## **PHYSIK-DEPARTMENT**



Lineares und nichtlineares Hochfrequenzverhalten von YBaCuO

Dissertation von

Kai H. E. Numssen

# TIM Technische Universität München

Physik-Department E10

Univ.-Prof. Dr. H. Kinder

## Lineares und nichtlineares

## Hochfrequenzverhalten

## von YBaCuO

Kai H. E. Numssen

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:	UnivProf. Dr. M. Kleber
Prüfer der Dissertation:	

- 1. Univ.-Prof. Dr. H. Kinder
- 2. Univ.-Prof. Ph.D. F. Koch

Die Dissertation wurde am 27.03.2002 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 17.12.2002 angenommen.

Willst Du ein Schiff bauen, so rufe nicht die Männer zusammen, um Holz zu beschaffen und Werkzeuge vorzubereiten,

sondern lehre sie die Sehnsucht nach dem weiten, endlosen Meer.

Antoine de Saint-Exupéry

#### INHALTSVERZEICHNIS

#### EINLEITUNG 1

GRUNDLAGEN			
21	DIE OBERELÄCHENIMPEDANZ	5	
2.1	DIE OBERFLÄCHENIMPEDANZ IM LOKALEN GRENZFALL	5 7	
2.1.1	DIE OBERE ÄCHENIMMEDANZ $Z_{\alpha}(T \omega)$ EINES NORMALLEITERS	, 8	
2.1.2	I INE ADE ODEDEL À CHENIMDED ANZ $Z_{2}(T, \omega)$ EINES SUDDAL EITERS	11	
2.1.3 2 1 2 1	LINEARE OBERFLACHENIMFEDANZ $\Sigma_{S}(1, \omega)$ EINES SUPRALEITERS	11	
2.1.3.1 2 1 2 2	Lingere Oberflächenimpedenz von konventionellen PCS Supreleitern	11	
2.1.3.2 2 1 2 2	Lineare Oberflächenimpedanz von unkonventionellen Supraleitern	13	
2.1.3.3	Elifeate Ober hachenningedaliz von unkonventionenen Supratenen $\Sigma$	15	
2.1.4	EXTRINSISCHE BEITRAGE ZUR LINEAREN ÜBERFLACHENIMPEDANZ $Z_{S}(1, \omega)$	20	
2.1.4.1	Die Eindringliele im Korngrenzenmodeli Der Oberflächenwiderstend im Komenensendell	23	
2.1.4.2	Der Überflächenwiderständ im Körngrenzenmodeli	24	
2.1.5	NICHTLINEARE OBERFLACHENIMPEDANZ $Z_{S}(H)$	26	
2.1.5.1	Nichtlineare Obertiachenimpedanz von konventionellen Supraleitern	27	
2.1.5.2	Nichtlineare Oberliachenimpedanz von unkonventionellen Supraleitern	28	
2.1.5.3	Nichtlineare Oberflächenimpedanz im Körngrenzenmodell	30	
2.1.5.4	I nermischer Einfluß	34	
2.1.6	EFFEKTIVE OBERFLACHENIMPEDANZ $Z_{Seff}$ DUNNER SCHICHTEN	35	
2.2	EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DER ÜBERFLACHENIMPEDANZ	36	
2.2.1	IDEALER UND KEALER HOHLRAUMRESONATOR	3/	
2.2.2	GUTEFAKTOR Q	40	
2.2.3	BESTIMMUNG DER LINEAREN OBERFLACHENIMPEDANZ AUS GUTEFAKTOR UND	4.1	
0 0 0 1	RESONANZFREQUENZ	41	
2.2.3.1	Oberflächenwiderstand und Güte	41	
2.2.3.2	Eindringtiefeänderung und Frequenzverschiebung	43	
2.2.4	KOPPLUNG	43	
2.2.5	AUSWIRKUNG VON STORUNGEN	47	
2.2.6	EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DER GUTE	49	
2.2.6.1	Sweepmethode: Messung in der Frequenzdomäne	49	
2.2.6.2	Dekrementmethode: Messung in der Zeitdomäne	50	
2.2.7	EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DER KOPPELGÜTEN UND DER		
• • •	FELDSTÄRKEAMPLITUDE	50	
2.2.8	AUSWERTUNG BEI NICHTLINEARER OBERFLÄCHENIMPEDANZ	52	
2.2.8.1	Diskontinuierliche Nichtlinearität	53	
2.2.8.2	Kontinuierliche Nichtlinearität	54	
2.3	GRUNDLAGEN DER GLEICHSTROMMESSUNG	56	
2.3.1	VIER-PUNKT-MESSUNG	56	
2.3.2	GEOMETRIEFAKTOR	56	
<u>Μεβαι</u>	JFBAU UND CHARAKTERISIERUNGEN	59	
3.1	KRYOSTAT UND RESONATOR	59	
3.1.1	KRYOSTAT	61	
3.1.2	RESONATOREN	63	
3.1.3	Koppelteil	64	
3.1.4	Probenaufhängung	65	
3.1.4.1	Ausführung des Probenträgers	65	
3.1.4.2	Ausführung des Probenhalters	66	
3.1.4.3	Halteraufhängung	67	

3.2	Meßelektronik	68
3.2.1	EINGANGSSEITIGE HF-SCHALTUNG	69
3.2.1.1	CW-Generator	69
3.2.1.2	TWTA	70
3.2.2	AUSGANGSSEITIGE HF-SCHALTUNG	70
3.2.2.1	Detektionszweig für Sweepmethode	71
3.2.2.2	Detektionszweig für Dekrementmethode	71
3.2.3	CHARAKTERISIERUNGEN ZUR HF-MEBELEKTRONIK	74
3.2.4	Meßelektronik zur Temperaturkontrolle	74
3.2.5	Meßelektronik für die Gleichstrommessung	74
3.3	Meßablauf	75
3.3.1	Vorbereitungen	75
3.3.2	DURCHFÜHRUNG VON TEMPERATUR- UND FREQUENZABHÄNGIGEN MESSUNGEN	76
3.3.3	DURCHFÜHRUNG VON FELDSTÄRKEABHÄNGIGEN MESSUNGEN	77
3.3.4	VERSTIMMUNGSABHÄNGIGE PULSSEOUENZANALYSE: DURCHFÜHRUNG VON	
	KOMBINIERTEN MESSUNGEN IN DER FREOUENZ- UND ZEITDOMÄNE	78
3.4	CHARAKTERISIERUNG DER NIOBRESONATOREN UND DER PROBENAUFHÄNGUNG	79
341	GÜTEBEITRAG DES RESONATORBECHERS	80
342	BEITRAG DER THERMISCHEN LÄNGENÄNDERUNG DER PROBENAUFHÄNGUNG ZUR	00
5.1.2	GEMESSENEN ÄNDERUNG DER RESONATORI ÄNGE	81
3 4 3	CHARAKTERISIERUNG DER KOPPLUNG	82
344	I EISTUNGSABHÄNGIGKEIT	84
3.5		85
3.5 3.5 1	AUSWERTUNG TEMPEDATUR UND EDEQUENZADHÄNGIGED MESSUNGEN	85
257	AUSWERTUNG FEIDERÄTUR- UND FREQUENZADHANGIGER MESSUNGEN	85
3.3.2	AUSWERTUNG FELDSTARREADHANGIGER MESSUNGEN	80
2.5.2.1	A verventure a nichtlin eenen Ahltin elevreren	80
3.3.2.2	Auswertung nichtlinearer Abklingkurven	80
3.3.2.3	Auswertung zur verstimmungsachangigen Pulssequenzanaryse	8/
3.0	HERSTELLUNG UND CHARAKTERISIERUNG DER PROBEN	8/
3.6.1.1	GESINTERTE VOLLMATERIALPROBEN	88
3.0.1.2	SCHMELZTEXTURIERTE PROBEN	92
3.6.1.3	DUNNSCHICHTPROBEN	93
3.7	FEHLERBETRACHTUNG	99
3.7.1	TEMPERATURMESSUNG	99
3.7.2	FREQUENZMESSUNG	99
3.7.3	HF-Feldstärke	99
3.7.4	OBERFLÄCHENWIDERSTAND	101
3.7.5	Eindringtiefeänderung	101
MEßER	RGEBNISSE	103
4 1	Maganyany an Naonno onny	102
4.1	MESSUNGEN AN NIOBPROBEN	103
4.2	LINEARES VERHALTEN VON YBCO-PROBEN: TEMPERATUR- UND	
	FREQUENZABHÄNGIGKEIT	106
4.2.1	Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands	106
4.2.1.1	Supraleitender Zustand	106
4.2.1.2	Normalleitender Zustand	109
4.2.2	Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands	112
4.2.3	Eindringtiefeänderung	114
4.2.4	BESONDERHEITEN AN PROBEN MIT AUSGEDEHNTEN DEFEKTEN	117
4.2.4.1	Radiale Inhomogenität	117
4.2.4.2	Ausgedehnte Risse im Vollmaterial	120
4.3	NICHTLINEARES VERHALTEN: FELDSTÄRKEABHÄNGIGKEIT	122
4.3.1	BEOBACHTUNG VON KONTINUIERLICHEM NICHTLINEAREM VERHALTEN	122
4.3.1.1	Beobachtung von nichtlinearem Verhalten in der Sweepmethode	122
	2	

4.3.1.2	Beobachtung von nichtlinearem Verhalten in der Dekrementmethode	125
4.3.2	MEBERGEBNISSE NACH "QUASILINEARER" AUSWERTUNG	128
4.3.2.1	Übersicht über die Meßergebnisse	128
4.3.2.2	Besonderheiten bei einer Dünnschicht mit ausgedehnter Inhomogenität	131
4.3.3	Meßergebnisse zur Feldstärkeabhängigkeit	133
4.3.3.1	Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands ausgewählter Proben	133
4.3.3.2	Allgemeines Skalenverhalten	136
4.3.3.3	Frequenzabhängigkeit der Skalenparameter	138
4.3.4	BEOBACHTUNG VON DISKONTINUIERLICHEM NICHTLINEAREM VERHALTEN	140
4.3.4.1	Diskontinuierliche Nichtlinearität in der Sweep- und Dekrementmethode	140
4.3.4.2	Diskontinuierliche Änderung von Oberflächenwiderstand und -reaktanz	142
4 4	NICHTLINEARES VERHALTEN: VERSTIMMUNGSABHÄNGIGE PULSSEOUENZANALYSE	143
441	DER THERMISCHE EINFLUß	144
4 4 2	BEOBACHTUNGEN BEI VERSTIMMTER EINSPEISUNG	147
443	VERSTIMMTE EINSPEISING IN DEN LINEAREN RESONATOR	148
444	VERSTIMATE ENSPEISING IN DEN NICHTI INFAREN RESONATOR	149
4441	Fingeschwungener Zustand	149
$\Lambda \Lambda \Lambda \gamma$	Finschwingvorgang	151
1 A A 3	Finschwingüberhöhung	153
4.4.4.5	Einsenwinguberhöhung	155
DISKU	SSION	157
5.1	Lineares Verhalten der Oberflächenimpedanz von YBCO	157
5.1.1	TEMPERATURABHÄNGIGKEIT DER BESTEN DÜNNSCHICHTPROBEN	157
5.1.1.1	Beschreibung mit dem Zweiflüssigkeitsmodell	158
5.1.1.2	Beschreibung nach BCS mit s-Wellen-Paarzustand	160
5.1.1.3	Beschreibung nach BCS mit d-Wellen-Paarzustand	162
5.1.1.4	Temperaturabhängigkeit der Streurate	164
5.1.2	TEMPERATURABHÄNGIGKEITEN BEI DEN GRANULAREN VOLLMATERIALPROBEN:	
	Beschreibung der Oberflächenimpedanz mit dem Korngrenzenmodell	168
5.1.3	EXTRINSISCHE BEITRÄGE ZUR OBERFLÄCHENIMPEDANZ VON DÜNNSCHICHTPROBEN	172
5.1.3.1	Das Korngrenzenmodell für Dünnschichten	173
5.1.3.2	Beschreibung der Oberflächenimpedanz von extrinsisch dominierten	
	Dünnschichten	176
5.1.3.3	Zum Restwiderstand	177
5.2	NICHTLINEARES VERHALTEN DER OBERFLÄCHENIMPEDANZ VON YBCO	182
ZUSAN	IMENEASSUNG	187
LUSAN	INENTASSONG	107
ANHAN	NG	<u> 191</u>
۸0	VEDWENDETE ZEICHEN KONSTANTEN SVMDOLE	101
	Y EN YENDETE ZEIUTEN, NUNSTANTEN, STRIBULE Bedechnungen zum Kodnodenzenmodett	102
	ZUD JOGEDUGON EDIDDDICTIEEE	193
	ZUR JUSEPHSUN-EINDRINGTIEFE Zur Derechnung des Orenet ächennungerstands das Kornigerizendader i	193
AT.II	ZUR BERECHNUNG DES ÜBERFLACHENWIDERSTANDS IM KORNGRENZENMODELL	194
AZ	ZUR GEDAMPFTEN SCHWINGUNG DES LINEAREN KESONATORS	202
A3	VIELFACHREFLEXIONEN AN EINER ABFOLGE VON IMPEDANZSPRUNGEN	209
A3.1	FELDVERTEILUNGEN IN SYSTEMEN MIT BIS ZU VIER AUFEINANDERFOLGENDEN Impedanzen	209
A3.II	ELEKTRISCH LEITENDE SCHICHT AUF DIELEKTRISCHEM SUBSTRAT:	
	DIE EFFEKTIVE OBERFLÄCHENIMPEDANZ	211
A3.III	KOPPELLOCH UND KOPPELKAMIN ENDLICHER TIEFE:	
	ABKLINGEN DES MAGNETISCHEN FELDES	213
A4	STÖRUNGEN DURCH ÖFFNUNGEN IN DER RESONATORWAND	214
A4.I	Abstrahlung	214
A4.I.A	Abstrahlung durch ein Koppelloch	214
	÷	

A4.I.b	Abstrahlung durch den Spalt	216
A4.II	FREQUENZVERSCHIEBUNG	217
A4.II.A	Frequenzverschiebung durch die Koppellöcher	218
A4.II.b	Frequenzverschiebung durch den Spalt	219
LITERATURVERZEICHNIS		221
DANKSAG	CUNG	233

### 1 Einleitung

Zu den aus physikalischer und technischer Sicht interessantesten Aspekten der Hochtemperatur-Supraleiter gehören ihre Transporteigenschaften. Die Festkörperphysik wird immer wieder durch neuartige Beobachtungen in verschiedenen Gebieten des vielfältigen Phasendiagramms der Kuprate herausgefordert. So sorgten kürzlich veröffentlichte Messungen zur thermischen und zur elektrischen Leitfähigkeit für Aufsehen, aus denen eine Verletzung des für Fermi-Flüssigkeiten fundamentalen Wiedemann-Franz-Gesetzes hervorging. Vielen Besonderheiten der Transporteigenschaften liegen ungewöhnliche festkörperphysikalische Anregungen wie z.B. Spinfluktuationen zugrunde, mit denen auch ungewöhnliche Streuprozesse verbunden sein können. Im supraleitenden Zustand kommt außerdem der Einfluß der Symmetrie des Ordnungsparameters hinzu. Und schließlich rücken angesichts des zweidimensionalen Charakters der Kuprate - für die Leitfähigkeit sind vor allem die Kupferoxidebenen von Bedeutung -, der kurzen Kohärenzlänge und der ähnlich großen elektrischen Abschirmlänge sowie der besonderen Phasennachbarschaft von Supraleiter, Normalleiter und antiferromagnetisch geordnetem Isolator auch materialkundliche Gesichtspunkte in erhöhtem Maße ins Blickfeld.

Wie lohnend es nicht nur aus wissenschaftlicher Sicht ist, nach einem Verständnis der komplizierten Transporteigenschaften zu streben, belegen die umfangreichen Perspektiven für Anwendungen vor allem im Bereich der Elektrotechnik. Eine der interessantesten Möglichkeiten zur technischen Nutzung von Kupratsupraleitern besteht in der Konstruktion von Mikrowellenkomponenten für die Satellitenkommunikation und den Mobilfunk, da diese Materialien bereits bei kryotechnisch relativ leicht zugänglichen Temperaturen eine außerordentlich geringe Hochfrequenzabsorption aufweisen können. Solche Komponenten, hergestellt aus dünnen Schichten dieser Hochtemperatur-Supraleiter, werden gegenüber den konventionellen Bauelementen deshalb wesentlich bessere technische Charakteristiken haben und zugleich eine Miniaturisierung mit dem einhergehenden Vorzug der Raum- und Gewichtsersparnis ermöglichen.

Voraussetzung für solche Konzepte sind große Fortschritte in der Materialqualität gewesen, die durch die Weiterentwicklung der Depositionsverfahren erreicht werden konnten. So ist es mit dem reaktiven thermischen Koverdampfen und inzwischen auch mit anderen Abscheideverfahren gelungen, auf einkristallinen Substraten insbesondere die Verbindung YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, kurz YBCO oder Y-123 genannt, als prominentesten Vertreter der Kupratsupraleiter mit einer Sprungtemperatur von etwa 90 K großflächig homogen in geeigneter Qualität herzustellen.

Doch noch immer werden präparationsabhängige und materialbedingte Unterschiede festgestellt, die vor allem das Auftreten von nichtlinearem Verhalten betreffen, d.h. von einer Verschlechterung der Transporteigenschaften bei erhöhter Mikrowellenleistung. Dies begrenzt derzeit die möglichen Anwendungsgebiete von Hochfrequenz-Bauelementen auf der Basis von YBCO-Dünnschichten, so daß auf eine weitere Materialoptimierung unter dem Gesichtspunkt der Leistungsverträglichkeit und bei einigen Herstellungsverfahren auch auf eine verbesserte Reproduzierbarkeit hingearbeitet werden muß.

Hierzu sind detaillierte Untersuchungen der Hochfrequenz-Eigenschaften erforderlich. Diese lassen sich durch die Oberflächenimpedanz beschreiben, deren Realteil die Absorption angibt und deren Imaginärteil proportional zur Mikrowellen-Eindringtiefe ist.

Die Oberflächenimpedanz wird sowohl durch die intrinsischen Transporteigenschaften der Kuprate als auch durch vermeidbare und unvermeidbare, herstellungsbedingte Materialdefekte bestimmt. Hier sind insbesondere planare Inhomogenitäten zu nennen, die von verschiedenen Arten von Korngrenzen in granularem und polykristallinem Material über Inselgrenzen, die das charakteristische Spiralwachstum von heteroepitaktisch abgeschiedenen YBCO-Dünnschichten hervorbringt, bis hin zu Antiphasengrenzen sowie im Fall des orthorhombischen YBCO zu Zwillingsgrenzen reichen.

Im Forschungsgebiet der Hochtemperatur-Supraleiter gilt der Analyse von Defekten und den aus ihnen resultierenden extrinsischen Auswirkungen auf die anwendungsrelevanten elektrodynamischen Eigenschaften ein wachsendes Interesse. Dieses wird auch von Bestrebungen angetrieben, kostengünstigere Substrate einzuführen und dabei ein erhöhtes Maß an planaren Defekten in Kauf zu nehmen.

Vor dem Hintergrund der Materialoptimierung auf die Hochfrequenz-Eigenschaften ist es von entscheidender Bedeutung, die intrinsischen und extrinsischen Mechanismen und Größen zu identifizieren, die auf die gemessene Oberflächenimpedanz Einfluß nehmen, um dann auf der Grundlage modellhafter Beschreibungen eine geeignete Parametrisierung einzuführen, die die relevanten Materialkenngrößen offenlegt, an denen die Verbesserung ansetzen muß.

Solch ein Vorgehen setzt zunächst die Möglichkeit zur umfassenden Hochfrequenzcharakterisierung von YBCO-Proben unterschiedlicher Präparation voraus, die einen weiten Bereich von Materialqualitäten abdecken. Erstes Ziel dieser Arbeit ist es deshalb, einen Meßaufbau zu konzipieren und zu erstellen, der die Bestimmung des Oberflächenwiderstands und der Eindringtiefe in Abhängigkeit von der Temperatur und von der beaufschlagten Leistung bzw. Hochfrequenz-Feldstärke, d.h. im linearen und im nichtlinearen Bereich, bei verschiedenen Frequenzen zwischen 9 und 20 GHz erlaubt. Die Dynamik des Aufbaus muß so ausgelegt sein, daß empfindliche Messungen sowohl an Dünnschichten von höchster Qualität als auch an relativ stark absorbierenden granularen Vollmaterialproben durchgeführt werden können. Als Ergänzung zu den bislang für vergleichbare Aufgaben verwendeten abgeschirmten dielektrischen Resonatoren oder Streifenleitern ist als Basis ein Hohlraumresonator ohne Dielektrikum vorgesehen.

Während im linearen Bereich bereits Verfahren zur Messung und Auswertung der Oberflächenimpedanz etabliert sind, führen dieselben Methoden bei nichtlinearem Verhalten zu keinen sinnvollen Ergebnissen. Die zweite wesentliche Aufgabe besteht daher darin, ein Konzept zur Darstellung von Nichtlinearitäten auszuarbeiten. Darüber hinaus ist eine neuartige Untersuchungsmethode entwickelt worden, die nicht nur die Feldstärkeabhängigkeit und die sie kennzeichnenden Parameter liefert, sondern auch Hinweise auf die Dynamik, d.h. die zeitliche Entwicklung, des nichtlinearen Verhaltens gibt und genaue Analysen von thermischen Effekten erlaubt, die mit der Hochfrequenzdissipation einhergehen können. Diese meßtechnische Neuerung fußt auf einer detaillierten Berechnung des zeit- und frequenzaufgelösten Verhaltens von schwach gedämpften Resonatoren.

Da in der Literatur sehr unterschiedliche Arten von nichtlinearem Verhalten dokumentiert sind, geht es in dieser Arbeit hinsichtlich der feldstärkeabhängigen Meßergebnisse zunächst einmal darum, die Beobachtungen zu sammeln und zu klassifizieren, bevor

#### Einleitung

nach Verallgemeinerungen gesucht und eine empirische Parametrisierung eingeführt werden kann.

Im linearen Bereich hingegen gibt es für das intrinsische Verhalten geeignete Modelle, die das Auffinden der Größen ermöglichen, die die Oberflächenimpedanz entscheidend beeinflussen. Es liegt auf der Hand, daß hier unter anderem solche Parameter zu nennen sind, die elektronische Anregungen und Streuprozesse beschreiben.

Für extrinsische Beiträge steht mit dem sog. weak-link-Modell ein entsprechendes Instrument zur Verfügung, das jedoch nur auf granulares Material anwendbar ist. Nun werden in dieser Arbeit jedoch nicht nur solche Materialqualitäten, in denen Großwinkel-Korngrenzen in weiten Abständen dominieren, untersucht, sondern auch Dünnschichten, in denen die auftretenden planaren Inhomogenitäten die Transporteigenschaften in wesentlich geringerem Maße stören, dafür aber in erheblich höherer Dichte vorliegen können. Deshalb muß ein Modell für beliebige Arten von Defektflächen formuliert werden, das das weak-link-Modell als Grenzfall enthält und das eine Behandlung von extrinsischen Einflüssen für alle Materialklassen auf einer gemeinsamen Basis erlaubt.

Zur Überprüfung dieses Modells werden granulare Vollmaterialproben mit wohldefinierter Mikrostruktur untersucht, bei denen nachgewiesen werden kann, daß die extrinsischen Eigenschaften vollkommen über die intrinsischen dominieren. Ob auch bei den besten Dünnschichten extrinsische Einflüsse eine Rolle spielen, soll geklärt werden, indem zunächst versucht wird, die Meßergebnisse mit Berechnungen auf der Grundlage der mikroskopischen Theorien und eines phänomenologischen Modells der Supraleitung zu vergleichen, um so den intrinsischen Anteil zu erfassen. Falls Abweichungen verbleiben, wird überprüft, ob das verallgemeinerte Defektflächenmodell diesen gerecht wird.

Mit Hilfe des Modells für die extrinsischen Beiträge und der Beschreibungen der intrinsischen Eigenschaften können auf diese Weise schließlich die Kenngrößen und Charakteristika herausgefunden werden, die das lineare Verhalten bestimmen und die Anhaltspunkte für die Materialoptimierung bieten.

Hinsichtlich der nichtlinearen Effekte gibt der Vergleich der Nichtlinearität der granularen Modellsubstanz mit dem nichtlinearen Verhalten der Dünnschichten in den verschiedenen Qualitäten Aufschluß darüber, inwieweit extrinsische Einflüsse für die Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz von epitaktischen Schichten verantwortlich sind.

Die nachfolgenden Ausführungen beginnen mit einem Kapitel über die Grundlagen zur Oberflächenimpedanz von Normal- und Supraleitern sowie zur Hochfrequenz-Meßmethode. Dieses ist so ausführlich gehalten, daß alle Zusammenhänge, die bei der Datenauswertung oder der Interpretation und der modellhaften Beschreibung der Ergebnisse Anwendung finden, explizit dargelegt werden.

Es folgt im Kapitel Meßaufbau und Charakterisierungen eine Beschreibung des Meßsystems, der Datenaufbereitung und der untersuchten Proben.

Anschließend stellt das Kapitel Meßergebnisse zunächst die Beobachtungen im linearen Regime zur Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz vor und geht danach auf die Feldstärkeabhängigkeiten ein, die sich nach unterschiedlichen Arten von Nichtlinearitäten klassifizieren lassen. Der dritte Teil dieses Kapitels zeigt auf, welche

#### Einleitung

Erkenntnisse mit Hilfe der neuartigen Meßmethode der verstimmungsabhängigen Pulssequenzanalyse im Hinblick auf das nichtlineare Verhalten gewonnen werden können. Das abschließende Kapitel Diskussion legt den Schwerpunkt auf die Beschreibung der temperaturabhängigen Meßdaten mit den Modellen zur intrinsischen Hochfrequenz-Supraleitung, aus der ein Verständnis der temperaturabhängigen Streurate erarbeitet wird, sowie mit dem erweiterten Defektflächenmodell, das intrinsische und extrinsische Beiträge zum Hochfrequenzverhalten berücksichtigt und aus dem die zur Materialoptimierung relevanten Kenngrößen hervorgehen. Die beobachteten Feldstärkeabhängigkeiten werden mit den Vorhersagen bekannter nichtlinearer Mechanismen verglichen.

Mit einer Zusammenfassung und Anhängen zum verallgemeinerten Korngrenzenmodell, zur Elektrodynamik des Resonators, zu Vielfachreflexionen an Impedanzsprüngen und zur Berechnung von Störungen des Resonators endet die Abhandlung.

Im Hochfrequenzbereich werden die elektronischen Transporteigenschaften von elektrisch leitenden Festkörpern durch die Oberflächenimpedanz  $Z_S$  beschrieben. Zur experimentellen Bestimmung des Real- und Imaginärteils dieser Größe kann die Güte und die Resonanzfrequenz eines zu elektromagnetischen Schwingungen angeregten Hohlraums beobachtet werden. Dieses Kapitel stellt hierzu die Grundlagen zusammen und behandelt die Verknüpfung zum Gleichstromtransport, charakterisiert durch den spezifischen Widerstand.

#### 2.1 Die Oberflächenimpedanz

Die Materialeigenschaften von Normalleitern und Supraleitern in Hochfrequenzfeldern lassen sich durch die Oberflächenimpedanz  $Z_s$  darstellen, deren Realteil als Oberflächenwiderstand  $R_s$  bezeichnet wird und die Hochfrequenzabsorption angibt und deren Imaginärteil, die Oberflächenreaktanz  $X_s$ , zur Eindringtiefe der elektromagnetischen Welle proportional ist.

Die Oberflächenimpedanz ist definiert durch

$$\vec{E}_{tan} = Z_s \quad \left( \vec{H}_{tan} \times \hat{n} \right) \tag{2.1}.$$

 $\vec{E}_{tan} = \hat{n} \times (\vec{E} \times \hat{n})$  bzw.  $\vec{H}_{tan} = \hat{n} \times (\vec{H} \times \hat{n})$  bezeichnet die Tangentialkomponente des elektrischen bzw. magnetischen Feldes an der Oberfläche des Leiters und  $\hat{n}$  den in die Oberfläche des Leiters weisenden Normaleneinheitsvektor.

Kennzeichnend für einen Leiter ist, daß ein Vektorpotential  $\vec{A}$  einen Strom der Dichte  $\vec{J}$ induziert, der die Abschirmung des elektromagnetischen Feldes bewirkt. Die charakteristische Länge für die Abschirmung durch Ströme parallel zur Oberfläche ist die Eindringtiefe  $\lambda$ . Betrachtet man nun die Oberfläche eines Leiters, deren Krümmungsradien ebenso wie die Dicke des Leiters groß sind im Vergleich zur Eindringtiefe, so folgt aus der Maxwell-Gleichung rot  $\vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$  mit  $rot \vec{A} = \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  und einer periodischen Zeitabhängigkeit des magnetischen Feldes bzw. des Vektorpotentials der Form  $\vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\alpha t}$ ,  $\vec{A}(\vec{r},t) = \vec{A}(\vec{r})e^{i\alpha t}$  für die Oberflächenimpedanz die Gleichung

$$Z_{s} = i\omega\mu_{0}\int_{0}^{\infty}\frac{H_{tan}(z)}{H_{tan}(0)}dz = i\omega\frac{A_{tan}(0)}{H_{tan}(0)} = R_{s} + iX_{s}$$
(2.2),

wenn die positive z-Richtung parallel zu  $\hat{n}$  gewählt wird und die tangentiale Änderung des Hochfrequenzfeldes im Vergleich zur senkrechten wegen  $\omega/c \ll 1/\lambda$  klein ist.

Der Oberflächenwiderstand  $R_s$  bestimmt den mittleren Leistungsfluß in die Oberfläche, den der Realteil des Poynting-Vektors  $\vec{S}$  angibt, gemäß

$$\operatorname{Re}\left\{\vec{S}\right\} = \left\langle \operatorname{Re}\left\{\vec{E}_{\tan}\right\} \times \operatorname{Re}\left\{\vec{H}_{\tan}\right\} \right\rangle = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{2} \ \vec{E}_{\tan} \times \vec{H}_{\tan}^{*}\right\} = \frac{1}{2} R_{S} \left|H_{\tan}(0)\right|^{2} \ \hat{n}$$
(2.3).

Definiert man die Eindringtiefe  $\lambda$  durch<sup>1</sup>

$$\lambda = \operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} \frac{H_{\operatorname{tan}}(z)}{H_{\operatorname{tan}}(0)} dz$$
(2.4),

so ist die Oberflächenreaktanz  $X_s$  unter den Voraussetzungen von Gl.(2.2) mit der Eindringtiefe verknüpft über

$$\omega \mu_0 \lambda = X_s \tag{2.5}.$$

Um aus Modellen zur Beschreibung eines Normalleiters oder Supraleiters Vorhersagen für die Hochfrequenz-Transporteigenschaften, d.h. für die Oberflächenimpedanz, zu gewinnen, muß das Integral in Gl.(2.2) bzw. das Vektorpotential berechnet werden als Lösung der Maxwell-Gleichungen im Volumen des elektrisch leitenden Materials unter den Randbedingungen eines aufgeprägten Hochfrequenzfeldes an der Oberfläche (z=0) sowie verschwindender Feldstärken für  $z >> \lambda$ . Hierzu benötigt man die Materialgleichung, die sich aus dem Modell ableitet. Sie gibt die Stromdichte  $\vec{J}(\vec{r},t)$  am Ort  $\vec{r}$ zum Zeitpunkt t an, die aus den Beiträgen des Vektorpotentials  $\vec{A}(\vec{r}',t')$  aller Orte  $\vec{r}'$ im Materialvolumen V<sub>P</sub> und aller um  $t' \leq 0$  zurückliegenden Zeitpunkte folgt:

$$\vec{J}(\vec{r},t) = -\sum_{\alpha} \hat{e}_{\alpha} \sum_{\beta} \int_{V_{p}} d\vec{r}' \int_{-\infty}^{0} dt' K_{\alpha\beta}(\vec{r},t;\vec{r}',t') \hat{e}_{\beta} \cdot \vec{A}(\vec{r}',t') \quad (allgemein)$$

$$= -\int_{V_{p}} d\vec{r}' \int_{-\infty}^{0} dt' K(|\vec{r}-\vec{r}'|,t+t') \vec{A}(\vec{r}',t') \quad (fir ein homogenes, isotropes Medium) \quad (2.6)$$

bzw. durch Fourier-Transformation

$$\vec{J}(\vec{k},\omega) = -K(\vec{k},\omega)\vec{A}(\vec{k},\omega)$$
(2.7).

Ist der Integralkern *K* bekannt, so läßt sich die Oberflächenimpedanz nach Reuter und Sondheimer [1] bzw. Dingle [2] für homogene, isotrope Leiter in den Grenzfällen spiegelnder und diffuser Reflexion der Ladungsträger an der Leiteroberfläche berechnen. Die Reflexion wird als spiegelnd bezeichnet, wenn die Oberfläche für die Stromdichte und das Vektorpotential eine Symmetrieebene darstellt, und als diffus, wenn zwischen reflektiertem und einfallendem Ladungsträger keine Korrelationen bestehen.

Für die Oberflächenimpedanz gilt in diesen Grenzfällen:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Der experimentellen Bestimmung der Größe  $\lambda$  entspricht eher die analoge Definition der Eindringtiefe über das elektrische Feld, die allerdings nur für Wechselfelder ( $\omega > 0$ ) sinnvoll ist. Unter den Voraussetzungen von Gl.(2.2) bzw. Gl.(2.5) sind beide Definitionen äquivalent. Das Eindringen des rotationsfreien Anteils des elektrischen Feldes, dessen Quellen die freien Ladungsträger sind, wird nicht betrachtet, da in der Meßanordnung dieser Feldanteil verschwindet. Eine zu Gl.(2.4) analoge Definition einer Eindringtiefe für den rotationsfreien Anteil des elektrischen Feldes, der durch die entsprechende Verteilung der freien Ladungsträger in der Oberfläche abgeschirmt wird, führt zu der Debye-Länge, die sehr klein ist gegen die Eindringtiefe des divergenzfreien Anteils (i.e. die Größe  $\lambda$  aus Gl.(2.4)).

$$Z_{ss} = i\omega\mu_0 \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{k^2 + \mu_0 K(k,\omega)} \qquad \text{für spiegelnde Reflexion}$$
(2.8),

$$Z_{sd} = i\omega\mu_0 \pi \left[\int_0^\infty dk \ln\left(1 + \frac{\mu_0 K(k,\omega)}{k^2}\right)\right]^{-1} \text{ für diffuse Reflexion}$$
(2.9).

#### 2.1.1 Die Oberflächenimpedanz im lokalen Grenzfall

In vielen Modellen liefert die Materialgleichung einen lokalen Zusammenhang zwischen Stromdichte und Vektorpotential der Form

$$\vec{J}(\vec{r},t) = -K_0 \,\vec{A}(\vec{r},t) \tag{2.10}$$

d.h., der Impulsübertrag *k* an das System der freien Ladungsträger verschwindet ( $k \rightarrow 0$ ). Mit der komplexen Leitfähigkeit  $\tilde{\sigma} = K_0 / i\omega$  entspricht Gl.(2.10) dem Ohmschen Gesetz

$$\vec{J} = \tilde{\sigma}\vec{E} = (\sigma_1 - i\sigma_2)\vec{E}$$
(2.11).

Aus dieser Materialgleichung und den Maxwell-Gleichungen ergibt sich die magnetische Feldstärke als Lösung einer homogenen Helmholtz-Differentialgleichung zu

$$\vec{H}_{tan}(z,t) = \vec{H}_{tan}(0)e^{-\sqrt{i\omega\mu_0\tilde{\sigma}}z + i\omega t} = \vec{H}_{tan}(0)e^{-\frac{z}{\lambda}\frac{1+\sigma_2/|\tilde{\sigma}|}{2}}e^{i(\omega t - kz)}$$
(2.12)

mit der Eindringtiefe

$$\lambda = \sqrt{\frac{1 + \sigma_2 / |\tilde{\sigma}|}{2\omega \mu_0 |\tilde{\sigma}|}}$$
(2.13)

und der Wellenzahl

$$k = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 |\tilde{\sigma}|}{2} (1 - \sigma_2 / |\tilde{\sigma}|)}$$
(2.14).

Betrachtet man ein in z-Richtung unendlich ausgedehntes Volumenelement  $\Delta V$ , in dem die Materialgleichung Gl.(2.11) gilt, mit einer Oberfläche  $\Delta S$  senkrecht zur z-Richtung, die einem Hochfrequenzfeld ausgesetzt ist, dessen Änderungen entlang der Oberfläche im Vergleich zur Änderung in z-Richtung vernachlässigbar klein sind, so läßt sich mit der magnetischen Feldstärke aus Gl.(2.12), den Maxwell-Gleichungen<sup>2</sup> und der Definitionsgleichung der Oberflächenimpedanz Gl.(2.1) die Dissipation  $P_V$  in  $\Delta V$  aus der Verlustleistungsdichte  $p_V = \text{Re}(\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{J}^*)$  berechnen. Es ist

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Der Verschiebungsstrom  $\tilde{\varepsilon} \partial \vec{E} / \partial t = i\omega\tilde{\varepsilon} \vec{E}$  kann wegen  $\omega \varepsilon_{1,2} \ll \sigma_{1,2}$  im Bereich der Radiofrequenzen vernachlässigt oder durch eine entsprechende Ergänzung von  $\sigma_{1,2}$  berücksichtigt werden.

$$P_{V} = \int_{\Delta V} dV \, \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(\vec{E} \cdot \vec{J}^{*}\right) = \int_{\Delta S} dA \, \frac{1}{2} R_{S} \left|H_{\operatorname{tan}}(0)\right|^{2}$$
(2.15).

Der Vergleich mit dem mittleren (Wirk-)Leistungsfluß in die Oberfläche  $\Delta S$  entsprechend Gl.(2.3) zeigt, daß im lokalen Grenzfall die in das Material fließende Energie vollständig in dem sich von  $\Delta S$  aus in z-Richtung erstreckenden Volumen  $\Delta V$  dissipiert wird, d.h.

$$\operatorname{Re}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{S}\right) = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left(\vec{E}\cdot\vec{J}^*\right)$$
(2.16).

Für den Oberflächenwiderstand erhält man mit Gl.(2.12)

$$R_{s} = \sqrt{\frac{\omega\mu_{0}}{2|\tilde{\sigma}|}} (1 - \sigma_{2}/|\tilde{\sigma}|)$$
(2.17).

#### 2.1.2 Die Oberflächenimpedanz Z<sub>s</sub>(T,ω) eines Normalleiters

Lineare elektronische Transportphänomene in Normalleitern in einem äußeren Feld können auf der Grundlage der linearisierten Boltzmann-Gleichung mit einem Relaxationszeitansatz für den Stoßterm behandelt werden. Die Relaxationszeit  $\tau(\vec{k})$ erfaßt dabei summarisch die Rückführung der durch das äußere Feld im Impulsraum verschobenen Verteilung der Ladungsträger in die Gleichgewichtslage ohne genauere Annahmen über die zugrundeliegenden Streumechanismen. Für ein homogenes, isotropes Medium mit quasifreien Elektronen der Dichte  $n_e$ , denen die effektive Masse  $m_e$  und die Geschwindigkeit  $v_F$  an der Fermi-Fläche  $E(\vec{k}) = E_F$  zugeordnet werden kann<sup>3</sup>, folgt in lokaler Näherung als Materialgleichung das Ohmsche Gesetz Gl.(2.11) mit einer Leitfähigkeit, die formal dem Drude-Modell entspricht:

$$\tilde{\sigma} = \frac{n_e q_e^2 \tau / m_e}{1 + i\omega\tau}; \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_{dc}}{1 + (\omega\tau)^2}; \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_{dc} \omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}$$
(2.18)

mit der Gleichstrom-Leitfähigkeit

$$\sigma_{dc} = \frac{\tau}{\mu_0 \lambda_P^2}$$
(2.19)

und der Plasmawellenlänge

$$\lambda_{P} = \sqrt{\frac{m_{e}}{\mu_{0} n_{e} q_{e}^{2}}} = \sqrt{\mu_{0} N_{F} q_{e}^{2} v_{F}^{2}}^{-1}$$
(2.20).

(*N*<sub>F</sub> ist die Zustandsdichte pro Spin an der Fermi-Fläche.)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Auch die Relaxationszeit wird unter diesen Annahmen konstant:  $\tau = \tau$  ( $k_F = v_F m_e 2\pi/h$ ). – Ohne besondere Erwähnung ist außerdem vorausgesetzt worden, daß der Bereich um E<sub>F</sub>, in dem die Fermi-Verteilung wesentlich von der Stufenfunktion  $\theta(E_F - E)$  abweicht, klein ist gegen E<sub>F</sub>, d.h.  $4k_BT << E_F$ .

Führt man noch den spezifischen Widerstand  $\rho$  als Kehrwert der Gleichstrom-Leitfähigkeit  $\sigma_{dc}$  ein, so lassen sich der Oberflächenwiderstand und die Eindringtiefe gemäß Gl.(2.17) bzw. Gl.(2.13) schreiben als

$$R_{s} = \sqrt{\frac{\omega\mu_{0}\rho}{2}(1-\omega\tau)}; \qquad \lambda = \sqrt{\frac{\rho}{2\omega\mu_{0}}(1+\omega\tau)}$$
(2.21).

Wenn die Relaxationszeit im Vergleich zur Hochfrequenzperiode völlig vernachlässigt werden kann<sup>4</sup>, ergibt sich mit Gl.(2.5) die Oberflächenimpedanz im normalen Skin-Effekt:

$$Z_{s} = (1+i)\sqrt{\frac{\omega\mu_{0}\rho}{2}}; \quad R_{s} = X_{s}$$
 (2.22).

Während die Frequenzabhängigkeit  $Z_s \propto \omega^{1/2}$  unmittelbar aus dieser Gleichung folgt, muß zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der spezifische Widerstand bzw. die Relaxationszeit betrachtet werden. Für Phononenstreuung erhält man aus der Grüneisen-Bloch-Formel bei tiefen Temperaturen (T <<  $\Theta_D$  mit der Debye-Temperatur  $\Theta_D$ ) einen Anstieg mit  $\rho_{e-ph} \propto T^5$ , der zu höheren Temperaturen in ein lineares Verhalten  $\rho_{e-ph} \propto T$ übergeht. Der allgemeine Ausdruck lautet

$$\rho_{e-ph} \propto \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^5 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^5 dx}{(e^x - l)(l - e^{-x})}$$
(2.23).

Weitere Streuprozesse wie etwa die elastische Streuung an Störstellen, die zu einer temperaturunabhängigen Streurate  $\tau_{imp}^{-1}$  führt, können näherungsweise nach der Matthiesenschen Regel berücksichtigt werden, nach der sich die reziproken Relaxationszeiten addieren, sofern die Streuprozesse voneinander unabhängig sind:

$$\frac{l}{\tau} = \frac{l}{\tau_{e-ph}} + \frac{l}{\tau_{imp}} + \frac{l}{\tau_{e-e}}$$
(2.24).

Die Elektron-Elektron-Streuung, die der Term  $\tau_{e-e}^{-1}$  erfaßt, besitzt bei gewöhnlichen Fermi-Flüssigkeiten eine quadratische Temperaturabhängigkeit. Die Wahrscheinlichkeit von Zwei-Elektronen-Prozessen ist jedoch wegen des Pauli-Prinzips sowie der Energieund (Quasi-)Impulserhaltung bei einer kugelförmigen Fermi-Fläche mit  $4k_BT \ll E_F$  sehr gering, so daß der Beitrag  $\tau_{e-e}^{-1} \propto T^2$  in Gl.(2.24) vernachlässigt werden kann. Wenn die Fermi-Fläche jedoch sogenanntes "Nesting"<sup>5</sup> zeigt, steht den gestreuten Fermionen ein

<sup>5</sup> "Nesting" bedeutet, daß es einen Vektor  $\vec{Q}$  gibt, für den  $\varepsilon(\vec{k}) + \varepsilon(\vec{k} + \vec{Q}) = 0$  mit  $\varepsilon = E - E_F$  gilt. Eine Fermi-Flüssigkeit mit dieser Eigenschaft heißt "Nested Fermi Liquid" (NFL). – Sowohl Berechnungen [3, 4] als auch experimentelle Untersuchungen [5, 6] der Fermi-Fläche von Kupraten deuten in  $(\pi,\pi)$ -Richtung auf Nesting hin, das je nach Dotierung der CuO<sub>2</sub>-Ebenen unterschiedlich stark ausgeprägt sein kann.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Zur Bestimmung der Leitfähigkeit Gl.(2.18) wurde stillschweigend die linearisierte Boltzmann-Gleichung im stationären Zustand verwendet, so daß die Relaxation bereits deutlich schneller sein muß als die Änderung des äußeren Feldes.

wesentlich größeres Volumen im  $\vec{k}$ -Raum zur Verfügung. Entsprechend vergrößert sich die Häufigkeit dieser Prozesse (um etwa eine Größenordnung), und die Temperaturabhängigkeit der Relaxationsrate wird linear [7]:  $1 / \tau_{e-e NFL} \propto T$ .

Bei Kupraten können außer Phononen zusätzliche bosonische Anregungen auftreten, die auf antiferromagnetisch korrelierten Spins basieren. Im normalleitenden Zustand lassen sich diese Verbindungen als Fermi-Flüssigkeiten mit starken antiferromagnetischen Fluktuationen beschreiben [8, 9]. Die Streuung von Ladungsträgern an diesen Fluktuationen führt zu einem linearen Anstieg des spezifischen Widerstands mit der Temperatur [10, 11, 12]. Entsprechend muß Gl.(2.24) für Kuprate um einen Term  $1/\tau_{e-af} \propto T$  erweitert werden.

Somit kann die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz sowohl für eine konventionelle Fermi-Flüssigkeit als auch für eine NFL angegeben werden als

$$\rho(T) = \rho_0 + \alpha \cdot T \quad \text{und} \quad Z_s, R_s, X_s \propto \sqrt{\rho_0 + \alpha \cdot T}$$
(2.25)

(für hinreichend große Temperaturen), auch wenn antiferromagnetische Fluktuationen zu berücksichtigen sind.

Der normale Skin-Effekt beschreibt den lokalen, nichtretardierten Grenzfall, in dem die mittlere freie Weglänge  $\ell = v_F \tau$  klein ist gegen die Plasmawellenlänge und den von einem Ladungsträger an der Fermi-Fläche in (dem  $2\pi$ -ten Teil) einer Hochfrequenzperiode zurückgelegten Weg  $s = v_F/\omega$ 

Für eine allgemeine Berechnung der Oberflächenimpedanz eines Normalleiters, die auch die Grenzfälle des anomalen Skin-Effekts ( $\lambda_P \ll \ell$ ,  $\lambda_P \ll s$ ), der Relaxation ( $s \ll \ell \ll \lambda_P$ ) sowie der anomalen Relaxation ( $s \ll \lambda_P \ll \ell$ ) einschließt, wird der Integralkern *K* aus Gl.(2.6) bzw. Gl.(2.7) benötigt. Dieser läßt sich mit den Methoden der Quantenfeldtheorie bestimmen [13], indem die Materialgleichung für T = 0 mit Hilfe der Green-Funktionen geschrieben und unter Verwendung der Matsubara-Frequenzen auf endliche Temperaturen erweitert wird. Wenn man noch berücksichtigt, daß der Impulsübertrag des elektromagnetischen Feldes auf das Ladungsträgersystem begrenzt ist ( $k < \lambda^{-1}$ , vgl. Gln.(2.12) bis (2.14)) und somit höhere Ordnungen gegen den Fermi-Impuls  $k_F$  vernachlässigt werden können, und wenn die Streuung als schwach<sup>6</sup> und isotrop angesehen werden kann, dann ist der Integralkern *K* durch das Integral

$$K(k,\omega) = \frac{i}{\mu_0 \lambda_P^2} \cdot \frac{3}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \vartheta \cos^2 \vartheta \, d\vartheta}{\sqrt{\left(v_F / \omega l + i\right)^2 + \left(k v_F / \omega\right)^2 \sin^2 \vartheta}}$$
(2.26)

gegeben. Die Größe  $\ell$  stellt in dieser Formel die mittlere freie Transportweglänge dar, die auch den Gleichstromwiderstand bestimmt<sup>7</sup>.

Zur numerischen Berechnung der Oberflächenimpedanz für spiegelnde Reflexion gemäß Gl.(2.8) mit Gl.(2.26) wurde von R. Schwab das Programm CASINOCO [15] entwickelt, das als Eingabeparameter die Frequenz f, die Dichte  $n_e$  der Elektronen, die Fermi-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> d.h., beim Streuprozeß ändert sich die Phase der Wellenfunktion des gestreuten Teichens nicht (sog. Bornsche Näherung)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Zum Unterschied zu der mittleren freien Weglänge, die die Impulsunschärfe eines Ladungsträgers bestimmt, vgl. [14].

Geschwindigkeit  $v_F$  und die spezifische Leitfähigkeit  $\sigma_{dc} = 1/\rho$  benötigt, so daß aus der Kenntnis von  $\rho(T)$  die Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstandes und der Eindringtiefe oder für gegebene Materialparameter die Frequenzabhängigkeit berechnet werden kann.

#### 2.1.3 Lineare Oberflächenimpedanz $Z_{S}(T,\omega)$ eines Supraleiters

Zu den Hochfrequenz-Transporteigenschaften im supraleitenden Zustand tragen außer fermionischen Ladungsträgern, die für sich genommen der Boltzmann-Gleichung genügen, auch solche bei, die eher bosonischen Charakter haben, nämlich die Cooper-Paare, die aus je zwei korrelierten fermionischen Ladungsträgern bestehen. Bezeichnet man erstere als normalleitende und letztere als supraleitende Komponente und berücksichtigt man die Beziehung zwischen beiden Komponenten lediglich in der Weise, daß die Gesamtzahl der Ladungsträger konstant bleibt und derjenigen im normalleitenden Zustand entspricht, so erhält man das phänomenologische Zweiflüssigkeitsmodell der Supraleitung.

Die klassische mikroskopische Theorie der Supraleitung, die BCS-Theorie [16], erklärt – in einem verallgemeinerten Sinn dargestellt - die für das Phänomen Supraleitung signifikante Bildung von phasenkohärenten Cooper-Paaren, die makroskopisch denselben quantenmechanischen Zustand besetzen, durch eine attraktive Wechselwirkung zwischen Ladungsträgern an der Fermi-Fläche, vermittelt durch den Austausch virtueller Bosonen, die quantisierte Anregungen eines polarisierbaren Mediums darstellen. Aus der charakteristischen Energie der virtuellen Bosonen und der Stärke der Wechselwirkung ergibt sich die kritische Temperatur T<sub>c</sub>, unterhalb der durch Paarkorrelation eine Energieabsenkung und somit eine Lücke im Anregungsspektrum der Fermionen entsteht. Die Zustände, die in der supraleitenden Phase im Energiebereich  $\pm \Delta(T)$  um die Fermi-Fläche fehlen, werden durch eine im Vergleich zur normalleitenden Phase erhöhte Zustandsdichte außerhalb der Lücke ausgeglichen. Die Richtungsabhängigkeit der Energielücke  $\Delta$ , die als Maß für die Paarkorrelation auch dem Ordnungsparameter des Phasenübergangs in den supraleitenden Zustand entspricht, folgt aus dem Drehimpuls des Fermionenpaares, der aus der stärksten Wechselwirkungskomponente<sup>8</sup> hervorgeht, und gegebenenfalls aus der Anisotropie des polarisierbaren Mediums.

Elektromagnetische Strahlung, deren Photonenenergie hf kleiner ist als die zur direkten Anregung von Elektronen über die Energielücke oder die zur Paarbrechung benötigte Energie 2| $\Delta$ |, kann nur von thermischen Anregungen des supraleitenden Zustandes, den Quasiteilchen, absorbiert werden. Die Hochfrequenzabsorption von Supraleitern hängt daher empfindlich von der Zustandsdichte und somit von der Form der Energielücke ab. Zur Abschirmung von elektromagnetischen Feldern tragen andererseits wesentlich die phasenkohärenten Ladungsträgerpaare bei, daher ist ihre Dichte mit der Eindringtiefe des Hochfrequenzfeldes eng verknüpft.

#### 2.1.3.1 Oberflächenimpedanz im Zweiflüssigkeitsmodell

Im Bild des Zweiflüssigkeitsmodells addieren sich die Stromdichten der supraleitenden (*sl*) und der normalleitenden (*nl*) Komponente zu einer Gesamtstromdichte, die in Gegenwart eines Hochfrequenzfeldes dasselbe periodische Verhalten zeigt wie das elektromagnetische Feld:

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> in einer Entwicklung der Wechselwirkung nach den Drehimpulseigenfunktionen

$$\vec{J} = \vec{J}_{sl} + \vec{J}_{nl} = \vec{J}_0 e^{i\omega t}$$
(2.27).

Verwendet man zur Beschreibung der supraleitenden Komponente die London-Gleichungen

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \mu_0 \lambda_L^2 \vec{J}_{sl} \right) = \vec{E} \quad \text{und} \quad \vec{\nabla} \times \left( \mu_0 \lambda_L^2 \vec{J}_{sl} \right) = -\vec{B}$$
(2.28),

die den lokalen Grenzfall implizieren, und für die normalleitende Komponente das Ohmsche Gesetz Gl.(2.11) mit der Leitfähigkeit des Normalleiters aus Gl.(2.18), so erhält man die Materialgleichung für Supraleiter im Zweiflüssigkeitsmodell:

$$\vec{J} = \left(\frac{n_{nl} q_e^2 \tau}{m_e} \cdot \frac{1 - i\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} - \frac{i}{\omega\mu_0 \lambda_L^2}\right) \vec{E}$$
(2.29)

mit der London-Eindringtiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_e}{\mu_0 n_{sl} q_e^2}} \tag{2.30}$$

und  $n_{sl,nl}$  als Dichte der Ladungsträger, die als Cooper-Paare die supraleitende Komponente bzw. ungepaart die normalleitende Komponente darstellen. Somit lautet im Zweiflüssigkeitsmodell die komplexe Leitfähigkeit

$$\widetilde{\sigma} = \sigma_1 - i\sigma_2 = \frac{q_e^2}{m_e} \frac{n_{nl}\tau}{1 + (\omega\tau)^2} - i \frac{q_e^2}{m_e} \left( \frac{n_{nl}\omega\tau^2}{1 + (\omega\tau)^2} + \frac{n_{sl}}{\omega} \right)$$
(2.31)

und mit Gl.(2.13) die Eindringtiefe

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{4\pi f \mu_0 \sigma_2} \frac{\sqrt{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2 + 1}}{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2}} \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi f \mu_0 \sigma_2}} \quad (f \ddot{u} r \sigma_1 << \sigma_2) \quad (2.32)$$

sowie mit Gl.(2.17) der Oberflächenwiderstand

$$R_{s} = \sqrt{\frac{\pi f \mu_{0}}{\sigma_{2}} \frac{\sqrt{1 + (\sigma_{1}/\sigma_{2})^{2}} - 1}{1 + (\sigma_{1}/\sigma_{2})^{2}}} \approx 2\pi^{2} f^{2} \mu_{0}^{2} \lambda^{3} \sigma_{1} \quad (f \ddot{u} r \sigma_{1} << \sigma_{2}) \quad (2.33).$$

Im Grenzfall ausgeprägter Supraleitung, d.h. wenn  $\sigma_I \ll \sigma_2$ , ergibt sich aus diesen Gleichungen für den Hochfrequenzbereich, in dem die Streurate noch groß ist gegen die Frequenz, d.h.  $(\omega \tau)^2 \ll 1$ , eine frequenzunabhängige Eindringtiefe  $\lambda \approx \lambda_L$  und eine quadratische Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstandes, d.h.  $X_S \propto f$  und  $R_S \propto f^2$ .

Die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz folgt aus der temperaturabhängigen Ladungsträgerdichte  $n_{nl}$  der normalleitenden Komponente und gegebenenfalls

der Streurate, wenn diese temperaturabhängig ist<sup>9</sup>. Aus thermodynamischen Überlegungen<sup>10</sup> [17] wurde für die Ladungsträgerdichten im Zweiflüssigkeitsmodell [18] gefunden:

$$n_{nl} = n_0 (T/T_c)^4$$
 und  $n_{sl} = n_0 - n_{nl} = n_0 (1 - (T/T_c)^4)$  (2.34).

#### 2.1.3.2 Lineare Oberflächenimpedanz von konventionellen BCS-Supraleitern

Bei konventionellen Supraleitern findet die Paarkorrelation durch den Austausch virtueller Phononen statt,<sup>11</sup> die charakteristische Energie ist also  $k_B\Theta_D$ . Aus dieser Wechselwirkung geht ein Paarzustand mit dem Bahndrehimpuls l = 0 (s-Wellen-Paarzustand) hervor, und somit entspricht die Energielücke der Symmetrie des Gitters. Die Reichweite der Paarkorrelation gibt die Kohärenzlänge  $\xi$  an, die in der BCS-Theorie mit der Energielücke und der Fermi-Geschwindigkeit verknüpft ist:

$$\xi_0 = \xi(T = 0, l \to \infty) = \hbar v_F / \pi \Delta(0) \tag{2.35}.$$

Im Grenzfall schwacher Kopplung, d.h.  $T_c / \Theta_D << 1$ , sagt die BCS-Theorie für die Relation zwischen der Energielücke bei T = 0 und der Übergangstemperatur den Wert  $g = 2\Delta(T=0) / k_B T_c = 3,5$  voraus. Zur Erweiterung auf beliebige Kopplungsstärke, die die Eliashberg-Theorie für Elektron-Phonon-Kopplung beschreibt, kann dieses Verhältnis auch andere (größere) Werte annehmen (skalierte BCS-Theorie)<sup>12</sup>. Die Auswirkung der Kopplungsstärke auf die Temperaturfunktion  $\Delta(T) / \Delta(0)$  ist vernachlässigbar [14]. Als Näherung für die Temperaturabhängigkeit der Energielücke kann die Funktion

$$\Delta(T) = \Delta(0) \sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2} \left(T/T_c\right)^2\right)}$$
(2.36)

verwendet werden.

Die Zustandsdichte außerhalb der Energielücke wird beschrieben durch

$$N(E) = N_{F} \frac{|E - E_{F}|}{\sqrt{|E - E_{F}|^{2} - \Delta^{2}}} \quad f \ddot{u}r \quad |E - E_{F}| \ge \Delta$$
(2.37).

Zustände im Bereich  $|E - E_F| < \Delta$  können nur durch paarbrechende (paramagnetische) [20] oder paarschwächende [21] Verunreinigungen (Dotierungen) auftreten. Anstelle der Singularität bei  $|E - E_F| = \Delta$  tritt dann in der Zustandsdichte ein endliches, durch (starke) Streuung zu  $E_F$  hin verbreitertes Maximum bei einer effektiven Energielücke  $\Delta_g$ auf, die kleiner ist als der Betrag des Ordnungsparameters  $\Delta$  des reinen BCS-Supraleiters. Die Übergangstemperatur T<sub>c</sub> wird mit wachsender Störstellenstreuung im Fall von paarschwächenden Verunreinigungen ebenso verringert wie die Energielücke, d.h.  $g = \Delta_g(0) / k_B T_c$  mit g = 1,76, während bei paarbrechenden Verunreinigungen T<sub>c</sub>

 $<sup>^9</sup>$  Bei konventionellen Supraleitern mit  $T_{\rm c} < 30~{\rm K}$  dominiert die temperaturunabhängige elastische Störstellenstreuung.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> mit einer parabolischen Temperaturabhängigkeit des thermodynamischen kritischen Feldes

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Die BCS-Theorie im engeren Sinn sieht eine attraktive Wechselwirkung zwischen Elektronen durch Austausch virtueller Phononen vor [16].

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Zum Vergleich der skalierten BCS-Theorie und der Theorie stark koppelnder Supraleiter siehe [19].

stärker als  $\Delta_g$  mit wachsender Streuung abnimmt. Da die Spin-flip-Streuung an paramagnetischen Störstellen die Lebensdauer eines Paarzustandes auf endliche Werte begrenzt und so zu einer ausgeprägten Verbreiterung des Maximums in der Zustandsdichte führt, verschwindet die tatsächliche Lücke im Anregungsspektrum mit zunehmender Streuung schneller als der Ordnungsparameter  $\Delta_g$ , so daß bei einer bestimmten Störstellenkonzentration<sup>13</sup> Supraleitung ohne eine Lücke in der Zustandsdichte fortbesteht [22].

Darüber hinaus können Zustände im Bereich  $|E - E_F| < \Delta$  in quasi-zweidimensionalen<sup>14</sup> Supraleitern durch thermische Fluktuationen, die die Ausbildung von langreichweitiger Ordnung verhindern, hervorgebracht werden<sup>15</sup>, einhergehend mit einem breiten Maximum in N(E) bei  $|E - E_F| = 1,3 \Delta$  anstelle der Singularität in der BCS-Zustandsdichte [23].

Signifikant für konventionelle Supraleiter ist die aus der BCS-Zustandsdichte folgende exponentielle Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz bei tiefen Temperaturen. Im lokalen Grenzfall mit  $\xi \ll \lambda$  und  $T/T_c \ll 0.5$  sowie  $hf \ll k_BT$ ,  $\Delta$  erhält man [24]

$$\lambda = \lambda(0) \left( 1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta}{2k_B T}} e^{-\frac{\Delta}{k_B T}} \right)$$
(2.38)

und

$$R_{s} \propto \frac{(hf)^{2}}{k_{B}T} \ln \left(\frac{4k_{B}T}{hf}\right) e^{-\frac{\Delta}{k_{B}T}}$$
(2.39).

Um die vollständige Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der Oberflächenimpedanz konventioneller Supraleiter angeben zu können, wird der Integralkern benötigt, der sich aus der BCS-Theorie ableiten läßt [25]. Nach J. Halbritter [14, 26] kann dieser unter Verwendung derselben Methoden, die zu Gl.(2.26) für den Integralkern homogener, isotroper Normalleiter führen, in der folgenden Form dargestellt werden: Mit den auf die Energielücke bezogenen Matsubara-Frequenzen

$$a_n = (2n+1)\pi k_B T / \Delta(T) \tag{2.40}$$

und dem Integral

$$I(k,u) = 6\Delta^{-1} \int_{0}^{\pi} \frac{\sin\vartheta\cos^{2}\vartheta\,d\vartheta}{\sqrt{\left(u + \frac{\hbar v_{F}}{L\Delta}\right)^{2} + \left(kv_{F}\hbar/\Delta\right)^{2}\sin^{2}\vartheta}}$$
(2.41)

läßt sich der Integralkern schreiben als

<sup>15</sup> mit 
$$N(E) \propto \left| E - E_F \right|$$
 für  $\left| E - E_F \right| << \Delta$ 

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Die Störstellenkonzentration muß mindestens 9 / 10 derjenigen betragen, bei der die Supraleitung verschwindet [20].

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> genauer gesagt: in Supraleitern, deren Ausdehnung in einer Dimension klein ist

 $K(k,\omega) =$ 

$$\frac{8\pi k_{B}T}{\mu_{0}\lambda_{p}^{2}\Delta}\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re}\left\{ \left[ \frac{1-a_{n}\left(a_{n}+i\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)}{\sqrt{a_{n}^{2}+1}\sqrt{\left(a_{n}+i\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}+1}}+1 \right] I\left(k,\sqrt{a_{n}^{2}+1}+\sqrt{\left(a_{n}+i\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}+1}\right) \right\} + \frac{2}{\mu_{0}\lambda_{p}^{2}}\int_{1-\frac{\hbar\omega}{\Delta}}^{1} dx \left[ \tanh\left(\frac{\Delta}{2k_{g}T}x\right)-\tanh\left(\frac{\Delta}{2k_{g}T}\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)\right) \right] \\ \cdot \operatorname{Re}\left\{ \left[ \frac{1+x\left(x-\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)}{\sqrt{x^{2}-1}\sqrt{\left(x-\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}+1}}+i \right] I\left(k,i\sqrt{x^{2}-1}+\sqrt{\left(x-\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}+1}\right) \right\} + \frac{2i}{\mu_{0}\lambda_{p}^{2}}\int_{1}^{\infty} dx \left[ \tanh\left(\frac{\Delta}{2k_{g}T}x\right)-\tanh\left(\frac{\Delta}{2k_{g}T}\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)\right) \right] \\ \cdot \left\{ \left[ \frac{1+x\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)}{\sqrt{x^{2}-1}\sqrt{\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}-1}}+1 \right] I\left(k,-i\sqrt{x^{2}-1}-i\sqrt{\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}-1}\right) + \left[ \frac{1+x\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)}{\sqrt{x^{2}-1}\sqrt{\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}-1}}-1 \right] \operatorname{Re}\left\{ I\left(k,-i\sqrt{x^{2}-1}-i\sqrt{\left(x+\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^{2}-1}\right) \right\} \right\}$$
(2.42).

Mit dieser für numerische Auswertungen geeigneten Darstellung des Integralkerns und Gl.(2.36) für die Temperaturabhängigkeit der Energielücke sowie den Gln.(2.8) und (2.9) für die Oberflächenimpedanz konnte J. Halbritter ein Programm entwickeln, das die Berechnung des Oberflächenwiderstands und der Eindringtiefe von konventionellen Supraleitern für T < T<sub>c</sub> und  $f < \Delta/h$  sowie  $H << H_{c1}$  ermöglicht [26]. Als Materialparameter werden die kritische Temperatur T<sub>c</sub>, die Energielücke bei T = 0 in der Form  $2\Delta(0) / k_B T_c$ , die Plasmawellenlänge<sup>16</sup>  $\lambda_P = \lambda_L (T = 0, \ell \rightarrow \infty)$  und die Kohärenzlänge<sup>17</sup>  $\xi_F = \xi_0 \pi/2$  sowie die mittlere freie Weglänge  $\ell$  verwendet. Die Streuung wird dabei über die Größe  $\ell$  so berücksichtigt, daß sie sich im wesentlichen auf die Lebensdauer der Quasiteilchen auswirkt, nicht jedoch auf die Zustandsdichte oder die Übergangstemperatur.

Im lokalen Grenzfall und für kleine Frequenzen  $f \ll \Delta/h$  ist die Eindringtiefe frequenzunabhängig, und man erhält eine analytische Temperaturfunktion [19] analog zu der im Zweiflüssigkeitsmodell Gl.(2.32) mit Gl.(2.34):

$$\lambda(T) = \lambda(0) \sqrt{\frac{\Delta(0)}{\Delta(T)}} \operatorname{coth}\left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T}\right)$$
(2.43).

#### 2.1.3.3 Lineare Oberflächenimpedanz von unkonventionellen Supraleitern

Unkonventionelle Supraleitung ist durch eine zusätzliche<sup>18</sup> gebrochene Symmetrie gekennzeichnet. Diese kann von einer nicht auf Phononenaustausch beruhenden Paar-

 $<sup>^{16}</sup>$  bzw. die London-Eindringtiefe  $\lambda_0$  bei T=0 und  $\boldsymbol{\ell}\rightarrow\infty$ 

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> anstelle der Fermi-Geschwindigkeit  $v_F$ , vgl. Gl.(2.35)

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Bei konventionellen Supraleitern ist nur die U(1)-Symmetrie (Eichinvarianz) gebrochen.

korrelation herrühren, die zu einem Paarzustand mit Bahndrehimpuls 1 > 0 und somit zu einer anisotropen Energielücke  $\Delta_{\vec{k}}$  führt, die nicht der Gittersymmetrie entspricht. Für die Kuprat-Supraleiter wird ein Paarbildungsmechanismus diskutiert, der auf einer Wechselwirkung der Fermionen durch Austausch von antiferromagnetischen Spin-fluktuationen basiert [27] und zu einem d-Wellen-Paarzustand (1 = 2) mit einer Energie-lücke

$$\Delta_{\vec{k}} = \Delta_0 \left( \cos(\vec{k} \cdot \vec{a}) - \cos(\vec{k} \cdot \vec{b}) \right)$$
(2.44)

führt [28] ( $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sind die Gittervektoren in den CuO<sub>2</sub>-Ebenen). Aus der Lösung der selbstkonsistenten Bestimmungsgleichung für den Ordnungsparameter erhält man eine Temperaturabhängigkeit der Amplitude  $\Delta_0(T)$ , die der Funktion  $\Delta(T)$  eines isotropen Ordnungsparameters sehr ähnlich ist; allerdings nimmt der Parameter  $2\Delta_0(0) / k_B T_c$  im Grenzfall schwacher Kopplung den Wert 4,3 (statt 3,5) an [29].



**Fig.2.1.** Schematische Darstellung der Energielücke und des Ordnungsparameters im Impulsraum für einen isotropen s-Wellen- und einen d-Wellen-Paarzustand mit zylindrischer Fermi-Fläche im Grenzfall schwacher Kopplung.

Charakteristisch für Paarzustände mit 1 > 0 ist das Verschwinden der Energielücke in bestimmten  $\vec{k}$ -Richtungen. Dies führt zu einer Zustandsdichte der Form

$$N(E) \propto |E - E_F|^n \quad f \ddot{u}r \quad |E - E_F| << \Delta_0$$
(2.45)

mit n = 2 für punktförmige und n = 1 für linienförmige Nullstellen der Energielücke<sup>19</sup>. Angesichts der Symmetrie des in dieser Arbeit untersuchten Kuprats YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub>, die nur linienförmige Nullstellen erlaubt, wird dann für *T* < *T<sub>c</sub>*/2 eine lineare Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe senkrecht zu den CuO<sub>2</sub>-Ebenen vorausgesagt [30]. Dieses

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Die sog. *nodes* ("Knoten") werden auch im folgenden als Nullstellen der Energielücke bezeichnet.

lineare Verhalten kann infolge resonanter Streuung<sup>20</sup> (unitärer Limes<sup>21</sup>) an Störstellen im Bereich tiefer Temperaturen von einem quadratischen Anstieg der Eindringtiefe mit der Temperatur überdeckt werden [33]. Die Temperatur T<sup>\*</sup>, bei der die quadratische in die lineare Temperaturabhängigkeit übergeht, hängt von der Streurate und der Energielücke ab (T<sup>\*</sup>~ ( $\Delta_0/\tau$ )<sup>1/2</sup>).



**Fig.2.2.** Zustandsdichte N oberhalb der Fermi-Energie  $E_F$ , normiert auf die Zustandsdichte  $N_F$  im normalleitenden Zustand, im Grenzfall schwacher Kopplung für einen isotropen s-Wellen- und einen d-Wellen-Paarzustand (ohne Berücksichtigung von Streuung).

Liegt bei den Kuprat-Supraleitern also ein d-Wellen-Paarzustand vor, so sollte für die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe senkrecht zu den  $CuO_2$ -Ebenen – im Unterschied zum durch thermische Aktivierung bestimmten, exponentiellen Verhalten Gl.(2.38) der konventionellen Supraleiter – gelten [31]:

$$\frac{\lambda(T) - \lambda_{P}}{\lambda_{P}} = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \frac{T^{2}}{T^{*} \Delta_{0} / k_{B}} + \frac{\hbar}{4k_{B} \tau T^{*}} & \text{für } T < T^{*} \\ \ln 2 \frac{T}{\Delta_{0} / k_{B}} & \text{für } T^{*} < T < T_{c} / 2 \end{cases}$$
(2.46).

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Schwache (Bornsche) Streuung hätte bei dem betrachteten d-Wellen-Paarzustand einen stark unterdrückenden Einfluß auf die Übergangstemperatur [31], der experimentell nicht beobachtet wird. Unordnung infolge von Defekten *außerhalb* der CuO<sub>2</sub>-Ebenen kann jedoch in Bornscher Näherung behandelt werden, während Defekte *in* den Ebenen stark streuen sollten [32].

 $<sup>^{21}</sup>$  d.h., die Phase der Wellenfunktion eines Quasiteilchens ändert sich bei einem Streuprozess um  $\pi/2$ 

Mit demselben Ansatz läßt sich auch die Hochfrequenz-Leitfähigkeit der CuO<sub>2</sub>-Ebenen bestimmen [34]. Dabei wird vorausgesetzt, daß wegen der Anisotropie der Kuprate der lokale Grenzfall erfüllt sei<sup>22</sup>.

In dem durch Streuung an Störstellen dominierten Bereich  $T < T^*$  bleibt infolge der paarbrechenden Wirkung<sup>23</sup> der Störstellen die Zustandsdichte bis an die Fermi-Fläche endlich mit  $N(E_F) \propto (\Delta_0 \tau)^{-1} > 0$ , so daß der Realteil der Leitfähigkeit für  $T \rightarrow 0$  einen nicht verschwindenden Wert annimmt [32]. Dieser hängt nicht von der Störstellenkonzentration bzw. -streurate ab, da die Leitfähigkeit sowohl zur Relaxationszeit  $\tau$  als auch zur Dichte der durch Störstellen induzierten Zustände  $N(E_F)$  proportional ist. Im Temperaturbereich oberhalb von  $T^*$  nimmt die Leitfähigkeit eine Drude-artige Form an. Man erhält einen Ausdruck wie für nicht wechselwirkende Fermionen mit der Zustandsdichte  $N(E-E_F)$  und einer energieabhängigen Relaxationszeit. Für den Realteil der Leitfähigkeit gilt [31]:

und

$$\sigma_{I}(T) = \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{\tau}{\mu_{0} \lambda_{P}^{2}} \left(\frac{k_{B}T}{\Delta_{0}}\right)^{2} \ln^{2} \frac{4\Delta_{0}}{k_{B}T}, & \omega << \frac{1}{2\tau} \frac{\Delta_{0}}{k_{B}T} \\ \frac{\pi^{2}}{4} \frac{1}{\mu_{0} \lambda_{P}^{2}} \left(\tau \omega^{2} \ln^{2} \frac{4\Delta_{0}}{k_{B}T}\right)^{-1}, & \omega >> \frac{1}{2\tau} \frac{\Delta_{0}}{k_{B}T} \end{cases} \quad f \ddot{u} r \quad T^{*} < T$$

$$(2.47)$$

Zur Bestimmung des Oberflächenwiderstands aus der Eindringtiefe Gl.(2.46) und der Leitfähigkeit Gl.(2.47) kann Gl.(2.33) herangezogen werden. Es folgt unmittelbar, daß der Oberflächenwiderstand im Fall des betrachteten d-Wellen-Supraleiters den Wert

$$R_{S0} = 2\pi\mu_0 f^2 \frac{\hbar\lambda_P}{\Delta_0}$$
(2.48)

nicht unterschreiten kann. Außerdem muß die Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands bei tiefen Temperaturen stärker als linear sein, da eine energieunabhängige Streurate, die zu einem linearen Anstieg<sup>24</sup> der Leitfähigkeit mit der Temperatur führen würde, mit dieser mikroskopischen Theorie nicht vereinbar ist.

Im Fall der Kuprat-Supraleiter sind aufgrund von Fermi-Flüssigkeitseffekten auch anisotrope s-Wellen-Paarzustände mit Nullstellen der Energielücke möglich ("extended

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Da die Leitfähigkeit senkrecht zu den Ebenen wesentlich geringer ist als in den Ebenen, wird davon ausgegangen, daß kaum Ladungsträger aus einem Bereich, in dem ein schwächeres (stärkeres) Feld wirksam ist, in einen anderen Bereich, in dem ein stärkeres (schwächeres) Feld wirkt, gelangen können, ohne durch Streuung an das hier wirkende Feld angepaßt zu werden; somit liegt der lokale Grenzfall vor.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> ähnlich der Paarbrechung durch magnetische Störstellen in konventionellen Supraleitern

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Ein nahezu lineares Verhalten läßt sich auch bei Frequenzen im Übergangsbereich zwischen den Grenzfällen in Gl.(2.47) für  $T^* < T$  finden [34].

s-wave"). Die allgemeine Form einer Energielücke mit s-Wellen-Symmetrie<sup>25</sup> für ein zweidimensionales, quadratisches<sup>26</sup> Gitter lautet [35, 36]

$$\Delta(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n \cos(4n\phi) \quad , \quad \phi = \angle \left(\vec{k}, \hat{x}\right)$$
(2.49)

(mit einem beliebig festgelegten Vektor  $\hat{x}$  in der CuO<sub>2</sub>-Ebene, ohne Bedingungen an die Koeffizienten  $\Delta_n$ ), so daß schon die Hinzunahme des Entwicklungsglieds n = 1 eine anisotrope Energielücke liefert, die bei geeigneten Werten von  $\Delta_0$ ,  $\Delta_1$  und mit  $\hat{x}$  parallel zur a- oder b-Achse sogar der d-Wellen-Energielücke Gl.(2.44) entsprechen kann.

Da die Hochfrequenz-Transporteigenschaften von Supraleitern im wesentlichen von der Quasiteilchenenergie und somit von der Energielücke abhängen, lassen solche anisotropen s-Wellen-Paarzustände ein ähnliches Verhalten erwarten wie der beschriebene d-Wellen-Paarzustand. Unterschiedliche Konsequenzen ergeben sich allerdings aus der Berücksichtigung von elastischer Streuung [37]. Während diese bei dem Paarzustand mit  $d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie die Energielücke unverändert läßt und paarbrechend wirkt, also die Zustandsdichte an der Fermi-Energie erhöht, verändert elastische Streuung bei anisotropen s-Wellen-Paarzuständen die Energielücke; sie wird durch die Renormalisierung zu höheren Werten verschoben, so daß die Anisotropie verschmiert wird, und der Bereich, in dem die Zustandsdichte Null ist, verbreitert sich. Mit wachsender Störstellenkonzentration zeigen solche anisotropen s-Wellen-Paarzustände also aktiviertes Verhalten. Dies gilt jedoch nicht für solche s-Wellen-Paarzustände, bei denen der Mittelwert des Ordnungsparameters über die Fermi-Fläche verschwindet. Diese können nicht von einem  $d_{x^2-v^2}$ -Wellen-Paarzustand unterschieden werden [29].

Abschließend sei noch bemerkt, daß nur Spin-Singulett-Paarzustände betrachtet worden sind, da durch NMR-Messungen auch für Kuprat-Supraleiter die Singulett-Bildung nachgewiesen wurde<sup>27</sup> [38, 39].

Mikroskopische Modelle der Supraleitung, die nicht BCS-artigen Charakter haben, sondern beispielsweise auf einer Bose-Einstein-Kondensation von vorgeformten (Ladungsträger-) Paaren beruhen, werden hier nicht betrachtet. Solche Modelle kommen insbesondere für diejenigen Kuprate (z.B. BSCCO) in Betracht, deren Kohärenzlängen sich den kristallographischen Achsenlängen in der CuO-Ebene nähern, so daß die Paare kaum noch überlappen. Auswirkungen auf die Transporteigenschaften sind überdies nur für unterdotierte Kuprate zu erwarten, da nur in diesem Bereich des Phasendiagramms [40] die Temperatur T<sub>P</sub>, bei der diesen Modellen zufolge die Paarbildung einsetzt, von der Temperatur T<sub>c</sub> verschieden ist, bei der die Paare in den für die Supraleitung signifikanten kollektiven Zustand übergehen<sup>28</sup> [41]. Ein nicht BCS-artiges Modell ist das bipolaronische Szenario [42], das zur Beschreibung der Hochtemperatursupraleiter vorgeschlagen wurde [43, 44]. Doch die Bedingungen für eine Bose-Einstein-Kondensation scheinen allgemein bei den Kupraten nicht erfüllt zu sein, insbesondere dann nicht, wenn es sich bei den Bosonen um Bipolaronen handelt [45].

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Energielücken mit s-Wellen-Symmetrie lassen sich allgemein nach den "Fermi-surface harmonics" (FSH) entwickeln [35]; die nullte FSH ist die isotrope Energielücke.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Da in allen Kupraten die kristallographischen Achsen a und b in den CuO-Ebenen ungefähr gleich groß und wesentlich kleiner als die c-Achse sind, ist dieser Ansatz für das Gitter gerechtfertigt.

 $<sup>^{27}</sup>$  Die Beobachtung, daß sich die sog. "Knight shift" drastisch ändert am Phasenübergang bei T<sub>c</sub>, deutet auf die Abnahme der magnetischen Momente der Leitungselektronen durch die Bildung von Paaren mit Spin Null hin.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> In der BCS-Theorie hingegen erfolgen die Paarbildung und die Ausbildung des kollektiven Zustands simultan.

#### 2.1.4 Extrinsische Beiträge zur linearen Oberflächenimpedanz Z<sub>s</sub>(T,ω)

In den quasi-zweidimensionalen Kupraten, die als Mott-Isolatoren<sup>29</sup> erst durch Dotierung bewegliche Ladungsträger erhalten und bei denen daher die Ladungsträgerkonzentration das Auftreten und die Größe von Sprungtemperatur und Energielücke bestimmt, wirken sich Inhomogenitäten angesichts der kleinen Kohärenzlängen sowie der relativ großen elektronischen Abschirmlänge<sup>30</sup> bereits bei räumlichen Ausdehnungen von wenigen Einheitszellen stark auf die supraleitenden Eigenschaften aus. Als relevante Störungen der kristallinen Struktur sind hier Variationen der Kationenzusammensetzung<sup>31</sup> sowie – unter Umständen damit einhergehende – langreichweitige mechanische Spannungsfelder<sup>32</sup> und – ggf. wiederum hieraus resultierende – Verringerungen des Sauerstoffgehalts anzusehen. Darüber hinaus können Kationenunordnungen und freie Valenzen Überschußladungen in lokalisierten Zuständen liefern, die die frei beweglichen Ladungsträger abstoßen.

Alle genannten Defekte können eine lokale Reduktion der Ladungsträgerkonzentration bzw. des chemischen Potentials bewirken, die noch um die mit der Kohärenzlänge vergleichbare elektronische Abschirmlänge [51, 53] über die Störung in der Kristallstruktur hinausreicht. Durch eine verringerte Ladungsträgerdichte wird die Supraleitung geschwächt oder sogar eine isolierende Barriere gebildet.<sup>33</sup> Im Falle eines d-Wellen-Paarzustandes genügen Inhomogenitäten mit noch geringeren Abmessungen, um infolge von paarbrechend wirkender Streuung die Supraleitung zu unterdrücken, einhergehend mit der Bildung lokalisierter Zustände [55].<sup>34</sup>

Während punkt- und linienförmige Defekte von den Hochfrequenzströmen umgangen werden, führen flächenhaft ausgedehnte Störungen, durch die die Ströme hindurchtreten müssen, zu einer wesentlichen Veränderung der Feld- und Stromverteilung im Supraleiter und somit zu einer Änderung der Oberflächenimpedanz. Solche Defektflächen können beispielsweise die (Großwinkel-) Korngrenzen im keramischen Vollmaterial, Kleinwinkel-Korngrenzen, Stapelfehler und Antiphasengrenzen in epitaktischen Dünnschichten oder auch Zwillingsgrenzen<sup>35</sup> darstellen.

Zur Untersuchung des Einflusses von planaren Inhomogenitäten dieser Art eignet sich das laminare Modell von Hylton und Beasley [59], nach dem homogene, intrinsisch supraleitende Bereiche, die Körner<sup>36</sup>, über dünne Kontaktflächen unterschiedlicher

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Zum gegenwärtigen Verständnis des Phasendiagramms der lochdotierten Kuprate vgl. z.B. [46]. An einen Isolator, der unterhalb einer dotierungsabhängigen Temperatur T<sub>N</sub>(p) antiferromagnetisch ordnet, schließt sich zu höheren Lochdotierungen p (Anzahl der Löcher pro Cu-Atom in einer CuO<sub>2</sub>-Ebene) eine supraleitende Phase unterhalb der Sprungtemperatur T<sub>c</sub>(p) an, die für p ≈ 0,16 ein Maximum erreicht [47].

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Die geringe Ladungsträgerdichte in den Kupraten führt dazu, daß lokale Störpotentiale auf einer ungewöhnlich großen Länge von einigen Gitterkonstanten die Ladungsträgerkonzentration und infolgedessen die lokale Zustandsdichte des Supraleiters beeinflussen [48].

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Zusammensetzungsvariationen mit dadurch bedingten Spannungsfeldern liegen beispielsweise an den Versetzungslinien von Korngrenzen vor [49].

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Zur Änderung der Ladungsträgerdotierung und der Sprungtemperatur unter Druck vgl. [50].

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Detailliert wird der Einfluß von einigen der o.g. Störungen (und ihrem Zusammenspiel) auf die lokale Unterdrückung des supraleitenden Zustandes in [54] für Korngrenzen dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> Dieser Mechanismus scheint z.B. die kritische Stromdichte bei Antiphasengrenzen zu bestimmen [56].

 <sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Nach dem Modell von Jou und Washburn [57] gibt es um eine Zwillingsgrenze eine je nach Sauerstoffdotierung einige nm breite sauerstoffarme Zone, die auch experimentell festgestellt worden ist [58].
 <sup>36</sup> Zur Vereinfachung wird nicht zwischen den Begriffen Korn und Domäne unterschieden; alle Arten

von inneren Grenzflächen, die die Feldverteilung beeinflussen, werden als Korngrenzen bezeichnet.

Kopplungsstärke verbunden sind. Der vom anliegenden Feld  $H_0$  induzierte Strom muß abwechselnd durch Körner der Ausdehnung a und Korngrenzen der Dicke d, d << a, fließen<sup>37</sup>. Die Körner werden als anisotrope, lokale Supraleiter aufgefaßt<sup>38</sup>, so daß die anisotrope London-Gleichung gilt, die zusammen mit der Maxwell-Gleichung *rot*  $\vec{H} \cong \vec{J}$  (unter Vernachlässigung des Verschiebungsstroms) zu einer anisotropen Helmholtz-Gleichung für das Eindringen des Feldes führt:

$$\lambda_z^2 \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + \lambda_y^2 \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = H_x$$
(2.50)

(mit den Koordinaten aus Fig.2.3 und  $\lambda_z$  als Eindringtiefe senkrecht zur Oberfläche sowie  $\lambda_y$  als Eindringtiefe senkrecht zur Korngrenze; die abschirmende Wirkung der dissipativen Ströme ist gegen die der Supraströme vernachlässigt worden wegen  $\sigma_1 \ll \sigma_2$ ). Die Korngrenzen werden durch die Josephson-Beziehung  $J = J_{cJ} \sin \gamma \approx J_{cJ} \gamma$  für kleine Stromdichten<sup>39</sup> und die Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J$  beschrieben, die die Stärke der Kopplung  $\lambda_z^2 / \lambda_J^2$  zwischen benachbarten Körnern bestimmt. Die Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J$  hängt mit der kritischen Josephson-Stromdichte  $J_{cJ}$  zusammen über (vgl. Anhang A1)

$$\lambda_{J} = \sqrt{\frac{\Phi_{0}}{4\pi\mu_{0}} \frac{1}{J_{cJ}(\lambda_{y} + d/2)}}$$
(2.51).

Die zur Bestimmung der Feldverteilung benötigten Randbedingungen sind:

1. 
$$H_x(z=0) = H_0$$
  
2.  $H_x(z \to \infty) = 0$   
3.  $H_x(y=a/2) = H_x(y=-a/2)$   
4.  $\partial_z^2 H_x + (\lambda_z/\lambda_J^2) \partial_y H_x(y=(a+d)/2+|\delta|) = 0$  ( $\delta \to 0$ )  
mit  $\partial_z \equiv \partial/\partial z$ ,  $\partial_y \equiv \partial/\partial y$  (2.52).

(Die 4. Randbedingung folgt aus den Annahmen, daß erstens eine Schleife, die einen Abschnitt der Länge dz der Korngrenze umrahmt, kein Flußquant einschließt und daß zweitens das Feld in der Korngrenze als konstant angesehen und der Beitrag der Korngrenze<sup>40</sup> hier vernachlässigt werden kann.) Als allgemeine Lösung der Feldverteilung im Korngrenzenmodell erhält man [59]:

 $<sup>^{37}</sup>$  Der Einfluß von Korngrenzen, die parallel zur Stromrichtung orientiert sind, kann wegen d << a vernachlässigt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Der Ordnungsparameter sei wegen  $\xi \ll$  a nicht beeinträchtigt durch die Korngrenzen.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Handelt es sich bei der Defektfläche um einen Isolator mit einer zum Supraleiter SO(5)symmetrischen antiferromagnetischen Ordnung, so gilt der lineare Zusammenhang zwischen Strom und Phasendifferenz exakt (je nach Dicke der antiferromagnetischen Schicht mehr oder weniger) weit über den Bereich kleiner Stromdichten hinaus [60].

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Vernachlässigt wird der Term d /( $2\lambda_y$ +d) [ $H_x/\lambda_y - \partial_y H_x(y=a/2+d)$ ]  $\lambda_z/\lambda_J^2$ , der für d <<  $2\lambda_y$  sehr klein ist.

$$H_{x}(y,z) = H_{0} e^{-z/\lambda_{z}}$$

$$+ H_{0} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{4\lambda_{J}^{2}k}{1 + (\lambda_{z}k)^{2}} \frac{\sin(kz)\cosh(\sqrt{1 + (\lambda_{z}k)^{2}}y/\lambda_{y})}{(\lambda_{J}k)^{2}\cosh(\sqrt{1 + (\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}) + \sqrt{1 + (\lambda_{z}k)^{2}}\sinh(\sqrt{1 + (\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}})} \quad (2.53).$$

Da diese Lösung für alle Arten von Korngrenzen exakt gilt, läßt sich dieses Modell zur Beschreibung von Kupratmaterial von beliebig unterschiedlicher Herstellung anwenden. Die Materialbeschaffenheit spiegelt sich in den Materialparametern, nämlich der Kopplungsstärke  $\lambda_z^2 / \lambda_J^2$  der Korngrenzen und der relativen Korngröße a /  $2\lambda_y$ , wider.



**Fig.2.3.** Korngrenzenmodell: Darstellung der Feldverteilung und der Eindringtiefe  $\lambda(y)$  in einem Supraleiter mit unterschiedlich stark koppelnden Defektflächen, die vom Strom durchsetzt werden. Die unbeschrifteten Linien geben die Tiefe an, bei der das Feld auf den  $e^{-n}$ -ten Teil der anliegenden Feldstärke  $H_0$  abgeklungen ist (n = 1, 2, 3). Zur Berechnung wurden folgende Parameter verwendet:  $\lambda_z = 0,15 \ \mu m, \ \lambda_y = 0,5 \ \mu m$  (oben) bzw. 0,2  $\mu m$  (unten),  $\lambda_J = 3,0 \ \mu m$  (oben) bzw. 0,12  $\mu m$  (unten),  $a = 8 \ \mu m$  (oben) bzw. 1  $\mu m$  (unten),  $d/a \ll 1$ . Die Einheit der z-Achse (rechts) ist dann 1 $\mu m$ .

Im folgenden soll auf der Basis des laminaren Modells der Einfluß der Korngrenzen auf die Oberflächenimpedanz untersucht werden.

#### 2.1.4.1 Die Eindringtiefe im Korngrenzenmodell

Die Eindringtiefe im Korngrenzenmodell, die man aus der Definitionsgleichung (2.4) mit der Feldverteilung Gl.(2.53) erhält, ist ortsabhängig und variiert zwischen der London-Eindringtiefe  $\lambda_z$  des Korns und dem erhöhten Wert  $\lambda_J^{eff} > \lambda_z$  an den Korngrenzen. Wie tief das magnetische Feld effektiv in die Korngrenze eindringt, hängt – abgesehen von geometrischen Effekten bei kleinen Körnern – im wesentlichen von der Kopplungsstärke  $\lambda_z^2/\lambda_J^2$  ab. Für die effektive Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J^{eff}$  läßt sich statt des komlexen Ausdrucks, der aus den Gln.(2.4) und (2.53) mit y = a/2 folgt, für a >> 2 $\lambda_y$  eine sehr gute Näherung angeben [59]:

$$\lambda_{J}^{eff} \approx \lambda_{J} \sqrt{I + (\lambda_{z} / \lambda_{J})^{2}} \rightarrow \begin{cases} \lambda_{J} & \text{für } \lambda_{z}^{2} / \lambda_{J}^{2} << 1 \\ \lambda_{z} & \text{für } \lambda_{z}^{2} / \lambda_{J}^{2} >> 1 \end{cases}$$
(2.54).

Da Hochfrequenzmessungen über Bereiche mitteln, die viel größer sind als typische Korngrößen, ist es erforderlich, eine über die Oberfläche gemittelte Eindringtiefe  $\overline{\lambda}$ ,

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{a+d} \int_{0}^{a+d} dy \int_{0}^{\infty} dz \, \frac{H_x(y,z)}{H_0} = \frac{1}{a+d} \int_{0}^{a+d} dy \, \lambda(y)$$
(2.55),

einzuführen. In den Grenzfällen großer oder kleiner relativer Korngrößen  $a/2\lambda_y$  (LGL bzw. SGL)^{41} gelten mit

$$\overline{\lambda} \approx \left(1 - \frac{2\lambda_y}{a}\right) \lambda_z + \frac{2\lambda_y}{a} \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_j^2} \quad \text{für } a/2\lambda_y \gg 1 \quad (LGL)$$
  
$$\overline{\lambda} \approx \sqrt{\lambda_z^2 + \frac{2\lambda_y}{a} \lambda_j^2} \qquad \qquad \text{für } a/2\lambda_y \ll 1 \quad (SGL) \quad (2.56)$$

gute Näherungslösungen für die mittlere Eindringtiefe bei beliebiger Kopplungsstärke (mit der Vernachlässigung von d << a). Nur im LGL ist  $\overline{\lambda}$  der Durchschnittswert aus der Eindringtiefe  $\lambda_z$  des ungestörten Supraleiters und der effektiven Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J^{eff}$  für die Korngrenze sowie den angrenzenden Bereich erhöhten Feldeindringens, der sich um  $2\lambda_y$  ins Korn erstreckt.

Wie die Eindringtiefe im Zweiflüssigkeitsmodell, so ist auch die mittlere Eindringtiefe im Korngrenzenmodell nicht von der Frequenz abhängig. Für die Temperaturabhängigkeit hingegen ergibt sich ein anderer Zusammenhang als im Zweiflüssigkeitsmodell, da hier über  $\lambda_J$  die Funktionen  $\lambda_y(T)$  und  $J_{cJ}(T)$  eingehen. Während die London-Eindringtiefen  $\lambda_y(T)$  und  $\lambda_z(T)$  als intrinsische Eigenschaften des Supraleiters durch Gl.(2.30) mit der Temperaturabhängigkeit für  $n_{sl}$  aus Gl.(2.34) beschrieben werden können, d.h.

 $<sup>^{41}</sup>$  LGL: large grain limit,  $a/2\lambda_y >> 1;$  SGL: small grain limit,  $a/2\lambda_y << 1$ 

$$\lambda_{y,z}(T) = \frac{\lambda_{0\,y,z}}{\sqrt{I - (T/T_c)^4}}$$
(2.57),

bedarf es zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit  $J_{cJ}(T)$  genauerer Annahmen über die Korngrenzen.

Untersuchungen an polykristallinen Dünnschichten [61] und an Filmen auf Bikristallsubstraten [62, 63, 64] sowie auf Substraten mit vizinalen Oberflächen [65] haben ergeben, daß sowohl Groß- und Kleinwinkel-Korngrenzen als auch Antiphasengrenzen in YBCO (wie auch in anderen Kupraten) als inhomogene SsIsS-Kontakte verstanden werden können, d.h. als isolierende Barrieren (I) zwischen zwei Supraleitern (S), umgeben von Bereichen geschwächter Supraleitung (s), in denen unter Umständen paarbrechende Streuung eine Rolle spielt.<sup>42</sup> Eine hohe Dichte von lokalisierten Zuständen in der Barriere führt dazu, daß parallel zum Josephson-Strom ein resistiver Kanal, etwa durch resonantes Tunneln einzelner Ladungsträger, existiert. Dieser bestimmt den spezifischen Kontaktwiderstand  $\rho_N^{43}$ , der zusammen mit der kritischen Josephson-Stromdichte  $J_{cJ}$  die für eine Korngrenze charakteristische Größe  $J_{cJ}\rho_N \sim \Delta^*/q_e$  bildet. Dabei reflektiert die Energielücke  $\Delta^*$  den reduzierten Ordnungsparameter in den Bereichen geschwächter Supraleitung<sup>44</sup>. Für das  $J_{cJ}\rho_N$ -Produkt gilt ein Skalierungsverhalten der Form

$$J_{cI} \rho_N \propto \rho_N^{-1} \tag{2.58}.$$

Während der spezifische Kontaktwiderstand  $\rho_N$  essentiell temperaturunabhängig ist [61], zeigt der kritische Josephson-Strom nahe T<sub>c</sub> eine quadratische Temperaturabhängigkeit,  $J_{cJ} \propto (1-T/T_c)^2$ , und bei tieferen Temperaturen ein nahezu lineares Verhalten,  $J_{cJ} \propto (1-T/T_c)$ , [63]. Genauer wird dieser Temperaturbereich<sup>45</sup> durch den Ambegaokar-Baratoff-Ausdruck [67] für den kritischen Strom von SIS-Kontakten mit der Energielücke  $\Delta^*$  des Bereichs geschwächter Supraleitung wiedergegeben [62]:

$$J_{cJ}(T) = J_{cJ}(0) \frac{\Delta^{*}(T)}{\Delta^{*}(0)} \tanh \frac{\Delta^{*}(T)}{2k_{B}T} \quad \text{mit} \quad J_{cJ}(0) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta^{*}(0)}{q_{e} \rho_{N}}$$
(2.59).

Die Temperaturabhängigkeit der gemessenen Eindringtiefe  $\overline{\lambda}$  ergibt sich schließlich aus Gl.(2.56) und Gl.(2.51) mit den Temperaturfunktionen Gl.(2.57) und Gl.(2.59).

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> Die beobachteten Eigenschaften von Korngrenzen sind unabhängig vom Fehlorientierungswinkel für variierten Sauerstoffgehalt und über mehrere Größenordnungen der kritischen Stromdichte gültig; allerdings muß bei Kontakten mit  $J_{cl}(4K) > 10^6 \text{ A/cm}^2$  (Kleinwinkel-Korngrenzen) das Auftreten von Flußschlauchbewegung entlang der Korngrenze beachtet werden.

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Widerstand des Kontaktes multipliziert mit der Querschnittsfläche des Kontaktes

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Diese hängt vermutlich mit paarbrechender Streuung zusammen und kann durch den Sauerstoffgehalt beeinflußt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Der Ambegaokar-Baratoff-Ausdruck gilt bis T $\rightarrow$ 0, während das lineare Verhalten nur oberhalb ~T<sub>c</sub>/4 [66] angenommen werden kann.

#### 2.1.4.2 Der Oberflächenwiderstand im Korngrenzenmodell

Alle bisherigen Ansätze [68, 69, 70, 71, 72, 73], aus einem Korngrenzenmodell das Verhalten des Oberflächenwiderstands abzuleiten, beruhen auf Ersatzschaltbildern, die nur in bestimmten Grenzfällen den Gegebenheiten des Materials gerecht werden, oder gelten nur unter geometrischen Bedingungen, die es erlauben, Effekte durch die Änderung der Stromverteilung zu vernachlässigen<sup>46</sup>. Eine besondere Schwierigkeit besteht darin, die richtige Gewichtung von Beiträgen, die auf die effektive Korngrenzenleitfähigkeit  $\tilde{\sigma}_G$  (mit  $\sigma_{G1} \propto 1/\rho_N$ ) zurückzuführen sind, und Beiträgen, die die anisotrope Leitfähigkeit [ $\tilde{\sigma}$ ] des Korns enthalten, zu finden, ohne die Gültigkeit durch bestimmte Annahmen über die Korngröße einzuschränken. Denn wie schon Gln.(2.56) und (2.54) für die Eindringtiefe zeigen, beeinflussen sich Korn- und Korngrenzeneigenschaften gegenseitig.

Da in dieser Arbeit sowohl granulares Vollmaterial als auch epitaktische Dünnschichten untersucht werden, wird eine Formulierung benötigt, die die Bestimmung des Oberflächenwiderstands im Korngrenzenmodell für beliebige Materialparameter  $a/2\lambda_y$  und  $\lambda_z^2/\lambda_J^2$  erlaubt. Mit dem allgemeinen Ansatz (gemäß Gl.(2.11)) einer anisotropen, komplexen Leitfähigkeit  $\tilde{\sigma}_{y,z}$  (in y- bzw. z-Richtung) für die lokale Supraleitung des Korns und der Leitfähigkeit  $\tilde{\sigma}_G$  in der Korngrenze (in y-Richtung) läßt sich unter Verwendung des Verlustleistungsintegrals aus Gl.(2.15) und mit Hilfe der Maxwell-Gleichung *rot*  $\vec{H} \cong \vec{J}$  der mittlere Oberflächenwiderstand berechnen aus

$$\overline{R}_{s} = \frac{1}{(a+d)H_{0}^{2}} \int_{-a/2}^{+a/2} \int_{0}^{\infty} dz \left\{ \frac{\sigma_{yl}}{|\tilde{\sigma}_{y}|^{2}} \left| \partial_{z}H_{x}(y,z) \right|^{2} + \frac{\sigma_{zl}}{|\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} \left| \partial_{y}H_{x}(y,z) \right|^{2} \right\} + \frac{1}{(a+d)H_{0}^{2}} \int_{+a/2}^{+a/2+d} \int_{0}^{\infty} dz \frac{\sigma_{Gl}}{|\tilde{\sigma}_{G}|^{2}} \left| \partial_{z}H_{x}(y,z) \right|^{2}$$

$$(2.60).$$

Während die obere Zeile dieser Gleichung mit der Dissipation im Volumen des Korns verknüpft ist, in dem Stromkomponenten sowohl parallel zur Oberfläche (erster Summand) als auch – infolge des Korngrenzeneinflusses – senkrecht zur Oberfläche auftreten (zweiter Summand im Integral), entspricht die untere Zeile der Dissipation in der Korngrenze, in der der Strom nur parallel zur Oberfläche fließt (vgl. Annahmen zur 4. Randbedingung in Gl.(2.52)). Daß trotz d << a die untere Zeile nicht vernachlässigt werden kann, liegt an der temperaturunabhängigen Leitfähigkeit  $\sigma_{G1} \propto 1/\rho_N$ , durch die zumindest bei tiefen Temperaturen T  $\rightarrow 0$  der Beitrag der Korngrenze den des Korns dominieren kann.

Der mittlere Oberflächenwiderstand im Korngrenzenmodell folgt aus Gl.(2.60) durch Einsetzen der Feldverteilung  $H_x$  aus Gl.(2.53) mit  $H_x(y,z)$  für das Volumen des Korns bzw.  $H_x(a/2,z)$  für den Bereich der Korngrenze (vgl. Anhang A1). Das Ergebnis kann geschrieben werden als

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> In Schichten, die wesentlich dünner sind als die Eindringtiefe des Materials, kann die Stromverteilung immer als homogen angenommen werden.

$$\overline{R}_{S} = R_{SK} + R_{SG} = \frac{a}{a+d} R_{S}^{(\text{int}r)} (l+\zeta) + \frac{d}{a+d} \frac{\sigma_{GI}}{2 |\tilde{\sigma}_{G}|^{2} \lambda_{J}} \eta$$
(2.61),

wenn  $R_s^{(intr)}$  den intrinsischen Oberflächenwiderstand des defektfreien Materials bezeichnet. Die dimensionslosen Größen  $\zeta$  und  $\eta$  hängen von den Materialparametern ab, d.h. von der Kopplungsstärke der Korngrenze  $\lambda_z^2/\lambda_J^2$ , der relativen Korngröße  $a/2\lambda_y$  und (im Fall von  $\zeta$ ) von dem Anisotropieverhältnis  $v \cong (\sigma_{zl}\sigma_{y2})/(\sigma_{yl}\sigma_{z2})$ .

Im relevanten Bereich dieser Parameter nimmt der Faktor  $(1+\zeta)$  Werte zwischen ~0,1 und ~10 an. (Der exakte Ausdruck für  $\zeta$  ist im Anhang A1 angegeben.) Die Größe  $\zeta$ spiegelt zwei entgegengesetzte Effekte wider: Einerseits führt das (durch die Wirkung der Korngrenzen) tiefere Eindringen des Feldes in das Korn zur Erhöhung des dissipierenden Volumens, so daß der Beitrag zum Oberflächenwiderstand ansteigt (vgl. z-Integration in Gl.(2.60)). Andererseits weist die veränderte Feldverteilung geringere Gradienten in z-Richtung auf, so daß über den Term  $|\partial_z H_x|^2$  in Gl.(2.60), d.h. über die Verringerung der Abschirmströme, der Oberflächenwiderstandsbeitrag R<sub>S K</sub> des Korns reduziert wird. Interessanterweise muß deshalb der Korngrenzeneinfluß den Beitrag des Korns nicht unbedingt vergrößern, sondern kann diesen sogar um bis zu einer Größenordnung verringern.

Für die Abhängigkeit des Faktors  $\eta$  von den Materialparametern konnte eine gute Näherungsformel gefunden werden (vgl. Anhang A1). Mit dieser läßt sich der mittlere Oberflächenwiderstand im Korngrenzenmodell durch

$$\overline{R}_{s} \approx \frac{a}{a+d} R_{s}^{(\text{int}r)} (l+\zeta) + \frac{d}{a+d} \frac{2\pi^{2} f^{2} \mu_{0}^{2} \lambda_{J}^{3} \sigma_{GI}}{\sqrt{(\lambda_{z}/\lambda_{J})^{2} + \sqrt{l + (a/2\lambda_{y})^{-2}}}}$$
(2.62)

approximieren, solange auch in den Korngrenzen die Leitfähigkeit und die Eindringtiefe, also die Größen  $\sigma_{G2}$  und  $\lambda_J$ , wie im Zweiflüssigkeitsmodell miteinander verknüpft sind (vgl. Gl.(2.32) und Gl.(A1.23))<sup>47</sup>.

Die Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands ( $R_s \propto f^2$ ) wird durch die Korngrenzen offensichtlich nicht geändert<sup>48</sup>, da die Größe  $\zeta$  nicht von der Frequenz abhängt.

Die Temperaturabhängigkeit hingegen kann deutlich von der des defektfreien Supraleiters  $R_S^{(intr)}(T)$  abweichen, insbesondere durch den Korngrenzenbeitrag (zweiter Summand in Gl.(2.62)), dessen Temperaturabhängigkeit sich aus  $\lambda_J(T)$  mit Gl.(2.51) und mit den Temperaturfunktionen Gl.(2.57) und Gl.(2.59) ergibt, während  $\sigma_{G1} \propto 1/\rho_N$  eine temperaturunabhängige Größe ist. Die Temperaturabhängigkeit von  $\zeta$  muß in der Regel nicht beachtet werden, da ein Material, dessen Oberflächenwiderstand intrinsisch dominiert ist, solche Materialparameter aufweist, für die der Faktor (1+ $\zeta$ ) durch 1 approximiert werden kann (vgl. Gl.(A1.17)).

#### 2.1.5 Nichtlineare Oberflächenimpedanz Z<sub>S</sub>(H)

Die bisherigen Betrachtungen setzen voraus, daß der Strom als lineare Antwort auf das Vektorpotential angesehen werden kann, d.h. daß der Strom-Feld-Zusammenhang in

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> Der induktive Strom mit  $\sigma_{G2}$  dominiert den resistiven Strom (mit  $\sigma_{G1}$ ) durch die Korngrenze, wenn die Frequenz *f* kleiner ist als die Josephson-Frequenz, d.h. für  $f < J_{cJ} \rho_N / \Phi_0$  ist  $\sigma_{G1} < \sigma_{G2}$  und somit  $\sigma_{G2} \propto \lambda_J^{-2}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> die Gültigkeit von Gl.(A1.23) vorausgesetzt
Gl.(2.6) gilt und der Integralkern K nicht von der elektrischen bzw. magnetischen Feldstärke E bzw. H des Hochfrequenzfeldes abhängt. Unter diesen Umständen ist die Oberflächenimpedanz linear, d.h. nicht von der Feldstärke abhängig, wie Gln.(2.8) bzw. (2.9) zeigen.

Bei Normalleitern sind diese Verhältnisse gegeben, solange die Änderung der kinetischen Energie der Ladungsträger durch das Feld klein ist gegen die Fermi-Energie:  $v_F q_e \tau E \ll E_F$ , d.h., solange die Änderung der Gleichgewichtsverteilung der Fermionen linearisiert behandelt werden kann.

Bei Supraleitern hingegen führt die Energielücke  $\Delta \ll E_F$  eine viel kleinere Energieskala<sup>49</sup> ein, so daß nichtlineare Effekte bereits bei wesentlich geringeren Feldstärken auftreten können. Die durch ein anliegendes Feld H verursachte Energieänderung, die mit der Energielücke  $\Delta(T)$  verglichen werden muß, ist durch  $\delta E = m_s \vec{v}_s \cdot \vec{v}_s \sim \Delta(T) H / H_c$  gegeben, wobei  $\vec{v}_s$  das mit dem Strom der Cooper-Paare assoziierte Geschwindigkeitsfeld und  $H_c$  das thermodynamische kritische Feld bezeichnet [74]. Das nichtlineare Verhalten entsteht einerseits aus der paarbrechenden Wirkung des Geschwindigkeitsfeldes, die den von den phasenkohärenten Ladungsträgerpaaren getragenen Abschirmstrom J verringert, so daß die Eindringtiefe gemäß  $J = H/\lambda$ anwächst, und andererseits aus der bei endlichen Geschwindigkeiten ungleichen thermischen Anregungswahrscheinlichkeit für Quasiteilchen, die sich in bzw. gegen die Stromrichtung bewegen. Die erhöhte (erniedrigte) Besetzung von Zuständen mit Geschwindigkeitsvektoren, die antiparallel (parallel) zum Geschwindigkeitsvektor der phasenkohärenten Paare gerichtet sind, resultiert aus der Verschiebung der Zustandsdichte um die Energieänderung  $\delta E$ , die negativ (positiv) ist für Geschwindigkeitsvektoren gegen (in) die Bewegungsrichtung der Paare.

Nichtlineares Verhalten wirkt sich im allgemeinen unterschiedlich auf den Real- und den Imaginärteil der Oberflächenimpedanz aus. Daher kann zur Charakterisierung einer Nichtlinearität das Verhältnis der Feldstärkeabhängigkeiten von Oberflächenreaktanz und Oberflächenwiderstand herangezogen werden [75, 76], indem – nach Halbritter [77] – der dimensionslose Parameter  $r_{H}$ ,

$$r_{H} = \frac{\partial X_{s} / \partial H}{\partial R_{s} / \partial H}$$
(2.63),

eingeführt wird.

#### 2.1.5.1 Nichtlineare Oberflächenimpedanz von konventionellen Supraleitern

Betrachtet man einen (defektfreien) Supraleiter mit isotropem s-Wellen-Paarzustand und  $\xi / \lambda \ll 1$  in der Meissner-Phase, so ist die nichtlineare Korrektur in führender Ordnung quadratisch im anliegenden Feld. Für die Feldstärkeabhängigkeit der Eindringtiefe gilt [78]:

$$\lambda(T,H)^{-1} = \lambda(T,0)^{-1} \left[ 1 - \frac{1}{3} \alpha(T) \left( \frac{H}{H_0(T)} \right)^2 \right]$$
(2.64)

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> im Vergleich zu einer typischen Fermi-Energie von Metallen  $E_F^{(Me)} \sim 1..10 \text{ eV}$ , die wesentlich größer ist als die Fermi-Energie von Kupraten  $E_F^{(CuO)} \sim \Delta$ , wie schon Fig. 2.1 andeutet

mit  $H_0 = \frac{3}{4}\Delta/(v_F q_e \lambda) \approx H_c$  und der Temperaturfunktion  $\alpha(T) \ge 0$ , die wie die Dichte der Quasiteilchen mit abnehmender Temperatur exponentiell auf Null strebt:  $\alpha(T) \sim e^{-\Delta/k_g T}$  für T  $\rightarrow 0$ . Das nichtlineare Verhalten erwächst also aus der thermischen Besetzung der Quasiteilchenzustände, und im allgemeinen tritt die Bildung von Flußschläuchen bei  $H > H_{cI} \approx H_c \xi/\lambda$  ein, bevor sich dieser nichtlineare Meissner-Effekt bemerkbar macht.

Auch die Ginzburg-Landau-Theorie als phänomenologische Erweiterung des Zweiflüssigkeitsmodells und die Parmenter-Theorie, die die BCS-Theorie auf den Bereich endlicher Stromstärken für Supraleiter mit kleiner Kohärenzlänge ausdehnt, liefern eine quadratische Feldstärkeabhängigkeit mit dem thermodynamischen kritischen Feld als Skalierungsfeldstärke [79]. In der Ginzburg-Landau-Theorie entsteht die Nichtlinearität aus der Abhängigkeit der den supraleitenden Zustand charakterisierenden Funktion  $\Psi$ von der anliegenden Feldstärke. Da das Betragsquadrat dieser Funktion  $\Psi$ , der Ginzburg-Landau-Ordnungsparameter  $|\Psi|^2$ , proportional ist zur Dichte  $n_{sl}$  der supraleitenden Komponente, überträgt sich die Feldabhängigkeit auf die Oberflächenimpedanz. Die Parmenter-Theorie betrachtet die zusätzlichen thermischen Anregungen durch die effektive Verringerung der Energielücke um die mit dem Feld verbundene Energieänderung  $\delta E$ . Entsprechend verschwindet das nichtlineare Verhalten für T  $\rightarrow 0$ ebenso wie die Funktion  $\alpha(T)$  aus Gl.(2.64)<sup>50</sup>.

Aus Gl.(2.64) läßt sich die Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit  $\sigma_1$  nach Gl.(2.31) unter Verwendung von Gln.(2.30) und (2.20) zur Darstellung der Quasiteilchendichte ableiten:

$$\sigma_{I}(T,H) = \frac{\tau \left(\lambda_{p}^{-2} - \lambda_{L}(T,H)^{-2}\right)}{\mu_{0} \left(l + (\omega\tau)^{2}\right)} \approx \sigma_{I}(T,0) \left[1 + \frac{2\alpha(T)/3}{\lambda_{L}(T)^{2}/\lambda_{p}^{2} - l} \left(\frac{H}{H_{0}(T)}\right)^{2}\right] \quad (2.65).$$

Für den Oberflächenwiderstand erhält man mit Gl.(2.33) und  $\sigma_1 \ll \sigma_2$  in führender Ordnung in der Feldstärke:

$$R_{s}(T,H) \approx R_{s}(T,0) \left[ 1 + \left( 1 + \frac{2/3}{\lambda_{L}(T)^{2}/\lambda_{P}^{2} - 1} \right) \alpha(T) \left( \frac{H}{H_{0}(T)} \right)^{2} \right]$$
(2.66).

Somit folgt für den Parameter  $r_H$ :

$$r_{H} = \frac{X_{s}(T)}{R_{s}(T)} \frac{1 - \lambda_{L}(T)^{2} / \lambda_{P}^{2}}{1 - 3\lambda_{L}(T)^{2} / \lambda_{P}^{2}} \approx \frac{1 + (\omega\tau)^{2}}{\omega\tau} \frac{2\lambda_{P}^{2} / \lambda_{L}(T)^{2}}{3 - \lambda_{P}^{2} / \lambda_{L}(T)^{2}}$$
(2.67).

Da im Hochfrequenzbereich in der Regel  $\omega \tau \ll 1$  ist, nimmt dieser Parameter bei T = 0 einen sehr großen, aber endlichen Wert an:  $r_{H}(T=0) \approx 1 / \omega \tau$ .

 $<sup>^{50}</sup>$  Die Ginzburg-Landau-Theorie hingegen gilt nur nahe des Phasenübergangs, so daß Schlußfolgerungen für T << T\_c nicht sinnvoll sind.

#### 2.1.5.2 Nichtlineare Oberflächenimpedanz von unkonventionellen Supraleitern

Supraleiter mit Nullstellen der Energielücke, insbesondere also d-Wellen-Supraleiter, und  $\xi / \lambda \ll 1$  in der Meissner-Phase zeigen den sog. anomalen nichtlinearen Meissner-Effekt, dessen Ursprung die Quasiteilchenzustände nahe den Nullstellen der Energielücke sind. Die mit einem beliebig kleinem Feld *H* verbundene Energieänderung  $\delta E$ , die negativ ist für Quasiteilchenzustände mit  $\vec{v}_s$  entgegengerichteten Geschwindigkeitsvektoren, verursacht wegen des Verschwindens der Energielücke in bestimmten Richtungen auch bei T = 0 eine Besetzung dieser gegenläufigen Quasiteilchenanregungen. Diese führt zu einer linearen Feldstärkeabhängigkeit der Form [74]

$$\lambda(H)^{-1} = \lambda(0)^{-1} \left[ 1 - \frac{\beta}{3} \frac{H}{H_0} \right] \qquad \text{für } T = 0 \tag{2.68}$$

mit  $\beta = 2$  bzw.  $\sqrt{2}$  je nach Orientierung des anliegenden Feldes zu den Nullstellen bzw. den (Betrags-) Maxima der Energielücke; d.h., das nichtlineare Verhalten spiegelt – im Gegensatz zum linearen – die Anisotopie wider. Die charakteristische Feldstärke<sup>51</sup>  $H_0 \cong (\overline{v}_F / v_F^*)^3 H_c \approx H_c$  entspricht wieder ungefähr dem thermodynamischen kritischen Feld, wenn die Anisotropie der Fermi-Geschwindigkeit vernachlässigt werden kann. Für YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> läßt sich das Verhältnis zwischen der mittleren Fermi-Geschwindigkeit und der an einer Nullstelle zu  $\overline{v}_F / v_F^* \approx 0.9$  abschätzen.

Analog zur Herleitung der Gln.(2.66) und (2.67) ergeben sich aus Gl.(2.68) die Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands sowie der  $r_H$ -Parameter. Dabei muß in geringem Maße Streuung einbezogen werden wie in Gl.(2.46) und (2.47). Der Oberflächenwiderstand bei T = 0 ist linear in der anliegenden Feldstärke und läßt sich mit dem Mindestwert  $R_{S0}$  aus Gl.(2.48) schreiben als

$$R_{s}(H) \approx R_{s0} \left( 1 + \frac{\hbar}{4k_{B}\tau T^{*}} \right)^{3} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4k_{B}\tau T^{*}/\hbar}{1 + \hbar/(2k_{B}\tau T^{*})} \right) \frac{\beta}{3} \frac{H}{H_{0}} \right]$$
(2.69).

Für den  $r_H$ -Parameter folgt:

$$r_{H} \approx \left[\frac{\hbar\omega}{2\pi\Delta_{0}(0)} \left(1 + \frac{\hbar}{4k_{B}\tau T^{*}}\right)^{2} \left(1 + \frac{4k_{B}\tau T^{*}/\hbar}{1 + \hbar/(2k_{B}\tau T^{*})}\right)\right]^{-1}$$
(2.70).

Bei geringer Streuung, d.h. wenn  $(4\pi\tau\Delta_0/h)^{1/2} >> 1$ , nimmt dieser Parameter mit  $r_H \approx \pi \sqrt{\Delta_0 \tau / 2\hbar} / \omega \tau$  für unkonventionelle Supraleitung noch größere Werte an als für konventionelle (vgl. Gl.(2.67)).

Die beschriebene lineare, anisotrope Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz bei T = 0, die für unkonventionelle Supraleiter charakteristisch ist, kann nur ab einer Mindestfeldstärke  $H_s$  beobachtet werden, oberhalb der die mit dem anliegenden Feld

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Hier ist eingegangen, daß die Steigung der Energielücke Gl.(2.44) mit dem azimutalen Winkel an einer Nullstelle dem Betrag nach gerade  $2\Delta_0$  ist.

verbundene Energieänderung  $\delta E$  so groß ist, daß die Anregungen nicht wesentlich von der Störstellenstreuung beeinflußt werden. Für  $H_s$  gilt [74]:

$$H_{s} = \begin{cases} H_{0} \ e^{-t/\xi_{0}} & (Bornscher Limes) \\ H_{0} \ \sqrt{\frac{\pi\hbar/8}{\tau\Delta_{0}\ln(2\tau\Delta_{0}/\hbar)}} & (unit\ddot{a}rer Limes) \end{cases}$$
(2.71).

Während diese Feldstärke für schwache Streuung und typische mittlere freie Weglängen bei Kuprat-Supraleitern angesichts der kleinen Kohärenzlänge in den CuO-Ebenen verschwindend klein werden kann, sollte starke Streuung schon bei geringer Störstellenkonzentration zu Werten von  $H_s$  führen, die nicht wesentlich kleiner sind als die experimentell erreichten Hochfrequenzfeldstärken.

Mit wachsender Temperatur geht die lineare Feldstärkeabhängigkeit  $\delta\lambda \sim (H / H_0)$  aus Gl.(2.55), die nur für T << T<sub>c</sub> und 0 <  $H_T < H << H_0$  gilt, in eine quadratische der Form  $\delta\lambda \sim (H / H_T)^2$  für 0 <  $H < H_T$  über. Der Übergang findet statt, wenn die thermische Energie  $k_B$ T mit der Energieänderung  $\delta E$  durch das Feld vergleichbar wird, d.h. bei

$$H_T = \frac{k_B T}{\Delta_0} H_0 \tag{2.72}.$$

#### 2.1.5.3 Nichtlineare Oberflächenimpedanz im Korngrenzenmodell

Im Korngrenzenmodell resultiert das nichtlineare Verhalten der Oberflächenimpedanz aus der Feldstärkeabhängigkeit des kritischen Josephson-Stroms  $J_{cJ}$ . Für Hochfrequenzfelder ist die effektive Abhängigkeit<sup>52</sup> gegeben durch [80, 81, 82]

$$J_{cJ}(T,H) = \frac{J_{cJ}(T,0)}{1 + \pi H/H_J(T)}, \qquad H_J \approx H_B / \left(1 + \lambda_J^2 / \lambda_z^2\right)$$
(2.73).

Die Skalierungsfeldstärke  $H_B$  entspricht in etwa der Beugungsperiode der J(H)-Abhängigkeit eines einzelnen Josephson-Kontaktes und ist sehr viel kleiner als die Feldstärkeskalen  $H_0 \sim H_c$  von defektfreien Supraleitern. Wenn b die Breite des Josephson-Kontaktes bezeichnet (b ~ a), kann die Beugungsperiode nach folgendem Ausdruck berechnet werden [81]:

$$H_{B}(T) = \frac{\Phi_{0}}{\mu_{0}} \frac{1}{(2\lambda_{y} + d) b}$$
(2.74).

Über die Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J$  und die Kopplungsstärke  $\lambda_z^2/\lambda_J^2$  wirkt sich die Feldabhängigkeit  $J_{cJ}(H)$  auf die mittlere Eindringtiefe und den mittleren Oberflächenwiderstand aus.

Solange die induzierten Ströme noch eine lineare Näherung der Josephson-Beziehung zulassen  $(J = J_{cJ} \sin(\gamma) \propto \gamma$  wurde bei der Herleitung der Oberflächenimpedanz im Korn-

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> Die Abhängigkeit von Gleichfeldern kann wesentlich schwächer sein [82].

grenzenmodell vorausgesetzt), kann mit Gl.(2.51) aus Gl.(2.56) die Feldstärkeabhängigkeit der Eindringtiefe in den beiden Grenzfällen LGL ( $a/2\lambda_y >> 1$ ) und SGL ( $a/2\lambda_y << 1$ )

$$\overline{\lambda}(T,H) \approx \overline{\lambda}(T,0) \left( 1 + \frac{\pi}{2} \frac{H / H_J(T)}{\frac{a}{2\lambda_y(T)} \frac{\lambda_z(T)}{\lambda_J(T)} \sqrt{1 + \frac{\lambda_z^2(T)}{\lambda_J^2(T)}} + 1 + \frac{\lambda_z^2(T)}{\lambda_J^2(T)}} \right) \quad (LGL)$$

$$\overline{\lambda}(T,H) \approx \overline{\lambda}(T,0) \left( 1 + \frac{\pi}{2} \frac{H / H_J(T)}{1 + \lambda_z^2(T) 2\pi\mu_0 a J_{cJ}(T,0) / \Phi_0} \right)$$
(SGL) (2.75)

sowie aus Gl.(2.62) das nichtlineare Verhalten des Oberflächenwiderstands

$$\overline{R}_{s}(T,H) \approx \overline{R}_{s}(T,0) \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \frac{1}{1 + \frac{R_{s_{K}}(T,0)}{R_{s_{G}}(T,0)}} \left( 3 + \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{j}^{2}(T)}{\lambda_{z}(T)^{2}} \sqrt{1 + \frac{2\lambda_{y}(T)}{a}}} \right) \frac{H}{H_{j}(T)} \right]$$
(2.76)

(unter Vernachlässigung des Einflusses über  $\zeta$ ) abgeleitet werden. Ein Supraleiter mit Korngrenzen weist demnach eine lineare Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz mit einer sehr kleinen Skalierung  $H_J << H_c$  auf.

Für den *r*<sub>H</sub>-Parameter erhält man:

$$r_{H} = \frac{\omega\mu_{0}\lambda_{J}(T)}{R_{s_{G}}(T,0)} \frac{\frac{2\lambda_{y}(T)}{a}\sqrt{1 + \frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}}}{3 + 4\frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}} = \frac{\lambda_{y}(T)}{\omega\mu_{0}\sigma_{GI}d\lambda_{J}^{2}(T)} \frac{1 + \frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}}{\frac{3}{4} + \frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}}$$
(LGL)  
$$r_{H} = \frac{\omega\mu_{0}(\overline{\lambda}^{2}(T,0) - \lambda_{z}^{2}(T))}{R_{s_{G}}(T,0)} \frac{\overline{\lambda}(T,0)}{3\overline{\lambda}^{2}(T,0) + \lambda_{z}^{2}(T)} = \frac{\lambda_{y}(T)}{\omega\mu_{0}\sigma_{GI}d\lambda_{J}^{2}(T)} \frac{1 + \frac{a}{2\lambda_{y}(T)}\frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}}{\frac{1}{4} + \frac{a}{2\lambda_{y}(T)}\frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}}$$
(SGL)

In beiden Grenzfällen hängt dieser Parameter wesentlich von dem  $J_{cJ}\rho_{N}$ -Produkt der Korngrenze ab und fällt mit steigender Frequenz wie in den oben dargestellten Fällen defektfreier Supraleiter:  $r_{H} \propto J_{cJ}\rho_{N}/\omega \sim \Delta^{*}/\omega$ .

Eine Besonderheit kann für Material mit kleiner relativer Korngröße auftreten, insbesondere wenn das  $J_{cJ}\rho_N$ -Produkt so groß ist, daß der Korngrenzenbeitrag R<sub>S G</sub> nicht den mittleren Oberflächenwiderstand dominiert. In diesem Fall muß der Faktor (1+ $\zeta$ ) im Kornbeitrag berücksichtigt werden, der nach Gl.(A1.17) für a/2 $\lambda_y$  < 0,1 und mäßige bis

starke Kopplung der Korngrenzen  $\lambda_z^2/\lambda_J^2 > 0,1$  proportional ist zur Wurzel des kritischen Josephson-Stroms:  $(1+\zeta) \propto (J_{cJ}(H))^{1/2}$ , d.h., der Oberflächenwiderstand nimmt linear mit der Feldstärke ab, bis entweder die Kopplungsstärke die angegebene Grenze unterschreitet oder andere Beiträge anwachsen.

Außer der linearen Feldstärkeabhängigkeit folgt auch eine quadratische mit ebenfalls wesentlich reduzierten Skalierungsfeldern aus dem Korngrenzenmodell. Da die Korngrenze als SsIsS-Kontakt aufgefaßt wird, gibt es Bereiche (s) geschwächter Supraleitung, deren nichtlineares Verhalten mit der Ginzburg-Landau-Theorie beschrieben werden kann. An die Stelle der Feldstärke  $H_0 \approx H_c$  tritt hier die um Größenordnungen kleinere Skala  $H_{0(s)} = H_0 \Delta^* / \Delta \ll H_c$ , die wegen  $\Delta^* \propto J_{cJ} \rho_N$  von der Korngrenzen-charakteristik abhängt. ( $\Delta$  bezeichnet die Energielücke des ungestörten Supraleiters.)

Wenn sich der induzierte Strom an der Korngrenze dem kritischen Wert nähert, wird die Beziehung zwischen Strom und Phasendifferenz  $\gamma$  der Vielteilchenwellenfunktionen zu beiden Seiten des Josephson-Kontaktes zeitabhängig und nichtlinear. Entsprechend muß das Korngrenzenmodell erweitert werden. Es gilt statt des linearen Zusammenhangs  $J \approx J_{cJ} \gamma$  im nichtlinearen Korngrenzenmodell [83]:

$$\frac{\Phi_0}{2\pi J_{c_J}\rho_N}\frac{d\gamma}{dt} = \frac{J}{J_{c_J}}\cos(\omega t) - \sin(\gamma(t))$$
(2.78).

Die resultierende Phasendifferenz  $\gamma(t)$  zeigt eine verzerrte Oszillation in t und weist bei bestimmten (nicht äquidistanten) kritischen Stromdichten  $J_{cJ(i)}$  Phasensprünge um  $2\pi$  auf, die als das Auftreten dynamischer Flußquantisierung verstanden werden können. Wenn der Hochfrequenzstrom die Dichte  $J_{cJ(1)}$  erreicht, steigt der Oberflächenwiderstand sprunghaft an, und die Reaktanz des Kontaktes wechselt das Vorzeichen. Das gleiche Verhalten, jedoch mit abnehmender Sprunghöhe und abnehmendem Reaktanzbetrag, wiederholt sich bei allen folgenden Stromdichten  $J \approx J_{cJ(i)}$ , während in den Bereichen dazwischen, d.h. für  $J_{cJ(i)}$ ,  $< J < J_{cJ(i+1)}$ , der Widerstand im wesentlichen konstant bleibt und die Reaktanz in grober Näherung linear in J durch die Nullinie läuft [84]. Im Grenzfall  $J >> J_{cJ(1)}$  strebt die Reaktanz auf Null, und der Oberflächenwiderstand ist um den Wert  $\rho_N/(b\cdot c)$ , den Widerstand des Josephson-Kontaktes mit der Querschnittsfläche (b·c), gegenüber dem Grenzfall  $J << J_{cJ(1)}$  erhöht.

Für die Feldabhängigkeit der Oberflächenimpedanz eines Netzwerks solcher Josephson-Kontakte (im LGL) ergibt sich zunächst für  $H < H_{cJ} = J_{cJ} \lambda(J_{cJ})$  ein quadratisches Verhalten der Form [83]:

$$\overline{\lambda}(T,H) = \overline{\lambda}(T,0) + \frac{2\lambda_{y}(T)}{a} \frac{\lambda_{J}^{eff}(T,0)}{2} \frac{1 - (\Phi_{0}f)^{2} / (J_{cJ}\rho_{N})^{2}}{1 + (\Phi_{0}f)^{2} / (J_{cJ}\rho_{N})^{2}} \left(\frac{H}{H_{cJ}}\right)^{2}$$
(2.79)

und

$$\overline{R}_{S}(T,H) = R_{SK}(T) + R_{SG}(T,0) \left[ 1 + \frac{1}{1 + (\Phi_0 f)^2 / (J_{cJ} \rho_N)^2} \left(\frac{H}{H_{cJ}}\right)^2 \right]$$
(2.80),

so daß man den  $r_H$ -Parameter

$$r_{H} = \left(\frac{2\lambda_{y}(T)}{d}\right)^{2} \left(1 + \frac{\lambda_{z}^{2}(T)}{\lambda_{J}^{2}(T)}\right) \frac{J_{cJ}\rho_{N}}{\Phi_{0}f} \left[1 - \frac{(\Phi_{0}f)^{2}}{(J_{cJ}\rho_{N})^{2}}\right]$$
(2.81)

erhält.

Von der zu  $J_{cJ(1)}$  äquivalenten Feldstärke  $H_{cJ(1)} \ge H_{cJ}$  an setzen die mit der dynamischen Flußquantisierung zusammenhängenden Sprünge bei  $H_{cJ(i)}$  in der Oberflächenimpedanz ein, deren Lage und Form von der relativen Frequenz  $\Phi_0 f / J_{cJ} \rho_N$  abhängt. Für  $H >> H_{cJ(1)}$  erreicht die Eindringtiefe den Wert

$$\overline{\lambda}(T, H \to \infty) = \left(I - \frac{2\lambda_y(T)}{a}\right) \lambda_z(T) + \frac{2\lambda_y(T)}{a} \sqrt{\frac{\rho_N}{2\omega\mu_0 a}}$$
(2.82),

und der Oberflächenwiderstand strebt auf

$$\overline{R}_{S}(T, H \to \infty) = R_{SK}(T) + \frac{d}{a} \sqrt{\frac{\omega \mu_{0} \rho_{N}}{2a}}$$
(2.83)

(im LGL und unter Voraussetzung von  $\omega\!\mu_0\lambda_z^{\ 2}\!<\!<\rho_N\!/a)$  [83].

Angesichts der kleinen kritischen Felder in den Bereichen geschwächter Supraleitung können hier auch Abrikosov-Flußschläuche gebildet werden und nichtlineares Verhalten verursachen. Für ein Abrikosov-Flußschlauchsegment der Länge s gilt die von Gittleman und Rosenblum [85] vorgeschlagene Bewegungsgleichung

$$\eta_F \dot{x} + \alpha_F x = J\Phi_0 \tag{2.84}$$

mit der Viskosität  $\eta_F$ , der Pinning-Konstante  $\alpha_F$  und der Auslenkung x des Flußschlauchsegments sowie dem vom anliegenden Feld induzierten Hochfrequenzstrom *J* und unter Vernachlässigung der Trägheit. Mit der Flußschlauchbewegung ist die Oberflächenimpedanzänderung

$$\Delta Z_{s} = n_{F}(T,H) \frac{s \Phi_{0}^{2}}{\eta_{F}} \frac{1 + i \omega_{F} / \omega}{1 + (\omega_{F} / \omega)^{2}} \frac{1}{\lambda^{2}(T,H)} \quad mit \ \omega_{F} = \alpha_{F} / \eta_{F}$$
(2.85)

und somit der  $r_H$ -Wert

$$r_{H} = \omega_{F} / \omega \tag{2.86}$$

verbunden. Da die Dichte  $n_F$  der Flußschläuche, d.h. die Anzahl der Flußschlauchsegmente pro Oberflächeneinheit, linear mit dem anliegenden Feld wachsen sollte, erhält man für die Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanzänderung

$$\Delta X_{s} = \omega \mu_{0} \Delta \lambda \approx \omega \mu_{0} \alpha_{\lambda} H \quad und \quad \Delta R_{s} \propto \frac{H}{\lambda^{2}(T,H)} \propto \frac{H}{(1+2\alpha_{\lambda}H)\lambda^{2}(T)}$$
(2.87).

Ein detaillierteres Modell [86], das Flußschlauchsegmente in metastabilen Zuständen, separiert durch Energiebarrieren unterschiedlicher Höhe, annimmt, liefert (ebenfalls unter der Voraussetzung voneinander unabhängiger Flußschläuche)

$$\Delta R_{s} = n_{F}(H) \omega \left( aJ + \Delta R_{th}(T) \right),$$
  

$$\Delta X_{s} = n_{F}(H) \omega \left( aJ + \Delta X_{th}(T) \right)$$
(2.88).

Die Größe a ist eine Konstante, und die Temperaturfunktionen  $\Delta R_{th}(T)$  und  $\Delta X_{th}(T)$  bezeichnen die Beiträge der thermisch aktivierten Flußschlauchsegmente.

#### 2.1.5.4 Thermischer Einfluß

Mit wachsender Feldstärke nimmt unabdingbar auch die dissipierte Leistung zu, die je nach der thermischen Ankopplung des dissipierenden Volumens an die Umgebung zur Erwärmung dieses Volumens führen kann. Da der Oberflächenwiderstand und die Eindringtiefe von der Temperatur abhängen, kann mit der Feldstärke als Folge der Erwärmung die Oberflächenimpedanz ansteigen.

Ein funktionaler Zusammenhang  $Z_s(H)$  läßt sich für den thermischen Einfluß nicht ohne weiteres angeben, da hierzu außer der Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz die Temperaturänderung mit dem Feld dT / dH, die von den temperaturabhängigen Größen spezifische Wärme und Wärmeleitfähigkeit sowie von thermischen Kontaktwiderständen und den geometrischen Verhältnissen zwischen dem dissipierenden Volumen und dem Wärmereservoir abhängt, bekannt sein muß.

Zur Unterscheidung dieses thermischen Einflusses von den vorher dargestellten nichtlinearen Effekten eignet sich der  $r_{H}$ -Parameter, da in diesen der Zusammenhang zwischen der Feldstärke und der Temperaturerhöhung nicht eingeht.

Für den Fall einer globalen Erwärmung des Supraleiters ist der  $r_{H}$ -Parameter gegeben durch<sup>53</sup>

$$r_{H} = \frac{\partial X_{s} / \partial T}{\partial R_{s} / \partial T} = r_{T}$$
(2.89)

und aus der Kenntnis von  $\lambda(T)$  und  $R_s(T)$  leicht zu bestimmen. Findet die Erwärmung infolge der erhöhten Dissipation an den Korngrenzen nur lokal statt, so erhält man

$$r_{H} = \frac{\omega\mu_{0}(\partial\overline{\lambda}/\partial\lambda_{J})(d\lambda_{J}/dT)}{\partial R_{SG}/\partial T} = \begin{cases} \frac{\omega\mu_{0}\lambda_{J}^{eff}}{R_{SG}} \frac{2\lambda_{y}/a}{3+4\lambda_{z}^{2}/\lambda_{J}^{2}} & (LGL) \\ \frac{\omega\mu_{0}\overline{\lambda}}{R_{SG}} \left(3+4\frac{a}{2\lambda_{y}}\frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{J}^{2}}\right)^{-1} & (SGL) \end{cases}$$
(2.90).

Im Unterschied zu den elektrodynamischen Effekten werden thermische Einflüsse außerdem von wesentlich langsameren Zeitkonstanten bestimmt.

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> Das totale Differential dT / dH in Zähler und Nenner hebt sich heraus.

# 2.1.6 Effektive Oberflächenimpedanz $Z_{S\it eff}$ dünner Schichten

Alle bisherigen Betrachtungen zur Oberflächenimpedanz eines Materials gehen davon aus, daß die Ausdehnung d des Materials senkrecht zur Oberfläche sehr groß ist im Vergleich zur Eindringtiefe  $\lambda$ , d.h. d /  $\lambda >> 1$ . Wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, d.h., wenn im Abstand d von der Oberfläche eine Grenzfläche zu einem Medium mit anderen elektrodynamischen Eigenschaften besteht, dann treten Reflexionen auf, die zu einer veränderten Feldverteilung an der Oberfläche und im Material der Schichtdicke d führen. Hieraus resultiert eine effektive Oberflächenimpedanz der Schicht [87, 88], die von der Oberflächenimpedanz des Schichtmaterials und u.U. von den Impedanzen der anschließenden Medien abhängt. Diese Zusammenhänge zu kennen, ist unerläßlich für die Beschreibung von Meßergebnissen auf der Basis von mikroskopischen Theorien oder phänomenologischen Modellen, deren Vorhersagen in der Regel das ausgedehnte Material betreffen.

Für den allgemeinen Fall einer Abfolge von drei und vier Medien mit unterschiedlichen Impedanzen ist die Verteilung der transversalen elektrischen und magnetischen Felder, die sich infolge der auftretenden Vielfachreflexionen einstellt, im Anhang A3 angegeben. Im Sonderfall einer normal- oder supraleitenden dünnen Schicht auf einem Dielektrikum mit der Dielektrizitätszahl  $\varepsilon_r$  kann näherungsweise davon ausgegangen werden, daß das vom Vakuum in die Oberfläche eingedrungene Feld sowohl an der Grenzfläche zum Dielektrikum als auch am Übergang zum Vakuum vollständig reflektiert wird, da die Oberflächenimpedanz<sup>54</sup> des Leiters um Größenordnungen kleiner ist als der Feldwellenwiderstand von einem Dielektrikum (mit  $\varepsilon_r < 100$ ) bzw. von Vakuum ( $Z_F = Z_{F0} / \varepsilon_r^{1/2}$  bzw.  $Z_{F0}$ ).

Da die geänderte Feldverteilung eine erhöhte Stromdichte erfordert, führt die endliche Schichtdicke zu höherer Dissipation. Somit kommt einer dünnen Schicht eines Leiters ein effektiver Oberflächenwiderstand  $R_{Seff}$  zu, der größer ist als der Oberflächenwiderstand  $R_s$  desselben Leiters in unendlicher Ausdehnung. Das Verhältnis  $R_{Seff}/R_s$  kann man berechnen, indem die Verlustleistungsintegrale nach Gl.(2.15) bestimmt werden für eine Schicht mit der entsprechenden Feldverteilung und für einen ausgedehnten Leiter mit exponentiell abklingenden Feldern (vgl. Gl.(2.12)), die man im Limes d  $\rightarrow \infty$  aus der Feldverteilung in einer Schicht erhält.

Bei einem Supraleiter wird das Feld im Material durch die Abschirmung bestimmt; die Propagation kann – im Gegensatz zum Normalleiter – vernachlässigt werden, wie aus Gl.(2.12) mit k<<<  $\lambda^{-1}$  wegen  $\sigma_1 << \sigma_2$  ersichtlich ist. Damit kann die Schichtdicken-korrektur für den Oberflächenwiderstand eines Supraleiters geschrieben werden (vgl. Anhang A3) als

$$R_{S_{eff}} = R_{S}\left(\coth(d/\lambda) + \frac{d/\lambda}{\sinh^{2}(d/\lambda)}\right)$$
(2.91).

Die effektive Oberflächenreaktanz  $X_{Seff}$  und die effektive Eindringtiefe  $\lambda_{eff}$  eines Supraleiters ergeben sich aus den Größen  $X_S$  bzw.  $\lambda$  durch Bildung des Quotienten aus dem Imaginärteil des Verhältnisses von elektrischem zu magnetischem Feld an der Schichtoberfläche und dem Imaginärteil desselben Verhältnisses im Limes d  $\rightarrow \infty$  (vgl. Anhang A3):

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> bei den hier betrachteten Frequenzen unter 100 GHz

$$X_{s_{eff}} = \omega \mu_0 \lambda_{eff} = \omega \mu_0 \lambda \coth(d / \lambda) = X_s \coth(d / \lambda)$$
(2.92).

Dieselben Ergebnisse können formal auch aus einer Impedanztransformation unter Vernachlässigung von Termen in  $(R_s/X_s)^n$  mit n > 1 abgeleitet werden [88].

Sowohl für den Oberflächenwiderstand als auch für die Oberflächenreaktanz nehmen die Korrekturfunktionen mit wachsender Eindringtiefe im Verhältnis zur Schichtdicke zu. Bei allen untersuchten YBCO-Schichten ist im normalleitenden Zustand die Eindringtiefe wesentlich größer als die Schichtdicke, so daß der Dünnschichtgrenzfall  $d/\lambda \ll 1$  angewendet werden kann. In diesem wird die effektive Oberflächenimpedanz des Normalleiters, für den  $\sigma_1 \gg \sigma_2$  und somit  $R_s \approx X_s$  (vgl. Gln.(2.13), (2.17) und (2.22)) und  $k \approx 1/2\lambda$  (vgl. Gln.(2.12) bis (2.14)) gilt, nach Entwicklung der Exponentialfunktionen in  $d/2\lambda$  (vgl. Gln.(A3.12) und (A3.13)) bis zum quadratischen Glied zu

$$Z_{s_{eff}} = R_s \, \frac{2\lambda}{d} \tag{2.93}$$

Bemerkenswert ist, daß diese Größe keinen Imaginärteil hat, d.h., beim Übergang von der Supraleitung in den normalleitenden Zustand springt die gemessene Oberflächenreaktanz einer Schicht von dem erhöhten Effektivwert nach Gl.(2.92) auf Null. Der Realteil hingegen ist genau der Wert, auf den auch Gl.(2.91) im Dünnschichtgrenzfall strebt.

Außer der stärkeren Dissipation infolge der geänderten Feldverteilung können auch Transmissionsverluste dazu beitragen, daß an dünnen Schichten ein erhöhter Oberflächenwiderstand festgestellt wird. Dieser Beitrag R<sub>Strans</sub> läßt sich aus dem Poynting-Vektor in dem auf die Schicht folgenden Dielektrikum ableiten (vgl. Anhang A3). Man erhält im supraleitenden Zustand

$$R_{S_{trans}} = \frac{X_S^2 / Z_F}{\sinh^2 \left( d / \lambda \right)}$$
(2.94),

und im normalleitenden Zustand ergibt sich im Dünnschichtgrenzfall (nach Entwicklung der Exponentialfunktionen in Gl.(A3.15) bis zum quadratischen Glied in  $d/2\lambda$ )

$$R_{S_{trans}} = R_S \frac{R_S}{Z_F} \left(\frac{2\lambda}{d}\right)^2$$
(2.95).

Folgt auf das Dielektrikum noch ein elektrisch leitendes Material (vgl. Anhang A3), so wird der Transmissionsbeitrag im allgemeinen reduziert. Zugleich können dann aber auch Resonanzen im Dielektrikum auftreten, die diesen Beitrag drastisch ansteigen lassen und daher vermieden werden müssen.

#### 2.2 Experimentelle Bestimmung der Oberflächenimpedanz

Um ein gering absorbierendes Material hinsichtlich seiner Oberflächenimpedanz zu charakterisieren, sind hochempfindliche Multi-pass-Meßmethoden erforderlich, bei denen die Hochfrequenz- (HF-) Welle zwischen Aussendung und Detektion mehrfach auf eine

Probe des zu untersuchenden Materials trifft. Dies kann erreicht werden, indem die Probe einen Teil eines Resonators darstellt, der in die HF-Leitung eingebracht wird. Hochfrequenzresonatoren können u.a. in (Micro-)Stripline-Technik (z.B. [89]), als Parallelplattenanordnung (z.B. [90]), als abgeschirmter dielektrischer Zylinder, dessen eine Stirnseite an der Probe befestigt wird (eine Übersicht dielektrischer Resonatoren gibt [91]), oder als Hohlraum (z.B. [92]), in dem die Probe einen Teil der Bewandung ersetzt, ausgeführt sein.

Zu den Vorteilen des Hohlraumresonators gehört, daß diese Methode ohne Materialien und Grenzflächen im Resonanzvolumen auskommt, daß sie zerstörungsfrei ist (die Probe muß beispielsweise nicht strukturiert werden), daß die Abstrahlung gering ist (im Vergleich zu offenen Resonatoren) und daß die gesamte Oberfläche der Probe erfaßt wird. Da die Probendicke nur eine geringe Rolle spielt, können sowohl Dünnschichten als auch Vollmaterialproben in Hohlraumresonatoren eingesetzt werden. Außerdem sind der Meßbarkeit von Proben hinsichtlich ihrer Absorption kaum Grenzen gesetzt aufgrund der hohen Selektivität der Resonanzen sowie der Möglichkeit, die Ankopplung des Resonators an den HF-Schaltkreis über mehrere Größenordnungen zu variieren. Für Messungen bei höherer Leistung ist es darüber hinaus von Vorteil, daß die Feldverteilung auf der Probe analytisch zugänglich ist und (bei Wahl einer entsprechenden Resonanz) keine Feldüberhöhung durch Felder oder Ströme am Rand der Probe auftritt. Eine weitere Besonderheit ergibt sich aus dem relativ großen Resonanzvolumen, das die Fähigkeit eines Resonators, Feldenergie zu speichern, erhöht und somit zu großen Einschwing- und Abklingzeiten führt.

#### 2.2.1 Idealer und realer Hohlraumresonator

Ein Volumen, das abgeschlossen ist von ideal elektrisch leitenden Wänden, auf deren Oberfläche kein tangentiales elektrisches Feld bestehen kann ( $E_{tan} = 0$ ), läßt sich, wie die Maxwellschen Gleichungen vorhersagen, zu elektromagnetischen Schwingungen anregen [93]. Solch ein idealer Hohlraum schwingt bei diskreten Frequenzen, zu denen bestimmte Feldverteilungen stehender elektromagnetischer Wellen gehören. Diese Schwingungszustände werden als Moden bezeichnet.

In den verwendeten zylindrischen Hohlraumresonatoren, deren Durchmesser D und Längen L im cm-Bereich liegen, können transversal-elektrische (TE<sub>mnp</sub>, m  $\ge 0$ , n,p  $\ge 1$ ) und transversal-magnetische Moden<sup>55</sup> (TM<sub>mnp</sub>, m,p  $\ge 0$ , n  $\ge 1$ ) im GHz-Bereich erregt werden, deren Frequenzen und räumliche Feldverteilungen wegen der hohen Symmetrie der Zylinderkavität analytisch berechenbar sind. Für das TE-Spektrum erhält man die Frequenzen

$$f_{mnp}^{(TE)} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{2\alpha'_{mn}}{\pi D}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}$$
(2.96)

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  im evakuierten Hohlraum und den n-ten Nullstellen  $\alpha_{mn}$  bzw.  $\alpha'_{mn}$  der Bessel-Funktionen  $J_m$  bzw. der abgeleiteten Bessel-Funktionen  $J'_m$ . Die Feldverteilung der TE-Moden lautet (in Zylinderkoordinaten)

<sup>&</sup>lt;sup>55</sup> TE- bzw. TM-Moden weisen orthogonale Feldverteilungen auf, bei denen die elektrische bzw. magnetische Feldkomponente in Richtung der Rotationsachse des zylindrischen Hohlraums verschwindet. Die Indizes m,n,p bezeichnen die Anzahl der halben Wellenlängen in azimutaler, radialer und axialer Richtung.

$$H_{r} = H_{0} \frac{\pi}{2} \frac{p}{\alpha'_{mn}} \frac{D}{L} J'_{m}(2\alpha'_{mn}r/D) \cos(m\varphi) \cos(p\pi z/L)$$

$$H_{\varphi} = -H_{0} \frac{\pi}{4} \frac{mp}{\alpha'_{mn}} \frac{D^{2}}{rL} J_{m}(2\alpha'_{mn}r/D) \sin(m\varphi) \cos(p\pi z/L)$$

$$H_{z} = H_{0} J_{m}(2\alpha'_{mn}r/D) \cos(m\varphi) \sin(p\pi z/L)$$

$$E_{r} = i\mu_{0}H_{0}f_{mnp}^{(TE)} \frac{\pi}{2} \frac{m}{\alpha'_{mn}} \frac{D^{2}}{r} J_{m}(2\alpha'_{mn}r/D) \sin(m\varphi) \sin(p\pi z/L)$$

$$E_{\varphi} = i\mu_{0}H_{0}f_{mnp}^{(TE)} \frac{\pi}{\alpha'_{mn}} J'_{m}(2\alpha'_{mn}r/D) \cos(m\varphi) \sin(p\pi z/L)$$

$$E_{z} \equiv 0$$
(2.97)

Für das TM-Spektrum ergeben sich die Frequenzen

$$f_{mnp}^{(TM)} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{2\alpha_{mn}}{\pi D}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}$$
(2.98),

und die Feldverteilung wird (mit  $E_0 = Z_{F0} H_0$ ) beschrieben durch

$$H_{r} = -i\varepsilon_{0}E_{0}f_{mnp}^{(TM)}\frac{\pi}{2}\frac{m}{\alpha_{mn}^{2}}\frac{D^{2}}{r} \quad J_{m}(2\alpha_{mn}r/D) \quad \sin(m\varphi) \quad \cos(p\pi z/L)$$

$$H_{\varphi} = -i\varepsilon_{0}E_{0}f_{mnp}^{(TM)}\frac{\pi D}{\alpha_{mn}} \quad J_{m}'(2\alpha_{mn}r/D) \quad \cos(m\varphi) \quad \cos(p\pi z/L)$$

$$H_{z} \equiv 0$$

$$E_{r} = E_{0}\frac{\pi}{2}\frac{p}{\alpha_{mn}}\frac{D}{L} \quad J_{m}'(2\alpha_{mn}r/D) \quad \cos(m\varphi) \quad \sin(p\pi z/L)$$

$$E_{\varphi} = E_{0}\frac{\pi}{4}\frac{mp}{\alpha_{mn}^{2}}\frac{D^{2}}{rL} \quad J_{m}(2\alpha_{mn}r/D) \quad \sin(m\varphi) \quad \sin(p\pi z/L)$$

$$E_{z} = E_{0} \quad J_{m}(2\alpha_{mn}r/D) \quad \cos(p\pi z/L) \quad (2.99).$$

Im realen Hohlraumresonator, dessen Wände eine endliche elektrische Leitfähigkeit bzw. eine von Null verschiedene Oberflächenimpedanz aufweisen, kann das Feld in die Oberfläche eindringen und hier von den Ladungsträgen absorbiert werden. Diese Störung der Randbedingung  $E_{tan} = 0$  führt zum einen zu einer effektiven Vergrößerung der Hohlraumabmessungen D und L um die für das Wandmaterial charakteristische Eindringtiefe  $\lambda$  und somit zur Verschiebung der Resonanzfrequenzen, und zum anderen bedeutet die Absorption in der Oberfläche eine Dämpfung der Resonanz.

Wenn ein Teil der Wand der zylindrischen Kavität, z.B. eine Endplatte, aus einer Probe des zu untersuchenden Materials besteht und der Zylindermantel sowie die andere Endplatte aus einem Referenzmaterial gefertigt ist, dann kann aus Messungen der Frequenzverschiebung und der Dämpfung einer bestimmten Hohlraumresonatormode auf die Eindringtiefe und die Oberflächenreaktanz sowie auf den Oberflächenwiderstand der Probe geschlossen werden.<sup>56</sup> Da die Absorption im Referenzmaterial wesentlichen Einfluß auf die Meßempfindlichkeit hat, werden in dieser Arbeit Resonatoren verwendet, bei denen der becherförmige Teil aus supraleitendem Niob besteht.

Um Störungen infolge von unterbrochenen Strompfaden, die über den Probenrand auf das galvanisch von der Probe getrennte Referenzmaterial führen, zu vermeiden<sup>57</sup>, müssen

<sup>&</sup>lt;sup>56</sup> Da in dieser Anordnung die Oberfläche der Probe nicht gekrümmt ist, sind die Voraussetzungen für die Gültigkeit des Ansatzes ebener Wellen bei der Darstellung der Oberflächenimpedanz in Kap.2.1 gegeben.
<sup>57</sup> Sehon den unsurmeisten Stationer Stationer

<sup>&</sup>lt;sup>57</sup> Schon der unvermeidbare Spalt zwischen zwei aneinandergesetzten Flächen genügt, um eine Resonanz mit Strömen senkrecht zur Grenzfläche signifikant zu stören. Da außerdem in der gewählten Anordnung die Probe thermisch vom Referenzmaterial entkoppelt sein soll, muß sogar eine Lücke zwischen dieser Endplatte und dem Zylindermantel bestehen.

Moden gewählt werden, die nur zirkulare Ströme in der Endplatte anwerfen. Dies sind die TE<sub>0np</sub>-Moden. Diese sind jedoch in der idealen Kavität mit den TM<sub>1np</sub>-Moden entartet (vgl. Gln.(2.96) und (2.98) mit  $\alpha'_{0n} = \alpha_{1n}$ ), so daß eine Unterdrückung und Frequenzverschiebung der unerwünschten Moden erforderlich ist. Hierzu eignet sich ein Spalt zwischen Endplatte und Zylindermantel, der kaum Auswirkungen auf die TE<sub>0np</sub>-Moden eine starke Störung darstellt.<sup>58</sup> Darüber hinaus dient er der thermischen Entkopplung von Probe und Referenzmaterial.

Damit Resonanzen in der Kavität angeregt und beobachtet werden können, weist der reale Hohlraumresonator zur Einspeisung und Auskopplung von Hochfrequenzleistung zwei Öffnungen (Koppellöcher) in der Hohlraumwand auf. Ihre Position muß auf die Feldverteilung der zur Messung verwendeten Moden abgestimmt sein.



**Fig.2.4.** Querschnitt durch den zylindrischen Hohlraumresonator mit der Probe als Endplatte: Darstellung der Feldlinien des magnetischen Feldes in drei  $TE_{0np}$ -Moden. Die Oberflächenströme fließen senkrecht zur Schnittebene und sind als kleine Kreise mit einem Punkt oder einem Kreuz in der Mitte (je nach Stromrichtung bei einer bestimmten Oszillationsphase) angedeutet. Die Dichte der eingezeichneten Feldlinien ist willkürlich gewählt; ihre Form entspricht genau Gl.(2.97). Der Bereich unterhalb der Koppellöcher und die – abweichend von der vereinfachenden obigen Darstellung – nicht axialsymmetrischen Lochpositionen werden weiter unten erläutert.

<sup>&</sup>lt;sup>58</sup> Realisiert wird dieser Spalt, indem die scheibenförmige Probe, die zusammen mit einem Probenträger einen Zylinder der Höhe h und des Durchmessers  $D_D < D$  darstellt, an einem Probenhalter zentriert in den aus dem Referenzmaterial gefertigten becherförmigen Teil des Resonators gehängt wird. So entsteht ein ringförmiges Störvolumen der Höhe h und der Breite (D-D<sub>D</sub>)/2, das zur Frequenzverschiebung der TM-Moden führt, wie in [94] detailliert untersucht wurde. Ist h in etwa ein Viertel der HF-Wellenlänge, so kann Abstrahlung durch den Spalt durch die Reflexionen an Ober- und Unterseite des Störvolumens, die sich destruktiv überlagern, minimiert werden.

#### 2.2.2 Gütefaktor Q

Die meßbare Größe, über die die Bestimmung des Oberflächenwiderstands der Probe erfolgt, ist die Güte Q. Sie setzt die beiden charakteristischen Zeiten einer Resonanz, die HF-Periode 1/f und die Dämpfungskonstante (oder Abklingzeit)  $\tau$  (vgl. Anhang A2), miteinander in Beziehung. Wenn die Dämpfung des Resonators gering ist, d.h., wenn die Energie, die dem Resonator in einer Hochfrequenzperiode durch Absorption und Abstrahlung verlorengeht, viel kleiner ist als die im Resonator gespeicherte Feldenergie E, läßt sich ein Gütefaktor Q für den bei der Frequenz  $f = \omega/2\pi$  erregten Resonator definieren als

$$Q = \frac{\omega E}{P_{ges}}$$
(2.100).

Die Verlustleistung  $P_{ges}$  schließt dabei alle Mechanismen ein, die zur Dämpfung der elektromagnetischen Schwingung führen, und ist wie die im folgenden aufgeführten Verlustbeiträge als Mittelwert über eine HF-Periode anzusehen. Für die in Fig.2.4 dargestellte Kavität setzt sich die gesamte Verlustleistung zusammen aus der Absorption  $P_D$  in der Probe, der Absorption  $P_B$  im becherförmigen, aus dem Referenzmaterial (Niob) gefertigten Teil des Resonators, der Abstrahlung  $P_{rad i}$  und  $P_{rad o}$  in das Ein- bzw. Auskoppelloch und schließlich aus zusätzlichen Verlusten  $P_{add}$ , die aus den weiter unten beschriebenen Störungen, beispielsweise dem Spalt, resultieren. Dielektrische Verluste müssen nicht berücksichtigt werden, da sich in der evakuierten Kavität kein dielektrisches Material befindet.<sup>59</sup>

Definiert man zu jedem dieser Dämpfungsmechanismen analog zu Gl.(2.100) einen partiellen Gütefaktor mit dem Index der zugehörigen Verlustleistung, so läßt sich die reziproke Güte Q<sup>-1</sup> schreiben als

$$\frac{1}{Q} = \frac{P_D}{\omega E} + \frac{P_B}{\omega E} + \frac{P_{rad i}}{\omega E} + \frac{P_{rad o}}{\omega E} + \frac{P_{add}}{\omega E} = \frac{1}{Q_D} + \frac{1}{Q_B} + \frac{1}{Q_{rad i}} + \frac{1}{Q_{rad o}} + \frac{1}{Q_{add}}$$
(2.101).

Die Feldenergie E im Resonatorvolumen V hängt mit der Feldamplitude  $H_0$  aus Gl.(2.97) (bzw. Gl.(2.99)) über einen modenabhängigen Geometriefaktor  $a_{mnp}$  (bzw. a'<sub>mnp</sub> im Fall der TM-Moden) zusammen:

$$E = \int_{V} dV \left( \frac{\mu_0}{2} H^2(\vec{r}, t) + \frac{\varepsilon_0}{2} E^2(\vec{r}, t) \right) = \frac{\mu_0}{2} \int_{V} dV \ H^2(\vec{r}) = a_{mnp} H_0^2$$
(2.102).

Für die verwendeten  $TE_{0np}$ -Moden ergibt sich durch Einsetzen von Gl.(2.97) in Gl.(2.102) der Geometriefaktor

$$a_{0np} = \frac{\pi}{8} \alpha_{In} J_0^{2}(\alpha_{In}) \sqrt{1 + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}} \frac{D}{L}\right)^2} \frac{LD Z_{F0}}{2\pi f_{0np}}$$
(2.103).

<sup>&</sup>lt;sup>59</sup> In den  $TE_{0np}$ -Moden können auch an den Oberflächen keine dielektrischen Verluste entstehen, da diese Moden kein elektrisches Feld senkrecht zur Oberfläche aufweisen.

Wenn ein Resonator, der mit der Feldenergie  $E_a = a_{mnp} H_{0a}^2$  angefüllt worden ist, von einem Zeitpunkt t = 0 an der freien Schwingung überlassen wird, bestimmt die Verlustleistung  $P_{ges}$  die zeitliche Änderung der gespeicherten Feldenergie dE/dt und somit die Abnahme der Feldamplitude  $H_0$ . Da diese mit der Dämpfungskonstanten  $\tau$  exponentiell abklingt gemäß  $H_0 = H_{0a} \exp(-t/2\tau)$ , wie in Anhang A2 zur gedämpften Oszillation des linearen Resonators berechnet wird, läßt sich die Verlustleistung ausdrücken durch

$$P_{ges} = -\frac{dE}{dt} = a_{mnp} H_{0a}^{2} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{1}{\tau} E$$
(2.104).

Eingesetzt in Gl.(2.100), folgt aus dieser Beziehung, daß die Güte das  $2\pi$ -fache des Verhältnisses von der Abklingzeit  $\tau$  zur HF-Periode 1/f nahe der Resonanz darstellt:

$$Q = \omega \tau = 2\pi f \tau \tag{2.105}.$$

# 2.2.3 Bestimmung der linearen Oberflächenimpedanz aus Gütefaktor und Resonanzfrequenz

Solange die Oberflächenimpedanz aller Wandflächen des Hohlraumresonators unabhängig vom HF-Feld, d.h. linear, ist, lassen sich der Oberflächenwiderstand und die Eindringtiefe der Probe aus den meßbaren Resonatorgrößen Gütefaktor Q und Resonanzfrequenz  $f_R$  über einen berechenbaren Geometriefaktor bestimmen. Die zugrundeliegenden Beziehungen werden im folgenden dargelegt.

#### 2.2.3.1 Oberflächenwiderstand und Güte

Die absorbierte Leistung in einem Oberflächenelement dA der Kavität am Ort  $\vec{r}$ , an dem ein magnetisches Wechselfeld der Amplitude  $H_{tan}(\vec{r})$  anliegt, ist durch das Skalarprodukt aus  $dA \cdot \hat{n}$  und dem Realteil des Poynting-Vektors aus Gl.(2.3) gegeben.

Um die Absorptionsbeiträge der Probe und des Bechers aus Niob zu berechnen, müssen die entsprechenden Integrale über die Endplattenfläche  $S_D$  bzw. die Becheroberfläche  $S_B$  ausgeführt werden. Schließlich erhält man für die reziproken Güten  $Q_D^{-1}$  bzw.  $Q_B^{-1}$ 

$$\frac{1}{Q_{D}} = \frac{P_{D}}{\omega E} = \frac{\frac{1}{2}R_{S}}{2\pi} \int_{S_{D}} dA |H_{tan}(\vec{r})|^{2}}{2\pi} = \frac{R_{S}}{\Gamma_{D}}$$
$$\frac{1}{Q_{B}} = \frac{P_{B}}{\omega E} = \frac{\frac{1}{2}R_{S}^{Nb}}{2\pi} \int_{S_{B}} dA |H_{tan}(\vec{r})|^{2}}{2\pi} = \frac{R_{S}^{Nb}}{\Gamma_{B}}$$
(2.106).

R<sub>s</sub> bzw. R<sub>s</sub><sup>Nb</sup> bezeichnen die Oberflächenwiderstände der Probe bzw. des Referenzmaterials (Niob), *f<sub>R</sub>* ist die Resonanzfrequenz des angeregten TE<sub>mnp</sub>- oder TM<sub>mnp</sub>-Modes und a<sub>mnp</sub> (oder a'<sub>mnp</sub>) der zugehörige Geometriefaktor aus Gl.(2.102). Die modenabhängige Feldverteilung *H*<sub>tan</sub>( $\vec{r}$ ) auf den Oberflächen S<sub>D</sub> und S<sub>B</sub> ergibt sich aus Gl.(2.97) oder Gl.(2.99). Da auch die Oberflächenintegrale in Gl.(2.106) ebenso wie die Feldenergie über eine moden- und geometrieabhängige Konstante zu *H*<sub>0</sub><sup>2</sup> proportional sind, können die reziproken Güten als Quotient aus dem jeweiligen Oberflächenwiderstand und einem partiellen Geometriefaktor Γ<sub>D</sub> für die Endplatte bzw. Γ<sub>B</sub> für den Becher geschrieben werden.

Diese Geometriefaktoren haben die Dimension eines Widerstands, hängen von der angeregten Mode ab und können reziprok addiert werden, wenn zwei Oberflächenteile zusammengefaßt werden sollen. Für den gesamten Geometriefaktor  $\Gamma_{ges}$  der Zylinderkavität erhält man demnach:  $\Gamma_{ges} = (\Gamma_D^{-1} + \Gamma_B^{-1})^{-1}$ .

Die Formeln zur Bestimmung der Geometriefaktoren in den zur Messung herangezogenen TE<sub>0np</sub>-Moden sind:

$$\Gamma_{D} = \frac{\alpha_{In}}{2} \frac{\sqrt{I + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{2}}}{\frac{I}{2} \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}} Z_{F0} = \frac{\frac{\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{3}}{\frac{I}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{2} - I} Z_{F0}}{\frac{I}{2} \left(\frac{\pi}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{2}} Z_{F0}} = \frac{\frac{\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{2} - I}{1 + \frac{I}{2} \left(\frac{\pi}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}} Z_{F0}} = \frac{\frac{\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{3}}{1 + \frac{I}{2} \left(\frac{\pi}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}} Z_{F0}} = \frac{\frac{\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{2} - I}{1 + \frac{I}{2} \left(\frac{\pi}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{\alpha_{In}}\right)^{2}} Z_{F0}}$$

$$\Gamma_{ges} = \frac{\alpha_{In}}{2} \frac{\sqrt{I + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}}}{1 + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}} Z_{F0}} = \frac{\frac{\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{2} - I}{1 + \frac{2\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{2} - I}$$
(2.108),
$$\Gamma_{ges} = \frac{\alpha_{In}}{2} \frac{\sqrt{I + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}}}{1 + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{In}}\right)^{2} \left(\frac{D}{L}\right)^{3}} Z_{F0}} = \frac{\frac{\alpha_{In}}{2} \left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{3} - I}{1 + \frac{2\alpha_{In}}{2\alpha_{In}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{\alpha_{In}} \frac{Df}{c_{0}}\right)^{2} - I}}$$
(2.109).

Mit diesen Geometriefaktoren, die in Tab.2.1 für die am häufigsten verwendete Resonatorgeometrie explizit aufgeführt sind, läßt sich aus der Messung der Resonatorgüte in einer der TE<sub>0np</sub>-Moden und bei Kenntnis des Oberflächenwiderstands des Referenzmaterials der Oberflächenwiderstand der Probe bestimmen, wenn die Gütebeiträge der Ein- und Auskopplung sowie der Zusatzverluste entweder vernachlässigbar klein oder durch eine separate Messung oder Berechnung zugänglich sind.

(2.109).

n	р	$f_{0np}$ [GHz]	$\Gamma_{ges}$ [ $\Omega$ ]	$\Gamma_{\rm B}$ [ $\Omega$ ]	$\Gamma_{\rm D}$ [ $\Omega$ ]	$A_{0np}$ [ $\Omega m^2$ ]	$V_{0np}$
1	1	9,160868	778,40	819,78	15421,4	0,226673	0,20853
1	2	10,610266	927,61	1097,73	5985,8	0,352183	0,41707
1	3	12,662471	1136,41	1517,88	4521,8	0,598612	0,62560
1	4	15,073246	1378,14	2030,29	4290,5	1,009742	0,83413
1	5	17,696652	1638,22	2594,87	4443,6	1,634042	1,04266
2	1	16,089162	1352,85	1375,13	83484,0	0,203392	0,06775
2	2	16,956338	1443,27	1533,88	24430,9	0,238083	0,13550
2	3	18,310593	1583,56	1790,98	8646,5	0,299806	0,20325

Tab.2.1. Die Resonanzfrequenzen und Geometriefaktoren der zur Messung herangezogenen TE<sub>0np</sub>-Moden für eine zylindrische Kavität mit Durchmesser D = 42,4 mm und Länge L = 48,5 mm. Der Geometriefaktor  $A_{0np} = 2\pi f_{0np} a_{0np}$  wird zur Bestimmung der Feldstärkeamplitude  $H_0$  benötigt und wie das Verhältnis V<sub>0np</sub> in 2.2.7 eingeführt. V<sub>0np</sub> ist der Quotient aus der maximalen Feldstärke H<sub>m</sub> an der Probe und der Feldamplitude  $H_0$ .

#### 2.2.3.2 Eindringtiefeänderung und Frequenzverschiebung

Die Verschiebung  $\delta f$  der Resonanzfrequenz, die mit einer Änderung  $\delta L$  der Länge des felderfüllten Volumens einher geht, kann direkt aus Gl.(2.96) für TE- bzw. aus Gl.(2.98) für TM- Resonanzen berechnet werden:

$$\delta L = -\delta f \frac{4f L^3}{p^2 c_0} = \frac{-\delta f}{f} \frac{\Gamma_D}{\pi f \mu_0}$$
(2.110).

Eine direkte Bestimmung der Eindringtiefen  $\lambda^{Nb}$  und  $\lambda$  des Referenzmaterials und der Probe aus der Abweichung  $\delta f$  der gemessenen Resonanzfrequenz von der nach Gl.(2.96) bzw. Gl.(2.98) aus dem Durchmesser und der Länge berechneten Frequenz ist nicht möglich, da die Länge L<sub>0</sub> zwischen den Oberflächen der Endplatten nicht genau genug gemessen werden kann, um eine Unterscheidung von der Länge L = L<sub>0</sub> +  $\lambda^{Nb}$  +  $\lambda$  des felderfüllten Volumens zu erlauben.<sup>60</sup>

Benutzt man jedoch die gemessene Resonanzfrequenz als Ausgangspunkt, so lassen sich Änderungen  $\delta L$  der Länge des felderfüllten Volumens aus den beobachtbaren Frequenzverschiebungen sehr genau bestimmen. Wenn Längenänderungen durch äußere Einflüsse, z.B. durch Druck auf die Resonatorwände oder durch thermische Längenänderungen ( $\delta L_{therm}$ ) etwa der Probenhalterung, ausgeschlossen oder gemessen und von  $\delta L$ abgezogen werden können, dann liefert Gl.(2.110) den Zusammenhang zwischen der meßbaren Frequenzverschiebung und der Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda$  bzw. der Oberflächenreaktanzänderung  $\delta X_s$ :

$$\delta\lambda = \frac{-\delta f}{f} \frac{\Gamma_D}{\pi f \mu_0} - \delta L_{therm} \quad und \quad \delta X_S = \frac{-\delta f}{f} 2\Gamma_D - 2\pi f \mu_0 \, \delta L_{therm}$$
(2.111).

#### 2.2.4 Kopplung

Die Erregung von Resonanzen in der Zylinderkavität durch eine angebotene HF-Leistung und die Beobachtung der Feldenergie im Resonator erfolgt mittels zweier baugleicher Koppelelemente, deren Aufbau in Fig.2.5 dargestellt ist. Sie müssen so ausgelegt sein, daß vorzugsweise die TE<sub>0np</sub>-Moden angeregt und sondiert werden und daß kein Signal von einem Koppelelement direkt, d.h., ohne den Resonator zu passieren, zum anderen gelangen kann. Außerdem soll sich die Kopplung für Messungen bei kleiner Feldstärke so schwach einstellen lassen, daß die Gütebeiträge  $1/Q_{rad i}$  im Vergleich zur reziproken gemessenen Güte verschwindend klein sind und gerade noch genug HF-Leistung zur Beobachtung der Resonanz ausgekoppelt werden kann<sup>61</sup>, während für Messungen bei möglichst hoher Feldstärke eine starke Ankopplung benötigt wird, bei der alle angebotene Leistung zum Aufbau der Resonanz genutzt werden kann.

Im eingangsseitigen Koppelelement wird die ankommende HF-Leistung reflexionsarm von einem Koaxialkabel, das axialsymmetrisch in ein rundes Sackloch im verdickten Boden des Resonators geführt wird, auf ein kurzes Leitungsstück übertragen, welches der zu einer Antenne verlängerte Innenleiter des Koaxialkabels mit der Wand des Sack-

<sup>&</sup>lt;sup>60</sup> Die Verschiebung der Frequenz, die mit den Koppellöchern und dem Spalt verbunden ist, läßt sich näherungsweise durch Störungsrechnung (vgl. 2.2.5) quantifizieren und würde die Ungenauigkeit der Eindringtiefebestimmung nicht wesentlich erhöhen.

<sup>&</sup>lt;sup>61</sup> Bei einer geringen Güte, die etwa mit einer Kupratprobe im normalleitenden Zustand zustande kommt, kann dies auch eine starke Ankopplung erfordern.

lochs bildet. Der anschließende Abschnitt des Sacklochs stellt einen Rundhohlleiter mit Durchmesser D<sub>K</sub> dar, in dem unterhalb der sog. cut-off-Frequenz  $f_c = \pi c_0 / \alpha_{mn} D_K$  des jeweiligen Modes (für TE<sub>mn</sub>-Moden bzw.  $\alpha'_{mn}$  statt  $\alpha_{mn}$  für TM<sub>mn</sub>-Moden) keine Wellenausbreitung möglich ist, sondern eine exponentielle Dämpfung der Felder stattfindet. In diesem Abschnitt, dem Koppelkamin, wird durch das magnetische Feld in der Ebene der Antennenspitze (vorwiegend) der TM<sub>01</sub>-Mode<sup>62</sup> unter der cut-off-Frequenz erregt, so daß das Feld auf der Strecke s bis zu dem Steg, der den Kamin vom Resonator trennt, abklingt. In dem Steg befindet sich an der in Fig.2.5 bezeichneten Position eine Öffnung, das Koppelloch mit Durchmesser D<sub>KL</sub> und Höhe h<sub>KL</sub>, in der über das Magnetfeld im Kamin ein magnetischer Dipol (der TE<sub>11</sub>-Mode, deutlich unter dessen cut-off-Frequenz) angeregt wird. Dieser koppelt an das radiale H-Feld der TE<sub>0np</sub>-Moden in der Kavität und speist somit die entsprechende Resonanz. In Umkehrung dieser Abfolge erregt beim ausgangsseitigen Koppelelement das Feld im Resonator den Dipol im Koppelloch, und die abgestrahlte Leistung gelangt über den Kamin auf die Auskoppelleitung.



**Fig.2.5.** Querschnitt durch das Koppelelement: Der Abstand s zwischen der Koaxialleitung mit dem als Antenne herausstehenden Innenleiter und der Trennwand zwischen dem Rundhohlleiterkamin und dem Resonator kann durch eine Verstellvorrichtung variiert werden, so daß die Koppelgüte geeignet eingestellt werden kann. Die Führung des halbstarren Koaxialkabels, die Abschlußplatte am Kaminende und die Verbreiterung des Außenleiters bis nahe an die Kaminwand am Übergang auf die Antenne dienen der reproduzierbaren, präzisen Kopplung und der Unterbindung von Störungen. Das Koppelloch befindet sich etwa auf halbem Radius des Kamins und im Bereich der größten H-Feldstärke an der Resonatorwand auf dem Radius  $R_{KL}$  des Hohlraums. Bezüglich der Achse der Zylinderkavität ist die Achse der Koppelöffnung gegenüber der Achse des Kamins und der Antenne azimutal um den Winkel  $\phi_{KL}$  verschoben, um einen möglichst großen Überlapp der H-Felder im Hohlleiter mit denen der erwünschten TE<sub>Onp</sub>-Mode im Resonator zu gewährleisten. Die Achsen des Ein- und des Auskoppelkamins sind im Gegensatz zu den Koppellöchern symmetrisch zur Resonatorachse angeordnet.

<sup>&</sup>lt;sup>62</sup> wegen der Ähnlichkeit der Felder dieses Modes zu denen des TEM-Modes auf dem koaxialen Leiter

Die variable Kopplung wird realisiert durch eine mechanische Verstellbarkeit der Koppelleitungen gegenüber dem Resonatorboden, durch die die Strecke s, entlang der das Feld im Kamin exponentiell abklingt, verändert werden kann.<sup>63</sup>

Die Außenleiterverbreiterung stellt für die Hochfrequenzwelle einen Kurzschluß zwischen dem Außenleiter des Koaxialkabels und der Kaminwand her, ohne eine thermische Verbindung zu schaffen.<sup>64</sup> Gelangen dennoch Störsignale in den Bereich zwischen dem Außenleiter und der Wand des Sacklochs, so wird ein Entweichen – etwa in das andere Koppelelement – durch die Abschlußplatte verhindert, die die Öffnung des Sacklochs verschließt.<sup>65</sup> Mit dieser verbunden ist ein Führungsrohr, das ein Verkanten der Antenne gegenüber der Kaminachse verhindert und somit zur Genauigkeit der Koppeleinstellung beiträgt.

Von einer Verbreiterung der Antenne auf einen Durchmesser, mit dem sie zusammen mit der Hohlleiterwand einen an die Impedanz des Koppelkabels angepaßten Leiter darstellen würde [95], ist abgesehen worden<sup>66</sup>, damit die Reflexionen an der Übergangsstelle zu scharfen Resonanzen im Koppelelement führen, die sich leichter vermeiden lassen, und um die Verluste an der normalleitenden Antennenspitze minimal zu halten<sup>67</sup>.

Die Ausführung und die Einstellung der Koppelelemente bestimmt einerseits die Verhältnisse von angebotener, reflektierter, im Resonator verbrauchter und durch den Resonator transmittierter Leistung und legt andererseits die Beiträge  $1/Q_{rad i,o}$  der Ein- und Auskopplung zur gemessenen reziproken Güte fest. Diese sog. externen Gütefaktoren hängen nur von geometrischen Größen und insbesondere von der Position der Antennen im Koppelkamin, also dem Abstand s, ab, wie die Berechnung im Anhang A4 zeigt. Unter Vernachlässigung der Auswirkung der Impedanzsprünge auf das Abklingen im Kamin (d.h.,  $a_K(s) = exp(-2\kappa_K s)$  wird angenommen, vgl. Gl.(A3.17)) liefert die Abstrahlung aus dem Koppelloch i bzw. o:

$$Q_{rad}^{-1}(s_{i,o}) = \frac{4}{9} \frac{p^{2}}{\alpha_{In}^{3}} \frac{D_{KL}^{6}}{D_{K}^{2}} \frac{Df^{2}}{L^{3}c_{0}^{2}} \frac{J_{I}^{2}(\alpha_{0I}/2) J_{I}^{2}(2\alpha_{In}R_{KL}/D) a_{KL}(h_{KL})}{J_{I}^{2}(\alpha_{0I}) J_{0}^{2}(\alpha_{In}) \sqrt{\left(\frac{\alpha_{0I}}{\pi} \frac{c_{0}}{D_{K}f}\right)^{2} - I} \sqrt{I + \left(\frac{\pi pD}{2\alpha_{In}L}\right)^{2}} e^{-2\kappa_{K}s_{i,o}}$$
(2.112).

Für die am häufigsten verwendete Resonatorgeometrie sind die Werte  $Q_{rad}^{-1}(s=0)$  nach Gl.(2.112) in allen relevanten TE<sub>0np</sub>-Moden sowohl für eine exponentielle Dämpfung durch das Koppelloch (r = 0 in Gl.(A3.17) für den Faktor a<sub>KL</sub>(h<sub>KL</sub>), d.h. keine Reflexion am Übergang zum Koppelkamin) als auch für die Berücksichtigung des Koppellochs

<sup>&</sup>lt;sup>63</sup> Der Durchmesser des Kamins, der bei festgelegter Frequenz die Abklingkonstante bestimmt, muß entsprechend so gewählt werden, daß die gegebene Toleranz der mechanischen Justierung die gewünschte Präzision bei der Einstellung der Kopplung zuläßt.

<sup>&</sup>lt;sup>64</sup> Das Kabel könnte sonst eine starke thermische Belastung für den auf 5 K gekühlten Resonator darstellen, da es, von Raumtemperatur kommend, nur an einem 77 K-Schild abgefangen wird.

<sup>&</sup>lt;sup>65</sup> Der Spalt zwischen der Abschlußplatte und dem Material um das Sackloch (dem Resonatorboden) wird durch einen Indium-Ring abgedichtet.

<sup>&</sup>lt;sup>66</sup> Dennoch ist die Leistung, die durch den Impedanzsprung transmittiert wird, nur um weniger als 1 dB vermindert.

<sup>&</sup>lt;sup>67</sup> Die Feldstärke in der Ebene der Antennenspitze steigt vom Wert Null auf der Symmetrieachse in radialer Richtung an.

n	р	$1/Q_{rad}(s=0)$ [10 <sup>-8</sup> ]	$1/Q_{rad} (s=0) [10^{-8}]$	$\kappa_{\rm K} \ [{\rm mm}^{-1}]$
		mit $\mathbf{r} = 0$	mit $r = -1$	
1	1	1,3555	2,8609	0,39292
1	2	5,6948	11,9771	0,37652
1	3	14,0368	29,3447	0,34747
1	4	29,1457	60,4072	0,30214
1	5	60,7457	124,4685	0,23115
2	1	0,6039	1,2466	0,27869
2	2	2,6575	5,4646	0,25504
2	3	7,3521	15,0207	0,20979

gemäß Gl.(A3.18) (r = –1, d.h. maximales *H*-Feld am Übergang, vgl. [96]) in Tab.2.2 zusammengestellt. Zusätzlich sind die Abklingkonstanten  $\kappa_{\rm K}$  für den Kamin angegeben<sup>68</sup>.

Tab.2.2. Die externe Güte (Koppelgüte)  $1/Q_{rad}(s=0)$  und die Abklingkonstante  $\kappa_K$  der zur Messung herangezogenen  $TE_{0np}$ -Moden für eine zylindrische Kavität mit den Maßen: Durchmesser D = 42,43 mm; Länge L = 48,44 mm; radiale Position des Koppellochs  $R_{KL} = 13,4$  mm; Durchmesser des Koppellochs  $D_{KL} = 3,7$  mm; Höhe des Koppellochs  $h_{KL} = 0,5$  mm; Durchmesser des Koppelkamins  $D_K = 11,0$  mm. Die Koppelgüte  $1/Q_{rad}(s=0)$  ist für die Fälle r = 0 (reflexionsfreier Übergang zum Koppelkamin) und r = -1 (maximales H-Feld am Übergang zum Koppelkamin) angegeben (mit dem Amplitudenreflexionskoeffizienten r, vgl. Anhang A3).

Außer der vom Koppelkabel aufgenommenen und weitergeleiteten Leistung trägt auch die Absorption in der normalleitenden Antennenspitze  $P_A \sim R_{S(A)}H^2$  mit dem Oberflächenwiderstand  $R_{S(A)}$ , Abstrahlung in den schmalen Spalt zwischen der Wand des Sacklochs und der Außenleiterverbreiterung sowie die Absorption in der supraleitenden Kaminwand  $P_W \sim R_{S(W)}H^2$  mit dem Oberflächenwiderstand  $R_{S(W)}$  zur Koppelgüte  $1/Q_{rad}$  bei. In letzteren Beitrag geht das Integral über das abklingende *H*-Feld im Quadrat von Null bis zur Kaminlänge s ein, während im Beitrag der Antenne nur das (abgeklungene) *H*-Feld am Ort der Antennenspitze auftritt. Dies trifft auch auf den Beitrag des Spalts zu, da die Antenne und die Wand des Sacklochs ein Leitungsstück mit vernachlässigbar geringer Dämpfung darstellen. Die Abhängigkeit von der Koppelposition s dieser Beiträge kann daher geschrieben werden als

$$Q_{A}^{-1}(s) = Q_{A0}^{-1} e^{-2\kappa_{\kappa}s}$$
 (Antenne und Spalt) und  

$$Q_{W}^{-1}(s) = Q_{W0}^{-1} (1 - e^{-2\kappa_{\kappa}s})$$
 (Wand) (2.113).

Entsprechend lassen sich die Gütebeiträge, die von den Koppeleinstellungen  $s_{i,o}$  abhängen, zusammenfassen

$$Q_{rad}^{-1}(s_{i,o}) = \left(Q_{rad}^{*} - I + Q_{A0}^{-1} - Q_{W0}^{-1}\right)e^{-2\kappa_{k}s_{i,o}}$$
(2.114)

(mit der auf das Koppelkabel übertragenen Leistung  $\omega E/Q'_{rad} < P_{rad}$ ), und alle übrigen Beiträge zur gemessenen Güte ergeben

$$Q_0^{-1} = Q_D^{-1} + Q_B^{-1} + Q_{add}^{-1} + Q_{W0}^{-1} = P_{abs} / \omega E$$
(2.115),

 $<sup>^{68}</sup>$  unter der Voraussetzung, daß das Abklingen über den im Kamin vorwiegend erregten TM\_{01}-Mode erfolgt

so daß die gemessene, sog. belastete Güte Q,

$$Q^{-1} = Q_0^{-1} + Q_{rad\,0}^{-1} e^{-2\kappa_K s_i} + Q_{rad\,0}^{-1} e^{-2\kappa_K s_o} = (1 + \beta_i + \beta_o)/Q_0$$
(2.116),

durch die unbelastete Güte  $Q_0$  sowie die Koppelfaktoren  $\beta_{i,o} = Q_0 / Q_{rad i,o} = P_{rad i,o} / P_{abs}$  ausgedrückt werden kann.

Mit Hilfe der Koppelfaktoren lassen sich auch die Leistungsverhältnisse am Resonator mit zwei Ankopplungen angeben (vgl. [97]). Dabei werden im folgenden die Verluste in den Koppelelementen vernachlässigt:  $P_{A,W} << P_{rad}$ . So ist das Verhältnis der am Resonatoreingang reflektierten Leistung  $P_{refl}$  zur einfallenden Leistung  $P_{einf}$  in Resonanz  $(f = f_R)$ 

$$\frac{P_{refl}}{P_{einf}} = \frac{(1 - \beta_i + \beta_o)^2}{(1 + \beta_i + \beta_o)^2}$$
(2.117),

während neben der Resonanz ( $|f - f_R| >> f/Q$ ) der Resonator keine Leistung aufnimmt und somit die reflektierte Leistung mit der einfallenden übereinstimmt. Wird der Ausdruck in Gl.(2.117) Null, so spricht man von angepaßter oder kritischer Kopplung. Der Fall, daß ein Koppelfaktor klein ist gegen Eins, wird als schwache Kopplung bezeichnet.

Für das Verhältnis der am Auskoppelelement aufgenommenen, d.h. der transmittierten, Leistung  $P_{trans}$  zur einfallenden Leistung gilt in Resonanz ( $f = f_R$ )

$$\frac{P_{trans}}{P_{einf}} = \frac{4\beta_i \beta_o}{\left(1 + \beta_i + \beta_o\right)^2}$$
(2.118);

neben der Resonanz ( $|f - f_R| \gg f/Q$ ) ist dieses Verhältnis Null.

Für die Auswertung ist schließlich noch die Beziehung zwischen der transmittierten und der im Resonator verbrauchten Leistung  $P_{abs}$  von Bedeutung, die direkt aus der Definition des Auskoppelfaktors  $\beta_o$  folgt (unter Vernachlässigung der Absorption im Koppelelement<sup>69</sup>, d.h. mit ( $P_A + P_W$ ) <<  $P'_{rad o} = P_{trans}$ ):

$$\frac{P_{trans}}{P_{abs}} = \beta_o \tag{2.119}.$$

Im Gegensatz zu den vorangegangenen Leistungsverhältnissen und zum Verhältnis  $P_{abs}/P_{einf}$  der verbrauchten Leistung zur einfallenden ist die Relation Gl.(2.119) nicht von der Verstimmung  $(f - f_R)$  abhängig.

#### 2.2.5 Auswirkung von Störungen

Die Abweichungen des realen Hohlraumresonators von der idealen Zylinderkavität verursachen Störungen, deren wesentliche Auswirkungen auf die Eigenschaften des Resonators die Aufhebung von Entartungen und somit das Auftreten zusätzlicher

<sup>&</sup>lt;sup>69</sup> wie bei den beiden vorangegangenen Gleichungen

Resonanzen, die Modenmischung, die Verschiebung von Resonanzfrequenzen sowie die Erhöhung der Dämpfung, d.h. der reziproken Güte, sind. Abweichungen von der idealen Kavität stellen die Koppellöcher und der Spalt zwischen der Endplatte und dem Zylindermantel dar. Außerdem kann der Resonator gestört werden, wenn die Probe nicht genau zentriert oder die Probenoberfläche uneben oder nicht parallel zum Resonatorboden ist.

Experimentelle Untersuchungen zu diesen Einflüssen, die E. Keskin an Kupferresonatoren<sup>70</sup> durchgeführt hat, deren Maße denen der hier verwendeten Niobresonatoren gleichen, zeigten gute Übereinstimmungen der beobachteten Frequenzverschiebungen mit Werten, die aus der Geometrie der Störungen abgeleitet wurden [94]. Mit der entsprechenden Störungsrechnung, die im Anhang A4.II beschrieben wird, sind daher auch die in Tab.2.3 aufgeführten Auswirkungen der Koppellöcher und des Spalts auf die Resonanzfrequenzen berechnet worden.

		Koppellöcher: δf [MHz]		Spalt: $\delta f$ [MHz]		Spalt: $1/Q_{Sp0}$ u. $1/Q_{Sp}$ (TE <sub>0np</sub> )		
n	р	$TE_{0np}$	$TM^{+}_{1np}$	$TM_{1np}$	$TE_{0np}$	$TM_{1np}$	$1/Q_{Sp0}$ [10 <sup>-6</sup> ]	1/Q <sub>sp</sub> [10 <sup>-20</sup> ]
1	1	0,045	-0,379	-0,805	-0,198	-107,889	0,1226	0,275
1	2	-0,082	-0,462	-0,933	-0,171	-125,103	0,5684	1,303
1	3	-0,125	-0,688	-1,114	-0,143	-149,450	1,5268	3,619
1	4	-0,121	-0,981	-1,326	-0,120	-178,027	3,2319	8,028
1	5	-0,109	-1,290	-1,557	-0,102	-209,107	5,9299	15,649
2	1	-0,185	-4,185	-0,128	-1,475	-181,254	0,7150	<< 0,001
2	2	-0,176	-4,460	-0,135	-1,399	-191,253	3,0148	<< 0,001
2	3	-0,163	-4,885	-0,146	-1,295	-206,847	7,3271	<< 0,001

Tab.2.3. Auswirkungen von Störungen: Frequenzverschiebung  $\delta f$  durch die Koppellöcher und den Spalt sowie Gütebeitrag der Abstrahlung durch den Spalt ohne  $(1/Q_{Sp0})$  und mit  $(1/Q_{Sp})$  Berücksichtigung des Feldabklingens entlang seiner Höhe in einer zylindrischen Kavität mit den Maßen: Durchmesser D = 42,43 mm; Länge L = 48,44 mm; radiale Position des Koppellochs  $R_{KL} = 13,4$  mm; Durchmesser des Koppellochs  $D_{KL} = 3,7$  mm; Höhe des Koppellochs  $h_{KL} = 0,5$  mm; Innendurchmesser des torusförmigen Spalts  $D_D = 40,0$  mm; Höhe des Spalts  $h_D = 5$  mm.

Während rotationssymmetrische Störungen wie der Spalt vor allem die gewünschte Aufhebung der Entartung von  $TE_{0np}$ - und  $TM_{1np}$ -Moden bewirken<sup>71</sup>, zeigt sich, daß Störungen, die die Zylindersymmetrie brechen, zur Aufspaltung jedes  $TM_{1np}$ -Modes in einen  $TM_{1np}^+$ -Mode und einen  $TM_{1np}^-$ -Mode (mit der höheren bzw. niedrigeren Resonanzfrequenz) führen, entsprechend den beiden möglichen orthogonalen Einstellungen der Polarisationsrichtung des  $TM_{1np}$ -Modes zur Ebene des Symmetriebruchs. Bei den unpolaren  $TE_{0np}$ -Moden tritt diese Aufspaltung in erster Ordnung der Störungsrechnung nicht auf. Wenn eine Störung außerdem nicht symmetrisch bezüglich der Zylinderachse angeordnet ist, verursacht sie eine Mischung des  $TE_{0np}$ - und des  $TM_{1np}$ -Modes (und evtl. anderer Moden), die einen geänderten Geometriefaktor zur Folge hat. Solche Effekte müssen bei den Koppellöchern und bei einer Verkippung der Endplatte gegenüber der Zylinderachse beachtet werden.

<sup>&</sup>lt;sup>70</sup> Die Experimente wurden an Resonatoren aus OFHC-Kupfer (statt aus Niob) vorgenommen, um bei Raumtemperatur mit höherer Güte arbeiten zu können.

<sup>&</sup>lt;sup>71</sup> Die  $TM_{1np}$ -Moden werden wesentlich stärker in der Frequenz verschoben, da sie im Gegensatz zu den  $TE_{0np}$ -Moden nicht rotationssymmetrisch sind.

Als Öffnungen in der Resonatorwand geben die Koppellöcher und der Spalt auch Anlaß zur Abstrahlung und somit zur Erniedrigung des Gütefaktors. Berechnungen zu diesen – im Fall der Koppellöcher mit ihrer Funktion einhergehenden und experimentell bestimmbaren (vgl. 2.2.7) – Auswirkungen werden im Anhang A4.I vorgenommen. Der Gütebeitrag der Abstrahlung durch den Spalt ist im TE<sub>0np</sub>-Mode vernachlässigbar klein, da in diesem Mode die Feldstärke in der Nähe des Spalts auf Null abfällt und im Spaltvolumen exponentiell abklingt. Der TM<sub>1np</sub>-Mode hingegen weist ein starkes Feld im Bereich zwischen der Endplatte und dem Zylindermantel auf, welches zudem noch an den entlang der Spalthöhe ausbreitungsfähigen TEM-Mode koppelt. Daher werden Resonanzen in diesem Mode durch den Spalt stark gedämpft, und schon eine Beimischung dieses Modes führt zur Verringerung der Güte.

Außer den genannten Effekten kann auch eine Überlagerung des  $TE_{0np}$ -Modes mit einem anderen evtl. erst duch Störungen erzeugten Mode bei eng benachbarten Frequenzen zur Verfälschung eines Meßergebnisses führen, da auch in solch einem Fall ein geänderter Geometriefaktor und zusätzliche Abstrahlungsverluste durch den Spalt aufgrund der Felder des überlagerten Modes die Folge sind.

# 2.2.6 Experimentelle Bestimmung der Güte

Die im Anhang A2 zur elektromagnetischen Schwingung dargelegten Zusammenhänge eröffnen zwei grundsätzlich verschiedene Wege, die Dämpfung bzw. die (reziproke) Güte eines Resonators experimentell zu bestimmen. Dient die Frequenzabhängigkeit der Schwingungsamplitude zur Gütebestimmung, wird also in der Frequenzdomäne gemessen, so spricht man von der Sweepmethode. Die Verwendung von Messungen in der Zeitdomäne hingegen, bei denen die Auswertung des zeitlichen Abklingens des Signals im frei schwingenden Resonator die Güte ergibt, wird als Dekrement- oder Abklingmethode bezeichnet.

# 2.2.6.1 Sweepmethode: Messung in der Frequenzdomäne

Bei der Sweepmethode wird die Resonanzkurve, d.h. die Feldenergie im Resonator oder die zu dieser proportionale transmittierte Leistung in Abhängigkeit von der Frequenz, im eingeschwungenen Zustand in der Umgebung der Resonanzfrequenz aufgezeichnet. Beim echten Sweepen wird dazu die Frequenz des Einspeisesignals in einem festgelegten Bereich um die Resonanzfrequenz linear mit der Zeit variiert. Die Dauer, in der der Frequenzbereich überstrichen wird, muß so gewählt sein, daß dem Resonator jeweils genügend Zeit zum Einschwingen bleibt, d.h., für die Sweepgeschwindigkeit (df/dt) muß gelten: df/dt << f<sub>R</sub>/(Q $\tau$ ). Alternativ zur kontinuierlichen Variation der Einspeisefrequenzen angeregt werden, so daß sich das Abklingen des Einschwingvorgangs bei jedem Meßpunkt beobachten und abwarten läßt. In jedem Fall muß die Aufnahme der Resonanzkurve schnell genug erfolgen, daß weder eventuelle Schwankungen noch eine Drift der Resonanzfrequenz das Ergebnis verfälschen können.

Aus der Resonanzkurve kann die Güte entweder nach dem Kriterium der Halbwertsbreite  $\Delta f$  mit Q =  $f_R / \Delta f$  gemäß Gl.(A2.18) oder durch eine Anpassung<sup>72</sup> nach Gl.(A2.15) bestimmt werden, aus der als Fitparameter die Güte, die Resonanzfrequenz und das Maximum der Resonanz hervorgehen. Eine geeignete Erweiterung, um einen asym-

<sup>&</sup>lt;sup>72</sup> d.h. durch Minimierung der Summe der quadratischen Abweichungen aller Meßpunkte von einer parametrisierten Kurve bei Variation der Parameter

metrischen Untergrund beispielsweise durch die Ausläufer von benachbarten Resonanzen oder auch durch Überkoppelsignale berücksichtigen zu können, stellt die Transmissionsformel

$$P(f) = \left| \frac{p_0}{1 + i 2Q(f - f_R) / f_R} + p_1 + i p_2 \right|^2$$
(2.120)

nach G. Link [98] dar, in der die Anpassungsfunktion um den komplexen Term  $p_1 + i p_2$  ergänzt wird.

Diese Methode der Gütebestimmung durch Anpassung einer Resonanzfunktion mit Störterm ist nach [99] unter allen bekannten frequenzaufgelösten Transmissionsmethoden die beste.

### 2.2.6.2 Dekrementmethode: Messung in der Zeitdomäne

Bei der Dekrementmethode wird der Resonator zunächst durch eine puls- oder rechteckförmige Erregung bei fester Frequenz nahe  $f_R$  in den eingeschwungenen Zustand gebracht. Vom Moment des Abschaltens der Einspeisung an klingt die gespeicherte Energie E im nun der freien Schwingung überlassenen Resonator exponentiell ab, wie aus dem zeitlichen Verhalten der Feldamplitude Gl.(A2.14) folgt. Die Abklingzeit  $\tau$  ist über

$$Q = \omega_R \ \tau = 2\pi \ f_R \ \tau \tag{2.121}$$

mit der Resonatorgüte verknüpft.

Zeichnet man die Abnahme des transmittierten Signals  $P_{trans}(t) \sim E(t)$  nach dem Abschalten der Erregung zeitaufgelöst auf, so kann aus dem Logarithmus des Verhältnisses der transmittierten Leistung zu verschiedenen Zeitpunkten die Abklingzeit  $\tau$  und nach Gl.(2.121) der Gütefaktor berechnet werden.

### 2.2.7 Experimentelle Bestimmung der Koppelgüten und der Feldstärkeamplitude

Angesichts der variablen Kopplung ist es immer möglich, ein Koppelelement (oder beide) so einzustellen, daß die Güte nicht belastet wird ( $\beta << 1$ ). Dieser Fall ist erreicht, wenn sich die Güte bei weiterer Vergrößerung des Abstands s nicht mehr ändert. Bei beidseitiger schwacher Kopplung ( $\beta_{i,o} << 1$ ) kann die unbelastete Güte Q<sub>0</sub> direkt gemessen werden. Ist diese bekannt, so erlaubt die Beziehung Gl.(2.116), die erhöhte reziproke Koppelgüte  $1/Q_{rad i}$  bei stärkerer Einkopplung (durch Verringerung von s<sub>i</sub>) aus der gemessenen belasteten Güte Q auszurechnen – der Fall einer Gütebelastung durch die Auskopplung ist meßtechnisch nicht relevant:  $1/Q_{rad o} << 1/Q_{rad i}$ . Um diese Methode der Koppelgütenbestimmung bei nichtlinearem Verhalten des Resonators anzuwenden, muß sicher gestellt sein, daß die belastete Güte trotz stärkerer Einkopplung bei der gleichen Feldstärke im Resonator gemessen wird wie die unbelastete Güte bei schwacher Einkopplung<sup>73</sup>.

Eine alternative Methode, die reziproke Einkoppelgüte  $1/Q_{rad i}$  zu bestimmen, bietet die Messung der reflektierten Leistung in und neben der Resonanz. Mit Gl.(2.117) liefert das Verhältnis dieser Leistungen den Koppelfaktor  $\beta_i$ , wenn  $\beta_o$  vernachlässigt werden kann.

<sup>&</sup>lt;sup>73</sup> D.h., die Eingangsleistung muß so geregelt werden, daß bei beiden Messungen die gleiche Ausgangsleistung im Resonanzmaximum erreicht wird.

Wird zusätzlich noch die belastete Güte Q gemessen, so gibt  $(1+\beta_i)Q / \beta_i$  gemäß Gl.(2.116) die externe Güte  $Q_{rad i}$  der Einkoppelseite an.

Um die reziproke Auskoppelgüte  $1/Q_{rad o}$  zu erhalten, eignet sich die Relation Gl.(2.118). Mit dem bekannten Einkoppelfaktor  $\beta_i$  folgt aus dem Verhältnis des in Resonanz transmittierten Signals zum einfallenden Signal der Auskoppelfaktor  $\beta_o$  und somit die externe Güte  $Q_{rad o} = (1+\beta_o)Q / \beta_o$ .

Eine symmetrische Kopplung einzustellen, um mit  $1/Q_{rad i} \approx 1/Q_{rad o}$ , d.h.  $\beta_i \approx \beta_o$ , aus der Kenntnis der einfallenden und der transmittierten Leistung sowie der Güte Q unter Verwendung von Gl.(2.118) die Koppelfaktoren zu bestimmen, ist schwer realisierbar, da wegen der exponentiellen Abhängigkeit der Koppelgüte von der Position bereits geringe Unterschiede  $|s_i - s_o|$  genügen, um das Ergebnis wesentlich zu verfälschen. Bei sehr schwacher Kopplung auf beiden Seiten ( $\beta_i \approx \beta_o \ll 1$ ) ist es jedoch die einzige Möglichkeit, den Koppelfaktor und die externe Güte in etwa abzuschätzen.

Die Feldstärkeamplitude  $H_0$  im Resonator kann sowohl über die Auskoppelseite als auch über die Einkoppelseite bestimmt werden. Im ersten Fall ist die Kenntnis der Auskoppelgüte  $Q_{rad o}$  und der transmittierten Leistung  $P_{trans}$  erforderlich. Aus Gl.(2.119) erhält man nach Division durch  $Q_0$  und mit  $P_{abs} Q_0 = \omega E = \omega a_{0np} H_0^2$  (vgl. Gl.(2.102))

$$H_0 = \sqrt{\frac{P_{trans} Q_{rad o}}{A_{0np}}}$$
(2.122)

mit dem Geometriefaktor A<sub>0np</sub>,

$$A_{0np} = 2\pi f_{0np} a_{0np} = \frac{\pi}{8} \alpha_{1n} J_0^{2}(\alpha_{1n}) \sqrt{1 + \left(\frac{\pi p}{2\alpha_{1n}} \frac{D}{L}\right)^2} LD Z_{F0}$$
(2.123).

Explizite Werte von  $A_{0np}$  für die Geometrie, mit der die meisten Messungen durchgeführt wurden, sind in Tab.2.1 aufgeführt.

Zur Berechnung der Feldamplitude aus der angebotenen Leistung benötigt man neben der Einkoppelgüte  $Q_{rad i}$  auch die gemessene belastete Güte Q. Aus Gl.(2.118) folgt durch Einsetzen von Gl.(2.119) und Gl.(2.116) die Umrechnungsformel

$$H_{0} = \sqrt{\frac{4 P_{einf} Q^{2}}{A_{0np} Q_{rad i}}}$$
(2.124).

Im Gegensatz zu Gl.(2.122) gilt diese Beziehung nur, wenn die angebotene Frequenz f genau der Resonanzfrequenz  $f_{R}$  entspricht. Bei nichtlinearem Verhalten des Resonators infolge einer Feldabhängigkeit der Oberflächenreaktanz der Probe ist dieser Weg, die Amplitude  $H_0$  zu bestimmen, daher weniger geeignet.

Ist die Größe  $H_0$  bekannt, so kann das Maximum  $H_m$  der Feldstärke, die an der Probe anliegt, leicht aus Gl.(2.97) ausgerechnet werden. Das moden- und geometrieabhängige Verhältnis  $H_m/H_0$  ist:

$$V_{0np} = \frac{H_m}{H_0} = \frac{\pi}{2} \frac{p}{\alpha_{In}} \frac{D}{L} \max\{J_I(x)\}, \quad \max\{J_I(x)\} = J_I(\alpha_{II}') = 0,581865$$
(2.125).

Auch zu dieser Größe sind Werte in Tab.2.1 angegeben.

#### 2.2.8 Auswertung bei nichtlinearer Oberflächenimpedanz

Im linearen Fall sind der Oberflächenwiderstand der Probe mit der reziproken Güte (nach Abzug der Beiträge des Niobbechers, der Kopplung und ggf. zusätzlicher Verluste) und die Oberflächenreaktanz mit der relativen Verschiebung der Resonanzfrequenz über die geometrieabhängige Proportionalitätskonstante  $\Gamma_D$  verknüpft. Diese einfachen Zusammenhänge gelten nicht mehr, wenn die Oberflächenimpedanz von der Feldstärke abhängt. Denn über die Feldabhängigkeit wird die Oberflächenimpedanz ortsabhängig, da die Feldstärke im TE<sub>0np</sub>-Mode auf der Oberfläche der Endplatte immer von Null am Probenrand und an der Probenmitte bis zum Maximum  $H_{\rm m}$ auf dem Radius  $r_m = \alpha'_{11}D/2\alpha_{1n}$  variiert, wie Gl.(2.97) und Fig.2.6 zeigt. Entsprechend kann in Gl.(2.106), die den Geometriefaktor  $\Gamma_{\rm D}$  einführt, der Oberflächenwiderstand nicht vor das Integral gezogen werden.

Wendet man dennoch auch im nichtlinearen



**Fig.2.6.** Darstellung der Feldverteilung an der Probe, normiert auf das Maximum  $H_m$ , in Abhängigkeit von der radialen Position für die  $TE_{0np}$ -Moden mit n = 1 und n = 2; darunter die zugehörigen Feldlinien und Oberflächenströme aus Fig.2.4.

Bereich die Umrechnung von 1/Q in  $R_s$  und von  $\delta f/f$  in  $\delta X_s$  über den Faktor  $\Gamma_D$  wie im linearen Fall an, so erhält man eine gemittelte Oberflächenimpedanz<sup>74</sup>  $Z_{Sm}$ , die von der Feldverteilung auf der Endplatte abhängt. Diese läßt zwar vergleichende Aussagen über Proben zu, die in derselben Anordnung gemessen wurden; zur Vorhersage von Ergebnissen in anderen Anordnungen – z.B. in Strukturen, die aus der Probe hergestellt werden – und zur Analyse des zugrundeliegenden nichtlinearen Mechanismus kann sie jedoch nicht (oder nur bedingt) herangezogen werden.

Im folgenden soll ein Weg aufgezeigt werden, wie man aus den Meßergebnissen die tatsächliche, d.h. von der anordnungsbedingten Feldverteilung unabhängige, Oberflächenimpedanz  $Z_s(H)$  bei nichtlinearem Verhalten herausziehen kann. Vorausgesetzt wird, daß die Oberflächenimpedanz der Probe als makroskopisch homogen angesehen

<sup>&</sup>lt;sup>74</sup> Der Index m am Formelzeichen der Oberflächenimpedanz soll – auch im folgenden – kenntlich machen, daß trotz eines nichtlinearen Verhaltens die Umrechnung wie im linearen Fall vorgenommen wurde, so daß die resultierende Größe einen Mittelwert mit einer von der Feldverteilung vorgegebenen Gewichtung darstellt.

werden kann, daß sie also auf Längenskalen, die groß sind gegen alle Längen der Mikrostruktur und des elektronischen Transports, nicht variiert.<sup>75</sup>

Die Analyse beruht auf der Berechnung der Feldabhängigkeit der Meßgrößen, d.h. der reziproken Güte und der relativen Änderung der Resonanzfrequenz, aus einem allgemeinen Ansatz für das nichtlineare Verhalten der Oberflächenimpedanz. Da die Meßgrößen Eigenschaften des Resonators sind, muß für die Formulierung der Feldabhängigkeit eine für den Resonator typische Feldstärke gewählt werden. Es bietet sich das Feldmaximum  $H_m$  an der Probe oder die Feldamplitude  $H_0$  aus Gl.(2.97) an, die nach Gl.(2.125) über den modenabhängigen Faktor V<sub>0np</sub> in  $H_m$  umgerechnet werden kann und durch die auch die gespeicherte Feldenergie im Resonator ausgedrückt worden ist (vgl. Gl.(2.102)).

Hinsichtlich des nichtlinearen Verhaltens werden zwei Fälle unterschieden: Bei einer diskontinuierlichen Nichtlinearität ändert sich die Oberflächenimpedanz sprunghaft, wenn das an der Oberfläche anliegende Feld eine kritische Feldstärke  $H_{krit}$  überschreitet, während bei einem kontinuierlichen nichtlinearen Verhalten die Oberflächenimpedanz immer stetig bleibt.

#### 2.2.8.1 Diskontinuierliche Nichtlinearität

Der sprunghafte Anstieg des Oberflächenwiderstands um  $\Delta R_s$  beim Überschreiten der kritischen Feldstärke  $H_{krit}$ , durch den die diskontinuierliche Nichtlinearität gekennzeichnet ist, läßt sich mathematisch mit der Stufenfunktion  $\theta$  ausdrücken:

$$R_{s}(H) = R_{s}(|H| < H_{krit}) + \Delta R_{s} \theta(|H| - H_{krit})$$

$$(2.126).$$

Auf die Güte im  $TE_{0np}$ -Mode wirkt sich ein nichtlineares Verhalten dieses Typs folgendermaßen aus:

$$\frac{1}{Q_{D}}(H_{m}) = \frac{P_{D}}{\omega E} = \frac{\frac{1}{2} \int_{S_{D}} dA R_{S}(H(\vec{r})) |H(\vec{r})|^{2}}{A_{0np} H_{0}^{2}} = \frac{R_{S}(0)}{\Gamma_{D}} \left(1 + \frac{\Delta R_{S}}{R_{S}(0)} \vartheta(H_{m})\right) \quad (2.127).$$

Die Einflußfunktion  $\vartheta(H_m)$  spiegelt dabei das Gewicht des Oberflächenbereichs, an dem eine den kritischen Wert übersteigende Feldstärke anliegt, wider:<sup>76</sup>

$$\vartheta(H_{m}) = \begin{cases} 0 & H_{m} \leq H_{krit} \\ \frac{2}{\alpha_{ln}^{2} J_{0}^{2}(\alpha_{ln})} \int_{\nu_{n_{l}}(H_{m})}^{\nu_{n_{2}}(H_{m})} \int_{\nu_{n_{l}}(H_{m})}^{2} (x) \, dx & H_{m} > H_{krit}, \quad n = 1 \\ \frac{2}{\alpha_{ln}^{2} J_{0}^{2}(\alpha_{ln})} \sum_{i=I}^{k} \int_{\nu_{n_{2i-I}}(H_{m})}^{\nu_{n_{2i}}(H_{m})} (x) \, dx & \frac{J_{I}(\alpha_{ln})}{J_{I}(\alpha_{ln})} H_{m} > H_{krit}, \quad k \leq n \end{cases}$$
(2.128)

<sup>&</sup>lt;sup>75</sup> Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so erlauben integrale Messungen natürlich auch im linearen Fall nur Mittelwertbestimmungen, die an die Feldverteilung der Anordnung gebunden sind.

<sup>&</sup>lt;sup>76</sup> Die mittlere Zeile in Gl.(2.128) wird als der wichtigste Fall gesondert aufgeführt, obwohl sie in der dritten Zeile enthalten ist.

mit den von  $H_m$  abhängigen Nullstellen  $v_{nj}$ ,  $j \le 2k \le 2n$ , für die die Bedingung

$$\frac{\left|J_{I}(v_{nj})\right|}{\left|J_{I}(\alpha_{11}')\right|} - \frac{H_{krit}}{H_{m}} = 0$$
(2.129)

und  $v_{nj} < v_{nj+1}$  gilt. k bezeichnet die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich n ist und mit der die Bedingung  $J_1(\alpha'_{1k})/J_1(\alpha'_{11}) > H_{krit}/H_m$  erfüllt ist.

Wie Fig.2.7 veranschaulicht, führt die diskontinuierliche Nichtlinearität auch in der reziproken Güte zu einem abrupten Anstieg, sobald das Feldmaximum an der Probe die kritische Feldstärke überschreitet. Die volle Auswirkung  $\Gamma_D / \Delta R_S$  der Oberflächenwiderstandsänderung  $\Delta R_S$  auf die reziproke Güte wird jedoch nur asymptotisch erreicht. In TE<sub>0np</sub>-Moden mit n > 1 treten mehrere (nämlich n) steile Anstiege der reziproken Güte auf, korrespondierend mit dem Überschreiten von  $H_{krit}$  durch die kleineren lokalen Feldmaxima der Höhe  $H_m J_1(\alpha'_{1k})/J_1(\alpha'_{11})$ , k  $\leq$  n.



**Fig.2.7.** Darstellung der Einflußfunktion  $\vartheta$  in Abhängigkeit vom Feldstärkemaximum  $H_m$  an der Probe, bezogen auf das Feld  $H_{krit}$ , bei dem der Oberflächenwiderstand sprunghaft ansteigt, für  $TE_{01p}$ - und  $TE_{02p}$ -Moden (n=1 bzw. n=2).

#### 2.2.8.2 Kontinuierliche Nichtlinearität

Wie aus den Ausführungen zum nichtlinearen Verhalten in 2.1.5 hervorgeht, läßt sich die Feldabhängigkeit der Oberflächenimpedanz häufig als Potenz in der Feldstärke *H* angeben. Nimmt man ganz allgemein an, daß bei einer kontinuierlichen Nichtlinearität die Oberflächenimpedanz Z<sub>s</sub>(H) approximativ als Polynom der Form Z<sub>s</sub>(H) =  $\Sigma_k (r_k + i x_k) |H|^k$  geschrieben werden kann, d.h.

$$R_{s}(H) = R_{s}(0) + r_{1} |H| + r_{2} |H|^{2} + r_{3} |H|^{3} + ...$$
  

$$\lambda(H) = \lambda(0) + l_{1} |H| + l_{2} |H|^{2} + l_{3} |H|^{3} + ...$$
(2.130)

mit  $r_0 = R_S(0)$ ,  $x_0 = \omega \mu_0 \lambda(0)$  und  $x_k = \omega \mu_0 l_k$ , dann läßt sich die Auswirkung auf die reziproke Güte aus der Kenntnis der Feldverteilung an der Probe ausrechnen. Hierzu muß das Verlustleistungsintegral, die Integration des Produktes aus  $E = R_S(H)H$  und J = rot(H) über das Probenvolumen mit  $H = H(r, \phi, z) = H(r, \phi, 0) \exp(-z/\lambda(H))$ , betrachtet werden.

Die zunächst unlösbar erscheinende z-Integration kann unter Verwendung von  $\int dz (f(z))^n f'(z) = (f(z))^{n+1} / (n+1)$ ,  $n \ge 0$ , ausgeführt werden.

Setzt man für die Feldstärke  $H(r,\varphi,0)$  an der Oberfläche die Feldverteilung des TE<sub>0np</sub>-Modes ein und integriert azimutal, so ist die Verlustleistung in Abhängigkeit vom Feldstärkemaximum  $H_m$  gegeben durch

$$P_{V} = \int_{S_{D}} dA \int_{0}^{\infty} dz \ R_{S}(H(r,\varphi,z)) H(r,\varphi,z) \cdot (-\partial_{z}) H(r,\varphi,z)$$
  
$$= \int_{0}^{D/2} 2\pi r \ dr \frac{1}{2} R_{S}(0) H_{m}^{2} \left| \frac{J_{I}(2\alpha_{In}r/D)}{J_{I}(\alpha_{II}')} \right|^{2} \left[ 1 + \sum_{k \ge I} \frac{2}{k+2} \frac{r_{k}H_{m}^{k}}{R_{S}(0)} \left| \frac{J_{I}(2\alpha_{In}r/D)}{J_{I}(\alpha_{II}')} \right|^{k} \right] \quad (2.130).$$

Somit erhält man für den Beitrag der Probe zur reziproken Güte ein Polynom in  $H_m$ :

$$\frac{1}{Q_D}(H_m) = \frac{P_D}{\omega E} = \frac{R_s(0)}{\Gamma_D} + \frac{q_1 H_m}{\Gamma_D} + \frac{q_2 H_m^2}{\Gamma_D} + \frac{q_3 H_m^3}{\Gamma_D} + \dots$$
(2.131)

mit den Koeffizienten

$$q_{k} = \frac{2r_{k}}{k+2} \frac{\int_{0}^{\alpha_{1n}} x \left| J_{1}(x) \right|^{k+2} dx}{\left| J_{1}(\alpha_{11}') \right|^{k} \int_{0}^{\alpha_{1n}} x \left( J_{1}(x) \right)^{2} dx}$$
(2.132).

Man beachte, daß es – wie schon bei der diskontinuierlichen Nichtlinearität – keine Proportionalitätskonstante zwischen der reziproken Güte und dem Oberflächenwiderstand mehr gibt, wie sie im linearen Bereich der Geometriefaktor  $\Gamma_D$  darstellt. Aber da die Absorption linear von  $R_S$  abhängt, können die Koeffizienten  $q_k$ , die das nichtlineare Verhalten der Güte beschreiben, in die entsprechenden Koeffizienten  $r_k$  des Oberflächenwiderstands umgerechnet werden. Die Umrechnungsfaktoren der ersten drei Koeffizienten sind in Tab.2.4 aufgeführt.

	TE <sub>0np</sub> -Moden	k = 1	k = 2	k = 3
$r_k/q_k$	mit $n = 1$	1,777059	2,690432	3,722320
	mit $n = 2$	2,183781	3,831657	5,857198
$\left  q'_{k} / q_{k} \right  = \left  \cos(\omega t) \right ^{k+2} \left  \cos(\omega t) \right ^{2} $		0,848826	0,75	0,679061

Tab.2.4. Umrechnung der Koeffizienten der Feldabhängigkeit der reziproken Güte in die entsprechenden Koeffizienten, die das nichtlineare Verhalten des Oberflächenwiderstands wiedergeben.

Wenn das nichtlineare Verhalten instantan erfolgt, also schnell ist im Vergleich zur Hochfrequenzperiode, dann ist es sinnvoll, in der Verlustleistung bei den Termen, die |H| in höherer als der zweiten Potenz enthalten, die zeitliche Mittelung zu beachten [100]. Dies führt dazu, daß die Koeffizienten  $q'_k = q_k < |\cos(\omega t)|^{k+2} > / < |\cos(\omega t)|^2 >$  an die Stelle der Koeffizienten  $q_k$  treten; die Korrekturfaktoren der zeitlichen Mittelung sind ebenfalls für die ersten drei Koeffizienten in Tab.2.4 angegeben.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die Angabe von analytischen Zusammenhängen zwischen den Meßergebnissen  $1/Q(H_m)$  und den tatsächlichen, von der Feldverteilung der Meßanordnung unabhängigen Feldabhängigkeiten  $R_s(H)$  nur durch die Kenntnis der funktionalen Abhängigkeit der Feldverteilung von der Position auf der Probe möglich ist. Bei vielen anderen Meßanordnungen als dem hier beschriebenen Hohlraumresonator müßten zu diesem Zweck numerische Methoden angewendet werden.

# 2.3 Grundlagen der Gleichstrommessung

Vielfach können HF-Messungen zur Analyse der elektronischen Transporteigenschaften sinnvoll durch Gleichstrom- (DC-) Messungen ergänzt werden. Während erstere die Eigenschaften der Oberfläche des Materials erfassen, ermitteln DC-Messungen Eigenschaften des Volumens. Homogenität des Materials vorausgesetzt, sind die HF-Materialparameter  $R_s$  und  $\lambda$  mit dem spezifischen Widerstand  $\rho$ , der aus Gleichstrommessungen folgt, über Gl.(2.21) miteinander verknüpft. Bei einem inhomogenen Material stimmen hingegen der aus einer DC-Messung bestimmte und der nach Gl.(2.21) aus dem Oberflächenwiderstand abgeleitete spezifische Widerstand nicht unbedingt überein. Solche Abweichungen geben Aufschlüsse über die Art der Inhomogenität. So können Risse, isolierende Flächen und Bereiche geringerer Leitfähigkeit aus ihrer unterschiedlichen Wirkung auf HF- und DC-Messungen identifiziert werden. Bei Supraleitern liefert das Verschwinden des Gleichstromwiderstands bei T < T<sub>c</sub> außerdem ein weiteres Kriterium zur Bestimmung der Übergangstemperatur T<sub>c</sub>.

# 2.3.1 Vier-Punkt-Messung

Gleichstromwiderstände an scheibenförmigen Proben können in einer spannungsrichtigen Vier-Punkt-Meßanordnung, wie in Fig.2.8 dargestellt, durchgeführt werden. Diese schließt einen unerwünschten Meßbeitrag durch Kontaktwiderstände aus. Durch das Anbringen der Stromkontakte entlang der gesamten Höhe des Zylinders unter Wahrung eines Abstandes zur Oberfläche, der groß ist gegen die Eindringtiefe, wird der Probe eine quasi-zweidimensionale Potentialverteilung aufgeprägt, ohne die HF-Messung zu stören. Die Größe der Kontaktflächen, an denen die Stromdichte am größen ist, wird so gewählt, daß einerseits kein Aufheizen an den Kontakten und kein Überschreiten der kritischen Stromdichte J<sub>c</sub> stattfindet und andererseits der Meßfehler erträglich bleibt. Bei den Kontakten des Spannungsabgriffs ist lediglich zu beachten, daß die Kontaktwiderstände  $R_K$  – ebenso wie der Probenwiderstand – klein sein müssen gegen den Innen-widerstand  $R_i$  des Spannungsmeßgerätes.

# 2.3.2 Geometriefaktor

Um aus der gemessenen Spannung U und dem an einem seriellen Referenzwiderstand festgestellten Strom I über den Widerstand R = U/I unter Vernachlässigung des Nebenschlußstroms  $I_s = IR / (R_i + R_K) \ll I$  auf den spezifischen Widerstand  $\rho$  der Probe

schließen zu können, wird der geometrieabhängige Proportionalitätsfaktor  $\Gamma_{DC} = R / \rho$ benötigt. Diesen gewinnt man aus der Betrachtung der Potentialverteilung unter Annahme eines makroskopisch homogenen Materials der DC-Leitfähigkeit  $\sigma = 1/\rho$ .

Die Potentialverteilung  $\Phi(r, \phi)$  in der Probe, die aufgrund der Kontaktierung entlang der Höhe des Probenzylinders nicht von der z-Koordinante abhängt, erhält man aus der Lösung der Laplace-Gleichung im Volumen der Probe mit der homogenen Neumannschen Randbedingung an der Oberfläche S:



Fig.2.8. Geometrie der Vier-Punkt-Kontaktierung von scheibenförmigen Proben.

$$-\vec{\nabla}^2 \boldsymbol{\Phi} = 0, \qquad \hat{n} \cdot \vec{\nabla} \boldsymbol{\Phi} \Big|_{s} = 0 \qquad (2.133).$$

Mit  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  und  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \Phi$  besagt die Randbedingung, daß kein Stromfluß durch die Oberfläche möglich ist. Davon sind natürlich die Stromkontakte auszunehmen. Die Potentialverteilung in ihrer Nähe läßt sich für eine zylindrische Probe, die entlang ihrer Höhe h auf dem Zylindermantel linienförmig kontaktiert ist, mit

$$\Phi_{\pm}(r,\varphi) = \pm \frac{I}{\pi \,\sigma \,h} \ln \frac{c}{\sqrt{(D/2)^2 + r^2 - r \,D \cos(\varphi - \varphi_{\pm})}}$$
(2.134)

ansetzen, wenn  $\phi_{\pm}$  die azimutale Position des Plus- bzw. Minuspols bezeichnet. c ist hier eine beliebige Konstante mit der Dimension einer Länge, durch die zum Ausdruck kommt, daß ein Potential sich immer auf einen Vergleichspunkt bezieht.

Das Potential in Gl.(2.134) erfüllt die Laplace-Gleichung (in zwei Dimensionen), und die Integration des Gradienten von  $\Phi$  über eine infinitisimale, geschlossene Fläche um den Plus- oder Minuspol liefert, multipliziert mit der Leitfähigkeit  $\sigma$  der Probe, den Strom I durch den Anschluß.

Gelingt es nun, eine Funktion  $\psi(r,\phi)$  zu finden, so daß

$$\Phi(r,\varphi) = \frac{I}{\sigma} \psi(r,\varphi) + \Phi_+(r,\varphi) + \Phi_-(r,\varphi)$$
(2.135)

der Randbedingung genügt, so gibt Gl.(2.135) die gesuchte Potentialverteilung in der Probe an, sofern auch  $\psi(r, \varphi)$  eine Lösung der Laplace-Gleichung ist und an den Polstellen nicht stärker divergiert als  $\Phi_{\pm}(r, \varphi)$ , damit nahe den Kontakten, d.h. für  $(r, \varphi) \rightarrow (D/2, \varphi_{\pm})$ , das Potential auf die Lösung Gl.(2.134) strebt, d.h.  $\Phi \rightarrow \Phi_{\pm}$ .

Unter diesen Bedingungen hängt der gemessene Widerstand R = U/I über einen berechenbaren Geometriefaktor  $\Gamma_{DC}$  mit dem spezifischen Widerstand  $\rho = 1/\sigma$  des Probenmaterials zusammen

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\Phi(D/2, \gamma_{+}) - \Phi(D/2, \gamma_{-})}{I} = \Gamma_{DC} \rho$$
(2.136),

wenn  $\gamma_{\pm}$  die azimutale Position des Spannungsabgriffs beschreibt.

Die Erfüllung der Randbedingungen auf dem Zylindermantel, d.h. am Rand der scheibenförmigen Probe, bedeutet bei einer diametralen Stromkontaktierung ( $\phi_+-\phi_-=\pi$ ):

$$\frac{\partial}{\partial r}\psi(r,\varphi)\Big|_{r=D/2} = -\frac{\sigma}{I}\frac{\partial}{\partial r}\left(\Phi_{+}(r,\varphi) - \Phi_{-}(r,\varphi)\right)\Big|_{r=D/2}$$
$$= \frac{1}{2\pi h}\left[\frac{2r - D\cos\varphi}{(D/2)^{2} + r^{2} - rD\cos\varphi} - \frac{2r + D\cos\varphi}{(D/2)^{2} + r^{2} + rD\cos\varphi}\right]_{r=D/2} = 0$$
(2.137).

Das heißt, daß die Funktion  $\psi(r, \phi) = \text{const}$  den gestellten Bedingungen genügt.<sup>77</sup> Somit lautet die Potentialverteilung in der Probe:

$$\Phi(r,\varphi) = \frac{I}{2\pi\sigma h} \ln \frac{(D/2)^2 + r^2 + rD\cos(\varphi)}{(D/2)^2 + r^2 - rD\cos(\varphi)} + const$$
(2.138).

Erfolgt der Abgriff der Spannung auf dem Zylindermantel im Abstand  $b_\pm$  von den Stromkontakten, so ergibt sich der Geometriefaktor

$$\Gamma_{DC} = \frac{1}{2\pi h} \ln \left( \frac{1 + \cos(2b_{+}/D)}{1 - \cos(2b_{+}/D)} \frac{1 + \cos(2b_{-}/D)}{1 - \cos(2b_{-}/D)} \right)$$
(2.139).

Es sei bemerkt, daß die gewählte Anordnung nicht nur die gleichzeitige Messung von der Oberflächenimpedanz und dem Gleichstromwiderstand ermöglicht, sondern auch die größtmögliche Geometriekonstante für eine scheibenförmige Probe aufweist, wenn bei jeder Vergleichsanordnung ebenfalls dieselben Abstände b $_{\pm}$  zwischen Strom- und Spannungskontakten eingehalten werden. Ein großer Geometriefaktor führt bei gegebener Stromstärke zu einem größeren Spannungssignal und erhöht somit die Meßempfindlichkeit.

<sup>&</sup>lt;sup>77</sup> Auch auf den Stirnflächen der zylindrischen Probe ist die Randbedingung mit einer konstanten Funktion  $\psi(z) = \text{const}$  erfüllt, da auch  $\Phi_{\pm}$  nicht von der z-Koordinate abhängt.

# 3 Meßaufbau und Charakterisierungen

Um die Oberflächenimpedanz von Hochtemperatur-Supraleitern bei Frequenzen zwischen 8 und 20 GHz, d.h. im Mikrowellenbereich, in Abhängigkeit von der Temperatur und der Hochfrequenzfeldstärke messen zu können, ist ein Meßaufbau erstellt und charakterisiert worden, der in diesem Kapitel vorgestellt werden soll. Er besteht zum einen aus einem Kryostaten zur getrennten Kühlung eines Hohlraumresonators aus Niob und einer Probenhalterung, mit der Dünnschichten und Vollmaterialproben als Endplatte in den Resonator eingesetzt werden, und zum anderen aus der Hochfrequenz- und der Niederfrequenz-Meßelektronik sowie einer Computersteuerung zur Durchführung der Messungen.

Darüber hinaus werden in diesem Kapitel die Auswerteverfahren dargestellt und die zur Verfügung stehenden Proben beschrieben. Außerdem werden die Meßfehler betrachtet.

# 3.1 Kryostat und Resonator

Die vorgesehenen Messungen stellen einige anspruchsvolle Anforderungen an den Meßaufbau. Hinsichtlich des Kühlsystems sind hier zu nennen:

- 1a) Es muß gewährleisten, daß der Resonatorbecher aus Niob auf einer konstanten Temperatur unter 6 K gehalten wird, damit der Oberflächenwiderstand dieses Resonatorteils nur einen kleinen und bei jeder Messung gleichen Beitrag zur gemessenen Güte liefert.
- 1b) Unabhängig vom Resonatorbecher muß die Temperatur der Probe zwischen 5 K und 150 K variiert werden können, ohne die Temperatur der Niobwände merklich zu erhöhen.
- 1c) Für die Durchführung von temperaturabhängigen Messungen soll die Standzeit mindestens zwölf Stunden betragen.
- 1d) Die bei feldstärkeabhängigen Messungen benötigten HF-Leistungen von einigen zehn Watt müssen abgeführt werden können, so daß insbesondere im Koppelbereich die Temperatur nicht wesentlich ansteigt.
- 1e) Wenn das Nachfüllen von Kühlmittel erforderlich wird, sollen die Meßbedingungen durch diesen Vorgang nicht beeinflußt werden.

Darüber hinaus erfordert die Messung von sehr hohen Gütefaktoren und von Eindringtiefeänderungen ein hohes Maß an mechanischer Stabilität des Resonators. Das bedeutet:

- 2a) Trotz der thermischen Entkopplung zwischen dem Resonatorbecher und der Probe müssen beide Teile des Resonators mechanisch fest verbunden sein, so daß Erschütterungen z.B. durch angeschlossene Pumpen die Resonanzen nicht stören.
- 2b) Die Kühlvorrichtungen dürfen keinen Druck auf die Wände des Resonators ausüben, d.h. weder auf den Niobbecher noch auf die Probenaufhängung.
- 2c) Die Probenaufhängung muß so konstruiert sein, daß sie trotz thermischer Expansion beim Erwärmen der Probe während einer temperaturabhängigen Messung die Länge des Resonators nicht verändert.

Weitere Anforderungen betreffen die Ankopplung des Resonators an die HF-Meßelektronik:

- 3a) Die Ein- und Auskopplung soll im Meßzustand von außen je nach den Erfordernissen der Messung zwischen schwacher und kritischer Kopplung variiert werden können.
- 3b) Trotz der Verstellbarkeit dürfen keine Öffnungen der HF-Leistung die Möglichkeit zu einem Entweichen oder zu direktem Überkoppeln auf die Auskoppelleitung bieten.
- 3c) Die Einstellbarkeit der Kopplung muß genau und reproduzierbar sein.

- 3d) Die Koppelelemente müssen so ausgelegt sein, daß durch sie bei keiner der verwendeten Frequenzen und bei keiner Koppeleinstellung Störungen der HF-Signale auftreten können.
- 3e) Änderungen der Koppelverhältnisse etwa durch ein Verkippen der Koppelkabel beim Verstellen müssen vermieden werden.

Schließlich ist bezüglich der Handhabung wünschenswert,

- 4a) daß die Probe, der Resonatorbecher und die Koppelelemente einfach und möglichst unabhängig voneinander zugänglich sind und
- 4b) daß Resonatoren mit unterschiedlichen Abmessungen, insbesondere auch mit verschiedenen Abständen der Koppellöcher, ohne aufwendige Umbaumaßnahmen in den Kryostaten eingesetzt werden können.

Zur optimalen Auslegung des Kryostaten wurde zunächst ein erprobter Mikrowellenkryostat [92, 87] in Betrieb genommen, der bereits einige der o.g. Kriterien (nämlich die unter 1a, 1b, 1e, 2a, 2b und 3a angeführten) erfüllte und mit dem schon temperaturabhängige Messungen des Oberflächenwiderstands von polykristallinen Hochtemperatur-Supraleitern durchgeführt werden konnten [101, 102]. An diesem wurden zum einen Maßnahmen zur Verbesserung des Koppelsystems getestet, die vor allem für Messungen bei größerer HF-Feldstärke und bei mehr als einer Resonanzfrequenz notwendig waren. Zum anderen wurden aus dem Umgang mit diesem Kryostaten wertvolle Hinweise zur Optimierung der Handhabung gewonnen.

Als Ergebnis dieser Erkenntnisse sowie weiterer Überlegungen ist der in Fig.3.2 schematisch dargestellte Mikrowellenkryostrat entworfen und von der Fa. CryoVac hergestellt worden. Das nebenstehende Bild (Fig.3.1) zeigt einen Blick in den offenen Kryostaten. Zu erkennen ist in der Mitte der hohlzylindrische, an drei GFK-Säulen aufgehängte Flüssig-Helium-Tank, an dem innen der über den oberen Rand des Tanks herausragende Nb-Resonatorbecher befestigt wird. Von der Probenaufhängung sind lediglich die auf dem Tank angeschraubten drei Winkel zu sehen, in die der Probenhalter eingehängt wird, sowie die zu seiner thermischen Ankopplung dienenden zwei Kupferbänder, die von der Unterseite eines thermischen Schalters herabhängen. Die im geöffneten Zustand von zwei Stahlstangen gehaltene Bodenplatte des Kryostaten weist zwei Hochfrequenz-Durchführungen, an die zunächst flexible und anschließend halbstarre HF-Kabel angeschlossen sind, sowie zwei Lineardurchführungen zur Verschiebung der Koppelkabel, d.h. der halbstarren HF-Kabel, auf.



Fig.3.1. Foto des geöffneten Mikrowellenkryostaten. Im Vordergrund rechts einer der Resonatoren mit dem am Resonatorboden angeschraubten Führungsteil für die Koppelkabel, links einige Probenträger mit und ohne Proben, vorn ein Koppelkabel mit Koppelantenne.

Die einzelnen Komponenten des Mikrowellenkryostaten werden in den folgenden Abschnitten erläutert.



**Fig.3.2.** Schematischer Querschnitt durch den für temperatur- und HF-feldstärkeabhängige Messungen der Oberflächenimpedanz von Hochtemperatur-Supraleitern bei verschiedenen Frequenzen zwischen 9 und 20 GHz optimierten Mikrowellenkryostaten mit Resonator, Probenaufhängung und Koppelteil.

# 3.1.1 Kryostat

Das Kühlsystem stellt eine Kombination aus Bad- und Durchflußkryostat dar. Zur Kühlung des Nb-Resonatorbechers entsprechend der unter 1a) genannten Anforderung dient ein hohlzylindrischer Flüssig-Helium-(LHe-)Tank, der innen einen Anschlag bietet, gegen den

# Meßaufbau und Charakterisierungen

der Resonatorbecher an einem umlaufenden Ansatz in Höhe des Resonatorbodens, d.h. in Höhe der Koppelgegend (vgl. 1d), mit einem Überwurfring angeschraubt wird, so daß dieser Tank den Resonator ringförmig umschließt. Durch die Klemmverbindung als thermische Ankopplung an das LHe-Bad wird gewährleistet, daß weder Änderungen des Drucks über dem Flüssiggas noch thermische Längenänderungen zu Druck- oder Zugbelastungen des Resonators führen, die sich auf die Resonanzen auswirken könnten (vgl. Anforderung 2b).

Der Resonatortank ist über ein von außen durch ein Spindelventil verschließbares Kapillarrohr mit dem LHe-Vorratstank verbunden und mechanisch durch drei GFK-Rohre an diesem aufgehängt. Der Vorratstank hat ebenfalls die Form eines Hohlzylinders und ist so bemessen, daß die geforderte Standzeit von zwölf Stunden (vgl. 1c) ohne weiteres erreicht wird. Das Schließen des Spindelventils ermöglicht ein Wiederbefüllen des Vorratstanks ohne Beeinträchtigung der Meßbedingungen (vgl. 1e) und das Absenken der Temperatur des Resonatortanks durch Abpumpen über die Abgasleitung dieses Tanks.

Zur Kühlung der Probe ist ein Wärmetauscher, über dem sich ein entlang der Achse des Kryostaten angeordnetes Pumprohr anschließt, vorgesehen. Der LHe-Zufluß erfolgt aus dem Vorratstank über ein von außen einstellbares Ventil. An der Kaltplatte des Wärmetauschers ist ein Heizer angebracht. Zur Temperaturregulierung wird das Ventil gerade so weit geöffnet, daß beim Abpumpen am Pumprohr die tiefste gewünschte Temperatur erreicht werden kann. Die Saugleistung der Heliumpumpe wird hierzu über einen Regelblock dosiert. Die genaue Einstellung der Temperatur wird mittels des Heizers vorgenommen, der von einem Regelgerät gesteuert wird. Um längere Zeit bei T < 6 K zu arbeiten, kann das Pumprohr auch als Tank eingesetzt und mit LHe geflutet werden.

Zur thermischen Ankopplung der Probe dienen zwei flexible Bänder aus geflochtenen dünnen Kupferdrähten, die auf dem Probenhalter angeschraubt werden. Diese hängen von der Unterseite eines thermischen Schalters herab, der über einen Seilzug von außen zu bedienen ist, mit dem eine Feder gespannt und so der Schalter geöffnet werden kann. Im geschlossenen Zustand des Schalters drückt die Feder einen Kupferzylinder, der an die Kaltplatte des Wärmetauschers gekoppelt ist, gegen die probenseitige Platte<sup>1</sup> des Schalters, so daß die Probe auf die Temperatur des Wärmetauschers gebracht werden kann. Da die Unterseite des thermischen Schalters nicht starr mit dem Probenhalter verbunden ist bzw. der Schalter nicht direkt auf den Probenhalter drückt, übt die Betätigung des Schalters keinen Einfluß auf den Resonator aus (vgl. 2b). Die exakte Kontrolle der Probenhalter selber erreicht.

Wie in der Kryotechnik üblich, wird der zu kühlende Bereich von einem Strahlungsschild umschlossen. Dieser ist hier zur Erleichterung des Zugangs zur Probe zweigeteilt, wird am unteren Rand des Vorratstanks angeschraubt und reicht bis unter den Resonatortank. Der LHe-Vorratstank ist von einem hohlzylindrischen Flüssig-Stickstoff-(LN<sub>2</sub>-)Tank umgeben, an dem ebenfalls ein zweiteiliger, becherförmiger Strahlungsschild angebracht ist, der den inneren Schild abschirmt.

Um Konvektion zu vermeiden, wird das Innere des Kryostaten mit Hilfe einer Turbomolekularpumpe und – dieser vorgeschaltet – einer Membranpumpe evakuiert. Im eingekühlten Zustand liegt der Druck im Rezipienten unter  $2 \cdot 10^{-6}$  mbar. Vibrationen, die insbesondere von der Membranpumpe ausgehen, müssen durch eine geeignete Lagerung der Pumpe und

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Thermisch von diesem entkoppelt, ist die probenseitige Platte des Schalters mechanisch ebenfalls am Wärmetauscher befestigt.
durch Abfangen des Schlauchs zur Turbomolekularpumpe so unterbunden werden, daß sie sich nicht auf den Resonator übertragen können.

Abgeschlossen wird der Rezipient nach unten von einem abnehmbaren Zylindermantel, der an seinem oberen, nach außen zu einem Flansch erweiterten Rand an den Kryostaten angeschraubt wird. Dabei hebt der untere, nach innen verbreiterte Rand des Zylinders, in den ein Dichtungsring eingelassen ist, die Bodenplatte des Kryostaten, die im geöffneten Zustand von zwei Stangen gehalten wird, etwas an. Die so geschlossene Dichtung wird ebenfalls verschraubt.

In die Bodenplatte des Kryostaten sind zwei Hochfrequenz-Durchführungen und zwei mechanische Lineardurchführungen eingesetzt. Flexible, 49 cm lange Koaxialkabel verbinden die HF-Durchführungen mit den Anschlüssen der halbstarren, ca. 16 cm langen Koppelkabel, ohne auf diese eine die Koppelverhältnisse ändernde (seitliche) Zugbelastung auszuüben (vgl. 3c und 3e). An dieser Seite der Koppelkabel greifen Klemmstücke an, die thermisch mittels flexibler Kupferlitze an den Strahlungsschild des LN<sub>2</sub>-Tanks angekoppelt sind und die auf die Enden der Linearduchführungen gesteckt und festgeschraubt werden. Auf diese Weise kann die vertikale Position der Koppelkabel von außen auf einer Tausendstel-Zoll-Skala variiert werden (vgl. 3a und 3c). Darüber hinaus ermöglicht die getrennte Vakuumdurchführung von Hochfrequenzleitung und mechanischer Verstellvorrichtung<sup>2</sup>, daß der Abstand der Koppelkabel und ihre Lage genau an den verwendeten Resonator angepaßt werden kann. Würden die halbstarren Koppelkabel selber an einer bestimmten Stelle aus dem Rezipienten herausgeführt, so ließe die festgelegte horizontale Position kaum die Verwendung von verschiedenen Resonatoren mit unterschiedlichen Abständen der Koppelkamine zu (vgl. 4b).

Zudem bietet die hier realisierte Anordnung einen erleichterten Zugang zu den Koppelkabeln (vgl. 4a), die insbesondere im Hinblick auf die Messungen bei hoher HF-Leistung gut gewartet und gelegentlich ausgewechselt werden müssen. Außerdem können die halbstarren Kabel, die einhergehend mit der geforderten geringen Wärmeleitfähigkeit eine größere Dämpfung pro Längeneinheit aufweisen als z.B. die flexiblen HF-Kabel, so kurz wie möglich gehalten werden.

## 3.1.2 Resonatoren

Die eingesetzten Resonatorbecher, die durch die Probe als Endplatte zum Hohlraumresonator abgeschlossen werden, sind aus massivem Niob gefertigt.<sup>3</sup> Ihre Maße, insbesondere die Innendurchmesser, richten sich nach den Probengrößen; für Proben mit Durchmessern von 40 mm bzw. 1 Zoll werden Resonatorbecher mit 42,4 mm bzw. 27 mm Innendurchmesser und einem Außendurchmesser von 50 mm verwendet. Die Tiefe der Becher ist mit 55 mm bzw. 38 mm so bemessen, daß sie die (größte) gewünschte Länge des Resonators, die bei gegebenem Durchmesser letztlich die Resonanzfrequenzen bestimmt, um etwas mehr als die Höhe der Probenträger übersteigt.

In die Böden der Resonatorbecher, die Zylinder von 45 mm bzw. 37 mm Höhe darstellen, sind symmetrisch zur Resonatorachse zwei Sacklöcher von 11 mm bzw. 10 mm Durchmesser gebohrt worden, die bis auf einen dünnen Steg von 0,5 mm bzw. 1 mm Stärke an den Hohlraum heranreichen und als Koppelkamine dienen. Der Abstand ihrer Mitten entspricht dem Durchmesser, auf dem die magnetische Feldstärke der  $TE_{01p}$ -Moden an den Endplatten des Resonators am größten ist. In jeden Steg ist ein Koppelloch von 3,7 mm bzw. 2,8 mm Durchmesser erodiert worden, das bezüglich der Resonatorachse azimutal gegenüber der Achse des Sacklochs um den halben Radius des Sacklochs versetzt ist, so

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Bei dem zur Optimierung des Aufbaus in Betrieb genommenen Kryostaten [87] werden die Koppelkabel selber aus dem Rezipienten herausgeführt und mit einer vakuumdichten Verstellvorrichtung versehen.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Die Nb-Resonatoren wurden hergestellt an der Universität Karlsruhe bzw. von der Firma ACCEL.

daß ein maximaler Überlapp der Feldverteilungen der  $TE_{0np}$ -Moden mit den im Koppelkamin bestehenden Feldern gewährleistet ist. Der Durchmesser und die Tiefe des Koppellochs ergeben sich aus einer Abwägung der Anforderungen 3a) und 1d) und der zusätzlichen Bedingung, daß das Koppelloch nur eine (geometrisch) kleine Störung darstellen, d.h., daß sein Durchmesser wesentlich kleiner als die HF-Wellenlänge sein soll. Zugleich muß das Loch groß genug sein, um kritische Kopplung zu ermöglichen (vgl. 3a). Ebenso soll die Stärke des Stegs, d.h. die Tiefe des Koppellochs, einerseits klein genug sein, um die Ankopplung nicht zu sehr zu dämpfen; andererseits muß der Steg breit genug sein, um die erhöhte Absorption in der Koppelgegend bei großer HF-Leistung abführen zu können, so daß keine Erwärmung entsteht.<sup>4</sup>

Nach der Fertigung ist zur Optimierung der HF-Eigenschaften das Material einer besonderen Behandlung [19] unterzogen worden. Vor der Verwendung wurde außerdem eine bewährte Oberflächenpräparation von P. Kneisel (CEBAF, Newport News, USA) bzw. Fa. ACCEL Instruments (Bergisch Gladbach) durchgeführt.

Zu den Nb-Resonatoren sind baugleiche Kupferresonatoren, die bei Raumtemperatur eine höhere Güte ermöglichen, angefertigt worden, um in Experimenten ohne den Kryostat die Auswirkungen von Störungen untersuchen zu können [94].

## 3.1.3 Koppelteil

In die Sacklöcher im Boden des Resonatorbechers stehen entlang ihrer Achsen die unkonfektionierten Enden der Koppelkabel hinein. Ihre von außen variierbare vertikale Position legt die Länge der Koppelkamine, der Abstände zwischen den Enden der Wellenleiter und den Koppellöchern, fest, über die die Einstellung der Kopplung erfolgt. Um eine gute Kopplung zwischen den Feldern im Koaxialkabel und im Koppelkamin zu erreichen, wird der Innenleiter des halbstarren Kabels auf einer Länge von etwa der halben Vakuumwellenlänge<sup>5</sup>  $c_0/f$  der Meßfrequenz f als Koppelantenne herauspräpariert. Entlang dieses Stücks bildet der freigelegte Innenleiter mit der Wand des Sacklochs einen Koaxialleiter mit einem Wellenwiderstand von ca. 150  $\Omega$  und einer Feldverteilung, die optimal an den TM<sub>01</sub>-Mode im Koppelkamin angepaßt ist.<sup>6</sup> Mit dieser Anordnung werden Koppelgüten erreicht, die den Bereich von schwacher bis zu kritischer Kopplung abdecken (vgl. 3a).

Um Störungen durch ein Entweichen von HF-Leistung in das Volumen zwischen dem Außenleiter des Koppelkabels und der Wand des Sacklochs zu verhindern (vgl. 3b), wird am Ende des Außenleiters ein durchbohrter Kupferzylinder angebracht, dessen Außendurchmesser nur wenig kleiner ist als der Durchmesser des Sacklochs und dessen Länge etwa einem Viertel der Vakuumwellenlänge<sup>7</sup>  $c_0/f$  entspricht. Dadurch wird zum einen die Ankopplung an den zwischen dem Kupferzylinder und der Wand des Sacklochs aus-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Dies ist auch der Grund für die Position der thermischen Ankopplung in Höhe des Resonatorbodens, d.h. der Koppelgegend.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Da dieses Kriterium natürlich nicht zugleich für alle zur Messung verwendeten Resonatormoden zwischen 8 GHz und 20 GHz erfüllt sein kann, werden hier die störungsarmen Moden  $TE_{011}$  und  $TE_{012}$  bevorzugt. Höhere Zusatzverluste durch Abstrahlung in den anderen Moden können dann bei der Auswertung der Messungen korrigiert werden.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Versuche, den Querschnitt des freigelegten Innenleiters durch eine aufgesteckte, mit Indium kontaktierte Kupferhülse zu vergrößern und so den Leitungswiderstand des Antennenstücks auf ca. 50 Ω, den Wellenwiderstand des Koppelkabels, zu reduzieren, ergaben keine Verbesserung der Kopplung. Vielmehr waren die beobachteten Koppelresonanzen auf der Antenne weniger scharf definiert und somit schwerer zu umgehen (entgegen 3d).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> vgl. Fußnote 5)

breitungsfähigen TEM-Mode minimiert und zum anderen eine destruktive Überlagerung mit den an den Enden des Zylinders zweimal reflektierten Wellen bewirkt (Prinzip des  $\lambda/4$ -Transformators). Gegenüber den früher üblichen Federkränzen, die den Außenleiter und den Koppelkamin kurzschließen, hat diese Lösung den Vorteil, keinen thermischen Kontakt zum Resonatorboden herzustellen und mechanisch weit weniger anfällig zu sein als die Federblätter. Außerdem ergaben eigene Versuche, daß die Kupferzylinder Störungen noch besser unterdrücken (vgl. 3d).

Zusätzlich wird die Koppelgegend nach außen durch eine Kupferplatte abgeschlossen, die gegen den Resonatorboden geschraubt wird. Die Abdichtung um jedes der Sacklöcher herum gewährleisten Indiumringe. An der Platte ist ein zweigeteilter<sup>8</sup> Führungsaufsatz für die Koppelkabel angebracht, der diese eng umschließt und so auch dazu beiträgt, einen direkten Übergang von HF-Leistung von einem Koppelkabel auf das andere am Resonator vorbei zu unterbinden (vgl. 3b,d). Vor allem aber verbessert er wesentlich die Reproduzierbarkeit der Kopplung, indem Verkippungen der Antenne beim Verstellen der Koppelposition verhindert werden (vgl. 3e).

Damit zur genauen und reproduzierbaren Einstellung der Kopplung (vgl. 3c) die Nullposition, bei der die Koppelantenne gerade an den Steg zum Resonanzvolumen anschlägt, d.h., bei der die Länge des Koppelkamins gerade auf Null geht, aufgefunden werden kann, ist ein Koppelanschlagmelder konstruiert worden: Am Führungsaufsatz befindet sich neben den beiden Kabeldurchführungen je ein elektrischer Kontakt, der bei der Berührung mit einer Klemme am Koppelkabel einen Stromkreis schließt, durch den außerhalb des Kryostaten ein Lichtsignal gegeben wird.

## 3.1.4 Probenaufhängung

Mit dem Probenhalter wird die auf einen scheibenförmigen Probenträger geklebte Probe von oben in den Resonatorbecher gesenkt, ohne diesen zu berühren (vgl. 1b). Der Probenhalter ist thermisch entkoppelt (vgl. 1b) und zugleich mechanisch hinreichend stabil (vgl. 2a) an drei Winkeln befestigt, die auf dem Resonatortank angeschraubt sind.

Die drei Komponenten der Probenaufhängung, Probenträger, -halter und Halteraufhängung, werden im folgenden näher beschrieben. Sie sind im wesentlichen aus Kupfer gefertigt wegen der auch bei tiefen Temperaturen vergleichsweise hohen Wärmeleitfähigkeit dieses Materials.

## 3.1.4.1 Ausführung des Probenträgers

Da die Probe an ihrer Halterung nur durch eine Klebung mit einem für Tieftemperaturanwendungen geeigneten Epoxidharzkleber (Stycast) fixiert werden kann<sup>9</sup> und solche Verbindungen in der Regel schlecht und oft nicht rückstandsfrei zu lösen sind, ist es sinnvoll, jede Probe auf einen eigenen Träger aufzukleben, der dann an die eigentliche Halterung angeschraubt wird. Dieser Probenträger sollte zur Herstellung in größerer Stückzahl eine möglichst einfache Form besitzen.

Der Probenträger ist so ausgelegt, daß er zusammen mit der Probe eine Scheibe mit einem Durchmesser von 40 mm bzw. 25 mm und einer Höhe von etwa einem Viertel der HF-Vakuumwellenlänge  $c_0/f$  der Meßfrequenz f bildet<sup>10</sup>, an die sich ein flacher Zylinder mit einem deutlich geringeren Durchmesser anschließt. Auf diese Weise wird erreicht, daß der Spalt zwischen dem Resonatorbecher und der beschriebenen Scheibe, der zur thermischen

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Die Zweiteilung erleichtert den Zugang zu den Koppelkabeln (vgl. 4a).

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Eine Befestigung durch Klemmen würde den Resonator stören und garantiert nicht immer einen guten thermischen Kontakt.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> vgl. Fußnote 5)

Entkopplung und zur Aufspaltung der TE<sub>0np</sub>- und TM<sub>1np</sub>-Moden besteht, einen  $\lambda/4$ -Transformator darstellt, der Abstrahlverluste über den im Spalt ausbreitungsfähigen TEM-Mode unterdrückt.

## 3.1.4.1.1 für Dünnschichtproben

Die Probenträger für Dünnschichtproben auf Substraten von typischerweise etwa 0,5 mm Dicke haben dementsprechend die Gestalt zweier aneinandergefügter, flacher Zylinder mit Durchmessern von 40 mm bzw. 25,4 mm und etwa 25 mm bzw. 16 mm sowie Höhen von 6 mm bzw. 4,5 mm und 1,5 mm.

Aufgrund der sehr unterschiedlichen thermischen Ausdehnung von den Substratmaterialien, dem Epoxidharzkleber und dem Kupfer der Probenträger muß die Klebefläche begrenzt werden, um ein Zerspringen der Proben beim Abkühlen auszuschließen. Hierzu wird in die probenseitige Stirnfläche eine konzentrische, umlaufende Nut von etwa 1 mm Breite und etwa 3 mm Tiefe mit einem Innendurchmesser von 5 - 6 mm gedreht, die die Klebefläche umschließt und beim Andrücken der Klebung den überschüssigen Kleber aufnimmt. Damit das von der Probe abgeschlossene Volumen der Nut evakuiert werden kann<sup>11</sup>, führt ein gebohrter Kanal von dieser zum Rand des Probenträgers.

Zu beachten ist, daß das dielektrische Substrat zusammen mit den angrenzenden elektrisch leitenden Flächen, dem Kupratfilm und dem kupfernen Probenträger, einen Parallelplattenresonator mit zahlreichen Moden<sup>12</sup> im Bereich der Meßfrequenzen zwischen 8 und 20 GHz bildet und die Anregung solcher Moden die Meßergebnisse verfälschen würde. Deshalb ist zum Vergleich ein zweiter Trägertyp für Dünnschichtproben mit einem um 1 mm vergrößerten Außendurchmesser entworfen worden, bei dem der Parallelplattenresonator durch einen Rand von der Höhe des Substrats, der die Probe umrahmt, zu einem Hohlraum abgeschlossen ist, dessen Resonanzfrequenzen oberhalb des Meßbereichs liegen. Diese Maßnahme, die ein späteres Ablösen einer einmal aufgeklebten Probe nahezu unmöglich macht und durch das Einbringen von Kupfer in die Endplatte die Resonatorgüte geringfügig reduziert, erwies sich als nicht erforderlich.

## 3.1.4.1.2 für Vollmaterialproben

Da die scheibenförmigen Vollmaterialproben so präpariert werden, daß ihre Höhe selbst das  $\lambda/4$ -Kriterium erfüllt, genügt als Probenträger eine dünne Scheibe von etwa 25 mm Durchmesser, die mit Hilfe eines Zentrierrings mittig auf die Rückseite der Proben geklebt wird. Der Epoxidharzfilm verhindert dabei einen elektrischen Kontakt zwischen der Probe und dem Träger und ermöglicht somit gleichzeitig DC-Messungen. Kontaktiert wird das Vollmaterial hierfür durch vier kleine, mit Indium gefüllte Bohrungen am Probenrand von etwa 0,5 mm Durchmesser und Tiefe, an die feine Kupferdrähte angebracht werden und deren Positionen der Geometrie in Fig. 2.8 mit einem Abstand b von ca. 10 mm entsprechen.

## 3.1.4.2 Ausführung des Probenhalters

Der innere Teil des aus einem Kupferzylinder gefertigten Probenhalters hat die Form eines Bechers mit einem Außendurchmesser von einem Zoll, an dessen Boden von außen der Probenträger und von innen das Thermometer, ein Pt100- und ein C100-Widerstand in einem Kupferblock, angeschraubt wird. Die Höhe des Bechers ist so bemessen, daß bei

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Andernfalls können hier beim Abkühlen Gase eingefroren werden, die wegen ihrer hohen Wärmekapazität ein lang anhaltendes Wärmeleck darstellen.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Die Resonanzfrequenzen  $f_{mn}$  des Parallelplattenresonators sind gegeben durch  $f_{mn} = \alpha_{mn} c_0 / (\pi D \sqrt{\epsilon_r})$  mit der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  des Dielektrikums zwischen den elektrisch leitenden Platten.

jeder gewünschten Resonatorlänge der Becherrand aus dem Mantel des Niobresonators heraussteht. Am Rand des Bechers setzt nach außen ein flacher Ring an, der radial über den Rand des Resonatorbechers reicht und so die Befestigung des Probenhalters an dem Resonatortank erlaubt. Nur so läßt sich eine hinreichende Stabilität des Resonators bei gleichzeitiger thermischer Entkopplung von Resonatorbecher und Probe erreichen.

Auf dem Ring werden die flexiblen Kupferbänder zur thermischen Ankopplung an die probenseitige Platte des thermischen Schalters angeschraubt, deren Enden in flache, auf der Kontaktseite polierte, zum Anschrauben durchbohrte Hülsen aus Kupferblech eingelötet sind. Außerdem ist an einem umlaufenden Ansatz als Heizwiderstand ein 50µm-Manganindraht in magnetfeldkompensierender Wicklung angebracht und mit Tieftemperaturlack (GE Varnish) fixiert.

Würde nun auch die mechanisch stabile, thermisch schwache Verbindung des Probenhalters zum Resonatortank an dem Ring ansetzen, so änderte sich mit der Probentemperatur durch die thermische Expansion des Probenhalters und -trägers auch die Resonatorlänge, so daß Messungen von Eindringtiefeänderungen, die wesentlich kleiner als die Wärmeausdehnung sind, unmöglich wären (vgl. 2c). Deshalb fügt sich außen an den Ring nach unten ein Zylinderrohr an, das gerade so lang ist, daß die Gewindebohrungen zur Aufhängung genau in der Höhe der Probe liegen können. Vorausgesetzt, daß die Temperaturgradienten auf dem Halter angesichts des Materials und der Wandstärke vernachlässigbar klein bleiben, bewirkt diese Konstruktion eine Kompensation der thermischen Längenänderungen auf beiden Seiten des Resonatormantels und somit eine konstante Resonatorlänge.

## 3.1.4.3 Halteraufhängung

Die Aufhängung des Probenhalters erfolgt an drei langen, dünnen Stahlschräubchen, die in die Gewinde am unteren Rand des Halters geschraubt werden. An diesen fällt im wesentlichen der Gradient zwischen der Probentemperatur und der Temperatur des LHe-Resonatortanks ab. Um ihren Wärmewiderstand zu erhöhen, ohne die Festigkeit nennenswert zu beeinträchtigen, sind sie mittig entlang etwa ihrer halben Länge zu einem vertikalen Steg flach gefeilt worden. Damit der veränderliche Temperaturgradient und die entsprechenden thermischen Längenänderungen keinen Einfluß auf die Resonatorlänge nehmen, sind die Schrauben waagerecht montiert. Den rechten Winkel<sup>13</sup> und die stabile Verbindung zum Probenhalter gewährleisten Kontermuttern, die gegen den äußeren Zylinder des Halters festgezogen werden.

An der Kopfseite ruht jede Stahlschraube in einer vorgegebenen Position auf einem Winkel, der an einem Langloch auf den Resonatortank senkrecht zur Schraubenachse ausgerichtet aufgeschraubt und zur Verbesserung der Wärmeleitung aus massivem Kupfer von 4 mm Wandstärke gefertigt ist. Der lange vertikale Schenkel wird der Länge nach von einem erodierten Kanal geteilt, von dem in Höhe der gewünschten Probenpositionen kurze waagerechte Kanäle abzweigen, in die die Schrauben geführt und mit einer Mutter befestigt werden. Mit Hilfe dieser Muttern kann die horizontale Position der Probe justiert werden. Zur Zentrierung der Probe im Resonatorbecher eignet sich der äußere Zylinder des Probenhalters, dessen Abstand zur Außenwand des Resonators leicht ausgemessen werden kann. Hinsichtlich der vertikalen Probenposition ermöglicht die Aufhängung eine bis auf einige Mikrometer genaue Reproduzierbarkeit, die die Frequenzintervalle, in denen die Resonanzen aufzufinden sind, auf überschaubare Bereiche begrenzt.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Der rechte Winkel zur Achse des Probenhalters ist besonders zur Vermeidung von Verkippungen der Probe gegenüber dem Resonatorboden wichtig.

# 3.2 Meßelektronik

Die Hochfrequenz-Meßelektronik muß so ausgelegt sein, daß im Frequenzbereich von 9 bis 20 GHz bei einer über mehrere Größenordnungen variierbarer Eingangsleistung Messungen der Resonatorgüte sowohl nach der Sweep- als auch nach der Dekrementmethode sowie Bestimmungen der Resonanzfrequenzen und der Koppelgüten durchgeführt werden können. Der hierzu aufgebaute Mikrowellen-Schaltkreis wird schematisch in Fig.3.3 dargestellt und in den folgenden Abschnitten erläutert.

Außerdem erfordern die vorgesehenen Messungen niederfrequente Meßelektronik zur Kontrolle der Probentemperatur und ggf. zur Messung des Gleichstromwiderstands, die in den anschließenden Abschnitten beschrieben wird.



**Fig.3.3.** Schematische Darstellung des Mikrowellen-Schaltkreises. Bei der Beschriftung wurden einheitlich die in der HF-Technik üblichen englischen Bezeichnungen verwendet.

## 3.2.1 Eingangsseitige HF-Schaltung

Um Messungen an Resonatoren hoher Güte vornehmen zu können, werden HF-Signale mit großer Frequenzstabilität benötigt. Diese erzeugt in der hier vorgestellten Meßanordnung ein CW<sup>14</sup>-Synthesizer (HP 83711B), der im Abschnitt 3.2.1.1 näher beschrieben wird.

An den Ausgang dieser HF-Quelle ist über einen Adapter eine PIN-Diode (EYAL Microwave switch AR-4260) angeschlossen, mit der das HF-Signal für Messungen nach der Dekrementmethode innerhalb von 18 ns geschaltet werden kann,<sup>15</sup> indem ein Spannungssignal an die Diode gegeben wird. Hierzu dient ein Funktionsgenerator (HP 33120A), der ein rechteckförmiges Modulationssignal von einstellbarer Frequenz  $f_{mod}$ , i.d.R.  $f_{mod} =$ 100 .. 1000 Hz, liefert. Die Modulationsfrequenz muß so gewählt sein, daß der Resonator vor dem Abschalten der Hochfrequenz den eingeschwungenen Zustand erreicht hat und daß die Dauer, für die die PIN-Diode das HF-Signal unterbricht, zum Abklingen der Feldenergie im Resonator ausreicht (vgl. Anhang A2), d.h.  $f_{mod} < (2Q)^{-1}f$ .

Für Messungen des reflektierten Signals, die zur Bestimmung des Einkoppelfaktors dienen, wird an die PIN-Diode ein Richtkoppler (DCS 211) angeschlossen, der 20dB des reflektierten Signals auf einen Detektionszweig gibt, der dem unter 3.2.2.1 dargestellten entspricht. Bei Transmissionsmessungen wird auf den Richtkoppler verzichtet; das HF-Signal gelangt direkt über ein dämpfungsarmes, flexibles Koaxialkabel (SucoFlex 104) zur HF-Durchführung am Kryostaten. Von ihrem innenseitigen Anschluß stellen, wie oben beschrieben, ein kurzes, besonders flexibles Koaxialkabel (SucoFlex 103E) und das halbstarre, schlecht wärmeleitende Koppelkabel (Micro-Coax Components UT 141) die Verbindung zum Resonatoreingang her.

Um Messungen bei hohen HF-Feldstärken durchführen zu können, steht ein Wanderfeld-Röhrenverstärker (travelling wave tube amplifier, TWTA, Varian VZM 6991K3) zur Verfügung, der im geforderten Frequenzbereich mindestens 25 W Ausgangsleistung anbietet und vor der HF-Durchführung in die Eingangsseite des HF-Schaltkreises eingefügt wird. Eine genauere Beschreibung des Verstärkers gibt Abschnitt 3.2.1.2. Wegen der schlechten Anpassung des TWTA-Eingangs sollte vor diesem ein Isolator (MRI CA 1801) eingesetzt werden, um Stehwellen zu vermeiden.

# 3.2.1.1 CW-Generator

Der CW-Synthesizer HP 83711B liefert im Frequenzbereich von 1 bis 20 GHz HF-Signale mit einer Frequenzstabilität von 1 Hz. Die Ausgangsleistung kann zwischen –7 dBm und je nach Frequenz +13 bis +15 dBm variiert werden.

Da bei Messungen mit hoher Leistung, d.h. bei Verwendung des TWTA, die thermische Belastung des Resonators eine wesentliche Rolle spielt, muß die Dauer der Mikrowelleneinspeisung möglichst kurz gehalten werden können. Das kürzeste Einspeiseintervall von ca. 30 ms Dauer konnte erzielt werden, indem der Ein- und Ausschaltbefehl als eine Sequenz über die GPIB-Steuerung an das Gerät geschickt wird.

Durch die Anforderung an die Frequenzstabilität bedingt, wurde mit dem HP 83711B eine HF-Quelle gewählt, die im Hinblick auf Messungen nach der Sweep-Methode den Nachteil hat, daß nur konstante Frequenzen und keine HF-Signale mit zeitlich gleichmäßig veränderlicher Frequenz erzeugt werden können. Um dennoch Resonanzkurven ausmessen zu

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Die Abkürzung "CW" steht für "continuous wave".

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Die angegebene Schaltzeit  $\Delta t = 18$  ns bezieht sich auf die Flanke, die das Abschalten des HF-Signals beschreibt, und gibt die Zeit an, die zwischen dem Anliegen des Spannungssignals und dem Abklingen der HF-Leistung auf die Hälfte des Anfangswerts vergeht. Sie bestimmt die minimale Güte Q<sub>min</sub>, die noch nach der Dekrementmethode gemessen werden kann: Q<sub>min</sub> >>  $\omega \Delta t$ .

können, wird anstelle eines Frequenzsweeps rechnergesteuert in schneller Abfolge die Frequenz in kleinen Schritten umgesetzt und das Signal jeweils ein- und ausgeschaltet.<sup>16</sup>

## 3.2.1.2 TWTA

Der Wanderfeld-Röhrenverstärker Varian VZM 6991K3 ist im Frequenzbereich von 8 bis etwas über 18 GHz einsetzbar und ermöglicht eine variable Verstärkung bis über 43 dB hinaus. Zum Schutz vor reflektierter HF-Leistung ist der Ausgang des TWTA intern mit einem Isolator gesichert. Den Frequenzgang der maximalen Ausgangsleistung, die bei Eingangsleistungen von etwa –4 dBm (bei 9 GHz) bis +10 dBm (bei 18 GHz) erzielt wird, stellt Fig.3.4 dar. Welche Leistung der TWTA tatsächlich anbietet bei einer bestimmten Einstellung der Verstärkung, die von Hand und ohne vorgegebene Skala vorgenommen werden muß, kann an einem 30dB-Monitorausgang festgestellt werden, an den über ein 20dB-Dämpfglied<sup>17</sup> (nimet 18B–20) ein Detektionszweig von der unter 3.2.2.1 beschriebenen Art angeschlossen wird<sup>18</sup>.



**Fig.3.4.** Frequenzgang der Sättigungsleistung, d.h. der maximalen Ausgangsleistung, P<sub>sat</sub> des TWTA in linearer bzw. logarithmischer (dBm-Skala im Inset) Darstellung mit quadratischer Anpassung der Daten.

## 3.2.2 Ausgangsseitige HF-Schaltung

Von der ausgangsseitigen HF-Durchführung des Kryostaten, bis zu der die Verbindung zum Resonator der der Eingangsseite entspricht, gelangt das HF-Signal über einen Isolator und ein dämpfungsarmes, flexibles Koaxialkabel (SucoFlex 104) zu einem breitbandigen, rauscharmen 50dB-Verstärker (low noise amplifier, LNA), der die sehr schwachen ausgekoppelten Signale so verstärkt, daß sie für Messungen nach der Dekrementmethode (vgl. 3.2.2.2)

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Bei der Optimierung der zeitlichen Abfolge der Schritte zum Einstellen des Eingangssignals und der Aufnahme der transmittierten Leistung müssen die Integrationszeit des Detektors und die Schaltzeiten der Quelle genau beachtet werden.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> zum Schutz des Detektors

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> nicht in Fig.3.3 dargestellt

ausreichen.<sup>19</sup> Wenn die Eingangsleistung bei feldstärkeabhängigen Messungen so weit anwächst, daß die Ausgangssignalhöhe sich der Sättigungsleistung des LNA von etwa +15 dBm nähert,<sup>20</sup> werden vor dem Verstärker geeignete Dämpfglieder eingefügt.

Da die beiden vorgesehenen Meßmethoden unterschiedliche Anforderungen an die Detektion stellen, sieht der Mikrowellen-Schaltkreis zwei verschiedene, parallel zu verwendende Detektionszweige vor, auf die am Verstärkerausgang ein Power-Divider (DMS 247) das Signal verteilt. Diese werden im folgenden vorgestellt.

## 3.2.2.1 Detektionzweig für Sweepmethode

Angesichts der sehr unterschiedlichen Höhen der transmittierten Leistung in der Mitte der Resonanz und außerhalb der Halbwertsbreite ist es für die Aufzeichnung der Resonanzkurve bei der Sweepmethode zweckmäßig, eine Detektion mit logarithmischer Darstellung des gemessenen Signals zu wählen. Hier wird ein Netzwerkanalysator (HP 8757E) mit den zugehörigen Detektoren (HP 85025E) an beiden Eingängen verwendet, deren Rauschlevel unter –40 dBm liegt und die maximal eine Leistung von +20 dBm vertragen. Während ein Detektor für Messungen der Leistung am TWTA-Monitorausgang oder zur Bestimmung des Koppelfaktors aus dem am Resonatoreingang reflektierten Signal zur Verfügung steht, bleibt der andere an den Leistungsteiler am LNA-Ausgang angeschlossen.

Da der parallele Detektionszweig wesentlich höhere Leistungen benötigt, kann der Bereich, in dem das ausgekoppelte Signal auf einen gleichzeitig für beide Meßmethoden passenden Wert verstärkt wird, durch das Vorschalten eines 10dB-Dämpfgliedes<sup>21</sup> vor den Detektor deutlich erweitert werden. Da das Rauschen des LNA mit ca. –23 dBm um viel mehr als 10 dB über dem des Detektors liegt, reduziert das Dämpfglied nicht die Meßempfindlichkeit.

## 3.2.2.2 Detektionzweig für Dekrementmethode

Messungen nach der Dekrementmethode erfordern vor allem eine hohe Zeitauflösung. Deshalb wird in dem zweiten Detektionszweig ein schnell ansprechender Detektor (HP 423A NEG) mit minimaler Kapazität C direkt an den Eingang eines Digitaloszilloskops (HP 54501A) angeschlossen, so daß die RC-Zeit so klein wie möglich ist. Wie Fig.3.5 zeigt, liegt die realisierte RC-Zeit deutlich unter der Schaltzeit der PIN-Diode.

Die Triggerung des Oszilloskops erfolgt je nach dem gewählten Meßmodus entweder extern durch die abfallende Flanke des Rechtecksignals des Funktionsgenerators, das auch das Schalten der PIN-Diode auslöst und über ein BNC-Kabel an einen der Eingänge des Oszilloskops geleitet wird, oder intern durch das ankommende, von dem Detektor gleichgerichtete HF-Signal selbst, sobald es einen festgelegten Schwellenwert übersteigt.

Außer dem Oszilloskop HP 54501A mit einer Abtastrate von 20 MSa/s stand für einige spätere Messungen auch das sog. Megazoom-Oszilloskop HP 54645A zur Verfügung, das eine hohe Abtastrate von 200 MSa/s mit einer sehr großen Speichertiefe verbindet und dadurch eine neuartige Meßmethode ermöglicht (vgl. 3.3.4.), bei der eine einmalige, d.h. nicht repetitive, Signalsequenz von einigen 10 ms Dauer mit so hoher Zeitauflösung aufgezeichnet wird, daß nachträglich einzelne Ausschnitte zur Analyse (beispielsweise von Abklingzeiten) vergrößert dargestellt werden können.

Um ein ausreichend hohes Spannungssignal auf dem Oszilloskop zu erhalten, ist eine HF-Leistung von mindestens -2 dBm am Detektor nötig. In diesem Bereich kann der

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Bei Messungen nach der Sweepmethode (vgl. 3.2.2.1) wird die Verstärkungswirkung zum Teil durch das erhöhte Rauschniveau, das der breitbandige LNA verursacht, wieder aufgehoben.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> genauer: wenn die Eingangsleistung so groß wird, daß der Verstärkungsfaktor nicht mehr konstant bleibt
<sup>21</sup> nicht in Fig.3.3 dargestellt



**Fig.3.5.** Zeitaufgelöste Messungen des Schaltverhaltens der PIN-Diode, wie es mit dem unter 3.2.2.2 beschriebenen Detektionszweig auf dem Oszilloskop dargestellt wird. Der Nullpunkt der Zeitskala ist beliebig. Zur Messung wurde in der oben beschriebenen HF-Schaltung der Resonator durch ein geeignetes Dämpfungsglied ersetzt. Da der Detektor negative Spannungssignale liefert, muß das Signal bezüglich der Spannung U<sub>0</sub>, die den Offset-Wert des Oszilloskops angibt, umgekehrt werden, um ein Maß für die detektierte HF-Leistung zu erhalten. Aus der logarithmischen Darstellung des umgekehrten Signals im Inset läßt sich ablesen, daß nach etwa 60 ns die Leistung auf ein Zehntel abgefallen ist. Dies entspricht der allein aus der Schaltzeit der PIN-Diode berechneten Dauer, so daß die RC-Zeit offenbar keinen Einfluß hat, also deutlich kleiner sein muß.

Zusammenhang zwischen der einfallenden HF-Leistung und dem vom Oszilloskop angezeigten Spannungssignal gerade noch als linear angesehen werden.<sup>22</sup> Bei feldstärkeabhängigen Messungen treten jedoch (trotz des Vorschaltens von Dämpfungsgliedern vor den LNA) höhere Leistungen auf, so daß der lineare Bereich des Detektors verlassen wird. Deshalb wurde bei verschiedenen Frequenzen zwischen 9 und 19 GHz der Zusammenhang zwischen der vom Oszilloskop angegebenen Spannung U und der mit dem Netzwerkanalysator gemessenen einfallenden HF-Leistung P aufgezeichnet.<sup>23</sup> Diese P(U)-Charakteristiken können sehr gut durch quadratische Anpassungen beschrieben werden, wie Fig.3.6a zeigt. Die Analyse der Frequenzabhängigkeiten der Anpassungsparameter (vgl. Fig.3.6b) ermöglicht schließlich die Umrechnung der ausgelesenen U(t)-Daten des Digitaloszilloskops in P(t)-Verläufe, die entsprechend der Dekrementmethode ausgewertet werden können.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Die Proportionalitätskonstante ist allerdings auch in diesem Bereich kleiner Signale schon

frequenzabhängig, insbesondere oberhalb von 12 GHz, wie Fig.3.6a deutlich macht.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Zur vollautomatischen Aufnahme der P(U)-Charakteristiken in einem auswählbaren Frequenzintervall wurde eine entsprechende Routine im Meßprogramm erstellt.



**Fig.3.6a.** Darstellung der P(U)-Charakteristik des Detektors HP 423A NEG für einige ausgewählte Frequenzen. Die ausgezogenen Kurven beschreiben quadratische Anpassungen der Meßdaten in der Form  $P = a_0(f) + a_1(f) \cdot U + a_2(f) \cdot U^2$ .



**Fig.3.6b.** Frequenzabhängigkeit der Koeffizienten  $a_i$  aus den Anpassungen der P(U)-Charakteristiken (vgl. Fig.3.6a). Die eingezeichneten Kurven beschreiben die Datenpunkte durch Funktionen  $a_i(f)$ , die in den Grafiken angegeben sind.

## 3.2.3 Charakterisierungen zur HF-Meßelektronik

Um die HF-Feldstärke im Resonator aus der vom CW-Synthesizer bzw. vom TWTA angebotenen oder aus der detektierten Leistung bestimmen zu können, muß die Dämpfung der eingangs- und ausgangsseitigen Zuleitungen und Komponenten sowie die Verstärkung des LNA bei den verwendeten Meßfrequenzen bekannt sein. Deshalb sind an den entsprechenden Abschnitten des HF-Schaltkreises Messungen des Verhältnisses von transmittierter zu einfallender Leistung bei allen relevanten Frequenzen durchgeführt worden. Die Ergebnisse sind für die wichtigsten Frequenzen in Tab.3.1 angegeben.

Frequenz [GHz]		9,2	10,6	11,6	12,6	14,4	15,1	16,1	16,3	16,9	17,6	18,3
Verstärkung / Dämpfung [dB]	$CW-Generator \\ \rightarrow Resonator$	-3,25	-3,30	-3,50	-3,75	-3,97	-4,25	-4,10	-4,36	-4,20	-4,61	-5,50
	$TWTA \\ \rightarrow Resonator$	-2,00	-2,40	-2,55	-2,30	-2,55	-2,60	-2,63	-2,63	-2,60	-3,18	-3,20
	$\begin{array}{c} Resonator \\ \rightarrow Detektor \end{array}$	41,25	39,66	38,16	39,20	37,11	36,78	38,73	39,22	39,45	37,91	35,90

Tab.3.1. Verstärkung bzw. Dämpfung (positives bzw. negatives Vorzeichen) der HF-Leistung längs der Abschnitte des Mikrowellen-Schaltkreises, die für die Bestimmung der HF-Feldstärke im Resonator relevant sind, angegeben für verschiedene Meßfrequenzen. Als Resonatoreingang bzw. –ausgang wird hier das entsprechende Koppelkabel betrachtet.

Nicht berücksichtigt wird in den Angaben von Tab.3.1 die Dämpfung des halbstarren Koppelkabels.<sup>24</sup> Die Herstellerangaben zum Frequenzgang der Dämpfung erlauben eine lineare Interpolation zwischen den Werten von 0,4 dB bei 9 GHz und 0,6 dB bei 19 GHz.

# 3.2.4 Meßelektronik zur Temperaturkontrolle

Zur Temperaturkontrolle am Wärmetauscher wird ein Meß- und Regelgerät (CryoVac TIC 300) des Kryostatenherstellers verwendet, das mit Hilfe einer am Wärmetauscher angebrachten Siliziumdiode die Temperatur bestimmt und diese über einen Heizer auch regeln kann.

Die Probentemperatur wird von zwei Widerstandsthermometern (C 100 und Pt 100) gemessen, deren Widerstände in Vierpunktmessungen von einem Digitalmultimeter (Keithley 199 System DMM/Scanner) ausgelesen und unter Anwendung von polynomischen Umrechnungsfunktionen, deren Koeffizienten in Eichmessungen bestimmt wurden, in den zugehörigen Temperaturwerten angegeben werden. Zur genauen Temperatureinstellung dient eine Manganindrahtwicklung von etwa 150  $\Omega$  als Heizer. Die Heizspannung liefert der 25 V-Gleichspannungsausgang eines Netzgerätes (HP E3631A) mit bis zu 80 W Leistung.

## 3.2.5 Meßelektronik für die Gleichstrommessung

Zur Gleichstrommessung wird der 6 V-Gleichspannungsausgang des Netzgerätes (HP E3631A) genutzt, um der Probe über ihre Stromkontakte einen Meßstrom von 0,01 A bis 0,1 A aufzuprägen. Die Stärke des Stroms kann an einem präzisen, seriell geschalteten 1  $\Omega$ -Widerstand festgestellt werden. Sowohl die hierzu erforderliche Spannungsmessung als auch die an den Spannungskontakten der Probe zur Bestimmung ihres Widerstands nimmt das Digitalmultimeter vor.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Da die Koppelkabel nur einseitig konfektioniert sind, kann ihre Dämpfung nicht in der angegebenen Weise gemessen werden.

# 3.3 Meßablauf

Wie mit dem oben beschriebenen experimentellen Aufbau Messungen durchgeführt werden, aus denen die Temperatur-, Frequenz- und die HF-Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz sowie des spezifischen Widerstandes bestimmt werden kann, erläutern die folgenden Abschnitte.

Der Ablauf einer Messung soll natürlich so gestaltet sein, daß mit möglichst geringem Aufwand eine große Ergiebigkeit an Meßdaten erzielt wird. Im Vordergrund stehen außerdem die Reproduzierbarkeit und die Genauigkeit z.B. der Temperaturregelung. Diese Aspekte sprechen für eine weitestgehend automatische Meßsteuerung. Gleichzeitig ist jedoch auch ein hohes Maß an Flexibilität gefordert; die Steuerung der Messung muß an die Gegebenheiten der jeweiligen Probe und die variierenden Meßbedingungen angepaßt werden können. Auf das Meßprogramm, das diese Anforderungen erfüllt, wird ebenfalls im folgenden eingegangen.

## 3.3.1 Vorbereitungen

Nachdem die Probe auf den Träger aufgeklebt und der Kleber nach etwa acht Stunden ausgehärtet ist, wird der Probenträger zusammen mit der Thermometerplatte am Probenhalter angeschraubt und dieser in die Aufhängung eingesetzt und bezüglich des Resonators zentriert. Wenn die elektrischen Steckverbindungen zu den Thermometern, dem Probenheizer und ggf. zu den Gleichstromanschlüssen der Probe hergestellt sind, wird der Rezipient geschlossen und evakuiert. Ist ein Druck von etwa  $2 \cdot 10^{-4}$ mbar erreicht, wird mit dem Vorkühlen, d.h. dem Befüllen des LN<sub>2</sub>-Tanks, begonnen. Danach kann ein LN<sub>2</sub>-Konstanter eingeschaltet werden, um den Tank gefüllt zu halten.<sup>25</sup>

Der nächste Vorbereitungsschritt ist das Einkühlen mit Flüssighelium, das etwa zwei Stunden dauert. Die Kaltventile zwischen dem Vorratstank und dem Resonatortank bzw. dem Pumprohr zur Probenkühlung sind dabei geöffnet, der thermische Schalter ist geschlossen. Ein Peilstab im Vorratstank ermöglicht die Beobachtung des Füllstands.<sup>26</sup> Wenn sich im Kryostaten das thermische Gleichgewicht eingestellt hat, wird ein Druck von maximal  $2 \cdot 10^{-6}$  mbar gemessen, und die Probentemperatur beträgt 5 K.

Bevor nun Mikrowellenmessungen vorgenommen werden können, muß zunächst die Einstellung der Kopplung erfolgen. Dazu werden beide Koppelkabel so weit hochgeschoben, bis der jeweilige Koppelanschlagmelder anspricht. Danach wird mit Hilfe der Längenskalen an den Lineardurchführungen und dem bekannten Zusammenhang zwischen der Koppelgüte und der Position der Koppelantenne (vgl. 3.4.1) die gewünschte Kopplung eingestellt und für die Datenaufzeichnung im entsprechenden Menü des Meßprogramms eingegeben.

Anschließend werden zum Auffinden der bis zu acht zur Messung heranzuziehenden Moden rechnergesteuerte Frequenzsweeps über vorgegebene oder (bei abgeänderter Resonatorgeometrie) von Hand eingegebene Frequenzintervalle durchgeführt. Die Sweeps werden bei dekandenweise um das Transmissionsmaximum eingeengten Frequenzbereichen, die das Meßprogramm vorgibt, sooft wiederholt, bis die Halbwertsbreite der Resonanz mehr als ein Zehntel des Frequenzintervalls ausmacht, so daß die Halbwertsbreite und die Mittenfrequenz bestimmt werden kann. Danach werden die Einstellungen zu der Mode, d.h. das Frequenzintervall, die Mittenfrequenz, die Halbwertsbreite, die Ausgangsleistung, die

 $<sup>^{25}</sup>$  Dies ist i.d.R. jedoch nicht nötig, da die Standzeit des LN<sub>2</sub>-Tanks mehr als zwölf Stunden beträgt. – Um einen möglichst großen Vorkühleffekt zu erzielen, sollte der Kryostat eine Weile in diesem Zustand verbleiben, bevor mit der LHe-Befüllung begonnen wird.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Anzeige in Prozent des vollgefüllten Vorratstanks

optimale Detektionsleistung sowie ein Maß für die Feldstärke im Resonator, unter einer Modenkennziffer gespeichert.<sup>27</sup>

## 3.3.2 Durchführung von temperatur- und frequenzabhängigen Messungen

Die Durchführung von temperaturabhängigen Messungen im Bereich von 5 K bis 160 K wird vollautomatisch gesteuert. Die gespeicherten Modeneinstellungen ermöglichen dabei, daß die Mikrowellenmessungen gleichzeitig in allen Moden, d.h. bei bis zu acht Frequenzen zwischen 9 und 19 GHz, vorgenommen werden, so daß ohne zusätzlichen Aufwand zugleich mit der Temperaturabhängigkeit auch die Frequenzabhängigkeit untersucht werden kann.<sup>28</sup>

Zunächst werden eine obere und eine untere Grenze für die Heizrate, die i.d.R. zwischen 0,16 und 0,2 K/min liegen soll, sowie die anfängliche Heizeinstellung eingegeben. Das Meßprogramm kontrolliert laufend die aktuelle Heizrate und regelt nach Maßgabe der angegebenen Toleranz die Heizspannung entsprechend nach. Außerdem wird für bis zu fünf Bereiche das jeweilige Temperaturintervall zwischen zwei Meßpunktaufnahmen festgelegt.<sup>29</sup> Welche Schritte in welcher Reihenfolge bei der Meßpunktaufnahme im einzelnen ausgeführt werden, bestimmt ein Meßcode, der aus einer Abfolge von Buchstaben besteht. Den Buchstaben sind die folgenden Vorgänge zugeordnet:

A,B,D–Aufnahme einer Abklingkurve und Bestimmung der Abklingzeit<sup>30</sup> und der Güte<sup>31</sup> mit automatischer optimaler Einstellung des Oszilloskops (nur A)<sup>32</sup>, Triggerung durch das ankommende HF-Signal (B) bzw. das Modulationssignal (A, D), wählbarer Modulationsfrequenz (B, D) und repetierendem (A, D) bzw. einmaligem Eingangssignal von einstellbarer Dauer<sup>33</sup> (nur B, sog. Singleshot-Modus des Oszilloskops);

S/L – schneller (Dauer ca. 11 s) / langsamer rechnergesteuerter Frequenzsweep mit Bestimmung der Halbwertsbreite aus den 3dB-Punkten, der Mittenfrequenz aus dem Transmissionsmaximum und Berechnung eines groben Wertes für die Güte sowie (optionales) Nachführen der frequenzbezogenen, veränderlichen Modeneinstellungen;

E- genaue Bestimmung der Halbwertsbreite, der Resonanzfrequenz und der Güte durch Anpassung der letzten aufgenommenen Resonanzkurve gemäß Gl.(2.120) nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate;

- F unabhängige Messung der Frequenz;
- T Messung der Temperatur;
- R Messung des Gleichstromwiderstandes bei einstellbarer Meßstromstärke;

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Resonanzen mit sehr hohen Gütefaktoren können wesentlich schmaler als die anfängliche Frequenzschrittweite sein, die ein Hundertstel des Frequenzintervalls beträgt. In solch einem Fall wird eventuell bei dem beschriebenen Vorgehen kein Transmissionsmaximum gefunden. Deshalb bietet das Meßprogramm außerdem das Absuchen von ausgedehnten Frequenzbereichen in beliebig kleinen Schrittweiten zur Kennzeichnung des Transmissionsmaximums per Tastendruck an. Für einen engen Frequenzbereich um die gekennzeichnete Stelle herum kann dann in der angegebenen Weise verfahren werden.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Allerdings verringert jede zusätzlich untersuchte Mode die Anzahl der aufgezeichneten Meßpunkte pro Mode.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Die Anpassung der Meßintervalle an die verschiedenen Temperaturbereiche ermöglicht, daß dort, wo eine stärkere Änderung der Meßgrößen zu erwarten ist, mit gesteigerter Häufigkeit Meßpunkte aufgenommen werden. – Das tatsächliche Temperaturintervall zwischen zwei Meßpunktaufnahmen kann jedoch nicht kleiner sein als das Produkt aus der Heizrate und der Dauer einer Meßpunktaufnahme, da Messungen nicht parallel durchgeführt werden können.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Hierzu werden die Zeiten ermittelt, nach denen die detektierte Leistung auf den  $e^{-k/2}$ -ten Teil (k = 2,3,4,5) abgeklungen ist, und aus diesen die Abklingzeit berechnet.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> unter Verwendung der gespeicherten Mittenfrequenz der Mode

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Daher ist nur die Funktion A für den vollautomatischen Meßbetrieb geeignet.

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Mindestdauer 30 ms (Ein- und Ausschaltbefehl an CW-Generator in einer SCPI-Sequenz)

O,P – Regelung der Ausgangsleistung des CW-Generators, so daß das bei der Mittenfrequenz transmittierte Signal dem Vorgabewert der Modeneinstellung (P) bzw. einem für die Aufnahme von Abklingkurven geeigneten Vorgabewert (O) entspricht;

Q – Regelung der Ausgangsleistung des CW-Generators, so daß bei der Mittenfrequenz die Feldstärke im Resonator, berechnet aus der Eingangs- und Ausgangsleistung des Resonators und der Güte, dem Vorgabewert der Modeneinstellung entspricht;

K- Aufzeichnen des reflektierten Signals bei einem rechnergesteuerten Frequenzsweep und Berechnung des Koppelfaktors<sup>34</sup>;

W – Aufschreiben aller aktuellen Moden- und Meßeinstellungen in einer Sicherheitsdatei;

:- Abspeichen der Meßdaten, bevor die weiteren Schritte der Meßpunktaufnahme ausgeführt werden;

N – Ausschalten der Datenaufzeichnung, die sonst immer im Anschluß an die Ausführung der Meßpunktaufnahme oder bei der Funktion : vorgenommen wird.

Der Meßcode wird als Auswahl aus diesen Funktionen zu Beginn der Messung zusammengestellt. Ein typischer Meßcode für temperaturabhängige Messungen nach der Sweep- und der Dekrementmethode lautet: SWPSET:OAT. Hier bewirkt der erste Sweep (S), daß die Frequenzeinstellungen vor dem auszuwertenden Sweep (SE) optimal angepaßt werden. Die Zwischenspeicherung der Daten (:) verhindert, daß die Daten aus der Analyse der Resonanzkurve von den Meßdaten nach der Abklingmethode überschrieben werden. Letztere werden durch die regelmäßig am Ende der Meßpunktaufnahme durchgeführte Datenaufzeichnung gesichert. Diese speichert außer den reduzierten Daten<sup>35</sup> auch jede aufgenommene Resonanz- und Abklingkurve, wenn beide dafür vorgesehene Dateitypen zu Beginn angelegt worden sind.

Nach der Zusammenstellung des Meßcodes wird die Reihenfolge der zur Messung heranzuziehenden Moden durch Eingabe der zugehörenden Kennziffern festgelegt. Dabei können einzelne Moden durch Wiederholung der Kennziffer stärker gewichtet werden.

Nach dem Start der Messung ist es sinnvoll, langsam den thermischen Schalter zu öffnen, um die benötigten Heizleistungen bei höheren Probentemperaturen gering zu halten. Als weiterer manueller Eingriff in die automatische Meßsteuerung kommt eine Verstellung der Koppelkabel zur stärkeren Ankopplung in Betracht, wenn die Probe die Übergangstemperatur zur Normalleitung erreicht und dadurch die Resonatorgüte um Größenordnungen abnimmt. Bei Vollmaterialproben, an denen auch Gleichstrommessungen durchgeführt werden, hat es sich bewährt, nach dem Überschreiten der kritischen Temperatur um etwa 20 K bis 30 K die Probentemperatur durch Ausschalten des Heizers langsam auf etwa 80 K absinken zu lassen und danach auch während des Aufwärmens des Kryostaten noch temperaturabhängige Messungen des Gleichstromwiderstandes vorzunehmen.

## 3.3.3 Durchführung von feldstärkeabhängigen Messungen

Die Messungen in Abhängigkeit von der HF-Feldstärke werden bei konstanter Temperatur (hier i.d.R. 5 bis 6 K), die zu Beginn eingestellt werden muß, und für jede Mode einzeln durchgeführt. Verwendet wird eine Option des Meßprogramms, die das Auslösen der Meßpunktaufnahme von Hand vorsieht und bei der der Meßcode vor jeder Aufnahme geändert

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> unter der Voraussetzung, daß die Kopplung nicht überkritisch ist, d.h.  $\beta \le 1$ , und daß der Koppelfaktor der Auskopplung vernachlässigbar ist

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Gespeichert werden die Probentemperatur, die Mittenfrequenz, die Halbwertsbreite bzw. Abklingzeit, die Güte, ein Kennzeichen für die Meß- und Auswertemethode der Güte, die Koppelpositionen, die Ausgangsleistung des CW-Generators und die detektierten Leistungen am Netzwerkanalysator und am Oszilloskop sowie die neben und in der Resonanz reflektierte Leistung.

werden kann. Für den Meßcode stehen wieder die im Abschnitt 3.3.2 erläuterten Funktionen zur Verfügung.

Zuerst wird die unbelastete Güte  $Q_0$  bei schwachen Kopplungen und kleiner HF-Feldstärke gemessen. Die Einkopplung wird danach soweit verstärkt, daß die angestrebte maximale Feldstärke im Resonator erreicht werden kann.<sup>36</sup> Dann wird die belastete Resonatorgüte Q bestimmt und aus der in Resonanz und neben der Resonanz reflektierten Leistung (vgl. Gl.(2.117) mit  $\beta_0 = 0$ ) auf den Koppelfaktor  $\beta_i$  geschlossen, aus dem nach Gl.(2.116) mit  $(1+\beta_i)Q/\beta_i$  die Koppelgüte der Einkopplung folgt. Das Ergebnis kann mit dem direkt aus der belasteten und der unbelasteten Güte gemäß Gl.(2.116) berechneten Wert überprüft werden, wenn die Bestimmung beider Güten bei derselben HF-Feldstärke, d.h. nach Gl.(2.122) bei gleich großer transmittierter Leistung, durchgeführt worden ist.

Der Koppelfaktor  $\beta_o$  und somit die Koppelgüte  $(1+\beta_o)Q/\beta_o$  der Auskopplung lassen sich nun mit  $\beta_i$  nach Gl.(2.118) aus der detektierten Leistung und der Ausgangsleistung des CW-Synthesizers, mit denen unter Berücksichtigung der Angaben in Tab.3.1 die transmittierte und die einfallende Leistung bekannt sind, berechnen.

Um die HF-Feldstärke an der Probe zu erhöhen, wird sukzessive die Eingangsleistung des Resonators gesteigert, zunächst indem die Ausgangsleistung des CW-Generators angehoben wird, dann unter Verwendung des TWTA, bei dem außer der Eingangsleistung auch die einstellbare Verstärkung schrittweise variiert wird. Die HF-Messungen werden anfangs mit den Funktionen S, A und eventuell D vorgenommen. Sobald eine Temperaturänderung an der Probe infolge des mit dem Meßvorgang einhergehenden Wärmeeintrags durch die HF-Absorption festgestellt wird, muß auf den Einzelpulsmodus B gewechselt werden, bei dem das Meßprogramm die Abklingkurve nach dem ersten ankommenden Rechteckpuls, d.h. nach der kleinstmöglichen Einspeisedauer  $2/f_{mod}$ , aufzeichnet.

Die Einspeisefrequenz wird so (zu kleineren Frequenzen) nachgeführt, daß bei jeder Eingangsleistung das größtmögliche Signal detektiert wird. An der Ausgangsseite muß darauf geachtet werden, daß zum einen die Eingangsleistung des LNA nicht zu groß wird, so daß die Verstärkung linear bleibt, und zum anderen das Spannungssignal am Oszilloskop nicht den kalibrierten Bereich (vgl. Fig.3.6a) überschreitet. Hierzu werden bei Bedarf vor den LNA-Eingang Dämpfungsglieder eingefügt.<sup>37</sup>

# 3.3.4 Verstimmungsabhängige Pulssequenzanalyse: Durchführung von kombinierten Messungen in der Frequenz- und Zeitdomäne

Die verstimmungsabhängige Pulssequenzanalyse stellt ein neuartiges Meßverfahren dar, das die Vorzüge der zeitaufgelösten Dekrementmethode, nämlich die geringe Wärmebelastung durch die kurze HF-Einspeisedauer, und der frequenzaufgelösten Sweepmethode, die Information über die Resonanzfrequenzverschiebung, miteinander vereint. Sie bietet die Möglichkeit, die HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstandes auf zwei unabhängigen Wegen zu bestimmen und liefert darüber hinaus direkt die HF-Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenreaktanz sowie den r-Parameter. Weiterhin kann die Dynamik nichtlinearen Verhaltens ebenso wie der thermische Einfluß untersucht werden. Schließlich

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Um die größtmögliche Feldstärke zu erreichen, muß die Einkopplung so eingestellt werden, daß die reziproke Einkoppelgüte so groß wird wie die reziproke unbelastete Güte oder dieser zumindest so nah wie möglich kommt.

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> Zur Überprüfung der P(U)-Eichung und der Linearität des LNA werden die Messungen vor und nach dem Einfügen eines zusätzlichen Dämpfungsglieds mit derselben Eingangsleistung durchgeführt. – Die zusätzlichen Dämpfungen müssen im dafür vorgesehenen Menü des Meßprogramms eingegeben werden, damit die detektierten Leistungen zur Datenspeicherung entsprechend korrigiert werden.

läßt sich die Unabhängigkeit der HF-Feldstärkeabhängigkeit von der Frequenzverstimmung verifizieren.

Das Vorgehen entspricht bis zur Bestimmung der Koppelgüten dem im Abschnitt 3.3.3. beschriebenen. Für die Messungen wird im Detektionszweig der Dekrementmethode das Megazoom-Oszilloskop (MZO) HP 54645A anstelle des Digitaloszilloskops HP 54501A verwendet. Das Oszilloskop zeichnet die Resonatorantwort auf eine 30 ms dauernde Sequenz von Rechteckpulsen auf. Dieses Einspeisesignal kann entweder mit dem Meßcode B oder zusammen mit dem nachfolgenden Auslesen des MZO durch Drücken der Taste D gestartet werden; allein das Auslesen des Oszilloskops bewirkt die Taste C. Die vom MZO gelieferten Daten werden in einer besonderen Datei gespeichert, die zu Beginn anzulegen ist.

Die große Speichertiefe des MZO ermöglicht das nachträgliche Herausvergrößern von einzelnen Abschnitten des aufgezeichneten Signals, das eine Sequenz von Pulsantworten darstellt. Dabei erhöht sich die Zeitauflösung der ausgelesenen Daten entsprechend der Verfeinerung der Zeitskala. So werden nun für Analysen nach der Dekrementmethode die Abklingkurven aller Einzelpulse in vergrößerter Darstellung wiedergegeben und gespeichert. Zur Analyse der Dynamik ist es hilfreich, auch die Einschwingvorgänge einzeln herauszugreifen.

Wird die Aufzeichnung solcher Pulsantwortsequenzen mit fester Eingangsleistung bei mehreren Frequenzen<sup>38</sup> in der Umgebung der Resonanz durchgeführt, so können die im eingeschwungenen Zustand vor dem Abklingen gemessenen transmittierten Leistungen in Abhängigkeit von der Verstimmung<sup>39</sup> als Punkte der Resonanzkurve betrachtet und entsprechend analysiert werden. Da bei jeder Frequenz eine Abfolge von Pulsantworten aufgenommen wird, können auch eventuelle zeitliche Veränderungen der Resonanzkurve von einem Puls zum nächsten beobachtet werden.

Zur Untersuchung von thermischen Einflüssen werden aufeinanderfolgende Pulsantworten miteinander verglichen. Sowohl eine Verschiebung der Resonanzkurve als auch eine Abnahme der Abklingzeit (bei gleicher HF-Feldstärke im Resoantor, d.h. bei gleicher detektierter Leistung) kann auf einen thermischen Einfluß hinweisen. Um bei gegebener Leistung den Wärmeeintrag zu variieren und dadurch einen thermischen Effekt von der reinen Feldstärkeabhängigkeit unterscheiden zu können, werden die Messungen mit unterschiedlich langer Einzelpulsdauer, d.h. mit verschiedenen Frequenzen der Rechteckmodulation, vorgenommen.

# 3.4 Charakterisierung der Niobresonatoren und der Probenaufhängung

Die Auswertung der gewonnen Meßdaten erfordert genaue Kenntnisse über die verwendeten Niobresonatoren. Relevant für die in Kapitel 4 vorgestellten Meßergebnisse sind insbesondere die Beiträge der Niobresonatorbecher zur gemessenen Güte sowie der Anteil der thermischen Längenänderung der Probenaufhängung an der temperaturabhängigen Frequenzverschiebung. Außerdem ist die Charakterisierung des Zusammenhangs zwischen der Koppelgüte und der eingestellten Koppelposition für alle Meßfrequenzen sowie der Vergleich mit den Berechnungen in 2.2.4 und A4.I.A erforderlich. Im Hinblick auf die

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Um eine Verfälschung des Meßergebnisses durch eine systematische zeitliche Drift der Resonanzfrequenz zu verhindern, empfiehlt es sich, die Einspeisefrequenz nicht in gleichförmigen Schritten zu variieren, sondern abwechselnd in auf- oder absteigende Richtung.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> gegenüber der Resonanzfrequenz bei kleiner HF-Feldstärke

Messungen bei hohen HF-Feldstärken muß darüber hinaus sichergestellt sein, daß die Änderung des Gütebeitrags der Niobbecher mit der Feldstärke vernachlässigbar klein ist. Im folgenden werden deshalb die Resultate von entsprechenden Charakterisierungsmessungen zusammengestellt.

## 3.4.1 Gütebeitrag des Resonatorbechers

2

3

Um den Beitrag zur reziproken gemessenen Güte zu bestimmen, der vom Niobresonatorbecher herrührt, sind die bei kleiner HF-Feldstärke und schwacher Kopplung gewonnenen Meßergebnisse an einer Probe herangezogen worden, bei der im TE<sub>011</sub>- und im TE<sub>012</sub>-Mode besonders hohe Güten gemessen wurden, so daß davon ausgegangen werden kann, daß keinerlei Störungen die Meßwerte beeinflußt haben. Unter Voraussetzung einer quadratischen Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands der supraleitenden Probe und unter Verwendung der Geometriefaktoren aus Tab.2.1 wird für das Niobmaterial des Resonatorbechers ein Oberflächenwiderstand von 46  $\mu\Omega$  bei 9,156 GHz ermittelt. Dieser Wert entspricht nach [24] einer Temperatur des Bechers von etwa 5,2 K. Offenbar ist dies die Gleichgewichtstemperatur des Resonators, die nach etwa einer Stunde nach dem Befüllen der LHe-Tanks erreicht ist, denn auch das Probenthermometer zeigt nach dieser Wartezeit eine Temperatur von etwa 5,2 K an.<sup>40</sup>

Verschiedene Messungen mit beiden Niobbechern an unterschiedlich präparierten Niobproben (vgl. 4.1.) bestätigen sowohl die hier zugrunde gelegte Temperatur- und Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands von Niob aus [24] als auch die aus dem Wert  $R_s(5,2 \text{ K}; 9,156 \text{ GHz}) = 46 \,\mu\Omega$  berechneten, in Tab.3.2 angegebenen reziproken Güten, die als Gütebeitrag des Resonatorbechers von der reziproken gemessenen Güte abzuziehen sind. Insbesondere läßt sich das beschriebene Vorgehen anhand einer Messung

TE <sub>0np</sub> -Mode		Resonator mit $D = 42,4mm$	Resonator mit $D = 27mm$			
n	р	$1/Q_{\rm B}$ [10 <sup>-8</sup> ]	$1/Q_{\rm B}$ [10 <sup>-8</sup> ]	f [GHz]		
1	1	5,617	11,903	14,597		
1	2	5,353	11,483	17,323		
1	3	5,192				
1	4	5,183				
1	5	5,293				
2	1	8,528				
2	2	8,342				

Tab.3.2. Beiträge der Resonatorbecher mit 42,4 mm bzw. 27 mm Durchmesser und 48,5 mm bzw. 27,75 mm Länge zur reziproken gemessenen Güte in den relevanten Moden  $TE_{0np}$ , ausgehend von den Angaben in Tab.2.1 sowie einem Niob-Oberflächenwiderstand von 46  $\cdot 10^{-6}$  Ohm bei 9,156 GHz und einer Gleichgewichtstemperatur von 5,2 K sowie der für diese Temperatur aus BCS-Berechnungen ermittelte Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands von Niob,  $R_s \sim f^{1.66}$ .

8.116

an einer Niobendplatte mit einem Zoll Durchmesser überprüfen, die in derselben Weise präpariert wurde wie der Resonator für 1-Zoll-Proben. Der Oberflächenwiderstand, der unter Voraussetzung eines thermischen Gleichgewichts zwischen Resonatorbecher und Probenendplatte aus der gemessenen Güte bei schwacher Kopplung mit Hilfe des Geometriefaktors  $\Gamma_{ges}$  für den gesamten Resonator ermittelt wird, stimmt sowohl für den TE<sub>011</sub>- als auch für den TE<sub>012</sub>-Mode zum einen genau mit dem aus den Parametern in [24]

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Weiter abgesenkt werden kann die Probentemperatur nur durch Verringern des Drucks über dem LHe-Bad im Pumprohr.

für die Gleichgewichtstemperatur berechneten Wert überein und entspricht zum anderen dem Oberflächenwiderstand der Niobprobe, der aus der gemessenen Güte folgt, wenn ein nach dem beschriebenen Vorgehen bestimmter Gütebeitrag für den Niobbecher abgezogen wird.

# 3.4.2 Beitrag der thermischen Längenänderung der Probenaufhängung zur gemessenen Änderung der Resonatorlänge

Um aus der gemessenen Verschiebung der Resonanzfrequenz auf die Eindringtiefeänderung schließen zu können, muß berücksichtigt werden, daß auch thermische Längenänderungen der Probenaufhängung zur Frequenzverschiebung beitragen können, auch wenn die besondere Form des Probenhalters diesen Beitrag minimiert.

Zur experimentellen Bestimmung dieses Beitrags werden Messungen im TE<sub>011</sub>- und TE<sub>012</sub>-Mode an verschiedenen Niobproben im Temperaturbereich von 10 K bis etwa 90 K herangezogen. Um die thermische Längenänderung  $\delta L_{therm}(T)$  der Probenaufhängung zu erhalten, wird von der temperaturabhängigen Längenänderung  $\delta L(T)$ , die sich aus der Frequenzverschiebung errechnet, die Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda(T)$  von Niob abgezogen, zu deren



Fig.3.7. Darstellung des Beitrags  $\delta L_{therm}(T)$  der thermischen Längenänderung der Probenaufhängung zur gemessenen Änderung der Resonatorlänge in Abhängigkeit von der Temperatur. Die gestrichelte und die gepunktete Linie zeigen Anpassungen der Meßpunkte mit Polynomen zweiten bzw. vierten Grades, deren temperaturabhängige Terme in der Legende angegeben sind. Die ausgezogene Linie repräsentiert die Mittelung dieser Anpassungen, die i.d.R. im Temperaturbereich oberhalb von 20 K als Korrekturfunktion bei der Auswertung der Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe verwendet wird, während unterhalb von 20 K keine Korrektur erforderlich ist, d.h.  $\delta L_{therm}(T < 20 \text{ K}) = 0$ . – Die sehr gute Übereinstimmung der Meßergebnisse in beiden Resonatoren sowie in verschiedenen TE-Moden bestätigt zum einen, daß nur die Probenaufhängung und nicht der Resonatorbecher den Beitrag  $\delta L_{therm}(T)$  verursacht, und zum anderen, daß die Korrekturfunktion nicht von der gewählten TE-Mode abhängt. Auch der Kleber, mit dem die Probe befestigt wird, hat keinen Einfluß auf  $\delta L_{therm}(T)$ , wie der Vergleich der mit offenen bzw. ausgefüllten Dreiecken gekennzeichneten Meßpunkte belegt; bei den entsprechenden Messungen ist im einen Fall ein Tieftemperaturlack, im anderen ein Epoxidharzkleber verwendet worden. (Der Bogen, den die offenen Dreiecke bei 40 K beschreiben, ist die Folge einer Störung, die bei späteren Messungen durch eine Verbesserung der lateralen Fixierung der Probenaufhängung vermieden werden konnte.)

Berechnung mit Hilfe des Programms CASINOCO Materialdaten aus [103, 104] verwendet werden, mit denen die Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands gut beschrieben werden kann (vgl. 4.1).

Das Ergebnis, dargestellt in Fig.3.7, wird durch Polynome zweiten und vierten Grades angepaßt, die als Korrekturfunktionen für die Auswertung der Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe von den untersuchten Kuprat-Supraleiterproben dienen.

## 3.4.3 Charakterisierung der Kopplung

Das Koppelsystem ist so ausgelegt worden, daß über die Variation der Koppelposition die Ankopplung, d.h. die zwischen Koppelkabel und Resonator übertragene Leistung, über mehr als eine Größenordnung verändert und bei minimalem Koppelabstand in etwa kritische Kopplung erreicht werden kann. Außerdem sollen die Beziehungen in den Abschnitten 2.2.4 und 2.2.7 gelten, die zur Bestimmung der Feldstärke verwendet werden und die transmittierte Leistung, die Koppelgüten und die Koppelpositionen unter der Voraussetzung von verlustfreien Koppelelementen miteinander verknüpfen.

Somit gehört zur Charakterisierung der Kopplung einerseits die Bestimmung der Koppelgüte in Abhängigkeit von der Koppelposition s und die Feststellung der maximal erreichbaren reziproken Abstrahlgüte  $Q_{rad}^{-1}(s=0)$  und andererseits die Aufzeichnung des Zusammenhangs zwischen der transmittierten Leistung und der Einstellung der Kopplung jeweils für alle zur Messung verwendeten Moden. Die Ergebnisse können verglichen werden mit den in Tab.2.2 angegebenen, aus der Geometrie der Koppelelemente berechneten Werten. Eine weitere Überprüfung liefern die Gln.(2.112) bzw. (2.114) und (2.118): Während die reziproke Koppelgüte  $Q_{rad}^{-1}$  exponentiell mit größer werdendem Koppelabstand abklingt, gilt dies für die normierte Transmission  $P_{trans}(s) / P_{trans}(0)$  nur asymptotisch im Fall schwacher Kopplung, d.h. für  $s > 2/\kappa_{K}$ . Bei variierter Einkopplung und konstanter Auskoppelposition s<sub>0</sub> folgt aus Gl.(2.118) als Abhängigkeit der Transmission von der Koppelposition s<sub>1</sub> vielmehr:

$$\frac{P_{trans}(s_i)}{P_{trans}(0)} = e^{-2\kappa_k s_i} \left(\frac{1+\gamma}{1+\gamma e^{-2\kappa_k s_i}}\right)^2 \qquad mit \quad \gamma = \frac{Q_{rad_i}^{-1}(0)}{Q_0^{-1} + Q_{rad_o}^{-1}(s_o)}$$
(3.1).

Ist die Auskopplung vernachlässigbar schwach eingestellt, so entspricht  $\gamma$  dem Koppelfaktor  $\beta_i(0) = Q_0/Q_{rad i}(0)$ , der mit der Bestimmung der Einkoppelgüte in Abhängigkeit von der Koppelposition schon festgestellt ist, so daß die Abweichung der normierten Transmission vom exponentiellen Verhalten eine Konsistenzprüfung erlaubt.

Fig.3.8 zeigt die Ergebnisse der Charakterisierung der Kopplung in allen relevanten Moden für die am häufigsten verwendete Resonatorgeometrie. Während die reziproke externe Güte  $Q_{rad}^{-1}(s)$  erwartungsgemäß exponentiell abklingt, folgt die normierte Transmission  $P_{trans}(s) / P_{trans}(0)$  einem Verhalten der von Gl.(3.1) beschriebenen Form. Abweichungen ergeben sich in den höher indizierten TE-Moden, wenn Resonanzen im Koppelelement auftreten;<sup>41</sup> der Bereich schwacher Kopplung ist hiervon jedoch in keiner Mode betroffen.<sup>42</sup> Die berechneten Abklingkonstanten  $\kappa_{\kappa}$  aus Tab.2.2 stimmen offensichtlich sehr gut mit den

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Diejenigen Koppelpositionen, bei denen Koppelresonanzen auftreten können, müssen vermieden werden, da hier die Beziehungen aus den Abschnitten 2.2.4 und 2.2.7 nicht mehr gelten.

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> Diese Feststellung ist sowohl für die temperaturabhängigen Messungen, die bei schwacher Kopplung durchgeführt werden, als auch bei HF-feldstärkeabhängigen Messungen für die Bestimmung der Feldstärke im Resonator aus der gemessenen transmittierten Leistung unter Verwendung der Beziehungen in 2.2.4 und 2.2.7 von Bedeutung.



Fig.3.8. Charakterisierung der Kopplung: Zusammenhang zwischen der Koppelposition s und der transmittierten Leistung (quadratische Symbole, bezogen auf die linke Ordinatenachse), normiert auf die Transmission bei s = 0, sowie der reziproken Koppelgüte  $Q_{rad}^{-1}$  (offene Kreise, bezogen auf die rechte Ordinatenachse). Zu letzterer geben die gestrichelte bzw. die gepunktete bzw. die durchgezogene Linie den berechneten Verlauf nach Gl.(2.112) an, wobei der Faktor  $a_{\kappa l}(h_{\kappa l})$  zur Berücksichtigung des endlichen Tiefe des Koppellochs mit r = 0 (d.h. exponentielles Abklingen des H-Feldes im Koppelloch) bzw. mit r = -1 (d.h. maximales H-Feld am Übergang zum Koppelkamin) berechnet (vgl. Tab.2.2) bzw. dem Meßwert bei s = 0angepaßt worden ist. In allen Moden folgen die Meßpunkte  $Q_{rad}^{-1}(s)$  der durchgezogenen Linie im Rahmen der Meßgenauigkeit von einigen 10<sup>-9</sup> (abgesehen von Koppelresonanzen, s.u.). Zur normierten Transmission gibt die ausgezogene Linie einen berechneten Verlauf nach Gl.(3.1) mit dem Anpassungsparameter  $\gamma$  an. Weicht dieser von dem aus  $Q_0$  und  $Q_{rad}(0)$  bestimmten Koppelfaktor  $\beta_i(0)$  ab, so sind zusätzlich gestrichelte Linien eingezeichnet, die den Verlauf gemäß Gl.(3.1) mit  $\gamma = \beta_i(0)$  darstellen. Solche Abweichungen ergeben sich, wenn das Koppelelement nicht als verlustfrei angesehen werden kann, insbesondere wenn sich zwischen dem Koppelloch und dem Koppelkabel Resonanzen ausbilden können. Diese treten nur in den höher indizierten Moden auf und sind durch stark erhöhte oder erniedrigte Transmissionen und Koppelgüten bei bestimmten Koppelpositionen gekennzeichnet. Die Koppelresonanzen sind bezüglich ihrer Breite im Koppelabstand mit etwa 1 mm genügend scharf, so daß Koppeleinstellungen, bei denen solche Resonanzen auftreten, vermieden werden können.

Beobachtungen sowohl in  $Q_{rad}^{-1}(s)$  als auch in  $P_{trans}(s > 2/\kappa_{K}) / P_{trans}(0)$  überein. Auch die

maximalen reziproken Koppelgüten entsprechen in allen Moden mit Ausnahme des stark gestörten  $TE_{022}$ -Modes den Berechnungen. Dabei belegen die Meßergebnisse, daß Reflexionen am Übergang vom Koppelloch zum Koppelkamin in gewissem Maße berücksichtigt werden müssen, d.h. 0 > r > -1 in Gl.(A3.17) für den Faktor  $a_{KL}(h_{KL})$ , der somit größer als Eins ist. Kritische Kopplung ist im  $TE_{012}$ -Mode für unbelatete Güten von etwas über  $10^7$  möglich, die mit Kupratproben von guter Qualität ohne weiteres erreicht werden; im  $TE_{014}$ -Mode genügen bereits Gütefaktoren von 2,5 Mio.

#### 3.4.4 Leistungsabhängigkeit

Die Stabilität des Gütebeitrags des Niobbechers bei wachsender HF-Leistung läßt sich am sinnvollsten im TE<sub>011</sub>-Mode überprüfen, da in diesem der Becher im Verhältnis zur Probe den höchsten Einfluß unter den für HF-feldstärkeabhängige Messungen verwendeten Moden hat und sich dementsprechend eine eventuelle Leistungsabhängigkeit dieses Gütebeitrags am stärksten auf die gemessene Güte auswirkt. Fig.3.9 stellt die Ergebnisse von leistungsabhängigen Messungen der reziproken belasteten Güte an Proben aus Kupfer und Niob dar, Materialien also, die bei den auftretenden Feldstärken kein nichtlineares Verhalten zeigen. Erwartungsgemäß ist bis hin zur jeweils höchsten erreichten Feldstärke  $H_0$  im Resonator kein wesentlicher Anstieg der reziproken Güte festzustellen. Eine geringfügige Änderung um maximal  $1,8\cdot10^{-8}$  läßt sich oberhalb von 20 mT ausmachen. Sie entspricht einer Zunahme des Oberflächenwiderstands des Bechermaterials um 14  $\mu$ Ω bzw. einer Temperaturerhöhung um etwa 0,3 K. Wie im Inset gezeigt, mißt das Probenthermometer, das einige zehn Sekunden nach der Gütebestimmung ausgelesen wird, von dieser Feldstärke an ebenfalls eine Erhöhung der Temperatur, so daß davon ausgegangen werden kann, daß



**Fig.3.9.** Darstellung der reziproken belasteten Güte im  $TE_{011}$ -Mode über dem Feld  $H_0$  im Resonator, das mit den Gln.(2.97) und (2.122) eingeführt worden ist. Die Messungen sind an einer Kupfer- und einer Niobprobe durchgeführt worden, so daß von den Proben keine Feldstärkeabhängigkeit zu erwarten ist. Lediglich bei den höchsten erreichten Feldstärken weichen die Meßpunkte um etwas mehr als die Streuung vom konstanten, d.h. leistungsunabhängigen, Verhalten ab. Der Anstieg der reziproken Güte um  $1.8 \cdot 10^{-8}$  bei den letzten beiden Meßdaten entspricht einer Erhöhung des Oberflächenwiderstands des Resonators um etwa  $14\mu\Omega$  bzw. einer Temperaturerhöhung um etwa 0,3 K. Wie im Inset dargestellt, bestätigt die Messung der Probentemperatur, die einige 10 s nach der Gütebestimmung erfolgt, daß die geringfügige Güteänderung mit einem Anstieg der Temperatur einhergeht. Die Streuung der Temperaturmeßpunkte weist darauf hin, daß die Wartezeit zwischen aufeinanderfolgenden Meßpunktaufnahmen eine wesentliche Rolle spielt.

der gemessene Effekt auf eine leichte Erwärmung des Resonators durch die HF-Leistung zurückzuführen ist, die durch eine längere Wartezeit zwischen aufeinanderfolgenden Gütemessungen vermieden oder zumindest reduziert werden kann.

# 3.5 Auswertung

Die für die Auswertung bedeutsamen Zusammenhänge zwischen den Daten, die die Meßpunktaufnahmen unmittelbar liefern, und den daraus zu bestimmenden Meßgrößen sind bereits in vorangegangenen Abschnitten, insbesondere in 2.2.3, 2.26 bis 2.2.8, 3.2.1 bis 3.2.3 und 3.4.1, erläutert worden. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Umsetzung der Auswertung, d.h. der Verwendung der angegebenen Zusammenhänge und ihrer Ausnutzung zur Konsistenzüberprüfung der ermittelten Meßgrößen, wie sie einheitlich auf die Meßdaten angewendet wird.

# 3.5.1 Auswertung temperatur- und frequenzabhängiger Messungen

Während die Meßpunktaufnahme die Werte der Temperatur und der Meßfrequenz direkt bereitstellt, müssen der Oberflächenwiderstand und die Eindringtiefeänderung aus der Güte Q bzw. der Resonanzfrequenzverschiebung  $\delta f$  mit Hilfe der Beziehungen in den Gln. (2.101), (2.106) bzw. (2.111) ermittelt werden. In diese gehen zum einen die Geometriefaktoren  $\Gamma_D$  der verwendeten Moden und zum anderen die Beiträge der Kopplungen, des Resonatorbechers und parasitärer Verluste bzw. der Beitrag der thermischen Längen-änderung  $\delta L_{therm}$  der Probenaufhängung ein.

Die nach Gl.(2.107) berechneten Geometriefaktoren  $\Gamma_D$  können aufgrund von Abweichungen des Resonators von der vorausgesetzten Zylindergeometrie etwa durch eine Verkippung der Probenoberfläche gegenüber dem Resonatorboden oder durch unebene Proben und natürlich bei einer falschen Modenzuordnung eine Fehlerquelle darstellen. Die gleichzeitige Messung von Q(T) und  $\delta f(T)$  in mehreren Moden bietet nun eine Möglichkeit zur Überprüfung der Geometriefaktoren, indem in jeder Mode aus der gemessenen Frequenzverschiebung  $\delta f(T)$  mit dem entsprechenden Geometriefaktor  $\Gamma_D$  die Längenänderung  $\delta L(T)$ berechnet wird und die Ergebnisse aller Moden verglichen werden. Wenn es sich um eine supraleitende Probe handelt, bei der die Eindringtiefe keine Frequenzabhängigkeit zeigt, müssen die Kurven  $\delta L(T)$  übereinstimmen, da ja auch der Beitrag  $\delta L_{therm}$  nicht von der Mode bzw. der Meßfrequenz abhängt; Abweichungen hingegen deuten auf fehlerhafte oder veränderte Geometriefaktoren hin.

Um die Einflüsse der unterschiedlichen parasitären Verluste insbesondere in den höher indizierten Moden und gegebenenfalls auch der Leistungsabhängigkeit<sup>43</sup> auszuschalten, die die ermittelten Oberflächenwiderstände in den verschiedenen Moden um unterschiedliche Beträge R<sub>add</sub> erhöhen würden, bietet sich eine Korrektur auf die beste Mode an. Hierzu wird zunächst für alle Moden anhand der Änderung  $\Delta R_s$  des Oberflächenwiderstands in festgelegten Temperaturintervallen  $\Delta T$  die Frequenzabhängigkeit  $\Delta R_s(f)$  bestimmt, die genauso für R<sub>s</sub> bei den entsprechenden Temperaturen gelten muß, so daß auch auf die Frequenzabhängigekit von R<sub>s</sub>(T $\rightarrow$ 0) geschlossen werden kann. Auf dieser Grundlage läßt sich ein Vergleich der Meßergebnisse in allen Moden durchführen und diejenige Mode feststellen, in der die Zusatzverluste 1/Q<sub>add</sub> bzw. R<sub>add</sub> am geringsten sind. Ist R<sub>s</sub>(T $\rightarrow$ 0) in dieser Mode ausgewertet worden, so können die Beträge R<sub>add</sub> für alle anderen Moden berechnet werden. Der Oberflächenwiderstand, der nach dieser Vorgehensweise für jede

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Bei gegebener Koppelposition wird in den höher indizierten Moden wesentlich mehr Leistung in den Resonator eingekoppelt als in den niedriger indizierten, so daß eine eventuelle starke Feldabhängigkeit bei kleinen Feldstärken Auswirkungen auf den ermittelten Oberflächenwiderstand haben kann.

Mode ermittelt wird, weicht von dem tatsächlichen Wert geringfügig nach oben ab, nämlich maximal um den Betrag  $\Gamma_D/Q_{add}$  der am wenigsten – üblicherweise vernachlässigbar gering – durch parasitäre Verluste gestörten Mode, umgerechnet auf die Frequenz der angegebenen Mode mit der Frequenzabhängigkeit von  $\Delta R_s(f)$ .

Einen Nachteil der gleichzeitigen Messung in vielen Moden stellt die geringere Datenausbeute für die Temperaturabhängigkeit bei fester Frequenz dar, die den statistischen Fehler größer werden läßt, da bei jedem Temperaturwert regelmäßig nur ein bis zwei Meßpunkte pro Mode aufgenommen werden. Die Streuung der Meßergebnisse kann dennoch dadurch in Grenzen gehalten werden, daß eine Mittelung über kleine Temperaturintervalle vorgenommen wird.

# 3.5.2 Auswertung feldstärkeabhängiger Messungen

Die Grundlagen zur Auswertung der feldstärkeabhängigen Messungen sind bereits in den Abschnitten 2.2.7 und 2.2.8 beschrieben worden. Im folgenden soll dazu erläutert werden, wie im Fall von leistungsabhängigen Resonatoreigenschaften aus der beobachteten Resonatorantwort in der Zeit- oder Frequenzdomäne, die immer einen Leistungsbereich überstreicht, der von Null bis zu einer gegebenen Leistung reicht, die Güte bei einer bestimmten HF-Leistung bzw. -Feldstärke festgestellt werden kann.

Zunächst wird hier jedoch eine vereinfachende Darstellung behandelt, die sich in vielen Publikationen etabliert hat und auf die in 2.2.8 bereits hingewiesen worden ist.

# 3.5.2.1 Vereinfachte "quasilineare" Auswertung

Um verschiedene Proben in demselben Meßaufbau auf nichtlineares Verhalten zu untersuchen und bezüglich der Feldstärkeabhängigkeit untereinander vergleichen zu können, genügt es, statt des in Abschnitt 2.2.8 beschriebenen Verfahrens dieselbe Auswertung vorzunehmen wie bei den Messungen im linearen Bereich, die im vorangegangenen Abschnitt 3.5.1 erläutert worden ist. D.h., aus der gemessenen Güte, die die Meßpunktaufnahme angibt, wird die der Probe zuzuordnende reziproke Güte bestimmt und über den Geometriefaktor  $\Gamma_D$  in einen Oberflächenwiderstand  $R_{Sm}$  umgerechnet, auch wenn bei nichtlinearem Verhalten die Proportionalität zwischen beiden Größen nicht mehr besteht (vgl. 2.2.8). Bei dieser "quasilinearen" Auswertung wird als Abszissengröße am sinnvollsten das maximale Feld  $H_m$  an der Probenoberfläche oder die charakteristische Feldstärke  $H_0$  des Resonators verwendet.

## 3.5.2.2 Auswertung nichtlinearer Abklingkurven

Wenn die Güte und damit die Abklingzeit  $\tau$  von der Feldstärke im Resonator und somit über Gl.(2.122) von der transmittierten Leistung abhängt, dann hat die Abklingkurve nicht mehr eine exponentielle Form. Vielmehr spiegelt sie das gesamte nichtlineare Verhalten wider zwischen der zu Beginn des Abklingens gespeicherten Feldstärke und der am Ende der Aufzeichnung der Abklingkurve noch bestehenden, auf Null strebenden Feldstärke, bei der i.d.R. schon wieder der lineare Fall vorliegt. Deshalb muß zu jeder transmittierten Leistung P<sub>trans</sub> die Abklingzeit  $\tau(P_{trans})$  aus der Tangente an die aufgezeichnete Kurve ermittelt werden. Dies geschieht durch numerisches Differenzieren<sup>44</sup> der Abklingkurve selbst sowie des Logarithmus' derselben unter Verwendung einer in ORIGIN-LabTalk programmierten Funktion.

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Wegen des digitalen Rauschens wird über jeweils vier Punkte der Abklingkurve gemittelt. – Eine Anpassung der gesamten Abklingkurve mit einer Modellfunktion kommt nicht in Betracht, da Art und Ursprung des nichtlinearen Verhaltens nicht abschließend geklärt sind und somit keine Funktion formuliert werden kann, die allen möglichen Feldstärkeabhängigkeiten Rechnung trägt.

Die HF-Feldstärke wird nach Gl.(2.122) aus dem transmittierten Signal bestimmt. Zur Überprüfung kann die Güte bei maximaler Leistung herangezogen werden, um nach Gl.(2.124) eine unabhängige Feldstärkebestimmung zum Vergleich vorzunehmen, sofern die Voraussetzung von Gl.(2.124) erfüllt ist, daß nämlich die eingespeiste Frequenz nicht von der Resonanzfrequenz bei der entsprechenden Feldstärke abweicht.

Im Fall einer kontinuierlichen Nichtlinearität werden die resultierenden  $Q_D^{-1}(H_0 \text{ bzw. } H_m)$ -Diagramme nach Gl.(2.131) mit den Koeffizienten aus Tab.2.4 in die gesuchte Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands  $R_s(H)$  umgerechnet.

### 3.5.2.3 Auswertung zur verstimmungsabhängigen Pulssequenzanalyse

Ähnlich wie bei den Abklingkurven sind auch die Punkte einer Resonanzkurve, die bei der verstimmungsabhängigen Pulssequenzanalyse aufgezeichnet werden, unterschiedlichen Feldstärken im Resonator zuzuordnen. Doch läßt sich im Fall einer kontinuierlichen Nichtlinearität bei einer Resonanzkurve wegen ihrer komplizierteren Form nicht aus wenigen Punkten eine Güte berechnen. Deshalb werden zu den verstimmungsabhängigen Meßpunkten der Transmission nach dem im Anhang A2 beschriebenen Verfahren nichtlineare Resonanzkurven berechnet, für die verschiedene Funktionen für die Feldstärkeabhängigkeit der Resonatoreigenschaften Q<sup>-1</sup>(*H*) und  $\delta f_R(H)$  angenommen werden können. Aus den in Q<sup>-1</sup>(*H*) und  $\delta f_R(H)$  eingehenden Parametern derjenigen Resonanzkurve, mit der die Meßpunkte am besten angepaßt werden, folgt schließlich die Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz der Probe nach den im Abschnitt 2.2.8 angegebenen Beziehungen.

## 3.6 Herstellung und Charakterisierung der Proben

Abgesehen von einigen Metallproben (Niob, Kupfer) für Testmessungen, sind im Rahmen dieser Arbeit Proben des Kupratsupraleiters YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub>, auch als YBCO oder Y-123 bezeichnet, in unterschiedlichen Qualitäten untersucht worden.

Fig.3.10 zeigt den perowskitartigen kristallinen Aufbau dieser Verbindung, über die kurz nach der Entdeckung des ersten Hochtemperatur-Supraleiters durch Bednorz und Müller [105] erstmals von der Gruppe um C.W. Chu [106] berichet wurde. Die im Hinblick auf die Transporteigenschaften wesentlichen Bestandteile sind die Kupferoxidebenen senkrecht zur kristallografischen c-Richtung, die alle Kuprate aufweisen und in denen die Supraleitung bzw. die Normalleitung stattfindet, sowie die Kupfer-Sauerstoff-Ketten entlang der b-Achse, die ebenfalls zur Leitfähigkeit beitragen.

Die Schichtstruktur bedingt eine ausgeprägte Anisotropie der Transporteigenschaften: Die Fermi-Geschwindigkeiten, die Kohärenzlängen und die reziproken Plasmawellenlängen in a- und b-Richtung übersteigen die



**Fig.3.10.** Schematische Darstellung der kristallografischen Einheitszelle des Kuprats  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ bestehend aus drei Perowskiteinheiten mit einem Ybzw. Ba-Ion im Zentrum. Während das Y-Ion zwei Kupferoxidebenen trennt, bilden sich auf den dem Y-Ion abgewandten Seiten der Ba-Ionen Cu-O-Ketten statt –Ebenen aus. Die etwas dunkler eingefärbten O(1)-Plätze in den Cu-O-Ketten bleiben teilweise unbesetzt, wenn mit  $\delta > 0$  die Sauerstoffbeladung unvollständig ist. Für  $\delta = 0$ betragen die Gitterkonstanten a = 0,382 nm, b = 0,389 nm und c = 1,167 nm. Nicht nur a und b, sondern insbesondere auch die c-Achsenlänge hängen vom Sauerstoffgehalt ab [107, 108, 109].

in c-Richtung um etwa eine halbe Größenordnung.<sup>45</sup>

Im Vergleich hierzu kann die Anisotropie von a- und b-Richtung vernachlässigt werden. Diese entsteht mit zunehmendem Sauerstoffgehalt beim Übergang der tetragonalen Phase YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6</sub> in die orthorhombische Phase YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub>. Während die tetragonale Phase isolierend ist und bei tiefen Temperaturen antiferromagnetische Ordnung zeigt, hat YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> in den CuO-Ebenen metallischen Charakter und geht beim Absenken der Temperatur unter T<sub>c</sub> in den supraleitenden Zustand über. Eine generische Eigenschaft der Kuprate ist die Abhängigkeit der Übergangstemperatur T<sub>c</sub> von der Ladungsträgerkonzentration in den Kupferoxidebenen [47, 110], die u.a. von der Sauerstoffdotierung bestimmt wird, d.h. bei YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub> von den unbesetzten Sauerstoffplätzen in den Cu-O-Ketten, deren anteiliger Gehalt von  $\delta$  angegeben wird. Zwischen  $\delta$  = 0,05 und 0,1 nimmt T<sub>c</sub> einen maximalen Wert an, der 93,5 K erreichen kann [111]. Mit weiterer Sauerstoffentladung sinkt die Übergangstemperatur, bis bei Werten von  $\delta$  = 0,6 .. 0,7<sup>46</sup> keine ausgedehnte supraleitende Phase mehr gefunden wird [112]. In diesem unterdotierten Bereich liegt oberhalb von T<sub>c</sub> keine gewöhnliche metallische Phase vor; vielmehr beeinflussen wahrscheinlich inkohärente, vorgeformte Paare die physikalischen Eigenschaften (vgl. z.B. [46]).

Bedingt durch die verschiedenen technisch relevanten Herstellungsverfahren, zeigen reale Materialien nur in begrenzten Gebieten, z.B. Domänen oder Körnern, den beschriebenen kristallinen Aufbau und weisen darüber hinaus unterschiedliche strukturelle Abweichungen wie etwa Fremdphasen oder Korngrenzen, aber auch Kationenunordnung und Stapelfehler auf. Da solche Inhomogenitäten Einfluß auf die physikalischen Eigenschaften des Materials nehmen können, müssen sie bei der Probencharakterisierung nach Möglichkeit beachtet und identifiziert werden.

Ebenfalls vom Herstellungsprozeß abhängig ist die Sauerstoffbeladung, über die sowohl die Übergangstemperatur  $T_c$  als auch die Länge der c-Achse Aufschluß geben und die über die Ladungsträgerkonzentration wesentlich die Transporteigenschaften beeinflußt.

Schließlich spielt für Mikrowellenmessungen aufgrund der endlichen Eindringtiefe auch die Oberflächenbeschaffenheit eine Rolle, die aus der Probenpräparation nach der Herstellung oder aus dem Herstellungsprozeß selber resultiert.

Unter diesen Aspekten werden im Anschluß die Proben beschrieben, über die in den nachfolgenden Kapiteln berichtet wird. Nach dem Herstellungsverfahren lassen sich die Proben einteilen in Vollmaterialproben, zu deren Herstellung ein Sinterprozeß bzw. ein Schmelztexturierungsverfahren Anwendung fanden, und in Dünnschichten, die durch PVD-Verfahren<sup>47</sup> heteroepitaktisch auf Einkristallsubstraten abgeschieden wurden.

## 3.6.1.1 Gesinterte Vollmaterialproben

## 3.6.1.1.1 Herstellung

Ausgangssubstanz für die Herstellung von YBCO-Vollmaterial durch das von S. Nazaré [113] beschriebene und von E. Keskin [94] zur Produktion von Proben mit bestmöglichen HF-Eigenschaften optimierte Sinterverfahren ist ein hinsichtlich seiner Stöchiometrie und

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Die genauen Anisotropieverhältnisse hängen von der Sauerstoffbeladung ab. – Bei Kupraten ohne Cu-O-Ketten ist die Anisotropie noch deutlich stärker ausgeprägt.

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> Der genaue kritische Sauerstoffgehalt hängt vermutlich von der Sauerstoffordnung in den Ketten ab, da die Länge der Cu-O-Kettenstücke Einfluß auf die Ladungsträgerdotierung in den Kupferoxidebenen hat [112].

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> PVD = physical vapour depositon

seiner Partikelgrößenverteilung ausgewähltes YBCO-Pulver aus kommerziellen Quellen. Dieses wird zunächst aufbereitet und anschließend durch erst uniaxiales, dann kaltisostatisches Pressen zu einem scheibenförmigen Grünling verdichtet, der bereits eine Dichte von etwa 69% des theoretischen Wertes von 6,38 g/cm<sup>3</sup> für YBCO (mit  $\delta = 0$ ) erreicht.

Für den eigentlichen Sintervorgang wird der Grünling an Luft schnell auf etwas weniger als 800°C aufgeheizt<sup>48</sup> und dann mit langsamerer Heizrate auf die Sintertemperatur gebracht, die mit 900°C bis 960°C deutlich unter der Schmelztemperatur der Y-123-Verbindung von 1015°C liegt. Bei dieser Temperatur, bei der die Probe zehn Stunden lang gehalten wird, um danach langsam auf Raumtemperatur abzukühlen, findet durch Oberflächen-, Grenzflächen und Gitterdiffusion sowie durch Gastransport Kornwachstum und damit einhergehend eine Verdichtung des Materials statt, getrieben vom Bestreben zur Reduzierung der Oberflächenenergie. Dieses ist entsprechend der anisotropen Gitterstruktur gerichtet und führt zur Ausbildung von langen, quaderförmigen Körnern, deren mittlere Größe sich durch die Sintertemperatur einstellen läßt. Dabei muß die Bildung von Mikrorissen vermieden werden, die infolge der beim Kornwachstum entstehenden mechanischen Spannungen vorkommen kann.

Verbunden mit einem signifikanten Anstieg der Verdichtungsrate ist das Auftreten einer flüssigen Phase um 950°C, die sich bei einer lokal inhomogenen Zusammensetzung (Mangel an BaO) ausbilden kann und zum sog. Flüssigphasensintern führt [113].

Das gesinterte Material, das in der tetragonalen Phase vorliegt und nur oberflächlich beim Abkühlen an Luft etwas zusätzlichen Sauerstoff aufgenommen hat, wird in einem Ofen bei 500°C etwa sechs Tage lang bei 1 bar Sauerstoffdruck getempert. Dabei tritt eine weitere Volumenreduktion um etwa 1% aufgrund der Verkürzung der c-Achse und der Überkompensation der Ausdehnung der b-Achse durch das Schrumpfen der a-Achse auf. Anschließend lassen sich im Mikroskop mit polarisiertem Licht typischerweise Zwillingsstrukturen erkennen, die auf den vollzogenen Übergang in die orthorhombische Phase hinweisen.

Um geringe Unebenheiten der Oberflächen nach dem Sintern zu entfernen und die Planparallelität der Stirnflächen der scheibenförmigen Proben zu gewährleisten, werden die Proben zum Abschluß der Präparation in mehreren aufeinanderfolgenden Stufen geschliffen und poliert. Die Oberflächenrauheit  $R_{rms}$ , die als die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung von der gemittelten Oberfläche definiert ist (root mean square roughness),





**Fig.3.11a.** Typisches Oberflächenprofil einer polierten Vollmaterialprobe, abgerastert mit einem Alpha-Step 250 (TENCOR instruments).

**Fig.3.11b.** Bereich ohne tiefe Poren. Die Rauheit  $R_{rms}$  nimmt statt 0,187  $\mu$ m (Bild links) einen Wert unter 0,05  $\mu$ m an.

<sup>48</sup> Bei etwa 800°C gleicht die Materialverdichtung durch das Sintern die thermische Längenausdehnung in etwas aus, bei höheren Temperaturen dominiert die Schrumpfung, bei tieferen die thermische Ausdehnung.

wird dabei auf Werte unter 0,2  $\mu$ m reduziert (vgl. Fig.3.11a). Zur verbleibenden Rauheit tragen wesentlich einzelne Poren bei, die als tiefe Kanäle ins Material hineinragen. Porenfreie Gebiete erreichen Rauheitswerte um R<sub>rms</sub>  $\approx 0,05 \mu$ m (Fig.3.11b).

#### 3.6.1.1.2 Charakterisierung

Für die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen HF-Untersuchungen wurde eine Kleinserie von vier scheibenförmigen Vollmaterialproben mit 40 mm Durchmesser und 5 mm Dicke angefertigt, die bei Sintertemperaturen von 900°C, 930°C und 960°C hergestellt und mit Ausnahme einer Probe in der oben beschriebenen Weise mit Sauerstoff nachbeladen worden sind.

Wie die Daten und die lichtmikroskopischen Aufnahmen in Tab.3.3 zeigen, nehmen die mittlere Korngröße und die Dichte<sup>49</sup> des Materials mit der Sintertemperatur deutlich zu. Während bei der Sintertemperatur von 900°C die Materialverdichtung noch ohne Kornneubildung und bei nur geringfügigem Kornwachstum<sup>50</sup> stattfindet, erkennt man im Gefüge der bei höheren Temperaturen gesinterten Proben Körner mit bis zu hundertfach größeren Kantenlängen und ausgeprägt länglichen Formen, die auf gerichtetes Wachstum hindeuten. Im Lichtmikroskop und ebenso im Rasterelektronenmikroskop (REM, vgl. Fig.3.12) lassen sich außerdem Segregationsphasen als helle Flecken ausmachen, die mit EDX-Messungen als Kupferoxidausscheidungen identifiziert worden sind. Mit ansteigender Sintertemperatur verlieren diese Ausscheidungen ihre vorwiegend runde Form, laufen immer mehr auseinander und umsäumen schließlich die einzelnen Körner. Die bei der Herstellung von YBCO häufig auftretenden Segregationsphasen Y-211 (Y<sub>2</sub>BaCuO<sub>5</sub>) und BaCuO<sub>2</sub> werden nicht beobachtet; sie bilden sich erst bei etwas höheren Temperaturen aus.

Die durch nachträgliches Tempern in Sauerstoff beladenen Proben weisen kritische Temperaturen um 90 K aus, die auf eine nahezu optimale Dotierung schließen lassen. Dies bestätigen auch die Röntgenbeugungsmessungen (XRD), mit denen aus der Lage des 006-Reflexes die c-Achsenlänge und aus dieser über einen linearen Zusammenhang



Fig.3.12. Beobachtung von Ausscheidungen im REM, oben (niedrigere Sintertemperatur): als einzelne helle Bröckchen in den Kornzwischenräumen, unten (höhere Sintertemperatur): als Füllstoff in den Fugen zwischen kleinen Körnern.

der Sauerstoffgehalt (7 -  $\delta$ ) zu x = 7 -  $\delta$  = 6,963 ± 0,03 bestimmt werden kann [94].

Für die Probe, die sich nur oberflächlich beim Abkühlen an Luft nach dem Sintern mit Sauerstoff beladen konnte, weisen die XRD-Messungen eine Zweiphasigkeit aus, bestehend aus einer orthogonalen Phase mit 7 -  $\delta \approx 6,94$  und einem tetragonalen Anteil mit 7 -  $\delta \approx 6,29$ , der von der Oberfläche ins Material hinein zunimmt.

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> Die Materialdichte wurde an Referenzproben in Auftriebsmessungen mit Isopropanol als Auftriebsmedium bestimmt [94]. Da die bei 900°C gesinterte Probe noch offene Porösität aufweist (d.h., daß die einzelnen Poren noch durchgehend miteinander verbunden sind), ist die Bestimmung der Dichte hier mit größeren Fehlern behaftet, da das Auftriebsmedium mit der Zeit während der Messung in die Poren eindringen und so das Meßergebnis verfälscht werden kann.

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> D.h., die Körner weisen im wesentlichen die gleichen Größen auf wie die Partikel des verwendeten Pulvers.

Name der Probe	Sinter- tempe- ratur	Relative Material- dichte, be- zogen auf 6,38 g/cm <sup>3</sup>	Sauer- stoff- nachbe- ladung	Sauer- stoffgehalt $x = 7 - \delta$ (aus XRD)	$T_{c}, $ $T_{c, onset}, $ $T_{c, offset} $ (induktiv gemessen)	Typische Korngrößen l × b und mittlere Korn- größe a	Gefügestruktur (lichtmikroskopische Aufnahmen)	Ausscheidungen als helle, abgegrenzte Flecken in der Matrix oder als helle, ausgedehnte Spuren in Kornzwischenräumen (lichtmikroskopische Aufnahmen)
YBs05	930°C	94,5 %	keine	Phasen mit 6,94 bzw. 6,29		(wie YBs09)		
YBs10	900°C	89 %	6 Tage bei 500°C, 1 bar O <sub>2</sub>	6,96 ± 0,03	90,3 K 92,5 K 89,0 K temperatur abhängige ac- Suszepti- bilität bis $T \rightarrow 0$	5μm × 5μm; a = 5μm	1 <u>00µ</u> m.	
YBs09	930°C	96,0 %	6 Tage bei 500°C, 1 bar O <sub>2</sub>	6,96 ± 0,03	90,2 K 92,47 K 89,1 K konstante ac-Sus- zeptibilität unterhalb T = 80 K	große Körner mit 200 300 $\mu$ m × 30 40 $\mu$ m und kleine mit 20 $\mu$ m × 10 $\mu$ m (und kleiner); a = 18 $\mu$ m	<u>і Обрит</u>	20µm.
YBs08	960°C	95,1 %	6 Tage bei 500°C, 1 bar O <sub>2</sub>	6,96 ± 0,03	89,5 K 92,5 K 86,9 K konstante ac-Sus- zeptibilität unterhalb T = 75 K	große Körner mit $300 400 \mu m$ $\times 40 60 \mu m$ und vereinzelt kleine mit $40\mu m \times 20\mu m$ (und kleiner); $a = 28 \mu m$	1 <u>00µ</u> m,	<u>20μm</u>

Tab.3.3. Übersicht über die gesinterten Vollmaterialproben

Meßaufbau und Charakterisierungen

91

# 3.6.1.2 Schmelztexturierte Proben

## 3.6.1.2.1 Herstellung

Eine alternative Methode zur Herstellung von YBCO-Vollmaterial stellt die Schmelztexturierung [114, 115] dar, bei der kommerziell verfügbares YBCO-Pulver unter Zugabe von kleinen Mengen anderer Pulver, in diesem Fall Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> und Ag<sub>2</sub>O bzw. Pt<sub>2</sub>O, aufbereitet, in Form gepreßt und vorverdichtet wird, um anschließend einer Schmelzofenbehandlung [116] unterzogen zu werden. Diese sieht zunächst ein schnelles Aufheizen auf etwa 1100°C innerhalb von etwa einer Stunde vor. Bei dieser Temperatur wird das Material einige Minuten lang (5 bis 60 min.) gehalten, so daß eine Schmelze entsteht. Nach einem schnellen Abkühlschritt auf die Schmelztemperatur von 1015°C folgt der Prozeßabschnitt, bei dem sich das texturierte Material bildet: Während die Temperatur des isothermen Ofens langsam (1°C/h) um etwa 100°C abgesenkt wird, reagiert die in der Schmelze gebildete Y-211-Phase mit der Flüssigkeit zu Y-123.<sup>51</sup> Durch den Yttriumüberschuß in der Zusammensetzung des Ausgangsgemisches bleibt in der Y-123-Matrix eine feine Verteilung von Y-211-Partikeln mit etwa 10µm Durchmesser übrig, die eine Verbesserung der kritischen Stromdichte J<sub>c</sub>(77K) des Materials bewirkt und daher erwünscht ist.

Zur abschließenden Abkühlung auf Raumtemperatur wird eine moderate Kühlgeschwindigkeit von 5 bis 50°C/h verwendet. Dabei dienen die Ausscheidungen der als Oxide zugegebenen Edelmetalle Ag bzw. Pt zur Verhinderung von Mikrorißbildung, indem sie die infolge thermischer Längenänderung auftretenden mechanischen Spannungen absorbieren.<sup>52</sup> Wie beim gesinterten Vollmaterial wird auch bei schmelztexturiertem YBCO der O-Gehalt durch nachträgliches Tempern in einer Sauerstoffatmosphäre eingestellt. Hier wird die Probe typischerweise 200 Stunden bei etwa 400°C gehalten, um eine optimale Übergangstemperatur und bestmögliche  $J_c(77K)$ -Werte zu erreichen.

Eine scheibenförmige Probe mit den erforderlichen Abmessungen für HF-Untersuchungen wird aus einem größeren schmelztexturierten Körper durch übliche mechanische Bearbeitungen, gefolgt von Schleif- und Polierschritten wie oben beschrieben, gewonnen. Da durch die Texturierung die c-Achsen der Einheitszellen parallel ausgerichtet sind, also nicht wie beim gesinterten Vollmaterial Körner mit unterschiedlichen Orientierungen der c-Achse existieren, ist es möglich, als Oberfläche eine orthogonal zur c-Achse stehende Fläche zu wählen, um die besseren Transporteigenschaften in Richtung der a- und b-Achse auszunutzen.

## 3.6.1.2.2 Charakterisierung

Schmelztexturiertes Vollmaterial, wie es von A. Kaiser<sup>53</sup> hergestellt worden ist, weist Materialdichten von > 98% der Dichte von YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> und Korngrößen, d.h. Ausdehnungen texturierter Domänen, von einigen Zentimetern auf. Der übliche Sauerstoffgehalt liegt über  $x = (7-\delta) = 6,9$ , so daß die Übergangstemperatur T<sub>c</sub> nahezu 90 K beträgt (T<sub>c, onset</sub>  $\approx$  90 K, T<sub>c</sub>  $\approx$  89,4 K). Die kritische Stromdichte J<sub>c</sub>(77K) erreicht Werte von 2 ...  $8 \cdot 10^4$  A/cm<sup>2</sup>, wenn der Strom parallel zur [001]-orientierten Oberfläche<sup>54</sup> fließt.

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Die Erstarrung setzt wegen der in der Schmelze gebildeten BaCuO<sub>2</sub>- und CuO-Anteile deutlich unterhalb der Schmelztemperatur des stöchiometrischen YBCO ein und hängt stark von der Abkühlrate ab [116]. – Zur Verbesserung der Materialqualität kann ein (Y,Sm)-123-Einkristall als Keim in die Schmelze eingebracht werden, der umwachsen wird und nach dem Prozeß im schmelztexturierten Körper verbleibt. <sup>52</sup> Die feine Dispersion von Y-211-Partikeln hindert die dennoch entstehenden Risse effektiv an der

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Die feine Dispersion von Y-211-Partikeln hindert die dennoch entstehenden Risse effektiv an der Ausbreitung [117].

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> A. Kaiser, Institut für Nukleare Festkörperphysik (INFP), Forschungszentrum Karlsruhe

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> D.h., die kristallografische c-Richtung steht orthogonal zur (mittleren) Oberfläche.

Lichtmikroskopische Aufnahmen (Fig.3.13) an der für HF-Messungen zur Verfügung stehenden Probe YBtK6 zeigen ein Netz von Mikrorissen, das sich über die gesamte Oberfläche erstreckt, sowie einen langen, breiteren Riß, der bei der Präparation entstanden ist. Darüber hinaus sind Poren und eine wellen- oder streifenförmige Struktur von Unebenheiten zu erkennen. Bei geeigneter Vergrößerung lassen sich auch die Segregationsphasen ausmachen: helle, abgerundete Bereiche stellen die Y-211-Phase dar, helle, disperse, etwas unförmige Flecken sind Edelmetallausscheidungen.



Fig.3.13. Lichtmikroskopische Aufnahmen der Probe YBtK6 in unterschiedlichen Vergrößerungen. Links: Risse von einigen 100µm Länge sind als feine, dunkle Linien zu erkennen; runde, schwarze Punkte stellen Poren dar. Mitte: Bei dieser Vergrößerung ist eine streifenförmige Struktur von Unebenheiten zu sehen, die an der Grenzfläche zum als Keim eingesetzten Einkristall (hellere Fläche oben links) aufhört. Als kleine, hellere Flecken sind bereits Fremdphaseneinschlüsse auszumachen. Rechts: Ausscheidungen der Y-211-Phase zeigen sich als größere helle Gebilde mit abgerundeten Begrenzungslinien zur Matrix, Segregationsphasen der Edelmetalle bilden sich als kleinere helle Flecken ab.

## 3.6.1.3 Dünnschichtproben

In besonders hoher Qualität<sup>55</sup> läßt sich YBCO als heteroepitaktische, c-Achsen-orientierte Schicht auf monokristallinen Substraten herstellen. Als Substratmaterial, das möglichst gut an die a- und b-Achsenlänge der YBCO-Einheitszelle angepaßt sein und eine ähnliche thermische Ausdehnung wie diese aufweisen sollte<sup>56</sup>, haben sich verschiedene Perowskite, insbesondere Lanthanaluminat<sup>57</sup> (LaAlO<sub>3</sub>), sowie Magnesiumoxid (MgO) und Saphir (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), bei dem die r-Ebene<sup>58</sup> (1<u>1</u>02) als Oberfläche gewählt wird, als geeignet erwiesen. Im letztgenannten Fall muß auf dem Substrat zunächst eine Pufferschicht von i.d.R. 5 bis 50 nm Dicke abgeschieden werden, die als Diffusionsbarriere dient und somit Reaktionen zwischen dem Substrat und den Komponenten der Y-123-Verbindung verhindert, darüber hinaus aber auch das Wachstum der YBCO-Schicht verbessert. Bewährt hat sich Ceroxid (CeO<sub>2</sub>) als Puffermaterial, das in der kubischen CaF<sub>2</sub>-Struktur kristallisiert und eine Gitterkonstante von 0,541 nm besitzt. Daher wächst YBCO in c-Achsen-Orientierung auf CeO<sub>2</sub>

<sup>&</sup>lt;sup>55</sup> im Hinblick auf die supraleitenden Eigenschaften, insbesondere die kritische Stromdichte und die Oberflächenimpedanz

 $<sup>^{56}</sup>$ um die Bildung von Mikrorissen bei der Sauerstoffbeladung und der Abkühlung von der Depositionstemperatur in den supraleitenden Zustand bei T < T<sub>c</sub> zu vermeiden

<sup>&</sup>lt;sup>57</sup> Die Gitterkonstante von LaAlO<sub>3</sub> beträgt a = 0,38 nm. – Unterhalb des Übergangs von der kubischen in die rhomboedrische Phase bei 544°C [118] zeigt LaAlO<sub>3</sub> eine ausgeprägte Zwillingsstruktur.

<sup>&</sup>lt;sup>58</sup> Die relevanten Kantenlängen der r-Ebene haben die Maße a = 0,476 nm und b/3 = 0,513 nm.

so auf, daß die Kanten der Einheitszellen in der Grenzflächenebene einen Winkel von  $45^{\circ}$  einschließen, d.h., es ergibt sich die Schichtfolge Substrat (z.B. LaAlO<sub>3</sub> [100]) // CeO<sub>2</sub> [110] // YBCO [100].

Damit YBCO in der gewünschten [001]-Orientierung direkt in kristalliner Form<sup>59</sup> auf einem Substrat aufwächst, sind Temperaturen oberhalb von 650°C erforderlich [119],<sup>60</sup> bei denen die Stabilität der tetragonalen Y-123-Phase<sup>61</sup> einen Sauerstoffpartialdruck von mindestens ~10<sup>-2</sup> mbar voraussetzt.<sup>62</sup> Mit diesem muß das Depositionsverfahren kompatibel sein. Als besonders geeignete Prozesse haben sich die thermische Koevaporation und das Magnetronsputtern erwiesen, mit denen die in dieser Arbeit untersuchten Dünnschichten hergestellt worden sind und auf die bei der anschließenden Beschreibung der Proben näher eingegangen wird.

Nach der Abscheidung der tetragonalen Y-123-Phase wird diese in einem nachfolgenden Prozeßschritt durch Oxidation in die orthorhomische überführt. Hierzu genügt es i.d.R., Schicht und Substrat nach der Deposition in einer Sauerstoffatmosphäre abkühlen zu lassen oder für kurze Zeit (einige Minuten) bei 400°C zu tempern.

## 3.6.1.3.1 Koevaporierte Dünnschichten

Bei der reaktiven thermischen Koevaporation (TCE)<sup>63</sup> [121, 122] werden die Metallatome, die sich von ihren resistiv Verdampfungsquellen<sup>64</sup> erhitzten aus ballistisch im Hochvakuum ausbreiten. auf einem homogen auf ca. 680°C geheizten, über den Quellen angeordneten Substrat abgeschieden und dort durch Sauerstoffzufuhr oxidiert. Um den hierzu nötigen Sauerstoffdruck gleichmäßig am Substrat bereitzustellen und gleichzeitig Hochvakuumbedingungen in der TCE-Kammer zu erhalten, werden die Depositions- und die Oxidationszone<sup>65</sup> räumlich getrennt und die Substrate mittels eines rotierenden Halters ab-



*Fig.3.14.* Schematische Darstellung der TCE-Kammer (aus [120]).

<sup>&</sup>lt;sup>59</sup> Während bei den hier betrachteten sog. in-situ-Verfahren YBCO in direktem Wachstum, d.h. in der kristallinen Y-123-Phase, auf dem Substrat abgeschieden wird, entsteht diese Phase bei den ex-situ-Prozessen erst bei einem zur Kristallisation dienenden Temperschritt aus den zunächst auf das Substrat aufgetragenen Metallen bzw. Metallverbindungen.

<sup>&</sup>lt;sup>60</sup> Zusammen mit der Substrattemperatur sind auch die Depositionsrate und verschiedene Gegebenheiten des Abscheideverfahrens sowie der Substratoberfläche für das Wachstum von Bedeutung.

<sup>&</sup>lt;sup>61</sup> Zur direkten Bildung der orthogonalen Y-123-Phase wäre ein um mehrere Größenordnungen höherer O<sub>2</sub>-Partialdruck nötig.

<sup>&</sup>lt;sup>62</sup> Mit abnehmender reziproker Temperatur wächst der erforderliche Sauerstoffpartialdruck exponentiell an.

<sup>&</sup>lt;sup>63</sup> Das TCE-Verfahren (Thermal Co-Evaporation) zur YBCO-Beschichtung wurde an der Technischen Universität München am Lehrstuhl H. Kinder entwickelt. Eine Anlage zur homogenen Beschichtung von Flächen mit bis zu 9" Durchmesser, mit der auch die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Probe YBfK2 hergestellt worden ist, hat R. Semerad [120] aufgebaut.

<sup>&</sup>lt;sup>64</sup> Als Quellen dienen Schiffchen aus Tantal bzw. Wolfram, in denen je eines der Metalle Y, Ba und Cu soweit erwärmt wird, daß der Dampfdruck des Metalls ausreicht, um die gewünschte Abscheiderate zu erzielen.

<sup>&</sup>lt;sup>65</sup> Die Oxidationszone ist durch eine Knudsen-Dichtung, gebildet von der Bewandung der Sauerstoffdose und dem Substrathalter, vom Hochvakuum in der TCE-Kammer entkoppelt.

wechselnd durch beide Zonen bewegt<sup>66</sup> (vgl. Fig.3.14).

Da die Verdampfungsraten jeder der Quellen einzeln mit Hilfe von Schwingquarzen mit entsprechend ausgerichteten Kollimatoren gemessen und zur rückkoppelnden Regelung der resistiven Quellenheizungen verwendet werden können, ermöglicht das Verfahren nicht nur, die Stöchiometrie sehr konstant während der Beschichtung einzuhalten, sondern auch die Konzentrationen der Metalle im Schichtmaterial einzustellen. Die Depositionsrate, mit der der YBCO-Film auf dem Substrat aufwächst, liegt bei 0,35 nm/s.

Um in situ eine  $CeO_2$ -Pufferschicht aufbringen zu können, steht eine schwenkbare Elektronenkanone zur Verfügung, mit der granulares  $CeO_2$  verdampft und mit einer Rate von etwa 0,06 nm/s abgeschieden wird.

Mit dem beschriebenen Verfahren wurde von R. Semerad die Probe YBfK2 hergestellt, ein 600 nm dicker YBCO-Film auf einem LaAlO<sub>3</sub>-Substrat mit 40mm Durchmesser. Die Sauerstoffbeladung wurde so vorgenommen, daß von einer nahezu vollständigen Dotierung mit  $\delta < 0,05$  ausgegangen werden kann. Zur Verbesserung des [001]-Wachstums, d.h. zur Verminderung des Anteils von a-Achsen-orientierten Kristalliten, ist auch auf dieses Substrat zunächst eine CeO<sub>2</sub>-Pufferschicht von 30 nm Dicke aufgebracht worden, obwohl diese nicht wie im Falle von Saphirsubstraten zur Verhinderung von Grenzflächenreaktionen benötigt wird.



**Fig.3.15.** REM-Aufnahme von der Probe YBfK2. Der weiße Balken entspricht einer Länge von 3 µm (Bild links) bzw. 1 µm (Bild rechts). Zu erkennen sind auf einer glatten Matix einige CuO-Ausscheidungen als helle, kugelförmige Gebilde sowie unregelmäßig um diese herum angeordnete Poren als dunkle Punkte. Nur sehr vereinzelt kommen a-Achsen-orientierte Kristallite vor, die als längliche bis nadelförmige, helle Objekte in Erscheinung treten.

REM-Aufnahmen der Filmoberfläche (vgl. Fig.3.15) zeigen die typische Oberflächenmorphologie einer auf die HF-Eigenschaften optimierten, koevaporierten Dünnschicht [120]: Um CuO-Ausscheidungen, die sich aus der Oberfläche der Matrix herausheben, reihen sich einige Poren, die sich über Yttria- (Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-) Ausscheidungen bilden, die nicht vom YBCO überwachsen werden. Die Poren markieren die Ränder von strukturellen Einheiten, die Abmessungen von etwa 1  $\mu$ m aufweisen. Unerwünschte Kristallite mit [100]-, d.h. a-Achsen-, Orientierung sind kaum zu finden.

Im Rasterkraftmikroskop<sup>67</sup> (AFM) (vgl. Fig.3.16) stellen sich die CuO-Ausscheidungen als Erhebungen von 100 bis 200 nm Höhe und rund 300 nm Durchmesser dar. Die Rauheit der

<sup>&</sup>lt;sup>66</sup> Die Rotationsfrequenz wird so an die Depositionsrate angepaßt, daß sich nicht mehr als eine Metallmonolage abscheidet, bevor das Substrat wieder in die Oxidationszone geführt wird.

<sup>&</sup>lt;sup>67</sup> Die in dieser Arbeit gezeigten AFM-Bilder sind von G. Linker, INFP, aufgenommen worden.

Matrix liegt mit < 10 nm kaum eine Größenordnung über der Höhe der YBCO-Einheitszelle. Die Tiefe der Poren beträgt mindestens 50 nm.<sup>68</sup>



**Fig.3.16.** AFM-Abbildung des Oberflächenprofils der Probe YBfK2. Das Bild links stellt die gemessenen Steigungswinkel eines quadratischen Ausschnitts mit 5µm Kantenlänge in unterschiedlicher Helligkeit gemäß der nebenstehenden Skala dar. Das Höhenprofil entlang der eingezeichneten Linie ist in der Grafik rechts angegeben zusammen mit den mittleren Oberflächenrauheiten  $R_{rms} = \pm 47,5nm$  (punktierte Linien) bzw.  $\pm 8nm$  (Strich-Punkt-Linie) für das gesamte Profil bzw. für einen Abschnitt um  $s = 1\mu m$ , der die Schichtmatrix mit einer Pore repräsentiert.

Auch eine Kartierung der kritischen Stromdichte  $J_c(77K)$ , die nach dem in [123] beschriebenen induktiven Verfahren mit einem 1µV-Kriterium für das Spannungssignal der dritten Harmonischen gemessen wurde,<sup>69</sup> weist mit Werten von 2,7 MA/cm<sup>2</sup> und einer lateralen Schwankung von etwa 2% die hohe Qualität der Probe aus. Messungen der Übergangstemperatur  $T_c$  an verschiedenen Stellen des Films bestätigen ebenfalls die Homogenität. Der Wert von  $T_c = (88,3 \pm 0,2)$  K entspricht der Sauerstoffbeladung mit  $\delta < 0,05$ . Die mit XRD aus dem (006)-Reflex bestimmte c-Achsenlänge von c = 1,1679 nm ist typisch für eine koevaporierte Dünnschicht mit dieser Zusammensetzung und nahezu vollem Sauerstoffgehalt [120].<sup>70</sup>

## 3.6.1.3.2 Gesputterte Dünnschichten

Bei der Kathodenzerstäubung, kurz Sputtern genannt, werden die bei einer Gasentladung gebildeten positiven Ionen auf ein Target, das auf Kathodenpotential gelegt wird<sup>71</sup> und aus dem abzuscheidenden Material besteht, beschleunigt und schlagen dort beim Aufprallen Atome aus der Oberfläche heraus. Diese gelangen durch das Gasgemisch, i.d.R. Argon mit einem kleinen Sauerstoffpartialdruck, zu dem auf etwa 800°C geheizten Substrat. Beim sog. Magnetronsputtern werden zur Erhöhung der Sputterrate die ionisierenden Elektronen durch ein Magnetfeld in der Nähe der Kathode konzentriert.

<sup>&</sup>lt;sup>68</sup> Dieser gemessene Wert ist vermutlich durch die Form des Kantilever, mit dem die Oberfläche abgerastert wird, begrenzt. Die Tastspitze ist wahrscheinlich zu breit, als daß sie auf den Boden der Pore gelangen könnte.

<sup>&</sup>lt;sup>69</sup> Die J<sub>c</sub>(77K)-Kartierung ist von R. Semerad, Technische Universität München, durchgeführt worden.

<sup>&</sup>lt;sup>70</sup> Da bei voller Sauerstoffbeladung der Gitterparameter c üblicherweise etwas kleinere Werte annimmt, weist die gemessene c-Achsenlängen auf Stapelfehler durch vereinzelt zusätzlich eingelagerte Metalloxidebenen hin.

<sup>&</sup>lt;sup>71</sup> Schon durch die unterschiedlichen mittleren Geschwindigkeiten von Elektronen und Ionen im Gasentladungsplasma lädt sich ein Probekörper aufgrund der höheren Auftreffrate der Elektronen negativ auf. Durch eine zusätzliche Gleichspannung mit dem elektrisch leitenden Target als Kathode läßt sich die kinetische Energie der auftreffenden Ionen und somit die Sputterrate steuern.

Da der Ablationsprozeß im wesentlichen mechanischer, nicht thermischer<sup>72</sup> Natur ist und folglich die unterschiedlichen Dampfdrücke der Komponenten keine Rolle spielen, eignet

sich das Sputtern besonders zur Deposition komplexer Verbindungen aus mehreren Elementen.<sup>73</sup> Insbesondere für großflächige Beschichtungen muß allerdings bei der Positionierung des Substrats relativ zum Target berücksichtigt werden, daß die Verteilung der ablatierten Komponenten im Gasraum u.a. aufgrund von Stößen nicht homogen ist. Außerdem werden z.T. negativ geladene Ionen vom Target weg beschleunigt, die sogenanntes Resputtering verursachen können, also Material vom gerade wachsenden Film abtragen, was sich ebenfalls auf die Zusammensetzung der Schicht auswirkt.<sup>74</sup> Zur Abwendung dieser Probleme wurde am Institut für Nukleare Festkörperphysik das Invertierte Zylindrische Magnetronsputtern (IZM-Sputtern) entwickelt [124], bei dem die Zylindergeometrie der Kathode und die Anordnung der Substrate zu dieser (vgl.



**Fig.3.17.** Schematischer Querschnitt durch die Anordnung von YBCO-Target, Magneten und Substraten beim Invertierten Zylindrischen Magnetronsputtern (aus [124]). In die Sputterkammer wird ein Argon-Sauerstoff-Gemisch mit Partialdrücken von 0,4 bzw. 0,2 Torr eingelassen.

Fig.3.17) eine gleichmäßige, vom Targetmaterial bestimmte Zusammensetzung der abgeschiedenen Schicht sicherstellen. Die typische Depositionsrate bei diesem Verfahren liegt bei 0,2 nm/s.

Für Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit standen verschiedene nach dem IZM-Sputterverfahren in der Arbeitsgruppe von J. Geerk hergestellte Dünnschichten zur Verfügung, die in Tab.3.4 aufgelistet sind.

Probenname	Schichtdicke	Substrat	Durchmesser	Bemerkungen / Charakterisierungen
YBfGk2	BfGk2 500 nm		1 Zoll	seitlicher Defekt durch Leitsilber, daher inhomogen: $J_c(77K) = 0,3 2,9 \text{ MA/cm}^2$
YBfGk3	500 nm	LaAlO <sub>3</sub>	1 Zoll	ca. 10% Anteil [100]-orientierter Kristallite
YBfR1	350 nm	LaAlO <sub>3</sub>	40 mm	erhöhte Substrattemperatur (ca. 775°C); ungleichmäßige Schichtdicke
YBfR2	500 nm	r-Saphir	40 mm	beste Qualität; Substrat getempert
YBfR3	400 nm	r-Saphir	40 mm	$J_c(77K) = 1,5 \text{ MA/cm}^2$ , stellenweise kleiner
YBf KARL16	400 nm	r-Saphir	40 mm	Substrat mit Isopropanol gereinigt
YBf KARL18	400 nm	r-Saphir	40 mm	Substrat mit Polymerfilm gereinigt und getempert

Tab.3.4. Übersicht über die gesputterten Dünnschichten, über die in dieser Arbeit berichtet wird.

<sup>&</sup>lt;sup>72</sup> Das Target wird i.d.R. auf eine konstante Temperatur gekühlt.

<sup>&</sup>lt;sup>73</sup> Zwar werden verschiedene Komponenten unterschiedlich leicht aus dem Target herausgelöst, die Verarmung der Oberfläche an bestimmten Komponenten führt jedoch zu einem vermehrten Abtragen der übrigen, so daß sich schnell ein Gleichgewicht einstellt, in dem das abgesputterte Material der Zusammensetzung des Targets entspricht.

<sup>&</sup>lt;sup>74</sup> Das Resputtering tritt selektiv auf, d.h., bestimmte Komponenten werden bevorzugt aus dem deponierten Film herausgelöst.



**Fig.3.18.** REM-Aufnahmen der Proben YBfR1 (links) und YBfR3 (rechts). Die weißen Balken entsprechen einer Länge von  $2\mu m$  (Bilder oben) bzw.  $1 \mu m$  (Bilder unten). Zu erkennen sind auf einer glatten Matrix viele unterschiedlich große Ausscheidungen (vermutlich im wesentlichen aus CuO) als helle, unförmige Gebilde. Poren wie bei dem koevaporierten Film YBfK2 treten nicht auf.



**Fig.3.19.** AFM-Abbildung des Oberflächenprofils der Probe YBfR2. Das Bild links stellt die gemessenen Steigungswinkel eines quadratischen Ausschnitts mit 5µm Kantenlänge in unterschiedlicher Helligkeit gemäß der nebenstehenden Skala dar. Ein typisches Höhenprofil ist in der Grafik rechts angegeben zusammen mit der mittleren Oberflächenrauheit  $R_{rms} = \pm 92,8nm$  (punktierte Linien), die im Vergleich zur koevaporierten Schicht YBfK2 aufgrund der größeren und dichtern Ausscheidungen einen deutlich höheren Wert annimmt.

Wie aus REM-Aufnahmen (vgl. Fig.3.18) und AFM-Abbildungen (vgl. Fig.3.19) ersichtlich, weisen die gesputterten Filme deutlich größere Ausscheidungen auf als die koevaporierte Schicht, während hingegen Poren nicht auszumachen sind. Die Analyse von RBS-Spektren<sup>75</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>75</sup> Die RBS- (Rutherford-Backscattering-) Analysen wurden von G. Linker, INFP, vorgenommen.
# Meßaufbau und Charakterisierungen

bestätigt, daß die Ausscheidungen auch hier von CuO-Fremdphasen<sup>76</sup> gebildet werden. Insgesamt liegt das Cu-Ba-Atomverhältnis des abgeschiedenen Materials mit einem Wert um 2,7 wesentlich höher als bei der koevaporierten Probe, bei der dieses Verhältnis einen Wert unter 2,0 annimmt. Im Rasterkraftmikroskop sind darüber hinaus in der Matrix kleinere, rechteckige Erhebungen mit Abmessungen um 0,1  $\mu$ m zu erkennen, die das für YBCO typische Inselwachstum widerspiegeln.

Die Übergangstemperaturen der gesputterten Schichten liegen um 90 K. Diesem Wert entspricht die mit XRD anhand des (006)-Reflexes an der Probe YBfR1 bestimmte c-Achsenlänge von c = 1,1669 nm, aus der ein Sauerstoffgehalt (7- $\delta$ ) um 6,95 folgt. Für die kritische Stromdichte J<sub>c</sub>(77K) sind Werte oberhalb von 2 MA/cm<sup>2</sup> die Regel.

# 3.7 Fehlerbetrachtung

Bevor im Kapitel 4 Meßergebnisse vorgestellt werden, sollen hier die systematischen und statistischen Fehler, mit denen die Meßgrößen behaftet sind, betrachtet werden. Zu den Aspekten, die bereits im Rahmen einer Störungsrechnung behandelt wurden, sei auf Abschnitt 2.2.5 hingewiesen.

# 3.7.1 Temperaturmessung

Messungen an Proben mit bekannten Übergangstemperaturen ermöglichen es, die Genauigkeit der Temperaturbestimmung festzustellen. So wurde der Übergang einer Niobprobe mit  $T_c=9,20$  K in den supraleitenden Zustand bei einer Temperatur zwischen 9,12 K und 9,26 K gemessen, so daß bei Temperaturen um 10 K von einem Fehler von weniger als 0,1 K ausgegangen werden kann.

Bei 20 bis 25 K, dem Temperaturbereich, in dem die gemessene Temperatur als Mittelwert der beiden Thermometer C100 und Pt100 ermittelt wird, weichen die einzelnen Meßwerte der Thermometer um höchstens 0,5 K voneinander ab. Daraus folgt ein maximaler Fehler von 0,25 K.

In der Gegend um 90 K liefert ein Vergleich der gemessenen Übergangstemperaturen an verschiedenen YBCO-Proben mit induktiven Referenzmessungen eine auf 0,5 K genaue Übereinstimmung.

Insgesamt beträgt der Fehler der Temperaturmessung demnach höchstens 1% des Meßwertes.

# 3.7.2 Frequenzmessung

Die Frequenz des CW-Signals der HF-Quelle wird auf 1 Hz genau angegeben.

Im Hinblick auf die Messung der Eindringtiefeänderung ist jedoch weniger die Meßfrequenz, bei der die HF-Eigenschaften bestimmt werden, als vielmehr die Resonanzfrequenz die relevante Größe. Die Genauigkeit, mit der diese festgestellt werden kann, beträgt etwa ein Zehntel der Halbwertsbreite der Resonanz und hängt somit vom Gütefaktor des Resonators ab. Da die Güte Werte zwischen  $2 \cdot 10^7$  und  $10^3$  annehmen kann, liegt der Fehler der Resonanzfrequenzbestimmung zwischen 50 Hz und 1 MHz.

# 3.7.3 HF-Feldstärke

Die Feldstärke  $H_0$  im Resonator wird nach Gl.(2.112) aus der transmittierten Leistung  $P_{trans}$ , der externen Güte  $Q_{rad o}$  der Auskoppelseite und der Geometriekonstanten  $A_{0np}$  bestimmt. Die Koppelgüte  $Q_{rad o}$  wiederum resultiert nach Gl.(2.116) und Gl.(2.118) aus der Güte Q, dem Einkoppelfaktor  $\beta_i$  und der einfallenden Leistung  $P_{einf}$  sowie  $P_{trans}$ . Um die

<sup>&</sup>lt;sup>76</sup> möglicherweise unter Beteiligung des Puffers

Fortpflanzung der Fehler dieser Meßgrößen zum Fehler  $\Delta H_0$  der Feldstärke zu ermitteln, wird Gl.(2.112) entsprechend umgeschrieben in

$$H_{0} = \sqrt{\frac{Q}{A_{0np}}} \left( \frac{4\beta_{i}}{(1+\beta_{i})^{2}} P_{einf} + P_{trans} \right)$$
(3.1),

wobei wegen der experimentell gegebenen schwachen Auskopplung,  $\beta_0 \ll 1$ , in Gl.(2.118) der Koppelfaktor  $\beta_0$  im Nenner vernachlässigt worden ist.

Die Fehler der eingehenden Meßgrößen lassen sich folgendermaßen abschätzen:

Die Bestimmung der einfallenden und der transmittierten Leistung ist mit einem relativen Fehler von etwa 0,5 dB behaftet, der im wesentlichen aus der Ungenauigkeit der in Tab.3.1 bzw. in Fig.3.4 angegebenen Werte zur Dämpfung der eingangs- und ausgangsseitigen Zuleitungen und Komponenten sowie zur Verstärkung des LNA bzw. des TWTA bei den verschiedenen Meßfrequenzen folgt.

Der relative Fehler des Koppelfaktors  $\beta_i$  liegt bei ca. 10%, wie aus dem Vergleich der Ergebnisse aus den beiden in Abschnitt 3.3.3 beschriebenen Methoden zur Messung dieser Größe abgeleitet werden kann.

Die gemessene Güte weist in einem weiten Bereich zwischen  $10^4$  und  $10^7$  einen relativen Fehler von weniger als 1% auf. Bei größeren Werten muß zusätzlich beachtet werden, daß die begrenzte Stabilität des Resonators einen minimalen Fehler von  $\Delta Q^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-9}$  bedingt, so daß sich der gesamte Fehler für die reziproke Güte durch  $\Delta Q^{-1} = 5 \cdot 10^{-9} + Q^{-1}/100$ abschätzen läßt.

Der relative Fehler der Geometriekonstante  $A_{0np}$  ist deutlich kleiner als  $10^{-4}$  und kann daher vernachlässigt werden.

Aus den Fehlern der Meßgrößen ergibt sich als relativer Fehler  $\Delta H_0/H_0$  der Feldstärkeangabe

$$\frac{\Delta H_{0}}{H_{0}} = \left| \frac{\partial H_{0}}{\partial Q^{-1}} \right| \frac{\Delta Q^{-1}}{H_{0}} + \left| \frac{\partial H_{0}}{\partial P_{einf}} \right| \frac{\Delta P_{einf}}{H_{0}} + \left| \frac{\partial H_{0}}{\partial P_{trans}} \right| \frac{\Delta P_{trans}}{H_{0}} + \left| \frac{\partial H_{0}}{\partial \beta_{i}} \right| \frac{\Delta \beta_{i}}{H_{0}}$$

$$= \frac{5 \cdot 10^{-9} + Q^{-1} / 100}{2 Q^{-1}} + \frac{1 - 10^{-0.05}}{2} + \left( \frac{1}{2} - \frac{\beta_{i}}{1 + \beta_{i}} \right) \frac{\Delta \beta_{i}}{\beta_{i}} \leq 0,16 \quad (3.2),$$

wenn im letzten Summanden der ersten Zeile die transmittierte Leistung  $P_{trans}$  gegen  $\beta_i\,P_{einf}$  vernachlässigt wird.  $^{77}$ 

Bei typischen Werten für die Güte und den Einkoppelfaktor liegt der relative Fehler der HF-Feldstärkebestimmung deutlich unter 10%, und auch bei relativ schwacher Einkopplung  $(\beta_i/(1+\beta_i) \ll 1/2)$  und höchsten Gütefaktoren um  $2 \cdot 10^7$  bleibt der relative Fehler unter 16%.

<sup>&</sup>lt;sup>77</sup> Diese Voraussetzung ist bei feldstärkeabhängigen Messungen sehr gut erfüllt, da die transmittierte Leistung bei schwacher Auskopplung sehr klein ist und schon bei einer mäßigen Einkopplung mit  $\beta_i > 0.003$  und moderater Eingangsleistung gegen  $\beta_i P_{einf}$  zu vernachlässigen ist.

#### 3.7.4 Oberflächenwiderstand

Der Oberflächenwiderstand<sup>78</sup> wird aus der Güte Q und dem Koppelfaktor  $\beta_i$  sowie dem Oberflächenwiderstand  $R_s^{Nb}$  des Niobbechers nach der aus den Gln.(2.101) und (2.106) abgeleiteten Formel

$$R_{S} = \frac{\Gamma_{D}}{Q} \left( 1 - \frac{\beta_{i}}{1 + \beta_{i}} \right) - \frac{\Gamma_{D}}{\Gamma_{B}} R_{S}^{Nb} - \frac{\Gamma_{D}}{Q_{add}}$$
(3.3)

bestimmt, in der der vernachlässigbar kleine Beitrag der schwachen Auskopplung nicht berücksichtigt ist.

Die Auswirkung der Meßfehler  $\Delta Q$  und  $\Delta \beta_i$  ist somit gegeben durch

$$\Delta R_{s} = \frac{R_{s}}{1 - Q(1 + \beta_{i}) \left( R_{s}^{Nb} / \Gamma_{B} + Q_{add}^{-1} \right)} \left( \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta \beta_{i}}{\beta_{i}} \frac{\beta_{i}}{1 + \beta_{i}} \right)$$
(3.4).

Hieraus resultiert ein relativer Fehler  $\Delta R_S/R_S$  von 1% für typische Werte der Güte und des Einkoppelfaktors ( $\beta_i << 1$  oder  $\beta_i \approx 1$ ) sowie ein durch die begrenzte Stabilität des Resonators bedingter absoluter Fehler  $\Delta R_S$  von  $\pm 35 \, \mu \Omega$ . Die relativen Fehler der Geometriefaktoren  $\Gamma_D$  und  $\Gamma_B$ , die deutlich kleiner als  $10^{-4}$  sind, können folglich unberücksichtigt bleiben.

Wie aus Gl.(3.3) unmittelbar ersichtlich, wirkt sich eine Abweichung  $\Delta R_s^{Nb}$  des tatsächlichen Oberflächenwiderstands des Niobbechers von dem angenommenen Wert  $R_s^{Nb}$  mit dem Betrag  $\Delta R_s^{Nb} \Gamma_D / \Gamma_B$  auf den ermittelten Oberflächenwiderstand der Probe aus. Eine solche Abweichung stellt der systematische Fehler dar, der sich aus der nicht beachteten Erwärmung des Niobbechers durch die thermische Strahlung der auf bis zu 150 K geheizten Probe ergibt. Eine obere Abschätzung liefert mit einem Werte von 4 W/mK für die thermische Leitfähigkeit von supraleitendem Niob bei 4,5 K eine maximale Temperaturerhöhung des Bechers in der Umgebung der Probe von 0,022 K, die einer Zunahme des Oberflächenwiderstands um 0,6  $\mu\Omega$  (bei 9,1 GHz) entspricht. Würde der gesamte Niobbecher um 0,022 K erwärmt, so führte dieser systematische Fehler zu einer Überschätzung des Oberflächenwiderstands der Probe bei 150 K um lediglich 12  $\mu\Omega$ .

Ein systematischer Fehler, der schwer zu quantifizieren ist, folgt bei der in 3.5.1 beschriebenen Korrektur auf das Ergebnis des besten Modes aus der Vernachlässigung eventueller parasitärer Verluste 1/Q<sub>add</sub> in diesem Mode, so daß ein um den Betrag  $\Gamma_D/Q_{add}$  zu großer Oberflächenwiderstand angegeben wird. Aus der sehr guten Übereinstimmung der an supraleitenden Niobproben gewonnenen Meßergebnisse (vgl. 4.1) mit Literaturwerten und BCS-Berechnungen darf jedoch geschlossen werden, daß dieser Fehlerbeitrag nicht wesentlich ist.

#### 3.7.5 Eindringtiefeänderung

Wie schon in 3.7.2 erwähnt, hängt die Genauigkeit, mit der die Resonanzfrequenz bzw. ihre Verschiebung bestimmt werden kann, über  $\Delta f \approx 0.1 f / Q$  mit der Güte zusammen. Nach Gl.(2.111) wirkt sich dieser Meßfehler  $\Delta f$  mit dem Betrag  $\Gamma_D / (10\pi\mu_0 Q f)$  auf den Fehler

 $<sup>^{78}</sup>$  bzw. bei dünnen Schichten der effektive Oberflächenwiderstand R<sub>S eff</sub>

 $\Delta(\delta\lambda)$  der Bestimmung der Eindringtiefeänderung aus. Für höchste Gütefaktoren kann die Eindringtiefeänderung somit auf wenige nm genau bestimmt werden.

Einen weiteren Beitrag zum Fehler  $\Delta(\delta\lambda)$  leistet allerdings die Schwankung der Meßwerte der Eichmessung um die Korrekturfunktion  $\delta L_{therm}(T)$ . Durch diesen Beitrag ist die Genauigkeit der Messung von Eindringtiefeänderungen auf etwa 80 nm beschränkt.

# 3.7.6 Spezifischer Widerstand

Bei der Ableitung des spezifischen Widerstands aus dem Widerstand U/I, der in einer spannungsrichtigen Vier-Punkt-Messung ermittelt wird, liegt der relevante Meßfehler weder in den statistischen Fehlern der Meßgrößen U und I noch in dem systematischen Fehler der Strommessung in einer spannungsrichtigen Schaltung. Vielmehr ist der Geometriefaktor  $\Gamma_{DC}$  mit einem wesentlich größeren Fehler behaftet, der aus der Ungenauigkeit der Messung der Probendicke, des -durchmessers und der Kontaktabstände sowie aus der endlichen Ausdehnung der Kontaktstellen resultiert. Während die Fehler der Längenmessungen zusammen einen relativen Fehler des Geometriefaktors von etwa 2% bedingen, verursacht der Durchmesser der Kontakte von etwa 0,5 mm einen zusätzlichen Fehlerbeitrag von nahezu 4%. Der Einfluß der Tiefe  $\delta \approx 0,5$  mm der Kontakte, die nach [125] einen relativen Fehler von  $-\delta^2/(16 \ln 2 D^2) < 10^{-4}$  hervorruft, kann vernachlässigt werden.

Die folgende Darstellung der Meßergebnisse beginnt mit einem Abschnitt über Messungen an verschiedenen Niobproben im supraleitenden und normalleitenden Zustand, die mit Literaturdaten verglichen werden. Messungen an dem bekannten Material Niob eignen sich zum einen, um Aspekte der Meßgenauigkeit zu überprüfen und die zugänglichen Meßbereiche festzustellen. Zum anderen lassen sich hieraus Charakteristika konventioneller Supraleiter und Normalleiter erkennen.

Im zweiten Abschnitt werden Meßergebnisse zu den linearen HF-Eigenschaften von YBCO in verschiedenen Materialqualitäten vorgestellt, die andere Kennzeichen aufweisen als die der konventionellen Supraleiter.

Nach der Temperatur- und Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands und der Eindringtiefe bei kleinen HF-Leistungen werden im dritten Abschnitt Messungen zur HF-Feldstärkeabhängigkeit dieser Größen präsentiert, die das nichtlineare Verhalten von YBCO zeigen. Neben der Beobachtung von Nichtlinearitäten mit den verschiedenen Meßmethoden ist hier besonders der Vergleich der Ergebnisse an Proben von unterschiedlicher Materialbeschaffenheit von Interesse.

Einen Beitrag zum Verständnis der Entstehung der HF-Feldstärkeabhängigkeiten leistet die verstimmungsabhängige Pulssequenzanalyse, deren Ergebnisse zur frequenzaufgelösten Dynamik des nichtlinearen Verhaltens und zu thermischen Einflüssen im letzten Abschnitt erläutert werden.

# 4.1 Messungen an Niobproben

Messungen an Niobproben wurden in beiden Resonatorbechern, dem mit 42,4 mm und dem mit 27 mm Innendurchmesser, und mit unterschiedlichen Probenaufhängungspositionen, d.h. unterschiedlichen Resonatorlängen, durchgeführt. Als Proben wurden eine 0,5 mm dicke Folie<sup>1</sup> mit 40 mm Durchmesser aus geglühtem Niob mit einer Reinheit von mindestens 99,9% (Probe NbbG), ein 400 nm dicker Film<sup>2</sup> auf einem 3"-Saphirsubstrat (Probe NbbG), aus dem eine Scheibe mit 41,5 mm Durchmesser herausgeschnitten wurde, sowie ein flacher Zylinder<sup>3</sup> mit 26 mm Durchmesser und 1 mm Höhe (Probe NbbA) untersucht, dessen Herstellung und Oberflächenpräparation der des kleinen Resonators entspricht.

Die Ergebnisse im supraleitenden Zustand sind in Fig.4.1 dargestellt. Die drastische Abnahme des Oberflächenwiderstands unterhalb der Sprungtemperatur, die an allen Proben beobachtet wird, stimmt sehr gut mit dem aus Literaturwerten berechneten Verlauf überein. Da bereits erwiesen ist, daß die skalierte BCS-Theorie die HF-Eigenschaften von supraleitendem Niob genau beschreibt (vgl. z.B. [24]), werden als Literaturvergleich Berechnungen mit dem in 2.1.3.2 vorgestellten Verfahren und Materialparametern aus [24] vorgenommen und nicht direkt die veröffentlichten Meßdaten verwendet, da diese wegen der abweichenden Meßfrequenzen ungeeignet sind.

Die Übereinstimmung der Meßdaten mit den berechneten BCS-Verläufen bestätigt die Annahmen über den Beitrag des Niobbechers zur gemessenen Güte aus 3.4.1 sowie die Vernachlässigung eines möglichen parasitären Verlustbeitrags 1/Q<sub>add</sub> etwa infolge von

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Bezugsquelle: Fa. Goodfellow GmbH, Bad Nauheim

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> mittels Kathodenzerstäubung hergestellt in der Arbeitsgruppe von D. Oates, Massachusetts Institute of

Technology, Massachusetts

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Hersteller: Fa. ACCEL, Bergisch Gladbach

Abstrahlung durch den Spalt zwischen der Probe und dem Resonatorbecher. Daß der Spalteinfluß vernachlässigbar ist, wird insbesondere auch durch die vergleichbaren Meßergebnisse an Proben mit verschiedenen Durchmessern, die zu unterschiedlichen Spalt-



**Fig.4.1.** Messungen des Oberflächenwiderstandes von verschiedenen Niobproben und BCS-Berechnungen mit den Literaturwerten  $T_c = 9,2$  K,  $\Delta(0)/k_BT_c = 1,85$ ,  $\lambda_L = 31,5$  nm,  $\xi_0 = 39$  nm und der mittleren freien Weglänge  $\ell = 75$  nm (aus [24]). Oben: Meßergebnisse an den Proben NbbG und NbfO und Vergleich mit dem BCS-Verlauf bei spiegelnder Reflexion. Außer dem Literaturwert  $\ell = 75$  nm ist für das nicht auf die HF-Eigenschaften optimierte Material der Probe NbbG auch eine Kurve mit  $\ell = 29$  nm eingezeichnet, deren mit CASINOCO berechneter Verlauf oberhalb von  $T_c$  genau mit dem gemessenen Oberflächenwiderstand übereinstimmt. Aus den Meßpunkten im supraleitenden Zustand kann kaum entschieden werden, wie groß die mittlere freie Weglänge ist. – Unten: Mehrere Messungen an der Probe NbbA, jeweils mit verschiedenen Klebern am Träger befestigt. Die einzelnen Messungen sind nach der Symbolform zu unterscheiden; offene bzw. volle Symbole zeigen die Ergebnisse im TE<sub>011</sub>bzw. TE<sub>012</sub>-Mode und beziehen sich auf die linke bzw. rechte Ordinatenachse. Zum Vergleich sind BCS-Berechnungen mit spiegelnder bzw. diffuser Reflexion als durchgezogene bzw. gepunktete Linie eingezeichnet.

breiten von 1,2 mm bzw. 0,45 mm führen, untermauert.

Die Streuung der Daten bei tiefen Temperaturen entspricht der Fehlerabschätzung im vorangegangenen Abschnitt 3.7, ebenso die Genauigkeit, mit der die Übergangstemperatur von 9,2 K gemessen wird.

Bemerkenswert ist die Kongruenz der Meßwerte, die in aufeinanderfolgenden Messungen nach Erneuerung der Klebung der Probe an den Träger und wiederholtem Einsetzen des Probenhalters in dieselbe Aufhängungsposition aufgenommen worden sind. Sie spricht für eine sehr gute Reproduzierbarkeit der Oberflächenwiderstandsbestimmung. (Die Reproduzierbarkeit von Messungen der Oberflächenreaktanz- bzw. der Eindringtiefeänderung ist schon bei den Messungen zum Beitrag der thermischen Längenänderung der Probenaufhängung in Fig.3.7 nachgewiesen worden.)

Interessanterweise wirken sich die sehr unterschiedlichen Präparationen der drei untersuchten Niobproben offenbar kaum auf die Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands im supraleitenden Zustand aus. In allen Fällen entspricht das beobachtete Verhalten dem auf Basis der skalierten BCS-Theorie mit einem isotropen s-Wellen-Paarzustand unter Verwendung von Literaturwerten für die Übergangstemperatur  $T_c = 9,2$  K, die London-Eindringtiefe  $\lambda_L = 31,5$  nm, die Kohärenzlänge  $\xi_0 = 39$  nm und die auf  $T_c$ bezogene Energielücke  $\Delta(0)/k_BT_c = 1,85$  berechneten. Lediglich die mittlere freie Weglänge, die im Temperaturbereich des supraleitenden Zustands als konstant angesehen werden kann, scheint je nach Materialbeschaffenheit unterschiedliche Werte anzunehmen, was sich vor allem auf den Oberflächenwiderstand etwas oberhalb von  $T_c$  auswirkt.



**Fig.4.2.** Meßergebnisse zum Oberflächenwiderstand verschiedener Niobproben im normalleitenden Zustand. Zum Vergleich sind Literaturangaben zur spezifischen Leitfähigkeit von Niob mit dem Programm CASINOCO und Materialdaten aus [104] für die Meßfrequenzen in den entsprechenden Oberflächenwiderstand umgerechnet und als Kurven in die Grafik eingetragen worden. Die Meßwerte liegen um einige m $\Omega$  verschoben über den umgerechneten Literaturdaten, folgen aber im wesentlichen deren Temperaturabhängigkeit. – Zu beachten ist ein Temperaturverzug, der bei einer der drei Messungen an der Probe NbbA um 30 K beginnt und erst um 65 K wieder ausgeglichen ist.

Der Oberflächenwiderstand im normalleitenden Zustand kann mit Hilfe des in 2.1.2 vorgestellten Codes CASINOCO unter Verwendung von Materialdaten aus [104] mit Literaturangaben zur spezifischen Leitfähigkeit von hochreinem Niob (aus [103]) verglichen werden (vgl. Fig.4.2).<sup>4</sup> Dabei zeigt sich, daß die Absolutwerte R<sub>s</sub>(T) um einen konstanten Betrag von 8 m $\Omega$  (Probe NbbG) bzw. weniger als 2 m $\Omega$  (Probe NbbA), der offenbar von der Oberflächenpräparation abhängt und im supraleitenden Zustand nicht beobachtet wird, über den berechneten Literaturwerten liegen. Die gemessene Änderung  $\delta R_s(T)$  des Oberflächenwiderstandes mit der Temperatur jedoch verfolgt den aus den Literaturdaten berechneten Verlauf, bis bei tieferen Temperaturen die temperaturunabhängige elastische Streuung, die von der Materialreinheit abhängt und somit von Probe zu Probe verschieden sein kann, den Oberflächenwiderstand bei den untersuchten Proben weniger stark mit sinkender Temperatur abnehmen läßt, als es dem berechneten Verlauf für hochreines Niob entspricht. Die Temperatur, unterhalb der die Abweichung signifikant wird, liegt bei der Probe NbbA um 30 K und bei der Probe NbbG um 50 K.

# 4.2 Lineares Verhalten von YBCO-Proben: Temperatur- und Frequenzabhängigkeit

Im folgenden werden Meßergebnisse zur Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der Oberflächenimpedanz von YBCO bei kleinen HF-Leistungen und -Feldstärken vorgestellt.

Im Vordergrund steht dabei zunächst der Vergleich verschiedener Materialqualitäten hinsichtlich des Oberflächenwiderstands in Abhängigkeit von der Temperatur. Die Frequenzabhängigkeit liefert dazu Hinweise auf die Ausprägung des supraleitenden bzw. normalleitenden Charakters.

Anschließend werden Meßergebnisse zur Änderung der Eindringtiefe mit der Temperatur präsentiert.

Den Abschluß der Darstellung des linearen Verhaltens von YBCO bildet ein Abschnitt über Besonderheiten, die an Proben mit ausgedehnten inhomogenen Bereichen beobachtet wurden.

# 4.2.1 Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands

Eine Übersicht über die Meßergebnisse zur Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands verschiedener YBCO-Vollmaterialproben bzw. des effektiven Oberflächenwiderstands von YBCO-Dünnschichten unterschiedlicher Qualität zeigt Fig.4.3. Die gemessenen Werte liegen im Temperaturbereich von 5 K bis 120 K zwischen einigen  $10 \ \mu\Omega$  und einigen  $\Omega$ .

Hervorzuheben ist, daß die Dynamik des HF-Meßaufbaus es zuläßt, Messungen des Oberflächenwiderstands über einen fünf Größenordnungen umfassenden Wertebereich vorzunehmen.

# 4.2.1.1 Supraleitender Zustand

Die Bestwerte von etwa 40  $\mu\Omega$  bei 5 K und 300  $\mu\Omega$  bei 77 K und 9,15 GHz entsprechen den in der Literatur zu findenden Angaben über YBCO-Proben von höchster Qualität [83, 126, 127].<sup>5</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Eine einfache Umrechnung nach dem normalen Skin-Effekt Gl.(2.22) führt unterhalb von etwa 30 K zu Fehlern, da in diesem Bereich nichtlokale Effekte auftreten.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Signifikant bessere Werte sind lediglich von einigen Einkristallen bekannt [128, 129].



**Fig.4.3.** Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstandes  $R_s$  von verschiedenen YBCO-Proben. Bei den Dünnschichtproben (YBfR2, YBfK2, YBfGk2, YBfGk3) ist der effektive Oberflächenwiderstand  $R_{s eff}$  dargestellt. Oberhalb von 90 K zeigen die zugehörigen dunkleren Symbole außerdem die auf den Oberflächenwiderstand  $R_s = (\omega \mu_0 R_{s eff} d)^{1/2}$  umgerechneten Werte (unter Voraussetzung von Gl.(2.93) und des normalen Skin-Effekts). Die Messungen sind im TE<sub>011</sub>-Mode bei 9,15 GHz (oben, 40mm-Proben) bzw. 14,58 GHz (unten, 1"-Proben) durchgeführt worden. Ergänzende Daten aus Messungen im TE<sub>012</sub>-Mode (bzw. im TM<sub>111</sub>-Mode, vgl. Daten im normalleitenden Zustand von YBfGk2) sind mit offenen Symbolen (mit Punkt in der Mitte) gekennzeichnet; die für den supraleitenden Zustand erforderliche Umrechnung auf die angegebenen Meßfrequenzen erfolgte gemäß  $R_s \sim f^2$ , wohingegen beim effektiven Oberflächenwiderstand im normalleitenden Zustand keine Frequenzabhängigkeit zu berücksichtigen ist. Bei den Proben YBfK2 und YBfR2 stellen die größeren Symbole Datenpunkte dar, die aus Mittelungen über Temperaturspannen von 1 K bis 5 K hervorgehen.

Wie Fig.4.3 zu entnehmen ist, variiert der Oberflächenwiderstand für die unterschiedlichen Materialbeschaffenheiten der Proben über mehrere Größenordnungen im gezeigten Temperaturbereich. Von den relativ schwach von der Temperatur abhängenden Werten im normalleitenden Zustand fällt der Oberflächenwiderstand beim Übergang zur Supraleitung mehr oder weniger steil um bis zu drei Größenordnungen, um dann mit weiter abnehmender Temperatur monoton zu sinken. Bei einer Probe, der Dünnschicht YBfK2, tritt dabei eine Art Plateau auf, das in der Literatur verschiedentlich [130] beschrieben ist: In einem Temperaturbereich um 60 K bleibt der effektive Oberflächenwiderstand nahezu konstant. Ein besonders von Einkristallen vielfach berichtetes lokales Maximum des Oberflächenwiderstands deutlich unter der Übergangstemperatur (vgl. z.B. [129] wird an keiner der hier untersuchten Proben beobachtet.

Bei der nicht in Sauerstoff getemperten Probe YBs05 erstreckt sich die Abnahme des Oberflächenwiderstands mit der Temperatur beim Übergang zur Supraleitung über eine ausgedehnte Temperaturspanne zwischen 60 K und 90 K. Dies deutet auf eine ungleichmäßige Sauerstoffbeladung hin: Während einige Bereiche an der Oberfläche eine nahezu optimale Sauerstoffstöchiometrie mit  $\delta \leq 0,15$  aufweisen, so daß ihre Beiträge zum Oberflächenwiderstand schon um 90 K drastisch abnehmen, liegen in anderen Gebieten reduzierte Sauerstoffdotierungen und somit erniedrigte Sprungtemperaturen vor. Doch auch weit unterhalb des Temperaturbereichs von 60 K bis 90 K strebt der R<sub>s</sub>(T)-Verlauf nicht auf die Werte der Probe YBs09 zu, die der Probe YBs05 in Herstellung und Gefüge entspricht, jedoch durch nachträgliches Tempern in einer Sauerstoffatmosphäre homogen nahezu vollständig mit Sauerstoff beladen ist; vielmehr liegt der Oberflächenwiderstand auch bei tiefen Temperaturen noch mehr als eine Größenordnung über dem der Probe YBs09.<sup>6</sup>



**Fig.4.4.** Zusammenhang zwischen dem Oberflächenwiderstand verschiedener YBCO-Proben im normalleitenden Zustand bei T = 100 K und dem Restwiderstand  $R_{res}$ . Der Restwiderstand variiert für die verschiedenen Materialqualitäten um vier Größenordnungen, der normalleitende Oberflächenwiderstand lediglich um gut eine. Gleichwohl zeigt die doppellogarithmische Auftragung, daß zwischen beiden Größen eine Korrelation zu bestehen scheint. – Die Werte der Probe YBfGk3 sind mit  $R_{s}(100K) \propto f^{0.5}$ bzw.  $R_{res} \propto f^{2}$  auf 9,15 GHz umgerechnet worden.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> D.h., durch Sauerstoffbeladung läßt sich der Oberflächenwiderstand dieses Sintermaterials bei tiefen Temperaturen um gut eine Größenordnung absenken.

Zu tiefen Temperaturen hin scheinen die Verläufe der Meßkurven aller Proben auf endliche, materialabhängige Restwiderstände R<sub>res</sub> zuzustreben, die sich jeweils durch Extrapolation der R<sub>S</sub>(T)-Daten auf T  $\rightarrow 0$  K ermitteln lassen. In allen Fällen liegt dieser Wert um mehr als eine Zehnerpotenz über dem für d-Wellen-Supraleitung kennzeichnenden Mindestwiderstand R<sub>S 0</sub> aus Gl.(2.48), der mit typischen Literaturwerten zur Plasmawellenlänge<sup>7</sup>  $\lambda_P \approx 150$  nm und zur Energielücke  $\Delta_0 < 4 k_B T_c$  mit  $T_c \approx 90$  K bei 9,15 GHz unter 2,1  $\mu\Omega$  liegen sollte. Es sei allerdings bemerkt, daß im Fall der Probe YBfK2 der Restwiderstand den Wert von R<sub>S 0</sub> um nicht wesentlich mehr als die Meß-unsicherheit übersteigt.

Eine bemerkenswerte Korrelation scheint zwischen dem Restwiderstand und dem Oberflächenwiderstand im normalleitenden Zustand bei T = 100 K zu bestehen, wie Fig.4.4 nahelegt. Mit den Werten etwas unterhalb der Übergangstemperatur, z.B. den Werten bei 77 K, besteht hingegen kein ebenso enger Zusammenhang, wie aus den zu beobachtenden Überschneidungen der R<sub>s</sub>(T)-Verläufe verschiedener Proben folgt.

#### 4.2.1.2 Normalleitender Zustand

Im normalleitenden Zustand sind an den Vollmaterialproben ergänzend zu den HF-Charakterisierungen auch Gleichstrommessungen zur Bestimmung des spezifischen Widerstands  $\rho_{DC}$  durchgeführt worden. Da diese die Transporteigenschaften des



**Fig.4.5.** Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands verschiedener YBCO-Proben, ermittelt aus Hochfrequenz- (HF-) bzw. Gleichstrom- (DC-) Messungen (siehe Legende). Die mit einem nach rechts weisenden Pfeil gekennzeichneten Daten beziehen sich auf die rechte Ordinatenachse, gegenüber der die linke um den Faktor Zehn gedehnt ist.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> senkrecht zur kristallographischen c-Richtung

Volumens erfassen, während der aus dem Oberflächenwiderstand nach Gl.(2.22) ermittelte spezifische Widerstand  $\rho_{HF}$  die Eigenschaften der Oberfläche<sup>8</sup> wiedergibt, liefert der Vergleich von  $\rho_{DC}$  und  $\rho_{HF}$  Erkenntnisse über die Homogenität des Materials. Doch nicht nur makroskopische Materialunterschiede zwischen oberflächennahen Gebieten und dem Volumen, sondern auch mikroskopische Inhomogenitäten wie z.B. isolierende oder schlecht leitende Fremdphasen oder Mikrorisse wirken sich unterschiedlich auf die HF- bzw. Gleichstrom-Transporteigenschaften aus und führen somit zu feststellbaren Abweichungen zwischen  $\rho_{DC}$  und  $\rho_{HF}$ .

Die Meßergebnisse zur Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands, dargestellt in Fig.4.5, zeigen zunächst für alle Proben (mit Ausnahme der  $\rho_{DC}(T)$ -Daten der Probe YBs08) oberhalb von 100 K den bekannten linearen Anstieg der Form  $\rho(T) = \alpha T + \rho_0$ . Dabei variieren die Parameter  $\alpha$  und  $\rho_0$  allerdings beträchtlich für die verschiedenen Materialqualitäten, wie aus der Zusammenstellung in Tab.4.1 hervorgeht.

Probe	$\rho_{\rm HF}(T)$		$\rho_{DC}(T)$	
	$\rho_{0 HF}[\mu\Omega cm]$	$\alpha_{\rm HF}$ [ $\mu\Omega$ cm/K]	$\rho_{0 DC} [\mu \Omega cm]$	$\alpha_{DC}$ [ $\mu\Omega$ cm/K]
YBfK2	-3,24	0,733		
YBfR2	-44,0 ±41,5	1,30 ±0,39		
YBfGk3	-15,03	1,516		
YBs10	226,58	2,849	206,78	3,713
YBs09	176,14	6,403	115,31	4,650
YBs05	1032,06	7,819	5423,67	25,260
YBs08	7766,19	38,059	9697,83	-11,742

Tab.4.1. Übersicht über die Parameter der linearen Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands, ermittelt aus Hochfrequenz- (HF-) bzw. Gleichstrom- (DC-) Messungen, für verschiedene YBCO-Proben.

Die Dünnschichtproben YBfK2 und YBfR2 weisen Werte auf, die vergleichbar sind mit den Literaturangaben zu Einkristallen und Filmen von hoher Qualität. Auf Basis des an solchen Proben beobachteten Zusammenhangs des Wertes  $\rho(100 \text{ K})$  und der Steigung  $\alpha$ mit dem Sauerstoffgehalt [131, 132, 133] läßt sich der Dünnschicht YBfK2 eine Dotierung (7- $\delta$ ) zuordnen, die um mehr als 0,05 über derjenigen für eine maximale Übergangstemperatur T<sub>c</sub> liegt, während sich für die Dünnschicht YBfR2 eine in etwa halb so große Überdotierung ergibt. Beide Angaben stimmen mit denen zur Probencharakterisierung in 3.6.1.3 überein. Sollte der erhöhte spezifische Widerstand  $\rho(100 \text{ K})$ der Probe YBfGk3 ebenfalls mit dem Sauerstoffgehalt in Verbindung stehen, so deutet der Wert auf eine leichte Unterdotierung hin, die mit der etwas verringerten Sprungtemperatur, zu beobachten in Fig.4.3 und Fig.4.5, korrespondiert.

Bei allen gesinterten Vollmaterialproben weisen die Diskrepanzen zwischen den Parametern  $\rho_{0 HF}$  und  $\alpha_{HF}$  einerseits und  $\rho_{0 DC}$  und  $\alpha_{DC}$  andererseits sowie die im Vergleich zu den Dünnschichten wesentlich erhöhten Werte dieser Parameter auf Materialinhomogenitäten und Beiträge des Widerstands in c-Achsenrichtung<sup>9</sup> hin. Insbesondere an den großen Steigungen  $\alpha$  läßt sich ersehen, daß die effektiv zur

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> d.h. einer Oberflächenschicht von einer durch die Eindringtiefe gegebenen Dicke

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> infolge der unterschiedlichen Ausrichtungen der Körner zur Oberfläche, d.h. der wenig ausgebildeten Textur

elektrischen Leitung beitragenden Querschnitte verringert und ggf. damit einhergehend die Strompfade verlängert sind.<sup>10</sup>

Einen besonders großen Wert für  $\alpha_{DC}$  und einen sehr deutlichen Unterschied zwischen den HF- und den DC-Parametern zeigt die nicht in Sauerstoff getemperte Probe YBs05. Ursache ist die nur oberflächliche, unvollständige Sauerstoffbeladung, durch die – wie in 3.6.1.1.2 beschrieben – ein zum Inneren der Probe hin zunehmender Anteil des Y-123-Materials in der tetragonalen Phase vorliegt, die nicht zur elektrischen Leitfähigkeit beiträgt. Dies belegt auch der Vergleich mit den Steigungen  $\alpha_{DC}$  bzw.  $\alpha_{HF}$  der Probe YBs09, die hinsichtlich der Mikrostruktur der Probe YBs05 entspricht, jedoch homogen mit Sauerstoff beladen ist. Aus den Werten läßt sich abschätzen, daß die Sauerstoffbeladung, d.h. das Vorherrschen der orthogonalen Phase, bei der Probe YBs05 etwa 0,5 mm in das Volumen hineinreicht. Ein vergleichbares Ergebnis liefert eine tiefenabhängige HF-Untersuchung bei Raumtemperatur an einer herstellungsgleichen Probe [94].

Das zur gleichmäßigen Beladung in Sauerstoff getemperte Material der Proben YBs09 sowie YBs10 zeigt bei entsprechenden Charakterisierungen keine wesentliche Variation des Oberflächenwiderstands über den Querschnitt [94]. Für die an diesen Proben festgestellten Abweichungen der DC- und HF-Werte liegen demnach andere Gründe vor.

Bei den Ergebnissen der Probe YBs09 fällt auf, daß die Steigung  $\alpha_{HF}$  deutlich größer ist als  $\alpha_{DC}$ , d.h., daß für den auf eine dünne, oberflächennahe Schicht begrenzten HF-Strom die Strompfade weiter verlängert und die effektiven Querschnitte mehr verengt werden als für den Gleichstrom. Dies bewirken vermutlich isolierende, flächenhaft ausgedehnte Inhomogenitäten mit Abmessungen in der Größenordnung der Eindringtiefe, die den HF-Strom stärker beeinträchtigen als den Gleichstrom. Das bei 930°C gesinterte Material weist solche Inhomogenitäten im Bereich der Korngrenzen auf, etwa als entlang der Korngrenze auseinandergelaufene CuO-Ausscheidungen (vgl. Fig.3.12).

Die zwar immer noch beträchtlich gegenüber den Werten der epitaktischen Dünnschichten erhöhten, aber im Vergleich zur Probe YBs09 deutlich kleineren Steigungen  $\alpha_{DC}$  und  $\alpha_{HF}$  der Probe YBs10 belegen, daß auch die Transporteigenschaften des bei 900°C gesinterten Materials wesentlich von Inhomogenitäten beeinflußt werden, daß diese aber im Verhältnis zu den bei höheren Sintertemperaturen hergestellten Proben einen geringeren Einfluß haben. Bei der Probe YBs10 ist die Steigung  $\alpha_{HF}$  kleiner als  $\alpha_{DC}$ , was zunächst darauf hinweist, daß die Ausdehnungen isolierender Inhomogenitäten kleiner sind als die Eindringtiefe. Zugleich liegt der Achsenabschnitt  $\rho_{0 HF}$  über dem aus der Gleichstrommessung ermittelten Wert  $\rho_{0 DC}$ , und beide übersteigen deutlich die Vergleichswerte der Probe YBs09. Offenbar spielen Bereiche mit einer reduzierten Leitfähigkeit insgesamt eine größere Rolle als bei der Probe YBs09. Die Unterschiede zwischen den HF- und DC-Parametern schließlich ergeben sich daraus, daß die oberflächennahen HF-Ströme in stärkerem Maß als Gleichströme durch schlechter

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Im Gleichstromfall führen schlechter leitende oder isolierende Inhomogenitäten zu einer Änderung der Potentialverteilung, durch die die zur Leitfähigkeit beitragenden Querschnitte verringert und ggf. die Strompfade verlängert werden, so daß sich der Geometriefaktor  $\Gamma_{DC}$  aus Gl.(2.139), dort unter Voraussetzung eines homogenen Materials berechnet, auf den Effektivwert  $\Gamma_{DCeff} = \gamma \Gamma_{DC}$  erhöht. Passieren die geänderten Strompfade außerdem schlechter leitende Bereiche, die beispielsweise wie die Kontaktwiderstände von Korngrenzen (vgl. 2.1.4.1) einen temperaturunabhängigen Gesamtbeitrag  $\rho_{lc}$  zum spezifischen Widerstand leisten, so ergibt sich aus dem gemessenen R(T)-Verlauf ein resultierender spezifischen Widerstand von  $\rho_{res}(T) = R(T) / \Gamma_{DC} = \rho_{lc} + \gamma (\rho_{0p} + \alpha_p T)$ , wenn die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands des Materials ohne Inhomogenitäten mit ( $\rho_{0p} + \alpha_p T$ ) beschrieben werden kann. Die resultierende Steigung  $\alpha = \gamma \alpha_p$  ist also um den Faktor  $\gamma$  gegenüber der des reinen Materials erhöht.

leitende Bereiche fließen, wenn damit eine Verlängerung der Strompfade ins Volumen hinein zu vermeiden ist. Somit tritt bei HF-Messungen des spezifischen Widerstands ein höherer Beitrag  $\rho_{lc}$  auf, während bei DC-Messungen der Faktor  $\gamma$  und folglich die Steigung  $\alpha_{DC}$  größer sind.

Bei der Probe YBs08 bestimmen schlecht leitende und v.a. isolierende Ausscheidungen, die die einzelnen Körner weitgehend umsäumen (vgl. 3.6.1.1.2), die wesentliche Rolle. Ebenso wie die Art und Form der Inhomogenitäten entsprechen auch ihre Auswirkungen auf die HF- und DC-Bestimmungen des spezifischen Widerstands den Verhältnissen bei der Probe YBs09, übertreffen diese jedoch bei weitem in den Ausmaßen. Der Gleichstromwiderstand, für den sich eine negative Steigung  $\alpha_{DC}$  ergibt, wird vermutlich zusätzlich von Bereichen beeinflußt, in denen der Strom gezwungen ist, in Richtung der kristallografischen c-Achse von YBCO-Körnern zu fließen. In diese Richtung liegt der spezifische Widerstand etwa zwei Größenordnungen über dem parallel zu den CuO<sub>2</sub>-Ebenen festzustellenden und nimmt etwas oberhalb von T<sub>c</sub> mit der Temperatur ab [134, 135]. Auch ein Auftreten von aktivierter Leitung zwischen benachbarten Körnern kommt als Ursache für die beobachtete negative Temperaturabhängigkeit in Betracht.

# 4.2.2 Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands

Aufschluß darüber, wie stark der supraleitende oder normalleitende Charakter der HF-Eigenschaften eines Materials ausgeprägt ist, gibt die Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands. Nach Gl.(2.33) bzw. Gl.(2.22) ist für einen Supraleiter eine quadratische Abhängigkeit  $R_S \propto f^2$  zu erwarten, während ein Normalleiter nach dem normalen Skin-Effekt eine schwächere Abhängigkeit der Form  $R_S \propto f^{1/2}$  zeigt.

Meßergebnisse zur Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands der gesinterten Vollmaterialproben werden in Fig.4.6 dargestellt. Im normalleitenden Zustand entsprechen die Daten aller vier Proben dem normalen Skin-Effekt, ungeachtet der im vorangegangenen Abschnitt analysierten Auswirkungen von Inhomogenitäten. Dieser Befund rechtfertigt im nachhinein die dort vorgenommene Umrechnung des Oberflächenwiderstandes in den spezifischen Widerstand  $\rho_{HF}$ .

Im supraleitenden Zustand ist die quadratische Frequenzabhängigkeit nur bei den beiden Vollmaterialproben mit den geringsten Restwiderständen, den Proben YBs09 und YBs10, gegeben, wie insbesondere die Auftragung der Steigung  $\Delta R_s/\Delta T$  im Temperaturintervall 25 ... 30 K über der Frequenz belegt.<sup>11</sup> Die Proben YBs05 und YBs08 hingegen weisen schwächere Abhängigkeiten mit Exponenten von 1,56 bzw. 0,5 auf, die sich gleichermaßen sowohl aus der Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands  $R_s$  als auch aus der der Steigung  $\Delta R_s/\Delta T$  bei T = 25 ... 30 K ergeben.

Daß auch für die Dünnschichten YBfK2 und YBfR2 die quadratische Frequenzabhängigkeit im supraleitenden Zustand erfüllt ist, läßt sich schon aus Fig.4.3 entnehmen, in der die im TE<sub>012</sub>-Mode bei 10,6 GHz gemessenen und auf 9,15 GHz gemäß  $R_s \propto f^2$ umgerechneten Daten genau mit den im TE<sub>011</sub>-Mode bei 9,15 GHz gewonnenen Meßpunkten übereinstimmen. Erst nahe der Sprungtemperatur deutet sich an, daß die Frequenzabhängigkeit mit der Annäherung an den Übergang zur Normalleitung etwas schwächer wird. Gleiches gilt für die Vollmaterialproben in der Darstellung des Oberflächenwiderstands bei 77 K über der Frequenz in Fig.4.6.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Die Übereinstimmung der Meßpunkte der Proben YBs09 und YBs10 mit den jeweiligen quadratischen Anpassungen in der Darstellung von  $R_s(25..30K)$  über *f* resultiert im wesentlichen aus der Korrektur auf die beste Mode (vgl. 3.5.1), für die in diesen beiden Fällen mit der gegebenen quadratischen Frequenzabhängigkeit von  $\Delta R_s/\Delta T$  die Voraussetzungen erfüllt sind.



**Fig.4.6.** Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands verschiedener YBCO-Vollmaterialproben bei Temperaturen von 25 K bis 30 K, 77 K und 100 K bis 105 K. Außerdem ist die Frequenzabhängigkeit der Steigung  $\Delta R_s / \Delta T$  im Temperaturbereich von 25 K bis 30 K dargestellt.

Eine Besonderheit ist bei den Dünnschichten im normalleitenden Zustand zu beobachten. Da hier die Eindringtiefe  $\lambda$  nach Gl.(2.13) bzw. Gl.(2.21) mit den Werten zum spezifischen Widerstand aus Tab.4.1 bei Meßfrequenzen von > 9 GHz deutlich über 2 µm beträgt und somit wesentlich größer ist als die Schichtdicken d, gilt der von Gl.(2.93) beschriebene Grenzfall, nach dem der effektive Oberflächenwiderstand R<sub>S eff</sub> mit dem Oberflächenwiderstand R<sub>S</sub> über das Verhältnis  $2\lambda / d$  zusammenhängt, so daß sich die Frequenzabhängigkeiten von R<sub>s</sub> und  $\lambda$  aufheben und der gemessene Oberflächenwiderstand den konstanten Wert R<sub>S eff</sub> =  $\rho / d$  annimmt. Wie Fig.4.7 am Beispiel der Probe YBfK2 bestätigt, belegen die Meßergebnisse die für den Dünnschichtgrenzfall



**Fig.4.7.** Effektiver Oberflächenwiderstand der Dünnschichtprobe YBfK2 in Abhängigkeit von der Frequenz bei Temperaturen zwischen 100K und 105K. Der gemessene Effektivwert folgt offensichtlich nicht der Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands  $R_s \propto f^{1/2}$  im normalleitenden Zustand. Von der für den Dünnschichtgrenzfall in Normalleitung berechneten Konstanten (ausgezogene Linie) hingegen weichen lediglich die Daten des TE<sub>021</sub>-Modes ab, in dem der Probeneinfluß am geringsten ist; ein zusätzlicher Transmissionsbeitrag  $R_{trans}$  nach Gl.(2.95) (gepunktete Linie) kann vernachlässigt werden.

oberhalb von T<sub>c</sub> erwartete Unabhängigkeit des effektiven Oberflächewiderstands von der Frequenz.

#### 4.2.3 Eindringtiefeänderung

Meßergebnisse zur Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe im supraleitenden Zustand zeigt Fig.4.8. Dargestellt sind nur die Daten von denjenigen Proben, die gemäß der Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands ausgeprägt supraleitende Eigenschaften aufweisen, so daß die gemessene Eindringtiefeänderung  $\delta\lambda$  bzw.  $\delta\lambda_{eff}$  unabhängig ist von der Meßfrequenz. Um dies auch für die Vollmaterialprobe YBs05, bei der mit  $R_S \sim f^{1,56}$  (für T = 25..30K) eine etwas schwächere als quadratische Frequenzabhängigkeit festgestellt worden ist, zu bestätigen, sind sowohl die Meßwerte im TE<sub>011</sub>-Mode als auch die im TE<sub>012</sub>-Mode aufgetragen, die nur geringfügig voneinander abweichen.

Während bei den Dünnschichtproben bis  $T_c/2$  kaum eine Änderung der effektiven Eindringtiefe gemessen wird, zeigen die Vollmaterialproben YBs05 und YBs10 schon von tiefen Temperaturen an einen signifikanten Anstieg der Eindringtiefe. Bei der Probe YBs09, deren Oberflächenwiderstand unter allen Vollmaterialproben am geringsten mit der Temperatur angewachsen ist (siehe Fig.4.3), fällt auch die Zunahme der Eindringtiefe verhältnismäßig klein aus, insbesondere im Vergleich zu der dem Restwiderstand R<sub>res</sub> nach gleichwertigen Probe YBs10.



**Fig.4.8.** Änderung der Eindringtiefe bzw. der effektiven Eindringtiefe ( $\delta\lambda$  bzw.  $\delta\lambda_{eff}$ ) mit der Temperatur im supraleitenden Zustand zwischen 20 K und 90 K für verschiedene YBCO-Proben. Dargestellt sind jeweils sowohl die mit dem Polynom zweiter als auch vierter Ordnung (vgl. 3.4.2 und Fig.3.7) hinsichtlich des Einflusses der thermischen Längenänderung korrigierten Meßwerte; Unterschiede bezüglich der Korrekturfunktion lassen sich im betrachteten Temperaturbereich nicht erkennen. – Die verschiedenen Symbolgrößen der Daten der Probe YBs05 beziehen sich auf Messungen im TE<sub>011</sub>- bzw. TE<sub>012</sub>-Mode.

Mit der Annäherung an die Übergangstemperatur  $T_c$  steigt die Eindringtiefe<sup>12</sup> aller Proben stark, aber unterschiedlich steil an. Bei den Vollmaterialproben erreichen die gemessenen Werte  $\delta\lambda$  nach dem Anstieg oberhalb von  $T_c$  die frequenzabhängige Eindringtiefe im normalleitenden Zustand, vermindert um die Eindringtiefe  $\lambda(20K)$  bei der Anfangstemperatur T = 20 K. Vergleicht man diese Meßwerte<sup>13</sup> mit den gemäß dem normalen Skin-Effekt (Gl.2.22) aus dem Oberflächenwiderstand berechneten Eindringtiefen  $R_s/(\omega\mu_0)$ , so ergibt sich im Fall der Probe YBs10 in etwa eine Übereinstimmung beider Werte, d.h., die gemessene Eindringtiefe liegt um den Wert  $\lambda(20K)$ , der in etwa ein Zehntel der Eindringtiefe im normalleitenden Zustand ausmacht,<sup>14</sup> über der berechneten Größe  $R_s/(\omega\mu_0)$ . Bei der Probe YBs09 übersteigen die Meßwerte  $\delta\lambda$  der Eindringtiefeänderung die berechneten Absolutwerte  $R_s/(\omega\mu_0)$  geringfügig<sup>15</sup> und bei der Probe YBs05 schließlich sogar deutlich<sup>16</sup>. Diese Beobachtungen korrespondieren mit den Erläuterungen zum spezifischen Widerstand im Abschnitt 4.2.1.2, da isolierende Inhomogenitäten außer der Vergrößerung der resistiven Komponente der Oberflächenimpedanz auch einen induktiven Beitrag zu dieser bewirken und somit die Eindringtiefe zusätzlich

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> bzw. die effektive Eindringtiefe

 $<sup>^{13}</sup>$  Bei 95 K liegen die Werte um 6  $\mu m$  (im TE\_{011}-Mode bei 9 GHz).

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> vgl. Analysen in Kapitel 5 oder [59]

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Die Werte  $R_s/(\omega\mu_0)$  liegen bei 95 K um 7  $\mu$ m (im TE<sub>011</sub>-Mode), die Meßwerte  $\delta\lambda$  etwa 10% höher.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Die aus dem normalen Skin-Effekt berechnete Eindringtiefe beträgt 10,6 μm bei 95 K, während die Meßwerte  $\delta\lambda$  um 13 μm streuen (im TE<sub>011</sub>-Mode).

erhöhen. Zwingen ausgedehnte nichtleitende Ausscheidungen mit Abmessungen von der Größe der Eindringtiefe den HF-Strom, tiefer ins Volumen hinein auszuweichen, so wird die induktive Auswirkung und damit die Erhöhung der Eindringtiefe noch verstärkt.

Ganz andere Beobachtungen als an den Vollmaterialproben sind um die Übergangstemperatur herum an den Dünnschichten zu verzeichnen. Hier folgt auf den Anstieg der effektiven Eindringtiefe im Bereich T < T<sub>c</sub> ein plötzliches Abfallen der Werte bei T<sub>c</sub>, wie Fig.4.9 am Beispiel der Probe YBfK2 zeigt. Solch ein Verhalten der effektiven Eindringtiefe ist nach Abschnitt 2.1.6 auch zu erwarten, wenn die Eindringtiefe beim Übergang in den normalleitenden Zustand groß wird im Vergleich zur Schichtdicke. Nach Gl.(2.93) strebt die effektive Oberflächenreaktanz und somit auch die effektive Eindringtiefe dann auf Null. Dies ermöglicht die Bestimmung von Absolutwerten der effektiven Eindringtiefe  $\lambda_{eff}$  im supraleitenden Zustand aus den gemessenen Eindringtiefeänderungen  $\delta\lambda_{eff}$ , indem der Mittelwert der Meßergebnisse oberhalb von T<sub>c</sub> auf Null gesetzt wird. Doch führt die starke Streuung der Daten im normalleitenden Zustand, resultierend aus der großen Halbwertsbreite der Resonanz, schon wenig unterhalb der Übergangstemperatur zu einer großen relativen Meßunsicherheit, da die Schwankung von ähnlicher Größe ist wie die ermittelten Absolutwerte der effektiven Eindringtiefe, wie aus Fig.4.9 hervorgeht.



**Fig.4.9.** Effektive Eindringtiefe  $\lambda_{eff}$  in der Umgebung der kritischen Temperatur  $T_c$  am Beispiel der Dünnschichtprobe YBfK2. Die Absolutwerte  $\lambda_{eff}$  werden aus der gemessenen Eindringtiefeänderung  $\delta\lambda_{eff}$  gewonnen, indem der Nullpunkt der Ordinate so gelegt wird, daß der Mittelwert der Meßdaten oberhalb von  $T_c$  (in etwa) Null ergibt, wie für die effektive Eindringtiefe eines Normalleiters im Dünnschichtgrenzfall erwartet. Bei T = 77K findet man nach dieser Methode beispielsweise für die effektive Eindringtiefe der Probe YBfK2 einen plausiblen Wert von ca. 300nm. Da die Schwankung der Daten im normalleitenden Zustand um Null jedoch mit ca. 200nm in der gleichen Größenordnung liegt, sind der Genauigkeit dieser Methode zur absoluten Eindringtiefebestimmung jedoch Grenzen gesetzt.

# 4.2.4 Besonderheiten an Proben mit ausgedehnten Defekten

Während die Eigenschaften der bisher betrachteten Proben auf den Längenskalen, auf denen die an der Probenoberfläche anliegende HF-Feldstärke variiert, als gleichmäßig angesehen werden können, da sie allenfalls mikroskopische Inhomogenitäten aufweisen, werden im folgenden Meßergebnisse an zwei Proben mit ausgedehnten Defekten vorgestellt. Im Fall der Dünnschicht YBfR1 besteht die Ungleichmäßigkeit in einer vorwiegend radialen Variation der Schichtdicke;<sup>17</sup> bei der schmelztexturierten Vollmaterialprobe YBtK6 liegt eine feine Struktur langer Risse vor.

Die gleichzeitige Aufzeichnung verschiedener Meßgrößen ermöglicht es hier, die Beobachtungen als Auswirkungen der entsprechenden Inhomogenitäten zu identifizieren.

#### 4.2.4.1 Radiale Inhomogenität

Wie den in Fig.4.10 (oben) dargestellten Meßkurven der Probe YBfR1 zu entnehmen ist, steigt der effektive Oberflächenwiderstand im Temperaturbereich zwischen 60 K und 85 K in allen drei TE<sub>02p</sub>-Moden deutlich steiler an als in den TE<sub>01p</sub>-Moden. Die Grafik darunter bestätigt, daß das bei dieser Probe bereits bei kleinsten eingekoppelten Leistungen beobachtete nichtlineare Verhalten (vgl. 4.3.2.2) hierbei keine Rolle spielen kann,<sup>18</sup> da die Feldstärke in den meisten Moden bei einer Schwankung von weniger als 5% genau auf den jeweiligen Anfangswert geregelt worden ist. Auch die höheren Frequenzen der TE<sub>02p</sub>-Moden können nicht allein für die steileren Anstiege verantwortlich sein; Fig.4.11 zeigt, daß die gemessenen Steigungen  $\Delta R_{Seff} / \Delta T$  zwischen 70 K und 85 K in den TE<sub>02p</sub>-Moden in etwa um einen Faktor Drei größer sind als nach den extrapolierten Daten der TE<sub>01p</sub>-Moden zu erwarten wäre.

Entscheidend ist vielmehr die unterschiedliche radiale Feldverteilung der  $TE_{01p}$ - und  $TE_{02p}$ -Moden. Sie bewirkt, daß der im Lichtmikroskop als Inhomogenität ausgemachte Bereich um die Probenmitte mit einem Radius von gut 7 mm in den  $TE_{02p}$ -Moden einen rund dreimal so großen relativen Einfluß (vgl. Fig.4.12) auf das Meßergebnis hat wie in den  $TE_{01p}$ -Moden. Da die Schichtdicke hier wesentlich verringert ist, wirkt sich das Einsetzen einer (deutlichen) Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz in diesem inneren Bereich und somit besonders in den  $TE_{02p}$ -Moden stärker aus als im Gebiet der größeren Schichtdicke, das in den  $TE_{01p}$ -Moden in höherem Maße gewichtet wird. Besonders wenn die Eindringtiefe größer wird als die verminderte Schichtdicke an der dünneren Stelle, aber noch kleiner bleibt als die (halbe) Schichtdicke im äußeren Bereich der Probe, beginnt mit dem Anwachsen der Eindringtiefe in den  $TE_{02p}$ -Moden bereits ein deutlicher Anstieg des gemessenen effektiven Oberflächenwiderstands (vgl. Gl.(2.91)), während das von der ungestörten Schicht dominierte Meßergebnis der  $TE_{01p}$ -Moden kaum eine Änderung zeigt.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Unter dem Lichtmikroskop sieht der Film im Durchlicht am Rand nahezu undurchsichtig, zur Mitte hin heller (d.h. dünner) und bräunlicher (hinweisend auf Sauerstoffmangel beim Schichtwachstum) aus. Der hellere Bereich erstreckt sich radial zwischen 7 mm und 10 mm weit nach außen, hat eine ovale Form und ist gegenüber der Probenmitte etwas verschoben.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Mit zunehmendem Oberflächenwiderstand, d.h. abnehmender Güte, würde die Feldstärke bei konstanter Eingangsleistung und -kopplung, d.h. ohne Regelung, in verschiedenen Moden unterschiedlich stark abnehmen (vgl. Gln.(2.124) und (2.125)), bedingt durch die eingehenden modenabhängigen Faktoren  $\Gamma_D$ ,  $A_{0np}$  und  $V_{0np}$ . Bei einem entsprechenden nichtlinearen Verhalten könnten sich die unterschiedlichen Feldstärkeänderungen wiederum verschieden auf den in der jeweiligen Mode gemessenen Oberflächenwiderstand auswirken.



**Fig.4.10.** Meßergebnisse in Abhängigkeit von der Temperatur an der Dünnschichtprobe YBfR1. Oben: effektiver Oberflächenwiderstand einschließlich des hier nicht abziehbaren Beitrags  $\Gamma_D / Q_{add}$  der Zusatzverluste in den ersten drei  $TE_{01p}$ - und  $TE_{02p}$ -Moden in logarithmischer sowie im Inset linearer Auftragung, Mitte: Überprüfung der Konstanz der Feldstärke, d.h. der Regelung auf den jeweiligen Anfangswert  $H_A$  (Punkte, bei denen die Dynamik der CW-Quelle ihre Grenzen erreicht, sind mit einem Kreuz markiert), unten: Längenänderung  $\delta L$  des Resonators, ermittelt aus der gemessenen Resonanzfrequenzverschiebung in den sechs betrachteten Moden unter Verwendung der Geometriefaktoren der  $TE_{0np}$ -Moden.

Außer diesem Schichtdickeneffekt dürfte auch eine teilweise Erniedrigung der Übergangstemperatur im Bereich der Inhomogenität zum steileren Anstieg des effektiven Oberflächenwiderstands oberhalb von 65 K beitragen, denn die schwächere Frequenzabhängigkeit in den TE<sub>02p</sub>-Moden (vgl. Fig.4.11) deutet auf weniger ausgeprägte Supraleitung bzw. einen normalleitenden Beitrag durch den gestörten Bereich in der Probenmitte hin.

Am größten wird das Verhältnis der temperaturabhängigen Anstiege sowie der gemessenen Oberflächenwiderstände in beiden Modentypen, wenn die verminderte Schichtdicke wesentlich kleiner ist als die Dicke im ungestörten Bereich und ggf. der Oberflächenwiderstand im inhomogenen Gebiet gegenüber dem homogenen z.B. infolge von normalleitenden Anteilen deutlich erhöht ist. Der Unterschied der Meßwerte in den TE<sub>01p</sub>- bzw. TE<sub>02p</sub>-Modes strebt dann auf das Verhältnis der relativen Einflüsse des defekten Probenbereichs zu. Da die Beobachtungen insbesondere oberhalb von 60 K mit diesem Maximalwert in etwa übereinstimmen, ist der effektive Oberflächenwiderstand in der Probenmitte offenbar viel



Bereichs.



Fig.4.11. Frequenzabhängigkeit der Steigung  $\Delta R_{S eff} / \Delta T$ im Temperaturintervall von 70K bis 85K. Anpassungen an die um den Ursprung erweiterten Meßpunkte ergeben für die  $TE_{01p}$ -Moden eine fast quadratische, für die  $TE_{02p}$ -Moden hingegen eine deutlich schwächere Abhängigkeit.



Fig.4.12. Beitrag einer zentrischen Kreisfläche mit Radius größer als außerhalb des gestörten rzur ermittelten Oberflächenimpedanz der Probe.

Ähnliches gilt auch für die effektive Eindringtiefe, wie aus dem modenübergreifenden Vergleich in Fig.4.10 (unten) zur Längenänderung  $\delta L(T)$  des Resonators hervorgeht. Unter Berücksichtigung des Anteils  $\delta L_{therm}$  der Probenaufhängung (vgl. Fig.3.7) zeigt sich in den TE<sub>02p</sub>-Moden eine deutlich größere Eindringtiefeänderung mit der Temperatur als in den TE<sub>01p</sub>-Moden.

Bei der Analyse der  $\delta L(T)$ -Kurven ist jedoch zu beachten, daß nicht nur die TE<sub>01p</sub>- und TE<sub>02p</sub>-Kurven differieren, sondern daß auch innerhalb der beiden Modenserien Abweichungen insbesondere beim jeweils niedrigst indizierten Mode zu beobachten sind, die nach 3.5.1 auf veränderte Geometriefaktoren hinweisen.<sup>19</sup> Die Ursache hierfür könnte in der leicht ovalen, nicht rotationssymmetrischen Form der Defektfläche liegen. Denn angesichts des großen Unterschieds in den effektiven Oberflächenwiderständen wird eine Stromverteilung, die die Defektfläche meidet, wesentlich begünstigt. Dazu muß sich die Feldverteilung an der Probe so ändern, daß sie nicht mehr nur zu den rein azimutalen Stromkomponenten der TE<sub>0np</sub>-Moden führt, sondern zusätzlich auch zu radialen Orientierungen, die einer Beimischung von Moden mit solchen Stromkomponenten, etwa

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Nach Gl.(2.110) bedeutet ein steileres Ansteigen von  $\delta L(T)$ , daß der tatsächliche Geometriefaktor kleiner ist als der für den TE<sub>0np</sub>-Mode berechnete.

von  $TM_{1np}$ -Moden, entsprechen. Mit der Modenmischung geht eine Änderung, im Fall von  $TM_{1np}$ -Moden eine Verringerung, der Geometriefaktoren einher, die anhand der Temperaturabhängigkeit der Resonatorlängenänderung  $\delta L(T)$  in verschiedenen Moden überprüft werden kann. Tatsächlich läßt sich Fig.4.10 (unten) entnehmen, daß die ermittelten  $\delta L(T)$ -Meßkurven desto steiler verlaufen, je geringer die aufzuwendende Änderung der Feldenergie im Vergleich zur Verminderung der Absorption ausfällt.

# 4.2.4.2 Ausgedehnte Risse im Vollmaterial

Auffällig an den in Fig.4.13 dargestellten Meßergebnissen der Probe YBtK6 sind zunächst die hohen Werte des Oberflächenwiderstands sowohl im normalleitenden als auch im supraleitenden Zustand. Trotz der wesentlich besseren Ausrichtung der Kupferoxidebenen untereinander sowie zur Probenoberfläche im schmelztexturierten Material zeigen die bei geeigneten Sinterbedingungen hergestellten Vollmaterialproben YBs09 und YBs10 weitaus geringere HF-Verluste; lediglich das von großflächigen Fremdphasen dominierte Material der Probe YBs08 weist noch signifikant höhere Oberflächenwiderstände auf.

Aufschlußreich ist die Betrachtung der ermittelten spezifischen Widerstände und ihrer linearen Anpassungen der Form  $\rho(T) = \rho_0 + \alpha T$ . So ergibt die Gleichstrommessung mit  $\alpha_{DC} = 30,7 \ \mu\Omega \ cm/K$  die im Vergleich zu den Steigungen aus Tab.4.1 steilste Temperaturabhängigkeit, während die Extrapolation auf T = 0 einen dem Betrag nach ebenfalls großen, aber negativen Achsenabschnitt  $\rho_{0 DC} = -526,7 \ \mu\Omega$ cm liefert. Beide Zahlenwerte entsprechen in etwa dem Fünfzigfachen derjenigen, die typischerweise für reine YBCO-Einkristalle mit vergleichbarer Sauerstoffdotierung angegeben werden (vgl. z.B. [136]). Der Beschreibung in Fußnote 10 folgend, bedeutet dies, daß isolierende Barrieren den leitenden Ouerschnitt wesentlich verringern und die Strompfade verlängern, daß dabei aber keine Bereiche mit schlechterer Leitfähigkeit passiert werden, die den effektiven spezifischen Widerstand insbesondere bei T = 0 erhöhen würden. Diese Beobachtung stellt einen entscheidenden Unterschied zu den gesinterten Vollmaterialproben dar, bei denen in Verbindung mit der Erhöhung des effektiven Geometriefaktors ( $\gamma > 1$ ) durch Fremdphasen immer auch der Achsenabschnitt  $\rho_0$  um einen Beitrag  $\rho_{lc}$  angehoben wird. Hingegen erklären ausgedehnte Risse oder Rißstrukturen, die zumindest teilweise quer zur Stromrichtung verlaufen, die Verringerung des leitenden Querschnitts und die Verlängerung der Strompfade ohne das Auftreten von Gebieten mit abweichender Leitfähigkeit.

Hochfrequenzströme müssen die Risse nicht vollständig auf resistiven Pfaden umgehen, sondern können diese auch durch kapazitive oder induktive Kopplung, d.h. als Verschiebungs- bzw. Induktionsstrom, überwinden. Dieser zusätzliche Blindstromkanal vermindert die Verlängerung der Strompfade und vergrößert die stromführenden Querschnitte, so daß die Steigung  $\alpha_{HF}$  des aus den HF-Messungen bestimmten spezifischen Widerstands mit der Temperatur geringer ausfällt als der mit Gleichstrom ermittelte Referenzwert  $\alpha_{DC}$ .<sup>20</sup> Dabei deutet der flachere Temperaturverlauf des aus dem Oberflächenwiderstand des höheren Modes (TE<sub>013</sub>) berechneten spezifischen Widerstands  $\rho_{HF}$ .

 $<sup>^{20}</sup>$  Angesichts der unterschiedlichen, nicht vergleichbaren Strompfade bei HF- und Vier-Punkt-Messung in Gegenwart von ausgedehnten Unterbrechungen (mit Abmessungen weit größer als die Eindringtiefe) des leitenden Materials wiche die Steigung  $\alpha_{\rm HF}$  freilich selbst dann von  $\alpha_{\rm DC}$  ab, wenn auch für die alternierenden Ströme keine kapazitive oder induktive Kopplung über die Rißflächen bestünde, jedoch läge der Wert  $\alpha_{\rm HF}$  in diesem Fall wesentlich höher.



**Fig.4.13.** Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands (linke Achse) und des Oberflächenwiderstands (rechte Achse) des schmelztexturierten Vollmaterials YBtK6. Bezogen auf die linke Achse sind außer den DC-Meßdaten auch nach Gl.(2.22) umgerechnete HF-Meßergebnisse des  $TE_{012}$ - und  $TE_{013}$ - Modes im normalleitenden Bereich eingetragen. Die bis zur linken Achse ausgezogenen Linien stellen lineare Anpassungen zu den drei Datensätzen dar. – Wie aus den Meßfrequenzen ersichtlich, ist die Messung noch mit einer nicht optimierten Probenaufhängung durchgeführt worden. Die Zusatzverluste  $1/Q_{add}$  können bei diesen Meßergebnissen nicht genau quantifiziert werden, so daß auf der rechten Achse der unkorrigierte Oberflächenwiderstand  $R_{\rm S} + \Gamma_D/Q_{add}$  aufgetragen ist.

kapazitive Kopplung hin, da der Blindwiderstand dieses Kanals mit der Frequenz abnimmt.

Zu dem großen, im Gegensatz zum Gleichstromwert  $\rho_{0 DC}$  positiven Achsenabschnitt, auf den die HF-Daten extrapolieren, tragen zum einen die nicht abgezogenen<sup>21</sup> Zusatzverluste  $\Gamma_D / Q_{add}$  bei<sup>22</sup> sowie zum anderen die Komponenten der Strompfade parallel zur schlecht leitenden c-Achsen-Richtung, die beim Umgehen der Risse von der Oberfläche aus im texturierten Material unvermeidbar auftreten müssen. Die bei der Schmelztexturierung (vgl. 3.6.1.2) eingebrachten isolierenden Ausscheidungen der Y-211-Phase und die Edelmetallausscheidungen mit ihrer hohen Leitfähigkeit hingegen können nicht für die hohen  $\rho_{0 HF}$ -Werte verantwortlich sein.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> weil bei dieser Messung (mit noch nicht optimierter Resonatorgeometrie und Probenaufhängung) nicht genau quantifizierbaren

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Insbesondere im TE<sub>013</sub>-Mode spielen diese eine Rolle, wie aus dem Vergleich der HF-Meßwerte beider Modes bei tiefen Temperaturen (unter Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit  $R_S \propto f^{0.5..2}$ ) deutlich wird.

# 4.3 Nichtlineares Verhalten: HF-Feldstärkeabhängigkeit

Das im vorangegangenen Abschnitt dargestellte lineare Verhalten von YBCO ist durch eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Materialbeschaffenheit gekennzeichnet; lediglich die Korrelation zwischen dem Restwiderstand  $R_{res}$  und dem Oberflächenwiderstand  $R_s(100K)$  etwas oberhalb der Sprungtemperatur (vgl. Fig.4.4) verbindet die Meßergebnisse der verschiedenen Proben.

Ob die YBCO-Proben auch im nichtlinearen Bereich ähnlich individuelle HF-Eigenschaften zeigen, oder ob sich probenübergreifende Gemeinsamkeiten finden, die auf ein universelles Verhalten schließen lassen, wird in diesem Abschnitt zur HF-Feldstärkeabhängigkeit behandelt. Wie schon das lineare wird auch das nichtlineare Verhalten in Abhängigkeit von der Frequenz untersucht. Von besonderem Interesse ist dabei der Restwiderstand bzw. der Oberflächenwiderstand bei tiefen Temperaturen, da dieser Wert im linearen Bereich bei allen Proben von den Vorhersagen der intrinsischen Modelle deutlich abweicht<sup>23</sup>, der Frequenzabhängigkeit nach aber ausgeprägter Supraleitung entspricht.<sup>24</sup>

Doch zu Beginn dieses Abschnitts soll zunächst dargestellt werden, wie sich die aufgenommenen Transmissionssignale bei Messungen in der Frequenz- und in der Zeitdomäne mit wachsender HF-Leistung verändern.

Da nicht nur kontinuierliches nichtlineares Verhalten beobachtet worden ist, sondern besondere Meßergebnisse auch sprunghafte Änderungen der Oberflächenimpedanz bei bestimmten HF-Feldstärken zeigen, wird am Ende dieses Abschnitts auf Beobachtungen zur diskontinuierlichen Nichtlinearität eingegangen.

# 4.3.1 Beobachtung von kontinuierlichem nichtlinearem Verhalten

Wie die Antwort des Resonators bei Messungen nach der Sweep- und der Dekrementmethode mit gesteigerter HF-Leistung aussieht, wird im folgenden am Beispiel von verschiedenen Proben dargestellt, denen ein kontinuierliches nichtlineares Verhalten zugeschrieben wird. Im Vordergrund steht dabei die Auswertung der Aussagekraft beider Methoden zur Bestimmung der Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz bzw. insbesondere des Oberflächenwiderstands.

#### 4.3.1.1 Beobachtung von nichtlinearem Verhalten in der Sweepmethode

Ergebnisse von Messungen in der Frequenzdomäne zeigen Fig.4.14 und Fig.4.15 am Beispiel der Vollmaterialprobe YBs09 und der Dünnschicht YBfK2.

In Fig.4.14 ist bei kleinen HF-Leistungen zunächst ein lineares Verhalten zu beobachten, d.h., die Transmissionssignale ändern sich bei allen Verstimmungen proportional zur Eingangsleistung und weisen die von Gl.(A2.15) bzw. Gl.(2.120) beschriebene Form auf.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Daß die Änderung der Oberflächenimpedanz mit der Temperatur und somit auch der Oberflächenwiderstand bei höheren Temperaturen bis in die Normalleitung bei den Dünnschichten der besten Qualität durchaus mit den in 2.1.3. beschriebenen Modellen auf der Basis mikroskopischer Theorien beschrieben werden kann, wird im nächsten Kapitel dargelegt.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Die Vollmaterialproben YBs05 und YBs08, deren Restwiderstand nicht die für Supraleitung charakteristische quadratische Frequenzabhängigkeit zeigt, scheiden bei den Betrachtungen zum nichtlinearen Verhalten aus.



Fig.4.14. Resonatorantwort bei leistungsabhängigen Messungen nach der Sweepmethode an der Sintermaterialprobe YBs09. Mit steigender Eingangsleistung  $P_i$  beginnen die Resonanzkurven (im mittleren Bereich der logarithmischen Skala) sich zu verbreitern, und ihre Maxima wachsen weniger stark als die Eingangsleistung. Zu höheren Leistungen hin verschieben sich die Transmissionsmaxima immer weiter zu kleineren Frequenzen, wie die Verbindungslinie der jeweils höchsten Transmissionssignale (in chronologischer Reihenfolge) verdeutlicht. Daß sowohl die Frequenzverschiebung als auch die maximale Signalhöhe nicht nur von der Eingangsleistung, sondern auch von der Startfrequenz und der Schrittweite des Sweeps abhängen, demonstrieren drei herausgegriffene Resonanzkurven mit einer Eingangsleistung von +45,1 dBm = 32,2 W, bei der die einzelnen Frequenzpunkte als Symbole dargestellt sind (vgl. Vergrößerung im Inset). Am Ende einer dieser Resonanzkurvenaufnahmen mißt der Thermoresistor am Probenhalter eine um bis zu 4 K erhöhte Temperatur. Die wie bei linearen Resonanzen bestimmte und somit über den von der Resonanzkurve überstrichenen Leistungsbereich gemittelte Güte  $Q_M$  nimmt von Werten über 3,5·10<sup>6</sup> bei  $P_i = -5$  dBm auf etwa 1,3·10<sup>6</sup> bei maximaler Eingangsleistung ab. Das Zurückführen von P<sub>i</sub> auf den Ausgangswert nach Durchführung der Sweeps bei höchsten HF-Leistungen liefert die gleiche Resonanzkurve wie zu Beginn der Messung; die Verschiebung um etwa 1 kHz zu kleineren Frequenzen liegt im Rahmen der Langzeitstabilität des Resonators.

Von moderaten Leistungen an beginnen die Resonanzkurven zunächst, sich zu verbreitern und in der Umgebung des Maximums schwächer anzusteigen als die Eingangsleistung, so daß auf ein Anwachsen des Oberflächenwiderstands geschlossen werden kann, und schließlich verschieben sich die Transmissionsmaxima zu kleineren Frequenzen hin, gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Eindringtiefe.<sup>25</sup> Der Kurvenverlauf weicht bei hohen HF-Leistungen deutlich von der Form einer linearen Resonanzkurve ab.

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Zur quantitativen Auswertung dieser Beobachtungen muß beachtet werden, daß jede Resonanzkurve einen ausgedehnten Bereich in der transmittierten Leistung und somit nach Gl.(2.122) in der HF-Feldstärke im Resonator überstreicht, so daß sich bei nichtlinearem Verhalten die Mittenfrequenz und der Gütefaktor im Verlauf der Resonanzkurve ändern. Näher wird auf die Auswertung nichtlinearer Resonanzkurven in Abschnitt 4.4 sowie am Ende von Anhang A2 eingegangen.

Diese Beobachtungen sind jedoch nicht unabhängig von den Parametern des Sweeps, der Startfrequenz und dem Frequenzintervall. Das verdeutlichen die drei hervorgehobenen Resonanzkurven, bei denen die einzelnen Meßpunkte<sup>26</sup> als Symbole dargestellt sind (vgl. Vergrößerung im Inset von Fig.4.14). Die noch nach der Aufnahme einer Kurve am Probenthermometer festzustellende Temperaturerhöhung, die für die drei Sweeps unterschiedlich ausfällt, legt nahe, daß thermische Effekte eine Rolle spielen. Offenbar kann die Wärme, die bei der Aufnahme eines Meßpunktes nahe der Resonanzfrequenz mit hoher Eingangsleistung in die Probenoberfläche eingetragen wird, nicht schnell genug bis zur folgenden Meßpunktaufnahme abgeführt werden, so daß es ggf. zur kurzzeitigen Erwärmung kommt. Je nach dem Ausmaß des vorausgegangenen Wärmeeintrags führt das unterschiedliche temperaturbedingte Anwachsen der Eindringtiefe und des Oberflächenwiderstands zu einer entsprechenden Frequenzverschiebung bzw. Abnahme der Transmissionssignale über das eigentliche nichtlineare Verhalten hinaus.



**Fig.4.15.** Resonatorantwort bei leistungsabhängigen Messungen nach der Sweepmethode an der Dünnschichtprobe YBfK2. Nur die Sweepkurven mit geringer und moderater Eingangsleistung zeigen die übliche Form; bei hoher Eingangsleistung folgt das Transmissionssignal anfangs einer (nichtlinearen) Resonanzkurve, um dann schlagartig um mindestens 7dB abzufallen und so eine scharfe, asymmetrische Spitze zu bilden. Anschließend schwankt das aufgezeichnete Signal über ein unterschiedlich ausgedehntes Frequenzintervall zwischen einem festen Maximalwert und einem bis zu –7dB darunter liegenden Niveau, bis schließlich ein erneutes Absinken des Signals wieder auf den Verlauf der anfänglichen Resonanzkurve führt. Ob und wie ausgedehnt die Schwankung auftritt, hängt von der Startfrequenz und der Schrittweite des Sweeps, d.h. vom vorausgegangenen Wärmeeintrag, ab. Am Probenthermometer werden nach Durchführung eines Sweeps mit maximaler HF-Leistung Temperaturerhöhungen bis zu 3 K festgestellt. Damit die allmähliche Verschiebung der beobachteten Spitze von einem Sweep zum nächsten nachvollzogen werden kann, ist die chronologische Abfolge der Signalmaxima durch Pfeile gekennzeichnet.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Zum Zustandekommen der Meßpunkte bei der Durchführung eines Sweeps vgl. 3.2.1.1 und 2.2.6.1.

Noch deutlicher wird der thermische Einfluß anhand der Meßergebnisse an der Dünnschichtprobe YBfK2, bei der bei hohen HF-Leistungen eine thermische Instabilität zu beobachten ist (vgl. Fig.4.15). Abhängig vom vorangegangenen Wärmeeintrag verläßt dabei das aufgezeichnete Transmissionssignal abrupt den Verlauf der (nichtlinearen) Resonanzkurve und fällt auf ein signifikant reduziertes Niveau. Auf diesen thermisch induzierten Zusammenbruch, der auch schon bei kontinuierlichen Sweeps an YBCO-Wafern in einem dielektrischen Resonator beobachtet worden ist [137], folgt über ein unterschiedlich ausgedehntes Frequenzintervall eine Schwankung des transmittierten Signals zwischen einem verstimmungsunabhängigen Maximalwert und einer mit der Frequenz leicht abnehmenden unteren Grenze. Auch dieser Schwankung liegen vermutlich thermische Ursachen zugrunde; die verminderte Leistungsaufnahme des Resonators bei kleinen Signalhöhen ermöglicht ein Abkühlen, so daß die Resonatorgüte ansteigt und somit höhere HF-Leistungen zuläßt, bis die damit einhergehende Temperaturerhöhung die Güte und die Signalhöhen wieder absinken läßt. Am Ende dieses Schwankungsbereichs fällt die Transmission wieder auf den Verlauf der anfänglichen nichtlinearen Resonanzkurve zurück.

Die Meßergebnisse in Fig.4.14 und 4.15 belegen, daß die Sweepmethode wegen des hohen Wärmeeintrags, der mit der Meßpunktaufnahme um die Resonanzfrequenz herum unvermeidbar verknüpft ist, für Messungen bei hoher HF-Leistung zur Bestimmung der HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands oder der Eindringtiefe nicht geeignet ist.

#### 4.3.1.2 Beobachtung von nichtlinearem Verhalten in der Dekrementmethode

Die Dekrementmethode bietet die Möglichkeit, die thermische Belastung zu minimieren, indem mit wesentlichen kürzeren HF-Pulsen gearbeitet werden kann<sup>27</sup> und im Gegensatz zur Sweepmethode bereits ein einzelner Puls ausreicht, während Messungen in der Frequenzdomäne mindestens etwa zehn Pulse in der Umgebung der Resonanzfrequenz in kurzer zeitlicher Folge<sup>28</sup> erfordern, damit die Resonatorgüte ausgewertet werden kann.

Welche Auswirkungen der verminderte Wärmeeintrag auf die Beobachtung von nichtlinearem Verhalten hat, zeigt Fig.4.16 am Beispiel der Dünnschicht YBfR2. Der Betrag der Steigung, der in der semilogarithmischen Darstellung der Abklingkurven direkt proportional ist zur reziproken Güte, bleibt bei kleinen und mittleren HF-Leistungen zunächst konstant, nimmt zu höheren Leistungen aber deutlich zu. Entscheidend ist dabei nicht die gespeicherte Energie bzw. die transmittierte Leistung am Anfang des Abklingens, sondern vielmehr bestimmt die momentane Signalhöhe die Abklingkonstante bzw. die reziproke Güte, so daß sich die Steigung der bei hohen Transmissionssignalen beginnenden Kurvenverläufe in Fig.4.16 mit dem Fortschreiten des Abklingens dem Betrag nach verringert. Auch der Vergleich von Abklingkurven, die bei unterschiedlichen Signalhöhen beginnen, bestätigt, daß bei einer bestimmten transmittierten Leistung immer die gleiche Steigung festzustellen ist. Das bedeutet, daß die während der Einspeisung aufgenommene Wärme, für die bei fester Pulsdauer das Transmissionssignal zu Beginn des Abklingens ein Maß ist, keinen Einfluß hat auf die gemessene reziproke Güte. Demnach lassen sich leistungsabhängige Messungen in der Zeitdomäne so durchführen,

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Nach Fig.A2.1 genügt eine Einspeisedauer von etwa  $2Q/f = 4\pi\tau < 4ms$ , bis der Resonator den eingeschwungenen Zustand erreicht hat. Beim Umsetzen der Frequenz benötigen die CW-Quelle und der Detektor jedoch eine viel längere Zeit (~0,1s), damit zuverlässig ein stabiles Detektionssignal aufgenommen werden kann (vgl. Fußnote 16 in 3.2.1.1).

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> um Fehler durch zeitliche Schwankungen der Resonanzfrequenz zu vermeiden, vgl. 2.2.6.1.



**Fig.4.16.** Abklingkurven bei leistungsabhängigen Messungen in der Zeitdomäne an der Dünnschichtprobe YBfR2. Die Kurven sind auf der Zeitachse so verschoben, daß das Abschalten der Einspeisung in etwa mit dem Nullpunkt zusammenfällt. Die logarithmische Darstellung der aufgezeichneten transmittierten Leistung ermöglicht nicht nur die Zusammenfassung aller Abklingkurven aus einem mehr als sechs Größenordnungen umfassenden Signalbereich in einem Diagramm, sondern sie eröffnet auch einen direkten Blick auf die Änderung der reziproken Güte mit der HF-Leistung anhand der zu  $Q^{-1}$  proportionalen Steigungen. Um das allmähliche Anwachsen des Steigungsbetrags mit zunehmender transmittierter Leistung zu verdeutlichen, ist das gestrichelt dargestellte lineare Abklingen zusätzlich um den Faktor 2·10<sup>5</sup> verschoben als Referenzkurve neben den nichtlinearen Abklingverläufen eingezeichnet. Die teilweise zu beobachtende Streuung der Meßpunkte insbesondere am Ende der Abklingkurven ist eine Folge des in logarithmischer Darstellung verstärkt erscheinenden digitalen Rauschens des Oszilloskopsignals.

daß die Ergebnisse unabhängig sind von der Vorgeschichte und insbesondere globale thermische Effekte vermieden werden können.

Über das nichtlineare Verhalten, daß Beobachtungen wie denen in Fig.4.16 zugrunde liegt, kann aus dem Beschriebenen abgeleitet werden, daß es sich instantan zeigt (bezüglich der durch die Abklingkonstanten gegebenen Zeitskala). D.h., sobald an einer Stelle der Probenendplatte eine bestimmte HF-Feldstärke *H* anliegt, entspricht ihr Oberflächenwiderstand ohne zeitliche Verzögerung dem (eindeutigen) Wert  $R_s(H)$ .



**Fig.4.17.** Abhängigkeit der reziproken belasteten Güte von der HF-Feldstärkeamplitude  $\mu_0H_0$  im  $TE_{012}$ -Mode am Beispiel der Probe YBfR2. Während die mit kleinen Symbolen dargestellten Datenpunkte durch numerisches Ableiten direkt aus den Abklingkurven in Fig.4.16 hervorgehen, entsprechen die größeren Symbole Mittelungen über die angegebenen Zusammenfassungsintervalle  $\Delta(\mu_0H_0)$ . Der beobachtete Anstieg läßt sich durch eine lineare Anpassung beschreiben.

Außerdem ist festzustellen, daß eine kontinuierliche Nichtlinearität vorliegt, denn die Kurven in Fig.4.16 weisen keine abrupten Änderungen der Steigung auf, die als Zeichen eines drastischen Anstiegs der reziproken Güte bei einer bestimmten HF-Feldstärke nach 2.2.8.1 Ausdruck von diskontinuierlichem nichtlinearem Verhalten wären.

Da die transmittierte Leistung nach Gl.(2.122) ohne weiteres in die HF-Feldstärkeamplitude  $H_0$  umgerechnet werden kann und die Steigung des logarithmierten Transmissionssignals die reziproke belastete Güte Q<sup>-1</sup> angibt, läßt sich aus den Kurven in Fig.4.16 durch numerisches Differenzieren die gesuchte Abhängigkeit Q<sup>-1</sup>( $H_0$ ) ermitteln, aus der nach den in 3.5.2 erläuterten Methoden die HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands folgt. Das Ergebnis in Fig.4.17 zeigt eine Vielzahl von Datenpunkten, die z.T. einer beträchtlichen Streuung unterliegen. Ursache ist das digitale Rauschen des vom Oszilloskop ausgelesenen Signals. Bei kleinen Signalhöhen führt es angesichts der geringen Anzahl von jeweils vier aufeinanderfolgenden Punkten der Abklingkurve, die zur Bestimmung der reziproken Güte herangezogen werden,<sup>29</sup> zu einer erheblichen

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Die geringe Anzahl von Punkten zur Bestimmung der Steigung verhindert, daß eventuelle systematische Sprünge in der Ableitung der Abklingkurven herausgemittelt werden. – Dominiert zum Ende des Abklingverlaufs das Rauschen über die eigentliche Steigung, so werden die Daten verworfen.

statistischen Schwankung der numerischen Kurvenableitung. Um die tatsächliche Abhängigkeit der reziproken Güte von der HF-Feldstärke hervortreten zu lassen, ist daher eine Datenreduktion mit unterschiedlichen Mittelungsintervallen  $\Delta(\mu_0 H_0)$  sinnvoll. Je größer die hierzu verwendete Datenbasis, desto eindeutiger fallen die so ermittelten Datenpunke auf einen gemeinsamen  $Q^{-1}(\mu_0 H_0)$ -Verlauf zusammen, der im vorliegenden Fall einen nahezu linearen Anstieg darstellt, wie die ebenfalls in Fig.4.17 eingezeichnete Anpassung verdeutlicht.

### 4.3.2 Meßergebnisse nach "quasilinearer" Auswertung

# 4.3.2.1 Übersicht über die Meßergebnisse

Das beschriebene Vorgehen führt bei allen Proben, die eine kontinuierliche Nichtlinearität zeigen, sofort auf den Zusammenhang zwischen dem gemittelten (effektiven) Oberflächenwiderstand  $R_{Sm}$  und dem HF-Feldstärkemaximum  $H_m$  an der Probenoberfläche, indem gemäß der "quasilinearen" Auswertung (vgl. 3.5.2.1) die reziproke belastete Güte nach Gln.(2.101) und (2.106) unter Abzug insbesondere der Koppelbeiträge und des auf den Niobbecher entfallenden Anteils über den Geometriefaktor  $\Gamma_D$  in den Wert  $R_{Sm}$  umgerechnet wird, während  $H_m$  aus  $H_0$  nach Gl.(2.125) folgt. Eine Übersicht über die entsprechend ausgewerteten Meßergebnisse im TE<sub>011</sub>-Mode zur HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands der YBCO-Vollmaterialprobe YBs09 und des effektiven Oberflächenwiderstands von verschiedenen YBCO-Dünnschichten unterschiedlicher Qualität stellt Fig.4.18 zusammen.

Alle Proben zeigen ein unterschiedlich starkes Anwachsen von R<sub>Sm</sub> mit der Feldstärke  $H_{\rm m}$ , das schon bei den jeweils kleinsten Werten von  $H_{\rm m}$  beginnt. Dabei bleibt der  $R_{Sm}(H_m)$ -Verlauf in allen Fällen schwächer als linear, wie in der doppelt logarithmischen Auftragung zu erkennen ist. Eine Korrelation zwischen dem Anstieg und dem Oberflächenwiderstand bei geringer HF-Feldstärke besteht nur insoweit, als keine Überschneidungen der  $R_{Sm}(H_m)$ -Kurven bei dem untersuchten Probensatz zu beobachten sind. Allerdings kreuzen sich die Meßdaten der beiden besten Dünnschichten YBfR2 und YBfK2 zu kleinen R<sub>Sm</sub>- und H<sub>m</sub>-Werten hin, da der Restwiderstand der Probe YBfR2, die bei hohen HF-Feldstärken den geringsten Oberflächenwiderstand besitzt, um rund  $50\mu\Omega$ , d.h. im Rahmen der Meßgenauigkeit<sup>30</sup> im TE<sub>011</sub>-Mode, über dem der Probe YBfK2 liegt. Bei diesen beiden Dünnschichten deutet sich außerdem eine stufenförmige Variation des Anstiegs der Größe  $R_{Sm}$  mit der Feldstärke  $H_m$  an, auf die in 4.3.3.1 anhand der einer korrekten Auswertung unterzogenen Daten zur HF-Feldstärkeabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands näher eingegangen wird. Als weitere Besonderheit folgt bei der Probe YBfR1, die einen ausgedehnten Defektbereich aufweist (vgl. 4.2.4.1), auf das Anwachsen des gemittelten effektiven Oberflächenwiderstands mit dem Feldstärkemaximum  $H_{\rm m}$  ein leichtes Absinken über einen weiten Feldstärkebereich. Weitere Meßergebnisse an dieser Dünnschicht behandelt der Abschnitt 4.3.2.2.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> bezogen auf den für einen Vergleich zweier Proben relevanten Absolutwert



**Fig.4.18.** Abhängigkeit des gemittelten (effektiven) Oberflächenwiderstands  $R_{sm}$  von der HF-Feldstärkeamplitude  $\mu_0 H_m$  nach "quasilinearer" Auswertung für verschiedene YBCO-Proben mit 40mm Durchmesser, gemessen bei T < 7 K im  $TE_{011}$ -Mode. Oben: Übersicht über die Meßergebnisse in doppelt logarithmischer Darstellung. Unten: Auswahl der Meßdaten dreier gesputterter Dünnschichten von mäßiger Qualität, auf die in 4.3.3 nicht detaillierter eingegangen wird, und zum Vergleich die Meßwerte der beiden besten Filme YBfK2 und YBfR2.

In der Literatur ist eine Vielzahl unterschiedlicher HF-Feldstärkeabhängigkeiten des Oberflächenwiderstands von YBCO-Filmen bei Mikrowellenfrequenzen und tiefen Temperaturen dokumentiert. Die Beobachtungen reichen von linearem Verhalten, d.h. einem konstanten Oberflächenwiderstand, bei Feldstärken bis zu einigen mT [137, 138, 139, 140] über schwache [83, 141, 142, 143, 144] bis steile [83, 138, 139, 145] lineare Feldstärkeabhängigkeiten bis hin zu einem quadratischen Anwachsen [141, 146, 147, 148] des Oberflächenwiderstands. Oft enden die berichteten leistungsabhängigen Messungen des Oberflächenwiderstands mit einem sog. HF-Zusammenbruch, d.h. einem drastischen Anstieg der Meßwerte beim Erreichen einer bestimmten (temperatur- und probenabhängigen [149, 150]) HF-Feldamplitude [137, 151], wie er im Rahmen dieser Arbeit an keiner Probe gefunden worden ist.

Auch ein vorübergehendes Absinken des  $R_s(H)$ -Verlaufs bei kleinen oder moderaten HF-Feldstärken, wie hier an der Probe YBfR1 beobachtet, findet sich in einzelnen Publikationen<sup>31</sup> [83, 141, 142, 144], ebenso wie ein deutlicher Anstieg zu Beginn der HF-Felderhöhung, gefolgt von einem schwächeren Anwachsen<sup>32</sup> [153].

Daß sich aus den veröffentlichten Meßergebnissen kein einheitliches Bild des nichtlinearen Verhaltens von YBCO ergibt und die diversen Befunde nur teilweise mit den Charakteristika der in Fig.4.18 dargestellten Ergebnisse übereinstimmen, liegt nicht allein an der Verschiedenheit der untersuchten YBCO-Proben. Vielmehr sind HF-Messungen mit unterschiedlichen Resonatortypen und -geometrien per se nur bedingt vergleichbar. Denn erstens führen Unterschiede in der Feldverteilung an der Probenoberfläche, die die jeweilige Geometrie des Resonators vorgibt, zu verschiedenen Gewichtungen der Beiträge, die von den Feldstärken mit Werten zwischen Null und dem Maximum herrühren; zweitens variiert die untersuchte Probenfläche beträchtlich<sup>33</sup> und mit ihr die HF-Leistungsverträglichkeit Wahrscheinlichkeit. daß Stellen mit reduzierter eingeschlossen werden und das Meßergebnis beeinflussen; und drittens nehmen die Zeitkonstanten Q/f, die angeben, wie schnell (und wie lange) die HF-Feldstärkeamplitude beaufschlagt wird, je nach Ausführung des Resonators über Größenordnungen unterschiedliche Werte an.<sup>34</sup> Ferner liegen den berichteten Meßresultaten verschiedene Methoden zur Bestimmung der reziproken Güte bzw. des Oberflächenwiderstands und der Zuordnung zu einer HF-Feldstärke zugrunde. Am häufigsten wird jedoch die Güte wie im linearen Fall über den jeweiligen Geometriefaktor in einen R<sub>s</sub>-Wert umgerechnet und dieser über dem Feldstärkemaximum an der Probenoberfläche aufgetragen, so daß ein Vergleich mit den in Fig.4.18 dargestellten Daten der "quasilinearen" Auswertung am sinnvollsten erscheint.

Über die Frage der qualitativen und quantitativen Vergleichbarkeit von Meßergebnissen zur HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands aus verschiedenen Meßsystemen gibt es nur wenige Veröffentlichungen mit Untersuchungen, bei denen dieselbe Probe in verschiedenen Resonatoranordnungen gemessen wird. Dabei zeichnet sich die

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Die Veröffentlichungen beziehen sich allerdings auf Proben von hoher Qualität, d.h. mit relativ geringen Oberflächenwiderständen, im Gegensatz zur degradierten Dünnschicht YBfR1.

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Ein solcher Verlauf wird öfter von Tl-Ba-Ca-Cu-O-Filmen berichtet [151, 152].

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Während bei einem Stripline-Resonator [148, 154] die untersuchte Probenfläche nur etwa 3mm<sup>2</sup> beträgt, liegt sie bei einem abgeschirmten dielektrischen Resonator [155, 156] etwa eine Größenordnung und in dem hier verwendeten Hohlraumresonator sogar mit >1200mm<sup>2</sup> um einen Faktor 400 darüber. – Zur Ortsabhängigkeit des nichtlinearen Verhaltens vgl. z.B. [83].

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> Für einen gegebenen Oberflächenwiderstand liefert der hier verwendete Hohlraumresonator (aufgrund der großen Geometriefaktoren) die längsten Zeitkonstanten. – Zur Bedeutung der Einschwingzeit für das Meßergebnis siehe 4.4.4.3.

Tendenz ab, daß in Resonatoren hoher Güte eher ein linearer oder konvex gekrümmter  $R_s(H)$ -Verlauf gefunden wird, während die Vergleichsmessungen bei geringeren Güten, d.h. mit kleineren Zeitkonstanten Q/f, eine konkave Krümmung bzw. einen quadratischen Anstieg zeigen und so bei kleinen und moderaten Feldstärken flacher verlaufen [157, 158].

Auch in verschiedenen anderen Meßanordnungen bestätigt sich aber die Beobachtung aus Fig.4.18, daß die HF-Leistungsverträglichkeit insbesondere der nach dem IZM-Sputterverfahren hergestellten Dünnschichten sehr unterschiedlich ausfällt [139, 159]: Die besten gesputterten Filme erreichen eine Feldstärkebeständigkeit der HF-Eigenschaften, die der höchsten von Dünnschichten anderer Depositionsverfahren bekannten Qualität entspricht; bei schlechteren hingegen wächst der Oberflächenwiderstand schon bei kleinen HF-Feldamplituden beträchtlich an.

Die Referenzen [139] und [159] präsentieren Untersuchungen zum nichtlinearen Verhalten einiger gesputterter Filme, die zunächst in einem dielektrischen Parallelplattenresonator und danach strukturiert in einer Stripline-Anordnung gemessen werden. Die gute, quantitative Übereinstimmung der Meßergebnisse bei diversen Schichtqualitäten belegt die Annahme, daß das Material an sich und nicht einzelne makroskopische Defektstellen für das nichtlineare Verhalten verantwortlich sind. Denn einzelne Defekte, deren charakteristische Längen<sup>35</sup> in der Größenordnung der Strukturbreite der Stripline liegen oder diese übersteigen, sollten mit unterschiedlicher Häufigkeit in den verschiedenen getesteten Schichtflächen beider Resonatortypen vorkommen und so zu Abweichungen im beobachteten nichtlinearen Verhalten führen. Auf Basis dieser Annahme makroskopischer Homogenität erhält man die tatsächlichen, physikalisch bedeutsamen<sup>36</sup> HF-Eigenschaften des Materials in Abhängigkeit von der Feldstärke, indem eine Auswertung nach 2.2.8.2 vorgenommen wird. Entsprechend ausgewertete Resultate werden in 4.3.3 vorgestellt nach dem folgenden Abschnitt über die inhomogene Probe YBfR1.

# 4.3.2.2 Besonderheiten bei einer Dünnschicht mit ausgedehnter Inhomogenität

Wie in 4.2.4.1 ausgeführt, ist die Probe YBfR1 durch einen ausgedehnten Defektbereich in der Mitte gekennzeichnet, der sich unterschiedlich auf die Meßergebnisse zur Temperaturabhängigkeit in den TE<sub>01p</sub>- und TE<sub>02p</sub>-Modes auswirkt. Sehr deutlich zeigt sich ein solcher Unterschied auch im nichtlinearen Verhalten. Wie in Fig.4.19 dargestellt, bleibt der gemessene Oberflächenwiderstand<sup>37</sup> bei höheren Feldstärkeamplituden in den TE<sub>01p</sub>-Modes nahezu konstant, während die Meßwerte in den TE<sub>02p</sub>-Moden in etwa linear mit der Feldstärke ansteigen. Demnach kommt dem Gebiet der Inhomogenität eine starke, nahezu lineare HF-Feldstärkeabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands zu. Das Verhältnis der Steigungen in den beiden TE<sub>02p</sub>-Modes entspricht ungefähr einer quadratischen Frequenzabhängigkeit, so daß bei tiefen Temperaturen offenbar auch der gestörte Bereich in der Probenmitte, der nach Fig.4.11 oberhalb von 70 K normalleitende Anteile aufweist, vollständig supraleitend ist.

Die linearen Meßergebnisse in 4.2.4.1 können im wesentlichen durch das Verhalten des Defektbereichs, das sich in etwa um einen Faktor Drei unterschiedlich in den beiden

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Ausdehnung eines Defekts und mittlerer Abstand der Defektstellen zueinander

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> weil im Gegensatz zu den Daten aus Fig.4.18 von der Resonatorgeometrie unabhängigen

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> Die Messungen an der Probe YBfR1 sind nicht nur bei der Bestimmung des effektiven Oberflächenwiderstands aus der Güte, sondern auch bei der Ermittlung der Güte aus den Sweep- und Abklingkurven wie Messungen im linearen Bereich ausgewertet worden. Durch die Übereinstimmung der Ergebnisse beider Methoden und die hohen  $R_{Seff}$ -Werte erscheint diese Vereinfachung hier gerechtfertigt zu sein.



**Fig.4.19.** Unterschiedliches nichtlineares Verhalten der inhomogenen Dünnschicht YBfR1 in den  $TE_{01p}$ -(oben) und  $TE_{02p}$ -Modes (unten) bei T = 7 K. Der aufgetragene Ordinatenwert stellt den gemittelten Oberflächenwiderstand, ausgewertet wie bei Messungen im linearen Bereich, zuzüglich der modenabhängigen Zusatzverluste  $\Gamma_D/Q_{add}$  dar, die hier auch die Beiträge der Kopplung enthalten.

Modenserien niederschlägt, verstanden werden, ohne daß ein Beitrag des ungestörten Teils der Dünnschicht in den Meßwerten sichtbar würde. Dies scheint beim nichtlinearen Verhalten anders zu sein, denn in den  $TE_{01p}$ -Modes ist statt eines schwachen Anwachsens ein leichtes Absinken des Oberflächenwiderstands mit zunehmender HF-

Feldstärke zu beobachten, wie die doppelt logarithmische Auftragung im Inset von Fig.4.19 (oben) verdeutlicht. Ob die Abnahme der Meßwerte aber einer entsprechenden Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands der defektfreien Schichtfläche zuzuschreiben ist oder auf eine Änderung der in 4.2.4.1 angesprochenen Modenbeimischung zurückgeht, läßt sich anhand der Daten nicht klären.

Der Kurvenverlauf mit negativer Steigung beginnt zumindest im TE<sub>011</sub>-Mode erst nach dem Überschreiten eines Maximums bei ca. 6  $\mu$ T, das sich bei den höher indizierten TE<sub>01p</sub>-Modes zu noch kleineren Feldstärken hin zu verschieben scheint. Bei kleinsten Feldstärken, bei denen das nichtlineare Verhalten des Defektbereichs noch steiler verläuft, wie sich aus den Meßergebnissen in den TE<sub>02p</sub>-Moden ergibt, dominiert auch im TE<sub>011</sub>-Mode der Anstieg des Oberflächenwiderstands.

# 4.3.3 Meßergebnisse zur Feldstärkeabhängigkeit

Im folgenden wird die tatsächliche HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands behandelt, wie sie sich aus der korrekten Auswertung nichtlinearer Abklingkurven für eine kontinuierliche Nichtlinearität gemäß 2.2.8.2 ergibt. Dabei erlaubt das nahezu lineare Anwachsen der reziproken Güte mit der Feldamplitude  $\mu_0H_0$ , daß nicht nur aus einer Anpassung nach Gl.(2.131) an die Q<sup>-1</sup>( $\mu_0H_0$ )-Daten durch Umrechnen der Koeffizienten nach Gl.(2.132)<sup>38</sup> der mittlere Verlauf der Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands gewonnenen werden kann, sondern daß auch die streuenden Meßdaten selbst jeweils auf einen Punkt im R<sub>s</sub>(H)-Diagramm abgebildet werden können.

# 4.3.3.1 Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands ausgewählter Proben

Zunächst sollen Daten zur HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands bei verschiedenen Frequenzen anhand einer Auswahl von drei Proben dargestellt werden. Die Auswahl umfaßt die beiden Dünnschichten YBfK2 und YBfR2, die die geringsten HF-Leistungsabhängigkeiten zeigen, sowie zum Vergleich die granulare Vollmaterialprobe YBs09.

An den Meßergebnissen beider Dünnschichten lassen sich im wesentlichen die gleichen Charakteristika beobachten, wie aus Fig.4.20 und Fig.4.21 hervorgeht. Der Oberflächenwiderstand steigt in etwa linear mit der HF-Feldstärke an, wobei zu höheren Abzissenwerten hin die Steigung etwas abnimmt. Den Daten in Fig.4.20 zufolge verlaufen die Meßkurven tendenziell steiler bei höheren Frequenzen; hierbei machen die Ergebnisse im  $TE_{011}$ -Mode eine Ausnahme, die möglicherweise auf einen Beitrag des Niobresonatorbechers (vgl. Fig.3.9) zurückzuführen ist.<sup>39</sup>

In den Datensätzen, bei denen eine hohe Anzahl von Meßpunkten vorliegt, zeichnen sich in Abständen von 1 bis 2 mT Stufen ab;<sup>40</sup> die Kurven zeigen eine Art Mäanderlauf um das lineare Ansteigen bzw. um eine etwas konvex gekrümmte Trendlinie, deren genaue

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Da die feldstärkeabhängigen Messungen, die in diesem Abschnitt präsentiert werden, bei tiefen Temperaturen durchgeführt worden sind, bei denen die Eindringtiefen von den Schichtdicken der u.a. betrachteten Filme YBfK2 und YBfR2 um mindestens das Dreifache übertroffen werden, muß bei der Koeffizientenumrechnung nach Gl.(2.132) auch bei diesen Proben kein Dünnschichteffekt (vgl. 2.1.6) berücksichtigt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Angesichts der schwachen HF-Leistungsabhängigkeit dieser Proben kann sich selbst eine kleine Änderung des Gütebeitrags vom Resonatorbecher auf das Meßergebnis im TE<sub>011</sub>-Mode wegen des großen Geometriefaktors  $\Gamma_D$ , d.h. der im Vergleich zum Resonatorbecher geringen Gewichtung der Endplatte bei der TE<sub>011</sub>-Feldverteilung, auswirken.

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Das Wechseln eines Meßbereichs im Detektionszweig kommt als Ursache für diese Stufen nicht in Betracht, da die Übereinstimmung der Ergebnisse vor und nach einer solchen Maßnahme jeweils überprüft worden ist und die entsprechenden Kalibrierungen solch einen Einfluß ohnehin ausschließen.



**Fig.4.20.** HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands der Dünnschicht YBfK2 bei verschiedenen Frequenzen und T < 7K. Die abgestuften Symbolgrößen entsprechen verschiedenen Datenreduktionsintervallen (vgl. Fig.4.17). Die ausgezogenen Kurven stellen Anpassungen dar, auf deren Bedeutung in 4.3.3.2 eingegangen wird.



**Fig.4.21.** HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands der Dünnschicht YBfR2 im  $TE_{011}$ und  $TE_{012}$ -Mode bei T < 7K. Zum Vergleich sind zusätzlich die Daten der Probe YBfK2 im  $TE_{012}$ -Mode aus Fig.4.20 eingetragen.

Bedeutung in 4.3.3.2 erläutert wird. Natürlich lassen sich solche Andeutungen nur registrieren, wenn die Datenreduktionsintervalle genügend klein gewählt sind.


*Fig.4.22. HF-Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands des Sintermaterials YBs09 im TE*<sub>011</sub>*- und TE*<sub>013</sub>*-Mode bei T* = 7*K*.

Besonders interessant ist nun der Vergleich der geschilderten Beobachtungen an Proben höchster Qualität mit den Meßergebnissen des granularen Sintermaterials. Nach Fig.4.22 ergeben sich bei der Messung an der Vollmaterialprobe YBs09 zwar viel größere Oberflächenwiderstände, und die erreichten HF-Feldstärken liegen eine Größenordnung unter denen der Untersuchungen an den Dünnschichten. Doch das beobachtete Verhalten gleicht in allen Einzelheiten dem oben beschriebenen der beiden Filme.

Dies legt die Vermutung eines allgemeingültigen Zusammenhangs nahe, der sich durch eine geeignete Skalierung der Achsen zum Vorschein bringen läßt. Wegen der festgestellten Krümmung der Meßkurven betrifft die Umskalierung nicht nur die Ordinate wie im Falle eines exakt linearen Anstiegs, sondern beide Achsen. Wie aus den Variationen des nichtlinearen Verhaltens in Fig.4.20, 4.21 und 4.22 hervorgeht, sollten die gesuchten Skalenfaktoren sowohl vom Material als auch von der Frequenz abhängen. Da aus den Daten der in diesem Abschnitt betrachteten Proben keine Korrelation zwischen dem nichtlinearen Verhalten und dem Restwiderstand R<sub>res</sub>, d.h. dem Oberflächenwiderstand bei tiefsten Temperaturen und kleinsten HF-Feldstärken, ersichtlich wird – zwar zeigt das Vollmaterial bei weitem den höchsten Restwiderstand und die ausgeprägteste HF-Feldstärkeabhängigkeit, aber das dem Wert R<sub>res</sub> nach beste Material der koevaporierten Schicht YBfK2 weist nach Fig.4.21 ein deutlich stärkeres nichtlineares Verhalten auf als dasjenige des gesputterten Films YBfR2 –, muß sich der allgemeingültige Zusammenhang außerdem auf die (skalierte) Änderung des Oberflächenwiderstands  $\delta R_S(H) = R_S(H) - R_{res}$  und nicht auf den Oberflächenwiderstand selber beziehen.

#### 4.3.3.2 Allgemeines Skalenverhalten

Tatsächlich können für jeden der Datensätze aus 4.3.3.1 geeignete Skalenfaktoren  $R^*$  und  $\mu_0 H^*$  gefunden werden, die sämtliche Meßpunkte auf einer universellen Kurve zusammenfallen lassen, wie Fig.4.23 in linearer und logarithmischer Auftragung belegt. Der funktionale Zusammenhang, der diese Kurve beschreibt, hat die Form

$$\frac{\delta R_{s}}{R^{*}} = \frac{R_{s}(H, T \ll T_{c}) - R_{res}}{R^{*}} = \frac{H/H^{*}}{1 + H/H^{*}}$$
(4.1).

Daß diese Funktion nicht nur für  $H \ll H^*$ ,  $\delta R_S / R^* \approx H / H^* - (H / H^*)^2$ , dem Potenzreihenansatz Gl.(2.130) gerecht wird, zeigt das ebenfalls in Fig.4.23 eingezeichnete Polynom. Im Hinblick auf die physikalische Bedeutung dieses empirisch gefundenen Zusammenhangs kommt in Betracht, daß die beobachtete Abhängigkeit als lineares Anwachsen der Oberflächenimpedanz mit der HF-Stromdichte J =  $H / \lambda$  zu verstehen ist, d.h.

$$R_{S} = R_{S}(0) + \gamma_{R} J \approx R_{S}(0) + \alpha_{R} \frac{\mu_{0} H}{1 + \alpha_{\lambda} \mu_{0} H}$$
  

$$\lambda = \lambda (0) + \gamma_{\lambda} J \approx \lambda(0) (1 + \alpha_{\lambda} \mu_{0} H) \qquad (4.2),$$
  

$$(4.3)$$

mit den Koeffizienten  $\gamma_R$ ,  $\gamma_\lambda$ ,  $\alpha_R = R^* / \mu_0 H^*$  und  $\alpha_\lambda = 1 / \mu_0 H^*$ .

Die Trendlinien zu den einzelnen Meßergebnissen in den Grafiken aus 4.3.3.1 (Fig.4.20, 4.21 und 4.22) stellen Anpassungen nach der durch Gl.(4.2) vorgegebenen Parametrisierung der HF-Feldstärkeabhängigkeit dar.<sup>41</sup>

Das Vorliegen eines Skalenverhaltens bedeutet, daß die Nichtlinearität des Oberflächenwiderstands bei tiefen Temperaturen materialübergreifend von demselben Mechanismus bestimmt wird. Dabei spiegeln die frequenzabhängigen Skalenfaktoren  $R^*$  und  $H^*$  die Materialeigenschaften wider.

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Unabhängig von dem physikalischen Sinn des Ansatzes Gl.(4.2) liegt das Ziel einer solchen Parametrisierung vor allem darin, aus den zahlreichen Meßkurven eine überschaubare Anzahl von Paramatern als Größen zu gewinnen, anhand derer das den Meßkurven zugrundeliegende nichtlineare Verhalten verglichen werden kann.



**Fig.4.23.** Allgemeines Skalenverhalten der HF-Nichtlinearität verschiedener YBCO-Materialien bei  $T << T_c$ . Durch geeignete Normierung fallen alle Meßpunkte zur Änderung  $\delta R_s$  des Oberflächenwiderstands mit der HF-Feldstärke auf einer durch Gl.(4.1) beschriebenen Kurve (ausgezogenen Linie) zusammen, die durch ein Ursprungspolynom (gestrichelte Linie) gemäß Gl.(2.130) ausgedrückt werden kann. Da  $Q^{-1}(\mu_0 H_m)$ -Daten in  $R_s(\mu_0 H)$ -Punkte umgerechnet werden können, lassen sich auch "quasilinear" ausgewertete Meßergebnisse aus Fig.4.18 in die Grafik eintragen; allerdings sind die dazu verwendeten Skalenfaktoren nicht direkt mit denen der gemäß 2.2.8.2 ausgewerteten Datensätze vergleichbar. Entsprechendes gilt für zwei Messungen (CZ1 und CZ2) von C. Zuccaro [83], die zum Vergleich ebenfalls auf das Skalenverhalten untersucht werden. Der vertikale Pfeil bei H /H<sup>\*</sup> = 1,36 zum Datensatz CZ2 markiert einen bei dieser Messung festgestellten HF-Zusammenbruch.

#### 4.3.3.3 Frequenzabhängigkeit der Skalenparameter

Für das Verständnis des nichtlinearen Verhaltens ist die Frequenzabhängigkeit der in 4.3.3.2 eingeführten Skalenfaktoren von Interesse, da sich verschiedene Mechanismen dadurch auszeichnen, daß sich in unterschiedlichem Maße die Ausprägung des supraleitenden Charakters mit zunehmender Feldstärke ändert (siehe 2.1.5.3).

Um zugleich eine Übersicht über den Wertebereich zu erhalten, den die Parameter  $\alpha_R$ , R<sup>\*</sup> und  $\mu_0 H^*$  für die verschiedenen YBCO-Materialien überstreichen, sind in den folgenden Diagrammen (Fig.4.24 und 4.25) auch Daten von Proben eingetragen, an denen nur Messungen im TE<sub>011</sub>-Mode durchgeführt worden sind.



**Fig.4.24.** Darstellung des Parameters  $\alpha_{R} = R^*/\mu_0 H^*$  über der Frequenz für alle in Fig.4.23 auf das Skalenverhalten untersuchten Meßkurven. Außer den Werten, die sich bei einer vollständigen Analyse nach  $\delta R_{s} \sim J$  aus Gl.(4.2) ergeben, sind auch die mittleren Steigungen unter Annahme eines linearen Anstiegs der Form  $\delta R_{s} \sim H$  eingetragen (siehe Legende). Durch "+" oder "-" gekennzeichnete Punkte gehen aus Analysen von "quasilinear" ausgewerteten Meßergebnissen hervor. Die Variation der für einen Datensatz ermittelten Parameter geht auf unterschiedliche Datenreduktionsintervalle zurück. Zur Interpretation der Frequenzabhängigkeit sind als strichpunktierte Linien quadratische Verläufe (~  $f^2$ ) und als gestrichelte Linie ein wurzelförmiger Verlauf (~  $f^{1/2}$ ) eingezeichnet.

Die Resultate umfassen für die Steigungen  $\alpha_R$  bzw. die Skalenfaktoren R<sup>\*</sup> und  $\mu_0 H^*$  der analysierten feldstärkeabhängigen Meßergebnisse einen Wertebereich von fast vier bzw. zwei Größenordnungen, ähnlich wie die Restwiderstände<sup>42</sup> in Fig.4.18, und bestätigen somit die weite Verteilung der untersuchten Materialqualitäten. Doch die Frequenzabhängigkeit der Nichtlinearität verhält sich beim besten YBCO-Material der Probe YBfK2 genauso wie beim geringwertigsten der Probe YBs09. Fig.4.24 belegt, daß die

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> obwohl sich schon anhand der Reihenfolgen der Proben, geordnet nach dem Restwiderstand, der Steigung  $\alpha_R$  oder einem der Skalenparameter R<sup>\*</sup> bzw.  $\mu_0 H^*$ , erneut zeigt, daß keine unmittelbare Korrelation zwischen dem Restwiderstand und dem nichtlinearen Verhalten besteht

Steigung  $\alpha_R$  dem quadratischen Zusammenhang entspricht, der auch für die Restwiderstände gilt und der vollständig ausgebildeter Supraleitung zuzuschreiben ist. Hinweise auf einen zumindest partiellen Übergang zur Normalleitung mit zunehmender HF-Feldstärke, der bei entsprechendem Einfluß auf die HF-Eigenschaften zu  $R_S(H) \propto f^p$  mit  $p \rightarrow 0,5$  führen sollte und sich daher deutlich auf die Frequenzabhängigkeit der Änderung des Oberflächenwiderstands mit der Feldstärke, d.h. auf  $\alpha_R(f)$ , auswirken müßte, sind nicht festzustellen. Aussagen über eine Frequenzabhängigkeit der Skalierungsfeldstärke  $\mu_0 H^*$  und – hieraus folgend – des Skalierungswiderstands R<sup>\*</sup> sind aufgrund der mitunter den Wert selber übersteigenden Unsicherheit in der Bestimmung von  $\alpha_{\lambda}$  aus den Daten in Fig.4.25 kaum zu treffen. Doch scheinen die relativ genauen Werte der Probe YBs09 nicht auf eine wesentliche Frequenzabhängigkeit von  $\mu_0 H^*$  zu deuten.



**Fig.4.25.** Darstellung der Skalenfaktoren  $\mu_0 H^*$  und  $R^* = \alpha_R \mu_0 H^*$  über der Frequenz für alle in Fig.4.23 auf das Skalenverhalten untersuchten Meßkurven.

Während die Steigungen  $\alpha_R$  vergleichsweise zuverlässig aus den  $R_s(H)$ -Messungen ermittelt werden können trotz der v.a. in Fig.4.20 und 4.21 zu beobachtenden Streuung der Datenpunkte, gilt dies nicht für den Parameter  $\alpha_{\lambda}$  bzw.  $\mu_0 H^*$ , der nur indirekt, nämlich über die Krümmung der Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands, d.h. über die Abweichung von einem linearen Anstieg, aus den Meßkurven folgt. Um die von  $\alpha_{\lambda}$  beschriebenen nichtlinearen Effekte in der Eindringtiefe direkt zu beobachten, sind Messungen in der Frequenzdomäne erforderlich. Aufschluß können die Ergebnisse der VPSA liefern, die im Abschnitt 4.4 behandelt wird. Nur über die unmittelbare Messung der feldstärkeabhängigen Eindringtiefeänderung bei gleichzeitiger Bestimmung des Anstiegs des Oberflächenwiderstands läßt sich darüber hinaus die Frage beantworten, ob die Parametrisierung nach Gl.(4.1) tatsächlich mit einem linearen Anwachsen der Oberflächenimpedanz mit der HF-Stromdichte, wie von Gl.(4.2) und Gl.(4.3) beschrieben, korrespondiert.

# 4.3.4 Beobachtung von diskontinuierlichem nichtlinearem Verhalten

Zum Abschluß des Abschnitts über die HF-Feldstärkeabhängigkeit von YBCO werden im folgenden Meßergebnisse vorgestellt, die einem diskontinuierlichen nichtlinearen Verhalten entsprechen. Den Beobachtungen liegen Messungen an der schmelztexturierten Vollmaterialprobe YBtK6 im TE<sub>014</sub>-Mode bei 17,6 GHz<sup>43</sup> zugrunde. Interessanterweise lassen die Untersuchungen in den anderen Modes, d.h. bei geringerer Frequenz, eine diskontinuierliche Nichtlinearität nicht in vergleichbarer Deutlichkeit erkennen. Dieser Befund stimmt überein mit den Vorhersagen des einzigen bekannten, in 2.1.5.3 dargestellten Mechanismus', der eine sprunghafte Änderung des Oberflächenwiderstands bei bestimmten HF-Feldstärken  $H_{cJ(i)}$  beschreibt. So steigen bei der dynamischen Flußquantisierung an Josephson-Kontakten mit resistivem Nebenschluß sowohl die Höhe der Widerstandssprünge als auch deren Abstände ( $H_{cJ(i+1)}-H_{cJ(i)}$ ) mit der reduzierten Frequenz ( $f \Phi_0 / J_{cJ} \rho_N$ ) an [83].

Bemerkenswert ist, daß die Probe YBtK6 nicht nur als einzige das diskontinuierliche nichtlineare Verhalten aufweist, sondern daß sie sich, wie in 4.2.4.2 ausgeführt, außerdem durch ausgedehnten Rißstrukturen auszeichnet. Diese Gemeinsamkeit legt nahe, daß die Risse selber oder die intrinsischen Josephson-Kontakte zwischen Kupferoxidebenen benachbarter Einheitszellen [160, 161], die zu passieren der HF-Strom infolge der Risse gezwungen ist, die Josephson-Kontakte mit parallelgeschaltetem, resistivem Kanal darstellen, an denen dynamische Flußquantisierung auftritt. Vergleichbare Beobachtungen sind bislang nur von einem stark verzwillingten YBCO-Einkristall bekannt [128]. Die in [128] angeführte Verzwilligung kommt natürlich auch beim schmelztexturierten Vollmaterial als Ursache für das diskontinuierliche nichtlineare Verhalten in Betracht.

# 4.3.4.1 Diskontinuierliche Nichtlinearität in der Sweep- und Dekrementmethode

Die augenscheinliche Signatur einer diskontinuierlichen Nichtlinearität zeigt sich bei Messungen in der Frequenzdomäne: Die aufgezeichneten Verläufe der Transmission springen unabhängig von der Eingangsleistung beim Erreichen von bestimmten Schwellwerten der transmittierten Leistung (und somit der HF-Feldstärke an der Probe) von einer Resonanzkurve auf eine andere, die durch eine geringere Güte gekennzeichnet ist. Wird mit fortschreitender Verstimmung eine solche Schwelle wieder unterschritten, so folgt ein erneuter Sprung zurück auf die Resonanzkurve mit höherer Güte. Fig.4.26 demonstriert ein Verhalten dieser Art. Deutlich zu erkennen sind die Sprünge bei einer Leistung<sup>44</sup> von 30mW, weniger ausgeprägt deuten sich weitere bei etwa 40mW, 47mW usw. an. Eine teilweise festzustellende Verschiebung der Übergänge bei positiven Verstimmungen gegenüber denen bei negativen weist auf einen hysteretischen Effekt hin, der im Modell der dynamischen Flußquantisierung für hinreichend große reduzierte Frequenzen<sup>45</sup> ( $f \Phi_0 / J_{cl} \rho_N$ ) auftritt [83]. Die durch das Maximum der Resonanzkurve festgelegte Mittenfrequenz und somit die Eindringtiefe bzw. die Oberflächenreaktanz erfahren an den Schwellen, an denen die Gütesprünge einsetzen, keine merkliche Änderung.

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Dieser Wert weicht von der üblichen Frequenz von Messungen im  $TE_{014}$ -Mode ab, da im vorliegenden Fall eine noch nicht optimierte Probenaufhängung verwendet worden ist.

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Die aufgetragene Leistung P<sub>det</sub> stellt die detektierte Leistung, korrigiert um die Wirkung der vor den LNA geschalteten Dämpfglieder, dar und ist zur transmittierten Leistung direkt proportional.

 $<sup>^{45}</sup>$  wenn die charakteristische Frequenz des Kontaktes  $J_{cJ}\,\rho_N/\,\Phi_0$  die Meßfrequenz um weniger als eine Größenordnung übersteigt



**Fig.4.26.** Sweepkurven mit diskontinuierlicher Nichtlinearität, aufgenommen an der Probe YBtK6 bei T = 6,5K im  $TE_{014}$ -Mode. Wie im Inset verdeutlicht, lassen sich beim Überschreiten bestimmter Schwellenwerte der Leistung bzw. der HF-Feldamplitude an der Probe Sprünge in den Resonanzkurven beobachten, die auf eine abrupte Änderung der Güte zurückzuführen sind. Die Mittenfrequenz, bei der das (lokale) Transmissionsmaximum auftritt, verschiebt sich dabei nicht merklich. Zwei der Schwellenwerte sind mit Pfeilen markiert.



**Fig.4.27.** Eine zusammen mit den Sweeps aufgezeichnete Abklingkurve läßt die diskontinuierliche Nichtlinearität weniger deutlich erkennen. Zudem fällt die aus den beiden eingezeichneten Steigungen bestimmte Güteänderung beim Schwellenwert von  $P_{det} = 30$ mW geringer aus als die nach den Sweepkurven aus der Verringerung der Signalhöhe bei der Mittenfrequenz berechnete.

Begleitend zu den Sweeps aufgezeichnete Abklingkurven lassen die diskontinuierliche Nichtlinearität weniger scharf erkennen, wie am Beispiel in Fig.4.27 dargestellt. Dies könnte darauf schließen lassen, daß bei der Entstehung der sprunghaften Güteänderungen eine Zeitkonstante etwa infolge eines thermischen Einflusses eine Rolle spielt, die größer ist als die Abklingzeit.

# 4.3.4.2 Diskontinuierliche Änderung von Oberflächenwiderstand und -reaktanz

Um die Meßergebnisse in der Frequenz- und der Zeitdomäne in einfacher Weise auf die Änderung der Oberflächenreaktanz bei den Schwellenwerten abzubilden, soll es hier genügen, gemittelte Oberflächenwiderstände  $\langle R_s \rangle$  und -reaktanzen  $\langle X_s \rangle$  zu bestimmen, indem sowohl Abkling- als auch Sweepkurven ungeachtet der Nichtlinearität wie im linearen Fall ausgewertet werden. Entsprechende Daten werden für die Darstellung der HF-Feldstärkeabhängigkeit in Fig.4.28 verwendet. Als Abszissengröße  $\mu_0 H_S$  wird aus dem Transmissionsmaximum das Maximum der Feldstärke an der Probenoberfläche berechnet. Genauere, ebenfalls in Fig.4.28 berücksichtigte Werte für die Änderung des Oberflächenwiderstands liefert ein drittes Verfahren, bei dem aus dem Resonanzkurvenverlauf unterhalb des ersten Schwellenwertes durch Vergleich mit einer Kurve, die keine Sprünge aufweist, auf das Transmissionsmaximum geschlossen wird, das ohne die Güteänderung erreicht worden wäre, und diese Größe mit der tatsächlichen Transmission bei der Mittenfrequenz<sup>46</sup> ins Verhältnis gesetzt wird. Aus diesem Quotienten folgt nach Gl.(2.122) und Gl.(2.124) bei Kenntnis des Gütefaktors vor dem Erreichen des Schwellenwertes die verringerte Güte nach Überschreiten desselben und hieraus die Erhöhung des Oberflächenwiderstands. Diese wird dem Feldstärkewert  $\mu_0 H_s$  zugeordnet, der sich aus der Transmission bei der Mittenfrequenz ergibt.

Während die Oberflächenreaktanz sich zwar gegenüber dem Bezugswert bei kleinsten HF-Leistungen vergrößert, bei allen höheren Feldstärken dann aber konstant bleibt, zeichnen sich im Oberflächenwiderstand wie erwartet Sprünge bei kritischen HF-Feldstärken  $H_{cJ(i)}$  ab, deren Höhe mit dem Index i in Übereinstimmung mit dem Modell der dynamischen Flußquantisierung abzunehmen scheint.<sup>47</sup> Von kleinen Feldstärken kommend, setzt der erste Sprung in etwa bei der Feldstärke  $\mu_0 H_s = 0.11 \text{ mT}$  ein, die dem Schwellenwert von  $P_{det} = 30 \text{ mW}$  aus Fig.4.26 entspricht. Da sich mit der Verringerung der transmittierten Leistung infolge der verminderten Güte bzw. des gestiegenen Oberflächenwiderstands auch die HF-Feldstärke  $\mu_0 H_s$ , der der erhöhte, aus der verminderten Güte errechnete Oberflächenwiderstand zugeschrieben wird, reduziert, verlaufen die Stufen nicht vertikal, sondern etwas zu kleineren Feldstärken hin verschoben. Wie die nach dem zuletzt beschriebenen Auswerteverfahren gewonnenen Datenpunkte zudem nahelegen, folgt auf eine Stufe ein leichtes Absinken des Oberflächenwiderstands, bevor die Feldstärke des nächsten Sprungs erreicht wird. Auch dieses Verhalten korrespondiert mit Berechnungen zur dynamischen Flußquantisierung bei nicht zu kleiner reduzierter Frequenz [83].

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> Das Transmissionsmaximum bei der Resonanzfrequenz  $f_M$  der durch die reduzierte Güte gekennzeichneten Resonanzkurve liegt bei einigen Sweeps unter der Transmission beim Erreichen des Schwellenwertes und muß somit nicht unbedingt das absolute Transmissionsmaximum sein. Da bei den aus mehreren Resonanzkurven zusammengesetzten Sweepkurven auch der Begriff Resonanzfrequenz nicht überall eindeutig ist, wird der oben eingeführte Wert  $f_M$  als Mittenfrequenz bezeichnet.

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> Die mit höherer Feldstärke abnehmende Stufenhöhe findet in den Sweepkurven ihren Niederschlag in der geringeren Deutlichkeit der Übergänge von einer Resonanzkurve zur anderen mit zunehmender Leistung.



**Fig.4.28.** Sprunghafte Änderung des gemittelten Oberflächenwiderstands und der gemittelten Oberflächenreaktanz bei der diskontinuierlichen Nichtlinearität der Probe YBtK6 bei 6,5 K. Die dem ersten Schwellenwert von  $P_{det} = 30 \text{ mW}$  aus Fig.4.26 entsprechende Feldstärke  $\mu_0 H_s = 0,11 \text{ mT}$  ist als vertikaler Balken markiert.

Für den Parameter  $r_H$  ergibt sich aus der relativen Konstanz der Oberflächenreaktanz ein Wert nahe Null, wie ebenfalls für Josephson-Kontakte mit resistivem Nebenschluß zu erwarten [84]. Gegenüber den Verhältnissen bei kleinsten HF-Leistungen hingegen liegt dieser Parameter um den Wert  $r_H = 1$ , da nach der ersten Stufe die Änderungen  $\delta < R_S >$ und  $\delta < X_S >$  ungefähr gleich groß sind.

# 4.4 Nichtlineares Verhalten: Verstimmungsabhängige Pulssequenzanalyse

Wichtige Erkenntnisse zur Dynamik des nichtlinearen Verhaltens, d.h. zu den zeitlichen Abläufen bei der Ausbildung der Nichtlinearität, zur funktionalen Form, d.h. zur genauen HF-Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz, sowie zum  $r_H$ -Parameter, der für die Zuordnung des zugrundeliegenden physikalischen Effekts hilfreich ist, und schließlich auch zum thermischen Einfluß liefert die verstimmungsabhängige Pulssequenzanalyse, da sie nicht nur die Vorzüge von Messungen in der Zeit- und der Frequenz-domäne kombiniert, sondern darüber hinaus Einblick in die Entwicklung des nichtlinearen Verhaltens beim Beaufschlagen der HF-Feldstärke gewährt und die Auswirkung eines variierten Wärmeeintrags anhand der Abfolge von Pulsen beleuchtet. Im folgenden sollen die zahlreichen Informationen, die aus einer VPSA zu gewinnen sind, am Beispiel von Messungen bei T = 5,5 K im TE<sub>011</sub>-Mode an der mittelmäßigen Dünnschichtprobe YBfKARL18 aufgezeigt werden.

#### 4.4.1 Der thermische Einfluß

Um den Einfluß zu untersuchen, den die infolge der HF-Absorption aufgenommene Wärme auf die Beobachtungen bei leistungsabhängigen Messungen hat, können bei der VPSA, bei der die Resonatorantwort nicht nur eines einzelnen Pulses, sondern einer Abfolge von mehreren aufgezeichnet wird, Veränderungen der Abklingkonstanten von aufeinanderfolgenden Pulsen verglichen werden, wobei sich der kumulative Wärmeeintrag mit jedem Puls erhöht. Durch Variation der Dauer eines Einzelpulses läßt sich zudem aufklären, ob die unmittelbar vor dem Abklingen aufgenommene Wärme oder vielmehr der kumulative Wärmeeintrag entscheidend ist.



**Fig.4.29.** Thermischer Einfluß: Verringerung der Abklingzeit von einem Puls zum nächsten bei zwei Pulssequenzen mit unterschiedlicher Einzelpulsdauer  $1/2f_{mod}$  von 5 ms bzw. 1 ms. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die Abklingkurven auf der Zeitachse so verschoben, daß alle durch den mit einem Kreis markierten Punkt laufen. Um die für nichtlineares Verhalten charakteristische Änderung der Steigung mit der HF-Leistung in semilogarithmischer Auftragung zu verdeutlichen, ist zu einer der Kurven eine Tangente als strichpunktierte Linie eingezeichnet.

Fig.4.29 zeigt zunächst, daß die Steigung der semilogarithmisch aufgetragenen Abklingkurven tatsächlich von Puls zu Puls steiler wird und daß auch die Pulsdauer  $1/2f_{mod}$  eine Rolle spielt. Bei detaillierterer Betrachtung wird deutlich, daß beispielsweise das Abklingen nach Puls #12 mit der kürzeren Pulsdauer viel eher dem des zweiten Pulses mit der längeren Pulsdauer als einer der anderen Abklingkurven mit kürzerer Pulsdauer entspricht, d.h., daß offenbar der kumulative Wärmeeintrag für die Verringerung der Abklingzeit verantwortlich ist. Darüber hinaus ändert sich die Steilheit der einzelnen Kurven mit der HF-Leistung als Kennzeichen eines kontinuierlichen nichtlinearen Verhaltens, wie schon aus Fig.4.16 bekannt. Zur Quantifizierung des thermischen Einflusses läßt sich nun aus jeder der verschiedenen Abklingkurven die reziproke Güte bei bestimmten, willkürlich festgelegten Transmissionswerten bzw. HF-Feldstärken im



**Fig.4.30.** Abhängigkeit der reziproken Güte von der Größe w, die den kumulativen Wärmeeintrag repräsentiert, bei verschiedenen HF-Feldstärken im Resonator für Einzelpulsdauern von 5 ms und 1 ms. Die Resonatorantwort auf eine Pulssequenz, bei der das Abklingen nach jedem Puls bei verschiedenen, den Feldstärken  $\mu_0H_0 = 9,5mT$ , 6,2mT und 4,2mT entsprechenden Leistungen ausgewertet wird, ist im Inset dargestellt.

Resonator auswerten. Als Maß w für die kumulative zugeführte Wärme, die das Zeitintegral über die dissipierte Leistung nach Gl.(2.15) darstellt, kann numerisch integriert werden über den zeitlichen Verlauf der transmittierten Leistung der Pulsfolge bis zum Anfang der Abklingkurve, aus der die zuzuordnenden Werte der reziproken Güte ermittelt worden sind. Beginnt das Abklingen des i-ten Pulses einer zum Zeitpunkt t<sub>0</sub> startenden Pulssequenzantwort  $P_{trans}(t) \propto H_0^2$  zum Zeitpunkt t<sub>i</sub>, so ist die Größe w gegeben durch

$$w = \int_{t_0}^{t_i} P_{trans}(t) dt$$
 (4.4),

wobei die Zeitauflösung des aufgezeichneten P<sub>trans</sub>(t)-Signals das Integrationsintervall dt vorgibt.<sup>48</sup>

Wie die reziproke Güte mit dem kumulativen Wärmeeintrag bzw. dem Parameter w ansteigt, demonstriert Fig.4.30 für drei verschiedene Feldstärkeamplituden  $\mu_0 H_0$ . Daraus, daß die Daten der kurzen Einzelpulse genau mit denen der größeren Pulsdauer auf gemeinsamen Trendlinien zusammenfallen, kann zunächst abgeleitet werden, daß die Totzeit von ~1ms zwischen aufeinanderfolgenden Pulsen nicht genügt, um für eine merkliche Wärmeabfuhr und somit für eine Erholung der Resonatorgüte zu sorgen, so daß für den

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> Da der in die Absorption nach Gl.(2.15) eingehende Oberflächenwiderstand  $R_S(T,H)$ , dessen Änderung mit der Zeit (über die Temperaturerhöhung) und der Feldstärke in der Größe w nicht berücksichtigt ist, mit w monoton wächst –  $R_S$  steigt mit T und T wiederum mit der Dauer der Erwärmung monoton und gleiches gilt für  $R_S$  und  $H \propto \sqrt{P_{trans}}$  –, ist die Größe w zwar nur in erster Näherung proportional zum Wärmeeintrag, aber in jedem Fall streng monoton mit diesem steigend. Dies ist für eine Extrapolation auf den Grenzfall einer verschwindenden thermischen Belastung ausreichend.

thermischen Einfluß tatsächlich die gesamte Absorption während aller dem Abklingen vorausgehender Pulse maßgeblich ist. Weiterhin wird deutlich, daß der thermische Effekt insbesondere für das Abklingen nach dem ersten Puls, d.h. bei den Datenpunkten mit den kleinsten Werten für w, vernachlässigbar gering ist im Vergleich zur Auswirkung der Feldstärkeabhängigkeit, wie aus dem Anstieg der Trendlinie für eine Feldstärke  $\mu_0 H_0$  in Relation zum Abstand der Trendlinien untereinander bei w = 0 hervorgeht. Bemerkenswert ist, daß der Wärmeeintrag bei jeder der drei ausgewerteten Feldstärkeamplituden im Resonator denselben Einfluß auf die reziproke Güte hat, d.h., daß der thermische und der feldstärkeabhängige Effekt unabhängig voneinander sind und die mit der Absorption einhergehende Erwärmung nicht speziell an den für das nichtlineare Verhalten verantwortlichen Stellen stattfindet. Rechnet man vielmehr die maximale, thermisch bedingte Güteänderung von  $\delta Q^{-1} \approx 2 \cdot 10^{-8}$  in eine Änderung des Oberflächenwiderstands für den Niobbecher und für die YBCO-Endplatte um und bestimmt daraus die zugehörige Temperaturerhöhung, die <0,4 K für den Becher bzw. einige 10 K für die Endplatte beträgt,49 so erscheint trotz der ungleich besseren Wärmeankopplung an ein Reservoir ein wesentlicher Beitrag zum beobachteten thermischen Einfluß durch eine Erwärmung der Nioboberfläche wahrscheinlich.

Durch eine Extrapolation der Meßergebnisse in Fig.4.30 auf den Grenzwert w = 0 erhält man die zu jeder Feldstärke gehörige reziproke Güte, d.h. den von thermischen Einflüssen freien  $Q^{-1}(\mu_0 H_0)$ -Zusammenhang. Dieser ist mitsamt einer Parametrisierung nach Gl.(4.2) in Fig.4.31 dargestellt und führt über die "quasilineare" Auswertung unmittelbar zu der in Fig.4.18 gezeigten HF-Feldstärkeabhängigkeit  $R_{Sm}(\mu_0 H_m)$  des gemittelten Oberflächenwiderstands.



**Fig.4.31.** Abhängigkeit der reziproken Güte von der HF-Feldstärke  $\mu_0H_0$  nach Eliminierung des thermischen Einflusses durch Extrapolation auf den wärmeeintragsfreien Grenzfall. Man beachte, daß der maximale thermisch bedingte Anstieg der reziproken Güte nach einer vollständigen Pulssequenz, in Resonanz eingespeist, gemäß Fig.4.30 in diesem Diagramm nicht mehr als anderthalb Symbolgrößen ausmachen würde.

 $<sup>^{49}</sup>$  Die große Diskrepanz ergibt sich aus den sehr unterschiedlichen Geometriefaktoren und  $R_{\text{S}}(\text{T})\text{-}$  Verläufen.

# 4.4.2 Beobachtungen bei verstimmter Einspeisung

Wie im Anhang A2 ausgeführt, weist die Pulsantwort eines linearen und ebenso auch eines nichtlinearen Resonators bei einer von der Resonanzfrequenz abweichenden Einspeisefrequenz besondere Charakteristika auf, die anhand der Meßkurve in Fig.4.32 aufgezeigt werden sollen.



Fig.4.32. Charakteristika des Transmissionssignals bei verstimmter Pulseinspeisung in den linearen oder nichtlinearen Resonator.

Das zur Energie im Resonator proportionale Transmissionssignal weicht von der exponentiellen Annäherung an den Gleichgewichtswert  $P_A$ , die nach dem Anschalten der HF-Erregung bei Einspeisung mit der Resonanzfrequenz  $f_R$  auftritt, ab und überschreitet dabei ein Einschwingmaximum  $P_E$ . Die Einschwingüberhöhung ( $P_E-P_A$ ) klingt in einer gedämpten Schwingung, deren Oszillationsfrequenz der Verstimmung  $v = f - f_R$ entspricht<sup>50</sup> und deren Abklingzeit  $2\tau$  doppelt so groß ist wie die Abklingkonstante  $\tau = Q/(2\pi f)$  der Resonanz, auf den Gleichgewichtswert  $P_A$  des eingeschwungenen Zustands ab, der zugleich den Anfangswert der Abklingkurve darstellt. Um Besonderheiten bei der zeitlichen Entwicklung von nichtlinearem Verhalten aufzuspüren, sind die Einschwingspitze und die Parameter der anschließenden Oszillation von speziellem Interesse.

Nachdem bislang das Augenmerk bei der Betrachtung des zeitaufgelösten Transmissionssignals ausschließlich dem Abklingverhalten galt, soll auch bei der Behandlung der verstimmungsabhängigen Untersuchungen mit diesem Teil der Resonatorantwort begonnen werden. Vorauszuschicken ist, daß das Abklingen vom eingeschwungenen Zustand aus nach den Ausführungen in Anhang A2 im Gegensatz zum Einschwingvorgang nicht von der Verstimmung abhängen darf. Wie Fig.4.33 belegt, werden die

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> siehe Anhang A2



**Fig.4.33.** Abklingverhalten bei verschiedenen Verstimmungen. Die jeweils ersten Abklingkurven jeder Pulssequenz, deren zugehörige Erregerfrequenzen in der Legende angegeben sind, fallen nach jeweils entsprechender Verschiebung auf der Zeitachse alle auf demselben (nichtlinearen) Abklingverlauf zusammen.

Meßergebnisse dieser Forderung gerecht; das nichtlineare Abklingverhalten zeigt keine Verstimmungsabhängigkeit.

#### 4.4.3 Verstimmte Einspeisung in den linearen Resonator

Bevor auf den Frequenzgang der Leistung  $P_A$  vor dem Abklingen und schließlich auch des Maximalwertes  $P_E$  während des Einschwingens im nichtlinearen Fall eingegangen wird, sollen zunächst die entsprechenden Beobachtungen am linearen Resonator beschrieben werden, damit die Eigenarten beim Vorliegen einer durch den YBCO-Film verursachten Nichtlinearität deutlicher werden. Dazu wird eine VPSA mit einer Kupferscheibe als Endplatte bei höchster HF-Einspeiseleistung durchgeführt. Die verstimmungsabhängigen Transmissionssignale vor dem Abklingen und im Maximum des Einschwingvorgangs für Sequenzen von drei Pulsen à 5 ms Dauer zeigt Fig.4.34. Wie für das Cu-Material zu erwarten, entsprechen bei allen Einzelpulsantworten die Gleichgewichtswerte  $P_A$  einer linearen Resonanzkurve, und die Einschwingspitzen, die sich nur außerhalb der Halbwertsbreite ausbilden und symmetrisch zur Resonanzkurve anordnen, folgen dem zugehörigen Verlauf.



**Fig.4.34.** Verstimmungsabhängigkeit der Transmission im eingeschwungenen Zustand  $P_A(f)$  und im Maximum des Einschwingens  $P_E(f)$  bei einer linearen Resonanz, untersucht an einer Kupferprobe bei T = 5,7 K im  $TE_{011}$ -Mode mit höchster HF-Eingangsleistung und Sequenzen von drei Einzelpulsen à 5 ms. Die VPSA-Daten entsprechen den Simulationskurven mit einer konstanten Güte von  $1,4 \cdot 10^6$ .

# 4.4.4 Verstimmte Einspeisung in den nichtlinearen Resonator

#### 4.4.4.1 Eingeschwungener Zustand

Im Fall einer Nichtlinearität entspricht die Verstimmungsabhängigkeit des Transmissionssignals im eingeschwungenen Zustand einer Resonanzkurve, die sich durch die Feldstärkeabhängigkeit des Gütefaktors und der Resonanzfrequenz auszeichnet und daher von der nahezu symmetrischen Form einer quadrierten Lorentz-Kurve wesentlich abweicht. Demgemäß neigen sich die  $P_A(f)$ -Daten der Probe YBfKARL18 in Fig.4.35 mit wachsender HF-Leistung zunehmend zu kleineren Frequenzen hin, und zwar die Meßwerte der zweiten Pulse noch stärker als die der ersten.

Die VPSA liefert also nicht nur das nichtlineare Abklingen, sondern zugleich auch die nichtlineare Resonanzkurve bei hoher HF-Leistung, die mit der Sweepmethode wegen der zu starken thermischen Belastung nicht aufgezeichnet werden kann<sup>51</sup>. Aus dem Verlauf der Resonanzkurve wiederum läßt sich direkt die Feldstärkeabhängigkeit der Resonanzfrequenz und somit der Eindringtiefeänderung mit hoher Genauigkeit<sup>52</sup> ableiten. Mit dem Verhältnis der induktiven, d.h. frequenzverschiebenden, und der resistiven, d.h. gütereduzierenden, Wirkung erhält man dann einen hinreichend präzisen Wert für den Parameter  $r_H$ .

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> wenngleich die Zahl der Datenpunkte hier wegen des größeren Meßaufwands geringer ist

 $<sup>^{52}</sup>$  im Vergleich zu der vagen Bestimmung von  $\alpha_\lambda$  aus der Krümmung der  $R_S(\mu_0 \textit{H})\text{-Kurven}$  aus der Dekrementmethode



**Fig.4.35.** Verstimmungsabhängigkeit der Transmission im eingeschwungenen Zustand des nichtlinearen Resonators. Zu den Meßdaten nach dem jeweils ersten und zweiten Puls sind Resonanzkurven mit den Parametern der Nichtlinearität aus der Analyse des Abklingverhaltens in Fig.4.31 berechnet, die sehr genau mit den Ergebnissen aus der Frequenzdomäne übereinstimmen.

Darüber hinaus gibt die Form der nichtlinearen Resonanzkurve den funktionalen Zusammenhang zwischen der reziproken Güte Q<sup>-1</sup> sowie der relativen Resonanzfrequenzverschiebung  $\delta f_R/f_R$  bzw. der Oberflächenimpedanz und der HF-Feldstärke zu erkennen, wie anhand der schematischen Darstellung von Resonanzkurven mit  $\delta Z_S \propto H$ ,  $\delta Z_S \propto H^2$  und  $\delta Z_S \propto J = H/\lambda$  für verschiedene Parameter  $r_H$  in Fig.4.36 deutlich wird. Danach entsprechen die Ergebnisse der Probe YBfKARL18 in Fig.4.35 eindeutig dem Verhalten der Form  $\delta Z_S \propto J$ . Dieser Zusammenhang ist ja bereits für die Beschreibung der HF-Feldstärkeabhängigkeit der reziproken Güte in Fig.4.31, die sich aus der Analyse der Abklingkurven ergab, angenommen worden. Deshalb ist mit den dort ermittelten Parametern v $\alpha_Q$  und v $\alpha_\lambda$  die nichtlineare Resonanzkurve simuliert und in Fig.4.35 eingetragen worden. Dabei ergibt sich eine bemerkenswert gute Übereinstimmung mit den Meßpunkten des ersten Pulses (dessen Abklingverhalten ja nach Fig.4.30 den Punkten in Fig.4.31 am nächsten kommt). Denn angesichts der durch das Transmissionsmaximum eindeutig festgelegten Resonanzfrequenz stehen bei der Simulation keine freien Parameter zur Anpassung zur Verfügung.<sup>53</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> Der für das Umrechnen der Eindringtiefeänderung in die relative Frequenzverschiebung benötigte Wert der Eindringtiefe bei  $\mu_0 H_0 = 0$  ist ohne Variation auf 0,15 µm festgesetzt worden in Übereinstimmung mit Literaturdaten [162] und den Ergebnissen der Auswertung des linearen Verhaltens (vgl. Kapitel 5).



**Fig.4.36.** Schematische Darstellung der Resonanzkurven für unterschiedliche Typen von Feldstärkeabhängigkeiten (blau:  $\delta Z_S \propto H$ , rot:  $\delta Z_S \propto H^2$ , grün:  $\delta Z_S \propto J$ , schwarz:  $\delta Z_S \equiv 0$ ) mit verschiedenen Werten für den Parameter  $r_H$  (gepunktet:  $r_H = 0, 1$ , gestrichelt:  $r_H = 1$ , ausgezogen:  $r_H = 2$ ).

Dieses Ergebnis, das aus demselben Experiment mit zwei völlig unabhängigen Analysemethoden gewonnen werden konnte, stützt damit die Interpretation in 4.3.3.2, daß die beobachtete HF-Feldstärkeabhängigkeit als lineares Anwachsen der Oberflächenimpedanz mit der HF-Stromdichte zu verstehen ist.

Dem thermischen Einfluß, der die Verschiebung der Resonanzkurve der zweiten Pulse gegenüber der der ersten bewirkt, muß bei der Simulation durch einen um 10% erhöhten Wert für die Steigung  $\alpha_Q$  und zusätzlich eine leichte Erhöhung des  $r_H$ -Parameters Rechnung getragen werden. Diese Tendenz setzt sich zu den Ergebnissen der dritten Pulse hin fort, die der Übersichtlichkeit halber nicht in Fig.4.35 gezeigt werden.

# 4.4.4.2 Einschwingvorgang

Bevor der gerade analysierte eingeschwungene Zustand erreicht ist, klingt bei verstimmter HF-Erregung die Einschwingüberhöhung in einer gedämpften Schwingung ab. Da deren Oszillationsfrequenz v mit der Abweichung der vorgegebenen Erregungsfrequenz f von der Resonanzfrequenz  $f_R$  übereinstimmt, eröffnet die Analyse des Einschwingens eine zusätzliche Möglichkeit zur Bestimmung der Größe  $f_R$  bei hohen HF-Leistungen.

Die Grafiken Fig.4.37 und Fig.4.38 zeigen den Einschwingvorgang als Differenz des zeitlichen Transmissionsverlaufs P(t) und des Gleichgewichtswertes  $P_A$  für verschiedene Verstimmungen, die im ersten Fall durch eine numerische Fourier-Transformation (Fast-Fourier-Transformation FFT) und im zweiten durch Anpassungen von gedämpften Schwingungen auf die Oszillationsfrequenz v untersucht werden. Dabei deutet sich in Fig.4.38 an, daß sich die Resonanzfrequenz möglicherweise noch während des



**Fig.4.37.** Abklingende Oszillation der Einschwingüberhöhung bei verschiedenen Einspeisefrequenzen mit Fast-Fourier-Transformation im Inset zur Bestimmung der Oszillationsfrequenz, d.h. der Verstimmung.

Einschwingens des nichtlinearen Resonators zu kleineren Frequenzen hin verschiebt. Die nach Fig.4.37 aus der FFT erhaltenen Werte  $v^{54}$  ergeben die Resonanzfrequenzen gemäß  $f_{\rm R} = f - v$ , die den jeweiligen Gleichgewichtswerten P<sub>A</sub>(*f*) zuzuordnen sind.

Inwieweit diese Ergebnisse mit dem Verlauf zusammenpassen, den die Simulationsrechnung für das nichtlineare Verhalten des Resonators aus Fig.4.35 liefert, läßt sich in Fig.4.39 ersehen. Während die Daten zu höheren Leistungen hin durchaus gut treffen, zeigen sich bei kleinen Signalhöhen deutlich Abweichungen, die vielleicht darauf zurückzuführen sind, daß für die Feldstärkeabhängigkeit der Eindringtiefe in der Simulation ein linearer Zusammenhang statt des eigentlichen, durch  $\delta\lambda \propto J$  beschriebenen, schwächer als linear anwachsenden verwendet wird.

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> Aus den Anpassungen an den Frequenzgang der FFT-Amplitude folgt die Oszillationsfrequenz nur bis auf eine durch die Dämpfungskonstante  $2\tau$  bestimmte Genauigkeit von etwa 500 Hz, wie die Breite des Maximums des FFT-Amplitudenverlaufs zeigt.



**Fig.4.38.** Abklingende Oszillation der Einschwingüberhöhung bei  $f = 9\,151\,334\,700\,Hz$  mit Anpassungen unterschiedlicher Oszillationsfrequenz  $v = f - f_R$ . Während der Anfang der gedämpften Schwingung besser von den Kurven mit kleinerer Frequenz v beschrieben wird, scheint schon bei der dritten Halbwelle die Kurve mit der höchsten Frequenz langsamer zu oszillieren als die Meßdaten. Möglicherweise verschiebt sich die Resonanzfrequenz während des Einschwingens um einige 100 Hz zu kleineren Frequenzen.



**Fig.4.39.** Verschiebung der Resonanzfrequenz mit der Transmissionssignalhöhe: Vergleich des berechneten Verlaufs  $f_R(P)$  nach der Simulation der nichtlinearen Resonanzkurve aus Fig.4.31 mit den aus der Einschwinganalyse ermittelten Werten  $f_R(P_A)$ .

#### 4.4.4.3 Einschwingüberhöhung

Wenn die Parameter, die die Nichtlinearität angeben, durch die nichtlineare Resonanzkurve mit den  $P_A(f)$ -Daten festgelegt sind, kann ohne weiteres auch die zugehörige

Verstimmungsabhängigkeit der Einschwingspitze nach dem im Anhang A2 beschriebenen Verfahren simuliert werden. Während diese Berechnung beim linearen Resonator eine gute Beschreibung der Meßpunkte liefert, nehmen die  $P_E(f)$ -Meßwerte im nichtlinearen Fall einen gänzlich anderen Verlauf. Dieser entspricht nicht einmal hinsichtlich des Fehlens einer Einschwingüberhöhung nahe dem Resonanzmaximum dem üblichen, wie die Darstellung in Fig.4.40 veranschaulicht. Bei einigen Pulsen an der linken Flanke der



**Fig.4.40.** Frequenzgang des Einschwingmaximums  $P_E(f)$  des ersten Pulses im Vergleich zum zugehörigen Gleichgewichtswert  $P_A(f)$  und zu dem Verlauf, der sich aus den zur Simulation des eingeschwungenen Zustands verwendeten Parametern berechnet, mit denen die nichtlineare Resonanzkurve die  $P_A(f)$ -Meßpunkte gut beschreibt. Die Diskrepanz zwischen dem simulierten Verlauf (gestrichelte Linie) und den Meßdaten ist offensichtlich.

Resonanzkurve ist sogar zu beobachten, daß die Einschwingspitze noch hinter der Transmission im eingeschwungenen Zustand zurückbleibt. Zusammengenommen heißt das, die beobachtete Einschwingüberhöhung ist nicht (allein) durch den Verstimmungseffekt zu erklären.

Auch durch eine Variation der Parameter der Nichtlinearität, d.h. der Größen  $\alpha_Q$ ,  $r_H$  und  $f_R(0)$ , läßt sich auf der Grundlage eines nichtlinearen Verhaltens vom Typ  $\delta Z_S \propto J$  keine adäquate Beschreibung der Meßpunkte erzielen; Simulationskurven dieses Typs laufen ebenso wie solche vom Typ  $\delta Z_S \propto H$  grundsätzlich zu spitz auf das Resonanzmaximum zu.

Die Form der  $P_E(f)$ -Daten weist vielmehr eher auf eine quadratische HF-Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz hin.

Außerdem läßt sich eine Einschwingüberhöhung nahe der Resonanzfrequenz unabhängig von der funktionalen Form der Nichtlinearität nicht in Einklang bringen mit der für den

gewöhnlichen Einschwingvorgang verantwortlichen Interferenz des Feldanteils mit der Lorentzschen Amplitude und desjenigen mit abklingender Amplitude, der nicht mit der Erregungsfrequenz, sondern mit einer nahe der Resonanzfrequenz gelegenen Systemfrequenz oszilliert (vgl. Anhang A2).

Diese beiden Überlegungen führen zu dem in Fig.4.41 dargestellten Versuch, die  $P_E(f)$ -Daten so zu verstehen, daß der Resonator bei einer zunächst vorliegenden Nichtlinearität der Form  $\delta Z_S \propto H^2$  beladen wird, bis nach einer Schaltzeit  $t_S$  das nichtlineare Verhalten die Gestalt annimmt, die das Abklingen, den eingeschwungenen Zustand und die gedämpfte Oszillation der Einschwingüberhöhung prägt und die durch  $\delta Z_S \propto J$  mit den in Fig.4.35 angegebenen Parametern gekennzeichnet ist.<sup>55</sup>

Da die anfängliche Nichtlinearität infolge des zunächst schwächeren Anstiegs des Oberflächenwiderstands bzw. der reziproken Güte (vgl. Fig.4.42) bis zum Zeitpunkt t<sub>s</sub> höhere Feldstärken entstehen läßt als die spätere<sup>56</sup>, kommt auf diese Weise selbst bei der Resonanzfrequenz eine Transmissionsüberhöhung zustande, die im Einschwingvorgang abklingt. Zu beachten ist dabei, daß gemäß den Ausführungen im Anhang A2 die Anfangsfeldstärken im Resonator mit derselben Systemfrequenz und Dämpfungskonstante (aber eben mit anderer Amplitude) oszillieren wie der nicht Lorentzsche erregungsbedingte Feldanteil, so daß sich an der Einschwinginterferenz nach dem Erreichen des Spitzenwertes P<sub>E</sub> nichts außer der Amplitude P<sub>E</sub>-P<sub>A</sub> durch die voraus-



*Fig.4.41.* Versuch zur Beschreibung der Einschwingmaxima der jeweils ersten Pulse durch ein nichtlineares Verhalten der Form  $\delta Z_s \propto H^2$  und einem Umschalten auf die Form  $\delta Z_s \propto J$  nach der Zeit  $t_s$ .

<sup>&</sup>lt;sup>55</sup> Der Moment, in dem das Umschalten von einem nichtlinearen Mechanismus in den anderen einsetzt, fällt in den Zeitraum, in dem die Beaufschlagung der Feldstärke an der Probe stattfindet, d.h.  $t_S < \tau = Q/2\pi f$ . Dennoch sollte eher die Dauer als die bei  $t_S$  erreichte Feldstärke für das Schaltverhalten entscheidend sein, da ja, wie in 4.3.1.2 dargelegt, auch bei kleinen HF-Erregungen bzw. –Eingangsleistungen beim Abklingen des eingeschwungenen Zustands die Nichtlinearität der Form  $\delta Z_S \propto J$ beobachtet wird.

gehende höhere Feldstärkebeladung ändert.

An den Parametern des angenommenen anfänglichen nichtlinearen Verhaltens fällt auf, daß die Resonanzfrequenz  $f_{\rm R}(0)$  bei kleiner Leistung bzw. Feldstärke um 700 Hz über dem Vergleichswert aus der Simulation des eingeschwungenen Zustands liegt. Demnach findet beim Übergang von der Nichtlinearität der Form  $\delta Z_{\rm S} \propto H^2$  in die mit  $\delta Z_{\rm S} \propto J$  nicht nur ein Sprung im Oberflächenwiderstand, sondern auch eine schnelle Änderung der Eindringtiefe statt, die nach Gl.(2.110) gut 30 nm betragen sollte.



**Fig.4.42.** Feldstärkeabhängigkeit der reziproken Güte vor und nach dem Umschalten des nichtlinearen Verhaltens von (1)  $\delta Z_s \propto H^2$  auf (2)  $\delta Z_s \propto J$ .

Um den Gedanken eines Wechsels der Nichtlinearität nach einer Schaltzeit  $t_s$ , die wie die anderen Parameter des nichtlinearen Verhaltens vom Material abhängen sollte, zu etablieren, sind jedoch weitere detaillierte Untersuchungen mit der VPSA-Methode erforderlich. Es liegt auf der Hand, daß dieses Modell ohne weiteres die unterschiedlichen Beobachtungen in Meßanordnungen mit geometriebedingt verschiedenen Gütefaktoren erklärt, denn bei zu kleinen Einschwing-Zeitkonstanten  $\tau = Q/2\pi f$  kann das Umschalten in die Form  $\delta Z_s \propto J$  nicht eintreten, während wiederum in Resonator-Meßsystemen mit hohen Gütefaktoren die anfängliche Nichtlinearität  $\delta Z_s \propto H^2$  nur mit Hilfe der VPSA, nicht aber mit den gewöhnlichen Messungen in der Zeit- oder Frequenzdomäne gefunden werden kann. Die anfängliche Signalüberhöhung hingegen ohne Berücksichtigung des Verstimmungseffekts beim Einschwingen vollständig einer thermisch bedingten Änderung der Oberflächenimpedanz der Probe im Resonator zuzuschreiben, wie in der Literatur zu finden [137, 163], erscheint nach den Ausführungen hier und in Anhang A2 nicht gerechtfertigt.

<sup>&</sup>lt;sup>56</sup> wenn die spätere Nichtlinearität von vornherein bestünde

# 5 Diskussion

Inwieweit sich die vorgestellten Meßergebnisse auf Basis der in Kapitel 2.1 eingeführten Modelle beschreiben und parametrisieren lassen, ist Gegenstand dieses Kapitels.

Bei den HF-Eigenschaften im linearen Bereich geht es zunächst darum, herauszuarbeiten, ob und in welchem Maße bei den verschiedenen Materialqualitäten der untersuchten YBCO-Proben extrinsische Beiträge die Oberflächenimpedanz beeinflussen, und die Parameter zu bestimmen, die für das intrinsische und extrinsische Verhalten entscheidend sind. Dabei kommt der gleichzeitigen Analyse der Temperaturabhängigkeiten von Oberflächenwiderstand und Eindringtiefe als einer wesentlichen Einschränkung bei der Anwendung der Modelle und der Bestimmung der Parameter eine besondere Bedeutung zu.

Im Hinblick auf die Nichtlinearität der HF-Eigenschaften dienen die funktionale Form der HF-Feldstärkeabhängigkeiten, die beobachteten Feldstärkeskalen sowie der Parameter  $r_H$  zum Vergleich mit den Modellen aus 2.1.5 und zur Zuordnung der relevanten nichtlinearen Effekte.

# 5.1 Lineares Verhalten der Oberflächenimpedanz von YBCO

Angesichts der sehr unterschiedlichen Meßergebnisse zum linearen Verhalten der verschiedenen YBCO-Proben hinsichtlich der Temperatur- und auch der Frequenzabhängigkeit der Oberflächenimpedanz liegt die Annahme nahe, daß zumindest bei einem Teil der untersuchten Materialien der Einfluß von Defekten die Beobachtungen dominiert. Insbesondere ist anhand der normalleitenden Eigenschaften der Vollmaterialproben in 4.2.1.2 schon auf die Rolle von planaren Inhomogenitäten hingewiesen worden. Deshalb wird im folgenden nur bei den besten Proben versucht, auf die Oberflächenimpedanz im supraleitenden Zustand die Beschreibungen der intrinsischen Modelle aus 2.1.3 anzuwenden; das gesinterte Material wird hingegen als Modellsubstanz für korngrenzendominiertes Verhalten betrachtet und unter Berücksichtigung von extrinsischen Beiträgen nach 2.1.4 analysiert. Ist die Anwendbarkeit des im Anhang A1 ausgearbeiteten und in 2.1.4 vorgestellten Defektflächenmodells nachgewiesen, so wird im nächsten Schritt die Übertragung auf Dünnschichtproben minderer Qualität geprüft, um schließlich auf den Restwiderstand insgesamt zu verallgemeinern.

# 5.1.1 Temperaturabhängigkeiten der besten Dünnschichtproben

Während Niob gut als konventioneller Supraleiter mit konstanter mittlerer freier Weglänge beschrieben werden kann, wie im Hinblick auf den Oberflächenwiderstand in 4.1 gezeigt, gilt YBCO wie alle Kuprate als unkonventioneller Supraleiter, dessen hohe Übergangstemperatur nahelegt, daß die Streurate nicht mehr als temperaturunabhängig anzusehen ist. Vielmehr wird die starke Temperaturabhängigkeit der Streuung mit einem empirischen Ansatz der Form [11, 29, 129, 164]

$$\tau^{-1}(T) = \tau_0^{-1} + \tau_T^{-1} e^{+\gamma T/T_c} \text{ bzw. } 1/\ell(T) = 1/\ell_0 + 1/(\ell_T e^{-\gamma T/T_c})$$
(5.1)

zu erfassen versucht<sup>1</sup>, auf dessen physikalische Bedeutung in 5.1.1.4 eingegangen wird.

Wie schon bei der Vorstellung der Meßergebnisse in 4.2.1.1 erwähnt, liegt der gemessene Oberflächenwiderstand bei tiefsten Temperaturen weit über den Werten, die von den intrinsischen Modellen vorhergesagt werden. So ist im Fall einer Energielücke ohne Nullstellen (s-Wellen-Modell, vgl. 2.1.3.2) zu erwarten, daß der Oberflächenwiderstand mit T $\rightarrow$ 0 exponentiell auf Null zustrebt (vgl. Gl.(2.39)). Auch im Zweiflüssigkeitsmodell sollte diese Größe nach Gl.(2.33) mit der Temperaturfunktion aus Gl.(2.34) zu tiefen Temperaturen hin verschwinden.<sup>2</sup> Im d-Wellen-Modell ergibt sich zwar aus der universellen Leitfähigkeit ein endlicher Restwiderstand, wie in Gl.(2.48) formuliert, doch beträgt dieser Wert weniger als ein Zehntel des kleinsten gemessenen Oberflächenwidl, nicht nur bei der Eindringtiefe, sondern auch beim Oberflächenwiderstand nur auf den Temperaturverlauf, d.h. auf die temperaturabhängige Änderung, abzustellen und dem gemessenen Restwiderstand durch eine additive Konstante gerecht zu werden.

# 5.1.1.1 Beschreibung mit dem Zweiflüssigkeitsmodell

Zunächst sollen Beschreibungen der Meßergebnisse der beiden besten Dünnschichten YBfK2 und YBfR2 mit dem Zweiflüssigkeitsmodell vorgestellt werden. Dieses Modell hat bei allen Vereinfachungen, etwa den nicht berücksichtigten Einfluß der Streuung auf die Eindringtiefe oder auch die nicht eingehende Größe und Form der Energielücke betreffend, den Vorteil, daß ein analytischer Ausdruck für die Temperaturabhängigkeit der (effektiven) Oberflächenimpedanz hergeleitet werden kann, der Anpassungen an die Meßdaten erlaubt (siehe Gln.(2.31) bis (2.34) mit der Streurate aus Gl.(5.1) und den Dünnschichtkorrekturen Gln.(2.91) und (2.92)). Die dabei gewonnenen Werte der Anpassungsparameter, mit denen die in Fig.5.1 und 5.2 gezeigten Temperaturverläufe nach dem Zweiflüssigkeitsmodell berechnet worden sind, stellt Tab.5.1 zusammen. Die relativ hohe Anzahl an zur Verfügung stehenden Parametern bedingt trotz der gleichzeitigen Anpassung von  $R_{Seff}(T)$ - und  $\delta\lambda_{eff}(T)$ -Daten, daß nicht alle Anpassungsparameter gleichermaßen signifikant festgelegt sind.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Dieser Ansatz ist auch bei Berechnungen im d-Wellen-Modell (vgl. 2.1.3.3) üblich, obwohl die entsprechende Energielücke nach [31] auch für elastische Störstellenstreuung zu einer energieabhängigen Streurate führt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Ein endlicher Restwiderstand ließe sich im Zweiflüssigkeitsmodell einführen, indem phänomenologisch eine zusätzliche Dichte von ungepaarten Ladungsträgern angenommen wird, die auch bei T=0 bestehen bleiben soll. Begründet werden könnte solch ein Ansatz etwa mit der kürzlich nachgewiesenen elektronischen Inhomogenität [48], die zu einer statistischen Verteilung der auf der Skala der Kohärenzlänge räumlich variierenden Energielückenamplitude führt. Die Halbwertsbreite der Verteilung entspricht dabei allerdings nur dem halben Mittelwert der Energielückenamplitude, so daß freilich die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Bereichen mit einer Energielückenamplitude nahe Null, d.h. mit ungepaarten Ladungsträgern, verschwindend gering ist. Die resultierende normalleitende Komponente σ<sub>1add</sub> der Leitfähigkeit bei T=0 wäre für R<sub>S</sub>(0) ~ 100μΩ und λ(0) ~ 0,15μm auch mit der Forderung σ<sub>1add</sub> << σ<sub>2</sub> vereinbar, die als Voraussetzung für die beobachtete quadratische Frequenzabhängigkeit des Restwiderstandes (vgl. Gl.(2.33)) erfüllt sein muß. Da dieser Ansatz im wesentlichen einen endlichen Restwiderstandswert hervorbringt, bleibt die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz von der Temperaturfunktion aus Gl.(2.34) wie im diskutierten Zweiflüssigkeitsmodell ohne Erweiterung um den Beitrag σ<sub>1add</sub> bestimmt.



**Fig.5.1.** Anpassungen nach dem Zweiflüssigkeitsmodell zur Dünnschicht YBfK2 an die temperaturabhängigen Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands  $R_{S eff}(T)$  und der effektiven Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda_{eff}(T)$ .



**Fig.5.2.** Anpassungen nach dem Zweiflüssigkeitsmodell zur Dünnschicht YBfR2 an die temperaturabhängigen Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands  $R_{S eff}(T)$  und der effektiven Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda_{eff}(T)$ .

Offenbar gelingen mit dem Zweiflüssigkeitsmodell gute Beschreibungen der Temperaturabhängigkeiten der Oberflächenimpedanz am YBCO-Material bester Qualität. Allerdings scheint die verwendete Temperaturfunktion der supraleitenden Komponente oberhalb von 80 K etwas zu schwach abzunehmen, so daß die beste Beschreibung der effektiven Eindringtiefeänderung einen recht hohen Wert für die London-Eindringtiefe  $\lambda_L(0)$  erfordert, der nach [162] kaum noch mit der hohen Übergangstemperatur und in jedem Fall nicht mehr mit der in 3.6.1.3.1 bzw. 3.6.1.3.2 festgestellten Sauerstoff-Überdotierung vereinbar ist.

Selbst der YBCO-Film YBfGk3, der durch einen im Vergleich zu den anderen beiden Dünnschichten sehr hohen Restwiderstand gekennzeichnet ist, läßt sich noch mit dem

# Diskussion

Zweiflüssigkeitsmodell beschreiben, wie Fig.5.3 belegt. Warum hier die berechneten Kurven insbesondere zur effektiven Eindringtiefe, aber auch zum effektiven Oberflächenwiderstand oberhalb von ca. 65 K von den Meßdaten abweichen, wird in 5.1.3.3 behandelt.



**Fig.5.3.** Anpassungen nach dem Zweiflüssigkeitsmodell zur Dünnschicht YBfGk3 an die temperaturabhängigen Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands  $R_{Seff}(T)$  und der effektiven Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda_{eff}(T)$ . Um die  $\delta \lambda_{eff}(T)$ -Daten beschreiben zu können, wäre eine London-Eindringtiefe  $\lambda_L(0)$ erforderlich, der nach [162] eine Sauerstoffdefizienz zukommt, die mit  $T_c \approx 90$ K nicht vereinbar ist.

Probe	T <sub>c</sub> [K]	$\lambda_L(0)$ [nm]	$R_{res} [m\Omega]$	γ	1 / τ <sub>0</sub> [GHz]	1 / τ <sub>T</sub> [GHz]
YBfK2	88	150	0,053	8,17	78,17	0,945
		250		9,60	179,22	0,602
YBfR2	90	150	0,14	4,90	$0 \pm 84,12$	30,14
		165	0,16	4,40	0 ±183,30	58,21
		250	0,16	5,02	$0 \pm 200,68$	71,27
YBfGk3	90	150	1,65	7,48	22,99	0,915

Tab.5.1. Parameter der Anpassungen nach dem Zweiflüssigkeitsmodell

# 5.1.1.2 Beschreibung nach BCS mit s-Wellen-Paarzustand

Um selber auf der Grundlage der BCS-Theorie Berechnungen des Oberflächenwiderstands und der Eindringtiefe in Abhängigkeit von der Temperatur unter Annahme einer (effektiven) isotropen Energielücke durchführen zu können, wird in den in 2.1.3.2 vorgestellten Programmcode für konventionelle Supraleitung die phänomenologische Temperaturabhängigkeit der mittleren freien Weglänge aus Gl.(5.1) eingearbeitet.<sup>3</sup> Im Vergleich dieser Methode mit dem Zweiflüssigkeitsmodell steht dem Vorzug, auf einer mikroskopischen Theorie zu fußen, der Nachteil entgegen, daß nur Simulations-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Zuvor haben Analysen der Temperaturabhängigkeit der mittleren freien Weglänge auf der Basis des BCS-Programmcodes [26] nach einem erstmals in [102] angegebenen Verfahren vielfach sowohl für Einkristallproben [165] als auch für diverse Dünnschichten bei unterschiedlichen Frequenzen [166, 167] die Plausibilität der Anwendung des für konventionelle Supraleiter erstellten Codes bestätigt.

#### Diskussion

rechnungen, nicht aber Anpassungen unter Festlegung der Parameter durch Minimierung der mittleren quadratischen Abweichung der Modellkurve von den Meßdaten durchgeführt werden können. Solche Simulationskurven zeigen Fig.5.4 und 5.5 für die Meßergebnisse  $R_{Seff}(T)$  und  $\delta\lambda_{eff}(T)$  an den Dünnschichten YBfK2 und YBfR2. Die zugehörigen Parameter gibt Tab.5.2 an. Zu beachten ist dabei die geringe Signifikanz der Werte von  $\ell_0$ , die daraus resultiert, daß bei tiefen Temperaturen der berechnete BCS-Oberflächenwiderstand unabhängig von der Streurate viel kleiner ist als der additive Restwiderstandswert  $R_{res}$ .



**Fig.5.4.** BCS-Simulationskurven für spiegelnde (durchgezogene Linien) und diffuse (strichpunktierte Linien) Reflexion zu den temperaturabhängigen Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands  $R_{s eff}(T)$  und der effektiven Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda_{eff}(T)$  der Dünnschicht YBfK2.



**Fig.5.5.** BCS-Simulationskurven für spiegelnde (durchgezogene Linien) und diffuse (strichpunktierte Linien) Reflexion zu den temperaturabhängigen Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands  $R_{s eff}(T)$  und der effektiven Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda_{eff}(T)$  der Dünnschicht YBfR2.

Probe	T <sub>c</sub> [K]	$R_{res} [m\Omega]$	$\Delta(0) / k_B T_c$	γ	ℓ <sub>0</sub> [µm]	ℓ <sub>T</sub> [µm]
YBfK2	88	0,06	2,2	8,8	100	30
YBfR2	90	0,15	2,2	8,8	30	7

Tab.5.2. Parameter der BCS-Simulationsrechnungen mit isotroper (effektiver) Energielücke. Nicht variiert wurden die London-Eindringtiefe  $\lambda_L(0) = 0,15 \ \mu m$  und die Ausdehnung der Cooper-Paare  $\xi_F = 2 \ nm$ . Der Parameter  $\ell_0$  beeinflußt den Verlauf der simulierten Kurven kaum, da der effektive Oberflächenwiderstand schon von dem Wert  $R_{res}$  dominiert wird, wenn die mittlere freie Weglänge etwa  $1 \ \mu m$  erreicht, und die effektive Eindringtiefe bei tiefen Temperaturen unabhängig von der Streuung nahezu konstant bleibt.

Bemerkenswert ist, daß bei beiden Proben die besten Beschreibungen erreicht werden, wenn der Exponent  $\gamma$  aus der Temperaturabhängigkeit der mittleren freien Weglänge in einem bestimmten Verhältnis zur reduzierten (effektiven) Energielücke  $g = \Delta(0) / k_B T_c$  steht. Auf den Hintergrund dieser Verknüpfung geht der Abschnitt 5.1.1.4 ein.

Es bleibt festzuhalten, daß offenbar auch mit einer isotrop angenommenen effektiven Energielücke<sup>4</sup> auf der Basis der BCS-Theorie eine Beschreibung der Oberflächenimpedanz der besten YBCO-Proben möglich ist, wenn die Temperaturabhängigkeit der Streurate berücksichtigt wird. Dennoch kann dies nicht als Hinweis auf einen s-Wellen-Paarzustand im Supraleiter YBCO gewertet werden, da sich der Unterschied zu einem d-Wellen-Paarzustand mit Nullstellen in der Energielücke im wesentlichen bei tiefen Temperaturen T << T<sub>c</sub> zeigen sollte, wo in den vorliegenden Fällen der Restwiderstand das Meßergebnis dominiert bzw. hinsichtlich der Eindringtiefeänderung die Meßungenauigkeit zu groß ist, als daß zwischen Anstiegen mit schwacher Potenz in der Temperatur ( $\propto$  T bis  $\propto$  T<sup>2</sup>, vgl. 2.1.3.3) und dem aktivierten Verhalten (vgl. 2.1.3.2) bei einer überall an der Fermi-Fläche endlichen Energielücke unterschieden werden könnte.

#### 5.1.1.3 Beschreibung nach BCS mit d-Wellen-Paarzustand

Für Berechnungen der linearen Oberflächenimpedanz eines unkonventionellen Supraleiters mit d<sub>x2-y2</sub>-Wellen-Paarzustand, die nicht nur wie die in 2.1.3.3 angegebenen Formeln für den Tieftemperaturbereich gelten, sondern den gesamten supraleitenden Zustand unter Einbeziehung der Normalleitung etwas oberhalb der Übergangstemperatur erfassen, ist von K. Scharnberg und C.T. Rieck eine Methode erarbeitet und in einen numerisch auszuwertenden Algorithmus umgesetzt worden. Mit dieser Formalisierung der HF-Transporteigenschaften eines d-Wellen-Supraleiters<sup>5</sup> konnten bereits entsprechende Meßdaten an YBCO-Einkristallen [129] und -Filmen [29] von hoher Qualität sehr gut simuliert werden. Als Parameter werden außer der HF-Frequenz die Sprungtemperatur T<sub>c</sub>, die auf diese bezogene Energielückenamplitude  $2\Delta_0 / k_B T_c$  und die Plasmawellenlänge  $\lambda_P = \lambda_L(0)$  sowie zur Darstellung der Streuung die Streuphasenverschiebung  $\delta$ , der Störstellenbeitrag  $\Gamma_{imp} = \hbar/2\tau_{imp}$  und der inelastische Beitrag  $\Gamma_{inel} = \hbar/2\tau_{inel}$  mit der Temperaturfunktion

$$f(t = T/T_c) = at^3 + (1-a)e^{b_1(t-1)[1+b_2(t-1)^2]}$$
(5.2),

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Der effektive Energielückenparameter  $\Delta(0)/k_BT_c = 2,2$  stimmt dabei recht genau mit dem einer winkelgemittelten d-Wellen-Energielücke  $\Delta_m = 2\Delta_0/\pi$  nach Gl.(2.44) bei einer Amplitude von  $\Delta_0(0)/k_BT_c \approx 3$ überein, wie sie typischerweise für optimal dotiertes YBCO gefunden wird.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Das Simulationsmodell von Scharnberg und Rieck erlaubt darüber hinaus auch Berechnungen mit anisotropen s-Wellen-Ordnungsparametern.

verwendet. Dabei nimmt die Beschreibung der Streuung die Form der Gl.(5.1) an, wenn mit a=0 der für Steuung an Spinfluktuationen eingeführte Anteil vernachlässigt wird und mit b<sub>2</sub>=0 das nichtlineare Glied im Exponenten entfällt. Außerdem läßt sich die Temperaturabhängigkeit der Ordnungsparameteramplitude  $\Delta_0(T) \propto (T_c - T)^c$  in der Nähe der Sprungtemperatur zwischen c = 1/2 und c = 1/3 variieren.<sup>6</sup>

Fig.5.6 zeigt Simulationsrechnungen zu den HF-Daten der Probe YBfK2, die von D. Straub mit dem beschriebenen Modell durchgeführt worden sind. Einheitlich wird für die Energielücke  $2\Delta_0(0) / k_BT_c = 6,0$  angenommen. Die Phasenverschiebung  $\delta = 0,44\pi$  liefert im Bereich tiefer Temperaturen bessere Übereinstimmungen mit den experimentellen Ergebnissen als der vielfach zur Vereinfachung angenommene Wert  $\delta = \pi/2$ , liegt aber nahe genug an diesem unitären Limes, um mit der nicht merklich infolge von Streuung reduzierten Übergangstemperatur verträglich zu sein. Die übrigen Parameter, die die berechneten Temperaturverläufe festlegen, sind für jede der dargestellten Simulationen, mit denen eine gute Beschreibung der Meßdaten gelingt, in Fig.5.6 angegeben. Dabei sind die Plasmawellenlänge und die Streurate bei der Sprungtemperatur so gewählt, daß sie in Übereinstimmung mit Gl.(2.19) die aus dem effektiven Oberflächenwiderstand ermittelte Leitfähigkeit im normalleitenden Zustand ergeben, so daß die Streurate stetig in die lineare Temperaturabhängigkeit mündet, die den Angaben in Tab.4.1 entspricht.



**Fig.5.6.** Berechnungen nach dem d-Wellen-Modell [29] zu den temperaturabhängigen Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands  $R_{S eff}(T)$  und der effektiven Eindringtiefeänderung  $\delta \lambda_{eff}(T)$  der Dünnschicht YBfK2. Bei allen Simulationskurven wurde für die Sprungtemperatur  $T_c = 87,8$  K, für die reduzierte Energielückenamplitude  $2\Delta_0(0) / k_BT_c = 6,0$  und für die Streuphase  $\delta = 0,44\pi$  verwendet. Der die Temperaturabhängigkeit des Ordnungsparameters nahe  $T_c$  bestimmende Parameter c hat i.d.R. den Wert 1/2 für BCS-artiges Verhalten und wurde nur für die gestrichelte Kurve mit  $\lambda_P = 250$ nm auf c = 1/3 gesetzt.

 $<sup>^{6}</sup>$  c = 1/2 für BCS-artiges Verhalten (mean field weak coupling), c = 1/3 für kritische Fluktuationen im 3D XY-Modell

Bemerkenswert ist, daß der effektive Oberflächenwiderstand bis hinunter zu Temperaturen um 15 K gut wiedergegeben werden kann, ohne daß ein additiver Restwiderstand hinzugezogen werden muß. Dabei kommt dem Parameter  $\Gamma_{imp}$  eine wichtige Bedeutung für das Tieftemperaturverhalten zu.<sup>7</sup> Doch läßt sich auch mit dem d-Wellen-Modell, in dem noch bei tiefsten Temperaturen Quasiteilchen im Bereich der Nullstelle des Ordnungsparameters angeregt sind und somit HF-Absorption bewirken, der gemessene Oberflächenwiderstand<sup>8</sup> unterhalb von 15 K nicht intrinsisch erklären.

# 5.1.1.4 Temperaturabhängigkeit der Streurate

Als wichtigste Erkenntnis aus den drei vorangegangenen Abschnitten ist festzuhalten, daß insbesondere im anwendungsrelevanten Temperaturbereich das lineare HF-Verhalten von YBCO-Filmen hoher Qualität entscheidend von der exponentiellen Temperaturabhängigkeit der Streurate bestimmt wird. Diese spielt offenbar auch eine größere Rolle als etwa die Form der Energielücke, wie die vergleichbar guten Übereinstimmungen der Meßdaten mit den berechneten Kurven nach dem s- bzw. d-Wellen-Modell in Fig.5.4 und Fig.5.6 und die ähnlichen Werte der hierzu benötigten Parameter zeigen.<sup>9</sup>

Welcher Steumechanismus aber führt zu einer so starken Temperaturabhängigkeit? Am intensivsten diskutiert werden die Streuung von Quasiteilchen an Spinfluktuationen sowie die Quasiteilchen-Quasiteilchen-Streuung. Hinsichtlich des Energiespektrums der Quasiteilchen ist dabei von einem  $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Paarzustand auszugehen, nachdem verschiedene experimentelle Befunde nahegelegt haben, daß die Energielücke bei Kupraten in der ( $\pi$ , $\pi$ )-Richtung verschwindet oder zumindest sehr viel kleiner ist als in der ( $\pi$ ,0)-Richtung [168, 169] und sich in Interferenzexperimenten auch der Vorzeichenwechsel des Ordnungsparameters bestätigt hat [170, 171, 172].

Für die inelastische Streurate infolge von Emission und Absorption von Spinfluktuationen erhält man dann ein Potenzgesetz der Form  $1/\tau_{SP} \propto T^p$ . Der Exponent p nimmt bei tiefen Temperaturen  $T < T_c/3$  den Wert p=3 an entsprechend dem verfügbaren Phasenraum im Bereich des Energielückenminimums (bzw. der -nullstelle) und wächst zur Übergangstemperatur hin auf p ~ 6 an [173].

Bei HF-Transportmessungen werden hingegen stärkere Temperaturabhängigkeiten festgestellt. Dies zeigen nicht nur die Analysen in den vorangegangenen Abschnitten sowie die zur Einführung der empirischen Temperaturabhängigkeit in Gl.(5.1) zitierten Quellen, sondern insbesondere auch die mikrowellen-spektroskopischen Untersuchungen an einem hochreinen YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6,99</sub>-Einkristall in [174], bei denen die Streurate aus der bei mehreren Frequenzen gemessenen Oberflächenimpedanz ermittelt wird, so daß sich das Leitfähigkeitsspektrum  $\sigma_1(\omega)$  aus der Messung ergibt und somit die Umrechnung der HF-Daten in die Streurate nicht von einem Modell zur Beschreibung von  $\sigma_1(\omega)$ abhängt.<sup>10</sup>

Bei der Quasiteilchen-Quasiteilchen-Streuung muß die Energie- und Quasiimpulserhaltung aufgrund der fehlenden Beteiligung anderer Anregungen innerhalb des Quasiteilchensystems gewährleistet sein. Da normale Streuprozesse, bei denen die vektorielle

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> im Gegensatz zu dem Wert  $\ell_0$  bei den s-Wellen-Simulationsrechnungen, der wie  $\Gamma_{imp}$  die Störstellenstreuung beschreibt.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> selbst bei der hinsichtlich des Restwiderstands besten Probe YBfK2

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Nur bei tiefsten Temperaturen kommt der Unterschied der betrachteten Paarzustände deutlich zum Tragen, doch dominiert hier bereits der Restwiderstand bzw. die Meßungenauigkeit der Eindringtiefe.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Für die spektrale Funktion der Quasiteilchen-Leitfähigkeit  $\sigma_1(\omega)$  wird in [174] freilich die üblicherweise angenommene Drude-Form (vgl. Gl.(2.18)) gefunden.

Summe der Impulse von beiden streuenden Quasiteilchen vor und nach der Wechselwirkung gleich ist, den gesamten Quasiteilchen-Transportstrom unverändert lassen und somit zur Transportstreurate nicht beitragen<sup>11</sup>, spielen hier Umklappprozesse die entscheidende Rolle [175], die dadurch gekennzeichnet sind, daß sich die vektoriellen Impulssummen der ein- (k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>) bzw. ausfallenden (k<sub>3</sub>, k<sub>4</sub>) Quasiteilchen um einen reziproken Gittervektor G unterscheiden, d.h.

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4 + \vec{G}$$
(5.3).

Angesichts der Form der Fermi-Fläche von Kupraten mit nahezu optimaler Dotierung wird die Umklappstreuung nach der Goldenen Regel von Prozessen bestimmt, an denen außer einem Quasiteilchen mit einem Impulsvektor nahe der Nullstelle der Energielücke ein weiteres aus einer Gegend im reziproken Raum teilnimmt, in der die Energielücke in etwa zwei Drittel ihres Maximalwertes erreicht; dieses zweite Quasiteilchen muß also eine thermische Energie von  $(E - E_F) \approx \Delta(\vec{k}_2) = \Delta_u(T) < \Delta_0(T)$  mitbringen. Nach der Streuung liegen zwei Quasiteilchen mit ähnlichen, spiegelsymmetrisch zu den einfallenden angeordneten Impulsvektoren vor, wie in Fig.5.7 skizziert.



**Fig.5.7.** Illustration der Umklappstreuung im reziproken Raum. Darstellung der ersten Brillouin-Zone eines Kuprats mit den Impulsvektoren  $k_1$  bis  $k_4$  der an der Streuung beteiligten Quasiteilchen a) im Falle einer Fermi-Fläche bei nahezu optimaler Ladungsträgerdotierung und b) für die erhöhte Lochkonzentration bei Überdotierung.

Mit der Fermi-Funktion für die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände bei  $\vec{k}_2$ ,  $\vec{k}_3$ und  $\vec{k}_4$  kann die resultierende Temperaturabhängigkeit der Streurate für Umklappprozesse nach [175] geschrieben werden als<sup>12</sup>

$$\frac{1}{\tau_u} = \frac{C \cdot (T/T_c)^2}{2 + 2\cosh(\Delta_u/k_B T)}$$
(5.4).

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> obwohl sie natürlich die mittlere Lebensdauer der Quasiteilchen bestimmen

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Die angegebene Abhängigkeit gilt nicht mehr, wenn nahe  $T_c$  die Energielückenamplitude  $\Delta_0(T)$  so klein wird, daß die  $\Gamma X$ - bzw.  $\Gamma Y$ -Richtung hinsichtlich der besetzten Quasiteilchenzustände kaum noch ausgezeichnet ist. Dann ist die zu erwartende Streurate größer als die von Gl.(5.4) angegebene.

Mit dem Exponentialausdruck im Nenner dieser Temperaturfunktion liefert das von Walker und Smith [175] vorgeschlagene Modell der Quasiteilchen-Quasiteilchen-Umklappstreuung erstmals eine Erklärung für die beobachtete starke Temperaturabhängigkeit der HF-Transportstreurate.



**Fig.5.8.** Halblogarithmische Darstellung der Temperaturabhängigkeiten der Streurate (linke Skala) aus den Analysen im Zweiflüssigkeitsmodell und im BCS-Modell mit d-Wellen-Paarzustand sowie der reziproken mittleren freien Weglänge (rechte Skala) aus der Analyse im s-Wellen-BCS-Modell. Zu jedem der Datensätze sind entsprechende Simulationsrechnungen nach Gl.(5.4) für Quasiteilchen-Quasiteilchen-Umklappprozesse als Kurven eingezeichnet; die zugehörigen Parameter zu jeder der mit den Buchstaben a bis f gekennzeichneten Kurven sind in Tab.5.3 angegeben. Auf das unter d) aufgeführte d-Wellen-Modell mit extrinsischem Beitrag wird in 5.1.3.3 eingegangen. Außerdem sind die Meßdaten von Hosseini et al. [174] an einem hochreinen YBCO-Einkristall eingetragen. – Mit einer Kohärenzlänge von  $\xi_F = \xi_0 \pi/2 = 2 \text{ nm}$  und einer Energielücke von  $2\Delta_0(0) \approx 40 \text{ meV}$  für leicht überdotiertes YBCO ergibt sich nach Gl.(2.35) für die Fermi-Geschwindigkeit  $v_F \sim 10^5 \text{ m/s}$ , so daß die linke und die rechte Skala sich in etwa entsprechen.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
$\Delta_{\rm u}(0) / k_B { m T_c}$	2,2	2,4	2,7	2,4	2,1	2,6
C [THz]	58,48	70,18	64,33	48,54	96,49	29,24
$1/\tau_0$ [THz]	0,06	0,075	0,64	0,87	0,085	0,185

Tab.5.3. Parameter der nach Gl.(5.4) für Quasiteilchen-Quasiteilchen-Umklappprozesse berechneten Temperaturverläufe der Streurate in Fig.5.8.

Fig.5.8 vergleicht die Temperaturfunktion Gl.(5.4) für die Umklappprozesse mit den Temperaturabhängigkeiten der Streurate bzw. der reziproken mittleren freien Weglänge, die auf Basis des Zweiflüssigkeitsmodells, des s-Wellen- sowie des d-Wellen-BCS-Modells aus den HF-Daten der Probe YBfK2 in 5.1.1.1, 5.1.1.2 und 5.1.1.3 ermittelt worden sind. Zunächst ist festzuhalten, daß für alle Modelle die Streuung in der semilogarithmischen Darstellung zwischen  $T_c/2$  und  $T_c$  ähnlich steil verläuft und die

Unterschiede zum einen im Vorfaktor vor der Temperaturfunktion, bedingt durch die unterschiedlichen Plasmawellenlängen, und zum anderen in dem temperaturunabhängigen Beitrag zur Streuung liegen. Bemerkenswerterweise scheinen die Verläufe des temperaturabhängigen Teils der Streurate aus der s-Wellen- und der d-Wellen-Beschreibung zu tiefen Temperaturen hin in die Meßdaten des hochreinen, wie die Probe YBfK2 ebenfalls fast vollständig beladenen YBCO-Einkristalls aus [174] zu münden. Dies stützt die verwendeten Modelle und Parameter und weist auf den von der Materialbeschaffenheit unabhängigen, allgemein für YBCO einer bestimmten Dotierung gegebenen Ursprung der inelastischen Streuung hin. Die bei tiefen Temperaturen dominierende elastische Streuung hingegen wird von der materialabhängigen Konzentration an Störstellen bestimmt, die in der YBCO-Dünnschicht YBfK2 deutlich höher sein sollte als in dem Einkristall aus [174].<sup>13</sup>

Zu jeder der aus den Analysen in 5.1.1.1 bis 5.1.1.3 resultierenden Temperaturabhängigkeiten<sup>14</sup> der Streurate sind in Fig.5.8 nach Gl.(5.4) berechnete Kurven eingezeichnet, die in allen Fällen sehr gute Übereinstimmungen ergeben und somit nahelegen, daß es sich bei der für HF-Messungen relevanten Streuung um Quasiteilchen-Quasiteilchen-Umklappprozesse gemäß [175] handelt.

In diesem Bild ist auch die in 5.1.1.2 erwähnte Verknüpfung zwischen dem Energielückenparameter  $\Delta(0)/k_BT_c$  und der Größe  $\gamma$ , die die Steigung der logarithmierten temperaturabhängigen Streurate und somit  $\Delta_u(0)/k_BT_c$  bestimmt, ohne weiteres zu verstehen. Denn der Impulsvektor  $\vec{k}_2$  und mit ihm der Punkt P<sub>2</sub> nahe der Fermi-Fläche im reziproken Raum, an dem sich eines der einfallenden Quasiteilchen befindet, wird allein durch die Form der Fermi-Fläche festgelegt, wie die Parallelogrammkonstruktion in Fig.5.7 verdeutlicht. Damit ist zugleich die für die Besetzung eines Zustandes bei P<sub>2</sub> maßgebliche Anregungsenergie  $\Delta_u$  und ihr Verhältnis zur Energielückenamplitude  $\Delta_0$ gegeben, das sich mit dem Winkel  $\alpha = \angle(\overline{XP_2}, \overline{XY})$  für einen d<sub>x2-y2</sub>-Wellen-Ordnungsparameter nach Gl.(2.44) als  $\Delta_u/\Delta_0 = |\cos \alpha - \sin \alpha|$  schreiben läßt.

Mit den Werten von  $\Delta_u(0) / k_B T_c$  aus Tab.5.3 im Vergleich zu  $\Delta_0(0) / k_B T_c \approx 3$  ergibt sich im Falle der überdotierten Probe YBfK2 ein Verhältnis  $\Delta_u / \Delta_0$ , das etwas über dem in [175] für optimal dotiertes YBCO genannten Wert 2/3 liegt. Den Angaben in Tab.5.1 zufolge deutet sich die Tendenz an, daß bei einer geringer dotierten Probe die Größen  $\gamma$ und  $\Delta_u(0) / k_B T_c$  kleinere Werte annehmen, obwohl davon auszugehen ist, daß sich die auf T<sub>c</sub> bezogene Ordnungsparameteramplitude  $\Delta_0(0) / k_B T_c$  nicht wesentlich mit der Dotierung ändert. Noch klarer zeichnet sich dieser Befund anhand von Analysen auf Basis des Zweiflüssigkeitsmodells ab, die an HF-Messungen [176] an Ca-dotierten<sup>15</sup> YBCO-Filmen [177] vorgenommen worden sind [178]. Eine Erklärung für diese Beobachtungen liefert Fig.5.7: Bei einer Erhöhung der Ladungsträgerkonzentration ver-

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Dieser Aspekt wird bei der Simulation der nach dem BCS-Modell mit effektiver isotroper Energielücke ermittelten Streuung dadurch berücksichtigt, daß als elastische Streurate ein Wert genommen wird, der nicht unter dem in [174] gemessenen liegt und der die simulierte Streurate erst bei Temperaturen unter 35 K von dem Verlauf aus der BCS-Analyse in 5.1.1.2 abweichen läßt, wo eine Änderung der mittleren freien Weglänge zu tieferen Temperaturen hin keine Auswirkung auf die Übereinstimmung der berechneten  $R_{Seff}(T)$ -Kurve mit den Meßdaten in Fig.5.4 hat.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> die empirisch als exponentiell nach Gl.(5.1) angenommen worden sind

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Die Kalziumdotierung von YBCO führt durch die teilweise Substitution des dreiwertigen Yttrium durch das zweiwertige Ca bei gleicher Sauerstoffbeladung zu einer erhöhten Ladungsträgerkonzentration.

größert sich die um den X- bzw. Y-Punkt geschlossene Fermi-Fläche<sup>16</sup>, so daß der Vektor  $\vec{k_1}$  verkürzt wird. Dies führt zu einer Verschiebung des Punktes P<sub>2</sub> in Richtung auf den  $\overline{M}$ -Punkt, wie aus dem Vergleich der Parallelogrammkonstruktionen a) und b) in Fig.5.7 für eine kleinere und eine größere Lochkonzentration hervorgeht. Damit wird der Winkel  $\alpha = \angle (\overline{XP_2}, \overline{XY})$  spitzer und das Verhältnis  $\Delta_u / \Delta_0 = |\cos \alpha - \sin \alpha|$  und entsprechend auch der für die Steigung der logarithmierten temperaturabhängigen Streurate bestimmende Parameter  $\Delta_u(0) / k_B T_c$  größer.

Diese Befunde und Überlegungen zur Abhängigkeit der Streurate von der Ladungsträgerkonzentration können daher als weiterer Beleg für die Relevanz der Quasiteilchen-Quasiteilchen-Umklappprozesse gemäß [175] aufgefaßt werden.

#### 5.1.2 Temperaturabhängigkeiten bei den granularen Vollmaterialproben: Beschreibung der Oberflächenimpedanz mit dem Korngrenzenmodell

Um auf der Grundlage des in 2.1.4 vorgestellten Korngrenzenmodells die Rolle von planaren Defekten für die Oberflächenimpedanz von YBCO untersuchen zu können, soll das Modell zunächst auf seine Anwendbarkeit und Aussagekraft getestet werden. Dafür eignen sich die temperaturabhängigen HF-Meßergebnisse der granularen Vollmaterialproben YBs09 und YBs10, da die um mehr als eine Größenordnung über den Werten der besten Dünnschichten liegenden Oberflächenwiderstände und die Charakterisierungen der von Großwinkel-Korngrenzen gekennzeichneten Mikrostruktur das Dominieren von extrinsischen Beiträgen nahelegen, die Proben aber nach der in 4.2.2 dargestellten Frequenzabhängigkeit des Oberflächenwiderstands dennoch ausgeprägte Supraleitung zeigen.<sup>17</sup>

Wie schon bei den Analysen in 5.1.1 zum intrinsischen Verhalten stellt die Verfügbarkeit von Meßdaten zur Temperaturabhängigkeit sowohl des Oberflächenwiderstands als auch der Eindringtiefe eine Herausforderung für das zur Beschreibung herangezogene Modell dar, da die Anpassungsparameter beiden Datensätzen gleichzeitig gerecht werden müssen. Für das Korngrenzenmodell aus 2.1.4 ist dies eine besonders starke Einschränkung, denn es bietet – im Vergleich etwa mit den intrinsischen Modellen in 5.1.1 – nur wenige freie Parameter. So folgen aus Gl.(2.62) für den extrinsisch dominierten Oberflächenwiderstand<sup>18</sup> und mit Gl.(2.56) für die Eindringtiefe im LGL<sup>19</sup> zusammen mit Gl.(2.51) sowie mit den Temperaturfunktionen Gl.(2.57) und Gl.(2.59) die zur Anpassung der Meßdaten zu verwendenden Funktionen

$$R_{s}(t) = R_{s_{G0}} \sqrt{\sqrt{1 - t^{4}}/j(t)}$$
(5.5)

und

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Der reziproke Gittervektor bleibt hingegen unverändert, da die Dotierung mit Ca das Kristallgitter nicht (wesentlich) verändert und die mit der Sauerstoffbeladung einhergehende Anisotropie in den Kupferoxidebenen ohnehin vernachlässigt worden ist.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Die in 2.1.4.2 eingeführte Formulierung des extrinsischen Beitrags zum Oberflächenwiderstand setzt ausgeprägte Supraleitung, d.h. einen im Vergleich zum Imaginärteil kleinen Realteil der Leitfähigkeit, auch im Bereich der Defektflächen voraus (vgl. der zunächst allgemeinere Ansatz in Anhang A1).

 $<sup>^{18}</sup>$  für schwache Kopplung  $(\lambda_z/\lambda_J)^2 << 1$ , wie bei den Großwinkel-Korngrenzen des granularen Materials gegeben

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Angesichts der typischen Korngrößen des Sintermaterials aus Tab.3.3 ist mit  $2\lambda_y(0) \approx 1\mu m$  [59] das "large grain limit" (LGL) anzuwenden.

Diskussion

$$\delta\lambda(t) = \lambda_{z0} \left[ \frac{1}{\sqrt{1-t^4}} + \frac{2\lambda_{y0}/a}{1-t^4} \left( \sqrt{1 + \frac{\lambda_{j0}^2}{\lambda_{z0}^2} \frac{(1-t^4)^{1.5}}{j(t)}} - 1 \right) - 1 - \frac{2\lambda_{y0}}{a} \left( \sqrt{1 + \frac{\lambda_{j0}^2}{\lambda_{z0}^2}} - 1 \right) \right]$$
(5.6)

mit der reduzierten Temperatur  $t = T / T_c$  und der Funktion  $j(t) = J_{cJ}(T) / J_{cJ}(0)$  nach Gl.(2.59) in Verbindung mit Gl.(2.36) für  $\Delta^*(T)$ . Diese Gleichungen enthalten als Parameter die Größen  $T_c$  und  $\Delta^*(0) / k_B T_c$  (in der Funktion j(t)) sowie  $R_{SG0}$ , nur in Gl.(5.5) eingehend, und in Gl.(5.6) die London-Eindringtiefe  $\lambda_{z0}$ , die relative Korngröße  $a/2\lambda_{y0}$  und die Kopplungsstärke der Korngrenzen  $(\lambda_{z0}/\lambda_{J0})^2$ . Da die Sprungtemperatur  $T_c$  und der Oberflächenwiderstand bei tiefsten Temperaturen  $R_S(0) = R_{SG0}$  aus der Messung direkt festgelegt sind, bleibt als einziger freier Parameter für die Anpassung der  $R_S(T)$ -Meßdaten die Größe  $\Delta^*(0) / k_B T_c$  übrig, die den Temperaturverlauf des kritischen Josephson-Stroms bestimmt. Für die intrinsische Eindringtiefe  $\lambda_{z0}$  im Bereich eines Korns wird nach den Ergebnissen aus 5.1.1 der Wert 0,15 µm gesetzt, so daß als Anpassungsparameter für die  $\delta\lambda(T)$ -Meßergebnisse die relative Korngröße  $a/2\lambda_{y0}$  und die Kopplungsstärke ( $\lambda_{z0}/\lambda_{J0}$ )<sup>2</sup> verbleiben.<sup>20</sup>



**Fig.5.9.** Anpassung nach dem Korngrenzenmodell an die temperaturabhängigen Meßdaten des Oberflächenwiderstands der bei 930°C gesinterten Vollmaterialprobe YBs09 in logarithmischer und (im Inset) in linearer Darstellung.

 $<sup>^{20}</sup>$  Bei schwacher Kopplung  $(\lambda_{J0}/\lambda_{z0})^2 >> 1$  ergibt sich als einziger freier Parameter das Produkt der Wurzel der Kopplungsstärke und der relativen Korngröße; dann führt erst nahe  $T_c$  die Temperaturfunktion in der ersten Wurzel in Gl.(5.6) dazu, daß die addierte und die subtrahierte Eins in der Wurzel bzw. in der ersten inneren Klammer nicht mehr zu vernachlässigen sind. Dennoch liefert eine leichte Variation des einen Parameters bei entsprechend gegenläufiger Verschiebung des anderen keine wesentliche Änderung der Anpassungskurve.



**Fig.5.10.** Anpassung nach dem Korngrenzenmodell an die temperaturabhängigen Meßdaten zur Eindringtiefeänderung der bei 930°C gesinterten Vollmaterialprobe YBs09. Im Inset ist der aus dem Anpassungsparameter  $\Delta^*(0)/k_BT_c$  resultierende Verlauf der normierten kritischen Josephson-Stromdichte dargestellt.



**Fig.5.11.** Anpassung nach dem Korngrenzenmodell an die temperaturabhängigen Meßdaten des Oberflächenwiderstands der bei 900°C gesinterten Vollmaterialprobe YBs10 in logarithmischer und (im Inset) in linearer Darstellung.


**Fig.5.12.** Anpassung nach dem Korngrenzenmodell an die temperaturabhängigen Meßdaten zur Eindringtiefeänderung der bei 900°C gesinterten Vollmaterialprobe YBs10. Im Inset ist der aus dem Anpassungsparameter  $\Delta^*(0)/k_BT_c$  resultierende Verlauf der normierten kritischen Josephson-Stromdichte dargestellt.

Daß das Korngrenzenmodell mit nur drei freien Parametern die temperaturabhängigen HF-Daten der Proben YBs09 und YBs10 sehr gut beschreiben kann, belegen Fig.5.9 und 5.10 bzw. Fig.5.11 und 5.12. Die zu den Anpassungskurven gehörigen Parameter faßt Tab.5.4 zusammen.

	T <sub>c</sub>	$\Delta^*(0)/k_B T_c$	$R_{SG0}$	$a/2\lambda_{y0}$	$\left(\lambda_{z0}/\lambda_{J0}\right)^2$	λ(0)	$\lambda_{J0}$	$J_{cJ}(0)$
	[K]		$[m\Omega]$			[µm]	[µm]	$[A/cm^2]$
YBs09	88,9	0,867	4,17	18,84	$1,02 \cdot 10^{-3}$	0,39	4,70	1183,8
YBs10	90,5	0,695	2,87	5,24	$8,21 \cdot 10^{-4}$	1,12	5,23	955,7

Tab.5.4. Parameter der Anpassungskurven zu den Messungen an der Probe YBs09 in Fig.5.9 und Fig.5.10 sowie an der Probe YBs10 in Fig.5.11 und Fig.5.12. Mit  $\lambda_{y0} \approx 0,5 \ \mu m$  [59] entsprechen die Angaben zur relativen Korngröße  $a/2\lambda_{y0}$  in etwa den Absolutwerten in  $\mu m$ . Die aus der Kopplungsstärke der Korngrenzen mit  $\lambda_{z0} = 0,15 \ \mu m$  berechnete Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_{J0}$  kann nach  $Gl.(2.51)^{21}$  in die kritische Josephson-Stromdichte  $J_{cJ}(0)$  umgerechnet werden. Die mittlere Eindringtiefe  $\lambda(0)$  bei T = 0 folgt nach Gl.(2.56) aus der Kopplungsstärke und der relativen Korngröße.

Wie anhand der Insets in Fig.5.10 und Fig.5.12 zu erkennen, ergeben die Werte für den Parameter  $\Delta^*(0)/k_BT_c$  den typischen, oberhalb von  $T_c/4$  in etwa linearen Temperaturverlauf des kritischen Josephson-Stroms von Großwinkel-Korngrenzen in YBCO [62, 64, 179], so daß dieses Resultat der Anpassungen plausibel erscheint.

Für die Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_{J0}$  liefern die Anpassungen bei guten Übereinstimmungen der relativen Korngrößen mit den Angaben in Tab.3.3 zu den Ergebnissen der

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Die Grenzflächendicke d kann gegen  $\lambda_{y0}$  vernachlässigt werden.

Probencharakterisierungen<sup>22</sup> bei beiden Sinterproben Werte um 5µm, aus denen kritische Josephson-Stromdichten um 1 kA/cm<sup>2</sup> folgen, wie sie für Großwinkel-Korngrenzen bekannt sind [62, 180].<sup>23</sup>

Vergleicht man vor dem Hintergrund dieser Erkenntnis den Restwiderstand R<sub>SG0</sub> der beiden Vollmaterialproben, so überrascht es, daß dieser bei dem Material mit der geringeren Korngrenzendichte 1/a den deutlich größeren Wert aufweist. Eine Auswertung nach Gl.(2.62)<sup>24</sup> mit den Parametern  $\lambda_{J0}$  und a aus Tab.5.4 ergibt, daß das Produkt d $\cdot \sigma_{G1}$  der beiden nicht aus Messungen abzuleitenden Größen, die in R<sub>SG0</sub> eingehen, für die Proben YBs09 und YBs10 ein Verhältnis von ca. 7 annehmen muß. Mit  $\sigma_{G1} = d / \rho_N$  und dem Zusammenhang zwischen dem spezifischen Korngrenzenwiderstand  $\rho_N$  und der kritischen Josephson-Stromdichte aus Gl.(2.58) bedeutet dies, daß die Grenzflächendicke d bei dem gesinterten Material von YBs09 weniger als dreimal so groß sein sollte wie bei der feinkörnigeren Probe YBs10, was angesichts des unterschiedlichen Sinterprozesses durchaus glaubhaft erscheint. Doch kann die Korngrenzenleitfähigkeit  $\sigma_{G1}$  auch abweichend von den kritischen Stromdichten und dem Zusammenhang aus Gl.(2.58) eine Rolle spielen; denn zwar folgen alle experimentell ermittelten Daten dem durch Gl.(2.58) beschriebenen Trend, aber dabei wird eine Streuung um gut zwei Größenordnungen in der kritischen Stromdichte festgestellt, wie z.B. die Zusammenstellung in [181] verdeutlicht. Diese Streuung der Daten ist auf die unterschiedlichen Qualitäten der Grenzflächen zurückzuführen. In jedem Fall zeigen die Ergebnisse an den Proben YBs09 und YBs10, daß nicht nur die Dichte der Korngrenzen, sondern auch ihre mikroskopische Beschaffenheit den HF-Restwiderstand bestimmen.

Festzuhalten bleibt, daß bei den untersuchten granularen YBCO-Proben erstmals zugleich die Temperaturabhängigkeiten von Realteil und Imaginärteil der Oberflächenimpedanz mit einem Korngrenzenmodell beschrieben werden konnten. Für die wenigen zur Anpassung zur Verfügung stehenden Parameter ergeben sich dabei plausible Werte. Damit hat sich das Korngrenzenmodell als tauglich erwiesen, und die gesinterten Proben können als Modellmaterial für extrinsisch dominiertes HF-Verhalten aufgefaßt werden.

#### 5.1.3 Extrinsische Beiträge zur Oberflächenimpedanz von Dünnschichtproben

Inwieweit extrinsische Beiträge auch bei der Oberflächenimpedanz von heteroepitaktischen YBCO-Dünnschichten auf einkristallinen Substraten eine Rolle spielen, soll im folgenden untersucht werden. Dazu wird zunächst auf die erforderlichen Verallgemeinerungen des Korngrenzenmodells eingegangen, die berücksichtigt werden müssen, damit eine Anwendung des Modells zur Beschreibung der Auswirkungen von planaren Defekten in Dünnschichten möglich ist. Anschließend wird auf der Grundlage des erweiterten Korngrenzenmodells die temperaturabhängige Oberflächenimpedanz von Dünnschichten analysiert, deren Oberflächenwiderstand die Werte der in 5.1.1 betrachteten besten Proben deutlich übersteigt, so daß ein extrinsisch dominiertes HF-Verhalten naheliegt. Schließlich soll der Versuch unternommen werden, den Restwiderstand der besten YBCO-Filme, der in 5.1.1 als additive Konstante behandelt und von der

 $<sup>^{22}</sup>$  Nach den Ausführungen in Fußnote 20 ist diese Überprüfung des Anpassungsparameters  $a/2\lambda_{y0}$  wichtig für die Auswertung des Parameters  $(\lambda_{J0}/\lambda_{z0})^2$  im Hinblick auf die Josephson-Eindringtiefe und die kritische Josephson-Stromdichte.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Angemerkt sei an dieser Stelle, daß an Korngrenzen mit kritischen Stromdichten von 1 kA/cm<sup>2</sup> typischerweise  $J_{cJ}\rho_N$ -Produkte bestimmt werden, die viel kleiner sind als  $k_BT_c/q_e$  (vgl. z.B. die Datenzusammenstellung in [180]), so daß der Parameter  $\Delta^*(0) \approx k_BT_c$  hier nicht durch  $J_{cJ}\rho_N \cdot q_e$  gegeben ist.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> im LGL und für schwach koppelnde Korngrenzen

intrinsischen Beschreibung ausgeklammert wurde, mit Hilfe des Korngrenzenmodells zu erfassen.

## 5.1.3.1 Das Korngrenzenmodell für Dünnschichten

Wie die Probencharakterisierungen in 3.6.1.3.1 und 3.6.1.3.2 zeigen, haben typische strukturelle Einheiten der untersuchten heteroepitaktischen Dünnschichten Abmessungen von etwa 1 µm; genauere rastertunnelmikroskopische Analysen lassen Wachstumsspiralen mit Kantenlängen zwischen 0,1 µm und 1 µm erkennen. Das heißt, daß der relative Defektflächenabstand  $a/2\lambda_{y0}$  bei diesen Proben nicht mehr dem LGL entspricht. Auch die zweite für die Sinterproben zutreffende Vereinfachung, daß nämlich die Kopplung der Grenzflächen als schwach angesehen werden kann, sollte bei den Arten von planaren Defekten, die in YBCO-Filmen zu erwarten sind, wie etwa Antiphasengrenzen oder Kleinwinkel-Korngrenzen, nicht gegeben sein. Somit kann hier die Wurzel im Nenner des Grenzflächenbeitrags in Gl.(2.62) nicht wie in 5.1.2 vernachlässigt werden. Vielmehr gehen die Parameter  $\lambda_{z0}^2/\lambda_{J0}^2$  und  $a/2\lambda_{y0}$  in diesem Fall<sup>25</sup> auch bei Anpassungen an temperaturabhängige Meßdaten des Oberflächenwiderstands ein.

Bei Dünnschichten, deren Dicke d nicht viel größer ist als die Eindringtiefe, muß darüber hinaus die infolge der Reflexion am Substrat geänderte Feldverteilung berücksichtigt werden. Zur exakten Behandlung dieses Schichtdickeneffekts zusammen mit dem Defektflächeneinfluß müßte aus Gl.(2.50) und Gl.(2.52) mit der Randbedingung eines an der Film-Substat-Grenzfläche verschwindenden Feldes  $H_{\rm x}(z=d) = 0^{26}$  die zu Gl.(2.53) analoge Feldverteilung berechnet und mit dieser entsprechend der Behandlung in Anhang A1 der effektive Oberflächenwiderstand einer Dünnschicht mit extrinsischem Beitrag ermittelt werden. Vereinfachend kann jedoch auf beide Summanden des Oberflächenwiderstands im Korngrenzenmodell nach Gl.(2.62) die Schichtdickenkorrektur Gl.(2.91) angewendet werden. Wenn von Defektflächen auszugehen ist, die vom Substrat durchgehend bis zur Filmoberfläche reichen, so enthält der Korrekturfaktor für den extrinsischen Beitrag die effektive Josephson-Eindringtiefe nach Gl.(2.54), während der intrinsische Anteil im SGL mit der mittleren Eindringtiefe aus Gl.(2.56) und im LGL mit der intrinsischen Eindringtiefe in den Hyperbolfunktionen von Gl.(2.91) korrigiert wird. Sollte angesichts der erwarteten Form der Inhomogenitäten eine getrennte Behandlung beider Beiträge in Gl.(2.62) nicht sinnvoll erscheinen, so wird die mittlere Eindringtiefe aus Gl.(2.56) herangezogen. Diese ist auch für den gemäß Gl.(2.92) gegebenen Effektivwert der Eindringtiefe einer Dünnschicht mit planaren Defekten in dem bei Filmen relevanten SGL nach Gl.(2.56) maßgeblich.

Zur Überprüfung, ob die genannten Erweiterungen des Korngrenzenmodells den Verhältnissen bei epitaktischen, dünnen Schichten gerecht werden, eignen sich HF-Messungen an YBCO-Filmen auf einer technischen Keramik<sup>27</sup>, auf die eine nach dem ISD-Verfahren [181] abgeschiedene MgO-Pufferschicht aufgebracht ist, die die für das orientierte, Großwinkel-Korngrenzen vermeidende YBCO-Wachstum nötige biaxiale Textur vorgibt. Auf dem kolumnar gewachsenen Puffer mit lateralen Abmessungen der Säulenstruktur von etwa 0,1 µm bildet sich ein YBCO-Film mit 0,1 bis 0,3 µm breiten strukturellen Einheiten (vgl. Fig.5.13), die durch ein partielles Zusammenwachsen der auf

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> im Gegensatz zu den Verhältnissen beim Vollmaterial, bei dem die Kopplungsstärke und die relative Korngröße nach Gl.(5.5) bzw. Gl.(5.6) nicht in den Oberflächenwiderstand eingehen, sondern aus der Eindringtiefeänderung zu bestimmen sind

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> anstelle der zweiten Randbedingung in Gl.(2.52)

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Barium-Magnesium-Tantalat (BMT)

den MgO-Säulen ansetzenden YBCO-Inseln entstehen. Somit ist bei einer solchen Schicht der Fall des SGL gegeben. Aus dem induktiven Meßwert der kritischen Stromdichte von  $J_c(77K) = 0,1 \text{ MA/cm}^2$  läßt sich mit Gl.(2.51) darüber hinaus ableiten, daß auch die Kopplungsstärke  $(\lambda_{z0}/\lambda_{J0})^2$  im Nenner des extrinsischen Beitrags zum Oberflächenwiderstand von Gl.(2.62) bei der betrachteten Dünnschicht nicht vernachlässigbar ist.

Die Temperaturabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands eines 600nm dicken YBCO-Films auf einer ISD-Pufferschicht zeigt Fig.5.14 [176].<sup>28</sup> Da die Meßwerte weit



Fig.5.13. REM-Abbildung der Oberflächenmorphologie einer 600 nm dicken YBCO-Dünnschicht auf einem BMT-Substrat mit ISD-Puffer.

über denen der in 5.1.1 betrachteten Proben liegen<sup>29</sup>, kann davon ausgegangen werden, daß der extrinsische Beitrag zum effektiven Oberflächenwiderstand gegenüber dem intrinsischen Anteil dominiert.<sup>30</sup> Die zur Anpassung der Daten heranzuziehende Temperaturfunktion ergibt sich daher aus dem zweiten Summanden in Gl.(2.62) analog zu Gl.(5.5)<sup>31</sup> durch Einsetzen der Temperaturabhängigkeiten  $\lambda_{y,z}(T)$  gemäß Gl.(2.57) und  $\lambda_J(T) \propto [(1-t^4)^{1/2}/j(t)]^{1/2}$  gemäß Gl.(2.51) und Gl.(2.59) und mit der Ergänzung des Schichtdickenkorrekturfaktors nach Gl.(2.91). In diesen wird die temperaturabhängige effektive Josephson-Eindringtiefe aus Gl.(2.54) eingesetzt, da sich die infolge der Struktur der ISD-Pufferschicht entstehenden Defektflächen im wesentlichen bis an die Oberfläche des Supraleiters erstrecken.

Wie die Anpassungskurve in Fig.5.14 belegt, gelingt mit der so erhaltenen Funktion eine sehr gute Beschreibung der Meßergebnisse. Dabei liefert der im Vergleich zu den Werten des granularen Materials deutlich höhere Parameter  $\Delta^*(0) / k_B T_c$  einen Temperaturverlauf des kritischen Josephson-Stroms, wie er aus direkten Messungen für Kleinwinkel-Korngrenzen [64] oder auch für Antiphasengrenzen [65] bekannt ist. Dies Ergebnis erscheint plausibel, da sich zwischen den YBCO-Inseln, die auf den MgO-Säulen der ISD-Schicht ansetzen, gerade solche Arten von Defektflächen ausbilden. Die relative Korngröße  $a/2\lambda_{y0} = 0,1 \,\mu$ m, die aus der Anpassung folgt, entspricht den eingangs genannten Maßen der Mikrostruktur.<sup>32</sup> Aus der Kopplungsstärke  $(\lambda_{z0} / \lambda_{J0})^2 = 0,75$ , die die erwartete relativ starke Kopplung der Defektflächen bestätigt, ergibt sich eine kritische Josephson-Stromdichte  $J_{cJ}(0) = 0,9 \,$ MA/cm<sup>2</sup>, aus der sich mit dem Temperaturverlauf  $J_{cJ}(T) / J_{cJ}(0)$ 

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Die HF-Messung wurde von K. Irgmaier in einem dielektrischen Resonator bei 10,9 GHz durchgeführt. Die ISD-Pufferschicht hat R. Metzger hergestellt. Die Abscheidung der YBCO-Schicht erfolgte nach dem in 3.6.1.3.1 beschriebenen TCE-Verfahren.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> bei vergleichbaren Meßfrequenzen

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Zur Überprüfung der modellhaften Beschreibung des extrinsischen Beitrags durch das auf die Gegebenheiten bei Dünnschichten erweiterten Korngrenzenmodells erweist sich dieses YBCO-Material somit als besonders gut geeignet.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> hier jedoch mit Berücksichtigung des Nenners im zweiten Summanden von Gl.(2.62)

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Wie schon beim gesinterten Material, so scheinen auch hier insbesondere die jeweils kleinsten Kornabmessungen der Mikrostruktur für die HF-Eigenschaften relevant zu sein.

bei 77 K ein Wert von  $0,13 \text{ MA/cm}^2$  errechnet, der bemerkenswert gut mit dem induktiven Meßwert von  $0,1 \text{ MA/ cm}^2$  übereinstimmt.<sup>33</sup>



**Fig.5.14.** Beschreibung des temperaturabhängigen effektiven Oberflächenwiderstands eines 600 nm dicken YBCO-Films auf einem keramischen BMT-Substrats mit ISD-Pufferschicht, gemessen bei 10,9 GHz, in logarithmischer und linearer Auftragung. Die Werte der Anpassungsparameter stellt Tab.5.5 zusammen. Die aus der Anpassung resultierende Temperaturabhängigkeit des kritischen Josephson-Stroms wird im kleineren Inset gezeigt.

600nm	T <sub>c</sub>	$\Delta^*(0)/k_B T_c$	R <sub>SG0</sub>	$a/2\lambda_{y0}$	$\left(\lambda_{z0}/\lambda_{J0}\right)^2$	$\lambda_{ m J0}$	$J_{cJ}(0)$
YBCO	[K]		$[m\Omega]$	-		[µm]	$[MA/cm^{2}]$
Schicht	81,0	1,534	2,06	0,10	0,749	0,167	0,934

Tab.5.5. Parameter der Anpassungskurve in Fig.5.14.

Das Ergebnis der Anpassung bestätigt den ausgeführten Ansatz zur Beschreibung extrinsischer Beiträge zur Oberflächenimpedanz von dünnen YBCO-Schichten.

Über die hier vorgesehene Verwendung zur Erfassung von Abweichungen der Oberflächenimpedanz realer YBCO-Filme auf Einkristallsubstraten vom intrinsischen Verhalten hinaus bietet das Korngrenzenmodell für Dünnschichten somit ein Analyseinstrument für die Transporteigenschaften von YBCO-Schichten auf technischen Substraten, auf die sich mit der Entwicklung entsprechender Depositionsmethoden ein zunehmendes Interesse richtet.

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Zu beachten sind die unterschiedlichen Kriterien, die zur Bestimmung des kritischen Stroms verwendet werden; die induktive Messung ist auf ein Kriterium von 1 $\mu$ V/cm für das Spannungssignal der dritten Harmonischen kalibriert.

#### 5.1.3.2 Beschreibung der Oberflächenimpedanz von extrinsisch dominierten Dünnschichten

Eine den Meßwerten des effektiven Oberflächenwiderstands nach ebenfalls extrinsisch dominierte Dünnschicht, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht worden ist, stellt die Probe YBfGk2 dar, über deren Mikrostruktur jedoch keine vergleichbar detaillierten Kenntnisse vorliegen wie im Fall des oben analysierten YBCO-Films auf der ISD-Pufferschicht. Das für letztgenannten verwendete Korngrenzenmodell für Dünnschichten beschreibt auch die HF-Meßdaten der YBCO-Schicht YBfGk2 sehr gut, wie in Fig.5.15 für den effektiven Oberflächenwiderstand im TE<sub>011</sub>- und TE<sub>012</sub>-Mode und in Fig.5.16 für die effektive Eindringtiefeänderung dargestellt ist.

Fig.5.16 zeigt außerdem die Temperaturabhängigkeit der kritischen Josephson-Stromdichte, die aus dem Anpassungsparameter  $\Delta^*(0) / k_B T_c = 1,85$  resultiert und deren Verlauf wieder<sup>34</sup> auf Kleinwinkel-Korngrenzen [64] oder Antiphasengrenzen [65] hinweist. Zusammen mit dem aus der Defektflächenkopplung  $(\lambda_{z0}/\lambda_{J0})^2$  berechneten Wert J<sub>cl</sub>(0) = 1,1 MA/cm<sup>2</sup> ergibt sich bei T = 77 K eine kritische Stromdichte von 0,30 MA/cm<sup>2</sup>, die erstaunlich gut mit dem Resultat der direkten Messung im degradierten Gebiet der Dünnschicht, angegeben bei der Probencharakterisierung in Tab.3.4, übereinstimmt. Weiterhin folgt aus der Anpassung ein mittlerer Abstand der planaren Defekte von a = 0,1 · 2 $\lambda_{y0} \approx 0,1$  µm. Dieser Wert korrespondiert mit den typischen Ausdehnungen kleiner YBCO-Wachstumsinseln.<sup>35</sup>



**Fig.5.15.** Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands der Probe YBfGk2, gemessen im  $TE_{011}$ - und  $TE_{012}$ -Mode bei 14,6 GHz bzw. 17,3 GHz, mit dem Korngrenzenmodell für Dünnschichten. Im Inset ist die temperaturabhängige Änderung des effektiven Oberflächenwiderstands bei 17,3 GHz mit der zugehörigen Anpassungskurve in linearer Auftragung dargestellt. Die Anpassungsparameter faßt Tab.5.6 zusammen.

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> ebenso wie derjenige in Fig.5.14 (siehe oben)

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Angesichts der Verunreinigung des Substrats erscheint es plausibel, daß die in den degradierten Bereichen vorherrschenden YBCO-Inseln nur kleine Abmessungen erreichen.



**Fig.5.16.** Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der effektiven Eindringtiefeänderung der Dünnschicht YBfGk2 mit dem Korngrenzenmodell für Dünnschichten. Das Inset zeigt die aus dem Anpassungsparameter  $\Delta^*(0) / k_B T_c$  resultierende Temperaturabhängigkeit des kritischen Josephson-Stroms.

	T <sub>c</sub>	$\Delta^*(0)/k_B T_c$	$R_{SG0}$ [ $\Omega$ ]	$a/2\lambda_{y0}$	$\left(\lambda_{z0} / \lambda_{J0}\right)^2$	$\lambda_{ m J0}$	$J_{cJ}(0)$
	[K]		(17,3 GHz)			[µm]	$[MA/cm^2]$
YBfGk2	85,5	1,85	0,022	0,10	0,913	0,157	1,063

Tab.5.6. Zusammenstellung der Parameter der Anpassungen in Fig.5.15 und Fig.5.16 und der daraus abgeleiteten Größen  $\lambda_{J0}$  und  $J_{cJ}(0)$ . Als mittlere Eindringtiefe bei T = 0 errechnet sich im SGL nach Gl.(2.56) ein Wert von  $\lambda(0) = 0.52 \mu m$ .

#### 5.1.3.3 Zum Restwiderstand

Die vorangegangenen Betrachtungen haben gezeigt, daß die Restwiderstände von extrinsisch dominierten Proben mit Hilfe des Korngrenzenmodells aus 2.1.4 als Auswirkung von planaren Defekten verstanden werden können. Nach Fig.4.4 besteht zwischen dem Restwiderstand und dem Oberflächenwiderstand oberhalb der Sprungtemperatur eine Korrelation, die in etwa der Form  $R_{res} \sim (R_s(100K))^4$  folgt.<sup>36</sup> In diese

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Nach dem Korngrenzenmodell gilt laut Gl.(2.62) R<sub>res</sub> ~  $\lambda_J^{\ p} \sigma_{G1}$  mit p = 3 für schwach bzw. 4 für stark koppelnde Korngrenzen, so daß wegen  $\sigma_{G1} = d/\rho_N$  und  $\lambda_J \propto J_{cJ}^{-1/2} \propto \rho_N$  nach Gl.(2.51) bzw. Gl.(2.58) der Zusammenhang R<sub>res</sub> ~  $\rho_N^{\ p-1}$  zum spezifischen Kontaktwiderstand  $\rho_N$  besteht. Für T > T<sub>c</sub> hängt der Ober-flächenwiderstand nach den Ausführungen in 4.2.1.2 über R<sub>S</sub>(T>T<sub>c</sub>) ~ [ $\gamma \rho_p(T) + \rho_N/a$ ]<sup>1/2</sup> mit den Größen  $\gamma$  und  $\rho_N$  zusammen, die als Geometrie- oder Perkolationsfaktor die Strompfade verlängernde und leitende Querschnitte verringernde Wirkung bzw. den resistiven Beitrag durch die lokal erniedrigte, temperaturunabhängige Leitfähigkeit der Defektflächen beschreiben, wobei  $\rho_p(T) = \rho_{0p} + \alpha_p T$  den intrinsischen spezifischen Widerstand darstellt. Da die Daten in Fig.4.5 und Tab.4.1 verdeutlichen, daß der temperaturabhängige Anteil  $\gamma \rho_p(T)$  nicht gegenüber dem konstanten  $\rho_N/a$  vernachlässigt werden kann – in diesem Fall ergäbe sich unmittelbar der experimentell gefundene Zusammenhang R<sub>res</sub> ~  $\rho_N^2 \sim (R_S(T>T_c))^4$  (für p=3) – folgt aus der beobachteten Korrelation, daß die isolierende, durch  $\gamma$  beschriebene und die resistive, durch  $\rho_N$  ausgedrückte Wirkung der Defektflächen über  $\gamma \sim \rho_N/a$  miteinander verknüpft zu sein scheinen.

fügen sich auch die Daten der Dünnschichten YBfK2 und YBfR2 ein, für die die Temperaturabhängigkeiten der Oberflächenimpedanz in 5.1.1 auf der Basis der Modelle für intrinsische Supraleitung beschrieben werden konnten, so daß der Gedanke naheliegt, daß auch bei den Proben der höchsten Qualität der Restwiderstand<sup>37</sup> mit dem Korngrenzenmodell zu erfassen ist. Bestärkt wird dieser Ansatz durch das in 4.3.3 beobachtete nichtlineare Verhalten bei tiefen Temperaturen, das sowohl für das granulare Material als auch für die besten Dünnschichten qualitativ die gleiche Feldstärkeabhängigkeit des Restwiderstands ergibt.

Weitere Hinweise darauf, daß auch in epitaktischen Dünnschichten höchster Qualität planare Defekte vorliegen, die sich auf die Transporteigenschaften auswirken, liefern Untersuchungen zur effektiven Übergangstemperatur T<sub>c eff</sub> an einer Serie von YBCO-Filmen gleicher Herstellung mit variierter Schichtdicke. Die Abnahme der induktiven Meßwerte T<sub>c eff</sub> der Sprungtemperatur bei reduzierter Schichtdicke ist als Folge von thermisch aktiviertem Phasenschlupf [183] an Barrieren zu verstehen, deren Höhe<sup>38</sup> der Schichtdicke entspricht und die als Josephson-Kontakte mit resisti-Nebenschluß<sup>39</sup> vem aufgefaßt



**Fig.5.17.** Schichtdickenabhängige effektive Sprungtemperatur  $T_{c \, eff}$  diverser YBCO-Schichten. Details zu dem den Anpassungskurven zugrunde liegenden Modell sind in [184] beschrieben.

werden können. Dabei deuten die Parameter der in Fig.5.17 gezeigten Anpassungen auf der Basis dieses Modells auf einen mittleren Abstand der Barrieren, der grob in der Größenordnung von 0,1 µm liegt.

Als ein weiterer Beleg für den Einfluß von planaren Defekten lassen sich die Resultate von Mikrowellenmessungen an YBCO-Filmen mit Ca-Dotierung anführen [176, 177]. Im Bereich tiefer Temperaturen nimmt der Oberflächenwiderstand drastisch mit der erhöhten Ladungsträgerkonzentration infolge der Ca-Dotierung ab.<sup>40</sup> Die beobachtete Reduktion ist nicht mit den nach Gl.(2.33) oder Gl.(2.48) für intrinsische Supraleitung zu erwartenden Änderungen vereinbar. Vielmehr entspricht sie der durch Ca-Dotierung erreichten Zunahme der kritischen Stromdichte, die von  $Y_{1-y}Ca_yBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ -Bikristall-Korngrenzen bekannt ist [185]. Dies impliziert den Einfluß von Defektflächen, deren effektive Dicke d(n) von der Ladungsträgerkonzentration n abhängt (vgl. [185, 54]). Da die kritische Stromdichte J<sub>cJ</sub>(0) der Defektflächen exponentiell mit der bei erhöhter Ladungsträgerdichte abnehmenden Barrierenstärke d(n) anwächst, verringert sich in ent-

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> der in 5.1.1 als additive Konstante aus der Betrachtung herausgenommen wurde

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> wie bei dem verwendeten Korngrenzenmodell für Dünnschichten, dessen Ansatz ebenfalls von Defektflächen ausgeht, die sich vom Substrat bis zur Filmoberfläche erstrecken

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> nach dem sog. RSJ-Modell

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Bei einer Ca-Dotierung von 10% (5%) nimmt der extrapolierte Restwiderstand bzw. der bei  $0,2 T_c$  gemessene effektive Oberflächenwiderstand auf etwa 0,37 (0,59) bzw. 0,43 (0,61) des jeweiligen Wertes des undotierten Films ab [176].

sprechend starkem Maße auch der Restwiderstand  $R_{res} \propto \lambda_{J0}{}^{p} \sigma_{G1} \propto J_{cJ}(0)^{-(p-1)/2}$  nach dem Korngrenzenmodell gemäß Gl.(2.62), Gl.(2.51) und Gl.(2.58) mit p = 3 für schwache bzw. p = 4 für starke Kopplung der Defektflächen.

Der Tendenz zu höheren Restwiderständen bei geringerer Ladungsträgerkonzentration folgen die präparationsgleichen, aber unterschiedlich sauerstoffbeladenen Sinterproben YBs09 und YBs05. Unter den Dünnschichten, bei denen die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz in 5.1.1 mit den Modellen intrinsischer Supraleitung verstanden werden konnte, weisen ebenfalls die Proben mit dem geringeren Sauerstoffgehalt YBfR2 und YBfGk3 im Vergleich zu dem deutlich überdotierten YBCO-Film YBfK2 die höheren Restwiderstandswerte auf.

Im folgenden soll nun für die Meßergebnisse der Schichten YBfGk3 und YBfK2 eine Beschreibung gefunden werden, die den Restwiderstand als extrinsischen Beitrag nach dem Korngrenzenmodell für Dünnschichten berücksichtigt, nach der aber zugleich die Temperaturabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands gemäß 5.1.1 intrinsisch bestimmt bleibt.

Für die Daten der Probe YBfGk3 ist eine solche Simulation in Fig.5.18 dargestellt. Dabei wird für den intrinsischen Anteil die Anpassung nach dem Zweiflüssigkeitsmodell aus Fig.5.3 verwendet.<sup>41</sup> Damit der Korngrenzenbeitrag die Temperaturabhängigkeit nicht wesentlich beeinflußt, muß der Parameter  $\Delta^*(0) / k_B T_c$  möglichst groß gewählt werden; die gezeigte Kurve ist mit  $\Delta^*(0) / k_B T_c = 3,0 \approx \Delta_0(0) / k_B T_c$  berechnet worden.

Bei der Festlegung der Parameter a /  $2\lambda_{v0}$  und  $(\lambda_{z0}/\lambda_{J0})^2$  kommt der effektiven Eindringtiefeänderung eine wesentliche Bedeutung zu, die in 5.1.1 nach dem reinen Zweiflüssigkeitsmodell nicht zufriedenstellend angepaßt werden konnte. Wie aus den zwei Datensätzen in Tab.5.7 hervorgeht, die nach Fig.5.18 beide gute Übereinstimmungen mit den Meßdaten liefern, ist vor allem das Produkt aus der relativen Korngröße a/ $2\lambda_{v0}$  und der Kopplungsstärke  $(\lambda_{z0}/\lambda_{10})^2$  entscheidend, das im SGL die mittlere Eindringtiefe bestimmt, während die unterschiedlichen Rollen der beiden Parameter im Korngrenzenbeitrag zum effektiven Oberflächenwiderstand wegen des hinsichtlich der Temperaturabhängigkeit dominierenden intrinsischen Anteils von untergeordnetem Einfluß sind. Gegenüber der Anpassung nach dem reinen Zweiflüssigkeitsmodell<sup>42</sup> in Fig.5.3 führt der temperaturabhängige extrinsische Beitrag oberhalb von 65 K zu einer Verbesserung der Beschreibung der R<sub>Seff</sub>(T)-Meßwerte. Daß diese von den Anpassungskurven in Fig.5.18 oberhalb von 80 K etwas überstiegen werden, ist vermutlich auf die Vernachlässigung des Faktors  $(1 + \zeta)$  im intrinsischen Beitrag zum Oberflächenwiderstand zurückzuführen; nach Fig.A1.1 nimmt  $(1 + \zeta)$  mit schwächer werdender Korngrenzenkopplung  $[\lambda_{\rm z}({\rm T})/\lambda_{\rm I}({\rm T})]^2$  ab.

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Vernachlässigt wird also, daß in den Schichtdickenkorrekturfaktor des Beitrags  $R_{SK}$  der Körner genau genommen die mittlere Eindringtiefe nach Gl.(2.56) anstelle der intrinsischen London-Eindringtiefe eingehen müßte.

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> mit einem konstanten, additiven Restwiderstand



**Fig.5.18.** Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands und der effektiven Eindringtiefeänderung der Dünnschicht YBfGk3 unter Berücksichtigung des intrinsischen Beitrags nach dem Zweiflüssigkeitsmodell mit  $\lambda_L(0) = 0,15 \,\mu$ m und einer temperaturabhängigen Streurate wie in 5.1.1.1 sowie des extrinischen Beitrags nach dem Korngrenzenmodell für Dünnschichten mit zwei in Tab.5.7 zusammengestellten Parametersätzen. Zu den  $R_{S eff}$ -Daten sind außer der Summe auch die einzelnen Beiträge als Kurven dargestellt. Das Inset zeigt zu den  $\delta \lambda_{eff}(T)$ -Meßwerten den Temperaturverlauf nach dem Zweiflüssigkeitsmodell und die nach dem Korngrenzenmodell im SGL berechneten Kurven.

YBfGk3	T <sub>c</sub>	$\Delta^*(0)/k_B T_c$	$R_{SG0}$ [ $\Omega$ ]	$a/2\lambda_{y0}$	$\left(\lambda_{z0}/\lambda_{J0}\right)^2$	$\lambda_{ m J0}$	λ(0)
	[K]		(14,6 GHz)			[µm]	[µm]
a)	90,0	3,0	0,0015	0,36	0,85	0,163	0,310
b)	90,0	3,0	0,0011	1,0	0,3	0,274	0,324

Tab.5.7. Zusammenstellung der Parameter des extrinsischen Beitrags zum effektiven Oberflächenwiderstand sowie der effektiven Eindringtiefeänderung in den Simulationskurven in Fig.5.18. Außerdem sind die abgeleiteten Größen  $\lambda_{J0}$  und  $\lambda(0)$  angegeben. Letztere errechnet sich als die mittlere Eindringtiefe bei T = 0 im SGL nach Gl.(2.56).

Bei der Dünnschicht YBfK2 wird für den intrinsischen Anteil eine Berechnung nach dem d-Wellen-Modell aus Fig.5.6 mit  $\lambda_P = 180$  nm herangezogen. Dazu muß die Störstellenstreurate  $\Gamma_{imp}$  angehoben werden (vgl. Fig.5.8), damit der intrinsische Beitrag bei Temperaturen um 20K nicht zu groß ist, so daß entsprechend den Meßdaten unterhalb von 20K der nahezu konstante extrinsische Restwiderstand dominiert. Im Bereich des Plateaus zwischen 50 K und 70 K verläuft die nach dem d-Wellen-Modell berechnete Kurve deutlich unterhalb der gemessenen Werte des effektiven Oberflächenwiderstands. Daher sollte hier der extrinsische Beitrag schon mit der Temperatur angestiegen sein, was einen nicht allzu großen Wert für den Parameter  $\Delta^*(0)/k_BT_c$  impliziert. Für die Simulationsrechnung in Fig.5.19 wird dieser als  $\Delta^*(0)/k_BT_c = 1$  angenommen. Die

relative Korngröße ist nach den Angaben in 3.6.1.3.1 zur Ausdehnung typischer struktureller Einheiten des betrachteten YBCO-Films mit a /  $2\lambda_{y0} = 1$  anzusetzen. Angesichts der hohen Qualität der Probe YBfK2 wird schließlich eine relativ starke Defektflächenkopplung von  $(\lambda_{z0} / \lambda_{J0})^2 = 1$  verwendet.

Fig.5.19 zeigt, daß mit diesen Parametern eine sehr gute Beschreibung der Meßergebnisse zum effektiven Oberflächenwiderstand und zur effektiven Eindringtiefeänderung der Dünnschicht YBfK2 gelingt. Als mittlere Eindringtiefe im SGL nach Gl.(2.56) resultiert ein Wert von  $\lambda(0) = 0,21 \,\mu$ m, der einen Hinweis darauf gibt, warum in Fig.5.1 und Fig.5.6 die mit Eindringtiefewerten über 0,2  $\mu$ m bei T = 0 berechneten Kurven gute Übereinstimmungen mit den Meßdaten ergeben, obwohl nach der Sauerstoffbeladung eine kleinere Eindringtiefe zu erwarten ist.



**Fig.5.19.** Beschreibung der Meßdaten des effektiven Oberflächenwiderstands und der effektiven Eindringtiefeänderung der Dünnschicht YBfK2 in Abhängigkeit von der Temperatur gemäß dem Korngrenzenmodell für Dünnschichten. Für das intrinsische Verhalten (gestrichelte Linien) werden zwei Berechnungen nach dem d-Wellen-Modell mit unterschiedlicher Störstellenstreurate verwendet, deren Parameter in der Legende bzw. in 5.1.1.3 angegeben sind. Der Korngrenzenbeitrag, dargestellt als dünne, rote Linie, ist mit den in der Legende angegebenen Parametern sowie mit den festgelegten Größen  $T_c = 88K$ ,  $R_{SG0} = 35\mu\Omega$  und  $\lambda_{z0} = 0,15\mu$ m simuliert worden. Mit denselben Werten berechnet sich die im Inset mit den Meßdaten verglichene effektive mittlere Eindringtiefeänderung im SGL.

Nach den vorangegangenen Ausführungen kann die temperaturabhängige Oberflächenimpedanz auch bei den intrinsisch dominierten Proben vollständig<sup>43</sup> durch das Korngrenzenmodell für Dünnschichten beschrieben werden. Dabei bestimmt der Korngrenzenbeitrag den Restwiderstand und trägt darüber hinaus nahe der Übergangstemperatur, insbesondere auch um die anwendungsrelevante Temperatur von 77 K, nennenswert zum

 $<sup>^{\</sup>rm 43}$  d.h. insbesondere ohne Abzug einer additiven Konstante  $R_{\rm res}$ 

effektiven Oberflächenwiderstand bei. Außerdem erhöht der Defektflächeneinfluß die mittlere Eindringtiefe.

Während die Materialkenngrößen, d.h. die relative Korngröße  $a/2\lambda_{y0}$  und die Kopplungsstärke  $\lambda_{z0}^2/\lambda_{J0}^2$ , in plausibler Weise mit der Charakterisierung zur Materialqualität in Verbindung stehen, verbleibt in bezug auf die analysierten intrinsisch dominierten Dünnschichten noch eine gewisse Unklarheit über typische Werte des Parameters  $\Delta^*(0)/k_BT_c$ , der die Temperaturabhängigkeit des kritischen Josephson-Stroms festlegt.<sup>44</sup>

Da mit Hilfe des Korngrenzenmodells die relevanten Materialkenngrößen identifiziert werden können, liefert die vorgeschlagene Beschreibung wichtige Hinweise zur Optimierung des Materials. Potential für weitere Verbesserungen der Modellierung bietet die Einbeziehung des Korngrenzenmodells in die numerische Berechnung der intrinsischen Oberflächenimpedanz von d- und s-Wellen-Supraleitern zur Simulation von Meßdaten, bei der auch der Vorfaktor  $(1 + \zeta)$  vor dem intrinsischen Beitrag berücksichtigt werden kann.

## 5.2 Nichtlineares Verhalten der Oberflächenimpedanz von YBCO

Nach den ausführlichen Analysen der feldstärkeabhängigen Meßergebnisse im vorangegangenen Kapitel 4 soll hier nur noch ein Vergleich der empirischen Befunde mit den in 2.1.5 beschriebenen Mechanismen nichtlinearen Verhaltens vorgenommen werden. Hierbei wird zuerst auf den funktionalen Zusammenhang zwischen der Oberflächenimpedanz und der HF-Feldstärke abgestellt. Weiterhin eignet sich der in Gl.(2.63) eingeführte, dimensionslose Parameter  $r_H$ , der die reaktive und die resistive Änderung der Oberflächenimpedanz ins Verhältnis setzt, zur Einordnung nichtlinearer Mechanismen. Außerdem müssen die beobachteten Feldstärkeskalen einbezogen werden.

Da die diskontinuierliche Nichtlinearität der schmelztexturierten Probe YBtK6 bereits in 4.3.4 mit dem Auftreten von dynamischer Flußquantisierung, wie es an Josephson-Kontakten mit resistivem Nebenschluß bei erhöhten Stromdichten bzw. Feldstärken beobachtet werden kann, in Verbindung gebracht worden ist, und auch die nichtmonotone, frequenzabhängige Feldstärkeabhängigkeit in den TE<sub>01p</sub>-Modes der makroskopisch inhomogenen Probe YBfR1 Züge dieses Mechanismus' aufweist, soll hier nur auf das universelle Skalenverhalten eingegangen werden, das die nicht von ausgedehnten Inhomogenitäten gekennzeichneten YBCO-Proben auszeichnet.

Obwohl die nach Gl.(2.69) vorhergesagte Proportionalität der Oberflächenwiderstandsänderung zur Feldstärke in etwa den Beobachtungen entspricht, kann das in 2.1.5.2 beschriebene intrinsische nichtlineare Verhalten eines d-Wellen-Supraleiters schnell als ursächlicher Mechanismus ausgeschlossen werden, denn die Feldstärkeskalen in der Größenordnung des thermodynamischen kritischen Feldes übersteigen bei weitem die bei der Analyse des Skalenverhaltens festgestellten Werte in Fig.4.25. Außerdem errechnet sich aus Gl.(2.70) für den  $r_H$ -Parameter zu dieser Nichtlinearität mit einer Energielücke von  $\Delta_0 \approx 20$ meV (vgl. 5.1.1.3) und  $\Gamma_{imp} = 0.275$ meV aus Fig.5.19 ein Wert von  $r_H \approx 170$ ,

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Diese hat möglicherweise damit zu tun, daß als Defektflächen bei den besten epitaktischen YBCO-Filmen sowohl Antiphasengrenzen als auch Dreh-Kipp-Kleinwinkel-Korngrenzen zwischen Wachstumsspiralen in Betracht kommen, wobei letzteren bei sehr kleinen Fehlorientierungswinkeln eine andere Temperaturabhängigkeit des kritischen Stroms zukommt [186], als sie Antiphasengrenzen [65, 186] und Kleinwinkel-Korngrenzen mit etwas größeren Fehlorientierungswinkeln [64] zeigen.

eindeutig widerspricht.

der die in Fig.5.20 dargestellten Ergebnisse an den untersuchten Proben um mehr als eine Größenordnung übersteigt. Für das in 2.1.5.1 dargelegte intrinsische nichtlineare Verhalten eines konventionellen Supraleiters kommt als Ausschlußkriterium zu den in ähnlicher Weise zutreffenden Argumenten gegen die Relevanz der intrinsischen d-Wellen-Nichtlinearität noch die von einer quadratischen Feldabhängigkeit deutlich abweichende Form des gemessenen nichtlinearen Verhaltens hinzu.

Dieser Einwand zielt auch gegen alle in 2.1.5.3 genannten nichtlinearen Mechanismen, die mit der Annäherung an ein lokal reduziertes kritisches Feld einen in der Feldstärke quadratischen Anstieg der Oberflächenimpedanz ergeben, auch wenn die in diesen Modellen zu erwartenden Feldstärkeskalen und die  $r_H$ -Parameter mit den Beobachtungen kompatibel sind.

Liegt also auch dem Skalenverhalten eine dynamische Flußquantisierung an den nach 5.1.3.3 bei tiefen Temperaturen die HF-Eigenschaften aller Proben bestimmenden Defektflächen zugrunde? Da keine Feldstärke  $H_{cJ(1)}$  in den Meßergebnissen aufzufinden ist, an der ein deutlicher Sprung im Oberflächenwiderstand zu erkennen wäre, müßte davon ausgegangen werden, daß die relevanten planaren Defekte eine weite Verteilung von Kopplungsstärken und somit von ersten kritischen Josephson-Feldstärken  $H_{cJ(1)}$ aufweisen, die bereits bei sehr kleinen Werten beginnen sollte, was freilich nach den Analysen des linearen Verhaltens mit den dort festgestellten, teilweise durchaus recht starken Defektflächenkopplungen wenig plausibel erscheint. Immerhin könnte eine solche Verteilung die bei den höheren kritischen Josephson-Feldstärken  $H_{cJ(i)}$  auftretenden kleineren Sprünge des Oberflächenwiderstands soweit verwaschen, daß nur das in 4.3.3.1 beschriebene Mäandern um eine monoton ansteigende Trendlinie verbleibt. Der Übergang der Josephson-Kontakte mit resistivem Nebenschlußkanal in ein normalleitendes Verhalten führt nach Gl.(2.82) und Gl.(2.83) zu einem nicht von der Frequenz abhängenden Parameter  $r_{H}$ . Dies wird von den Daten in Fig.5.20 zumindest nicht widerlegt. Wesentlich gegen dieses Szenario spricht aber, daß nach Gl.(2.83) mit wachsender Feldstärke die Absorption in steigendem Maße von normalleitenden Defektflächen bestimmt wird und somit die Änderung des Oberflächenwiderstands mit der Feldstärke in eine zu  $f^{1/2}$  proportionale Abhängigkeit übergehen sollte, was den Daten in Fig.4.24

Als weiterer nichtlinearer Mechanismus kommt das aus der Feldabhängigkeit des kritischen Josephson-Stroms resultierende lineare Ansteigen der Oberflächenimpedanz mit der Feldstärke gemäß dem Korngrenzenmodell in Betracht. Dieses wird nach Gl.(2.73) und Gl.(2.74) von Feldstärkeskalen gegeben, die mit denen des beobachteten Skalenverhaltens gut vereinbar sind. Nach Gl.(2.76) läßt sich darüber hinaus verstehen, warum nach den Meßergebnissen zwischen dem feldstärkeabhängigen Anstieg  $\alpha_R$  und dem Restwiderstand zwar eine grobe Korrelation, aber kein direkter Zusammenhang besteht. Zudem entspricht die Frequenzabhängigkeit des Parameters  $r_H$  nach Gl.(2.77) im wesentlichen den Daten in Fig.5.20. Errechnet man für die granulare Probe YBs09 aus den Angaben in Tab.5.4 nach Gl.(2.77) den für diesen nichtlinearen Mechanismus zu erwartenden Parameters  $r_H$ , so ergibt sich mit  $r_H = 1,44$  ein Wert, der erstaunlich gut mit den zwischen 0,97 und 1,24 streuenden Daten aus Fig.5.20 übereinstimmt. Für den YBCO-Film YBfK2 hingegen besteht zwischen dem experimentellen Wert, der deutlich unter 10 liegt, und dem aus den Größen in Fig.5.19 ermittelten  $r_H = 73,0$  eine große Diskrepanz, die möglicherweise auf die bei einer intrinsisch dominierten Probe weniger eindeutig festgelegten Parameter aus dem Korngrenzenmodell zurückzuführen ist.

Schließlich kommt noch eine auf der viskosen Bewegung von Flußschläuchen beruhende Nichtlinearität in Frage. Diese führt nach Gl.(2.87) nämlich genau zu einer dem Skalenverhalten entsprechenden Feldstärkeabhängigkeit. Außerdem wird die vorhergesagte Frequenzabhängigkeit  $r_H(f) \propto f^{-1}$  den Meßdaten in Fig.5.20 gerecht. Auch scheinen Absolutwerte zwischen 1 und 10 für den Parameter  $r_H$  nach Gl.(2.86) durchaus plausibel zu sein angesichts typischer Werte für die Pinning-Konstante  $\alpha_F$  und die Viskosität  $\eta_F$  in YBCO [187]. Doch besteht ohne weiteres kein Grund für die Annahme, daß Flußschlauchsegmente in einer Probe, die nur sehr kleinen Magnetfeldern ausgesetzt ist, überhaupt vorhanden sind.



**Fig.5.20.** Darstellung des Parameters  $r_H$  aller auf das Skalenverhalten untersuchten Proben in Abhängigkeit von der Frequenz. Sofern vorhanden, werden bei der Berechnung von  $r_H$  die Ergebnisse zur Eindringtiefe bei tiefen Temperaturen aus 5.1 herangezogen; die verwendeten Werte sind in der Legende angegeben. Zur Orientierung ist die bei einigen nichtlinearen Mechanismen zu erwartende Frequenzabhängigkeit  $r_H \propto f^{-1}$  als strichpunktierte Linie eingezeichnet.

Berücksichtigt man das Ergebnis der VPSA, genauer der Analyse des Einschwingvorgangs, an der Dünnschicht YBfKARL18, dem zufolge zunächst eher ein quadratisches Anwachsen der Oberflächenimpedanz mit der Feldstärke vorliegt (vgl. 4.4.4.3), bevor sich nach einer Dauer von  $t_s \sim 0.1$  ms in der Größenordnung der Einschwingzeit die Nichtlinearität zeigt, der das Skalenverhalten entspricht, so ergibt sich folgendes Bild: Da die Zeitskala von  $t_s$  nicht mit den viel kürzeren Zeitkonstanten, die elektrodynamische Effekte wie etwa die Nukleation von Flußschläuchen bestimmen, vereinbar ist, liegt es nahe, auf einen thermischen Effekt zu schließen, der von lokaler Natur sein muß, wie die VPSA-Untersuchungen zu globalen thermischen Einflüssen in 4.4.1 und auch der mit dem quadratischen Anstieg der Oberflächenimpedanz verknüpfte Parameter  $r_H = 2,15$ 

schlußfolgern lassen. Offenbar bildet sich in der Zeit t<sub>s</sub> ein thermisches Gleichgewicht zwischen Stellen an planaren Defekten, an denen infolge der hohen lokalen HF-Dissipation eine starke Erwärmung stattfindet, und ihrer Umgebung aus. Wird die HF-Leistung durch kurze Einschwingzeiten viel schneller beaufschlagt, als daß sich das Gleichgewicht einstellen könnte, so verteilen sich in der Gegend der stark dissipierenden Stellen lediglich die HF-Strompfade um, ohne daß damit eine wesentliche Erhöhung der gesamten Absorption der Probe einherginge. Gleichzeitig weitet sich aber durch die ansteigende Stromdichte am Rand der Defektstelle der Bereich starker Dissipation entlang der planaren Inhomogenität aus, bis es schließlich, etwa beim Zusammenschluß der Dissipationsstellen, zum sog. HF-Zusammenbruch kommt, d.h. zu einem drastischen Antieg des Oberflächenwiderstands, der sogar mit einem lokalen Aufschmelzen des Materials verbunden sein kann [188].

Ein langsames Beaufschlagen der HF-Leistung bei Einschwingzeiten, die mit der Dauer  $t_s$  vergleichbar sind, führt hingegen zu einer gleichmäßigeren Erwärmung der Defektstelle, die den Oberflächenwiderstand und die Eindringtiefe vergrößert, so daß der dem Skalenverhalten entsprechende Verlauf deutlich über dem des quadratischen Verhaltens liegt (vgl. Fig.4.42). Ob hierbei als Ursache für die beobachtete Proportionalität der Oberflächenimpedanz zur HF-Stromdichte das Auftreten von thermisch unterstütztem Phasenschlupf [189] oder von Flußquantisierung an der erwärmten Defektfläche eine Rolle spielt, ist an dieser Stelle noch nicht zu klären.

Im Rahmen dieser Arbeit ist ein Meßsystem erstellt und umfangreich charakterisiert worden, das die Bestimmung des Oberflächenwiderstands und der Eindringtiefeänderung von Tief- und Hochtemperatur-Supraleitern in Abhängigkeit von der Temperatur und von der Hochfrequenz-Feldstärke gleichzeitig bei bis zu acht Frequenzen im Mikrowellenbereich ermöglicht. Die untersuchten YBCO-Proben mit sehr unterschiedlichen Materialbeschaffenheiten zeigen ein qualitativ und quantitativ verschiedenartiges lineares Verhalten, während hingegen das nichtlineare Verhalten aller makroskopisch homogenen Proben nur quantitativ differiert und durch eine Skalierung sogar auf einen gemeinsamen Verlauf zurückgeführt werden kann.

Mit der neu eingeführten Meßmethode der verstimmungsabhängigen Pulssequenzanalyse können Hinweise darauf gefunden werden, daß die beobachtete universelle Nichtlinearität sich erst während der langsamen Beaufschlagung der Feldstärke ausbildet und daß das nichtlineare Verhalten zunächst eine abweichende Form aufweist. Darüber hinaus läßt sich der thermische Einfluß durch eine globale Erwärmung infolge der Hochfrequenzdissipation untersuchen und quantifizieren und außerdem die Resonanzfrequenzverschiebung mit zunehmender Hochfrequenzleistung direkt beobachten und in die feldstärkeabhängige Eindringtiefeänderung umrechnen.

Zur Beschreibung der gemessenen Temperaturabhängigkeiten der Oberflächenimpedanz verschiedener Materialqualitäten wird ein erweitertes Korngrenzenmodell vorgestellt, das nicht nur den Gegebenheiten von granularem und polykristallinem Material, sondern auch den besonderen planaren Defekten, die in epitaktischen YBCO-Filmen vorkommen, gerecht wird. Da dieses die intrinsischen und extrinsischen Beiträge zum Oberflächen-widerstand und zur Eindringtiefe zusammenführt, gelingt es auf dieser Basis, alle Meßergebnisse im linearen Regime zu simulieren und hieraus die relevanten Parameter zu bestimmen, die dem reinen Supraleiter bzw. dem realen, defektbehafteten Material zuzuordnen sind.

Kernstück des Meßsystems ist ein Niob-Hohlraumresonator, in den die zu untersuchende Probe als thermisch entkoppelte Endplatte eingesetzt wird, so daß die Anordnung ohne ein Dielektrikum und ohne die Notwendigkeit zur Strukturierung auskommt. Die Probentemperatur kann zwischen 5 K und 150 K variiert werden. Verstellbare Koppelelemente und eine Eingangsleistung von maximal 40 dBm ermöglichen Wechselfeldamplituden bis zu 40 mT im Resonator. Der zugängliche Frequenzbereich liegt zwischen 9 GHz und 20 GHz.

Der untersuchte YBCO-Probensatz umfaßt verschiedene gesinterte und eine schmelztexturierte Vollmaterialprobe mit gut charakterisierter Mikrostruktur sowie diverse epitaktische Dünnschichten von teils sehr guter, teils mäßiger Qualität, die mittels reaktiven thermischen Koverdampfens oder nach dem Verfahren des invertierten zylindrischen Magnetronsputterns hergestellt wurden.

Messungen nach der Sweep- und der Dekrementmethode erlauben eine fünf Größenordnungen umfassende Dynamik in der Bestimmung des Oberflächenwiderstands, so daß sowohl der Restwiderstand von YBCO-Dünnschichten höchster Qualität als auch die Werte aller Probenqualitäten im normalleitenden Bereich präzise gemessen werden können. Die automatische Meßsteuerung nimmt außer der Resonatorgüte, aus der der

Oberflächenwiderstand zu ermitteln ist, gleichzeitig in allen verfügbaren Moden, d.h. bei mehreren Meßfrequenzen, die Frequenzverschiebung zur Bestimmung der Eindringtiefeänderung und bei entsprechender Kontaktierung der Probe auch den Gleichstromwiderstand in Abhängigkeit von der Temperatur auf. Der große Umfang der Daten ist erforderlich, um belastbare Aussagen über die Gültigkeit von Modellen zu erhalten, in die freie, also nicht von vornherein oder über zusätzliche Charakterisierungen festgelegte, Parameter eingehen.

Die Analyse der temperaturabhängigen Meßergebnisse, die für die verschiedenen Materialqualitäten sowohl den Absolutwerten als auch den Verläufen nach sehr unterschiedlich ausfallen, ergibt, daß die Daten aller Proben gut mit einem erweiterten Korngrenzenmodell verstanden werden können. Dieses berücksichtigt zum einen das intrinsische Verhalten des defektfreien Supraleiters, dargestellt durch das Zweiflüssigkeitsmodell oder durch Modelle der Hochfrequenz-Supraleitung mit einem s- oder d-Wellen-Paarzustand. Zum anderen gehen die Auswirkungen von planaren Defekten ein, die durch drei den extrinsischen Anteil kennzeichnende Parameter beschrieben werden, nämlich die auf die Eindringtiefe parallel zur Oberfläche bezogene Korn- oder Domänengröße, die Kopplungsstärke der Defektfläche, die deren kritische Josephson-Stromdichte bestimmt, und eine Größe, die mit der Temperaturabhängigkeit dieser Stromdichte in Verbindung steht.

Bei Dünnschichtproben der höchsten Qualität kommt der extrinsische Beitrag vor allem in Form des Restwiderstands bei tiefen Temperaturen zur Geltung, während die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenimpedanz vorwiegend durch intrinsische Größen wie die Energielücke und die Streurate festgelegt wird. Diese zeigt unterhalb der Sprungtemperatur eine in etwa exponentielle Temperaturabhängigkeit, die als Folge von Quasiteilchen-Quasiteilchen-Umklappstreuung in einem d-Wellen-Szenario verstanden werden kann. Die temperaturabhängige Oberflächenimpedanz von granularem Vollmaterial und Dünnschichten minderer Qualität wird vollständig extrinsisch dominiert. Die Analyse nach dem Korngrenzenmodell liefert die Materialparameter, d.h. den mittleren Defektflächenabstand und die aus der Kopplungsstärke resultierende, temperaturabhängige kritische Josephson-Stromdichte, die sehr gut mit entsprechenden Charakterisierungen, wenn solche vorliegen, übereinstimmen.

Da das erweiterte Korngrenzenmodell die Oberflächenimpedanz mit Kenngrößen wie dem kritischen Josephson-Strom und der Größe typischer struktureller Einheiten in Verbindung bringt, steht damit ein Analyseinstrument zur Verfügung, mit dem sich Hochfrequenzmessungen zur allgemeinen Charakterisierung der Transporteigenschaften insbesondere von Hochtemperatur-Supraleiterschichten auf technischen Substraten empfehlen. In jedem Fall führt das erweiterte Korngrenzenmodell zu einem Verständnis der Rolle, die planare Inhomogenitäten für die Oberflächenimpedanz von YBCO spielen.

Zur Ermittlung der Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands hat sich als das geeignete Vorgehen die Aufnahme von Abklingkurven in der Zeitdomäne bei variierter Eingangsleistung erwiesen. Durch numerisches Differenzieren kann zu jeder Signalhöhe die zugehörige Abklingkonstante bzw. reziproke Güte bestimmt und hieraus, basierend auf der analytisch zugänglichen Feldverteilung auf der Probenoberfläche, der feldstärkeabhängige Oberflächenwiderstand unabhängig von der Meßanordnung errechnet werden. Als neuartige Methode wird die verstimmungsabhängige Pulssequenzanalyse (VPSA) vorgestellt. Sie kombiniert die Vorzüge von Messungen in der Zeitdomäne, nämlich den minimierten Wärmeeintrag, und der Frequenzdomäne, die Information über Verschiebungen der Resonanzfrequenz. Somit ist eine direkte Bestimmung des dimensionslosen

Parameters  $r_H$  möglich, der die feldstärkeabhängige Änderung der Oberflächenreaktanz und des Oberflächenwiderstands ins Verhältnis setzt und zur Unterscheidung nichtlinearer Mechanismen dient. Außerdem besteht mit den verstimmungsabhängigen Daten des transmittierten Signals im eingeschwungenen Zustand, die der nichtlinearen Resonanzkurve folgen, eine zweite von der Analyse des Abklingens völlig unabhängige Methode zur Ermittlung der Feldstärkeabhängigkeit des Oberflächenwiderstands. Da auch im Einschwingvorgang Informationen über das nichtlineare Verhalten enthalten sind, können diese mit den Analysen des eingeschwungenen Zustands verglichen werden. Darüber hinaus erlaubt die VPSA durch Variation der Einzelpulslänge und Vergleich des Abklingens von aufeinanderfolgenden Pulsantwortsignalen Untersuchungen zum thermischen Einfluß, d.h. zu den Auswirkungen einer globalen, durch die Hochfrequenzabsorption verursachten Erwärmung.

Im Hinblick auf die Feldstärkeabhängigkeit bei tiefen Temperaturen wird materialübergreifend ein allgemeines Skalenverhalten gefunden, in das sich alle untersuchten Proben, vom granularen Vollmaterial bis zur besten epitaktischen Dünnschicht, und auch Meßdaten aus anderer Quelle einordnen, das aber noch nicht eindeutig einem nichtlinearen Mechanismus zugeordnet werden kann. Das Skalenverhalten entspricht einem linearen Anwachsen der Oberflächenimpedanz mit der Hochfrequenz-Stromdichte. Von den Skalenfaktoren und aus dem Ergebnis der Untersuchung des linearen Verhaltens, dem zufolge der Oberflächenwiderstand bei tiefen Temperaturen durch den Einfluß planarer Defekte dominiert ist, kann auf einen extrinsischen Ursprung dieser Nichtlinearität geschlossen werden.

Ausgenommen von diesen Beobachtungen sind lediglich die Proben mit ausgedehnten Defekten. Diese entsprechen dem nichtlinearen Verhalten, das durch dynamische Flußquantisierung an Josephson-Kontakten mit resistivem Nebenschluß verursacht wird.

Aus der Analyse des Einschwingvorgangs ergeben sich Hinweise darauf, daß anstelle des zur Stromdichte proportionalen zunächst ein anderes nichtlineares Verhalten mit einer eher quadratischen Feldstärkeabhängigkeit der Oberflächenimpedanz vorliegt. Dabei zu beachten ist die sehr hohe Güte, die der Resonator angesichts seiner Geometrie und der geringen Verluste in den supraleitenden Niobwänden erreichen und die Werte bis zu  $2 \cdot 10^7$  annehmen kann. Diese bedingt ein relativ langsames Einschwingen, so daß die Beaufschlagung der maximalen Feldstärke bei Messungen mit hoher Eingangsleistung wesentlich länger dauert als in den bislang zu feldstärkeabhängigen Messungen verwendeten Resonatoranordnungen.

Das Volumen des Festkörpers schuf Gott,

seine Oberfläche wurde vom Teufel gemacht.

Wolfgang Pauli

# I. Zeichenerklärung

â	Vektor der Länge $ \hat{x}  = 1$
$\hat{e}_{1,,d}$	orthonormale Basisvektoren des d-dimensionalen Raumes
$\vec{x}$	Vektor der Länge $x = \vec{x} \cdot \hat{x}$
$\angle(\vec{x},\vec{y})$	Winkel zwischen den Vektoren $\vec{x}$ und $\vec{y}$
$\langle x \rangle$	zeitlicher Mittelwert der periodischen Größe $x(t)$
ż	zeitliche Ableitung der Größe $x(t)$
<i>x</i> <sup>*</sup>	zu x komplex konjugierte Größe, wenn die Größe x komplex ist
$\delta_{_{mn}}$	Kronecker-Symbol: $\delta_{mn} = 0 \iff m \neq n \text{ und } \delta_{mn} = 1 \iff m = n$
$\delta(x)$	Diracsche Delta-Funktion: $\delta(x) = d\theta(x)/dx$
$\theta(x)$	Heavisidesche Stufenfunktion: $\theta(x < 0) = 0$ und $\theta(x > 0) = 1$

## II. Konstanten

$\mu_{_0}$	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}  Vs  /  Am$	magnetische Feldkonstante
$\boldsymbol{\mathcal{E}}_0$	$\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}  As/Vm$	elektrische Feldkonstante
$q_e$	$q_e = 1,6022 \cdot 10^{-19}  As$	elektrische Ladung des Elektrons (Betrag)
$m_e$	$m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31}  kg$	Ruhemasse des Elektrons
$h,\hbar$	$h = 2\pi\hbar = 6,6262 \cdot 10^{-34}$ Js	Planck-Konstante
k <sub>B</sub>	$k_B = 1,3806 \cdot 10^{-23} J/K$	Boltzmann-Konstante
${oldsymbol{\varPhi}}_0$	$\Phi_0 = h/2q_e = 2,067851 \cdot 10^{-15} Vs$	magnetisches Flußquant
$c_{o}$	$c_0 = 2,997925 \cdot 10^8 \ m/s$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$Z_{F0}$	$Z_{F_0} = (\mu_0 / \varepsilon_0)^{1/2} = 376,73 \Omega$	Feldwellenwiderstand im Vakuum

### III. Variablenbezeichnungen

t	Zeit
Т	Temperatur
E	Energie
E	elektrische Feldstärke
Н	magnetische Feldstärke
$f = \omega/2\pi$	Frequenz $f$ , Kreisfrequenz $\omega$

#### IV. Nullstellen der Bessel-Funktionen

Bezeichnungen:

 $J_{m}\!(x) \qquad Bessel-Funktion \ m-ter \ Ordnung$ 

 $J'_{m}(x)$  Ableitung der Bessel-Funktion m-ter Ordnung

 $\alpha_{mn}$  n-te Nullstelle der Bessel-Funktion m-ter Ordnung

 $\alpha'_{mn}$  n-te Nullstelle der Ableitung der Bessel-Funktion m-ter Ordnung

(Die Nullstelle x = 0 von  $J'_0(x)$  wird nicht mitgezählt.)

	m = 0	m = 1	m = 2
n = 1	$\alpha'_{01} = 3,831706$	$\alpha'_{11} = 1,841184$	$\alpha'_{21} = 3,054237$
	$J_0(\alpha'_{01}) = -0,402759$	$J_1(\alpha'_{11}) = +0,581865$	$J_2(\alpha'_{21}) = +0,486499$
n = 2	$\alpha'_{02} = 7,015587$	$\alpha'_{12} = 5,331443$	$\alpha'_{22} = 6,706133$
	$J_0(\alpha'_{02}) = +0,300116$	$J_1(\alpha'_{12}) = -0,346126$	$J_2(\alpha'_{22}) = -0.313530$
n = 3	$\alpha'_{03} = 10,173468$	$\alpha'_{13} = 8,536316$	$\alpha'_{23} = 9,969468$
	$J_0(\alpha'_{03}) = -0,249705$	$J_1(\alpha'_{13}) = +0,273300$	$J_2(\alpha'_{23}) = +0,254744$

	m = 0	m = 1	m = 2
n = 1	$\alpha_{01} = 2,404826$	$\alpha_{11} = 3,831706$	$\alpha_{21} = 5,135622$
	$J'_0(\alpha_{01}) = -0,519148$	$J'_1(\alpha_{11}) = -0,402759$	$J'_2(\alpha_{21}) = -0,339669$
n = 2	$\alpha_{02} = 5,520078$	$\alpha_{12} = 7,015587$	$\alpha_{22} = 8,417244$
	$J'_{0}(\alpha_{02}) = +0,340265$	$J'_1(\alpha_{12}) = +0,300116$	$J'_2(\alpha_{22}) = +0,271383$
n = 3	$\alpha_{03} = 8,653728$	$\alpha_{13} = 10,173468$	$\alpha_{23} = 11,619841$
	$J_0(\alpha_{03}) = -0,271452$	$J'_1(\alpha_{13}) = -0,249705$	$J'_2(\alpha_{23}) = -0,232443$

#### I. Zur Josephson-Eindringtiefe

Im folgenden soll zur Klärung der Bedeutung der Größe  $\lambda_J$  gezeigt werden, daß auch im Bereich der Korngrenze eine London-Gleichung mit  $\lambda_J$  aus Gl.(2.51) als Eindringtiefe angegeben werden kann.

Betrachtet man das Wegintegral über die Phase  $\phi$  der Vielteilchenwellenfunktion eines Supraleiters entlang der Kurve C, die ein Rechteck der Länge (d +  $|\delta|$ ),  $\delta \rightarrow 0$ , und der Höhe dz in der yz-Ebene (Koordinaten aus Fig.2.3) beschreibt, dessen Mittelpunkt in der Tiefe z in der Mitte einer Korngrenze liegt, so gilt

$$\oint_C d\phi = 0 \tag{A1.1},$$

da diese Schleife kein Flußquant einschließen soll. Entlang der Integrationswege in y-Richtung, die mit infinitisimalem Abstand zur Korngrenze in den angrenzenden Körnern verlaufen, ist der Gradient der Phase durch

$$\vec{\nabla}\phi = \frac{2\pi}{\boldsymbol{\Phi}_0} \left( \boldsymbol{\mu}_0 [\lambda^2] \vec{J} + \vec{A} \right) \tag{A1.2}$$

gegeben. (Der diagonale Tensor<sup>1</sup>  $[\lambda^2]$  trägt der anisotropen Eindringtiefe im Korn Rechnung.) Die eichinvariante Phasendifferenz  $\gamma$  über die Korngrenze ist gegeben durch

$$\gamma = \Delta \phi - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{a/2}^{a/2+d} A_y \, dy \tag{A1.3}.$$

Dabei ist  $\Delta \phi$  die Differenz der Phasen der Vielteilchenwellenfunktionen zu beiden Seiten der Korngrenze in Abwesenheit eines Feldes. Mit den Gln.(A1.2) und (A1.3) läßt sich das Integral (A1.1) nach Division durch dz schreiben als

$$\frac{d\gamma}{dz} + \frac{2\pi\mu_0}{\Phi_0} \Big[ \lambda_y^2 \big( J_z(y = a/2) - J_z(y = a/2 + d) \big) - H_x(y = (a+d)/2), z) \cdot d \Big] = 0$$
(A1.4),

wenn  $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{s} \approx -\mu_0 H_x (y = (a+d)/2, z) \cdot d \cdot dz$ , d.h., wenn das Feld in der Korngrenze als annähernd konstant angenommen wird.

Die Phasendifferenz y über einen Josephson-Kontakt kann durch die Beziehung

$$J = J_{cJ} \sin \gamma \approx J_{cJ} \gamma \tag{A1.5}$$

für kleine Stromdichten  $J_y = J \ll J_{cJ}$  ausgedrückt werden<sup>2</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die Eindringtiefen  $\lambda_y$  und  $\lambda_z$  aus Gl.(2.50) sind mit den von Null verschiedenen Elementen des Tensors  $[\lambda^2] \equiv [(\lambda^2)_{i,j}]_{3,3}$  verknüpft über  $(\lambda^2)_{3,3} = \lambda_z^2$  und  $(\lambda^2)_{2,2} = \lambda_y^2$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Die Josephson-Beziehung gilt, streng genommen, nur für schwache Kopplung, doch auch für starke Kopplung gibt es eine Beziehung zwischen Stromdichte und Phasendifferenz, die im Grenzfall kleiner Stromdichten linear genähert werden kann mit einer Proportionalitätskonstante  $J_{cJ}$ .

#### Anhang A1: Berechnungen zum Korngrenzenmodell

Für die Stromkomponente parallel zur Korngrenze gilt aus Symmetriegründen:  $J_z(y = a/2) = -J_z(y = a/2+d)$ . Ersetzt man schließlich die Stromkomponenten unter Verwendung der Maxwell-Gleichung durch die entsprechenden Ableitungen des Feldes:  $J_y = \partial_z H_x$  und  $J_z = -\partial_y H_x$ , so erhält man

$$\partial_{z}^{2}H_{x}(y = \frac{a+d}{2}, z) = \frac{2\pi\mu_{0}J_{cJ}}{\Phi_{0}}\left[-2\lambda_{y}^{2}\partial_{y}H_{x}(y = \frac{a+2d}{2}, z) + H_{x}(y = \frac{a+d}{2}, z) \cdot d\right]$$
(A1.6).

Wenn die Kopplung zwischen benachbarten Körnern so schwach ist, daß das Feld in die Korngrenze sehr tief eindringen kann, d.h. wenn  $(\lambda_z/\lambda_J)^2 \ll 1$ , und wenn die Körner groß sind gegen die Eindringtiefen, d.h. wenn  $a/2 \gg \lambda_y, \lambda_z$ , dann erfolgt das Eindringen des Feldes in ein Korn von der Korngrenze aus (ebenso wie das Eindringen von der Oberfläche aus) exponentiell  $\sim e^{-y/\lambda_y}$ , und  $-\partial_y H_x(y = \frac{a+2d}{2}, z) = H_x(y = \frac{a+d}{2}, z)/\lambda_y$ , da die Feldstärke innerhalb der Korngrenze als konstant betrachtet wird.

Mit  $\partial_z^2 H_x = \partial_z J_y$  liefert Gl.(A1.6) die Beziehung

$$-\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0 J_{cJ}(2\lambda_y+d)} \left(-\partial_z J_y\right) = H_x \quad f \ddot{u}r \quad a/2 \le y \le a/2 + d$$
(A1.7),

die (unter Berücksichtigung von  $J_z = 0$  in der Korngrenze) einer London-Gleichung für die Korngrenze entspricht, wenn diese nicht durch starke Kopplung an das angrenzende Korn oder durch geometrische Effekte beeinflußt wird. Der Quotient stellt das Quadrat der für den Josephson-Kontakt charakteristischen Eindringtiefe  $\lambda_J$  dar (vgl. Gl.(2.51).

#### II. Zur Berechnung des Oberflächenwiderstands im Korngrenzenmodell

Der nachstehende Abschnitt zeigt, wie aus dem Zusammenhang zwischen dem Oberflächenwiderstand und der Verlustleistungsdichte in einem anisotropen, lokalen Supraleiter mit der bereits bekannten Feldverteilung im Korngrenzenmodell ohne Näherungen der Oberflächenwiderstand abgeleitet werden kann.

Nach Gl.(2.15) kann der Oberflächenwiderstand dargestellt werden durch

$$\overline{R}_{S} = \frac{\int dA \int_{0}^{\infty} dz \operatorname{Re}\left\{ \vec{E} \cdot \vec{J}^{*} \right\}}{\int dA H_{0}^{2}} + \frac{\int dA \int_{0}^{\infty} dz \operatorname{Re}\left\{ \vec{E} \cdot \vec{J}^{*} \right\}}{\int dA H_{0}^{2}} = R_{SK} + R_{SG}$$
(A1.8).

(Die Indizes K und G bezeichnen Beiträge des Korns bzw. der Korngrenze.) Mit den lokalen Materialgleichungen  $J_{y,z} = \tilde{\sigma}_{y,z} E_{y,z}$  (Korn) und  $J_y = \tilde{\sigma}_G E_y$  (Korngrenze) ergibt sich nach Ausführung der x-Integration in den Oberflächenintegralen

Anhang A1: Berechnungen zum Korngrenzenmodell

$$R_{S_{K}} = \frac{1}{(a+d)H_{0}^{2}} \int_{-a/2}^{+a/2} dy \int_{0}^{\infty} dz \left\{ \frac{\sigma_{yI}}{|\tilde{\sigma}_{y}|^{2}} |\partial_{z}H_{x}(y,z)|^{2} + \frac{\sigma_{zI}}{|\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} |\partial_{y}H_{x}(y,z)|^{2} \right\}$$

$$R_{S_{G}} = \frac{1}{(a+d)H_{0}^{2}} \int_{+a/2}^{+a/2+d} dy \int_{0}^{\infty} dz \frac{\sigma_{GI}}{|\tilde{\sigma}_{G}|^{2}} |\partial_{z}H_{x}(y,z)|^{2}$$
(A1.9).

Die Feldverteilung  $H_x(y,z)$  im Korn ist durch Gl.(2.53) gegeben; in der Korngrenze ist sie in y-Richtung gemäß der Annahme zur 4. Randbedingung in Gl.(2.52) als konstant anzusehen und geht ebenfalls aus Gl.(2.53) mit  $H_x(y=a/2,z)$  hervor. Zur Auswertung der Integrale in Gl.(A1.9) ist es hilfreich, folgende abkürzende Ausdrücke einzuführen:

$$\begin{split} I_{0}(k;y) &= \frac{4\lambda_{j}^{2}k}{1+(\lambda_{z}k)^{2}} \frac{\cosh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}y/\lambda_{y})}{(\lambda_{j}k)^{2}\cosh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}) + \sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\sinh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}})} \\ I_{1}(k;y) &= \frac{4\lambda_{j}^{2}k}{1+(\lambda_{z}k)^{2}} \frac{k\cosh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}y/\lambda_{y})}{(\lambda_{j}k)^{2}\cosh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}) + \sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\sinh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}})} \\ I_{2}(k;y) &= \frac{4\lambda_{j}^{2}k}{1+(\lambda_{z}k)^{2}} \frac{\sinh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}y/\lambda_{y})}{(\lambda_{j}k)^{2}\cosh(\sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}) + \sqrt{1+(\lambda_{z}k)^{2}}/\lambda_{y})} \end{split}$$

$$\frac{H_{x}(y,z)}{H_{0}} = e^{-z/\lambda_{z}} + \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} I_{0}(k;y) \sin(kz)$$

$$\frac{\partial_{z}H_{x}(y,z)}{H_{0}} = -\frac{1}{\lambda_{z}} e^{-z/\lambda_{z}} + \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} I_{1}(k;y) \cos(kz)$$

$$\frac{\partial_{y}H_{x}(y,z)}{H_{0}} = \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} I_{2}(k;y) \sin(kz)$$
(A1.10).

Den Beitrag des Korn kann man mit den Integranden  $I_{1,2}(k;y)$  schreiben als

$$R_{SK} = \frac{1}{a+d} \int_{-a/2}^{+a/2} dy \int_{0}^{\infty} dz \quad \left\{ \frac{\sigma_{yI}}{|\tilde{\sigma}_{y}|^{2}} \left| \frac{e^{-2z/\lambda_{z}}}{\lambda_{z}^{2}} - \frac{2e^{-z/\lambda_{z}}}{\lambda_{z}} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} I_{I}(k;y,z) + \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{dk'}{2\pi} I_{I}(k;y) \cos(kz) I_{I}(k';y) \cos(k'z) \right| + \frac{\sigma_{zI}}{|\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} \left| \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{dk'}{2\pi} I_{2}(k;y) \sin(kz) I_{2}(k';y) \sin(k'z) \right| \right\} \quad (A1.11).$$

Zunächst entfällt die Betragsbildung, weil das Argument jeweils das Quadrat eines reellen Ausdrucks ist. Dann läßt sich die z-Integration für den ersten Term sofort durchführen und ausklammern. Der gemischte zweite Term kann partiell über z integriert werden; das Produkt der Stammfunktionen verschwindet, da  $[I_0(k;y)sin(kz)](z=0) = 0$ 

und  $e^{-z/\lambda_z} \xrightarrow{z \to \infty} 0$ , und das verbleibende Integral mit dem Integranden  $I_0(k; y) \sin(kz) e^{-z/\lambda_z} / \lambda_z$  kann berechnet werden.

In den letzten beiden Termen wird zunächst das Integral über k' bis -∞ ausgedehnt und halbiert (beide Integranden sind gerade Funktionen in k'). Zur Durchführung der z-Integration in diesen Termen werden die Formeln

$$\int_{0}^{\infty} \frac{dz}{\pi} \cos(kz) \cos(\tilde{k}z) = \frac{\delta(k-\tilde{k}) + \delta(k+\tilde{k})}{2}; \quad \int_{0}^{\infty} \frac{dz}{\pi} \sin(kz) \sin(\tilde{k}z) = \frac{\delta(k-\tilde{k}) - \delta(k+\tilde{k})}{2}$$

(mit der Diracschen Deltafunktion  $\delta(x)$ ) verwendet. Somit erhält man

$$R_{SK} = \frac{1}{a+d} \int_{-a/2}^{+a/2} dy \frac{\sigma_{y_{I}}}{2|\tilde{\sigma}_{y}|^{2} \lambda_{z}} \left\{ l - 2 \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{2\lambda_{z}k}{l + (\lambda_{z}k)^{2}} I_{0}(k; y) + \frac{\pi}{2} \lambda_{z} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk'}{2\pi} I_{1}(k; y) I_{1}(k'; y) [\delta(k-k') + \delta(k+k')] + \frac{\sigma_{zI} |\tilde{\sigma}_{y}|^{2}}{\sigma_{yI} |\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} \frac{\pi}{2} \lambda_{z} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk'}{2\pi} I_{2}(k; y) I_{2}(k'; y) [\delta(k-k') - \delta(k+k')] \right\}$$
(A1.12)

und nach der Integration über k'

$$R_{SK} = \frac{1}{a+d} \int_{-a/2}^{+a/2} \frac{\sigma_{yl}}{2|\tilde{\sigma}_{y}|^{2} \lambda_{z}} \left\{ I - 2 \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{2\lambda_{z}k}{1 + (\lambda_{z}k)^{2}} I_{0}(k;y) + \frac{\lambda_{z}}{2} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} (I_{1}(k;y))^{2} + \frac{\sigma_{zl}|\tilde{\sigma}_{y}|^{2}}{\sigma_{yl}|\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} \frac{\lambda_{z}}{2} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} (I_{2}(k;y))^{2} \right\}$$
(A1.13).

Schließlich kann über y integriert werden. Dabei treten die Integrale  

$$\int_{-a/2}^{+a/2} dy \cosh(\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2} y/\lambda_y) = \frac{2\lambda_y}{\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2}} \sinh(\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2} \frac{a}{2\lambda_y}) ,$$

$$\int_{-a/2}^{+a/2} dy \cosh^2(\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2} \frac{y}{\lambda_y}) = \frac{\lambda_y \sinh(\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2} \frac{a}{2\lambda_y})\cosh(\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2} \frac{a}{2\lambda_y})}{\sqrt{1 + \lambda_z^2 k^2}} + \frac{1}{2}$$
und

und

$$\int_{-a/2}^{+a/2} dy \sinh^2\left(\sqrt{1+\lambda_z^2 k^2} \frac{y}{\lambda_y}\right) = \frac{\lambda_y \sinh(\sqrt{1+\lambda_z^2 k^2} \frac{a}{2\lambda_y})\cosh(\sqrt{1+\lambda_z^2 k^2} \frac{a}{2\lambda_y})}{\sqrt{1+\lambda_z^2 k^2}} - \frac{1}{2}$$

auf. Dies ergibt für den Kornbeitrag zum Oberflächenwiderstand

$$R_{SK} = \frac{a}{a+d} \frac{\sigma_{yI}}{2|\tilde{\sigma}_{y}|^{2} \lambda_{z}} \left\{ 1 \right\}$$

$$-\frac{2\lambda_{y}}{a}\int_{0}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}\frac{16\lambda_{j}^{2}k^{2}}{\left(1+\lambda_{z}^{2}k^{2}\right)^{3}}\frac{1}{\frac{\lambda_{j}^{2}k^{2}}{\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}}\coth\left(\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right)+1}$$

$$+\int_{0}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}\frac{4\lambda_{j}^{4}k^{4}}{\left(1+\lambda_{z}^{2}k^{2}\right)^{3}}\frac{2\lambda_{y}/a}{\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}}\coth\left(\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right)+\left[\sinh\left(\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right)\right]^{-2}}{\left[\frac{\lambda_{j}^{2}k^{2}}{\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}}\coth\left(\sqrt{1+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right)+1\right]^{2}}$$

$$+\frac{\sigma_{zI}|\widetilde{\sigma}_{y}|^{2}}{\sigma_{yI}|\widetilde{\sigma}_{z}|^{2}}\frac{\lambda_{J}^{2}}{\lambda_{y}^{2}}\times$$

$$\int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{4\lambda_{j}^{2}k^{2}}{\left(I+\lambda_{z}^{2}k^{2}\right)^{2}} \frac{\frac{2\lambda_{y}/a}{\sqrt{I+\lambda_{z}^{2}k^{2}}} \operatorname{coth}\left(\sqrt{I+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right) - \left[\sinh\left(\sqrt{I+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right)\right]^{-2}}{\left[\frac{\lambda_{j}^{2}k^{2}}{\sqrt{I+\lambda_{z}^{2}k^{2}}} \operatorname{coth}\left(\sqrt{I+\lambda_{z}^{2}k^{2}}\frac{a}{2\lambda_{y}}\right) + I\right]^{2}}\right]$$
(A1.14).

Durch die Substitution  $u = (\lambda_z k)^2$  und das Zusammenfassen der k-Integrale in der Größe  $\zeta$  läßt sich der Ausdruck wesentlich vereinfachen:

$$R_{SK} = \frac{a}{a+d} \frac{1}{2} \frac{\sigma_{yl}}{|\tilde{\sigma}_{y}|^{2}} \frac{1}{\lambda_{z}} \left(1+\zeta\right)$$
(A1.15)

mit

$$\zeta = \int_{0}^{\infty} \frac{du}{\pi} \frac{\sqrt{u}}{(1+u)^{3}} \left\{ \frac{\frac{2\lambda_{y}/a}{\sqrt{1+u}} \left[\frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{y}^{2}} \frac{\sigma_{zI} |\tilde{\sigma}_{y}|^{2}}{\sigma_{yI} |\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} (1+u) - 3u\right] \operatorname{coth}\left(\sqrt{1+u} \frac{a}{2\lambda_{y}}\right)}{\left[\frac{u}{\sqrt{1+u}} \operatorname{coth}\left(\sqrt{1+u} \frac{a}{2\lambda_{y}}\right) + \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{J}^{2}}\right]^{2}} + \frac{\left(u - \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{y}^{2}} \frac{\sigma_{zI} |\tilde{\sigma}_{y}|^{2}}{\sigma_{yI} |\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} (1+u)\right) \left[\sinh\left(\sqrt{1+u} \frac{a}{2\lambda_{y}}\right)\right]^{-2} - 4 \frac{2\lambda_{y}}{a} \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{J}^{2}}}{\left[\frac{u}{\sqrt{1+u}} \operatorname{coth}\left(\sqrt{1+u} \frac{a}{2\lambda_{y}}\right) + \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{J}^{2}}\right]^{2}}\right] (A1.16).$$

Der geometrische Gewichtsfaktor a / (a+d) entspricht dem Oberflächenanteil des Korns. Der Term  $\sigma_{yl}/(2 | \tilde{\sigma}_y |^2 \lambda_z)$  bezeichnet den intrinsischen Oberflächenwiderstand (vgl. Gln.(2.32) und (2.33)). Folglich gibt die Größe  $\zeta$  den Einfluß der Korngrenze auf die Dissipation im Korn an. Die Parameter, die den Wert  $\zeta$  bestimmen, sind die Kopplungsstärke der Korngrenze  $\lambda_z^2/\lambda_J^2$ , die relative Korngröße  $a/2\lambda_y$  und das Anisotropieverhältnis  $v = (\lambda_z^2 \sigma_{zl} | \tilde{\sigma}_y |^2)/(\lambda_y^2 \sigma_{yl} | \tilde{\sigma}_z |^2) \cong (\sigma_{zl} \sigma_{y2})/(\sigma_{yl} \sigma_{z2})$ . Für den relevanten Bereich dieser Parameter gibt Fig.A1.1 den Faktor (1+ $\zeta$ ) an.



**Fig. A1.1.** Beitrag des Korns zum Oberflächenwiderstand im Korngrenzenmodell, bezogen auf den intrinsischen Kornbeitrag: Darstellung der Größe  $(1+\zeta)$  über der Kopplungsstärke der Korngrenzen für verschiedene relative Korngrößen; für das Anisotropieverhältnis wurde v = 1 angenommen, d.h., dem Real- und dem Imaginärteil der Leitfähigkeit kommt dieselbe Anisotropie zu. Im relevanten Bereich der Kopplungsstärke und der relativen Korngröße ist  $0 < (1+\zeta) < 20$ . Durch den Einfluß von schwach koppelnden Korngrenzen in großem Abstand wird derOberflächenwiderstand der Körner etwa um einen Faktor  $(1+\zeta) \le 10$  erhöht; stark koppelnde Korngrenzen ändern den Oberflächenwiderstand der Körner nicht  $(\zeta = 0)$ . Bei sehr kleinen Körnern (z.B. Zwillingsdomänen) kann der Oberflächenwiderstandsbeitrag der Körner durch den Korngrenzeneinfluß sogar verringert werden.

### Anhang A1: Berechnungen zum Korngrenzenmodell

Wie schon Gl.(A1.9) erkennen läßt, treten unter der Wirkung der Korngrenzen auf die Feld- und Stromverteilung im Korn zwei entgegengesetzte Effekte auf:

1. Durch das tiefere Eindringen des Feldes in der Umgebung der Korngrenze wird das Volumen, in dem im Korn (wirksam) Dissipation stattfindet, ausgedehnt. In Gl.(A1.9) bedeutet dies, daß die Tiefe, bis zu der der Integrand zur z-Integration effektiv beiträgt, anwächst. Die Vergrößerung des dissipierenden Volumens führt zum Anstieg des Oberflächenwiderstands.

2. Die Änderung des Feldes mit der z-Koordinate verringert sich, so daß der Integrand in Gl.(A1.9) kleiner werden kann (trotz des hinzukommenden zweiten Summanden im Integral). Die günstigere Feldverteilung erfordert geringere Abschirmströme. Dies reduziert den Oberflächenwiderstand.<sup>3</sup>

Ob der Oberflächenwiderstand des Korns als Folge dieser beiden Korngrenzeneffekte ansteigt oder sogar abnimmt, hängt von den Materialparametern ab. Der maximale Vergrößerungsfaktor (1+ $\zeta$ ) wird bei einer mittleren relativen Korngröße a/2 $\lambda_y \sim 1$  (also weder im LGL noch im SGL) und sehr schwacher Koppelstärke erreicht. Für realistische Werte von  $\lambda_z^2/\lambda_J^2$  bleibt die Erhöhung des Oberflächenwiderstands des Korns auf maximal eine Größenordnung beschränkt. Als Näherungen für den Faktor (1+ $\zeta$ ) können

$$(1+\zeta) \approx \sqrt{\frac{a}{2\lambda_{y}} \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{j}^{2}}} \quad f \ddot{u} r \quad \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{j}^{2}} > 0,1 \text{ und } \frac{a}{2\lambda_{y}} < 0,1$$

$$(1+\zeta) \approx 1 \qquad f \ddot{u} r \quad \left(\frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{j}^{2}} > 1 \text{ und } \frac{a}{2\lambda_{y}} > 1\right) oder\left(\frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{j}^{2}} > 1 \text{ und } \frac{a}{2\lambda_{y}} \frac{\lambda_{z}^{2}}{\lambda_{j}^{2}} > 1 \text{ und } \frac{a}{2\lambda_{y}} \sqrt{10}\right) (A1.17)$$

(mit v = 1) angegeben werden.

Der direkte Beitrag der Korngrenze zum mittleren Oberflächenwiderstand ist – analog zu Gl.(A1.13) – gegeben durch

$$R_{SG} = \frac{1}{a+d} \int_{+a/2}^{+a/2+d} \frac{\sigma_{GI}}{2|\tilde{\sigma}_{G}|^{2} \lambda_{z}} \left\{ 1 - 2 \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{2\lambda_{z}k}{1 + (\lambda_{z}k)^{2}} I_{0}(k; y = \frac{a}{2}) + \frac{\lambda_{z}}{2} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \left( I_{1}(k; y = \frac{a}{2}) \right)^{2} + \frac{\sigma_{zI}}{\sigma_{yI}} \frac{|\tilde{\sigma}_{y}|^{2}}{|\tilde{\sigma}_{z}|^{2}} \frac{\lambda_{z}}{2} \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \left( I_{2}(k; y = \frac{a}{2}) \right)^{2} \right\}$$
(A1.18).

Die y-Integration ist hier trivial, da der Integrand über die Ausdehnung der Korngrenze nicht variiert. Mit der Substitution  $u = (\lambda_z k)^2$  und nach Eliminieren der additiven 1 vor dem Integral über u gegen den entsprechenden Ausdruck im Integral mit

 $1 - \int_{0}^{\infty} \frac{du}{\pi} \frac{2}{(1+u)^2 \sqrt{u}} = 0 \quad \text{erhält man}$ 

$$R_{SG} = \frac{d}{a+d} \frac{\sigma_{GI}}{2|\tilde{\sigma}_{G}|^{2} \lambda_{J}} \eta$$
(A1.19)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Sozusagen das Gegenteil dieses Effekts ist der erhöhte effektive Oberflächenwiderstand dünner Schichten, da hier die Schichtdicke eine ungünstigere Feldverteilung erzwingt, die höhere Abschirmströme erfordert.

mit

$$\eta = \frac{\lambda_J}{\lambda_z} \int_0^\infty \frac{du}{\pi} \frac{2}{(1+u)^2 \sqrt{u}} \left[ 1 + \frac{\lambda_J^2}{\lambda_z^2} \frac{u}{\sqrt{1+u}} \coth\left(\sqrt{1+u}\frac{a}{2\lambda_y}\right) \right]^{-2}$$
(A1.20).

Auch der Korngrenzenbeitrag zum mittleren Oberflächenwiderstand setzt sich aus drei Faktoren zusammen: Der erste ist der geometrische Gewichtsfaktor, der dem Oberflächenanteil der Korngrenze entspricht. Der zweite Faktor enthält gleichsam als Analogon zum intrinsischen Oberflächenwiderstand des Korns die Leitfähigkeit und die Eindringtiefe, die für die Korngrenze charakteristisch sind. Der dritte Faktor, der Integralausdruck  $\eta$ , trägt der Materialbeschaffenheit Rechnung und resultiert dementspechend aus der Kopplungsstärke und der relativen Korngröße. Die Abhängigkeit des Faktors  $\eta$  von den Materialparametern ist in Fig.A1.2 dargestellt.

Mit der Formel

$$\eta \approx \eta_a = \frac{l}{\sqrt{\left(\lambda_z / \lambda_J\right)^2 + \sqrt{l + \left(a / 2\lambda_y\right)^{-2}}}}$$
(A1.21)

konnte eine gute Approximation für den Faktor  $\eta$  gefunden werden, die ebenfalls in Fig.A1.2 dargestellt ist. Sowohl für granulares Vollmaterial (LGL und schwach koppelnde Korngrenzen) als auch für epitaktische Dünnschichten (relative Korngröße und Kopplungsstärke um 1) liegt die relative Abweichung der Näherungsformel unter 3%, wie aus der Darstellung des relativen Fehlers  $(\eta_a - \eta) / \eta$  in Fig.A1.3 ersichtlich ist.



**Fig. A1.2.** Darstellung des Faktors  $\eta$  und der Approximation  $\eta_a$  über der Kopplungsstärke der Korngrenzen für verschiedene relative Korngrößen. Im Bereich schwacher Kopplung hängt der Oberflächenwiderstandsbeitrag der Korngrenzen nur von der relativen Korngröße, nicht von der Kopplungsstärke ab. Bei starker Kopplung strebt der Faktor  $\eta$  auf  $\lambda_1/\lambda_z$ , so daß der Oberflächenwiderstandsbeitrag der Korngrenzen nicht mehr von der Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_j$ , sondern von der intrinsischen Eindringtiefe  $\lambda_z$  abhängt. Die Näherungsformel (Linien) beschreibt die berechneten Punkte (Symbole) des Faktors  $\eta$  sehr gut; Abweichungen ergeben sich nur, wenn die Kopplungsstärke oder die relative Korngröße Werte um 1 annehmen.



**Fig. A1.3.** Darstellung des relativen Fehlers der Näherungsformel  $\eta_a$  für den Faktor  $\eta$  über der Kopplungsstärke der Korngrenzen für verschiedene relative Korngrößen.

In den Grenzfällen starker oder schwacher Kopplung läßt sich der Beitrag der Korngrenzen zum mittleren Oberflächenwiderstand durch

$$R_{SG} \approx \begin{cases} \frac{d}{a+d} \frac{\sigma_{GI}}{2|\tilde{\sigma}_{G}|^{2} \lambda_{J}} \frac{1}{\sqrt[4]{1+(2\lambda_{y}/a)^{2}}} & \text{für } \lambda_{z}^{2}/\lambda_{J}^{2} <<1\\ \frac{d}{a+d} \frac{\sigma_{GI}}{2|\tilde{\sigma}_{G}|^{2} \lambda_{z}} & \text{für } \lambda_{z}^{2}/\lambda_{J}^{2} >>1 \end{cases}$$
(A1.22)

approximieren.

Solange auch in den Korngrenzen der supraleitende Charakter dominiert ( $\sigma_{G1} < \sigma_{G2}$ ), sollte zwischen der Leitfähigkeit  $\sigma_{G2}$  und der Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J$  eine Beziehung wie in Gl.(2.32) bestehen, d.h.

$$\frac{1}{|\tilde{\sigma}_{G}|} \approx 2\pi f \,\mu_{0} \,\lambda_{J}^{2} \tag{A1.23}.$$

Damit erhält man schließlich

$$R_{SG} \approx \begin{cases} \frac{d}{a+d} 2\pi^{2} f^{2} \mu_{0}^{2} \lambda_{J}^{3} \sigma_{GI} \frac{1}{\sqrt[4]{1+(2\lambda_{y}/a)^{2}}} & \text{für } \lambda_{z}^{2} / \lambda_{J}^{2} <<1\\ \frac{d}{a+d} 2\pi^{2} f^{2} \mu_{0}^{2} \lambda_{J}^{4} \sigma_{GI} / \lambda_{z} & \text{für } \lambda_{z}^{2} / \lambda_{J}^{2} >>1\\ \end{cases}$$
(A1.24).

Im folgenden soll die Antwort des linearen Resonators mit der Eigenfrequenz  $f_0 = \omega_0/2\pi$ und der Dämpfkonstante  $\kappa$  auf eine harmonische Erregung bei der Frequenz  $f = \omega/2\pi$  mit der Amplitude  $F_0$  im Zeitintervall von  $t_0$  bis  $t_1$  untersucht werden. Im Hinblick auf die zur Gütebestimmung herangezogenen Verfahren sind besonders die Frequenzabhängigkeit der Feldenergie im eingeschwungenen Zustand (vgl. 2.2.6.1) und das zeitliche Abklingverhalten nach dem Abschalten der Erregung (vgl. 2.2.6.2) von Interesse. Zum Verständnis der Dynamik des nichtlinearen Verhaltens ist es darüber hinaus erforderlich, das Verhalten eines vor Beginn der Erregung bereits vorhandenen Feldes während der Erregung zu kennen.

Mathematisch wird die erzwungene, gedämpfte Schwingung des magnetischen Feldes  $\vec{H} = \vec{H}(\vec{r},t)$  an einem beliebigen, festen Ort  $\vec{r}$  im Resonator durch eine inhomogene Differentialgleichung (DGL) zweiter Ordnung beschrieben:

$$T \vec{H} = -\vec{F}(t) \tag{A2.1}$$

mit dem Operator T,

$$T \equiv -\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \kappa \frac{\partial}{\partial t} + \omega_0^2\right]$$
(A2.2).

Die harmonische Erregung F(t) zwischen den Zeitpunkten t<sub>0</sub> und t<sub>1</sub> läßt sich mit der Stufenfunktion  $\theta(t)$  schreiben als

$$\vec{F}(t) = \vec{F}_0 \sin(\omega t + \vartheta) \,\theta(t - t_0) \,\theta(t_1 - t) \tag{A2.3}.$$

Der Zustand des Resonators zum Zeitpunkt t = 0 wird durch die inhomogenen Anfangswerte  $\vec{H}(t=0) = \vec{a}$  und  $(\partial \vec{H} / \partial t)(t=0) = -rot \vec{E} / \mu_0 = \vec{v}$  erfaßt.

Die Lösung eines Anfangswertproblems setzt sich aus der homogenen und der partikulären Lösung zusammen

$$\vec{H} = \vec{H}_h + \vec{H}_p \tag{A2.4}.$$

Die homogene Lösung  $\vec{H}_h(t)$  mit  $T\vec{H}_h = 0$  zu diesem Anfangswertproblem lautet:

$$\vec{H}_{h}(t) = \vec{a}\sqrt{1 + (v + \alpha a)^{2}/(\beta a)^{2}} e^{-\kappa t/2} \sin(\sqrt{\omega_{0}^{2} - \kappa^{2}/4} t + \arctan\frac{\beta a}{v + \alpha a})$$
$$= \frac{\vec{a}}{a}\sqrt{\frac{a^{2}\omega_{0}^{2} + v^{2} + \kappa v a}{\omega_{0}^{2} - \frac{1}{4}\kappa^{2}}} e^{-\frac{\kappa t}{2}} \sin\left(\sqrt{\omega_{0}^{2} - \frac{1}{4}\kappa^{2}} t + \arctan\frac{\sqrt{\omega_{0}^{2} - \frac{1}{4}\kappa^{2}}}{v/a + \frac{1}{2}\kappa}\right)$$
(A2.5)

mit

$$\alpha = \kappa/2 \quad und \quad \beta = \sqrt{\omega_0^2 - \kappa^2/4}$$
 (A2.6).

Zur Bestimmung einer partikulären Lösung  $\vec{H}_{p}(t)$  der inhomogenen Differentialgleichung wird mit den orthogonalen Eigenfunktionen des Operators *T* 

$$\phi_1(t) = \hat{\phi} e^{-\alpha t} \sin(\beta t) \quad und \quad \phi_2(t) = \hat{\phi} e^{-\alpha t} \cos(\beta t)$$
(A2.7)

und der Wronski-Determinante

$$W = \phi_1 \dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1 \phi_2 \tag{A2.8}$$

die Greensche Funktion G(t,t') berechnet:

$$G(t,t') = \theta(t-t')\frac{\phi_1(t)\phi_2(t') - \phi_1(t')\phi_2(t)}{W(t')} = -\theta(t-t')e^{-\alpha(t-t')}\frac{\sin\beta(t-t')}{\beta}$$
(A2.9),

für die  $T G(t,t') = \delta(t-t')$  gilt.

Mit dieser erhält man die partikuläre Lösung  $\vec{H}_{p}(t)$  aus dem Integral

$$\vec{H}_{p}(t) = -\int_{0}^{\infty} dt' G(t,t') \vec{F}(t')$$

$$= \int_{0}^{t} dt' \vec{F}_{0} e^{-\alpha(t-t')} \frac{\sin \beta(t-t')}{\beta} \sin(\omega t' + \vartheta) \theta(t'-t_{0}) \theta(t_{1}-t') \qquad (A2.10).$$

Läßt man die endliche Dauer der Erregung, die von den Stufenfunktionen  $\theta(t-t_0)$  und  $\theta(t_1-t)$  beschrieben wird, zunächst außer acht, so ergibt sich als partikuläre Lösung

$$\vec{H}_{p}(t) = \frac{\vec{F}_{0}}{\sqrt{(\omega^{2} - \omega_{0}^{2})^{2} + \kappa^{2}\omega^{2}}} \sin\left(\omega t + \vartheta + \arctan\frac{\kappa\omega}{\omega^{2} - \omega_{0}^{2}}\right)$$

$$+\frac{\vec{F}_{0} e^{-\kappa t/2}}{\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2} \omega^{2}}} \sqrt{\frac{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}+\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2} \omega^{2}} \cos(2\vartheta+\varphi_{-}+\varphi_{+})}{2(\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4)}} \times \sin\left(\sqrt{\omega_{0}^{2}-\frac{\kappa^{2}}{4}}t+\arctan\frac{\sqrt{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}+2\omega\sqrt{\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4}} \sin(\vartheta+\varphi_{-})-\sqrt{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}-2\omega\sqrt{\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4}} \sin(\vartheta+\varphi_{+})}}{\sqrt{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}+2\omega\sqrt{\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4}} \cos(\vartheta+\varphi_{-})+\sqrt{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}-2\omega\sqrt{\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4}} \cos(\vartheta+\varphi_{+})}}\right)$$
(A2.11)

mit der Abkürzung  $\phi_+$  bzw.  $\phi_-$  für die Phasen

$$\varphi_{\pm} = \arctan \frac{\kappa/2}{\omega \pm \sqrt{\omega_0^2 - \kappa^2/4}}$$
(A2.12).

Während die erste Zeile in dieser Gleichung den eingeschwungenen Zustand mit einer zeitlich konstanten Amplitude von Lorentzscher Form und der von dem Erreger vorgegebenen Oszillationsfrequenz  $\omega$  darstellt, bestimmt der zweite Summand zusammen mit den ebenfalls abklingenden Anfangswerten aus der homogenen Lösung Gl.(A2.5) den Einschwingvorgang.

Zur Berücksichtigung der Pulsform der Erregung müssen die drei Zeitbereiche (a)  $t < t_0$ , d.h. die Zeit vor dem Einschalten der Erregung, (b)  $t_0 < t < t_1$ , d.h. der Zeitraum der Erregung, und (c)  $t_1 < t$ , d.h. die Zeit nach dem Abschalten der Erregung, unterschieden werden.

Im Fall (a) ist das Integral aus Gl.(A2.10) offensichtlich Null. Die Zeitabhängigkeit des magnetischen Feldes hängt nur von den abklingenden Anfangswerten nach Gl.(A2.5) ab. Im Zeitintervall (b)  $t_0 < t < t_1$ , d.h. während der Erregung, liefert das Integral Gl.(A2.10) nach einigen algebraischen Umformungen

$$\vec{H}_{p}(t) = \frac{\vec{F}_{0}}{\sqrt{(\omega^{2} - \omega_{0}^{2})^{2} + \kappa^{2}\omega^{2}}} \sqrt{\frac{\omega_{0}^{2} + \omega^{2} - \sqrt{(\omega^{2} - \omega_{0}^{2})^{2} + \kappa^{2}\omega^{2}} \cos(\varphi_{-} - \varphi_{+})}{2(\omega_{0}^{2} - \kappa^{2}/4)}}$$

$$\times \sin\left(\omega t + \arctan\frac{\sqrt{(\omega-\beta)^2 + \frac{\kappa^2}{4}}\sin(\vartheta+\varphi_+) - \sqrt{(\omega+\beta)^2 + \frac{\kappa^2}{4}}\sin(\vartheta+\varphi_-)}{\sqrt{(\omega-\beta)^2 + \frac{\kappa^2}{4}}\cos(\vartheta+\varphi_+) - \sqrt{(\omega+\beta)^2 + \frac{\kappa^2}{4}}\cos(\vartheta+\varphi_-)}\right)$$

$$+\frac{\vec{F}_{0} e^{-\kappa(t-t_{0})/2}}{\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2}\omega^{2}}}\sqrt{\frac{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}+\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2}\omega^{2}}\cos(2\omega t_{0}+2\vartheta+\varphi_{-}+\varphi_{+})}{2(\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4)}}$$
$$\times \sin\left(\sqrt{\omega_{0}^{2}-\frac{\kappa^{2}}{4}}t+\arctan\frac{\sqrt{(\omega+\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\sin((\omega-\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{-})}{\sqrt{(\omega+\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\cos((\omega-\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{-})}+\sqrt{(\omega-\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\cos((\omega+\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{+})}\right)$$

(A2.13).

Dabei ist in den Phasentermen zur Verkürzung der Schreibweise die Hilfsgröße  $\beta$  aus den Eigenfunktionen des Operators *T* nicht nach Gl.(A2.6) durch die Eigenfrequenz und die Dämpfung des Resonators ersetzt worden.

Zu beachten ist, daß die inverse Tangensfunktion, der Arkustangens arctan, nur bis auf Vielfache von  $\pm \pi$  definiert ist. Daher können sich die Vorzeichen vor den Sinus- und Kosinustermen umkehren, in denen ein arctan-Ausdruck vorkommt. Insbesondere muß berücksichtigt werden, daß das Vorzeichen vor dem dritten Summanden im Zähler unter der Wurzel wechselt, wenn in Abhängigkeit von der Frequenz  $\omega$  der Nulldurchgang des Nenners ( $\omega - \beta$ ) in der Phase  $\varphi_{-}$  stattfindet. Dadurch wird der Bruch unter der Wurzel zu Eins, so daß die Pulsantwort Gl.(A2.13) des Resonators während der Erregung mit der Antwort auf eine dauernde Erregung nach Gl.(A2.11) übereinstimmt. Auch bei der Betrachtung der relativen Phasenlage des ersten und des zweiten Summanden in

#### Anhang A2: Zur gedämpften Schwingung des linearen Resonators

Gl.(A2.13) und Gl.(A2.11) spielt die Unbestimmtheit des Arkustangens eine Rolle. So überlagern sich der Term mit der zeitunabhängigen Amplitude mit dem abklingenden Term zu Beginn der Erregung bei  $t = t_0$  in Gl.(A2.13) bzw. bei t = 0 in Gl.(A2.11) wegen einer Phasenverschiebung der Sinusargumente von  $\pi$  zu Null.

Für den Zeitraum (c) nach dem Abschalten der Erregung, d.h. für  $t > t_1$ , erhält man aus dem Integral Gl.(A2.10) die partikuläre Lösung

$$\begin{split} \vec{H}_{p}(t) &= \\ \frac{\vec{F}_{0} e^{-\kappa(t-t_{1})/2}}{\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2}\omega^{2}}} \sqrt{\frac{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}+\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2}\omega^{2}}\cos(2\omega t_{1}+2\vartheta+\varphi_{-}+\varphi_{+})}{2(\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4)}} \\ &\times \sin\left(\sqrt{\omega_{0}^{2}-\frac{\kappa^{2}}{4}}t+\arctan\frac{\sqrt{(\omega+\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\sin((\omega-\beta)t_{1}+\vartheta+\varphi_{-})-\sqrt{(\omega-\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\sin((\omega+\beta)t_{1}+\vartheta+\varphi_{+})}{\sqrt{(\omega+\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\cos((\omega-\beta)t_{1}+\vartheta+\varphi_{-})+\sqrt{(\omega-\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\cos((\omega+\beta)t_{1}+\vartheta+\varphi_{+})}}\right) \end{split}$$

$$+\frac{\vec{F}_{0} e^{-\kappa(t-t_{0})/2}}{\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2}\omega^{2}}}\sqrt{\frac{\omega_{0}^{2}+\omega^{2}+\sqrt{(\omega^{2}-\omega_{0}^{2})^{2}+\kappa^{2}\omega^{2}}\cos(2\omega t_{0}+2\vartheta+\varphi_{-}+\varphi_{+})}{2(\omega_{0}^{2}-\kappa^{2}/4)}}\times \sin\left(\sqrt{\omega_{0}^{2}-\frac{\kappa^{2}}{4}}t+\arctan\frac{\sqrt{(\omega+\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\sin((\omega-\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{-})-\sqrt{(\omega-\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\sin((\omega+\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{+})}}{\sqrt{(\omega+\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\cos((\omega-\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{-})+\sqrt{(\omega-\beta)^{2}+\kappa^{2}/4}\cos((\omega+\beta)t_{0}+\vartheta+\varphi_{+})}}\right)$$
(A2.14).

Diese beschreibt ein von der Dämpfungskonstante  $\kappa$  bestimmtes Abklingen einer Oszillation der Frequenz  $(\omega_0^2 - \kappa^2/4)^{1/2}/2\pi$ , das zu den Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_1$  beginnt.

Bemerkenswert ist, daß auch der abklingende Term in Gl.(A2.13) bzw. Gl.(A2.11) sowie das Abklingen der Anfangswerte nach Gl.(A2.5) mit dieser Frequenz schwingt, während die Oszillation mit zeitlich konstanter Amplitude in Gl.(A2.13) bzw. Gl.(A2.11) immer die Erregerfrequenz  $f = \omega/2\pi$  annimmt. Wenn beide Frequenzen voneinander abweichen, kann dieser Umstand während des Einschwingvorgangs zu einer abklingenden Schwebung in der magnetischen Feldenergie  $E_{mag} \propto H^2$  im Resonator führen. Die Schwebungsfrequenz entspricht der Verstimmung  $v = f - (\omega_0^2 - \kappa^2/4)^{1/2}/2\pi$ . Die Amplitude stellt eine von der Verstimmung abhängende, mitunter deutliche Feldenergieüberhöhung gegenüber dem eingeschwungenen Zustand dar. Fig.A2.1 zeigt die Feldenergie im Resonator während des Einschwingvorgangs für verschiedene Verstimmungen.

Den Zusammenhang zwischen der hier zur Beschreibung der Dämpfung verwendeten Konstante  $\kappa$  und der Abklingzeit  $\tau$  aus Gl.(2.104) stellt die Betrachtung der Abnahme der Feldenergie<sup>1</sup> E nach dem Abschalten der Erregung her. Wenn die Dauer der

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die gesamte Feldenergie im Resonator, d.h. die Summe aus magnetischer und elektrischer Feldenergie, ist proportional zum Quadrat der magnetischen Feldstärke, gemittelt über die Hochfrequenzperiode:  $E \propto \langle H^2 \rangle$ . Im Gegensatz dazu oszilliert die magnetische Feldenergie  $E_{mag} \propto H^2$ .

Erregung  $(t_1-t_0)$  lang genug ist, so daß zu Beginn des Abklingens der Einschwingvorgang als abgeschlossen angesehen werden kann, dann folgt aus der ersten Zeile von Gl.(A2.14), daß die Energie mit  $E \propto \exp(-\kappa t)$  abnimmt. Zusammen mit Gl.(2.104) bedeutet dies, daß die Größe  $\kappa$  gerade die reziproke Abklingzeit  $\tau$  ist.

Messungen des Gütefaktors Q eines schwach gedämpften Resonators ( $\tau^{-1} \ll \omega_0$ ) finden in der Regel im eingeschwungenen Zustand statt, in dem die Feldstärkeamplitude und somit die gespeicherte Feldenergie während der Erregung zeitunabhängig wird, wie Gl.(A2.11) bzw. Gl.(A2.13) (jeweils die erste Zeile) in Verbindung mit Gl.(A2.4) zeigt und Fig.A2.1 veranschaulicht. Die Frequenzabhängigkeit der Energie im Resonator in der Umgebung der Resonanz, die sog. Resonanzkurve, hat dann die Form

$$E(\tau << t \le t_1, f) = E(\tau << t \le t_1, f_R) \frac{1 + \frac{1}{4Q^2}}{1 + \frac{1}{4Q^2} + Q^2 \left[ \left( \frac{f}{f_R} \right)^2 - 1 \right]^2}$$
(A2.15),

wenn die Dämpfkonstante  $\kappa = \tau^{-1}$  unter Verwendung der Güte  $Q = \omega_R \tau$  ersetzt wird. Das Maximum der Resonanzkurve tritt bei der Resonanzfrequenz  $\omega_R = 2\pi f_R$ ,

$$\omega_{R} = \sqrt{\omega_{0}^{2} - \kappa^{2}/2} = \sqrt{\omega_{0}^{2} - 1/(2\tau^{2})}$$
(A2.16),

nahe der Eigenfrequenz  $\omega_0$  auf und hat den Wert

$$E(\omega_R) = a_{0np} H^2(\omega_R) \quad mit \quad \vec{H}(\omega_R) \cong \frac{Q \vec{F}_0}{\omega_R^2 \sqrt{1 + Q^{-2}}}$$
(A2.17).

In Höhe des halben Maximums hat die Resonanzkurve die Breite  $\Delta f$ , für die unter Vernachlässigung von  $\kappa^2/2\omega_R^2 \ll 1$  gilt:

$$\Delta f = \kappa / 2\pi = (2\pi\tau)^{-1} = f_R / Q$$
(A2.18).

Die Halbwertsbreite  $\Delta f$  kann somit als ein Maß für die Dämpfung bzw. die Güte des Resonators verwendet werden.

Solange die Verstimmung<sup>2</sup>  $v = f - f_R$  im Vergleich zur Resonanzfrequenz  $f_R$  vernachlässigt werden kann, weist die Resonanzkurve eine symmetrische Form bezüglich  $f_R$  auf. Dieser Fall ist in Fig.A2.2 dargestellt.

 $<sup>^2</sup>$  Für hohe Gütefaktoren Q >> 1 entspricht der hier verwendete Ausdruck für die Verstimmung dem weiter oben angegebenen.


**Fig.A2.1.** Zeitaufgelöste Darstellung des Einschwingvorgangs eines harmonisch erregten, linearen Resonators für verschiedene Verstimmungen v, berechnet nach Gl.(A2.11) oder Gl.(A2.13) mit  $t_0 = 0$ und homogenen Anfangsbedingungen, d.h. a = 0, v = 0. Mit zunehmender Verstimmung ist der Einschwingvorgang durch ein deutlicher werdendes Maximum der Feldenergie und eine gedämpfte Oszillation von wachsender Frequenz gekennzeichnet. Solange die Erregerfrequenz innerhalb der Halbwertsbreite des Resonators liegt, d.h. die Verstimmung weniger als  $\Delta f/2$  beträgt, bleibt die Einschwingüberhöhung der Feldenergie, d.h. die Differenz zwischen dem Maximalwert und dem Gleichgewichtswert im eingeschwungenen Zustand, unter 15% des letzteren Wertes.



**Fig.A2.2.** Darstellung der Resonanzkurve und der Frequenzabhängigkeit des Feldenergiemaximums während des Einschwingvorgangs über der auf die Halbwertsbreite  $\Delta f$  normierten Verstimmung für den harmonisch erregten, linearen Resonator. Die Einschwingüberhöhung macht sich im wesentlichen außerhalb der Halbwertsbreite der Resonanz bemerkbar.

Im nichtlinearen Fall hängen die Eigenfrequenz und die Dämpfung, d.h. die reziproke Güte, von der Feldstärke und somit von der Feldenergie im Resonator ab. Solange die feldstärkeabhängigen Beiträge klein sind, können diese in erster Näherung in der Differentialgleichung, d.h. im Operator *T* aus Gl.(A2.2), vernachlässigt und erst bei den Lösungsgleichungen, Gln.(A2.5), (A2.11), (A2.13) und (A2.14), durch  $\tau = \tau(H)$  und  $\omega_0 = \omega_0(H)$  einbezogen werden.

Gl.(A2.15) liefert dann nicht mehr direkt die Resonanzkurve E(f), sondern stellt vielmehr eine selbstkonsistente Bestimmungsgleichung dar. Eine geeignete Umformung unter Berücksichtigung von Gl.(A2.17) ergibt, daß sich nichtlineare Resonanzkurven durch Auffinden der frequenzabhängigen Nullstellen E aus der Gleichung<sup>3</sup>

$$\frac{E}{E_0} \left(\frac{Q^{-1}(E)}{Q^{-1}(0)}\right)^2 \left(\frac{f_R(E)}{f_R(0)}\right)^4 \frac{1+Q^{-2}(E)}{1+Q^{-2}(0)} \left[1+\left(\frac{Q^{-1}(E)}{2}\right)^2 + \left(\frac{(f/f_R(E))^2 - 1}{Q^{-1}(E)}\right)^2\right] - 1 - \left(\frac{Q^{-1}(E)}{2}\right)^2 = 0$$
(A2.19)

berechnen lassen, wenn die funktionalen Zusammenhänge  $Q^{-1}(E)$  und  $f_R(E)$  (genauer:  $\omega_0(E)$ ) des nichtlinearen Verhaltens bekannt sind und  $E_0$  die Feldenergie im Resonator bei der Resonanzfrequenz im linearen Fall bezeichnet, also die Erregung  $F_0$  vorgibt.

Ein ähnliches Vorgehen ermöglicht auch die Berechnung der zeit- und frequenzaufgelösten Pulsantwort des nichtlinearen Resonators, d.h. der Zeit- und Frequenzabhängigkeit der Feldenergie im kurzzeitig harmonisch erregten Resonator, indem in die Beziehung E  $\propto \langle H^2 \rangle$  die Lösungsgleichungen (A2.5), (A2.11), (A2.13) und (A2.14) für das Feld *H* eingesetzt und diese unter Verwendung von E<sub>0</sub>, Q<sup>-1</sup>(E) und *f*<sub>R</sub>(E) umgeschrieben werden.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Die beiden Faktoren vor der eckigen Klammer, der Bruch mit der nichtlinearen und der linearen reziproken Güte und das Verhältnis der nichtlinearen zur linearen Resonanzfrequenz in vierter Potenz, können in der Regel als Eins angesehen und weggelassen werden.

#### I. Feldverteilungen in Systemen mit bis zu vier aufeinanderfolgenden Impedanzen

Wenn Medien mit unterschiedlichen Impedanzen gemeinsame Grenzflächen bilden, so wird an diesen eine sich ausbreitende elektromagnetische Welle zum Teil reflektiert, und nur der verbleibende Teil wird durch die Grenzfläche transmittiert.

Die Existenz einer Impedanz Z = E / H, die durch das Verhältnis der transversalen Felder gegeben ist, an einer beliebigen Querschnittsfläche setzt voraus, daß durch diese Fläche kein Feld hindurchtritt. Für ein Medium i ist die Impedanz  $Z_i$  an jedem Ort gleich, wenn das Medium unendlich ausgedehnt und der Wellentyp festgelegt ist. Medien, für die Impedanzen definiert sind, können Koaxial- oder Hohlleiter sein oder auch Materialien wie elektrische Leiter, deren Impedanz gleich der Oberflächenimpedanz des unendlich ausgedehnten Leiters ist, oder Dielektrika (auch Vakua), deren Impedanz als Feldwellenwiderstand bezeichnet wird.

Breitet sich in einem Medium 1, das den Halbraum  $z \le 0$  erfüllt, eine ebene, transversale Welle in positiver z-Richtung aus und schließt sich bei z = 0 ein von dem Medium 2 erfüllter Halbraum an, so erhält man mit den Bezeichnungen  $Z_m$  für die Impedanz und  $\gamma_m = \alpha_m + i \beta_m$  für die Ausbreitungskonstante des Mediums m die Feldverteilungen in den Medien 1 und 2:

Medium 1: 
$$z \le 0$$
  $H(z)/H_0 = e^{-\gamma_1 z} - r_{12} e^{+\gamma_1 z}$   
 $E(z)/(Z_1 H_0) = e^{-\gamma_1 z} + r_{12} e^{+\gamma_1 z}$  (A3.1)

Medium 2: 
$$z > 0$$
  $H(z)/H_0 = t_{12} e^{-\gamma_2 z}$   
 $E(z)/(Z_2 H_0) = t_{12} e^{-\gamma_2 z}$  (A3.2)

mit der willkürlichen Festlegung H(z=0) = H<sub>0</sub> für Z<sub>1</sub> = Z<sub>2</sub>. Der Amplitudenreflexionskoeffizient  $r_{ij}$  und der Amplitudentransmissionskoeffizient  $t_{ij}$  werden festgelegt<sup>1</sup> durch die Stetigkeit der Felder an der Grenzfläche z = 0:

$$r_{ij} = \frac{1 - Z_i / Z_j}{1 + Z_i / Z_j}, \quad t_{ij} = 1 - r_{ij} = \frac{2 Z_i / Z_j}{1 + Z_i / Z_j}$$
(A3.3).

Der Reflexionskoeffizient R und der Transmissionskoeffizient T folgen aus den Verhältnissen des an der Grenzfläche 1/2 reflektierten Leistungsstroms  $S_{refl}$  bzw. des durch diese transmittierten Leistungsstroms  $S_{trans}$  zum einfallenden Leistungsstrom  $S_{in}$ :

$$R = \frac{S_{refl}}{S_{in}} = |r_{12}|^2 = \left|\frac{1 - Z_1 / Z_2}{1 + Z_1 / Z_2}\right|^2, \quad T = \frac{S_{trans}}{S_{in}} = |t_{12}|^2 = \left|\frac{2 Z_1 / Z_2}{1 + Z_1 / Z_2}\right|^2$$
(A3.4).

Tritt eine weitere Grenzfläche 2|3, etwa bei z = d, hinzu, so müssen Vielfachreflexionen berücksichtigt werden. Für die Feldverteilungen in den drei Medien ergibt sich unter Verwendung von Gl.(A3.3)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die Koeffizienten existieren nur für |i-j| = 1.

Medium  $1: z \leq 0$ 

$$H(z)/H_{0} = e^{-\gamma_{1}z} - \left(r_{12} + r_{23}t_{12}t_{21}\frac{e^{-2\gamma_{2}d}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}}\right)e^{+\gamma_{1}z}$$
  
$$E(z)/(Z_{1}H_{0}) = e^{-\gamma_{1}z} + \left(r_{12} + r_{23}t_{12}t_{21}\frac{e^{-2\gamma_{2}d}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}}\right)e^{+\gamma_{1}z}$$
(A3.5),

*Medium*  $2: 0 < z \le d$ 

$$H(z)/H_{0} = \frac{t_{12}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \left(e^{-\gamma_{2}z} - r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}e^{+\gamma_{2}z}\right)$$
  

$$E(z)/(Z_{2}H_{0}) = \frac{t_{12}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \left(e^{-\gamma_{2}z} + r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}e^{+\gamma_{2}z}\right)$$
(A3.6),

Medium 3: d < z

$$H(z)/H_{0} = \frac{t_{12}t_{23}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} e^{-\gamma_{2}d} e^{-\gamma_{3}(z-d)}$$
  

$$E(z)/(Z_{3}H_{0}) = \frac{t_{12}t_{23}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} e^{-\gamma_{2}d} e^{-\gamma_{3}(z-d)}$$
(A3.7).

Voraussetzung ist, daß die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} (r_{21}r_{23})^n e^{-2n\gamma_2 d} = (l - r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_2 d})^{-l}$  konvergiert, d.h., daß  $|r_{21}r_{23}e^{-2\gamma_2 d}| < l$  gilt. Sollte hingegen im Medium 2 die Reflexion an beiden Grenzflächen stark ( $|r_{21}| \approx |r_{23}| \approx 1$ ), die Dämpfung der Ausbreitung gering ( $\gamma_2 \approx i\beta_2$ ) und die Ausdehnung d ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein ( $\beta_2 d = 2\pi n$ ), dann bildet sich in diesem Medium eine Resonanz aus, und die Felder werden stark überhöht.

Schließt sich bei z = d + s noch ein viertes Medium an, so sind die Feldverteilungen gegeben durch

#### *Medium* $1: z \leq 0$

$$H(z)/H_{0} = e^{-\gamma_{1}z} - \left(r_{12} + \tilde{r}_{23}t_{12}t_{21}\frac{e^{-2\gamma_{2}d}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}}\right)e^{+\gamma_{1}z}$$

$$E(z)/(Z_{1}H_{0}) = e^{-\gamma_{1}z} + \left(r_{12} + \tilde{r}_{23}t_{12}t_{21}\frac{e^{-2\gamma_{2}d}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}}\right)e^{+\gamma_{1}z}$$
(A3.8),

*Medium*  $2: 0 < z \le d$ 

$$H(z)/H_{0} = \frac{t_{12}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \left(e^{-\gamma_{2}z} - \tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}e^{+\gamma_{2}z}\right)$$
  

$$E(z)/(Z_{2}H_{0}) = \frac{t_{12}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \left(e^{-\gamma_{2}z} + \tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}e^{+\gamma_{2}z}\right)$$
(A3.9),

*Medium*  $3: d < z \leq d + s$ 

$$H(z)/H_{0} = \frac{t_{12}e^{-\gamma_{2}d}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \frac{t_{23}}{1 - r_{32}r_{34}e^{-2\gamma_{3}s}} \left(e^{-\gamma_{3}(z-d)} - r_{34}e^{-2\gamma_{3}s}e^{+\gamma_{3}(z-d)}\right)$$

$$t_{12}e^{-\gamma_{2}d} = t_{12}e^{-\gamma_{2}d} = t_{12}e^{-\gamma_{2}d} = t_{12}e^{-\gamma_{2}d} = t_{12}e^{-\gamma_{2}d} = t_{12}e^{-\gamma_{2}d}$$

$$E(z)/(Z_{3}H_{0}) = \frac{t_{12}e^{-\gamma_{2}a}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \frac{t_{23}}{1 - r_{32}r_{34}e^{-2\gamma_{3}s}} \left(e^{-\gamma_{3}(z-d)} + r_{34}e^{-2\gamma_{3}s}e^{+\gamma_{3}(z-d)}\right)$$
(A3.10),

 $Medium \ 4: d + s < z$ 

$$H(z)/H_{0} = \frac{t_{12}e^{-\gamma_{2}d}}{1-r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_{2}d}} \frac{t_{23}t_{34}e^{-\gamma_{3}s}}{1-r_{32}r_{34}e^{-2\gamma_{3}s}} e^{-\gamma_{4}(z-d-s)}$$

$$E(z)/(Z_4H_0) = \frac{t_{12}e^{-\gamma_2 d}}{1 - r_{21}\tilde{r}_{23}e^{-2\gamma_2 d}} \frac{t_{23}t_{34}e^{-\gamma_3 d}}{1 - r_{32}r_{34}e^{-2\gamma_3 s}} e^{-\gamma_4(z-d-s)}$$
(A3.11).

Zur Verkürzung der Darstellungen wurde  $\tilde{r}_{23} = r_{23} + t_{23}t_{32}r_{34}e^{-2\gamma_3 s}/(1 - r_{32}r_{34}e^{-2\gamma_3 s})$  eingeführt.

Das zur Superposition der Vielfachreflexionen im mittleren Medium des Systems aus drei Impedanzen (Konvergenz oder Resonanz) oben Angeführte muß bei einer Abfolge von vier Medien sowohl im Medium 2 als auch im Medium 3 beachtet werden.

#### II. Elektrisch leitende Schicht auf dielektrischem Substrat: Die effektive Oberflächenimpedanz

Die im vorausgegangenen Abschnitt angegebenen Feldverteilungen können herangezogen werden, um die effektive Oberflächenimpedanz einer normal- oder supraleitenden Schicht der Dicke d auf einem dielektrischen Substrat aus der Oberflächenimpedanz des Schichtmaterials zu berechnen. Die Reihenfolge der Medien ist entsprechend: Medium 1: Vakuum mit  $Z_1 = Z_{F0}$  und  $\gamma_1 = \omega/c_0$ , Medium 2: Leitermaterial mit  $Z_2 = Z_S = R_S + i X_S$  und  $\gamma_2 = [i\omega\mu_0(\sigma_1 - i\sigma_2)]^{1/2}$  (vgl. Gl.(2.12) im lokalen Grenzfall), Medium 3: Dielektrikum mit  $Z_3 = Z_F = Z_{F0}/\epsilon_r^{1/2}$  und  $\gamma_3 = \omega\epsilon_r^{1/2}/c_0$ .

Für ein Dielektrikum mit  $\varepsilon_r < 100$  ist  $|Z_S|/Z_F << 1$ , so daß die beiden Koeffizienten  $r_{23}$  und  $r_{21}$  als Eins angenommen werden können.

Die Erhöhung des Oberflächenwiderstands  $R_s$  auf den Effektivwert  $R_{Seff}$  erhält man nach Gl.(2.15) aus dem Verhältnis der Dissipation in der Schicht zur dissipierten Leistung im Grenzfall eines unendlich ausgedehnten Leiters (d  $\rightarrow \infty$ ) unter Verwendung der Feldverteilung Gl.(A3.6) und der Maxwell-Gleichung zur Berechnung der Stromdichte J aus dem *H*-Feld:

$$\frac{R_{s_{eff}}}{R_s} = \frac{P_V^{(Schicht)}}{P_V^{(d\to\infty)}} \cong \frac{\int_0^d dz \left| e^{-\gamma_2 z} + e^{-2\gamma_2 d} e^{+\gamma_2 z} \right|^2}{\left| 1 - e^{-2\gamma_2 d} \right|^2 \int_0^\infty dz \left| e^{-\gamma_2 z} \right|^2} = \frac{e^{+2\alpha_2 d} - e^{-2\alpha_2 d} + 2\frac{\alpha_2}{\beta_2} \sin(2\beta_2 d)}{e^{+2\alpha_2 d} + e^{-2\alpha_2 d} - 2\cos(2\beta_2 d)}$$
(A3.12).

Für einen Supraleiter mit  $\sigma_1 \ll \sigma_2$  ist  $\gamma_2 \approx 1/\lambda$ , d.h., der Imaginärteil  $\beta_2$ , der die Propagation beschreibt, kann gegen das Abklingen vernachlässigt werden. Aus Gl.(A3.12)

wird dann<sup>2</sup> die Schichtdickenkorrektur Gl.(2.91) für den Oberflächenwiderstand eines Supraleiters.

Der entsprechende Ausdruck für die Änderung der Oberflächenreaktanz ergibt sich aus den Imaginärteilen der Quotienten von elektrischem und magnetischem Feld an der Oberfläche<sup>3</sup> (z = 0) der Schicht mit endlicher Dicke d einerseits und im Grenzfall  $d \rightarrow \infty$  andererseits:

$$\frac{X_{s_{eff}}}{X_s} = \frac{\operatorname{Im}\left\{ (E/H)(z=0) \right\}^{(Schicht)}}{\operatorname{Im}\left\{ (E/H)(z=0) \right\}^{(d\to\infty)}} \cong \frac{\operatorname{Im}\left\{ Z_s \operatorname{coth}(\gamma_2 d) \right\}}{\operatorname{Im}\left\{ Z_s \right\}}$$
(A3.13).

Mit  $\gamma_2 \approx 1/\lambda$  wird dieser Ausdruck zur Schichtdickenkorrekturformel Gl.(2.92) für die Oberflächenreaktanz des Supraleiters.

Im Dünnschichtgrenzfall  $d/\lambda \ll 1$ , d.h.  $\beta_2 d \le \alpha_2 d \ll 1$ , vereinfachen sich die letzten beiden Formeln. Zusammengefaßt gilt dann für die Oberflächenimpedanz

$$Z_{s_{eff}} \xrightarrow{d/\lambda \ll l} \frac{2R_s\alpha_2 + i(X_s\alpha_2 - R_s\beta_2)}{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) d} = \begin{cases} (2R_s + iX_s)\lambda/d & (\sigma_1 \ll \sigma_2) \\ 2R_s\lambda/d & (\sigma_1 \gg \sigma_2) \end{cases}$$
(A3.14).

Für den normalleitenden Zustand mit  $\sigma_1 >> \sigma_2$  wurde hier verwendet, daß  $\gamma_2 \approx (1+i)/2\lambda$  und  $R_s \approx X_s$  (vgl. Gl.(2.22)) ist.

Aus Gl.(A3.14) geht hervor, daß im Dünnschichtgrenzfall erstens die Schichtdickenkorrektur für den Oberflächenwiderstand des Normal- und des Supraleiters mit  $2\lambda/d$ gleich ist und zweitens die effektive Oberflächenreaktanz im normalleitenden Zustand auf Null verschwindet.

Zum wirksamen Oberflächenwiderstand einer dünnen Schicht können auch Transmissionsverluste beitragen. Diese lassen sich in erster Näherung berücksichtigen, indem der Koeffizient  $t_{23}$  nicht Null gesetzt wird, obwohl  $r_{23}$  durch Eins genähert worden ist. Um die Auswirkungen der Transmission als Widerstandsbeitrag  $R_{Strans}$  auszudrücken, kann der Leistungsfluß im Dielektrikum an der Stelle z = d betrachtet und zu dem Leistungsfluß in die Oberfläche eines unendlich ausgedehnten Leiters desselben Materials in Beziehung gesetzt werden:

$$\frac{R_{S_{trans}}}{R_{S}} \approx \frac{Z_{F} |t_{12}t_{23}|^{2} e^{-2\alpha_{2}d}}{R_{S} |t_{12}|^{2} |1 - e^{-2\alpha_{2}d}|^{2}} \approx \frac{4\left(R_{S}^{2} + X_{S}^{2}\right)/(R_{S}Z_{F})}{e^{+2\alpha_{2}d} + e^{-2\alpha_{2}d} - 2\cos(2\beta_{2}d)}$$
(A3.15).

Für eine supraleitende Schicht ergibt sich hieraus Gl.(2.94) mit  $R_s \ll X_s$  und  $\beta_2 \ll \alpha_2 = 1/\lambda$ , für eine normalleitende Schicht im Dünnschichtgrenzfall folgt Gl.(2.95) mit  $R_s \approx X_s$  und  $\beta_2 \approx \alpha_2 \approx 1/2\lambda$ .

Wenn auf das dielektrische Substrat noch ein leitendes Material folgt, so läßt sich aus Gl.(A3.10) ersehen, daß die Transmission durch die Grenzfläche bei z = d vermindert

 $<sup>^2</sup>$  unter Berücksichtigung von  $\sin(x)/x\to 1$  für  $x\to 0$  und durch geeignetes Zusammenfassen der Exponentialterme

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> d.h. aus den Imaginärteilen der (effektiven) Oberflächenimpedanz

und somit der Widerstandsbeitrag R<sub>Strans</sub> reduziert wird. Da Reflexionen an Grenzflächen zwischen einem Leiter und einem Dielektrikum in der Regel Reflexionskoeffizienten von nahezu Eins aufweisen, besteht in solch einer Anordnung die Möglichkeit, Resonanzen im Substrat anzuregen, wenn die Dicke des Substrats ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi/\beta_3$  mit  $\beta_3 = \omega \varepsilon_r^{1/2}/c_0$  ist. In diesem Fall steigen die Transmissionsverluste stark an, wie der Poynting-Vektor aus den im Resonanzfall divergierenden Feldern in Gl.(A3.10) zeigt.

#### III. Koppelloch und Koppelkamin endlicher Tiefe: Abklingen des magnetischen Feldes

Die Kopplung zwischen einem Resonator und einem Hohlleiter, der mit dem Resonator durch eine Öffnung in der Resonatorwand verbunden ist, läßt sich aus den Feldverteilungen der Moden zu beiden Seiten der Öffnung berechnen, wenn die Stärke der Trennwand zwischen dem Resonator und dem Hohlleiter, in die das Koppelloch eingebracht ist, vernachlässigt wird (vgl. Anhang A4). Die tatsächliche Kopplung ist aufgrund der endlichen Tiefe h des Koppellochs geringer, da dieses einen unter der cutoff-Frequenz betriebenen Hohlleiter darstellt, in dem die Felder des angeregten Modes exponentiell abklingen. In vergleichbarer Weise wirkt sich ein Koppelkamin von variabler Länge h auf die Kopplung aus.

In einem runden Hohlleiter mit Durchmesser  $D_L < \alpha c_0 / \pi f$  (mit  $\alpha = \alpha_{mn}$  für  $TM_{mn}$ - bzw.  $\alpha = \alpha'_{mn}$  für  $TE_{mn}$ -Moden) ist die Abklingkonstante  $\kappa$  eines Modes gegeben durch [93]

$$\kappa = \frac{2\alpha_{mn}}{D_L} \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha_{mn}} \frac{D_L f}{c_0}\right)^2} \qquad \qquad f \ddot{u}r TM_{mn} - Moden$$
$$\kappa = \frac{2\alpha'_{mn}}{D_L} \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha'_{mn}} \frac{D_L f}{c_0}\right)^2} \qquad \qquad f \ddot{u}r TE_{mn} - Moden \qquad (A3.16).$$

Erfolgt die Kopplung über das magnetische Feld, so erhält man mit Gl.(A3.6) den Faktor a(h), um den die Kopplung abgeschwächt wird, aus  $H^2(h)/H^2(0)$  (mit  $\gamma_2 = \kappa$  und  $r_{23} = r$ ):

$$a(h) = \frac{H^{2}(h)}{H^{2}(0)} = e^{-2\kappa h} \left(\frac{1-r}{1-r e^{-2\kappa h}}\right)^{2}$$
(A3.17).

Tritt keine Reflexion (r = 0) am Übergang vom Koppelloch bzw. vom Koppelkamin auf das folgende Medium auf, so wird die Kopplung exponentiell mit der Länge h abnehmen. Stellt der Übergang hingegen eine elektrische Wand dar (r = -1), so nimmt der Abschwächungsfaktor die Form

$$a(h) = 2/(1 + \cosh(2\kappa h)) \tag{A3.18}$$

an, die in [96] als Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der endlichen Wandstärke am Koppelloch angegeben wird.

## I. Abstrahlung

Die Leistung, die durch eine Öffnung in der Resonatorwand abgestrahlt wird, hängt außer von der Feldamplitude und dem angeregten Mode im Resonator nur von geometrischen Gegebenheiten ab wie der Größe, der Form und der Position der Öffnung sowie der Umgebung, die sich an die Öffnung anschließt.

Unter Verwendung desselben Ansatzes wie in [96] werden im folgenden die Gütebeiträge durch Abstrahlung berechnet für die  $TE_{0np}$ -Moden einer Zylinderkavität mit Koppellöchern im Resonatorboden und einem Spalt zwischen einer Endplatte und dem Zylindermantel. Dabei werden die gestörten Felder, die sich infolge der Unterbrechungen der Resonatorwand ausbilden, durch magnetische und elektrische Dipole in den Öffnungen ausgedrückt. Diese strahlenden Dipole werden angeregt von den Feldern des ungestörten Resonators.

Mit diesem Ansatz läßt sich das tatsächliche elektrische Feld  $\vec{E}$  in einer Öffnung der Fläche  $\Delta S$  mit Hilfe des magnetischen Feldes des ungestörten Resonators  $\vec{H}^{(u)}$  (vgl. Gl.(2.97)) formulieren:

$$\int_{\Delta S} (\hat{n} \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = -i \,\omega \mu_0 \left( m_1 \vec{H}^{(u)} \cdot \hat{e}_1 + m_2 \vec{H}^{(u)} \cdot \hat{e}_2 \right) \tag{A4.1}$$

(mit den orthogonalen Einheitsvektoren  $\hat{e}_{1,2}$  in der Ebene der Öffnung und dem nach außen weisenden Normalvektor  $\hat{n}$ ). Die magnetischen Polarisierbarkeiten m<sub>1,2</sub> der Öffnung hängen nur von deren Form und Größe ab.

Der Leistungsfluß durch die Öffnung wird durch den Poynting-Vektor aus dem tatsächlichen elektrischen Feld  $\vec{E}$  in der Öffnung und dem magnetischen Feld  $\vec{H}^{(a)}$  in dem Medium außerhalb des Resonators bestimmt. Entwickelt man letzteres um das Zentrum der Öffnung, um das Integral über die Fläche  $\Delta S$  zu vereinfachen, so erhält man mit Gl.(A4.1) formal für die abgestrahlte Leistung P<sub>rad</sub>

$$P_{rad} = -i\omega\mu_0 \left( m_1(\vec{H}^{(u)}\hat{e}_1)(\vec{H}^{(a)}\hat{e}_1) + m_2(\vec{H}^{(u)}\hat{e}_2)(\vec{H}^{(a)}\hat{e}_2) + \frac{p_n}{Z_{F_0}^2}(\vec{E}^{(u)}\hat{n})(\vec{E}^{(a)}\hat{n}) \right)$$
(A4.2)

(mit der Polarisierbarkeit  $p_n$  des elektrischen Dipols in Richtung von  $\hat{n}$ ).

Die Feldamplituden im Medium außerhalb des Resonators ergeben sich aus der entsprechenden Kontinuitätsgleichung, da der Leistungsfluß in einigem Abstand von der Öffnung nur durch die Felder  $\vec{H}^{(a)}$  und  $\vec{E}^{(a)}$  festgelegt wird. Deren Amplituden lassen sich dann mit Gl.(A4.2) durch die Feldamplitude  $H_0$  im Resonator ausdrücken. Dividiert man schließlich P<sub>rad</sub> durch die gespeicherte Energie und durch  $\omega$ , so kann die reziproke Abstrahlgüte 1/Q<sub>rad</sub> angegeben werden, die allein von geometrischen Größen abhängt.

## I.A. Abstrahlung durch ein Koppelloch

Wenn es sich bei der Öffnung um ein Koppelloch handelt, an das sich ein Koppelelement der in 2.2.4 beschriebenen und in Fig.2.5 dargestellten Form anschließt, dann kann

näherungsweise angenommen werden, daß die Felder  $\vec{H}^{(a)}$  und  $\vec{E}^{(a)}$  außerhalb des Resonators in der Gegend der Öffnung durch die Feldverteilung des TM<sub>01</sub>-Modes

$$E_{r} = -iE_{0}\frac{\pi}{\alpha_{0l}}\frac{D_{K}f}{c_{0}}\sqrt{1-\left(\frac{\alpha_{0l}}{\pi}\frac{c_{0}}{D_{K}f}\right)^{2}} \quad J_{0}'(2\alpha_{0l}r/D_{K}) \quad e^{-i\beta z}$$

$$E_{z} = E_{0} \qquad \qquad J_{0}(2\alpha_{0l}r/D_{K}) \quad e^{-i\beta z}$$

$$H_{\varphi} = -iE_{0}Z_{F0}\frac{\pi}{\alpha_{0l}}\frac{D_{K}f}{c_{0}} \qquad \qquad J_{0}'(2\alpha_{0l}r/D_{K}) \quad e^{-i\beta z}$$
(A4.3)

gegeben sind.<sup>1</sup>

In diesem Mode ist der Leistungsfluß durch einen Hohlleiterquerschnitt

$$\int_{0}^{D_{K}/2} 2\pi r \, \frac{1}{2} E_{r}(r) H_{\varphi}^{*}(r) \, dr = \frac{E_{0}^{2}}{Z_{F0}} \left(\frac{\pi D_{K}}{\alpha_{0I}}\right)^{4} \frac{f^{2}}{c_{0}^{2}} \sqrt{I - \left(\frac{\alpha_{0I}}{\pi} \frac{c_{0}}{D_{K}f}\right)^{2}} \pi \int_{0}^{\alpha_{0I}} x J_{I}^{2}(x) dx \qquad (A4.4).$$

Wenn der Hohlleiter unter seiner cut-off-Frequenz betrieben wird, ist dieser Leistungsfluß imaginär. Das abklingende Feld erregt jedoch einen ausbreitungsfähigen Mode im Koaxialkabel, so daß hier der Leistungsfluß wieder reell wird, und das Abklingen, d.h. die Verminderung der am Koaxialleiter ankommenden Leistung, wird nach Anhang A3 durch die Funktion a(s) mit der Abklingkonstante  $\kappa_K$  des TM<sub>01</sub>-Modes in geeigneter Weise berücksichtigt. Daher muß der Imaginärteil des Ausdrucks Gl.(A4.4) verwendet werden, damit durch Gleichsetzen mit P<sub>rad</sub> aus Gl.(A4.2) das Verhältnis der Feldstärkeamplituden im Hohlleiter und im Resonator bestimmt werden kann:

$$\frac{E_0 / Z_{F0}}{H_0} = \frac{\alpha_{0l}}{3\pi^2} \frac{D_{KL}^3}{D_K^3} \frac{p}{\alpha_{ln}} \frac{D}{L} \frac{J_1(\alpha_{0l}/2) J_1(2\alpha_{ln}R_{KL}/D)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{0l}}{\pi} \frac{c_0}{D_Kf}\right)^2} J_1^2(\alpha_{0l})}$$
(A4.5).

Hier wurde für die magnetische Polarisierbarkeit des runden Koppellochs

$$m_1 = m_2 = D_{KL}^{3}/6$$
 (A4.6)

(aus [96]) eingesetzt; die elektrische Polarisierbarkeit wird wegen  $\vec{E}^{(u)} \cdot \hat{n} = 0$  für transversal-elektrische Resonatormoden nicht benötigt.

Mit Gl.(A4.5) und der Leistung aus Gl.(A4.4) oder Gl.(A4.2) läßt sich der Zusammenhang zwischen der abgestrahlten Leistung und der Feldamplitude im Resonator angeben

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Im allgemeinen kann das Feld außerhalb des Resonators aus vielen unterschiedlich stark angeregten (orthogonalen) Moden aufgebaut sein. In der vorliegenden Koppelgeometrie wird jedoch im Koppelkamin im wesentlichen der  $TM_{01}$ -Mode erregt. Da alle anderen Moden – abgesehen vom  $TE_{11}$ -Mode, der wegen seiner Feldverteilung nicht angeregt werden kann, – aufgrund ihrer höheren cut-off-Frequenzen entlang der Länge des Kamins schneller abklingen als der  $TM_{01}$ -Mode, bleibt für entsprechend große Abstände s zwischen der Koppelantenne und dem Resonator ohnehin nur dieser Mode übrig. Die experimentellen Ergebnisse zeigen darüber hinaus, daß auch bei kleinen Abständen s der  $TM_{01}$ -Mode dominiert (vgl. 3.4.).

Anhang A4: Störungen durch Öffnungen in der Resonatorwand

$$P_{rad} = \frac{\pi}{18} \frac{D_{KL}^{\ 6}}{D_{K}^{\ 2}} \left(\frac{p}{\alpha_{In}} \frac{Df}{Lc_{0}}\right)^{2} \frac{J_{I}^{\ 2}(\alpha_{0I}/2) J_{I}^{\ 2}(2\alpha_{In}R_{KL}/D)}{\left|\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{0I}}{\pi} \frac{c_{0}}{D_{K}f}\right)^{2}}\right| J_{I}^{\ 2}(\alpha_{0I})} Z_{F0} H_{0}^{\ 2} a(h_{KL}) a(s)$$
(A4.7).

Dabei wird die Wirkung der endlichen Höhe des Koppellochs durch den Faktor  $a(h_{KL})$ und die Abschwächung im Koppelkamin der Länge s durch a(s) berücksichtigt. Die in den Faktor  $a(h_{KL})$  eingehende Abklingkonstante  $\kappa_{KL}$  ist die des Dipolmodes TE<sub>11</sub>, der mit dem Feld des Resonators und dem TM<sub>01</sub>-Mode im Kamin am stärksten überlappt und unter allen Moden die kleinste Dämpfung erfährt.

Mit Gl.(2.102) und Gl.(2.103) ist schließlich die reziproke Güte 1/Q<sub>rad</sub> der Abstrahlung

$$\frac{1}{Q_{rad}} = \frac{4}{9} \frac{p^2}{\alpha_{In}^{3}} \frac{D_{KL}^{6}}{D_{K}^{2}} \frac{Df^2}{L^3 c_0^{2}} \frac{J_{I}^{2}(\alpha_{0I}/2) J_{I}^{2}(2\alpha_{In}R_{KL}/D) a(h_{KL})a(s)}{J_{I}^{2}(\alpha_{0I}) J_{0}^{2}(\alpha_{In}) \sqrt{\left(\frac{\alpha_{0I}}{\pi} \frac{c_0}{D_{K}f}\right)^2 - 1} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi pD}{2\alpha_{In}L}\right)^2}^3}$$
(A4.8).

#### I.B. Abstrahlung durch den Spalt

Eine obere Abschätzung der Abstrahlung durch eine Öffnung erhält man, wenn man annimmt, daß das Medium außerhalb der Öffnung der freie Raum ist – und nicht ein abgeschlossenes Leitungssystem wie im Fall des Koppellochs. Die abgestrahlte Leistung  $P_{rad}$  ist dann (vgl. [96])

$$P_{rad} = \frac{\mu_0 \omega^4}{3 c_0^3} \left( m_1^2 (\vec{H}^{(u)} \hat{e}_1)^2 + m_2^2 (\vec{H}^{(u)} \hat{e}_2)^2 + \frac{p_n^2}{Z_{F0}^2} (\vec{E}^{(u)} \hat{n})^2 \right)$$
(A4.9).

Um diese Formel auf die Abstrahlung des  $TE_{0np}$ -Modes durch den Spalt zwischen der Probe und dem Resonatorbecher anzuwenden, müssen die magnetischen Polarisierbarkeiten bekannt sein; der Term, der die elektrische Polarisierbarkeit enthält, entfällt, da die transversal-elektrischen Moden kein elektrisches Feld senkrecht zur Endplatte haben. Betrachtet man den Spalt als einen Schlitz der Länge  $l = \pi(D+D_D)/2$  und der Breite  $b = (D-D_D)/2$ , der durch das radiale *H*-Feld angeregt wird, so ergibt sich mit der Polarisierbarkeit m<sub>2</sub> in Richtung der Schlitzbreite

$$m_2 = \pi l b^2 / 24 \tag{A4.10}$$

(aus [96]) und mit Gl.(A4.9) nach Division durch  $\omega E = A_{0np}H_0^2$  (vgl. Gl.(2.121)) der maximale Beitrag 1/Q<sub>sp</sub> des Spalts zur reziproken Güte:

$$\frac{1}{Q_{sp_0}} = \frac{4}{27} \left(\frac{\pi}{2}\right)^9 \frac{p^2}{\alpha_{In}^3} \frac{J_I^2 \left(\frac{D+D_D}{2D} \alpha_{In}\right)}{J_0^2 (\alpha_{In})} \left(\frac{f}{c_0}\right)^4 \frac{D(D+D_D)^2 (D-D_D)^4}{L^3 \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2} \frac{p}{\alpha_{In}} \frac{D}{L}\right)^2}^3}$$
(A4.11).

Wie schon im Fall des Koppellochs muß auch hier die endliche Steghöhe berücksichtigt werden, die gegeben ist durch die Spalthöhe  $h_D$ , d.h. durch die Höhe des Zylinders mit

## Anhang A4: Störungen durch Öffnungen in der Resonatorwand

Durchmesser D<sub>D</sub>, den die Probe und teilweise der Probenträger bilden. In dem torusförmigen Spaltvolumen klingt das Feld über den TE<sub>01</sub>-Mode mit der cut-off-Frequenz  $f_c = \alpha_{11} c_0 / \pi (D - D_D)$  ab, so daß als obere Abschätzung für die Abstrahlung durch den Spalt gilt:

$$\frac{1}{Q_{s_p}} = \frac{1}{Q_{s_{p_0}}} \exp(-2\kappa_{s_p}h_D) \quad mit \ \kappa_{s_p} = \frac{2\alpha_{11}}{D - D_D} \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha_{11}} \frac{(D - D_D)f}{c_0}\right)^2}$$
(A4.12).

Unter den Gütebeiträgen aus Gl.(2.101) ist der Beitrag der Abstrahlung durch den Spalt in  $1/Q_{add}$  enthalten.

Es sei noch erwähnt, daß der Spalt bei anderen Resonatormoden, insbesondere bei den  $TM_{Inp}$ -Moden, wesentlich höhere Abstrahlverluste hervorrufen kann, wenn diese Moden im Spalt den ausbreitungsfähigen TEM-Mode anregen können und außerdem natürlich wenn die Felder der Moden im Bereich der Öffnung groß sind.

#### II. Frequenzverschiebung

Öffnungen in der Resonatorwand führen nicht nur durch Abstrahlverluste zur stärkeren Dämpfung der Resonanz, sondern verschieben auch die Resonanzfrequenz. Außerdem können Entartungen aufgehoben und benachbarte Moden gemischt werden, wenn die Öffnungen eine Symmetrie der Zylinderkavität brechen. Durch eine Störungsrechnung erster Ordnung können diese Phänomene erfaßt werden, wie eingehende Untersuchungen von E. Keskin gezeigt haben [94].

Grundlage der Störungsrechnung ist wieder die Entwicklung der tatsächlichen Felder  $\hat{H}$ und  $\vec{E}$  des gestörten Resonators nach den orthogonalen Eigenschwingungen der idealen Zylinderkavität  $\vec{H}_q^{(u)}$  und  $\vec{E}_q^{(u)}$ ; der Index q bezeichne dabei einen der Moden aus Gl.(2.97) und Gl.(2.99), und die Amplituden  $H_0$  bzw.  $E_0$  seien durch Normierung so festgelegt, daß für die Volumenintegrale über den ungestörten Hohlraum V<sup>(u)</sup> gilt:

$$\int_{V^{(u)}} \vec{H}_{q}^{(u)} \cdot \vec{H}_{r}^{(u)} \, dV = \int_{V^{(u)}} \vec{E}_{q}^{(u)} \cdot \vec{E}_{r}^{(u)} \, dV = \delta_{qr}$$
(A4.13).

Wenn nur ein Mode, der Mode q, die Eigenfrequenz  $f_q$  (nach Gl.(2.96) bzw. Gl.(2.98)) besitzt, dann erhält man die zugehörige Frequenz f des gestörten Resonators aus

$$f^{2} \int_{V} \vec{H}_{q}^{(u)} \cdot \vec{H}_{q}^{(u)} dV - f_{q}^{2} \int_{V} \vec{E}_{q}^{(u)} \cdot \vec{E}_{q}^{(u)} dV = 0$$
(A4.14).

Dabei schließt das Integrationsvolumen V die Störvolumina mit ein. Die Integrale sind entsprechend der Normierung dimensionslos (vgl. Gl.(A4.13)).

Wenn die Eigenfrequenz  $f_q$  jedoch s-fach entartet ist, d.h., wenn  $s \ge 2$  orthogonale Eigenschwingungen dieselbe Eigenfrequenz  $f_q$  haben, ergeben sich die Frequenzen, die aus der unterschiedlichen Auswirkung der Störung auf jeden der entarteten Moden resultieren, aus der Determinante der s×s-Matrix ( $R_{qr}$ ), die gleich Null gesetzt werden muß. Die Matrixelemente  $R_{qr}$  sind:

$$R_{qr} = f^{2} \int_{V} \vec{H}_{q}^{(u)} \cdot \vec{H}_{r}^{(u)} \, dV - f_{r}^{2} \int_{V} \vec{E}_{q}^{(u)} \cdot \vec{E}_{r}^{(u)} \, dV$$
(A4.15).

#### II.A. Frequenzverschiebung durch die Koppellöcher

Im Fall der Frequenzverschiebung durch zwei Koppellöcher der in 2.2.4 beschriebenen und in Fig.2.5 dargestellten Form muß berücksichtigt werden, daß nicht nur die grundsätzliche Entartung des TE<sub>0np</sub>-Modes mit dem TM<sub>1np</sub>-Mode aufgehoben wird, sondern daß der TM<sub>1np</sub>-Mode bezüglich der Symmetrieebene der Koppellöcher zwei orthogonale Einstellungen (TM<sup>+</sup><sub>1np</sub> und TM<sup>-</sup><sub>1np</sub>) annehmen kann, die wegen der Störvolumina nicht mehr äquivalent sind. Als Störvolumen V<sub>KLi</sub> des Koppellochs i wird der Zylinder des Durchmessers D<sub>KL</sub> und der Höhe h<sub>KL</sub> angesetzt.

Die von Null verschiedenen Matrixelemente lauten dann (mit dem Index 1 für den  $TE_{0np}$ -Mode und den Indizes 2 und 3 für den  $TM_{1np}^+$  und den  $TM_{1np}^-$ Mode):

$$\begin{aligned} R_{11} &= f^{2} \Biggl( I + \frac{2n^{2}J_{1}^{2} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right)}{\pi J_{0}^{2} (\alpha_{ln})} \frac{V_{KL1} + V_{KL2}}{(f_{q}/c_{0})^{2} D^{2} L^{3}} \Biggr) - f_{r}^{2} \\ R_{22} &= f^{2} \Biggl( I + \frac{16J_{1}^{\prime 2} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right)}{\pi J_{1}^{\prime 2} (\alpha_{ln})} \frac{V_{KL1} + V_{KL2}}{D^{2} L} \Biggr) - f_{r}^{2} \Biggl( I + \frac{4\alpha_{ln}^{2}J_{1}^{2} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right)}{\pi^{3} J_{1}^{\prime 2} (\alpha_{ln})} \frac{V_{KL1} + V_{KL2}}{(f_{q}/c_{0})^{2} D^{2} L^{3}} \Biggr) \\ R_{33} &= f^{2} \Biggl( I + \frac{4J_{1}^{2} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right)}{\pi \alpha_{ln}^{2} J_{1}^{\prime 2} (\alpha_{ln})} \frac{V_{KL1} + V_{KL2}}{L R_{KL}^{2}} \Biggr) - f_{r}^{2} \\ R_{12} &= R_{21} = f^{2} \frac{2\sqrt{2} n J_{0}^{\prime} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right) J_{1} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right)}{\pi \alpha_{ln} J_{0} (\alpha_{ln}) J_{1}^{\prime} (\alpha_{ln})} \frac{V_{KL1} \cos \phi_{KL1} + V_{KL2} \sin \phi_{KL2}}{(f_{q}/c_{0}) D L^{2} R_{KL}} \\ R_{13} &= R_{31} = f^{2} \frac{2\sqrt{2} n J_{0}^{\prime} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right) J_{1} \left(\frac{2\alpha_{ln}R_{KL}}{D}\right)}{\pi \alpha_{ln} J_{0} (\alpha_{ln}) J_{1}^{\prime} (\alpha_{ln})} \frac{V_{KL1} \cos \phi_{KL1} + V_{KL2} \cos \phi_{KL2}}{(f_{q}/c_{0}) D L^{2} R_{KL}} \end{aligned}$$
(A4.16)

 $f_q$  bezeichnet dabei die gemeinsame Eigenfrequenz der drei entarteten Moden TE<sub>0np</sub>, TM<sup>+</sup><sub>1np</sub> und TM<sup>-</sup><sub>1np</sub> des ungestörten Resonators gemäß Gl.(2.96) und Gl.(2.98). Die azimutalen Positionen der Koppellöcher sind nach Fig.2.5 gegeben durch  $\phi_{KL 1} = \phi_{KL}$  und  $\phi_{KL 2} = \pi - \phi_{KL}$ , so daß die Matrixelemente R<sub>13</sub> und R<sub>31</sub> verschwinden, da außerdem die beiden Störvolumina V<sub>KL 1</sub> und V<sub>KL 2</sub> als gleich groß angenommen werden können.

Die Frequenzverschiebungen  $\delta f_{KL} = f - f_q$  erhält man als Lösungen der Gleichung

$$\left(R_{11}R_{22} - R_{12}^{2}\right)R_{33} = 0 \tag{A4.17},$$

d.h. der gleich Null gesetzten Determinante der Matrix ( $R_{qr}$ ). Vernachlässigt man zunächst die Mischung der Moden 1 und 2, die von den Matrixelementen  $R_{12}$  und  $R_{21}$ 

repräsentiert wird, so liefert jedes der Diagonalelemente durch die Forderung  $R_{ii} = 0$  eine Bestimmungsgleichung für die Verschiebung des zugehörigen Modes i.

Berechnungen der Frequenzverschiebungen unter Berücksichtigung der Modenmischung sind in Tab.2.3 aufgeführt.

#### II.B. Frequenzverschiebung durch den Spalt

Da der Spalt, ein Torus mit Außendurchmesser D, Innendurchmesser D<sub>D</sub> und Höhe h<sub>D</sub>, die Zylindersymmetrie des Resonators nicht bricht, führt dieses Störvolumen lediglich zur Aufspaltung der  $TE_{0np}$ - und  $TM_{1np}$ -Moden, nicht jedoch zur Aufhebung weiterer Entartungen oder zur Modenmischung. Dementsprechend sind für diese Störung nur die beiden Diagonalelemente der 2×2-Matrix (R<sub>qr</sub>) von Null verschieden:

$$R_{II} = f^{2} \left( I + \frac{n^{2} \int_{\alpha_{In}}^{\alpha_{In}} x J_{I}^{2}(x) dx}{n + \frac{\alpha_{In} D_{D} / D}{\alpha_{In}^{2} J_{0}^{2}(\alpha_{In})} \frac{h_{D}}{(f_{q} / c_{0})^{2} L^{3}} \right) - f_{r}^{2}$$

$$R_{22} = f^{2} \left( I + \frac{4 \int_{\alpha_{In}}^{\alpha_{In}} [x^{-I} J_{I}^{2}(x) + x J_{I}^{\prime 2}(x)] dx}{1 + \frac{\alpha_{In} D_{D} / D}{\alpha_{In}^{2} J_{0}^{2}(\alpha_{In})} \frac{h_{D}}{L} \right) - f_{r}^{2} \left( I + \frac{\int_{\alpha_{In}}^{\alpha_{In}} x J_{I}^{2}(x) dx}{\pi^{2} J_{0}^{2}(\alpha_{In})(f_{q} / c_{0})^{2} L^{3}} \right)$$
(A4.18).

Explizit aus den Bedingungen  $R_{11}=0$  und  $R_{22}=0$  berechnete Werte für die Frequenzverschiebungen der TE<sub>0np</sub>- und TM<sub>1np</sub>-Moden finden sich ebenfalls in Tab.2.3.

- [1] G.E.H. Reuter, E.H. Sondheimer: *The theory of the anomalous skin effect in metals*, Proc. Roy. Soc. A **195**, 336 (1948)
- [2] R.B. Dingle: *THE ANOMALOUS SKIN EFFECT AND THE REFLECTIVITY OF METALS. I*, Physica **XIX**, 311 (1953)
- [3] O.K. Andersen, A.I. Liechtenstein, C.O. Rodriguez, I.I. Mazin, V.P. Antropov, O. Gunnarsson, S. Gopalan: *ELECTRONS, PHONONS, AND THEIR INTERACTION IN YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>, Physica C 185-189, 147 (1991)
- [4] I.I. Mazin, O.K. Andersen, A.I. Liechtenstein, O. Jepsen, V.P. Antropov, S.N. Rashkeev, V.I. Anisimov, J. Zaanen, C.O. Rodriguez, M. Methfessel: *DENSITY FUNCTIONAL THEORY FOR PHONONS, ELECTRONS, AND THEIR INTERACTION IN YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>.
   In: *Lattice Effects in High-Tc Superconductors.* Y. Bar-Yam, T. Egami, J. Mustre-de Leon, A.R. Bishop (eds.), p. 235. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific 1993
- [5] Z.-X Shen, D.S. Dessau, B.O. Wells, D.M. King, W.E. Spicer, A.J. Arko, D. Marshall, L.W. Lombardo, A. Kapitulnik, P. Dickinson, S.Doniach, J. DiCarlo, A.G. Loeser, C.H. Park: *Anomalously Large Gap Anisotropy in the a-b Plane of Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8-δ</sub>*, Phys. Rev. Lett. **74**, 2784 (1995)
- [6] H. Ding, J.C. Campuzano, A.F. Bellman, T. Yokoya, M.R. Norman, M. Randeria, T. Takahashi,
   H. Katayama-Yoshida, T. Mochiku, K. Kadowaki, G. Jennings: *Momentum Dependence of the* Superconducting Gap in Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub>, Phys. Rev. Lett. 74, 2784 (1995)
- [7] A. Virosztek, J. Ruvalds: *Nested-Fermi-liquid theory*, Phys. Rev. B 42, 4064 (1990)
- [8] N. Bulut, D. Hone, D.J. Scalapino, N.E. Bickers: *Random-Phase Approximation of NMR and Neutron-Scattering Experiments on Layered Cuprates*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2723 (1990)
- [9] A.J. Millis, H. Monien, D. Pines: *Phenomenological model of nuclear relaxation in the normal state of YBa*<sub>2</sub>*Cu*<sub>3</sub>*O*<sub>7</sub>, Phys. Rev. B **42**, 167 (1990)
- T. Moriya, Y. Takahashi, K. Ueda: Antiferromagnetic Spin Fluctuations and Superconductivity in Two-Dimensional Metals – A Possible Model for High T<sub>c</sub> Oxides, J. Phys. Soc. Jpn. 59, 2905 (1990)
- [11] B.W. Statt, A. Griffin: *Quasiparticle damping due to antiparamagnons below Tc and the microwave conductivity*, Phys. Rev. B **46**, 3199 (1992)
- [12] P. Monthoux, D. Pines: *Spin-fluctuation-induced superconductivity and normal-state properties* of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>, Phys. Rev. B **49**, 4261 (1994)
- [13] A.A. Abrikosov, L.P. Gor'kov, I.YE. Dzyaloshinskii: *Quantum Field Theoretical Methods in Statistical Physics*, 2. Ausgabe, Herausgeber: D. ter Haar. Oxford: Pergamon Press 1965
- [14] J. Halbritter: *Zur Oberflächenimpedanz von Supraleitern* (Dissertation), Externer Bericht 3/69-2, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1969
- [15] R. Schwab: Computation of the Surface Impedance in Normal Conductors, Wissenschaftlicher Bericht FZKA 6023, Forschungszentrum Karlsruhe, 1997
- [16] J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer: *Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957)
- [17] C.J. Gorter, H. Casimir: Zur Thermodynamik des supraleitenden Zustandes, Physik. Zeitschr. XXXV, 963 (1934)

- [18] J.G. Daunt, A.R. Miller, A.B. Pippard, D. Shoenberg: Temperature Dependence of Penetration Depth of a Magnetic Field in Superconductors, Phys. Rev. 74, 842 (1948)
- [19] R. Blocksdorf: *Zur Oberflächenimpedanz stark koppelnder Supraleiter*, Dissertation, Physikalisches Institut, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1980)
- [20] A.A. Abrikosov, L.P. Gor'kov: CONTRIBUTION TO THE THEORY OF SUPERCONDUCTING ALLOYS WITH PARAMAGNETIC IMPURITIES, J. Exptl. Theoret. Phys. (U.S.S.R.) 39, 1781 (1960) bzw. Sov. Phys. JETP 12, 1243 (1961)
- [21] A.B. Kaiser: *Effect of non-magnetic localized states in superconducting alloys*, J. Phys. C: Solid St. Phys. **3**, 410 (1970)
- [22] S. Skalski, O. Betbeder-Matibet, P.R. Weiss: Properties of Superconducting Alloys Containing Paramagnetic Impurities, Phys. Rev. 136, A 1500 (1964)
- [23] A. Schmid: Does a Superconductor without Long-Range Order Have an Energy Gap?, Z. Physik 231, 324 (1970)
- [24] J.P. Turneaure, J. Halbritter, H.A. Schwettmann: *The Surface Impedance of Superconductors and Normal Conductors: The Mattis-Bardeen Theory*, J. Supercond. **4**, 341 (1991)
- [25] I.M. Khalatnikov, A.A. Abrikosov: *The Modern Theory of Superconductivity*, Adv. in Phys. **8**, 45 (1959)
- [26] J. Halbritter: FORTRAN-Program for the computation of the Surface Impedance of Superconductors, Externer Bericht 3/70-6, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1970
- [27] Z.B.: B. Goss Levi: IN HIGH-T<sub>c</sub> SUPERCONDUCTORS, IS d-WAVE THE NEW WAVE?, Phys. Today 46, 17 (1993)
- [28] P. Monthoux, A. Balatsky, D. Pines: Weak-coupling theory of high-temperature superconductivity in the antiferromagnetically correlated copper oxides, Phys. Rev. B 46, 14803 (1992)
- [29] S. Hensen, G. Müller, C.T. Rieck, K. Scharnberg: In-plane surface impedance of epitaxial YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> films: Comparison of experimental data taken at 87 GHz with d- and s-wave models of superconductivity, Phys. Rev. B 56, 6237 (1997)
- [30] J. Annett, N. Goldenfeld, S.R. Renn: Interpretation of the temperature dependence of the electromagnetic penetration depth in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, Phys. Rev. B 43, 2778 (1991)
- [31] P.J. Hirschfeld, W.O. Putikka, D.J. Scalapino: *d-wave model for the microwave response of high-Tc superconductors*, Phys. Rev. B **50**, 10250 (1994)
- [32] P.A. Lee: *Localized States in a d-Wave Superconductor*, Phys. Rev. Lett. **71**, 1887 (1993)
- [33] P. Hirschfeld, N. Goldenfeld: *Effect of strong scattering on the low-temperature penetration depth of a d-wave superconductor*, Phys. Rev. B **48**, 4219 (1993)
- [34] P.J. Hirschfeld, W.O. Putikka, D.J. Scalapino: *Microwave Conductivity of d-Wave Superconductors*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3705 (1993)
- [35] G.D. Mahan: *Electron-phonon interaction near Van Hove singularities*, Phys. Rev. B 48, 16557 (1993)
- [36] G.D. Mahan: *Anisotropic energy gaps in copper oxide superconductors*, Phys. Rev. B **40**, 11317 (1989)

- [37] L.S. Borkowski, P.J. Hirschfeld: *Distinguishing d-wave superconductors from highly anisotropic s-wave superconductors*, Phys. Rev. B **49**, 15404 (1994)
- [38] S.E. Barrett, D.J. Durand, C.H. Pennington, C.P. Slichter, T.A. Friedmann, J.P. Rice, D.M. Ginsberg: *Cu Knight shifts in the superconducting state of*  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}(T_c = 90 K)$ , Phys. Rev. B **41**, 6283 (1990)
- [39] M. Takigawa, P.C. Hammel, R.H. Heffner, Z. Fisk: Spin susceptibility in superconducting YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> from <sup>63</sup>Cu Knight shift, Phys. Rev. B **39**, 7371 (1989)
- [40] S.-Ch. Zhang: A Unified Theory Based on SO(5) Symmetry of Superconductivity and Antiferromagnetism, Science 275, 1089 (1997)
- [41] D. Mihailovic, B. Podobnik, J. Demsar, G. Wagner, J. Evetts: DIVERGENCE OF THE QUASIPARTICLE LIFETIME WITH DOPING AND EVIDENCE FOR PRE-FORMED PAIRS BELOW T<sup>\*</sup> IN YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-&</sub> Direct measurements by femtosecond time-resolved spectroscopy, J. Phys. Chem. Solids 59, 1937 (1998)
- [42] A.S. Alexandrov, J. Ranninger: *Theory of bipolarons and bipolaronic bands*, Phys. Rev. B 23, 1796 (1981)
- [43] N.F. Mott: *Polaron models of high-temperature superconductivity*, Physica C **205**, 191 (1993)
- [44] A.S. Alexandrov: Bipolaron anisotropic flat bands, Hall mobility edge, and metal-semiconductor duality of overdoped high-T<sub>c</sub> oxides, Phys. Rev. B 53, 2863 (1996)
- [45] B.K. Chakraverty, J. Ranninger, D. Feinberg: Experimental and Theoretical Constraints of Bipolarinic Superconductivity in High T<sub>c</sub> Materials: An Impossibility, Phys. Rev. Lett. 81, 433 (1998)
- [46] J. Orenstein, A.J. Millis: *Advances in the Physics of High-Temperature Superconductivity*, Science **288**, 468 (2000)
- [47] J.L. Tallon, C. Bernhard, H. Shaked, R.L. Hitterman, J.D. Jorgensen: *Generic superconducting phase behavior in high-T<sub>c</sub> cuprates: T<sub>c</sub> variation with hole concentration in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, Phys. Rev. B 51, 12911 (1995)*
- [48] S.H. Pan, J.P. O'Neal, R.L. Badzey, C. Chamon, H. Ding, J.R. Engelbrecht, Z. Wang, H. Eisaki, S. Uchida, A.K. Gupta, K.-W. Ng, E.W. Hudson, K.M. Lang, J.C. Davis: *Microscopic electronic inhomogeneity in the high-T<sub>c</sub> superconductor Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+x</sub>, Nature 413, 282 (2001)*
- [49] N.D. Browning, J.P. Buban, P.D. Nellist, D.P. Norton, M.F. Chrisholm, S.J. Pennycook: The atomic origins of reduced critical currents at [001] tilt grain boundaries in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> thin films, Physica C 294, 183 (1998)
- [50] J.J. Neumeier, H.A. Zimmermann: *Pressure dependence of the superconducting transition* temperature of YBa2Cu3O7 as a function of carrier concentration: A test for a simple chargetransfer model, Phys. Rev. B **47**, 8385 (1993)
- [51] B. Ya. Shapiro, I.B. Khalfin: *Charged grain boundaries as pinning centers in high-T<sub>c</sub>* superconductors, Physica C **219**, 465 (1994)
- [52] L. Burlachkov, I.B. Khalfin, B. Ya. Shapiro: *Increase of the critical current by an external electric field in high-temperature superconductors*, Phys. Rev. B **48**, 1156 (1993)
- [53] J. Mannhart: *High Tc Transistors*, Supercond. Sci. Technol. 9, 49 (1996)

- [54] A. Gurevich, E.A. Pashitskii: *Current transport through low-angle grain boundaries in hightemperature superconductors*, Phys. Rev. B **57**, 13878 (1998)
- [55] M. Franz, C. Kallin, A.J. Berlinsky: *Impurity scattering and localization in d-wave superconductors*, Phys. Rev. B **54**, R6897 (1996)
- [56] Ch. Jooss, R. Warthmann, H. Kronmüller: Pinning mechanism of vortices at antiphase boundaries in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, Phys. Rev. B 61, 12433 (2000)
- [57] C.J. Jou, J. Washburn: Formation of coherent twins in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> superconductors, J. Mater. Res. 4, 795 (1989)
- [58] Q.-H. Hu, K. Stiller, E. Olsson, H.-O. Andrén, P. Berastegui, L.-G. Johansson: Concentration profiles across twin boundaries in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6-8</sub>, Phys. Rev. B 56, 11997 (1997)
- [59] T.L. Hylton, M.R. Beasley: *Effect of grain boundaries on magnetic field penetration in polycrystalline superconductors*, Phys. Rev. B **39**, 9042 (1989)
- [60] B.C. den Hertog, A.J. Berlinsky, C. Kallin: *Properties of superconductor-antiferromagnet-superconductor Josephson junctions in SO(5) theory*, Phys. Rev. B **59**, R11645 (1999)
- [61] S.E. Russek, D.K. Lathrop, B.H. Moeckly, R.A. Buhrman, D.H. Shin, J. Silcox: Scaling behavior of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> thin-film weak links, Appl. Phys. Lett. 57, 1155 (1990)
- [62] R. Gross, B. Mayer: TRANSPORT PROCESSES AND NOISE IN  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  GRAIN BOUNDARY JUNCTIONS, Physica C **180**, 235 (1991)
- [63] R. Gross, P. Chaudhari, M. Kawasaki, A. Grupta: Superconducting Transport Properties of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> Grain Boundary Junctions, Supercond. Sci. Technol. 4, 253 (1991)
- [64] J. Mannhart, P. Chaudhari, D. Dimos, C.C. Tsuei, T.R. McGuire: *Critical Currents in [001] Grains an across Their Tilt Boundaries in YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> Films, Phys. Rev. Lett. 61, 2476 (1988)
- [65] Ch. Jooss, R. Warthmann, H. Kronmüller, T. Haage, H.-U. Habermeier, J. Zegenhagen: Vortex Pinning due to Strong Quasiparticle Scattering at Antiphase Boundaries in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, Phys. Rev. Lett. 82, 632 (1999)
- [66] J. Halbritter: On extrinsic effects in the surface impedance of cuprate superconductors by weak links, J. Appl. Phys. **71**, 339 (1992)
- [67] V. Ambegaokar, A. Baratoff: *TUNNELING BETWEEN SUPERCONDUCTORS*, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963) i.V.m.
  V. Ambegaokar, A. Baratoff: *TUNNELING BETWEEN SUPERCONDUCTORS*, (ERRATUM) Phys. Rev. Lett. **11**, 104 (1963)
- [68] T.L. Hylton, A. Kapitulnik, M.R. Beasley, J.P. Carini, L. Drabeck, G. Grüner: Weakley coupled grain model of high-frequency losses in high T<sub>c</sub> superconducting thin films, Appl. Phys. Lett. 53, 1343 (1988)
- [69] J. Halbritter: WEAK LINK EFFECTS IN THE SURFACE IMPEDANCE OF CUPRATE SUPERCONDUCTORS, J. Alloys and Compounds 195, 579 (1993)
- [70] G. Godel, N. Gold, J. Hasse, J. Bock, J. Halbritter: A quantitative description of the microwave properties of melt cast Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub> in terms of a weak-link model, Supercond. Sci. Technol. 7, 745 (1994)

- [71] S.K. Remillard, M.E. Reeves, F.J. Rachford, S.A. Wolf: The microwave surface impedance of granular high T<sub>c</sub> superconductors in dc magnetic fields: Its relationship to frequency dependence, J. Appl. Phys. **75**, 4103 (1994)
- [72] J. Halbritter: Granular Superconductors and Their Intrinsic and Extrinsic Surface Impedance, J. Supercond. 8, 691 (1995)
- [73] M. Mahel: ON THE SURFACE IMPEDANCE OF HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTING CUPRATES A SINGLE JOSEPHSON JUNCTION MODEL, Solid State Commun. 97, 209 (1996)
- [74] D. Xu, S.K. Yip, J.A. Sauls: Nonlinear Meissner effect in unconventional superconductors, Phys. Rev. B 51, 16233 (1995)
- [75] J. Halbritter: Nonlinear Surface Impedance in "Low" and "High" T<sub>c</sub> Superconductors, J. Supercond. 10, 91 (1997)
- [76] M.A. Golosovsky, H.J. Snortland, M.R. Beasley: Nonlinear microwave properties of superconducting Nb microstrip resonators, Phys. Rev. B 51, 6462 (1995)
- [77] J. Halbritter: *ELECTRON LOADING OF SUPERCONDUCTING RF CAVITIES*, Part. Accel. **3**, 163 (1972)
- [78] S.K. Yip, J.A. Sauls: Nonlinear Meissner Effect in CuO superconductors, Phys. Rev. Lett. **69**, 2264 (1992)
- [79] J. Gittleman, B. Rosenblum, T.E. Seidel, A.W. Wicklund: Nonlinear Reactance of Superconducting Films, Phys. Rev. 137, A 527 (1965)
- [80] J. Halbritter: *rf residual losses, surface impedance, and granularity in superconducting cuprates,* J. Appl. Phys. **68**, 6315 (1990)
- [81] M.M. Gaidukov, S.F. Karmanenko, V.L. Klimenko, A.B. Kozyrev, O.I. Soldatenkov: *Identification of radio-frequency and microwave residual-loss mechanisms in YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> films in a magnetic field, Supercond. Sci. Technol. 7, 721 (1994)
- [82] J.C. Gallop, A.L. Cowie, L.F. Cohen: Modelling the variation of microwave losses induced by DC and RF magnetic fields, Applied Superconductivity 1997, Proc. EUCAS 1997, Inst. Phys. Conf. Ser. No 158, 65 (1997)
- [83] C. Zuccaro: Mikrowellenabsorption in Dielektrika und Hochtemperatursupraleitern für Resonatoren hoher Güte, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1998)
- [84] J.S. Herd, D.E. Oates, J. Halbritter: Identification and Modeling of Microwave Loss Mechanisms in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-X</sub>, IEEE Trans. Appl. Supercond. 7, 1299 (1997)
- [85] J.I. Gittleman, B. Rosenblum: *Radio-Frequency Resistance in the Mixed State for Subcritical Currents*, Phys. Rev. Lett. **16**, 734 (1966)
- [86] N. Belk, D.E. Oates, D.A. Feld, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus: *Linear and nonlinear microwave dynamics of vortices in YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7.δ</sub> thin films, Phys. Rev. B 56, 11966 (1997)
- [87] J. Goebbels: *Zur Mikrowellenabsorption amorpher Supraleiter*, Dissertation, Physikalisches Institut, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1976)
- [88] N. Klein, H. Chaloupka, G. Müller, S. Orbach, H. Piel, B. Roas, L. Schultz, U. Klein, M. Peiniger: *The effective microwave surface impedance of high-T<sub>c</sub> thin films*, J. Appl. Phys. 67, 6940 (1990)

- [89] D.E. Oates, A.C. Anderson, P.M. Mankiewich: Measurement of the Surface Resistance of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> Thin Films Using Stripline Resonators, J. Supercond. 3, 251 (1990)
- [90] G. Godel: Hochfrequenzeigenschaften von schmelztexturiertem Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub> beschrieben durch ein Weak-Link-Modell, Dissertation, Physikalisches Institut, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1994)
- [91] J. Mazierska: Dielectric Resonator as a Possible Standard for Characterization of High Temperature Superconducting Films for Microwave Applications, J. Supercond. 10, 73 (1997)
- [92] V. Reichert: *Oberflächenwiderstand abschreckend kondensierter supraleitender Metallschichten*, Dissertation, Physikalisches Institut, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1971)
- [93] G. Megla: Dezimeterwellentechnik, 5. Auflage, Berlin Union, Stuttgart (1962)
- [94] E. Keskin: Oberflächenimpedanz von gesintertem YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, Diplomarbeit, Institut für Materialforschung I, Forschungszentrum Karlsruhe (1998)
- [95] H.C. Eschelbacher: *Koax-Koppelsystem für hohe Leistungen*, Notiz Nr. 104, Institut für Experimentelle Kernphysik, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1970)
- [96] H. Eschelbacher: *Zur Kopplung zwischen Resonator und Leitungen*, Notiz Nr. 38, Institut für Experimentelle Kernphysik, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1969)
- [97] H. Eschelbacher: *Notiz zum Resonator mit zwei Ankopplungen*, Notiz Nr. 19, HF-Supraleitung, Institut für Experimentelle Kernphysik, Kernforschungszentrum Karlsruhe
- [98] G. Link: Frequenz- und Temperaturabhängigkeit der mm-Wellen-Absorption in ionischen Einkristallen (Dissertation), Externer Bericht KfK 5223, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1993
- [99] P.J. Petersan, S.M. Anlage: Measurement of Resonant Frequency and Quality Factor of Microwave Resonators: Comparison of Methods, J. Appl. Phys. 84, 3392 (1998)
- [100] J. Halbritter: Change of Eigenstate in a Superconducting rf Cavity Due to a Nonlinear Response, J. Appl. Phys. 41, 4581 (1970)
- [101] W. Straub: Messungen des Oberflächenwiderstands an polykristallinen Sinterproben aus YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> im supraleitenden Zustand, Diplomarbeit, Physikalisches Institut, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1990)
- [102] K. Numssen: Intrinsische und extrinsische Mikrowellen-Eigenschaften von Kuprat-Supraleitern, Diplomarbeit, Physikalisches Institut, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1994)
- [103] Landolt-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik, Gruppe III, Band 15, Herausgeber: K.H. Hellwege, J.L. Olsen. Springer-Verlag 1982
- [104] Charles P. Poole Jr., Horacio A. Farach, Richard J. Creswick: Superconductivity, Herausgeber: Charles P. Poole. San Diego: Academic Press 1995
- [105] J.G. Bednorz, K.A. Müller: Possible High T<sub>c</sub> Superconductivity in the Ba La Cu O System, Z. Phys. B 64, 189 (1986)
- [106] M.K. Wu, J.R. Ashburn, C.J. Torng, P.H. Hor, R.L. Meng, L. Gao, Z.J. Huang, Y.Q. Wang, C.W. Chu: Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Y-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure, Phys. Rev. Lett. 58, 908 (1987)
- [107] M.E. Parks, A. Navrotsky, K.Mocala, E. Takayama-Muromachi, A. Jacobson, P.K. Davies: Direct Calorimetric Determination of Energetics of Oxygen in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub>,

J. Solid St. Chem. 79, 53 (1989)

- [108] S. Rusiecki, B. Bucher, E. Kaldis, E. Jilek, J. Karpinski, C. Rossel, B. Pümpin, H. Keller, W. Kündig, T. Krekels, G. van Tendeloo: *123 NEAR EQUILIBRIUM SAMPLES: ANOMALIES OF THE LATTICE PARAMETERS AND SOME PHYSICAL PROPERTIES*, J. Less Com. Met. **164 & 165**, 31 (1990)
- [109] R.J. Cava, A.W. Hewat, E.A. Hewat, B. Batlogg, M. Marezio, K.M. Rabe, J.J. Krajewski, W.F. Peck Jr., L.W. Rupp Jr.: Structural anomalies, oxygen ordering and superconductivity in oxygen deficient Ba<sub>2</sub>YCu<sub>3</sub>O<sub>x</sub>, Physica C 165, 419 (1990)
- [110] C.N.R. Rao, J. Gopalakrishnan, A.K. Santra, V. Manivannan: *Relation between T<sub>c</sub> and hole concentration in superconducting cuprates*, Physica C 174, 11 (1991)
- [111] S. Schlachter: *Tc-Änderung von* (Y<sub>1-y</sub>Ca<sub>y</sub>)Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub>-Einkristallen unter hydrostatischem Druck (Diplomarbeit), Institut für Technische Physik, Forschungszentrum Karlsruhe, 1997 und Referenzen darin
- [112] P. Manca, S. Sanna, G. Calestani, A. Migliori, R. De Renzi, G. Allodi: Critical chain length and superconductivity emergence in oxygen-equilized pairs of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.30</sub>, cond-mat/0003077 (2000)
- [113] S. Nazaré, P. Venugopal: Processing and Characterization of Solid Y<sub>1</sub>Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> Ceramic Superconductors, pmi 23, 174 (1991)
- [114] H. Fujimoto, M. Murakami, S. Gotoh, T. Oyama, Y. Shiohara, N. Koshizuka, S. Tanaka: Advances in Superconductivity II. Tokyo: Springer-Verlag 1990
- [115] M. Murakami: MELT PROCESSING OF YBaCuO SUPERCONDUCTORS AND CRITICAL CURRENTS, Mod. Phys. Lett. B 4, 163 (1990)
- [116] H.J. Bornemann, P. Boegler, C. Urban, R. Zabka, H. Rietschel, P. de Rango, X. Chaud, P. Gautier-Picard, R. Tournier: *YBCO Texturation and Application of Superconducting Magnetic Bearings in Flywheels for Energy Storage*.
  In: *Applied Superconductivity*. H.C. Freyhardt (ed.), Volume 1, p. 277. DGM Informations-gesellschaft Verlag 1994
- [117] Masato Murakami, Terutugu Oyama, Hiroyuki Fujimoto, Takahiro Taguchi, Satoshi Gotoh, Yuh Shiohara, Naoki Koshizuka, Shoji Tanaka: Large Levitation Force due to Flux Pinning in YBaCuO Superconductors Fabricated by Melt-Powder-Melt-Growth Process, Jap. J. Appl. Phys. 29, L 1991 (1990)
- [118] S. Bueble, K. Knorr, E. Brecht, W. Schmahl: *Influence of the ferroelastic twin domain structure* on the {100} surface morphology of LaAlO<sub>3</sub> HTSC substrates, Surface Science **400**, 345 (1998)
- [119] T. Burmann, J. Geerk, O. Meyer, R. Schneider, G. Linker: INFLUENCE OF THE DEPOSITION RATE ON THE RATIO OF a/c-AXIS ORIENTED GRAINS IN SPUTTERED YBaCuO FILMS, Solid State Commun. 90, 599 (1994)
- [120] R. Semerad: Großflächige Dünnschichten aus YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> und homologen Verbindungen Herstellung, Charakterisierung und Anwendung, Dissertation, Physik-Department E10, Technische Universität München (2000)
- [121] P. Berberich, B. Utz, W. Prusseit, H. Kinder: Homogeneous high quality YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> films on 3" and 4" substrates, Physica C 219, 497 (1994)
- [122] H. Kinder, P. Berberich, B. Utz, W. Prusseit: Double Sided YBCO Films on 4" Substrates by Thermal Reactive Evaporation, IEEE Trans. Appl. Supercond. 5, 1575 (1995)

- [123] J.H. Claassen, M.E. Reeves, R.J. Soulen Jr.: A contactless method for measurement of the critical current density and critical temperature of superconducting films, Rev. Sci. Instrum. 62, 996 (1991)
- [124] X.X. Xi, G. Linker, O. Meyer, E. Nold, B. Obst, F. Ratzel, R. Smithey, B. Strehlau, F. Weschenfelder, J. Geerk: Superconducting and structural properties of YBaCuO thin films deposited by inverted cylindrical magnetron sputtering, Z. Phys. B 74, 13 (1989)
- [125] L.J. van der Pauw: A method of measuring specific resistivity and Hall effect of discs of arbitrary shape, Philips Research Reports 13, 1 (1958)
- [126] M.R. Beasley: *Recent Progress in High-Tc Superconductivity: What Would Make a Difference?*, IEEE Trans. Appl. Supercond. **5**, 141 (1995)
- [127] T. Kaiser: *Nichtlineare Hochfrequenzeigenschaften von Hochtemperatursupraleiter-Filmen*, Dissertation, Fachbereich Physik, Bergische Universität Gesamthochschule Wuppertal (1998)
- T. Jakobs: Hochfrequenzeigenschaften geschichteter Supraleiter,
   Diplomarbeit, Institut f
  ür Technische Physik, Forschungszentrum Karlsruhe, und Institut f
  ür Experimentelle Kernphysik, Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (1996)
- [129] T. Jacobs, S. Sridhar, C.T. Rieck, K. Scharnberg, T. Wolf, J. Halbritter: *MICROWAVE SURFACE IMPEDANCE OF Y<sub>1</sub>Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> CRYSTALS: EXPERIMENT AND COMPARISON TO A d-WAVE MODEL*, J. Phys. Chem. Solids **56**, 1945 (1995)
- [130] Zhengxiang Ma: RF PROPERTIES OF HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTING MATERIALS, Dissertation, Edward L. Ginzton Laboratory, Stanford University, Stanford, California (1995)
- [131] J. Halbritter: PERCOLATION IN SUPERCONDUCTING CUPRATES: RESISTIVITY AND CRITICAL CURRENTS, Int. J. Mod. Phys. B 3, 719 (1989)
- [132] H. Claus, M. Braun, A. Erb, K. Röhberg, B. Runtsch, H. Wühl, G. Bräuchle, P. Schweib, G. Müller-Vogt, H. v. Löhneysen: *The "90K" plateau of oxygen deficient YBa*<sub>2</sub>*Cu*<sub>3</sub>*O*<sub>7-δ</sub> single crystals, Physica C **198**, 42 (1992)
- [133] N.G. Chew, J.A. Edwards, R.G. Humphreys, J.S. Satchell, S.W. Goodyear, B. Dew, N.J. Exon: Effect of Composition and Oxygen Content on the Microwave Properties of Evaporated Y-Ba-Cu-O Thin Films, IEEE Trans. Appl. Supercond. 5, 1167 (1995)
- [134] P.B. Allen, Z. Fisk, A. Migliori: NORMAL STATE TRANSPORT AND ELASTIC PROPERTIES OF HIGH T<sub>c</sub> MATERIALS AND RELATED COMPOUNDS.
   In: PHYSICAL PROPERTIES OF HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS I. D.M. Ginsberg (ed.), p. 213. Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1989
- [135] J.E. Crow, Nai-Phuan Ong: Thermal and Transport Properties.
   In: High Temperature Superconductivity. J.W. Lynn (ed.), p. 203.
   New York, Springer-Verlag Inc. 1990
- T. Ito, K. Takenaka, S. Uchida: Systematic Deviation from T-Linear Behavior in the In-Plane Resistivity of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-y</sub>: Evidence for Dominant Spin Scattering, Phys. Rev. Lett. **70**, 3995 (1993)
- [137] J. Wosik, L.-M. Xie, K. Nesteruk, D. Li, J.H. Miller, Jr., S.A. Long: *Power handling capabilities of superconducting YBCO thin films: thermally induced nonlinearity effects*, J. Supercond. 10, 97 (1997)
- [138] M.A. Hein, C. Bauer, W. Diete, S. Hensen, T. Kaiser, G. Müller, H. Piel: Conditions for and Limitations of High-Power Handling Capabilities of Planar YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> Filters,

J. Supercond. 10, 109 (1997)

- [139] R. Schwab, E. Gaganidze, J. Halbritter, R. Heidinger, R. Aidam, R. Schneider: YBCO wafer qualification by surface resistance measurements combined with performance studies of microstrip resonators, Physica C 351, 25 (2001)
- [140] T. Yoshitake, H. Tsuge, T. Inui: Effects of Microstructures on Microwave Properties in Y-Ba-Cu-O Microstrip Resonators, IEEE Trans. Appl. Supercond. 5, 2571 (1995)
- [141] A.P. Kharel, A.V. Velichko, J.R. Powell, A. Porch, M.J. Lancaster, R.G. Humphreys: Unusual features in the nonlinear microwave surface impedance of Y-Ba-Cu-O thin films, Phys. Rev. B 58, 11189 (1998)
- [142] M.A. Hein, Ch. Bauer, W. Diete, S. Hensen, T. Kaiser, V.Z. Kresin, G. Müller: Magnetic Field-Induced Recovery of Superconductivity in Epitaxial YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> Films at Microwave Frequencies, J. Supercond. 10, 485 (1997)
- [143] T. Kaiser, B.A. Aminov, A. Baumfalk, A. Cassinese, H.J. Chaloupka, M.A. Hein, S. Kolesov, H. Medelius, G. Müller, M. Perpeet, H. Piel, E. Wikborg: *Nonlinear power handling of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> films and microwave devices*, Contribution to the 5<sup>th</sup> Symp. ,,HTS films in HF fields" 1998, Stockholm (Sweden)
- [144] T. Kaiser, W. Diete, M. Getta, M.A. Hein, G. Müller, M. Perpeet, H. Piel: *NIOBIUM SHIELDED SAPPHIRE RESONATOR FOR FIELD-DEPENDENT SURFACE RESISTANCE MEASUREMENTS OF SUPERCONDUCTING FILMS*, Contribution to ,,THE EIGHTH WORKSHOP ON RF SUPERCONDUCTIVITY", V. Palmieri Ed., Abano Terme (Padova), Italy, 1997, Particle Accelerators 60, 171 (1998)
- [145] L.F. Cohen, A. Cowie, J.C. Gallop, I.S. Ghosh, J. Chrosch, I.N. Goncharov: Variation of Mircowave Losses induced by DC and RF Magnetic Fields in Gd123 Thin Films, IEEE Trans. Appl. Supercond. 7, 1291 (1997)
- [146] P.P. Nguyen, D.E. Oates, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus: Nonlinear surface impedance for YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> thin films: Measurements and coupled-grain model, Phys. Rev. B 48, 6400 (1993) und P.P. Nguyen, D.E. Oates, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus, A.C. Anderson: Microwave hysteretic losses in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> and NbN thin films, Phys. Rev. B 51, 6686 (1995)
- [147] A.N. Reznik: Diagnostics of the High-T<sub>c</sub> Superconductive Films in a Strong Electromagnetic Field, 1996 [Institute for Physics of Microstructures, Russian Acadamy of Science, Nizhny Novgorod, Russia]
- [148] B.A. Willemsen, J.S. Derov, J.H. Silva, S. Sridhar: Nonlinear Response of Suspended High Temperature Superconducting Thin Film Microwave Resonators, IEEE Trans. Appl. Supercond. 5, 1753 (1995)
- [149] M.A. Hein: Progress, properties and prospects of passive high-temperature superconductive microwave devices in Europe, Supercond. Sci. Technol. 10, 867 (1997)
- [150] A.G. Zaitsev, R. Kutzner, R. Wördenweber, T. Kaiser, M.A. Hein, G. Müller: Large-Area YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> Films on Sapphire with Excellent Microwave Power Handling Capability, J. Supercond. 11, 361 (1998)
- [151] T. Kaiser, C. Bauer, W. Diete, M.A. Hein, J. Kallscheuer, G. Müller, H. Piel: *Thermal and Magnetic Limitations of the Linear Surface Resistance of Epitaxial HTS Films in High Microwave Fields*, Applied Superconductivity 1997, Proc. EUCAS 1997, Inst. Phys. Conf. Ser. No 158, 45 (1997)
- [152] T.B. Samoilova: Non-linear microwave effects in thin superconducting films (REVIEW ARTICLE), Supercond. Sci. Technol. 8, 259 (1995)

- [153] A. Cassinese, A. Andreone, C. Aruta, M. Iavarone, F. Palomba, R. Vaglio: *R.F. PROPERTIES OF LOWAND HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTING FILMS*, Contribution to "THE EIGHTH WORKSHOP ON RF SUPERCONDUCTIVITY", V. Palmieri Ed., Abano Terme (Padova), Italy, 1997, Particle Accelerators 60, 183 (1998)
- [154] D.E. Oates, A.C. Anderson, D.M. Sheen, S.M. Ali: *Stripline Resonator Measurements of*  $Z_s$ *Versus*  $H_{rf}$  *in*  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  *Thin Films*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **39**, 1522 (1991)
- [155] W. Diete, B. Aschermann, H. Chaloupka, M. Jeck, T. Kamppeter, S. Kolesov, G. Müller, H. Piel, H. Schlick: *New measurement techniques for the surface resistance and its power dependence of large-area YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>*films*, Applied Superconductivity 1995, Proc. EUCAS 1995, Inst. Phys. Conf. Ser. No 148, 1107 (1995)
- [156] W. Diete, M. Getta, M. Hein, T. Kaiser, G. Müller, H. Piel, H. Schlick: Surface Resistance and Nonlinear Dynamic Microwave Losses of Epitaxial HTS Films, IEEE Trans. Appl. Supercond. 7, 1236 (1997)
- [157] J. Halbritter, K. Numssen, E. Gaganidze: *Power dependences of the surface impedance of Y-Ba-Cu-O*, IEEE Trans. Appl. Supercond. **11**, 3541 (2001)
- [158] Nebenstehend zusammengestellte Daten entstammen der Posterpräsentation K. Irgmaier, R. Semerad, S. Drexl, H. Kinder: Mikrowelleneigenschaften von Dy-123-Filmen auf AO-, LAO-, YAO-Substraten und Messungen in dielektrischen Resonatoren. Beitrag zur DPG-Frühjahrstagung 1999, Münster; die verwendeten Resonatoren sind in [155] beschrieben.



HF-Feldstärkeabhängigkeit des effektiven Oberflächenwiderstands einer Dy-123-Schicht auf LaAlO<sub>3</sub> bei 77K, gemessen in einem mit Nb-Wänden abgeschirmten dielektrischen Resonator (Dreiecke) hoher Güte und einem Parallelplattenresonator (Quadrate).

- [159] E. Gaganidze, R. Schwab, J. Halbritter, R. Heidinger, R. Aidam, R. Schneider: *Power Handling Capabilities of Y-Ba-Cu-O Wafers and Patterned Mircostrip Resonators*, IEEE Trans. Appl. Supercond. 11, 2808 (2001)
- [160] R. Kleiner, P. Müller, H. Kohlstedt, N.F. Pedersen, S. Sakai: Dynamic behavior of Josephsoncoupled layered structures, Phys. Rev. B 50, 3942 (1994)
- [161] R.J. Radtke, K. Levin: Origin of intrinsic Josephson coupling in the cuprates and ist relation to order parameter symmetry: An incoherent hopping model, Physica C 250, 282 (1995)
- [162] A. Fuchs, W. Prusseit, P. Berberich, H. Kinder: *High-precision penetration-depth measurement of YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> as a function of oxygen content, Phys. Rev. B 53, R14745 (1996)
- [163] J. Wosik, L.M. Xie, D. Li, J.H. Miller, Jr., S.A. Long: Nonlinear behavior in the powerdependent surface resistance of high-T<sub>c</sub> superconducting thin films; heating effects,

Czechoslovak J. Phys. 46, 1133 (1996)

- [164] D.A. Bonn, Ruixing Liang, T.M. Riseman, D.J. Baar, D.C. Morgan, Kuan Zhang, P. Dosanjh, T.L. Duty, A. MacFarlane, G.D. Morris, J.H. Brewer, C. Kallin, A.J. Berlinsky: *Microwave determination of the quasiparticle scattering time in YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.95</sub>, Phys. Rev. B 47, 11314 (1993)
- [165] T. Jacobs, K. Numssen, R. Schwab, R. Heidinger, J. Halbritter: *Temperature Dependence of the Surface Resistance R(T, ω) and Mean Free Path l(T) of YBCO-Superconductors*, IEEE Trans. Appl. Supercond. 7, 1917 (1997)
- [166] H. Kittel: Herstellung und Untersuchung von epitaktischen HTSL/Isolator-Schichten auf Saphirsubstraten zur Anwendung in HF-Bauelementen (Dissertation), Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5645, Forschungszentrum Karlsruhe, 1995
- [167] R. Schwab: Ortsaufgelöste Untersuchung des Oberflächenwiderstandes von epitaktischen YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>-Dünnschichten mit Millimeterwellen (Dissertation), Wissenschaftlicher Bericht FZKA 6331, Forschungszentrum Karlsruhe, 1999
- [168] W.N. Hardy, D.A. Bonn, D.C. Morgan, Ruixing Liang, Kuan Zhang: Precision Measurements of the Temperature Dependence of λ in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.95</sub>: Strong Evidence for Nodes in the Gap Function, Phys. Rev. Lett. **70**, 3999 (1993)
- [169] H. Ding, M.R. Norman, J.C. Campuzano, M. Randeria, A.F. Bellman, T. Yokoya, T. Takahashi, T. Mochiku, K. Kadowaki: Angle-resolved photoemission spectroscopy study of the superconducting gap anisotropy in Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+x</sub>, Phys. Rev. B 54, R 9678 (1996)
- [170] D.A. Wollman, D.J. Van Harlingen, W.C. Lee, D.M. Ginsberg, A.J. Leggett: Experimental Determination of the Superconducting Pairing State in YBCO from the Phase Coherence of YBCO-Pb dc SQUIDs, Phys. Rev. Lett. 71, 2134 (1993)
- [171] D.A. Wollman, D.J. Van Harlingen, J. Giapintzakis, D.M. Ginsberg: Evidence for d<sub>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></sub>-Pairing from the Magnetic Field Modulation of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>-Pb Josephson Junctions, Phys. Rev. Lett. **74**, 797 (1995)
- [172] C.C. Tsuei, J.R. Kirtley, C.C. Chi, Lock See Yu-Jahnes, A. Gupta, T. Shaw, J.Z. Sun, M.B. Ketchen: *Pairing Symmetry and Flux Quantization in a Tricrystal Superconducting Ring of YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, Phys. Rev. Lett. **73**, 593 (1994)
- [173] S.M. Quinlan, D.J. Scalapino, N. Bulut: Superconducting quasiparticle lifetimes due to spinfluctuation scattering, Phys. Rev. B 49, 1470 (1994)
- [174] A. Hosseini, R. Harris, Saeid Kamal, P. Dosanjh, J. Preston, Ruixing Liang, W.N. Hardy, D.A. Bonn: *Microwave spectroscopy of thermally excited quasiparticles in YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.99</sub>, Phys. Rev. B 60, 1349 (1999)
- [175] M.B. Walker, M.F. Smith: *Quasiparticle-quasiparticle scattering in high-T<sub>c</sub> cuprates*, Phys. Rev. B 61, 11285 (2000)
- [176] K. Irgmaier, persönliche Mitteilung der Meßdaten, und
   K. Irgmaier: *Mikrowellen-Charakterisierung an Hochtemperatursupraleitern*, Dissertation,
   Physik-Department E10, Technische Universität München (2002)
- [177] Zur Untersuchung des Einflusses der Ladungsträgerkonzentration auf die HF-Eigenschaften wurde die in [120] beschriebene TCE-Beschichtungsanlage so erweitert, daß homogene, Cadotierte YBCO-Schichten ( $Y_{1-x}Ca_xBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ ) höchster Qualität mit geringen Dotierungen  $x \le 0,1$  abgeschieden werden können.

#### Literaturverzeichnis

- [178] Analysen der Messungen des effektiven Oberflächenwiderstands von YBCO-Filmen mit 0%, 5% und 10% Ca-Dotierung auf der Grundlage des Zweiflüssigkeitsmodells zur temperaturabhängigen Streurate ergeben, daß für  $Y_{1-x}Ca_xBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  die Parameter  $\gamma$  bzw.  $\Delta_u(0)/k_BT_c$  in etwa wie (1+2x) variieren.
- [179] K.A. Delin, A.W. Kleinsasser: Stationary properties of high-critical-temperature proximity effect Josephson junctions, Supercond. Sci. Technol. 9, 227 (1996)
- [180] H. Hilgenkamp, J. Mannhart, B. Mayer: Implications of d<sub>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></sub> symmetry and faceting for the transport properties of grain boundaries in high-T<sub>c</sub> superconductors, Phys. Rev. B 53, 14586 (1996)
- [181] J. Halbritter: Materials science and surface impedance Z(T,f,H) of Nb and YBCO and their quantitative modelling by the leakage current of weak links, Supercond. Sci. Technol. 12, 883 (1999)
- [182] R. Metzger, M. Bauer, K. Numssen, R. Semerad, P. Berberich, H. Kinder: Superconducting Tapes Using ISD Buffer Layers Produced by Evaporation of MgO or Reactive Evaporation of Magnesium, IEEE Trans. Appl. Supercond. 11, 2826 (2001) und
  M. Bauer, R. Metzger, R. Semerad, P. Berberich, H. Kinder: INCLINED SUBSTRATE DEPOSITION BY EVAPORATION OF MAGNESIUM OXIDE FOR COATED CONDUCTORS, Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 585, 35 (2000)
- [183] R. Gross, P. Chaudhari, D. Dimos, A. Gupta, G. Koren: *Thermally Activated Phase Slippage in High-T<sub>c</sub> Grain-Boundary Josephson Junctions*, Phys. Rev. Lett. 64, 228 (1990)
- [184] M. Bauer: Herstellung und Charakterisierung von YBCO-Schichten und biaxial texturierten Pufferschichten auf technischen Substraten, Dissertation, Physik-Department E10, Technische Universität München (1998)
- [185] H. Hilgenkamp, J. Mannhart: Superconducting and normal-state properties of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>bicrystal grain boundary junctions in thin films, Appl. Phys. Lett. **73**, 265 (1998) und C.W. Schneider, R.R. Schulz, B. Goetz, A. Schmehl, H. Bielefeldt, H. Hilgenkamp, J. Mannhart: Tailoring of high-T<sub>c</sub> Josephson junctions by doping their electrodes, Appl. Phys. Lett. **75**, 850 (1999)
- [186] J. Albrecht: *Kritische Ströme über Kleinwinkelkorngrenzen in YBCO*, Dissertation, Fakultät für Physik, Universität Stuttgart (2001)
- [187] M. Golosovsky, M. Tsindlekht, D. Davidov: *High-frequency vortex dynamics in YBa*<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>, Supercond. Sci. Technol. 9, 1 (1996)
- [188] Th. Kaiser, B.A. Aminov, A. Baumfalk, A. Cassinese, H.J. Chaloupka, M.A. Hein, S. Kolesov, H. Medelius, G. Müller, M. Perpeet, H. Piel, E. Wikborg: *Nonlinear power handling of YBa*<sub>2</sub>*Cu*<sub>3</sub>*O*<sub>7-x</sub>*films and microwave devices*, J. Supercond. **12**, 343 (1999)
- [189] M. Hein, W. Diete, M. Getta, S. Hensen, T. Kaiser, G. Müller, H. Piel, H. Schlick: Fundamental Limits of the Linear Microwave Power Response of Epitaxial Y-Ba-Cu-O Films, IEEE Trans. Appl. Supercond. 7, 1264 (1997)

# Danksagung

# Danksagung

An erster Stelle danke ich Herrn Prof. Dr. Helmut Kinder für seine Bereitschaft, die Begutachtung dieser Arbeit zu übernehmen und damit ganz wesentlich zur Vollendung des Werkes beizutragen.

Ebenfalls ein sehr großer Dank gilt Herrn Dr. J. Halbritter für seine Betreuung am Institut für Materialforschung I des Forschungszentrums Karlsruhe, für viele intensive Diskussionen zu allen Aspekten dieser Arbeit und auch für seine moralische Unterstützung während der Abfassung der Dissertation.

Da die experimentelle Arbeit am Institut für Materialforschung I wesentlich von dem durch die zielstrebige ingenieurswissenschaftliche Methodik geprägten Umfeld profitiert hat, möchte ich besonders dem Institutsleiter, Herrn Prof. Dr. K.-H. Zum Gahr, und dem Abteilungsleiter, Herrn Prof. Dr. H. Holleck, danken.

Für die gute Kollegialität gilt mein Dank meinem Diplomanden Ergün Keskin, der auch mit seinem schnell erworbenen Geschick im Sintern von YBCO zu dieser Arbeit beigetragen hat, Herrn Dr. Reiner Schwab, der in der Zeit der gemeinsamen PC-Benutzung ungeahnte chirurgische Fähigkeiten bei der Rettung der Maus bewies, Herrn Dr. Rainer Spörl, von dessen umfangreichen EDV-Kenntnissen ich sehr profitiert habe, sowie Frau Annegret Brendel, Frau Sabine Rüdiger, Herrn Alexander Dierlamm und Herrn Dr. Herbert Gruhn, die ebenfalls großen Anteil an der von Sympathie und Hilfsbereitschaft geprägten Arbeitsatmosphäre hatten. In diesem Zusammenhang möchte ich ganz besonders auch Frau G. Haase danken.

Außerdem sei Herrn Dr. S. Nazaré für die Einführung in das Sintern von YBCO-Vollmaterial, Herrn Dr. Alexj Miassoedov für seine Hilfe beim Compilieren des Halbritterschen FORTRAN-Programms zur Berechnung der Oberflächenimpedanz von s-Wellen-Supraleitern nach der Erweiterung desselben auf temperaturabhängige Streuraten sowie Frau Petra Severloh für zahlreiche lichtmikroskopische Charakterisierungen und REM-Aufnahmen an den Vollmaterialproben gedankt. Die für die Konstruktion des Kryostaten mit all seinen Komponenten notwendigen Grundkenntnissen des Technischen Zeichnens verdanke ich Herrn J. Burbach.

Für die vielen präzisen feinmechanischen Arbeiten, die beim Aufbau des Meßsystems erforderlich waren, danke ich Herrn W. Dörfler und seinen Mitarbeitern in der Institutswerkstatt, und für die Hilfsbereitschaft in allen Fragen der Elektronik gilt Herrn M. Rieder mein Dank. Bei Herrn H.G. Hancke bedanke ich mich für den Schutz der Meßgeräte vor dem unerwarteten "Regen" aus dem vielbesuchten Raum über dem Labor.

Zum Meßaufbau haben darüber hinaus Herr Dr. P. Kneisel, dem ich für die Oberflächenbehandlung des Niobresonators dankbar bin, und die Fa. CryoVac, der ich für die gute Zusammenarbeit bei der Entwicklung des Kryosystems danke, sowie das Physikalischen Institut der Technischen Universität Karlsruhe beigetragen, bei dem ich mich für die Überlassung eines älteren Kryostaten bedanke, an dem viele wichtige Hinweise zur geeigneten Auslegung des in der vorliegenden Arbeit vorgestellten, optimierten Systems gewonnen werden konnten.

Für die Bereitstellung zahlreicher nach dem IZM-Sputterverfahren hergestellter YBCO-Dünnschichten und Erläuterungen zu diesem Depositionsprozeß geht mein Dank an Herrn Dr. J. Geerk und Herrn F. Ratzel. Ebenfalls am Institut für Nukleare Festkörper-

# Danksagung

physik durchgeführt wurden AFM- und RBS-Charakterisierungen einiger YBCO-Filme, für die ich mich bei Herrn Dr. G. Linker bedanken möchte. Für die schmelztexturierte YBCO-Probe, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurde, danke ich Herrn Dr. H.-J. Bornemann und Herrn Dr. Axel Kaiser.

Nicht nur viele Kenntnisse über d-Wellen-Supraleitung, sondern auch die dargestellten Simulationsrechnungen zu Meßdaten der Oberflächenimpedanz auf der Basis dieses Modells verdanke ich Herrn Prof. Dr. K. Scharnberg und seinen Mitarbeitern, Herrn Dr. Carsten Rieck und Herrn Dr. Dietmar Straub.

Herrn Dr. Matthias Hein bin ich für anregende Diskussionen insbesondere über den Stand des Verständnisses der HF-Feldstärkeabhängigkeit bei Hochtemperatur-Supraleitern dankbar.

Herrn Dr. Howard Snortland danke ich für seine freundliche Aufnahme und interessante Diskussionen über nichtlineares Verhalten und geeignete HF-Meßtechnik während meines Aufenthalts in Stanford.

In hohem Maße bereichert hat mich die wissenschaftliche Arbeit am Physik-Department der Technischen Universität München. Hier möchte ich zunächst Herrn Dr. Robert Semerad danken, der mir nicht nur das Reaktive Thermische Koverdampfen nahegebracht, sondern auch mit einer der besten Dünnschichtproben zu dieser Arbeit beigetragen hat. Weiterhin danke ich Herrn Klaus Irgmaier für die interessanten HF-Meßdaten des YBCO-Films auf einem BMT-Substrat mit ISD-Pufferschicht, für viele Diskussionen zu allen Themen unseres Arbeitsgebiets und nicht zuletzt für die Durchsicht des Manuskripts. Schließlich bin ich Herrn Thomas Frey sehr dankbar, der mich mit einigen zeitsparenden Hilfestellungen bei der Fertigstellung der Dissertation unterstützt hat.

Dieser Arbeit ist auch die ausgezeichnete Atmosphäre im Kreis der Kollegen im Physik-Department E10 zugute gekommen. Für diese sowie für viele anregende Unterhaltungen und wertvolle Tips danke ich – außer den schon Genannten – Herrn Dr. Markus Bauer, Herrn Dr. Paul Berberich, Herrn Dr. Andreas Heinrich, Herrn Alois Hiebl, Herrn Christian Hoffmann, Herrn Ralf Metzger, Frau Dr. Jo Moore, Herrn Dr. Norbert Reschauer und Herrn Dr. Ulrich Schmatz. Außerdem möchte ich mich bei Frau Rosi Hoppen bedanken, die mir vor allem bei den organisatorischen Abläufen des Promotionsverfahrens zur Seite stand.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. J. Hasse. Bei ihm habe ich nicht nur viel über Physik im allgemeinen und die Hochfrequenz-Meßtechnik an Supraleitern im besonderen gelernt. Vor allem verdanke ich ihm das Interesse und die Begeisterung für das wissenschaftliche Arbeiten.