




Lehrstuhl für Maschinenelemente
Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG)
(Univ.-Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn)

Analyse und Modellbildung einer Planeten-Wälz-Gewindespindel

Angefertigt am	 Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Institut	Robotik und Systemdynamik
Betreuer	Univ.-Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn, TUM Hon.-Prof. Dr.-Ing. G. Hirzinger, DLR
Verfasser	Dipl.-Ing. univ. Matthias Balázs

Lehrstuhl für Maschinenelemente
Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG)
(Univ.-Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn)

Analyse und Modellbildung einer Planeten-Wälz-Gewindespindel

Matthias Balázs

Vollständiger Abdruck, der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Heinzl

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn

2. Hon.-Prof. Dr.-Ing. G. Hirzinger

Die Dissertation wurde am 12.05.1999 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 10.10.2000 angenommen.

Vorwort

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Robotik und Systemdynamik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt in Oberpfaffenhofen.

Meinem Betreuer Prof. Dr.-Ing. Bern-Robert Höhn danke ich für seine wohlwollende Zusammenarbeit und tiefgreifende fachliche Betreuung, Prof. Dr.-Ing. Gerd Hirzinger für seine fachübergreifende Förderung. Dipl.-Ing. Johannes Dietrich und Dipl.-Ing. Bernd Gombert legten den Grundstock für diese Arbeit, als sie 1988 die Planeten Wälz-Gewindespindel erfanden.

Besonderer Dank gilt meinen wissenschaftlichen Beratern Dr.-Ing. Klaus-Jürgen Michaelis für seine wertvollen Hinweise, seine direkt umsetzbaren Anregungen, sowie umfangreichen Literaturhinweise und Dr.-Ing. Elmar Ficker für seine Beratung bei den spannungsoptischen Untersuchungen.

Meinen Kollegen und Freunden Dipl.-Ing. Martin Spieck, Dipl.-Ing. Matthias Hähnle, Dr.-Ing. Thomas Klisch, Dipl.-Ing. Ingo Schaefer, Dipl.-Ing. Ulrich Hagn, Dipl.-Ing. Bertram Willberg, Dipl.-Ing. Klaus Jöhl, Dipl.-Ing. Josef Gabelberger, Dipl.-Ing. Marc Zoller, Dipl.-Ing. Alin Albu-Schäffer, Dipl.-Ing. Konrad Dirscherl, Dipl.-Ing. Markus Grebenstein, Dr.-Ing. Tilman Bünthe, Dipl.-Ing. Naim Bajcinca, Dr.-Ing. Wolfgang Rulka, Dipl.-Ing. Wolfgang Trautenberg, Dipl.-Ing. Armin Veitl, Dipl.-Ing. Ralf Koeppel und Dipl.-Ing. Jörg Butterfaß danke ich für die wertvolle fachliche Hilfe und erbauliche Zusammenarbeit.

Schließlich möchte ich meinen Eltern für Ihre umfassende Unterstützung danken.

Grafrath, im April 1999

Matthias Balázs

Inhaltsverzeichnis

1 EINLEITUNG	1
1.1 FUNKTIONSPRINZIP	2
1.2 BESONDERHEITEN DER PWG	3
1.3 MODELLBILDUNG UND BERECHNUNG	4
1.4 ERGEBNISSE	5
2 EINSATZGEBIETE, ANWENDUNGEN	6
3 GRUNDLAGEN	10
3.1 WÄLZKREISE UND GESCHWINDIGKEITSDIAGRAMM	10
3.2 BERECHNUNG DER WICHTIGSTEN PWG-KENNGRÖßEN	13
3.2.1 FORMELZEICHEN DER BERECHNUNGEN	13
3.2.2 NENNMOMENT	15
3.2.3 GESAMTSTEIGUNG	15
3.2.4 BESTIMMUNG DER WÄLZKREISDURCHMESSER	15
3.2.5 SPINDELSYSTEME MIT RILLENPLANETEN	16
3.2.6 SPINDELSYSTEME MIT GEWINDEPLANETEN	17
3.2.7 PLANETENANZAHL	18
3.3 WERKSTOFFBEANSPRUCHUNG NAHE DER KONTAKTSTELLE	19
3.3.1 KENNTNISSTAND BEI DER PWG	20
3.3.2 VEREINFACHUNGEN BEI DER BETRACHTUNG DER PWG	21
3.3.3 VERGLEICHSWERTE	21
3.4 ERFORDERLICHE WERKSTOFFHÄRTE	24
4 BESONDERHEITEN DER PWG	27
4.1 KONTAKTKRAFTVERTEILUNG	27
4.2 FREIHEITSGRADE	29
4.3 TEILDREHPOLE	31
4.3.1 DEFINITION DER TEILDREHPOLE	31
4.3.2 TDP-BETRACHTUNG ZUR KIPPSTABILITÄT DER PWG	34
4.3.3 VERGLEICHSKRITERIEN DER FÜHRUNGSGÜTE	36
4.4 REIBUNG UND SCHLUPF	41
4.4.1 AUSNUTZUNG DES REIBWERTES	42
4.4.2 ÜBERTRAGungsverhalten, EINSCHRÄNKUNGEN	45
4.4.3 KENNLINIENDIAGRAMM DER ÜBERSETZUNGSZUSAMMENHÄNGE	45
4.4.4 AUSWIRKUNGEN VON SCHLUPF AUF VERSCHIEDENE BAUARTEN	47

5 ANALYSE, MODELLBILDUNG, BERECHNUNG	49
5.1 DREHPOLLAGEN BEI SCHLUPF	51
5.2 DREH- UND KRAFTPOLLAGEN BEI BOHREN UND SCHLUPF	53
5.2.1 BERECHNUNG VON TANGENTIALKRAFT UND BOHRMOMENT	54
5.2.2 KRAFTPOLAUSWANDERUNG	56
5.2.3 VERRINGERN VON VERLUSTEN AUS BOHRENDER REIBUNG	57
5.3 DREH- UND KRAFTPOLLAGEN BEI SCHRÄGLAUF UND SCHLUPF	58
5.3.1 BERECHNUNG DER DREHPOL- UND KRAFTPOLLAGEN	60
5.3.2 BEISPIEL FÜR DREI KONTAKTPUNKTLAGEN	64
5.4 DREH- UND KRAFTPOLLAGEN BEI SCHRÄGLAUF, BOHREN UND SCHLUPF	65
5.5 MODELLBILDUNG EINZELKONTAKT	68
5.5.1 DREHPOLE	69
5.5.2 KRAFTPOLE	69
5.5.3 KONTAKTPUNKTVERLAGERUNG DURCH SCHRÄGLAUF	70
5.5.4 ÜBERTRAGUNG MIT DREHZAHLSCHELUPF	71
5.5.5 EINFLUSSGRÖßEN	73
5.5.6 BERECHNUNG VON SCHLUPF, WIRKUNGSGRAD UND LEISTUNGSVERLUST	73
5.6 OPTIMIERUNG	75
6 MODELLIERUNG ALS MEHRKÖRPERSYSTEM	74
6.1 EINGANGSGRÖßEN UND AUSGANGSWERTE DER MKS-SIMULATION	74
6.2 PROGRAMMABLAUF	74
6.3 BESCHREIBUNG DER KÖRPER	75
6.4 PROGRAMMAUFBAU	75
6.5 KRAFTANGRIFFSPUNKTE	76
6.5.1 OBERFLÄCHENVERLAUF IM KONTAKTBEREICH	76
6.5.2 KRAFTANGRIFFSPUNKTE UND EINDRINGTIEFEN	76
6.5.3 KRAFTANGRIFFSPUNKTBERECHNUNG ZWISCHEN PLANET UND SPINDELSTANGE	78
6.5.4 DARSTELLUNG DER KONTAKTFLÄCHE	81
6.6 KONTAKTKRAFTBESTIMMUNG	82
6.6.1 KRAFT- UND MOMENTENBILANZ	83
6.7 SIMULATIONSERGEBNISSE	84
6.7.1 RÜCKSCHLÜSSE AUS <i>CONTACT.M</i>	84
6.7.2 RÜCKSCHLÜSSE AUS SIMPACK-MKS-SIMULATIONSLÄUFEN	86
6.7.3 ZUSAMMENFASSUNG DER WICHTIGSTEN SIMULATIONSERGEBNISSE	89
6.7.4 MÖGLICHKEITEN DER MKS-SIMULATION	90
6.7.5 PARAMETERVARIATION	90
6.7.6 POTENTIAL DER MKS-SIMULATION	91

7 VERSUCHE	92
7.1 SPANNUNGSOPTISCHER VERSUCH	92
7.1.1 FORMVERMESSUNG VOR DEM EINFRIERVERSUCH	93
7.1.2 DER PWG-EINFRIERVERSUCH	93
7.1.3 FORMVERMESSUNG NACH DEM EINFRIEVERSUCH	94
7.1.4 SPANNUNGSOPTISCHE AUSWERTUNG IM POLARISKOP	94
7.1.5 VERSUCHSERGEBNISSE	94
7.2 WIRKUNGSGRADPRÜFSTAND	97
7.2.1 AUFBAU	97
7.2.2 MESSUNG UND BERECHNUNG	97
7.2.3 MEBWERTE AUS PRÜFSTANDSLÄUFEN	100
7.2.4 WIRKUNGSGRADKENNFELDER UND AUSWERTUNG	101
7.3 LAUFGÜTE	105
8 AUSBLICK	107
8.1 AUTOMATISIERTE OPTIMIERUNG	107
8.2 VEREINFACHTE KONTAKTPUNKTBERECHNUNG	107
8.3 REDUZIERTER MODELLANSATZ, CHARAKTERISTISCHES KONTAKTPAAR	107
8.3.1 CHARAKTERISTISCHE KENNGRÖßEN DER KONTAKTSTELLE	107
8.3.2 BAUARTSPEZIFISCHES KENNFELD	109
8.3.3 ZUSAMMENFASSEN EINER KONTAKTGRUPPE	109
8.4 MKS-FEM-KOPPLUNG	110
9 ZUSAMMENFASSUNG, ABSTRACT	112
9.1 ZUSAMMENFASSUNG	112
9.2 ABSTRACT	FEHLER! TEXTMARKE NICHT DEFINIERT.
10 LITERATURVERZEICHNIS	116
11 ANHANG	124
11.1 BOHRREIBUNG NACH LUTZ, MAAB UND WERNITZ	124
11.2 FERTIGUNGSZEICHNUNGEN DER LOW-COST-PWG	129
11.3 BEISPIELRECHNUNG	133
11.4 UMWERTUNG HÄRTEWERTE IN ZUGFESTIGKEIT	136
11.5 BESCHREIBUNGEN DER KONTAKTOBERFLÄCHEN	138
11.5.1 HAUPTKRÜMMUNGSRADIEN	156
11.5.2 NORMALKRAFT	162
11.5.3 TANGENTIALKRAFT AUS REIBUNG	163
11.6 ANZAHL DER MINIMAL ERFORDERLICHEN KONTAKTPUNKTE	164
11.6.1 BERÜHRDURCHMESSER	166
11.6.2 BERECHNUNG DER KONTAKTELLIPSE	167

1 Einleitung

Am Institut für Robotik und Systemdynamik der DLR Oberpfaffenhofen wurde vor etwa neun Jahren ein neuartiges Getriebe zur Umsetzung einer Drehbewegung in eine Vorschubbewegung entwickelt. Das Planeten-Wälz-Gewindespindel - kurz PWG - genannte Reibungsgetriebe unterscheidet sich von bekannten Vorschubgetrieben unter anderem dadurch, daß es von hohen Antriebsdrehzahlen mit niedrigem Moment auf langsame Vorschubbewegungen hoher Kraft wandeln kann. Mit hohen Systemsteigungen ausgeführt kann es auch in umgekehrter Weise eingesetzt werden. In der PWG sind geringer Bauraumbedarf und einfachster mechanischer Aufbau mit Laufruhe bei hohem Wirkungsgrad vereint. Diese Eigenschaften eröffnen der PWG diverse neue Anwendungsfelder, beispielhaft sei hier ein mechatronisches Antriebssystem erwähnt: der vollintegrierte DLR-Linearaktuator, bestehend aus PWG, Elektromotor, Wegmeßsystem und Axialkraftmessung.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die PWG als Gesamtsystem zu beschreiben, die mechanischen und geometrischen Zusammenhänge sichtbar zu machen und Berechnungsmethoden für Auslegung und Simulation bereitzustellen. Da die PWG bislang noch nicht untersucht wurde, lag bislang keine grundlegende Beschreibung vor, hier werden deswegen nur die wichtigsten Teilprobleme - so weit wie möglich vereinfacht - dargestellt.

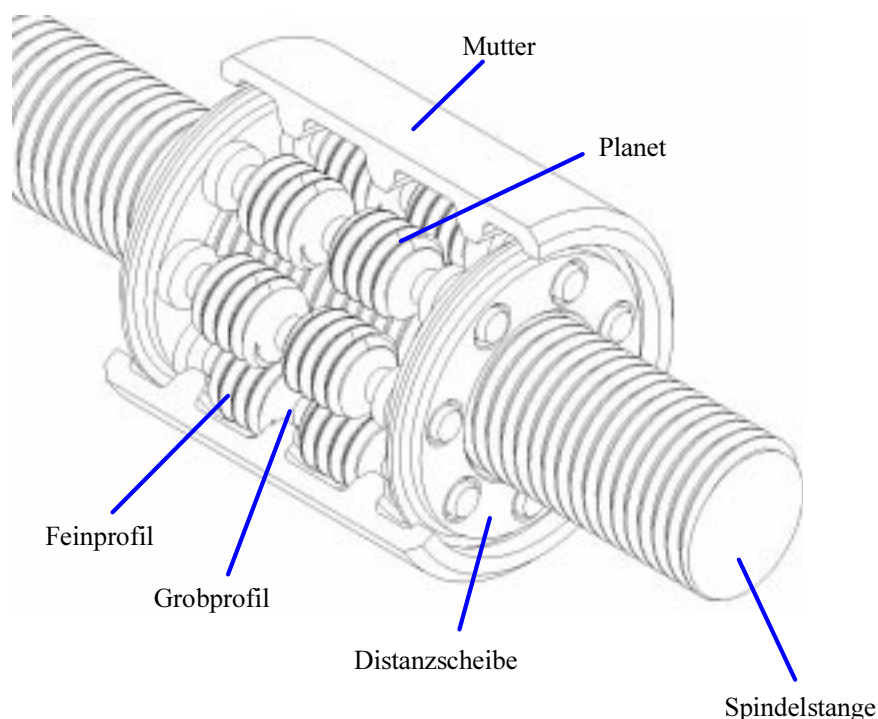


Abb. 1.1: Schnittbild PWG mit gewindefeinprofilierten Planeten

Die PWG wurde speziell entwickelt, um hohe Antriebsdrehzahlen bei niedrigem Moment in kraftvolle Vorschubbewegungen geringer Geschwindigkeit umzusetzen. Die geringen System-Gesamtsteigungen werden durch die zweifache Profilierung der Planeten ermöglicht: Mit ihrer Grobprofilierung wälzen die Planeten axialfest auf ringförmigen Stegen in der Mutter ab. Über ihre Feinprofilierung greifen die Planeten in die dazu passend profilierte Spindelstange ein. Die ineinandergreifenden Feinprofilierungen von Planet und Spindelstange haben gleiche Teilung. Sie können wahlweise als Gewinde-Rillen- oder Gewinde-Gewinde-Kombination ausgeführt sein. Distanzscheiben, die auf den zylindrischen Enden der Planeten laufen, halten diese auf konstantem Abstand - siehe Abb. 1.1.

1.1 Funktionsprinzip

Die Bezeichnung Planeten-Wälz-Gewindespindel ergibt sich aus der Verwandtschaft mit bekannten Maschinenelementen:

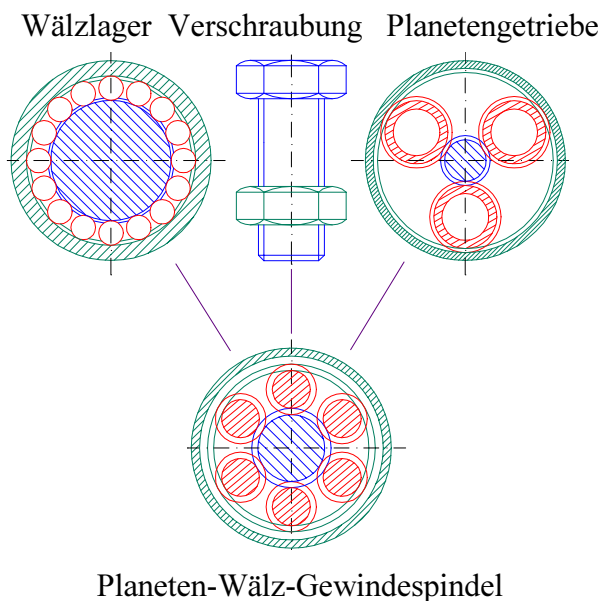


Abb. 1.2: Verwandtschaft zu anderen Maschinenelementen

Wie bei einer konventionellen Verschraubung setzt die PWG durch ihre Gewindeprofilierung eine Dreh- in eine Vorschubbewegung um. Wie bei einem Wälzlager vermindern dabei Wälzkörper die Reibung zwischen Innenring/Spindelstange und Außenring/Mutter. Ähnlich einem Planetengetriebe sind die Planeten der PWG axialfest in der Mutter geführt und untersetzen die Drehbewegung von Sonne/Spindelstange gegenüber Hohlrad/Mutter. Anders als beim Planetengetriebe besitzt die PWG keine Verzahnung die ein konstantes Übersetzungsverhält-

nis garantiert. Die Elemente der PWG wälzen unter last-, drehzahl- und steigungsabhängigem Schlupf aufeinander ab, wobei die Kraftübertragung durch eine Kombination von Reibschluß und Formschluß d.h. Ineinandergreifen der Elemente erfolgt.

1.2 Besonderheiten der PWG

Die PWG kann für fast beliebige Gesamtsteigung ausgelegt werden, wenn man die Wälzkreisradien und die Steigungen sowie die Gangzahlen von Planetenfeinprofil und Spindelstange verändert. Abgesehen von dieser konstruktiv vorgegebenen theoretischen Gesamtsteigung, die sich im Leerlauf und bei geringen Lasten einstellt, kommt es bei der PWG, abhängig vorrangig von der Last, zu Abweichungen von dieser Systemsteigung. Diese Abweichungen sind, wie bei jedem Reibgetriebe, dadurch zu erklären, daß höhere Übertragungsleistungen mit höherem Schlupf einhergehen, der im Extremfall überproportional zunimmt. Nutzbringend und gezielt kann das Absinken der Gesamtsteigung unter hoher Belastung z.B. als Überlastschutz bei Fensterheberantrieben eingesetzt werden. Im normalen Betriebsbereich der PWG nach Abb. 1.3 ist ein definierter Betriebspunkt der Reibpaarungen sichergestellt.

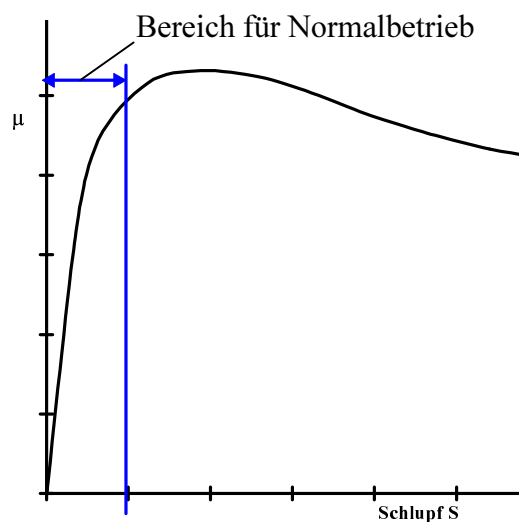


Abb. 1.3: Reibwert-Schlupfdiagramm einer Reibpaarung, nach [G2, Bild 53-1]

Im Vergleich zu anderen Vorschubgetrieben besticht die PWG durch einfachen mechanischen Aufbau, geringen Bauraumbedarf, kleinste erzielbare Gesamtsteigungen, hohen Wirkungsgrad und ruhigen Lauf bei höchsten Drehzahlen. Demgegenüber sind Kugelumlaufgetriebe nur bei kleinen bis mittleren Drehzahlen einsetzbar, da die Kugeln rückgeführt werden müssen. Rollengewindetriebe haben wegen der erforderlichen Rollenrücksetzung entweder das gleiche

Problem oder müssen mit einer zusätzlichen Verzahnung zwischen Planeten und Mutter versehen werden. Alle ähnlichen Maschinenelemente sind mechanisch aufwendiger weshalb deren Fertigungs- und Montagekosten wesentlich höher liegen als bei einer vergleichbaren PWG. Zudem stößt die PWG in Bereiche kleiner Gesamtsteigungen vor, die anderen verlustarmen Vorschubgetrieben verwehrt bleiben (Sonderfall: Differentialschraube), da deren Rollkörper mit der selben Profilierung in Mutter und Spindelstange eingreifen, wodurch mehrgängige Spindelstangen notwendig werden, die so viele Gänge haben wie das System Planeten besitzt und deren Profilierung nicht beliebig fein ausgeführt werden kann.

1.3 Modellbildung und Berechnung

Im Laufverhalten der PWG treten unerwartete Phänomene auf, deren Ursachen nicht offensichtlich sind. Um in allen Betriebszuständen sichere Funktion zu erzielen, bedarf es der Entwicklung geeigneter Berechnungsverfahren und der Ermittlung auslegungsrelevanter Proportionierungskriterien. Die geometrischen Faktoren Länge, Durchmesser, Flankengeometrie sowie Kontaktzahl und Kontaktverteilung bestimmen zusammen mit der Werkstoffwahl und ggf. der Oberflächenverfestigung die Tragfähigkeit und wirken sich auf das Laufverhalten, den Schlupf und den Wirkungsgrad der PWG aus.

Um die Zusammenhänge verstehen zu können, werden bekannte Methoden der Getriebeanalyse und -modellierung auf die PWG übertragen und, wo erforderlich, erweitert. Die spezielle Modellbildung für die PWG basiert auf:

- Der statischen Beschreibung des Einzelkontaktes, in der Flankenwinkel, Balligkeiten, Krümmungen und Achsabstände vorwiegend in die Berechnung der Druckverteilung in der Kontaktfläche und der sich daraus ergebenden kontaktnahen Spannungsverteilung im Werkstoff eingehen,
- Der dynamischen Beschreibung des Einzelkontaktes, die sich vorwiegend mit den Drehgeschwindigkeiten der PWG-Elemente und dem Geschwindigkeitsfeld in der Kontaktfläche befaßt,
- Der analytischen Betrachtung des Gesamtsystems PWG, die sowohl die Freiheitsgrade in der PWG, als auch die Wechselwirkungen der Elemente beschreibt
- Und, daraus zusammengesetzt, der Mehrkörper-System-Modellierung zur numerischen Berechnung des Gesamtsystems, die das Laufverhalten detailgetreu wiedergibt.

Ergänzend wurden Versuche durchgeführt, um die Gültigkeit der Modellbildung zu überprüfen und die Berechnungsergebnisse zu bewerten.

Die numerische Modellierung der PWG als Gesamtsystem in Bewegung unter Last erfordert einen besonderen Aufbau des Mehrkörpersystems (MKS), da die Elemente nicht starr zueinander geführt sind und damit veränderliche räumliche Lagen einnehmen können. Zudem stehen bereits bei den einfachsten Ausführungsformen der PWG mehr als 200 Kontaktstellen in Eingriff, woraus sich ein statisch überbestimmtes System in veränderlichen Gleichgewichtslagen ergibt. Es werden nicht alle Kontakte einzeln beschrieben, sondern separat für jedes Element eine Kräfte- und Momentenbilanz aufgestellt, die zur Berechnung der anderen Elemente an das zentrale MKS-Programm übergeben wird.

Die MKS-Modellierung beschreibt unter zulässigen Vereinfachungen das Gesamtverhalten und die wesentlichen Phänomene hinreichend genau. Die Elemente der PWG werden dafür als Starrkörper mit vollständiger Geometrie und elastischen Kontakten modelliert.

Es wurde sowohl eine PWG-Bauart mit rein rillenprofilierten Planeten, als auch eine PWG mit gewindefeinprofilierten Planeten als MKS aufgebaut und berechnet, um den Funktionsnachweis für die Simulation zu liefern.

1.4 Ergebnisse

Als Ergebnisse liegen vor:

- Die analytische Beschreibung der PWG in Teilphänomenen.
- Das PWG-Auslegungsprogramm, das die Tragfähigkeit und die erforderlichen Hauptabmessungen aus den Vorgaben Last, Antriebsmoment und Profilform angibt.
- Ein MKS-Programm zur Berechnung des Laufverhaltens der PWG, in dem als Parameter folgende Haupteinflussfaktoren variiert werden können:
 - Länge, Durchmesser, Flankenprofil,
 - Profilverteilung,
 - Anzahl und Anordnung der Kontaktpunkte,
 - Fertigungstoleranzen,
 - Werkstoff.

Die durch Anwendung dieser Werkzeuge ermöglichte analytische und rechnergestützte Optimierung verkürzt die Entwicklungszeit neuer PWG-Typen, senkt die Kosten in der Vorserie und verbessert das Laufverhalten und die Qualität der PWG.

2 Einsatzgebiete, Anwendungen

Erfunden wurde die PWG von Dietrich und Gombert [D5], um die Anforderungen zu erfüllen, die an den multisensoriellen Roboter-Greifer des Weltraum-ROboter-Technologie-EXperimentes ROTEX gestellt wurden. Um mit diesem Zweifinger-Greifer Schließ- und Öffnungskräfte von über 200N ausüben zu können, mußte ein Elektromotor hoher Leistungsdichte eingesetzt werden, der für schnelle Greifvorgänge auch mit hohen Drehzahlen betrieben wird. Um präzise positionieren zu können, war ein leichtbauendes, kleines Getriebe mit extremer Untersetzung und hohem Wirkungsgrad gefordert. Diese Anforderungen konnten von einer PWG mit rein rillenprofilierten Planeten erfüllt werden. Sie wurde im Rahmen von ROTEX während der D2-Spacelab-Mission 1993 erfolgreich eingesetzt.

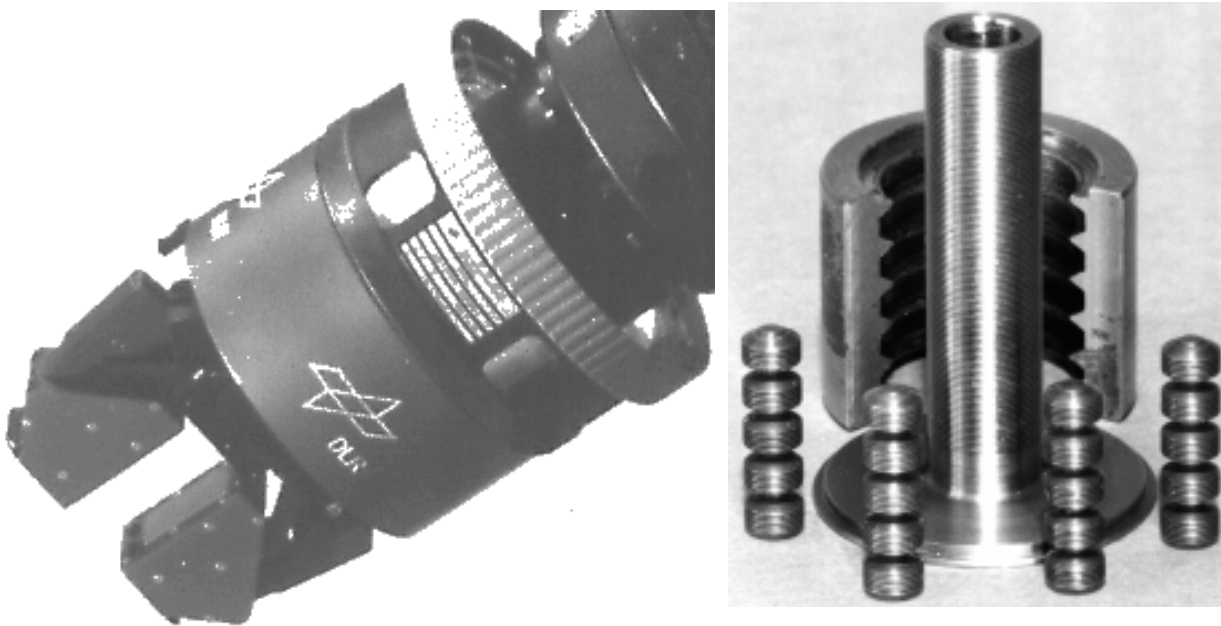


Abb. 2.1: DLR-ROTEX-Greifer mit PWG als Kernstück, ROTEX-PWG

Ermotigt von den guten Erfahrungen aus zahlreichen Tests wie Rüttelversuchen, Überlastläufen und jahrelangen Laborversuchen entstand aus dieser PWG eine maßstäblich verkleinerte Ausführung. Sie ist mit dem Rotor eines Hohlwellen-Elektromotors zu einer Einheit verbunden, die mit der vollständigen Lagerung in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht ist. Dieses elektromechanische Stellglied, dessen Hauptmaße 21mm Durchmesser und 33 mm Länge sind, erzeugt Kräfte bis über 200N.

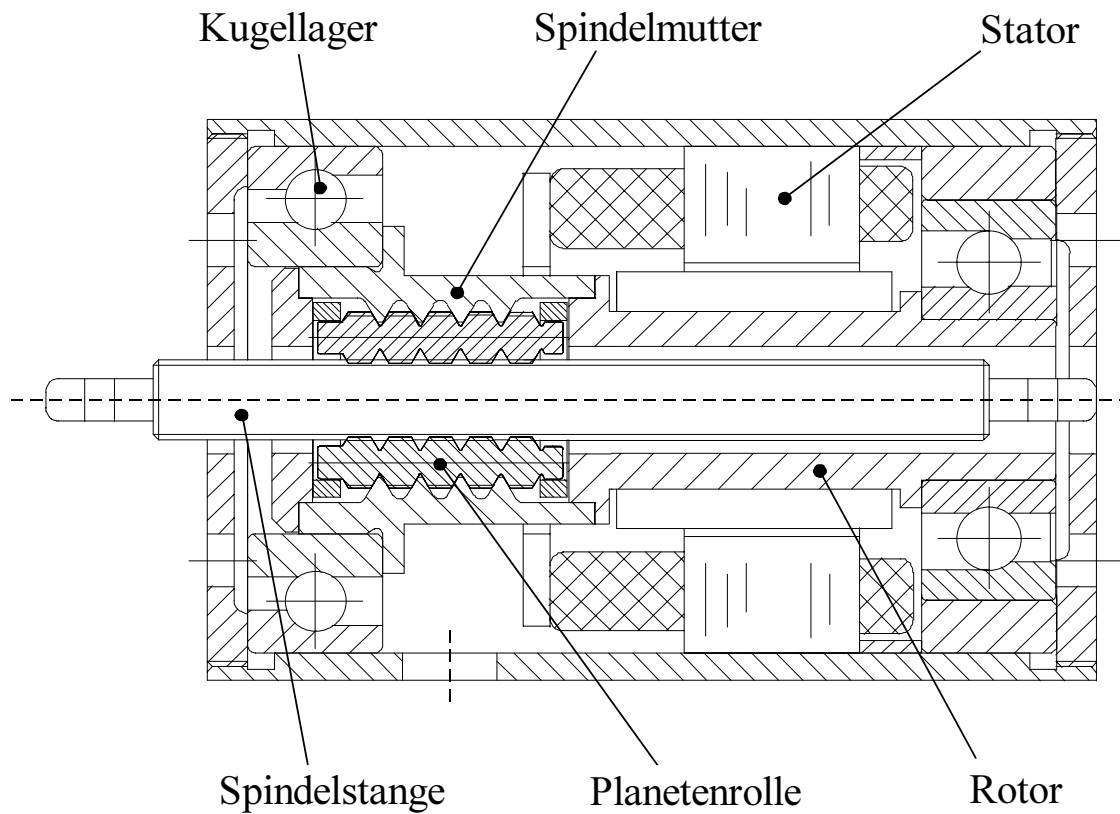


Abb. 2.2: DLR-Linearaktor als Kombination von PWG und Hohlwellen-Elektromotor

Der geringe Bauraumbedarf und die extrem hohe Leistungsdichte dieses Antriebes führten dazu, daß eine neue Generation elektromechanischer Roboter-Greifhände verwirklicht werden konnte.

Bei der DLR-Vierfingerhand sind zwölf Antriebe in den Fingern selbst bzw. der Handwurzel integriert. Die kompakte Bauform der Lineareinheiten läßt ausreichend viel Platz, um diverse Sensoren in den Fingern zu integrieren. Mit etwa 100 separaten Sensoren können u.a. in jedem Gelenk Winkel und Moment gemessen werden sowie Motortemperaturen erfaßt werden.



Abb. 2.3: DLR-Vierfingerhand

Im nächsten Schritt wurde in den DLR-Linearaktuator ein Weg- und Kraftmeßsystem integriert. Mit dieser mechatronischen Gesamtlösung konnten weitere Einsatzgebiete erschlossen werden.

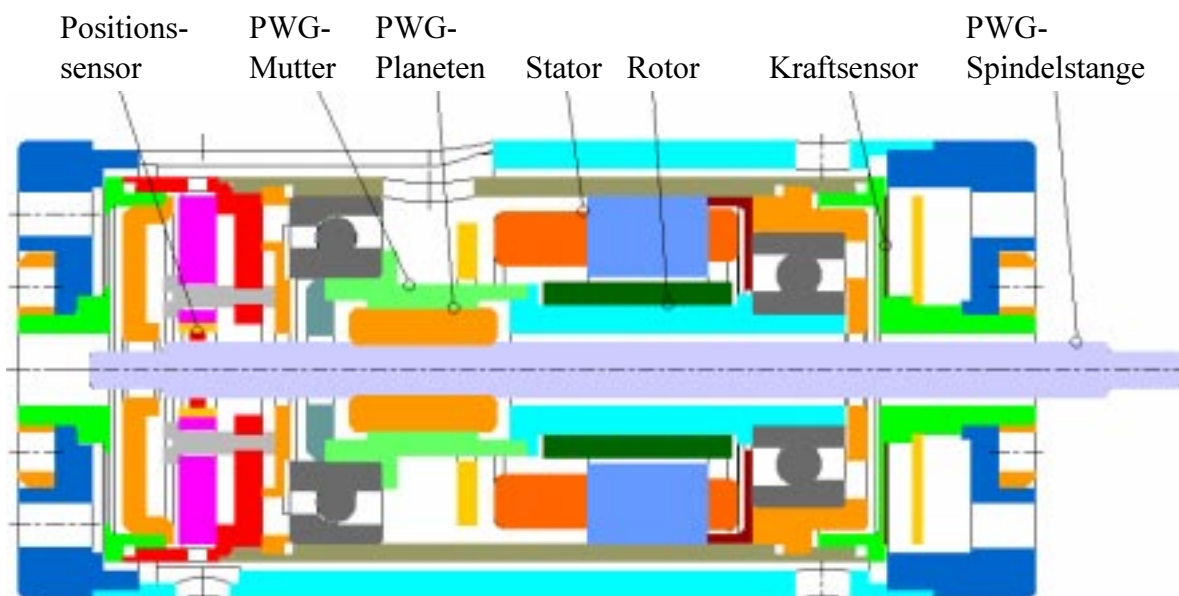


Abb. 2.4: DLR Linearaktuator mit voll integriertem Kraft- und Wegmeßsystem

Auch außerhalb rein wissenschaftlicher Anwendungen stößt die PWG in Kerngebiete bekannter Linearaktoren vor. Beispielsweise werden in der Automobiltechnik immer mehr hydraulische Systeme durch elektromechanische Stellglieder ersetzt. Erst die hohe Leistungsdichte der DLR-PWG ermöglicht den Einsatz eines elektromechanischen Stellgliedes in der PKW-Bremse. Die aufwendige Hydraulik wird komplett durch eine schnell und einfach regelbare PWG-Elektromotorkombination ersetzt. Diese neue „Brake-by-Wire-Technologie“ ist bereits in einem ersten Versuchsfahrzeug auf der Teststrecke unterwegs.

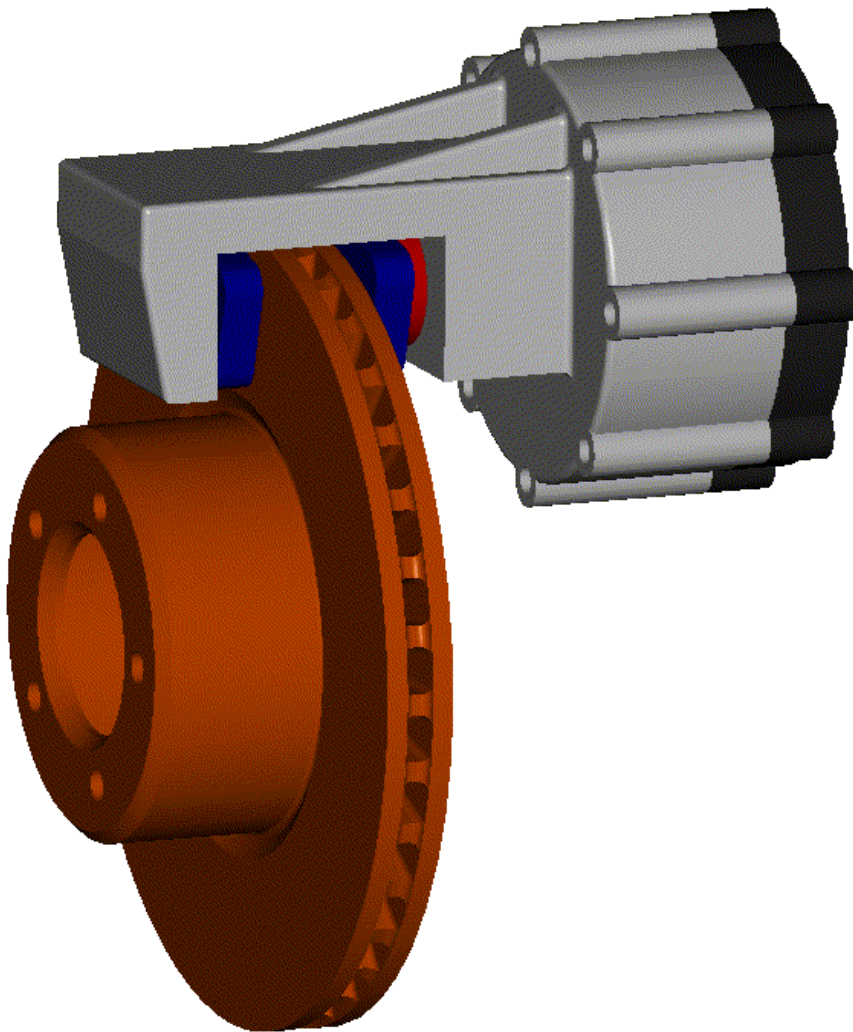


Abb. 2.5: Elektromechanische PKW-Bremse für den „Brake-by-Wire“-Einsatz

3 Grundlagen

3.1 Wälzkreise und Geschwindigkeitsdiagramm

Die Planeten rollen in der drehfesten Mutter ab, sie bewegen sich in Umfangsrichtung, wenn sie von der Spindelstange angetrieben werden. Dabei bilden die Planeten für die Spindelstange eine Mutter nach. Durch die Drehung der Planeten um ihre eigenen Achsen dreht sich diese „Ersatzmutter“ um die Spindelstange. Dadurch wird die Steigung der Spindelstange über- oder untersetzt. Die Gesamtsteigung P_{GES} der PWG ist normalerweise nicht identisch mit der Gewindesteigung P_S der Spindelstange. Auf die in Abb. 3.1 dargestellten Wälzkreisdurchmesser d beziehen sich die Berechnungen in den folgenden Abschnitten, in denen zudem die real schlupfbehaftete Übertragung vereinfacht als **ideal schlupffrei betrachtet** wird.

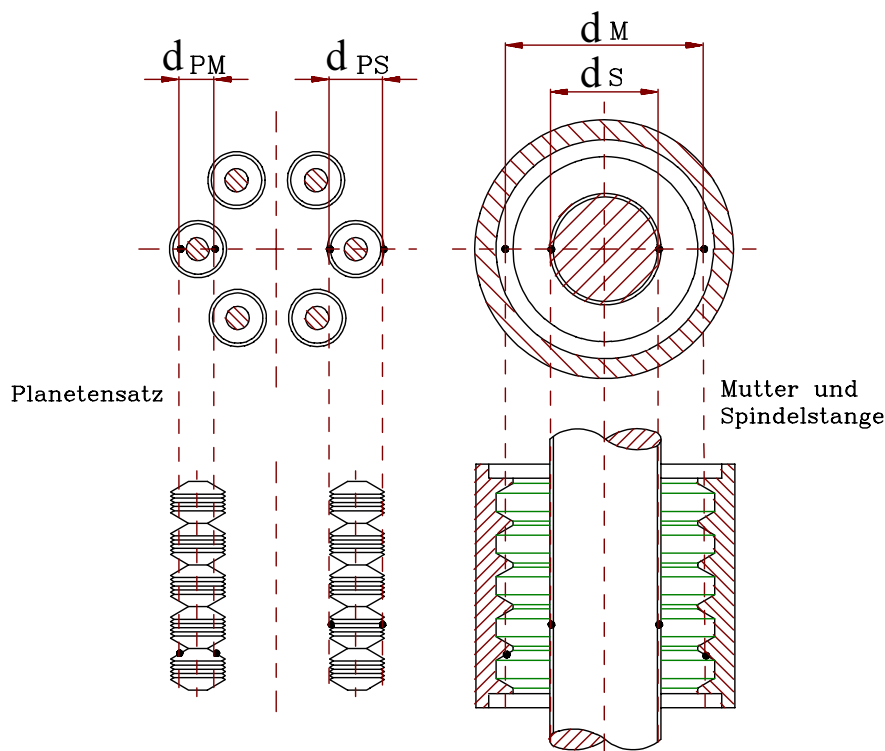


Abb. 3.1: Wälzkreisdurchmesser der PWG

Das vereinfachte Geschwindigkeitsdiagramm der PWG - Abb. 3.2 - ähnelt dem eines Planetengetriebes, es unterscheidet sich davon aber durch die zwei unterschiedlichen Wälzkreisdurchmesser d_{PM} und d_{PS} des Planeten; der Planetensatz läuft deswegen nicht mit $\frac{v_S}{2}$ um die Spindelstange.

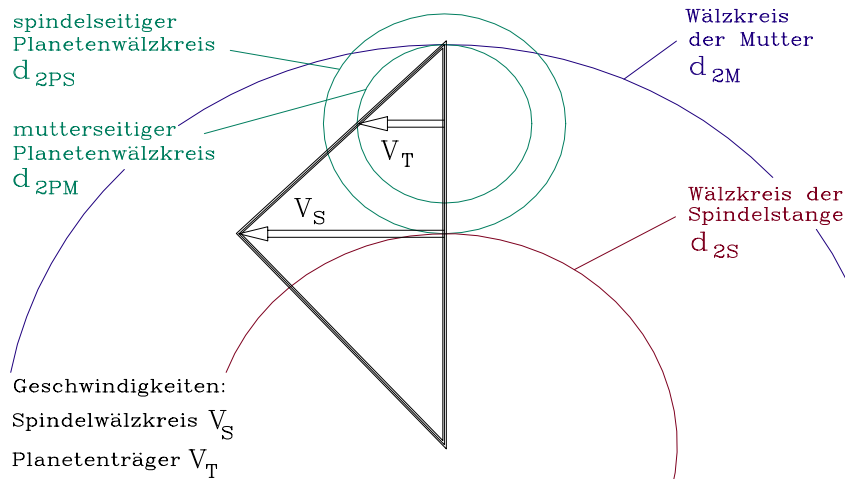


Abb. 3.2: Geschwindigkeitsdiagramm der PWG

Die Herleitung der Gesamtsteigung P_{GES} der PWG kann, angelehnt an die Beschreibung von Umlaufgetrieben nach WILLIS, aus der Überlagerung von drei Teilbewegungen grafisch erfolgen, was hier für die PWG mit Rillenprofil (Gewindebauarten - siehe 3.2.6) aufgezeigt ist:

- A Relativbewegung von Spindelstange und Mutter bei stehendem Planetensatz;
- B Fest gekuppelte Drehung aller Elemente um die Achse der Spindelstange;
- C Additive Superposition von Fall A und B und Berechnung der Gesamtsteigung aus dem genutzten Steigungsanteil, d.h. Spindelstangensteigung bezogen auf Umlaufweg.

A - Die Spindelstange dreht sich mit ϖ_{S1} (Index 1)

Der Planetenträger steht still $v_{T1} = 0$, $\varpi_{T1} = 0$.

$$v_{S1} = d_{2S} \varpi_{S1},$$

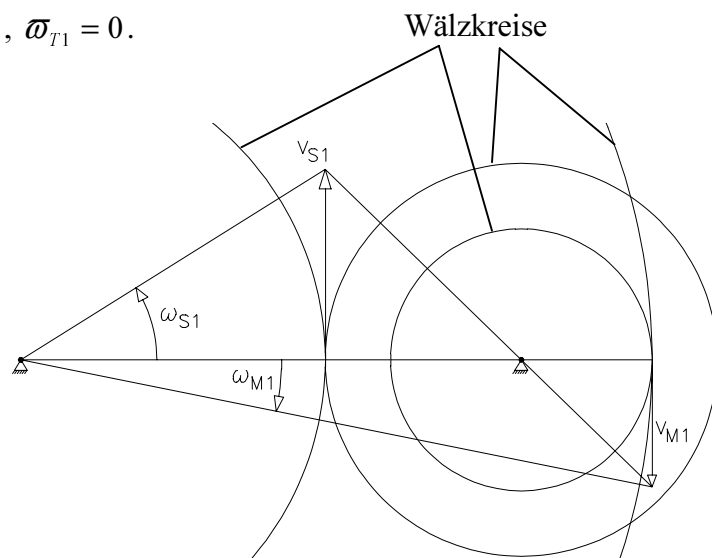
$$v_{PS1} = v_{S1} = d_{2S} \varpi_{S1},$$

$$v_{PM1} = -\frac{d_{2PM}}{d_{2PS}} v_{S1} = -\frac{d_{2PM}}{d_{2PS}} d_{2S} \varpi_{S1},$$

$$v_{M1} = v_{PM1} = -\frac{d_{2PM}}{d_{2PS}} d_{2S} \varpi_{S1},$$

$$\varpi_{P1} = -\frac{v_{PS1}}{d_{2PS}} = -\frac{d_{2S}}{d_{2PS}} \varpi_{S1},$$

$$\varpi_{M1} = \frac{d_{2PM}}{d_{2M}} \varpi_{P1} = -\frac{d_{2PM}}{d_{2PS}} \frac{d_{2S}}{d_{2M}} \varpi_{S1}.$$



B - Alle Elemente der PWG drehen sich starr gekoppelt mit gleicher Drehgeschwindigkeit im gleichen Drehsinn um die Achse von Mutter und Spindelstange (Index 2)

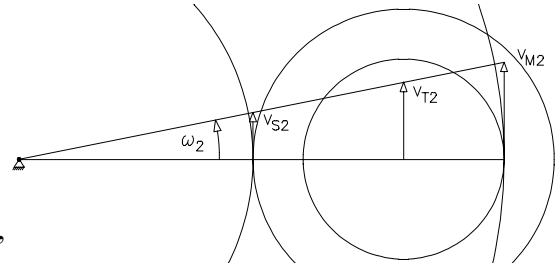
Zwischen den Elementen tritt keine Relativbewegung auf. Die Drehgeschwindigkeit ist gleich der Mutterdrehgeschwindigkeit im Fall A, der Drehsinn aber entgegengesetzt, $\bar{\omega}_2 = -\bar{\omega}_{M1}$.

$$\bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_{S2} = \bar{\omega}_{T2} = \bar{\omega}_{M2} = \bar{\omega}_{P2} = \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}} \bar{\omega}_{S1} :$$

$$v_{S2} = d_{2S} \bar{\omega}_2 = d_{2S} \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}} \bar{\omega}_{S1},$$

$$v_2 = (d_{2S} + d_{2PS}) \bar{\omega}_2 = (d_{2S} + d_{2PS}) \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}} \bar{\omega}_{S1},$$

$$v_2 = v_2.$$



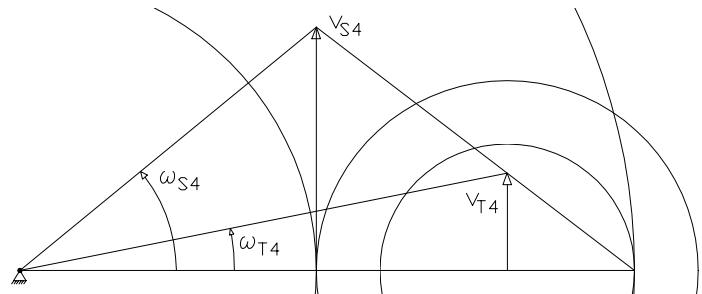
C -Additive Superposition von Fall A und Fall B wodurch die Mutter stillsteht (Index 4)

$$v_{M4} = v_{M1} + v_{M2} = 0, \bar{\omega}_{M4} = 0 :$$

$$\bar{\omega}_{S4} = \bar{\omega}_{S1} + \bar{\omega}_{S2} = \left(1 + \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}}\right) \bar{\omega}_{S1},$$

$$v_{S4} = d_{2S} \bar{\omega}_{S4} = d_{2S} \left(1 + \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}}\right) \bar{\omega}_{S1},$$

$$\bar{\omega}_4 = \bar{\omega}_2 = \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}} \bar{\omega}_{S1},$$



$$v_{T4} = v_{T2} = \bar{\omega}_2 (d_{2S} + d_{2PS}) = (d_{2S} + d_{2PS}) \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}} \bar{\omega}_{S1},$$

$$\bar{\omega}_{P4} = \bar{\omega}_{P1} + \bar{\omega}_{P2} = -\left(1 + \frac{d_{2S}}{d_{2PS}}\right) \bar{\omega}_{S1}.$$

Zur Berechnung der Gesamtsteigung P_{GES} aus dem genutzten Steigungsanteil bezieht man die Steigung der Spindelstange P_S auf den um die Spindelstange zurückgelegten Weg. Dabei verhalten sich die Umlaufwege wie die Umlaufgeschwindigkeiten:

$$\frac{\bar{\omega}_{S1}}{\bar{\omega}_{S4}} = \frac{1}{1 + \frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2PS} d_{2M}}}.$$

Damit ergibt sich die Systemsteigung P_{GES} aus der Spindelstangensteigung P_S :

$$P_{ges} = \frac{P_S}{\frac{d_{2PM} d_{2S}}{d_{2M} d_{2PS}} + 1}.$$

3.2 Berechnung der wichtigsten PWG-Kenngrößen

Zur Auslegung der PWG können vereinfachte Formeln herangezogen werden, die sich auf eine ideal schlupffreie Übersetzung und metrisches Gewinde auf der Spindelstange beziehen.

Auf den hier aufgeführten Berechnungen basiert auch das PWG-Auslegungsprogramm [B4].

Eingabe		Name: Stahl PWG	Ergebnisse		
Kraft [N]	F	300	Motor		
Geschw. [mm/s]	v	2000	Nenn Drehmoment [mNm]	N	47,75
Wirkungsgrad [%]	η	35	PWG		
Drehzahl [U/min]	n	5000	Zugspannung Spindelst. [N/mm ²]		3,73
Ges. Steigung [mm] (optional)	P_{ges}	-0,350	Gesamtsteigung gefordert [mm]	P_{ges}	-0,350
Planet			Steigungswinkel Spindelstange [°]		3,40
Typ (1=Rillen, 2=Gewinde)		2	1-gängig 2-gängig 3-gängig		
Gewindetyp (-1, 1)		-1	Planet		
Hauptverhältnis d_{2PM} / d_{2PS} [-]	α	0,76	WKD spindelstangenseitig [mm]	d_{2PS}	8,70 17,70 26,76
Balligkeitsradius spindelst. [mm]	d_{BPS}	10,00	WKD mutterseitig [mm]	d_{2PM}	6,61 13,45 20,34
Balligkeitsradius mutterseitig [mm]	d_{BPM}	10,00	Kerndurchm. d. Einstichs [mm]	d_{3PM}	5,82 11,80 17,81
Dicke Führungsring [mm]	H_F	1,0	Außendurchmesser [mm]	d_P	10,00 20,30 30,66
E-Modul [N/mm ²]	E	210000	Steigung [mm]	P_{PS}	-2,00 -4,00 -6,00
zul. Flächenpressung [N/mm ²]	P_{zul}	1500	Steigungswinkel des Gewindes [°]		-4,18 -4,11 -4,08
Spindelstange			Anz. Spindelstangenkontakte		64,0 44,5 38,4
Nenn Durchmesser [mm]	d_S	12,0	Anz. Mutterkontakte		17,5 7,3 4,8
Teilung [mm]	P_{TP}	2,00	Spindelkontakte pro Planet	n_S	11 11 12
Ganganzahl	g_P	1	Mutterkontakte pro Planet	n_P	3 2 2
Traganteil [%]		20	Länge minimal [mm]		38 44 56
E-Modul [N/mm ²]	E	210000	Anzahl Planeten	m	6,2 4,2 3,4
zul. Flächenpressung [N/mm ²]	P_{zul}	1500	Mutter		
Flankenwinkel [°]	β_S	6,0	Wälzkreisdurchmesser [mm]	d_{2M}	26,02 41,86 57,80
Mutter			Gesamtlänge [mm]		40,5 45,6 57,7
Radius Balligkeit [mm]	d_{BM}	-20,00	Innendurchmesser [mm]		25,35 40,85 56,65
Dicke der Außenhaut [mm]		2,0	Außendurchmesser [mm]		34,40 53,70 73,12
Breite des Luftspalts [mm]		0,50	Kontaktellipsen		
Traganteil [%]		20	Halbachse 1 Spindelstange [mm]		0,07 0,08 0,08
E-Modul [N/mm ²]	E	210000	Halbachse 2 Spindelstange [mm]		0,05 0,06 0,07
zul. Flächenpressung [N/mm ²]	P_{zul}	1500	Halbachse 1 Mutter [mm]		0,15 0,17 0,22
Flankenwinkel [°]	β_S	6,0	Halbachse 2 Mutter [mm]		0,08 0,17 0,16
Sicherheit gg. Grübchenbildg.	S	1,30			

Abb. 3.3: Bedieneroberfläche des PWG-Auslegungsprogramms am Beispiel Low-Cost-PWG aus gehärtetem Stahl (M 2:1) - siehe auch Zeichnungssatz in Kapitel 11.2

3.2.1 Formelzeichen der Berechnungen

a	erste Halbachse der Kontaktellipse
b	zweite Halbachse der Kontaktellipse
d_P	Nenn Durchmesser des Planeten (spindelstangenseitig)
d_S	Nenn Durchmesser der Spindelstange
d_{2M}	Wälzkreisdurchmesser der Mutter
d_{2PM}	Wälzkreisdurchmesser des Planeten (mutterseitig)
d_{2PS}	Wälzkreisdurchmesser des Planeten (spindelstangenseitig)
d_{2S}	Wälzkreisdurchmesser der Spindelstange
D_I, D_{II}	Ersatzdurchmesser
D_1, D_2, D_3, D_4	Berührdurchmesser der Kontaktpunkte

E	gemittelter Elastizitätsmodul
E_1, E_2	Elastizitätsmoduli beider Kontaktpartner
F	Axialkraft
g_P	Ganganzahl des Planeten
g_S	Ganganzahl der Spindelstange
k_T	Traganteil
K	STRIBECK'sche Wälzpressung
m	Anzahl der Planeten, die in der Mutter Platz finden
M	Moment
N	Leistung
p_H	HERTZ'sche Pressung
p_{zul}	zulässige Flächenpressung
P_{ges}	Gesamtsteigung des Spindel systems
P_S	Steigung der Spindelstange
P_{TP}	Teilung des Planeten
P_{TS}	Teilung der Spindelstange
Q	Normalkraft auf der Gewindeflanke (Näherung unter Berücksichtigung der Gewindesteigung)
Q^*	Normalkraft auf der Gewindeflanke (Näherung ohne Berücksichtigung der Gewindesteigung)
$Q_{Kontakt}$	maximal erlaubte Normalkraft eines Kontaktpunktes
S	Sicherheit gegen Grübchenbildung
v	Axiale Geschwindigkeit des beweglichen Elements (Spindelstange oder Mutter)
y	Tabellenbeiwert zur Berechnung der Wälzpressung
α	Hauptverhältnis $\frac{d_{2PM}}{d_{2PS}}$
β	Flankenwinkel, siehe Abb. 5.4
η	Wirkungsgrad (am Prüfstand für verschiedene Bauarten gemessen)
ω	Winkelgeschwindigkeit
$\frac{\eta}{\xi}$	Tabellenbeiwert zur Berechnung der Wälzpressung

3.2.2 Nennmoment

Eine wichtige Information für die Auslegung einer Antriebseinheit ist die benötigte Leistung. Sie wird aus den Randgrößen Axialkraft F , Axialgeschwindigkeit v und Wirkungsgrad ϖ der PWG berechnet. Um das Nennmoment zu bestimmen, benötigt man entweder die Winkelgeschwindigkeit des angetriebenen Elementes (Spindelstange oder Mutter) oder die Gesamtsteigung P_{ges} der PWG.

Eingabegrößen sind:

Axialkraft F

Axialgeschwindigkeit v

Wirkungsgrad η

Winkelgeschwindigkeit ω oder Gesamtsteigung P_{ges}

Die Leistung N und das Nennmoment M berechnen sich zu:

$$N = \frac{F \cdot v}{\eta};$$

$$M = \frac{N}{\omega} = \frac{F \cdot v}{\eta \cdot \frac{2\pi \cdot v}{P_{ges}}} = \frac{F \cdot P_{ges}}{2\pi \cdot \eta};$$

3.2.3 Gesamtsteigung

Falls die Winkelgeschwindigkeit ω vorgegeben wurde, so wird die Gesamtsteigung P_{ges} aus der Axialgeschwindigkeit v und Winkelgeschwindigkeit ω berechnet.

$$P_{ges} = \frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\omega};$$

3.2.4 Bestimmung der Wälzkreisdurchmesser

Sind die Durchmesser der Spindelstange festgelegt, z.B. M6, so berechnen sich über die gewünschte Steigung P_{ges} die Wälzkreisdurchmesser von Planet und Mutter. Die Berechnung dieser charakteristischen Durchmesser erfolgt für Rillenplaneten und Gewindeplaneten nach unterschiedlichen Formeln. Bei Gewindeplaneten wird im PWG-Auslegungsprogramm ein

iteratives Verfahren verwendet. Aus den Wälzkreisdurchmessern lassen sich dann alle anderen Abmessungen bestimmen.

Die gegebenen Größen sind:

Nenndurchmesser Spindelstange d_S

Systemsteigung P_{ges}

Spindelstangenteilung P_{TS}

Gangzahl der Spindelstange g_S

Hauptverhältnis $\alpha = \frac{d_{2PM}}{d_{2PS}}$, α liegt bei bisher gefertigten Spindelsystemen um 0,6 bis 0,8

Zu berechnen sind zunächst folgende Größen:

Spindelseitiger Wälzkreisdurchmesser des Planeten d_{2PS}

Mutterseitiger Wälzkreisdurchmesser des Planeten d_{2PM}

Wälzkreisdurchmesser der Mutter d_{2M}

Mit dem Flankendurchmesser d_{2S} des metrischen Gewindes:

$$d_{2S} = d_S - 0.64953 \cdot P_{TS}$$

3.2.5 Spindelsysteme mit Rillenplaneten

Die Gesamtsteigung P_{ges} errechnet sich zu:

$$P_{ges} = \frac{P_{TS} \cdot g_S \cdot \frac{d_{2PS}}{d_{2S}}}{\frac{d_{2PM}}{d_{2M}} + \frac{d_{2PS}}{d_{2S}}} = \frac{P_{TS} \cdot g_S}{\frac{d_{2PM}}{d_{2M}} \cdot \frac{d_{2S}}{d_{2PS}} + 1} = \frac{P_{TS} \cdot g_S}{\alpha \cdot \frac{d_{2S}}{d_{2M}} + 1};$$

$$d_{2M} = \alpha \cdot \frac{d_{2S}}{\frac{P_{TS} \cdot g_S}{P_{ges}} - 1};$$

$$d_{2M} = d_{2S} + d_{2PS} + d_{2PM} = d_{2S} + d_{2PS} + \alpha \cdot d_{2PS} = d_{2S} + (1 + \alpha) \cdot d_{2PS};$$

$$d_{2PS} = \frac{1}{1 + \alpha} (d_{2M} - d_{2S});$$

3.2.6 Spindelsysteme mit Gewindeplaneten

Die zusätzlich gegebenen Parameter sind:

Gangzahl der Planeten g_P

Teilung des Planetenfeinprofils P_{TP}

Die Steigungsformel für die Gesamtsteigung P lautet:

$$P_{ges} = \frac{P_{TS} \cdot g_S \cdot \frac{d_{2PS}}{d_{2S}} + P_{TP} \cdot g_P}{\frac{d_{2PM}}{d_{2M}} + \frac{d_{2PS}}{d_{2S}}};$$

$$P_{TP} = \pm P_{TS};$$

$$d_{2PM} = \alpha \cdot d_{2PS};$$

$$d_{2M} = d_{2S} + (1 + \alpha) \cdot d_{2PS}$$

$$P_{ges} = \frac{P_{TS} \cdot g_S \cdot \frac{d_{2PS}}{d_{2S}} \pm P_{TS} \cdot g_P}{\frac{d_{2PM}}{d_{2M}} + \frac{d_{2PS}}{d_{2S}}} = \frac{P_{TS} \cdot \left(g_S \cdot \frac{d_{2PS}}{d_{2S}} \pm g_P \right)}{\frac{\alpha \cdot d_{2PS}}{d_{2S} + (1 + \alpha) \cdot d_{2PS}} + \frac{d_{2PS}}{d_{2S}}};$$

$$\Rightarrow P_{ges} = \frac{P_{TS} \cdot \left(\frac{g_S}{d_{2S}} \pm \frac{g_P}{d_{2PS}} \right)}{\frac{\alpha}{d_{2S} + (1 + \alpha) \cdot d_{2PS}} + \frac{1}{d_{2S}}};$$

$$\Rightarrow \underbrace{(1 + \alpha)(P_{ges} - P_{TS} \cdot g_S)}_a \cdot d_{2PS}^2 - \underbrace{\left[P_{TS} \cdot g_S + (1 + \alpha)(P_{TS} \cdot g_P - P_{ges}) \right]}_b d_{2S} \cdot d_{2PS} - \underbrace{P_{TS} \cdot g_P d_{2S}^2}_c = 0;$$

$$\Rightarrow d_{2PS} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$d_{2PM} = \alpha \cdot d_{2PS};$$

$$d_{2M} = d_{2S} + (1 + \alpha) \cdot d_{2PS};$$

3.2.7 Planetenanzahl

Aus den Geometrien der Spindel und der Planeten läßt sich die maximal mögliche Anzahl der Planeten m abschätzen, die aufgrund der räumlichen Verhältnisse in der Mutter Platz findet.

Eingabegrößen sind:

Nennendurchmesser der Spindelstange d_S

Teilung der Spindelstange P_{TS}

Vorher berechnet werden:

Planeten-Wälzkreisdurchmesser mutterseitig d_{2PM}

Planeten-Wälzkreisdurchmesser spindelseitig d_{2PS}

Spindelstangen-Wälzkreisdurchmesser d_{2S} :

$$d_{2S} = d_S - 0.64953 \cdot P_{TS};$$

Die maximale Planetenzahl m ist:

$$m = \frac{p}{\arcsin\left(\frac{d_p}{d_{2S} + d_{2PS}}\right)};$$

3.3 Werkstoffbeanspruchung nahe der Kontaktstelle

Die am Ende von Anhang 11 aufgeführte Berechnung der zulässigen Pressungen ist bei den meisten der bislang ausgeführten PWG-Versionen ausreichend genau, da fast immer eine elliptische Kontaktfläche angestrebt wird. In Sonderfällen kann die Kontaktfläche eher linien- als ellipsenförmig ausgeführt werden. Um auch diese Fälle abzudecken, sind anschließend die wichtigsten Einflußfaktoren auf die Werkstoffbeanspruchung zusammengestellt.

Werkstoffversagen

In zahlreichen Arbeiten wurde der Einfluß von Normalbelastung, Tangentialbelastung sowie Schmierung und elastischer Verformung auf die Werkstoffbeanspruchung in unmittelbarer Nähe der Kontaktstelle untersucht. Auf der Theorie von HERTZ [H1] aufbauend, die die elliptische Normalspannungsverteilung über der Kontaktfläche - Abb. 3.4 - und die Deformation der Kontaktpartner unter Normalbelastung wiedergibt, konnte FÖPPL [F1] die Spannungsverteilung im Werkstoff berechnen und experimentell nachweisen. Er gibt an, daß das Werkstoffversagen durch Fließen und Rißbeginn dort auftritt, wo die höchsten Schubspannungen wirken. In diesen und neueren Untersuchungen wurde auf die technisch wichtigsten Kontaktarten Linienberührung und Punktkontakt mit elliptischer Berührfläche eingegangen.

Die Größe und Form (Halbachsenlängen und Ausrichtung) der Kontaktfläche ergibt sich aus der Belastung über die geometrie- und materialspezifische Kontaktsteifigkeit (Krümmungsradien und Elastizitätsmoduli).

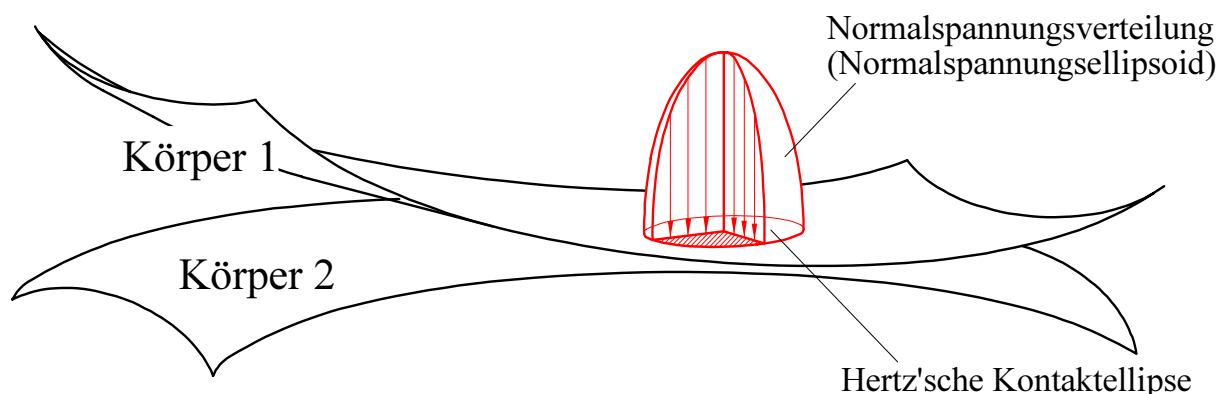


Abb. 3.4: Elliptische Druckverteilung über elliptischer Kontaktfläche

Die HERTZ'sche Theorie ist nach FÖPPL bis in den Bereich plastischer Verformung und nach SCHOUTEN [S1, S5] auch im vorliegenden Falle überlagerter Tangentialkraftübertragung gül-

tig. Die übertragene Tangentialkraft und das übertragene Bohrmoment erhält man aus dem Druck- und Geschwindigkeitsfeld der Kontaktfläche. Lutz [L1-L3] beschrieb in seiner Wälzgetriebetheorie als erster die Zusammenhänge für kreisrunde Kontaktflächen. Wernitz [W1, W5] und Maaß [M1] erarbeiteten, auf diesem Ansatz aufbauend, die Erweiterung von kreisrunden zu elliptischen und rechteckigen Kontaktflächen. Mägi [M2] gab eine Berechnungsmethode für Drehpole an, die nicht auf den Hauptachsrichtungen der Kontaktellipse liegen. Siehe dazu auch Anhang 11.1.

Schmierung

Neben der Kontaktform ist die Art der Schmierung im Kontakt bedeutend, die wiederum vom Geschwindigkeitszustand beeinflusst wird. In allen Kontakten der PWG tritt Wälzgleiten auf, Rollreibung ist nicht vorzufinden.

Normalerweise wird die PWG mit Fett geschmiert (Ausnahme trocken laufende Kunststoff-Low-Cost-PWG, die nur durch Verunreinigungen „geschmiert“ ist). Deshalb beginnt schon bei kleinen Geschwindigkeiten Mischreibung, bei hohen Geschwindigkeiten kann auch Flüssigkeitsreibung auftreten. Im letztgenannten Fall ist neben der Kontaktform und dem Reibwert noch die nichtelliptische Druckverteilung nach der elasto-hydrodynamischen Theorie (EHD) zu berücksichtigen. Die vorliegenden Untersuchungen zu diesem Thema von SCHOUTEN [S5], BÖRNECKE [B2], GÄGGERMEIER [G2], GEUPEL [G1], BRÜSER [B1], NIEMANN [N1] WINTER [W2, W3] und anderen befassen sich entweder vorrangig mit dem Linienkontakt oder der Auswirkung der Differenz- und Summengeschwindigkeiten bzw. der Geschwindigkeitsfelder in der Kontaktfläche auf die Höhe des Reibwertes.

Die kontaktnahe Werkstoffbeanspruchung als Ergebnis von Normal- und Tangentialspannungsverteilung, von Temperaturspannungen und elastischer Verformung nach der EHD-Theorie sind darin für elliptische Kontaktflächen nicht näher ausgewertet worden.

3.3.1 Kenntnisstand bei der PWG

Bei der PWG sind die abhängig vom Betriebszustand auftretenden Reibwerte noch nicht eindeutig bekannt, da im Prüfstand - siehe Kapitel 7.2 - nur Mittelwerte über einen größeren Verfahrensweg meßbar sind. Zudem ist der Reibwert in der Praxis nicht konstant. Nach aktuellem Kenntnis- und Erfahrungsstand sind bei der PWG je nach Material, Schmierzustand, Last und Drehzahl Reibwerte zwischen etwa 0.05 und 0.2 anzutreffen.

3.3.2 Vereinfachungen bei der Betrachtung der PWG

Die Reibwert-Streubreite ist bereits, abhängig von Last und Drehzahl, bei der selben PWG so groß (Festkörperreibung beim Anlauf unter hoher Last bis zur EHD-Schmierung bei hohen Drehzahlen), daß folgende Vereinfachungen sinnvoll und zulässig scheinen:

- Betrachtung angelehnt an die Spannungsverteilung beim Linienkontakt, da bei ihm, anders als beim Punktkontakt, das Schubspannungsmaximum auch unter der Oberfläche liegen kann, was eine höhere Werkstoffbelastung bedeutet - siehe Abb. 3.5.
- Angabe eines globalen Sicherheitsfaktors zum Schutz vor Riß- und Grübchenbildung, der die erhöhte Werkstoffbeanspruchung gegenüber dem Fall reiner Normallast nach HERTZ ausgleicht.
- Berücksichtigung der ungünstigsten im Betrieb auftretenden Belastungen zur Angabe der erforderlichen Einhärtetiefe und des günstigsten Härteverlaufes.



Abb. 3.5: Schubspannungsmaximum unter der Oberfläche bei Linienkontakt [M5]

3.3.3 Vergleichswerte

In den „Grundlagenversuchen zur Ermittlung der richtigen Einhärtetiefe bei Wälz- und Biegebeanspruchung“ [B2] sind ähnliche Ergebnisse wie bei SCHOUTEN [S5] oder im INATASCHENBUCH [I1] zu finden.

In Tabelle 3.6 sind für den Linienkontakt und verschiedene zugrundegelegte Schmierdruckverteilungen (nach HERTZ bzw. mit EHD-Druckspitze mit $p_{\max} = 1.2 \cdot p_H$) die Größen der ma-

ximalen Schubspannungen bzw. Vergleichsspannungen und deren Tiefenlage für Bewegung ohne Leistungsübertragung ($\mu = 0$) und für einen hohen Reibwert ($\mu = 0.15$) tabellarisch aufgeführt:

Linienberührung mit $p_H = 1000 \frac{N}{mm^2}$	reine Normallast	Normallast und Tangentiallast	Normal- + Tangential.	reine Normallast	Normal- + Tangential.
Druckprofil nach Theorie	HERTZ	HERTZ	HERTZ	EHD	EHD
Reibwert μ	0	0.15	0.32	0	0.15
Max. Schubspannung τ_{\max} , [$\frac{N}{mm^2}$]	304	312		305	355
Tiefe von τ_{\max} ($a = \text{Kontaktlänge}$)	$0.78 a$	$0.7 a$		$0.6 a$	$0 a$
Vergleichsspannung σ_v , [$\frac{N}{mm^2}$]		560 bis 610	ca. 1000		
Tiefe von σ_v ($b = \text{Kontaktbreite}$)		$0.59 b$ bis $0.67 b$	$0 b$		$0 b$
Spannungsüberhöhung gegenüber reiner Normallast (Faktor)	1	1.03	ca. 1.6	1	1.17

Tabelle 3.6: Maximale Werkstoffbeanspruchung unter der Kontaktfläche - vgl. Abb. 3.7

In der grafischen Darstellung Abb. 3.7 nach [B2] sieht man die unterschiedliche Tiefenlage und Höhe der maximalen Schubspannung für unterschiedlich hohe Reibwerte. Die angegebenen Wertebereiche für σ_v sind Berechnungsergebnisse verschiedener Vergleichsspannungshypothesen [B2, I1].

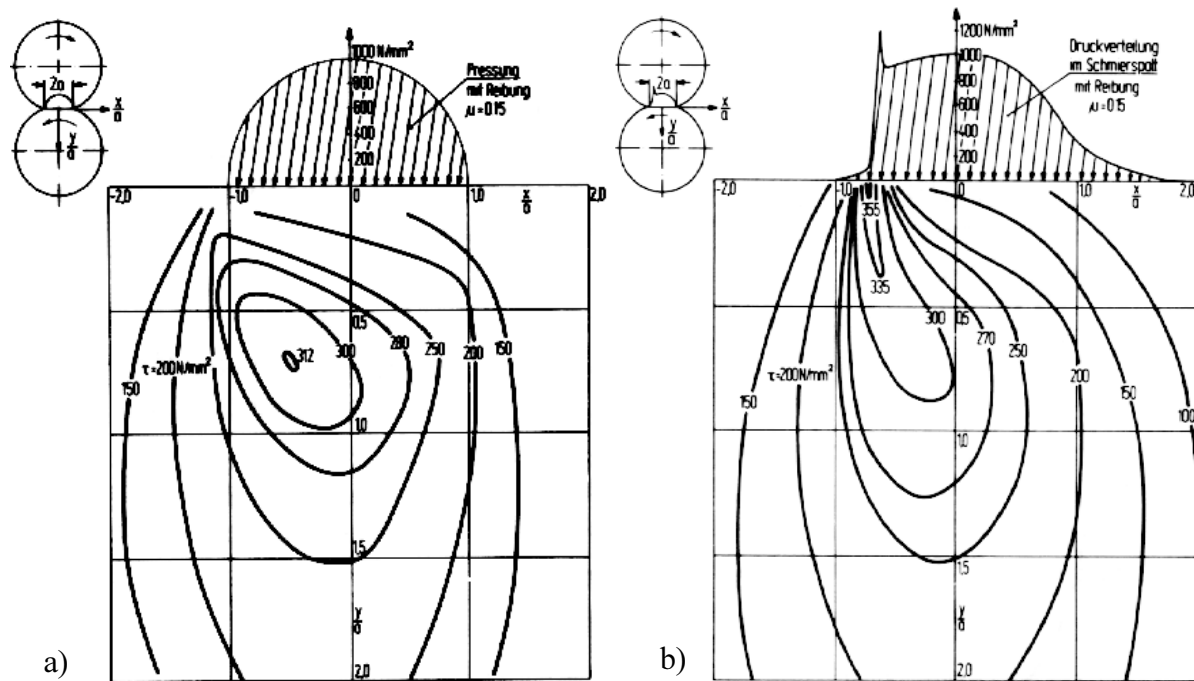


Abb. 3.7: Schubspannungsverläufe nach [B2] für

a) $\mu = 0.15$ und HERTZ'sche (elliptische) Schmierdruckverteilung,

b) $\mu = 0.15$ und EHD-Druckprofil (mit Druckspitze am Ende des Schmierpaltes)

Interessant ist, daß bei Berücksichtigung der EHD-Druckspitze bereits bei einem Reibwert von 0.15 die maximale Schubspannung an der Oberfläche auftritt (siehe dazu Tab. 3.6 und Abb. 3.7). Bei der Berechnung mit einer elliptischen Normal- und Schubspannungsverteilung (SCHOUTEN [S5] S. 134) tritt die maximale Schubspannung erst bei Reibwerten über 0.32 in der Oberfläche auf. Die maximale Vergleichsspannung liegt in diesem Fall etwa 1.6 mal über der für $\mu = 0$. Dies sei nur zum Vergleich der Literaturangaben angeführt, da Reibwerte über 0.2 bei der PWG nicht zu erwarten sind.

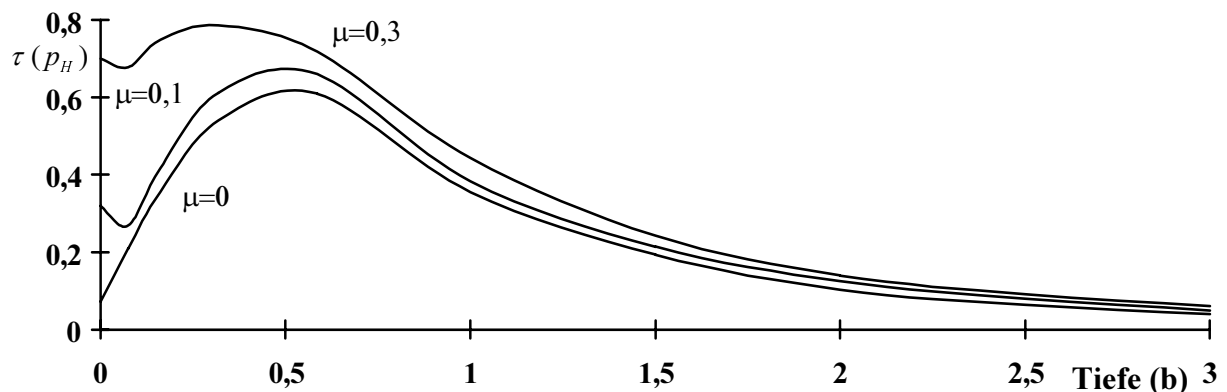


Abb. 3.8: Schubspannungsverläufe für verschieden hohe Reibwerte nach [S5]

3.4 Erforderliche Werkstoffhärte

Damit die Werkstoffbeanspruchungen nicht zu Riß- oder Grübchenbildung führen, muß die Oberflächenhärte stets ausreichend hoch sein. Der dafür erforderliche Härteverlauf ergibt sich aus der Lage der im Betrieb auftretenden maximalen Schubspannungen bzw. Vergleichsspannungen.

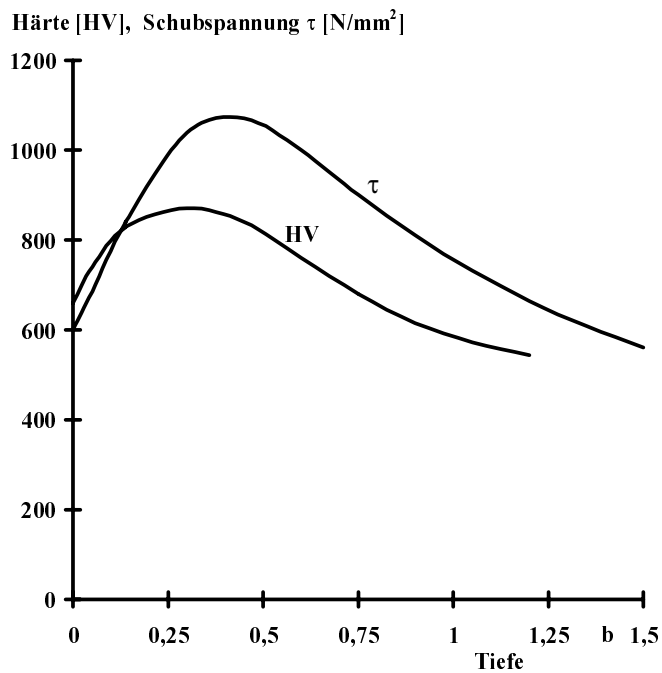


Abb. 3.9: Erforderlicher Härteverlauf für $p_H = 4000 \frac{N}{mm^2}$ nach [B2]

Bei Reibwerten um 0 liegt der Ort der maximalen Schubspannungen im ungünstigsten Falle in einer Tiefe von etwa $0.78 b$. Statt der halben Breite b des Linienkontaktes wird bei der PWG die Länge der kleineren Halbachse des elliptischen Kontaktes eingesetzt. Diese Vereinfachung ist relativ grob und führt bei annähernd kreisrunden Kontakten zu überhöhten Werten (maximal 65% zu hoch). Zudem bleibt die Laufrichtung unberücksichtigt, was bei der PWG ohnehin nicht möglich wäre, da die Relativgeschwindigkeit für verschiedene Lastfälle in fast jede Richtung der Kontaktebene zeigt.

Die maximale Schubspannung τ_{\max}

$$\tau_{\max} = 0.30 p_H$$

tritt nach Föppl [F1] für $\mu = 0$ in einer Tiefe $z_{\tau m}$ von

$$z_{\tau m} = 0.78 b$$

auf.

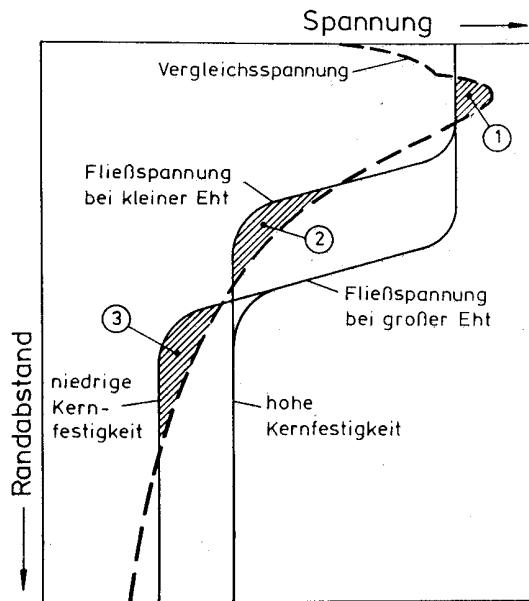


Abb. 3.10: Zonen mit kritischen Werkstoffbelastungen für verschiedene Eht nach [I1]

Die erforderliche Mindest-Härtungstiefe heißt beim Flamm- und Induktionshärten Randhärtingstiefe Rht beim Einsatzhärten Einsatzhärtingtiefe Eht . Die Härte muß in ihrem gesamten Tiefenverlauf über den maximal auftretenden Schubspannungen liegen (Umrechnung von Härte HRC in HV und Zugfestigkeit siehe Anhang 11.4). Zugleich muß eine Oberflächenhärte von $670 + 170$ HV (entsprechend 58 bis 65 HRC) erreicht werden [I1]. Die Eht ist als die Tiefe definiert, in der der Werkstoff noch eine Härte von 550 HV (entsprechend 52 HRC) besitzt. Wegen des Härteabfalls mit der Materialtiefe sollte (siehe auch Abb. 3.10) die Einhärtingtiefe etwa 2.7 mal so groß sein wie die Tiefe der max. Schubspannung $z_{\tau m}$ im ungünstigsten Fall von $\mu = 0$:

$$Eht \geq 1.95 b,$$

dementsprechend sollte die Randhärtingtiefe etwa 3.3 mal so groß sein:

$$Rht \geq 2.6 b.$$

Strenggenommen gelten diese Tiefenangaben nur für Linienberührung mit elliptischem Druckprofil und $\mu = 0$. Da die maximalen Schubspannungen bei höheren Reibwerten aber näher an der Oberfläche auftreten und zugleich größere Beträge haben, die bereits in die Sicherheit gegen Grübchenbildung eingegangen sind, haben die hier geforderten Härtingtiefen einen großen Sicherheitsspielraum. Anders als bei Zahnrädern sind bei der PWG Streuungen hin zu höheren Härtingwerten günstig. Das liegt daran, daß die Fußausrundungen des Flankenprofils wegen der Spannungsverteilung auf weit mehr als die Breite der Kontaktfläche nur geringe Anforderungen an die Zähigkeit des Werkstoffes stellen.

Verschleiß und Ermüdung

Ch. A. MOYER [M7] hat für Wälzlager und Zahnräder die wichtigsten Verschleiß-, Bruch- und Ermüdungsmechanismen zusammengestellt, die zur Schädigung bzw. zum Ausfall dieser Maschinenelemente führen. Er beschreibt für schlechte Betriebsbedingungen die Ursachen und Wirkung von:

- Kontaktermüdung mit Ursprung *unter* der Oberfläche (Einschlüsse unter der Oberfläche, Unebenheiten der Oberfläche und Ermüdung bei unzureichender Einhärtetiefe), sowie *an* der Oberfläche (falsche Geometrie, Spannungsspitzen an Furchen, Einschlüssen);
- Plastischer Verformung (Eindrücken von Fremdkörpern, Überschreiten der Streckgrenze, thermoplastische Verformungen);
- Verschleiß (Polieren, Laufspuren, Abtrag) als adhäsiver Verschleiß (geringfügig beim Einlaufen bzw. gravierend bei Fressen, Riefenbildung), abrasiver Verschleiß unter Gleitbewegung (geringfügig bei kleinen bzw. gravierend bei großen Fremdkörpern bzw. Ausbrüchen) und korrosiver Verschleiß (bei Zusammenbrechen des Schmierfilmes oder aggressiven Schmierstoffadditiven, führt zur Zerstörung der Oberfläche), Fressen - siehe Abb. 3.11;
- Ermüdung (bei hohen Spannungszyklen jenseits der Streckgrenze) in Form von Grübchenbildung, Ausbrüchen, Rissen unter der Oberfläche.

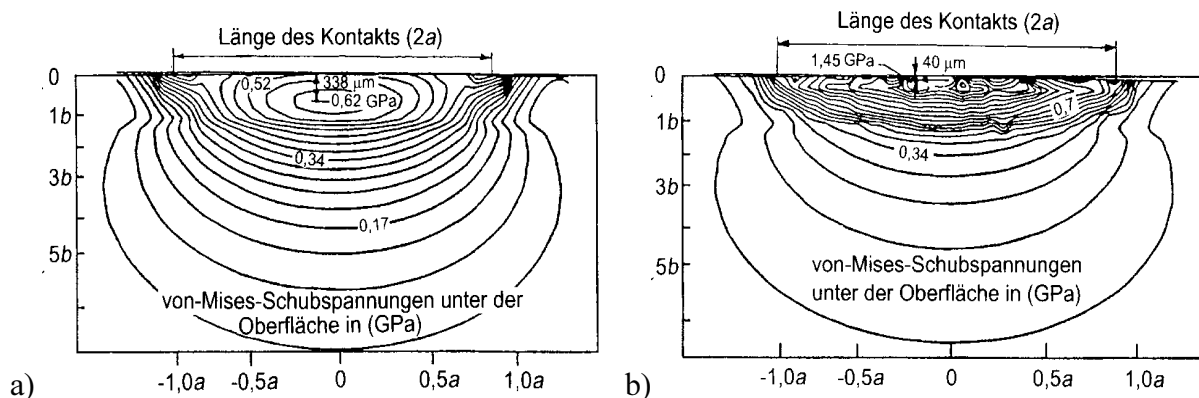


Abb. 3.11: Schubspannungsfelder unter der Kontaktfläche bei $p_H = 2300 \frac{N}{mm^2}$ für

a) ideal glatte Kontaktflächen $\sigma_{\max, \text{vgl}} = 620 \frac{N}{mm^2}$,

b) sehr raue Kontaktflächen $R_a = 40 \mu m$, $\sigma_{\max, \text{vgl}} = 1450 \frac{N}{mm^2}$

Wie oben beschrieben, kommt auch Moyer zu dem Ergebnis, daß die gefährdete Materialzone für kleine Reibwerte unter der Oberfläche liegt und erst bei Reibwerten ab 0,35 die Rißbildung gleichzeitig an und unter der Oberfläche beginnt.

4 Besonderheiten der PWG

4.1 Kontaktkraftverteilung

Die in der PWG umgesetzten Kräfte und Momente sind wesentlich größer, als die Belastungseinflüsse aus Eigengewicht oder Eigenträgen der mitbewegten PWG-Elemente.

Im Betrieb treten vorrangig zwei äußere Belastungen auf - siehe Abb. 4.1:

- Antriebsdrehmoment M des Motors;
- Axialkraft F_A der Last.

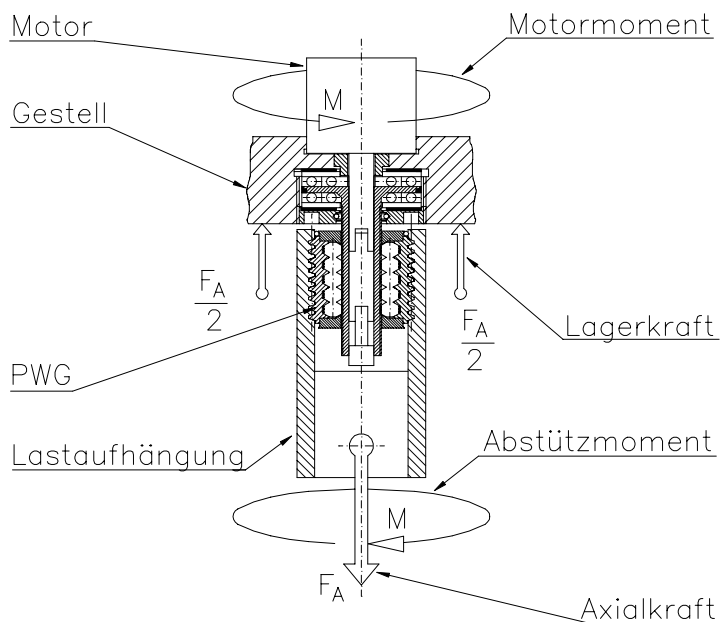


Abb. 4.1: Kräfte und Momente an der PWG unter Last

Die axiale Belastung durch die Axialkraft F_A ergibt sich aus der Masse der linear bewegten Last und deren Beschleunigung:

$$F_A = m(g + b)$$

Die Axialkraft F_A wird von der Spindelstange durch die Planeten an die Mutter weitergeleitet. Da die Elemente der PWG rotationssymmetrisch angeordnet sind, wird hier exemplarisch am Teilsystem des einzelnen Planeten die Lastverteilung auf alle in Eingriff stehenden Kontaktpunkte betrachtet. Die Verteilung der Kontaktkräfte über die in Eingriff befindlichen Kontaktpunkte stellt sich als Ergebnis einer ausgeglichenen Kräfte- und Momentenbilanz der PWG-Elemente ein, wie es in Abb. 4.2 schematisiert dargestellt ist.

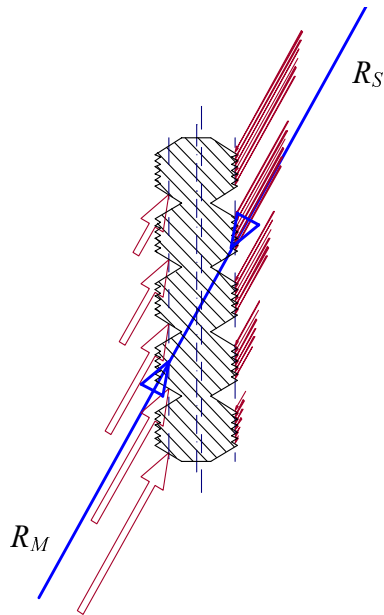


Abb. 4.2: Kräftegleichgewicht der beiden Resultierenden R_M und R_S mit sich daraus ergebender inhomogener Kontaktkraftverteilung am Planeten

Bildet man die Resultierende der mutter- und spindelstangenseitigen Kontaktkräfte R_M und R_S , dann wird die Gleichgewichtsbedingung nur erfüllt, wenn die beiden Resultierenden den gleichen Betrag haben und auf einer Linie gegengerichtet wirken. Das ist nur bei inhomogener Verteilung der Einzelkontaktkräfte möglich.

Die Kontaktkraftverteilung wirkt sich auch auf die Orientierung der PWG- Elemente aus. Sie nutzen ihre konstruktiv und fertigungstechnisch vorgegeben und durch elastische Verformung ermöglichten Bewegungsspielräume aus und verlassen dabei (in engen Bewegungsgrenzen) ihre idealisiert achsparallele Lage. Diese Lageänderungen und die Kontaktkraftverteilungen beeinflussen sich wechselseitig.

Die Kontaktnormalkraft hängt im Betrieb ab von:

- Der äußeren Belastung aus der Axialkraft F_A ,
- Dem Flankenwinkel β (siehe Abb. 5.4),
- Den lokalen Steigungswinkeln der Planeten- und Spindelstangenprofilierungen (oft gering und vernachlässigbar)
- Dem Verhältnis von Durchmesser zu Länge des Planeten,
- Der Anzahl und Verteilung der Kontaktpunkte,
- Der Vorspannung,
- Dem Spiel bzw. der Fertigungsgenauigkeit,
- Der Drehzahl (Einfluß nur bei geringer Last).

Nur der erstgenannte Faktor ist durch die Belastung vorgegeben, die anderen Einflußgrößen bestimmen Konstruktion und Fertigung, sie sind bauartspezifisch.

Eine Homogenisierung der Kontaktlastverteilung ist nur über eine Profilverteilung möglich, die sich am Kräfte- und Momentengleichgewicht orientiert. So ist auch durch elastische Verformung kein Lastausgleich herzustellen, wie er z.B. bei der „Zugmutter“ [N4, B. 10/11] möglich ist, deren elastische Längenänderung unter Last auf die des Schraubenbolzens abgestimmt ist.

Rosum und Tilch [R3] setzten in ihrer Grundlagenuntersuchung von Rollengewindetrieben eine homogene Kontaktlastverteilung über alle Planeten und über alle Kontaktpunkte voraus. Auf dieser falschen Grundannahme basierend, werden z.B. Gleichgewichtsbeziehungen formuliert, nach denen der Planet von einer „resultierenden Kraftwirkung“ nach außen gedrückt wird. Da die Kontaktpunkte in [R3] reibungsfrei betrachtet werden, können Kräfte nur flankennormal übertragen werden, der Planet müßte deswegen selbsttätig um alle Achsen zu rotieren anfangen. Um dieses Problem aufzufangen, wird eine Abstützung über die Führungszapfen an den Planetenenden postuliert - ein Kunstgriff, der die Vernachlässigung der Reibung nicht wettmacht.

Für die Simulation der PWG, die auch im Mehrkörpermodell dynamisch durchgeführt werden konnte, muß sowohl die Kontaktkraftverteilung realistisch nachgebildet werden, als auch ein Reibmodell zugrundegelgt werden, das in jedem Kontakt eine zur Normalkraft proportionale Tangentialkraft in die Berechnung mit einbezieht. Deswegen wurden hier alle Berechnungen unabhängig von [R3], angepaßt an die Anforderungen der PWG, ausgeführt.

4.2 Freiheitsgrade

Die Laufgüte einer PWG ist um so höher je besser Spindelstange, Planeten und Mutter zueinander coaxial geführt sind. Da normalerweise außer den Distanzscheiben keine weiteren Führungselemente eingesetzt werden, wird die coaxiale Führung nur noch durch das Zusammenspiel der Kontaktflächen beeinflusst. Da die Planeten das Bindeglied zwischen Mutter und Spindelstange sind, können aus der Geometrie und Relativlage ihrer Fein- und Grobprofilierungen Rückschlüsse auf die Führungsgüte und damit auf des Laufverhalten der PWG gezogen werden.

Ausgehend von der Ideallage kann sich der Planet gegenüber der Mutter nicht nur um seine Längsachse drehen, er kann auch kleine Bewegungen in Kipp- und Schrägrichtung ausführen: Wenn mindestens ein Planet seine ideal koaxiale Ausrichtung zur Spindelstange verläßt, wird auch die Mutter nicht mehr koaxial geführt, sie taumelt im Betrieb - siehe Abb. 4.3.

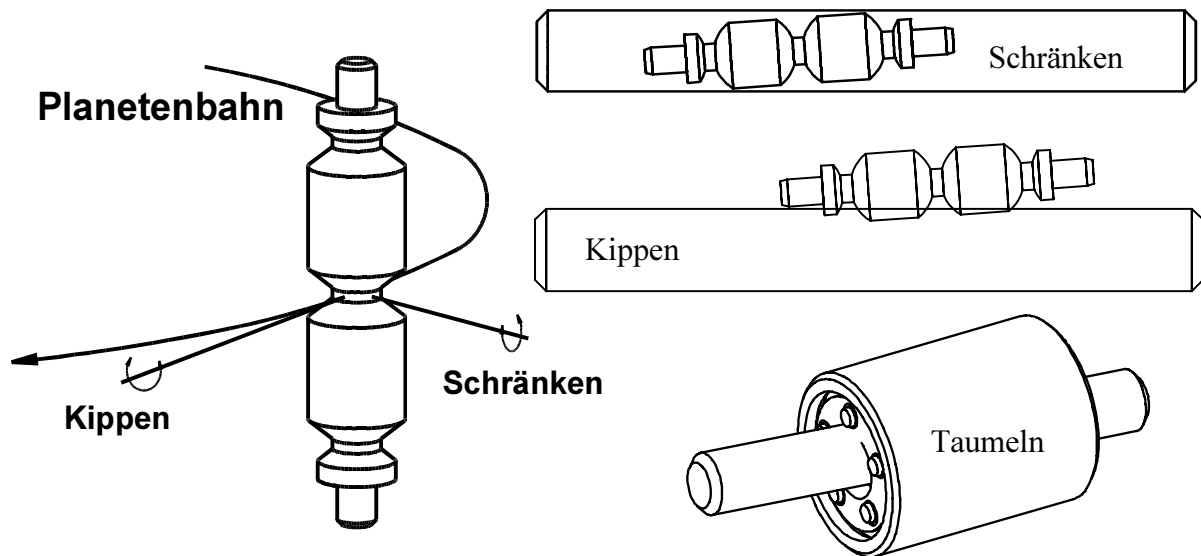


Abb. 4.3: Kippen und Schrägen eines Planeten, Taumeln der Mutter

Diese Bewegungen sind nur in der jeweiligen Kontaktebene möglich. Aus der Kontaktebene hinaus können die Kontaktpartner abheben bzw. im Rahmen der elastischen Verformung ineinander eindringen.

GRÜBLER-Gleichung für ebene Betrachtung

Zur Bestimmung der Anzahl von Systemfreiheitsgraden eignet sich in den meisten ebenen Fällen gut die GRÜBLER-Gleichung:

$$F = 3(n - 1 - g) + \sum b_i$$

Nach ihr läßt sich die Anzahl der Systemfreiheitsgrade F aus der Anzahl der Körper inklusive Gestänge n , der Anzahl der Gelenke g und den Gelenkfreiheitsgraden b_i (Translation und Rotation) berechnen. Die GRÜBLER-Gleichung kann, wie bei TRAUTENBERG [T2] beschrieben, auch auf räumliche Problemstellungen übertragen werden. Sonderfälle wie Abheben eines Kontaktes oder Mehrfachpassungen sowie elastische Kontakte bedürfen einer speziellen Darstellungsweise, um mit Hilfe der GRÜBLER-Gleichung richtig beschrieben werden zu können. Damit geht jedoch deren besonders übersichtliche Form und leichte Interpretierbarkeit verlo-

ren. Für die PWG wird deswegen ein grafisches Verfahren zur Beschreibung der Systemfreiheitsgrade entwickelt, das einfach anzuwenden und leicht nachvollziehbar ist.

4.3 Teildrehpole

In Anlehnung an die in der Getriebelehre übliche Bestimmung der Drehpole von Gelenkmechanismen wird hier jeweils ein Planet mit seinen Bewegungsfreiheiten betrachtet. Dazu wird das Zusammenwirken aller Kontaktstellen eines Planeten beschrieben, indem sogenannte „Teildrehpole“ (TDP) eingeführt werden, die genau die Bewegungsfreiheiten zulassen, die der Planet geometrie- und belastungsabhängig besitzt. Demnach sind infinitesimale Bewegungen bei ebener Betrachtung genau um die Punkte möglich, in denen sich die Kontaktnormalen schneiden - siehe Abb. 4.4. Je ferner der TDP vom Kontaktpunkt liegt, desto größer ist der Radius der Kreisbahn, auf der die Kontaktpartner aneinander entlanggleiten können.

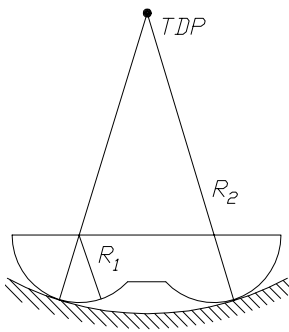


Abb. 4.4: Teildrehpol TDP im Schnitt der Kontaktnormalen

4.3.1 Definition der Teildrehpole

Plane, konvexe und konkave Auflagefläche

In Abb. 4.5 sind die Grundfälle von Kontakten am Beispiel einer Walze dargestellt.

Abb. 4.5.a: Eine Walze kann auf einer Ebene um ihre Aufstandslinie abrollen, kann auf der Ebene gleiten, kann sich um eine beliebige Achse normal zur Kontaktfläche drehen und kann von der Kontaktfläche abheben.

Abb. 4.5.b: Eine Walze kann auf einer anderen Walze abrollen, gleiten oder sich unter teilweisem (Punktberührung) bzw. vollständigem Abheben um die Kontaktflächennormale drehen.

Abb. 4.5.c: In einer Hohlkehle kann eine Walze weiterhin um die Aufstandslinie abrollen, sowie entlang der Hohlkehle gleiten und abheben. Eine Drehung um eine zur Hohlkehlenober-

fläche normale Achse ist nur bei gleichzeitigem teilweisem (Punktberührung) oder vollständigem Abheben oder Durchdringen bzw. elastischer Verformung möglich.

Zur Vereinfachung werden Durchdringung und Abheben nicht immer mit beschrieben.

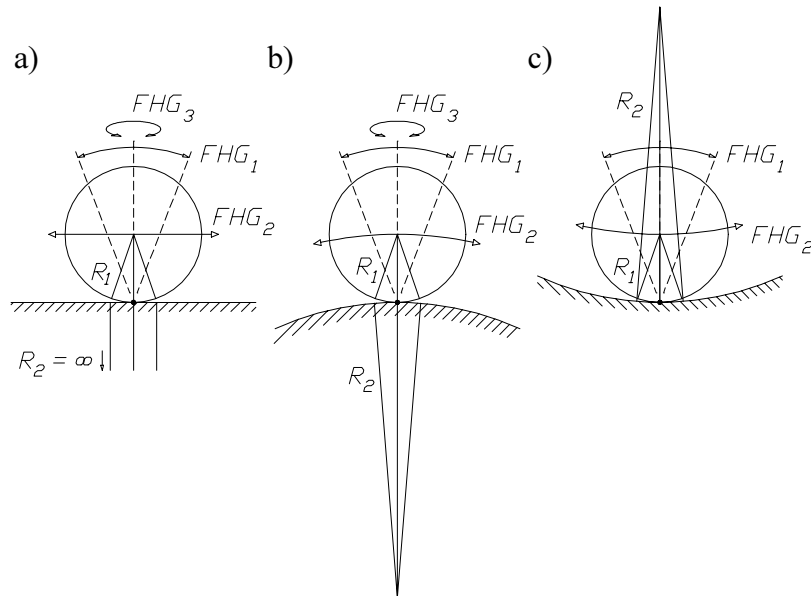


Abb. 4.6: Freiheitsgrade einer Walze

Körper mit zwei gemeinsamen Kontaktstellen

Haben zwei Körper zwei gemeinsame Kontaktstellen, so sind in der Zeichenebene nur Starrkörperbewegungen möglich, die sich aus den oben aufgeführten möglichen Einzelbewegungen überlagern lassen. In Abb. 4.7 erkennt man, daß nur noch Gleitbewegungen auf den Oberflächen möglich sind, deren Bewegungsradius dem Abstand der Kontaktpunkte zum Schnitt der beiden Kontaktnormalen - im Teildrehpol TDP - gleicht.

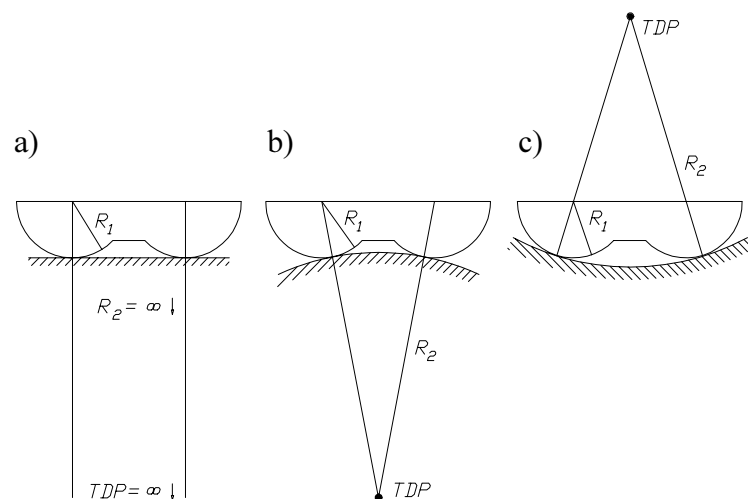


Abb. 4.7: Teildrehpole TDP bei zweifachem Kontakt zweier Körper

Körper mit mehr als zwei gemeinsamen Kontaktstellen

Die ebene Betrachtung der Teildrehpole läßt sich auf beliebig viele Kontaktpunkte erweitern: Zwei Körper können in der Zeichenebene nur Relativbewegungen um einen momentanen Drehpol ausführen, der auf den Kontaktnormalen aller Kontaktflächen liegt - die Teildrehpole TDP sind daher jeweils im Schnittpunkt zweier Kontaktnormalen definiert.

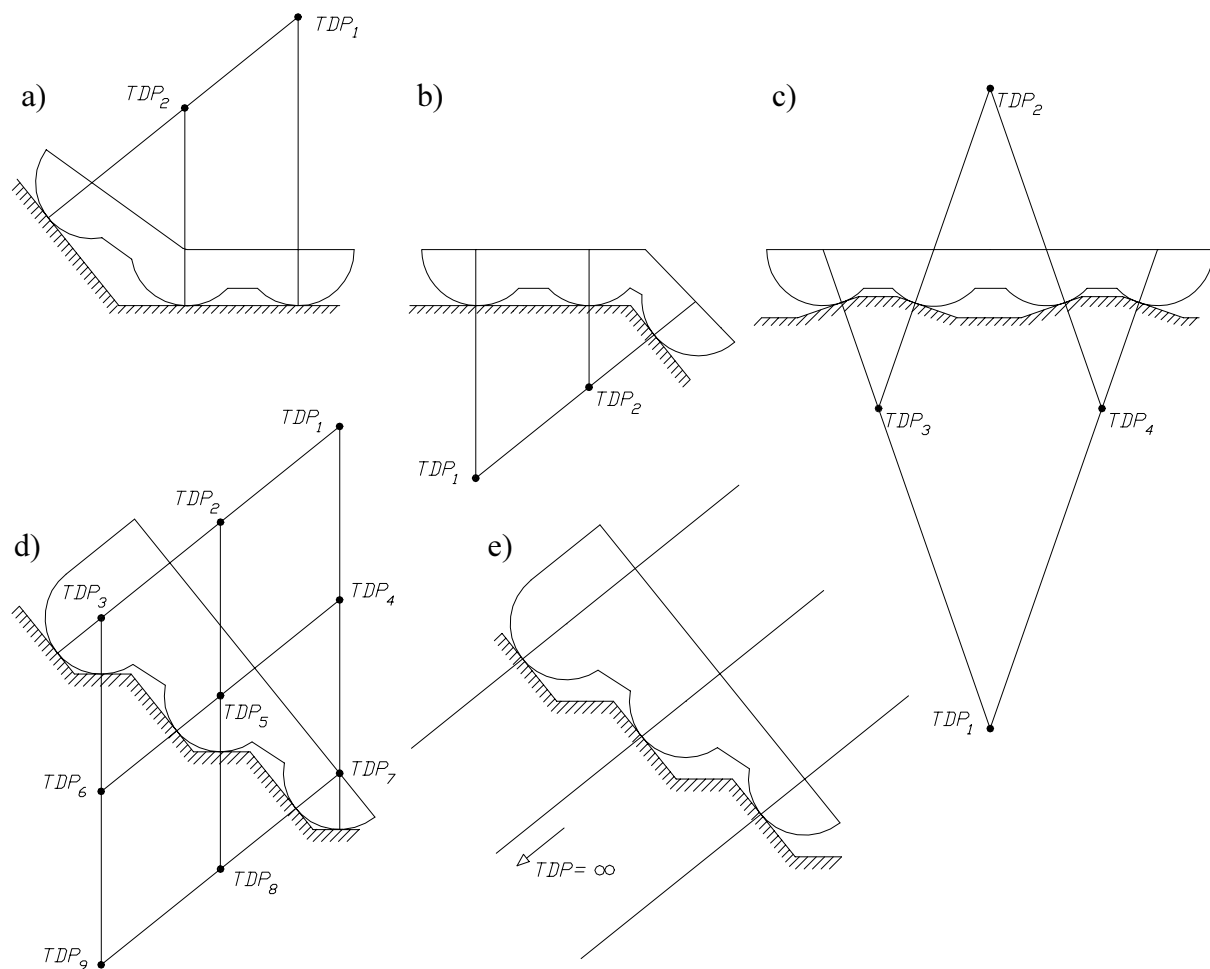


Abb. 4.8: Teildrehpole TDP bei drei- oder mehrfachem Kontakt zweier Körper

Abbildung 4.8 zeigt, daß ebene Starrkörperbewegungen nur dann uneingeschränkt möglich sind, wenn die Kontaktpartner nur einen gemeinsamen TDP besitzen. Das ist nur in Abb. 4.8.e der Fall, hier liegen alle TDP auf parallelen Geraden in einem Punkt im Unendlichen.

Soll abheben mit berücksichtigt werden, so erhalten die Paarungen 4.8.a, 4.8.b und 4.8.d jeweils noch TDPs im Unendlichen bzw. im Schnitt der Normalen ihrer verbliebenen Kontakte.

Elastische Kontakte, Lastausgleich, Beweglichkeit

Im Normalfall liegen elastische Kontaktstellen vor, man hat zudem mehrere Kontaktpunkte und mehrere Teildrehpole. Der Lastausgleich einer Paarung erfolgt dann elastisch, ihre Beweglichkeit ist eingeschränkt, wenn mehr als ein TDP vorliegt. Zunächst eine Vorstellungshilfe für den Lastausgleich, anschließend für die Beweglichkeit elastischer Kontakte:

Stellt man sich die Kontakte ersetzt durch nur normal zur Oberfläche wirkende Federn vor, so ist die Arbeit, die geleistet werden muß, um eine Durchdringung der Kontaktpartner zu bewirken um so größer, je weiter die Federn dafür deformiert werden müssen. Reibung kann man mit in die Betrachtung einbeziehen, wenn man in tangentialer Richtung ebenfalls ein Kraftgesetz ansetzt. Ein Lastausgleich stellt sich im Gleichgewicht der Federkräfte ein. Die Beweglichkeit hingegen beschreiben auch im elastischen System die Teildrehpole:

Liegen mehrere Teildrehpole bei einer Kontaktpaarung vor, so ist die Lagerung überbestimmt, Bewegungen führen zu einer Verspannung der Kontakte. Je größer die zur Lageänderung aufzubringende Arbeit in den Kontaktstellen ist, desto stabiler ist die relative Lage einer Paarung. Für die vereinfachte Interpretation bedeutet das, daß TDP-Lagen sehr nahe an oder in der Kontaktstelle - siehe Abb. 4.8 - große Bewegungsfreiheit zulassen wie auch TDP-Lagen im Unendlichen. Hohe Stabilität stellt sich in Systemen ein, wenn der Abstand der am weitesten voneinander entfernten Kontaktstellen ähnlich groß ist wie der Abstand der zu ihnen gehörigen TDPs (gleichschenkliges Dreieck).

Heben Kontakte ab, so gilt die selbe Betrachtung, jedoch eingeschränkt auf die noch in Kontakt stehenden Berührungspunkte.

4.3.2 TDP-Betrachtung zur Kippstabilität der PWG

Deutlicher werden diese Grundüberlegungen, wenn sie auf den Vergleich der Kippstabilität verschiedener PWG-Ausführungen angewendet werden. Bei realen Systemen ist besonders darauf zu achten, daß die Lastannahmen mit der Wirklichkeit übereinstimmen und dementsprechend die richtigen Kontaktstellen betrachtet werden.

Reine Axiallast

Bei der PWG stehen z.B. im Normalfall unter Axiallast nur Kontakte einer Flankenrichtung miteinander in Kontakt - siehe Abb. 4.9. Alle Kontaktebenen sind im Meridianschnitt durch die Achsen von Planet und Spindelstange bzw. Mutter parallel; die TDPs liegen in einem Punkt im Unendlichen, der Planet kann nur parallel zu den Kontaktflächen verschoben werden

- siehe Doppelpfeil. Dargestellt sind beide Kontaktgruppen, mutter- und spindelstangenseitig. Die Kontaktgruppen bestehen spindelstangenseitig aus mehreren Planetensegmenten mit jeweils sechs Kontaktpunkten. Diese sechs Kontaktpunkte sind gleichartig belastet und haben gleiche Geometrie, weshalb sie zu jeweils einer Resultierenden zusammengefaßt sind.

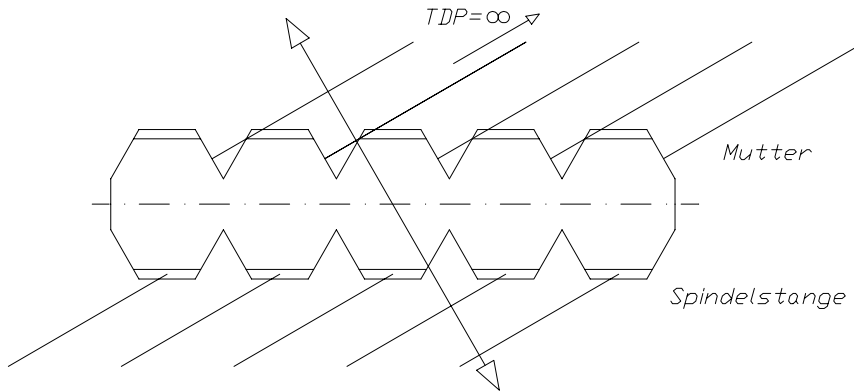


Abb. 4.9: TDP und Beweglichkeit der ROTEX-PWG unter Axiallast

Es ist generell möglich, Resultierende zu bilden und in der TDP-Betrachtung zu verwenden. Um dabei keine wesentlichen TDPs zu übersehen ist darauf zu achten, keine zu grobe Vereinfachung vorzunehmen. Auf diese Weise können auch Systeme mit hoher Kontaktpunktzahl, mit elastischen Kontakten, mit Spiel und wechselnder Kontaktzahl beschrieben werden.

Nicht-axiale Belastung

Liegt bei der PWG neben oder statt der idealen Axiallast ein Moment oder eine nicht-axiale Kraft an, so können auch die der Axiallast abgewandten Flanken mit belastet werden - Abb. 4.10. In diesem Fall stellen sich in allen Kreuzungspunkten der Kontaktnormalen bzw. der Resultierenden einer Kontaktgruppe (mutter- bzw. spindelstangenseitig) eine Vielzahl von TDPs ein. Wie man dem Gewirr gestrichelter Kontaktnormalen entnehmen kann, wird die TDP-Darstellung unübersichtlich, wenn man nicht die für die Stabilität wichtigen TDPs hervorhebt. Dies sind hier die nummerierten TDPs der jeweils äußersten Kontaktstellen, deren Hebelarm bzw. Abstützlänge (siehe weiter unten) am größten ist. Diese Kontaktstellen sind in der Praxis von ausschlaggebender Bedeutung, da bei Kipp- oder Schräkbewegungen der Planeten die durch die Fehlwinkel verursachte „Verkürzung“ bzw. „Verlängerung“ der Profilierungen zueinander bei ihnen am größten ist. Dadurch werden genau diese außenliegenden Kontaktstellen höher belastet, sie leisten den größten Beitrag zur Führung und richten den Planeten in seiner Gleichgewichtslage aus.

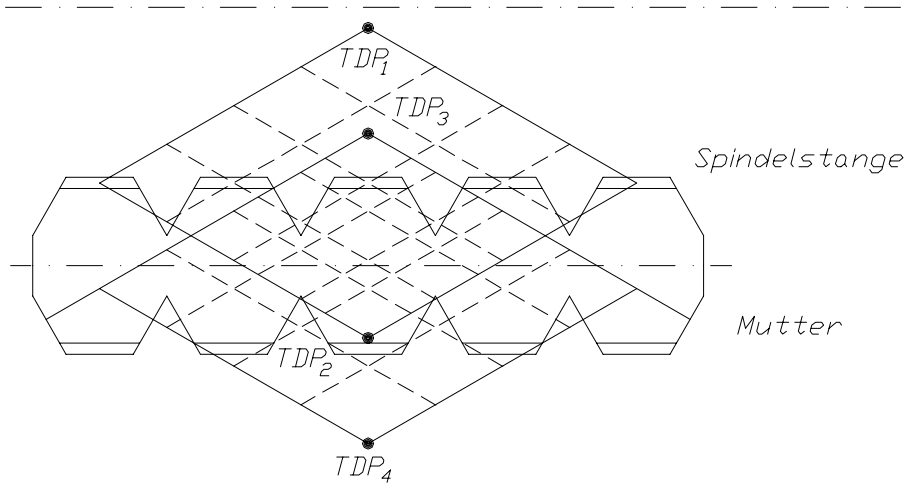


Abb. 4.10: TDP und Beweglichkeit einer PWG bei axialer und nicht-axialer Belastung

4.3.3 Vergleichskriterien der Führungsgüte

Zum Vergleich verschiedener PWG-Bauformen hinsichtlich ihrer Führungsgüte kann man drei Vergleichskriterien heranziehen, die sich aus den Geometriegrößen des Planeten **Abstützlänge** L_A , **TDP-Radien** R_T sowie **deren Summe** D_{TG} (**TDP-Durchmesser**) und den Wälzradien R_{PM} und R_{PS} bestimmen lassen - siehe Abb. 4.11 (Indizes „S“ spindelseitig, „M“ mutterseitig).

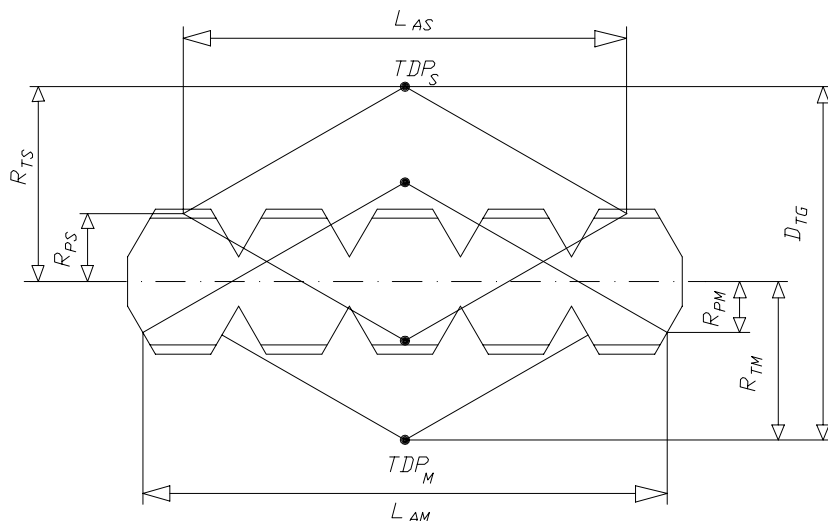


Abb. 4.11: Abstützlängen L_A , TDP-Radien R_T und Wälzradien R_P

Die von der Profilverteilung abhängige dimensionslose **relative Stützlänge** L_R ist für Mutter- und Spindelstangenkontakte jeweils:

$$L_{RM} = \frac{L_{AM}}{R_{PM}} \quad \text{und} \quad L_{RS} = \frac{L_{AS}}{R_{PS}}.$$

Die in der Praxis erzielbare relative Stützlänge L_R hängt vom erzielbaren Schlankheitsgrad (D/L) der Planeten ab und dieser wiederum vom Fertigungsverfahren; ein Planet wird z.B. vom Drehstahl verformt, die dadurch verursachte Konizität kann aber nur teilweise in der Fertigung kompensiert werden, daher können Planeten nur in beschränkter Länge gefertigt werden.

Die von der Lage der Teildrehpole abhängige **Führungsgüte** F_T - ist jeweils:

$$F_{TM} = \frac{2 \cdot R_{TM}}{L_{AM}} \quad \text{und} \quad F_{TS} = \frac{2 \cdot R_{TS}}{L_{AS}}.$$

Der **gesamte Abstützdurchmesser** D_{TG} aus den beiden TDP-Lagen ist:

$$D_{TG} = R_{TM} + R_{TS}.$$

Die **Teildrehpole spindel- und mutterseitig** sollten dabei so **weit voneinander entfernt** liegen wie möglich - im Normalfall liegen sie sich bzgl. der Planetenachse gegenüber. Konstruktiv ist diese teildrehpolabhängige Führungsgüte F_T durch die Variation von Profilverteilung und Flankenwinkeln zu beeinflussen. Dabei ist es vorteilhaft, mit den Kontaktnormalen im TDP ein gleichseitiges Dreieck aufzuspannen (**F_T -Werte um $\sin 60^\circ = 0.87$**).

Fertigbarkeit

Der Planet ist jeweils das Koppelglied zwischen Mutter und Spindelstange und bestimmt durch seine Profilierung die Stabilität der PWG. Grundsätzlich steigt vorrangig mit der Abstützlänge L_A die Führungsgüte einer PWG. Es wäre also wünschenswert, möglichst lange und schlanke Planeten zu fertigen. Da meist spahnabhebend gefertigt wird, ist diese Länge aber fertigungsbedingt beschränkt, die Führungsgüte kann im Rahmen der **Fertigbarkeit** vorwiegend durch geeignete Geometrie optimiert werden.

Vergleich verschiedener PWG-Ausführungen

Zum Vergleich werden noch die Teildrehpole von verschiedenartigen PWG-Ausführungsformen betrachtet, die teils so noch nicht gefertigt wurden.

HPV1-PWG

Die sogenannte „HPV1-PWG“ nach Abb. 4.12 wurde hinsichtlich gleichmäßiger Kontaktkraftverteilung und direktem Kraftfluß optimiert. Sie ist mit einer mittig geteilten Mutter ausgestattet, die eine Vorspannung unter Druck ermöglicht - siehe Abb. 4.12. Die Spindelkontakte sind ausschließlich in der Mitte des Planeten angeordnet, die Mutterkontakte sind weiter außen in zwei Gruppen zusammengefaßt.

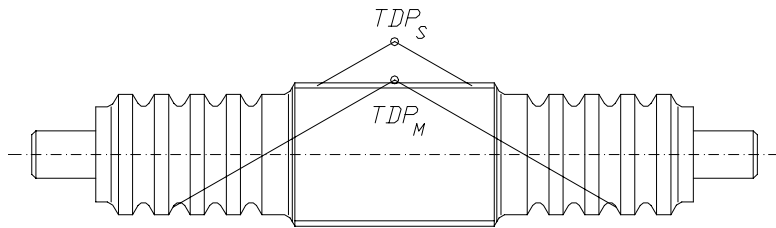


Abb. 4.12: TDP der HPV1-PWG unter Druckvorspannung

Die Führung in Abb. 4.12 ist wegen der geringen Abstände der Teildrehpole voneinander, sowie wegen der geringen Abstützlänge spindelstangenseitig äußerst ungünstig. Schon mit kleinem fertigungsbedingtem Spiel kann der Planet wie eine Schaukel kippeln. Schränk- und Kippbewegungen werden dadurch gefördert, daß zudem die Druckvorspannung gegen eine Rückkehr in die achsparallele Lage wirkt.

Der selbe Planet unter Zugvorspannung - Abb. 4.13. - ist mutterseitig deutlich besser geführt, die Zugvorspannung unterstützt die achsparallele Ausrichtung zu Mutter und Spindelstange.

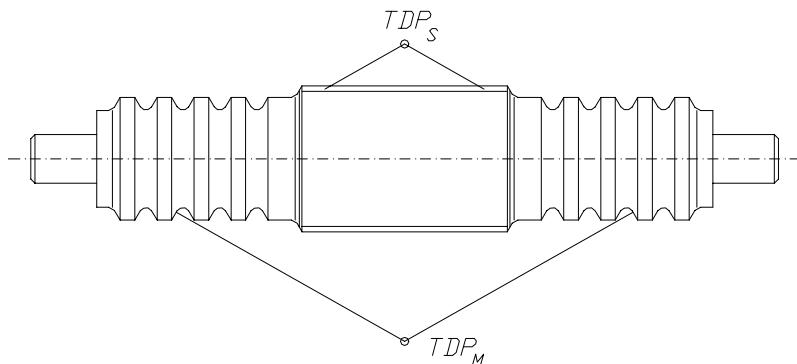


Abb. 4.13: TDP der HPV1-PWG unter Zugvorspannung

Nun wird die Profilierung des Planeten variiert, wobei jedoch die Wälzradien und Außenmaße der Ausgangsausführung beibehalten werden.

„Konventionelle“ Profilverteilung

In Abb. 4.14 und 4.15 ist eine „konventionelle“ Profilverteilung mit vier Mutternrillen und drei Feinprofilsegmenten abgebildet. Unter Druckvorspannung, 4.14, stellen sich nur spindelstangenseitig Vorteile gegenüber 4.12 ein, mutterseitig ist die Verbesserung gering, das Gesamtsystem hat schlechte Führungsgüte.

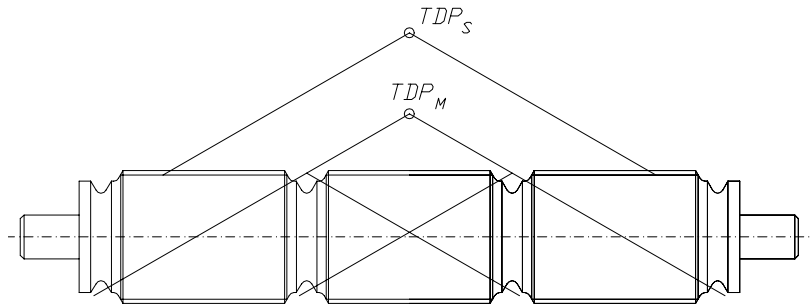


Abb. 4.14: TDP eines Planeten unter Druckvorspannung

Unter Zugvorspannung, Abb. 4.15, stellt sich auf beiden Seiten optimale Führung ein, die Summe der TDP-Radien ist für diesen Flankenwinkel maximal.

Vergleichbar gute Führung stellt sich ein, wenn man auf die zwei mittleren Mutternrillen verzichtet. In diesem Fall werden aber die verbleibenden Mutternrillen derart hoch belastet, daß die gesamte Tragfähigkeit absinkt.

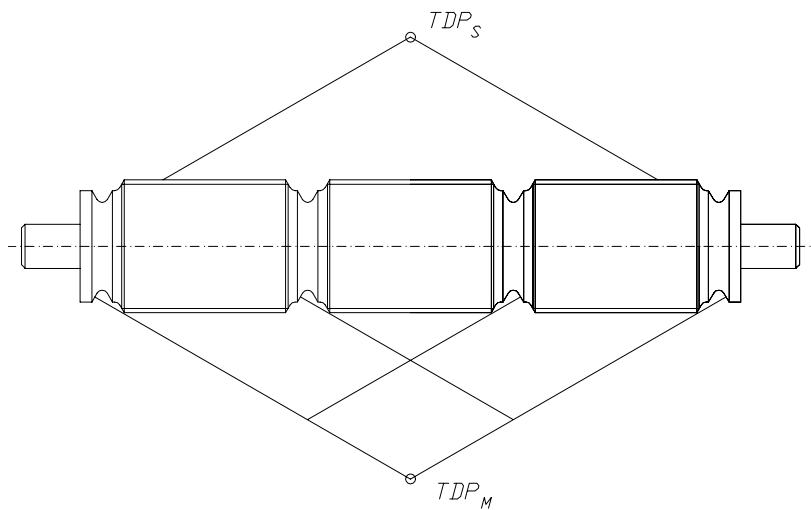


Abb. 4.15: TDP eines Planeten unter Zugvorspannung

Eine Distanzscheibe, zwei Lagerzapfen

In den Abb. 4.16 und 4.17 sind die beiden Distanzscheiben an den Planetenenden durch eine Distanzscheibe in der Mitte des Planeten und durch zwei Lagerzapfen vom Durchmesser d_{PM} ersetzt. In diesem Fall steigt der mutterseitige Abstützradius etwas an, die Führung in Umfangsrichtung gegen Schränken verschlechtert sich wegen der Reduktion auf eine Führungsscheibe.

Schränken

Für Schränken in Umfangsrichtung gelten prinzipiell die gleichen TDP-Betrachtungen wie für das Kippen. Statt des Flankenwinkels ist hier jedoch der Gesamtsteigungswinkel ausschlaggebend. Die Betrachtungsrichtung ist parallel zur Meridianschnittebene, d.h. die Körperachsen liegen hintereinander. In dieser Ansicht sind die Flankennormalen im Mutterkontakt parallel zu den Körperachsen, im Kontakt Planet-Spindelstange weichen sie um den Gesamtsteigungswinkel von der Achsrichtung ab. Ein Kräftegleichgewicht kann sich nur einstellen, wenn man die Tangentialkraftübertragung durch Reibung mit berücksichtigt - siehe nächstes Teilkapitel. Die Auswirkungen der Schränkbewegungen z.B. im laufrichtungsabhängigen Laufverhalten gilt es noch näher zu untersuchen. Statt der für Kippen aufgezeigten ebenen Betrachtung kann eine räumliche Betrachtung der Teildrehpole erforderlich werden, um alle Effekte und Wirkzusammenhänge erklären und bewerten zu können. Die Vorgehensweise dafür entspricht der oben dargestellten, sie würde den Rahmen dieser Arbeit jedoch sprengen.

4.4 Reibung und Schlupf

Eine detailliertere Beschreibung zu Relativgeschwindigkeiten in den beiden Kontaktgruppen, zu Schlupf und Verlusten folgt in Kapitel 5. Hier sind die wichtigsten Zusammenhänge und Auswirkungen anhand von Reibkegeln, Schlupfkurven und Kennliniendiagrammen dargestellt.

Die an jeder Kontaktstelle durch Reibung übertragene Tangentialkraft T bzw. R zeigt in Richtung der über die Kontaktfläche gemittelten Relativgeschwindigkeit v_{rel} der beiden Körper. An jeder einzelnen Kontaktstelle können Kräfte nur „innerhalb des Reibkegels“ übertragen werden - siehe Abb. 4.18. Der halbe Öffnungswinkel des Reibkegels errechnet sich aus dem lokalen Reibwert μ , der bei der PWG - vorrangig abhängig von Material, Schmierung und Last - Werte zwischen 0,05 und 0,2 annimmt. Die Kontaktstelle ist deswegen überwiegend normal belastet.

In Abb. 4.18 ist gut zu erkennen, daß die Reibkraft R , die im Kontakt in Richtung der Differenzgeschwindigkeit auftritt, nur teilweise in Nutzrichtung T_N wirkt. Die Nutzrichtung ist bei jedem Kontakt der PWG die Umfangsrichtung des Abtriebes. Der Verlustanteil T_V wird ausschließlich in Wärme umgesetzt, er sollte so klein wie möglich gehalten werden.

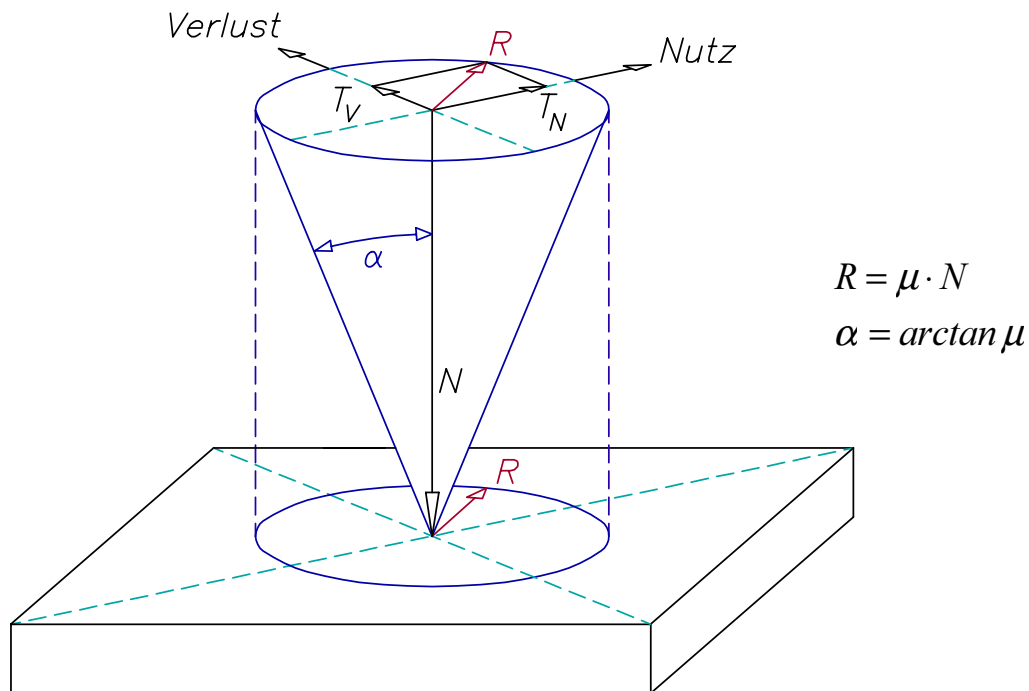


Abb. 4.18: Nutzanteil T_N und Verlustanteil T_V der übertragenen Reibkraft R

4.4.1 Ausnutzung des Reibwertes

Die Axialkraft wirkt auf beide Kontaktgruppen in gleicher Höhe, sie wird durch den Planeten von der Mutter auf die Spindelstange (Abkürzungen „M“ und „S“) übertragen. Für normalen Betrieb der PWG ohne Durchrutschen ist der Gesamtsteigungswinkel α_{ges} in Abb. 4.19.a zwischen der Mutter- und der Spindelstangenflanke angetragen. Jeder Kontakt kann bei einem gegebenen Reibwert μ nur Tangentialkräfte übertragen, die innerhalb seines Reibkegels liegen. Alle in den Planeten eingeleiteten Tangentialkräfte müssen in gleicher Höhe wieder aus ihm ausgeleitet werden, dadurch reduziert sich der nutzbare Bereich des dargestellten Reibkegelpaares auf dessen spiegelsymmetrische „Schnittkegel“. Diese gemeinsame Schnittmenge ist in Abb. 4.19.b als großer Doppelkegel mit durchgezogener Linie dargestellt.

Kurz zur Größenordnung der Reibkegelwinkel α und Gesamtsteigungswinkel α_{ges} in der Praxis: Geht man bei der in Metall ausgeführten Low-Cost-PWG (Zeichnungssatz für deren Kunststoffausführung im Anhang) bei hoher Drehzahl von Flüssigkeitsreibung mit einem Reibwert von $\mu = 0.06$ aus, so beträgt der halbe Öffnungswinkel des Reibkegels:

$$\alpha = 3.43^\circ .$$

Die Gesamtsteigung der Kunststoff-PWG beträgt theoretisch $P_{ges} = 0.175mm$. Das entspricht auf dem Spindelstangenwälzkreis d_{2S} einem Steigungswinkel von:

$$\alpha_{ges} = \arctan \frac{P_{ges}}{d_{2S} \cdot \pi} = \arctan \frac{0.175}{5.35 \cdot \pi} = 0.6^\circ .$$

Die Darstellung der Winkel in Abb. 4.19 ist nicht maßstabsgetreu, um die Zusammenhänge von Reibwinkel, Gesamtsteigungswinkel und der Einschränkung des nutzbaren Reibwertes in beiden Kontaktzonen zu verdeutlichen. Die Flanken des Planeten sind als Keil mit zwei Reibflächen stilisiert. Die Mutterseite liegt horizontal, die Spindelstangenseite ist die schräge Ebene des Keils.

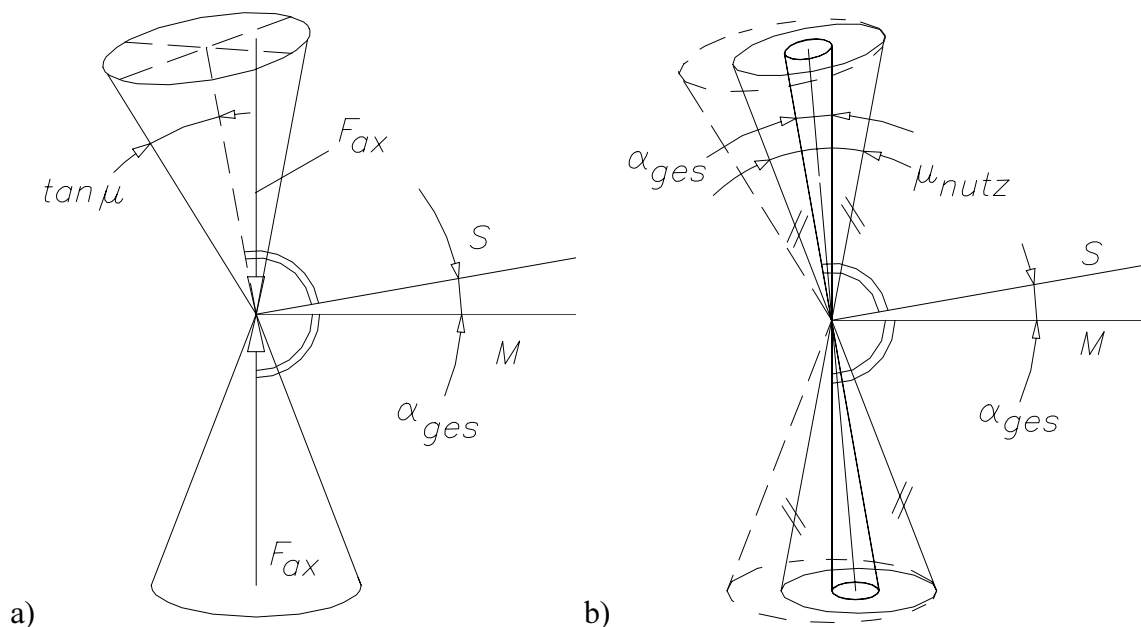


Abb. 4.19: Einschränkung des nutzbaren Reibwertes durch den Gesamtsteigungswinkel

Antriebsmoment

Praktisch in allen Betriebspunkten haben die beiden Kontaktgruppen wegen des vorwiegend last- und geschwindigkeitsabhängigen Gesamtsteigungswinkels unterschiedlich hohen Schlupf. Die Schlupfverhältnisse verändern sich zudem grundlegend bei Umkehr der Laufrichtung oder des Drehsinns des Antriebsmomentes beim Beschleunigen bzw. Bremsen.

Wirkt die Tangentialkraft an der Spindelstange den „Gesamtsteigungskeil hinauf“ (Abb. 4.19), so entwickelt der Planet im Mutterkontakt einen größeren Schlupf als im spindelseitigen Kontakt; wirkt das Antriebsmoment den „Steigungskeil hinab“, so tritt der größere

Schlupf zwischen Spindelstange und Planet auf. Das macht sich jeweils in einer Veränderung der resultierenden Gesamtsteigung bemerkbar: Stellt sich der größere Schlupf zwischen Planet und Mutter ein, so nimmt die Gesamtsteigung ab, stellt er sich zwischen Planet und Spindelstange ein, so nähert sich die Gesamtsteigung der Steigung der Spindelstange an.

Durchrutschen

Je größer der Gesamtsteigungswinkel α_{ges} wird, desto kleiner fällt der Bereich aus, der beiden Reibkegeln gemein ist, im Grenzfall $\mu = \tan \alpha_{ges}$ wird der maximal zulässige Reibwert bereits ohne zusätzliche Tangentialkraftübertragung (z.B. Antriebsmoment) vom Steigungswinkel ausgenutzt. Bei Kräften die außerhalb eines Reibkegels liegen „rutscht“ der Planetensatz in dieser Kontaktgruppe durch.

Die Grenze zwischen Durchrutschen und zulässiger Tangentialkraftübertragung kann bei einem Reibgetriebe wie der PWG nicht als plötzliches Abreißen der Reibung sondern eher als fließender Übergang angesehen werden. Bei Überschreiten des maximal zulässigen Reibwertes wird weiterhin eine Tangentialkraft übertragen. Die Reibwert-Kennlinie steigt aber nicht mehr an, weshalb auch bei weiter wachsendem Schlupf die Tangentialkraft annähernd konstant bleibt bzw. absinkt - siehe auch Abb. 1.3. Damit kann sich kein stabiler Betriebspunkt mehr einstellen, das Getriebe rutscht undefiniert durch. Das Übertragungsverhalten und die Gesamtsteigung verändern sich ohne beschreibbare Gesetzmäßigkeit.

Um einen stationären Betriebspunkt zu gewährleisten, darf in Umfangsrichtung des Antriebes maximal der verfügbare Reibwert abzüglich des Hangabtriebes aus der Gesamtsteigung ausgenutzt werden. Der **nutzbare Reibwert** μ_{Nutz} ist:

$$\mu_{nutz} \leq \mu - \tan \alpha_{ges}.$$

Hierbei ist der Gesamtsteigungswinkel α_{ges} im Betrieb kein durch die Bauteilgeometrie allein festgelegter Wert. Der zweite wesentliche Einfluß auf die Gesamtsteigung liegt in der vorwiegend last-, reibungs- und geschwindigkeitsabhängigen Kinematik (siehe Abb. 5.9 und 5.13). Die Extremwerte der Gesamtsteigung sind unter ungünstigsten Bedingungen die Profilsteigungen von Mutter bzw. Spindelstange. Unter normalen Betriebsbedingungen liegt die effektive bzw. resultierende Gesamtsteigung aber sehr nahe an der „ideal“ Gesamtsteigung nach der vereinfachten Gesamtsteigungsformel (siehe auch Kapitel 3.2.5, 5.5.4, Abb. 4.20).

4.4.2 Übertragungsverhalten, Einschränkungen

Je kleiner die Gesamtsteigung der PWG gewählt wird, desto mehr Umdrehungen muß die PWG für den selben Hubweg ausführen. Dadurch sinkt im Kontaktpunkt der Drehzahl- und Kraftübertragungsschlupf aus Schräglauf. Der durch Schlupf zurückgelegte Weg wächst aber mit der Anzahl der Umdrehungen, mit ihm nimmt die Verlustleistung zu, der Gesamtwirkungsgrad sinkt. Zusammenfassend steigt der Gesamtwirkungsgrad mit der Gesamtsteigung.

Senkt man den Reibwert in der PWG z.B. durch Materialwahl oder Schmierung, so nimmt gleichzeitig (bei sonst gleichen Verhältnissen) der Schlupf zu, die Gesamtsteigung variiert stärker mit der Last, die PWG rutscht eher durch. Besonders bei großen Systemsteigungen ist darauf zu achten, daß der Reibwert groß genug ist, um sicher die Hangabtriebskraft und das Antriebsmoment übertragen zu können.

Wählt man besonders große Gesamtsteigungen, ist eine große Einschränkung, wie gesagt, durch den nutzbaren Reibwert gegeben, eine zweite Einschränkung ergibt sich durch die starke Kontaktpunktauswanderung aus der Achsverbindung. Durch sie nimmt der Schräglauf mit den Schräglaufverlusten zu, sie werden bei großen Gesamtsteigungen zum Hauptverlustfaktor der PWG - näheres dazu in Kapitel 5.3 und 5.4. Die Kontaktpunktauswanderung erzwingt zudem größere Flankenwinkel und kleinere Balligkeitsradien, um den Kontaktpunkt auf dem Wälzkreis (in Flankenmitte) zu behalten. Durch den größeren Flankenwinkel steigt die Kontaktnormallast und mit ihr die HERTZ'sche Pressung an, Grenzen werden durch die Tragfähigkeit des Materials gesetzt. Positiv wirkt sich bei vergrößerten Flankenwinkeln und Normallasten aus, daß höhere Tangentialkräfte bzw. Antriebsmomente übertragen werden können.

4.4.3 Kennliniendiagramm der Übersetzungszusammenhänge

Im Kennliniendiagramm 4.20 sind die erzielbaren Gesamtsteigungen bezogen auf die Steigung der Spindelstange P_{ges} / P_s dargestellt in Abhängigkeit von den variierten Parametern Wälzkreis-Durchmesser Verhältnis d_{ps} / d_s von Planet spindelstangenseitig zu Spindelstange. Die Kennlinien spiegeln das Verhalten der ideal schlupffrei übertragenden PWG wieder, was zunächst kurz erklärt wird. Anschließend sind die Auswirkungen von Schlupf auf den Verlauf der Kennlinien unter realen Bedingungen erläutert, um die Auswirkungen der oben beschriebenen Reibproblematik zu verdeutlichen.

Die beiden ineinandergreifenden Feinprofile müssen selbe Teilung aufweisen, sie können aber ein- oder mehrgängig ausgeführt werden. Im Faktor k ist die Gangzahl des Planetenfeinprofils auf die Gangzahl der Spindelstange bezogen. Mit Hilfe dieses Diagramms kann bei bekannten Anforderungen schnell die geeignete Profil- und Steigungskombination gefunden werden. Je flacher der Verlauf der k -Kennlinien, desto geringer sind Übersetzungs-Schwankungen im Betrieb, desto „gutmütiger“ verhält sich die PWG.

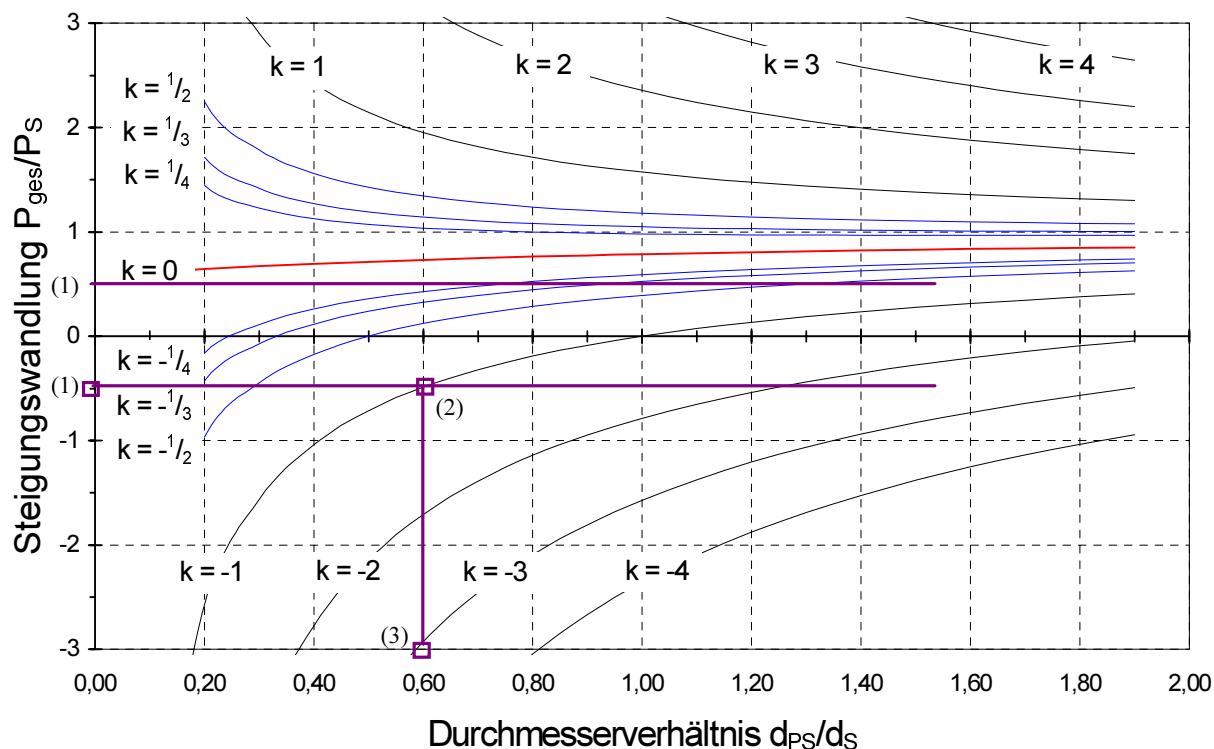


Abb 4.20: Kennliniendiagramm der Übersetzungszusammenhänge

Beispielhaft ist die Bestimmung des benötigten Wälzkreis-Durchmesser Verhältnis in das Diagramm 4.20 eingezeichnet, die bei der Vorgabe einer Spindelstangensteigung P_s von 1mm und einer Gesamtsteigung P_{ges} von 0.5mm beginnt (1). Aus den möglichen Bauformen mit $k = -1/4$, $k = 1/3$, $k = -1/2$, $k = -1$, $k = -2$ wird die eingängige Ausführung mit gegensinnigem Gewinde ($k = -1$) ausgewählt, da sie mit der größten Profiltailung von 1mm einfach gefertigt werden kann. Fällt man nun das Lot vom Schnittpunkt (2) $P_{ges}/P_s = -0.5$ mit der Kennlinie von $k = -1$ - auf die d_{ps}/d_s - Achse (3), so erhält man den spindelstangenseitigen Planeten-Wälzkreisdurchmesser als 0.6 fachen Wert des Spindelstangen-Wälzkreisdurchmessers.

Kommt eine einfache Gewindestange mit M6 DIN-ISO-Gewinde zum Einsatz, so ist deren Wälzkreisdurchmesser $d_s = 5.35\text{mm}$, daraus ergibt sich d_{ps} zu 3.21mm . Der mutterseitige Planetenwälzkreis wird aus konstruktiven Gründen etwa mit dem 0.8-fachen des spindelstangen-

seitigen angesetzt, er ist 2.57mm groß. Der Mutterwälzkreis ist deren aller Summe $d_m = 11.13\text{mm}$.

Aussagen aus dem Kennliniendiagramm

Aussagen über die zu erwartenden Gesamtsteigungsschwankungen durch lastbedingten Schlupf sind mit diesem Diagramm indirekt möglich. Die aufgeführten Zusammenhänge gelten für den Fall der angetriebenen Spindelstange (Mutter ist drehfest):

Schlupf ist durch die Drehpolverlagerung zur Antriebsachse = Spindelstange hin (siehe Kapitel 5) gleichbedeutend mit einer virtuellen Zunahme des spindelstangenseitigen Planetenwälzkreisdurchmessers d_{ps} und Abnahme des Spindelstangenwälzkreisdurchmessers d_s . Der Betriebspunkt verschiebt sich dadurch bei zunehmendem d_{ps} / d_s auf der Kennlinie ($k = \text{konstant}$) nach rechts.

Gleichzeitig verändert sich aber der Steigungswinkel der Spindelstange, da bei konstanter Antriebsdrehzahl der gleiche Hub auf virtuell kleinerem Durchmesser zurückgelegt wird. Da das Diagramm nicht mit den Steigungswinkeln sondern mit der Steigung je Umdrehung berechnet wurde, hat der Steigungswinkel hier keinen Einfluß auf die Gesamtsteigung.

Durch Schlupf nimmt die Abtriebsgeschwindigkeit und mit ihr die Abtriebsdrehzahl (der Planeten in der feststehenden Mutter) ab. Die Berechnung geht von konstanten Abwälzwegen aus. Deshalb bewirkt eine Verringerung der Planetenumdrehungszahl eine virtuelle Verringerung der Planetensteigung. Für den k -Wert bedeutet Schlupf also eine betragsmäßige Verringerung - die k -Kennlinie verschiebt sich bei Schlupf in Richtung zur $k=0$ Kennlinie.

Beide Einflüsse (Verlagerung des Betriebspunktes auf k nach rechts und schlupfbedingte Verringerung von $|k|$) wirken sich dahingehend aus, daß die Gesamtsteigung durch Schlupf näher zur $k=0$ Kennlinie rückt.

4.4.4 Auswirkungen von Schlupf auf verschiedene Bauarten

Schlupf zwischen Mutter und Planeten

Schlupf zwischen Planet und Mutter führt in allen PWG-Ausführungen zur Verschiebung der Kennlinie näher zur Steigungswandlung $P_{ges} / P_s = 0$ hin. Der Planetensatz „rutscht“ dabei in der Mutter mehr oder weniger stark durch, wodurch der axiale Vorschub durch weniger wirksame Umdrehungen von Planeten und Spindelstange abnimmt.

Schlupf zwischen Planeten und Spindelstange

Ist der **Planet rein rillenprofiliert** ($k = 0$), so führt Schlupf zwischen Planet und Spindelstange zur Abnahme der Planetenumdrehungen, die Spindelstangensteigung wird weniger unteretzt, die Gesamtsteigung nimmt zu. Die $k=0$ Kennlinie rutscht im Diagramm nach oben in Richtung $P_{ges} / P_s = 1$. Gleichzeitig nimmt durch die Drehpolverlagerung zum Antrieb hin (vgl. Abb. 5.13) das Durchmesser Verhältnis d_{ps} / d_s zu, was den Betriebspunkt auf der Kennlinie nach rechts verschiebt. Wegen der geringen Steigung der Kennlinie überwiegt der Einfluß der Kennlinien-Verschiebung den der Betriebspunktverschiebung auf der Kennlinie. Die Gesamtsteigung wächst durch Schlupf. Diese Tendenz läßt sich leicht am Extremfall von fest mit der Mutter verbundenen Planeten nachvollziehen, wobei die Spindelstange darin zur Schraube in der Ersatzmutter wird.

Bei **gleichsinnigen Profilierungen** auf Planet und Spindelstange ($k > 0$) wird die Steigung der Spindelstange durch die des Planeten vergrößert gegenüber der Steigung einer PWG mit rein rillenprofilierten Planeten.

Durch die Drehachsauswanderung zur Antriebsachse hin wandert bei Schlupf der Betriebspunkt auf der Kennlinie nach rechts. Durch die geringere Wirkung der Planetensteigung hat der Planet eine virtuell verringerte Gesamtsteigung, wodurch die k -Kennlinie näher zur $k=0$ Kennlinie verschoben wird. Beide Effekte zusammengenommen bewirken eine Verringerung der Gesamtsteigung durch Schlupf.

Ist die **Steigung der Planeten-Feinprofilierung negativ** (Links-auf-Rechtsgewinde, $k < 0$), so sinkt durch Schlupf die Gesamtsteigung ab, bis sie beim Überschreiten des Nulldurchganges ihr Vorzeichen wechselt. Der Betriebspunkt wandert auch in diesem Fall bei Schlupf nach rechts, die k -Kennlinie näher zur $k=0$ Kennlinie.

Gesamtschlupf

Schlupf tritt sowohl in den Kontakten Planet-Mutter, als auch in den Kontakten Spindelstange-Planet auf. Je nach Antriebs-Drehrichtung und Drehsinn des Antriebsmomentes kann der Schlupf in der einen oder anderen Kontaktgruppe größer ausfallen (vgl. Abb. 4.19 und Abb. 4.20). Es hängt vorrangig von den Steigungen der PWG-Profile, von der Drehzahl, der Drehrichtung und der Last ab, wie sich der Schlupf auf die Gesamtsteigung auswirkt. In der Beispielrechnung, in Kapitel 5.5.4 und Anhang 11.3, sind die Schlupf-Verhältnisse bei einer Stahl-PWG beschrieben.

5 Analyse, Modellbildung, Berechnung

Bei der PWG handelt es sich um ein sehr junges Maschinenelement, für das vor vier Jahren noch keine brauchbaren Berechnungsverfahren vorlagen. Gefordert sind Berechnungsmethoden, mit deren Hilfe die PWG bis zur Fertigungsreife ausgelegt werden kann.

Der Weg zur Berechnung der PWG beginnt mit der Suche nach direkt anwendbaren bzw. modifizierbaren Standard-Berechnungsverfahren. Dabei zeigte sich, daß die gebräuchlichen Berechnungsverfahren für Lager, Zahnräder und Reibgetriebe nicht auf die Verhältnisse der PWG übertragbar sind. Für die PWG ist deswegen eine spezielle Analyse der Kontaktkinematik und darauf aufbauend eine geeignete Modellbildung erforderlich. Schrittweise führt diese Modellierung zur numerischen Simulation des Gesamtsystems. Aus ihr lassen sich dann die zulässigen Vereinfachungen für schnellere Berechnungsverfahren ableiten.

Wie in Abb. 5.1 dargestellt, basiert die Modellierung der PWG auf der:

- Statischen Betrachtung des Einzelkontaktes nach HERTZ [H1] unter den Einflußfaktoren Last und Flankengeometrie;
- Dynamischen Betrachtung des Einzelkontaktes in Bewegung unter Berücksichtigung der Übersetzungsverhältnisse sowie der Druck- und Geschwindigkeitsverteilung über der Kontaktfläche;
- Der Analyse des Gesamtsystems, wobei die Wechselwirkungen zwischen den Elementen und die Belastung der einzelnen Elemente betrachtet werden;
- Darauf basierend dem Aufbau eines Mehrkörpersystems, mit dessen Hilfe die numerische Simulation des Laufverhaltens der gesamten PWG möglich ist.

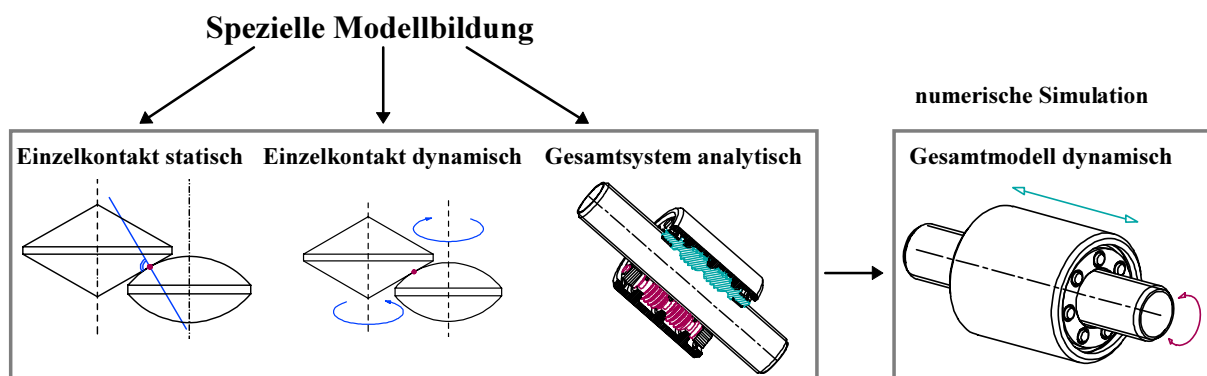


Abb. 5.1: Vorgehen bei der Untersuchung der PWG

Die Modellierung des Mehrkörpersystems (MKS) ist komplex, da die Elemente der PWG nicht starr geführt sind - siehe Kapitel 4.2 - und sich deshalb ständig veränderliche Kontaktla-

gen einstellen. Schon bei einfachen PWG-Ausführungen stehen mehr als 200 Kontaktstellen in Eingriff, das Gesamtsystem ist statisch überbestimmt. Zudem ist eine konventionelle MKS-Modellierung, in der die Wechselwirkungen in jedem einzelnen Kontakt modelliert werden, sehr aufwendig. Hier wird deswegen ein modifizierter MKS-Aufbau gewählt. Geeignete Versuche werden parallel durchgeführt, sie dienen zur Validierung der Modellbildung - siehe Kapitel 7.

Veränderliche Größen

Durch die Konstruktion werden folgende **geometrische Größen** festgelegt:

- Die Längen und Durchmesser der Elemente;
- Die Wälzkreisdurchmesser;
- Die Art der Rillen- bzw. Gewindepfeilung mit Steigung und Gangzahl;
- Die Anzahl der tragenden Kontaktstellen und deren Verteilung über die Elemente;
- Die Flankengeometrie, speziell die Wahl gerader oder ballig profilierter Flanken;
- Werkstoff;
- Ggf. die Wärmebehandlung bzw. Oberflächenverfestigung.

Daraus sind mittels der idealisierten statischen Betrachtung, wie sie in Kapitel 3 beschrieben ist, bereits wichtige Kenngrößen der PWG zu ermitteln wie z.B. minimal erforderlicher Bau- raum und Tragfähigkeit. Nach der in Kapitel 4.3 vorgestellten Teildrehpolbetrachtung läßt sich die Profilverteilung ebenfalls bei der statischen Betrachtung optimieren.

Im Betrieb sind der **Systemschlupf** und der **Gesamtwirkungsgrad** wesentliche Kenngrößen. Sie sind von mehreren Parametern abhängig und können nicht mehr auf einfachem Wege bestimmt werden, sondern erfordern die dynamische Berechnung des Gesamtsystems unter Betriebsbelastung. Die Ursachen und Wechselwirkungen in den Reibpaarungen der PWG werden in diesem Kapitel hergeleitet und grafisch dargestellt. Daraus werden die grundlegenden Berechnungsansätze abgeleitet. Zur Vereinfachung wird hier von einem über der Kontaktfläche sowie im gesamten Normalbetriebsbereich der PWG **konstanten Reibwert** μ ausgegangen - siehe dazu auch Kapitel 11.1.

5.1 Drehpollagen bei Schlupf

Im Betriebsbereich jedes Reibradgetriebes nimmt der Schlupf mit der übertragenen Leistung zu wenn Anpreßkraft und Drehzahl oder Anpreßkraft und Drehmoment konstant bleiben. Ist die Antriebsdrehzahl 1 konstant, so sinkt bei höherer Übertragungsleistung die Abtriebsdrehzahl 2 durch Schlupf.

Als Kraftpol KP wird beim Stirnreibrad der Ort der Kraftübertragung bezeichnet, der hier dem Kontaktpunkt gleicht. Der Drehpol ist als der Ort definiert, an dem Antrieb und Abtrieb gleiche Geschwindigkeit haben - siehe Abb. 5.2: Leerlauf und Leistungsübertragung mit $\omega_1 = konst..$

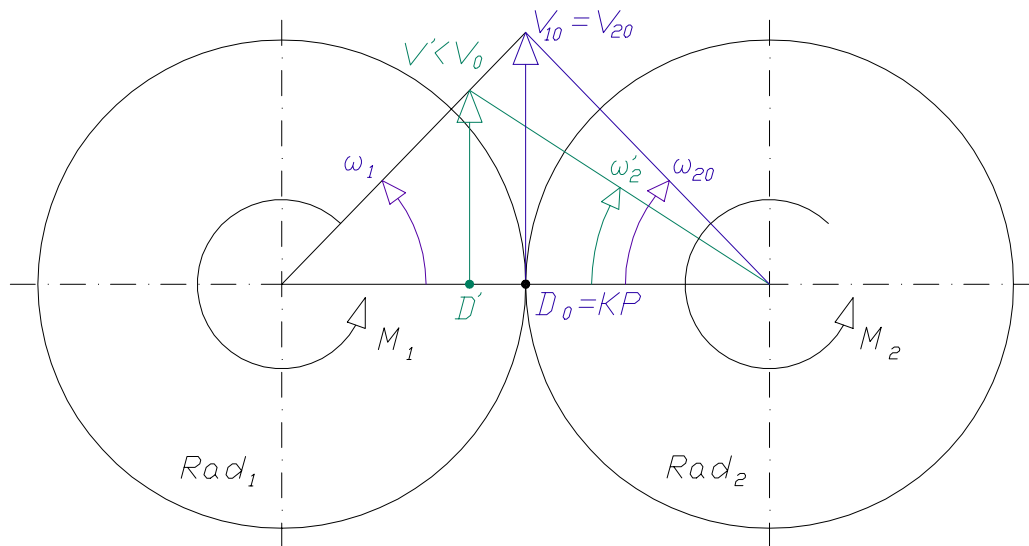


Abb. 5.2: Drehpollagen mit und ohne Schlupf beim Stirnreibradgetriebe

In jeder Stirnrad-Stirnrad-Stufe und bei Stirnrad-Hohlrad-Stufen, bei denen das Stirnrad angetrieben ist, führt Schlupf zur Auswanderung des Drehpoles zur Antriebsachse hin - siehe

Abb. 5.3 im Bereich der Werte $k < 1$ mit $k = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$ und Rad-Achsabstand

$a = r_1 + r_2 = konst..$ Ist hingegen das Hohlrad angetrieben, so wandert der Drehpol bei Schlupf von der Antriebsachse weg! Dieser Fall entspricht in Abb. 5.3 den Werten $k > 1$.

Ausgehend von der k -Kennlinie $\omega_{2,0}$ für $S = 0$ in Abb. 5.3 stellen sich bei Schlupf neue Übersetzungskennlinien mit geringerer Steigung ein. Anders betrachtet verhält sich das Getriebe

bei Schlupf wie ein schlupffreies Getriebe, dessen Übersetzung k auf der beibehaltenen $\omega_{2,0}$ -Kennlinie „weiter rechts“ liegt.

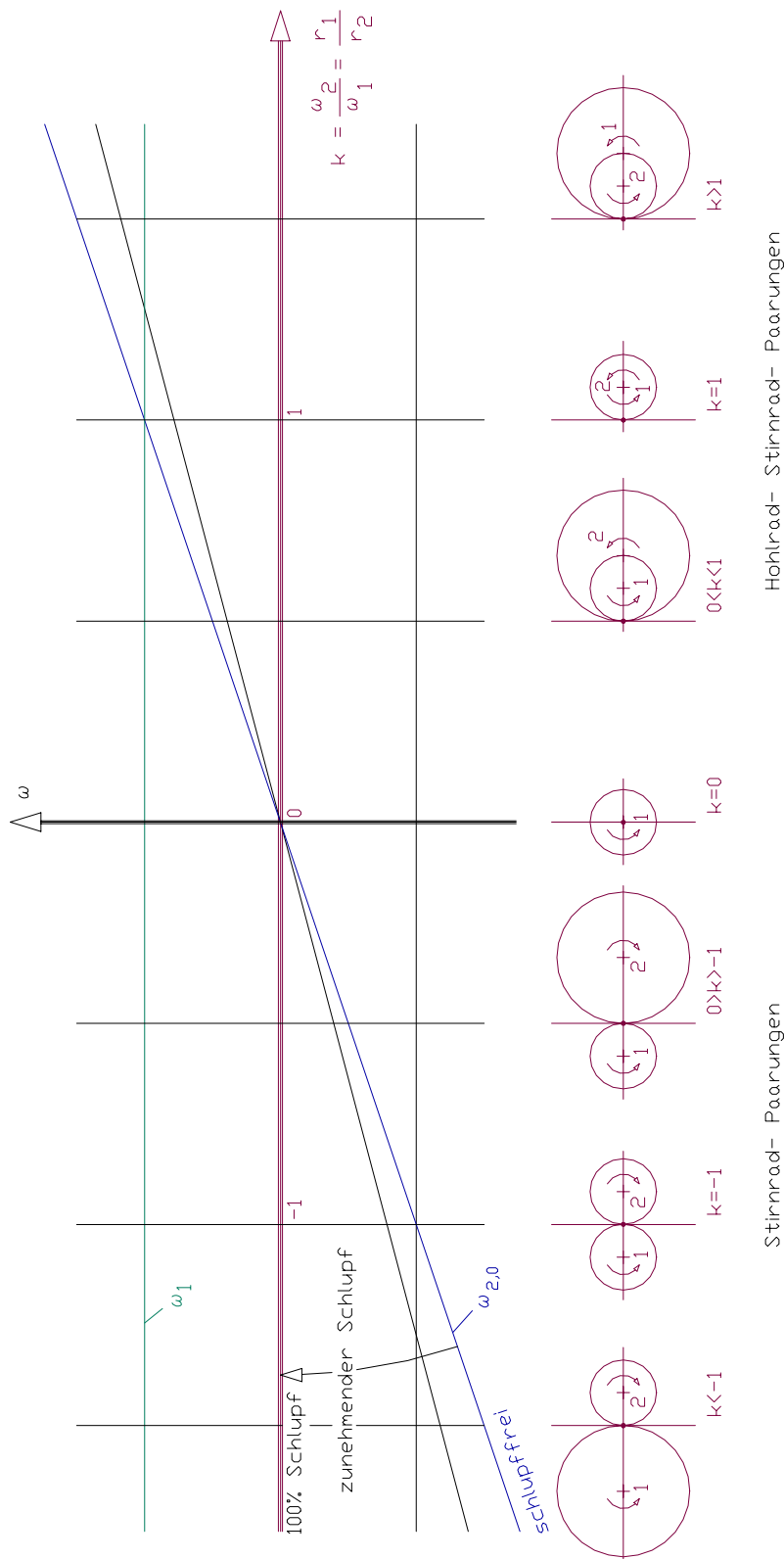


Abb. 5.3: Abtriebsdrehgeschwindigkeits-Kennlinie (ω_2) für verschiedene Reibrad-durchmesserverhältnisse mit und ohne Schlupf, Antriebsdrehzahl $\omega_1 = \text{konstant}$

5.2 Dreh- und Kraftpollagen bei Bohren und Schlupf

Schneiden sich die Drehachsen der Reibkörper nicht in einem Punkt der Kontaktebene (oder sind sie als Spezialfall davon alle parallel orientiert) so tritt Bohrreibung auf. Der Bohranteil der Relativbewegung entspricht dem senkrecht zur Kontaktebene gerichteten Anteil der Drehgeschwindigkeitsdifferenz zwischen An- und Abtrieb - siehe Abb. 5.4.

Die vektorielle Zerlegung der Drehgeschwindigkeiten in Bohrdrehschnelle ω_b und Gleitanteil ω_g ist in Abb. 5.4 ebenso abgebildet, wie die anschließend berechneten Drehpol- und Kraftpollagen (zur Verdeutlichung sind die Auswanderungen überproportional groß dargestellt). Die Lage der Kraftpole ist nun, anders als beim Stirnreibradgetriebe, von der Übertragung abhängig, die Herleitung und Definition der Kraftpollage folgt auf der nächsten Seite.

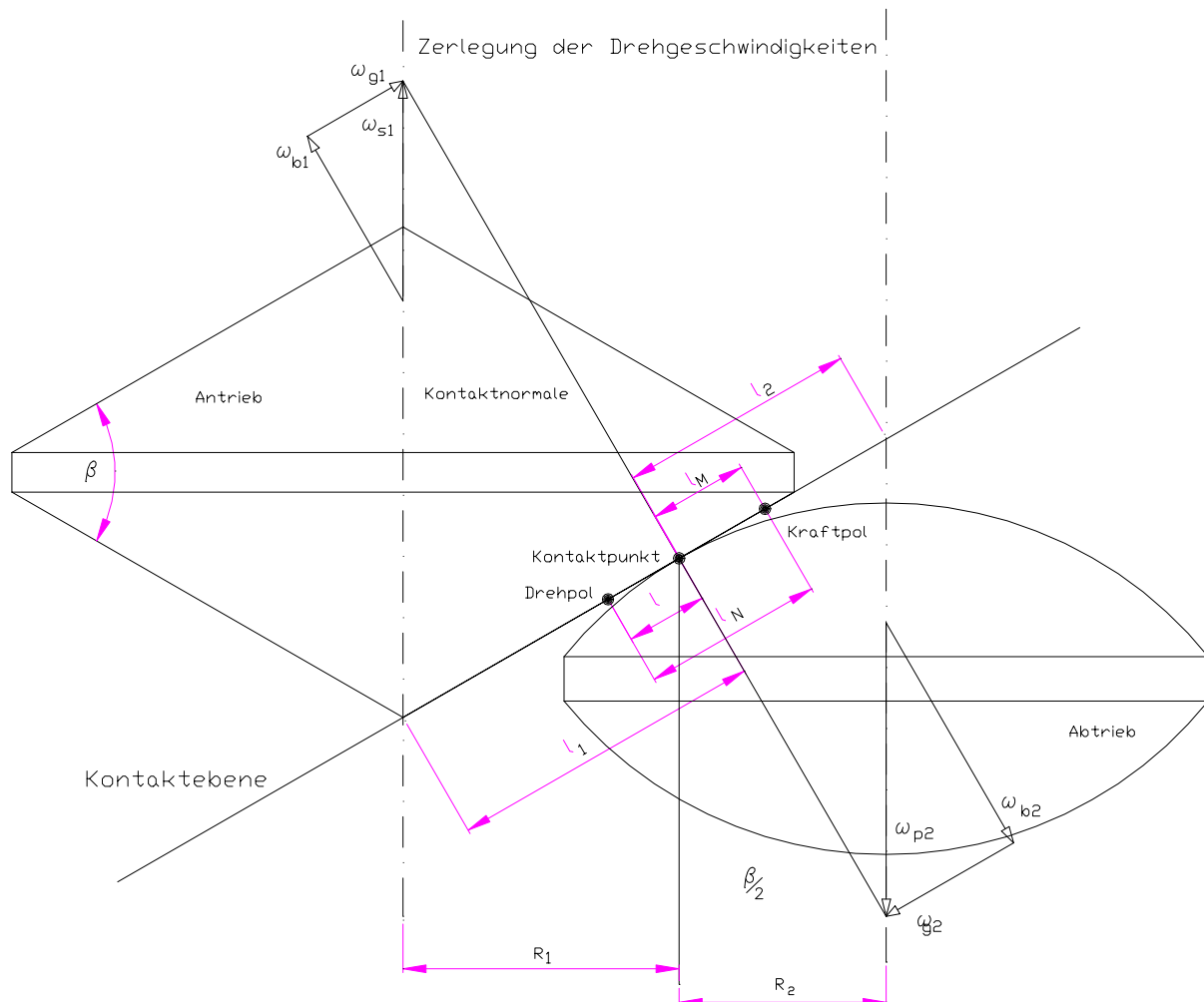


Abb. 5.4: Drehpolauswanderung in der Kontaktebene eines Reibgetriebes

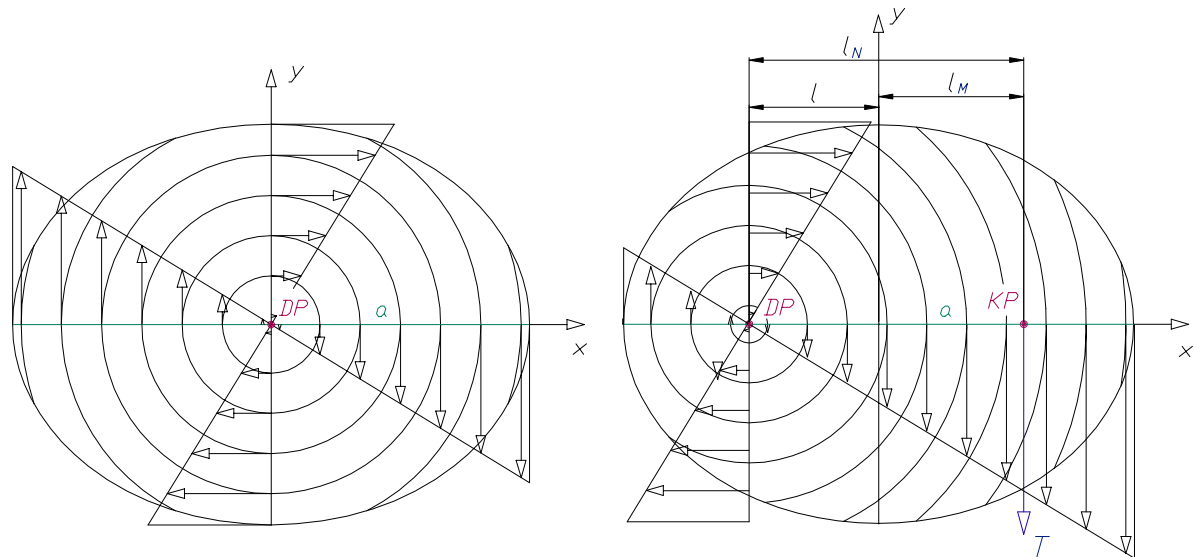


Abb. 5.5: Geschwindigkeitsfeld, Drehpol und Kraftpol in der Kontaktebene

Bei rein bohrender Bewegung, siehe Abb. 5.5 links, liegt der Drehpol im Zentrum der Kontaktfläche. Es kann keine Tangentialkraft T übertragen werden, weil die Resultierende der Reibkräfte um den Drehpol DP nur ein Moment aber keine Kraft ergibt. Dieses Bohrmoment wirkt sich im Betrieb ausschließlich als Leistungsverlust aus.

Wenn der Drehpol aus dem Zentrum der Kontaktfläche seitlich auswandert, siehe Abb. 5.5 rechts, ist die resultierende Tangentialkraft T ungleich Null. Diese Resultierende T schneidet die Achsverbindungsline a im Kraftpol KP . Dieser Fall ist bei der PWG im Kontakt Planet-Mutter anzutreffen (detaillierte Herleitung und Beispielrechnung in Anhang 11.1 und 11.3).

5.2.1 Berechnung von Tangentialkraft und Bohrmoment

Die im Kraftpol KP gedachte Tangentialkraft T bewirkt um den Drehpol DP das gleiche Drehmoment M_b wie das über der Kontaktfläche aufintegrierte Produkt aus den Teiltangentialkräften und deren Hebelarmen - siehe Abbildung 5.5.

Die Teiltangentialkräfte hängen sowohl von der lokalen Differenzgeschwindigkeit, als auch von der lokalen Pressung ab. Die Pressung besitzt über der Kontaktfläche nach der HERTZ'schen Theorie einen elliptischen Verlauf (siehe dazu auch Abb.5.6):

$$p = p_x \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}}; \quad p_x = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

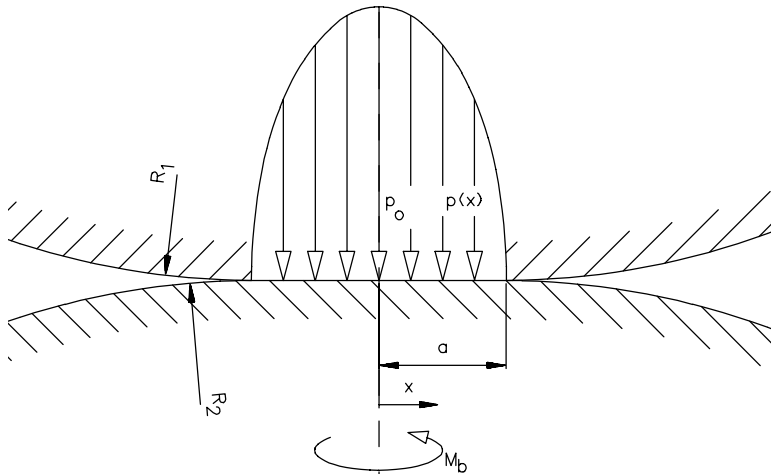


Abb. 5.6: Elliptischer Verlauf der Pressung über der Kontaktfläche

Das Bohrmoment M_b (siehe Abb. 5.5 und 5.6; Rechenweg in Anhang 11.1) einer elliptischen Kontaktfläche mit den Halbachsen a und b und konstantem Reibwert μ_B bestimmt sich nach LUTZ [L1- L3] und WERNITZ [W1] zu:

$$M_b = 2 \mu_B p_0 \int_{-a}^a \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \int_0^{y_0} \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}} \sqrt{(l-x)^2 + y^2} dy dx.$$

Der Wert y_0 beschreibt dabei den Rand der Kontaktfläche in Abhängigkeit vom x -Wert.

Die Tangentialkraft T wird nach dem gleichen Ansatz errechnet zu:

$$T = 2 \mu_B p_0 \int_{-a}^a \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \int_0^{y_0} \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}} \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2 + y^2}} dy dx$$

Der Abstand l_N des Kraftpols vom Drehpol (siehe Abb. 5.5) ist dabei:

$$l_N = \sqrt{ab} \frac{T}{\mu_B F_N}.$$

Nun beschreiben die resultierenden Größen Tangentialkraft T im Kraftpol KP und ihr Abstand l_N vom Drehpol DP (bzw. ihr Abstand l_M vom Flächenschwerpunkt) das Reibgetriebe vollständig. Mit Hilfe dieser Definitionen sind die Zusammenhänge leichter vorstellbar und einfacher zu berechnen. Sie fassen das Übertragungsverhalten zusammen, das sich aus der Achsanordnung, der Flankengeometrie sowie der aus der Flankennormalkraft F_N resultierenden Druckflächenform und dem sich ausbildenden Druckprofil und Differenzgeschwindig-

keitsfeld ergibt. Die analytische bzw. numerische Berechnung dieser resultierenden Kenngrößen verursacht jedoch wegen der dafür zu lösenden elliptischen Integrale einen beträchtlichen Aufwand, weshalb in Kapitel 5.3 für die PWG ein einfacheres grafisches Verfahren vorgestellt wird.

5.2.2 Kraftpolauswanderung

Der Kraftpol KP liegt bei bohrender Reibung und Schlupf (Bohrschlupf) auf bzw. zwischen der Abtriebsachse l und dem Kontaktpunkt K und ist dort definiert, wo die Wirkungslinie der Tangentialkraft T die Achsverbindungsline a schneidet (siehe dazu Abb. 5.4, 5.5, 5.9). Der Kraftpol KP wandert vom Kontaktpunkt K stets in entgegengesetzter Richtung wie der Drehpol DP aus. Dabei ist die Auswanderung l von KP maximal, wenn die Auswanderung l_M von DP minimal ist, sowie umgekehrt - siehe Abb. 5.7. Die Extremlagen der Pole sind dabei:

- A) Der Kraftpol liegt bei maximaler Tangentialkraftübertragung im Zentrum der Kontaktfläche ($l = 0$), dabei treten 100% Drehzahlschlupf auf, d.h. der Abtrieb steht still, die Kraftübertragung erfolgt in diesem Zustand völlig ohne Bohren, da Abtriebsradius $r_2 = 0$, und $\varpi_2 = 0$.
- B) Der Drehpol deckt sich mit dem Mittelpunkt der Kontaktfläche ($l_M = 0$), es liegt reine Bohrbewegung ohne Tangentialkraftübertragung vor, der Drehzahlschlupf ist 0%.

In beiden Grenzfällen wird keine Leistung übertragen; in Fall A weil der Abtrieb still steht, in B weil ohne Schlupf keine Tangentialkraft übertragen werden kann - vgl. hierzu auch Abb. 1.3. Nach Abb. 5.7 sind für optimale Leistungsübertragung Polauswanderungen um 0.7 günstig.

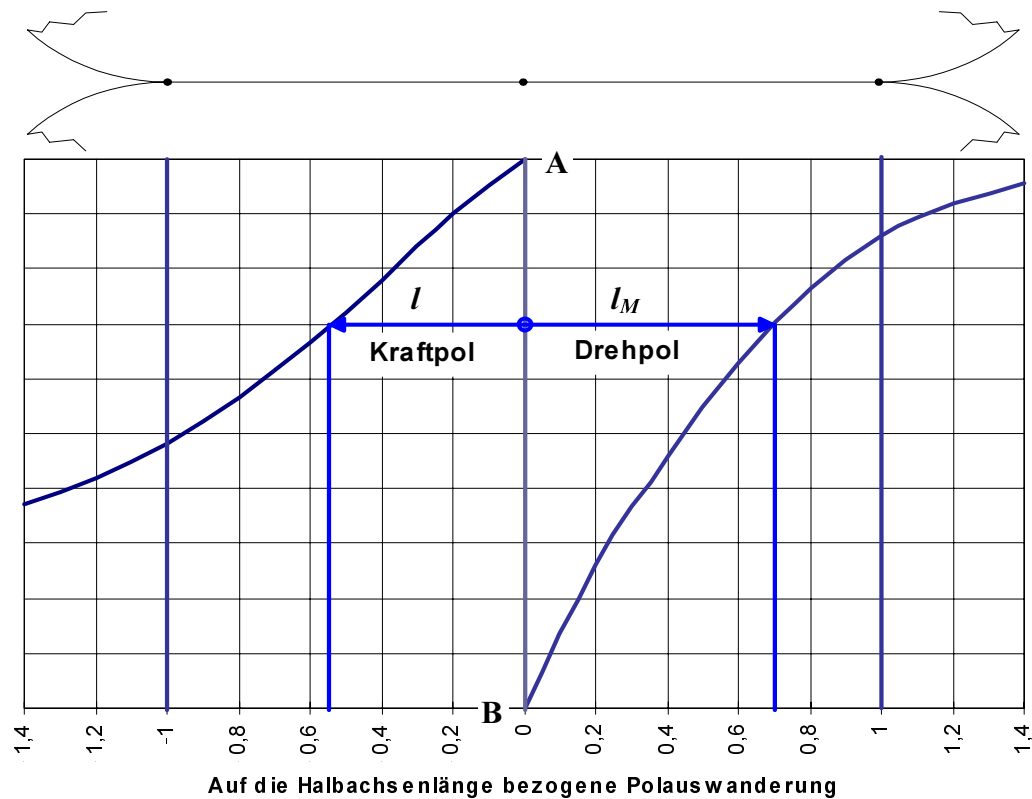


Abb. 5.7: Auswanderung von Kraft- und Drehpol durch Bohrschlupf nach [M1, Abb. 5]

Der Reibwert μ wird bei dieser Betrachtung als über der gesamten Kontaktfläche konstant angenommen. Er kann aus der Messung der reinen Bohrverluste oder der Schlupfverluste ohne Bohren in Auslaufversuchen bestimmt werden. Dabei sind die real vorkommenden Kontaktbedingungen wiederzugeben, vor Allem: Materialpaarung, Kontaktgeometrie, Schmiermittel. Bestimmt man den Reibwert aus Bohrverlusten so nennt man ihn μ_B , betrachtet man dafür die im Kontakt übertragene Tangentialkraft in Nutzrichtung bezogen auf die Normalkraft, so nennt man den Reibwert μ_N - vergleiche hierzu mit Abb. 4.18, 5.4, 5.5, 5.6 und Kapitel 11.1. Nach Abb. 5.7 geht der Bohrreibwert μ im Fall A in den Schlupfreibwert μ_N über.

5.2.3 Verringern von Verlusten aus bohrender Reibung

Die Bohrreibungsverluste lassen sich konstruktiv beeinflussen durch:

- Große Flankenwinkel β (Rollbewegung günstiger als Bohrbewegung), das ist nur bedingt gültig, wenn (wie bei der PWG) zusätzlich axiale Kräfte übertragen werden, da mit dem Flankenwinkel die Kontaktnormalkraft und damit die Kontaktfläche wächst, wodurch die Bohrreibung mit der Größe der Kontaktfläche wieder zunimmt.

- Kleine Drehgeschwindigkeitsdifferenzen zwischen An- und Abtrieb = geringer Schlupf.
- Ähnliche Wälzkreisdurchmesser bei An- und Abtrieb - ideal wäre $i=1$.
- „Hohlrad-Stirnrad“-Reibpaarungen haben wegen gleichem Drehsinn von An- und Abtrieb wesentlich geringere Bohrverluste als Stirnrad-Stirnrad-Reibpaarungen: Bei der PWG sind im Kontakt Mutter-Planet die Bohrverluste geringer als im Kontakt Planet-Spindelstange.
- Geringe Pressungen, damit die Kontaktfläche geringe Ausdehnung aufweist und der Hebelarm des Bohrmomentes klein bleibt - viele gering belastete Kontakte sind günstiger als ein hochbelasteter Kontakt - siehe Abb. 5.5, 5.6, 5.7.
- Hohe Elastizitätsmoduli für geringe Abplattung und geringe Kontaktflächenausdehnung.
- Möglichst Kontaktellipsen mit Hauptachsenverhältnissen um 1 - kleinste Hebelarme des Bohrmomentes liegen bei annähernd kreisförmigen Kontaktflächen vor.
- Geringste Normalkraft zur Übertragung der erforderlichen Tangentialkraft. Die Anpassung der Normalkraft an die Übertragungsleistung erfolgt bei der PWG automatisch, die „Grundabstimmung“ wird konstruktiv mit dem Flankenwinkel β vorgegeben.

5.3 Dreh- und Kraftpollagen bei Schräglauf und Schlupf

Schräglauf (Abb. 5.8) tritt bei der PWG im Kontakt Planet-Spindelstange auf (Abb. 5.9). Will man größere Systemsteigungen erzielen, so wächst sowohl die Auswanderung des Kontaktpunktes aus der Achsverbindung a (siehe Kapitel 6.5.3) als auch der Schräglaufwinkel γ .

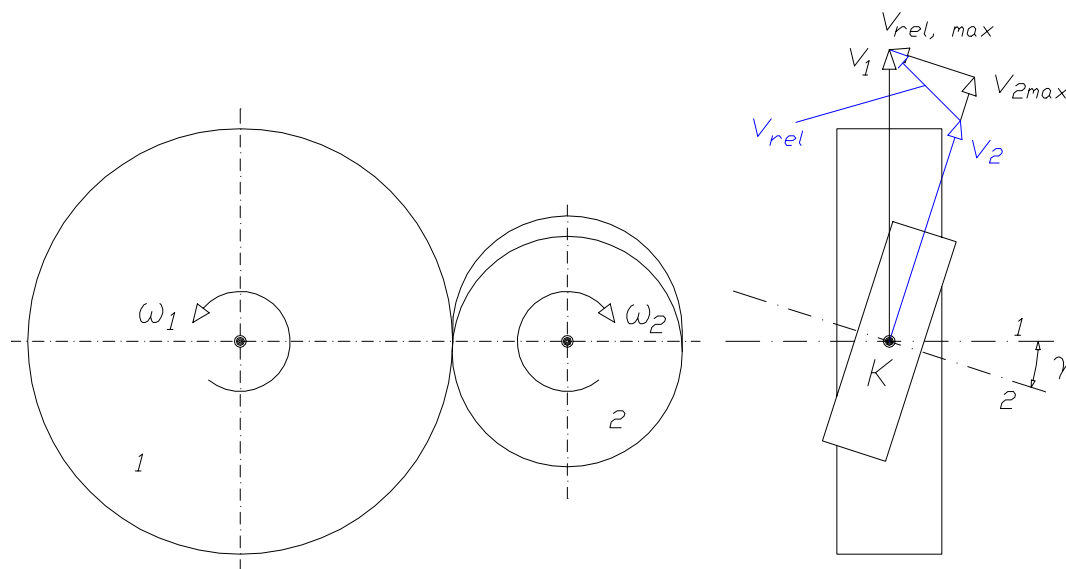


Abb. 5.8: Schräglauf

Hier wird ein grafisches Verfahren vorgestellt, mit dem die Drehzahlverluste und Tangentialkraftverluste im Punktkontakt bei Schräglauf ebenso einfach durch die Angabe von Drehpol DP und Kraftpol KP beschrieben werden können, wie es LUTZ [L1-L3] und WERNITZ [W1] für Bohren und Schlupf aufzeigten.

Dazu wird der Geschwindigkeitsplan in der Kontaktebene genutzt, mit dem u.a. GAGGERMEIER [G2] das Übertragungsverhalten darstellte.

Der Drehpol DP kann in der Kontaktebene nur auf der Achsverbindung a der Körperdrehachsen $A1$ und $A2$ liegen, da sich die Körper sonst trennen oder durchdringen würden. Ferner muß die Relativgeschwindigkeit im Kontaktpunkt senkrecht zur Verbindung \overline{DPK} stehen. Durch diese beiden Kriterien ist die Lage des Drehpols DP definiert als Schnittpunkt der Achsverbindung a mit dem Lot auf v_{rel} durch den Kontaktpunkt K .

Die Lage der Kraftwirkungslinie von T_1 und T_2 ist in K durch die Relativgeschwindigkeit v_{rel} festgelegt. Der Kraftpol KP liegt genau dort auf der Achsverbindung a , wo diese sich mit der Wirkungslinie der Tangentialkräfte T schneidet - siehe Abb. 5.9.

Bei Schräglauf steht die Verbindungslinie \overline{DPK} in K immer senkrecht auf \overline{KP} .

In Abb. 5.9 sind nicht nur die Lagen der beiden Pole (bezeichnet mit \cdot) für die abgebildete v_{rel} dargestellt, sondern auch der gesamte Bereich, in dem sich die Pole für diese Kontaktpunkt-lage bei unterschiedlich hohem Schlupf befinden können. Zwischen dem Bereich für DP und dem Bereich für KP klafft eine Lücke, die umso größer ist, je weiter der Kontaktpunkt von a ausgewandert, bzw. je größer der Schräglaufwinkel γ ist, das auch heißt, je größer die Gesamtsteigung der PWG ist.

Im Leerlauf wird keine Tangentialkraft übertragen und somit wird bei minimalem Drehzahl-schlupf die maximale Abtriebsgeschwindigkeit $v_{2,max}$ erreicht. Das Lot durch K auf v_{rel} (die im Leerlauf genau $v_{rel,min}$ ist) liegt dann auf v_2 , der Drehpol in DP_0 , der Kraftpol in KP_0 .

Die maximale Tangentialkraft T (bzw. das maximale Abtriebsmoment M_2) könnte theoretisch dann übertragen werden, wenn die Abtriebsseite still stünde. Dann wäre die Relativgeschwindigkeit betragsmäßig gleich groß wie die Antriebsgeschwindigkeit, der Drehpol DP_{max} läge auf der Antriebsachse, der Kraftpol bei KP_{max} . Diese Übertragungssituation ist in der Praxis aber nur von theoretischem Interesse, weil eine Abtriebsbewegung erfolgen soll. Auch bei der Überlagerung von Bohrschlupf und Schräglauf nimmt die übertragbare Leistung zunächst mit dem Schlupf zu, bei höherem Schlupf aber wieder ab.

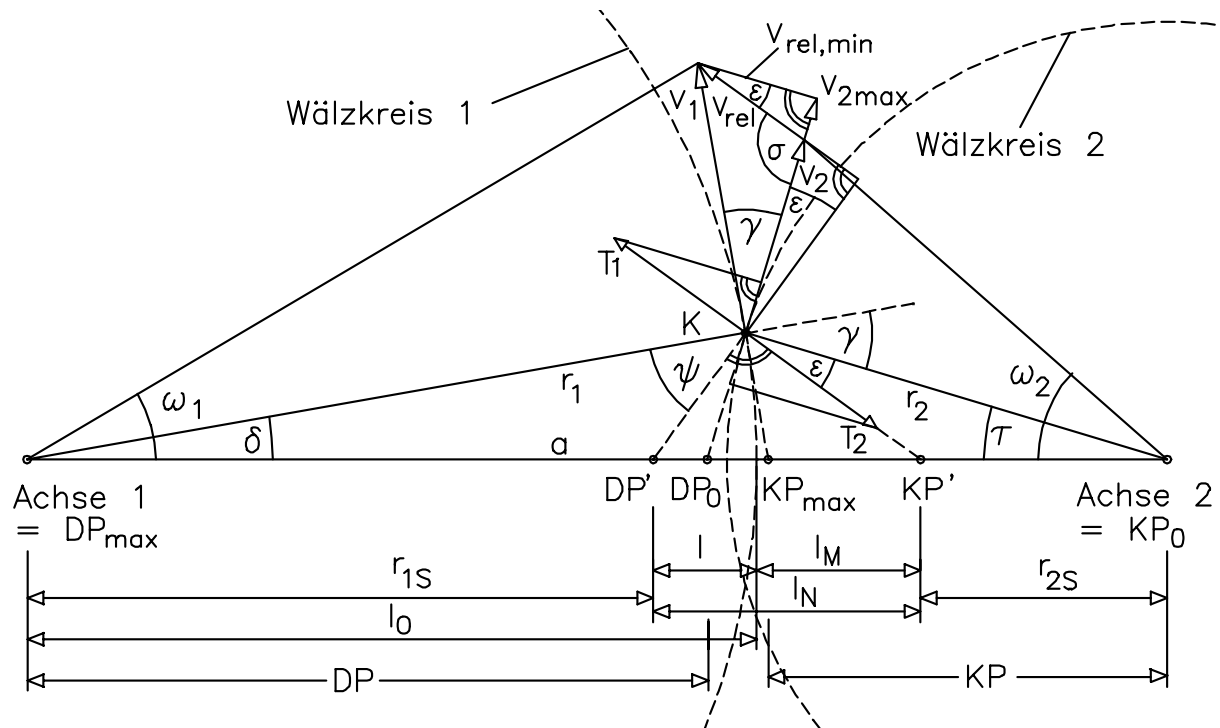


Abb. 5.9: Projektion der Übersetzungsverhältnisse (im Geschwindigkeitsplan) auf die Achsverbindung a ; Charakteristische Größen der Übersetzung: KP , DP , T , γ , ε und v_{rel}

In den Winkeln spiegeln sich wieder:

γ Schräglauf

ε Verluste durch Kraftschlupf

ψ Verluste durch Drehzahlschlupf

5.3.1 Berechnung der Drehpol- und Kraftpollagen

Der Antriebswinkel δ :

$$\delta = \arcsin \frac{v}{r_1}$$

ist über den Antriebsradius r_1 und die Kontaktpunktverlagerung v bekannt aus der vorangegangenen Berechnung der Kontaktpunktlage. Die Ergebnisse der dreidimensionalen Berechnung aus Kapitel 6.5, Abb. 6.3 werden dazu in die zweidimensionale Betrachtung überführt.

Aus dem **Achsabstand** a errechnet sich der Abtriebsradius r_2 nach dem Cosinussatz:

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + a^2 - 2r_1 a \cos \delta} .$$

Der **Abtriebswinkel** τ errechnet sich zu:

$$\tau = \arcsin \frac{r_1 \sin \delta}{r_2}$$

Der **Schräglaufwinkel** γ ist bei der PWG die Summe aus An- und Abtriebswinkel - siehe Abb. 5.9, mit Vorzeichen „+“ für Stirnradpaarungen und „-“ für Hohlradaarungen:

$$\gamma = \delta \pm \tau .$$

Die Winkeldifferenz γ zwischen Antriebswinkel δ und Abtriebswinkel τ verursacht die Differenzgeschwindigkeit $v_{rel, \min}$, die selbst dann nicht zu null werden kann, wenn vom Abtrieb keine Leistung entnommen wird. Dieser Zwangsschlupf ist mit seinen Verlusten bereits im Leerlauf zu überwinden.

Die maximal übertragbare **Abtriebsgeschwindigkeit** v_2 berechnet sich zu:

$$v_{2 \max} = v_1 \cos \gamma .$$

Der **Schlupf** S bestimmt sich für Geradlauf und Schräglauf aus den Umfangsgeschwindigkeiten im Kontaktpunkt:

$$S = \frac{v_1 - v_2}{v_1} ,$$

$$v_2 = v_1 (1 - S) .$$

$$v_2 = v_1 (\cos \gamma - \sin \gamma \tan \varepsilon)$$

Der **minimale Schlupf** S_{\min} ist gleichzeitig der **Zwangsschlupf** S_Z bei Schräglauf:

$$S_Z = \frac{v_1 - v_{2 \max}}{v_1} = 1 - \cos \gamma .$$

Dabei ist die **minimale Relativgeschwindigkeit** $v_{rel, \min}$ durch Zwangsschlupf:

$$v_{rel, \min} = v_1 \sin \gamma .$$

Die Reibkraftübertragung erfolgt in Richtung der **Relativgeschwindigkeit** v_{rel} :

$$v_{rel} = \sqrt{(v_1 \cos \gamma - v_2)^2 + (v_1 \sin \gamma)^2} = v_1 \sqrt{(\cos \gamma + S - 1)^2 + \sin^2 \gamma} .$$

$$v_{rel} = \sqrt{v_{rel, \min}^2 + \Delta v_2^2} = \sqrt{(v_1 \sin \gamma)^2 + (v_1 \sin \gamma \tan \varepsilon)^2} = v_1 \sin \gamma \sqrt{1 + \tan^2 \varepsilon}$$

In dieser Richtung wirkt auch der **tatsächliche Schlupf** S_T :

$$S_T = \frac{v_{rel}}{v_1} = \sqrt{(\cos \gamma + 1 - S)^2 + \sin^2 \gamma}.$$

$$S_T = \sin \gamma \sqrt{\tan^2 \varepsilon + 1}$$

Der **Winkel** σ berechnet sich zu:

$$\sigma = 180^\circ - \varepsilon - \gamma.$$

Der **Schlupfwinkel** ε berechnet sich zu:

$$\cos \varepsilon = \frac{v_{rel, \min}}{v_{rel}} \text{ oder}$$

$$\tan \varepsilon = \frac{v_{2\max} - v_2}{v_{rel, \min}} = \frac{\cos \gamma (1 + S - 1)}{\sin \gamma} = S \cot \gamma,$$

$$\text{bei } S=1 \text{ ist } \varepsilon = 90^\circ - \gamma \text{ und } \tan \varepsilon_{\max} = \frac{v_{2\max}}{v_{rel, \min}} = \cot \gamma.$$

Die **Tangentialkraft** T_2 errechnet sich aus der Kontaktnormalkraft Q zu:

$$T_2 = Q \cdot \mu \cdot \frac{v_{rel}}{v_1} = Q \cdot \mu \cdot S_T$$

und bewirkt in Umfangsrichtung des Abtriebs die **Umfangskraft** U_2 (in Abb. 5.9 ist U_2 nicht eingezeichnet, sie wäre die senkrechte Projektion von T auf die Richtung von v_2):

$$U_2 = Q \cdot \mu \cdot \frac{v_{2\max} - v_2}{v_1} = Q \cdot \mu \cdot (S - S_z) = Q \cdot \mu \cdot (S - 1 + \cos \gamma).$$

Diese beiden Kräfte verhalten sich wie:

$$U_2 = T_2 \cos \sigma,$$

$$U_2 = T_2 \sin \varepsilon.$$

Die **Ausnutzung** v_s der Reibkraft in Abtriebsrichtung ist bei Schräglauf (Index „S“):

$$v_s = \frac{v_{2\max} - v_2}{v_{rel}} = \sin \varepsilon.$$

Mit dem Schlupfwinkel ε wächst der Nutzanteil der Übertragung bis zur **maximalen Kraftausnutzung** bei ε_{\max} :

$$\varepsilon_{\max} = 90^\circ - \gamma.$$

Der **Kraftpol** KP befindet sich (Sinussatz) **bei Schräglauf** auf der Achsverbindung im **Abstand** r_s von der Abtriebsachse:

$$r_{2s} = r_2 \frac{\sin \varepsilon}{\sin(180^\circ - \varepsilon - \tau)}.$$

Der **Drehpolabstand von der Antriebsachse** r_{1s} beträgt **bei Schräglauf**:

$$r_{1s} = r_1 \frac{\sin \psi}{\sin(180^\circ - \delta - \psi)}.$$

Der Hilfswinkel ψ dient dabei zur anschaulicheren Darstellung:

$$\psi = 90^\circ - \gamma - \varepsilon.$$

Mit den Polverlagerungen l und l_M ausgedrückt sind:

$$l = r_1 - r_{1s},$$

$$l_M = a - r_1 - r_{2s}.$$

$$l_N = l + l_M = a - r_{1s} - r_{2s}$$

Im Verhältnis $\frac{r_{1s}}{r_1} = \frac{l_0 - l}{l_0}$ spiegelt die Drehpolauswanderung den gesamten Drehzahlschlupf

aus Zwangsschlupf und Umfangsschlupf des Abtriebs wider.

Der **Wirkungsgrad** η_s berechnet sich aus den Drehmoment- und Drehzahlverlusten:

$$\eta_s = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{n_2}{n_1} = \frac{r_{2s}}{a - r_{2s}} \cdot \frac{r_{1s}}{a - r_{1s}}.$$

Die **Leistungsverluste** $\Delta\eta_s$ sind damit:

$$\Delta\eta_s = 1 - \frac{P_2}{P_1}.$$

5.3.2 Beispiel für drei Kontaktpunktlagen

In Abb. 5.10 sind für drei Kontaktpunktlagen außerhalb der Achsverbindungsebene die charakteristischen Winkel, Geschwindigkeiten und Drehgeschwindigkeiten dargestellt.

Das Dreieck Drehpol-Kontaktpunkt-Kraftpol ist immer rechtwinklig.

Totkreis, KP auf der Abtriebsachse

Man erkennt, daß es Kontaktpunktlagen K gibt, an denen allein durch den Zwangsschlupf (bei $\gamma = 90^\circ$) keine Leistungsübertragung möglich ist. Diese Lagen finden sich in Abb. 5.10 allesamt auf dem Totkreis (Index T). Auf ihm ergibt jede Projektion der Antriebsgeschwindigkeit auf die Abtriebsrichtung null als Abtriebsgeschwindigkeit, der Kraftpol KP_T liegt dabei immer auf der Abtriebsachse A_2 .

Auch für alle anderen Kontaktpunktlagen (nicht auf dem Totkreis) ist Umfangskraftübertragung unmöglich, wenn der Kraftpol auf der Abtriebsachse liegt - dann tritt reiner Zwangsschlupf auf, das Getriebe läuft im Leerlauf.

In den Extremlagen DP_{\max} (Drehpol liegt auf der Antriebsachse) steht der Abtrieb still. Bei den Lagen $KP_0 = KP_T$ auf der Abtriebsachse ist keine Umfangskraft übertragbar - in beiden Fällen ist Leistungsübertragung unmöglich.

Hohlradpaarungen

Hohlradpaarungen (Index H) sind nur bei Kontaktpunktlagen außerhalb des Totkreises möglich oder wenn die Abtriebsachse innerhalb des Wälzkreisdurchmessers I liegt. Die möglichen Drehpollagen liegen bei Hohlradpaarungen vom Abtrieb aus gesehen „hinter“ der Antriebsachse, wenn die Paarung vom Stirnrad angetrieben wird. Ist hingegen das Hohlrad angetrieben, so liegt der Drehpol DP weiter vom Antrieb entfernt als der Kontaktpunkt. Der zweite Fall ist in Abb. 5.10 nicht abgebildet.

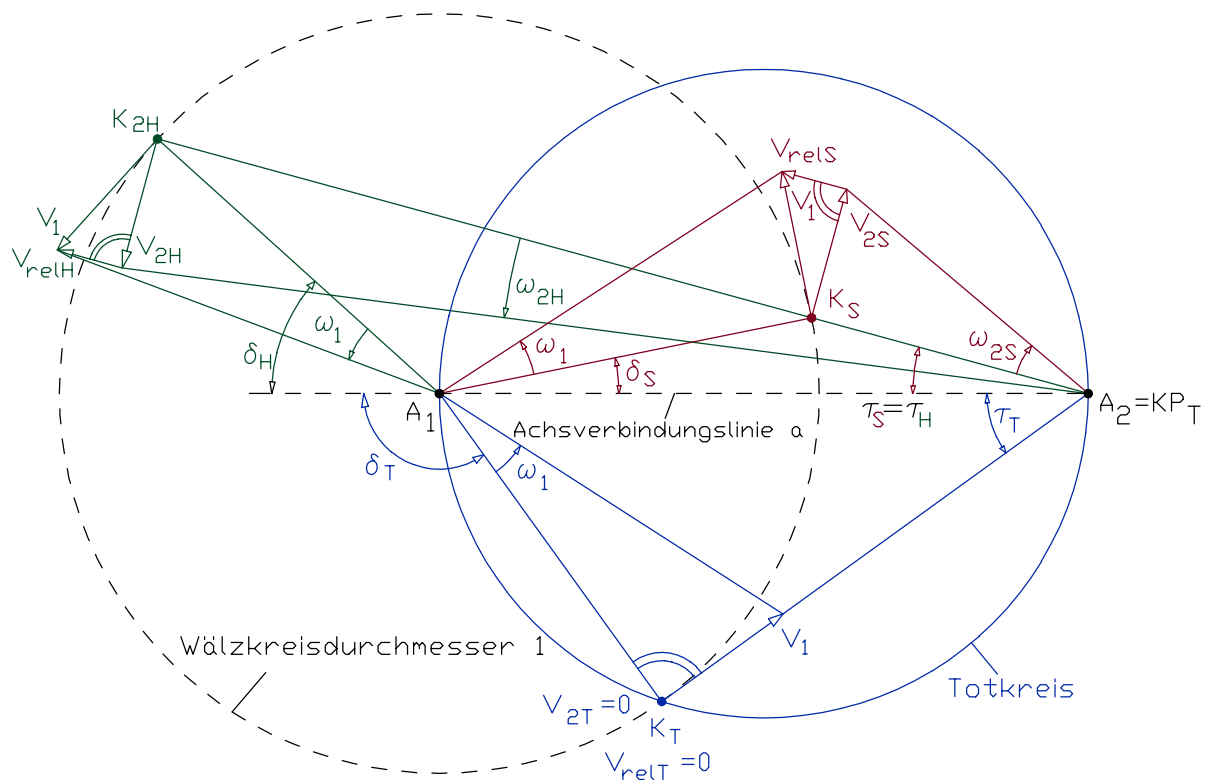


Abb. 5.10: Drehgeschwindigkeiten und Relativgeschwindigkeiten für Reibstellen gleicher Antriebsgeschwindigkeit v , die nicht auf der Achsverbindung liegen

Schon bei kleinen Winkeln δ und τ wirkt sich die Entfernung des Kontaktpunktes von der Achsverbindung stark auf die Drehpolverlagerung aus und verursacht hohe Drehgeschwindigkeitsverluste. Für geringe Drehgeschwindigkeitsverluste sind günstig (vergl. Abb. 5.10):

- Hohlrad-Stirnradpaarung statt Stirnrad-Stirnradpaarung;
- Bei Stirnrad-Stirnradpaarung: ähnliche Wälzkreisdurchmesser 1 und 2;
- Bei Hohlrad-Stirnrad-Paarung: großer Hohlrad- und großer Stirnrad Durchmesser;
- Geringe Auswanderung des Kontaktpunktes aus der Achsverbindung, bzw.
- Kleine Winkel τ und δ .

5.4 Dreh- und Kraftpollagen bei Schräglauf, Bohren und Schlupf

GÄGGERMEIER [G2] ermittelte in umfangreichen Versuchen die wichtigsten allgemeingültigen Zusammenhänge für die Einflußgrößen Bohrreibung und Schräglauf. Aus seinen Versuchsergebnissen kann abgeleitet werden, daß der Einfluß der Bohrreibung bei großen Schräglaufwinkeln vernachlässigbar gering ist.

In Abb. 5.11 ist beispielhaft die für eine ölgeschmierte Paarung Stahl auf Stahl gemessene Reibwert-Schlupf-Kurve abgebildet, die er für Bohren mit einem Flankenwinkel von 30° im Prüfstand ermittelte („Bohren und Schlupf“). Diese Kurve paßt gut zu den Reibverhältnissen im Kontakt Planet-Mutter der Low-Cost-PWG, die mit einem halben Flankenwinkel von 30° ähnliche geometrische Verhältnisse aufweist.

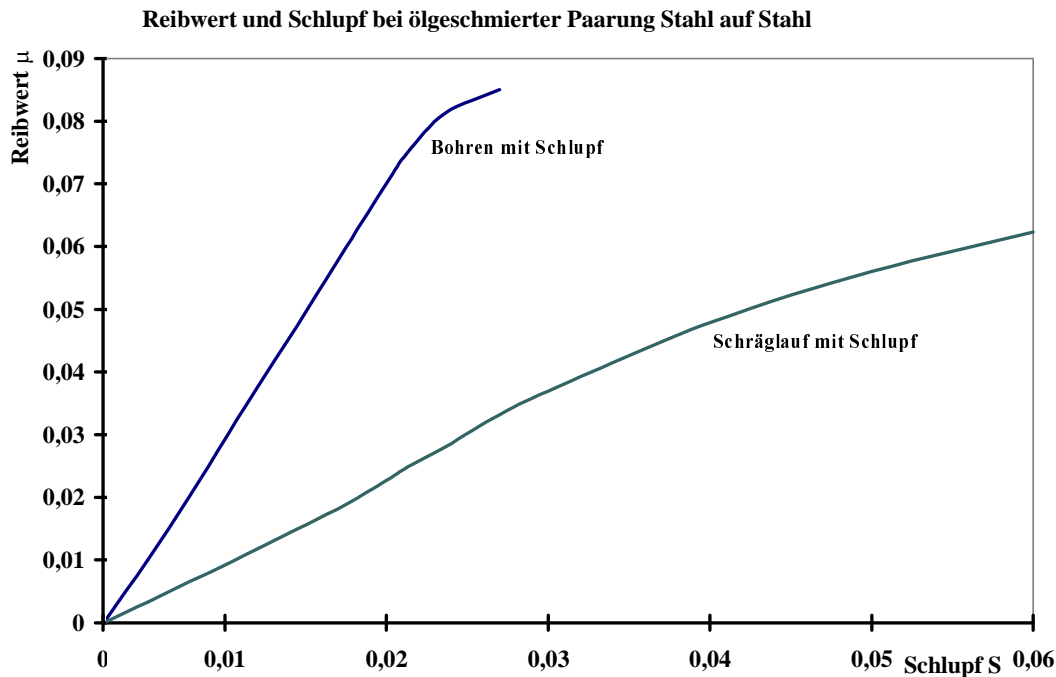


Abb. 5.11: Reibwert-Schlupf-Kurve für 30° Bohren mit 0° und 2.82° Schräglauf [G2]

Im Kontakt Planet-Spindelstange tritt, bei einem halben Flankenwinkel von gleichfalls 30° , zusätzlich zum Bohren Schräglauf unter 2.72° auf. Im Prüfstand wurden dazu unter Last Schlupfwerte bis über 20% gemessen - siehe Kapitel 7.2. GAGGERMEIER hat für 2.82° Schräglauf eine damit gut vergleichbare Reibwertkurve gemessen - siehe Abb. 5.11.

Welcher Schlupf- und Reibwertebereich von einer Getriebeausführung genutzt wird, hängt vorrangig ab von der Schmierung, der Geometrie der Kontaktstelle sowie den Drehachslagen und dem Differenzgeschwindigkeitsfeld im Kontakt.

Der Kontaktpunkt ist bei der Low-Cost-PWG durch den Schräglauf um 0.073 mm aus der Achsverbindung a ausgewandert. Vergleicht man diesen Wert mit den Halbachsenlängen der Kontaktfläche von 0.05mm und 0.07mm bei maximaler Belastung, so liegen sowohl Drehpol DP als auch Kraftpol KP außerhalb der Kontaktfläche. Das Geschwindigkeitsfeld mit den Pollagen ist für diesen Fall in Abb. 5.12 dargestellt.

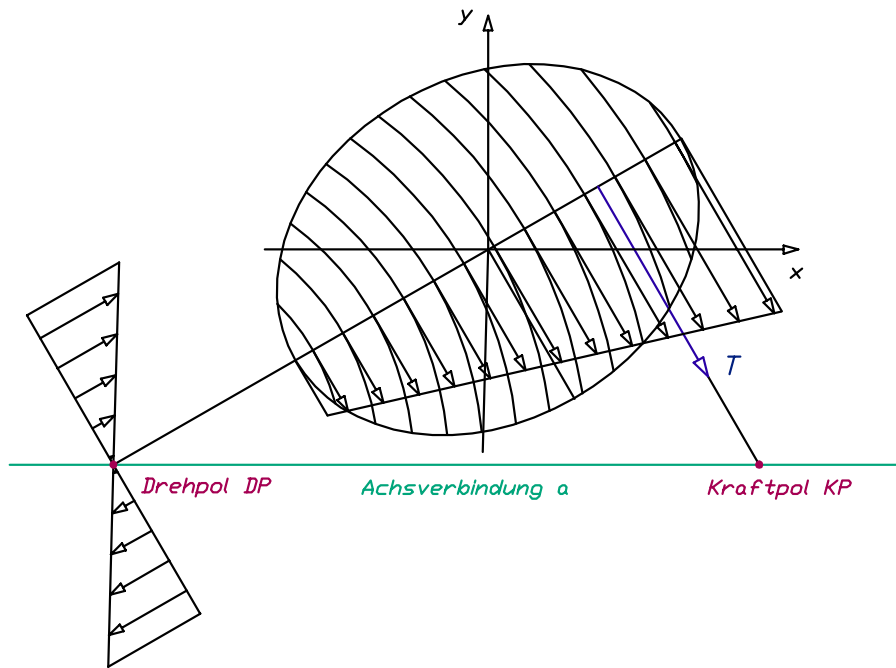


Abb. 5.12: Differenz-Geschwindigkeiten, Kraftpol KP , Drehpol DP und übertragene Tangentialkraft T des Kontaktes Planet-Spindelstange der Low-Cost-PWG

Besonders bei kleinen Lasten und damit verbunden kleiner Kontaktfläche sind bei der Low-Cost-PWG die Polabstände wesentlich größer als die Halbachsenlängen. Im normalen Betrieb kann von mittlerer Belastungshöhe ausgegangen werden.

Nach MAAß [M1] liegt bei überlagerter Bohr- und Gleitbewegung der Kraftpol, vom Drehpol aus gesehen, hinter dem Zentrum der Kontaktfläche. Das trifft auch bei der PWG für die Entfernung des Kraftpols vom Drehpol auf der Verbindungslinie Drehpol-Kontaktpunkt zu. Dieser Abstand berechnet sich, wie im Kapitel 5.2 für Bohren mit Schlupf beschrieben.

Um die Lage des Kraftpols aber auf der Achsverbindung anzugeben, auf der sich auch der Drehpol befindet, wird die Kraftwirkungslinie der Tangentialkraft wieder mit der Achsverbindung a zum Schnitt gebracht. Damit sind wieder alle Übertragungseigenschaften der Kontaktstelle durch die bekannten charakteristischen Punkte DP und KP auf a ausgedrückt.

Wie von WERNITZ und MAAß vorgeführt, kann auch für Bohren, Schlupf und Schräglauf ein charakteristisches Kennfeld berechnet werden. Es bleibt dreidimensional, wenn man einen Parameter konstant hält. Für die Berechnung der PWG können in erster Näherung das Verhältnis der Halbachsenlängen und die Wälzkreisradien als konstant für eine Bauform angesehen werden. Im Kennfeld sind nun die Parameter Schlupf, Bohren und Schräglauf in Abhängigkeit von der Kontaktpunktauswanderung ausgedrückt in DP - und KP -Abstand abzulegen.

Diese Berechnung ist für jede Bauform gesondert auszuführen. Sie ist Grundlage für die in Kapitel 8 beschriebene Vereinfachung der MKS-Berechnung.

5.5 Modellbildung Einzelkontakt

Die in den vorangegangenen Abschnitten und Kapiteln aufgeführten Grundüberlegungen werden nun auf die Berechnung eines Einzelkontaktes angewandt. Als Beispiel wird die Low-Cost-PWG mit angetriebener Spindelstange betrachtet, da sie mit 1800 gefertigten Exemplaren bislang die größte Serienstückzahl erreichte. Als Ganzmetallausführung in nitriergelärtetem Stahl wurde sie auf dem DLR-Wirkungsgradprüfstand unter verschiedenen Lasten vermessen. Die für die Berechnung erforderlichen Eingangsgrößen können teilweise den Fertigungszeichnungen entnommen werden, teils dem PWG-Auslegungsprogramm sowie dem DLR-Kontaktpunktrechnungsprogramm, teils können sie (weil bauartspezifisch und lastabhängig) nur im Versuch bestimmt werden.

Gesamtsteigung

Im PWG-Auslegungsprogramm wird die Übersetzung der PWG vereinfacht berechnet, wobei in den Formeln schlupffreies Rollen vorausgesetzt wird und die Kontaktpunkte idealisiert in der Achsverbindungsebene (aufgespannt durch die parallelen Achsen von Planet und Spindelstange) angenommen werden. Für eine überschlägige Auslegung kann gut auf die damit errechnete Gesamtsteigung S_{ges} zurückgegriffen werden. Zur detaillierten Betrachtung muß jedoch mit den exakten Kontaktpunktlagen gerechnet werden. Daraus lassen sich die realen Wälzkreisdurchmesser und die Lage der Drehpole DP und Kraftpole KP ableiten.

Nur aus Versuchen (siehe z.B. Kapitel 7.2) kann die reale Gesamtsteigung bestimmt werden, wobei sie unterschiedlich ausfällt, je nachdem, ob die Versuchsmasse gehoben wird (der Motor treibt die Spindelstange der PWG an) oder ob die Masse gesenkt wird (die Schwerkraft treibt die Mutter der PWG an, wobei der Motor zusätzlich „abwärts“ antreibt). Die Abweichungen von der errechneten „idealen“ Gesamtsteigung P_{ges} betragen bei hohen Lasten ca. $\pm 20\%$. Bereits hier wird deutlich, daß auf Versuche solange nicht zu verzichten ist, wie keine charakteristischen Vergleichswerte für unterschiedliche Ausführungsvarianten der PWG vorliegen.

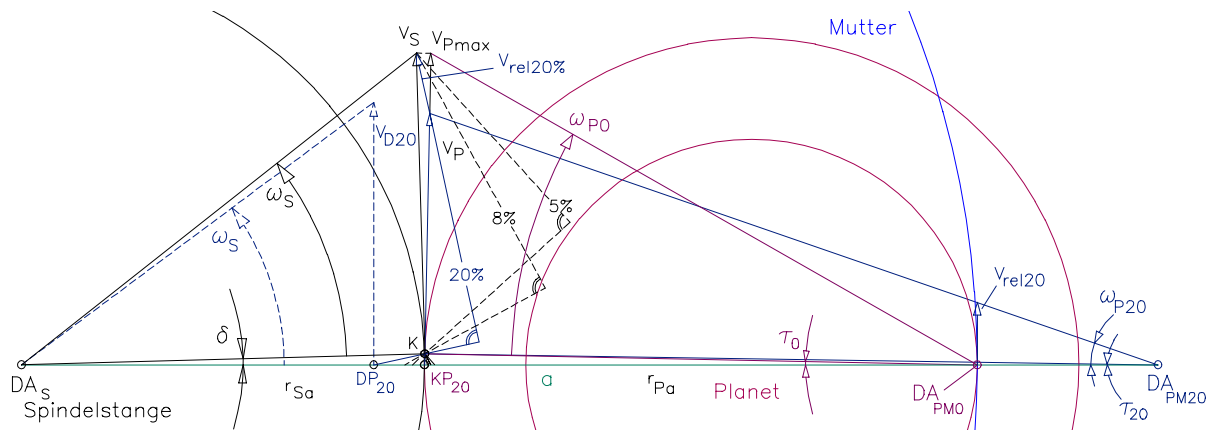
Geschwindigkeiten

Da der Motor im Prüfstand die Spindelstange (Index S) um deren Achse AS mit ω antreibt, ist die Geschwindigkeit der Spindelstange v_s im Kontaktschwerpunkt K bekannt. Die Geschwindigkeit des Planeten (Index P) ist im schlupffreien Fall die Projektion von v_s auf die

Richtung von v_p (die senkrecht auf der Verbindung zwischen K und der momentanen Planetendrehachse AP steht). Die Relativgeschwindigkeit v_{rel} zeigt von der kleineren der beiden Geschwindigkeiten v_p zur größeren v_s und tritt ebenfalls in K auf (in diesem Beispiel ist die Spindelstange angetrieben).

5.5.1 Drehpole

Die Senkrechte auf die Relativgeschwindigkeit v_{rel} durch den Kontaktpunkt K schneidet die Achsverbindung a im Drehpol DP (im Drehpol haben Spindelstange und Planet die selbe Geschwindigkeit v_D). In Abb. 5.13 ist der Drehpol DP_{20} für 20% Schlupf eingezeichnet.



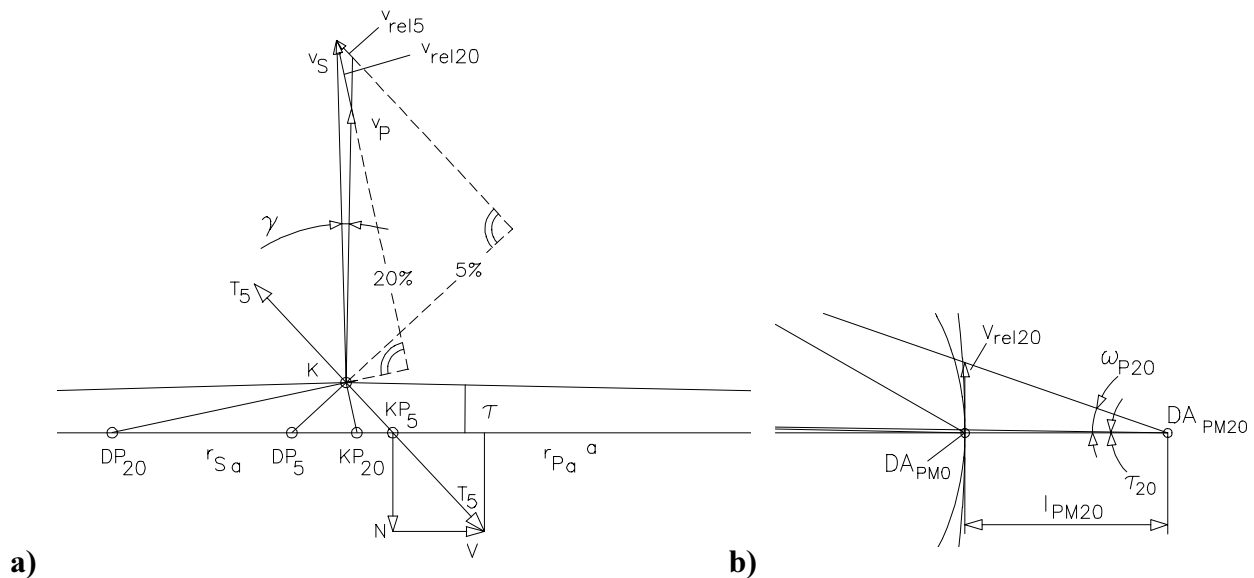
DP	Drehpol Planet-Spindelstange
KP	Kraftpol Planet-Spindelstange
DA_S	Drehachse der Spindelstange
DA_{PM}	Drehachse Planet-Mutter (\neq Berührungspunkt!)
K	Kontaktpunkt = Schwerpunkt der Kontaktfläche
a	Achsverbindung von DA_S nach DA_{PM}
r_{Sa}	Wälzkreisradius Spindelstange, projiziert auf die Achsverbindung a mit $r_{Sa} = r_S - l$, vgl. Abb. 5.9
r_{Pa}	Wälzkreisradius Planet, projiziert auf a mit $r_{Pa} = r_{PM} + r_{PS} + l + l_{PM}$, vgl. Abb. 5.14.b
v_S, v_P	Geschwindigkeiten von Spindelstange bzw. Planet <i>im Kontaktpunkt K</i>
v_{rel}	Relativgeschwindigkeit zwischen Spindelstange und Planet <i>im Kontaktpunkt K</i>
v_D	Geschwindigkeiten von Spindelstange und Planet <i>im Drehpol DP</i>
ω	Drehgeschwindigkeit um die jeweilige Körperdrehachse
τ	Winkel $K-DA_{PM}-DA_S$
δ	Winkel $K-DA_S-DA_{PM}$

Abb. 5.13: Low-Cost-PWG mit K, DA, DP, KP und v_{rel} bei Schlupf - vgl. Abb. 5.9 und 5.14

5.5.2 Kraftpole

Die Tangentialkraft T wird im Kontaktpunkt K in Richtung von v_{rel} übertragen (Abb. 5.9, 5.14.a). Der Schnittpunkt der Tangentialkraftwirkungslinie mit der Achsverbindung a ist bei

20% Schlupf der Kraftpol KP_{20} . Dieser Kraftpol liegt von der Antriebsachse DA_S aus gesehen hinter dem Drehpol DP . Der aktuelle Nutzungsgrad $\nu_s = \frac{v_{2\max} - v_2}{v_{rel}}$ der Reibstelle wird besonders anschaulich bei der Aufspaltung der Tangentialkraft T in ihre Komponenten - den Verlustanteil V von T in Achsverbindungsrichtung a und den darauf senkrechten Nutzanteil N (Abb. 5.14.a). Die Drehachse DA_{PM20} der Hohlradpaarung Planet-Mutter liegt bei Leistungsübertragung außerhalb des mutterseitigen Kontaktschwerpunktes K auf der Verlängerung von a . Dadurch verhält sich die PWG unter Schlupf wie eine schlupffreie PWG mit entsprechend größeren Wälzkreisdurchmessern d_{2PM} und d_{2M} . Der der Drehachse DA_{PM20} zugehörige Kraftpol KP_{PM20} (nicht abgebildet) liegt bei der Hohlradpaarung unter Leistungsübertragung mit Bohrschlupf ebenfalls außerhalb des Kontaktschwerpunktes, da durch die Kraftpolauswanderung immer ein Übertragungsverlust entstehen muß.



**Abb. 5.14: a) Lagen von K , KP und DP in vergrößerten Ausschnitten aus Abb. 5.13 für 5% und 20% Schlupf
b) Drehpolauswanderung l_{PM20} auf der Mutterseite für 20% Schlupf**

5.5.3 Kontaktpunktverlagerung durch Schräglauf

Durch die von null abweichende Gesamtsteigung $P_{ges} = -0.35\text{mm}$ tritt bei der Low-Cost-PWG Schräglauf auf, der Kontaktpunkt K wandert aus der Achsverbindung a aus - siehe Abb. 5.13 und 5.14. Die Kontaktpunktverlagerung beträgt knapp $3\% = 0.73\text{mm}$ aus der Achsverbindung a (alle prozentualen Angaben sind hier auf den Antriebsradius $r = 2.68\text{mm}$ bezogen), dabei überdeckt die Kontaktfläche nur noch unter großen Lasten die Achsverbindungsline.

Bei kleinen Lasten ist die Abplattung im Kontakt geringer, die Kontaktfläche liegt außerhalb der Achsverbindung a . Ohne Leistungsübertragung (unter reinem Zwangsschlupf) liegt der Drehpol DP nur 3 ‰ näher an der Antriebsachse als ohne Berücksichtigung des Schräglaufes. Im Leerlauf sind folglich die Drehzahl- bzw. Übersetzungsunterschiede durch Schräglauf bei der Low-Cost-PWG vernachlässigbar. Völlig anders verhält sich das Übersetzungsverhalten der PWG jedoch bei Leistungsübertragung.

5.5.4 Übertragung mit Drehzahlschlupf

Die nachfolgenden Beschreibungen beziehen sich auf die Definitionen nach Abb. 5.9. Schon bei geringem Geschwindigkeitsschlupf von v_P in der Kontaktfläche Planet-Spindelstange von 5% wandert der Drehpol DP bereits um ca. 3% ($l=0.081\text{mm}$) zur Antriebsachse hin aus. Der Kraftpol liegt dabei etwa 2.5% ($l_M=0.066\text{mm}$) entfernt von der senkrecht auf die Asverbindung a projizierten Kontaktflächenmitte.

Es zeigt sich, wie LUTZ, WERNITZ und MAAß bereits feststellten, daß die Kraft- und Drehpole schon im normalen Betriebsbereich die Kontaktfläche verlassen können. Bei großem Schlupf von $S=20\%$ beträgt die Drehpolauswanderung bereits knapp 13% ($l=0.34\text{mm}$), der Drehpol liegt dann schon außerhalb der Kontaktfläche. Der Kraftpol liegt nur noch 9 ‰ ($l_M=0.024\text{mm}$) vom senkrecht auf den Antriebsradius projizierten Kontaktschwerpunkt entfernt. Siehe dazu auch Abb. 5.12 und 5.13.

Nicht nur im Kontakt Planet-Spindelstange kommt es bei der PWG zu Schlupf in Umfangsrichtung sondern auch im Kontakt Planet-Mutter. In Abb. 5.13 und 5.14.b ist die Verlagerung der Drehachse Planet-Mutter durch Schlupf dargestellt. Bei angetriebener Spindelstange ist die Relativgeschwindigkeit auf dem Mutternwälzkreis größer null, der Planet „rutscht“ durch. Dadurch wandert die Drehachse DA_{PM} nach außen aus, der effektive Mutternwälzkreisdurchmesser d_M wächst somit an, wie auch der mutterseitige Planetenwälzkreis d_{PM} . Als Folge sinkt

die Gesamtsteigung $P_{ges} = \frac{\frac{d_{PS}}{d_S} \cdot P_{TS} + P_{TP}}{\frac{d_{PM}}{d_M} + \frac{d_{PS}}{d_S}}$, weil mutterseitig d_{PM} gegenüber d_M überproportional anwächst und gleichzeitig spindelstangenseitig D_S abnimmt und D_{PS} zunimmt, was sich hier im Zähler stärker auswirkt als im Nenner. Anhand der im Anhang 11.3 berechneten Werte für die Metall-PWG lassen sich diese Auswirkungen des Schlupfes zwischen Spindel-

stange und Planet sowie zwischen Planet und Mutter gut an der für Schlupf berechneten Gesamtsteigung $P_{ges\ s}$ erkennen:

Schlupf	S0 M0	S3 M0	S5 M0	S10 M0	S20 M0	S0 M5	S0 M10	S0 M20	S10 M10	S20 M20
S PS	0,00	0,03	0,05	0,10	0,20	0,00	0,00	0,00	0,10	0,20
S PM	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,10	0,20	0,10	0,20
P ges	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35
P ges s	-0,35	-0,23	-0,16	0,02	0,35	-0,34	-0,33	-0,31	0,02	0,32

Die Gesamtsteigung der beispielhaft betrachteten Metall-PWG ohne Schlupf ist $P_{ges} = -0.35mm$. Bei Übertragung mit Schlupf werden in der Formel zur Berechnung der Gesamtsteigung P_{ges} die entsprechenden Wälzkreisdurchmesser durch die sich nun effektiv auf die Übertragung auswirkenden Durchmesser ersetzt, die durch die Lage der Drehachsen bzw. Drehpole festgelegt sind - Näheres zur Berechnung in Anhang 11.3.

Durch Schlupf zwischen Spindelstange und Planet (in der ersten Tabellenzeile mit S abgekürzt) wächst die Wirkung der Spindelstangensteigung gegenüber der Planetensteigung so stark an, daß bereits bei etwa 9% schlupfbedingter Drehpolauswanderung (das entspricht in Abb. 5.13 und 5.14.a jeweils bei v_P etwa 17% Schlupf bezogen auf v_{Pmax}) Steigungsumkehr eintritt, das heißt die PWG von negativer auf positive Gesamtsteigung wechselt. Der Einfluß des Schlupfes zwischen Planet und Mutter (abgekürzt mit M) ist wesentlich geringer als der des Schlupfes Spindelstange - Planet siehe Wertetabelle. Auch bei Schlupf in beiden Kontaktgruppen überwiegt bei gleichen Schlupfanteilen mutter- und spindelstangenseitig der Einfluß des spindelstangenseitigen Schlupfes auf P_{ges} den des mutterseitigen deutlich.

Bei der PWG wirken sich somit die Verluste in der bohr-, schlupf- und schräglaufbehafteten Reibpaarung Spindelstange - Planet am gravierendsten auf das gesamte Übertragungsverhalten (repräsentiert durch die Gesamtsteigung P_{ges}) der PWG aus. Die Steigungsumkehr bei hohem Schlupf durch hohe Belastung ist besonders gut bei der Kunststoff-PWG zu beobachten.

5.5.5 Einflußgrößen

Wie stark sich der Einfluß des Schlupfes in der jeweiligen Kontaktzone auswirkt, hängt ab von:

- Den Steigungswinkeln der Profilierungen (links-auf-rechts zeigt stärkere Auswirkung als rechts-auf-rechts);
- Den Wälzkreisdurchmessern (je kleiner die Durchmesser, desto stärker wirkt sich Schlupf aus);
- Dem Gesamtsteigungswinkel (je geringer, desto größere Schwankung durch Schlupf).

Obwohl die Low-Cost-PWG eine geringe Systemsteigung aufweist und damit nur einen kleinen Schräglaufwinkel von $\gamma = 2.71^\circ$ hat, wird der Einfluß des Schrägllaufes im gesamten Schlupfbereich in starken Verlusten bemerkbar. Durch die Auswanderung der Drehpole verringert sich der Abtriebswinkel τ und in selbem Maße auch der Schräglaufwinkel γ - bei der Low-Cost-PWG mit 20% Schlupf macht das 0.28° aus.

Die Verluste durch Zwangsschlupf und Schrägllauf nehmen bei der PWG mit wachsendem Umfangsschlupf ab.

5.5.6 Berechnung von Schlupf, Wirkungsgrad und Leistungsverlust

Der Leistungsverlust setzt sich zusammen aus dem Zwangsschlupf und den vom Reibwert und der Übertragungsleistung abhängigen Verlusten bei der Kraftübertragung (Verlagerung von KP) und der Drehgeschwindigkeit (Verlagerung von DP). Bei sehr kleinen Systemsteigungen mit kleinen Winkel γ sind die Übersetzungsunterschiede gegenüber einer Stirnradpaarung gering - es gilt $\cos\gamma \approx 1$ und damit $r_{Sa0} \approx r_S$ und $r_{Pa0} \approx r_{PS} + r_{PM}$.

Der Drehpol Spindelstange-Planet DP liegt bei $r_{Sa} = r_S - l$, wobei $r_{Sa0} = r_S$. Der Wälzradius des Planeten entspricht dem Abstand der Drehpole bzw. Drehachsen und beträgt $r_{Pa} = r_{PS} + r_{PM} + l + l_{PM}$, wobei $r_{Pa0} = r_{PM} + r_{PS}$.

Der Kraftpol Spindelstange-Planet KP (nicht abgebildet) liegt bei der Spindelstange auf $r_{KS} = r_S + l_M$. Der Abstand des Kraftpols Planet-Mutter KP_{PM} vom Drehpol Spindelstange-Planet beträgt $r_{KM} = r_{PS} + r_{PM} + l + l_{MPM}$ (mit $r_{KM0} = r_{PS} + r_{PM}$) weil bei der vom Stirnrad angetrie-

benen Hohlradpaarung mit angetriebener Spindelstange sowohl Dreh- als auch Kraftpol außerhalb von r_M liegen.

Der **Zwangsschlupf** S_Z ist der minimale Schlupf durch den steigungsbedingten Schräglauf:

$$S_Z = 1 - \cos \gamma.$$

Der **Geschwindigkeits- bzw. Drehzahlschlupf** S_D errechnet sich zu:

$$S_D = 1 - \frac{r_S - l}{r_{PS} + r_{PM} + l + l_{PM}} \cdot \frac{r_{PS} + r_{PM}}{r_S} = 1 - \frac{r_{Sa}}{r_{Pa}} \cdot \frac{r_{Pa0}}{r_{Sa0}}.$$

Der **Kraftübertragungsschlupf** S_K aus der Tangentialkraftfrichtung ist:

$$S_K = 1 - \frac{r_S + l_M}{r_{PS} + r_{PM} + l + l_{MPM}} \cdot \frac{r_{PS} + r_{PM}}{r_S} = 1 - \frac{r_{KS}}{r_{KM}} \cdot \frac{r_P}{r_S}.$$

In gleicher Art berechnen sich die Wirkungsgrade.

Durch den **Zwangsschlupf** ergibt sich der maximale **Wirkungsgrad** η_Z von:

$$\eta_Z = \cos \gamma.$$

Der **Drehzahlwirkungsgrad** η_D liegt bei:

$$\eta_D = \frac{r_S - l}{r_{PS} + r_{PM} + l + l_{PM}} \cdot \frac{r_{PS} + r_{PM}}{r_S}.$$

Der **Wirkungsgrad der Kraftübertragung** η_K ist:

$$\eta_K = \frac{r_S + l_M}{r_{PS} + r_{PM} + l + l_{MPM}} \cdot \frac{r_{PS} + r_{PM}}{r_S}.$$

Der **Gesamtwirkungsgrad** η_{ges} ist das Produkt von η_D und η_K :

$$\eta_{ges} = \eta_D \cdot \eta_K = \frac{P_{Abtrieb}}{P_{Antrieb}} = \frac{r_S - l}{r_{PS} + r_{PM} + l + l_{PM}} \cdot \frac{r_S + l_M}{r_{PS} + r_{PM} + l + l_{MPM}}.$$

Der **relative Leistungsverlust** $\Delta\eta$ errechnet sich aus dem Gesamtwirkungsgrad zu:

$$\Delta\eta = 1 - \eta_{ges}.$$

5.6 Optimierung

Eine Optimierung der PWG hinsichtlich eines günstigen Gesamtwirkungsgrades muß primär folgende Parameter einschließen:

- Axiallast (statische + dynamische Betriebslast)
- Tangentiallast (Antriebs- bzw. Bremsmoment)
- Auslegungsdrehzahl bzw. Vorschubgeschwindigkeit evtl. als Betriebsbereich
- Nutzbarer Reibwert (Material, Schmierung, Oberfläche)
- Gesamtsteigungswinkel, Gangzahl, Teilung, Feinprofil (Rille- oder Gewinde), damit:
 - Bohranteil spindelstangenseitig und mutterseitig
 - Verluste aus Drehpol- und Kraftpolauswanderung
 - Schräglaufwinkel (nur spindelstangenseitig)
- Flankenwinkel, erforderliche Kopfkürzung, Fußausrundung
- Verhältnis der Wälzkreisdurchmesser an Planet und Spindelstange
- Anzahl der Kontakte / Länge der PWG (Fertigbarkeit)
- Zurückgelegter Reibweg bezogen auf die Hubhöhe

Die Optimierung ist eine komplexe Anpassung dieser Parameter im Vorzugsbetriebsbereich der PWG, bei der praktisch kein Parameter unabhängig von den andern betrachtet werden kann. Das größte Problem, das sich bei der dafür erforderlichen iterativen Optimierung ergibt, stammt aus der Berechnung der Bohrmomente, die ihrerseits bereits die numerische Lösung elliptischer Integrale erfordert. Der Gesamtaufwand für eine Optimierungsrechnung ist zu groß, um sie als Unterpunkt dieses Berechnungsbeispiels aufzuführen, sie sollte in einer fort-führenden Arbeit behandelt werden. Ansätze sind im Ausblick, Kapitel 8, beschrieben.

6 Modellierung als Mehrkörpersystem

Im Mehrkörpersystem (MKS) sind alle wesentlichen Merkmale, Zusammenhänge und Phänomene der PWG mit geringstmöglichem Aufwand hinreichend genau abzubilden.

Aus der vorangegangenen Analyse der wichtigsten Wechselwirkungen unter den PWG-Elementen und der kennzeichnenden Einflußgrößen auf den Einzelkontakt kann abgeschätzt werden, welche Vereinfachungen im Rahmen der Modellbildung zulässig sind.

6.1 Eingangsgrößen und Ausgangswerte der MKS-Simulation

Die **Eingangsgrößen** der dynamischen Modellierung sind:

- Bauteilgeometrie
- Last
- Werkstoff
- Drehzahl

Nur durch dynamische Simulation können folgende **Ausgangswerte** erhalten werden:

- Schlupf
- Gesamtsteigung
- Wirkungsgrad

Gleichzeitig müssen die folgenden **Effekte** mit der Modellierung nachzubilden sein:

- Eigenbewegungen der Elemente
- Übersetzungsschwankungen
- Durchrutschen
- Klemmen

Effekte wie Klemmen dürfen im Betrieb der PWG unter keinen Umständen auftreten, sie müssen aber in der Simulation darstellbar sein, um sie ggf. bereits in der Simulationsphase durch konstruktive Veränderungen beheben zu können.

6.2 Programmablauf

Im MKS-Programm wird der zeitliche Verlauf folgender Größen berechnet:

- Die räumliche Lage aller Elemente mit Position und Orientierung
- Die Geschwindigkeiten aller Elemente, translatorisch und rotatorisch
- Die Lage aller Kontaktpunkte mit Eindringtiefe bzw. lokalem Abstand und
- Die Größe aller Normal- und Tangentialkräfte sowie der sich daraus ergebenden Momente

6.3 Beschreibung der Körper

Die Hauptelemente der PWG Mutter, Planeten und Spindelstange werden als Starrkörper mit vollständiger Geometrie und elastischen Kontaktstellen modelliert. Mit diesem Ansatz läßt sich die Wirklichkeit gut nachbilden. Für die Distanzscheiben reichen vorerst Ersatzkörper aus, die deren Steifigkeit besitzen.

6.4 Programmaufbau

Das MKS-Gesamtmodell der PWG wird, abweichend vom herkömmlichen Modellaufbau, um den zentralen Berechnungskern (SIMPACK-MKS-Formalismus) aus Teilmodellen für die einzelnen Elemente aufgebaut. Für jedes dieser Elemente werden in einem Unterprogramm aus den Eingangsgrößen Lage und Geschwindigkeit iterativ die Größen aller Kontaktkräfte bestimmt, die dann zu einem resultierenden Kraft- und Momentenvektor zusammengefaßt werden. Diese Vektoren werden wieder an den SIMPACK-MKS-Formalismus zurückübergeben und darin mit den Teilergebnissen der anderen Elemente weiterverrechnet.

Die Vorgehensweise für einen Planeten ist schematisch in Abb. 6.1 dargestellt. Auch hierfür erfolgt zunächst eine Berechnung der Startwerte für x und v nach Kapitel 3.1, 3.2 und 6.5.3.

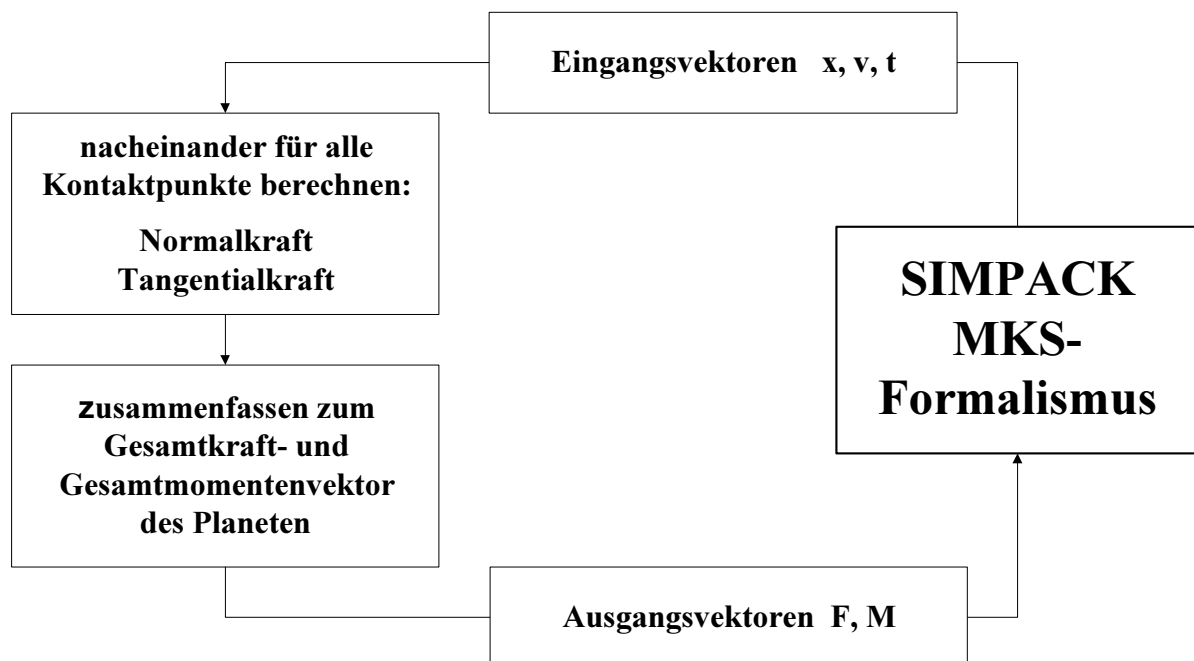


Abb. 6.1: Iterative MKS-Berechnung im Teilmodell Planet

6.5 Kraftangriffspunkte

Kräfte und Momente zwischen den PWG-Modellkörpern können nur an Stellen übertragen werden, an denen sich die Körper berühren. Beim physikalischen Modell der PWG verläuft der Kraftfluß durch das Getriebe über die zwei unterschiedlichen Kontaktpaarungen Spindelstange zu Planeten-Feinprofil und Mutterrillen der Planeten zu Mutterstegen in der Mutter.

6.5.1 Oberflächenverlauf im Kontaktbereich

Bei der Konstruktion einer Planeten-Wälz-Gewindespindel wird darauf geachtet, daß an den kraftübertragenden Flanken kein Spitzentragen auftreten kann. Dazu werden die Planetenflanken, sowohl zur Spindelstange als auch zur Mutter hin, ballig ausgeführt; ihre Kontaktpartner weisen hingegen zur einfacheren Fertigung gerade Flanken auf. Die Balligkeit ist so gewählt, daß auch bei größeren Abweichungen der PWG-Körper von der achsparallelen Ideallage kein Spitzentragen möglich ist. Die Berührstellen werden als HERTZsche Punktkontakte behandelt. Die Körper weisen im gesamten Kontaktbereich keine Radiusdiskontinuitäten und keine Umkehr der Krümmungsrichtung auf.

6.5.2 Kraftangriffspunkte und Eindringtiefen

Die PWG-Körper des physikalischen Modells sind idealstarr und können ineinander eindringen. Sie verändern dabei ihre Gestalt nicht. Für die Modellierung und die anschließende Simulation sind dabei von Interesse:

- der Punkt, an dem die Gesamtkraft, die in einem Kontakt übertragen wird, angreift, und
- die maximale Eindringtiefe, die die Körper an dieser Kontaktstelle erreichen.

Ist eine mathematische Beschreibung der Oberflächen im Durchdringungsbereich bekannt, so kann bei jeder der beiden Oberflächen der Punkt bestimmt werden, an dem die größte Durchdringung vorliegt. Der Abstand zwischen diesen beiden Punkten ist dann der Wert der größten Eindringtiefe des einen Körpers in den anderen.

Der Kraftangriffspunkt, an dem die Resultierende der Oberflächenkräfte, die in diesem Kontakt wirken, angreift, läßt sich nicht oder nur unter hohem mathematischen Aufwand berechnen. Da die Körper den gleichen Elastizitätsmodul haben, im Kontaktbereich ohnehin über die gesamte Berührzone nahezu konstante Krümmungen vorliegen und der Betrag der Krüm-

mungsradien, die die Körper aufweisen, im Vergleich zu den Abmessungen des Kontaktbereichs groß und nahezu gleich ist, wird der Kraftangriffspunkt in der Mitte zwischen den Oberflächenpunkten der größten Durchdringung angesetzt.

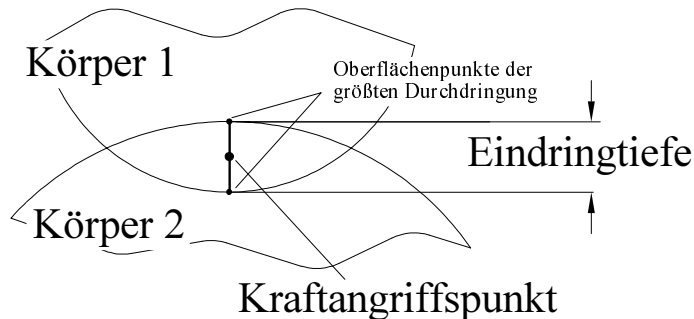


Abb. 6.2: Kraftangriffspunkt und Eindringtiefe bei der PWG-Modellierung

Zusammengefaßt lassen sich die folgenden Aussagen für die Simulation der PWG-Kontaktbereiche unter obigen Annahmen treffen:

- Es können eindeutige Kontaktpaarungen zugeordnet werden: die obere Spindelstangenflanke kann nur mit der unteren Planetenflanke in Kontakt treten, die untere Spindelstangenflanke nur mit der oberen Flanke des Planeten. Entsprechendes gilt für die Kontaktpaarungen zwischen Planet und Mutter.
- Innerhalb der Kontaktpaarungen können wiederum Kontaktbereiche festgelegt werden, in denen maximal ein Kontakt zwischen den Körpern auftreten kann. Bei der Paarung Planet/Mutter umfaßt ein Bereich die gesamte Flanke. Gleiches gilt für rein rillenprofilierte Planeten im Kontakt zur Spindelstange. Bei gewindeprofilierten Planeten kann an der Spindelstange jeweils nur ein Kontakt pro Gewindeumdrehung auftreten.
- Innerhalb dieser Kontaktbereiche existiert nur ein Punkt auf jeder Oberfläche, zu dem sich ein Gegenpunkt auf der anderen Oberfläche so finden läßt, daß die Normalen auf die Oberflächen in diesen beiden Punkten parallel sind.
- Diese Punkte bilden das Punktepaar, in dem die Körper für den Kontaktbereich, je nach Konstellation, entweder die größte Annäherung oder die größte Eindringtiefe aufweisen.

Voraussetzung für eine derartige Kontaktpunktberechnung ist eine mathematische Beschreibung der Kontaktoberfläche jedes PWG-Körpers.

Die detaillierte Beschreibung der Kontaktoberflächen findet sich dazu in Anhang 11.5.

6.5.3 Kraftangriffspunktberechnung zwischen Planet und Spindelstange

Struktur des Gleichungssystems

Für die einwandfreie Anwendbarkeit des PWG-force elements SPINDEL ist es zwingend erforderlich, das Gleichungssystem zur Kraftangriffspunktbestimmung zu lösen und für den betrachteten Wertebereich die Zahlenwerte von Φ , Q (Abb. 11.12, 11.13) und λ (Abb. 11.22) zu bestimmen.

Wird das Gleichungssystem aus Kapitel 11.5 im Inertialsystem dargestellt, wobei die Winkel α , θ und γ die Winkel der Kardan-Drehung vom Planeten- ins Inertialsystem um die x -, y - und z -Achse und der Winkel δ der Verdrehwinkel vom Spindelstangen- zum Inertialsystem sind, so lautet es:

Gleichung I

$$A_{IS}(\delta) ({}_S \bar{r}_S(\Phi, Q) + \lambda {}_S \bar{n}_S(\Phi, Q)) = A_{IP}(\alpha, \theta, \gamma) {}_P \bar{r}_P(\phi, q) + {}_I \bar{p}_P$$

Gleichung II

$$A_{IS}(\delta) {}_S \bar{n}_S(\Phi, Q) = \kappa A_{IP}(\alpha, \theta, \gamma) {}_P \bar{n}_P(\phi, q)$$

A_{IS} und A_{IP} sind dabei die Drehmatrizen der KARDAN-Drehung vom Spindelstangen- beziehungsweise Planetenreferenzsystem in das Inertialsystem.

Setzt man die Parameterdarstellungen der Oberflächen- und Normalenvektoren in das Gleichungssystem ein, so liegt ein analytisch nicht mehr lösbares Gleichungssystem vor.

Numerische Lösungsverfahren für dieses Gleichungssystem benötigen Startwerte für die zu bestimmenden Variablen, die hinreichend dicht bei den gesuchten Werten liegen. Sonst besteht die Gefahr, daß das Gleichungssystem weitere Lösungen aufweist und der numerische Gleichungslöser im Verlauf der Iterationsschritte auf eine andere Lösung zusteuert. Bei dem Gleichungssystem für die Kraftangriffspunktberechnung ist diese Gefahr nicht gegeben, da für jeden Kontaktbereich nur eine sinnvolle Lösung existiert und auch keine weiteren lokalen Minima auftreten, die für den Gleichungslöser zum "Stolperstein" werden könnten. Hervorgehoben wird dieser erfreuliche Umstand durch die Gestalt der Kontaktflächen: Da innerhalb des Kontaktbereichs die Körper keine Änderung ihrer Krümmungsrichtung haben, wird der Gleichungslöser eindeutig zur einzig sinnvollen Lösung geführt. Die Kontaktbereiche sind zudem hinreichend groß, so daß die Startwerte ohne Schwierigkeiten bestimmt werden können.

Newton'sche Näherung

Ein Beispiel für ein Lösungsverfahren ist die NEWTON'sche Näherung (aus GELLERT, KÜSTNER, HELLWICH, KÄSTNER, REICHHART [G3]). Zur Erläuterung der Näherung sei ein Gleichungssystem aus zwei Funktionen f und g gegeben:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 0, \\ g(x, y) &= 0. \end{aligned}$$

Die Startwerte für die Näherung werden als x_0 und y_0 bezeichnet. Zusätzlich werden die Fehlerkompensationsgrößen h und k eingeführt. Man setzt nun

$$\begin{aligned} f(x_0 + h, y_0 + k) &= 0, \\ g(x_0 + h, y_0 + k) &= 0, \end{aligned}$$

und entwickelt nach dem TAYLOR'schen Satz. Man erhält

$$\begin{aligned} f(x_0, y_0) + h f_x(x_0 + \vartheta h, y_0 + \vartheta k) + k f_y(x_0 + \vartheta h, y_0 + \vartheta k) &= 0, \\ g(x_0, y_0) + h g_x(x_0 + \vartheta h, y_0 + \vartheta k) + k g_y(x_0 + \vartheta h, y_0 + \vartheta k) &= 0, \end{aligned}$$

wobei die Indizes hinter den Funktionen für die partielle Ableitung der Funktion nach der Variablen, die im Index genannt ist, steht (f_x bedeutet also die partielle Ableitung von f nach x). Setzt man in diesen Gleichungen die (unbekannte) Taylorzahl ϑ gleich Null, so begeht man einen Fehler und erhält statt der exakten Werte für h und k nur Näherungswerte, die als h_1 und k_1 bezeichnet werden sollen. Mit diesen Näherungswerten, die einfach berechnet werden können, lassen sich genauere Ausgangswerte x_1 und y_1 bestimmen:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + h_1, \\ y_1 &= y_0 + k_1. \end{aligned}$$

Mit diesen neuen Ausgangswerten kann ein neuer Näherungsschritt durchgeführt werden, bei dem nun als Startwerte der Näherung die soeben berechneten Werte x_1 für x_0 und h_1 für h_0 eingesetzt werden. Diese Iteration wird so lange wiederholt, bis der Wert der Fehlerkompensationsgrößen unter eine beliebig wählbare Fehlertoleranzschwelle gesunken ist.

Versuche zur Lösung des Gleichungssystems

Um die praktische Einsatztauglichkeit der numerischen Näherung zu prüfen, wurde das Gleichungssystem in dem mathematischen Softwarepaket MATLAB erstellt. Als Gleichungslöser wurde der "Linesearch"-Algorithmus von DENNIS und SCHNABEL [D3] programmiert, der nach dem Verfahren der NEWTON'schen Näherung arbeitet, aber in einer zusätzlichen Berech-

nung den Fehler abschätzt und die Schrittweite optimiert. Der Algorithmus konvergiert daher schneller als die NEWTONsche Näherung.

Das Linesearch-Näherungsverfahren arbeitete einwandfrei, erforderte nur wenige Iterationsschritte (im Regelfall vier bis fünf Durchläufe), um den Fehler kleiner als 10^{-6} zu halten und tolerierte dabei auch grobe Abweichungen beim Erstellen der Startwerte. Es ist ohne Einschränkungen für den Einsatz im PWG-force element SPINDEL geeignet.

Mit dem hier nicht näher vorgestellten Programm "CONTACT.m", das auf den Linesearch-Algorithmus aufbaut, konnten erstmals die Verlagerungen der Kontaktpunkte zwischen der Spindelstange und einem Planeten bei Kipp-, Schräg-, Verdreh- und Verschiebewegungen des Planeten berechnet werden. Diese Berechnung wurde mit dem 3D-CAD-Programm Pro/ENGINEER verifiziert, indem die Kontaktkörper ineinander verschoben wurden wobei deren Durchdringung ermittelt wurde. Abb. 6.3 zeigt eine typische Arbeitssituation mit CONTACT.m.

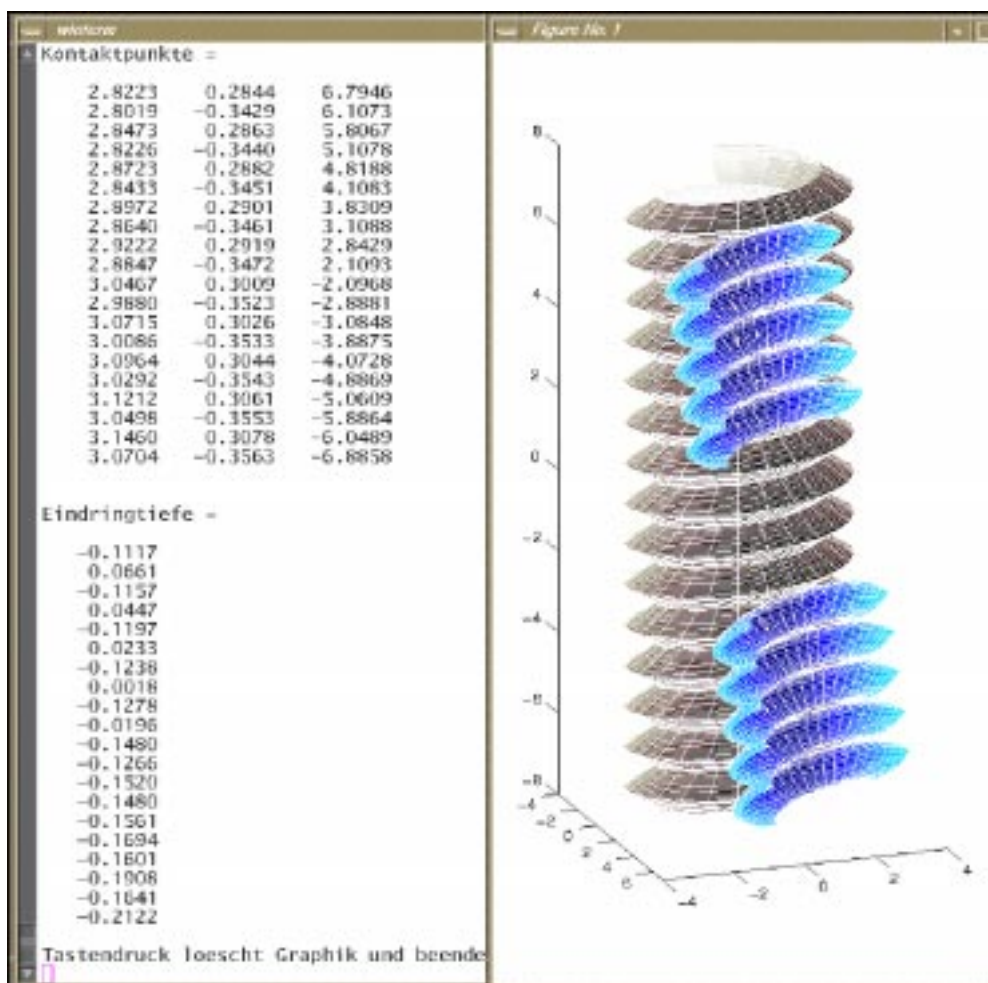


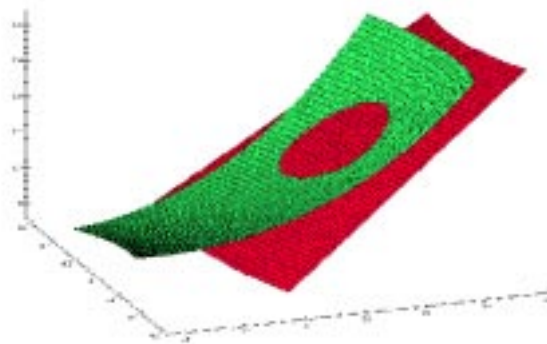
Abb. 6.3: Berechnung der Kontaktpunkte und Eindringtiefen mit CONTACT.m

6.5.4 Darstellung der Kontaktfläche

Für die Anwendung der HERTZschen Theorie ist die Form der Kontaktellipse von großer Bedeutung. Um die Frage zu klären, ob die Näherung durch eine Ellipse korrekt ist, wurden im Mathematikprogramm MAPLE entsprechend der oben gezeigten Parameterdarstellung Oberflächendarstellungen von Spindelstange und Planet erstellt und miteinander verschnitten. Die graphische Darstellung (Abb. 6.4.c) zeigt, daß die Kontaktfläche eine kreisförmig-elliptische Kontur hat.



a) Anordnung der Flanken (links Planet, rechts Spindelstange)



b) Vergrößerte Darstellung des Kontaktbereichs (Anordnung wie oben)



c) Blick senkrecht auf die Kontaktfläche

Abb. 6.4: Form der Kontaktfläche zwischen Spindelstange und Planet

Als nächster Schritt auf dem Weg zu einer aussagekräftigen Mehrkörpersimulation der PWG wurden von M. SPIECK [S7] die USER ROUTINEN für die Kraftelemente "PWG-force element SPINDEL" und "PWG-force element MUTTER" erstellt, sowie deren Einbindung in SIMPACK umgesetzt.

Die Mehrkörpersimulation der PWG liefert mit diesen PWG-force elementen für den normalen Betriebsbereich realitätsnahe Ergebnisse, was neue Arbeitsbereiche eröffnet:

- die Ausweitung der Simulation auf das Verhalten der PWG außerhalb des normalen, quasi-statischen Betriebsbereichs, beispielsweise bei Anfahrvorgängen, extremen Belastungen oder besonders hohen oder niedrigen Antriebsdrehzahlen
- die Simulation von anderen PWG-Ausführungen als dem in dieser Arbeit modellierten Typ
- die praktische Anwendung der PWG-Simulation in der Entwicklung und Konstruktion der PWG, um das Betriebsverhalten optimieren zu können

und als großes Ziel

- den Ausbau der PWG-Mehrkörpersimulation zu einem Werkzeug des Entwurfs und der Konstruktion.

6.6 Kontaktkraftbestimmung

Nachdem die Berechnung des Angriffspunktes der Kraftwirkung bereits behandelt wurde, ist noch ihr Betrag und ihre Wirkungsrichtung zu ermitteln. Dabei läßt sich zur Vereinfachung die Kraftwirkung aus zwei Komponenten zusammensetzen: der Anteil normal zur Oberfläche (Normalkraft) und der Anteil tangential zu ihr (Reibungskraft).

Normalkraft im Kontakt

Die Bestimmung der Kontaktnormalkraft erfolgt nach der HERTZ'schen Theorie. Die Näherung nach HERTZ ist zulässig, da die Bedingungen der Homogenität, Isotropie und der kleinen Kontaktflächenabmessungen gegeben sind. Die Forderung nach Reibungsfreiheit wird nicht erfüllt - vergleiche dazu mit Kapitel 3.3; da aber kontraforme Oberflächen vorliegen, kann der HERTZ'sche Ansatz in guter Näherung angewendet werden.

Erforderlich dafür ist die Kenntnis

- Des Kraftangriffspunktes,
- Der Eindringtiefe,

- Der Richtung der Oberflächennormalenvektoren und
- Der Hauptkrümmungsradien beider Oberflächen am Kontakt.

Die Informationen über die ersten drei Punkte liegen bereits vor. Es fehlen noch die Hauptkrümmungsradien der Kontaktkörper in den Oberflächenpunkten. Diese Oberflächenpunkte der Kontaktkörper, zwischen denen die Strecke der größten Eindringtiefe liegt, erhalten das Kürzel OP.

6.6.1 Kraft- und Momentenbilanz

Der Gesamtkraftvektor, der alle am Planeten angreifenden Einzelkräfte (insgesamt i an der Zahl) zu einer gemeinsamen, in deren Schwerpunkt angreifenden Wirkung zusammenfaßt, errechnet sich als die vektorielle Summe aller Einzelkräfte. Alle Vektoren müssen dabei dem gleichen Koordinatensystem angehören:

$$\bar{F}_{\text{ges}} = \sum_i \bar{F}_{N,i} + \sum_i \bar{F}_{R,i}.$$

Das Momentengleichgewicht ist entsprechend die Vektorsumme aller Einzelmomente. Da bei der vorliegenden Modellierung vereinfachend in den Kontakten keine Momente, sondern nur Kräfte übertragen werden, setzt sich der Gesamtmomentvektor lediglich aus den Kreuzprodukten der Einzelkraftvektoren mit ihrem zugehörigen Ortsvektor vom Körperschwerpunkt zum jeweiligen Angriffspunkt zusammen:

$$\bar{M}_{\text{ges}} = \sum_i \bar{r}_{\text{KP},i} \times \bar{F}_{N,i} + \sum_i \bar{r}_{\text{KP},i} \times \bar{F}_{R,i}.$$

Die Werte, die das PWG-force element an den SIMPACK-Formalismus übergeben muß, sind der Gesamtkraft- und Gesamtmomentvektor um den Ursprung des Referenzsystems (gleich dem Schwerpunkt) des Bezugskörpers. Als Bezugskörper werden, wie die Namen der zwei Kraftelemente "PWG-force element SPINDEL" und "PWG-force element MUTTER" bereits andeuten, die Spindelstange und die Mutter gewählt. Ein Kraftelement zwischen zwei Körpern dieser Anwendung wird von einem *marker frame*, der einem der beiden Körper zugeordnet ist, zu einem *marker frame* des zweiten Körpers gezogen. Der erste Körper soll als Bezugskörper bezeichnet werden.

6.7 Simulationsergebnisse

Mit dem Kontaktpunktberechnungsprogramm „*contact.m*“ und der in SIMPACK erstellten Mehrkörpersimulation der PWG wurden erste exemplarische Berechnungen durchgeführt.

6.7.1 Rückschlüsse aus *contact.m*

Für mehrere PWG-Typen wurde die Lage der Kontaktpunkte in der idealisierten achsparallelen Lage sowie für verschiedene Schränk- und Kippwinkel berechnet. Dabei zeigte sich, daß es bei der PWG nicht zulässig ist, das Profil im Meridianschnitt zu entwerfen. Dabei bliebe die Kontaktpunktauswanderung aus der Achsverbindung unberücksichtigt. Diese Kontaktpunktverlagerung wächst mit dem Gesamtsteigungswinkel α_{ges} sowie mit kleiner werdenden Planeten ($\frac{d_{2P}}{d_{2S}}$ sinkt) und bewirkt, daß die Planeten näher an der Spindelstange zu liegen

kommen. Bereits bei geringen Steigungswinkeln fällt deshalb der Mutterwälzkreis kleiner aus (bei der Low-Cost-PWG um etwa 0.2mm), als nach der Konstruktion im Meridianschnitt. Bei allen bisherigen Baumustern der PWG wurden Planeten und Spindelstange zuerst angefertigt und auf deren Maße anschließend die Mutter angepaßt. Diese Vorgehensweise war nur bei der Prototypenfertigung zu vertreten.

In *contact.m* liegen nun bereits bei der Zeichnungserstellung die exakten Wälzkreisradien vor. Mutter-, Planeten- und Spindelstangenprofilierungen können damit vollständig auskonstruiert werden. Als Abweichungen von der berechneten Geometrie verbleiben die Fertigungstoleranzen wie Teilungsfehler, Profilfehler u.ä.. Sie sind stark vom Herstellverfahren, Werkzeug und Material abhängig und werden deswegen bei der Zeichnungserstellung noch nicht kompensiert.

Die oben genannten Maßabweichungen zwischen realer PWG und der vereinfachten Konstruktion im Meridianschnitt wurden bei jeder Prototypen-Fertigung beobachtet, konnten aber erst durch die Ergebnisse von „*contact.m*“ erklärt werden.

Mittels *contact.m* konnte nachgewiesen werden, daß Planeten mit geradflankigem Profil auf einer geradflankigen Spindelstange nur auf der Flankenspitze laufen können und sich in der geradflankigen Mutter nur dann ein Linienkontakt einstellt, wenn der Planet ideal achsparallel ausgerichtet ist. Bei Neukonstruktionen ist deswegen in jeder Kontaktpaarung (Planet-Mutter

und Planet-Spindelstange) mindestens eine Profilierung ballig auszuführen. Eine günstige Balligkeit wird erzielt, wenn die Kontaktfläche bei maximaler Belastung etwa $2/5$ der nutzbaren Flankenbreite beansprucht (dann bleibt die Kontaktfläche auch bei den zulässigen Eigenbewegungen sicher auf den Flanken) und die Kontaktform nahe an der Kreisform liegt. Ellipsen mit Hauptachsenverhältnissen zwischen 0.7 und 1.4 sind für die PWG günstig - vgl. Abb. 11.3. Die längere Halbachse kann radial ausgerichtet sein, wodurch die Summengeschwindigkeit den Schmierfilmaufbau fördert. Der Orientierung der Kontaktfläche sollte aber keine große Bedeutung zugewiesen werden, da die Differenzgeschwindigkeit im Betrieb fast alle Richtungen annehmen kann.

Der Wirkungsgrad der PWG kann, aufbauend auf der Berechnung der Kontaktpunktlagen, in Abhängigkeit von den Einflußgrößen Schräglaufwinkel γ , Schlupf, Axialkraft, Gesamtsteigung P_{ges} und dem Verhältnis der Planeten- und Spindelstangen-Wälzdurchmesser in dreidimensionalen Kennfeldern angegeben werden. SPIECK [S7] berechnete derartige Wirkungsgrad-Kennfelder, von welchen hier eines beispielhaft abgedruckt ist, um Tendenzen und Zusammenhänge aufzuzeigen:

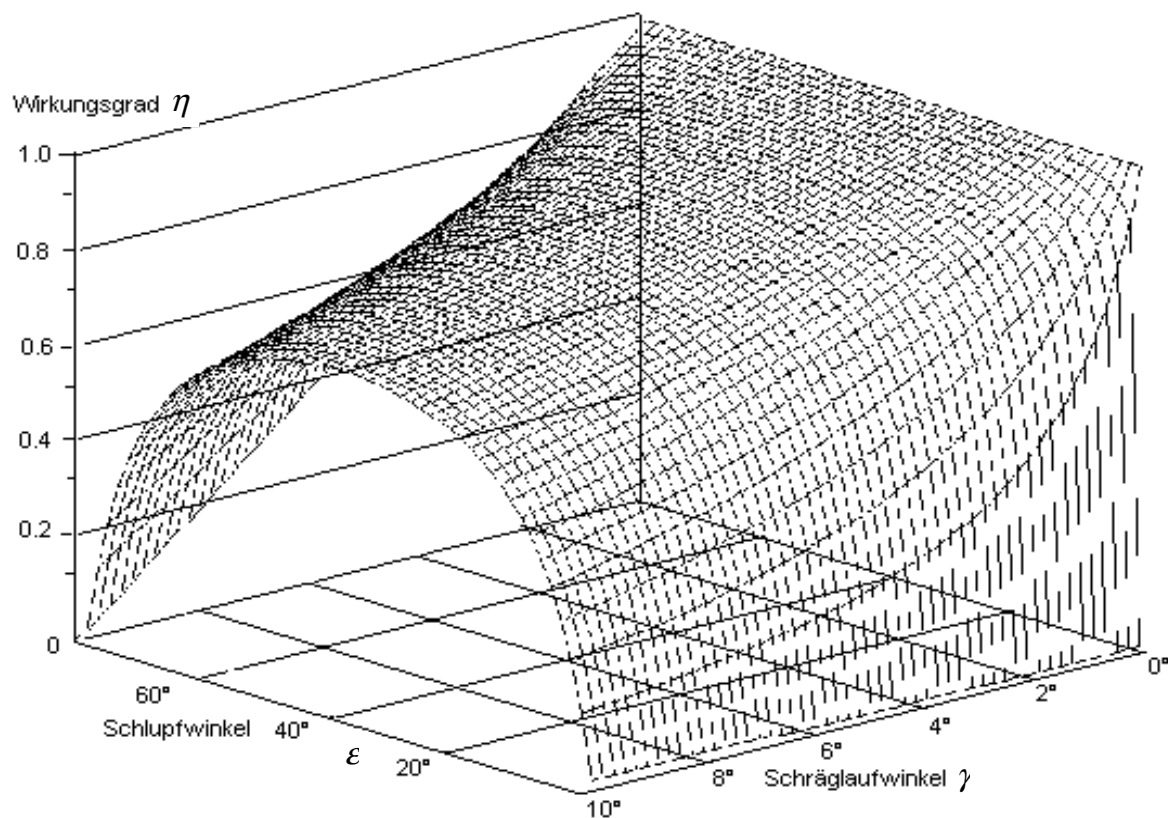


Abb. 6.5: Abhängigkeit von Wirkungsgrad η , Schlupfwinkel ϵ , Schräglaufwinkel γ [S7]

Der Wirkungsgrad der Kraftübertragung sinkt mit steigendem Schräglaufwinkel γ (vgl. Kapitel 5.3), da mit ihm der Zwangsschlupf S_z zunimmt. Über den Schlupfwinkel ε betrachtet, ist der Verlauf des Wirkungsgrades parabolisch ausgeprägt. Das bedeutet, daß sich sowohl bei sehr kleinem Schlupf ($\varepsilon \rightarrow 0^\circ$) als auch bei sehr hohem Schlupf ($\varepsilon \rightarrow 90^\circ$) schlechte Übertragung einstellt. Für großen Schlupf sind die Drehzahlverluste leicht nachvollziehbar. Bei kleinem Schlupf ergeben sich die Verluste aus der ungünstigen Richtung der Relativgeschwindigkeit im Kontakt (siehe auch Abb. 5.12 und 5.12). Im Hauptbetriebspunkt der PWG (sofern dieser bekannt bzw. anzugeben ist) sind deshalb mittlere Schlupfwerte anzustreben. Besonders hohe Ausnutzungen des Reibwertes sind wegen des hohen Drehzahlschlupfes nur unter Wirkungsgradeinbußen zu erzielen.

6.7.2 Rückschlüsse aus SIMPACK-MKS-Simulationsläufen

Mit dem vorliegenden MKS-Simulationsprogramm wurden mehrere Versuchsläufe durchgeführt, in denen das Verhalten der PWG im quasistatischen Betriebspunkt, im Anlaufvorgang und bei stetig anwachsender Belastung (PWG arbeitet gegen eine Feder) untersucht wurde.

Die Simulationsergebnisse wurden mit zwei Versionen des MKS-Aufbaus gewonnen, die auf den Geometrien der Low-Cost-PWG basieren: Eine PWG wurde mit nur einem Planeten modelliert, der zwischen koaxial laufender Mutter und Spindelstange angeordnet war. Eine zweite Version war die realitätsgetreue Low-Cost-PWG mit fünf Planeten und einer nur gegen Verdrehen festgelegten Mutter. Die Ergebnisse können von SIMPACK in Form von Meßschrieben grafisch dargestellt werden. Die z-Achse ist jeweils die Körperachse.

PWG-Simulation mit einem Planeten unter Eigenlast - Abb. 6.6

- Die PWG wird mit konstanter Drehzahl und damit praktisch konstantem Vorschub angetrieben und ist nur durch ihr eigenes Gewicht belastet.
- Im Kippwinkel sind periodische Sprünge zu erkennen, die durch den Eingriffsbeginn bzw. das Eingriffsende des Planetengewindenganges in die Spindelstange verursacht werden.
- Die Periodenlänge in Abb. 6.6.b entspricht einer vollständigen Abrollbewegung des Planeten auf der Spindelstange.
- Die Amplitude in Abb. 6.6.b gibt den Winkelausschlag in rad wieder.

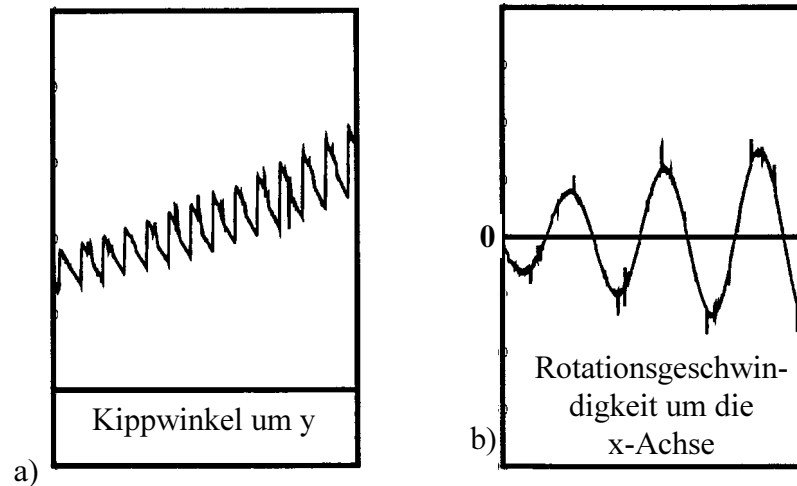


Abb. 6.6: Planet der Ein-Planeten-PWG, konstanter Vorschub, Eigenlast = Leerlauf

PWG-Simulation mit einem Planeten gegen harte Feder - Abb. 6.7

- Die PWG ist aufgebaut wie bei der vorangegangenen Messung. Sie wird wieder mit konstanter Drehzahl angetrieben, zusätzlich zur Eigenlast komprimiert sie eine harte Feder, wobei die Belastung mit dem Weg linear zunimmt.
- In der z-Position (a) sieht man, wie der Vorschub mit zunehmender Axialkraft abnimmt. Da die Drehzahl sich praktisch nicht verändert, sind die Vorschubeinbußen in (a) auf erhöhten Schlupf und zunehmende Kontaktdeformation zurückzuführen.
- Der Kippwinkel (b) nimmt über der Drehzahl wesentlich schneller zu, als in Abb. 6.7. Die Sprünge im Kippwinkelverlauf sind wiederum auf die Eingriffssprünge zwischen Planeten- und Spindelstangengewinde zurückzuführen.

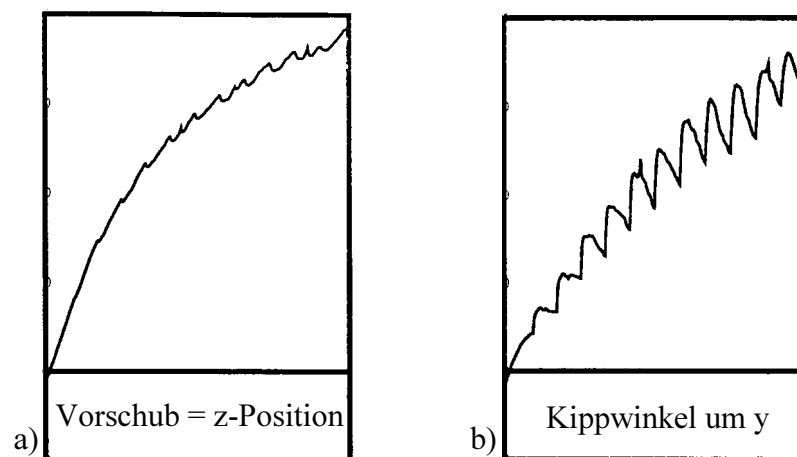


Abb. 6.7: Planet der Ein-Planeten-PWG läuft gegen harte Feder

PWG-Simulation mit fünf Planeten unter Eigenlast

In den Abbildungen 6.8 und 6.9 sind die Simulationsergebnisse einer vollständigen Low-Cost-PWG unter Eigenlast abgebildet. Die Spindelstange der PWG wird um ihre Längsachse z mit konstanter Drehzahl angetrieben, die Mutter ist nur gegen Verdrehen festgelegt. In den Meßschrieben der Abb. 6.8 sind die Bewegungen der Mutter um die Achsen x und y wiedergegeben. In denen der Abb. 6.9 sind die eines Planeten im selben Simulations-Zeitraum dargestellt.

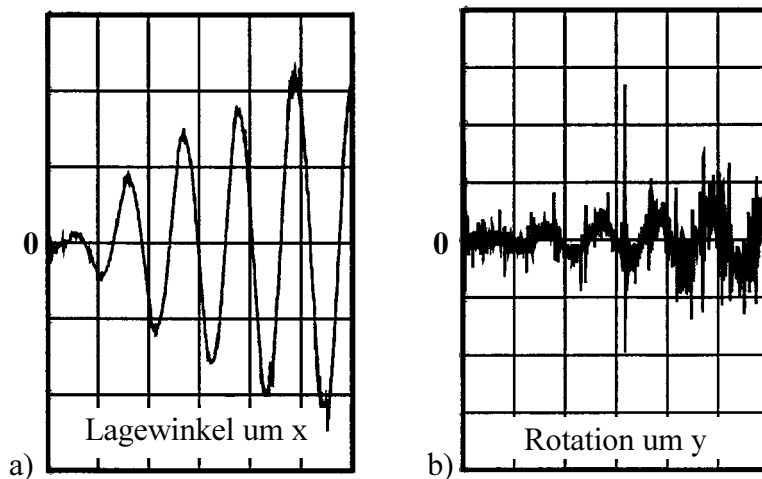


Abb. 6.8: Mutter der Fünf-Planeten-PWG bei konstantem Vorschub unter Eigenlast

Zu den Simulationsergebnissen der Mutter - Abb. 6.8

- Aus den Schwingungen um die x -Achse (a) ist zu erkennen, daß die Mutter exzentrisch zur Spindelstange läuft. Diese exzentrische Taumelbewegung tritt periodisch mit der Umlaufgeschwindigkeit des Planetensatzes auf, ihr Winkelbetrag nimmt im Beobachtungszeitraum zu.
- In der Ableitung des Lagewinkels um y (b), dargestellt als Rotationsgeschwindigkeit um y , ist starkes Rauschen erkennbar, das der Grundschwingung (= Taumelbewegung) überlagert ist. Es ergibt sich als Summe sämtlicher Störungen aller PWG-Elemente, wiederum vorrangig verursacht durch Eingriffsbeginn und -ende der Planetenfeinprofilierungen.
- Das Signalrauschen ist als „Schnurren“ im Betrieb realer PWGs hör- und spürbar.
- Die großen Ausschläge in der Rotationsgeschwindigkeit sind nicht allein bei der Mutter feststellbar, sondern auch bei den sie verursachenden Planeten nachzuvollziehen. Beispielhaft sei auf den extremen Ausschlag des Planeten hingewiesen.

Zu den Simulationsergebnissen eines Planeten - Abb. 6.9

- Wie bei der Mutter zeigt sich auch beim Planeten im Lagewinkel um x eine periodische Schwingung. Sie schaukelt sich zu einer Schwingung mit wachsender Amplitude auf, bis der Planet plötzlich festklemmt.
- Der Planet führt nach dem Losbrechen aus dieser Verklemmung stark ruckelnde Bewegungen aus, die sich allmählich wieder zu einer periodischen Schwingung abbauen.
- Besonders deutlich ist das Festklemmen in der Rotationsgeschwindigkeit um z zu sehen.
- Diese Störung des Planeten regt auch die anderen Elemente der PWG an.

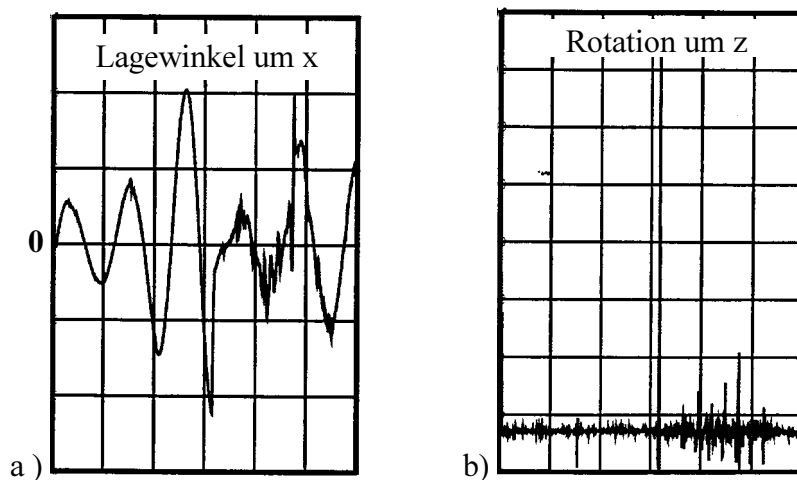


Abb. 6.9: Planet einer Fünf-Planeten-PWG bei konstantem Vorschub unter Eigenlast

6.7.3 Zusammenfassung der wichtigsten Simulationsergebnisse

- Die PWG-Elemente sind ausschließlich über Kontaktkräfte gekoppelt. Deshalb wirkt sich eine Störung an einem Element auf alle anderen Elemente aus.
- Durch geringfügige Veränderung der Relativgeschwindigkeitsrichtung in jedem einzelnen Kontakt werden Ungleichförmigkeiten der Bewegung bei hoher Dämpfung abgebaut.
- Ungleichförmiges Übertragungsverhalten tritt vorrangig unter Eigenlast auf, bei höherer axialer Belastung sind die Bewegungsspielräume eingeschränkt, die Dämpfung wird dabei erhöht.
- Alle Sprünge in den Werteverläufen sind mit hohen Zwangskräften verbunden und dürfen im realen Betrieb nicht auftreten.
- Die simulierte PWG besitzt einen wesentlich geringeren Elastizitätsmodul als die realen Low-Cost-PWGs, wodurch auch größere Kontaktabplattungen möglich sind und damit die

Bewegungsspielräume größer sind als am Original. Vergleichbar störendes Verhalten wie Ruckeln, Klemmen und hohe Schränk- und Kippwinkel sind bei realen PWGs nur dann möglich und zu beobachten, wenn sie mit deutlich zu großem Spiel gefertigt wurden. Sie sind dann fast unabhängig vom Material. Bei Serien-PWGs traten wegen der geeignet gewählten Toleranzen derartige Störbewegungen im Betrieb nicht auf, sie konnten nur bei Prototypen mit ausgeprägtem Spiel beobachtet werden.

- Alle an Prototypen beobachteten Unregelmäßigkeiten im Lauf der PWG konnten auch in der Simulation in gleichartiger Ausprägung beobachtet werden. Schränken, Kippen, Tauseln, ungleichförmiger Lauf der Planeten und periodische Schwingungen können den Meßschrieben der Simulation ebenso entnommen werden, wie die lastabhängige Veränderung der Gesamtsteigung.

6.7.4 Möglichkeiten der MKS-Simulation

Mit der in SIMPACK aufgebauten Mehrkörpersimulation wurde sowohl eine Gewindeversion der PWG (die Low-Cost-PWG) erfolgreich modelliert und berechnet [S7], als auch eine rein rillenprofilierte PWG-Ausführung (für PKW-Bremse) [G4]. Damit wurde nachgewiesen, daß das MKS-Programm für die dynamische Simulation beider PWG-Grundtypen geeignet ist. Die Ergebnisse wurden mit den Erfahrungen verglichen, die im Versuch an verschiedenen PWG-Ausführungen gewonnen wurden bzw. aus dem PWG-Teststand vorliegen. Es zeigt sich qualitativ gute Übereinstimmung. Die quantitative Auswertung und der Vergleich mit mehreren PWG-Ausführungen muß späteren Arbeiten vorenthalten bleiben, da bislang sowohl zu wenig Rechenergebnisse als auch zu wenig zuverlässige Meßdaten verfügbar sind, um einen auch statistisch tragfähigen Vergleich anzustellen.

6.7.5 Parametervariation

Das gesetzte Ziel wurde erreicht, in der dynamischen Simulation die Parameter variieren zu können, die das Laufverhalten beeinflussen:

- Länge, Durchmesser, Flankengeometrie,
- Profilverteilung,
- Anzahl und Anordnung der Planeten,

- Fertigungstoleranzen, Spiel und
- Werkstoff.

6.7.6 Potential der MKS-Simulation

Schon durch die als Grundlage zur MKS-Simulation erstellten Programme zur PWG-Auslegung und zur Kontaktpunktberechnung wurde deutlich, daß rechnergestützte Berechnung ein wertvolles Hilfsmittel ist. Erst durch die dynamische Modellierung kann das Laufverhalten vorausberechnet werden. Das Potential der statischen und dynamischen Modellierung zeigt sich bei der praktischen Anwendung in:

- Verkürzten Entwicklungszeiten,
- Kostenreduktion in der Vorserienfertigung und der
- Steigerung von Qualität und Zuverlässigkeit.

7 Versuche

Versuche wurden durchgeführt, um die Zulässigkeit der getroffenen Vereinfachungen nachzuweisen und die Ergebnisse aus Modellierung, Berechnung und Simulation mit dem realen Verhalten der PWG zu vergleichen. Im spannungsoptischen Versuch können die Dehnungen und, von ihnen abgeleitet, die Spannungen im gesamten Bauteilvolumen unter statischer Belastung bestimmt werden. Am Wirkungsgradprüfstand kann derzeit das Laufverhalten im quasi-statischen Betrieb für verschiedene Lastfälle untersucht werden.

7.1 Spannungsoptischer Versuch

Die Spannungsoptik ermöglicht es, den Spannungszustand aus den Dehnungen im gesamten Bauteilvolumen zu ermitteln. Durch die Versuchsbelastung wird die wirkliche Beanspruchung einer Low-Cost-PWG im statischen Lastfall nachgebildet.

Für spannungsoptische (Kürzel SPO) Untersuchungen nutzte HÄHNLE [H2] ein maßstäblich vergrößertes Modell der Low-Cost-PWG, angefertigt aus spannungsdoppelbrechendem Araldit B. Besonderer Wert wurde dabei auf die detailgetreue Wiedergabe aller Merkmale der Low-Cost-PWG gelegt. Die Planeten wurden mit dem selben (maßstäblich um den Faktor 5 vergrößerten) Formdrehmeißel auf der selben Maschine mit gleichartigem Programm gefertigt wie die Erodierstempel zur Herstellung der Spritzgußformen. Die Mutter wurde gedreht, so auch die Spindelstange (mit M30x5 Gewinde = vergrößertes M6x1- Gewinde). Die Oberflächengüte und Fertigungsgenauigkeit entsprachen weitgehend der maßstäblichen Vergrößerung des Originals.

Die Lasteinleitung in die Spindelstange erfolgt über eine sogenannte Normmutter (mit Mutterhöhe = $0,8 \cdot \text{Gewindenenddurchmesser}$) mit metrischem Gewinde, deren Verformungen und Spannungen als Referenz betrachtet werden. Die Mutter wird über den Zentrierflansch so belastet wie unter normalen Einbaubedingungen. Störkräfte werden durch den frei hängenden Aufbau ausgeschlossen.

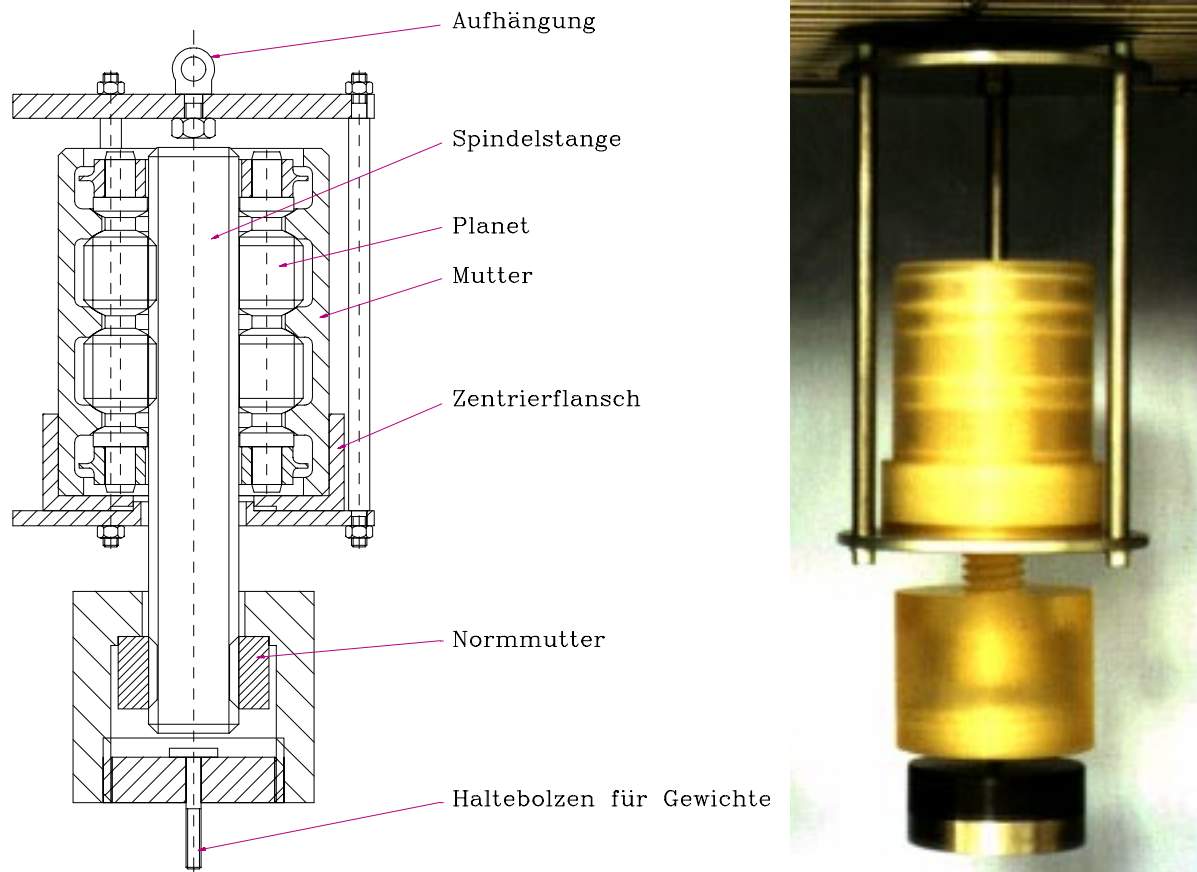


Abb. 7.1: Zeichnung SPO-Belastungseinrichtung, Versuchsaufbau beim Einfrierversuch

7.1.1 Formvermessung vor dem Einfrierversuch

Die Vermessung gestaltet sich beim maßstäblich vergrößerten Modell einfacher und genauer als bei Originalbauteilen, da Originalprofile teils nur wenige Zehntel Millimeter groß sind und Profilfehler mit im Hause verfügbaren Mitteln nicht mehr genau genug ermittelt werden können.

Alle Einzelteile des Modells wurden vor und nach dem spannungsoptischen Einfrierversuch mittels fotografischer, Abdruck- und Koordinatenmeßverfahren vermessen. Dabei wurden Formfehler aufgrund der Fertigung festgestellt.

7.1.2 Der PWG-Einfrierversuch

Formfehler der PWG-Elemente wurden kompensiert, indem die PWG so montiert wurde, daß nur fehlerfreie Flanken im Kraftfluß lagen und sich Durchmesserabweichungen ausglich. Die PWG wurde dafür so „eingespielt“, daß Fehlstellungen der Planeten vermieden wurden.

7.1.3 Formvermessung nach dem Einfrierversuch

Nach dem Einfrierversuch wurde die Formvermessung überwiegend im Koordinatenmeßverfahren durchgeführt. Mit einem während der Versuche angeschafften Profilprojektor beschleunigten sich die Messungen bei erhöhter Genauigkeit durch elektronische Meßwertaufnahme.

7.1.4 Spannungsoptische Auswertung im Polariskop

Der Versuch wurde unter der Vorgabe gleicher Dehnungen von Original und Modell durchgeführt, weshalb der spannungsoptische Effekt nicht sehr ausgeprägt auftrat. Schnitte von diesem Versuch anzufertigen ist daher nicht beabsichtigt. Schnitte sollen beim zweiten Versuch angefertigt werden, der unter höherer Belastung mit größeren Dehnungen erfolgen wird. Für ihn können die selben Araldit-PWG-Elemente verwendet werden, nachdem sie durch Tempern von ihren Spannungen und Verformungen aus dem ersten Versuch befreit wurden.

7.1.5 Versuchsergebnisse

- Im Kernquerschnitt der Spindelstange treten nur sehr geringe Belastungen und Dehnungen auf. Die Länge der Spindelstange verändert sich durch die Last nur unwesentlich. Ein Maß für die Dehnung der Spindelstange sind die vergrößerten Gewindeteilungen - siehe Abb. 7.2 - die die Verteilung der Zugspannungen in der Spindelstange deutlich wiedergeben (an den Enden keine Dehnung, bei PWG und Normmutter Anstieg der Dehnung auf den zwischen ihnen konstanten Wert).

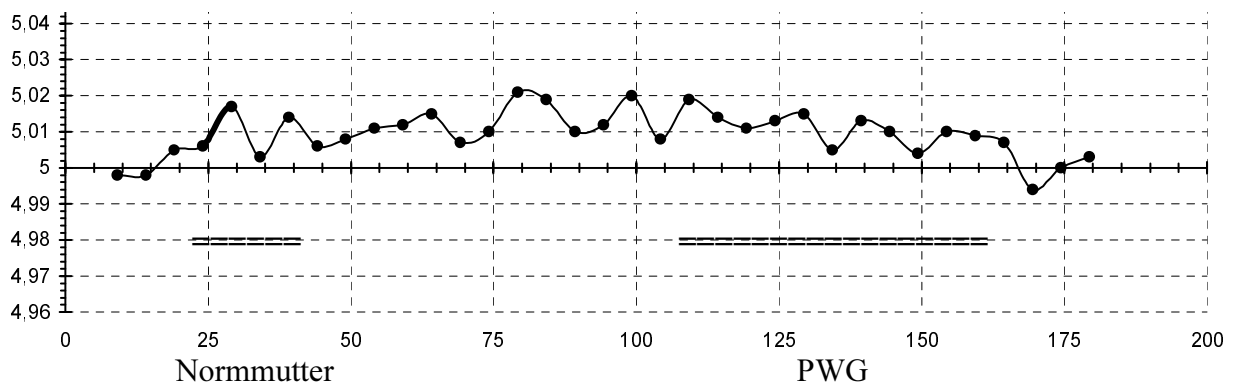


Abb. 7.2: Die Gewindeteilungen weichen über der Länge der Spindelstange nur wenig vom ungedehnten Maß 5,0 ab - die Dehnungen entsprechen der übertragenen Axiallast

- Die Zugfestigkeit der Spindelstange wird bei der PWG bislang noch nicht ausgenutzt, da noch keine Planeten gefertigt werden können, die lang genug sind, um über entsprechend viele Kontaktstellen entsprechend hohe Lasten übertragen zu können
- Die höchsten Materialbeanspruchungen treten beim Planeten nicht im hier sehr eng gewählten Kernquerschnitt auf sondern an den Kontaktstellen - siehe Abb. 7.3
- Die Kontaktkräfte sind inhomogen verteilt - siehe Abb. 7.3 bis Abb. 7.5



Abb. 7.3: Der zu den Dehnungen proportionale spannungsoptische Effekt ist nur nahe an den markierten Kontaktpunkten erkennbar

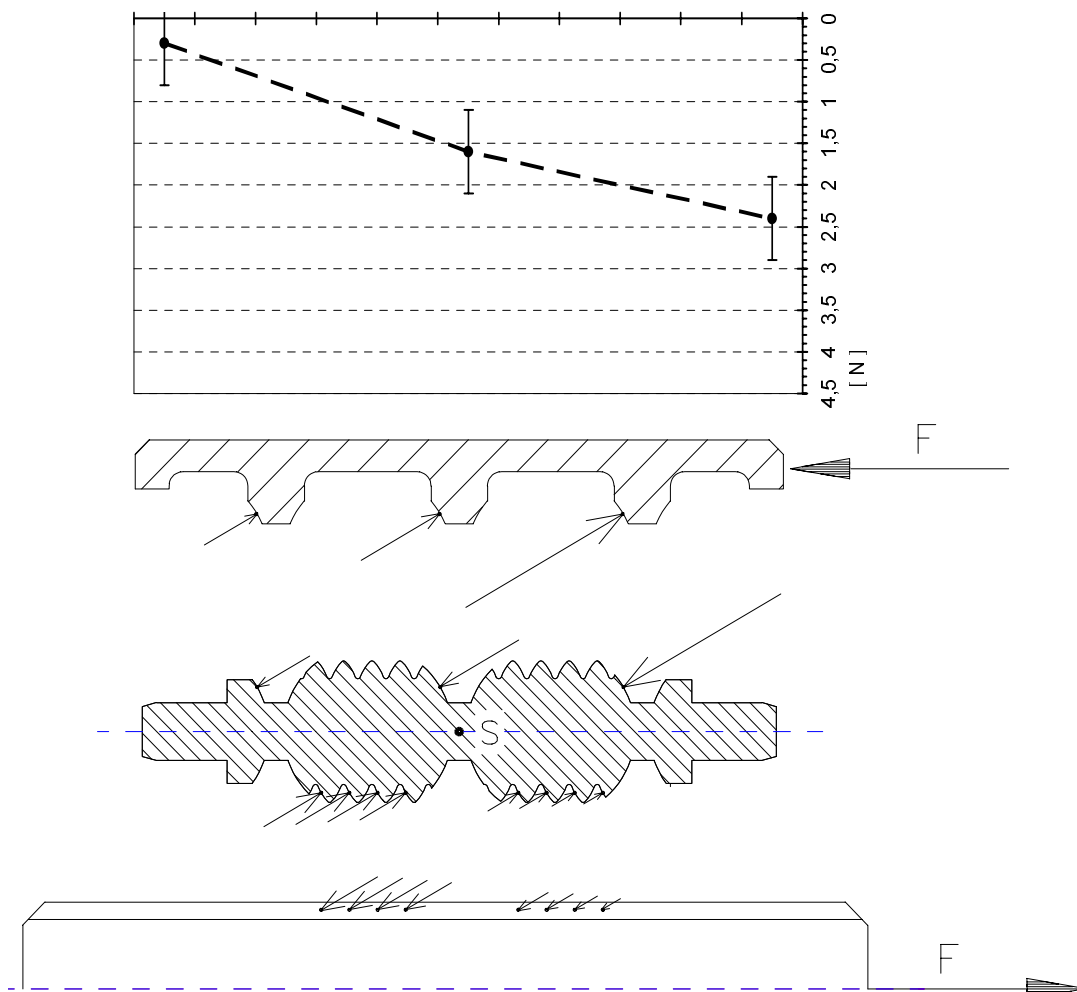


Abb. 7.4: „Trapezförmige“ Kontaktkraftverteilung über der Planetenlänge - skizziert und mutterseitig gemessen - die Balken geben den Bereich des möglichen Meßfehlers an

- Die Belastung ist ungleichmäßig auf die fünf Planeten verteilt - siehe Abb. 7.5.
- Im Feinprofil hat der Planet 5 in der fünften Teilung einen Kontaktpunkt mehr als die anderen Planeten, Planet 2 hat in der zehnten Teilung einen Kontaktpunkt weniger (Abb. 7.5).

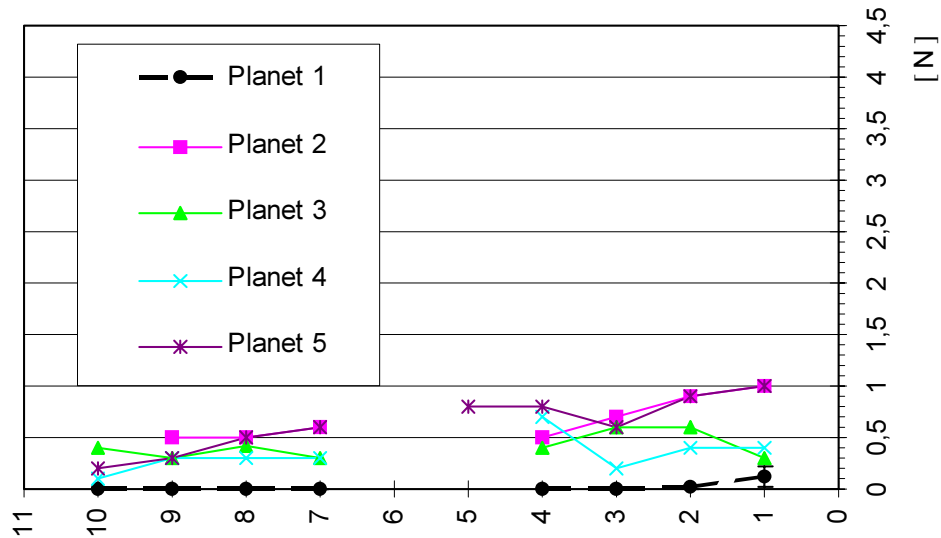


Abb. 7.5: Die Kontaktkräfte sind spindelstangenseitig ungleichmäßig verteilt

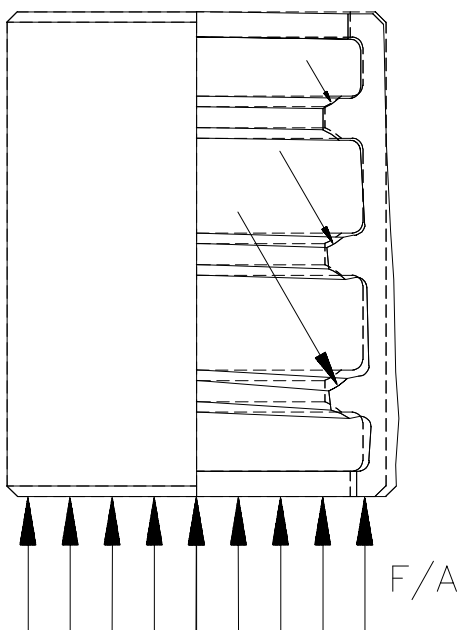


Abb. 7.6: Verformung der Mutter durch die Belastung (vergrößert dargestellt)

Elastische Verformungen sind auch an der Mutter meßbar, sie wird gestaucht und weitet sich auf - siehe Abb. 7.6.

7.2 Wirkungsgradprüfstand

Am DLR-Wirkungsgradprüfstand wurden von M. HÄHNLE [H2] verschiedenartige PWGs unter verschiedenen hohen Lasten und Drehzahlen vermessen. Hier sind die Ergebnisse der Messungen an Kunststoff- und Stahlausführungen der Low-Cost-PWG zusammengefasst.

7.2.1 Aufbau

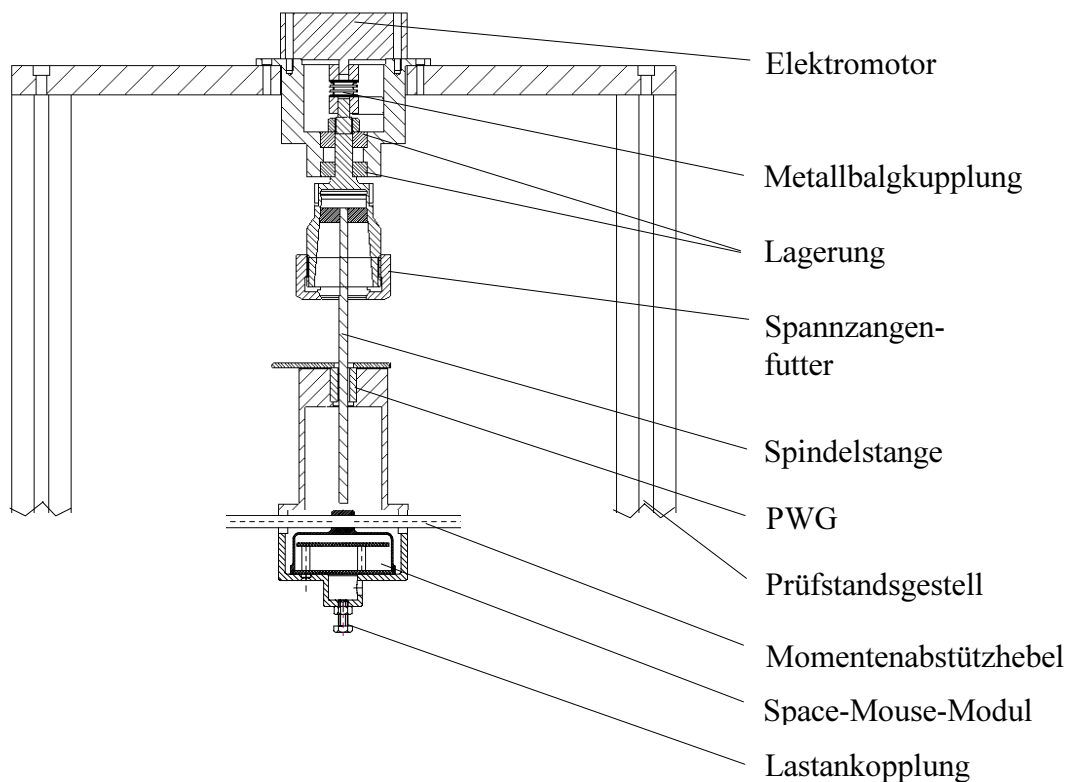


Abb. 7.7: PWG-Wirkungsgradprüfstand

7.2.2 Messung und Berechnung

Der Wirkungsgrad η wird sowohl beim Heben (η_H) als auch beim Senken (η_S) einer Prüflast aus dem Vergleich der aufgewendeten mit der geleisteten Leistung (Hubleistung verglichen mit der Antriebsleistung) ermittelt:

$$\eta = \frac{P_{\text{Abtrieb}}}{P_{\text{Antrieb}}} = \frac{P_{\text{Antrieb}} - P_{\text{Verlust}}}{P_{\text{Antrieb}}} = \frac{P_{\text{Abtrieb}}}{P_{\text{Abtrieb}} + P_{\text{Verlust}}},$$

$$\eta_H = \frac{m g v}{M \varpi} = \frac{m g v}{M 2 \pi n}.$$

Für das Senken der Last ergibt sich genau das reziproke Verhältnis - siehe auch Abb. 7.8:

$$\eta_S = \frac{M \varpi}{m g v}.$$

Fällt der Wirkungsgrad beim Heben der Last unter 50%, so ist die PWG selbsthemmend, sie kann nicht translatorisch angetrieben werden. Dieser Fall ist bei kleinen Gesamtsteigungen anzutreffen, die Last allein kann die PWG nicht zum Anlaufen bringen.

Liegt der Wirkungsgrad beim Senken unter Null ($\eta_S < 0$), so muß zusätzlich zu den Reibungsverlusten der Motor bremsend bestromt werden, um einen unbeschleunigten quasistatischen Betriebszustand einzustellen. Dieser Fall tritt nur bei hohen P ein.

Stellt sich beim Senken der Last ein Wirkungsgrad von $\eta_S = 0$ ein, so entspricht die Antriebsleistung des Motors genau der Verlustleistung $P_{Verlust}$. Eine derartige PWG hat beim Heben genau einen Wirkungsgrad von 50%:

$$\eta = \frac{P_{Abtrieb}}{P_{Antrieb}} = \frac{P_{Abtrieb}}{P_{Abtrieb} + P_{Verlust}} = \frac{1}{1+1} = 50\%;$$

$$\eta_S = \frac{P_{Abtrieb}}{P_{Antrieb}} = \frac{P_{Antrieb} - P_{Verlust}}{P_{Antrieb}} = \frac{1-1}{1} = 0\%.$$

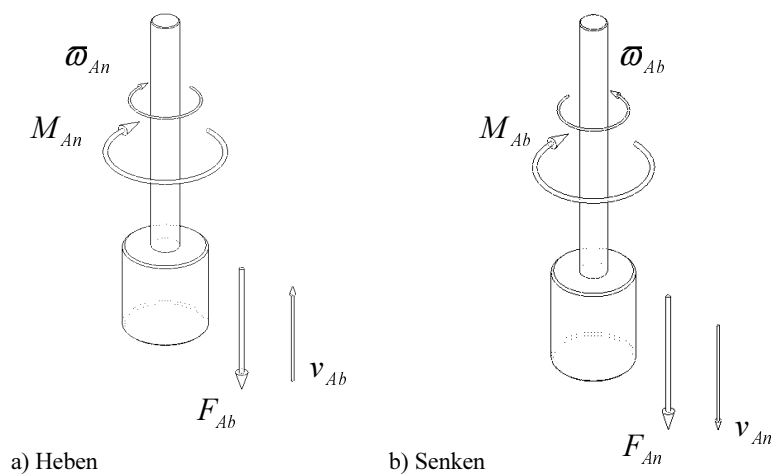


Abb. 7.8: Kräfte, Geschwindigkeiten, Momente und Drehzahlen beim Heben und Senken einer Last [H3]

Die Spindelstange wird rotatorisch von einem drehzahlgeregelten Elektromotor angetrieben, wodurch sich die Mutter mit der Last axial auf- und abbewegt. Dabei wird das Abstütmoment der Mutter mit einem Space-Mouse-Modul gemessen, welches analoge Meßsignale liefert (für genauere Auswertung als bei digitalem Standardausgang). Die Messung des Abstütmoments erfolgt mittels dieses Sensors, da der Motor sowohl Lagerreibung als auch innere Verluste überwinden muß, weshalb die direkte Auswertung des Motorstromes zu verfälschten Drehmomentwerten führen würde.

Der Schlupf S wird aus dem Vergleich des tatsächlichen Verfahrweges (gemessen mit einem Glasmaßstab) und dem theoretischen Verfahrweg (errechnet aus P) bestimmt:

$$S = \frac{s_0 - s_1}{s_0}.$$

Mit	m	gesamte gehobene Masse,
	g	Erdbeschleunigung,
	v	Hubgeschwindigkeit,
	M	Abstütmoment der PWG-Mutter,
	ω	Winkelgeschwindigkeit der Spindelstange,
	s_0	theoretisch zurückgelegter Weg,
	s_1	tatsächlich zurückgelegter Weg,
	n	Anzahl der Umdrehungen der Spindelstange,
	P	Gesamtsteigung der PWG.

Legt die PWG beim Senken tatsächlich einen größeren Weg zurück als aus der „idealen“ Gesamtsteigung und der Anzahl der Umdrehungen berechnet, so wird ihr Schlupf negativ.

Der Fehler der Wirkungsgradberechnung $\Delta\eta$ beträgt nach DIRSCHERL [D4]:

$$\begin{aligned} \Delta\eta &= \frac{g}{2\pi} \left(\left| \frac{d}{dm}(\eta \cdot \Delta m) \right| + \left| \frac{d}{dx}(\eta \cdot \Delta x) \right| + \left| \frac{d}{dM}(\eta \cdot \Delta M) \right| + \left| \frac{d}{dN}(\eta \cdot \Delta N) \right| \right) = \\ &= \frac{g}{2\pi} \left(\left| \frac{x}{M N} \Delta m \right| + \left| \frac{m}{M N} \Delta x \right| + \left| -\frac{m x}{M^2 N} \Delta M \right| + \left| \frac{m x}{M N^2} \Delta N \right| \right) \end{aligned}$$

Je nach Spindeltyp, Last und Drehzahl stellen sich unterschiedlich hohe Wirkungsgrade ein, deren Berechnung mit etwa 3% Fehler behaftet ist.

7.2.3 Meßwerte aus Prüfstandsläufen

Bislang liegen nur relativ wenige Meßreihen vom DLR-Wirkungsgradprüfstand vor. Aus diesen sind hier am Beispiel verschiedener Ausführungen der Low-Cost-PWG Messungen in Text, Tabellen, Grafiken und Meßschrieben wiedergegeben.

Kunststoff-PWG PP1, PP2

Planeten aus PA, Mutter aus POM, Spindelstange aus VA-Stahl, gerollt:

PP1, PP2, Kunststoff	Last F_A [N]	η [%], Mittelwert	Schlupf [%], Mittelwert
Heben	21	10.3	-8.8

Diese Low-Cost-PWG besitzt eine Gesamtsteigung von 0.178mm und wurde hoch belastet:

- Unabhängig von der Drehzahl ist der Wirkungsgrad der Kunststoff-PWG mit gut 10% relativ niedrig. Die hohen Verluste hängen primär mit der hohen Übersetzung bei kleiner Gesamtsteigung zusammen. Sekundär macht sich der geringe Elastizitätsmodul von Kunststoff bemerkbar, der zu starken Abplattungen der Kontakte und damit hohen Bohrringseinbußen führt.
- Der negative Schlupf ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß die Mutter mit etwa 2/10 mm Übermaß gefertigt wurde. Dadurch werden D_M und D_S größer, weshalb P_{GES} zunimmt.
- Es treten nur geringe Schwankungen im Drehmoment-, Wirkungsgrad- und Schlupfverlauf auf. Die hohen Verluste bewirken gute Dämpfung, das Space-Mouse-Modul wird kaum zu Schwingungen angeregt.

Bei einem Versuchslauf mit 120N wurden die Kunststoff-PWGs zerstört. Erstaunlicherweise sprang dabei ein Planet mutterseitig von einen Bord auf den nächsten über.

Stahl-PWGs P3, P14

Alle Elemente aus Stahl, gedreht, nicht gehärtet:

P3, Stahl	Last F_A [N]	η [%], Mittelwert	Schlupf [%], Mittelwert
Heben	264	26.7	2.8
Heben	507	30.8	6.0

P14, Stahl	Last F_A [N]	η [%], Mittelwert	Schlupf [%], Mittelwert
Heben	116	30.8	51.3
Heben	264	36.3	37.9
Heben	507	36.6	25.1

Diese Stahlversionen der Low-Cost-PWG im Maßstab 2:1 mit einer Gesamtsteigung von 0.259 mm wurden unter geringer bis hoher Belastung vermessen. Die Stahl-PWGs sind prinzipiell nach dem gleichen Zeichnungssatz gefertigt wie die Kunststoff-PWGs, haben aber unterschiedlich hohes Spiel und zeigen voneinander abweichendes Übertragungsverhalten.

Das Übertragungsverhalten veränderte sich während der Messungen. Zunächst hatte z.B. die PWG P3 sehr geringes Spiel und zeigte geringen Schlupf. Nach der Belastung mit 507N waren die ungehärteten Flanken derart verdrückt, daß sich höheres Spiel einstellte. Die aufgeführten Meßreihen beziehen sich auf den ersten Versuchslauf der unbeschadeten PWG.

Im gesamten Drehzahlbereich zwischen 600 und 2200 U/min liegen die Wirkungsgrade über 35%, die Schlupfwerte um 40%. Der Schlupf verteilt sich dabei auf beide Kontaktgruppen (mutter- und spindelstangenseitig), wobei die Einflüsse des Schräglaufes bei derart hohem Schlupf hinter die des Gleitens in Umfangsrichtung treten. Die Wirkungsgrade und der Schlupf sind beim Heben und Senken über der Drehzahl annähernd konstant.

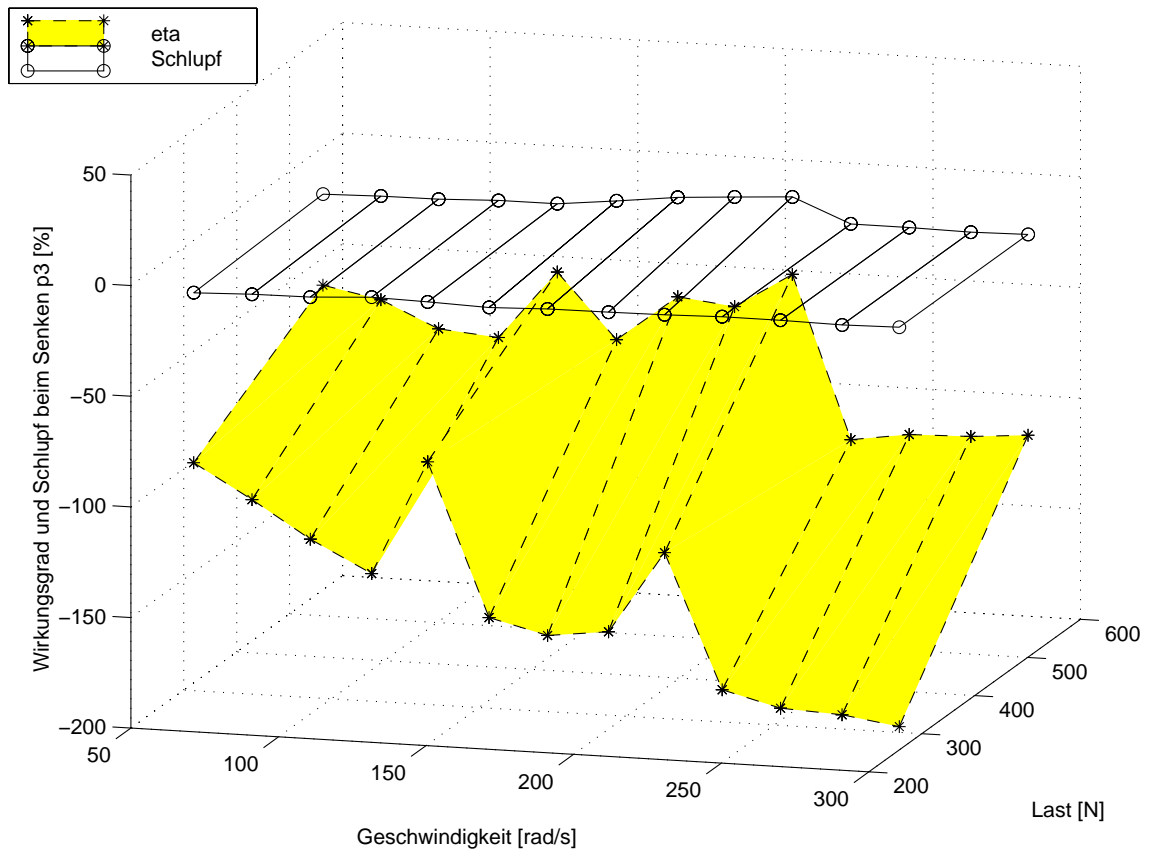
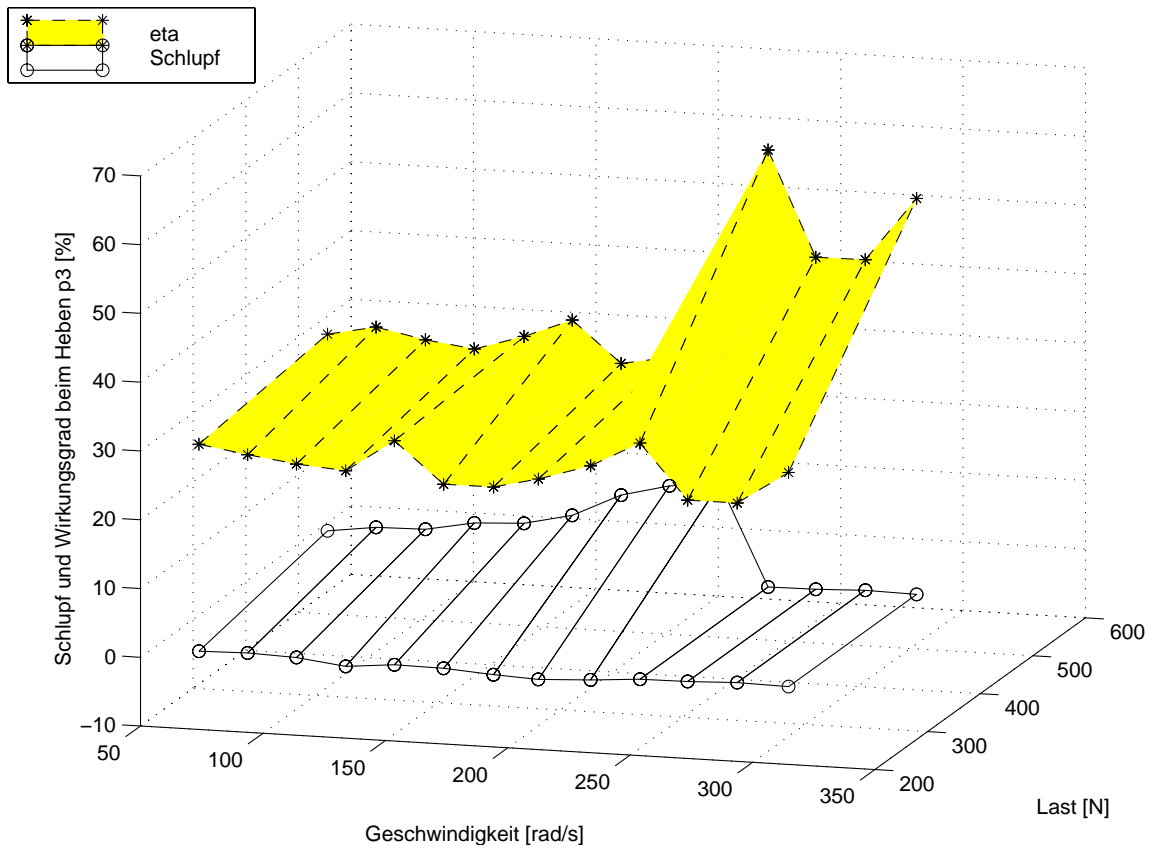
7.2.4 Wirkungsgradkennfelder und Auswertung

Besonders anschaulich ist die Charakteristik der PWGs aus den Kennfeldern der Abb. 7.9 abzulesen, in denen der Wirkungsgrad und der Schlupf für Heben und Senken der Last über Drehzahl und Axiallast dargestellt sind. Der Wirkungsgrad und der Schlupf sind jeweils in % angegeben, die Drehzahlen in rad/s, die Last in N.

Die Meßwertausreißer in Abb. 7.9 bei 140 und 200 rad/s sind auf Eigenfrequenzen des Space-Mouse-Moduls zurückzuführen, sie spiegeln kein typisches Verhalten der PWG wieder.

Negative Werte für den Wirkungsgrad treten z.B. dann auf, wenn der Motor beim Senken der Last zum Bremsen bestromt wird. Es ist z.B. bei einem Verhältnis von Verlustleistung zu Antriebsleistung $P_{\text{Antrieb}}/P_{\text{Verlust}}$ von $4/10$ ein Wirkungsgrad von -150% zu ermitteln:

$$\eta_S = \frac{P_{\text{Abtrieb}}}{P_{\text{Antrieb}}} = \frac{P_{\text{Antrieb}} - P_{\text{Verlust}}}{P_{\text{Antrieb}}} = \frac{4 - 10}{4} = -150\% .$$



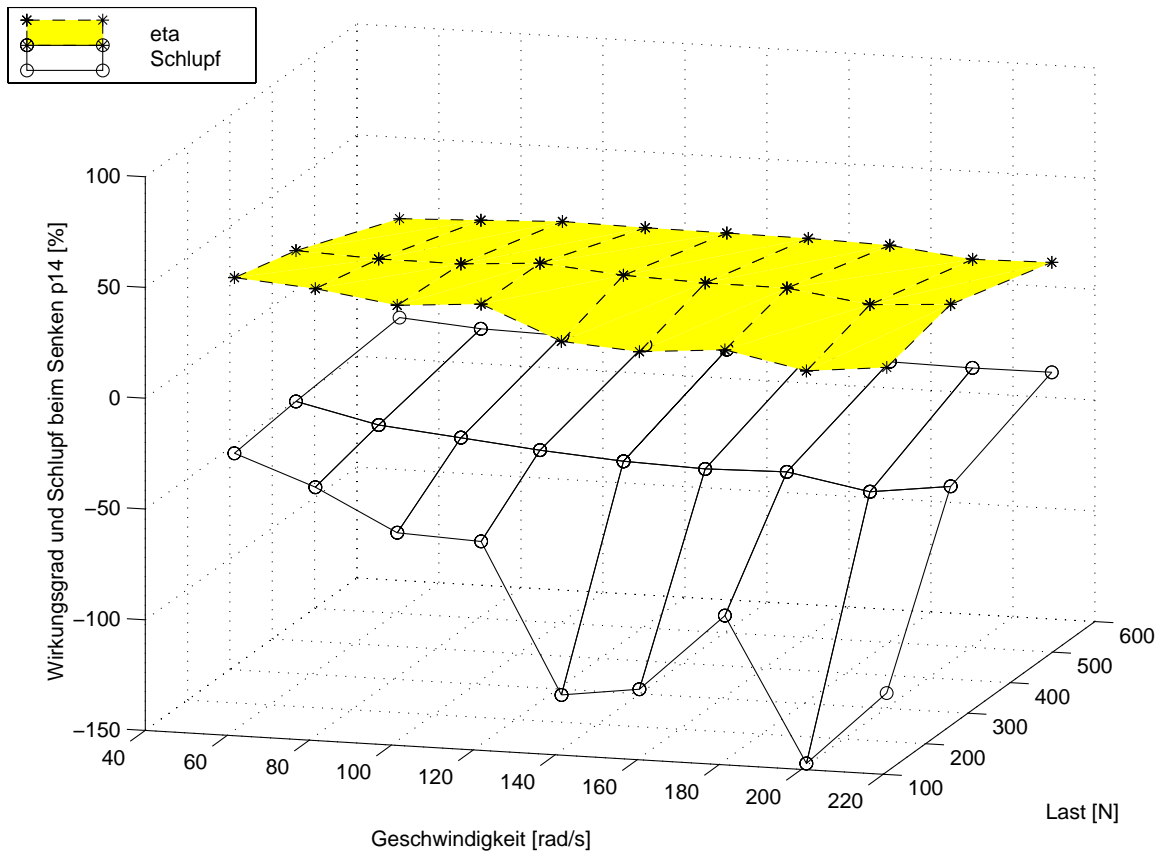
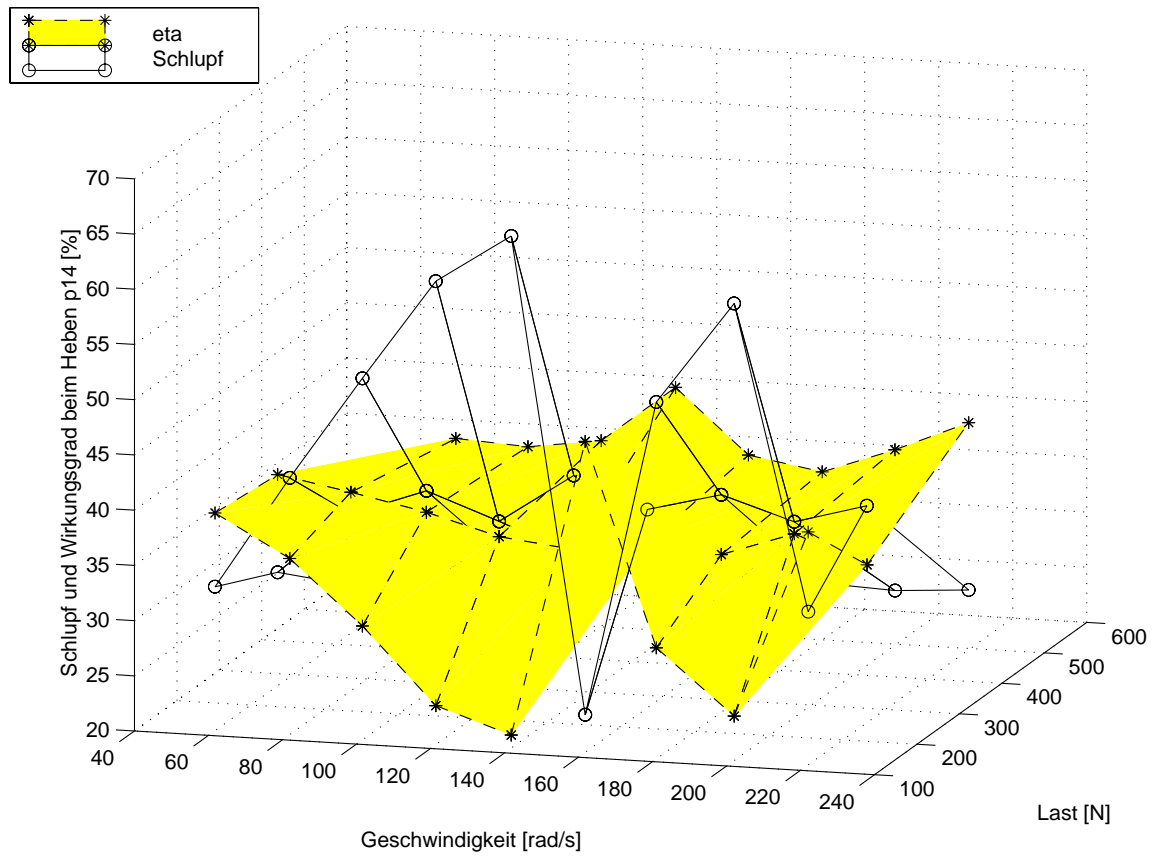


Abb. 7.9: Wirkungsgrad und Schlupf beim Heben und Senken der Last von P3, P14

Vergleicht man die Meßergebnisse bauglicher PWGs wie P3 und P14, so sind die teils stark abweichenden Meßwertverläufe auffällig, die sich zudem unterschiedlich auf Schlupf und Wirkungsgrad auswirken:

- Bei P3, der PWG mit dem anfangs geringsten Spiel, sind die niedrigsten Schlupfwerte beim Heben zu finden. Der Wirkungsgrad liegt bei mittlerer Last sehr gleichmäßig bei knapp 30%.
- Beim Senken von P3 nimmt der Wirkungsgrad mit der Drehzahl ab, der Motor muß folglich bei höheren Drehzahlen mehr Leistung zur Überwindung der Reibungsverluste bereitstellen.
- Eine ähnliche Tendenz zeigt sich auch beim Heben und Senken von P14, hier liegt der Wirkungsgrad im gesamten Meßfeld höher als bei P3.
- Interessant ist, daß bei P14 höhere Wirkungsgrade als bei P3 stets gepaart mit größerem Schlupf auftreten. Die Kraftpolauswanderung trägt bei der PWG also in ähnlich hohem Maße wie die Drehpolauswanderung zu den Verlusten bei. Welche Verluste überwiegen, hängt selbst bei gleicher Bauart vorrangig vom Spiel, der Oberflächenhärte und den Betriebsbedingungen ab.
- Beim Heben von P14 sind im Schlupf und Wirkungsgrad starke Meßwert-Schwankungen zu erkennen, die bei etwa 140 und 200 rad/s sicher auf Eigenfrequenzen des Space-Mouse-Moduls zurückzuführen sind.
- Bei hoher und mittlerer Last ist der Wirkungsgradverlauf beim Senken von P14 sehr gleichmäßig. Der Schlupf verläuft (hinter der η -Fläche versteckt) ebenfalls sehr gleichmäßig, wobei er beim Heben mit hoher Last relativ geringe Werte um 25% annimmt.
- Der Schlupf in Umfangsrichtung nimmt je nach Lastfall in beiden Kontaktgruppen Werte bis über 20% ein, was solange nicht als tragisch zu werten ist, wie er in jedem Betriebszustand hinreichend konstant auftritt. Andernfalls kann sich kein stabiler Betriebspunkt einstellen bzw. geregelt werden, das Übertragungsverhalten würde instabil. Instabile Zustände finden sich bei den untersuchten Testmustern und Lastfällen nicht.
- Beim Senken legt die PWG einen größeren Weg zurück als berechnet, dadurch wird ihr Schlupf negativ.
- Wird einmal mit Motorkraft die Haftreibung der im Stillstand selbsthemmenden PWG überwunden, so muß der Motor nun bremsend mitwirken um eine konstante Senkgeschwindigkeit einzuhalten - die einmal angelaufene PWG ist nicht mehr selbsthemmend.

7.3 Laufgüte

Als Ergebnis der Analyse, Berechnung, Simulation und der Versuche ist festzuhalten, daß sich die Laufgüte vorwiegend durch folgende Faktoren verbessern läßt:

- Verringertes Spiel (engere Toleranzen).
- Präzise Fertigung (gleichmäßige Teilungen, saubere Konturen).
- Hohe Oberflächengüte (bei Mischreibung weniger Festkörperkontakte, geringerer Verschleiß).
- Große Abstüzlängen L_A an mutter- und spindelseitigen Kontakten (bessere Führung).
- Konvexe Flanken mit günstiger Balligkeit (genau definierte Kontaktpunktlagen bei gleichzeitig mechanisch stabilen Flankenprofilen und geringen Bohrreibungsverlusten).
- Vermeiden von Spitzenträgen (hat zwar scheinbar hohe Laufgüte durch exakte Kontaktpunktlage auf der Flankenspitze, führt aber zu plastischer Verformung oder frühzeitigem Versagen durch Ausbrüche, Pitting, Grübchenbildung).
- Größere Bauformen (geringere Toleranzempfindlichkeit, kostengünstiger zu fertigen, Drehpolverlagerungen wirken sich geringer auf das Laufverhalten aus).
- Hohe Zugfestigkeit, hoher E-Modul, hohe zulässige Flankenpressung (kleine Kontaktflächen haben gut definierte Lage auf den Wälzkreisen und geringe Bohrreibungsverluste).
- Annähernd kreisförmige Kontakte (verlustarm, haben bei Fehlstellungen geringere Kontaktflächenschwerpunkt-Verlagerung und immer geringere Bohrreibungsverluste als langgezogene Ellipsen; wichtiger an den spindelseitigen als an den mutterseitigen Kontakten).
- Geeignete Führung der Elemente (Distanzscheiben, bzw. Käfig mit geeignetem Spiel – kein Verklemmen der Planeten in den Führungsscheiben, aber gleichmäßige Verteilung der Planeten über den Umfang).
- Geeignete Schmierung mit gut haftenden Fetten, die bei hohen Drehzahlen nicht abfließen bzw. bei Trockenschmierung Verwendung unterschiedlicher Werkstoffe (miteinander unter hohen Drücken in Kontakt kommende Elemente sollten unterschiedlichen kristallinen bzw. chemischen Aufbau besitzen um Kaltverschweißen zu verhindern).
- Günstige Materialpaarungen (kein verschleißempfindliches Aluminium, besser gut spanbares POM oder zähes PA bzw. formstabile faserverstärkte Thermoplaste bei Spritzguß (die Faserverstärkung kann die Lebensdauer senken, wenn die Fasern aus der Matrix treten

und schleifend wirken), ideal ist rostfreier Stahl, weil hart und zäh, besser bearbeitbar ist allerdings Vergütungsstahl).

- Geeignete Oberflächenverfestigung, z.B. Kaltverfestigung durch Rollen oder Wärmebehandlung mit Härten und Anlassen (z.B. Plasmanitrieren mit ausreichender Einhärtetiefe).
- Rillenplaneten sind im Betrieb wegen geringerer lokale Steigungsschwankungen und deren meist geringer Auswirkung auf das Laufverhalten fehlertoleranter als gewindprofilierte Planeten.
- Gewindeplaneten mit geringen Teilsteigungen und mittelhoher Gesamtsteigung
- Abstimmung der Länge der gewindprofilierten Planetensegmente so, daß sich in der gesamten PWG keine Gewindeanfangs- und Gewindeendstöße (die jede Planetenumdrehung an jedem Segment auftreten) überlagern können bzw. gezieltes Überlagern, wobei sich „symmetrische Stöße“ durch geradzahlige Gangzahl der Spindelstange weitgehend gegenseitig kompensieren.
- „Rechts-auf-rechts“ Planetenbauarten zeigen geringere Auswirkungen von lokalen Steigungswinkelabweichungen als links-auf-rechts Ausführungen.

Eine gute Konstruktion mit hoher Laufgüte, die auf zusätzliche Bauelemente verzichten kann und das Funktionsprinzip der PWG geschickt ausnutzt ist Bauarten mit Zwangsführung (für die bislang noch keine optimalen Lösungen gefunden wurden) vorzuziehen. Bei der Zeichnungserstellung sollten keine Fehler auftreten, Schwächen von CAD-Programmen sollten mit viel Erfahrung umgangen werden. Präzise Fertigung ist ausschlaggebend, sie muß wie die Montage gewissenhaft mit geeigneten Werkzeugen und Maschinen ausgeführt werden.

8 Ausblick

8.1 Automatisierte Optimierung

Durch weitere Vereinfachung des MKS-Modells soll eine schnellere Berechnung möglich werden, die den Weg zur rechnergestützten Optimierung eröffnet. Derzeit ist die dynamische MKS-Berechnung noch zu rechenintensiv, um eine automatisierte Parametervariation für Vergleichsuntersuchung und Optimierung ablaufen lassen zu können.

Kürzere Rechenzeiten sind vorrangig durch die Reduktion der zu berechnenden Gleichungen zu erzielen. Dazu bietet sich eine Verbesserung der momentanen Programmstruktur an, große Gewinne sind dadurch für das Gesamtmodell nicht zu erwarten. Aussichtsreicher scheint eine grundlegende Vereinfachung der Berechnungsabläufe, sie setzt aber einen reduzierten neuen Modellansatz voraus.

8.2 Vereinfachte Kontaktpunktberechnung

Derzeit wird von M. GREBENSTEIN die Kontaktpunktsuche, die bislang eine sechsexparametrische Optimierung war, durch einen reduzierten Ansatz auf die minimal vier generalisierten Geometrieparameter umgeschrieben. Die zu lösenden Gleichungen sind dabei wesentlich umfangreicher als bei der bisherigen Beschreibung. Da sich das Optimierungsproblem aber von sechs auf vier Parameter reduziert, erhofft er in diesem Programmteil verkürzte Rechenzeiten.

8.3 Reduzierter Modellansatz, charakteristisches Kontaktpaar

Den größten Rechenaufwand verursacht die hohe Anzahl von Kontaktpunkten. Hier wird ein Ansatz vorgestellt, der darauf abzielt, das Gesamtsystem stark zu vereinfachen.

8.3.1 Charakteristische Kenngrößen der Kontaktstelle

In der analytischen Beschreibung der PWG wurde aus dem Geschwindigkeitsplan und den Geschwindigkeitsfeldern jeweils die Dreh- und Kraftpollage berechnet. Diese beiden Pollagen sind charakteristische Ersatzgrößen einer Kontaktfläche, die deren gesamtes Übertragungsverhalten in einfachster Weise wiedergeben.

Aus der Lage von Drehpol und Kontaktpunkt ist die schlupf- und geometrieabhängige Lage des Kraftpols in der Kontaktebene eindeutig zu bestimmen. Zwei Starrkörper können sich im Raum nur um eine gemeinsame Drehachse bewegen. Diese Drehachse durchstößt jede Kontaktebene im dort gültigen Drehpol. Die räumliche Lage und Orientierung der gemeinsamen Drehachse ist z.B. durch Berechnung zweier Drehpole bekannt. Sie ist veränderlich und muß in jedem Zeitschritt neu bestimmt werden.

Die räumliche Lage von mehreren Kraftpolen kann nicht durch eine gemeinsame Achse beschrieben werden.

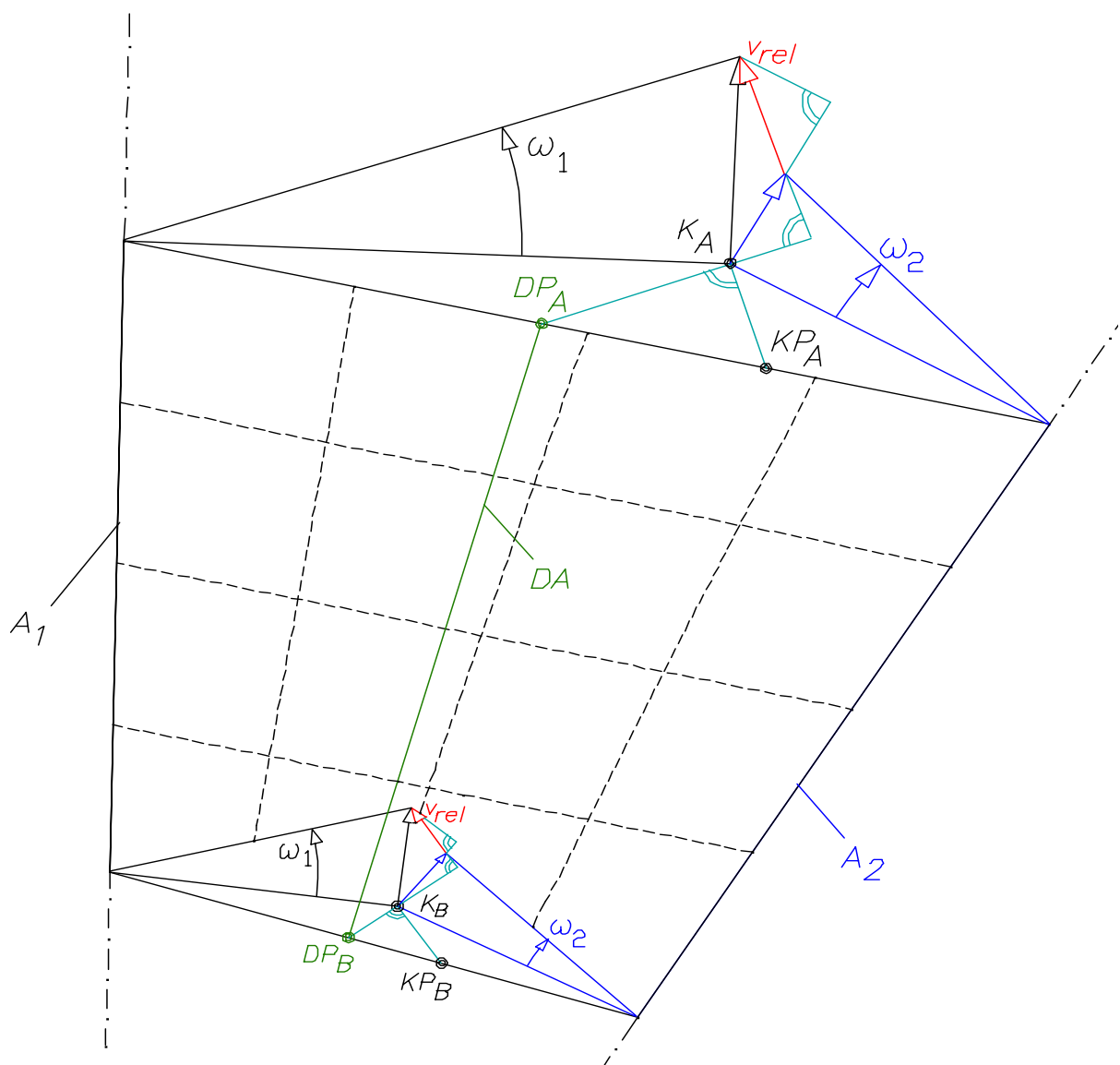


Abb. 8.1: Räumliche Lage der gemeinsamen Drehachse DA und der lokalen Kraftpole KP

8.3.2 Bauartspezifisches Kennfeld

Die Zuordnung der Kraftpollage aus der Lage von Drehpol und Kontaktpunkt ist nur von den geometrischen Verhältnissen abhängig. Für jeden PWG-Typ kann sie jeweils als Kennfeld vorab berechnet und tabellarisch abgelegt werden. Dadurch läßt sich die Online-Berechnung elliptischer Integrale vermeiden. Die vereinfachte Beschreibung als Punktkontakt ist dabei nicht mehr erforderlich, wodurch die Berechnung für kleinen Schlupf genauer wird.

8.3.3 Zusammenfassen einer Kontaktgruppe

Der Hauptvorteil der Beschreibung durch Dreh- und Kraftpole wird sich dann zeigen, wenn es gelingt, alle Kontaktstellen einer Kontaktgruppe (z.B. aller Kontakte eines Planeten zur Spindelstange) durch ein sie **repräsentierendes Kontaktpaar** zu beschreiben. Zumindest für alle Kontaktstellen einer Flankenseite (z.B. obere Flanke der Spindelstange) erscheint es möglich, über die geometrischen Zusammenhänge kinematische Verkopplungen auszudrücken.

Die Kontaktgruppen jeweils zu einem sie repräsentierenden Ersatzkontaktpaar zusammenzufassen ist auch deswegen günstig, weil vorerst der Gesamtmomenten- und Gesamtkraftansatz als resultierende Größen für die Übergabe in das Hauptprogramm (SIMPACK-MKS-Formalismus) beibehalten werden kann.

Das Ersatzkontaktpaar muß dafür alle folgenden Einflüsse richtig beschreiben:

- Geometrische Randbedingungen wie Kontaktzahl, -verteilung und Flankengeometrie;
- Inhomogene Kontaktkraftverteilung;
- Kontaktsteifigkeiten und Eindringtiefen;
- Eigenbewegungen und Fehlstellungen;
- Die jeweils maximal durch Reibung übertragbare Tangentialkraft.

Wenn für jede Relativlage das repräsentative Kontaktpaar mit Dreh- und Kraftpol aus einem Kennfeld abrufbar ist, so ist auch deren resultierende Gesamtkraft und deren resultierendes Gesamtmoment bekannt. Es ist keine iterative Berechnung mehr erforderlich.

Möglicherweise kann darauf verzichtet werden das repräsentative Kontaktpaar in einem ausgegliederten Unterprogramm zu berechnen. Erfolgt die Berechnung direkt im MKS-Formalismus, so entfällt das Anlegen und Auslesen von Übergabetabellen.

Die Formulierung des neuartigen MKS-Modells und seine Validierung erfordern erheblichen Aufwand, der durch die zu erwartende Leistungssteigerung gerechtfertigt scheint.

8.4 MKS-FEM-Kopplung

Derzeit werden in jedem Schritt der MKS-Berechnung alle Kontaktkräfte ermittelt und tabellarisch abgelegt. Das Unterprogramm zur Kontaktkraftberechnung wurde so aufgebaut, daß es das Einfügen eines weiteren Berechnungsschrittes zuläßt:

Dafür werden die nach Betrag, Richtung und Angriffsort bekannten Kontaktkräfte in einer Tabelle abgelegt. Statt diese Größen sofort in den MKS-Formalismus einzulesen, können sie in einem Zwischenschritt als Lastfall für eine Finite-Element-Berechnung des jeweiligen Elementes herangezogen werden. Dadurch sind zum einen alle Werkstoffbelastungen vollständig berechenbar, andererseits können auch die Verformungen der Elemente detailliert bestimmt werden. Mit der Kenntnis der Werkstoffbelastungen im simulierten Betriebsfall werden Lebensdauerabschätzungen und konstruktive Optimierung vereinfacht.

An den MKS-Formalismus können nun neben den resultierenden Kräften und Momenten die aktuellen Bauteilgeometrien (mit den lastbedingten Verformungen) zurückübergeben werden. Will man die Verformungen mit in die weitere MKS-Berechnung einbeziehen, so ist eine entsprechende Neu-Formulierung der Geometrie erforderlich. Dies ist kein triviales Problem, da die Verformungen lokal eng begrenzt sind (z.B. veränderte Profilteilung, Flankenwinkel).

Es bietet sich an, die wichtigsten Parameter in der Geometriebeschreibung mit einer variierbaren Konstanten auszustatten, die in erster Näherung die veränderte Geometrie richtig wiedergibt. Legt man die Ergebnisse aus der Formvermessung der PWG-Mutter im spannungsoptischen Versuch (siehe Kapitel 7.1) zugrunde, so kann diese variable Konstante z.B. die lastabhängige Stauchung der Mutter als modifiziertes Teilungsverhältnis wiedergeben. Die Verformung der Mutterstege kann in einem modifizierten Flankenwinkel abgebildet werden.

In ähnlicher Weise kann z.B. die Dehnung der Spindelstange als modifizierte Steigung beschrieben werden. Falls dies zu ungenau ist, können die variablen Konstanten nichtlinear definiert werden. Beim momentan verfügbaren Leistungsvermögen von größeren Workstations ist es fraglich, ob eine vollständige Kopplung von MKS und FEM bei akzeptablem Rechenaufwand möglich ist. Es scheint unwahrscheinlich, daß eine abwechselnde Berechnung von Verformung und Bewegung für längere Simulationszeiträume wirtschaftlich ist.

Sinnvoll erscheint es hingegen, die Übergabetabellen eines MKS-Laufes z.B. alle 100 Integrationsschritte abzuspeichern. Nach Abschluß der Berechnung kann man entweder auf einen dieser Parametersätze aus einem repräsentativen Berechnungszeitraum zurückgreifen, oder Mittelwerte über der Simulationsdauer berechnen. Mit diesem repräsentativen Parametersatz kann nun eine getrennte FEM-Berechnung erfolgen. Die daraus erhaltene Verformung kann für einen neuen MKS-Lauf als neue konstante Bauteilgeometrie vorgegeben werden.

Durch diese Vereinfachung wird der Rechenaufwand erheblich reduziert. Die Aussagekraft der MKS-Berechnung mit verformter Geometrie sollte darunter aber wenig leiden, da die Kontakte weiterhin als elastisch modelliert und berechnet werden.

H. NETTER hat in seiner differentialgeometrischen Darstellung des Rad-Schiene Kontaktes [N3] die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung nicht-elliptischer Kontakte - siehe Abb. 8.2 - geometrisch beschrieben und berechnet. Er legte zur Reduktion der Simulationsrechenzeit die vorab berechneten Geometrieeinflüsse in Kennfeldern ab. Durch eine vergleichbare Kennfeldformulierung sind in Verbindung mit der Beschreibung von charakteristischen Ersatzkontakt-paaren auch bei der PWG-Simulation deutlich kürzere Rechenzeiten zu erwarten.

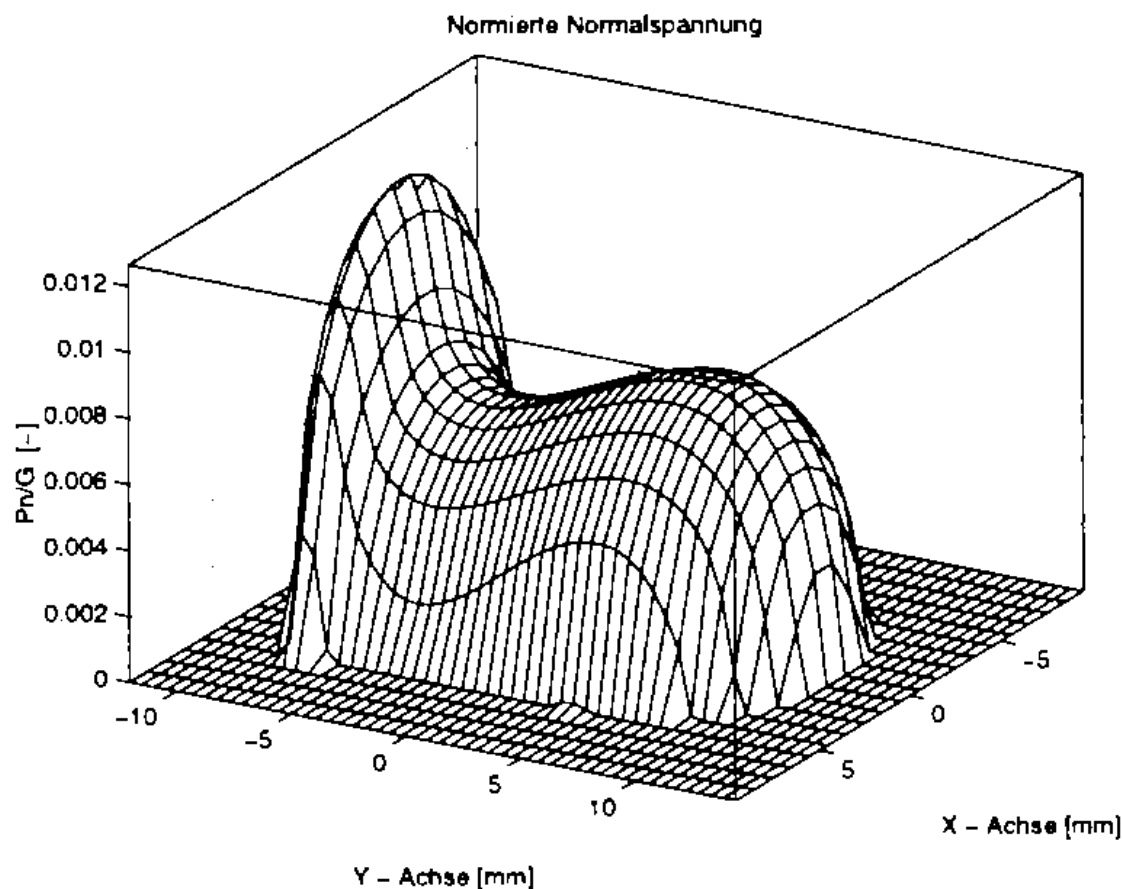


Abb. 8.2: Normalspannungsverteilung am Übergang Radlauffläche zu Radkranz [N3]

9 Zusammenfassung, Abstract

9.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die DLR-Planeten-Wälz-Gewindespindel (PWG), ein vor elf Jahren entwickeltes Vorschubgetriebe, untersucht. Erstmals werden Berechnungsansätze und -methoden für die Auslegungsrechnung und Modellierung der PWG als Mehrkörpersystem vorgestellt. Rechen- und Simulationsergebnisse werden mit Versuchsergebnissen belegt.

Die DLR-Planeten-Wälz-Gewindespindel (PWG) wandelt eine Dreh- in eine Vorschubbewegung. Sie kann durch Wahl der Profilierungen sowohl mit großen als auch mit besonders kleinen Gesamtsteigungen ausgeführt werden. Ihr mechanischer Aufbau ist einfach, sie besteht aus wenigen kostengünstig fertigen und einfach montierbaren Elementen.

Analyse, Modellbildung, Berechnung

Ziel ist es, das kinematische Zusammenwirken der PWG-Elemente und deren Werkstoffbelastungen zu untersuchen. Betrachtet werden die einzelnen Kontaktstellen unter statischer Belastung und in Bewegung. Die dynamischen Eigenschaften des gesamten Getriebes werden mit einem Mehrkörpersystemansatz beschrieben und numerisch simuliert. Dafür werden die Übersetzungsverhältnisse, Kraftangriffspunkte und Kontaktkräfte berechnet.

Das Übertragungsverhalten der einzelnen Kontaktstelle bei bohrender und gleitender Reibung bzw. zusätzlich überlagertem Schräglauf wird berechnet und grafisch dargestellt. In den Kontakten Planet-Mutter und Planet-Spindelstange werden normal und tangential wirkende Kräfte übertragen. Für die Modellierung wird auf die Grundlagen aus der Wälzlager- und Zahnradtheorie zurückgegriffen. Die Form und Druckverteilung der Kontaktfläche wird nach HERTZ aus der Normalbelastung bestimmt. Nach GAGGERMEIER, LUTZ, MAAß und WERNITZ wird darüberhinaus das Geschwindigkeitsfeld der Kontaktfläche ausgewertet, um die für die momentan übertragenen Tangentialkräfte gerade eben charakteristischen Dreh- und Kraftpole zu bestimmen. Diese Ansätze werden auf den vorliegenden Fall von überlagerter Bohr- und Gleitreibung mit Schräglauf erweitert.

Modellierung als Mehrkörpersystem

Aus der Berechnung des Übertragungsverhaltens der einzelnen Reibstelle in verschiedenen Betriebszuständen wird abgeschätzt, welche Vereinfachungen für die dynamische Modellierung der gesamten PWG zulässig sind. Es sollen Eigenbewegungen, Übersetzungsschwankungen, Klemmen und Durchrutschen nachgebildet werden können. In einem Mehrkörpersystem-Modell (MKS-Modell) werden die Hauptelemente Mutter, Planeten und Spindelstange als Starrkörper mit vollständiger Geometrie und elastischen Kontakten sowie COULOMB'scher Reibung nachgebildet. Die Distanzscheiben sind als Feder-Dämpfer-Ersatzkörper modelliert. Diese Vereinfachungen sind erforderlich, um die mechanisch komplexe PWG als Gesamtsystem numerisch nachbilden zu können. Die PWG ist statisch überbestimmt, da sie schon in einfachen Ausführungen mehr als 200 Kontaktstellen hat, zudem sind die Lagen der Kontaktstellen im Betrieb veränderlich, da die Elemente nicht starr zueinander geführt werden.

Simulation des Gesamtsystems

Es werden sowohl Simulationsläufe mit koaxial zur Spindelstange geführter Mutter und einem dazwischen in vier Freiheitsgraden beweglichen Planeten, als auch mit dem vollständigen Gesamtsystem durchgeführt. Die Berechnungsergebnisse belegen, daß sowohl PWG-Ausführungen mit Rillenplaneten, als auch Ausführungen mit gewindeprofilierten Planeten detailgetreu nachgebildet werden können. Das aus der Simulationsrechnung erhaltene Bewegungsverhalten stimmt mit den experimentell ermittelten Eigenschaften realer PWGs gut überein.

Versuche

Um die Gültigkeit der Modellbildung zu überprüfen und die Berechnungsergebnisse bewerten zu können, werden Versuche durchgeführt. Die Kontaktkraftverteilung und die Werkstoffbeanspruchung zeigt anschaulich der spannungsoptische Einfrierversuch. Im Wirkungsgradprüfstand wird das Schlupfverhalten und der Gesamtwirkungsgrad verschiedener PWG-Ausführungen ermittelt.

Ausblick

Auf die Ergebnisse aus der Berechnung des Einzelkontaktes, aus den Versuchen und aus der Simulation des Gesamtsystems gestützt, wird abschließend ein Ansatz vorgestellt, mit dem die dynamische Modellierung als Mehrkörpersystem weiter zu vereinfachen und die Rechenzeiten zu verringern sind. Eine schnelle Berechnung des vollständigen Getriebeverhaltens

ermöglicht die Erweiterung zur automatischen Parametervariation und die Kopplung mit einer Finite-Elemente-Berechnung für die rechnergestützte Optimierung.

9.2 Abstract

The eleven years old DLR Planetary-Roller-Spindle-Drive (PRSD) was analyzed in this thesis. New evaluation methods were described for preliminary calculation and Multi-Body-System modelling (MBS) of drives like DLR-PRSD. Calculation and simulation results were verified by experimental measurements.

The DLR Planetary-Roller-Spindle-Drive transforms rotation into translation. By choosing adequate profiles it exerts high as well as very low total pitches. Its mechanical setup consists of easy to machine and easy to assemble elements.

Analysis, Modelling, Calculation

The aim was to investigate the complex kinematical interactions of all the PRSD's elements and to derive thereof the materials' stress and strain. Single contacts were analyzed under static and dynamical load conditions. The entire systems' dynamical behaviour was modelled as an MBS to simulate it numerically. Transformation ratio, location of contact points and contact forces were calculated.

The frictional behaviour of all single contacts under slip, spin, and skew was calculated and illustrated grafically. All contacts of spindle-rod to planetary-roller and planetary-roller to spindle-nut transmit normal and tangential forces. For modelling the PRSD, basic research results, known for bearings and gear drives, were taken into account. Like GAGGERMEIER, LUTZ, MAAß and WERNITZ published first, the contact areas speed- and pressure-distribution were evaluated as well as spin- and force-poles. Their methods were adapted and extended to the PRSDs contacts.

Multi Body System Modelling

Admitted simplifications for dynamical modelling of the entire PRSD were derived from calculation of the single contacts' transmissional behaviour. Single-body-movements and transmission discontinuities as well as stick- and slip-effects had to be emulated.

A special MBS model described the PRSDs main elements (nut, planetary-roller, and rod) as stiff bodies with complete geometry and elastic contacts with COULOMB-friction. The spacers are substituted by some springs and dampers. These simplifications were necessary to emulate the entire PRSDs interactions numerically.

The PRSD is statically undefined and even quite simple PRSD-versions have more than 200 contact points at any time. Because of no stiff guidance of the PRSD elements, the number and location of contact points varies in use.

Simulation

Numerical simulations were performed for both, a single planetary roller, guided coaxially between nut and rod, and for the complete PRSD without any additional guidance. Calculation results testified, that all known PRSD-versions could be simulated realistically. The simulated motional behaviour was similar to the one measured in experiments.

Experiments

To verify analysis, modelling, and simulations, several experiments were performed. Contact-force distribution, stress, and strain were visualized by photoelasticity experiment. Total pitch and slip of different PRSD versions were measured in a sensorized testbench.

Perspective

To accelerate the numerical simulation of the PRSD's dynamical behaviour, a simplified MBS-setup was introduced. It was based on the calculation of the single contact, the simulation of the entire system, and the experiments shown here. A new automatical parameter-variation for PRSD-optimization was described as well as a coupling of MBS-modelling and Finite-Element-Modelling (FEM).

10 Literaturverzeichnis

A

- [A1] Amontons, G.: *De la Resistance causée dans les machines, tant par les frottements des parties qui les composent, que par la roideur des cordes, qu'on y employe, et la manière de calculer l'un de l'autre.*
Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences, S. 206ff., 1699 und S. 96 ff., 1704.

B

- [B1] Brüser, P.: *Untersuchungen über die elasto-hydrodynamische Schmierfilmdicke bei elliptischen Kontaktflächen.*
Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo-Wilhelminia zu Braunschweig, Dissertation, 1972.
- [B2] Börnecke, K., Rösch, H., Rettig, H., Käser, W., Hösel, Th.: *Grundlagenversuche zur Ermittlung der richtigen Härtetiefe bei Wälz- und Biegebeanspruchung - Abschlußbericht Teil I, Forschungsvorhaben Nr.8, Berichtszeitraum 1971/76.*
Laboratorium für Werkzeugmaschinen und Betriebslehre der RWTH Aachen (WLZ) Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen bzw. Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG) der Technischen Universität München.
Forschungsheft, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Heft 36, 1976.
- [B3] Blok, H.: *The Calculation of Surface Temperature under Extreme Pressure Lubrication Conditions.*
Royal Dutch Shell Laboratory. Delft, 1937.
- [B4] Balázs, M., Gombert, B., Hähnle, M., Hirzinger, G., Schaefer, I., Willberg, B.:
PWG-Auslegungsprogramm und Dokumentation.
DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, Juli 1996.
- [B5] Brüser, P., Beyer, H.-J.: *Analyse von rotierenden Wälzkörperpaarungen mittels der Methode der Finiten Elemente. Teil 1: Analytische Lösungen.*
Konstruktion 41, S. 260-264, Springer-Verlag, 1989.
- [B6] Brüser, P., Beyer, H.-J.: *Analyse von rotierenden Wälzkörperpaarungen mittels der Methode der Finiten Elemente. Teil 2: Numerische Lösungen.*
Konstruktion 41, S. 308-312, Springer-Verlag, 1989.

- [B7] Butterfaß, J.: *Eine hochintegrierte multisensorielle Vier-Finger-Hand für Anwendungen in der Servicerobotik*.
DLR Oberpfaffenhofen, Robotik und Systemdynamik, Dissertation TU Darmstadt, eingereicht Juni 1999.
- [B8] Balázs, M., Gombert, B., Hähnle, M., Hirzinger, G., Willberg, B.:
Vom Planetengetriebe zur Planeten-Wälz-Gewindespindel.
DLR Oberpfaffenhofen, Interner Bericht, DLR-IB 515-97-6, 1997.
- [B9] Balázs, M., Gombert, B., Hähnle, M., Hirzinger, G., Schaefer, I., et al.:
Die Planeten-Wälz-Gewindespindel, ein "Spin-Off"-Produkt aus der deutschen Raumfahrtforschung.
DLR Oberpfaffenhofen, Interner Bericht, DLR-IB 515-97-8, 1997.
- [B10] Balázs, M., Gombert, B., Hähnle, M., Hirzinger, G., Willberg, B.:
Die DLR-Planeten-Wälz-Gewindespindel.
DLR Oberpfaffenhofen, Interner Bericht, DLR-IB 515-97-9, 1997.
- [B11] Balázs, M., Spieck, M.: *Multibody Simulation of a New Spindle Drive Design*.
Proceedings of Eurosime 1998, Helsinki, Finland, 1998.
- [B12] Balázs, M., Spieck, M.: *Analysis of the DLR Planetary Roller Spindle Drive*.
Proceedings of DETC'98, 1998 ASME Design Engineering Technical Conference, Atlanta, GA, USA, 1998.
- [B13] Balázs, M., Ficker, E., Hähnle, M., Spieck, M.: *DLR Planetary Roller Spindle Drive in Spacelab Robot Technology Experiment, Multibody Simulation, and Photoelastic Experiment*.
Proceedings of 15th Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, Bertinoro, Italy, 1998.

C

- [C1] Coulomb, C. A.: *Die Theorie einfacher Maschinen*.
Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie des sciences, S.161, 332, 1785.
- [C2] Carter, F. W.: *On the action of a locomotive driving wheel*.
Proceedings of the Physical Society of London, Series A, Vol. 112, 1926.

D

- [D1] Dizioglu, B.: *Getriebelehre Band 1-3*.
Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1964.

- [D2] DIN 50190 T3: *Härtetiefe wärmebehandelter Teile*.
Normenausschuß Wärmebehandlungstechnik metallischer Werkstoffe.
Deutsches Institut für Normung. Beuth-Verlag, Berlin.
- [D3] Dennis, J.E., Schnabel, R.B.: *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*.
Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [D4] Dirscherl, K., Betreuer: Balázs, M.: *Der DLR-PWG-Wirkungsgradprüfstand; User-Manual*. DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, 1996.
- [D5] Dietrich, J. Gombert, B.: *Vorrichtung zur Umwandlung einer Drehbewegung in eine Axialbewegung - Europäisches Patent Nr.0320621*.
DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, 1988.
- F**
- [F1] Föppl, L.: *Der Spannungszustand und die Anstrengung des Werkstoffes bei der Berührung zweier Körper*.
Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Band 7, Nr. 5, Sept./Okt.
Seite 209-221, Berlin, 1936.
- [F2] Fromm, H.: *Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbarer Scheiben*.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Band 7, Heft 1, S. 27-58, 1927.
- G**
- [G1] Geupel, H.: *Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung*.
Dissertation TH München, 1969.
- [G2] Gaggermeier, H.: *Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel- Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung*.
Dissertation TU München, 1977.
- [G3] von Gellert, W., Küstner, H., Hellwich, M., Kästner, H., Reichhart, H.:
Kleine Enzyklopädie / Mathematik.
3. Auflage, VEB Verlag Enzyklopädie Leipzig, Leipzig, 1968.
- [G4] Grebenstein, M.: *Entwicklung eines elektromechanischen Stellantriebes für den „brake by wire“-Einsatz mit der DLR-Planeten-Wälz-Gewindespindel*.
DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, Diplomarbeit, 1996.

[G5] Gabelberger, J., Betreuer: Balazs, M.: *Entwicklung eines multisensoriellen Greifers für die minimal invasive Chirurgie*. Interner Bericht DLR-IB, 515-97-13, 1997.

H

[H1] Hertz, H.: *Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte*.

Journal für reine und angewandte Mathematik, 92, Celle, 1882.

auch in: H. Hertz, Gesammelte Werke, Band 1, J.A. Barth, Leipzig, 1895.

[H2] Hähnle, M.: *Spannungs- und Verformungsanalyse an einer Planeten-Wälz-Gewindespindel mit physikalischen (spannungsoptischen) und numerischen Methoden*.

DLR Oberpfaffenhofen und TU München, Diplomarbeit, 1995.

auch in: Hähnle, M., Balázs, M.: *Spannungs- und Verformungsanalyse an einer Planeten-Wälz-Gewindespindel mit physikalischen (spannungsoptischen) und numerischen Methoden*.

DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, Interner Bericht Nr. 515-95-18, 1995.

[H3] Hähnle, M., Albu-Schäfer, A.: *Beschreibung des DLR-Prüfstands zur Messung des Wirkungsgrades von Lineartrieben*.

DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, Juli 1997.

I

[I1] INA, Paland, E.-G.: *Technisches Taschenbuch*.

INA Wälzlager Schäffler KG, Herzogenaurach, Frankendruck, 1994.

K

[K1] Kragelski, I.V.: *Über die Reibung ungeschmierter Oberflächen*.

Allunionskonferenz über Reibung und Verschleiß in Maschinen, Band 1.

Verlag der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, 1939.

[K2] Kalker, J. J.: *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*.

Kluwer Academic Publishers, Dordrecht Boston London, 1990.

[K3] Kragelski I. V., Dobyicin M. N., Kombalov, V. S.: *Grundlagen der Berechnung von Reibung und Verschleiß*.

Carl Hanser Verlag, München Wien, 1983.

[K4] Kortüm, W., Lugner, P.: *Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen*.

Springer-Verlag, 1994.

[K5] Knothe, K., Miedler, U.: *Analytische Näherungsformel für den Rollwiderstand elastischer und viskoelastischer Walzen.*

Konstruktion 47, S. 118-124, Springer-Verlag, 1995.

[K6] Knothe, K., Stichel, S., Dietz, St.: *Konzept für einen Betriebsfestigkeitsnachweis aufgrund gekoppelter FE-MKS-Simulationsrechnungen.*

Konstruktion 48, S. 35-39, Springer-Verlag, 1996.

L

[L1] Lutz, O.: *Grundsätzliches über stufenlos verstellbare Wälzgetriebe, erste Mitteilung.*

Zeitschrift für Konstruktion, 7. Jahrgang, Heft 9, 1955.

[L2] Lutz, O.: *Grundsätzliches über stufenlos verstellbare Wälzgetriebe, zweite Mitteilung.*

Zeitschrift für Konstruktion, 9. Jahrgang, Heft 5, 1957.

[L3] Lutz, O.: *Grundsätzliches über stufenlos verstellbare Wälzgetriebe, dritte Mitteilung.*

Zeitschrift für Konstruktion, 10. Jahrgang, Heft 12, 1958.

[L4] Lutz, O.: *Über eine neue Form der Reynoldsschen Gleichung zur Schmier-Hydrodynamik.*

Ingenieur- Archiv, 39.Band, Seite 291-302, 1970.

[L5] Lange, Th., Schlegel, C.: *Künstliche Feder auf Basis eines Motors mit Planeten-Wälz-Gewindespindel - Aufbau eines Demonstrationsexperimentes.*

DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung RB-IOT, Interner Bericht, 1996.

M

[M1] Maaß, H.: *Untersuchungen über die in Hertz'schen Flächen übertragbaren Umfangskräfte.*

Dissertation an der TH Braunschweig, 1959.

[M2] Mägi, M.: *On Friction at Elliptical Hertzian Contact Areas with Special Reference to Variable Drive Application.*

Dissertation an der Chalmers Tekniska Högskolas, Gothenburg, 1964.

[M3] Mägi, M.: *On Efficiencies of Mechanical Coplanar Shaft Power Transmissions.*

Report from the Division of Machine Elements,

Chalmers University of Technology, Gotheburg, 1974.

[M4] Michaelis, K.: *Diverse Hinweise in mehreren Unterhaltungen.*

Fakultät für Maschinenbau, Lehrstuhl für Maschinenelemente und Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebetechnik, TU München, 1996- 1997.

[M5] Mönch, E., Föppl, L.: *Praktische Spannungsoptik*.

2. Auflage, Springer-Verlag, 1960.

[M6] Meyberg, K., Vachenaer, P.: *Höhere Mathematik 1*.

Springer-Verlag, 1990.

[M7] Moyer, Ch. A.: *Oberflächenschäden an Verzahnungen und Wälzlagern*.

Konstruktion 48, S. 47-53, Springer-Verlag, 1996.

N

[N1] Niemann, G., Geupel, H.: *Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung*.

Z. Konstruktion 21, Heft 11, Seite 428-435, 1969.

[N2] Naruse, Ch., Nemoto, R. Haizuka, Sh.: *Einfluß der Oberflächenbehandlung und der Schmierung auf die Flankentragfähigkeit geradverzahnter Stirnräder*.

Konstruktion 43, S. 371-377, Springer-Verlag, 1991.

[N3] Netter, H.: *Rad-Schiene Systeme in differentialalgebraischer Darstellung*.

DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung FF-DR, Dissertation, 1998.

[N4] Niemann, G.: *Maschinenelemente - Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen*.

Zweite Auflage, Band 1, Seite 256-269, Springer-Verlag, 1981.

P

[P1] Pfeiffer, F.: *Einführung in die Dynamik*.

Teubner Studienbücher, Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik (LAMM), B.G. Teubner Verlag Stuttgart, 1992.

R

[R1] Roloff, H., Matek, W.: *Anhang zu Maschinenelemente - Normung, Berechnung, Gestaltung*.

Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1976.

[R2] Rösch, H.: *Untersuchungen zur Wälzfestigkeit von Rollen - Einfluß von Werkstoff, Wärmebehandlung und Schlupf*.

Fachbereich für Maschinenwesen, Lehrstuhl für Maschinenelemente der TU München, Dissertation, 1976.

[R3] Rosum, J., Tilch, D.: *Grundlagenuntersuchung von Rollengewindetrieben*.

TU Karlsruhe, Interner Bericht, 1994.

S

- [S1] Schouten, Ir. M. J. W.: *Elastohydrodynamische Schmierung - Einfluß elastohydrodynamischer Schmierung auf Reibung, Verschleiß und Lebensdauer von Antrieben*.
Forschungskuratorium Maschinenbau, Labor für Antriebstechnik der Technischen Hochschule Eindhoven, Forschungsheft 24, Frankfurt a. M., 1973.
- [S2] Stößl, K.: *Reibungszahlen unter elastohydrodynamischen Bedingungen - Versuchsergebnisse an hochbelasteten Gleit-Wälz-Paarungen*.
Dissertation TH München, 1971.
- [S3] Schwertassek, R., Robertson, R.E.: *Dynamics of Multibody Systems*
Springer-Verlag, 1988.
- [S4] Severin, D.: *Untersuchungen an Wälztriebpaarungen - Bohrmomente, Tangentialkräfte, und Reibwerte in ellipsenförmigen Hertz'schen Berührflächen mit kleinen Achsverhältnissen*.
Fakultät für Maschinenwesen der TU Berlin, Dissertation 1965.
- [S5] Schouten, Ir. M. J. W. S.: *Elastohydrodynamische Schmierung - Einfluß elastohydrodynamischer Schmierung auf Reibung, Verschleiß und Lebensdauer von Antrieben*.
Labor für Antriebstechnik der Technischen Hochschule Eindhoven,
Forschungsheft 14, 1972.
- [S6] Striebeck, R.: *Kugellager für beliebige Belastungen*.
Mitt. Forsch.-Arb. VDI 2. Berlin, 1901 und Z. VDI 45 73-118, (1901).
- [S7] Spieck, M.: *Modellierung der DLR-Planeten-Wälz-Gewindespindel*.
DLR Oberpfaffenhofen, Diplomarbeit TU München, 1996.
auch in: Balázs, M., Spieck, M.: *Modellierung der DLR-Planeten-Wälz-Gewindespindel*.
DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, Interner Bericht Nr. 515-96-17, 1996.
- [S8] Schielen, W.O.: *Technische Dynamik*.
Teubner Studienbücher, Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik (LAMM), B.G. Teubner Verlag Stuttgart, 1985.
- [S9] Spieck, M.: *Simpack- USER ROUTINEN „PWG-force element SPINDEL“ und „PWG-force element MUTTER“*.

DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung Robotik und Systemdynamik, Programmdokumentation, 1996.

- [S10] Steinert, Th.: *Neues Verfahren zur Berechnung der Reibung in Kugellagern*.
Zeitschrift für Konstruktion 48, S. 269-274, 1996.

T

- [T1] Theyse, F.H.: *Die Blitztemperaturhypothese nach Blok und ihre praktische Anwendung bei Zahnrädern*. Schmiertechnik 14, Nr. 1, S. 22-28, 1967.
- [T2] Trautenberg, W.: *Bidirektionale Kopplung zwischen CAD- und Mehrkörpersystemen*.
DLR Oberpfaffenhofen, Abteilung FF-DR, Dissertation, 1999.

V

- [V1] da Vinci, L.: *The Notebooks*.
Dover, NY, 1519.

W

- [W1] Wernitz, W.: *Bestimmung der Bohrmomente bei Hertz'scher Pressung mit Punktberührung*.
Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1958.
- [W2] Winter, H., Gaggermeier, H.: *Versuche zur Kraftübertragung in Verstell- Reibradgetrieben im Bereich elastohydrodynamischer Schmierung (Teil 1)*.
Konstruktion 31, Heft 1, S. 2-6, Springer-Verlag, 1977.
- [W3] Winter, H., Gaggermeier, H.: *Versuche zur Kraftübertragung in Verstell- Reibradgetrieben im Bereich elastohydrodynamischer Schmierung (Teil 2)*.
Konstruktion 31, Heft 2, S. 55-62, Springer-Verlag, 1979.
- [W4] Wünsch, D. Schlecht, B. Rulka, W.: *Mehrkörpersimulation im Maschinen- und Anlagenbau*.
Konstruktion 44, S. 265-273, Springer-Verlag, 1992.
- [W5] Wernitz, W.: *Friction at Hertzian Contact with Combined Roll and Twist*.
Rolling Contact Phenomena, Elsevier Publ. Comp., 1962.

Z

- [Z1] Zoller, M., Betreuer: Balázs, M.: *Auslegung und Konstruktion einer semi-aktiven Drossel für den Stoßdämpfer eines Airbus Bugfahrwerkes*.
DLR Oberpfaffenhofen, Interner Bericht DLR-IB 515-95-1, 1995.

11 Anhang

11.1 Bohrreibung nach LUTZ, MAAß und WERNITZ

Im Kapitel 5 wurde die Möglichkeit angerissen, kombinierte Wälz-Bohrreibung mit Hilfe der Wälzgetriebetheorie von LUTZ [L1 - L3] und den darauf aufbauenden Untersuchungen von WERNITZ [W1], MAAß [M1] und MÄGI [M2 - M3] zu behandeln.

Nach LUTZ unterscheidet man in der Klasse der Getriebe, bei denen der Kraftfluß von Antrieb zu Abtrieb durch Reibschluß erfolgt, zwischen Reibgetrieben und Wälzgetrieben. Bei Wälzgetrieben liegt in den Kontaktflächen, im Gegensatz zu Reibgetrieben, eine bohrende Bewegung der Reibkörper zueinander vor.

LUTZ führt für Wälzgetriebe neben dem im Auslaufversuch für die jeweilige Geometrie, Materialpaarung und Schmierung unter reinem Bohren ermittelten Bohrreibungskoeffizienten μ_B einen die Leistungsübertragung in Nutzrichtung beschreibenden Nutzreibwert μ_N ein:

$$\mu_N = \frac{F_{R,Nutz}}{F_N},$$

Vergleiche dazu insbesondere auch mit Abb. 4.18.

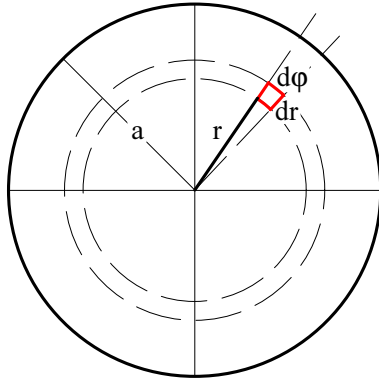
Der Nutzreibwert μ_N stellt ein Beurteilungskriterium für die "konstruktive Güte" der behandelten Wälzpaarung dar. Er ist in erster Linie abhängig von der Auswanderung des Drehpols aus der Mitte der (HERTZschen) Kontaktfläche: Beginnend bei $\mu_N = 0$ für den Fall des reinen Bohrens (keine Auswanderung), steigt der Nutzreibwert zunächst annähernd linear zur Drehpolverlagerung und nähert sich dann für Drehpollagen außerhalb der Kontaktfläche asymptotisch dem Grenzwert μ_B . Da der Schlupf am Kontakt proportional mit der Drehpolverlagerung steigt, existiert für Wälzgetriebe ein Wirkungsgradoptimum zwischen den Extrempositionen ohne Leistungsübertragung: A) reines Bohren (keine Tangentialkraft) und B) reines Gleiten (Abtrieb steht). LUTZ berechnet für kreisförmige HERTZsche Kontakte das Optimum der Drehpolverlagerung bei dem 0,77-fachen des Radius der Berührfläche und erwartet ähnliche Verhältnisse bei elliptischen Kontakten, deren Halbmesser nicht zu stark voneinander abweichen. Der von ihm eingeführte Nutzungsgrad v_N als der Quotient von Nutzreibwert μ_N und Gleitreibungskoeffizient μ_B , beträgt dann 78% (WERNITZ erhält als Wert 80%).

Aus der Auswertung von Wirkungsgrad und Schlupf an einer kreisförmigen Kontaktstelle gab LUTZ folgende Empfehlungen für die Gestaltung von Wälzgetrieben:

- Die Wälzbelastung der Übertragungsstellen soll gering bleiben; viele Kontakte mit geringer Belastung sind günstiger als wenige mit hoher Belastung.
- Der Wirkungsgrad steigt mit dem Elastizitätsmodul der verwendeten Werkstoffe.
- Der Nutzungsgrad v_N (das Verhältnis μ_N zu μ_B) soll im gesamten Betriebsbereich zwischen 50% und 80% liegen. Damit ist bei den meisten Anwendungen eine Regelung des Anpreßdrucks in Abhängigkeit von der übertragenen Reibungskraft erforderlich.
- Für diesen Betriebsbereich liegt der Drehpol noch innerhalb der HERTZschen Fläche. Der Abstand zwischen Drehpol und Angriffspunkt der Reibungskraft schwankt dabei in dem verhältnismäßig engen Bereich von 60% bis 70% des Kontaktflächendurchmessers.

Bestimmung des Bohrmomentes ohne und mit Tangentialkraftwirkung

Gegeben sei eine **kreisförmige Kontaktfläche** des Radius a , auf der eine elliptische Normalkraftverteilung (HERTZsche Pressung) mit dem Scheitelwert p_0 lastet. Die örtliche Flächenpressung hängt nur vom Radius r ab und wird mit p_r bezeichnet:



$$\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{r}{a}\right)^2 = 1$$

Abb. 11.1: Infinitesimales Flächenstück der Kontaktfläche

Der Drehpol der Bohrbewegung liege im Mittelpunkt der Kreisfläche (reines Bohren). Auf ein infinites Flächenelement dA dieser Kreisfläche:

$$dA = (r \, d\varphi) \, dr = r \, dr \, d\varphi$$

wirkt ein Bohrmomentanteil dM von der Größe:

$$dM = r \, dF_R = \mu_b \, r \, dF_N = \mu_b \, p_r \, r \, dA = \mu_b \, p \, r^2 \, dr \, d\varphi.$$

Das Bohrmoment wird über die ganze Kontaktfläche integriert und beträgt:

$$M_b = \mu_B \int_0^{2\pi} \int_0^a p_r \, r^2 \, dr \, d\varphi.$$

Damit errechnet sich das Moment mit Hilfe der Substitution:

$$\frac{r}{a} = \sin \phi \Leftrightarrow \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} = \cos \phi$$

und der daraus folgenden Beziehung:

$$r = a \sin \phi \Rightarrow \frac{dr}{d\phi} = a \cos \phi$$

zu:

$$\begin{aligned} M_b &= \mu_B \int_0^{2\pi} \int_0^a p_r \, r^2 \, dr \, d\varphi = 4 \mu_B \, p_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^a r^2 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \, dr \, d\varphi = \\ &= 4 \mu_B \, p_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} a^3 \sin^2 \phi \cos^2 \phi \, d\phi \, d\varphi = \frac{\pi^2}{8} \mu_B \, a^3 \, p_0. \end{aligned}$$

Analog kann das **Bohrmoment einer elliptischen Kontaktfläche** mit HERTZscher Presungsverteilung berechnet werden.

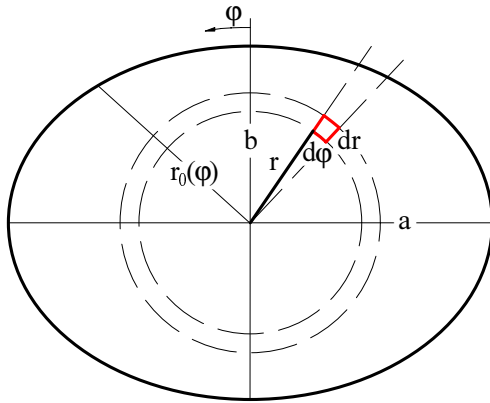


Abb. 11.2: Infinitesimales Flächenstück der elliptischen Kontaktfläche

Die obere Integrationsgrenze des inneren Integrals bezieht sich hier auf den Rand der Kontaktfläche. Beim Kreis konnte der konstante Radius a eingesetzt werden, bei der Ellipse ist der Radius r_0 aber vom Winkel φ abhängig. Der Zusammenhang lautet mit den bekannten Halbachsen a und b :

$$\frac{1}{r_0^2} = \frac{\sin^2 \varphi}{a^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{b^2}.$$

Als Ergebnis der Integration der Bohrmomentanteile dM bei der Ellipse erhält man für das Bohrmoment:

$$\begin{aligned} M_b &= 4 \mu_B \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{r_0} p_r r^2 dr d\varphi = 4 \mu_B p_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{r_0} r^2 \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_0^2}} dr d\varphi \stackrel{\text{Substitution wie oben}}{=} \mu_B p_0 \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} r_0^3 d\varphi = \\ &= \mu_B p_0 \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\left(\frac{\sin^2 \varphi}{a^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{b^2}\right)^{\frac{3}{2}}} d\varphi = \mu_B p_0 \frac{\pi}{4} b^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} d\varphi; \end{aligned}$$

$$\text{Es gilt dabei: } \begin{cases} a > b \\ k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}. \end{cases}$$

Dafür muß ein elliptisches Integral berechnet werden, für das es keine Lösung aus elementaren Funktionen gibt. Dieses Integral läßt sich aber in ein LEGENDRESches Integral zweiter Gattung überführen. Mit der zugehörigen Stammform $E(\frac{\pi}{2}, k)$ ergibt sich nach WERNITZ:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} d\varphi = \frac{1}{1 - k^2} E\left(\frac{\pi}{2}, k\right).$$

Der Lösungswert läßt sich aus Lösungstabellen ermitteln oder über einen Potenzreihenansatz annähern. Bezieht man die HERTZschen Deformationsbeiwerte ξ und η in die Momentenberechnung mit ein, läßt sich aufgrund des ebenfalls elliptischen Verhältnisses:

$$\xi = \frac{2 E \left(\frac{\pi}{2}, k \right)}{\pi \eta^2}$$

das LEGENDRESche Integral eliminieren:

$$M_b = \frac{\pi^2}{8} \mu_B p_0 \xi \eta^2 a^2 b .$$

Anlehnend an diese Berechnungen für reines Bohren läßt sich der für Wälzgetriebe interessante Bereich der kombinierten Wälz-Bohrbewegung für einen elliptischen HERTZschen Kontakt berechnen. Mit der örtlichen Pressung von:

$$p = p_x \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}} ; \quad p_x = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

und einem Abstand l_D zwischen Drehpol und der Mitte der Kontaktfläche errechnet sich das Bohrmoment zu:

$$M_b = 2 \mu_B p_0 \int_{-a}^a \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \int_0^{y_0} \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}} \sqrt{(l_D - x)^2 + y^2} dy dx .$$

Der Wert y_0 beschreibt darin den Rand der Kontaktfläche in Abhängigkeit vom x -Wert. Auch dieses Integral läßt sich nicht geschlossen auswerten. Die ausplanimetrierten Werte für das Bohrmoment bei kombiniertem Gleiten und Bohren unter Tangentialkraft finden sich als Zustandsdiagramm bei WERNITZ - siehe Abb. 11.3.

Mit dem gleichen Ansatz ist auch die Ermittlung der **Tangentialkraft** möglich:

$$T = 2 \mu_B p_0 \int_{-a}^a \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \int_0^{y_0} \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}} \frac{l_D - x}{\sqrt{(l_D - x)^2 + y^2}} dy dx .$$

Anhand der Kenntnis des Bohrmoments, der Lage des Drehpols und der Tangentialkraft läßt sich leicht die Position des Kraftpols ermitteln. Ist l_N der Abstand des Kraftpols vom Drehpol, so gilt nach WERNITZ:

$$l_N = \sqrt{a b} \frac{F_R}{\mu_B F_N} .$$

WERNITZ wertete auch den Leistungsverlust an einer Berührstelle in Abhängigkeit von der Gestalt der HERTZschen Kontaktfläche aus. Die optimale Konstellation ergab sich bei einem Halbachsenverhältnis von 0,827 - die größere Halbachse bildet dabei mit der Verbindungslinie von Dreh- und Kraftpol einen rechten Winkel - und einen Nutzungsgrad von 78%. Bei einer Veränderung des Halbachsenverhältnisses über den Wert 1 (Kreisfläche) hin zu mäßig langge-

streckten Ellipsen (Halbachsenverhältnis >1 : größere Halbachse parallel zur Verbindungslinie von Dreh- und Kraftpol) trat keine signifikante Erhöhung des Leistungsverlustes auf; die zugehörige Ausnutzung verschob sich dabei in Richtung eines höheren Nutzungsgrads.

Messungen zur kombinierten Wälz-Bohrreibung führten u.a. WERNITZ, MAAB und MÄGI durch. Besonders interessant hinsichtlich der Anwendbarkeit für die Planeten-Wälz-Gewindespindel sind die Versuche von MAAB. Er untersuchte die Reibungskoeffizienten bei kombinierter Wälz-Bohrreibung bei den Anordnungen Kugel gegen Kegelwalze und Kugel gegen zylindrische Walze. Die erste Kombination entspricht genau den Verhältnissen am Planet-Mutter-Kontakt der Low-Cost-PWG.

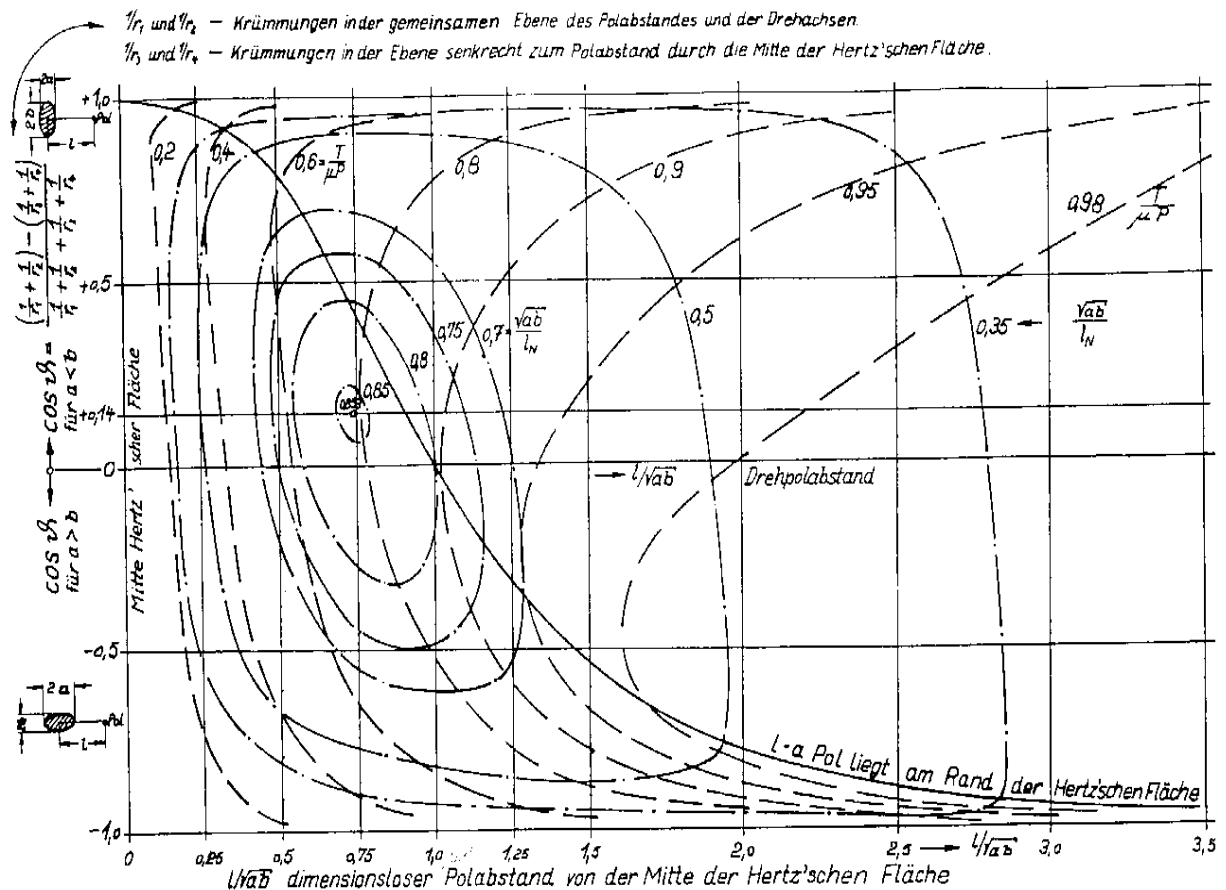
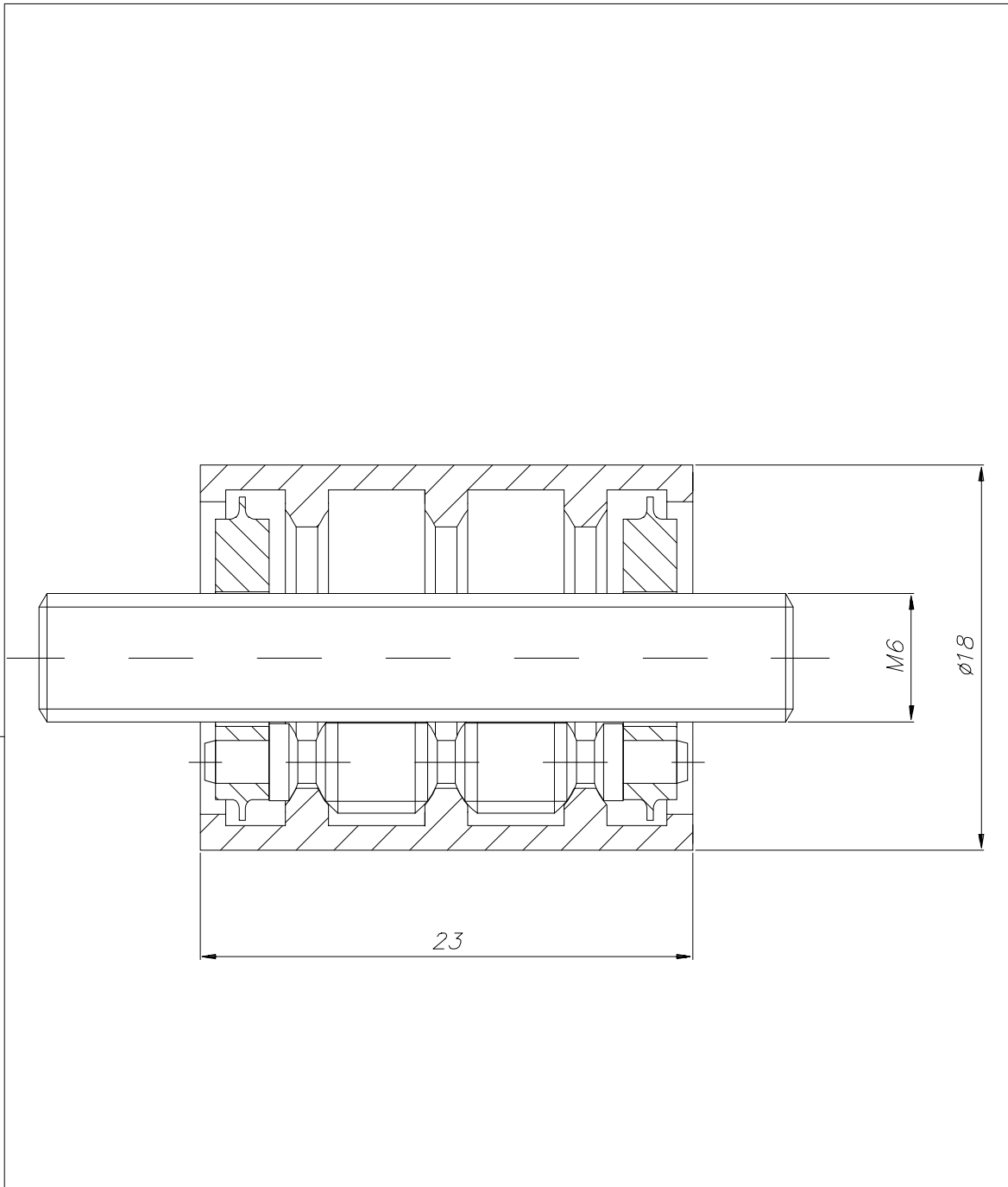


Abb. 11.3: Zustandsdiagramm für elliptische Kontaktflächen [W1, Bild 48]

11.2 Fertigungszeichnungen der Low-Cost-PWG




 Abt.: Robotersysteme 82234 Weßling DLR Tel.: 08153 / 28-1622;-1619	NAME	DATUM	TOLERANZ :
	BEARB. Willberg	7.12.94	MATERIAL : ---
	GEPR.		
ZUST.	NAME	DATUM	ÄNDERUNG
PWG M5x1 kugel Zusammenbau			
DATEI : pm51r4g1			BLATT : 1/1
NUMMER :			MAßSTAB : 4:1

Abb. 11.4: Zusammenbauzeichnung der Low-Cost-PWG

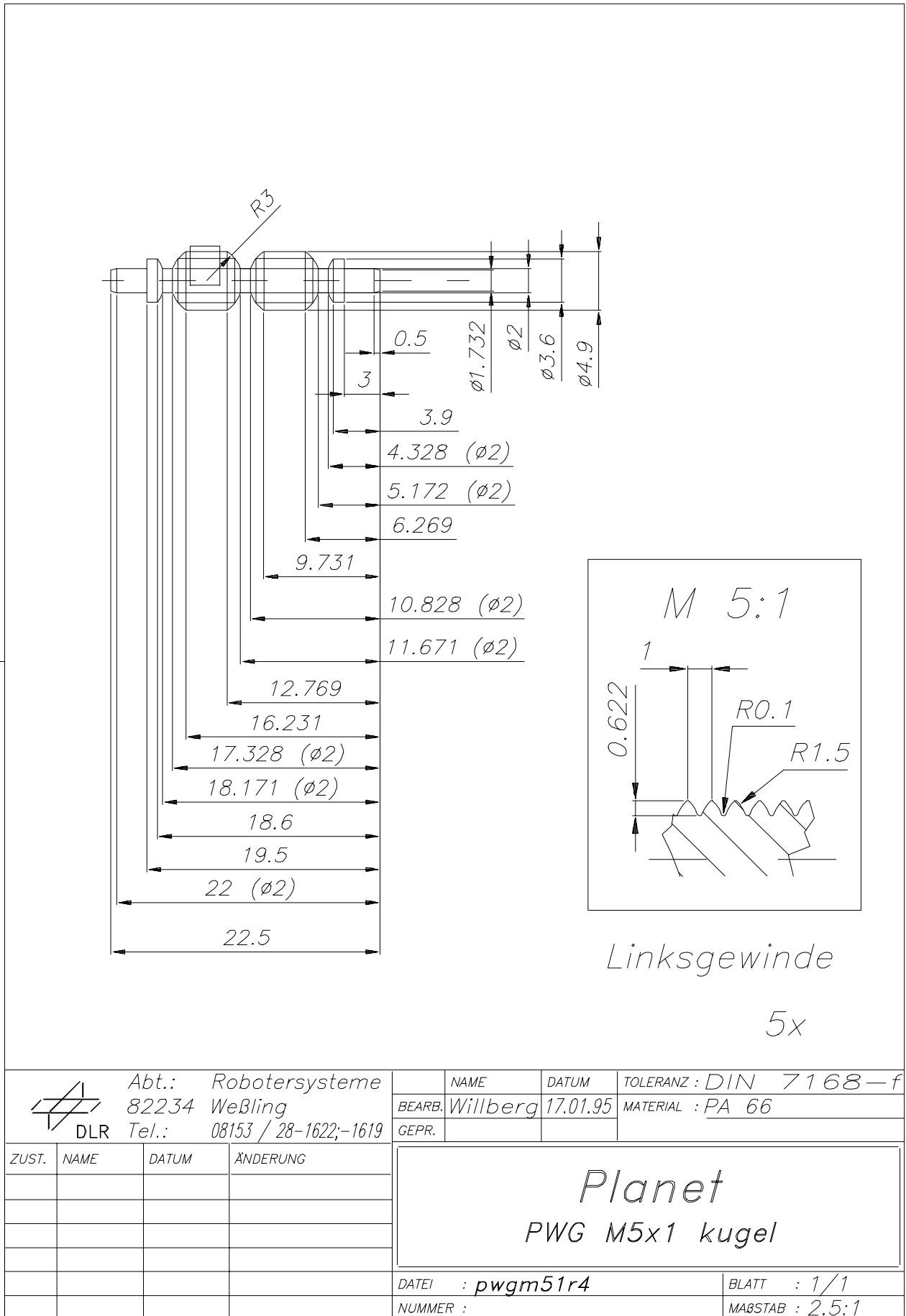
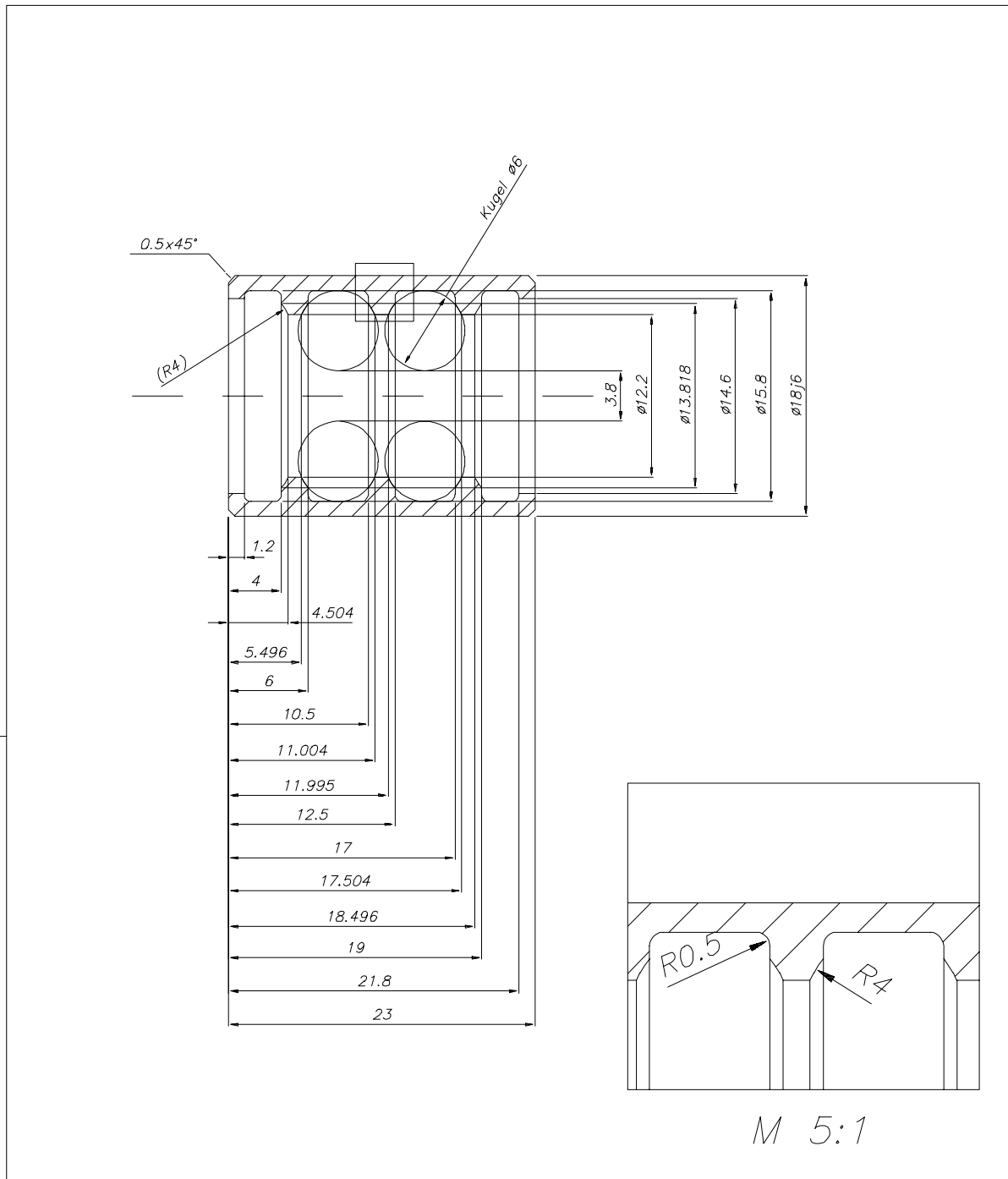


Abb. 11.5: Planet der Low-Cost-PWG




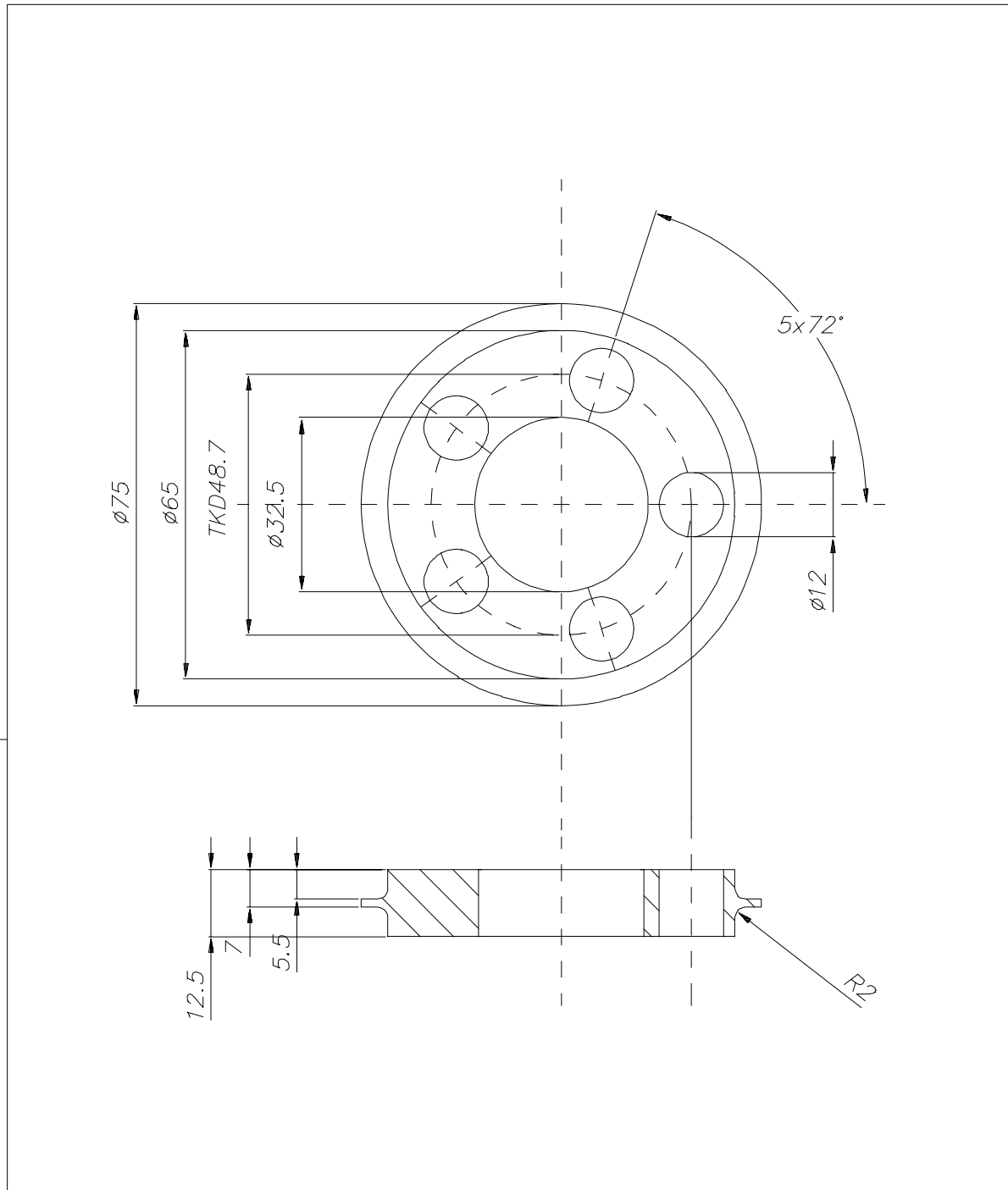
 Abt.: Robotersysteme 82234 Weßling DLR Tel.: 08153 / 28-1622;-1619				NAME	DATUM	TOLERANZ : DIN 7168 - f
				BEARB. Willberg	19.01.95	MATERIAL : PA 66
ZUST.				GEPR.		
NAME				DATEI : pwgm51r4		
DATUM				BLATT : 1/1		
ÄNDERUNG				MAßSTAB : 2.5:1		
<h2>Mutterring</h2> <h3>PWG M5x1 kugel</h3>						

Abb. 11.6: Mutter der Low-Cost-PWG




 Abt.: Robotersysteme 82234 Weßling DLR Tel.: 08153 / 28-1622		NAME	DATUM	TOLERANZ :	
		BEARB. Willberg	04.05.95	MATERIAL : PTFE o. PA6	
		GEPR.			
ZUST.	NAME	DATUM	ÄNDERUNG	Distanzscheibe PWG M30x5	
		DATEI : pwga51r4	BLATT : 1/1		
		NUMMER :	MABSTAB : 1:1		

Abb. 11.7: Distanzscheibe der Low-Cost-PWG

11.3 Beispielrechnung

Für die LOW-COST-PWG wird hier beispielhaft die Auswirkung von Schlupf in beiden Kontaktgruppen berechnet. Aus den Meßwerten der Prüfstandsversuche kann derzeit noch nicht ermittelt werden, wie der Schlupf auf die Kontaktgruppen verteilt ist. Aus der Berechnung der PWG als Mehrkörpersystems (Kapitel 6) ist aber bekannt, daß je nach Antriebs- und Übertragungsfall der Schlupf in den Kontaktgruppen in veränderlicher Höhe auftritt, abhängig von Antriebsmoment und Antriebsdrehrichtung. Um die Auswirkungen des Schlupfes auf das Übertragungsverhalten der PWG im Bereich real auftretender Schlupfwerte zu erläutern, werden hier die Gesamtsteigungen einer Low-Cost-PWG für verschieden hohe Schlupfwerte berechnet. Der in den Tabellen angegebene Schlupf ist jeweils bezogen auf die Durchmesseränderung entsprechend der Drehpol- bzw. Drehachsauswanderung, ausgehend von den jeweiligen Wälzkreisdurchmessern bei schlupffreier Übertragung.

In der Beispielrechnung wird eine PWG mit angetriebener Spindelstange betrachtet. Da Schlupf immer eine Verschlechterung des Übertragungsverhaltens verursacht, senkt er bei der Paarung Spindelstange-Planet den für die Übertragung wirksamen bzw. effektiven Durchmesser des Antriebs und erhöht den des Abtriebs. Bei der Mutter läuft der Abtrieb im Hohlrad um, daher steigt bei der PWG durch Schlupf der effektive Antriebsdurchmesser und der effektive Abtriebsdurchmesser. Die Verhältnisse im Kontakt Spindelstange-Planet gehen aus Abb. 5.9, 5.13 und 5.14.a hervor. Für den Kontakt Planet-Mutter ist die Umfangsgeschwindigkeit des Planeten-Aufstandspunktes v_{AM} in der Mutter ausschlaggebend, der nach Kapitel

3.1 mit der Geschwindigkeit des Planetenträgers umläuft:

$$v_{AM} = v_T \cdot \frac{d_{2M}}{d_{2S} + d_{2PS}} .$$

Mutterseitig wird daher der Schlupf als Erhöhung der Umlaufgeschwindigkeit des Planetensatzes in der Mutter definiert. Die Geschwindigkeit des Planeten-Aufstandspunktes v_{AM} in der Mutter nimmt dabei unter Schlupf direkt proportional zum effektiven Durchmesser der Mutter zu, der durch die Drehachse Planet-Mutter D_{APM} festgelegt wird (Abb. 5.14.b). Für die Gesamtsteigungsberechnung werden einmal für den idealen schlupffreien Fall die Wälzkreisdurchmesser d_{2X} eingesetzt und für den schlupfbehafteten Übertragungsfall die Durchmesser d_{2Xs} , die durch die Lage der Drehachsen bzw. Drehpole festgelegt sind - siehe Tabelle auf der nächsten Seite.

Berechnung der PWG-Gesamtsteigung / Eingabe: Schlupf	Schlupf	Zelle	Werteingabe oder Berechnung
Nennendurchmesser der metrischen Spindelstange (Werteingabe)	d S	C3	WE
Wälzkreisdurchmesser Spindelstange	d 2 S	C4	=C3-(0,64953*C8)
Wälzkreisdurchmesser Planet spindelseitig WE	d 2 PS	C5	WE
Wälzkreisdurchmesser Planet mutterseitig WE	d 2 PM	C6	WE
Wälzkreisdurchmesser Mutter	d 2 M	C7	=C4+C5+C6
Teilung Profil der Spindelstange ("-": linksgängig) WE	P TS	C8	WE
Teilung Profil des Planetenfeinprofils ("-": linksgängig) WE	P TP	C9	WE
Gangzahl Spindelstangenprofil	g S	C10	WE
Gangzahl Planetenfeinprofil (spindelstangenseitig)	g P	C11	WE
Schlupf Spindelstange-Planet (aus DP-Lage auf a) WE	S PS	C12	WE
Schlupf Planet-Mutter	S PM	C13	WE
Wälzkreisdurchmesser Spindelstange mit Schlupf	d 2 S s	C15	=C4*(1-C12)
Wälzkreisdurchmesser Planet spindelseitig mit Schlupf	d 2 PS s	C16	=C5+C12*C4
Wälzkreisdurchmesser Planet mutterseitig mit Schlupf	d 2 PM s	C17	=C18-C15-C16
Wälzkreisdurchmesser Mutter mit Schlupf	d 2 M s	C18	=C7*(1+C13)
Konstante 1	K 1	C20	=C5/C4
Konstante 2	K 2	C21	=C6/C7
Konstante 1 mit Schlupf	K 1 s	C22	=C16/C15
Konstante 2 mit Schlupf	K 2 s	C23	=C17/C18
Gesamtsteigung ohne Schlupf	P ges	C25	=(C20*C8+C9)/(C20+C21)
Gesamtsteigung mit Schlupf	P ges s	C26	=(C10*C22*C8+C11*C9)/(C22+C23)

Eingabewerte und Berechnungsergebnisse für unterschiedliche Schupfwerte zwischen Spindelstange/Planet und Planet/Mutter sind hier tabellarisch aufgelistet:

Schlupf	S0 M0	S3 M0	S5 M0	S10 M0	S20 M0	S0 M5	S0 M10	S0 M20	S10 M10	S20 M20
d S	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
d 2 S	10,70	10,70	10,70	10,70	10,70	10,70	10,70	10,70	10,70	10,70
d 2 PS	8,70	8,70	8,70	8,70	8,70	8,70	8,70	8,70	8,70	8,70
d 2 PM	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60
d 2 M	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00
P TS	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
P TP	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00
g S	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
g P	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
S PS	0,00	0,03	0,05	0,10	0,20	0,00	0,00	0,00	0,10	0,20
S PM	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,10	0,20	0,10	0,20
d 2 S s	10,70	10,38	10,17	9,63	8,56	10,70	10,70	10,70	9,63	8,56
d 2 PS s	8,70	9,02	9,24	9,77	10,84	8,70	8,70	8,70	9,77	10,84
d 2 PM s	6,60	6,60	6,60	6,60	6,60	7,90	9,20	11,80	9,20	11,80
d 2 M s	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	27,30	28,60	31,20	28,60	31,20
K 1	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81
K 2	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
K 1 s	0,81	0,87	0,91	1,01	1,27	0,81	0,81	0,81	1,01	1,27
K 2 s	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,29	0,32	0,38	0,32	0,38
P ges	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35
P ges s	-0,35	-0,23	-0,16	0,02	0,35	-0,34	-0,33	-0,31	0,02	0,32

Eine Optimierung nach dem günstigsten Schlupf erscheint sinnvoll, wenn ein Vorzugslastfall bekannt ist. In den Kapiteln 5.6 und 8 wird auf den dafür erforderlichen Berechnungsaufwand eingegangen. Für „normale“ Anwendungen der PWG ist lediglich festzuhalten, daß sowohl hoher Drehzahl- als auch hoher Kraftschlupf den Wirkungsgrad der Kraftübertragung entscheidend senken und deswegen gute Resultate vorwiegend im „mittleren Schlupfbereich“ zu erwarten sind.

11.4 Umwertung Härtewerte in Zugfestigkeit

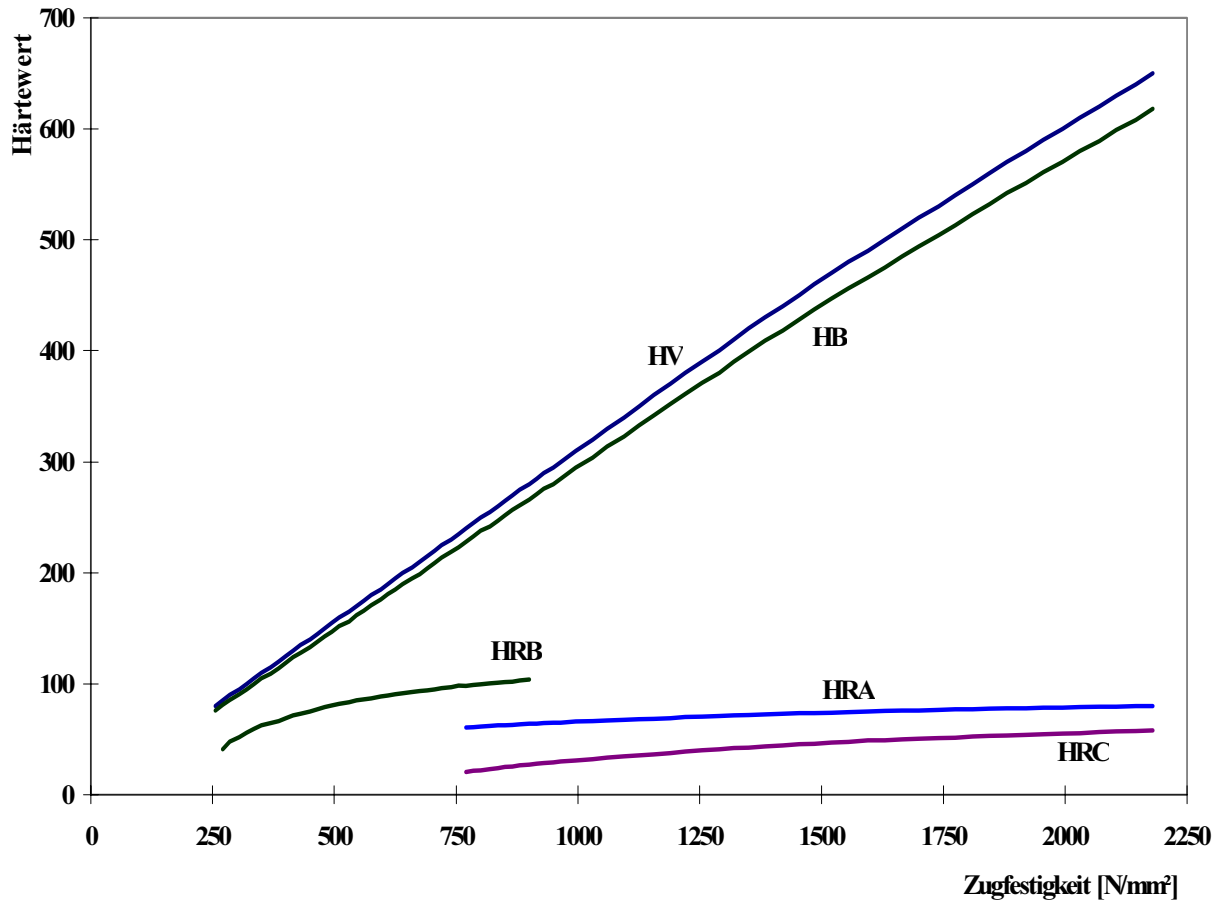


Abb. 11.8: Umwertung verschiedener Härtewerte in die entsprechende Zugfestigkeit [I1] siehe hierzu auch Abb. 11.9

Zugfestigkeit [N/mm ²]	Härte HV	Härte HRC	Härte HRA	Härte HRB	Härte HB
255	80				76
270	85			41	80,7
285	90			48	85,5
305	95			52	90,2
320	100			56,2	95
335	105				99,8
350	110			62,3	105
370	115				109
385	120			66,7	114
400	125				119
415	130			71,2	124
430	135				128
450	140			75	133
465	145				138
480	150			78,7	143
495	155				147
510	160			81,7	152
530	165				156
545	170			85	162
560	175				166
575	180			87,1	171
595	185				176
610	190			89,5	181
625	195				185
640	200			91,5	190
660	205			92,5	195
675	210			93,5	199
690	215			94	204
705	220			95	209
720	225			96	214
740	230			96,7	219
755	235				223
770	240	20,3	60,7	98,1	228
785	245	21,3	61,2		233
800	250	22,2	61,6	99,5	238
820	255	23,1	62		242
835	260	24	62,4	101	247
850	265	24,8	62,7		252
865	270	25,6	63,1	102	257
880	275	26,4	63,5		261
900	280	27,1	63,8	104	266
915	285	27,8	64,2		271
930	290	28,5	64,5		276
950	295	29,2	64,8		280
965	300	29,8	65,2		285
995	310	31	65,8		295
1030	320	32,2	66,4		304
1060	330	33,3	67		314
1095	340	34,4	67,6		323
1125	350	35,5	68,1		333
1155	360	36,6	68,7		342

Abb. 11.9: Umwertung von Zugfestigkeit in Härte HV, HRC, HRA, HRB oder HB [I1]

11.5 Beschreibungen der Kontaktoberflächen

Kontaktoberfläche der Mutter

Die Kontaktflächen der Mutter zum Planeten sind die Flanken der Mutterstege. Diese Flanken sind gerade und haben keine Steigung. Sie können durch Kegel beschrieben werden. Die Mittelachse eines Kegels deckt sich dabei mit der Längsachse der Mutter. Seine Position wird durch einen Vektor \bar{o}_M festgelegt, der vom Schwerpunkt der Mutter (und damit vom Ursprung des Körperkoordinatensystems M der Mutter) zur Kegelspitze reicht. Außerdem muß noch der halbe Öffnungswinkel ε und die Öffnungsrichtung des Kegels bestimmt sein.

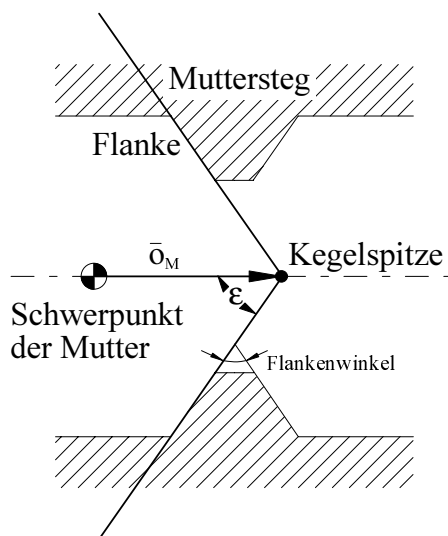


Abb. 11.10: Modellierung einer Mutterstegflanke durch einen Kegel (halber Kegelöffnungswinkel ε)

Kontaktoberfläche eines Planeten zur Mutter

Die mutterseitige Lauffläche eines Planeten hat die Form einer Kugelschicht. Deswegen wird sie durch eine Kugel beschrieben. Die Position der Kugel wird, wie bei der Mutter, durch einen Vektor, hier \bar{o}_p genannt, vom Planetenschwerpunkt entlang der Längsachse zum Kugelmittelpunkt festgelegt - siehe auch Abb. 11.18.

Kontaktoberfläche der Spindelstange

Das metrische ISO-Gewinde ist ein Spitzgewinde mit einem Flankenwinkel β von 60° . Sind Nenndurchmesser und Steigung gegeben, können alle weiteren Gewindemaße berechnet oder Tabellen entnommen werden. Ein normgerechtes Bolzengewindeprofil (das Gewindeprofile sieht man im Meridianschnitt eines Körpers, bei dem die Körperlängsachse in der Schnittebe-

ne liegt) besitzt gerade Flanken und eine gerade Stirnfläche sowie eine Fußausrundung - siehe Abb. 11.11.

Für die Modellierung werden nur Rechtsgewinde berücksichtigt. PWG-Ausführungen, bei denen die Spindelstange ein Linksgewinde aufweist, können durch ein spiegelsymmetrisches Modell beschrieben werden. Die Fußausrundung und der Stirnflankenbereich werden vernachlässigt, da dort im voraussichtlichen Kipp- und Schrägbereich des Planeten kein Kontakt zum Gegenkörper stattfindet. Da die obere und die untere Flankenfläche jeweils eine eigene zusammenhängende und stetige Fläche bilden, werden sie als unabhängige Flächen getrennt behandelt. Die mathematische Erfassung einer Spindelstangenflanke ist nicht über einen einfachen geometrischen Körper möglich. Deshalb muß sie über eine Parameterdarstellung erfolgen. Für die Beschreibung einer zweidimensionalen Fläche reichen zwei Parameter (unabhängige Variablen) aus.

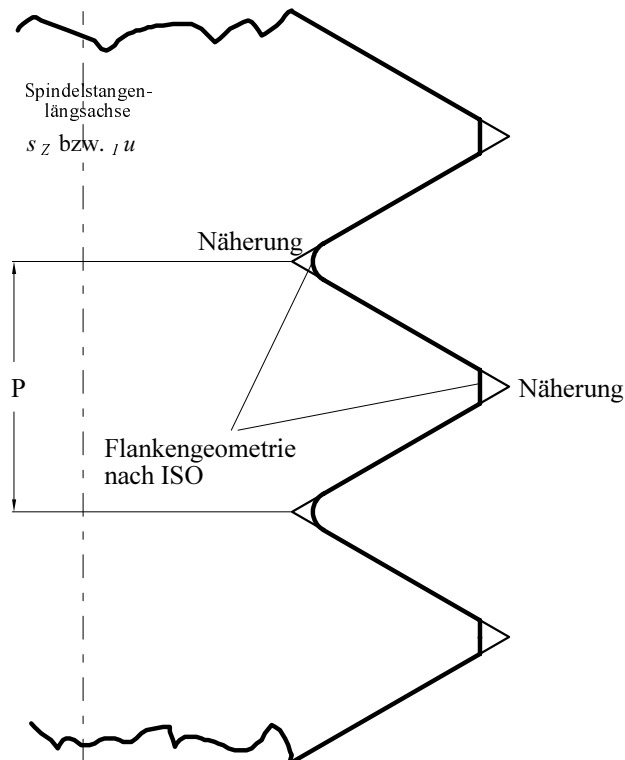


Abb. 11.11: Flankenprofil nach ISO-Norm und Näherung für die PWG-Modellierung

Ähnlich, wie man eine ebene rechteckige Fläche als ein Gebilde betrachten kann, das aus unendlich vielen nebeneinanderliegenden, gleichlangen Geradenstücken zusammengesetzt ist, kann man sich eine Flankenfläche als eine Schar von unendlich vielen aneinanderliegenden Raumschrauben (Helices) vorstellen. Eine Helix ist eine eindimensionale Kurve, so daß eine Variable zur Bestimmung der Position auf der Helix ausreichend ist. In diesem Fall wird als

Parameter der Meridianwinkel Φ zwischen Meridianschnitttrichtung und der Referenzachse des zugrundeliegenden Koordinatensystems gewählt. Damit hat die Kurve einer Raumschraube der Steigung P mit konstantem Radius R und einer Rotationsachse, die mit der ${}_S z$ -Achse bzw.

${}_I u$ -Achse zusammenfällt, die Parameterdarstellung:

$${}_I u = R \cos \Phi,$$

$${}_I v = R \sin \Phi,$$

$${}_I w = \frac{P}{2\pi} \Phi.$$

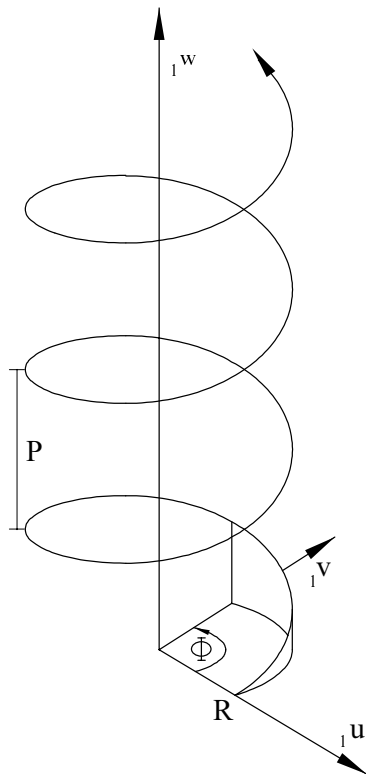


Abb. 11.12: Parameter Φ an einer Helix

Dabei schneidet die Kurve die ${}_S x$ -Achse bzw. die ${}_I u$ -Achse, die als Referenz dient. Der Wertebereich von Φ wird durch die Anzahl der Windungen der Raumschraube und die Lage des Ursprungs bestimmt. Er ist nicht auf den Bereich $[0; 2\pi]$ beschränkt.

Nachdem die Position eines beliebigen Punkts auf einer gegebenen Helix in einem kartesischen Koordinatensystem eindeutig festzulegen ist (siehe Abb. 11.12), muß mit Hilfe der

zweiten Variablen nur noch die in Frage kommende Helix ausgewählt werden, um jeden Punkt der Flankenfläche darstellen zu können. Dazu wird der Meridianschnitt der Spindelstangenflanke betrachtet. Geht man in dieser zweidimensionalen Darstellung die Flanke entlang von innen nach außen, so berührt man jede der Helices, die die Flankenfläche bilden. Als kennzeichnender Parameter soll die normierte Variable Q verwendet werden, die bei der innersten Helix mit dem Radius R_i den Wert 0 und bei der äußersten, der Flankenspitzenhelix, den Wert 1 hat.

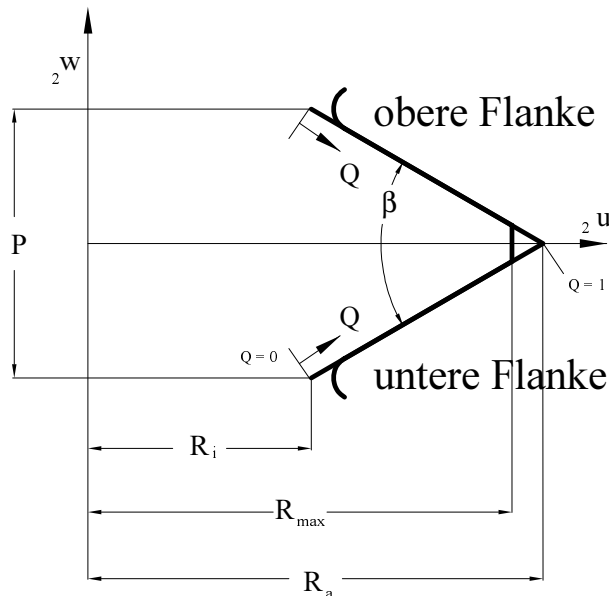


Abb. 11.13: Parameter Q an oberer und unterer Spindelstangenflanke (Meridianschnitt)

Die Näherung des Flankenprofils, siehe Abb. 11.13, lautet im zweidimensionalen Koordinatensystem ${}_2u$ - ${}_2w$, das die Meridianschnittebene aufspannt:

$${}_2u = R_i + (R_a - R_i) Q,$$

$${}_2w = a_s \frac{P}{2} (1 - Q).$$

Q bewegt sich dabei im Wertebereich $Q \in [0; 1]$. Der Parameter a_s bestimmt, welche Flankenfläche beschrieben wird:

$$a_s = \begin{cases} +1 & \text{für die obere Flankenfläche} \\ -1 & \text{für die untere Flankenfläche} \end{cases}$$

Der Oberflächenvektor für eine Flankenfläche lautet, kombiniert aus den Teilbeschreibungen:

$${}_{S}\bar{r}_S = \begin{pmatrix} {}_S x \\ {}_S y \\ {}_S z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_i + (R_a - R_i)Q) \cos \Phi \\ (R_i + (R_a - R_i)Q) \sin \Phi \\ \frac{P}{2} \left(\frac{\Phi}{\pi} + a_s (1 - Q) \right) \end{pmatrix}.$$

Kontaktoberfläche eines Planeten zur Spindelstange

Die Beschreibung der Oberfläche der Planetensegmente soll, ähnlich wie bei der Spindelstange, als Parameterdarstellung erfolgen. Die Vorgehensweise ist weitgehend analog zu der Beschreibung der Spindelstange, die Planeten besitzen aber ein anderes Flankenprofil. Eine Gewindeprofilierung ist ebenso möglich wie eine Rillenprofilierung (gleiche Flanken­geometrie, aber ohne Steigung).

Die Planetenfeinprofilierung hat ballige Flanken, um zur Spindel­flanke Punkt­kontakt zu erzielen und Spitzentragen zu vermeiden. Im Meridianschnitt weist die Flanke konstante Krümmung auf. Die Stirnfläche ist bei der Low-Cost-PWG mit konstantem Radius abgerundet. Da im Bereich der Spitzen- und Fußausrungradien kein Kontakt zur Spindelstange auftritt, werden beide nicht modelliert, sondern die Flanken in beiden Richtungen weitergeführt, bis sie sich schneiden.

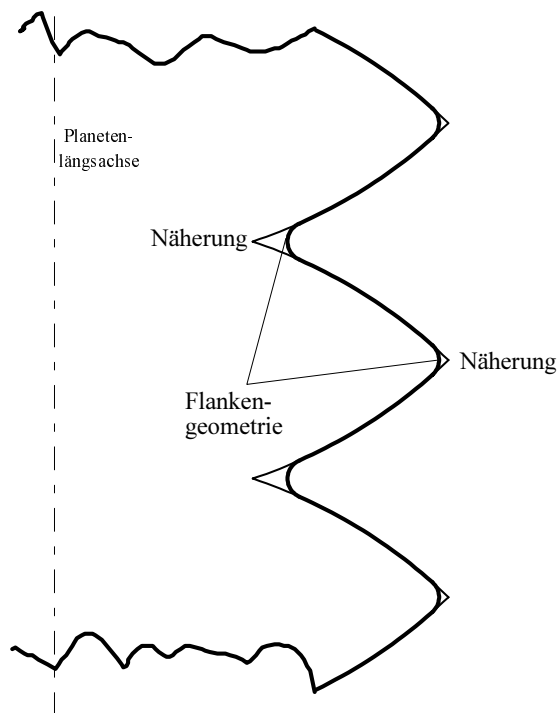


Abb. 11.14: Flankenprofil des Planeten und Näherung

Die Feinprofilierung wird, wie bei der Spindelstange, durch eine Helix beschrieben. Als Variablenwert für die Position auf der Helix dient der Meridianwinkel ϕ . In den Formeln ist die Helix eine Rechtsschraube; bei einer Linksschraube, wie sie bei einem Linksgewinde als Feinprofilierung auftritt, verläuft der Wert entlang der Längsachse bei gleicher Drehrichtung in die entgegengesetzte Richtung wie bei der Rechtsschraube. Bei einer Rillenprofilierung des Planeten hat die Helix die Steigung $P = 0$ und degeneriert zum Kreis.

Allgemein hat die Kurve einer Raumschraube der Steigung P mit konstantem Radius r und einer Rotationsachse, die mit der p_z -Achse zusammenfällt, im P -System folgende Parameterdarstellung:

$${}_1 u = r \cos \phi,$$

$${}_1 v = r \sin \phi,$$

$${}_1 w = f \frac{P}{2\pi} \phi.$$

Dabei schneidet die Kurve die p_x -Achse. Der Wertebereich von ϕ wird durch die Anzahl der Windungen der Raumschraube und die Lage des Ursprungs bestimmt. Der Wert f bestimmt die Art der Profilierung:

$$f = \begin{cases} +1 & \text{für Rechtsgewinde,} \\ 0 & \text{für Rillenprofilierung,} \\ -1 & \text{für Linksgewinde.} \end{cases}$$

Der zweite Parameter q gibt, analog zur Beschreibung bei der Spindelstange, die Position der beschriebenen Helix auf der Flanke an. Ein q -Wert von 0 entspricht im Meridianschnitt dem kleinstmöglichen (innersten) Flankenradius, der q -Wert 1 entspricht der Flankenspitzenhelix - siehe Abb. 11.15.

$$\Delta\xi = \xi_E - \xi_A.$$

Die Beschreibung der Näherung des Flankenprofils lautet im Koordinatensystem ${}_2u$ - ${}_2v$, das in der Meridianschnittebene liegt:

$${}_2u = r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q),$$

$${}_2w = a_p (r_k \cos(\xi_A + \Delta\xi q) - w_{0r}).$$

q hat wie der entsprechende Spindelstangenparameter den Wertebereich $q \in [0; 1]$. a_p bestimmt, analog zu a_s bei der Spindelstange, ob die obere oder untere Flankenfläche beschrieben wird.

Der Oberflächenvektor einer Flankenfläche lautet zusammengesetzt:

$${}_P\bar{r}_P = \begin{pmatrix} {}_P X \\ {}_P Y \\ {}_P Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q)) \cos \phi \\ (r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q)) \sin \phi \\ a_p (r_k \cos(\xi_A + \Delta\xi q) - w_{0r}) + f \frac{P}{2\pi} \phi \end{pmatrix}.$$

Kontakt zwischen Planet und Mutter

Der idealisierte Kontaktpunkt und das Maß der größten Eindringtiefe der beiden Körper kann anhand einer geometrischen Betrachtung gewonnen werden. Dabei dringt die Kugel, die die Lauffläche des Planeten zur Mutter hin darstellt, von innen in den Kegel ein, der die Mutterstegflanke repräsentiert.

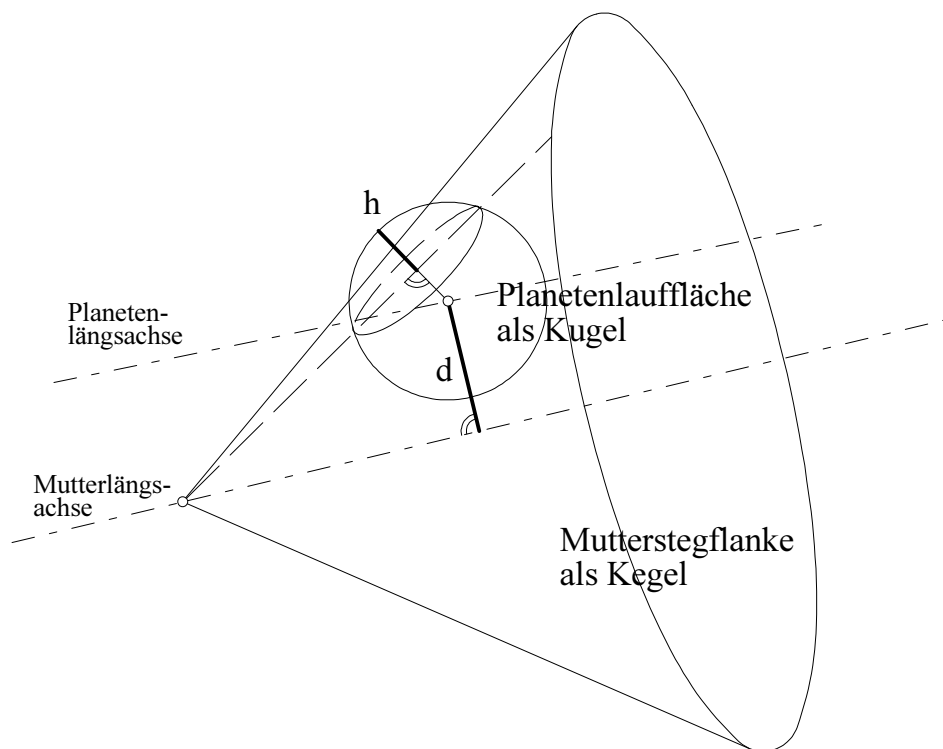


Abb. 11.16: Eindringen einer Kugel in einen Kegel als Modell des Kontaktes Mutter/Planet

Ein wichtiger Zwischenwert für die erstrebte Berechnung ist der Abstand des Mittelpunkts der "Planetenkugel" von der Längsachse des "Mutterkegels". Als Herleitung betrachten wir eine Gerade g , deren Lage im dreidimensionalen Raum durch ihren Basispunkt B und den Richtungsvektor \bar{b} gegeben ist, sowie den Raumpunkt C , der beliebig im Raum liegt (Abb. 11.17). Zusätzlich wird der Vektor \bar{c} eingeführt, der von B nach C verläuft. Gesucht ist nun der Abstand d des Punkts C von der Geraden g .

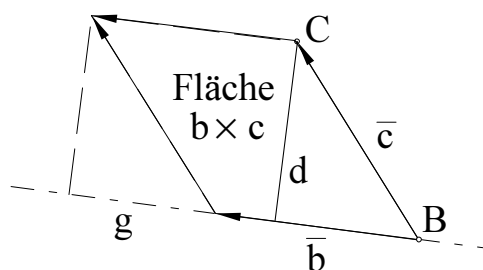


Abb. 11.17: Lotabstand eines Punkts C von einer Geraden g

Der Betrag des Kreuzprodukts der beiden Vektoren \bar{b} und \bar{c} entspricht dabei der Fläche des Parallelogramms, das durch diese Vektoren aufgespannt wird (Fläche $b \times c$ in Abb. 11.17). Diese Fläche ist gleich der Fläche des Rechtecks mit Seitenlänge d und dem Betrag von \bar{b} :

$$|\bar{b} \times \bar{c}| = d |\bar{b}| \Leftrightarrow d = \frac{|\bar{b} \times \bar{c}|}{|\bar{b}|}.$$

Zur Verdeutlichung der geometrischen Verhältnisse beim Eindringen der Planetenkugel in den Mutterkegel wird die Konstellation der Abb. 11.16 und in Abb. 11.18 nochmals gezeigt, hier jedoch ergänzt durch die Ortsvektoren der Körperschwerpunkte \bar{p}_M bei der Mutter und \bar{p}_P beim Planeten sowie die Positionsvektoren \bar{o} und \bar{o}_P der Ersatzgeometrien für die Lauf flanken (Mutterkegel und Planetenkugel), die vom jeweiligen Körperschwerpunkt zum Bezugspunkt der zugehörigen Flankenersatzgeometrie reichen. Die Werte für den Ortsvektor des Schwerpunkts und den Positionsvektor der Flankenersatzgeometrie sind beim Aufbau des entsprechenden Mehrkörpersystems für jeden Körper bekannt und können daher als Grundlage zur Berechnung der Lage des Kraftangriffspunkts und der Eindringtiefe eingesetzt werden. Zur Abkürzung der anschließenden Rechnung wird für Mutter und Planet noch der Vektor \bar{a} als die Vektorsumme von \bar{p} und \bar{o} eingeführt.

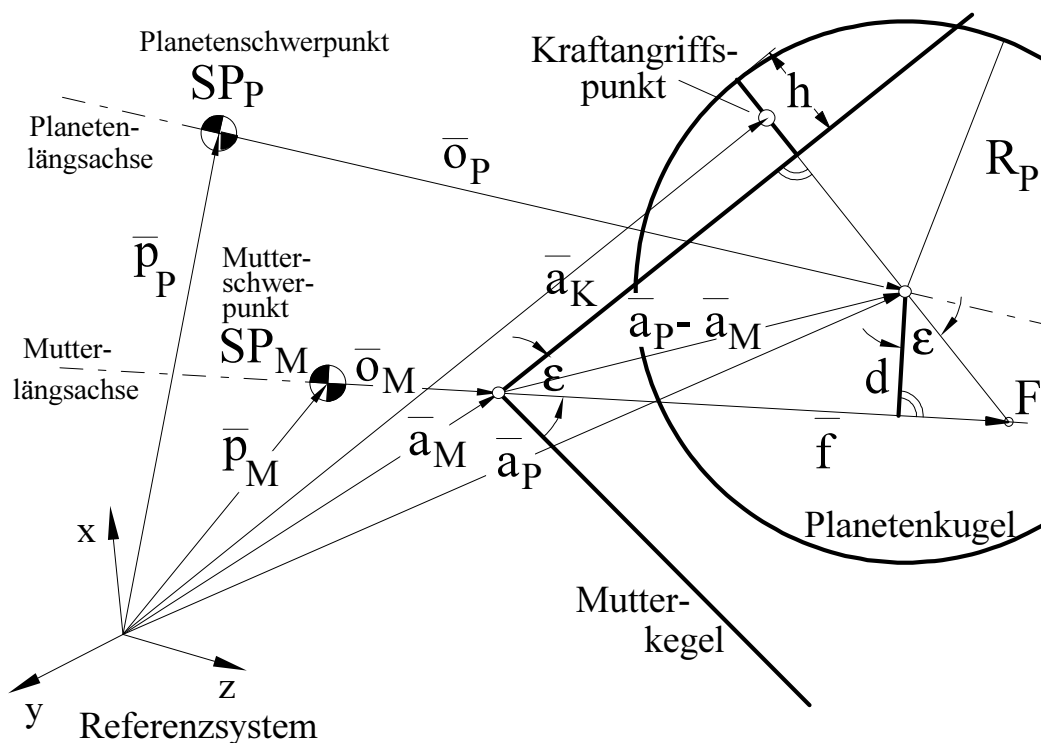


Abb. 11.18: Skizze zur Berechnung des Kraftangriffspunkts und der Eindringtiefe h

Für die Berechnung wird die Bedingung, daß an der Stelle der größten Durchdringung die Normalen auf die beiden Oberflächen parallel sein müssen, ausgenützt: eine Gerade, die an der Stelle der größten Eindringtiefe in Normalenrichtung verläuft, geht sowohl durch den

Mittelpunkt der Kugel, die die Planetenlauflanke darstellt, als auch durch die Mittelachse des Kegels, der die Mutterstegflanke repräsentiert. Der Mittelpunkt der Kugel wird dabei bereits durch den Vektor \bar{a}_p gekennzeichnet, der Schnittpunkt der Normalengeraden mit der Kegelmittelachse soll die Bezeichnung F für Fußpunkt erhalten. Als charakterisierende Werte der Ersatzgeometrie ist für die Planetenkugel deren Radius R_p und für den Mutterkegel dessen halber Öffnungswinkel ε gegeben.

Die Kugel hat, entsprechend der obigen Herleitung des Abstands eines Punkts zu einer Geraden, einen Abstand zur Mutterlängsachse von:

$$d = \frac{|(\bar{a}_p - \bar{a}_M) \times \bar{o}_M|}{|\bar{o}_M|}.$$

Mit dem Vektor:

$$\bar{f} = (\pm) \left(d \tan \varepsilon + \sqrt{|\bar{a}_p - \bar{a}_M|^2 - d^2} \right) \frac{\bar{o}_M}{|\bar{o}_M|},$$

der von der Kegelspitze zum Fußpunkt F reicht, kann man die Eindringtiefe berechnen zu:

$$h = \frac{d}{\cos \varepsilon} + R_p - |\bar{f}| \sin \varepsilon.$$

Der Angriffspunkt für die Normalkräfte auf Mutter und Planet liegt mittig auf der Strecke der größten Eindringtiefe h . Der Ortsvektor \bar{a}_K vom Ursprung des Inertialsystems zum Kraftangriffspunkt lautet:

$$\bar{a}_K = \bar{a}_p + \left(R_p - \frac{h}{2} \right) \frac{\bar{a}_p - \bar{a}_M - \bar{f}}{|\bar{a}_p - \bar{a}_M - \bar{f}|}.$$

Der Einheitsvektor der Normalenrichtung $\bar{e}_{N,K}$ wird dabei durch die Vektorkette:

$$\bar{e}_{N,K} = (\pm) \frac{\bar{a}_p - \bar{a}_M - \bar{f}}{|\bar{a}_p - \bar{a}_M - \bar{f}|}$$

gegeben. Das Vorzeichen muß dabei für den entsprechenden Körper K geeignet gewählt werden.

Kontakt zwischen Planet und Spindelstange

Die Berechnung des Kraftangriffspunkts bei einem Kontakt zwischen einer Spindelstangenflanke und der zugeordneten Flanke der Planetenfeinprofilierung geht von der Parameterdarstellung der Flankenoberflächen aus und nützt ebenfalls die Bedingung der parallelen Oberflächennormalen. Dazu müssen die Parameterdarstellungen der Normalen aber erst erstellt werden. Die Variablen der Darstellung sollen die gleichen sein wie die der Parameterdarstellung der zugehörigen Oberfläche, also Φ und Q für die Normale auf die Spindelstange und ϕ und q für die Normale auf die Planetenflanke.

Normalenvektor auf die Spindelstangenflanke

Die Ermittlung des Normalenvektors in einem beliebigen Oberflächenpunkt A der Spindelstangenflanke erfolgt mit Hilfe des Flankenvektors \bar{v}_S und des Umfangsvektors \bar{u}_S . Beide Vektoren liegen in der Tangentialebene der Spindelstangenoberfläche im Punkt A . Der Oberflächenpunkt A wird durch den Vektor:

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} a_x(\Phi, Q) \\ a_y(\Phi, Q) \\ a_z(\Phi, Q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_i + (R_a - R_i)Q) \cos \Phi \\ (R_i + (R_a - R_i)Q) \sin \Phi \\ \frac{P}{2} \left(\frac{\Phi}{\pi} + a_s (1 - Q) \right) \end{pmatrix},$$

der vom Ursprung des Spindelsystems zu A reicht, festgelegt.

Der Flankenvektor \bar{v}_S hat seinen Fußpunkt in A und verläuft parallel zur Schnittkurve der Flanke beim Meridianschnitt. Er weist an der oberen Flanke nach außen, an der unteren dagegen nach innen.

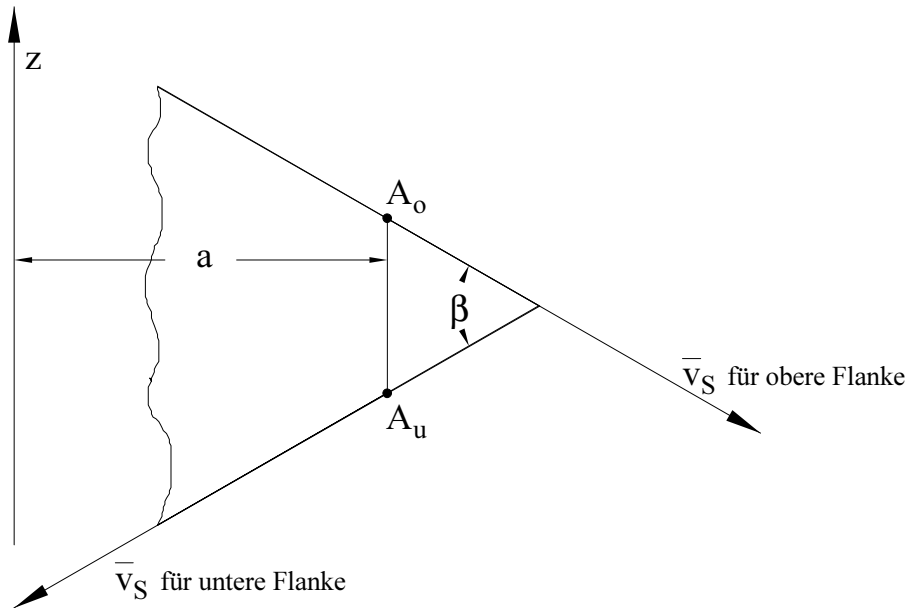


Abb. 11.19: Flankenvektor im Meridianschnitt der Spindelstangenflanke

In der s_x - s_y -Ebene des Spindel systems ist \bar{v}_S parallel zur Verbindungsstrecke von der Spindelstangenlängsachse zum Punkt A. Daher kann \bar{v}_S als x- und y-Anteil die x- bzw. y-Werte von \bar{a} übernehmen. Um \bar{v}_S gemäß Abb. 11.19 an der unteren Flanke nach innen zeigen zu lassen, werden die x- und y-Koordinaten mit der Flanken Kennung a_S multipliziert (die Flanken Kennung a_S hat bei der oberen Flanke den Wert +1, bei der unteren Flanke den Wert -1). Die z-Komponente muß so gewählt werden, daß \bar{v}_S gegenüber der s_x - s_y -Ebene mit dem halben Flankenwinkel des Spindelstangengewindes in Richtung der negativen s_z -Achse (nach unten) zeigt.

Ist β der Flankenwinkel (Winkel zwischen oberer und unterer Flanke), so hat der unnormierte Flankenvektor \bar{v}_S den Wert:

$$\bar{v}_S = \begin{pmatrix} a_S a_x \\ a_S a_y \\ -\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tan \frac{\beta}{2} \end{pmatrix}.$$

Der Umfangsvektor \bar{u}_S hat ebenfalls den Fußpunkt A und zeigt in Tangentenrichtung zu der Flankenhelix, auf der A liegt. Er bildet mit \bar{v}_S einen rechten Winkel.

Betrachtet man die Konstellation in einer Projektion auf die s_x - s_y -Ebene, Abb. 11.20, so wird die Helix von A zu einem Kreis. Der Tangentialvektor an diesen Kreis (Projektion von \bar{u}_S in

die s_x - s_y -Ebene) kann gebildet werden, indem man die x - und die y -Komponente des Vektors \bar{a} , der in der zweidimensionalen Betrachtung vom Kreismittelpunkt zum Tangentenfußpunkt A reicht, in geeigneter Weise vertauscht. In der Abb. 11.20 ist dieses Verfahren mit Hilfe der Einheitsvektoren in s_x - und s_y -Richtung, \bar{e}_x und \bar{e}_y , bildlich dargestellt.

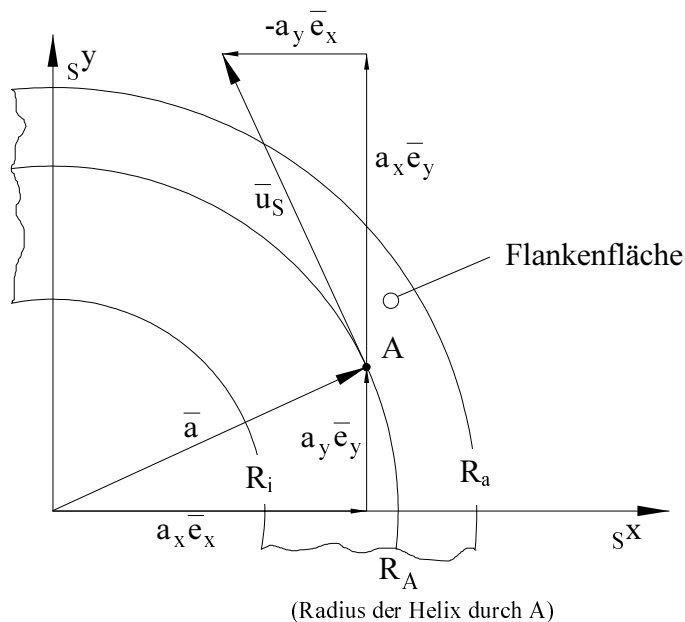


Abb. 11.20: Umfangsvektor am Spindelstangengewinde (Projektion in die s_x - s_y -Ebene)

Der Umfangsvektor \bar{u}_s in A zeigt in die positive Winkelrichtung der s_z -Achse. Die Steigung der Helix, auf der A liegt, und damit auch die Steigung α_A von \bar{u}_s gegenüber der s_x - s_y -Ebene hängen von dem Radius der Helix, bezeichnet mit R_A , ab. Für α_A gilt die Beziehung

$$\tan \alpha_A = \frac{P}{2 \pi R_A}.$$

Der Längenanteil von \bar{u}_s in der s_x - s_y -Ebene ist durch die Verwendung der x - y -Koordinaten von A gleich dem Abstand von A zur Längsachse und damit auch gleich dem Radius der Helix. Für den Längenanteil von \bar{u}_s orthogonal zur s_x - s_y -Ebene Δz gilt damit

$$\Delta z = R_A \tan \alpha_A$$

oder, nach Einfügen und Kürzen,

$$\Delta z = \frac{P}{2 \pi}.$$

\bar{u}_S lautet somit

$$\bar{u}_S = \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \\ \frac{P}{2\pi} \end{pmatrix}.$$

\bar{v}_S und \bar{u}_S spannen die Tangentialebene auf die Spindelstangenoberfläche im Punkt A auf. Der Normalenvektor \bar{n}_S auf die Flankenfläche im Punkt A steht senkrecht auf der Tangentialebene und errechnet sich aus dem Vektorprodukt von \bar{v}_S und \bar{u}_S :

$$\bar{n}_S = \bar{v}_S \times \bar{u}_S = \begin{pmatrix} a_x \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tan \frac{\beta}{2} + a_S \frac{a_y P}{2\pi} \\ a_y \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tan \frac{\beta}{2} - a_S \frac{a_x P}{2\pi} \\ a_S (a_x^2 + a_y^2) \end{pmatrix}.$$

Der Normalenvektor zeigt immer körperauswärts.

Normalenvektor auf die Planetenflanke

Die Berechnung des Normalenvektors der Planetenflanke in einem Punkt B mit den Koordinaten

$$\bar{b} = \begin{pmatrix} b_x(\phi, q) \\ b_y(\phi, q) \\ b_z(\phi, q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q)) \cos \phi \\ (r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q)) \sin \phi \\ a_p (r_k \cos(\xi_A + \Delta\xi q) - w_{0r}) + f \frac{P}{2\pi} \phi \end{pmatrix}$$

erfolgt analog zu der Berechnung des Normalenvektors auf die Spindelstange. Allerdings ändert sich durch die ballige Ausführung der Planetenflanken der Flankenwinkel in Abhängigkeit vom Abstand r_B von B zur Planetenachse.

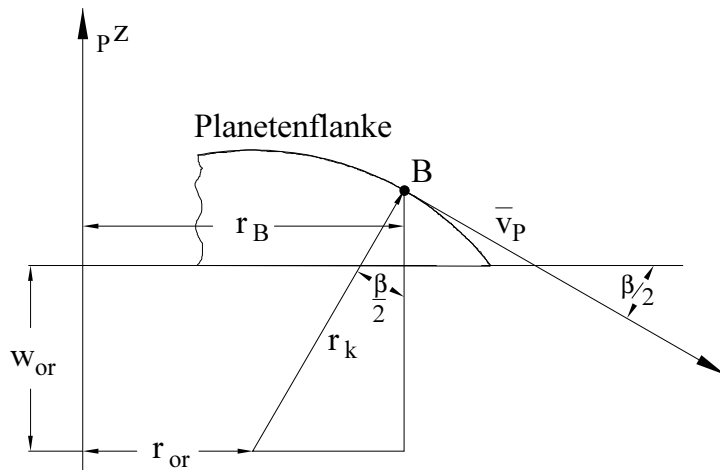


Abb. 11.21: Flankenvektor im Meridianschnitt der Planetenflanke

Der örtliche Flankenwinkel $\beta/2$ für einen gegebenen Radius kann über die geometrischen Verhältnisse am Flankenprofil bestimmt werden:

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{r_B - r_{or}}{r_k},$$

$$\beta = 2 \arcsin \frac{\sqrt{b_x^2 + b_y^2} - r_{or}}{r_k}.$$

Damit erhält man den Flankenvektor \bar{v}_P zu:

$$\bar{v}_P = \begin{pmatrix} a_p b_x \\ a_p b_y \\ -\sqrt{b_x^2 + b_y^2} \tan \frac{\beta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_p b_x \\ a_p b_y \\ -\sqrt{b_x^2 + b_y^2} \tan \left(\arcsin \frac{\sqrt{b_x^2 + b_y^2} - r_{or}}{r_k} \right) \end{pmatrix}.$$

Der Umfangsvektor \bar{u}_P errechnet sich wie \bar{u}_S . Als einziger Unterschied muß zusätzlich die Steigungskennung f berücksichtigt werden, da die z -Komponente davon abhängt, ob es sich um einen Planeten mit Rechts- oder Linksgewinde oder aber mit Rillenprofilierung handelt:

$$\bar{u}_p = \begin{pmatrix} -b_y \\ b_x \\ f \frac{P}{2\pi} \end{pmatrix}.$$

Der Normalenvektor \bar{n}_p lautet für die Flankenflächen des Planeten:

$$\bar{n}_p = \bar{v}_p \times \bar{u}_p = \begin{pmatrix} b_x \sqrt{b_x^2 + b_y^2} \tan \left(\arcsin \frac{\sqrt{b_x^2 + b_y^2} - r_{0r}}{r_k} \right) + a_p f \frac{b_y P}{2\pi} \\ b_y \sqrt{b_x^2 + b_y^2} \tan \left(\arcsin \frac{\sqrt{b_x^2 + b_y^2} - r_{0r}}{r_k} \right) - a_p f \frac{b_x P}{2\pi} \\ a_p (b_x^2 + b_y^2) \end{pmatrix}.$$

Kraftangriffspunkt und größte Eindringtiefe an einer Kontaktstelle

Anhand der Parameterdarstellungen für die Oberflächenvektoren $\bar{r}_s(\Phi, Q)$ und $\bar{r}_p(\phi, q)$ und der zugehörigen Normalenvektoren $\bar{n}_s(\Phi, Q)$ und $\bar{n}_p(\phi, q)$ kann ein Gleichungssystem erstellt werden, dessen Lösung die Bestimmung der Variablen Φ , Q , ϕ und q ermöglicht.

Es sei h die Strecke der größten Eindringtiefe im Kontakt. Ist die Eindringtiefe negativ, handelt es sich lediglich um eine Annäherung der Oberflächen. Die Endpunkte von h , der Spindelstangen-Oberflächenpunkt A und der Planeten-Oberflächenpunkt B, sind die Scheitel der sich schneidenden, gekrümmten Flächen für diesen Kontakt. Die Normalenvektoren auf die Oberfläche verlaufen für diese Punkte parallel zueinander. Es wird wieder vorausgesetzt, daß der Kraftangriffspunkt in der Mitte zwischen A und B liegt. Kräfte wirken nur, wenn eine Durchdringung vorliegt - in Abb. 11.22 ist zur besseren Übersichtlichkeit eine Annäherung gezeigt.

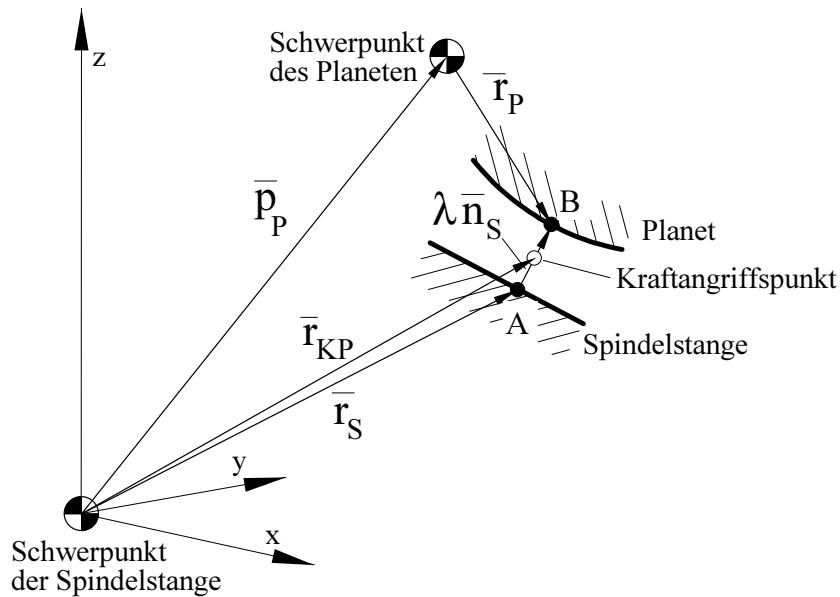


Abb. 11.22: Skizze zum Gleichungssystem der Kontaktpunktberechnung

Die erforderlichen Größen zur Berechnung der Lage des Normalkraftangriffspunkts und des Abstands zwischen A und B lassen sich anhand einer Vektorkette vom Ursprung des Inertialsystems (entspricht dem Schwerpunkt der Spindelstange) zum Punkt B bestimmen:

$$\bar{r}_S(\Phi, Q) + \lambda \bar{n}_S(\Phi, Q) = \bar{r}_P(\phi, q) + \bar{p}_P.$$

λ ist ein Proportionalitätsfaktor, der die Länge von \bar{n}_S an die speziell gültigen Bedingungen anpaßt. Beachtet man die Forderung, daß die Normalenvektoren \bar{n}_S und \bar{n}_P parallel zueinander verlaufen, erhält man die Zusatzbedingung:

$$\bar{n}_S(\Phi, Q) = \kappa \bar{n}_P(\phi, q).$$

κ ist wiederum ein Proportionalitätsfaktor (werden die Normalenvektoren \bar{n}_S und \bar{n}_P normiert, kann auf den Proportionalitätsfaktor κ verzichtet werden, da eine Kontaktpaarung immer nur aus einer Ober- und Unterflanke bestehen kann; die zusätzlichen, von den anderen Variablen abhängigen Normierungsglieder erfordern beim Lösen des Gleichungssystem aber einen größeren Rechenaufwand als ein zusätzlicher Proportionalitätsfaktor). Aus den beiden letzten Formeln ergeben sich sechs Gleichungen mit den sechs Unbekannten Φ , Q , ϕ , q , λ und κ . Dieses Gleichungssystem besitzt im Regelfall unendlich viele Lösungen. Da sich an den Kontaktkörpern Kontaktbereiche abgrenzen lassen, in denen jeweils nur ein Kontakt möglich ist, weist das Gleichungssystem maximal eine sinnvolle Lösung auf, wenn durch geeignete

Wahl der Parameter-Wertebereiche nur der momentan betrachtete Kontaktbereich in der Berechnung erfaßt wird.

Setzt man die Lösungswerte Φ_i, Q_i für den Kontaktbereich i in die Oberflächenbeschreibung der Spindelstange und ϕ_i, q_i in die Beschreibung der Planeten ein, erhält man die Oberflächenpunkte der größten lokalen Annäherung beziehungsweise, im Falle eines Kontakts, der maximalen Eindringtiefe. Am Vorzeichen des Parameters λ_i läßt sich erkennen, ob die Flächen tatsächlich ineinander eindringen (negativer Wert) oder ob es sich lediglich um eine Annäherung handelt (positiver Wert).

Der Vektor \bar{r}_{KP} bestimmt die Position der Kontaktellipsenzentrums und reicht vom Ursprung des Inertialsystems zum Kraftangriffspunkt KP des Kontaktes im Kontaktbereich i :

$$\bar{r}_{KP}(\Phi_i, Q_i, \lambda_i) = \bar{r}_S(\Phi_i, Q_i) + \frac{\lambda_i}{2} \bar{n}_S(\Phi_i, Q_i).$$

Mit \bar{r}_{KP} sind die Koordinaten des Angriffspunkts der Normalkraft auf die Spindelstange $F_{N,S}$ und der Normalkraft auf den Planeten $F_{N,P}$ bekannt. Die Wirkungslinie der Kräfte wird durch die Normalenvektoren auf die Körperoberflächen \bar{n}_S und \bar{n}_P festgelegt. Die Normalkräfte zeigen als Kontakt-Reaktionskraft immer in den zugehörigen Körper hinein.

Zur Ermittlung des Normalkraftbetrags wird der Wert der maximalen Eindringtiefe h herangezogen:

$$h(\Phi_i, Q_i, \lambda_i) = \begin{cases} 0 & \text{für } \lambda > 0, \\ |\lambda_i \bar{n}_S(\Phi_i, Q_i)| & \text{für } \lambda \leq 0. \end{cases}$$

11.5.1 Hauptkrümmungsradien

Wählt man einen beliebigen Punkt auf einer Körperoberfläche, dann bilden die Ebenen, die diesen Punkt und zudem dessen Normalenvektor auf die Oberfläche enthalten, die Menge der Normalschnittebenen der Oberfläche in diesem Punkt. Es gibt stets ein zueinander orthogonales Paar von Normalschnittebenen, für die die Krümmungen der beiden Schnittkurven des Ebenenpaares mit der Oberfläche im Kontaktpunkt gleich den Hauptkrümmungen der Oberfläche in diesem Punkt sind. Definition der Hauptkrümmung(en): Zu jedem (nichtsingulären)

Flächenpunkt P läßt sich ein kartesisches Koordinatensystem finden, bei dem die z-Achse in Richtung der Flächennormalen in P zeigt. Bei der Taylor-Entwicklung um P sind die partiellen Ableitungen erster Ordnung nach x und y gleich Null (x und y liegen in der Tangentenebene), übrig bleiben die Glieder zweiter Ordnung sowie Glieder höherer Ordnung und/oder das LAGRANGESche Restglied. Das KOS kann so um die z-Achse gedreht werden, daß das gemischte Glied zweiter Ordnung (Differentiation nach $\partial x \partial y$) gleich Null wird und damit wegfällt. Die Taylorentwicklung reduziert sich dann zu:

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} x^2 + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} x y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} y^2 + \dots = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} x^2 + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} y^2 \right) + \dots = \frac{1}{2} (k_1 x^2 + k_2 y^2) + \dots \end{aligned}$$

k_1 und k_2 nennt man die Hauptkrümmungen der Fläche in P.

Die Kehrwerte der Hauptkrümmungen ergeben die Hauptkrümmungsradien. Bei den meisten Körpern stellen die Hauptkrümmungsradien die Extremwerte der Krümmungskreishalbmesser für den betrachteten Punkt dar. Dies trifft auch für die PWG-Körper zu.

Hauptkrümmungsradien der Mutter

Bei der Mutter besitzen die Kontaktflächen zu den Planeten die Form von Kegelflächen. Damit fällt die erste Hauptkrümmungsebene mit dem Meridianschnitt zusammen (die Zuordnung, welche Hauptebene die erste und welche die zweite ist, wird nicht zwingend vorgeschrieben; zur Vereinfachung der Beschreibung soll hier die Ebene, die, je nach Körper, tatsächlich oder näherungsweise mit der Meridianschnittebene koplanar ist, als Nummer eins, die orthogonal dazu gelegene als Nummer zwei bezeichnet werden). Der erste Hauptkrümmungsradius ρ_1 ist unendlich groß, da eine Kegelfläche in diesem Schnitt keine Krümmung aufweist:

$$\rho_1 = \infty.$$

Der zweite Hauptkrümmungsradius ρ_2 , orthogonal zu ρ_1 , ist gleich dem Krümmungsradius der Kurve, den die Kegeloberfläche in der zweiten Hauptkrümmungsebene bildet. Die zweite Hauptkrümmungsebene steht dabei im Oberflächenpunkt OP senkrecht auf der Mantelfläche und ergibt bei der Low-Cost-PWG (Öffnungswinkel $\varepsilon = 60^\circ$) als Schnittkurve eine Hyperbel.

Der Krümmungsradius dieser Schnitthyperbel ist nicht bekannt. Bekannt hingegen ist der Krümmungsradius in einem Schnitt durch OP senkrecht zur Kegelmittelachse: ein derartiger Schnitt quer durch einen Kegel ergibt einen Kreis, der Radius dieses Kreises r_{OP} ist gleich dem Abstand von OP zur Mittelachse. Nach dem Satz von MEUSNIER ist es nun möglich, den Krümmungsradius des Schnitts senkrecht zur Kegelmittelachse in die Hauptkrümmungsebene umzulegen (siehe Abb. 11.23):

$$\rho_2 = \frac{r_{OP}}{\cos \varepsilon}.$$

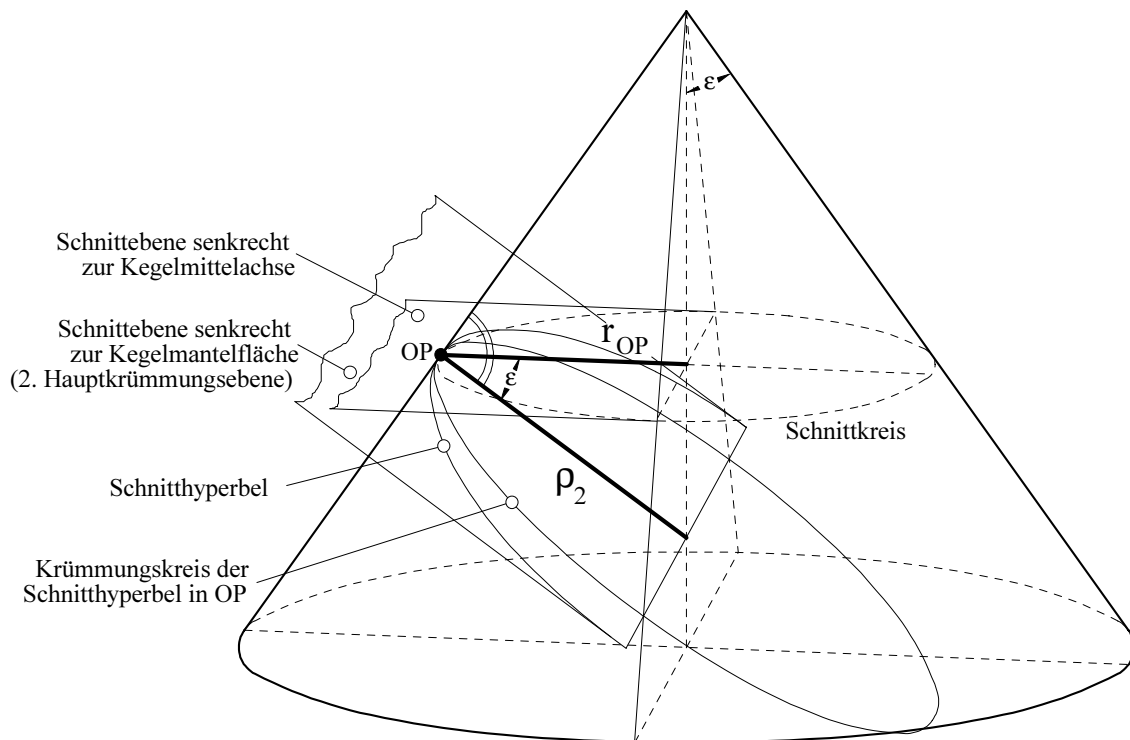


Abb. 11.23: Skizze zum Satz von MEUSNIER

Hauptkrümmungsradien der Spindelstange

Die erste Hauptkrümmungsebene gleicht bei der gewindeprofilierten Spindelstange nicht der Meridianschnittebene, sondern weist einen geringen Winkel (gleich dem Steigungswinkel der Spiraloberfläche im Punkt OP) zu dieser auf. Die Schnittgerade der Hauptkrümmungsebene mit der Meridianschnittebene liegt aber auf der Flankenoberfläche und fällt mit der Schnittgeraden der Meridianebene durch OP mit der Flankenfläche zusammen. Der erste Hauptkrümmungsradius ist daher, wie bei der Mutter, unendlich groß:

$$\rho_1 = \infty.$$

Der zweite Hauptkrümmungsradius soll nach dem gleichen Prinzip ermittelt werden wie beim zweiten Hauptkrümmungsradius der Mutterflanke. Da bei der Spindelstange die Oberflächenpunkte mit gleichem Radius aber nicht, wie bei der kegeligen Flankenfläche, auf einem Kreis, sondern auf einer Helix liegen, muß der Krümmungsradius der Helix in OP bestimmt und anschließend, wie beim Kegel, durch den Satz von MEUSNIER auf die Normale zur Oberfläche abgebildet werden. Dabei ist die Normale auf die Flankenfläche durch die Steigung der Spindelstange nicht, wie beim Kegel, gleich der Normalen auf die Meridianschnittkurve der Flanke; zwischen den beiden Normalenrichtungen liegt ein kleiner Zwischenwinkel. Für eine korrekte MEUSNIER-Abbildung müßte daher ein korrigierter Flankenwinkel β^* eingesetzt werden (Abb. 11.24.b). Die Abweichung von β^* gegenüber β ist bei kleinen Steigungswinkeln, wie sie bei der PWG meist anzutreffen sind, minimal und kann vernachlässigt werden. Die Abbildung nach MEUSNIER wird daher zur Vereinfachung mit dem unkorrigierten Flankenwinkel durchgeführt (Variablenzeichen mit Stern kennzeichnen die um den Steigungseinfluß korrigierten Größen).

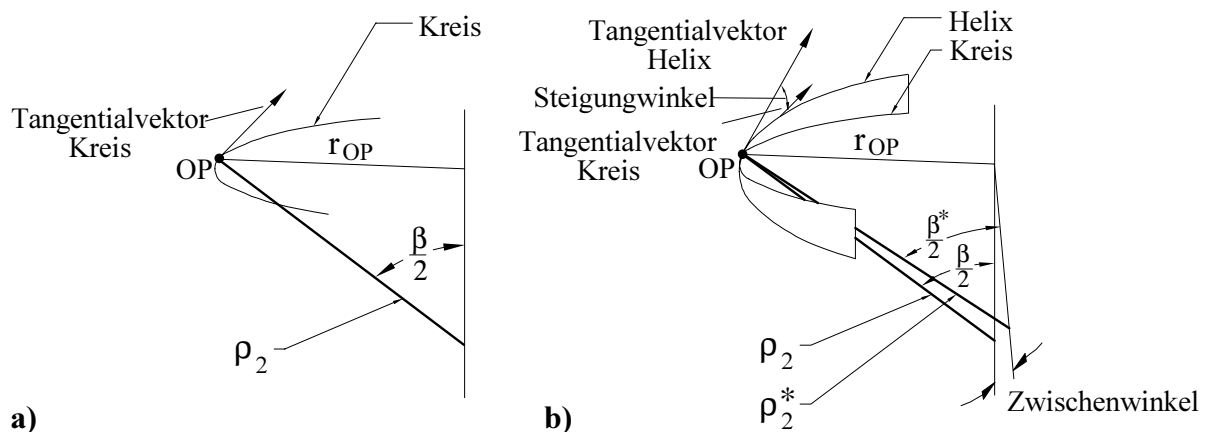


Abb. 11.24: Darstellungen der Verzerrung des Hauptkrümmungsradius durch die Steigung a) Kegel nach Meusnier beim b) Abbildung nach Meusnier bei Spindelstange

Nach MEYBERG-VACHENAUER [M6] beträgt die Krümmung einer gleichmäßigen Raumspirale:

$$\kappa = \frac{r_{OP}}{r_{OP}^2 + \frac{P^2}{4\pi^2}}$$

Der Krümmungskreisradius ist der Kehrwert der Krümmung. Damit beträgt der zweite Hauptkrümmungsradius mit

$$r_{OP} = r_{OP}(Q_{OP}) = R_i + (R_a - R_i) Q_{OP} :$$

$$\rho_2 = \frac{r_{OP}^2 + \frac{P^2}{4\pi^2}}{r_{OP} \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{\left[R_i + (R_a - R_i) Q_{OP} \right]^2 + \frac{P^2}{4\pi^2}}{(R_i + (R_a - R_i) Q_{OP}) \sin \frac{\beta}{2}} .$$

Hauptkrümmungsradien bei einem rillenprofilierten Planeten

Weist der Planet keine Steigung auf, so fällt wie bei der Mutter eine Hauptkrümmungsebene mit dem Meridianschnitt zusammen. Der Krümmungsradius ist hier gleich dem Balligkeitsradius r_k der Planetenflanke:

$$\rho_1 = r_k .$$

Die zweite Hauptkrümmung ähnelt ebenfalls den Verhältnissen bei der Mutter. Zusätzlich erhält die Planetenflanke noch einen Krümmungsanteil durch die ballige Flächenform. Dieser Einfluß ist aber so gering, daß die Planetenflanke in guter Näherung durch eine Kegelfläche ersetzt werden kann. Die Berechnung erfolgt daher analog zur Mutter mit dem Satz von MEUSNIER (siehe Abb. 11.18). Als Winkelmaß wird hier allerdings der halbe Flankenwinkel herangezogen:

$$\rho_2 = \frac{r_{OP}}{\cos \left(90^\circ - \frac{\beta(q_{OP})}{2} \right)} = \frac{r_{OP}}{\sin \frac{\beta(q_{OP})}{2}} .$$

In der Gleichung ist bereits angezeigt, daß der Flankenwinkel β von der Lage des Punkts OP auf der Flanke abhängt. Diese Lage wird durch die Laufvariable q bestimmt. Der zweite Hauptkrümmungsradius für die Rillenplanetenflanke berechnet sich mit

$$r_{OP} = r_{OP}(q_{OP}) = r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})$$

zu:

$$\rho_2 = \frac{r_{OP}(q_{OP})}{\sin \frac{\beta(q_{OP})}{2}} = \frac{r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})}{\sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})} = r_k + \frac{r_{0r}}{\sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})} .$$

Die Hauptkrümmungsradien des Planeten im Mutterkontakt sind einfach zu ermitteln, da hier die Körperoberfläche eine Kugel ist ($\rho_1 = \rho_2 = \text{Radius der Kugel}$).

Hauptkrümmungsradien bei gewindeprofilerten Planeten

Da der Unterschied in den zweiten Hauptkrümmungsradien zwischen geraden und balligen Flanken, verschwindend gering ist, können die gewindeprofilerten Planeten nach der gleichen Methode berechnet werden wie die ebenfalls mit einem Gewinde versehene Spindelstange.

Der erste Hauptkrümmungsradius entspricht dem um den Winkel der örtlichen Gewindesteigung gedrehten Balligkeitsradius:

$$\rho_1 = \frac{r_k}{\cos\left(\arctan\frac{P}{2\pi r_{OP}}\right)} = \frac{r_k}{\cos\left(\arctan\frac{P}{2\pi[r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})]}\right)}.$$

Unter Berücksichtigung des variablen Flankenwinkels beträgt der zweite Hauptkrümmungsradius eines gewindeprofilerten, balligen Planeten:

$$\rho_2 = \frac{r_{OP}^2 + \frac{P^2}{4\pi^2}}{r_{OP} \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})} = \frac{[r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})]^2 + \frac{P^2}{4\pi^2}}{[r_{0r} + r_k \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})] \sin(\xi_A + \Delta\xi q_{OP})}$$

Die Hauptkrümmungsradien zur Mutter entsprechen wieder dem Radius der Segmentkugel.

HERTZsche Krümmungsradien

Die Berechnung nach der HERTZschen Theorie wird hier nicht näher dargestellt. In diesem Abschnitt wird nur auf die Besonderheiten, die beim Einsatz der HERTZschen Formeln zur Anwendung auf die PWG auftreten, verwiesen. Interessant sind hier für die Normalkraftberechnung nach HERTZ nicht die relativen Krümmungsradien selbst, sondern die Summe und die Differenz ihre Kehrwerte. Die Berechnung dieser Größen erfolgt aus den Hauptkrümmungsradien der Kontaktkörper für den Berührungspunkt. Es ist dabei zu berücksichtigen, daß der größere Hauptkrümmungsradius eines Körpers als ρ_i , der kleinere als ρ'_i eingesetzt wird. Bei Spindelstange und Mutter gilt damit die Zuordnung $\rho_{i,1} = \rho_i$ und $\rho_{i,2} = \rho'_i$. Beim Planeten ist die Zuordnung vor allem vom Verhältnis Wälzkreisdurchmesser zu Balligkeitsradius abhängig. Bei der Low-Cost-PWG ist der Balligkeitsradius in jedem Fall kleiner als der zweite Hauptkrümmungsradius; deshalb gilt hier $\rho_{i,1} = \rho'_i$ und $\rho_{i,2} = \rho_i$.

Der Zwischenwinkel φ zwischen den größeren Hauptkrümmungsradien kann bei der Paarung Spindelstange/Planet über den Cosinussatz ermittelt werden. $r_{S,KP}$ ist der Abstand des Kraftangriffspunkts KP zur Spindelstangenlängsachse, $r_{P,KP}$ sein Abstand zur Planetenlängsachse

und a der Achsabstand zwischen den beiden Körpern. Der Winkel γ gibt den Winkel zwischen den Tangenten an die Wälzkreise von Spindelstange und Planet im Kontaktpunkt an:

$$\varphi = |90^\circ - \gamma| = 90^\circ - \arccos \frac{r_{S,KP}^2 + r_{P,KP}^2 - a^2}{2 r_{S,KP} r_{P,KP}}.$$

Die Paarung Planet/Mutter weist keinen Zwischenwinkel auf ($\varphi = 0$).

Zusätzlich ist noch der Hilfswinkel ϑ zu berechnen:

$$\cos \vartheta = \frac{\left(\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho}\right)}{\left(\frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho}\right)}$$

WERNITZ [W1] gibt an, daß die HERTZschen Werte für extrem langgestreckte Ellipsen ($\vartheta < 20^\circ$) nicht exakt sind. Da bei der PWG aber keine Kontakte mit derartig langgestreckten Kontaktflächen zu erwarten sind, muß eine Korrektur für diese Anwendung nicht berücksichtigt werden.

11.5.2 Normalkraft

Mit dem Hilfswinkel ϑ können die krümmungsabhängigen Parameter ψ und ξ interpoliert werden. Mit der berechneten Eindringtiefe (oder auch Abplattung) h lautet der Betrag der Normalkraft in dem betrachteten Kontakt (aus Kapitel 11.1):

$$F_N = \frac{E}{1 - \nu^2} \sqrt{\frac{8 h^3 \xi^3}{9 \psi^2 \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)}}.$$

Die Richtung der Kontaktnormalkraft wird durch den normierten Normalenvektor auf die entsprechende Oberfläche des Körpers i angegeben:

$$\bar{F}_{i,N} = F_N \frac{\bar{\mathbf{n}}_i}{|\bar{\mathbf{n}}_i|}.$$

11.5.3 Tangentialkraft aus Reibung

Um den Aufwand für die Modellierung und Berechnung im Rahmen zu halten, wird vorerst der Reibungskraft ein über die gesamte Kontaktfläche konstanter Reibungskoeffizient zugrunde gelegt. Damit ist die Reibungskraft nur von der Höhe der Normalkraft abhängig:

$$F_R = \mu F_N.$$

Die Richtung der Reibungskraft ist von der Lage des Relativgeschwindigkeitsvektors zwischen den Kontaktkörpern im Berührungspunkt abhängig.

Der Relativgeschwindigkeitsvektor für einen Kontakt, hier für die Paarung Spindelstange/Planet, ist die Differenz der Geschwindigkeiten des Kraftangriffspunkts KP, die er bei körperfester Lage auf den jeweiligen Körpern aufweist. Ist die Lage des Kraftangriffspunkts durch den Ortsvektor vom Ursprung des Spindelstangenreferenzsystems zu seiner Position $\bar{r}_{KP,S}$ bestimmt, so berechnet sich die Geschwindigkeit $\bar{v}_{KP,S}$ der Spindelstangenoberfläche im Kraftangriffspunkt aus der Verschiebungsgeschwindigkeit des Spindelstangenschwerpunkts $\bar{v}_{S,SP}$ gegenüber dem Ursprung des Inertialsystems und der Geschwindigkeit, die der Kraftangriffspunkt durch die Rotation der Spindelstange (Rotationsgeschwindigkeit $\bar{\omega}_S$) gegenüber dem Inertialsystem aufweist:

$$\bar{v}_{KP,S} = \bar{v}_{S,SP} + \bar{\omega}_S \times \bar{r}_{KP,S}.$$

Die Geschwindigkeit der Planetenoberfläche im Kraftangriffspunkt errechnet sich entsprechend. Die Relativgeschwindigkeit, die zwischen beiden Oberflächen im Kontakt herrscht, beträgt damit:

$$\bar{v}_{rel} = (\bar{v}_{P,SP} + \bar{\omega}_P \times \bar{r}_{KP,P}) - (\bar{v}_{S,SP} + \bar{\omega}_S \times \bar{r}_{KP,S}).$$

Für einen Kontakt Planet/Mutter lautet der Relativgeschwindigkeitsvektor:

$$\bar{v}_{rel} = (\bar{v}_{P,SP} + \bar{\omega}_P \times \bar{r}_{KP,P}) - (\bar{v}_{M,SP} + \bar{\omega}_M \times \bar{r}_{KP,M}),$$

wobei der Ansatz für diesen Kontakt große Probleme aufwerfen kann. Ursache dafür ist die Wälzbewegung des Planeten in der Mutter, die hier den bestimmenden Anteil der kombinierten Bewegungsform ausmacht. Einfacher ist für diesen Kontakt die Ausrichtung der Reibungskraft in Umfangsrichtung der Mutter vorzunehmen. Im Mehrkörpermodell muß zusätzlich die Haftreibung berücksichtigt werden, oder man setzt grundsätzlich in diesem Kontakt reines Rollen voraus. Diese letzte Annahme ist eine sehr grobe Vereinfachung. Sie mag für

ein erstes Funktionsmodell ausreichend sein, um die Mehrkörpersimulation zu erproben, wird aber für genauere Untersuchungen nicht mehr tolerierbar sein.

11.6 Anzahl der minimal erforderlichen Kontaktpunkte

Berechnung der zulässigen Normalkraft eines Kontaktpunktes nach HERTZ [H1].

Die gegebenen Größen sind:

- Axialkraft F ,
- Flankenwinkel β .

Zunächst wird die resultierende Kraft berechnet, die jeweils senkrecht auf eine Flankengruppe des Planeten (mutter- bzw. spindelstangenseitig) wirkt. Folgende Formel gibt eine gute Näherung für die resultierende Flankennormalkraft ohne Berücksichtigung der Gewindesteigung.

Die resultierende Normalkraft Q^* ist:

$$Q^* = \frac{F}{\cos \frac{\beta}{2}};$$

Die folgende Formel berücksichtigt die Gewindesteigung eines Kontaktpartners. Besitzt der andere Kontaktkörper ebenfalls ein Gewinde (im Kontakt Spindelstange-Planet), so wird bei der Kontaktkraftberechnung näherungsweise davon ausgegangen, daß beide Steigungen in der Kontaktstelle identisch sind.

Die resultierende Normalkraft Q ist nun:

$$Q = F \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \frac{\beta}{2}} + \left(\frac{P_{2S}}{d_s \cdot \pi}\right)^2};$$

Zulässige Normalkraft im Kontaktpunkt

Gegebene Größen:

Zulässige Flächenpressung p_{zul}

Sicherheit gegen Grübchenbildung S

Elastizitätsmoduli der Kontaktpartner E_1, E_2

Aus der Flächenpressung p_H nach Hertz (HERTZ'sche Pressung) [H1] und der STRIBECK'schen Wälzpressung K [S6] wird die maximal zulässige Normalkraft Q_{Kontakt} eines Kontaktpunktes bestimmt:

$$p_{\text{zul}} = p_H \cdot S = \sqrt[3]{\frac{K \cdot E^2}{4,28}};$$

STRIBECK'sche Wälzpressung K :

$$K = \frac{Q_{\text{Kontakt}}}{\left(\frac{D_I}{y}\right)^2} = 4,28 \cdot \frac{p_{\text{zul}}^3}{E^2 \cdot S^3};$$

$$E = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2};$$

Ersatzdurchmesser:

$$D_I = \frac{D_1 \cdot D_2}{D_1 + D_2}; \quad D_{II} = \frac{D_3 \cdot D_4}{D_3 + D_4};$$

D_1 und D_2 sind zwei der vier Berührdurchmesser eines Kontaktpunktes (D_1, D_2, D_3 und D_4). Sie müssen in der gleichen Hauptebene liegen. Für jede Ebene wird ein Ersatzdurchmesser berechnet. Der aus D_1 und D_2 gebildete Durchmesser D_I bezeichnet den kleineren der beiden Ersatzdurchmesser (D_I und D_{II}).

y ist ein tabellarischer Beiwert, der sich hinreichend genau analytisch annähern läßt:

$$y \approx \sqrt{0,9 \cdot \frac{D_I}{D_{II}}} + \frac{1}{100 \cdot \left(\frac{D_I}{D_{II}} + 0,1\right)} + 0,039;$$

Siehe dazu auch Abb. 11.25.

Daraus ergibt sich die maximale Kontaktkraft Q_{Kontakt} :

$$Q_{\text{Kontakt}} = 4,28 \cdot \frac{p_{\text{zul}}^3}{E^2 \cdot S^3} \cdot \left(\frac{D_I}{y}\right)^2;$$

Die minimale Anzahl erforderlicher Kontaktpunkte (k_T bezeichnet den Traganteil) ist dann:

$$n_{\text{Kontakt}} = \frac{Q}{Q_{\text{Kontakt}} \cdot k_T};$$

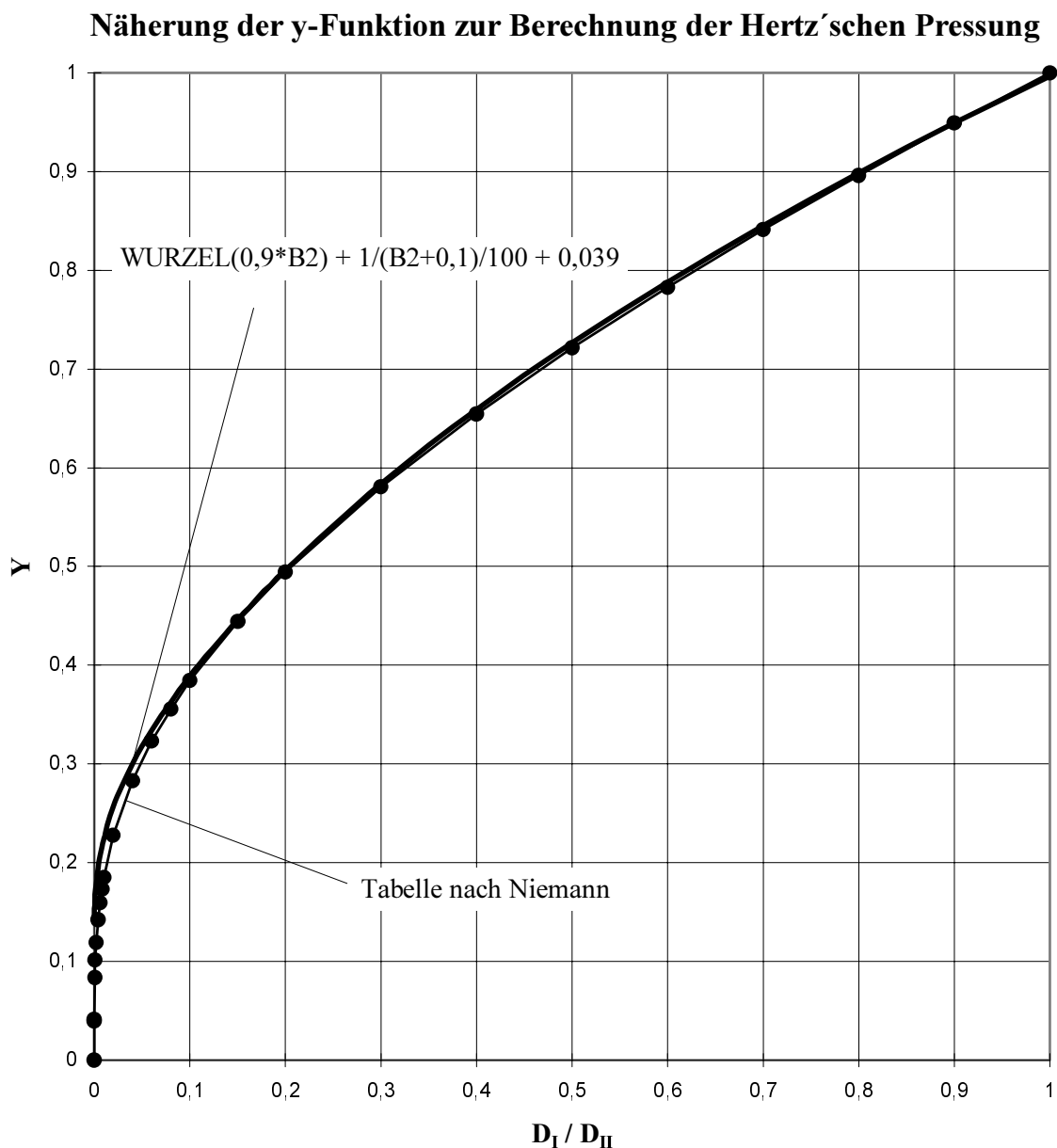


Abb. 11.25: y nach analytischer Näherung und nach Tabellenwerten aus Niemann [N4]

11.6.1 Berührdurchmesser

Um die HERTZ'schen Pressungen bestimmen zu können, müssen die Berührdurchmesser der Kontaktpartner in beiden Hauptebenen bekannt sein. Es wird von einer Punktberührung ausgegangen, d.h. für jeden Kontaktpunkt werden vier Berührdurchmesser (zwei pro Kontaktkörper) benötigt. Sie lassen sich nach folgenden Formeln bestimmen:

Kontakt zwischen Planet und Mutter - vorher festzulegen

$$d_{1,Mutter} = \frac{d_{2M}}{\sin \frac{\beta}{2}} ; \quad d_{2,Mutter} = \text{Balligkeit der Mutter}$$

$$d_{1,Planet} = \frac{d_{2PM}}{\sin \frac{\beta}{2}} ; \quad d_{2,Planet} = \text{mutterseitige Balligkeit des Planeten}$$

Kontakt zwischen Planet und Spindelstange

$$d_{1,Spindel} = \frac{d_{2S}^2 + \frac{P_S^2}{4\pi}}{d_{2S} \cdot \sin \frac{\beta}{2}} ; \quad d_{2,Spindel} = \infty ; \text{ (metr. Gewinde)}$$

$$d_{1,Planet} = \frac{d_{2PS}^2 + \frac{P_{PS}^2}{4\pi}}{d_{2PS} \cdot \sin \frac{\beta}{2}} ;$$

$$d_{2,Planet} = \text{spindelstangenseitige Balligkeit des Planeten (vorher festzulegen)}$$

11.6.2 Berechnung der Kontaktellipse

Jede Kontaktellipse wird nach HERTZ durch ihre beiden Halbachsen a und b definiert:

$$a = 0,691 \cdot \sqrt{\frac{Q_{\text{Kontakt}}}{p_H \cdot \frac{\eta}{\xi}}} ;$$

Mit HERTZ'scher Pressung $p_H = \frac{P_{zul}}{S}$;

$\frac{\eta}{\xi}$ ist wieder ein tabellarischer Beiwert, der sich hinreichend genau analytisch annähern läßt:

$$\frac{\eta}{\xi} = 0,6 \cdot \sqrt{\frac{D_I}{D_{II}}} + 0,4 \cdot \frac{D_I}{D_{II}} ;$$

eta / xi - Kurven-Näherung nach Niemann

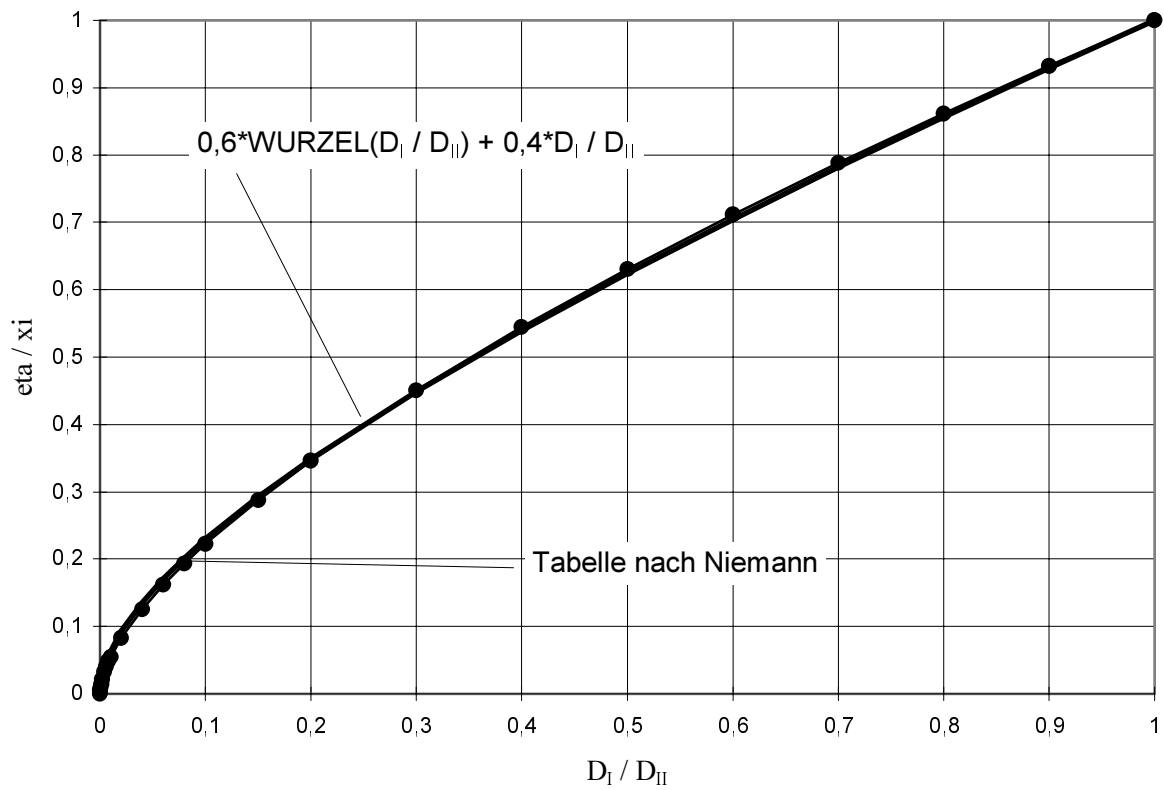


Abb. 11.26: $\frac{\eta}{\xi}$ nach analytischer Näherung und nach Tabellenwerten aus Niemann [N4]

Die Halbachsen der Kontaktellipse besitzen somit folgende Längen:

$$a = 0,691 \cdot \sqrt{\frac{S \cdot Q_{\text{Kontakt}}}{p_{\text{zul}} \cdot \frac{\eta}{\xi}}};$$

$$b = a \cdot \frac{\eta}{\xi}.$$

