

Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung

Technische Universität München

# Optimalflugbahnen im Hyperschallflug unter Berücksichtigung der instationären Aufheizung

Markus Wächter

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. A. Günthner

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Sachs, i.R.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Th. Sattelmayer

Die Dissertation wurde am 8.11.2004 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 15.12.2004 angenommen.



## Vorwort

Der Abschied von einer langen und wichtigen Arbeit ist immer mehr traurig als erfreulich.

*Friedrich Schiller*

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung der Technischen Universität München in den Jahren 1998 bis 2003.

Besonders danken möchte ich dem Lehrstuhlinhaber, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gottfried Sachs für sein reges Interesse und die fortwährende Unterstützung meiner Arbeit. Ein herzliches Dankeschön gebührt auch Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer für die Übernahme des Koreferats und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Willibald Günthner für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Einen herzlichen Dank auch an alle meine aktiven und ehemaligen Kollegen am Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, die durch zahlreiche Hinweise, wertvolle Anregungen und Gespräche, sowie die äußerst angenehme Arbeitsatmosphäre meine Arbeit unterstützt haben. Besonders erwähnen möchte ich außerdem Herrn Dr.-Ing. Michael Dinkelmann für seine stetige Diskussionsbereitschaft und Frau Dipl.-Math. Susanne Winderl für die fruchtbaren und hilfreichen Gespräche und Anregungen zu diversen mathematischen Problemen. Mein besonderer Dank gilt meinem ehemaligen Kollegen Herrn Dr.-Ing. Michael Mayrhofer, der mir im Rahmen vieler interessanter Gespräche einige wichtige Impulse geben konnte.

Garching, im Dezember 2004

Markus Wächter

## Lebenslauf

- 1968 Geboren in Eschenbach in der Oberpfalz (Bayern)
- 1988 Abitur in Erding
- 1989 - 1991 Grundstudium (Physik)  
Technische Universität München
- 1991 - 1994 Grundstudium (Mathematik)  
Technische Universität München
- 1994 - 1997 Hauptstudium (Mathematik)  
Technische Universität München
- 1998 - 2003 Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung der Technischen Universität München
- seit Januar 2004 Research Fellow am Department of Mathematics der National University of Singapore, Singapur

## Veröffentlichungen

Im Rahmen der Forschungstätigkeiten entstanden 23 Veröffentlichungen, von denen 18 auf internationalen Tagungen und Konferenzen vorgestellt wurden. Nachfolgend eine Auflistung der wichtigsten Publikationen.

- M. Dinkelmann, M. Wächter, G. Sachs: Unsteady Heat Input Modelling for Trajectory Optimization of Aerospace Vehicles. In: Tagungsband des 51. International Astronautical Congress, IAF-00-A.4.09, Rio de Janeiro, Brasilien, Oktober 2000.
- M. Dinkelmann, M. Wächter, G. Sachs: Modelling and simulation of unsteady heat transfer for aerospacecraft trajectory optimization. In: Mathematics and Computers in Simulation, **53**, S. 389-394, 2000.
- M. Wächter, G. Sachs: Hypersonic Heat Transfer Reduction by Trajectory Optimization with Multipoint Constraints. In: Tagungsband der 4. Asian Control Conference, ISBN 981-04-6440-1, Singapur, September 2002.
- M. Mayrhofer, M. Wächter, G. Sachs: Flight Safety Improvement: A Basic Issue for the Success of Future Launchers. In: Tagungsband der 4. Asian Control Conference, ISBN 981-04-6440-1, Singapur, September 2002.

- M. Dinkelmann, M. Wächter, G. Sachs: Modelling of Heat Transfer and Vehicle Dynamics for Thermal Load Reduction by Hypersonic Flight Optimization. In: Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, Vol. 8, S. 237-257, September 2002.
- M. Wächter, G. Sachs: Unsteady Heat Load Reduction for a Hypersonic Vehicle with a Multipoint Approach. In: Tagungsband des Workshops Optimal Control des Sonderforschungsbereichs 255, Universität Greifswald, Oktober 2002, ISBN 3-89791-316-X, Hieronymus Verlag München, S. 15-26, 2003.
- M. Wächter, M. Mayrhofer, G. Sachs: Verminderung der instationären Aufheizung im Hyperschallflug durch Mehrpunkt-Beschränkungen. In: Tagungsband zum Seminar des Sonderforschungsbereichs 255, Technische Universität München, Dezember 2002, ISBN 3-89791-334-8, Hieronymus Verlag München, S. 103 - 118, 2004.
- M. Wächter, G. Sachs: Heat Input Reduction in Hypersonic Flight by Trajectory Optimization with Multipoint Constraints. Eingereicht in: Asian Journal of Control, 2004.
- M. Wächter, G. Sachs, R.C.E. Tan: Trajectory optimization for a hypersonic vehicle considering transient heating effects. In: Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IC-SEC Conference, Singapur, 2004.



# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	xi
Bezeichnungen	xiii
<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
Kopplung von Optimalsteuerung und instationärer Aufheizung . . . . .	1
Literaturbetrachtung . . . . .	2
Zielsetzung . . . . .	4
Überblick . . . . .	4
<b>1 Modellierung des Flugsystems</b>	<b>7</b>
1.1 Geophysikalische Modellierung . . . . .	7
1.1.1 Erde . . . . .	7
1.1.2 Atmosphäre . . . . .	8
1.1.2.1 Dichte $\rho$ : . . . . .	8
1.1.2.2 Temperatur $T$ : . . . . .	9
1.1.2.3 Isentropenexponent $\kappa$ : . . . . .	9
1.1.2.4 Wärmekapazität $c_p$ : . . . . .	9
1.1.2.5 Druck $p$ : . . . . .	9
1.1.2.6 Schallgeschwindigkeit $a$ : . . . . .	10
1.1.2.7 Entropie $s$ : . . . . .	10
1.1.2.8 Enthalpie $H$ : . . . . .	10
1.1.2.9 Dynamische Viskosität $\eta$ : . . . . .	11
1.1.2.10 Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ : . . . . .	11
1.1.2.11 <i>Prandtl</i> -Zahl $Pr$ : . . . . .	11
1.1.2.12 Vergleich der Modellierung mit der Standardatmosphäre .	12
1.2 Das Fluggerät . . . . .	12
1.2.1 Abmessungen . . . . .	13
1.2.2 Massenverteilung . . . . .	13
1.3 Trägerstufe . . . . .	14
1.3.1 Aerodynamik . . . . .	15

1.3.2	Antrieb . . . . .	17
1.3.3	Physikalische Belastungsgrenzen . . . . .	20
1.4	Orbitalstufe . . . . .	21
1.5	Dynamik . . . . .	21
1.5.1	Das Koordinatensystem . . . . .	21
1.5.2	Bewegungsgleichungen . . . . .	21
1.6	Zusammenfassung . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Thermalschutzsysteme und instationäre Aufheizung</b>	<b>25</b>
2.1	Allgemeines zu Wärmeschutzsystemen . . . . .	26
2.2	Der Wärmestrom . . . . .	27
2.2.1	Allgemeines . . . . .	27
2.2.2	Modellierung des Wärmestroms . . . . .	27
2.2.2.1	Allgemeines . . . . .	28
2.2.2.2	Staupunkt . . . . .	30
2.2.2.3	Flügelvorderkanten . . . . .	30
2.2.2.4	Rumpfunterseite . . . . .	31
2.2.2.5	Rumpfoberseite . . . . .	33
2.2.2.6	Verifizierung der Modellierung . . . . .	34
2.3	Transportmechanismen . . . . .	35
2.4	Passive Thermalschutzsysteme . . . . .	36
2.4.1	Thermalschutzsystem des Sängerprojekts . . . . .	36
2.4.1.1	Heiße Strukturen . . . . .	37
2.4.1.2	Multiwall TPS . . . . .	37
2.4.2	Neuere Entwicklungen . . . . .	40
2.5	Aktives Thermalschutzsystem . . . . .	40
2.5.1	Allgemeines . . . . .	40
2.5.2	Modellierung des Wärmestroms . . . . .	40
2.5.3	Modellierung der indirekten Kühlung . . . . .	42
2.5.4	Modellierung der direkten Kühlung . . . . .	43
2.6	Modellierung des Knotenmodells . . . . .	45
2.6.1	Das eindimensionale Knotenmodell . . . . .	45
2.6.1.1	Wärmeströme . . . . .	45
2.6.2	Das zweidimensionale Knotenmodell . . . . .	46
2.6.2.1	Wärmeströme . . . . .	46
2.7	Die Differentialgleichungen der instationären Aufheizung . . . . .	48
2.7.1	Allgemeines . . . . .	48
2.7.2	Die Differentialgleichungen (eindimensionaler Fall) . . . . .	48
2.7.3	Die Differentialgleichungen (zweidimensionaler Fall) . . . . .	49
2.7.4	Numerische Probleme . . . . .	49
2.8	Zusammenfassung . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Optimalsteuerungsprobleme</b>	<b>51</b>



3.1	Annahmen . . . . .	51
3.2	Das Optimalsteuerungsproblem . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Verwendete Numerische Methoden und Verfahren</b>	<b>55</b>
4.1	Allgemeines . . . . .	55
4.2	Direkte Verfahren . . . . .	56
4.2.1	Das direkte Kollokationsverfahren <i>DIRCOL</i> . . . . .	56
4.2.1.1	Allgemeines . . . . .	56
4.2.1.2	<i>SQP-Verfahren</i> . . . . .	58
4.2.2	Das Verfahren <i>GESOP</i> . . . . .	59
4.2.3	Vor- und Nachteile der eingesetzten Verfahren . . . . .	59
4.3	Validierung durch numerische Simulation . . . . .	60
4.3.1	Die Verfahren <i>LSODA</i> und <i>LSODE</i> . . . . .	60
4.3.2	Das Verfahren <i>RADAU</i> . . . . .	61
4.4	Zusammenfassung . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Ergebnisse – Referenzbahnen</b>	<b>63</b>
5.1	2D-Reichweitenflug . . . . .	63
5.1.1	Referenzbahn I . . . . .	64
5.1.2	Instationäre Aufheizung für den Referenzflug I . . . . .	66
5.1.2.1	Staupunkt und Flügelvorderkante . . . . .	67
5.1.2.2	Rumpfunterseite . . . . .	68
5.1.2.3	Rumpfoberseite . . . . .	70
5.1.3	Triebwerkskühlung . . . . .	72
5.1.4	Vergleich mit anderen Modellierungen . . . . .	73
5.1.4.1	Vergleich von stationärem und instationärem Ansatz . . . . .	73
5.1.4.2	Unterschiedliche Schichtenmodelle . . . . .	76
5.1.5	Untersuchungen zum schwingungsförmigen und stationären Reichweitenflug . . . . .	77
5.2	3D-Flug . . . . .	79
5.2.1	Referenzbahn II . . . . .	79
5.2.2	Instationäre Aufheizung für den Referenzflug II . . . . .	83
5.2.2.1	Staupunkt und Flügelvorderkante . . . . .	83
5.2.2.2	Rumpfunterseite . . . . .	83
5.2.2.3	Rumpfoberseite . . . . .	85
5.2.3	Triebwerkskühlung . . . . .	86
5.3	Numerische Probleme . . . . .	88
5.3.1	Untersuchungen zur Steifheit . . . . .	88
5.3.2	Vergleich unterschiedlicher Integratoren . . . . .	89
5.4	Zusammenfassung . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Reduktion von thermischer Belastung und Kühlmittelbedarf für die Referenzbahnen</b>	<b>93</b>

6.1	Allgemeines . . . . .	93
6.2	Reichweitenflug mit Berücksichtigung des Kühlmittelbedarfs . . . . .	94
6.2.1	Instationäre Aufheizung . . . . .	97
6.2.1.1	Staupunkt und Flügelvorderkante . . . . .	97
6.2.1.2	Rumpfunterseite . . . . .	98
6.2.1.3	Rumpfoberseite . . . . .	98
6.3	Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung an der Rumpfunterseite	101
6.3.1	Instationäre Aufheizung . . . . .	105
6.3.1.1	Staupunkt und Flügelvorderkante . . . . .	105
6.3.1.2	Rumpfunterseite . . . . .	105
6.3.1.3	Rumpfoberseite . . . . .	107
6.4	Minimierung der Aufheizung an 3 Punkten . . . . .	108
6.4.1	Instationäre Aufheizung . . . . .	111
6.4.1.1	Staupunkt und Flügelvorderkante . . . . .	111
6.4.1.2	Rumpfunterseite . . . . .	113
6.4.1.3	Rumpfoberseite . . . . .	114
6.5	3D-Flug mit verändertem Thermalschutzsystem . . . . .	116
6.5.1	Instationäre Aufheizung . . . . .	119
6.5.1.1	Staupunkt und Flügelvorderkante . . . . .	120
6.5.1.2	Rumpfunterseite . . . . .	121
6.5.1.3	Rumpfoberseite . . . . .	123
6.6	Zusammenfassung . . . . .	124
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>125</b>
	<b>A Konstanten zur Atmosphärenberechnung</b>	<b>127</b>
	<b>B Mathematische Hintergründe</b>	<b>129</b>
	B.1 Herleitung der Wärmeleitungsgleichung . . . . .	129
	B.2 Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen . . . . .	130
	B.3 Steife Differentialgleichungen . . . . .	132
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>

# Abbildungsverzeichnis

1	Space-Shuttle (links) und Sänger (rechts) . . . . .	2
1.1	Isentropenexponent $\kappa$ und Wärmekapazität $c_p$ . . . . .	10
1.2	Entropie $\hat{s}$ und Enthalpie $H$ . . . . .	10
1.3	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ der Luft . . . . .	12
1.4	<i>Prandtl</i> -Zahl $Pr$ der Luft . . . . .	12
1.5	Luftdichte $\rho$ . . . . .	13
1.6	Lufttemperatur $T$ . . . . .	13
1.7	Luftdruck $p$ . . . . .	13
1.8	Schallgeschwindigkeit $a$ . . . . .	13
1.9	Schematische Darstellung des Gesamtsystems . . . . .	14
1.10	Höhenruderausschlag $\eta_R$ . . . . .	16
1.11	Auftriebsbeiwert $C_A$ . . . . .	16
1.12	Widerstandsbeiwert $C_W$ (mit Orbitalstufe) . . . . .	17
1.13	Verhältnis von Auftriebs- zu Widerstandsbeiwert $C_A/C_W$ . . . . .	17
1.14	Schematischer Aufbau des Triebwerks . . . . .	17
1.15	Einsatzbereiche des Triebwerks . . . . .	18
1.16	Nettoschub . . . . .	19
1.17	Verbrauch $b^*$ . . . . .	19
1.18	Zusammenhang zwischen Drosselgrad $\delta_F$ und Äquivalenzverhältnis $\phi_L$ . . . . .	19
1.19	Abhängigkeit des Schubes von Anstellwinkel und Machzahl . . . . .	19
1.20	Staubrennkammertemperatur . . . . .	20
1.21	Kräfte am Gesamtsystem, geodätisches Achsenkreuz . . . . .	23
2.1	Interessante Bereiche am Fluggerät . . . . .	25
2.2	Geschwindigkeiten vor und nach einem schrägen Verdichtungsstoß . . . . .	28
2.3	Wärmestrom am Staupunkt ( $\alpha = 6^\circ, T = 1250$ K) . . . . .	34
2.4	Wärmestrom an der Rumpfunterseite ( $x_{le} = 20$ m, $\alpha = 6^\circ, T = 750$ K) . . . . .	34
2.5	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ und Wärmekapazität $c_p$ der heißen Strukturen . . . . .	37
2.6	Wärmeleitfähigkeit $C$ und Wärmekapazität $c_p$ der Multiwallschichten ① und der Fasermatten ② . . . . .	37
2.7	Aufbau des Thermalschutzsystems an der Rumpfunterseite (links ohne Tank und rechts mit Tank) . . . . .	38

2.8	Modell eines Systems zur Triebwerkskühlung . . . . .	41
2.9	Wasserstoffbedarf zur Triebwerkskühlung aller 5 Triebwerke bei einer zulässigen Maximaltemperatur von 1600 K (links) und 2000 K (rechts) . . . . .	45
2.10	Eindimensionales Knotenmodell . . . . .	46
2.11	Zweidimensionales Knotenmodell . . . . .	47
4.1	Approximation für $u(t)$ . . . . .	57
4.2	Approximation für $x_i(t)$ mit kubischer Kollokation an den Punkten $t_i$ , $t_{i+\frac{1}{2}}$ und $t_{i+1}$ . . . . .	57
5.1	Die Zustandsgrößen $V, \gamma, h$ und $m$ für den Referenzfall I . . . . .	64
5.2	Die Steuerungen $\alpha$ und $\delta_F$ für den Referenzfall I . . . . .	65
5.3	Zusammenhang zwischen Drosselgrad $\delta_F$ und Fluggeschwindigkeit $V$ . . . . .	65
5.4	Verlauf von Auftriebsbeiwert $C_A$ (durchgezogene Linie) zum Bezugswert $C_A^*$ (gestrichelte Linie) . . . . .	65
5.5	Verlauf von Staudruck $\bar{q}$ und Lastfaktor $n$ für den Referenzfall I . . . . .	66
5.6	Temperaturskalen . . . . .	67
5.7	Temperaturverteilung der einzelnen Schichten am Staupunkt . . . . .	67
5.8	Temperaturverteilung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante . . . . .	67
5.9	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links, $x_{le} = 20$ m) und mit Tank (rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	69
5.10	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (2-D: durchgezogene Linie, 1-D: gestrichelte Linie) . . . . .	70
5.11	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links: $x_{le} = 20$ m, rechts: $x_{le} = 40$ m) . . . . .	71
5.12	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite . . . . .	71
5.13	Verlauf des Treibstoffbedarfs $\dot{m}_{B,F}$ und der Kühlmittelmenge $\dot{m}_{B,K}$ für eine Maximaltemperatur von 1600 K (①) und von 2000 K (②) (links) und Nettoverlust $\dot{m}_V$ (rechts) . . . . .	72
5.14	Entwicklung des effektiven Treibstoffverbrauchs $m_B$ (links) und des Verlustes durch Kühlung $m_V$ (rechts) in Abhängigkeit von $T_{W,\max}$ . . . . .	73
5.15	Temperaturverlauf in ausgewählten Schichten (links) und aufintegrierter Wärmefluß (rechts) für den stationären Ansatz (durchgezogene Linie) und den instationären Ansatz (gestrichelte Linie), $x_{le} = 20$ m . . . . .	74
5.16	Temperaturverlauf in ausgewählten Schichten (links) und aufintegrierter Wärmefluß (rechts) für den stationären Ansatz (durchgezogene Linie) und den instationären Ansatz (gestrichelte Linie), $x_{le} = 40$ m . . . . .	75
5.17	Vergleich von Geschwindigkeit und Flughöhe für den Referenzflug I (①), sowie den schwingungsförmigen (②) und stationären Reichweitenflug (③) . . . . .	78
5.18	Verlauf des Treibstoffverbrauchs je Kilometer für den schwingungsförmigen (②) und stationären Reichweitenflug (③) . . . . .	78

5.19	Die Zustandsgrößen $(V, \gamma, h, m)$ für den Referenzfall II . . . . .	80
5.20	Die Steuergrößen $\alpha$ und $\mu_a$ für den Referenzfall II . . . . .	81
5.21	Perspektivische Darstellung des Referenzfalles II . . . . .	81
5.22	Die Steuergröße $\delta_F$ und das Äquivalenzverhältnis $\phi_L$ für den Referenzfall II	82
5.23	Verlauf von Auftriebsbeiwert $C_A$ (durchgezogene Linie) zum Bezugswert $C_A^*$ (gestrichelte Linie) . . . . .	82
5.24	Verlauf von Staudruck $\bar{q}$ und Lastfaktor $n$ für den Referenzfall II . . . . .	82
5.25	Temperaturverteilung der einzelnen Schichten am Staupunkt . . . . .	84
5.26	Temperaturverteilung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante . .	84
5.27	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links, $x_{le} = 20$ m) und mit Tank (rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	84
5.28	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (2-D: durchgezogene Linie, 1-D: ge- strichelte Linie) . . . . .	85
5.29	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links: $x_{le} = 20$ m, rechts: $x_{le} = 40$ m) . . . . .	86
5.30	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite . . . . .	86
5.31	Verlauf des Treibstoffbedarfs $\dot{m}_{B,F}$ und der Kühlmittelmenge $\dot{m}_{B,K}$ für ei- ne Maximaltemperatur von 1600 K (Ⓐ) und von 2000 K (Ⓑ) (links) und Nettoverlust $\dot{m}_V$ für beide Fälle (rechts) . . . . .	87
5.32	Entwicklung des effektiven Treibstoffverbrauchs (links) und des Verlustes durch Kühlung in Abhängigkeit von $T_{W,max}$ (rechts) . . . . .	87
5.33	Steifheitsmaß $\mathcal{S}$ für den Referenzfall I. Dynamikmodell (links) und die in- stationäre Aufheizung am Staupunkt (rechts) . . . . .	89
5.34	Verwendete Integrationsmethode in <i>LSODA</i> für den Referenzflug I (links) und die instationäre Aufheizung an einem Punkt an der Rumpfunterseite (rechts). Dabei bedeuten: <b>1</b> : nichtsteif, Adams-Verfahren und <b>2</b> : steif, BDF- Verfahren . . . . .	90
5.35	Rechenzeitvergleich für den Referenzfall I . . . . .	91
5.36	Rechenzeitvergleich für die instationäre Aufheizung an einem Punkt . . . .	91
6.1	Abhängigkeiten der einzelnen Komponenten . . . . .	94
6.2	Die Zustandsgrößen $V, \gamma, h$ und $m$ für den Reichweitenflug mit erweitertem Zielfunktional (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)	95
6.3	Die Steuerungen $\alpha$ und $\delta_F$ für den Reichweitenflug mit erweitertem Ziel- funktional (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)	96
6.4	Verlauf von Staudruck $\bar{q}$ und Lastfaktor $n$ für den Reichweitenflug mit er- weitertem Zielfunktional . . . . .	96
6.5	Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung $\dot{m}_{B,F}$ und zur Triebwerkskühlung $\dot{m}_{B,K}$ (links) und Nettoverlust $\dot{m}_V$ (rechts) . . . . .	97
6.6	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt . . . . .	98
6.7	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante .	98

6.8	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links, $x_{le} = 20$ m) und mit Tank (rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	99
6.9	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall1: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie) . . . . .	99
6.10	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links: $x_{le} = 20$ m, rechts: $x_{le} = 40$ m) . . . . .	100
6.11	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall1: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie) . . . . .	100
6.12	Die Zustandsgrößen $V, \gamma, h$ und $m$ für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie) . . . . .	102
6.13	Die Steuerungen $\alpha$ und $\delta_F$ für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie) . . . . .	103
6.14	Verlauf von Staudruck $\bar{q}$ und Lastfaktor $n$ für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung . . . . .	103
6.15	Position des Transitionspunktes $x_{trans}$ für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie) . . . . .	104
6.16	Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung $\dot{m}_{B,F}$ und zur Triebwerkskühlung $\dot{m}_{B,K}$ (links) und Nettoverlust $\dot{m}_V$ (rechts) . . . . .	104
6.17	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt . . . . .	105
6.18	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante . . . . .	105
6.19	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links, $x_{le} = 20$ m) und mit Tank (rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	106
6.20	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall mit maximierter Lauflänge der laminaren Strömung: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie) . . . . .	106
6.21	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links: $x_{le} = 20$ m, rechts: $x_{le} = 40$ m) . . . . .	107
6.22	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall mit maximierter Lauflänge der laminaren Strömung: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie) . . . . .	108
6.23	Die Zustandsgrößen $V, \gamma, h$ und $m$ für den Fall mit drei Punkten (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie) . . . . .	110
6.24	Die Steuerungen $\alpha$ und $\delta_F$ für den Fall mit 3 Punkten (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie) . . . . .	111
6.25	Verlauf von Staudruck $\bar{q}$ und Lastfaktor $n$ für den Fall mit 3 Punkten . . . . .	111
6.26	Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung $\dot{m}_{B,F}$ und zur Triebwerkskühlung $\dot{m}_{B,K}$ (links) und Nettoverlust $\dot{m}_V$ (rechts) . . . . .	112
6.27	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt . . . . .	112

6.28	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante . . . . .	112
6.29	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links, $x_{le} = 20$ m) und mit Tank (rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	113
6.30	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall mit 3 Punkten: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie) . . . . .	114
6.31	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links, $x_{le} = 20$ m, rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	115
6.32	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall mit 3 Punkten: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie) . . . . .	115
6.33	Die Zustandsgrößen ( $V, \gamma, h, m$ ) für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem (durchgezogene Linie) und den Referenzfall II (gestrichelte Linie) . . . . .	118
6.34	Die Steuergrößen $\alpha$ und $\mu_a$ für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem (durchgezogene Linie) und den Referenzfall II (gestrichelte Linie) . . . . .	119
6.35	Die Steuergröße $\delta_F$ und das Äquivalenzverhältnis $\Phi_L$ für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem (durchgezogene Linie) und den Referenzfall II (gestrichelte Linie) . . . . .	119
6.36	Verlauf von Staudruck $\bar{q}$ und Lastfaktor $n$ für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem . . . . .	120
6.37	Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung $\dot{m}_{B,F}$ und zur Triebwerkskühlung $\dot{m}_{B,K}$ (links) und Nettoverlust $\dot{m}_V$ (rechts) für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem . . . . .	120
6.38	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt . . . . .	121
6.39	Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante . . . . .	121
6.40	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links, $x_{le} = 20$ m) und mit Tank (rechts, $x_{le} = 40$ m) . . . . .	121
6.41	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall mit verändertem Thermalschutzsystem: durchgezogene Linie, RB II: gestrichelte Linie) . . . . .	122
6.42	Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links: $x_{le} = 20$ m, rechts: $x_{le} = 40$ m) . . . . .	123
6.43	Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall mit verändertem Thermalschutzsystem: durchgezogene Linie, RB II: gestrichelte Linie) . . . . .	123





# Tabellenverzeichnis

1.1	Rumpflängen und Bezugsflächen von Träger- und Orbitalstufe . . . . .	14
1.2	Massenübersicht von Träger- und Orbitalstufe . . . . .	15
1.3	Verteilung der Leermassen von Träger- und Orbitalstufe . . . . .	15
1.4	Beschränkungen des Gesamtsystems, bzw. der Trägerstufe . . . . .	21
2.1	Flächenverteilung und spezifisches Gewicht der Fasermatte an der Rumpfunterseite . . . . .	39
5.1	Randbedingungen für den Reichweitenflug . . . . .	63
5.2	Maximaltemperaturen für die drei unterschiedlichen Schichtenmodelle . . .	76
5.3	Vergleichswerte für den Referenzflug I, sowie den schwingungsförmigen und stationären Reichweitenflug . . . . .	78
5.4	Randbedingungen für den Gesamtflug . . . . .	79
5.5	Erfolgsquoten der unterschiedlichen getesteten Integratoren . . . . .	91
6.1	Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit erweitertem Zielfunktional . . . .	95
6.2	Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung . . . . .	101
6.3	Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung . . . . .	102
6.4	Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit 3 Punkten . . . . .	109
6.5	Vergleich der Ergebnisse . . . . .	117
A.1	Konstanten zur Berechnung der Luftdichte $\rho$ . . . . .	127
A.2	Konstanten zur Berechnung der Temperatur $T$ . . . . .	127
A.3	Konstanten zur Berechnung des Isentropenexponenten $\kappa$ . . . . .	128
A.4	Konstanten zur Berechnung der dynamischen Viskosität $\eta$ . . . . .	128
A.5	Konstanten zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ . . . . .	128
A.6	Konstanten zur Berechnung der <i>Prandtl</i> -Zahl $Pr$ . . . . .	128
A.7	Konstanten zur Berechnung der Staubrennkammertemperatur $T_{BK}$ . . . .	128



# Bezeichnungen

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Bezeichnungen entsprechen weitestgehend den Normen LN 9300 [104], DIN 9300 [108] und DIN 5450 [105]. Bei mehrfach auftretenden Größen ergibt sich deren Bedeutung aus dem jeweiligen Zusammenhang.

Symbol	Bedeutung (lateinische Buchstaben)	Einheit
$A$	Auftrieb	N
$A$	Querschnittsfläche	m <sup>2</sup>
$\mathcal{A} - \mathcal{D}$	Kennfelder zur Atmosphärenmodellierung	
$a$	Schallgeschwindigkeit	m/s
$b$	spezifischer Brennstoffverbrauch	s/m
$a, b, c, d$ $e, f, g, h$ $l, m$	Konstanten zur Modellierung	
$C$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m <sup>2</sup> K)
$C_A$	Auftriebsbeiwert	
$C_A^*$	Auftriebsbeiwert für Flug mit minimalem Widerstand, $C_A^* = \sqrt{C_{W0}/k}$	
$C_{A0}$	Nullauftriebsbeiwert	
$C_{A\alpha}$	Auftriebsanstieg	
$C_{A\eta}$	Höhenruder-Auftriebsderivativ	
$C_m$	Nickmomentenbeiwert	
$C_{m0}$	Nullnickmomentenbeiwert	
$C_{m\alpha}$	Anstellwinkel-Nickmomentenderivativ	
$C_{m\eta}$	Höhenruder-Nickmomentenderivativ	
$C_P$	Druckbeiwert	
$C_W$	Widerstandsbeiwert	
$C_{W0}$	Nullwiderstandsbeiwert (bei $C_A = 0$ )	
$C_{W\eta}$	Höhenruder-Widerstandsderivativ	
$c_f$	Wandreibungsbeiwert	
$c_p$	spezifische Wärmekapazität	J/(kg K)
$d$	Dicke einer Wandschicht	m
$F$	Triebwerksschub	N

Symbol	Bedeutung (lateinische Buchstaben)	Einheit
$f_\alpha$	Abhängigkeit des Schubs vom Anstellwinkel	
$g$	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$H$	spezifische Enthalpie	J/kg
$h$	Flughöhe	m
$I$	Zielfunktion	
$k$	Faktor des Auftriebswiderstands	
$L$	<i>Lagrange</i> -Anteil im Zielfunktional	
$l$	Rumpflänge	m
$M$	Machzahl	
$M_N$	Nickmoment	Nm
$m$	Masse	kg
$Nu$	<i>Nußelt</i> -Zahl, $Nu = \alpha_q x_{le}/\lambda$	
$n$	Lastfaktor, $n = A/(m g_0)$	
$Pr$	<i>Prandtl</i> -Zahl, $Pr = \eta c_p/\lambda$	
$p$	Luftdruck	N/m <sup>2</sup>
$q$	Wärmestrom	J/(m <sup>2</sup> s)
$\bar{q}$	Staudruck, $\bar{q} = \rho V^2/2$	N/m <sup>2</sup>
$R$	Gaskonstante der Luft	J/(kg K)
$Re$	<i>Reynolds</i> -Zahl, $Re = V x_{le} \rho/\eta$	
$r$	Radius	m
$r$	Recoveryfaktor	
$S$	Bezugsfläche	m <sup>2</sup>
$S$	<i>Reynolds</i> -Analogiefaktor	
$S$	Steifheitsmaß	
$St$	<i>Stanton</i> -Zahl, $St = S c_f/2$	
$s$	spezifische Entropie	J/(kg K)
$T$	Temperatur	K
$t$	Zeit	s
$\mathbf{u}$	Vektor der Steuergrößen	
$V$	Fluggeschwindigkeit	m/s
$W$	Widerstand	N
$x$	überflogene Flugstrecke	km
$x_{le}$	Laufänge der Strömung	m
$x_g, y_g, z_g$	Koordinatenachsen im geodätischen Achsenkreuz	
$\mathbf{x}$	Vektor der Zustandsgrößen	

Symbol	Bedeutung (griechische Buchstaben)	Einheit
$\alpha$	Anstellwinkel	Rad
$\alpha_q$	Wärmeübergangskoeffizient	J/(m <sup>2</sup> s K)
$\beta$	Stoßwinkel	Rad
$\Gamma$	aufintegrierter Wärmestrom	J/m <sup>2</sup>
$\gamma$	Bahnneigungswinkel	Rad
$\Delta$	a) geozentrischer Breitengrad b) Differenz, Änderung	Grad
$\delta_F$	Triebwerksdrosselgrad	
$\varepsilon$	a) Emissivität b) Rechengenauigkeit	
$\eta$	Dynamische Viskosität	kg/(s m)
$\eta_R$	Höhenruderausschlag	Rad
$\theta$	Winkel zwischen Körperkontur und Geschwindigkeitsvektor	Rad
$\kappa$	Isentropenexponent	
$\Lambda$	geographischer Längengrad	Grad
$\lambda$	a) Wärmeleitfähigkeit b) Relaxationsparameter im modifizierten <i>Newton</i> -Verfahren	J/(m s K)
$\mu_a$	Hängewinkel	Rad
$\rho$	Luftdichte	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	<i>Stefan-Boltzmann</i> -Konstante	J/(m <sup>2</sup> s K <sup>4</sup> )
$\sigma_F$	Schubeinstellwinkel	Rad
$\Phi$	<i>Mayer</i> -Anteil im Zielfunktional	
$\phi_L$	Brennstoff-Luft-Verhältnis (stöchiometrisch: $\phi_L = 1$ )	
$\varphi$	Flügelpfeilung	Grad
$\chi$	Bahnazimut	Rad
$\Psi$	Vektor der Randbedingungen	
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	1/s

Symbol	Bedeutung (tiefgestellte Indizes)	Einheit
0	a) in der Höhe $h = 0$ b) Wert einer Variablen am Beginn des Zeitintervalls	
1	a) Strömungsgrößen nach dem ersten Verdichtungsstoß b) Strömungsgrößen nach der <i>Prandtl-Meyer</i> -Expansion	
2	Strömungsgrößen nach dem Stoß im Triebwerkseinlauf	
1, $\dots$ , $n$	Nummer des thermischen Knotens im Thermalschutzsystem (von außen nach innen)	
<i>app</i>	approximiert	
<i>AW</i>	Außenwand	
<i>aW</i>	adiabate Wand	
<i>B</i>	Brennstoff	
<i>BK</i>	Brennkammer	
<i>E</i>	Erde	

Symbol	Bedeutung (tiefgestellte Indizes)	Einheit
<i>e</i>	Grenzschichttrand	
<i>ex</i>	Gasgemisch nach der Verbrennung	
<i>F</i>	Schub	
<i>Fl</i>	Flügelvorderkante	
<i>Fm</i>	Fasermatte	
<i>FP</i>	Flache Platte	
<i>f</i>	Wert einer Variablen am Ende des Zeitintervalls	
<i>Ges</i>	gesamt	
<i>g</i>	Gas	
innen	Innenseite	
<i>K</i>	Kühlung	
<i>krit</i>	Umschlagpunkt von laminarer zu turbulenter Strömung	
<i>L</i>	Luft	
<i>lam</i>	laminar	
max, min	Maximal- bzw. Minimalwert	
<i>OS</i>	Orbitalstufe	
<i>ref</i>	Referenzwert	
<i>SL</i>	Staulinie	
<i>SP</i>	Staupunkt	
<i>Sep</i>	Separation	
<i>Tr,0 Tr,1</i>	Beginn und Ende des Transitionsbereichs	
<i>t</i>	Totalgröße	
<i>trans</i>	Transition	
<i>turb</i>	turbulent	
<i>V</i>	Nettoverlust	
<i>W</i>	Wand	
$\infty$	freie Anströmung	

Symbol	Bedeutung (hochgestellte Indizes)	Einheit
*	stöchiometrische Verbrennung	
<i>F</i>	Schub	
<i>h</i>	horizontale Wärmeströme	
<i>v</i>	vertikale Wärmeströme	

# Einleitung

## Kopplung von Optimalsteuerung und instationärer Aufheizung

Auch über 40 Jahre nach dem ersten Raumflug eines Menschen hat die Raumfahrt nichts von ihrer Faszination und Anziehungskraft verloren. Ein Aspekt dieser Faszination liegt darin begründet, daß hier oft die Grenzen des technisch Machbaren ausgereizt werden. Inwieweit diese Grenzen auch heute noch herausgefordert werden, hat auf besonders tragische Weise der Absturz der Raumfähre *Columbia* im Februar 2003 gezeigt.

In den letzten Jahrzehnten wurden in den führenden Industrienationen verschiedene Projekte zum Bau von neuen geflügelten und wiederverwendbaren Raumtransportsystemen untersucht. Durch die Verwendung von luftatmenden Hyperschallantrieben, und der Möglichkeit horizontal zu starten und zu landen, verspricht man sich einen großen Gewinn an Sicherheit und die Möglichkeit zu einer drastischen Kostenreduzierung.

Die technologischen und finanziellen Hürden zur Entwicklung solch neuer Fluggeräte sind auch heute noch enorm. Dies betrifft insbesondere die Bereiche des zu entwickelnden luftatmenden Triebwerks als auch geeigneter Werkstoffe zum Schutz vor Überhitzung des Fluggeräts. Bei Flügen im Hyperschall, also mit Machzahlen größer als fünf, tritt das Problem der aerothermischen Aufheizung in den Vordergrund. Beim Überschallverkehrsflugzeug *Concorde* konnten die eingesetzten Materialien die auftretende Erwärmung verkraften. Für die betrachteten Fluggeräte sind dagegen völlig neue Materialien und geeignete Wärmeschutzsysteme nötig, die speziell an die Einsatzzwecke angepaßt sein müssen. Diese Wärmeschutzsysteme müssen hohen Temperaturen widerstehen und zugleich möglichst leicht und wartungsarm sein. Dabei ist zu beachten, daß diese Wärmeschutzsysteme nicht nur das Fluggerät vor den auftretenden thermischen Belastungen schützen, sondern aufgrund der Abmessungen und des zusätzlichen Gewichts, auch einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf die Leistungscharakteristika haben. Die bisherigen Erfahrungswerte beruhen größtenteils auf dem amerikanischen *Space-Shuttle*-Programm (Bild 1, links). Das dort zum Einsatz kommende Wärmeschutzsystem benötigt zwischen den Einsätzen ungefähr 4000 Stunden für Wartung und Inspektion [103], ein Wert der für zukünftige Entwicklungen nicht mehr tolerierbar sein wird.

Welch fatale Konsequenzen gleichzeitig ein Versagen dieser Wärmeschutzsysteme hat, zeigte die *Columbia*-Katastrophe (s. [35, 112]) in dramatischer Weise. Um eine zuverlässige Aussage über auftretende Temperaturen und Belastungen treffen zu können, ist es außerdem zwingend erforderlich ausreichend genaue mathematische Modelle zur Beschreibung der Aufheizung zu entwickeln. Mit Hilfe der Kopplung von Aufheizung und Flugbahnoptimierung wird es möglich, die thermische Belastung im Hyperschallflug deutlich zu verringern. Die Modellierung und Reduktion der thermischen Aufheizung für Hyperschallfluggeräte bildet den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.



NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection  
<http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html>  
 NASA Photo: EC95-43011-1 Date: March 18, 1995 Photo by: Jim Ross  
 STS-67 Endeavour Landing at Edwards



Bild 1: Space-Shuttle (links) und Sänger (rechts)

## Literaturbetrachtung

Im Rahmen der Arbeiten zu neuen fortgeschrittenen Raumtransportern wurde in Deutschland das *Sänger*-Konzept entwickelt (vgl. [88, 110], Bild 1, rechts). Grundlage dafür waren Arbeiten des Raumfahrtpioniers *Eugen Sänger* aus den dreißiger Jahren des 20. Jahrhunderts [128]. Hierbei handelt es sich um ein zweistufiges geflügeltes Fluggerät, bestehend aus einer raketenbetriebenen Orbitalstufe und einer Trägerstufe mit einem luftatmenden Antrieb. Durch die Möglichkeit horizontal zu starten und zu landen, ist der Einsatz von herkömmlichen Flugplätzen aus möglich. Die im *Sänger*-Konzept von der deutschen Industrie und mehreren Universitäten erhaltenen Ergebnisse wurden für die vorliegende Arbeit verwendet.

Daneben entstanden in den führenden Industrienationen weitere Projekte für zukünftige Raumtransportgeräte. Allen voran in den USA. Dort wurde in den achtziger Jahren das Projekt *NASP* untersucht, ein horizontal startendes und landendes einstufiges Fluggerät [12, 29]. In den letzten Jahren wurden die Projekte *X-33*, *X-34* [29], *X-38* [2] und *X-43*



[76, 97] entwickelt. Hier ist besonders das *X-43*-Projekt hervorzuheben. Mit diesem Fluggerät soll versucht werden, zum erstenmal einen Hyperschallantrieb in einem Fluggerät zu testen. Nach einigen Rückschlägen konnte im März 2004 der erste erfolgreiche Flug durchgeführt werden. Allgemeinere Untersuchungen zu möglichen Hyperschallfluggeräten werden in [36, 94, 102] dargestellt. In Japan liefen parallel Untersuchungen in den Projekten *HOPE-X/HYFLEX* [141]. Auch in Europa sind in den letzten Jahren verstärkte Aktivitäten zur Entwicklung neuer Raumtransporter zu beobachten. Nach dem *HOTOL*-Projekt in Großbritannien [12] sind hier v.a. die Studien *FESTIP*, *ASTRA* und *FLTP* zu nennen [16, 64, 65, 82]. In Russland wurde gleichzeitig das *Oryol*-Programm initiiert [4].

Die nachfolgend aufgeführten Literaturstellen geben einen Überblick über Arbeiten zur aerothermischen Aufheizung und zur Bahnoptimierung von Raumflugzeugen, da dies die Schwerpunkte der vorliegenden Arbeit sind.

Mit der Entwicklung leistungsfähiger Computer und geeigneter numerischer Verfahren wurde es möglich, komplexe Probleme aus der Luft- und Raumfahrt zu lösen. So werden z.B. in [31, 55, 78, 95, 116, 157] optimale Flugbahnen für den Aufstieg und Wiedereintritt verschiedener Raumflugkörper vorgestellt. Mit der Flugbahnoptimierung von zukünftigen einstufigen Hyperschallfluggeräten haben sich die Arbeiten in [27, 32, 42, 124, 129] befasst. Das hier vorgestellte zweistufige Raumtransportgerät wurde auch in [11, 23, 33, 90, 96, 127] als Grundlage von Optimierungsrechnungen verwendet. Die auch in dieser Arbeit untersuchte gleichzeitige Betrachtung von Flugbahnoptimierung und thermischer Aufheizung für Raumfluggeräte ist Kernpunkt der Arbeiten von [43, 44, 46, 78, 85, 98, 124, 145, 155].

Von großem Interesse waren natürlich auch die Arbeiten, die sich mit der Problematik der aerothermischen Aufheizung für die hier auftretenden hohen Geschwindigkeiten befassen. Zur Erfassung der Strömung um den Flugkörper wird hauptsächlich auf [3] zurückgegriffen. Eine guten Überblick über die auch hier verwendeten semi-empirischen Verfahren liefern z.B. [28, 46, 113, 121]. Beim Hyperschallflug sind einige Punkte an der Flugzeugoberfläche von besonderer Bedeutung. Den Wärmestrom am Staupunkt thematisieren u.a. [46, 78, 155]. Die Erwärmung einer angestellten flachen Platte wird in [30, 78] behandelt. Auch die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung wird in der eingesetzten Modellierung berücksichtigt. Diese Problematik behandeln auch [13, 53, 83].

Die Anzahl der Arbeiten, die sich mit Ansätzen für Thermalschutzsysteme zukünftiger Fluggeräte beschäftigen, ist sehr umfangreich. Daher sei nur eine kleine Auswahl erwähnt. Die auch hier verwendete Thematik eines mathematischen Schichtenmodells zur Beschreibung der Temperaturentwicklung innerhalb des Thermalschutzsystems wird u.a. auch in [37, 39, 78, 86, 155] angesprochen. Von sehr großer Wichtigkeit sind auch die Arbeiten, die sich mit der Entwicklung und Validierung geeigneter Materialien für Thermalschutzsysteme beschäftigen. Die hier zur Verfügung stehende Literatur ist äußerst umfangreich. Ausschnittsweise erwähnt seien die in [2, 8, 19, 100] behandelten Arbeiten, die sich hauptsächlich mit Materialien für die am meisten belasteten Teile an der Nasenspitze und der Flügelvorderkante auseinandersetzen, während in [2, 18, 66, 94, 103] auch geeignete Stoffe für die Bereiche am Rumpf vorgestellt werden. Allgemeinere Abhandlungen zu Aufbau und

Entwicklung von Thermalschutzsystemen enthalten [36, 71, 81, 156].

Eine nicht zu vernachlässigende Problematik bei den hohen Geschwindigkeiten ist die aktive Kühlung des Triebwerksbereichs. Hier sind [17, 60, 120, 127] zu nennen. In [1, 52, 101, 131] werden auch die mögliche aktive Kühlung der Nasenspitze und der Flügelvorderkanten thematisiert.

## Zielsetzung der Arbeit

Es ist das vorrangige Ziel der vorliegenden Arbeit, die thermische Belastung für ein Hyperschallfluggerät zu minimieren. Dazu ist es zunächst nötig, ein genaues Modell der instationären Aufheizung zu erstellen. Um einen möglichst großen Teil des Fluggeräts zu erfassen, wurde ein zweidimensionales Modell für das Thermalschutzsystem entwickelt. Mit einer geschickten Kombination, aus hinreichend getesteten Verfahren zur Lösung von Optimalsteuerungsproblemen und der anschließenden Simulation der Lösung, wurde die optimale Flugbahn und die Aufheizung am Staupunkt, der Flügelvorderkante und am Rumpf (Unter- und Oberseite) berechnet und optimiert. Auch eine aktive Kühlung des Triebwerks wurde mit in die Modellierung einbezogen. Um aktuelle Forschungsergebnisse auf dem Gebiet der Materialforschung zu berücksichtigen, wurden auch Rechnungen mit verschiedenen Materialien und veränderten Thermalschutzsystemen durchgeführt.

Es wurde schnell deutlich, welche großen numerischen Schwierigkeiten durch die Ankopplung der aerothermischen Aufheizung an die Dynamik des Fluggeräts auftreten. Dies hatte Einfluß auf die Auswahl der verwendeten Verfahren.

Es zeigte sich, daß durch eine geschickte Modellierung und den Einsatz leistungsfähiger und effizienter Verfahren eine deutliche Verbesserung der Flugbahnen hinsichtlich Treibstoffbedarf und thermischer Belastung erreicht werden konnte.

## Überblick

Am Beginn der Arbeit (**Kapitel 1**) werden zunächst die wichtigsten Zusammenhänge zur Dynamik und zur realistischen Beschreibung des betrachteten Fluggeräts und der Atmosphäre aufgelistet.

**Kapitel 2** gibt einen Überblick über die am Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung entwickelten Modelle zur Beschreibung des instationären Wärmetransfers in das Fluggerät. Verschiedene Ansätze für Thermalschutzsysteme werden vorgestellt. Die Thematik der instationären Aufheizung bildet einen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.

**Kapitel 3** liefert die nötigsten Aussagen zur Theorie der optimalen Steuerung. Daraus wird für das vorliegende Problem das zugehörige Optimalsteuerungsproblem entwickelt

und beschrieben.

Zur Lösung des Optimalsteuerungsproblems, sowie zur Validierung der Lösung, wurde eine Kombination effizienter numerischer Verfahren eingesetzt. Eine Vorstellung dieser Verfahren liefert **Kapitel 4**.

Die mit der obigen Strategie erhaltenen Lösungen werden in den **Kapiteln 5** und **6** vorgestellt, wobei in **Kapitel 5** zunächst zwei Referenzbahnen in aller Ausführlichkeit behandelt werden. **Kapitel 6** befasst sich mit der Verringerung der thermischen Belastung der vorgestellten Referenzbahnen und stellt die sich ergebenden Verbesserungen anhand einiger ausgesuchter Beispiele vor.

Im Anhang sind die benutzten Abkürzungen und Konstanten aufgelistet. Auch erfolgt eine kurze Erläuterung wichtiger mathematischer Zusammenhänge.



# Kapitel 1

## Modellierung des Flugsystems

Dieses Kapitel geht zunächst auf die Beschreibung der Umgebung des Fluggeräts, also der Erdform und der Atmosphäre ein. Daran anschließend wird der betrachtete Raumtransporter eingehend beschrieben. Hierbei werden alle relevanten Daten bezüglich Abmessungen, Massen sowie Aerodynamik und Antrieb vorgestellt. Aufbauend auf dieser komplexen Modellierung kann das Differentialgleichungssystem zur Beschreibung der Dynamik des Fluggeräts entwickelt werden. Um die in Form von Datenfeldern gegebenen Werte verwenden zu können, wurden mittels geeigneter Näherungsverfahren [91] hinreichend oft stetig differenzierbare Modellfunktionen erstellt.

### 1.1 Geophysikalische Modellierung

Die folgenden zwei Unterkapitel beschreiben die mathematische Modellierung des verwendeten Erdmodells und der Atmosphäre.

#### 1.1.1 Erde

Kann bei subsonischen Fluggeräten die Krümmung und die Rotation der Erde vernachlässigt werden, so ist das bei den hier auftretenden Geschwindigkeiten von bis zu siebenfacher Schallgeschwindigkeit nicht mehr ohne weiteres möglich [11, 142].

Deshalb wird die Erde als rotierende Kugel angenommen, mit einem Radius von

$$r_E = 6.371 \cdot 10^6 \text{ m}. \quad (1.1)$$

Bei einer angenommenen Umlaufdauer von 23 h 56'4'' ergibt sich für die Winkelgeschwindigkeit [111]

$$\omega_E = 7.2921 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{s}}. \quad (1.2)$$

Basierend auf dem Gravitationsgesetz von Newton [47] und der Tatsache, daß das beschriebene Problem als Ein-Körper-Problem beschrieben werden kann (die Masse des Fluggeräts ist sehr klein im Verhältnis zur Erdmasse), wird für die Erdbeschleunigung folgender Ansatz verwendet:

$$g := g(h) = g_0 \left( \frac{r_E}{r_E + h} \right)^2. \quad (1.3)$$

Aufgrund der in den Bewegungsgleichungen des Fluggeräts berücksichtigten Fliehkraft wird für  $g_0$  die Erdbeschleunigung an der Oberfläche einer massengleichen, nicht rotierenden Kugel gesetzt [46, 87]:

$$g_0 = 9.82628 \text{m/s}^2. \quad (1.4)$$

## 1.1.2 Atmosphäre

Für die später durchgeführte Flugbahnoptimierung und insbesondere auch für die Erfassung der aerothermischen Aufheizung ist eine exakte Modellierung der Erdatmosphäre nötig. Die verwendete Modellierung orientiert sich an der US-Standardatmosphäre von 1976 [106]. Hier treten jedoch, wie bei allen Normatmosphären, nicht differenzierbare Stellen auf. Auf der Grundlage der Arbeiten in [48, 152] wurden hinreichend oft stetig differenzierbare Funktionen für den relevanten Höhen-Machzahl-Bereich ( $0 \text{ km} \leq h \leq 40 \text{ km}$ ,  $0 \leq M \leq 7.2$ ) entwickelt. Unter Voraussetzung einer relativ zur Erde ruhenden Atmosphäre werden zunächst die Luftdichte und die Lufttemperatur als Funktion der Flughöhe hergeleitet [48]. Die restlichen Kenngrößen der Atmosphäre können anschließend daraus bestimmt werden.

Um für die aerothermische Aufheizung einen hohen Realitätsbezug zu bekommen, wird auch für den Isentropenexponenten und die Wärmekapazität der Luft die Temperaturabhängigkeit berücksichtigt.

Die in den folgenden Unterkapiteln angegebenen Koeffizienten sind in Anhang A näher klassifiziert.

### 1.1.2.1 Dichte $\rho$ :

Für den betrachteten Höhenbereich wird für die Luftdichte  $\rho$  folgender Ansatz verwendet:

$$\rho := \rho(h) = \exp \left[ \frac{\sum_{i=0}^5 a_i h^i}{\sum_{j=0}^3 b_j h^j} \right]. \quad (1.5)$$

### 1.1.2.2 Temperatur $T$ :

Die Lufttemperatur  $T$  lässt sich annähern mit

$$T := T(h) = T_0 \sum_{i=0}^5 c_i h^i \quad (1.6)$$

und der Temperatur in Bodennähe  $T_0 = 291.93$  K.

### 1.1.2.3 Isentropenexponent $\kappa$ :

Zur möglichst genauen Bestimmung der aerothermischen Aufheizung wird der Isentropenexponent  $\kappa$  hier nicht als konstant angenommen, sondern durch den folgenden Ansatz bestimmt (Bild 1.1):

$$\kappa := \kappa(T) = \frac{\sum_{i=0}^5 d_i T^i}{\sum_{j=0}^1 e_j T^j} . \quad (1.7)$$

Dies geschieht, da bei den auftretenden Temperaturen Schwingungen im Molekülverband der umgebenden Atome auftreten. Dadurch ergibt sich ein variabler Isentropenexponent, der nach den Angaben aus [46, 135] modelliert wurde, wobei in erster Näherung von Druckunabhängigkeit ausgegangen wird.

### 1.1.2.4 Wärmekapazität $c_p$ :

Für die hier vorgestellten Bereiche ist die Wärmekapazität  $c_p$  nahezu unabhängig vom Druck (s. [135], Bild 1.1). Deshalb wird folgender Ansatz verwendet:

$$c_p := c_p(\kappa) = R \frac{\kappa}{\kappa - 1}, \quad \text{mit } R = 287.053 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} . \quad (1.8)$$

### 1.1.2.5 Druck $p$ :

Mittels der Zustandsgleichung für ein ideales Gas wird der Luftdruck  $p$  in Abhängigkeit von Dichte und Temperatur bestimmt durch

$$p := p(\rho, T) = \rho R T . \quad (1.9)$$

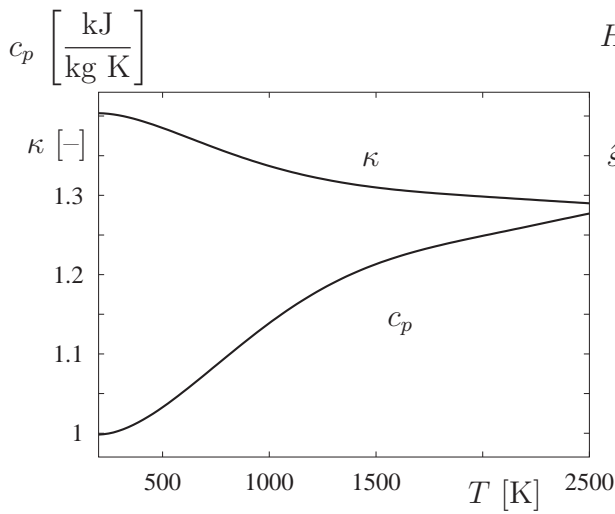


Bild 1.1: Isentropenexponent  $\kappa$  und Wärmekapazität  $c_p$

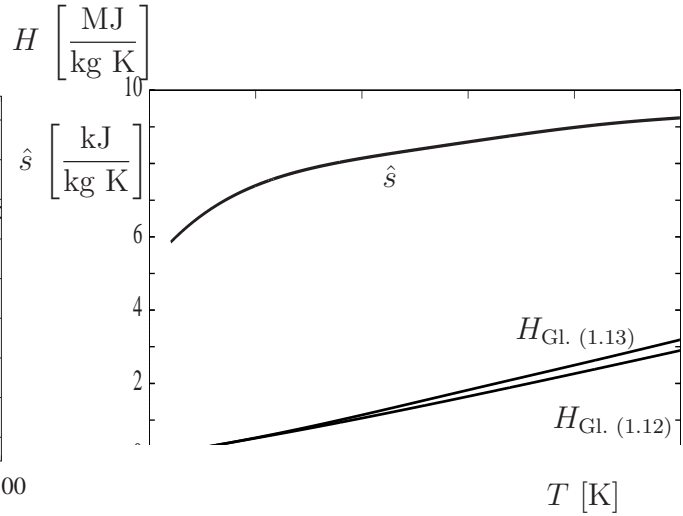


Bild 1.2: Entropie  $\hat{s}$  und Enthalpie  $H$

### 1.1.2.6 Schallgeschwindigkeit $a$ :

Die Schallgeschwindigkeit  $a$  wird aus der Temperatur der Luftströmung berechnet, zu

$$a := a(h) = \sqrt{\kappa(T) R T(h)}. \quad (1.10)$$

### 1.1.2.7 Entropie $s$ :

Die Entropie der Luft ist abhängig vom Druck und der Temperatur (vgl. Bild 1.2, [135]). Sie wird mit Hilfe des Referenzzustandes  $\hat{p}$  berechnet:

$$s := \hat{s}(T) - R \ln \frac{p}{\hat{p}}, \quad \text{mit } \hat{p} = 101325 \text{ Pa.} \quad (1.11)$$

### 1.1.2.8 Enthalpie $H$ :

Für die Enthalpie gilt

$$dH = c_p dT. \quad (1.12)$$

Da für die Wärmekapazität von einem annähernd konstanten Verlauf ausgegangen werden kann, wird die folgende Beziehung benutzt (Bild 1.2, [46]):

$$H = c_p T. \quad (1.13)$$

Dies führt zu leicht höheren Oberflächentemperaturen am Fluggerät. Die Totalenthalpie ergibt sich damit zu:

$$H_t = H + \frac{V^2}{2}. \quad (1.14)$$



### 1.1.2.9 Dynamische Viskosität $\eta$ :

Die dynamische Viskosität  $\eta$  wird nach [3, 46] bestimmt und bis zu einer Temperatur von 3200 K als druckunabhängig angenommen

$$\eta := \eta(T) = \frac{f_0 T^{f_1}}{f_2 + T}. \quad (1.15)$$

Zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit und der *Prandtl*-Zahl wird eine komplexere Modellierung benötigt, da hier eine Abhängigkeit von zwei Parametern, der Temperatur  $T$  und dem Luftdruck  $p$ , vorliegt. Die aus [3, 9] gegebenen Werte werden durch eine in [91] vorgestellte Polynomapproximation interpoliert.

### 1.1.2.10 Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ :

Für die Wärmeleitfähigkeit wird bis 1400 K Druckunabhängigkeit angenommen [46, 150]. Darüber hinaus wird die Wärmeleitfähigkeit druckabhängig gemäß der Modellierung in [3] angenommen (Bild 1.3), mit einem Übergangsbereich zwischen 1400 und 1600 K, und einer Kennfeldmodellierung  $\mathcal{P}_\lambda$  über 1600 K:

$$\lambda := \lambda(T, p) = \begin{cases} \sum_{i=0}^3 g_i T^i, & \text{falls } T \leq 1400 \text{ K}, \\ \zeta_1 \sum_{i=0}^3 g_i T^i + \zeta_2 \mathcal{P}_\lambda(T, p, \mathcal{A}, \mathcal{B}), & \text{falls } 1400 \text{ K} < T < 1600 \text{ K}, \\ \mathcal{P}_\lambda(T, p, \mathcal{A}, \mathcal{B}), & \text{falls } T \geq 1600 \text{ K}, \end{cases} \quad (1.16)$$

mit den Übergangsfunktionen:

$$\zeta_1 := \frac{1 - \tanh(100 \cdot (T - 1500))}{2} \quad \text{und} \quad \zeta_2 := \frac{1 + \tanh(100 \cdot (T - 1500))}{2}. \quad (1.17)$$

### 1.1.2.11 *Prandtl*-Zahl $Pr$ :

Die dimensionslose Größe  $Pr$  ist ebenfalls vom Luftdruck und der Lufttemperatur abhängig und gibt das Verhältnis von kinematischer Viskosität und Temperaturleitfähigkeit an. Die Berechnung erfolgt gemäß [3]. Auch hier wird eine Druckunabhängigkeit bis 1400 K angenommen. Der genaue Verlauf ist in Bild 1.4 zu sehen.

$$Pr := Pr(T, p) = \begin{cases} \sum_{i=0}^2 h_i T^i, & \text{falls } T \leq 1400 \text{ K}, \\ \zeta_1 \sum_{i=0}^2 h_i T^i + \zeta_2 \mathcal{P}_{Pr}(T, p, \mathcal{C}, \mathcal{D}), & \text{falls } 1400 \text{ K} < T < 1600 \text{ K}, \\ \mathcal{P}_{Pr}(T, p, \mathcal{C}, \mathcal{D}), & \text{falls } T \geq 1600 \text{ K}. \end{cases} \quad (1.18)$$

$\mathcal{P}_\lambda(T, p, \mathcal{A}, \mathcal{B})$  und  $\mathcal{P}_{Pr}(T, p, \mathcal{C}, \mathcal{D})$  bezeichnen die Polynomapproximationen von Wärmeleitfähigkeit und *Prandtl-Zahl* mittels geeigneter Kennfelder  $\mathcal{A} - \mathcal{D}$ .

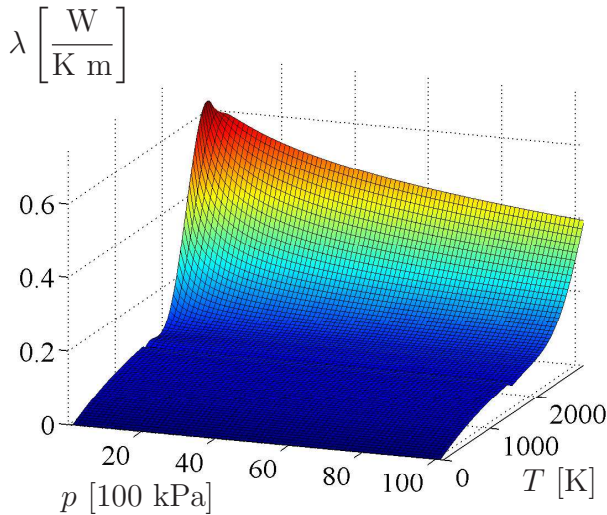


Bild 1.3: Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  der Luft

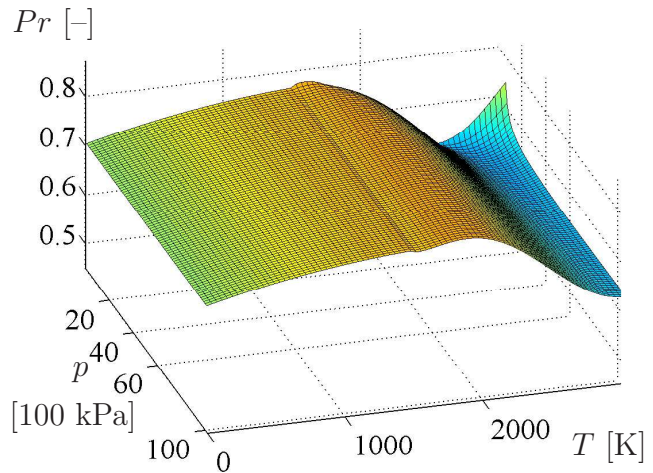


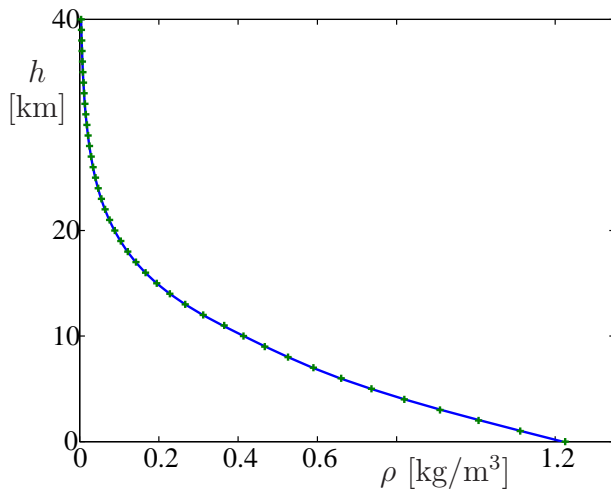
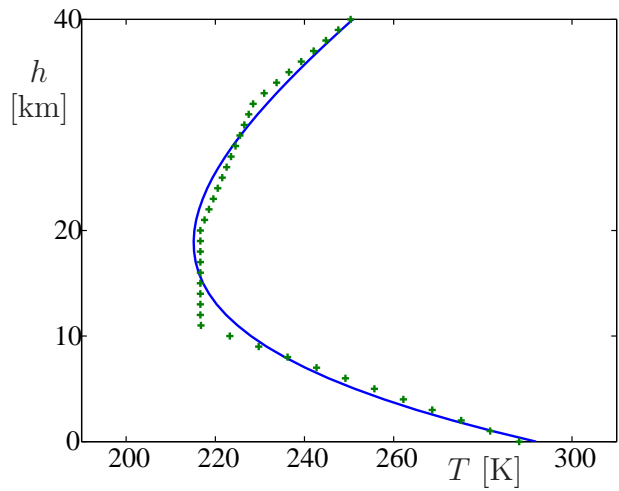
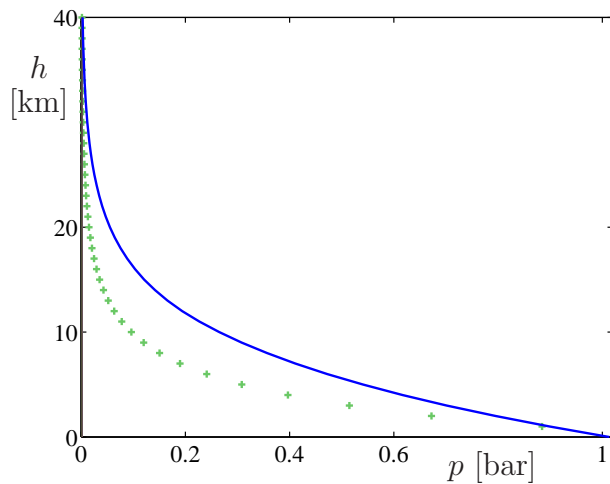
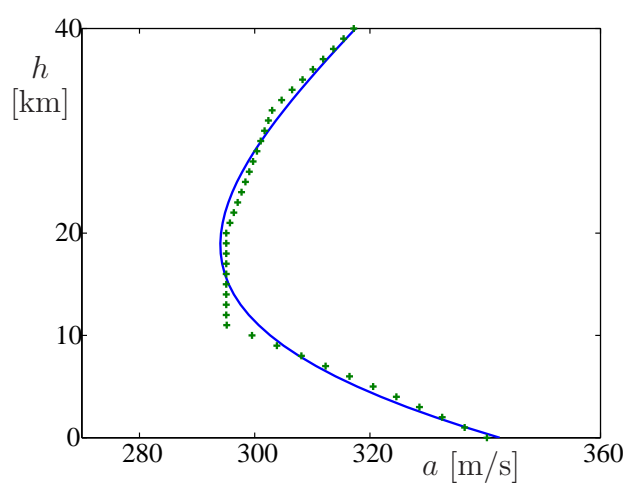
Bild 1.4: *Prandtl-Zahl*  $Pr$  der Luft

### 1.1.2.12 Vergleich der Modellierung mit der Standardatmosphäre

Um die Güte der verwendeten Näherungen darzustellen, werden in den Bildern 1.5 - 1.8 die Verläufe der wichtigsten Atmosphärenwerte mit denen der US-Standardatmosphäre verglichen, und zwar im für das betrachtete Fluggerät relevanten Höhenbereich von 0 bis 40 km. Die Meßwerte der US-Standardatmosphäre sind durch Kreuze gekennzeichnet. Es ist gut ersichtlich, daß die verwendete Modellierung die Vorgaben sehr genau approximiert. Besonders hervorzuheben ist die ausgezeichnete Approximation der Luftdichte. Dies ist wünschenswert, da die Güte der Luftdichte über die Aerodynamik des Fluggeräts direkten Einfluß auf die Optimierungsergebnisse hat. Auch die Modellierung des Luftdrucks ist ausreichend genau. Die für die thermische Aufheizung maßgeblichen hohen Fluggeschwindigkeiten werden im Höhenbereich über 20 km erfolgen, wo Validierungen die Güte der verwendeten Modellierung bestätigt haben.

## 1.2 Das Fluggerät

In der vorliegenden Arbeit dient das in [11, 107] vorgestellte Fluggerät als Grundlage. Dabei handelt es sich um ein zweistufiges, parallel gestuftes Hyperschall-Flugsystem. Sowohl die Träger- wie auch die Orbitalstufe besitzen Flügel, um den aerodynamischen Auftrieb zu nutzen, und um horizontal starten und landen zu können. Eine schematische Darstellung zeigt das Bild 1.9.

Bild 1.5: Luftdichte  $\rho$ Bild 1.6: Lufttemperatur  $T$ Bild 1.7: Luftdruck  $p$ Bild 1.8: Schallgeschwindigkeit  $a$ 

### 1.2.1 Abmessungen

Die wichtigsten Daten zu den Abmessungen der beiden Stufen des Fluggeräts sind aus Tabelle 1.1 ersichtlich.

### 1.2.2 Massenverteilung

Das Gesamtgewicht des betrachteten Fluggeräts beträgt 340 to. In den beiden Tabellen 1.2 und 1.3 ist die Aufteilung der Massen auf die beiden Stufen, sowie die Massen wichtiger

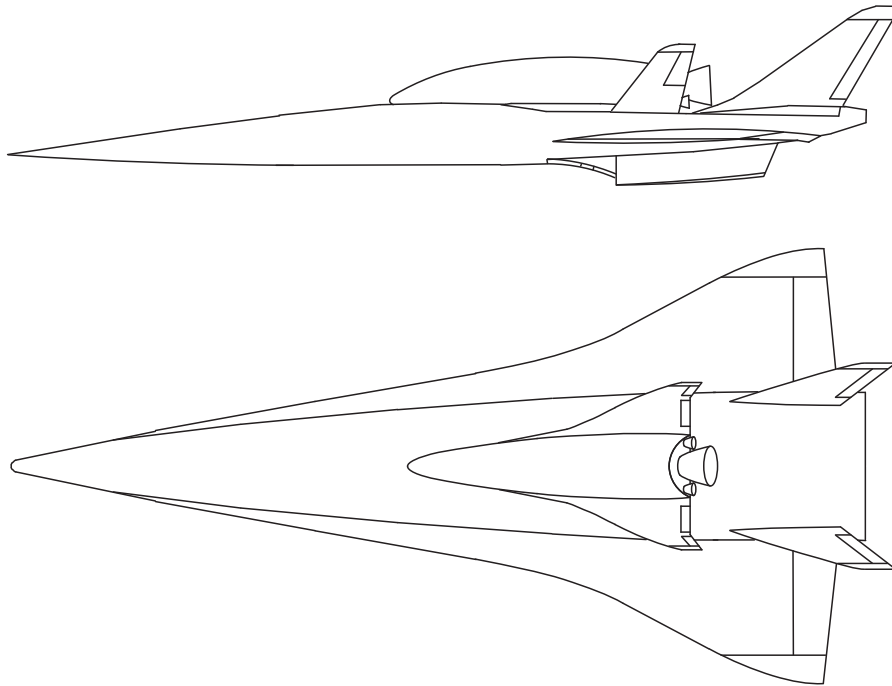


Bild 1.9: Schematische Darstellung des Gesamtsystems

	Trägerstufe	Orbitalstufe
Rumpflänge	81.3 m	28.25 m
Spannweite	41.5 m	15.7 m
Bezugsfläche	1435 m <sup>2</sup>	204.7 m <sup>2</sup>

Tabelle 1.1: Rumpflängen und Bezugsflächen von Träger- und Orbitalstufe

Komponenten angegeben (vgl. [95, 107]).

### 1.3 Trägerstufe

In den folgenden Unterkapiteln werden die Modellierung der Aerodynamik und des Antriebs der Trägerstufe vorgestellt. Auch auf die zu achtenden physikalischen Beschränkungen wird eingegangen.

	Trägerstufe	Orbitalstufe
Leermasse	149.0 to	23.1 to
Treibstoff	95.0 to	69.6 to
Nutzlast	96.0 to (Orbitalstufe)	3.3 to
Gesamtgewicht	340.0 to	96.0 to

Tabelle 1.2: Massenübersicht von Träger- und Orbitalstufe

	Trägerstufe	Orbitalstufe
Struktur	86.9 to	9.9 to
Thermalschutzsystem	5.1 to	3.6 to
Antrieb	36.4 to	2.8 to
Bordausrüstung	9.0 to	3.0 to
Treibstoff für Orbitalmanöver	–	2.0 to
Treibstoffreserve	11.6 to	1.8 to
Leergewicht	149.0 to	23.1 to

Tabelle 1.3: Verteilung der Leermassen von Träger- und Orbitalstufe

### 1.3.1 Aerodynamik

Die Aerodynamik wird mit Hilfe von Beiwerten beschrieben, die hauptsächlich aus [11, 84] übernommen sind. In diesen Arbeiten wird das aerodynamische Verhalten des betrachteten Hyperschallfluggeräts ausführlich beschrieben.

**Trimmung:** Der zur Trimmung nötige Höhenruderausschlag  $\eta_R$  (im weiteren als Trimmwinkel bezeichnet) führt zu einem, besonders für hohe Geschwindigkeiten und Anstellwinkel, nicht vernachlässigbaren Trimmwiderstand. Um diesen Einfluß zu erfassen, wird der Trimmwinkel mit Hilfe einer vereinfachten Betrachtung des Momentengleichgewichts bezüglich der Nickachse berechnet und in die Modellierung von Auftrieb und Widerstand einbezogen. Für einen ausgetrimmten Flugzustand ergibt sich für das Nickmoment:

$$M_N = C_m \bar{q} S l + M^F = 0, \quad (1.19)$$

mit einem Schubmoment  $M^F$  und einem auf die gesamte Rumpflänge bezogenen Nickmomentenbeiwert  $C_m$ . Dabei gilt:

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}(V, h) \alpha + C_{m\eta}(V, h) \eta_R. \quad (1.20)$$

Für den Trimmwinkel  $\eta_R$  (s. Bild 1.10) ergibt sich:

$$\eta_R(V, h; \alpha) = -\frac{C_{m\alpha}(V, h)}{C_{m\eta}(V, h)} \alpha. \quad (1.21)$$

Näheres zur Modellierung und zur Gültigkeit der getroffenen Annahmen in [11].

**Auftrieb:** Um den aerodynamischen Auftrieb zu erfassen, wird zunächst der Auftriebsbeiwert benötigt. Dabei gilt (Bild 1.11,  $C_{A0} = -0.02$ ):

$$C_A(V, h; \alpha) = C_{A0} + C_{A\alpha}(V, h) \alpha + C_{A\eta}(V, h) \eta_R(V, h; \alpha). \quad (1.22)$$

Damit kann der aerodynamische Auftrieb durch

$$A(V, h; \alpha) = C_A(V, h; \alpha) \bar{q}(V, h) S \quad (1.23)$$

berechnet werden. Da die Orbitalstufe in die Trägerstufe integriert ist, ist der Auftriebsbeiwert unabhängig von der Gesamtkonfiguration.

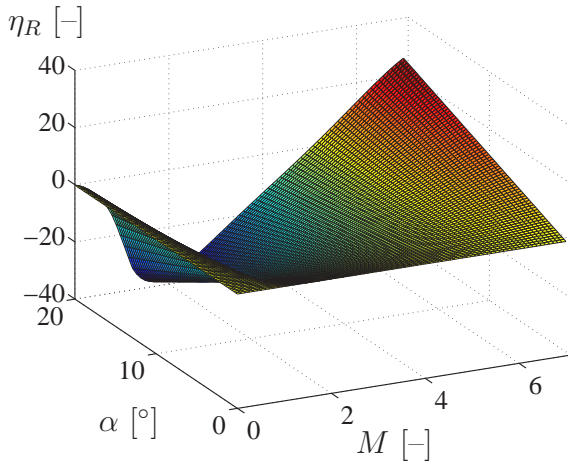


Bild 1.10: Höhenruderausschlag  $\eta_R$

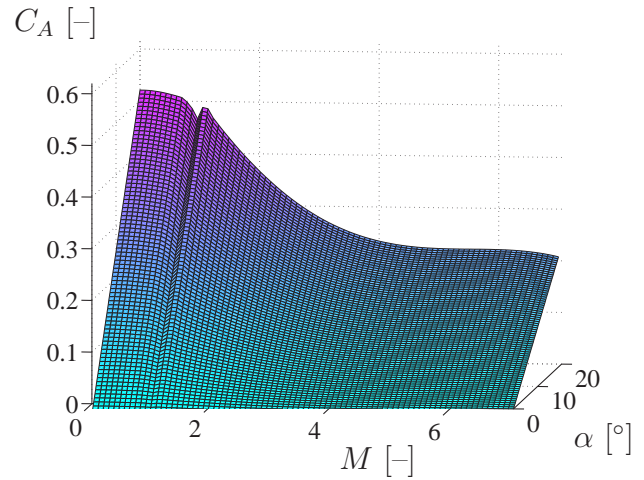


Bild 1.11: Auftriebsbeiwert  $C_A$

**Widerstand:** Für den aerodynamischen Widerstand ergibt sich ganz analog zu oben:

$$W(V, h; \alpha) = C_W(V, h; \alpha) \bar{q}(V, h) S. \quad (1.24)$$

Im Gegensatz zur Auftriebsberechnung ist der Gesamtwiderstand abhängig von der Gesamtkonfiguration. Die Änderung des Nullwiderstands  $C_{W0}$  beträgt dabei, je nach Machzahl, zwischen 10 und 28 % [46]. In Bild 1.12 ist der Widerstandsbeiwert für die Gesamtkonfiguration dargestellt. Der Beiwert  $C_W$  wird bestimmt durch

$$C_W(V, h; \alpha) = C_{W0}(V, h) + k(V, h) C_A^2(V, h; \alpha) + C_{W\eta}(V, h, \eta_R). \quad (1.25)$$

Mit Hilfe des Verhältnisses von Auftriebs- zu Widerstandsbeiwert kann die aerodynamische Konfiguration beurteilt werden. Der Verlauf ist in Bild 1.13 zu sehen.

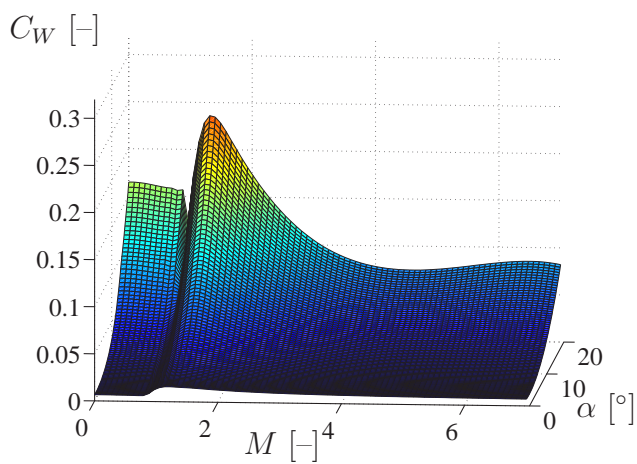


Bild 1.12: Widerstandsbeiwert  $C_W$  (mit Orbitalstufe)

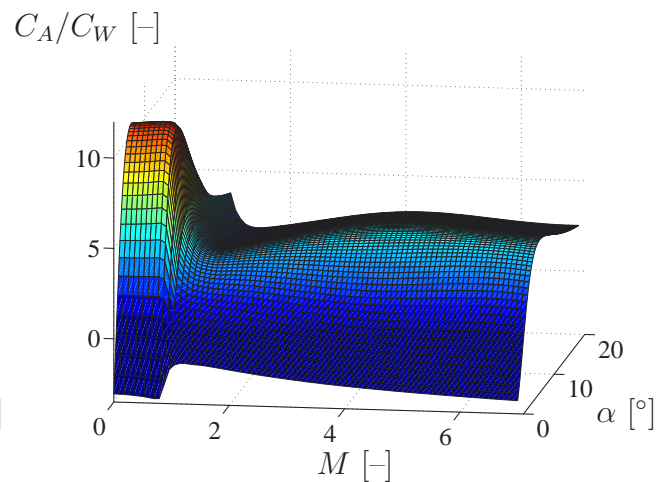


Bild 1.13: Verhältnis von Auftriebs- zu Widerstandsbeiwert  $C_A/C_W$

### 1.3.2 Antrieb

Eine der größten technologischen Herausforderungen des betrachteten Konzepts stellt der luftatmende Antrieb dar [10]. Das betrachtete Triebwerksmodell besteht aus fünf parallel angeordneten Turbo-Staustrahl-Kombinationstriebwerken. Das Antriebsmodell basiert wie auch die Aerodynamik auf den in [11, 46] vorgestellten Daten. Der Vorteil der betrachteten Kombinationstriebwerke liegt in ihrem großen Betriebsbereich (Mach 0 - 7). Als Treibstoff wird flüssiger Wasserstoff mitgeführt, der aufgrund seiner großen Wärmekapazität und seiner niedrigen Temperatur auch sehr gut zur aktiven Kühlung der Triebwerke verwendet werden kann. Ein schematischer Aufbau ist in Bild 1.14 zu sehen [123].

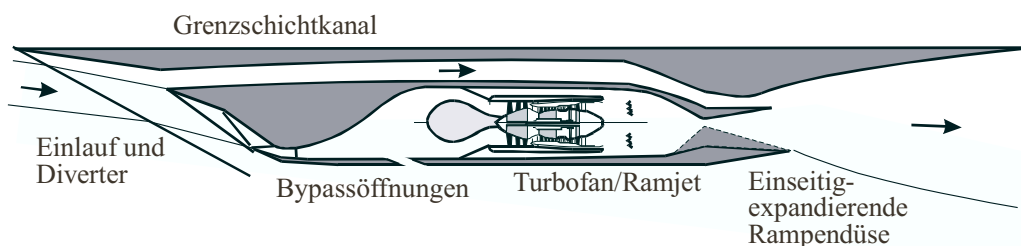


Bild 1.14: Schematischer Aufbau des Triebwerks

**Betriebsarten des Triebwerks:** Der Betrieb des Triebwerks kann in drei unterschiedliche Bereiche eingeteilt werden. Die unterschiedlichen Betriebsarten, in Abhängigkeit von der Machzahl, sind in Bild 1.15 dargestellt. Die Übergänge zwischen den einzelnen Betriebsarten werden durch geeignete Ausgleichspolynome approximiert.

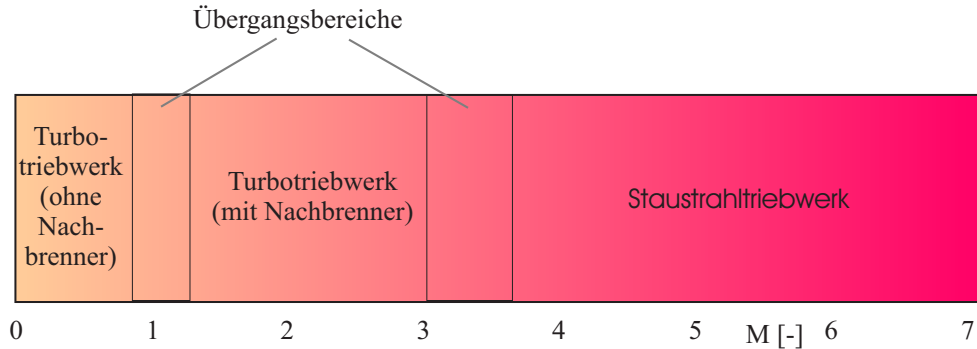


Bild 1.15: Einsatzbereiche des Triebwerks

**Schub:** Der Schub wird aus der Schubhebelstellung und dem stöchiometrischen Schub zum jeweiligen Zustandspunkt ermittelt

$$F = \delta_F F^* . \quad (1.26)$$

Um den Schub zu erhöhen, ist auch eine überstöchiometrische Verbrennung möglich. Dadurch ist eine bis zu 50 %-ige Schuberhöhung möglich, bei allerdings überproportional steigendem Treibstoffverbrauch (Bild 1.18). Außer dem Einfluß von Machzahl und Flughöhe, ist bei Hyperschallantrieben auch der Anstellwinkel in Betracht zu ziehen. Diesem Zusammenhang wird durch den Faktor  $f_\alpha$  Rechnung getragen (Bild 1.19). Dort ist gut zu erkennen, wie sich der stöchiometrische Schub mit den Anstellwinkel ändert, aufgrund eines besseren Luftdurchsatzes in der Brennkammer. Den Verlauf des Nettoschubs, bezogen auf den Referenzanstellwinkel von  $\alpha = 6^\circ$ , zeigt Bild 1.16. Der Nettoschub bestimmt sich zu

$$F^* = f_\alpha(V, h; \alpha) F_{6^\circ}^*(V, h) . \quad (1.27)$$

**Verbrauch:** Zur Beschreibung der Menge an verbrauchtem Wasserstoff gilt die folgende Beziehung:

$$\dot{m}_B = \phi_L b^*(M, h) F^*(M, h; \alpha) . \quad (1.28)$$

Die Abhängigkeit des stöchiometrischen Verbrauchs  $b^*$  von der Machzahl und der Flughöhe zeigt Bild 1.17. Die verwendete Modellierung berücksichtigt auch den Leerlaufverbrauch der Triebwerke.

Nettoschub und Verbrauch (Bilder 1.16 und 1.17) sind im durch die Staudruckbeschränkung (s. Gl. 1.30) festgelegten Höhenmachzahlbereich aufgetragen.

**Brennkammertemperatur:** Die Berechnung der Temperatur der Staubrennkammer (vgl. Bild 1.20), abhängig von der Machzahl und dem Äquivalenzverhältnis  $\phi_L$ , basiert auf den in [46, 134] vorgestellten Modellierungen. Die maximalen Temperaturen treten bei stöchiometrischer Verbrennung auf ( $\phi_L = 1$ ).



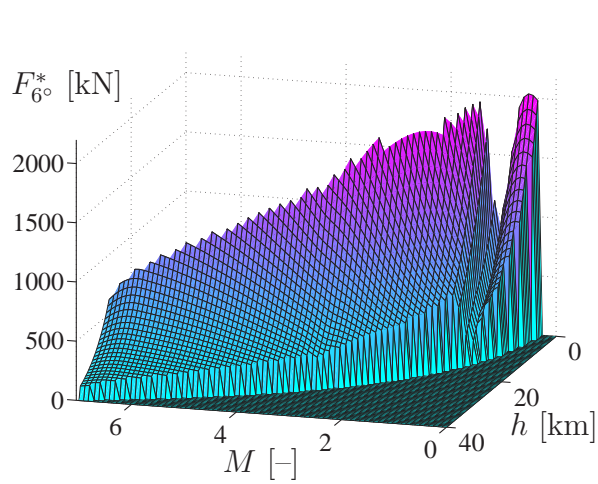


Bild 1.16: Nettoschub

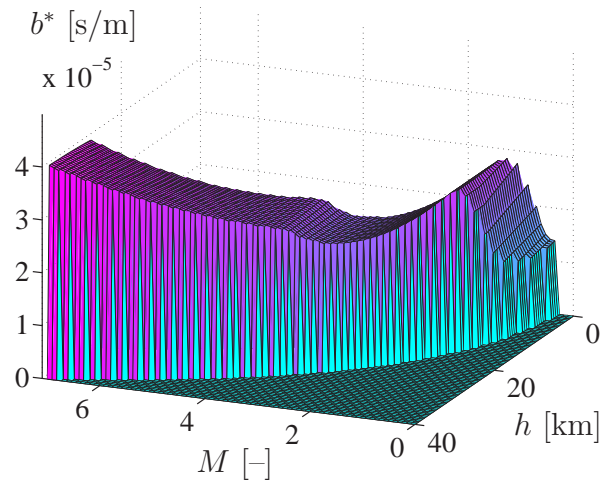


Bild 1.17: Verbrauch  $b^*$

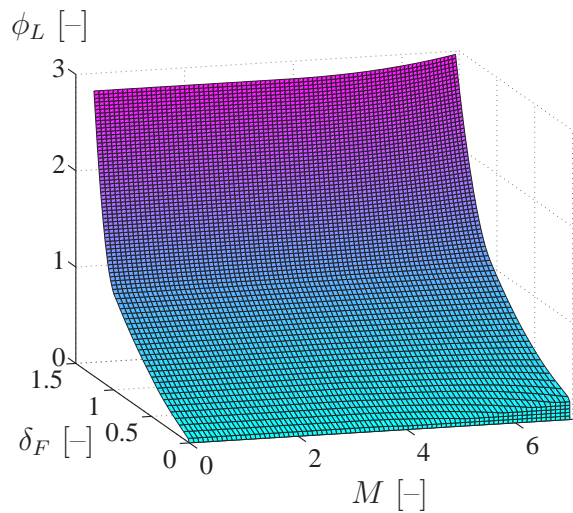


Bild 1.18: Zusammenhang zwischen Drosselgrad  $\delta_F$  und Äquivalenzverhältnis  $\phi_L$

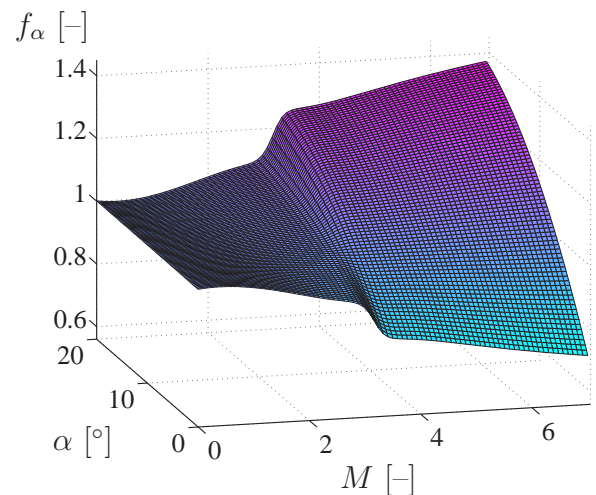


Bild 1.19: Abhängigkeit des Schubes von Anstellwinkel und Machzahl

$$T_{BK}(M, \phi_L) = \begin{cases} \phi_L(l_0 + l_1M) + l_2 + l_3M, & \text{falls } \phi_L \leq 1, \\ (\phi_L - 1)\frac{1}{2}(m_0 + m_1M) + m_2 + m_3M, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (1.29)$$

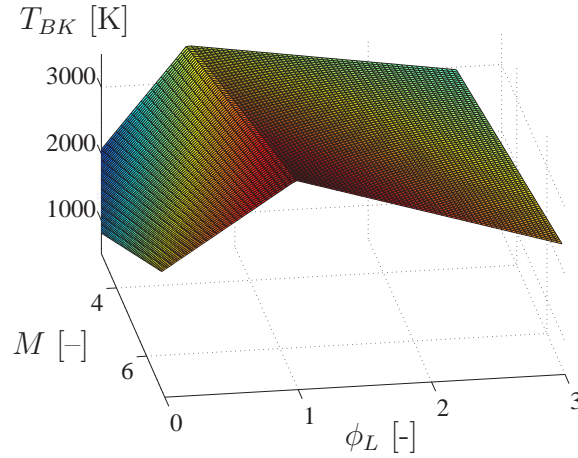


Bild 1.20: Staubrennkammertemperatur

### 1.3.3 Physikalische Belastungsgrenzen

Neben den im nächsten Kapitel beschriebenen thermischen Belastungen sind auch Belastungen aufgrund von Aerodynamik, Antrieb oder Struktur zu beachten. Dies sind im einzelnen der Staudruck und der Lastfaktor. Eine exakte Modellierung dieser Beschränkungen hat einen großen Einfluß auf die sich ergebenden Optimierungsergebnisse.

**Staudruck:** Um die Belastung der Struktur des Fluggeräts abschätzen zu können, wird üblicherweise der Staudruck verwendet, mit

$$\bar{q}(V, h) = \frac{\rho(h)}{2} V^2. \quad (1.30)$$

Dabei darf ein Maximalwert  $\bar{q}_{\max}$  nicht überschritten werden, um die Struktur des Fluggeräts vor Beschädigungen zu schützen. Gleichzeitig steigt aber auch der Maximalschub eines luftatmenden Antriebs mit dem Staudruck an. Um ein sicheres Funktionieren des Antriebs und die aerodynamische Steuerbarkeit zu gewährleisten, darf auch ein Minimalwert  $\bar{q}_{\min}$  nicht unterschritten werden.

**Lastfaktor:** Der Lastfaktor gibt das Verhältnis einer äußeren Kraft und der Gewichtskraft an. Der Lastfaktor in Richtung der Flugzeuglängsachse ist für unsere Betrachtungen vernachlässigbar [11, 73], deshalb wird nur der Lastfaktor in Richtung der  $z$ -Achse betrachtet und folgendermaßen angenähert:

$$n(V, h, m; \alpha) = \frac{A(V, h; \alpha)}{m g_0}. \quad (1.31)$$

Die Grenzwerte für Staudruck und Lastfaktor sind in Tabelle 1.4 aufgeführt. Diese gelten sowohl für den Flug des Gesamtsystems, als auch für den Flug der Trägerstufe allein.

	Minimalwert	Maximalwert
Anstellwinkel $\alpha$ [°]	-1.5	20
Hängewinkel $\mu_a$ [°]	–	–
$\delta_F$ (Turbo)	0	1
$\delta_F$ (Staustrahl)	0	$\delta_F(M, \Phi_{L,\max})$
$\phi_L$ (Staustrahl)	$\phi_L(M, \delta_{F,\min})$	3
Staudruck $\bar{q}$ [kPa]	10	50
Lastfaktor	0	2

Tabelle 1.4: Beschränkungen des Gesamtsystems, bzw. der Trägerstufe

## 1.4 Orbitalstufe

Eine eigenständige Behandlung von Aerodynamik und Antrieb der Oberstufe ist nur notwendig, wenn der Flug der Oberstufe nach der Separation behandelt wird. Dies ist jedoch hier nicht der Fall. Beim Flug des Gesamtsystems wird die Orbitalstufe über einen erhöhten Nullwiderstand berücksichtigt. Weitere Informationen zur Modellierung der Orbitalstufe finden sich in [11, 95].

## 1.5 Dynamik

### 1.5.1 Das Koordinatensystem

Die Position des Flugzeugschwerpunkts wird in Kugelkoordinaten angegeben, mit geographischer Länge  $\Lambda$ , geographischer Breite  $\Delta$  und dem Abstand vom Erdmittelpunkt  $r = r_E + h$ . Durch die Beschreibung in einem geozentrischen, erdfesten Koordinatensystem ist eine Berücksichtigung der Erdrotation möglich ([11, 95, 142], Bild 1.21).

### 1.5.2 Bewegungsgleichungen

Vergleicht man die Massen von Fluggerät und Erde, so ist sofort ersichtlich, daß hier mit einem Ein-Körper-Problem gearbeitet werden darf. Darüber hinaus ist es für die hier behandelte Aufgabe auch zulässig mit einem Punktmassenmodell zu arbeiten, da sich der Flugzustand nur jeweils moderat ändert. In [95] wurde dies ausführlich beschrieben. Damit ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen für den Flug über eine sphärische, rotierende

Erde:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{1}{m} \left[ F(V, h; \alpha, \delta_F) \cos(\alpha + \sigma_F) - W(V, h; \alpha) \right] - g(h) \sin \gamma + \\
&\quad + \omega_E^2 r(h) \cos \Delta (\sin \gamma \cos \Delta - \cos \gamma \sin \Delta \cos \chi) , \\
\dot{\gamma} &= \frac{1}{mV} \left[ F(V, h; \alpha, \delta_F) \sin(\alpha + \sigma_F) + A(V, h; \alpha) \right] \cos \mu_a + \cos \gamma \left( \frac{V}{r(h)} - \frac{g(h)}{V} \right) + \\
&\quad + 2\omega_E \cos \Delta \sin \chi + \frac{\omega_E^2 r(h)}{V} \cos \Delta (\cos \gamma \cos \Delta + \sin \gamma \sin \Delta \cos \chi) , \\
\dot{\chi} &= \frac{1}{mV \cos \gamma} \left[ F(V, h; \alpha, \delta_F) \sin(\alpha + \sigma_F) + A(V, h; \alpha) \right] \sin \mu_a + \frac{V}{r(h)} \cos \gamma \sin \chi \tan \Delta - \\
&\quad - 2\omega_E (\tan \gamma \cos \Delta \cos \chi - \sin \Delta) + \frac{\omega_E^2 r(h)}{V \cos \gamma} \sin \Delta \cos \Delta \sin \chi , \\
\dot{\Delta} &= \frac{V \cos \gamma \cos \chi}{r(h)} , \\
\dot{\Lambda} &= \frac{V \cos \gamma \sin \chi}{r(h) \cos \Delta} , \\
\dot{h} &= V \sin \gamma , \\
\dot{m} &= -\dot{m}_B(V, h; \alpha, \delta_F) .
\end{aligned} \tag{1.32}$$

Betrachtet man hingegen einen Reichweitenflug entlang des Äquators, so vereinfacht sich das Differentialgleichungssystem zur Beschreibung der Dynamik wie folgt:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{1}{m} \left[ F(V, h; \alpha, \delta_F) \cos(\alpha + \sigma_F) - W(V, h; \alpha) \right] - g(h) \sin \gamma + \\
&\quad + \omega_E^2 r(h) \sin \gamma , \\
\dot{\gamma} &= \frac{1}{mV} \left[ F(V, h; \alpha, \delta_F) \sin(\alpha + \sigma_F) + A(V, h; \alpha) \right] + \\
&\quad + \cos \gamma \left( \frac{V}{r(h)} - \frac{g(h)}{V} + \frac{\omega_E^2 r(h)}{V} \right) + 2\omega_E , \\
\dot{h} &= V \sin \gamma , \\
\dot{x} &= V \cos \gamma , \\
\dot{m} &= -\dot{m}_B(V, h; \alpha, \delta_F) .
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Hierbei bezeichnet die Variable  $x$  die zurückgelegte Flugstrecke über dem Erdboden.

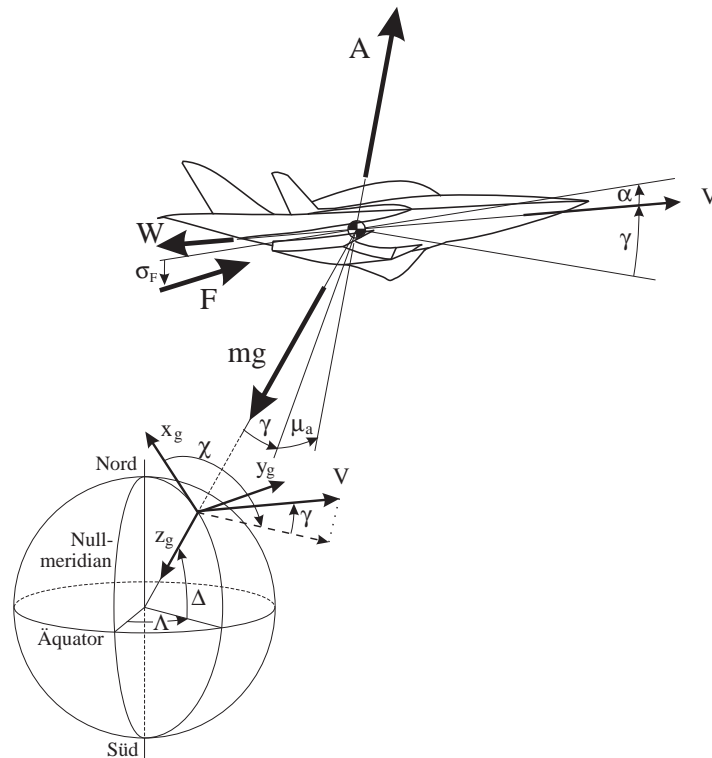


Bild 1.21: Kräfte am Gesamtsystem, geodätisches Achsenkreuz

## 1.6 Zusammenfassung

Um die dynamischen Zusammenhänge der Bewegung eines zweistufigen Hyperschall-Flugsystems, das aus einer luftatmenden Trägerstufe und einer raketentriebenen Orbitalstufe besteht, ausreichend genau mit Hilfe der entsprechenden Bewegungsdifferentialgleichungen beschreiben zu können, wurde eine sehr realistische Modellierung verwendet. Diese Modellierung umfaßt die Beschreibung von Aerodynamik und Antrieb sowie der wichtigsten Atmosphäreneigenschaften, die insbesondere für die aerothermische Aufheizung eine wichtige Rolle spielen, und kann über den gesamten Einsatzbereich verwendet werden. Die Güte dieser Modellierung ist in zahlreichen Arbeiten am Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung überprüft worden.



## Kapitel 2

# Thermalschutzsysteme und instationäre Aufheizung

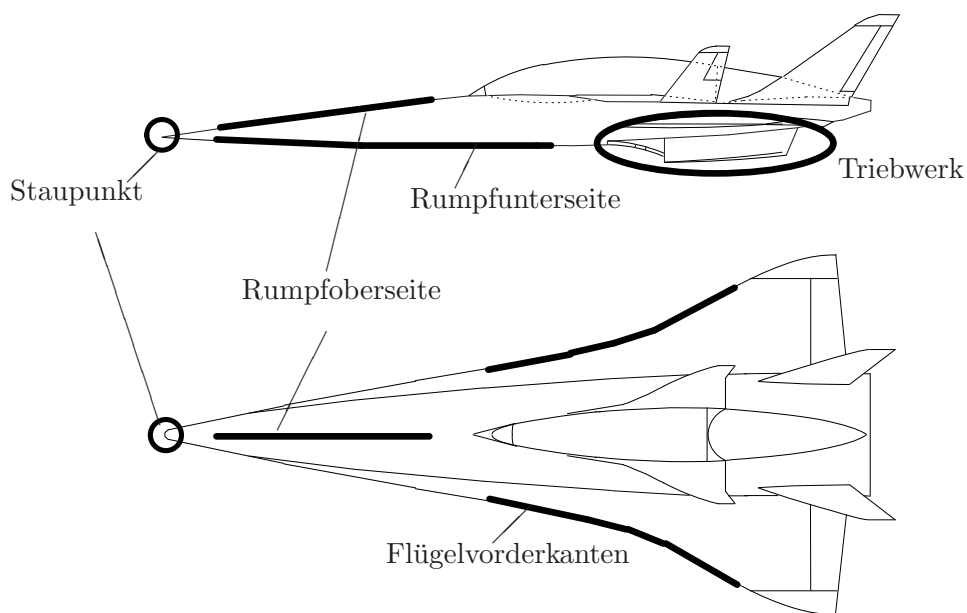


Bild 2.1: Interessante Bereiche am Fluggerät

Für das in dieser Arbeit betrachtete Hyperschallfluggerät spielt die Modellierung und Handhabung der aerothermischen Aufheizung eine bedeutende Rolle. Aufgrund der Abbremsung der Luftströmung beim Aufprall auf die Oberfläche des Fluggeräts wird die vorhandene kinetische Energie in thermische Energie umgewandelt. Dies kann im von uns betrachteten Flugmachzahlbereich zu Strömungstemperaturen von mehr als 2000 K führen,

mit der Folge daß sich die Oberfläche stark aufheizt. Das Bild 2.1 zeigt die hinsichtlich der aerothermischen Aufheizung am meisten interessierenden Bereiche.

Im folgenden Kapitel wird zuerst auf die Problematik der Wärmeschutzsysteme ganz allgemein eingegangen. Als nächstes erfolgt die Beschreibung der Modellierung des aerothermischen Wärmestroms für die einzelnen betrachteten Punkte. Daran anschließend werden verschiedene Materialien zur Wärmedämmung vorgestellt. Zur Berechnung der Temperaturverteilung existieren unterschiedliche Ansätze, wie Finite-Differenzen [37, 38, 151] und Finite-Elemente Ansätze [114, 115]. Wir benutzen stattdessen ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen [44, 46, 78]. Die Herleitung des Differentialgleichungssystems mit Hilfe eines Knotenmodells ist ein wichtiger Punkt dieses Kapitels. Auch auf aufgetretene numerische Probleme wird näher eingegangen.

## 2.1 Allgemeines zu Wärmeschutzsystemen

Die Aufgabe eines Wärmeschutzsystems ist es, die Struktur und die Systeme des Fluggeräts vor Überhitzung zu schützen. Welcher Thermalschutz verwendet wird, hängt sowohl von der Oberflächentemperatur, als auch von der Dauer der auftretenden thermischen Belastung ab. Um die im Hyperschallflug auftretenden großen thermischen Belastungen abzufangen, ist es unerläßlich geeignete Wärmeschutzsysteme (engl.: **Thermal Protection System, TPS**) zu verwenden. Dabei kommen für die einzelnen Bereiche des Fluggeräts verschiedene Konzepte und Materialien zum Einsatz, je nach auftretender Belastung. Es ist grundsätzlich zu unterscheiden zwischen

- a) **passiven** Wärmeschutzsystemen, bei denen den auftretenden Belastungen durch geeignete Materialien und Werkstoffe entgegengetreten wird, und
- b) **aktiven** Wärmeschutzsystemen. Hier werden beanspruchte Teile durch ein Kühlmittel gekühlt.

Im Laufe des Kapitels wird auf die einzelnen Mechanismen näher eingegangen.

**Bemerkung:** Die Kühlung diverser Systeme des Fluggeräts (Cockpit, Avionik, Stellmotoren, etc.) geschieht über einen speziellen Sekundärkreislauf. Als Kühlmittel kommen Wasser und Öl zum Einsatz. Der abzuführende Wärmestrom wird in der Modellierung der Triebwerkskühlung berücksichtigt. Die zum Komprimieren und Fördern von Wasserstoff und Luft, sowie einiger Zusatzaggregate, benötigte Menge an Treibstoff ist im Vergleich zu der für Schub und Kühlung benötigten Menge so gering, daß sie vernachlässigt werden kann [46, 72]. Eventuell auftretende strukturelle Belastungen am Thermalschutzsystem werden nicht berücksichtigt.



## 2.2 Der Wärmestrom

### 2.2.1 Allgemeines

Ein wichtiger Punkt bei der Behandlung der aerothermischen Aufheizung ist die realistische Modellierung des aerothermischen Wärmestroms in das Fluggerät. Die hier verwendete Modellierung basiert weitestgehend auf der in [46, 121] ausführlich beschriebenen Darstellung. Hier werden nur die wichtigsten Grundlagen vorgestellt. Für nähere Informationen sei auf die oben angeführte Literatur verwiesen. Um die numerische Stabilität in Flugabschnitten mit geringer Geschwindigkeit zu verbessern, kamen dort als Startschätzungen einfachere Ansätze zum Einsatz [78].

Zur Berechnung des Wärmestroms muß zunächst der Verdichtungsstoß an der Körperoberfläche bestimmt werden, siehe dazu auch [3, 113]. Mit den so erhaltenen Strömungsgrößen werden in einem iterativen Prozeß anschließend der Druck, die Dichte und die Temperatur nach dem Verdichtungsstoß bestimmt. Um auftretende numerische Schwierigkeiten zu minimieren, werden in Weiterentwicklung des in [46] vorgestellten Modells, im niedrigen Flugmachzahlbereich geeignete stabile Hilfsfunktionen verwendet. Die auftretenden Maximaltemperaturen bleiben hiervon unbeeinflusst.

Ein, trotz der gestiegenen Rechenleistung, wichtiger Punkt bei der Modellierung liegt darin, den Rechenzeitaufwand gering zu halten, bei trotzdem ausreichender Genauigkeit. Als geeigneter Kompromiss erscheinen hier die sogenannten semi-emirischen Berechnungsverfahren. Um die interessierenden Bereiche (s. Bild 2.1) am Fluggerät zu erfassen, werden einfache geometrische Modelle verwendet, und zwar im einzelnen (vgl. [46, 121]):

- für den Staupunktbereich  $\Rightarrow$  Ellipsoid
- für den Rumpf (Unter- und Oberseite)  $\Rightarrow$  flache Platte
- für die Flügelvorderkanten  $\Rightarrow$  zylinderförmige Körper
- für den Triebwerksbereich  $\Rightarrow$  flache Platte

### 2.2.2 Modellierung des Wärmestroms

Zur Bestimmung des Wärmestroms  $q_{Aero}$  werden neben dem aktuellen Flugzustand auch der betrachtete Punkt  $P$  am Fluggerät und die Lauflänge der Strömung  $x_{le}$  in die Modellierung miteinbezogen

$$q_{Aero} = q_{Aero}(V, h; \alpha; x_{le}, P). \quad (2.1)$$

Nachfolgend wird kurz auf die unterschiedliche Modellierung an den einzelnen Punkten eingegangen:

### 2.2.2.1 Allgemeines

#### Der Verdichtungsstoß:

Um die aerothermische Aufheizung bestimmen zu können, ist es nötig die Strömungsgrößen am Körper zu kennen. Bewegt sich ein Körper mit Überschall, so entsteht ein Verdichtungsstoß, der als extrem dünne Region aufgefaßt werden kann, in der große Änderungen in den Zustandsgrößen stattfinden (Bild 2.2).

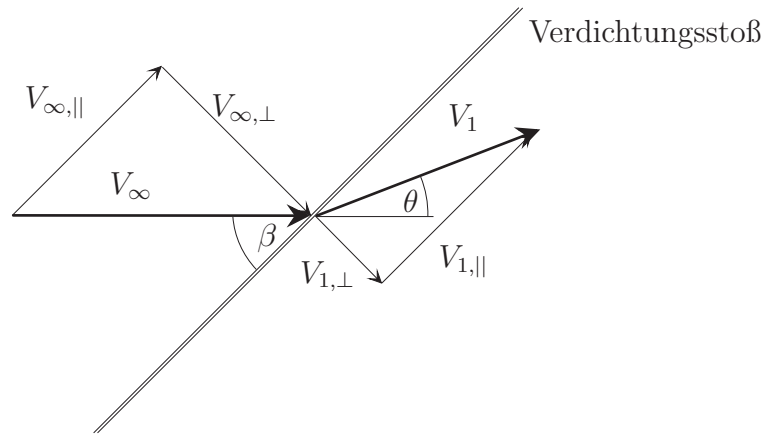


Bild 2.2: Geschwindigkeiten vor und nach einem schrägen Verdichtungsstoß

Der Stoßwinkel  $\beta$  wird nach [3, 46] bestimmt zu

$$\beta \approx \theta \left( \frac{\kappa_\infty + 1}{4} + \sqrt{\left( \frac{\kappa_\infty + 1}{4} \right)^2 + \left( \frac{1}{M_\infty \theta} \right)^2} \right), \quad (2.2)$$

und dem Winkel  $\theta$  zwischen Körperkontur und Anströmung

$$\theta = \theta_{\text{Körper}} + \alpha. \quad (2.3)$$

Für die Normal- (Index:  $\perp$ ) und Tangentialgeschwindigkeiten (Index:  $\parallel$ ) vor dem Verdichtungsstoß gilt (Bild 2.2):

$$V_{\infty,\parallel} = V_\infty \cos \beta, \quad V_{\infty,\perp} = V_\infty \sin \beta, \quad M_{\infty,\perp} = M_\infty \sin \beta. \quad (2.4)$$

Der Isentropenexponent  $\kappa$  wird durch folgende Mittelwertbildung berechnet:

$$\kappa_{\infty,1} = \frac{\kappa_\infty + \kappa_1}{2}. \quad (2.5)$$

Dadurch wird die Temperaturabhängigkeit berücksichtigt, bei gleichzeitig geringem Rechenaufwand. Es wurde gezeigt, daß diese Näherung zulässig ist, s. [46].

Die Zustandsgrößen nach dem Verdichtungsstoß können nun mit einer Iteration berechnet werden:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_\infty \left[ 1 + \frac{2\kappa_{\infty,1}}{\kappa_{\infty,1} + 1} (M_{\infty,\perp}^2 - 1) \right], & T_1 &= T_\infty \frac{p_1 \rho_\infty}{p_\infty \rho_1}, \\ \rho_1 &= \rho_\infty \frac{(\kappa_{\infty,1} + 1) M_{\infty,\perp}^2}{(\kappa_{\infty,1} - 1) M_{\infty,\perp}^2 + 2}, & \kappa_{\infty,1} &= \frac{\kappa_\infty + \kappa_1}{2}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß folgt:

$$V_{1,\parallel} = V_{\infty,\parallel}, \quad V_{1,\perp} = V_{\infty,\perp} \frac{\rho_\infty}{\rho_1}, \quad V_1 = \sqrt{V_{1,\perp}^2 + V_{1,\parallel}^2}. \quad (2.7)$$

Weiters werden noch folgende Größen benötigt:

$$\begin{aligned} T_{t1} &= T_1 \left( 1 + \frac{\kappa_1 - 1}{2} M_1^2 \right), & \rho_{t1} &= \rho_1 \left( \frac{T_{t1}}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa_1 - 1}}, \\ p_{t1} &= p_1 \left( \frac{T_{t1}}{T_1} \right)^{\frac{\kappa_1}{\kappa_1 - 1}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Die vorgestellte Modellierung ist für hohe Flugmachzahlen entwickelt. Deshalb wird für niedrigere Geschwindigkeiten eine Mindestmachzahl von 1.3 gesetzt.

$$M \geq M_{\min} = 1.3. \quad (2.9)$$

Dies führt nur zu geringen Abweichungen für die hier betrachteten Flugbahnen.

**Semi-empirische Verfahren:** Eine möglichst realistische Modellierung der aerothermischen Aufheizung und eine Ankopplung an Optimierungsverfahren stellt gegensätzliche Anforderungen an das zu verwendende Berechnungsverfahren. Eine realistische Modellierung führt in aller Regel zu großen Rechenzeiten. Einen geeigneten Kompromiß stellen die semi-empirischen Verfahren dar [3, 46, 121]. Der Ansatz der semi-empirischen Verfahren beruht darauf, die Gleichungen für die inkompressiblen Strömungen exakt zu lösen. Für den Wärmeübergang zwischen Gas und Festkörper gilt nach Newton:

$$q = \alpha_q \cdot (T_g - T_W), \quad (2.10)$$

mit der Wandtemperatur  $T_W$  und der Temperatur des Gases an der Wand  $T_g$ .

In Analogie zu [46, 135] führen wir folgende dimensionslose Kennzahlen ein:

$$\text{Nußelt-Zahl:} \quad Nu := \frac{\alpha_q x_{le}}{\lambda}. \quad (2.11)$$

$$\text{Stanton-Zahl:} \quad St := \frac{Nu}{Re Pr} = \frac{\alpha_q}{V \rho c_p}. \quad (2.12)$$

Mit Hilfe des *Reynolds*-Analogiefaktors  $\mathbf{S}$  läßt sich die *Stanton*-Zahl  $St$  wie folgt bestimmen:

$$St = \frac{c_f}{2} \mathbf{S}. \quad (2.13)$$

Der Wandreibungsbeiwert  $c_f$  wird für unser Modell später empirisch auf den kompressiblen Fall erweitert.

### 2.2.2.2 Staupunkt

Aus den Gleichungen (2.4) bis (2.8) können die Strömungsgrößen nach dem senkrechten Verdichtungsstoß bestimmt werden. Da hier ein achsensymmetrischer Staupunkt angenommen wird, wird die klassische Methode von *Fay* und *Ridell* verwendet [3, 50, 121]<sup>1</sup>:

$$q_{Aero,SP} = \frac{0.763}{Pr_e^{0.6}} (\rho_e \eta_e)^{0.4} (\rho_w \eta_w)^{0.1} \sqrt{\frac{du_e}{dx}} (H_{aW} - H_W). \quad (2.14)$$

Dabei gilt für den Geschwindigkeitsgradienten am Staupunkt:

$$\frac{du_e}{dx} = \frac{V_\infty}{2r_{SP}} (M_\infty + 1)^2 \frac{p_\infty}{p_e}. \quad (2.15)$$

Der Staupunktradius wird mit [46, 121] zu  $r_{SP} = 91.43$  mm angenommen.

### 2.2.2.3 Flügelvorderkanten

Zur Berechnung des Wärmestroms auf die Flügelvorderkanten werden diese als schräggestellte Zylinder betrachtet [46, 121]. Die Aufheizung läßt sich bestimmen aus den entsprechenden Werten für die Staulinie entlang eines Zylinders (Index: SL) und denen an einer schräg angeströmten flachen Platte (Index: FP) Damit ergibt sich:

$$q_{Aero,Fl} = \frac{1}{2} \cos \alpha \sqrt{q_{SL}^2 \cos^2 \varphi + q_{FP}^2 \sin^2 \varphi}, \quad \text{mit } q_{SL} = 0.74705 q_{SP}. \quad (2.16)$$

Die Modellierung an der Staulinie folgt dem Schema für den Staupunkt, allerdings mit einem geänderten Vorfaktor [121]. Da die Längsströmung über einem Zylinder einer Plattenströmung ähnelt, werden für  $q_{FP}$  die entsprechenden Modellierungen verwendet. Dabei wird  $\theta_{\text{Körper}} = 0^\circ$  gesetzt, und für  $\alpha$  der effektive Anstellwinkel

$$\alpha_{eff} = \arccos(\cos \alpha \sin \varphi) \quad (2.17)$$

verwendet. Wir betrachten einen Punkt 23.5 m von der Flügelwurzel entfernt, bei einer angenommenen Flügelpfeilung von  $\varphi = 62.5^\circ$  und einem Radius an der Flügelvorderkante von 20 mm [107].

<sup>1</sup>Der Index „e“ bezeichnet den Grenzschichttrand.

### 2.2.2.4 Rumpfunterseite

Die Unterseite des Fluggeräts wird als schräg angeströmte flache Platte angenommen. Zur Berechnung der Strömungsgrößen nach dem senkrechten Verdichtungsstoß, mit einem angenommenen Stoßwinkel von  $\beta = 90^\circ$ , werden auch hier die Gleichungen (2.4) bis (2.8) verwendet.

**Thin-shock-layer-Theorie:** Für die hier auftretenden hohen Machzahlen schmiegt sich der Stoß eng an die Kontur des Flugkörpers an. Gehen wir von einer reibungs- und stoßfreien Strömung entlang der Stromlinie aus, ist die Entropie am Körper gleich der Entropie nach dem senkrechten Stoß. Mit konstanter Entropie und Totalenthalpie am Grenzschicht- rand folgt [113]:

$$s_e = s_1, \quad H_{t,e} = H_{t1}. \quad (2.18)$$

Zur Berechnung des Druckbeiwerts  $C_p$  an der Körperoberfläche verwenden wir einen auf *Newton* zurückgehenden Ansatz, der leicht modifiziert worden ist [3, 113]:

$$C_p = C_{p,\max} \sin^2 \theta. \quad (2.19)$$

Dabei gilt für den Wert  $C_{p,\max}$ :

$$C_{p,\max} = \frac{2}{\kappa_\infty M_\infty^2} \left[ \frac{\left( \frac{\kappa_\infty + 1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{\kappa_\infty}{\kappa_\infty - 1}}}{\left( 1 + \frac{2\kappa_\infty}{\kappa_\infty + 1} (M_\infty^2 - 1) \right)^{\frac{1}{\kappa_\infty - 1}}} - 1 \right], \quad (2.20)$$

sowie

$$p_e = C_p \bar{q}_\infty + p_\infty. \quad (2.21)$$

Mit den obigen Größen kann man die Temperatur in der Grenzschicht iterativ bestimmen

$$T_e = T_1 \exp \left[ \frac{\kappa_{1,e} - 1}{\kappa_{1,e}} \left( \frac{s_e - \hat{s}_1}{R} + \ln \frac{p_e}{\hat{p}} \right) \right], \quad \text{mit} \quad \kappa_{1,e} = \frac{\kappa_1 + \kappa_e}{2}. \quad (2.22)$$

Für die weiteren Strömungsgrößen in der Grenzschicht gilt:

$$\rho_e = \frac{p_e}{R T_e}, \quad V_e = \sqrt{2 (H_{t,e} - H_e)}. \quad (2.23)$$

Um Enthalpie und Temperatur des Fluids beim Abbremsen an der adiabaten Wand berechnen zu können, führen wir den Recoveryfaktor  $\mathbf{r}$  ein [46, 121]:

$$\mathbf{r} = \begin{cases} Pr_e^{0.5}, & \text{Laminare Strömung,} \\ Pr_e^{0.3}, & \text{Turbulente Strömung.} \end{cases} \quad (2.24)$$

Damit ergibt sich

$$H_{aW} = \mathbf{r} (H_{t,e} - H_e) + H_e, \quad T_{aW} = \mathbf{r} (T_{t,e} - T_e) + T_e. \quad (2.25)$$

**Laminare Strömung:** Die Lauflänge der laminaren Strömung  $x_{le,lam}$  entspricht der Strömung von der Rumpfspitze aus. Mittels der Referenzenthalpiemethode nach Eckert [49, 121] wird ein theoretischer Referenzzustand eingeführt:

$$T_{ref} = 0.5 \cdot (T_W + T_e) + 0.22 \cdot (T_{aW} - T_e), \quad \rho_{ref} = \frac{p_e}{R T_{ref}}, \quad (2.26)$$

$$Re_{ref} = \frac{V_e \rho_{ref} x_{le,lam}}{\eta_{ref}}. \quad (2.27)$$

Für den Wandreibungsbeiwert  $c_f$  und den Analogiefaktor  $\mathbf{S}$  folgt, nach Eckert [28, 121] auf den kompressiblen Fall erweitert

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_{ref}}} \sqrt{\frac{\rho_{ref} \eta_{ref}}{\rho_e \eta_e}}, \quad \mathbf{S} = Pr_{ref}^{-\frac{2}{3}}. \quad (2.28)$$

Damit kann der laminare Wärmestrom auf die Wand ermittelt werden zu:

$$q_{Aero,lam} = St V_e \rho_{ref} (H_{aW} - H_W). \quad (2.29)$$

**Turbulente Strömung:** Mittels des Ansatzes von Spalding und Chi [30] wird der aerothermische Wärmestrom für turbulente Strömung ermittelt, der bis zu Anströmmachzahlen von  $M = 10$  ausreichend genaue Ergebnisse liefert [46]. Die Lauflänge der turbulenten Strömung beträgt

$$x_{le,turb} = x_{le} - 1.1 x_{le,krit}. \quad (2.30)$$

Der Wandreibungsbeiwert  $c_f$  für die kompressible turbulente Strömung

$$c_f = 0.37 \cdot (\log Re_i)^{-2.584} \quad (2.31)$$

wird wieder durch Rückrechnung auf den inkompressiblen Fall bestimmt:

$$Re_v = Re_{krit} \frac{x_{le,turb}}{x_{le,krit}}, \quad Re_i = Re_v \frac{k_1^{0.772}}{k_2^{1.474}} \frac{\left( \arcsin \frac{k_1 + k_2 - 2}{k_3} + \arcsin \frac{k_1 - k_2}{k_3} \right)^2}{k_1 - 1}, \quad (2.32)$$

mit den Abkürzungen:

$$k_1 := \frac{T_{aW}}{T_e}, \quad k_2 := \frac{T_W}{T_e}, \quad k_3 := \sqrt{(k_1 + k_2)^2 - 4k_2}.$$

Für den *Reynolds*-Analogiefaktor  $\mathbf{S}$  gilt [28]:

$$\mathbf{S} = \left[ 1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{c_f}{2}} \left( Pr_e - 1 + \ln \left( \frac{5 \cdot Pr_e + 1}{6} \right) \right) \right]^{-1}. \quad (2.33)$$

Der Wärmestrom im turbulenten Fall bestimmt sich zu [121]:

$$q_{Aero,turb} = St V_e \rho_e (H_{aW} - H_W) . \quad (2.34)$$

**Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung:** Der Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung ist auch heute ein sehr aktueller Forschungsgegenstand [5, 13, 53]. Zur Annäherung des Umschlagpunktes verwenden wir eine in [3] vorgestellte Modellierung zur Bestimmung der *Reynolds*-Zahl am Umschlagpunkt:

$$Re_{krit} = 10^{6.421 \cdot \exp(1.209 \cdot 10^{-4} M_e^{2.641})} . \quad (2.35)$$

Damit ergibt sich für die Lage des Umschlagpunktes  $x_{le,krit}$  [46]:

$$x_{le,krit} = \frac{Re_{krit} \eta_e}{V_e \rho_e} . \quad (2.36)$$

Mit dem Transitionsbereich

$$x_{le,Tr,0} = \frac{x_{le,krit}}{1.5} < x_{le} < x_{le,Tr,1} = 1.5 \cdot x_{le,krit} \quad (2.37)$$

und  $x_{le,lam} = x_{le,Tr,0}$ ,  $x_{le,turb} = x_{le,Tr,1} - 1.1 \cdot x_{le,krit}$ , s. Gl. (2.30), ergibt sich für die Bestimmung des aerothermischen Wärmestroms im Übergangsbereich:

$$q_{Aero,trans} = q_{lam} + (q_{turb} - q_{lam}) \left[ 1 - \exp \left( -6.592 \cdot \left( \frac{x_{le} - x_{le,Tr,0}}{x_{le,Tr,1} - x_{le,Tr,0}} \right)^2 \right) \right] . \quad (2.38)$$

### 2.2.2.5 Rumpfoberseite

Hier muß zunächst der Winkel  $\theta$  betrachtet werden. Gilt  $\theta < 0$ , so wird wie an der Rumpfunterseite vorgegangen, unter Zuhilfenahme der Gleichungen (2.4 - 2.6) und (2.20 - 2.38).

Für den Fall  $\theta > 0$  wird wie in [3, 46, 113] verfahren. Wir nehmen eine nicht gewölbte Rumpfoberseite an und können damit mit einer *Prandtl-Meyer*-Expansion an der Spitze des Fluggeräts rechnen. Dadurch vereinfacht sich das weitere Vorgehen deutlich.

$$\theta = \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \left[ \arctan \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}} (M_1^2 - 1) - \arctan \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}} (M_\infty^2 - 1) \right] - \arctan \sqrt{M_1^2 - 1} + \arctan \sqrt{M_\infty^2 - 1} . \quad (2.39)$$

Für die Strömungsgrößen nach der Expansion gilt in diesem Fall:

$$T_1 = T_\infty \frac{2 + (\kappa - 1) M_\infty^2}{2 + (\kappa - 1) M_1^2}, \quad T_{t1} = T_1 \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_1^2 \right), \quad (2.40)$$

$$p_1 = p_\infty \left( \frac{T_1}{T_\infty} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}, \quad \rho_1 = \frac{p_1}{R T_1}.$$

Ab hier läuft die Berechnung analog zur Rumpfunterseite, von Gl. (2.24) bis Gl. (2.38). Es ist zu beachten, daß die Indizes angepaßt werden müssen (Index „1“ → Index „e“).

Um einen anschaulichen Eindruck der Entwicklung des Wärmestroms für die verschiedenen Punkte zu erhalten, sind in den Bildern 2.3 und 2.4 der Verlauf an der Nasenspitze und an der Rumpfunterseite für eine Lauflänge von  $x_{le} = 20$  m dargestellt.

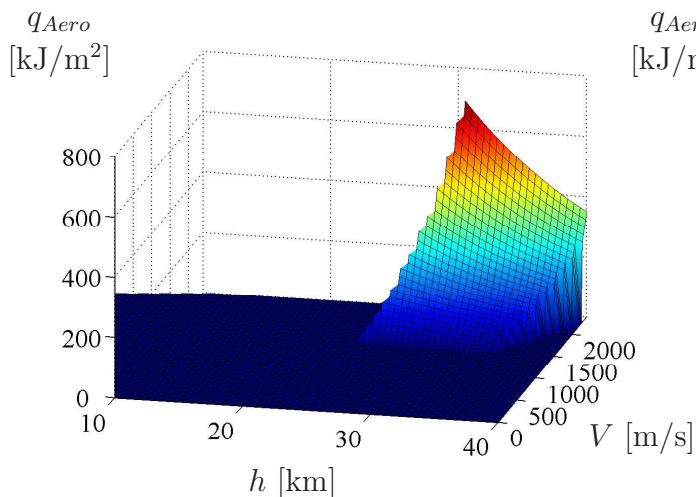


Bild 2.3: Wärmestrom am Staupunkt ( $\alpha = 6^\circ$ ,  $T = 1250$  K)

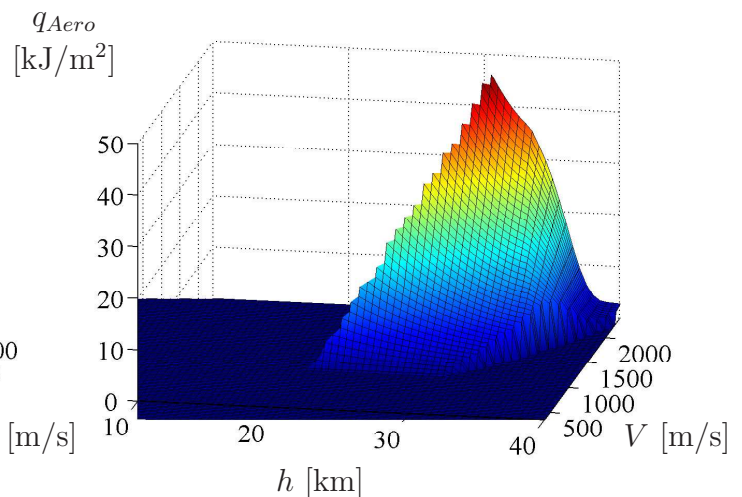


Bild 2.4: Wärmestrom an der Rumpfunterseite ( $x_{le} = 20$  m,  $\alpha = 6^\circ$ ,  $T = 750$  K)

### 2.2.2.6 Verifizierung der Modellierung

In [46] wurde die hier vorgestellte Modellierung zur Berechnung des Wärmestroms für verschiedene signifikante Punkte mit theoretischen Berechnungen aus der Industrie und mit Messungen im Flug für existierende Fluggeräte verglichen (*Concorde*, *Lockheed SR-71*, *Space Shuttle*). Es wurden dabei sehr gute Übereinstimmungen für die einzelnen Referenzpunkte festgestellt.



## 2.3 Transportmechanismen

Um die Wärme von der aufgeheizten Oberfläche zu transportieren, stehen die folgenden Wärmesenken zur Verfügung:

- die direkte Umgebung der aufgeheizten Oberfläche
- die Wände des Thermalschutzsystems
- die Luft im Inneren des Fluggeräts
- der flüssige Wasserstoff im Tankbereich

Es existieren drei unterschiedliche Transportmechanismen [9, 77, 150]:

**a) Konvektion:** Dies bezeichnet den an die Strömung eines Mediums gebundenen Wärmetransport. Diese Strömung kann sowohl durch Druck-, wie auch durch Auftriebskräfte verursacht sein

$$q_{Konvektion} = \alpha_q \cdot (T_W - T_L), \quad \alpha_q = 35 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s K}}. \quad (2.41)$$

**b) Wärmestrahlung:** Die Wärmestrahlung zwischen zwei Körpern (oder zwischen einem Körper und seiner Umgebung) geschieht durch elektromagnetische Wellen. Sie ist abhängig von der Temperatur der Körper und deren Materialeigenschaften. Diese Materialabhängigkeit wird durch die Emissivität  $\varepsilon$  ausgedrückt.

$$q_{Strahlung} = \begin{cases} \varepsilon \sigma (T_{AW}^4 - T_{\infty}^4), & \text{zwischen Außenwand und Umgebung,} \\ \varepsilon_{ij} \sigma (T_i^4 - T_{i+1}^4), & \text{zwischen den einzelnen Schichten.} \end{cases} \quad (2.42)$$

Dabei gilt für die Stefan-Boltzmann-Konstante

$$\sigma = 5.67051 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s K}^4}.$$

Die Emissivität  $\varepsilon_{ij}$  zwischen den Schichten ist materialabhängig. Für die Emissivität an der Außenwand wird, soweit nicht anders vermerkt, ein Wert von  $\varepsilon = 0.8$  angenommen.

**c) Wärmeleitung:** Besteht zwischen zwei Punkten eines Mediums eine Temperaturdifferenz  $\Delta T$ , so tritt eine Wärmeleitung auf. Für die Wärmestromdichte innerhalb der Wand des Thermalschutzsystems gilt:

$$q_{Leitung} = \frac{\lambda}{d} \cdot \Delta T. \quad (2.43)$$

Tritt der Fall auf, daß die oben beschriebenen Mechanismen nicht ausreichen, um genügend Wärme abzuführen, d.h. um das Erreichen von bestimmten Maximaltemperaturen zu verhindern, wird mit dem folgenden Mechanismus die Struktur zwangsgekühlt.

d) **Wärmetransport durch Massentransport:** Ein mittels Pumpen durch die Außenwand geleitetes Kühlmittel nimmt aus der Umgebung Wärme auf, und heizt sich dadurch um  $\Delta T_K$  auf.

$$q_{Kühl} = c_{p,K} \dot{m}_K \Delta T_K . \quad (2.44)$$

In unserem Fall wird lediglich das Triebwerk aktiv gekühlt, da die auftretenden Temperaturen an den Flügelvorderkanten und dem Staupunkt für die vorgeschlagenen Materialien verkraftbar sind.

## 2.4 Passive Thermalschutzsysteme

Das Grundprinzip passiver Thermalschutzsysteme ist die Abschirmung der Struktur vor zu großer Aufheizung. Es entsteht ein Wärmestau an der Körperoberfläche und eine hohe Oberflächentemperatur. Bei passiven Systemen ist zunächst zwischen den sogenannten Heißstrukturbauteilen und einer zusätzlichen äußeren Isolation zu unterscheiden.

Während für die heißen Strukturen (Rumpfnase und Flügelvorderkanten) zumeist keramische Werkstoffe zum Einsatz kommen, die eine maximale Einsatztemperatur von etwa 2000 K besitzen, stehen für die äußere Isolation verschiedene Materialien zur Auswahl:

1. Flexible Isolation
2. Honigwaben-TPS
3. Keramikschildeln mit innerer Isolation
4. Metallisches Multiwall-TPS

Bei der Auswahl geeigneter Werkstoffe sind verschiedene Punkte zu beachten. Bei der äußersten Schicht ist auf einen hohen Schmelzpunkt, mechanische Mindestfestigkeit sowie eine ausreichende Oxidationsbeständigkeit zu achten. Für alle Schichten ist ein möglichst geringes spezifisches Gewicht, eine kleine Wärmeleitfähigkeit und eine große spezifische Wärmekapazität wünschenswert. Kein bekanntes Material erfüllt alle diese Kriterien in optimaler Weise. Dies verleitet zu der Idee, ein Thermalschutzsystem eventuell aus verschiedenen Materialien aufzubauen. Ausführliche Informationen zu den verschiedenen Ansätzen für Thermalschutzsysteme sind u.a. in [8, 37, 63, 66, 103] zu finden. Um den nicht-integralen Tank mit flüssigem Wasserstoff zu isolieren, wird in den entsprechenden Bereichen noch eine Kryo-Isolierung verwandt.

### 2.4.1 Thermalschutzsystem des Sängerprojekts

Die für die unterschiedlichen Bereiche verwendeten Materialien werden im folgenden vorgestellt. Für genauere Informationen sei auf die Literatur verwiesen.

### 2.4.1.1 Heiße Strukturen

An den besonders belasteten Bereichen am Staupunkt und den Vorderkanten der Flügel kommt ein kohlefaserverstärktes keramisches Siliziumcarbid (C/SiC) zum Einsatz. Die Dicke wird mit 4 mm angenommen. Das verwendete Material hält den auftretenden Maximaltemperaturen stand ( $T_{\max} \approx 2000$  K, [2, 19]). Der Verlauf der Wärmekapazität  $c_p$  und der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  des Materials im auftretenden Temperaturbereich ist in Bild 2.5 zu sehen.

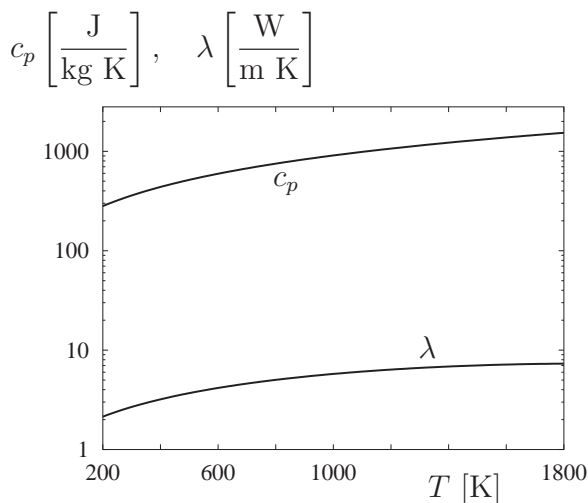


Bild 2.5: Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und Wärmekapazität  $c_p$  der heißen Strukturen

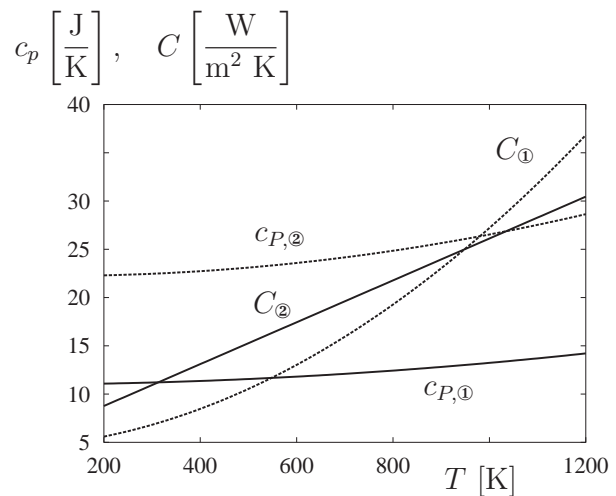


Bild 2.6: Wärmeleitfähigkeit  $C$  und Wärmekapazität  $c_p$  der Multiwandschichten (①) und der Fasermatten (②)

### 2.4.1.2 Multiwall TPS

Für die nicht so stark belasteten Bereiche an der Rumpfober- und unterseite wird ein metallisches Multiwall-TPS eingesetzt ([46, 66, 149], Bild 2.7) Dies hat sich im Rahmen der Untersuchungen als das am besten geeignete im Hinblick auf Kosten, Gewicht und Handhabbarkeit erwiesen.

Das Wärmeschutzsystem wird in Form quadratischer Panels, mit einer Kantenlänge von 230 mm, auf die tragende Struktur befestigt. Das Multiwall-TPS besteht aus einer Verbindung von metallischen (wellblechartigen) Sandwich-Strukturen und einer hitzebeständigen Isolationsschicht. Eventuell auftretende Wärmedehnungen werden durch Spalte zwischen den Panels ausgeglichen, die mit einem kompressiblen Isolationsmaterial gefüllt sind.

Im Einzelnen ist das Thermalschutzsystem wie folgt aufgebaut (Bild 2.7): Außen befinden sich drei Multiwandschichten. Daran schließt sich eine Fasermatte an, deren Dicke variierbar

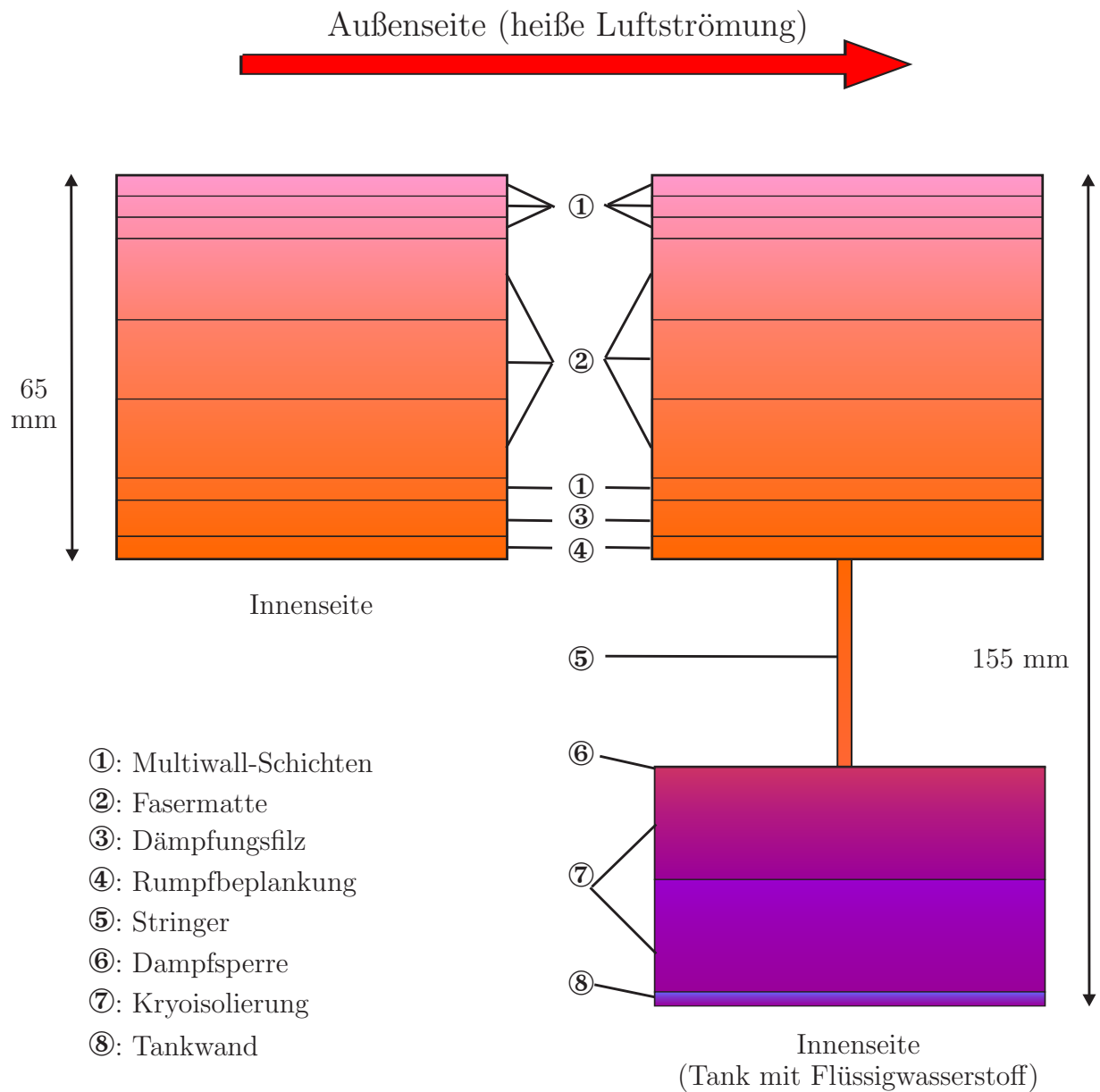


Bild 2.7: Aufbau des Thermalschutzsystems an der Rumpfunterseite (links ohne Tank und rechts mit Tank)

ist. Im Referenzzustand wird für die Rumpfoberseite eine Dicke von  $d_{Fm} = 30$  mm angenommen, für die stärker belastete Unterseite eine Dicke von  $d_{Fm} = 40$  mm. Als nächstes folgt eine weitere Multiwallschicht, die mit den äußeren Multiwallschichten durch eine metallische Umrandung verbunden ist. Mit einer Filzmatte zur Schwingungsdämpfung wird das Panel an der Aluminium-Rumpfbepankung befestigt. Für den Teil des Fluggeräts, in dem sich der Tank mit flüssigen Wasserstoff befindet, wird zusätzlich noch eine Kryoisolierung

lierung mit Polyurethan-Schaum eingesetzt. Für die Aluminium-Tankwand wird, aufgrund des großen Tankvolumens und der hohen spezifischen Wärmekapazität des flüssigen Wasserstoffs, von einer konstanten Temperatur von 16 K ausgegangen.

Es wurden Ansätze mit unterschiedlicher Schichtenanzahl für die einzelnen Materialien untersucht. In der Regel wird aber die in Bild 2.7 vorgestellte Aufteilung benutzt. Änderungen in der Schichtenanzahl für Fasermatte und Multiwallschichten ergaben keine nennenswerten Änderungen (s. Abschnitt 5.1.4.2). Für die materialabhängigen Kennwerte (Wärmeleitfaktoren  $\lambda_i$ , Wärmekapazitäten  $c_{p,i}$ , Strahlungsaustauschfaktoren  $\varepsilon_{ij}$ ) wird nur Temperaturabhängigkeit angenommen. Den Verlauf von Wärmeleitfähigkeit  $C$  und Wärmekapazität  $c_p$  für die Multiwallschichten und die Fasermatten zeigt exemplarisch Bild 2.6. Die neue Wärmeleitfähigkeit  $C = \lambda/d$  ergibt sich durch Division mit der verwendeten Schichtdicke. Außerdem wird die Wärmekapazität jetzt auch auf die entsprechenden Schichten (bezogen auf 1 m<sup>2</sup>) angegeben. Dies erfolgt, um die unterschiedlichen Materialien besser vergleichen zu können [45]. Die verwendeten Materialien besitzen eine maximale Einsatztemperatur von 950 K, die Aluminiumstruktur kann maximal 423 K verkraften [46, 110].

Im Laufe der Untersuchungen wurde die Dicke der Fasermattenschichten variiert. Um die sich daraus ergebenden Massenänderungen abschätzen zu können, ist eine Kenntnis der bedeckten Flächen nötig. Mit den in [46, 110] getroffenen Annahmen ergeben sich folgende Abschätzungen für das Gewicht der Fasermatte je mm Schichtdicke (vgl. Tabelle 2.1):

Bereich	Fläche [m <sup>2</sup> ]	Gewicht [kg/mm]
$l < 34$	195	9.45800
$l \geq 34$	216	10.476

Tabelle 2.1: Flächenverteilung und spezifisches Gewicht der Fasermatte an der Rumpfunterseite

Die Dichte der Fasermatte wird mit  $\rho = 48.5 \text{ kg/m}^3$  angenommen. Außerdem gehen wir davon aus, daß die Isolation über die gesamte betrachtete Lauflänge gleich ist. Für die Rumpfoberseite wird, aufgrund der sehr glatten Geometrie, von derselben Flächenverteilung ausgegangen, allerdings wird aufgrund der fehlenden Tankisolation immer mit dem kleineren Wert gerechnet.

Um Schäden am Thermalschutzsystem zu vermeiden, ist es nötig die maximalen Aufheiz- bzw. Abkühlgeschwindigkeiten  $|\dot{T}_{\max}|$  zu kennen. In [15, 46] werden für ein Multiwall-TPS maximale Temperaturgradienten von +2.9 K (Aufheizphase), bzw. -42.5 K (Abkühlphase) angegeben, die in Materialtests validiert werden konnten. Für die heißen Strukturen können noch leicht höhere Werte aufgebracht werden [46].

## 2.4.2 Neuere Entwicklungen

Im Rahmen der Entwicklung neuer Raumtransportgeräte (*X-33*, *X34*, *X-43*) wurden, vor allem in den USA, neue Materialien für Thermalschutzsysteme entwickelt und getestet [103]. Aber auch die in Europa durchgeführten Arbeiten führten zu neuen Ansätzen und Ergebnissen auf diesem Gebiet [19]. Da eine Auflistung der einzelnen Projekte und Materialien den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, sei auf die zitierte Literatur verwiesen.

Im Rahmen von Vergleichsrechnungen wurden die Daten für neuere Entwicklungen, soweit übertragbar, mit den in Abschnitt 2.4.1 vorgestellten Materialien verglichen. Dies motivierte im Rahmen der Bahnoptimierung zu leichten Veränderungen am eingesetzten Thermalschutzsystem. Näheres hierzu ist in Kapitel 6.5 zu finden.

## 2.5 Aktives Thermalschutzsystem

Das vorgestellte Modell zur Kühlung des Triebwerks verwendet die in [46] vorgestellten mathematischen Zusammenhänge. Dort ist auch eine ausführliche Herleitung der Modellierung zu finden. Auf eine ebenfalls mögliche aktive Kühlung der Flügelvorderkanten oder des Staupunkts, wie z.B. in [1, 52, 120, 131] angesprochen, wird hier nicht eingegangen, da die in unserer Modellierung verwendeten heißen Strukturen die auftretenden Maximaltemperaturen verkraften. Eine aktive Kühlung dieser Bereiche würde auch die Kosten und das Gewicht des Fluggeräts weiter in die Höhe treiben [61], so daß es sinnvoll ist, eine aktive Kühlung nur dort einzusetzen wo es absolut notwendig erscheint. In [60] wird auch auf den Effekt der zusätzlichen Kühlung im Triebwerksbereich durch Verdampfen des Kühlmittels bei porösen Oberflächen eingegangen.

### 2.5.1 Allgemeines

Aufgrund der auftretenden hohen Machzahlen im Hyperschallflug müssen auch die Triebwerke vor zu großer thermischer Belastung geschützt werden. Die einzige Möglichkeit hierzu besteht darin, den mitgeführten kryogenen Wasserstoff zu nutzen. Dabei sind zwei Wege denkbar: einmal unter Verwendung der Außenluft (**Indirekte Kühlung**) und durch eine direkte Zuführung von Wasserstoff an das betreffende Bauteil (**Direkte Kühlung**). Ein denkbares Modell eines Kühlkreislaufs zeigt das Bild 2.8.

### 2.5.2 Modellierung des Wärmestroms

Wie auch bei der Berechnung der Aufheizung am Fluggerät selbst, muß zunächst der Wärmestrom für das Triebwerk abgeschätzt werden. Die verwendete Modellierung beruht auf dem in [46] entwickelten Ansatz. Zunächst wird der schräge Verdichtungsstoß von

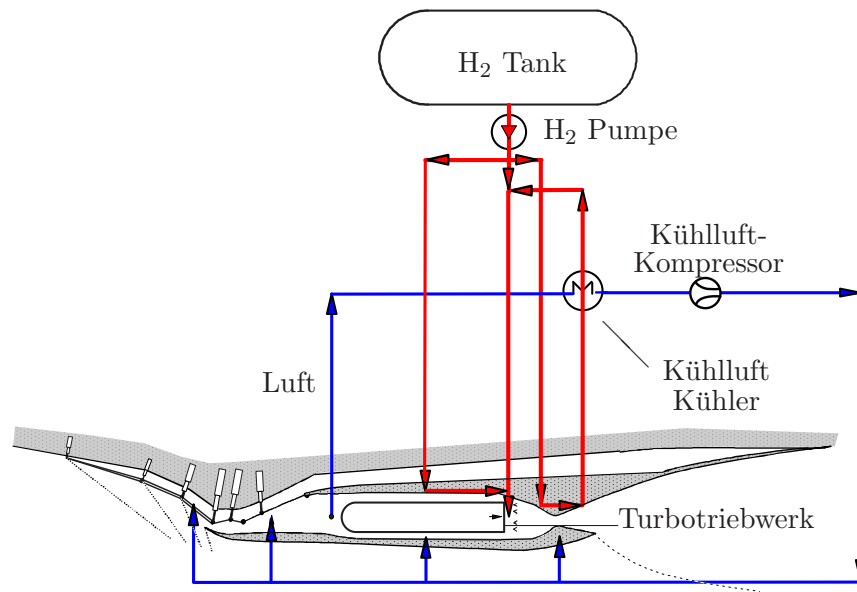


Bild 2.8: Modell eines Systems zur Triebwerkskühlung

der Nasenspitze aus betrachtet. Aus den Gleichungen (2.4) bis (2.8) erhält man die Größen nach dem Stoß. Durch Verwendung des Totaldruckverhältnisses  $p_{t2}/p_{t1}$  werden die schrägen Stöße am Einlauf berücksichtigt (Bild 2.8, [10, 46]). Für die Machzahl im Triebwerkeinlauf wird folgende Beziehung angenommen:

$$M_2 = 0.3.$$

Für die Temperatur und den Luftdruck im Einlauf gilt:

$$T_2 = \frac{T_{t\infty}}{1 + \frac{\kappa_2 - 1}{2} M_2^2}, \quad p_2 = p_{t2} \left( \frac{T_2}{T_{t\infty}} \right)^{\frac{\kappa_2}{\kappa_2 - 1}}. \quad (2.45)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (2.24 - 2.25) wird die Recovery-Temperatur für die turbulente Strömung bestimmt (der Index „e“ wird durch den Index „2“ ersetzt). Die angeströmten Flächen im Triebwerk werden näherungsweise als turbulent angeströmte flache Platten betrachtet. Die *Nußelt*-Zahl wird berechnet zu

$$Nu = 0.0296 \cdot Re^{0.8} Pr^{0.33}. \quad (2.46)$$

Die Wärmeübergangszahl  $\alpha_q$  bestimmt sich zu

$$\alpha_q = Nu \frac{\lambda}{x_{le}} = 0.0296 \cdot \left( \frac{V \rho x_{le}}{\eta} \right)^{0.8} \left( \frac{\eta c_p}{\lambda} \right)^{0.33} \frac{\lambda}{x_{le}}. \quad (2.47)$$

Unter Berücksichtigung der Querschnittsfläche  $\mathbf{A}$  (mit  $\dot{m} = V \rho \mathbf{A}$ ) folgt

$$\alpha_q \approx \frac{\dot{m}^{0.8} \lambda_{aW}^{0.67} c_{p,aW}^{0.33}}{\eta_{aW}^{0.47}}. \quad (2.48)$$

Der Wärmestrom in die Wand (vgl. Gl. (2.10)) muß durch das Kühlmittel abgeleitet werden:

$$\dot{m}_K \cdot c_{p,K} \cdot \Delta T_K = q \mathbf{A}. \quad (2.49)$$

Mit der Annahme einer konstanten Wärmekapazität  $c_{p,K}$  des Wasserstoffs (vgl. [46]) ergibt sich für den benötigten Kühlmassenstrom die folgende Näherung

$$\dot{m}_K \approx \alpha_q \frac{T_g - T_W}{\Delta T_K}. \quad (2.50)$$

### 2.5.3 Modellierung der indirekten Kühlung

Die indirekte Kühlung mit Kühlluft wird für den Einlauf, die Einlauframpen und Düsenklappen sowie das Turbotriebwerk verwendet. Dabei wird von einer Eintrittstemperatur der Kühlluft von 500 K und einer Austrittstemperatur von 1200 K ausgegangen [46], womit sich ein konstanter Temperaturunterschied einstellt:

$$\Delta T_L = T_{L,aus} - T_{L,ein} = 700 \text{ K}. \quad (2.51)$$

Für die einzelnen zu betrachtenden Punkte am Triebwerk wurde mit Hilfe von Referenzdaten eine geeignete Modellierung erstellt [46, 72]. Für die Wände des Triebwerks wird zunächst eine zulässige Maximaltemperatur von 1600 K angenommen.

**Sperrluft (Einlauframpen und Düsenklappen):** Die Spalten der beweglichen Einlauf-rampen und Düsenklappen werden mittels Kühlluft gegen Heißgaseinbrüche geschützt. Der erforderliche Luftstrom ist in erster Näherung direkt abhängig vom Totaldruck im Einlauf. Durch Vergleich mit vorhandenen Referenzdaten ergibt sich für den Sperrluftbedarf der Einlauframpe

$$\dot{m}_{\text{Sperrluft, Einlauframpe}} = 3.8 \cdot 10^{-6} p_{t2} =: f_1(V, h, \alpha). \quad (2.52)$$

mit

$$p_{t2} = p_{t2}(p_{t1}, V, h), \quad p_{t1} = p_{t1}(V, h, \alpha). \quad (2.53)$$

Ganz analog folgt für die Düsenklappen

$$\dot{m}_{\text{Sperrluft, Düsenklappen}} = 2.75 \cdot 10^{-6} p_{t2} =: f_2(V, h, \alpha). \quad (2.54)$$

**Einlauf:** Durch Drosselung der Treibstoffzufuhr kann die Leistung eines Staustrahltriebwerks geregelt werden [10]. Diese Zusammenhänge werden durch die in den Bildern 1.16 bis 1.19 dargestellten Kennfelder berücksichtigt. Der Luftmassenstrom durch ein Triebwerk



kann mit Hilfe des Treibstoffmassenstroms und des Äquivalenzverhältnisses berechnet werden. Für die stöchiometrische Verbrennung von 1 kg Wasserstoff werden 36 kg Luft benötigt [46].

$$\dot{m}_L = \frac{36 \cdot \dot{m}_{B,F}}{5 \cdot \phi_L}. \quad (2.55)$$

Mit der Wärmeübergangszahl  $\alpha_q$  für den Energietransport von der Luft auf die Wand (Gl. (2.48)) und den Beziehungen

$$\begin{aligned} m_L &\approx \dot{m}_{B,F}(V, h, \alpha, \delta_F; \rho), & \rho &= \rho(h), & \lambda_{aW} &= \lambda_{aW}(T_{aW}, p_{aW}), \\ p_{aW} &= p_{aW}(V, h, \alpha; \rho), & c_{p,aW} &= c_{p,aW}(T_{aW}), & \eta_{aW} &= \eta_{aW}(T_{aW}), \\ T_{aW} &= T_{aW}(V, h, \alpha; \rho), & \delta_F &= \delta_F(V, h, \phi_L). \end{aligned} \quad (2.56)$$

gilt mit Gl. (2.50):

$$\dot{m}_{\text{Kühlluft, Einlauf}} = 3.38 \cdot 10^{-4} \alpha_q \frac{T_{aW} - T_W}{\Delta T_L} =: f_3(V, h, \alpha, \phi_L; Re). \quad (2.57)$$

Die Wand wird auf  $T_W = 1600$  K gekühlt.

**Turbotriebwerk:** Mittels eines konstanten Luftmassenstroms wird die im Triebwerk verbleibende Restwärme abgeführt. Da außerdem Luft zur Kühlung der Außenwände und zum Abdichten des Turbotriebwerks benötigt wird, ergibt sich für den Kühlluftbedarf des Turbotriebwerks [46, 72]:

$$\dot{m}_{\text{Kühlluft, Turbotriebwerk}} = 0.64 + 9.5 \cdot 10^{-7} p_{t2} + 1.33 \cdot 10^{-4} \alpha_q \frac{T_{aW} - T_W}{\Delta T_L} =: f_4(V, h, \alpha, \phi_L; Re). \quad (2.58)$$

## 2.5.4 Modellierung der direkten Kühlung

Die Bauteile des Triebwerks, die in unserer Modellierung direkt mit Wasserstoff gekühlt werden, sind die Außenwand des Staukanals, die Staubrennkammer sowie die Düse.

**Kühlluftkühler:** Es kommt ein Luft/H<sub>2</sub>-Kühler ohne Zwischenmedium zum Einsatz. Die Eintrittstemperatur des flüssigen Wasserstoffs wird vereinfachend mit  $T_{B, \text{ein}} = 30$  K angenommen [72]. Mit einer Austrittstemperatur von  $T_{B, \text{aus}} = 900$  K ergibt sich ein konstantes

$$\Delta T_B = T_{B, \text{aus}} - T_{B, \text{ein}} = 870 \text{ K}. \quad (2.59)$$

Die zu kühlende Luft wird aus dem Einlauf entnommen. Sie tritt mit einer Temperatur von 500 K aus dem Kühlluftkühler aus. Der Bedarf an Kühlwasserstoff kann damit folgendermaßen angesetzt werden:

$$\dot{m}_{B, \text{Kühler}} = 1.02 \cdot 10^{-4} (T_{t1} - T_{L, \text{ein}}) \sum_{i=1}^4 f_i =: f_5(V, h, \alpha, \phi_L; Re). \quad (2.60)$$

**Staukanal-Außenwand:** Um die Außenwand auf  $T_W = 1100$  K zu kühlen, wird folgende Menge an flüssigem Wasserstoff benötigt ([46, 72], Gl. (2.50)):

$$\dot{m}_{B,\text{Staukanal}} = 1.12 \cdot 10^{-4} \alpha_q \frac{T_{aW} - T_W}{\Delta T_B} =: f_6(V, h, \alpha, \phi_L; Re). \quad (2.61)$$

**Staubrennkammer und Düse:** Die Berechnung erfolgt analog wie bei der Staukanal-Außenwand. Der Wärmeübergang auf die Wand lautet (mit Gl. (2.48)):

$$\alpha_{q,ex} = \frac{\dot{m}_{ex}^{0.8} \lambda_{ex}^{0.67} c_{p,ex}^{0.33}}{\eta_{ex}^{0.47}}. \quad (2.62)$$

Der Abgasmassenstrom  $\dot{m}_{ex}$  eines der fünf Triebwerke ist die Summe aus Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  und zugeführtem Treibstoffmassenstrom (vgl. Gl. 2.55)

$$\dot{m}_{ex} = \dot{m}_L \cdot \left(1 + \frac{\phi_L}{36}\right). \quad (2.63)$$

Die Wände von Staubrennkammer und Düse werden auf eine Temperatur von 1600 K gekühlt. Mit den Annahmen:

$$\begin{aligned} \lambda_{ex} &= \lambda_{ex}(T_{ex}, p_{ex}), & p_{ex} &= p_{ex}(V, h, \alpha; \rho), & c_{p,ex} &= c_{p,ex}(T_{ex}), \\ \eta_{ex} &= \eta_{ex}(T_{ex}), & T_{ex} &= T_{ex}(V, h, \phi_L), \end{aligned} \quad (2.64)$$

sowie den in Gl. 2.56 getroffenen Annahmen folgt für die Kühlmittelströme:

$$\dot{m}_{B,\text{Staubrennkammer}} = 1.36 \cdot 10^{-5} \alpha_{q,ex} \frac{T_{ex} - T_W}{\Delta T_B} =: f_7(V, h, \alpha, \phi_L; Re). \quad (2.65)$$

und

$$\dot{m}_{B,\text{Düse}} = 3.07 \cdot \dot{m}_{B,\text{Staubrennkammer}} =: f_8(V, h, \alpha, \phi_L; Re). \quad (2.66)$$

**Gesamtwasserstoffbedarf:** Der Gesamtbedarf an flüssigem Wasserstoff zur Kühlung der Triebwerke ergibt sich aus der Summation der einzelnen Komponenten und anschließender Multiplikation mit der Zahl der verwendeten Triebwerke

$$\boxed{\dot{m}_{B,K} = 5 \cdot \sum_{i=5}^8 f_i}. \quad (2.67)$$

Ein Vergleich mit gegebenen Referenzdaten bewies die Güte der vorgestellten Modellierung [46]. Die erforderliche Treibstoffmenge ist abhängig vom Flugzustand und dadurch durch eine geeignete Flugbahnsteuerung beeinflussbar. Aktuelle Arbeiten (s. z.B. [17, 80, 89]) haben gezeigt, daß die Annahmen für die Maximaltemperatur im Triebwerksbereich eher konservativ gewählt sind. So konnten z.B. in [17] Temperaturen bis 1850 K erfolgreich getestet werden. Den Wasserstoffbedarf zur Kühlung aller 5 Triebwerke zeigt Bild 2.9, und zwar sowohl für die ursprüngliche Maximaltemperatur von 1600 K (linkes Bild) wie auch für eine angenommene Maximaltemperatur von 2000 K (rechtes Bild). Es ist deutlich sichtbar, daß sich der maximale Kühlmittelbedarf um nahezu 10 kg/s verringert.

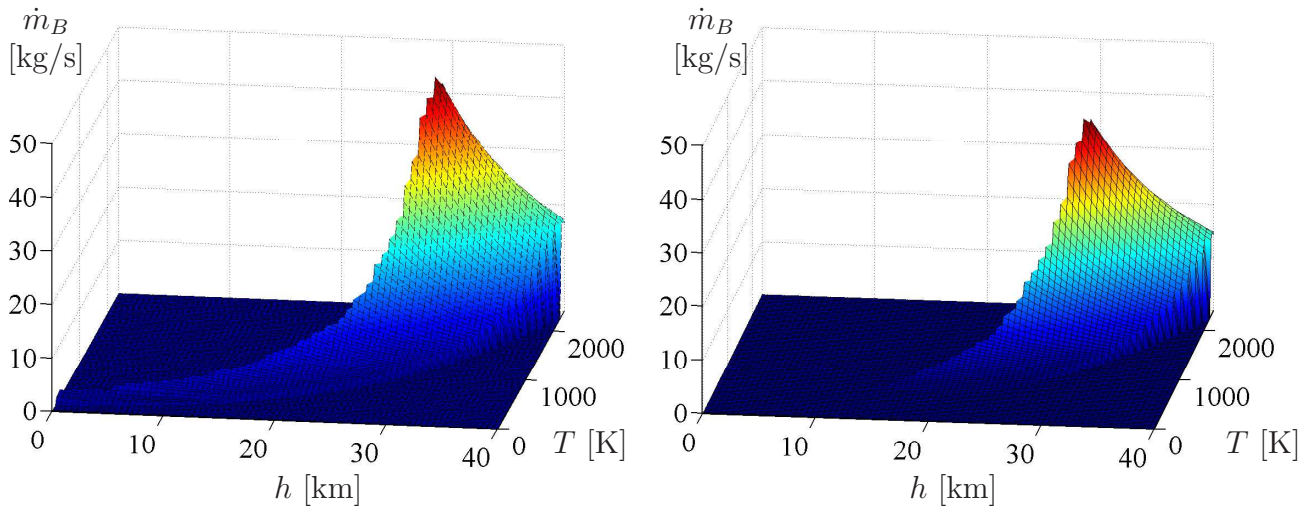


Bild 2.9: Wasserstoffbedarf zur Triebwerkskühlung aller 5 Triebwerke bei einer zulässigen Maximaltemperatur von 1600 K (links) und 2000 K (rechts)

## 2.6 Modellierung des Knotenmodells

Um die Temperaturen in den einzelnen Schichten berechnen zu können werden sowohl das in [46] beschriebene eindimensionale, wie auch ein neu entwickeltes zweidimensionales Knotenmodell verwendet.

### 2.6.1 Das eindimensionale Knotenmodell

Das eindimensionale Knotenmodell (s. Bild 2.10) basiert auf den in [37, 46] vorgestellten Modellierungen. Das Wärmeschutzsystem wird in mehrere Teilbereiche unterteilt, die sogenannten „isothermen Knoten“. Hierbei repräsentiert die Temperatur eines Knotens den ihn umgebenden Teilbereich. Es werden die Wärmeströme zwischen den einzelnen Knoten und zwischen den Knoten und der Umgebung berechnet.

Die seitliche Wärmeleitung wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Dies ist aufgrund der deutlich geringeren Temperaturgradienten in dieser Richtung zulässig. Lediglich bei den Bereichen an der Nasenspitze und an den Flügelvorderkanten treten größere Gradienten auf. Diese werden aber durch eine konservative Modellierung abgedeckt.

#### 2.6.1.1 Wärmeströme

In einem ersten Schritt muß der in den ersten Knoten einströmende Wärmestrom bestimmt werden. Dieser ist die Differenz aus dem auf die Außenwand wirkenden Wärmestrom  $q_{Aero}$

und der abgestrahlten Strahlung  $q_{Strahlung}$  (s. Bild 2.10)

$$q_1 = q_{Aero} - q_{Strahlung} = q_{Aero} - \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) . \quad (2.68)$$

Für die restlichen  $n - 1$  Wärmeströme von  $q_2$  bis  $q_n$ , die von einem Knoten zum anderen fließen, ergibt sich der folgende Zusammenhang

$$q_i = q_{Leitung} + q_{Strahlung} = C_i(T_i) \cdot (T_{i-1} - T_i) + \varepsilon_{i,i-1} \sigma (T_{i-1}^4 - T_i^4) . \quad (2.69)$$

Hierbei bezeichnet  $C_i$  die Wärmeleitfähigkeit der entsprechenden Materialien und  $\varepsilon_{ij}$  die Emissivität zwischen benachbarten Schichten.

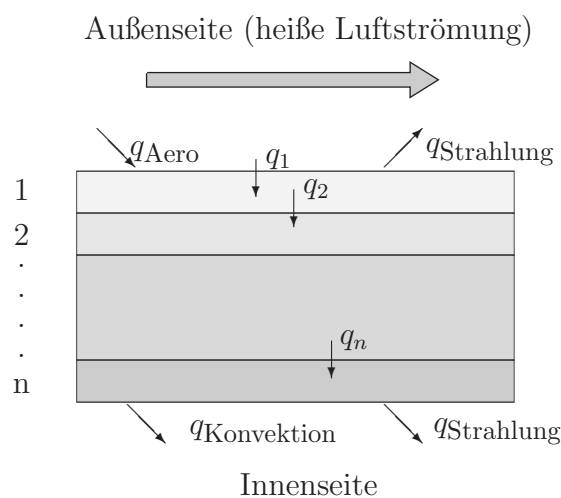


Bild 2.10: Eindimensionales Knotenmodell

## 2.6.2 Das zweidimensionale Knotenmodell

In einem weiteren Schritt wurde das eindimensionale Knotenmodell auf zwei Dimensionen erweitert. Dazu werden die Wärmeströme in Längsrichtung des Fluggeräts betrachtet (entlang der Symmetrielinie). Dies ist vor allem für den Tankbereich von großem Interesse, da dort verschieden aufgebaute Thermalschutzsysteme aufeinandertreffen. Der schematische Aufbau für diese weiterentwickelte Modell ist in Bild 2.11 zu sehen.

### 2.6.2.1 Wärmeströme

Im Unterschied zur eindimensionalen Modellierung müssen jetzt auch die Wärmeströme in Längsrichtung berücksichtigt werden. Zur leichteren Lesbarkeit werden daher jetzt die

(bisherigen) Wärmeströme, **vertikal** zur Flugzeugoberfläche, mit einem **oberen Index  $v$**  versehen, die neu hinzukommenden **horizontalen** Ströme zwischen den einzelnen Punkten mit einem **oberen Index  $h$** . Da außerdem nun  $j$  verschiedene Punkte betrachtet werden, ergibt sich für den Wärmestrom in die erste Schicht am Punkt  $j$ :

$$\begin{aligned} q_{1,j}^v &= q_{Aero,j} - q_{Strahlung,j} = q_{Aero,j} - \varepsilon \sigma (T_{1,j}^4 - T_{\infty}^4) , \\ q_{1,j-1,j}^h &= C_1(T_{1,j}) \cdot (T_{1,j-1} - T_{1,j}) , \end{aligned} \quad (2.70)$$

sowie für die restlichen Schichten

$$\begin{aligned} q_{i,j}^v &= q_{Leitung,j} + q_{Strahlung,j} = C_i(T_{i,j}) \cdot (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + \varepsilon_{i,i-1} \sigma (T_{i-1,j}^4 - T_{i,j}^4) , \\ q_{i,j-1,j}^h &= C_i(T_{i,j}) \cdot (T_{i,j-1} - T_{i,j}) . \end{aligned} \quad (2.71)$$

Im Übergangsbereich zum Wasserstofftank treffen zwei unterschiedliche Modellierungen aufeinander, mit verschiedenen Schichtenanzahlen. Aus Gründen der Vereinfachung, und weil von einer sehr guten Isolierung des Tanks ausgegangen werden kann, werden die horizontalen Wärmeströme am Übergang nur bis zur letzten gemeinsamen Schicht (Rumpfbleplankung, s. Bild 2.7) modelliert.

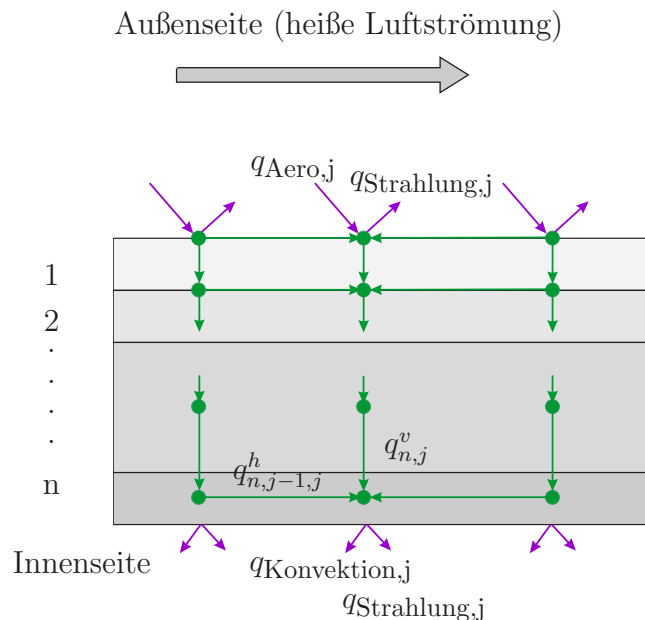


Bild 2.11: Zweidimensionales Knotenmodell

## 2.7 Die Differentialgleichungen der instationären Aufheizung

### 2.7.1 Allgemeines

Die allgemeine instationäre Wärmeleitungsgleichung lautet im dreidimensionalen Fall (s. Anhang B.1 und [9, 20, 37, 38]):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda(T)}{C(T)\rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{C(T)\rho} \dot{W}(x, y, z, t, T) \quad (2.72)$$

Hierbei sind auch die stoffabhängigen Werte temperaturabhängig. Die Größe  $\dot{W}$  bezeichnet eine eventuell auftretende Wärmequelle. Mittels des Ansatzes über die Energieerhaltung wird die vorliegende parabolische partielle Differentialgleichung in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen transferiert. Näheres hierzu ist ebenfalls dem Anhang B.1 und der dort aufgeführten Literatur zu entnehmen.

### 2.7.2 Die Differentialgleichungen (eindimensionaler Fall)

Mit den in 2.6.1 und 2.6.2 entwickelten Modellen kann nun das resultierende Differentialgleichungssystem für die Temperaturen in den einzelnen Schichten entwickelt werden.

Für die ersten  $n - 1$  Knoten eines jeden betrachteten Punktes am Fluggerät ergibt sich die Temperaturdifferentialgleichung aus der Differenz der jeweils zu- und abfließenden Wärmeströme  $q_i$ , geteilt durch die entsprechende Wärmekapazität. Damit ergibt sich:

$$\dot{T}_i = \frac{1}{\rho_i c_i d_i} (q_i - q_{i+1}) . \quad (2.73)$$

Für den innersten Knoten muß eine separate Betrachtung durchgeführt werden, da hier das Flugzeuginnere mit in Betracht gezogen werden muß. Es sind grundsätzlich zwei Fälle zu unterscheiden: Befindet sich Luft auf der Innenseite des Thermalschutzsystems, so kann die resultierende Temperatur ebenfalls aus der Summe der zu- und abfließenden Ströme errechnet werden.

$$\dot{T}_n = \frac{1}{\rho_n c_n d_n} \left( q_n - \alpha_q (T_n - T_{innen}) - \varepsilon_{n,n-1} \sigma (T_n^4 - T_{innen}^4) \right) . \quad (2.74)$$

Die Temperatur im Innern des Fluggeräts wird mit  $T_{innen} = 300$  K angenommen.

Betrachtet man den Bereich mit darüberliegendem Tank, so befindet sich jetzt flüssiger Wasserstoff unmittelbar über dem Thermalschutzsystem. Aufgrund der großen Menge an

Wasserstoff und seiner hohen spezifischen Wärmekapazität wird die Temperatur des innersten Knotens als konstant angenommen [46], d.h. für die Differentialgleichung der innersten Schicht folgt

$$\dot{T}_n = 0. \quad (2.75)$$

### 2.7.3 Die Differentialgleichungen (zweidimensionaler Fall)

Für den zweidimensionalen Fall müssen zusätzlich die zwischen den einzelnen Punkten auftretenden Wärmeströme in Längsrichtung des Fluggeräts berücksichtigt werden.

Dies ergibt für die ersten  $n - 1$  Knoten am Punkt  $j$  in der  $i$ -ten Schicht

$$\dot{T}_{i,j} = \frac{1}{\rho_i c_i d_i} \left( q_{i,j}^v - q_{i+1,j}^v + \underbrace{q_{i,j-1,j}^h - q_{i,j,j+1}^h}_{\text{horizontale Wärmeströme}} \right). \quad (2.76)$$

Auch am innersten Knoten müssen die Wärmeaustauschfaktoren der einzelnen Punkte berücksichtigt werden

$$\dot{T}_{n,j} = \frac{1}{\rho_n c_n d_n} \left( q_{n,j} - \alpha_q (T_{n,j} - T_{innen}) - \varepsilon_{n-1,n} \sigma (T_{n,j}^4 - T_{innen}^4) + \underbrace{q_{n,j-1,j}^h - q_{n,j,j+1}^h}_{\text{horizontale Wärmeströme}} \right). \quad (2.77)$$

Für den Tankbereich ergeben sich keine Änderungen, es gilt wie oben

$$\dot{T}_{n,j} = 0. \quad (2.78)$$

### 2.7.4 Numerische Probleme

Im Verlauf der numerischen Berechnungen hat sich gezeigt, daß bei der Ankopplung der instationären Aufheizung teilweise große Schwierigkeiten auftraten. Dies betraf sowohl die Lösungsfindung des Optimalsteuerungsproblems, als auch die anschließende Integration. Genauere Untersuchungen haben ergeben, daß das betrachtete Differentialgleichungssystem teilweise hochgradig steifes Verhalten aufzeigt. Darauf wird in Kapitel 5.3 bei der Vorstellung der Ergebnisse gesondert eingegangen. Notwendige Erläuterungen zum Begriff der Steifheit sind Anhang B.3 zu entnehmen.

## **2.8 Zusammenfassung**

Die möglichst genaue Beschreibung der instationären Aufheizung eines Hyperschallfluggeräts bildet einen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Mit Hilfe von semi-empirischen Verfahren wird der Wärmestrom für ausgewählte Punkte am Fluggerät bestimmt. Damit kann die Aufheizung der Außenhaut und der Treibstoffbedarf zur Kühlung der Triebwerke ermittelt werden. Das verwendete Thermalschutzsystem wird vorgestellt und die Temperaturentwicklung in den einzelnen Schichten mittels eines ein- und zweidimensionalen Schichtenmodells modelliert.

Dieses Kapitel schließt die äußerst komplexe Modellierung des Fluggeräts ab. Die hier vorgestellten Zusammenhänge müssen bei der Aufstellung und Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe und auch bei der nachfolgenden Simulation berücksichtigt werden, da sich direkte Auswirkungen auf die Auswahl der einsetzbaren Verfahren ergeben.



# Kapitel 3

## Optimalsteuerungsprobleme

Das vorliegende Problem des Fluges eines Hyperschall-Flugsystems, unter Berücksichtigung der instationären Aufheizung, kann mathematisch als Lösung eines dynamischen Systems mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben werden. Die Suche nach optimalen Lösungen derartiger Aufgaben führt auf Probleme der Optimalen Steuerung.

Der Ursprung der Optimalen Steuerungsprobleme liegt in der Variationsrechnung und reicht bis auf die Brüder *Bernoulli* zurück [143]. Die Optimalsteuerungstheorie, als deren wichtigstes Ergebnis das Minimumprinzip von *Pontryagin* gilt [118, 143], wurde in den fünfziger Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelt. Auch zu erwähnen ist das Prinzip der dynamischen Programmierung von Bellmann [143]. Einen entscheidenden Einfluß auf die Entwicklung der Theorie der Optimalen Steuerung hatten Probleme aus der Luft- und Raumfahrt, wie z.B. das *Goddard*-Problem.

Die Literatur zum Themengebiet ist sehr umfangreich. Für weitere Studien sei auf die wichtigsten hier verwendeten Werke von *Athans* und *Falb* [7], *Bryson* und *Ho* [22], *Gamkrelidze* [54], *Pontryagin* [118] und *Vinter* [143] verwiesen.

Dieses Kapitel beschreibt die grundsätzliche Form eines Optimalsteuerungsproblems, beschränkt sich aber dabei auf die für die verwendeten direkten Verfahren nötigen Aussagen und Bedingungen. Für weitergehende Aussagen und Bedingungen sei auf die oben genannte Literatur, sowie auf [14, 33, 154] verwiesen.

### 3.1 Annahmen

Es wird ein technisches System betrachtet, dessen Verhalten im Phasenraum durch einen Zustandsvektor

$$\mathbf{x}(t) := (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)), \quad \mathbf{x} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n$$

beschrieben werden kann. Das Systemverhalten wird durch die Steuerungen

$$\mathbf{u}(t) := (u_1(t), u_2(t), \dots, u_k(t)), \quad \mathbf{u} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^k$$

bestimmt<sup>1</sup>. In obiger Notation bezeichnet  $t_0 \in \mathbb{R}$  den Anfangszeitpunkt und  $t_f \in \mathbb{R}$  den Endzeitpunkt, wobei der Endzeitpunkt frei oder fest gewählt werden kann.

Zu minimieren ist das Funktional

$$I[u] := \Phi(x(t_f), t_f) + \int_0^{t_f} L(x(t), u(t)) dt \quad (3.1)$$

über der Funktionenklasse

$$C_k^S := \{u : [0, t_f] \rightarrow U \subset \mathbb{R}^k, \quad u \text{ stückweise stetig}\}.$$

Die Dynamik des betrachteten Systems wird in Form von Differentialgleichungsnebenbedingungen

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad f : \mathbb{R}^{n+k} \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (3.2)$$

und Randbedingungen

$$\Psi(x(t_0), x(t_f), t_f) = 0, \quad \Psi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_\Psi} \quad (3.3)$$

berücksichtigt. In den meisten gebräuchlichen Problemstellungen sind die Randbedingungen in Anfangs- und Endbedingungen separiert:

$$\Psi(x(t_0), x(t_f), t_f) = \begin{pmatrix} x(t_0) - x_0 \\ \bar{\Psi}(x(t_f), t_f) \end{pmatrix} = 0. \quad (3.4)$$

Hierbei bezeichnet  $x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$  den Anfangs- und  $x(t_f) \in \mathbb{R}^n$  den Endzustand.

Außerdem treten zumeist noch weitere Nebenbedingungen auf, in Form von Gleichungen oder Ungleichungen. Diese sind wahlweise reine Zustandsbeschränkungen

$$S(x(t)) \leq 0, \quad S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_S}, \quad \forall t \in [t_0, t_f], \quad (3.5)$$

gemischte Beschränkungen (auch sogenannte Steuerungsbeschränkungen)

$$C(x(t), u(t)) \leq 0, \quad C : \mathbb{R}^{n+k} \rightarrow \mathbb{R}^{n_C}, \quad \forall t \in [t_0, t_f] \quad (3.6)$$

oder innere Punktbedingungen

$$N(x(t), t) = 0, \quad N : \mathbb{R}^n \times (0, t_f) \rightarrow \mathbb{R}^{n_N}, \quad \forall t \in [t_0, t_f]. \quad (3.7)$$

Alle in (3.1) bis (3.7) auftretenden Funktionen seien hinreichend oft stetig differenzierbar nach allen Argumenten. Dabei gilt insbesondere:

<sup>1</sup>Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in der folgenden Herleitung auf die Vektorschreibweise verzichtet.

- Der Mayer-Anteil  $\Phi : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$  im Zielfunktional sei stetig differenzierbar.
- Der Lagrange-Anteil  $L : \mathbb{R}^{n+k} \rightarrow \mathbb{R}$  im Zielfunktional sei stetig und außerdem nach  $x$  und  $u$  stetig partiell differenzierbar.
- Die rechte Seite des Differentialgleichungssystems  $f : \mathbb{R}^{n+k} \rightarrow \mathbb{R}^n$  sei stetig und außerdem nach  $x$  und  $u$  stetig partiell differenzierbar.

**Bemerkung 3.1 (Dynamik des Systems):**

Neben einem System gewöhnlicher Differentialgleichungen kann die Systemdynamik auch auf andere Art und Weise beschrieben werden. Es sind Modellierungen mit partiellen Differentialgleichungen, differential-algebraischen Systemen, retardierten Differentialgleichungen, abschnittsweise definierter Dynamik oder auch stochastischen Einflüssen denkbar. \*

**Bemerkung 3.2 (Steuerbereich  $U$ ):**

Die zulässige Menge im  $k$ -dimensionalen euklidischen Raum, in dem sich die Steuerungen  $u(t)$  befinden dürfen, heißt Steuerbereich  $U$ .  $U$  sei abgeschlossen, beschränkt und konvex und wird durch die Beschränkungen aus Gl. (3.6) bestimmt. Ferner wird das Innere des Steuerbereichs als nichtleer angenommen. \*

**Bemerkung 3.3 (Formulierung des Zielfunktional):**

Das in Gl. (3.1) gegebene Zielfunktional kann in verschiedenen Darstellungen auftreten. Dabei gilt:

- Bolza-Problem:  $\Phi \neq 0$  und  $L \neq 0$
- Lagrange-Problem:  $\Phi = 0$  und  $L \neq 0$
- Mayer-Problem:  $\Phi \neq 0$  und  $L = 0$
- Tschebyscheff-Problem:  $I[u] = \text{Max}(L(x(t), u(t), t))$ .

Die aufgeführten Formulierungen lassen sich durch geeignete Transformationen ineinander überführen [24, 154]. In den nachfolgenden Untersuchungen werden ausschließlich Probleme in Mayer-Form betrachtet. \*

**Bemerkung 3.4 (Zeitvariable  $t$ ):**

Es ist jederzeit möglich, ein beliebiges Zeitintervall  $[t_0, t_f]$  (o.B.d.A.:  $t_0 = 0$ ) auf das normierte Zeitintervall  $[0, 1]$  zu transformieren, und dadurch Probleme mit freier Endzeit  $t_f$  auf solche mit fester Endzeit umzuwandeln. Dies geschieht durch Einführen einer neuen Zeitvariablen  $t \in [0, 1]$ . Wir betrachten hier ausschließlich Probleme mit freier Endzeit  $t_f$ .

Die in dieser Arbeit betrachteten Optimalsteuerungsprobleme sind autonome Probleme, d.h. die definierten Funktionen für  $f, S, C$  und  $N$  hängen nicht explizit von der Zeit  $t$  ab. Treten, im Gegensatz zu unserer Formulierung, nichtautonome Probleme auf, so können diese durch Einführen einer neuen Zustandsgröße  $x_{n+1} \equiv t$  und einer neuen Differentialgleichung  $\dot{x}_{n+1} = 1, x_{n+1}(0) = 0$  auf die hier verwendete autonome Problemstellung transformiert werden. \*

## 3.2 Das Optimalsteuerungsproblem

Mit den oben gemachten Annahmen und Definitionen läßt sich nun ein allgemeines Optimalsteuerungsproblem formulieren.

### Definition 3.1 (Optimalsteuerungsproblem):

*Das Problem*

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiere} \quad & I[u] = \Phi(x(t_f), t_f) \\
 \text{unter} \quad & \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \\
 & \Psi(x(t_0), x(t_f), t_f) = 0, \\
 & u(t) \in U, \quad t \in [t_0, t_f],
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

*heißt Optimalsteuerungsproblem.*

### Definition 3.2 (Unbeschränkte Extremale):

*Eine optimale Lösung von (3.8) heißt unbeschränkte Extremale. Ist zusätzlich noch eine Zustandsbeschränkung (3.5) aktiv, so heißt die Lösung beschränkte Extremale.*

# Kapitel 4

## Verwendete Numerische Methoden und Verfahren

### 4.1 Allgemeines

Das im vorigen Kapitel beschriebene Problem der optimalen Steuerung kann mit zwei unterschiedlichen Ansätzen gelöst werden, wahlweise mit einem **direkten** oder einem **indirekten** Verfahren. Der Unterschied besteht hierbei hauptsächlich im vom Benutzer geforderten Aufwand.

**Direkte Verfahren** wandeln das ursprünglich unendlich-dimensionale Optimalsteuerungsproblem in ein endlich-dimensionales nichtlineares Optimierungsproblem um. Das entstehende nichtlineare Optimierungsproblem kann mit Hilfe einer großen Anzahl von numerischen Optimierungsverfahren gelöst werden. Ein großer Vorteil der direkten Verfahren besteht in ihrer Anwenderfreundlichkeit. So sind bis auf wenige Ausnahmen keine Kenntnisse der Theorie der Optimalen Steuerung nötig. Im Laufe der hier vorgestellten Arbeiten wurde fast ausschließlich das direkte Verfahren *DIRCOL* [139] verwendet. Für Vergleichsrechnungen kam ferner das in der graphischen Umgebung *GESOP* [109] implementierte Parameteroptimierungsverfahren *PROMIS* zum Einsatz.

Im Gegensatz dazu wird bei den **indirekten Verfahren** mit Hilfe der notwendigen Bedingungen aus der Theorie der optimalen Steuerung ein Mehrpunktrandwertproblem aufgestellt. Dies geschieht mit Hilfe des Minimumprinzips von Pontryagin und der daraus resultierenden notwendigen Bedingungen [22, 118]. Zur Lösung der resultierenden, in der Regel sehr komplexen, Probleme stehen leistungsfähige Verfahren, wie z.B. die Mehrzielmethoden *MUMUS* [74] und *JANUS* [26] zur Verfügung.

Ein Überblick über eine Reihe von direkten und indirekten Verfahren zur Lösung von komplexen Optimalsteuerungsproblemen ist in [24, 138, 154] gegeben.

## 4.2 Direkte Verfahren

Nachfolgend werden die beiden verwendeten direkten Verfahren beschrieben. Die Güte der vorgestellten Verfahren *DIRCOL* und *GESOP* wurde für unterschiedliche Optimalsteuerungsprobleme bewiesen.

So wurden für das Kollokationsverfahren *DIRCOL* verschiedene Optimalsteuerungsprobleme aus den Bereichen Luft- und Raumfahrt, Robotik und Wirtschaftswissenschaften erfolgreich gelöst [33, 85, 138, 146, 153].

Auch die Methode *GESOP* wurde erfolgreich an vielen Beispielen der Luft- und Raumfahrt angewandt [46, 95, 147].

### 4.2.1 Das direkte Kollokationsverfahren *DIRCOL*

#### 4.2.1.1 Allgemeines

Direkte Kollokationsverfahren beruhen auf einer Diskretisierung der Zustands- und Steuervariablen und verwenden zur Erfüllung der Zustandsdifferentialgleichungen einen Kollokationsansatz. Das unendlich-dimensionale Optimalsteuerungsproblem wird in ein endlich-dimensionales nichtlineares Optimierungsproblem transformiert und anschließend mit geeigneten Optimierungsverfahren gelöst.

Ziel der Optimierungsaufgabe ist es, die Steuerungen  $u(t)$  und die Endzeit  $t_f$  zu bestimmen, die das Zielfunktional aus Gl. (3.1) minimieren. Dazu wird zunächst das Zeitintervall mittels der Unterteilung

$$0 = t_1 < t_2 < \dots < t_N = t_f$$

diskretisiert.

Abhängig von dieser Unterteilung werden nun die Steuergrößen  $u(t_i)$  approximiert durch

$$u_{app}(t) = \begin{cases} u_{app}(t_i) + \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} (u_{app}(t_{i+1}) - u_{app}(t_i)), & t_i \leq t \leq t_{i+1}, i = 1, \dots, N - 2, \\ u_{app}(t_{N-1}) + \frac{t - t_{N-1}}{t_N - t_{N-1}} (u_{app}(t_N) - u_{app}(t_{N-1})), & t_{N-1} \leq t \leq t_N. \end{cases} \quad (4.1)$$

Dabei werden stückweise lineare und in  $[0, t_f]$  stetige Funktionen verwendet (s. Bild 4.1).

Für die Approximation der Zustandsvariablen wählt man stetig differenzierbare und stück-

weise kubische Funktionen (Bild 4.2)

$$x_{app}(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^3 c_k^i \left( \frac{t-t_i}{t_{i+1}-t_i} \right)^k, & t_i \leq t \leq t_{i+1}, \quad i = 1, \dots, N-2, \\ \sum_{k=0}^3 c_k^{N-1} \left( \frac{t-t_{N-1}}{t_N-t_{N-1}} \right)^k, & t_{N-1} \leq t \leq t_N. \end{cases} \quad (4.2)$$

Die Funktionen  $u_{app}$  und  $x_{app}$  sind nun so zu wählen, daß sie das Zielfunktional mini-

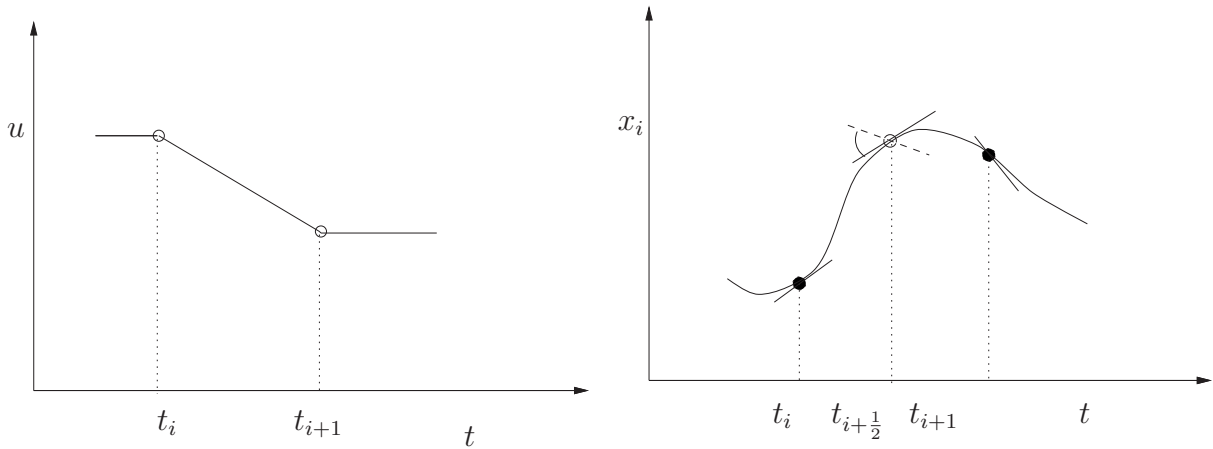


Bild 4.1: Approximation für  $u(t)$

Bild 4.2: Approximation für  $x_i(t)$  mit kubischer Kollokation an den Punkten  $t_i$ ,  $t_{i+\frac{1}{2}}$  und  $t_{i+1}$

mieren, die Ungleichungsbeschränkungen bei  $t_i$  und die Randbedingungen erfüllen. Die Differentialgleichungen müssen dabei an den Punkten  $t_i$  und  $t_{i+\frac{1}{2}}$  erfüllt werden.

Mit Hilfe der Abkürzungen

$$\dot{x}_{app}(t_i) := f(x_{app}(t_i), u_{app}(t_i), t_i) =: f_i, \quad i = 1, \dots, N \quad \text{und} \quad h_i := t_{i+1} - t_i$$

lassen sich die Koeffizienten  $c_k^i$  schreiben als

$$\begin{aligned} c_0^i &= x_{app}(t_i), & c_2^i &= -3x_{app}(t_i) - 2h_i f_i + 3x_{app}(t_{i+1}) - h_i f_{i+1}, \\ c_1^i &= h_i f_i, & c_3^i &= 2x_{app}(t_i) + h_i f_i - 2x_{app}(t_{i+1}) + h_i f_{i+1}. \end{aligned}$$

Mit dem obigen Schema und den Abkürzungen

$$x_i := x_{app}(t_i), \quad u_i := u_{app}(t_i), \quad i = 1, \dots, N$$

erhält man das folgende endlich-dimensionale nichtlineare Optimierungsproblem:

**Minimiere**

$$\Phi(Y) = \Phi(x_N, t_N) \quad (4.3)$$

unter den folgenden Restriktionen

$$\begin{aligned} f_j(x_{app}(t), u_{app}(t), t) - \dot{x}_{j,app} &= 0, \quad \text{für } t = t_{i+\frac{1}{2}}, i = 1, \dots, N-1, \quad j = 1, \dots, n, \\ r_j(x_{app}(t_1), x_{app}(t_N)) &= 0, \quad j = 1, \dots, n + n_f, \\ g_j(x_{app}(t), u_{app}(t), t) &\geq 0, \quad \text{für } t = t_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dabei bezeichnet

$$Y = (x_1, u_1, \dots, x_N, u_N, t_N)^T \in \mathbb{R}^{N(l+n)+1}$$

den Vektor der gesuchten Parameter.

#### **Bemerkung 4.1:**

Durch die hier gewählte Formulierung für  $x_{app}$  erreicht man, daß die Anzahl der freien Parameter der kubischen Polynome von vier auf zwei reduziert wird. Die Anzahl der Kollokationsbedingungen je Teilintervall sinkt von drei auf eine. Dies zusammen hält das nichtlineare Optimierungsproblem klein, was sich vorteilhaft auf die Konvergenz und Zuverlässigkeit der Lösung auswirkt. \*

Eine ausführliche Herleitung des Verfahrens findet sich in [138]. Zur Lösung des nichtlinearen Optimierungsproblems werden nun Standard-*SQP*-Verfahren verwendet, die sich als am besten geeignet erwiesen haben.

#### **4.2.1.2 SQP-Verfahren**

In den letzten Jahren haben *SQP*-Verfahren (Sequentielle Quadratische Programmierung) eine sehr große Bedeutung bei der Lösung nichtlinearer Optimierungsprobleme erlangt [14, 51, 57, 138]. Auch in der hier verwendeten Version der Kollokationsmethode *DIRCOL* kommt ein *SQP*-Verfahren zum Einsatz, das Verfahren *SNOPT* [24, 56, 58]. Das Grundprinzip der *SQP*-Verfahren beruht darauf, das Ausgangsproblem schrittweise durch ein quadratisches Teilproblem (*QP*) zu ersetzen (d.h. es erfolgt eine quadratische Approximation des Zielfunktionales und eine lineare Approximation der Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen). Ein Hauptvorteil der *SQP*-Verfahren liegt in der schnellen Konvergenz und der geringen Anzahl benötigter Funktionsauswertungen im Vergleich zu anderen Ansätzen. Ausführliche Informationen sind der Literatur zu entnehmen, v.a. [57, 59].



### 4.2.2 Das Verfahren *GESOP*

Die in der graphischen Umgebung *GESOP* [109] verwendete Methode *PROMIS* gehört zur Klasse der direkten Schießverfahren. Dabei werden die Steuerungen diskretisiert und die Bewegungsdifferentialgleichungen durch anschließende Integration erfüllt. Da die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Ergebnisse fast ausschließlich mit dem Verfahren *DIRCOL* gefunden wurden, und sich der prinzipielle Aufbau von *PROMIS* nicht sehr stark vom oben beschriebenen unterscheidet, wird auf eine ausführlichere Beschreibung verzichtet. Für weitergehende Informationen sei auf die Darstellung in [79, 95, 109] verwiesen.

### 4.2.3 Vor- und Nachteile der eingesetzten Verfahren

Obwohl in dieser Arbeit ausschließlich mit direkten Verfahren gearbeitet wird, soll hier dennoch ein kurzer Vergleich zwischen dem direkten und indirekten Ansatz erfolgen:

Ein hauptsächlicher **Vorteil** der direkten Verfahren besteht darin, daß kein Vorwissen aus der Theorie der Optimalen Steuerung nötig ist (adjungierte Differentialgleichungen, Schaltstrukturen). Die direkte Kollokationsmethode *DIRCOL* liefert aber dennoch zuverlässige Schätzungen für die adjungierten Variablen. Der Konvergenzradius ist dem der indirekten Verfahren überlegen und auch für eine schlechte Startlösung besitzen direkte Verfahren gute Konvergenzeigenschaften. Vorkenntnisse über die Struktur der Lösung werden nicht gefordert. Durch neue Entwicklungen wurde auch der Rechenzeitnachteil gegenüber indirekten Verfahren verringert.

Dem stehen folgende **Nachteile** gegenüber: Die Steuerungen werden eventuell etwas ungenauer approximiert als die Zustandsgrößen. Dies gilt vor allem für singuläre Steuerungen. Die Lösung kann aufgrund der Diskretisierung nur ein Nebenminimum darstellen, welches nicht alle notwendigen Bedingungen aus der Theorie der optimalen Steuerung erfüllt.

Es muß angemerkt werden, daß Aussagen über globale Minima bei keinem von beiden Ansätzen getroffen werden können.

Weitere Informationen zu den Vor- und Nachteilen der beiden Ansätze finden sich u.a. in [24, 138, 146, 154].

Ein Ansatz, der die Stärken und Schwächen der verschiedenen Ansätze ausnutzt, ist die sogenannte *Hybrid-Methode*. Hier werden ein direktes und ein indirektes Verfahren gekoppelt, wobei die mit der direkten Methode gefundene Lösung für Zustands- und Steuervektor als Startschätzung für die indirekte Methode dient. Diese Strategie wurde mit den beiden Verfahren *DIRCOL* und *MUMUS* z.B. in [23, 33, 34, 140, 144] erfolgreich angewandt.

### 4.3 Validierung durch numerische Simulation

Ein Merkmal des verwendeten direkten Verfahrens *DIRCOL* ist die Tatsache, daß die Ergebnisse nicht integriert werden. Dies umgeht, gerade im Hinblick auf die instationäre Aufheizung einige numerische Schwierigkeiten (s. Kapitel 5.3). Um abschätzen zu können, wie gut die mit der Optimierung erhaltenen Ergebnisse die Systemdynamik erfüllen, wurde das Werkzeug der *Simulation* verwendet. Darunter wird hier die Integration des zugrundeliegenden Differentialgleichungssystems verstanden, wobei die Steuergrößen aus der Lösung des Optimierungsproblems übernommen werden. Mit dieser Technik war es auch möglich, umfangreiche Untersuchungen zur instationären Aufheizung durchzuführen.

Bei der Behandlung der in der numerischen Simulation auftretenden Anfangswertprobleme werden hier grundsätzlich drei Verfahrensklassen unterschieden (s. z.B. [6, 41, 137]):

- Einschrittverfahren (Eulerverfahren, Runge-Kutta-Verfahren, Runge-Kutta-Fehlberg-Verfahren)
- Mehrschrittverfahren (Adams-Bashforth-Verfahren, Adams-Moulton-Verfahren, Nyström-Verfahren, BDF-Verfahren)
- Extrapolationsverfahren

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Verfahren aus allen drei Verfahrensklassen getestet. Sind für die Simulation der reinen Systemdynamik noch alle drei Ansätze praktikabel, so änderte sich dies bei der Ankopplung der instationären Aufheizung völlig. Der Grund hierfür liegt in der starken Steifheit des Differentialgleichungssystems der instationären Aufheizung. Tritt steifes Verhalten auf, so wird es nötig speziell dafür geeignete Verfahren anzuwenden. In Anhang B.2 werden die wichtigsten Aussagen und Definitionen zur numerischen Lösung von Anfangswertproblemen gegeben.

Es zeigte sich, daß von den getesteten Standardmethoden nur zwei unseren Anforderungen gerecht wurden: zum einen das Paket *LSODA/LSODE* sowie das Verfahren *RADAU*. Diese beiden Verfahren werden kurz vorgestellt. Einen ausführlichen Vergleich unterschiedlicher Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen bringt Kapitel 5.3.

#### 4.3.1 Die Verfahren *LSODA* und *LSODE*

Daher kam in einem nächsten Schritt das Paket *LSODA/LSODE* zum Einsatz, welches sowohl steife als auch nichtsteife Differentialgleichungen lösen kann. Außerdem ist in dem Verfahren *LSODA* eine automatische Umschaltung zwischen steifen und nichtsteifen Systemen implementiert. Der Integrator *LSODA* kann folgendermaßen charakterisiert werden:

- ☞ Differentialgleichungslöser aus dem Softwarepaket *ODEPACK*, geschrieben von A.C. Hindmarsh und L.R. Petzold. *LSODA* kann eigenständig zwischen steifen und nichtsteifen Differentialgleichungssystemen hin- und herschalten. Dabei kommen im nicht-

steifen Fall implizite Adams-Verfahren zum Einsatz (bis zur Ordnung  $p = 12$ ), im steifen Fall BDF-Formeln (bis zur Ordnung  $p = 5$ ).

Nähere Informationen zu *LSODA* und zu steifen Differentialgleichungen in [70, 75]. Die Umschaltung zwischen den beiden Verfahren erfolgt durch eine Schrittweitenabschätzung [117].

Das Verfahren *LSODE* verwendet die selben Ansätze wie *LSODA*, allerdings entfällt die automatische Umschaltung. Der Benutzer muß das gewünschte Verfahren von Hand auswählen. Durch die nicht implementierte automatische Umschaltung besitzt *LSODE* Rechenzeitvorteile.

### 4.3.2 Das Verfahren *RADAU*

Als besonders geeignet für die Lösung steifer Differentialgleichungen haben sich auch implizite Runge-Kutta Verfahren erwiesen [25, 122, 132]. Ein Vertreter dieser Klasse ist das Verfahren *RADAU*, das von *Hairer* und *Wanner* entwickelt wurde [62, 70]:

- ☞ Differentialgleichungslöser, basierend auf einem impliziten Runge-Kutta-Verfahren. Es wird ein *Radau IIA*-Ansatz mit variabler Ordnung verwendet.

Ein ausführlicher Vergleich der Ergebnisse aller getesteten Integratoren findet sich in Kapitel 5.3.

## 4.4 Zusammenfassung

Bevor die behandelte Optimalsteuerungsaufgabe gelöst werden kann, muß zunächst eine Auswahl der numerischen Lösungsverfahren erfolgen. Dies betrifft sowohl Verfahren zur Lösung der auftretenden Optimalsteuerungsprobleme, als auch Methoden zur Simulation der erhaltenen Lösungen. In diesem Kapitel wurden die ausgewählten numerischen Methoden und Verfahren näher beschrieben, sowie auf deren Vor- und Nachteile eingegangen. Da durch die Ankopplung der instationären Aufheizung große numerische Schwierigkeiten auftraten, war es unerlässlich darauf bereits bei der Verfahrensauswahl einzugehen. Durch die Verwendung geeigneter Verfahren war es möglich, aussagekräftige Lösungen bei vergleichsweise geringer Rechenzeit zu erhalten, was in den folgenden zwei Kapiteln gezeigt werden wird.



# Kapitel 5

## Ergebnisse – Referenzbahnen

Für die in Kapitel 6 vorgestellten Untersuchungen werden zunächst zwei unterschiedliche Referenzbahnen für das betrachtete Fluggerät festgelegt. Diese werden im folgenden Kapitel ausführlich beschrieben. Dabei wird die instationäre Aufheizung des Fluggeräts ebenfalls betrachtet, jedoch ohne sie zu minimieren. Dies geschieht im nächsten Kapitel. Ein Vergleich mit einem stationären Ansatz, sowie vergleichende Untersuchungen zu verschiedenen Schichtenmodellen werden ebenfalls vorgestellt. Auch die in Kapitel 2.7.4 beschriebene Problematik der stückweisen Steifheit des dynamischen Systems und der daraus resultierenden numerischen Probleme werden angesprochen.

### 5.1 2D-Reichweitenflug

Ein möglicher Einsatzzweck zukünftiger Hyperschallfluggeräte ist der schnelle interkontinentale Passagierverkehr. Deshalb wird ein Reichweitenflug der Trägerstufe (**ohne** Orbitalstufe) entlang des Äquators betrachtet, über eine Strecke von 9000 km. Dies entspricht in etwa der Entfernung von Tokio nach Los Angeles. Die Anfangs- und Endbedingungen des resultierenden Optimierungsproblems zeigt Tabelle 5.1. Die Differentialgleichungen zur Beschreibung der Dynamik entsprechen Gl. (1.33).

	$V$ [m/s]	$\gamma$ [°]	$h$ [m]	$x$ [km]	$m$ [kg]
$t = 0$	150	0	500	0	244000
$t = t_f$	150	0	500	9000	–

Tabelle 5.1: Randbedingungen für den Reichweitenflug

### 5.1.1 Referenzbahn I

Mit Hilfe des Verfahrens *DIRCOL* [139] wird eine Referenzbahn des zweidimensionalen Reichweitenflugs bestimmt. Hier wird zunächst nur der Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung betrachtet und minimiert:

$$I_1[u] = -m|_{t_f} \rightarrow \text{Min.} \quad (5.1)$$

Die Bahnoptimierung lieferte die folgenden Werte:

Die Gesamtflugzeit beträgt 7023.28 s, der Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung beläuft sich auf 61918.7 kg. Die wichtigsten Zustandsgrößen sind in Bild 5.1 zu sehen. Bild 5.2 zeigt den Verlauf der beiden Steuergrößen  $\alpha$  und  $\delta_F$ .

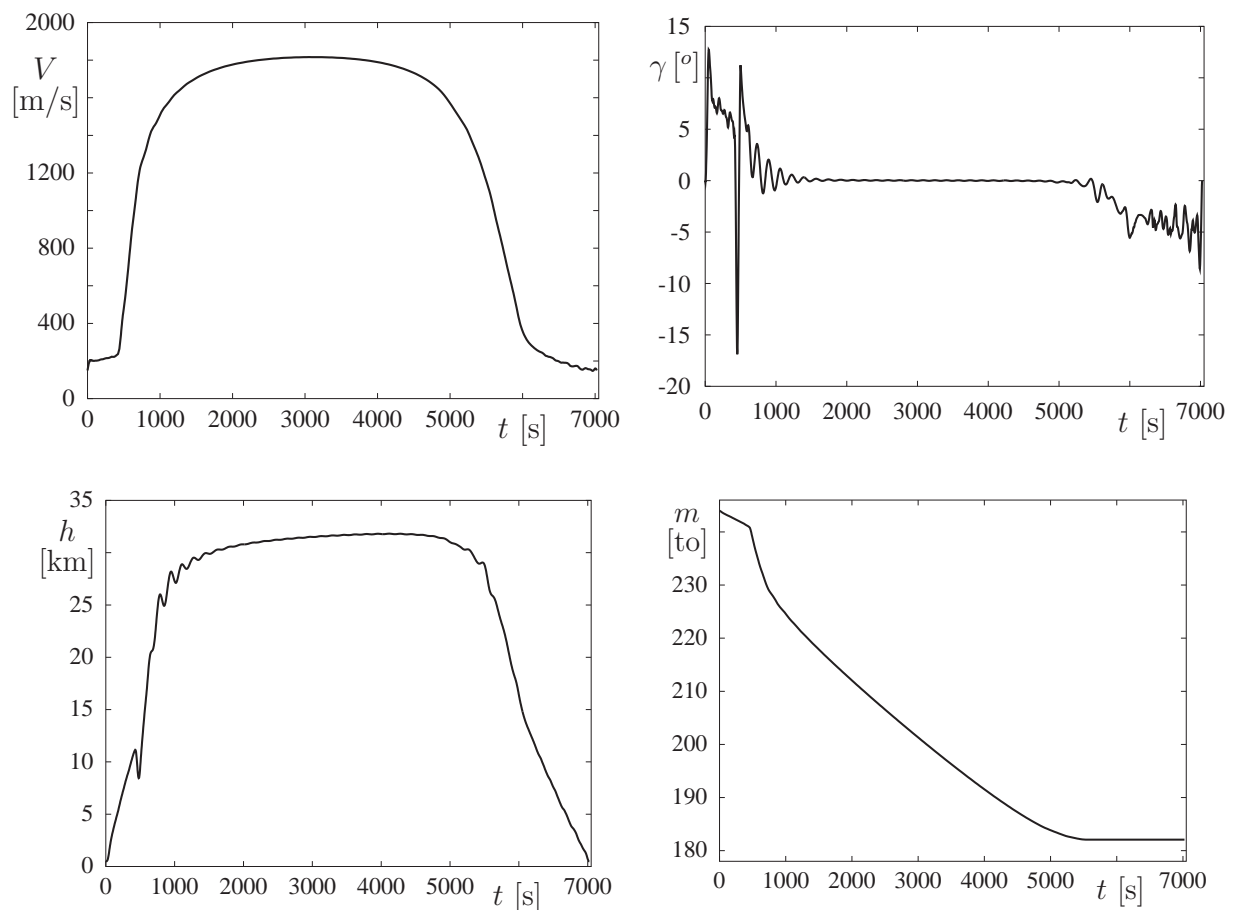
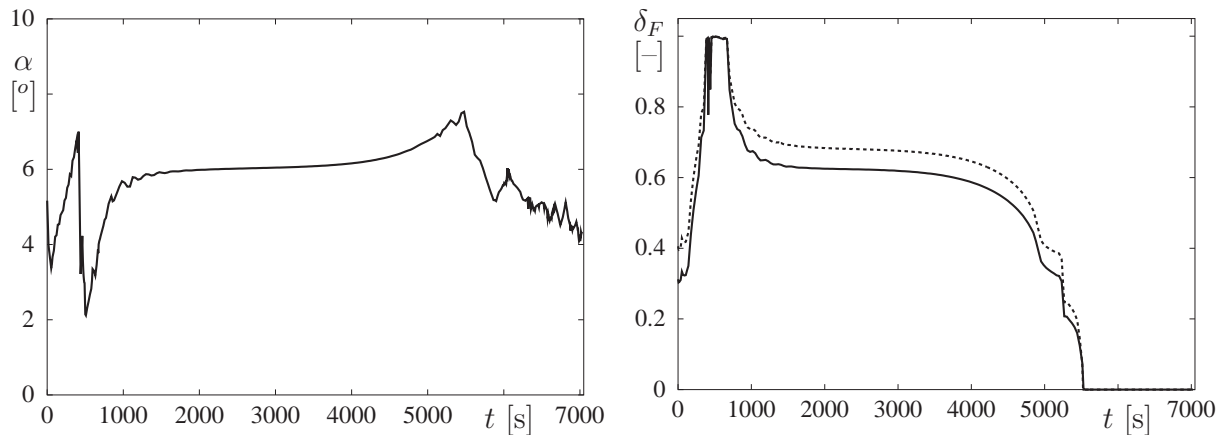
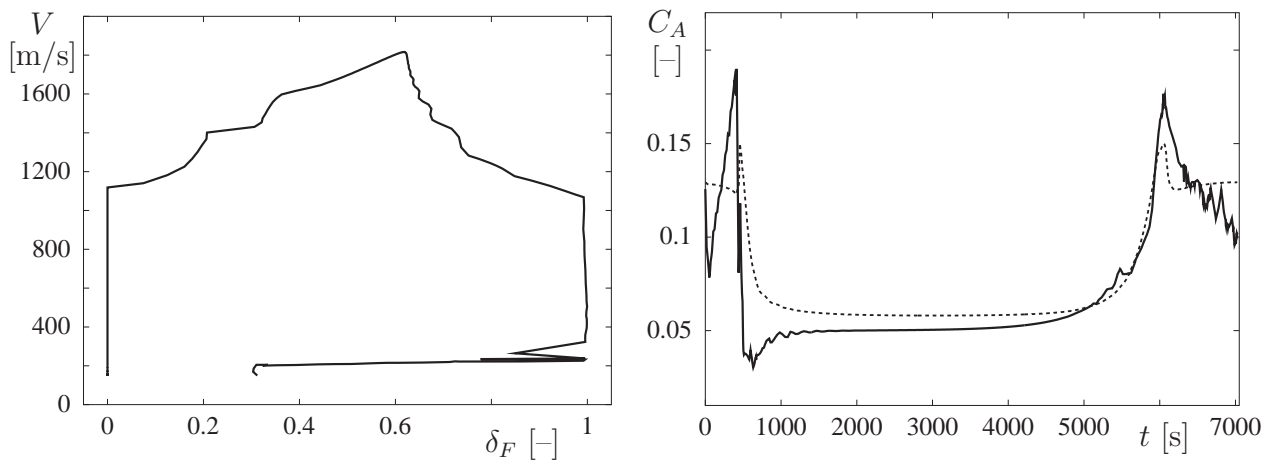


Bild 5.1: Die Zustandsgrößen  $V, \gamma, h$  und  $m$  für den Referenzfall I

Am Beginn des Fluges erfolgt ein schneller Aufstieg auf die Reiseflughöhe, innerhalb von etwa 1000 Sekunden. Es schließt sich eine starke Beschleunigung an, wobei die Triebwerke vollen Schub liefern. Eine unökonomische überstöchiometrische Verbrennung findet

Bild 5.2: Die Steuerungen  $\alpha$  und  $\delta_F$  für den Referenzfall I

hier nicht statt (Bilder 5.2, 5.3). Danach wird der Streckenflug mit nahezu konstantem Bahn- und Anstellwinkel durchgeführt. Eine leichte Periodizität ist allerdings zu beobachten, näheres dazu ist in Abschnitt 5.1.5 zu finden. Dieser stationäre Flugabschnitt umfaßt annähernd 60 % der Gesamtflugzeit. Die beiden Steuergrößen sind in diesem Bereich nahezu konstant. Gleiches gilt auch für den Auftriebsbeiwert  $C_A$  (Bild 5.4). In Bild 5.4 ist zum Vergleich auch der Verlauf des Auftriebsbeiwertes bei Flug mit minimalem Widerstand  $C_A^*$  aufgetragen [21]. Für die gefundene Lösung folgt der Verlauf von  $C_A$  weitgehend dem von  $C_A^*$ .

Bild 5.3: Zusammenhang zwischen Drosselgrad  $\delta_F$  und Fluggeschwindigkeit  $V$ Bild 5.4: Verlauf von Auftriebsbeiwert  $C_A$  (durchgezogene Linie) zum Bezugswert  $C_A^*$  (gestrichelte Linie)

Es ist eine leichte Zunahme der Flughöhe zu betrachten, aufgrund der abnehmenden Ge-

samtmasse. Dieser Effekt war aus flugmechanischen Zusammenhängen auch zu erwarten, vgl. [68]. Mit Zurückfahren des Schubniveaus beginnt der Abstieg. Die Fluggeschwindigkeit sinkt dabei kontinuierlich. Nach einer kurzen zeitlichen Verzögerung nimmt auch die Flughöhe ab.

Den Verlauf der Zustandsbeschränkungen für den Staudruck  $\bar{q}$  und den bahnnormalen Lastfaktor  $n$  zeigt Bild 5.5. Die maximalen Grenzen werden nur kurz im Abschwungbogen am Beginn des Fluges berührt.

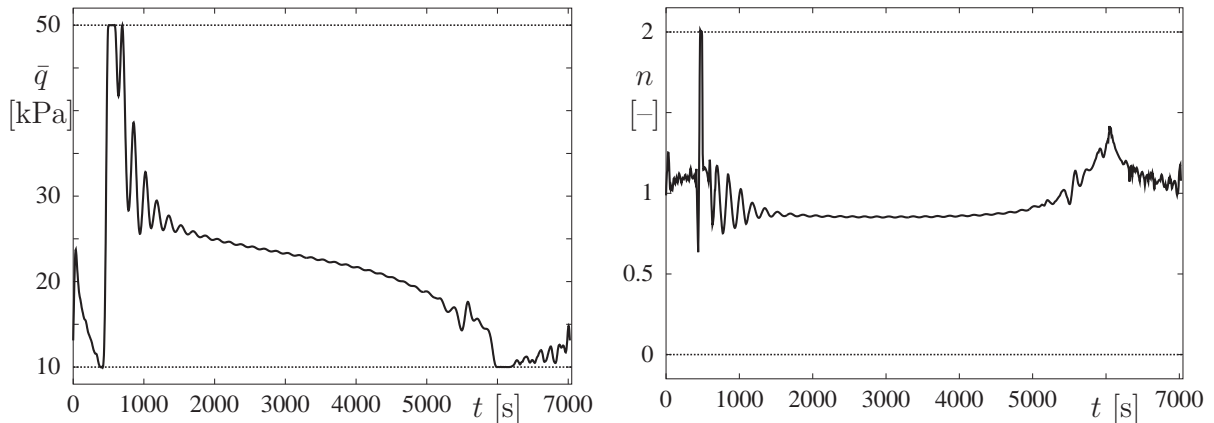


Bild 5.5: Verlauf von Staudruck  $\bar{q}$  und Lastfaktor  $n$  für den Referenzfall I

### 5.1.2 Instationäre Aufheizung für den Referenzflug I

Für die verschiedenen in Kapitel 2.2 aufgeführten Punkte am Fluggerät wurde die instationäre Aufheizung berechnet. Die so erhaltenen Referenztemperaturen können dann mit denen im nächsten Kapitel verglichen werden. Die hier dargestellten Temperaturverläufe wurden mit dem impliziten Runge-Kutta-Verfahren *RADAU* berechnet, das sich bei einem durchgeführten Vergleich unterschiedlicher Methoden als das am besten geeignete Verfahren erwies (vgl. Kapitel 5.3.2). Soweit nicht anders vermerkt wird als Anfangsbedingung für die Temperaturen der einzelnen Schichten

$$T_{i,t=0} = 300 \text{ K} \quad (5.2)$$

angenommen. Dies entspricht der angenommenen Umgebungstemperatur beim Start.

Um die Übersichtlichkeit der dargestellten Lösungen zu erhöhen, wurden für vergleichbare Punkte am Fluggerät jeweils die gleichen Temperaturskalen verwendet (Bild 5.6). So werden die Bauteile mit heißen Strukturen (Staupunkt und Flügelvorderkante) mit einer Skala versehen und die betrachteten Punkte am Rumpf mit einer separaten. Die entsprechenden Farb-Temperatur Zuteilungen sind ebenfalls in Bild 5.6 zu sehen.



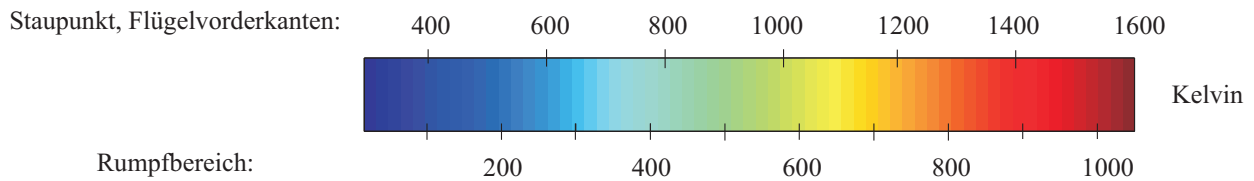


Bild 5.6: Temperaturskalen

### 5.1.2.1 Staupunkt und Flügelvorderkante

Für diese beiden am stärksten belasteten Bereiche kommt dasselbe Thermalschutzsystem zum Einsatz (s. Kapitel 2.4). Zur Berechnung wurde ein Modell mit fünf Schichten angenommen und eine Materialdicke von insgesamt 4 mm. Zur Bestimmung der Temperatur wird davon ausgegangen, daß in der innersten Schicht kein Wärmeübergang nach innen stattfindet. Dies führt zu einer zu hohen Schätzung für die Bauteile mit heißen Strukturen. Für den Nasenbereich tritt mit dieser Annahme eine Maximaltemperatur von 1269.5 K in den einzelnen Schichten auf. Geht man für diesen Bereich von einer unrealistisch effektiven Hinterlüftung, mit einer konstanten Innentemperatur von  $T_{\text{innen}} = 300$  K aus, so ergibt sich eine Maximaltemperatur von 1124.9 K. Der wirkliche Wert dürfte zwischen beiden Werten liegen. Im weiteren wird mit der ersten Annahme gerechnet. Der Verlauf

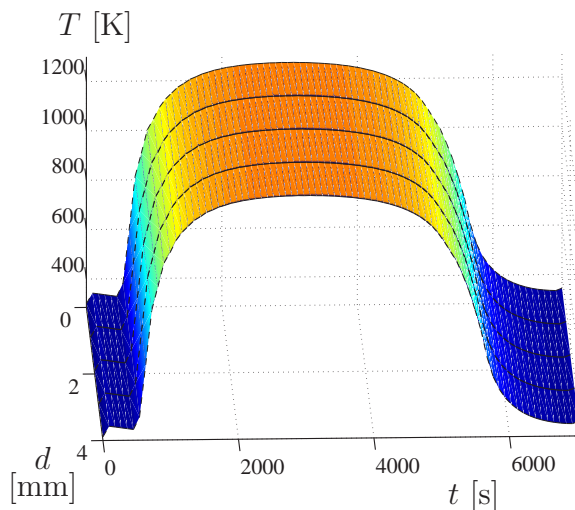


Bild 5.7: Temperaturverteilung der einzelnen Schichten am Staupunkt

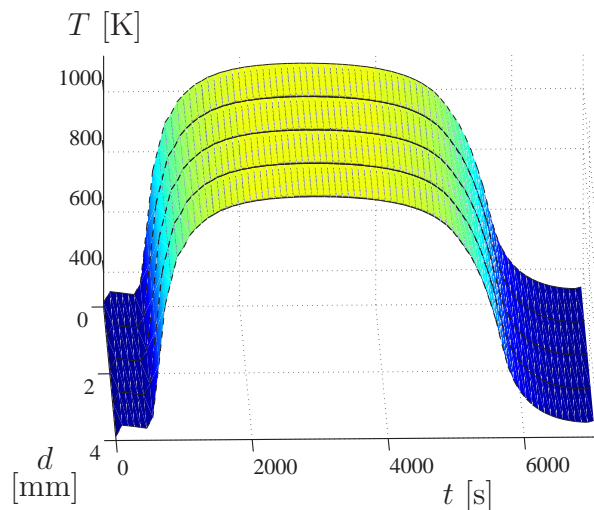


Bild 5.8: Temperaturverteilung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante

der Temperaturen ist Bild 5.7 zu entnehmen. Es ist gut zu erkennen, daß quasi in allen fünf Schichten dieselbe Temperaturverteilung herrscht. Für den Flügelbereich wurde ein

Punkt 23.5 m vom Flügelanfang entfernt betrachtet. Hier beträgt die Maximaltemperatur beim Referenzflug I 1090.5 K (Bild 5.8). Analog zu dem fast stationären Verlauf der Zustandsgrößen (Bild 5.1) zeigt auch die Temperaturverteilung einen ähnlichen Verlauf.

### 5.1.2.2 Rumpfunterseite

Von großem Interesse, vor allem im Hinblick auf Verbesserungen am Wärmeschutzsystem und einer dadurch möglichen Gewichtseinsparung, ist der Rumpfbereich. Mit Hilfe der entwickelten ein- und zweidimensionalen Modelle wurde die Temperaturentwicklung an der Unterseite des Fluggeräts berechnet. Die minimale Lauflänge wurde mit  $x_{le,\min} = 1$  m angenommen, die maximale Lauflänge mit  $x_{le,\max} = 60$  m. Für den Bereich ohne darüberliegenden Tank wurde ein 10-Schichten-Modell angenommen, für den Bereich mit Tank ein 13-Schichten-Modell. Für jeden Punkt wurde auch der aufintegrierte Wärmestrom in die innerste Schicht mitberechnet:

$$\Gamma_n := \int_{t=0}^{t=t_f} q_n dt. \quad (5.3)$$

Für den Tankbereich außerdem noch der Wärmestrom in die 10. Schicht  $q_{10}$ , um die Thermalschutzsysteme vor- und im Tankbereich besser miteinander vergleichen zu können.

Bei einem angenommenen Abstand zwischen den einzelnen Punkten von 1 m ergab sich für das zweidimensionale Modell ein System von

$$n_1 \cdot (10 + 1) + n_2 \cdot (13 + 1 + 1) = 34 \cdot 11 + 27 \cdot 15 = 779 \quad (5.4)$$

gleichzeitig zu lösenden Differentialgleichungen<sup>1</sup>. Der gewählte Abstand von 1 m zwischen den einzelnen Punkten an der Rumpfunterseite stellt einen guten Kompromiß zwischen ausreichender Genauigkeit und möglichst geringer Rechenzeit dar [93]. Durch die stark angewachsene Dimension des Differentialgleichungssystems wuchsen die Rechenzeiten dramatisch an. Betrug die Rechenzeit bei der Berechnung von einem Punkt noch 61.6 CPUs, so stieg sie jetzt auf 4382.1 CPUs an (Rechengenauigkeit  $\varepsilon = 10^{-6}$ , AMD Athlon 1.6 GHz). Von besonderem Interesse in der zweidimensionalen Modellierung ist der Übergang zum Tankbereich. Dieser wird bei einer Lauflänge von  $x_{le} = 34$  m angenommen. Zur Erhöhung der Genauigkeit in diesem Bereich wird ein zusätzlicher Punkt mit dem 10-Schichten-Modell bei einer Lauflänge von 33.5 m modelliert. Für den Tankbereich ergeben sich für die innersten Schichten veränderte Anfangsbedingungen:

$$T_{11,0} = 237 \text{ K}, \quad T_{12,0} = 134 \text{ K}, \quad T_{13,0} = 16 \text{ K}. \quad (5.5)$$

<sup>1</sup>Da die Temperaturen und Wärmeströme innerhalb einer einzigen Matrix formuliert wurden, kamen für die ersten 34 Punkte noch Werte für die fiktiven Schichten 11-13 und den Wärmefluß  $q_{13}$  hinzu, was zu insgesamt 915 (teilweise trivialen) Differentialgleichungen führte.

Die Anfangswerte in der 11. und 12. Schicht ergeben sich durch die Temperaturdifferenz zwischen dem mit 16 K angenommenen Wasserstofftank und der Temperatur der Rumpfbeplankung ( $T_{\text{Rumpf},0} = 300 \text{ K}$ ) während des 24-stündigen Betankungsvorgangs und wurden durch umfangreiche Berechnungen validiert [46].

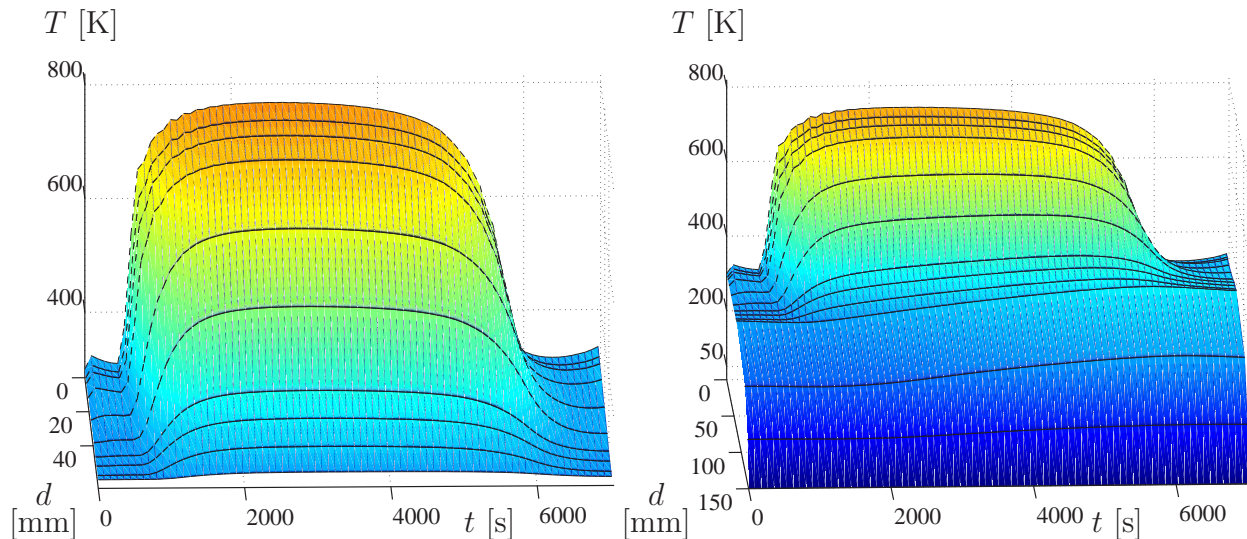


Bild 5.9: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links,  $x_{le} = 20 \text{ m}$ ) und mit Tank (rechts,  $x_{le} = 40 \text{ m}$ )

Es wurden zwei Referenzpunkte an der Rumpfunterseite ausgewählt, einmal 20 m hinter der Nasenspitze (10-Schichten-Modell) und einmal 40 m dahinter (13-Schichten-Modell). Die Temperaturentwicklung an diesen Referenzpunkten wird für alle vorgestellten Flugbahnen verglichen. Zur realistischeren Darstellung der Aufheizung wurden an der  $y$ -Achse die effektiven Schichtdicken des Thermalschutzsystems angetragen. Für die Referenzbahn I ist der Temperaturverlauf für diese zwei Punkte in Bild 5.9 aufgetragen. Die gezeigten Ergebnisse wurden mit dem zweidimensionalen Modell erhalten. Die auftretenden Maximaltemperaturen in der ersten Schicht betragen 767.5 K bei 20 m und 741.9 K bei 40 m. Für die innerste Schicht ergaben sich Maximaltemperaturen von 311.4 K, bzw. 381.3 K. Für den Tankbereich ist zu erkennen, daß die maximalen Temperaturen in den innersten Schichten deutlich später als in den äußeren Schichten auftreten (Bild 5.9, rechts).

Von großem Interesse ist auch die Entwicklung der maximalen Temperaturbelastung und der insgesamt ins Fluggerät eindringenden Wärme in Abhängigkeit von der Lauflänge der Strömung. Diesen Verlauf zeigt Bild 5.10. Zum Vergleich sind hier sowohl die Ergebnisse für den zweidimensionalen, wie auch für den eindimensionalen Fall gezeigt. Die Unterschiede zwischen ein- und zweidimensionaler Modellierung sind dabei sehr gering. So liegt die Maximaltemperatur der ersten Schicht für die eindimensionale Modellierung um 0.04 % höher als für die zweidimensionale Modellierung. Bemerkenswert ist in Bild 5.10, daß die maximalen Temperaturen im Bereich von 11 m hinter der Nasenspitze auftreten. Hier liegt die Maximaltemperatur der ersten Schicht, mit 805.8 K, um 28 K höher als im ersten Refe-

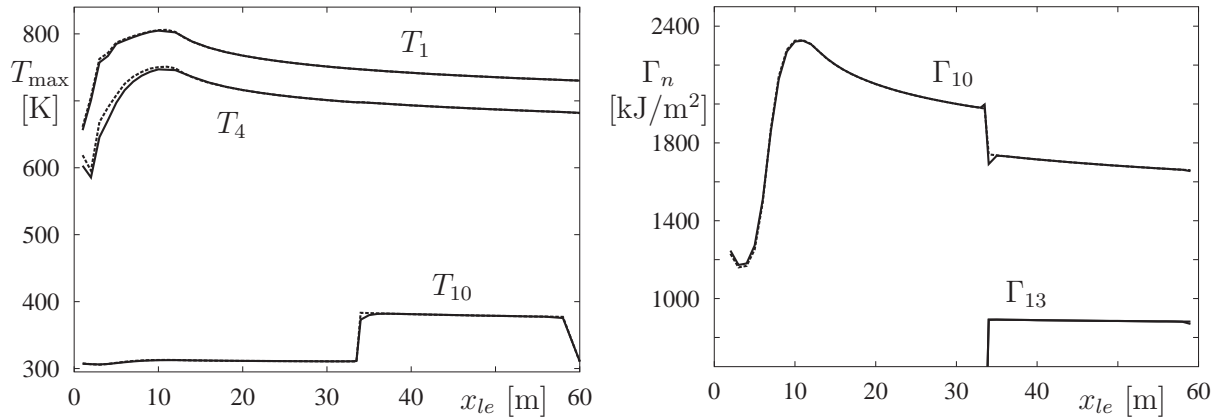


Bild 5.10: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (2-D: durchgezogene Linie, 1-D: gestrichelte Linie)

renzpunkt bei 20 m. Der aufintegrierte Wärmefluß in die 10. Schicht hat hier seinen größten Wert von  $\Gamma_{10} = 2325.4 \text{ kJ/m}^2$ . Da die eingesetzten Materialien eine maximale Einsatztemperatur von 950 K besitzen, ist dies jedoch unkritisch. Für die restlichen Temperaturen liegen die Maximaltemperaturen deutlich niedriger. Die Wahl der beiden Referenzpunkte bei 20 und 40 Metern macht dennoch Sinn, da diese Bereiche im Hinblick auf spätere Variationen am Thermalschutzsystem vorteilhafter sind, da die Flugzeuggeometrie kurz hinter der Nasenspitze noch recht schmal ist. Auch zeigt sich hier deutlich der Vorteil der zweidimensionalen Modellierung. So können schnell Aussagen über kritische Temperaturen entlang der gesamten Symmetrielinie gemacht werden.

Der Verlauf von Maximaltemperatur und aufintegrierter Wärmemenge zeigt auch den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung. Durch die direkt hinter dem Staupunkt vorliegende laminare Strömung tritt eine deutlich niedrigere thermische Belastung auf, die dann im Transitionsbereich rapide ansteigt. Für den folgenden turbulenten Teil nimmt sie mit zunehmender Entfernung vom Staupunkt wieder ab. Diese Entwicklung stimmt sehr gut mit den in [46] getroffenen Aussagen überein.

### 5.1.2.3 Rumpfoberseite

Die Oberseite der Trägerstufe erfährt keine so hohe thermische Belastung wie die Unterseite (aufgrund von Abschattungseffekten). Deshalb wird hier im Standardfall schon mit einer dünneren Fasermatte gerechnet ( $d_{Fm} = 30 \text{ mm}$ ). Mit dem zweidimensionalen Knotenmodell wurde die Temperaturbelastung entlang der Oberfläche von 1 m bis 60 m gerechnet. Da an der Oberfläche nur das standardmäßige 10-Schichten-Modell zum Einsatz kommt,

verringert sich die Zahl der simultan zu lösenden Differentialgleichungen auf

$$n_3 \cdot (10 + 1) = 60 \cdot 11 = 660. \quad (5.6)$$

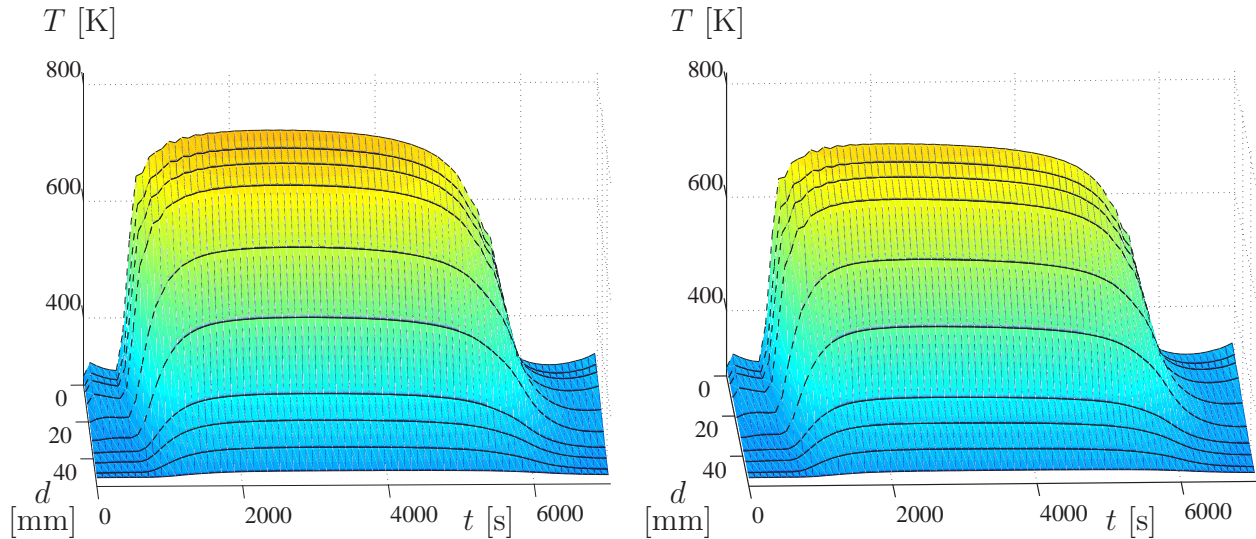


Bild 5.11: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links:  $x_{le} = 20$  m, rechts:  $x_{le} = 40$  m)

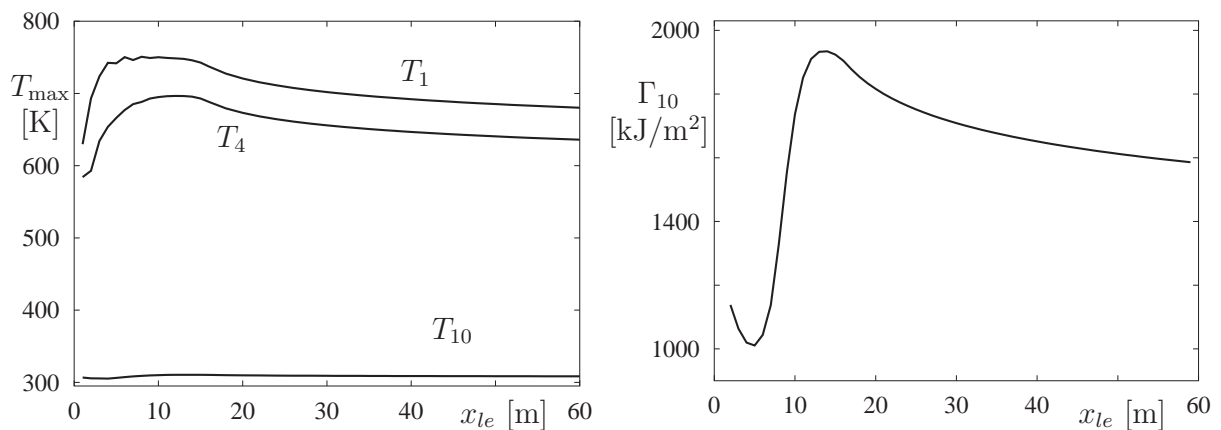


Bild 5.12: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite

Die Anfangswerte für alle Temperaturen werden wie in Gleichung (5.2) gewählt. Für zwei Punkte, wieder im Abstand von 20 und 40 Metern hinter der Nasenspitze, ist die Temperaturentwicklung in Bild 5.11 dargestellt. Die Maximaltemperatur für den ersten Referenzpunkt beträgt 720.7 K und 692.0 K für den zweiten Punkt. Trotz des dünneren Thermal-schutzsystems liegen die Spitzenbelastungen deutlich unter denen an der Rumpfunterseite.

Für die innerste Schicht ergeben sich 309.8 K, bzw. 308.8 K. Dieser Effekt ist auch an der Entwicklung der Maximaltemperaturen entlang der Rumpfoberseite (Bild 5.12) zu sehen. Die bei 8 m auftretende Maximaltemperatur von 750.7 K liegt 50 K unter der maximalen an der Rumpfunterseite. Auch die aufintegrierte Wärmebelastung liegt durchschnittlich um 17 % niedriger, mit einem Maximalwert von  $\Gamma_{10} = 1932.8 \text{ kJ/m}^2$  bei einer Lauflänge von 14 m.

### 5.1.3 Triebwerkskühlung

Mit der in Kapitel 2.5 vorgestellten Modellierung wurde auch der Kühlmittelverbrauch für den vorgestellten Referenzflug berechnet. Es werden zwei mögliche Fälle betrachtet, um aktuelle Entwicklungen auf dem Gebiet der Materialforschung zu berücksichtigen:

- ① Die Maximaltemperatur wird mit 1600 K angenommen.
- ② Die Maximaltemperatur wird schrittweise erhöht, bis auf über 2000 K.

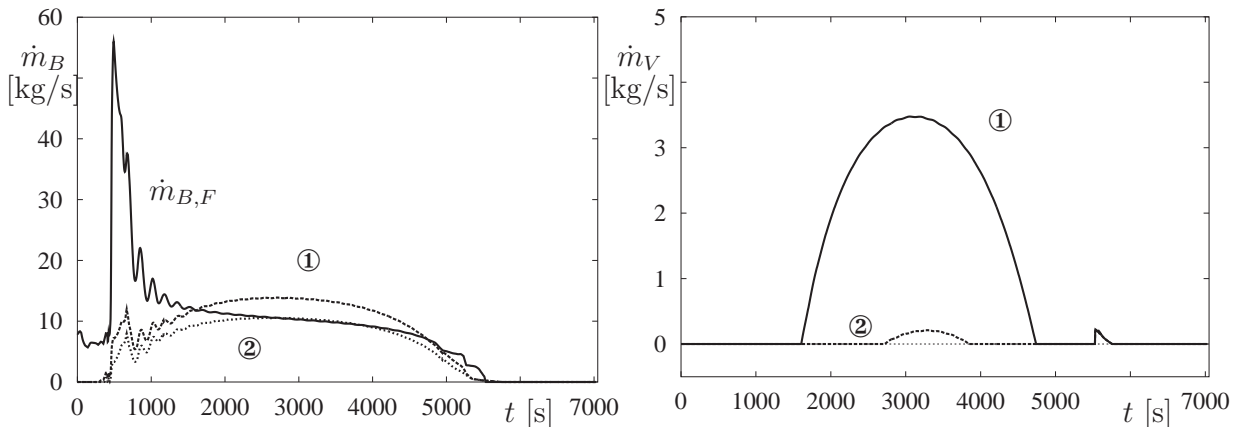


Bild 5.13: Verlauf des Treibstoffbedarfs  $\dot{m}_{B,F}$  und der Kühlmittelmenge  $\dot{m}_{B,K}$  für eine Maximaltemperatur von 1600 K (①) und von 2000 K (②) (links) und Nettoverlust  $\dot{m}_V$  (rechts)

Mit diesen Annahmen ergibt sich ein Kühlmittelbedarf für die erste Referenzbahn, wie in Bild 5.13, links dargestellt. Für den Ausgangsfall ① ist zu erkennen, daß in weiten Teilbereichen des Fluges mehr Treibstoff zur Kühlung als zur Schuberzeugung nötig ist, was zu einem effektiven Verlust führen würde. Bei einer erhöhten Maximaltemperatur von 2000 K tritt nur noch vereinzelt ein geringer Massenverlust auf (Bild 5.13, rechts). Im Rahmen der weiteren Optimierungsarbeiten wird dieser Effekt berücksichtigt. Insgesamt ergibt sich für die Referenzbahn I ein Verlust von 7730.8 kg für den ersten Fall, bzw. von lediglich 185.4 kg für  $T_{W,\max} = 2000 \text{ K}$ . In Bild 5.14, links ist die benötigte Gesamttreibstoffmenge  $m_{B,Ges}$  bei Berücksichtigung der Verluste durch Triebwerkskühlung, sowie die Kühlmittelmenge

$m_{B,K}$  alleine aufgetragen, jeweils in Abhängigkeit von der zulässigen Maximaltemperatur im Triebwerk. Die gestrichelte horizontale Linie entspricht der Treibstoffmenge zur Schuberzeugung. Bild 5.14 rechts zeigt den Nettoverlust für die Referenzbahn I in Abhängigkeit von der maximalen Brennkammertemperatur.

Bereits für eine geringe Erhöhung der maximalen Einsatztemperatur von 100 K verringert sich der Massenverlust um über 2800 kg. Andererseits wäre bei einer Maximaltemperatur im Triebwerk von 1500 K ein um 2300 kg größerer Verlust die Folge. Man sieht also deutlich, welch großen Effekt verbesserte Materialien in diesem Bereich bringen können. Für die weiteren Betrachtungen wird, sofern nicht anders vermerkt, von einer maximalen Brennkammertemperatur von 1600 K ausgegangen.

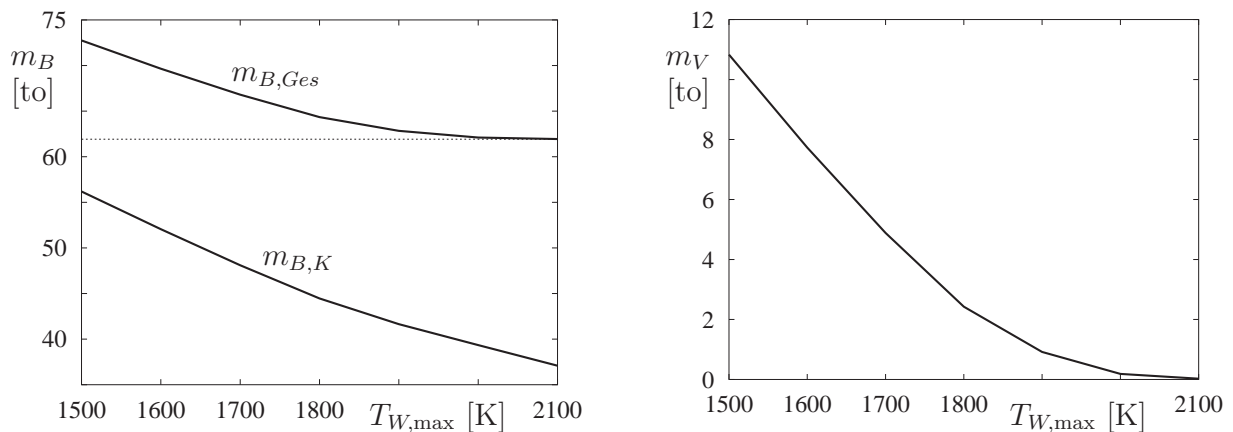


Bild 5.14: Entwicklung des effektiven Treibstoffverbrauchs  $m_B$  (links) und des Verlustes durch Kühlung  $m_V$  (rechts) in Abhängigkeit von  $T_{W,max}$

#### 5.1.4 Vergleich mit anderen Modellierungen

Um die Qualität der verwendeten Modellierung zu überprüfen wurden Vergleichsrechnungen mit einem stationären Ansatz und mit unterschiedlich komplexen Schichtenmodellen durchgeführt.

##### 5.1.4.1 Vergleich von stationärem und instationärem Ansatz

Der Vorteil eines stationären Ansatzes liegt in der dramatisch verkürzten Rechenzeit, da die Differentialgleichungen (2.73-2.75) bzw. (2.76-2.78) aus Kapitel 2.7 entfallen. Ein stationärer Zustand liegt dann vor, wenn die Summe der zu- und abfließenden Wärmeströme Null ist. Die Bestimmung der einzelnen Temperaturen erfolgt anschließend iterativ mit

einem modifizierten Newton-Verfahren, vgl. [136]:

$$T_{i,n+1} = T_{i,n} - \lambda \frac{f(T_{i,n})}{f'(T_{i,n})}, \quad \lambda \in ]0, 1]. \quad (5.7)$$

das gegenüber einem herkömmlichen Newtonverfahren ein wesentlich verbessertes Konvergenzverhalten besitzt. Für die äußersten Schichten trat mit einem gewöhnlichen Newton-Verfahren teilweise divergentes Verhalten auf.

Es wurden Vergleichsrechnungen für zwei Punkte durchgeführt, einem Punkt vor dem Tankbereich ( $x_{le} = 20$  m) und einem Punkt im Tankbereich ( $x_{le} = 40$  m). Im instationären Fall wurde mit dem eindimensionalen Modell gerechnet. Die Bilder 5.15 und 5.16 zeigen den Vergleich von ausgewählten Temperaturen und aufintegriertem Wärmefluß für beide Fälle.

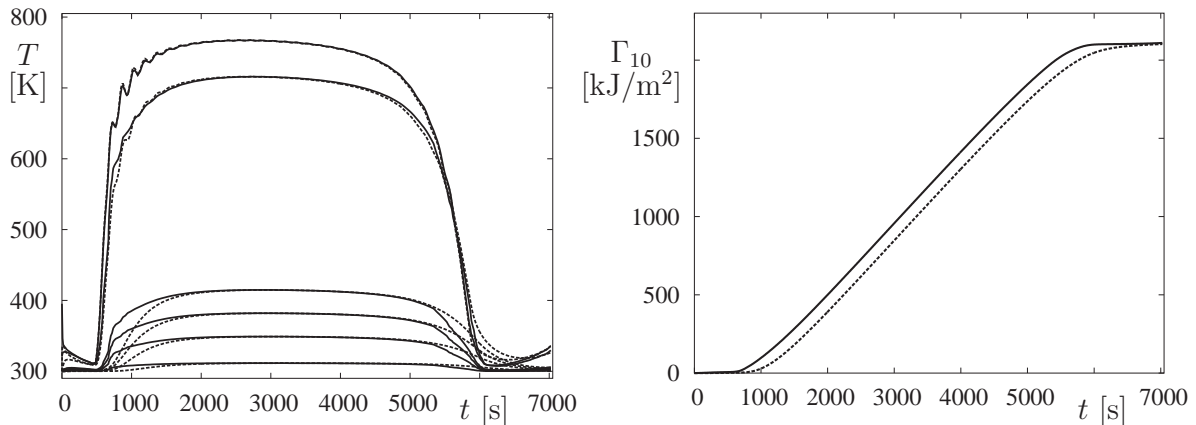


Bild 5.15: Temperaturverlauf in ausgewählten Schichten (links) und aufintegrierter Wärmefluß (rechts) für den stationären Ansatz (durchgezogene Linie) und den instationären Ansatz (gestrichelte Linie),  $x_{le} = 20$  m

Im ersten Fall (10-Schichten-Modell ohne Tank) zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Ansätzen. Der Unterschied in den maximalen Temperaturen liegt nur bei maximal 0.2 K für die zweite und dritte Schicht. Sichtbar werden die im stationären Ansatz fehlenden Wärmekapazitäten  $c_P$  lediglich darin, daß der Anstieg auf das stationäre Temperaturniveau schneller erfolgt als im instationären Ansatz. Durch den schnelleren Anstieg liegt die Temperatur der innersten Schicht die meiste Zeit geringfügig höher. Damit ergibt sich für den aufintegrierten Wärmefluß in die innerste Schicht  $\Gamma_{10}$  ein leicht verschobener Verlauf. Insgesamt summiert sich die Differenz am Ende des Fluges aber nur auf 0.3 %.

Betrachtet man den Tankbereich, so bietet sich ein völlig anderes Bild (Bild 5.16). Hier unterscheiden sich die Temperaturverläufe für die beiden Ansätze dramatisch. Tritt bei der äußersten Schicht lediglich eine Differenz von 27 K oder 3.5 % auf, so erhöht sich der



Unterschied bei der ersten Fasermatte bereits auf 40 K oder 5.8 %. Für die weiter innen liegenden Schichten wird die Diskrepanz noch erheblich größer. Für die achte Temperatur (Dämpfungsfilz) liegt der stationäre Wert um 137 K ( $\approx 37.6\%$ ) höher. Die anschließende Rumpfbeplankung hätte im stationären Fall eine Maximaltemperatur von 548 K zu ertragen, gegenüber 381 K im instationären Fall (+ 43.8 %). Bei einer maximalen Temperatur von ca. 423 K für die Aluminiumstruktur [46] würde im stationären Fall fälschlicherweise ein Überschreiten der Maximaltemperatur angezeigt, was Auswirkungen auf die Dimensionierung des Thermalschutzsystems zur Folge hätte. Im Vergleich von stationärem und instationärem Ansatz für diesen Fall ist auch deutlich der Einfluß der Wärmekapazitäten der aufwendigen Isolierung im Tankbereich zu erkennen. Für den stationären Fall werden in den Schichten der Kryoisolierung deutlich höhere Werte angenommen als im instationären Fall.

Als Folge der deutlich erhöhten Schichttemperaturen auch in den innersten Schichten des Thermalschutzsystems ergibt sich eine dramatisch erhöhte Gesamtwärmemenge ins Fluggerät (+ 37.9 %). Hier zeigt sich deutlich, welche Vorteile die instationäre Modellierung bietet, da sonst von unzulässig hohen Wärmeströmen auszugehen wäre. Da die zulässige Wärmemenge in die Wasserstofftanks beschränkt ist, vgl. [46], würden zu große Werte des Wärmestroms in den Tank zu unnötig dicken Isolierungen führen, mit den damit verbundenen Gewichtsnachteilen.

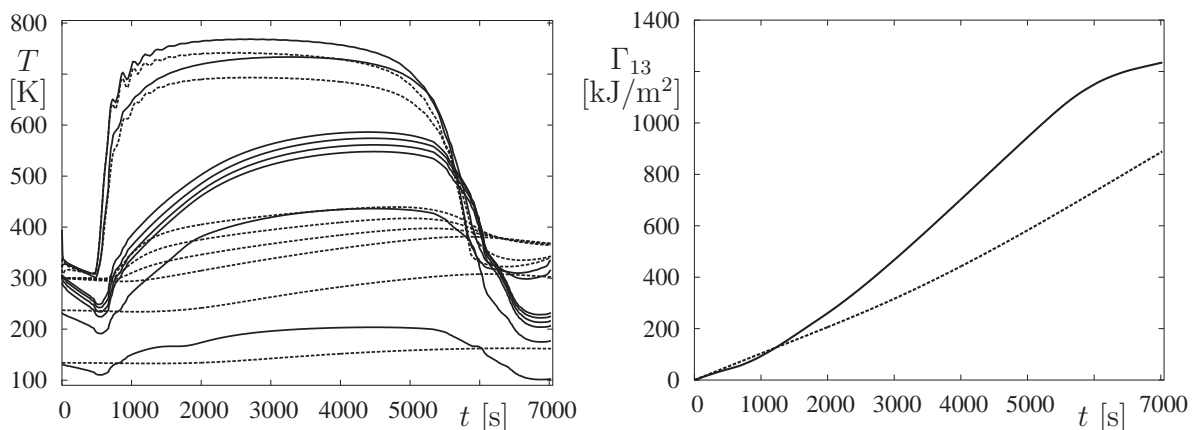


Bild 5.16: Temperaturverlauf in ausgewählten Schichten (links) und aufintegrierter Wärmefluß (rechts) für den stationären Ansatz (durchgezogene Linie) und den instationären Ansatz (gestrichelte Linie),  $x_{le} = 40$  m

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß ein stationärer Ansatz zur Bestimmung der Maximaltemperaturen der äußeren Schichten durchaus verwendet werden kann, bei komplexen Wärmeschutzsystemen, wie sie hier vorliegen, jedoch schnell an Grenzen stößt.

### 5.1.4.2 Unterschiedliche Schichtenmodelle

Alternativ zu den bei der Simulation verwendeten Modellen mit 10 und 13 Schichten im Rumpfbereich wurden auch Untersuchungen mit einfacheren und komplexeren Modellen durchgeführt. Einmal wurde ein Ansatz mit 5 und 8 Schichten untersucht, der auch bei den im nächsten Kapitel vorgestellten Arbeiten mit *DIRCOL* zum Einsatz kam. Außerdem wurden für die Referenzbahn I Rechnungen mit einem komplexeren Modell mit 15 und 28 Schichten ausgeführt. In Tabelle 5.2 sind die Ergebnisse für ausgewählte Materialien aufgetragen, da in den verschiedenen Schichtenmodellen die einzelnen Materialien in unterschiedlich viele einzelne Schichten aufgeteilt werden.

Betrachtet man das 10-Schichten-Modell als Referenzfall (s. Bild 2.7, links), so wird für das 15-Schichten-Modell nur die Fasermattenzahl von 3 auf 8 erhöht. Für das einfachere 5-Schichten-Modell werden hingegen aus den 3 Multiwall- und 3 Fasermatten-Schichten nur jeweils eine Schicht. Zur besseren Vergleichbarkeit wurden die Außentemperatur ( $T_1$ ), die erste Fasermatte ( $T_{2,5} \Leftrightarrow T_{4,10} \Leftrightarrow T_{4,15}$ ), die anschließende Multiwallschicht ( $T_{3,5} \Leftrightarrow T_{7,10} \Leftrightarrow T_{12,15}$ ) und die innerste Schicht ( $T_n$ ) sowie der aufintegrierte Wärmefluß in die innerste Schicht in Tabelle 5.2 eingetragen.

Für die Außentemperatur ist fast kein Unterschied festzustellen, lediglich für die innen liegenden Schichten zeigt das einfache Modell leicht erhöhte Werte, was aber in der Modellierung so gewünscht war, um auf der sicheren Seite zu liegen. Der um ca. 5 % höhere Wärmefluß in die letzte Schicht für das einfache Modell ist darin begründet, daß hier Dämpfungsfilz und Rumpfbepunktung zusammengefasst wurden. Für die Ansätze mit 10 und 15 Schichten ist die Übereinstimmung aber so hervorragend, daß für die weiteren Rechnungen in der Simulation mit dem 10-Schichten-Modell gearbeitet wird, mit dem Vorteil geringerer Rechenzeit.

Mit dem in *DIRCOL* verwendeten einfacheren Modell kommt es zu geringfügig höheren Werten als bei der Simulation. Die Unterschiede sind aber so gering, daß mit den *DIRCOL*-Ergebnissen gut gearbeitet werden kann.

	$T_1$ [K]	1.Fasermatte [K]	Multiwall [K]	$T_n$ [K]	$\Gamma_n$ [kW/m <sup>2</sup> ]
5 Schichten	767.244	731.496	418.899	311.994	2208.965
10 Schichten	767.488	716.017	414.750	311.445	2102.574
15 Schichten	767.482	715.915	414.419	311.465	2105.797
<i>DIRCOL</i>	769.751	732.695	419.233	312.028	2223.273

Tabelle 5.2: Maximaltemperaturen für die drei unterschiedlichen Schichtenmodelle

Auch für die mit heißen Strukturen versehenen Bereiche am Staupunkt und den Flügelvorderranten wurde wahlweise ein komplexeres 10-Schichten-Modell verwendet. Aufgrund der Homogenität der eingesetzten Materialien sind hier nahezu keinerlei Unterschiede festzustellen.

Weitergehende Informationen zu den unterschiedlichen Modellierungen und zum Vergleich zwischen stationärer und instationärer Aufheizung sind z.B. in [45, 46, 149] zu finden.

### 5.1.5 Untersuchungen zum schwingungsförmigen und stationären Reichweitenflug

Betrachtet man die in den Bildern 5.1 bis 5.5 dargestellten Ergebnisse des zweidimensionalen Referenzfluges, so kann man eine gewisse schwingungsförmige Flugbahn erkennen. Dies war auch zu erwarten, da z.B. in [42, 67, 126, 133] die Vorteile einer periodischen Flugbahn gegenüber einem stationären Flug angesprochen wurden. In [42] wird auch explizit die Problematik der periodischen Flugbahn im Hyperschallflug aufgegriffen.

Vor diesem Hintergrund wurden mit *DIRCOL* Vergleichsbahnen für einen Ausschnitt der Referenzbahn gerechnet. Gewählt wurde dabei der Bereich, in dem das Fluggerät mit einer Mindestgeschwindigkeit von  $V_{\min} = 1720$  m/s und in einer Mindestflughöhe von  $h_{\min} = 30$  km fliegt. Im betrachteten Bereich legt das Fluggerät eine Distanz von 5210 km zurück. Aufbauend auf diesen Randbedingungen wurde ein Streckenflug über diese Streckenlänge gerechnet, mit folgenden Randbedingungen:

$$V_0 = V_f, \quad \gamma_0 = \gamma_f, \quad h_0 = h_f, \quad x_0 = 0 \quad \text{und} \quad x_f = 5210 \text{ km}. \quad (5.8)$$

Für den stationären Flug wurden außerdem  $\dot{V} = \dot{\gamma} = 0$  gesetzt.

Zur Vergleichbarkeit der einzelnen Ergebnisse wurde als neue Vergleichsgröße der Mittelwert der einzelnen Zustände und Steuerungen berechnet, nach folgender Formel:

$$\bar{X} := \frac{1}{t_f} \int_{t=0}^{t=t_f} X dt, \quad \text{mit } X \text{ aus } \mathbf{x}, \mathbf{u}. \quad (5.9)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 zu sehen. Bild 5.17 zeigt den Verlauf von Geschwindigkeit und Flughöhe der drei verglichenen Fälle. Es zeigt sich deutlich, daß sich die Ergebnisse des Referenzfluges I der reinen periodischen Bahn annähern. Insbesondere die Flughöhe zeigt diesen schwingungsförmigen Verlauf. Interessanterweise zeigt die Referenzbahn I ein deutlich ausgeprägteres oszillatorisches Verhalten als die neue Teilbahn. Dies rührt offensichtlich von den zu erfüllenden Randbedingungen her. Erwähnenswert ist auch, daß der durchschnittliche Treibstoffverbrauch pro Kilometer Flugstrecke beim Referenzfall sehr nahe am Wert der periodischen Lösung liegt. Hier ist deutlich der Vorteil einer schwingungsförmigen Flugbahn gegenüber einer stationären sichtbar.

Dieser Sachverhalt wird auch aus Bild 5.18 deutlich, in dem der Treibstoffverbrauch pro Kilometer Flugstrecke für den schwingungsförmigen und stationären Reichweitenflug zu sehen ist. Damit zeigt sich, daß es ab einer Strecke von 1000 km vorteilhafter ist, eine

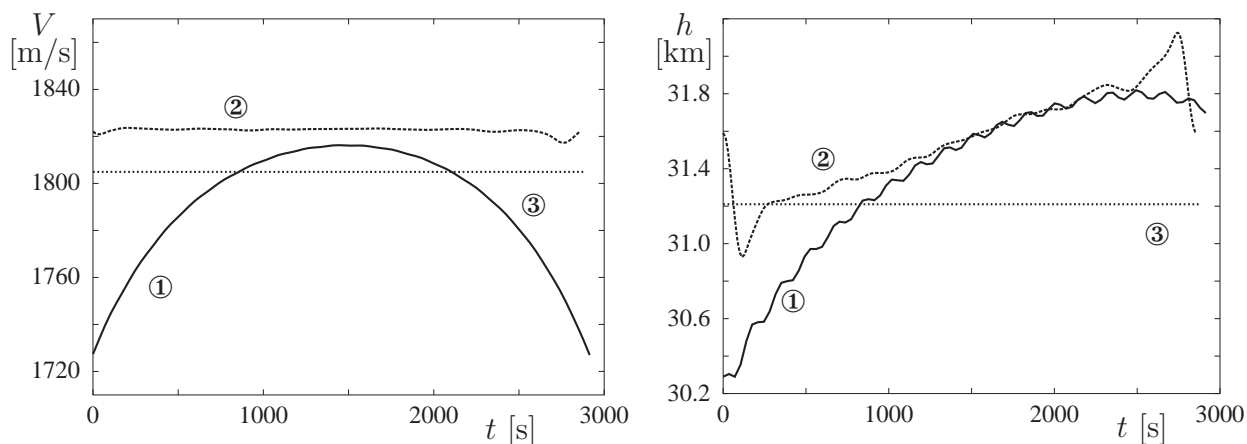


Bild 5.17: Vergleich von Geschwindigkeit und Flughöhe für den Referenzflug I (①), sowie den schwingungsförmigen (②) und stationären Reichweitenflug (③)

	$\bar{V}$ [m/s]	$\bar{\gamma}$ [°]	$\bar{h}$ [m]	$\bar{m}$ [kg/km]	$\bar{\alpha}$ [°]	$\bar{\delta}_F$
Referenzflug I	1791.4	0.015	31383.2	5.66	6.07	0.61
periodisch	1822.6	$2.9 \cdot 10^{-5}$	31547.9	5.63	6.03	0.62
stationär	1804.9	$1.3 \cdot 10^{-13}$	31210.5	6.03	6.01	0.63

Tabelle 5.3: Vergleichswerte für den Referenzflug I, sowie den schwingungsförmigen und stationären Reichweitenflug

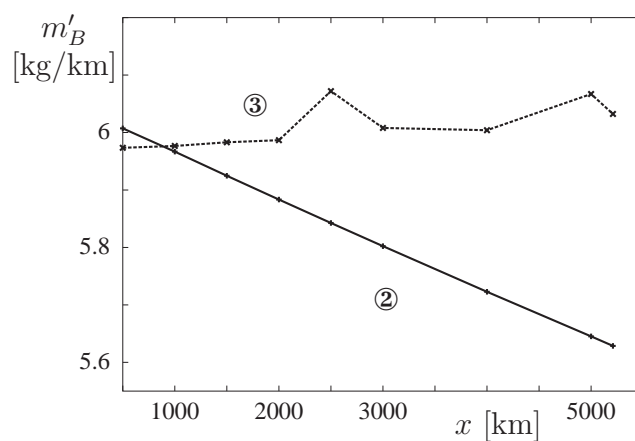


Bild 5.18: Verlauf des Treibstoffverbrauchs je Kilometer für den schwingungsförmigen (②) und stationären Reichweitenflug (③)

schwingungsförmige Flugbahn zu wählen. Mit zunehmender Streckenlänge nimmt der Vorteil der schwingungsförmigen Bahn zu. Bei der oben betrachteten Strecke von 5210 km beträgt der Verbrauchsvorteil immerhin über 6 %.

## 5.2 3D-Flug

Die zweite betrachtete Nominalbahn beschreibt den Flug des Gesamtsystems von einem Startort in Europa zu einem Separationsort über dem afrikanischen Kontinent. Das Ziel ist es, mit der Oberstufe einen erdnahen Orbit mit geringer Inklination zu erreichen. Für den gewählten Startort in Istres (Frankreich) ist ein atmosphärischer Reichweitenflug des Gesamtsystems notwendig, um den Separationspunkt zu erreichen. Dort wird die Orbitalstufe getrennt und beginnt den Aufstieg auf eine Orbitalbahn, während die Trägerstufe allein zum Startort zurückkehrt [44].

Da wir einen dreidimensionalen Flug über eine rotierende Erde betrachten, kommt hier für die Dynamik das Differentialgleichungssystem aus Gl. (1.32) zum Einsatz. Die Randbedingungen für diesen Flug sind in Tabelle 5.4 angegeben.

	$V$ [m/s]	$\gamma$ [°]	$h$ [m]	$\chi$ [°]	$\Delta$ [°]	$\Lambda$ [°]	$m$ [kg]
$t = 0$	150	3	500	–	43.5	0	340000
$t = t_{sep}$	2078	8.71	33865	90	16.5	–	–
$t = t_f$	150	-3	500	–	43.5	0	–

Tabelle 5.4: Randbedingungen für den Gesamtflug

### 5.2.1 Referenzbahn II

Ziel der Optimierung ist es, treibstoffminimal zu fliegen, also ergibt sich für das Zielfunktional analog zu Referenzbahn I

$$I_1[u] = -m|_{t_f} \rightarrow \text{Min}. \quad (5.10)$$

Im Unterschied zum reinen Reichweitenflug besteht das jetzt betrachtete Problem aus zwei Phasen, da am Separationspunkt  $t_{sep}$  bestimmte Separationsbedingungen zu erfüllen sind, und es durch das Abtrennen der Orbitalstufe zu einer un stetigen Änderung in der Masse kommt. Die restlichen Zustandsgrößen weisen keine Unstetigkeiten auf:

$$m|_- = m|_+ - m_{OS}, \quad x_i|_- = x_i|_+ \quad \forall x_i \neq m. \quad (5.11)$$

Für die vorgestellte Bahn tritt in der ursprünglichen Lösung eine ausgeprägte Schwingungsneigung der Zustandsgrößen auf. Dies rührt augenscheinlich von einer Eigenbewegungsform

des Flugzeugs her (Phygoidschwingung, [46]). Um die Steuerbarkeit zu erhöhen, und auch um die Materialbelastung zu verringern, wird die Schwingungsneigung durch eine passende Formulierung beschränkt. Dazu wird eine neue Zustandsvariable  $x_8$  eingeführt und geeignet beschränkt:

$$x_8 = \int_0^{t_f} |\dot{\gamma}| dt \leq x_{8,Grenz}. \quad (5.12)$$

Diese Formulierung führt zu einem geringen Mehrverbrauch, der aber mit 0.17 % tolerabel ist (vgl. [46, 95]).

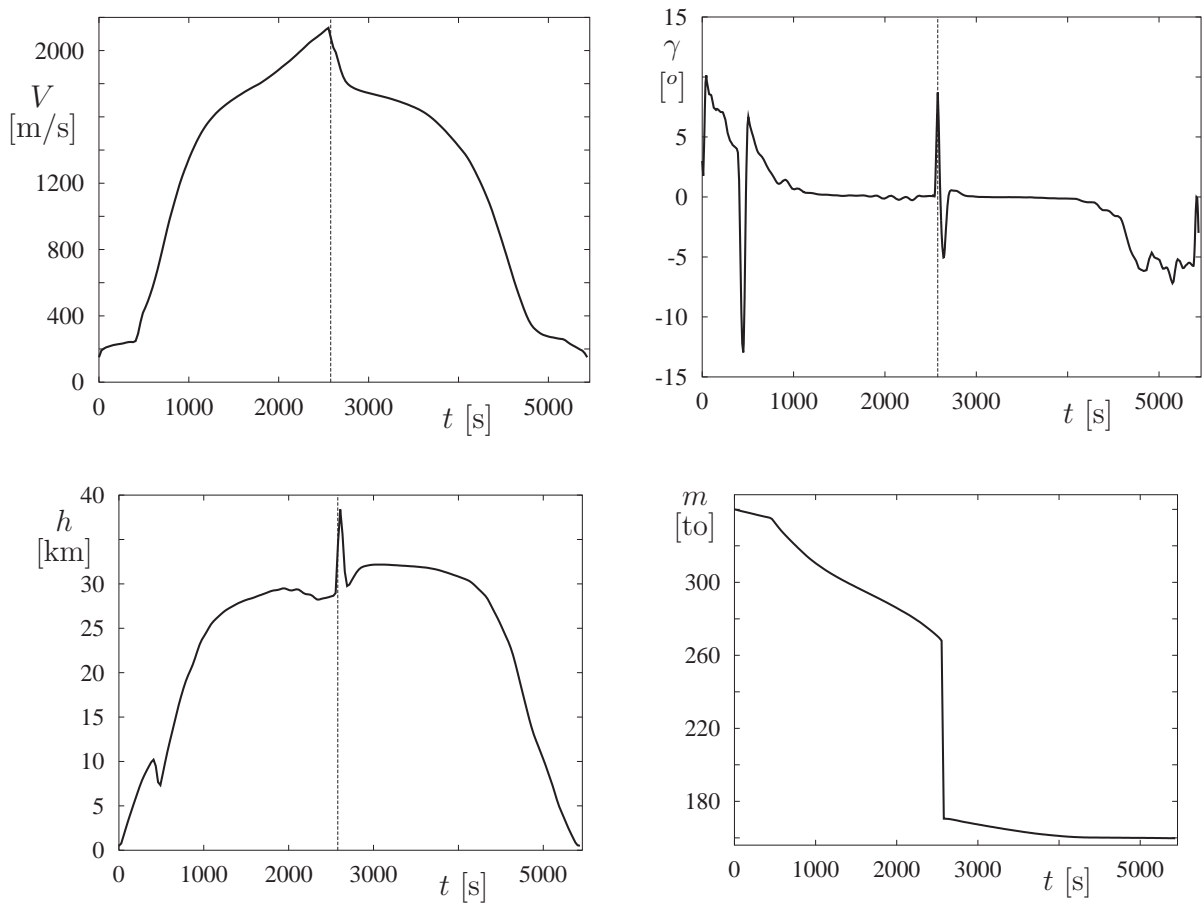
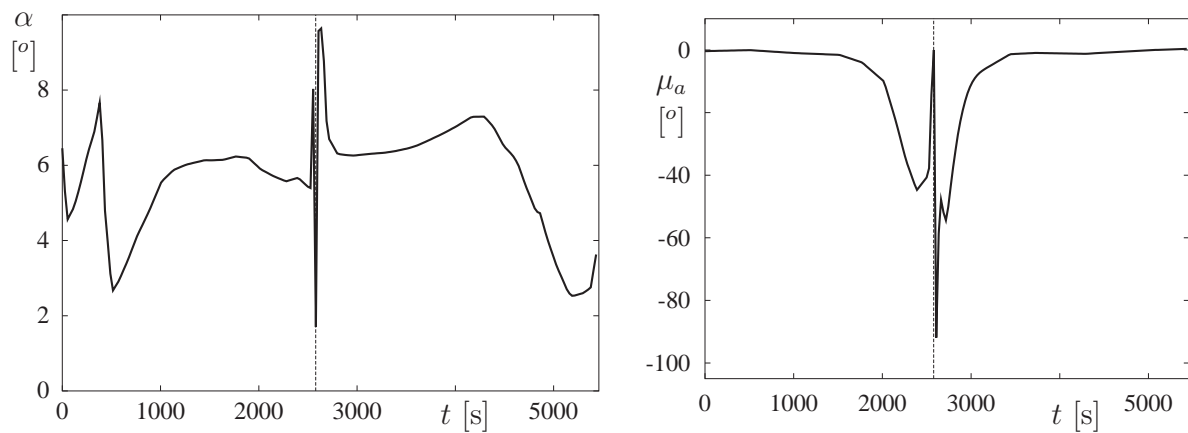


Bild 5.19: Die Zustandsgrößen ( $V, \gamma, h, m$ ) für den Referenzfall II

Insgesamt ergibt sich eine Gesamtflugzeit von  $t_{Ges} = 5432.05$  s, der Separationszeitpunkt liegt bei  $t_{Sep} = 2578.28$  s. Für den gesamten Flug werden 84301.2 kg Brennstoff verbraucht, davon alleine 73500 kg für den Hinflug und das Beschleunigen auf die Separationsbedingungen. Den Verlauf der wichtigsten Zustandsgrößen zeigen die Bilder 5.19 und 5.21. Die Steuergrößen sind in den Bildern 5.20 und 5.22 zu sehen. Bild 5.24 zeigt den Verlauf der

Bild 5.20: Die Steuergrößen  $\alpha$  und  $\mu_a$  für den Referenzfall II

Zustandsbeschränkungen. Hier ist festzuhalten, daß die maximale Staudruckbeschränkung für den Hinflug auf zwei Teilstücken erreicht wird, einmal beim steilen Aufstieg zu Beginn des Fluges und dann unmittelbar vor der Trennung. Kurz nach der Separation und vor Ende des Fluges wird dann die untere Staudruckgrenze ebenfalls erreicht. In Bild 5.23 ist der Verlauf des Auftriebsbeiwertes  $C_A$  im Verhältnis zum Bezugswert  $C_A^*$  angetragen. Im Gegensatz zur ersten Referenzbahn ist es hier nicht mehr möglich dem gewünschten Wert weitgehend zu folgen, v.a. in der Separationsphase unterscheiden sich die beiden Kurven deutlich.

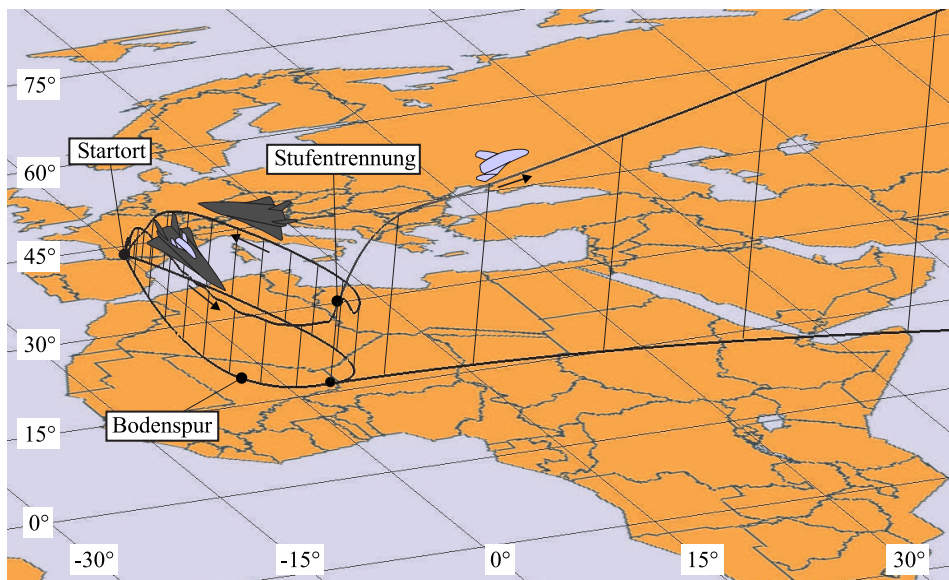


Bild 5.21: Perspektivische Darstellung des Referenzfalles II

Die Flugbahn ist ein dreidimensionaler Streckenflug (Bild 5.21) mit einem großräumigen Kurvenflug. Diese Flugbahn ergibt sich aus der Tatsache, die Orbitalstufe zum Separationspunkt zu transportieren und anschließend zum Ausgangspunkt zurückzukehren. Nach dem Start erfolgt zunächst eine Beschleunigungsphase. Um das Gebiet um Mach 1 möglichst schnell zu verlassen, erfolgt auch hier ein kurzer Abschwung, analog wie bei Referenzbahn I (s. Bild 5.1). Im Gegensatz zum Reichweitenflug erfolgt die weitere Flugbahn hier jedoch größtenteils instationär. Dies stellt einen grundsätzlichen Unterschied zur Referenzbahn I dar, die weitestgehend einen stationären Verlauf zeigt. Betrachtet man die Flugphasen im

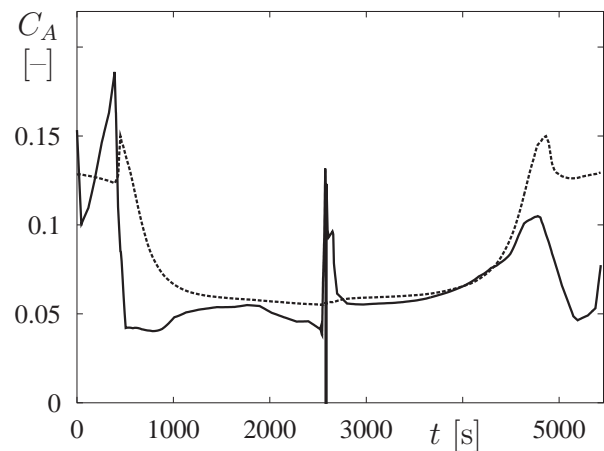
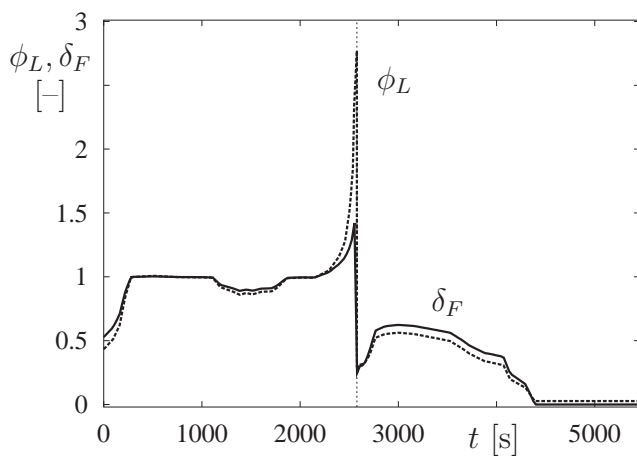


Bild 5.22: Die Steuergröße  $\delta_F$  und das Äquivalenzverhältnis  $\phi_L$  für den Referenzfall II

Bild 5.23: Verlauf von Auftriebsbeiwert  $C_A$  (durchgezogene Linie) zum Bezugswert  $C_A^*$  (gestrichelte Linie)

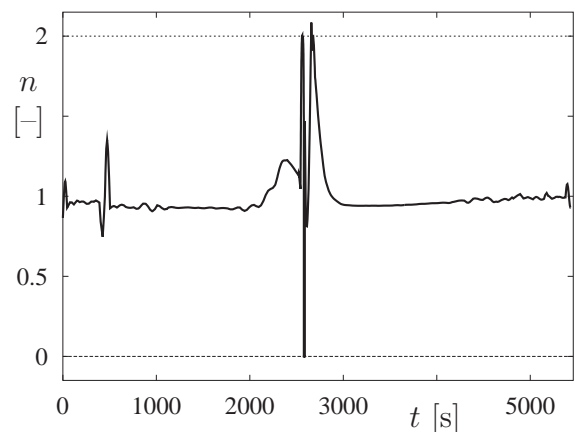
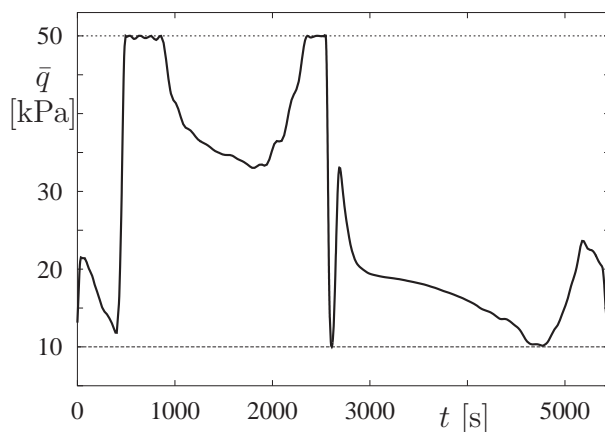


Bild 5.24: Verlauf von Staudruck  $\bar{q}$  und Lastfaktor  $n$  für den Referenzfall II



einzelnen, so erfolgt zunächst ein Beschleunigungs- und Steigflug bis zum Separationsort. Dort wird nach einem Hochziehmanöver die Orbitalstufe abgesetzt, woran sich unmittelbar ein Abschwungmanöver anschließt. Dieser hochdynamische Vorgang ist gut an den starken Änderungen von Zustands- und Steuergrößen erkennbar. Um die Stufungstrennbedingungen zu erreichen, werden die Triebwerke in diesem Flugabschnitt überstöchiometrisch betrieben (s. Bild 5.22). Obwohl dies zu einem höheren spezifischen Verbrauch führt, ist dadurch insgesamt eine Treibstoffeinsparung möglich [125].

Die Orbitalstufe steigt nach der Trennung, unter Zündung der Raketentriebwerke, auf einen nominalen Kreisorbit von 300 km. Nach der Separation kehrt die Trägerstufe in einer Mischung aus Verzögerungs- und Sinkflug wieder zu ihrem Startort zurück.

## 5.2.2 Instationäre Aufheizung für den Referenzflug II

Auch für den zweiten Referenzfall wurde die thermische Aufheizung berechnet, an den selben Stellen wie für Fall I und mit derselben Modellierung. Dieser Flug ist besonders wegen des hochdynamischen Manövers kurz vor der Separation von Träger- und Orbitalstufe interessant. Hier zeigen sich deutlich höhere thermische Belastungen als im ersten Fall. Im Separationsbereich treten jetzt wesentlich größere Temperaturgradienten  $|\dot{T}_{\max}|$  auf. Kurzfristig werden für einzelne Punkte am Rumpf sogar die in Abschnitt 2.4 genannten Maximalwerte erreicht. Auf eine Einbeziehung dieser Grenzwerte in die weitere Betrachtung wird aber verzichtet, da die Belastungsgrenzen nur für wenige Sekunden erreicht werden und das zugrundeliegende Modell auf Einflüsse der rotatorischen Dynamik verzichtet.

### 5.2.2.1 Staupunkt und Flügelvorderkante

Für den besonders hoch belasteten Bereich am Staupunkt treten für diese Bahn deutlich höhere Maximaltemperaturen auf. Unmittelbar nach der Separation von Träger- und Orbitalstufe beträgt die Maximaltemperatur 1561.0 K, das sind 23 % mehr als für die Referenzbahn I. Aufgrund der deutlich erhöhten Geschwindigkeit war das jedoch zu erwarten. Bild 5.25 zeigt die Temperaturentwicklung. Die Maximaltemperatur wird unmittelbar vor der Separation erreicht, wo die Geschwindigkeit eine deutliche Steigung aufweist. Für den betrachteten Punkt an der Flügelvorderkante steigt die Hitzebelastung bis auf 1321.7 K, Bild 5.26. Sie fällt nach der Separation jedoch wesentlich schneller wieder ab.

### 5.2.2.2 Rumpfunterseite

Auch für die beiden Referenzpunkte an der Rumpfunterseite (Bild 5.27) zeigen sich deutlich höhere Maximaltemperaturen. So liegt die Maximaltemperatur der ersten Schicht beim ersten Punkt ( $x_{le} = 20\text{m}$ ) bei 949.8 K, also bereits bei der angenommenen maximalen Einsatztemperatur. Die Maximaltemperatur der innersten Schicht beträgt 315.1 K und liegt

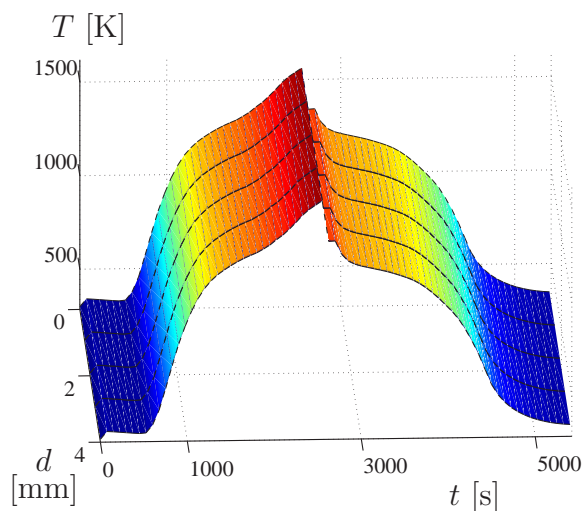


Bild 5.25: Temperaturverteilung der einzelnen Schichten am Staupunkt

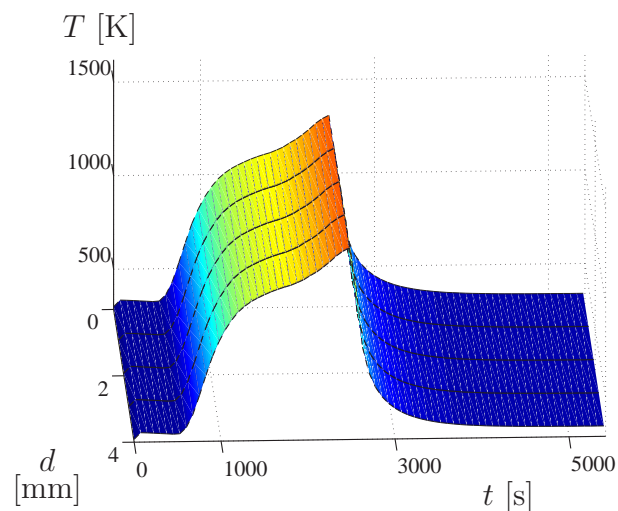


Bild 5.26: Temperaturverteilung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante

auch höher als im ersten Fall. Für den zweiten Punkt ( $x_{le} = 40\text{m}$ ) ergibt sich eine Maximaltemperatur von 922.5 K, bzw. von 366.9 K. Wie für die heißen Strukturen spiegelt sich auch hier die Instationarität der Flugbahn in der aerothermischen Aufheizung wieder. Die maximalen Temperaturen der äußersten Schichten werden wieder unmittelbar vor der Separation erreicht, während die maximalen Temperaturen der weiter innen liegenden Schichten mit einiger Verzögerung angenommen werden.

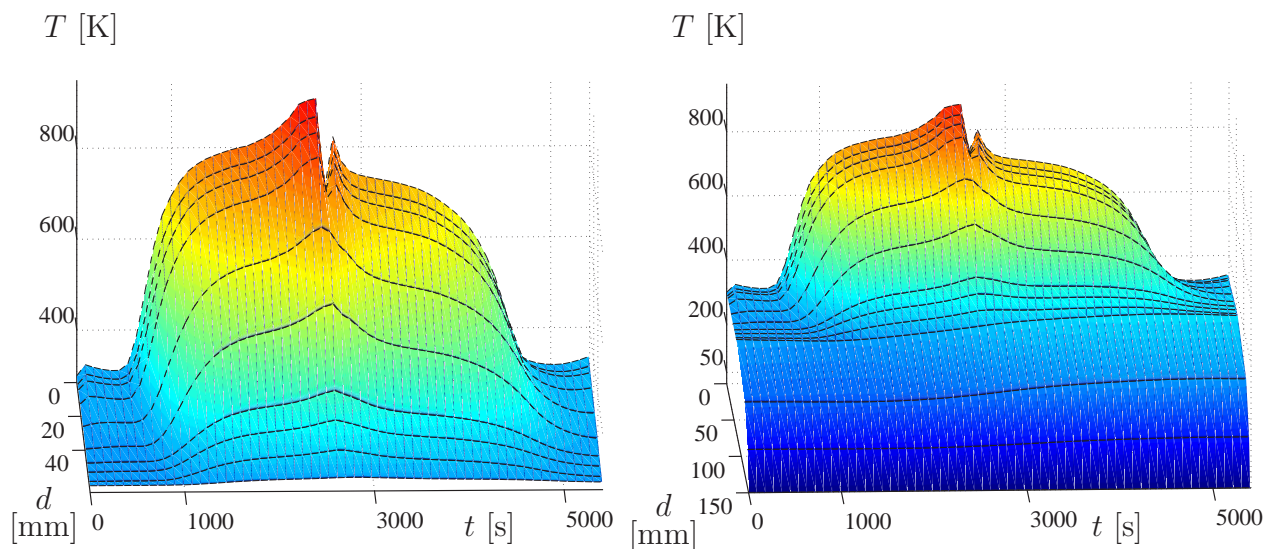


Bild 5.27: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links,  $x_{le} = 20\text{ m}$ ) und mit Tank (rechts,  $x_{le} = 40\text{ m}$ )

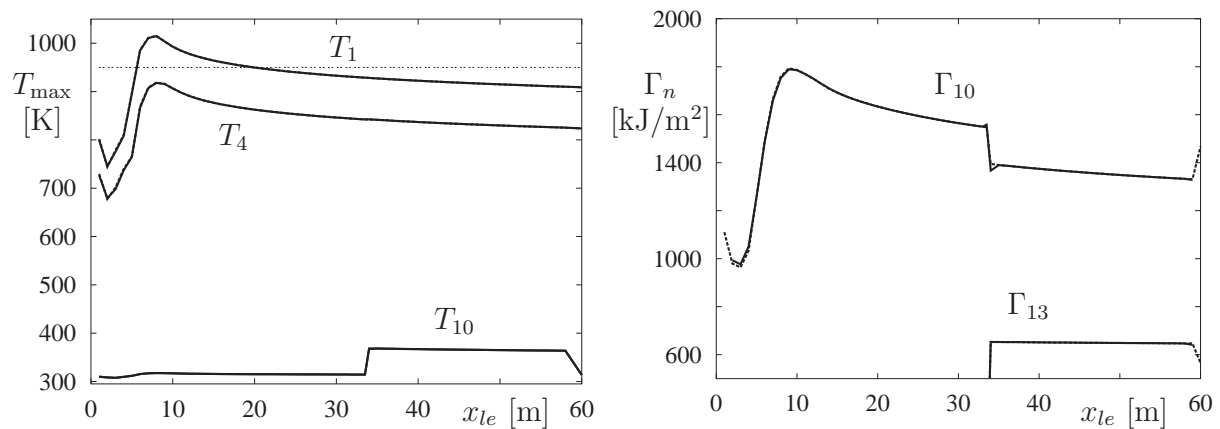


Bild 5.28: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (2-D: durchgezogene Linie, 1-D: gestrichelte Linie)

Betrachtet man die Maximaltemperaturen ausgewählter Schichten (Bild 5.28), so ist festzustellen, daß hier acht Meter hinter der Nasenspitze eine Höchsttemperatur von 1014.9 K auftritt, deutlich über der angenommenen Temperaturobergrenze von 950 K. Der Spitzenwert der aufgenommenen Wärmemenge  $\Gamma_{10}$  beträgt bei neun Metern 1789.2  $\text{kJ/m}^2$ . Dieser Wert liegt zwar um 7.5 % unter dem Maximalwert von Referenzbahn I, es muß aber beachtet werden, daß für die Referenzbahn II eine um fast 23 % geringere Gesamtflugzeit vorliegt.

Auch für die zweite Referenzbahn wurden Vergleichsrechnungen mit dem ein- und zweidimensionalen Knotenmodell durchgeführt. Wie Bild 5.28 zeigt, sind die Unterschiede vernachlässigbar gering.

### 5.2.2.3 Rumpfoberseite

Bei dieser Flugbahn befindet sich bis zur Separation auf der Rumpfoberseite die Orbitalstufe. Wir gehen davon aus, daß die Orbitalstufe so gut in die Trägerstufe integriert ist, daß wir die vorgestellte Modellierung der aerothermischen Aufheizung weiterhin verwenden können.

Qualitativ ist derselbe Verlauf wie an der Rumpfunterseite festzustellen, natürlich bei deutlich geringeren Temperaturen (Bild 5.29). So liegt die Maximaltemperatur der zwei Referenzpunkte bei 846.8 K, bzw. 816.0 K. Der Maximalwert an der Außenhaut der Oberseite tritt bereits 2 m hinter der Rumpfspitze auf, mit 916.1 K (Bild 5.30). Auch die Spitzenwerte der Wärmemenge liegen deutlich niedriger, mit einem Maximalwert von  $\Gamma_{10} = 1482.1 \text{ kJ/m}^2$  bei 12 m. Für die innersten Schichten ergibt sich für die beiden Referenzpunkte eine Maximaltemperatur von 312.4 K bei  $x_{le} = 20$  m, bzw. 311.3 K bei

$x_{le} = 40$  m.

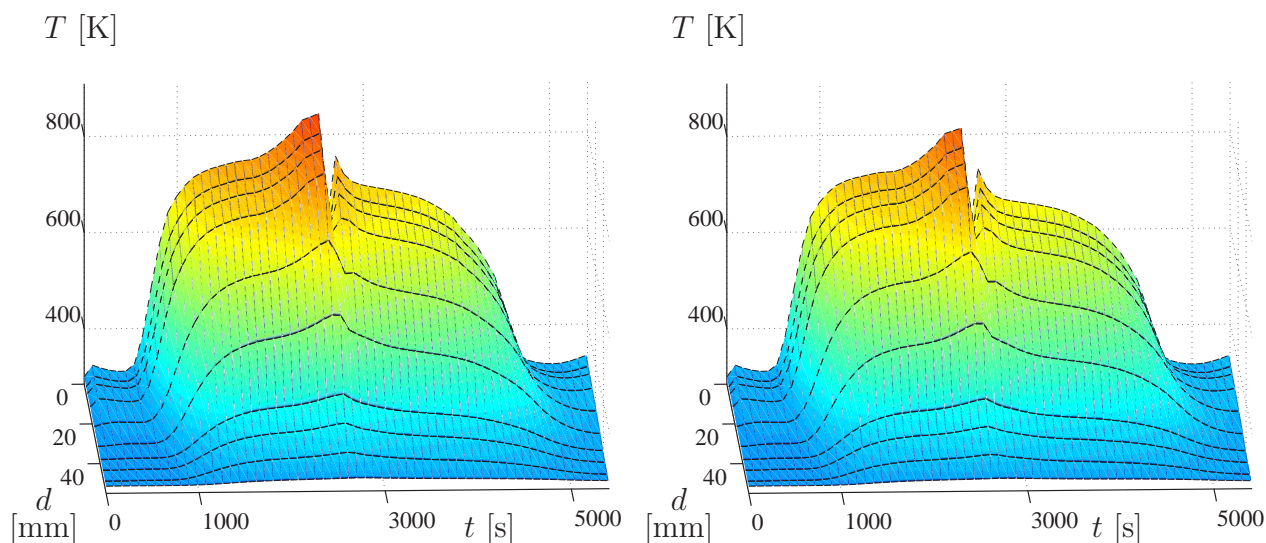


Bild 5.29: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links:  $x_{le} = 20$  m, rechts:  $x_{le} = 40$  m)

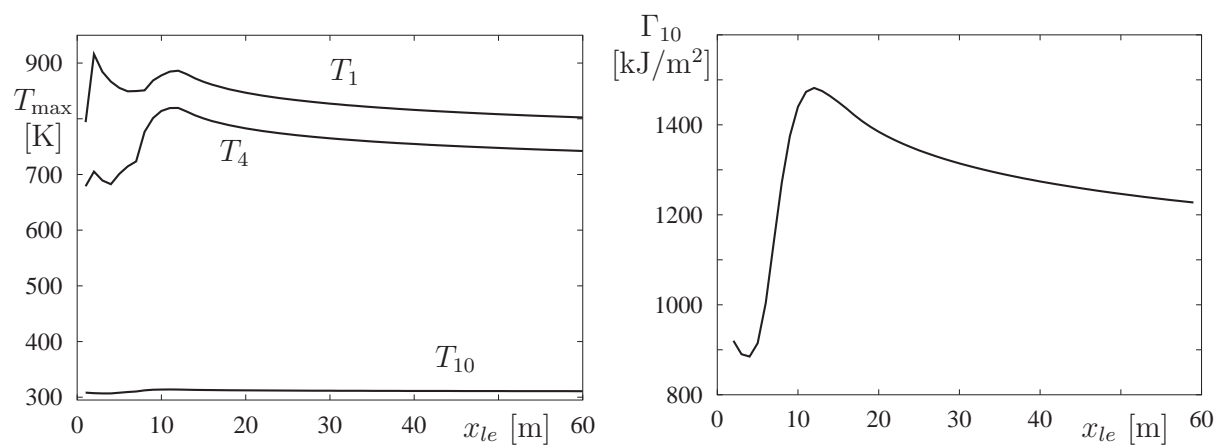


Bild 5.30: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite

### 5.2.3 Triebwerkskühlung

Auch für den zweiten Referenzfall wurden die einzelnen Massenströme für Schub und Kühlung untersucht. Das ausgesprochen dynamische Verhalten dieser Bahn spiegelt sich auch in den Massenströmen wieder. Für den Flugbereich unmittelbar vor der Separation

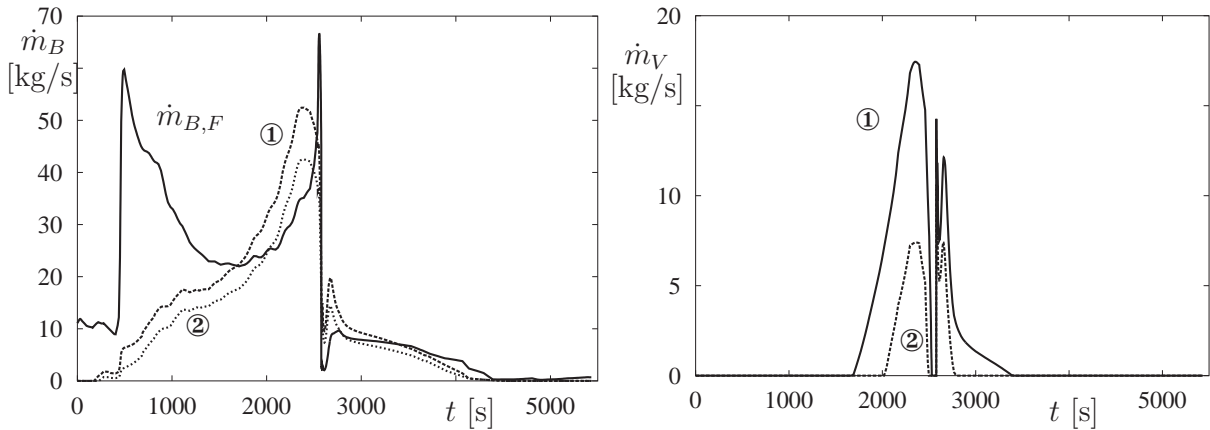


Bild 5.31: Verlauf des Treibstoffbedarfs  $\dot{m}_{B,F}$  und der Kühlmittelmenge  $\dot{m}_{B,K}$  für eine Maximaltemperatur von 1600 K (①) und von 2000 K (②) (links) und Nettoverlust  $\dot{m}_V$  für beide Fälle (rechts)

werden die Maximalwerte für Schub- und Kühlungsbedarf erreicht (Bild 5.31). Die Maximalwerte für den Kühlmittelbedarf sind jetzt deutlich höher als im ersten Fall, schließlich liegt das Geschwindigkeitsniveau deutlich höher, bei überstöchiometrischer Verbrennung. Waren im ersten Fall ein Maximalverlust durch Treibstoffablassen von ca. 4 kg/s zu beobachten, so steigt dieser Wert nun auf über 17 kg/s, für eine maximale Wandtemperatur von 1600 K. Analog dazu fällt auch der gesamte Treibstoffverlust deutlich höher aus. Bei  $T_{W,max} = 1600$  K würden 10051 kg abgeblasen werden (Bild 5.32). Dies sind über 2 to mehr als im ersten Fall, obwohl die Gesamtflugzeit jetzt deutlich niedriger liegt.

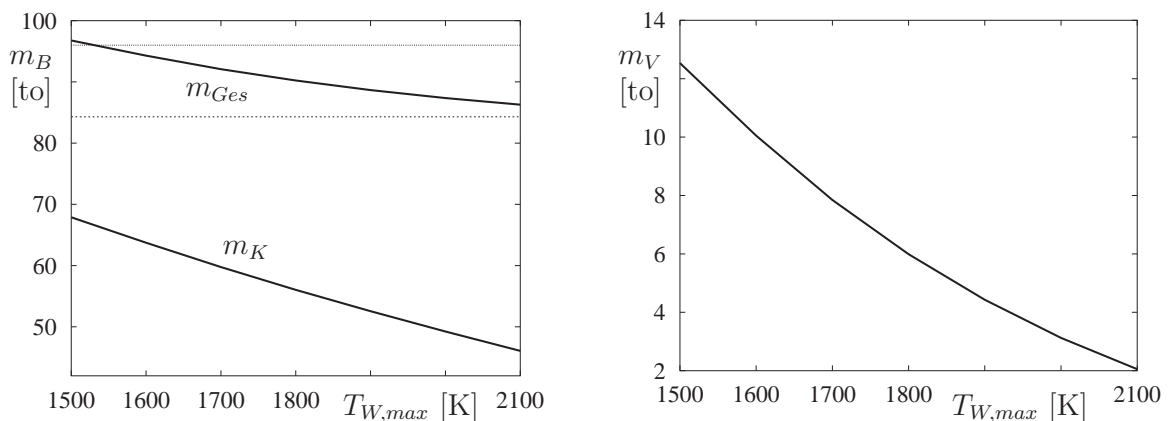


Bild 5.32: Entwicklung des effektiven Treibstoffverbrauchs (links) und des Verlustes durch Kühlung in Abhängigkeit von  $T_{W,max}$  (rechts)

In Bild 5.32, links ist der Gesamtverbrauch für verschiedene Maximaltemperaturen aufgetragen. Bei Berücksichtigung der Kühlung werden nun 94287.7 kg Treibstoff benötigt ( $T_{W,\max} = 1600$  K). Würde die Maximaltemperatur im Triebwerk bei lediglich 1500 K liegen, dann würden sogar 96771.7 kg Treibstoff benötigt, mehr als die maximal vorgesehenen 96000 kg.

## 5.3 Numerische Probleme

Im Laufe der Untersuchungen traten verschiedene numerische Probleme auf, insbesondere durch die Ankopplung der instationären Aufheizung. Dies betraf sowohl die Optimierung mit *DIRCOL* als auch die Integration der Ergebnisse mit unterschiedlichen Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen. Bei der Ankopplung der instationären Aufheizung mußte zur Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe in *DIRCOL* große Sorgfalt auf eine geeignete Skalierung und eine ausreichend glatte Modellierung des Wärmestroms in den hinsichtlich der Stabilität kritischen Flugbereichen am Anfang und am Ende gelegt werden. Auch war es oft unumgänglich, neue Startlösungen mit Hilfe eines Homotopieansatzes zu konstruieren (s. z.B. [137]):

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t); \xi), \quad \Psi(x(t_0), x(t_f), t_f; \xi) = 0. \quad (5.13)$$

Dabei wird, ausgehend von einer Ausgangslösung, ein Systemparameter  $\xi$  von einem Startwert  $\xi_0$  schrittweise an den gewünschten Wert  $\xi = \bar{\xi}$  angenähert.

Auch bei der anschließenden Simulation der Optimierungsergebnisse traten, je nach verwendetem Verfahren, teilweise unüberwindliche Schwierigkeiten auf. Wie sich schnell zeigte, war der Grund in der hochgradigen Steifheit des Differentialgleichungssystems zu suchen.

### 5.3.1 Untersuchungen zur Steifheit

Bei der Simulation der Optimierungsergebnisse wurde schnell deutlich, daß die Wahl eines geeigneten Verfahrens äußerst wichtig ist. Die herkömmlichen, expliziten Runge-Kutta-Verfahren zeigten nur bei der Berechnung der Dynamik adäquate Ergebnisse, bei der Aufheizung versagte ein großer Teil der Integrationsverfahren völlig. Der Grund dafür liegt in der großen Steifheit des Differentialgleichungssystems der instationären Aufheizung. Dies erforderte den Einsatz spezieller geeigneter Verfahren.

Das Maß der Steifheit  $\mathcal{S}$  wird hier definiert als Verhältnis des größten und kleinsten Eigenwertes der Jakobimatrix (s. [92, 130]). Näheres zur Definition der Steifheit in Anhang B.

Mittels einer geeigneten Näherung durch zentrale Differenzenquotienten wurde die Jakobimatrix für das dynamische und das aerothermische Differentialgleichungssystem bestimmt. In Bild 5.33 ist der zeitlich Verlauf des Steifheitsmaßes  $\mathcal{S}$  für die Referenzbahn I zu sehen.

Auffallend ist der enorme Größenunterschied für die beiden Modellierungen <sup>2</sup>. Auch für das dynamische Modell muß damit von leicht steifem Verhalten ausgegangen werden.

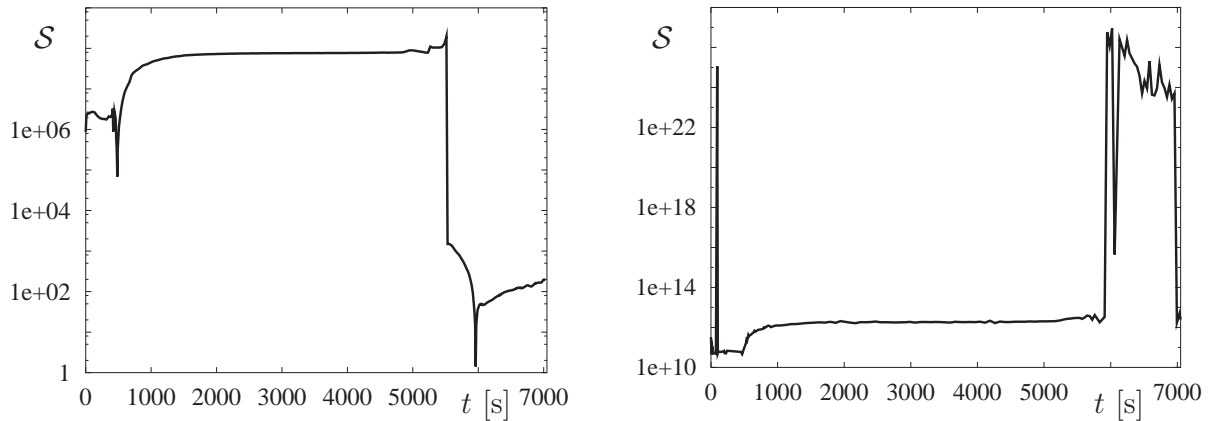


Bild 5.33: Steifheitsmaß  $\mathcal{S}$  für den Referenzfall I. Dynamikmodell (links) und die instationäre Aufheizung am Staupunkt (rechts)

Mit der Routine *LSODA* ist es möglich, diese Problematik genauer zu untersuchen. Diese Routine schaltet automatisch zwischen zwei Integrationsmethoden hin und her, je nachdem, ob das System für steif oder nichtsteif befunden wird. Für den Referenzfall I ergaben sich dabei die folgenden Verläufe, einmal für das dynamische Modell (Bild 5.34, links), und einmal für das aerothermische Modell (Bild 5.34, rechts), bei einer Fehlergenauigkeit von  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-8}$ . Treten beim dynamischen Modell nur zwei Umschaltvorgänge auf, mit einem ganz kurzen steifen Teilabschnitt, so erhöht sich diese Zahl beim Aufheizungsmodell auf über 380 Umschaltvorgänge. Die Anzahl der benötigten Schritte hat sich mehr als verdreifacht. Dieses Verhalten hat natürlich Auswirkungen auf die Auswahl des zu verwendenden Integrators. Näheres hierzu in Kapitel 5.3.2.

### 5.3.2 Vergleich unterschiedlicher Integratoren

Es soll nun auch genauer auf die Leistungsfähigkeit einiger getesteter Integrationsroutinen eingegangen werden. Folgende weitverbreitete Integrationsroutinen wurden im Rahmen dieser Arbeit getestet:

- ① *DIFS1M*: Extrapolationsverfahren nach Gragg-Bulirsch-Stoer [137]
- ② *Dopri8*: Eingebettetes Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 7(8) nach Dormand und Prince, mit Schrittweitenkontrolle [69, 70]

<sup>2</sup>Es wurden keine Skalierungen verwendet.

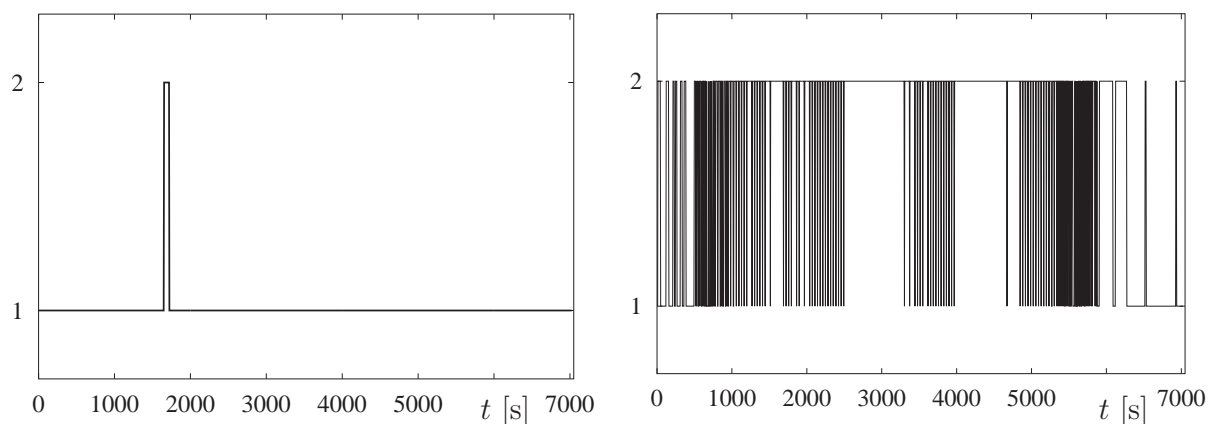


Bild 5.34: Verwendete Integrationsmethode in *LSODA* für den Referenzflug I (links) und die instationäre Aufheizung an einem Punkt an der Rumpfunterseite (rechts). Dabei bedeuten: **1** : nichtsteif, Adams-Verfahren und **2** : steif, BDF-Verfahren

- ③ *LSODA*: Kombination aus Adams-Verfahren (nichtsteife Systeme) und BDF-Verfahren (steife Systeme), mit automatischer Verfahrenswahl [41, 70]
- ④ *LSODE*: Wie *LSODA*, jedoch mit manueller Verfahrenswahl
- ⑤ *ODEXM*: Extrapolationsverfahren nach Gragg-Bulirsch-Stoer [69, 137], mit expliziter Mittelpunktsregel, Schrittweitenkontrolle und variabler Ordnung
- ⑥ *RADAU*: Implizites Runge-Kutta-Verfahren [40, 41, 70, 92]
- ⑦ *RKF7M*: Runge-Kutta-Fehlberg-Verfahren 7.Ordnung [137]

Für jede der vorgestellten Routinen wurden das dynamische Modell und das Aufheizungsmodell für einen Punkt an der Rumpfunterseite für den Referenzflug I getestet. Dabei wurden verschiedene Fehlertoleranzen von  $\varepsilon = 0.1$  bis  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-12}$  benutzt. Die Erfolgsquoten der Verfahren sind in Tabelle 5.5 und die Rechenzeiten in den Bildern 5.35 und 5.36 zu erkennen.

Es ist deutlich sichtbar, daß signifikante Unterschiede bestehen, und zwar sowohl in der benötigten Rechenzeit als auch in der Anzahl der erfolgreich absolvierten Rechenläufe. Keine der verwendeten Routinen war zu 100 % erfolgreich. Die schließlich verwendeten Integratoren *LSODA*, *LSODE* und *RADAU* haben aber ausschließlich bei der geringsten Fehlertoleranz von  $\varepsilon = 0.1$  versagt. Außerdem waren die benötigten Rechenzeiten dieser drei Verfahren am geringsten. Es ist ferner gut zu erkennen, daß bei den expliziten Einschrittverfahren die Rechenzeit nicht so stark von der geforderten Genauigkeit abhängt wie bei den anderen Verfahren, da bei steifen Systemen die Schrittweite von Einschrittverfahren von der Stabilität bestimmt wird (s. Anhang B, [122]). Für die Fehlertoleranzen von  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$  bis  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$  steigt mit *RKF7* die Rechenzeit nur um den Faktor 2.5, während



sie für die Routinen *RADAU* (Faktor: 14) und *LSODA* (Faktor: 45.6), *LSODE* (Faktor: 60.33) drastisch zunimmt. Bemerkenswerterweise zeigen auch für das dynamische Modell die Verfahren *LSODA*, *LSODE* und *RADAU* die geringsten Rechenzeiten, Bild 5.35. Für

CPUs

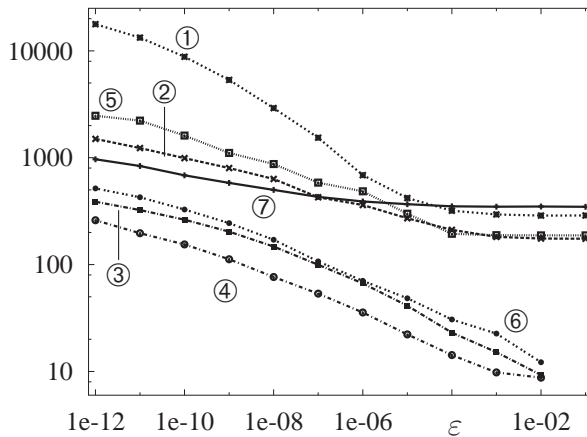


Bild 5.35: Rechenzeitvergleich für den Referenzfall I

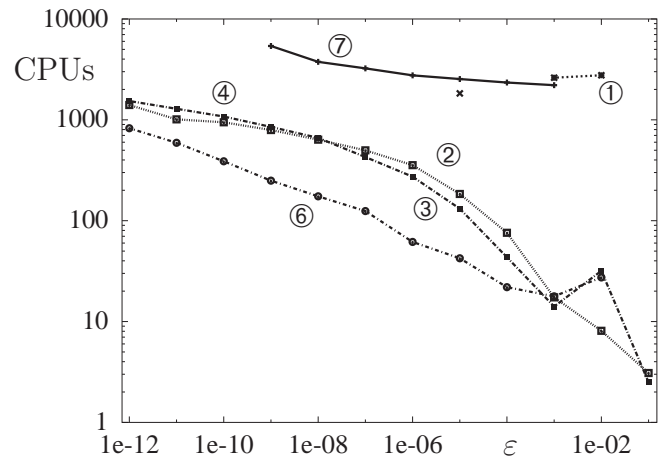


Bild 5.36: Rechenzeitvergleich für die instantanäre Aufheizung an einem Punkt

das aerothermische System wurde der Rechenzeitvorteil noch größer (Bild 5.36), wobei hier allerdings nur noch das Runge-Kutta-Fehlberg-Verfahren (⑦) halbwegs verwendbar war. Allerdings war die Rechenzeit immer um mindestens den Faktor 20 größer als bei *RADAU*, dem schnellstem Verfahren. Im Gegensatz zu anderen Aussagen in der Literatur [122] zeigt für unser Problem der Ansatz mit einem impliziten Runge-Kutta-Verfahren die kürzesten Rechenzeiten für ein steifes System.

	<i>DIFS 1M</i>	<i>Dopri8</i>	<i>LSODA</i>	<i>LSODE</i>	<i>ODEXM</i>	<i>RADAU</i>	<i>RKF 7M</i>
RW 9000	100 %	100 %	91.7 %	91.7 %	100 %	91.7 %	100 %
mit Temp.	16.7 %	8.3 %	100 %	100 %	0 %	91.7 %	58.3 %

Tabelle 5.5: Erfolgsquoten der unterschiedlichen getesteten Integratoren

## 5.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden zwei unterschiedliche Referenzbahnen für das vorgestellte Fluggerät definiert und mit Hilfe der vorgestellten Optimierungsverfahren gelöst:

1. Ein zweidimensionaler Reichweitenflug der Trägerstufe über eine Strecke von 9000 km entlang des Äquators.

2. Ein dreidimensionaler Flug des Gesamtsystems von einem Startort in Südeuropa zu einem gewünschten Separationspunkt in Nordafrika und der Rückkehr der Trägerstufe zum Ausgangsort.

Die gefundenen optimalen Flugbahnen wurden ausführlich vorgestellt und diskutiert. Hierbei wurde auch die instationäre Aufheizung des Fluggeräts und die Problematik der Triebwerkskühlung berücksichtigt. Durch die gewählte sehr komplexe Modellierung von Dynamik und Aufheizung wurden sehr hohe Ansprüche an die verwendeten Verfahren bei der Optimierung und Simulation gestellt.

# Kapitel 6

## Reduktion von thermischer Belastung und Kühlmittelbedarf für die Referenzbahnen

### 6.1 Allgemeines

Nachdem im vorigen Kapitel zwei Referenzbahnen festgelegt und die aerothermische Belastung jeder Bahn an ausgewählten Punkten bestimmt wurde, wird jetzt versucht, die Aufheizung und den Treibstoffverlust durch Triebwerkskühlung für beide Bahnen zu verringern. Im Rahmen der am Lehrstuhl durchgeführten Arbeiten und Untersuchungen wurden verschiedene Ansätze zur Erfassung und Reduktion der thermischen Belastung getestet und validiert. Dies betraf sowohl unterschiedliche Ansätze zur Formulierung des Zielfunktionals, als auch Variationen der Zahl der gleichzeitig betrachteten Punkte am Fluggerät und der Ankopplung der Aufheizung an die Dynamik (s. Bild 6.1). In dieser Arbeit werden nur einige der aussagekräftigsten Ergebnisse vorgestellt. Einen ausführlichen Überblick über die durchgeführten Arbeiten liefern die Arbeiten [147, 148].

Für den Referenzfall I (**RB I**) werden Ergebnisse zu unterschiedlichen Ansätzen zur Reduktion der aerothermischen Aufheizung und des Kühlmittelverlusts vorgestellt. In den ersten beiden Fällen bleibt das dynamische Modell unverändert, es werden lediglich die Zielfunktionale verändert. Anschließend wird eine Bahn präsentiert, in der die instationäre Aufheizung mehrerer Punkte am Fluggerät mit in die Optimierung einbezogen wird. Die erhaltenen Ergebnisse werden zur besseren Übersicht tabellarisch angeordnet, wobei jeweils die Ergebnisse des Referenzfluges mit aufgeführt sind. Außerdem sind für alle betrachteten Fälle umfangreiche Daten zur instationären Aufheizung angegeben. Für den dreidimensionalen Gesamtflug (**RB II**) wird die Auswirkung eines veränderten Wärmeschutzsystems und die Beschränkung des Kühlmittelverlustes auf die Flugbahn und die thermische Belastung untersucht. Die in Kapitel 1 (Gl. (1.32,1.33)) eingeführten Differentialgleichungen

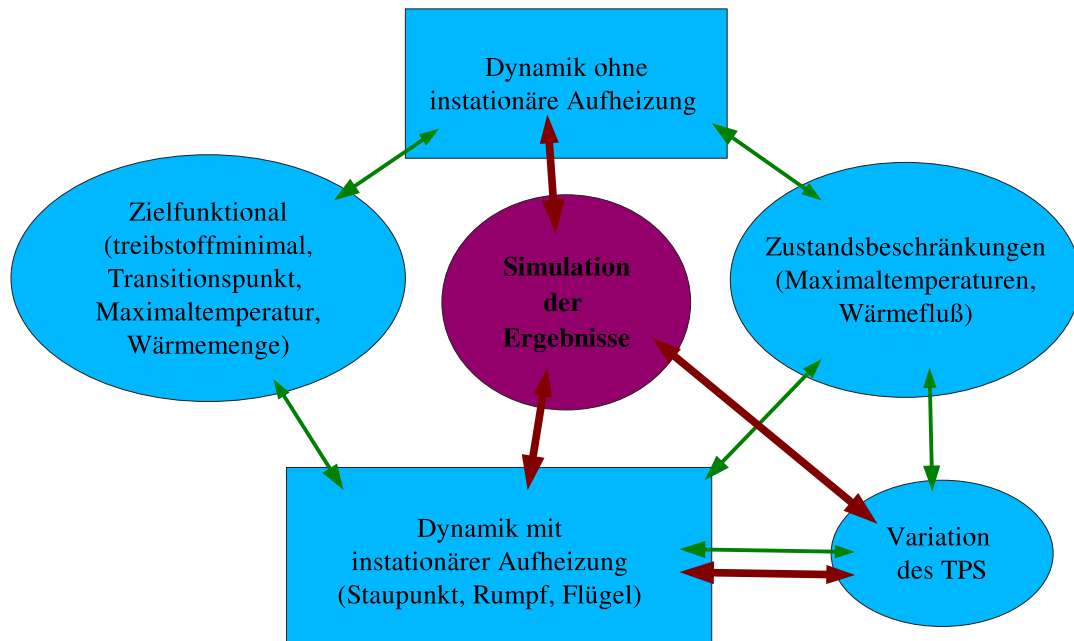


Bild 6.1: Abhängigkeiten der einzelnen Komponenten

zur Beschreibung der Dynamik bleiben unverändert gültig, sofern nicht anders erwähnt.

## 6.2 Reichweitenflug mit Berücksichtigung des Kühlmittelbedarfs

Wie die Untersuchungen in Kapitel 5.1 gezeigt haben, kommt es bei der reinen Minimierung des verbrauchten Treibstoffs zur Schuberzeugung zu einem beträchtlichen Mehrbedarf aufgrund der Kühlung des Triebwerks. Deshalb wurde in einem weiteren Schritt die Treibstoffmasse zur Kühlung mit in die Optimierung einbezogen. Damit ergibt sich für das Zielfunktional die folgende Änderung:

$$I_2[u] = -m|_{t_f} \rightarrow \text{Min}, \quad \text{mit } \dot{m}_B = \text{Max}(\dot{m}_{B,F}, \dot{m}_{B,K}). \quad (6.1)$$

Die jetzt erhaltene optimale Flugbahn benötigt eine geringfügig längere Flugzeit und auch die verbrauchte Treibstoffmasse zur Schuberzeugung ist um etwa 90 kg höher als im Referenzfall I. Betrachtet man jedoch auch die Menge an verbrauchtem Treibstoff zur Triebwerkskühlung, so wird ersichtlich, daß hier eine deutliche Verbesserung gegenüber dem Ausgangsfall erreicht wurde. Die benötigte Kühlmittelmenge reduziert sich um 8 to und

auch insgesamt ergibt sich eine effektive Treibstoffersparnis von mehr als 10 %, oder über 7 to. Die genauen Daten sind in Tabelle 6.1 eingetragen, inklusive der prozentualen Unterschiede zum Ausgangsfall.

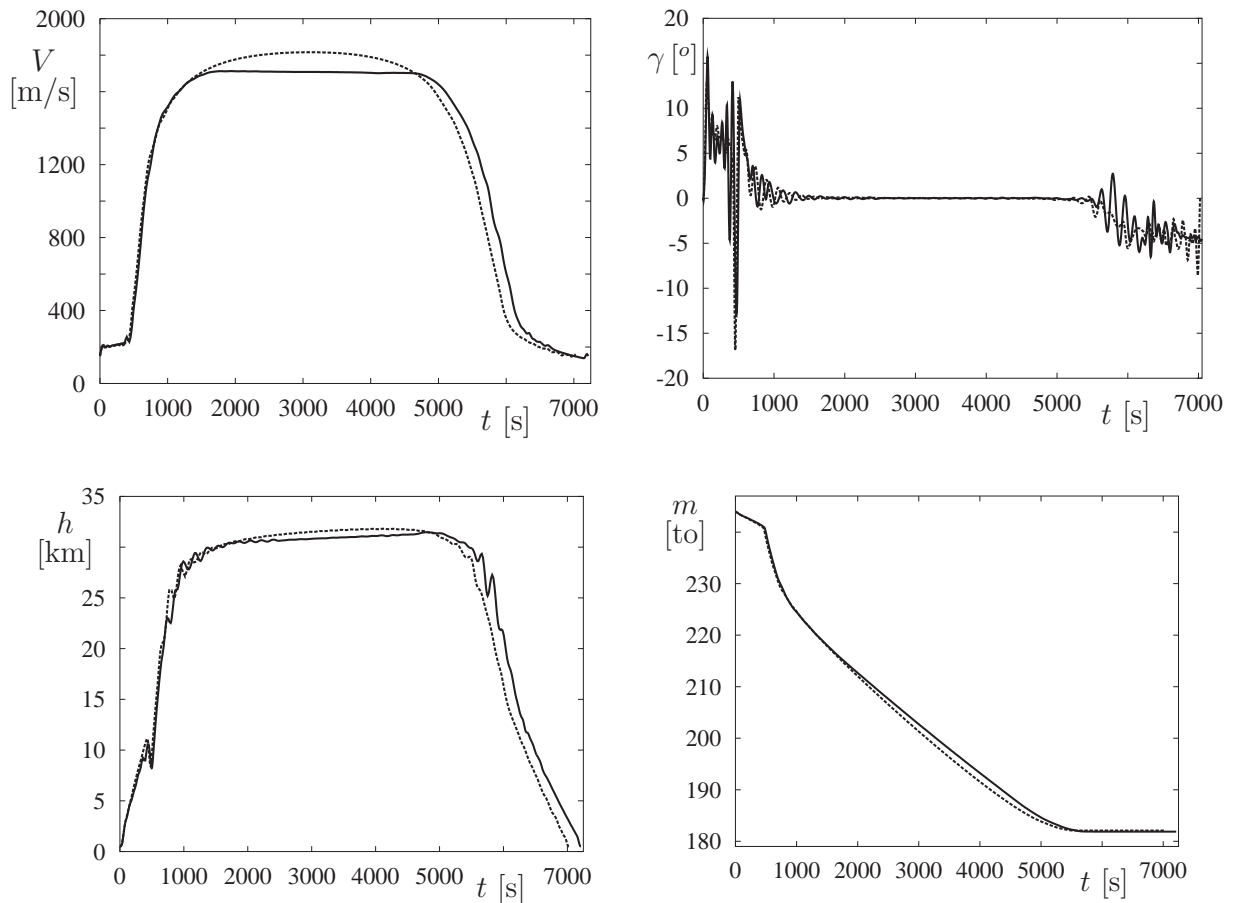


Bild 6.2: Die Zustandsgrößen  $V$ ,  $\gamma$ ,  $h$  und  $m$  für den Reichweitenflug mit erweitertem Zielfunktional (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

	$t_f$ [s]	$V_{\max}$ [m/s]	$m_{B,F}$ [kg]	$m_{B,K}$ [kg]	$m_B$ [kg]	Verlust [kg]
Referenzfall I	7023.3	1816.3	61918.7	52055.3	69649.5	7730.8
komb. Funktional	7212.5	1712.7	62105.5	44034.7	62122.6	17.1
Veränderung	+2.7 %	-5.7 %	+0.3 %	-15.4 %	-10.8 %	-99.8 %

Tabelle 6.1: Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit erweitertem Zielfunktional

Die Unterschiede in der Flugbahn werden fast nur im stationären Reiseflughbereich sichtbar. Hier ist zu erkennen, daß das Geschwindigkeitsniveau jetzt deutlich niedriger liegt, auch

die Flughöhe sinkt leicht ab (s. Bild 6.2). Der Verlauf des Anstellwinkels weist kaum Unterschiede auf, aber beim Drosselgradverlauf ist ein über weite Strecken niedrigeres Niveau (Bild 6.3) zu sehen. Der Staudruck und der Lastfaktorverlauf sind in Bild 6.4 dargestellt. Auch hier ist kein signifikanter Unterschied zur Referenzbahn I zu erkennen.

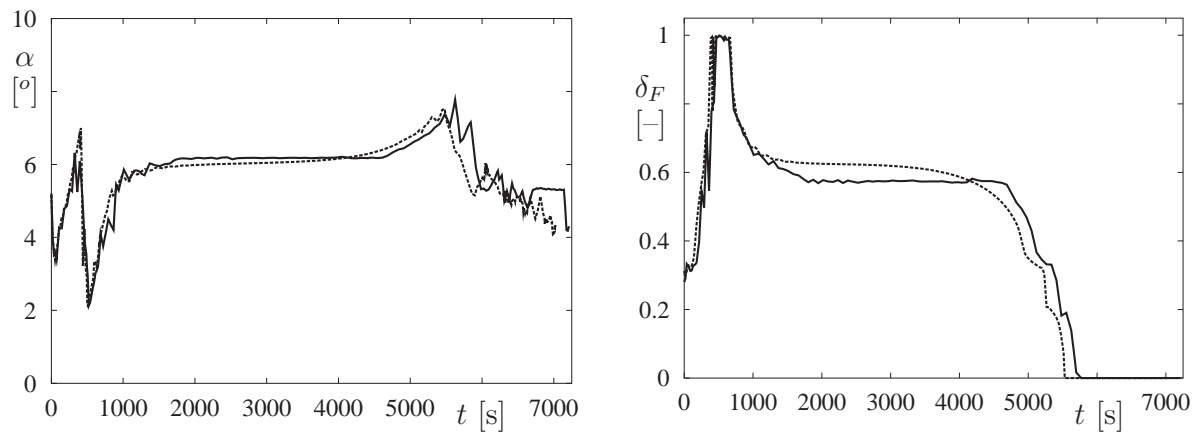


Bild 6.3: Die Steuerungen  $\alpha$  und  $\delta_F$  für den Reichweitenflug mit erweitertem Zielfunktional (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

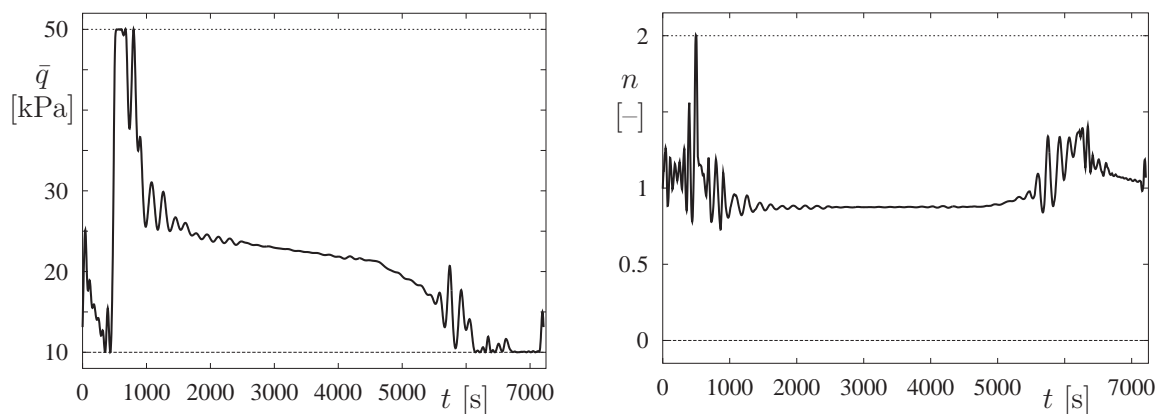


Bild 6.4: Verlauf von Staudruck  $\bar{q}$  und Lastfaktor  $n$  für den Reichweitenflug mit erweitertem Zielfunktional

Der Verlauf des Treibstoffbedarfs zur Schuberzeugung und zur Kühlung (Bild 6.5) zeigt, daß im Gegensatz zum Ausgangsfall nun nahezu kein Treibstoffverlust durch Kühlungsbedarf mehr entsteht. Die Menge an abgeblasenem Treibstoff beträgt nun lediglich noch 17 kg für den gesamten Flug, im Gegensatz zu ca. 7731 kg im Ausgangsfall. Das entspricht einer Verbesserung um deutlich über 99 %. Der Grund hierfür liegt in dem niedrigeren Geschwindigkeitsniveau des Streckenfluges. Daher übersteigt der Treibstoffbedarf zur Kühlung – bis

auf eine kurze Ausnahme – nicht mehr den Schubbedarf, im Gegensatz zum Referenzfall (s. Bild 5.13).

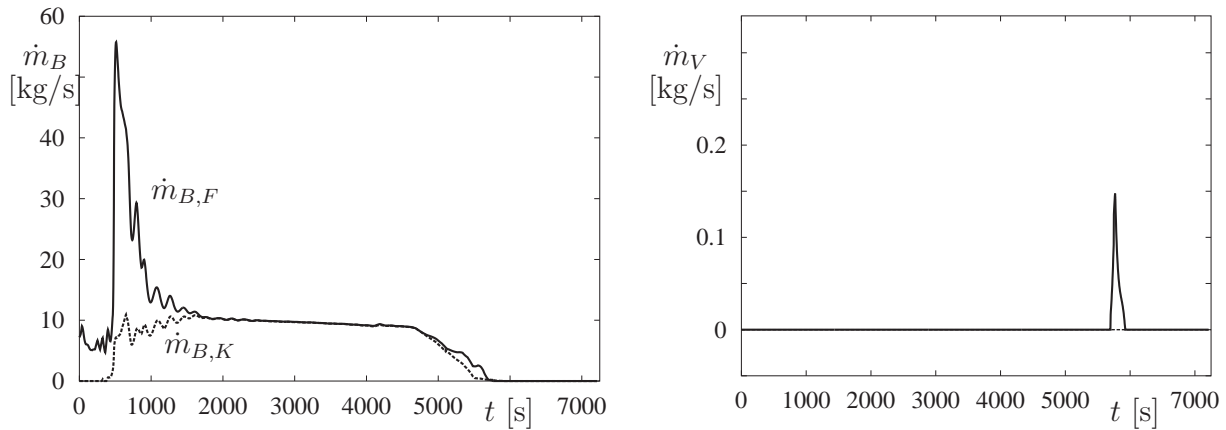


Bild 6.5: Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung  $\dot{m}_{B,F}$  und zur Triebwerkskühlung  $\dot{m}_{B,K}$  (links) und Nettoverlust  $\dot{m}_V$  (rechts)

Es ist insgesamt festzuhalten, daß die nur leicht veränderte Flugbahn drastische Treibstoffeinsparungen ermöglicht, wenn der Treibstoffverbrauch zur Triebwerkskühlung nicht mehr außer Acht gelassen wird.

## 6.2.1 Instationäre Aufheizung

Obwohl eine Reduktion der Wärmebelastung hier kein vorrangiges Ziel der Bahnoptimierung war, wurde auch für diesen Fall die thermische Belastung an signifikanten Punkten berechnet. Aufgrund des deutlich niedrigeren Geschwindigkeitsniveaus über weite Teile der Flugbahn sollte auch die thermische Belastung deutlich geringer ausfallen.

### 6.2.1.1 Staupunkt und Flügelvorderkante

Für den Staupunkt ergibt sich eine um mehr als 60 K reduzierte Maximaltemperatur ( $T_{\max} = 1203.0$  K). Analog zum Geschwindigkeitsniveau, das für einen großen Teilbereich der Flugbahn einen nahezu konstanten Wert aufweist (Bild 6.2), zeigt auch die Temperaturverteilung am Staupunkt dasselbe Profil, Bild 6.6. Die in Bild 6.7 gezeigte Aufheizung der Flügelvorderkante ist im Verlauf mit dem Staupunkt identisch, bis auf die geringere Temperaturbelastung. Die Maximaltemperatur liegt jetzt bei 1043.6 K, 57 K geringer als im Referenzfall. Es wird derselbe Punkt am Flügel betrachtet wie in Kapitel 5.1.2.

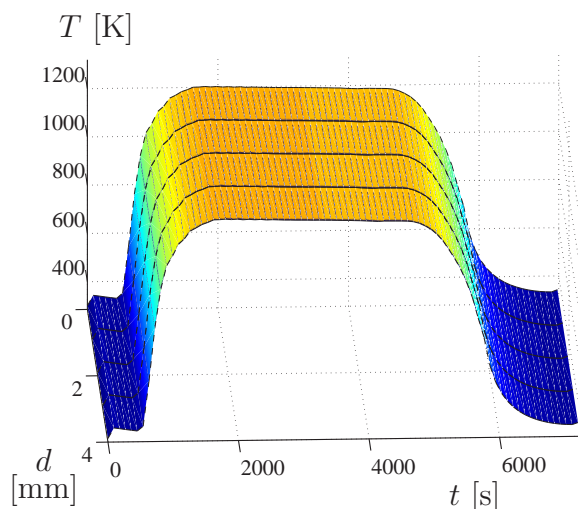


Bild 6.6: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt

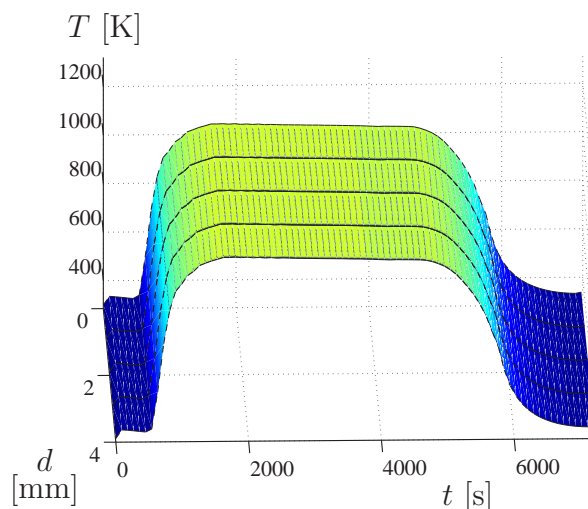


Bild 6.7: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante

### 6.2.1.2 Rumpfunterseite

Die für diese Bahn festgestellte geringere thermische Belastung setzt sich auch für die Rumpfunterseite fort. Für die in Abschnitt 5.1.2 definierten Referenzpunkte (Bild 6.8) sinken die Maximaltemperaturen auf 753.4 K bei 20 m und auf 731.3 K bei 40 m. Für die innerste Schicht ist ebenfalls eine geringe Abnahme auf 310.7 K, bzw. 379.4 K festzustellen. Während sich für die Punkte vor dem Tank eine gleichbleibende Temperatur über einen weiten Flugabschnitt in allen 10 Schichten einstellt, steigt die Temperatur im Tankbereich für die innersten Schichten noch an (Bild 6.8, siehe auch Bild 5.9).

Bild 6.9 zeigt die geringere Belastung entlang der Rumpfunterseite. Nur für die ersten Meter sind teilweise leicht höhere Werte festzustellen, dennoch liegen die Maximaltemperaturen der ersten vier Schichten um durchschnittlich 10 K unter denen des Referenzfalles I. Die absolute Maximaltemperatur sinkt um 3 K, auf 802.8 K bei sieben Metern. Für den aufintegrierten Wärmefluß ist auf den ersten 10 Metern eine leichte Zunahme der Maximalwerte festzustellen ( $\Gamma_{10,\max} = 2349.8 \text{ kJ/m}^2$ ,  $x_{le} = 10 \text{ m}$ ). Dies ist auf die geringfügig verlängerte Gesamtflugzeit zurückzuführen. Dadurch steigt auch der Wärmefluß in die innerste Schicht ganz leicht an. Die längere Flugzeit zeichnet auch verantwortlich für den erhöhten Maximalwert von  $\Gamma_{13}$ , mit  $\Gamma_{13,\max} = 913.8 \text{ kJ/m}^2$ .

### 6.2.1.3 Rumpfoberseite

Qualitativ zeigt sich an der Oberseite des Fluggeräts derselbe Verlauf wie an der Unterseite, wieder auf einem deutlich niedrigeren Niveau. An den beiden Referenzpunkten treten Ma-



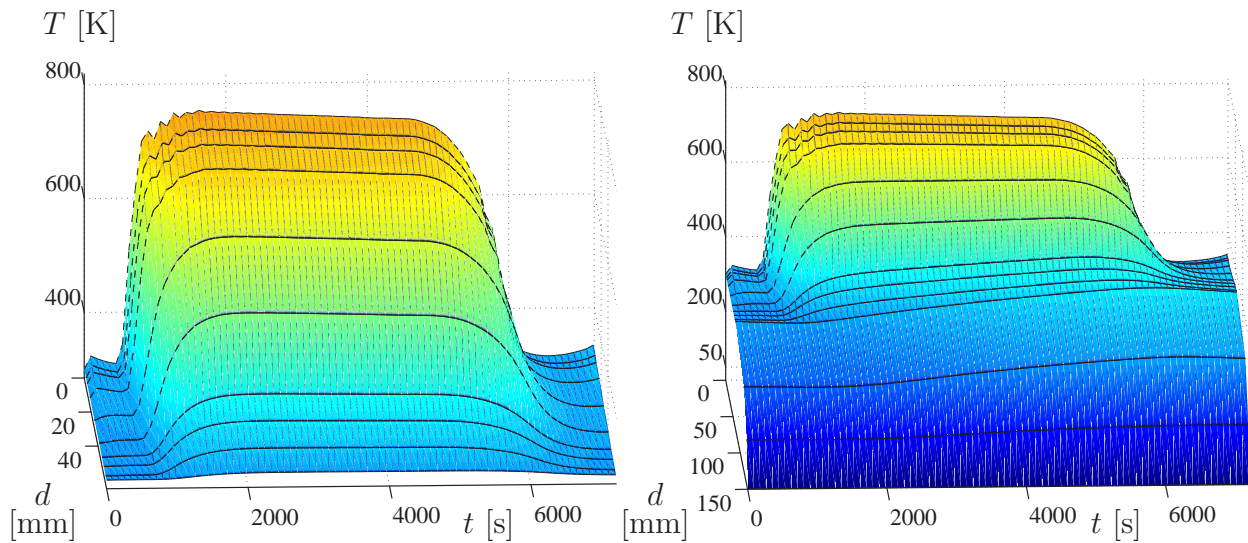


Bild 6.8: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links,  $x_{le} = 20$  m) und mit Tank (rechts,  $x_{le} = 40$  m)

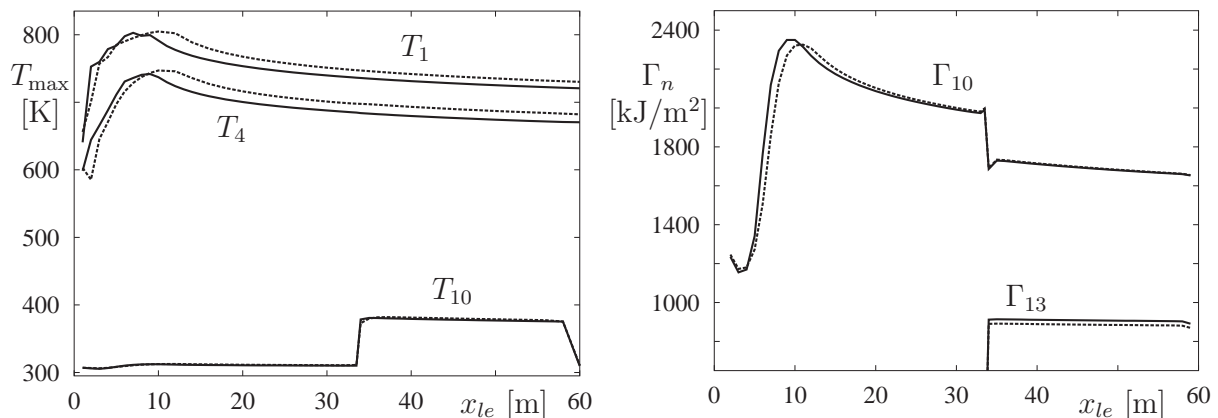


Bild 6.9: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall1: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie)

ximalwerte von  $T_{1,\max} = 711.9$  K,  $T_{10,\max} = 309.2$  K ( $x_{le} = 20$  m), bzw.  $T_{1,\max} = 691.2$  K,  $T_{10,\max} = 308.4$  K ( $x_{le} = 40$  m) auf (Bild 6.10). Auch hier hat der aufintegrierte Wärmestrom auf den ersten Metern ein geringfügig höheres Niveau, mit einem um gut 2 % erhöhten Maximalwert ( $q_{10,\max} = 1977.8$  kJ/m<sup>2</sup> bei  $x_{le} = 12$  m). Die Maximaltemperatur bei 8 m beträgt 756.5 K. Das sind 6 K mehr als im Ausgangsfall. Im Gegensatz zur Rumpfunterseite treten an der Oberseite über einen Großteil der Lauflänge für die äußerste Schicht nahezu dieselben Maximaltemperaturen wie im Referenzfall I auf (vgl. Bild 6.11).

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß durch die gekoppelte Betrachtung von Schub-

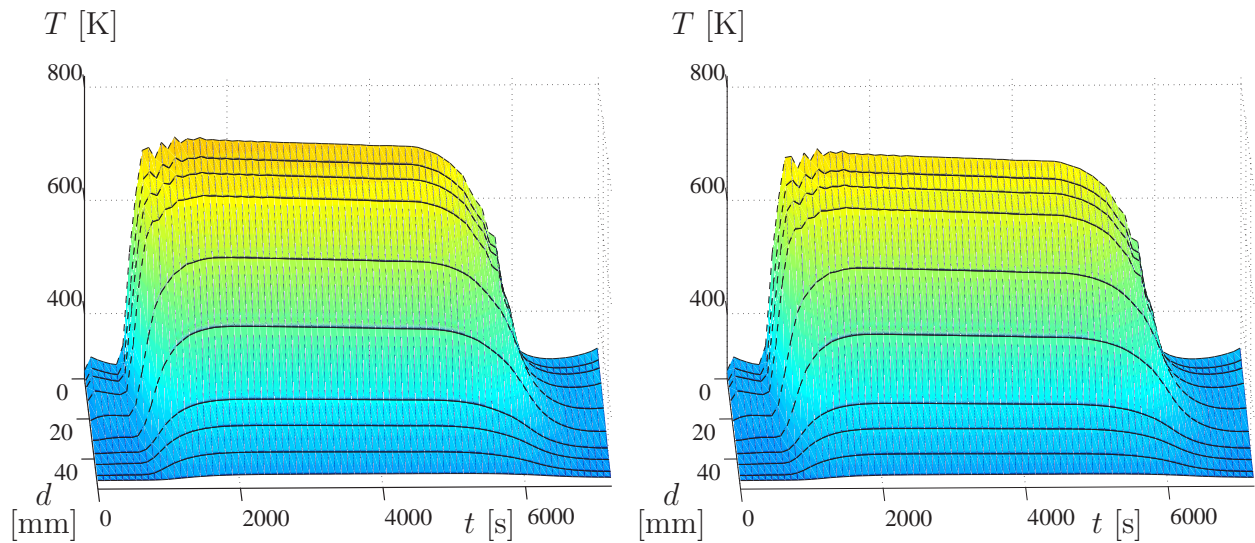


Bild 6.10: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links:  $x_{le} = 20$  m, rechts:  $x_{le} = 40$  m)

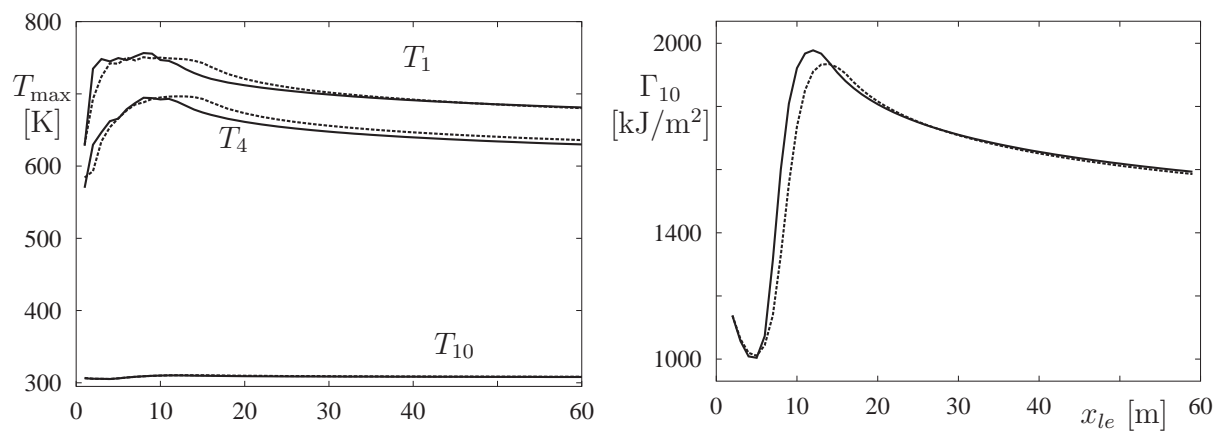


Bild 6.11: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall1: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie)

zeugung und Triebwerkskühlung eine drastische Einsparung der effektiv benötigten Treibstoffmenge möglich wird. Quasi als Nebenprodukt der Minimierung des Kühlmittelbedarfs stellt sich auch eine reduzierte aerothermische Aufheizung des Fluggeräts ein.

### 6.3 Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung an der Rumpfunterseite

Im Laufe der Untersuchungen und der Literaturstudien wurde klar, daß ein anderer möglicher Ansatz zur Reduktion der Aufheizung im Hyperschallflug darin bestehen könnte, den Bereich laminarer Strömung am Fluggerät zu maximieren, d.h den Umschlagpunkt von laminarer zu turbulenter Strömung möglichst weit nach hinten zu schieben. Als Ausgangsfall wurde die Referenzbahn I mit dem kombinierten Zielfunktional aus Gl. (6.1) gewählt. Um sowohl den Treibstoffverbrauch als auch die Lage des Transitionspunktes gleichzeitig behandeln zu können, wurde folgendes Zielfunktional formuliert:

$$I_3[u] = -\sqrt{(\xi_1 m_f^2 + \xi_2 x_{6,f}^2)} \rightarrow \text{Min}, \quad \text{mit } \xi_1 + \xi_2 = 1, \xi_{1,2} \in [0, 1], \quad (6.2)$$

$$\text{und } \dot{m}_B = \text{Max}(\dot{m}_{B,F}, \dot{m}_{B,K}).$$

Dabei entspricht die Größe  $x_6$  der aufintegrierten Fläche der Lage des Transitionspunktes  $x_{trans}$  über die gesamte Flugzeit, als zusätzliche Zustandsdifferentialgleichung ergibt sich:

$$\dot{x}_6 = x_{trans}. \quad (6.3)$$

Für den Referenzfall I würde somit gelten:  $\xi_{1,2} = (1, 0)$ . Mittels des in Kapitel 5.3 beschriebenen Homotopieverfahrens wurde dieses Verhältnis geändert, auf letztendlich  $\xi_{1,2} = (0, 1)$ . Eine Auswahl der so erhaltenen Ergebnisse ist in den Tabellen 6.2 und 6.3 aufgelistet.

$\xi_1/\xi_2$	$t_f$ [s]	$V_{\max}$ [m/s]	$h_{\max}$ [m]	$m_B$ [kg]	$\int x_{trans}$	$x_{trans,\max}$
1.0/0.0	7023.3	1816.3	31819	69649.5	31750.7	7.1
0.5/0.5	7210.3	1711.9	31452	62255.8	32140.7	7.4
0.0/1.0	7178.4	1715.3	32299	62374.8	33129.6	8.1
Veränderung	+2.2 %	-5.6 %	+1.5 %	-10.4 %	+4.3 %	+14.1 %

Tabelle 6.2: Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung

Auch hier ist für den optimierten Fall eine geringe Zunahme der Gesamtflugzeit um etwa 180 Sekunden zu erkennen, mit einem verringerten Geschwindigkeitsniveau. Deutlich sichtbar ist die um 100 m/s niedrigere Maximalgeschwindigkeit, bei gleichzeitig leicht erhöhter Maximalflughöhe. Für den Streckenflug treten jetzt auch leichte Oszillationen für Bahnwinkel und Flughöhe auf (Bild 6.12). Diese Oszillationen finden sich in abgeschwächter Form auch im Verlauf der Steuergrößen, sowie in der Lage des Transitionspunktes (Bilder 6.13, 6.15). Deutlich erkennbar ist dieses Verhalten in den beiden Zustandsgrößen für den Staudruck und den Lastfaktor (Bild 6.14). Der Transitionspunkt wandert im Verlauf der Homotopie sichtbar nach hinten, mit einem um einen Meter größeren Maximalwert (s. Tabelle 6.2, Bild 6.15). Im Rahmen der Untersuchungen wurden sogar Bahnen mit

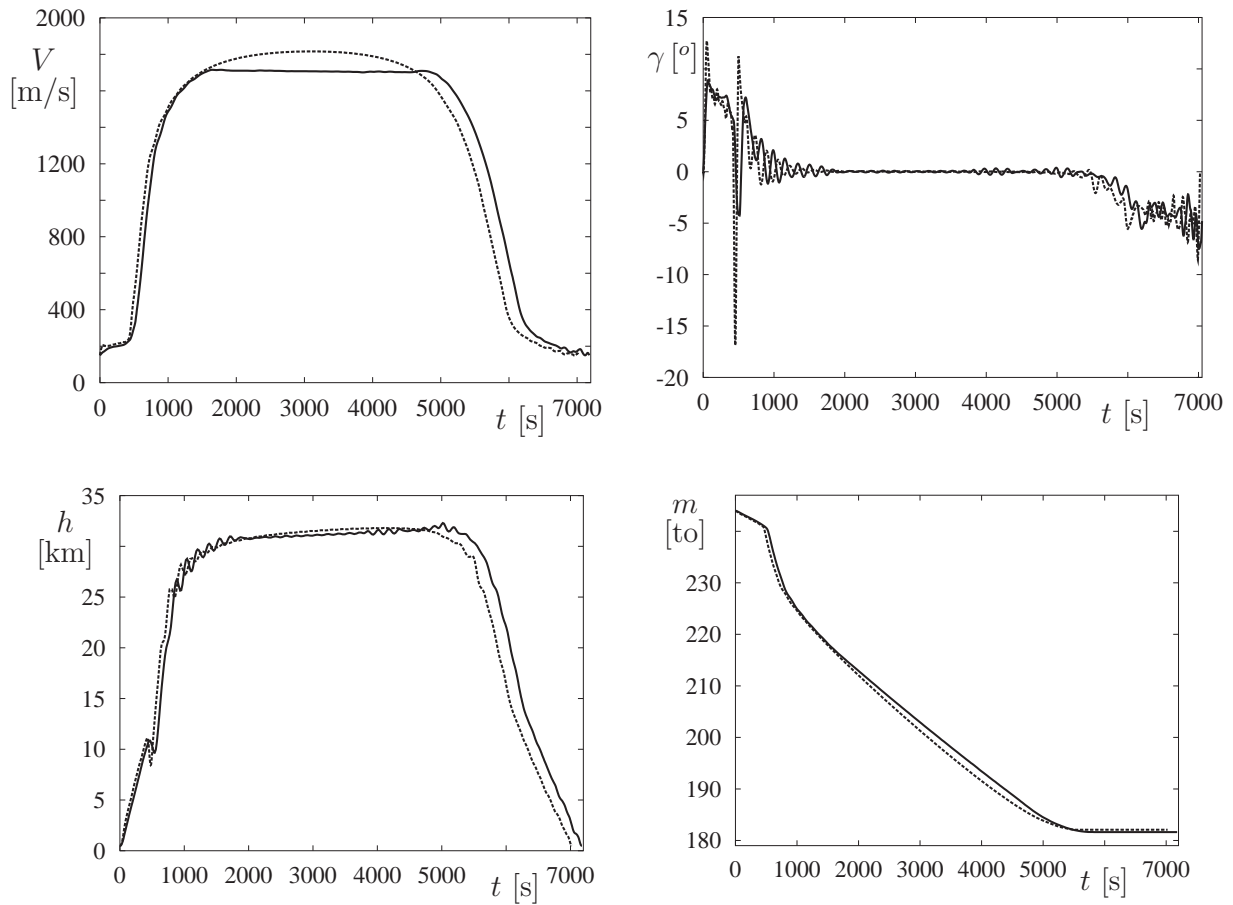


Bild 6.12: Die Zustandsgrößen  $V$ ,  $\gamma$ ,  $h$  und  $m$  für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

	$t_f$ [s]	$m_{B,F}$ [kg]	$m_{B,K}$ [kg]	$m_B$ [kg]	Verlust [kg]
1.0/0.0	7023.3	61918.7	52055.3	69649.5	7730.8
0.5/0.5	7210.3	62234.6	43251.0	62255.8	21.2
0.0/1.0	7178.4	62327.3	44601.6	62374.8	47.6
Veränderung	+2.2 %	+0.7 %	-14.3 %	-10.4 %	-99.4 %

Tabelle 6.3: Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung

noch größeren Werten für  $x_{trans}$  gefunden, allerdings mit sehr starken Oszillationen in den Zustands- und Steuergrößen. Diese Ergebnisse wurden daher nicht weiter verfolgt. Die zur Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung geflogene niedrigere Geschwindigkeit wirkt sich natürlich auch positiv auf den Kühlmittelbedarf aus (Bild 6.16, Tabelle 6.3). Obwohl zur reinen Schuberzeugung geringfügig mehr Treibstoff verbraucht wird als im Re-

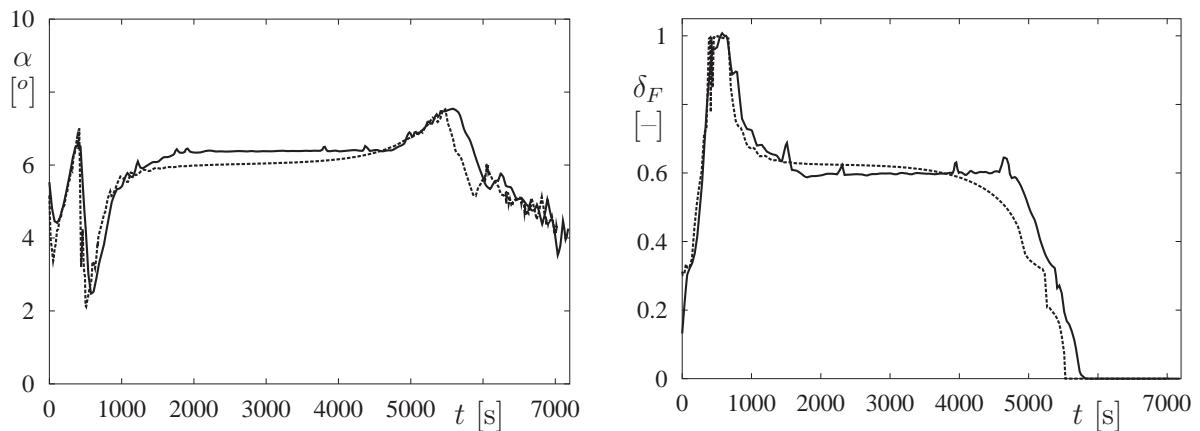


Bild 6.13: Die Steuerungen  $\alpha$  und  $\delta_F$  für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

Referenzfall (62327.3 kg, +0.7 %), ist insgesamt ein deutlich geringerer Gesamtreibstoffbedarf bei Berücksichtigung der Kühlung festzustellen, ähnlich den Ergebnissen aus Kapitel 6.2. Es werden zwar knappe 600 kg mehr zur Kühlung benötigt als in Abschnitt 6.2, aber dies sind immer noch 7400 kg weniger als im Referenzfall. Der Gesamtreibstoffverbrauch liegt auch hier um über 10 % niedriger als im Ausgangsfall. Der Treibstoffverlust durch Kühlung liegt jetzt bei ca. 48 kg. Dies ist zwar deutlich mehr als im vorigen Fall, doch tritt hier der Treibstoffverbrauch nicht explizit im Zielfunktional auf. Der sehr geringe Massenverlust durch die Triebwerkskühlung ist ein angenehmer Nebeneffekt der Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung.

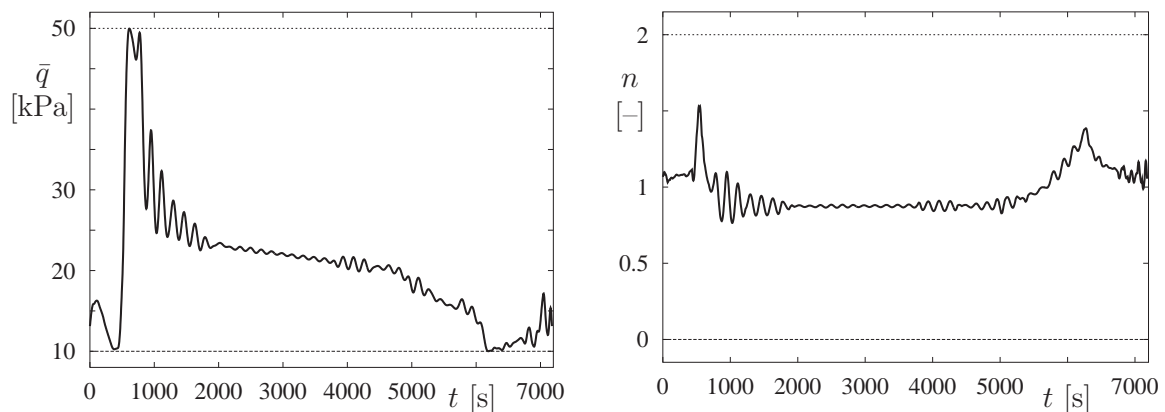


Bild 6.14: Verlauf von Staudruck  $\bar{q}$  und Lastfaktor  $n$  für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung

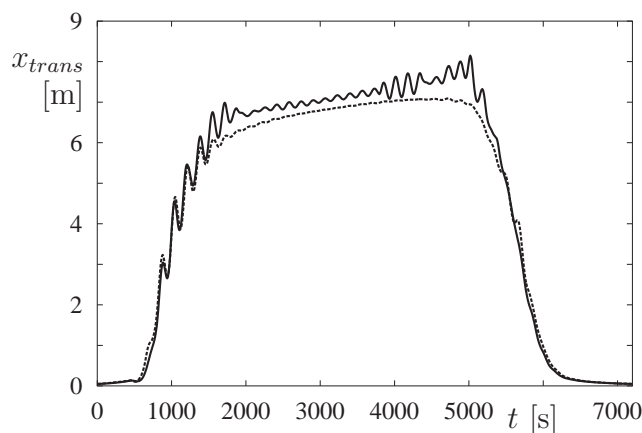


Bild 6.15: Position des Transitionspunktes  $x_{trans}$  für den Fall mit Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

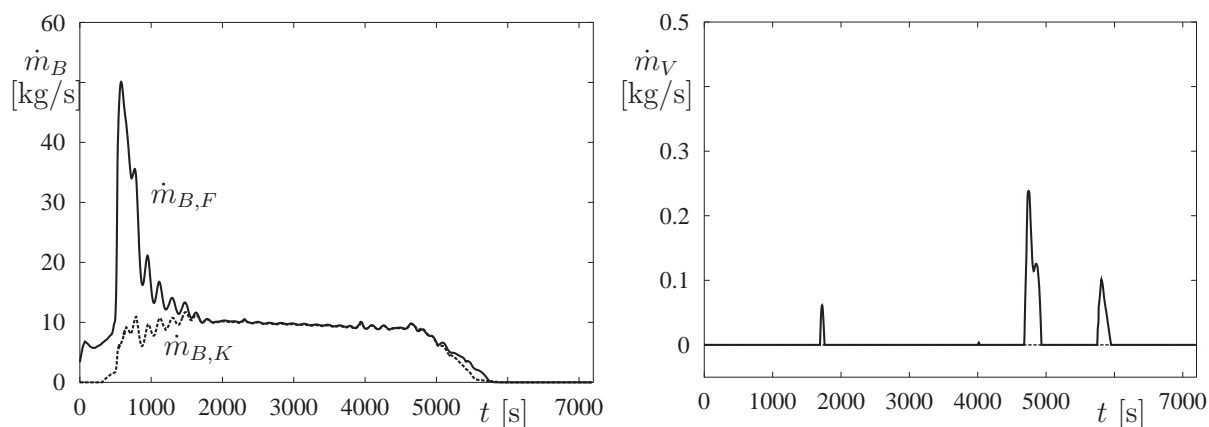


Bild 6.16: Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung  $\dot{m}_{B,F}$  und zur Triebwerkskühlung  $\dot{m}_{B,K}$  (links) und Nettoverlust  $\dot{m}_V$  (rechts)

In den Tabellen 6.2 und 6.3 sind auch die Ergebnisse für einen Fall mit einer Gewichtung von jeweils 50 % für Treibstoffbedarf und Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung aufgetragen. Diese Flugbahn ist hinsichtlich Treibstoffbedarf zur Kühlung und Schuberzeugung günstiger, da jetzt sowohl die Maximierung der Lauflänge der laminaren Strömung als auch die Minimierung des Verbrauchs gleichzeitig betrachtet werden. Allerdings fällt die Zunahme des Lauflänge der laminaren Strömung geringer aus. Hier kann man auch einen weiteren Vorteil des benutzten Homotopieansatzes erkennen: Ändert sich im Laufe der Untersuchungen die Gewichtung der verschiedenen Anforderungen (Treib-

stoffverbrauch, Reduktion der Aufheizung), so kann auf diese Weise der aktuell günstigste Fall ermittelt werden.

### 6.3.1 Instationäre Aufheizung

Aufgrund des auch hier deutlich geringeren Geschwindigkeitsniveaus ist eine Reduktion der thermischen Belastung zu erwarten.

#### 6.3.1.1 Staupunkt und Flügelvorderkante

Analog zum vorigen Fall liegt auch hier die maximale Temperatur am Staupunkt niedriger als im Ausgangsfall, bei 1206.7 K (Bild 6.17). Das Temperaturniveau ist quasi stationär über weite Strecken, allerdings sind leichte Oszillationen am Anfang und Ende des Streckenflugs erkennbar. Dieser Effekt ist aus dem Verlauf der Zustandsgrößen erklärbar. Dasselbe Verhalten zeigt die Temperaturentwicklung für den Referenzpunkt an der Flügelvorderkante. Hier beträgt die Maximaltemperatur 1046.3 K (Bild 6.18).

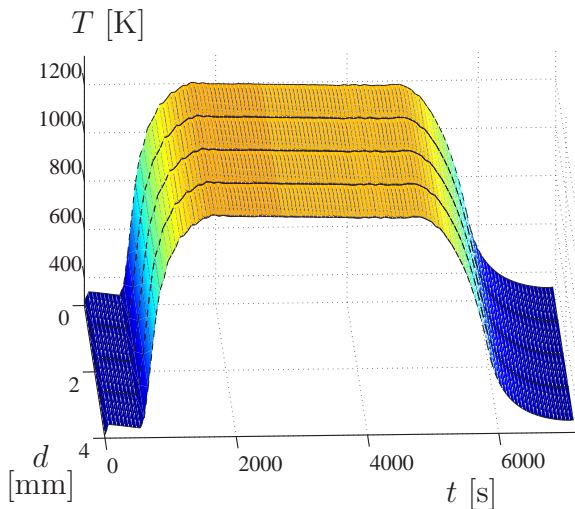


Bild 6.17: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt

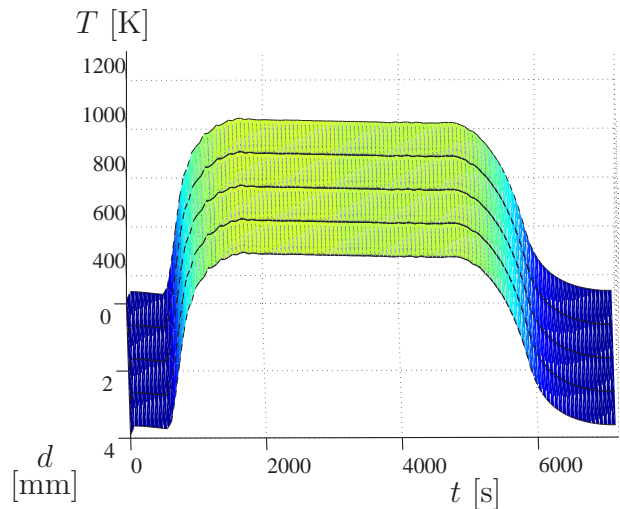


Bild 6.18: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante

#### 6.3.1.2 Rumpfunterseite

Da zu der in Kapitel 6.2 vorgestellten Bahn nur geringe Unterschiede hinsichtlich Flugzeit und Geschwindigkeitsniveau bestehen, ist zu erwarten, daß sich auch am Rumpf ähnliche

Werte für die Aufheizung ergeben. Dies ist tatsächlich der Fall. Die Maximaltemperaturen der äußersten und innersten Schicht betragen nun 756.4 K, bzw. 310.6 K bei 20 m und 734.0 K, bzw. 378.1 K bei 40 m (Bild 6.19). Ausgeprägter als für den Staupunkt und die Flügelvorderkante sind Oszillationen am Beginn und Ende des Streckenflugs in den ersten Schichten des Thermalschutzsystems erkennbar, die aber bereits bei der mittleren Fasermattenschicht (5. Schicht) nahezu vollständig verschwunden sind. Dieser Effekt ist durch die höhere Wärmekapazität der Fasermatte zu erklären. Auch hier treten auf

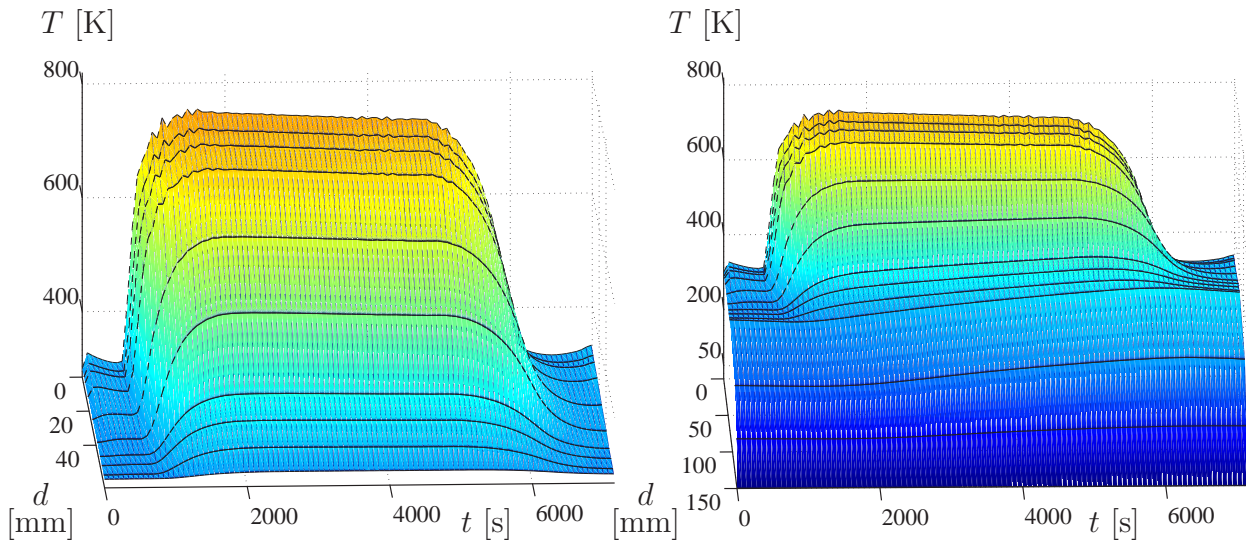


Bild 6.19: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links,  $x_{le} = 20$  m) und mit Tank (rechts,  $x_{le} = 40$  m)

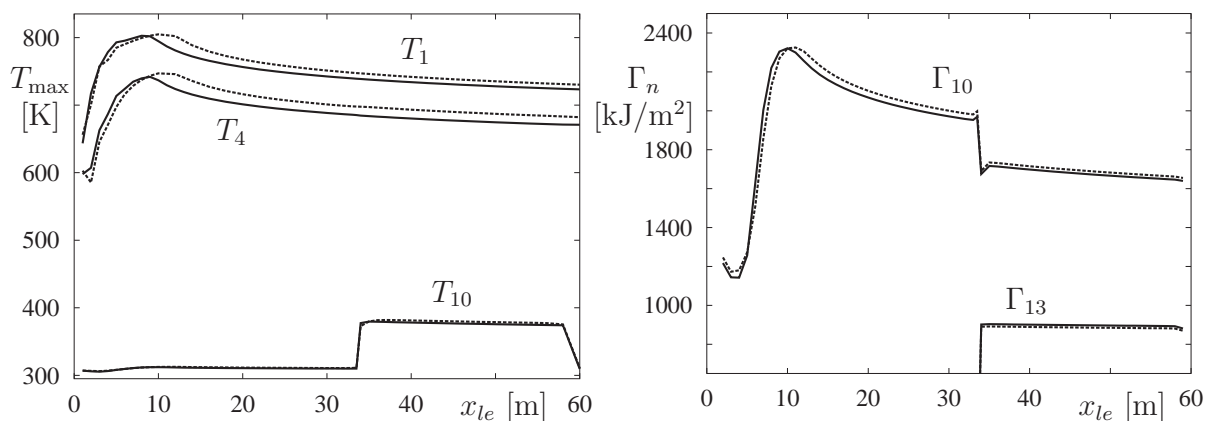


Bild 6.20: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall mit maximierter Lauflänge der laminaren Strömung: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie)



den ersten 8 Metern höhere Maximaltemperaturen auf als im Referenzfall. Die maximale Aufheizung liegt 8 m hinter der Spitze bei 802.7 K. Ab einer Lauflänge von 10 m liegt dagegen wieder eine um durchschnittlich 10 K niedrigere Maximaltemperatur für die erste Schicht vor, s. Bild 6.20. In der ersten Multiwandschicht (Schicht 4) beträgt die Differenz in den Maximaltemperaturen sogar durchschnittlich 15 K. Der Wärmestrom in die innerste Schicht liegt für die ersten 10 m leicht über dem Niveau des Referenzfalls, danach ist der Wert bis zum Tankbereich etwas geringer. Der Maximalwert von  $\Gamma_{10} = 2321.3 \text{ kJ/m}^2$  bei 10 m ist nahezu identisch mit dem Ausgangsfall. Für den innersten Wärmestrom im Tankbereich sind leicht höhere Werte festzustellen, bedingt durch die längere Gesamtflugzeit ( $\Gamma_{13,\text{max}} = 903.4 \text{ kJ/m}^2$  bei 36 m).

### 6.3.1.3 Rumpfoberseite

Die äußersten vier Schichten an der Rumpfoberseite zeigen dasselbe oszillatorische Verhalten wie an der Rumpfunterseite (Bild 6.21). Die Maximaltemperaturen der betrachteten Punkte bewegen sich auf dem Niveau des vorigen Falles. Für den ersten Referenzpunkt erhitzt sich die Außenhaut des Fluggeräts bis auf 710.4 K, die innerste Schicht bis auf 309.0 K. Am zweiten Punkt werden nur noch 687.7 K, bzw. 308.2 K erreicht. Im Gegensatz zur Rumpfunterseite unterscheiden sich die Maximaltemperaturen der einzelnen Schichten kaum, vgl. Bild 6.22. Bis zu einer Lauflänge von ungefähr 12 m liegt der aufintegrierte Wärmestrom in die innerste Schicht geringfügig über dem des Referenzfalls, mit einem Maximalwert von  $\Gamma_{10,\text{max}} = 1922.9 \text{ kJ/m}^2$ , bei  $x_{le} = 13 \text{ m}$ . Danach liegt  $\Gamma_{10}$  deutlich niedriger als für die Referenzbahn, trotz verlängerter Flugzeit. Der Ansatz, die Lauflänge der

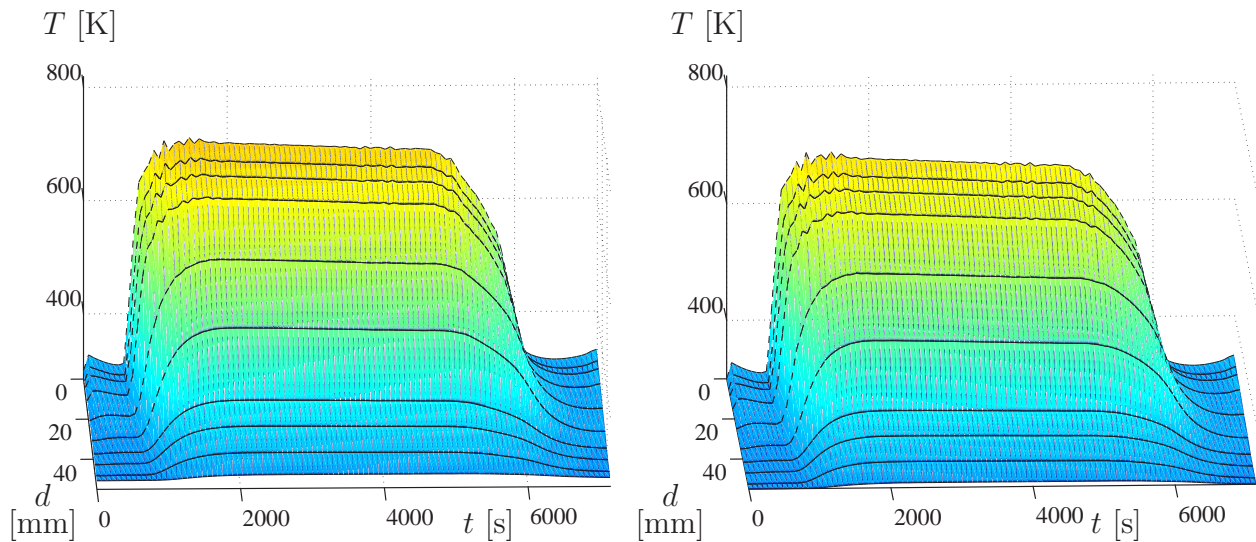


Bild 6.21: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links:  $x_{le} = 20 \text{ m}$ , rechts:  $x_{le} = 40 \text{ m}$ )

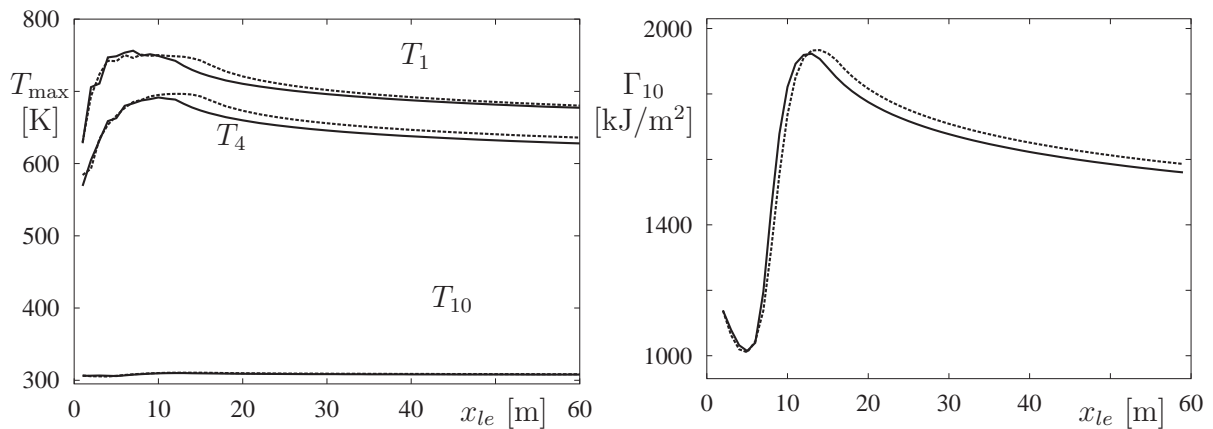


Bild 6.22: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall mit maximierter Lauflänge der laminaren Strömung: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie)

laminaren Strömung an der Rumpfoberseite zu maximieren, hat es ermöglicht, die thermische Belastung des Fluggeräts zu verringern, ohne einen erwähnenswerten Mehrverbrauch an Treibstoff zu erfordern. Betrachtet man realistischerweise auch die Treibstoffmenge zur Triebwerkskühlung, so konnten fast die selben Einsparungen erreicht werden wie in Abschnitt 6.2.

## 6.4 Minimierung der Aufheizung an 3 Punkten

In einem weiteren Schritt wurde direkt versucht, die aerothermische Aufheizung am Fluggerät zu verringern. Mit dem vorgestellten eindimensionalen Knotenmodell (vgl. Abschnitt 2.6.1) und dem direkten Verfahren *DIRCOL*, war es möglich, gleichzeitig drei Punkte am Fluggerät zu erfassen und die thermische Belastung zu verringern. Nach längeren Untersuchungen wurden folgende Punkte als Referenzpunkte gewählt:

- der Staupunkt
- ein Punkt an der Rumpfunterseite, 15 m hinter der Nasenspitze
- ein Punkt auf der Rumpfoberseite, 20 m hinter der Nasenspitze.

Um die Dimensionen des resultierenden Optimalsteuerungsproblems gering zu halten, wurde der Bereich am Staupunkt durch zwei Schichten und die restlichen Bereiche durch fünf Schichten approximiert. Die Güte des vereinfachten Modells wurde in Abschnitt 5.1.4 bewiesen. Daraus ergab sich ein Problem mit 19 Zustandsgrößen. Für die Anfangswerte der einzelnen Zustände gelten weiterhin die in Tabelle 5.1 und Gleichung (5.2) aufgeführten

Werte. Die Wärmebelastung an den beiden Referenzpunkten am Rumpf wurde mittels der aufintegrierten Wärmemenge  $\Gamma_n$  in die innerste (fünfte) Schicht erfaßt:

$$\Gamma_5 := \int_{t=0}^{t=t_f} q_5 dt . \quad (6.4)$$

Um die Wärmebelastung gezielt verringern zu können, wurden Zustandsbeschränkungen für die Maximaltemperatur am Staupunkt  $T_{SP,\max}$ , sowie die aufintegrierten Wärmemengen an beiden Punkten am Rumpf ( $\Gamma_{5,i}$ ) eingeführt:

$$\begin{aligned} T_{SP} &\leq T_{SP,\text{Grenz}} , \\ \Gamma_{5,i} &\leq \Gamma_{5,i,\text{Grenz}} , \quad i = 1, 2 . \end{aligned} \quad (6.5)$$

Als Zielfunktional wird nur die verbrauchte Treibstoffmenge betrachtet:

$$I_1[u] = -m|_{t_f} \rightarrow \text{Min} . \quad (6.6)$$

Ausgehend von den Ergebnissen des Referenzfalles wurden die Zustandsbeschränkungen für die Aufheizung der drei betrachteten Punkte schrittweise an vorher festgelegte Zielgrößen angenähert, da eine direkte Lösung in einem Schritt nicht möglich war. Das Ziel war es, die Maximalwerte für die Staupunkttemperatur und die aufintegrierten Wärmemengen um jeweils 10% zu verringern. Hier wurden auch die in Kapitel 5 angesprochenen numerischen Schwierigkeiten deutlich sichtbar. Vergleichsrechnungen mit dem Verfahren *GESOP* führten zu keinen verwertbaren Ergebnissen, da der zur Integration der Zustandsgrößen verwendete Integrator mit den hochgradig steifen Differentialgleichungen der Aufheizung nicht zurechtkam. Die schließlich erhaltene Lösung unterscheidet sich deutlich von den bisher vorgestellten:

	$t_f$ [s]	$V_{\max}$ [m/s]	$h_{\max}$ [m]	$m_{B,F}$ [kg]	$m_{B,K}$ [kg]	$m_B$ [kg]	Verlust
Referenzfall I	7023.3	1816.3	31819	61918.7	52055.3	69649.5	7730.8
3-Punkte	7480.6	1653.6	32178	63199.4	37217.8	63224.3	24.9
Veränderung	6.5 %	-9.0 %	+1.1 %	+2.1 %	-28.5 %	-9.2 %	-99.7 %

Tabelle 6.4: Vergleich der Ergebnisse für den Fall mit 3 Punkten

Die Gesamtflugzeit steigt stark an, auf fast 7500 s. Gleichzeitig sinkt die durchschnittliche Fluggeschwindigkeit ab, stärker als in den vorigen Fällen (Tabelle 6.4). Der Maximalwert sinkt um mehr als 160 m/s. Gleichzeitig steigt die Flughöhe leicht an. Auffallend sind nun die deutlich ausgeprägten Oszillationen für die Flughöhe und den Bahnwinkel, vgl. Bild 6.23. Bei genauer Betrachtung erkennt man auch leichte Oszillationen in der Geschwindigkeit. Ähnlich wie die Zustandsgrößen der Dynamik zeigen auch die beiden Steuerungen einen wesentlich unruhigeren Verlauf (Bild 6.24). Interessanterweise liegt sowohl das Niveau des Anstellwinkels, als auch des Drosselgrads über dem des Ausgangsfalles. Die Zustandsbeschränkungen Staudruck und Lastfaktor (Bild 6.25) zeigen qualitativ den selben Verlauf

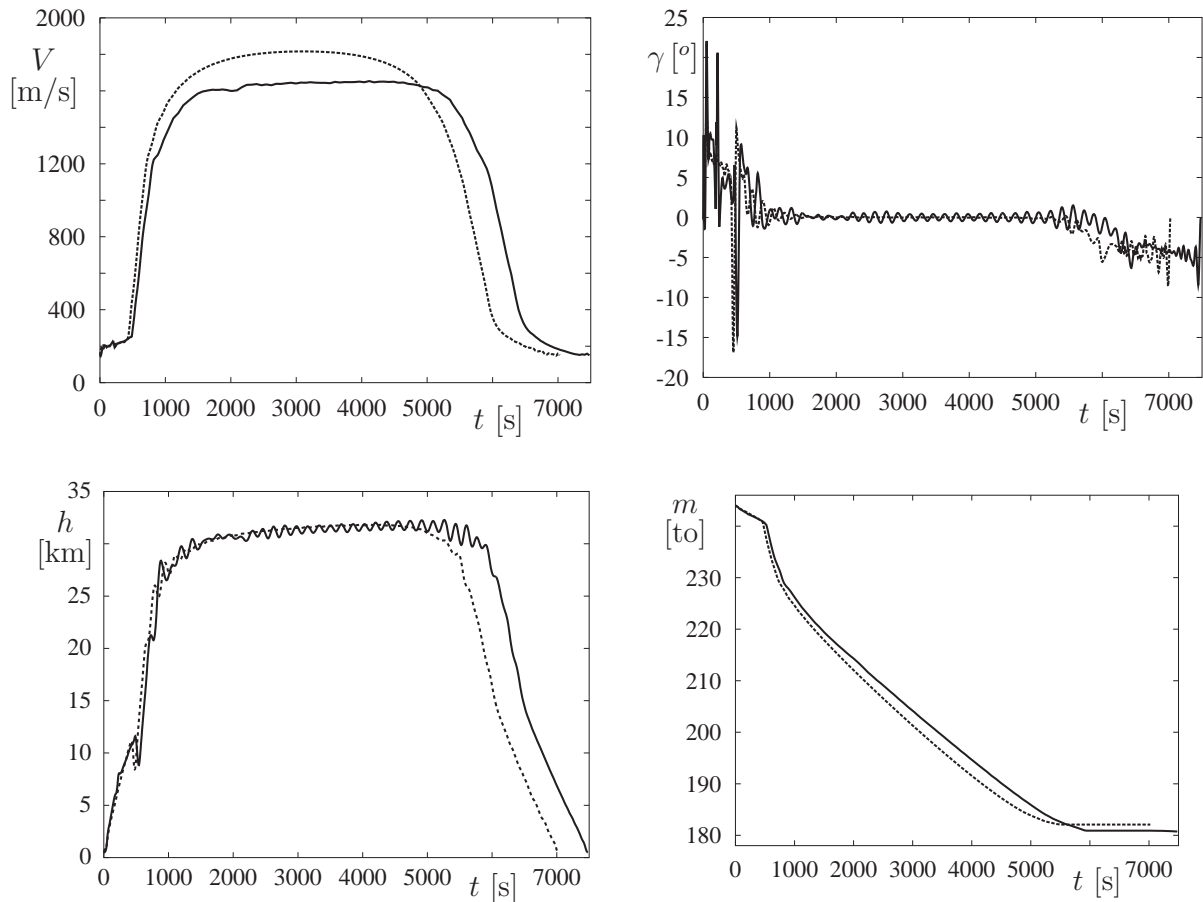


Bild 6.23: Die Zustandsgrößen  $V$ ,  $\gamma$ ,  $h$  und  $m$  für den Fall mit drei Punkten (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

wie bisher, nur mit deutlich ausgeprägten Oszillationen. Es entsteht ein um gut 2 % oder etwa 700 kg höherer Treibstoffverbrauch zur Schubzeugung. Gleichzeitig sinkt, durch das niedrigere Geschwindigkeitsniveau, der Bedarf zur Triebwerkskühlung wieder deutlich ab, hier um fast 15 to. Im Vergleich zum Referenzfall ist der effektive Treibstoffbedarf zur Schubzeugung und Kühlung um fast 10 %, oder mehr als 6400 kg, zurückgegangen (Tabelle 6.4). Es stellt sich ein Treibstoffverlust infolge Kühlung von lediglich 25 kg ein. Dies stellt eine fast 100 %-ige Verbesserung gegenüber dem Ausgangsfall dar. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Triebwerkskühlung nicht explizit im Zielfunktional definiert wird. Alternative Modellierungen mit der Ankopplung des Kühlmittelverlustes als Zustandsbeschränkung brachten keine Verbesserung der Ergebnisse. Durch die durchgehend niedrigere Fluggeschwindigkeit verringert sich die Belastung im Triebwerksbereich so stark, daß auch ohne Berücksichtigung der Kühlung im Zielfunktional nur noch für einen kurzen Teilbereich ein ganz geringer Massenverlust feststellbar ist (Bild 6.26).

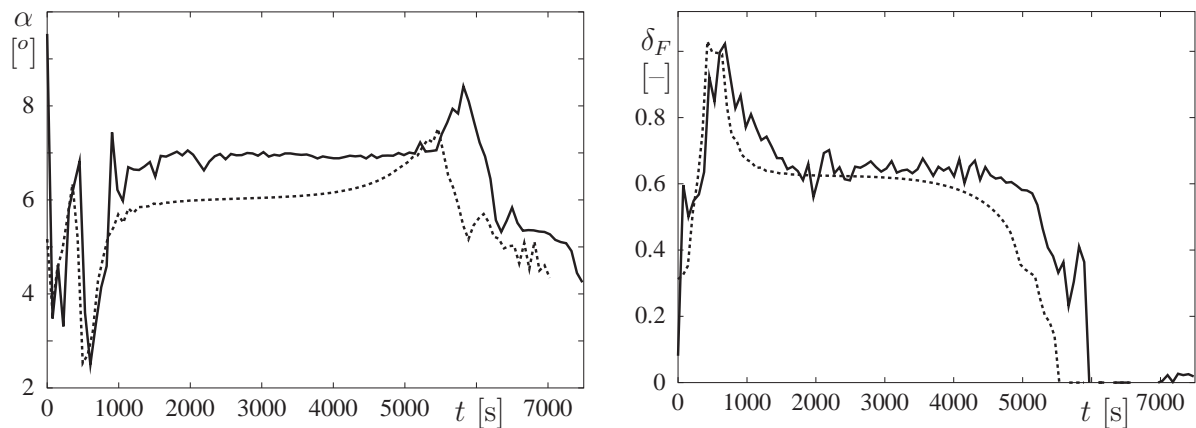


Bild 6.24: Die Steuerungen  $\alpha$  und  $\delta_F$  für den Fall mit 3 Punkten (durchgezogene Linie) und den Referenzfall I (gestrichelte Linie)

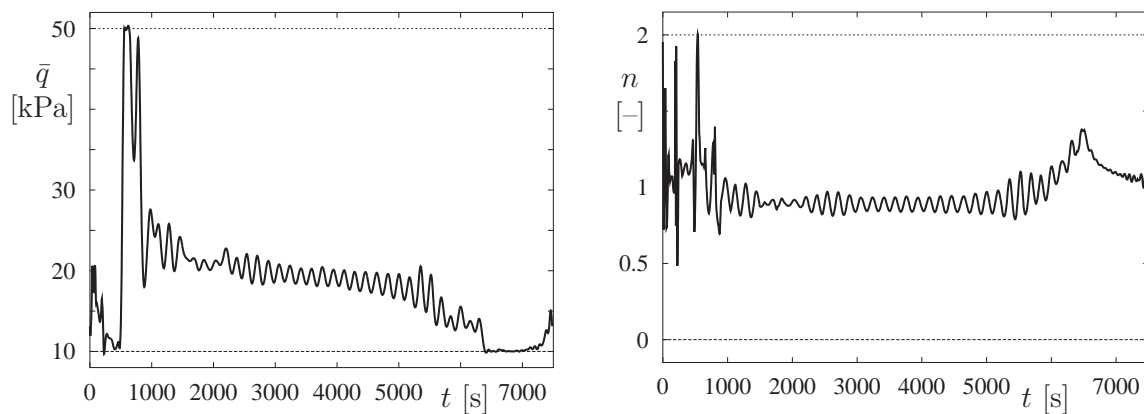


Bild 6.25: Verlauf von Staudruck  $\bar{q}$  und Lastfaktor  $n$  für den Fall mit 3 Punkten

## 6.4.1 Instationäre Aufheizung

Im Gegensatz zu den vorangegangenen Arbeiten stand hier die Reduzierung der thermischen Belastung ganz gezielt im Mittelpunkt der Untersuchungen. Deswegen ist die Entwicklung der Aufheizung von besonderem Interesse.

### 6.4.1.1 Staupunkt und Flügelvorderkante

Eine der Zustandsbeschränkungen bestand darin, die maximale Temperatur am Staupunkt zu beschränken. Das Ziel war eine Reduktion um etwa 10 %. Dies wurde auch erreicht. Die

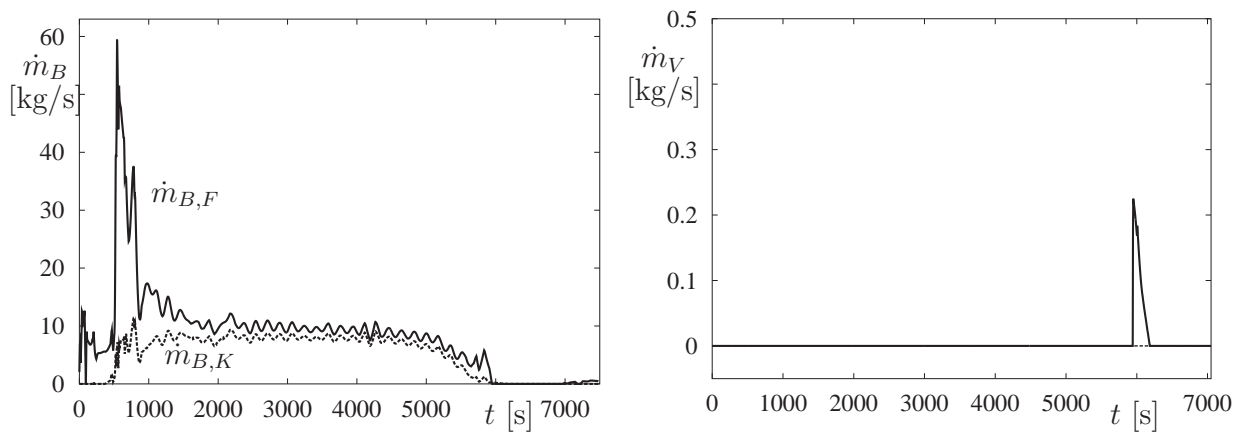


Bild 6.26: Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung  $\dot{m}_{B,F}$  und zur Triebwerkskühlung  $\dot{m}_{B,K}$  (links) und Nettoverlust  $\dot{m}_V$  (rechts)

Temperaturbelastung gegenüber dem Referenzfall I hat sich deutlich verringert. Die maximale Temperatur beträgt nur noch 1145.4 K, das sind über 120 K weniger (-9.8 %). In Übereinstimmung zu den Oszillationen der Zustandsgrößen zeigt auch der Temperaturverlauf sichtbare Oszillationen (Bild 6.27). Am betrachteten Punkt an der Flügelvorderkante

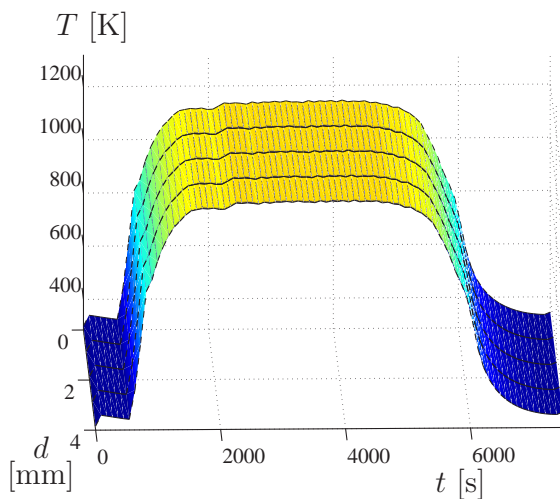


Bild 6.27: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt

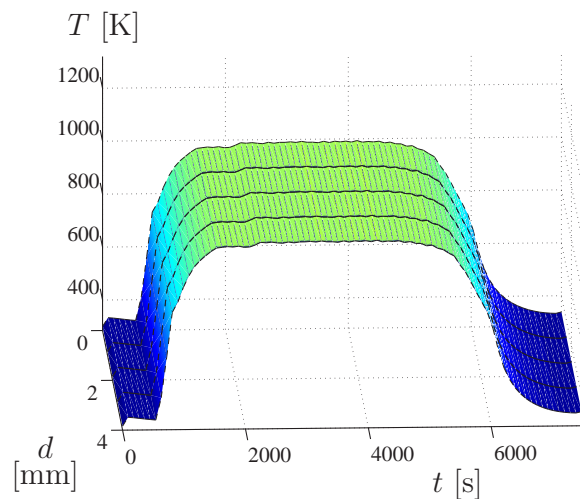


Bild 6.28: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante

stellt sich auch eine deutlich geringere Aufheizung ein (Bild 6.28). Die Maximaltemperatur liegt nun erstmals unter 1000 K, bei exakt 993.6 K (-8.9 %).

### 6.4.1.2 Rumpfunterseite

Durch die Ankopplung der Zustandsbeschränkung für die Rumpfunterseite sollte primär der aufintegrierte Wärmestrom in die innerste Schicht verringert werden. Wie Bild 6.30 rechts zeigt, ist dies auch gelungen, allerdings nicht im gewünschten Umfang. Versuche den aufintegrierten Wärmestrom weiter zu verringern, führten zu Bahnen, die deutlich mehr Treibstoff benötigten. Während auf den ersten 8 m ein leicht höherer Wert festzustellen ist, liegt der Wert von  $\Gamma_{10}$  danach deutlich niedriger als im Ausgangsfall, bis zum Tankbereich um etwa  $100 \text{ kJ/m}^2$ , danach um ca.  $60 \text{ kJ/m}^2$ . Der Maximalwert liegt 9 m hinter der Spitze bei  $2240.13 \text{ kJ/m}^2$  (-3.7 %). Bei 20 m ist die Differenz zur Referenzbahn mit 5.2 % ( $\Gamma_{10} = 1993.9 \text{ kJ/m}^2$ ) noch größer.

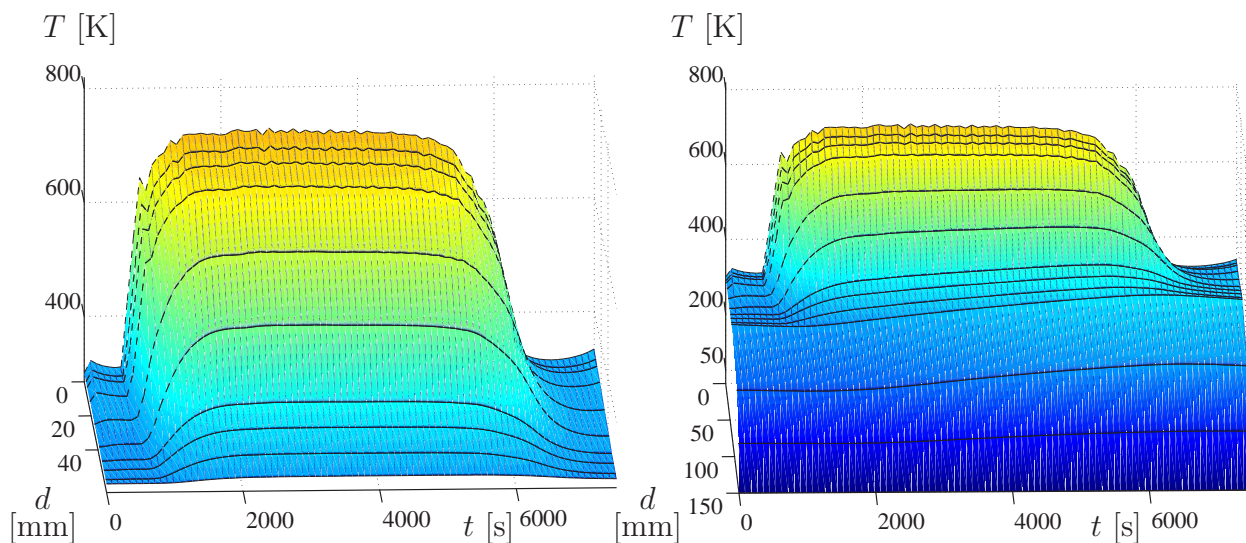


Bild 6.29: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links,  $x_{le} = 20 \text{ m}$ ) und mit Tank (rechts,  $x_{le} = 40 \text{ m}$ )

Dies ist umso bemerkenswerter, da die Gesamtflugzeit um mehr als 6 % zugenommen hat. Daraus resultiert das höhere Niveau von  $\Gamma_{13}$ . Hier verändern sich aufgrund der großen Wärmekapazität des Wasserstofftanks die innersten Temperaturen kaum. Der Maximalwert von  $\Gamma_{13}$  steigt von  $891.6 \text{ kJ/m}^2$  auf  $930.7 \text{ kJ/m}^2$  (+4.4 %). Betrachtet man die Entwicklung der Maximaltemperaturen in ausgewählten Schichten, so ist eine deutliche Verringerung des Temperaturniveaus zu erkennen (Bild 6.30 links). Die Maximaltemperaturen der ersten und vierten Schicht liegen für einen überwiegenden Teil der Lauflänge um gut 35 K niedriger. Die Maximaltemperatur der ersten Schicht liegt nun bei nur noch  $772.3 \text{ K}$  ( $x_{le} = 9 \text{ m}$ ) und damit um 33.4 K, oder 4.2 % niedriger als im Referenzfall. Analog sinken die Maximaltemperaturen im ersten Referenzpunkt bei 20 m auf  $T_{1,\max} = 728.9 \text{ K}$  (-5 %) in der ersten und  $T_{10,\max} = 309.8 \text{ K}$  (-0.5 %) in der innersten Schicht. Für den Referenzpunkt 40 m hinter der Nase ergibt sich  $T_{1,\max} = 707.8 \text{ K}$  (-4.6 %), bzw.  $T_{10,\max} = 372.3 \text{ K}$  (-2.4 %), (vgl. Bild 6.29). Deutlich erkennbar sind die ausgeprägten Oszillationen in den er-

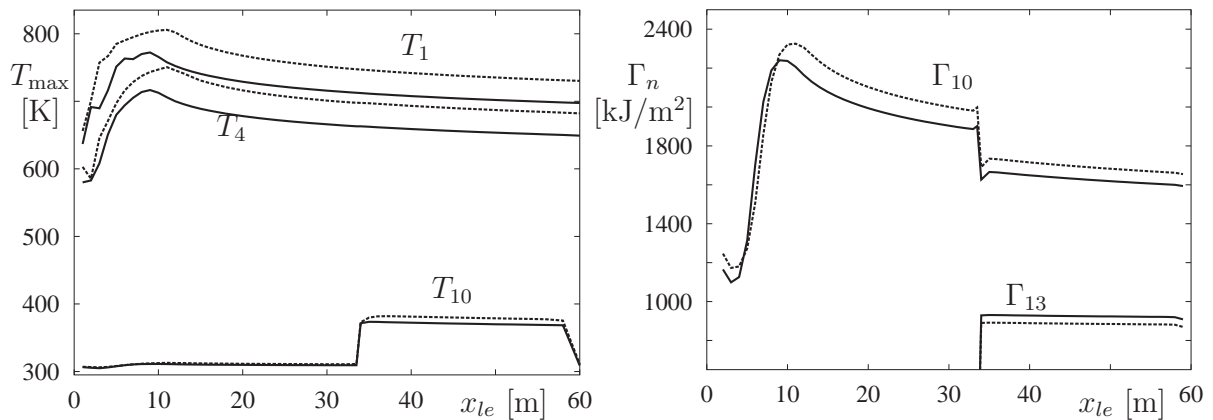


Bild 6.30: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall mit 3 Punkten: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie)

sten vier Schichten. Diese sind so stark, daß jetzt auch in der 5. und 6. Schicht noch leichte Oszillationen feststellbar sind. Neben Flugbahnen mit geringerer Geschwindigkeit ist dies eine weitere, wenn auch nur untergeordnete Möglichkeit den Wärmestrom in das Innere des Fluggeräts zu verkleinern. Durch die ausgeprägte Höhenschwingung (Bild 6.23) kommt es zu Oszillationen im Temperaturverlauf. Da die Wärmeabstrahlung (vgl. Gl. (2.42)) mit  $T^4$  zunimmt, kann auf diese Weise mehr Wärme nach außen abgestrahlt werden.

### 6.4.1.3 Rumpfoberseite

Die aufintegrierte Wärmemenge in die Rumpfoberseite sollte ebenfalls verringert werden. Dies gelingt für einen überwiegenden Teil der Flugzeuoberfläche (Bild 6.32). Die angestrebte Reduktion um 10% konnte, wie schon für die Rumpfunterseite, nicht ganz erreicht werden. Am Referenzpunkt bei 20 m sinkt der Wert von  $1816.1 \text{ kJ/m}^2$  auf jetzt  $1688.4 \text{ kJ/m}^2$  (-7 %). Die Differenz von etwa  $100 \text{ kJ/m}^2$  ist für die gesamte Oberfläche ab etwa 12 m Lauflänge zu beobachten. Nur für die ersten 10 m ist ein höherer Wärmefluß sichtbar. Der Maximalwert von  $\Gamma_{10} = 1824.6 \text{ kJ/m}^2$  bei 12 m liegt um 5.6 % niedriger als für die Referenzbahn I. Auch die Maximaltemperaturen in den einzelnen Schichten sinken stark ab. Zwar beträgt der Unterschied in der absoluten Maximaltemperatur nur gut 16 K auf 734 K. Dieser Wert wird aber bereits unmittelbar hinter der Nasenspitze bei 3 m erreicht. Danach ist aber ein deutlich geringeres Niveau festzustellen, mit durchschnittlich 40 K geringeren Temperaturen. Bei 20 m betragen die Werte  $682.1 \text{ K}$  (-5.4 %), bzw.  $308.3 \text{ K}$  (-0.5 %). Im zweiten Referenzpunkt ergibt sich  $T_{1,\text{max}} = 659.0 \text{ K}$  (-4.8 %) und  $T_{10,\text{max}} = 307.5 \text{ K}$  (-0.4 %). Die ausgeprägten Oszillationen sind auch an der Oberseite des Fluggeräts auszumachen (Bild 6.31).



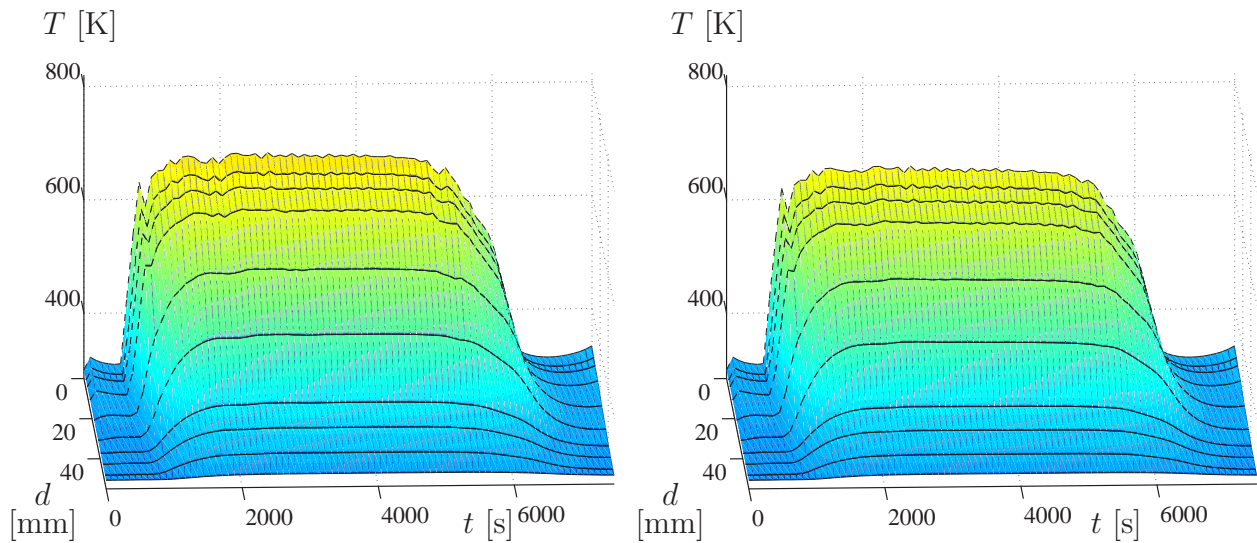


Bild 6.31: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links,  $x_{le} = 20$  m, rechts,  $x_{le} = 40$  m)

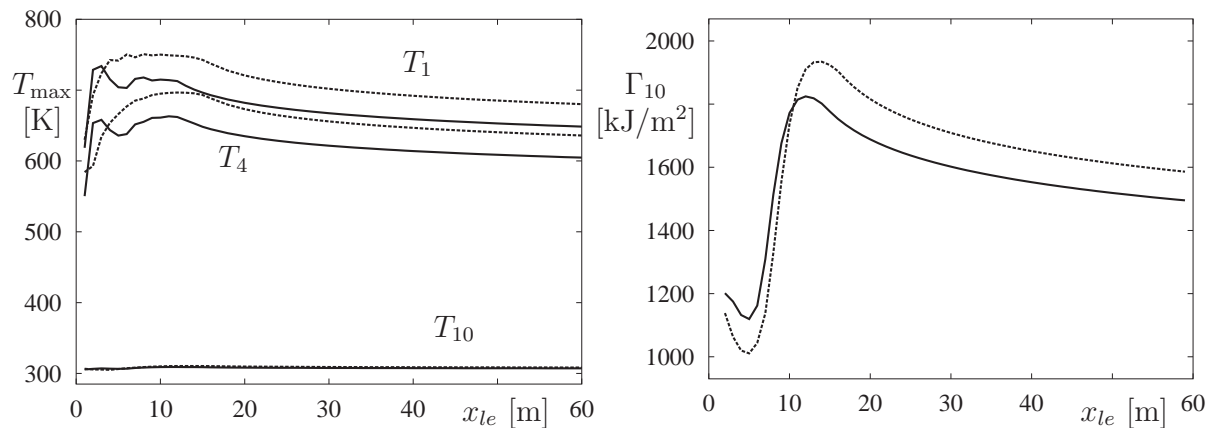


Bild 6.32: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall mit 3 Punkten: durchgezogene Linie, RB I: gestrichelte Linie)

Der Versuch, die instationäre Aufheizung mehrerer Punkte am Fluggerät an die Dynamik anzukoppeln, wurde mittels der Einführung von Zustandsbeschränkungen erfolgreich durchgeführt. Es konnten drei aussagekräftige Punkte gleichzeitig modelliert und die aerothermische Belastung an jedem Punkt deutlich reduziert werden. Der auftretende Mehrverbrauch hielt sich in Grenzen. Durch die deutlich geringere Fluggeschwindigkeit tritt kaum noch ein Kühlmittelverlust ein, so daß insgesamt eine deutliche Reduktion der benötigten Treibstoffmenge möglich wird, vergleichbar zu den in den Abschnitten 6.2 und 6.3

vorgestellten Ergebnissen.

Durch die deutlich geringere thermische Belastung bot es sich an, auch das Thermalschutzsystem selbst zu modifizieren und durch geringere Abmessungen ein niedrigeres Abfluggewicht zu erreichen. Dieser Weg wird exemplarisch im nächsten Abschnitt aufgezeigt.

## 6.5 3D-Flug mit verändertem Thermalschutzsystem

Motiviert durch die in den vorigen Abschnitten möglichen Verringerungen von thermischer Belastung und Kühlmittelverlust, wurde auch die in Kapitel 5.2 vorgestellte Bahn optimiert. Dabei wurden zwei Ansätze verfolgt:

- Zum einen sollte der Treibstoffverlust durch Kühlung deutlich reduziert werden
- und zugleich sollten aktuelle Entwicklungen auf dem Gebiet der verwendbaren Materialien für das Thermalschutzsystem und den Triebwerksbereich berücksichtigt werden.

Dies hatte auf die gestellte Optimalsteuerungsaufgabe folgende Auswirkungen:

Die Verringerung des Kühlmittelverlustes wurde durch eine Zustandsbeschränkung erreicht:

$$\dot{m}_{B,K} \leq \dot{m}_{B,K,\text{Grenz}}. \quad (6.7)$$

Da es sich beim betrachteten Flug um ein Problem mit mehreren Phasen handelt, wurde die Zustandsbeschränkung in Gl. (6.7) unterschiedlich streng formuliert. In der vor der Separation liegenden Phase wurde, aufgrund des hochdynamischen Flugmanövers unmittelbar vor der Trennung von Träger- und Orbitalstufe, ein höherer Massenverlust zugelassen. Den in [17, 80] erwähnten Fortschritten auf dem Gebiet der hochtemperaturfesten Werkstoffe wurde durch eine maximal zulässige Temperatur im Triebwerksbereich von  $T_{W,\text{max}} = 1800$  K Rechnung getragen.

In Kapitel 6.4 wurde durch eine geeignete Bahnsteuerung eine deutliche Reduzierung der Thermallasten erzielt. Dieser Vorteil wird jetzt in ein verändertes Thermalschutzsystem umgesetzt. Da der Aufbau der metallischen Multiwallschichten sehr komplex ist (vgl. Kapitel 2.4), wird zunächst die Dicke der Fasermattenschicht an der Ober- und Unterseite des Fluggeräts verändert. Nach Vergleichsrechnungen wurden die folgenden Änderungen vorgenommen:

1. Die Dicke der Fasermattenschicht an der Oberseite wird halbiert, von 30 mm auf jetzt 15 mm.
2. Für die Rumpfunterseite wird die Fasermatte mit 25 mm angenommen, anstatt 40 mm wie bisher.

Mit den in Abschnitt 2.4.1.2 gemachten Abschätzungen für das spezifische Gewicht und die verwendete Fläche der Fasermatten ergibt sich eine Massensparnis von ca. 800 kg. Damit ergibt sich ein neues Abfluggewicht von

$$m_{0,\text{neu}} = 339\,200 \text{ kg} . \quad (6.8)$$

Die restliche Randbedingungen bleiben unverändert, s. Tabelle 5.4.

Auch auf die in Abschnitt 2.4.2 angeführten Verbesserungen der Materialeigenschaften wurde Rücksicht genommen. Da eine Vergleichbarkeit der einzelnen Materialien und Kennwerte nicht immer möglich war, wurden die folgenden, sehr konservativen Annahmen getroffen:

1. Die Wärmeleitfähigkeit der metallischen Multiwallschichten und der Fasermatten wird um 25 % reduziert.
2. Die Wärmekapazität der Fasermatten wird um 50 % vergrößert.

Mit diesen Voraussetzungen ergeben sich folgende Änderungen in der Optimalbahn für den dreidimensionalen Reise-Rückkehrflug:

Die Gesamtflugzeit steigt deutlich an, auf jetzt 5855.9 s, fast 8 % mehr als im Referenzfall II. Der Separationszeitpunkt liegt ca. 40 s später, bei  $t_{\text{Sep}} = 2615.6$  s. Durch die längere Flugzeit nimmt auch die benötigte Treibstoffmenge zur Schuberzeugung zu, um ungefähr 450 kg (vgl. Tabelle 6.5). Durch die Berücksichtigung der Triebwerkskühlung über eine Zustandsbeschränkung gelingt es den Bedarf zur Kühlung drastisch zu reduzieren, um 5500 kg gegenüber dem Referenzfall II, bezogen auf die angenommene Maximaltemperatur von 1800 K. Dies sind annähernd 10 % weniger als im Ausgangsfall. Durch den deutlich reduzierten Kühlmittelbedarf ergibt sich auch eine Ersparnis in der insgesamt benötigten Treibstoffmenge um fast 4800 kg auf jetzt 85438 kg. Der Kühlmittelverlust durch Ablassen konnte drastisch verringert werden, von fast 6000 kg auf gut 700 kg (Tabelle 6.5). Dies ist ein Gewinn von fast 90 %.

	$t_f$ [s]	$h_{\text{max}}$ [m/s]	$m_{B,F}$ [kg]	$m_{B,K}$ [kg]	$m_B$ [kg]	Verlust [kg]
Referenzfall II	5432.1	38397.5	84301.2	56043.5	90226.8	5989.8
verändertes TPS	5855.9	37773.3	84758.0	50540.9	85438.4	708.8
Veränderung	+7.8 %	-1.6 %	+0.5 %	-9.8 %	-5.3 %	-88.2 %

Tabelle 6.5: Vergleich der Ergebnisse

Betrachtet man den Verlauf von Zustands- und Steuergrößen im Einzelnen, so erkennt man, daß über weite Teile der Flugbahn kaum Änderungen feststellbar sind (vgl. Bilder 6.33 - 6.35). Für den Geschwindigkeitsverlauf ist ein niedrigeres Niveau erkennbar, dies trifft vor allem auf den Abschnitt vor der Separation zu. Durch die einzuhaltenden Separationsbedingungen ist dafür eine deutlich größere Beschleunigung unmittelbar vor der Separation nötig. Auch die Flughöhe liegt ganz leicht unter dem Ausgangsniveau, mit einer um etwa

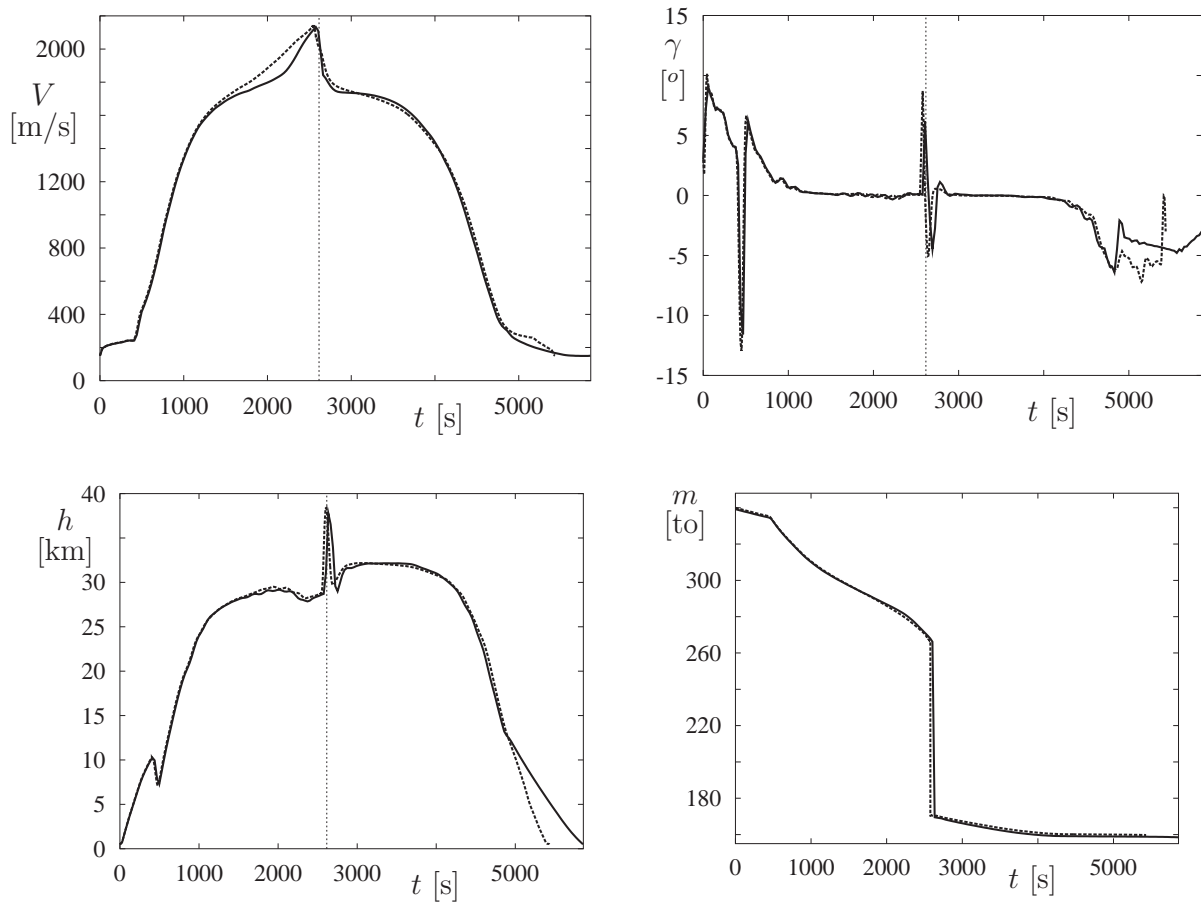


Bild 6.33: Die Zustandsgrößen ( $V, \gamma, h, m$ ) für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem (durchgezogene Linie) und den Referenzfall II (gestrichelte Linie)

600 m geringeren Maximalflughöhe. Am Ende des Fluges erfolgt ein sanfterer Abstieg als im Referenzfall. Während für den Anstellwinkel bis auf den letzten Flugteil kaum Änderungen feststellbar sind, liegt das Niveau des Äquivalenzverhältnisses teilweise niedriger (Bild 6.35). Die beiden Zustandsbeschränkungen für den Staudruck und den Lastfaktor (Bild 6.36) zeigen auch kaum einen Unterschied. Lediglich der Lastfaktor verletzt unmittelbar nach dem Separationszeitpunkt ganz kurz die zulässige Obergrenze. Dies wurde aber in Kauf genommen, da jetzt die Reduktion des Kühlmittelverlustes im Vordergrund stand. Bild 6.37 zeigt die eingetretenen Verbesserungen beim Kühlmittelbedarf. Traten im Ausgangsfall noch Spitzenwerte des Kühlmittelflusses von mehr als 47 kg/s auf (für eine Maximaltemperatur von 1600 K sogar mehr als 52 kg/s), so sinkt dieser Wert auf  $\dot{m}_{B,K} < 44$  kg/s und liegt auch für den überwiegenden Teil der Bahn unter dem Bedarf zur Schuberzeugung. Betrachtet man gezielt den Massenverlust pro Sekunde  $\dot{m}_V$ , so wird die Verbesserung noch deutlicher. Traten im Ausgangsfall Spitzenwerte von  $\dot{m}_{V,\max} > 17$  kg/s bei  $T_{W,\max} = 1600$  K, bzw. von  $\dot{m}_{V,\max} > 12$  kg/s bei  $T_{W,\max} = 1800$  K auf, so reduziert

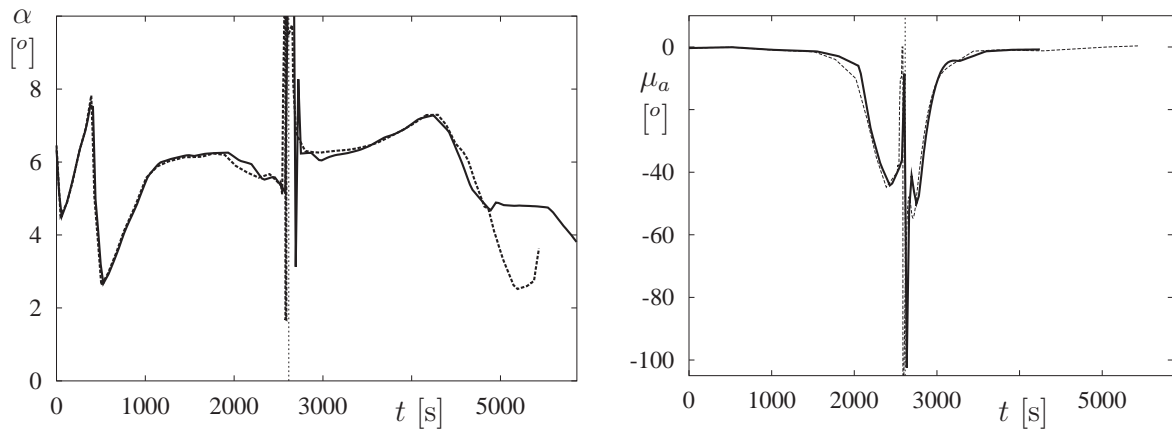


Bild 6.34: Die Steuergrößen  $\alpha$  und  $\mu_a$  für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem (durchgezogene Linie) und den Referenzfall II (gestrichelte Linie)

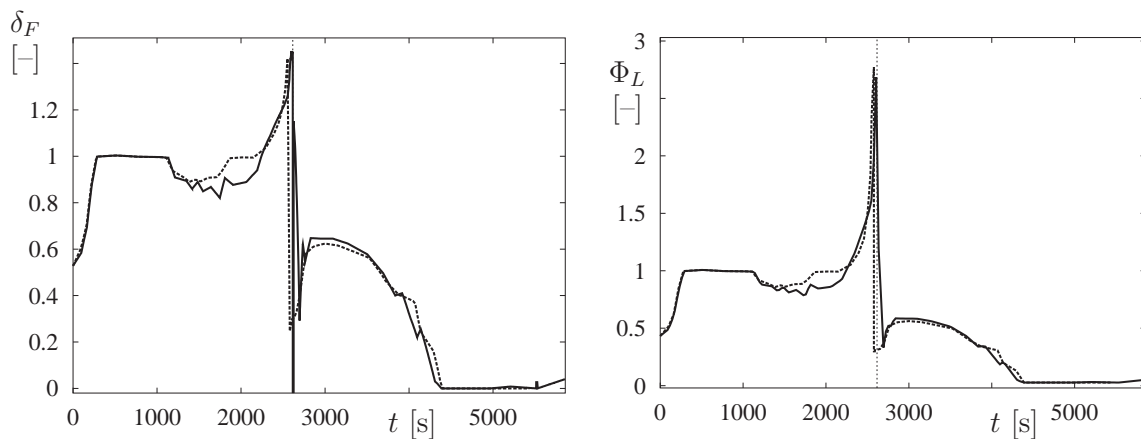


Bild 6.35: Die Steuergröße  $\delta_F$  und das Äquivalenzverhältnis  $\Phi_L$  für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem (durchgezogene Linie) und den Referenzfall II (gestrichelte Linie)

sich dieser Wert jetzt auf  $\dot{m}_{V,\max} < 4$  kg/s. Dies ergibt den vorher angesprochenen stark reduzierten Kühlmittelverlust.

### 6.5.1 Instationäre Aufheizung

Durch die vorgenommenen Änderungen am Thermalschutzsystem ist die Entwicklung der aerothermischen Aufheizung für diesen Fall von besonderem Interesse.

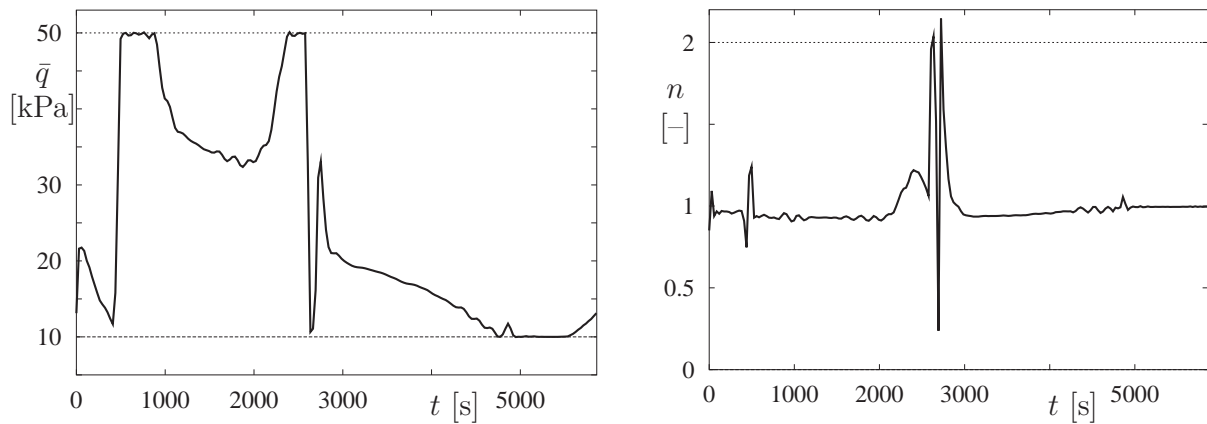


Bild 6.36: Verlauf von Staudruck  $\bar{q}$  und Lastfaktor  $n$  für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem

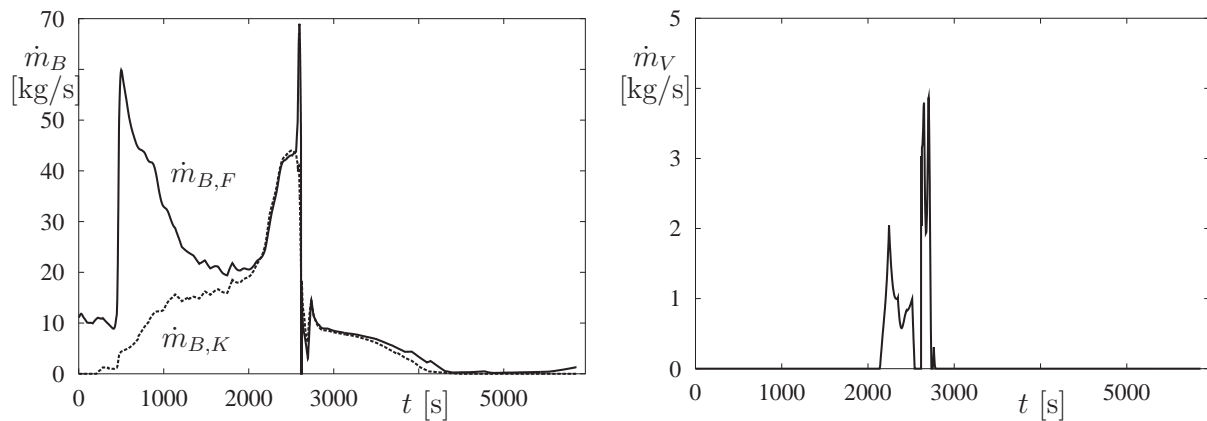


Bild 6.37: Treibstoffverbrauch zur Schuberzeugung  $\dot{m}_{B,F}$  und zur Triebwerkskühlung  $\dot{m}_{B,K}$  (links) und Nettoverlust  $\dot{m}_V$  (rechts) für den Rückkehr-Reiseflug mit verändertem Thermalschutzsystem

### 6.5.1.1 Staupunkt und Flügelvorderkante

Qualitativ unterscheidet sich die Flugbahn für den jetzt behandelten Fall nur wenig vom Referenzfall II. Dies trifft auch auf die Temperaturentwicklung zu. Auf den ersten Blick zeigt sich fast dieselbe Entwicklung wie in Bild 5.25. Für den Staupunkt tritt, mit einer Maximaltemperatur von 1559 K, fast der gleiche Höchstwert auf wie für den unbeschränkten Fall (Bild 6.38). Ähnlich verhält es sich für die Spitzenwerte an der Flügelvorderkante. Der betrachtete Punkt erwärmt sich bis auf 1324 K, das sind etwa 2 K mehr als im Referenzfall (Bild 6.39).

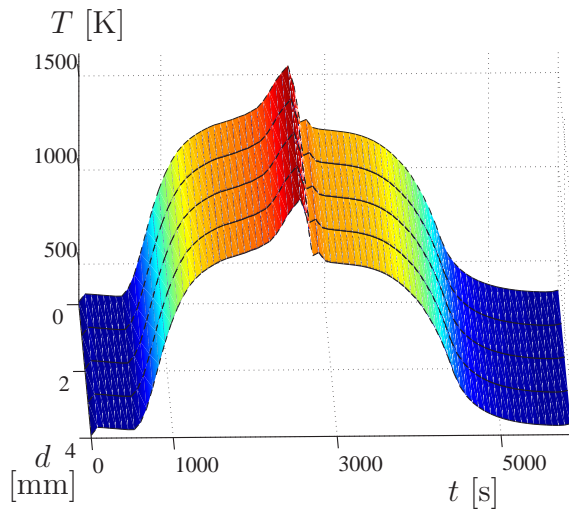


Bild 6.38: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten am Staupunkt

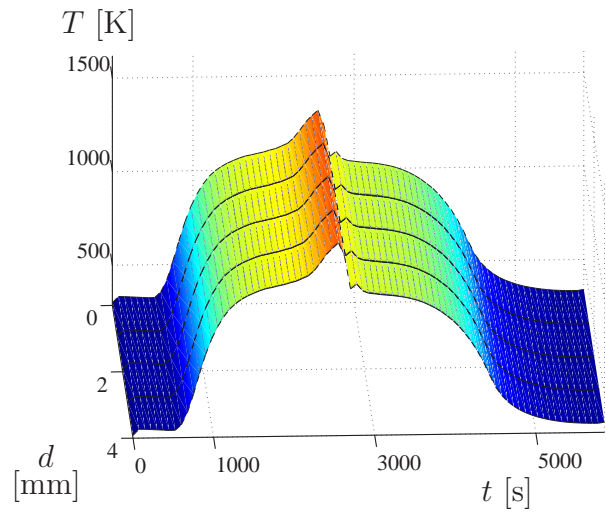
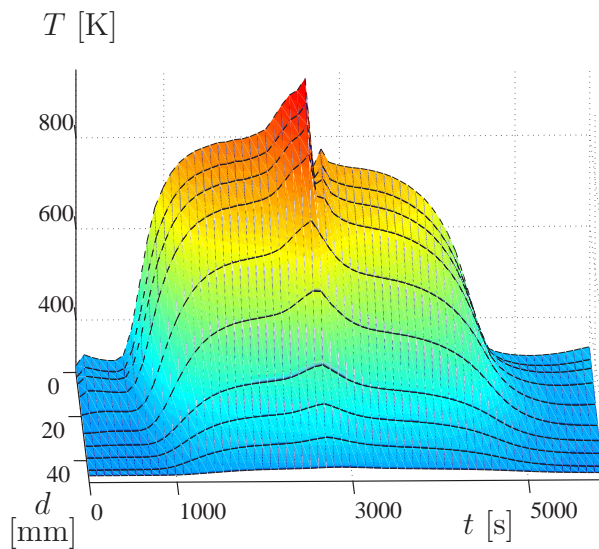
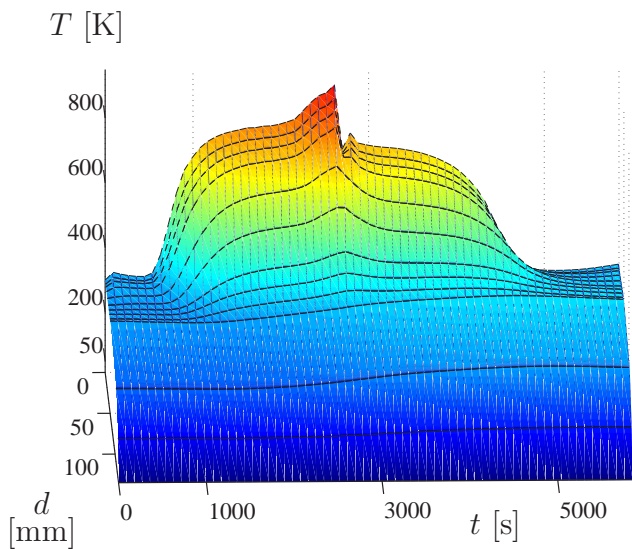


Bild 6.39: Temperaturentwicklung der einzelnen Schichten an der Flügelvorderkante

### 6.5.1.2 Rumpfunterseite

Wie wirken sich die Änderungen hinsichtlich Materialeigenschaften und Fasermattendicke auf die Entwicklung der Temperaturbelastung an der Rumpfunterseite aus?

Bild 6.40: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfunterseite ohne Tank (links,  $x_{le} = 20$  m) und mit Tank (rechts,  $x_{le} = 40$  m)

Auf den ersten Blick zeigt die Temperaturentwicklung der beiden Referenzpunkte an der Unterseite den gleichen Verlauf wie im Ausgangsfall (Bild 6.40). Allerdings sinkt die Ma-

ximaltemperatur der ersten Schicht bei 20 m um über 14 K ab, auf 935.1 K. Die Höchsttemperatur der innersten Schicht verändert sich kaum, sie steigt leicht an, auf 315.8 K. Auch für den zweiten Punkt, 40 m hinter der Nase, sind geringere Maximalwerte für die erste Schicht festzustellen ( $T_{1,\max} = 906.9$  K). An der zehnten Schicht liegt aufgrund der längeren Einwirkzeit durch die längere Flugdauer eine Temperatur von  $T_{10,\max} = 370.9$  K an. Die maximale Temperatur an der Rumpfunterseite mit 991.3 K liegt gute 20 K niedriger als im Ausgangsfall (-2.3 %). Die Reduktion der maximalen Temperaturen zeigt Bild 6.41. Durch die angenommene geringere Wärmeleitfähigkeit der ersten Schichten sollte die Temperaturbelastung in den äußeren Schichten zunehmen, da sich die Wärme an der Oberfläche staut und nur noch schlecht nach innen abfließen kann. Dadurch kommt es auch zu einer erhöhten Abstrahlung nach außen. Dieser Effekt wird deutlich, wenn für die neue Flugbahn das bisher verwendete Thermalschutzsystem zugrunde gelegt wird. Damit würde in der ersten Schicht eine um durchschnittlich 1 K geringere Maximaltemperatur eintreten. Beim Vergleich mit den alten Materialdaten wird hier auch der Effekt der vergrößerten Wärmekapazität der Fasermatten deutlich. Steigt mit den neuen Annahmen die aufintegrierte Wärmemenge aufgrund der längeren Flugzeit nur leicht an, auf  $\Gamma_{10,\max} = 1867.9$  kJ/m<sup>2</sup> bei 10 m (+4.4 %), so würde dieser Wert mit den herkömmlichen Materialdaten bis auf 2347.3 kJ/m<sup>2</sup> wachsen, eine Zunahme um 31.2 %. Gleiches gilt auch für die restliche Unterseite, vgl. Bild 6.41. Dafür zeichnet auch die geringere Wärmeleitfähigkeit verantwortlich. Die maximale Aufheizung in der 10. Schicht würde mit alten Materialwerten bis auf 398.6 K steigen. Mit den neuen Annahmen lediglich nur auf 372.1 K.

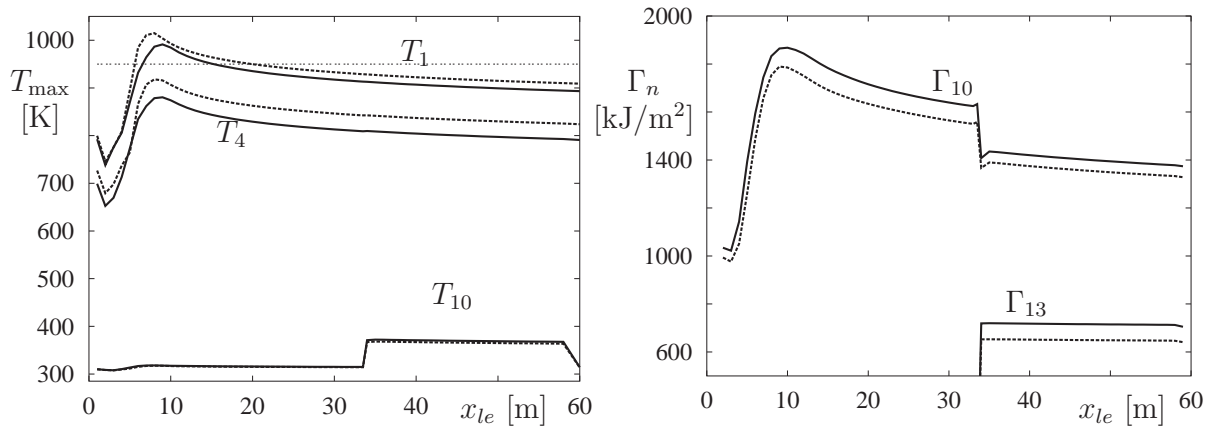


Bild 6.41: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfunterseite (Fall mit verändertem Thermalschutzsystem: durchgezogene Linie, RB II: gestrichelte Linie)



### 6.5.1.3 Rumpfoberseite

An der Rumpfoberseite bietet sich ein geringfügig anderes Bild. Zwar sinkt auch hier der Spitzenwert der Temperaturen um etwa 16 K ab ( $T_{1,\max} = 890.0$  K,  $x_{le} = 2$  m), allerdings gilt dieser Vorteil nur auf den ersten Metern (Bild 6.43). Ab ungefähr zehn Metern sind die Spitzenwerte der ersten Schicht fast gleich ( $x_{le} = 20$  m:  $T_{1,\max} = 844.4$  K). Der Unterschied beträgt etwa 2 K, mit geringeren Werten für den neuen Fall. In der 4. Schicht ist dagegen

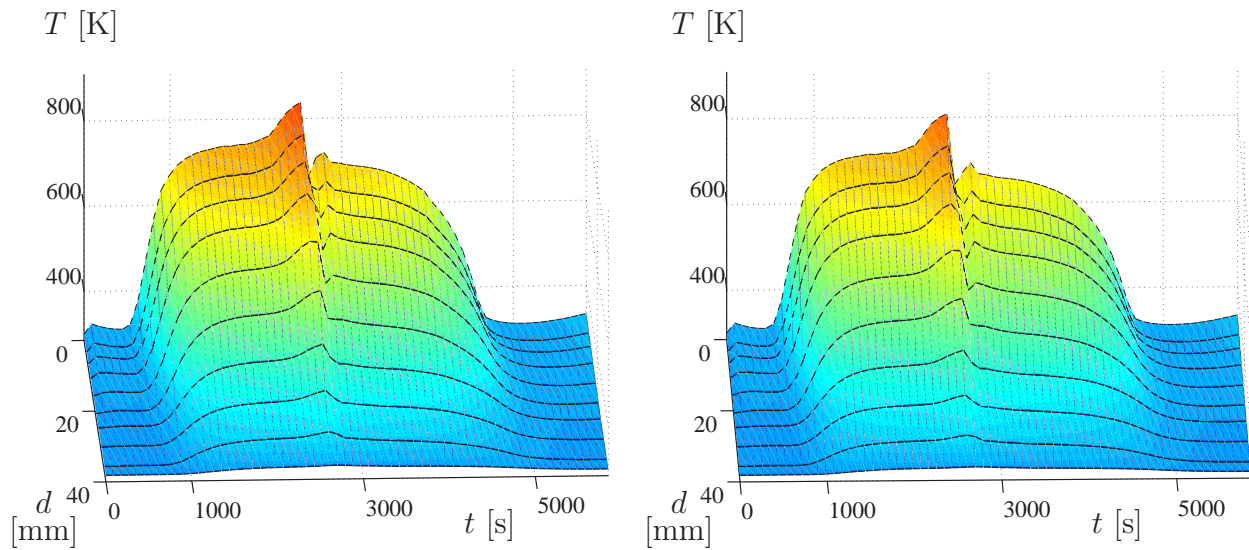


Bild 6.42: Temperaturverlauf in den einzelnen Schichten an der Rumpfoberseite (links:  $x_{le} = 20$  m, rechts:  $x_{le} = 40$  m)

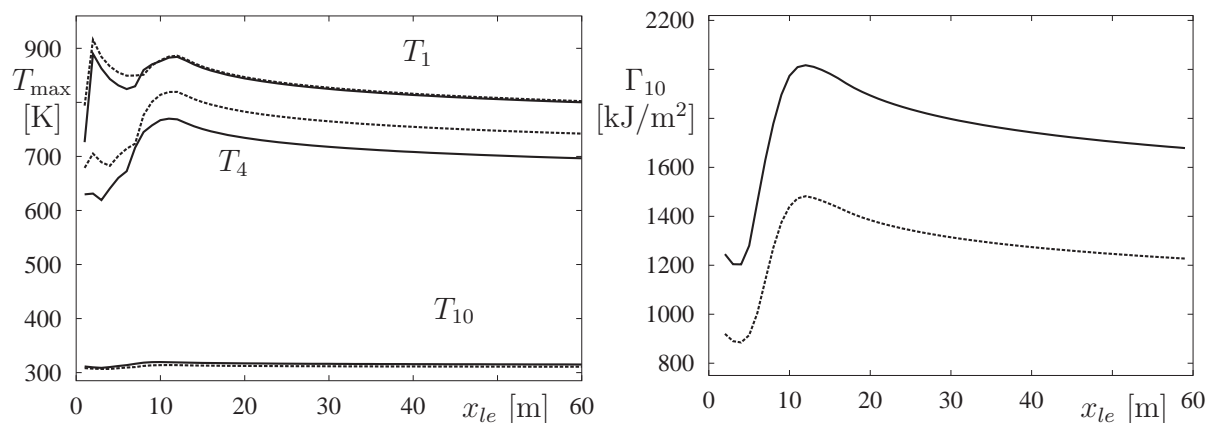


Bild 6.43: Verlauf von Maximaltemperatur (links) und aufintegrierter Wärmemenge (rechts) entlang der Rumpfoberseite (Fall mit verändertem Thermalschutzsystem: durchgezogene Linie, RB II: gestrichelte Linie)

wieder ein deutlich geringerer Temperaturverlauf zu erkennen. Betrachtet man nun aber die Temperaturen in der innersten Schicht, so dreht sich der Effekt um. Die Maximaltemperatur steigt auf  $T_{10,\max} = 319.5 \text{ K}$  (+1.8 %) bei 10 m. Der Grund liegt in der extrem verdünnten Fasermatte von nur noch 15 mm. Dadurch wirken sich die verbesserten Materialeigenschaften nicht mehr vorteilhaft aus. Hier zeigt sogar das alte Material bessere Werte, mit einer Maximaltemperatur von  $T_{10,\max} = 313.6 \text{ K}$  (-0.1 %). Auch der aufintegrierte Wärmestrom liegt mit dem herkömmlichen Material niedriger, bei  $\Gamma_{10,\max} = 1449.95 \text{ kJ/m}^2$  gegenüber  $\Gamma_{10,\max} = 2017.1 \text{ kJ/m}^2$  mit den neuen Annahmen. Bild 6.42 zeigt die Temperaturentwicklung an den zwei Referenzpunkten.

Für den dreidimensionalen Gesamtflug mit Separation wurde ein verbessertes Thermalschutzsystem verwendet. Die im Ausgangsfall aufgetretenen Kühlmittelverluste wurden durch eine Zustandsbeschränkung erfaßt. Somit gelang es, für diese sehr anspruchsvolle Bahn, sowohl die thermische Belastung, als auch den Gesamtreibstoffverbrauch zu verringern. Während an der Rumpfunterseite eine Entlastung der Aufheizung zu erkennen war, trat an der Rumpfoberseite für das neue Material keine entsprechende Entlastung auf, da hier die starke Reduktion der Schichtendicke einen Teil der Materialverbesserungen aufhob. Dies zeigt aber auch überdeutlich, wie sensitiv die Erfassung und Reduktion der aerothermischen Aufheizung ist.

## 6.6 Zusammenfassung

Anhand der in Kapitel 5 vorgestellten Referenzbahnen wurden verschiedene Ansätze zur Verringerung der thermischen Belastung vorgestellt. Auch die Problematik des Treibstoffverlustes durch Kühlung des Triebwerks wurde in die Untersuchungen einbezogen. Es hat sich gezeigt, daß es möglich ist, durch eine geeignete Formulierung des Optimalsteuerungsproblems eine deutliche Reduktion der thermischen Belastung zu erreichen. Da realistischere auch der Treibstoffbedarf zur Triebwerkskühlung nicht außer Acht gelassen werden darf, kommt es auch zu einer deutlichen Verbesserung der benötigten Treibstoffmenge.

Die vorgestellten Ergebnisse stellen nur einen aussagekräftigen Ausschnitt der verfolgten Ansätze dar. Andere Optimierungsergebnisse, bei denen z.B. mit weniger Punkten am Fluggerät oder einer direkten Einbeziehung der Maximaltemperaturen oder Wärmeströme in das Fluggerät gearbeitet wurde, sind in [147, 148] zu finden.

# Zusammenfassung und Ausblick

In vielen Ländern sind seit Jahren verstärkte Anstrengungen im Gange, neue Raumtransporter zu entwickeln. Dadurch soll ein wesentlich kostengünstigerer und sicherer Zugang ins All ermöglicht werden. Ein vielversprechendes Konzept ist das hier vorgestellte Modell eines zweistufigen Hyperschallfluggeräts. Eine wichtige Rolle zur Realisierung dieses Projekts stellt die Erfassung der aerothermischen Aufheizung dar. Durch die hohen Geschwindigkeiten im Hyperschallflug kommt es zu extremen thermischen Beanspruchungen des Fluggeräts, die den Einsatz von geeigneten Thermalschutzsystemen nötig machen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Ziele verfolgt. Zunächst wird die Modellierung des Fluggeräts in aller Ausführlichkeit behandelt. Dies betrifft nicht nur die Dynamik, sondern vor allem die Erfassung und Modellierung der aerothermischen Aufheizung. Dazu wird der aerothermische Wärmestrom an mehreren relevanten Bereichen des Fluggeräts ermittelt. Die Temperaturen in den Schichten des Thermalschutzsystems werden durch ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen bestimmt. Auch die Kühlung des Hyperschalltriebwerks wird in die Modellierung miteinbezogen. Es wurde sehr großer Wert auf eine genaue und realitätsnahe Modellierung der einzelnen Teilbereiche gelegt. Durch Transformation in ein Optimalsteuerungsproblem sollen optimale Flugbahnen hinsichtlich Treibstoffverbrauch und minimaler thermischer Belastung gefunden werden. Um die erhaltenen Lösungen zu validieren wurden in einem zweiten Schritt die gefundenen Ergebnisse mittels Simulation überprüft.

Um Aussagen über die Güte der erhaltenen Ergebnisse treffen zu können, wurden als erstes zwei aussagekräftige Referenzbahnen ermittelt. Dies ist zum einen ein reiner Reichweitenflug der Trägerstufe, zum zweiten ein räumlicher Streckenflug des Gesamtsystems mit Separation der Orbitalstufe. Bei beiden Referenzbahnen wurde die Gesamttreibstoffmenge minimiert. Die Temperaturentwicklung in den Schichten des Thermalschutzsystems und die Treibstoffmenge zur Kühlung der Triebwerke wurden bestimmt. Um Aussagen über die Temperaturentwicklung entlang der gesamten Rumpflänge machen zu können, wurde erfolgreich ein zweidimensionales Knotenmodell verwendet.

In einem nächsten Schritt wurden verschiedene Ansätze zur Ankopplung und Reduktion der thermischen Belastung getestet. Dies betraf sowohl die gleichzeitige Erfassung mehrerer Punkte am Fluggerät, wie auch eine Beeinflussung des Transitionspunktes von laminarer zu turbulenter Strömung. Auch die Auswirkungen der Einbeziehung des Treibstoffbedarfs

zur Triebwerkskühlung auf Flugbahn und thermische Belastung wurde eingehend untersucht. Aktuellen Entwicklungen auf dem Gebiet der Materialforschung und der Konzeption von Thermalschutzsystemen wurde durch eine Modifikation des ursprünglich eingesetzten Thermalschutzsystems Rechnung getragen.

Durch die gleichzeitige Betrachtung von Dynamik und aerothermischer Aufheizung steigt die Komplexität des mathematischen Modells rapide an. Die unterschiedlichen Zeitskalen von dynamischen und aerothermischen Verhalten führen zu großen numerischen Schwierigkeiten, die nur durch eine sorgfältige Auswahl der eingesetzten Verfahren umgangen werden können. Als besonders geeignet erwiesen sich schließlich ein direktes Kollokationsverfahren zur Lösung des Optimalsteuerungsproblems und ein implizites Runge-Kutta-Verfahren zur nachträglichen Simulation der gefundenen Lösung.

Es gelang im Rahmen dieser Dissertation, deutliche Verbesserungen der Ausgangsbahnen zu erreichen. So konnten sowohl die thermische Belastung in den Schichten des Thermalschutzsystems drastisch reduziert werden als auch der Treibstoffverlust durch Triebwerkskühlung nahezu vollständig unterbunden werden. Ferner wurde gezeigt, welche Möglichkeiten eine weitere Verbesserung der einsetzbaren Materialien bringt. So könnten optimierte Materialien zu deutlichen Gewichts- und Kostenersparnissen bei der Entwicklung zukünftiger Raumtransportgeräte führen. Im Vergleich zu dem in vielen Ansätzen verwendeten stationären Modell zeigt sich der Vorteil des hier eingesetzten instationären Ansatzes. Dadurch wird eine genauere Einschätzung der auftretenden Maximaltemperaturen und Wärmemengen möglich, was für eine genaue Dimensionierung des Thermalschutzsystems unerlässlich ist. Das im Rahmen der Simulation verwendete zweidimensionale Modell erlaubt es, die Temperaturentwicklung entlang der gesamten Rumpflänge abschätzen zu können.

# Anhang A

## Konstanten zur Atmosphärenberechnung

Die zur Modellierung der Atmosphäre verwendeten Konstanten sind in den nachfolgenden Tabellen gegeben. Nähere Informationen auch in [46, 48].

$a_0 = 1.02906 \cdot 10^{-2}$	$b_0 = 5.20452 \cdot 10^{-2}$
$a_1 = -6.06038 \cdot 10^{-3}$	$b_1 = -8.01210 \cdot 10^{-3}$
$a_2 = 5.3598 \cdot 10^{-4}$	$b_2 = 2.64429 \cdot 10^{-4}$
$a_3 = 1.99264 \cdot 10^{-5}$	$b_3 = 1.23161 \cdot 10^{-5}$
$a_4 = -3.42227 \cdot 10^{-6}$	
$a_5 = 1.58725 \cdot 10^{-8}$	

Tabelle A.1: Konstanten zur Berechnung der Luftdichte  $\rho$

$c_0 = 1.0 \cdot 10^0$	$c_3 = -3.1255 \cdot 10^{-5}$
$c_1 = -3.5145 \cdot 10^{-2}$	$c_4 = 3.33783 \cdot 10^{-7}$
$c_2 = 1.60497 \cdot 10^{-3}$	$c_5 = -1.5336 \cdot 10^{-9}$

Tabelle A.2: Konstanten zur Berechnung der Temperatur  $T$

$d_0 = 7.29089 \cdot 10^{-1}$	$e_0 = 5.25303 \cdot 10^{-1}$
$d_1 = 5.34945 \cdot 10^{-4}$	$e_1 = 3.16465 \cdot 10^{-4}$
$d_2 = -2.87279 \cdot 10^{-7}$	
$d_3 = 2.05408 \cdot 10^{-10}$	
$d_4 = -6.4129 \cdot 10^{-14}$	
$d_5 = 7.40116 \cdot 10^{-18}$	

Tabelle A.3: Konstanten zur Berechnung des Isentropenexponenten  $\kappa$ 

$f_0 = 1.462 \cdot 10^{-6}$	$f_2 = 0.112 \cdot 10^3$
$f_1 = 0.15 \cdot 10^1$	

Tabelle A.4: Konstanten zur Berechnung der dynamischen Viskosität  $\eta$ 

$g_0 = 2.79130 \cdot 10^{-4}$	$g_2 = -3.33483 \cdot 10^{-8}$
$g_1 = 9.63761 \cdot 10^{-5}$	$g_3 = 4.00880 \cdot 10^{-12}$

Tabelle A.5: Konstanten zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ 

$h_0 = 0.7069 \cdot 10^0$	$h_2 = -1.77345 \cdot 10^{-8}$
$h_1 = 6.87547 \cdot 10^{-5}$	

Tabelle A.6: Konstanten zur Berechnung der *Prandtl*-Zahl  $Pr$ 

$l_0 = 2328.5 \cdot 10^0$	$m_0 = -578.4 \cdot 10^0$
$l_1 = -152.7 \cdot 10^0$	$m_1 = -85.2 \cdot 10^0$
$l_2 = -325.9 \cdot 10^0$	$m_2 = 1951.3 \cdot 10^0$
$l_3 = 368.1 \cdot 10^0$	$m_3 = 224.3 \cdot 10^0$

Tabelle A.7: Konstanten zur Berechnung der Staubrennkammertemperatur  $T_{BK}$ 

Die zur Modellierung der Wärmeleitfähigkeit und der *Prandtl*-Zahl benutzten Kennfelder  $\mathcal{A} - \mathcal{D}$  werden aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt.

# Anhang B

## Mathematische Hintergründe

### B.1 Herleitung der Wärmeleitungsgleichung

Um das in Kapitel 2.7 vorgestellte Differentialgleichungssystem zu erhalten, sind zwei Standardwege möglich: Der erste ersetzt die zugrundeliegende  $n$ -dimensionale Wärmeleitungsgleichung durch geeignete Differenzenquotienten [9, 38, 78]. Wir verwenden hingegen den z.B. in [20, 38] dargestellten Weg über ein Erhaltungsgesetz.

Wir betrachten die zeitabhängige Volumendichte  $u$  einer Größe. Dann stellt

$$\int_{\Omega} u(x, t) dx, \quad u : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad (\text{B.1})$$

den Gesamtinhalt der Größe in einem Volumen  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  dar. Mit einer zeitabhängigen Flächendichte  $q$  gilt für den Gesamtfluß der Größe pro Zeiteinheit durch ein Flächenstück

$$\int_M \langle q(\xi, t), n(\xi) \rangle dS(\xi), \quad q : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3. \quad (\text{B.2})$$

Dies führt auf folgendes Erhaltungsgesetz:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} u(x, t) dx = - \int_{\partial\Omega} \langle q(\xi, t), n(\xi) \rangle dS(\xi). \quad (\text{B.3})$$

Gilt Gleichung (B.3) für beliebige Volumina, so folgt mit Hilfe des Gaußschen Satzes

$$\partial_t u(x, t) + \operatorname{div} q(x, t) = 0, \quad \forall x, t. \quad (\text{B.4})$$

Das obige Erhaltungsgesetz muß durch ein konstitutives Gesetz ersetzt werden, wie etwa durch das *Fourier*-Gesetz für den Wärmefluß.

Der Übergang zum in Kapitel 2.7 beschriebenen Schichtenmodell erfolgt analog zu der in [37, 38, 119] vorgestellten Energiebilanzmethode. Betrachtet man die zu- und abfließenden Ströme an jedem Punkt des Knotenmodells, so erhält man die in den Gleichungen (2.73 - 2.75) und (2.76 - 2.78) aufgeführten Differentialgleichungen.

Zu weitergehenden Fragen, besonders was die Existenz und die genaue Herleitung betrifft, sei auf die Literatur verwiesen.

## B.2 Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

Im folgenden Abschnitt werden die wichtigsten Aussagen und Definitionen bei der numerischen Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen vorgestellt. Wir beschränken uns dabei auf die für unsere Anwendungen wichtigsten Aussagen. Weitergehende Informationen sind der aufgeführten Literatur zu entnehmen.

### Definition B.1 (Anfangswertproblem):

*Unter einem Anfangswertproblem (AWP) verstehen wir die Aufgabe, eine Funktion  $y(t)$  zu bestimmen, die die Differentialgleichung*

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0 \quad (\text{B.5})$$

*löst.*

Zu Fragen von Existenz (Satz von Picard-Lindelöf) und Eindeutigkeit der Lösung (Satz von Peano) sei auf die Literatur verwiesen, s. z.B. [69, 99, 137].

Die Grundidee bei der numerischen Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen besteht in einer Diskretisierung des kontinuierlichen Problems. Die einfachsten Methoden hierbei sind die expliziten Einschrittverfahren.

### Definition B.2 (Einschrittverfahren):

*Unter einem expliziten Einschrittverfahren verstehen wir ein Verfahren der Form*

$$y_{k+1} := y_k + h \Phi(t_k, y_k, h), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B.6})$$

*mit der Verfahrens- oder Inkrementfunktion  $\Phi$  und der Schrittweite  $h$ . Ein implizites Einschrittverfahren kann folgendermaßen dargestellt werden:*

$$y_{k+1} := y_k + h \Phi(t_{k+1}, y_{k+1}, h). \quad (\text{B.7})$$

Bei Einschrittverfahren wird der Näherungswert  $y_{k+1}$  allein mit Hilfe des Punktes  $(x_k, y_k)$  bestimmt. Im Gegensatz dazu verwenden Mehrschrittverfahren auch die Informationen weiterer Stützstellen  $x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-m}$ .



**Definition B.3 (Mehrschrittverfahren):**

Unter einem linearen  $k$ -Schritt Verfahren zur Lösung der Anfangswertaufgabe (B.5) verstehen wir ein Verfahren der Form

$$\sum_{l=0}^k \alpha_l y_{j+l} = h \sum_{l=0}^k \beta_l f(t_{j+l}, y_{j+l}), \quad j = 0, \dots, N - k \quad (\text{B.8})$$

mit geeigneten Anfangswerten  $y_0, \dots, y_{k-1}$  und  $t_j = t_0 + j h, j = 0, \dots, N$ . Gilt  $\beta_k \neq 0$ , so heißt das Verfahren implizit, ansonsten explizit.

Ein Vorteil von Mehrschrittverfahren besteht darin, daß bei geringem Rechenaufwand eine hohe Konsistenzordnung erreicht werden kann.

Um die Güte der verwendeten Verfahren beurteilen zu können, werden verschiedene Begriffe eingeführt.

**Definition B.4 (Lokaler Diskretisierungsfehler):**

Der lokale Diskretisierungsfehler ist definiert als

$$\tau(h) := \frac{y(x_0 + h) - y_1}{h}. \quad (\text{B.9})$$

Hierbei sei  $y(x)$  die exakte Lösung des Anfangswertproblems aus Gleichung (B.5) und  $y_1 = y_0 + h\Phi(x_0, y_0, h)$  die numerische Approximation nach einem Schritt.

Der lokale Diskretisierungsfehler ist also ein Maß für die Güte des Näherungsverfahrens.

**Definition B.5 (Konsistenz):**

Ein Verfahren heißt konsistent, falls der lokale Diskretisierungsfehler für  $h \rightarrow 0$  ebenfalls gegen Null strebt, also

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \|\tau(h)\| = 0. \quad (\text{B.10})$$

Das Verfahren besitzt die Konsistenzordnung  $p$ , falls

$$\|\tau(h)\| = \mathcal{O}(h^p) \quad (\text{B.11})$$

gilt.

Die Konsistenzordnung beschreibt die Qualität der numerischen Approximation nach einem Schritt. Da uns in der Anwendung aber die Qualität der Lösung nach  $n$  Schritten interessiert, definieren wir:

**Definition B.6 (Globaler Diskretisierungsfehler):**

Als globalen Diskretisierungsfehler eines Verfahrens bezeichnen wir die Differenz

$$e_n(x_n) := y(x_n) - y_n. \quad (\text{B.12})$$

**Definition B.7 (Konvergenz):**

Ein Verfahren heißt konvergent, falls der globale Diskretisierungsfehler für ein feiner werdendes Gitter gegen Null strebt, also

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|e_n(x_n)\| = 0. \quad (\text{B.13})$$

Während bei Einschrittverfahren bereits aus der Lipschitz-Stetigkeit und der Konsistenz des Verfahrens auf die globale Konvergenz geschlossen werden kann, so ist dies bei Mehrschrittverfahren nicht mehr möglich. Hier muß zusätzlich noch eine Stabilitätsbedingung erfüllt werden. In der Literatur existieren verschiedene Stabilitätskonzepte. Wir benutzen die folgende besonders anschauliche Definition, die aber für unsere Zwecke ausreichend ist:

**Definition B.8 (Stabilität):**

Ein Verfahren heißt absolut stabil, wenn die absoluten Fehler  $y_j - y(t_j)$  mit wachsendem  $j$  kleiner werden. Wachsen die Fehler nicht stärker als die Lösung, so sprechen wir von relativer Stabilität.

## B.3 Steife Differentialgleichungen

In vielen Anwendungen treten sogenannte steife Differentialgleichungen auf. Wie in Kapitel 5.3 gezeigt wurde haben sich einige der getesteten Verfahren als untauglich zur Lösung von steifen Differentialgleichungen erwiesen. Bevor Aussagen über die verschiedenen Verfahren getroffen werden, definieren wir zunächst den Begriff der Steifheit [99, 119, 130]:

**Definition B.9 (Steifheit):**

Ein Anfangswertproblem heißt steif, wenn für die Eigenwerte  $\lambda(t)$  der Jakobi-Matrix  $\mathcal{J}$  gilt:

$$\begin{aligned} i) \quad & \operatorname{Re}(\lambda_i) < 0 \quad \text{für alle Eigenwerte von } \mathcal{J}. \\ ii) \quad & \operatorname{Max}|\operatorname{Re}(\lambda_i)| \gg \operatorname{Min}|\operatorname{Re}(\lambda_i)| \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Dabei gilt für die Jakobi-Matrix:

$$\mathcal{J} := \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Als Maß für die Steifheit  $\mathcal{S}$  des Systems wird das Verhältnis

$$\mathcal{S} = \frac{\text{Max}|Re(\lambda_i)|}{\text{Min}|Re(\lambda_i)|} \quad (\text{B.16})$$

verwendet.  $\mathcal{S}$  heißt Steifheitsmaß.

In der Literatur existieren verschiedene weitere Definitionen zur Steifheit von Differentialgleichungen. Zwei pragmatische Definitionen, die für den Anwender aber durchaus hilfreich sein können, sind:

**Definition B.10 (Steifheit 2):**

*Ein System heißt steif, wenn die Schrittweite des verwendeten Verfahrens von Stabilitätsanforderungen und nicht von Genauigkeitsanforderungen bestimmt wird.*

**Definition B.11 (Steifheit 3):**

*Ein System heißt steif, wenn gewisse Komponenten der Lösung sehr viel schneller abklingen als andere.*

In der Anwendung erkennt man, daß bei steifen Systemen die Schrittweite des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens durch Stabilitätsforderungen bestimmt wird und nicht durch Genauigkeitsforderungen.

Zur Beurteilung der verschiedenen Verfahren definieren wir noch einen weiteren Stabilitätsbegriff.

**Definition B.12 ( $\mathcal{A}$ -Stabilität):**

*Ein Verfahren wird als  $\mathcal{A}$ -stabil bezeichnet, falls der Bereich der absoluten Stabilität die gesamte linke Halbebene umfaßt.*

Ist ein Verfahren  $\mathcal{A}$ -stabil so entfallen die in Kapitel 5.3 geschilderten Probleme mit steifen Differentialgleichungen.

**Bemerkung B.1:**

Die Ursache für das Versagen der expliziten Runge-Kutta-Verfahren in Kapitel 5.3 liegt im kleinen Bereich absoluter Stabilität. Für implizite Runge-Kutta-Verfahren beliebig hoher Ordnung gilt hingegen  $\mathcal{A}$ -Stabilität. Auch für explizite lineare Mehrschrittverfahren gilt, daß sie nicht  $\mathcal{A}$ -stabil sind. Die Ordnung von  $\mathcal{A}$ -stabilen impliziten Mehrschrittverfahren kann außerdem nicht größer als 2 sein. Weitergehende Informationen dazu, auch mit einer Darstellung der Stabilitätsgebiete der verschiedenen Verfahrensansätze sind in [25, 40, 41, 69, 70, 99] zu finden.

# Literaturverzeichnis

- [1] Al-Garni, A.; Sahin, A. et al.: *Cooling of Aerospace Plane Using Liquid Hydrogen and Methane*. Journal of Aircraft **32** (3), S. 539–546, 1995.
- [2] Alwes, D.: *TPS and Hot Structure Components for X-38 – A Status Report and Prospects on Future Transportation Systems*. In: Proceedings of 51<sup>st</sup> International Astronautical Congress, IAF-00-I.3.02, Rio de Janeiro, Brasilien, 2000.
- [3] Anderson, J.: *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1989.
- [4] Anfimov, N.: *Russian Oryol Program Overview*. In: Proceedings of 8<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Technologies and Systems Conference, Norfolk, USA, 1998.
- [5] Arnal, D.; Casalis, G.: *Laminar-turbulent transition prediction in three-dimensional flows*. Progress in Aerospace Sciences (36), S. 173–191, 2000.
- [6] Ascher, U. M.; Petzold, L. R.: *Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations*. SIAM, 1998.
- [7] Athans, M.; Falb, P.: *Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.
- [8] Auweter-Kurtz, M.: *Hitzeschutzmaterialien für Wiedereintrittskörper*. In: Space Course, Stuttgart, S. 819-836, 1995.
- [9] Baehr, H.; Stephan, K.: *Wärmeübertragung*. Springer Verlag, Berlin, 3. Auflage, 1998.
- [10] Bauer, A.: *Betriebsverhalten luftatmender Kombinationsantriebe für den Hyperschallflug unter besonderer Berücksichtigung der Triebwerksintegration*. Dissertation, Lehrstuhl für Flugantriebe, Technische Universität München, 1994.
- [11] Bayer, R.: *Optimierung von Flugbahnen der Unterstufe eines luftatmenden Raumtransporters*. Dissertation, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 1993.
- [12] Berry, W.; Grallert, H.: *Performance and Technical Feasibility Comparison of Reusable Launch Systems: A Synthesis of the ESA Winged Launcher Studies*. In: Procee-

- dings of 46<sup>th</sup> International Astronautical Congress, IAF-95-V3.03, Oslo, Norwegen, 1995.
- [13] Bertelrud, A.; Budd, J. et al.: *A Hypersonic Flight Test to Document Laminar/Turbulent Transition*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 99-4849, Norfolk, USA, 1999.
- [14] Betts, J. T.: *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming*. SIAM, Philadelphia, 2001.
- [15] Block, J.; Frövel, M.; Klein, H. et al.: *Investigations on Thermally Resistant Structures for Future Aerospace Vehicles*. In: Proceedings of 5<sup>th</sup> AIAA/DGLR International Aerospace Planes and Hypersonics Technologies Conference, München, AIAA-93-5086, 1993.
- [16] Bonnal, C.; Caporicci, M.: *The Future Launchers Technologies Program Status of the FLTP*. In: Proceedings of 51<sup>st</sup> International Astronautical Congress, IAF-00-V.4.2, Rio de Janeiro, Brasilien, 2000.
- [17] Bouchez, M.; Falempin, F. et al.: *PTAH-SOCAR Fuel-Cooled Composite Materials Structure*. In: Proceedings of 11<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 2002-5135, Orléans, Frankreich, 2001.
- [18] Bouquet, C.; Vidal, J. et al.: *Hot Structures and Thermal Protection Systems Investigations for Future RLV*. In: Proceedings of 51<sup>st</sup> International Astronautical Congress, IAF-00-1.3.01, Rio de Janeiro, Brasilien, 2000.
- [19] Brandt, R.; Neuer, G.; Schreiber, E.: *Thermisches Verhalten von C/C-SiC*. In: Arbeits- und Ergebnisbericht des Sonderforschungsbereichs 259, Universität Stuttgart, S. 211-244, 2001.
- [20] Brokate, M.: *Partielle Differentialgleichungen. Vorlesungsskript*, Zentrum Mathematik, Technische Universität München, 2003.
- [21] Brüning, G.; Hafer, X.; Sachs, G.: *Flugleistungen*. Springer Verlag, Berlin, 3. Auflage, 1993.
- [22] Bryson, A. E.; Ho, Y. C.: *Applied Optimal Control*. Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1975.
- [23] Bulirsch, R.; Chudej, K.: *Combined optimization of trajectory and stage separation of a hypersonic two-stage space vehicle*. Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung **19**, S. 55–60, 1995.
- [24] Büskens, C.: *Optimierungsmethoden und Sensitivitätsanalyse für optimale Steuerprozesse mit Steuer- und Zustandsbeschränkungen*. Dissertation, Fachbereich Mathematik und Informatik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 1998.

- [25] Butcher, J.: *Numerical Methods for ordinary differential equations in the 20<sup>th</sup> century*. Journal of Computational and Applied Mathematics (125), S. 1–29, 2000.
- [26] Callies, R.: *Entwurfsoptimierung und optimale Steuerung. Differential-algebraische Systeme, Mehrgitter-Mehrzielansätze und numerische Realisierung*. Habilitationsschrift, Technische Universität München, 2000.
- [27] Callies, R.; Bulirsch, R.: *3-D Trajectory Optimization of a Single-Stage VTVL System*. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, AIAA 96-3903, San Diego, USA, 1996.
- [28] Cary, A.; Bertram, M.: *Engineering Prediction of Turbulent Skin Friction and Heat Transfer in High-Speed Flow*. Technischer Bericht, TN D-7507, NASA, 1974.
- [29] Chase, R.; Tang, M.: *The Quest for Single-Stage Earth-to-Orbit: TAV, NASP, DC-X and X-33 Accomplishments, Deficiencies, and Why They Did Not Fly*. In: Proceedings of 11<sup>th</sup> AIAA/AAAF International Conference on Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies, AIAA-2002-5143, Orléans, Frankreich, 2002.
- [30] Chi, S.; Spalding, D.: *Influence of Temperature Ratio on Heat Transfer to a Flat Plate through a Turbulent Boundary Layer in Air*. Technischer Bericht, Imperial College of Science and Technology, London, 1965.
- [31] Chou, H.-C.; Ardema, M.: *Near-Optimal Entry Trajectories for Reusable Launch Vehicles*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **21** (6), S. 983–990, 1998.
- [32] Chuang, C.; Morimoto, H.: *Optimal Periodic Cruise for a Hypersonic Vehicle with Constraints*. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, AIAA 96-3876, San Diego, USA, 1996.
- [33] Chudej, K.: *Optimale Steuerung des Aufstiegs eines zweistufigen Hyperschall-Raumtransporters*. Dissertation, Technische Universität München, Mathematisches Institut, 1994.
- [34] Chudej, K.: *Realistic Modelled Optimal Control Problems in Aerospace Engineering – A Challenge to the Necessary Optimality Conditions*. Mathematical Modelling of Systems **2** (4), S. 252–261, 1996.
- [35] Covault, C.: *Rough Wing + Debris = A Fatal Combination*. Aviation Week & Space Technology, Ausgabe vom 22. Februar 2003, S. 20-22, 2003 .
- [36] Cowart, K.; Olds, J.: *Integrating Aeroheating and TPS Into Conceptual RLV Design*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 99-4806, Norfolk, USA, 1999.
- [37] Cram, W.: *Entwurf eines Verfahrens zur Auslegung des Wärmeschutzsystems von Raumfahrzeugen*. Semesterarbeit, Institut für Luft- und Raumfahrt, RWTH Aachen, 1990.

- [38] Croft, D.; Lilley, D.: *Heat Transfer Calculations Using Finite Difference Equations*. Applied Science Publishers Ltd., London, 1977.
- [39] Daryabeigi, D.: *Thermal Analysis and Design of Multi-layer Insulation for Re-entry Aerodynamic Heating*. In: Proceedings of 35<sup>th</sup> AIAA Thermophysics Conference, AIAA 2001-2834, Anaheim, USA.
- [40] Dekker, K.; Verwer, J.: *Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations*. North-Holland Verlag, Amsterdam, 1984.
- [41] Deuffhard, P.; Bornemann, F.: *Numerische Mathematik II*. de Gruyter Verlag, Berlin, 1994.
- [42] Dewell, L.; Speyer, J.: *Fuel-Optimal Periodic Control and Regulation in Constrained Hypersonic Flight*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **20** (5), S. 923–932, 1997.
- [43] Dinkelmann, M.; Wächter, M.; Sachs, G.: *Modelling and Simulation of Unsteady Heat Transfer Effects on Trajectory Optimization of Aerospace Vehicles*. Mathematics and Computers in Simulation **53**, S. 389-394, 2000.
- [44] Dinkelmann, M.; Wächter, M.; Sachs, G.: *Modelling of Heat Transfer and Vehicle Dynamics for Thermal Load Reduction by Hypersonic Flight Optimization*. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems **8** (3), S. 237–255, 2002.
- [45] Dinkelmann, M.: *Instationäre thermische Belastung der Unterstufe eines zweistufigen Hyperschallfluggeräts*. Arbeitsbericht, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 1994.
- [46] Dinkelmann, M.: *Reduzierung der thermischen Belastung eines Hyperschallflugzeugs durch optimale Bahnsteuerung*. Dissertation, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 1997.
- [47] Dransfeld, K.; Kienle, P.; Vonach, H.: *Physik I – Newtonsche und relativistische Mechanik*. Oldenbourg Verlag, München, 5. Auflage, 1988.
- [48] Drexler, J.: *Untersuchung optimaler Aufstiegsbahnen raketentriebener Raumtransporter – Oberstufen*. Dissertation, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 1995.
- [49] Eckert, E.: *Engineering Relation for Heat Transfer and Friction in High-Velocity Laminar and Turbulent Boundary-Layer Flow over Surfaces with Constant Pressure and Temperature*. Transactions of the ASME, S. 1273–1283, 1956.
- [50] Fay, J.; Riddell, F.: *Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air*. Journal of Aeronautical Sciences **25** (2), S. 73–85, 1958.
- [51] Fletcher, R.: *Practical Methods of Optimization*. John Wiley & Sons, Chichester, 2. Auflage, 2001.



- [52] Fossati, F.; Denaro, A.: *A RLV Concept Selection from the Thermo-Mechanical Outlook: the Lesson Learned in FESTIP*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 99-4976, Norfolk, USA, 1999.
- [53] Fujii, K.; Inoue, Y.: *Aerodynamic Heating Measurement on Afterbody of Hypersonic Flight Experiment*. Journal of Spacecraft and Rockets **35** (6), S. 736–741, 1998.
- [54] Gamkrelidze, R.: *Principles of Optimal Control Theory*. Plenum Press, New York, 1978.
- [55] Gath, P.; Calise, A.: *Optimization of Launch Vehicle Ascent Trajectories with Path Constraints and Coast Arcs*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **24** (2), S. 296–304, 2001.
- [56] Gill, P. E.; Murray, W.; Saunders, M. A.: *User's Guide for SNOPT 5.3: A FORTRAN Package for Large-Scale Nonlinear Programming*. Technischer Bericht, University of California, San Diego, 1999.
- [57] Gill, P. E.; Murray, W.; Saunders, M. A.: *SNOPT: An SQP Algorithm for Large-Scale Constrained Optimization*. SIAM Journal of Optimization **12** (4), S. 979–1006, 2002.
- [58] Gill, P. E.; Murray, W.; Wright, M. H.: *Practical Optimization*. Academic Press, London, 1989.
- [59] Gill, P.; Jay, L.; Leonard, M. et al.: *An SQP method for the optimal control of large-scale dynamical systems*. Journal of Computational and Applied Mathematics (120), S. 197–213, 2000.
- [60] Glass, D.; Dilley, A.; Kelly, H.: *Numerical Analysis of Convection/Transpiration Cooling*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 99-4911, Norfolk, USA, 1999.
- [61] Glass, D.; Merski, N.; Glass, C.: *Airframe Research and Technology for Hypersonic Airbreathing Vehicles*. In: Proceedings of 11<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA-2002-5137, Orléans, Frankreich, 2002.
- [62] González-Pinto, S.; Pérez-Rodríguez, S.; Montijano, J.: *Implementation of High-Order Implicit Runge-Kutta Methods*. Computers and Mathematics with Applications **41**, S. 1009–1024, 2001.
- [63] Grallert, H.; Keller, K.: *Metallic Thermal Protection Concept for Hypersonic Vehicles*. Journal of Aircraft **28** (6), S. 410–416, 1991.
- [64] Grallert, H.; Kuczera, H.: *Kick-Stages – A Mandatory Element of Future Reusable Space Transportation Systems*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA-99-4885, Norfolk, USA.

- [65] Grallert, H.; Kuczera, H.; Obersteiner, M.: *Chances and Restrictions of Semi-Reusable Two-Stage-to-Orbit Launchers*. In: Proceedings of 51<sup>st</sup> International Astronautical Congress, IAF-00-V.3.07, Rio de Janeiro, Brasilien, 2000.
- [66] Grallert, H.; Vollmer, K.: *Conceptual Design of the Thermal Protection System for the Reference Concept SÄNGER by Means of Advanced Methods*. In: Proceedings of 5<sup>th</sup> AIAA/DGLR International Aerospace Planes and Hypersonics Technologies Conference, AIAA-93-5085, München, 1993.
- [67] Grimm, W.; Well, K.; Oberle, H.: *Periodic Control for Minimum-Fuel Aircraft Trajectories*. Journal of Guidance **9** (2), S. 169–174, 1986.
- [68] Hafer, X.; Sachs, G.: *Flugmechanik: Moderne Entwurfs- und Steuerungskonzepte*. Springer Verlag, Berlin, 1993.
- [69] Hairer, E.; Nørsett, S.; Wanner, G.: *Solving Ordinary Differential Equations I, Nonstiff Problems*. Springer Verlag, Berlin, 2. Auflage, 2000.
- [70] Hairer, E.; Wanner, G.: *Solving Ordinary Differential Equations II, Stiff and Nonstiff Differential-Algebraic Problems*. Springer Verlag, Berlin, 2. Auflage, 1996.
- [71] Heindl, H.: *Einsatz von Struktur-Thermalmanagement zur Leistungssteigerung von Hyperschallflugzeugen*. Dissertation, Lehrstuhl für Luftfahrttechnik, Technische Universität München, 1995.
- [72] Heitmeir, F.: *SÄNGER-Studie Antrieb – Phase 1b; Abschlußbericht*. Technischer Bericht, MTU München, 1993.
- [73] Heller, M.: *Untersuchung zur Steuerung und Robusten Regelung der Seitenbewegung von Hyperschall-Flugzeugen*. Dissertation, Technische Universität München, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, 1999.
- [74] Hiltmann, P.: *Numerische Lösung von Mehrpunkt-Randwertproblemen und Aufgaben der optimalen Steuerung mit Steuerfunktionen über endlichdimensionalen Räumen*. Dissertation, Mathematisches Institut, Technische Universität München, 1990.
- [75] Hindmarsh, A. C.: *ODEPACK, A Systematized Collection of ODE Solvers*. Scientific Computing, North-Holland, Amsterdam, S. 55–64, 1983.
- [76] Hueter, U.; McClinton, C.: *NASA's Advanced Space Transportation Hypersonic Program*. In: Proceedings of 11<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 2002-5175, Orlèans, Frankreich, 2002.
- [77] Incropera, F.; DeWitt, D.: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, New York, 4. Auflage, 1996.
- [78] Jänsch, C.; Markl, A.: *Trajectory Optimization and Guidance for a Hermes-Type Reentry Vehicle*. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, AIAA-91-2659, New Orleans, USA, 1991.

- [79] Jänsch, C.; Schnepfer, K.; Well, K.: *Multi-Phase Trajectory Optimization Methods with Applications to Hypersonic Vehicles*. Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung, Report No. 419, 1993.
- [80] Jansen, M.: *Highly stable ceramics through single source precursors*. Solid State Ionics (101-103), S. 1–7, 1997.
- [81] Kai, T.; Ohtake, K.: *Thermal Protection System Evaluation of the Hyflex Vehicle*. In: Proceedings of 7<sup>th</sup> AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA-96-4526, Norfolk, USA.
- [82] Klädtke, R.; Obersteiner, M. et al.: *A European Roadmap for RLVs*. In: Proceedings of 52<sup>nd</sup> International Aeronautical Congress, IAF-01-V.5.06, Toulouse, Frankreich, 2001.
- [83] Komurasaki, K.; Candler, G.: *Laminar-to-Turbulent Transitions over an Ablating Reentry Capsule*. Acta Astronautica **47** (10), S. 745–751, 2000.
- [84] Kraus, W.: *Aerodynamischer Basisdatensatz der Sängerunterstufe*. Technischer Bericht, Messerschmitt-Bölkow-Blohm GmbH, 1988.
- [85] Kreim, H.; Kugelmann, B.; Pesch, H.; Breitner, M.: *Minimizing the Maximum Heating of a Re-entering Space Shuttle: An Optimal Control Problem with Multiple Control Constraints*. Optimal Control Applications & Methods **17**, S. 45–69, 1996.
- [86] Krishnaprakas, C.: *Efficient Solution of Spacecraft Thermal Models Using Preconditioned Conjugate Gradient Methods*. Journal of Spacecraft and Rockets **35** (6), S. 760–764, 1998.
- [87] Kuchling, H.: *Taschenbuch der Physik*. Verlag Harri Deutsch, Thun, 12. Auflage, 1989.
- [88] Kuczera, H.; Hauck, H.; Sacher, P.: *The German Hypersonics Technology Programme - Status 1993 and Perspectives*. In: Proceedings of 5<sup>th</sup> AIAA/DGLR International Aerospace Planes and Hypersonics Technologies Conference, AIAA-93-5159, München.
- [89] Kuczera, H.; Sacher, P.: *The German Hypersonic Programme - Status Report 1991*. In: Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Aerospace Planes Conference, AIAA-91-5001, Orlando, USA, 1991.
- [90] Kugelmann, B.; Pesch, H.: *Controllability Investigations of a Two-Stage-To-Orbit Vehicle*. In: International Series of Numerical Mathematics. Band 111, S. 327–339, 1993.
- [91] Kühn, A.: *Entwicklung von Software zur Approximation von Datenfeldern am Beispiel eines zweistufigen Hyperschallfluggeräts*. Semesterarbeit, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 1993.

- [92] Lambert, J.: *Numerical Methods for Ordinary Differential Systems*. John Wiley & Sons, Chichester, 1991.
- [93] Layec, F.: *Entwicklung eines Programms zur Modellierung der instationären Aufheizung im Hyperschallflug*. Semesterarbeit, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 2004.
- [94] Lockwood, M.; Petley, D. et al.: *Airbreathing hypersonic vehicle design and analysis methods and interactions*. Progress in Aerospace Science **35**, S. 1–32, 1999.
- [95] Mayrhofer, M.: *Verbesserung der Missionssicherheit eines zukünftigen zweistufigen Raumtransportsystems mittels Flugbahnoptimierung*. Dissertation, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 2002.
- [96] Mayrhofer, M.; Dinkelmann, M.; Sachs, G.: *Optimal Three-Dimensional Range Cruise of a Dual-Fuel Hypersonic Vehicle*. In: Proceedings of 21<sup>st</sup> Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS 98-1.9.1, Melbourne, Australien, 1998.
- [97] Mc Clinton, C. R.; Hunt, J. et al.: *Airbreathing Hypersonic Technology Vision Vehicles and Development Dreams*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 99-4978, Norfolk, USA, 1999.
- [98] Meese, E.; Nørstrud, H.: *Simulation of convective heat flux and heat penetration for a spacecraft at re-entry*. Aerospace Science and Technology **6**, S. 185–194, 2002.
- [99] Mehrmann, V.: *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen*. Vorlesungsskript, Fakultät für Mathematik, Technische Universität Chemnitz-Zwickau, 1997.
- [100] Milos, F.; Squire, T.: *Thermostructural Analysis of X-34 Wing Leading-Edge Tile Thermal Protection System*. Journal of Spacecraft and Rockets **36** (2), S. 189–198, 1999.
- [101] Mooij, E.; Sudmeijer, K.; Kremer, F.: *Mission Analysis of a Low-Cost Re-entry Test Vehicle*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA-99-4935, Norfolk, USA, 1999.
- [102] Moses, P.; Bouchard, K. et al.: *An Airbreathing Launch Vehicle Design with Turbine-Based Low-Speed Propulsion and Dual Mode Scramjet High-Speed Propulsion*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA-99-4948, Norfolk, USA.
- [103] Myers, D.; Martin, C.; Blosser, M.: *Parametric Weight Comparison of Current and Proposed Thermal Protection System (TPS) Concepts*. In: Proceedings of 33<sup>rd</sup> Thermophysics Conference, AIAA-99-3459, Norfolk, USA, 1999.
- [104] N.N.: *Deutsche Luftfahrtnorm LN 9300: Bezeichnungen in der Flugmechanik*. Beuth Vertrieb, Köln, 1970.

- [105] N.N.: *Norm-Atmosphäre DIN 5450: Allgemeine Beziehungen und Atmosphäre für mittlere Verhältnisse*. Beuth Vertrieb, Köln, 1970.
- [106] N.N.: *U.S. Standard Atmosphere*. National Oceanic and Atmospheric Administration; National Aeronautics and Space Administration; United States Air Force, Washington, D.C., USA, 1976.
- [107] N.N.: *SÄNGER-Entwurfsüberprüfung*. Zwischenpräsentation, System-Definitionsstudie, Daimler-Benz Aerospace Ottobrunn, 1989.
- [108] N.N.: *DIN 9300: Begriffe, Größen und Formelzeichen in der Flugmechanik*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1990.
- [109] N.N.: *GESOP (Graphical Environment for Simulation and Optimization), Software-system für die Bahnoptimierung*. Institut für Robotik und Systemdynamik, DLR, Oberpfaffenhofen, 1993.
- [110] N.N.: *Leitkonzept SÄNGER*. Referenz-Daten-Buch, Ausgabe 1, Revision 2, Daimler-Benz Aerospace, Ottobrunn, 1993.
- [111] N.N.: *Lexikon der Astronomie*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1995.
- [112] N.N.: *Columbia Accident Investigation Board*. Technischer Bericht, NASA, 2003.
- [113] Nuding, J.: *Berechnung der aerothermischen Aufheizung von hypersonischen Raumfahrzeugen*. Diplomarbeit, Institut für Thermodynamik der Luft- und Raumfahrt, Universität Stuttgart, 1992.
- [114] Oertel, H.: *Aerothermodynamik*. Springer Verlag, Berlin, 1994.
- [115] Ohtake, K.: *Thermal analysis of the thermal protection system for the re-entry vehicle*. Computer methods in applied mechanics and engineering **151**, S. 301–310, 1998.
- [116] Park, S.: *Launch Vehicles Trajectories with a Dynamic Pressure Constraint*. Journal of Spacecraft and Rockets **35** (6), S. 765–773, 1998.
- [117] Petzold, L.: *Automatic Selection of Methods for Solving Stiff and Nonstiff Systems of Ordinary Differential Equations*. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing **4** (1), S. 136–148, 1983.
- [118] Pontryagin, L.; Boltyanskij, V.; Gamkrelidze, R.: *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*. Oldenbourg Verlag, München, 1964.
- [119] Rannacher, R.: *Numerische Methoden für Gewöhnliche Differentialgleichungen*. Vorlesungsskript, Institut für angewandte Mathematik, Universität Heidelberg, 2001.
- [120] Rausch, V.; McClinton, C.: *NASA's Hyper-X Program*. In: Proceedings of 51<sup>st</sup> International Astronautical Congress, IAF-00-V.4.01, Rio de Janeiro, Brasilien, 2000.

- [121] Reiter, W.: *Berechnung der aerothermischen Aufheizung hypersonischer Raumfahrzeuge mit semi-empirischen Verfahren*. Diplomarbeit, MBB Aerospace, Kommunikationssysteme und Antriebe, 1990.
- [122] Rentrop, P.; Strehmel, K.; Weiner, R.: *Ein Überblick über Einschrittverfahren zur numerischen Integration in der technischen Simulation*. Reports on Numerical Mathematics, Fachbereich Mathematik und Informatik, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, 1995.
- [123] Rick, H.; Esch, T. et al.: *Leistungsberechnung und Betriebsverhaltensanalyse luftatmender Antriebssysteme für Hyperschallflugzeuge im Normalbetrieb und bei Störungen*. In: Arbeits- und Ergebnisbericht des Sonderforschungsbereichs 255, Technische Universität München, S. 233–296, 1998.
- [124] Ring, J.: *Flight Trajectory Control for Thermal Abatement of Hypersonic Vehicles*. In: Proceedings of 2<sup>nd</sup> AIAA International Aerospace Planes Conference, Orlando, USA, 1990.
- [125] Sachs, G.; Bayer, R.; Lederer, R.; Schaber, R.: *Improvements of Aerospace Plane Performance by Overfueled Ramjet Combustion*. Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung **17**, S. 25–32, 1993.
- [126] Sachs, G.; Christodoulou, T.: *Endurance Increase by Cyclic Control*. Journal of Guidance **9** (1), S. 58–63, 1986.
- [127] Sachs, G.; Dinkelmann, M.: *Reduction of Coolant Fuel Losses in Hypersonic Flight by Optimal Trajectory Control*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **19** (6), S. 1278–1284, 1996.
- [128] Sänger, E.: *Neuere Ergebnisse der Raketenflugtechnik*. Flug – Zeitschrift für das gesamte Gebiet der Luftfahrt, Wissenschaftliches Sonderheft 1, 1934.
- [129] Schmidt, D.; Hermann, J.: *Use of Energy-State Analysis on a Generic Air-Breathing Hypersonic Vehicle*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **21** (1), S. 71–76, 1998.
- [130] Schwarz, H.: *Numerische Mathematik*. Teubner Verlag, 4. Auflage, 1997.
- [131] Scuderi, L.; Orton, G.: *Mach 10 Cruise / Space Access Vehicle Definition*. In: Proceedings of 8<sup>th</sup> International AIAA Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 98-1584, Norfolk, USA, 1998.
- [132] Shampine, L.: *Stiffness and Nonstiff Differential Equation Solvers, II: Detecting Stiffness with Runge-Kutta Methods*. ACM Transactions on Mathematical Software **3** (1), S. 44–53, 1977.
- [133] Speyer, J.: *Periodic Optimal Flight*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **19** (4), S. 745–755, 1996.

- [134] Staufenbiel, R.: *Horizontal Aerospace Transport Systems*. In: Space Course, Aachen, 1991.
- [135] Stephan, K.; Mayinger, F.: *Thermodynamik, Band I*. Springer Verlag, Berlin, 14. Auflage, 1992.
- [136] Stoer, J.: *Einführung in die numerische Mathematik 1*. Springer Verlag, Berlin, 8. Auflage, 1999.
- [137] Stoer, J.; Bulirsch, R.: *Numerische Mathematik 2*. Springer Verlag, Berlin, 4. Auflage, 2000.
- [138] Stryk, O. v.: *Numerische Lösung optimaler Steuerungsprobleme: Diskretisierung, Parameteroptimierung und Berechnung der adjungierten Variablen*. Dissertation, Mathematisches Institut, Technische Universität München, 1994.
- [139] Stryk, O. v.: *User's Guide for DIRCOL. A direct collocation method for the numerical solution of optimal control problems. Benutzeranleitung*. Lehrstuhl für Höhere Mathematik und Numerische Mathematik, Technische Universität München, 1999.
- [140] Stryk, O. von; Bulirsch, R.: *Direct and indirect methods for trajectory optimization*. Annals of Operation Research **37**, S. 357–373, 1992.
- [141] Taniguchi, H.; Kobayashi, T.: *Concept Study on Winged Vehicle*. In: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA 99-4804, Norfolk, USA, 1999.
- [142] Vinh, N.; Busemann, A.; Culp, R.: *Hypersonic and Planetary Entry Flight Mechanics*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1980.
- [143] Vinter, R.: *Optimal Control*. Birkhäuser Verlag, Boston, 2000.
- [144] Wächter, M.; Chudej, K.: *Efficient hybrid solution of a realistic trajectory optimization problem with singular arcs*. Report des Sonderforschungsbereichs 255, No. 35, Technische Universität München, 1998.
- [145] Wächter, M.; Sachs, G.: *Unsteady Heat Load Reduction for a Hypersonic Vehicle with a Multipoint Approach*. Workshop Optimal Control, S. 15-26, Universität Greifswald, Hieronymus Verlag, München, 2003 .
- [146] Wächter, M.: *Numerische Lösung einer realistischen Flugbahnoptimierungsaufgabe*. Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Technische Universität München, 1997.
- [147] Wächter, M.: *Thermische Belastung beim Reichweitenflug eines zukünftigen Hyperschallfluggeräts, Erste Ergebnisse mit DIRCOL und GESOP*. Arbeitsbericht, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 2001.
- [148] Wächter, M.: *Thermische Belastung beim Reichweitenflug eines zukünftigen Hyperschallfluggeräts, Ergebnisse mit DIRCOL, 2. Teil*. Arbeitsbericht, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 2003.

- [149] Wächter, M.: *Vergleich unterschiedlicher Ansätze zur Berechnung der aerothermischen Aufheizung eines Hyperschallfluggeräts*. Arbeitsbericht, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 2003.
- [150] Wagner, W.: *Wärmeübertragung*. Vogel Verlag, Würzburg, 5. Auflage, 1998.
- [151] Wald, L.: *Numerische Bestimmung der instationären Temperaturverteilung in einer thermisch belasteten ebenen Platte in Kopplung mit einem Grenzschichtverfahren*. In: DGLR Jahrbuch I, S. 397-406, 1989.
- [152] Wassmer, P.: *Programmierung und Approximation verschiedener Standardatmosphären*. Semesterarbeit, Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung, Technische Universität München, 1991.
- [153] Winderl, S.: *Modelluntersuchungen und numerische Berechnungen für ein zustandsbeschränktes Optimalsteuerungsproblem mit linearen Steuerungen aus der Ökonomie*. Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Technische Universität München, 1996.
- [154] Winderl, S.: *Über die Behandlung von Optimalsteuerungsproblemen mit linear eingehenden Steuerungen: Eine numerische Methode zur Berechnung optimaler Lösungen und Sensitivitäten*. Dissertation, Universität Bayreuth, 2005.
- [155] Windhorst, R.; Ardema, M. D.; Bowles, J. V.: *Minimum Heating Reentry Trajectories for Advanced Hypersonic Launch Vehicles*. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA-97-3535, New Orleans, USA, 1997.
- [156] Wurster, K.; Riley, C.; Zoby, E.: *Engineering Aerothermal Analysis for X-34 Thermal Protection System Design*. Journal of Spacecraft and Rockets **36** (2), S. 216–228, 1999.
- [157] Zimmerman, C.; Dukeman, G.; Hanson, J.: *Automated Method to Compute Orbital Reentry Trajectories with Heating Constraints*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **26** (4), S. 523–529, 2003.