Institut für Maschinen- und Fahrzeugtechnik – Lehrstuhl für Maschinenelemente Technische Universität München

Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung im Vergleich zum Kegelraddifferenzial inklusive einer Sperrwertanalyse

Matthias Heizenröther

Vollständiger Ausdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Udo Lindemann

Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd-Robert Höhn

2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Heißing

Die Dissertation wurde am 30.06.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 2.12.2005 angenommen.

Dissertation an der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München

© 2005 by Matthias Heizenröther

Alle Rechte vorbehalten!

ISBN 3-89791-355-0

Als Typoskript gedruckt

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwendung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes. Sollten in diesem Werk Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. ohne besondere Kennzeichnung wiedergegeben sein, so berechtigt dies nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- oder Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Herstellung: Herbert Hieronymus • Druck und Verlag • München Printed in Germany

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG) der Technischen Universität München. Grundlage der Arbeit bildet ein Forschungsvorhaben, welches von der Forschungsvereinigung Stahlanwendung e. V. (FOSTA) gefördert und in Kooperation mit der General Motors Powertrain - Germany GmbH in Rüsselsheim und der INA-Schaeffler KG in Herzogenaurach durchgeführt wurde.

Mein Dank gilt allen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, insbesondere meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn, der meine Arbeit mit großem persönlichen Interesse begleitet hat. Sowohl menschlich als auch fachlich hat er stets für eine sehr angenehme Arbeitsatmosphäre gesorgt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Heißing danke ich für die Übernahme des Co-Referats und Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Lindemann für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Meinem Forschungsgruppenleiter Dr.-Ing. K. Michaelis danke ich für das Einbringen seiner Kompetenz und Erfahrung in diese Arbeit. Die angenehme Arbeitsatmosphäre bleibt mir in guter Erinnerung.

Bei meinem Kollegen Herrn Dipl.-Ing. (FH) M. Bulla bedanke ich mich für die tatkräftige Unterstützung bei Konstruktion und Bau der Versuchsdifferenziale.

Den Partnern des Projektes gilt mein Dank für die gute und erfolgreiche Zusammenarbeit. Namentlich erwähnt seien Herr Dr.-Ing. H.-G. Hoff und Herr Dipl.-Ing. R. Salomon (FOSTA), Herr Dipl.-Ing. A. Barnbeck (General Motors Powertrain - Germany GmbH), sowie Herr Dipl.-Ing. (FH) R. Malik und Herr Dipl.-Ing. T. Keller (INA-Schaeffler KG).

Allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts danke ich für das hervorragende Arbeitsklima an der FZG.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir mit dem Studium auch meinen weiteren Werdegang ermöglichten.

M. Keirenröther

München, im Dezember 2005

Inhalt I

1	Einführung	1
2	Stand der Technik	5
2.1	Kegelraddifferenziale	5
2.1.1	Aufbau eines Kegelraddifferenzials	5
2.1.2	Drehzahlen und Kräfte im Kegelraddifferenzial	6
2.2	Stirnraddifferenziale	11
2.2.1	Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über zwei Sonnenräder	11
2.2.2	Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über Steg und Sonnenrad	12
2.2.3	Planetengetriebe als Mittendifferenzial	13
3	Konzept des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung	14
3.1	Aufbau, Funktion und Drehzahlen im Stirnraddifferenzial	14
3.2	Kräfte in der Ausgleichsverzahnung	18
3.3	Zähnezahlbedingung	23
4	Die Erprobungsdifferenziale	24
4.1	Vorgaben zur Auslegung der Erprobungsdifferenziale	24
4.2	Verzahnungsauslegung	25
4.2.1	Berechnung der Tragfähigkeit des Referenzdifferenzials	25
4.2.2	Ausnutzung des Bauraums	26
4.2.3	Festlegung der Verzahnungsdaten	27
4.3	Lagerung der Planeten	30
4.4	Die Komponenten des Stirnraddifferenzials	32
4.4.1	Planeten	33
4.4.2	Hohlräder	34
4.4.3	Antriebsstirnrad mit massivem Planetenträger	36
4.4.4	Antriebsstirnrad mit Planetenträger aus Blech	37
4.4.5	Deckel	38
4.5	Zusammenbau der Erprobungsdifferenziale	40
4.6	Das Stirnraddifferenzial im Vergleich zum Kegelraddifferenzial	42
4.7	Einsatzgebiete des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung	47
5	Sperrwert eines Differenzials	51
5.1	Reibstellen im Differenzial	52
5.1.1	Verzahnungsverluste	52

II Inhalt

5.1.2	Reibmoment an einem senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen	57
5.1.3	Reibmomente durch Kippmomente in Gleitlagern	66
5.1.4	Reibmoment in einer ebenen Kreisringfläche	70
5.1.5	Reibmoment in einer sphärischen Fläche	72
5.1.6	Reibmoment am Planetenrad	75
5.1.7	Reibmoment an Differenzialkegelrädern	84
5.2	Berechnung des Sperrwertes	88
5.2.1	Wälzleistungsfluss im Kegelraddifferenzial	91
5.2.2	Wälzleistungsfluss im Stirnraddifferenzial	93
6	Versuche mit dem Stirnraddifferenzial	96
7	Ergebnisse zum Sperrwert	99
7.1	Ergebnisse zum Kegelraddifferenzial	99
7.2	Ergebnisse zum Stirnraddifferenzial	102
8	Weiterentwicklung des Stirnraddifferenzials	110
8.1	Auslegung der Ausgleichsverzahnung	110
8.2	Herstellung der Planeten	114
8.3	Konstruktion des Planetenträgers	115
8.4	Hohlräder mit direkter Anbindung der Achswellengelenke	116
8.5	Lagerung des Differenzials mit Kugellagern	118
9	Zusammenfassung und Ausblick	120
10	Zeichen, Benennungen und Einheiten	122
11	Literatur	128
12	Abbildungsverzeichnis	131

1 Einführung

Befindet sich ein Fahrzeug mit zwei Rädern pro Achse in einer Kurvenfahrt, so müssen die kurvenäußeren Räder in der gleichen Zeit einen weiteren Weg zurücklegen als die kurveninneren. Die Räder der gelenkten Achse müssen zudem einen weiteren Weg zurücklegen als die Räder der ungelenkten Achse. Bild 1.1 zeigt schematisch ein Fahrzeug in Kurvenfahrt, dessen Vorderachse gelenkt wird. Für die Berechnung der Raddrehzahlen wird im folgenden vereinfachend die Auslegung der Fahrzeuglenkung nach Ackermann [29] zugrunde gelegt. Dabei schneiden sich die verlängerten Drehachsen der Vorräder in einem Punkt auf der verlängerten Drehachse der Hinterräder. Dieser Schnittpunkt stellt den Mittelpunkt der Kurve dar, die das Fahrzeug fährt.

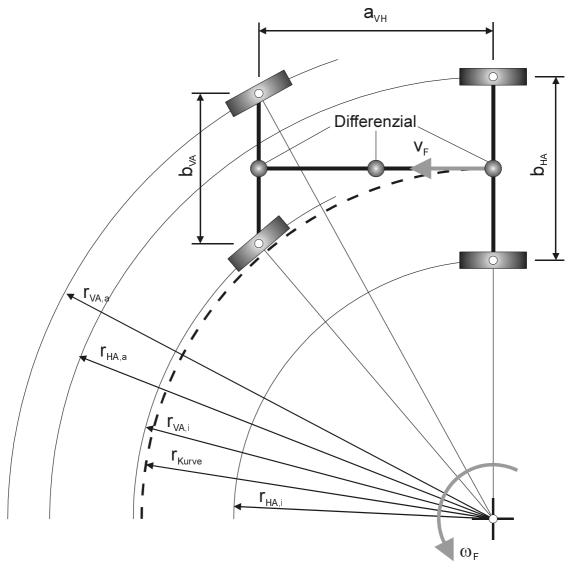


Bild 1.1: Bahnradien der Fahrzeugräder bei Kurvenfahrt

Bewegt sich das Fahrzeug mit der Geschwindigkeit v_F in einer Kurve mit dem Radius r_{Kurve} so hat es bezüglich des Kurvenmittelpunktes die Winkelgeschwindigkeit ω_F .

$$\omega_{\text{F}} = \frac{v_{\text{F}} \cdot 1000}{r_{\text{Kurve}}} \tag{GI. 1-1}$$

Die Räder der ungelenkten Hinterachse mit der Spurbreite b_{HA} laufen auf Bahnen mit den Radien $r_{HA,a}$ und $r_{HA,i}$. Im folgenden bezeichnen die Indizes HA und VA Hinterund Vorderachse, a und i die Kurvenaussen- und Kurveninnenbahn.

$$r_{HA,a} = r_{Kurve} + \frac{b_{HA}}{2}$$
 (GI. 1-2)

$$r_{\text{HA},i} = r_{\text{Kurve}} - \frac{b_{\text{HA}}}{2} \tag{GI. 1-3}$$

Vorder- und Hinterachse haben den Abstand a_{VH} . Die Spurbreite b_{VA} der Vorderachse ist nicht zwangsläufig identisch mit der Spurbreite der Hinterachse. Die Bahnradien der gelenkten Vorderachse errechnen sich damit wie folgt:

$$r_{VA,a} = \sqrt{\left(r_{Kurve} + \frac{b_{VA}}{2}\right)^2 + a_{VH}^2}$$
 (GI. 1-4)

$$r_{VA,i} = \sqrt{\left(r_{Kurve} - \frac{b_{VA}}{2}\right)^2 + a_{VH}^2}$$
 (GI. 1-5)

Wären an einer angetriebenen Achse beide Räder starr miteinander verbunden, käme es bei einer Kurvenfahrt also zu einer Verspannung in der Antriebsachse. Bei Allradantrieb würde sich durch eine starre Verbindung von gelenkter und ungelenkter Achse bei Kurvenfahrt eine Verspannung zwischen den Achsen ergeben.

Verspannungen in einer Antriebsachse oder zwischen den Antriebsachsen beeinträchtigen das Lenkverhalten des Fahrzeuges, da sie zu einem Moment um die Hochachse des Fahrzeuges führen, welches der Lenkbewegung entgegen wirkt. Außerdem würde infolge der Verspannung hoher Schlupf an den Reifen auftreten, was mit einem entsprechenden Reifenverschleiß verbunden wäre. Schließlich könnten starke Verspannungen auch zu Schäden im Antriebsstrang führen.

Um bei Kurvenfahrt Verspannungen in den Antriebsachsen zu vermeiden, kommen Ausgleichsgetriebe, auch Differenziale genannt, zum Einsatz. Differenziale sind Umlaufgetriebe, die gemäß Müller [19] entweder als Minusgetriebe mit der Standüber-

setzung i₀=-1 oder als Plusgetriebe mit der Standübersetzung i₀=+0,5 bzw. i₀=+2 ausgeführt werden können. Beide Varianten sind kinematisch gleichwertig und verteilen das Antriebsmoment bei gerader Fahrt gleichmäßig auf die beiden Räder der Antriebsachse. Bei Kurvenfahrt ist die Verteilung aber aufgrund der Reibung im Differenzial nicht mehr gleichmäßig. Das Moment am langsameren, kurveninneren Rad ist dann höher als das Moment am schnelleren, kurvenäußeren Rad.

Bei permanentem Allradantrieb verteilt zunächst ein Mittendifferenzial das Antriebsmoment auf Vorder- und Hinterachse, wo dann die Achsdifferenziale die weitere Verteilung auf die Antriebsräder vornehmen. Dabei muss das Mittendifferenzial im Gegensatz zum Achsdifferenzial das Drehmoment aber nicht zwangsläufig gleichmäßig auf seine beiden Ausgänge aufteilen. Daher eignen sich für Mittendifferenziale mehr Getriebekonzepte als für Achsdifferenziale.

Bei der Kurvenfahrt des Fahrzeuges mit der konstanten Geschwindigkeit v_F sinkt die Drehzahl der kurveninneren Räder, während die Drehzahl der kurvenäußeren Räder steigt. Auch die Drehzahl der Räder an der gelenkten Achse steigt. Damit stellt sich eine Drehzahldifferenz Δn zwischen kurveninneren und kurvenäußeren Rädern und zwischen den Rädern der gelenkten und ungelenkten Achse ein.

Aus der Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeuges ω_F und dem jeweiligen Bahnradius kann für jedes Rad seine Bahngeschwindigkeit, und damit in Verbindung mit dem Raddurchmesser D_{Rad} seine Drehzahl berechnet werden:

$$n_{\text{VA/HA,a/i}} = r_{\text{VA/HA,a/i}} \cdot \frac{\omega_{\text{F}} \cdot 60}{D_{\text{Rad}} \cdot \pi} \tag{GI. 1-6}$$

$$\Delta n_{VA/HA} = n_{VA/HA,a} - n_{VA/HA,i}$$
 (GI. 1-7)

Aus Gl. 1-1 bis Gl. 1-6 lassen sich Formeln für die direkte Berechnung der Raddrehzahlen zusammenstellen. Die Raddrehzahlen der ungelenkten Achse errechnen sich nach Gl. 1-8 und Gl. 1-9:

$$n_{\text{HA},a} = \left(r_{\text{Kurve}} + \frac{b_{\text{HA}}}{2}\right) \cdot \frac{v_{\text{F}} \cdot 60 \cdot 1000}{r_{\text{Kurve}} \cdot D_{\text{Rad}} \cdot \pi} \tag{GI. 1-8}$$

$$n_{\text{HA},i} = \left(r_{\text{Kurve}} - \frac{b_{\text{HA}}}{2}\right) \cdot \frac{v_{\text{F}} \cdot 60 \cdot 1000}{r_{\text{Kurve}} \cdot D_{\text{Rad}} \cdot \pi} \tag{GI. 1-9}$$

Die Raddrehzahlen der gelenkten Achse errechnen sich nach Gl. 1-10 und Gl. 1-11:

$$n_{\text{VA},a} = \sqrt{\left(r_{\text{Kurve}} + \frac{b_{\text{VA}}}{2}\right)^2 + {a_{\text{VH}}}^2} \cdot \frac{v_{\text{F}} \cdot 60 \cdot 1000}{r_{\text{Kurve}} \cdot D_{\text{Rad}} \cdot \pi} \tag{GI. 1-10}$$

$$n_{\text{VA},i} = \sqrt{\left(r_{\text{Kurve}} - \frac{b_{\text{VA}}}{2}\right)^2 + {a_{\text{VH}}}^2} \cdot \frac{v_{\text{F}} \cdot 60 \cdot 1000}{r_{\text{Kurve}} \cdot D_{\text{Rad}} \cdot \pi} \tag{GI. 1-11}$$

Bei den im Rahmen der vorliegenden Arbeit behandelten Differenzialen mit einer Standübersetzung i₀=-1 entspricht die Drehzahl des Eingangsrades der Stegdrehzahl n_S des Differenzials. Diese errechnet sich als Mittelwert der Raddrehzahlen.

$$n_{s,VA/HA} = \frac{n_{VA/HA,a} + n_{VA/HA,i}}{2}$$
 (GI. 1-12)

Die Differenzdrehzahl an einem Mittendifferenzial bei Allradantrieb erhält man als Differenz der Stegdrehzahlen der beiden Achsdifferenziale. Die Stegdrehzahl am Mittendifferenzial errechnet sich als Mittelwert der Stegdrehzahlen beider Achsdifferenziale.

Ist der Raddurchmesser nicht explizit bekannt, so kann er aus den Angaben zur Reifengröße berechnet werden. Für die Reifengröße ist üblicherweise die Breite (B) in Millimetern, das prozentuale Verhältnis der Höhe (H/B) zur Breite des Reifens, sowie der Felgendurchmesser (R) in Zoll angegeben. Eine solche Angabe kann z.B. 185/65 R15 lauten. Dabei ist B=185mm, H/B=65 und R=15Zoll. Die Berechnungsformel für den Raddurchmesser [mm] lautet folgendermaßen:

$$D_{Rad} = 2 \cdot B \cdot \frac{H}{B \cdot 100} + R \cdot 25,4$$
 (Gl. 1-13)

Die am weitesten verbreitete Bauart für Achsdifferenziale ist das Kegelraddifferenzial. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein neuartiges Stirnraddifferenzial vorgestellt und dem Kegelraddifferenzial vergleichend gegenüber gestellt.

Da im Differenzial Reibung auftritt, leistet es der Ausgleichsbewegung einen gewissen Widerstand. Ein Maß für diesen Widerstand ist der Sperrwert. Ein Kapitel dieser Arbeit widmet sich der Berechnung dieses Sperrwertes bei Stirnrad- und Kegelraddifferenzialen in verschiedenen Konfigurationen.

2 Stand der Technik

2.1 Kegelraddifferenziale

Die derzeit am weitesten verbreitete Bauart von Achsdifferenzialen ist das Kegelraddifferenzial. Bei nahezu allen PKW und LKW kommt dieses Prinzip seit den Anfängen des Automobilbaus bis heute zum Einsatz. Auch bei Schienenfahrzeugen ist es im Einsatz.

2.1.1 Aufbau eines Kegelraddifferenzials

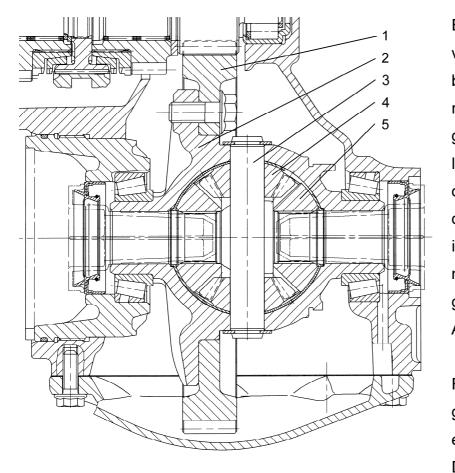


Bild 2.1: Typisches Kegelraddifferenzial

Bild 2.1 zeigt ein weit verbreitetes Achsgetriemit Kegelraddifferenzial. Dieses Umlaufgetriebe stellt nach Müller [19] ein rückkehrendes Minusgetriebe mit der Standübersetzung i₀=-1 dar. Das Drehmoment wird vom Schaltgetriebeausgang bei Anwendung in einem frontangetriebenen Fahrzeug mit quer eingebautem Motor über ein Stirnrad (1) in den Differenzialkorb (2) eingeleitet. Bei heckgetrie-

benen Fahrzeugen oder Fahrzeugen mit Frontantrieb und längs eingebautem Motor kommt anstelle des Stirnrades (1) ein Hypoidrad zum Einsatz. Der Differenzialkorb (2) überträgt das Drehmoment an einen Bolzen (3) und bildet zusammen mit diesem den Steg des Umlaufgetriebes. Auf dem Bolzen sitzen zwei Ausgleichskegelräder (4), die das Drehmoment auf die beiden Achswellenräder (5) aufteilen. Die Ausgleichsräder stellen die Planeten des Umlaufgetriebes dar. Die Achswellenräder kön-

nen als zwei Sonnenräder betrachtet werden. Bei Konstruktionen mit mehr als zwei Ausgleichsrädern kommt anstelle des Bolzens (3) eine meist mehrteilige, sternförmige Zapfenkonstruktion zum Einsatz. Von den Achswellenrädern gelangt das aufgeteilte Drehmoment über Steckwellen an die beiden Antriebsräder.

Der Differenzialkorb ist in der Regel eine massive Gusskonstruktion. Bei Differenzialen mit zwei Ausgleichskegelrädern ist der Korb meist einteilig ausgeführt. Er weist dann seitliche Öffnungen auf, die groß genug sind, um die Kegelräder einfügen zu können. Diese Öffnungen stellen eine strukturelle Schwachstelle dar. Bei Differenzialen mit mehr als zwei Ausgleichsrädern wird der Korb zweiteilig ausgeführt. Die Erhöhung der Anzahl der Ausgleichsräder senkt die Belastung in den einzelnen Zahneingriffen des Ausgleichs und erlaubt damit ein insgesamt höheres übertragbares Drehmoment.

Ausgleichs- und Achswellenkegelräder sind räumlich in einer Kugel angeordnet. Die Auflageflächen der Kegelräder sind daher meist ebenfalls kugelförmig ausgebildet. Insbesondere die Achswellenräder werden aber auch mit ebenen Auflageflächen ausgeführt. Bedingt durch die Kegelradverzahnung wirken Axialkräfte über die Auflageflächen der Kegelräder auf den Korb ein. Meistens ist eine Gleitlagerung der Kegelräder ausreichend, um diese Axialkräfte aufnehmen zu können. In Spezialfällen kommen aber auch Axialwälzlager in den Auflageflächen der Kegelräder zum Einsatz.

Bei Einsatz des Kegelraddifferenzials als Mittendifferenzial kann durch unterschiedliche Zähnezahlen an den Kegelrädern (5) der Ausgangswellen eine von –1 abweichende Standübersetzung realisiert werden. Dies ermöglicht eine ungleichmäßige Drehmomentverteilung zwischen den Antriebsachsen.

2.1.2 Drehzahlen und Kräfte im Kegelraddifferenzial

Relativbewegungen treten in solch einem Kegelraddifferenzial nur auf, wenn zwischen den angetriebenen Rädern der Achse eine Drehzahldifferenz (Δn) besteht. Sind die Drehzahlen von kurvenäußeren und kurveninneren Rad bekannt (Gl. 1-8 bis Gl. 1-11), so kann man jeweils für einen Punkt auf dem mittleren Wälzkreisradius $r_{w2,a}$ bzw. $r_{w2,i}$ eines Achswellenrades (Bild 2.2) seine Geschwindigkeit $v_{P,a}$ bzw. $v_{P,i}$ in Umfangsrichtung berechnen (Gl. 2-1). Die Drehzahlen der Achswellenräder $n_{2,a}$ bzw. $n_{2,i}$ sind identisch mit den jeweiligen Raddrehzahlen. Bei einem Mittendifferenzial

entspricht $n_{2,i}$ der mittleren Drehzahl der ungelenkten Achse, $n_{2,a}$ der mittleren Drehzahl der gelenkten Achse.

$$v_{p,a/i} = \frac{r_{w2,a/i} \cdot \pi \cdot n_{2,a/i}}{30 \cdot 1000}$$
 (GI. 2-1)

Die Geschwindigkeitsdifferenz Δv lässt sich mit Gl. 2-1 in Abhängigkeit der Achswellenraddrehzahlen $n_{2,a}$ und $n_{2,i}$ darstellen:

$$\Delta v = v_{\text{P,a}} - v_{\text{P,i}} = \frac{\pi}{30 \cdot 1000} \cdot \left(r_{\text{w2,a}} \cdot n_{\text{2,a}} - r_{\text{w2,i}} \cdot n_{\text{2,i}} \right) \tag{GI. 2-2}$$

Das Ausgleichsrad befindet sich mit beiden Achswellenrädern im Eingriff. In den Berührpunkten P_i und P_a der mittleren Wälzkreise der Achswellenräder und des Ausgleichsrades liegt jeweils am Achswellen- und Ausgleichsrad die gleiche Umfangsgeschwindigkeit $v_{P,i}$ bzw. $v_{P,a}$ vor. Der mit dem Steg fest verbundene Mittelpunkt des Ausgleichsradwälzkreises M_1 läuft mit der mittleren Geschwindigkeit $v_{M,1}$ aus den beiden Geschwindigkeiten $v_{P,i}$ und $v_{P,a}$ um die Differenzialachse.

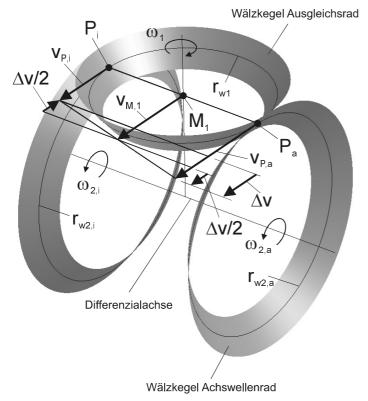


Bild 2.2: Drehzahlen im Kegelraddifferenzial

Ein Drehzahlunterschied zwischen den beiden Achswellenrädern führt zu entsprechend unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten in den beiden Berührpunkten. Der Geschwindigkeitsunterschied Δν bewirkt dann eine Drehung des Ausgleichskegelrades auf seinem Bolzen um den Punkt M₁. Die Drehachse steht senkrecht auf der Verbindungslinie P_i-P_a und schneidet die Achse des Differenzials.

Von diesem Drehpunkt aus betrachtet, bewegen sich die Punkte P_i und P_a jeweils mit der Geschwindigkeit $\Delta v/2$ auf dem mittleren Wälzkreis des Ausgleichsrades. Die Drehzahl des Ausgleichsrades auf seinem Bolzen errechnet sich dann folgendermaßen:

$$n_{_{1}} = \frac{\Delta v \cdot 1000 \cdot 30}{2 \cdot r_{_{w1}} \cdot \pi} \tag{GI. 2-3}$$

Mit Gl. 2-2 kann schließlich die Relativdrehzahl n₁ des Ausgleichsrades auf seinem Bolzen in Abhängigkeit der Raddrehzahlen angegeben werden:

$$n_{1} = \frac{\left(r_{w2,a} \cdot n_{2,a} - r_{w2,i} \cdot n_{2,i}\right)}{r_{w1} \cdot 2} \tag{GI. 2-4}$$

Die Achswellenräder mit den Steckwellen drehen sich relativ zum Differenzialgehäuse. Die Stegdrehzahl n_S kann mit Gl. 1-12 berechnet werden. Damit betragen die Relativdrehzahlen n_{rel,a} und n_{rel,i} der Achswellen gegenüber dem Differenzialgehäuse:

$$n_{rel,a/i} = n_{2,a/i} - n_{S}$$
 (GI. 2-5)

Die folgende Berechnung der Kegelradverzahnungskräfte geht von Kräftegleichgewichten aus, wie sie nur vorliegen, wenn das Differenzial still steht. Sobald sich die Kegelräder drehen, tritt Reibung auf, welche die Kräfte- und Momentengleichgewichte verändert. Für die Abschätzung von Bauteilbeanspruchungen infolge von Verzahnungskräften im Differenzial genügt die Betrachtung des Ruhezustandes. Für die Berechnung des Sperrwertes in Kapitel 5 werden die dort benötigten Verzahnungskräfte eigens berechnet. Außerdem beschränken sich die Betrachtungen im folgenden auf Kegelraddifferenziale mit der Standübersetzung i₀=-1. Deren Achswellenräder weisen den gleichen Wälzkreisradius r_{w2} auf.

In der Kegelradverzahnung treten wie bei Stirnradverzahnungen Umfangs- und Radialkräfte auf. Aufgrund des Kegelwinkels treten auch bei geradverzahnten Kegelrädern zusätzlich Axialkräfte auf. Bild 2.3 zeigt die Kräfte in den beiden Eingriffen eines Ausgleichskegelrades mit den beiden Achswellenrädern. Das Drehmoment $T_{Rad,\Sigma}$ teilt sich auf die Anzahl der Ausgleichskegelräder (z_{AK}) auf. Die Umfangskraft $F_{U,B}$ wird auf dem Radius r_B über den Bolzen in das Ausgleichskegelrad eingeleitet.

$$F_{U,B} = \frac{T_{Rad,\Sigma} \cdot 1000}{r_B \cdot Z_{AK}} \tag{GI. 2-6}$$

Am Ausgleichskegelrad stellt sich ein Momentengleichgewicht um seine Achse ein:

$$F_{U,1i} \cdot r_{w1} = F_{U,1a} \cdot r_{w1}$$
 (GI. 2-7)

Gleichzeitig stellt sich auch ein Momentengleichgewicht um die Differenzialachse ein:

$$F_{U,B} \cdot r_B = (F_{U,1a} + F_{U,1i}) \cdot r_{w2} \tag{GI. 2-8}$$

Aus Gl. 2-7 und Gl. 2-8 können die Umfangskräfte $F_{U,1a}$ und $F_{U,1i}$ am Ausgleichsrad berechnet werden:

$$F_{U,1a} = F_{U,1i} = \frac{F_{U,B} \cdot r_B}{2 \cdot r_{w2}}$$
 (GI. 2-9)

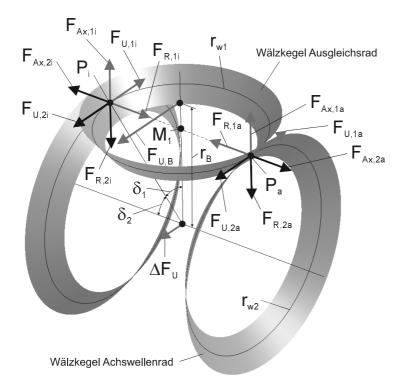


Bild 2.3: Kräfte im Kegelraddifferenzial

In der Kegelradverzahnung wird als Kraftübertragungspunkt ein Punkt angenommen, der auf dem Teilkegel in der Mitte der Zahnbreite liegt. Dieser Punkt hat bezüglich der Drehmomentübertragung im Differenzial den Wirkradius rw2. Für die Übertragung der Kraft vom Bolzen in das Ausgleichsrad wird die Mitte der Bolzenbohrung des Ausgleichsrades angenommen. Diese hat den Wirkradius r_B. In der

Regel unterscheiden sich r_B und r_{w2} . Stellt man ein Kräftegleichgewicht in Richtung der Umfangskräfte auf, so stellt man fest, dass die Summe der Umfangskräfte $F_{U,1a}$ und $F_{U,1i}$ meist größer ist als $F_{U,B}$, weil ihr Wirkradius r_{w2} kleiner als r_B ist. Die Differenzkraft ΔF_U , die das Gleichgewicht herstellt, wirkt parallel zu $F_{U,B}$, $F_{U,1a}$ und $F_{U,1i}$ durch die Differenzialachse und hat dadurch keinen Einfluss auf die Drehmoment-übertragung. Hat das Differenzial nur ein Ausgleichsrad, so verteilt sich die Differenzial

renzkraft ΔF_U über das Gehäuse auf die beiden Lager. Bei mehr als einem Ausgleichsrad sind die Ausgleichsräder so angeordnet, dass sich die Differenzkräfte der einzelnen Ausgleichskegelräder gegenseitig aufheben.

Über den Normaleingriffswinkel α_n der Kegelradverzahnung und den Teilkegelwinkel δ_1 des Ausgleichskegelrades können aus den Umfangskräften $F_{U,1a}$ und $F_{U,1i}$ die Radial- $(F_{R,1a/i})$ und Axialkräfte $(F_{Ax,1a/i})$ am geradverzahnten Ausgleichskegelrad nach [21] berechnet werden:

$$F_{R,1a/i} = F_{U,1a/i} \cdot \tan(\alpha_n) \cdot \cos(\delta_1)$$
 (Gl. 2-10)

$$F_{Ax,1a/i} = F_{U,1a/i} \cdot \tan(\alpha_n) \cdot \sin(\delta_1)$$
 (GI. 2-11)

Die Radialkräfte $F_{R,1a}$ und $F_{R,1i}$ sind betragsmäßig gleich, wirken aber entgegengesetzt zueinander. Daher heben sie sich gegenseitig auf.

Die Umfangskräfte am Ausgleichsrad wirken in entgegengesetzter Richtung auch als Umfangskräfte auf die Achswellenräder. Die Radialkräfte am Ausgleichsrad wirken am Achswellenrad in entgegengesetzter Richtung als Axialkräfte. Dementsprechend wirken die Axialkräfte am Ausgleichsrad umgekehrt als Radialkräfte auf die Achswellenräder:

$$F_{U,2a/i} = -F_{U,1a/i}$$
 (GI. 2-12)

$$F_{R,2a/i} = -F_{Ax,1a/i}$$
 (GI. 2-13)

$$F_{Ax,2a/i} = -F_{R,1a/i}$$
 (GI. 2-14)

Bei mehr als zwei Ausgleichsrädern heben sich auch an den Achswellenrädern die Radialkräfte gegenseitig auf. In diesem Fall wird auch das Drehmoment über die Umfangskräfte querkraftfrei an die Achswellenräder abgegeben. Auf das Gehäuse wirken somit aus der Ausgleichsverzahnung jeweils nur die Gesamtaxialkräfte $F_{Ges,Ax,1}$ und $F_{Ges,Ax,2}$ zurück:

$$F_{Ges,Ax,1} = F_{Ax,1a} + F_{Ax,1i}$$
 (GI. 2-15)

$$F_{Ges,Ax,2a/i} = Z_{AK} \cdot F_{Ax,2a/i}$$
 (GI. 2-16)

2.2 Stirnraddifferenziale

Eine Alternative zu den Kegelraddifferenzialen stellen die Stirnraddifferenziale dar. Die Bezeichnung Stirnraddifferenzial liegt in der Tatsache begründet, dass die Ausgleichsräder dieses Differenzialtyps durch Stirnräder dargestellt werden. Da in einem Stirnraddifferenzial die Achsen aller Zahnräder parallel verlaufen, werden sie auch als Parallelachsendifferenziale bezeichnet.

Als Achsdifferenziale kommen sie bislang aber nur in wenigen Fällen zum Einsatz. In Allradfahrzeugen findet man sie dagegen häufig als Mittendifferenziale.

Unter den Stirnraddifferenzialen gibt es prinzipiell unterschiedliche Bauarten, von denen im folgenden drei vorgestellt werden.

2.2.1 Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über zwei Sonnenräder

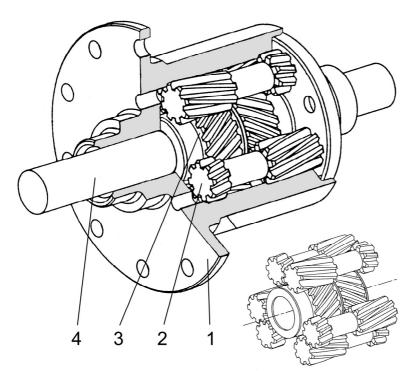


Bild 2.4: Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über Sonnenräder

Wie das Kegelraddifferenzial stellt auch das Stirnraddifferenzial nach Bild 2.4 gemäß Müller [19] ein rückkehrendes Minusgetriebe mit der Standübersetzung i₀=-1 dar. Das Drehmoment wird über einen Flansch in das Gehäuse (1) eingeleiwelches gleichzeitig tet, den Steg für die Ausgleichsplaneten (2) bildet. Die Ausgleichsplaneten sind paarweise angeordnet und stehen jeweils mitein-

ander im Eingriff. Die Verzahnung dieser Ausgleichsplaneten ist bereichsweise so unterbrochen, dass jeweils ein Planet eines Paares zusätzlich nur mit dem rechten, der andere Planet nur mit dem linken Sonnenrad (3) im Eingriff steht. Von den Sonnenrädern wird das gleichmäßig aufgeteilte Drehmoment über die beiden Steckwellen (4) an die Antriebsräder weitergeleitet.

Bei schrägverzahnten Planeten- und Sonnenrädern treten Axialkräfte auf, welche die Sonnenräder entweder gegeneinander oder gegen das Gehäuse drücken. Dadurch entstehen Reibmomente, die den Sperrwert des Differenzials erhöhen. Dieses Prinzip kommt im Torsen T2 Differenzial [30] zum Einsatz.

Die Planeten sind im abgebildeten Differenzial auf den Zahnköpfen in Stegbohrungen gelagert. Es gibt aber auch Ausführungen, bei denen die Planeten auf Zapfen gelagert sind.

2.2.2 Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über Steg und Sonnenrad

Das in Bild 2.5 gezeigte Stirnraddifferenzial stellt nach Müller [19] ein rückkehrendes Plusgetriebe dar, dessen Summenwelle im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Differenzialen nicht der Steg, sondern das Hohlrad ist.

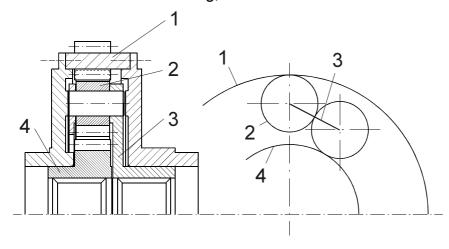


Bild 2.5: Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über Steg und Sonnenrad

Dabei handelt es sich um einen Entwurf, der sich für den Einsatz in einem Fahrzeug mit Frontantrieb und quer eingebautem Motor eignet.

Als Achsdifferenzial muss auch dieses Differenzial die Über-

setzung i_{34} = i_{43} =-1 zwischen den Antriebsrädern aufweisen. Im Gegensatz zu den anderen Differenzialen stellt i_{34} aber nicht die Standübersetzung i_0 des Umlaufgetriebes gemäß Müller [19] dar, sondern i_{1s} =1- i_0 . Die Standübersetzung errechnet sich hier zu i_0 = i_{41} =1- i_{34} =+2. Das Drehmoment wird über das Antriebsstirnrad in das Hohlrad (1) eingeleitet. Im dargestellten Entwurf bilden Antriebsstirnrad und Hohlrad eine Einheit. Vom Hohlrad wird das Drehmoment auf die jeweils äußeren Planeten (2) der gleichmäßig am Umfang angeordneten Planetenpaare verteilt. Die Planeten werden vom Steg (3) geführt. Es kämmt jeweils ein äußerer mit einem inneren Planeten. Ein Teil des Drehmoments wird über den Steg aus dem Differenzial ausgeleitet. Der restliche Teil des Drehmoments wird über die jeweils inneren Planeten an das Sonnenrad (4) geführt, und von dort aus dem Differenzial ausgeleitet.

2.2.3 Planetengetriebe als Mittendifferenzial

Ist in einem allradgetriebenen Fahrzeug eine ungleichmäßige Aufteilung des Antriebsmomentes auf die Antriebsachsen erwünscht, so eignet sich nach Müller [19] als Mittendifferenzial ein rückkehrendes Minusgetriebe mit einer Standübersetzung i_0 <-1. Das Planetengetriebe ermöglicht sowohl den Drehzahlausgleich zwischen den Differenzialausgängen als auch die ungleichmäßige Drehmomentverteilung.

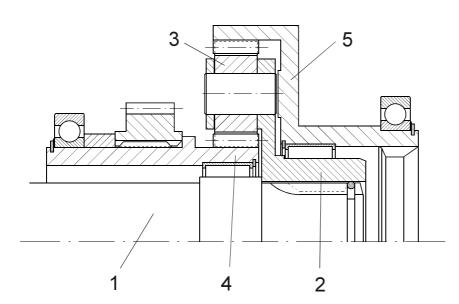


Bild 2.6: Planetengetriebe als Mittendifferenzial

In Bild 2.6 ist die Skizze eines Planetengetriebes in der Funktion als Mittendifferenzial zu sehen. Die vom Getriebeausgang kommende Welle (1) treibt den Planetensteg (2) an, der die Summenwelle des Umlaufgetriebes darstellt. Die Planeten (3) verteilen das Antriebsmoment

auf die Sonnenhohlwelle (4) und das Hohlrad (5). Da die Umfangskraft sowohl im Eingriff Planet-Hohlrad, als auch im Eingriff Sonne-Planet gleich ist, wird das Drehmoment genau im Verhältnis der Teilkreisdurchmesser bzw. Zähnezahlen von Hohlrad und Sonne aufgeteilt. Über ein zweistufiges Stirnradgetriebe oder einen Kettentrieb kann das Drehmoment von der Sonnenwelle (4) auf eine zur Antriebswelle (1) parallele Welle übertragen werden, die es dann zum Vorderachsgetriebe weiterleitet. Das Drehmoment vom Hohlrad (5) wird koaxial zur Antriebswelle (1) aus dem Differenzial zum Hinterachsgetriebe geleitet. Denkbar ist aber auch, das Differenzial so in den Antriebsstrang einzusetzen, dass der Abtrieb zur Vorderachse über das Hohlrad und der Abtrieb zur Hinterachse über die Sonne erfolgt. In diesem Fall steht das größere Drehmoment an der Vorderachse zur Verfügung.

Eine Aufteilung des Antriebsmomentes im Verhältnis 30%:70% zwischen Vorder- und Hinterachse lässt sich mit diesem Differenzial beispielsweise bei einer Standübersetzung von $i_0=i_{45}=-2,33$ realisieren.

3 Konzept des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung

3.1 Aufbau, Funktion und Drehzahlen im Stirnraddifferenzial

Das Konzept dieses Differenzials (Bild 3.1) ähnelt dem des Differenzials aus Kapitel 2.2.1. Der Abtrieb erfolgt hier aber nicht über zwei Sonnenräder, sondern über zwei Hohlräder. Dadurch wird das Drehmoment auf einem größeren Durchmesser übertragen, was bei gleichem Radsummenmoment zu niedrigeren Umfangskräften in der Ausgleichsverzahnung führt. Bei gleicher Drehmomentkapazität und Bauteilbeanspruchung kommt dieses Differenzial daher mit einer geringeren Zahnbreite aus, und kann insgesamt kompakter gebaut werden.

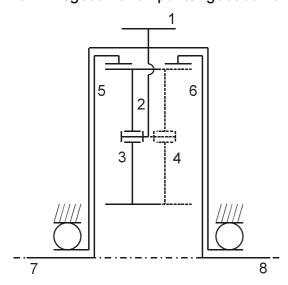


Bild 3.1: Prinzipskizze des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung

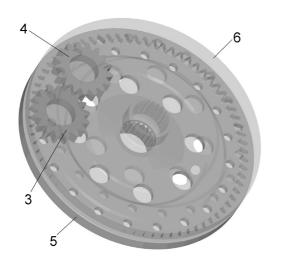


Bild 3.2: Ausgleichsverzahnung des Stirnraddifferenzials

Gemäß Müller [19] stellt das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung ein rückkehrendes Minusgetriebe mit einer Standübersetzung i₀=i₅₆=-1 dar. Das Drehmoment wird über das Antriebsstirnrad (1) direkt in den Planetenträger (2) geleitet, der die Summenwelle des Umlaufgetriebes darstellt. Der Planetenträger verteilt das Drehmoment auf die beidseitig paarweise angeordneten Planeten (3 u. 4). Die Planeten eines Paares stehen jeweils mit der halben Zahnbreite miteinander im Eingriff. Die äußeren Hälften der Planeten kämmen mit den innenverzahnten Hohlrädern (5 u. 6). Die Hohlräder leiten das Drehmoment jeweils an die Achswellen (7 u. 8) weiter.

Die Ausgleichsverzahnung des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung besteht somit aus mehreren Planetenpaaren und den Achswellenhohlrädern (Bild 3.2). Die Planeten eines Planetenpaares sind um eine halbe Zahnbreite axial versetzt angeordnet. Die rechte Zahnhälfte des linken Planeten (3)

eines Planetenpaares kämmt mit der linken Hälfte des rechten Planeten (4). Die linke Zahnhälfte des linken Planeten befindet sich im Eingriff mit dem linken Achswellenhohlrad (5), während die rechte Zahnhälfte des rechten Planeten mit dem rechten Achswellenhohlrad (6) kämmt.

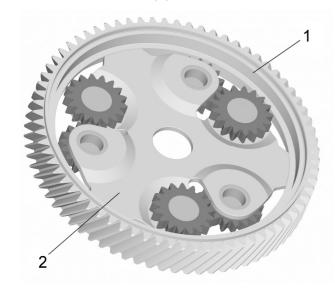


Bild 3.3: Planetenträger mit Antriebsstirnrad

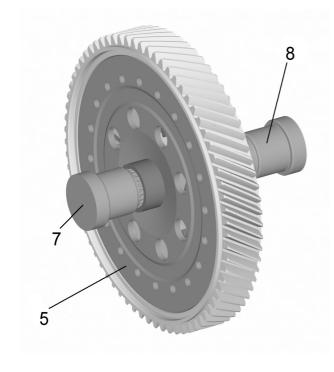


Bild 3.4: Abtrieb über die Achswellenhohlräder

Die Planeten werden mittels eines Planetenträgers (Bild 3.3) auf einer Kreisbahn geführt. Zur Drehmomenteinleitung ist der Planetenträger (2) mit dem Antriebsstirnrad (1) verbunden. Das Antriebsstirnrad (1) kämmt mit dem Abtriebsritzel des Schaltgetriebes.

Das eingeleitete Drehmoment wird über die Ausgleichsplaneten an die beiden Achswellenhohlräder verteilt (Bild 3.4). Von den Achswellenhohlrädern (5 u. 6) werden die Radmomente über die Achswellen (7 u. 8, abgeschnitten) an die Antriebsräder weitergeleitet.

Wird bei still stehendem Planetenträger eines der Hohlräder gedreht, so dreht sich aufgrund der Standübersetzung i₀=-1 das andere mit der gleichen Drehzahl in entgegengesetzter Richtung.

Befindet sich das Differenzial im Betriebszustand "Geradeausfahrt" so liegt keine Differenzdrehzahl Δn zwischen den beiden Achswellenhohl-

rädern vor. Die Ausgleichsverzahnung steht relativ zum Planetenträger betrachtet still. Während einer Kurvenfahrt dreht sich das kurvenäußere Achswellenhohlrad schneller als das kurveninnere. Die Differenzdrehzahl ∆n wird durch Drehung der Ausgleichsplaneten auf ihren Achsen ausgeglichen.

Die Drehzahlen für kurvenäußeres ($n_{H,a}$) und kurveninneres Achswellenhohlrad ($n_{H,i}$) entsprechen den Drehzahlen der jeweiligen Antriebsräder (Gl. 1-8 bis Gl. 1-11). Die Drehzahlen von Antriebsstirnrad und Planetenträger, der im folgenden auch Steg genannt wird, sind identisch, da beide Teile einen Verbund bilden. Die Stegdrehzahl n_S ist aus Gl. 1-12 bekannt.

Der Eingriffspunkt H_a zwischen dem Hohlrad und dem Planeten auf der kurvenäußeren Seite (Bild 3.5) bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v_{H,a}$ auf einer Kreisbahn um die Achse des Differenzials. Da es sich um einen Eingriffspunkt handelt, liegt dieser Punkt sowohl auf dem Hohlrad als auch auf dem Planeten. Der Radius dieser Kreisbahn entspricht dabei dem Wälzkreisradius beider Hohlräder $(r_{w,H})$.

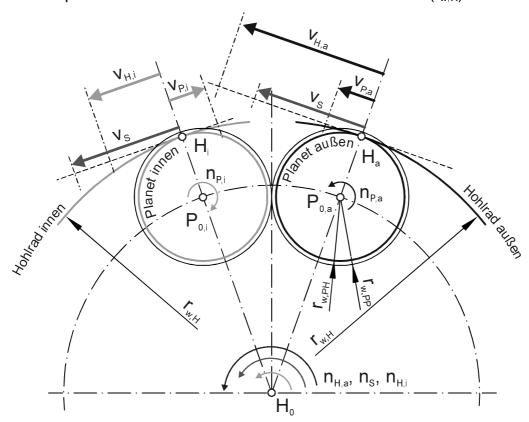


Bild 3.5: Drehzahlen im Stirnraddifferenzial

Der entsprechende Punkt H_i auf der kurveninneren Seite bewegt sich ebenfalls auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r_{w,H}$ mit der Geschwindigkeit $v_{H,i}$ um diese Achse.

$$v_{\text{H,a}} = \frac{r_{\text{w,H}} \cdot \pi}{30 \cdot 1000} \cdot n_{\text{H,a}} = \frac{r_{\text{w,H}} \cdot \pi}{30 \cdot 1000} \cdot \left(n_{\text{S}} + \frac{\Delta n}{2} \right) \tag{GI. 3-1}$$

$$v_{H,i} = \frac{r_{w,H} \cdot \pi}{30 \cdot 1000} \cdot n_{H,i} = \frac{r_{w,H} \cdot \pi}{30 \cdot 1000} \cdot \left(n_S - \frac{\Delta n}{2} \right)$$
 (GI. 3-2)

Die Achse des Differenzials verläuft senkrecht zur Zeichenebene durch den Punkt H₀. Um diese Achse dreht sich auch der Planetenträger, der im folgenden auch als

Steg bezeichnet wird. Zwei imaginäre Punkte auf dem Steg, die deckungsgleich mit den Punkten H_a und H_i liegen, bewegen sich auf der Kreisbahn mit dem Radius $r_{w,H}$ mit der Geschwindigkeit v_S um H_0 .

$$v_{S} = \frac{r_{W,H} \cdot \pi}{30 \cdot 1000} \cdot n_{S} \tag{GI. 3-3}$$

Dabei liegen zwischen den imaginären Punkten auf dem Steg und den Eingriffspunkten H_a und H_i jeweils die Relativgeschwindigkeiten $v_{P,a}$ und $v_{P,i}$ vor.

$$v_{P,a} = v_{H,a} - v_{S} = \frac{r_{w,H} \cdot \pi \cdot \Delta n}{60 \cdot 1000}$$
 (GI. 3-4)

$$v_{P,i} = v_{H,i} - v_{S} = -\frac{r_{w,H} \cdot \pi \cdot \Delta n}{60 \cdot 1000}$$
 (GI. 3-5)

Da die Planetenachsen durch den Steg geführt werden, führen die Relativgeschwindigkeiten zwischen den Eingriffspunkten und den imaginären Punkten am Steg zu einer Drehung der Planeten um ihre Achsen. Die Drehzahlen $n_{P,a}$ und $n_{P,i}$ von kurvenäußeren und kurveninneren Planeten um ihre Achsen errechnen sich folgendermaßen:

$$mit: \omega_{P,a/i} = \frac{v_{P,a/i} \cdot 1000}{r_{w,PH}} \text{ und } \omega_{P,a/i} = \frac{\pi \cdot n_{P,a/i}}{30} \Rightarrow n_{P,a/i} = \frac{v_{P,a/i} \cdot 30 \cdot 1000}{r_{w,PH} \cdot \pi} \qquad \text{(GI. 3-6)}$$

$$n_{P,a} = \frac{r_{w,H} \cdot \Delta n}{r_{w,PH} \cdot 2} \tag{GI. 3-7}$$

$$n_{\text{P,i}} = -\frac{r_{\text{w,H}} \cdot \Delta n}{r_{\text{w,PH}} \cdot 2} \tag{GI. 3-8} \label{eq:GI. 3-8}$$

Dabei ist r_{w,PH} der Wälzkreisradius der Planeten im Eingriff zwischen Planet und Hohlrad. Die Drehzahlen der Planeten sind also entgegengesetzt gleich. Da das Verhältnis der Wälzkreise von zwei kämmenden Zahnrädern gleich deren Zähnezahlverhältnis ist, lässt sich die Planetendrehzahl auch folgendermaßen formulieren:

$$n_{P,i} = -n_{P,a} = \frac{z_H \cdot \Delta n}{z_P \cdot 2} \tag{GI. 3-9}$$

3.2 Kräfte in der Ausgleichsverzahnung

Die Betrachtung der Kräfte erfolgt an einem Planetenpaar (Bild 3.6). Dabei wird zunächst die Reibung im Differenzial nicht berücksichtigt. Die Betrachtung gilt daher streng genommen nur bei Stillstand der Ausgleichsverzahnung. Dennoch können so die wirkenden Kräfte für die Dimensionierung der Bauteile im Differenzial berechnet werden. Zur Sperrwertberechnung (Kapitel 5) werden die dort benötigten Kräfte unter Berücksichtigung der Reibung genauer berechnet.

Der Planet 1 ist in Kraftübertragungsrichtung des Differenzials nach dem Planet 2 angeordnet. Hohlrad 1 befindet sich in Eingriff mit Planet 1, Hohlrad 2 kämmt mit Planet 2.

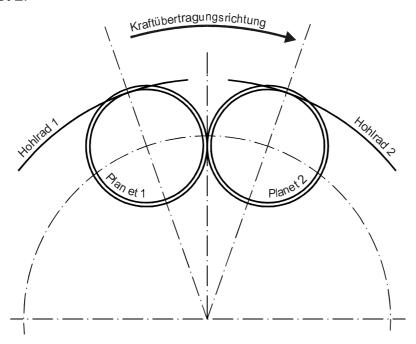


Bild 3.6: Benennung der Planeten und Hohlräder für Kräftebetrachtung

Kräfte treten im Eingriff zwischen den Planeten eines Planetenpaares und im Eingriff zwischen den einzelnen Planeten einer Seite und dem entsprechenden Hohlrad auf (Bild 3.7). Dabei handelt es sich zunächst um Kräfte, die normal zur Zahnflanke wirken. Da die Ausgleichsverzahnung geradverzahnt ist, entstehen keine Axialkräfte. Die Kraft F_{H1} ist die Verzahnungsnormalkraft im Eingriff Planet 1 Hohlrad 1, die auf den Planet 1 wirkt. F_{H2} wirkt entsprechend auf den Planet 2. Die Kräfte F_{P1} und F_{P2} entsprechen der Verzahnungsnormalkraft im Eingriff zwischen Planet 1 und Planet 2, wobei F_{P1} auf den Planeten 1 wirkt, und F_{P2} auf den Planeten 2. Die Kräfte F_1 und F_2 sind die jeweils auf Planet 1 und Planet 2 wirkenden resultierenden Kräfte aus F_{H1}

und F_{P1} bzw. F_{H2} und F_{P2} . Die Berechnung der Kräfte erfolgt jeweils in einem lokalen kartesischen Koordinatensystem (x_1,y_1 bzw. x_2,y_2). Die z-Achsen dieser Koordinatensysteme fallen mit der Achse des Differenzials zusammen. Die x-Achse zeigt jeweils in Umfangsrichtung. Damit sind die y-Achsen der beiden Koordinatensysteme radial ausgerichtet.

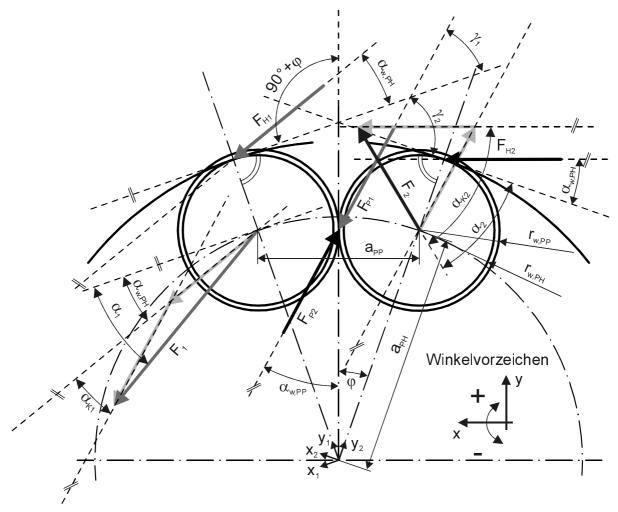


Bild 3.7: Kräfte im Stirnraddifferenzial

Als Basis für die Bestimmung aller Kräfte im Differenzial wird zunächst die Umfangskraft $F_{U,PH}$ für einen Eingriff Planet-Hohlrad aus dem Radsummenmoment $T_{Rad,\Sigma}$ berechnet. Das Radsummenmoment entspricht dem Eingangsmoment, da die Betrachtung am still stehenden Differenzial erfolgt, und dabei kein Sperrwert auftritt. Es wird angenommen, dass sich die Last gleichmäßig auf die Anzahl z_{AP} der Planetenpaare des Stirnraddifferenzials verteilt.

$$F_{U,PH} = \frac{T_{Rad,\Sigma} \cdot 1000}{\left(r_{w,PH} + a_{PH}\right) \cdot 2 \cdot z_{AP}} = F_{H1,x} = F_{H2,x} \tag{GI. 3-10}$$

 $F_{U,PH}$ stellt die x-Komponente sowohl für F_{H1} als auch F_{H2} dar. Die Verzahnungsnormalkräfte F_{H1} und F_{H2} sind gleich groß und können aus der Umfangskraft $F_{U,PH}$ wie folgt berechnet werden:

$$F_{H1} = F_{H2} = \frac{F_{U,PH}}{\cos(\alpha_{w,PH})}$$
 (GI. 3-11)

Die y-Komponenten der Verzahnungsnormalkräfte F_{H1} und F_{H2} erhält man folgendermaßen:

$$F_{H1,y} = F_{H2,y} = -F_{U,PH} \cdot tan(\alpha_{w,PH})$$
 (GI. 3-12)

Das Momentengleichgewicht für einen Planeten um seine Drehachse liefert nun die Umfangskraft F_{U,PP} für den Eingriff Planet-Planet:

$$F_{\text{U,PP}} = F_{\text{U,PH}} \cdot \frac{r_{\text{w,PH}}}{r_{\text{w,PP}}} \tag{GI. 3-13}$$

Die Verzahnungsnormalkräfte F_{P1} und F_{P2} sind betragsmäßig gleich, wirken aber gegeneinander (Bild 3.7):

$$\left| F_{P1} \right| = \left| F_{P2} \right| = \frac{F_{U,PP}}{\cos(\alpha_{w,PP})}$$
 (GI. 3-14)

Um die Verzahnungskräfte F_{P1} und F_{P2} in ihren x- und y-Komponenten darstellen zu können, müssen zuvor einige Winkel berechnet werden.

Der Winkel φ ist die Hälfte des Winkels, der durch die beiden Linien ausgehend von der Differenzialachse durch die beiden Planetenachsen (Bild 3.7) gebildet wird.

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{a_{PP}}{2 \cdot a_{PH}}\right) \tag{Gl. 3-15}$$

Die Kraftwirkungslinie von F_{P1} und F_{P2} schneidet die x-Achse des lokalen Koordinatensystems 1 unter dem Winkel γ_1 :

$$\gamma_1 = 180^{\circ} - (90^{\circ} + \phi) - \alpha_{wPP} = 90^{\circ} - \phi - \alpha_{wPP}$$
 (GI. 3-16)

Der Winkel, unter dem die Kraftwirkungslinie von F_{P1} und F_{P2} die x-Achse des lokalen Koordinatensystems 2 schneidet, wird mit γ_2 bezeichnet:

$$\gamma_2 = 90^{\circ} + \phi - \alpha_{w,PP}$$
 (GI. 3-17)

Die x- und y-Komponente der Kraft F_{P1} können nun wie folgt berechnet werden:

$$F_{P_{1,x}} = |F_{P_1}| \cdot \cos(\gamma_1)$$
 (GI. 3-18)

$$F_{P_{1,y}} = -|F_{P_{1}}| \cdot \sin(\gamma_{1})$$
 (GI. 3-19)

Die x- und y-Komponente der Kraft F_{P2} errechnen sich folgendermaßen:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{P2,x}} = -\left|\mathbf{F}_{\mathrm{P2}}\right| \cdot \cos\left(\gamma_{2}\right) \tag{GI. 3-20}$$

$$\mathsf{F}_{\mathsf{P2},\mathsf{y}} = \left| \mathsf{F}_{\mathsf{P2}} \right| \cdot \sin(\gamma_2) \tag{GI. 3-21}$$

Aus den einzelnen Kraftkomponenten lassen sich nun für Planet 1 und Planet 2 die Komponenten der resultierenden Kräfte berechnen:

$$F_{1,x} = F_{H1,x} + F_{P1,x}$$
 (Gi. 3-22)

$$F_{1,y} = F_{H1,y} + F_{P1,y}$$
 (GI. 3-23)

$$F_{2,x} = F_{H2,x} + F_{P2,x}$$
 (GI. 3-24)

$$F_{2,y} = F_{H2,y} + F_{P2,y}$$
 (GI. 3-25)

Die Beträge der resultierenden Kräfte errechnen sich wie folgt:

$$F_{1} = \sqrt{F_{1,x}^{2} + F_{1,y}^{2}}$$
 (Gl. 3-26)

$$F_2 = \sqrt{F_{2,x}^2 + F_{2,y}^2}$$
 (Gl. 3-27)

Die Komponenten $F_{K1/2}$ (Bild 3.8) der Verzahnungsnormalkräfte aus den Eingriffen Planet-Hohlrad ($F_{H1/2}$) und Planet-Planet ($F_{P1/2}$) senkrecht zur Resultierenden aus diesen Kräften ($F_{1/2}$) sind jeweils betragsmäßig gleich groß, wirken aber in entgegengesetzte Richtungen. Damit heben sie sich in der Kräftebilanz gegenseitig auf.

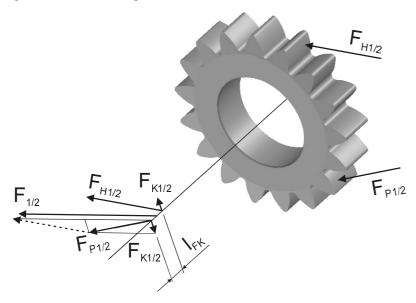


Bild 3.8: Entstehung des Kippmomentes am Planeten

Im Stirnraddifferenzial liegen die Eingriffe Planet-Hohlrad und Planet-Planet in parallelen Ebenen, die um den Betrag b_K versetzt sind. Dadurch bilden die beiden senkrechten Komponenten $F_{K1/2}$ ein Kräftepaar welches ein Drehmoment um eine zur resultierenden Bolzenkraft parallelen Achse bewirkt. Da die

Kraftwirkungslinie der resultierenden Bolzenkraft senkrecht zur Achse der Planetenbolzen steht, führt dieses Drehmoment zu einem Verkippen der Planeten auf ihren Bolzen. Das Drehmoment stellt damit ein Kippmoment dar.

Aus Bild 3.7 ist ersichtlich, dass die Kräfte F_{H1} und F_{H2} (GI. 3-11) die x-Achsen Ihrer lokalen Koordinatensysteme 1 und 2 jeweils unter dem Betriebseingriffswinkel $\alpha_{w,PH}$ schneiden. Die Winkel α_1 und α_2 , unter denen die Resultierenden F_1 und F_2 die jeweiligen x-Achsen schneiden, errechnen sich aus den x- und y-Komponenten von F_1 und F_2 , die aus GI. 3-22 bis GI. 3-25 bekannt sind.

$$\alpha_{_{1/2}} = \arctan\left(\frac{F_{_{1/2,y}}}{F_{_{1/2,x}}}\right)$$
 (GI. 3-28)

Die Winkel α_{K1} und α_{K2} zwischen den Kräften F_{H1} und F_1 bzw. F_{H2} und F_2 lassen sich als Summe aus $\alpha_{1/2}$ und dem Betrag des Betriebseingriffswinkels $\alpha_{w,PH}$ berechnen.

$$\alpha_{\text{K1/2}} = \left| \alpha_{\text{1/2}} + \left| \alpha_{\text{w,PH}} \right| \right|$$
 (GI. 3-29)

Die Kippkraft F_{K1/2} errechnet sich dann folgendermaßen:

$$F_{K_{1/2}} = F_{H_{1/2}} \cdot \sin(\alpha_{K_{1/2}})$$
 (Gl. 3-30)

In Verbindung mit dem Abstand I_{FK} der beiden Ebenen, in denen die Kräfte $F_{H1/2}$ und $F_{P1/2}$ wirken, kann aus $F_{K1/2}$ das Kippmoment $M_{K1/2}$ für die Planeten 1 und 2 berechnet werden.

$$M_{K1/2} = F_{K1/2} \cdot I_{FK}$$
 (GI. 3-31)

3.3 Zähnezahlbedingung

Damit das Differenzial montierbar ist, muss die Ausgleichsverzahnung eine Zähnezahlbedingung erfüllen. Da es sich im Sinne von Müller [19] beim Stirnraddifferenzial um ein Minusgetriebe handelt, lautet die entsprechende Zähnezahlbedingung:

$$\frac{\left|z_{H1}\right| + \left|z_{H2}\right|}{z_{AP}} = \text{ganze Zahl}$$
 (Gl. 3-32)

Dabei stellen z_{H1} und z_{H2} die Zähnezahlen der beiden Hohlräder in der Ausgleichsverzahnung dar. Die Zähnezahlen z_{H1} und z_{H2} sind für ein Achsdifferenzial mit gleichmäßiger Drehmomentverteilung identisch. Für ein Mittendifferenzial können sie sich unterscheiden, weil für eine ungleichmäßige Drehmomentverteilung zwischen den Antriebsachsen die Standübersetzung i_0 <-1 sein kann. Die Anzahl der gleichmäßig am Umfang verteilten Planetenradsätze ist mit z_{AP} angegeben.

4 Die Erprobungsdifferenziale

4.1 Vorgaben zur Auslegung der Erprobungsdifferenziale

Um das Stirnraddifferenzial mit möglichst geringem Aufwand erproben zu können, wird es so konstruiert, dass es im Austausch gegen das Kegelraddifferenzial in ein Seriengetriebe eingebaut werden kann.

Dabei handelt es sich um ein Getriebe für Fahrzeuge mit Frontantrieb und quer eingebautem Motor. Das Differenzial ist dabei als letzte Stufe in das Schaltgetriebe integriert. Dieses Getriebe kommt bei Opel angefangen vom Corsa bis hin zum Vectra in allen Fahrzeugmodellen zum Einsatz, deren Motor ein maximales Drehmoment von 170Nm nicht überschreitet. Das Referenzgetriebe wird bei Opel mit einer Stückzahl von über 1 Million pro Jahr produziert.

Zugunsten der Kompatibilität mit diesem Seriengetriebe wird das konstruktive Potenzial des Stirnraddifferenzials hinsichtlich axialem Bauraumbedarf (Bild 4.13) nicht ausgeschöpft, da das an sich sehr kompakte Differenzial über den rechten Lagerdeckel den vorhandenen Bauraum ausfüllen muss.

Zum Einsatz des Stirnraddifferenzials im Seriengetriebe müssen lediglich Steckwellen mit geänderten Längen und Wellendurchmessern angefertigt werden. Die geänderten Längen der Steckwellen sind erforderlich, damit im Stirnraddifferenzial zwei identische Hohlräder eingesetzt werden können. Da für das Stirnraddifferenzial die gleichen Kegelrollenlager zum Einsatz kommen sollen, wie beim Seriendifferenzial wird aufgrund der geringeren Wandstärke des Blechdeckels im Vergleich zum Gusskorb bei gleichem Außendurchmesser des Lagersitzes die Lagerbohrung für die Steckwellen größer. Daher müssen die Durchmesser der Steckwellen im Bereich der Deckeldurchführung entsprechend vergrößert werden.

Die Tragfähigkeit des Stirnraddifferenzials orientiert sich an der Tragfähigkeit des Seriengetriebes. Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung nutzt den in radialer Richtung durch das Antriebsstirnrad festgelegten Bauraum optimal aus. Dadurch treten im Vergleich zu den anderen Differenzialkonzepten deutlich niedrigere Umfangskräfte auf. Bei gleicher Drehmomentkapazität und Bauteilbeanspruchung erfordert die Ausgleichsverzahnung damit geringere Zahnbreiten. Als Konsequenz daraus kann das Stirnraddifferenzial entsprechend schmäler gebaut werden als ein herkömmliches Differenzial.

Eine Auflage für die Bewilligung des Forschungsvorhabens sieht vor, möglichst viele Bauteile des Stirnraddifferenzials so zu gestalten, dass sie umformtechnisch aus einem Stahlwerkstoff herstellbar sind. Bei entsprechend hoher Stückzahl können die Bauteile des Stirnraddifferenzials für einen Serieneinsatz dann auch kostengünstig hergestellt werden.

4.2 Verzahnungsauslegung

4.2.1 Berechnung der Tragfähigkeit des Referenzdifferenzials

Als Basis für die Auslegung der Ausgleichsverzahnung des Stirnraddifferenzials wird die Tragfähigkeit des Kegelraddifferenzials aus dem Seriengetriebe ermittelt. Das maximal übertragbare Drehmoment des Referenzdifferenzials wird mit 170Nm am Getriebeeingang angegeben. Im 1. Gang liegt damit an der Antriebsachse ein Radsummenmoment von ca. 2400Nm an. Das Stirnraddifferenzial wird so ausgelegt, dass dessen Tragfähigkeit in etwa der des Kegelraddifferenzials entspricht. Für die Tragfähigkeitsberechnung wird allerdings nicht mit dem maximal übertragbaren Drehmoment gerechnet, sondern mit einem äquivalenten Drehmoment [21], welches aus einem Prüfstandsprogramm (Tabelle 1) für das Referenzgetriebe abgeleitet wird.

Gang	Zeit	Achsdrehzahl	Achsmoment	Lastsp	oielzahl	T pro Eingriff
	[min]	[U/min]	[Nm]	Ausgleichsrad	Achswellenrad	Achswellenrad
1	60	215	2298	867	600	575
2	1200	376	1317	17333	12000	329
3	3000	568	872	43333	30000	218
4	8400	716	691	121333	84000	173
5	7800	827	598	112667	78000	150
R	60	138	2039	867	600	510
			_			
	L _h [h]			n _{eq 1}	n _{eq 2}	T _{eq} [Nm]
	342			296400		

Tabelle 1: Prüfstandsprogramm 1. - 5. Gang + Rückwärtsgang

Das gesamte äquivalente Antriebsmoment am Differenzial beträgt 1234Nm. Da sich im Kegelraddifferenzial das Drehmoment auf vier Zahneingriffe verteilt, errechnet sich pro Eingriff das äquivalente Moment zu 308Nm. Mit dem Kegelradnormprogramm KNplus [01] werden nach ISO10300 [12] die Sicherheiten gegen Fußbruch und Grübchen auf der Flanke für die Kegelräder des Referenzdifferenzials bei die-

sem äquivalenten Drehmoment berechnet. Für die Berechnung der Lastspielzahlen an den Ausgleichs- und Achswellenrädern wird dabei eine Drehzahldifferenz von 10U/min zwischen linker und rechter Seite des Differenzials angenommen.

Am Stirnraddifferenzial mit 3 Planetenpaaren verteilt sich das Antriebsmoment auf 6 Zahneingriffe an den beiden Hohlrädern. Damit ergibt sich pro Eingriff am Hohlrad ein äquivalentes Drehmoment von 205,7Nm. In der Tragfähigkeitsberechnung wird der Werkstoff 15NiCr13 (1.5752) mit einer Flankendauerfestigkeit σ_{Him} von 1650N/mm² und einer Fußdauerfestigkeit σ_{Flim} von 550N/mm² angesetzt. Als Ergebnis liefert die Tragfähigkeitsrechnung Sicherheiten gegen Grübchen auf der Flanke und gegen Zahnfußbruch. Demnach beträgt die Sicherheit gegen Grübchen S_{H} am Kegelraddifferenzial 0,54 am Ritzel und 0,56 am Rad. Die Sicherheit gegen Fußbruch S_{F} liegt am Ritzel bei 0,78, am Rad bei 0,87.

4.2.2 Ausnutzung des Bauraums

Der Hohlradaußendurchmesser wird durch das Stirnrad der Eingangsverzahnung begrenzt. Dabei soll nach Barth [03] die Kranzdicke des Antriebsstirnrades etwa 2,5 mt betragen, um die Fußtragfähigkeit dieser Verzahnung nicht zu gefährden. Nach Schubert [27] soll die Radkranzdicke bei Hohlrädern zwischen 3,0 mt und 5,5 mt liegen. Für die Kranzdicke des Hohlrades im Stirnraddifferenzial wird aber als Richtwert etwa 2,0 mt als ausreichend erachtet, da die Verzahnung eine geringe Breite aufweist und einseitig fest mit dem scheibenförmigen Radkörper des Hohlrades verbunden ist. Dies gewährleistet trotz der geringen Radkranzdicke eine ausreichende Steifigkeit. Durch die Wahl eines Verzahnungsmoduls und eines Bezugsprofils kann ein vorläufiger Teilkreisdurchmesser für das Hohlrad festgelegt werden. Mit diesem vorläufigen Teilkreisdurchmesser und dem Stirnmodul ergibt sich eine vorläufige Zähnezahl. Diese muss auf einen ganzzahligen Wert gerundet werden. Mit dieser Zähnezahl kann dann ein realer Teilkreisdurchmesser berechnet werden. Die Zähnezahl des Hohlrades muss der Zähnezahlbedingung (Gl. 3-32) genügen. Falls die Zähnezahlbedingung nicht erfüllt ist, muss die Zähnezahl am Hohlrad entsprechend reduziert werden.

Für das angestrebte Fertigungsverfahren Taumelpressen wird bei der Verzahnungsauswahl eine Verzahnung mit kleinem Modul gegenüber einer Verzahnung mit großem Modul bevorzugt, da bei der kleinmoduligen Verzahnung der Umformgrad geringer ist. Die Verzahnung muss außerdem frei von Unterschnitt sein. Dementsprechend wird auch die Profilverschiebung ausgeführt.

Der maximale Planetenkopfkreisdurchmesser wird durch die Platzverhältnisse im Planetenträger begrenzt. Um die Stabilität des Planetenträgers zu gewährleisten, muss zwischen zwei Planetenpaaren ein gewisser Abstand bleiben. Bei der Ausführung des Planetenträgers in Blechbauweise ist dabei zu beachten, dass zwischen zwei Planetenpaaren für die umformgerechte Gestaltung des Steges mehr Platz erforderlich ist, als bei der Massivausführung. Für die Beanspruchung der Planetenlager ist es günstig, den Planetendurchmesser so groß wie möglich zu wählen. Dadurch sinkt zum einen die Übersetzung in der Ausgleichsverzahnung, was zu einer niedrigeren Planetendrehzahl führt. Zum anderen erlaubt der größere Planetendurchmesser auch einen größeren Lagerdurchmesser mit einer entsprechend geringeren Pressung. Bei Lagerung des Planeten auf einem Zapfen ist auf eine ausreichende Kranzdicke zu achten [03].

4.2.3 Festlegung der Verzahnungsdaten

Die Verzahnungstragfähigkeit kann durch zahlreiche Geometrieparameter beeinflusst werden. Dabei lässt sich meist der Einfluss eines Parameters auf die Tragfähigkeit zumindest qualitativ durch Überlegung voraussagen. Überlagert man aber gleichzeitig die Änderung an mehreren Parametern, so ist das Resultat schon nicht mehr absehbar. Müssen dann noch Randbedingungen beachtet werden, die von der Verzahnungsgeometrie abhängen, sich aber an anderer Stelle wie z.B. in der Lagerbeanspruchung auswirken, so ist die Unterstützung durch einen Computer bei der Suche nach einer optimalen Lösung unabdingbar. Angesichts der hohen Rechenleistung, die heute ein handelsüblicher PC zur Verfügung stellt, kann innerhalb kurzer Zeit für sehr viele Verzahnungsvarianten eine Tragfähigkeitsberechnung durchgeführt werden. Unter Anwendung bestimmter Kriterien wird dann aus der Menge aller Lösungen die beste ausgewählt.

Zur Bestimmung der am besten geeigneten Verzahnung für das Stirnraddifferenzial wurden daher Tragfähigkeitsberechnungen für über 1300 Verzahnungsvarianten durchgeführt. Dabei wurden unter anderem die Zähnezahl, der Modul, der Eingriffswinkel und die Profilverschiebung variiert.

Der Modul wurde zwischen 2,0mm und 4,0mm variiert. Hinsichtlich Fuß- und Flankentragfähigkeit schneidet erwartungsgemäß eine Verzahnung mit großem Modul und geringer Zähnezahl am besten ab. Bild 4.1 zeigt so eine Verzahnung mit einem Eingriffswinkel von 20°, Modul 4,0mm und den Zähnezahlen 10 am Planet und 33 am Hohlrad.

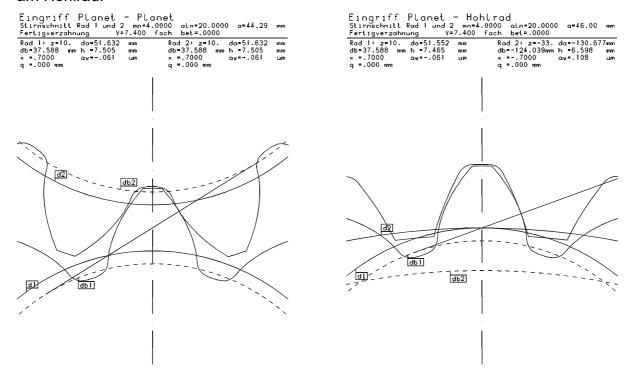


Bild 4.1: Verzahnung mit Modul 4,0mm

Da die Verzahnung aber umformtechnisch hergestellt werden soll, und bereits Verzahnungen mit dem kleinsten Modul von 2,0mm die Tragfähigkeitswerte des Kegelraddifferenzials übertreffen, konzentriert sich die Auswahl auf eine Verzahnung mit Modul 2,0mm. Hinzu kommt, dass die Verzahnungen mit großem Modul kleinere Planetenbohrungen ermöglichen, was sich ungünstig auf die Pressung im Planetengleitlager auswirkt.

Unter Berücksichtigung aller Randbedingungen stellt schließlich eine Verzahnung mit dem Modul m_n =2,0mm und den Zähnezahlen z_P =17 (Planet) und z_H =72 (Hohlrad) bei einem Eingriffswinkel von α_n =20° und einer Profilverschiebung x_P/x_H =0,7/-0,7 den besten Kompromiss für den Einsatz im Stirnraddifferenzial dar (Bild 4.2) [10]. In den Tragfähigkeitsberechnungen wird für die Planeten und Hohlräder des Stirnraddifferenzials der Werkstoff 16MnCr5 (1.7131) mit einer Flankendauerfestigkeit σ_{Hlim} von 1460N/mm² und einer Fußdauerfestigkeit σ_{Flim} von 430N/mm² angesetzt.

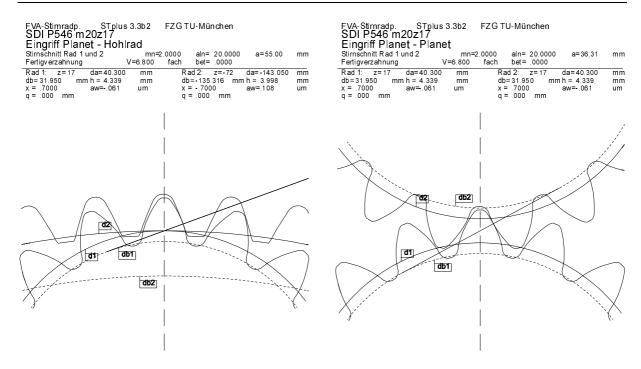


Bild 4.2: Ausgleichsverzahnung

Die Eingriffe zwischen Planet und Hohlrad sowie zwischen zwei Planeten werden separat ausgewertet. Bei einer Breite der Planeten von 8mm und einer Verzahnungstiefe von 5mm an den Hohlrädern beträgt in beiden Eingriffen die gemeinsam genutzte Zahnbreite 4mm. Die Verzahnung weist im Eingriff Planet-Hohlrad (PH) eine Grübchensicherheit von 1,01 am Ritzel und 1,05 am Hohlrad auf. Die Sicherheiten gegen Fußbruch liegen bei 0,99 für das Ritzel und 0,95 bzw. 1,65 nach FVA 45 I/II für das Hohlrad. Im Eingriff Planet-Planet (PP) beträgt die Grübchensicherheit 0,73, die Sicherheit gegen Fußbruch 1,0. In Tabelle 2 sind die Sicherheiten der Verzahnungen von Kegelrad- und Stirnraddifferenzial zum Vergleich gegenübergestellt. Die Sicherheiten am Stirnraddifferenzial übertreffen in allen Punkten die Sicherheiten am Kegelraddifferenzial. Damit liegen am Stirnraddifferenzial noch Sicherheitsreserven vor.

		Kegelraddifferenzial	Stirnraddifferenzial
		(ISO10300)	(DIN3990)
Fußsicherheit	Ritzel	0,78	0,99 (PH) / 1,0 (PP)
S _F	Rad	0,87	0,95 bzw. 1,65 FVA 45 I/II (PH)
Flankensicherheit	Ritzel	0,54	1,01 (PH) / 0,73 (PP)
S _H	Rad	0,56	1,05 (PH)

Tabelle 2: Gegenüberstellung der Sicherheiten am Kegelrad- und Stirnraddifferenzial

4.3 Lagerung der Planeten

Für die Lagerung der Planeten gibt es im wesentlichen drei Konzepte. Die linke Darstellung in Bild 4.3 zeigt Planeten, die in einer Bohrung auf Ihren Zahnköpfen gelagert sind. Die Planeten können aber auch mit einer Lagerbohrung ausgeführt und auf einem Zapfen gelagert werden (Bild 4.3, Mitte).

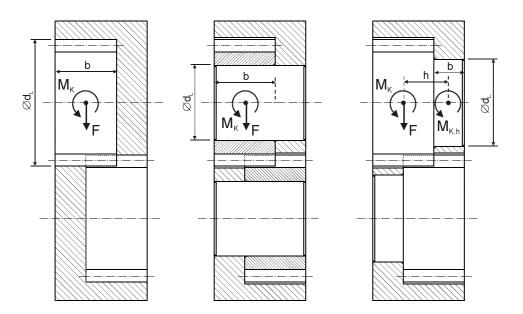


Bild 4.3: Planetenlagerungsarten

Bei diesen beiden Konzepten entspricht die Lagerbreite (b) der Zahnbreite der Planeten. Da die resultierenden Kräfte (F) aus den Verzahnungskräften in etwa mittig auf die Lagerflächen wirken, entsteht kein zusätzliches Kippmoment (M_{K,h}). Obwohl der Lagerdurchmesser (d_L) bei der linken Variante größer ist, als bei der mittleren, ist die Flächenpressung bei der mittleren Variante geringer. In der geschlossenen ringförmigen Gleitlagerfläche auf einem Lagerzapfen ist die rechnerische Kontaktfläche deutlich größer als bei Lagerung der Planeten auf Ihren Zahnköpfen. Dies gilt auch noch bei der Annahme, dass sich die Last auf mehrere Zahnköpfe verteilt. Dementsprechend geringer ist Pressung in der ringförmigen Zapfengleitfläche.

Eine weiteres Konzept (Bild 4.3, rechts) sieht vor, die Planeten mit Zapfen zu versehen, und damit in entsprechenden Bohrungen auf dem Planetenträger zu lagern. Dabei entspricht die Lagerbreite allerdings nur der Wandstärke des Planetenträgers. Die Lager sind damit nur halb so breit wie bei den beiden anderen Konzepten. Der Lagerdurchmesser (d_L) ist bei dieser Variante etwas größer als bei der mittleren, und kann dadurch den Nachteil der geringeren Lagerbreite teilweise kompensieren. Hin-

zu kommt aber, dass die Wirkungslinie der resultierenden Lagerkraft (F) um den Hebelarm (h) versetzt zur Mitte der Lagerfläche verläuft. Die Lagerung muss damit das zusätzlich wirkende Kippmoment ($M_{K,h}$) aufnehmen. Die Beanspruchung der Lagerflächen ist beim dritten Konzept insgesamt höher als beim zweiten. Dennoch kann das dritte Konzept Vorteile bei den Fertigungskosten aufweisen.

Für die Erprobungsdifferenziale wird die Lagerung nach Bild 4.3, Mitte gewählt. Diese Lagerung orientiert sich an der Serienlösung des Kegelraddifferenzials, bei dem die Ausgleichskegelräder in ähnlicher Weise auf einem Bolzen gleitgelagert sind. Wie aus Tabelle 3 hervorgeht, treten in den Gleitlagern relativ hohe Pressungen bei niedrigen Drehzahlen auf [10]. Die Sommerfeldzahlen liegen um mehrere Größenordungen jenseits der Grenzen für problemlosen Gleitlagerbetrieb im Schwerlastbereich [20]. Daher ist davon auszugehen, dass der Ölfilm bei höheren Lasten die Reibpartner nicht mehr trennt und somit Grenzreibung bzw. Festkörperreibung auftritt. Dementsprechend müssen die Zapfenoberfläche und die Planetenbohrung besonders glatt und verschleißfest sein.

		Kegelraddifferenzial	Stirnraddifferenzial
mittlere Pressung	N/mm²	145	77
Sommerfeldzahl	-	105672	4980
Gleitgeschwindigkeit	m/s	0,03	0,11
Reibleistung	W	112	103

Tabelle 3: Lagerbetriebsdaten (Radsummenmoment 2400Nm, ∆n 50U/min)

Die Pressung und die Sommerfeldzahl wird beim Stirnraddifferenzial im Vergleich zum Kegelraddifferenzial weit unterschritten. Die Pressung wird deutlich niedriger angesetzt, weil nicht absehbar ist, wie die tatsächliche Pressung aufgrund von Bauteilverformungen von der rechnerischen Pressung abweicht. Allerdings tritt im Stirnraddifferenzial eine höhere Umfangsgeschwindigkeit in den Gleitlagern auf, weil die Übersetzung zwischen Hohlrad und Planet deutlich größer ist, als in der Kegelraddifferenzialverzahnung. Die Reibleistung ist unter der Annahme gleicher Reibungszahlen beim Kegelraddifferenzial etwas höher.

Diese Art der Lagerung erscheint zwar äußerst kritisch, da sie sich aber offenbar im Referenzdifferenzial im Serieneinsatz bewährt hat, wird davon ausgegangen dass sie auch im Stirnraddifferenzial einsetzbar ist.

4.4 Die Komponenten des Stirnraddifferenzials

Im Rahmen des Forschungsvorhabens werden vier Prototypen gebaut [10]. Zwei der Prototypen werden als Leichtbauvarianten mit einem Planetensteg aus Blech gebaut, wie er in der Explosionsdarstellung des Stirnraddifferenzials (Bild 4.4) zu sehen ist.

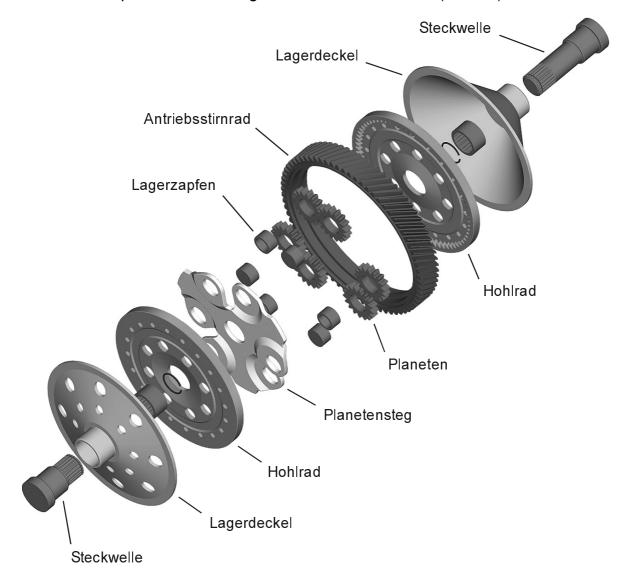


Bild 4.4: Komponenten des Stirnraddifferenzials

Es zeichnet sich aber schon relativ früh im Vorhaben ab, dass die Herstellung des Blechsteges unter Einhaltung der vorgegebenen Toleranzen sowie die Verbindung des Steges mit dem Antriebsstirnrad schwierig zu realisieren ist. Außerdem zeigen FEM Berechnungen, dass sich der Blechsteg unter Last stark verformt, wodurch sich die Eingriffsverhältnisse in der Ausgleichsverzahnung ändern können [10]. Da nicht abzusehen ist, in wie weit die Verformungen und eventuelle Abweichungen von den Fertigungstoleranzen die Funktion des Differenzials beeinträchtigen, werden für die

prinzipiellen Funktionsuntersuchungen des Stirnraddifferenzials zwei weitere Prototypen mit massiven Planetenstegen (Bild 4.8) aufgebaut. Bei diesen Differenzialen sind Antriebsstirnrad, Planetensteg und Lagerzapfen aus einem Stück gefertigt. Die Massivstege sind steifer als die Blechkonstruktion. Auch die Einhaltung der Fertigungstoleranzen ist beim Massivsteg einfacher, weil alles aus einem Stück gefertigt ist, und damit auf die Schweißverbindungen verzichtet wird.

4.4.1 Planeten



Bild 4.5: Planeten

Die Planeten (Bild 4.5) sind als ringförmige Zahnräder ausgeführt. Da die Planeten als Zwischenräder in der Ausgleichsverzahnung arbeiten, erfolgt sowohl die Einleitung, als auch die Ausleitung des Drehmoments über jeweils einen Zahneingriff. Die Radial- und Umfangskräfte in den Zahneingriffen bilden resultierende Kräfte, die nach Betrag und Richtung für die beiden Planeten eines Paares unterschiedlich sind. Durch den Versatz der Eingriffe zwischen den Planeten und zwischen Pla-

net und Hohlrad entstehen zusätzlich Kippmomente. Die Resultierenden Kräfte und Kippmomente werden in einer Gleitlagerung aufgenommen, die aus der Planetenbohrung und dem Lagerzapfen des Planetenträgers gebildet wird. Das Kippmoment stützt sich zum Teil auch auf der Auflagefläche des Planetenträgers ab, weil die Lagerung spielbehaftet ist, und der Planet daher auf dem Lagerbolzen kippen kann. Die Planeten lassen sich durch Taumelpressen aus einem phosphatierten und be-

Die Planeten lassen sich durch Taumelpressen aus einem phosphatierten und beseiften, tablettenförmigen Rohling herstellen. Die Verzahnung wird dabei fertig geformt, ein Nachschleifen entfällt. Das Entgraten kann durch Trowalisieren erfolgen. Die Bohrung ist spanend gefertigt. Die Planeten sind aus 16MnCr5 (1.7131) gefertigt und einsatzgehärtet. Denkbar ist aber auch, die Planeten aus einem Nitrierstahl zu fertigen und entsprechend zu nitrieren.

4.4.2 Hohlräder

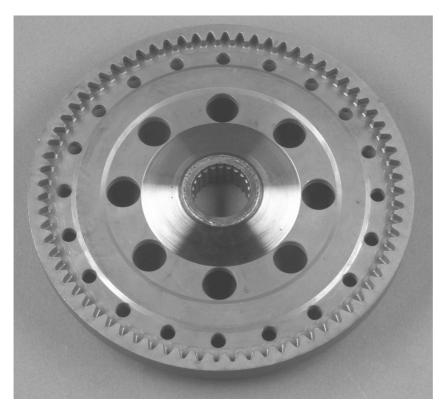


Bild 4.6: Hohlrad - Vorderseite

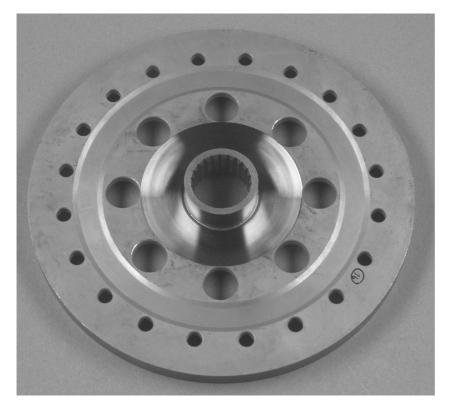


Bild 4.7: Hohlrad - Rückseite

In Bild 4.6 und Bild 4.7 sind Vorder- und Rückseite eines Hohlrades zu sehen, wie es im Stirnraddifferenzial zum Einsatz kommt. Die Hohlräder greifen das Drehmoment von den Ausgleichsplaneten ab, und leiten es über die Naben an die Steckwellen weiter. Um den Bauraum im Differenzial möglichst effizient zu nutzen, sind mehrere Planetenpaare gleichmäßig verteilt untergebracht. Dadurch heben sich die Radialkräfte aus den Zahneingriffen am Hohlrad auf. Da es geradverzahnt ist, treten auch keine Axialkräfte auf. Die Summe der Umfangskräfte aus den einzelnen Zahneingriffen bewirkt ein querkraftfreies Drehmoment am Hohlrad. Damit verursacht das Hohlrad nominell keine Kräfte, die in einer Lagerung

aufgenommen werden müssen. Die Hohlräder sind so gestaltet, dass eine umform-

technische Herstellung möglich ist. Die Versuchsmuster sind allerdings spanend aus dem Werkstoff 16MnCr5 (1.7131) gefertigt. Dabei ist der Rohling aus einer Scheibe gedreht und die Hohlradverzahnung bei einem Teil der Räder mit einem Schaftfräser gefräst, beim anderen Teil senkerodiert.

Die Naben sind separat hergestellt. Die Nabenrohlinge sind gedreht. Die Steckwellenverzahnung der Naben wird mittels einer Räumnadel gefertigt. Sowohl Hohlrad als auch Nabe werden separat einsatzgehärtet, wobei der Bereich der Schweißnaht abgedeckt ist. Durch das Fügen von Nabe und Hohlrad nach der Wärmebehandlung werden Fluchtungsfehler der Nabenachse und Hohlradachse durch Härteverzug vermieden. Die Nabe wird durch eine Laserschweißnaht mit dem Hohlrad verbunden. Im Rahmen einer Serienfertigung könnten Hohlrad und Nabe im Umformprozess auch einteilig und damit kostengünstiger hergestellt werden. Die Naben mit der Steckwellenverzahnung erlauben den Einsatz von weitgehend serienmäßigen Gelenkwellen, die lediglich in der Länge angepasst sind. Dies ist zwar für die Versuche im Rahmen des Forschungsprojektes von Vorteil, das Potenzial der axialen Bauraumeinsparung lässt sich aber mit dieser Lösung nicht ausschöpfen. Für einen serienmäßigen Einsatz des Stirnraddifferenzials ist eine Lösung erstrebenswert, bei der die Gleichlaufgelenke der Achswellen direkt an die Hohlräder angeschlossen sind. Die Härteverzüge erfordern bislang eine spanende Nachbearbeitung der Funktionsflächen nach dem Härten. Durch Verwendung eines Nitrierstahles zur Herstellung der Hohlräder in Verbindung mit dem Nitrieren lassen sich Härteverzüge weitgehend vermeiden. Damit lässt sich die spanende Nacharbeit auf ein Minimum reduzieren,

was auch den Herstellungskosten zu gute kommt.

4.4.3 Antriebsstirnrad mit massivem Planetenträger



Bild 4.8: Antriebsstirnrad mit Massivsteg

Das Stirnraddifferenzial muss für die Erprobung in einem Seriengetriebe kompatibel zum dort eingesetzten Kegelraddifferenzial sein. Das bedeutet, dass auch die Einleitung des Drehmoments in das Differenzial identisch sein muss.

Beim serienmäßigen Kegelraddifferenzial (Bild 2.1) erfolgt die Drehmomenteinleitung über ein Antriebsstirnrad. Es ist über einen Schraubenflansch mit dem Korb des Ke-

gelraddifferenzials verbunden. Der Korb trägt die Ausgleichskegelräder, und hat damit die gleiche Funktion wie der Planetenträger (Steg) beim Stirnraddifferenzial.

Als Basis für die Herstellung des Antriebsstirnrades dient ein geschmiedeter Rohling. Die spanende Bearbeitung des Rohlings besteht im wesentlichen aus Drehen und Verzahnen. Nach dem Einsatzhärten wird die Verzahnung noch geschliffen.

Bild 4.8 zeigt ein Antriebsstirnrad für das Stirnraddifferenzial, welches mit dem Planetenträger aus einem Teil gefertigt ist. Als Basis für die Herstellung der Musterteile dient eine massive Scheibe aus 16MnCr5 (1.7131), die durch Drehen und Verzahnen entsprechend bearbeitet wird. Die Planetenläufe werden so gefräst, dass ein Lagerzapfen verbleibt. Wie das Serienteil, wird auch dieses Teil einsatzgehärtet und die Verzahnung im Anschluss geschliffen.

Dieses Bauteil ist zwar aufwändig in der Fertigung, kann aber mit Standardfertigungsverfahren in geringer Stückzahl für Versuchszwecke problemlos hergestellt werden. Durch die massive Ausführung des Planetenträgers bleiben die lastbedingten Verformungen niedrig, was der Beanspruchung der Ausgleichsverzahnung zu gute kommt. Damit ist dieses Bauteil für die grundsätzlichen Untersuchungen zur Funktion des Stirnraddifferenzials sehr gut geeignet.

4.4.4 Antriebsstirnrad mit Planetenträger aus Blech



Bild 4.9: Antriebsstirnrad mit Blechsteg

Um dem Stirnraddifferenzial auch hinsichtlich Leichtbau und Fertigungskosten einen Vorteil im Vergleich zum Kegelraddifferenzial zu verschaffen, wird für den Verbund aus Antriebsstirnrad und Planetenträger ein weiterer Ansatz untersucht.

Bild 4.9 zeigt einen Verbund aus Antriebsstirnrad und Planetenträger, bei dem beide Bauteile separat gefertigt und mittels einer Laserschweißnaht gefügt sind.

Die Herstellung des Antriebsstirnrades gestaltet sich hier aufgrund seiner einfachen Geometrie als relativ einfach. Wie das Serienteil, basiert auch dieses Teil auf einem geschmiedeten Rohling, der spanend nachbearbeitet wird. Beim Einsatzhärten muss der ringförmige Steg im Inneren des Stirnrades abgedeckt werden, da sonst keine tragfähige Schweißverbindung mit dem Steg möglich ist.

Der Planetenträger besteht aus dem Stegblech und den Lagerzapfen. Die Komponenten werden separat gefertigt und im Anschluss mittels Laserschweißnähten gefügt. Die Teile sind so konzipiert, dass sie rein umformtechnisch, und damit kostengünstig in großer Stückzahl hergestellt werden können. Aus Kostengründen sind die Teile für die Versuchsmuster aber komplett spanend gefertigt.

Der Bau dieser Versuchsmuster hat sich als problematisch erwiesen, da die Schweißverbindungen zu erheblichen Bauteilverzügen führen. Die Schweißverbindung zwischen Stirnrad und Planetenträger ist nach dem Schweißen derart vorgespannt, dass das Stirnrad eine Rundlaufabweichung von 0,1mm aufweist [10]. Bei Überlagerung der Betriebslast erweist sich diese Verbindung dann als nicht mehr tragfähig.

4.4.5 Deckel





Bild 4.10: Linker (oben) und rechter (unten) Deckel mit Ölför- dem Ölsumpf des Gederbohrungen

Die Lagerdeckel haben zum einen die Aufgabe, das fertig montierte Differenzial im Ruhezustand zusammenzuhalten. Zum anderen befinden sich die Sitze für die Kegelrollenlager, denen das Antriebsstirnrad, und damit das Ausgleichsgetriebe im Getriebegehäuse gelagert wird, auf den Deckeln. Außerdem ermöglichen die Deckel in den Steckwellendurchführungen

wellendurchführungen die Ausleitung des Drehmomentes an die beiden Antriebsräder.

Die Deckel übertragen die Kräfte aus der Antriebsverzahnung an die Lager. Ein Drehmoment wird über die Deckel nicht übertragen.

Um die Ölzufuhr aus dem Ölsumpf des Getriebes zu verbessern, sind die Deckel mit

schräg gebohrten Ölversorgungsbohrungen versehen. Die Orientierung der Bohrung wird entsprechend der Drehrichtung des jeweiligen Deckels so gewählt, dass beim Umlaufen des Differenzials Öl aus dem Getriebeölsumpf in das Differenzial gefördert

wird. Um die Förderwirkung zu verbessern, sind die Einlaufkanten so nachgearbeitet, dass keine scharfen Abrisskanten verbleiben.

Die axialen Bohrungen im Absatz des Lagersitzes ermöglichen die Demontage der Kegelrollenlager in einer Presse mit einem entsprechenden Werkzeug.

Die Deckel sind so gestaltet, dass das Stirnraddifferenzial als Ersatz für das Kegelraddifferenzial in das Seriengetriebe eingebaut werden kann, ohne am Getriebegehäuse Änderungen vornehmen zu müssen. Sie dienen gewissermaßen als Adapter. Für einen Serieneinsatz wäre im Zuge einer Überarbeitung des kompletten Getriebes auch der Einsatz von Deckeln mit einer anderen Lagerung erstrebenswert, um das axiale Bauraumpotenzial voll ausschöpfen zu können.

Die Lagerdeckel werden aus 16MnCr5 (1.7131) gedreht. Die Deckel sind nicht gehärtet. Sie weisen eine Wandstärke von 3mm auf. Der linke Deckel wiegt 501g, der rechte 680g. Für eine Serienfertigung bietet sich auch für die Deckel eine umformtechnische Herstellung an.

4.5 Zusammenbau der Erprobungsdifferenziale

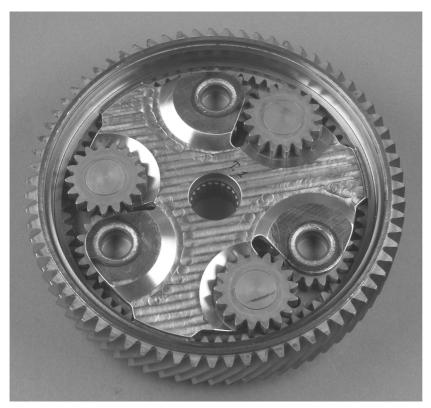




Bild 4.11: Stirnraddifferenzial Zusammenbau 1

Bild 4.11 zeigt in der oberen Darstellung einen teilweisen Zusammenbau des Differenzials, bestehend aus dem Verbund Antriebsstirnrad und Steg, sowie einem Hohlrad und den Planeten.

Die untere Darstellung zeigt den Aufbau mit dem Massivsteg. Diese Variante bietet die Möglichkeit im gleichen Bauraum, mit der gleichen Ausgleichsverzahnung vier Planetenpaare unterzubringen. Damit ließe sich die Tragfähigkeit des Differenzials noch steigern. Das Gewicht ändert sich durch den Einsatz der weiteren Planeten aber nicht wesentlich, weil dabei lediglich ein Teil der

des

durch die Masse der

Steges

Masse

zusätzlichen Planeten ersetzt wird. In der oberen Darstellung von Bild 4.12 ist auch das zweite Hohlrad eingesetzt. In dieser Darstellung ist erkennbar, dass das Ausgleichsgetriebe nicht breiter als das Antriebsstirnrad ist.





Bild 4.12: Stirnraddifferenzial Zusammenbau 2

Damit ist der komplette Ausgleich im Antriebsstirnrad integriert. Die Varianten mit Blechsteg und Massivsteg unterscheiden sich nicht im Platzbedarf.

In der unteren Darstellung sind die beiden Lagerdeckel montiert. Die Deckel sind mit einer leichten Übermaßpassung gefügt und halten das Differenzial im Ruhezustand zusammen. Zwischen den Deckeln und den darunter liegenden Hohlrädern verbleibt ein geringes Axialspiel. Unter Last wird das Differenzial dann für die ersten Versuche nur durch die Lagervorspannung zusammengehalten. Dies erleichtert im frühen Versuchstadium die Demontage zur Begutachtung von Schäden.

FEM Berechnungen haben gezeigt, dass sich die Deckel unter Last in den Zentrierflächen bewegen [10].

Es ist daher vorgesehen, die Deckel mittels einer ringförmigen Schweißnaht mit dem Antriebsstirnrad fest zu verbinden.

4.6 Das Stirnraddifferenzial im Vergleich zum Kegelraddifferenzial

Im Vergleich zum Kegelraddifferenzial bietet das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung einige konzeptionelle Vorteile. In Bild 4.13 ist in der linken Hälfte ein serienmäßiges Kegelraddifferenzial im eingebauten Zustand zu sehen. In der rechten Hälfte ist das Stirnraddifferenzial anstelle des serienmäßigen Kegelraddifferenzials in das gleiche Getriebegehäuse eingebaut. Dabei zeigt Bild 4.13 ein Stirnraddifferenzial mit Blechsteg. Beide Differenziale sind für die selbe Beanspruchung ausgelegt.

Für die Beanspruchung der Bauteile im Inneren des Differenzials ist der Radius entscheidend, auf dem das Drehmoment übertragen wird. Dieser Radius wird im folgenden als Wirkradius bezeichnet. Die Umfangskraft in der Ausgleichsverzahnung hängt direkt von diesem Radius ab. In Bild 4.13 ist erkennbar, dass der Wirkradius (r_S) im Stirnraddifferenzial mehr als doppelt so groß ist, wie der Wirkradius (r_K) im Kegelraddifferenzial. Dementsprechend wirkt beim gleichen übertragenen Drehmoment im Stirnraddifferenzial auf die Ausgleichsplaneten weniger als die Hälfte der Umfangskraft, die auf die Ausgleichskegelräder wirkt.

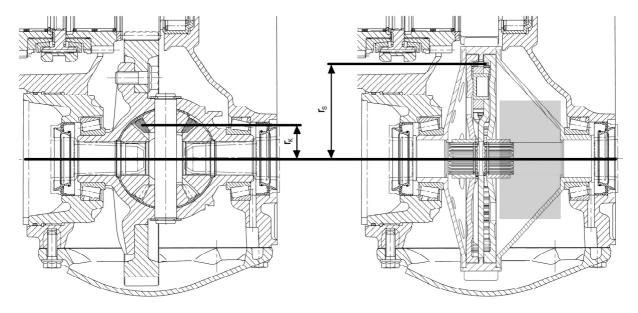


Bild 4.13: Wirkradius und Bauraumbedarf von Kegelrad- und Stirnraddifferenzial

Beim Stirnraddifferenzial wird die Umfangskraft obendrein auf 6 Zahneingriffe anstelle der 4 beim Kegelraddifferenzial verteilt. Bei gleicher Beanspruchung sind die Ausgleichsplaneten im Stirnraddifferenzial daher deutlich kleiner als die Ausgleichskegelräder. Die geringere Zahnbreite und die parallele Anordnung der Ausgleichsräder ermöglichen einen axialen Bauraumbedarf des Stirnraddifferenzials, der die Breite

des Antriebsstirnrades nicht überschreitet. Durch die Querlage der Ausgleichskegelräder im Kegelraddifferenzial benötigt die Ausgleichsverzahnung den doppelten axialen Bauraum. Die mögliche Bauraumeinsparung beim Stirnraddifferenzial ist im Bild 4.13 grau markiert. Das Stirnraddifferenzial mit Blechsteg und das Stirnraddifferenzial mit Massivsteg nehmen den gleichen Bauraum in Anspruch, daher gilt die Bauraumeinsparung auch für die Ausführung mit Massivsteg. Das Stirnraddifferenzial bietet aber noch mehr Potenzial bei der Bauraumeinsparung, welches am gezeigten Prototypen aus Kompatibilitätsgründen nicht ausgeschöpft werden kann. Dieses Einsparpotenzial wird aber in Kapitel 8.4 noch erläutert.

Beim gezeigten Kegelraddifferenzial muss das Drehmoment vom Antriebsstirnrad über einen Flansch in das Differenzialgehäuse geleitet werden. Das Gehäuse leitet das Drehmoment an den Bolzen weiter. Außerdem muss das Gehäuse des Kegelraddifferenzials auch die Kräfte aus der Antriebsverzahnung an die Lager weiterleiten. Die hohen Umfangskräfte führen in der Kegelradverzahnung zu entsprechenden Axialkräften, die zusätzlich von innen gegen das Differenzialgehäuse wirken. Dem Gehäuse des Kegelraddifferenzials sind also unterschiedliche Beanspruchungen überlagert. Es muss daher massiv ausgeführt sein, und ist dem entsprechend schwerer als die beiden Stirnraddifferenziale mit Massiv- und Blechsteg (Bild 4.14).

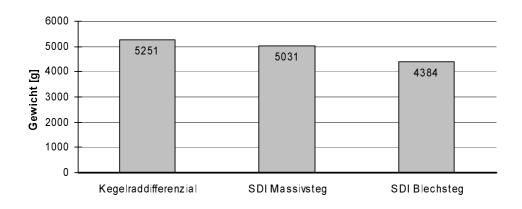


Bild 4.14: Absoluter Gewichtsvergleich

Bei den Stirnraddifferenzialen dagegen werden Drehmomentübertragung und Übertragung der Lagerkräfte getrennt. Während das Drehmoment direkt ohne Umweg in den Steg geleitet wird, werden die Kräfte aus der Antriebsverzahnung über die drehmomentfreien Lagerdeckel an die Lager verteilt. Die Deckel kommen daher mit einer relativ geringen Wandstärke aus. Beim Stirnraddifferenzial mit Blechsteg weist das Stegblech im Vergleich zur Wandstärke des Kegelraddifferenzialgehäuses auch

eine deutlich geringere Dicke auf. Es ist daher um ca. 870g leichter als das Kegelraddifferenzial. Das entspricht einer Gewichtseinsparung von ca. 17% (Bild 4.15). Es ist auch ca. 650g leichter als das Stirnraddifferenzial mit Massivsteg. Mit Massivsteg ist das Stirnraddifferenzial noch um fast 200g leichter als das Kegelraddifferenzial, was einer Gewichtseinsparung von ca. 4% entspricht. Dabei bietet der Massivsteg auch noch Potenzial zur Gewichtseinsparung durch Entfernen von Material an schwach beanspruchten Stellen.

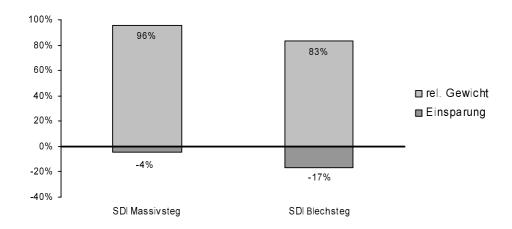


Bild 4.15: Relativer Gewichtsvergleich, bezogen auf das Kegelraddifferenzial

Es muss berücksichtigt werden, dass bei beiden Stirnraddifferenzialen der rechte Deckel aus Kompatibilitätsgründen größer als prinzipiell erforderlich ausgeführt ist. Das Gesamtgewicht lässt sich um jeweils weitere 180g (Bild 4.17, Bild 4.18) senken, wenn anstelle des großen Deckels auf der rechten Seite der gleiche Deckel wie auf der linken Seite eingebaut wird. Mit weiteren erheblichen Gewichtseinsparungen ist auch zu rechnen, wenn man berücksichtigt, dass das kompaktere Stirnraddifferenzial auch ein kleineres Getriebegehäuse erfordert.

Betrachtet man die einzelnen Bauteilgewichte der Differenziale (Bild 4.16 bis Bild 4.18), so erkennt man, dass beim Kegelraddifferenzial Gussgehäuse und Antriebsstirnrad mit seinem massiven Schraubenflansch den größten Anteil am Gesamtgewicht haben. Bei den Stirnraddifferenzialen ist bereits der Stirnradsteg sowohl in Massiv- als auch Blechbauweise leichter als das Stirnrad beim Kegelraddifferenzial. Das Gussgehäuse entfällt völlig. Dafür benötigt das Stirnraddifferenzial aber noch die beiden Lagerdeckel. Auch die Planeten und Hohlräder sind in Summe schwerer als Achswellen- und Ausgleichskegelräder.

Gesamtgewicht: 5251g

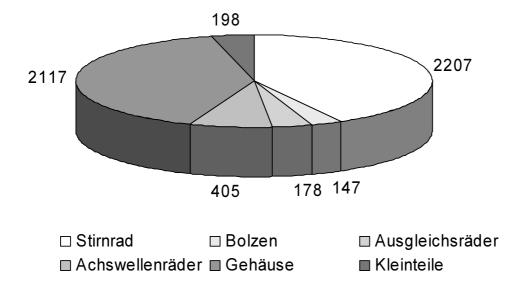


Bild 4.16: Bauteilgewichte Kegelraddifferenzial [g]

Gesamtgewicht: 5031g

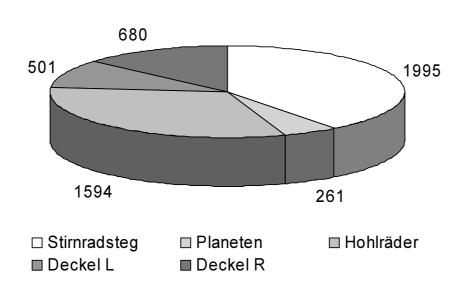
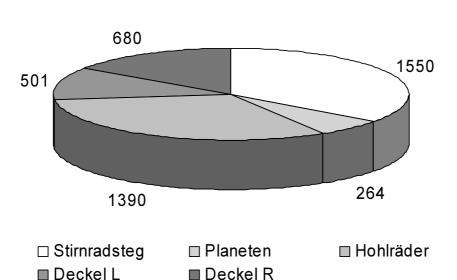


Bild 4.17: Bauteilgewichte Stirnraddifferenzial mit Massivsteg [g]



Gesamtgewicht: 4384g

Bild 4.18: Bauteilgewichte Stirnraddifferenzial mit Blechsteg [g]

Ein prinzipieller Nachteil der Parallelachsendifferenziale liegt im Verzahnungsspiel. Großes Verzahnungsspiel im Antriebsstrang führt beim Übergang von Zug- in Schubbetrieb und umgekehrt zu Stößen, die den Fahrkomfort beeinträchtigen. Bei der Fertigung der Komponenten der Stirnraddifferenziale muss daher mit engen Toleranzen gearbeitet werden, um das Verzahnungsspiel in der Ausgleichsverzahnung so gering wie möglich zu halten. Ein nachträgliches Einstellen des Spiels ist nicht möglich.

Die Ausgleichsverzahnung bei Kegelraddifferenzialen kann dagegen über die axiale Positionierung der Kegelräder spielfrei eingestellt werden. Die Positionierung der Kegelräder erfolgt durch entsprechende Unterlegscheiben.

In Bezug auf das Spiel im Antriebsstrang haben die Kegelraddifferenziale damit einen Vorteil gegenüber den Parallelachsendifferenzialen.

4.7 Einsatzgebiete des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung

Einen großen Teil seines Tragfähigkeitspotenzials schöpft das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung aus dem Wirkradius und der Anzahl der Planetenpaare (Abschnitt 4.6). Je größer der Wirkadius ist, um so höher ist das übertragbare Drehmoment bei gleichem axialen Bauraum und gleicher Bauteilbeanspruchung im Differenzial. Der maximal mögliche Wirkradius wird durch den Achsantrieb eingeschränkt. Der größte radiale Bauraum steht für das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung zur Verfügung, wenn der Achsantrieb durch eine Stirnradstufe realisiert ist. Dabei ergibt sich der Grenzradius, indem man vom Fußkreis der Verzahnung des Achsantriebes etwa zwei- bis dreimal deren Modul abzieht. Für solch einem Achsantrieb ist das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung daher am besten geeignet.

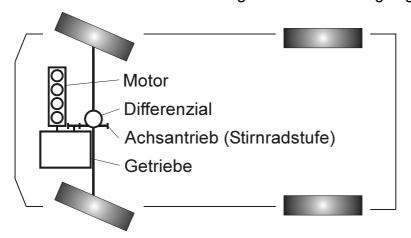


Bild 4.19: Motor und Getriebe quer zur Fahrtrichtung

Eine Stirnradstufe als Achsantrieb findet man in einem Antriebstrang, bei dem Motor und Getriebe quer zur Fahrtrichtung im Fahrzeug eingebaut sind (Bild 4.19). Dies ist bei den meisten frontgetriebenen PKW der Fall. In der Regel kann der Achsantrieb aber nicht mittig im Fahrzeug

sitzen. Daher sind die Achswellen unterschiedlich lang. Für das einwandfreie Funktionieren von Lenkung, Federung und Antrieb darf eine Mindestlänge der Achswellen nicht unterschritten werden. Da im Idealfall das Ausgleichsgetriebe nicht breiter als das Stirnrad des Achsantriebes ist, benötigt das Stirnraddifferenzial bei gleichem übertragbaren Drehmoment weniger Bauraum in axialer Richtung. Dieser Bauraum kann für die Achswellen genutzt werden.

Da das Konzept eine besonders kompakte Gestaltung der Antriebseinheit bestehend aus Motor und Getriebe und Achsdifferenzial ermöglicht, kommt es besonders beim Bau von Kleinwagen und Mittelklassefahrzeugen zum Einsatz. Diese Fahrzeuge stellen den größten Anteil aller weltweit produzierten PKW dar [24]. Damit erschließt sich dem Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung ein sehr großes Anwendungsgebiet.

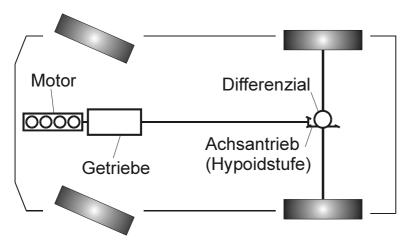


Bild 4.20: Motor und Getriebe längs in Fahrtrichtung

Bei Fahrzeugen, in denen Motor und Getriebe längs zur Fahrtrichtung (Bild 4.20) eingebaut sind, wird das Differenzial über ein Kegel- oder Hypoidrad angetrieben. Die Kegel- und Hypoidräder schränken den radialen Bauraum für das Differenzial stärker ein, als ein Stirnrad.

Daher ist der maximal mögliche Wirkradius hier zwar geringer, aber immer noch größer als bei einem Kegelraddifferenzial. Außerdem ist eine gewisse axiale Ausdehnung des Achsantriebes bedingt durch den Durchmesser des Ritzelkopfes und dessen Lagerung unumgänglich. In dieser Anwendung kann das Stirnraddifferenzial nur darauf abzielen, den vorhanden Bauraum durch Vergrößern von Wirkdurchmesser und Zahnbreiten besser zu nutzen, und damit das übertragbare Drehmoment zu steigern. Fahrzeuge mit längs eingebautem Motor, finden sich in der oberen Mittel- und Oberklasse, wo ein höheres übertragbares Drehmoment im gleichen Bauraum z. B. bei der Einführung einer neuen Topmotorisierung von Interesse sein kann.

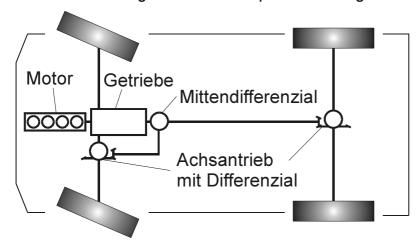


Bild 4.21: Allradantrieb mit längs eingebautem Motor

Bei allradgetriebenen
Fahrzeugen mit längs eingebautem Motor und Getriebe, bei denen die Drehmomentverteilung
zwischen Vorder- und Hinterachse 50%:50% betragen soll, kann das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung als Mittendiffe-

renzial aufgrund der kürzeren Baulänge und des geringeren Gewichtes Vorteile gegenüber dem Kegelraddifferenzial bieten. In engen Grenzen ist auch der Einsatz von Hohlrädern mit unterschiedlichen Teilkreisdurchmessern möglich. Dies erlaubt eine Drehmomentverteilung von beispielsweise 45%:55% zwischen Vorder- und Hinterachse. Soll die Drehmomentverteilung stark von diesem Verhältnis abweichen, z.B.

30%:70%, so ist das im aktuellen Kapitel vorgestellte Stirnraddifferenzial ungeeignet. Statt dessen kann ein Planetengetriebe gemäß Abschnitt 2.2.3 zum Einsatz kommen.

Die Einschränkung resultiert aus der Lage der Ringnuten für die Hohlräder. In Bild 4.13 ist erkennbar, dass die Verzahnung der Hohlräder in Ringnuten des Planetenträgers läuft. Ist ein Hohlrad nun deutlich kleiner, als das andere, so schneidet die Ringnut des kleineren Hohlrades die Verankerungen der Lagerzapfen für die Planeten der gegenüber liegenden Seite. Dies stellt eine strukturelle Schwachstelle dar.

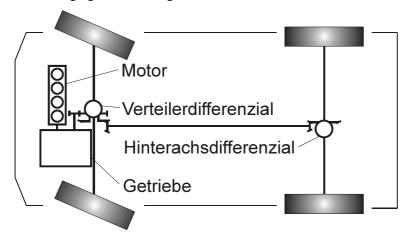


Bild 4.22: Antriebsstrang mit Verteilerdifferenzial

Für allradgetriebene Fahrzeuge mit quer eingebautem Motor und Getriebe, kann das Stirnraddifferenzial als Bestandteil eines Verteilerdifferenzials mit integriertem Achsdifferenzial (Bild 4.22) zum Einsatz kommen. Bei diesem Verteilerdifferenzial kann die Verteilerstufe ent-

weder ein Planetengetriebe (Bild 4.23) oder ein Stirnraddifferenzial sein.

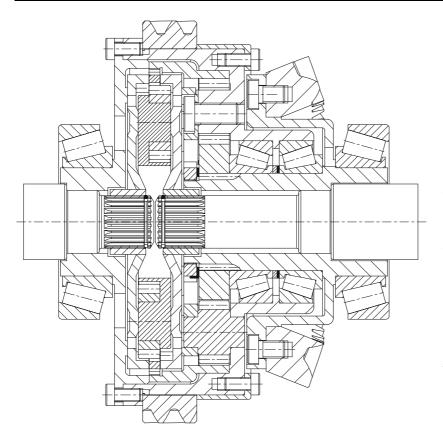


Bild 4.23: Verteilerdifferenzial mit integriertem Achsdifferenzial

Die Verteilerstufe teilt das Drehmoment auf das integrierte Achsdifferenzial und den Ausgang zur zweiten Achse auf. Das integrierte Achsdifferenzial ist ein Stirnraddifferenzial. In der Verteilerstufe kommt Planetengetriebe zum Einsatz, wenn das Drehmoment am integrierten Achsdifferenzial höher sein soll, als das Moment am Ausgang zur zweiten Achse. Soll die Verteilung zwischen den

Achsen gleichmäßig sein, kommt ein Stirnraddifferenzial zum Einsatz. Durch unterschiedliche Hohlraddurchmesser lässt sich auch mit dem Stirnraddifferenzial eine asymmetrische Drehmomentverteilung realisieren. Dabei sind die Drehmomentunterschiede im Stirnraddifferenzial aber aus oben genanntem Grund nur in einem eng begrenzten Rahmen möglich.

Sitzt die Motor-Getriebe-Einheit vorne im Fahrzeug, so ist das Verteilerdifferenzial anstelle des Vorderachsdifferenzials eingebaut. Über ein Kegel- oder Hypoidrad wird ein Teil des Drehmoments zur Hinterachse geleitet, der Rest wird auf die beiden Vorderräder verteilt. Mit einem Planetengetriebe in der Verteilerstufe kann z. B. erreicht werden dass 60% des Drehmomentes auf die Vorderachse gelangen, und die restlichen 40% an die Hinterachse. Eine derartige Aufteilung findet man z. B. bei Fahrzeugen, die in der Basisvariante einen Frontantrieb haben, und als Sonderausstattung mit Allradantrieb lieferbar sind.

Abseits der Anwendung in Fahrzeugen eignet sich das Stirnraddifferenzial natürlich auch überall dort, wo ein möglichst schmales und leichtes Differenzialgetriebe benötigt wird.

5 Sperrwert eines Differenzials

Der Sperrwert eines Achsdifferenzials ist definiert als die Differenz zwischen den Antriebsmomenten der beiden Räder der Antriebsachse bezogen auf ihre Summe [15]. Er resultiert aus Reibungsverlusten im Differenzialgetriebe und hängt damit von der Anzahl und der Beschaffenheit der Reibstellen im Differenzial ab. Bei einem einfachen Achsdifferenzial tritt Reibung in der Ausgleichsverzahnung und den Lagerstellen der Ausgleichsräder und Steckwellen auf. Bei Sperrdifferenzialen wird der Sperrwert zusätzlich durch konstruktive Maßnahmen beeinflusst. Der Sperrwert charakterisiert das Betriebsverhalten des Differenzials. Ein niedriger Sperrwert (<25%) bedeutet, dass das Differenzial der Ausgleichsbewegung einen geringen Widerstand entgegen setzt, was bei einer Kurvenfahrt durchaus erwünscht ist. Befindet sich aber beim Anfahren eines der Räder der Antriebsachse auf nicht griffigem Untergrund (z.B. Eisplatte), so kann ein Differenzial mit niedrigem Sperrwert nur das Moment des durchdrehenden Rades an das Rad leiten, welches auf griffigem Untergrund steht. Das Fahrzeug kann sich im Extremfall nicht von der Stelle bewegen. Ein Differenzial mit hohem Sperrwert (25% bis 50%) kann in dieser Situation mehr Drehmoment an das Rad mit griffigem Untergrund leiten, und somit ein Anfahren eventuell ermöglichen. Dennoch erlaubt es den Ausgleich der Drehzahldifferenz bei Kurvenfahrt solange der Sperrwert nicht 100% erreicht. Ein zu hoher Sperrwert im Differenzial wirkt sich allerdings negativ auf das Fahrverhalten des Fahrzeuges aus, da durch den Drehmomentunterschied an den Antriebsrädern beim Fahren ein Giermoment um die vertikale Achse des Fahrzeuges entsteht, welches der eingeschlagenen Kurvenrichtung entgegen wirkt. Nach [15] soll bei PKW mit Frontantrieb der Sperrwert unter 17% bleiben, um unerwünschte Rückwirkungen auf die Lenkung niedrig zu halten. Auch in Verbindung mit elektronischen Regelsystemen wie ABS, Traktionskontrollen und Stabilitätsprogrammen soll der Sperrwert im Differenzial nicht zu hoch sein, damit die Funktion dieser Systeme nicht beeinträchtigt wird [33].

5.1 Reibstellen im Differenzial

Im folgenden werden Reibstellen vorgestellt, die in einem Stirnrad- oder Kegelraddifferenzial auftreten. Bei der Sperrwertberechnung in Kapitel 5.2 werden die Modelle aus diesen Reibstellen zusammengesetzt.

Zur Berechnung des Reibmomentes in einer Reibstelle ist die Kenntnis der dort herrschenden Reibungszahl erforderlich. Die Genauigkeit der gesamten Sperrwertberechnung hängt maßgeblich vom Ansatz der Reibungszahlen in den vorhandenen Reibstellen ab. Für Verzahnungen existieren Ansätze zur Berechnung der Reibungszahl (5.1.1). Für den senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen (5.1.2) kann wegen der Linienberührung eine Berechnung der Reibungszahl von der Berechnung der Verzahnungsreibungszahl abgeleitet werden. Auch am kippmomentbelasteten Bolzen (5.1.3) kann durch eine Vereinfachung zur Berechnung der Reibungszahl der Ansatz zur Berechnung der Verzahnungsreibungszahl angewendet werden. Für die Auflageflächen sind keine Ansätze zur Berechnung einer Reibungszahl bekannt. Dort müssen daher Annahmen zur jeweiligen Reibungszahl getroffen werden.

5.1.1 Verzahnungsverluste

Jede Verzahnung ist verlustbehaftet, und stellt damit im Wälzleistungsfluss eine Reibstelle dar. Das Reibmoment $T_{R,Z}$, um das sich ein von der Verzahnung übertragenes Drehmoment $T_{Z,E}$ verringert, lässt sich über den Verlustgrad VG berechnen:

$$T_{R,Z} = VG \cdot \frac{T_{Z,E}}{1000}$$
 (GI. 5-1)

Das Drehmoment nach dem Zahneingriff T_{Z,A} errechnet sich dann folgendermaßen:

$$T_{Z,A} = T_{Z,E} - (T_{R,Z} \cdot 1000) = T_{Z,E} - VG \cdot T_{Z,E} = T_{Z,E} \cdot (1 - VG)$$
 (GI. 5-2)

Der Verlustgrad VG wird mit Hilfe des Zahnverlustfaktors H_V nach Ohlendorf [23] und der mittleren Verzahnungsreibungszahl μ_{mz} berechnet:

$$VG = H_{V} \cdot \mu_{mz} \tag{GI. 5-3}$$

$$H_{V} = \frac{\pi \cdot \left(u+1\right)}{u \cdot \cos\left(\beta_{b}\right)} \cdot \left(1 - \epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\alpha 1}^{2} - \epsilon_{\alpha 2}^{2}\right); \quad 1 < \epsilon_{\alpha} < 2 \tag{GI. 5-4}$$

Die im Differenzial eingesetzten Verzahnungen weisen in der Regel eine Profilüberdeckung ϵ_{α} zwischen 1 und 2 auf, sodass der Ansatz in Gl. 5-4 gültig ist. Soll aber der Verlustgrad einer Verzahnung bestimmt werden, deren Profilüberdeckung außerhalb des genannten Bereiches liegt, so kann hierfür der von Wimmer [32] weiterentwickelte Ansatz für den Zahnverlustfaktor zum Einsatz kommen.

Der Verlustfaktor ist nur von der Verzahnungsgeometrie abhängig. Oberflächenbeschaffenheit und Schmierungsverhältnisse werden über die Verzahnungsreibungszahl μ_{mz} berücksichtigt.

Für die Berechnung dieser mittleren Verzahnungsreibungszahl μ_{mz} existieren verschiedene Ansätze, die Doleschel als "Stand des Wissens" für seine Arbeit übersichtlich zusammengestellt hat [06]. Als letzter Stand des Wissens ist dabei der Ansatz von Michaelis [17] aufgeführt, der von Schlenk [25] um den Einfluss der Schmierstoffart ergänzt wurde:

$$\mu_{\text{mz}} = 0.048 \cdot \left(\frac{F_{\text{bt}}}{b \cdot v_{\Sigma C} \cdot \rho_{\text{red}C}}\right)^{0.2} \cdot \eta_{\text{oil}}^{-0.05} \cdot R_{\text{a}}^{0.25} \cdot X_{\text{L}} \tag{GI. 5-5}$$

Dieser Ansatz liefert mit relativ wenig Rechenaufwand eine mittlere Verzahnungsreibungszahl für Stirnräder. Der Ansatz ist aber auch für Kegelräder anwendbar, wenn die Daten der entsprechenden Ersatzstirnradverzahnung eingesetzt werden [22]. Dieser empirische Ansatz basiert auf Versuchsergebnissen, die an Laufverzahnungen gewonnen wurden. Im Bereich sehr kleiner Umfangsgeschwindigkeiten, wie sie in Differenzialen auftreten, liefert der Ansatz aber zu hohe Reibungszahlen.

Auch der von Wech [31] speziell für Kegel- und Hypoidräder entwickelte Ansatz zur Berechnung der mittleren Verzahnungsreibungszahl μ_{mz} ist bei den niedrigen Summengeschwindigkeiten im Differenzial nicht anwendbar:

$$\mu_{mz} = 0.054 \cdot V_{R} \cdot V_{S} \cdot V_{Z} \cdot V_{L} \cdot \frac{\left(\frac{F_{bt2}}{b_{2}}\right)^{0.05}}{K_{gm}^{0.6} \cdot \rho_{n}^{0.2} \cdot V_{\Sigma m}^{0.35}} \tag{GI. 5-6}$$

Die relativ einfachen Ansätze erweisen sich damit für die Sperrwertberechnung als nicht geeignet. Doleschel hat einen neuen Ansatz entwickelt, der eine genauere Berechnung der Verzahnungsreibungszahl ermöglicht [06].

Dieser Ansatz setzt die Reibungszahl μ_{mz} in Abhängigkeit der berechneten Schmierfilmdicke und der Oberflächenrauheit anteilig aus EHD-Reibung (μ_{EHD}) und Festkörperreibung (μ_{F}) zusammen:

$$\mu_{\text{mz}} = (1 - \xi) \cdot \mu_{\text{F}} + \xi \cdot \mu_{\text{EHD}} \tag{GI. 5-7}$$

Die EHD Reibung errechnet sich aus der Hertzschen Pressung p_C und der Summengeschwindigkeit $v_{\Sigma C}$ im Kontakt sowie der dynamischen Schmierstoffviskosität η_{M0} bei Umgebungsdruck und Öltemperatur (80°C):

$$\mu_{\text{EHD}} = \mu_{\text{EHD,R}} \cdot \left(\frac{p_{C}}{p_{R}}\right)^{\alpha_{\text{EHD}}} \cdot \left(\frac{\textbf{v}_{\Sigma C}}{\textbf{v}_{\text{R,EHD}}}\right)^{\beta_{\text{EHD}}} \cdot \left(\frac{\eta_{\text{M0}}}{\eta_{R}}\right)^{\gamma_{\text{EHD}}} \tag{GI. 5-8}$$

Die Referenzreibungszahl $\mu_{EHD,R}$ sowie die Exponenten α_{EHD} , β_{EHD} und γ_{EHD} sind ölspezifisch und werden in einem Referenzversuch bestimmt. Die Versuchsbedingungen dieses Referenzversuchs sind dabei durch p_R = 1000N/mm², $v_{R,EHD}$ = 8,3m/s und η_R = 20mPas repräsentiert.

Analog dazu wird die Festkörperreibung berechnet. Dabei sind $\mu_{F,R}$ sowie die Exponenten α_F und β_F ölspezifisch. Die Referenzgeschwindigkeit $v_{R,F}$ beträgt 0,2 m/s.

$$\mu_{\text{F}} = \mu_{\text{F,R}} \cdot \left(\frac{p_{\text{C}}}{p_{\text{R}}}\right)^{\alpha_{\text{F}}} \cdot \left(\frac{v_{\text{\SigmaC}}}{v_{\text{R,F}}}\right)^{\beta_{\text{F}}} \tag{GI. 5-9}$$

Für das verwendete Getriebeöl Burmah Oil MTF 1067 Plus liegen keine Referenzmessungen vor. Für die Berechnungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher auf die Messergebnisse eines Öls zurückgegriffen, dessen Viskositäten, Dichte und Viskositätsindex (VI) dem verwendeten Getriebeöl am besten entsprechen [06]. Dabei handelt es sich um das Öl MPMA, dessen Grundöl das Mineralöl FVA2A darstellt. Es weist einen VI von 141, eine Dichte bei 15°C ρ_{15} = 880Kg/m³ sowie die kinematischen Viskositäten ν_{40} = 76,7mm²/s und ν_{100} = 11,4mm²/s auf. Das verwendete Getriebeöl ist mit einem VI von über 150, einer Dichte bei 20°C ρ_{20} = 865Kg/m³

sowie den kinematischen Viskositäten v_{40} = 75mm²/s und v_{100} = 13mm²/s angegeben. Die Dichte und die Viskositäten werden vom Getriebeöl beibehalten. Die für die Berechnung verwendeten Öldaten sind in Tabelle 4 zusammengestellt:

v_{40} 75 mm²/s v_{100} 13 mm²/s $η_{M0}$ 17,24 mPa s $ρ_{20}$ 865 Kg/m³ $μ_{EHD,R}$ 0,0412 - $α_{EHD}$ 0,09 - $β_{EHD}$ -0,02 - $γ_{EHD}$ 0,23 - $μ_{F,R}$ 0,0682 - $α_F$ 0,29 - $β_F$ -0,18 -			
$η_{M0}$ 17,24 mPa s $ρ_{20}$ 865 Kg/m³ $μ_{EHD,R}$ 0,0412 - $α_{EHD}$ 0,09 - $β_{EHD}$ -0,02 - $γ_{EHD}$ 0,23 - $μ_{F,R}$ 0,0682 - $α_{F}$ 0,29 -	ν ₄₀	75	mm²/s
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	V ₁₀₀	13	mm²/s
μΕΗD,R 0,0412 - αΕΗD 0,09 - βΕΗD -0,02 - γΕΗD 0,23 - μΕ,R 0,0682 - αΕ 0,29 -	η _{м0}	17,24	mPa s
$α_{EHD}$ 0,09 - $β_{EHD}$ -0,02 - $γ_{EHD}$ 0,23 - $μ_{F,R}$ 0,0682 - $α_{F}$ 0,29 -	ρ ₂₀	865	Kg/m³
$β_{EHD}$ -0,02 - $γ_{EHD}$ 0,23 - $μ_{F,R}$ 0,0682 - $α_{F}$ 0,29 -	µ _{EHD,R}	0,0412	-
γ_{EHD} 0,23 - $\mu_{\text{F,R}}$ 0,0682 - α_{F} 0,29 -	α_{EHD}	0,09	-
$\mu_{F,R}$ 0,0682 - α_{F} 0,29 -	βенD	-0,02	-
α _F 0,29 -	γehd	0,23	-
	µ _{F,R}	0,0682	-
β _F -0,18 -	α _F	0,29	-
	β _F	-0,18	-

Tabelle 4: Öldaten zur Reibungszahlberechnung

Liegen für die Berechnung der Festkörperreibung μ_F keine Daten vor, so kann sie nach Michailidis und Retzepis [18] je nach Öl zwischen 0,07 (mit EP Additiven) und 0,1 (ohne EP Additive) angesetzt werden.

Der Aufteilungsfaktor ξ wird aus der relativen Schmierfilmdicke λ und einem Oberflächenstrukturfaktor X_{OS} gebildet. Für geschliffene Verzahnungen kann nach [06] X_{OS} = 0,5 gesetzt werden. Damit lässt sich der Aufteilungsfaktor ξ wie folgt berechen:

$$\lambda < 2: \quad \xi = 1 - \left(1 - X_{OS} \cdot \lambda\right)^2$$

$$\lambda \ge 2: \quad \xi = 1$$
 (GI. 5-10)

Die relative Schmierfilmdicke λ errechnet sich aus der Schmierfilmdicke h_0 im Parallelspalt nach Ertl/Grubin [07]/[09] und den Oberflächenrauheiten der Reibpartner:

$$\lambda = \frac{h_0}{0.5 \cdot \left(R_{a,1} + R_{a,2}\right)} \tag{GI. 5-11}$$

Für die Berechnung der Schmierfilmdicke werden noch der Elastizitätsparameter G, der Geschwindigkeitsparameter U und der Lastparameter W benötigt:

$$h_{_0} = 1{,}95 \cdot \rho_{_C} \cdot G^{_{0,73}} \cdot U^{_{0,73}} \cdot W^{_{-0,09}} \cdot 1000 \tag{GI. 5-12}$$

$$G = \alpha_{\text{M}} \cdot \text{E'} \tag{GI. 5-13}$$

$$U = \frac{\eta_{M0} \cdot V_{\Sigma C}}{2 \cdot \rho_C \cdot E'}$$
 (GI. 5-14)

$$W = \frac{F_N}{b \cdot \rho_C \cdot E'}$$
 (GI. 5-15)

In der Berechnung des Elastizitätsparameters wird der Druckviskositätskoeffizient α_{M} bei Massentemperatur eingesetzt. Für FVA Referenzöle kann der Koeffizient aus dem Forschungsheft Nr. 660 [14] entnommen werden. Er kann aber auch nach dem Ansatz von Gold [08] berechnet werden:

$$\alpha_{M} = \mathbf{m} \cdot \ln(\mathbf{v}) + \mathbf{n} \tag{GI. 5-16}$$

Im Rahmen der vorliegenden Berechnungen wird vereinfachend angenommen, dass die Massentemperatur der Ölsumpftemperatur entspricht. Dementsprechend wird die kinematische Viskosität des Öls bei Ölsumpftemperatur in Gl. 5-16 eingesetzt. Zur Berechnung der Schmierfilmdicke kann nach Simon [28] der

	m	n
Mineralöle	0,002521	0,007458
PAO	0,001972	0,004733
PG	0,002338	0,003144
Ester	0,001640	0,004962

Tabelle 5: Parameter für $\alpha_{M,2000}$

Druckviskositätskoeffizient bei einem Druck von 2000bar verwendet werden. Die entsprechenden Parameter m und n können Tabelle 5 entnommen werden. Das angenommene Öl MPMA hat bei einer Öltemperatur von 80°C eine kinematische Viskosität von 20,772mm²/s. Damit errechnet sich α_M zu 0,01511mm²/N.

Der Ersatzelastizitätsmodul E' wird aus den E-Modulen und den Querkontraktionszahlen der Reibpartner gebildet [20]:

$$E' = \frac{2}{\left(\frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}\right)}$$
 (GI. 5-17)

Im Rahmen der vorliegenden Berechnungen kommen nur Stahl-Stahl-Paarungen vor. Der E-Modul wird mit 210000N/mm² und die Querkontraktionszahl mit 0,3 angesetzt. Damit ergibt sich ein Ersatz E-Modul von 230769N/mm².

5.1.2 Reibmoment an einem senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen

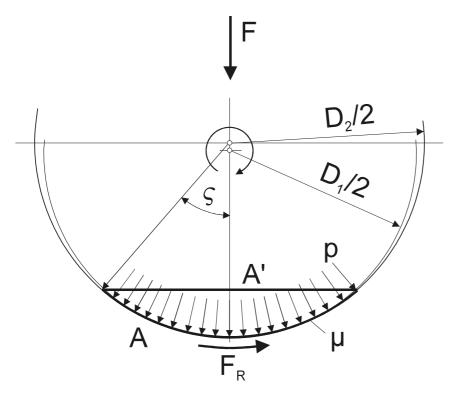


Bild 5.1: Reibung am senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen

Das Reibmoment am senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen T_{R,B,F} wird hervorgerufen durch die Reibkraft in der Kontaktfläche A zwischen Bolzen und Lagerbohrung (Bild 5.1). Unter der Annahme, dass zwischen Bolzen und Lagerbohrung geringes Radialspiel vorliegt, ist die Kontaktfläche Teil der Zylin-

dermantelfläche der Lagerbohrung mit dem Durchmesser D₂. Das Reibmoment T_{R,B,F} ist gleich der Reibkraft in der Kontaktfläche multipliziert mit dem halben Bolzendurchmesser als wirksamer Hebelarm:

$$T_{R,B,F} = F_R \cdot \frac{D_1}{2} = F_R \cdot \frac{d_B}{2} = F_R \cdot r_B$$
 (GI. 5-18)

Die Reibkraft F_R in der Kontaktfläche erhält man durch Multiplikation der wirksamen Normalkraft F_N in der Kontaktfläche mit dem Reibungskoeffizienten μ .

$$F_{R}=\mu\cdot F_{N} \tag{GI. 5-19}$$

Die wirksame Normalkraft F_N errechnet sich als Integral der örtlichen Pressung $p(\varsigma)$ über der Kontaktfläche A. Dabei ist I_{eff} die Breite des Lagers. Anstelle der örtlichen Pressung kann für die Berechnung der Normalkraft aber auch gleich die mittlere Pressung p verwendet werden.

$$F_{N} = \int p(\varsigma) dA = 2 \cdot \int_{0}^{\varsigma} p(\varsigma) \cdot \frac{D_{2}}{2} \cdot I_{eff} d\varsigma = p \cdot D_{2} \cdot I_{eff} \cdot \varsigma$$
 (GI. 5-20)

Die mittlere Pressung p ist gleich der Kraft F bezogen auf die Fläche A'. Die Fläche A' ergibt sich durch Projektion der Kontaktfläche A in die Ebene senkrecht zur Kraftwirkungsrichtung.

$$A' = D_2 \cdot \sin(\varsigma) \cdot I_{eff}$$
 (GI. 5-21)

$$p = \frac{F}{A'}$$
 (Gl. 5-22)

Setzt man Gl. 5-21 und Gl. 5-22 in Gl. 5-20 lässt sich zwischen der von außen auf das Lager wirkenden Kraft F und der in der Lagerkontaktfläche wirkenden Normal-kraft F_N folgender Zusammenhang herstellen:

$$F_{N} = F \cdot \frac{\varsigma}{\sin(\varsigma)}; \quad \left(\lim_{\varsigma \to 0} \frac{\varsigma}{\sin(\varsigma)} = 1\right)$$
 (GI. 5-23)

Durch Einsetzen von Gl. 5-23 in Gl. 5-19 erhält man die Reibkraft F_R in Abhängigkeit der auf den Bolzen wirkenden Kraft F:

$$F_{R} = F \cdot \frac{\varsigma(F)}{\sin(\varsigma(F))} \cdot \mu = F \cdot f_{\mu}(\varsigma) \quad \text{mit} \quad f_{\mu}(\varsigma) = \frac{\varsigma(F)}{\sin(\varsigma(F))} \cdot \mu \tag{GI. 5-24}$$

Setzt man Gl. 5-24 in Gl. 5-18, lässt sich das Reibmoment am senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen $T_{R,B,F}$ mit dem Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ und der von außen auf das Lager wirkenden Kraft F darstellen:

$$T_{R,B,F} = r_B \cdot F \cdot f_{\mu} \left(\varsigma \right) \tag{GI. 5-25}$$

Um das Reibmoment $T_{R,B,F}$ nach Gl. 5-25 berechnen zu können, ist die Kenntnis des Druckflächenwinkels $\varsigma(F)$ erforderlich. Dieser hängt neben der Kraft F auch vom Verhältnis des Bohrungs- zum Bolzendurchmesser ab. Der folgende Abschnitt widmet sich der Berechnung des Kontaktes aus dem dieser Winkel (Gl. 5-30) hervorgeht.

Als Basis dieser Berechnung dienen die Hertzschen Gleichungen für einen Linien-kontakt [20]. Diese Gleichungen gelten unter anderem aber nur, wenn die Druckfläche klein gegenüber den Bauteilabmessungen ist. Die Anwendung dieser Gleichungen auf die Berechnung der Pressung und Druckbreite in einem Gleitlager ist zunächst nicht möglich, weil die Druckfläche in einem Gleitlager relativ groß ist. Für den Grenzfall, dass kein Radialspiel vorliegt, entspricht die Druckfläche sogar der halben Zylindermantelfläche der Lagerbohrung. In diesem Fall liefern die Hertzschen Gleichungen eine unendlich große Druckbreite. Damit gehen sowohl die mittlere als auch Hertzsche Pressung gegen Null.

Im folgenden wird eine Modifikation der Hertzschen Druckbreitenberechnung vorgestellt, mit der sich Druckbreite und Pressung der Berechnung mit den Hertzschen Gleichungen zugänglich machen lassen.

Für einen Linienkontakt wird bei der Berechnung nach Hertz der Kontakt zwischen den gekrümmten Flächen auf einen Kontakt zwischen einer gekrümmten Fläche und einer Ebene umgerechnet. Die Kontaktfläche wird als eben angenommen. Der Ersatzkrümmungsdurchmesser der gekrümmten Kontaktfläche errechnet sich dabei wie folgt:

$$D_{|} = \frac{D_{1} \cdot D_{2}}{D_{1} + D_{2}}$$
 (Gl. 5-26)

Mit diesem Ersatzkrümmungsdurchmesser lässt sich die Stribecksche Wälzpressung berechnen:

$$K = \frac{F_N}{D_l \cdot I_{eff}}$$
 (GI. 5-27)

Mit dem Ersatz E-Modul E' (Gl. 5-17) beider Kontaktpartner und der Stribeckschen Wälzpressung K wird die Hertzsche Pressung berechnet:

$$p_{H} = \sqrt{\frac{K \cdot E'}{\pi}}$$
 (GI. 5-28)

Die halbe Druckbreite b errechnet sich zu:

$$b = 2 \cdot D_{||} \cdot \frac{p_{||}}{E'|}$$
 (GI. 5-29)

Für eine konvex/konkav Paarung wird der konkave Durchmesser D₂ negativ eingesetzt. Für den Fall, dass Bolzen- und Bohrungsdurchmesser gleich groß sind, wird der Nenner in (Gl. 5-26) 0. Damit ergibt sich als Grenzwert ein unendlicher Ersatzkrümmungsdurchmesser und damit eine gegen Unendlich gehende Berührfläche. Dies führt wiederum dazu, dass die Stribecksche Wälzpressung (Gl. 5-27) und damit auch die Hertzsche Pressung (Gl. 5-28) gegen Null geht.

Die tatsächliche Berührfläche hat aber eine endliche Größe. Es wird angenommen, dass sie in guter Näherung die Form des Bohrungsdurchmessers hat. Sie kann maximal bei gleichen Durchmessern für Bolzen und Bohrung die Hälfte der Fläche des Zylindermantels der Bohrung betragen. Der nun vorgestellte Ansatz basiert daher auf einer Korrektur der halben Druckbreite.

Im Rahmen von FE-Analysen hat sich gezeigt, dass für das vorliegende Problem zwischen der nach den Hertzschen Gleichung berechneten halben Druckbreite b und der halben Kontaktbogenlänge b_b der errechneten Berührfläche ein Zusammenhang gemäß Gl. 5-30, Gl. 5-31 und Bild 5.2 besteht:

$$\varsigma = \arctan\left(\frac{b \cdot 2}{|D_2|}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{\frac{16 \cdot F \cdot D_1}{I_{eff} \cdot E' \cdot \pi}}}{|D_2|}\right)$$
 (GI. 5-30)

$$b_{b} = \frac{\left|D_{2}\right|}{2} \cdot \varsigma \tag{GI. 5-31}$$

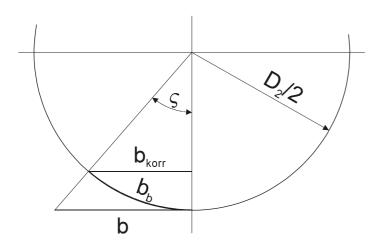


Bild 5.2: Zusammenhang zwischen b, b_b und b_{korr}

Dieser Zusammenhang beinhaltet auch die Druckflächenbegrenzung. Die Bogenlänge b_b erreicht ihr Maximum (halbe Zylindermantelfläche) wenn Bolzen- und Bohrungsdurchmesser exakt gleich sind, und damit die halbe Druckbreite b nach Hertz gegen Unendlich geht. Der Druckflächenwinkel ς nimmt dann den Wert π/2 an:

$$\lim_{b\to\infty} \arctan(b) = \frac{\pi}{2}$$
 (GI. 5-32)

Die mittlere Flächenpressung $p_{m,korr}$ erhält man, indem man die Bolzenkraft durch die Fläche dividiert, die sich durch Projektion der gekrümmten Kontaktfläche in die Ebene senkrecht zur Kraftwirkungsrichtung ergibt. Als Ergebnis der Projektion der Kontaktbogenlänge b_b in diese Ebene erhält man die korrigierte halbe Druckbreite b_{korr} .

$$b_{korr} = \frac{|D_2|}{2} \cdot \sin(\varsigma)$$
 (GI. 5-33)

$$p_{m,korr} = \frac{F_N}{2 \cdot b_{korr} \cdot I_{eff}}$$
 (GI. 5-34)

Für den Grenzfall, dass Bolzen- und Bohrungsdurchmesser exakt gleich sind, wird der Druckwinkel ς gleich $\pi/2$. Damit wird b_{korr} zu D₂/2. Für die mittlere Flächenpressung ergibt sich dann die bekannten Formel:

$$|D_2| = |D_1| = D; \quad p_m = \frac{F_N}{D \cdot I_{eff}}$$
 (GI. 5-35)

Aus der mit der korrigierten halben Druckbreite b_{korr} berechneten mittleren Flächenpressung $p_{m,korr}$ wird dann die korrigierte Hertzsche Pressung $p_{H,korr}$ berechnet:

$$p_{H,korr} = \frac{4}{\pi} \cdot p_{m,korr}$$
 (GI. 5-36)

An einem FE-Modell mit 20mm Bolzendurchmesser wurde das Verhältnis von Bohrungsdurchmesser zu Bolzendurchmesser schrittweise vergrößert. Die Breite des Lagers beträgt 7,5mm, die Last wird mit 15kN angesetzt. Bild 5.3 zeigt den Verlauf der halben Druckbreite über dem Durchmesserverhältnis.

Zusätzlich ist in dem Bild die nach Gl. 5-30 und Gl. 5-31 theoretisch berechnete halbe Druckbreite dargestellt. Beide Kurven stimmen nahezu perfekt überein. Der in den oben genannten Gleichungen gezeigte Zusammenhang wird damit als zutreffend erachtet.

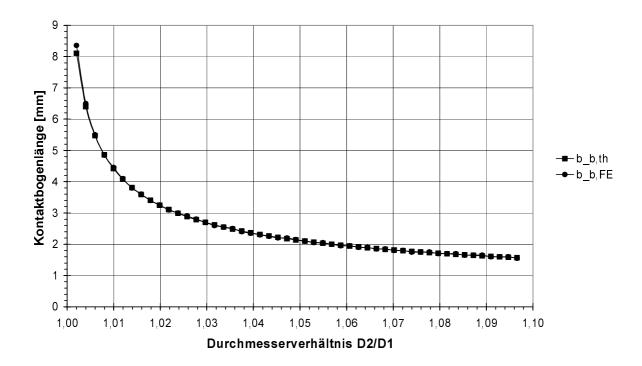


Bild 5.3: Halbe Druckbreite, mittels FEM und theoretisch berechnet

Wertet man die mittlere und Hertzsche Pressung aus (Bild 5.4), so erkennt man, dass besonders bei einem sehr geringen Radialspiel die ursprüngliche Berechnung zu niedrige Werte für mittlere und Hertzsche Pressung liefert. Dieser Bereich liegt bislang aber außerhalb des Gültigkeitsbereiches der Hertzschen Gleichungen.

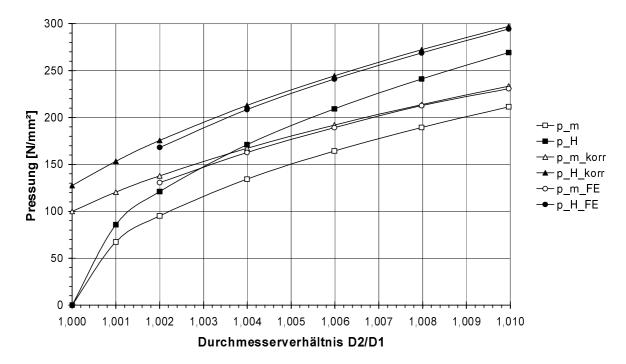


Bild 5.4: Vergleich mittlere und Hertzsche Pressung, original, korrigiert und FE (Teil 1)

Für den Grenzfall gleicher Durchmesser liefert die ursprüngliche Rechnung für mittlere und Hertzsche Pressung 0N/mm², was offensichtlich nicht zutreffend ist. Die korrigierte Berechnung liefert für die mittlere Pressung genau den Grenzwert von 100N/mm², den man auch erhält, wenn man die Normalkraft auf das Produkt aus Durchmesser und Lagerbreite bezieht. Dies entspricht dem üblichen Vorgehen bei der Berechnung der mittleren Pressung in einem Gleitlager.

Bei einem Radialspiel von 0,04mm liegt das Durchmesserverhältnis D2/D1 bei 1,002. Für dieses Durchmesserverhältnis betragen die mittlere Pressung 95N/mm² und die Hertzsche Pressung 121N/mm². Der Wert für die mittlere Pressung liegt noch unter dem Grenzwert von 100N/mm². Das bedeutet, dass die Ergebnisse der ursprünglichen Berechnung immer noch unzutreffend sind. Die unkorrigierte Hertzsche Pressung errechnet sich zu 121N/mm². Die korrigierte Berechnung liefert dagegen eine mittlere Pressung von 138N/mm² und eine Hertzsche Pressung von 176N/mm². Damit liegt die tatsächliche mittlere Pressung bezogen auf den Grenzwert von 100N/mm², den man nach der herkömmlichen Rechnung erhält, um fast 40% höher. Die korrigierte Hertzsche Pressung ist sogar um über 45% größer als die unkorrigierte. Es zeigt sich (Bild 5.5), dass der Unterschied zwischen ursprünglicher Rechnung und korrigierter Rechnung mit zunehmendem Durchmesserverhältnis geringer wird.

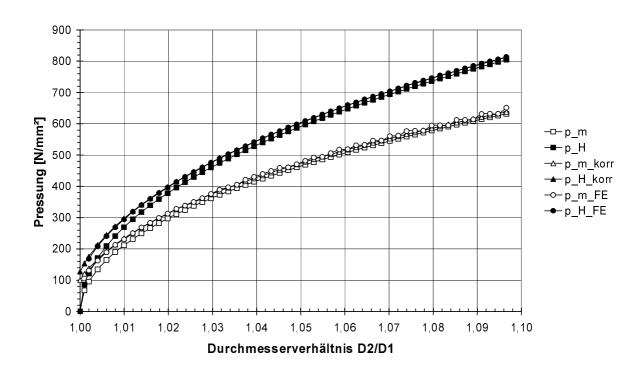


Bild 5.5: Vergleich mittlere und Hertzsche Pressung, original, korrigiert und FE (Teil 2)

Kommt man in den Bereich, in dem die Berührfläche als klein gegenüber den Bauteilabmessungen betrachtet werden kann, und damit in den Gültigkeitsbereich der ursprünglichen Berechnung, so besteht nahezu kein Unterschied mehr zwischen ursprünglicher und korrigierter Berechnung.

Es fällt auch auf, dass die korrigierten Werte und die mittels FE-Analysen berechneten Werte nahezu perfekt überein stimmen. Dies kann als weiteres Indiz gewertet werden, dass die vorgeschlagene Korrektur den tatsächlichen Sachverhalt sehr gut wiedergibt.

Zur Berechnung des Reibmomentes nach Gl. 5-25 bzw. des Reibkraftfaktors nach Gl. 5-24 ist schließlich noch die Kenntnis der Reibungszahl µ erforderlich. Da die Genauigkeit der Sperrwertberechnung sehr stark von den angesetzten Reibungszahlen abhängt, werden die Reibungszahlen im Rahmen der vorliegenden Berechnungen so weit wie möglich nicht direkt vorgegeben, sondern aus einer Vielzahl von Einflussgrößen berechnet.

Für hydrodynamische Gleitlager wurde von Lang und Steinhilper [13] ein Ansatz zur Reibungszahlberechnung aufgestellt. Berechnet man für die Planetengleitlager nach diesem Ansatz die Sommerfeldzahl, so stellt sich heraus, dass die Lager weit im Schwerlastbereich betrieben werden [10]. Je nach Belastung liegen die Sommerfeldzahlen für die Erprobungsdifferenziale im vier- bis fünfstelligen Bereich. Im Gleitlager baut sich demnach kein hydrodynamischer Schmierfilm auf, der die Reibpartner vollständig trennt. Es liegt damit Mischreibung vor. Da das Planetenlager somit nicht als hydrodynamisches Gleitlager betrieben wird, ist auch die Berechnung der Reibungszahl aus dem Ansatz für hydrodynamische Gleitlager nicht möglich. Dieser Ansatz berücksichtigt nämlich nur die Flüssigkeitsreibung. Die Flüssigkeitsreibung ist abhängig von der Viskosität des Schmierstoffs und der Summengeschwindigkeit im Gleitlager. Da die Summengeschwindigkeit aber extrem niedrig ist, ist auch die Flüssigkeitsreibung extrem niedrig. Damit liefert der Ansatz bei den im Differenzial vorliegenden niedrigen Drehzahlen unrealistisch niedrige Reibungszahlen.

Da kein anderer Berechnungsansatz existiert, wird für die Sperrwertberechnung der Ansatz zur Berechnung der Verzahnungsreibungszahl nach Doleschel [06] auf die Berechnung der Reibungskraft am Bolzen übertragen. Dieser Ansatz wird in Kapitel 5.1.1 ausführlich vorgestellt.

Anstelle einer Verzahnungsnormalkraft wird dabei die Bolzenkraft vorgegeben. Statt dem Ersatzkrümmungsradius am Wälzkreis geht der Ersatzkrümmungsradius der Gleitlagerkontaktfläche in den Berechnungsansatz ein. Am Gleitlager entspricht die Summengeschwindigkeit der Gleitgeschwindigkeit. Die wiederum entspricht der Umfangsgeschwindigkeit des drehenden Reibpartners in der Gleitfläche. Für die Berechnung der Reibungszahl im Gleitlager wird daher anstatt der Summengeschwindigkeit die Umfangsgeschwindigkeit des drehenden Reibpartners in der Gleitfläche angesetzt. Ansonsten erfolgt die Berechnung der Bolzenreibungszahl analog zur Berechnung der Verzahnungsreibungszahl.

Da keine weitere Möglichkeit besteht, den Rechenansatz zu verifizieren, wurde versucht, Reibungszahlen, die mit einer Almen-Wieland-Maschine [04] ermittelt wurden, rechnerisch nachzuvollziehen. Bei dieser Maschine wird ein Bolzen zwischen zwei zylindrischen Lagerschalenhälften unter Einwirkung einer Last gedreht. Das erforderliche Drehmoment wird dabei gemessen. Das Spiel zwischen Lager und Bolzen liegt bei dieser Versuchsmaschine im Zehntelmillimeterbereich. Dadurch treten in der Lagerfläche relativ hohe Pressungen auf. Ziel ist es, Fressschäden zu erzeugen, und damit die Fresstragfähigkeit verschiedener Öle beurteilen zu können. Über die Last und das Drehmoment kann aber auch die Reibungszahl in der Kontaktfläche ermittelt werden. Diese Reibungszahlen dürften aufgrund der hohen Prüflasten im Bereich der Grenzreibung bzw. Festkörperreibung liegen. Aus einem Bericht von Brunner und Pedrini [04] gehen Reibungszahlen für verschiedene Schmierstoffe unter den Versuchsbedingungen der Almen-Wieland-Maschine hervor. Bei einer Prüflast von 1000Kg also etwa 10kN liegt in der Kontaktfläche eine Pressung von ca. 750N/mm² vor. Die Reibungszahlen der meisten Öle liegt bei diesen Bedingungen etwa bei 0,15 bis 0,2. Die rechnerisch für die Versuchsbedingungen ermittelten Reibungszahlen liegen etwa um die Hälfte niedriger. Der Vergleich der Ergebnisse aus der Sperrwertberechnung mit den Versuchsergebnissen (Kapitel 7) zeigt jedoch recht gute Übereinstimmungen, wenn die Bolzenreibungszahl mit dem Ansatz zur Berechnung der Verzahnungsreibungszahl gerechnet wird.

5.1.3 Reibmomente durch Kippmomente in Gleitlagern

Bei der Wirkung von Kippmomenten auf Gleitlagerungen wird zwischen Radial- und Axialgleitlagern unterschieden. Die Betrachtungen im folgenden widmen sich zunächst Radialgleitlagern. Danach werden auch Axialgleitlager behandelt.

Radialgleitlagerungen sind in der Regel spielbehaftet. Durch ein Verkippen vom Lageraußenteil zum Innenteil kommt es daher zu einem Kantenkontakt (Bild 5.6), der mit Hilfe der Hertzschen Formeln nicht berechenbar ist, weil die theoretische Kontaktbreite gegen Null geht.

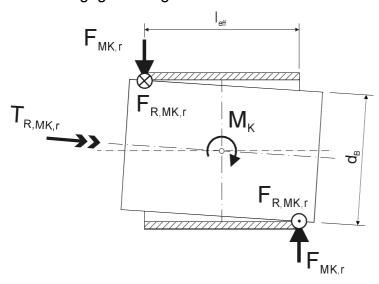


Bild 5.6: Reibmoment durch Kippmoment im Radiallager

Durch elastische Verformungen in der Kontaktzone stellt sich für die tatsächliche Kontaktbreite jedoch ein Wert ein, der zwar größer als Null, aber auch deutlich kleiner als die Lagerbreite leff ist. Der Wert, der sich für die Kontaktbreite ergibt, hängt neben der Last maßgeblich vom Radialspiel in der Gleitlagerung ab. Je größer dieses Spiel ist, um so geringer

wird die Kontaktbreite. Der genaue Zusammenhang ist jedoch nicht bekannt.

Die Berechnung der Reibungszahl an einem Bolzen unter Einwirkung einer Normal-kraft kann gemäß Kapitel 5.1.2 nach dem Ansatz von Doleschel [06] erfolgen. Um diesen Ansatz auch an einem Bolzen unter Einwirkung eines Kippmomentes anwenden zu können, wird hier vereinfachend ein Hertzscher Linienkontakt mit reduzierter Berührlinienlänge angenommen. Dabei wird die Berührlinienlänge mit einem Viertel der Lagerbreite ($I_{\text{eff}}/4$) angesetzt. Neben der Reibungszahl μ_K kann durch diese Annahme auch ein Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ nach Gl. 5-24 bestimmt werden.

Bild 5.6 zeigt einen Bolzen, der in einer Lagerbuchse gleitgelagert ist. Das Kippmoment wird in den Berührpunkten zwischen Bolzen und Lagerring durch die Normalkräfte $F_{MK,r}$ abgestützt. Dreht sich der Bolzen, so entstehen in Verbindung mit dem Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ in den Berührpunkten die Reibungskräfte $F_{R,MK,r}$, die ein Kräftepaar und damit das Reibmoment $T_{R,MK,r}$ um die Achse des Bolzens bilden.

$$F_{MK,r} = \frac{M_K}{I_{eff}}$$
 (GI. 5-37)

$$F_{R,MK,r} = f_{\mu}(\varsigma) \cdot F_{MK,r} \tag{GI. 5-38}$$

$$T_{R,MK,r} = F_{R,MK,r} \cdot d_B \qquad (GI. 5-39)$$

Durch Zusammenfassen von Gl. 5-37 bis Gl. 5-39 lässt sich das Reibmoment $T_{R,MK,r}$ auch direkt aus dem Kippmoment M_K berechnen

$$T_{R,MK,r} = M_K \cdot f_{\mu} \left(\varsigma \right) \cdot \frac{d_B}{I_{eff}}$$
 (GI. 5-40)

Diese Art der Reibstelle tritt beim Stirnraddifferenzial beispielsweise in der Planetenbohrung auf. Aber auch die Steckwellenlagerung in den meisten Differenzialen stellt solch eine kippmomentbelastete Radialgleitlagerung dar. Da diese Reibstelle auch noch in die Sperrwertberechnung einfließt, wird im folgenden kurz die Berechnung des Kippmomentes auf die Steckwellenlagerung behandelt.

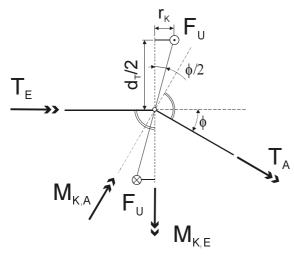


Bild 5.7: Kippmoment an Steckwelle

Die Gleitfläche der Steckwelle wird als Bolzen betrachtet. In der Regel sind die Steckwellen aus der Differenzialverzahnung heraus querkraftfrei und nicht mit einem Kippmoment belastet. An den Steckwellen befinden sich aber Gleichlaufgelenke, die ein Beugen der Antriebswellen für die Federung und Lenkung der Antriebsachse ermöglichen. Wenn die Antriebswelle in solch einem Gelenk von der Steckwelle unter dem Winkel ø gebeugt

wird, resultiert daraus das Kippmoment $M_{K,E}$, welches die Steckwellenlagerung aufnehmen muss (Bild 5.7). Dieses Kippmoment bewirkt ein Reibmoment im Steckwellenlager, und erhöht damit den Sperrwert des Differenzials. $M_{K,A}$ wird von der Lagerung des gebeugten Wellenstückes aufgenommen und erzeugt dort auch Reibung. Diese wird allerdings nicht mehr dem Sperrwert des Differenzials zugerechnet.

Bild 5.7 geht von zwei Übertragungselementen im Gleichlaufgelenk aus. In der gezeigten Stellung lassen sich die Kippmomente so am einfachsten herleiten, sie sind aber unabhängig von der Anzahl der Übertragungselemente und ihrer Stellung. In den Gleichlaufgelenken findet die Kraftübertragung (F_U) in der winkelhalbierenden Ebene zwischen den Wellen statt [26].

$$F_{U} = \frac{T_{E} \cdot 1000}{d_{T}} = \frac{T_{A} \cdot 1000}{d_{T}}$$
 (GI. 5-41)

Um Achsen, die senkrecht zur jeweiligen Welle in der Ebene liegen, die durch beide Wellen aufgespannt wird, und sich im Knickpunkt schneiden, bilden die Umfangskräfte die Kippmomente $M_{K,E}$ und $M_{K,A}$.

$$\mathbf{r}_{\mathsf{K}} = \frac{\mathsf{d}_{\mathsf{T}}}{2} \cdot \mathsf{tan}\left(\frac{\mathsf{\phi}}{2}\right) \tag{GI. 5-42}$$

$$\mathbf{M}_{K,E} = \mathbf{M}_{K,A} = 2 \cdot \mathbf{F}_{U} \cdot \mathbf{r}_{K} = \mathbf{d}_{T} \cdot \mathbf{F}_{U} \cdot tan\left(\frac{\phi}{2}\right) = \mathbf{T}_{E/A} \cdot 1000 \cdot tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \tag{GI. 5-43}$$

Das Kippmoment errechnet sich somit aus dem in der Steckwelle übertragenen Drehmoment T_E (= T_A) und dem Winkel ϕ , unter dem die Antriebswelle von der Steckwelle gebeugt wird.

Für den Linienkontakt am Bolzen lässt sich eine Hertzsche Pressung berechnen, aus der sich eine Reibungszahl ableiten lässt. Für die Punktkontakte, die sich durch Verkippen in einem Axiallager nach Bild 5.8 ergeben, existieren jedoch keine Ansätze zur Berechnung der Pressung. Es kann weder eine Berührlinienlänge noch ein Ersatzkrümmungsdurchmesser angegeben werden. Damit ist auch die Berechnung einer Reibungszahl nicht möglich. An dieser Stelle ist daher die Vorgabe einer Reibungszahl notwendig. Dabei kann man sich an Reibungszahlen für Festkörper-, Grenz- oder Mischreibung orientieren, wie sie beispielsweise in [20] angegeben sind. Bei Axialgleitlagern lässt sich das Reibmoment infolge eines Kippmomentes T_{R,MK,ax} also nur abschätzen, weil bereits die Reibungszahl geschätzt werden muss.

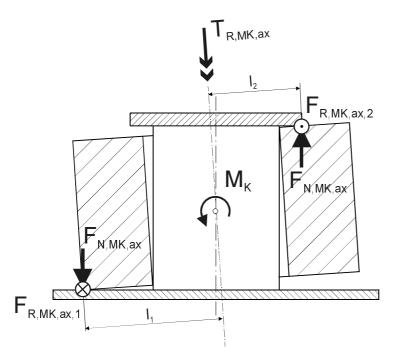


Bild 5.8: Reibmoment durch Kippmoment im Axiallager

Bild 5.8 zeigt ein Rad, das auf einem Zapfen radial mit großen Spiel gelagert ist. Das Axialspiel ist dagegen relativ klein. In diesem Fall stützt sich das Kippmoment in den Axiallagerflächen ab.

In den Abstützpunkten wirken die Normalkräfte F_{N,MK,ax}, die unabhängig von ihrem Abstand zur Drehachse des Rades jeweils gleich groß sind. Bei einer Drehung des Rades führen diese Kräfte in Verbindung mit

den Reibungskoeffizienten μ_1 und μ_2 zu den Reibkräften $F_{R,MK,ax,1}$ und $F_{R,MK,ax,2}$, die ein Kräftepaar, und damit ein Reibmoment um die Radachse bilden.

$$\mathsf{F}_{\mathsf{N,MK,ax}} = \frac{\mathsf{M}_{\mathsf{K}}}{\mathsf{I}_{1} + \mathsf{I}_{2}} \tag{GI. 5-44}$$

$$F_{R,MK,ax,1/2} = \mu_{1/2} \cdot F_{N,MK,ax}$$
 (GI. 5-45)

$$T_{R,MK,ax} = F_{R,MK,ax,1} \cdot I_1 + F_{R,MK,ax,2} \cdot I_2 = \frac{M_K}{I_1 + I_2} (\mu_1 \cdot I_1 + \mu_2 \cdot I_2)$$
 (GI. 5-46)

Sind die Reibungskoeffizienten μ_1 und μ_2 gleich μ so vereinfacht sich Gl. 5-46:

$$T_{R,MK,ax} = M_K \cdot \mu \tag{GI. 5-47}$$

Sind die Reibungskoeffizienten dagegen unterschiedlich, so sind auch die Reibungskräfte $F_{R,MK,ax,1}$ und $F_{R,MK,ax,2}$ unterschiedlich. Sie heben sich damit in der Kräftebilanz nicht mehr gegenseitig auf. Der Differenzbetrag zwischen den beiden Reibungskräften wirkt radial auf den Bolzen und bewirkt dort zusätzlich ein entsprechendes Reibmoment (5.1.1).

5.1.4 Reibmoment in einer ebenen Kreisringfläche

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Berechnung des Reibmomentes $T_{R,KR}$ zwischen zwei Körpern, deren Berührfläche eine ebene Kreisringfläche ist. Dabei wirkt eine äußere Kraft F in der Ringachse senkrecht zur Berührfläche. Das Reibmoment wird bezüglich der Achse der Kreisringfläche berechnet.

Unter der Annahmen gleichmäßiger Druckverteilung errechnet sich der Druck in der Kontaktfläche folgendermaßen:

$$p = \frac{F}{\pi \cdot \left(r_a^2 - r_i^2\right)} \tag{Gl. 5-48}$$

Dabei ist r_a der äußere und r_i der innere Radius des Kreisrings. Für ein differenzielles Element der Ringfläche (Bild 5.9) lassen sich über den Druck p die Normal- (Gl. 5-49) und Reibkraft (Gl. 5-50) berechnen.

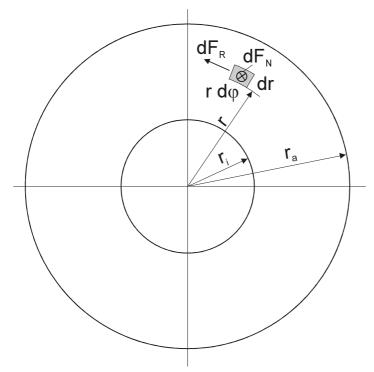


Bild 5.9: Differenzielles Element einer Kreisringfläche

$$dF_{N} = p \cdot dA = p \cdot r \cdot d\phi \cdot dr \qquad (Gi. 5-49)$$

$$dF_{R} = \mu \cdot dF_{N} = \mu \cdot p \cdot r \cdot d\phi \cdot dr \tag{GI. 5-50}$$

Damit erhält man das Reibmoment für ein differenzielles Element der Ringfläche:

$$dT_{R,KR} = r \cdot dF_R = \mu \cdot p \cdot r^2 \cdot d\phi \cdot dr \tag{GI. 5-51}$$

Das Reibmoment $T_{R,KR}$ der Kreisringfläche ist dann das Integral des Reibmomentes $dT_{R,KR}$ am differenziellen Element über der gesamten Fläche:

$$T_{R,KR} = \int\limits_{r_i}^{r_a} \int\limits_{0}^{2\pi} \mu \cdot p \cdot r^2 \cdot d\phi \cdot dr = \frac{2}{3} \pi \cdot \mu \cdot p \cdot \left(r_a^{\ 3} - r_i^{\ 3}\right) \tag{GI. 5-52}$$

Setzt man Gl. 5-48 in Gl. 5-51, und nimmt man die Reibungszahl als konstant an, so lässt sich das Reibmoment $T_{R,KR}$ als Produkt der Kraft F und der Konstanten $K_{R,KR}$ darstellen:

$$T_{R,KR} = F \cdot K_{R,KR}$$
 (GI. 5-53)

$$K_{R,KR} = \frac{2 \cdot \mu \cdot \left(r_a^{\ 3} - r_i^{\ 3}\right)}{3 \cdot \left(r_a^{\ 2} - r_i^{\ 2}\right)} \tag{GI. 5-54}$$

5.1.5 Reibmoment in einer sphärischen Fläche

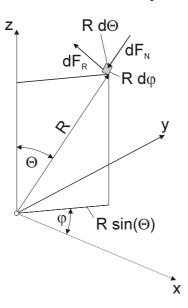


Bild 5.10: Differenzielles Element der Kugelfläche

Zur Herleitung des Reibmomentes $T_{R,S}$ an einer sphärischen Fläche wird zunächst ein differenzielles Element dieser Fläche betrachtet (Bild 5.10).

Das Reibmoment $dT_{R,S}$ bezüglich der z-Achse, welches durch das differenzielle Element der sphärischen Fläche erzeugt wird, ergibt sich aus der Reibkraft dF_R und dem Hebelarm R $sin(\Theta)$, wobei R der Kugelradius ist.

$$dT_{RS} = R \cdot sin(\Theta) \cdot dF_{R} = R \cdot sin(\Theta) \cdot \mu \cdot dF_{N} = R \cdot sin(\Theta) \cdot \mu \cdot p(\Theta) \cdot dA \qquad (GI. 5-55)$$

Die Reibungskraft ist das Produkt aus Normalkraft und Reibungskoeffizient. Die Normalkraft d F_N resultiert aus dem differenziellen Flächenelement und dem Druck, der normal auf dieses Flächenelement wirkt.

Für die Beschreibung des Flächenelementes dA wird eine Parameterdarstellung der Kugelfläche [16] gewählt:

$$\vec{X} = \vec{X}(\Theta, \phi) = R \cdot (\sin(\Theta)\cos(\phi), \sin(\Theta)\sin(\phi), \cos(\Theta))$$
 (GI. 5-56)

Das Flächenelement dA lässt sich folgendermaßen darstellen:

$$dA = |\mathbf{x}_{\Theta} \times \mathbf{x}_{\Phi}| d\Theta d\Phi \qquad (Gi. 5-57)$$

Dabei lauten die Richtungsableitungen der Flächendarstellung:

$$\mathbf{X}_{\Theta} = \mathsf{R} \cdot (\mathsf{cos}(\Theta) \mathsf{cos}(\varphi), \mathsf{cos}(\Theta) \mathsf{sin}(\varphi), -\mathsf{sin}(\Theta)) \tag{GI. 5-58}$$

$$\mathbf{x}_{\varphi} = \mathbf{R} \cdot (-\sin(\Theta)\sin(\varphi), \sin(\Theta)\cos(\varphi), 0) \tag{GI. 5-59}$$

Setzt man Gl. 5-58 und Gl. 5-59 in Gl. 5-57 so erhält man für das Flächenelement:

$$dA = R^2 \cdot \sin(\Theta) d\Theta d\Phi \qquad (GI. 5-60)$$

Da die Kontaktfläche nur ein Teil der Kugelfläche ist, müssen für den Parameter Θ die Integrationsgrenzen Θ_a und Θ_i (Bild 5.11) bestimmt werden.

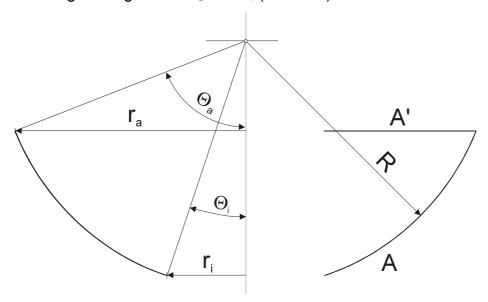


Bild 5.11: Begrenzungsradien und -winkel der sphärischen Reibfläche

Die Grenzwinkel ergeben sich aus folgender trigonometrischer Beziehung zwischen Kugelradius R und Radius r zur Drehachse:

$$\Theta_{a} = \arcsin\left(\frac{r_{a}}{R}\right) \text{und } \Theta_{i} = \arcsin\left(\frac{r_{i}}{R}\right) \tag{GI. 5-61}$$

Damit kann das Reibmoment $T_{R,S}$ an der sphärischen Fläche als Oberflächenintegral einer skalaren Funktion formuliert werden:

$$T_{R,S} = \mu \cdot R^3 \cdot \int_0^{2\pi} \int_{\Theta_i}^{\Theta_a} p(\Theta) \cdot \sin^2(\Theta) d\Theta d\Phi \qquad \qquad (GI. 5-62)$$

Unter der vereinfachenden Annahme einer gleichmäßigen Druckverteilung liefert die Lösung des Integrals die Formel für das Reibmoment T_{R.S}:

$$T_{R,S} = 2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot p \cdot R^{3} \cdot \left[\frac{\Theta_{a} - \Theta_{i}}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \Theta_{a}) - \sin(2 \cdot \Theta_{i})}{4} \right]$$
 (GI. 5-63)

Dabei wird die mittlere Flächenpressung p als Quotient der Kraft F in Richtung der Drehachse (Bild 5.11) und der Fläche A', die sich durch Projektion der sphärischen Fläche A in die Ebene senkrecht zur Drehachse ergibt, berechnet:

$$p = \frac{F}{\pi \cdot \left(r_a^2 - r_i^2\right)} \tag{Gl. 5-64}$$

Für eine genaue Berechnung müsste die Druckverteilung $p(\Theta)$ bekannt sein. Ist beispielsweise der Kugelradius der konvexen Kontaktfläche etwas größer, als der Kugelradius der konkaven Fläche, so wird die Kontaktfläche etwas kleiner, der mittlere Radius zur Achse dagegen größer, weil die Berührung der Kontaktflächen am äußeren Radius beginnt. In diesem Fall wird der Druck am äußeren Rand auch größer als am inneren Rand sein. Es ist daher insgesamt mit einem größeren Reibmoment $T_{R,S}$ zu rechnen. Eine Erhöhung der Last führt zu einer Vergrößerung der Kontaktfläche, wobei sich der mittlere Reibradius verringert. Bezogen auf die Last, die auf das Lager wirkt, nimmt das Reibmoment daher mit steigender Last ab.

Setzt man Gl. 5-64 in Gl. 5-63, und nimmt man die Reibungszahl als konstant an, so lässt sich das Reibmoment als Produkt der Kraft F und der Konstanten $K_{R,S}$ darstellen.

$$T_{R,S} = F \cdot K_{R,S} \tag{GI. 5-65}$$

$$K_{R,S} = \frac{2 \cdot \mu \cdot R^3}{\left(r_a^2 - r_i^2\right)} \cdot \left[\frac{\Theta_a - \Theta_i}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \Theta_a) - \sin(2 \cdot \Theta_i)}{4}\right] \tag{GI. 5-66}$$

5.1.6 Reibmoment am Planetenrad

Bei den Planeten eines Planetengetriebes erfolgen die Drehmomenteinleitung ($F_{N,E}$) und die Drehmomentausleitung ($F_{N,A}$) über jeweils einen Zahneingriff (Bild 5.12). Die Winkel α_E und α_A stellen die jeweiligen Betriebseingriffswinkel (Stirnschnitt) der Zahneingriffe dar. Die Reibung wirkt der Drehrichtung des Planeten entgegen. Daher ist $F_{N,A}$ immer kleiner als $F_{N,E}$. Die Lage der Zahneingriffe zueinander wird über die Positionswinkel γ_E und γ_A angegeben. In der linken Hälfte von Bild 5.12 dreht sich der Planet im Uhrzeigersinn, die Reibung wirkt entsprechend gegen den Uhrzeigersinn. Die Wälzleistung fließt von der linken zur rechten Seite. Ist die Drehrichtung des Planeten umgekehrt, so fließt auch die Wälzleistung in umgekehrter Richtung. Dementsprechend sind die Krafteinleitung und Kraftausleitung vertauscht.

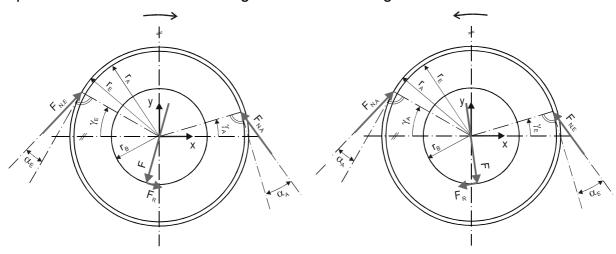


Bild 5.12: Kräfte am Planetenrad unter Berücksichtigung der Reibung (I)

Stellt man sich die rechte Hälfte in Bild 5.12 gespiegelt an der y-Achse des lokalen Koordinatensystems vor, so unterscheidet sich diese Darstellung von der linken nur dadurch, dass die Beträge der Positionswinkel γ_E und γ_A und der Wälzkreisradien r_E und r_A vertauscht sind. Bei der Berechnung des Reibmomentes an einem Planetenrad muss folglich dessen Drehrichtung nicht durch ein Vorzeichen berücksichtigt werden. Es genügt, lediglich die Positionswinkel und Wälzkreisradien von Krafteinleitung und Kraftausleitung entsprechend anzusetzen.

Beim Stirnraddifferenzial wird bei der Anordnung der Planeten unterschieden zwischen vorlaufenden und nachlaufenden Planeten (siehe auch 3.2). Dieser Unterschied wird über die Positionswinkel γ_E und γ_A im Reibmomentberechnungsmodell berücksichtigt (Bild 5.13, Bild 5.14).

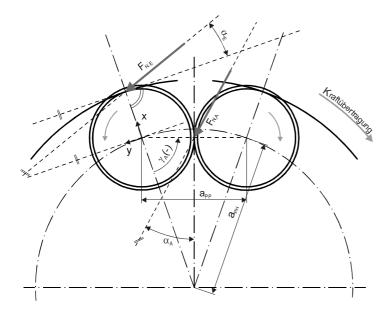


Bild 5.13: Positionswinkel am nachlaufenden Planet

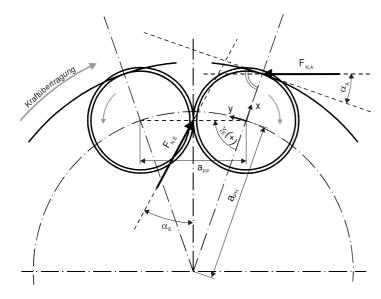


Bild 5.14: Positionswinkel am vorlaufenden Planet

Der Index E kennzeichnet dabei im Wälzleistungsfluss die Eingangsseite, der Index A die Ausgangsseite.

Richtet man das Beobachtungskoordinatensystem des jeweiligen Planeten auf seiner Achse so aus, dass dessen x-Achse radial von der Differenzialachse weg zeigt, so beträgt der Positionswinkel des Hohlradeingriffs immer 0°. Der Positionswinkel zum Planeteneingriff wird mit positivem Vorzeichen angesetzt, wenn er sich von der x-Achse aus in die Richtung der zugehö-Verzahnungsnormalkraft rige öffnet (Bild 5.14). Andernfalls geht der Winkel mit negativem Vorzeichen in die Berechnung ein (Bild 5.13). Die beiden Bilder zeigen den Fall, dass die Wälzleistung von der Seite des nachlaufenden Planeten auf die Seite

des vorlaufenden Planeten fließt. Das bedeutet, das Hohlrad auf der Seite des nach-laufenden Planeten dreht langsamer als das Hohlrad auf der Seite des vorlaufenden Planeten. Fließt die Wälzleistung in umgekehrter Richtung bei gleicher Kraftübertragungsrichtung des Differenzials, so sind bei den Verzahnungsnormalkräften und den Positionswinkeln die Indizes E und A jeweils zu vertauschen. In diesem Fall kehrt sich auch die Drehrichtung der Planeten um. Nach Bild 5.13 und Bild 5.14 sind die Positionswinkel γ_E und γ_A betragsmäßig gleich und errechnen sich folgendermaßen:

$$\left|\gamma_{\rm E}\right| = \left|\gamma_{\rm A}\right| = \left|\arccos\left(\frac{a_{\rm pp}}{2 \cdot a_{\rm PH}}\right)\right|$$
 (GI. 5-67)

Im Stirnraddifferenzial ist das Planetenrad auf einem Zapfen gleitgelagert, der die Radialkraft und einen Teil des Kippmomentes aufnimmt. Der andere Teil des Kippmomentes wird von den Auflageflächen im Planetenträger und Hohlrad aufgenommen. Dabei hängt die Aufteilung vom Verhältnis des Radialspiels zum Axialspiel der Planeten ab.

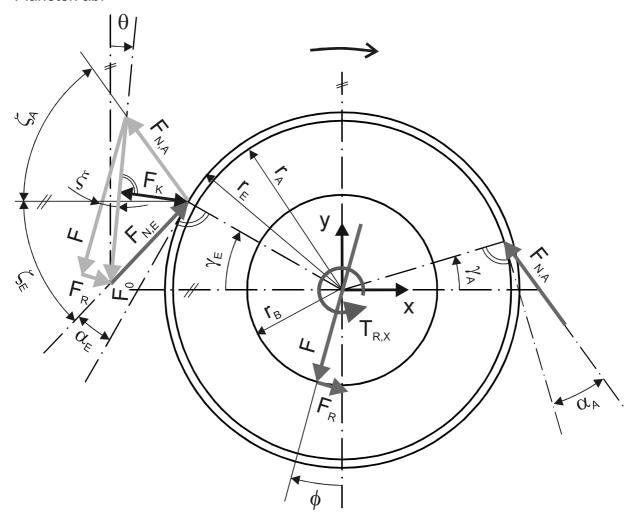


Bild 5.15: Kräfte am Planetenrad unter Berücksichtigung der Reibung (II)

Die Verzahnungsnormalkraft $F_{N,A}$ reduziert sich auf der Ausgangsseite in Abhängigkeit der auftretenden Lagerreibungskraft F_R aufgrund der Bolzenkraft F und dem Ergänzungsreibmoment $T_{R,X}$, welches durch ein Kippmoment (3.2) oder eine Axialkraft verursacht werden kann (Bild 5.15). Um die Planetenachse lässt sich folgendes Momentengleichgewicht aufstellen:

$$F_{NE} \cdot \cos(\alpha_E) \cdot r_E = F_{NA} \cdot \cos(\alpha_A) \cdot r_A + F_R \cdot r_B + T_{RX}$$
 (GI. 5-68)

Das Gesamtreibungsmoment $T_{R,P}$ am Planetenrad ist dabei in Gl. 5-68 folgendermaßen repräsentiert:

$$T_{R,P} = F_R \cdot r_B + T_{R,X}$$
 (GI. 5-69)

Sowohl die Lagerreibungskraft F_R als auch das Ergänzungsreibmoment $T_{R,X}$ hängen aber umgekehrt auch von der Verzahnungsnormalkraft $F_{N,A}$ ab. Zwischen der Bolzenkraft F, der Reibungskraft F_R und den Zahnnormalkräften $F_{N,E}$ und $F_{N,A}$ besteht ein Kräftegleichgewicht:

$$\begin{split} F_R^{~2} + F^2 &= F_{N,E}^{~2} + F_{N,A}^{~2} - 2 \cdot F_{N,E} \cdot F_{N,A} \cdot \cos \left(\zeta\right) \\ \\ mit \quad \zeta &= \zeta_E + \zeta_A \quad \zeta_E = 90^\circ - \alpha_E - \gamma_E \quad \text{und} \quad \zeta_A = 90^\circ - \alpha_A - \gamma_A; \end{split}$$

Die Wirkung der im Kontakt herrschenden Reibungszahl μ wird abhängig von der Bolzenkraft F verstärkt, weil sich durch die elastische Verformung der Kontaktzone die wirksame Flächennormalkraft erhöht (5.1.2). Dieser Zusammenhang wird durch Gl. 5-24 beschrieben. Der Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ steigt mit dem Druckflächenwinkel ς . Dieser Druckflächenwinkel hängt von der Bolzennormalkraft F ab. Durch Einsetzen von Gl. 5-30 in Gl. 5-24 lässt sich der Druckflächenwinkel ς eliminieren, so dass man einen direkten Zusammenhang zwischen F_R und F herstellen kann:

$$F_{R} = F \cdot \mu \cdot \frac{arctan\left(C \cdot \sqrt{F}\right)}{sin\left(arctan\left(C \cdot \sqrt{F}\right)\right)} \quad mit \quad C = \frac{\sqrt{\frac{16 \cdot D_{|}}{I_{eff} \cdot E' \cdot \pi}}}{\left|D_{2}\right|} \tag{GI. 5-71}$$

Mit Gl. 5-68, Gl. 5-70 und Gl. 5-71 stehen drei Gleichungen für die drei Unbekannten F_R , F, und $F_{N,A}$ zur Verfügung. Das Gleichungssystem ist aber nicht lösbar, weil die transzendente Gl. 5-71 nicht nach F auflösbar ist. Die Verstärkung der Reibkraft durch elastische Verformungen, kann somit nicht im Rahmen einer geschlossenen Lösung für das Reibmoment am Planeten berechnet werden. Das Problem wird im vorliegenden Rechenansatz daher iterativ gelöst.

Dazu wird zunächst Gl. 5-24 in Gl. 5-68 eingesetzt. Man erhält dadurch eine Beziehung zur Berechnung der Bolzenkraft F, in welcher der eigentlich von F abhängige Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ so angesetzt wird, als wäre er bekannt.

$$F = \frac{1}{f_{_{II}}\left(\varsigma\right) \cdot r_{_{B}}} \cdot \left(F_{_{N,E}} \cdot cos\left(\alpha_{_{E}}\right) \cdot r_{_{E}} - F_{_{N,A}} \cdot cos\left(\alpha_{_{A}}\right) \cdot r_{_{A}} - T_{_{R,X}}\right) \tag{GI. 5-72}$$

In dieser Beziehung wird auch das Ergänzungsreibmoment $T_{R,X}$ wie eine bekannte Größe angesetzt, da es ebenfalls iterativ bestimmt werden muss. Der Grund dafür wird im folgenden erklärt.

Am geradverzahnten Planeten des Stirnraddifferenzials entspricht das Ergänzungsreibmoment $T_{R,X}$ dem Reibmoment $T_{R,MK}$. Dieses setzt sich nur aus den kippmomentbedingten Reibmomenten in der Bolzengleitlagerung $T_{R,MK,r}$ und in den axialen Anlaufflächen $T_{R,MK,ax}$ zusammen (5.1.3).

$$T_{R,MK} = T_{R,MK,ax,r} + T_{R,MK,r} \cdot (1 - f_{MK,ax,r})$$
 (GI. 5-73)

Dabei wird das Kippmoment teilweise vom Radiallager aufgenommen. Der übrige Teil wird von der axialen Anlauffläche getragen. Mit dem Faktor $f_{MK,ax,r}$ wird berücksichtigt, dass die Reibmomente in der Radiallagerung und den axialen Anlaufflächen unterschiedlich stark sein können. Ist das Radialspiel z.B. deutlich größer als das Axialspiel, so kann davon ausgegangen werden, dass das Kippmoment vollständig von den axialen Anlaufflächen getragen wird. In diesem Fall ist der Faktor $f_{MK,ax,r}$ gleich 1. Im umgekehrten Fall, wenn das Kippmoment nur vom Radiallager (Bolzen) getragen wird, ist der Faktor auf 0 zu setzten. Sind die Spiele etwa gleich, so kann der Faktor mit 0,5 angesetzt werden. Der genaue Zusammenhang zwischen Axialspiel, Radialspiel und dem Faktor $f_{MK,ax,r}$ ist bislang aber nicht bekannt. Für diesen Faktor wird daher eine Annahme getroffen, die z.B. nach Vorliegen von Messergebnissen korrigiert werden kann.

Das Kippmoment M_K errechnet sich wie folgt:

$$\mathbf{M}_{\mathsf{K}} = \mathbf{F}_{\mathsf{K}} \cdot \mathbf{I}_{\mathsf{F}\mathsf{K}} \tag{GI. 5-74}$$

Dabei repräsentiert I_{FK} den Abstand der Ebenen, in denen die Kraftwirkungslinien der Zahnnormalkräfte liegen. F_K stellt die Kippkraft in der Verzahnung dar.

$$F_{K} = \left| F_{N,E} \cdot \cos(\zeta_{E} + \theta) \right| \tag{GI. 5-75}$$

Der Winkel θ errechnet sich folgendermaßen:

$$\theta = \frac{F_{N,E} \cdot \cos(\zeta_E) - F_{N,A} \cdot \cos(\zeta_A)}{F_{N,E} \cdot \sin(\zeta_E) + F_{N,A} \cdot \sin(\zeta_A)}$$
(GI. 5-76)

Beim Winkel ϕ in Bild 5.15 handelt es sich um den Ortswinkel der Berührzone in der Lagerfläche. Er errechnet sich folgendermaßen:

$$\phi = \theta + \xi \quad \text{mit} \quad \xi = \arctan(\mu) \tag{GI. 5-77}$$

Setzt man nun Gl. 5-74 bis Gl. 5-76 sowie Gl. 5-40 und Gl. 5-47 in Gl. 5-73, so erhält man einen Term zur Berechnung von $T_{R,MK}$, in dem $F_{N,A}$ und ein kippkraftabhängiger Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ als Unbekannte auftreten. Zur Vereinfachung wird der Reibkraftfaktor $f_{\mu}(\varsigma)$ aus Gl. 5-40 bei folgenden Berechnungen gleich μ_{K} gesetzt. Dadurch verbleibt nur $F_{N,A}$ als Unbekannte. Setzt man nun den Term für $T_{R,MK}$ anstelle von $T_{R,X}$ in Gl. 5-72, so erhöht sich zwar die Zahl der Unbekannten nicht, aber der neu entstandene Term ist transzendent. Die Lösung des Gleichungssystems bestehend aus der um $T_{R,MK}$ ergänzten Gl. 5-72 sowie Gl. 5-70 und Gl. 5-24 ist nicht geschlossen möglich. Auch dieses Problem wird daher iterativ gelöst.

Zur Berechnung des Reibkraftfaktors $f_{\mu}(\varsigma)$ in Gl. 5-72 ist die Kenntnis der Reibungszahl im Kontakt erforderlich. Gemäß Kapitel 5.1.2 und 5.1.3 kann die Berechnung der Reibungszahlen μ und μ_K am Bolzen nach dem Ansatz von Doleschel [06] erfolgen. Dazu müssen aber die Bolzenkraft und die Kippkräfte bekannt sein, die mit vorliegendem Ansatz erst berechnet werden sollen. Die Bolzenkraft F und die Kippkräfte F_K hängen nämlich über die Reibungskraft F_R von der Verzahnungsnormalkraft $F_{N,A}$ auf der Ausgangsseite ab. In der Reibungszahlberechnung für μ und μ_K werden daher die Bolzenkraft F_0 und die Kippkraft $F_{MK,r,0}$ angesetzt. Bei der Berechnung dieser Kräfte wird zur Vereinfachung vernachlässigt, dass die Verzahnungsnormalkraft auf der Ausgangsseite ($F_{N,A}$) durch die Reibung gemindert wird. Das bedeutet, $F_{N,A}$ wird so angesetzt, dass ein Momentengleichgewicht mit $F_{N,E}$ erzielt wird.

Über den Kosinussatz (Bild 5.15) kann F₀ folgendermaßen berechnet werden:

$$\begin{split} F_{0} &= \sqrt{F_{N,E}^{-2} \cdot \left(1 + \left(\frac{r_{E} \cdot cos(\alpha_{E})}{r_{A} \cdot cos(\alpha_{A})}\right)^{2} - 2 \cdot \left(\frac{r_{E} \cdot cos(\alpha_{E})}{r_{A} \cdot cos(\alpha_{A})}\right) \cdot cos(\zeta)}\right)} \\ \text{mit } F_{R} &= 0 \text{ und } F_{N,A} = F_{N,E} \cdot \frac{r_{E} \cdot cos(\alpha_{E})}{r_{A} \cdot cos(\alpha_{A})} \end{split} \tag{GI. 5-78}$$

Zur Berechnung der Kippkraft $F_{MK,r,0}$ ist zunächst noch der Winkel θ_0 (Bild 5.15) zu bestimmen, wobei die gleichen Annahmen wie bei Gl. 5-78 gelten. Dabei steht I_{eff} für die Lagerbreite und I_{FK} für den Abstand der Ebenen, in denen Hohlrad- und Planeteneingriff liegen (Bild 3.8).

$$\theta_{0} = \arctan \left[\frac{\left(\cos(\zeta_{E}) - \frac{r_{E} \cdot \cos(\alpha_{E})}{r_{A} \cdot \cos(\alpha_{A})} \cdot \cos(\zeta_{A}) \right)}{\left(\sin(\zeta_{E}) + \frac{r_{E} \cdot \cos(\alpha_{E})}{r_{A} \cdot \cos(\alpha_{A})} \cdot \cos(\zeta_{A}) \right)} \right]$$

$$F_{MK,r,0} = \left| F_{N,E} \cdot \cos(\zeta_{E} + \theta_{0}) \right| \cdot \frac{I_{FK}}{I_{rr}}$$
(GI. 5-80)

Die Umfangsgeschwindigkeit v_B in der Bolzenkontaktfläche für die Berechnung der Reibungszahlen leitet sich aus der Planetendrehzahl ab (Gl. 3-7 bzw. Gl. 3-8, a_{PH} und $r_{w,PH}$ aus Bild 3.7, r_B aus Bild 5.15):

$$\mathbf{V}_{B} = \frac{\pi \cdot (\mathbf{a}_{PH} + \mathbf{r}_{w,PH}) \cdot \mathbf{r}_{B}}{\mathbf{r}_{w,PH} \cdot 60 \cdot 1000} \cdot \Delta \mathbf{n}$$
 (GI. 5-81)

Zur iterativen Berechnung von $F_{N,A}$ steht die quadratische Gleichung Gl. 5-82 zur Verfügung, die man durch Einsetzen von Gl. 5-24 und Gl. 5-72 in Gl. 5-70 erhält. Als Lösung dieser Gleichung geht $F_{N,A}$ hervor (Gl. 5-86). F_R und F werden mit $F_{N,A}$ dann aus Gl. 5-24 und Gl. 5-72 berechnet.

$$F_{NA}^2 \cdot a + F_{NA} \cdot b + c = 0$$
 (GI. 5-82)

$$a = r_A^2 \cdot \cos(\alpha_A)^2 \cdot \frac{f_{\mu}(\varsigma)^2 + 1}{f_{\mu}(\varsigma)^2 \cdot r_B^2} - 1$$
 (GI. 5-83)

$$b = 2 \cdot \left(F_{N,E} \cdot \cos\left(\zeta\right) - \cos\left(\alpha_{A}\right) \cdot r_{A} \cdot \frac{f_{\mu}\left(\varsigma\right)^{2} + 1}{f_{\mu}\left(\varsigma\right)^{2} \cdot r_{B}^{2}} \cdot \left(F_{N,E} \cdot \cos\left(\alpha_{E}\right) \cdot r_{E} - T_{R,X} \right) \right) \tag{GI. 5-84}$$

$$c = \frac{f_{_{\!H}}\left(\varsigma\right)^2 + 1}{f_{_{\!H}}\left(\varsigma\right)^2 \cdot r_{_{\!B}}^2} \cdot \left(F_{_{\!N,E}}^2 \cdot cos\left(\alpha_{_{\!E}}\right)^2 \cdot r_{_{\!E}}^2 - 2 \cdot F_{_{\!N,E}} \cdot cos\left(\alpha_{_{\!E}}\right) \cdot r_{_{\!E}} \cdot T_{_{\!R,X}} + T_{_{\!R,X}}^2\right) - F_{_{\!N,E}}^2 \quad (\ \, \text{GI. 5-85} \ \,)$$

$$F_{N,A} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$
 (GI. 5-86)

Die Berechnung läuft in zwei ineinander verschachtelten Iterationen ab. In der inneren Iteration wird der Druckflächenwinkel ς ausgehend von 0° inkrementell solange erhöht, bis die Differenz ΔF zwischen einer für den Druckflächenwinkel theoretisch erforderlichen Normalkraft F_{th} und der mit dem vorgegebenen Druckflächenwinkel berechneten Normalkraft F größer Null und kleiner oder gleich einer Genauigkeitstoleranz (z. B. 0,00001) ist. Die theoretisch erforderliche Normalkraft F_{th} für den Druckflächenwinkel ς lässt sich durch Auflösen von Gl. 5-30 nach F errechnen:

$$F_{th} = \frac{\left(tan(\varsigma) \cdot |D_2|\right)^2 \cdot I_{eff} \cdot E' \cdot \pi}{16 \cdot D_1}$$
 (GI. 5-87)

Um die Iteration zu beschleunigen, wird das Inkrement während der Iteration verkleinert. Zu Beginn wird das Inkrement auf 10° eingestellt. Jedes mal, wenn ∆F positiv, aber größer als die Genauigkeitstoleranz wird, ist der Druckflächenwinkel um das aktuelle Inkrement zu verkleinern, und das Inkrement durch 10 zu dividieren. Danach wird die Iteration mit dem neuen Inkrement fortgesetzt.

In der äußeren Iteration wird das Ergänzungsreibmoment $T_{R,X}$ ausgehend von 0Nm inkrementell solange erhöht, bis die Differenz $\Delta T_{R,X}$ größer 0 und kleiner oder gleich einer Genauigkeitstoleranz (z. B. 0,00001) ist. Die Differenz $\Delta T_{R,X}$ wird folgendermaßen berechnet:

$$\Delta T_{R,X} = (T_{R,MK} + T_{R,AX}) - T_{R,X}$$
 (GI. 5-88)

Die Planeten arbeiten im Stirnraddifferenzial als Zwischenräder. Da sie geradverzahnt sind, treten keine Axialkräfte in der Verzahnung auf. Zwischenräder sind in der Regel nicht schrägverzahnt, weil die Axialkräfte in den beiden Zahneingriffen ein Kräftepaar, und damit ein erhebliches Kippmoment erzeugen würden, welches die Lagerung aufnehmen müsste. Am Planetenrad wird $T_{R,AX}$ daher mit 0Nm angesetzt. Die Berechnungsmethode eignet sich aber auch zur Berechnung des Reibmomentes an Kegelrädern. Dort wird $T_{R,AX}$ dann benötigt.

5.1.7 Reibmoment an Differenzialkegelrädern

Bei Differenzialkegelrädern tritt Reibung in den Auflageflächen infolge der Axialkräfte auf. Da die Kegelradauflageflächen in der Regel entweder als ebene Kreisringflächen oder als sphärische Flächen gestaltet sind, bilden die Kapitel 5.1.4 und 5.1.5 auch die Basis für die Berechnung dieses Reibmomentes. Bei den Achswellenkegelrädern heben sich die Radialkräfte auf, sobald sie mit mindestens zwei, gleichmäßig am Umfang verteilten, Ausgleichskegelrädern kämmen. In diesem Fall wirken aus der Verzahnung nur Axialkräfte. An den Achswellenrädern treten daher nur Reibmomente in deren Auflageflächen auf. Bei den Ausgleichskegelrädern wirkt zusätzlich zum Reibmoment in der Auflagefläche noch ein Reibmoment am Lagerbolzen. Die Berechnung des Reibmomentes an den Ausgleichskegelrädern ist daher deutlich komplizierter als bei den Achswellenkegelrädern und lehnt sich an die Berechnung des Reibmomentes am Planetenrad an (5.1.6).

Das Reibmoment in der Auflagefläche eines Kegelrades hängt von der Axialkraft ab, mit der das Kegelrad auf die Fläche gedrückt wird. Die Axialkraft pro Eingriff $F_{Ax,e}$ bei geradverzahnten Kegelrädern, wie sie in Achsdifferenzialen üblich sind, lässt sich anhand des übertragenen Drehmoments, des Eingriffs- und des Teilkegelwinkels, sowie des mittleren Teilkegeldurchmessers berechnen. Dabei lassen sich die Geometriegrößen in der Konstanten K_{Axial} zusammenfassen, so dass die Axialkraft $F_{Ax,e}$ als Produkt des übertragenen Drehmoments T_e im Zahneingriff und der Konstanten berechnet werden kann:

$$K_{Axial} = \frac{2}{d_m} \cdot tan(\alpha_n) \cdot sin(\delta)$$
 (GI. 5-89)

$$F_{Ax,e} = T_e \cdot K_{Axial} \cdot 1000 \tag{GI. 5-90}$$

Soll die Axialkraft von schräg- oder spiralverzahnten Kegelrädern berechnet werden, so ist die Berechnung der Konstanten K_{Axial} um den Schrägungswinkel β_m zu erweitern. Das Vorzeichen χ berücksichtigt die Drehrichtung und die Schrägungswinkelrichtung des betrachteten Rades [21]:

$$K_{\text{Axial}} = \frac{2}{d_{\text{m}}} \cdot \left(\chi \cdot \left| tan(\beta_{\text{m}}) \right| \cdot cos(\delta) + tan(\alpha_{\text{n}}) \cdot \frac{sin(\delta)}{cos(\beta_{\text{m}})} \right) \tag{GI. 5-91}$$

Am Achswellenrad summieren sich die Momente aus den einzelnen Eingriffen und damit auch die Axialkräfte. Die Gesamtaxialkraft am Achswellenrad kann daher aus dem Gesamtmoment so berechnet werden, als gäbe es nur einen Zahneingriff.

Im folgenden wird das in das Achswellenkegelrad eingeleitete Gesamtdrehmoment mit T_E bezeichnet, das ausgeleitete Drehmoment mit T_A . Für die Berechnung des Reibmomentes muss unterschieden werden, auf welchem Weg das Drehmoment durch das Kegelrad geleitet wird. Erfolgt die Drehmomenteinleitung über die Verzahnung und die Ausleitung über die Nabe (Index VN), so kann das Reibmoment direkt aus der Verzahnungsaxialkraft berechnet werden, da das ausgeleitete Drehmoment keinen Einfluss mehr auf die Verzahnungsaxialkraft und damit das Reibmoment hat. Die Konstante $K_{R,KR}$ (5.1.4) bzw. $K_{R,S}$ (5.1.5) rechnet dabei die auf die Auflagefläche wirkende Axialkraft in ein Reibmoment um.

$$T_{R,KR/S,VN} = T_E \cdot K_{Axial} \cdot K_{R,KR/S} \cdot 1000 \qquad (GI. 5-92)$$

Erfolgt die Drehmomenteinleitung aber über die Nabe und die Ausleitung über die Verzahnung (Index NV), so beeinflusst das ausgeleitete Drehmoment das Reibmoment, da ein niedrigeres Drehmoment in der Verzahnung niedrigere Axialkräfte hervorruft. Damit verringert sich dann auch das Reibmoment.

$$T_{R,KR/S,NV} = T_A \cdot K_{Axial} \cdot K_{R,KR/S} \cdot 1000 \tag{GI. 5-93}$$

$$T_{A} = T_{E} - \frac{T_{R,KR/S,NV}}{1000}$$
 (GI. 5-94)

Durch Zusammenfassen von Gl. 5-93 und Gl. 5-94 lässt sich das Reibmoment dann in Abhängigkeit vom eingeleiteten Drehmoment angeben:

$$T_{R,KR/S,NV} = T_E \cdot \frac{K_{Axial} \cdot K_{R,KR/S}}{\left(1 + K_{Axial} \cdot K_{R,KR/S}\right)} \cdot 1000 \tag{GI. 5-95}$$

Die Ausgleichskegelräder sind als Zwischenräder im Einsatz. Das Drehmoment wird dabei über den einen Zahneingriff eingeleitet, und über den gegenüberliegenden ausgeleitet. Durch die Reibung am Bolzen und in der Auflagefläche ist die Axialkraft auf der Ausgangseite etwas geringer als auf der Eingangsseite. Der Betrag, um den die Axialkraft auf der Ausgangsseite kleiner ist, hängt von dem zu berechnenden

Reibmomenten am Bolzen und in der Auflagefläche ab. Da die Reibmomente untereinander und das ausgeleitete Drehmoment sich gegenseitig beeinflussen, und die zur Lösung vorhandenen Gleichungen teilweise transzendent sind, ist zur Berechnung der Reibmomente eine iterative Lösung erforderlich. Dabei kommt das gleiche Lösungsverfahren, wie bei den Planetenrädern (5.1.6) zum Einsatz.

Am Planetenrad wird die Verzahnungsnormalkraft, der Betriebseingriffswinkel auf der Eingangs- und Ausgangsseite, die Positionswinkel der Krafteinleitungs- und Ausleitungsstelle sowie die zugehörigen Wälzkreisradien vorgegeben (Bild 5.15).

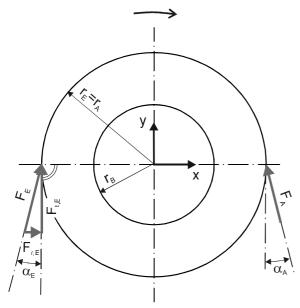


Bild 5.16: Anwendung des Planetenradmodells auf ein Ausgleichskegelrad

Da an einem Ausgleichskegelrad die Krafteinleitungsstelle genau gegenüber der Kraftausleitungsstelle liegt (Bild 5.16), können die Positionswinkel γ_E und γ_A gleich Null gesetzt werden. Da das Ausgleichsrad mit zwei identischen Achswellenkegelrädern kämmt, sind sowohl die beiden mittleren Wälzkegelradien r_E und r_A als auch die Winkel α_E und α_A identisch.

Beim geradverzahnten Planetenrad entspricht die resultierende Kraft F_E aus Verzahnungsumfangskraft $F_{t,E}$ und Radialkraft $F_{r,E}$ der Verzahnungsnormalkraft $F_{N,E}$. Bei Kegelrädern ist dies nicht der Fall. Für die

Verwendung des Planetenradrechenmodells wird daher die resultierende Kraft F_E aus Umfangs- und Radialkraft berechnet und anstelle der Normalkraft $F_{N,E}$ vorgegeben. Dabei wird die Axialkraft zunächst nicht berücksichtigt.

$$F_{E} = \sqrt{F_{t,E}^{2} + F_{r,E}^{2}}$$
 (GI. 5-96)

$$F_{t,E} = \frac{T_E \cdot 2000}{d_m}$$
 mit $r_E = r_A = \frac{d_m}{2}$ (Gl. 5-97)

$$F_{r,E} = T_E \cdot K_{Radial} \cdot 1000 \tag{GI. 5-98}$$

$$K_{Radial} = \frac{2}{d_m} \cdot tan(\alpha_n) \cdot cos(\delta)$$
 (GI. 5-99)

Soll die Radialkraft von schräg- oder spiralverzahnten Kegelrädern berechnet werden, so ist die Berechnung der Konstanten K_{Radial} um den Schrägungswinkel β_m zu erweitern. Das Vorzeichen χ berücksichtigt die Drehrichtung und die Schrägungswinkelrichtung des betrachteten Rades [21]:

$$K_{\text{Radial}} = \frac{2}{d_{\text{m}}} \cdot \left(-\chi \cdot \left| \tan(\beta_{\text{m}}) \right| \cdot \sin(\delta) + \tan(\alpha_{\text{n}}) \cdot \frac{\cos(\delta)}{\cos(\beta_{\text{m}})} \right) \tag{GI. 5-100}$$

Anstelle des Betriebseingriffswinkels beim Planetenrad geht beim Ausgleichskegelrad der Winkel in das Rechenmodell ein, den F_E und $F_{t,E}$ einschließen:

$$\alpha_{\rm E} = \alpha_{\rm A} = \arctan\!\left(\frac{{\sf F}_{\rm r,E}}{{\sf F}_{\rm t,E}}\right) \tag{GI. 5-101}$$

Die Berechnung des Reibmomentes in der Auflage erfolgt im Rahmen der Reibmomentiteration. Bei der Berechnung von $\Delta T_{R,X}$ nach Gl. 5-88 entspricht $T_{R,AX}$ dann $T_{R,KR,VV}$ bzw. $T_{R,S,VV}$ je nachdem, ob die Auflagefläche eine Kreisring- oder Kugelfläche ist. Der Index VV kennzeichnet dabei, dass sowohl die Drehmomenteinleitung als auch die Drehmomentausleitung über die Verzahnung erfolgen.

$$T_{R,KR/S,VV} = (T_E + T_A) \cdot K_{Axial} \cdot K_{R,KR/S} \cdot 1000$$
 (GI. 5-102)

Das Drehmoment T_A wird aus der Kraft F_A berechnet, die als Lösung $(F_{N,A})$ aus Gl. 5-82 zur Verfügung steht:

$$T_{A} = F_{A} \cdot \cos(\alpha_{A}) \cdot \frac{d_{m}}{2000}$$
 (GI. 5-103)

5.2 Berechnung des Sperrwertes

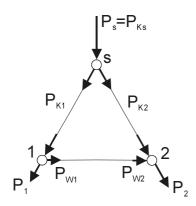


Bild 5.17: Leistungsflüsse im Differenzial

Nach Müller [19] ist sowohl das Kegelrad- als auch das Stirnraddifferenzial ein Minusgetriebe, dessen Summenwelle der Steg ist. Die Leistung P_s , die in den Steg eingeleitet wird, entspricht gleichzeitig der Kupplungsleistung P_{Ks} am Steg. Bauartbedingt wird diese Kupplungsleistung bei beiden Differenzialen gleichmäßig auf die beiden Wellen 1 (P_{K1}) und 2 (P_{K2}) aufgeteilt. Dreht die Welle 2 nun schneller als die Welle 1, so ist die Drehzahl der Welle 1 auch niedriger als die Stegdrehzahl. Die Stegdrehzahl entspricht dem Mittelwert der Drehzahlen von

Welle 1 und 2. Die abgegebene Leistung P_2 ist an der Welle 2 höher als P_1 an der Welle 1. Da die Summe der zu- und abgeführten Leistung an jeder Welle Null ergeben muss, muss die Differenz der zugeführten Kupplungsleistung P_{K1} und der abgegebenen Leistung P_1 als Wälzleistung P_{W1} abgeführt werden. Diese Wälzleistung wird als Wälzleistung P_{W2} der Welle 2 zugeführt. Es fließt also Wälzleistung von der langsamen zur schnellen Welle. Da dieser Wälzleistungsfluss aber verlustbehaftet ist, reduziert sich die Wälzleistung P_{W2} um die Verlustleistung. Damit reduziert sich auch die an der Welle 2 abgegebene Leistung P_2 um die Verlustleistung. Aus der festen Vorgabe der Drehzahlen und den abgegebenen Leistungen an den Wellen 1 und 2 folgt somit, dass das Drehmoment an der schneller drehenden Welle verlustbedingt gemindert wird. Daher liegt am kurveninneren, langsameren Rad ein höheres Moment an, als am kurvenäußeren.

Der Sperrwert ist ein Maß für die Höhe der Verlustleistung im Wälzleistungsfluss von der langsamen zur schnellen Welle. Er lässt sich aus dem Standwirkungsgrad berechnen. Um den Standwirkungsgrad des Differenzials zu berechnen, wird ein entsprechendes Modell aus einzelnen seriell geschalteten Reibstellen zusammen gestellt. Diese Reibstellen mit der Berechnung der zugehörigen Reibmomente werden im Kapitel 5.1 vorgestellt.

Ausgehend von einem vorgegebenen Eingangsdrehmoment T_E an der langsameren Seite des Differenzials wird das Drehmoment an jeder Reibstelle um das dort vorliegende Reibmoment reduziert. Die Höhe des Reibmomentes T_R an einer Reibstelle hängt vom Verlustgrad VG und dem dort übertragenen Drehmoment T ab.

$$T_{R} = f(VG,T) \tag{GI. 5-104}$$

$$VG = f(T)$$
 (GI. 5-105)

Da die Verlustgrade an den Reibstellen im allgemeinen nicht konstant, sondern selbst lastabhängig sind, kann das Reibmoment an einer Reibstelle im Wälzleistungsfluss erst berechnet werden, wenn das Reibmoment an der vorherigen Reibstelle bereits bekannt ist. Die Berechnung muss also Schritt für Schritt erfolgen.

Die Verlustgrade der Reibstellen, die in Kapitel 5.1 vorgestellt werden, werden mit Ausnahme der Verzahnungen nicht explizit berechnet, sondern sind implizit in der Berechnung der jeweiligen Reibmomente enthalten.

Folgt man Reibstelle für Reibstelle dem Wälzleistungsfluss durch das Differenzial zur schneller drehenden Seite, erhält man schließlich das Ausgangsdrehmoment T_A , welches nach Abzug sämtlicher Reibmomente dort noch ankommt. Der Standwirkungsgrad η_{EA} für die betrachtete Wälzleistungsflussrichtung des Differenzials lässt sich als Quotient von Ausgangsmoment T_A und Eingangsmoment T_E berechnen:

$$\eta_{\text{EA}} = \frac{T_{\text{A}}}{T_{\text{E}}} \tag{GI. 5-106}$$

Zwischen dem Standwirkungsgrad η_{EA} und dem Sperrwert S besteht folgender Zusammenhang:

$$S = \frac{1 - \eta_{EA}}{1 + \eta_{EA}} \tag{GI. 5-107}$$

Der Sperrwert kann aber auch direkt als Quotient aus der Differenz und der Summe von Eingangs- und Ausgangsmoment berechnet werden [15].

$$S = \frac{T_E - T_A}{T_E + T_A}$$
 (GI. 5-108)

Bei dieser Vorgehensweise ist das Radsummenmoment (T_E+T_A) erst am Ende der Berechnung bekannt. Ist es erforderlich, den Sperrwert in Abhängigkeit des Radsummenmomentes anzugeben, so muss die Lösung iterativ erfolgen. Als Startwert für das Vorgabedrehmoment auf der Seite des langsamer drehenden Rades kann

die Hälfte des Soll-Radsummenmomentes angesetzt werden. Aufgrund des Sperrwertes wird das Drehmoment auf der schneller drehenden Seite geringer. Das errechnete Radsummenmoment ist damit nach dem ersten Schritt auf jeden Fall zu niedrig. In den folgenden Iterationsschritten wird das Vorgabedrehmoment dann inkrementell so lange erhöht, bis sich das Soll-Radsummenmoment einstellt.

Als Startwert für das Inkrement empfiehlt sich die Zehnerpotenz in der nächst kleineren Größenordnung unter der des Vorgabemoments. Beträgt das Vorgabemoment z.B. 200Nm, so wäre der Richtwert für das Startinkrement 10Nm. Die Wahl des Startwertes beeinflusst aber nur die Dauer der Iteration. Ein zu kleiner Startwert führt zu einer unnötig hohen Laufzeit der Iteration.

Wird in einem Iterationsschritt das Ist-Radsummenmoment größer als der Sollwert, so ist das letzte Inkrement zurückzunehmen. Das Inkrement wird durch 10 dividiert. Danach wird die Iteration fortgesetzt. Die Iteration läuft so lange, bis die Differenz zwischen Ist- und Sollwert des Radsummenmomentes größer Null und kleiner als die Genauigkeitstoleranz (z. B. 0,01Nm) ist.

Ist das Differenzial symmetrisch aufgebaut, so ist der Sperrwert in beide Wälzleistungsflussrichtungen identisch. Dies ist zum Beispiel beim Kegelraddifferenzial der Fall, wenn auch die Kippmomente in beiden Steckwellen gleich sind. Bei einem asymmetrisch aufgebauten Differenzial, wie dem Stirnraddifferenzial, können die Sperrwerte beider Wälzleistungsflussrichtungen unterschiedlich sein.

5.2.1 Wälzleistungsfluss im Kegelraddifferenzial

Betrachtet man als Systemgrenze des Differenzials die Steckwellen, dann liegt als erste Reibstelle im Wälzleistungsfluss des Kegelraddifferenzials die Steckwellenlagerung im Differenzialkorb. Sie wird im Modell durch ein Reibmoment an einem Bolzen abgebildet, auf den ein Kippmoment wirken kann (5.1.3). Dieses Kippmoment hängt vom eingeleiteten Drehmoment T_E und dem Beugewinkel der angeschlossenen Gelenkwelle ab. Ist dieser Beugewinkel 0° so entfällt das Kippmoment und das entsprechende Reibmoment. Das Drehmoment $T_{K,E,E}$ nach dieser Reibstelle am eingangsseitigen Achswellenkegelrad beträgt:

$$T_{K,E,E} = T_E - \frac{T_{R,MK,r}(T_E)}{1000}$$
 (GI. 5-109)

Danach folgt im Wälzleistungsfluss das eingangsseitige Achswellenkegelrad. Das Drehmoment wird über eine Welle-Nabe-Verbindung in das Kegelrad eingeleitet. Das Achswellenkegelrad teilt das Drehmoment auf die Anzahl der Ausgleichskegelräder auf, und leitet das Moment $T_{K,E,A}$ über seine Verzahnung an diese weiter. Reibung tritt in der Auflagefläche dieses Kegelrades auf. Ist die Auflage eine ebene Kreisringfläche, so wird das Reibmoment $T_{R,KR,NV}$ nach 5.1.4 und 5.1.7 berechnet. Im Fall einer Kugelfläche erfolgt die Berechnung von $T_{R,S,NV}$ nach 5.1.5 und 5.1.7:

$$T_{K,E,A} = T_{K,E,E} - \frac{T_{R,KR/S,NV}(T_{K,E,E})}{1000}$$
 (GI. 5-110)

Die Weiterleitung des Drehmomentes $T_{K,E,A}$ vom Achswellenkegelrad an das Ausgleichskegelrad erfolgt über eine verlustbehaftete Verzahnung. Der Verzahnungsverlustgrad VG_{KP} wird nach 5.1.1 an der Ersatzstirnradverzahnung berechnet. Am Ausgleichskegelrad in einem Leistungszweig liegt das Eingangsmoment $T_{P,E}$ an:

$$T_{P,E} = \frac{T_{K,E,A}}{u \cdot z_{AK}} \cdot \left(1 - VG_{KP} \left(\frac{T_{K,E,A}}{u \cdot z_{AK}} \right) \right) \tag{GI. 5-111}$$

Das Ausgleichskegelrad ist auf einem Bolzen gelagert. Die Axialkräfte werden in seiner Auflagefläche aufgenommen. Die Berechnung des Reibmomentes $T_{R,P}$ am Aus-

gleichskegelrad erfolgt nach Gl. 5-69 wobei das Rechenverfahren aus 5.1.6 in der nach 5.1.7 für Ausgleichskegelräder modifizierten Form angewendet wird.

Damit kann für das Drehmoment $T_{P,A}$ auf der Ausgangsseite des Ausgleichskegelrades folgende Beziehung angegeben werden:

$$T_{P,A} = T_{P,E} - \frac{T_{R,P} (T_{P,E})}{1000}$$
 (GI. 5-112)

Die Weiterleitung des Drehmomentes $T_{P,A}$ vom Ausgleichskegelrad an das ausgangsseitige Achswellenkegelrad erfolgt wieder über eine verlustbehaftete Verzahnung. Der Verlustgrad VG_{PK} dieser Verzahnung wird nach 5.1.1 berechnet. Am ausgangsseitigen Achswellenkegelrad werden auch die Leistungszweige wieder zusammen geführt. Damit wird in dieses Kegelrad das Drehmoment $T_{K,A,E}$ eingeleitet:

$$T_{K,A,E} = T_{P,A} \cdot u \cdot z_{AK} \cdot \left(1 - VG_{PK}\left(T_{P,A}\right)\right) \tag{GI. 5-113}$$

Am ausgangsseitigen Achswellenrad wird das Drehmoment über die Verzahnung eingeleitet und über die Welle-Nabe-Verbindung ausgeleitet. Dementsprechend wird das Reibmoment $T_{R,KR/S,VN}$ in der Auflage des Kegelrades nach Gl. 5-92 berechnet. In der ausgangsseitigen Steckwelle liegt dann das Drehmoment $T_{K,A,A}$ an.

$$T_{K,A,A} = T_{K,A,E} - \frac{T_{R,KR/S,VN}(T_{K,A,E})}{1000}$$
 (GI. 5-114)

Abzüglich des eventuell bei einer abknickenden Gelenkwelle in der Steckwellenlagerung wirkenden Reibmomentes $T_{R,MK,r}$ verbleibt an der ausgangsseitigen Systemgrenze des Differenzials das Drehmoment T_A .

$$T_{A} = T_{K,A,A} - \frac{T_{R,MK,r}(T_{K,A,A})}{1000}$$
 (GI. 5-115)

Aus T_E und T_A können nun Standwirkungsgrad η_{EA} und Sperrwert S des Differenzials nach Gl. 5-106 und Gl. 5-107 bzw. Gl. 5-108 berechnet werden.

5.2.2 Wälzleistungsfluss im Stirnraddifferenzial

Legt man als Systemgrenze des Differenzials die Steckwellen zugrunde, so stellt die Steckwellenlagerung in der Deckelbohrung die erste Reibstelle im Wälzleistungsfluss des Stirnraddifferenzials dar. Sie wird im Modell durch ein Reibmoment an einem Bolzen abgebildet, auf den ein Kippmoment wirken kann (5.1.3). Dieses Kippmoment hängt vom Beugewinkel der angeschlossenen Gelenkwelle ab. Ist dieser Beugewinkel 0°, so entfällt das Kippmoment und das entsprechende Reibmoment. Das Drehmoment T_{H.E} nach dieser Reibstelle am eingangsseitigen Hohlrad beträgt:

$$T_{H,E} = T_{E} - \frac{T_{R,MK,r}(T_{E})}{1000}$$
 (GI. 5-116)

Das Drehmoment $T_{H,E}$ verzweigt sich in den verlustbehafteten (5.1.1) Zahneingriffen zwischen dem Hohlrad und den Planeten auf die eingangsseitigen Ausgleichsplanetensätze. An einem dieser Planeten liegt eingangseitig das Drehmoment $T_{P,E,E}$ an:

$$T_{P,E,E} = \frac{T_{H,E}}{u \cdot z_{AP}} \cdot \left(1 - VG_{PH} \left(\frac{T_{H,E}}{u \cdot z_{AP}} \right) \right) \tag{GI. 5-117}$$

Die Verzahnungskräfte aus dem Eingriff Hohlrad-Planet sowie dem Eingriff Planet-Gegenplanet bewirken eine Radialkraft und ein Kippmoment auf den Lagerbolzen des Planeten. Die Reibmomente aus der Radialkraft (5.1.1) und dem Kippmoment (5.1.3) überlagern sich. Die Berechnung des Gesamtreibmoments am Planeten $T_{R,P}$ erfolgt daher gemäß Gl. 5-69 im Rahmen des Verfahrens nach 5.1.6. Damit ergibt sich das Drehmoment $T_{P,E,A}$, welches über den ausgangsseitigen Zahneingriff an den ausgangsseitigen Gegenplaneten übertragen wird.

$$T_{P,E,A} = T_{P,E,E} - \frac{T_{R,P} (T_{P,E,E})}{1000}$$
 (GI. 5-118)

Nach dem verlustbehafteten Zahneingriff (5.1.1) zwischen den Ausgleichsplaneten liegt am ausgangsseitigen Gegenplanet eingangsseitig das Drehmoment $T_{P,A,E}$ an:

$$T_{P,A,E} = T_{P,E,A} \cdot (1 - VG_{PP}(T_{P,E,A}))$$
 (GI. 5-119)

Nach Abzug der Reibungsverluste ($T_{R,P}$) in der Planetenlagerung (5.1.6) kommt am Zahneingriff Planet-Hohlrad auf der Ausgangsseite das Drehmoment $T_{P,A,A}$ an.

$$T_{P,A,A} = T_{P,A,E} - \frac{T_{R,P} \left(T_{P,A,E} \right)}{1000} \tag{GI. 5-120}$$

Am ausgangsseitigen Hohlrad werden die Drehmomentzweige über die Ausgleichsplaneten wieder zusammengeführt. Nach Abzug der Verzahnungsverluste (5.1.1) liegt an diesem Hohlrad das Drehmoment T_{H,A} an:

$$T_{H,A} = T_{P,A,A} \cdot u \cdot z_{AP} \left(1 - VG_{PH} \left(T_{P,A,A} \right) \right)$$
 (GI. 5-121)

Abzüglich des eventuell in der Steckwellenlagerung auftretenden Reibmomentes $T_{R,MK,r}$ (5.1.3) kommt auf der Ausgangsseite des Differenzials schließlich das Drehmoment T_A an.

$$T_{A} = T_{H,A} - \frac{T_{R,MK,r}(T_{H,A})}{1000}$$
 (GI. 5-122)

Aus T_E und T_A können nun Standwirkungsgrad η_{EA} und Sperrwert S des Differenzials nach Gl. 5-106 und Gl. 5-107 bzw. Gl. 5-108 berechnet werden.

Durch die versetzte Anordnung der Ausgleichsplaneten liegt beim Stirnraddifferenzial eine Asymmetrie vor. Auf einer Seite laufen die Planeten in Drehrichtung voraus, auf der anderen Seite laufen sie hinterher. Die Lagerkräfte und Kippmomente sind bei voraus- und nachlaufenden Planeten unterschiedlich. Damit können sich auch die Reibmomente in den Planetenlagern unterscheiden. Je nachdem, ob im Wälzleistungsfluss zuerst die vorauslaufenden oder die nachlaufenden Planeten liegen, kann die Berechnung des Standwirkungsgrades ein unterschiedliches Ergebnis liefern. Daher muss der Sperrwert für beide Richtungen separat berechnet werden.

Dieses Rechenmodell sieht keine Wechselwirkung zwischen unterschiedlichen Reibstellen vor. Durch das Kippmoment am eingangsseitigen Planeten können aber Axialkräfte auf das eingangsseitige Hohlrad wirken, welche dort zu einem Reibmoment führen. Dies wirkt sich dann auf das Eingangsmoment am Planeten aus, welches wiederum das Kippmoment beeinflusst. Dieses Problem müsste iterativ gelöst werden. Für die Axialkraft am eingangsseitigen Hohlrad wird dabei als Startwert bei-

spielsweise 10N angenommen. Das Hohlrad steht auf der Rückseite mit dem Deckel in Kontakt und auf seiner Vorseite über die Planetenanlauffläche mit dem Planetenträger bzw. den Planeten (Bild 7.12). Unter Annahme einer Reibungszahl z. B. μ_F (Gl. 5-9) kann mit den Durchmessern der Kontaktzonen ein Reibmoment am Hohlrad berechnet werden. Nach der Berechnung des Kippmomentes und der zugehörigen Axialkraft am folgenden Planeten, wird die berechnete mit der angesetzten Axialkraft verglichen. Solange die berechnete Kraft größer als die am Hohlrad angesetzte Axialkraft ist, wird die angesetzte Kraft im Rahmen einer Iteration inkrementell erhöht. Als Startinkrement kann beispielsweise 10N gewählt werden. Ist dagegen die berechnete Axialkraft kleiner als die angesetzte, wird das letzte Inkrement zurückgenommen. Das Inkrement wird durch 10 dividiert, und die Iteration mit dem neuen Inkrement weitergeführt. Die Iteration läuft solange, bis der Differenzbetrag zwischen angesetzter und berechneter Axialkraft einen vorgegebenen Genauigkeitsgrenzwert (z. B. 0,01N) unterschreitet.

Auf der Ausgangsseite kann zwar auch eine Axialkraft aus dem Kippmoment am Planeten auf das Hohlrad wirken, allerdings hat das Reibmoment an diesem Hohlrad keine Rückwirkung auf die Axialkraft am Planeten. Eine Iteration wäre auf der Ausgangsseite daher nicht erforderlich.

Unter Berücksichtigung dieser Wechselwirkung zwischen Hohlrad und Planet hätte die Sperrwertberechnung für das Stirnraddifferenzial bis zu vier ineinander verschachtelte Iterationen. Nach Gl. 5-73 hängt der Anteil des Kippmoments, der sich über eine Axialkraft am Hohlrad abstützt, nur von dem Aufteilungsfaktor f_{MK,ax,r} ab. Dieser Faktor ist aber bislang nicht berechenbar, und wird nur durch eine Annahme festgelegt. Da die Berechnungsgenauigkeit an dieser Stelle bereits von einer Annahme abhängt, erscheint die Erhöhung der Komplexität des Berechnungsverfahrens durch eine weitere Iteration zur vermeintlichen Steigerung der Rechengenauigkeit momentan nicht gerechtfertigt.

Die nicht explizit erfassten Reibmomente an den Hohlrädern werden im Rechenmodell durch eine Erhöhung der Reibungszahl in der Planetenauflage kompensiert, wobei die Reibungszahl dort so gewählt wird, dass die Messung und die Rechung gut übereinstimmen (7.2).

6 Versuche mit dem Stirnraddifferenzial

Das Stirnraddifferenzial wird im Rahmen des Vorhabens zwei Arten von Prüfstandsversuchen unterzogen. Es werden zum einen Sperrwertmessungen durchgeführt, die Aufschluss über das Betriebsverhalten des Differenzials geben sollen. Diese Versuche dienen aber auch der Überprüfung der Sperrwertberechnung. Bei der Sperrwertmessung werden die Abtriebsmomente auf beiden Seiten des Differenzials in Abhängigkeit des eingeleiteten Drehmoments und der eingestellten Differenzdrehzahl gemessen. Dabei wird auch zwischen Links- und Rechtskurve unterschieden. Die Ergebnisse dieser Sperrwertmessungen werden im Kapitel 7 behandelt.

Zum anderen wird das Differenzial Kurvenfahrttests unterzogen. Das Differenzial wird dabei etwa 2½ Stunden bei einem maximalen Drehmoment von ca. 2400Nm und einer Differenzdrehzahl von 50U/min gefahren. Das maximale Drehmoment an der Antriebsachse in Verbindung mit der Differenzdrehzahl von 50U/min bedeutet permanent maximale Beschleunigung des Fahrzeugs bei voll eingeschlagener Lenkung. Dieser Betriebszustand stellt eine extreme mechanische und thermische Belastung des Differenzials dar, die in der Praxis nicht zu erreichen sein dürfte. Insbesondere die thermische Belastung durch die über den langen Zeitraum im Differenzial freigesetzte Reibleistung erscheint sehr praxisfern. Dennoch stellt der Test ein Freigabekriterium dar, welches das Stirnraddifferenzial erfüllen muss.

Dieser Test wird im Vorhabenszeitraum zweimal am Differenzial mit Massivsteg und einmal am Differenzial mit Blechsteg durchgeführt. Ein letzter Kurvenfahrtversuch wird mit der Hälfte des maximalen Drehmoments durchgeführt.



Bild 6.1: Fressspuren an Planetenzapfen

Bei diesen Kurvenfahrtversuchen hat sich die Beölung des Differenzials an verschiedenen Stellen als kritisch erwiesen [10]. Im Verlauf der Versuche wurde das Differenzial nach anfänglichen Ausfällen mehrfach überarbeitet, um die Beölung insbesondere der Planetenlager zu verbessern (Bild 6.1, Bild 6.2).



Bild 6.2: Fressspuren in Planetenbohrung

Dennoch ist es an den Versuchsdifferenzialen im Rahmen des Vorhabens nicht mehr gelungen, die Fressschäden an den Planetengleitlagern vollständig zu vermeiden.

Auch wenn die aufgetretenen Fressschäden durch die Überarbeitungen am Ende nicht mehr zum Ausfall des Differenzials geführt haben, müssen sie künftig durch konstruktive Änderungen

vermieden werden. Durch größere Planeten kann der Lagerdurchmesser vergrößert werden, was die Pressung senkt. Gleichzeitig verringert sich die Übersetzung zwischen Hohlrad und Planet, wodurch die Drehzahl sinkt. Mit sinkender Drehzahl und Pressung reduziert sich auch die Gefahr eines Fressschadens. Der radiale Bauraum steht bei den Versuchsdifferenzialen mit Massivsteg für eine solche Maßnahme noch zur Verfügung. Die Konstruktion mit Blechsteg bietet diesen Raum nicht mehr.

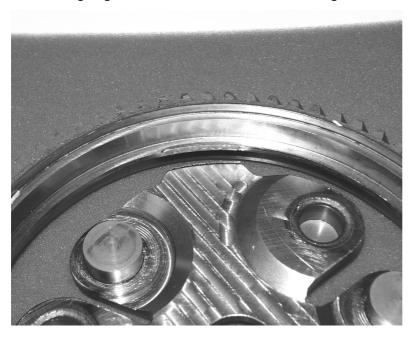


Bild 6.3: Gerissene Schweißnaht zwischen Steg und Stirnrad

Bei diesen Versuchen hat sich auch die Schweißverbindung zwischen Steg und Antriebsstirnrad bei der Leichtbauvariante als kritisch erwiesen. Obwohl sie rein rechnerisch eine ausreichend hohe Sicherheit aufwies, ist die Naht unmittelbar nach Erreichen der Maximallast gerissen. Die Untersuchungen haben ergeben, dass die Naht bereits nach dem Schwei-

ßen unter einer sehr hohen Normalspannung stand, die durch das Abkühlen des unterschiedlich stark erwärmten Stirnrades und Steges entstanden ist [10]. Hinzu kam,

dass der Bereich, welcher für die Schweißnähte vorgesehen war, beim Einsatzhärten nicht ausreichend abgedeckt war, und daher zuviel Kohlenstoff enthielt. Damit war die Festigkeit der Schweißnaht drastisch vermindert, was auch zum sofortigen Ausfall geführt hat. Mit diesen Leichtbauvarianten wurden keine weiteren Versuche mehr unternommen, da im Rahmen des Vorhabens keine Möglichkeit bestand, neue Versuchsteile anzufertigen.

Die beteiligten Industriepartner sind in diesem Zusammenhang zu dem Ergebnis gekommen, dass es schwierig sei, die erforderliche Laserstrahlschweißverbindung im Rahmen einer Serienfertigung prozesssicher zu realisieren.

Den Abschluss der Untersuchungen mit dem Stirnraddifferenzial bildet die Fahrerprobung auf dem OPEL-Prüffeld in Dudenhofen. Die Erprobung im Fahrzeug dient
dazu, Einflüsse des Stirnraddifferenzials auf das Fahrverhalten zu untersuchen. Als
Teststrecken für die Fahrversuche wurden ein Zyklus aus der Erprobungsstrecke für
Schaltgetriebe, ein Zyklus aus der allgemeinen Dauererprobungsstrecke zur Abdeckung des europäischen Kundeneinsatzprofils, einige Runden auf der Geräusch- und
Komfortmessstrecke sowie einige Überfahrten über die Allrad-Rollenbahn mit links zu
rechts versetzten Rollen ausgewählt. Die Gesamtlaufstrecke betrug 130km.

Die Versuchsfahrten wurden von einem Testfahrer zunächst in einem Fahrzeug mit dem Stirnraddifferenzial durchgeführt. Direkt im Anschluss wurden die Versuche auch mit einem Serienfahrzeug durchgeführt, um eventuelle Unterschiede beim Fahrverhalten mit Kegelraddifferenzial und Stirnraddifferenzial erkennen zu können.

Für diese Versuche diente ein Differenzial mit Massivsteg, dessen Deckel mit dem Antriebsstirnrad verschweißt waren. Die Versuchsfahrten mit dem Stirnraddifferenzial wurden von anderen Testfahrern zum Teil wiederholt.

Dabei ließ sich feststellen, dass das Stirnraddifferenzial trotz des höheren Sperrwertes das Fahrverhalten nicht negativ beeinflusst. In manchen Fahrsituationen macht sich die stabilisierende Wirkung des höheren Sperrwertes tatsächlich sogar positiv bemerkbar [10]. Die Unterschiede zwischen dem Kegelraddifferenzial und dem Stirnraddifferenzial sind dabei aber so gering, dass sie nur im direkten Vergleich erfahren werden können. Alle Fahrer ohne den direkten Vergleich konnten beim Fahrzeug mit Stirnraddifferenzial keinen Unterschied zum Serienfahrzeug feststellen.

7 Ergebnisse zum Sperrwert

7.1 Ergebnisse zum Kegelraddifferenzial

Für den Vergleich der gemessenen und der berechneten Sperrwerte am Kegelraddifferenzial liegt leider nur eine Messkurve vor. Die Messung wurde bei einer Differenzdrehzahl von 10U/min durchgeführt. Diese Sperrwertmessung am Referenzkegelraddifferenzial (Bild 7.1) zeigt einen leicht rückläufigen Sperrwertverlauf über der Last. Der Sperrwert beträgt bei einem Radsummenmoment von 500Nm zunächst 9,4%. Bei einem Radsummenmoment von 1500Nm sinkt der Sperrwert auf 8,8%.

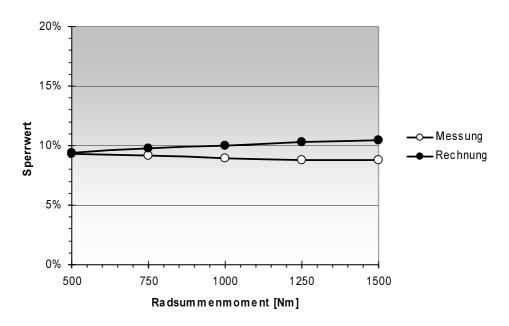


Bild 7.1: Sperrwertverlauf am Referenzkegelraddifferenzial

Die Rechnung nach dem in Kapitel 5 vorgestellten Verfahren liefert dagegen einen Sperrwert, der mit zunehmender Last von 9,4% auf 10,5% steigt. In dieser Berechnung wird in den Kegelradauflageflächen und der Steckwellendurchführung eine konstante Reibungszahl von 0,06 angesetzt. Dadurch decken sich Messung und Rechnung beim Radsummenmoment von 500Nm. Die Reibungszahl von 0,06 liegt etwas niedriger als die Festkörperreibungszahl, die im Referenzversuch für das angesetzte Öl MPMA zu 0,0682 bestimmt wurde [06]. Die nach Doleschel [06] berechneten Reibungszahlen in der Ausgleichsverzahnung liegen zwischen 0,14 und 0,16. Die ebenfalls nach Doleschel berechneten Reibungszahlen am Lagerbolzen der Ausgleichskegelräder liegen zwischen 0,071 und 0,086.

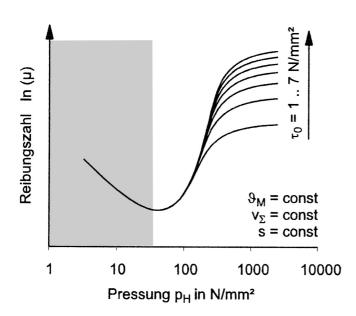


Bild 7.2: Druckabhängigkeit der Reibungszahl

Doleschel weist darauf hin, dass die Reibungszahl bei Pressungen unter 50N/mm² mit der Last sinkt [06] (Bild 7.2). Diesen Bereich erachtet er für seine Wirkungsgradberechnungen an Zahnrädern als nicht relevant. Deshalb bildet Doleschel diesen Bereich in seinem Ansatz zur Reibungszahlberechnung nicht ab.

Die Pressung in den Auflageflächen der Differenzialkegelräder bewegt sich aber genau in diesem Bereich. Da bislang kein An-

AGR: Ausgleichsrad

satz zur Berechnung der Reibungszahl in den Auflageflächen zur Verfügung steht, wird im Rechenmodell eine konstante Reibungszahl angesetzt.

Bild 7.3 zeigt exemplarisch die Zusammensetzung des Sperrwertes am Kegelraddifferenzial für ein Radsummenmoment von 1500Nm.

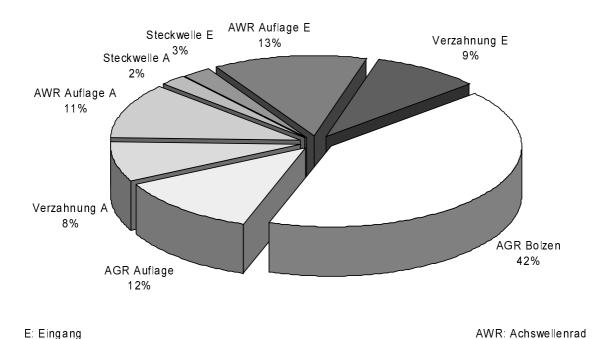


Bild 7.3: Zusammensetzung des Sperrwerts am Kegelraddifferenzial

E: Eingang A: Ausgang Aus dieser Zusammensetzung geht hervor, dass die Reibung in den Auflageflächen der Kegelräder mit 36% einen erheblichen Beitrag zum Sperrwert stellt. Da im Rechenmodell die Verzahnungsverluste und die Bolzenreibung mit der Last wegen der steigenden Reibungszahl überproportional zunehmen, nimmt auch ihr Anteil an der Sperrwertbildung mit der Last zu. Dagegen sinkt der Beitrag der Reibungsstellen mit konstanter Reibungszahl mit zunehmender Last. Bei einem Radsummenmoment von 500Nm bewirken die Kegelradauflagen daher sogar 43% des Sperrwertes.

Bei einem Radsummenmoment von 500Nm beträgt die mittlere Pressung in der Auflagefläche des Achswellenrades 2,8N/mm², die des Ausgleichsrades 4,9N/mm². Steigt das Radsummenmoment auf 1500Nm, so steigen die mittleren Pressungen auf 8,4N/mm² bzw. 14,7N/mm². Die Pressungen liegen bei Annahme von Punktberührung jeweils um den Faktor 1,5 höher. Die Pressungen liegen also deutlich in dem Bereich, in dem die Reibungszahl mit zunehmender Hertzscher Pressung sinkt (Bild 7.2, grau markiert). Im Anbetracht des hohen Anteils der Reibung in den Auflageflächen am Sperrwert, erscheint es plausibel, dass die abnehmende Reibung in den Auflageflächen, die zunehmende Reibung im Bolzen und der Verzahnung kompensiert bzw. sogar überkompensiert. Dadurch lässt sich der leicht rückläufige Sperrwertverlauf am Kegelraddifferenzial zwar erklären, aber im Rechenmodell wegen des fehlenden Berechnungsansatzes für die Reibungszahl bei niedriger Pressung nicht abbilden.

7.2 Ergebnisse zum Stirnraddifferenzial

Als Probanden für die Sperrwertmessung werden die beiden Differenziale mit Massivsteg eingesetzt. Das Differenzial mit der Nummer 1 wurde vor den Sperrwertmessungen bereits einigen Belastungstests unterzogen. Bei diesen Tests sind Fressschäden in den Planetenlagerungen aufgetreten. Diese Schäden wurden für die Sperrwert Versuche repariert. Das Differenzial 2 hat keine Vorschäden. Beide Differenziale wurden nach Erkenntnissen aus den Belastungstests hinsichtlich verbesserter Schmierstoffversorgung in den Gleitlagerungen überarbeitet.

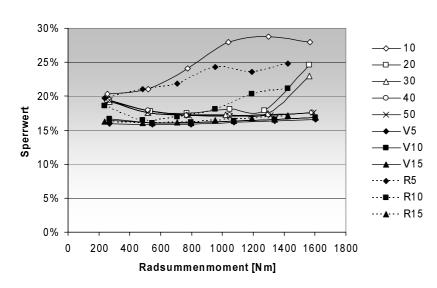


Bild 7.4: Differenzial 1, links schneller (Rechtskurve)

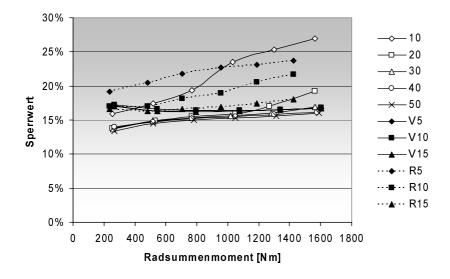


Bild 7.5: Differenzial 1, rechts schneller (Linkskurve)

Bild 7.4 und Bild 7.5 zeigen für das Differenzial 1 den Verlauf des Sperrwertes über dem Drehmoment in Abhängigkeit von der Drehrichtung, der Differenzdrehzahl Kurvenrichtung. der Die Kurven 10 bis 50 stellen die Sperrwertverläufe bei Vorwärtsfahrt mit den Differenzdrehzahlen 10 bis 50U/min zwischen linkem und rechtem Rad dar. Die Kurven V5 bis V15 wurden im Rahmen einer weiteren Messreihe aufgenommen, und stellen die Sperrwertverläufe für die Differenzdrehzahlen 5 bis 15U/min

bei Vorwärtsfahrt dar. Die Kurven R5 bis R15 wurden in der gleichen Messreihe für

Rückwärtsfahrt aufgezeichnet. Bild 7.6 und Bild 7.7 zeigen die Sperrwertverläufe für das Differenzial 2.

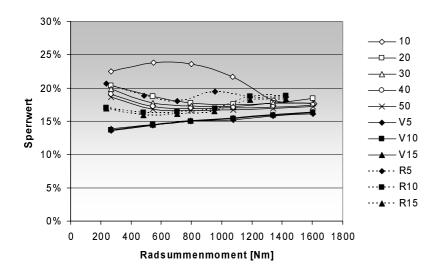


Bild 7.6: Differenzial 2, links schneller (Rechtskurve)

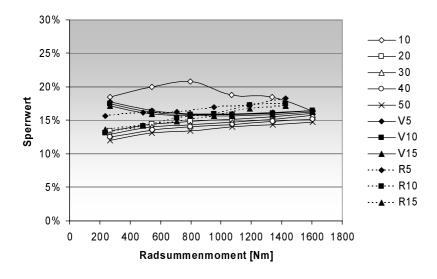


Bild 7.7: Differenzial 2, rechts schneller (Linkskurve)

In allen vier Bildern fällt auf. sich dass der Sperrwertverlauf bei 10U/min Differenzdrehzahl deutlich von allen übrigen Verläufen unterscheidet. Dabei liegen die Sperrwerte auf einem höheren Niveau als bei allen übrigen Messungen. Diese Verläufe wurden jeweils als erstes gemessen. Es ist davon auszugehen, dass während dieser Messungen ein Einlauf der jeweils im Eingriff befindlichen Zahnflanken und der Lagerflächen stattgefunden hat. Dabei haben sich die Kontaktflächen geglättet. Alle weiteren Messkurven liegen näher

beisammen. Bei der zweiten Messreihe bestätigt sich diese Annahme, da der Verlauf für die Differenzdrehzahl 10U/min (V10) nun im Bereich der übrigen Kurven liegt. Bei der zweiten Messreihe findet während der Rückwärtsmessung (R5 bis R15) auch wieder ein Einlauf statt, der beim ersten Differenzial etwas ausgeprägter ist, und bei niedriger Differenzdrehzahl länger dauert.

Bei allen Kurven ist zu erkennen, dass mit zunehmender Differenzdrehzahl der Sperrwert geringfügig abnimmt. Dies liegt daran, dass sich bei höherer Relativgeschwindigkeit der Kontaktflächen die Bedingungen für den Aufbau eines Schmierfilms verbessern und damit die Reibungszahl sowohl in den Gleitlagerstellen, als auch in den Zahnkontakten abnimmt.

Bei der ersten Messreihe (Kurven 20 bis 50) fällt auf, dass bei beiden Differenzialen der Sperrwert in Linkskurven mit der Last steigt. In Rechtskurven dagegen ist der Sperrwert zunächst höher als in Linkskurven, fällt aber mit zunehmender Last auf einen annähernd konstant bleibenden Wert ab. Der Sperrwert bleibt bei beiden Differenzialen in Rechtskurven aber auch bei der Hälfte des maximalen Drehmomentes noch etwas höher als in Linkskurven. Bei der zweiten Messreihe (Kurven V5 bis V15) zeigt sich beim Differenzial 2 ein umgekehrtes Verhalten. Beim Differenzial 1 bleibt dagegen der Sperrwert sowohl in Links- als auch Rechtskurven mit zunehmender Last annähernd konstant. Gegen Ende der Messungen liegt der Sperrwert bei beiden Differenzialen sowohl in der Linkskurve als auch in der Rechtskurve bei etwa 17%.

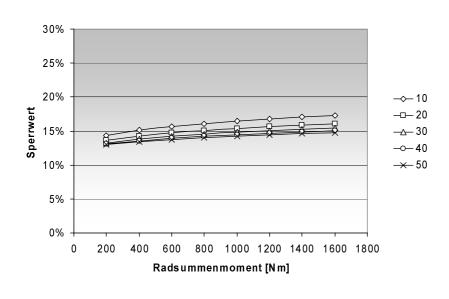


Bild 7.8: Ergebnis der Sperrwertberechnung

In Bild 7.8 sind Sperrwertverläufe dargestellt, die mit einem Modell nach 5.2.2 berechnet sind. In den Verläufen bei den Differenzdrehzahlen von 10U/min bis 50U/min ist in den axialen Anlaufflächen der Planeten jeweils eine konstante Reibungszahl

von 0,35 angesetzt. Mit dieser relativ hohen Reibungszahl stimmen die Messergebnisse mit den Berechnungsergebnissen recht gut überein. Über diese hohe Reibungszahl werden aber auch die nicht explizit berechneten Reibmomente an den Hohlrädern erfasst, die dort durch das teilweise Abstützen der Planetenkippmomente zustande kommen. Die sichtbaren Kratzspuren (Bild 7.12) zeigen, dass dieser Kontakt vorhanden ist. Bei der Berechnung wird angenommen, dass 75% des Kippmoments von den axialen Auflageflächen getragen werden. Die restlichen 25% tragen die Lagerzapfen. Diese Annahme beruht auf dem relativ großen Lagerspiel von 0,7 mm und sichtbaren Spuren in den Auflageflächen an genau den Stellen, an denen sich das Kippmoment der theoretischen Überlegung entsprechend abstützt.

Außerdem wird an den Steckwellen ein Knickwinkel von jeweils 5° auf beiden Seiten mit einer Reibungszahl von 0,06 in den Steckwellenlagern angesetzt. Dies ist etwas niedriger als die Festkörperreibungszahl µ_F des angesetzten Öls.

Mit den getroffenen Annahmen geben die nach 5.2.2 berechneten Sperrwertverläufe (Bild 7.8) die gemessenen Verläufe (Bild 7.4 bis Bild 7.7), bei denen der Sperrwert mit der Last steigt, sehr gut wieder. Die Sperrwertverläufe steigen jeweils mit zunehmender Last, und fallen mit steigender Drehzahl. Dabei zeigt das Rechenmodell nahezu keinen Unterschied zwischen Links- und Rechtskurven. Der steigende Sperrwert kann damit als eine systembedingte Eigenschaft des Stirnraddifferenzials festgestellt werden.

Den größten Anteil zum Sperrwert liefern jeweils die Planetenlagerungen (Bild 7.9). Insbesondere das Kippmoment am vorlaufenden Planeten, welches sich zu 75% auf der Planetenauflagefläche und dem Hohlrad abstützt, trägt mit etwa 40% zur Bildung des Sperrwertes bei. Für diesen Reibkontakt wird wegen der Grate im Zahnfuß der Planeten und der Berücksichtigung der Hohlradreibmomente eine relativ hohe Reibungszahl angesetzt. Die berechneten Reibungszahlen in den Planetenlagern liegen zwischen 0,036 und 0,057.

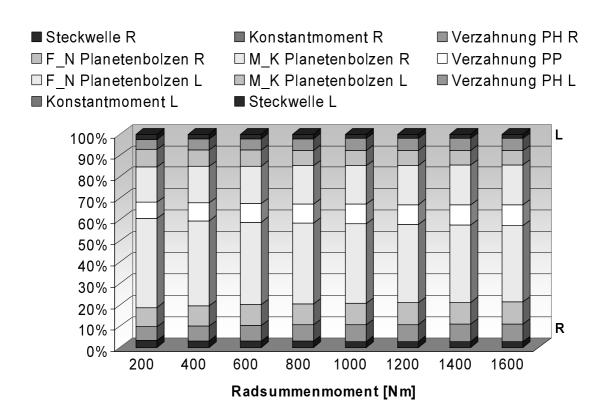


Bild 7.9: Zusammensetzung des Sperrwertes ohne konstante Reibmomente

Der Anstieg des Sperrwertes lässt sich im Rahmen der Berechnung nach 5.2.2 auf zwei Phänomene zurückführen. Zum einen wird durch die elastische Verformung der Kontaktzone in den Planetengleitlagern die normal zur Reibfläche wirkende Gesamtkraft und damit das Reibmoment überproportional zur Last größer (5.1.1). Zum anderen wird entsprechend dem gewählten Ansatz die Reibungszahl sowohl in den Gleitlagerflächen (5.1.6) als auch in den Zahnkontakten (5.1.1) mit der Last größer. In Bild 7.9 ist dies daran zu erkennen, dass der Anteil der Verzahnungsverluste und der normalkraftbedingten Reibung am Planetenbolzen in der Zusammensetzung des Sperrwertes mit der Last zunehmen, während die übrigen Reibmomente anteilig mit zunehmender Last sinken.

Das Reibmoment in den Steckwellen geht bei der Berechnung nur auf den angesetzten Beugewinkel der Steckwellen zurück. Denkbar ist aber auch, dass an den Steckwellen Reibmomente durch die elastischen Verformungen des Differenzials unter Last wirken. Allerdings sind diese Verformungen nur mittels FEM berechenbar. Damit sind die entsprechenden Reibmomente an den Steckwellen einer einfachen Berechnung nicht zugänglich.

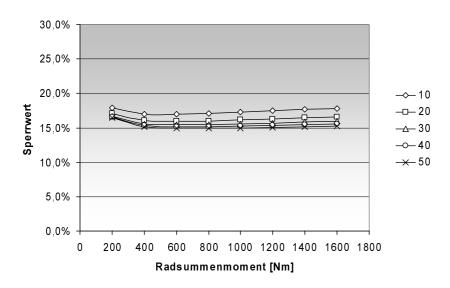
Ein abfallender Sperrwert mit zunehmender Last, wie er zum Teil auch gemessen wurde (Bild 7.4 bis Bild 7.7), ist bei den im Differenzial vorliegenden Pressungen über 50N/mm² aus tribologischer Sicht nicht erklärbar, weil die Reibungszahl mit der Pressung eher zunimmt. Erklärbar wird der Verlauf aber, wenn im Differenzial zusätzlich zu den lastabhängigen Reibmomenten auch ausreichend hohe lastunabhängige Reibmomente auftreten.

Unter der Annahme, dass die lastabhängigen Reibmomente linear mit der Last steigen, würde sich durch ein lastunabhängiges Reibmoment T_{const} ein mit der Last sinkender Sperrwert ergeben:

$$S = \frac{T_{const} + F \cdot T_{Last}}{T_{Last}}$$
 (GI. 7-1)

Da die übrigen Reibmomente aber nicht linear, sondern überproportional mit der Last steigen, lässt sich mit einem ausreichend großen Konstantanteil T_{const} ein Sperrwertverlauf erklären, bei dem der Sperrwert zunächst mit der Last fällt, und dann wieder langsam steigt.

Bild 7.10 zeigt berechnete Sperrwertverläufe bei Differenzdrehzahlen von 10U/min bis 50U/min, für die im Wälzleistungsfluss jeweils ein konstantes Reibmoment von nur 6Nm am Hohlrad auf der schneller drehenden Seite des Differenzials angesetzt wurde (Konstantmoment R, Bild 7.11). Mit diesem zusätzlichen Reibmoment, stellt sich ein charakteristischer Verlauf ein, bei dem der Sperrwert von einem erhöhten Niveau mit zunehmender Last zunächst abfällt, und dann wieder langsam ansteigt.



Dabei ändert die Aufteilung des Reibmomentes auf die beiden Hohlräder nichts an der Charakteristik des Verlaufs. Jedoch ist die Ausprägung dieser Charakteristik stärker, wenn das Reibmoment größtenteils auf der schnelleren Seite wirkt. Das

Bild 7.10: Sperrwertverlauf mit konstantem Reibmomentanteil

zusätzliche konstante Reibmoment erklärt auch, dass die Verläufe mit diesem charakteristischen Verlauf ein insgesamt höheres Sperrwertniveau aufweisen, als die Verläufe, bei denen der Sperrwert mit der Last erwartungsgemäß steigt.

In Bild 7.11 ist die Zusammensetzung des Sperrwertes dargestellt, wenn im Differenzial ein zusätzliches konstantes Reibmoment nur auf der rechten Seite mit angesetzt wird. Es ist zu erkennen, wie der Anteil dieses Reibmomentes (Konstantmoment R) am Sperrwert mit steigender Last von anfangs etwa 18% auf unter 3% zurück geht. Reibflächen im Stirnraddifferenzial, an denen konstante Reibmomente auftreten können, sind beispielsweise die Planetengleitbahnen auf den Hohlrädern und die Bereiche der Hohlradrückseiten, die mit den Deckeln in Berührung kommen können. Schleifspuren an diesen Stellen (Bild 7.12) zeigen, dass dort Reibmomente durch axial wirkende Kräfte aufgetreten sind. Die gekreuzten Kratzspuren auf den Planetengleitbahnen werden durch Grate im Zahnfußbereich der Planeten hervorgerufen, und lassen die Vermutung zu, dass hier auch ohne große Axialkraft signifikante Reibmomente auftreten.

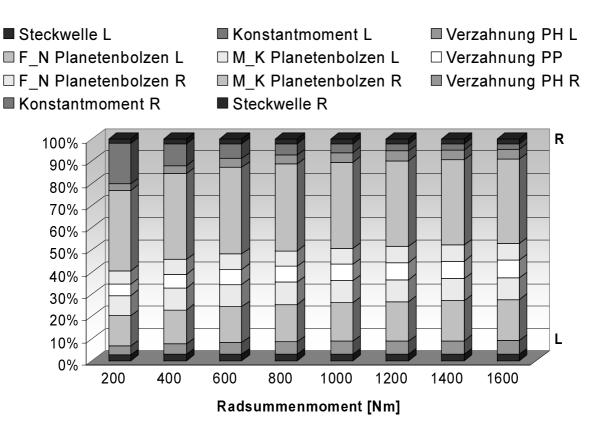


Bild 7.11: Zusammensetzung des Sperrwertes mit einem konstanten Reibmoment von 6Nm auf der rechten (R) und 0Nm auf der linken (L) Seite





Bild 7.12: Schleif- und Kratzspuren am Hohlrad

Dieser Kontakt ruft nicht nur am Hohlrad ein Reibmoment hervor, sondern bremst auch die Drehung der jeweiligen Planeten auf Ihren Zapfen (5.1.3). Damit dürfte dieser Kontakt den Sperrwert signifikant beeinflussen.

Da die Ausgleichsverzahnung geradverzahnt ist, können Axialkräfte nicht direkt aus der Verzahnung resultieren. Sie können aber durch das Abstützen der Planeten-kippmomente oder aus der Verformung des Differenzials entstehen. Allerdings würden diese Ursachen eine Lastabhängigkeit der Reibmomente erwarten lassen. Als Erklärung für ein konstantes Reibmoment bleibt damit nur die Einleitung einer Axialkraft von außen auf die Hohlräder. Dies kann beispielsweise über die Steckwellen oder elastische Verformung der Deckel unter der Lagervorspannung erfolgen.

Da das Einleiten einer Axialkraft von außen vermeidbar ist, wird ein konstant auftretendes Reibmoment im Stirnraddifferenzial nicht als systembedingt erachtet. Auch die auf den ersten Blick widersprüchlich erscheinenden Ergebnisse der Sperrwertmessungen deuten darauf hin, dass die konstanten Reibmomente, mit denen sich die Kurvenverläufe erklären lassen, auf äußere Einwirkungen zurückzuführen sind. Bei der Weiterentwicklung des Stirnraddifferenzials ist daher zu beachten, dass sich über die Steckwellen keine Axialkräfte von außen im Differenzial abstützen können. Es ist auch sicherzustellen, dass die Hohlräder nicht bereits durch Kontakt mit den Deckeln eingeklemmt sind, wenn die Lager vorgespannt werden, und die Deckel sich nach innen durchsenken.

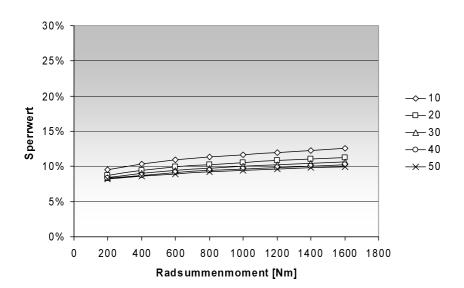


Bild 7.13: Sperrwertverlauf mit reduzierter Reibung

Werden die Planeten z. B. durch Trowalisieren sauber entgratet, so lässt sich die Reibung in Axialanlaufflächen senken. Auch Reduzierung eine Planetenkippdes momentanteils, der sich axial abstützt, z. B. durch Vergrößern des Axialspiels

könnte den Sperrwert senken. Setzt man für die Reibungszahl 0,1 an, sinkt der Sperrwert des Differenzials deutlich ab (Bild 7.13).

Eine Verringerung des Sperrwertes ist im Zusammenhang mit elektronischen Regelsystemen wie ABS, Traktionskontrollen und Stabilitätsprogrammen von Vorteil [33].

8 Weiterentwicklung des Stirnraddifferenzials

8.1 Auslegung der Ausgleichsverzahnung

Um die maximale Tragfähigkeit für die Ausgleichsverzahnung im Stirnraddifferenzial zu erreichen, empfiehlt sich im Prinzip das gleiche Vorgehen wie bei der Konstruktion der Erprobungsdifferenziale (4.2). Dabei wird der Hohlradaußendurchmesser unter Berücksichtigung der Kranzdicke des Antriebsstirnrades [03] so bemessen, dass der radiale Bauraum voll ausgenutzt wird. Dadurch ist gewährleistet, dass die Umfangskräfte in der Ausgleichsverzahnung minimal werden. Die Bestimmung der Verzahnungsdaten kann im Rahmen einer Variationsrechnung erfolgen, bei der durch die Variation Verzahnungsdaten am Hohlrad jeweils vorgegeben werden, und dann die dazu passenden Planeten bestimmt werden.

Unter Berücksichtigung der Kranzdicke und der Zähnezahlbedingung wird für einen Rechenlauf die Verzahnung des Hohlrades durch Vorgabe von Modul, Bezugsprofil, Profilverschiebung und Zähnezahl festgelegt. Die Planeten werden dann so dimensioniert, dass sie den verbleibenden Bauraum optimal ausnutzen.

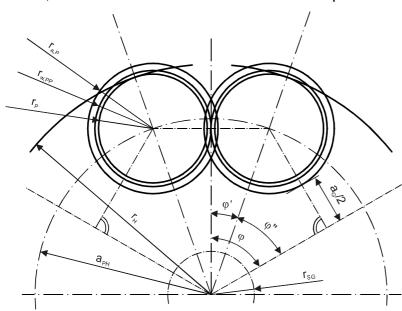


Bild 8.1: Auslegung der Planetengröße

Neben dem Hohlradteilkreisradius (r_H) schränken ein Grenzradius (r_{SG}) am Steg und der Grenzabstand zum benachbarten Planetenpaar (a_G) die Größe der Planeten ein (Bild 8.1). Je größer die Planeten ausgeführt werden, um so größer wird die Gleitlagerbohrung. Gleichzeitig verringert sich die Übersetzung zwischen

Hohlrad und Planet. Dadurch verringert sich auch die Planetendrehzahl und damit die Gleitgeschwindigkeit in der Lagerfläche. Mit zunehmender Planetengröße steigt also die Tragfähigkeit der kritischen Planetengleitlager. Im Gegenzug nehmen die größeren Planeten aber Platz ein, der dann nicht mehr für eine stabile Formgebung

des Planetenträgers zur Verfügung steht. Je größer der Grenzabstand a_G und der Grenzradius r_{SG} am Steg gewählt werden, um so stabiler kann der Steg ausgeführt werden. Wird der Planetenträger in Blechbauweise ausgeführt (Bild 4.9) so steht den Planeten wegen des formbedingt hohen Grenzabstandes weitaus weniger Platz zur Verfügung, als wenn der Steg in Massivbauweise realisiert wird. Es muss also ein Kompromiss gefunden werden zwischen der Tragfähigkeit der Planetenlager und der Stabilität des Planetenträgers.

Unter Vorgabe des Grenzabstandes a_G , des Grenzradius r_{SG} sowie des Teilkreisradius des Hohlrades r_H kann die maximal mögliche Planetengröße basierend auf Bild 8.1 bestimmt werden. Da gemäß [21] eine V-Verzahnung bei Innenradpaaren keine Tragfähigkeitsvorteile bringt, beschränkt sich die folgende Betrachtung der Einfachheit halber auf eine V-Null Verzahnung im Eingriff zwischen Planet und Hohlrad. Damit entsprechen die Wälzkreisradien in diesem Eingriff den jeweiligen Teilkreisradien. Folgende Beziehungen können angegeben werden:

$$\frac{r_{a,P} + \frac{a_G}{2}}{a_{PH}} = \sin(\varphi'') \quad \text{mit} \quad r_{a,P} = r_P + (x_P + h_{ap^*}) \cdot m_n$$
 (GI. 8-1)

$$\frac{\mathbf{r}_{w,PP}}{\mathbf{a}_{PH}} = \sin(\phi') \tag{GI. 8-2}$$

$$\mathbf{a}_{\mathrm{PH}} = \mathbf{r}_{\mathrm{H}} - \mathbf{r}_{\mathrm{P}} \tag{GI. 8-3}$$

$$\phi' + \phi'' = \phi = \frac{360^{\circ}}{z_{AB} \cdot 2}$$
 (Gl. 8-4)

Setzt man Gl. 8-3 in Gl. 8-1 und Gl. 8-2 ein, und formuliert die Gleichungen entsprechend um, so taucht in beiden Gleichungen der Teilkreisradius des Planeten (r_P) auf:

$$\frac{r_{p} + H_{1}}{r_{H} - r_{p}} = \sin(\phi'') \quad \text{mit} \quad H_{1} = \left(x_{p} + h_{ap^{*}}\right) \cdot m_{n} + \frac{a_{G}}{2} \tag{GI. 8-5}$$

$$\frac{r_{p} \cdot H_{2}(\alpha_{wt})}{r_{H} - r_{p}} = \sin(\phi') \quad \text{mit} \quad H_{2}(\alpha_{wt}) = \frac{\cos(\alpha_{t})}{\cos(\alpha_{wt})}$$
 (GI. 8-6)

Der Betriebseingriffswinkel α_{wt} kann zu diesem Zeitpunkt aber noch nicht angegeben werden, da er vom Teilkreisradius des Planeten abhängt, welcher gerade berechnet werden soll. Diese Abhängigkeit kann nicht direkt formuliert werden. Zur Bestimmung des Betriebseingriffswinkels im Planeteneingriff steht eine Beziehung zur Verfügung, die nur iterativ gelöst werden kann:

$$inv(\alpha_{wt}) = inv(\alpha_t) + tan(\alpha_n) \frac{x_p \cdot m_t}{r_p}$$
 (GI. 8-7)

Die Berechnung von r_P muss daher im Rahmen einer Iteration erfolgen, wenn x_P ungleich Null ist. Nur wenn die Profilverschiebung x_P am Planeten Null ist, entspricht der Betriebseingriffswinkel dem vorgegebenem Stirneingriffswinkel. Dann kann r_P direkt berechnet werden.

Zunächst werden die beiden Gleichungen Gl. 8-5 und Gl. 8-6 nach r_P aufgelöst:

$$r_{p} = \frac{r_{H}}{\frac{H_{2}\left(\alpha_{wt}\right)}{\sin\left(\phi'\right)} + 1} \tag{GI. 8-8}$$

$$r_{p} = \frac{\sin(\varphi'') \cdot r_{H} - H_{1}}{1 + \sin(\varphi'')}$$
 (GI. 8-9)

Gleichsetzen dieser beiden Gleichungen und Vereinfachen liefert eine Beziehung, in der nur noch die Winkel ϕ' , ϕ'' und der Betriebseingriffswinkel α_{wt} unbekannt sind:

$$sin(\phi') = \frac{sin(\phi'') \cdot r_H - H_1}{r_H + H_1} \cdot H_2(\alpha_{wt})$$
 (GI. 8-10)

Durch Einsetzten der Gl. 8-4 in Gl. 8-10 lässt sich der unbekannte Winkel φ " eliminieren. Hierbei kommt noch folgendes Additionstheorem für trigonometrische Funktionen [02] zur Anwendung:

$$\sin(\phi'') = \sin(\phi - \phi') = \sin(\phi) \cdot \cos(\phi') + \cos(\phi) \cdot \sin(\phi')$$
 (GI. 8-11)

Damit kann die Bestimmungsgleichung für den Winkel φ' angegeben werden:

$$\sin(\phi') \cdot k_a - \cos(\phi') \cdot k_b + k_c = 0 \quad \text{mit} :$$
 (GI. 8-12)

$$\begin{aligned} k_{a} &= r_{H} \cdot \left(1 + cos(\phi) \cdot H_{2}(\alpha_{wt})\right) + H_{1} \\ k_{b} &= r_{H} \cdot sin(\phi) \cdot H_{2}(\alpha_{wt}) \\ k_{c} &= H_{1} \cdot H_{2}(\alpha_{wt}) \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist transzendent und muss iterativ gelöst werden. Aus dem so berechneten Winkel φ' kann dann mit Hilfe von Gl. 8-8 ein r_P berechnet werden.

Wenn die Profilverschiebung am Planeten x_P ungleich Null ist, wird im Rahmen der Iteration der Betriebseingriffswinkel α_{wt} ausgehend von einem Startwert inkrementell erhöht. Als Startwert für den Betriebseingriffswinkel kann der Stirneingriffswinkel um ein Winkelinkrement erhöht werden. Mit Gl. 8-7 wird ein Vergleichsteilkreisradius $r_{P,vg}$ berechnet. Ist $r_{P,vg}$ größer als r_P so ist der Betriebseingriffswinkel zu klein und muss im Zuge einer erneuten Berechnung von r_P weiter erhöht werden. Im umgekehrten Fall muss der Betriebseingriffswinkel verringert werden. Die Iteration läuft so lange, bis im Rahmen einer vorgegebenen Genauigkeit r_P und $r_{P,vg}$ übereinstimmen.

Es ist nun zu überprüfen, ob mit dem so berechneten Teilkreisradius r_P der Grenzradius am Steg nicht unterschritten wird. Dazu wird mit Gl. 8-1 ein entsprechender Kopfkreisradius $r_{a,P}$ berechnet.

$$r_{H} - r_{SG} \ge r_{P} + r_{a,P}$$
 (GI. 8-13)

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, wird rp gemäß dieser Bedingung berechnet:

$$r_{P} = \frac{1}{2} \cdot \left(r_{H} - r_{SG} - \left(x_{P} + h_{ap^{*}} \right) \cdot m_{n} \right) \tag{GI. 8-14}$$

Aus r_P wird nun über den Modul die Zähnezahl des Planeten berechnet. Da diese ganzzahlig sein muss, wird die Zähnezahl auf eine ganze Zahl abgerundet. Mit dieser Zähnezahl wird dann über den Modul der endgültige Teilkreisradius r_P zurückgerechnet. Ausgehend von diesem r_P können dann alle Größen der Planetenverzahnung wie Kopfkreisradius, Wälzkreisradius, Betriebseingriffswinkel abschließend für die vorgegebene Hohlradvariante berechnet werden.

8.2 Herstellung der Planeten

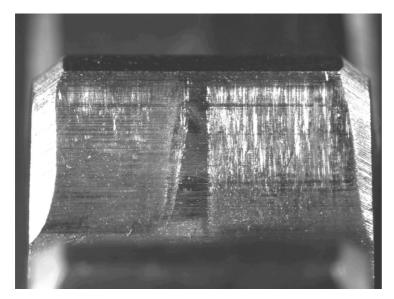


Bild 8.2: Ungenutzter Flankenbereich in der Zahnmitte

Aufgrund von Fertigungstoleranzen wird in der Mitte der
Zahnflanken bei den Planeten
immer ein ungenutzter Streifen
verbleiben (Bild 8.2). Wenn es
bei der umformtechnischen
Herstellung der Planeten aus
einem tabletten- oder rohrförmigen Rohling gelingt, den entstehenden Grat in diese Zone
zu legen, kann möglicherweise
auf das Entgraten der Ränder

verzichtet werden. Dadurch verringert sich der Bearbeitungsaufwand und damit der Stückpreis für ein Planetenrad.

Um dies zu erreichen, müssten Ober- und Unterteil des Presswerkzeuges im zusammengefahrenen Zustand einen Hohlraum bilden, der unter Berücksichtigung umformbedingter Maßänderungen dem negativ des Planeten entspricht. Die Formteilung läge in der Zahnmitte. Außerdem könnte die Form einen Dorn enthalten, sodass
die Planetenbohrung gleich mit ausgeformt wird. Der Rohling wäre rohrförmig. Der
Durchmesser muss etwas kleiner als der Fußkreis der Verzahnung sein, damit der
Rohling in die Pressform eingelegt werden kann. Die Länge des Rohlings wird so
bemessen, dass dessen Volumen dem des fertigen Planeten entspricht. Während
des Pressvorganges wird der Rohling dann gestaucht, wobei das verdrängte Material
die Zahnformen ausfüllt.

Für die Herstellung der Planeten können auch noch folgende Fertigungsverfahren in Betracht gezogen werden:

- Feinstanzen aus einem Blechband
- Verzahnung in ein Stangen- oder Rohrmaterial walzen, und die Planeten einzeln abtrennen
- Sintern

8.3 Konstruktion des Planetenträgers

Im Rahmen des Forschungsvorhabens hat sich gezeigt, dass eine Verbindung von separat hergestellten Planetenträger und Antriebsstirnrad problematisch ist. Um Drehmomentstöße im Antriebsstrang beim Übergang vom Zug- in den Schubbetrieb zu vermeiden, darf eine formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung zwischen Planetensteg und Antriebsstirnrad kein Spiel aufweisen. Um Passungsrost zu vermeiden, darf in dieser Verbindung auch keine Relativbewegung stattfinden. Die Welle-Nabe-Verbindung muss daher mit Übermaßpassung ausgeführt werden. Für eine solche Welle-Nabe-Verbindung ist eine hohe Fertigungsgenauigkeit mit entsprechend hohen Kosten erforderlich. In Verbindung mit dem dünnen Radkörper des Antriebsstirnrades, kann eine mit Übermaßpassung gefertigte Welle-Nabe-Verbindung außerdem zur Verformung des Antriebsstirnrades führen. Auch Radialkräfte wie sie beispielsweise in Zahnwellenprofilen unter Last auftreten, können zu Verformungen des Antriebsstirnrades führen. Eine formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung wurde daher schon bei den Erprobungsdifferenzialen ausgeschlossen.

Wie aus den Erkenntnissen beim Bau der Erprobungsdifferenziale hervorgeht, lässt sich die Verbindung zwischen Steg und Antriebsstirnrad auch mit einer Schweißverbindung nicht vernünftig realisieren. Die Schweißverbindung mit einem Laserstrahl führt ohne besondere Gegenmaßnamen zu einem beträchtlichen Bauteilverzug und inneren Spannungen, welche die Schweißnaht erheblich vorbelasten. Die am Forschungsprojekt beteiligten Industriepartner halten eine prozesssichere Herstellung der Schweißnaht in der Serienfertigung für nicht durchführbar.

Für eine serientaugliche Konstruktion des Stirnraddifferenzials ist daher anzustreben, den Planetenträger und das Antriebsstirnrad aus einem Teil zu fertigen. Das einteilige Design des Planetenträgers in Massivbauweise eignet sich aufgrund des hohen Anteils an spanender Bearbeitung allerdings auch nicht für eine Serienfertigung.

Das Antriebsstirnrad mit Schraubenflansch des Seriendifferenzials wird aus einem ringförmigen Rohling geschmiedet. Es ist denkbar, dass als Basis für die Herstellung eines einteiligen Antriebsstirnrades mit integriertem Planetenträger auch ein Schmiederohling verwendet werden kann.

8.4 Hohlräder mit direkter Anbindung der Achswellengelenke

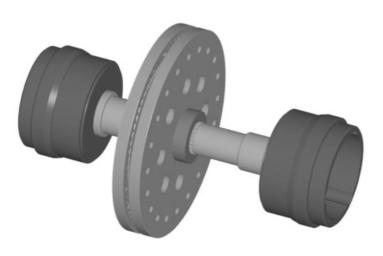


Bild 8.3: Gelenke an Steckwellenenden

Bei den Prototypen des Stirnraddifferenzials wird das Drehmoment über die Steckwellen
aus dem Differenzial ausgeleitet
(Bild 8.3). Am Ende der kurzen
Steckwellen sitzen Gleichlaufgelenke, die ein Abknicken der Antriebswellen für Lenkung und
Federung ermöglichen.

Das Ausleiten der Drehmomente über die Steckwellen erfordert eine Welle-Nabe-Verbindung

zwischen Hohlrad und Steckwelle auf einem relativ kleinen Durchmesser, die damit entsprechend hoch beansprucht wird. Die erforderliche Breite in dieser Welle-Nabe-Verbindung erschwert die Herstellung des Hohlrades als Umformteil aus einem Stück. Daher wurden bei den Prototypen die Naben separat gefertigt und mit den Hohlrädern verschweißt.

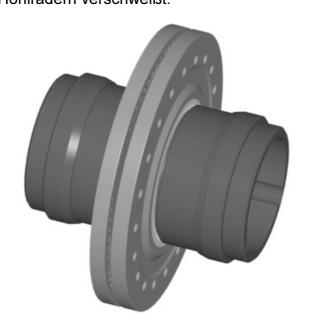


Bild 8.4: Gelenke an Hohlrädern

Im Rahmen einer Getriebeneukonstruktion können die Gleichlaufgelenke direkt mit den Hohlrädern verbunden werden (Bild 8.4). Die Welle-Nabe-Verbindung sitzt dabei auf einem deutlich größeren Durchmesser und kommt daher mit einer geringeren Breite aus. Im Idealfall reicht die Dicke der Hohlradscheibe aus. Die Mitnehmerverzahnung kann dann einfach ausgestanzt werden. Damit ist das Hohlrad relativ einfach und damit kostengünstig als Umformteil herstellbar.

Da die wellenseitige Mitnehmerverzahnung direkt auf der Kapsel des Gleichlaufgelenks sitzt, entfällt der Steckwellenstummel. Dadurch dürfte die Herstellung dieses Teils auch einfacher und damit billiger werden.

Anstelle einer Mitnehmerverzahnung ist als Welle-Nabe-Verbindung auch eine Schweißnaht denkbar. Dadurch würde sich der Bearbeitungsaufwand für die Teile weiter reduzieren. In diesem Fall müsste aber die Systemgrenze zwischen Differenzial und Achswelle im Gelenk verlaufen, da die Gelenkkapsel dann fester Bestandteil des Differenzials wäre. Die Gelenkwelle müsste zur Montage also im Gelenk trennbar sein.

Bei der Betrachtung von Bild 8.3 und Bild 8.4 fällt auch auf, dass die Verlagerung der Gelenkkapsel von den Enden der Steckwellen direkt an die Hohlräder nicht nur Vorteile für den Kraftfluss und die Herstellbarkeit der Bauteile mit sich bringt, sondern auch eine erhebliche Bauraumeinsparung in axialer Richtung. Dadurch lässt sich das Differenzial in einem schmalen und entsprechend leichten Getriebegehäuse unterbringen (Bild 8.5). Durch die Verlagerung der Gelenke in das Differenzial, ergeben sich längere Achswellen zu den Antriebsrädern. Dies kommt der Achskinematik zugute, weil sich durch die längeren Achswellen die Beugewinkel in den Gelenken verringern.

Die Anbindung der Gelenkkapseln direkt an die Hohlräder erlaubt auch, den Schmierstoffhaushalt von Gelenken und Differenzial zusammenzulegen. Da die Differenzialverzahnung relativ langsam umläuft, dürfte das zähere Schmierfett hinsichtlich Verschleiß der Zahnflanken und Tragfähigkeit der Planetenlager besser abschneiden als das Getriebeöl. In diesem Fall müsste das Differenzial aber im Bereich der Gelenkkapsel gegen Öleintritt abgedichtet werden.

Die herkömmliche Lagerung des Differenzials über angestellte Kegelrollenlager in X-Anordnung kann bei innen liegenden Gelenkkapseln nicht mehr angewendet werden. Die Gelenkkapseln erfordern einen deutlich größeren Lagerinnenringdurchmesser als die Steckwellen. Kegelrollenlager wären in der erforderlichen Baugröße zu groß, zu schwer und völlig überdimensioniert. Die innen liegenden Gelenkkapseln erfordern also auch ein neues Lagerungskonzept für das Differenzial, welches im folgenden Kapitel (8.5) vorgestellt wird.

8.5 Lagerung des Differenzials mit Kugellagern

Das Referenzkegelraddifferenzial ist wie viele andere Achsdifferenziale auch mit einer angestellten Kegelrollenlagerung in X-Anordung gelagert (Bild 2.1). Diese Lagerung funktioniert nur unter Vorspannung, was mit entsprechenden Lagerverlusten speziell im Teillastgebiet verbunden ist. Damit die Prototypen des Stirnraddifferenzials kompatibel mit dem Seriengetriebe sind, wird das Lagerungskonzept einfach übernommen.

Das Lagerungskonzept stammt ursprünglich von Achsgetrieben für Hinterradantrieb. Dort wird das Drehmoment über eine Kegelrad- oder Hypoidverzahnung in das Differenzial eingeleitet. Die hohen Verzahnungskräfte aus der Kegelrad- bzw. Hypoidverzahnung erfordern zum einen eine hohe axiale Tragfähigkeit der Achsgetriebelagerung. Zum anderen erfordern Hypoidradsätze für eine optimale Lastverteilung eine genaue Tragbildeinstellung. Die Einhaltung dieses Tragbildes unter Last kann nur mit einer steifen Lagerung gewährleistet werden. Aus diesen beiden Gründen sind die Kegelrollenlager in Achsgetriebelagerungen weit verbreitet.

Bei Achsgetrieben für Vorderradantrieb wird das Drehmoment meistens über eine schrägverzahnte Stirnradstufe in des Differenzial eingeleitet. Bei Stirnradstufen ist eine Tragbildeinstellung nicht erforderlich. Die Axialkräfte aus der Schrägverzahnung sind niedriger als bei Hypoidrädern. Daher kann das Achsgetriebe prinzipiell mit Kugellagern in Fest-Los-Anordnung gelagert werden. Die nicht vorgespannten Kugellager weisen dabei eine niedrigere Reibung auf, als die Kegelrollenlager.

In Verbindung mit den innen liegenden Gleichlaufgelenken (8.4) kann eine herkömmliche Lagerung mit Kegelrollenlagern nicht mehr realisiert werden, weil die Gelenkkapsel einen relativ großen Lagerinnenringdurchmesser erfordert. Da an die Lagerung keine besonderen Anforderungen bezüglich Steifigkeit und Spielfreiheit gestellt werden, bietet sich in diesem Fall eine Kugellagerung an. Allerdings weisen Standardkugellager mit dem erforderlichen Lagerinnenringdurchmesser einen beträchtlichen Lageraußenringdurchmesser auf. Die Standardkugellager sind deswegen relativ groß und schwer.

Bei einem Serieneinsatz des Differenzials wären die Stückzahlen so hoch, dass sich die Entwicklung spezieller Lager rentieren würde. Im Zuge der kompletten Neuentwicklung eines Achsgetriebes ist es daher auch sinnvoll ein neues Lagerungskonzept mit speziellen Lagern für das Differenzial zu entwickeln.

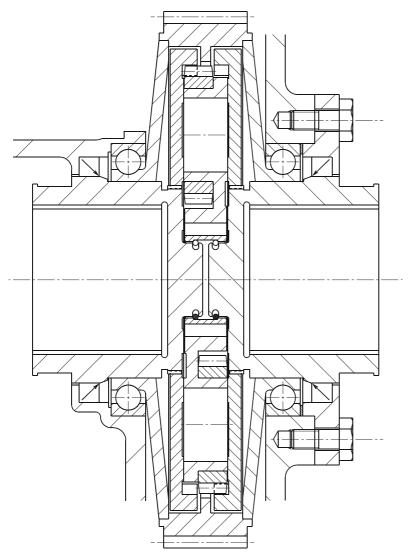


Bild 8.5: Ausblick auf Serienstirnraddifferenzial

Die Deckel des Stirnraddifferenzials können dabei bereits als Lagerinnenring gestaltet sein (Bild 8.5). Deckel und Lager bilden dabei eine Einheit, die komplett von einem Lieferanten bezogen wird. Der konstruktive Aufwand zur Festlegung der Lagerinnenringe sowie der entsprechende Montageaufwand entfallen.

Außerdem können Wälzkörperdurchmesser und Lageraußenringdurchmesser den Bedürfnissen des Stirnraddifferenzials angepasst werden.

Die Festlegung der Außenringe könnte ähnlich der Festlegung einer angestell-

ten Lagerung in X-Anordnung erfolgen. Dabei sind die Lager allerdings nicht zu verspannen. Diese Art der Festlegung würde die Montage im Vergleich zu einer Fest-Los-Lagerung vereinfachen. Außerdem würden bei Zug- und Schubbetrieb die Axial-kräfte abwechselnd von beiden Lagern aufgenommen, während bei Fest-Los-Lagerung die Axialkraft immer vom Festlager aufgenommen wird.

Da beide Außenringe Punktlast aufweisen sind beide Außenringe mit einem Schiebesitz zu montieren.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Die bislang am weitesten verbreitete Bauart von Achsdifferenzialen für Fahrzeuge stellt das Kegelraddifferenzial dar. Bei diesem Differenzial wird das Drehmoment auf einem relativ kleinen Durchmesser mit entsprechend hohen Bauteilbeanspruchungen übertragen. Um die Tragfähigkeit zu steigern, werden die Kegelräder teilweise aus Werkstoffen gefertigt, die eine besonders hohe Festigkeit aufweisen. Die hohen Axialkräfte aus der Kegelradverzahnung erfordern außerdem ein massives und schweres Gussgehäuse.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung als Alternative zum Kegelraddifferenzial vorgestellt. In diesem Differenzialtyp wird das Drehmoment auf einem relativ großen Durchmesser übertragen. Dadurch treten verhältnismäßig kleine Verzahnungskräfte mit entsprechend geringen Bauteilbeanspruchungen auf. Dieser Differenzialtyp erlaubt daher entweder ein höheres übertragbares Drehmoment bei gleichem Bauraumbedarf, oder geringeren Bauraumbedarf und geringeres Gewicht bei gleichem übertragbaren Drehmoment wie ein vergleichbares Kegelraddifferenzial.

Es wurden Prototypen gefertigt, deren Auslegung auf gleiche Tragfähigkeit und kompaktere und leichtere Ausführung im Vergleich zu einem Referenzkegelraddifferenzial ausgerichtet war. Für die Erprobung wurden insgesamt vier Prototypen gebaut. Davon wurden zwei als Leichtbauvarianten mit Blechsteg ausgeführt. Diese Varianten sind etwa 17% leichter als das Kegelraddifferenzial. Für die Untersuchungen zum grundsätzlichen Betriebsverhalten des Stirnraddifferenzials wurden zwei weitere Differenziale mit Massivsteg gebaut.

Die Untersuchungen zur Funktion des Differenzials zeigen einen Sperrwertverlauf, der mit der Last ansteigt. Das Differenzial verhält sich in Links- und Rechtskurven annähernd symmetrisch. Die gemessenen Sperrwerte liegen zwischen 13% und 18%. Der Sperrwert am Kegelraddifferenzial bleibt dagegen mit steigender Last konstant bei ca. 9%. Das Sperrwertverhalten des Stirnraddifferenzials kann anhand der Prüfstands- und Fahrzeugversuche als günstig für das Fahrverhalten bewertet werden. Die Erprobung zur Tragfähigkeit des Differenzials zeigt eine noch nicht ausreichende Fresstragfähigkeit der Planetenlagerung auf, die im Rahmen des Vorhabens nicht mehr beseitigt werden kann. Da zum einen die Lagerung der Kegelräder im Referenzdifferenzial mit einer ähnlich hohen Belastung funktioniert, und das Differenzial

zum anderen Raum zur Vergrößerung der Planeten und damit der Lagerzapfen bietet, wird davon ausgegangen, dass die Probleme im Stirnraddifferenzial lösbar sind. Neben Bau und Erprobung des Stirnraddifferenzials wird auch ein Berechnungsverfahren vorgestellt, welches die Berechnung des Sperrwertes ermöglicht. Dabei wird speziell auf das Stirnraddifferenzial und das Kegelraddifferenzial eingegangen. Im Rahmen dieses Rechenverfahrens wird der Wälzleistungsfluss im Differenzial aus einer sequentiellen Anordnung verschiedener Reibstellen modelliert. Hierfür werden die typischen Reibstellen vorgestellt, die in einem Differenzial auftreten. Mit diesem Modell wird das Reibmoment und damit der Sperrwert im Differenzial berechnet. Die Berechnungsergebnisse lassen sich durch geeignete Annahmen relativ gut in Übereinstimmung mit den im Versuch gemessenen Sperrwerten bringen. Dabei beeinflussen die Annahmen aber nur die absoluten Werte. Die Charakteristik der Sperrwertverläufe geht aus den jeweiligen Rechenmodellen hervor.

Schließlich werden Empfehlungen für die Neukonstruktion eines Stirnraddifferenzials gegeben. Dabei handelt es sich um Erkenntnisse, die während und nach der Entwicklung der Prototypen gewonnen wurden, aber nicht mehr bei deren Bau umgesetzt werden konnten.

Nutzt man den radialen Bauraum durch die Planeten optimal aus, so lässt sich die Fressgefahr in den Planetengleitlagern senken, weil die Pressung und die Gleitgeschwindigkeit wegen der kleineren Übersetzung zwischen Hohlrad und Planet geringer ist. Durch den direkten Anschluss der Achswellengelenke an die Hohlräder kann des Differenzial wesentlich kompakter gebaut werden. Dies ermöglicht einerseits den Einsatz längerer Achswellen, was der Fahrwerkskinematik zugute kommt. Andererseits steht durch das kompaktere Differenzial mehr Platz für andere Aggregate im Fahrzeug zur Verfügung.

10 Zeichen, Benennungen und Einheiten

A:	Druckfläche	mm²
A':	projizierte Druckfläche	mm²
a _G :	Grenzabstand zwischen zwei Planeten	mm
a _{PH} :	Achsabstand Planet-Hohlrad	mm
a _{PP} :	Achsabstand Planet-Gegenplanet	mm
a _{VH} :	Abstand zwischen Vorder- und Hinterachse	mm
b:	Zahnbreite	mm
b:	halbe Druckbreite im Hertzschen Linienkontakt	mm
b _b :	halbe Druckbreite auf gekrümmter Fläche (Bogenlänge)	mm
b _{HA} :	Spurbreite Hinterachse	mm
b _{korr} :	korrigierte halbe Druckbreite im Hertzschen Linienkontakt	mm
b _{VA} :	Spurbreite Vorderachse	mm
D:	Durchmesser	mm
d _B :	Bolzendurchmesser	mm
D _I :	Ersatzkrümmungsdurchmesser	mm
d _m :	mittlerer Teilkegeldurchmesser	mm
D_Rad :	Raddurchmesser	mm
d _T :	Durchmesser, auf dem ein Drehmoment übertragen wird	mm
E:	Elastizitätsmodul	N/mm²
E':	Ersatzelastizitätsmodul	N/mm²
F:	Kraft	N
$f_{\mu}(\varsigma)$:	Reibkraftfaktor	-
F ₀ :	Startwert Bolzenkraft für Reibungszahlberechnung μ	N
F _{1/2} :	Resultierende Bolzenkraft	N
$F_{Ax,e}$:	Axialkraft pro Eingriff	N
F _{Ax} :	Axialkraft in der Verzahnung	N
F _{bt} :	Tangentialkraft am Grundkreis (Zahnnormalkraft)	N
$F_{Ges,Ax}$:	Gesamtaxialkraft am Kegelrad	N
F _H :	Verzahnungsnormalkraft im Eingriff Planet-Hohlrad	N
F _K :	Kippkraft	N
$f_{MK,ax,r}$:	Aufteilungsfaktor für Kippmoment	-

F _{MK,r} :	Radialkraft infolge eines Kippmoments	N
$F_{MK,r,0}$:	Startwert Kippkraft für Reibungszahlberechnung μ_K	N
$F_{N,MK,ax}$:	Normalkraft infolge eines Kippmoments (axial wirkend)	N
F _N :	Normalkraft	N
F _P :	Verzahnungsnormalkraft im Eingriff Planet-Gegenplanet	N
$F_{R,MK,ax}$:	Reibkraft aus kippmomentbedingter Axialkraft	N
$F_{R,MK,r}$:	Reibkraft aus kippmomentbedingter Radialkraft	N
F _{R/r} :	Radialkraft in der Verzahnung	N
F _R :	Reibkraft	N
F_{th} :	theoretisch erforderliche Bolzenkraft	N
$F_{U,B}$:	Umfangskraft am Kegelradbolzen	N
ΔF_U :	Umfangskraftdifferenz	N
F _{U/t} :	Umfangskraft	N
G:	Elastizitätsparameter	-
h ₀ :	Schmierfilmdicke im Parallelspalt	μm
h _{aP*} :	Kopfhöhenfaktor des Bezugsprofils	-
H _V :	Verlustfaktor nach Ohlendorf	-
i ₀ :	Standübersetzung eines Umlaufgetriebes	-
K:	Stribecksche Wälzpressung	N/mm²
K _{Axial} :	Kegelradaxialkraftkonstante	1/mm
K_{gm} :	mittlerer Gleitfaktor	-
$K_{R,KR}$:	Reibkonstante für Kreisring	mm
K _{R,S} :	Reibkonstante für sphärische Fläche	mm
K_{Radial} :	Kegelradradialkraftkonstante	1/mm
I _{1/2}	Längen	mm
l _{eff} :	Berührlinienlänge	mm
I _{FK} :	Abstand der Kippkraftwirkungslinien	mm
M _K :	Kippmoment	Nmm
$m_{n/t}$:	Normal-/Stirnmodul	mm
Δn:	Drehzahldifferenz	U/min
n _{1/2} :	Drehzahl Ritzel/Rad	U/min
n _H :	Hohlraddrehzahl	U/min
n _{HA} :	Drehzahl Hinterachse	U/min
n _P :	Planetendrehzahl	U/min

n _{rei} :	Relativdrehzahl Achswellenrad zu Steg	U/min
n _s :	Stegdrehzahl eines Differenzials	U/min
n _{VA} :	Drehzahl Vorderachse	U/min
p:	Druck	N/mm²
p _H :	Hertzsche Pressung	N/mm²
p _{H,korr} :	korrigierte Hertzsche Pressung	N/mm²
p _{m,korr} :	korrigierte mittlere Pressung	N/mm²
p _m :	mittlere Pressung	N/mm²
r:	Radius	mm
R:	Kugelradius	mm
r _{a,P} :	Kopfradius am Planeten	mm
R _a :	arithmetische Mittenrauheit	μm
r _B :	Bolzenradius	mm
r _{E/A} :	Wälzkreisradius Ein-/Ausgangsseite	mm
r _H :	Teilkreisradius am Hohlrad	mm
r _{HA,i/a} :	Bahnradius eines Rades der Hinterachse	mm
r _K :	Abstand der Kippkraftwirkungslinie von der Kippachse	mm
r _{Kurve} :	Kurvenradius	mm
r _P :	Teilkreisradius am Planeten	mm
r _{SG} :	Grenzradius am Steg	mm
$r_{VA,i/a}$:	Bahnradius eines Rades der Vorderachse	mm
r _{w, H} :	Wälzkreisradius Hohlrad	mm
$r_{w,PH}$:	Planetenwälzkreis im Eingriff mit Hohlrad	mm
$r_{w,PP}$:	Planetenwälzkreis im Eingriff mit Gegenplanet	mm
r _w :	Wälzkreisradius	mm
S:	Sperrwert	-
T:	Drehmoment	Nm
T _e :	Drehmoment pro Zahneingriff	Nm
T _{H,A} :	T ausgangsseitiges Hohlrad	Nm
T _{H,E} :	T eingangsseitiges Hohlrad	Nm
$T_{K,A,A}$:	ausgangsseitiges Achswellenrad, T Ausgang	Nm
$T_{K,A,E}$:	ausgangsseitiges Achswellenrad, T Eingang	Nm
$T_{K,E,A}$:	eingangsseitiges Achswellenrad, T Ausgang	Nm
$T_{K,E,E}$:	eingangsseitiges Achswellenrad, T Eingang	Nm

$T_{P,A,A}$:	ausgangsseitiger Planet, T Ausgang	Nm
$T_{P,A,E}$:	ausgangsseitiger Planet, T Eingang	Nm
$T_{P,A}$:	Ausgleichskegelrad, T Ausgang	Nm
$T_{P,E,A}$:	eingangsseitiger Planet, T Ausgang	Nm
$T_{P,E,E}$:	eingangsseitiger Planet, T Eingang	Nm
$T_{P,E}$:	Ausgleichskegelrad, T Eingang	Nm
$T_{R,Ax}$:	Reibmoment durch Axialkraft	Nmm
$T_{R,B,F}$:	Reibmoment am senkrecht zur Achse belasteten Bolzen	Nmm
T _{R,KR} :	Reibmoment an Kreisringfläche	Nmm
$T_{R,MK,ax}$:	Reibmoment aus kippmomentbedingter Axialkraft	Nmm
$T_{R,MK,r}$:	Reibmoment aus kippmomentbedingter Radialkraft	Nmm
$T_{R,MK}$:	Kippmomentbedingtes Reibmoment	Nmm
$T_{R,P}$:	Gesamtreibungsmoment	Nmm
T _{R,S} :	Reibmoment in einer sphärischen Fläche	Nmm
$\Delta T_{R,X}$:	Reibmomentdifferenz	Nmm
$T_{R,X}$:	Ergänzungsreibmoment	Nmm
$T_{R,Z}$:	Reibmoment in einer Verzahnung	Nmm
$T_{Rad,\Sigma}$:	Radsummenmoment	Nm
T _Z :	in einer Verzahnung übertragenes Drehmoment	Nm
u:	Zähnezahlverhältnis	-
U:	Geschwindigkeitsparameter	-
Δ v:	Geschwindigkeitsdifferenz	m/s
V _B :	Gleitgeschwindigkeit in Bolzenkontaktfläche	m/s
V _F :	Fahrzeugbahngeschwindigkeit	m/s
VG:	Verlustgrad	-
V _H :	Geschwindigkeit des Hohlradeingriffspunktes	m/s
V _L :	Schmierstofffaktor	-
V _P :	Punktgeschwindigkeit am Ritzel/Planet	m/s
V _R :	Rauheitsfaktor	-
V _S :	Schmierungsfaktor	-
$\mathbf{v}_{\Sigma\mathbf{C}}$:	Summengeschwindigkeit im Wälzpunkt C	m/s
V _Z :	Viskositätsfaktor	-
W:	Lastparameter	-
X _L :	Schmierstofffaktor	-

X M, 1:	Weg des Ritzelmittelpunktes	mm
Xos:	Oberflächenstrukturfaktor	-
X _P :	Profilverschiebungsfaktor am Planeten	-
z _{AK} :	Anzahl der Ausgleichskegelräder	-
Z _{AP} :	Anzahl der Ausgleichsplanetenpaare	-
Z _H :	Zähnezahl Hohlrad	-
Z _P :	Zähnezahl Planet	-
		0
$\alpha_{1/2}$:	Richtungswinkel der resultierenden Bolzenkraft	0
$\alpha_{E/A}$:	Betriebseingriffswinkel Ein-/Ausgangsseite	O
α_{EHD} :	Einflusskoeffizient Druck, EHD Anteil	-
α_{F} :	Einflusskoeffizient Druck, Festkörperreibungsanteil	-
α_{K} :	Winkel zur Berechnung der Kippkraft	0
α_{M} :	Druckviskositätskoeffizient bei Massentemperatur	mm²/N
α_{n} :	Normaleingriffswinkel	0
α_t :	Stirneingriffswinkel	0
$\alpha_{w(t)}$:	Betriebseingriffswinkel (Stirnschnitt)	0
β_b :	Schrägungswinkel am Grundkreis	0
β_{EHD} :	Einflusskoeffizient $v_{\Sigma C}$, EHD Anteil	-
β_{F} :	Einflusskoeffizient $v_{\Sigma C}$, Festkörperreibungsanteil	-
β_m :	Schrägungswinkel in Zahnmitte	0
χ:	Vorzeichen für Kegelradkräfte	+/-
$\delta_{1/2}$:	Teilkegelwinkel	o
ϵ_{lpha} :	Profilüberdeckung	-
ε _{α1/2} :	Kopfüberdeckung an Ritzel/Rad	-
φ:	Beugewinkel, Hilfswinkel	0
γ:	Hilfswinkel	0
γ _{Ε/Α} :	Positionswinkel Ein-/Ausgangsseite	0
γ _{EHD} :	Einflusskoeffizient Ölviskosität, EHD Anteil	-
η _{EA} :	Standwirkungsgrad eines Differenzials	-
η _{Μ0} :	dynamische Viskosität bei Massentemperatur	mPas
η _{οil} :	dynamische Viskosität bei Öltemperatur	mPas

φ:	Hilfswinkel	0
φ':	Hilfswinkel	0
φ":	Hilfswinkel	0
ϕ_1 :	Rollwinkel des Kegelritzels	rad
λ:	relative Schmierfilmdicke	-
μ:	Reibungszahl	-
$\mu_{EHD,R}$:	EHD Reibungszahl bei Referenzbedingungen	-
μ_{EHD} :	EHD Reibungszahl	-
$\mu_{F,R}$:	Festkörperreibungszahl bei Referenzbedingungen	-
μ_{F} :	Festkörperreibungszahl	-
μ_{mz} :	mittlere Verzahnungsreibungszahl	-
ν:	kinematische Viskosität	mm²/s
ν:	Querkontraktionszahl	-
p _C :	Hertzsche Pressung im Wälzpunkt	N/mm²
θ:	Hilfswinkel	0
θ_0 :	Hilfswinkel	0
Θ:	Kugelflächenwinkel	rad
ρς:	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt C	mm
ρ_n :	Krümmungsradius im Normalschnitt	mm
ρ _{redC} :	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt C	mm
ς:	Druckflächenwinkel	rad
$\mathbf{v}_{\Sigma\mathbf{m}}$:	mittlere Summengeschwindigkeit	m/s
ω_{F} :	Fahrzeugwinkelgeschwindigkeit	rad/s
ξ:	Anteil EHD Kontakt, Hilfswinkel	-, °
$\zeta_{\text{E/A}}$:	Hilfswinkel	0

Indizes:

1: Ritzel, konvex gekrümmte Fläche

2: Rad, konkav gekrümmte Fläche

a: Kurvenaußenbahn

A: Ausgangsseite

E: Eingangsseite

128 11 Literatur

HA: Hinterachse

i: Kurveninnenbahn

KP: Zahneingriff Achswellenkegelrad-Ausgleichskegelrad

NV: Kraftflussrichtung Nabe-Verzahnung

PH: Zahneingriff Planet-Hohlrad

PK: Zahneingriff Ausgleichskegelrad-Achswellenkegelrad

PP: Zahneingriff Planet-Gegenplanet

VA: Vorderachse

VN: Kraftflussrichtung Verzahnung-Nabe

VV: Kraftflussrichtung Verzahnung-Verzahnung (Zwischenrad)

x,y,z: Kraftkomponenten

11 Literatur

- [01] Annast, R.: FVA-Kegelradnormprogramm KNplus Benutzeranleitung, FVA-Forschungsvorhaben 49A, Heft Nr. 233, 2001
- [02] Barth, F.; Mühlbauer, P.; Nikol, F.; Wörle, K.: Mathematische Formeln und Definitionen, Bayrischer Schulbuch-Verlag, München, 1990
- [03] Barth, W.: Verformungen und Zahnfußspannungen von ringförmigen Rädern in Planetengetrieben, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1987
- [04] Brunner, M.; Pedrini, R.: Prüfung von Schmiermitteln auf ihre Schmierfähigkeit mit dem Wieland- und Vierkugelapparat, Referat zum 209. Diskussionstag des SVMT über "Aktuelle Schmiermittel-Probleme", ETH Zürich, 1954
- [05] DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Beuth Verlag Berlin, 1987
- [06] Doleschel, A.: Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhängigkeit vom Schmierstoff, Dissertation TU München, 2003
- [07] Ertel-Mohrenstein, A.: Die Berechnung der hydrodynamischen Schmierung gekrümmter Oberflächen unter hoher Belastung und Relativbewegung, VDI-Fortschrittsbericht Reihe 1, Nr. 115, 1984

11 Literatur 129

[08] Gold, P. W.; Schmidt, A.; Assmann, C.: Viskosität-Druck-Koeffizienten von mineralischen und synthetischen Schmierölen, Tribologie und Schmierungstechnik, 48. Jahrgang 1/2001

- [09] Grubin, A. N.; Vinogradova, J. E.: Investigation of the Contact Machine Components. Cent. Sci. Res. Tech. Mech. Eng. Moskau, Book No. 30, 1949
- [10] Heizenröther, M.: Entwicklung eines Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung in Blechbauweise, Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben P546 der Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), 2005
- [11] Höhn, B.-R.: Stirnraddifferential, Patentschrift DE 19540 679 C1, 1997
- [12] ISO 10300: Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern, ISO International Organization for Standardization, 2001
- [13] Lang, O. R.; Steinhilper, W.: Gleitlager, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1978
- [14] Laukotka, E.: Referenzöle. FVA Forschungsheft Nr. 660, 2002
- [15] Lechner, G.; Naunheimer, H.: Fahrzeuggetriebe, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994
- [16] Mayberg, K.; Vachenauer, P.: Höhere Mathematik 1, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1993
- [17] Michaelis, K.: Die Integraltemperatur zur Beurteilung der Fresstragfähigkeit von Stirnradgetrieben, Dissertation TU München, 1987
- [18] Michailidis, A.; Retzepis, J.: Reibungszahl im Mischreibungsgebiet, Antriebstechnik 32 Nr.2, 1993
- [19] Müller, H. W.: Die Umlaufgetriebe (Auslegung und vielseitige Anwendungen),2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998
- [20] Niemann, G.; Winter, H.; Höhn, B.-R.: Maschinenelemente, Band I, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2001

130 11 Literatur

[21] Niemann, G.; Winter, H.: Maschinenelemente, Band II, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1985

- [22] Niemann, G.; Winter, H.: Maschinenelemente, Band III, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1986
- [23] Ohlendorf, H.: Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern, Dissertation TU München, 1958
- [24] Preukschat, A.: Fahrwerktechnik: Antriebsarten, 2. Auflage, Vogel Buchverlag, Würzburg, 1988
- [25] Schlenk, L.: Untersuchungen zur Fresstragfähigkeit von Großzahnrädern, Dissertation TU München, 1994
- [26] Schmelz, F.; Graf v. Seherr-Thoss, H.-Ch.; Aucktor, E.: Gelenke und Gelenkwellen, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1988
- [27] Schubert, M.: Einfluss der Befestigungsart und Radkranzdicke auf die Zahnfußspannung von Innenstirnrädern, Dissertation TU München, 1993
- [28] Simon, M.: Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern und ihre Auswirkung auf die Grübchentragfähigkeit vergüteter Scheiben und Zahnräder, Dissertation TU München, 1984
- [29] Stoll, H.: Fahrwerktechnik: Lenkanlagen und Hilfskraftlenkungen, Vogel Buchverlag, Würzburg, 1992
- [30] Torsen T-2 Torque Sensing Differential, Zexel Torsen Inc., 2001 (www.torsen.com)
- [31] Wech, L.: Untersuchungen zum Wirkungsgrad von Kegelrad- und Hypoidgetrieben, Dissertation TU München, 1987
- [32] Wimmer, A.: Konstruktive Einflüsse auf die lastabhängigen Verluste von Verzahnungen. FVA-Forschungsvorhaben Nr. 372, FVA-Heft Nr. 731, 2004
- [33] Zomotor, A.: Fahrwerktechnik: Fahrverhalten, 2. Auflage, Vogel Buchverlag Würzburg, 1991

12 Abbildungsverzeichnis

Bild 1.1:	Bahnradien der Fahrzeugräder bei Kurvenfahrt	1
Bild 2.1:	Typisches Kegelraddifferenzial	5
Bild 2.2:	Drehzahlen im Kegelraddifferenzial	7
Bild 2.3:	Kräfte im Kegelraddifferenzial	9
Bild 2.4:	Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über Sonnenräder	.11
Bild 2.5:	Stirnraddifferenzial mit Abtrieb über Steg und Sonnenrad	.12
Bild 2.6:	Planetengetriebe als Mittendifferenzial	.13
Bild 3.1:	Prinzipskizze des Stirnraddifferenzials mit Innenverzahnung	.14
Bild 3.2:	Ausgleichsverzahnung des Stirnraddifferenzials	.14
Bild 3.3:	Planetenträger mit Antriebsstirnrad	.15
Bild 3.4:	Abtrieb über die Achswellenhohlräder	.15
Bild 3.5:	Drehzahlen im Stirnraddifferenzial	.16
Bild 3.6:	Benennung der Planeten und Hohlräder für Kräftebetrachtung	.18
Bild 3.7:	Kräfte im Stirnraddifferenzial	.19
Bild 3.8:	Entstehung des Kippmomentes am Planeten	.22
Bild 4.1:	Verzahnung mit Modul 4,0mm	.28
Bild 4.2:	Ausgleichsverzahnung	.29
Bild 4.3:	Planetenlagerungsarten	.30
Bild 4.4:	Komponenten des Stirnraddifferenzials	.32
Bild 4.5:	Planeten	.33
Bild 4.6:	Hohlrad - Vorderseite	.34
Bild 4.7:	Hohlrad - Rückseite	.34
Bild 4.8:	Antriebsstirnrad mit Massivsteg	.36
Bild 4.9:	Antriebsstirnrad mit Blechsteg	.37
Bild 4.10:	Linker (oben) und rechter (unten) Deckel mit Ölförderbohrungen	.38
Bild 4.11:	Stirnraddifferenzial Zusammenbau 1	.40
Bild 4.12:	Stirnraddifferenzial Zusammenbau 2	.41
Bild 4.13:	Wirkradius und Bauraumbedarf von Kegelrad- und Stirnraddifferenzial	.42
Bild 4.14:	Absoluter Gewichtsvergleich	.43
Bild 4.15:	Relativer Gewichtsvergleich, bezogen auf das Kegelraddifferenzial	.44
Bild 4.16:	Bauteilgewichte Kegelraddifferenzial [g]	.45
Bild 4.17:	Bauteilgewichte Stirnraddifferenzial mit Massivsteg [g]	.45
Bild 4.18:	Bauteilgewichte Stirnraddifferenzial mit Blechsteg [g]	.46
Bild 4.19:	Motor und Getriebe quer zur Fahrtrichtung	.47
Bild 4.20:	Motor und Getriebe längs in Fahrtrichtung	.48
Bild 4.21:	Allradantrieb mit längs eingebautem Motor	.48
Bild 4.22:	Antriebsstrang mit Verteilerdifferenzial	.49
Bild 4.23:	Verteilerdifferenzial mit integriertem Achsdifferenzial	.50
Bild 5.1:	Reibung am senkrecht zur Drehachse belasteten Bolzen	
Bild 5.2:	Zusammenhang zwischen b, b _b und b _{korr}	
Bild 5.3:	Halbe Druckbreite, mittels FEM und theoretisch berechnet	
Bild 5.4:	Vergleich mittlere und Hertzsche Pressung, original, korrigiert und FE (Teil 1)	
Bild 5.5:	Vergleich mittlere und Hertzsche Pressung, original, korrigiert und FE (Teil 2)	.63
Bild 5.6	Reihmoment durch Kinnmoment im Radiallager	66

Bild 5.7:	Kippmoment an Steckwelle	67
Bild 5.8:	Reibmoment durch Kippmoment im Axiallager	
	Differenzielles Element der Kugelfläche	
	Begrenzungsradien und –winkel der sphärischen Reibfläche	
	Kräfte am Planetenrad unter Berücksichtigung der Reibung (I)	
	Positionswinkel am nachlaufenden Planet	
	Positionswinkel am vorlaufenden Planet	
	Kräfte am Planetenrad unter Berücksichtigung der Reibung (II)	
	Anwendung des Planetenradmodells auf ein Ausgleichskegelrad	
	Leistungsflüsse im Differenzial	
	Fressspuren an Planetenzapfen	
Bild 6.2:	Fressspuren in Planetenbohrung	
Bild 6.3:	Gerissene Schweißnaht zwischen Steg und Stirnrad	
Bild 7.1:	Sperrwertverlauf am Referenzkegelraddifferenzial	
Bild 7.2:	Druckabhängigkeit der Reibungszahl	
Bild 7.3:	Zusammensetzung des Sperrwerts am Kegelraddifferenzial	
Bild 7.4:	Differenzial 1, links schneller (Rechtskurve)	
Bild 7.5:	Differenzial 1, rechts schneller (Linkskurve)1	
Bild 7.6:	Differenzial 2, links schneller (Rechtskurve)	
Bild 7.7:	Differenzial 2, rechts schneller (Linkskurve)1	
Bild 7.8:	Ergebnis der Sperrwertberechnung1	
Bild 7.9:		
	Sperrwertverlauf mit konstantem Reibmomentanteil1	
	Zusammensetzung des Sperrwertes mit einem konstanten Reibmoment von 6N	
	auf der rechten (R) und 0Nm auf der linken (L) Seite1	80
Bild 7.12:	Schleif- und Kratzspuren am Hohlrad1	80
Bild 7.13:	Sperrwertverlauf mit reduzierter Reibung1	09
Bild 8.1:	Auslegung der Planetengröße1	10
Bild 8.2:	Ungenutzter Flankenbereich in der Zahnmitte1	14
Bild 8.3:	Gelenke an Steckwellenenden1	16
Bild 8.4:	Gelenke an Hohlrädern1	16
Bild 8.5:	Ausblick auf Serienstirnraddifferenzial1	19
Tabelle 1	Prüfstandsprogramm 1 5. Gang + Rückwärtsgang	25
	Gegenüberstellung der Sicherheiten am Kegelrad- und Stirnraddifferenzial	
	Lagerbetriebsdaten (Radsummenmoment 2400Nm, ∆n 50U/min)	
	Öldaten zur Reibungszahlberechnung	
	Parameter für $lpha_{M,2000}$	
. 4251100	<u> </u>	

Dissertationen der FZG

1	PERRET, H.	Übertragung konstanter Leistung durch stufenlos mechanische Regeltriebe. TH Braunschweig 1935.
2	BELLMANN, H.	Beiträge zur Prüfung von Bremsbelägen. TH Braunschweig 1939.
	HIERSIG, H.M.	Der Zusammenhang von Gestaltung und Beanspruchung bei
J	THEROIO, TIME	Schneckengetrieben mit Evolventenverzahnung. TH Braunschweig
	LIEL DIG. E	1943.
	HELBIG, F.	Walzenfestigkeit und Grübchenbildung von Zahnrad- und Wälzlagerwerkstoffen. TH Braunschweig 1943.
5	ARF, D.	Pendelrollenlager mit symmetrischen und unsymmetrischen Rollen. TH Braunschweig 1944.
6	OESMANN, W.	Entwicklung einer Stahlsand-Schalt- und Regelkupplung. TH Braunschweig 1945.
7	RUBO, E.	Ermittlung der Achsfehler-Empfindlichkeit verschiedener Zylinder-
•		Schneckengetriebe mit Hilfe des Einlauf-Abschliffvolumens. TH
		Braunschweig 1948.
	CLAUDAUTZ II	
	GLAUBNITZ, H.	Drehmomentmessungen zum Wendevorgang bei Raupenfahrwerken. TH Braunschweig 1948.
9	TALKE, H.	Beiträge zur hydrodynamischen Schmiertheorie des ebenen Gleit-
		schuhes auf ebener Fläche. TH Braunschweig 1948.
10	CRAMER, H.	Über die Reibung und Schmierung feinmechanischer Geräte. TH
		Braunschweig 1949.
11	THOMAS, W.	Reibscheiben-Regelgetriebe mit Linienberührung. TH Braunschweig
	,	1949.
12	MAUSHAKE, W.	Theoretische Untersuchung von Schneckengetrieben mit Glo-
		boidschnecke und Stirnrad. TH Braunschweig 1950.
12	KRAUPNER, K.W.	Das plastische Verhalten umlaufender Stahlrollen bei Punktberüh-
	·	rung. TH Braunschweig 1951.
14	BANASCHEK, K.	Die Gleitreibung geschmierter Flächen kleiner Schmiegung. Einfluß
		von Werkstoffpaarung, Krümmung, Oberfläche und Schmierstoff. TH
		Braunschweig 1951
15	HEYER, E.	Versuche mit Zylinderschneckentrieben. Einfluß von Zahnform, Mo-
		dul, Durchmesser und Schmierstoff auf Verlustleistung und Tragfä-
		higkeit. TH München 1952.
16	HENTSCHEL, G.	Der Hochleistungswälztrieb. Entwicklungsstand und Entwicklungs-
	TIENTOOTIEE, O.	möglichkeiten. TH München 1952.
47	WINTED LI	<u> </u>
	WINTER, H.	Tragfähigste Evolventengeradverzahnung. TH München 1954.
18	ROY, A.K.	Spannungsoptische Untersuchung eines schrägverzahnten Stirnrades. TH München 1957.
19	RETTIG, H.	Dynamische Zahnkraft. TH München 1957.
20	OHLENDORF, H.	Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern. TH München 1958.
21	UNTERBERGER, M.	Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Zahnrädern. TH Mün-
	,	chen 1958.
22	LOOMAN, J.	Das Abrichten von profilierten Schleifscheiben zum Schleifen von
		schrägverzahnten Stirnrädern. TH München 1959.
23	JARCHOW, F.	Versuche an Stirnrad-Globoidschneckentrieben. TH München 1960.
	POPOVIC, L.	
24	POPOVIC, L.	Einfluß von Zahnform und Bearbeitung auf die Zahnfußfestigkeit. TH
~ =	FUDI ENOPIEL 17	München 1960.
25	EHRLENSPIEL, K.	Die Festkörperreibung von geschmierten und ungeschmierten Metall-
		paarungen mit Linienberührung. TH München 1962.
26	PITTROFF, H.	Riffelbildung infolge Stillstandserschütterungen bei Wälzlagern. TH
		München 1962.
27	SCHREIBER, H.	Zur Auswertung von Lebensdauerversuchen an Wälzlagern. TH Mün-
		chen 1962

chen 1962.

28	ROTH, K.	Untersuchungen über die Eignung der Evolventenzahnform für eine allgemein verwendbare feinwerktechnische Normverzahnung. TH München 1963.
29	NARUSE, Ch.	Verschleiß, Tragfähigkeit und Verlustleistung bei Schraubenradgetrieben. TH München 1964.
30	GARTNER, F.	Die Mischreibung bei Linienberührung. TH München 1964.
31	ASSMANN, H.	Vergleichende Untersuchung von Getriebeölen im FZG-Stirnrad- und Esso-Hypoidprüfstand. TH München.
32	REISTER, D.	Einseitiges Breitentragen bei Stirnrädern. TH München 1965.
33	KORRENN, H.	Gleitreibung in den Kontaktstellen zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen der Ringe von Wälzlagern. TH München 1965.
34	HÖSEL, Th.	Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern mit Evolventenverzahnung. TH München 1965.
	LANGENBECK, K.	Die Verschleiß- und Freßgrenzlast der Hypoidgetriebe. TH München 1966.
	MEMMEL, M.	Untersuchungen über die Tragfähigkeit und Gebrauchsdauer von Gelenklagern. TH München 1966.
37	ВÖТSСН, Н.	Der Einfluß der Oberflächenbearbeitung und -behandlung auf die Flankenfestigkeit von Stirnrädern aus Vergütungsstahl. TH München 1966.
38	LECHNER, G.	Die Freßlastgrenze bei Stirnrädern aus Stahl. TH München 1966.
39	LANGE, S.	Untersuchungen von Helicon- und Spiroidgetrieben mit abwickelba-
		ren Schneckenflanken nach der hydrodynamischen und nach der Hertzschen Theorie. TH München 1967.
40	SCHWÄGERL, D.	Untersuchung von Helicon- und Spiroidgetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil nach der Hertzschen und nach der hydrodynamischen Theorie. TH München 1967.
41	MICHELS, K.	Schneckengetriebe mit Werkstoffpaarung Stahl/Grauguß. TH München 1968.
	GACKSTETTER, G.	Verlustarme Verzahnung. TH München 1968.
	GEUPEL, H.	Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung. TH München 1969.
44		
	GREKOUSSIS, R.	Vergleichende Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Stirnrädern. TH München 1969.
45	BAETHGE, J.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969.
45	·	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH
45 46	BAETHGE, J.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeli-
45 46 47	BAETHGE, J. SCHULZ, H.D.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergeb-
45 46 47 48	BAETHGE, J. SCHULZ, H.D. STÖLZLE, K.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre
45 46 47 48 49	BAETHGE, J. SCHULZ, H.D. STÖLZLE, K. SEITZINGER, K.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München 1971. Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU
45 46 47 48 49 50	BAETHGE, J. SCHULZ, H.D. STÖLZLE, K. SEITZINGER, K. STÖSSEL, K.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München 1971. Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München 1971. Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter
45 46 47 48 49 50 51	BAETHGE, J. SCHULZ, H.D. STÖLZLE, K. SEITZINGER, K. STÖSSEL, K. SCHMIDT, G.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München 1971. Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München 1971. Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. TU München 1972. Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von
45 46 47 48 49 50 51 52	BAETHGE, J. SCHULZ, H.D. STÖLZLE, K. SEITZINGER, K. STÖSSEL, K. SCHMIDT, G. HIRT, M.	und Stirnrädern. TH München 1969. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München 1971. Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München 1971. Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. TU München 1972. Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Geradstirnrädern. TU München 1974. Berechnung von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahnprofilformen (Tragfähigkeits- und Verlustleistung für Hohlkreis-, Evolven-

55	GAGGERMEIER, H.	Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung. TU München 1977.
56	KÄSER, W.	Beitrag zur Grübchenbildung an gehärteten Zahnrädern. Einfluß von Härtetiefe und Schmierstoff auf die Flankentragfähigkeit. TU München 1977.
57	KNABEL, W.	Geräusche und Schwingungen an Stirnradgetrieben. Untersuchungen geometrischer Einflüsse bei hohen Drehzahlen und Belastungen. TU München 1977.
58	WIRTH, X.	Über den Einfluß von Schleifkerben auf die Zahnfußtragfähigkeit und das Schädigungsverhalten oberflächengehärteter Zahnräder. TU München 1977.
59	HUBER, G.	Zylinderschneckengetriebe, ein Beitrag zur Berechnung von Grübchen- und Gleitverschleiß und Angaben zum Wirkungsgradverhalten aus Versuchen. TU München 1978.
60	BROSSMANN, U.	Über den Einfluß der Zahnfußausrundung und des Schrägungswin- kels auf Beanspruchung und Festigkeit schrägverzahnter Stirnräder. TU München 1979.
61	PLEWE, HJ.	Untersuchungen über den Abriebverschleiß von geschmierten, langsam laufenden Zahnrädern. TU München 1980.
62	FRESEN, G.	Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelradgetrieben (Grübchen, Ridging, Rippling, Graufleckigkeit und Zahnbruch). TU München 1981.
63	OSTER, P.	Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elastohydrodynamik. TU München 1982.
64	HORNUNG, K.	Zahnräder aus Bainitischem Gusseisen mit Kugelgraphit. TU München 1983.
65	WEISS, T.	Zum Festigkeits- und Verzugsverhalten von randschichtgehärteten Zahnrädern. TU München 1983.
66	VOJACEK, H.	Das Reibungsverhalten von Fluiden unter elastohydrodynamischen Bedingungen. Einfluß der chem. Struktur des Fluides, der Werkstoffe und der Makro- und Mikrogeometrie der Gleit/Wälzkörper. TU München 1984.
67	SCHÖNNENBECK, G.	Einfluß der Schmierstoffe auf die Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit und Grübchenbildung) hauptsächlich im Umfangsgeschwindigkeitsbereich 19 m/s. TU München 1984.
68	WIENER, H.	Untersuchung der Rollenkinematik im Axial-Pendelrollenlager. TU München 1984.
69	MATHIAK, D.	Untersuchungen über Flankentragfähigkeit, Zahnfußtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinderschneckengetrieben. TU München 1984.
70	STRASSER, H.	Einflüsse von Verzahnungsgeometrie, Werkstoff und Wärmebehandlung auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München 1984.
71	JOACHIM, FJ.	Untersuchungen zur Grübchenbildung an vergüteten und normalisierten Zahnrädern (Einfluß von Werkstoffpaarung, Oberflächen- und Eigenspannungszustand). TU München 1984.
72	GERBER, H.	Innere dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben - Modellbildung, innere Anregung und Dämpfung. TU München 1984.
73	SIMON, M.	Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern und ihre Auswirkung auf die Grübchentragfähigkeit vergüteter Scheiben und Zahnräder. TU München 1984.
74	SCHMIDT, W.	Untersuchungen zur Grübchen- und zur Zahnfußtragfähigkeit geradverzahnter evolventischer Innenstirnräder. TU München 1984.
75	FUNCK, G.	Wärmeabführung bei Getrieben unter quasistationären Betriebsbedingungen. TU München 1985.
76	PAUL, M.	Einfluß von Balligkeit und Lageabweichungen auf die Zahnfußbeanspruchung spiralverzahnter Kegelräder. TU München 1986.
77	HOPPE, F.	Das Abschalt- und Betriebsverhalten von mechanischen Sicherheits- kupplungen. TU München 1986.

78	MICHAELIS, K.	Die Integraltemperatur zur Beurteilung der Freßtragfähigkeit von Stirnradgetrieben. TU München 1987.
79	WECH, L.	Untersuchungen zum Wirkungsgrad von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München 1987.
80	KNAUER, G.	Zur Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur. TU München 1988.
81	PLACZEK, T.	Lastverteilung und Flankenkorrektur in gerad- und schrägverzahnten Stirnradstufen. TU München 1988.
82	PFLAUM, H.	Das Reibungsverhalten ölgeschmierter Kegelreibkupplungen in Synchronisationseinrichtungen von Kraftfahrzeug-Schaltgetrieben. TU München 1988.
83	BRINCK, P.	Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Lastrichtungsumkehr. TU München 1989.
85	NEUPERT, K.	Verschleißtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinder- Schneckengetrieben. TU München 1990.
86	PREXLER, F.	Einfluß der Wälzflächenrauheit auf die Grübchenbildung vergüteter Scheiben im EHD-Kontakt. TU München 1990.
87	SCHALLER, KV.	Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Grübchenbildung an einsatz- gehärteten Stirnradflanken. TU München 1990.
88	COLLENBERG, HF.	Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit schnellaufender Stirnradgetriebe. TU München 1991.
89	MÜLLER, R.	Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. TU München 1991.
90	ANZINGER, M.	Werkstoff- und Fertigungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, insbesondere im hohen Zeitfestigkeitsgebiet. TU München 1991.
91	KAGERER, E.	Messung von elastohydrodynamischen Parametern im hochbelasteten Scheiben- und Zahnkontakt. TU München 1991.
92	HASLINGER, K.	Untersuchungen zur Grübchentragfähigkeit profilkorrigierter Zahnräder. TU München 1991.
93	VOLLHÜTER, F.	Einfluß der Achsversetzung auf die Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit von spiralverzahnten Kegelrädern. TU München 1992.
	PINNEKAMP, B.	Das Schaltverhalten von PKW-Getriebesynchronisierungen. TU München 1992.
	SCHUBERT, M.	Einfluß der Befestigungsart und Radkranzdicke auf die Zahntragfähigkeit von Innenstirnrädern. TU München 1993.
96	STEINGRÖVER, K.	Untersuchung zu Verschleiß, Verlustgrad und Fressen bei Zylinder- Schneckengetrieben. TU München 1993.
97	ELSTORPFF, MG.	Einflüsse auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder bis in das höchste Zeitfestigkeitsgebiet. TU München 1993.
98	EMMERT, S.	Untersuchungen zur Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit, Grübchenbildung) schnellaufender Stirnradgetriebe. TU München 1994.
99	SUCHANDT, Th.	Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatz- gehärteter Zahnräder und zur Bruchfestigkeit vergüteter Laschenket- ten. TU München 1994.
100	HÄMMERL, B.	Lebensdauer- und Temperaturverhalten ölgekühlter Lamellenkupp- lungen bei Lastkollektivbeanspruchung. TU München 1994.
101	WEISS, R.	Einfluß der Ölalterung auf die Zahnflankentragfähigkeit. TU München 1994.
102	SCHLENK, L.	Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Großzahnrädern. TU München 1995.
103	MANN, U.	Schmierfilmbildung in elastohydrodynamischen Kontakten, Einfluß verschiedener Grundöle und Viskositäts-Index-Verbesserer. TU München 1995.
104	RUDZEWSKI, S.	Systemtechnische Verknüpfung eingeführter Getriebeberechnungsprogramme. TU München 1995.
105	RANK, R.	Untersuchungen zur Lebensdauerprüfung von Synchronisierungen. TU München 1995.

406	EBERSPÄCHER, C.	Daibantalaastiaks kai dan Cuübahan Datriahatsatinksit sinaatanaksi
100	EBERSPACHER, C.	Reihenfolgeeffekte bei der Grübchen-Betriebsfestigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München 1995.
107	RANK, B.	Untersuchungen zur Grübchenbildung bei Zylinder- Schneckengetrieben. TU München 1996.
108	SATTELBERGER, K.	Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen Stirnradgetrieben. TU München 1997.
109	HIRSCHMANN, V.	Tragfähigkeitsuntersuchungen an stufenlosen Umschlingungsgetrieben. TU München 1997.
110	THOMAS, J.	Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hartfeinbearbeiteten Kegelrädern. TU München 1998.
111	WIKIDAL, F.	Berechnung der Flankenpressung gerad- und schrägverzahnter Stirn- räder für last- und fertigungsbedingte Abweichungen. TU München 1998.
112	PERPONCHER, V., CH.	Einflüsse von Reibflächentopographie und Beanspruchungen auf das Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen. TU München 1998.
113	SCHEDL, U.	Einfluß des Schmierstoffs auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder. TU München 1998.
114	VOLLMER, T.	Methodik zur Entwicklung einer Fahrstrategie für Fahrzeuge, ausgeführt am Beispiel des Autarken Hybrids. TU München 1998.
115	HEITMANN, A.	Entwicklung des i²-Getriebes für den Autarken Hybrid-Antriebsstrang. TU München 1998.
116	PFLEGER, F.	Schalt- und Lebensdauerverhalten von Lamellenkupplungen. TU München 1998.
117	KERSCHL, S.	Der Autarke Hybrid - Optimierung des Antriebsstrangs hinsichtlich Energieverbrauch und Bestimmung des Einsparpotentials, TU München 1998.
118	DÖBEREINER, R.	Tragfähigkeit von Hochverzahnungen geringer Schwingungsanregung, TU München 1998.
119	WEIGAND, U.	Werkstoff- und Wärmebehandlungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, TU München 1999.
120	SCHRADE, U.	Einfluß von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben, TU München 2000.
121	KÖLL, J.	Konstruktion des Getriebes für ein Pkw-Hybridantriebssystem,TU München 2000.
122	FÖRSTER, W.	Der Lastschaltvorgang beim stufenlosen i²-Getriebe des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs, TU München 1999.
123	LANGE, N.	Hoch fresstragfähige Schneckengetriebe mit Rädern aus Sphaeroguß, TU München 2000.
124	LUTZ, M.	Methoden zur rechnerischen Ermittlung und Optimierung von Tragbildern an Schneckengetrieben, TU München 2000.
	KOPATSCH, F.	Wirksamkeit von Viskositätsindex-Verbesserern im EHD-Zahnradkontakt, TU München 2000.
126	BAYERDÖRFER, I.	Einfluß von betriebsbedingten Schmierstoffveränderungen auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2000.
127	TOBIE, T.	Zur Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder, TU München 2001.
128	STAHL, K.	Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Gerad- und Schrägverzah- nungen unter besonderer Berücksichtigung der Pressungsvertei- lung, TU München 2001.
129	NEUMÜLLER, M.	Einfluß der Ölalterung auf Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen, TU München 2001.
130	MOSBACH, C.	Das Reibungs- und Reibschwing-Verhalten nasslaufender Lamellen- kupplungen,TU München 2002.
131	DYLA, A.	Modell einer durchgängig rechnerbasierten Produktentwicklung, TU München 2002.
132	GRASWALD, C.	Reibung im elastohydrodynamischen Kontakt von Reibradgetrieben, TU München 2002.

133	GEISER, H	Grundlagen zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrädern, TU München 2002.
134	SCHINAGL, S.	Zahnfußtragfähigkeit schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung, TU München 2002.
135	DOLESCHEL, A.	Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhängigkeit vom Schmierstoff, TU München 2003.
136	ANNAST, R.	Kegelrad-Flankenbruch, TU München 2003
137	SÜSSMUTH, JF.	Eignungsbeurteilung von Schmierstoffen für stufenlose Umschlingungsgetriebe, TU München 2003.
138	MATTEN, D.	Methode zur Entwicklung ingenieurwissenschaftlicher Berechnungsprogramme, TU München 2003.
139	GEIER, N.	Untersuchung des Reibungs- und Verschleißverhaltens nasslaufender Kupplungen in Abhängigkeit ihrer Reibflächentopographie, TU München 2003
140	HERTTER, T.	Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2003.
141	KRIEGER, H.	Alterung von Schmierstoffen im Zahnradprüfstand und in Praxisgetrieben, TU München 2004.
142	STEUTZGER, M.	Einfluß der Baugröße auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2004.
143	SCHMIDBAUER, T.	Aufbau und Erprobung des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs im Versuchsfahrzeug. TU München 2004.
144	LIU, W.	Einfluss verschiedener Fertigungsverfahren auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben. TU München 2004.
145	FEHLING, R.	Höhere Tragfähigkeit bei Zahnradflanken durch eine nichtevolventische Profilmodifikation. TU München 2004.
146	GUTTENBERG, P.	Der autarke Hybrid am Prüfstand - Funktion, Kraftstoffverbrauch und energetische Analyse. TU München 2004
147	WIMMER, T.	Einflüsse auf das Lastübernahmeverhalten von nasslaufenden Lamellenkupplungen. TU München 2004.
148	RADEV, T.	Einfluss des Schmierstoffes auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Entwicklung des Praxisnahen Pittingtests. TU München 2005
149	KRASTEV, I.	Optimierung des Lastschaltvorgangs im i²-Getriebe. TU München 2005
150	HEILEMANN, J.	Tragfähigkeit und Wirkungsgrad bei unterschiedlichen Schnecken- Zahnflankenformen unter Berücksichtigung der Oberflächenhärte und Härtetiefe. TU München 2005.
151	HEIZENRÖTHER, M.	Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung im Vergleich zum Ke- gelraddifferenzial inklusive einer Sperrwertanalyse. TU München 2005.