


Abbildung 9.11: Beschaltung der Kompensations-Spulen zur Erzeugung hoher, nahezu homogener Magnetfelder. Bei einem maximalen Strom von ca. 1760 A können Felder bis zu 1270 G erzeugt werden. Wie anhand der Fotografie zu sehen ist, bestehen aufgrund der hohen Ströme sämtliche Leitungen aus massiven Kupferverbindungen. Rechts oben sind neben Sensor- und Regelelektronik die Trophäen anlässlich der ersten Beobachtung von Feshbach-Resonanzen in ^{87}Rb zu erkennen. Die beiden Netzteile im Hintergrund dienen dem Betrieb der magnetischen Falle. An den in der schematischen Darstellung mit I und II gekennzeichneten Kontakten ist die Schaltung mit dem Stromkreis der Ioffe-Falle verbunden (vgl. Abbildung 9.6).

Die in Abbildung 9.11 dargestellte Schaltung ist an den mit I und II bezeichneten Kontakten mit dem Stromkreis der magnetischen Falle verbunden (siehe entsprechende Markierungen in Abbildung 9.6). Aufgrund der Verbindung beider Stromkreise ist sicherzustellen, dass sowohl während des Betriebs der magnetischen Falle als auch während der Untersuchung von Feshbach-Resonanzen im homogenen Magnetfeld keine Ströme durch den jeweils anderen Schaltkreis an den Kompensations-Spulen vorbeifließen können. Soll mittels der Schaltung in Abbildung 9.11 lediglich Strom in den Kompensations-Spulen fließen, so ist dies gemäß Abbildung 9.6 durch die Diode zwischen Pinch- und Kompensations-Spule gewährleistet. Im umgekehrten Fall, d. h. während des Betriebs der Ioffe-Falle, ist zu verhindern, dass die Schutzdioden der MOSFET's D und C sowie die Netzgeräte A und B leitende Verbindungen parallel zur Kompensations-Spule bilden. In dieser Phase lässt sich ein Stromfluss in diesen Zweigen allerdings unterdrücken, indem die Ausgangsspannung der Netzgeräte A und B auf deren Maximalwert programmiert wird.

9.3.4 Kalibrierung, Homogenität und Stabilität des Magnetfeldes

Das mit den Kompensations-Spulen am Ort der Atome erzeugte Magnetfeld wurde mittels Mikrowellen-Spektroskopie kalibriert, zumeist auf dem Übergang $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 2\rangle$, also ausgehend von Atomen in jenem Eingangskanal, anhand dessen die meisten Feshbach-Resonanzen beobachtet wurden. Aus den experimentell bestimmten Mikrowellen-Resonanzfrequenzen lässt sich das jeweilige Magnetfeld mit der in Kapitel 4.1 diskutierten Breit-Rabi-Formel (4.4) berechnen. Literaturwerte für die in die Breit-Rabi-Formel eingehenden Parameter finden sich in Tabelle B.2 in Anhang B.

Um eine geeignete Dauer der Mikrowellenpulse zu ermitteln, wurden zunächst Rabi-Oszillationen anhand des Übergangs $|1, 0\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$ bei $B \simeq 0$ und einer (experimentell ermittelten) Resonanzfrequenz von 6,834 682 2 GHz untersucht¹⁹. Als Mikrowellen-Quelle kam ein Synthesizer (HP83752A) bei einer Ausgangsleistung von 13 dBm zum Einsatz, wobei ein Mikrowellen-Hohlleiter als Antenne verwendet wurde. Dessen offenes Ende befand sich ca. 20 cm vom Ort der Atome entfernt. Aus dem in Abbildung 9.12 (a) dargestellten Verlauf der Anzahl von Atomen im Zustand $|2, 0\rangle$ in Abhängigkeit der Dauer des Mikrowellen-Pulses ermittelt man eine Rabi-Frequenz von ca. $2\pi \cdot 135$ Hz sowie eine $1/e$ -Zeit der gedämpften Oszillation von ungefähr 10 ms. Alle folgenden Messungen zur Kalibrierung wurden bei einer Pulsdauer von 50 ms durchgeführt, so dass von weitestgehend ausgedämpften Rabi-Oszillationen auszugehen ist.

Typische Spektroskopiesignale sind in Abbildung 9.12 (b) für Magnetfelder nahe 1136 G dargestellt. Ausgangspunkt sind wiederum kalte Ensembles von Atomen in der Dipolfalle, wahlweise im Zustand $|1, 1\rangle$ oder $|1, -1\rangle$ (vgl. Kapitel 7.5.4). Durch die Mikrowellenübergänge $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 2\rangle$, $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 1\rangle$ bzw. $|1, -1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$ wurden Atome bei jeweils fest gewählter Mikrowellenfrequenz in den Hyperfeingrundzustand $f_g = 2$ transferiert und deren Anzahl als Funktion des angelegten Magnetfeldes ermittelt. Die gewählten Frequenzen von 9442,02 MHz, 8867,28 MHz bzw. 6730,43 MHz entsprechen den aus der Breit-Rabi-Formel gewonnenen Resonanzfrequenzen der genannten Übergänge bei 1136 G. Im Rahmen der Meßgenauigkeit stimmen die Maxima der Spektroskopiesignale überein, so dass die Anwendung der Breit-Rabi-Formel zur Kalibrierung von Magnetfeldern in diesem Bereich gerechtfertigt ist.

Die Homogenität des Magnetfeldes über die Ausdehnung einer in der Dipolfalle gespeicherten Wolke von Atomen ist neben dessen Stabilität für die Auflösung entscheidend, mit der Feshbach-Resonanzen untersucht werden können. Nach Tabelle 9.1 weist das Feld der Kompensations-Spulen eine (Rest-)Krümmung von 0,017 G/(cm²·A) auf (siehe auch Abbildung 9.7). Für den magnetisch nicht-speicherbaren Zustand $|1, 1\rangle$ resultiert daher ein Potential, welches gegenüber jenem der reinen Dipolfalle sowohl eine geringere Tiefe

¹⁹ Der entsprechende Literaturwert beträgt 6,834 682 610 904 29(9) GHz [76]. Die Abweichung von ca. 400 Hz lässt sich nicht durch die Anwesenheit eines Restmagnetfeldes erklären, da der (quadratische) Zeeman-Effekt für diesen Übergang eine Verschiebung mit umgekehrtem Vorzeichen hervorruft. Angesichts typischer Verschiebungen der Niveaus von 1 MHz/G im äußeren Magnetfeld (siehe auch Abbildung 4.1) und der im Rahmen dieser Arbeit vorgenommene Eichung des Feldes auf wenige 10 mG, entsprechend einer Frequenzauflösung von ca. 10 kHz, ist diese Diskrepanz allerdings unerheblich.

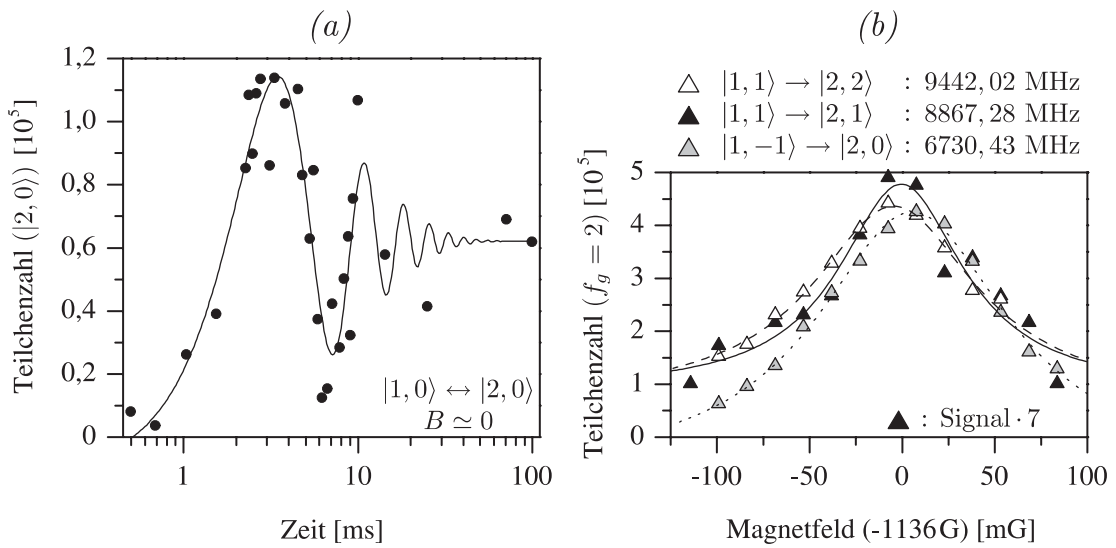


Abbildung 9.12: Kalibrierung des Magnetfeldes mittels Mikrowellen-Spektroskopie an Übergängen zwischen den Hyperfeingrundzuständen von ^{87}Rb . (a): Wahl einer geeigneten Dauer des Mikrowellenpulses anhand von Rabi-Oszillationen. (b): Mikrowellen-Spektroskopie auf verschiedenen Übergängen bei fester Pulsdauer (50 ms) und jeweils fester Frequenz in Abhängigkeit des Magnetfeldes.

als auch eine leicht reduzierte axiale Fallenfrequenz besitzt, wie in Abbildung 9.13 (a) für typische Parameter der Dipolfalle und ein Magnetfeld von 1136 G (ca. 1575 A) zu erkennen ist²⁰. Abbildung 9.13 (b) zeigt schematisch eine in diesem Potential gespeicherte Wolke (grau) bei einer Temperatur von ca. $2 \mu\text{K}$. Anhand des ebenfalls dargestellten Verlaufs des Magnetfeldes ermittelt man eine Variation von knapp 25 mG über eine Ausdehnung von 4σ der Dichteverteilung²¹.

Für die Stabilität des Magnetfeldes sind neben den Stromfluktuationen (siehe Abschnitt 9.3.3) noch weitere Faktoren ausschlaggebend. Bei einem maximalen Strom von 1760 A und dem in Tabelle 9.1 spezifizierten Kühlwasserfluss in den Kompensations-Spulen erwärmen sich diese auf ca. 70°C . Daher ist von (zeitabhängigen) Änderungen des Feldes am Ort der Atome aufgrund thermischer Ausdehnung der Spulen auszugehen. Mittels Mikrowellenspektroskopie bei einem Feld von 1100 G (ca. 1520 A) unmittelbar nach dem Einschalten des Feldes bzw. zu einem 400 ms späteren Zeitpunkt wurde eine Drift des Magnetfeldes von 40 mG ermittelt. Um den Einfluss dieser Drift zu minimieren, wurde bei der Untersuchung von Feshbach-Resonanzen das Magnetfeld zumeist nur für eine Dauer von 50 ms

²⁰ Bei hohen Magnetfeldern war somit eine größere Laserleistung für die Dipolfalle erforderlich, um eine im Vergleich zur Temperatur der gespeicherten Wolke ausreichende Fallentiefe zu gewährleisten.

²¹ Diese Abschätzung setzt voraus, dass das Minimum der Dipolfalle mit der Position des minimalen magnetischen Feldes zusammenfällt. Andernfalls ist von einer größeren Variation des Magnetfeldes über die Ausdehnung der Wolke auszugehen. Allerdings wäre dann mit zunehmendem Magnetfeld eine zunehmende Verschiebung der Position der Wolke gegenüber dem Minimum des Dipol-Potentials zu erwarten, was im Experiment nicht beobachtet wurde.

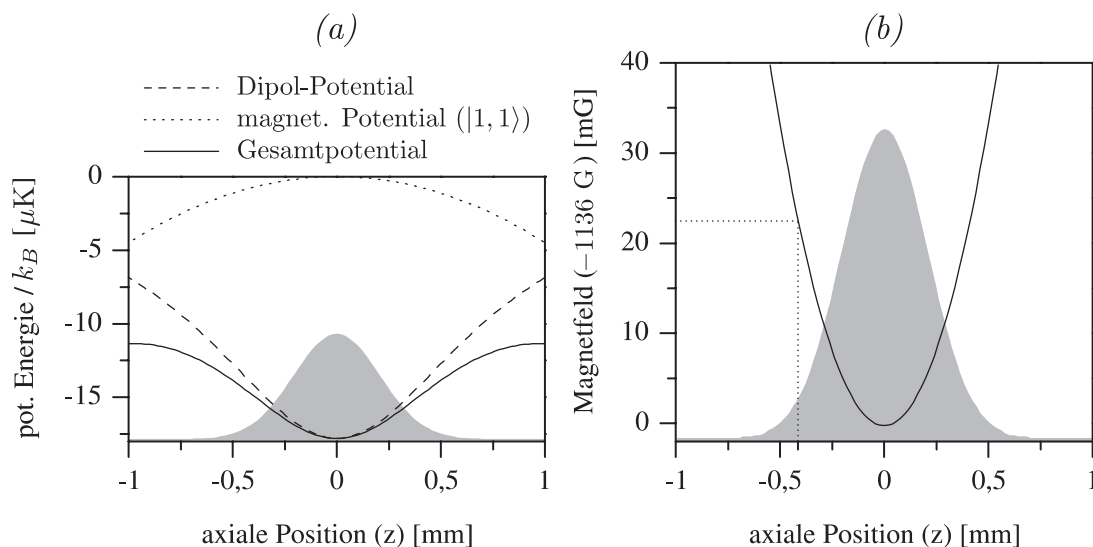


Abbildung 9.13: Einfluss des inhomogenen Feldes der Kompensations-Spulen auf eine Wolke in der Dipolfalle ($w_0 \simeq 16 \mu\text{m}$, $\lambda = 1,03 \mu\text{m}$, $P = 45 \text{ mW}$, $\omega_z = 2\pi \cdot 11,7 \text{ Hz}$ (siehe Kapitel 7.5.3)). Gezeigt ist die Situation bei einem Strom von 1575 A, entsprechend einer Krümmung des Magnetfeldes von ca. 27 G/cm^2 . Für Atome im magnetisch nicht-speicherbaren Zustand $|1, 1\rangle$ werden die Falltiefe und die axiale Fallenfrequenz durch das Magnetfeld reduziert (a). Bei einer Temperatur von $2 \mu\text{K}$ beträgt die Änderung des Feldes über die Ausdehnung der Wolke (4σ der grau dargestellten Dichteverteilung) im günstigsten Fall knapp 25 mG (b).

angelegt. Schließlich sind die Atome noch magnetischen Wechselfeldern der Laborumgebung ausgesetzt ($\ll 10 \text{ mG}$ (rms) bei 1 kHz Bandbreite).

9.4 Aufbau der Dipolfalle

Abbildung 9.14 zeigt schematisch das Lasersystem und den Aufbau der Optik für die Dipolfalle. Ein Yb:YAG-Laser (*ELS, VersaDisk-1030-15-SF*) liefert bei sowohl transversalem ($M^2 < 1,05$) als auch longitudinalem Ein-Moden-Betrieb 15 W Ausgangsleistung bei einer Wellenlänge von 1030 nm . Der größte Anteil der Laserleistung wird für die Erzeugung einer optischen Stehwellenfalle in einem anderen Experiment eingesetzt, lediglich ca. 300 mW werden abgezweigt. Mittels eines AOM's (im „double-pass“-Modus) lässt sich das Laserlicht hinsichtlich aller für die Bewegung der Atome in der Dipolfalle relevanten Zeitskalen schnell ein- bzw. ausschalten. Eine polarisationserhaltende Faser von 30 m Länge überträgt das Licht zum hier beschriebenen Experiment und dient gleichzeitig als Modenfilter. Nach der Glasfaser wird der geringe Anteil des Lichts, welcher durch einen Spiegel tritt, auf eine Fotodiode (PD) fokussiert und zur Stabilisierung der Laserleistung durch geeignete Regelung der Rf-Leistung am AOM herangezogen. Ein kommerziell erhältliches Teleskop (*Rodenstock, Zoom Beam Expander*) dient zur Aufweitung des Strahls, wobei sich zwei- bis achtfache Vergrößerungen einstellen lassen. Um sphärische Aberrationen

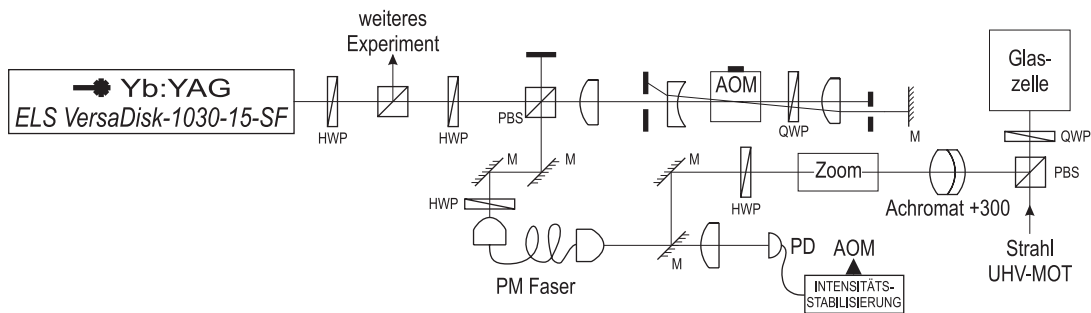


Abbildung 9.14: Lasersystem und schematischer Aufbau der Optik für die Dipolfalle. Das Licht eines Yb:YAG-Lasers wird hinter einer Faser mit einem Teleskop zunächst aufgeweitet und anschließend mittels einer achromatischen Linse in die Glaszelle fokussiert. Über eine Regelschleife, bestehend aus Fotodiode (PD), PID-Regler und akusto-optischem Modulator (AOM) wird die Lichtleistung stabilisiert.

weitestgehend zu vermeiden, wird der aufgeweitete Strahl durch Verwendung einer achromatischen Linse (Brennweite 300 mm) fokussiert. Je nach Wahl der Vergrößerung ergeben sich Fokusgrößen (w_0) zwischen $37 \mu\text{m}$ und $14 \mu\text{m}$. Der fokussierte Strahl wird über einen Polarisationsstrahlteiler in die Glaszelle längs der Symmetrieachse der Ioffe-Falle eingespiegelt²². Die Dipolfalle weist somit längs der Vertikalen die höhere, radiale Fallenfrequenz auf, zudem ist hierdurch die bereits in Kapitel 7.5.2 diskutierte Anpassung der Dipolfalle an die Form der magnetisch gespeicherten Wolke am besten gewährleistet. Um die Position des Fokus mit jener der Atomwolke in der magnetischen Falle zu überlagern, lässt sich der Achromat auf Verschiebetischen mit Mikrometerschrauben längs aller drei Raumrichtungen bewegen. Schließlich kann die Linse in einem Spiegelhalter geringfügig verkippt werden, um einen Fokus mit möglichst geringem Astigmatismus zu erzeugen.

²² Wie experimentell ermittelt wurde, hat der Strahlteilerwürfel (überraschenderweise) keinen signifikanten Einfluss auf die Größe des Fokus, sondern lediglich auf dessen Position längs der Strahlausbreitungsrichtung.

Kapitel 10

Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb im Experiment

Mit dem im letzten Kapitel vorgestellten experimentellen Aufbau lassen sich ultrakalte Atomwolken und Bose-Einstein-Kondensate in den beiden Hyperfeingrundzuständen $|2, +2\rangle$ und $|1, -1\rangle$ routinemäßig erzeugen. Wie in Abschnitt 9.3.2 anhand des Temperaturverlaufs vieler aufeinander folgend präparierter ultrakalter Ensembles bereits erläutert wurde, gelingt dies mit außerordentlicher Reproduzierbarkeit, eine unabdingbare Voraussetzung, um Kondensate in weiterführenden Experimenten zu untersuchen. Zur Bestimmung wichtiger Systemgrößen bietet es sich zunächst an, den Phasenübergang der Bose-Einstein-Kondensation genauer zu charakterisieren. Der folgende Abschnitt ist daher drei wesentlichen Signaturen dieses Phasenübergangs gewidmet, wobei Messungen zur Kondensation im Zustand $|1, -1\rangle$ im Vordergrund stehen¹. Gegenstand des Abschnitts 10.2 sind Untersuchungen zur Lebensdauer von Kondensaten, welche letztlich die Zeitskala bestimmt, auf der diese makroskopischen Objekte der Quantenphysik studiert werden können.

10.1 Charakterisierung des Phasenübergangs

Bimodale Dichteverteilung

Die für die Bose-Einstein-Kondensation charakteristische makroskopische Besetzung des Grundzustandes äußert sich am offensichtlichsten anhand der bimodalen Dichteverteilung einer teilweise kondensierten Wolke von Atomen: Während Atome in angeregten Zuständen zu einer vergleichsweise breiten Dichteverteilung gemäß Gleichung (5.9) beitragen, führt der beim Phasenübergang rasch zunehmende Anteil an Atomen im Grundzustand des

¹ Quantitative Messungen zur Charakterisierung des Phasenübergangs anhand von Ensembles von Atomen im Zustand $|2, +2\rangle$ finden sich in den Referenzen [134, 39].

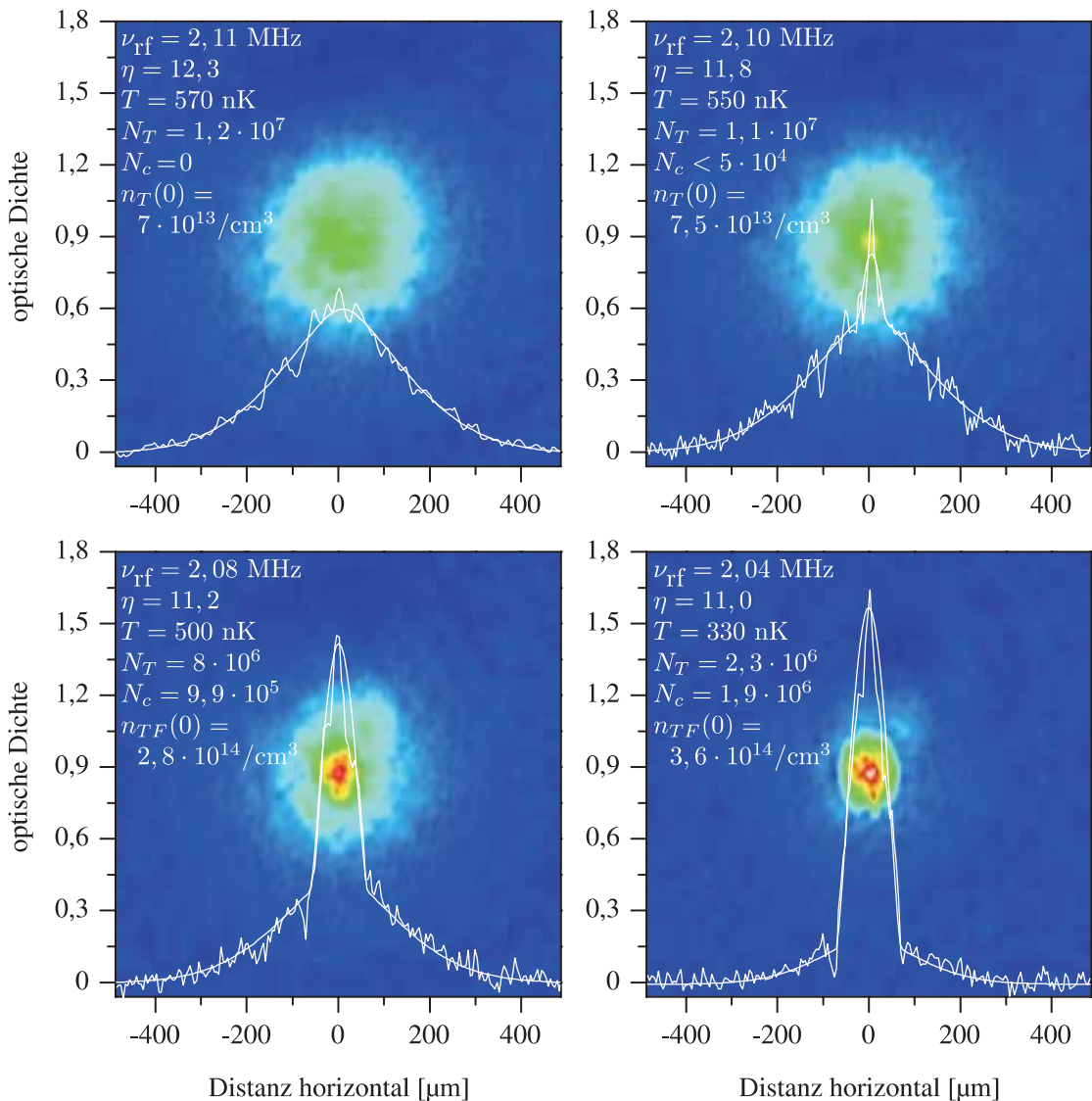


Abbildung 10.1: Beobachtung der Bose-Einstein-Kondensation an einem Ensemble von ^{87}Rb -Atomen im Zustand $|1, -1\rangle$. Die Absorptionenaufnahmen zeigen die optische Dichte einer ultrakalten Atomwolke bei fortschreitender Verdampfungskühlung nach jeweils 20 ms freier Expansion. Unterhalb einer Temperatur von ca. 560 nK bildet sich ein dichter Kern innerhalb der Wolke. Die nun deutlich bimodale Dichteverteilung ist eine eindeutige Signatur eines Bose-Einstein-Kondensats.

Systems dazu, dass sich im Zentrum einer Wolke ein kleiner, eben der räumlichen Ausdehnung des Grundzustandes entsprechender Bereich sehr hoher Dichte ausbildet. Dieser hebt sich deutlich von der das Kondensat umgebenden thermischen Wolke ab, wie die Serie von Absorptionenaufnahmen in Abbildung 10.1 zeigt. Dargestellt ist die in Falschfarben kodierte optische Dichte von Atomwolken im Zustand $|1, -1\rangle$ bei abnehmender Temperatur, entsprechend einer abnehmenden Radiofrequenz ν_{rf} am Ende der Verdampfungskühlung. Die Bilder wurden jeweils nach einer Expansionszeit von 20 ms und mit einer Detektions-

verstimmung von $2\pi \cdot 21$ MHz aufgenommen. Bereits in der Falschfarbendarstellung ist ein Anstieg der zentralen Dichte der Wolke zu erkennen, die bimodale Dichteverteilung der Wolke tritt anhand der ebenfalls dargestellten horizontalen Schnitte durch das Maximum der optischen Dichte deutlich zu Tage.

Durch Anpassung der Funktionen (8.3) an die Daten lassen sich Teilchenzahl und Dichte der beiden Komponenten der Dichteverteilung sowie die Temperatur des Ensembles ermitteln². Demzufolge wird der Phasenübergang bei einer Temperatur knapp unterhalb von 570 nK und einer Teilchenzahl von ca. $1,2 \cdot 10^7$ erreicht. Wie in Kapitel 5.1 bereits erwähnt wurde, ist die Übergangstemperatur T_c um ein Vielfaches größer als der entsprechende Abstand der Energieeigenzustände des Fallenpotentials. Im vorliegenden Fall gilt $k_B T_c / (\hbar\omega) \simeq 210$. Bei tieferen Temperaturen lassen sich Kondensate mit typischerweise knapp $2 \cdot 10^6$ Atomen und einer zentralen Dichte oberhalb von $3 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ nachweisen³. Das entsprechende chemische Potential μ ergibt sich zu ca. $k_B \cdot 130$ nK, so dass mit $\mu \simeq 50 \cdot \hbar\omega$ die Wechselwirkungsenergie des Kondensats die kinetische Energie bei weitem übertrifft. Im vorliegenden Fall ist somit das in Kapitel 5.2.2 diskutierte Kriterium $\mu \gg \hbar\omega$ für die Anwendbarkeit der Thomas-Fermi(TF)-Näherung erfüllt und eine Beschreibung der Dichteverteilung des Kondensats durch die Gleichungen (5.14) sowie (8.3) bzw. (8.4) gerechtfertigt. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den in Abbildung 10.1 gezeigten Verläufen der optischen Dichte und den zugehörigen Fitfunktionen bestätigt diesen Ansatz.

Abschließend sei noch auf die Größe der erzeugten Kondensate hingewiesen. Aufgrund der bemerkenswerten Ausdehnung der Dichteverteilung des Kondensats von $W_z \simeq 150 \mu\text{m}$ in axialer (horizontaler) bzw. $W_\perp \simeq 200 \mu\text{m}$ in radialer (vertikaler) Richtung⁴ kann zu Recht von quantenmechanischen Objekten mit einer *makroskopischen* Wellenfunktion gesprochen werden!

Anisotrope Expansion

Gemäß den Ausführungen in Kapitel 5.2.3 lässt sich die Existenz eines Kondensats auch anhand der Expansionsdynamik einer zuvor anisotrop gespeicherten Wolke nachweisen. Demzufolge ist die freie Expansion von Kondensaten im TF-Regime durch die Umwandlung von Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie geprägt und sollte entlang der (radialen) Richtung mit anfänglich großem Gradienten der Dichte bzw. der Wechselwir-

² Um aus der Breite des expandierten Kondensats auf dessen ursprünglich Ausdehnung in der Falle und somit gemäß Gleichung (5.17) auf dessen Teilchenzahl zurückzuschließen, wird die Expansionsdynamik (5.18) als bekannt vorausgesetzt. Für die in Abbildung 10.1 gezeigten Messungen betragen die Fallenfrequenzen $\omega_\perp = 2\pi \cdot 107,8$ Hz bzw. $\omega_z = 2\pi \cdot 14,0$ Hz.

³ Unter weiter optimierten Bedingungen konnten Kondensate mit bis zu $3,6 \cdot 10^6$ Teilchen und einer Dichte von $4,6 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ erzeugt werden, wobei es sich um vergleichsweise hohe Werte für ein Experiment mit ^{87}Rb im Zustand $|1, -1\rangle$ handelt.

⁴ Die angegebenen Werte beziehen sich auf die Größe des Kondensats nach 20 ms freier Expansion. In der magnetischen Falle ist unter Berücksichtigung der Expansionsdynamik (5.18) von Ausdehnungen $W_z \simeq 115 \mu\text{m}$ in axialer bzw. $W_\perp \simeq 15 \mu\text{m}$ in radialer Richtung auszugehen.

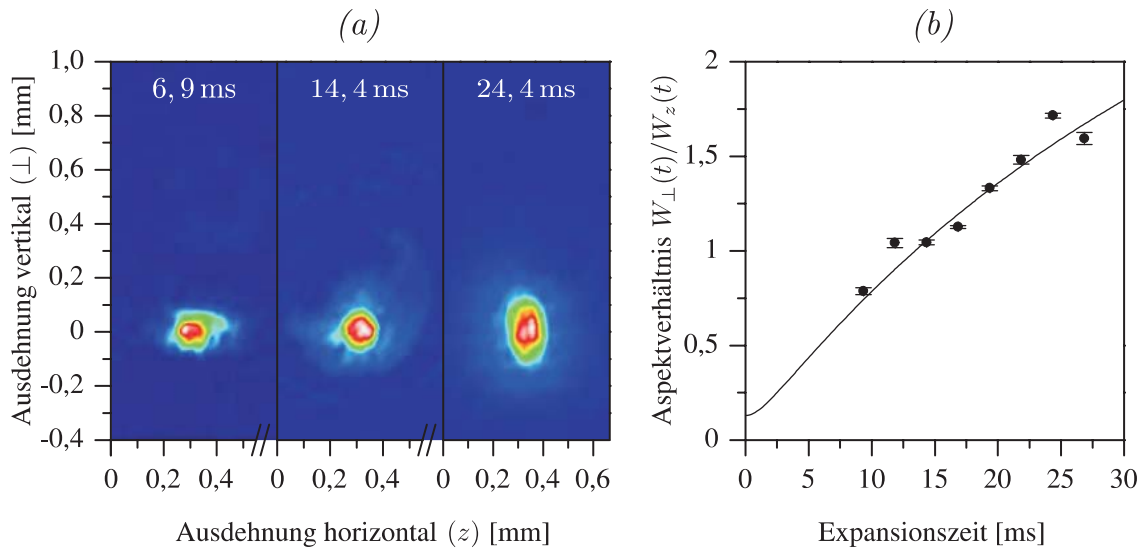


Abbildung 10.2: *Anisotrope Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats im Zustand $|1, -1\rangle$. Ein anfänglich längliches Kondensat nimmt vorübergehend eine runde Form an und zeigt bei größeren Expansionszeiten schließlich ein invertiertes Aspektverhältnis (a). Der zeitliche Verlauf des Aspektverhältnisses (b) ist in guter Übereinstimmung mit der Vorhersage der Theorie (durchgezogene Kurve) ohne angepassten Parameter.*

kungsenergie sehr schnell, längs der horizontalen Richtung jedoch vergleichsweise langsam vonstatten gehen. Dieses Verhalten ist anhand der in Abbildung 10.2 (a) dargestellten Serie von Absorptionsspektroskopie-Aufnahmen einer Wolke bei zunehmender Expansionszeit qualitativ gut zu erkennen, so dass in der Tat von der Expansion eines Kondensats auszugehen ist. Die Expansion verläuft längs der radialen Richtung (vertikal) sichtbar schneller, wodurch die zu Beginn längliche Wolke nach 14,4 ms zunächst eine runde Form und nach 24,4 ms schließlich ein invertiertes Aspektverhältnis aufweist. Die zeitliche Entwicklung des Aspektverhältnisses während der Expansion ist in Abbildung 10.2 (b) zu sehen. Bei großen Expansionszeiten würde die Dichteverteilung eines thermischen Ensembles von Atomen dessen isotrope Impulsverteilung widerspiegeln und das entsprechende Aspektverhältnis im Unterschied zur vorliegenden Situation gegen eins streben.

Die durchgezogene Kurve in Abbildung 10.2 (b) gibt die theoretische Vorhersage für den Verlauf des Aspektverhältnisses gemäß der Expansionsdynamik (5.18) bzw. (5.19) wieder⁵. Neben den Fallenfrequenzen, die für die vorliegende Messung mit Atomen im Zustand $|1, -1\rangle$ zu $\omega_{\perp} = 2\pi \cdot 108,2$ Hz bzw. $\omega_z = 2\pi \cdot 14,0$ Hz bestimmt wurden, gehen keine weiteren Größen in die Theorie ein. Deren gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist eine weitere Bestätigung für die Gültigkeit der in den Kapiteln 5.2 bzw. 5.2.2 diskutierten Molekularfeld- und TF-Näherung. Die Umwandlung von Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie vollzieht sich während der Expansion äußerst rasch. So sind bei einem anfänglichen Aspektverhältnis des Kondensats in der magnetischen Falle von

⁵ Die Abweichung der Näherung (5.19) von der numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems (5.18) beträgt im vorliegenden Fall mit $\epsilon \simeq 0,13$ lediglich $4 \cdot 10^{-3}$ nach einer Expansionszeit von 30 ms.

$\epsilon = W_{\perp}/W_z = \omega_z/\omega_{\perp} \simeq 0,13$ bereits nach 4,4 ms Expansion 90 % der Wechselwirkungsenergie in Bewegungsenergie der Atome überführt.

Kohärenzeigenschaften

Der Phasenübergang der Bose-Einstein-Kondensation äußert sich neben veränderten thermodynamischen Eigenschaften wie etwa der Besetzung des Grundzustandes auch in drastisch modifizierten Kohärenzeigenschaften eines Gases. Atome eines ultrakalten Gases lassen sich als Wellenpakete veranschaulichen, deren charakteristische Ausdehnung durch die thermische de-Broglie-Wellenlänge Λ_{dB} gegeben ist (siehe auch Kapitel 5). Gleichzeitig bestimmt Λ_{dB} die Längenskala, auf welcher quantenmechanische Kohärenzen des Gases abklingen. Die für Kohärenzeigenschaften des Gases charakteristische *Kohärenzlänge* erfährt beim Übergang zur Bose-Einstein-kondensierten Phase eine signifikante Änderung: Der hohe Anteil von Atomen, welche im Grundzustand kondensieren, führt zu einer Kohärenzlänge, welche die thermische de-Broglie-Wellenlänge bei weitem übersteigt.

Die außergewöhnlichen Kohärenzeigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten konnten in einer Vielzahl von Experimenten nachgewiesen werden. Als besonders eindrucksvolles Beispiel ist der Nachweis von Kohärenz erster Ordnung anhand der Interferenz zweier Kondensate zu nennen [187]. Darüber hinaus zeigte sich unter Verwendung spektroskopischer Methoden, dass die Kohärenzlänge in Kondensaten deren Größe entspricht [188, 189]. Des Weiteren wurden auch Kohärenzeigenschaften zweiter [190] und dritter Ordnung [110] untersucht.

Auskunft über die Entstehung von Kohärenzeigenschaften im Verlauf des Phasenübergangs gab schließlich ein Experiment [20], welches eine starke Analogie zum Youngschen Doppelspalt-Versuch aufweist. Hierbei wurden Atome eines magnetisch gespeicherten Kondensats mittels schwacher Radiofrequenz-Pulse in nicht-speicherbare Zustände überführt und somit aus dem Ensemble ausgekoppelt [19, 18]. Mit der Wahl zweier unterschiedlicher Rf-Frequenzen werden gemäß dem in Kapitel 7.4 erläuterten Prinzip der Rf-induzierten Verdampfungskühlung unterschiedliche Ebenen in einem Kondensat bzw. einer kalten Wolke adressiert. Die ausgekoppelten Atome fallen im Gravitationsfeld und bilden gewissermaßen zwei Strahlen von „Materiewellen“. Übertrifft nun die Kohärenzlänge der gespeicherten Atome die Distanz zwischen den Regionen, in denen die Auskopplung stattfindet, so kann ein Streifenmuster beobachtet werden, welches aus der Interferenz der beiden Materiewellen resultiert [20].

Solch eine Interferenz zweier Materiewellen konnte auch im Rahmen dieser Arbeit als Signatur eines Bose-Einstein-Kondensats nachgewiesen werden, wie in Abbildung 10.3 (a) zu sehen ist. Für die Absorptionaufnahme wurde zunächst ein Ensemble von Atomen im Zustand $|2, +2\rangle$ unterhalb der Übergangstemperatur präpariert und anschließend zwei schwachen Rf-Feldern mit einer Differenzfrequenz von 1 kHz ausgesetzt⁶. Die Aufnahme in Abbildung 10.3 (b) zeigt die Situation mit einem rein thermischen Ensemble von Ato-

⁶ Im Bild des Doppelspalt-Experiments entspricht dies einem Spaltabstand von ca. 1 μm .

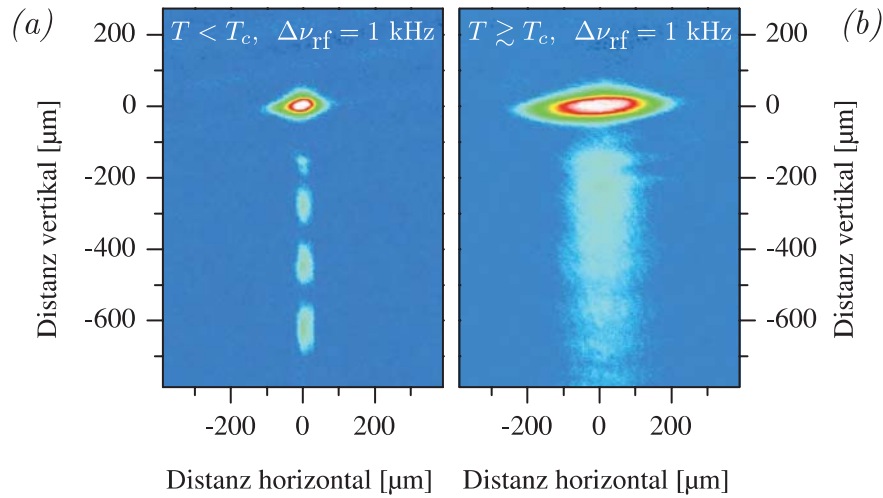


Abbildung 10.3: Kohärenzeigenschaften als Signatur eines Bose-Einstein-Kondensats. (a): Interferenz zweier Materiewellen, welche aus räumlich separierten Regionen eines magnetisch gespeicherten Bose-Einstein-Kondensats emittiert werden. (b): Knapp oberhalb der Übergangstemperatur zur Bose-Einstein-Kondensation verschwindet das Interferenzmuster aufgrund einer zu geringen Kohärenzlänge innerhalb des Gases.

men knapp oberhalb der Übergangstemperatur unter ansonsten identischen Bedingungen. Aufgrund einer zu geringen Kohärenzlänge innerhalb des Gases zeigt sich in diesem Fall kein Interferenzmuster.

10.2 Lebensdauer von Bose-Einstein-Kondensaten

Zur weiteren Charakterisierung der Kondensate wurde deren Lebensdauer in der magnetischen Falle untersucht. Hierfür wurde die Speicherzeit der Kondensate in der Falle nach dem Ende der Verdampfungskühlung variiert und anschließend nach jeweils 20 ms freier Expansion ein Absorptionssbild der Wolke aufgenommen. Teilchenzahl und Dichte im Kondensat wurden wiederum durch Anpassung der Funktionen (8.3) bzw. (8.4) an die Daten (siehe auch Abbildung 10.1) unter Berücksichtigung der Expansionsdynamik (5.18) ermittelt⁷.

Die Messungen für die beiden Zustände $|2, +2\rangle$ und $|1, -1\rangle$ wurden jeweils in Anwesenheit eines Rf-Feldes durchgeführt, welches die Potentialtiefe auf $k_B \cdot 6,7 \mu\text{K}$ bzw. $k_B \cdot 4,8 \mu\text{K}$ beschränkte. Mittels eines solchen „Rf-Schildes“ soll sichergestellt werden, dass Atome, die infolge inelastischer Stoßprozesse eine hohe Energie aufweisen, die Falle unmittelbar verlassen und somit keine zusätzlichen Verluste durch weitere Stöße mit Teilchen des Kondensats im Zuge einer Oszillationsbewegung im Potential verursachen. Die Frequenz des

⁷ Die Fallenfrequenzen betragen $\omega_{\perp} = 2\pi \cdot 153,0 \text{ Hz}$ bzw. $\omega_z = 2\pi \cdot 19,8 \text{ Hz}$ für Atome im Zustand $|2, +2\rangle$ (siehe Kapitel 9.3.2). Die entsprechenden Werte für Atome im Zustand $|1, -1\rangle$ sind gemäß der Beziehungen (7.8) um einen Faktor $\sqrt{2}$ kleiner.

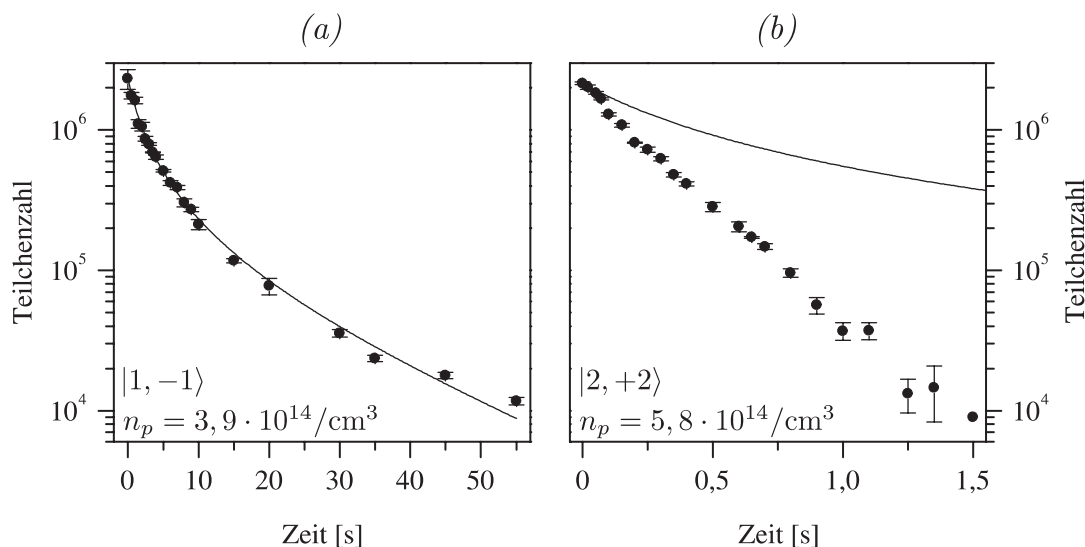


Abbildung 10.4: Zerfall von magnetisch gespeicherten Kondensaten in den Hyperfeingrundzuständen $|1, -1\rangle$ (a) und $|2, +2\rangle$ (b). Trotz vergleichbarer Bedingungen hinsichtlich Teilchenzahl und Dichte der Kondensate zu Beginn der Speicherzeit verläuft deren Zerfall auf drastisch unterschiedlichen Zeitskalen. Darüber hinaus geht die Abnahme der Teilchenzahl eines Kondensats im Zustand $|2, +2\rangle$ deutlich schneller vonstatten, als die theoretische Vorhersage (durchgezogene Kurve) unter Berücksichtigung von Stößen mit dem Restgas, sowie inelastischen Zwei- bzw. Drei-Körper-Stößen erwarten lässt.

Rf-Feldes wurde für beide Messungen im Hinblick auf eine lange Lebensdauer der Kondensate optimiert. Bei Ensemble-Temperaturen von ca. 220 nK bzw. 170 nK entsprechen die genannten Potentialtiefen einem Abschneideparameter η von jeweils ungefähr 30.

Abbildung 10.4 zeigt die Ergebnisse der Messungen zur Lebensdauer von Kondensaten in den Zuständen $|1, -1\rangle$ (a) und $|2, +2\rangle$ (b). Die Fehlerbalken entsprechen jeweils den statistischen Unsicherheiten aus drei bzw. vier Einzelmessungen je Datenpunkt. Mit Teilchenzahlen und zentralen Dichten von $N_0 = 2,3 \cdot 10^6$ und $n_p = 3,9 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ bzw. $N_0 = 2,2 \cdot 10^6$ und $n_p = 5,8 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ zu Beginn der Speicherzeit liegen vergleichbare Anfangsbedingungen für beide Hyperfeingrundzustände vor. Dennoch findet der Zerfall des Kondensats im Zustand $|2, +2\rangle$ auf einer empfindlich kürzeren Zeitskala unterhalb von 1 s statt, wohingegen das Kondensat im Zustand $|1, -1\rangle$ über mehr als 50 s beobachtet werden konnte⁸.

Die durchgezogenen Kurven in Abbildung 10.4 geben die erwarteten Verläufe der Teilchenzahl unter Berücksichtigung von Stößen mit dem Restgas, sowie der in Kapitel 6.1 und 6.2 diskutierten inelastischen Zwei- und Drei-Körper-Stöße gemäß der Ratengleichung

$$\dot{N} = -K_1 N - \frac{4}{7} K_2 n_p N - \frac{8}{21} K_3 n_p^2 N \quad (10.1)$$

⁸ Dies entspricht auch den Erfahrungen anderer Arbeitsgruppen, so dass nicht von einer experimentsspezifischen, sondern vielmehr einer physikalischen Ursache auszugehen ist.

wieder⁹. Zur Beschreibung des in Abbildung 10.4 (a) dargestellten Zerfalls eines Kondensats im Zustand $|1, -1\rangle$ durch Gleichung (10.1) wurden die Ratenkonstanten K_1 und K_3 als Fitparameter variiert, K_2 hingegen gemäß dem in Kapitel 6.1 angegebenen Wert gewählt. Die dort angegebene Ratenkonstante für inelastische Zwei-Körper-Stöße beruht auf Berechnungen unter Berücksichtigung der aktuellsten Modell-Parameter für das Rubidium-Wechselwirkungspotential [31, 32] und ist als äußerst verlässlich zu erachten. Mit $K_2 = 8,5 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^3/\text{s}$ für Atome im Zustand $|1, -1\rangle$ und einem Magnetfeld von 2,8 G (entsprechend dem Offset-Feld \tilde{B}_0 der magnetischen Falle) ist die Ratenkonstante extrem klein, so dass der Beitrag von Zwei-Körper-Verlusten zum beobachteten Zerfall zu vernachlässigen ist. Die gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment in Abbildung 10.4 (a) wurde mit Werten von $K_1 = 1/\tau = 1/20 \text{ s}$ und $K_3 = 8,4 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ erzielt¹⁰. Die so ermittelte Ratenkonstante für inelastische Drei-Körper-Stöße ist lediglich geringfügig größer als der ebenfalls experimentell bestimmte Wert von $K_3 = 5,8(1,9) \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ nach Referenz [110].

Deutlich schwieriger ist hingegen der Zerfall des Kondensats im Zustand $|2, +2\rangle$ zu interpretieren, wie die enorme Diskrepanz zwischen dem experimentell beobachteten und dem anhand von Gleichung (10.1) theoretisch vorhergesagten Verlauf der Teilchenzahl in Abbildung 10.4 (b) zeigt. Der Vorhersage liegen die in den Kapiteln 6.1 und 6.2 für den entsprechenden Zustand angegebenen Ratenkonstanten von $K_2 = 3,8 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^3/\text{s}$ bzw. $K_3 = 1,8 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ zugrunde. Beide Größen erlauben keinen Spielraum, der die Abweichung zwischen Theorie und Experiment zu erklären vermag. Stöße mit dem Restgas spielen auf der Zeitskala des beobachteten Zerfalls eine vernachlässigbare Rolle. Offenbar ist ein weiterer Verlustmechanismus vorhanden, welchen die Ratengleichung (10.1) nicht berücksichtigt. Eine genauere Analyse der beobachteten starken Abnahme der Teilchenzahl ist Inhalt der Dissertation von J. Schuster [39] und würde den Rahmen dieser Arbeit bei weitem sprengen. Im folgenden Abschnitt soll lediglich das grundlegende Prinzip des verantwortlichen Verlustmechanismus erläutert werden.

10.2.1 Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat

Bei der Beschreibung von Teilchenverlusten durch die Ratengleichung (10.1) wird davon ausgegangen, dass die energiereichen Produkte inelastischer Stoßprozesse das Kondensat

⁹ Die Terme $-4K_2 n_p N/7$ bzw. $-8K_3 n_p^2 N/21$ für Zwei- bzw. Drei-Körper-Stöße in Gleichung (10.1) ergeben sich aus den allgemein gültigen Beziehungen (6.1) bzw. (6.2) unter Verwendung der Dichteverteilung (5.14) eines Kondensats im TF-Regime.

¹⁰ Die Zeitkonstante des Zerfalls aufgrund von Stößen mit dem Restgas von $\tau \simeq 20 \text{ s}$ ist gegenüber dem in Kapitel 9.3.2 angegebenen Wert von $\tau \simeq 174 \text{ s}$ aus zweierlei Gründen erheblich kleiner. Einerseits wurde die dort vorgestellte Messung vor einer längeren Experimentierphase durchgeführt. Bei täglichem Betrieb der Apparatur erhöht sich der Rb-Partialdruck im Bereich der Glaszelle, wodurch sich die Lebensdauer einer Wolke in der (unkomprimierten) Ioffe-Falle auf typischerweise 40 bis 60 s reduziert. Andererseits ist die im vorliegenden Fall durch das Rf-Schild bestimmte Potentialtiefe von wenigen μK deutlich geringer als jene der unkomprimierten Ioffe-Falle ohne Rf-Feld (mehrere 100 μK , siehe Kapitel 9.3.2). Somit führen bereits wesentlich geringere Energieüberträge bei Stößen mit Atomen des Restgases zum Verlust von Teilchen, was durchaus zu einer Abnahme der Zeitkonstanten um einen Faktor 2 führen kann [174, 175, 39].

ohne weitere Wechselwirkung mit dessen Teilchen verlassen. Diese Vorstellung ist allerdings für Kondensate großer Dichte bzw. Ausdehnung und für Stoßprodukte mit vergleichsweise geringen Energien zu korrigieren. In diesem Fall besteht eine signifikante Wahrscheinlichkeit für weitere, *elastische* Stöße zwischen Produkten inelastischer Prozesse und Teilchen des Kondensats. Solch eine Situation ist schematisch in Abbildung 10.5 dargestellt: Infolge eines inelastischen Stoßes am Ort \vec{r} entsteht ein schnelles Teilchen, welches sich zunächst längs einer Trajektorie \vec{R} durch das Kondensat bewegt. Dieses Teilchen überträgt bei einem nun folgenden elastischen Stoß einen Teil seiner Energie auf ein weiteres Atom, worauf schließlich beide Teilchen das Kondensat verlassen.

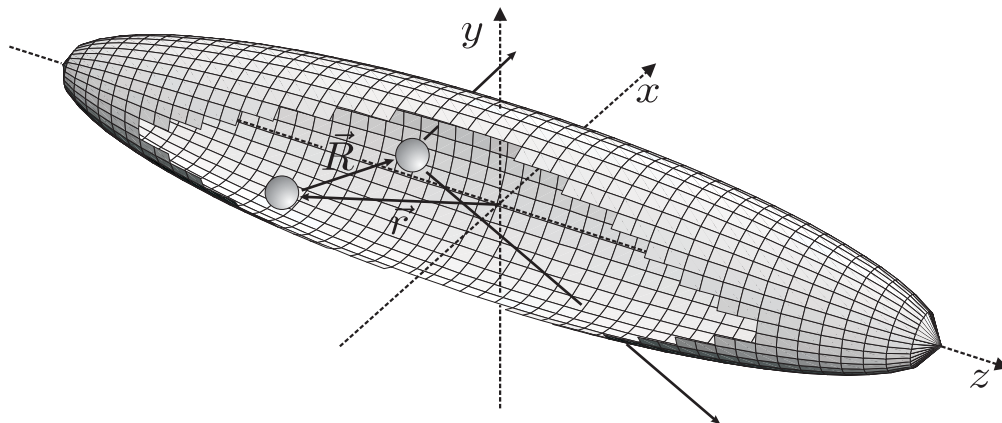


Abbildung 10.5: In Kondensaten großer Dichte und Ausdehnung können elastische Stöße zwischen den energiereichen Produkten inelastischer Stoßprozesse und den kondensierten Atomen zu zusätzlichen Teilchenverlusten führen. Ist die Wahrscheinlichkeit solcher Sekundärprozesse ausreichend hoch, so kann sich in einer Art Kettenreaktion eine ganze Lawine elastischer Stöße ausbilden, in deren Verlauf sich die Energie des ursprünglichen Projektils auf viele Atome verteilt, wodurch sich die Verluste von Teilchen aus dem Kondensat verstärken.

Ausschlaggebend für die Wahrscheinlichkeit p solcher Sekundärprozesse sind der (energieabhängige) Wirkungsquerschnitt $\sigma(E)$ für elastische Stöße und die Säulendichte längs einer Trajektorie \vec{R} , d. h. die längs \vec{R} aufintegrierte Dichte des Kondensats. Ausgehend vom Beerschen Gesetz ist p durch $p_{\vec{R}}(E) = 1 - \exp(-\sigma(E) \int n(\vec{r} + \vec{R}) dR)$ gegeben. Um eine Abschätzung für die mittlere Stoßwahrscheinlichkeit $p(E)$ zu gewinnen, wird im einfachsten Ansatz das Mittel der Säulendichte $\langle nl \rangle$ über alle Trajektorien \vec{R} und alle Entstehungsorte \vec{r} zu deren Berechnung herangezogen: $p(E) \simeq 1 - \exp(-\sigma(E)\langle nl \rangle)$.

Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(E)$ erreicht seinen höchsten Wert gewöhnlich im s-Wellen-Regime der Streuung (siehe Kapitel 2.3.1). Somit sind insbesondere jene Produkte inelastischer Stöße von Interesse, deren Energie im Bereich weniger $k_B \cdot 100 \mu\text{K}$ liegt, was insbesondere für Rekombinationsprozesse der Fall sein dürfte: Bei inelastischen Drei-Körper-Stößen werden gemäß Kapitel 6.2 bevorzugt schwach gebundene Moleküle erzeugt. Auf das dritte beteiligte Atom werden hierbei 2/3 der Bindungsenergie übertragen, um die Energie- und Impulserhaltung beim Rekombinationsprozess zu gewährleisten. Bei einer Bindungs-

energie des am schwächsten gebundenen Zustandes von ca. $h \cdot 25 \text{ MHz} \simeq k_B \cdot 1,2 \text{ mK}$ (siehe Kapitel 4.2 und die dort angegebenen Referenzen) ergibt sich bei einem anschließenden Stoß dieses Atoms mit einem Teilchen des Kondensats eine Stoßenergie von $k_B \cdot 400 \mu\text{K}$ im Schwerpunktsystem mit einem entsprechend hohen Wirkungsquerschnitt¹¹. Findet ein solcher Stoß tatsächlich statt, so liegen anschließend zwei Teilchen vor, auf die sich die Energie des ursprünglichen Projektils im Mittel gleich verteilt. Diese Teilchen können nun prinzipiell in weiteren elastischen Stößen ihre Energie auf eine wachsende Anzahl von Atomen des Kondensats verteilen, sofern die Stoßwahrscheinlichkeit einen Wert von 0,5 überschreitet. In diesem Fall entsteht eine *Stoßlawine*, die zu drastisch verstärkten Teilchenverlusten aus dem Kondensat führt. Entsprechend einer Stoßwahrscheinlichkeit von $p = 1 - \exp(-\mathcal{O}_c) = 0,5$ lässt sich die *kritische Opazität* $\mathcal{O}_c = 0,693$ definieren, wobei das Produkt aus Wirkungsquerschnitt und Säulendichte in Anlehnung an die in Kapitel 8.1 definierte optische Dichte als Opazität der Wolke bezeichnet wird. Eine quantitative Beschreibung der Verluste durch Stoßlawinen erfordert Erweiterungen der Ratengleichung (10.1) und findet sich in den Referenzen [40, 39].

Für die in Abbildung 10.4 (b) gezeigte Situation des Zerfalls eines Kondensats im Zustand $|2, +2\rangle$ ergibt sich zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Opazität von $\mathcal{O} = \langle nl \rangle \sigma_s \simeq 1,6$, deutlich oberhalb der kritischen Opazität. Die entsprechende Stoßwahrscheinlichkeit beträgt $p \simeq 0,8$. Demzufolge sind Stoßlawinen, ausgelöst von inelastischen Drei-Körper-Stößen, zu erwarten.

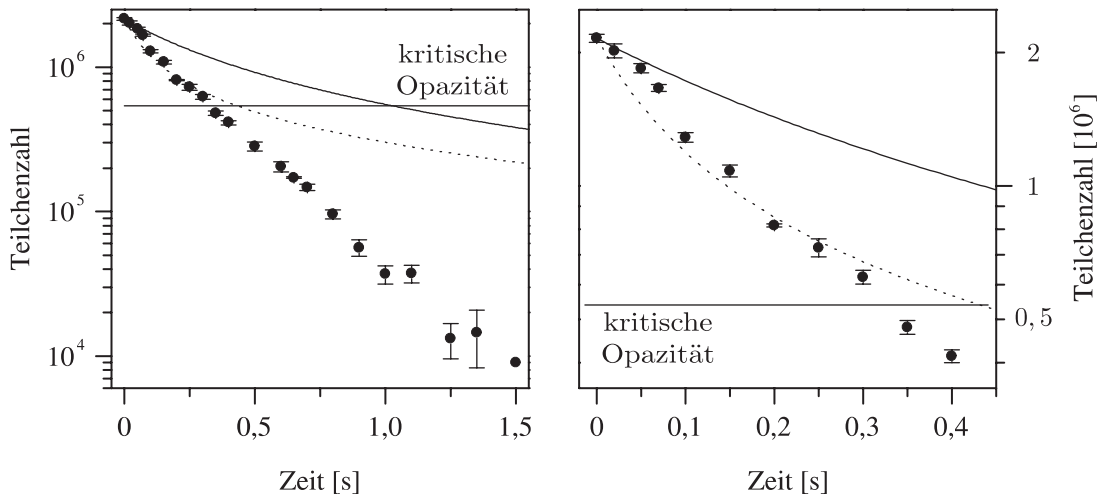


Abbildung 10.6: Zerfall des Kondensats im Zustand $|2, +2\rangle$ im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen. Den durchgezogenen Kurven liegt die Ratengleichung (10.1) zugrunde, welche Verluste durch Stöße mit dem Restgas sowie inelastische Zwei- und Drei-Körper-Stöße beschreibt. Darüber hinaus berücksichtigen die gestrichelten Kurven durch inelastische Stoßprozesse ausgelöste Stoßlawinen im Kondensat.

¹¹ Aufgrund einer d -Wellen-Streuresonanz ist der Wirkungsquerschnitt bei dieser Stoßenergie sogar um einen Faktor 2,5 größer als dessen Wert im s -Wellen-Regime von $\sigma_s = 68923 \text{ \AA}^2$.

Abbildung 10.6 zeigt den beobachteten Zerfall des Kondensats im Zustand $|2, +2\rangle$ im Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen gemäß der Ratengleichung (10.1) (durchgezogene Kurve), sowie unter Berücksichtigung von Stoßlawinen gemäß dem Modell der Referenzen [40, 39] (gestrichelte Kurve) auf „langer“ bzw. „kurzer“ Zeitskala. Im Bereich überkritischer Opazität wird der beobachtete schnelle Verlust durch die Vorhersage dieses Modells recht gut wiedergegeben. Auf größeren Zeitskalen ($t > 300$ ms) mit entsprechend geringen Opazitäten tragen Stoßlawinen kaum noch zum Teilchenverlust bei, so dass die große Diskrepanz zwischen Experiment und Theorie auch unter Berücksichtigung von Stoßlawinen bestehen bleibt. Für eine detaillierte Analyse möglicher Ursachen sei wiederum auf die Dissertation von J. Schuster [39] verwiesen.

Der in Abbildung 10.4 (a) dargestellte Zerfall des Kondensats im Zustand $|1, -1\rangle$ zeigte sich in guter Übereinstimmung mit dem durch die Ratengleichung (10.1) vorhergesagten Verlauf. Allerdings liegt auch in diesem Fall die Opazität mit $\mathcal{O} \simeq 1,2$ zum Zeitpunkt $t = 0$ oberhalb des kritischen Wertes. Anscheinend leisten Stoßlawinen keinen signifikanten Beitrag zum Zerfall von Kondensaten in diesem Zustand. Möglicherweise spielen für den Zustand $|1, -1\rangle$ tiefer liegende gebundene Zustände bei der Rekombination eine dominante Rolle. Demzufolge wären die inelastischen Stoßprodukte energiereicher und würden einen entsprechend geringeren Wirkungsquerschnitt für anschließende elastische Stöße aufweisen, wodurch die Entstehung von Stoßlawinen unterdrückt wäre.

Kapitel 11

Feshbach-Resonanzen im Experiment

Das folgende Kapitel ist der erstmaligen Beobachtung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter ^{87}Rb -Atome gewidmet [32]. Zunächst werden in Abschnitt 11.1 Messungen vorgestellt, in denen der im Experiment zugängliche Magnetfeldbereich untersucht und die Positionen der detektierten Resonanzen mit hoher Genauigkeit bestimmt wurden. Der Vergleich der experimentell ermittelten Resonanzpositionen mit theoretischen Vorhersagen ist Gegenstand des Abschnitts 11.2. Da die beobachteten Feshbach-Resonanzen nicht allein auf Stöße zwischen Atomen im Zustand $|1, +1\rangle$ beschränkt sind, wird die Identifikation einer Resonanz mit einem Pendant aus theoretischen Vorhersagen durch die Bestimmung des entsprechenden Eingangskanals erheblich erleichtert, worauf Abschnitt 11.3 näher eingeht. Neben der Position einer Resonanz ist insbesondere auch deren „Stärke“ von Interesse. In Abschnitt 11.4 wird daher die Charakterisierung der Resonanzen anhand von Breiten und Tiefen der beobachteten Resonanzstrukturen erweitert und vertieft. Abschnitt 11.5 stellt schließlich detaillierte Messungen zu Teilchenverlusten nahe bzw. auf der stärksten Feshbach-Resonanz des Eingangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ bei 1007 G vor und verdeutlicht das enorme Anwendungspotential dieser Resonanz für zukünftige Experimente.

11.1 Beobachtung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen

Feshbach-Resonanzen werden neben einer Variation der elastischen Streulänge (siehe Kapitel 3 und Anhang A) auch von signifikant veränderten Eigenschaften inelastischer Stoßprozesse begleitet, wie in Kapitel 6 näher ausgeführt wurde. Bereits in Kapitel 3.1 wurde in diesem Zusammenhang auf resonant überhöhte Teilchenverluste als vergleichsweise einfach nachweisbare Signatur einer Feshbach-Resonanz hingewiesen.

Für den Nachweis magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen wurden gemäß dem in Kapitel 7.5.2 beschriebenen Ablauf Wolken mit typischerweise $4 \cdot 10^5$ Atomen bei einer Temperatur von $2 \mu\text{K}$ (entsprechend einer zentralen Dichte von ca. $2,4 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$) in der Dipolfalle im Zustand $|1, +1\rangle$ präpariert¹. Anschließend wurde ein nahezu homogenes Magnetfeld (siehe Kapitel 9.3.3) in Form einer linearen Rampe von 450 ms Dauer und einem Hub von 2,6 G angelegt und schließlich die Anzahl verbleibender Atome als Funktion des Magnetfeldes aus Absorptionsoptionen ermittelt². Abbildung 11.1 zeigt das Ergebnis vieler solcher aufeinander folgender Messungen, die den gesamten experimentell zugänglichen Bereich des Magnetfeldes zwischen 0,5 G und 1261 G abdecken. Die bei bestimmten Feldern auftretenden deutlichen Einbrüche der Teilchenzahl sind Signaturen magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen. Angesichts der theoretischen Vorhersage von lediglich vier Resonanzen für den Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ im vorliegenden Magnetfeldbereich (siehe Kapitel 4.3.2 und 4.3.3) ist die große Anzahl von insgesamt 43 beobachteten Resonanzen zunächst überraschend.

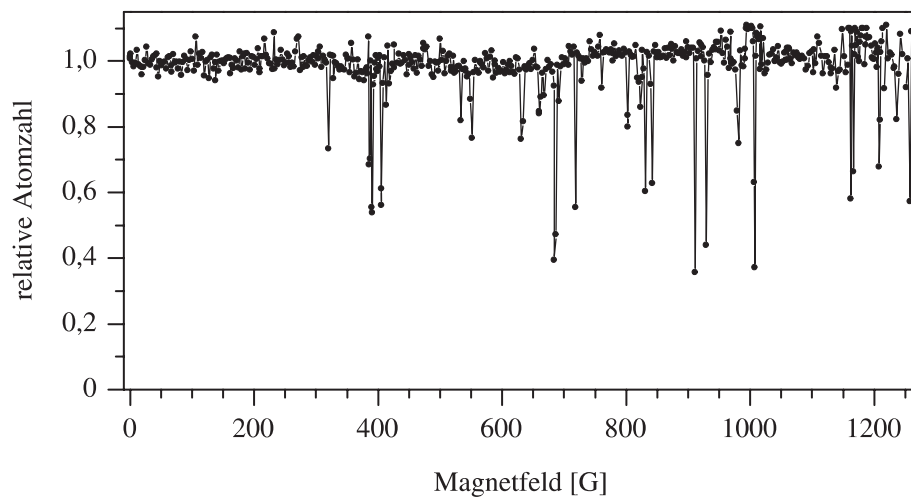


Abbildung 11.1: Beobachtung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen im Bereich von 0,5 G bis 1261 G anhand von magnetfeldabhängigen Teilchenverlusten. Für jeden Datenpunkt wurde das Magnetfeld in Form einer linearen Rampe von 450 ms Dauer und einem Hub von 2,6 G variiert² und die (relative) Anzahl in der Dipolfalle verbliebener Atome ermittelt.

Sämtliche auf diese Art und Weise detektierten Resonanzen wurden anschließend mit erhöhter Auflösung genauer untersucht. Hierzu wurde ein konstantes Magnetfeld für eine Dauer von 50 ms angelegt, wobei wiederum die Anzahl in der Dipolfalle verbleibender

¹ Durch adiabatischen Transfer (siehe Kapitel 7.5.4) wurden maximal 90 % der Atome ausgehend vom magnetisch-speicherbaren Zustand $|1, -1\rangle$ in den gewünschten Zustand $|1, +1\rangle$ überführt.

² Aus technischen Gründen betrug der Hub der Magnetfeld-Rampe bei Feldern oberhalb von 1090 G (entsprechend Strömen oberhalb von 1500 A) ca. 3 G.

Atome als Signal diene. Das Magnetfeld wurde in aufeinander folgenden Messungen um jeweils ca. 13 mG erhöht³.

Abbildung 11.2 (a) zeigt eine mit diesem „spektroskopischen“ Verfahren aufgenommene typische Resonanzstruktur. Durch Anpassung einer Gauß-Kurve an die Messwerte lässt sich die Position B_{exp} , die (rms-)Breite Δ sowie die Tiefe d der Resonanzstruktur ermitteln. Entsprechende Messungen zu allen 43 Resonanzen unter Angabe von B_{exp} , Δ , d , der Temperatur und der Dichte des präparierten Ensembles sowie eines Satzes von Quantenzahlen zur Kennzeichnung der jeweiligen Resonanz finden sich in Anhang C. Die Positionen B_{exp} wurden mittels Mikrowellenspektroskopie bei je einem Magnetfeld in der Nähe jeder Resonanz mit einer absoluten Genauigkeit von ca. 30 mG kalibriert (siehe hierzu Kapitel 9.3.4).

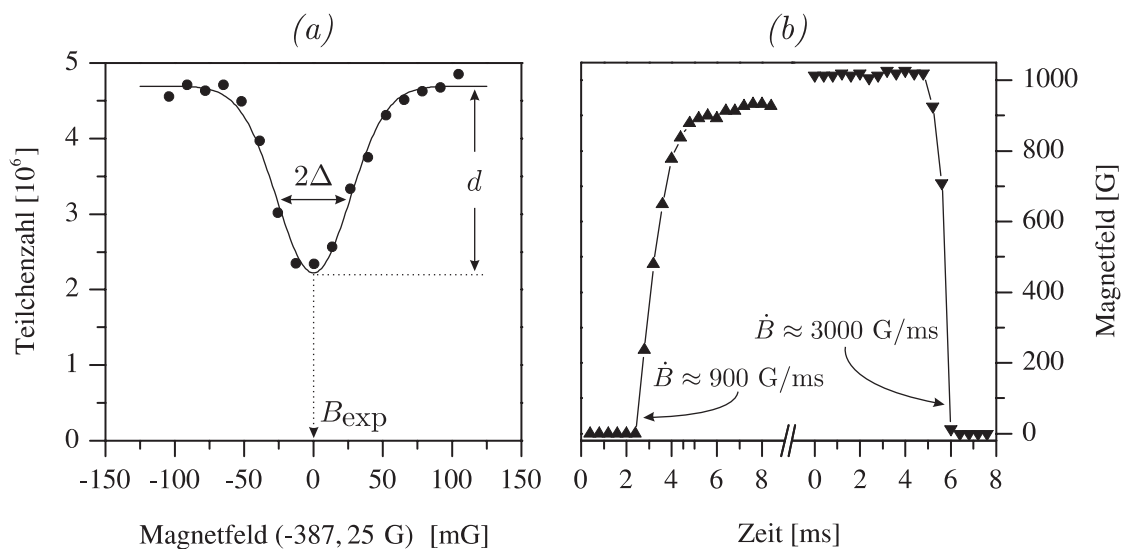


Abbildung 11.2: (a): Typische Struktur der beobachteten magnetfeldabhängigen Teilchenverluste bei einer Feshbach-Resonanz. Für jeden Datenpunkt wurde ein konstantes Magnetfeld für eine Dauer von 50 ms angelegt. (b): Durch schnelles Ein- bzw. Ausschalten des Magnetfeldes lassen sich Teilchenverluste aufgrund von Feshbach-Resonanzen im überstrichenen Magnetfeld-Bereich weitestgehend vermeiden, so dass auch Resonanzen bei sehr hohen Magnetfeldern untersucht werden können.

Gemäß Abbildung 11.1 werden im Zuge der Präparation eines Ensembles von Atomen bei hohen Magnetfeldern zwangsläufig zahlreiche Feshbach-Resonanzen durchfahren. Um die damit verbundenen Teilchenverluste zu minimieren, ist es erforderlich, das Magnetfeld möglichst schnell ein- bzw. auszuschalten. Mit den in Abbildung 11.2 (b) gezeigten Verläufen des Magnetfeldes beim Ein- bzw. Ausschalten von Feldern im Bereich von 1000 G ist dies offenbar gewährleistet, wie sich anhand einer nahezu unveränderten Zahl

³ Bei Magnetfeldern oberhalb von 1090 G (entsprechend Strömen oberhalb von 1500 A) war die Auflösung dieser Messungen mit ca. 15 mG etwas geringer.

von Teilchen in der Dipolfalle zeigte. Die zeitliche Änderung des Magnetfeldes zu Beginn des Einschaltvorgangs beträgt ca. 900 G/ms, jene am Ende des Ausschaltvorgangs ca. 3000 G/ms.

11.2 Resonanz-Positionen: Experiment und Theorie im Vergleich

Die Positionen aller 43 beobachteten Feshbach-Resonanzen sind in den Tabellen 11.1 und 11.2 zusammengestellt. Tabelle 11.1 beinhaltet hierbei jene Resonanzen, die bei Stößen zwischen Atomen im Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ auftreten. Hierbei lassen sich die ersten vier Resonanzen bei 406,23 G, 685,43 G, 911,74 G und 1007,34 G mit den in den Kapiteln 4.3.2 und 4.3.3 bzw. in der Referenz [31] vorhergesagten $l = 0$ -Resonanzen identifizieren. Hierbei weichen die in [31] angegebenen Resonanz-Positionen von den experimentell ermittelten Werten B_{exp} lediglich um maximal 1,4 % ab.

Alle anderen Resonanzen dieses Eingangskanals entstehen nicht aufgrund einer Kopplung durch die Coulomb-Wechselwirkung, sondern kommen aufgrund von Kopplungen durch die schwächeren Dipol-Dipol- bzw. Spin-Bahn-Wechselwirkungen V^{SS} bzw. V^{SO} zustande (siehe Kapitel 4.1). Es handelt sich demnach um $l = 2$ -Resonanzen. Unter Berücksichtigung dieser Kopplungsmechanismen erweiterten Prof. B. Verhaar und E. van Kempen von der Technischen Universität Eindhoven ihre theoretischen Vorhersagen, woraus sich schließlich eine unmittelbare Korrespondenz zwischen experimentell bestimmten Resonanzpositionen B_{exp} und entsprechenden Prognosen für die Polstellen B_{res} im Verlauf der elastischen Streulänge ergab [32]. Für einen direkten Vergleich sind die Positionen B_{res} in Tabelle 11.1 mit aufgeführt.

Wie bereits angemerkt wurde, konnten mit der vorgenommenen Spinpräparation typischerweise nur knapp 90 % der Atome in den Zustand $|1, +1\rangle$ überführt werden, so dass auch andere Eingangskanäle $|1, m_{f_1}\rangle \otimes |1, m_{f_2}\rangle$ zu Streuprozessen beitragen. Daher konnten auch eine Vielzahl von Feshbach-Resonanzen bei Stößen zwischen Atomen im Zustand $|1, 0\rangle$ sowie so genannte „mixed-species“-Resonanzen ausgehend von den Eingangskanälen $|1, 1\rangle \otimes |1, -1\rangle$ und $|1, 1\rangle \otimes |1, 0\rangle$ beobachtet werden (vgl. Kapitel 4.3.3). Die Positionen dieser Resonanzen, wiederum im Vergleich mit den entsprechenden theoretischen Vorhersagen B_{res} , finden sich in Tabelle 11.2. Auf eine Angabe von Breiten Δ und Tiefen d wurde hierbei verzichtet, da aufgrund der verwendeten Spinpräparation die Zusammensetzung der Atomwolken hinsichtlich der drei Zeeman-Komponenten $m_f = +1$, $m_f = 0$ und $m_f = -1$ nicht jener der Eingangskanäle der beobachteten Resonanzen entsprach⁴.

Bei der Mehrzahl dieser Feshbach-Resonanzen sind wiederum gebundene Zustände mit der Rotationsquantenzahl $l = 2$ involviert. Da der Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, 0\rangle$ Stöße

⁴ Neben den in Tabelle 11.2 aufgeführten Resonanzen gibt es noch eine ganze Reihe weiterer, theoretisch vorhergesagter Resonanzen, die allerdings nicht beobachtet werden konnten. Diese dürfte einerseits mit der bereits erwähnten, ungünstigen Spinpräparation, andererseits mit der als äußerst gering prognostizierten Stärke dieser Resonanzen zusammenhängen.

B_{exp} [G]	B_{res} [G]	ΔB_{el} [mG]	Δ [mG]	d [%]	$l(f_1, f_2)\nu'_D, m_F$	F	m_{f_1}, m_{f_2}
406,23	406,6	0,4	32	57	0(1,2)-4,2		0,2
685,43	685,8	17	104	78	0(1,2)-4,2		1,1
911,74	911,7	1,3	79	72	0(2,2)-5,2	4	
1007,34	1008,5	170	275	60	0(2,2)-5,2	2	
—	377,2	$\ll 0,1$	—	—	2(1,1)-2,0		-1,1
—	395,0	$\ll 0,1$	—	—	2(1,1)-2,0		0,0
856,85	857,6	$\ll 0,1$	56	12	2(1,1)-2,1	2	0,1
—	249,1	$\ll 0,1$	—	—	2(1,2)-4,1		-1,2
306,94	306,2	$\ll 0,1$	18	34	2(1,2)-4,0		-1,1
319,30	319,7	$< 0,1$	18	54	2(1,2)-4,2		0,2
387,25	388,5	$< 0,1$	26	53	2(1,2)-4,1		0,1
391,49	392,9	0,3	31	63	2(1,2)-4,3	3	1,2
532,48	534,2	$< 0,1$	40	57	2(1,2)-4,0		0,0
551,47	552,0	0,2	56	66	2(1,2)-4,2		1,1
819,38	819,3	$< 0,1$	44	29	2(1,2)-4,1		1,0
632,45	632,5	1,5	56	77	2(2,2)-5,4	4	2,2
719,48	719,5	0,5	50	77	2(2,2)-5,3	4	1,2
831,29	831,3	0,2	42	67	2(2,2)-5,2	4	
930,02	930,9	$< 0,1$	63	78	2(2,2)-5,2	2	
978,55	978,3	$< 0,1$	30	36	2(2,2)-5,1	4	
1139,91	1140,9	$\ll 0,1$	41	10	2(2,2)-5,1	2	
—	1176,3	$\ll 0,1$	—	—	2(2,2)-5,0	4	

Tabelle 11.1: *Feshbach-Resonanzen bei Stößen von ^{87}Rb -Atomen im Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$. Aufgeführt sind jeweils die Position B_{exp} , die Breite Δ sowie die Tiefe d der experimentell bestimmten Resonanzstruktur (siehe Abbildung 11.2). Zum Vergleich sind die theoretisch vorhergesagten Resonanzpositionen B_{res} und Breiten ΔB_{el} der entsprechenden Resonanzen im Verlauf der elastischen Streulänge angegeben. Zur Kennzeichnung der Resonanzen bzw. der zugehörigen gebundenen Zustände dient jeweils ein Satz von Quantenzahlen gemäß Kapitel 4.3.1.*

zwischen unterscheidbaren Atomen beschreibt, ist auch ein Beitrag der Partialwelle mit $l = 1$ zum Streuzustand erlaubt (vgl. Kapitel 2.2.1). Gemäß den in Kapitel 4.3.1 ausgeführten Auswahlregeln für $l = 2$ -Feshbach-Resonanzen ist somit eine Kopplung an gebundene Zustände mit Rotationsquantenzahlen $l = 1$ und $l = 3$ möglich. Ausgehend von den in Tabelle 11.2 getroffenen Zuordnungen zwischen experimentell ermittelten und theoretisch vorhergesagten Resonanzpositionen ist dies für die Resonanzen bei 965, 96 G und 1137, 97 G (jeweils $l = 1$) sowie bei 825, 11 G ($l = 3$) der Fall.

Zur Kennzeichnung der Resonanzen ist in den Tabellen 11.1 und 11.2 jeweils ein Satz von Quantenzahlen angegeben, die zu jenem gebundenen Zustand gehören, der die Resonanz

B_{exp} [G]	B_{res} [G]	m_{f_1}, m_{f_2}	$l(f_1, f_2)\nu'_D, m_F$	F	m_{f_1}, m_{f_2}
414,34	413,6	0,0	0(1,1)-1,0		-1,1
661,43	662,2	0,0	0(1,2)-4,0		-1,1
729,43	728,5	0,0	2(1,1)-2,-1	2	-1,0
760,73	762,1	0,0	2(1,2)-4,-1		-1,0
1167,14	1167,1	0,0	2(2,2)-5,2	4	
1208,69	1209,4	0,0	$\begin{cases} 2(1,2)2 \\ 2(2,2)2 \end{cases}$	2	1,1
1252,68	1254,9	0,0	2(1,2)-4,-2		-1,-1
692,75	693,6	-1,1	0(1,2)-4,0		-1,1
1216,32	1216,6	-1,1	2(2,2)-5,2	4	
391,08	391,7	0,1	0(1,2)-4,1		-1,2
417,20	417,7	0,1	2(1,2)-4,2		0,2
535,01	536,6	0,1	2(1,2)-4,1		0,1
548,60	550,7	0,1	2(1,2)-4,3	3	1,2
669,19	670,7	0,1	0(1,2)-4,1		0,1
802,94	805,0	0,1	2(1,2)-4,0		0,0
821,04	821,7	0,1	2(1,2)-4,2		1,1
840,95	841,0	0,1	2(2,2)-5,3	4	1,2
981,54	981,7	0,1	2(2,2)-5,2	4	
1162,15	1162,5	0,1	2(2,2)-5,1	4	
1236,73	—	0,1	—	—	—
1237,19	1238,1	0,1	2(1,2)-4,1		1,0
1256,96	1257,1	0,1	0(2,2)-5,1	4	
825,11	825,1	0,1	3(2,2)-5,3	3	1,2
965,96	966,0	0,1	1(2,2)-5,3	3	1,2
1137,97	1135,5	0,1	1(2,2)-5,2	3	0,2

Tabelle 11.2: *Feshbach-Resonanzen bei Stößen zwischen Atomen im Zustand $|1, 0\rangle$ sowie „mixed-species“-Resonanzen ausgehend von den Eingangskanälen $|1, -1\rangle \otimes |1, 1\rangle$ und $|1, 0\rangle \otimes |1, 1\rangle$.*

verursacht⁵. Gemäß den Ausführungen in Kapitel 4.3.1 wird abhängig von der Zeeman-Aufspaltung bzw. der F -Aufspaltung der Niveaus bei $B = 0$ entweder die Kombination $\{l, m_l, (f_1, f_2), \nu'_D, m_F, F\}$ oder $\{l, m_l, (f_1, f_2), \nu'_D, m_F, m_{f_1}, m_{f_2} = m_F - m_{f_1}\}$ herangezogen.

Von den 43 im Experiment beobachteten Resonanzen konnte lediglich jene bei 1236,7 G in Tabelle 11.2 nicht mit einem Pendant aus theoretischen Vorhersagen identifiziert werden. Die Hypothese, es könnte sich im Gegensatz zu allen bislang diskutierten Resonanzen

⁵ Die Feshbach-Resonanz bei 1208,69 G in Tabelle 11.2 entsteht nahe den Kreuzungen dreier Zustände (zahlreiche (vermeidene) Kreuzungen zweier Zustände sind in Abbildung 4.5 zu sehen). Die Resonanz wird daher mit den (diabatischen) Quantenzahlen von zwei der beteiligten Zustände bezeichnet.

möglicherweise um eine Drei-Körper-Resonanz⁶ handeln, soll anhand zukünftiger Messungen überprüft werden.

Die Übereinstimmung zwischen den experimentell bestimmten und den in der Gruppe von Prof. B. Verhaar berechneten Resonanzpositionen B_{exp} und B_{res} ist exzellent, wie der relativen Abweichung von lediglich $1,6 \cdot 10^{-3}$ (rms) zu entnehmen ist. Gegenüber den Vorhersagen in Referenz [31] stellt dies eine Verbesserung um einen Faktor 6 dar. Die erhöhte Genauigkeit der theoretischen Vorhersagen wurde unter Verwendung eines modifizierten, verbesserten Satzes von Modell-Parametern für das Rubidium-Wechselwirkungspotential erreicht. Die bislang verwendeten Parameter wurden aus der Anpassung theoretischer Vorhersagen an einen Satz von acht unterschiedlichen, experimentell bestimmten Größen ermittelt [31]⁷. Diesem Satz wurde die im Rahmen dieser Arbeit experimentell ermittelte Position der $l = 0$ -Resonanz bei 911,74 G (siehe Tabelle 11.1) hinzugefügt. Die Wahl fiel auf diese spezielle Resonanz, da das zum entsprechenden gebundenen Zustand gehörende Molekülpotential mit Quantenzahlen $f_1 = 2$, $f_2 = 2$ und $F = 4$ eine reines Triplet-Potential darstellt: Gegenüber dem Singulett-Potential, welches aufgrund eine enormen Zahl experimentell bestimmter Übergangsfrequenzen zwischen Zuständen dieses Potentials recht gut bekannt ist [89], unterliegt das Triplet-Potential größeren Unsicherheiten. Aus einer erneut durchgeführten Anpassung der Vorhersagen an die nun neun experimentellen Größen ergab sich der in Tabelle 11.3 aufgeführte Satz von Modell-Parametern für das ⁸⁷Rb-Wechselwirkungspotential. Die Veränderungen gegenüber den in [31] angegebenen Parametern sind klein und liegen innerhalb der dort angegebenen Fehlerbalken. Letztere sind unverändert, da nach wie vor die Unsicherheiten im Parameter C_{10} aus Referenz [80] dominieren.

Auf der Basis dieser Modell-Parameter wurden nun alle anderen Resonanz-Positionen in „coupled-channels“-Rechnungen ermittelt (siehe hierzu die in Kapitel 4.3.3 angegebenen Referenzen). Hierbei gilt es noch zu bedenken, dass die vorhergesagten Resonanzpositionen B_{res} den Polstellen der Streulängenvariation entsprechen (siehe hierzu Abbildung 3.2 und Gleichung (A.28)), die experimentell bestimmten Positionen B_{exp} hingegen jene Magnetfelder bezeichnen, bei denen die größten Verluste auftreten (siehe auch Kapitel 6). Die Positionen B_{exp} und B_{res} fallen nicht notwendigerweise zusammen, wie Untersuchungen zu einer Feshbach-Resonanz in ⁸⁵Rb zeigen [120]. Die Abweichungen zwischen diesen Positionen sollten in der Regel aber nicht größer als die elastische Breiten ΔB_{el} der Resonanzen sein, welche im vorliegenden Fall sehr klein sind. Die gute Übereinstimmung der Positionen B_{exp} und B_{res} bei allen Resonanzen spricht für die Genauigkeit und die Aussagekraft des

⁶ Findet während eines Stoßes zweier Atome eine Wechselwirkung mit einem dritten Atom statt, so ist eine Änderung der Quantenzahlen l bzw. m_l denkbar. In solch einem Fall wäre im Gegensatz zu den in Kapitel 4.3.1 diskutierten Auswahlregeln auch eine Änderung der Quantenzahl $m_{\mathcal{F}}$ erlaubt, woraus eine Vielzahl zusätzlicher Resonanzen resultieren würde. Eine Signatur dieser bislang experimentell nicht nachgewiesenen Drei-Körper-Resonanzen bestünde in einer gegenüber Zwei-Körper-Resonanzen veränderten Abhängigkeit der Verluste von der Dichte des präparierten Ensembles.

⁷ Hierbei handelt es sich um die Bindungsenergien von vier Molekülzuständen des ⁸⁷Rb-Dimers [91], das Verhältnis zweier Streulängen von ⁸⁷Rb in unterschiedlichen Hyperfeinzuständen [191], Breite und Position einer Feshbach-Resonanz in ⁸⁵Rb [192], sowie die Position einer g-Wellen-Resonanz beim Stoß kalter ⁸⁵Rb-Atome [193].

$C_6 = 4,707 \cdot 10^3$	$J = 0,486 \cdot 10^2$	$v_{DS} = 0,454$
$C_8 = 5,73 \cdot 10^5$	$a_S = +90,6$	$v_{DT} = 0,4215$
$C_{10} = 7,665 \cdot 10^7$	$a_T = +98,96$	

Tabelle 11.3: Modell-Parameter für das ^{87}Rb -Wechselwirkungspotential in atomaren Einheiten⁸. Die Koeffizienten C_6 , C_8 und C_{10} charakterisieren den langreichweitigen Anteil der Coulomb-Wechselwirkung, die van der Waals- oder Dispersionswechselwirkung (siehe Gleichung (4.6) in Kapitel 4.1) sowie J die Austauschwechselwirkung (Gleichung (4.5)). a_S und a_T bezeichnen die Singulett- und Triplett-Streulänge, d. h. die Streulängen, die sich bei der Streuung am reinen Singulett- bzw. Triplett-Potential ergeben. v_{DS} bzw. v_{DT} sind schließlich die so genannten (gebrochenen) Vibrationsquantenzahlen an der Dissoziationsgrenze der entsprechenden Molekülpotentiale [47].

Modells, so dass Rubidium mittlerweile sicherlich zu jenen Atomen des Periodensystems zu zählen ist, deren Stoßeigenschaften am besten bekannt sind.

11.3 Identifikation des Eingangskanals einer Resonanz

Die Identifikation der beobachteten Feshbach-Resonanzen mit ihren Pendants aus theoretischen Vorhersagen wird durch die Kenntnis des jeweiligen Eingangskanals erheblich erleichtert. Dies ist insbesondere für Resonanzen, deren Positionen B_{exp} sehr dicht beisammen liegen sowie für „mixed-species“-Resonanzen der Fall. Um die Eingangskanäle einzelner Resonanzen zu ermitteln, wurden mit der in Kapitel 7.5.4 beschriebenen „Stern-Gerlach-Methode“ jene Zeeman-Komponenten der Atomwolke bestimmt, welche nahe der Resonanz die stärksten Teilchenverluste erleiden. Da die Ergebnisse mit der bislang verwendeten Spinpräparation (90 % der Atome im Zustand $|1, +1\rangle$) oftmals schwer interpretierbar waren, galt es zunächst, die Spinmischung innerhalb der Wolke geeignet zu verändern. Wie in Kapitel 7.5.4 bereits ausführlich erläutert, wurden hierfür Rabi-Übergänge im Dreiniveau-System $|1, -1\rangle$, $|1, 0\rangle$, $|1, +1\rangle$ induziert (siehe auch Abbildung 7.10).

Die Absorptionaufnahme in Abbildung 11.3 (a) zeigt die Spinzusammensetzung einer auf dieser Art und Weise präparierten Wolke. Die drei nach freier Expansion im inhomogenen Magnetfeld räumlich separierten m_f -Komponenten sind in diesem Fall ähnlich stark bevölkert. Die Aufnahmen (b) bzw. (c) entstanden nach identischer Spinpräparation, allerdings wurden nun mittels der während 50 ms angelegten Magnetfelder von 391,08 G bzw. 391,49 G Feshbach-Resonanzen induziert (siehe Tabellen 11.1 und 11.2). Offenbar

⁸ Im System der atomaren Einheiten bilden der Bohrsche Radius $a_0 = 0.529177 \cdot 10^{-10}$ m die Längeneinheit und die doppelte Ionisationsenergie von Wasserstoff im Grundzustand, das so genannte Hartree, die Energieeinheit ($4,359743 \cdot 10^{-18}$ J).

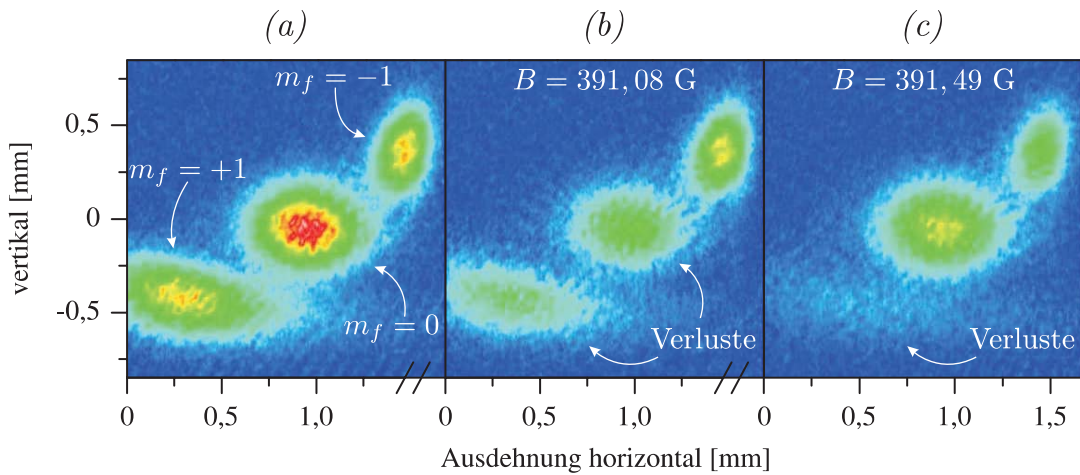


Abbildung 11.3: Identifikation des Eingangskanals einer Feshbach-Resonanz. Nach dem Abschalten der Dipolfalle und der anschließenden Expansion in einem inhomogenen Magnetfeld lassen sich die drei Zeeman-Komponenten der Wolke $m_f = +1$, $m_f = 0$ und $m_f = -1$ räumlich separieren. Die in (a) gezeigte Spinzusammensetzung der Wolke wurde bei einem Magnetfeld abseits von Feshbach-Resonanzen präpariert. Werden während der Speicherzeit in der Dipolfalle hingegen Resonanzen bei den Magnetfeldern 391,08 G bzw. 391,49 G induziert, so stellen sich in den beiden in (b) bzw. (c) gezeigten Situationen deutlich unterschiedliche Teilchenverluste bei den einzelnen Zeeman-Komponenten ein. Die Resonanz bei 391,08 G betrifft somit Stöße von Atomen im Eingangskanal $|1, 0\rangle \otimes |1, +1\rangle$, jene bei 391,49 G wird offenbar ausgehend vom Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ hervorgerufen.

ist bei einem Feld von 391,49 G fast ausschließlich die Zeeman-Komponente $m_f = +1$ von Teilchenverlusten betroffen, wohingegen bei 391,08 G sowohl die Komponente $m_f = +1$ als auch die Komponente $m_f = 0$ eine reduzierte Teilchenzahl gegenüber der in (a) gezeigten Situation aufweist. Demzufolge lässt sich für die Feshbach-Resonanzen bei 391,08 G bzw. 391,49 G auf die Eingangskanäle $|1, +1\rangle \otimes |1, 0\rangle$ bzw. $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ schließen⁹.

Mit dieser Methode wurde insbesondere auch der Eingangskanal der bislang nicht identifizierten Feshbach-Resonanz bei 1236,73 G zu $|1, 0\rangle \otimes |1, +1\rangle$ ermittelt.

11.4 Charakterisierung der „Stärke“ der Resonanzen

Neben der Position B_{res} einer Feshbach-Resonanz ist deren „Stärke“ eine charakteristische Größe. Ein Maß für die „Stärke“ einer Resonanz ist die Kopplung zwischen dem Eingangskanal und dem gebundenen Zustand, welche durch das Matrixelement α beschrieben wird

⁹ Hierbei ist anzumerken, dass bei einer Resonanz ausgehend vom Eingangskanal $|f_1, m_{f_1}\rangle \otimes |f_2, m_{f_2}\rangle$ die Verluste nicht allein auf die Zeeman-Komponenten m_{f_1} bzw. m_{f_2} beschränkt sind. So ist davon auszugehen, dass bei einem inelastischen Drei-Körper-Stoß die m_f -Quantenzahl des dritten involvierten Atoms keine entscheidende Rolle spielt.

(siehe Kapitel 3.1 und Anhang A). Nach den Gleichungen (3.2) bzw. (A.28) bestimmt α die elastische Breite ΔB_{el} einer Resonanz, d. h. die Breite jenes Bereichs, über den die Streulänge ein gegenüber a_{nr} umgekehrtes Vorzeichen aufweist (siehe Abbildung 3.2). Die theoretischen Vorhersagen von Prof. B. Verhaar und E. van Kempen beinhalten neben Resonanzpositionen B_{res} auch die elastischen Breiten ΔB_{el} , welche für die Resonanzen des Eingangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ in Tabelle 11.1 aufgeführt sind¹⁰.

Experimentell wurden die Resonanzen anhand von Teilchenverlusten detektiert und die aufgenommenen Resonanzstrukturen gemäß der in Abbildung 11.2 (a) eingeführten Breiten Δ und Tiefen d charakterisiert. Im Folgenden soll eingehender untersucht werden, inwiefern Zusammenhänge bzw. Tendenzen zwischen der elastischen Breite und der Tiefe bzw. der Breite der beobachteten Resonanzstrukturen bestehen.

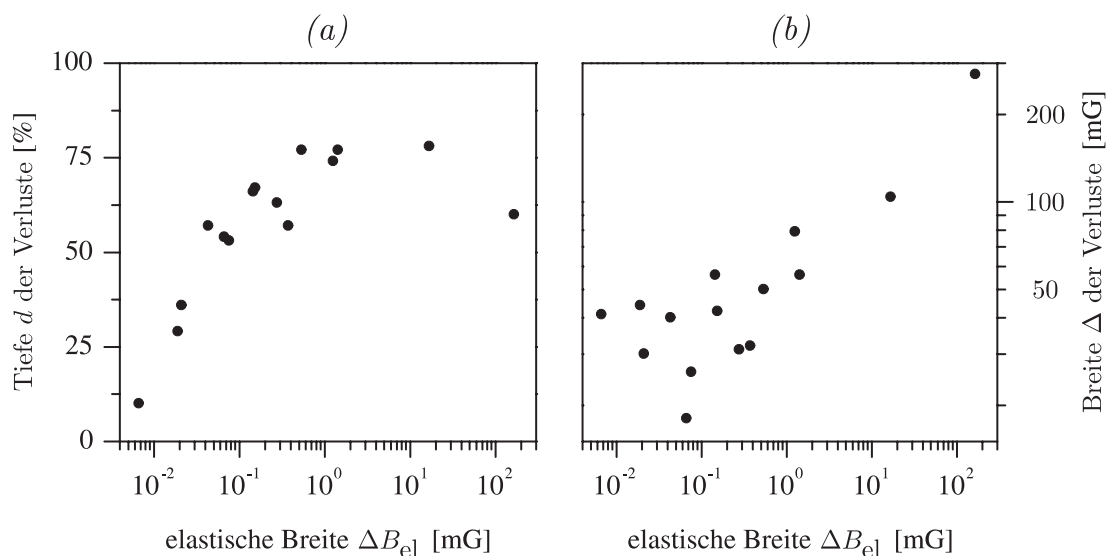


Abbildung 11.4: Charakterisierung der „Stärke“ von Feshbach-Resonanzen anhand von Tiefen d bzw. Breiten Δ der beobachteten Resonanzstrukturen (vgl. Abbildung 11.2 (a)). Mit zunehmender elastischer Breite ΔB_{el} einer Resonanz nehmen eindeutigen Trends folgend sowohl die Tiefe d (a) als auch die Breite Δ (b) zu. Die elastischen Breiten ΔB_{el} entstammen theoretischen Vorhersagen.

In Abbildung 11.4 (a) ist die Tiefe d in Abhängigkeit der vorhergesagten elastischen Breite ΔB_{el} für Resonanzen des Eingangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ aufgetragen. Alle übrigen Resonanzen wurden nicht berücksichtigt, da bei vorgegebener Spinpräparation nur die Tiefen jener Strukturen vergleichbar sind, die zu Resonanzen desselben Eingangskanals gehören. Offenbar gibt es im Bereich kleiner elastischer Breiten (unterhalb von 1 mG) einen eindeutigen Trend einer zunehmenden Tiefe d bei zunehmender Breite ΔB_{el} . Zu

¹⁰ Vorhersagen für elastische Breiten ΔB_{el} unterhalb von 0,1 mG sind mit vergleichsweise großen Unsicherheiten behaftet und aus diesem Grunde in Tabelle 11.1 in Kategorien „< 0,1 mG“ bzw. „ \ll 0,1 mG“ eingeteilt.

größeren elastischen Breiten hin sättigt die Tiefe bei einem Wert von knapp 80 %. Die Tatsache, dass die Tiefen der experimentell beobachteten Resonanzstrukturen einen Wert von 78 % nicht übersteigen, dürfte wiederum eine Folge der unzureichenden Präparation des Zustandes $|1, +1\rangle$ sein.

Abbildung 11.4 (b) zeigt die Breite Δ der beobachteten Resonanzstrukturen als Funktion der elastischen Breite ΔB_{el} . Auch hier ist eine klare Tendenz erkennbar, wonach Δ bei steigender Breite ΔB_{el} zunimmt. Ansatzweise ist in diesem Fall ein Sättigungsverhalten der Breite Δ im Bereich kleiner elastischer Breiten zu erkennen. Die kleinsten beobachteten Breiten Δ mit Werten von wenigen 10 mG lassen sich hierbei wie folgt gut verstehen. Einerseits trägt die endliche Temperatur der präparierten Ensembles mit einer entsprechenden Verteilung der Stoßenergien zu einer Verbreiterung einer Feshbach-Resonanz bei. Einer sehr einfachen Abschätzung folgend wären gemäß $k_B T \approx \mu_B \Delta$ bei einer Temperatur von typischerweise 2 μK „thermische“ Breiten in einem Bereich von $\Delta \approx 30$ mG zu erwarten. Darüber hinaus stellt die in Kapitel 9.3.4 diskutierte Inhomogenität des angelegten Magnetfeldes über die Ausdehnung der Wolke einen Mechanismus dar, der zu einer Verbreiterung der beobachteten Resonanzen führt. Den dort angestellten Überlegungen zufolge sollte die minimal beobachtbare Breite einer Resonanzstruktur ebenfalls wenige 10 mG betragen. Die Breite der schmalsten Resonanz bei 306,94 G von $\Delta = 18$ mG ist von dieser Größenordnung und stellt ein oberes Limit für die genannten thermischen bzw. technischen Verbreiterungsmechanismen dar.

Abgesehen vom diskutierten Sättigungsverhalten der Tiefe d bzw. der Breite Δ eignen sich somit beide Größen, um zumindest die Stärke von Feshbach-Resonanzen miteinander zu vergleichen. Anzumerken ist allerdings, dass eine beobachtete Breite Δ nicht zwangsläufig jener Breite entspricht, welche der Verlauf der Ratenkonstanten K_3 für Drei-Körper-Verluste in Abhängigkeit des Magnetfeldes im Bereich einer Resonanz aufweist¹¹. Dies dürfte lediglich dann der Fall sein, wenn der beobachtete Teilchenverlust und somit die Tiefe d sehr klein sind. In solch einer Situation wäre die Teilchenzahl nach einer Zeit τ näherungsweise durch $N(\tau) \simeq N(0) - \dot{N}(0) \cdot \tau$ gegeben und mit $\dot{N}(0) \propto -K_3 \cdot N(0)$ gemäß der Ratengleichung (6.2) linear in der (magnetfeldabhängigen) Ratenkonstanten K_3 . Andernfalls können die Breite Δ und die Breite der Resonanzstruktur von K_3 aufgrund der nicht-linearen Zerfallsdynamik nicht unmittelbar zueinander in Beziehung gesetzt werden.

Anhand der Abbildung 11.4 zu entnehmenden Trends wird verständlich, warum einige der in Tabelle 11.1 aufgeführten, theoretisch vorhergesagten Resonanzen nicht beobachtet werden konnten. Deren Breiten ΔB_{el} sind allesamt äußerst klein. Interessanterweise weisen alle Resonanzen mit Quantenzahlen ($f_1 = 1, f_2 = 1$) extrem geringe Breiten auf. Lediglich eine dieser Resonanzen (bei $B_{\text{exp}} = 856,85$ G) konnte Dank zähen Ringens tatsächlich auch be-

¹¹ Zwischen Atomen im Zustand $|1, +1\rangle$ können keine inelastischen Zwei-Körper-Stöße auftreten, da die Atome gemäß Abbildung 4.1 im absoluten Grundzustand vorliegen. An dieser Stelle sei den Ausführungen in Abschnitt 11.5.1 vorwegnehmend angemerkt, dass die beobachteten Verluste bei Resonanzen des Eingangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ allein durch inelastische Drei-Körper-Stöße beschrieben werden können (zumindest auf Zeitskalen oberhalb 1 ms).

obachtet werden¹². Diesen Resonanzen ist gemeinsam, dass sie durch gebundene Zustände verursacht werden, die der zugehörigen Dissoziationsgrenze äußerst nahe liegen (Vibrationsquantenzahl $\nu'_D = -1$, siehe auch Abbildung 4.3). Demzufolge entspricht der klassische Umkehrpunkt dieser Zustände einem großen Abstand der Atome. Da es sich jeweils um $l = 2$ -Resonanzen handelt, kommt die erforderliche Kopplung zwischen Eingangskanal und gebundenem Zustand durch die Dipol-Dipol- bzw. die Spin-Bahn-Kopplung zustande. Beide Wechselwirkungen kommen allerdings erst bei geringeren interatomaren Abständen stärker zum Tragen, so dass entsprechende Kopplungen mit tiefer liegenden gebundenen Zuständen stärker ausfallen.

Ausgehend von den theoretischen Vorhersagen für die elastischen Breiten der vier $l = 0$ -Resonanzen im Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ sind diese Resonanzen erheblich schmaler, als $l = 0$ -Resonanzen bei Stößen anderer Alkali-Atome oder auch des Rubidium-Isotops ^{85}Rb . So wurden für ^{23}Na , ^{40}K , ^{85}Rb und ^{133}Cs magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen mit elastischen Breiten von 4 G, 8 G, 12 G bzw. 13 G beobachtet [117, 62, 192, 58]. Für ^{87}Rb ist gemäß Tabelle 11.1 die größte elastische Breite für die Resonanz bei 1007,34 G mit $\Delta B_{\text{el}} = 170$ mG zu erwarten. Die Ursache für diesen drastischen Unterschied liegt letztlich darin begründet, dass die Stärke der Kopplung zwischen dem Eingangskanal und dem gebundenen Zustand, also das Matrixelement α , u. a. von der Differenz der Singulett- und der Triplettstreuungslänge $a_S - a_T$ abhängt [90]¹³. Diese ist (zufälligerweise) für ^{87}Rb außergewöhnlich klein (siehe auch Tabelle 11.3). Neben schmalen Feshbach-Resonanzen führt die kleine Streulängendifferenz noch zu weiteren interessanten Phänomenen, wie etwa der Koexistenz zweier Kondensate in unterschiedlichen Hyperfeinzuständen [146]. Darüber hinaus erweist sie sich im Hinblick auf die Verwendung von ^{87}Rb in Atomuhren als sehr günstig, da die durch elastische Stöße verursachte Frequenzverschiebung auf dem „Uhrenübergang“ $|1, 0\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$ äußerst gering ist [31].

Die breitesten beobachteten Resonanzstrukturen sind jene bei 414,34 G mit $\Delta = 467$ mG, bei 1208,69 G mit $\Delta = 351$ mG sowie bei 1007,34 G mit $\Delta = 275$ mG. Bei den beiden Erstgenannten handelt es sich um Resonanzen des Eingangskanals $|1, 0\rangle \otimes |1, 0\rangle$. Angesichts der vorgenommenen Spinpräparation (siehe Abbildung 11.3 (a)) und einer Tiefe $d = 33$ % der Resonanz bei 414,34 G (siehe Anhang C) dürfte die beobachtete Struktur dieser Resonanz durch eine Sättigung der Teilchenverluste stark verbreitert sein. Zu den Teilchenverlusten tragen bei Resonanzen dieses Eingangskanals auch inelastische Zwei-Körper-Stöße bei, da der Zustand $|1, 0\rangle$ gemäß Abbildung 4.1 nicht den energetisch tiefsten Zustand bildet. Rechnungen zufolge ist für die Resonanz bei 1208,69 G eine resonant überhöhte Zwei-Körper-Verlustrate K_2 zu erwarten, wobei der entsprechende Verlauf von K_2 eine (rms-)Breite von ca. 170 mG aufweisen sollte [90]. Die Diskrepanz zwischen dieser und der experimentell bestimmten Breite von 351 mG ist bislang ungeklärt. Bei einer Tiefe der beobachteten Resonanzstruktur von $d = 12$ % ist allerdings nicht von einer Sättigungsverbreiterung auszugehen. Die breiteste beobachtete Resonanzstruktur des Ein-

¹² Trotz einer 13-fach verlängerten Haltezeit von 650 ms war lediglich eine sehr seichte (aber reproduzierbare) Resonanzstruktur mit einer Tiefe von 12 % nachweisbar (siehe auch Anhang C).

¹³ Dies ist auch für die Rate für inelastische Zwei-Körper-Stöße aufgrund von Spinaustausch der Fall [194], welche wie $l = 0$ -Resonanzen auf einer Kopplung durch die Coulomb-Wechselwirkung beruhen.

gangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ bei 1007,34 G, erwartungsgemäß eine $l = 0$ -Resonanz, wird in den folgenden Abschnitten eingehend diskutiert.

11.5 Die Feshbach-Resonanz bei 1007 G

Die breiteste beobachtete Resonanzstruktur des Eingangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ ist in Abbildung 11.5 (a) dargestellt. In Analogie zur in Abbildung 11.2 (a) gezeigten Messung wurde die Anzahl in der Dipolfalle verbleibender Atome in Abhängigkeit des Magnetfeldes, im vorliegenden Fall mit einer Auflösung von 52 mG, untersucht. Das Magnetfeld wurde wiederum jeweils für eine Dauer von 50 ms angelegt und mittels Mikrowellenspektroskopie abseits der Resonanz kalibriert.

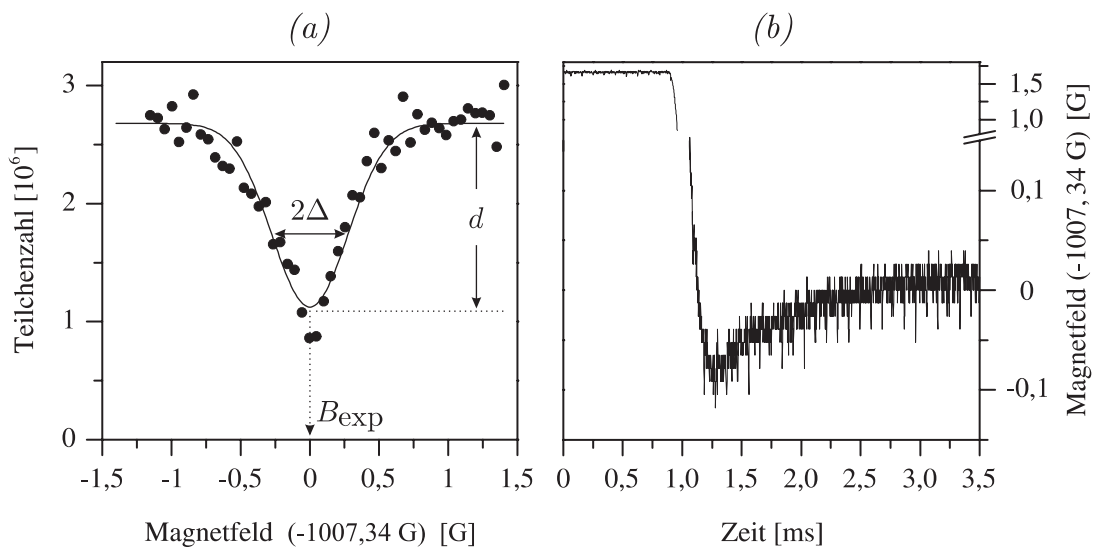


Abbildung 11.5: *Stärkste beobachtete Feshbach-Resonanz des Eingangskanals $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ bei 1007,34 G. Die magnetfeldabhängigen Teilchenverluste (Magnetfeld jeweils für 50 ms angelegt) zeigen eine Resonanzstruktur mit einer Breite Δ von 275 mG (a). Δ liegt somit deutlich oberhalb dem Limit von 18 mG aufgrund thermisch bzw. technisch bedingter Verbreiterungen. (b): Verlauf des Magnetfeldes zu Beginn der 50 ms andauernden Haltezeit.*

Die Position der Feshbach-Resonanz wurde zu $B_{\text{exp}} = 1007,34$ G bestimmt. Sie lässt sich mit der theoretisch vorhergesagten Resonanz bei $B_{\text{res}} = 1008,5$ G, einer $l = 0$ -Resonanz mit Eingangskanal $|1, +1\rangle \otimes |1, +1\rangle$ identifizieren. Die relative Abweichung zwischen B_{exp} und B_{res} beträgt lediglich $1,2 \cdot 10^{-3}$. Aus der an die Resonanzstruktur angepassten Gauß-Kurve ergibt sich eine Tiefe d von 60 %. Nahe der Resonanzposition B_{exp} weicht die Fitkurve allerdings signifikant von den Rohdaten ab, welche eine eher größere Tiefe der Resonanzstruktur im Bereich von ca. 70 % nahelegen. Somit ist nach den Ausführungen anhand von Abbildung 11.4 (a) in Abschnitt 11.4 eine Verbreiterung der Resonanz infolge einer Sättigung der Verluste nicht gänzlich auszuschließen. Entsprechend ist die Breite der

Fitkurve von $\Delta = 275$ mG eher als eine obere Grenze für die Breite des beobachteten Verlaufs der Teilchenverluste anzusehen. Dennoch ist sie mit der theoretisch vorhergesagten Breite der elastischen Resonanz von $\Delta B_{\text{el}} = 170$ mG vergleichbar. Sowohl Δ als auch ΔB_{el} sind erheblich größer als jene Breite von 18 mG, die für die gegebenen experimentellen Parameter möglicherweise ein oberes Limit für thermische bzw. technische Verbreiterungsmechanismen darstellt. Die Kontrolle des Magnetfeldes ist somit bereits ausreichend genau, um die Feshbach-Resonanz bei 1007 G näher zu untersuchen und in weiteren Experimenten zu nutzen (siehe hierzu auch Kapitel 12).

Abbildung 11.5 (b) zeigt den aus dem Spulenstrom berechneten Verlauf des Magnetfeldes zu Beginn der Haltezeit von 50 ms Dauer. Zunächst ist ein Magnetfeld von ca. 1009 G fernab der Resonanz eingestellt. Die Reaktion auf den nun folgenden Sollwert-Sprung des Spulenstroms besteht in einem gedämpft überschwingenden Magnetfeld (typischerweise mit 90 mG Hub) bis schließlich nach ca. 2,5 ms das gewünschte Feld für nun 50 ms anliegt. Bereits diese ersten Millisekunden, in denen die Atomwolke Magnetfeldern nahe der Resonanz ausgesetzt ist, sind für die beobachteten Teilchenverluste offenbar relevant, wie in Abschnitt 11.5.1 näher erläutert wird. Hierbei ist anzumerken, dass es sich für die in Abbildung 11.5 (a) gezeigte Resonanzstruktur als unerheblich herausstellte, ob die jeweiligen Magnetfelder durch Sprünge von kleineren oder wie in Abbildung 11.5 (b) zu sehen von größeren Feldern her kommend eingestellt wurden.

11.5.1 Verlustmessungen: Bestimmung von Rekombinationsraten

Die in Abbildung 11.5 (a) gezeigte magnetfeldabhängige Abnahme der Teilchenzahl bei einer festen Haltezeit von 50 ms Dauer wurde auch zeitaufgelöst untersucht. Abbildung 11.6 zeigt die zeitliche Entwicklung der Anzahl in der Dipolfalle gespeicherter Atome für zwei unterschiedliche Magnetfelder.

Die Zerfallsdynamik abseits bzw. auf der Resonanz wurde bei Feldern von 1003,30 G bzw. 1007,41 G ermittelt¹⁴. Wie bereits erwähnt wurde, leisten inelastische Zwei-Körper-Stöße keinen Beitrag zum beobachteten Teilchenverlust, da es sich beim Zustand $|1, +1\rangle$ um den absoluten Grundzustand handelt (siehe Abbildung 4.1 und Kapitel 6.1). Zudem spielen Stöße mit dem Restgas auf einer Zeitskala von einigen 100 ms keine Rolle. Somit ist von einem Zerfall allein aufgrund von inelastischen Drei-Körper-Stößen auszugehen. Die durchgezogenen Kurven in Abbildung 11.6 geben den erwarteten Verlauf der Teilchenzahl gemäß der Ratengleichung (6.2) in guter Übereinstimmung mit den Daten wieder, wobei die Anfangsteilchenzahl N_0 und die Ratenkonstante K_3 als Fitparameter dienten. Die gute Übereinstimmung mit den Daten untermauert den Ansatz reiner Drei-Körper-Zerfälle. Abseits der Resonanz ermittelt man eine Ratenkonstante $K_3 = 3,2(1,6) \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$. Diese ist angesichts der Unsicherheiten in der Bestimmung der

¹⁴ Im Vergleich zu den in Abbildung 11.5 (a) gezeigten Daten konnte für die vorliegende Messung aufgrund veränderter Parameter der Dipolfalle mit knapp $8 \cdot 10^6$ Atomen eine deutlich größere Anfangsteilchenzahl präpariert werden. Zudem lag eine Zeit von mehreren Monaten zwischen beiden Messungen. Auf die geringere Anfangsteilchenzahl von ca. $4 \cdot 10^6$ Atomen für den Zerfall bei 1007,41 G wird im Verlauf dieses Abschnitts noch eingegangen.

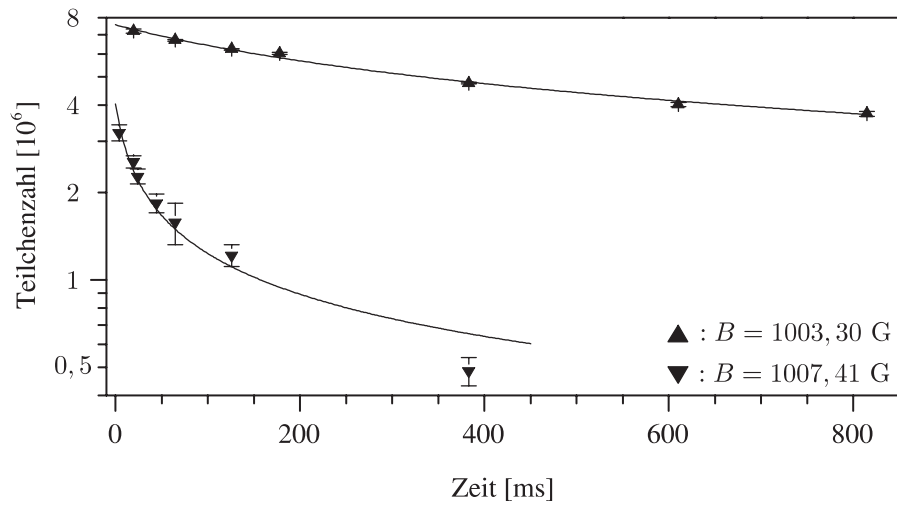


Abbildung 11.6: Zeitaufgelöste Abnahme der Teilchenzahl abseits (▲, bei 1003,30 G) bzw. auf der Feshbach-Resonanz (▼, bei 1007,41 G). Beide Datensätze lassen sich recht gut durch einen Zerfall aufgrund inelastischer Drei-Körper-Stöße beschreiben (durchgezogene Kurven). Allerdings unterscheiden sich die aus der Extrapolation beider Kurven gewonnenen Teilchenzahlen zum Zeitpunkt $t = 0$ um einen Faktor 2. Die Messungen legen daher die Existenz eines zusätzlichen, auf sehr kurzer Zeitskala wirkenden Verlustmechanismus nahe.

Teilchenzahl und Dichte konsistent mit dem ebenfalls experimentell und in Abwesenheit von Feshbach-Resonanzen bestimmten Wert von $K_3 = 4,3(1,8) \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ [110] (ebenfalls für ein nicht-kondensiertes Ensemble von Atomen, allerdings im Zustand $|1, -1\rangle$). In unmittelbarer Nähe der Resonanzposition $B_{\text{exp}} = 1007,34 \text{ G}$ ergibt sich bei 1007,41 G eine um gut zwei Größenordnungen höhere Ratenkonstante $K_3 \approx 1 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^6/\text{s}$. Im Vergleich zum Verhalten von K_3 nahe Feshbach-Resonanzen anderer Alkali-Atome kann dieser Anstieg noch als moderat bezeichnet werden. So wurde für eine Resonanz bei ^{23}Na eine Zunahme von K_3 um ca. 3,5 Größenordnungen beobachtet [117]. Bei ^{85}Rb zeigt sich wie im vorliegenden Fall ebenfalls ein Anstieg der Ratenkonstanten K_3 um zwei Größenordnungen, jedoch ist deren Wert bereits abseits der Resonanz mit $4,2 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^6/\text{s}$ extrem groß [120]. Trotz einer solch enormen Verlustrate gelangen unter Ausnutzung dieser Feshbach-Resonanz aufsehenerregende Experimente [35, 36].

In Abbildung 11.7 (a) sind die bei einigen Magnetfeldern entlang der Feshbach-Resonanz ermittelten Werte von K_3 sowie die bereits in Abbildung 11.5 (a) gezeigte Resonanzstruktur zusammengefasst. Angesichts der geringen Anzahl an Messwerten für K_3 lässt sich aus der Anpassung einer Gauß-Kurve an die Daten lediglich eine obere Grenze für die (rms-)Breite Δ_{K_3} der entsprechenden Resonanzstruktur von ca. 100 mG abschätzen. Die bislang diskutierte (rms-)Breite $\Delta = 275 \text{ mG}$ des magnetfeldabhängigen Verlaufs der Teilchenzahl für eine Haltezeit von 50 ms spiegelt somit nicht den Verlauf der Rekombinationsrate wider. Dies dürfte eine Folge der bereits in Abschnitt 11.4 diskutierten nichtlinearen Dynamik eines Drei-Körper-Zerfalls sein, die eine gegenüber Δ_{K_3} größere Breite Δ erwarten ließe.

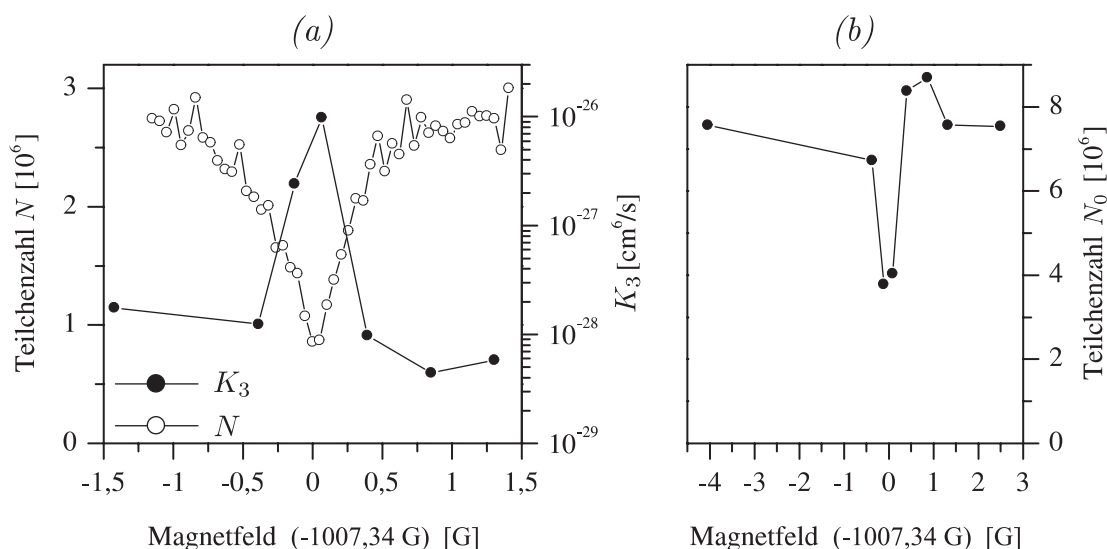


Abbildung 11.7: (a): Resonant überhöhte Drei-Körper-Rekombinationsrate infolge der Feshbach-Resonanz bei 1007,34 G. Neben der Rekombinationsrate K_3 (●) ist wiederum die Anzahl in der Dipolfalle verbleibender Atome nach einer Haltezeit von 50 ms (○) in Abhängigkeit des Magnetfeldes dargestellt. (b): Die aus den angepassten Drei-Körper-Zerfällen extrapolierten Anfangsteilchenzahlen N_0 zeigen nahe der Resonanz einen Einbruch um einen Faktor 2 (siehe auch Abbildung 11.6).

Obwohl für die zeitaufgelösten Messungen zur Abnahme der Teilchenzahl jeweils Ensembles mit nahezu gleicher Anfangsteilchenzahl von ca. $8 \cdot 10^6$ Atomen präpariert wurden, lassen sich die in Abbildung 11.6 an die Daten angepassten Kurven nicht zur selben Teilchenzahl N_0 bei $t = 0$ zurück extrapolieren. Die aus den jeweiligen Zerfallsmessungen auf diese Art und Weise ermittelten Teilchenzahlen N_0 sind in Abbildung 11.7 (b) als Funktion des Magnetfeldes aufgetragen. Nahe der Feshbach-Resonanz bricht N_0 um einen Faktor 2 ein. Wie Abbildung 11.6 zeigt, lässt sich diese rasante anfängliche Abnahme der Teilchenzahl offenbar nicht durch inelastische Drei-Körper-Stöße erklären. Im Lichte der in Kapitel 6.3 geführten Diskussion liegt es somit nahe, dass ein weiterer, auf sehr kurzer Zeitskala wirkender Verlustmechanismus vorhanden ist. Da für die ersten Messwerte der Zerfallskurven das jeweilige Magnetfeld lediglich für eine Dauer von ca. 4 ms angelegt wurde, ist von einer für diesen Verlustmechanismus relevanten Zeitskala im sub-ms-Bereich auszugehen. Neuere Messungen, bei denen die Atome lediglich für 1 ms Magnetfeldern nahe der Resonanz ausgesetzt waren, bestätigen diese Annahme. Ähnlichen Beobachtungen anderer Arbeitsgruppen zufolge spielen für diese Teilchenverluste Zeitskalen im Bereich einiger $10 \mu\text{s}$ eine wesentliche Rolle [117, 124, 36]. Entscheidenden Einfluss hat hierbei offenbar auch der konkrete Verlauf des Magnetfeldes (siehe Abbildung 11.5 (b)) beim Sprung auf Felder nahe einer Resonanz. Nach den Ausführungen in Kapitel 6.3.1 ist davon auszugehen, dass kohärente Kopplungen zwischen Atomen, dissoziierten Atom-Atom-Paaren und Molekülen für die beobachtete schnelle Abnahme der Teilchenzahl verantwortlich sind. Eine genaue Analyse der beteiligten Mechanismen ist Gegenstand aktueller Untersuchungen.

Kapitel 12

Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden erstmals magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen in Rubidium 87 beobachtet, sowie erste Untersuchungen zu inelastischen Stoßprozessen und Verlustmechanismen nahe dieser Resonanzen durchgeführt. Die Ergebnisse der Arbeit eröffnen in Verbindung mit jüngsten Resultaten eine ganze Reihe vielversprechender Perspektiven für zukünftige Experimente.

Angesichts der in Kapitel 5.2 diskutierten Bedeutung der Wechselwirkung für das Verhalten von Bose-Einstein-Kondensaten ist es zunächst naheliegend, auch die Variation elastischer Stoßeigenschaften nahe der beobachteten Feshbach-Resonanzen zu untersuchen. So konnte mittlerweile am hier beschriebenen Experiment eine signifikante Variation der elastischen Streulänge im Bereich der Resonanz bei 1007 G nachgewiesen werden [38, 171]. Die Streulänge wurde hierbei aus der durch die Wechselwirkungsenergie getriebenen Expansion von Kondensaten ermittelt. Die aus dem magnetfeldabhängigen Verlauf der Streulänge gewonnene Position und Breite der elastischen Resonanz dürften wiederum zu einem weiter verfeinerten Modell für das Wechselwirkungspotential von Rubidium beitragen. Obwohl die elastische Resonanz bei 1007 G mit einer Breite ΔB_{el} von etwa 200 mG äußerst schmal im Vergleich zu Feshbach-Resonanzen anderer Alkali-Atome ist, erlaubt es der aktuelle experimentelle Aufbau, die Resonanzstruktur sehr detailliert aufzulösen.

Mit der demonstrierten Variation der Streulänge eröffnet sich ein enormes Potential für die weltweit über 35 BEK-Experimente mit Rubidium 87. Als mögliche Anwendungen der beobachteten Feshbach-Resonanzen seien an dieser Stelle Untersuchungen zum Übergang zwischen einer suprafluiden Phase und einem Mott-Isolator [24], zum Regime des so genannten „Tonks Gas“ [195] oder aber zu Effekten jenseits der Molekularfeld- oder „mean-field“-Näherung [95] genannt.

Von besonderem Interesse sind allerdings auch die in Kapitel 6.3.1 diskutierten kohärenten Atom-Molekül-Kopplungen, die im Zuge von Feshbach-Resonanzen auftreten [36]. Es ist davon auszugehen, dass diese Kopplungen den Schlüssel zum Verständnis der auf sehr kurzen Zeitskalen wirkenden Teilchenverluste enthalten, welche auch im Rahmen der in Kapitel 11.5.1 vorgestellten Messungen beobachtet wurden. Kohärenten Atom-Molekül-

Kopplungen dürfte zudem eine entscheidene Rolle auf dem Weg zur Realisierung molekularer Bose-Einstein-Kondensate zukommen [196, 131, 129]. Der Transfer zwischen atomarer und molekularer Population ist auch Gegenstand der aktuellen Forschung am hier beschriebenen Experiment. Hinsichtlich eines effizienten Transfers von Atomen in Moleküle könnte die Verwendung von Feshbach-Resonanzen in ^{87}Rb von Vorteil sein, da sich theoretischen Vorhersagen zufolge schmale Resonanzen diesbezüglich als besonders günstig erweisen sollten [131]. Eine große Herausforderung für Experimente zum Transfer zwischen atomarer und molekularer Population stellt der direkte Nachweis der gebildeten Moleküle dar.

Die im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen Experimente wurden an einer neu entwickelten Apparatur durchgeführt, welche beste Voraussetzungen für die genannten Vorhaben bietet. So werden aufgrund der vergleichsweise kurzen Zeitspanne von 12 s zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats Messungen mit großer Statistik erheblich erleichtert. Neben der hohen Wiederholrate ist aber insbesondere die hervorragende Stabilität der Apparatur und die hohe Reproduzierbarkeit bei der Erzeugung von Kondensaten zu nennen, wie die in Kapitel 9.3.2 gezeigten Messungen eindrucksvoll belegen.

Anhang A

Variation der Streulänge nahe einer Feshbach-Resonanz

Feshbach-Resonanzen resultieren aus einer resonanten Kopplung zwischen Streuzuständen des Eingangs- bzw. Ausgangskanals (\mathcal{P}) und gebundenen Zuständen eines i. Allg. energetisch geschlossenen Kanals (\mathcal{Q}), wobei sich die Kanäle im internen Zustand der beteiligten Atome unterscheiden (siehe Abbildung A.1). Neben meist resonant überhöhten

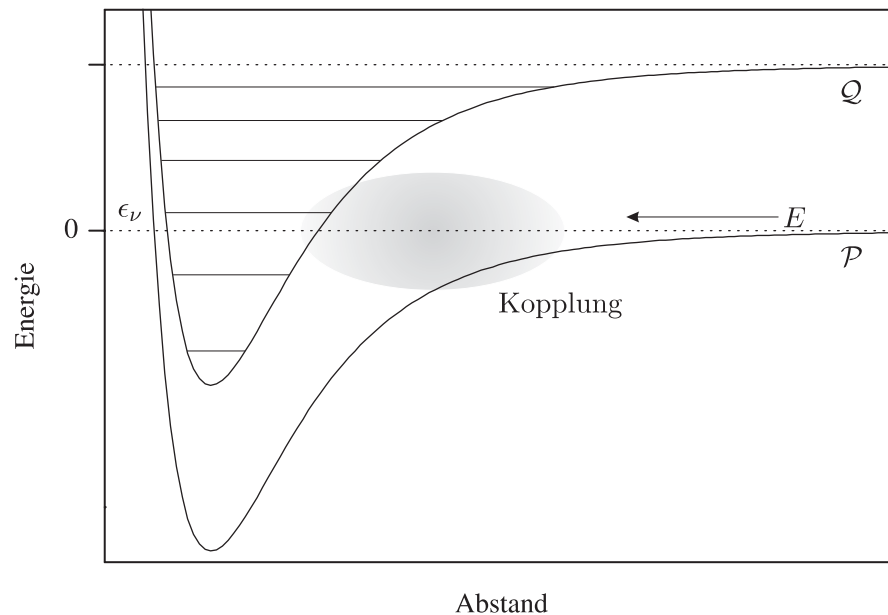


Abbildung A.1: *Kopplung zwischen einem Streuzustand und einem gebundenem Zustand eines geschlossenen Kanals. Fallen deren Energien zusammen, so bildet sich eine Feshbach-Resonanz aus.*

inelastischen Stoßprozessen ist zunächst eine stark variierende elastische Streulänge die unmittelbare Signatur einer Feshbach-Resonanz. Im Folgenden ist die in den Referenzen

[54, 53] ausgeführte Herleitung für den Verlauf der Streulänge nahe einer Resonanz im Grenzfall ultrakalter Stöße ($k \rightarrow 0$) wiedergegeben. Der zugrunde liegende Formalismus der Projektionsoperatoren geht auf H. Feshbach zur Beschreibung von Kernreaktionen zurück [27, 28, 48].

A.1 Projektionsoperator-Formalismus

Ausgangspunkt zur Beschreibung des Stoßes zweier Atome ist die Schrödinger-Gleichung für den Streuzustand $|\Psi\rangle$ mit der Energie $E = \hbar^2 k^2 / 2m_r = \hbar^2 k^2 / m$:

$$(E - \hat{\mathcal{H}})|\Psi\rangle = 0. \quad (\text{A.1})$$

$\hat{\mathcal{H}}$ beschreibt die in Abbildung A.1 dargestellte Situation zweier Streukanäle \mathcal{P} und \mathcal{Q} sowie einer Kopplung zwischen diesen. Für große Abstände wechselwirken die Atome über das zum energetisch offenen Eingangs- bzw. Ausgangskanal \mathcal{P} gehörende Potential. Ziel der folgenden Betrachtung ist es, aus dem asymptotischen Verhalten der s-Wellen-Komponente von $\langle \vec{r} | \Psi \rangle$ die Streuphase bzw. die Streulänge abzuleiten. Zunächst wird $|\Psi\rangle$ mittels zweier Projektionsoperatoren $\hat{\mathcal{Q}}$ und $\hat{\mathcal{P}} = 1 - \hat{\mathcal{Q}}$ gemäß $|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{Q}}|\Psi\rangle + \hat{\mathcal{P}}|\Psi\rangle = |\Psi_{\mathcal{Q}}\rangle + |\Psi_{\mathcal{P}}\rangle$ zerlegt. $\hat{\mathcal{Q}}$ bewirke die Projektion auf den Zustandsraum des geschlossenen Kanals \mathcal{Q} . Aus (A.1) ergeben sich somit die gekoppelten Gleichungen

$$(E - \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{P}})|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle = \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}}|\Psi_{\mathcal{Q}}\rangle, \quad (\text{A.2})$$

$$(E - \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}})|\Psi_{\mathcal{Q}}\rangle = \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}}|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle, \quad (\text{A.3})$$

wobei $\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} = \hat{\mathcal{P}}\hat{\mathcal{H}}\hat{\mathcal{Q}}$ usw. gilt. Die zu \mathcal{Q} gehörenden gebundenen Zustände $|\chi_m\rangle$ sind Lösungen der Gleichung

$$\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}|\chi_m\rangle = \epsilon_m|\chi_m\rangle \quad (\text{A.4})$$

mit dem diskreten Energiespektrum $\{\epsilon_m\}$ und sollen als bekannt vorausgesetzt werden. Gleichung (A.3) wird nun formal durch Einführung des so genannten Greenschen Operators $\hat{G}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{(+)}(E) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} (E - \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}} + i\eta)^{-1}$ gemäß

$$|\Psi_{\mathcal{Q}}\rangle = \hat{G}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{(+)}(E)\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}}|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle \quad (\text{A.5})$$

nach $|\Psi_{\mathcal{Q}}\rangle$ aufgelöst¹. Einsetzen von (A.5) in (A.2) entkoppelt das Gleichungssystem, es resultiert (formal) eine Schrödinger-Gleichung für den Zustand $|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle$:

$$\left(E - \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}}\hat{G}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{(+)}\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} \right) |\Psi_{\mathcal{P}}\rangle = 0. \quad (\text{A.6})$$

¹ Die Bedeutung des Greenschen Operators $\hat{G}^{(\pm)}(E) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} (E - \hat{\mathcal{H}} \pm i\eta)^{-1}$ wird anhand des folgenden Beispiels verständlich: Beschreibt $\hat{\mathcal{H}} = \hat{p}^2/2m$ lediglich die kinetische Energie, so erfüllt die Ortsdarstellung von $\hat{G}^{(\pm)}$, $G^{(\pm)}(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \vec{r} | \hat{G}^{(\pm)} | \vec{r}' \rangle$, die Gleichung $(\hbar^2 \Delta / 2m + E)G^{(\pm)}(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r}, \vec{r}')$ [42]. $G^{(\pm)}(\vec{r}, \vec{r}')$ ist somit nichts anderes als die Greenfunktion zur Schrödinger-Gleichung $(E - \hat{\mathcal{H}})|\Psi\rangle = 0$. Mittels der Greenfunktion bzw. des Greenschen Operators lassen sich nun Lösungen einer zugehörigen „inhomogenen“ Differentialgleichung finden, siehe Gleichungen (A.3) und (A.5). Je nach Vorzeichen (\pm) erfüllen die Lösungen asymptotisch unterschiedliche Randbedingungen (auslaufende bzw. einlaufende Welle).

Der zweite Term des zugehörigen „effektiven“ Hamiltonoperators kann im Sinne eines temporären Übergangs von \mathcal{P} nach \mathcal{Q} , anschließender Propagation in \mathcal{Q} und abschließender „Re-Emission“ nach \mathcal{P} interpretiert werden. Im nächsten Schritt wird $\hat{G}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{(+)}$ bzgl. der Eigenfunktionen $|\chi_m\rangle$ von $\hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}$ entwickelt, worauf sich folgende vereinfachte Darstellung ergibt:

$$\hat{G}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{(+)} = \sum_{m,n} |\chi_m\rangle \langle \chi_m | \hat{G}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{(+)} | \chi_n \rangle \langle \chi_n | = \sum_{m,n} |\chi_m\rangle \frac{\delta_{mn}}{E - \epsilon_m} \langle \chi_n | = \sum_m \frac{|\chi_m\rangle \langle \chi_m |}{E - \epsilon_m}. \quad (\text{A.7})$$

Liegt die Energie des Streuzustandes nahe der eines gebundenen Zustandes $|\chi_\nu\rangle$ und sind darüber hinaus die ϵ_m weit voneinander separiert, so trägt lediglich ein Summand in (A.7) sehr stark bei. Dieser Term wird nun in Gleichung (A.6) isoliert betrachtet:

$$\left(E - \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{P}} - \underbrace{\sum_{m \neq \nu} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} \frac{|\chi_m\rangle \langle \chi_m |}{E - \epsilon_m} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}}}_{=: \hat{\mathcal{H}}_{\text{nr}}} \right) |\Psi_{\mathcal{P}}\rangle = \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} \frac{|\chi_\nu\rangle \langle \chi_\nu |}{E - \epsilon_\nu} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} |\Psi_{\mathcal{P}}\rangle. \quad (\text{A.8})$$

Der „homogene“ Anteil dieser Gleichung, $(E - \hat{\mathcal{H}}_{\text{nr}}) |\Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})}\rangle = 0$, beschreibt die nicht-resonante Streuung der Atome, der zugehörige Streuzustand $|\Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})}\rangle = 0$ sei bekannt. Die Lösung der inhomogenen Gleichung (A.8) gewinnt man wiederum formal mittels des entsprechenden Greenschen Operators $\hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} (E - \hat{\mathcal{H}}_{\text{nr}} + i\eta)^{-1}$ gemäß

$$|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle = |\Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})}\rangle + \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} \frac{|\chi_\nu\rangle \langle \chi_\nu |}{E - \epsilon_\nu} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} |\Psi_{\mathcal{P}}\rangle. \quad (\text{A.9})$$

Gleichung (A.9) lässt sich nach $|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle$ auflösen, indem man zunächst durch Anwendung von $\langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}}$ einen Ausdruck für das Matrixelement $\langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} |\Psi_{\mathcal{P}}\rangle$ gewinnt. Setzt man diesen wieder in (A.9) ein, so erhält man als Resultat:

$$|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle = |\Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})}\rangle + \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} |\chi_\nu\rangle \frac{\langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} |\Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})}\rangle}{E - \tilde{\epsilon}_\nu + i\Gamma_\nu/2} \quad (\text{A.10})$$

mit

$$\Gamma_\nu/2 = -\Im \langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_\nu \rangle, \quad (\text{A.11})$$

$$\Delta\epsilon_\nu = \Re \langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_\nu \rangle, \quad (\text{A.12})$$

$$\tilde{\epsilon}_\nu = \epsilon_\nu + \Delta\epsilon_\nu. \quad (\text{A.13})$$

Erwartungsgemäß zeigt der zweite Term in (A.10) eine Resonanzstruktur. Als Folge der Kopplung zwischen \mathcal{P} und \mathcal{Q} ist die Resonanz allerdings gegenüber der Energie ϵ_ν des gebundenen Zustandes $|\chi_\nu\rangle$ um $\Delta\epsilon_\nu$ verschoben. Die Größe Γ_ν bestimmt die Breite der Resonanz.

A.2 Grenzfall niederenergetischer Streuzustände

Auch wenn der Zustand $|\Psi_{\mathcal{P}}\rangle$ vom eigentlich gesuchten Streuzustand $|\Psi\rangle$ sicherlich abweicht, so kann aus dem asymptotischen Verhalten von $\langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle$ doch das korrekte Verhalten der Streulänge abgeleitet werden, da für $r \rightarrow \infty$ der Beitrag des geschlossenen

Kanals \mathcal{Q} zu $\langle \vec{r} | \Psi \rangle$ verschwindet. Asymptotisch lässt sich $\langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle$ als Überlagerung einer einlaufenden ebenen Welle und einer mit der Streuamplitude f modifizierten auslaufenden Kugelwelle darstellen:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \left(e^{i\vec{k}\vec{r}} + f \frac{e^{ikr}}{r} \right). \quad (\text{A.14})$$

Ω bezeichnet hierbei ein Normierungsvolumen. Aus der Entwicklung von (A.14) in Eigenfunktionen des Drehimpulses gewinnt man die zugehörige s-Wellen-Komponente

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle^{(s)} = \frac{e^{i\delta}}{\sqrt{\Omega}} \sin(kr + \delta)/kr \quad (\text{A.15})$$

$$= -\frac{1}{2ik\sqrt{\Omega}} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} - e^{2i\delta} \frac{e^{ikr}}{r} \right) \quad (\text{A.16})$$

als Überlagerung einer einlaufenden und einer phasenverschobenen auslaufenden Kugelwelle. Im Grenzfall ultrakalter Stöße ($k \rightarrow 0$) ergibt sich schließlich die Streulänge a aus der Streuphase δ gemäß $\delta = -ka$. Ausgehend von (A.10) wird nun das asymptotische Verhalten von $\langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle^{(s)}$ untersucht und durch Vergleich mit der Darstellung (A.16) der Verlauf der Streuphase bzw. der Streulänge ermittelt. Hierzu werden die in

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle^{(s)} = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})} \rangle^{(s)} + \frac{\langle \vec{r} | \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_{\nu} \rangle^{(s)} \langle \chi_{\nu} | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Q}\mathcal{P}} | \Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})} \rangle^{(s)}}{E - \tilde{\epsilon}_{\nu} + i\Gamma_{\nu}/2} \right) \quad (\text{A.17})$$

auf tretenden Terme einzeln betrachtet. Der für den nicht-resonanten Anteil des Streuzustandes verantwortliche Term $\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})} \rangle^{(s)}$ lässt sich mit einer (nicht-resonanten) Streuphase δ_{nr} unmittelbar in der Form (A.16) darstellen. Zur Auswertung des zweiten Terms wird zunächst $\hat{G}_{\text{nr}}^{(+)}$ nach Eigenfunktionen $|\vec{k}'\rangle$ von $\hat{\mathcal{H}}_{\text{nr}}$ entwickelt:

$$\begin{aligned} \langle \vec{r} | \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_{\nu} \rangle &= \sum_{\vec{k}', \vec{k}''} \langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle \langle \vec{k}' | \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} | \vec{k}'' \rangle \langle \vec{k}'' | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_{\nu} \rangle \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_{\vec{k}'} \langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle \frac{1}{E - E_{\vec{k}'} + i\eta} \langle \vec{k}' | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_{\nu} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

In Analogie zum Zustand $|\Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})}\rangle$ handelt es sich bei den Zuständen $|\vec{k}'\rangle$ nicht um Eigenfunktionen des Impulses, sondern um echte Streuzustände. Deren asymptotisches Verhalten ist für die hier relevante s-Wellen-Komponente gemäß (A.15) durch

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle^{(s)} = \frac{e^{i\delta_{\text{nr}}}}{\sqrt{\Omega}} \underbrace{\sin(k'r + \delta_{\text{nr}})/k'r}_{=:u(r)} \quad (\text{A.19})$$

gegeben. Zur näherungsweisen Bestimmung des Matrixelementes $\langle \vec{k}' | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_{\nu} \rangle$ wird nun dieser Ausdruck anstatt des exakten Verlaufs von $\langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle^{(s)}$ herangezogen, d.h. (A.19) wird auch für gegenüber der Reichweite L des Wechselwirkungspotentials kleine Abstände verwendet:

$$\langle \vec{k}' | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} | \chi_{\nu} \rangle \simeq \frac{e^{-i\delta_{\text{nr}}}}{\sqrt{\Omega}} \underbrace{\int u(r) \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{P}\mathcal{Q}} \chi_{\nu}(\vec{r}) d^3r}_{=: \alpha} = \frac{e^{-i\delta_{\text{nr}}}}{\sqrt{\Omega}} \alpha. \quad (\text{A.20})$$

Betrachtet man wiederum den Grenzfall ultrakalter Stöße ($k' \rightarrow 0$), so übersteigt typischerweise die de Broglie-Wellenlänge ($\simeq 1/k'$) die Reichweite L bei weitem. In einem Bereich $L < r < k'^{-1}$ gilt somit $u(r) \simeq 1 + \delta_{\text{nr}}/k'r \simeq 1 - a_{\text{nr}}/r$, so dass das Matrixelement α im Wesentlichen *unabhängig von der Stoßenergie* ist. Hiermit folgt:

$$\begin{aligned} \langle \vec{r} | \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{PQ}} | \chi_\nu \rangle^{(s)} &\simeq \alpha \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\vec{k}'} \langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle^{(s)} \frac{e^{-i\delta_{\text{nr}}}}{E - E_{\vec{k}'} + i\eta} \\ &= \alpha \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{k}'} \frac{u(r)}{E - E_{\vec{k}'} + i\eta}. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

In analoger Näherung gilt $\langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{QP}} | \Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})} \rangle^{(s)} \simeq \exp(i\delta_{\text{nr}}) \alpha^* / \sqrt{\Omega}$ und somit

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{PQ}} | \chi_\nu \rangle^{(s)} \langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{QP}} | \Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})} \rangle^{(s)} \\ \simeq \frac{e^{i\delta_{\text{nr}}}}{\sqrt{\Omega}} |\alpha|^2 \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{k}'} \frac{u(r)}{E - \hbar^2 k'^2/m + i\eta} \\ = -\frac{e^{2i\delta_{\text{nr}}}}{\sqrt{\Omega}} \frac{e^{ikr}}{r} \gamma_\nu \quad \text{mit} \quad \gamma_\nu = |\alpha|^2 \frac{m}{4\pi\hbar^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

wobei im letzten Schritt die Summe in ein Integral umgewandelt und mittels des Residuensatzes ausgewertet wurde. γ_ν wird auch als *reduzierte Resonanzbreite* bezeichnet: Formuliert man den Ausdruck (A.11) für die Resonanzbreite Γ_ν in ähnlicher Weise gemäß

$$\begin{aligned} \Gamma_\nu/2 &= -\Im \langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{QP}} \hat{G}_{\text{nr}}^{(+)} \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{PQ}} | \chi_\nu \rangle \\ &= -\Im \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_{\vec{k}'} \langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{QP}} | \vec{k}' \rangle \frac{1}{E - E_{\vec{k}'} + i\eta} \langle \vec{k}' | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{PQ}} | \chi_\nu \rangle \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_{\vec{k}'} |\langle \chi_\nu | \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{QP}} | \vec{k}' \rangle|^2 \frac{\eta}{(E - E_{\vec{k}'} + i\eta)^2 + \eta^2} \\ &\simeq |\alpha|^2 \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{k}'} \frac{\eta}{(E - \hbar^2 k'^2/m)^2 + \eta^2} \\ &= \gamma_\nu k \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

um, so wird nun die k -Abhängigkeit von Γ_ν explizit deutlich. Unter Verwendung von (A.17), (A.22) und (A.23) gelangt man schließlich zu folgendem Resultat für das asymptotische Verhalten von $\langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle^{(s)}$:

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}} \rangle^{(s)} &= \lim_{r \rightarrow \infty} \langle \vec{r} | \Psi_{\mathcal{P}}^{(\text{nr})} \rangle^{(s)} - \frac{1}{2ik\sqrt{\Omega}} e^{2i\delta_{\text{nr}}} \frac{e^{ikr}}{r} \frac{i\Gamma_\nu/2}{E - \tilde{\epsilon}_\nu + i\Gamma_\nu/2} \\ &= -\frac{1}{2ik\sqrt{\Omega}} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} - e^{2i\delta_{\text{nr}}} \right. \\ &\quad \left. \times \left(1 - \frac{i\Gamma_\nu/2}{E - \tilde{\epsilon}_\nu + i\Gamma_\nu/2} \right) \frac{e^{ikr}}{r} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Durch Vergleich von (A.24) mit (A.16) erhält man nun die *effektive Streuphase* δ aus

$$e^{2i\delta} = e^{2i\delta_{\text{nr}}} \left(1 - \frac{i\Gamma_\nu/2}{E - \tilde{\epsilon}_\nu + i\Gamma_\nu/2} \right) \quad (\text{A.25})$$

und somit folgendes Resultat für die *effektive* Streulänge $a = -\delta/k$:

$$\begin{aligned}
a &= a_{\text{nr}} + \frac{1}{2k} \arctan \left(\frac{\Gamma_\nu (E - \tilde{\epsilon}_\nu)}{(E - \tilde{\epsilon}_\nu)^2 + \Gamma_\nu^2/4} \right) \\
&= a_{\text{nr}} - \frac{\gamma_\nu}{\tilde{\epsilon}_\nu - E} \quad \text{für } k \rightarrow 0 \\
&= a_{\text{nr}} \left(1 - \frac{\Delta E_{\text{el}}}{\tilde{\epsilon}_\nu - E} \right) \quad \text{mit } \Delta E_{\text{el}} = \frac{\gamma_\nu}{a_{\text{nr}}}.
\end{aligned} \tag{A.26}$$

Im Grenzfall ultrakalter Stöße zeigt somit die Streulänge nahe einer Feshbach-Resonanz ein dispersives Verhalten. Auch wenn die Resonanzbreite $\Gamma_\nu = 2\gamma_\nu k$ für $k \rightarrow 0$ verschwindet, so bleibt doch der Bereich, über den die Streulänge variiert, endlich.

A.3 Magnetisch-induzierte Feshbach-Resonanzen

Feshbach-Resonanzen in Ensembles von ultrakalten Atomen wurden in allen bisherigen Experimenten durch ein externes Magnetfeld induziert. Das Magnetfeld verschiebt i. Allg. die Kanäle \mathcal{P} und \mathcal{Q} unterschiedlich, wodurch sich die „Verstimmung“ $\Delta_E = \tilde{\epsilon}_\nu - E$ bzgl. der Resonanz beeinflussen lässt. Nahe der Resonanz lässt sich Δ_E als Funktion des Magnetfeldes B gemäß

$$\Delta_E(B) = \underbrace{\Delta_E(B_{\text{res}})}_{=0} + \left. \frac{\partial \Delta_E}{\partial B} \right|_{B_{\text{res}}} \times (B - B_{\text{res}}) + \dots \tag{A.27}$$

entwickeln. Ausgehend von (A.26) wird nun die Magnetfeldabhängigkeit der Streulänge explizit deutlich:

$$a = a_{\text{nr}} \left(1 - \frac{\Delta B_{\text{el}}}{B - B_{\text{res}}} \right) \quad \text{mit } \Delta B_{\text{el}} = \frac{\gamma_\nu}{a_{\text{nr}} \partial \Delta_E / \partial B|_{B_{\text{res}}}}. \tag{A.28}$$

Sowohl der nicht-resonante Anteil der Streulänge a_{nr} als auch die reduzierte Resonanzbreite γ_ν variieren i. Allg. mit dem externen Magnetfeld, doch deren Abhängigkeit von B ist meist schwach. Der Bereich ΔB_{el} , über den die Streulänge ein gegenüber a_{nr} umgekehrtes Vorzeichen aufweist, wird von zwei Größen bestimmt: Einerseits von dem für die Kopplung verantwortlichen Matrixelement α , andererseits von der Änderung der Energiedifferenz zwischen Streuzustand und gebundenem Zustand im externen Magnetfeld.

Anhang B

Eigenschaften des Isotops ^{87}Rb

In diesem Kapitel sind die für diese Arbeit wesentlichen Eigenschaften des Rubidium-Isotops ^{87}Rb zusammengestellt:

Atomzahl:	37	
Masse:	$1,4432 \cdot 10^{-25}$ kg	[197]
Natürliches Vorkommen:	27,83 %	[198]
Atomradius:	2,98 Å	
Schmelzpunkt / Siedepunkt:	39,31°C / 688°C	[198]
Dichte (25°C):	1,53 g/cm ³	[198]
Sättigungsdampfdruck (25°C):	$3 \cdot 10^{-7}$ mbar	[199]
Elektronenkonfiguration:	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 5s$	
Grundzustand / angeregter Zustand:	$5s^2 S_{1/2} / 5p^2 P_{3/2}$	
Wellenlänge D ₂ -Linie λ :	780,246 nm	[200]
Lebensdauer τ_{nat} :	26,24 ns	[201]
Natürliche Linienbreite $\Gamma_{\text{nat}} = 1/\tau_{\text{nat}}$:	$2\pi \cdot 6,065$ MHz	
Sättigungsintensität ¹ $I_S = 4\pi^2 \hbar c / (6\tau_{\text{nat}} \lambda^3)$:	1,669 mW/cm ²	
Dopplertemperatur $T_D = \hbar \Gamma_{\text{nat}} / (2k_B)$:	146 μK	
Rückstoßtemperatur $T_R = \hbar^2 / (3\lambda^2 m k_B)$:	121 nK	

Tabelle B.1: *Allgemeine und für die Laserkühlung relevante Eigenschaften.*

¹ Die angegebene Sättigungsintensität bezieht sich auf die „stärksten“ Übergänge $|f_g = 2, m_{f_g} = \pm 2\rangle \rightarrow |f_e = 3, m_{f_e} = \pm 3\rangle$ und entspricht einer relativen Besetzung des angeregten Zustandes von 1/4.

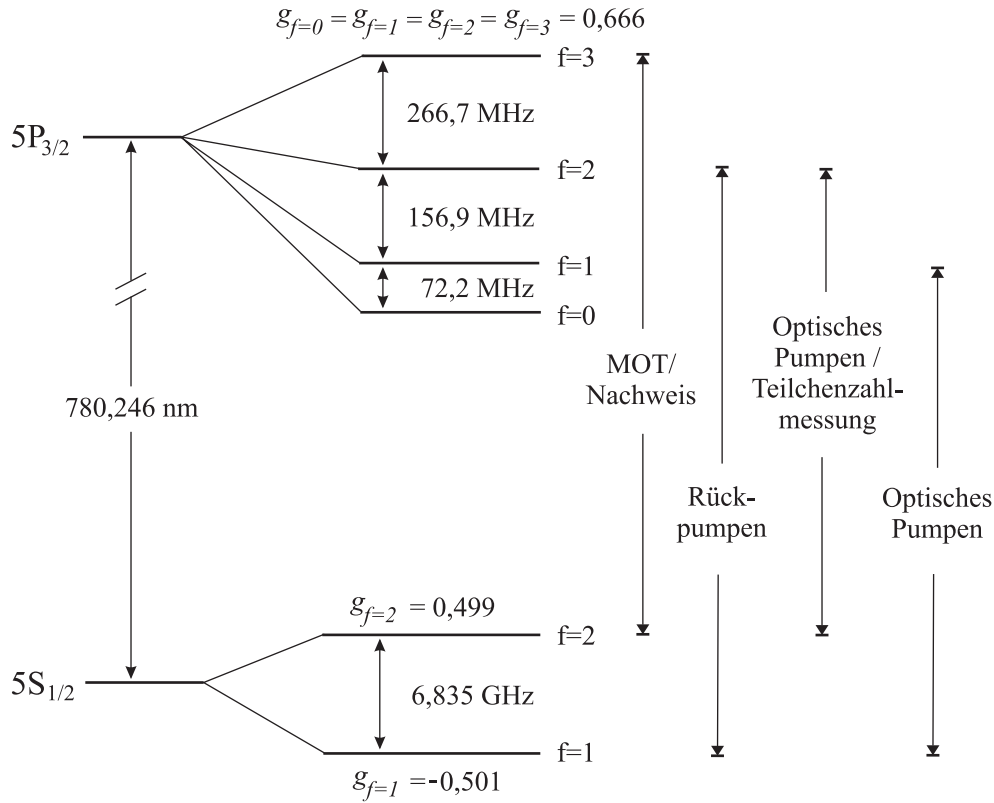


Abbildung B.1: Hyperfeinstruktur der D_2 -Linie von ^{87}Rb nach [200] und [76]. Die im Experiment verwendeten Übergänge sind gekennzeichnet.

Gemäß Kapitel 9.3.4 erfolgt die Kalibrierung des zur Beobachtung der Feshbach-Resonanzen erforderlichen Magnetfeldes mittels Mikrowellen-Spektroskopie. Aus den gemessenen (Mikrowellen-) Resonanzfrequenzen lassen sich die entsprechenden Magnetfelder über die Breit-Rabi-Formel (4.4) berechnen. Die dort eingehenden Größen sind in Tabelle B.2 aufgeführt:

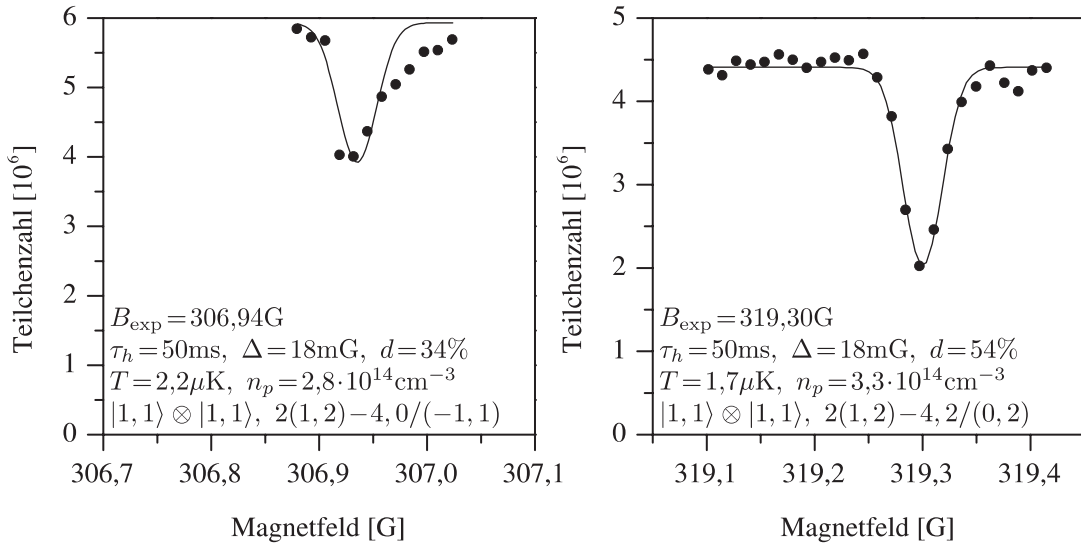
Kernspin i :	$3/2$	[75]
Hyperfeinaufspaltung ν_{hf} :	$6\,834\,682\,610,904\,29(9)$ Hz	[76]
g-Faktor (Elektron) g_s :	$g_e \times 1,000\,005\,90(10) = 2,002\,331\,12(20)$	[75]
g-Faktor (Kern) g_N :	$-g_s \times 0,000\,496\,991\,47(45) = -0,000\,995\,141\,49(90)$	[202]
<hr/>		
g-Faktor (freies Elektron) g_e :	$2,002\,319\,304\,3737(82)$	[203]
Bohrsches Magneton μ_B/h :	$1,399\,624\,624(56)$ MHz/G	[203]

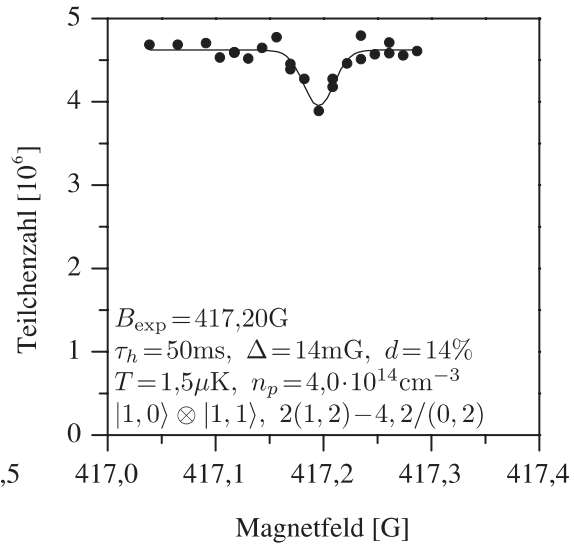
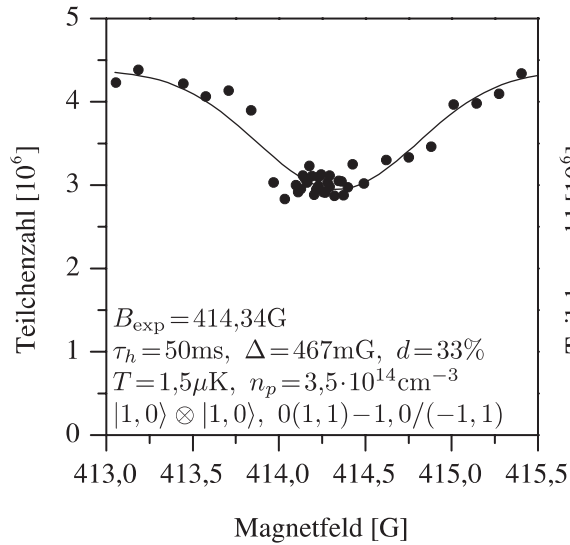
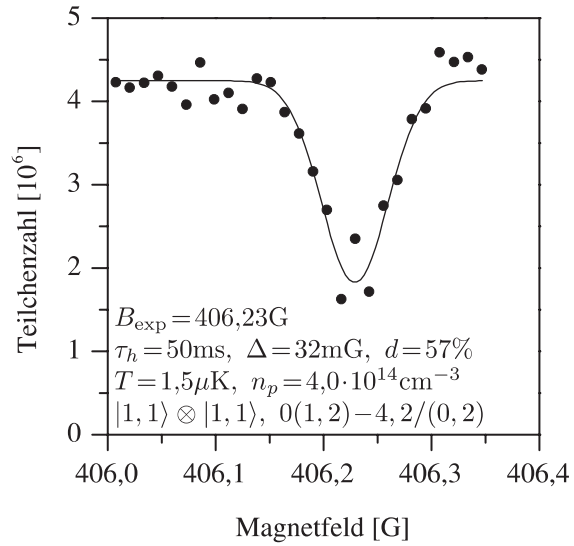
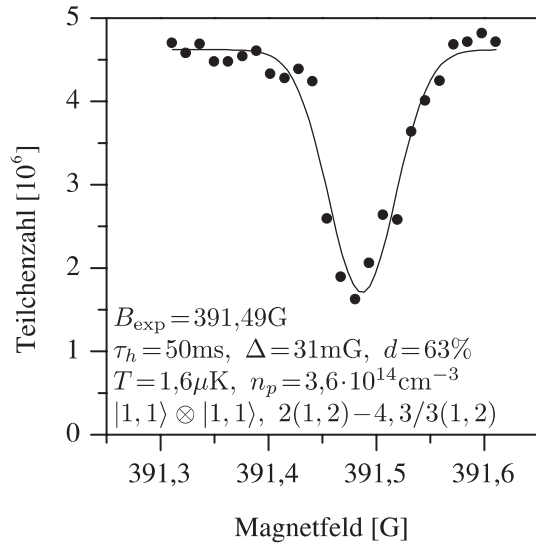
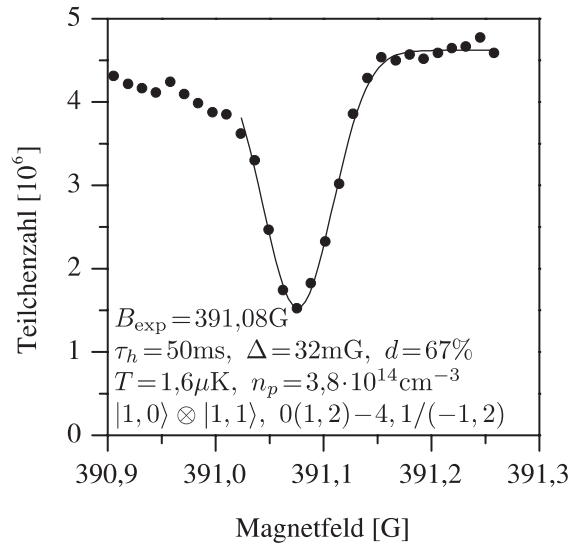
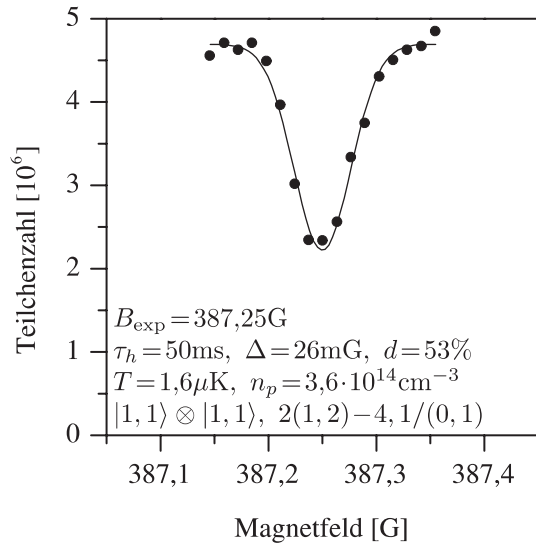
Tabelle B.2: Literaturwerte für Größen des Grundzustandes von ^{87}Rb und für fundamentale Konstanten zur Auswertung der Breit-Rabi-Formel.

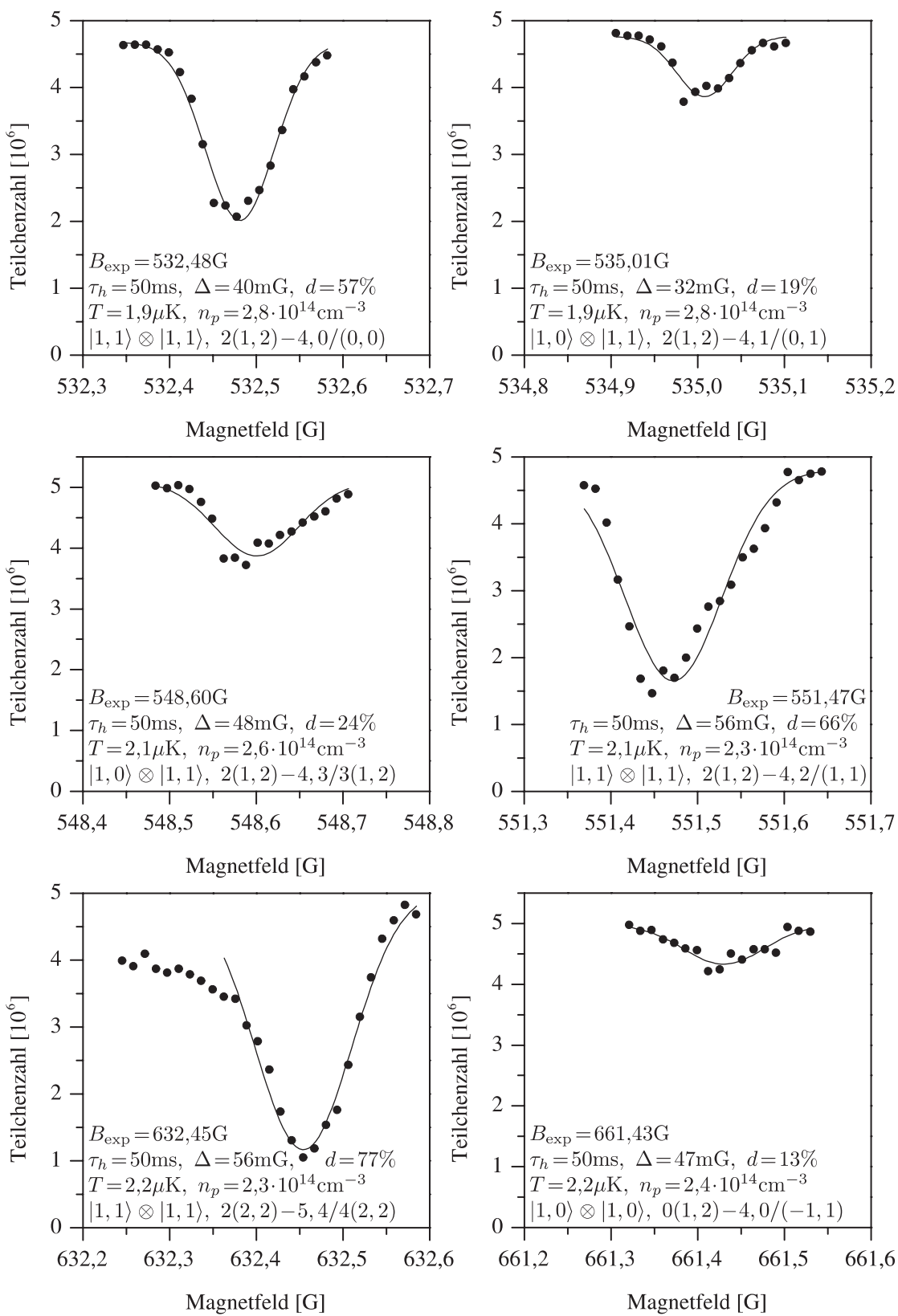
Anhang C

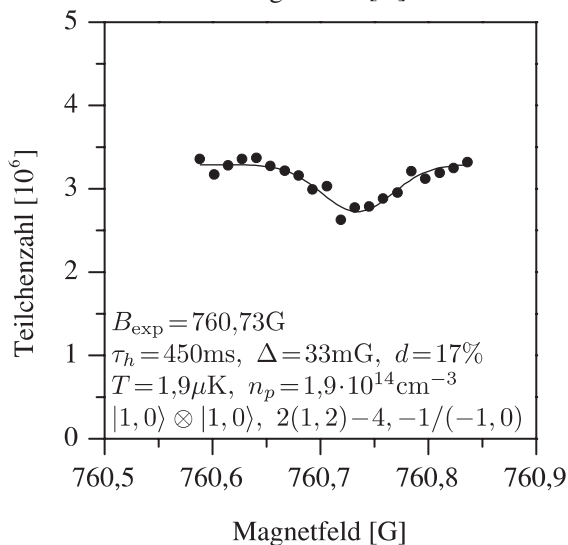
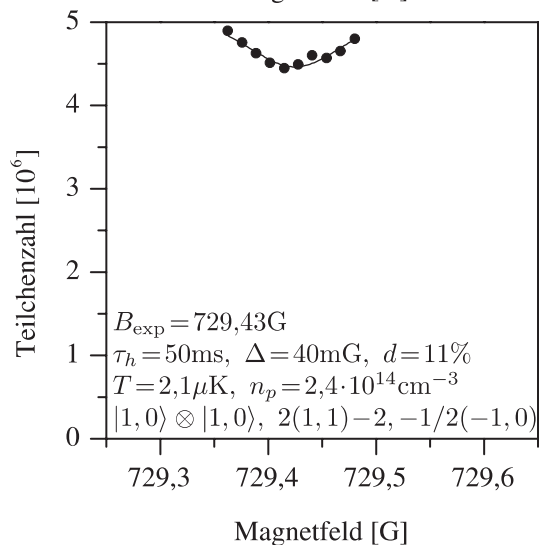
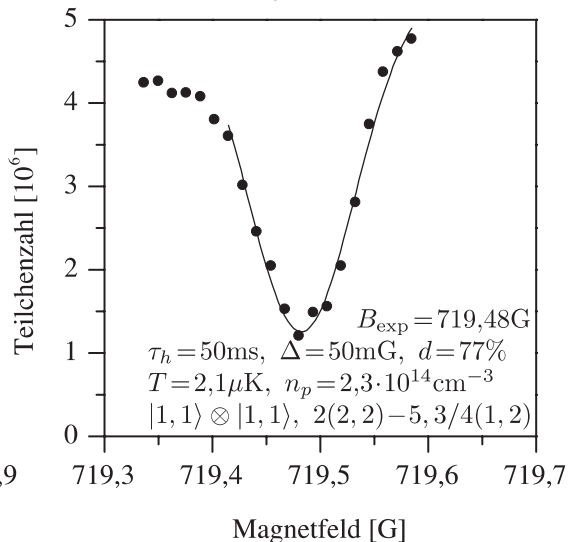
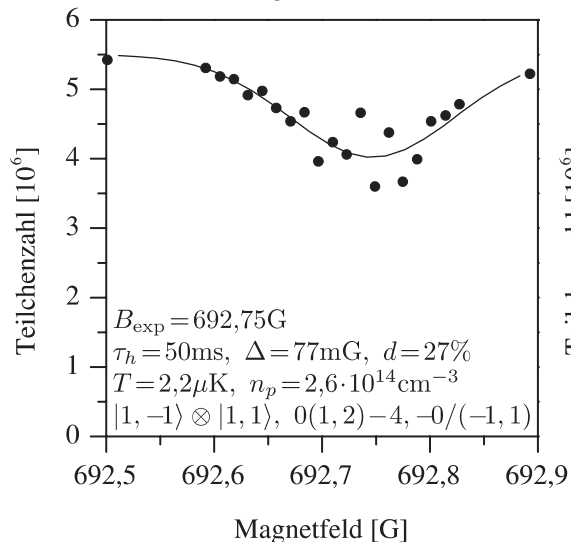
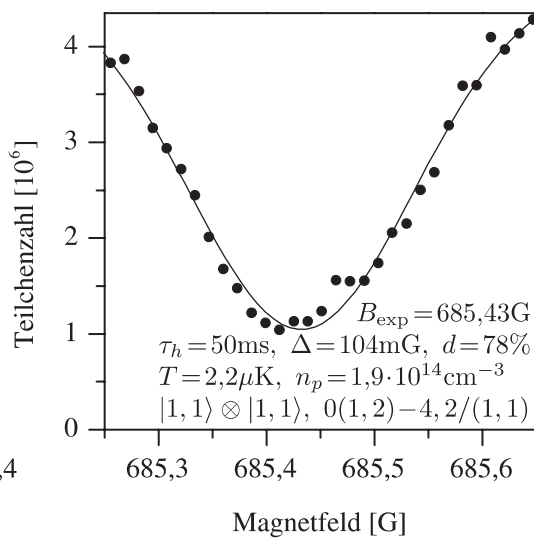
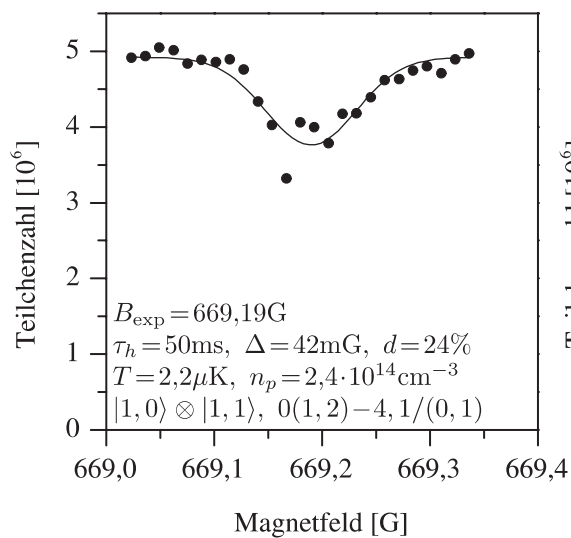
Beobachtete Feshbach-Resonanzen im $f = 1$ -Hyperfeingrundzustand

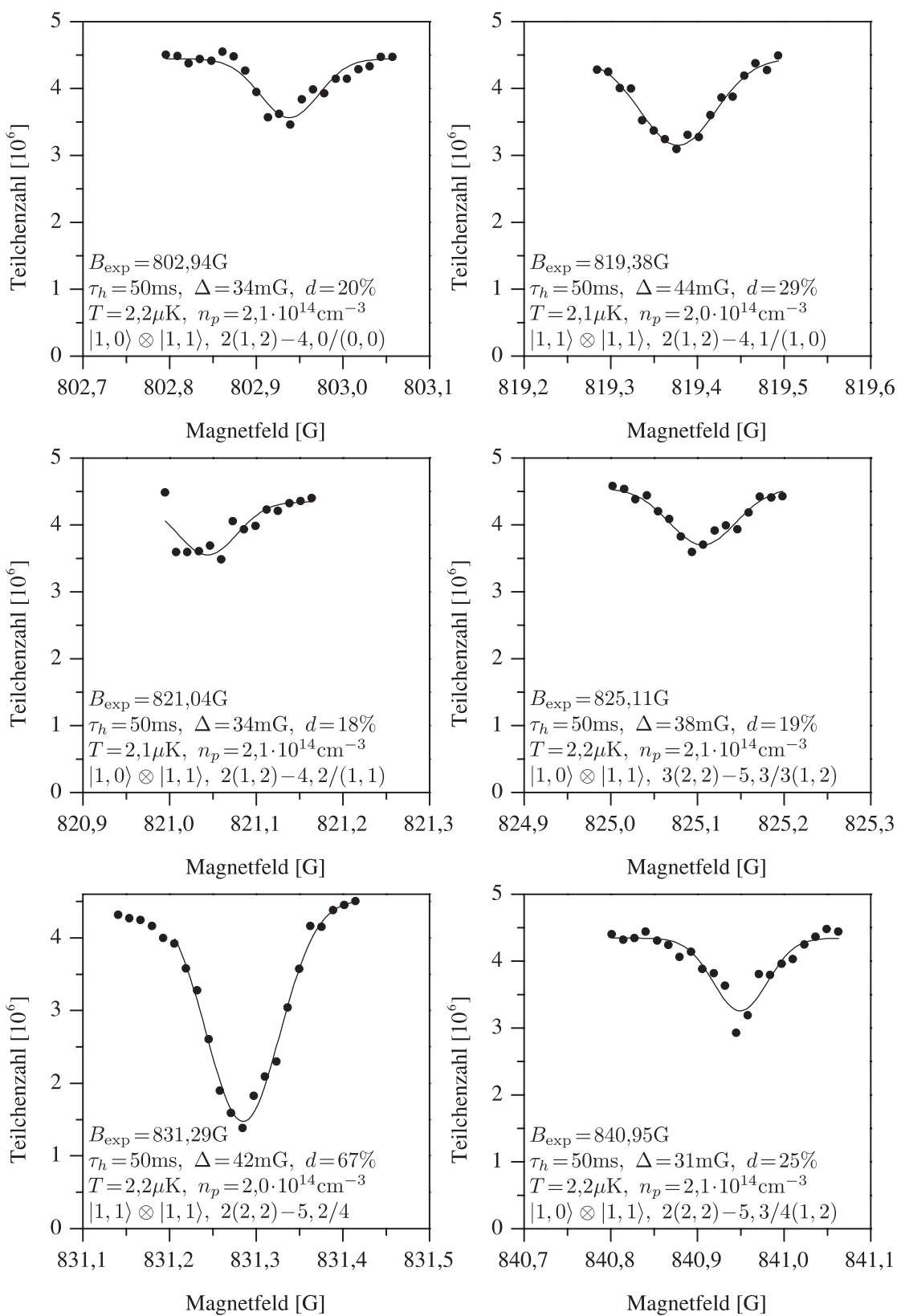
Im Folgenden finden sich die „Rohdaten“ zu den im Bereich zwischen 0,5 und 1260 G beobachteten Resonanzen. Für die Messungen wurden jeweils Atomwolken der Temperatur T und der Peak-Dichte n_p in der Dipolfalle präpariert und die Anzahl verbleibender Teilchen nach einer „Haltezeit“ τ_h in Abhängigkeit des Magnetfeldes aufgenommen. Durch Anpassung einer Gauß-Kurve an die Messwerte ergeben sich die Resonanzposition B_{exp} , die (rms-)Breite Δ und die Tiefe d der Resonanzstruktur (siehe Abbildung 11.2). Des Weiteren sind jeweils der Eingangskanal $|1, m_{f_1}^{\text{in}}\rangle \otimes |1, m_{f_2}^{\text{in}}\rangle$ der Resonanz, sowie die Quantenzahlen des gebundenen Zustandes, $l(f_1, f_2)v_D', m_F/F(m_{f_1}, m_{f_2})$, angegeben (siehe Kapitel 4.3.1). Die Unsicherheiten in der Bestimmung von Teilchenzahl, Temperatur und Dichte sind dominierend systematischen Ursprungs und können zu 25 %, 4 % bzw. 26 % abgeschätzt werden. B_{exp} ist mit einer Unsicherheit von 30 mG behaftet (siehe Kapitel 9.3.4).

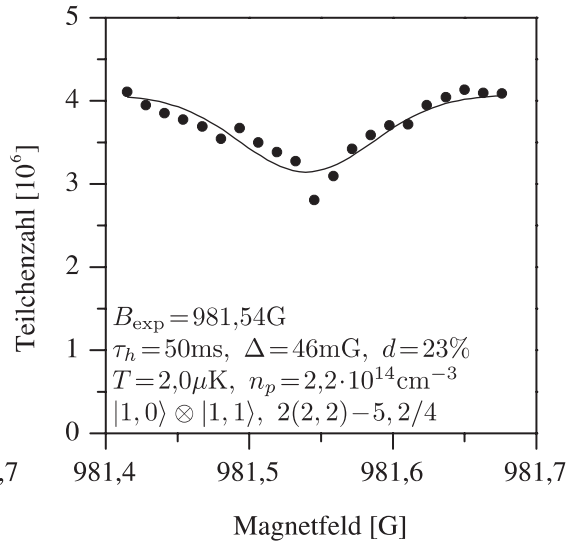
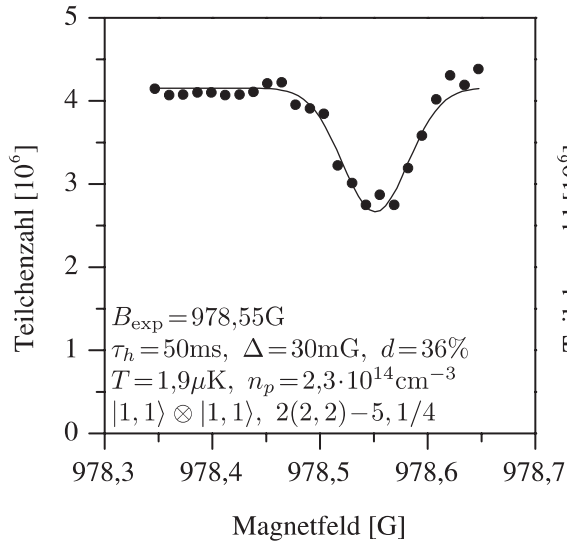
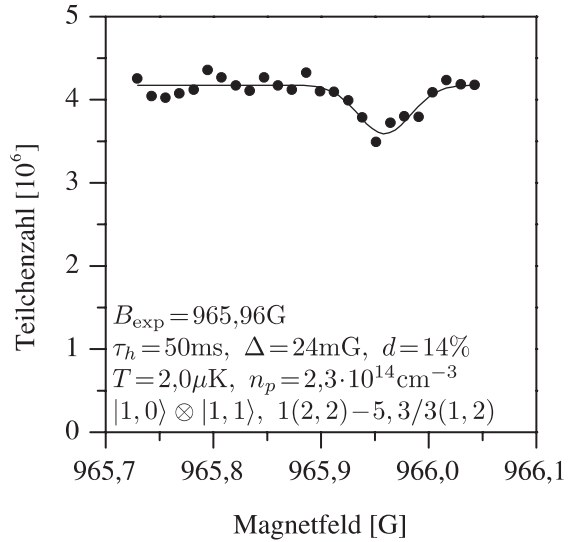
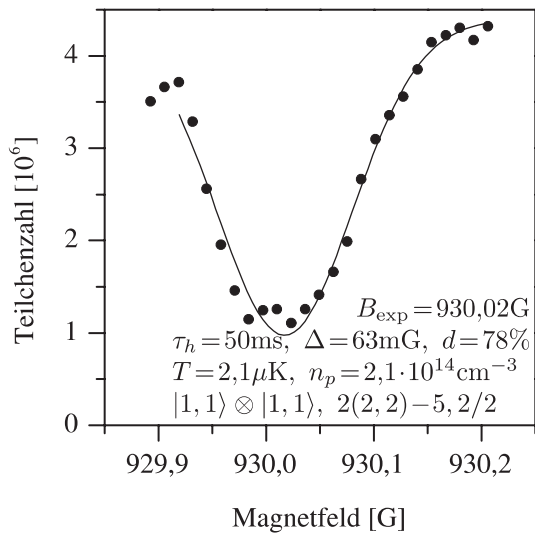
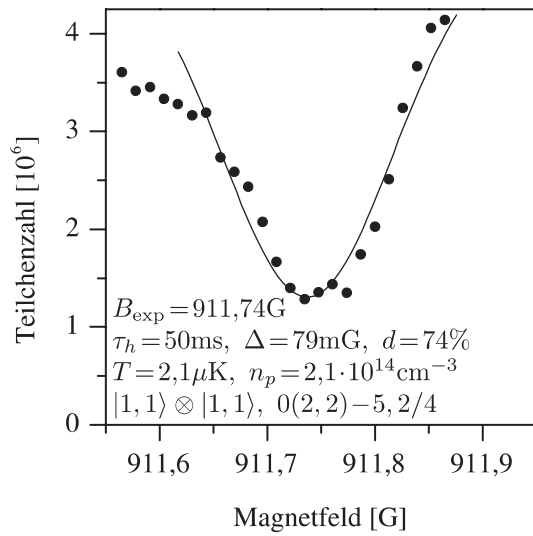
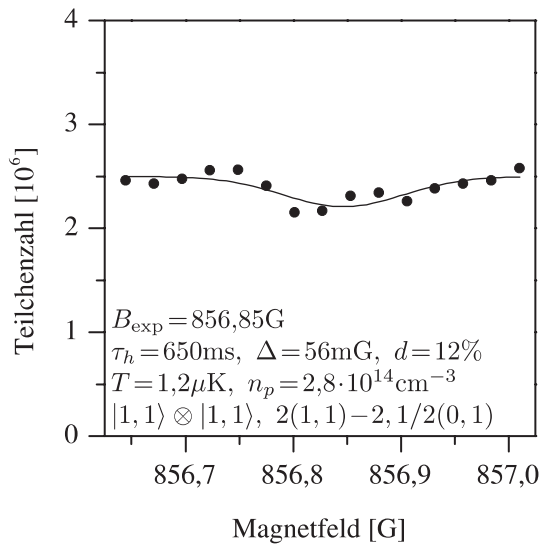


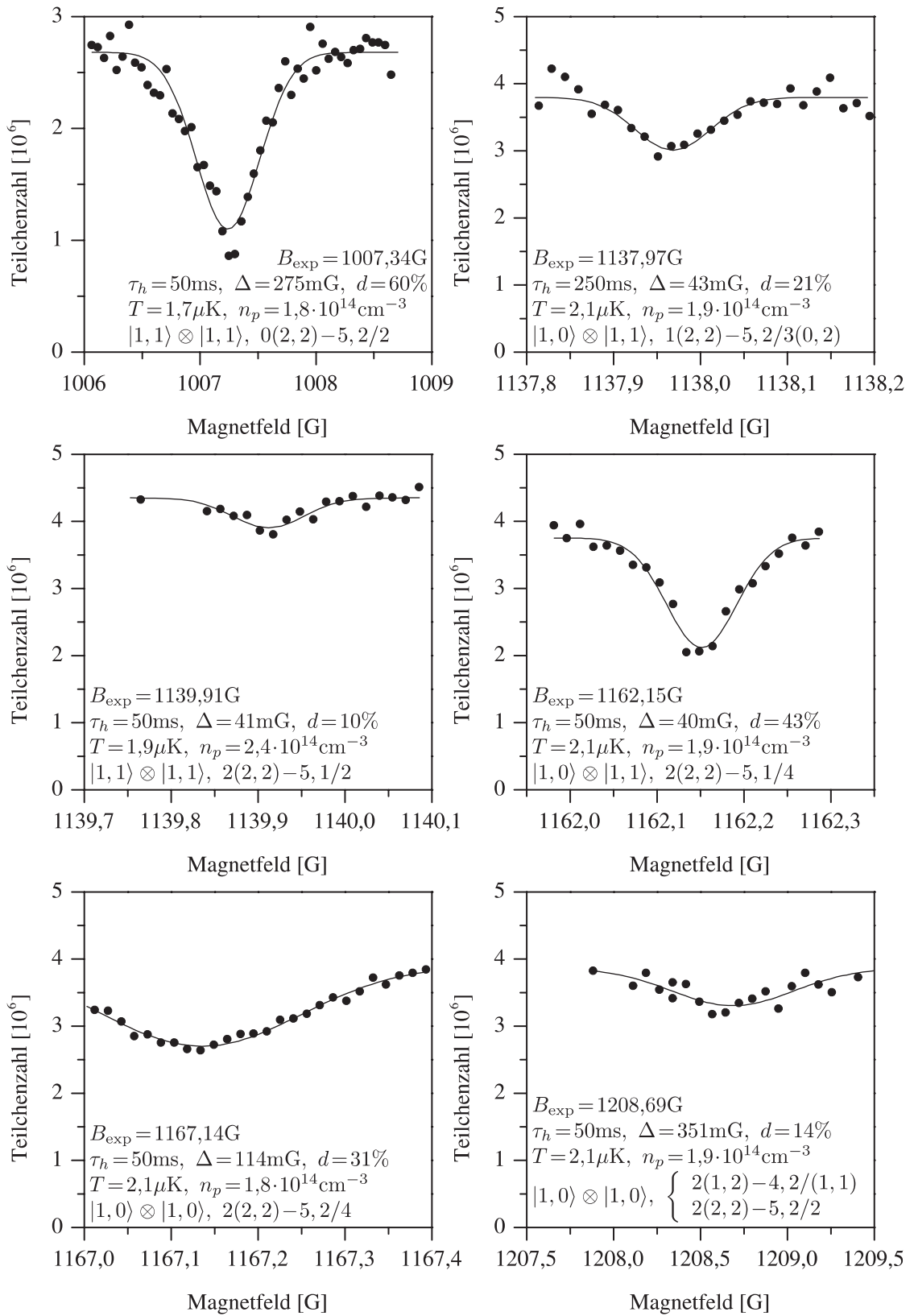


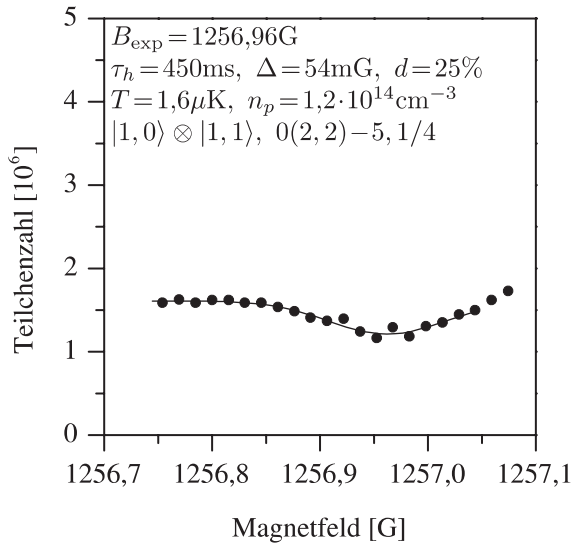
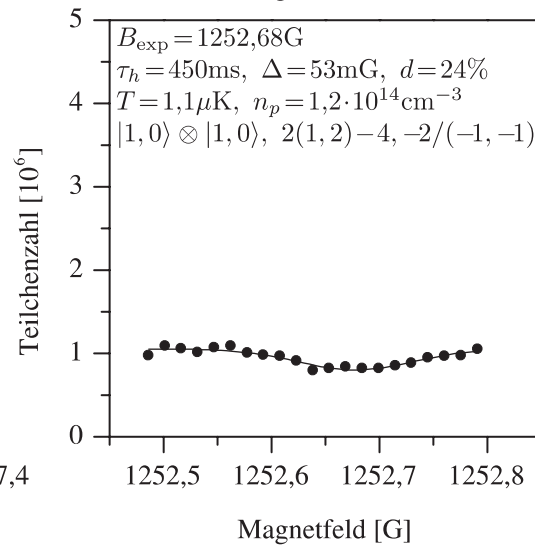
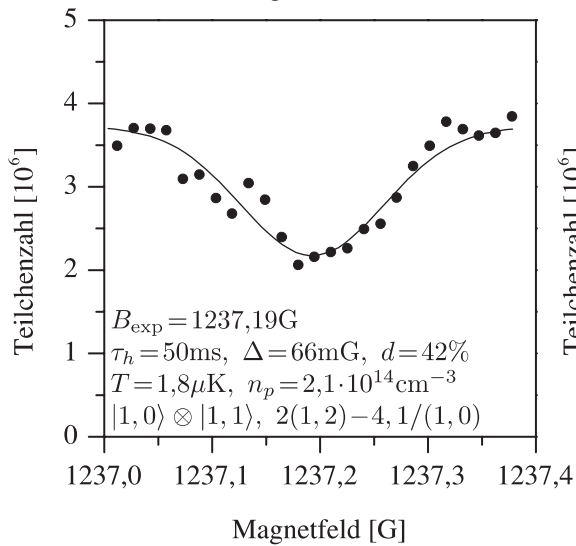
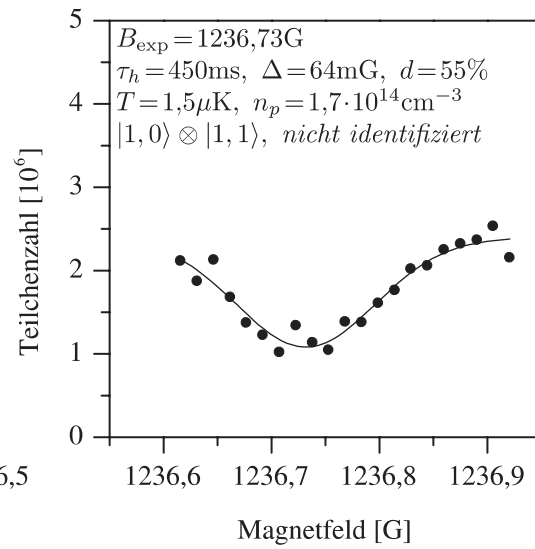
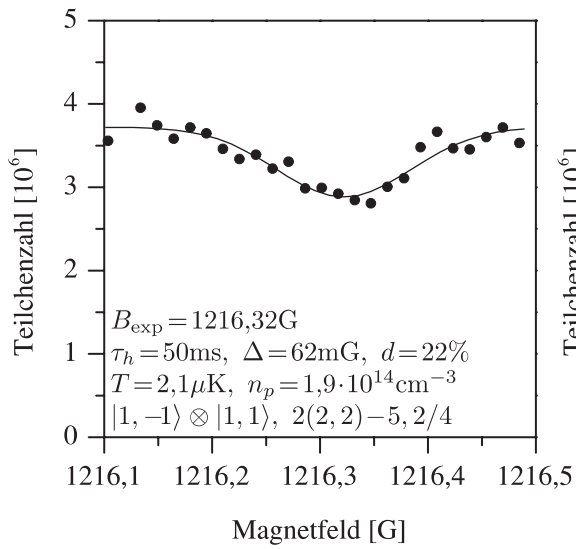












Literaturverzeichnis

- [1] S. N. Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, 26:1924, 1924.
- [2] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 1924:261, 1924.
- [3] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 1925:3, 1925.
- [4] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, und E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269:198, 1995.
- [5] E. Schrödinger. *Statistical Thermodynamics*. Dover Publications, Inc., 1989.
- [6] F. London. The λ -Phenomenon of Liquid Helium and the Bose-Einstein Degeneracy. *Nature*, 141:643, 1938.
- [7] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, und D. E. Pritchard. Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2631, 1987.
- [8] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, und G. P. Kochanski. Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 61:935, 1988.
- [9] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, und H. J. Metcalf. First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 54:2596, 1985.
- [10] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, und T. J. Greytak. Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 81:3811, 1998.
- [11] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, und R. G. Hulet. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 75:1687, 1995.
- [12] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, und W. Ketterle. Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3969, 1995.

- [13] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 85:1795, 2000.
- [14] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, und M. Inguscio. Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling. *Science*, 294:1320, 2001.
- [15] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook, und A. Aspect. A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms. *Science*, 292:461, 2001.
- [16] F. Pereira Dos Santos, J. Léonard, J. Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, und C. Cohen-Tannoudji. Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium. *Phys. Rev. Lett.*, 86:3459, 2001.
- [17] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H. C. Nägerl, und R. Grimm. Bose-Einstein Condensation of Cesium. *Science*, 299:232, 2002.
- [18] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, und W. Ketterle. Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 78:582, 1997.
- [19] I. Bloch, T. W. Hänsch, und T. Esslinger. Atom Laser with a cw Output Coupler. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3008, 1999.
- [20] I. Bloch, T. W. Hänsch, und T. Esslinger. Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition. *Nature*, 403:166, 2000.
- [21] S. Inouye, T. Pfau, S. Gupta, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. E. Pritchard, und W. Ketterle. Phase-coherent amplification of atomic matter waves. *Nature*, 402:641, 1999.
- [22] M. Kozuma, Y. Suzuki, Y. Torii, T. Sugiura, T. Kuga, E. W. Hagley, und L. Deng. Phase-Coherent Amplification of Matter Waves. *Science*, 286:2309, 1999.
- [23] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston, und W. D. Phillips. Four-wave mixing with matter waves. *Nature*, 398:218, 1999.
- [24] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, und I. Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415:39, 2002.
- [25] E. Tiesinga, A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, und H. T. C. Stoof. Conditions for Bose-Einstein condensation in magnetically trapped atomic cesium. *Phys. Rev. A*, 46:R1167, 1992.
- [26] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, und W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 392:151, 1998.

- [27] H. Feshbach. Unified Theory of Nuclear Reactions. *Ann. Phys. (NY)*, 5:357, 1958.
- [28] H. Feshbach. A Unified Theory of Nuclear Reactions. II. *Ann. Phys. (NY)*, 19:287, 1962.
- [29] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, and S. Chu. High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium. *Phys. Rev. Lett.*, 85:2717, 2000.
- [30] P. J. Leo, C. J. Williams, and P. S. Julienne. Collision Properties of Ultracold ^{133}Cs Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 85:2721, 2000.
- [31] E. G. M. van Kempen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar. Interisotope Determination of Ultracold Rubidium Interactions from Three High-Precision Experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 88:093201, 2002.
- [32] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen, and B. J. Verhaar. Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis. *Phys. Rev. Lett.*, 89:283202, 2002.
- [33] K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, and R. G. Hulet. Formation and propagation of matter-wave soliton trains. *Nature*, 417:150, 2002.
- [34] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, and C. Salomon. Formation of a Matter-Wave Bright Soliton. *Science*, 296:1290, 2002.
- [35] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. L. Cornish, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates. *Nature*, 412:295, 2001.
- [36] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, and C. E. Wieman. Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 417:529, 2002.
- [37] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas. Observation of a Strongly Interacting Degenerate Fermi Gas of Atoms. *Science*, 298:2179, 2002.
- [38] T. Volz, S. Dürr, S. Ernst, A. Marte, and G. Rempe. Characterization of elastic scattering near a Feshbach resonances in rubidium 87. *Phys. Rev. A, zur Veröffentlichung eingereicht, arXiv-eprint, cond-mat/0305180*.
- [39] J. Schuster. Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat, Dissertation, Universität Konstanz, 2002.
- [40] J. Schuster, A. Marte, S. Amtage, B. Sang, G. Rempe, and H. C. W. Beijerinck. Avalanches in a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 87:170404, 2001.
- [41] C. J. Joachin. *Quantum Collision Theory*. North-Holland, Amsterdam, 1975.
- [42] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, Redwood City, revidierte Auflage, 1994.

- [43] J. Dalibard. *Collisional dynamics of ultra-cold gases*. In: *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of the international school of physics Enrico Fermi, Course CXL, Hsg.: M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, S. 321*. IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [44] J. P. Burke, Jr. *Theoretical Investigation of Cold Alkali Atom Collisions*, Dissertation, University of Colorado, Boulder, 1999.
- [45] I. N. Bronstein und K. A. Semendjajev. *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, Thun, 24. Auflage, 1989.
- [46] L. D. Landau und E. M. Lifshitz. *Quantum Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 1977.
- [47] D. J. Heinzen. *Ultracold atomic interactions*. In: *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of the international school of physics Enrico Fermi, Course CXL, Hsg.: M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, S. 351*. IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [48] H. Feshbach. *Theoretical Nuclear Physics. Nuclear Reactions*. Wiley & Sons, New York, 1992.
- [49] W. C. Stwalley. Stability of Spin-Aligned Hydrogen at Low Temperatures and High Magnetic Fields: New Field-Dependent Scattering Resonances and Predissociations. *Phys. Rev. Lett.*, 37:1628, 1976.
- [50] M. W. Reynolds, I. Shinkoda, R. W. Cline, und W. N. Hardy. Observation of inverse predissociation of spin-polarized atomic hydrogen at low temperature. *Phys. Rev. B*, 34:4912, 1986.
- [51] I. F. Silvera, H. P. Godfried, E. R. Eliel, J. G. Brisson, J. D. Gillaspay, J. C. Mester, und C. Mallerdeau. Magnetic-field dependence of resonance recombination in spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. B*, 37:1520, 1988.
- [52] E. Tiesinga, B. J. Verhaar, und H. T. C. Stoof. Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions. *Phys. Rev. A*, 47:4114, 1993.
- [53] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, und A. Axelsson. Resonances in ultracold collisions of ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, und ${}^{23}\text{Na}$. *Phys. Rev. A*, 51:4852, 1995.
- [54] E. Timmermans, P. Tommasini, M. Hussein, und A. Kerman. Feshbach resonances in atomic Bose-Einstein condensates. *Physics Reports*, 315:199, 1999.
- [55] F. A. van Abeelen. *Interaction Processes in Cold Gases of Alkali Atoms*, Dissertation, Technische Universität Eindhoven, 1999.
- [56] Ph. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen, und B. J. Verhaar. Observation of a Feshbach Resonance in Cold Atom Scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 81:69, 1998.

- [57] J. L. Roberts, N. R. Claussen, J. P. Burke, Jr., C. H. Greene, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Resonant Magnetic Field Control of Elastic Scattering in Cold ^{85}Rb . *Phys. Rev. Lett.*, 81:5109, 1998.
- [58] V. Vuletić, A. J. Kerman, C. Chin, and S. Chu. Observation of Low-Field Feshbach Resonances in Collisions of Cesium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1406, 1999.
- [59] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, S. R. Granade, M. E. Gehm, J. E. Thomas, V. Venturi, E. Tiesinga, and C. J. Williams. Measurement of the zero crossing in a Feshbach resonance of fermionic ^6Li . *Phys. Rev. A*, 66:041401, 2002.
- [60] K. Dieckmann, C. A. Stan, S. Gupta, Z. Hadzibabic, C. H. Schunck, and W. Ketterle. Decay of an Ultracold Fermionic Lithium Gas near a Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 89:203201, 2002.
- [61] S. Jochim, M. Bartenstein, G. Hendl, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm. Magnetic Field Control of Elastic Scattering in a Cold Gas of Fermionic Lithium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 89:273202, 2002.
- [62] T. Loftus, C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin. Resonant Control of Elastic Collisions in an Optically Trapped Fermi Gas of Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 88:173201, 2002.
- [63] M. Marinescu and L. You. Controlling Atom-Atom Interaction at Ultralow Temperatures by dc Electric Fields. *Phys. Rev. Lett.*, 81:4596, 1998.
- [64] P. O. Fedichev, Yu. Kagan, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven. Influence of Nearly Resonant Light on the Scattering Length in Low-Temperature Atomic Gases. *Phys. Rev. Lett.*, 77:2913, 1996.
- [65] J. L. Bohn and P. S. Julienne. Prospects for influencing scattering lengths with far-off-resonant light. *Phys. Rev. A*, 56:1486, 1997.
- [66] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, and T. M. Nagtegaal. Collisions of dressed ground-state atoms. *Phys. Rev. A*, 53:4343, 1996.
- [67] D. J. Heinzen. In: *Atomic Physics 14. Proceedings of the Fourteenth International Conference on Atomic Physics, Boulder CO 1994*, Hsg.: D. J. Wineland, C. E. Wieman und S. J. Smith, S. 211. AIP Conf. Proc. No. 323, AIP, New York, 1995.
- [68] F. A. van Abeelen, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar. Photoassociation as a probe of Feshbach resonances in cold-atom scattering. *Phys. Rev. A*, 57:R4102, 1998.
- [69] C. Chin, A. J. Kerman, V. Vuletić, and S. Chu. Sensitive Detection of Cold Cesium Molecules Formed on Feshbach Resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 90:033201, 2003.
- [70] J. L. Roberts. Bose-Einstein Condensates with Tunable Atom-atom Interactions: The First Experiments with ^{85}Rb BECs, Dissertation, University of Colorado, Boulder, 2001.

- [71] B. Shizgal. Kinetic-theory calculation of NMR relaxation-time of dilute He-3 gas. *J. Chem. Phys.*, 58:3424, 1973.
- [72] H. Haken und H. C. Wolf. *Molekülphysik und Quantenchemie*. Springer, Berlin, 3. Auflage, 1998.
- [73] H. T. C. Stoof, J. M. V. A. Koelman, und B. J. Verhaar. Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen: Rigorous and simplified calculations. *Phys. Rev. B*, 38:4688, 1988.
- [74] F. H. Mies, C. J. Williams, P. S. Julienne, und M. Krauss. Estimating Bounds on Collisional Relaxation Rates of Spin-Polarized ^{87}Rb Atoms at Ultracold Temperatures. *J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol.*, 101:521, 1996.
- [75] E. Arimondo, M. Inguscio, und P. Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 49:31, 1977.
- [76] S. Bize, Y. Sortais, M. S. Santos, C. Mandache, A. Clairon, und C. Salomon. High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain. *Europhys. Lett.*, 45:558, 1999.
- [77] N. F. Ramsey. *Molecular Beams*. Oxford University Press, Oxford, 1956.
- [78] G. Breit und I. I. Rabi. Measurement of Nuclear Spin. *Phys. Rev.*, 38:2082, 1931.
- [79] G. Hadinger, G. Hadinger, S. Magnier, und M. Aubert-Frécon. A Particular Case of Asymptotic Formulas for Exchange Energy between Two Long-Range Interacting Atoms with Open Valence Shells of Any Type: Application to the Ground State of Alkali Dimers. *J. Mol. Spectr.*, 175:441, 1996.
- [80] M. Marinescu, H. R. Sadeghpour, und A. Dalgarno. Dispersion coefficients for alkali-metal dimers. *Phys. Rev. A*, 49:982, 1994.
- [81] A. Derevianko, W. R. Johnson, M. S. Safronova, und J. F. Babb. High-Precision Calculations of Dispersion Coefficients, Static Dipole Polarizabilities, and Atom-Wall Interaction Constants for Alkali-Metal Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3589, 1999.
- [82] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley & Sons, New York, 1998.
- [83] A. Messiah. *Quantenmechanik, Band 2*. Walter de Gruyter, Berlin, 1990.
- [84] H. Lefebvre-Brion und R. W. Field. *Perturbations in the Spectra of Diatomic Molecules*. Academic Press, London, 1986.
- [85] C. Chin. Cooling, Collisions and Coherence of Cold Cesium Atoms in a Trap, Dissertation, Stanford University, 2001.
- [86] S. Kotochigova, E. Tiesinga, und P. S. Julienne. Relativistic *ab initio* treatment of the second-order spin-orbit splitting of the $a^3\Sigma_u^+$ potential of rubidium and cesium dimers. *Phys. Rev. A*, 63:012517, 2000.

- [87] R. Wynar, R. S. Freeland, D. J. Han, C. Ryu, und D. J. Heinzen. Molecules in a Bose-Einstein Condensate. *Science*, 287:1016, 2000.
- [88] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Controlled Collapse of a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 86:4211, 2001.
- [89] J. Y. Seto, R. J. Le Roy, J. Vergès, und C. Amiot. Direct potential fit analysis of the $X^1\Sigma_g^+$ state of Rb_2 : Nothing else will do! *J. Chem. Phys.*, 113:3067, 2000.
- [90] E. G. M. van Kempen und B. J. Verhaar. Persönliche Mitteilung.
- [91] R. S. Freeland. Photoassociation Spectroscopy of Ultracold and Bose-Condensed Atomic Gases, Dissertation, University of Texas, Austin, 2001.
- [92] C. Amiot. Laser induced fluorescence of Rb_2 : The $(1)^1\Sigma_g^+(X)$, $(2)^1\Sigma_g^+$, $(1)^1\Pi_u(B)$, $(1)^1\Pi_g$, and $(2)^1\Pi_u(C)$ electronic states. *J. Chem. Phys.*, 93:8591, 1990.
- [93] J. M. Vogels, C. C. Tsai, R. S. Freeland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, B. J. Verhaar, und D. J. Heinzen. Prediction of Feshbach resonances in collisions of ultracold rubidium atoms. *Phys. Rev. A*, 56:R1067, 1997.
- [94] N. R. Newbury, C. J. Myatt, und C. E. Wieman. s-wave elastic collisions between cold ground-state ^{87}Rb atoms. *Phys. Rev. A*, 51:R2680, 1995.
- [95] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, und S. Stringari. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71:463, 1999.
- [96] Y. Castin. *Bose-Einstein condensates in atomic gases: simple theoretical results*. In: *Coherent atomic matter waves, Lecture notes of the Les Houches summer school*. Hsg.: R. Kaiser, C. Westbrook und F. David, EDP Sciences und Springer, 2001.
- [97] M. Inguscio, S. Stringari, und C. E. Wieman, Herausgeber. *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of the international school of physics Enrico Fermi, Course CXL*. IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [98] E. P. Gross. Structure of a quantized vortex in boson systems. *Nuovo Cimento*, 20:454, 1961.
- [99] L. P. Pitaevskii. Vortex lines in an imperfect Bose gas. *Sov. Phys. JETP-USSR*, 13:451, 1961.
- [100] J. K. Chin, J. M. Vogels, und W. Ketterle. Amplification of Local Instabilities in a Bose-Einstein Condensate with Attractive Interactions. *Phys. Rev. Lett*, 90:160405, 2003.
- [101] Yu. Kagan, E. L. Surkov, und G. V. Shlyapnikov. Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps. *Phys. Rev. A*, 55:R18, 1997.
- [102] U. Ernst, J. Schuster, F. Schreck, A. Marte, A. Kuhn, und G. Rempe. Free expansion of a Bose-Einstein condensate from an Ioffe-Pritchard magnetic trap. *Appl. Phys. B*, 67:719, 1998.

- [103] Y. Castin und R. Dum. Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77:5315, 1996.
- [104] M. Holland und J. Cooper. Expansion of a Bose-Einstein condensate in a harmonic potential. *Phys. Rev. A*, 53:R1954, 1996.
- [105] Yu. Kagan, E. L. Surkov, und G. V. Shlyapnikov. Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential. *Phys. Rev. A*, 54:R1753, 1996.
- [106] F. Dalfovo, C. Minniti, S. Stringari, und L. Pitaevskii. Nonlinear dynamics of a Bose condensed gas. *Phys. Lett. A*, 227:259, 1997.
- [107] U. Ernst, A. Marte, F. Schreck, J. Schuster, und G. Rempe. Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration. *Europhys. Lett.*, 41:1, 1998.
- [108] Yu. Kagan, B. V. Svistunov, und G. V. Shlyapnikov. Effect of Bose condensation on inelastic processes in gases. *JETP Lett.*, 42:209, 1985.
- [109] W. Ketterle und H.-J. Miesner. Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers. *Phys. Rev. A*, 56:3291, 1997.
- [110] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay. *Phys. Rev. Lett.*, 79:337, 1997.
- [111] E. A. Cornell, J. R. Ensher, und C. E. Wieman. *Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation. In: Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of the international school of physics Enrico Fermi, Course CXL. Hsg.: M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, S. 15.* IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [112] P. O. Fedichev, M. W. Reynolds, und G. V. Shlyapnikov. Three-Body Recombination of Ultracold Atoms to a Weakly Bound s Level. *Phys. Rev. Lett.*, 77:2921, 1996.
- [113] E. Nielsen und J. H. Macek. Low-Energy Recombination of Identical Bosons by Three-Body Collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 83:1566, 1999.
- [114] B. D. Esry, C. H. Greene, und J. P. Burke, Jr. Recombination of Three Atoms in the Ultracold Limit. *Phys. Rev. Lett.*, 83:1751, 1999.
- [115] P. F. Bedaque, E. Braaten, und H.-W. Hammer. Three-body Recombination in Bose Gases with Large Scattering Length. *Phys. Rev. Lett.*, 85:908, 2000.
- [116] P. F. Bedaque und H.-W. Hammer. Three-body Recombination into Deep Bound States in a Bose Gas with Large Scattering Length. *Phys. Rev. Lett.*, 87:160407, 2001.
- [117] J. Stenger, S. Inouye, M. R. Andrews, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, und W. Ketterle. Strongly Enhanced Inelastic Collisions in a Bose-Einstein Condensate near Feshbach Resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2422, 1999.

- [118] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, und R. Grimm. Three-body recombination at large scattering lengths in an ultracold atomic gas. *arXiv-eprint*, physics/0304052.
- [119] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, und J. Dalibard. Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate. *Appl. Phys. B*, 69:257, 1999.
- [120] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, und C. E. Wieman. Magnetic Field Dependence of Ultracold Inelastic Collisions near a Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 85:728, 2000.
- [121] V. A. Yurovsky, A. Ben-Reuven, P. S. Julienne, und C. J. Williams. Atom loss from Bose-Einstein condensates due to Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 60:R765, 1999.
- [122] F. A. van Abeelen und B. J. Verhaar. Time-Dependent Feshbach Resonance Scattering and Anomalous Decay of a Na Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 83:1550, 1999.
- [123] V. A. Yurovsky, A. Ben-Reuven, P. S. Julienne, und C. J. Williams. Atom loss and the formation of a molecular Bose-Einstein condensate by Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 62:043605, 2000.
- [124] N. R. Claussen, E. A. Donley, S. T. Thompson, und C. E. Wieman. Microscopic Dynamics in a Strongly Interacting Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 89:010401, 2002.
- [125] N. R. Claussen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, S. T. Thompson, E. A. Donley, und C. E. Wieman. Very high precision bound state spectroscopy near a ^{85}Rb Feshbach resonance. *arXiv-eprint*, physics/0302195.
- [126] S. J. J. M. F. Kokkelmans und M. J. Holland. Ramsey Fringes in a Bose-Einstein Condensate between Atoms and Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 89:180401, 2002.
- [127] M. Mackie, K.-A. Suominen, und J. Javanainen. Mean-Field Theory of Feshbach-Resonant Interactions in ^{85}Rb Condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 89:180403, 2002.
- [128] T. Köhler, T. Gasenzer, und K. Burnett. Microscopic theory of atom-molecule oscillations in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 67:013601, 2003.
- [129] M. Mackie, A. Carmichael, M. Köstrun, R. J. Perkins, C. Xu, Y. Zhen, K.-A. Suominen, und J. Javanainen. Rapid Adiabatic Passage from an Atomic to a Molecular Condensate. *arXiv-eprint*, physics/0210131.
- [130] M. Köstrun, M. Mackie, R. Côté, und J. Javanainen. Theory of coherent photoassociation of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 62:063616, 2000.
- [131] V. A. Yurovsky und A. Ben-Reuven. Formation of a molecular Bose-Einstein condensate and an entangled atomic gas by Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 67:043611, 2003.

- [132] B. Sang. Magnetische Speicherung eines ultrakalten atomaren Gases für die Bose-Einstein-Kondensation, Diplomarbeit, Universität Konstanz und Max-Planck-Institut für Quantenoptik (Garching), 2001.
- [133] T. Volz. Feshbach Resonances in Rubidium 87, Diplomarbeit, Universität Konstanz und Max-Planck-Institut für Quantenoptik (Garching), 2002.
- [134] U. Ernst. Bose-Einstein-Kondensation von Rubidiumatomen, Dissertation, Universität Konstanz, 1998.
- [135] S. Wößner. Eine Atomquelle höchsten Flusses für die Bose-Einstein-Kondensation, Diplomarbeit, Universität Konstanz und Max-Planck-Institut für Quantenoptik (Garching), 2000. (Als Folge zweier Eichfehler wurden die in dieser Referenz präsentierten Ergebnisse zum Teil durch Skalierung korrigiert.).
- [136] T. Ido, Y. Isoya, und H. Katori. Optical-dipole trapping of Sr atoms at a high phase-space density. *Phys. Rev. A*, 61:061403, 2000.
- [137] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, und C. Wieman. Very Cold Trapped Atoms in a Vapor Cell. *Phys. Rev. Lett.*, 65:1571, 1990.
- [138] J. Weiner, V. S. Bagnato, S. Zilio, und P. S. Julienne. Experiments and theory in cold and ultracold collisions. *Rev. Mod. Phys.*, 71:1, 1999.
- [139] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2023, 1989.
- [140] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, und S. Chu. Optical molasses and multilevel atoms: theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2058, 1989.
- [141] W. H. Wing. On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields. *Prog. Quant. Electr.*, 8:181, 1984.
- [142] Y. V. Gott, M. S. Ioffe, und V. G. Tel'kovskii. Some new results on confinement in magnetic traps. *Nucl. Fusion*, Suppl. 3:1045, 1962.
- [143] D. E. Pritchard. Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 51:1336, 1983.
- [144] H. F. Hess, G. P. Kochanski, J. M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner, und T. J. Greytak. Magnetic Trapping of Spin-Polarized Atomic Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 59:672, 1987.
- [145] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, und W. Ketterle. Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 77:416, 1996.
- [146] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling. *Phys. Rev. Lett.*, 78:586, 1997.

- [147] L. V. Hau, B. D. Busch, C. Liu, Z. Dutton, M. M. Burns, und J. A. Golovchenko. Near-resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in a 4-Dee magnetic bottle. *Phys. Rev. A*, 58:R54, 1998.
- [148] T. Esslinger, I. Bloch, und T. W. Hänsch. Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap. *Phys. Rev. A*, 58:R2664, 1998.
- [149] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, und J. Reichel. Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip. *Nature*, 413:498, 2001.
- [150] H. Ott, J. Fortagh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, und C. Zimmermann. Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap. *Phys. Rev. Lett.*, 87:230401, 2001.
- [151] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, und E. A. Cornell. Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3352, 1995.
- [152] T. Bergeman, G. Erez, und H. Metcalf. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 35:1535, 1987.
- [153] A. Marte. Verdampfungskühlung magnetisch gespeicherter Atome, Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1997.
- [154] M.-O. Mewes. Bose-Einstein Condensation of Sodium Atoms, Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [155] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidemüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans, und J. T. M. Walraven. Adiabatically Changing the Phase-Space Density of a Trapped Bose Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 78:990, 1997.
- [156] L. D. Landau und E. M. Lifshitz. *Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 1976.
- [157] C. R. Monroe. Experiments with Optically and Magnetically Trapped Cesium Atoms, Dissertation, University of Colorado, Boulder, 1992.
- [158] H. F. Hess. Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, 34:3476, 1986.
- [159] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, und E. A. Cornell. *Evaporative cooling of rubidium atoms in a magnetic trap*. In: *Atomic Physics 14.*, Hsg.: C. Wieman und D. Wineland. AIP, New York, 1994.
- [160] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, und W. Ketterle. Evaporative Cooling of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74:5202, 1995.
- [161] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, und J. T. M. Walraven. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, 53:381, 1996.
- [162] W. Ketterle und N. J. van Druten. *Evaporative cooling of trapped atoms*. In: *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics, Vol. 37*, Hsg.: B. Bederson und H. Walther, S. 181. Academic Press, San Diego, 1996.

- [163] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, und A. Cable. Experimental Observation of Optically Trapped Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 57:314, 1986.
- [164] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, und S. Chu. Evaporative Cooling in a Crossed Dipole Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3577, 1995.
- [165] M. D. Barrett, J. A. Sauer, und M. S. Chapman. All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 87:010404, 2001.
- [166] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger, und W. Ketterle. Optical Confinement of a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 80:2027, 1998.
- [167] T. L. Gustavson, A. P. Chikkatur, A. E. Leanhardt, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard, und W. Ketterle. Transport of Bose-Einstein Condensates with Optical Tweezers. *Phys. Rev. Lett.*, 88:020401, 2001.
- [168] R. Grimm, M. Weidemüller, und Y. B. Ovchinnikov. *Optical dipole traps for neutral atoms. In: Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics., volume 42, Hsg.: B. Bederson und H. Walther, S. 95-170.* Academic Press, San Diego, 2000, (arXiv-eprint, physics/9902072).
- [169] K. L. Corwin, S. J. M. Kuppens, D. Cho, und C. E. Wieman. Spin-Polarized Atoms in a Circularly Polarized Optical Dipole Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 83:1311, 1999.
- [170] B. E. A. Saleh und M. C. Teich. *Fundamentals of Photonics.* Wiley & Sons, New York, 1991.
- [171] S. Ernst. Diplomarbeit, Universität Köln und Max-Planck-Institut für Quantenoptik (Garching), in Vorbereitung, 2003.
- [172] T. A. Savard, K. M. O'Hara, und J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Phys. Rev. A*, 56:R1095, 1997.
- [173] M. E. Gehm, K. M. O'Hara, T. A. Savard, und J. E. Thomas. Dynamics of noise-induced heating in atom traps. *Phys. Rev. A*, 58:3914, 1998.
- [174] S. Bali, K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, und J. E. Thomas. Quantum-diffractive background gas collisions in atom-trap heating and loss. *Phys. Rev. A*, 60:R29, 1999.
- [175] H. C. W. Beijerinck. Rigorous calculation of heating in alkali-metal traps by background gas collisions. *Phys. Rev. A*, 61:033606, 2000.
- [176] N. V. Vitanov und K.-A. Suominen. Time-dependent control of ultracold atoms in magnetic traps. *Phys. Rev. A*, 56:R4377, 1997.
- [177] W. Ketterle, D. S. Durfee, und D. M. Stamper-Kurn. *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. In: Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of the international school of physics Enrico Fermi, Course CXL, Hsg.: M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, S. 67.* IOS Press, Amsterdam, 1999.

- [178] W. Demtröder. *Laserspektroskopie*. Springer, Berlin, 1991.
- [179] S. Wolf. Entwicklung und Charakterisierung eines frequenzstabilen Diodenlasers, Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1994.
- [180] J. P. Bouyer. Spectral stabilisation of an InGaAsP semiconductor laser by injection-locking. *Ann. Phys. Fr.*, 18:89, 1993.
- [181] R. W. P. Drever und J. L. Hall. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, 31:97, 1983.
- [182] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth, und C. Ortiz. Frequency Modulation (FM) Spectroscopy. Theory of Lineshapes and Signal-to-Noise Analysis. *Appl. Phys. B*, 32:145, 1983.
- [183] S. Kunze. Langsame Atome in stehenden Lichtwellen, Dissertation, Universität Konstanz, 1996.
- [184] J. L. Hall und M. Zhu. Prospects for using laser-prepared atomic fountains for optical frequency standards applications. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2194, 1989.
- [185] R. Muscheler. Realisation einer Fontäne optisch gekühlter Atome, Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1997.
- [186] J. E. Bjorkholm. Collision-limited lifetimes of atom traps. *Phys. Rev. A*, 38:1599, 1988.
- [187] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, und W. Ketterle. Observation of interference between two Bose condensates. *Science*, 275:637, 1997.
- [188] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, und W. Ketterle. Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4569, 1999.
- [189] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippebach, Y. B. Band, M. Edwards, M. Doery, P. S. Julienne, K. Helmerson, S. L. Rolston, und W. D. Phillips. Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 83:3112, 1999.
- [190] H.-J. Miesner und W. Ketterle. Coherence properties of Bose condensates and atom lasers. *Phys. Rev. A*, 56:3291, 1997.
- [191] M. R. Matthews, D. S. Hall, D. S. Jin, J. R. Ensher, C. E. Wieman, und E. A. Cornell. Dynamical Response of a Bose-Einstein Condensate to a Discontinuous Change in Internal State. *Phys. Rev. Lett.*, 81:243, 1998.
- [192] J. L. Roberts, Jr. J. P. Burke, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, und C. E. Wieman. Improved characterization of elastic scattering near a Feshbach resonance in ^{85}Rb . *Phys. Rev. A*, 64:024702, 2001.

- [193] H. M. J. M. Boesten, C. C. Tsai, B. J. Verhaar, und D. J. Heinzen. Observation of a Shape Resonance in Cold-Atom Scattering by Pulsed Photoassociation. *Phys. Rev. Lett.*, 77:5194, 1996.
- [194] J. M. V. A. Koelman, H. T. C. Stoof, B. J. Verhaar, und J. T. M. Walraven. Spin-Polarized Deuterium in Magnetic Traps. *Phys. Rev. Lett.*, 59:676, 1987.
- [195] M. D. Girardeau und E. M. Wright. Quantum dynamics of one-dimensional trapped Tonks gases. *Laser Phys.*, 12:8, 2002.
- [196] S. J. J. M. F. Kokkelmans und H. M. J. Vissers und B. J. Verhaar. Formation of a Bose condensate of stable molecules via a Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 63:031601, 2001.
- [197] M. P. Bradley, J. V. Porto, S. Rainville, J. K. Thompson, und D. E. Pritchard. Penning Trap Measurements of the Masses of ^{133}Cs , $^{87,85}\text{Rb}$, and ^{23}Na with Uncertainties ≤ 0.2 ppb. *Phys. Rev. Lett.*, 83:4510, 1999.
- [198] D. R. Lide (Herausgeber). *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, 81. Auflage, 2000.
- [199] A. N. Nesmeyanov. *Vapor Pressure of the Chemical Elements*. Elsevier, Amsterdam, 1963.
- [200] J. Ye, S. Swartz, P. Jungner, und J. L. Hall. Hyperfine structure and absolute frequency of the ^{87}Rb $5\text{P}_{3/2}$ state. *Opt. Lett.*, 21:1280, 1996.
- [201] U. Volz und H. Schmoranzner. Precision Lifetime Measurement on Alkali Atoms and on Helium by Beam-Gas-Laser Spectroscopy. *Physica Scripta*, T65:48, 1996.
- [202] C. W. White, W. M. Hughes, G. S. Hayne, und H. G. Robinson. Determination of g-Factor Ratios for Free Rb^{85} and Rb^{87} Atoms. *Phys. Rev.*, 174:23, 1968.
- [203] P. J. Mohr und B. N. Taylor. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998. *Rev. Mod. Phys.*, 72:351, 2000.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Wechselwirkungspotential für s-Wellen-Streuung und höhere Partialwellen. . .	10
2.2	Ununterscheidbare Situationen bei der Streuung identischer Teilchen.	12
2.3	Verhalten der Streulänge für ein attraktives Wechselwirkungspotential. . . .	13
2.4	Variation der Streulänge in Abhängigkeit der Tiefe eines Kastenpotentials. .	15
3.1	Grundlegender Mechanismus einer Feshbach-Resonanz.	17
3.2	Prinzip magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen.	18
3.3	Modell einer Feshbach-Resonanz.	20
3.4	Streulängenvariation und überhöhte Besetzung eines gebundenen Zustandes.	21
3.5	Position und Breite einer Resonanz in Abhängigkeit der Kopplungsstärke. .	22
4.1	Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von ^{87}Rb	25
4.2	Singulett- und Triplettpotentiale für ^{87}Rb	28
4.3	Lage gebundener ^{87}Rb -Molekülzustände ohne äußeres Magnetfeld.	30
4.4	Prognostizierte Positionen magnetisch-induzierter Resonanzen in ^{87}Rb	35
4.5	Vorhersagen für $l = 0$ -Resonanzen bei Stößen ultrakalter ^{87}Rb -Atome. . . .	36
5.1	Auswirkungen der Wechselwirkung auf die Dichteverteilung eines Kondensats.	44
6.1	Grundlegendes Prinzip inelastischer Zwei-Körper-Stöße.	47
6.2	Kohärenter Populationstransfer beim Rampen über eine Feshbach-Resonanz.	52

7.1	Entwicklung der Phasenraumdichte auf dem Weg zur BEK von ^{87}Rb	53
7.2	Pumpschemata für die Präparation der Zustände $ 1, -1\rangle$ und $ 2, +2\rangle$	56
7.3	Qualitativer Feldlinienverlauf einzelner Komponenten einer Ioffe-Falle.	58
7.4	Spulenströme und Fallenfrequenzen während der Kompression der Ioffe-Falle.	62
7.5	Grundprinzip der Verdampfungskühlung.	63
7.6	Potential der Dipolfalle in axialer und radialer Richtung.	68
7.7	Zeitlicher Ablauf des Transfers von Atomen in die Dipolfalle.	70
7.8	Bestimmung der Fallenfrequenzen in der Dipolfalle.	71
7.9	Lebensdauer einer teilweise kondensierten Atomwolke in der Dipolfalle.	72
7.10	Präparation von Spinmischungen in der Dipolfalle durch Rabi-Übergänge.	74
8.1	Experimenteller Aufbau zur Aufnahme von Absorptionenaufnahmen.	78
8.2	Fokussierung des Abbildungssystems.	80
9.1	Lasersystem und Optik-Aufbau in schematischer Darstellung.	85
9.2	Fotografie des Lasersystems.	86
9.3	Zentraler Teil der Vakuumapparatur in schematischer Darstellung.	88
9.4	Fotografie der Vakuumapparatur.	89
9.5	Fotografie der Ioffe-Falle.	93
9.6	Elektrische Beschaltung der magnetischen Falle.	95
9.7	Magnetfeldkomponenten der felderzeugenden Spulen der Ioffe-Falle.	97
9.8	Bestimmung der Fallenfrequenzen der Ioffe-Falle.	99
9.9	Messung zur Stabilität der Ioffe-Falle.	100
9.10	Lebensdauer einer in der Ioffe-Falle gespeicherten Atomwolke.	101
9.11	Beschaltung der Kompensations-Spulen zur Erzeugung hoher Magnetfelder.	103
9.12	Kalibrierung von Magnetfeldern mittels Mikrowellen-Spektroskopie.	105

9.13 Einfluss des Kompensations-Feldes auf eine Wolke in der Dipolfalle.	106
9.14 Lasersystem und Aufbau der Optik für die Dipolfalle.	107
10.1 Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb -Atomen im Zustand $ 1, -1\rangle$	109
10.2 Anisotrope Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats.	111
10.3 Kohärenzeigenschaften als Signatur eines Bose-Einstein-Kondensats.	113
10.4 Zerfall von Kondensaten in den Zuständen $ 2, +2\rangle$ und $ 1, -1\rangle$	114
10.5 Ausbildung von Stoßlawinen in Bose-Einstein-Kondensaten.	116
10.6 Zerfall einen Kondensats im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen.	117
11.1 Beobachtung magnetisch-induzierter Feshbach-Resonanzen in ^{87}Rb	120
11.2 Typische Resonanzstruktur der beobachteten Teilchenverluste.	121
11.3 Identifikation des Eingangskanals einer Feshbach-Resonanz.	127
11.4 Charakterisierung der „Stärke“ von Feshbach-Resonanzen.	128
11.5 Stärkste Feshbach-Resonanz des Eingangskanals $ 1, +1\rangle \otimes 1, +1\rangle$	131
11.6 Zerfalldynamik im Bereich der Feshbach-Resonanz bei 1007 G.	133
11.7 Drei-Körper-Rekombinationsrate im Bereich der Resonanz bei 1007G	134
A.1 Grundlegender Mechanismus einer Feshbach-Resonanz.	137
B.1 Hyperfeinstruktur der D_2 -Linie von ^{87}Rb	144

Tabellenverzeichnis

4.1	Quantenzahlen und Auswahlregeln für Feshbach-Resonanzen.	33
7.1	Parameter des Doppel-MOT-Systems.	55
9.1	Parameter und technische Daten der Ioffe-Falle.	98
11.1	Resonanzen bei Stößen von ^{87}Rb -Atomen im Kanal $ 1, +1\rangle \otimes 1, +1\rangle$	123
11.2	Resonanzen im Kanal $ 1, 0\rangle \otimes 1, 0\rangle$ und „mixed-species“-Resonanzen.	124
11.3	Modell-Parameter für das ^{87}Rb -Wechselwirkungspotential.	126
B.1	Allgemeine und für die Laserkühlung relevante Eigenschaften von ^{87}Rb	143
B.2	Literaturwerte von Größen in der Breit-Rabi-Formel.	144

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich noch all jenen meinen Dank aussprechen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

An erster Stelle meinem Chef, Prof. Gerhard Rempe, der mich nun seit ersten Hiwi-Tätigkeiten in den Katakomben der Uni Konstanz, in aufregenden Labornächten mit magnetisch gespeicherten und verdampfungsgekühlten Atomen bis hin zu Feshbach-resonierenden Kondensaten während meiner Physiker-Laufbahn begleitet hat. Besonders möchte ich mich für die stets freundschaftliche Atmosphäre und das Vertrauen bedanken, das er mir entgegenbrachte.

Prof. Boudewijn Verhaar und seinem Doktoranden Eric van Kempen von der TU Eindhoven für eine ebenso erfreuliche wie erfolgreiche Zusammenarbeit in Sachen beobachteter, identifizierter, verstandener und unverstandener, verschwundener und wieder gefundener Feshbach-Resonanzen. Ohne deren unglaubliche Rechenkünste wäre unser theoretisches Verständnis für diese Resonanzen eher rudimentär geblieben. Am Ende waren 42 Resonanzen identifiziert, bekanntlich ein Ergebnis, dem nichts hinzuzufügen ist.

Prof. Herman Beijerinck, zufälligerweise ebenfalls von der TU Eindhoven, für eine weitere und ebenso erfolgreiche holländisch-deutsche Kollaboration in Sachen lawinenartiger Teilchenverluste in Kondensaten.

Allen Beteiligten eines großartigen Teams, sowohl in Zeiten großer Niederungen des Experimentalphysikerdaseins, als auch in den Stunden des Erfolges:

Johannes Schuster, meinem langjährigen Mitdoktoranden im Kampf mit der Bösen Einstein-Kondensation. Die von sehr freundschaftlichem Umgang geprägte gemeinsame Laborzeit mit vielen leidenschaftlichen Diskussionen wird mir immer in angenehmer Erinnerung bleiben. Leider war es uns in unserer gemeinsamen Zeit am Experiment nicht vergönnt, Meßkurven aufzunehmen, die weder exponentiell sättigen noch entsprechend schnell (oder gar noch schneller) abklingen. Ein besonderer Dank gilt auch unserem gemeinsamen „Ausbilder“ Urban Ernst. Unvergessen bleibt die „Anschlußbank“, die ich seinerzeit anfertigen durfte.

Der großen Schar von Diplomanden (in chronologischer Reihenfolge), ohne deren Einsatz bedeutend weniger auf dem optischen Tisch bzw. in dieser Arbeit stünde:

Sebastian Amtage, der sich mit dahinschwindenden Kondensaten und Experimenten konfrontiert sah.

Stefan Wössner, der sich nicht nur auf die Physik riesiger magneto-optischer Fallen, sondern auch auf die des Raumschiffs Enterprise verstand.

Bernhard Sang, dem Meister hoher Ströme und magnetischer Fallen. Unser gemeinsames „Freitag-Nachmittag-Experiment“ war einer jener Momente, der für Wochen und Monate der Schufferei entschädigt.

Thomas Volz, mit dem die aufregende erste Beobachtung einer Feshbach-Resonanz gelang. Ohne sein Insistieren hätten wir vermutlich weniger Feshbach- und schon gar keine „Volz-Resonanzen“ nachweisen können. Darüber hinaus ein großes Dankeschön an ihn als Lektor dieser Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank gebührt Stephan Dürr. Als Habilitand ins Team der „Kondensierer“ gekommen war er nie ein Schreibtischtäter, sondern immer ein echter Experimentalphysiker mit erstklassigem Instinkt auf dem Weg zu „unseren“ Feshbach-Resonanzen. Weiterhin möchte ich mich für das sehr produktive und ausführliche Korrekturlesen dieser Arbeit bedanken. Kleiner Scherz am Rande: „Der Dativ ist dem Genitiv sein größter Feind“. Nicht zu vergessen sind die vielen Exkursionen mit Markus, Sebastian, Stephan und Thomas zwecks „Anreißen“ in den Klassikern der Fränkischen Schweiz.

Den Profis Josef Bayerl, Franz Denk, Helmut Stehbeck vom MPQ. Ohne deren technische Meisterleistungen und Ideen hätte diese Arbeit nicht gelingen können. Dank gebührt auch Herrn Schulter und Herrn Jauch von den wissenschaftlichen Werkstätten der Universität Konstanz.

Allen „Molekülen“, „Kavitäten“ und „Pistoleros“ der Nachbarlabore für eine reibungslose Zusammenarbeit, zahllose beantwortete Fragen und jede Art von Materialtransfer. Wann immer ein „Stanford Delay Gate“, oder ein „8116“ (besser wären allerdings zwei) benötigt wurde, war auf die Kollegen zu zählen.

Einen ganz besonderen Dank möchte ich meinen Eltern Felice und Eberhardt Marte für ihre immer bedingungslose Unterstützung sowohl moralischer als auch finanzieller Natur während meiner gesamten Ausbildung aussprechen.

Schließlich ein riesig großes Dankeschön an Ela, Clemens, Bea, Uli, Tanja, Sascha, Brigitte, Klemens, Wolfgang, Susann, Eric, Martin, Micha und ganz besonders an meine Freundin Steff.