

Lehrstuhl für Angewandte Mechanik

## **Die Holographische Modalanalyse**

Carsten Haberstock

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen  
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Michael Zäh

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich
2. Hon.-Prof. Dr.-Ing. habil. Raymond F. Freymann

Die Dissertation wurde am 28.6.2005 bei der Technischen Universität München  
eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 9.11.2005 angenommen.



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand auf der Grundlage meiner Tätigkeit bei der BMW AG, München, in der Hauptabteilung Fahrzeugphysik unter Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. R. Freymann und während meiner Zeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. H. Ulbrich und Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. F. Pfeiffer am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der Technischen Universität München.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. R. Freymann gilt mein besonderer Dank für die jahrelange Förderung und Unterstützung dieser Arbeit. Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. F. Pfeiffer für die freundliche Aufnahme am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik bedanken und Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. H. Ulbrich für die Übernahme der Prüfung danken. Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Zäh danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Allen Mitarbeitern der Modalanalysegruppe bei der BMW AG gilt mein herzlicher Dank für die tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit und die damit verbundenen interessanten Diskussionen. Insbesondere möchte ich Herrn Dipl.-Ing. Wolfram Honsberg für die freundschaftliche Hilfe und den unermüdlichen Einsatz beim Aufbau meiner Versuche danken. Herrn Dipl.-Phys. Rafael Stryczek danke ich sehr herzlich für die Unterstützung bei den Finite-Elemente-Berechnungen.

Ebenso bin ich allen Mitarbeitern der Fa. Steinbichler Optotechnik GmbH für die freundliche Aufnahme und die kollegiale Unterstützung beim Aufbau der interferometrischen Messsysteme dankbar.

Es liegt mir sehr daran, mich bei allen Freunden zu bedanken, die mich während meiner Arbeit ermutigt und motiviert haben. Ferner danke ich meinen Freunden Dipl.-Ing. Frieder Petri und Dipl.-Ing. Andreas Weber für die Unterstützung bei der Fertigstellung der Arbeit.

Zum Schluss möchte ich mich noch bei meinen Eltern und meinem Bruder bedanken, die mir immer zur Seite standen und zu jeder Hilfe bereit waren.

Stephanskirchen, im Januar 2006

Carsten Haberstok

*Meinen Eltern,  
in Liebe.*

# Inhaltsverzeichnis

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| <b>1.</b> | <b>EINLEITUNG.....</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1.      | PROBLEMSTELLUNG .....  | 2         |
| 1.2.      | LITERATURÜBERBLICK .....   | 3         |
| 1.2.1.    | <i>Grundlagen der Strukturdynamik und der Finite-Elemente-Methode.....</i>                         | <i>4</i>  |
| 1.2.2.    | <i>Experimentelle Modalanalyse, Systemidentifikation und digitale<br/>Signalverarbeitung .....</i> | <i>5</i>  |
| 1.2.3.    | <i>Grundlagen der Optik und Speckleinterferometrie .....</i>                                       | <i>6</i>  |
| 1.3.      | ZIEL UND AUFBAU DER ARBEIT .....   | 7         |
| <b>2.</b> | <b>STRUKTURDYNAMIK.....</b>  | <b>11</b> |
| 2.1.      | BEWEGUNGSGLEICHUNGEN IN PHYSIKALISCHEN KOORDINATEN.....  | 12        |
| 2.1.1.    | <i>Ungedämpftes System .....</i>   | <i>12</i> |
| 2.1.2.    | <i>Orthogonalität von Eigenvektoren .....</i>  | <i>13</i> |
| 2.2.      | BEWEGUNGSGLEICHUNGEN IN MODALEN KOORDINATEN.....   | 14        |
| 2.2.1.    | <i>Ungedämpftes System .....</i>   | <i>14</i> |
| 2.2.2.    | <i>Gedämpftes strukturelles System mit Caughey-Dämpfung .....</i>                                  | <i>15</i> |
| 2.2.3.    | <i>Gedämpftes System mit beliebiger Dämpfungsmatrix.....</i>                                       | <i>17</i> |
| 2.3.      | DYNAMISCHE ANTWORT DES SYSTEMS .....   | 20        |
| 2.4.      | EXPERIMENTELLE MODALANALYSEVERFAHREN .....   | 21        |
| 2.4.1.    | <i>Grundlagen.....</i>   | <i>21</i> |
| 2.4.2.    | <i>Frequenzgangmessung .....</i>   | <i>23</i> |
| 2.4.3.    | <i>Bestimmung der modalen Strukturparameter.....</i>   | <i>30</i> |
| <b>3.</b> | <b>INTERFEROMETRIE .....</b>   | <b>33</b> |
| 3.1.      | INTERFEROMETER.....  | 33        |
| 3.2.      | SPECKLEINTERFEROMETRIE.....  | 35        |
| 3.2.1.    | <i>ESPI-Messtechnik für Dauerstrichlaser .....</i>   | <i>38</i> |
| 3.2.2.    | <i>ESPI-Messtechnik bei gepulsten Lasern.....</i>  | <i>50</i> |
| 3.2.3.    | <i>Auswertung der Messergebnisse.....</i>  | <i>53</i> |
| <b>4.</b> | <b>DIE HOLOGRAPHISCHE MODALANALYSE.....</b>  | <b>57</b> |
| 4.1.      | FREQUENZGANGMESSUNG AUF BASIS VON INTERFEROGRAMMEN.....  | 58        |
| 4.1.1.    | <i>Messaufbau und Messtechniksteuerung .....</i>   | <i>59</i> |
| 4.1.2.    | <i>Ermittlung des Ausgangs-/Eingangsverhaltens als Frequenzgang .....</i>                          | <i>64</i> |
| 4.1.3.    | <i>Experimenteller Ablauf.....</i>   | <i>70</i> |
| 4.2.      | VORGEHENSWEISE BEI DER ERMITTLUNG VON MODALEN PARAMETERN.....                                      | 72        |
| 4.2.1.    | <i>Frequenzgänge bei äquidistanten Frequenzstützstellen.....</i>                                   | <i>72</i> |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 4.2.2.    | <i>Frequenzgänge bei nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen</i> .....                 | 72         |
| <b>5.</b> | <b>GEOMETRIEVERMESSUNG UND MESSDATENVERKNÜPFUNG</b> .....                               | <b>75</b>  |
| 5.1.      | GEOMETRIEVERMESSUNG AUF BASIS DER STREIFENPROJEKTION.....                               | 75         |
| 5.1.1.    | <i>Messung</i> .....  | 76         |
| 5.1.2.    | <i>Vernetzung</i> .....   | 81         |
| 5.2.      | VERKNÜPFUNG VON GEOMETRIE UND MESSDATEN .....   | 82         |
| 5.3.      | ZUSAMMENFASSUNG MEHRERER TEILMESSUNGEN .....  | 83         |
| <b>6.</b> | <b>ANWENDUNGEN</b> .....  | <b>87</b>  |
| 6.1.      | VERIFIKATION DER FREQUENZGÄNGE AN EINEM BLECH IM FEST EINGESPANNTEN<br>ZUSTAND .....    | 87         |
| 6.1.1.    | <i>Versuchsaufbau und –durchführung</i> .....   | 88         |
| 6.2.      | VERIFIKATION DER MODALEN PARAMETER AN EINEM BLECH IM FREI<br>EINGESPANNTEN ZUSTAND..... | 95         |
| 6.2.1.    | <i>Erstellung eines FEM-Modells</i> .....   | 98         |
| 6.2.2.    | <i>Versuchsdurchführung</i> .....   | 100        |
| <b>7.</b> | <b>ZUSAMMENFASSUNG</b> .....  | <b>107</b> |
| <b>8.</b> | <b>LITERATURVERZEICHNIS</b> .....   | <b>111</b> |

**Formelzeichen**

| <b>Zeichen</b>       | <b>Einheit</b>                      | <b>Bezeichnung</b>  |
|----------------------|-------------------------------------|---|
| $\mathbf{0}$         |                                     | Nullmatrix  |
| $A$                  |                                     | Hilfsmatrix   |
| $A^{(M)}$            | [Nms]                               | Modal-A-Matrix  |
| $B$                  |                                     | Hilfsmatrix   |
| $B^{(M)}$            | [Nm]                                | Modal-B-Matrix  |
| $c$                  | [m]                                 | Kamerakonstante   |
| $c_{Licht}$          | [ms <sup>-1</sup> ]                 | Lichtgeschwindigkeit  |
| $D$                  | [kgs <sup>-1</sup> ]                | Dämpfungsmatrix   |
| $D^{(M)}$            | [kgm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | generalisierte Dämpfungsmatrix                              |
| $D_{Speckle}$        | [m]                                 | Durchmesser eines Speckles                                  |
| $E$                  |                                     | Einheitsmatrix  |
| $f$                  | [N]                                 | Kraftvektor an allen Objektpunkten                          |
| $f$                  | [N]                                 | Kraft   |
| $\hat{F}$            | [N]                                 | Kraftamplitude  |
| $\underline{H}$      | [mN <sup>-1</sup> ]                 | Frequenzübertragungsfunktion im Frequenzbereich             |
| $h$                  | [mN <sup>-1</sup> ]                 | Frequenzübertragungsfunktion im Zeitbereich                 |
| $I$                  | [Wm <sup>-2</sup> ]                 | Intensität der Lichtstrahlung                               |
| $K$                  | [kgs <sup>-2</sup> ]                | Steifigkeitsmatrix  |
| $K^{(M)}$            | [kgm <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ] | generalisierte Steifigkeitsmatrix                           |
| $k_S$                |                                     | Index der Streifenordnung                                   |
| $k_B$                |                                     | Blendenzahl   |
| $M$                  | [kg]                                | Massenmatrix  |
| $M^{(M)}$            | [kgm <sup>2</sup> ]                 | generalisierte Massenmatrix                                 |
| $N$                  |                                     | allgemeine Ganzzahl   |
| $n$                  |                                     | allgemeine Ganzzahl   |
| $R$                  |                                     | Rotationsmatrix   |
| $q$                  |                                     | generalisierte Verschiebungen                               |
| $r$                  | [m]                                 | Ortsvektor  |
| $r_{jkr}$            | [mN <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ] | komplexe Residue  |
| $\underline{S}_{xx}$ | [m <sup>2</sup> ]                   | Leistungsdichtespektrum der Verschiebung                    |
| $\underline{S}_{ff}$ | [N <sup>2</sup> ]                   | Leistungsdichtespektrum der Kraft                           |
| $\underline{S}_{xf}$ | [mN]                                | Kreuzleistungsspektrum zwischen Verschiebung und Kraft      |
| $\underline{S}_{fx}$ | [mN]                                | Kreuzleistungsspektrum zwischen Kraft und Verschiebung      |
| $\underline{s}$      | [s <sup>-1</sup> ]                  | komplexer Eigenwert   |
| $\Delta T$           | [s]                                 | zeitlicher Abstand zwischen zwei Abtastungen im Zeitbereich |

|                       |                    |   |
|-----------------------|--------------------|---|
| $t$                   | [s]                | Zeit  |
| $\mathbf{u}$          |                    | Zustandsvektor  |
| $\underline{U}$       |                    | komplexe Amplitude im Zustandsraum                              |
| $\underline{\hat{X}}$ | [m]                | komplexe Amplitude der Verschiebung                             |
| $\mathbf{x}$          |                    | Vektor der Verschiebungen an allen Objektpunkten                |
| $\alpha$              |                    | allgemeiner Parameter   |
| $\beta$               |                    | allgemeiner Parameter   |
| $\underline{\Phi}$    |                    | Matrix mit komplexen Eigenvektoren                              |
| $\phi$                | [rad]              | optischer Gangunterschied als Phase                             |
| $\gamma$              |                    | Kohärenzfunktion  |
| $\Lambda$             | [s <sup>-1</sup> ] | Matrix der Eigenkreisfrequenzen                                 |
| $\underline{\Lambda}$ | [s <sup>-1</sup> ] | Matrix der komplexen Eigenwerte                                 |
| $\lambda$             | [m]                | Wellenlänge   |
| $\sigma$              | [s <sup>-1</sup> ] | Abklingkoeffizient  |
| $\omega$              | [s <sup>-1</sup> ] | Kreisfrequenz   |
| $\omega_a$            | [s <sup>-1</sup> ] | Abtastkreisfrequenz   |
| $\omega_r$            | [s <sup>-1</sup> ] | ungedämpfte Eigenkreisfrequenz der r-ten Eigenschw-<br>ungsform |
| $\Delta\omega$        | [s <sup>-1</sup> ] | Abstand zwischen zwei Frequenzstützstellen                      |
| $\Psi$                | [m]                | Matrix der Eigenvektoren  |
| $\psi_r$              | [m]                | Eigenvektor r   |
| $\underline{\psi}_r$  | [m]                | komplexer Eigenvektor r   |

## 1. Einleitung

In der Automobilindustrie gewinnt die genaue Voraussage der Fahrzeugstrukturdynamik zunehmend an Bedeutung. Dies betrifft unterschiedliche Bereiche, wie z. B. die Innenraumakustik und das Außenraumgeräusch, die Festigkeit und die dynamische Steifigkeit des Fahrzeugs. Hierbei setzen die Entwicklungsingenieure zunehmend auf Simulationsmethoden, um bereits zu einem möglichst frühen Zeitpunkt im Produktentwicklungsprozess eine Aussage über die Fahrzeugeigenschaften zu schaffen.

Schwingungen von Blechflächen haben innerhalb des Fahrzeugs einen wesentlichen Anteil an der Akustik und dem damit verbundenen Einfluss auf den Komfort der Insassen. Die Anregungsenergie wird beispielsweise vom Antrieb über die Tragstruktur auf die Blechflächen übertragen und von diesen anschließend in den Innenraum abgestrahlt. Sehr kritisch sind dabei Frequenzen im Bereich von etwa 50 bis 500 Hz, da diese schlecht gedämpft, aber gut wahrgenommen werden können. Somit ergibt sich die Notwendigkeit, durch strukturelle Maßnahmen die Amplituden der Schwingungen möglichst gering zu halten und die Eigenfrequenzen von Bauteilen mit den Anregungsfrequenzen weiterer Fahrzeugkomponenten abzustimmen.

Derzeit wird das Schwingungsverhalten der Blechflächen in einer möglichst frühen Entwicklungsphase mittels Simulation auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet. Da physikalische Gesetze Grundlage dieser Methode bilden, wäre eigentlich zu erwarten, dass die Ergebnisse eine entsprechend gute Vorhersage bieten. Dies ist in der Praxis jedoch oftmals nicht der Fall und kann im Wesentlichen auf Probleme bei der Modellbildung zurückgeführt werden. Hier werden beispielsweise Variationen im Herstellungsprozess oder veränderte Randbedingungen (Schweißpunktgüte, Vorspannungen im Blech, Blechdickenverteilung nach dem Tiefziehprozess) nicht hinreichend genau abgebildet, und das dynamische Verhalten der Struktur reagiert auf entsprechende Variationen mehr oder weniger empfindlich.

Zur Klärung und Verbesserung der Situation trägt eine immer besser werdende Messtechnik bei, mit deren Hilfe man das tatsächliche dynamische Verhalten einer Struktur entsprechend gut analysieren kann. Derzeit liefert die Messmethodik allerdings ihren größten Beitrag bei der akuten Problembeseitigung bzw. innerhalb von Optimierungszyklen in der Prototypenphase eines Automobils.

Um nun Simulationstechniken immer weiter zu verfeinern, ist eine weitere Verbesserung der Modellbildung unter anderem durch einen Abgleich mit den tatsächlichen strukturellen Verhältnissen bis in den mittleren und hohen Frequenzbereich notwendig. Der dadurch erzielte Lernprozess bildet die Grundlage für eine Beschleunigung der Produktentwicklungszyklen mit den entsprechend verbesserten Simulationsmodellen.

### 1.1. Problemstellung

Für die detaillierte Analyse von Schwingungsproblemen an Karosserieteilen stehen bisher umfangreiche Werkzeuge aus dem Bereich der experimentellen Modalanalyse zur Verfügung. Diese arbeiten klassischerweise mit Beschleunigungssensoren, die auf die Blechoberfläche aufgeklebt werden. Einerseits werden nun dadurch Zusatzmassen auf dem Objekt angebracht, die dann bei der Messung das dynamische Verhalten beeinflussen können, und andererseits ist es bei zunehmend höheren Frequenzen nicht mehr möglich, die kleiner werdende Struktur der Betriebsschwingungsformen räumlich aufzulösen.

Zudem stehen seit einiger Zeit immer effizientere Technologien aus dem Bereich der interferometrischen Optik zur Verfügung, mit Hilfe derer man Schwingungsphänomene bis in den höheren Frequenzbereich messtechnisch erfassen kann. Dies liegt in der enorm hohen räumlichen Auflösung von modernen CCD-Kameras begründet, durch welche primär die Aufnahme von Lichtintensitätssignalen erfolgt. Auf der anderen Seite ist die schnelle zeitliche Erfassung der Bildinformation derartiger Kamerasysteme durch die enorm hohe räumliche Auflösung von über 1 Mio. Bildpunkten limitiert, und es folgt eine wesentliche Beschränkung darauf, dass nur periodisch auftretende Schwingungszustände gemessen werden können. Hierzu wurden entsprechende Verfahren entwickelt, um insbesondere sinusförmige Schwingungsverläufe aufzunehmen und quantitativ auszuwerten.

Erstmals 1996 wurde das Verfahren der *Holographischen Modalanalyse* von Mitarbeitern der Firmen BMW AG und Steinbichler Optotechnik GmbH veröffentlicht [11] und vorab zum Patent angemeldet. Hierbei handelt es sich im Wesentlichen um eine Verknüpfung der holographischen Schwingungsmesstechnik mit den bekannten experimentellen Modalanalyseverfahren. Die Arbeit erfolgte zu dieser Zeit noch nicht automatisiert, jedoch wurde die grundlegende Funktion des Verfahrens unter Beweis gestellt [69]. Im weiteren Ver-

lauf wurde die Technologie innerhalb einer Diplomarbeit [15] weiter verfeinert, mit der geometrischen Vermessung der Objektoberfläche verknüpft und grundlegend automatisiert. Ebenfalls wurde der Einsatz im Bereich von vibro-akustischen Systemen dargestellt.

Wesentliche Einschränkungen bleiben hier weiterhin die fehlende Integration der Technologie in ein CAE-Umfeld<sup>1</sup>, wo sowohl Mess- als auch Simulationsergebnisse abgeglichen werden können. Hierzu fehlt im Wesentlichen ein industriell einsetzbares Messsystem, welches in der Lage ist, große Blechstrukturen in mehreren Einzelmessungen (und damit unterschiedlichen Kameraansichten) zu messen und damit einen Abgleich zwischen Mess- und Simulationsdaten herbeizuführen.

Durch die Möglichkeit der räumlich hochauflösenden Messung von Schwingungsphänomen und einem anschließenden Vergleich mit Finite-Elemente-Berechnungen wäre man in der Lage, entsprechende Modelle bis in den mittleren und hohen Frequenzbereich hinein zu verifizieren. Durch die daraus resultierende Verfeinerung der Modellierung würde sich die Vorhersagbarkeit von Schwingungsproblemen wesentlich verbessern.

## 1.2. Literaturüberblick

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit ist im hohen Maße interdisziplinär und umfasst dabei mehrere Themengebiete: Die *Grundlagen der Strukturdynamik* bilden den Einstieg in den Themenkomplex zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von strukturellen Bauteilen, wie den zu untersuchenden tiefgezogenen Karosserieblechteilen unter Beachtung der jeweiligen Randbedingungen.

Die sog. *Experimentelle Modalanalyse* bildet hierbei ein bekanntes und weit verbreitetes Werkzeug für den Versuchsingenieur, um die Vorhersagen der Berechnungsmethoden im Bereich der Strukturdynamik zu verifizieren bzw. ein dynamisches Modell der Struktur auf experimentellem Wege zu erstellen. Die Auswertemethoden stammen dabei aus dem Bereich der Regelungstechnik, durch die im vorliegenden Fall Algorithmen zur *Systemidentifikation* zur Verfügung stehen. Im Bereich der Messtechnik gelten dabei ebenfalls Gesetze und Erkenntnisse aus dem Bereich der *digitalen Signalverarbeitung*.

Als wichtigste Neuerung der bekannten Methoden wurde innerhalb dieser Arbeit ein Verfahren aus dem Themengebiet der *Speckleinterferometrie* genutzt, um mit optischen Methoden das dynamische Schwingungsverhalten von Bauteilen zu bestimmen. Hierbei entsteht der wesentliche Vorteil dadurch, dass die örtliche Anzahl der Messpunkte gegenüber den bekannten Verfahren um Größenordnungen gesteigert wurde und zudem das Messob-

---

<sup>1</sup> CAE = Computer Aided Engineering

jekt ohne das Anbringen von Zusatzmassen in Form von Sensoren beobachtet werden kann. Hierzu wurde ein neues optisches Messgerät konzipiert und entwickelt, wobei entsprechende Kenntnisse aus der *geometrischen sowie der Wellenoptik* genutzt wurden.

Zuletzt kommt noch die *Triangulation* zur geometrischen Vermessung von Oberflächen zum Einsatz, welche zwar nicht direkt zur Erstellung des strukturdynamischen Modells notwendig ist, jedoch zur Visualisierung der Messdaten und zum Vergleich mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Methode dient. Die Grundlagen dieser Technik stammen ursprünglich aus dem Bereich der Vermessungstechnik und wurden später zur Digitalisierung von Oberflächen kleinerer Objekte weiterentwickelt.

### 1.2.1. Grundlagen der Strukturmechanik und der Finite-Elemente-Methode

Die mathematisch / physikalische Basis der Strukturmechanik wird bereits in Lehrbüchern der technischen Mechanik unter dem Oberbegriff Kinetik z.B. in [36], [19] dargestellt.

Eine wesentlich umfangreichere Einführung in das Themengebiet der Strukturmechanik und der damit verbundenen Schwingungslehre für kontinuierliche und diskrete Systeme findet man in [42], [51] und [38]. Grundlage ist hier immer die Differentialgleichung für elastomechanische Systeme mit  $N$  physikalischen Freiheitsgraden (siehe Gleichung ( 1 )). Dieses System wird anschließend mit der Modaltransformation in ein generalisiertes Koordinatensystem transformiert, die dynamische Antwort des Systems berechnet und in physikalische Koordinaten rücktransformiert. Wichtig ist weiterhin, dass sich die Diskussion auf zeitinvariante, lineare Systeme beschränkt. Das Vorgehen wird dabei an idealisierten Strukturen, bestehend aus diskreten Punktmassen, masselosen Dämpfungs- und Federelementen, beschrieben.

Für die Modellierung von realen Bauteilen und die nachgeschaltete Berechnung des dynamischen Verhaltens hat sich in den letzten 15 Jahren die Finite-Elemente-Methode zunehmend als Standard durchgesetzt. Wesentlich dazu beigetragen hat die drastische Zunahme und gleichzeitige Verbilligung von Computerrechenleistung. Hierbei wird beispielsweise das reale System zunächst diskretisiert und anschließend die Massen- und Steifigkeitsverteilungen der Matrizen aus Gleichung ( 1 ) dargestellt. Mittels der dynamischen Antwortrechnung kann das Verhalten des Systems analysiert werden. Eine entsprechende Einführung in die Finite-Elemente-Methode findet man in [43] und [21]. Sämtliche Berechnungen innerhalb dieser Arbeit wurden dabei mit dem Programm MSC/Nastran durchgeführt [31]. Für das Datenhandling und das Prä- und Postprocessing wurde das Programm I-DEAS der Firma SDRC eingesetzt [49].

### 1.2.2. Experimentelle Modalanalyse, Systemidentifikation und digitale Signalverarbeitung

Die bisher beschriebenen Methoden bieten noch nicht die Möglichkeit der experimentellen Umsetzung und den damit verbundenen Abgleich zwischen einer rechnergestützten Simulation und anschließendem Abgleich mit dem realen Bauteil.

Hierfür wurden bereits in den 70er Jahren Methoden entwickelt, um aus der messtechnisch erfassten dynamischen Antwort eines mechanischen Systems die Parameter des zugehörigen modalen Modells zu ermitteln. Eine Übersicht über das Themengebiet findet sich in [40].

Die Verfügbarkeit von kostengünstiger Computerrechenleistung hat ebenfalls eine tragende Rolle für die Weiterentwicklung der experimentellen Methoden gespielt. Inzwischen werden die elektrischen Signale von Beschleunigungs- und Kraftaufnehmern nicht mehr analog verarbeitet, sondern zunächst digitalisiert und anschließend mit Hilfe der Algorithmen aus der digitalen Signalverarbeitung weiterverarbeitet [47].

Für die iterative Berechnung der Parameter des zugehörigen modalen Modells kommen im weiteren Verlauf Algorithmen zur Systemidentifikation zum Einsatz, die ihren Ursprung in der Regelungstechnik haben. Eine gute Übersicht über die Methoden und deren Vor- bzw. Nachteile für die Schwingungsanalyse bietet hier insbesondere [38] und [24]. Weiterführende Literatur zu dem Thema findet man in [45], [13] und [32], es handelt sich hierbei jedoch schwerpunktmäßig um Applikationen im Bereich der Regelungstechnik und nicht in der Schwingungsmesstechnik.

Für eine weitere Vertiefung der Thematik findet man die Beschreibung von einzelnen Verfahren und Algorithmen bei [6], [52], [61], [62], [1] sowie [14].

Eine kurze Einführung in das Thema der experimentellen Modalanalyse und in die Grundlage der verwendeten Algorithmen findet sich in [33]. Weitere Arbeiten zu dem Thema finden sich bei [9] und [26]. Für eine Einführung in die Praxis der Schwingungsmesstechnik und entsprechende Apparaturen empfiehlt sich [4].

In der Regel konzentrierten sich die bekannten Verfahren auf die Auswertung von wenigen Sensorsignalen in einem breiten Frequenzband mit entsprechend vielen Frequenzstützstellen. Darum erwies sich zunächst die Auswertung der interferometrisch gewonnenen Messdaten als problematisch, da die Ortsauflösung um Größenordnungen höher war als bei bisherigen Messmethoden. Um nun speziell diese Problematik zu adressieren, wur-

den weitere Verfahren in [58] bzw. [59] an der Freien Universität Brüssel erarbeitet, die insbesondere eine intelligente Form der Datenreduktion bieten.

### 1.2.3. Grundlagen der Optik und Speckleinterferometrie

Die geometrische Optik ist eine relativ alte Disziplin der Physik, die im Wesentlichen auf die Reflexion von Lichtstrahlen an spiegelnden Oberflächen und die Brechung derselben am Übergang zwischen zwei Medien mit verschiedenen Brechungsindizes eingeht. Stichworte sind hier Spiegel und Linsensysteme.

Die geometrische Optik wird durch die Wellenoptik wesentlich erweitert, da hiermit Phänomene beschrieben werden können, die direkt auf die Natur des Lichtes als elektromagnetische Welle eingehen. Beispielsweise kann damit die Ausbreitung von Lichtwellen nach dem Durchlaufen eines Doppelspalts beschrieben werden oder die Interferenz von monochromatischem Licht auf einem Photodetektor.

Zu beiden Themenbereichen gibt es umfangreiche Literatur, wie [12], [20], [10], [46], [41] und [2].

Ein wesentlicher Aspekt ist bei dem dargestellten Messsystem der Einsatz von kohärentem monochromatischem Licht. Hierzu dient ein Lasersystem, für dessen Verstehen bereits ein tieferes Verständnis der Lichtentstehung in der Elektronenhülle von Atomen und der damit verbundenen Quantenoptik vorhanden sein sollte [71]. Für das detailliertere Studium der Laserphysik eignen sich zudem [29] und [60].

Bei modernen Lasersystemen spielen zunehmend Effekte eine Rolle, die nur mittels der nichtlinearen Optik beschrieben werden können [3]. Dabei geht es beispielsweise um die Frequenzverdoppelung der unsichtbaren Lichtwellen eines Infrarotlasers, welche dann im grünen Bereich für den Menschen sichtbar sind.

Zudem werden innerhalb dieser Arbeit Lichtwellenleiter als elegantes Mittel genutzt, um Lichtenergie zwischen Laser und Messkopf zu transportieren. Weiterführende Literatur findet sich dazu in [35], [37] und [50].

Innerhalb des Themenbereichs der Optik bildet – in Zusammenhang mit der hier angesprochenen Thematik – die digitale Speckleinterferometrie die wichtigste Messtechnik. Diese Technik wird dazu benutzt, um mit hoher Ortsauflösung Verformungszustände von Bauteilen berührungsfrei zu erfassen. Die Grundlagen für diese Technik wurden schon mit der Doppelpulsholographie geschaffen, wobei hier zwei Zustände in einem Hologramm

(Fotoplatte) festgehalten wurden. Mit zunehmender Weiterentwicklung von modernen elektronischen Videokameras wurde die Technologie auf einen Detektor übertragen und weiter ausgefeilt. Eine automatisierte Weiterverarbeitung der Messdaten kann nun nach dem Einlesen der Videobilder in einen Computer erfolgen. Entsprechend umfangreiche Literatur findet sich hierzu in [39], [44], [18] und [66]. Für die zuverlässige Weiterverarbeitung der interferometrisch gewonnenen Messdaten finden sich entsprechende Algorithmen in [7] und [25].

Eine Nebendisziplin innerhalb dieser Arbeit ist die Vermessung der Oberfläche von flächigen Bauteilen mittels Triangulation. Hierbei kommt dem Messsystem zugute, dass die geometrischen Daten der Oberfläche und die Verformungsdaten durch das gleiche Kamerasystem erfolgen können und somit später in einem Koordinatensystem liegen. Die Messung erfolgt in diesem Fall mittels eines Streifenprojektors, der Muster in einem Winkel gegenüber der Kamera auf das Objekt projiziert. Diese Muster werden anschließend im Computer ausgewertet, und es werden entsprechende Rückschlüsse auf den Verlauf der Objektoberfläche getroffen. Entsprechende Literatur findet man bei [30], [48], [22], [23], [27] und eine entsprechende praktische Umsetzung der Technologie in [56], [53], [63], [64], [67] und [68].

### 1.3. Ziel und Aufbau der Arbeit

Der Literaturüberblick zeigt bereits, dass es derzeit ausgereifte Verfahren zur experimentellen Erfassung von Schwingungsphänomenen gibt. Ebenfalls können die Ergebnisse mit Hilfe der Modalanalyse zum Vergleich mit Finite-Elemente-Berechnungen herangezogen werden. Dies gelingt nur in einem relativ niedrigen Frequenzbereich, da bisher keine entsprechende Sensorik zur Verfügung stand, um auch im mittleren und hohen Frequenzbereich eine sinnvolle Messkette zu bilden.

An dieser Stelle möchte die vorliegende Arbeit einen Beitrag leisten, indem die *Holographische Modalanalyse* in ein Softwarepaket implementiert wird und insbesondere eine versuchstechnische Umsetzung an realen Messobjekten erfolgt. Hierzu wird das Verfahren von Grund auf in ein bestehendes Softwarepaket implementiert [54]. Dieses dient zur Erfassung und quantitativen Auswertung der Messdaten eines *Speckleinterferometers*. Zudem ist eine Geometrievermessung mittels Streifenprojektion bereits implementiert. Um wesentlich erweiterte Möglichkeiten für die Praxis zu schaffen, soll es ebenfalls mit der Software möglich sein, an einer Karosserie in mehreren Teilsegmenten zu messen und später die gewonnenen Geometrie- und Schwingungsmessdaten in ein gemeinsames globales Koordinatensystem zu transformieren. Als weiteres Kernelement dieser Arbeit wird ein neues Messsystem für den Betrieb mit Dauerstrichlasern entwickelt, das einen verbes-

serten Einsatz der Technologie im Karosseriebereich ermöglicht. Dazu wird ein modernes Lasersystem mit 5 W Lichtleistung und der Transport der Lichtenergie mittels Lichtwellenleiter genutzt. Dadurch wird der ausgeleuchtete Bereich auf dem Objekt deutlich erweitert und eine erneute Justage des Laserstrahls beim Umsetzen des Messkopfes vermieden.

Mit dem vorgestellten Verfahren ist es erstmals möglich, die Schwingungsinformation von über 1 Mio. Messpunkten gleichzeitig und berührungsfrei zu erfassen und einer Modalanalyse zuzuführen. Durch die hohe Ortsauflösung des Messsystems kann die Bestimmung der modalen Parameter bis in den mittleren und hohen Frequenzbereich hinein erfolgen, wobei im Frequenzspektrum eng benachbarte Eigenschwingungsformen getrennt werden.

Zunächst werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen der Modalanalyse dargestellt. Es wird dabei eine relativ breite Basis für das Verständnis der Strukturodynamik geschaffen. Für den in der Praxis relevanten Einsatz der experimentellen Modalanalyseverfahren werden die Grundlagen der Schwingungsmesstechnik erarbeitet. Dabei konzentriert sich die Diskussion auf die Kernelemente der klassischen Technik mittels Beschleunigungsaufnehmern und die anschließende Weiterverarbeitung der digitalisierten Signale im PC. Des Weiteren wird ein Algorithmus näher besprochen, mit dessen Hilfe aus den gewonnenen Übertragungsfrequenzgängen die modalen Parameter ermittelt werden können.

Nachdem diese Arbeit außerhalb des klassischen Maschinenbaus fachübergreifend in die Physik hineinspielt, werden im Kapitel 3 die Grundlagen eines Michelson-Interferometers vorgestellt und anschließend der Aufbau eines Speckleinterferometers diskutiert. Die Anwendung der Specklemesstechnik sowohl mit Dauerstrich- als auch mit PulsLasern samt der dazugehörigen Weiterverarbeitung der Intensitätssignale wird ausführlich dargelegt. Hierbei ist es für die Praxis notwendig, die Qualität des Messergebnisses quantitativ zu erfassen, um einen automatisierten Messablauf zu gewährleisten. Dies war vorher nicht realisiert worden, da bisher immer noch die Messdaten einzelner Schwingungszustände „mit Hilfe des Menschen“ beurteilt wurden und ggf. die Messung manuell wiederholt wurde. Die Anzahl der gemessenen Schwingungszustände pro Frequenz musste entsprechend erhöht werden, was zu einer Verbesserung des Signal-Rauschabstands der Übertragungsfrequenzgänge führte.

Die dem Verfahren wesentliche Eigenschaft liegt in der Verknüpfung von holographisch oder interferometrisch gewonnenen Messdaten mit der Modalanalyse. Diese Verknüpfung wird in Kapitel 4 ausführlich dargestellt. Sowohl die Messung von Übertragungsfrequenzgängen wird erörtert als auch die Kombination von derart gewonnenen Daten mit denen der klassischen Messtechnik mittels Beschleunigungssensoren wird besprochen. Dies führt dann dazu, dass die Vorteile beider Verfahren entsprechend genutzt werden können.

Einen Abriss der Koordinatenmesstechnik mittels Streifenprojektion bietet danach Kapitel 5. Hierbei werden sowohl die Grundlagen besprochen als auch die Verbindung von Geometriedaten und Schwingungsmessdaten im vorliegenden Fall.

In Kapitel 6 erfolgt der Vergleich einer Messung mittels Speckleinterferometrie einerseits und Laser-Doppler-Vibrometrie andererseits. In beiden Fällen erfolgt die Aufnahme von Übertragungsfrequenzgängen mit zwei physikalisch unterschiedlich arbeitenden Messtechniken mit anschließender Modalanalyse. Die grundsätzliche Anwendbarkeit des Systems im Falle komplexer Blechstrukturen soll damit verifiziert werden.

In einem zweiten Vergleich wird nun ein Finite-Elemente-Modell von einem Blechbauteil erstellt. Dies erfolgt im vorliegenden Fall nicht mittels eines CAD-Modells, sondern mit einer weitaus genaueren Vermessung der tatsächlichen Geometrie des Bauteils. Verfeinert wird dieses Modell noch durch die Messung und Zuordnung der tatsächlichen Blechdicken zu den Elementen. Experimentell werden die modalen Parameter mittels Holographischer Modalanalyse ermittelt und dann mit den Ergebnissen aus der Simulation exemplarisch verglichen. Dies erfolgt im Frequenzbereich bis 500 Hz. Durch die berührungsfreie Technologie wird innerhalb der Messung eine Beeinflussung des dynamischen Verhaltens des Messobjektes ausgeschlossen.

Anschließend fasst Kapitel 7 die Ergebnisse der Arbeit zusammen.



## 2. Strukturdynamik

Das Aufgabengebiet der Strukturdynamik untersucht die Bewegung von physikalischen Systemen aufgrund von Kräften, welche auf diese einwirken. Ein Kennzeichen des dynamischen Verhaltens ist die Schwingungsform, wobei das System um einen Ruhezustand oszilliert, und ständig ein Austausch zwischen kinetischer und potentieller Energie stattfindet. Die kinetische Energie wird durch eine sich bewegende äquivalente Massenverteilung charakterisiert, die potentielle Energie über die elastischen Eigenschaften des Systems. Dämpfungskräfte im System bewirken einen entsprechenden Abbau der Schwingungsenergie.

Bei den meisten physikalischen Systemen sind die relevanten Massen- und Steifigkeitseigenschaften kontinuierlich verteilt. Sie lassen sich in ausreichender Näherung mittels eines diskreten Ersatzsystems beschreiben. Das diskretisierte Ersatzsystem ist dann mathematisch mittels gewöhnlicher Differentialgleichungen zu beschreiben, welche an die Stelle von partiellen Differentialgleichungen für das kontinuierliche System treten.

Oszillierende Systeme können aufgrund ihres Verhaltens in zwei Gruppen aufgeteilt werden: Lineare und nicht-lineare. Für lineare Systeme gilt das Superpositionsprinzip, wobei sich das System mittels linearer Differentialgleichungen 2. Ordnung beschreiben lässt. Insbesondere bei hohen Schwingungsamplituden kommen nicht-lineare Eigenschaften stärker zum Tragen. Da das experimentelle Verfahren dieser Arbeit mit sehr kleinen Schwingungsamplituden im Bereich von 0,02 bis 3  $\mu\text{m}$  arbeitet, findet keine Betrachtung von nicht-linearen Effekten statt. Ein Überblick zu nicht-linearen Modalanalyseverfahren befindet sich in [38].

In diesem Kapitel werden zunächst die Bewegungsgleichungen für ein lineares System in physikalischen Koordinaten aufgestellt und dann in ein modales Koordinatensystem transformiert. Anschließend wird mit Hilfe der Lösung des transformierten Gleichungssystems

die dynamische Antwort auf eingeleitete Kräfte berechnet. Die Vorgehensweise wird für ungedämpfte und gedämpfte Systeme dargestellt.

Des Weiteren werden experimentelle Modalanalyseverfahren aufgeführt, die bei der holographischen Modalanalyse zum Einsatz kommen.

### 2.1. Bewegungsgleichungen in physikalischen Koordinaten

Ein diskretisiertes strukturelles Ersatzsystem in physikalischen Koordinaten ist durch ein gekoppeltes System aus  $N$  inhomogenen Differentialgleichungen 2. Ordnung gegeben [38], [72]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

Hierbei entspricht  $\mathbf{M}$  der Massen-,  $\mathbf{D}$  der Dämpfungs- und  $\mathbf{K}$  der Steifigkeitsmatrix. Alle drei sind symmetrische  $N \times N$ -Matrizen, welche die räumlichen Eigenschaften des Systems beschreiben. Mit dem  $N \times 1$ -Vektor  $\mathbf{x}(t)$  wird die zeitabhängige physikalische Auslenkung dargestellt sowie mit  $\mathbf{f}(t)$  der  $N \times 1$ -Vektor der ebenfalls zeitabhängigen externen Kräfte. Die Anzahl der  $N$  Freiheitsgrade wird in Abhängigkeit der Anzahl von Differentialgleichungen ausgewählt, welche notwendig sind, um das System zu beschreiben.

#### 2.1.1. Ungedämpftes System

Zunächst wird das ungedämpfte System

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2)$$

betrachtet. Mit dem Ansatz

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\psi}_r e^{i\omega_r t} \quad (3)$$

und unter der Abwesenheit von äußeren Kräften ( $\mathbf{f}(t) = 0$ ) wird zunächst Gleichung (2) in den Frequenzraum transformiert:

$$\left(-\omega_r^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}\right) \cdot \boldsymbol{\psi}_r = \mathbf{0} \quad (4)$$

Aus der Lösung des zugehörigen Eigenwertproblems erhält man die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_r$  des ungedämpften Systems mit den dazugehörigen Eigenschwingungsformen der

Strukturauslenkungen  $\boldsymbol{\psi}_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, N$ . Im nachfolgenden Abschnitt wird nun nachgewiesen, dass bei dem betrachteten System ( 2 ) die Eigenschwingungsformen bezüglich der Matrizen  $\mathbf{K}$  und  $\mathbf{M}$  orthogonal sind.

### 2.1.2. Orthogonalität von Eigenvektoren

Aus Gleichung ( 4 ) erhält man nun:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_r &= -\omega_r^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_r \\ \mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_s &= -\omega_s^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_s\end{aligned}\quad (5)$$

für die Eigenvektoren  $s$  und  $r$ . Dies ergibt dann bei einer beidseitigen Multiplikation mit  $\boldsymbol{\psi}_s^T$  bzw.  $\boldsymbol{\psi}_r^T$ :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_r &= -\omega_r^2 \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_r \\ \boldsymbol{\psi}_r^T \mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_s &= -\omega_s^2 \boldsymbol{\psi}_r^T \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_s\end{aligned}\quad (6)$$

Nachdem  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{K}$  symmetrisch sind, gilt [5], [72]:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\psi}_r^T \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_s &= \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_r \\ \boldsymbol{\psi}_r^T \mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_s &= \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_r\end{aligned}\quad (7)$$

Führt man ( 7 ) in ( 6 ) ein und subtrahiert die Gleichungen, so erhält man:

$$0 = (\omega_s^2 - \omega_r^2) \cdot \boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_r\quad (8)$$

bzw. mit  $\omega_s \neq \omega_r$ :

$$\boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_r = 0\quad (9)$$

in ( 6 ) eingesetzt:

$$\boldsymbol{\psi}_s^T \mathbf{K}\boldsymbol{\psi}_r = 0\quad (10)$$

Gleichungen ( 9 ) und ( 10 ) definieren die Orthogonalität der Eigenvektoren bezüglich der Matrizen  $\mathbf{K}$  und  $\mathbf{M}$ .

## 2.2. Bewegungsgleichungen in modalen Koordinaten

### 2.2.1. Ungedämpftes System

Für die weitere Betrachtung der anregenden Kräfte wird zunächst die Bewegungsgleichung ( 2 ) in den modalen Raum transformiert und damit entkoppelt.

Dazu werden die Eigenwerte und –vektoren in folgender Form dargestellt:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{\Psi} = [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \cdots \quad \psi_N] \quad (12)$$

Auf Basis der Modaltransformation

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Psi} \mathbf{q}(t) \quad (13)$$

ergibt sich aus ( 2 ) und unter weiterer Berücksichtigung von

$$\mathbf{f}^{(M)}(t) = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{f}(t) : \quad (14)$$

$$\mathbf{\Psi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Psi} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Psi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Psi} \mathbf{q}(t) = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{f}(t)$$

$\Rightarrow$

$$\mathbf{M}^{(M)} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}^{(M)} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}^{(M)}(t)$$

$\Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} m_1^{(M)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2^{(M)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_N^{(M)} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \begin{bmatrix} k_1^{(M)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2^{(M)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_N^{(M)} \end{bmatrix} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}^{(M)}(t) \quad (15)$$

Gleichung ( 15 ) zeigt, dass mittels der Modaltransformation die Massen- und Steifigkeitsmatrix in den Modalraum transformiert werden und dort aufgrund ihrer Orthogonalität Diagonalmatrizen sind. Dies folgt direkt aus Gleichungen ( 9 ) und ( 10 ). Als Ergebnis erhält man ein System aus  $N$  entkoppelten Bewegungsgleichungen.

### 2.2.2. Gedämpftes strukturelles System mit Caughey-Dämpfung

Mit der Dämpfungsmatrix verhält es sich etwas komplizierter, da sie sich nicht notwendigerweise mit den ermittelten Eigenvektoren diagonalisieren lässt. Man unterscheidet hier zwei Fälle. Es tritt entweder Strukturdämpfung oder viskose Dämpfung auf.

Allgemein lässt sich Gleichung ( 1 ) – unter Berücksichtigung beider Anteile – wie folgt darstellen [26]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + (\operatorname{Re}(\mathbf{K}) + i \operatorname{Im}(\mathbf{K}))\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (16)$$

Bei viskoser Dämpfung ist  $\operatorname{Im}(\mathbf{K}) = 0$ , und die Dämpfungskräfte sind geschwindigkeitsproportional.

Handelt es sich um sogenannte Strukturdämpfung, damit ist  $\mathbf{D} = 0$  und die Dämpfungskräfte sind proportional zur Auslenkung, aber um  $90^\circ$  phasenverschoben. Gleichung ( 16 ) lässt sich dann auch in folgende Form bringen:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \frac{\operatorname{Im}(\mathbf{K})}{\omega} \dot{\mathbf{x}}(t) + \operatorname{Re}(\mathbf{K})\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (17)$$

In den folgenden zwei Fällen lässt sich die Dämpfungsmatrix mit den gefundenen Eigenvektoren aus Gleichung ( 4 ) diagonalisieren:

Es liegt im ersten Fall sog. proportionale Dämpfung vor [26], [40], [8]; entsprechend

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (18)$$

Oder im zweiten Fall gehorcht die Dämpfungsmatrix der *Caughey*-Bedingung:

$$\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} = \mathbf{D}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \quad (19)$$

In beiden Fällen erhält man reelle Eigenvektoren des gedämpften Systems, die keine komplexen (d. h. phasenverschobenen) Anteile enthalten. Dies wirkt sich physikalisch darin aus, dass die Auslenkungen an allen Knotenpunkten ausschließlich gleichphasig bzw. gegenphasig sind und somit bei einer Schwingung alle Punkte gleichzeitig ihre maximale Auslenkung erreichen.

Die Bewegungsgleichung im modalen Raum erhält dann die Form:

$$\mathbf{M}^{(M)}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}^{(M)}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}^{(M)}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}^{(M)}(t)$$

$$\begin{bmatrix} m_1^{(M)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2^{(M)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_N^{(M)} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \begin{bmatrix} d_1^{(M)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2^{(M)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_N^{(M)} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) + \begin{bmatrix} k_1^{(M)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2^{(M)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_N^{(M)} \end{bmatrix} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}^{(M)}(t) \quad (20)$$

Es lassen sich noch verschiedene Normierungsvorschriften anwenden. Hierbei gilt, dass die Eigenvektoren  $\boldsymbol{\psi}_r$  mit einem beliebigen Faktor multipliziert werden können.

Folgende Normierungsvorschriften sind gebräuchlich [26] :

1. Eigenvektoren werden massenormiert:

$$\mathbf{M}^{(M)} = \text{diag}(m_r^{(M)}) = \mathbf{E} \quad (21)$$

Bei dieser Vorschrift enthält die modale Steifigkeitsmatrix bereits die quadratischen natürlichen Eigenfrequenzen.

2. Eigenvektoren werden steifigkeitsnormiert:

$$\mathbf{K}^{(M)} = \text{diag}(k_r^{(M)}) = \mathbf{E} \quad (22)$$

3. Jeder Eigenvektor wird derart normiert, dass sein größtes Element gleich 1 ist. In diesem Fall ist die modale Masse besonders aussagekräftig, weil sie ein Maß dafür ist, welcher Anteil der Gesamtmasse der Struktur Anteil an der Schwingung hat.
4. Ein bestimmtes Element des Eigenvektors wird zu 1 gesetzt.
5. Die euklidische Norm des Eigenvektors wird zu 1 gesetzt.

### 2.2.3. Gedämpftes System mit beliebiger Dämpfungsmatrix

Die bisherigen Ausführungen galten unter der Annahme, dass proportionale Dämpfung vorliegt oder die *Caughey*-Bedingung erfüllt ist.

Ist dies nicht der Fall, so muss das System zunächst in den Zustandsraum übergeführt werden. Dazu wird Gleichung ( 1 ) umgestellt und eine zusätzliche Gleichung hinzugefügt [38]:

$$D\dot{x}(t) + M\ddot{x}(t) + Kx(t) + 0\dot{x}(t) = f(t) \quad (23)$$

$$M\dot{x}(t) + 0\ddot{x}(t) + 0x(t) - M\dot{x}(t) = 0 \quad (24)$$

Das Zusammenfassen beider Gleichungen in einem Gleichungssystem ergibt:

$$\begin{bmatrix} D & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Führt man nun den Zustandsvektor

$$u(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \quad (26)$$

ein, so erhält man

$$\begin{bmatrix} D & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \dot{u}(t) + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} u(t) = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

oder einfacher

$$A\dot{u}(t) + Bu(t) = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Man erhält also ein System aus  $2N$  Differentialgleichungen ersten Grades.

Mit den komplexen Eigenwerten  $\underline{s}_r$  und den komplexen Eigenvektoren  $\underline{\psi}_r$  lässt sich wie nachfolgend dargestellt eine Lösung von Gleichung ( 28 ) finden. Die komplexen Eigenvektoren beschreiben dabei mit jedem Vektorelement eine Auslenkung mit beliebigem Phasenbezug zur anregenden Kraft.

Jeder Eigenwert lässt sich in einen Abklingkoeffizienten (Realteil) und eine Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems (Imaginärteil) zerlegen [26]:

$$\underline{s}_r = \sigma_r \pm i\omega_{dr} \quad (29)$$

$$\sigma_r : \text{Abklingkoeffizient} \quad (30)$$

$$\omega_{dr} : \text{Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems} \quad (31)$$

Mit der Substitution

$$\underline{U}_r = \begin{bmatrix} \underline{\psi}_r \\ \underline{s}_r \underline{\psi}_r \end{bmatrix} \quad (32)$$

führt der Ansatz

$$\underline{u}(t) = \underline{U}_r e^{\underline{s}_r t} = \begin{bmatrix} \underline{\psi}_r \\ \underline{s}_r \underline{\psi}_r \end{bmatrix} e^{\underline{s}_r t} \quad (33)$$

$$\dot{\underline{u}}(t) = \underline{s}_r \underline{U}_r e^{\underline{s}_r t} = \begin{bmatrix} \underline{s}_r \underline{\psi}_r \\ \underline{s}_r^2 \underline{\psi}_r \end{bmatrix} e^{\underline{s}_r t} \quad (34)$$

zu dem Eigenwertproblem des homogenen Anteils des Differentialgleichungssystems:

$$(\underline{s}\mathbf{A} + \mathbf{B})\underline{U} = \mathbf{0} \quad (35)$$

Die Lösung des Eigenwertproblems von Gleichung (35) führt zu komplexen Eigenwerten und Eigenvektoren.

Die Eigenwerte werden wiederum in der Matrix  $\underline{\mathbf{A}}$  und die Eigenvektoren  $\underline{\psi}_r$  in der Matrix  $\underline{\Psi}$  angeordnet:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \underline{s}_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{s}_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \underline{s}_N^2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\underline{\Psi} = [\underline{\psi}_1 \quad \underline{\psi}_2 \quad \cdots \quad \underline{\psi}_N] \quad (37)$$

und diese wiederum in der Matrix  $\underline{\Phi}$  :

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \underline{\Psi} & \underline{\Psi}^* \\ \underline{\Lambda}\underline{\Psi} & \underline{\Lambda}^*\underline{\Psi}^* \end{bmatrix} \quad (38)$$

In dem hier vorausgesetzten Fall der unterkritischen Dämpfung treten sowohl Eigenwerte als auch Eigenvektoren konjugiert komplex auf. Mit der Matrix  $\underline{\Phi}$  kann in Analogie zu Gleichung ( 15 ) das Gleichungssystem ( 28 ) entkoppelt werden; entsprechend

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}^T \underline{A} \underline{\Phi} \dot{q}(t) + \underline{\Phi}^T \underline{B} \underline{\Phi} q(t) &= \underline{\Phi}^T \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \underline{A}^{(M)} \dot{q}(t) + \underline{B}^{(M)} q(t) &= \underline{f}^{(M)}(t) \end{aligned} \quad (39)$$

Hierbei bedeutet abermals das hochgestellte <sup>(M)</sup>, dass die Matrizen in den Modalraum transformiert werden und bei dieser Vorgehensweise die Matrizen  $\underline{A}^{(M)}$  und  $\underline{B}^{(M)}$  Diagonalmatrizen sind.

Die Normierung der Eigenvektoren kann auf zwei Arten geschehen [26]:

1. Die Eigenvektoren werden nachgiebigkeitsnormiert:

$$\underline{A}^{(M)} = \text{diag}(a_r^{(M)}) = \underline{E} \quad (40)$$

2. die Eigenvektoren werden beweglichkeitsnormiert:

$$\underline{B}^{(M)} = \text{diag}(b_r^{(M)}) = \underline{E} \quad (41)$$

Die Bezeichnung nachgiebigkeits- bzw. beweglichkeitsnormiert rührt von der Dimension der Eigenvektoren im jeweiligen Fall her.

### 2.3. Dynamische Antwort des Systems

Die dynamische Antwort in Form einer Frequenzübertragungsfunktion (FRF: Frequency-Response-Function) vom Punkt  $k$  zum Punkt  $j$  ergibt sich im Fall von reellen Eigenvektoren zu [40]:

$$\underline{H}_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{rj} \psi_{rk}}{(k_r^{(M)} - \omega^2 m_r^{(M)}) + i \omega d_r^{(M)}} \quad (42)$$

mit

$$\underline{H}_{jk}(\omega) := \frac{\hat{X}_j}{\hat{F}_k} \quad (43)$$

und

$$x_j(t) = \underline{\hat{X}}_j e^{i\omega t}$$

bzw.

$$f_k(t) = \hat{F}_k e^{i\omega t}$$

Hierbei bezeichnet  $\psi_{rj}$  die  $j$ -te Komponente des  $r$ -ten Eigenvektors.

Falls keine proportionale Dämpfung vorliegt oder die *Caughey*-Bedingung nicht erfüllt ist, lässt sich die Übertragungsfunktion von Frequenzgängen nach Berechnen der Residuen

$$r_{jkr} = \frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{a_r^{(M)}} \quad (44)$$

mit folgender Gleichung angeben [26], [33]:

$$\underline{H}_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left( \frac{r_{rjk}}{i\omega - \underline{s}_r} + \frac{r_{rjk}^*}{i\omega - \underline{s}_r^*} \right) \quad (45)$$

Ebenfalls lässt sich die Impulsübertragungsfunktion im Zeitbereich (IRF := Impulse-Response-Function) darstellen [33]:

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^N \left( r_{rjk} e^{\underline{s}_r t} + r_{rjk}^* e^{\underline{s}_r^* t} \right) \quad (46)$$

## 2.4. Experimentelle Modalanalyseverfahren

### 2.4.1. Grundlagen

Bisher wurde ein Verfahren skizziert, bei dem man ein mathematisches Modell des Systems in Form von Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix erstellt und dann mittels der Modaltransformation die Eigenwerte und -vektoren erhält. Mit diesen lässt sich dann im modalen Raum die dynamische Antwort des Systems berechnen.

Die experimentellen Modalanalyseverfahren gehen genau den umgekehrten Weg, bei dem aus der dynamischen Antwort eines Systems die Eigenwerte und normierte Eigenvektoren bestimmt werden. Der Schritt, aus dieser Information die physikalischen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen zu bestimmen, fällt allerdings ungleich schwerer. Der Grund dafür liegt darin, dass man dazu alle Eigenvektoren eines Systems experimentell bestimmen muss. Ein kontinuierliches und damit reales System besitzt zudem auch unendlich viele Freiheitsgrade und somit auch unendlich viele Eigenvektoren, welche üblicherweise auch als Eigenschwingungsformen bezeichnet werden.

Abbildung 2.1 zeigt den Aufbau eines modernen Prüfstands für die experimentelle Modalanalyse. Wie dargestellt werden definierte Kräfte ins Fahrzeug eingeleitet und die dynamische Antwort mit Sensoren gemessen, digitalisiert und im PC ausgewertet.

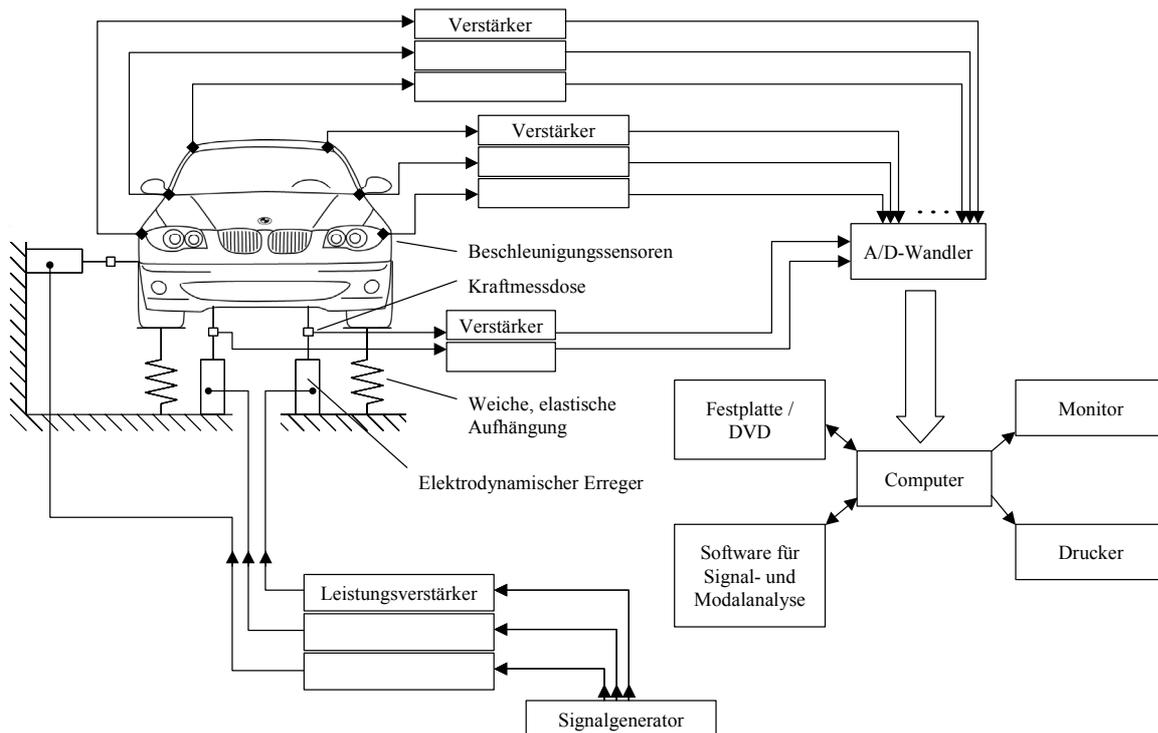


Abbildung 2.1 Aufbau eines Prüfstands für die experimentelle Modalanalyse

Die experimentellen Verfahren gliedern sich methodisch in zwei Varianten [40]:

1. Beim Phasenresonanzverfahren wird das System an mehreren Punkten sinusförmig und genau in einer Frequenz angeregt. Allerdings kann jeder Erreger (in der Praxis oft als sog. Shaker<sup>2</sup> bezeichnet) entweder gleich- oder gegenphasig bezüglich eines Referenzsignals geschaltet werden.

Mit diesem Verfahren ist es möglich, genau eine Eigenschwingungsform anzuregen und die Dämpfungsverluste durch die Energiezufuhr der Shaker zu kompensieren.

So entsteht als Ergebnis eine dynamische Antwort, die genau einer reellen Eigenschwingungsform des ungedämpften Systems entspricht. Die Anregungsfrequenz

<sup>2</sup> Ein Shaker ist ein elektrodynamischer Erreger, der aus einem Magnettofp und einer Drahtspule, ähnlich einem Lautsprecher aufgebaut ist. Er besitzt jedoch keine Membrane, sondern einen mechanischen Anschluss, mit dem die Kraft an das System gekoppelt werden kann. Die Kraft ist proportional zum Strom, der durch die Spule geschickt wird.

ist genau die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems. Ebenfalls kann man nicht-lineare Verhaltensweisen des Systems untersuchen.

Dieses Verfahren ist besonders in der Luft- und Raumfahrtindustrie sehr beliebt, da die Ergebnisse direkt mit FE-Berechnungen verglichen werden können. Der Nachteil ist jedoch, entsprechende Anregungspunkte an dem System zu definieren und eine geeignete Anregungsfrequenz auszuwählen. Der Prozess muss für jede Eigenschwingungsform wiederholt werden, und somit ist das Testverfahren sehr zeitaufwändig.

2. Dem Phasentrennungsverfahren liegt die Aussage von Gleichung ( 45 ) und ( 46 ) zugrunde, dass sich die dynamische Antwort auf eine äußere Kraft aus der gewichteten linearen Überlagerung aller Eigenschwingungsformen berechnen lässt. In der Praxis wird die Struktur mit einem oder mehreren Shakern angeregt und die dynamische Antwort mit Sensoren gemessen. Anschließend werden aus den gemessenen Signalen entsprechende Frequenzübertragungsfunktionen berechnet und mit numerischen Methoden analysiert. Diese Algorithmen liefern dann die Eigenwerte bzw. -vektoren. Die Algorithmen sind entweder im Zeit- oder Frequenzbereich formuliert und werden im Verlauf dieses Kapitels genauer beleuchtet.

Bei dieser Vorgehensweise kann mit einem beliebigen Signal angeregt werden, es muss jedoch gewährleistet sein, dass der gewünschte Frequenzinhalt in diesem Signal vorhanden ist (z.B. Rauschen).

Der Vorteil gegenüber dem Phasenresonanzverfahren liegt in dem deutlich geringeren zeitlichen Aufwand des Testverfahrens. In der Praxis wird hier meistens mit nur einem Shaker breitbandig angeregt. Ein weiterer Grund für die Popularität dieser Vorgehensweise liegt in der gewaltigen Steigerung der Rechenleistung von PCs in den letzten zwei Jahrzehnten. Somit stellt die Anwendung von entsprechend aufwändigen numerischen Algorithmen kein Hindernis dar.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird ausschließlich auf das Phasentrennungsverfahren und die damit verbundene messtechnische Vorgehensweise eingegangen.

#### 2.4.2. Frequenzgangmessung

In Kapitel 2.3 wurden die Begriffe FRF und IRF eingeführt. Wie bereits erwähnt, dienen beide als Grundlage für die experimentelle Bestimmung von Eigenwerten und -vektoren. In diesem Abschnitt liegt der Schwerpunkt auf der experimentellen Bestimmung von Frequenzgangübertragungsfunktionen. Zunächst sei dabei noch erwähnt, dass die FRF die Fourier-Transformierte der IRF ist.

Grundlegend gibt es zwei Arten der Bestimmung:

1. Das strukturelle System wird mit einer definierten sinusförmigen Kraft bei einer bestimmten Frequenz angeregt und die bei einem linearen System ebenfalls sinusförmige Antwort gemessen. Mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate oder der Korrelationsanalyse lässt sich dann die Amplitude und Phase relativ zum Kraftsignal bestimmen. Anschließend wird die Frequenz um einen bestimmten Schritt verändert und die Prozedur wiederholt. Dieses Verfahren nennt sich in der englischen Literatur „stepped-sine-testing“.
2. Das Anregungssignal enthält ein Frequenzgemisch, welches alle Frequenzen in einem gewünschten Frequenzband möglichst gleichmäßig anregt. Dies kann beispielsweise mit einer Impulsanregung oder einem Rauschsignal erfolgen. Sowohl die anregende Kraft als auch die Systemantwort werden dabei gemessen. Danach werden numerische Methoden angewendet, um aus beiden Signalen die Frequenzgangübertragungsfunktion zu berechnen.

In beiden Fällen werden physikalische Größen über Sensoren mit einer anschließenden digitalen Signalverarbeitung gemessen, wobei vielfältige messtechnische Methoden zu deren Bestimmung existieren.

Für die Kraftmessung werden üblicherweise piezoelektrische oder DMS (Dehnungs – Mess – Streifen) Kraftaufnehmer verwendet. Beschleunigungsaufnehmer als Sensoren zur Bestimmung der strukturellen Deformationen basieren i.a. auf dem piezoelektrischen Prinzip. Hierbei wird die durch die strukturelle Bewegung an der Objektoberfläche induzierte Kraft auf eine seismische Masse im Sensor gemessen. Diese Kraft ist proportional zur Beschleunigung der Objektoberfläche. Es gibt sehr unterschiedliche Beschleunigungssensoren für die unterschiedlichsten Applikationen. Insbesondere die Größe, die Sensitivität und der Frequenzbereich variieren stark. Die obere Grenze des Messfrequenzbereichs ist von der ersten Eigenfrequenz des Sensors abhängig und liegt i.a. im kHz-Bereich. Hauptsächlich die Größe der seismischen Masse  $m$  ist für diese Eigenfrequenz verantwortlich. Je größer diese Masse ist, desto höher ist die Sensitivität, und desto geringer ist die erste Eigenfrequenz. Insbesondere [4] gibt eine gute Übersicht über die verschiedensten Sensoren und ihre Applikationen.

Allgemein kann man über diese Art von Beschleunigungssensoren sagen, dass sie immer auf dem System fest angebracht werden müssen und somit das System – aufgrund ihrer Masse und der entsprechenden Sensorverkabelung – in den strukturdynamischen Eigenschaften verändern.

Ebenfalls gebräuchlich für die Schwingungsmessung sind sog. Laser-Doppler-Vibrometer (LDV). Sie senden einen Laserstrahl auf das Objekt aus, welcher dann wieder in die gleiche Richtung zum Vibrometer zurückreflektiert wird. Dort sitzt ein Empfänger, der die Frequenzverschiebung des empfangenen Laserlichts gegenüber dem gesendeten messen kann. Die Frequenzverschiebung wird dann proportional zur Objektgeschwindigkeit in eine elektrische Spannung umgewandelt, welche dann weiterverarbeitet werden kann.

Der Vorteil von LDVs liegt darin, dass die Schwinggeschwindigkeit berührungsfrei gemessen werden kann und somit keine Beeinflussung des Objektes erfolgt. Ein Nachteil liegt allerdings in dem erheblich höheren apparativen Aufwand pro Sensor. Es kann mit einem LDV auch nur die Objektbewegung in einer Achse gemessen werden.

Um die Messsignale in einem PC weiterverarbeiten zu können, müssen sie analog/digital gewandelt werden. Hierbei wird ein elektrisches Signal mit einer Kreisfrequenz  $\omega_a$  abgetastet, d.h. es wird zu diskreten Zeitpunkten die elektrische Spannung des Signals erfasst. Diese Spannung wird dann in einen digitalen Wert umgewandelt und an den PC weitergegeben. Dabei gilt das Shannon'sche Abtasttheorem [47]:

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2} \omega_a \quad (47)$$

Alle höheren Kreisfrequenzen als  $\omega_{\max}$  werden in tiefere Frequenzen „gespiegelt“ (Aliasing-Effekt). Um diesen Effekt zu eliminieren, wird dem Wandler ein analoger Tiefpassfilter vorgeschaltet.

Im PC erhält man als Ergebnis das diskretisierte Zeitsignal der Spannung  $U$ . Zur Umrechnung der Spannung in die entsprechende Kraft werden die Kalibrierfaktoren der Sensoren und/oder des Ladungsverstärkers verwendet.

Zunächst wird für den Fall der sinusförmigen Kraftanregung die Bestimmung des Übertragungsfrequenzganges dargestellt. Auf eine Kraftanregung  $f(t)$  antwortet das System an einem bestimmten Punkt mit der Auslenkung  $x(t)$ :

$$f(t) = \hat{F} e^{i\omega t} \quad (48)$$

$$x(t) = \hat{X} e^{i\omega t} \quad (49)$$

Dabei hat nur der Imaginärteil von  $x(t)$  eine physikalische Bedeutung [34],[40]. Die Amplitude  $\hat{X}$  ist eine komplexe Größe und beinhaltet die Information über den Betrag der Amplitude und die Phase des Antwortsignals in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$ .

Durch Umformen erhält man bei einer bestimmten Kreisfrequenz  $\omega_k$

$$x(t) = \text{Im}(\hat{X}_k e^{i\omega_k t}) = \hat{X}_{k \text{ Re}} \sin(\omega_k t) + \hat{X}_{k \text{ Im}} \cos(\omega_k t) \quad (50)$$

mit

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k \text{ Re}} + i\hat{X}_{k \text{ Im}} \quad (51)$$

Fasst man nun die Antwort zu verschiedenen Zeitpunkten  $t_l$  in einem Vektor zusammen, so folgt:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\omega_k t_1) & \cos(\omega_k t_1) \\ \sin(\omega_k t_2) & \cos(\omega_k t_2) \\ \vdots & \vdots \\ \sin(\omega_k t_N) & \cos(\omega_k t_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_{k \text{ Re}} \\ \hat{X}_{k \text{ Im}} \end{bmatrix} \quad (52)$$

oder

$$\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\Theta}_k \begin{bmatrix} \hat{X}_{k \text{ Re}} \\ \hat{X}_{k \text{ Im}} \end{bmatrix} \quad (53)$$

Typischerweise ist dies ein überbestimmtes Gleichungssystem und lässt sich mit der Pseudoinversen von  $\boldsymbol{\Theta}_k$  lösen:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{k \text{ Re}} \\ \hat{X}_{k \text{ Im}} \end{bmatrix} = (\boldsymbol{\Theta}_k^T \boldsymbol{\Theta}_k)^{-1} \boldsymbol{\Theta}_k^T \mathbf{x}_k \quad (54)$$

Diese Vorgehensweise kommt der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gleich [13]. Da dieses Verfahren nur mit linearen Gleichungssystemen funktioniert, muss  $\omega_k$  im Vorhinein bekannt sein, damit die Sinus- und Kosinusterme von  $\boldsymbol{\Theta}_k$  bestimmt werden können. Unter der Voraussetzung, dass das mechanische System linear ist, ist  $\omega_k$  gleich der Anregungsfrequenz.

Die Amplitude  $\hat{F}$  des Anregungssignals muss mit einem Kraftsensor gemessen werden. Sie lässt sich nicht über die Größe des Stroms im Shaker ermitteln.  $\hat{F}$  ist nur solange eine reelle Größe, solange das Signal zum Zeitpunkt  $t = 0$  einen positiven Nulldurchgang hat und somit einem Sinussignal entspricht. Liegt der zeitliche Nullpunkt dagegen beliebig, so muss ebenfalls das Kraftsignal nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ausgewertet werden, und die Amplitude  $\hat{F}$  wird zu einer komplexen Größe. Allerdings ist wichtig, dass sowohl Anregungs- als auch Antwortsignal eine gemeinsame zeitliche Referenz haben.

Man erhält aus dieser Methode eine Bestimmung des Übertragungsfrequenzganges für genau eine Kreisfrequenz  $\omega_k$ .

$$\underline{H}_k = \frac{\hat{X}_k}{\hat{F}_k} \quad (55)$$

Möchte man nun einen Übertragungsfrequenzgang für ein bestimmtes Frequenzband ermitteln, so ist es notwendig, in diskreten Schritten die Anregungskreisfrequenz  $\omega_k$  zu verändern. Daraus entsteht dann ein Zeilenvektor

$$\underline{H} = \{ \underline{H}_1 \quad \underline{H}_2 \quad \cdots \quad \underline{H}_k \quad \cdots \quad \underline{H}_N \} \quad (56)$$

mit dem diskreten Übertragungsfrequenzgang.

Im Fall des Frequenzgemisches, d.h. bei Anregung der Struktur durch nichtharmonische Erregerkräfte, ist die Auswertung der Signale aufwändiger. Sie müssen zunächst aus dem Zeit- in den Frequenzbereich transformiert werden.

Um aus dem diskretisierten Signal im Zeitbereich einen Frequenzgang zu berechnen, bedient man sich der diskreten Fouriertransformation (DFT). Diese wird oft in der Praxis als FFT bezeichnet, wobei mit FFT (= Fast-Fourier-Transform) ein numerischer Algorithmus bezeichnet wird, der für eine Anzahl von  $2^m$  ( $m$  ist eine positive Ganzzahl) Abtastwerten mit einem etwa 200-fach geringeren Rechenaufwand arbeitet [38].

Eine Größe  $x(t)$  wird mit Hilfe der DFT in den Frequenzbereich transformiert [47]:

$$\underline{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i \frac{2\pi kn}{N}} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \frac{N}{2} \quad (57)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{2\pi}{\omega_a} \\ x_n &= x(n\Delta T) \end{aligned} \quad (58)$$

und

$$\begin{aligned} \Delta \omega &= \frac{1}{N} \omega_a \\ \underline{X}_k &= \underline{X}(k\Delta \omega) \end{aligned}$$

$x(n\Delta T)$  ist die Bezeichnung für die zu den Zeitpunkten  $t = n\Delta T$  abgetastete Größe  $x(t)$ .

Für die Rücktransformation in den Zeitbereich gilt:

$$x_n = \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \underline{X}_k e^{i \frac{2\pi kn}{N}} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (59)$$

Die gleiche Transformation wird für das Kraftsignal durchgeführt:

$$\begin{array}{ccc} \text{Zeitbereich} & & \text{Frequenzbereich} \\ f(t) & \Leftrightarrow & \underline{F}(\omega) \end{array} \quad (60)$$

Wichtig ist noch, dass die Fouriertransformation davon ausgeht, dass das Zeitsignal über einen unendlich langen Zeitraum gemessen wurde. Dies ist natürlich praktisch nicht der Fall, und deswegen dienen sog. Fensterfunktionen dazu, die Berechnungsfehler bei der Transformation weitgehend zu korrigieren. Ein Überblick über dieses Themengebiet findet sich beispielweise in [47] oder [38].

Für die Bildung des Übertragungsfrequenzganges bedient man sich des sog. Leistungsdichtespektrums und des Kreuzleistungsspektrums für zeitbegrenzte Signale  $x(t)$  und  $f(t)$  [38]:

Leistungsdichtespektrum

$$\underline{S}_{xx}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{X}^*(\omega) = |\underline{X}(\omega)|^2$$

bzw.

( 61 )

$$\underline{S}_{ff}(\omega) = \underline{F}(\omega) \cdot \underline{F}^*(\omega) = |\underline{F}(\omega)|^2$$

Kreuzleistungsspektrum

$$\underline{S}_{xf}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{F}^*(\omega)$$

bzw.

( 62 )

$$\underline{S}_{fx}(\omega) = \underline{F}(\omega) \cdot \underline{X}^*(\omega)$$

Für die Berechnung des gemittelten Übertragungsfrequenzgangs  $H(\omega)$  stehen 2 Methoden zur Verfügung [38]:

$$\underline{H}_1(\omega) = \frac{\underline{S}_{fx}(\omega)}{\underline{S}_{ff}(\omega)} \quad ( 63 )$$

$$\underline{H}_2(\omega) = \frac{\underline{S}_{xx}(\omega)}{\underline{S}_{xf}(\omega)} \quad ( 64 )$$

es gilt:

$$\underline{H}_1(\omega) \leq \underline{H}(\omega) \leq \underline{H}_2(\omega) \quad ( 65 )$$

Ein Maß, welcher Anteil an Energie des Ausgangssignals  $x(t)$  vom Eingangssignal  $f(t)$  erzeugt wurde, ist die Kohärenzfunktion:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|\underline{S}_{fx}(\omega)|^2}{\underline{S}_{ff}(\omega) \cdot \underline{S}_{xx}(\omega)} \quad ( 66 )$$

Im Falle, dass keine Energie des Ausgangssignals vom Eingangssignal herrührt, beträgt sie 0, andernfalls nimmt sie maximal den Wert 1 an.

Das Übertragungsverhalten im Zeitbereich lässt sich durch Rücktransformation nach Gleichung ( 59 ) mit der inversen DFT berechnen.

#### 2.4.3. Bestimmung der modalen Strukturparameter

Im vorangegangenen Abschnitt wurden zwei Methoden zur experimentellen Bestimmung von Übertragungsfrequenzgängen und deren Transformation zwischen Zeit- und Frequenzbereich dargestellt. Sie stellen demnach das gemessene Übertragungsverhalten eines Systems dar.

Aufgabe von numerischen Algorithmen in der experimentellen Modalanalyse ist es, aus dem experimentell bestimmten Übertragungsverhalten die modalen Strukturparameter eines Systems nach Gleichung ( 20 ) oder ( 39 ) zu finden. Als modale Strukturparameter werden die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren bezeichnet. Derartige Methoden werden auch als „indirekt“ bezeichnet, weil sie nicht die physikalischen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen des Differentialgleichungssystem berechnen, sondern die modalen Strukturparameter.

Der Prozess, die modalen Strukturparameter zu bestimmen, wird als Identifikation bezeichnet. Es werden in den folgenden Abschnitten ausschließlich Phasentrennungverfahren betrachtet.

Es gibt eine große Vielfalt an numerischen Verfahren, um die modalen Strukturparameter zu bestimmen. Eine gute Übersicht findet sich in [38], [45] oder [1]. Einige neuere Methoden für experimentelle Methoden mit hoher räumlicher Auflösung und einem verbesserten Verfahren zur Bestimmung der modalen Strukturparameter finden sich in [14], [58] und [59].

Die numerischen Algorithmen zur Identifikation von modalen Parametern gliedern sich in Zeit- und Frequenzbereichsverfahren. Dies nimmt darauf Bezug, ob das mathematische Modell, dessen Parameter bestimmt werden, im Zeit- oder Frequenzbereich formuliert wird.

Zusätzlich gliedern sich die Verfahren noch in die Kategorien

SISO:           Single Input – Single Output  
SIMO:           Single Input – Multiple Output  
MIMO:           Multiple Input – Multiple Output

die angeben, ob der jeweilige Algorithmus mehrere Ausgangs- bzw. Eingangssignale des Systems verarbeiten kann.

#### 2.4.3.1. Zeitbereichsverfahren

Ein sehr populäres MIMO-Verfahren ist der PRCE-Algorithmus („Polyreference-Complex-Exponential“) [33], [61], [62], welcher aus dem „Least-Square-Complex-Exponential“-Algorithmus (LSCE) hervorging [52], [6].

Es handelt sich hierbei um eine Methode, die auf die Formulierung der Übertragungsfunktion nach Gleichung ( 46 ) aufbaut.

Das Verfahren arbeitet in zwei Schritten:

1. Es wird zunächst der Anteil  $e^{s_r t}$  von Gleichung ( 46 ) bestimmt. Da die Anzahl der Eigenwerte  $s_r$  a priori nicht bekannt ist, wird das mathematische System schrittweise um einen möglichen Freiheitsgrad bzw. Eigenwert erweitert. Mit dem experimentell gemessenen Übertragungsverhalten werden die wahrscheinlichsten Eigenwerte für eine bestimmte Systemgröße durch den Algorithmus gefunden. Nachdem die Eigenwerte  $s_r$  globale Eigenschaften des strukturellen Systems sind, erfolgt mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate dieser Schritt für alle Übertragungsfrequenzgänge gleichzeitig. Wiederholt sich nun ein bestimmter Eigenwert immer wieder unabhängig von der Anzahl der Freiheitsgrade, so kann dieser interaktiv ausgewählt werden. Auf diese Weise werden vom Benutzer alle Eigenwerte ausgewählt.
2. Die Residuen  $r_{rjk}$  von Gleichung ( 46 ) werden nach dem Einsetzen der gefundenen Eigenwerte  $s_r$  bestimmt. Als Ergebnis erhält man die normierten Eigenvektoren zu den gewählten Eigenwerten.

Dieses Verfahren ist in dem verwendeten Modalanalysesoftwarepaket entsprechend implementiert und ist in der Lage, ein genaues Ergebnis in vertretbarer Rechenzeit bereitzustellen. Es ist ebenfalls geeignet, entartete bzw. sehr dicht nebeneinander liegende Eigenschwingungsformen zu trennen.

Ein Nachteil dieses Verfahrens ist, dass es relativ sensitiv gegenüber einem nicht-linearen Übertragungsverhalten des Systems ist. Ebenfalls bietet es keine befriedigenden Resultate für Strukturen mit mehr als 5% viskoser Dämpfung.

Bei dem später vorgestellten experimentellen Verfahren wirkt sich nachteilig aus, dass der Abstand der diskreten Frequenzlinien eines Übertragungsfrequenzgangs im gesamten auszuwertenden Frequenzband gleich sein muss. Es können also nicht Frequenzbereiche ausgelassen werden, bei denen die Systemantwort sehr gering ist.

Weiterhin treten bei der Berechnung möglicher Eigenwerte im Schritt 1 immer auch rein numerisch bedingte Moden auf, die oft sehr schwer interaktiv von den physikalischen Moden getrennt werden können.

#### 2.4.3.2. Frequenzbereichsverfahren

Beim Frequenzbereichsverfahren erfolgt eine Formulierung der Übertragungsfunktion in Anlehnung an Gleichung ( 45 ) im Frequenzbereich [33]:

$$\underline{H}_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left( \frac{\underline{r}_{rjk}}{i\omega - \underline{s}_r} + \frac{\underline{r}_{rjk}^*}{i\omega - \underline{s}_r^*} \right) + \underline{U}_{jk} - \frac{\underline{L}_{jk}}{\omega^2} \quad (67)$$

Die zusätzlichen Terme  $\underline{L}_{jk}$  und  $\underline{U}_{jk}$  berücksichtigen im Modell alle Moden unterhalb bzw. oberhalb des gemessenen Frequenzbandes. Allerdings sind dies nach der Auswertung Eigenschaften, die sich spezifisch auf den Kraftanregungspunkt im Experiment beziehen. Somit ist die Verwendung des gefundenen Modells für die Berechnung des Übertragungsverhaltens von einem nicht gemessenen Kraftanregungspunkt äußerst kritisch zu bewerten.

Der Algorithmus gliedert sich ebenfalls in zwei Schritte, bei denen zunächst die Eigenwerte  $\underline{s}_r$  von Gleichung ( 67 ) bestimmt werden um anschließend die Eigenschwingungsformen zu berechnen. Die genaue Vorgehensweise wird in [33] bzw. genauer in [38] beschrieben.

Wenn das Übertragungsverhalten per Sinusanregung gemessen wird, bietet der Algorithmus im Frequenzbereich den Vorteil, dass die Frequenzlinien einen beliebigen Abstand besitzen dürfen. Es kann also in besonders feinen Frequenzschritten um die Resonanzfrequenz gemessen werden und mit einer relativ groben Schrittweite dazwischen.

Ein Nachteil des Verfahrens ist, dass sämtliche Übertragungsfunktionen gleichzeitig im Hauptspeicher des Systems gehalten werden müssen. Bei einer sehr großen Anzahl von Übertragungsfrequenzgängen kann sich dies bei der Berechnungszeit nachteilig auswirken.

### 3. Interferometrie

Die Interferometrie ist bei der Holographischen Modalanalyse die grundlegende Messtechnik zur Bestimmung von Verformungszuständen eines Objektes. Sie ersetzt dabei die bestehende (Beschleunigungs-) Sensorik experimenteller Modalanalyseverfahren.

Zunächst werden die physikalischen Grundlagen der Messtechnik anhand eines klassischen Michelson-Interferometers besprochen. Im Anschluss wird das System zu einem Speckleinterferometer erweitert, um die gewünschte flächige Deformationsmessung durchzuführen. Hierbei werden zwei Messanordnungen getrennt besprochen, die einerseits mit einem Dauerstrichlaser und andererseits mit einem Doppelpulslaser als kohärente Lichtquelle arbeiten. Beide erfordern im Detail unterschiedliche Komponenten sowie Auswertalgorithmen, um die Deformation des Messobjekts zu berechnen. Zum Abschluss wird auf die Auswertung der direkten Messinformation, in diesem Fall Intensitätsbilder, genauer eingegangen.

#### 3.1. Interferometer

In vielen Interferometern wird eine Lichtwelle in zwei Teilwellen geteilt und anschließend auf einen Schirm oder Sensor wieder zusammengeführt. Auf dem Sensor, wo die Teilbündel wieder zusammentreffen, gibt Helligkeit oder Dunkelheit den Gangunterschied der Teilwellen an (Gleichung (69)). Über den Gangunterschied der beiden Teilwellen kann beispielsweise eine Objektverformung gemessen werden [12],[20].

Eine typische Anordnung ist das Michelson-Interferometer:

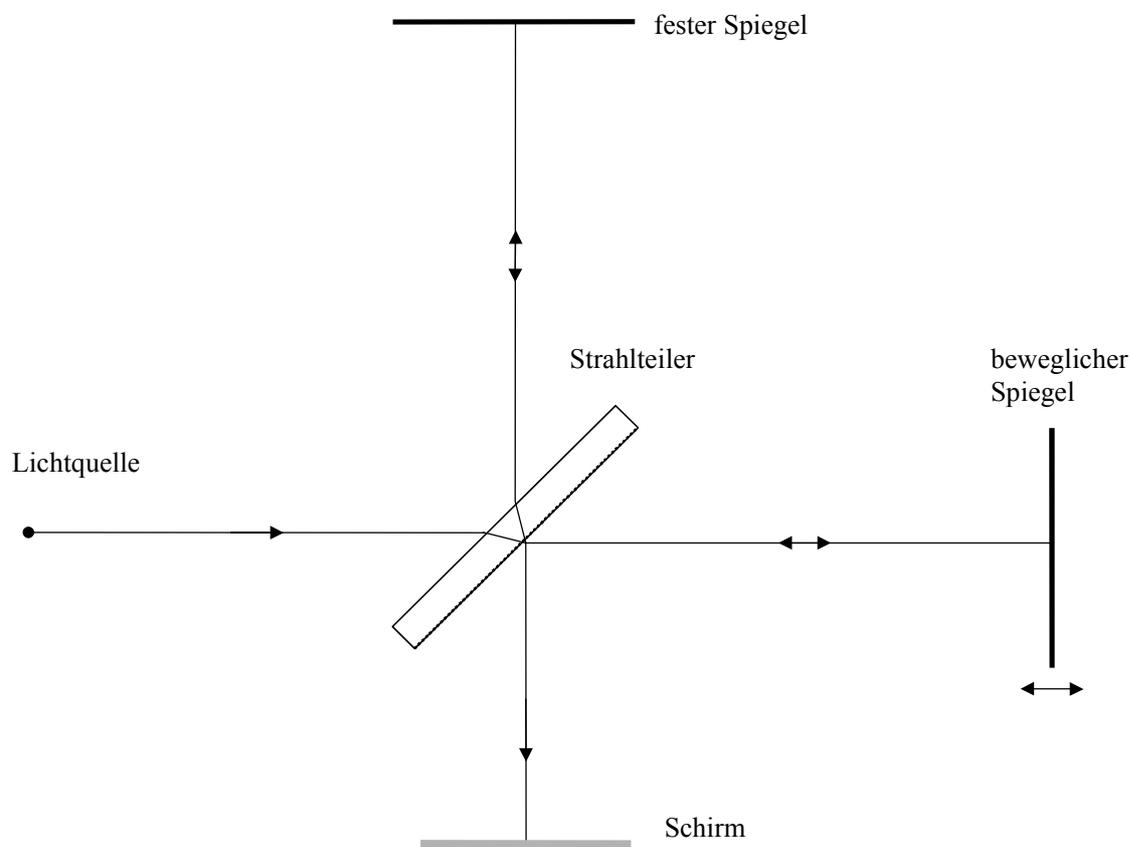


Abbildung 3.1 Michelson-Interferometer

Deutlich zu erkennen sind bei der Anordnung die zwei Teilpfade mit festem bzw. variablem optischen Weg. Abhängig von der Verschiebung des Spiegels auf der rechten Seite erhält man ein entsprechendes Interferenzmuster auf dem Schirm. Bei einer langsamen Bewegung des Spiegels kann man mit einem Sensor anstelle des Schirms eine regelmäßige Abfolge von Hell-/Dunkelsignalen registrieren. Aus diesem Signal lässt sich umgekehrt die Verschiebung des Spiegels berechnen.

### 3.2. Speckleinterferometrie

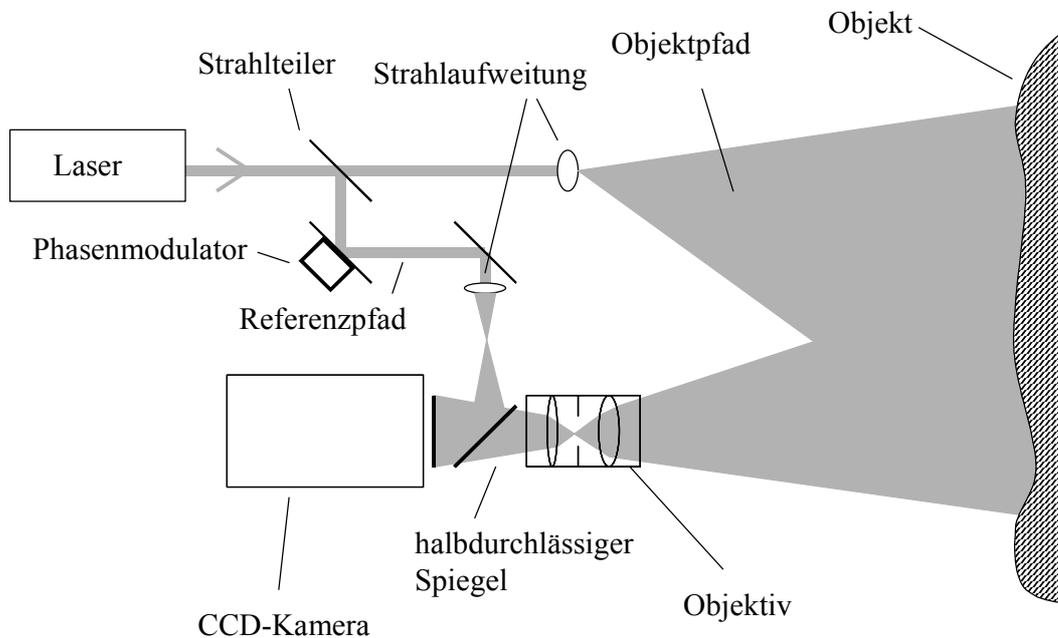


Abbildung 3.2 Grundlegender ESPI-Aufbau

Abbildung 3.2 zeigt den grundlegenden ESPI<sup>3</sup>-Aufbau. Dieser ist eine Erweiterung eines einfachen Interferometers, wobei hier ein CCD-Sensor die Lichtintensität ortsauflösend registriert. Mittels eines Objektivs wird auf jedes Pixel des Sensors ein Punkt der Objekt-oberfläche abgebildet, und man kann somit die Verformung ortsauflösend messen.

Zunächst wird das Licht einer kohärenten monochromatischen Laserquelle mittels eines Strahlteilers in den Referenz- und den Objektpfad aufgeteilt. Hier werden nur etwa 5 bis 10 % des Lichts in den Referenzpfad geleitet, da im Objektpfad ein großer Teil des Lichts über das Objekt diffus in alle Raumrichtungen gestreut wird und somit nicht in die CCD-Kamera gelangt.

Im Referenzpfad befindet sich der Phasenmodulator, mit dem es möglich ist, die Weglänge des Pfads im Bereich der Laserwellenlänge zu verändern. Der Strahl wird zuletzt von einer Linse aufgeweitet und über einen halbdurchlässigen Spiegel direkt zum CCD-Chip geleitet.

Im Objektpfad befindet sich eine Linse, die den Strahl derart aufweitet, dass das Messobjekt möglichst gleichmäßig ausgeleuchtet wird. Schwierigkeiten bereitet hier oft die Gauß-

<sup>3</sup> Electrical Speckle Pattern Interferometry

förmige Intensitätsverteilung innerhalb des Laserstrahls, womit die Randbereiche des Strahlprofils in der Regel nicht genutzt werden können. Der aufgeweitete Strahl wird über die raue Oberfläche des Objekts diffus gestreut und mit dem Objektiv auf den Chip der CCD-Kamera abgebildet.

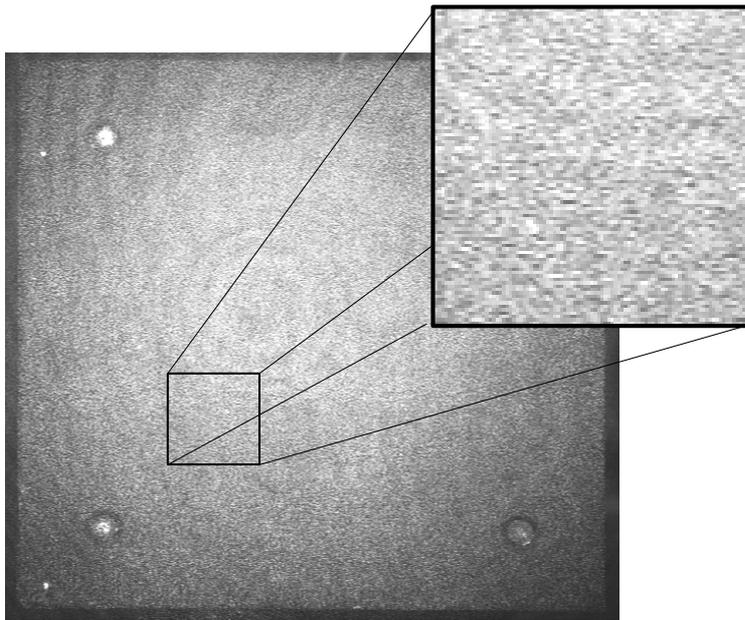


Abbildung 3.3 Aufnahme eines laserbeleuchteten Objektes mit einer CCD-Kamera

Abbildung 3.3 zeigt, dass das von diffusen Oberflächen reflektierte Licht infolge der optimalen Kohärenzeigenschaften eine im Raum vorhandene Interferenzkörnung, die sog. Granulation, aufweist („objektive“ Speckles). Bildet man das Interferenzmuster mit optischen Elementen (z.B. Auge oder CCD-Kamera) ab, erhält man in der Bildebene „subjektive“ Speckles. Bewegt sich der Beobachter, so bewegt sich das Granulationsmuster [39] ebenfalls.

Der mittlere Durchmesser  $D_{\text{Speckle}}$  der Speckles kann nach der folgenden Gleichung abgeschätzt werden:

$$D_{\text{Speckle}} = 1,22 \cdot \lambda_{\text{Licht}} \cdot k_B \quad (68)$$

Hierbei ist  $k_B$  die Blendenzahl der abbildenden Optik und  $\lambda_{\text{Licht}}$  die Wellenlänge des Laserlichts. Je kleiner die Öffnung der Blende ( d. h. je größer die Blendenzahl ), desto größer werden die Speckles auf dem Chip. Für einen möglichst guten Kontrast sollte dieser Durchmesser im Mittel größer als der Pixeldurchmesser ( typisch:  $10 \mu\text{m}$  ) sein.

Auf dem CCD-Chip kommt es nun auf jedem Pixel zu einer Interferenz der beiden Teilwellen. Für jedes einzelne Pixel gilt folgendes:

$$I(\phi, \phi_m) = I_{Obj} + I_{Ref} + 2\sqrt{I_{Obj}I_{Ref}} \cos(\phi + \phi_m) \quad (69)$$

$$\phi = \phi_\Delta + \phi_0 \quad (70)$$

mit

|               |   |
|---------------|---|
| $I_{Obj}$     | mittlere Intensität der Objektwelle   |
| $I_{Ref}$     | mittlere Intensität der Referenzwelle   |
| $\phi_\Delta$ | Phase des Gangunterschieds des Objektstrahls zwischen zwei Verformungszuständen |
| $\phi_0$      | Nullphase des Speckles im unverformten Zustand des Objekts                      |
| $\phi_m$      | Phasenänderung durch den Modulator  |

Die mittlere Intensität der Objektwelle sollte für einen optimalen Kontrast in etwa genauso groß sein wie die der Referenzwelle.

Der Gangunterschied  $\Delta$  entspricht der Änderung des optischen Weges durch eine Verformung  $\vec{s}$ . Diese bezieht sich auf den Oberflächenpunkt, der auf ein bestimmtes Pixel abgebildet wird. Näherungsweise gilt für Verschiebungen senkrecht zur Strahlenführung:

$$\Delta = \delta_1 + \delta_2 \approx 2|\vec{s}| \quad (71)$$

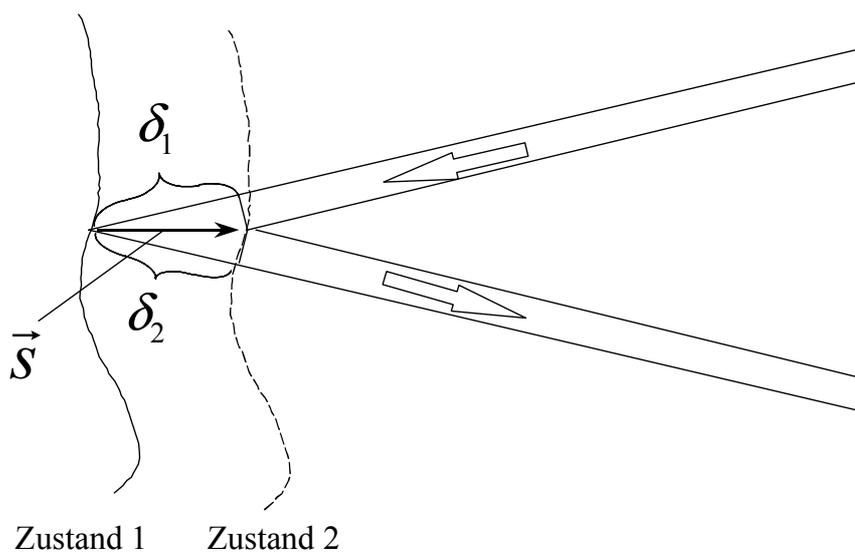


Abbildung 3.4 Änderung des optischen Weges durch eine Verformung

Die Phase des Gangunterschieds lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\phi_{\Delta} = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_{\text{Licht}}} \quad (72)$$

Jedes Speckle besitzt eine eigene Nullphase  $\phi_0$  im unverformten Zustand des Objekts. Diese repräsentiert den Gangunterschied von Referenz- und Objektpfad für ein Pixel und verändert sich mit einer Verschiebung der Messapparatur gegenüber dem Objekt.

Die Phase  $\phi_m$  wird durch den Phasenmodulator in den Referenzpfad eingebracht und wird beim sog. Phasenschieben ausgenutzt. Hier werden definierte Veränderungen des optischen Weges eingeführt, um die Größe  $\phi_{\Delta}$  bzw.  $\phi_0$  möglichst genau bestimmen zu können. Eine genauere Beschreibung erfolgt in den Kapiteln 3.2.1.2 und 3.2.2.2.

Diese Anordnung ermöglicht es, für jeden betrachteten Objektpunkt aus der Messung der Lichtintensität  $I$  die Phase  $\phi_{\Delta}$  bzw.  $\phi_0$  zu bestimmen. Aus  $\phi_{\Delta}$  kann man dann mittels (71) und (72) den Betrag der Verformung  $\vec{s}$  bestimmen.

### 3.2.1. ESPI-Messtechnik für Dauerstrichlaser

#### 3.2.1.1. Messaufbau

Ziel war es, einen ESPI Messaufbau zu entwickeln, der für den Laboreinsatz möglichst flexibel ist und außerdem keine freie Strahlführung erfordert.

Zunächst musste ein für den experimentellen Anspruch geeigneter Laser gefunden werden. Nachdem das hier beschriebene Messsystem hauptsächlich für den Einsatz an großflächigen Karosserieblechen bestimmt ist, musste die Lichtleistung des Lasers möglichst groß sein, um Flächen im Bereich von  $1\text{m}^2$  auszuleuchten. Als zusätzliches Kriterium sollte keine Kühlung durch Wasser mit einem externen Kühlkreislauf erfolgen, da dies einen Einsatz des Systems im Prüfstand erschwert.

$\text{Ar}^+$ -Laser haben einen äußerst geringen Wirkungsgrad von etwa  $0,01 - 0,03 \%$  bei einer maximalen Lichtleistung von  $1,5 \text{ W}$  bei  $\lambda_L = 512 \text{ nm}$ . Dies bedeutet eine elektrische Leistungsaufnahme von mindestens  $5 \text{ kW}$  und eine annähernd gleich hohe Verlustleistung, die dann nur durch eine externe Wasserkühlung abgeführt werden kann. Zusätzlich ist ein Wärmetauscher notwendig, damit der laserseitige Kühlkreislauf mit destilliertem Wasser betrieben werden kann. Andernfalls bilden sich in der Laserröhre Ablagerungen, welche

die Lebensdauer deutlich verkürzen. Im Prüfstand ist der Aufwand für einen derartigen Laser entsprechend hoch.

In den letzten Jahren wurden frequenzverdoppelte Nd:YAG- bzw. Nd:YVO<sub>4</sub>- Festkörperlaser mit immer höherer Ausgangsleistung entwickelt, deren Strahlqualität für die Interferometrie geeignet ist. Aus diesem Grund wurde ein entsprechendes Lasersystem mit einer Ausgangsleistung von 5,5 W bei 532 nm Lichtwellenlänge ausgewählt. Das System ist komplett luftgekühlt und benötigt aufgrund des guten Wirkungsgrades einen einfachen 220 V Anschluss und keinen Drehstrom, was für eine entsprechende Wirtschaftlichkeit sorgt. Das System besteht aus einem Netzteil mit integrierten Hochleistungslaserdioden, welche die Pumpenergie im Infrarotbereich erzeugen, die dann über einen Lichtleiter in den abgesetzten Laserkopf übertragen wird. Der Kopf ist deutlich kompakter als beim Ar<sup>+</sup>-Laser und ist wartungsfrei aufgebaut.

Die gekapselte Strahlführung ist aus Gründen der Lasersicherheit besonders wichtig, da der Laser mit 5,5 W der höchsten Laserschutzklasse IV zugeordnet ist. Dies bedeutet wiederum für die Sicherheit des Benutzers, dass das Arbeiten in Gegenwart eines frei zugänglichen Strahls nur mit einer entsprechenden Schutzbrille zulässig ist. Trifft ein derartiger Laserstrahl auf biologisches Gewebe (Haut, Netzhaut), so kommt es an dieser Stelle unmittelbar zu Verbrennungen und damit zur Zerstörung des Gewebes. Dies geschieht so schnell, dass in diesem Fall Reflexhandlungen durch Wegziehen oder Lidschluss des Auges viel zu langsam erfolgen würden.

Bedingt durch seine Größe und sein Gewicht, eignet sich der Laser nicht zu einer direkten Integration in den Messkopf. Allerdings sollte es bei Umbauten am Experiment selbst nicht notwendig sein, das Messsystem neu zu justieren. Bei den bisherigen ESPI- Aufbauten für größere Objekte wurde der Strahl zwischen Laser und dem eigentlichen Messkopf frei über Spiegel geführt. Will man in dieser Situation einen zweiten Teilbereich messen, so muss in der Regel der Messkopf mit der Kamera in eine andere Position gebracht werden und somit auch die Strahlführung entsprechend neu justiert werden. Dies ist einerseits zeitaufwändig, und andererseits stellt es eine Gefahr für den Benutzer dar, weil bei der Justage die Möglichkeit eines ungewollten Reflexes an einem spiegelnden Teil erfolgen kann. Aus diesen Überlegungen heraus wurde für den CW-Betrieb ein Aufbau entwickelt, bei dem auf der Strecke zwischen Laser und Messkopf das Licht in zwei Glasfasern geführt wird. Das Messsystem besteht also aus einem stationären Teil mit dem Laser, einer Faserstrecke und dem Messkopf selbst. Damit der Kopf möglichst kompakt gehalten wird, sind die meisten optischen Elemente bereits im stationären Teil untergebracht, und nur die für den Messkopf erforderlichen Teile wurden in diesem belassen.

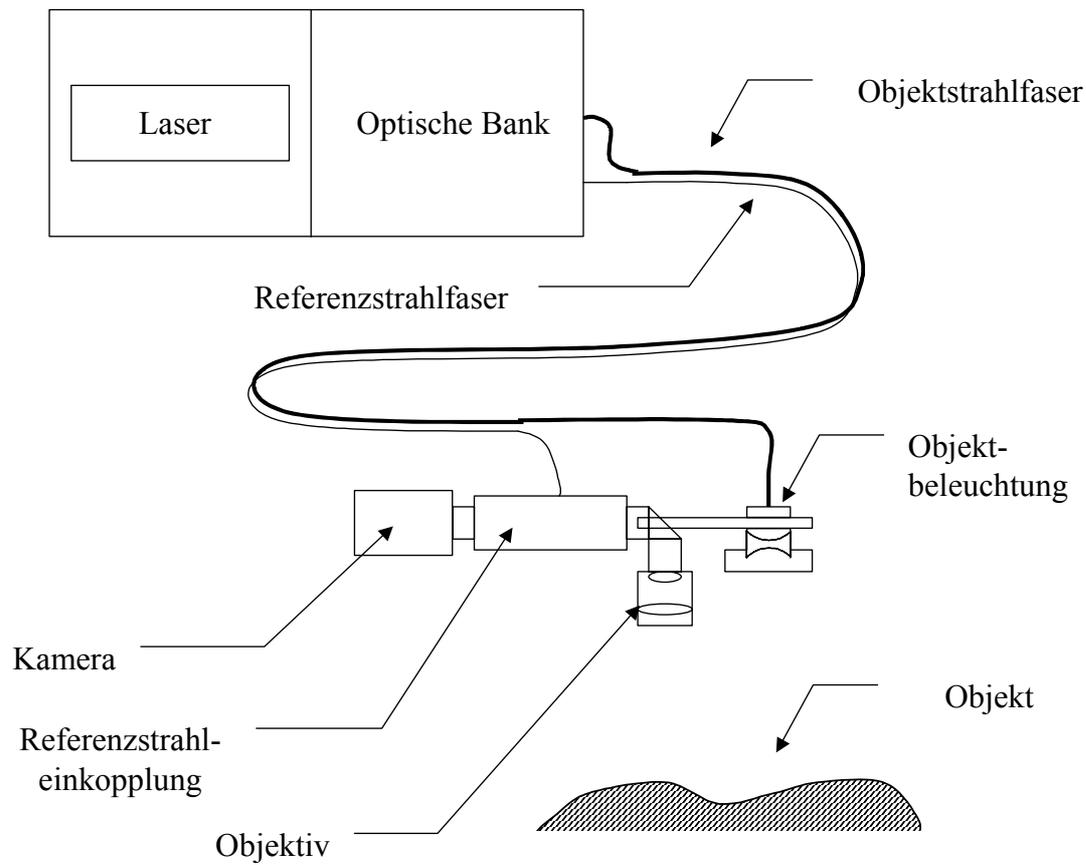


Abbildung 3.5 Prinzipaufbau des ESPI-Messkopfs für CW-Laser

Der stationäre Teil besteht aus dem Laser und einer optischen Bank, auf der die einzelnen Komponenten angeordnet sind, die nicht in den Messkopf integriert werden müssen. Dieser Teil ist mit einer Haube versehen, so dass kein Licht und damit auch keine unbeabsichtigten Reflexe austreten können.

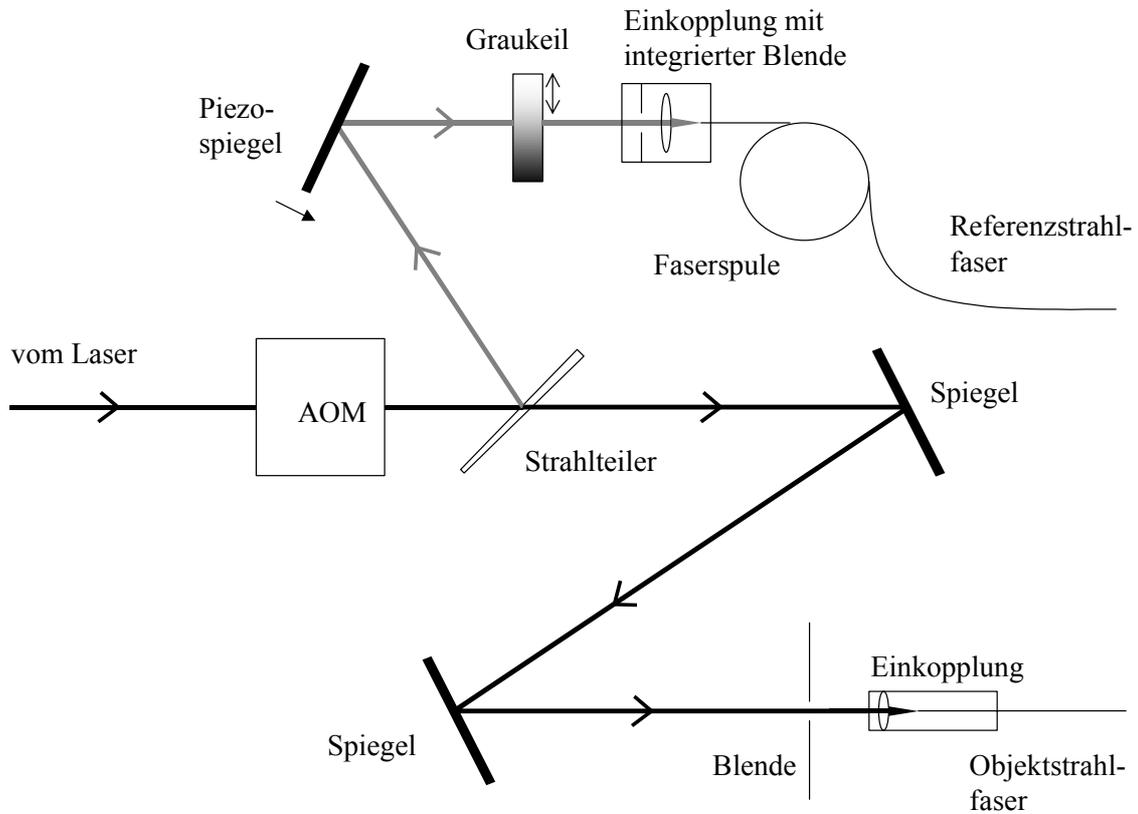


Abbildung 3.6 Komponenten auf der optischen Bank im stationären Teil

Hier werden die optischen Komponenten der optischen Bank dargestellt. Vom Laserstrahl aus kommend, wird der Strahl zuerst durch einen akusto-optischen Modulator (AOM) geschickt, mit dem es bei Bedarf möglich ist, den Strahl stroboskopisch zu modulieren. Der Strahlteiler ist hier in der Ausführung eines Glaskeils implementiert, von dem die zum einfallenden Strahl hin orientierte Oberfläche benutzt wird, um einen Anteil der Laserleistung von etwa 5% in Richtung des Referenzstrahlengangs umzuleiten. Der verbleibende Teil wird als Objektstrahl bezeichnet und erlangt durch den Strahlteiler keine wesentliche Ablenkung.

Der Referenzstrahl wird zuerst über einen Phasenmodulator in Form eines Piezospiegels umgeleitet, und ein verschiebbarer Graukeil ermöglicht zudem eine Intensitätsanpassung der Referenzwelle. Anschließend folgt die Einkopplung in den Lichtwellenleiter mittels einer Linse, die sich in einem gemeinsamen Gehäuse mit dem Faserende befindet. Es bestehen an der Einkoppelstelle entsprechende Justagemöglichkeiten, um den Fokus relativ zur Faser in allen 3 Raumrichtungen translatorisch zu verschieben.

Eine Besonderheit des Systems bietet der zweite Phasenmodulator mittels Faserspule; dieser ermöglicht das in Kapitel 3.2.1.2 beschriebene dynamische Phasenschieben. Der Mo-

dulator besteht bei dem vorliegenden System aus einem zylindrischen Piezoelement, auf dessen Umfang ein Lichtwellenleiter aufgeklebt ist. Wird nun eine Spannung angelegt, so vergrößert sich der Umfang des Zylinders und der Lichtwellenleiter wird gedehnt. Infolgedessen verlängert sich der optische Weg des darin geführten Referenzstrahls.

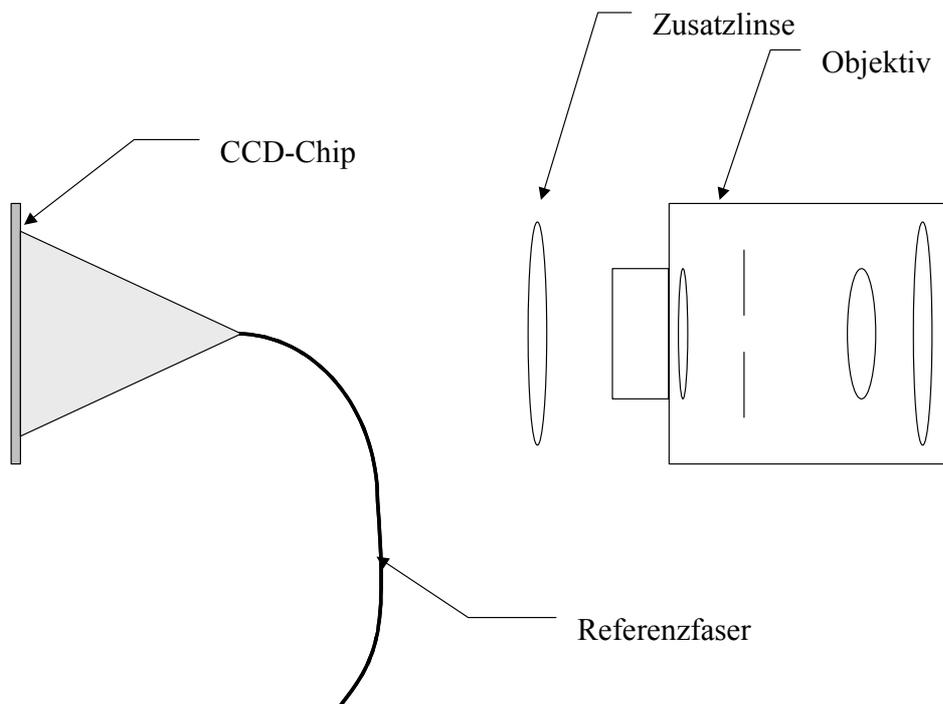


Abbildung 3.7 Referenzstrahlauskopplung

Von Vorteil war hierbei die von der Fa. Steinbichler entwickelte Anordnung der Referenzstrahlauskopplung (Abbildung 3.7), die bereits für das PulsESPI entwickelt worden war und im anschließenden Teil beschrieben wird. Es wurde nicht wie bisher ein Strahlteiler oder ein HOE<sup>4</sup> vor oder hinter dem Objektiv der Kamera angeordnet, sondern durch eine zusätzliche Optik der Abstand zwischen Objektiv und CCD-Chip vergrößert. Mit dem Austritt zum CCD-Chip hin wird in diesem Zwischenraum die Austrittsöffnung der Glasfaser auf der optischen Achse angeordnet. Ausgehend vom Glasfaserende breitet sich das Licht in einem Lichtkegel zum Chip hin aus und beleuchtet diesen gleichmäßig. Vorteile liegen bei dieser Anordnung insbesondere in der hohen Qualität der Referenzwelle, weil keine weiteren optischen Oberflächen zwischen Chip und Austrittsöffnung liegen, durch deren Verunreinigung entsprechende Beugungserscheinungen auftreten können. Des Weiteren ist bei einer Veränderung der Objektivbrennweite keine Justage notwendig, was den Gebrauch eines Zoomobjektivs mit variabler Brennweite zulässt.

<sup>4</sup> HOE = holographisch-optisches Element. Dieses Element ist ein Hologramm von einem optischen Aufbau, der es ermöglicht, zu einem späteren Zeitpunkt genau diesen Aufbau zu rekonstruieren. Der Vorteil ist, dass sich mit einem solchen Element ein System aus verschiedenen Linsen und einem Strahlteiler sehr kompakt realisieren lässt.

Die optischen Bestandteile des Messkopfes sind bereits durch Abbildung 3.7 vollständig dargestellt und auf ein Minimum reduziert. Hinzu kommt noch die Objektbeleuchtung, die durch eine zweite Glasfaser mit einem Linsensystem vor der Austrittsfläche der Faser realisiert wurde:

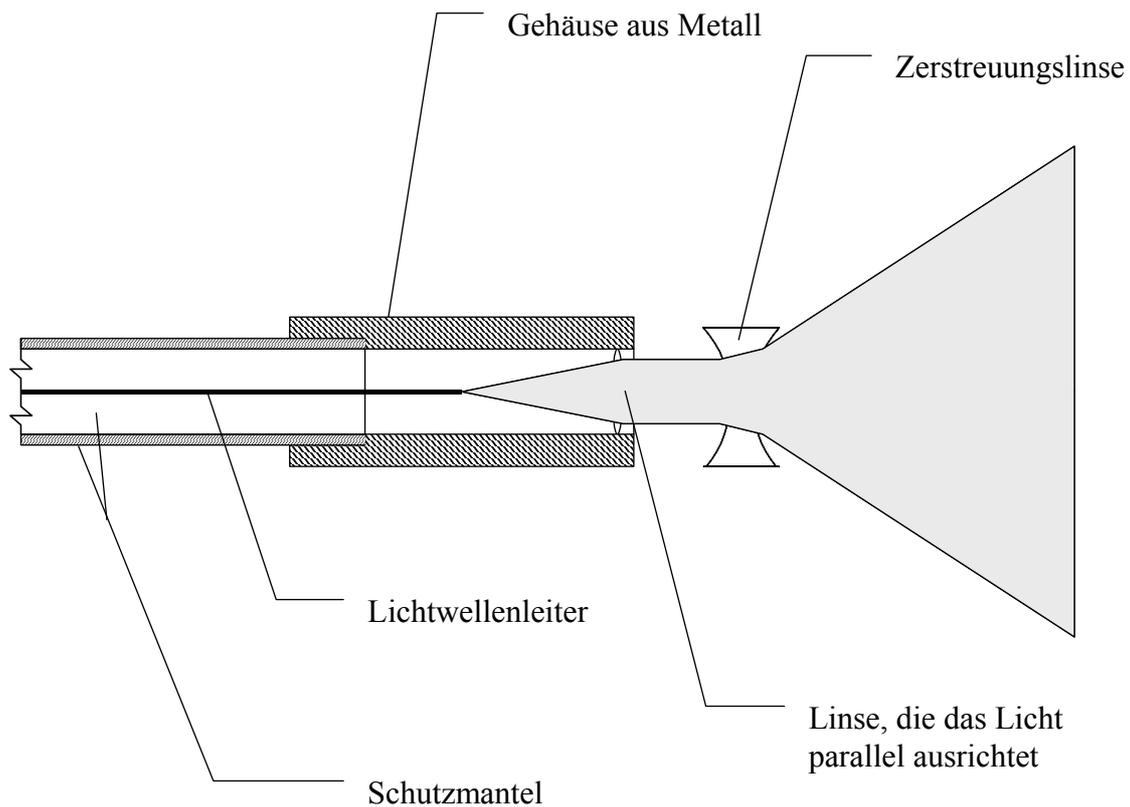


Abbildung 3.8 Auskopplung der Objektwelle aus dem Lichtwellenleiter

Die Kamera selbst ist über ein C-Mount Gewinde an den Messkopf angebunden. Dies ist ein Standardgewinde für handelsübliche CCD-Kameras, die sowohl zu Überwachungszwecken als auch im wissenschaftlichen Bereich eingesetzt werden, und bietet somit große Auswahlmöglichkeiten.

In dem hier verwendeten Messsystem wurde eine digitale CCD-Kamera mit gekühltem Bildsensor implementiert. Die Wandlung des Bildsignals erfolgt in diesem Fall durch den in der Kameraelektronik integrierten A/D –Wandler. Zum PC wird das Signal dann schon in digitaler Form mittels Lichtwellenleiter übertragen, welcher eine Kabellänge von bis zu 1,5 km zulässt, ohne dabei einen Einfluss auf die Bildqualität zu haben. Bei Prüfständen im Automobilbereich ist dieser Aspekt nicht zu vernachlässigen, da hier aus Sicherheitsgründen der Aufenthalt des Personals während eines Versuchs in einer separaten Mess-

warte vorgeschrieben ist. Der Vorteil des Lichtwellenleiters liegt auch darin, dass durch äußere elektrische Felder kein Einfluss auf das darin geführte Lichtsignal genommen wird.

Das Rauschen einer CCD-Kamera hängt bei niedrigen Lichtintensitäten direkt vom thermischen Rauschen des Chips ab. Bei der hier verwendeten Kamera ist der Chip deshalb mittels eines Peltier-Elements auf etwa  $-12^\circ\text{C}$  gekühlt. Die Shutterelektronik erlaubt Belichtungszeiten im Bereich von  $1\ \mu\text{s}$  bis  $1000\ \text{s}$ . Da die Lichtmenge zur Objektbeleuchtung durch den Laser und durch die stroboskopische Modulation beschränkt ist, erlaubt der große Belichtungsspielraum der Kamera eine große Flexibilität bei der Messung.

Der CCD-Chip selbst ist ein S/W Progressive-Scan-Interline-Transfer-Sensor mit  $1280 \times 1024$  Pixeln vom Typ Sony ICX085AL. Die A/D-Wandler in der Kamera arbeiten mit 12 Bit Auflösung im Gegensatz zu den bei S/W-Kameras sonst üblichen 8 Bit Wandlern. Durch die gewählte Kamerakonfiguration wird sowohl das Messrauschen vermindert als auch die Messdynamik erhöht, da mit der größeren Pixelanzahl eine feinere örtliche Auflösung des Interferogramms möglich ist.

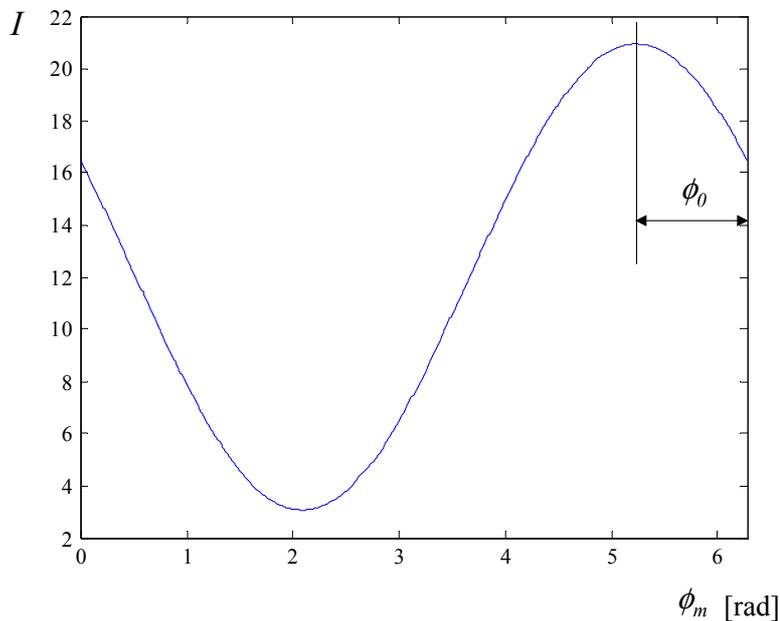
Dieser Aufbau ist für die Messung von Objekten in einer Größe bis etwa  $1\ \text{m}^2$  bei statischer bzw. sinusförmiger Verformung sehr gut einsetzbar.

### 3.2.1.2. Zeitliches optisches Phasenschieben

Um die Phase  $\phi_\Delta$  (vgl. Gleichung ( 72 )) aus gemessenen Einzelintensitäten zu bestimmen, bedient man sich des sog. Phasenschiebens. Hierbei werden typischerweise mit dem Phasenmodulator unterschiedliche Werte für  $\phi_m$  in den Referenzpfad eingebracht.

#### ***Statisches Phasenschieben***

Beim statischen Phasenschieben wird zunächst die Nullphase der Speckles bestimmt. Dazu wird das Objekt im Ruhezustand ( $\phi_\Delta = 0 \Rightarrow \phi_1 = \phi_\Delta + \phi_0 = \phi_0$ ) mit mehreren verschiedenen Werten für  $\phi_m$  (Phasenänderung durch den Modulator) aufgenommen. Folgende Darstellung verdeutlicht den Intensitätsverlauf für ein Kamerapixel in Abhängigkeit von  $\phi_m$ :



Typische Werte für  $\phi_m$  sind:

- $\phi_m = k_i \frac{2\pi}{3}$  mit  $k_i = 0, 1, 2$
- $\phi_m = k_i \frac{\pi}{2}$  mit  $k_i = 0, 1, 2, 3$  bzw.  $k_i = 0, 1, 2, 3, 4$

Mit diesen Schritten wird je nach Vorgehensweise aus der Gleichung ( 69 ) ein System aus 3 – 5 Gleichungen mit 3 Unbekannten. Als Lösung für die Methode mit 4 Phasenschritten ergibt sich folgende Gleichung [39]:

$$\tan(\phi) = \frac{I(\phi, \frac{3\pi}{2}) - I(\phi, \frac{\pi}{2})}{I(\phi, 0) - I(\phi, \pi)} \quad (73)$$

Diese Gleichung bezeichnet man üblicherweise als Phasenshift-Algorithmus. In der Literatur sind eine ganze Reihe von derartigen Algorithmen beschrieben, die mit einer unterschiedlichen Anzahl und Größe von Phasenschritten arbeiten [39]. Betrachtet man noch die Vorzeichen von Nenner und Zähler getrennt, so ist es möglich, den Phasenwert im Bereich von 0 bis  $2\pi$  zu ermitteln.

Nach bekannter Nullphase der Speckles im Ruhezustand wird nun die zu untersuchende Verformung auf das Objekt aufgebracht. Es werden wiederum mit dem Phasenmodulator

unterschiedliche Phasenschritte in den Referenzpfad eingebracht und die resultierende Phase  $\phi_2$  mittels Gleichung ( 73 ) ermittelt.

Man erhält für jedes Kamerapixel einen Phasenwert für beide Zustände:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \phi_0 \\ \phi_2 &= \phi_0 + \phi_\Delta\end{aligned}\quad (74)$$

Der Phasenwert  $\phi_\Delta$  lässt sich dann zu

$$\phi_\Delta = \text{mod}(\phi_2 - \phi_1, 2\pi) \quad (75)$$

ermitteln. Die modulo  $2\pi$  Berechnung rührt daher, dass mit Gleichung ( 73 ) die Phasen  $\phi_1$  bzw.  $\phi_2$  nur im Bereich von 0 bis  $2\pi$  ermittelt werden können.

Beim Phasenschieben muss das Objekt während der Bildaufnahme in einem Zustand der Ruhe sein. Dies gelingt jedoch zunächst nicht bei der Messung des dynamischen Verhaltens eines Objekts. Für den Spezialfall einer harmonischen Schwingung ist es jedoch möglich, mit einer synchronen stroboskopischen Laserbeleuchtung zu arbeiten, die immer wieder den gleichen Schwingungszustand beleuchtet:

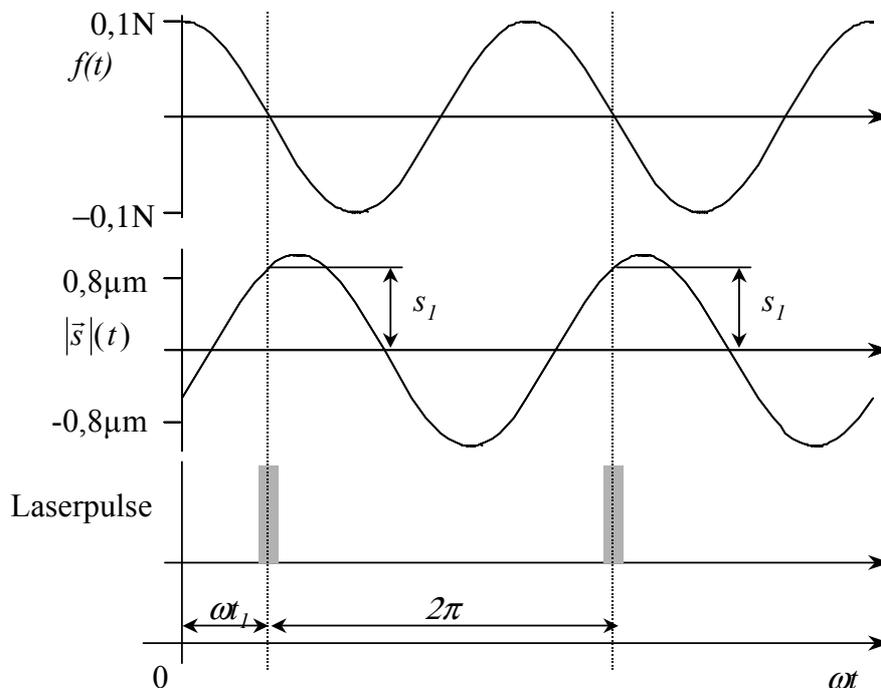


Abbildung 3.9 Zeitlicher Zusammenhang zwischen Laserbeleuchtung und Schwingungszustand

Abbildung 3.9 zeigt die Triggerung der Laserbeleuchtung auf einen bestimmten Schwingungszustand zum Zeitpunkt  $t_l$ . Durch eine Verschiebung dieses Zeitpunkts kann die Auslenkung zu jedem beliebigen Zustand gemessen werden, für den dann jeweils das Phasenschieben durchgeführt wird.

Diese Vorgehensweise ist insbesondere dann notwendig, wenn eine extrem hohe Bildrate der CCD-Kamera erforderlich wäre. Typischerweise beträgt diese jedoch 25 Vollbilder/s.

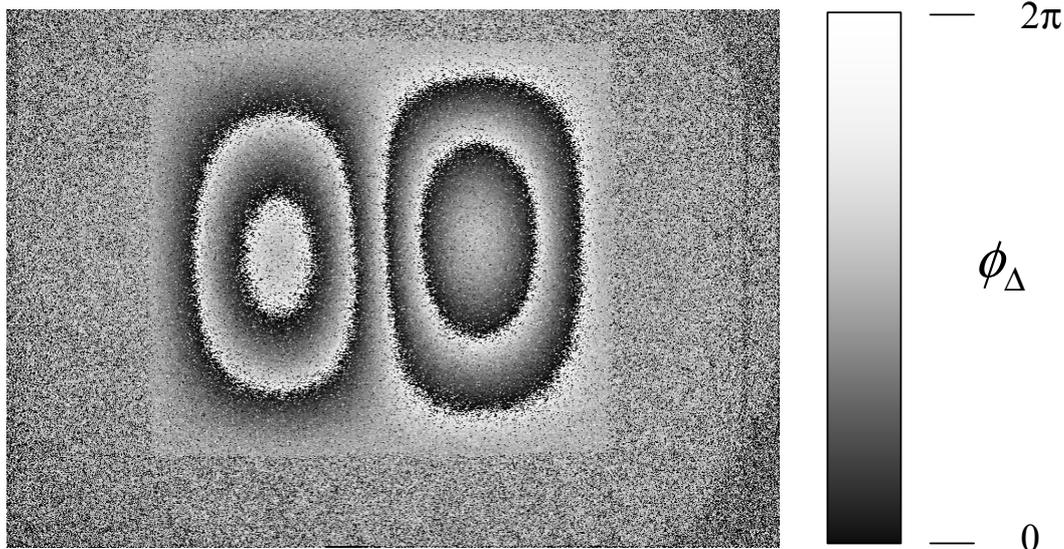


Abbildung 3.10 Phasenbild des Schwingungszustandes einer quadratischen Platte

Als Ergebnis der Berechnung erhält man ein sog. Phasenbild in Form eines Falschfarnebildes, das für jeden Bildpunkt die Phase  $\phi_{\Delta}$  repräsentiert. Hier wird auch deutlich, dass die Verformung nur als modulo  $2\pi$  - Wert dargestellt werden kann. Entsprechend Gleichung ( 71 ) und ( 72 ) wird im Bereich von 0 bis  $2\pi$  eine Verformung von  $\lambda_{\text{Licht}}/2$  überstrichen. Die Weiterverarbeitung wird in Kapitel 3.2.3 beschrieben.

### ***Dynamisches Phasenschieben***

Insbesondere in Umgebungen mit einem hohen Anteil von Fremderregung ist das bereits dargestellte Phasenschiebep Verfahren sehr empfindlich. Hier müssen mindestens 3 Bilder à 20 ms Belichtung aufgenommen werden, ohne dass sich der gemessene Zustand des Objekts verändert. Die Empfindlichkeit des Verfahrens ist extrem hoch und kann bereits Verformungen ab etwa  $25 \cdot 10^{-9}$  m nachweisen. Dementsprechend sensibel reagiert das System auf Störschwingungen, die soweit führen, dass keine Messung mehr möglich ist.

Ein deutlich verbessertes Verfahren wurde dazu innerhalb von [15] bzw. [65] entwickelt; es eignet sich jedoch nur für die Messung von sinusförmigen Schwingungsverläufen.

Hierbei wird das Objekt nicht nur einmal pro Schwingungsperiode beleuchtet, sondern zusätzlich um  $\omega t = \pi$  mit dem N-Puls:

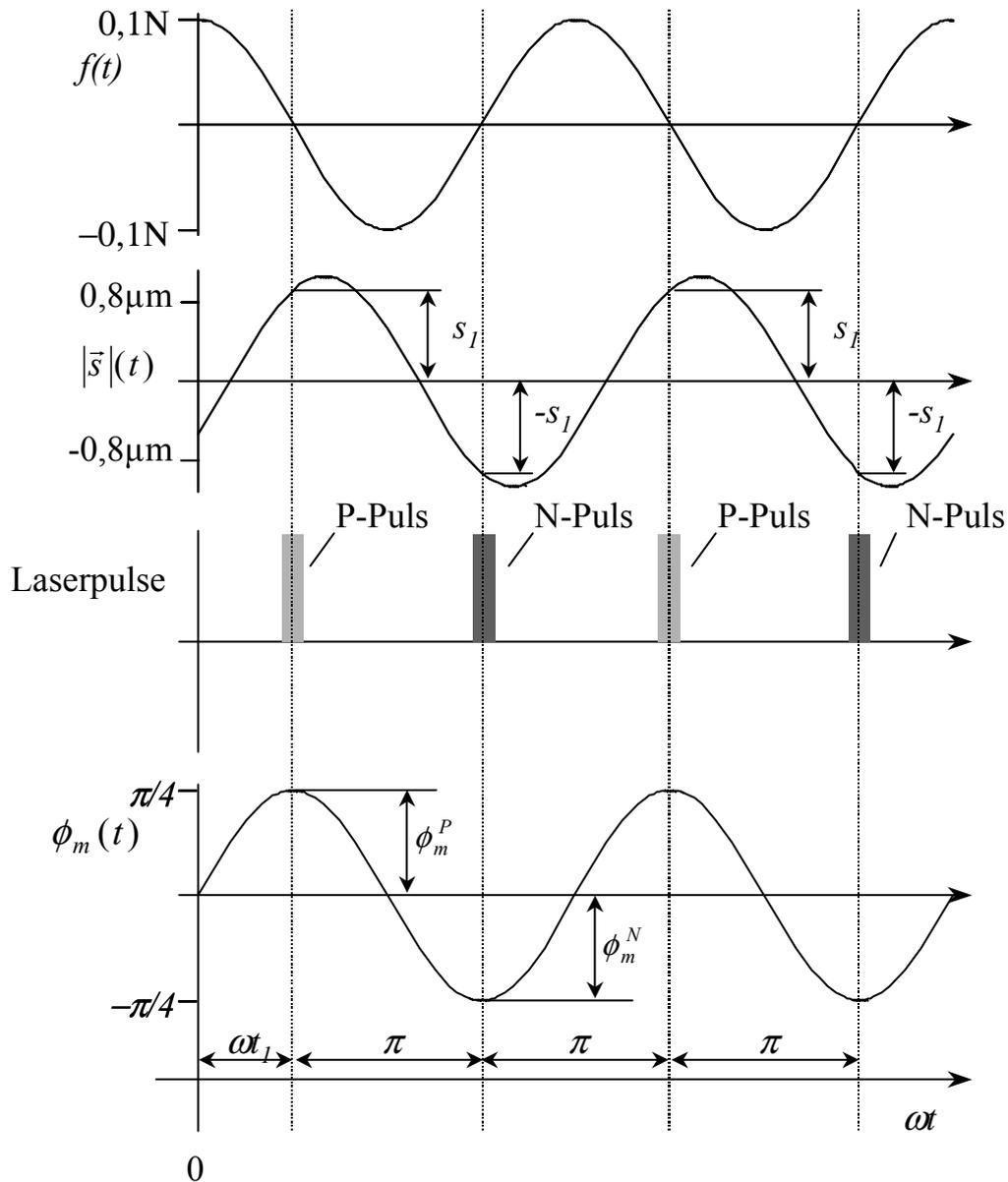


Abbildung 3.11 Zeitlicher Zusammenhang zwischen Laserbeleuchtung und Schwingungszustand beim dynamischen Phasenschieben

Hier wird dargestellt, dass das Objekt sowohl im Zustand  $s_l$  als auch  $-s_l$  beleuchtet wird. Damit ergibt sich für die Intensität im Kamerabild nach Gleichung ( 69 ) und ( 70 ):

$$I^P := I_{Obj} + I_{Ref} + 2\sqrt{I_{Obj}I_{Ref}} \cos(\phi_\Delta^P + \phi_0 + \phi_m^P) \quad (76)$$

$$I^N := I_{Obj} + I_{Ref} + 2\sqrt{I_{Obj}I_{Ref}} \cos(\phi_\Delta^N + \phi_0 + \phi_m^N) \quad (77)$$

$$I^{Gesamt} := I^P + I^N = I_{Obj} + I_{Ref} + 2\sqrt{I_{Obj}I_{Ref}} (\cos(\phi_\Delta^P + \phi_0 + \phi_m^P) + \cos(\phi_\Delta^N + \phi_0 + \phi_m^N)) \quad (78)$$

mit

$$\phi_\Delta^N = -\phi_\Delta^P \quad (79)$$

$$\phi_m^N = -\phi_m^P \quad (80)$$

erhält man nach [15]:

$$I^{Gesamt} = 2I_{Obj} + 2I_{Ref} + 4\sqrt{I_{Obj}I_{Ref}} (\cos(\phi_\Delta^P + \phi_m^P) \cos(\phi_0)) \quad (81)$$

Bereits hier ist der Vorteil des Verfahrens zu erkennen: Eine Veränderung der Nullphase  $\phi_0$  der Speckles geht nicht mehr in den Kosinusterm der gesuchten Phase  $\phi_\Delta^P$  mit ein, sondern er ist in einen zweiten Kosinusterm gewandert und führt somit nicht zu einer Verschiebung der Interferenzstreifen des zu untersuchenden Schwingungszustandes. Der Kosinusterm mit  $\phi_0$  moduliert nur noch die gesamte Helligkeit des Bildes, welche wiederum herausgemittelt werden kann.

Nachteilig bei dem Verfahren ist, dass das Phasenschieben nicht mehr statisch erfolgen kann, sondern entsprechend Gleichung ( 80 ) für den N-Puls  $-\phi_m^P$  betragen muss. Statisches Phasenschieben kommt einer Veränderung von  $\phi_0$  gleich und moduliert nur noch die Gesamthelligkeit.

Für die technische Umsetzung benötigt man einen dynamischen Phasenschieber. Der Modulator besitzt eine sehr geringe Trägheit, so dass man diesen mit der gleichen Frequenz modulieren kann wie die Kraftanregung. Die Maxima bzw. Minima der Auslenkung sollten jedoch mit dem Zeitpunkt der P- bzw. N-Pulse übereinstimmen (Abbildung 3.11). Für

die Steuerung der Phase  $\phi_m^P$  wird dann die Amplitude der Phasenschieberauslenkung entsprechend verändert.

Folgende Darstellung zeigt einen Vergleich bei ähnlichen Umgebungsbedingungen zwischen statischem und dynamischem Phasenschieben:

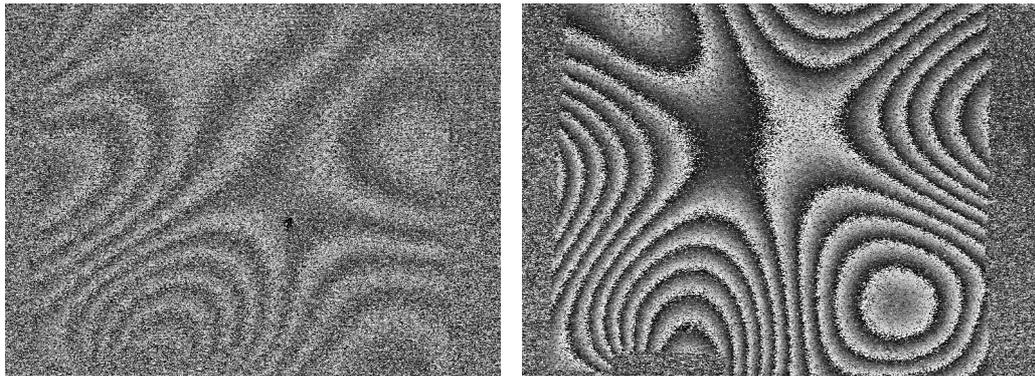


Abbildung 3.12 Vergleich von statischem (links) und dynamischem (rechts) Phasenschieben

Mit diesen Verfahren ist es sogar möglich, Objekte in sehr weicher Aufhängung, wie z.B. mit Gummibändern, zu messen.

### 3.2.2. ESPI-Messtechnik bei gepulsten Lasern

Für größere Objekte bzw. Messungen bei Betriebsanregungen eignet sich das beschriebene Verfahren nicht. Holographische Verfahren mit chemischen Fotoplatten stehen seit langem zur Verfügung [39], [66], [18]. Zwischen den 2 kohärenten Lichtpulsen eines DoppelpulsLasers wird das Objekt verformt und die beiden Zustände in einem Hologramm festgehalten. Bei der Rekonstruktion entstehen dann Interferenzliniensysteme, die ein Maß für die Verformung repräsentieren.

Für einen automatisierten Messablauf eignet sich die Technologie mit chemischen Fotoplatten wenig, ist entsprechend aufwändig und wurde nicht weiterverfolgt.

Die Aufnahme von Hologrammen mit CCD-Chips ist nur sehr begrenzt möglich, da die Ortsauflösung nur im Bereich von etwa 70 Linienpaaren / mm liegt. Hologrammfilm können dagegen bis zu 2000 Linienpaare / mm auflösen. Dies ist notwendig, um die feinen Interferenzstrukturen aufzuzeichnen, deren Größe im Bereich der Laserwellenlänge liegt.

In der Schwingungsmesstechnik ist es nicht notwendig, die komplette Information eines Hologramms zu nutzen. In [55] wird ein Verfahren für die Aufnahme und Auswertung von Interferogrammen beschrieben, welche mittels eines solchen Doppelpulslasers erzeugt werden können.

Kern des Verfahrens ist, dass die Phaseninformation für einen Verformungszustand des Objekts aus der Aufnahme eines einzigen Intensitätsbildes mit der Kamera generiert werden kann.

### 3.2.2.1. Messaufbau

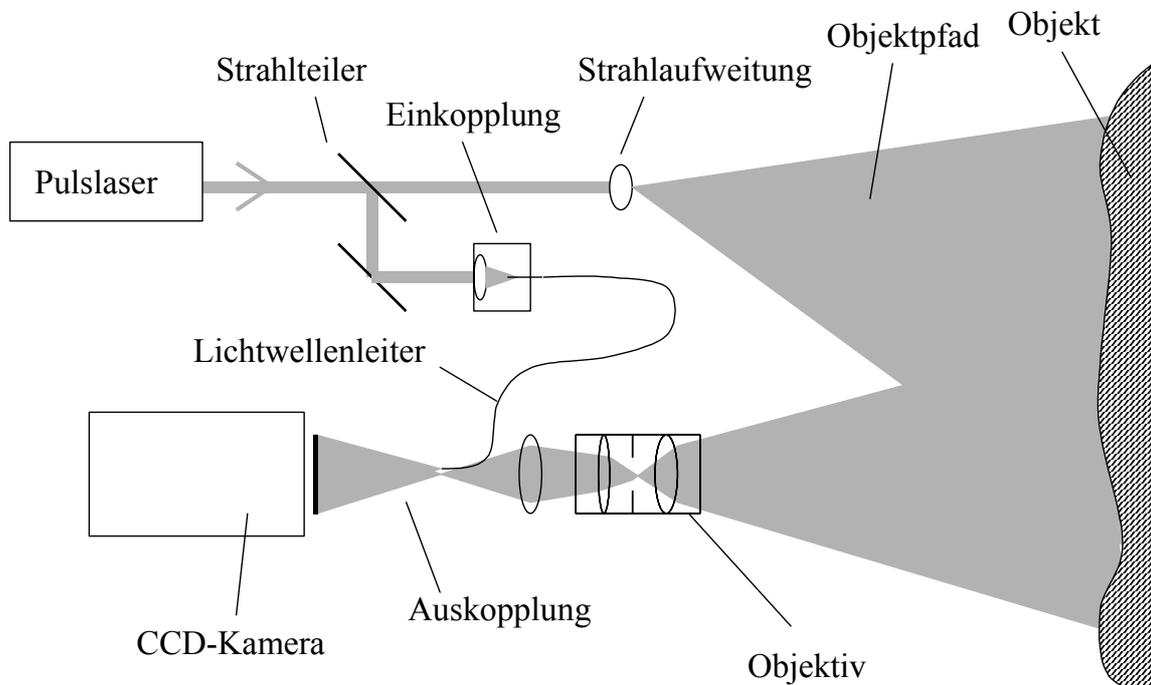


Abbildung 3.13 Grundlegender ESPI-Aufbau für den Doppelpulslaser

Der grundlegende ESPI-Aufbau für den Betrieb mit einem Doppelpulslaser ist in Abbildung 3.13 gezeigt. Als Lichtquelle dient hier ein Doppelpulslaser mit Rubinkristall und einer Energie von 1 J, verteilt auf beide Pulse.

Um die 2 Belichtungen in zwei getrennten Bildaufnahmen zu ermöglichen, kommt hier eine Spezialkamera zum Einsatz. Diese ist in der Lage, innerhalb extrem kurzer Zeiträume von 1 – 1000  $\mu\text{s}$  zwei getrennte Bilder auf einem CCD-Chip aufzunehmen und erst anschließend auszulesen. Die Kamera wird über das Triggersystem des Lasers gesteuert.

### 3.2.2.2. Räumliches optisches Phasenschieben

Wichtigster Bestandteil bei dieser Messtechnik ist der Winkel zwischen Referenz- und Objektwelle beim Auftreffen auf den CCD-Chip:

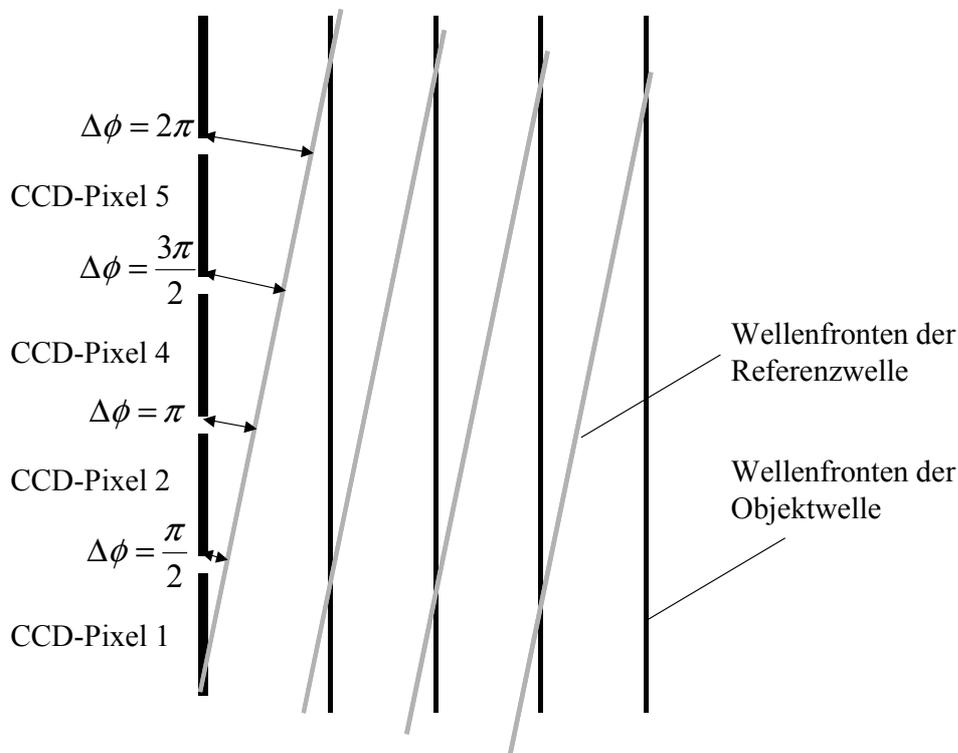


Abbildung 3.14 Winkel zwischen Referenz- und Objektwelle vor dem CCD-Chip

Durch die Anordnung des Referenzstrahles wird erreicht, dass sich zwischen benachbarten Pixeln entlang den Zeilen des CCD-Chips ein Phasenschritt von  $\pi/2$  ergibt. Die Auskopplung des Lichtleiters erfolgt derart, dass der entstehende Lichtkegel den CCD-Chip möglichst gut ausleuchtet.

In den Phasenshift-Algorithmus nach Gleichung ( 73 ) werden nun immer die Intensitäten von 3-5 benachbarten Pixeln verrechnet. Dieses Auswerteschema gilt jeweils für beide Objektzustände. Die Phasenkorrelation zwischen benachbarten Pixeln ist nur gegeben, falls der durchschnittliche Durchmesser  $D_{\text{Speckle}}$  der Speckles in etwa gleich groß ist wie die Anzahl der benachbarten Pixel, die für den Algorithmus notwendig sind. Damit müssen also die Speckles bei dieser Technik deutlich größer sein, um einen guten Kontrast zu erreichen, wozu die Blende der Abbildungsoptik entsprechend weit geschlossen werden muss ( große Blendenzahl ).

Analog werden dann die Zustände nach Gleichung ( 75 ) miteinander verrechnet, und man erhält als Ergebnis die Differenz der Verformung als Phaseninformation  $\phi_{\Delta}$  :

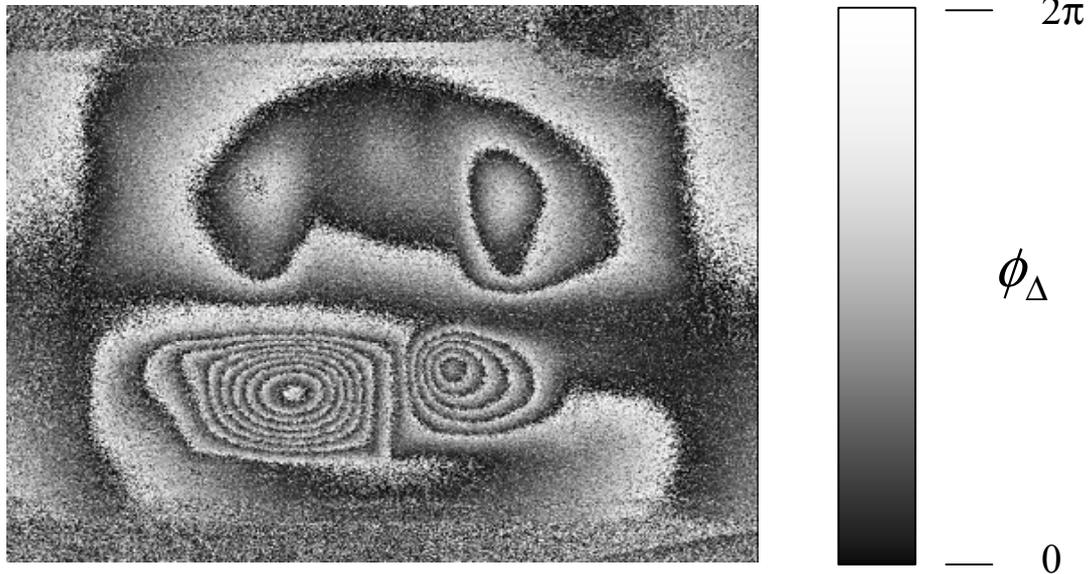


Abbildung 3.15 Phaseninformation

### 3.2.3. Auswertung der Messergebnisse

#### 3.2.3.1. Demodulation

Zunächst werden die Phaseninformationen räumlich mit einem modifizierten Gauß-Filter geglättet, um das Specklerauschen zu reduzieren:

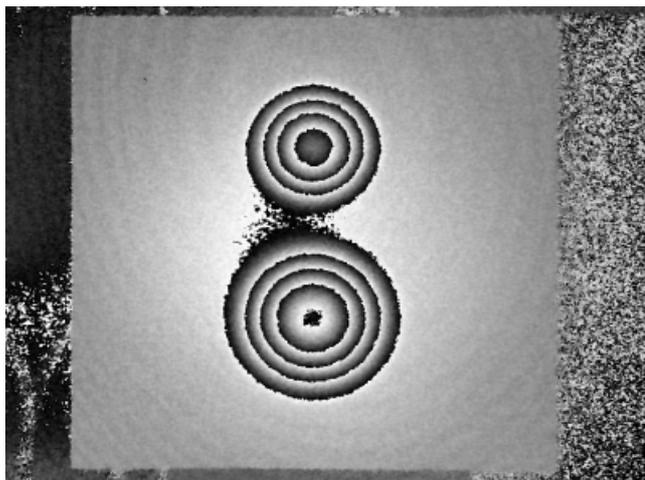


Abbildung 3.16 Gefilterte Phaseninformation

Der Gauß-Filter ist speziell auf die Phaseninformation angepasst, da sonst die Phasenkanten von  $2\pi$  auf 0 verschliffen würden.

Die Phaseninformation hängt über die Umkehrung der Gleichung ( 71 ) und ( 72 ) mit dem Betrag der Verformung  $|\vec{s}|$  wie folgt zusammen:

$$|\vec{s}| = (\phi_{\Delta} + k_S 2\pi) \frac{\lambda_{\text{Licht}}}{4\pi} \quad (82)$$

mit  $k_S = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

$k_S$  ist der Index der Streifenordnung, der über die Phasenmessung mit den dargestellten Methoden zunächst unbestimmt bleibt.

Die gemessene Information entspricht folglich:

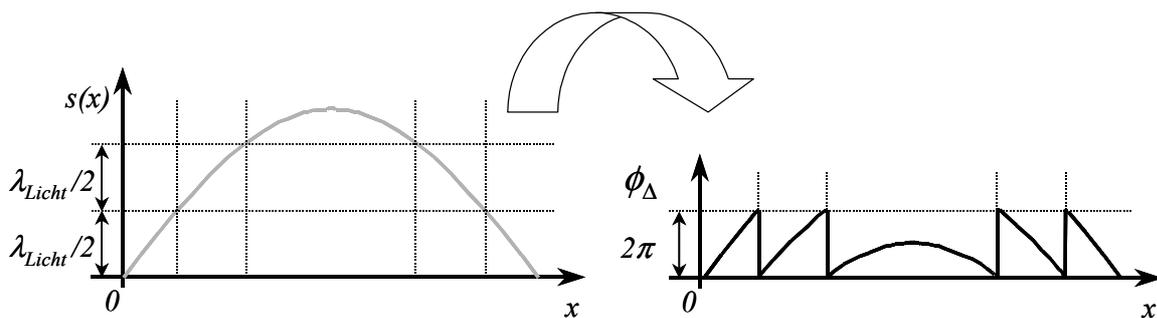


Abbildung 3.17 Zusammenhang zwischen Verformung und Phaseninformation

Um die ursprüngliche Information wiederherzustellen, wird die räumliche Phaseninformation demoduliert. Hierbei sucht ein Algorithmus zunächst nach Bereichen mit gleicher Streifenordnung  $k_S$  und im weiteren Verlauf nach Sprüngen zwischen 0 und  $2\pi$ . Zwischen Flächen unterschiedlicher Streifenordnung wird diese dann entsprechend so angepasst, dass die Flächen stetig verlaufen:

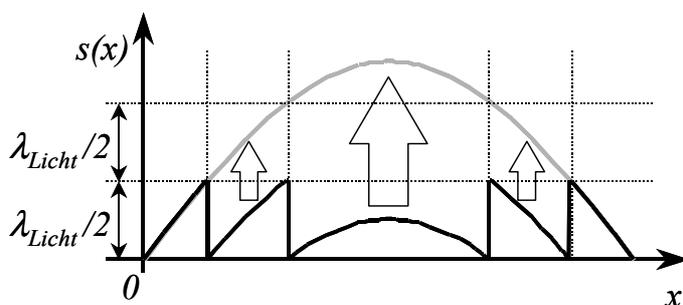


Abbildung 3.18 Demodulation eines Phasenbildes

Problematisch ist dabei, dass nicht entlang einer Zeile demoduliert werden kann, sondern eine gesamte Fläche. Bei Phasenfehlern bzw. sehr dichten Streifensystemen kann es dann zu entsprechenden Unstetigkeiten kommen. Eine Vielzahl von Algorithmen für eine effiziente und sichere Demodulation sind beispielsweise in [25] beschrieben.

Für das Phasenbild nach Abbildung 3.16 ergibt sich folgendes Ergebnis:

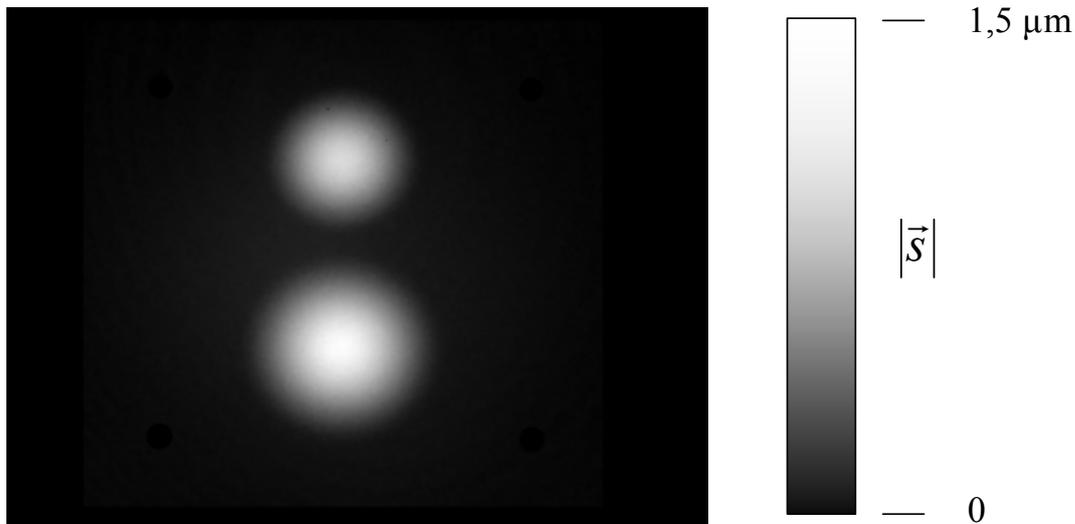


Abbildung 3.19 Demodulierte Phaseninformation

### 3.2.3.2. Nullpunktsbestimmung

Ein prinzipielles Problem der Interferometrie ist, dass aus der Phaseninformation nicht unmittelbar bekannt ist, welche absolute Streifenordnung  $k_S$  vorliegt. Damit liegt auch nur eine relative Information bezüglich der Objektverformung vor.

Um dieses Problem zu umgehen, gibt es folgende Möglichkeiten:

- Mit einem Beschleunigungsaufnehmer wird bei einem Oberflächenpunkt die absolute Verformung zum Zeitpunkt der interferometrischen Messung bestimmt. Dieser Punkt wird innerhalb des Bildes der CCD-Kamera identifiziert und als Referenzpunkt verwendet.
- Es ist bekannt, dass ein Punkt innerhalb des Messfeldes sich nicht verformt. Dazu kann man beispielsweise einen Fixpunkt auswählen und diesen mit einem dünnen Metallstreifen zum Messobjekt verbinden.

- Mit der Messung eines Streifenbildes nach dem Zeitmittelungsverfahren [39] kann man Schwingungsknoten bestimmen und diese als Nullpunkt verwenden. Dies ist nur bei einem ESPI mit CW-Laser möglich.

## 4. Die Holographische Modalanalyse

Die wesentliche Neuerung des vorliegenden Verfahrens liegt in der Kombination konventioneller Modalanalyseverfahren zur Auswertung von Übertragungsfrequenzgängen und der quantitativen Messung von Schwingungszuständen mittels der Speckleinterferometrie.

Zunächst wird ein Überblick über die Messanordnung gegeben, wobei besonderer Augenmerk darauf liegt, wie zu definierten Zeitpunkten innerhalb einer Schwingungsperiode die Verformungszustände gemessen werden können. Im weiteren Verlauf wird beschrieben, wie die Schwingungsamplitude und –phase jedes Messpunktes bei genau einer Anregungsfrequenz gemessen und über eine gestufte Sinusanregung ein Frequenzgang berechnet und ausgegeben wird. Bei der Holographischen Modalanalyse ist ein besonderer Vorteil, dass die Deformationszustände etwa 1 Mio. Messpunkte gleichzeitig gemessen werden können. Dies geschieht im Gegensatz zu den bekannten Methoden berührungsfrei und ohne Beeinträchtigung der Systemverhältnisse des Messobjekts.

Im Detail werden anschließend zwei Vorgehensweisen zur Bestimmung der modalen Parameter besprochen, wobei die erste ohne zusätzliche Messtechnik auskommt und ausschließlich die Messinformation des Speckleinterferometers benutzt wird. Hier wird ein Frequenzgang mit äquidistanten Frequenzstützstellen als Ergebnis an die Modalanalyse ausgegeben.

Alternativ können mit einer zweiten Vorgehensweise mittels Beschleunigungsaufnehmer und der Modalanalyse zunächst nur die Eigenwerte bestimmt werden. Die Messung von Deformationszuständen mit dem Speckleinterferometer erfolgt dann im Anschluss in einem schmalen Frequenzband um die Eigenfrequenzen, und man erhält daraus die örtlich hochauflösende Schwingungsinformation. An die Modalanalyse wird für die Berechnung der Eigenschwingungsformen ein Frequenzgang mit nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen übergeben. Der Vorteil liegt hier bei der verbesserten Bestimmung der Eigenwerte und einer deutlich reduzierten Messzeit.

#### 4.1. Frequenzgangmessung auf Basis von Interferogrammen

In Kapitel 2.4.2 wurde die Messung des Frequenzgangs der Strukturantwort mittels eines Beschleunigungssensors beschrieben. Der Sensor liefert ein kontinuierliches elektrisches Signal proportional zu seiner eigenen Beschleunigung, das daraufhin mittels eines A/D-Wandlers abgetastet und im PC ausgewertet werden kann.

Im Gegensatz dazu liefert die ESPI-Interferometrie nur die Differenz zweier Verformungszustände. Dies ist keine physikalische Beschränkung im eigentlichen Sinne, sondern zunächst ein Problem der enorm hohen Datenraten und -mengen, die bei einer Abtastung von beispielsweise 50 kHz und einer CCD-Größe von 1280x1024 Pixeln auftreten würden: 65 GBytes / s.

Um nun einen Frequenzgang mit der beschriebenen Limitierung messen zu können, wird im Verlauf dieses Kapitels eine Prozedur entwickelt werden. Als Ergebnis liefert sie für jedes Kamerapixel einen Frequenzgang, sofern der entsprechende Objektpunkt vom Laser ausgeleuchtet wird.

## 4.1.1. Messaufbau und Messtechniksteuerung

Zunächst folgt eine Beschreibung der einzelnen Komponenten des Messsystems und deren Ansteuerung durch einen PC. Soweit es an dieser Stelle notwendig ist, erfolgt eine getrennte Beschreibung für die Anwendung mit einem CW- bzw. Puls laser.

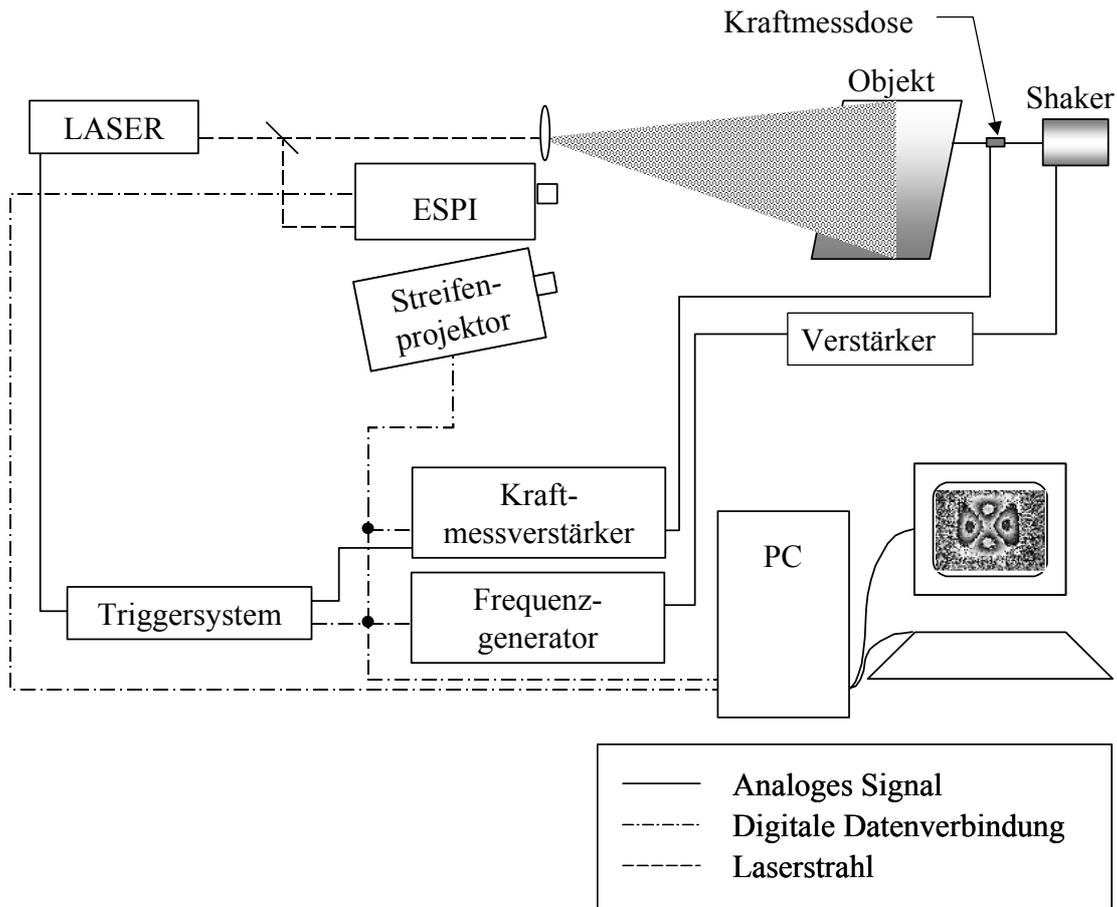


Abbildung 4.1 Messtechnik für die Anordnung mit einem Puls laser

In Abbildung 4.1 werden alle Einzelkomponenten dargestellt, die für die Messung von Frequenzgängen mittels eines ESPIs notwendig sind. Die Steuerung der Komponenten erfolgt von einem PC aus über digitale Datenverbindungen. Die Bilddaten der Kamera werden in digitaler Form über ein Lichtwellenleiterkabel in den PC eingelesen. Der Datenaustausch mit allen weiteren Komponenten erfolgt entweder über die seriellen Schnittstellen nach RS232 direkt mit dem PC oder über ein Bussystem nach dem IEEE-488-Standard.

Zunächst benötigt man einen Frequenzgenerator, der das gewünschte sinusförmige Anregungssignal erzeugt. Es ist sowohl in Frequenz und Amplitude über die digitale Schnittstelle vom PC aus steuerbar. Das Ausgangssignal wird verstärkt und treibt dann einen

Shaker an. Zur Bestimmung der eingeleiteten Kraft wird eine Kraftmessdose zwischen Shaker und der Einleitungsstelle angebracht.

Für die quantitative Auswertung der Kraft kommt ein digital steuerbarer Messverstärker zum Einsatz, der die Möglichkeit bietet, die Kraftamplitude mit dem PC auszulesen. Außerdem liefert er noch ein Signal für das Triggersystem, dessen Pegel auf einem relativ konstanten Niveau gehalten wird, wozu der Verstärker die Möglichkeit einer automatischen Anpassung des Verstärkungsfaktors bietet. Das Triggersystem benötigt nicht die absolute, sondern nur die relative Amplitudeninformation, um beispielsweise auf den positiven Nulldurchgang der sinusförmigen Kraft zu triggern.

Das Triggersystem für den Puls laser ermöglicht die genaue Steuerung des Zeitpunktes, zu dem der erste Puls abgegeben wird.

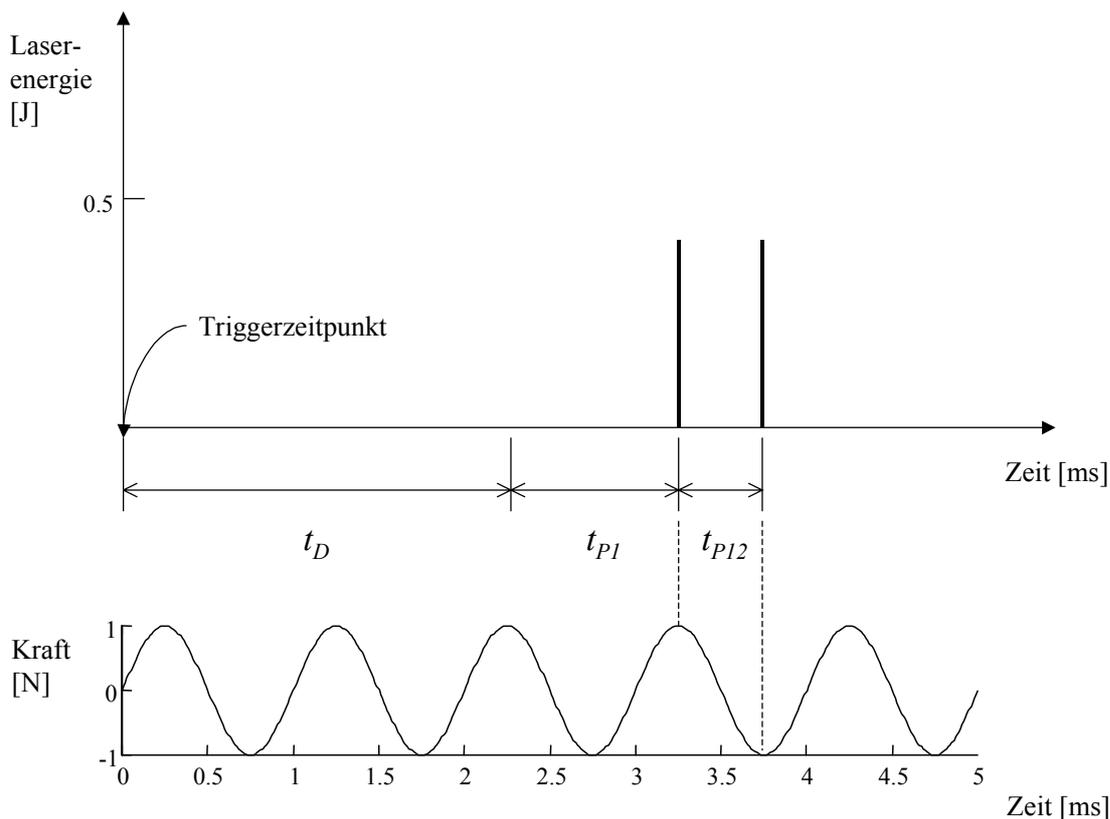


Abbildung 4.2 Zeitlicher Zusammenhang zwischen Kraftsignal und Laserpulsen bei Puls laser-Betrieb

Der Triggerzeitpunkt liegt in diesem Fall genau beim positiven Nulldurchgang des sinusförmigen Kraftsignals. Ab diesem Zeitpunkt verstreicht eine variabel einstellbare Zeit-

spanne  $t_D$ , die über den PC gesteuert werden kann. Dann wird an den Laser ein rechteckförmiger Puls ausgegeben, bei dessen positiver Flanke die Blitzlampen zum Pumpen gezündet werden. Bis die komplette Pumpenergie im Rubinstab absorbiert worden ist und die Pockelszelle für den ersten Puls lichtdurchlässig geschaltet wird, vergeht die Zeitspanne  $t_{P1}$ . Sie beträgt in etwa 1 ms und ist von den am Laser eingestellten Parametern zur Steuerung der Pockelszelle abhängig. Mit einem Speicheroszillographen kann man  $t_{P1}$  im Vorhinein messen. Bis der zweite Puls ausgelöst wird, vergeht die Pulstrennungszeit  $t_{P12}$ , die zwischen 1 und 800  $\mu\text{s}$  manuell wählbar ist. Diese Zeit kann bei dem hier verwendeten Lasermodell nicht über eine Datenverbindung per PC gesteuert werden.

Um später eine quantitative Aussage über Schwingungsamplitude und  $-$ phase an jedem Bildpunkt im Interferogramm treffen zu können, ist mit bekannten Zeiten  $t_{P1}$  und  $t_{P12}$  sowie der steuerbaren Zeit  $t_D$  die genaue Phasenlage der Laserpulse relativ zur Kraft bestimmbar.

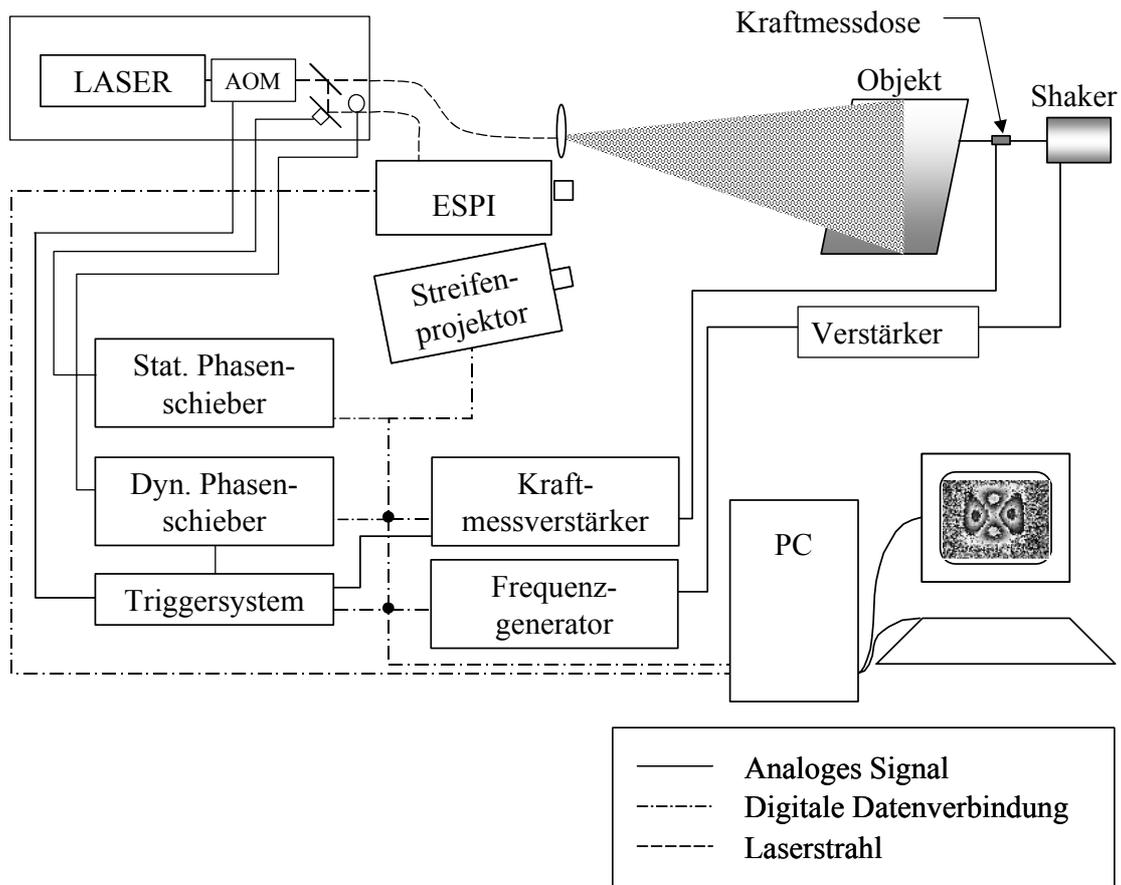


Abbildung 4.3 Messtechnik für die Anordnung mit einem CW-Laser

In Abbildung 4.3 wird die Anordnung mit einem CW-Laser dargestellt. Sie zeigt Erweiterungen zu Abbildung 4.1 bezüglich der Steuerung der optischen Phasenschieber (statisch

und dynamisch) und skizziert den prinzipiellen Aufbau aus Kapitel 3.2.1.1. für das ESPI. Ein hier nicht unmittelbar sichtbarer Unterschied ist das verwendete Triggersystem für die Steuerung des Lasermodulators.

Das Stroboskoptriggersystem gibt eine kontinuierliche Sequenz von Rechteckpulsen an den Treiber des akusto-optischen Modulators aus. Der Treiber bereitet das TTL-Signal nur noch für den Modulatorkristall auf.

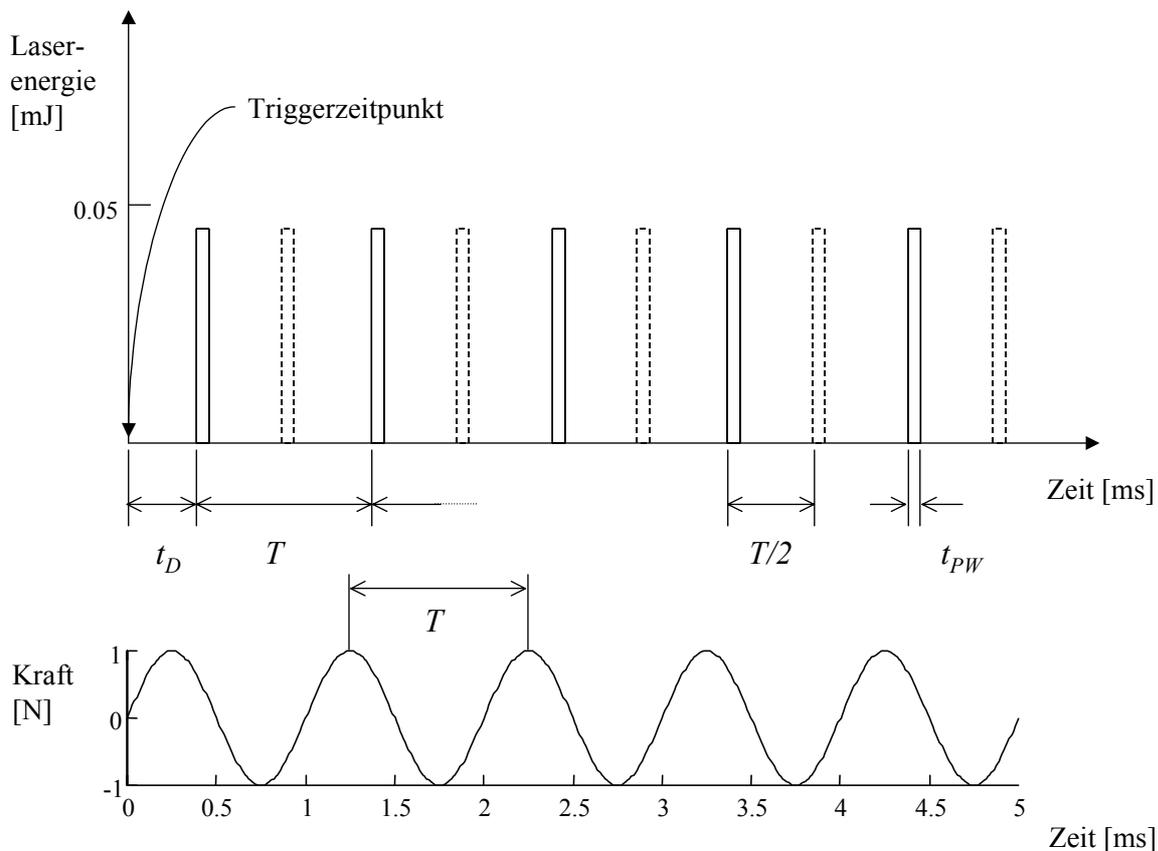


Abbildung 4.4 Zeitlicher Zusammenhang zwischen Kraftsignal und Laserpulsen bei CW-Betrieb

Nach dem Modulator erhält man eine kontinuierliche Sequenz von Laserpulsen mit dem zeitlichen Abstand der Schwingungsperiode  $T$ , wobei je nach Betriebsmodus zusätzlich noch Pulse um  $T/2$  versetzt erzeugt werden (hier gestrichelt dargestellt). Relativ zur Kraft lässt sich die Sequenz um die Zeit  $t_D$  verschieben, um die Schwingung zu verschiedenen Zeitpunkten abzutasten.

Um eine quantitative Auswertung eines Schwingungszustands zu ermöglichen, kommen bei einem CW-Laseraufbau die Steuereinheiten für das statische und dynamische optische

Phasenschieben dazu. Im PC ist für die Ansteuerung des Piezospiegels eine Einschubkarte untergebracht, die direkt vom PC durch einen Softwaretreiber angesprochen werden kann.

Für das dynamische Phasenschieben mittels der Faserspule ist zur Ansteuerung der gleiche Frequenzgenerator notwendig wie für das Anregungssignal. Die Frequenzeinstellung ist ebenfalls die gleiche, jedoch wird mittels eines Triggereingangs ein fester zeitlicher Bezug zum Triggersystem und damit zu den Laserpulsen hergestellt.

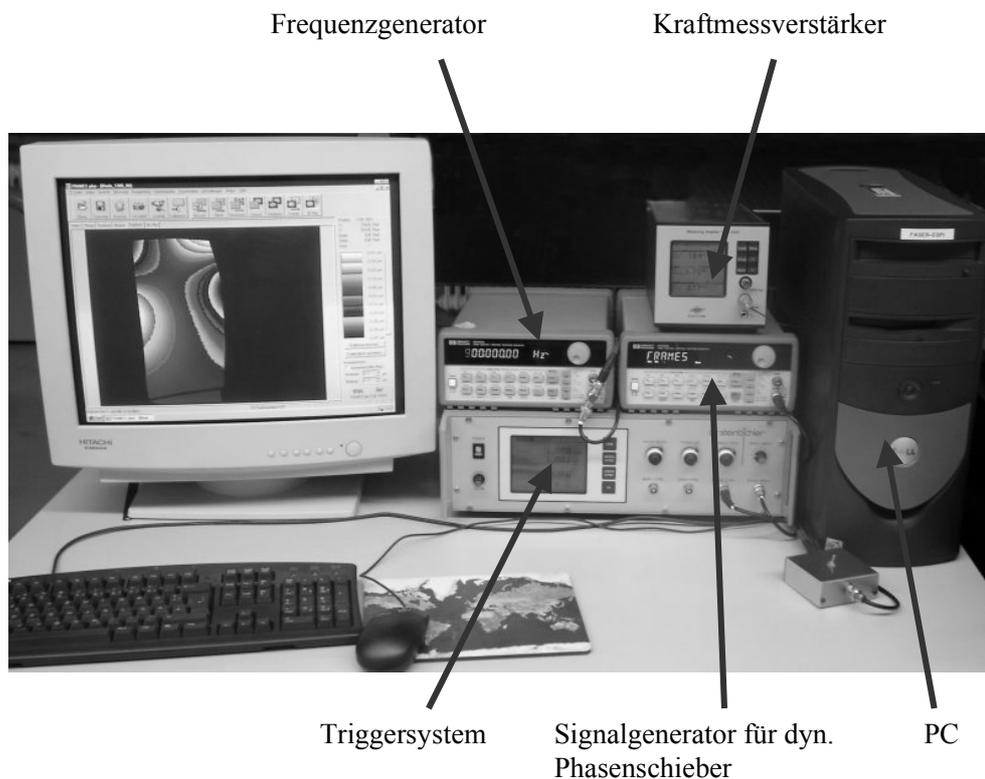


Abbildung 4.5 Messsystem mit Geräten

Zeitlich abgekoppelt erfolgt die Geometrievermessung der Objektoberfläche mittels Streifenprojektor. Diese ist zwar eigentlich für die Messung von Frequenzgängen nicht direkt notwendig, im Sinne der Vollständigkeit der Messanordnung sei sie hier jedoch erwähnt. Wird die Anordnung zwischen Kamera und Projektor verändert, so müssen die erforderlichen Parameter der Anordnung mit einer Kalibrierplatte neu ermittelt werden. Die genaue Beschreibung dieses Teilsystems erfolgt in Kapitel 5.



Abbildung 4.6 Streifenprojektor zur Objektvermessung

#### 4.1.2. Ermittlung des Ausgangs-/Eingangsverhaltens als Frequenzgang

Der Übertragungsfrequenzgang einer mechanischen Struktur gibt das Verhältnis des Eingangs- zum Ausgangsverhalten in einem bestimmten Frequenzbereich an (siehe Kapitel 2.3).

Bei dem hier gegebenen Fall handelt es sich um eine Blechstruktur, die von einer eingeleiteten Kraft zum Schwingen angeregt wird. Dabei gilt die Kraft als Eingangs- und die daraus resultierende Verformung des mechanischen Systems als Ausgangsgröße, welche als Wegänderung mit dem ESPI gemessen wird. Als gültiger Bildpunkt wird ein Pixel des Kamerabildes bezeichnet, an dem ein Objektpunkt abgebildet wird und eine Schwingungsinformation gemessen werden kann.

Im Folgenden soll zunächst einmal angenommen werden, dass das Objekt mit einem sinusförmigen Signal bei einer bestimmten Frequenz angeregt wird. Aus dem Messergebnis wird daraufhin für jeden erfassten Objektpunkt bei dieser einen Frequenz das Übertragungsverhalten bestimmt. Erst im zweiten Schritt werden dann nacheinander verschiedene Frequenzen angeregt und die Einzelergebnisse zu Frequenzgängen zusammengesetzt.

Wie bereits erwähnt, wird die Kraft mit einer Kraftmessdose gemessen und daraus durch einen digitalen Messverstärker die Amplitude bestimmt. Diese Größe wird von dem Messverstärker bereits digitalisiert und kann von einem PC jederzeit abgefragt werden.

Bei dem hier beschriebenen Vorgehen wird die absolute Phase der Kraft bezüglich eines fest definierten Zeitpunktes nicht hergestellt, da nur die relative Phasenverschiebung der sinusförmigen Kraft zu der ebenfalls sinusförmigen Systemantwort von Interesse ist.

Dieser Phasenbezug wird mittels des Triggersystems für den Laser hergestellt, in dem der positive Nulldurchgang der Kraft als zeitlicher Nullpunkt definiert wird und somit der zeitliche Verlauf der Anregungskraft  $f(t)$  einer Sinusfunktion entspricht:

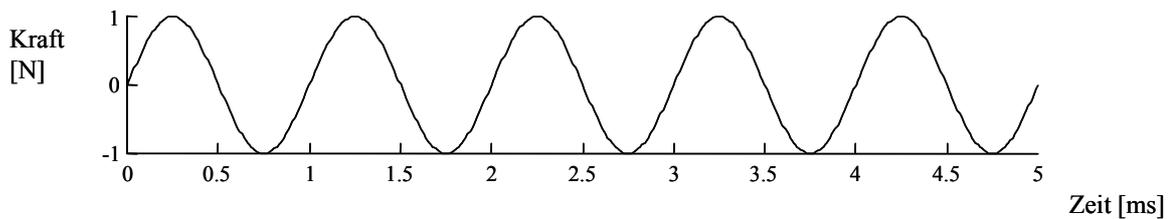


Abbildung 4.7 Zeitlicher Verlauf der Anregungskraft

Daraus ergibt sich für die komplexe Darstellung:

$$f(t) := \underline{\text{Im}}\{f(t)\} = \underline{\text{Im}}\left\{\left[\hat{F}_{Re} + i\hat{F}_{Im}\right]e^{i\omega t}\right\} = \hat{F}_{Re} \sin(\omega t) \quad (83)$$

Gleichung ( 83 ) impliziert bereits die in 2.4.2 angeführte Vereinbarung, dass lediglich der Imaginärteil der Größe  $\underline{f}(t)$  eine physikalische Bedeutung besitzt.

Daraus folgt, dass die gemessene Amplitude vom Messverstärker direkt dem Realteil der komplexen Kraftamplitude  $\hat{F}_{Re} + i\hat{F}_{Im}$  entspricht, da der Imaginärteil zu Null gesetzt wird. Die Eingangsgröße ist damit komplett bestimmt.

Mit der Ausgangsgröße verhält es sich etwas komplizierter, da diese mit dem ESPI-Aufbau bestimmt werden muss. Ziel bei der hier entwickelten ESPI-Messtechnik ist es, für jeden gültigen Bildpunkt die Schwingungsamplitude und die Phasenverschiebung relativ zur Kraftanregung zu bestimmen.

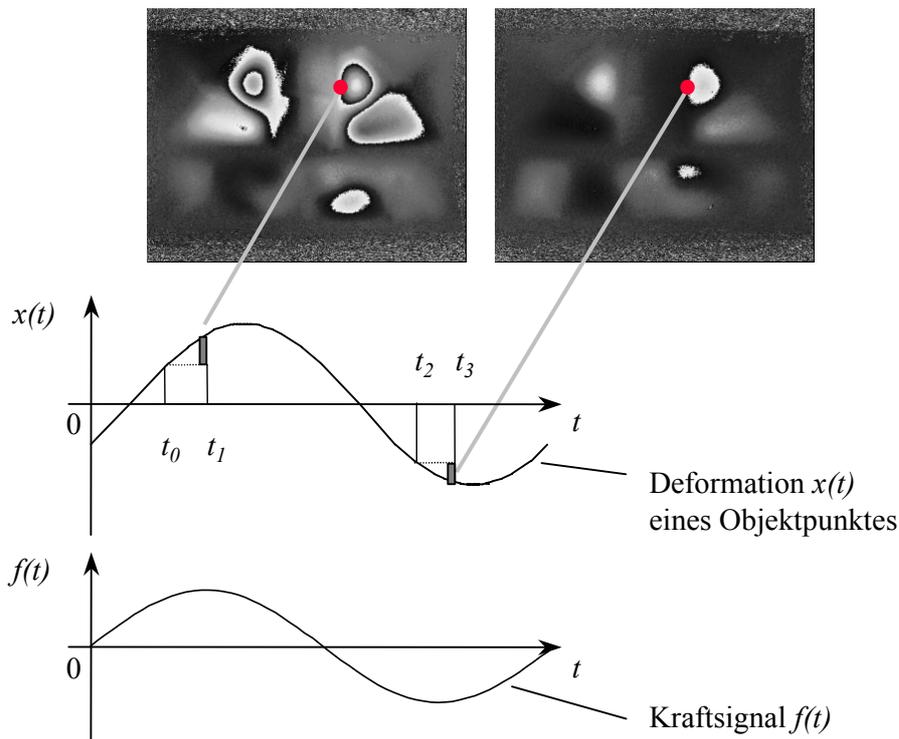


Abbildung 4.8 Zeitlicher Zusammenhang zwischen Kraftsignal und Verformungszuständen

Abbildung 4.8 verdeutlicht die zu unterschiedlichen Zeitpunkten  $t_0$ ,  $t_1$  und  $t_2$ ,  $t_3$  gemessenen Differenzverformungszustände des Objektes, welches mit einem sinusförmigen Kraftsignal angeregt wird. Zusätzlich ist die Verformung eines gültigen Bildpunktes mit angegeben. In dieser Darstellung wurden die bereits beschriebenen Phasenbilder verwendet, um die Schwingungsinformation besser visualisieren zu können.

Es wird deutlich, dass mindestens zwei Differenzzustände des Objektes für alle Bildpunkte abgetastet werden müssen. Andernfalls kann das Deformation – Antwortsignal nicht hinsichtlich seines Real- und Imaginärteils bestimmt werden.

Der entscheidende Vorteil der hier beschriebenen Messtechnik besteht darin, dass alle gültigen Bildpunkte exakt gleichzeitig abgetastet werden und nicht sequentiell nacheinander wie bei einem Scanner. Daraus resultiert, dass bei einer Frequenz der zeitliche Phasenbezug zwischen einzelnen Punkten des Objektes nicht durch zeitliche Einflüsse beeinträchtigt werden kann.

Eine sinusförmige Schwingungsantwort lässt sich für einen einzelnen Punkt genau durch zwei Parameter bestimmen. Diese sind entweder der Real- und Imaginärteil der komple-

nen Schwingungsamplitude oder eine reelle Amplitude und der Phasenbezug der Schwingung relativ zu einem Referenzzeitpunkt:

$$\begin{aligned} x(t) &:= \mathbf{Im}\{\underline{x}(t)\} = \mathbf{Im}\left\{\hat{X}_{Re} + i\hat{X}_{Im}\right\}e^{i\omega t} = \mathbf{Im}\left\{\underline{\hat{X}}e^{i(\omega t + \varphi)}\right\} \\ &= \hat{X}_{Re} \sin(\omega t) + \hat{X}_{Im} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (84)$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} |\underline{\hat{X}}| &= \sqrt{\hat{X}_{Re}^2 + \hat{X}_{Im}^2} \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{\hat{X}_{Im}}{\hat{X}_{Re}}\right) \\ &\text{bzw.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_{Re} &= |\underline{\hat{X}}| \cos(\varphi) \\ \hat{X}_{Im} &= |\underline{\hat{X}}| \sin(\varphi) \end{aligned}$$

Die Schwingungsamplitude eines bestimmten Messpunktes ist dabei abhängig von der Anregungsfrequenz und im Falle eines linearen Systems proportional zur Anregungskraft. Im weiteren Verlauf gilt es diese Größen zu bestimmen.

Für alle gültigen Bildpunkte wird nun unabhängig voneinander jeweils der Real- und Imaginärteil der komplexen Amplitude aus den Messergebnissen bestimmt. Die Messergebnisse liegen in Form von Differenzen von Schwingungszuständen vor und werden hier als Differenzbilder bezeichnet. Jedes Differenzbild ist der Verformungsweg für alle gültigen Bildpunkte, welcher zwischen zwei einstellbaren Zeitpunkten gemessen wurde.

Für genau einen Punkt ergibt sich die Differenzverformung bei der Anregungsfrequenz  $\omega_k$  zwischen den Zeitpunkten  $t_i$  und  $t_j$  aus Gleichung (84):

$$\begin{aligned} x_{i,j,k} &:= x(t_j) - x(t_i) = \\ &\hat{X}_{Re} [\sin(\omega_k t_j) - \sin(\omega_k t_i)] + \hat{X}_{Im} [\cos(\omega_k t_j) - \cos(\omega_k t_i)] \end{aligned} \quad (85)$$

Für diese Frequenz erhält man nun einen Vektor, welcher für jede Einzelmessung ein Element enthält:

$$\begin{bmatrix} x_{1,2,k} \\ x_{3,4,k} \\ \vdots \\ x_{i,j,k} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\omega_k t_2) - \sin(\omega_k t_1) & \cos(\omega_k t_2) - \cos(\omega_k t_1) \\ \sin(\omega_k t_4) - \sin(\omega_k t_3) & \cos(\omega_k t_4) - \cos(\omega_k t_3) \\ \vdots & \vdots \\ \sin(\omega_k t_j) - \sin(\omega_k t_i) & \cos(\omega_k t_j) - \cos(\omega_k t_i) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_{\text{Re}} \\ \hat{X}_{\text{Im}} \end{bmatrix} \quad (86)$$

mit den Definitionen

$$\mathbf{x}_k := \begin{bmatrix} x_{1,2,k} \\ x_{3,4,k} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_k := \begin{bmatrix} \sin(\omega_k t_2) - \sin(\omega_k t_1) & \cos(\omega_k t_2) - \cos(\omega_k t_1) \\ \sin(\omega_k t_4) - \sin(\omega_k t_3) & \cos(\omega_k t_4) - \cos(\omega_k t_3) \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

erhält man:

$$\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\Theta}_k \begin{bmatrix} \hat{X}_{\text{Re}} \\ \hat{X}_{\text{Im}} \end{bmatrix} \quad (88)$$

Die Matrix  $\boldsymbol{\Theta}_k$  kann mit den Parametern  $\omega_k$  und den Zeitpunkten  $t_i, t_j$  berechnet werden. Diese werden für jede zu messende Frequenz bei der Messung vorgegeben. Gesucht ist der

Vektor  $\begin{bmatrix} \hat{X}_{\text{Re}} \\ \hat{X}_{\text{Im}} \end{bmatrix}$ , der analog zu Kapitel 2.4.2. mit der Pseudoinversen der Matrix  $\boldsymbol{\Theta}_k$  aus

den Messwerten berechnet werden kann:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{\text{Re}} \\ \hat{X}_{\text{Im}} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{\Theta}_k^T \boldsymbol{\Theta}_k]^{-1} \boldsymbol{\Theta}_k^T \mathbf{x}_k \quad (89)$$

Somit ergibt sich für jeden Messpunkt Real- bzw. Imaginärteil der komplexen Schwingungsamplitude aus mindestens zwei Einzelmessungen pro Frequenz. Nachdem jedoch die

Anregungsfrequenz und die Zeitpunkte der Differenzbilder für alle Bildpunkte gleich sind, muss man die Pseudoinverse der Matrix  $\Theta_k$  nur einmal für jede Anregungsfrequenz berechnen.

Bei einer größeren Anzahl von Differenzbildern pro Frequenz erhöht sich zwar die Messzeit, jedoch kann man bei einer geeigneten Wahl der Messzeitpunkte einen wesentlich besseren Signal-Rauschabstand erhalten [9].

Für jede gemessene Anregungsfrequenz erhält man als Ergebnis ein Bild mit allen Messpunkten, welches wiederum für jeden Messpunkt eine komplexe Schwingungsamplitude enthält:

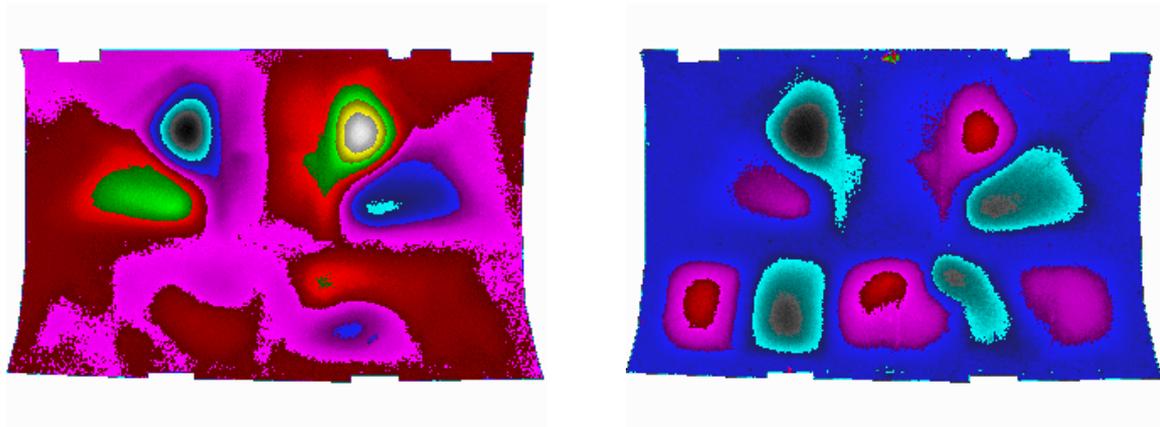


Abbildung 4.9 Komplexe Schwingungsamplitude mit Real- und Imaginärteil (Falschfarben)

Um das Übertragungsverhalten bei einer Frequenz  $\omega_k$  zu berechnen, resultiert aus Gleichung ( 43 ), ( 83 ) und ( 84 ):

$$\underline{H}(\omega_k) := \frac{\hat{X}}{\hat{F}} = \frac{\hat{X}_{\text{Re}} + i\hat{X}_{\text{Im}}}{\hat{F}_{\text{Re}}} \quad (90)$$

Zur Messung eines Übertragungsfrequenzgangs wird die beschriebene Vorgehensweise für eine diskrete Anzahl von Frequenzstützstellen im gewünschten Frequenzband wiederholt. Damit ist es möglich, in einer Auswerteprozedur für jeden einzelnen gültigen Bildpunkt den Übertragungsfrequenzgang zu bestimmen.

## 4.1.3. Experimenteller Ablauf

Innerhalb dieser Arbeit wurde innerhalb eines bestehenden Softwarepakets [54] eine Messprozedur entwickelt, die in der Lage ist, eine Messung der Übertragungsfrequenzgänge für alle Bildpunkte vollautomatisch durchzuführen. Diese Prozedur ist im folgenden Diagramm dargestellt:

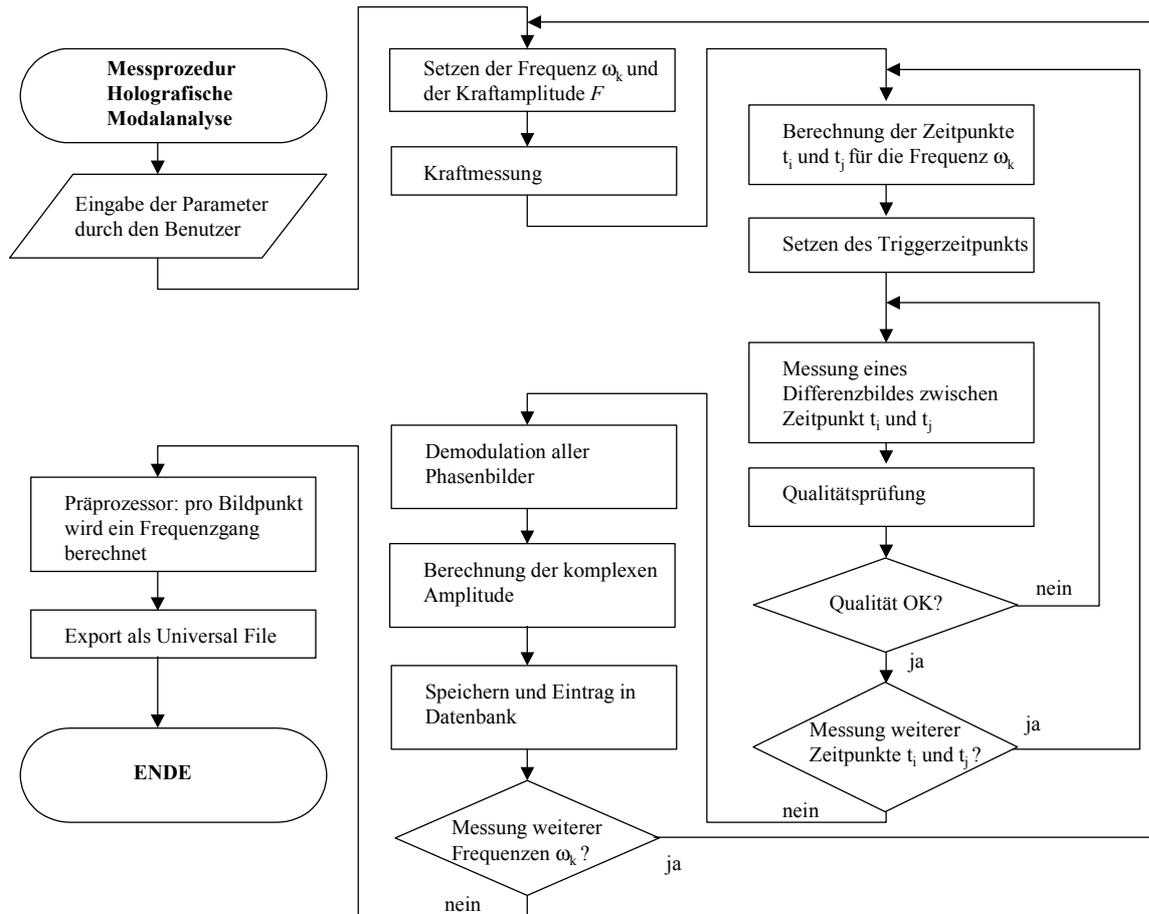


Abbildung 4.10 Messprozedur für die Holographische Modalanalyse

Für die Messung kann der Benutzer mehrere Frequenzblöcke frei konfigurieren, in denen es jeweils möglich ist, verschiedene Parameter wie Anzahl der Frequenzschritte, Start- und Stopfrequenz, Anzahl der Differenzbilder und Kraftanregung zu konfigurieren. Zudem ist es möglich, den Punkt der Kraftanregung zu definieren bzw. für diesen einen bereits gemessenen Übertragungsfrequenzgang anzugeben. Insbesondere bei Anwendungen, wo der Anregungspunkt nicht im Blickfeld des Messsystems liegt, ist diese Variante sinnvoll. In der Modalanalyse werden alle Schwingformen mit dem Übertragungsfrequenzgang der Anregungsstelle skaliert.

Für die Weiterverarbeitung kann konfiguriert werden, wie tief die Auswertung der gemessenen Daten innerhalb der Messprozedur erfolgen soll. Beispielsweise ist es möglich, zunächst nur die Phasenbilder an den einzelnen Stützstellen zu messen und zu einem späteren Zeitpunkt in einem zweiten Durchlauf der Prozedur die Daten auswerten zu lassen, was die Messzeit wesentlich verkürzt. Innerhalb der Phasenmessung kann anhand des Kontrastes der Phasenbilder überprüft werden, ob die Qualität der Messung unzureichend war, um ggf. bei der entsprechenden Frequenz erneut automatisch zu messen.

Als Ergebnis erhält man für jede gemessene Frequenz ein Bild mit der komplexen Amplitudenverteilung und eine Datenbank, in der beispielsweise die Triggerzeitpunkte und die Kraft für jede Frequenz festgehalten werden. Diese Daten können zu einem späteren Zeitpunkt gemeinsam mit der Geometrie in ein Universal-File als Übergabeformat für die Modalanalyse weiterverarbeitet werden:

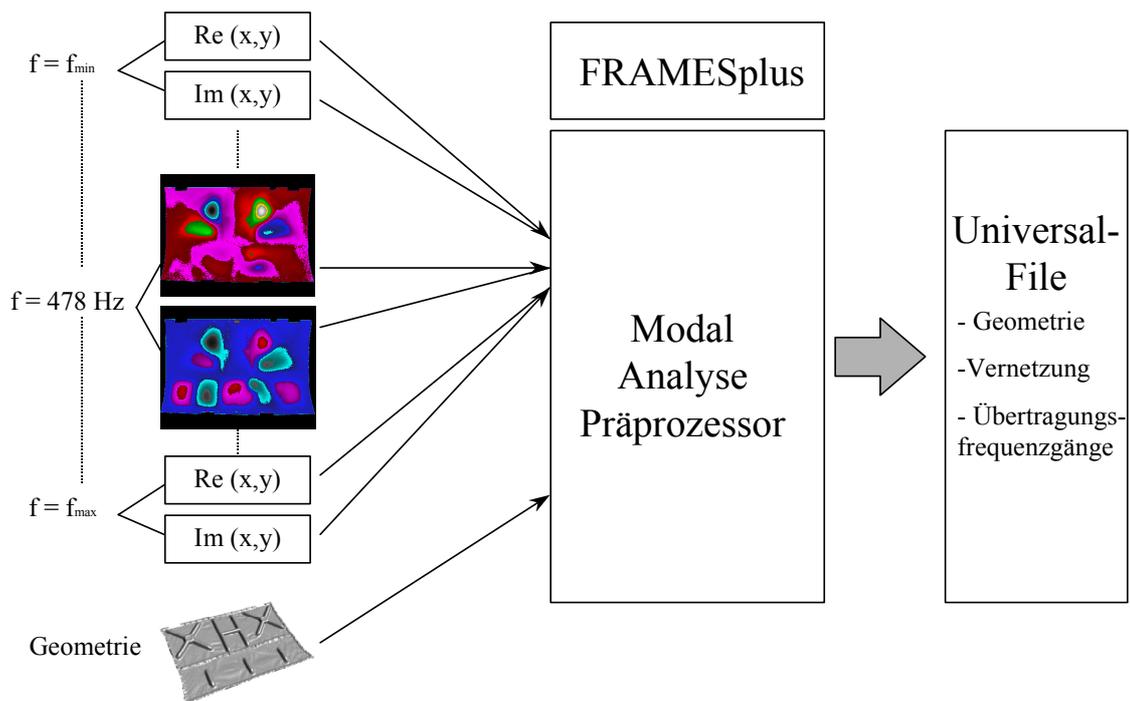


Abbildung 4.11 Weiterverarbeitung der ESPI-Messdaten

#### 4.2. Vorgehensweise bei der Ermittlung von modalen Parametern

Für die Ermittlung der modalen Parameter mittels der Holographischen Modalanalyse gibt es grundsätzlich zwei verschiedene Vorgehensweisen, die im Folgenden beschrieben werden.

##### 4.2.1. Frequenzgänge bei äquidistanten Frequenzstützstellen

Für die Ermittlung der Übertragungsfrequenzgänge wird, wie bereits ausgeführt, genau ein Frequenzbereich von einer Start- bis zu einer Stopfrequenz mit diskreten und regelmäßigen Stützstellen gemessen. Die Daten werden anschließend ausgewertet und der Modalanalyse übergeben.

Die Modalanalysesoftware ermittelt dann, wie in Kapitel 2.4.3 beschrieben, mit dem Zeitbereichsverfahren zunächst die Eigenwerte und anschließend die Eigenvektoren. Die modalen Größen können exportiert und weiterverarbeitet werden.

Vorteil dieser Vorgehensweise ist, dass Eigenwerte und –vektoren mit Hilfe derselben Übertragungsfrequenzgänge bestimmt werden. Dieser Vorteil geht jedoch zu Lasten der langen Messzeit.

##### 4.2.2. Frequenzgänge bei nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen

Möchte man die Messzeit signifikant verkürzen, so gibt es eine hybride Vorgehensweise. Zunächst werden einige wenige Übertragungsfrequenzgänge klassisch mit einem Beschleunigungsaufnehmer oder Laser-Doppler-Vibrometer in einem breiten Frequenzbereich ermittelt. Diese Messsysteme bieten mit relativ wenig Aufwand ein sehr gutes Signal-/Rauschverhältnis und können viele Anregungsfrequenzen innerhalb einer sehr kurzen Messzeit erfassen. Hier wird typischerweise mit einem Rauschsignal angeregt und das Signal mit einer genügend hohen Abtastfrequenz erfasst.

Mit diesen wenigen Übertragungsfrequenzgängen ist es bereits möglich, den ersten Schritt des LSCE-Verfahrens durchzuführen und die Eigenwerte zu bestimmen. Dies gelingt deswegen, weil die Eigenwerte globale Eigenschaften der Struktur sind.

Im zweiten Schritt wird dann jeweils nur ein kleines Frequenzband, mit wenigen Stützstellen um die Eigenfrequenzen liegend, mit dem ESPI-Messsystem erfasst. Diese werden ebenfalls als Übertragungsfrequenzgänge mit nicht-äquidistanten Frequenzstützstellen exportiert und in die Modalanalysesoftware eingelesen. Hier kann nun nicht mehr der LSCE-Algorithmus verwendet werden, da er äquidistante Frequenzstützstellen benötigt. Diesbezüglich gibt es bei den Algorithmen, welche im Frequenzbereich formuliert wer-

den, keine Einschränkung, und die Eigenvektoren können aus den Daten des ESPI-Messsystems mit hoher Ortsauflösung ermittelt werden.

Vorteil dieses Verfahrens ist die bessere Bestimmung der Eigenwerte, falls die jeweilige Schwingungsmode an den wenigen Messpunkten keine Knotenpunkte bildet. Wesentlich ist hier die deutliche Verkürzung der Messzeit mit dem ESPI-Messsystem. Nachteilig ist jedoch der höhere gerätetechnische Aufwand und die Gefahr, mit den punktuellen Messungen durch Beschleunigungsaufnehmer Eigenschwingungsformen nicht zu erfassen.



## 5. Geometrievermessung und Messdatenverknüpfung

Bei der Holographischen Modalanalyse ergibt sich ein weiterer Vorteil gegenüber bestehenden Modalanalyseverfahren in einer besonders einfachen Kombinierbarkeit der Messtechnik mit bekannten Triangulationsverfahren zur 3D-Vermessung. Dabei wird die vorhandene CCD-Kamera des Speckleinterferometers als Sensor benutzt und für jedes Pixel zusätzlich zum Deformationsvektor der zugehörige 3D-Punkt auf der Objektoberfläche bestimmt. Zwar ist die Information über die Oberflächengeometrie des Messobjektes nicht notwendig, um eine Modalanalyse durchzuführen, jedoch können die ermittelten Eigenschwingungsformen wesentlich besser dargestellt werden.

Zunächst wird auf die Geometrievermessung mittels Streifenprojektion genauer eingegangen und im Verlauf für Kamera und Projektor ein passendes Abbildungsmodell beschrieben. Hier liegt der Schwerpunkt auf der grundlegenden Funktionsweise der Messtechnik und nicht auf der Umsetzung im Detail. Anschließend wird auf die Verknüpfung von Schwingungsmesstechnik und 3D-Oberflächenvermessung genauer eingegangen.

Als Abschluss wird noch dargestellt, wie mehrere Teilbereiche eines Messobjektes vermessen werden können. Die Einzelmessungen der Oberflächengeometrie sowie die zugehörigen Übertragungsfrequenzgänge werden anschließend in ein globales Koordinatensystem transformiert. Somit ist es auch möglich, eine Holographische Modalanalyse von größeren Messobjekten durchzuführen, wobei die Teilbereiche von einer Messposition aus optisch nicht zugänglich sind.

### 5.1. Geometrievermessung auf Basis der Streifenprojektion

Das hier zugrunde liegende Verfahren der Triangulation beruht auf der Tatsache, dass ein Dreieck eindeutig durch die Länge einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln bestimmt ist. Die beiden übrigen Seiten und der dazwischen liegende Winkel lassen sich somit ableiten. Das Messprinzip geht auf den holländischen Physiker und Mathematiker

Willebrordus Snellius<sup>5</sup> zurück und wurde ursprünglich für astronomische Messungen verwendet [56].

### 5.1.1. Messung

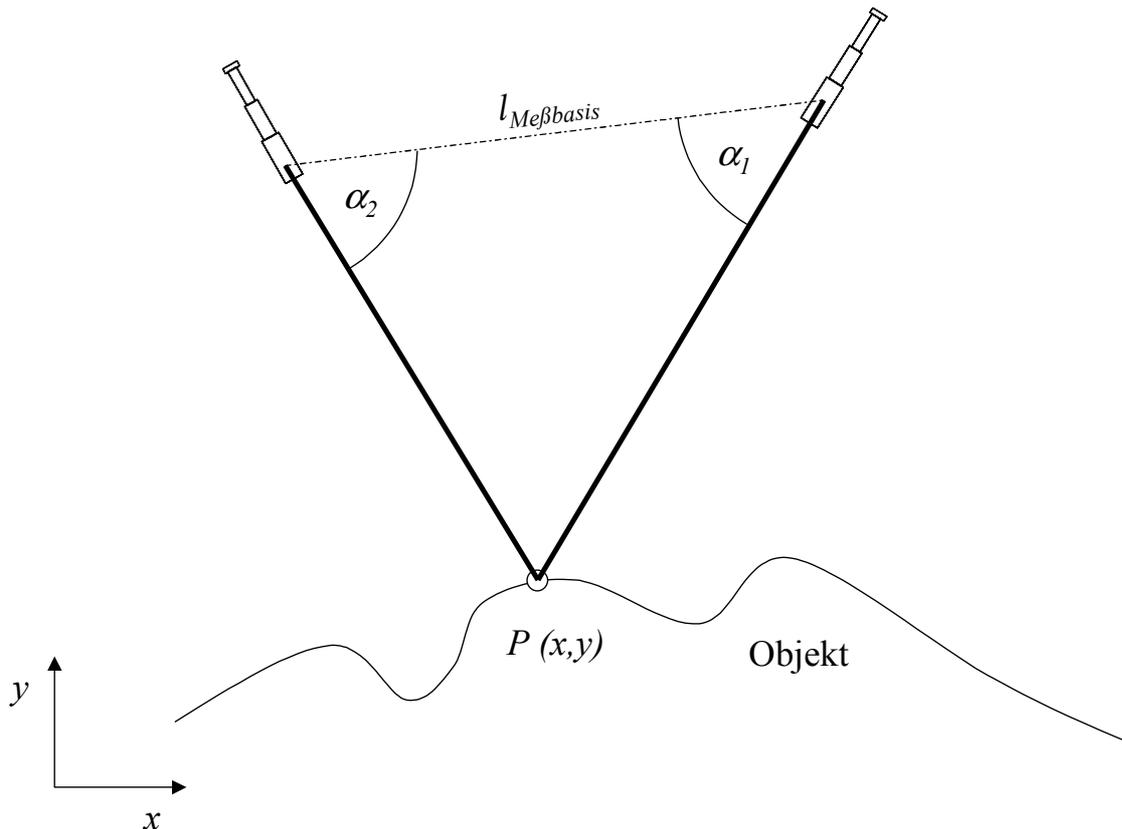


Abbildung 5.1 Prinzip der optischen Triangulation

In der  $xy$ -Ebene wird ein Punkt mit zwei Fernrohren angepeilt. Aus der bekannten Länge der Messbasis  $l_{\text{Messbasis}}$  und den zwei Winkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  ist die Koordinate des Punktes  $P$  bestimmbar. Wiederholt man dieses Verfahren für eine diskrete Anzahl von Objektpunkten, so ist es möglich, ein Netz von Geometriepunkten zu erzeugen.

Unterschieden wird bei dieser Messmethode außerdem zwischen aktiven und passiven Triangulationsverfahren. Bei passiven Verfahren wird die Oberfläche von einer Lichtquelle beleuchtet, deren Eigenschaften unbekannt sind. Diese Lichtquelle ermöglicht somit nur, mit beiden Sensoren ( in diesem Fall Fernrohr mit Auge ) den identischen Objektpunkt zu beobachten. Im Gegensatz dazu wird bei den aktiven Messverfahren ein Sensor beispielsweise durch einen Laser ersetzt. Der Laserstrahl breitet sich innerhalb eines ho-

<sup>5</sup> Eigentlich Willebrord Snel van Royen; \*1580, †1626

mogenen Mediums entlang einer Geraden aus und ersetzt eine Seite des Dreiecks durch einen Lichtstrahl. Durch das Objekt wird dieser diffus zurückgestreut und vom verbliebenen Sensor aus einer anderen Raumrichtung detektiert.

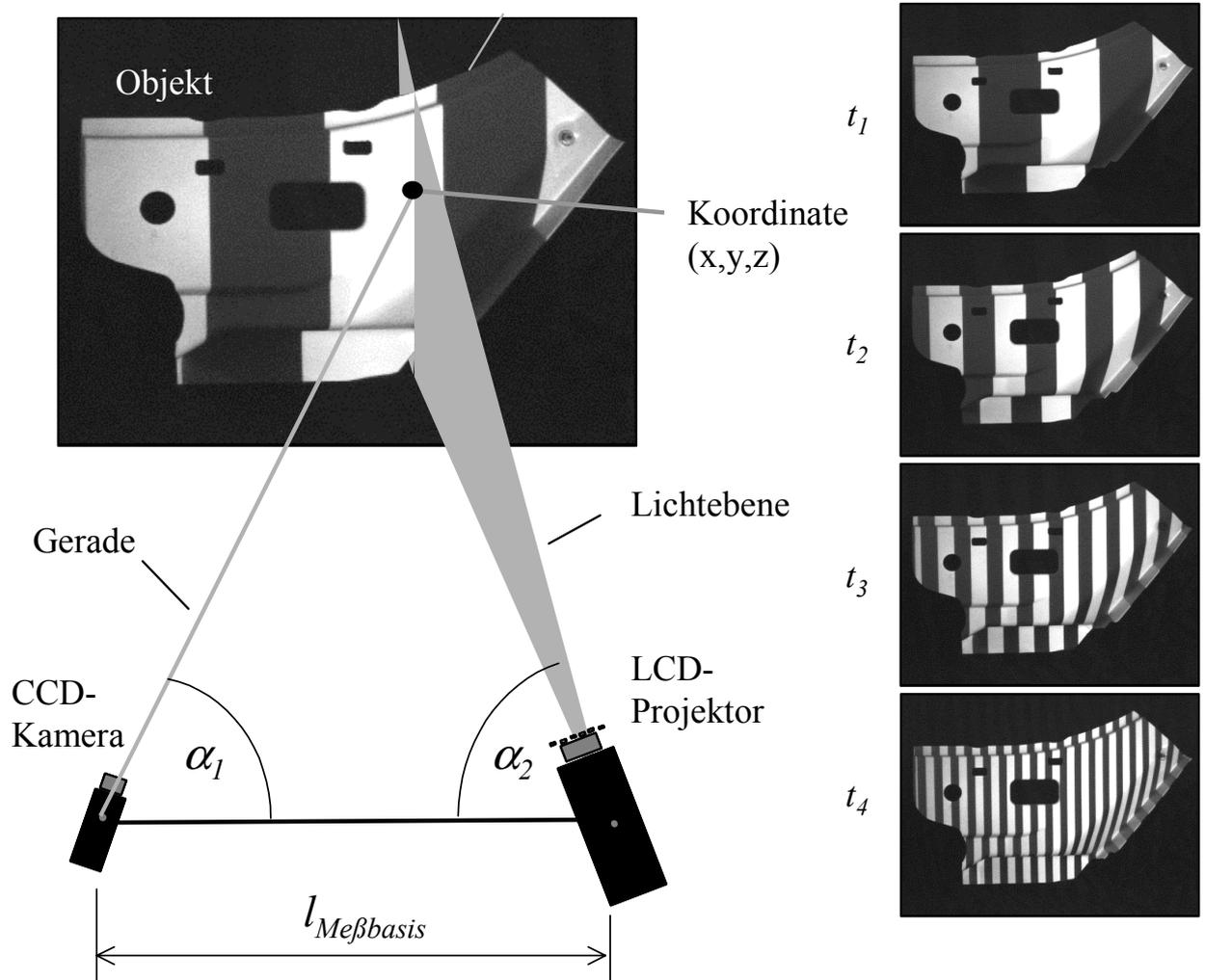


Abbildung 5.2 Versuchsaufbau für die Streifenprojektion

In Abbildung 5.2 wird der Versuchsaufbau für eine flächenhafte 3D-Vermessung eines Objekts mittels Streifenprojektion mit dem kodierten Lichtansatz dargestellt. Dieses Vorgehen wurde erstmals von Wahl in [63], [64] vorgeschlagen. Grundlage hierfür ist, dass der Schnittpunkt einer Ebene mit einer Geraden immer ein eindeutiger Punkt ist, außer die Gerade verläuft parallel zur Ebene. Als Sensor dient hier eine CCD-Kamera und als Beleuchtung ein Projektor mit einem LCD-Gitter<sup>6</sup>. Dieses LCD-Gitter ist derart beschaffen, dass ein Linienmuster projiziert werden kann, wobei der Abstand und die Breite der Linien variabel sind. Betrachtet man nun eine einzelne projizierte Linie zum Zeitpunkt  $t_4$  in Abbildung 5.2, so breitet sich das Licht ausgehend vom Projektor entlang einer Ebene im

<sup>6</sup> LCD = Liquid Crystal Display.

Raum aus. Die CCD-Kamera detektiert auf einem einzelnen Pixel das Licht, welches vom Objekt entlang einer genau definierten Geraden zur Kamera gestreut wird. Es existiert also für jedes Bildpixel auf dem CCD-Chip genau eine Gerade im Raum, auf der sich das Licht zur Kamera hin ausbreitet, und auf der Projektorseite für eine Linie genau eine Ebene im Raum, auf der sich das Licht vom Projektor zum Objekt hin ausbreitet.

Wenn man nur das feinste Linienmuster zum Zeitpunkt  $t_d$  betrachten würde, wäre es nicht möglich, die einzelnen Linien zu unterscheiden und somit die genaue Ebene festzustellen, welche sich mit dem Strahl zum Kamerapixel verschneidet. Für die Erkennung der entsprechenden Lichtebene existieren eine Vielzahl von Kodierverfahren, wie beispielsweise der Gray-Code oder Hybrid-Code. Bei letzterem wird mittels Phasenschieben das feinste Linienmuster der Messsequenz um Bruchteile der Streifenbreite verschoben, um eine sehr feine Ortsauflösung des Messsystems zu erzielen. Entsprechende Literatur findet sich in [22].

Für die Modellbildung der Kamera kann man nun eine Geradenschar definieren, die alle durch den Fokus des Objektivs laufen und im Raum einen unterschiedlichen Winkel zur optischen Achse einnehmen. Diese einzelnen Geraden sind durch das Pixel des CCD-Chips, auf dem sie enden, parametrisiert. Der Zusammenhang zwischen Pixel und 3D-Punkt ist in Abbildung 5.3 dargestellt [56], [67]:

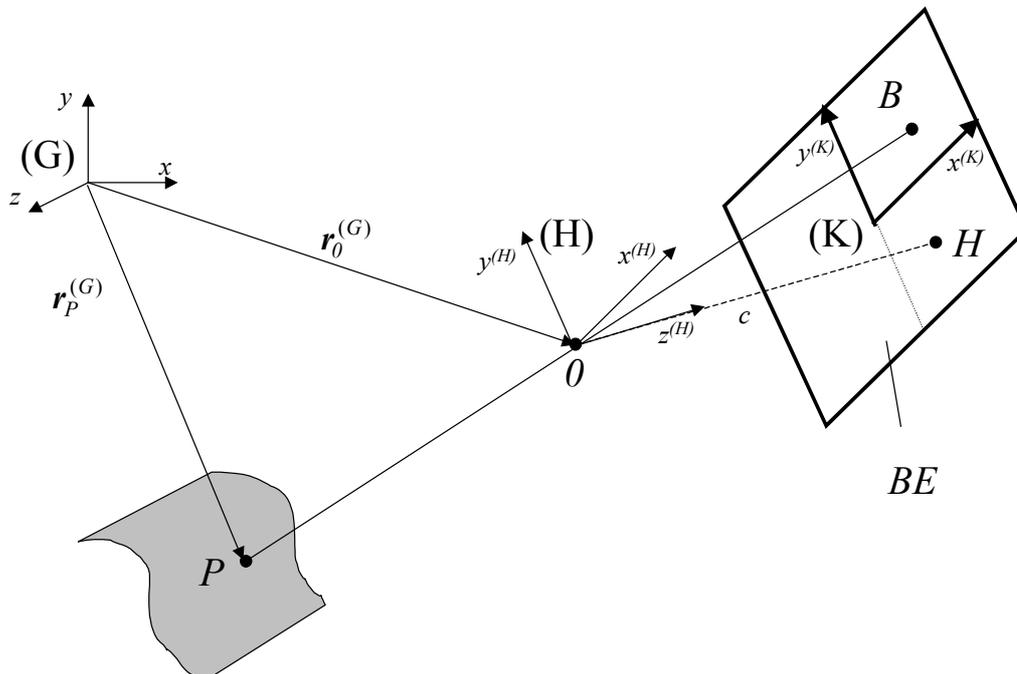


Abbildung 5.3 Zusammenhang zwischen 2D-Pixel und 3D-Punkt für eine CCD-Kamera

mit

|             |  |
|-------------|--|
| (G)         | Weltkoordinatensystem  |
| (K)         | Bildkoordinatensystem  |
| (H)         | Hilfskoordinatensystem parallel zum Bildkoordinatensystem mit Ursprung im Projektionszentrum $O$   |
| $BE$        | Bildebene  |
| $O$         | Projektionszentrum   |
| $r_0^{(G)}$ | Ortsvektor des Projektionszentrums im Weltkoordinatensystem  |
| $H$         | Bildhauptpunkt (Schnittpunkt der optischen Achse der Abbildungsoptik mit der Bildebene)  |
| $c$         | Kamerakonstante (vergleichbar mit der Brennweite der Abbildungsoptik); entspricht dem Abstand zwischen Projektionszentrum und Bildhauptpunkt |
| $P$         | Objektpunkt  |
| $r_P^{(G)}$ | Ortsvektor des Objektpunktes $P$ im Weltkoordinatensystem  |
| $B$         | Bildpunkt des Objektpunktes $P$ in der Bildebene   |

Zunächst wird ein Raumpunkt aus dem Weltkoordinatensystem ( $G$ ) ins Hilfskoordinatensystem ( $H$ ) transformiert, welches sich im Projektionszentrum und parallel zum Kamerakoordinatensystem befindet:

$$\mathbf{r}_P^{(H)} = \mathbf{R}^{GH} \left( \mathbf{r}_P^{(G)} - \mathbf{r}_0^{(G)} \right) \quad (91)$$

mit

$$\mathbf{R}^{GH} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (92)$$

als Rotationsmatrix und dem Punkt  $\mathbf{r}_0^{(G)}$  als Ursprung des Hilfskoordinatensystems ( $H$ ) im globalen Koordinatensystem ( $G$ ). Die eigentliche Anzahl der unabhängigen Elemente der Rotationsmatrix reduziert sich jedoch auf drei unabhängige Parameter durch die Ortho-normierungsbedingungen für ihre Spalten- und Zeilenvektoren:

$$\sum_{i=1}^3 r_{\mu i} r_{\nu i} = \delta_{\mu\nu}, \quad \sum_{k=1}^3 r_{k\mu} r_{k\nu} = \delta_{\mu\nu}. \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3) \quad (93)$$

Eine Möglichkeit der anschaulicheren Darstellung der Elemente einer Rotationsmatrix ist mit Hilfe der Eulerschen Winkel gegeben [5].

Der Punkt  $P$  wird nun über das Projektionszentrum  $O$  in den Punkt  $B$  der Bildebene abgebildet. Man spricht dabei von Zentralprojektion:

$$\begin{bmatrix} x_B^{(K)} \\ y_B^{(K)} \end{bmatrix} = -\frac{c}{r_{P,z}^{(H)}} \begin{bmatrix} r_{P,x}^{(H)} \\ r_{P,y}^{(H)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_H^{(K)} \\ y_H^{(K)} \end{bmatrix} \quad (94)$$

wobei  $x_B^{(K)}$  und  $y_B^{(K)}$  die Bildkoordinaten des Bildpunktes bzw.  $x_H^{(K)}$  und  $y_H^{(K)}$  die des Hauptpunktes im Kamerakoordinatensystem ( $K$ ) darstellen [22]. Der Hauptpunkt ergibt sich durch den Schnittpunkt der optischen Achse der Abbildungsoptik mit der Bildebene, womit ein Versatz des CCD-Chips gegenüber der Abbildungsoptik berücksichtigt werden kann. Die Kamerakonstante  $c$  kann im einfachen Fall als die Brennweite der Abbildungsoptik angenommen werden.

Aus Gleichung (94) ergibt sich, dass eine einzelne Kamera ohne Zusatzinformation nicht in der Lage ist, die Position eines 3D-Punktes zu vermessen. Jedes Pixel definiert zusammen mit dem Projektionszentrum eine Gerade, auf welcher der betrachtete 3D-Punkt zu liegen kommt.

Das Kameramodell beinhaltet also 9 Parameter. Davon beschreiben 6 die *äußere Orientierung* der Kamera gegenüber dem Weltkoordinatensystem ( $\mathbf{R}^{GH}$  und  $\mathbf{r}_0^{(G)}$ ) und 3 die *innere Orientierung* der Kamera ( $c$ ,  $x_H$  und  $y_H$ ).

Mit weiteren Parametern ist es möglich, zudem noch Fehler wie die Verzeichnung der Abbildungsoptik zu modellieren [22].

Zur Gewinnung der Tiefeninformation auf den Kamerastrahlen wird im Falle der aktiven Triangulation der bereits beschriebene Streifenprojektor hinzugefügt, welcher Streifen relativ zur Kamera in einem festgelegten Abstand bzw. Winkel auf das Objekt projiziert (Abbildung 5.2). Für die Modellbildung des Streifenprojektors gelten die gleichen Systemverhältnisse wie für die Kamera, mit dem Unterschied, dass hier ausschließlich die Bildkoordinate in x-Richtung ermittelt werden kann. Die Bildebene entspricht dann der Gitterebene und die Bildkoordinate in x-Richtung der bereits beschriebenen Streifennummer. Die äußere Orientierung des Projektionssystems wird üblicherweise im gleichen globalen Koordinatensystem formuliert wie für die Kamera.

Für eine Auswertung der Streifennummer in x- und y-Richtung muss der Projektor in der Lage sein, sowohl vertikale als auch horizontale Streifenmuster zu projizieren. Dies ergibt eine redundante Information, die zur Bewertung der Qualität der Messdaten herangezogen werden kann.

Für eine genaue Berechnung der 3D-Oberflächenpunkte muss das System vorab kalibriert werden. Zur Bestimmung der unbekanntenen Kamera- bzw. Projektormodellparameter bietet die Photogrammetrie leistungsfähige Verfahren wie die Bündelausgleichung. Entsprechende Ansätze und Verfahren findet man in [53], [68], [48] und [30]. Dabei wird ein Objekt mit bereits bekannter Soll-Geometrie vermessen und die Systemparameter derart ermittelt, dass das Messergebnis mit der Soll-Geometrie möglichst gut übereinstimmt.

### 5.1.2. Vernetzung

Zunächst ist es nur möglich, 3D-Punkte im Raum darzustellen. Dies ist jedoch in mehrfacher Hinsicht ungenügend, da einerseits damit eine halbwegs realistisch wirkende schattierte Darstellung der Oberfläche nicht möglich ist und andererseits eine Weiterverarbeitung der Daten in einem FEM-Präprozessor unmöglich wird. Für beides braucht man nun im 3D-Raum eine Oberfläche, die aus Drei- bzw. Vierecken gebildet werden kann.

Zum Zwecke der Vernetzung von 3D-Punkten gibt es sog. Triangulationsalgorithmen (nicht zu verwechseln mit der Messtechnik „Triangulation“) mit sehr unterschiedlicher Strategie. Diese haben den Nachteil, dass sie keine a priori Information über die räumliche

Nachbarschaft nutzen können und somit entsprechend rechenintensiv sind. Hier bietet die flächenhafte 3D-Messung mit Streifenprojektion einen entscheidenden Vorteil, da die Information über benachbarte 3D-Punkte bereits über das Kamerabild vorhanden ist. Diese können dann entweder als Drei- oder Vierecke miteinander verknüpft werden:

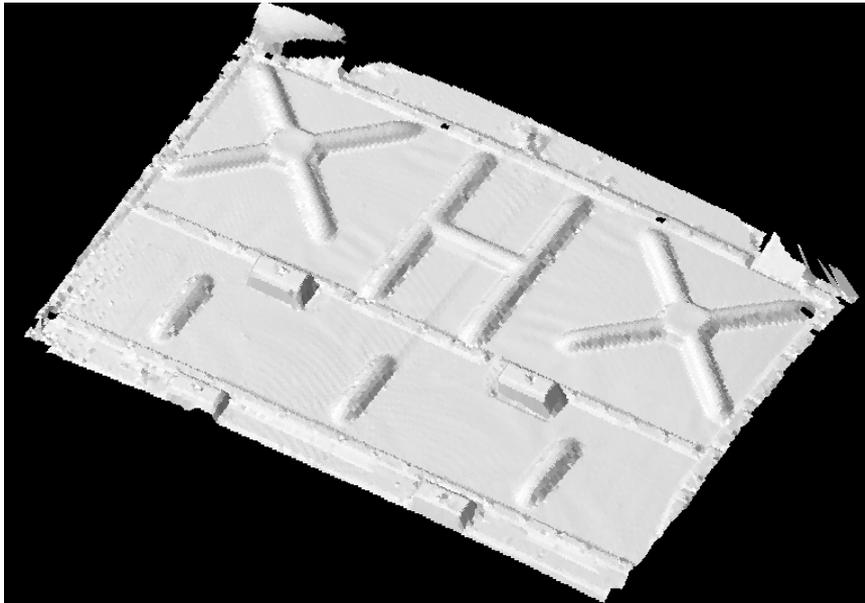


Abbildung 5.4 Vernetzt und schattiert dargestelltes Dreiecksnetz

## 5.2. Verknüpfung von Geometrie und Messdaten

Für den Vergleich von gemessenen mit simulierten Daten ist es notwendig, für beide Verfahren Modelle zu erstellen, die in ihrer Struktur gleich sind. Dies bedeutet zunächst eine Geometrie, die zueinander ausgerichtet werden kann, um in einem weiteren Schritt Punktkorrelationen zu berechnen. Typischerweise sind bei der FEM-Rechnung den 3D-Punkten oder -Flächen bestimmte physikalische Eigenschaften bzw. Simulationsergebnisse zugeordnet, wie der Verformungsvektor (pro Punkt) oder die Blechdicke (pro Drei- bzw. Viereck). Dies geschieht sowohl im Eingabemodell als auch im Simulationsergebnis.

In der Messtechnik entsteht eine Verknüpfung von physikalischen Messgrößen und Geometriemodell nicht unmittelbar, sondern die Daten müssen geeignet nachbearbeitet werden. Es ist bei dem in dieser Arbeit entwickelten System besonders einfach, die Korrelation zwischen gemessenen Betriebsschwingungsformen und der Geometrie herzustellen. Dies ergibt sich aus dem bereits erwähnten Vorteil des Streifenprojektionsverfahrens, welches in Verbindung mit der CCD-Kamera des ESPI-Messsystems 3D-Geometriedaten gewinnen kann. Dabei werden sowohl die 3D-Geometrie als auch die Schwingungsdaten

mit derselben Kamera gemessen und ausgewertet, womit dann auch die Datensätze sehr einfach über das jeweilige Kamerapixel verknüpft werden können.

In der Praxis wird die gemessene (hochauflösende) Geometrie etwas gröber gerastert, um eine Datenreduktion zu erreichen. In einem Universal-File werden dann zunächst die Knotenpunkte im Blockformat Nr. 15 und dazu Tracelines im Blockformat Nr. 82 ausgegeben. Tracelines sind Verbindungslinien zwischen den Punkten, wobei es zusätzlich möglich ist, für dieses reduzierte Modell entsprechende Drei- bzw. Vierecke auszugeben.

In einem zweiten Schritt gibt man für jeden Knotenpunkt den Übertragungsfrequenzgang in allen 3 Raumrichtungen im Blockformat Nr. 58 aus. Für eine genaue Dokumentation des Universal-File-Formats kann [49] herangezogen werden.

Die Datensätze werden im weiteren Verlauf von der Modalanalysesoftware importiert, um eine experimentelle Modalanalyse mit entsprechender 3D-Darstellung des Bauteils und den dazugehörigen Betriebsschwingungsformen durchzuführen.

### 5.3. Zusammenfassung mehrerer Teilmessungen

Üblicherweise ist es nicht möglich, ein größeres Objekt mit einer einzigen Kameraansicht zu vermessen bzw. die Betriebsschwingungsformen zu erfassen. Dies liegt einerseits an der optischen Zugänglichkeit bei Hinterschneidungen oder gewölbten Oberflächen und andererseits an der Ausdehnung des Messobjekts. Grenzen zeigen sich hier in der Praxis in erster Linie durch die begrenzte Laser- bzw. Lampenleistung des Streifenprojektors.

Es gibt für diesen Anwendungsbereich verschiedene Verfahren, um mehrere Messungen miteinander zu verknüpfen, welche jeweils immer im Sensorkoordinatensystem vorliegen. Diese müssen in ein globales übergeordnetes Koordinatensystem transformiert werden. Die Transformationsmatrix kann über drei verschiedene Methoden gefunden werden:

1. Über eine photogrammetrische Vorabvermessung werden einzelne Punkte auf der Objektfläche bestimmt, die mit retroreflektierenden Marken gekennzeichnet werden. Dabei werden diese Marken aus vielen unterschiedlichen Richtungen mit einer Digitalkamera aufgenommen, wobei die innere Orientierung dieser Kamera unverändert bleibt. Eine Software errechnet daraus die Koordinaten aller Markenmittelpunkte in einem globalen Koordinatensystem.



Abbildung 5.5 Photogrammetriemarken auf einer Fahrzeugoberfläche

Anzumerken ist, dass ein Teil der Marken eine geometrische Kodierung besitzt, mit der diese Marken eindeutig identifiziert werden.

Im nächsten Schritt werden die hochauflösenden Aufnahmen des Streifenprojektionssystems in dieses globale Netz „eingehängt“. Dies ist dadurch möglich, weil im Kamerabild der Mittelpunkt der Marken ebenfalls bestimmt werden kann und entsprechend dem globalen Netz zugeordnet wird.

Vorteil bei diesem Verfahren ist die große globale Genauigkeit, die sich im Wesentlichen durch das übergeordnete photogrammetrische Messsystem ergibt.

2. Beim Matching-Verfahren werden zunächst zwei gemessene Teilgeometrien mit einem gemeinsamen Überlappungsbereich so lange in kleinen Schritten bewegt, bis die Distanz zwischen den Punkten im Überlapp minimal wird. Üblicherweise werden beide Teile durch den Benutzer zunächst manuell vorausgerichtet, und im zweiten Schritt optimiert ein Algorithmus nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die Transformation zwischen beiden Koordinatensystemen. In weiteren Schritten können dann zusätzliche Ansichten „angehängt“ werden. Diese Vorgehensweise ist insbesondere bei Bauteilen möglich, die eine strukturierte Oberfläche aufweisen, führt allerdings bei größeren Objekten zu einer schlechteren globalen Genauigkeit, weil sich kleine Fehler in der Transformation entsprechend fortpflanzen.
3. Bei Oberflächen mit geringer Struktur kann das Verfahren 2 ebenfalls angewendet werden, wenn im Überlappungsbereich mindestens 2 Passmarken aufgeklebt wer-

den. In beiden Aufnahmen werden dann die Mittelpunkte der Passmarken bestimmt und zugeordnet. Damit ist die Transformation bereits bis auf die rotatorische Komponente um die Gerade durch die 2 Passmarken bestimmt. In einem zweiten Schritt wird nun das Matching-Verfahren angewendet, um die Teilstücke um diese Achse so lange zu rotieren, bis die Distanz zwischen den Oberflächenpunkten in der Überlappung minimal wird.

Als Ergebnis erhält man die einzelnen transformierten Datensätze sowie die Transformationsmatrix zwischen dem jeweiligen Sensorkoordinatensystem und dem globalen Koordinatensystem. Die Transformationsmatrix wird wiederum dazu herangezogen, um die Verschiebungsvektoren der Betriebsschwingungsformen in das globale Koordinatensystem zu transformieren.

Im Weiteren wird jede Messposition einzeln in Universal-Files ausgegeben und von der Modalanalyse-Software übernommen. Hier gilt nur zu beachten, dass nicht Punkte- bzw. Flächennummern datensatzübergreifend mehrfach vergeben werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde vom Autor das gesamte Datenmanagement der Geometriedaten und die Verknüpfung mit den interferometrisch gemessenen Übertragungsfrequenzgängen in ein Softwarepaket implementiert. Zu diesem Zweck wurde ebenfalls ein automatischer Auswertebau erstellt, um die Datennachverarbeitung für den Benutzer möglichst einfach zu gestalten.

Bei der Nachverarbeitung wird eine Projektdatenbank geöffnet und die Dateien mit den einzelnen Betriebsschwingungsformen pro gemessener Frequenz automatisch geöffnet, zu Übertragungsfrequenzgängen ausgewertet und mit den Geometriedaten entsprechend verknüpft. Die Daten werden in das gewünschte Ausgabeformat als Universal-File oder MSC/Nastran-Bulk-Data ausgegeben.



## 6. Anwendungen

An dieser Stelle werden zwei Anwendungsfälle beschrieben. Zunächst war das wichtigste Ziel, die neue Messtechnik aus der Holographischen Modalanalyse mit den Messungen eines Laser-Doppler-Vibrometers zu vergleichen. Es erfolgt zunächst eine Beschreibung von Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung. Anschließend wird exemplarisch je ein Übertragungsfrequenzgang beider Messverfahren miteinander verglichen. Für beide Messverfahren werden die modalen Parameter als Ergebnis einer Modalanalyse gegenübergestellt. Dabei werden ebenfalls alle Eigenschwingungsformen im gemessenen Frequenzbereich aufgeführt.

Der zweite Anwendungsfall stellt die Ergebnisse aus einem Vergleich zwischen FE-Berechnung und Holographischer Modalanalyse gegenüber. Hierbei wird zunächst die Auswahl des Messobjektes und die Modellierung als FEM-Modell diskutiert. Ein entsprechender Versuch wurde aufgebaut und durchgeführt, der eine möglichst gute Reproduzierbarkeit der Berechnungsergebnisse gewährleistet. Die Ergebnisse aus Versuch und Berechnung werden abschließend dokumentiert.

### 6.1. Verifikation der Frequenzgänge an einem Blech im fest eingespannten Zustand

Um die korrekte Messung von Übertragungsfrequenzgängen mit dem hier beschriebenen Messsystem zu verifizieren, wurde ein Vergleich mit einem Laser-Doppler-Vibrometer (kurz LDV) durchgeführt. Das Signal des LDVs ist proportional zur Schwinggeschwindigkeit und wird mit einem A/D-Wandler in einen Computer eingelesen und ausgewertet. Das Messsystem hat die Eigenschaft, dass für den jeweiligen Messpunkt auch die Antwort auf eine Kraft gemessen werden kann, deren zeitlicher Verlauf nicht sinusförmig ist. Die höchste messbare Frequenz hängt hier von den Abtastparametern des A/D-Wandlers ab.

Möchte man nun ein komplettes Bauteil vermessen, so muss man Punkt für Punkt sequenziell einzeln abtasten. Dafür sind im Messkopf zwei elektrisch bewegliche Spiegel angebracht, die den Strahl in einem Bereich von  $\pm 16^\circ$  ablenken können. Im Messkopf selbst

ist in diesem Fall keine Kamera enthalten, um einen Bezug zwischen Messobjekt und –punkten herzustellen. Lediglich das Interferometer und die vorgeschalteten steuerbaren Spiegel sind noch vorhanden.

Für dieses System muss schon im Vorhinein ein Geometriemodell des zu messenden Objekts vorhanden sein. Um die Korrelation zwischen dem Objekt und dem Modell zu erhalten, werden mit dem Laserstrahl definierte Referenzpunkte angesteuert und die Winkelleinstellungen der Spiegel festgehalten. Aus diesen Daten wird eine Kalibrierung errechnet, mit deren Hilfe man dann später für jeden Punkt des Gittermodells entsprechende Winkelleinstellungen erhält.

Mit einem Frequenzgenerator wird bei dem LDV-Messverfahren das gewünschte Anregungssignal erzeugt und Punkt für Punkt die eingeleitete Kraft mit der dazugehörigen Systemantwort gemessen.

Weiterhin kam in diesem Versuch der ESPI-Aufbau mit dem gepulsten Rubin-Laser zum Einsatz. Die gemessene Oberfläche war in einem Bereich von einem Quadratmeter so, dass die hohe Laserenergie hier voll zum Tragen kam.

Ziel dieses Versuches war es, die gemessenen Übertragungsfrequenzgänge beider Systeme zu messen und zu vergleichen. Anschließend werden die ermittelten modalen Parameter gegenübergestellt.

#### 6.1.1. Versuchsaufbau und –durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einem versickten Blech, welches in einen relativ schweren Rahmen eingespannt ist (siehe Abbildung 6.1). Dieser wird selbst auf Gummipuffern gelagert, um eine möglichst geringe Kopplung mit dem Laborfundament zu erreichen. Bei früheren Versuchen hatte sich gezeigt, dass die modalen Massen der Schwingformen bei einer festen Verspannung des Rahmens mit dem Fundament verfälscht werden, weil ein Teil der Energie in das Fundament eingeleitet wird.

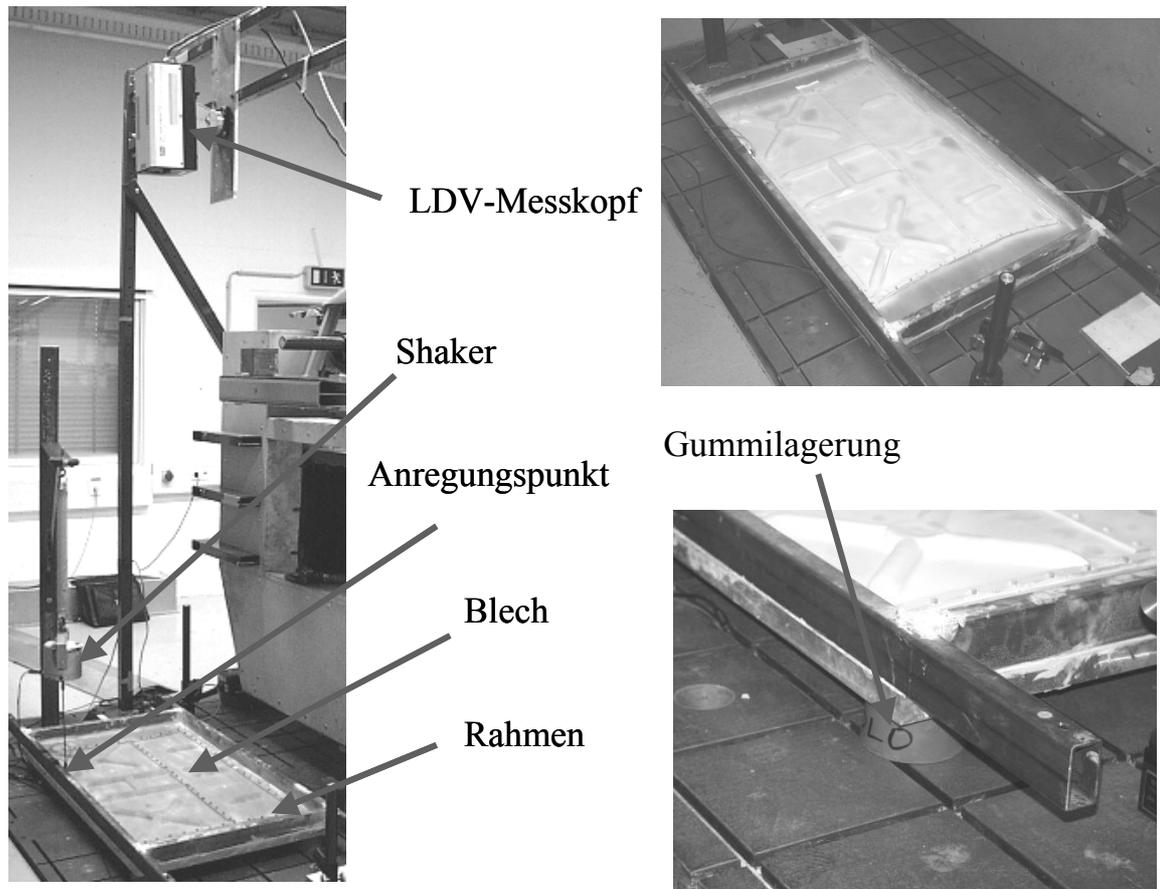


Abbildung 6.1 Versuchsaufbau mit LDV

Der LDV-Messkopf wurde im ersten Teil des Versuchs senkrecht über dem Blech angeordnet (Abbildung 6.1), jedoch in einem größeren Abstand als es für den ESPI-Messkopf notwendig ist (Abbildung 6.2). Der große Abstand musste eingehalten werden, da der Winkelbereich von  $\pm 16^\circ$ , in dem man messen kann, deutlich kleiner ist als beim ESPI-Messkopf.

Da die LDV-Messung vor der ESPI-Messung erfolgte, wurde auf ein Geometriemodell aus einer vorangegangenen Messung mit 1432 Messpunkten zurückgegriffen. Die Korrelation zum Messkopf wurde dadurch gefunden, dass der Messlaser zu einigen markanten Punkten hingelenkt wurde, die dann ebenfalls im Geometriemodell identifiziert wurden. An jedem Punkt des Geometriemodells wurde der Übertragungsfrequenzgang zwischen 0 und 500 Hz mit einer Schrittweite von 0,781 Hz und 15 Mittelungen gemessen. Die Anregung erfolgte mit einem burst random Signal zwischen 0 und 800 Hz.

Im zweiten Teil des Versuchs wurde der ESPI-Messkopf für den gepulsten Laser verwendet und über dem Blech an einem Gestell aus Vierkantstahlrohren befestigt:

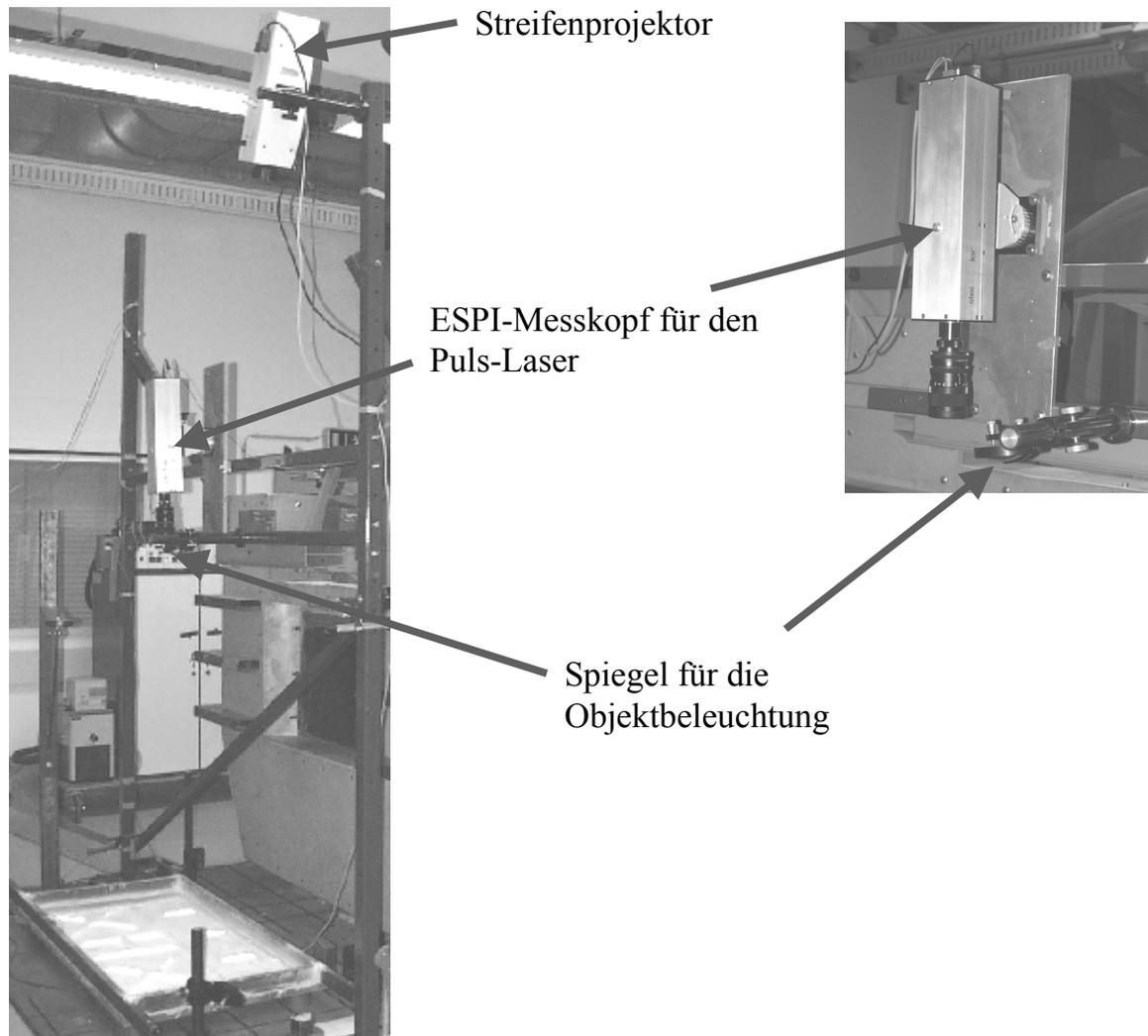


Abbildung 6.2 Versuchsaufbau mit ESPI-Messkopf

Der Messkopf ist hier ebenfalls senkrecht über dem Blech angeordnet. Im rechten oberen Bildteil ist zusätzlich der Projektor für die Streifenprojektion zu erkennen, der zur geometrischen Vermessung des Blechs dient, um nachher die Schwingformen entsprechend gut darstellen zu können. Nach der Geometrievermessung ist für jeden mit einem Pixel des CCD-Chips betrachteten Oberflächenpunkt des Blechs die Position im Koordinatensystem der Messanordnung bekannt.

Nach der Geometrievermessung wurden mit der beschriebenen Prozedur aus Kapitel 4.1.3 bzw. 4.2.1 in Schritten von 1 Hz alle Frequenzen zwischen 60 und 460 Hz harmonisch angeregt und für die jeweilige Frequenz die dynamische Antwort zu 16 zeitlich gleichmäßig verteilten Phasenschritten, bezogen auf die Anregungskraft, gemessen. Die Auswertung der Messdaten liefert für jedes Pixel des CCD-Chips einen Übertragungsfrequenzgang. Um die Datenmenge für die Auswertung zu reduzieren, wurde ein Gitter mit 934

Knotenpunkten und den dazugehörigen Übertragungsfrequenzgängen erzeugt. Aus den Daten wurde ein Universal-File generiert, welches mit der Modalanalyse Software eingelesen werden kann.

Angeregt wurde bei beiden Varianten mit einem Shaker, der senkrecht über dem Rand des Blechs an einer Feder elastisch aufgehängt war.

Ergebnisse:

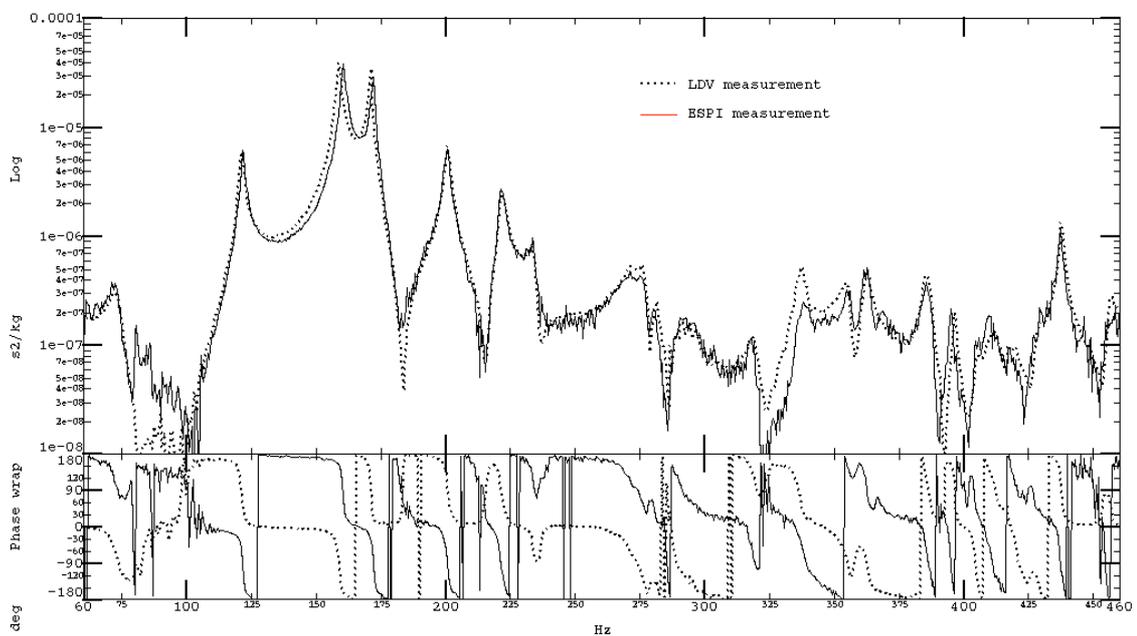


Abbildung 6.3 Vergleich der gemessenen Übertragungsfrequenzgänge

Der mittels LDV bzw. ESPI gemessene Übertragungsfrequenzgang zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Dabei ist zu Abbildung 6.3 anzumerken, dass sich ein  $180^\circ$  Phasenversatz durch eine ungleiche Wahl des Koordinatensystem ergibt.

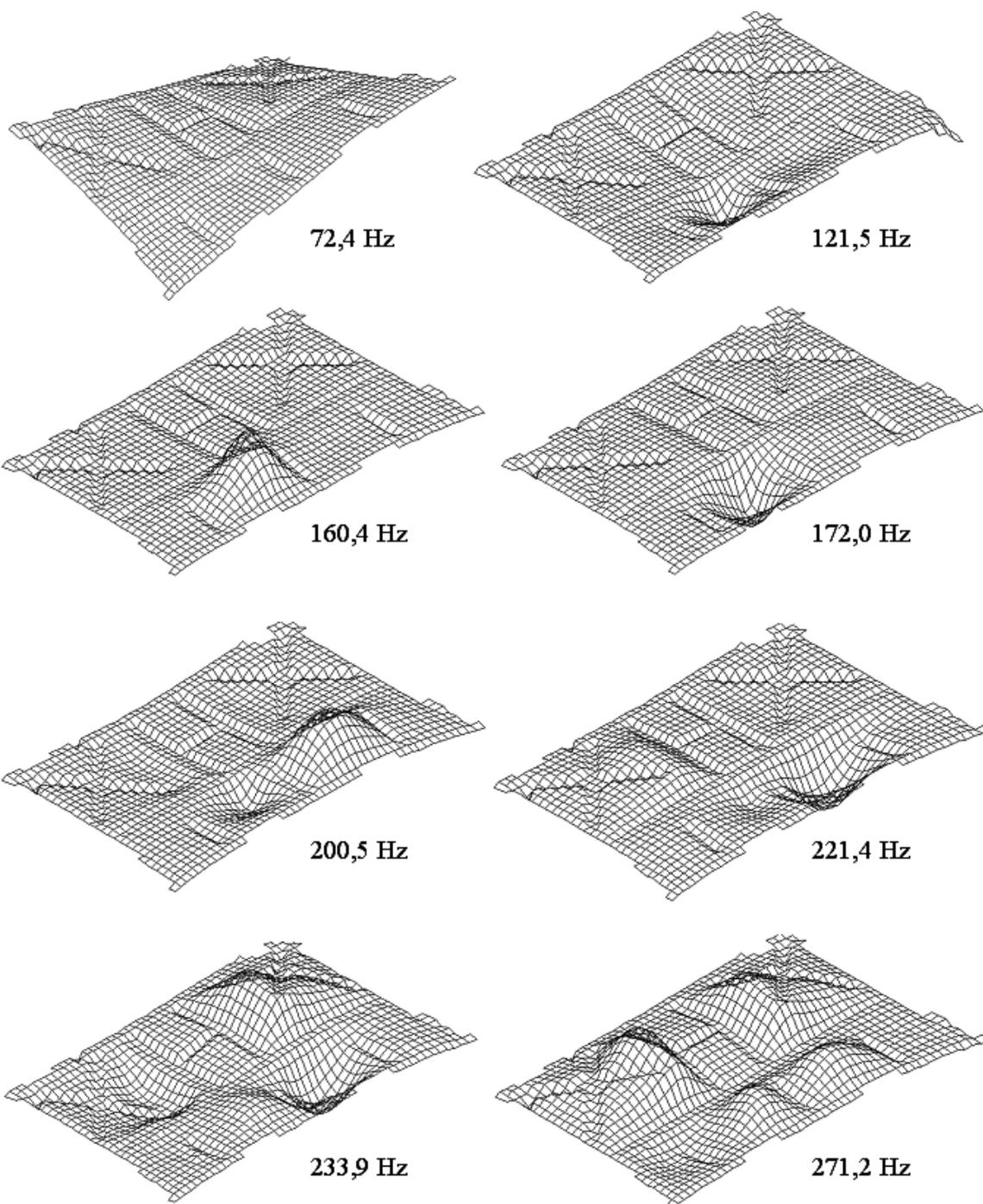
Anschließend folgt ein Vergleich der ermittelten modalen Parameter in Form zweier Tabellen und danach die Abbildung aller Eigenschwingungsformen im gemessenen Frequenzspektrum als Ergebnis der Modalanalyse:

| Mode | Modale Parameter |                              | Generalisierte modale Parameter<br>(Normierung auf max. Auslenkung = 1) |  |   |
|------|------------------|------------------------------|---|--|---|
|      | Frequenz [Hz]    | Dämpfung [% d <sub>c</sub> ] | Masse [kgm <sup>2</sup> ]   | Dämpfung [kgm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | Steifigkeit [kgm <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ] |
| 1    | 72,9             | 2,98                         | 32,73   | 893,93                                       | 6,9 E+06  |
| 2    | 121,1            | 0,59                         | 0,36  | 3,23   | 2,1 E+05  |
| 3    | 158,7            | 0,48                         | 0,09  | 0,87   | 0,9 E+05  |
| 4    | 171,0            | 0,30                         | 0,18  | 1,14   | 2,0 E+05  |
| 5    | 200,7            | 0,44                         | 0,46  | 5,11   | 7,4 E+05  |
| 6    | 221,6            | 0,48                         | 0,17  | 2,25   | 3,3 E+05  |
| 7    | 234,0            | 0,47                         | 0,33  | 4,54   | 7,1 E+05  |
| 8    | 272,1            | 1,19                         | 0,30  | 12,07  | 8,7 E+05  |
| 9    | 319,0            | 0,59                         | 2,54  | 60,34  | 1,0 E+07  |
| 10   | 336,5            | 0,51                         | 2,53  | 54,66  | 1,1 E+07  |
| 11   | 354,9            | 0,53                         | 3,89  | 92,19  | 1,9 E+07  |
| 12   | 362,4            | 0,37                         | 0,71  | 11,84  | 3,7 E+06  |
| 13   | 385,5            | 0,35                         | 0,29  | 4,89   | 1,7 E+06  |
| 14   | 404,4            | 0,26                         | 0,27  | 3,58   | 1,8 E+06  |
| 15   | 437,7            | 0,15                         | 0,92  | 7,73   | 6,9 E+06  |

Abbildung 6.4 Modale Parameter der LDV-Messung

| Mode | Modale Parameter |                              | Generalisierte modale Parameter<br>(Normierung auf max. Auslenkung = 1) |  |   |
|------|------------------|------------------------------|---|--|---|
|      | Frequenz [Hz]    | Dämpfung [% d <sub>c</sub> ] | Masse [kgm <sup>2</sup> ]   | Dämpfung [kgm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | Steifigkeit [kgm <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ] |
| 1    | 72,4             | 2,82                         | 35,02   | 898,02                                       | 7,3 E+06  |
| 2    | 121,5            | 0,58                         | 0,52  | 4,60   | 3,0 E+05  |
| 3    | 160,4            | 0,44                         | 0,14  | 1,23   | 1,4 E+05  |
| 4    | 172,0            | 0,35                         | 0,13  | 0,95   | 1,5 E+05  |
| 5    | 200,5            | 0,44                         | 0,43  | 4,68   | 6,8 E+05  |
| 6    | 221,4            | 0,41                         | 0,17  | 1,90   | 3,2 E+05  |
| 7    | 233,9            | 0,52                         | 0,19  | 2,82   | 4,0 E+05  |
| 8    | 271,2            | 1,42                         | 0,09  | 4,20   | 2,5 E+05  |
| 9    | 319,0            | 0,61                         | 1,65  | 40,63  | 6,6 E+06  |
| 10   | 337,2            | 0,56                         | 2,44  | 58,04  | 1,1 E+07  |
| 11   | 355,8            | 0,62                         | 4,10  | 112,75                                       | 2,0 E+07  |
| 12   | 361,6            | 0,84                         | 0,17  | 6,41   | 8,6 E+05  |
| 13   | 385,5            | 0,33                         | 0,24  | 3,76   | 1,40 E+06                                       |
| 14   | 409,0            | 0,5                          | 0,24  | 6,02   | 1,6 E+06  |
| 15   | 437,3            | 0,15                         | 1,02  | 8,61   | 7,7 E+06  |

Abbildung 6.5 Modale Parameter der ESPI-Messung



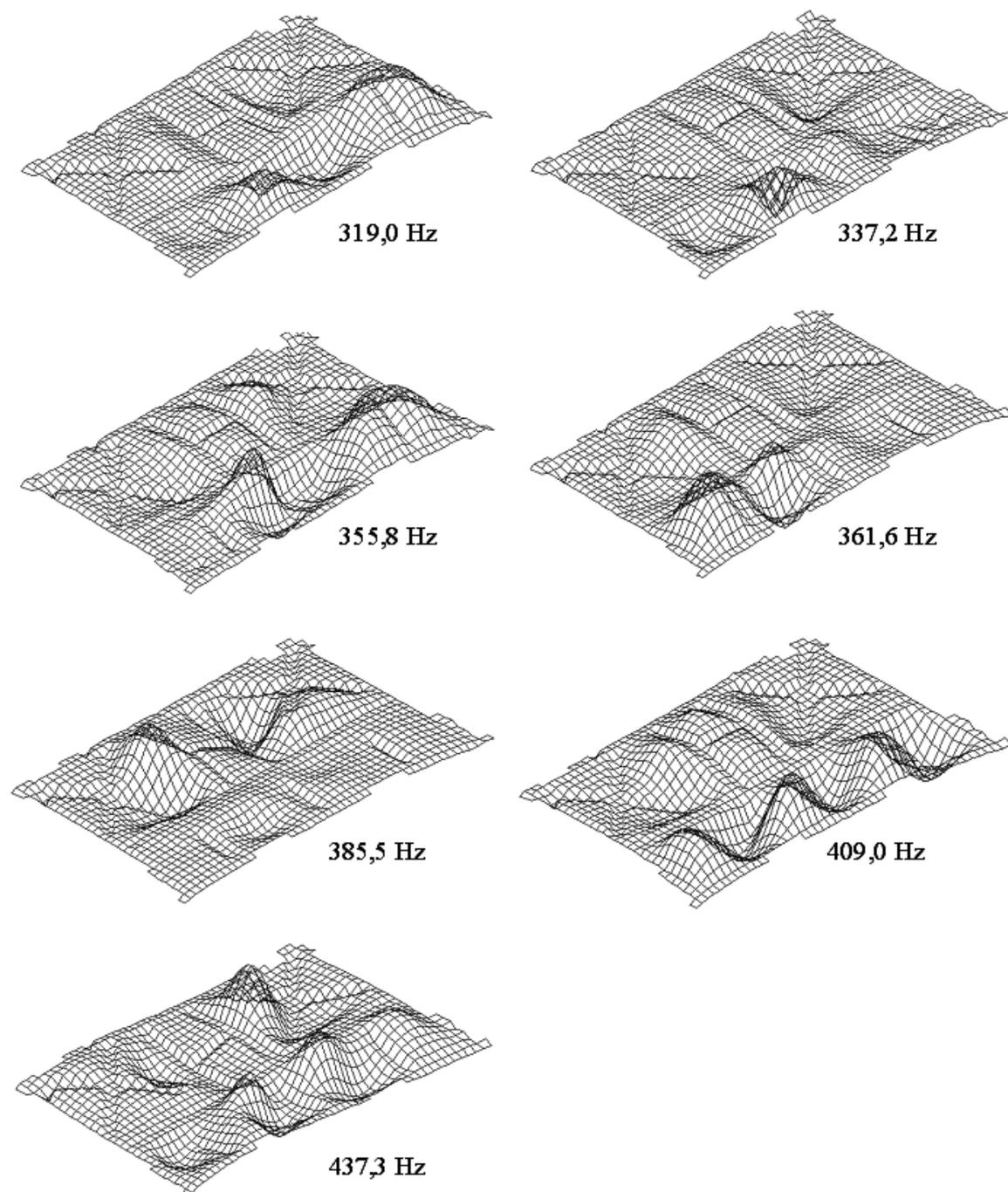


Abbildung 6.6 Darstellung der Eigenschwingungsformen zwischen 60 und 460 Hz.

Insgesamt ergibt sich nach der Modalanalyse eine sehr gute Vergleichbarkeit der ermittelten modalen Parameter. Durch die Darstellung der Eigenschwingungsformen kann ein guter Eindruck von der Leistungsfähigkeit des Verfahrens gewonnen werden, insbesondere weil eine Messung des Übertragungsverhaltens mittels Beschleunigungsaufnehmern bei einer derartigen Punktedichte das Messergebnis durch die aufgebrachten Zusatzmassen

gravierend verfälschen würde. Ebenso lassen sich Eigenschwingungsformen, die im Frequenzbereich sehr nahe beieinander liegen, noch trennen.

## 6.2. Verifikation der modalen Parameter an einem Blech im frei eingespannten Zustand

In das folgende Experiment flossen die Erfahrungen aus dem vorherigen Kapitel ein, um einen Aufbau zu finden, bei dem ein Karosserieblech sowohl im Experiment als auch durch Berechnungsmethoden auf sein dynamisches Verhalten hin untersucht wird. Anschließend wurden Eigenfrequenzen und -formen verglichen.

Aus der Praxis zeigt sich, dass ein Vergleich von strukturdynamischen Berechnungen mit entsprechenden Experimenten an realen Karosserieteilen ausgesprochen problematisch ist. Grundsätzlich ist der Ausgangspunkt beider Verfahren verschieden, obwohl das Ziel, nämlich eine Aussage über die dynamischen Eigenschaften wie Eigenfrequenzen und -formen zu treffen, dasselbe ist. Dabei ergeben sich aus Sicht beider Vorgehensweisen entsprechende Gründe für eine Diskrepanz der Ergebnisse.

Eine FEM-Berechnung hat zunächst ein Modell der Struktur zur Grundlage, das eine bestimmte Geometrie und damit eine Massen- und Steifigkeitsverteilung widerspiegelt. An das Modell sind entsprechende Randbedingungen gekoppelt, wie z. B. Einspannbedingungen und/oder äußere Kräfte. Ist ein solches FEM-Modell erstellt, so ist es beispielsweise möglich, Eigenschwingungsformen und -frequenzen zu berechnen. Sowohl Modellierung als auch das numerische Verfahren zur Berechnung des dynamischen Verhaltens bilden hier jeweils einen kritisch zu betrachtenden Teilaspekt.

Bei der Modellierung ergibt sich erst einmal die Aufgabe, die geometrischen Verhältnisse des Systems möglichst genau widerzuspiegeln. Üblicherweise werden hier die Daten aus einem CAD-Modell als Grundlage genommen und ein entsprechendes FEM-Modell daraus abgeleitet. Im Entwicklungsablauf ergibt dies Sinn, da die Konstruktion immer früher vorliegt als das tatsächlich gefertigte Bauteil. Der eigentliche Sinn eines Berechnungsverfahrens ist auch, Vorhersagen über etwas in der Realität noch nicht Existierendes zu treffen. Allerdings ergeben sich dann durch den Herstellungsprozess geometrische Abweichungen, die sowohl Dicke als auch Form betreffen können.

Ein weiterer Komplex, der wesentlichen Einfluss auf die Eigenschwingungsformen und -frequenzen hat, bilden die Randbedingungen. Es ist leicht nachvollziehbar, dass sich durch eine schlechte Vorhersage der geometrischen Verhältnisse auch die Randbedingungen eines (Teil-)Systems verändern. Wird beispielsweise ein Bodenblech in der Produkti-

on mit weiteren Blechen durch Punktschweißen zusammengefügt, so besteht die Annahme – aufgrund eines von der Konstruktion abgeleiteten FE-Modells – , dass die sich berührenden Flächen ideal plan sind und somit der Fügeprozess ohne äußeren Kraftaufwand erfolgt. Da man jedoch durch den Herstellungsprozess bestimmte geometrische Abweichungen von dieser idealen Form hat, sind die Kontaktflächen keineswegs ideal plan. Werden die Bleche vor dem Zusammenfügen noch durch eine Haltevorrichtung fixiert, so werden dabei Kräfte aufgebracht, die sich nach dem Zusammenschweißen in entsprechenden inneren Spannungen wiederfinden, welche dann die Randbedingungen der Teilsysteme beeinflussen.

Bei experimentellen Verfahren in der Strukturdynamik ist der Ausgangspunkt die Erfassung physikalisch direkt messbarer Größen, wie Geometrie und Oberflächengeschwindigkeiten an einzelnen Objektpunkten. Es ergibt sich dabei nicht das Problem einer Modellierung, da das System schon physikalisch entsprechend realisiert ist. Lediglich bei dem Aufbau von einzelnen Teilsystemen muss darauf geachtet werden, ob die Randbedingungen im Versuch denen im Gesamtsystem entsprechen.

Bei physikalischen Größen, die nicht direkt mess- bzw. beobachtbar sind, kommt es hier allerdings sehr auf das zugrunde liegende theoretische Modell an. Im Falle der experimentellen Modalanalyse sind die direkt messbaren Größen die Geometrie und die dynamische Antwort in Form von Auslenkungen bzw. deren Ableitungen (Schwinggeschwindigkeiten und Beschleunigungen). Für jeden Geometrieknoten wird mit einer entsprechenden Sensorik ein Übertragungsfrequenzgang in jeder der drei Raumrichtungen gemessen.

Möchte man nun aus den Übertragungsfrequenzgängen und der Geometrie eine Eigenfrequenz mit dazugehöriger Eigenschwingungsform bestimmen, so versucht man, die Parameter des theoretischen Modells mit einem entsprechenden numerischen Verfahren so zu finden, dass die direkt beobachtbaren Größen als synthetische Antwort herauskommen. In diesem Fall sind die Modellparameter direkt die gesuchten Größen, nämlich Eigenfrequenzen, -dämpfungen und normierte Eigenschwingungsformen.

Hier ist anzumerken, dass es sich also um ein gekoppeltes Verfahren aus Messung, theoretischem Modell und Numerik handelt. Die Eigenschaften des zugrunde liegenden Modells sind hier wesentlich für die Ergebnisse der Modalanalyse.

Aus den vorangegangenen Betrachtungen ergibt sich eine Auswahl der Struktur, die einen Kompromiss aus größtmöglicher Realitätsnähe und gleichzeitig guter Modellierbarkeit des FEM-Modells darstellt:

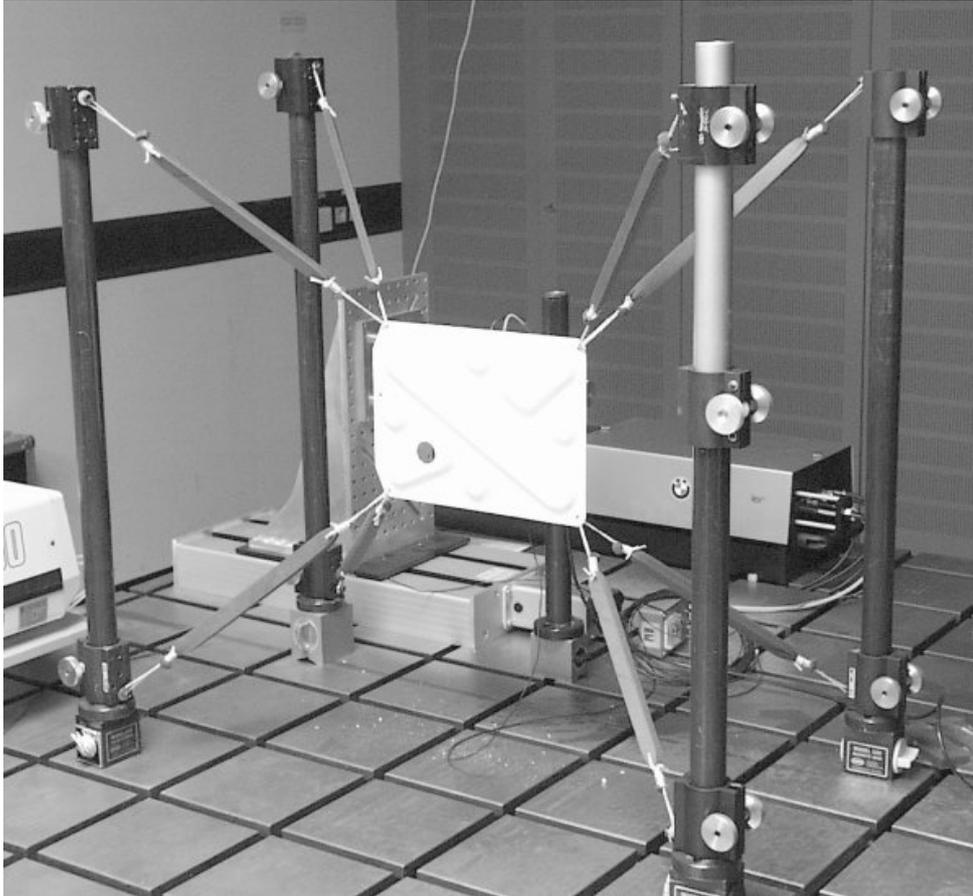


Abbildung 6.7 Versuchsaufbau des Blechs

Für den Aufbau wurde ein Blech ausgewählt, das tatsächlich in einer Karosserie verbaut wird, nämlich der Teil einer Hecktrennwand, der beim Einbau eines sogenannten Skisacks ausgeschnitten wird. Der Vorteil war hierbei, dass dieses Teil mittels eines Lasers aus der Hecktrennwand herausgetrennt wird, wodurch sich beim Schneidevorgang keine zusätzliche Deformation des Blechs ergibt. Außerdem sind die verwendeten Werkzeuge in der Serienproduktion so ausgelegt, dass durch den Tiefziehprozess die Entstehung von Rissen oder Falten minimiert wird.

## 6.2.1. Erstellung eines FEM-Modells

### 6.2.1.1. Geometrievermessung

Als Grundlage für ein FEM-Modell dient die Geometrie des Objekts. Um möglichst geringe Abweichungen zwischen dem Modell und dem realen Blech zu haben, wurde kein CAD-Modell zugrunde gelegt, sondern die Geometrie mittels der in Kap 6.1. beschriebenen Streifenprojektion gemessen. Die Vorteile der guten Messgenauigkeit (maximaler Fehler = 0,1 mm) und der hohen räumlichen Auflösung liegen auf der Hand.

Als Ergebnis erhält man zunächst etwa 1 Mio. Punkte im kartesischen Koordinatensystem der Messanordnung und eine Tabelle, die jedem Punkt ein Pixel des CCD-Chips der Kamera zuordnet. Entsprechend Kapitel 5.1.2 wird daraus ein Netz mit Viereckselementen erzeugt:

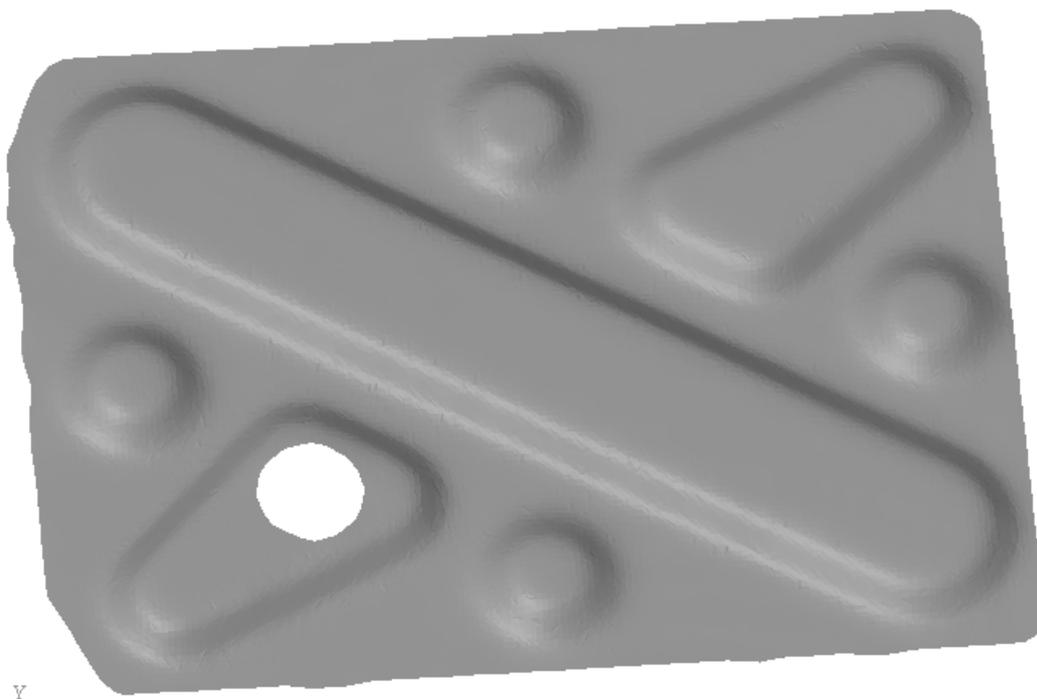


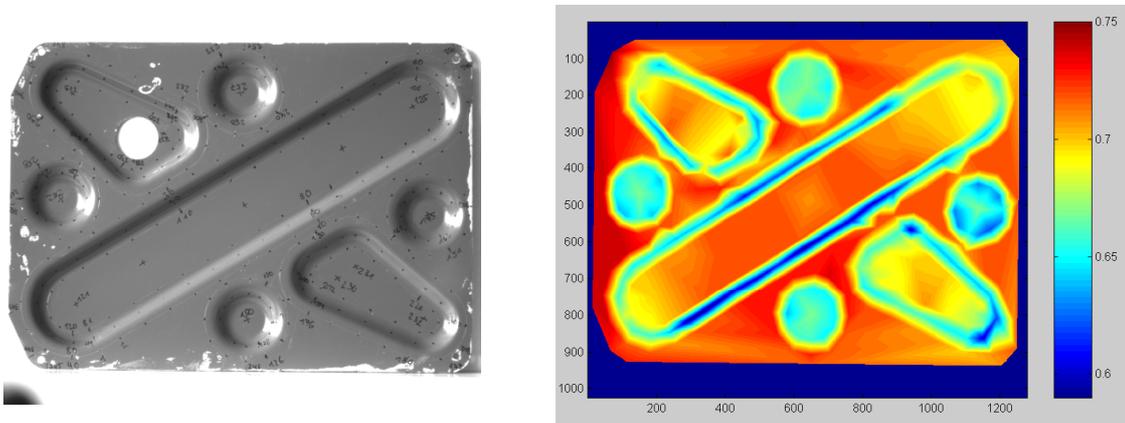
Abbildung 6.8 Schattierte Darstellung des FEM-Modells

Diese einfache Form der Vernetzung ist hier zulässig, da es sich um ein relativ flaches Bauteil handelt, bei dem die optische Achse der Messanordnung weitestgehend senkrecht zur Oberfläche des Bauteils verläuft.

### 6.2.1.2. Dickenmessung

Um das FEM-Modell noch weiter der Realität anzugleichen, wurden die aufgrund des Tiefziehvorgangs lokal unterschiedlichen Blechdicken in das Modell mit einbezogen. Für die Messung der Dickenverteilung wurden 353 sinnvoll gewählte Punkte auf dem Blech ausgesucht. Um die Dicke an den jeweiligen Punkten zu ermitteln, wurde ein Ultraschallsensor verwendet.

Nachdem das FEM-Modell sehr viel mehr Knotenpunkte und damit Flächenelemente aufweist, wurden die Dicken zwischen den gemessenen Punkten linear interpoliert. Die Information über die örtliche Verteilung der Messpunkte wurde dabei aus einem Videobild gezogen.



Videobild Dickenmessung

Ergebnis der Interpolation

Abbildung 6.9 Videobild der Messpunkte und Ergebnis der Blechdickeninterpolation

### 6.2.1.3. Modellierung

Für ein vollständiges FEM-Modell fehlt noch die Verknüpfung von Geometrie, Blechdicken und Randbedingungen. Letztere müssen nicht explizit modelliert werden, da die Annahme einer freien Einspannung gilt.

Um die Blechdicken in der Form einer zweidimensionalen Verteilung in das Modell zu übertragen, muss ein Zusammenhang zwischen dem Videobild aus Abbildung 6.9 und der Geometrie des Objekts nach Abbildung 6.8 hergestellt werden. Mit Gleichung ( 94 ) bietet sich dafür das Modell einer virtuellen Kamera an. Mittels einiger Referenzpunkte werden zunächst die unbekanntenen Abbildungsparameter des Modells bestimmt. Im Anschluss kann jedem Flächenelement eine entsprechende Blechdicke zugeordnet werden.

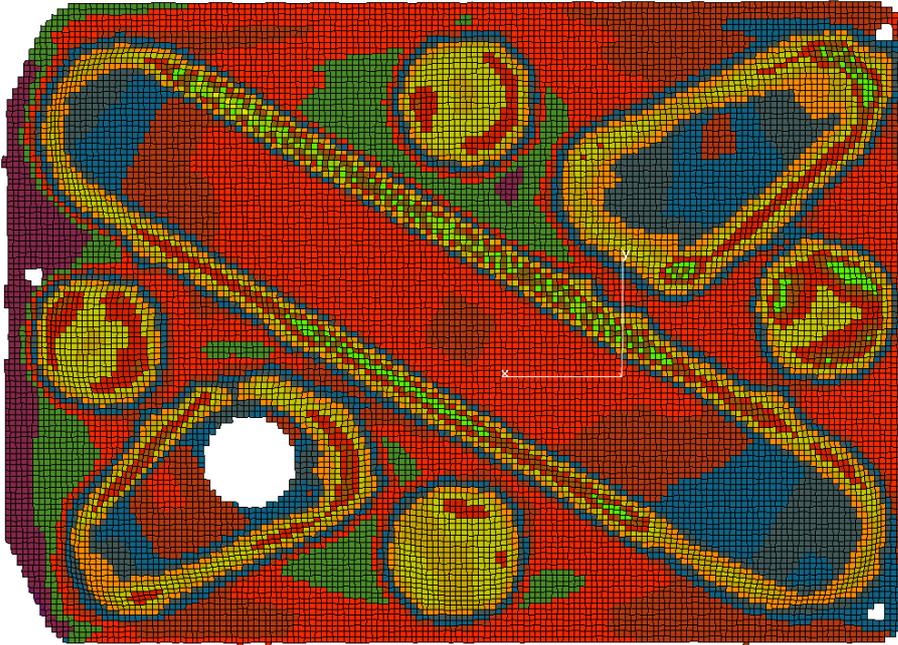


Abbildung 6.10 FEM-Modell mit Dickenverteilung

In Abbildung 6.10 ist das fertige Modell dargestellt. Die verschiedenen Farben sind jeweils einer bestimmten Dicke zugeordnet.

Die Ausgabe des Modells erfolgt in ein MSC/Nastran-Bulk-Data-File, das die „Karten“ GRID, CQUAD4, PSHELL und MAT1 enthält. GRID stellt einen Knotenpunkt mit einer Nummer und seinen drei Koordinaten dar. CQUAD4 ist ein Viereckselement, das über die Nummern seiner zugehörigen Knoten definiert wird und ein Verweis auf die in PSHELL definierte Elementdicke enthält. In diesem Fall wurde auf 16 verschiedene Elementdicken von 0,6 bis 0,75 mm diskretisiert. In der Karte PSHELL ist außer der Elementdicke noch ein Verweis auf die MAT1 Karte, welche die Materialeigenschaften beschreibt. In MAT1 ist das Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl des verwendeten Werkstoffes eingetragen.

### 6.2.2. Versuchsdurchführung

Die erste Eigenfrequenz war nach einer ersten Computersimulation eines Modells mit sehr weicher Aufhängung bei 68 Hz zu erwarten. Um im Versuch eine möglichst weiche Aufhängung zu realisieren, welche dem Modell der FEM-Simulation entspricht, wurde das Blech entsprechend Abbildung 6.7 an jedem Eck mit zwei Bändern aus weichem Schaumstoff aufgehängt.

Die Messung erfolgte mit der aus Kapitel 4.1.3 bzw. 4.2.2 beschriebenen Prozedur. Hierbei wurden zunächst mit einem Ein-Punkt-LDV an 10 Punkten Übertragungs-

frequenzgänge bestimmt. Die Anregung erfolgte mit einem schnellen Sinus-Sweep. Innerhalb der Messzeit werden dabei bei einem Punkt die Frequenzen zwischen 0 und 1000 Hz gemessen. Aus den Messungen wurden dann mit Hilfe der Modalanalyse zunächst nur die Eigenfrequenzen und Dämpfungen berechnet.

In einem Frequenzband um die Eigenfrequenzen wurden anschließend mit einem CW-ESPI die Betriebsschwingformen bei Sinusanregung gemessen. Aus den Daten wurden dann im zweiten Schritt der Modalanalyse mit dem Frequenzbereichsverfahren die Eigenschwingungsformen bestimmt.

Vergleich der Ergebnisse aus FEM-Rechnung und Versuch:

| Mode | FEM           | LDV-Messung   |              |
|------|---------------|---------------|--------------|
|      | Frequenz [Hz] | Frequenz [Hz] | Dämpfung [%] |
| 1    | 68,26         | 68,75         | 1,12         |
| 2    | 110,59        | 106,37        | 0,88         |
| 3    | 178,72        | 173,65        | 0,80         |
| 4    | 231,48        | 227,82        | 1,10         |
| 5    | 288,22        | 294,82        | 0,56         |
| 6    | 384,32        | 384,61        | 0,42         |
| 7    | 419,83        | 436,06        | 0,47         |
| 8    | 438,59        | 426,50        | 0,16         |
| 9    | 534,57        | 553,29        | 1,01         |

Abbildung 6.11 Vergleich zwischen FEM-Rechnung und Modalanalyse

Die Tabelle aus Abbildung 6.11 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Eigenfrequenzen im Bereich von 60 bis 540 Hz. Selbst bei hohen Frequenzen ist die Abweichung der Ergebnisse gering.

Für alle Frequenzen wurde ebenso eine sehr gute Übereinstimmung der Eigenschwingungsformen festgestellt. Exemplarisch sind in den folgenden vier Abbildungen der Vergleich zwischen FEM und experimenteller Modalanalyse dargestellt.

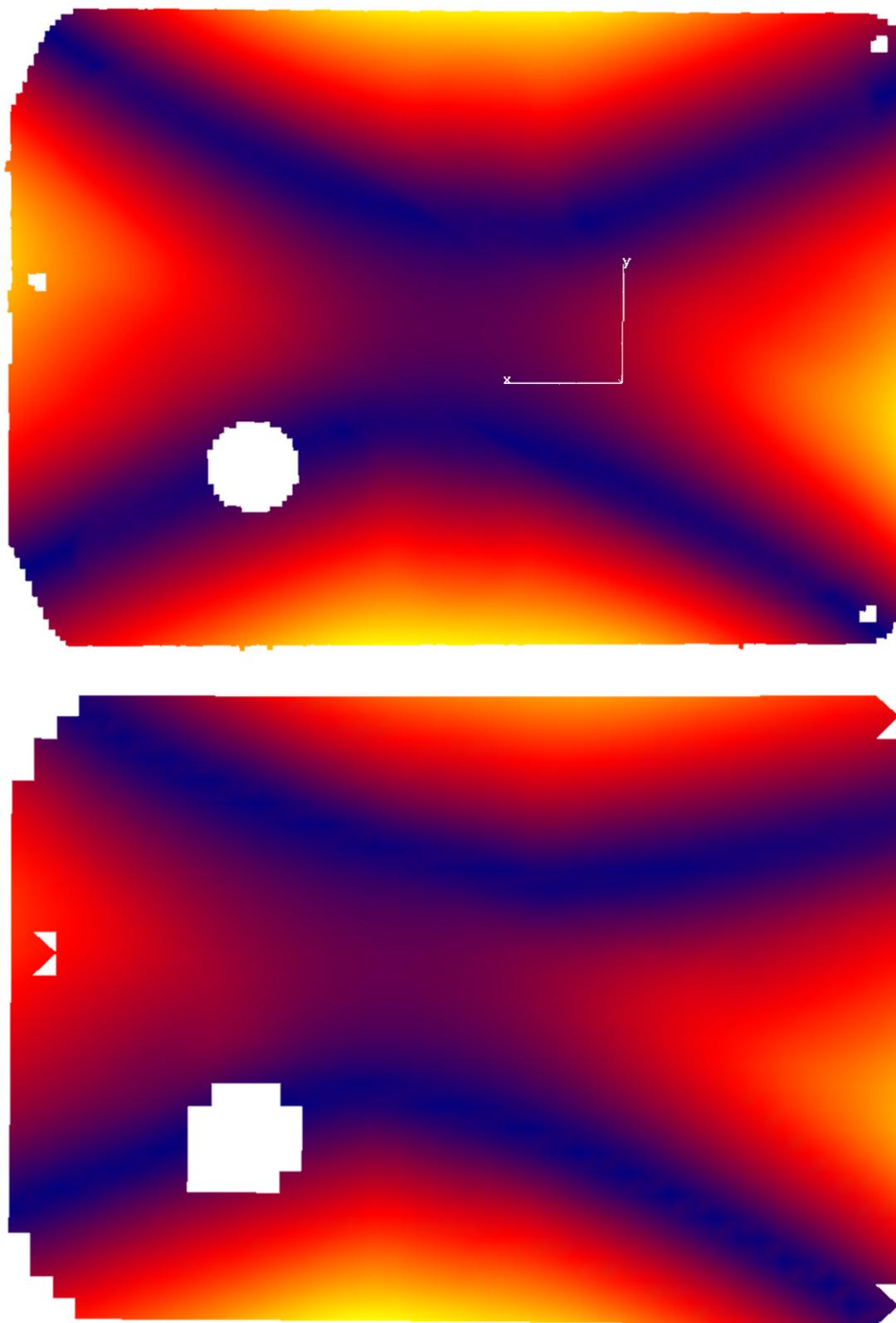


Abbildung 6.12 Mode 2 bei 110,6 Hz  
(FEM oben, experimentelle Modalanalyse unten)

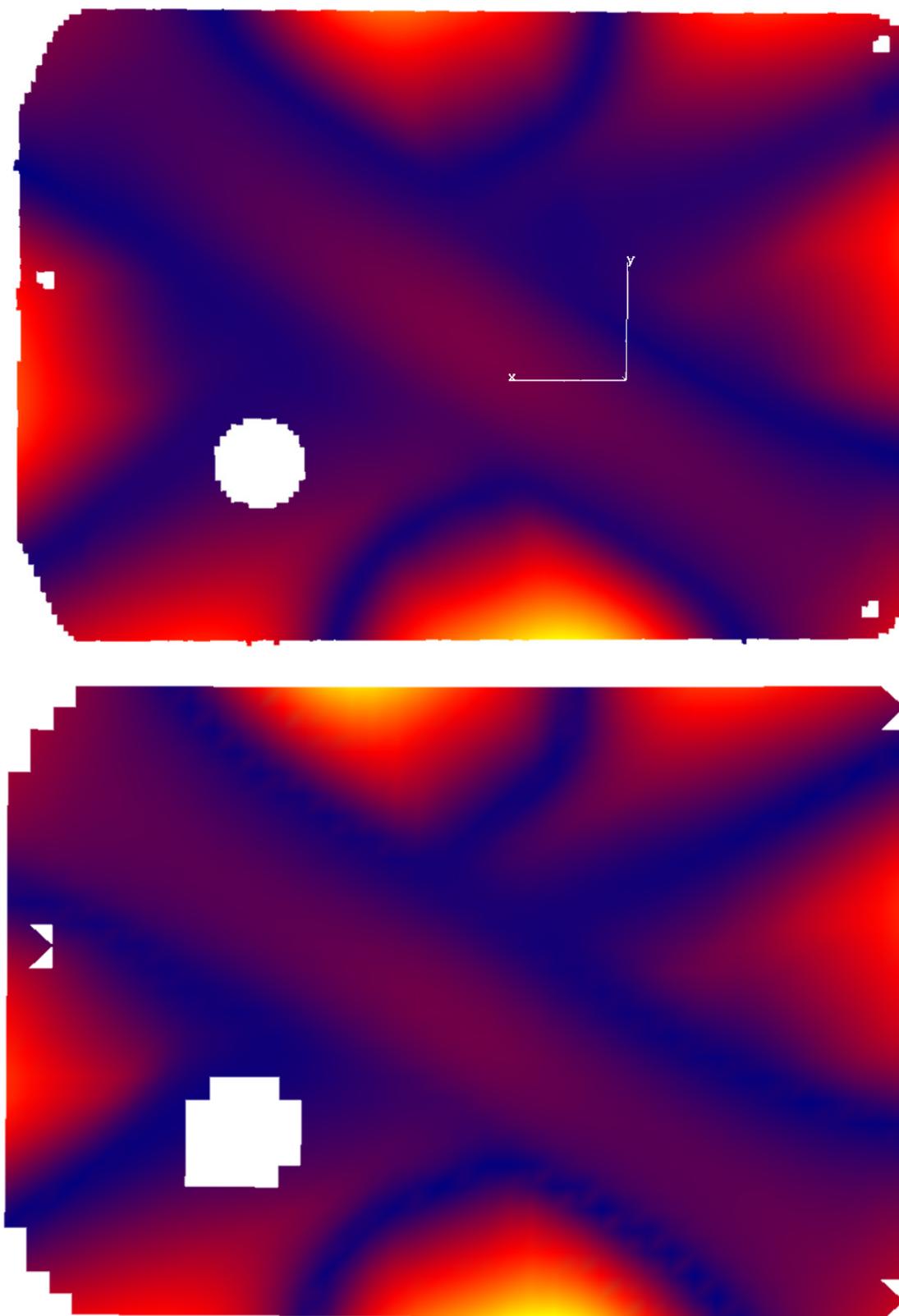


Abbildung 6.13 Mode 6 bei 384,3 Hz  
(FEM oben, experimentelle Modalanalyse unten)

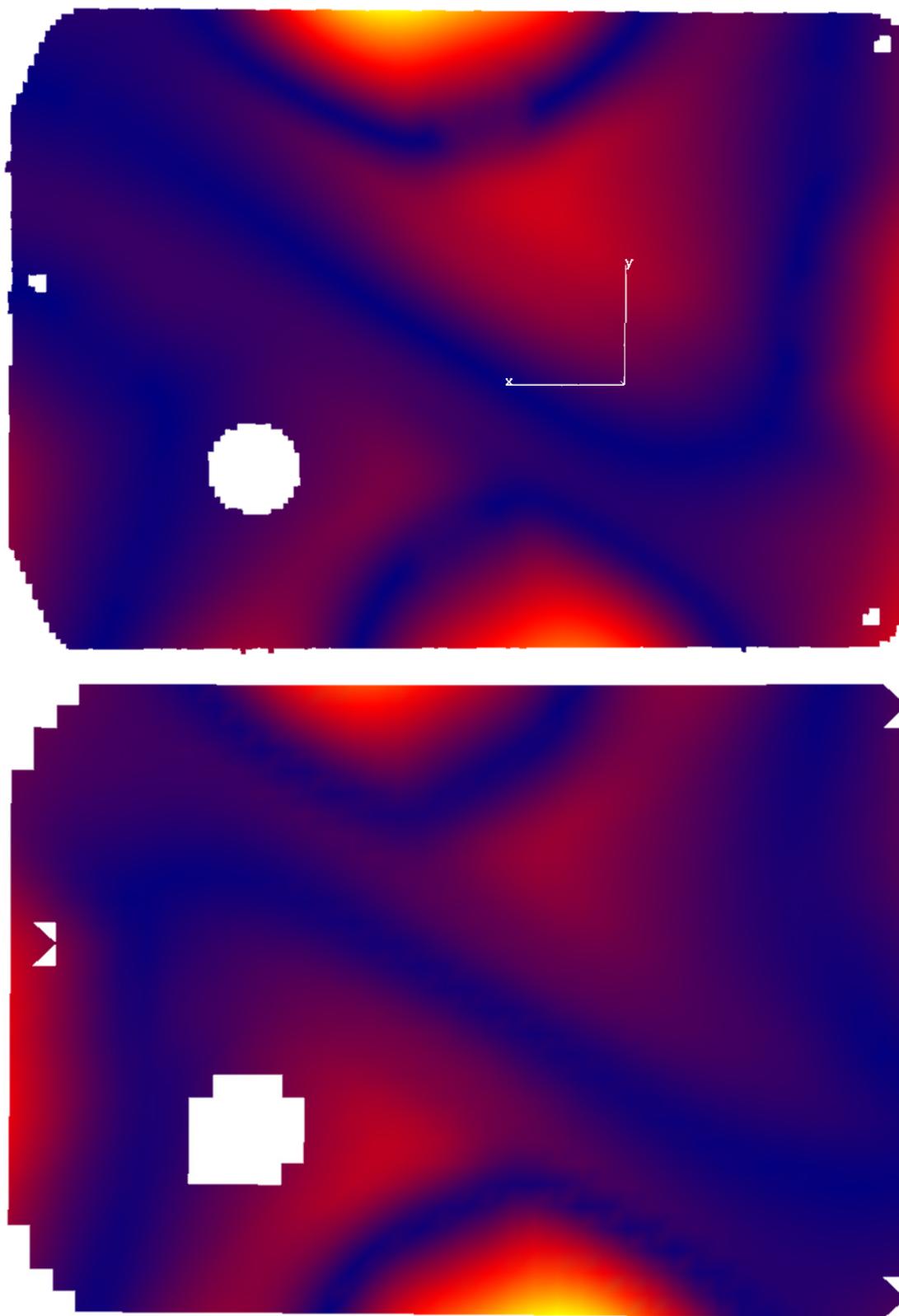


Abbildung 6.14 Mode 8 bei 438,6 Hz  
(FEM oben, experimentelle Modalanalyse unten)

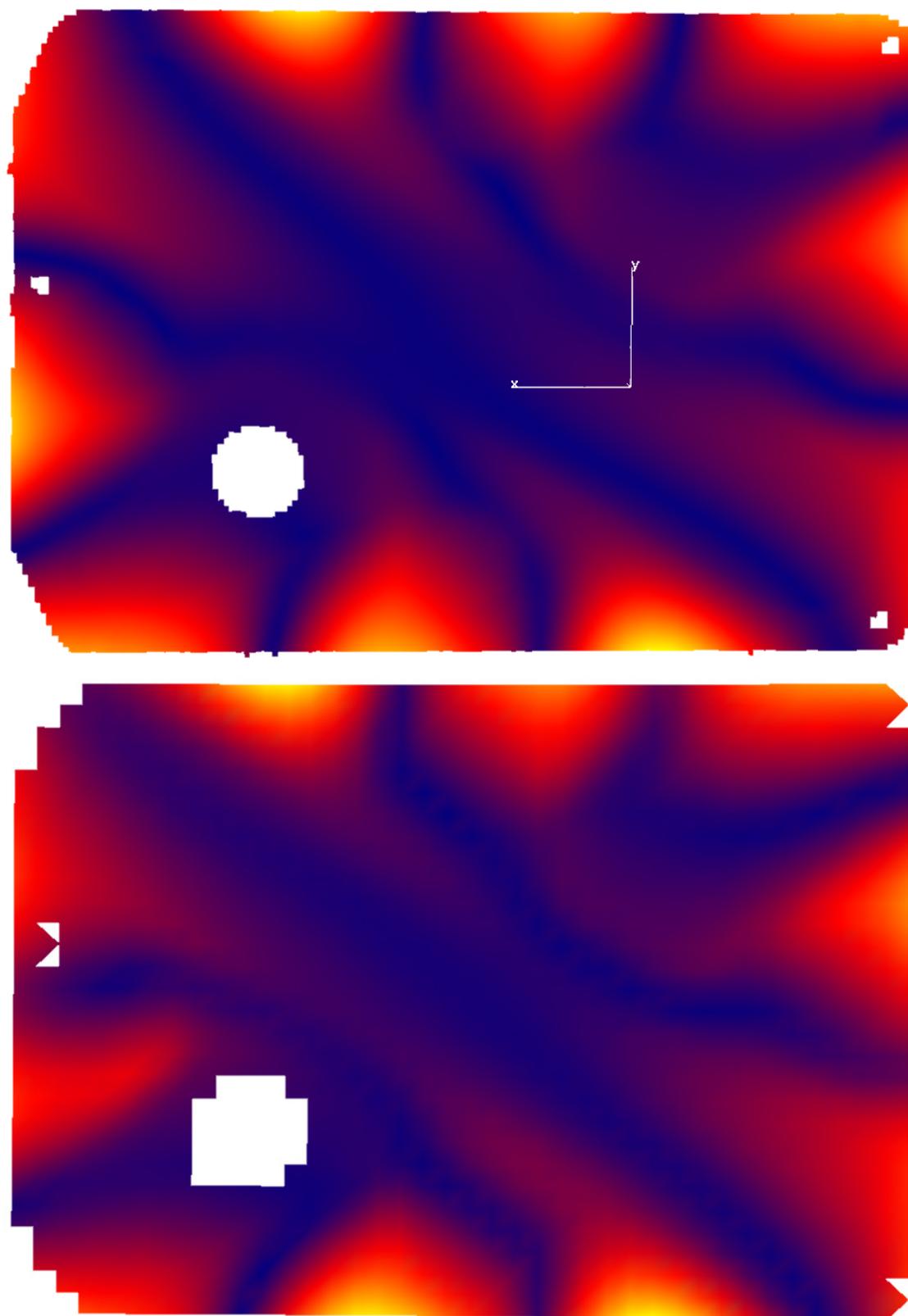


Abbildung 6.15 Mode 9 bei 534,6 Hz  
(FEM oben, experimentelle Modalanalyse unten)



## 7. Zusammenfassung

In der Automobilindustrie werden zunehmend immer mehr Methoden eingesetzt, die eine möglichst frühe Vorhersage von dynamischen Eigenschaften der Karosserie erlauben. Hierzu zählt insbesondere die Finite-Elemente-Methode, mit deren Hilfe es möglich ist, Eigenschwingungsformen und –frequenzen zu berechnen.

Den Berechnungsmethoden steht dabei keine Messtechnik gegenüber, mit deren Hilfe es möglich wäre, bis zum mittleren und hohen Frequenzbereich die modalen Parameter der realen Struktur zu bestimmen. Durch die klassischerweise verwendeten Beschleunigungssensoren wird jeweils eine kleine Zusatzmasse appliziert, die dann bei einer hohen Anzahl von Messpunkten in der Summe das Blechteil verstimmen würde. Die Messergebnisse wären hierdurch entsprechend fehlerbehaftet.

Mit der Holographischen Modalanalyse wurde innerhalb dieser Arbeit ein entsprechend leistungsfähiges Werkzeug entwickelt, welches die Versuchsingenieure in die Lage versetzt, berührungsfrei bis über eine Million Messpunkte gleichzeitig zu vermessen und anschließend eine Modalanalyse durchzuführen. Durch die hohe Ortsauflösung des Systems ist es damit möglich, die modalen Parameter bis in den mittleren und hohen Frequenzbereich hinein zu bestimmen.

Gelungen ist dieses Verfahren dadurch, dass ein Messsystem – basierend auf der Speckleinterferometrie – entwickelt wurde, welches Übertragungsfrequenzgänge messen kann.

Zunächst wurde ein neues Speckleinterferometer gebaut, das speziell auf den Einsatz im Prüfstand und für die Messung großer Blechflächen optimiert wurde. Für die Verwendung in Zusammenhang mit einem leistungsfähigen Dauerstrichlaser erfolgt die Versorgung des Messkopfs mit Lichtenergie über einen Lichtwellenleiter und kann bei der Messung von größeren Bereichen ohne weitere Justage versetzt werden. Noch mehr Energie bietet in diesem Zusammenhang ein System mit einem Rubin-Doppelpulslaser, der in der Lage ist,

mehrere Quadratmeter auszuleuchten. Bei beiden Systemen erlaubt ein Zoomobjektiv eine flexible Anpassung an die Größe der Objektoberfläche.

Auf Basis der zwei beschriebenen Systeme wurden entsprechende Messprozeduren erstellt und innerhalb eines Softwarepakets umgesetzt. Der Benutzer wird in die Lage versetzt, sämtliche erforderlichen Parameter vor der Messung einzugeben, da die Steuerung der kompletten Hardware durch den PC erfolgt. Eine entsprechende Treiberstruktur wurde geschaffen, um die Funktionalität der Hardware möglichst weit zu abstrahieren. Die Messung selbst erfolgt dann vollautomatisch mit einer integrierten Qualitätsprüfung und Weiterverarbeitung der interferometrisch gewonnenen Daten, welche dann in einer Datenbank registriert und auf die Festplatte des PCs gespeichert werden.

Zudem ist es möglich, mittels der CCD-Kamera des Interferometers und einem Streifenprojektionssystem die Geometrie der Objektoberfläche zu erfassen. Dadurch können dann später die Schwingungsdaten den Geometriedaten auf einfache Weise zugeordnet werden. Des Weiteren ist damit die Möglichkeit gegeben, mehrere Teilmessungen in dasselbe globale Koordinatensystem zu transformieren.

In einer weiteren Auswerteprozedur kann der Benutzer im Anschluss die Schwingungs- und Geometriedaten in das Universal-File-Format konvertieren, um eine Weiterverarbeitung mit einer Modalanalysesoftware zu ermöglichen.

In einem ersten Versuchsaufbau wurde zunächst die Leistungsfähigkeit des Messsystem überprüft. Dies geschah durch einen Vergleich der Messergebnisse mit denen eines Laser-Doppler-Vibrometers. Dabei wurde die grundsätzliche Vergleichbarkeit zweier physikalisch unabhängig arbeitender Systeme bestätigt. Der Vergleich erfolgte hier sowohl anhand der gewonnen Übertragungsfrequenzgänge als auch der modalen Parameter.

Zum direkten Vergleich von Berechnungen mittels der Finiten-Elemente-Methode wurde ein Karosserieblechteil mit Hilfe eines Streifenprojektionssystems hochgenau vermessen, vernetzt und das resultierende Modell mit gemessenen Blechdicken komplettiert. Im zweiten Versuchsaufbau wurden nun die Übertragungsfrequenzgänge des Bauteils hochauflösend vermessen und die Eigenschwingungsformen und -frequenzen bis in einen Frequenzbereich von 500 Hz ermittelt. Bei dem Vergleich mit den Simulationsergebnissen ergab sich durch die präzise Modellierung ohne CAD-Daten eine gute Übereinstimmung.

Die theoretischen Grundlagen der Modalanalyse und deren experimentelle Anwendung sowie die Speckleinterferometrie mit den dahinterliegenden Prozeduren und Algorithmen wurden innerhalb dieser Arbeit ausführlich dargestellt. Danach erfolgte eine Beschreibung

der Verknüpfung aus Speckleinterferometrie und Modalanalyse, bei der die Messung der Objektgeometrie mit einbezogen wurde. Zum Schluss erfolgte die Darstellung der beiden Versuchsaufbauten und die Aufbereitung der gewonnenen Messergebnisse.



## 8. Literaturverzeichnis

- [1] R. J. ALLEMANG, D. L. BROWN, *A unified matrix polynomial approach to modal identification*, Journal of Sound and Vibration, 211(3), 1998, S. 301-322.
- [2] H. ANDERS, *Dünne Schichten für die Optik*, Band 4, Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft mbH, Stuttgart, 1965.
- [3] R. W. BOYD, *Nonlinear Optics*, Academic Press, San Diego, CA, 1992.
- [4] J. T. BROCH, *Mechanical Vibration and Shock Measurements*, Brüel & Kjaer, Glostrup, Denmark, April 1984.
- [5] I. N. BRONSTEIN, K. A. SEMENDJAJEW, G. MUSIOL, H. MÜHLIG, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1995.
- [6] D. L. BROWN, R. J. ALLEMANG, R. ZIMMERMAN, M. MERGEAY, *Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis*, SAE Technical Paper Series, No. 790221, 1979.
- [7] J. BURKE, *Application and Optimisation of the Spatial Phase Shifting Technique in Digital Speckle Interferometry*, Dissertation, Shaker Verlag, Aachen, 2001.
- [8] T. K. CAUGHEY, *Classical Normal Modes in Damped Linear Systems*, Journal of Applied Mechanics, Nr. 6, 1960, S. 269/71.
- [9] P. EIBELSHÄUSER, *Rechnerunterstützte experimentelle Modalanalyse mittels gestufter Sinusanregung*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1990.
- [10] S. FLÜGGE, *Handbuch der Physik: Grundlagen der Optik*, Band 24, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1956.
- [11] R. FREYMAN, W. HONSBURG, F. WINTER, H. STEINBICHLER, *Holographic Modal Analysis*, Laser in Research and Engineering, Ed. by W. Waidelich et alii, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1996, S. 530-642
- [12] CH. GERTHSEN, H. O. KNESER, H. VOGEL, *Physik*, 16. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1989.
- [13] G. GOODWIN, R. PAYNE, *Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis*, Academic Press, New York, San Francisco, London, 1977.

- [14] P. GUILLAUME, P. VERBOVEN, S. VANLANDUIT, *Frequency-Domain Maximum Likelihood Identification of Modal Parameters with Confidence Intervals*, Proceedings of ISMA23, Volume1, 1998, S. 359-366.
- [15] C. HABERSTOK, *Einsatz der holographischen Modalanalyse bei der Untersuchung der dynamischen Antwort in gekoppelten Struktur-Hohlraumssystemen*, Diplomarbeit, Physikdepartment E11, TU-München, 1997.
- [16] C. Haberstok, R. Freymann, W. Honsberg, *Holographic modal analysis with high spatial resolution*, Proceedings ISMA 23, Leuven (B), September 16-18, 1998, pp. 991-998.
- [17] C. Haberstok, R. Freymann, H. Steinbichler, H. Van der Auweraer, S. Vanlanduit, *Holographic modal analysis for the investigation of vibro-acoustic systems*, Proceedings SPIE Vol. 3823, p. 26-37, Laser Metrology and Inspection, Hans J. Tiziani, Pramod K. Rastogi, Editors, Munich 1999.
- [18] P. HARIHARAN, *Optical Holography: Principles, Techniques and Applications*, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.
- [19] W. HAUGER, W. SCHNELL, D. GROSS, *Technische Mechanik, Band 3*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1990.
- [20] E. HECHT, A. ZAJAC, *Optics*, Addison-Wesley, Reading MA, USA, 1979.
- [21] K. H. HUEBNER, E. A. THORNTON, T.G. BYROM, *The finite element method for engineers*, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [22] B. JÄHNE, H. HAUBECKER, *Computer Vision and Applications*, Academic Press, San Diego CA, 2000.
- [23] X. JIANG, H. BUNKE, *Dreidimensionales Computersehen: Gewinnung und Analyse von Tiefenbildern*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [24] J.-N. JUANG, *Applied System Identification*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs NJ, 1994.
- [25] W. JÜPTNER, W. OSTEN, *Fringe '93: 2nd International Workshop on Automatic Processing of Fringe Patterns*, Akademie Verlag, Berlin, 1993.
- [26] P. KIRCHKNOPE, *Ermittlung modaler Parameter aus Übertragungsfrequenzgängen*, Dissertation, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1989.
- [27] R. KLETTE, A. KOSCHAN, K. SCHLÜNS, *Computer Vision: Räumliche Information aus digitalen Bildern*, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1996.
- [28] H. KLINGELE, *Rekonstruktion des Schallfeldes schwingender Objekte unter Verwendung holographischer Meßtechniken*, Dissertation, Lehrstuhl für Mensch – Maschine-Kommunikation, TU München, 1995.
- [29] F. KNEUBÜHL, *Laser*, Teubner, Stuttgart 1999
- [30] K. KRAUS, *Photogrammetrie, Band 1: Grundlagen und Standardverfahren*, Ferdinand Dümmlers Verlag, 1986.

- [31] R. S. LAHEY, M. P. MILLER, M. REYMOND (EDITORS), *MSC/Nastran Version 68 REFERENCE MANUAL*, MacNeal-Schwendler Corporation, 1995.
- [32] L. LJUNG, *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs NJ, 1987.
- [33] LMS INTERNATIONAL, *Cada-x User Manual Modal Analysis Rev. 3.4*, Leuven, 1996
- [34] H. LUTZ, W. WENDT, *Taschenbuch der Regelungstechnik*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1998.
- [35] D. LUTZKE, *Lichtwellenleitertechnik*, Pflaum Verlag, München, 1986.
- [36] K. MAGNUS, H. H. MÜLLER, *Grundlagen der Technischen Mechanik*, Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1990.
- [37] G. MAHLKE, *Lichtwellenleiterkabel*, Publicis MCD Verlag, Erlangen, 1998.
- [38] N. MAIA, J. SILVA, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press Ltd., England, Hertfordshire, 1997.
- [39] H. MARWITZ, *Praxis der Holografie: Grundlagen, Standard- und Spezialverfahren*, expert-Verlag, Ehningen b. Böblingen, 1990.
- [40] H. G. NATKE, *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1992.
- [41] H. NAUMANN, *Bauelemente der Optik*, Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1992.
- [42] M. P. NORTON, *Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [43] J. S. PRZEMIENIECKI, *Theory of matrix structural analysis*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [44] P. K. RASTIOGI, *Holographic Interferometry: Principles and Methods*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994.
- [45] J. SCHOUKENS, R. PINTELON, *Identification of Linear Systems*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- [46] G. SCHRÖDER, *Technische Optik*, Vogel, Würzburg, 1990.
- [47] E. SCHRÜFER, *Signalverarbeitung: numerische Verarbeitung digitaler Signale*, Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1992.
- [48] K. SCHWIDEFSKY, F. ACKERMANN, *Photogrammetrie*, Teubner, Stuttgart, 1976.
- [49] SDRC, *I-DEAS Reference Guide*, USA, 1996
- [50] J. SENIOR, *Optical Fiber Communications*, Prentice Hall, London, 1992.
- [51] A. A. SHABANA, *Theory of Vibration, Volume II: Discrete and Continuous Systems*, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [52] F. R. SPITZNOGLE, A. H. QUAZI, *Representation and Analysis of time-limited Signals using a complex exponential Algorithm*, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 47, No. 5 (Part I), 1970, S. 1150-1155.

- [53] T. STAHS, F. M. WAHL, *Oberflächenvermessung mit einem 3D-Robotersensor*, ZPF 6/1990, S.190-202.
- [54] STEINBICHLER OPTOTECHNIK GMBH, *FRAMESplus Benutzerhandbuch*, Neubeuern, 2001.
- [55] H. STEINBICHLER, *Method for Direct Phase Measurement of Radiation Particularly Light Radiation and Apparatus for Performing Method*, Patent (Europa 0419936B1, USA 5.155.363, Japan 03175327).
- [56] T. STRUTZ, *Ein genaues aktives optisches Triangulationsverfahren zur Oberflächenvermessung*, Dissertation, TU Magdeburg, Eingereicht am 19.4.1993.
- [57] H. VAN DER AUWERAER, P. VANHERCK, P. SAS, R. SNOEYS, *Accurate Modal Analysis Measurements with Programmed Sine Wave Excitation*, Mechanical Systems and Signal Processing, Academic Press Ltd., 1987, 1(3), S. 301-313.
- [58] S. VANLANDUIT, P. GUILLLAUME, J. SCHOUKENS, *High Spatial Resolution Modal Parameter Estimation Using a Parametric MLE-like Algorithm*, Proceedings of ISMA23, 1998, Volume1, S.401-408.
- [59] S. VANLANDUIT, *High Spatial Resolution Experimental Modal Analysis*, Dissertation, Department ELEC, Vrije Universiteit Brussel, 2001.
- [60] J. T. VERDEYEN, *Laser Electronics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs NJ, 1995.
- [61] H. VOLD, J. KUNDRAT, G. T. Rocklin, R. Russel, *A Multi-Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers*, SAE Technical Paper Series, No. 820194, 1982.
- [62] H. VOLD, G. T. ROCKLIN, *The Numerical Implementation of a Multi-Input Modal Estimation Method for Mini-Computers*, Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Modal Analysis Conference (IMAC 1), Orlando, Florida, 1982, S. 542-548.
- [63] F. M. WAHL, *A Coded Light Approach for 3-Dimensional (3D) Vision*, IBM Research Report RZ 1452.
- [64] F. M. WAHL, *A Coded Light Approach for Depth Map Acquisition*, 8. DAGM-Symposium Mustererkennung, Paderborn, Springer Verlag.
- [65] L. S. WANG, S. Krishnaswamy, *Additive-subtractive speckle interferometry: extraction of phase data in noisy environments*, Optical Engineering, Vol.35 No. 3, 3/1996, S.794.
- [66] G. WERNICKE, W. OSTEN, *Holografische Interferometrie: Grundlagen, Methoden und ihre Anwendung in der Festkörpermechanik*, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1982.
- [67] W. WESTER-EBBINGHAUS, *Ingenieur Photogrammetrie – Neue Möglichkeiten*, FORUM, Zeitschrift des BDVI, Heft 4/1987, S. 193-213.
- [68] W. WESTER-EBBINGHAUS, *Verfahren zur Feldkalibrierung von Photogrammetrischen Aufnahmekammern im Nahbereich*, Arbeitstagung Kammerkalibrierung in der Photogrammetrischen Praxis, DGK Reihe B Nr. 275, München, 1985, S. 106-114.

- [69] F. WINTER, *Verknüpfung von holographischer Messtechnik und Modalanalyse in der Strukturodynamik*, Institut für Theoretische Physik T30, Fakultät für Physik, TU München, 1994.
- [70] L. WITTA, *Entwurf und Realisierung interaktiver modaler Berechnungs- und Optimierverfahren für gekoppelte Struktur-Fluid-Systeme*, Hieronymus Buchreproduktions GmbH, München, 2001.
- [71] A. YARIV, *Quantum Electronics*, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [72] K. ZAVERI, M. PHIL, *Modal Analysis of Large Structures – Multiple Exciter Systems*, Brüel & Kjær, Nærum, Dänemark, 1985.