

Lehrstuhl für Messsystem- und Sensortechnik

Speckle-Interferometrie zur Formvermessung unstetiger Oberflächen

Dipl.-Ing. Andreas Purde

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Paolo Lugli, Ph.D.
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander W. Koch
2. Univ.-Prof. Dr. sc. nat. Wolfgang Osten,
Universität Stuttgart

Die Dissertation wurde am 26.10.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 24.04.2006 angenommen.

Kurzfassung

Einige der wichtigsten Anwendungen der optischen Messtechnik sind im Bereich der zerstörungsfreien Prüfung von Werkstoffen zu finden, bei der die Speckle-Interferometrie eine entscheidende Rolle spielt. Die Arbeit liefert neue Ansätze zur Erweiterung der Einsatzbereiche dieses Messverfahrens. So umfassen viele Messaufgaben der Formfassung komplex geformte Bauteile, die Unstetigkeiten wie Löcher, Stufen etc. aufweisen können. Derartige Bauteile konnten mit Hilfe der Speckle-Interferometrie bisher nur sehr eingeschränkt geprüft werden. Die vorgestellten Mess-Anordnungen und -Algorithmen erweitern das Potenzial dieser Technik und ermöglichen Echtzeitmessungen unter gleichzeitiger Beibehaltung von Eindeutigkeit und Genauigkeit.

Abstract

Some of the most important applications of optical measurement systems can be found in the field of non-destructive surface metrology. In this field speckle interferometry plays an important role. The thesis presents new methods for broadening the application area of this measurement technique. Many applications in the field of optical shape measurement cover complex shaped components which show discontinuities like holes, steps etc. Up to now the measurement of such components was only possible with certain constraints. The presented measurement setups and algorithms eliminate these constraints and allow a real time measurement of such components while both unambiguousness and accuracy are maintained.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
2	Grundlagen der Speckle-Messtechnik	3
2.1	Entstehung von Speckles	3
2.2	Speckle-Interferometrie	3
2.3	Empfindlichkeitsvektor	5
2.4	Interferometerarten	6
2.4.1	Out-of-plane-Interferometer	6
2.4.2	Shearing-Interferometer	7
2.4.3	In-plane-Interferometer	8
2.5	Deformationsmessung	9
2.6	Formvermessung	10
2.6.1	Zwei-Wellenlängen-Verfahren	10
2.6.2	Zwei-Winkel-Verfahren	11
2.7	Phasenschieben	11
2.7.1	Zeitliches Phasenschieben	13
2.7.2	Räumliches Phasenschieben	15
2.7.3	Phasenberechnung im Frequenzbereich	16
2.8	Statistische Verfahren	17
2.9	Unwrapping	18
2.10	Simulation	18
3	Stabiler zeitlicher Phasenschub	21
3.1	Problemstellung	21
3.2	Drei-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe	26
3.3	Bestimmung der Phasenschübe	26

3.3.1	Methode	26
3.3.2	Statistische Randbedingungen	28
3.3.3	Kontrolle durch räumlichen Phasenschub	30
3.4	Erweiterungen für inhomogene Modulation	31
3.5	Gesamtsystem	34
3.6	Alternative Lösungsansätze	35
4	Unstetige Oberflächen	39
4.1	Problemstellung	39
4.2	Allgemeine Lösung	40
4.3	Hierarchische Verstetigung	43
4.4	Zwei-Phasenbild-Verfahren	47
4.4.1	Rauschcharakterisierung	51
4.4.2	Schwellenwertorientierte Verfahren	53
4.4.3	Kantenbasierte Verfahren	60
4.4.4	Regionenbasierte Verfahren	72
4.5	Vorverarbeitung	77
4.6	Nachbearbeitung	80
4.7	Zusammenfassung und Vergleich	84
4.8	Einschränkung der Fusionierbarkeit	85
5	Experimenteller Anordnung	87
5.1	Interferometer	87
5.2	Laserdiodenstabilisierung	91
5.3	Messsoftware	93
5.3.1	Konzept Messsoftware	93
5.3.2	Messroutinen	94
6	Messergebnisse	97
7	Zusammenfassung und Ausblick	107
A	3-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe	111
B	Kreuzkorrelationskoeffizient zwischen zwei Interferogrammen	115

C	Quadratische Differenz	117
D	3-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe und Modulationen	119
E	Quadratische Differenz bei inhomogener Modulation	123
	Symbolverzeichnis und Nomenklatur	125
	Literaturverzeichnis	127

1. Einleitung und Motivation

Einige der wichtigsten Anwendungen der Optik sind im Bereich der zerstörungsfreien Prüfung von Werkstoffen zu finden [15]. Die optischen Verfahren haben in diesem Bereich im Vergleich zu anderen Verfahren entscheidende Vorteile. Messobjekte müssen zum einen lediglich „gesehen“ werden, da eine Lichtwelle in der Lage ist, Informationen über das Objekt zu transportieren, ohne dabei das Messobjekt signifikant zu beeinflussen. Dies ermöglicht auch den Einsatz unter solchen Umgebungsbedingungen, die eine direkte Berührung des Messobjekts verbieten, wie beispielsweise große Entfernung oder hohe Temperaturen [?]. Weiter erlaubt die Verwendung von Licht aufgrund der kurzen Wellenlänge eine hohe Messgenauigkeit und eine hohe lokale Auflösung, da sich optische Strahlung, insbesondere die von Lasern, mit optischen Komponenten gut auf das Messobjekt ausrichten lässt.

Die Speckle-Interferometrie ist ein Teilgebiet der optischen Messtechnik. Sie beschäftigt sich mit der Erfassung von Form und Deformation von technischen, optisch rauen Oberflächen. Optisch raue Oberflächen erzeugen im Gegensatz zu optisch glatten Oberflächen (Spiegel, Linsen etc.) ein granuliertes Fleckchenmuster, das dieser Messtechnik ihren Namen gab (engl. Speckle = Fleckchen). Während sich die Speckle-Interferometrie für die Erfassung von Deformationen industriell etabliert hat, behindern die ungleich schwierigeren systemtechnischen Voraussetzungen der Formerfassung bisher den industriellen Einsatz. Fortschritte im Bereich der Lasertechnik, der Kameratechnik und der Algorithmenik machen jedoch auch die Formerfassung mittels Speckle-Interferometrie zunehmend auch industriell interessant.

Durch eine geeignete Auswertung mehrerer Speckle-Interferogramme, die entsprechend der Messaufgabe zu wählen sind, entsteht sowohl bei Form- als auch bei Deformationsmessung ein so genanntes Phasenbild. Das Phasenbild zeigt die Deformation bzw. Form einer Oberfläche modulo einer gewissen Wellenlänge. Damit ist ein Phasenbild ähnlich zu interpretieren wie die Höhenlinien einer Landkarte. Es ist klar, dass die Qualität dieses Phasenbildes möglichst optimal sein muss, damit die Messunsicherheit entsprechend minimal wird. Außerhalb idealer Laborbedingungen reduzieren vor allem Vibrationen die Qualität des Phasenbildes, da der zur Gewinnung des Phasenbildes notwendige Schritt des Phasenschiebens dadurch gestört wird. Kapitel 3 beschäftigt sich deshalb mit einer neuen, speziellen Methode des Phasenschiebens.

Zentrale Aufgabe dieser Arbeit sind Messaufgaben der Formmessung an komplex geformten Bauteilen, die Unstetigkeiten, wie Löcher, Stufen etc. aufweisen können. Speziell ist hier auch der Bereich der Mikrosystemtechnik zu nennen, der ein enormes Wachstum aufweist. Die erwähnten Unstetigkeiten verursachen jedoch im Zusammenhang mit den Phasenbildern ein Problem: Es ist nicht möglich, die Höhe einer Unstetigkeit zu ermitteln, wenn der Abstand von einem Phasenübergang zum nächsten kleiner ist als die Höhe der Unstetigkeit. Die Unstetigkeit ist in den meisten Fällen zwar zu erkennen, jedoch ist nicht bekannt, wie viele Höhenstufen tatsächlich vorhanden sind. Wird noch einmal der Vergleich mit einer Landkarte herangezogen, so würden dort die Höhenlinien an einer Unstetigkeit so dicht aneinander bzw. übereinander liegen, dass es nicht möglich ist, die Anzahl der Linien zu ermitteln. Die triviale Möglichkeit zur Lösung dieses Problems besteht in der Erhöhung des Streifenabstandes. Da diese Lösung jedoch die Messunsicherheit erhöht, sind spezielle Verfahren erforderlich, die in Kapitel 4 dargestellt werden. Die dort vorgestellte Lösung kommt im Gegensatz zu anderen Verfahren mit der minimal notwendigen Anzahl an unterschiedlichen Laserwellenlängen aus, was die systemtechnische Komplexität minimiert.

2. Grundlagen der Speckle-Messtechnik

Mit der Inbetriebnahme des ersten HeNe-Lasers 1960 zeigte sich ein unerwartetes Phänomen: Werden diffus reflektierende Oberflächen mit einer hochkohärenten Lichtquelle beleuchtet, erscheint dem Betrachter ein granuliertes Intensitätsmuster, welches scheinbar chaotisch, ohne jeglichen Bezug zu den makroskopischen Eigenschaften der Oberfläche ist. Dieses Intensitätsmuster wird allgemein als Speckle-Pattern bezeichnet. Anfangs wurde dieses Muster als reine Störung angesehen. Die ersten Veröffentlichungen zum Thema Speckleinterferometrie stammen aus dem Jahre 1969 [13]. Hier wurde gezeigt, dass es sich nicht um eine reine Störung handelt, sondern dass Rückschlüsse auf die streuende Oberfläche möglich sind. Bis heute haben sich zahlreiche Messtechniken etabliert, die auf Speckles beruhen.

2.1 Entstehung von Speckles

Wird ein Spiegel, eine optisch glatte Oberfläche, mit einem Laser beleuchtet, so wird das Licht lediglich in Reflexionsrichtung abgelenkt und es entsteht ein einheitlich heller Fleck. Im Gegensatz dazu wird bei einer optisch rauen Oberfläche das Licht diffus in alle Raumrichtungen reflektiert. An jedem Raumpunkt interferiert also das Licht mehrerer Streuzentren, was ein stochastisch verteiltes Intensitätsmuster zur Folge hat. Man spricht in diesem Fall von objektiven Speckles. Wird die Oberfläche durch ein optisches System scharf auf einen Sensor abgebildet, so entsteht wiederum ein Specklemuster, das nun aber als subjektives Specklemuster bezeichnet wird. Der entscheidende Unterschied gegenüber objektiven Speckles besteht darin, dass bei subjektiven Speckles eine räumliche Zuordnung zwischen einem Punkt auf der Oberfläche und einem Punkt auf dem Sensor möglich ist.

2.2 Speckle-Interferometrie

Wird das von der Oberfläche gestreute Licht mit einer Referenzwellenfront überlagert, so kommt es zur Interferenz. Abbildung 2.1(a) zeigt ein simuliertes Spiegelinterferogramm einer optisch glatten, deformierten Oberfläche. Abbildung 2.1(b) zeigt das Inter-

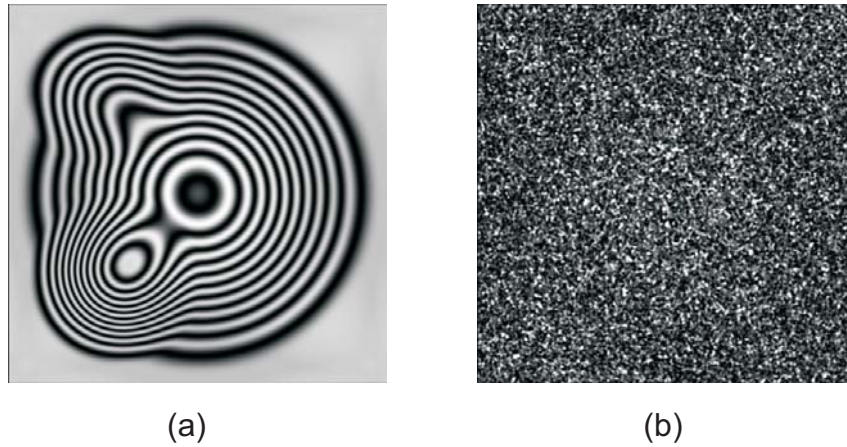


Abbildung 2.1: (a) Spiegelinterferogramm; (b) Speckleinterferogramm; (simuliert)

ferogramm einer optisch rauen Oberfläche, ein Speckle-Interferogramm. Beide Interferogramme wurden scharf abgebildet. An den beiden Bildern zeigt sich deutlich, dass es bei der Speckleinterferometrie spezieller Auswerte-Algorithmen bedarf.

Der erste Schritt zur Auswertung von Speckleinterferogrammen führt über die Intensitätsgleichung:

$$I(x, y) = I_0(x, y)(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y))). \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet $I(x, y)$ die vom Sensor messbare Intensität am Ort (x, y) . $I_0(x, y)$ ist die Grundintensität und $\gamma(x, y)$ die Modulation des Punktes. Grundintensität und Modulation sind Funktionen der Objektintensität $I_O(x, y)$ und der Referenzintensität $I_R(x, y)$ (formelmäßig hier nicht dargestellt). Der Winkel $\phi(x, y)$ entspricht der Phasendifferenz zwischen Objekt- und Referenzwellenfront am Ort (x, y) . Die Messung der Intensität I erlaubt demnach einen Rückschluss auf die Phasendifferenz ϕ , die sich wiederum aus der Geometrie der Oberfläche und der Strahlenwege ergibt. Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass die beobachtete Intensität mit der Geometrie der Oberfläche zusammenhängt. Allerdings unterscheidet sich die Phasendifferenz benachbarter Oberflächenelemente bei technischen, also optisch rauen Oberflächen, so stark, dass die Bestimmung der Phasendifferenz allein noch nicht zielführend ist. Bei allen in den folgenden Kapiteln dargestellten Verfahren wird deshalb stets eine Phasendifferenz zwischen zwei Aufnahmen desselben Objekts ausgewertet.

Ein weiterer, wichtiger Parameter ist die so genannte Specklegröße. Sie beschreibt die mittlere Größe eines Speckles am Sensor, die sich wie folgt berechnet [31]:

$$\Delta x_{sp} = 2,44 \frac{\lambda \cdot z}{D}, \quad (2.2)$$

wobei λ die das Specklemuster erzeugende kohärente Wellenlänge bezeichnet, z den Abstand zwischen Blende und Sensor und D den Blendendurchmesser.

2.3 Empfindlichkeitsvektor

Um von der Phasendifferenz auf die Geometrie der Oberfläche schließen zu können, wird der so genannte Empfindlichkeitsvektor eingeführt. Er beschreibt die durch eine Oberflächendeformation bzw. durch einen Oberflächenhöhenunterschied verursachte Phasenänderung, abhängig von der verwendeten Wellenlänge und der Geometrie des optischen Aufbaus. Zur Berechnung des Empfindlichkeitsvektors werden zunächst der Beleuchtungs- und der Beobachtungsvektor definiert. Der Betrag dieser Vektoren wird auf $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = 2\pi/\lambda$ normiert. Die Differenz dieser beiden Vektoren liefert gemäß Abb. 2.2 schließlich Betrag und Richtung des gesuchten Empfindlichkeitsvektors \vec{k} :

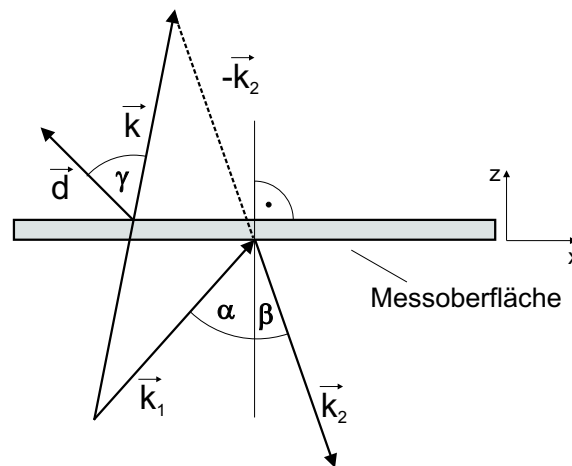


Abbildung 2.2: Empfindlichkeitsvektor [35]

$$\vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2. \quad (2.3)$$

Abhängig vom Einfallswinkel α , vom Ausfallswinkel β und der Wellenlänge λ berechnet sich der Betrag von \vec{k} zu:

$$|\vec{k}| = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right). \quad (2.4)$$

Wird eine Oberflächenformveränderung - repräsentiert durch den Verschiebungsvektor \vec{d} - eingeführt, so berechnet sich die dadurch verursachte Phasenänderung ϕ aus dem Skalarprodukt von Empfindlichkeitsvektor und Verschiebungsvektor:

$$\phi = \vec{k} \cdot \vec{d} = |\vec{k}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\gamma). \quad (2.5)$$

Im Laufe der Zeit hat sich ein Reihe von Interferometerarten entwickelt, die völlig verschiedene Empfindlichkeitsvektoren aufweisen und damit unterschiedliche Messaufgaben lösen.

2.4 Interferometerarten

Die unterschiedlichen Messaufgaben haben drei Hauptgruppen von Interferometern entstehen lassen:

- Out-of-plane empfindliche Interferometer
- In-plane empfindliche Interferometer
- Shearing-Interferometer

Reine Out-of-plane empfindliche Interferometer haben einen Empfindlichkeitsvektor orthogonal zur Oberfläche. Mit diesen Interferometern können also Deformationen orthogonal zur Oberfläche gemessen sowie das Höhenprofil der Oberfläche erfasst werden. Der Empfindlichkeitsvektor von In-plane empfindlichen Interferometern ist parallel zur Oberfläche. Somit ist beispielsweise die Messung von Dehnungen möglich. Die Shearing-Interferometer erfassen die Ableitung der Oberfläche, was nach einer Integration auf die Deformation oder Form der Oberfläche schließen lässt. Der Aufbau und weitere spezielle Eigenschaften dieser Interferometer werden im Folgenden dargestellt.

2.4.1 Out-of-plane-Interferometer

Für ein reines Out-of-plane empfindliches Interferometer ist eine zur Oberflächennormale symmetrische Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung erforderlich. Nur in diesem Fall ist der Empfindlichkeitsvektor orthogonal zur Oberfläche, wie in Kapitel 2.3 dargestellt. Bei der Speckle-Interferometrie sind vor allem das Michelson- und das Mach-Zehnder-Interferometer anzutreffen.

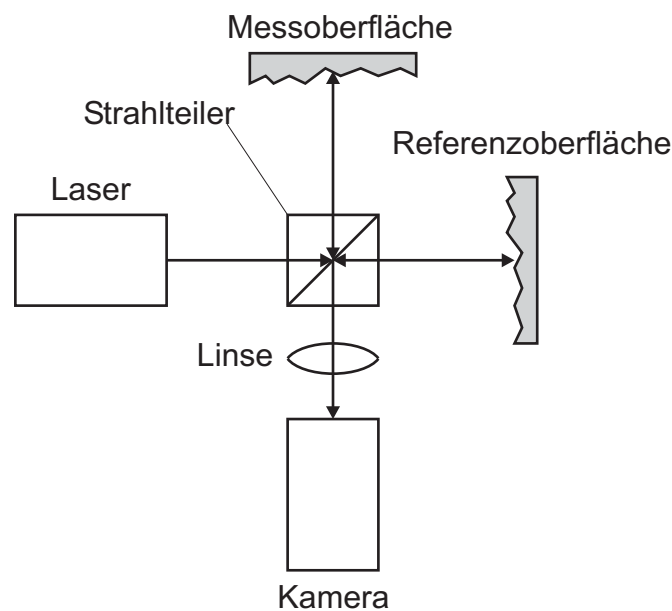


Abbildung 2.3: Michelson-Interferometer

Wie in Abbildung 2.3 zu erkennen ist, weist das Michelson-Interferometer durch die rechtwinklige Anordnung die größtmögliche Empfindlichkeit auf:

$$|\vec{k}| = \frac{4\pi}{\lambda}. \quad (2.6)$$

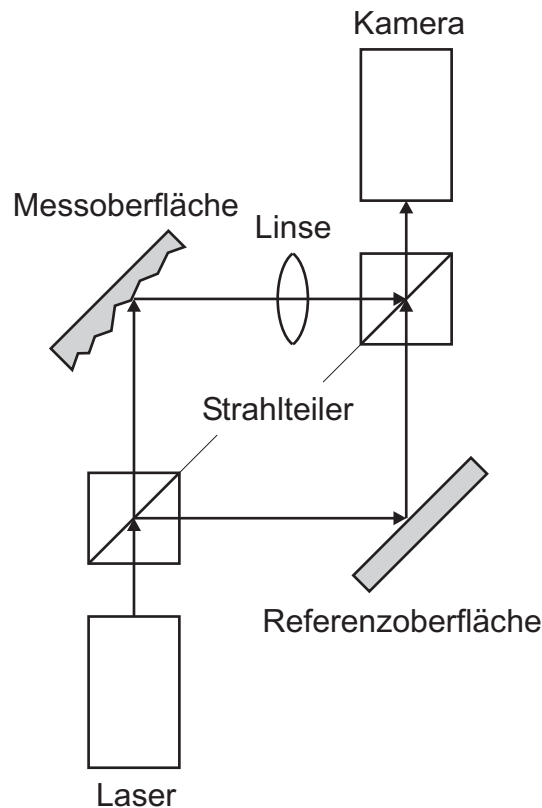


Abbildung 2.4: Mach-Zehnder-Interferometer

Allerdings ist es bei diesem Aufbau nicht möglich, Referenz- und Objektstrahl unabhängig voneinander abzubilden. Beim Mach-Zehnder-Interferometer hingegen ist eine getrennte Abbildung möglich, was im Zusammenhang mit der Speckle-Interferometrie oft von Vorteil ist. So sind bei diesem Aufbau beispielsweise unterschiedliche Pfadlängen von Objekt- und Referenzstrahl möglich, was auch die Vermessung weit entfernter Messobjekte erlaubt. Die Empfindlichkeit berechnet sich allgemein zu:

$$|\vec{k}| = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \cos(\alpha), \quad (2.7)$$

wobei α jeweils dem Zwischenwinkel zwischen Beleuchtungs- bzw. Beobachtungsrichtung und der Oberflächen-Normalen entspricht.

2.4.2 Shearing-Interferometer

Beim Shearing-Interferometer handelt es sich um eine Sonderform des Michelson-Interferometers. Einer der beiden Spiegel ist bei diesem Aufbau jedoch gegenüber dem anderen um den Shear-Winkel δ verkippt. Diese Verkipfung bewirkt, dass ein Oberflächenpunkt P_1 nicht mit sich selbst zur Interferenz gebracht wird, was bei einem Shear-Winkel von $\delta = 0$ der Fall wäre, sondern dass ein Oberflächenpunkt mit einem um Δx (bzw. Δy , je nach Kipprichtung des Spiegels) verschobenen Punkt P_2 interferiert.

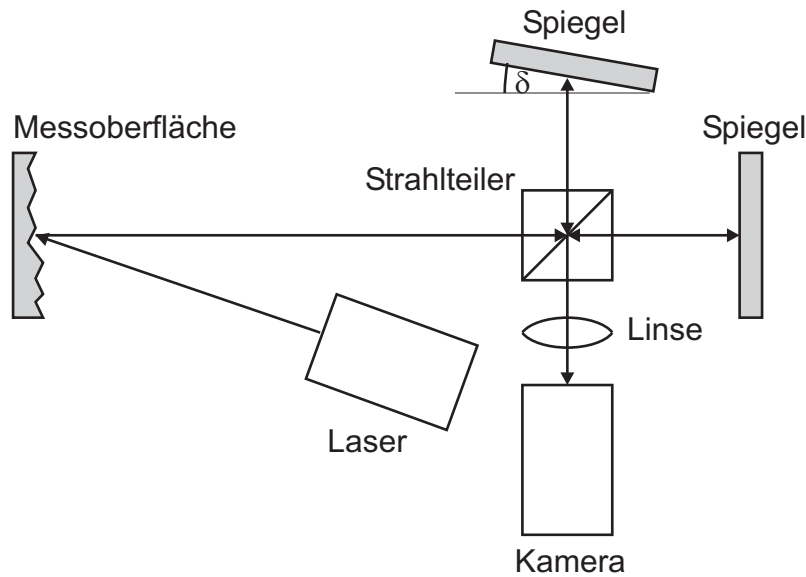


Abbildung 2.5: Shearing-Interferometer

Die Empfindlichkeit ist daher von den Verschiebungsvektoren $\vec{d}_1(x, y)$ und $\vec{d}_2(x + \Delta x, y)$ abhängig:

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot (\vec{d}_1(x, y) - \vec{d}_2(x + \Delta x, y)) = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{\partial \vec{d}}{\partial x} \right) \cdot S, \quad (2.8)$$

mit

$$S = m \cdot \Delta x. \quad (2.9)$$

Hierbei bezeichnet m den Abbildungsmaßstab. Aus Gleichung 2.9 ist erkennbar, dass mit diesem Aufbau die Ableitung des Verschiebungsvektors, also der Deformation bzw. der Höhenänderung, gemessen werden kann. In diesem Fall wurde die Verkippung des Shear-Winkels derart gewählt, dass eine Ableitung in x-Richtung gegeben ist. Für eine vollständige Erfassung der Deformation bzw. Form ist eine zweite Ableitungsrichtung erforderlich, die nicht parallel zur ersten ist. Aus Gründen der Störfestigkeit wird typischerweise die orthogonale Richtung gewählt. Weiterhin ist eine Integration der Ableitung erforderlich, um auf die absolute Deformation bzw. Form schließen zu können. Zwei entscheidende Vorteile dieses Aufbaus sind die geringe Empfindlichkeit gegenüber Erschütterungen, da Objekt- und Referenzpfad den gleichen Weg durchlaufen, und die geringen Anforderungen an die Kohärenz der Lichtquelle, da der Pfadunterschied lediglich durch den Shear-Winkel bestimmt wird. In Abbildung 2.8(b) ist - nach Erklärung des Phasenschiebens - ein typisches Shearogramm gezeigt.

2.4.3 In-plane-Interferometer

Bei der Untersuchung von Materialeigenschaften ist oft auch die Messung der Materialdehnung erforderlich. Dazu können In-plane empfindliche Interferometer eingesetzt werden, deren Empfindlichkeitsvektor parallel zur Oberfläche verläuft.

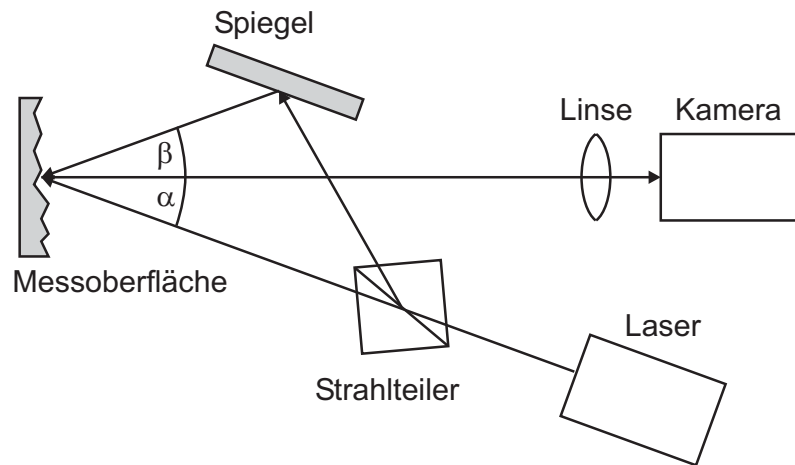


Abbildung 2.6: In-plane empfindliches Interferometer nach Leendertz [35]

Abbildung 2.6 zeigt ein solches Interferometer. Zur Erzeugung der In-plane-Empfindlichkeit wird die Oberfläche aus zwei Richtungen beleuchtet. Die Empfindlichkeit berechnet sich für $(\alpha = \beta)$ zu:

$$|\vec{k}| = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \sin(\alpha). \quad (2.10)$$

2.5 Deformationsmessung

Eine Aufgabe, für die die Speckle-Interferometrie heute sehr häufig eingesetzt wird, ist die Deformationsmessung. Unter Deformation versteht man in diesem Zusammenhang den Unterschied zwischen zwei Objektzuständen. Die Deformation kann hierbei z.B. durch mechanische oder thermische Beanspruchung erfolgen.

Die Aufnahme des ersten Interferogramms erfolgt im Grundzustand (G) des Objektes. Es ergibt sich nach Gleichung 2.1 folgende beobachtbare Intensität:

$$I_G = I_{0,G}(1 + \gamma_G \cos(\phi_G)). \quad (2.11)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde auf die Darstellung der Ortsabhängigkeit verzichtet. Die zweite Aufnahme erfolgt nach der Deformation (Zustand (D)):

$$I_D = I_{0,D}(1 + \gamma_D \cos(\phi_D)). \quad (2.12)$$

Bei kleinen Deformationen gilt $I_{0,G} = I_{0,D} = I_0$ und $\gamma_G = \gamma_D = \gamma$. Mit $\Delta\phi = \phi_D - \phi_G$ ergibt sich somit:

$$I_{Diff} = |I_D - I_G| = 2\gamma \cdot \sin\left(\frac{\phi_D + \phi_G}{2} - \phi_R\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right). \quad (2.13)$$

Die Intensität im Differenzbild I_{Diff} ist somit das Produkt zweier Sinus-Terme unterschiedlicher Frequenz. Die Nullstellen des zweiten, niederfrequenten Sinus-Anteils liegen

an Orten, an denen die Phasendifferenz $\Delta\phi/2$ ein ganzzahliges Vielfaches von π ist. An diesen Orten entstehen im Differenzbild dunkle Bereiche, die ähnlich den Höhenlinien einer Landkarte interpretierbar sind. Für den Abstand d von einem schwarzen Bereich zum anderen gilt gemäß 2.4:

$$d = \frac{2\pi}{|k|} = \Lambda. \quad (2.14)$$

Λ wird im Folgenden als synthetische Wellenlänge bezeichnet. Zwischen den Streifen ist keine Aussage über die Deformation möglich. Abbildung 2.7 zeigt ein typisches Differenzbild mit einer Deformation in x-Richtung.

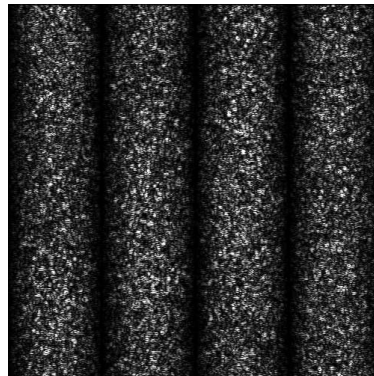


Abbildung 2.7: typisches Differenzbild einer Deformation; (simuliert)

2.6 Formvermessung

Neben der Deformationsmessung erlaubt die Speckle-Interferometrie auch die Formerfassung von Oberflächen relativ zur Form der Referenzwellenfront. Da aber die Oberflächenkontur technischer Oberflächen typischerweise in Bereichen liegt, die wesentlich größer sind als die verwendete Laserwellenlänge, ist es notwendig, die Empfindlichkeit künstlich zu reduzieren. Im Folgenden werden zwei Verfahren vorgestellt, wie durch die Verrechnung mehrerer Interferogramme eine der Oberfläche angepasste Empfindlichkeit erzeugt werden kann.

2.6.1 Zwei-Wellenlängen-Verfahren

Die Intensität der beiden Speckle-Interferogramme unterschiedlicher Wellenlänge λ_1 und λ_2 ergibt sich gemäß den Abschnitten 2.2 und 2.3 zu:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{0,1}(1 + \gamma_1 \cos(\phi_1)), \\ I_2 &= I_{0,2}(1 + \gamma_2 \cos(\phi_2)), \end{aligned} \quad (2.15)$$

mit

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{4\pi}{\lambda_1} \cdot \cos \alpha \cdot d, \\ \phi_2 &= \frac{4\pi}{\lambda_2} \cdot \cos \alpha \cdot d. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde wiederum auf die Darstellung der Ortsabhängigkeit verzichtet. Unter der Annahme einer ebenen Referenzwellenfront bezeichnet d die tatsächliche Form des Messobjekts (Objekthöhe über einer virtuellen Grundebene). Unterscheiden sich die beiden Wellenlängen λ_1 und λ_2 nur geringfügig, so kann näherungsweise von gleichen Grundintensitäten und Modulationen ausgegangen werden ($I_{0,1} = I_{0,2} = I_0$ und $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$). Unter diesen Voraussetzungen führt die Betragsdifferenz beider Interferogramme zu:

$$I_{Diff} = |I_{\lambda_2} - I_{\lambda_1}| = 2\gamma \cdot \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right). \quad (2.17)$$

Die Intensität im Differenzbild I_{Diff} ist somit analog zur Deformationsmessung wiederum das Produkt zweier Sinus-Terme unterschiedlicher Frequenz. Der Abstand d zwischen zwei dunklen Bereichen ergibt für den Mach-Zehnder-Aufbau zu [31]:

$$d = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|} \cdot \frac{1}{2 \cdot \cos \alpha} = \Lambda. \quad (2.18)$$

2.6.2 Zwei-Winkel-Verfahren

Neben dem Einsatz von zwei Wellenlängen kann eine synthetische Wellenlänge auch durch die Variation von Beobachtungs- oder Beleuchtungsrichtung erzeugt werden. Die Intensitäten der beiden Interferogramme ergeben sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{0,1} \left(1 + \gamma_1 \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \cdot \cos \alpha_1 \cdot d\right)\right), \\ I_2 &= I_{0,2} \left(1 + \gamma_2 \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \cdot \cos \alpha_2 \cdot d\right)\right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Nach der Differenzbildung sind nun wieder nur die Nullstellen des niederfrequenten Sinus-Terms auswertbar. Der Abstand zwischen diesen Nullstellen entspricht nun:

$$d = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2} = \Lambda. \quad (2.20)$$

2.7 Phasenschieben

Die Differenzbildung, wie sie in den Kapiteln 2.5 und 2.6 vorgestellt wurde, ist in ihrer Umsetzung zwar sehr einfach, bringt jedoch einige Nachteile mit sich. So sind Aussagen über die Oberflächen-Form bzw. -Deformation nur an den schwarzen Streifen möglich (siehe Abbildung 2.7). Es ist nicht möglich, auf den Zustand zwischen den Streifen zu schließen. Weiterhin kann auch die Richtung der Streifen bzw. das Vorzeichen des Gradienten nicht erkannt werden. Eine konkave Verformung liefert beispielsweise das selbe Differenzbild wie eine konvexe Verformung.

Aus Gleichung 2.5 geht hervor, dass eine Bestimmung der Phase ϕ einen Rückschluss auf die Form bzw. Deformation, repräsentiert durch $|\vec{d}|$, zulässt. Eine direkte Bestimmung

der Phase aus der beobachteten Intensität ist nach Gleichung 2.1 jedoch nur bei gleichzeitiger Kenntnis von Grundintensität I_0 und Modulation γ möglich. Eine Variation einer oder mehrerer Parameter aus Gleichung 2.1 ermöglicht das Lösen der Gleichung nach ϕ , wenn mindestens drei linear unabhängige Gleichungen erzeugt werden können. Das so genannte Phasenschieben erzeugt diese linear unabhängigen Gleichungen durch Einführung eines Phasenschubs $\Delta\varphi$. Unter der Annahme einer konstanten Grundintensität I_0 und Modulation γ ergeben sich die phasengeschobenen Intensitäten I_i allgemein zu:

$$I_i = I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_i)) \quad \text{mit } i = 1..n. \quad (2.21)$$

Im Folgenden werden einige Phasenschub-Algorithmen zur Bestimmung der Phase ϕ dargestellt.

Für den Fall $|\Delta\varphi_1| = |\Delta\varphi_2| = |\Delta\varphi_3| = |\Delta\varphi|$ ergibt die Lösung des Gleichungssystems 2.21 nach ϕ [3]:

$$\phi = \arctan \left[\frac{1 - \cos \Delta\varphi}{\sin \Delta\varphi} \cdot \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right]. \quad (2.22)$$

Beträgt $|\Delta\varphi| = \pi/2$, ergibt sich [11]:

$$\phi = \arctan \left(\frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2} \right). \quad (2.23)$$

Darüber hinaus existiert eine Vielzahl von Phasen-Berechnungsalgorithmen, die mehr als drei phasenverschobene Interferenzintensitäten erfordern. Die damit verbundene Überbestimmtheit erlaubt eine Fehlerminimierung hinsichtlich verschiedener Störgrößen.

Der Carré-Algorithmus [10] geht von vier jeweils um $\Delta\varphi$ phasenverschobenen Intensitäten I_1 mit I_4 aus:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \cos(\phi - \frac{3}{2} \cdot \Delta\varphi)), \\ I_2 &= I_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \cos(\phi - \frac{1}{2} \cdot \Delta\varphi)), \\ I_3 &= I_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \cos(\phi + \frac{1}{2} \cdot \Delta\varphi)), \\ I_4 &= I_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \cos(\phi + \frac{3}{2} \cdot \Delta\varphi)). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die Phase ϕ berechnet sich entsprechend:

$$\phi = \arctan \sqrt{\frac{[(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)] \cdot [3 \cdot (I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)]}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)}}. \quad (2.25)$$

Die berechnete Phase ϕ ist bei diesem Algorithmus unabhängig vom Betrag des Phasenschubwinkels $\Delta\varphi$. Daher ist der Algorithmus nach Carré besonders für Anwendungen

interessant, bei denen der Betrag von $\Delta\varphi$ variiert - eine Konstanz über die vier Intensitäten ist jedoch Voraussetzung. In der Praxis wird dieser Algorithmus jedoch selten benutzt, da er auf die Verletzung der eben erwähnten Voraussetzung empfindlich reagiert [1].

Der Algorithmus nach Schwider und Hariharan [50] benötigt ebenfalls vier Intensitäten zur Berechnung der Phase ϕ , die jeweils um $\Delta\varphi_{i+1} - \Delta\varphi_i = \pi/2$ verschoben sein müssen.

$$\phi = \arctan \left[\frac{3 \cdot I_2 - (I_1 + I_3 + I_4)}{(I_1 + I_2 + I_4) - 3 \cdot I_2} \right]. \quad (2.26)$$

Obwohl dieser Algorithmus einen fixen Phasenschub voraussetzt, wird er in der Praxis aufgrund seiner Fehlerrobustheit oft eingesetzt [1]. Ebenfalls ist zu beachten, dass die Phase ϕ ohne aufwändige Wurzelberechnung bestimmt werden kann, was für zeitkritische Anwendungen von Vorteil ist [46].

Neben den beschriebenen Drei- und Vier-Schritt-Algorithmen existiert eine Reihe von 5-, 6- oder auch 7-Schritt-Algorithmen, deren Ziel es stets ist, Phasenschubfehler zu minimieren ([1, 61, 23, 30, 24, 58]).

Sowohl bei der Deformations- als auch bei der Formvermessung betrachtet man ähnlich den Differenzbildern aus Kapitel 2.5 und 2.6 nun das Differenz-Phasenbild P zwischen zwei Phasenbildern ϕ_1 und ϕ_2 . Dieses wird wie folgt berechnet:

$$P(x, y) = (\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)) \bmod 2\pi. \quad (2.27)$$

In Abbildung 2.8 sind typische Phasenbilder einer (a) klassischen Deformationsmessung, (b) Deformationsmessung mit Shearing-Interferometer und einer (c) Formvermessung zu sehen.

2.7.1 Zeitliches Phasenschieben

Werden die phasengeschobenen Interferogramme nach Gleichung 2.21 zeitlich hintereinander aufgenommen, so spricht man von zeitlichem Phasenschieben. Die am häufigsten verwendeten Verfahren zum Erzeugen des zeitlichen Phasenschubs sind:

- Verschieben der Referenzoberfläche im Interferometer mittels Piezoantrieb
- Verkippen einer planparallelen Platte
- Verschieben eines Beugungsgitters
- Rotation eines $\lambda/2$ - Plättchens
- Dehnen einer Lichtleitfaser
- Verändern der Lichtwellenlänge [40]

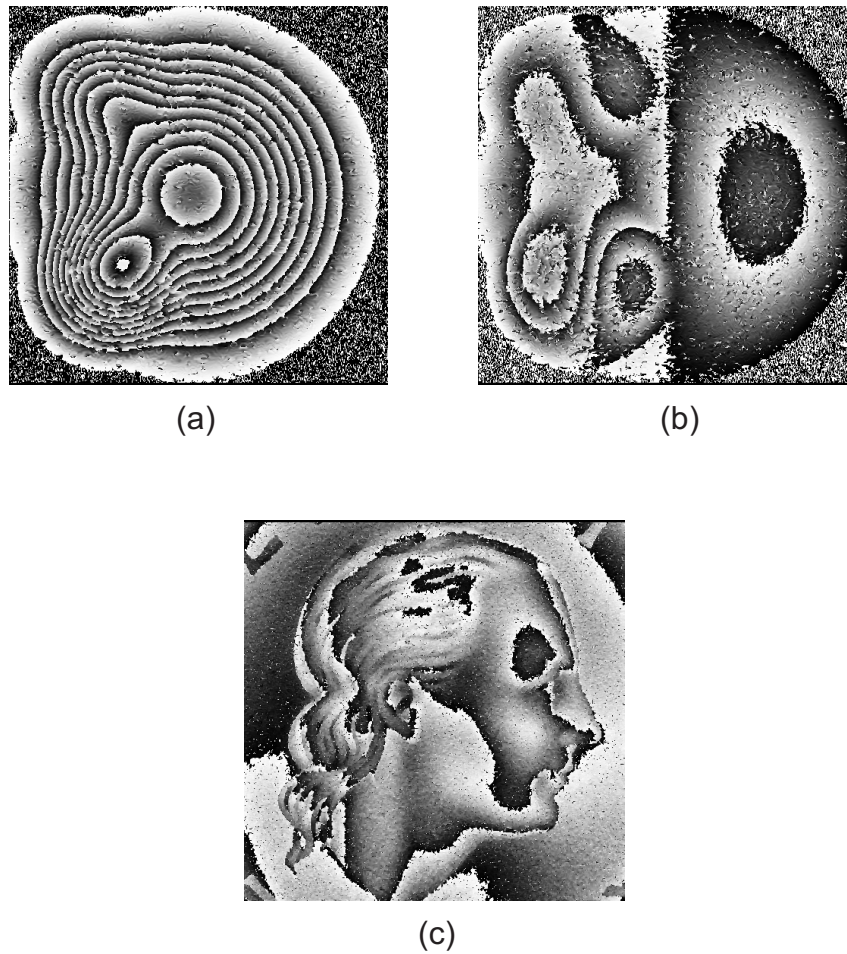


Abbildung 2.8: typische Phasenbilder: (a) klassische Deformationsmessung; (b) Deformationsmessung mit Shearing-Interferometer; (c) Formvermessung; (simuliert)

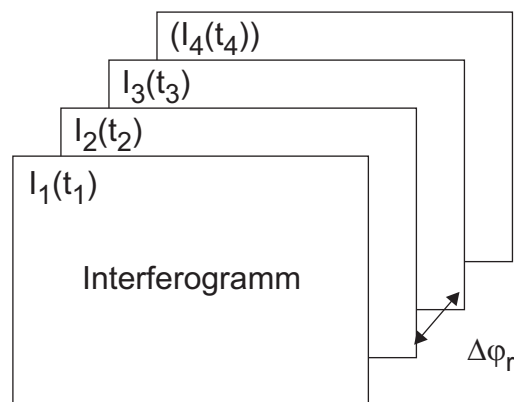


Abbildung 2.9: zeitlicher Phasenschub schematisch

Abbildung 2.9 zeigt den zeitlichen Phasenschub schematisch mit vier zeitlich geschobenen Aufnahmen.

Beim zeitlichen Phasenschub ist zu unterscheiden, ob der Phasenschub kontinuierlich, also auch während der Integration des Sensors, fortschreitet oder ob ein gewisser Phasenschub während der Integration gehalten wird. Im ersten Fall spricht man auch von

Temporal Phase Shifting, im zweiten Fall von Temporal Phase Stepping, beide mit TPS abgekürzt. In der Literatur wird dies jedoch oft nicht unterschieden.

Zu beachten ist in diesem Zusammenhang auch, dass das kontinuierliche Phasenschieben nach [35] und [1] mit einer Reduktion der Modulation γ verbunden ist:

$$I = I_0 \cdot \left[1 + \gamma \cdot \frac{\sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi/2} \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi) \right]. \quad (2.28)$$

2.7.2 Räumliches Phasenschieben

Alternativ zum zeitlichen Phasenschieben lässt sich auch räumliches Phasenschieben (SPS: Spatial-Phase-Shifting) einsetzen. Man versteht unter räumlichem Phasenschieben die gleichzeitige Aufzeichnung der benötigten phasengeschobenen Intensitäten an unterschiedlichen Orten. Dazu werden entweder mehrere Kameras eingesetzt, wobei jede ein phasengeschobenes Interferogramm aufzeichnet, oder es werden, bei Verwendung nur einer Kamera, benachbarte Pixel herangezogen. Zunächst soll der räumliche Phasenschub mit einem Einkamerasystem dargestellt werden. In Abbildung 2.10 ist er schematisch gezeigt.

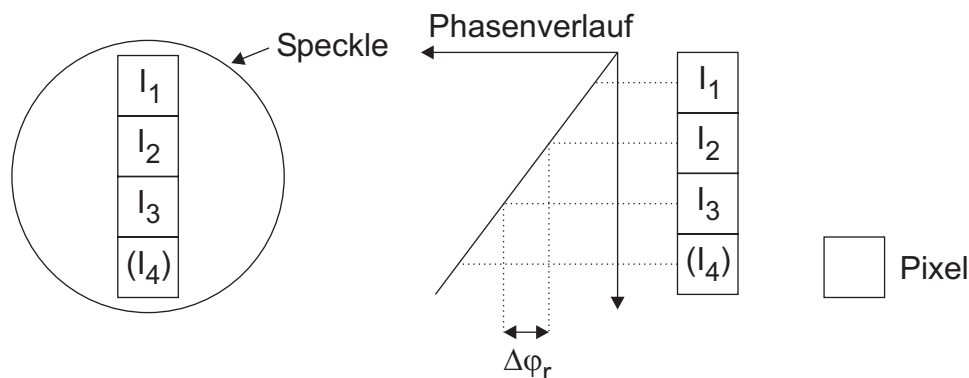


Abbildung 2.10: räumlicher Phasenschub schematisch

Sollen benachbarte Pixel zur Gewinnung der phasengeschobenen Aufnahmen verwendet werden, so muss sichergestellt sein, dass Grundintensität I_0 , Modulation γ und Phase ϕ über den Bereich der verwendeten Pixel als konstant angenommen werden können. Dies erfordert eine hinreichend grosse Specklegröße. Weiter müssen die verwendeten Pixel den benötigten Phasenschub aufweisen. Dazu können folgende Methoden angewandt werden:

- Verkippen der Referenzwellenfront gegenüber der Objektwellenfront
- laterales Versetzen der optischen Achsen im Fall sphärischer Wellenfronten
- Drei- oder Vier-Kamera-System mit unterschiedlichen Referenzarmlängen
- Einsetzen eines Beugungsgitters zur gleichzeitigen Erzeugung mehrerer Interferogramme unterschiedlicher Phase

Wurde eine der erwähnten Methoden eingesetzt, so ergibt sich idealerweise ein linear ansteigender Phasenverlauf über das gesamte Bild. Benachbarte Pixel weisen dann den benötigten Phasenschub auf, wie in Abbildung 2.10 zu erkennen ist. Der Phasenschub zwischen zwei benachbarten Pixeln ist hier mit $\Delta\varphi_r$ bezeichnet.

Ein Nachteil des Einkamerasystems mit räumlichem Phasenschub ist die niedrige laterale Auflösung, die durch die erforderliche Specklegrösse bedingt ist. Das Mehrkamerasystem hat diesen Nachteil nicht, allerdings sind Aufbau und Justage deutlich komplexer und damit auch störanfälliger als beim Einkamerasystem [28]. Grundsätzlich erweist sich das räumliche Phasenschieben im Vergleich zum zeitlichen als robuster gegenüber erschütterungsbedingten Störungen, da alle zur Phasenberechnung notwendigen Daten gleichzeitig erfasst werden.

2.7.3 Phasenberechnung im Frequenzbereich

Neben den in den letzten Kapiteln beschriebenen Algorithmen im Bildbereich existiert prinzipiell auch die Möglichkeit, eine Auswertung im Frequenzbereich durchzuführen. Die Algorithmen basieren auf [57] und [47]. Die Algorithmen wurden zunächst für den räumlichen Phasenschub entwickelt, eignen sich aber auch für die Auswertung bei zeitlichem Phasenschieben [56]. Gleichung 2.1 kann für den räumlichen Phasenschub beim Einkamerasystem (alle Informationen in einem Interferogramm) in x-Richtung wie folgt umgeschrieben werden:

$$I(x, y) = I_0(x, y)(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y) + x\Delta\varphi_r)). \quad (2.29)$$

x bezeichnet dabei die Ortsvariable und $\Delta\varphi_r$ den Phasenschub pro x . Die Fouriertransformation von Gleichung 2.29 ergibt:

$$\mathcal{F}(I) = A + B * \delta(u - \nu) + B * \delta(u + \nu), \quad (2.30)$$

mit

$$\begin{aligned} A &= \mathcal{F}(I_0), \\ B &= \mathcal{F}(I_0 \cdot \gamma \cdot \exp(j\phi(x, y))), \\ \nu &= \frac{\Delta\varphi}{2\pi}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

δ bezeichnet hier die Dirac-Funktion. Wird der modulierte Anteil B herausgefiltert, so ergibt sich die Phase ϕ zu:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\Im(k)}{\Re(k)}\right) \quad \text{mit } k = \mathcal{F}^{-1}(B * \delta(u - \nu)). \quad (2.32)$$

Als Filter zum Extrahieren von B eignet sich im einfachsten Fall ein Rechteckfilter oder auch das Wiener-Filter H_W , welches ein optimales Signal-zu-Rausch-Verhältnis erzielt [52]:

$$H_W(u, v) = \frac{|B(u, v)|^2}{|B(u, v)|^2 + |N(u, v)|^2}. \quad (2.33)$$

u und v sind die Variablen im Frequenzbereich. N bezeichnet die Störsignalanteile, also Rauschen und A .

2.8 Statistische Verfahren

Neben den mathematisch exakten Berechnungen des Phasenschiebens existiert eine Reihe von Algorithmen, die auf statistischen Annahmen beruhen. Durch solche Annahmen wird erreicht, dass sich bestimmte Größen im statistischen Mittel eliminieren bzw. einen festen Wert annehmen. Sie sind dann in Gleichung 2.1 keine Unbekannten mehr. An dieser Stelle sollen lediglich Algorithmen betrachtet werden, welche die Statistik von Interferogrammen auswerten und nicht die von Speckle-Fotografien (ohne Referenz). Für statistische Verfahren, welche auf Speckle-Fotografien angewendet werden können, wie Mikrostrukturveränderungen und Rauheitsmessung, sei auf [48] und [35] verwiesen.

Beispielsweise lässt der Kreuzkorrelationskoeffizient $c_{1,2}$ zwischen zwei Interferogrammen I_1 und I_2 einen Rückschluss auf den Phasenunterschied $\Delta\varphi$ zwischen den beiden Interferogrammen zu.

$$c_{1,2} = \frac{\sum_{x,y} ((I_1 - \bar{I}_1)(I_2 - \bar{I}_2))}{\sqrt{\sum_{x,y} ((I_1 - \bar{I}_1)^2) \sum_{x,y} ((I_2 - \bar{I}_2)^2)}}, \quad (2.34)$$

wobei \bar{I}_1 und \bar{I}_2 die Mittelwerte der entsprechenden Interferogramme sind. Unter der Annahme einer gleichverteilten Phase ϕ und $\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi$ lässt sich z.B. nach dem Phasenunterschied $\Delta\varphi$ auflösen (Herleitung siehe Anhang B):

$$\Delta\varphi = \arccos \left(\frac{2c}{1 - c_{min}} - \frac{1 + c_{min}}{1 - c_{min}} \right). \quad (2.35)$$

$c_{1,2min}$ ist die minimale Korrelation an der Stelle $\Delta\varphi = \pi$. Die Annahme einer gleichverteilten Phase ϕ ist bei einer bestimmten Oberflächenrauheit und einer gewissen Größe der Interferogramme (bzw. der Ausschnitte der Interferogramme) gegeben.

Abbildung 2.11 zeigt das Phasenbild einer Deformation, welches sich gemäß Gleichung 2.35 aus der Korrelationskarte ergibt. Die Korrelationskarte wurde mit einem gleitenden Mittelwert der Größe 15x15 Pixel berechnet. Wird, wie in diesem Fall, nach Phasen aufgelöst, so ist zu beachten, dass dies nicht immer eindeutig möglich ist: Der Arcus-Kosinus liefert nur Werte von $0..π$ - in Abbildung 2.11 zu erkennen an der Symmetrie der Streifen. Aus der Uneindeutigkeit folgt auch, dass ähnlich dem Differenzbild keine Aussagen über die Richtung des Anstiegs möglich sind. Jedoch sind im Gegensatz zum Differenzbild Aussagen zwischen den dunklen Bereichen (Nullstellen) möglich - wenn auch mit den erwähnten Einschränkungen. Genauso kann aber auch nach anderen Größen aufgelöst werden, sofern die zwangsläufig zu treffenden statistischen Annahmen zutreffen.

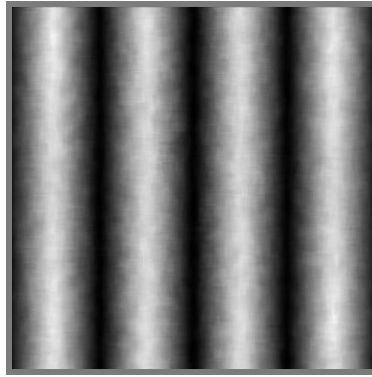


Abbildung 2.11: Phasenbild einer Deformation, gewonnen aus einer Korrelationskarte (Specklegröße 2.44 Pixel); (simuliert)

2.9 Unwrapping

Um aus einem Phasenbild, das mittels der in Kapitel 2.7 beschriebenen Verfahren erzeugt wurde, ein dreidimensionales Bild zu rekonstruieren, kommen so genannte Unwrapping-Algorithmen zu Einsatz. Das prinzipielle Problem besteht darin, dass die Oberfläche im Phasenbild in gefalteter Form (wrapped) vorliegt. Die Werte im gefalteten Bild entsprechen den tatsächlichen Höhenwerten modulo der synthetischen Wellenlänge Λ . Abbildung 2.12 zeigt die Schritte vom Phasenbild (a) zum ungewrappten Bild (b) und zur 3D-Darstellung (c), wobei diese Darstellung lediglich eine dreidimensionale Darstellung von Bild (b) ist.

Das im Rahmen dieser Arbeit eingesetzte Unwrapping-Verfahren basiert auf den Arbeiten beschrieben in [46]. Es handelt sich hierbei um ein räumliches Unwrapverfahren, welches mit einem einzigen Phasenbild arbeitet. Im Gegensatz dazu stehen zeitliche Unwrapverfahren [26], welche ein ungewrapptes Bild durch Verwendung mehrerer Phasenbilder erzeugen.

Das von [46] beschriebene Verfahren kommt ohne Vorfilterung des Phasenbildes P aus, wodurch keine Informationen verloren gehen. Das ungewrappte Bild U kann wie folgt dargestellt werden:

$$U(x, y) = P(x, y) \cdot \frac{\Lambda}{2\pi} + N(x, y) \cdot \Lambda \quad \text{mit } N \in \mathbb{N}_0. \quad (2.36)$$

Es werden also lediglich ganzzahlige Vielfache der synthetischen Wellenlänge Λ auf das Phasenbild P addiert. Damit lässt die oben erwähnte Informationserhaltung zeigen:

$$\frac{(U(x, y) \bmod \Lambda) \cdot 2\pi}{\Lambda} = P(x, y). \quad (2.37)$$

2.10 Simulation

Im Rahmen dieser Arbeit wurden neben Messergebnissen auch Ergebnisse aus einem Simulationsprogramm verwendet. Das Simulationsprogramm basiert auf den Verfahren, wie sie in [14] beschrieben sind. Die Simulation ist speziell für die Simulation speckleinterferometrischer Messsysteme konzipiert und optimiert. Sie bietet die Möglichkeit,

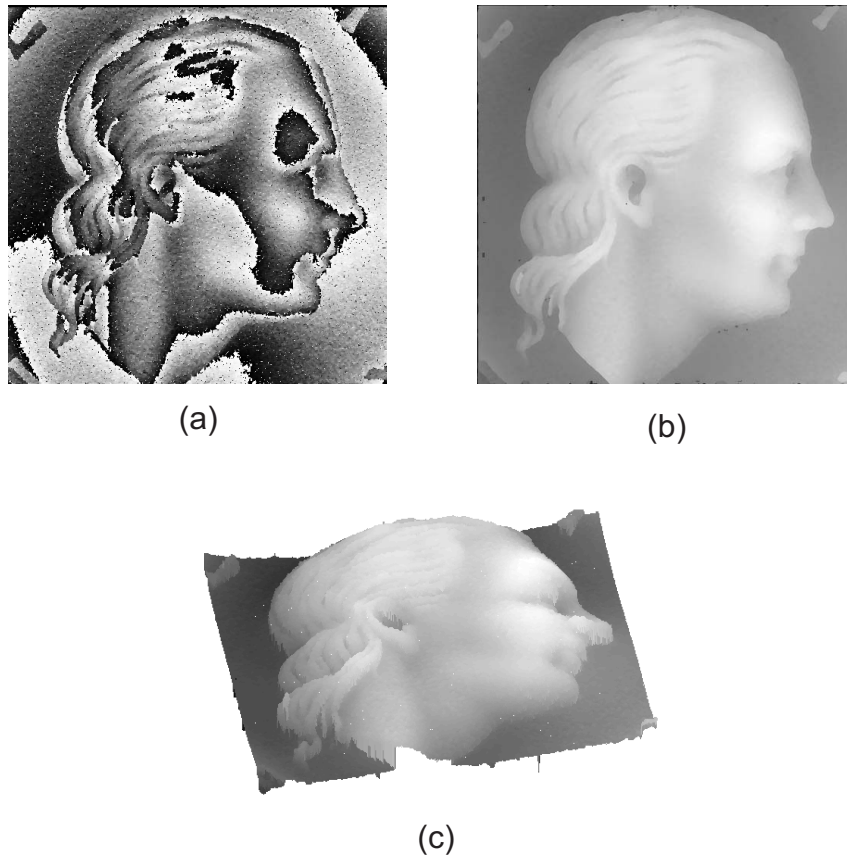


Abbildung 2.12: Unwrapping: (a) Phasenbild, (b) ungewrapptes Phasenbild, (c) 3D-Ansicht von (b); (simuliert)

an einer Vielzahl von Parametern spezielle Details sehr genau zu untersuchen, was bei realen Messungen nur sehr eingeschränkt möglich ist. Bei der Implementierung wurde speziell auf eine gute Übereinstimmung von Theorie und Praxis geachtet. Um trotzdem eine akzeptable Simulationsgeschwindigkeit zu erreichen, wurde eine Kombination von Strahlen- und Wellenoptik angewandt.

3. Stabiler zeitlicher Phasenschub

3.1 Problemstellung

Das Phasenschieben ist, wie in Kapitel 2.7.1 bereits dargestellt, für die eindeutige Phasenbestimmung unumgänglich. Das räumliche Phasenschieben ist gegenüber Störungen, wie Luftturbulenzen und Erschütterungen, relativ unempfindlich, da alle notwendigen Daten gleichzeitig erfasst werden [6]. Beim zeitlichen Phasenschieben stellt sich grundsätzlich das Problem, dass mehrere Aufnahmen benötigt werden und die Störungen dazu führen, dass der tatsächlich erreichte Phasenschub $\Delta\varphi$ zwischen den Aufnahmen vom angestrebten Phasenschub $\Delta\varphi_T$ abweicht (vgl. dazu auch Abbildung 2.9):

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi)), \\ I_2 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi)), \end{aligned} \tag{3.1}$$

mit

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_T + \Delta\varphi_N. \tag{3.2}$$

Die Abweichung $\Delta\varphi_N$ führt zu einer Verschlechterung des Streifenkontrastes bzw. zu Fehlberechnungen der Phase ϕ . In Abbildung 3.1 sind zwei Phasenbilder gezeigt, bei denen die tatsächlich erreichten Phasenschübe von den angestrebten im Mittel um 8% abweichen. Das Bild (a) wurde ohne Kenntnis der tatsächlichen Phasenschübe berechnet. Vielmehr wurde hier von den angestrebten Phasenschüben $\Delta\varphi_T$ ausgegangen. Bild (b) wurde mit den tatsächlich erreichten Phasenschüben $\Delta\varphi$ berechnet. Die Standardabweichung bezüglich der Sollphase ist bei (a) doppelt so groß wie bei (b).

Um die Dimension der Phasenschubabweichungen qualitativ einordnen zu können, sind in den Abbildungen 3.2 bis 3.7 die Verläufe des tatsächlichen Phasenschubs und die dazugehörigen Histogramme über 200 Messungen unter verschiedenen Störeinflüssen dargestellt. Jede Messung besteht dabei aus zwei Aufnahmen (I_1 und I_2) die kamerabedingt einen zeitlichen Abstand von ca. 100 ms aufweisen. In Abbildung 3.2 und 3.3 wurde der

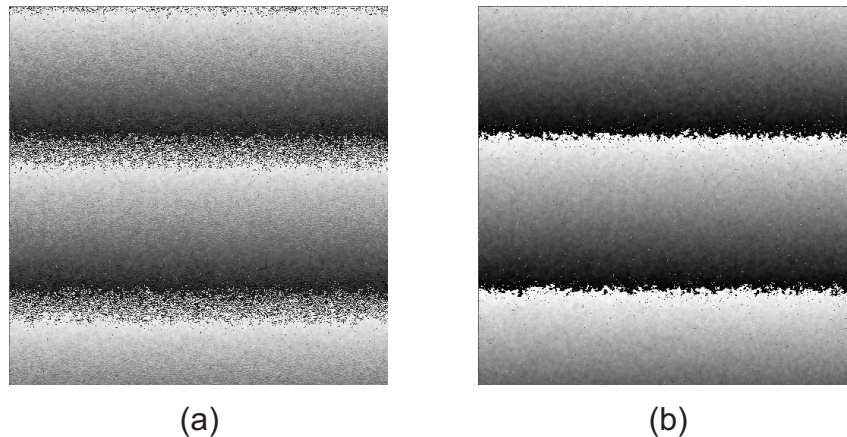


Abbildung 3.1: Phasenbilder: (a) nicht überwachter Phasenschub; (b) überwachter Phasenschub; (simuliert)

Verlauf bei aktivem Luftlagertisch ohne bewusst herbeigeführte äußere Störungen aufgezeichnet. In den beiden nächsten Abbildungen 3.4 und 3.5 wurden künstlich Luftbewegungen erzeugt. Schließlich wurde einerseits die Luftlagerung des Tisches deaktiviert und gleichzeitig durch Umherlaufen eine Störung der Ruhelage erzeugt, deren Auswirkungen in den Abbildungen 3.6 und 3.7 zu sehen sind. Diese, wohlgerneht rein qualitativen Aufzeichnungen, zeigen, dass die Störeinflüsse außerhalb idealer Laborbedingungen erheblich sein können und zu einer Verschlechterung der Messergebnisse führen, wie sie in Abbildung 3.1 bereits dargestellt wurde.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass externe Störungen beim zeitlichen Phasenschub signifikante Fehler nach sich ziehen können. Allerdings bietet der zeitliche Phasenschub gegenüber dem räumlichen auch einige Vorteile: So kann beim zeitlichen Phasenschub mit einer wesentlich kleineren Specklegröße gearbeitet werden, was gleichzeitig laterale Auflösung und verfügbare Lichtleistung erhöht. Es wäre demnach wünschenswert, den Einfluss der dargestellten Störungen auf das Messergebnis zu minimieren.

Eine triviale Möglichkeit, die Auswirkungen der Störungen zu reduzieren, ist die Reduktion des Zeitintervalls zwischen den Aufnahmen - in unserem Fall zwischen I_1 und I_2 . Da dies jedoch direkt von der Leistungsfähigkeit der Kamera abhängt, ist ein erheblicher finanzieller Mehraufwand die Folge. Auch verschiebt sich das Problem lediglich hin zu größeren Störeinflüssen. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Vibration durch die Einführung von aktiven Strukturen (Feedback-Schleifen etc.) zu kompensieren [60, 5].

Aus den in den Abbildungen 3.3, 3.5 und 3.7 gezeigten Histogrammen ist ersichtlich, dass es sich bei den Störungen um statistische Größen handelt. In der Literatur sind einige Algorithmen publiziert, die bestimmte Phasenschubfehler kompensieren [1, 61, 23, 30, 24, 58]. Diese sind jedoch hier nicht anwendbar, da sie von Gesetzmäßigkeiten ausgehen und nicht von statistischen Größen. Der von de Groot [17] entwickelte Algorithmus ist weniger sensitiv gegenüber niederfrequenten Störungen, benötigt jedoch 7 Aufnahmen und löst das Problem nicht vollständig.

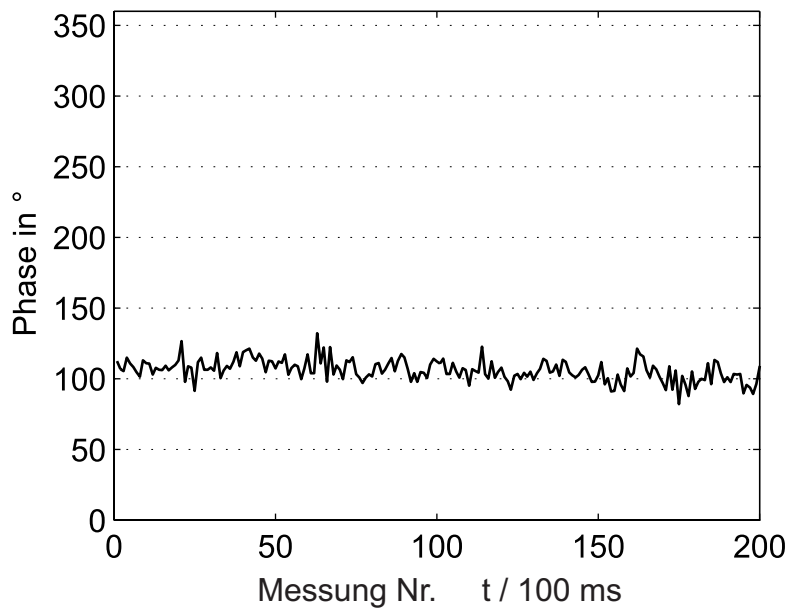


Abbildung 3.2: Störungen bei aktivem Luftlagertisch ohne äußere Störungen; zeitlicher Abstand $\Delta t = 100$ ms; (gemessen)

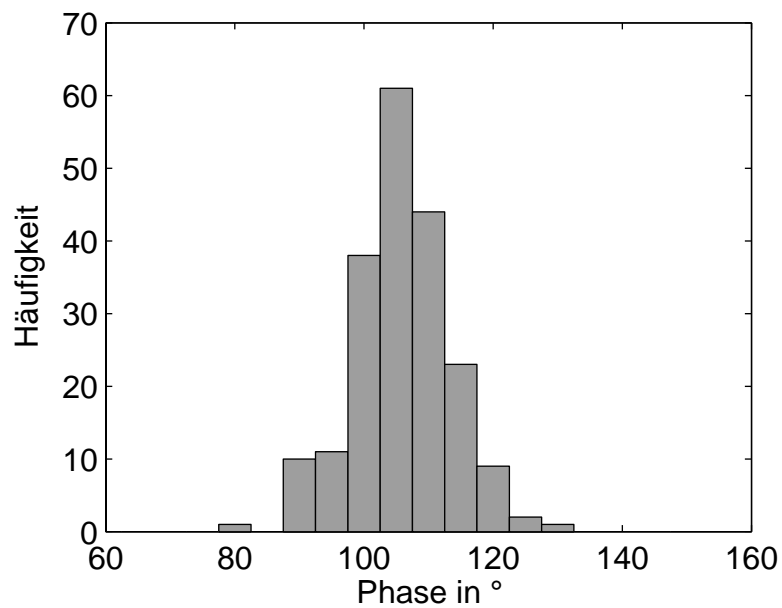


Abbildung 3.3: Histogramm: Störungen bei aktivem Luftlagertisch ohne äußere Störungen; zeitlicher Abstand $\Delta t = 100$ ms; (gemessen)

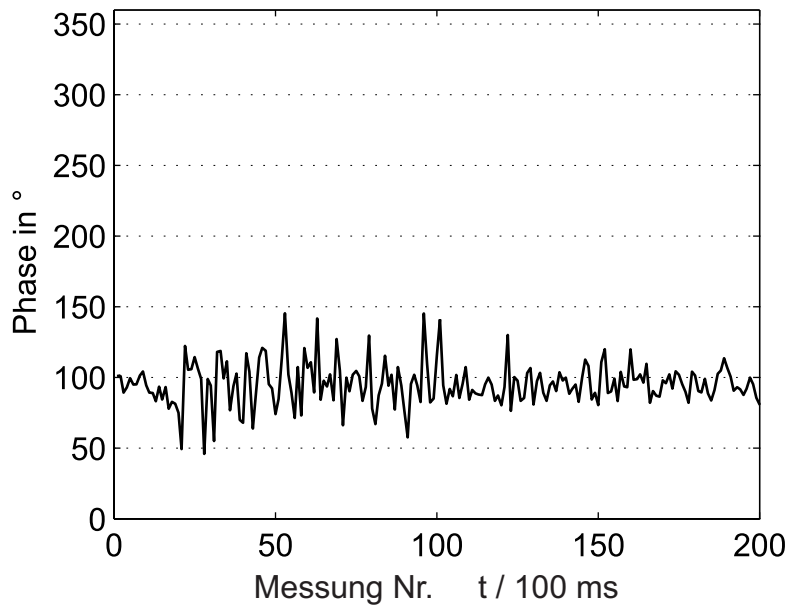


Abbildung 3.4: Störungen bei aktivem Luftlagertisch mit zusätzlichen leichten Windturbulenzen; zeitlicher Abstand $\Delta t = 100$ ms; (gemessen)

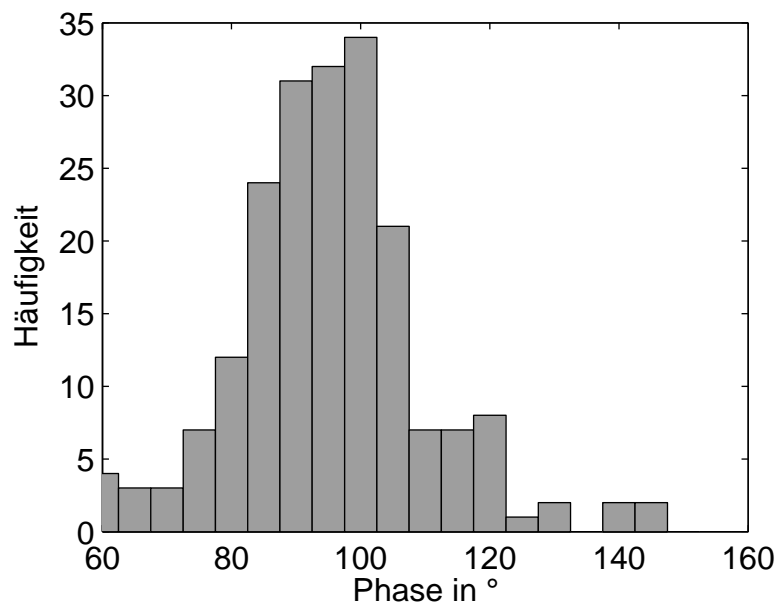


Abbildung 3.5: Histogramm: Störungen bei aktivem Luftlagertisch mit zusätzlichen leichten Windturbulenzen; zeitlicher Abstand $\Delta t = 100$ ms; (gemessen)

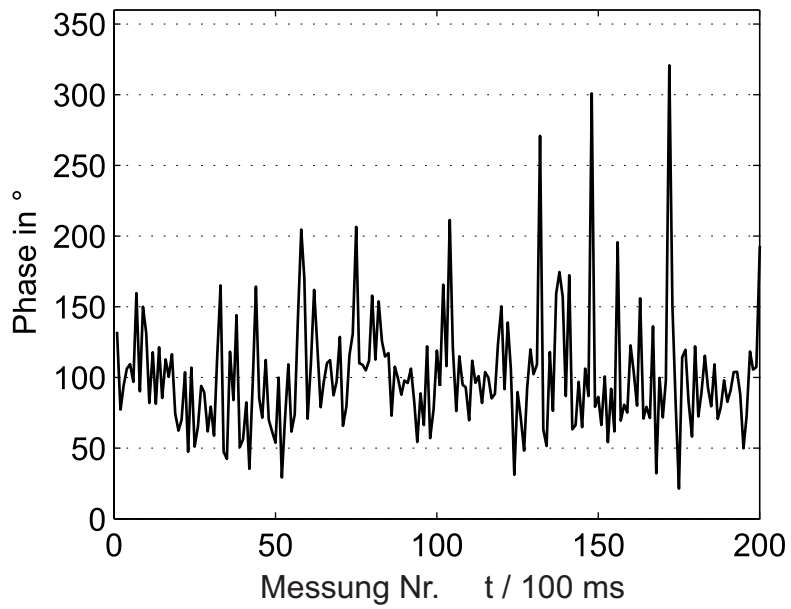


Abbildung 3.6: Störungen bei abgeschaltetem Luftlagertisch mit Trittsstörungen; zeitlicher Abstand $\Delta t = 100$ ms; (gemessen)

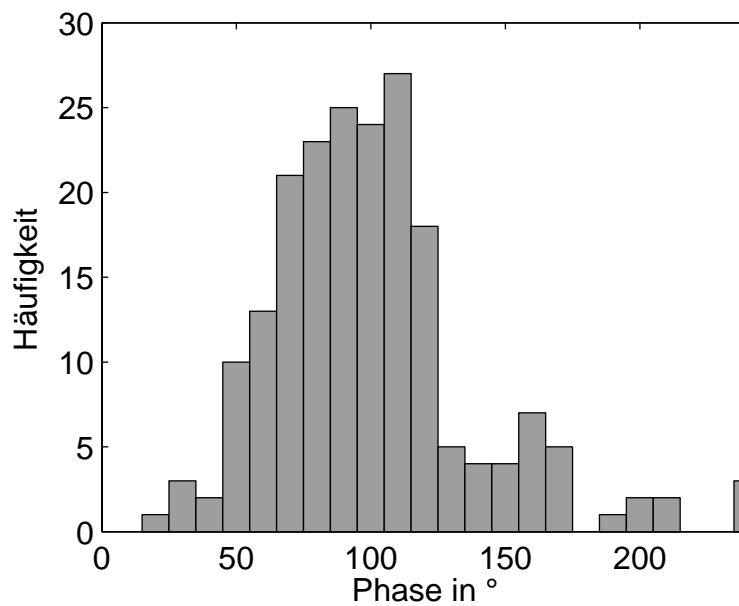


Abbildung 3.7: Histogramm: Störungen bei abgeschaltetem Luftlagertisch mit Trittsstörungen; zeitlicher Abstand $\Delta t = 100$ ms; (gemessen)

3.2 Drei-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe

Gleichung 2.21 lässt sich für die für eine Phasenbestimmung minimal notwendige Anzahl von drei Interferogrammintensitäten ausführlich schreiben als:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_1)), \\ I_2 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_2)), \\ I_3 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_3)). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die in Kapitel 2.7 vorgestellten Algorithmen zur Berechnung der Phase ϕ gehen mindestens von einem konstanten Phasenschub $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_3$ aus. Diese Annahme ist für einen durch eine statistische Größe gestörten Phasenschub jedoch nicht zutreffend. In [35] wurde die allgemeine Lösung des Gleichungssystems 3.3 nach ϕ hergeleitet (siehe auch Anhang A):

$$\phi = \arctan\left(-\frac{V}{U}\right), \quad (3.4)$$

mit

$$\begin{aligned} U &= \left(A \cos\left(\frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) + B \cos\left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) + C \cos\left(\frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right) \right), \\ V &= \left(A \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) + B \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) + C \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right) \right), \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} A &= I_2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_1}{2}\right), \\ B &= I_3 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2}\right), \\ C &= I_1 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_3}{2}\right). \end{aligned}$$

Sind die Phasenschübe $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$ und $\Delta\varphi_3$ bekannt, so kann die Phase ϕ mit Hilfe der oben dargestellten Lösung exakt berechnet werden.

Alternativ zur dargestellten Lösung existiert auch eine Lösung nach Greivenkamp [16], welche die Phase ϕ durch die Methode der kleinsten quadratischen Fehler bestimmt. Auch hier müssen die Phasenschübe jedoch bekannt sein. Die von Cai et al. [8] dargestellte Lösung ist der oben dargestellten sehr ähnlich - eine Abgrenzung hierzu erfolgt später.

3.3 Bestimmung der Phasenschübe

3.3.1 Methode

Nachdem im vorangegangenen Kapitel 3.2 eine Lösung für beliebige Phasenschübe dargestellt wurde, muss nun eine Möglichkeit gefunden werden, die Phasenschübe $\Delta\varphi_i$ zwischen den einzelnen Interferogrammen zu bestimmen.

Mit den Gleichungen 2.34 und 2.35 wurde bereits gezeigt, dass sich der Kreuzkorrelationskoeffizient zweier Interferogramme dazu eignet, den Phasenschub zwischen den beiden Interferogrammen zu bestimmen. Da die mittlere Intensität der beiden korrelierten Interferogramme als gleich angenommen werden kann, kann stattdessen auch folgende, weniger rechenaufwändige Summe [54] berechnet werden, die hier für die ersten beiden Interferogramme aus Gleichung 3.3 dargestellt ist:

$$d_{1,2} = \sum_{x,y} (I_1(x,y) - I_2(x,y))^2. \quad (3.5)$$

Unter Annahme einer gleichverteilten Phase ϕ kann Gleichung 3.5 mit $\Delta\varphi = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1$ wie folgt umgeschrieben werden (Herleitung siehe Anhang C):

$$d_{1,2} = \frac{d_{1,2,\max}}{2} (1 - \cos(\Delta\varphi)). \quad (3.6)$$

Aufgelöst nach $\Delta\varphi$ ergibt sich:

$$\Delta\varphi = \arccos\left(1 - \frac{2d_{1,2}}{d_{1,2,\max}}\right). \quad (3.7)$$

$d_{1,2,\max}$ ist dabei die maximal auftretende Differenz an der Stelle $\Delta\varphi = \pi$, die während einer Kalibrationsmessung ermittelt werden muss. Im Zusammenhang mit der Kalibration sind die statistischen Randbedingungen zu beachten, die in Kapitel 3.3.2 dargestellt werden.

Weiterhin ist zu klären, ob das zwangsläufig vorhandene Intensitätsrauschen $\sigma_I = \sigma_{I,1} = \sigma_{I,2}$ in den Interferogrammen einen negativen Einfluss auf die Bestimmung des Phasenschubs hat. Mit dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz lässt sich zeigen, dass für die relative Standardabweichung $\sigma_{d,\text{rel}}$ der quadratischen Differenz gilt:

$$\sigma_{d,\text{rel}} = \frac{\sigma_I \sqrt{8}}{\sqrt{d}}. \quad (3.8)$$

Weiter gilt für die relative Standardabweichung $\sigma_{\Delta\varphi,\text{rel}}$ bezogen auf 2π :

$$\sigma_{\Delta\varphi,\text{rel}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sin(\Delta\varphi)} \sqrt{(1 - \cos(\Delta\varphi))^2 \sigma_{d,\text{rel}}^2 + 0.25(1 - \cos(\Delta\varphi))^4 \sigma_{d,\max,\text{rel}}^2}. \quad (3.9)$$

Da $\sigma_{\Delta\varphi,\text{rel}} \propto \sigma_{d,\text{rel}} \propto 1/\sqrt{d}$ und $\sqrt{d} \propto \sqrt{n}$, ist der Einfluss des Intensitätsrauschens σ_I bei einer genügend großen Anzahl n an Punkten gering. Die Anzahl n an Punkten, welche zur Berechnung der quadratischen Differenz herangezogen werden, ist demnach je nach Anforderung an die Genauigkeit zu wählen.

Erlaubt eine Anwendung eine Specklegröße, die für den räumlichen Phasenschub in Verbindung mit einem Einkamerasystem (siehe Kapitel 2.7.2) ausreichend ist, dann ist es

möglich, den Phasenschub $\Delta\varphi$ zwischen zwei zeitlich geschobenen Aufnahmen auch damit zu ermitteln. Es wird die durch eine Phasenveränderung verursachte „Deformation“ (siehe Kapitel 2.5) zwischen den beiden Aufnahmen bestimmt - die mittlere Phase im Differenzphasenbild entspricht dann dem Phasenschub $\Delta\varphi$. Diese Methode ist aber eher von untergeordneter Bedeutung, da bei einer ausreichenden Specklegröße der räumliche Phasenschub auch allein angewandt werden kann. Von Deck [12] wurde eine ähnliche Methode entwickelt. Er verwendet zwei Kameras, wobei eine Kamera das Messobjekt durch eine Blende, klein genug für räumlichen Phasenschub beobachtet. Die andere Kamera beobachtet das Messobjekt durch eine größere Blende. Die Phasenschübe werden aus den Interferogrammen der ersten Kamera ermittelt, die Phase selbst aus denen der zweiten Kamera.

3.3.2 Statistische Randbedingungen

Die Bestimmung von $d_{1,2,\max}$ während der Kalibration ist, abhängig von der Störung des Phasenschubs, durch die statistische Größe $\Delta\varphi_N$ nicht exakt möglich. Aus den Histogrammen 3.3, 3.5 und 3.7 ist ersichtlich, dass es sich bei $\Delta\varphi_N$ typischerweise um eine gaußförmig verteilte Störgröße handelt. Durch eine n -fache Durchführung der Kalibrationsmessung steigt jedoch die Wahrscheinlichkeit, $d_{1,2,\max}$ exakter zu bestimmen als bei einer einzigen Messung - der maximal während der Kalibrationsmessung auftretende Wert wird $d_{1,2,\max}$. Ist die Standardabweichung $\sigma(\Delta\varphi_N)$ von $\Delta\varphi_N$ bekannt, so kann die Anzahl n von Messungen ermittelt werden, die im statistischen Mittel notwendig sind, um $d_{1,2,\max}$ mit einem relativen Fehler e und einer Sicherheit von p zu bestimmen. Die Sicherheit p kann dabei wie folgt dargestellt werden:

$$p = P(\text{mindestens eine der } n \text{ Messungen im Bereich}[\pi - \alpha \dots \pi + \alpha]). \quad (3.10)$$

P bezeichnet dabei allgemein die Funktion „Wahrscheinlichkeit von“. Gleichung 3.10 lässt sich umformen in:

$$\begin{aligned} p &= 1 - P(\text{keine Messung im Bereich}[\pi - \alpha \dots \pi + \alpha]), \\ p &= 1 - [P(|\Delta\varphi - \pi| > \alpha)]^n, \\ p &= 1 - [2(1 - P(\Delta\varphi - \pi < \alpha))]^n. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Für gaußverteilte Zufallsgrößen ergibt sich:

$$p = 1 - \left[2 \left(1 - \Phi \left(\frac{\alpha}{\sigma(\Delta\varphi_N)} \right) \right) \right]^n, \quad (3.12)$$

wobei Φ die normierte Normalverteilung ist. Für die Bestimmung von α lässt sich Gleichung 3.6 umschreiben zu:

$$d_{1,2,\max}(1 - e) = \frac{d_{1,2,\max}}{2}(1 - \cos(\pi + \alpha)). \quad (3.13)$$

α ergibt sich nach einigen Umformungen zu:

$$\alpha = \arccos(1 - 2e). \quad (3.14)$$

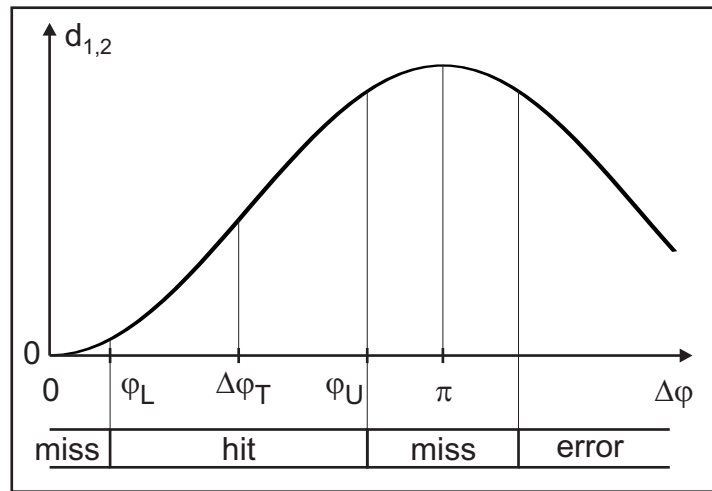


Abbildung 3.8: Einteilung des Phasenschubs in Bereiche

Eingesetzt in 3.12 und aufgelöst nach n ergibt sich schließlich:

$$n = \left\lceil \frac{\log(1-p)}{\log\left(2\left(1 - \Phi\left(\frac{\arccos(1-2e)}{\sigma(\Delta\varphi)}\right)\right)\right)} \right\rceil. \quad (3.15)$$

Weiterhin ist zu beachten, dass die Bestimmung des Phasenschubs $\Delta\varphi$ nicht eindeutig möglich ist. Die Ursache hierfür liegt in den Symmetrie-Eigenschaften des Kosinus und lässt sich leicht an der Intensitätsgleichung 2.1 erkennen. Die Intensitäten für $\Delta\varphi = 0 + x$ und $\Delta\varphi = 0 - x$ sind gleich - ebenso wie für $\Delta\varphi = \pi + x$ und $\Delta\varphi = \pi - x$. Werden keine weiteren Maßnahmen getroffen (siehe 3.3.3), diese Uneindeutigkeit zu umgehen, so eignet sich eine Aufteilung des Phasenschubs in Bereiche. Diese Bereiche sollen dazu dienen, die Wahrscheinlichkeit für einen unerkannten Fehler zu minimieren. Abbildung 3.8 zeigt eine mögliche Aufteilung in drei Bereiche. Im „hit“-Bereich wird der Phasenschub als gültig erkannt, im „miss“-Bereich wird er verworfen und im „error“-Bereich fälschlicherweise als gültig erkannt.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Phasenschub in einem der genannten Bereiche liegt, berechnet sich zu:

$$p_H \approx \Phi\left(\frac{\varphi_U - \Delta\varphi}{\sigma(\Delta\varphi_N)}\right) - \left[1 - \Phi\left(\frac{\Delta\varphi - \varphi_L}{\sigma(\Delta\varphi_N)}\right)\right], \quad (3.16)$$

$$p_E \approx 2 - \Phi\left(\frac{2\pi - \varphi_U - \Delta\varphi}{\sigma(\Delta\varphi_N)}\right) - \Phi\left(\frac{\varphi_L + \Delta\varphi}{\sigma(\Delta\varphi_N)}\right), \quad (3.17)$$

$$p_M \approx 1 - p_H - p_E. \quad (3.18)$$

Φ ist dabei die normierte Normalverteilung. Die \approx -Zeichen resultieren aus der Periodizität der Phasen, die hier nicht beachtet wurde, da sie einen zu vernachlässigenden Einfluss hat.

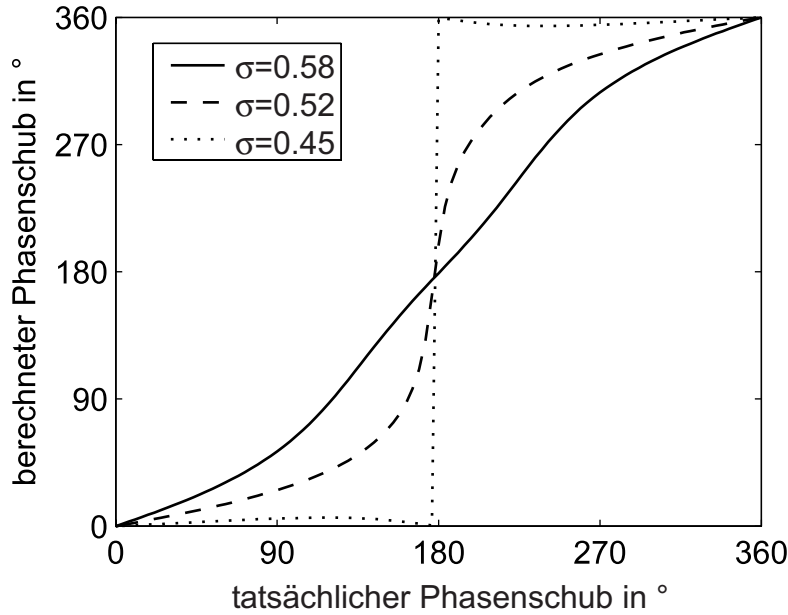


Abbildung 3.9: SPS bei ungenügender Specklegröße (simuliert)

3.3.3 Kontrolle durch räumlichen Phasenschub

Die Kontrolle durch räumlichen Phasenschub soll es ermöglichen, die in Kapitel 3.3.2 beschriebene Uneindeutigkeit zu lösen. Dabei können auch Specklegrößen verwendet werden, die für einen räumlichen Phasenschub „eigentlich“ zu klein sind. Zu klein deshalb, weil sie signifikante Fehler bei der Berechnung des Phasenbildes verursachen. Abbildung 3.9 zeigt die berechnete Phase in Abhängigkeit der Original-Phase bei kleinen Specklegrößen. Trotz der sichtbaren Fehler ist es bei allen drei Kurven möglich, die Bereiche $[0..π]$ und $[π..2π]$ eindeutig zu unterscheiden. Allein mit der Aussage, ob der Phasenschub in dem einen oder anderen Bereich liegt, ist es möglich, die Uneindeutigkeit zu lösen, wodurch $p_E = 0$ wird. Die Kurven nach Abbildung 3.9 wurden mit einer gleichverteilten Phase ϕ , einer gaußverteilten Grundintensität I_0 und einer konstanten Modulation γ simuliert. Phase und Grundintensität wurden mit einem gaußförmigen Filter mit der Standardabweichung σ gemittelt. Die Referenzwellenfront weist pro Pixel einen Phasenschub von $\pi/2$ auf. Die Phase wurde mit dem Algorithmus nach Schwider und Hariharan berechnet (vgl. Gleichung 2.26).

Abbildung 3.10 zeigt den wiederum nach Schwider und Hariharan berechneten Phasenschub zwischen zwei gemessenen Interferogrammen in Abhängigkeit der Piezospaltung. Einmal wurde der Phasenschub allein durch SPS ermittelt: Er zeigt die typische Abweichung von der Sollkurve, die bereits in Abbildung 3.9 dargestellt wurde. Die Kurve, die durch Kombination von quadratischer Differenz und SPS berechnet wurde, zeigt diese Abweichung nicht. Die zufälligen Abweichungen resultieren von $\Delta\varphi_N$.

Um die mittlere Phase ϕ zwischen zwei Interferogrammen zu berechnen, ist es nicht notwendig, die Phasen aller Punkte zu berechnen und anschließend über diese Phasen zu mitteln. Jeder Phasenschub-Algorithmus kann wie folgt geschrieben werden:

$$\phi = \arctan \frac{z}{n}. \quad (3.19)$$

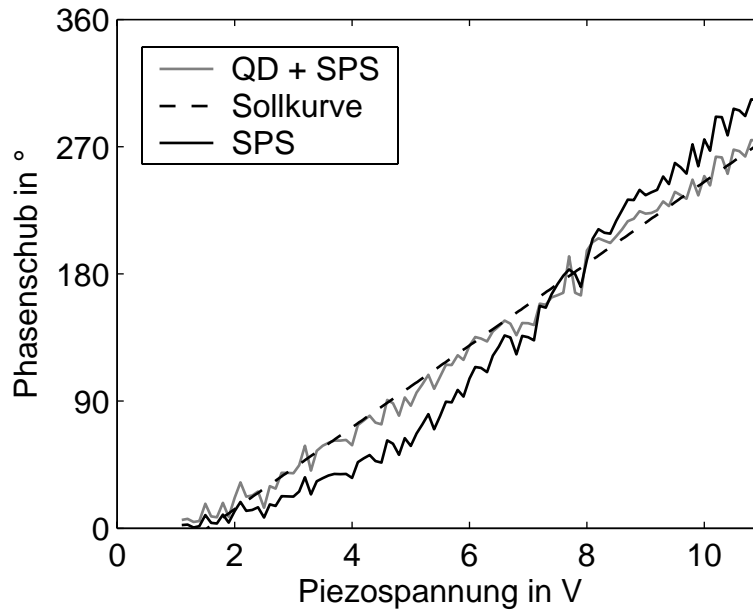


Abbildung 3.10: Ermittelter Phasenschub in Abhängigkeit der Piezospannung (Specklegröße 4 Pixel) (gemessen)

Die mittlere Phase $\bar{\phi}$ berechnet sich dann wie folgt:

$$\bar{\phi} = \arctan \frac{\sum_{x,y} \left[\frac{z}{(z+n)^2} \right]}{\sum_{x,y} \left[\frac{n}{(z+n)^2} \right]}. \quad (3.20)$$

Diese Art der Berechnung ist weit weniger rechenaufwändig, da nur eine arctan-Berechnung erforderlich ist.

Die von Cai et al. [8] dargestellte Lösung verwendet ebenfalls die Korrelation zur Bestimmung der Phasenschübe. Das Problem der Uneindeutigkeit wird allerdings nicht behandelt, was eine Einschränkung bei stärkeren Vibrationen bedeutet. Ebenso wird das Problem der inhomogenen Modulation (siehe nächstes Kapitel) nicht angesprochen.

3.4 Erweiterungen für inhomogene Modulation

Die in den Kapiteln 3.2 und 3.3 beschriebenen Algorithmen sind nur so lange gültig, wie die Modulation γ konstant ist. Ist die Modulation γ während der drei Aufnahmen zur Bestimmung der Phase (siehe Kapitel 3.2) oder zwischen den beiden Aufnahmen zur Bestimmung der quadratischen Differenz (siehe Kapitel 3.3) nicht konstant, so kommt es zu Fehlern bei der Bestimmung der Phase bzw. des Phasenschubs. Besonders trifft dies bei der Bestimmung des Phasenschubs zu: Hier müssen im Speziellen die Modulationen bei der Kalibrationsmessung und der eigentlichen Messung gleich sein. Da eine Kalibrationsmessung idealerweise einmal am Anfang einer Messreihe durchgeführt wird, kann zwischen Kalibrationsmessung und eigentlicher Messung sehr viel Zeit liegen. Somit haben auch niederfrequente Modulationsschwankungen negative Auswirkungen auf das Messergebnis. Die Ursachen von Modulationsschwankungen sind vielfältig. Bei Halbleiterlaserdioden sind hauptsächlich Kohärenzschwankungen dafür verantwortlich.

Um den Einfluss der Modulationsschwankungen zu minimieren, werden im Folgenden die Algorithmen aus den Kapiteln 3.2 und 3.3 für inhomogene Modulationen erweitert. Dazu muss zunächst eine Möglichkeit gefunden werden, die Modulation oder eine dazu proportionale Größe aus den Interferogrammen zu ermitteln. Aus den Gleichungen 2.29 ff ist ersichtlich, dass die Frequenzanteile in Phasenschub-Richtung bei einer Specklegröße $\Delta x_{sp} > 1$ und einem vorhandenen räumlichen Phasenschub stets größer sind als die Frequenzanteile quer zur Phasenschubrichtung. Auch hier wird wieder vom räumlichen Phasenschub in Verbindung mit einem Einkamerasystem ausgegangen. Für zwei benachbarte Pixel mit den Intensitäten I_1 und I_2 gilt:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{01}(1 + \gamma_1 \cos(\phi_1)), \\ I_2 &= I_{02}(1 + \gamma_2 \cos(\phi_2)). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Die quadratische Differenz d ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} d &= \sum_{x,y} (I_1 - I_2)^2 \\ &= \sum_{x,y} \left[I_{01} + I_{01}\gamma_1 \cos(\phi_1) - I_{02} - I_{02}\gamma_1 \cos(\phi_2) \right]^2 \\ &= \sum_{x,y} \left[(I_{01} - I_{02})^2 + (I_{01}\gamma_1 \cos(\phi_1) - I_{02}\gamma_2 \cos(\phi_2))^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2(I_{01} - I_{02})(I_{01}\gamma_1 \cos(\phi_1) - I_{02}\gamma_2 \cos(\phi_2)) \right]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Mit $\overline{(I_{01} - I_{02})} = 0$, $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ und [4] (2.139) ergibt sich:

$$\begin{aligned} d &= \sum_{x,y} \left[(I_{01} - I_{02})^2 + [I_{01}^2\gamma_1^2 + I_{02}^2\gamma_2^2 - \right. \\ &\quad \left. - 2I_{01}I_{02}\gamma_1\gamma_2 \cos(\Delta\phi)] \cdot \sin^2(\phi_1 + \alpha) \right], \end{aligned} \quad (3.23)$$

mit

$$\alpha = \frac{I_{01}\gamma_1 + I_{02}\gamma_2 \cos(\Delta\phi)}{I_{02}\gamma_2 \sin(\Delta\phi)}. \quad (3.24)$$

Mit $\overline{\sin^2(\phi_1 + \alpha)} = 0.5$ folgt weiter:

$$d = \sum_{x,y} \left[(I_{01} - I_{02})^2 + 0.5[I_{01}^2\gamma_1^2 + I_{02}^2\gamma_2^2 - 2I_{01}I_{02}\gamma_1\gamma_2 \cos(\Delta\phi)] \right]. \quad (3.25)$$

Für $\overline{I_{01}} = \overline{I_{02}} = \overline{I_0}$ und $\overline{\gamma_1} = \overline{\gamma_2} = \overline{\gamma}$ folgt:

$$d = \sum_{x,y} (I_{01} - I_{02})^2 + \overline{\gamma}^2 \overline{I_0}^2 \sum_{x,y} (1 - \cos(\Delta\phi)). \quad (3.26)$$

Für einen idealen Phasenschub rein in x-Richtung gilt: $\overline{\Delta\phi_y} = 0$. Daraus folgt mit entsprechenden Substitutionen:

$$\begin{aligned} d_x &= \sum_{x-1,y} (I_1(x,y) - I_1(x+1,y))^2 = o^2 + \overline{\gamma}^2 c^2, \\ d_y &= \sum_{x,y-1} (I_1(x,y) - I_1(x,y+1))^2 = o^2, \end{aligned} \quad (3.27)$$

und weiter:

$$v_1 = \sqrt{d_x - d_y} = \overline{\gamma}c. \quad (3.28)$$

Ist ein räumlicher Phasenschub vorhanden, so ist es demnach möglich, eine der Modulation proportionale Größe aus dem Interferogramm zu ermitteln. Die erforderliche Specklegröße liegt jedoch unter der, die für 3- oder Mehr-Schritt-Algorithmen benötigt wird, da lediglich eine statistische Gesamtaussage getroffen werden muss. Einzige Voraussetzung ist, dass der mittlere Phasenunterschied $\overline{\Delta\phi}$ zwischen zwei benachbarten Pixeln $\neq 0$ ist, was durch eine statistische Abhängigkeit der Phasen der beiden Pixel in Kombination mit dem Phasenschub sichergestellt wird. Dies ist bei einer Specklegröße $\Delta x_{sp} > 1$ in Kombination mit räumlichem Phasenschub der Fall.

Es ist nun möglich, die Algorithmen aus den Kapiteln 3.2 und 3.3 für inhomogene Modulationen zu erweitern. Die Erweiterung des 3-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe aus Kapitel 3.2 ist in Anhang D detailliert beschrieben. An dieser Stelle soll das Ergebnis kurz dargestellt werden:

$$\phi = \arctan 2 \left(\frac{-V}{U} \right), \quad (3.29)$$

mit

$$\begin{aligned} U &= A \cos \theta_A + B \cos \theta_B + C \cos \theta_C, \\ V &= A \sin \theta_A + B \sin \theta_B + C \sin \theta_C, \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
A &= I_2^2 \sqrt{\gamma_3^2 + \gamma_1^2 - 2\gamma_3\gamma_1 \cos(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2)}, \\
B &= I_2 I_3 \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 \cos(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)}, \\
C &= I_1 I_2 \sqrt{\gamma_2^2 + \gamma_3^2 - 2\gamma_2\gamma_3 \cos(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2)}, \\
\theta_A &= \Delta\varphi_3 + \arctan 2 \frac{\gamma_3 - \gamma_1 \cos(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_3)}{\gamma_1 \sin(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_3)}, \\
\theta_B &= \Delta\varphi_1 + \arctan 2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2 \cos(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)}{\gamma_2 \sin(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)}, \\
\theta_C &= \Delta\varphi_2 + \arctan 2 \frac{\gamma_2 - \gamma_3 \cos(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2)}{\gamma_3 \sin(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2)}.
\end{aligned}$$

Die Größen γ_1 , γ_2 und γ_3 können durch Größen v_1 , v_2 und v_3 ersetzt werden.

Der in Kapitel 3.3 vorgestellte Algorithmus zur Ermittlung des Phasenschubs wird ebenfalls für inhomogene Modulationen erweitert - die Herleitung dafür ist in Anhang E dargestellt. Das Ergebnis lautet wie folgt:

$$\Delta\varphi = \arccos \left(\frac{d/k - 0.5v_1^2 - 0.5v_2^2}{-v_1v_2} \right), \quad (3.30)$$

mit

$$k = \frac{2d_{\max}}{(v_{1,\text{cal}} + v_{2,\text{cal}})^2}. \quad (3.31)$$

$v_{1,\text{cal}}$ und $v_{2,\text{cal}}$ bezeichnen dabei die Größen gemäß Gleichung 3.28 während der Kalibration.

In Abbildung 3.11 sind die Abweichungen des durch quadratische Differenz ermittelten Phasenschubs zum wahren Phasenschub dargestellt. Als wahrer Phasenschub wurde hier näherungsweise der Phasenschub angenommen, der bei ausreichender Specklegröße mit Hilfe des räumlichen Phasenschiebens gewonnen wurde. Die Standardabweichung des Fehlers beträgt ohne Modulationsausgleich $4,3^\circ$, mit Modulationsausgleich $0,8^\circ$.

3.5 Gesamtsystem

In den vorherigen Kapiteln wurden Algorithmen dargestellt, die den zeitlichen Phasenschub gegenüber umgebungsbedingten Störeinflüssen robuster machen. Auch wurden Möglichkeiten erläutert, den negativen Einfluss von Modulationsschwankungen zu minimieren. Zur besseren Übersicht sind in Abbildung 3.12 alle Schritte noch einmal schematisch dargestellt.

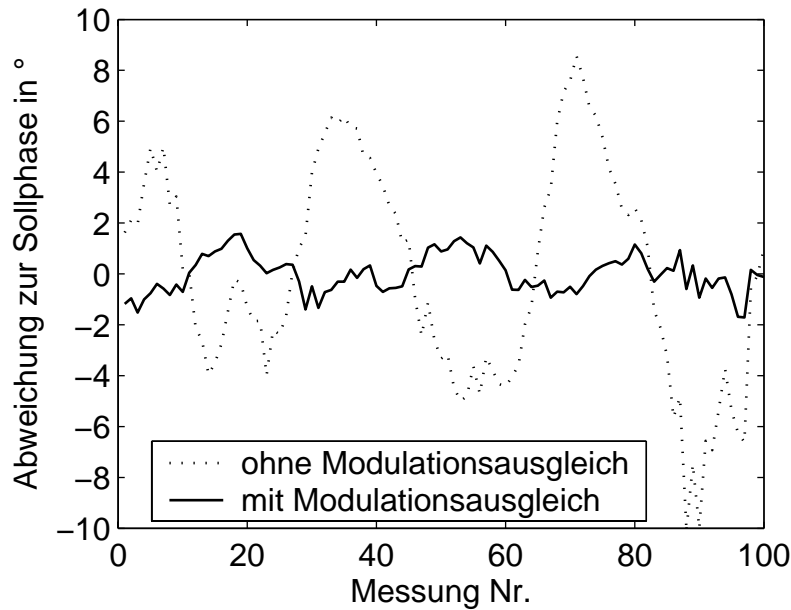


Abbildung 3.11: Phasenschubbestimmung bei Modulationsschwankungen (gemessen)

3.6 Alternative Lösungsansätze

Iterative Lösung nach Han und Kim [18, 19]

Alternativ zur vorgestellten Lösung existiert eine iterative Lösung nach Han und Kim [18, 19]. Aus dem Gleichungssystem (3.3) ist ersichtlich, dass pro Punkt zunächst drei Unbekannte vorhanden sind: I_0 , γ und ϕ . Für einen m -Schritt-Phasenschub-Algorithmus kommen $m-1$ Unbekannte hinzu, wenn ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen wird $\Delta\varphi_1 = 0$. Wird nun ein Nachbarpunkt in die Betrachtung mit aufgenommen, so kommen lediglich drei weitere Unbekannte hinzu, da der Phasenschub als konstant angenommen werden kann. Für n Nachbarpunkte ergibt sich die Anzahl der Unbekannten u folglich zu:

$$u = 3 \cdot n + m - 1. \quad (3.32)$$

Pro Punkt erhält man m Intensitäten. Die Gesamtzahl i an Intensitäten bei Verwendung von n Nachbarpunkten berechnet sich also zu:

$$i = m \cdot n. \quad (3.33)$$

Für die Lösung des Gleichungssystems muss die Anzahl i an Intensitäten nun größer oder gleich der Anzahl an Unbekannten u sein:

$$i \geq u. \quad (3.34)$$

Für die Anzahl an Nachbarpunkten ergibt sich damit:

$$n \geq \frac{m-1}{m-3} \quad \text{mit } m \geq 4. \quad (3.35)$$

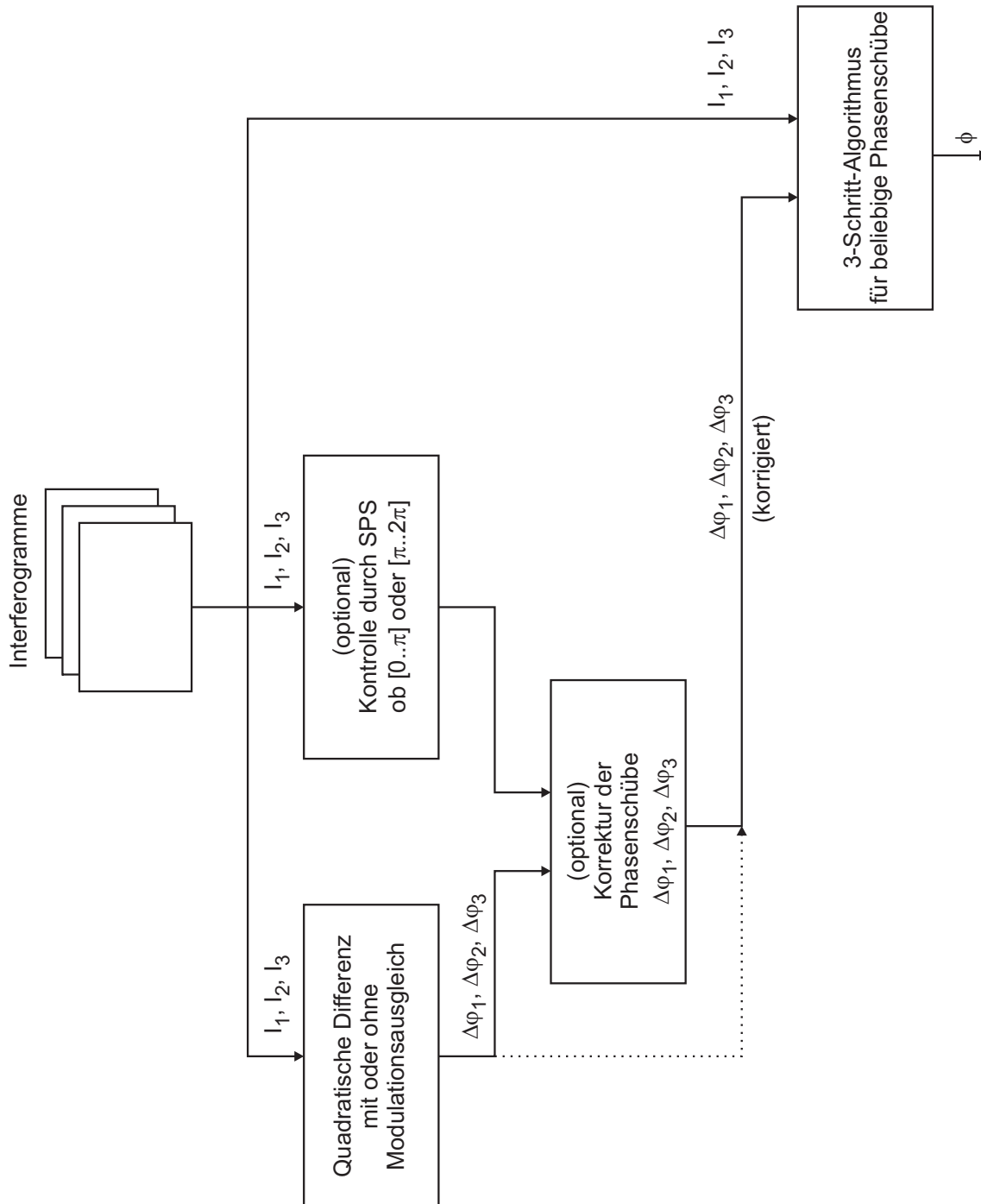


Abbildung 3.12: Gesamtüberblick stabiler zeitlicher Phasenschub

Für einen Vier-Schritt-Algorithmus sind also z.B. drei Nachbarpunkte notwendig, um das nichtlineare 12×12 Gleichungssystem zu lösen. Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt nach Han nun iterativ, wobei nach [25] dazu meist mehr als 100 Iterationen notwendig sind. Der Rechenaufwand dieses Algorithmus ist also extrem hoch, wobei er in [19] erheblich reduziert werden konnte. Nach [36] ist dieses Verfahren außerdem sensitiv gegenüber Ausreißern.

4. Unstetige Oberflächen

4.1 Problemstellung

Bei vielen Messaufgaben sind Oberflächen anzutreffen, welche Unstetigkeiten, wie Stufen, Löcher etc. aufweisen. Diese Unstetigkeiten sind für alle Messsysteme, die ein periodisches Messergebnis liefern, problematisch: Es können ohne Vorwissen bzgl. der Richtung lediglich Stufen eindeutig aufgelöst werden, deren Höhe kleiner ist als die halbe Periode des Signals. Im Falle der Formvermessung mit Speckle-Interferometrie und Zwei-Wellenlängen-Verfahren wird die Periode durch die synthetische Wellenlänge Λ (vgl. Gleichung 2.18) dargestellt. Dadurch ergibt sich der maximale Höhenunterschied h , der noch eindeutig aufgelöst werden kann, zu:

$$h = \frac{1}{2}\Lambda. \quad (4.1)$$

Abbildung 4.1 zeigt eine Stufe, welche mit einer synthetischen Wellenlänge Λ vermessen wird, die kleiner ist als die Stufenhöhe h . Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass es mehrere Lösungsmöglichkeiten gibt. Die Höhe h ergibt sich allgemein zu:

$$h = \left(\frac{\phi}{2\pi} + n \right) \cdot \Lambda \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}_0. \quad (4.2)$$

Die Unsicherheit liegt im Faktor n . Es ist nicht bekannt, wie viele Perioden innerhalb der Stufe liegen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch vom Abzählproblem [51]. Da es nicht möglich ist, Nachbarschaftsbeziehungen heranzuziehen, muss für die eindeutige Auflösung von Stufen eine synthetische Wellenlänge gewählt werden, die mindestens doppelt so groß ist wie der aufzulösende Höhenunterschied.

Die Messdaten I nach Gleichung (2.1) sind verrauscht. Wird dieses Rauschen σ_I als gaußverteilt angenommen, so pflanzt es sich gemäß dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz in ein Rauschen im Phasenbild σ_ϕ fort [3]. Die genaue Form der Fortpflanzung hängt vom verwendeten Phasenschubalgorithmus ab und soll hier nicht näher betrachtet werden.

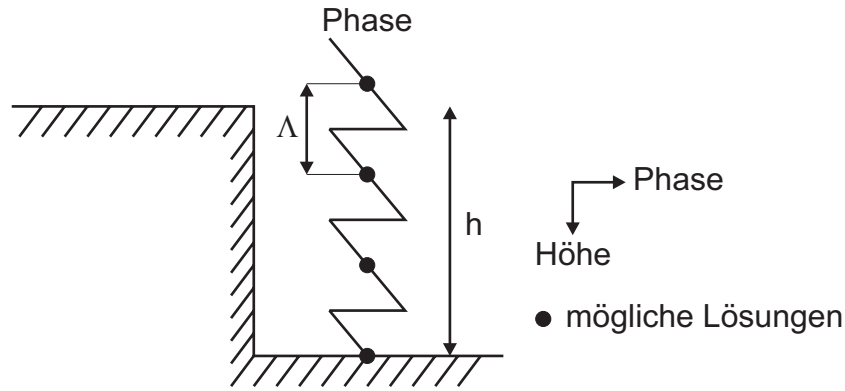


Abbildung 4.1: Stufe bei der interferometrischen Formermassung

Für das synthetische Phasenbild werden nach Gleichung (2.27) zwei Phasenbilder miteinander verrechnet. Für $\lambda_1 \approx \lambda_2$ gilt $\sigma_{\phi,1} \approx \sigma_{\phi,2} = \sigma_{\phi}$. Damit ergibt sich das Rauschen des synthetischen Phasenbildes σ_{Λ} :

$$\sigma_{\Lambda} = \sqrt{2}\sigma_{\phi}. \quad (4.3)$$

Nach dem Unwrapping ergibt sich das Höhenrauschen σ_z unter Verwendung von Gleichung (2.36) zu:

$$\sigma_z = \frac{\Lambda}{2\pi} \sqrt{2}\sigma_{\phi}. \quad (4.4)$$

Das Höhenrauschen σ_z , welches letztendlich die Messunsicherheit des Messergebnisses darstellt, ist demnach proportional zur synthetischen Wellenlänge. Soll eine unstetige Oberfläche eindeutig und mit einer geringen Messunsicherheit vermessen werden, so resultiert dies in einem Dilemma: Einerseits muss die synthetische Wellenlänge so groß gewählt werden, dass Stufen eindeutig aufgelöst werden können, andererseits muss sie für eine geringe Messunsicherheit möglichst klein gehalten werden.

4.2 Allgemeine Lösung

Die allgemeine Lösung des im letzten Abschnitt angesprochenen Dilemmas liegt in der Verwendung von mehreren synthetischen Wellenlängen. Eine synthetische Wellenlänge wird dabei nach Gleichung (4.1) mindestens doppelt so groß wie die höchste auftretende Stufe gewählt, um die Eindeutigkeit zu gewährleisten. Weiterhin wird mindestens eine weitere synthetische Wellenlänge so gewählt, dass sie die Genauigkeit nach Gleichung (4.4) sicherstellt. Das Ziel ist es nun, die Phasenbilder P_i , die auf unterschiedlichen synthetischen Wellenlängen Λ_i basieren, so zu fusionieren, dass das Endergebnis im Idealfall Eindeutigkeit und geringes Rauschen vereint. Gleichung (4.5) zeigt das Fusionsproblem für zwei Phasenbilder formelmäßig:

$$P_{i-1} \cdot \frac{\Lambda_{i-1}}{2\pi} = P_i \cdot \frac{\Lambda_i}{2\pi} + N_i \cdot \Lambda_i \quad \text{mit } N_i \in \mathbb{N}_0 \quad \text{und } \Lambda_i < \Lambda_{i-1}. \quad (4.5)$$

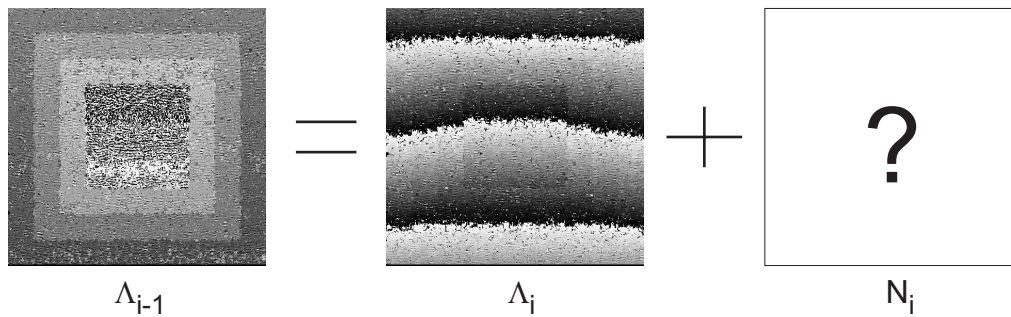


Abbildung 4.2: Fusionsproblem grafisch

Die Aufgabe der Fusion besteht in der Ermittlung von N_i . In Abbildung 4.2 ist das Problem noch einmal grafisch dargestellt: Im Phasenbild Λ_{i-1} sind alle Stufen eindeutig zu erkennen, das Phasenbild Λ_i weist ein geringeres Rauschen auf (hier nicht dargestellt).

Um die Problematik bei der Bestimmung von N_i nach Gleichung (4.5) einzuschätzen, wird im Folgenden die Fehlerwahrscheinlichkeit p_e dieser Berechnung ermittelt. Ein Fehler ergibt sich hier, wenn das berechnete N_i eine oder mehrere Stufen vom idealen N_i abweicht. Aufgelöst nach N_i ergibt sich:

$$N_i = \frac{1}{\Lambda_i} \left(P_{i-1} \cdot \frac{\Lambda_{i-1}}{2\pi} - P_i \cdot \frac{\Lambda_i}{2\pi} \right). \quad (4.6)$$

Für das Rauschen $\sigma_{N,i}$ ergibt sich nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\begin{aligned} \sigma_{N,i} &= \frac{1}{\Lambda_i 2\pi} \sqrt{\sigma_\Lambda^2 \Lambda_{i-1}^2 + \sigma_\Lambda^2 \Lambda_i^2} \\ &= \frac{\sigma_\Lambda}{\Lambda_i 2\pi} \sqrt{\Lambda_{i-1}^2 + \Lambda_i^2}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

In Abbildung 4.3 ist die als normal verteilt angenommene Häufigkeitsverteilung von N_i dargestellt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit gelte hier $N_i = 0$. Damit ergibt sich die Fehlerwahrscheinlichkeit p_e zu:

$$\begin{aligned} p_e &= P(N_i > 0.5) + P(N_i < -0.5) \\ &= 2(1 - P(N_i < 0.5)), \end{aligned} \quad (4.8)$$

und somit:

$$p_e = 2 - 2\Phi \left(\frac{\pi \Lambda_i}{\sigma_\Lambda \sqrt{\Lambda_{i-1}^2 + \Lambda_i^2}} \right). \quad (4.9)$$

wobei Φ die normierte Normalverteilung symbolisiert. Eine geringe Fehlerwahrscheinlichkeit kann also entweder durch einen kleinen Faktor zwischen Λ_i und Λ_{i-1} erreicht werden oder durch ein kleines Rauschen σ_Λ .

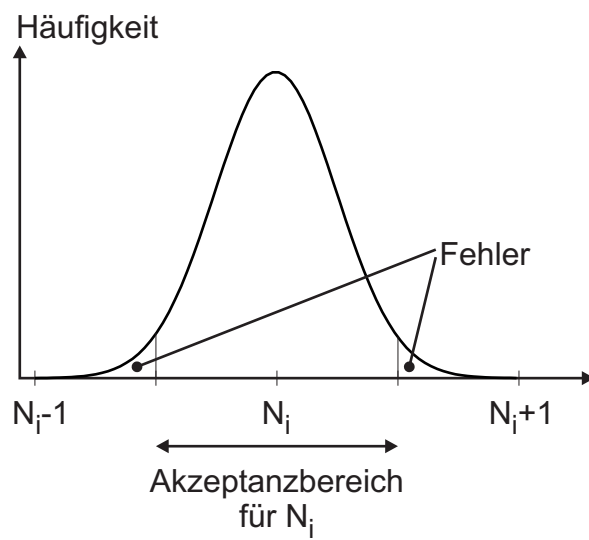


Abbildung 4.3: Häufigkeitsverteilung von N_i

4.3 Hierarchische Verstetigung

Lösungen, die den Faktor zwischen Λ_i und Λ_{i-1} dem vorhandenen Rauschen σ_Λ anpassen, sind unter den Begriffen „temporal phase unwrapping“ [49] und „hierarchical multi-wavelength contouring“ bzw. „hierarchische Verstetigung“ [39], [51] bekannt. Die nachfolgende Darstellung der hierarchischen Verstetigung stützt sich auf die Arbeiten von Seebacher [51].

Bei der hierarchischen Verstetigung wird eine Reihe von Messungen mit verschiedenen synthetischen Wellenlängen zu einem eindeutigen Ergebnis mit geringem Rauschen kombiniert, ohne dabei Nachbarschaftsbeziehungen heranzuziehen. Die erste Messung mit der größten synthetischen Wellenlänge stellt dabei die Eindeutigkeit sicher, weist jedoch eine hohe Messunsicherheit auf. Bei den folgenden Messungen wird die synthetische Wellenlänge immer weiter verkleinert. Um die Eindeutigkeit zu erhalten, wird dabei jede Messung mit der vorhergehenden Messung bzw. Verstetigung gemäß Gleichung (4.7) verrechnet. Dabei bleibt das geringe Rauschen erhalten. Dieser iterative Messablauf wird so lange fortgesetzt, bis die erforderliche Messunsicherheit erreicht ist. Die Anzahl der erforderlichen Messungen ist abhängig vom Rauschen und der angestrebten Messunsicherheit.

Werden in i Messungen die Phasendaten P_i unter Verwendung der synthetischen Wellenlängen Λ_i gewonnen, so kann für die Höhendaten z_i geschrieben werden:

$$z_i = P_i \cdot \frac{\Lambda_i}{2\pi}, \quad (4.10)$$

wobei nur die erste Messung $i = 1$ mit der synthetischen Λ_1 eindeutig ist bzw. sein muss. Eindeutig in diesem Zusammenhang bedeutet, dass die synthetische Wellenlänge gemäß Gleichung (4.1) gewählt werden muss und dass maximal ein Streifen im Bild vorhanden sein darf (der evtl. vorhandene Phasenübergang muss durch Addition einer konstanten Phase aus dem Bild geschoben werden können). Für alle nachfolgend aufgezeichneten Höhendaten z_i mit $i > 1$ gelten diese Einschränkungen nicht. Sie werden nach folgender Formel verstetigt:

$$z_{v,i} = z_i + \text{round} \left(\frac{z_{v,i-1} - z_i}{\Lambda_i} \right) \cdot \Lambda_i, \quad (4.11)$$

beziehungsweise

$$z_{v,i} = \left(P_i/2\pi + \text{round} \left(\frac{z_{v,i-1} - P_i\Lambda_i/2\pi}{\Lambda_i} \right) \right) \cdot \Lambda_i, \quad (4.12)$$

wobei gilt

$$z_{v,1} = z_1. \quad (4.13)$$

Die hierarchische Verstetigung nach Seebacher arbeitet ohne Unwrapping. Allerdings ist die Verwendung eines Unwrapping-Algorithmus im Zusammenhang mit der hierarchischen Verstetigung nicht ausgeschlossen, wobei hier jedoch nur das Unwrapping des Phasenbildes P_1 sinnvoll ist. Wird der in Kapitel 2.9 vorgestellte Unwrapping-Algorithmus

verwendet, so behalten alle hier dargestellten Formeln ihre Gültigkeit, da keine Filterung des Phasenbildes erfolgt. Es gilt dann:

$$z_{v,1} = z_1 = U_1. \quad (4.14)$$

Dadurch entfällt die oben erwähnte Voraussetzung, dass nur ein Streifen im Phasenbild vorhanden sein darf. Allerdings muss die Wellenlänge Λ_1 nach wie vor gemäß Gleichung (4.1) gewählt werden. Bei der Verwendung von Unwrapping-Algorithmen, welche das Phasenbild filtern, ist zu beachten, dass dabei Nachbarschaftsbeziehungen herangezogen werden. Dadurch wird die Grundidee der hierarchischen Verstetigung verletzt.

Tabelle 4.1 zeigt die hierarchische Verstetigung einer Höhenstufe der Höhe $h = 100 \mu\text{m}$ an fünf Messpunkten. Die Höhendaten z_i sind jeweils mit einem normalverteilten Rauschen $n = \sigma_{\Lambda,i} = 0.1 \cdot \Lambda_i$ beaufschlagt. Ein simuliertes Beispiel für die hierarchische Verstetigung ist in den Abbildungen 4.4 und 4.5 gezeigt. Die gezeigten Schnittlinien, die in allen Bildern gleich gewählt wurden, sind zur besseren Veranschaulichung verschoben dargestellt. Die Kurve *ref* bezeichnet dabei die Referenzkurve. Es zeigt sich, dass das Rauschen bei fortschreitender Verstetigung stets kleiner wird.

Für die Berechnung der Messunsicherheit, die sich in den einzelnen Stufen der hierarchischen Verstetigung ergibt, sei auf [51] verwiesen. Anzumerken ist, dass einzelne „Ausreißer“ speziell im z_1 -Bild durch die nachfolgenden Verstetigungsschritte nicht mehr kompensiert werden können. Da diese „Ausreißer“ jedoch statistisch verteilt auftreten, lassen sie sich gut durch die Verwendung eines Median-Filters eliminieren.

Bei der Simulation steht im Gegensatz zur Messung stets die Soll-Oberfläche zur Verfügung. Der direkte Vergleich zwischen Simulationsergebnis (Ist) und Soll-Oberfläche zur Bestimmung der Messunsicherheit ist jedoch nur bedingt aussagekräftig. Dies liegt daran, dass bei einer Specklegröße $x_{sp} > 1$ die Kantenlokalisierung auch bei der hierarchischen Verstetigung nicht exakt ist. Bereits kleine Kantenverschiebungen führen beim direkten Vergleich zu einer hohen Messunsicherheit. Soll dieser Effekt eliminiert werden, so sind die Bereiche um die Kanten zur Bestimmung der Messunsicherheit auszuschließen bzw. Teilbereiche zu wählen, welche keine Kanten enthalten. Als Beispiel hierfür soll die in Abbildung 4.4 dargestellte Verstetigung dienen, wobei hier zur Bestimmung der Messunsicherheit die Standardabweichung zwischen Ist und Soll verwendet wird. Aufgrund des Verhältnisses zwischen der größten und der kleinsten synthetischen Wellenlänge ($125, 25 \mu\text{m}$ und $12, 75 \mu\text{m}$) wäre ein Rückgang der Messunsicherheit bei den Höhendaten $z_{v,1}$ zu den Höhendaten $z_{v,4}$ im Bereich von 1:10 zu erwarten. Die Standardabweichung der Differenz zwischen dem z_1 -Bild und der Referenzfläche beträgt $5, 5 \mu\text{m}$, zwischen dem $z_{v,4}$ -Bild und der Referenzfläche $3, 6 \mu\text{m}$. Der Rückgang der Standardabweichung liegt also nicht im zu erwartenden Bereich. Wird dagegen ein Ausschnitt ohne Kanten gewählt, so reduziert sich die Standardabweichung von $5, 0 \mu\text{m}$ auf $0, 6 \mu\text{m}$.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die hierarchische Verstetigung die maximal mögliche laterale Auflösung aufweist, da keine Nachbarschaftsbeziehungen zur Anwendung kommen. Weiterhin kann bei entsprechender Wahl der größten synthetischen Wellenlänge auf das Unwrapping verzichtet werden. Allerdings benötigt die hierarchische Verstetigung eine Vielzahl von synthetischen Wellenlängen, was dann als ein entscheidender Nachteil zu werten ist, wenn die Erzeugung der Wellenlängen einen erheblichen Aufwand darstellt.

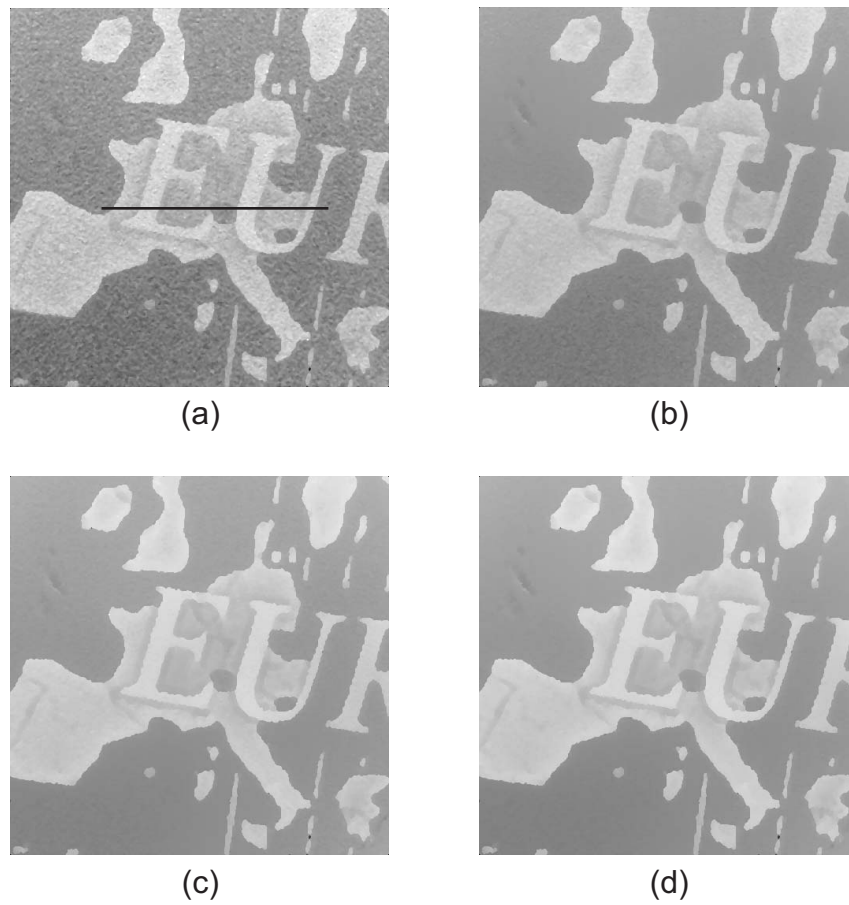


Abbildung 4.4: Beispiel für die hierarchische Verstetigung: (a) z_1 incl. Schnittlinie, (b) $z_{v,2}$, (c) $z_{v,3}$, (d) $z_{v,4}$; verwendete Wellenlängen: 125, 25 μm , 62, 75 μm , 25, 25 μm und 12, 75 μm ; (simuliert)

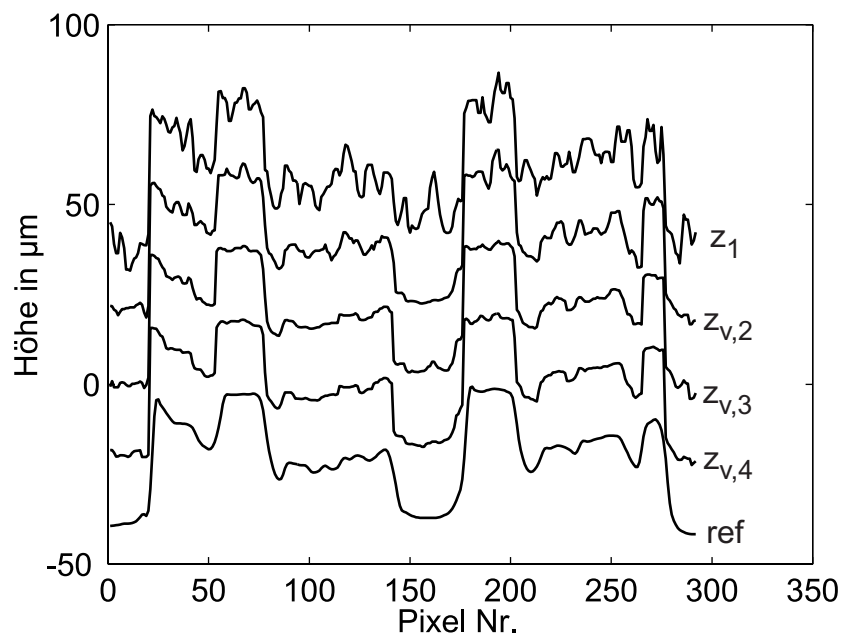


Abbildung 4.5: relativer Höhenverlauf entlang der Schnittlinie

	Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Punkt 4	Punkt 5
Höhe h	100	100	100	100	100
$z_1 + n$ (200 μm)	91	67	103	107	77
$z_2 + n$ (100 μm)	12	12	0	3	2
$z_3 + n$ (50 μm)	49	4	47	11	49
$z_4 + n$ (25 μm)	0	3	0	0	23
$z_{v,2}$	112	112	100	103	102
$z_{v,3}$	99	104	97	111	99
$z_{v,4}$	100	103	100	100	98

Tabelle 4.1: Beispiel hierarchische Verstetigung - alle Angaben in μm

4.4 Zwei-Phasenbild-Verfahren

Für eine Fusion von Eindeutigkeit und niedriger Messunsicherheit sind mindestens zwei synthetische Wellenlängen erforderlich: Λ_L , die die Eindeutigkeit sicherstellt und Λ_S , welche die erforderliche Messunsicherheit aufweist. Im Vergleich mit der hierarchischen Verstetigung sind also mindestens das erste und das letzte Bild der Sequenz für eine Fusion erforderlich - in Abbildung 4.6 ist dies beispielhaft gezeigt.

Die beiden synthetischen Wellenlängen für das Zwei-Phasenbild-Verfahren ergeben sich nun also nur aus den Anforderungen hinsichtlich Eindeutigkeit und Messunsicherheit und nicht, wie bei der hierarchischen Verstetigung, auch aus der Fehlerwahrscheinlichkeit nach Gleichung (4.9). Der Abstand zwischen den synthetischen Wellenlängen ist hier also nicht mehr der Fehlerwahrscheinlichkeit angepasst, so dass die einzig verbleibende Möglichkeit die Reduktion der Standardabweichung σ_Λ aus Gleichung (4.9) ist. Die Reduktion der Standardabweichung lässt sich durch die Ausnutzung von Nachbarschaftsbeziehungen erreichen. Eine Entscheidung bzgl. eines Wertes im N-Bild wird also nicht punktwise isoliert gefällt, sondern lokal unter Berücksichtigung der Nachbarpunkte.

Alle im Folgenden dargestellten Algorithmen arbeiten mit den ungewrappten Phasenbildern U_L und U_S und dem sich daraus ergebenden N-Bild:

$$\begin{aligned} U_L &= \left(\frac{P_L}{2\pi} + n_L \right) \cdot \Lambda_L, \\ U_S &= \left(\frac{P_S}{2\pi} + n_S \right) \cdot \Lambda_S, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$N = \frac{U_L - U_S}{\Lambda_S}. \quad (4.16)$$

Die Standardabweichung im N-Bild ergibt sich nach Gleichung (4.7) zu:

$$\sigma_N = \frac{\sigma_\Lambda}{2\pi\Lambda_S} \sqrt{\Lambda_L^2 + \Lambda_S^2}. \quad (4.17)$$

Abbildung 4.7 zeigt ein typisches N-Bild. Im idealen, rauschfreien Fall enthält das N-Bild lediglich Zahlen $\in \mathbb{N}_0$. Dadurch ergeben sich geschlossene Bereiche mit eindeutigen Rändern - kontinuierliche Übergänge sind nicht möglich. Durch das Rauschen wird dies zwar stochastisch gestört, jedoch nicht prinzipiell.

Eine Reduktion der Standardabweichung im N-Bild lässt sich, wie bereits erwähnt, durch die Ausnutzung von Nachbarschaftsbeziehungen erreichen. Bei der Bewertung der Bildverarbeitungs-Algorithmen, welche dies erreichen, stehen primär folgende Punkte im Vordergrund:

- hohe Reduktion der Standardabweichung
- geringer Verlust an lateraler Auflösung
- hohe Konturtreue

Nach der Bildverarbeitung steht allgemein das N-Bild N_V zur Verfügung. Das verstetigte, ungewrappte Phasenbild U_V ergibt sich dann zu:

$$U_V = U_S + N_V \cdot \Lambda_S. \quad (4.18)$$

Aufgrund der Eigenschaft des N-Bildes, dass nur geschlossene Bereiche auftreten, sind im Speziellen Algorithmen aus dem Bereich der Segmentierung interessant. Jähne [27] unterscheidet die Algorithmen zur Segmentierung in folgende Klassen:

- pixelorientierte Verfahren (hier schwellenwertorientierte Verfahren)
- kantenbasierte Verfahren
- regionenorientierte Verfahren
- modellbasierte Segmentierung

Algorithmen der ersten drei Klassen werden in den folgenden Kapiteln auf ihre Anwendbarkeit hin untersucht. Die modellbasierte Segmentierung erfordert z.B. die Kenntnis über die Form der zu segmentierenden Objekte, in unserem Fall also spezielle Formen im N-Bild. Aufgrund dieser Randbedingungen wird diese Klasse hier nicht untersucht.

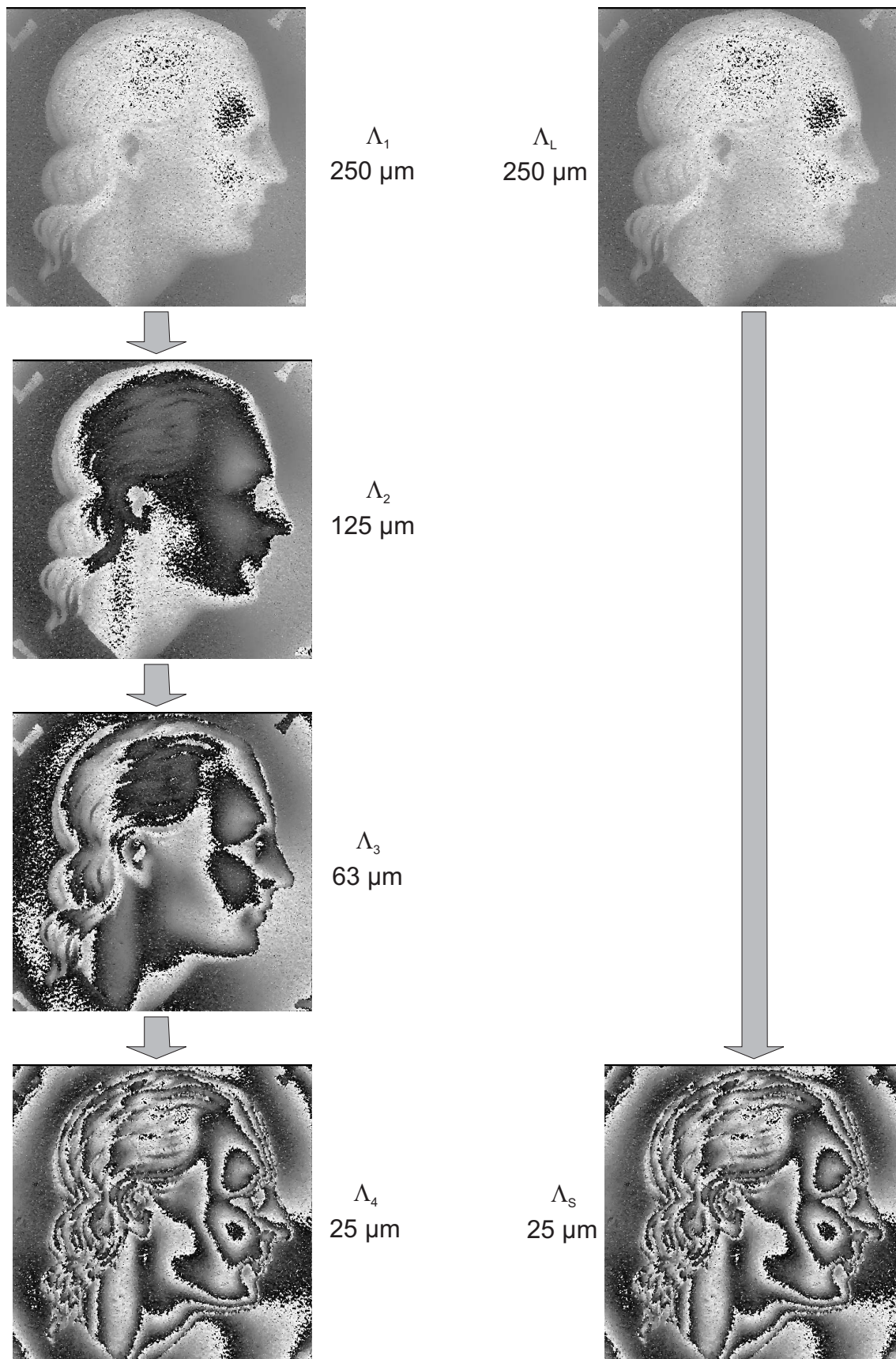


Abbildung 4.6: schematischer Vergleich zwischen hierarchischer Verstetigung (links) und Zwei-Phasenbild-Verfahren (rechts); (simuliert)

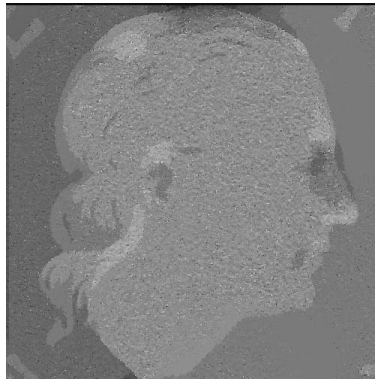


Abbildung 4.7: typisches N-Bild (simuliert)

4.4.1 Rauschcharakterisierung

Bei einigen der in den folgenden Kapitel vorgestellten Algorithmen ist eine effektive Rauschfilterung notwendig. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle die Charakteristik des Rauschens im N-Bild untersucht werden. Abbildung 4.8 zeigt den Ausschnitt aus einem gemessenen N-Bild, den mit einem 3x3 Median gefilterten Ausschnitt und das Spektrum. Es ist deutlich erkennbar, dass es sich hier nicht um weißes, sondern um farbiges Rauschen handelt.

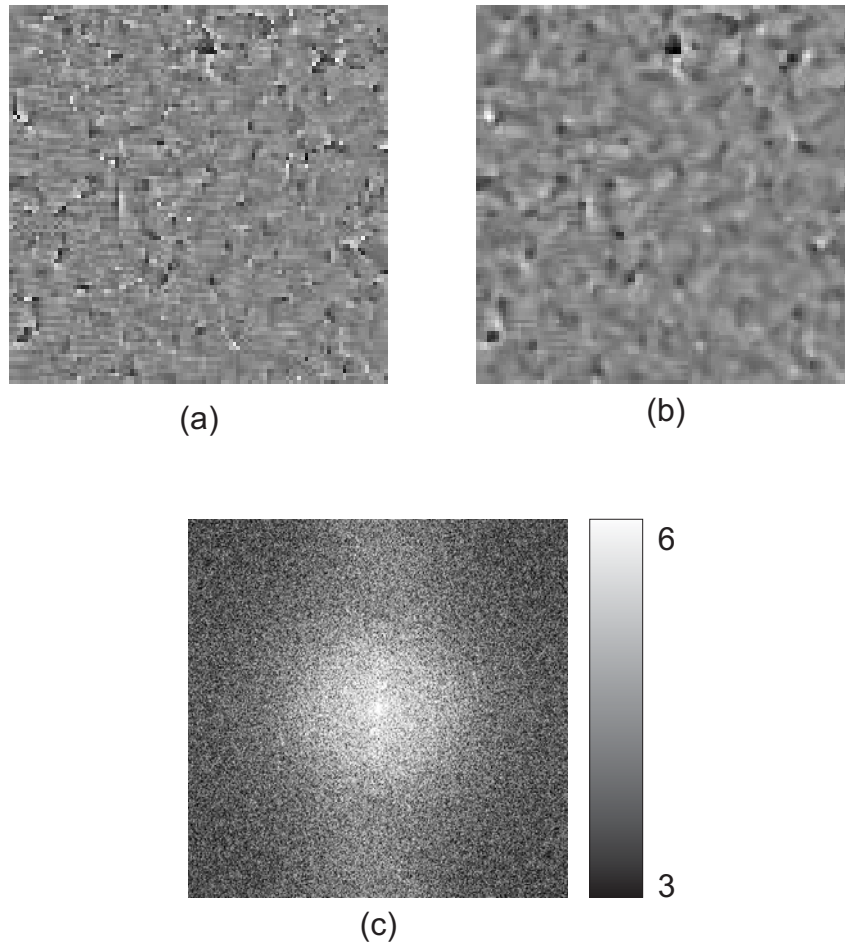


Abbildung 4.8: Rauschen im N-Bild: (a) Ausschnitt N-Bild; (b) Ausschnitt nach 3x3 Median; (c) $\log_{10}(|FFT|)$; (gemessen)

Der erkennbare niederfrequente Anteil lässt sich durch die frequenzlimitierenden Eigenschaften der Blende erklären und ist deshalb unter anderem von der Blendengröße und damit der Specklegröße abhängig. Außerhalb des niederfrequenten Rauschanteils sind jedoch auch weiße Rauschanteile sichtbar. Aus diesem Grund wird das frequenzabhängige Rauschen $\sigma_N(\mathbf{f})$ hier durch zwei Anteile modelliert: Einem weißen gaußverteilten Anteil σ_W und einem weißen gaußverteilten Anteil σ_C , gefiltert mit dem Filter $C(\mathbf{f})$. Der erste Anteil bestimmt dabei den weißen Anteil des Rauschens, der zweite den niederfrequenten Anteil:

$$\sigma_N(\mathbf{f}) = \sigma_W + \sigma_C \cdot C(\mathbf{f}). \quad (4.19)$$

Wird das N-Bild nun mit dem Filter $f(x, y)$ gefiltert, so ergibt sich das Rauschen von $\sigma_{N,f}$ unter Anwendung des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes zu:

$$\sigma_{N,f} = \sqrt{\sigma_W^2 \sum_{x,y} f(x,y)^2 + \sigma_C^2 \sum_{x,y} (c(x,y) * f(x,y))^2}, \quad (4.20)$$

mit

$$c(x, y) = \mathcal{F}^{-1}C(\mathbf{f}). \quad (4.21)$$

Dieses, wohlgemerkt recht einfache Modell ermöglicht es, bei bekanntem σ_W und σ_C die Wirkung des Filters $f(x, y)$ vorherzusagen. Sind die Größen nicht bekannt, so lohnt es dennoch, die Rauschcharakteristik zu beachten: Eine Verdoppelung der Filtergröße z.B. führt nicht zwangsläufig zu einer Halbierung des Rauschens.

4.4.2 Schwellenwertorientierte Verfahren

Die erste Klasse von Algorithmen wird von Jähne [27] als „pixelorientierte Verfahren“ bezeichnet. Die pixelorientierte Segmentierung trennt Objekte durch die Anwendung von Schwellenwerten, deren geeignete Wahl im Allgemeinen eine durchaus komplexe Aufgabe sein kann. Im vorliegenden Fall des N-Bildes sind die Schwellenwerte jedoch klar vorgegeben: Als optimaler Schwellenwert wird jeweils die Mitte zwischen zwei Stufen verwendet (vgl. auch Abbildung 4.3):

$$s = n + 0.5 \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}_0. \quad (4.22)$$

Für die Zuordnung eines Wertes n zu seinem Objekt bzw. der korrekten Stufe kann also geschrieben werden:

$$n_v = \text{round}(n). \quad (4.23)$$

Damit entspricht die pixelorientierte Segmentierung exakt einer Stufe der hierarchischen Verstetigung. Da aber eine einstufige hierarchische Verstetigung aufgrund der hohen Fehlerwahrscheinlichkeit nicht zielführend ist, muss das Rauschen zunächst reduziert werden, was hier durch die Anwendung von Filtern erreicht wird. Aus diesem Grund ist die Bezeichnung „pixelorientierte Segmentierung“ hier nicht sinnvoll - „schwelenwertorientierte Verfahren“ ist in diesem Zusammenhang treffender. Eine anschauliche Voraussetzung für eine schwelenwertorientierte Segmentierung sind sichtbare Bereichsgrenzen im Histogramm des Bildes [27]. Abbildung 4.9 zeigt deutlich, dass im Histogramm eines ungefilterten N-Bildes die Schwellenwerte nach Gleichung 4.22 jedoch nicht sichtbar sind. Dies liegt an dem hohen Rauschen im N-Bild, was bewirkt, dass sich die einzelnen Gaußverteilungen um die Stufen sehr stark überlappen. Wird das N-Bild jedoch gefiltert, wie im Fall von Abbildung 4.9 mit einem Gaußfilter ($\sigma = 2.0$), so werden die Grenzen sichtbar.

Wird ein linearer Filter (Gaußfilter, Rechteckfilter etc.) zur Glättung des N-Bildes verwendet, so werden die Kanten im N-Bild verwischt. Dies spielt aufgrund der nachfolgenden Rundungs-Operation bei einer Stufenhöhe von $N = 1$ zwar keine Rolle, führt aber bei Stufenhöhen von $N > 1$ zu einem mehrstufigen Übergang. Ein Übergang erfolgt dabei z.B. nicht von 1 nach 4 sondern von 1 über 2 und 3 nach 4. Abbildung 4.11 (b) verdeutlicht diese mehrstufigen Übergänge. Ein Vertreter der nichtlinearen Filter, der Medianfilter, ist allgemein besser geeignet, wenn eine Mittelung unter gleichzeitiger Erhaltung der Kanten erforderlich ist [27]. Abbildung 4.11 (c) zeigt, dass die Ausprägung der stufigen Übergänge zwar reduziert wurde, jedoch nicht vollständig verschwunden ist. Bei Messungen hat sich sogar ergeben, dass der Medianfilter gegenüber dem Gaußfilter nicht zwangsläufig bessere Ergebnisse liefern muss, wie in Abbildung 4.12 dargestellt ist. Formelmäßig lautet für die Filterung mit einem Gauß-Tiefpass G_{norm} und anschließender Rundung:

$$N_V = \text{round}(N * G_{norm}), \quad (4.24)$$

und für den Median-Filter:

$$N_V = \text{round}(\text{median}(N)). \quad (4.25)$$

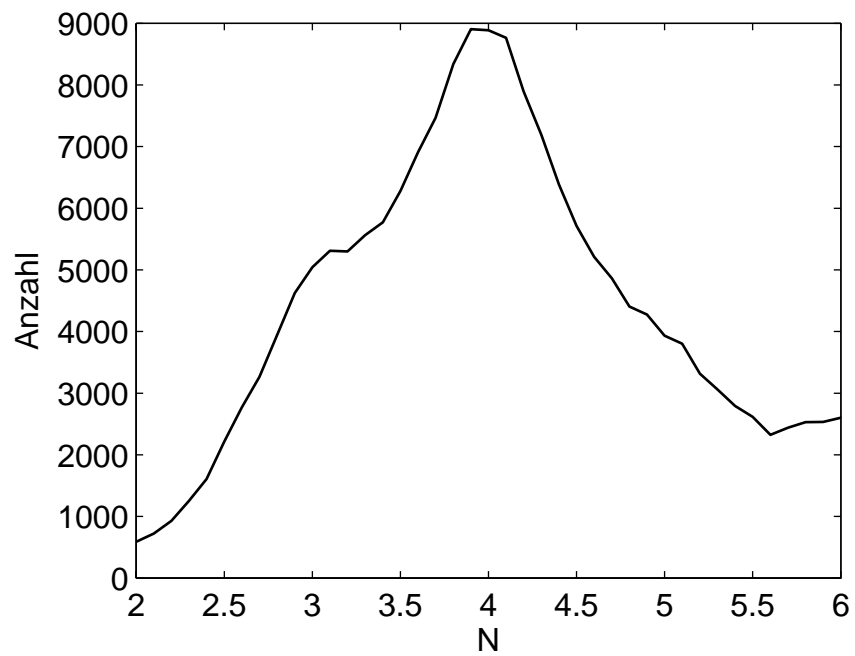


Abbildung 4.9: Histogramm eines typischen ungefilterten N-Bildes (simuliert)

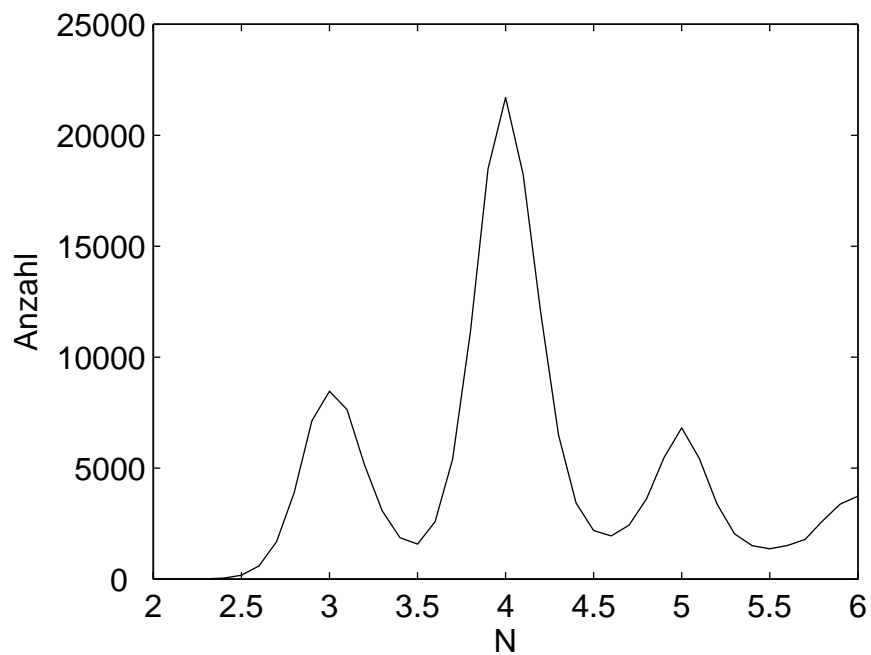


Abbildung 4.10: Histogramm eines typischen gefilterten N-Bildes (simuliert)

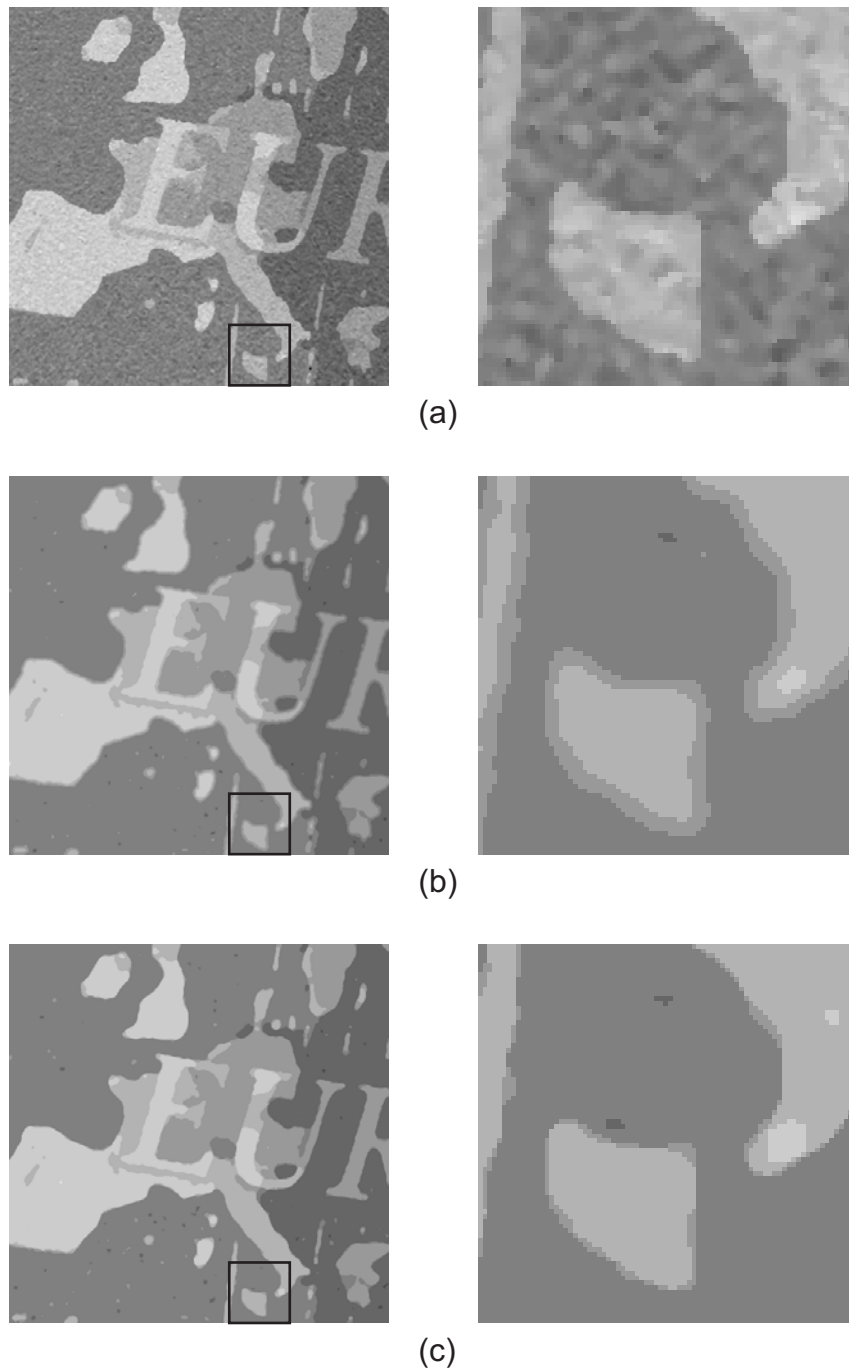


Abbildung 4.11: (a) simuliertes N-Bild nach 3x3 Median (a); (b) N-Bild nach 3x3 Median, Gaußglättung $\sigma = 2,0$ und Rundung; (c) N-Bild nach 3x3, 7x7 Median und Rundung - jeweils mit Ausschnitt; (simuliert)

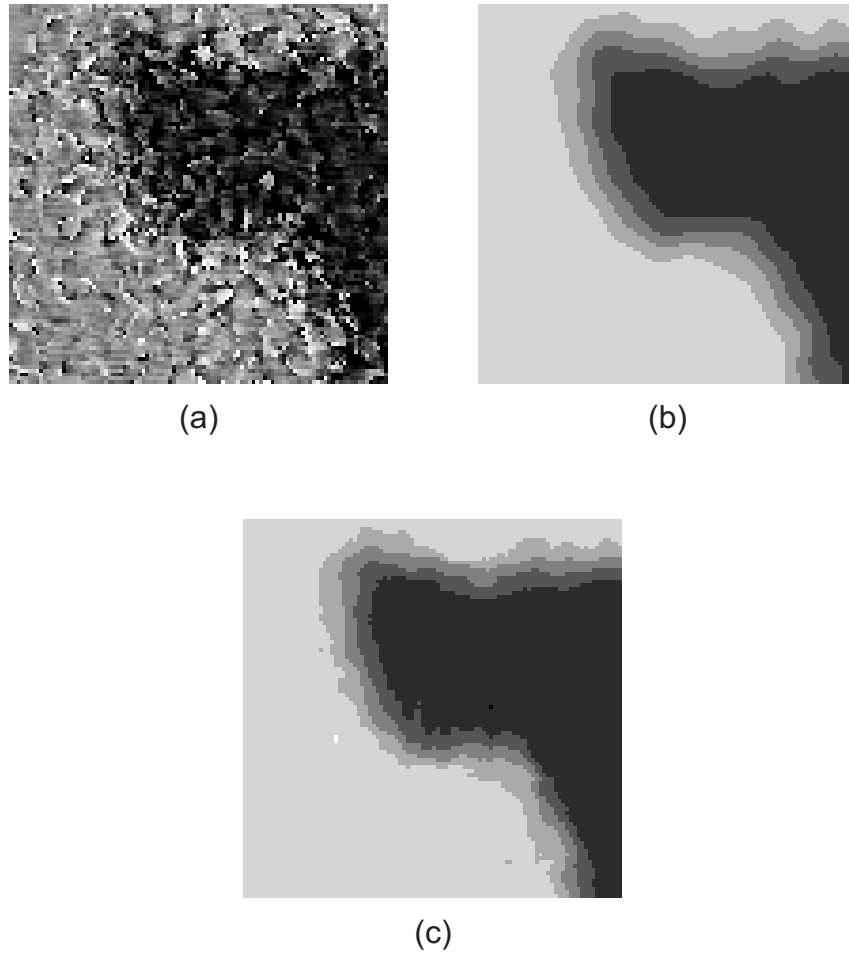


Abbildung 4.12: (a) N-Bild; (b) N-Bild nach Gaußglättung $\sigma = 4,0$ und Rundung; (c) N-Bild nach 16x16 Median und Rundung; (gemessen)

Alternativ zum Median-Filter ist nach [27] auch die so genannte gewichtete Mittelung ein geeignetes Werkzeug, um kantenerhaltend zu mitteln. Das gefilterte Bild N_V ergibt sich zu:

$$N_V = \text{round} \left(\frac{(N \cdot W) * f}{W * f} \right), \quad (4.26)$$

wobei W das Bild darstellt, welches die Wichtungsfaktoren enthält. Wird W nun z.B. so gewählt, dass es Werte umgekehrt proportional zur Kantenstärke enthält, dann reduziert sich die Verwischung von Kanten. In der Praxis konnte der Stufeneffekt zwar reduziert, nicht jedoch vollständig eliminiert werden.

Als dritter Vertreter der nicht linearen Filter wurde ein Filter untersucht, welches auf einer Mehrheitsentscheidung beruht. In der einfachsten Variante wird durch dieses Filter ermittelt, welcher N -Wert nach Rundung der Häufigste in der vom Filter betrachteten Umgebung ist. Die Genauigkeit kann erhöht werden, wenn der Abstand zu den beiden benachbarten ganzen Zahlen als Wichtungsfaktor einbezogen wird:

$$\begin{aligned} n_F &= \lfloor n \rfloor, \\ n_C &= \lceil n \rceil, \\ w_F &= n_C - n, \\ w_C &= n - n_F, \\ M[n_F] &= M[n_F] + w_F, \\ M[n_C] &= M[n_C] + w_C. \end{aligned} \quad (4.27)$$

n_C ist dabei die nächsthöhere ganze Zahl, ausgehend von dem Einzelwert n , und n_F die nächstniedrigere ganze Zahl. Die Wichtungsfaktoren w_F und w_C ergeben sich aus den Abständen. M stellt hier ein Array dar, in welchem die Wichtungsfaktoren aufsummiert werden. Das Maximum des Arrays M ergibt schließlich den Filterwert. Entscheidender Nachteil dieses Filters ist, dass für die Entscheidung nur einige Werte herangezogen werden: Die Werte links und rechts vom Maximum tragen nicht zur Entscheidung bei. Dieser Nachteil kann durch folgende Modifikation reduziert werden: Wird davon ausgegangen, dass nur eine Kante innerhalb des vom Filter betrachteten Bereichs liegen darf, dann sind im Histogramm zwei Peaks sichtbar. Werden beide Maxima ermittelt, so können alle Summen aus dem M -Array, deren n -Wert kleiner ist als das linke Maximum (links = kleinerer n -Wert), diesem Maximum zugeordnet werden. Alle Summen deren n -Wert größer ist als das rechte Maximum (rechts = größerer n -Wert), werden analog dem rechten Maximum zugeordnet. In der Praxis haben sich gegenüber dem Medianfilter jedoch kaum Vorteile ergeben.

Abbildung 4.13 zeigt ein Beispiel eines nach Gleichung (4.18) gewonnenen U_V -Bildes. Die stufigen Übergänge setzen sich in das U_V -Bild fort. In Abbildung 4.14 ist der Höhenverlauf entlang der Schnittlinie aus Abbildung 4.13 dargestellt. Die Reduktion der Messunsicherheit zeigt sich im Vergleich zur Referenz, bezeichnet mit „ref“.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass alle untersuchten Verfahren (Mittelwert, Median, gewichtete Mittelung und Mehrheitsentscheider) mehr oder minder stark ausgeprägte stufige Übergänge erzeugen. Ist dies mit den Systemanforderungen zu vereinbaren, so

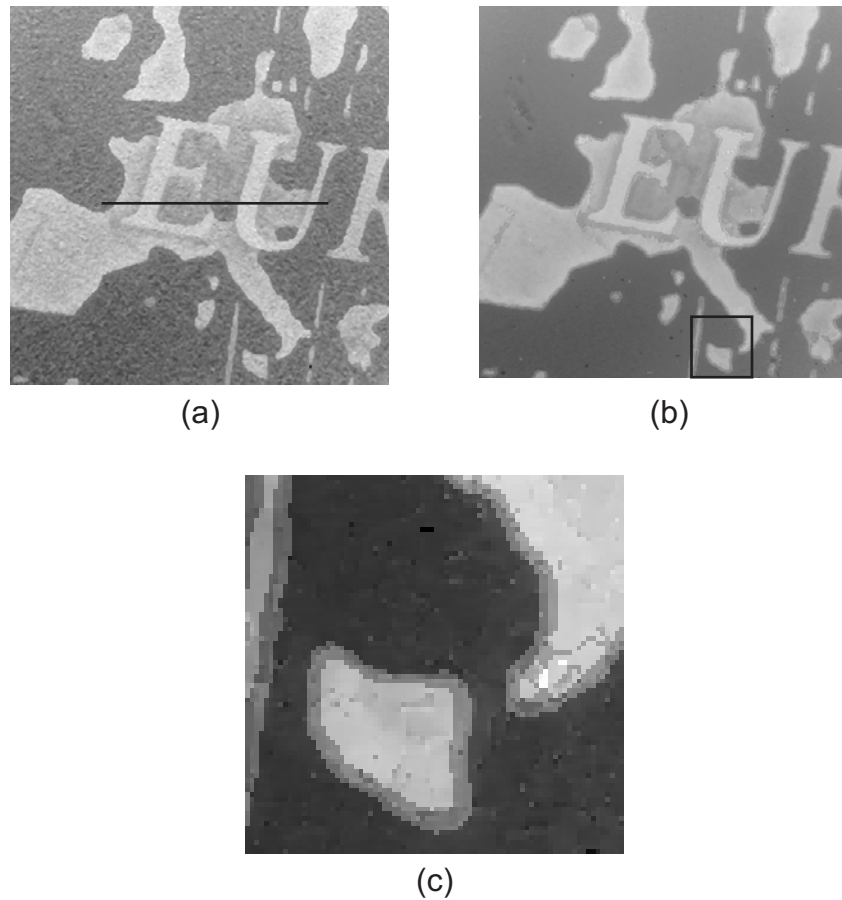


Abbildung 4.13: Ergebnis schwellenwertbasierte Verfahren: (a) U_L mit Schnittlinie; (b) U_V ; (c) Ausschnitt aus U_V ; (simuliert)

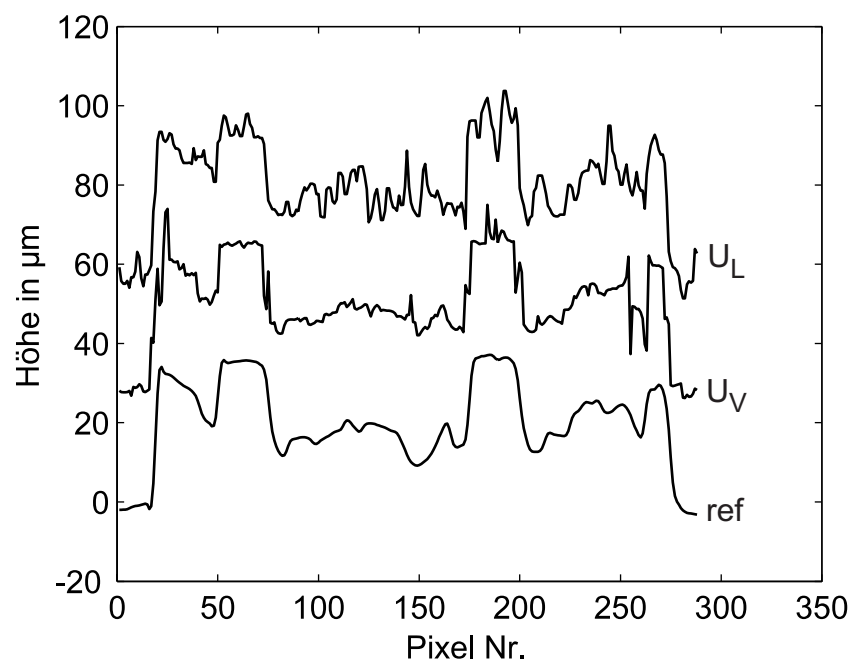


Abbildung 4.14: relativer Höhenverlauf entlang der Schnittlinie aus Abbildung 4.13

stellen die schwellenwertbasierten Verfahren die einfachste Möglichkeit dar, das Rauschen im N-Bild zu reduzieren, also das Bild N_V zu erzeugen. Die laterale Auflösung reduziert sich in Abhängigkeit von der Größe des verwendeten Filters.

4.4.3 Kantenbasierte Verfahren

Die kantenbasierten Verfahren benutzen Nachbarschaftsoperatoren, die Veränderungen erkennen und Bereiche konstanter Grauwerte unterdrücken [27]. Im Fall des N-Bildes sollen also nur die Stellen erkannt werden, an denen sich der n-Wert um eine oder mehrere Stufen ändert. Um aus einem Bild, welches Kanten enthält, Bereiche zu extrahieren, ist es ferner erforderlich, dass stets geschlossene Bereiche vorhanden sind, die Kanten einen Bereich also komplett umschließen. In Kapitel 4.4 wurde bereits dargestellt, dass in einem idealen N-Bild diese Voraussetzung erfüllt ist. Durch das Rauschen im N-Bild wird diese ideale Voraussetzung gestört: Das Rauschen verursacht zum einen die Detektion von „nicht vorhandenen Kanten“, zum anderen sind Objekte oft nicht ideal durch ausgeprägte Kanten umschlossen. Im Folgenden werden deshalb Methoden vorgestellt, die Kanten möglichst ideal detektieren. Ideal bedeutet in diesem Zusammenhang, dass alle tatsächlich vorhandenen Kanten korrekt erkannt werden und gleichzeitig keine falschen Kanten erkannt werden.

Zunächst stellt sich dabei die Frage nach einem möglichst optimalen Kantendetektor. Folgende Operatoren wurden untersucht:

- Erste Ableitung zur Kantendetektion - Gradientenfilter
 - Sobel
 - Roberts
 - Prewitt
 - Difference of Gaussian (DoG)
 - Canny [9]
- Zweite Ableitung zur Kantendetektion
 - Laplace of Gaussian (LoG)

Prinzipiell unterscheidet man zwischen Filtern, welche die erste Ableitung eines Bildes berechnen und solchen, die die zweite Ableitung berechnen. Im Falle der ersten Ableitung sind Kanten durch lokale Maxima bzw. Minima sichtbar, bei der zweiten Ableitung findet an den Kanten ein Nulldurchgang statt. Beim Sobel-, Roberts- und Prewitt-Operator ist die Filtergröße jeweils definitionsgemäß fix. Dadurch ist es nicht möglich, eine Anpassung der Filtergröße an das im Bild vorhandene Rauschen vorzunehmen. Beim differenzierten Gauß-Tiefpass (DoG) ist eine Anpassung der Filtergröße jedoch möglich, ebenso wie beim Canny-Operator, der eine Erweiterung eines DoG-Operators darstellt. Beim einzigen hier dargestellten Vertreter der Operatoren aus der Klasse „zweite Ableitung“, dem Laplace of Gaussian-Operator, ist eine Anpassung der Filtergröße ebenfalls möglich. Operatoren der Klasse „zweite Ableitung“ sind jedoch in der Regel stör anfälliger als die der Klasse „erste Ableitung“ [45]. Aus diesem und den vorher genannten Gründen beschränkt sich die nachfolgende Darstellung lediglich auf den Canny-Operator bzw. den DoG-Operator als Teil des Canny-Operators.

Canny-Operator

Der Canny-Operator startet in der hier realisierten Implementierung mit einer Vorfilterung des Bildes N mit einem normierten Gauß-Tiefpass G_{norm} :

$$N_f = N * G_{\text{norm}}. \quad (4.28)$$

Das Ergebnis N_f wird anschließend mit einem normierten DoG-Filter in x-Richtung $D_{x,\text{norm}}$ und in y-Richtung $D_{y,\text{norm}}$ gefiltert, wobei die Standardabweichung der DoG-Filter gleich der des Gauß-Tiefpasses G_{norm} gewählt wird:

$$\begin{aligned} F_x &= N_f * D_{x,\text{norm}}, \\ F_y &= N_f * D_{y,\text{norm}}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Der Gradientenbetrag M berechnet sich zu:

$$M = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}. \quad (4.30)$$

Auf den Gradientenbetrag wird anschließend die so genannte „non-maximum-supression“ angewandt, die alle Punkte zu null setzt, die kein lokales Maximum darstellen:

$$M_i = \begin{cases} M_i & \text{wenn lokales Maximum} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.31)$$

Die „non-maximum-supression“ wird dabei in Richtung des steilsten Anstiegs vorgenommen. In der hier realisierten Implementierung wird dabei, ausgehend von den lokalen Werten von F_x und F_y , die Richtung der Gradienten ermittelt und einem der vier in Abbildung 4.15 dargestellten Bereiche zugeordnet. Anschließend wird ermittelt, ob das mittlere Pixel der lokalen 3x3 Umgebung größer ist als die beiden entsprechend dem Bereich gewählten Pixel (in Abbildung 4.15 grau dargestellt).

Abbildung 4.16 zeigt die bisherigen Schritte des Canny-Operators noch einmal grafisch. Nach der „non-maximum-supression“ erfolgt eine Schwellenwertbildung, typischerweise in zwei Stufen: Zuerst werden nur Punkte zugelassen, deren Gradientenbetrag über dem Schwellenwert s_1 liegt. Anschließend werden alle Punkte zugelassen, die mit bereits zugelassenen Punkten verbunden sind und deren Gradientenbetrag über dem Schwellenwert s_2 liegt, wobei gilt: $s_2 < s_1$. Es werden also zunächst nur starke Kanten zugelassen und im zweiten Schritt schwache Kanten, die mit starken Kanten verbunden sind. Der Canny-Operator erreicht dadurch eine möglichst vollständige Erkennung von tatsächlichen Kanten bei einer geringen Anzahl von falschen Kanten [9]. Abbildung 4.17 zeigt das Endergebnis nach der beschriebenen Schwellenwertbildung.

Modifikation des Canny-Operators

Da der Canny-Operator prinzipiell für Bilder konzipiert ist, die nicht die Gegebenheiten eines N-Bildes erfüllen, sollte die Möglichkeit bestehen, diese konstruktiv einzubringen. Auf jeden Fall kann die Kenntnis über die Stufenhöhe bei der Wahl der Schwellenwerte

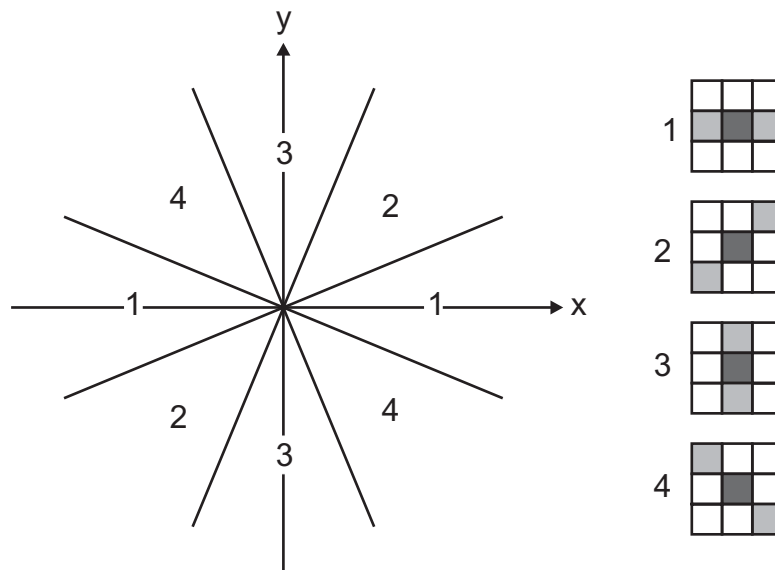


Abbildung 4.15: non-maximum-supression: Aufteilung der Bereiche (links) und verwendete Pixel (rechts)

s_1 und s_2 berücksichtigt werden. Weiterhin ist es möglich, eine Rundungsoperation nach der Vorfilterung einzufügen. Gleichung (4.28) lautet dann:

$$N_f = N_r = \text{round}(N * G_{\text{norm}}). \quad (4.32)$$

Das Bild N_r entspricht damit einer Schwellenwertentscheidung gemäß Kapitel 4.4.2 und weist stufige Übergänge auf. Wird allerdings die Filtergröße des DoG-Filters gleich der Filtergröße des Gauß-Tiefpasses gewählt, so wird weiterhin lediglich eine Kante detektiert, da der DoG-Filter den gesamten stufigen Übergangsbereich überspannt. Die Abbildungen 4.18 und 4.19 zeigen den Gradientenbetrag mit und ohne Rundungsoperation im Vergleich, wobei Abbildung 4.18 aus einer Simulation und Abbildung 4.19 aus Messergebnissen resultiert. Der entscheidende Vorteil dieser Rundungsoperation ist, dass die im Bild auftretenden Kanten nun alle die Mindesthöhe von einer Stufe haben, wodurch alle Kanten erkannt werden (die einzige Ausnahme wird später dargestellt).

Offene Kanten

Dass geschlossene Kanten für eine Segmentierung notwendig sind, liegt auf der Hand. Einzelne Störungen und speziell die non-maximum-supression verursachen allerdings Lücken in den Kanten. Die non-maximum-supression unterdrückt, wie bereits erläutert, Punkte, die nicht einem lokalen Maximum entsprechen. Kreuzen sich zwei Kanten, so wird im Schnittbereich stets eine Kante unterdrückt. Abbildung 4.20 verdeutlicht dieses Problem. Obwohl im Gradientenbetrag eindeutig eine geschlossene Kante sichtbar ist, wird im Kreuzungsbereich die schwächere Kante unterdrückt.

Kantenschlussverfahren

Für eine erfolgreiche Segmentierung sind also spezielle Schritte notwendig, um offene Kanten zu schließen. Deshalb werden im Folgenden drei Verfahren erläutert, um Kanten zu schließen.

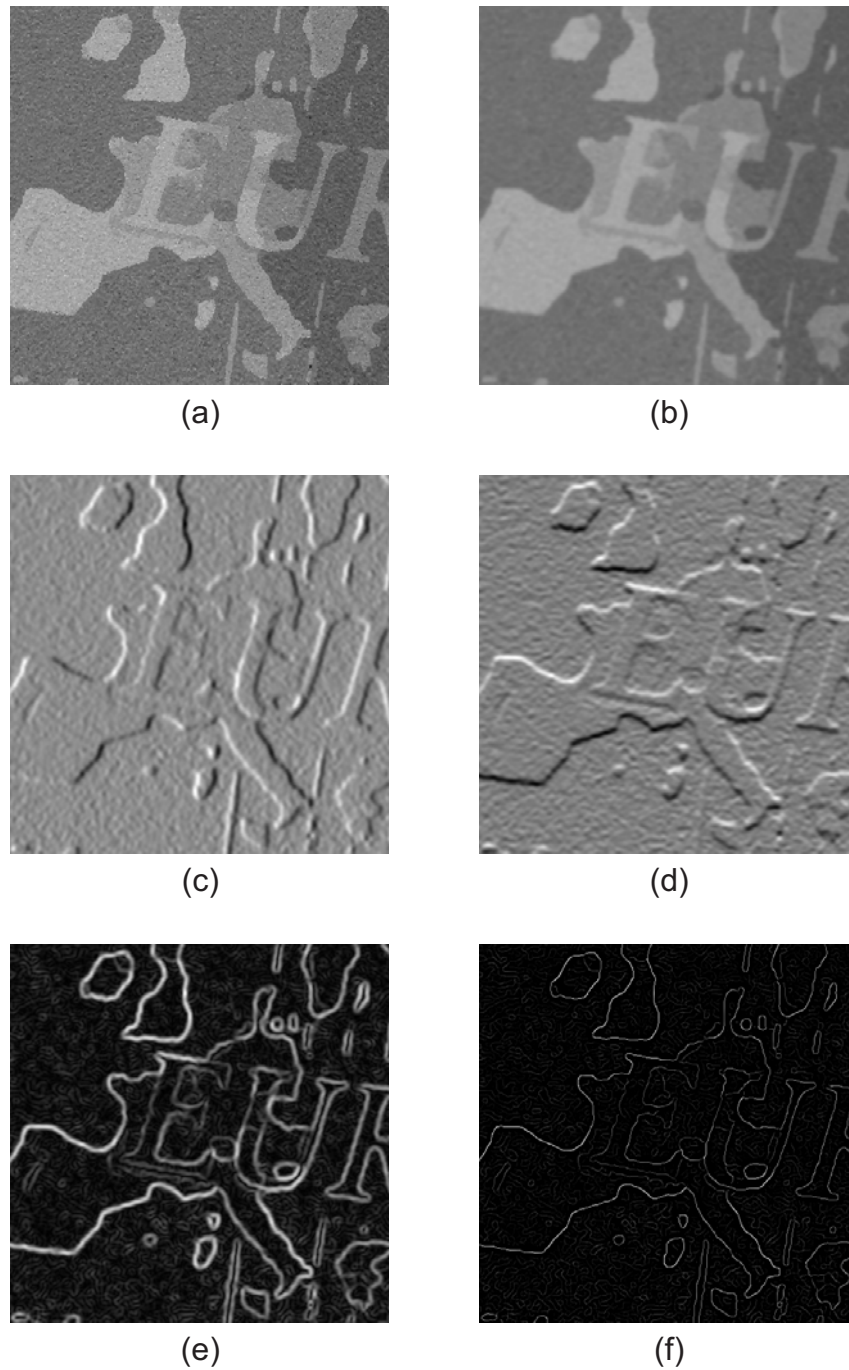


Abbildung 4.16: Canny-Operator: (a) N -Bild; (b) N_f ; (c) Ableitung in x-Richtung F_x ; (d) Ableitung in y-Richtung F_y ; (e) Gradientenbetrag M ; (f) Gradientenbetrag nach non-maximum-supression; (simuliert)



Abbildung 4.17: Canny-Operator: Endergebnis (simuliert)



(a)



(b)

Abbildung 4.18: Gradientenbetrag: (a) ohne Rundungsoperation; (b) mit Rundungsoperation; (simuliert)

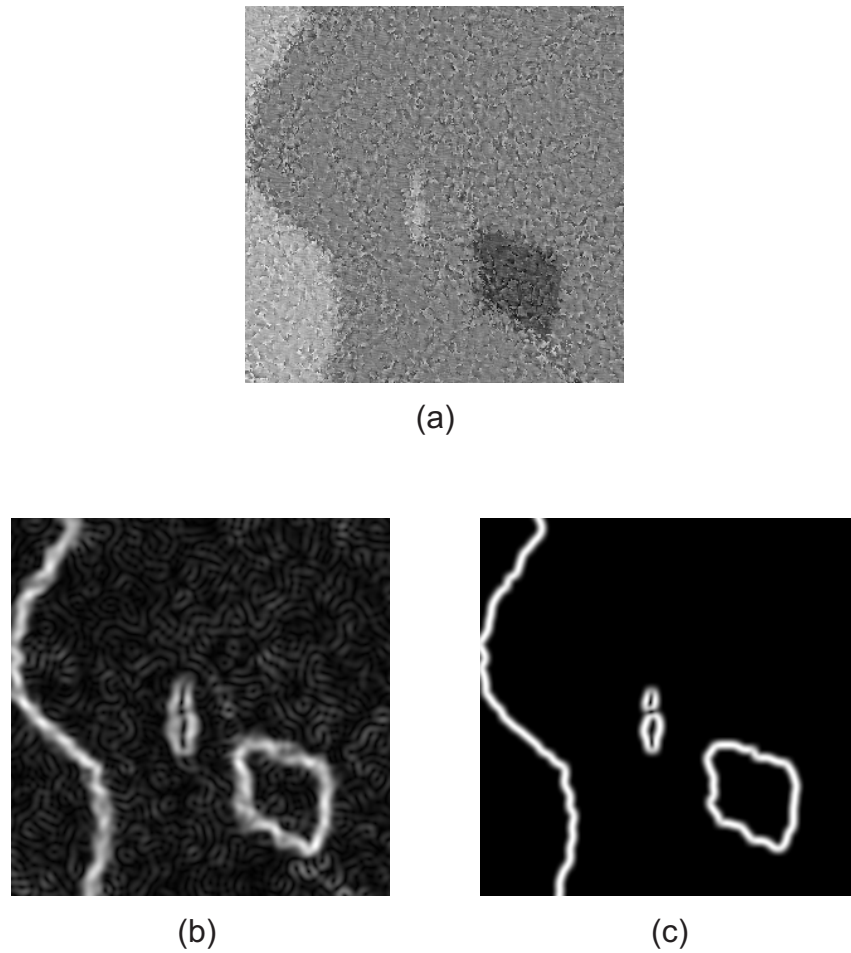


Abbildung 4.19: (a) N-Bild; (b) Gradientenbetrag ohne Rundungsoperation; (c) Gradientenbetrag mit Rundungsoperation; (gemessen)

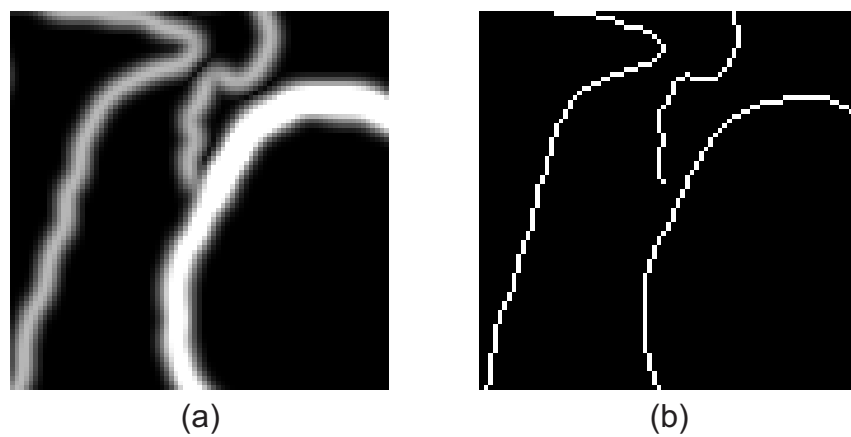


Abbildung 4.20: Offene Kanten als Folge der non-maximum-supression (simuliert)

Das erste Verfahren eignet sich in der hier beschriebenen einfachen Form nur für Gradientenbilder ohne große Störungen, also für Gradientenbilder, die mit Hilfe des Rundungsoperators erstellt wurden. Das Verfahren sucht im Endergebnis des Canny-Operators zunächst nach offenen Kanten, also nach Punkten, die lediglich einen Nachbarn besitzen. Ausgehend von diesen Punkten wird der maximale Gradientenbetrag verfolgt, so lange, bis eine andere Kante getroffen wird bzw. ein gewisser Gradientenbetrag unterschritten ist. Bei der Fortführung der Kante werden jedoch nur solche Punkte erlaubt, die in Richtung der bisher gefundenen Kante verlaufen. Abbildung 4.21 verdeutlicht dieses Prinzip. Durch diese Einschränkung wird verhindert, dass Kanten in Schleifen geschlossen werden.

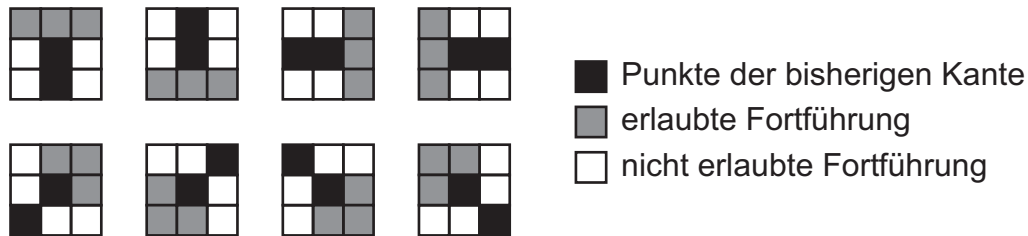


Abbildung 4.21: Kantenverfolgung

Das zweite Verfahren eignet sich auch für Gradientenbilder mit größeren Störungen. Zunächst wird das Gradientenbild M unter Verwendung eines Schwellenwertes s binarisiert:

$$B_i = \begin{cases} 1 & \text{wenn } M_i > s \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.33)$$

Dadurch entsteht ein Bild mit dicken Kanten. Der Schwellenwert s ist dabei so zu wählen, dass alle Kanten geschlossen sind. Abbildung 4.22(b) zeigt das Bild B . Das Bild B wird anschließend mit einem „Thinning“-Algorithmus [33] schrittweise verdünnt - es entsteht das Bild T . Nach jedem Schritt wird in dieser Implementierung das Canny-Bild durch eine „exklusiv oder“-Operation, wieder zum Ergebnis hinzugefügt. Dadurch wird erreicht, dass die Kanten C , welche durch den Canny-Operator ermittelt wurden, auf jeden Fall erhalten bleiben. Beim letzten Iterationschritt wird auf die „exklusiv oder“-Operation jedoch verzichtet:

$$\begin{aligned} T_1 &= \text{thin}(B), \\ T_i &= \text{thin}(T_{i-1} \text{ xor } C). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Problematisch bei diesem Verfahren ist die fehlerhafte Auflösung von räumlich eng aneinander liegenden Kanten, die im Bild B zu einem Bereich verschmelzen - in Abbildung 4.22 beispielhaft jeweils links oben in den Bildern zu erkennen. Weiterhin ist oft eine sehr hohe Anzahl an Iterationen notwendig - im gezeigten Beispiel 34 Iterationen.

Das dritte und einfachste Verfahren basiert auf den morphologischen Operatoren Dilatation und Erosion. Durch die Dilatation werden die zunächst dünnen Kanten solange „verdickt“, bis die Lücken geschlossen sind. Anschließend werden durch die Erosion die dicken Kanten wieder verdünnt. Ein offenes Kantenstück wird dadurch auf dem kürzesten

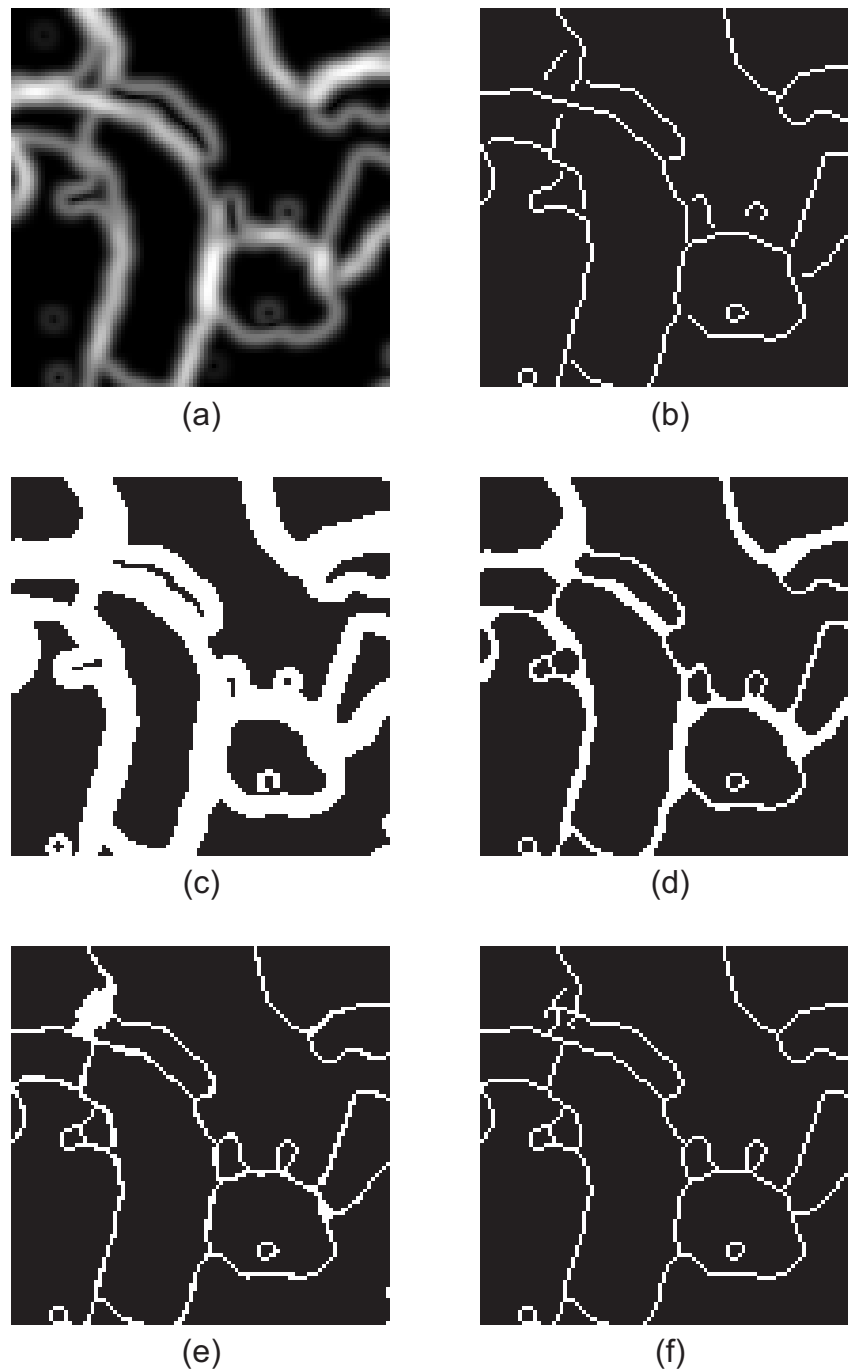


Abbildung 4.22: Kantenschluss durch Ausdünnung: (a) Gradientenbetrag; (b) Canny-Bild C ; (c) binarisierter Gradientenbetrag B ; (d) T nach drei Iterationen; (e) T nach sechs Iterationen; (f) Endergebnis nach 34 Iterationen; (simuliert)

Weg geschlossen, was nicht zwangsläufig dem tatsächlichen Weg der Kante entsprechen muss. Alternativ lässt sich anstelle der Erosion auch der oben beschriebene „Thinning“-Algorithmus einsetzen.

Welches der Kantenschlussverfahren im Endeffekt zielführend ist, hängt von den Randbedingungen ab. Sind die Störungen im Kantenbild gering, wie z.B. beim modifizierten Canny-Operator mit Rundungsoperation, so ist auf jeden Fall das erste Verfahren mit Kantenverfolgung vorzuziehen, da die Kanten hier entsprechend dem Gradientenbetrag korrekt geschlossen werden.

Objektgewinnung

Nach dem Schließen aller Kanten ist eine Segmentierung der Objekte möglich. Dabei wird, ausgehend von allen Punkten, die keine Kantenpunkte sind, ein Flood-Fill-Algorithmus gestartet. Die gewonnenen Punkte werden anschließend jeweils einem Bereich zugeordnet (Abbildung 4.23 (b)) (eine sehr effiziente Implementierung eines Flood-Fill-Algorithmus wurde von Shaw publiziert [53]). Anschließend sind noch die Kanten aus dem gefüllten Bild zu eliminieren. Dazu wird die lokale 3x3 Umgebung eines Kantenpunktes betrachtet und der Kantenpunkt dem Bereich zugeordnet, der in der Umgebung am häufigsten auftritt (Abbildung 4.23 (c)). Als Ergebnis steht nun ein Bild ohne Kanten zur Verfügung, in dem jeder Punkt einem zusammenhängenden Bereich zugeordnet ist. Abschließend wird für jeden Bereich der mittlere n -Wert berechnet und diesem Bereich zugeordnet - es entsteht das Bild N_V (Abbildung 4.23 (e)). Aus den Abbildungen 4.23 (e) und 4.24 ist zu erkennen, dass keine stufigen Übergänge mehr auftreten.

Verstetigung

Abbildung 4.25 zeigt ein Beispiel eines nach Gleichung (4.18) gewonnenen U_V -Bildes. Auch hier ist zu erkennen, dass keine stufigen Übergänge vorhanden sind. In Abbildung 4.26 ist der Höhenverlauf entlang der Schnittlinie aus Abbildung 4.25 dargestellt. Die Reduktion der Messunsicherheit zeigt sich im Vergleich zur Referenz, bezeichnet mit „ref“.

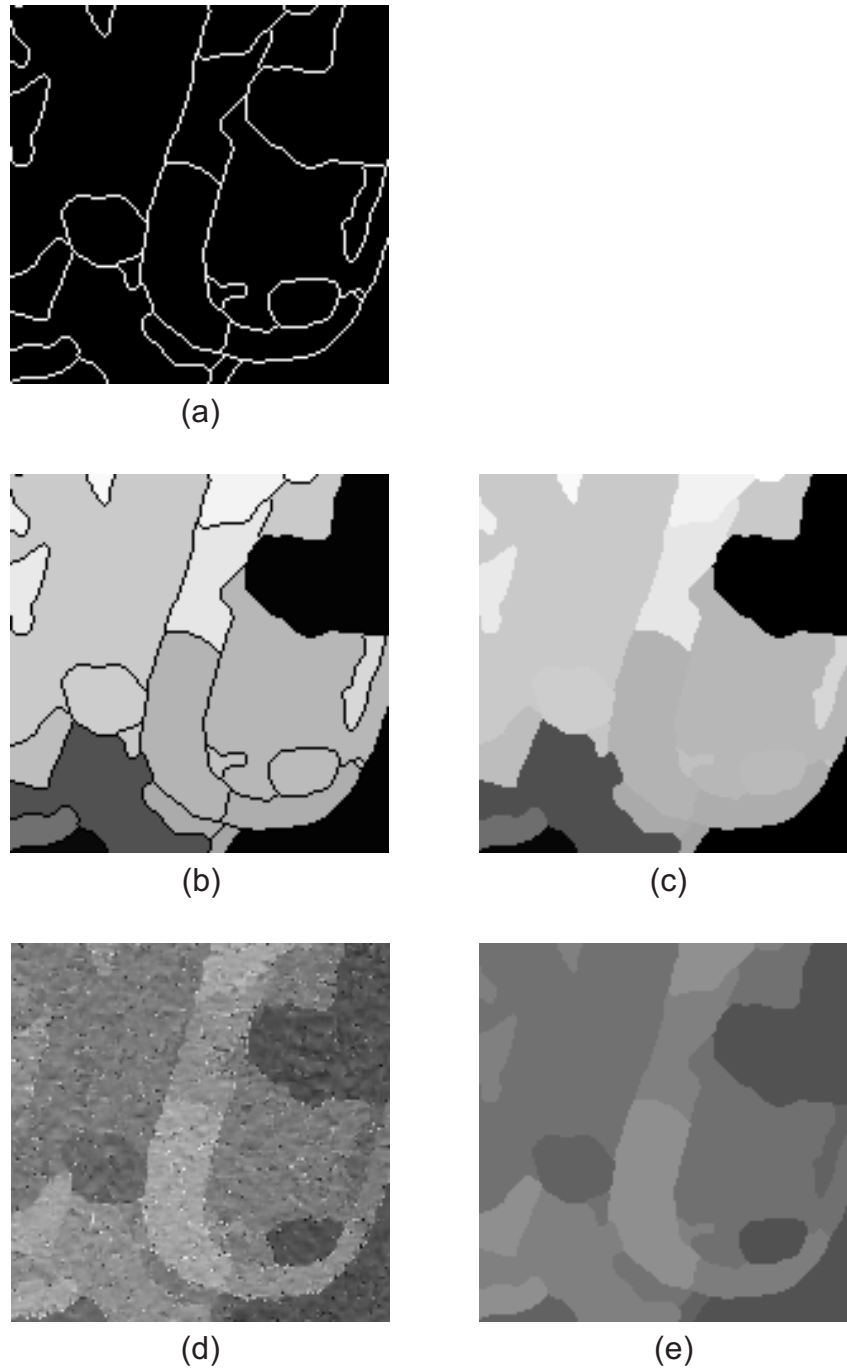
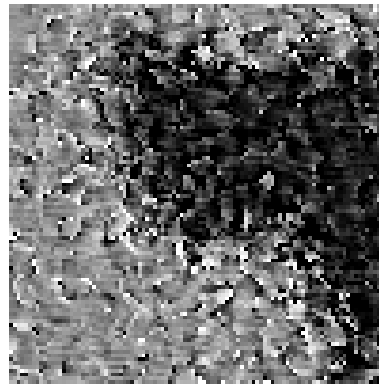
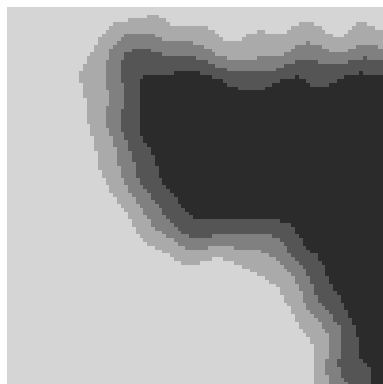


Abbildung 4.23: Segmentierung durch Kantendetektion: (a) Kantenbild; (b) gefüllte Bereiche; (c) gefüllte Bereiche ohne Kanten; (d) N-Bild; (e) Ergebnis N_V ; (simuliert)



(a)



(b)



(c)

Abbildung 4.24: N-Bild bei kantenbasierten Verfahren: (a) N-Bild; (b) N-Bild nach Gaußglättung $\sigma = 4.0$ und Rundung; (c) N_V -Bild; (gemessen)

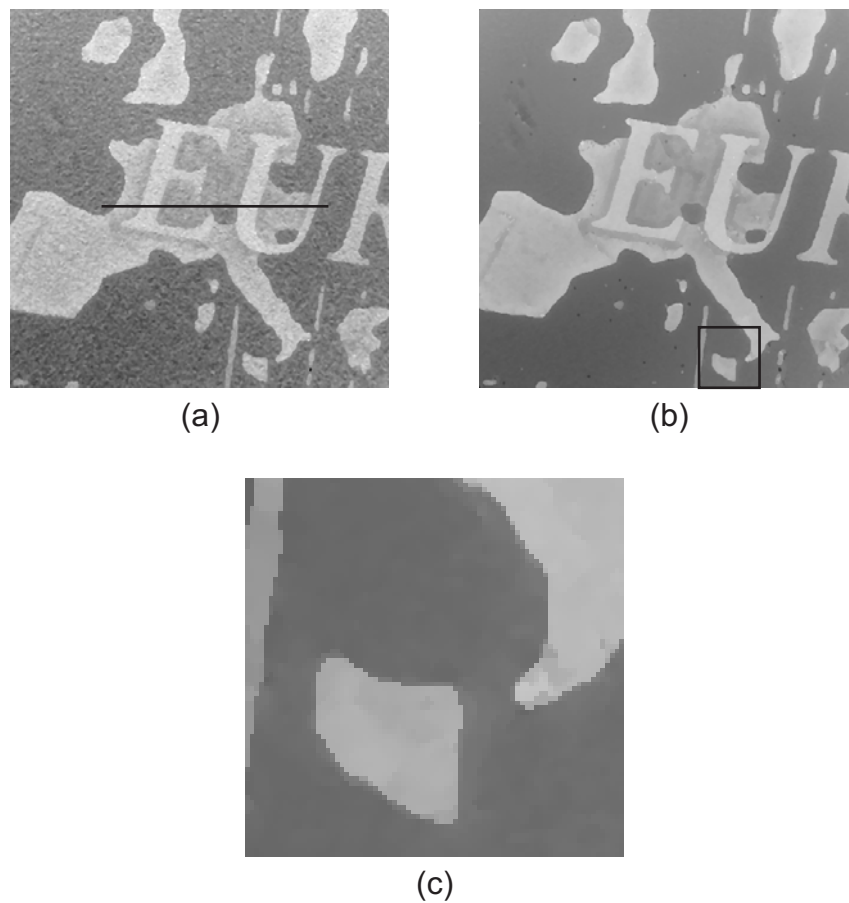


Abbildung 4.25: Ergebnis kantenbasierte Verfahren: (a) U_L ; (b) Endergebnis U_V ; (c) Ausschnitt aus U_V ; (simuliert)

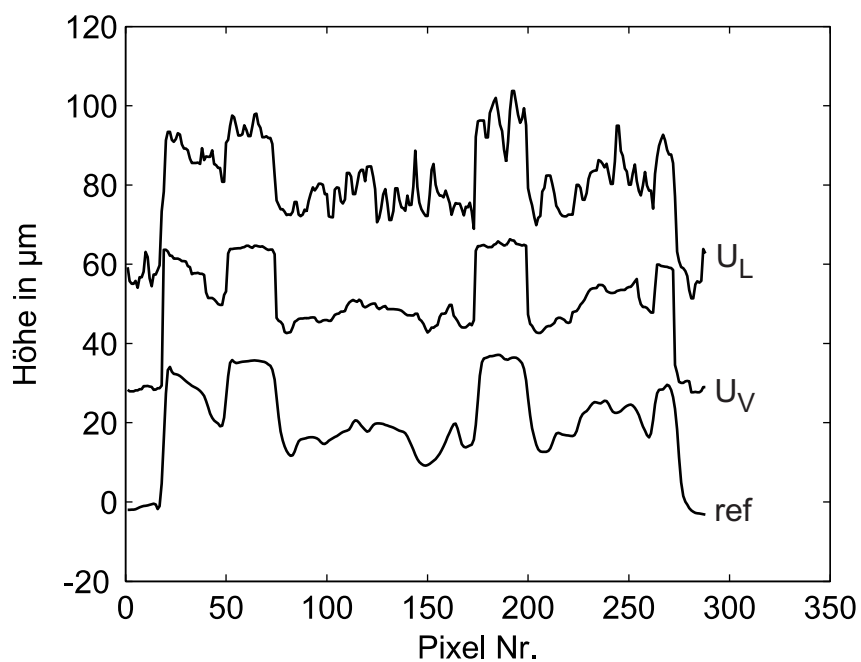


Abbildung 4.26: relativer Höhenverlauf entlang der Schnittlinie aus Abbildung 4.25

4.4.4 Regionenbasierte Verfahren

Bereichswachstumsverfahren

Beim Bereichswachstumsverfahren werden Pixel aufgrund eines Ähnlichkeitsmaßes an Nachbarpixel angelagert, wobei das Ähnlichkeitsmaß der maximal erlaubte Unterschied zwischen zwei Punkten ist. Im Fall des N-Bildes ist der maximal erlaubte Unterschied konsequenterweise gleich 1, sodass bei der Segmentierung nach diesem Verfahren nur Punkte verbunden werden, die auf einer Höhenstufe liegen. Aufgrund der Rauschcharakteristik ergibt sich somit Mischung aus kleinen Objekten und stark verzweigten Objekten - eine „echte“ Segmentierung ergibt sich nicht.

Eine interessante Modifikation dieses Verfahrens ist jedoch der folgende Ansatz: Als Ausgangsbasis dient das gefilterte und anschließend gerundete N-Bild, welches die typischen Stufeneffekte zeigt. Anschließend werden in diesem Bild alle Punkte „ausmaskiert“ (auf einen bestimmten Wert gesetzt), deren Gradientenbetrag M oberhalb einer gewissen Schwelle liegt - dadurch werden die Stufen eliminiert. Durch einen einfachen Algorithmus, welcher alle nicht ausmaskierten Bereiche gleichmäßig in den ausmaskierten Bereich vordringen lässt, lassen sich die Lücken schließen. Abbildung 4.27 veranschaulicht dieses Verfahren. Als Ergebnis ergibt sich ein N-Bild ohne Stufeneffekt. Kritisch bei diesem Verfahren ist allerdings das Verhalten bei kleinen Objekten bzw. bei Objekten zu sehen, welche lediglich in eine Richtung eine kleine Ausdehnung aufweisen, da diese u.U. komplett ausmaskiert werden.

„Metropolis Hasting Markov Chain Monte Carlo“-Verfahren

Das so genannte „Metropolis Hasting Markov Chain Monte Carlo“-Verfahren (MHM-CMC) [2] zur Segementierung basiert auf auf zwei Forderungen:

- Eine Approximation des Bildes wird dann als gut bewertet, wenn sie möglichst nahe an den originalen Messdaten ist.
- Ein Punkt hat mit einer höheren Wahrscheinlichkeit einen Wert ähnlich dem seiner Nachbarpunkte als einen Wert der völlig verschieden von denen der Nachbarpunkte ist.

Diese beiden Forderungen lassen sich in Form von zwei Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 darstellen. p_1 beschreibt die Wahrscheinlichkeit für die Approximation N' bezüglich der gemessenen Daten N :

$$p_{1,x,y} = \exp\left(-K \cdot (N_{x,y} - N'_{x,y})^2\right). \quad (4.35)$$

Der Faktor K ist im Bereich > 0 frei wählbar. p_2 trägt der zweiten Forderung Rechnung und ist ein Maß für die Anbindung eines Punktes an die Nachbarpunkte:

$$p_{2,x,y} = \exp(-J \cdot c_{x,y}), \quad (4.36)$$

wobei c die Anzahl an Nachbarpunkten ist, die einen Wert ungleich dem betrachteten Punkt haben und J ein weiterer Parameter, der im Bereich $J > 0$ wählbar ist, beschreibt,

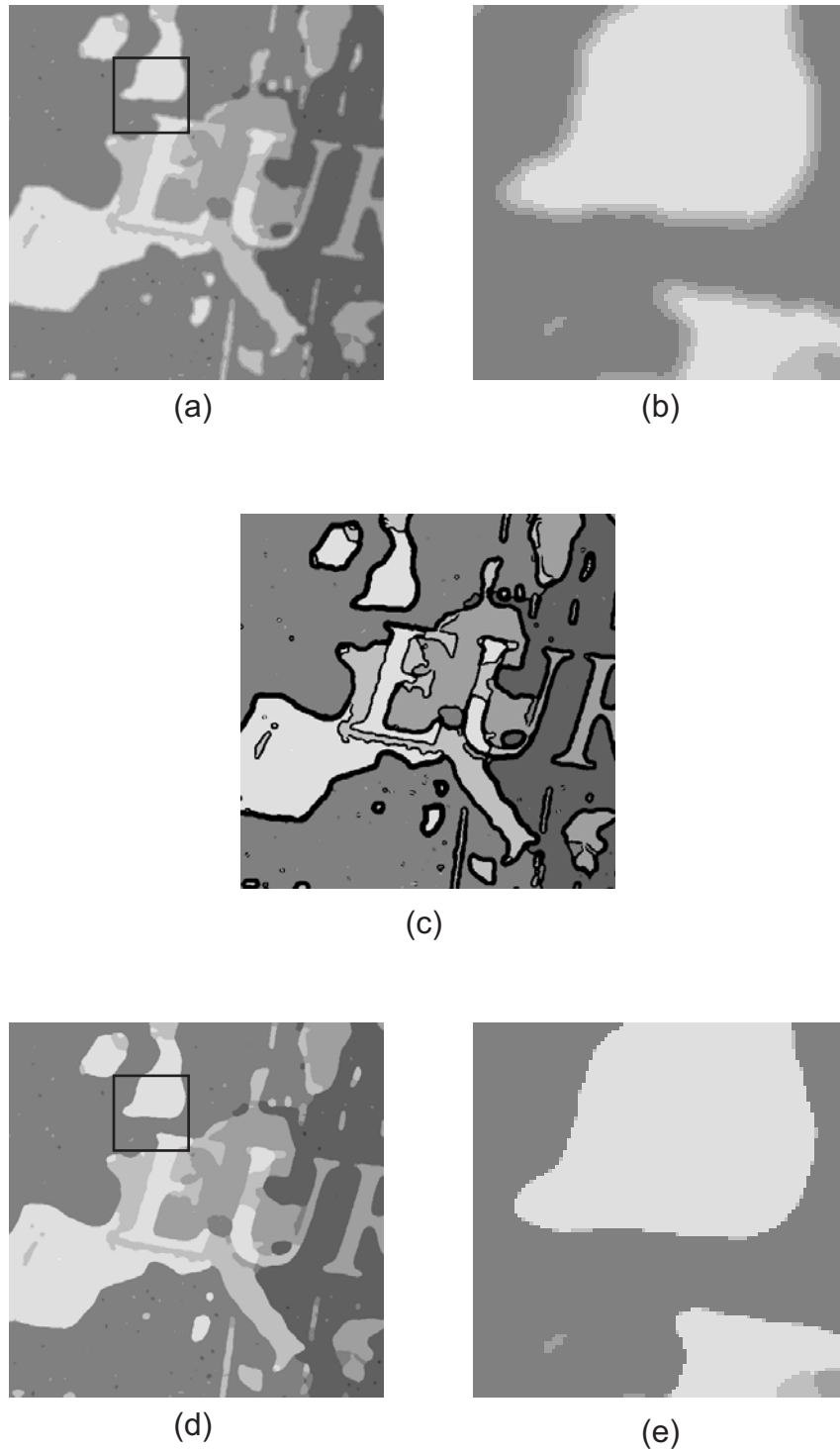


Abbildung 4.27: Region-Growing Verfahren nur an Kanten: (a) Ausgangsbild; (c) Ausgangsbild mit ausmaskierten Kanten; (d) Ergebnis; (simuliert) (e) Ergebnis; (simuliert)

wie streng die Punkte-Zusammengehörigkeit bewertet werden soll. Die beiden Wahrscheinlichkeiten lassen sich nun zu einer Gesamtwahrscheinlichkeit p kombinieren:

$$p = \exp \left(\sum_{x,y} (-K \cdot (N_{x,y} - N'_{x,y})^2 - J \cdot c_{x,y}) \right). \quad (4.37)$$

Bei gewählten Parametern J und K , respektive dem Verhältnis zwischen J und K , lässt sich nun das globale Maximum von p suchen. Aufgrund der hohen Dimension des Problems ist dies jedoch nicht direkt möglich. Vielmehr werden beim MHMCMC-Verfahren, ausgehend von einer Start-Approximation N' , die einzelnen Punkte hier zufällig um -1 , 0 und $+1$ (also \pm eine Stufe) verändert. Eine Veränderung eines Punktes wird dabei nur angenommen, wenn sich die Gesamtwahrscheinlichkeit p erhöht. Dieser Vorgang wird iterativ wiederholt, bis die gewünschte Konvergenz erreicht ist.

„Split and Merge“-Verfahren

Bei den „Split and Merge“-Verfahren wird ein Bereich weiter unterteilt, wenn ein bestimmtes Ähnlichkeitsmaß nicht erreicht wird. Anschließend werden ähnliche Bereiche wieder vereint. Im Fall des N-Bildes ist die Wahl eines geeigneten Ähnlichkeitsmaßes problematisch: Wird beispielsweise der Unterschied zwischen minimalem und maximalem Wert des Bereichs als Maß herangezogen, so ist das Ergebnis aufgrund der Rauschcharakteristik sehr stark übersegmentiert, was wiederum keine echte „echte“ Segmentierung bedeutet.

„Pyramid-Linking“-Verfahren

Der von Burt [7] vorgeschlagene Algorithmus basiert auf dem Aufbau einer Gaußpyramide und dem Verknüpfen der einzelnen Pyramiden-Elemente. Es ergeben sich folgende Einzelschritte (Details siehe [27]):

1. Aufbau der Gaußpyramide: Im zweidimensionalen Fall wird für jeden Knoten der Pyramide ab der Ebene G_1 der Mittelwert der 4×4 benachbarten Pixel der nächsttieferen Ebene berechnet, wobei sich die Auflösung von einer Ebene zur nächsten halbiert (siehe Abbildung 4.28).
2. Verknüpfen der Knoten: Anschließend wird jeder Knoten ab der Ebene G_0 dem Knoten in der nächsthöheren Ebene zugeordnet, zu dem der Abstand in Grauwerten minimal ist.
3. Neuberechnung der Pyramide: Nach dem Verknüpfen der Knoten wird der Wert der Knoten ab der Ebene G_1 neu berechnet, wobei für die Mittelwertbildung nur die mit dem Knoten verbundenen Knoten der nächsttieferen Ebene herangezogen werden.
4. Iterative Wiederholung der Schritte 3. und 4. bis keine Änderung mehr auftritt.
5. Auflösung der Pyramide: Beim Auflösen der Pyramide wird, je nach gewähltem Kriterium, ab einer gewissen Ebene der Wert des Knotens an alle „Kind-Knoten“ bis in die Ebene G_0 durchgereicht.

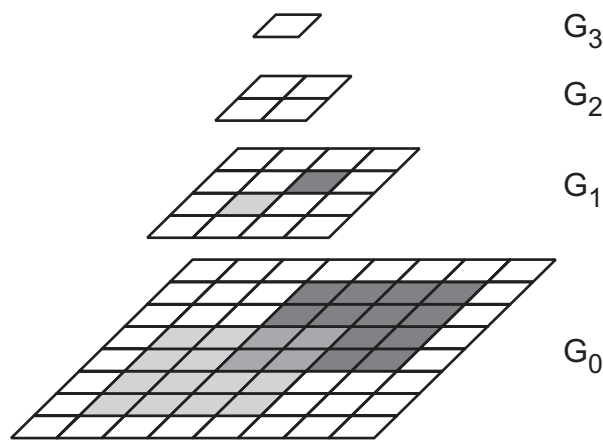


Abbildung 4.28: Aufbau einer Gaußpyramide

Der oben beschriebene Ablauf nach [27] wurde an einigen Stellen abgewandelt: Bei der Neuberechnung der Knoten wird die Größe der einzelnen Knoten berücksichtigt. Ein Knoten, welcher mit zehn Punkten der Ebene G_0 verbunden ist, erhält folglich ein höheres Gewicht als ein Knoten, welcher mit nur zwei Elementen verbunden ist. Weiterhin wurde beim Verknüpfen der Knoten darauf geachtet, dass es nicht zu Überkreuzungen kommt. Überkreuzungen widersprechen der Forderung nach geschlossenen Bereichen. Um diese zu verhindern, kann nun nicht mehr jeder Knoten einzeln verbunden werden - vielmehr muss für den Bereich zwischen den Knoten (jeweils 2×2 Knoten) eine optimale Lösung gefunden werden. Dazu werden alle erlaubten Verknüpfungen getestet und diejenige gewählt, welche den geringsten Fehler (im Sinne des Abstands der Grauwerte) erzeugt. Abbildung 4.29 zeigt eine erlaubte und eine verbotene Kombination.

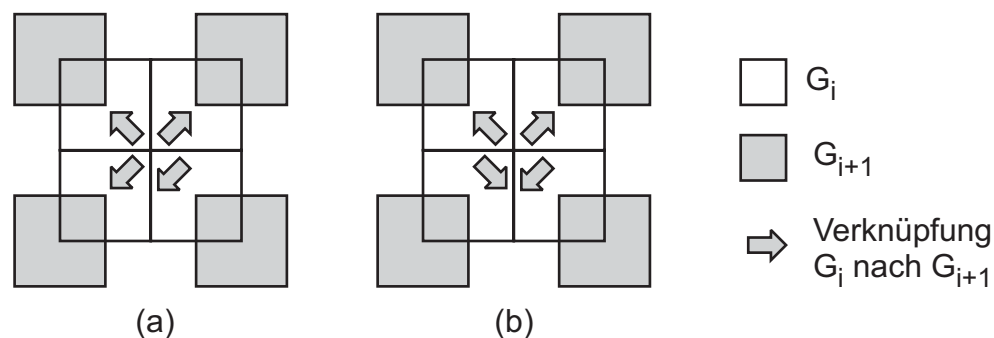


Abbildung 4.29: überkreuzungsfreie Verknüpfung der Knoten: (a) Beispiel einer erlaubten Kombination; (b) Beispiel einer verbotenen Kombination

Während die Schritte zum Aufbau der Pyramide klar vorgegeben sind, gibt es für die Auflösung der Pyramide vielfältige Möglichkeiten. Die gewählte Lösung durchläuft die Pyramide von oben nach unten. Unterschreitet ein Knoten K ein gewisses Mindestgewicht, so wird allen, mit diesem Knoten verbundenen Knoten, der Wert des Knotens zugeordnet, mit dem der Knoten K in der nächsthöheren Ebene verbunden ist.

Abbildung 4.30 zeigt das Ergebnis eines durch Pyramid-Linking verarbeiteten N-Bildes. Das minimale Gewicht eines Knotens für die Auflösung der Pyramide wurde hier auf 36

Pixel festgelegt. An dem Ergebnisbild ist zu erkennen, dass durch das Pyramid-Linking eine sehr gute Segmentierung erreicht wurde.

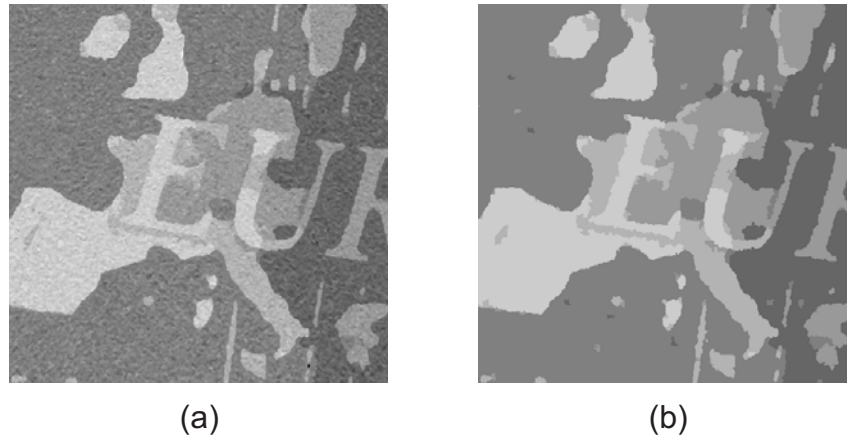


Abbildung 4.30: Ergebnis Pyramid-Linking: (a) N-Bild nach 3x3 Median; (b) N-Bild nach 3x3 Median und Pyramid-Linking; (simuliert)

Problematisch bei der beschriebenen Auflösung der Pyramide ist, dass Objekte, die kleiner sind als das geforderte Mindestgewicht bzw. die geforderte Mindestgröße, auch einem falschen Bereich zugeordnet werden können. In Abbildung 4.31 sind in der Ebene G_i drei Knoten dargestellt. Knoten K_2 und Knoten K_3 bilden dabei ein Objekt - erkennbar durch die gleichen N-Werte. Wird nun das Mindestgewicht z.B. auf 12 festgelegt, so erhält Knoten K_2 den Grauwert 3 - ein Teil des Objekts geht dadurch verloren.

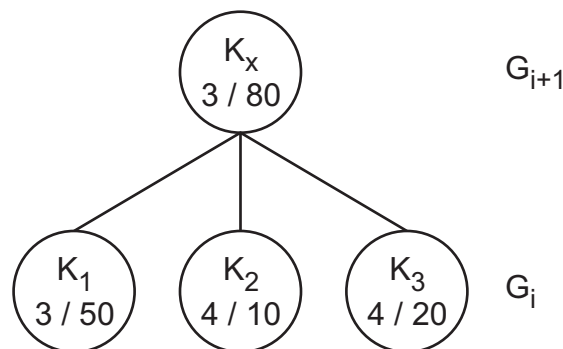


Abbildung 4.31: Problem Pyramid-Linking: Knoten (N-Wert / Knotengewicht)

4.5 Vorverarbeitung

In den vorangegangenen Kapiteln wurde davon ausgegangen, dass die Werte im N-Bild um ganze Zahlen verteilt sind. Treten aber zum Beispiel bei Verwendung von nur einer Laserquelle Luftturbulenzen oder Vibrationen auf, so kommt es zu einer tatsächlichen bzw. scheinbaren Bewegung des Messobjektes in Richtung der optischen Achse. Diese Bewegung führt zu einem konstanten Offset im Phasenbild und damit zu einem Offset im N-Bild, wodurch die Werte nicht mehr um ganze Zahlen verteilt sind. Für den Fall der hierarchischen Verstetigung muss vor der Verstetigung das Offset zum vorhergehenden Zwischenergebnis $z_{v,i-1}$ korrigiert werden (leicht modifizierte Variante von [51]):

$$z_{i,c} = z_i - \frac{1}{2\pi} \arg \left(\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \exp(2\pi j d_{i,k}) \right), \quad (4.38)$$

mit

$$d_i = \begin{cases} (z_i - z_{v,i-1}) - \text{round}(z_i - z_{v,i-1}) & \text{für } i > 1 \\ 0 & \text{für } i = 1. \end{cases} \quad (4.39)$$

$z_{i,c}$ bezeichnet dabei die korrigierten Höhendaten, $d_{i,k}$ ein einzelnes Element aus d_i und N_O das offsetkorrigierte N-Bild. Die Verwendung von komplexen Zahlen ermöglicht hier die Berechnung des Mittelwertes des periodischen Signals d_i . Abbildung 4.32 zeigt beispielhaft das Histogramm von d_i . Der korrekte Mittelwert liegt hier bei 0.3 - der klassische Mittelwert, ohne Berücksichtigung der Periodizität, würde jedoch 0.1 liefern. Für die Zwei-Phasenbildverfahren lässt sich Gleichung (4.38) umschreiben zu:

$$N_O = N - \frac{1}{2\pi} \arg \left(\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \exp(2\pi j (N_k - \text{round}(N_k))) \right). \quad (4.40)$$

Bei stark verrauschten N-Bildern ist auf diese Weise jedoch keine korrekte Offsetkompensation möglich. Das N-Bild muss dazu vorher mit einem Tiefpass gefiltert werden. Es lässt sich dann schreiben:

$$N_O = N - \frac{1}{2\pi} \arg \left(\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \exp(2\pi j (N_{f,k} - \text{round}(N_{f,k}))) \right), \quad (4.41)$$

mit

$$N_f = \text{lowpass}(N). \quad (4.42)$$

Wird für die Erzeugung der unterschiedlichen Laserwellenlängen nicht mehr nur eine Quelle verwendet, dann ist eine Offsetkompensation nicht ausreichend, wenn die Quellen ein unterschiedliches Strahlprofil besitzen bzw. zueinander verkippt sind. Der dominante Faktor ist dabei meist die Verkipfung der Laserstrahlen zueinander, da bereits eine kleine Verkipfung große Auswirkungen haben kann [35]. Eine Verkipfung der Laserstrahlen führt nach [35] im Phasenbild zu einer zusätzlichen Anzahl an Streifen, die von der synthetischen Wellenlänge Λ unabhängig ist. Abbildung 4.33 zeigt dreimal die selbe

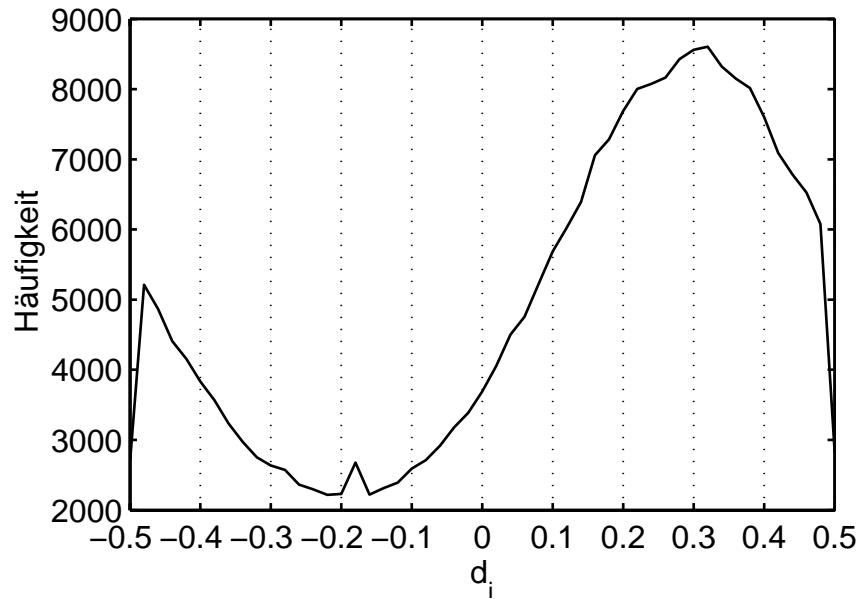


Abbildung 4.32: Histogramm des periodischen Signals d_i

Oberfläche, aufgenommen mit drei unterschiedlichen synthetischen Wellenlängen. Ohne Verkippung der Laserstrahlen zueinander hätte sich lediglich die Streifenbreite von einem Bild zum nächsten gemäß dem Anstieg der synthetischen Wellenlängen ändern dürfen. Die sichtbare Rotation der Streifen ist eine Folge der Verkippung.

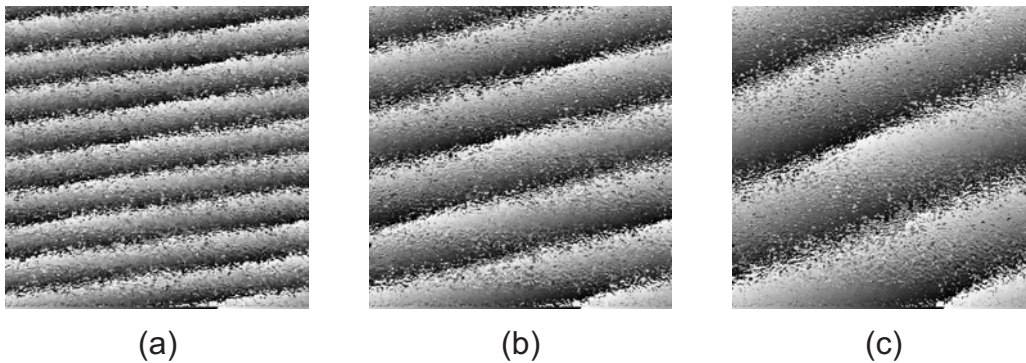


Abbildung 4.33: Folge von zueinander verkipperten Laserstrahlen: (a) $13 \mu\text{m}$; (b) $26 \mu\text{m}$; (c) $52 \mu\text{m}$; (simuliert)

Für zwei ungewrappte Phasenbilder U_1 und U_2 , die bei unterschiedlichen synthetischen Wellenlängen Λ_1 und Λ_2 aufgenommen wurden, kann geschrieben werden:

$$\begin{aligned} U_1 &= S + T \cdot \Lambda_1, \\ U_2 &= S + T \cdot \Lambda_2, \end{aligned} \quad (4.43)$$

wobei S die stetige Oberflächenform darstellt und $T \cdot \Lambda$ die Form, die sich durch die zusätzlichen Streifen im Phasenbild ergibt. Die Stetigkeit der Oberfläche muss vorausge-

setzt werden, da S in den beiden Gleichungen sonst nicht als gleich angenommen werden kann. Aufgelöst nach T ergibt sich:

$$T = \frac{U_1 - U_2}{\Lambda_1 - \Lambda_2}. \quad (4.44)$$

Unter der Annahme einer ebenen Wellenfront und einer reinen Verkippung kann in T eine Ebene D eingepasst werden. Die Ebene D kann als lokale Offsetkompensation verstanden werden:

$$D = \text{planefit}(T). \quad (4.45)$$

Kann die Wellenfront nicht als eben angenommen werden, so eignet sich anstelle eines Ebenenfits ein Sphärenfit bzw. Polynomfit. Bei Wellenfronten, welche auch lokal relevante Unterschiede aufweisen, kann anstelle eines Fits auch ein Tiefpass angewendet werden:

$$D = \text{lowpass}(T). \quad (4.46)$$

Ein Einpassen einer Ebene, Sphäre oder eines Polynoms bzw. die Applikation des Tiefpasses sind jedoch ratsam, um durch die Korrektur nicht zusätzliches Rauschen einzubringen. D kann nun direkt auf das N-Bild angewandt werden:

$$N_C = N - \frac{D \cdot (\Lambda_L - \Lambda_S)}{\Lambda_S}. \quad (4.47)$$

Abbildung 4.34 zeigt zwei gemessene Phasenbilder einer stetigen Oberfläche mit unterschiedlichen synthetischen Wellenlängen. Abbildung 4.35 zeigt das durch einen Tiefpass gewonnene D-Bild. Hier wird deutlich, dass es sich nicht um eine ebene Verkippung handelt und zudem lokale Unterschiede in der Wellenfront auftreten.

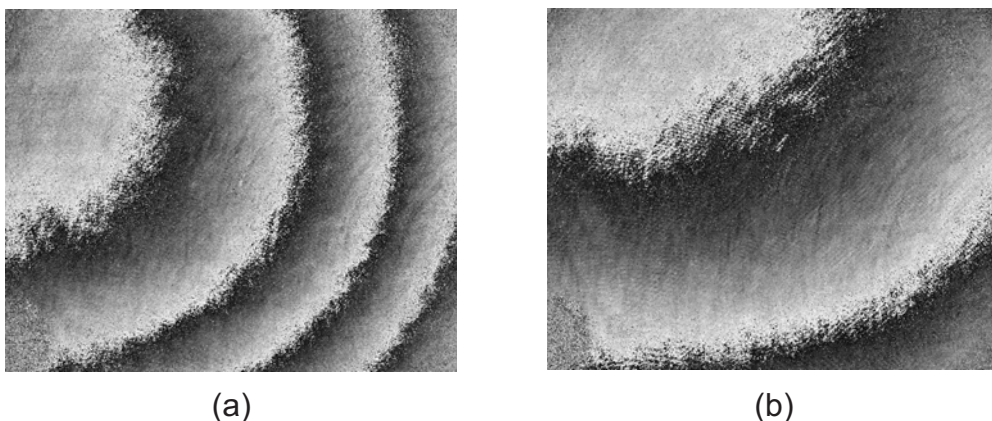


Abbildung 4.34: zwei Phasenbilder einer stetigen Oberfläche: (a) $48.5 \mu\text{m}$; (b) $95.5 \mu\text{m}$; (gemessen)

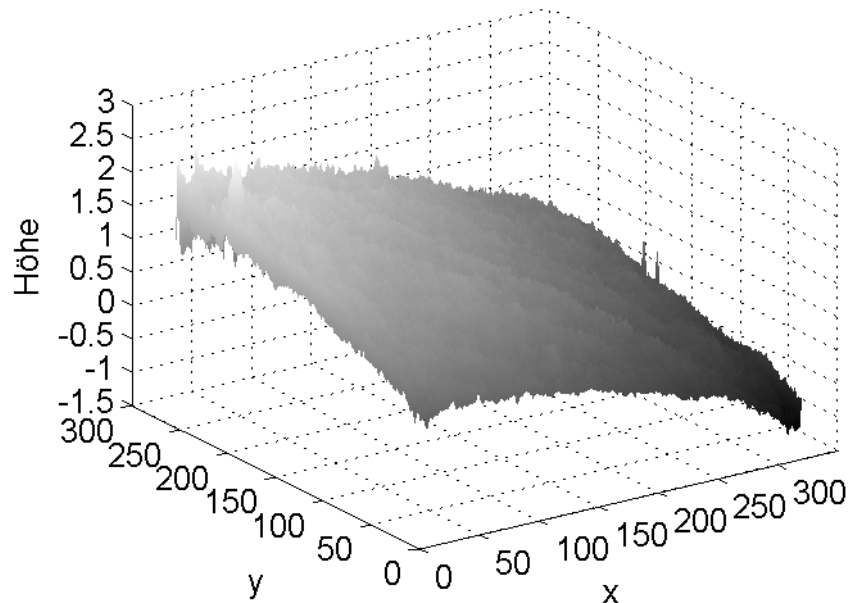


Abbildung 4.35: Verkippung zwischen zwei Laserstrahlen nach Tiefpass (gemessen)

4.6 Nachbearbeitung

Während bei der hierarchischen Verstetigung ein kleines Medianfilter zum Eliminieren von isolierten Fehlern als Nachbearbeitung ausreichend ist, sind bei den Zwei-Phasenbild-Verfahren komplexere Schritte notwendig bzw. möglich.

Elimination von kleinen Objekten

Objekte, die eine gewisse minimale Größe unterschreiten, können im N_V -Bild durch einen speziellen Algorithmus eliminiert werden. Die Objekte werden dabei dem Bereich zugeordnet, mit dem sie die längste gemeinsame Grenze aufweisen. Weitere Details sollen hier jedoch nicht beschrieben werden.

Elimination von Objekten ohne starke Kantenausprägung

Durch die optional durchgeführte Rundungsoperation bei den kantenbasierten Verfahren, werden die Kanten von Objekten teilweise künstlich verstärkt. Bei realen Messungen können in diesem Zusammenhang falsche Bereiche erkannt werden, die aus Sicht des N -Wertes zwar korrekt sind, jedoch keine ausgeprägte Kante aufweisen. Dies ist meist eine Folge von Inhomogenitäten der Wellenfronten. Um diese Objekte zu eliminieren, berechnet der Algorithmus den durchschnittlichen Gradientenbetrag (ohne Rundungsoperation) am Rand des Objektes. Liegt er unterhalb eines gewissen Schwellenwertes, wird das Objekt eliminiert.

Erhöhung der lateralen Auflösung

Durch einige der in Kapitel 4.4 beschriebenen Algorithmen wird die laterale Auflösung der Verstetigung, also beim Schritt von N auf N_V , reduziert. Die Forderung nach einer

hohen Konturtreue verlangt jedoch eine möglichst hohe laterale Auflösung. In der Literatur existiert eine Vielzahl von Algorithmen, welche eine Segmentierung sukzessive verfeinern und damit die laterale Auflösung erhöhen [9].

An dieser Stelle soll ein einfaches Verfahren für den Fall der kantenbasierten Segmentierung kurz dargestellt werden. Es stehen dafür zwei Ausgangsbilder zur Verfügung: Das Bild N_V der Segmentierung und das tiefpassgefilterte Bild N_f . Bei der Gewinnung von N_V wurde dabei ein größeres Filter angewandt als bei der Gewinnung von N_f . Für jeden Punkt im Bild N_V , welcher sich an der Grenze zwischen zwei Bereichen befindet, wird nun, ausgehend von dem Wert in N_f , entschieden, ob der Punkt im bisherigen Bereich verbleiben oder dem Nachbarbereich zugeordnet werden soll. Durch eine dieser Iterationen wird die Detektion der Kante verfeinert, wobei die Anzahl der durchzuführenden Iterationen vom Verhältnis der Filtergrößen zueinander abhängig ist. Innerhalb eines Bereiches werden keine Veränderungen vorgenommen. Bei der Entscheidung ist ferner darauf zu achten, dass verbundene Bereiche nicht voneinander getrennt werden. In Abbildung 4.36 sind die Muster dargestellt, die vom Algorithmus zu diesem Zweck herangezogen werden. Entsteht durch die zu überprüfende Hinzunahme eines Punktes (Punkt in der Mitte des Musters, gekennzeichnet mit „?“) eine Linie mit Punkten des selben Bereichs (schwarz), so wird die Hinzunahme nur erlaubt, wenn mindestens eine der Seiten A (grau) oder B (weiß) nur Punkte des Bereichs enthalten, zu dem der Punkt zugeordnet werden soll.

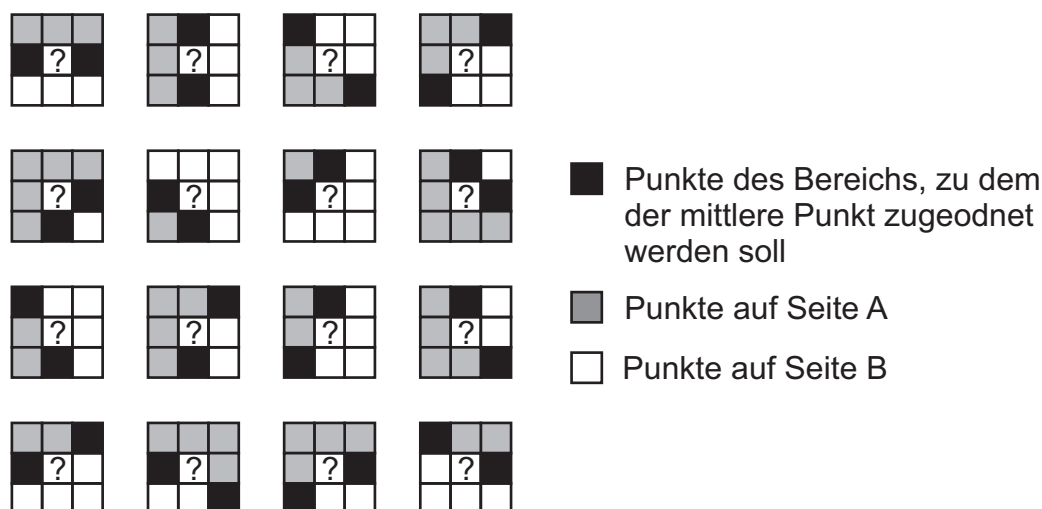


Abbildung 4.36: zu beachtende Muster bei der Erhöhung der lateralen Auflösung

Abbildung 4.37 zeigt das Originalbild N_V und das Ergebnis nach drei Iterationen $N_{V,3}$. Sowohl bei N_V als auch bei N_f kam ein Gauß-Tiefpass zum Einsatz ($\sigma_V = 2.0$, $\sigma_f = 1.0$). Die laterale Auflösung der Kanten erhöht sich um das Verhältnis der Filtergrößen zueinander. Objekte, welche jedoch im N_V -Bild fälschlicherweise nicht erkannt wurden, werden auch durch Anwendung dieses Algorithmus nicht erkannt.

Elimination von Übergangsfehlern - Variante 1

Abhängig vom verwendeten Unwrapping-Algorithmus können Unstetigkeiten, also Stufen im N-Bild, auch vom Algorithmus selbst „verursacht“ werden. Diese treten dann auf, wenn das Unwrapping-Problem nicht eindeutig auflösbar ist [46]. Ausgangssituation ist immer eine eigentlich kontinuierliche Fläche, die durch das Unwrapping unstetig entfaltet wurde. Diese Unstetigkeit wird durch die nachfolgende Verstetigung zwar eliminiert,

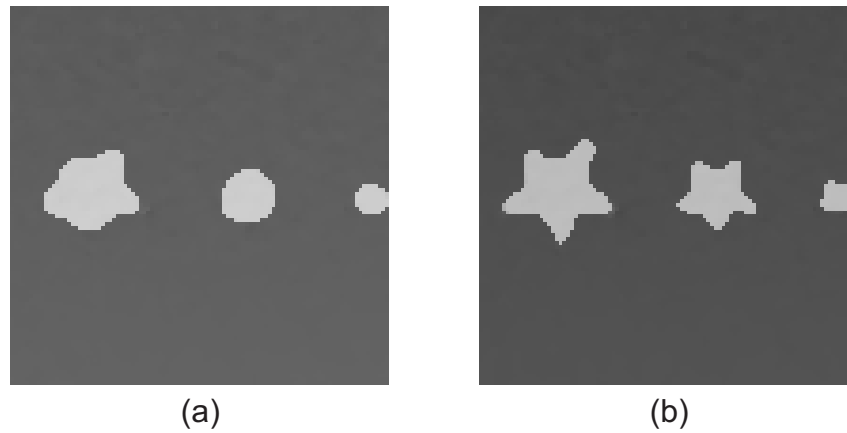


Abbildung 4.37: Erhöhung der lateralen Auflösung: (a) N_V ; (b) $N_{V,3}$ nach drei Iterationen; (simuliert)

jedoch kann es aufgrund der reduzierten lateralen Auflösung der Kanten zu Übergangsfehlern kommen. Übergangsfehler bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Grenze zwischen den beiden Bereichen nicht genau bestimmt werden kann - die Grenze wird dann sichtbar. Abbildung 4.38 zeigt dies beispielhaft: In Bild (a) ist die Unstetigkeit zu erkennen. In Bild (b) wurde diese zwar durch die Verstetigung eliminiert, jedoch ist die Grenze nach wie vor zu erkennen. Die Übergangsfehler werden durch folgende Gleichung eliminiert:

$$U_{V,c} = U_V - \text{inN} \left(\text{round} \left(\frac{U_f - (U_f * f)}{\Lambda_S} \right) \right) \Lambda_S, \quad (4.48)$$

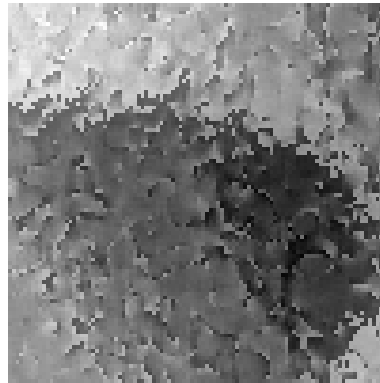
mit

$$\text{inN}(n, x, y) = \begin{cases} n & \text{wenn } n \in N_{V,\text{lokal}}(x, y) \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (4.49)$$

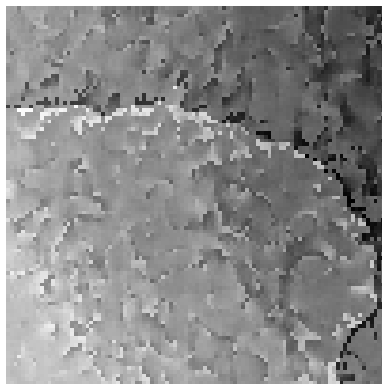
wobei $N_{V,\text{lokal}}(x, y)$ die lokale Umgebung des N_V -Bildes um den Punkt (x, y) darstellt und f ein beliebiges Filter. Für jeden Punkt wird durch diesen Operator die Entscheidung getroffen, ob er sich durch Addition von $n \cdot \Lambda_S$ besser in seine lokale Umgebung einpasst. Um das Verwischen der Kanten zu vermeiden, sind dabei für n nur die Werte erlaubt, die in der lokalen Umgebung des Punktes im N_V -Bild auftauchen - realisiert durch die Funktion „inN“.

Elimination von Übergangsfehlern - Variante 2

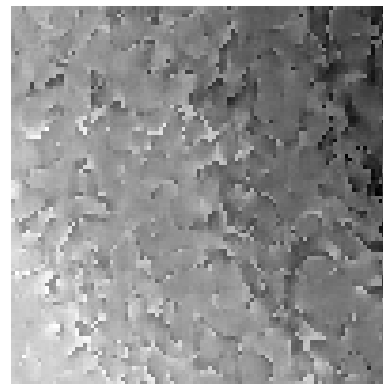
Die eben dargestellte Variante 1 nimmt keine Rücksicht auf die Forderung nach zusammenhängenden Gebieten im N-Bild. Alternativ kann deshalb der bereits vorgestellte Algorithmus zur Erhöhung der lateralen Auflösung so modifiziert werden, dass er in Abhängigkeit der Differenz von einem Punkt zu seiner lokalen Umgebung entscheidet, ob er nicht dem angrenzenden Bereich zugeordnet werden soll. Wird dieser Algorithmus verwendet, bleiben die Gebiete zusammenhängend.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 4.38: Übergangsfehler: (a) Ausschnitt aus U_S ; (b) Ausschnitt aus U_V ; (c) Ausschnitt aus $U_{V,e}$; (gemessen)

4.7 Zusammenfassung und Vergleich

Dem Wunsch nach hoher Genauigkeit und gleichzeitiger Eindeutigkeit der Messergebnisse kann bei der konventionellen Speckle-Interferometrie nur bei stetigen Oberflächen nachgekommen werden. Treten jedoch Messaufgaben an Oberflächen auf, welche Unstetigkeiten, wie Stufen, Löcher etc. aufweisen, dann verlangt dies nach speziellen Verstetigungsalgorithmen, von denen hier einige vorgestellt wurden. Folgende Punkte eignen sich für einen prinzipiellen Vergleich der Verfahren (ein Vergleich unter Verwendung von Simulations- und Messergebnissen folgt im Kapitel 6:

- laterale Auflösung
- Konturtreue
- systemtechnische Komplexität
- algorithmische Komplexität

Erkennung kleiner Objekte

Da die hierarchische Verstetigung keinerlei Nachbarschaftsbeziehungen ausnutzt, hat sie keine Reduktion der lateralen Auflösung zur Folge. Alle im Phasenbild sichtbaren Objekte werden auch durch den Verstetigungs-Algorithmus erkannt. Allerdings ist zu beachten, dass aufgrund der Specklegröße die laterale Auflösung unter Umständen bereits reduziert, eine punktweise Auswertung also „eigentlich“ überdimensioniert ist. Die schwellenwert- und kantenbasierten Verfahren und Teile der regionenbasierten Verfahren verwenden zur Rauschreduktion ein Tiefpassfilter, wodurch die laterale Auflösung reduziert wird. Die anderen Vertreter der regionenbasierten Verfahren fassen stets mehrere Punkte zusammen. Kleine Objekte und feine Strukturen können dadurch verloren gehen. Soll der Verlust an lateraler Auflösung berechnet werden, ist die Specklegröße zu beachten. Der in Kapitel 4.6 dargestellte Algorithmus zur Erhöhung der lateralen Auflösung erkennt keine „verloren gegangenen Objekte“, er kann lediglich feine Strukturen wiederherstellen.

Konturtreue

Die Konturtreue bezeichnet das Maß, wie gut der Umriss eines Objekts durch den Algorithmus erkannt wird. Da dies direkt von der lateralen Auflösung abhängt, ist die Konturtreue der hierarchischen Verstetigung bestmöglichst. Jegliche Art von Filterung reduziert die Konturtreue - die schwellenwert- und kantenbasierten Verfahren weisen hier also wiederum Nachteile auf. Die Nachteile können reduziert bzw. eliminiert werden, wenn Verfahren zur Erhöhung der lateralen Auflösung (siehe Kapitel 4.6) zur Anwendung gebracht werden können. Einige Vertreter der regionenbasierten Verfahren reduzieren die laterale Auflösung nicht, sofern keine Filter zum Einsatz kommen. Beim beschriebenen Pyramid-Linking ist dies z.B. der Fall.

Systemtechnische Komplexität

Die hierarchische Verstetigung benötigt im Gegensatz zu den anderen vorgestellten Verfahren grundsätzlich mehr als zwei Phasenbilder. Ist die Erzeugung dieser Vielzahl von Wellenlängen aufwändig, so ist die systemtechnische Komplexität der hierarchischen Verstetigung entsprechend groß. Die anderen Verfahren weisen die minimal mögliche Komplexität auf.

Algorithmische Komplexität

Die algorithmische Komplexität der hierarchischen Verstetigung ist gering, ebenso wie die der schwellenwertbasierten Verfahren ohne Erhöhung der lateralen Auflösung. Die kanten- und regionenbasierten Verfahren sind aufwändiger, ebenso wie die Algorithmen zur Erhöhung der lateralen Auflösung. Die erhöhte algorithmische Komplexität schlägt sich in komplexeren Algorithmen und meist erhöhtem Rechenaufwand nieder.

4.8 Einschränkung der Fusionierbarkeit

Die in den Gleichungen (4.5)ff dargestellte Fusion von zwei Phasenbildern ist in den meisten Fällen zwar gültig, jedoch gibt es eine entscheidende Ausnahme: Wird eine Stufe im Phasenbild beispielsweise durch Beugung an der Blende verwischt, so ist an dieser Stelle keine Fusion möglich, da die Verwischung zu einer phasenbild-spezifischen „Form“ führt.

Abbildung 4.39 verdeutlicht dieses Problem an einem Beispiel: Die Kante im Phasenbild mit der großen synthetischen Wellenlänge Λ_L wird durch Beugung wie dargestellt verwischt. Die kleine synthetische Wellenlänge Λ_S ist hier so gewählt, dass die Stufe nicht sichtbar ist. Dadurch ergibt sich konsequenterweise auch keine Verwischung der Kante. Die reale Differenz N der beiden Phasenbilder zeigt nun einen laut Definition nicht möglichen kontinuierlichen Übergang.

Der kontinuierliche Übergang wirkt sich bei allen Verfahren, welche eine Rundungsoperation vornehmen, durch Zwischenstufen aus. Diese treten jedoch erst bei einer Stufenhöhe $N > 1$ auf. Bei der hierarchischen Verstetigung kann dies durch eine entsprechende Wahl der synthetischen Wellenlängen unterbunden werden. Bei Verfahren, welche keine Rundungsoperation einsetzen oder die stufigen Übergänge auf andere Weise eliminieren, treten keine Zwischenstufen auf.

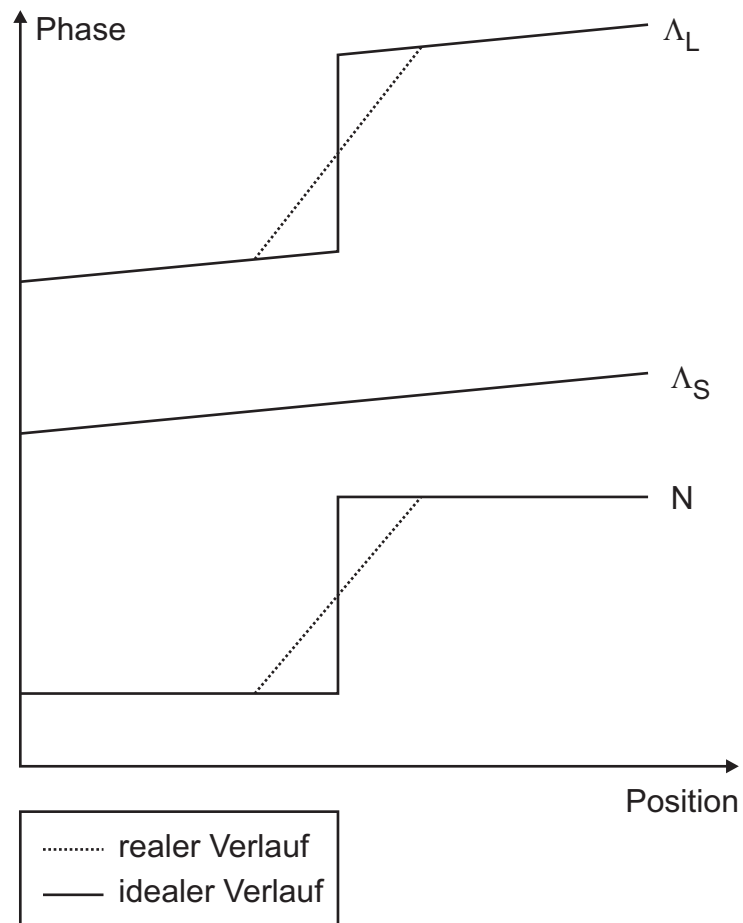


Abbildung 4.39: Begrenzte Fusionierbarkeit bei Kantenverwischung durch Beugung

5. Experimenteller Anordnung

5.1 Interferometer

Abbildung 5.1 zeigt das für den experimentellen Teil der Arbeit verwendete 3-Laser-Interferometer. Der dritte Laser ist in dieser Abbildung grau dargestellt - er befindet sich oberhalb des Schrittmotors.

Die drei Laserquellen werden durch den von einem Schrittmotor angetriebenen Drehspiegel sequenziell in den optischen Pfad eingekoppelt. Am ersten Strahlteiler S_1 werden Objekt- und Referenzstrahl getrennt. Der Objektstrahl wird über zwei Spiegel und die Strahlaufweitung Nr. 1 auf das Messobjekt gerichtet. Die Strahlaufweitung wird dabei so eingestellt, dass das Messobjekt optimal ausgeleuchtet wird. Das vom Messobjekt reflektierte Licht wird über ein Objektiv aufgenommen und erreicht den Strahlteiler S_2 über eine Blende, welche die gewünschte Specklegröße sicherstellt. Der Referenzstrahl läuft über einen piezogetriebenen Spiegel, einen weiteren Spiegel durch die Strahlaufweitung Nr. 2 und einen Polarisationsfilter weiter zum Strahlteiler S_2 . In diesem Strahlteiler werden nun Objekt- und Referenzstrahl wieder vereinigt und über einen Rotlichtfilter auf die Kamera gelenkt.

Durch den piezogetriebenen Spiegel ist es möglich, Phasenbilder nach dem Verfahren des zeitlichen Phasenschiebens zu erzeugen. Die Verkippung des Strahlteilers S_2 ermöglicht räumliches Phasenschieben.

Drehspiegel und Schrittmotor

Der Drehspiegel [69] wurde in das Interferometer eingebracht, da er es ermöglicht, alle Laserquellen nahezu verlustfrei in den optischen Aufbau einzukoppeln. Abbildung 5.2 zeigt die Überlagerung von drei Laserquellen mit Hilfe von zwei Strahlteilern als mögliche Alternative. Am Ende stehen jedoch lediglich 33% der Leistung für die Beleuchtung des Messobjekts zur Verfügung. Ein nicht unerheblicher Nachteil des Drehspiegels ist allerdings die beschränkte Umschaltzeit zwischen den einzelnen Laserquellen, die durch die maximale Fahrgeschwindigkeit des Schrittmotors bestimmt wird.

Als Schrittmotor wurde der Vexta Nanostep PK545-NBC [38] eingesetzt. Er erlaubt eine Auflösung von bis zu 500.000 Schritten pro Umdrehung und 5 Umdrehungen pro Minute,

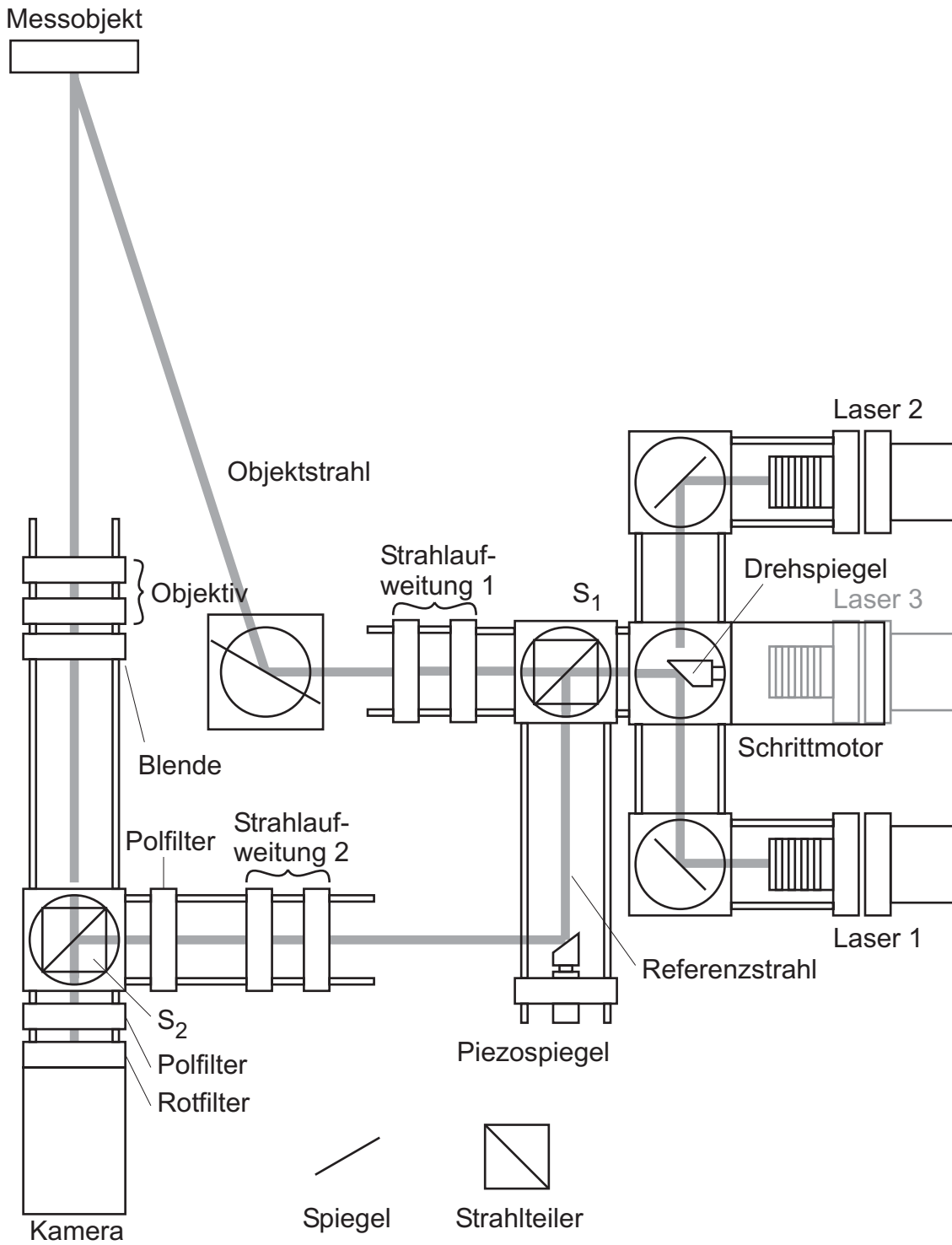


Abbildung 5.1: Verwendetes 3-Laser-Interferometer

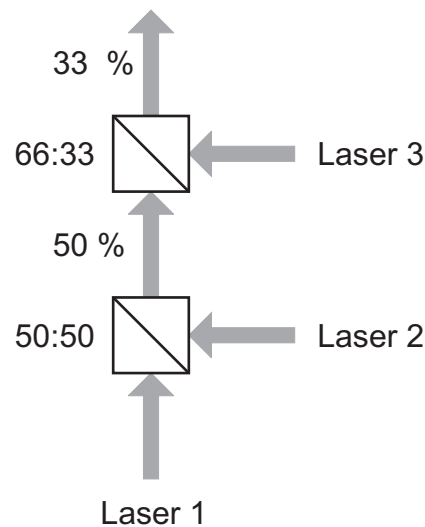


Abbildung 5.2: Überlagerung von drei Laserquellen mit Hilfe von Strahlteilern

wobei für den beschriebenen Aufbau eine Auflösung von 10.000 Schritten pro Umdrehung gewählt wurde. Da der verwendete Schrittmotor keine eigene Referenzposition besitzt, muss diese extern zur Verfügung gestellt werden. Zu diesem Zweck ist am zweiten Achsenende eine Scheibe mit Loch befestigt (siehe Abbildung 5.3). Dieses Loch wird von einer handelsüblichen Lichtschranke erfasst. Um die Temperaturabhängigkeit der Schaltschwelle zu kompensieren, wird nicht eine der beiden Flanken als Referenzposition verwendet, sondern die Mitte des Lochs. Die Mitte ist von Schwankungen der Schaltschwelle unabhängig.

Sowohl die Ansteuerung des Schrittmotors als auch die Auswertung der Lichtschranken-Signale erfolgt mittels des Digitalen Signalprozessors TMS320LF2403 von Texas-Instruments [59]. Die Ansteuerung des Schrittmotors beschränkt sich allerdings auf die Erzeugung von Fahrimpulsen - die Ansteuerung der einzelnen Phasen wird von einer kommerziellen Einheit übernommen. Um die Einkopplung von Vibrationen in das Interferometer zu reduzieren, wird der Schrittmotor nicht mit einem klassischen Rampenprofil betrieben, sondern mit einem S-förmig an- bzw. absteigenden Profil. Bei einem S-förmigen Profil treten keine Beschleunigungssprünge auf, was Vibrationen minimiert.

Piezogesteuerter Spiegel

Der Spiegel wird mit dem Piezo-Stapelaktor PSt 150/5/7 VS10 [44] von Piezomechanik bewegt. Dieser Piezo weist im unteren Spannungsbereich (0 V bis 12 V) eine experimentell ermittelte Empfindlichkeit von ca. 40 nm/V auf. Die Ansteuerung des Piezos erfolgt ebenfalls mit dem bereits erwähnten Prozessor in Kombination mit einem Digital-Analog-Wandler. Die maximale Ausgangsspannung des Wandlers von 12 V liefert demnach einen Schub von 480 nm, was bei einer Laserwellenlänge von 650 nm etwa 265° Phasenschub entspricht.

Kamera

Bei der verwendeten Kamera handelt es sich um eine PCO Pixelfly [41]. Der monochrome CCD-Chip weist eine Auflösung von 1280x1014 Pixeln auf. Die Daten werden digital mit 12 Bit Genauigkeit und einer maximalen Wiederholrate von ca. 11 Bildern pro Sekunde übertragen.

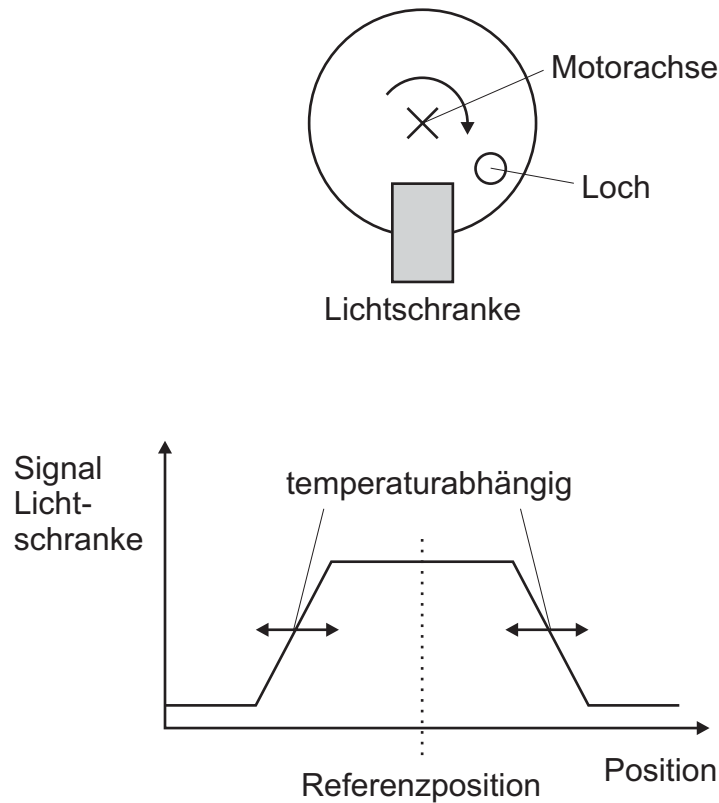


Abbildung 5.3: Ermittlung der Referenzposition

Wellenlängenmessgerät

Für die Überwachung der Laserwellenlängen wurde neben dem kommerziellen Spektrometer HR2000 von Ocean Optics Ltd. [37] auch ein eigenes, kostengünstiges Wellenlängenmessgerät aufgebaut. Das Gerät basiert auf dem Wellenlängensensor SSO-WS-7.56TO5 [55] der Firma Silicon Sensor GmbH, in dem zwei Fotodioden unterschiedlicher spektraler Empfindlichkeit vereint sind. Aus dem Verhältnis der Fotoströme ist ein Rückschluss auf die Laserwellenlänge möglich. Allerdings muss hierbei vom Singlemode-Betrieb der Laserdiode ausgegangen werden.

Laserdiodentreiber

Die erste Version des Laserdiodentreibers wurde bereits in [46] beschrieben. Seine Aufgabe besteht in der Regelung des Laserdiodenstroms sowie der Laserdiodentemperatur. Der Laserdiodentreiber wurde im Rahmen dieser Arbeit komplett überarbeitet. Folgende Änderungen sind dabei besonders relevant:

- Umbau auf rein passive Kühlung zur Verbesserung der EMV-Eigenschaften
- Schutz der Laserdiode vor Überspannungen
- Umstellung auf einen Temperatur-Strukturregler für besseres Einschwingverhalten

5.2 Laserdiodenstabilisierung

Für einen sinnvollen Einsatz von Laserdioden innerhalb eines Interferometers muss eine Laserdiodenstabilisierung primär folgende Aspekte umfassen:

- Singlemodigkeit
- Konstanz der emittierten Wellenlänge
- geringe Linienbreite

Klassische Halbleiter-Laserdioden zeigen jedoch im Vergleich zu herkömmlichen Lasern einige besondere Eigenschaften, auf die man beim Einsatz besondere Rücksicht nehmen muss [22]. Dies betrifft nicht nur die Ansteuerung, sondern auch die geometrischen und spektralen Eigenschaften. Bezüglich der emittierten Wellenlänge λ sind vor allem folgende Punkte von Bedeutung:

- sowohl Verstärkungsprofil als auch Resonatormoden sind stark von der Temperatur abhängig - dies erfordert eine präzise Temperaturregelung
- Modensprünge treten nicht gleichmäßig über den gesamten Betriebsbereich der Diode auf, sondern lokal gehäuft in bestimmten Bereichen [43], [21] - diese Bereiche sind jedoch charakteristisch für eine Diode
- die emittierte Strahlung hängt neben der Temperatur auch vom injizierten Strom ab - eine präzise Stromregelung ist demnach ebenfalls erforderlich

Während den Anforderungen „präzise Temperaturregelung“ und „präzise Stromregelung“ mit dem im vorangegangenen Kapitel dargestellten Laserdiodentreiber nachgekommen werden kann, muss für den zweiten Punkt „lokale Stabilität“ eine besondere Lösung gefunden werden [72].

Beim gewählten Ansatz werden über den gesamten Betriebsbereich der Halbleiter-Laserdiode Stabilität s und Wellenlänge λ ermittelt, wobei für die Stabilität folgende Definition gilt:

$$s = 10 \cdot \log_{10} \frac{peak_1}{peak_2} dB. \quad (5.1)$$

$peak_1$ bezeichnet dabei den höchsten Peak im Spektrum, $peak_2$ den höchsten Nebenpeak. Als Ergebnis steht eine so genannte Stabilitätskarte zur Verfügung, wie sie beispielhaft in Abbildung 5.4 gezeigt ist. Abbildung 5.5 zeigt die zugehörige Wellenlänge. Diese beiden Karten werden einmal ermittelt und im Folgenden dazu verwendet, mit dem Laserdiodentreiber lediglich stabile Punkte anzufahren.

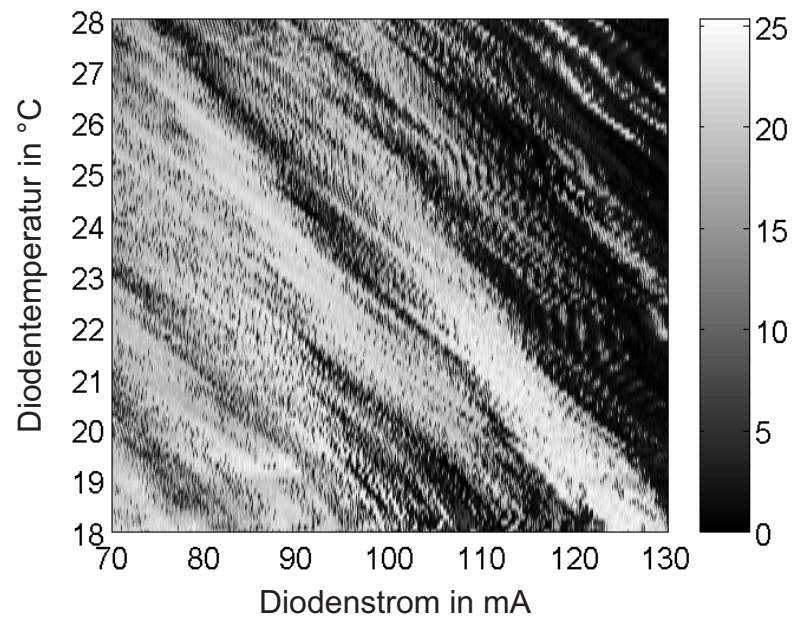


Abbildung 5.4: Stabilitätskarte: Verhältnis zwischen Peak und höchstem Nebenpeak in dB (gemessen)

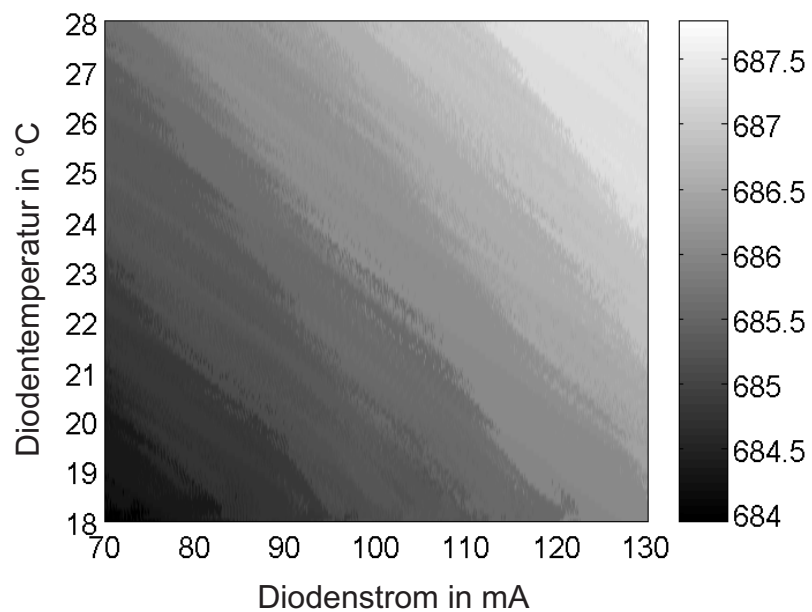


Abbildung 5.5: Stabilitätskarte: Wellenlänge in nm (gemessen)

5.3 Messsoftware

5.3.1 Konzept Messsoftware

Für die Realisierung der Messsoftware wurde von bisherigen Konzepten Abstand genommen, die rein auf einer Realisierung in C++ beruhen. Stattdessen wurde eine Realisierung, basierend auf MATLAB in Kombination mit C++ dynamic link libraries (DLLs) aufgebaut. MATLAB bietet aufgrund seiner skriptbasierten Umgebung ein Höchstmaß an Flexibilität und weist zudem sehr viele, bereits vorhandene Funktionen auf. Rechenintensive Algorithmen sind in MATLAB jedoch oft sehr langsam, weshalb sie in einfach aufgebaute C++ DLLs ausgelagert wurden. Die Schnittstelle zwischen MATLAB und C++ bildet dabei das MATLAB-eigene „generic DLL interface“. Abbildung 5.6 und die nachfolgende Aufzählung verdeutlichen diese Aufgabenteilung.

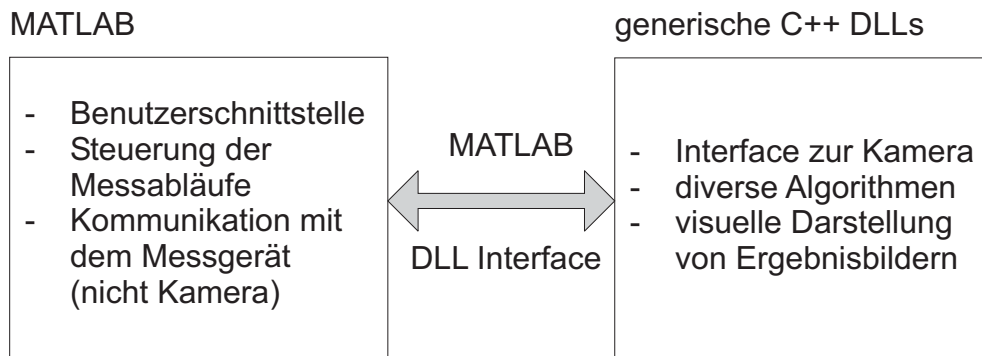


Abbildung 5.6: Softwarestruktur

Auf der MATLAB-Seite werden folgende Aufgaben erledigt:

- **Benutzerschnittstelle:** Die Benutzerschnittstelle (GUI) übernimmt jegliche Interaktion mit dem Benutzer. Die wichtigsten Funktionen sind dabei die Auswahl, Parametrierung und Durchführung von Messungen.
- **Steuerung der Messabläufe:** Für jeden Messablauf wird eine Reihe von MATLAB-Skript-Files erstellt, die den primären Messablauf steuern - einzelne komplexe Rechenaufgaben werden jedoch in den DLLs verarbeitet.
- **Kommunikation mit dem Messgerät:** Die Kommunikation mit dem Messgerät erfolgt über eine virtuelle serielle Schnittstelle. MATLAB bietet die dafür notwendigen Funktionen.

Die generischen C++ DLLs erledigen folgende Aufgaben:

- **Interface zur Kamera:** Das zur Kamera mitgelieferte Software Development Kit ist in C++ geschrieben - somit ist auch das hier verwendete Interface als C++ DLL realisiert.
- **Algorithmen:** Rechenintensive Algorithmen, wie z.B. die Phasenbildberechnung sind in jeweils eigenständigen DLLs implementiert.
- **visuelle Darstellung von Ergebnisbildern:** Die Darstellung von Ergebnisbildern wird primär auch von einer DLL erledigt, da z.B. nur auf diese Weise die hohen Wiederholraten beim Livebild zu erreichen sind.

5.3.2 Messroutinen

Im Rahmen der Arbeit wurden primär folgende Messroutinen realisiert:

- Deformationsmessung mit räumlichem Phasenschub
- Formmessung mit räumlichem Phasenschub
- Formmessung mit zeitlichem Phasenschub

Hinzu kommen eine ganze Reihe von Messroutinen, welche hauptsächlich zur Kalibration eingesetzt werden:

- Livebild der Kamera
- Spektrum des Livebildes
- Korrelationskurve (Korrelation zweier Interferogramme über der Piezospannungs-differenz)
- Quadratische Differenz zwischen zwei Interferogrammen über eine festgelegte Anzahl von Messungen bei konstanter oder ansteigender Piezospannungs-differenz
- weitere Messroutinen

Die Deformations- und Formmessung mit räumlichem Phasenschub wird in [35], [46] und [14] ausführlich beschrieben. Deshalb sollen an dieser Stelle lediglich die wichtigsten Realisierungsdetails der Formmessung mit zeitlichem Phasenschub beschrieben werden.

Formmessung mit zeitlichem Phasenschub

In [3] wurde nachgewiesen, dass der optimale Phasenschub bei einem Drei-Schritt-Algorithmus, wie dem hier verwendeten, nach Kapitel 3, $2\pi/3$ bzw. 120° beträgt. Hier ist die Fehlerfortpflanzung des Intensitätsrauschens ins Phasenbild am geringsten. Wird ein abweichender Phasenschub gewählt, so erhöht sich das Rauschen im Phasenbild. In Abbildung 5.7 ist die Standardabweichung im Phasenbild über dem Phasenschub dargestellt. Der angestrebte optimale Phasenschub von 120° wird jedoch durch Vibrationen und andere Umwelteinflüsse gestört, wodurch sich die Fehler im Phasenbild zwangsläufig erhöhen. Um diese möglichst gering zu halten, werden in dieser Implementation lediglich Phasenschübe zugelassen, die innerhalb des Bereichs $[\Delta\varphi_L \dots \Delta\varphi_U]$, hier $[60^\circ \dots 160^\circ]$ liegen. Liegt der Phasenschub außerhalb dieses Bereichs, wird er verworfen.

Für eine erfolgreiche Messung ist es also notwendig, dass der Phasenschub im erlaubten Bereich liegt. Wird beim Phasenschub von einer Standardabweichung von $\sigma_{\Delta\varphi} = 12\% \cdot 2\pi$ ausgegangen, was bei dem in Abbildung 3.6 dargestellten Szenario ohne Luftlagerung mit Trittsstörungen der Fall war, so ergibt sich die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Phasenschub im erlaubten Bereich liegt nach Gleichung (3.16) zu $p_H = 74\%$. Für die Formmessung mit zeitlichem Phasenschub werden mindestens zwei Einzelphasenbilder bzw. ein synthetisches Phasenbild benötigt. Für die im Rahmen dieser Arbeit relevante Vermessung von un stetigen Oberflächen sind es drei Einzelphasenbilder bzw. zwei synthetische

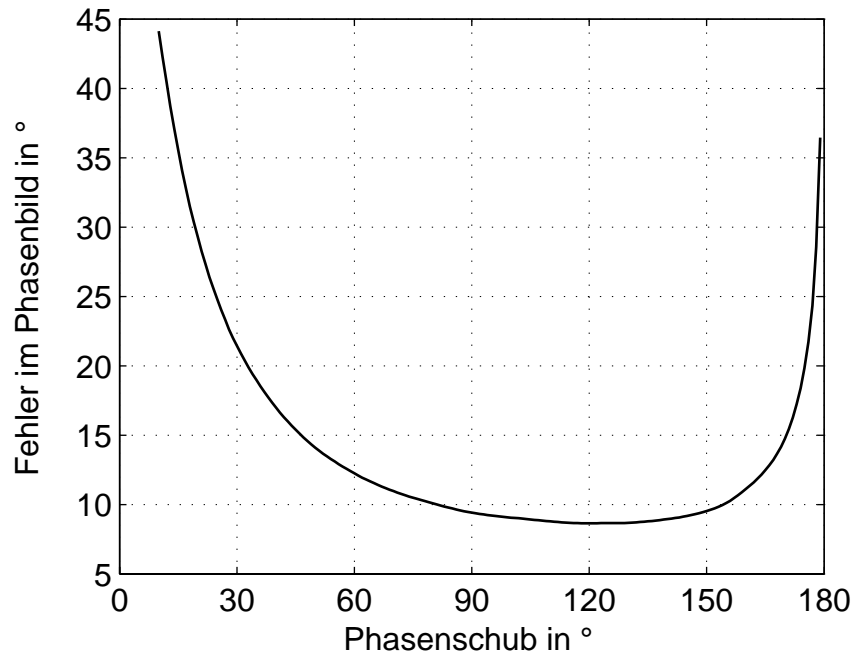


Abbildung 5.7: optimaler Phasenschub: Fehler (Standardabweichung) im Phasenbild über dem Phasenschub verursacht durch Intensitätsrauschen; (simuliert)

Phasenbilder. Die Wahrscheinlichkeit p_1 , dass eine komplette Messung mit drei Einzelphasenbildern erfolgreich verläuft, also alle Phasenschübe im erlaubten Bereich liegen, ergibt sich zu:

$$p_1 \approx p_H^{2 \cdot 3}. \quad (5.2)$$

Der Faktor 3 im Exponent ergibt sich aufgrund der drei Einzelphasenbilder, der Faktor 2 aufgrund der beiden Phasenschübe pro Einzelphasenbild. Für $p_H = 74\%$ ergibt sich $p_1 = 16\%$. Wegen der geringen Wahrscheinlichkeit für eine erfolgreiche Messung ist es notwendig, die Aufnahme der drei Interferogramme pro Wellenlänge r -fach durchzuführen. Die Wahrscheinlichkeit für eine erfolgreiche Messung p_r ergibt sich nun zu:

$$p_r \approx (1 - (1 - p_H)^r)^{2 \cdot 3}. \quad (5.3)$$

In Tabelle 5.1 ist die Wahrscheinlichkeit p_r für 1 bis 4 Messzyklen und zwei verschiedene Standardabweichungen des Phasenschubs dargestellt. Da die Anzahl an notwendigen Zyklen von den vorhandenen Vibrationen abhängt, kann die realisierte Messroutine variabel 1 bis 3 Zyklen durchführen.

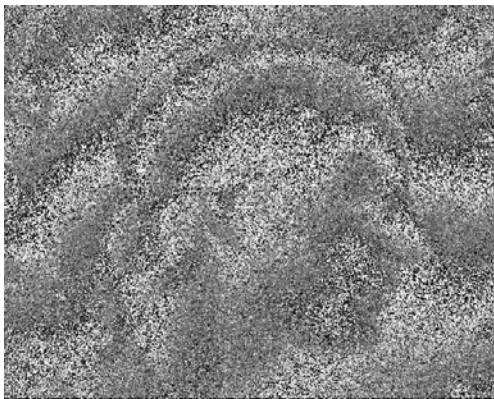
Messzyklen r	1	2	3	4
Wahrscheinlichkeit p_r bei $\sigma_{\Delta\varphi} = 12\% \cdot 2\pi$	16%	66%	90%	97%
Wahrscheinlichkeit p_r bei $\sigma_{\Delta\varphi} = 5\% \cdot 2\pi$	92%	100%	100%	100%

Tabelle 5.1: Wahrscheinlichkeit für eine erfolgreiche Messung

6. Messergebnisse

Stabiler zeitlicher Phasenschub (200-Lire Münze)

Abbildung 6.1 zeigt ein qualitatives Beispiel für die Wirkung der in Kapitel 3 vorgestellten Algorithmen für stabilen zeitlichen Phasenschub. Abbildung 6.1 (a) zeigt das Phasenbild, welches mit einem klassischen 3-Schritt-Algorithmus erreicht wird. Dabei werden Phasenschübe von je 120° angenommen. Abbildung 6.1 (b) zeigt das Ergebnis des vorgestellten Algorithmus. Die tatsächlich erreichten Phasenschübe wurden dabei zu $\Delta\varphi_{1,2} = 104^\circ$ und $\Delta\varphi_{2,3} = 122^\circ$ für Wellenlänge λ_1 , sowie $\Delta\varphi_{1,2} = 274^\circ$ und $\Delta\varphi_{2,3} = 248^\circ$ für Wellenlänge λ_2 berechnet.



(a)



(b)

Abbildung 6.1: Stabiler zeitlicher Phasenschub: (a) ohne Berücksichtigung der tatsächlichen Phasenschübe / klassischer Algorithmus; (b) mit Berücksichtigung der tatsächlichen Phasenschübe / Algorithmus nach Kapitel 3

1-Euro Münze

Die folgenden Abbildungen 6.2 bis 6.10 zeigen beispielhaft das Messergebnis an einer 1-Euro-Münze. Dabei werden noch einmal alle notwendigen Schritte der Auswertung dargestellt und die Ergebnisse der im Rahmen der Arbeit vorgestellten Algorithmen bildlich gegenübergestellt.

Ausgangspunkt der Auswertung sind die beiden Phasenbilder aus Abbildung 6.2. 6.2(a) zeigt das Phasenbild P_L , aufgenommen mit der langen synthetischen Wellenlänge Λ_L (hier $246.79 \mu\text{m}$), 6.2(b) das Phasenbild P_S , aufgenommen mit der kurzen synthetischen Wellenlänge Λ_S (hier $46.84 \mu\text{m}$). Abbildung 6.3 zeigt die ungewrappten Phasenbilder U_L und U_S . Die grundlegende Problematik ist hier deutlich zu erkennen: Während U_L eindeutig, jedoch mit einem hohen Rauschen belastet ist, ist U_S nicht eindeutig bzw. fehlerhaft, dafür mit einem niedrigen Rauschen belastet. Durch Fusion der beiden Bilder sollen nun Eindeutigkeit und Genauigkeit kombiniert werden.

Die Fusion startet mit der Differenz der beiden ungewrappten Phasenbilder nach Gleichung (4.16), dem N-Bild - dargestellt Abbildung 6.4. Durch die unvermeidbare Verkipfung der Laser zueinander bzw. durch Wellenfronteninhomogenitäten lässt sich dieses N-Bild nicht direkt auswerten. Für eine Kompensation dieser Effekte wird einmalig eine stetige Oberfläche wiederum mit zwei synthetischen Wellenlängen vermessen. Abbildung 6.5 zeigt zwei solche Phasenbilder. Die beiden synthetischen Wellenlängen betragen hier $\Lambda_1 = 246.79 \mu\text{m}$ und $\Lambda_2 = 46.84 \mu\text{m}$ - eine Gleichheit mit den obigen Wellenlängen ist im Allgemeinen jedoch nicht erforderlich. Das Kompensationsbild D , gezeigt in Abbildung 6.6(a), wurde nach Gleichung (4.43)ff durch Tiefpassfilterung gewonnen. Nach Gleichung (4.47) ergibt sich schließlich das in Abbildung 6.6(b) dargestellte, korrigierte N-Bild N_C .

Auf dieses korrigierte N-Bild werden nun die im Rahmen der Arbeit vorgestellten Algorithmen angewandt. Die Ergebnisse der einzelnen Algorithmen sind in Abbildung 6.7 dargestellt. Die laterale Auflösung aller Ergebnisse wurde mit dem beschriebenen Verfahren zur Erhöhung der lateralen Auflösung verbessert. Weiterhin wurden kleine Objekte sowie Objekte ohne ausgeprägten Rand eliminiert. Einzelheiten zu den Ergebnisbildern:

- (a) Ergebnis des Schwellenwertverfahrens nach Kapitel 4.4.2: Bei Stufen > 1 treten deutlich sichtbare stufige Übergänge auf („1“-Symbol und Spanien).
- (b) Ergebnis des Kantenverfahrens ohne Rundung nach Kapitel 4.4.3: Es treten keine stufigen Übergänge auf. Eine zuverlässige Parametrierung dieses Verfahrens ist jedoch kaum möglich, da bereits kleinste Störungen dazu führen können, dass Bereiche auf Grund von Lücken in der Kante nicht erkannt werden.
- (c) Ergebnis des Kantenverfahrens mit Rundung nach Kapitel 4.4.3: Bei Stufen > 1 treten wiederum stufige Übergänge auf („1“-Symbol und Spanien). Diese sind jedoch im Gegensatz zu (a) vor allem auf die in Kapitel 4.8 beschriebene Problematik zurückzuführen und kein algorithmischer Fehler.
- (d) Ergebnis des Bereichswachstumsverfahrens nach Kapitel 4.4.4: Durch die Ausmaskierung der Übergangsbereiche und anschliessendem, schrittweisen Eindringen der umgebenden Bereiche in den ausmaskierten Bereich können die stufigen Übergänge vermieden werden. Im Allgemeinen ist dieses Verfahren jedoch mit Vorsicht anzuwenden (siehe Kapitel 4.4.4).

- (e) Ergebnis des Pyramid-Linking-Verfahrens: Bei Stufen > 1 treten auch hier stufige Übergänge auf („1“-Symbol und Spanien). Diese sind jedoch wiederum auf die in Kapitel 4.8 beschriebene Problematik zurückzuführen und kein algorithmischer Fehler.

Die wichtigsten Parameter:

- Größe des primären Filters bei (a) - (d): $\sigma = 3.0$ Pixel
- Größe des sekundären Filters zur Erhöhung der lateralen Auflösung: $\sigma = 1.5$ Pixel
- Iterationen zur Erhöhung der lateralen Auflösung: 5
- Kleinste Größe von Bereichen: 90 Punkte (alle kleineren Bereiche werden eliminiert)
- Minimaler durchschnittlicher Gradientenbetrag am Rand eines Objektes: 0,35. Alle Objekte, die einen kleineren durchschnittlichen Gradientenbetrag besitzen, werden eliminiert.
- Schwellenwert zur Maskierung der Übergangsbereiche bei (d): 1.3
- Iterationen des Pyramid-Linking (e): 5
- Rekonstruktionsgröße beim Pyramid-Linking (e): 72

Am vorliegenden Messbeispiel lässt sich feststellen, dass sich die Ergebnisse der einzelnen Verfahren nur gering unterscheiden. Die stufigen Übergänge ließen sich aufgrund der in Kapitel 4.8 beschriebenen Problematik nicht immer eliminieren.

Schließlich erfolgt die Fusion nach Gleichung (4.18) - das Ergebnis der Fusion ist in Abbildung 6.8(c) dargestellt. Die Schnittlinien in Abbildung 6.9 zeigen den Qualitätsgewinn deutlich.

Die Messergebnisse verdeutlichen, dass durch die Fusion von zwei entsprechend gewählten Phasenbilder das Dilemma zwischen Eindeutigkeit und Genauigkeit gelöst werden kann.

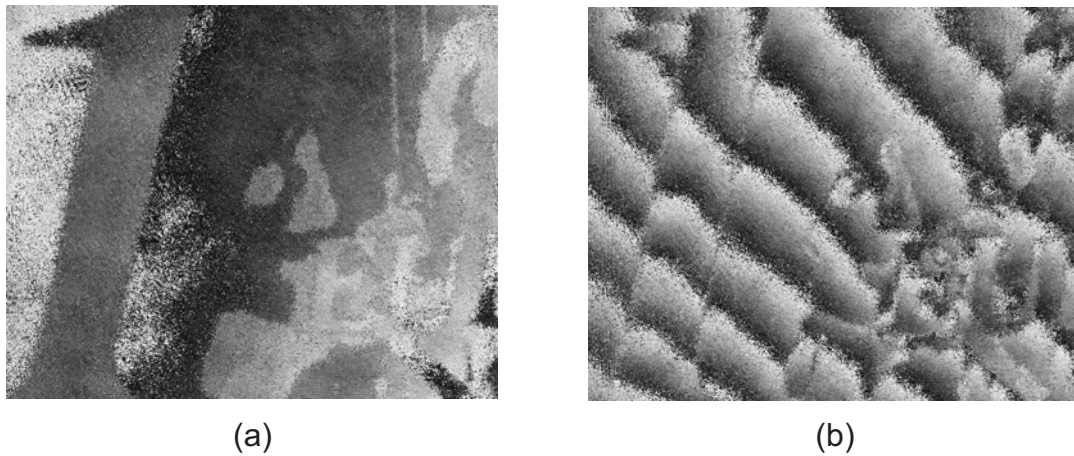


Abbildung 6.2: Ausgangspunkt Phasenbilder: (a) P_L mit langer synthetischer Wellenlänge; (b) P_S mit kurzer synthetischer Wellenlänge

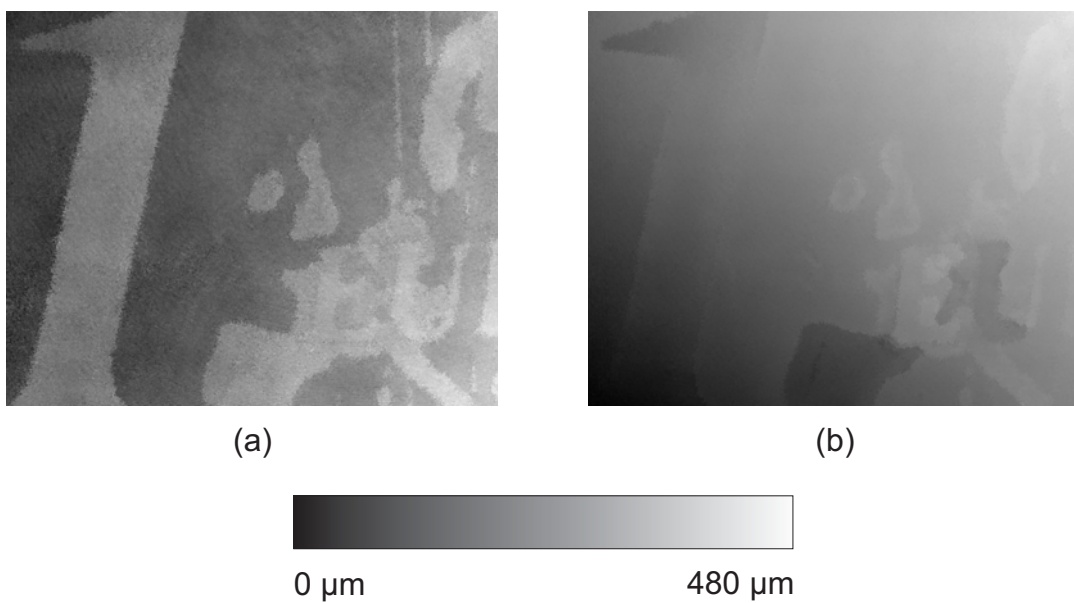


Abbildung 6.3: Ungewrappte Phasenbilder: (a) U_L mit langer synthetischer Wellenlänge; (b) U_S mit kurzer synthetischer Wellenlänge

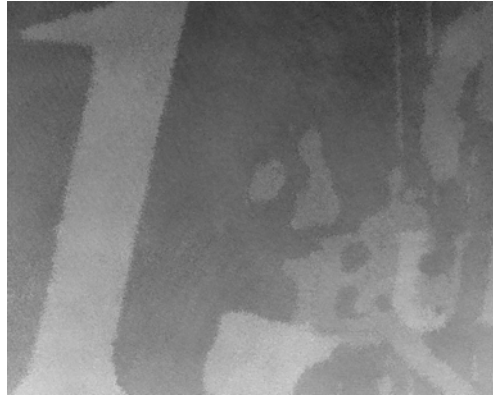
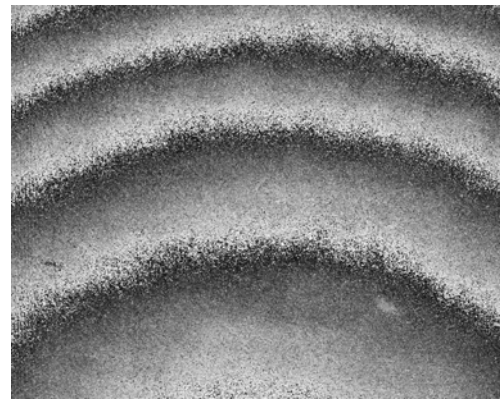


Abbildung 6.4: Unkorrigiertes N-Bild N



(a)

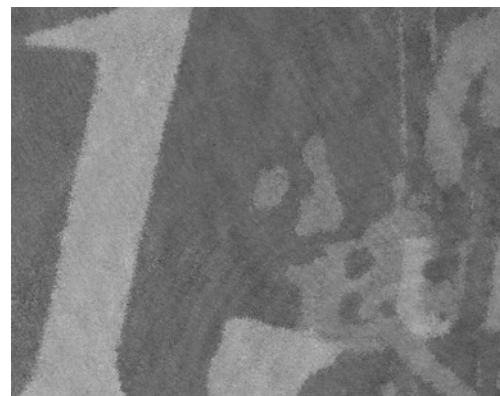


(b)

Abbildung 6.5: Phasenbilder zur Verkippungs- bzw. Wellenfrontkompensation: (a) P_1 mit synthetische Wellenlänge Λ_1 ; (b) P_2 mit synthetische Wellenlänge Λ_2



(a)



(b)

Abbildung 6.6: Korrektur des N-Bildes: (a) Kompensationsbild D ; (b) korrigiertes N-Bild N_C

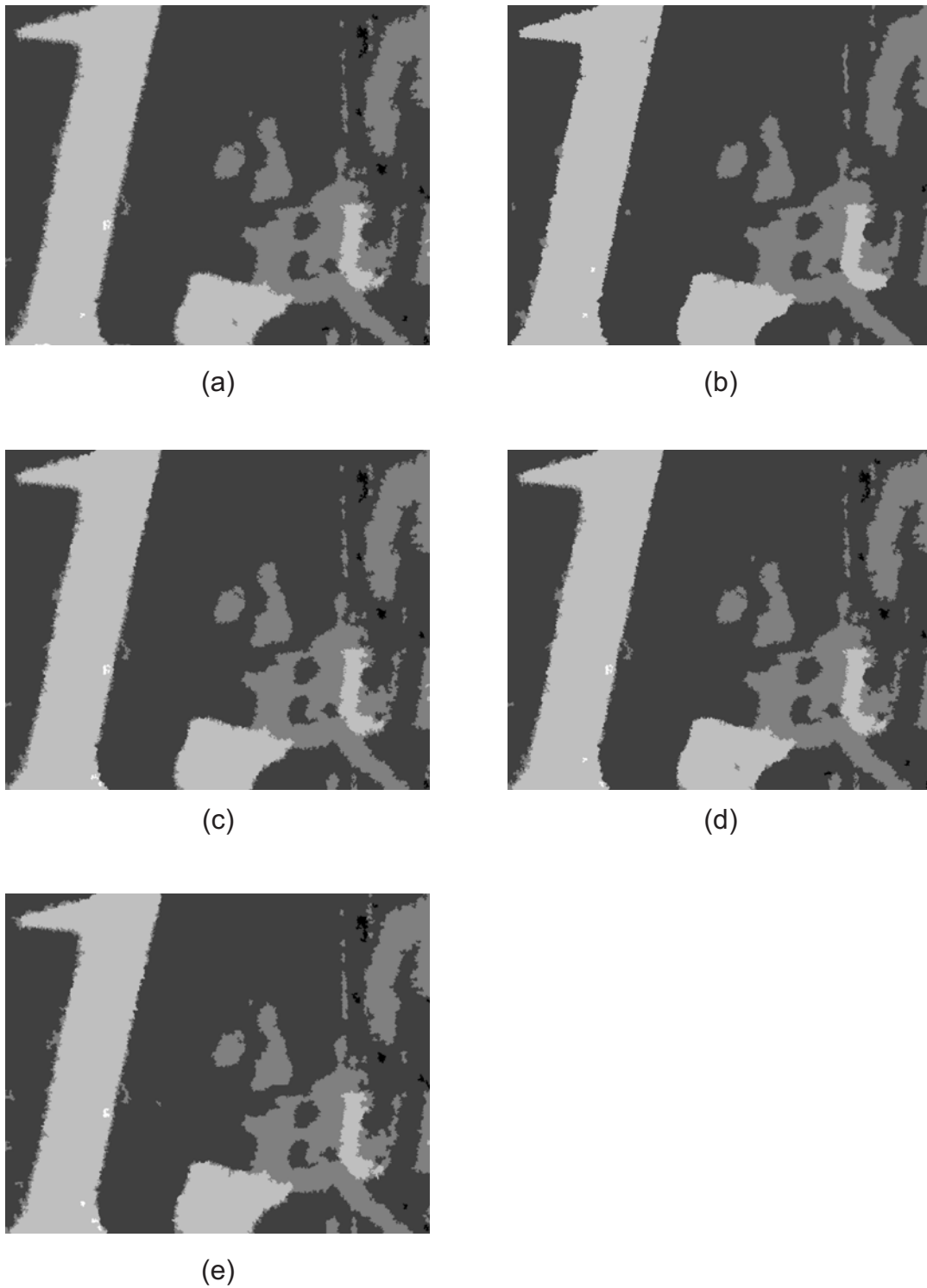


Abbildung 6.7: Ausgewertete N-Bilder N_V nach: (a) Schwellenwertverfahren; (b) Kantendetektion ohne Rundung; (c) Kantendetektion mit Rundung; (d) Bereichs-Wachstums-Verfahren; (e) Pyramid-Linking

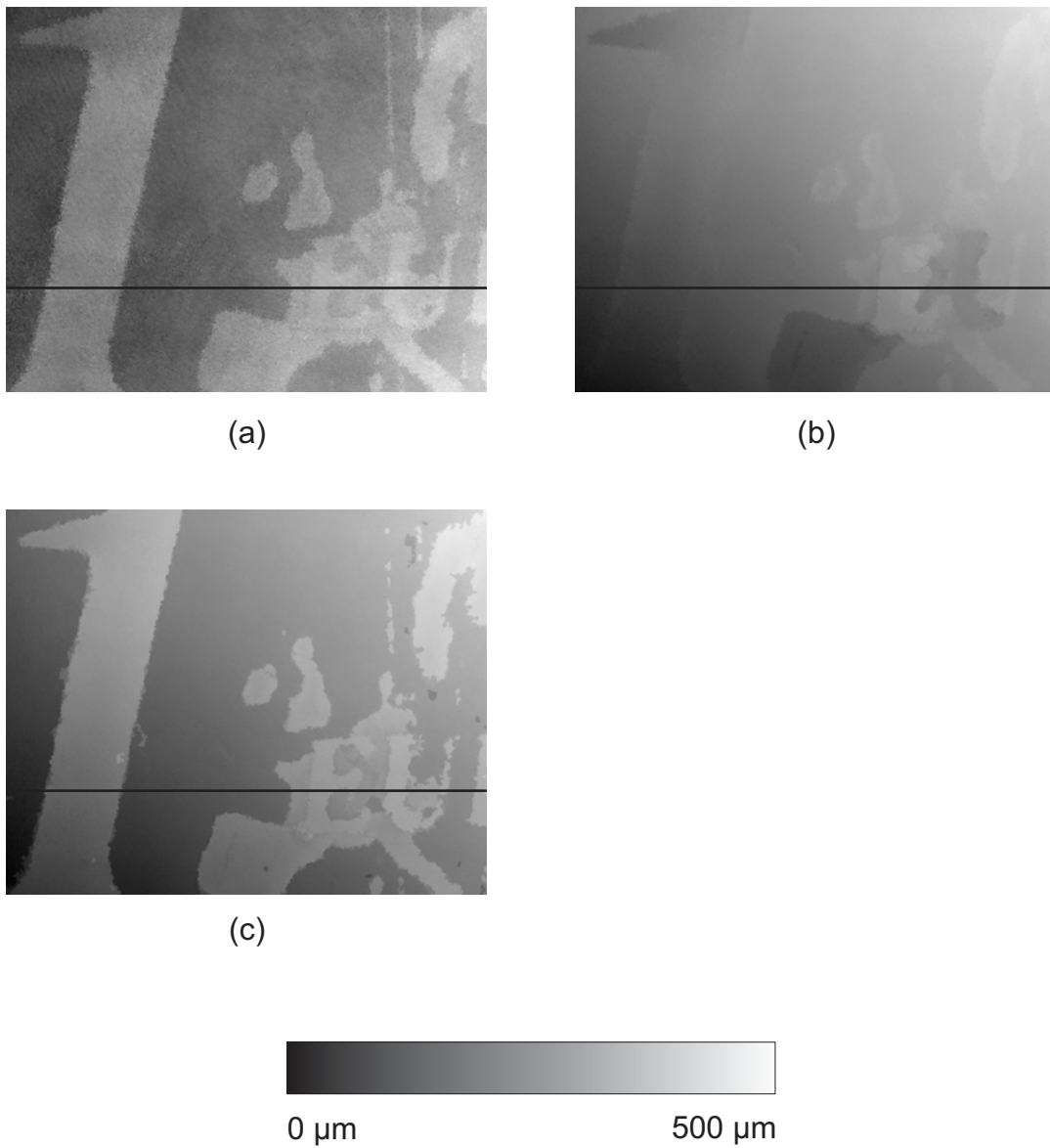


Abbildung 6.8: Ergebnis der Fusion: (a) ungewrapptes Phasenbild U_L der großen synthetischen Wellenlänge; (b) ungewrapptes Phasenbild U_S der kleinen synthetischen Wellenlänge; (c) Fusionsergebnis U_V (jeweils mit Schnittlinie)

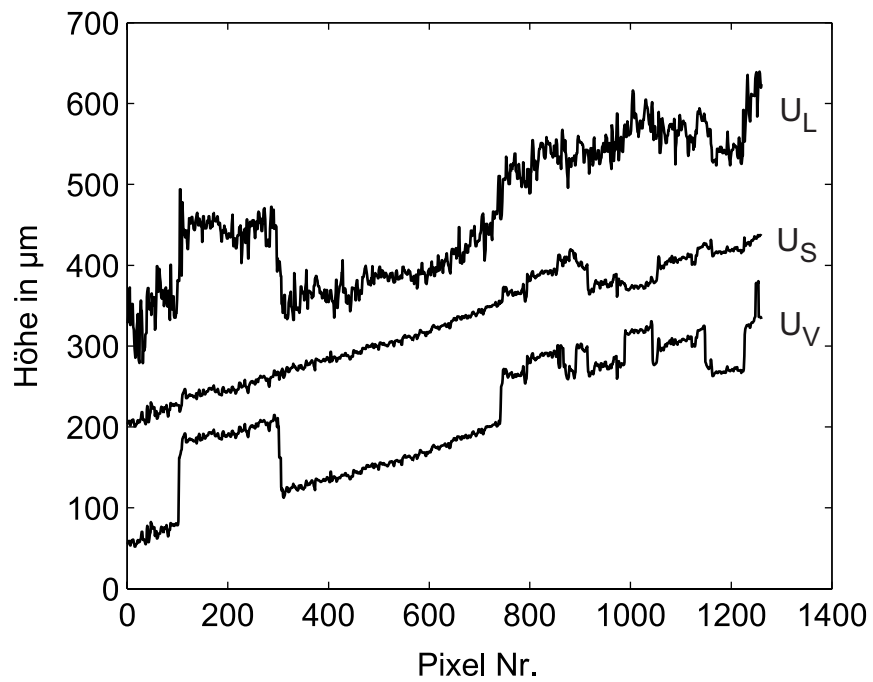


Abbildung 6.9: Relativer Höhenverlauf entlang der Schnittlinien aus Abbildung 6.8

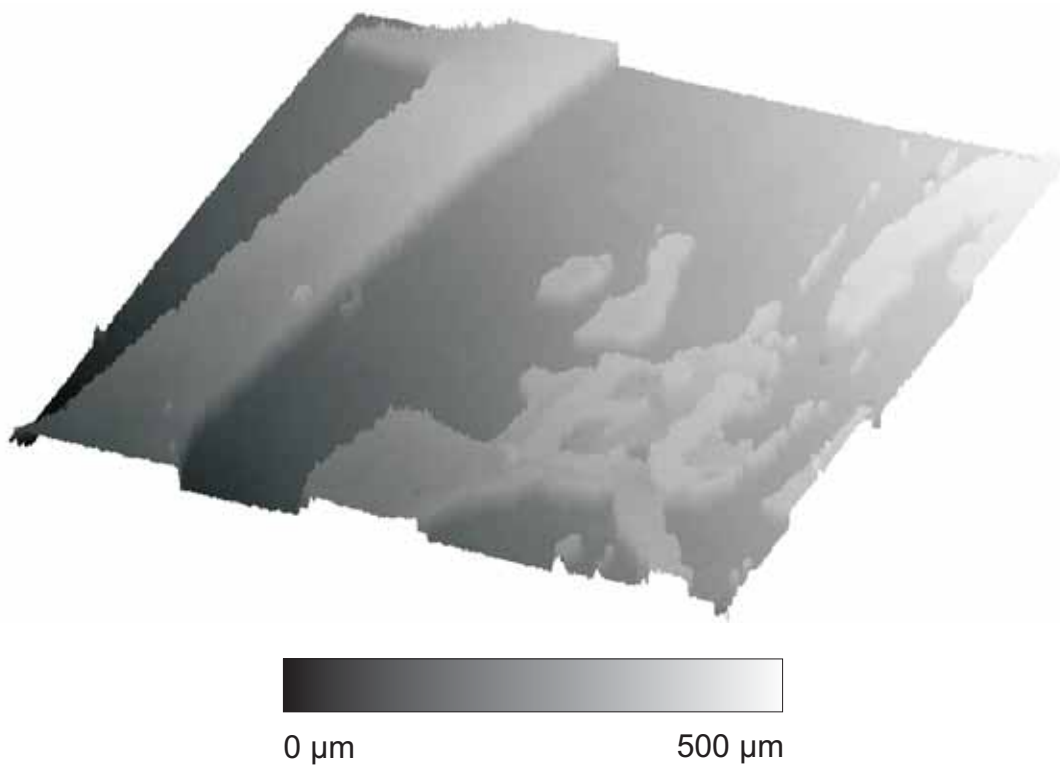


Abbildung 6.10: 3D-Darstellung von U_V

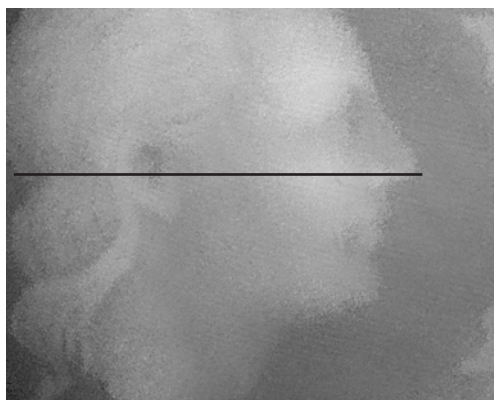
200-Lire Münze



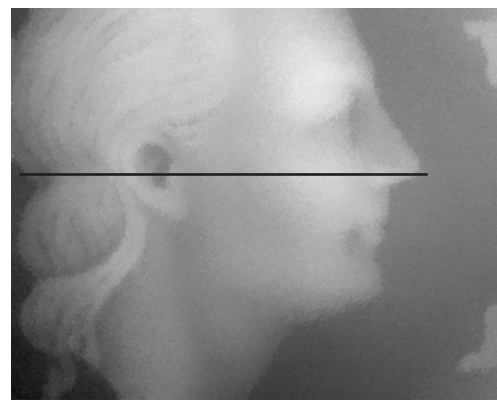
(a)



Abbildung 6.11: Referenzmessung mittels Perthometer (mit Schnittlinie)



(a)



(b)



Abbildung 6.12: Ergebnis der Fusion: (a) ungewrapptes Phasenbild U_L der großen synthetischen Wellenlänge; (b) Fusionsergebnis U_V (jeweils mit Schnittlinie)

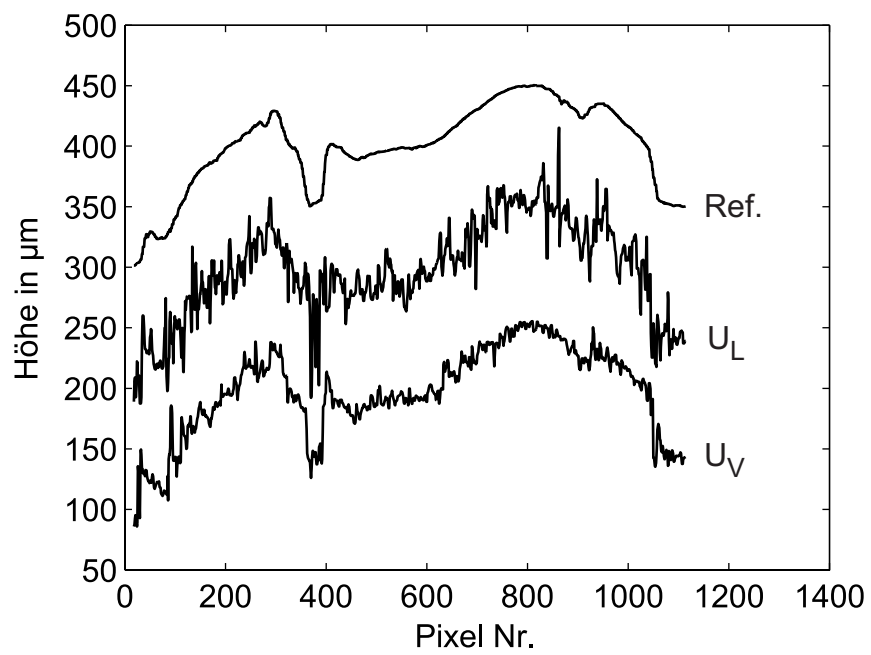


Abbildung 6.13: Relativer Höhenverlauf entlang der Schnittlinien aus Abbildung 6.12

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Formvermessung von un stetigen Oberflächen mittels Speckle-Interferometrie. In Abgrenzung zu konkurrierenden Verfahren lassen sich folgende Vorteile der Speckle-Interferometrie festhalten:

- Identische Beobachtungs- und Beleuchtungsrichtung: Sind Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung identisch, dann ist es möglich, auch in Vertiefungen zu messen.
- Hohe Messdistanz: Abhängig von der Kohärenz der Lichtquelle und der Optik lassen sich mit der Speckle-Interferometrie sehr grosse Messdistanzen im Bereich von einigen Metern problemlos realisieren.
- Hohe Messgeschwindigkeit: Bei entsprechender Realisierung hat die Speckle-Interferometrie das Potenzial, Messungen in Realzeit durchzuführen.

Demgegenüber steht eine Reihe von Nachteilen:

- Hohe Empfindlichkeit gegenüber Erschütterungen: Bei der Formvermessung ergibt sich der Messbereich aus der synthetischen Wellenlänge, die Empfindlichkeit gegenüber Erschütterungen jedoch aus der Laserwellenlänge. Da synthetische Wellenlänge und Laserwellenlänge jedoch weit auseinander liegen, ergibt sich, verglichen mit dem Messbereich, eine hohe Empfindlichkeit gegenüber Erschütterungen.
- Uneindeutigkeit bei un stetigen Oberflächen: Da die Speckle-Interferometrie zunächst ein periodisches Signal, ähnlich den Höhenlinien einer Landkarte, liefert, ist es nicht ohne Weiteres möglich, die Höhe einer Un stetigkeit zu erfassen.

Im Rahmen der Arbeit werden Lösungen für den zweiten Punkt der oben aufgeführten Nachteile erarbeitet. Die Uneindeutigkeit bei un stetigen Oberflächen ergibt sich aus dem Charakter des Messergebnisses. Das Phasenbild, welches als primäres Messergebnis zur Verfügung steht, stellt die Oberfläche modulo der synthetischen Wellenlänge dar. Es ergeben sich dadurch Streifen, die ähnlich den Höhenlinien einer Landkarte zu interpretieren

sind. Um vom Phasenbild auf die Form zu schließen, muss das Phasenbild entfaltet werden. Bei Unstetigkeiten, wie Löchern, Stufen etc. ist es jedoch nicht möglich, zu ermitteln, wie viele Phasenübergänge tatsächlich innerhalb der Stufe liegen. Einzige Möglichkeit ist die Erhöhung der synthetischen Wellenlänge, derart, dass die Wellenlänge größer ist als die halbe Stufenhöhe. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass das Rauschen des Messergebnisses mit der synthetischen Wellenlänge steigt. Eindeutigkeit und geringes Rauschen widersprechen sich also in diesem Zusammenhang.

Zunächst muss jedoch sichergestellt werden, dass das Phasenbild an sich das geringst mögliche Rauschen aufweist. Speziell bei kleinen Specklegrößen, welche eine hohe laterale Auflösung sicherstellen, ist das zeitliche Phasenschieben dem räumlichen überlegen und deshalb vorzuziehen. Da aber das zeitliche Phasenschieben empfindlicher gegenüber Vibrationen und Luftturbulenzen ist, werden in Kapitel 3 Lösungen für einen stabilen zeitlichen Phasenschub erarbeitet. Die hier vorgestellten Lösungen basieren teils auf bekannten Algorithmen, die um wesentliche Details erweitert werden: Der tatsächlich erreichte Phasenschub kann im gesamten 2π -Bereich eindeutig ermittelt werden. Weiterhin ist es möglich, Modulationsschwankungen im Interferogramm auszugleichen. Die vorgestellten Algorithmen arbeiten alle analytisch und sind deshalb effizienter als iterative Lösungen. Weiterhin wurden die statistischen Randbedingungen detailliert untersucht.

Sollen unstetige Oberflächen eindeutig und mit einer geringen Messunsicherheit vermessen werden, so resultiert dies, wie oben bereits dargestellt, in einem Dilemma. Einerseits soll die synthetische Wellenlänge möglichst groß gewählt werden, um Unstetigkeiten eindeutig auflösen zu können, andererseits muss sie möglichst klein gehalten werden, um die gewünschte Messgenauigkeit sicherzustellen. Kapitel 4 beschäftigt sich folglich mit Lösungen dieses Dilemmas. Die allgemeine Lösung besteht in der Fusion von Phasenbildern mehrerer synthetischer Wellenlängen. Im Idealfall werden dadurch Eindeutigkeit und geringe Messunsicherheit vereint. Die erste vorgestellte Lösung ist die so genannte hierarchische Verstetigung nach Seebacher [51]. Sie reduziert die synthetische Wellenlänge schrittweise, beginnend mit der größten, welche die Eindeutigkeit sicherstellt, bis zur kleinsten, die die benötigte Genauigkeit erreicht. Vorteile dieser Lösung sind der einfache Algorithmus und der Erhalt der lateralen Auflösung. Entscheidender Nachteil ist der Bedarf an mehreren synthetischen Wellenlängen. Um die Anzahl an synthetischen Wellenlängen zu minimieren, werden deshalb in Kapitel 4.4 neue Lösungen vorgestellt, die lediglich mit zwei synthetischen Wellenlängen auskommen. Auf Grund der vorhandenen Randbedingungen eignen sich hierzu hauptsächlich Algorithmen aus dem Bereich der Bild-Segmentierung. Am effektivsten zeigt sich dabei die kantenbasierte Segmentierung sowie einige Vertreter aus dem Bereich der regionenbasierten Verfahren. Die Verfahren wurden im Rahmen der Arbeit um wesentliche Details erweitert, die eine zuverlässige und wenig verlustbehaftete Segmentierung erlauben. Im Detail kann die laterale Auflösung weitestgehend erhalten werden. Die kleinste erkennbare Objektgröße ist jedoch größer als bei der hierarchischen Verstetigung. An dieser Stelle muss jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass die vorgestellten Algorithmen lediglich eine Auswahl darstellen.

Sowohl die hierarchische Verstetigung als auch die Verfahren, welche auf nur zwei synthetischen Wellenlängen basieren, haben, abhängig von den Randbedingungen, ihre Berechtigung. Schnell und über einen weiten Bereich durchstimmbare Laserdioden könnten

in Zukunft der hierarchischen Verstetigung einen Vorteil verschaffen, da hier die Erzeugung der vielen synthetischen Wellenlängen unproblematisch ist. Interessant in diesem Zusammenhang dürften die DFB-Laserdioden (distributed feedback) sein, welche durch Ladungsträgerinjektion durchgestimmt werden. Sie erreichen enorme Geschwindigkeiten und haben einen großen Durchstimmbereich. Leider sind sie bisher nur im Bereich um $1,5\mu\text{m}$ verfügbar, was beim aktuellen Stand der Technik seitens der Kamera zu enormen Kosten bzw. einer niedrigen Kameraauflösung führt.

Abschließend lässt sich festhalten, dass durch die Fusion von mehreren Phasenbildern der Messbereich und damit auch der Einsatzbereich der Speckle-Interferometrie erheblich erweitert werden kann. Dies ist ein wichtiger Schritt hin zu industriellen Anwendbarkeit.

A. 3-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe

Für die drei Interferogrammintensitäten gilt:

$$\begin{aligned}I_1 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_1)), \\I_2 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_2)), \\I_3 &= I_0(1 + \gamma \cos(\phi + \Delta\varphi_3)).\end{aligned}\tag{A.1}$$

Eine einfache Umformung führt zu:

$$\begin{aligned}\frac{I_1}{I_2} &= \frac{1 + \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_1)}{1 + \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2)}, \\ \frac{I_2}{I_3} &= \frac{1 + \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2)}{1 + \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_3)}.\end{aligned}\tag{A.2}$$

Eine weitere Umformung liefert:

$$\begin{aligned}I_1 + I_1 \cdot \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2) &= I_2 + I_2 \cdot \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_1), \\I_2 + I_2 \cdot \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_3) &= I_3 + I_3 \cdot \gamma \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2), \\ \\I_1 - I_2 &= \gamma \cdot (I_2 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_1) - I_1 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2)), \\I_2 - I_3 &= \gamma \cdot (I_3 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_2 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_3)).\end{aligned}\tag{A.3}$$

Somit kann nun nach γ aufgelöst werden:

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{I_1 - I_2}{I_2 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_1) - I_1 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2)} = \\
&= \frac{I_2 - I_3}{I_3 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_2 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_3)}. \tag{A.4}
\end{aligned}$$

Kreuzweise Multiplikation ergibt:

$$\begin{aligned}
&I_1 I_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_1 I_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_3) - \\
&\quad - I_2 I_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) + I_2^2 \cos(\phi + \Delta\varphi_3) \\
&= I_1 I_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_1 I_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - \\
&\quad - I_2 I_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_1) + I_2^2 \cos(\phi + \Delta\varphi_1), \tag{A.5}
\end{aligned}$$

und daraus folgt:

$$\begin{aligned}
&I_2^2 (\cos(\phi + \Delta\varphi_3) - \cos(\phi + \Delta\varphi_1)) + I_2 I_3 (\cos(\phi + \Delta\varphi_1) - \cos(\phi + \Delta\varphi_2)) + \\
&\quad + I_1 I_2 (\cos(\phi + \Delta\varphi_2) - \cos(\phi + \Delta\varphi_3)) = 0. \tag{A.6}
\end{aligned}$$

Die Anwendung des Additionstheorems 2.119 nach [4] führt zu:

$$\begin{aligned}
&I_2^2 \sin\left(\phi + \frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_1}{2}\right) + \\
&+ I_2 I_3 \sin\left(\phi + \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2}\right) + \\
&+ I_1 I_2 \sin\left(\phi + \frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_3}{2}\right) = 0. \tag{A.7}
\end{aligned}$$

Zur vereinfachten Darstellung wird wie folgt substituiert:

$$\begin{aligned}
A &= I_2^2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_1}{2}\right), \\
B &= I_2 I_3 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2}\right), \\
C &= I_1 I_2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_3}{2}\right). \tag{A.8}
\end{aligned}$$

Mit Anwendung des Additionstheorems 2.91 nach [4] kann Gl. A.7 weiter umgeformt werden zu:

$$\begin{aligned}
& A \cdot \left[\sin(\phi) \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) + \cos(\phi) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) \right] \\
+ & B \cdot \left[\sin(\phi) \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) + \cos(\phi) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) \right] \\
+ & C \cdot \left[\sin(\phi) \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right) + \cos(\phi) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right) \right] = 0
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Zur weiteren Vereinfachung wird wieder substituiert:

$$\begin{aligned}
U &= A \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) + B \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) + C \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right), \\
V &= A \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_1}{2}\right) + B \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}\right) + C \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3}{2}\right).
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Somit gilt:

$$U \cdot \sin(\phi) + V \cdot \cos(\phi) = 0, \tag{A.11}$$

und es kann nach der Phase ϕ aufgelöst werden:

$$\phi = \arctan 2 \left(\frac{-V}{U} \right). \tag{A.12}$$

Gemäß den Gleichungen A.10 und A.12 kann I_2 aus den Faktoren A , B und C gekürzt werden. Es ergibt sich also:

$$\begin{aligned}
A &= I_2 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_1}{2}\right), \\
B &= I_3 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2}\right), \\
C &= I_1 \sin\left(\frac{\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_3}{2}\right).
\end{aligned} \tag{A.13}$$

B. Kreuzkorrelationskoeffizienz zwischen zwei Interferogrammen

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde hier folgende Notation eingeführt:

$$\langle \dots \rangle = \sum_{x,y} \dots$$

Für die zwei Interferogrammintensitäten gilt unter Annahme eines konstanten Phasenunterschieds $\Delta\varphi$:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= I_0(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y))), \\ I_2(x, y) &= I_0(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y) + \Delta\varphi)). \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Der Korrelationskoeffizient berechnet sich allgemein zu:

$$c_{1,2} = \frac{\langle (I_1 - \bar{I})(I_2 - \bar{I}) \rangle}{\sqrt{\langle (I_1 - \bar{I})^2 \rangle \langle (I_2 - \bar{I})^2 \rangle}}. \quad (\text{B.2})$$

Mit $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = I_0$ gilt für den Zähler Z :

$$\begin{aligned} Z &= \langle [I_0(x, y) - I_0 + I_0(x, y)\gamma(x, y) \cos(\varphi(x, y))] \cdot \\ &\cdot [I_0(x, y) - I_0 + I_0(x, y)\gamma(x, y) \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi)] \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Mit den Substitutionen $o = I_0(x, y) - I_0$ und $m = I_0(x, y)\gamma(x, y)$ folgt weiter:

$$\begin{aligned} Z &= \langle o^2 + om \cos(\varphi(x, y)) + om \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) + \\ &+ m^2 \cos(\varphi(x, y)) \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Unter der statistischen Annahme einer gleichverteilten Phase $\varphi(x, y)$ gilt:

$$\begin{aligned}\langle \cos(\varphi(x, y)) \rangle &= 0, \\ \langle \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) \rangle &= 0.\end{aligned}\tag{B.5}$$

Mit [4] (2.125) und mit der Annahme der Unabhängigkeit von $I_0(x, y)\gamma(x, y)$ und $\cos(\varphi(x, y))$ folgt:

$$Z = \langle o^2 \rangle + \langle m^2 \rangle \cdot 0.5 \cdot \cos(\Delta\varphi).\tag{B.6}$$

Für den Nenner N gilt mit den Substitutionen $o = I_0(x, y) - I_0$ und $m = I_0(x, y)\gamma(x, y)$:

$$\begin{aligned}N &= [\langle o^2 + 2om \cos(\varphi(x, y)) + o^2 m^2 \cos^2(\varphi(x, y)) \rangle \cdot \\ &\cdot \langle o^2 + 2om \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) + o^2 m^2 \cos^2(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) \rangle]^{0.5}.\end{aligned}\tag{B.7}$$

Mit den bereits getroffenen statistischen Annahmen gilt weiter:

$$N = \langle o^2 \rangle + \langle m^2 \rangle \cdot 0.5.\tag{B.8}$$

Für den Kreuzkorrelationskoeffizienten $c_{1,2}$ gilt nun:

$$c_{1,2} = \frac{\langle o^2 \rangle + \langle m^2 \rangle \cdot 0.5 \cdot \cos(\Delta\varphi)}{\langle o^2 \rangle + \langle m^2 \rangle \cdot 0.5}.\tag{B.9}$$

Für $\Delta\varphi = \pi$ ergibt sich die minimale Korrelation $c_{1,2,min}$:

$$c_{1,2,min} = \frac{\langle o^2 \rangle - \langle m^2 \rangle \cdot 0.5}{\langle o^2 \rangle + \langle m^2 \rangle \cdot 0.5}.\tag{B.10}$$

Aufgelöst nach $\langle o^2 \rangle$:

$$\langle o^2 \rangle = \frac{0.5\langle m^2 \rangle(1 + c_{1,2,min})}{1 - c_{1,2,min}},\tag{B.11}$$

und eingesetzt in Gleichung B.9 ergibt schließlich:

$$c_{1,2} = \frac{1 + c_{1,2,min}}{2} + \frac{1 - c_{1,2,min}}{2} \cos(\Delta\varphi).\tag{B.12}$$

C. Quadratische Differenz

Für die zwei Interferogramintensitäten gilt unter Annahme eines konstanten Phasenunterschieds $\Delta\varphi$:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= I_0(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y))), \\ I_2(x, y) &= I_0(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y) + \Delta\varphi)). \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Die quadratische Abstandsdifferenz berechnet sich allgemein zu:

$$d = \sum_{x,y} (I_1(x, y) - I_2(x, y))^2. \quad (\text{C.2})$$

Weiter gilt:

$$\begin{aligned} d &= \sum_{x,y} (I_0(x, y)\gamma(x, y) \cos(\varphi(x, y)) - I_0(x, y)\gamma(x, y) \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi))^2 \\ &= \sum_{x,y} (I_0^2(x, y)\gamma^2(x, y) \cos^2(\varphi(x, y)) + \\ &+ \sum_{x,y} I_0^2(x, y)\gamma^2(x, y) \cos^2(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) - \\ &- \sum_{x,y} 2I_0^2(x, y)\gamma^2(x, y) \cos(\varphi) \cos(\varphi + \Delta\varphi)). \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Unter der statistischen Annahme einer gleichverteilten Phase $\varphi(x, y)$ gilt:

$$\begin{aligned} \overline{\cos^2(\varphi(x, y))} &= 0.5, \\ \overline{\cos^2(\varphi(x, y) + \Delta\varphi)} &= 0.5, \\ \overline{\cos(2\varphi(x, y) + \Delta\varphi)} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Mit [4] (2.125) und mit der Annahme der Unabhängigkeit von $I_0(x, y)\gamma(x, y)$ und $\cos(\varphi(x, y))$ folgt:

$$d = \sum_{x,y} [I_0^2(x, y)\gamma^2(x, y)] \cdot (1 - \cos(\Delta\varphi)). \quad (\text{C.5})$$

Für $\Delta\varphi = \pi$ ergibt sich die maximale quadratische Differenz d_{max} :

$$d_{max} = 2 \sum_{x,y} I_0^2(x, y)\gamma^2(x, y). \quad (\text{C.6})$$

Eingesetzt in Gleichung C.5 folgt schließlich:

$$d = \frac{d_{max}}{2}(1 - \cos(\Delta\varphi)). \quad (\text{C.7})$$

D. 3-Schritt-Algorithmus für beliebige Phasenschübe und Modulationen

Die folgende Herleitung erweitert die quadratische Differenz nach Anhang A für den Fall einer inhomogenen Modulation γ .

Für die drei Interferogrammintensitäten gilt:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0(1 + \gamma_1 \cos(\phi + \Delta\varphi_1)), \\ I_2 &= I_0(1 + \gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2)), \\ I_3 &= I_0(1 + \gamma_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_3)). \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

Die folgenden Schritte sind vergleichbar mit den Gleichungen A.2 und A.3 beschriebenen Schritten. Das Äquivalent zu Gleichung A.4 lautet jetzt:

$$\begin{aligned} & \frac{I_1 - I_2}{I_2\gamma_1 \cos(\phi + \Delta\varphi_1) - I_1\gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2)} = \\ & = \frac{I_2 - I_3}{I_3\gamma_2 \cdot \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_2\gamma_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_3)}. \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Kreuzweise Multiplikation ergibt:

$$\begin{aligned} & I_1 I_3 \gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_1 I_2 \gamma_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_3) - \\ & \quad - I_2 I_3 \gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) + I_2^2 \gamma_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_3) \\ & = I_1 I_3 \gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - I_1 I_2 \gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - \\ & \quad - I_2 I_3 \gamma_1 \cos(\phi + \Delta\varphi_1) + I_2^2 \gamma_1 \cos(\phi + \Delta\varphi_1), \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

und daraus folgt:

$$\begin{aligned} & I_2^2(\gamma_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_3) - \gamma_1 \cos(\phi + \Delta\varphi_1)) + \\ & + I_2 I_3(\gamma_1 \cos(\phi + \Delta\varphi_1) - \gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2)) + \\ & + I_1 I_2(\gamma_2 \cos(\phi + \Delta\varphi_2) - \gamma_3 \cos(\phi + \Delta\varphi_3)) = 0. \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Die Anwendung des Theorems 2.139 nach [4] führt zu:

$$A \sin(\phi - \theta_A) + B \sin(\phi - \theta_B) + C \sin(\phi - \theta_C) = 0, \quad (\text{D.5})$$

mit

$$\begin{aligned} A &= I_2^2 \sqrt{\gamma_3^2 + \gamma_1^2 - 2\gamma_3\gamma_1 \cos(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2)}, \\ B &= I_2 I_3 \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 \cos(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)}, \\ C &= I_1 I_2 \sqrt{\gamma_2^2 + \gamma_3^2 - 2\gamma_2\gamma_3 \cos(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2)}, \\ \theta_A &= \Delta\varphi_3 + \arctan 2 \frac{\gamma_3 - \gamma_1 \cos(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_3)}{\gamma_1 \sin(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_3)}, \\ \theta_B &= \Delta\varphi_1 + \arctan 2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2 \cos(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)}{\gamma_2 \sin(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)}, \\ \theta_C &= \Delta\varphi_2 + \arctan 2 \frac{\gamma_2 - \gamma_3 \cos(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2)}{\gamma_3 \sin(\Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2)}. \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Mit Anwendung des Additionstheorems 2.91 nach [4] kann Gl. D.5 weiter umgeformt werden zu:

$$\begin{aligned} & A(\sin \phi \cos \theta_A + \cos \phi \sin \theta_A) + \\ & + B(\sin \phi \cos \theta_B + \cos \phi \sin \theta_B) + \\ & + C(\sin \phi \cos \theta_C + \cos \phi \sin \theta_C) = 0. \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Somit gilt:

$$U \cdot \sin \phi + V \cos \phi = 0, \quad (\text{D.8})$$

mit

$$\begin{aligned} U &= A \cos \theta_A + B \cos \theta_B + C \cos \theta_C, \\ V &= A \sin \theta_A + B \sin \theta_B + C \sin \theta_C. \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

Gleichung D.8 kann schließlich nach der Phase ϕ aufgelöst werden:

$$\phi = \arctan 2 \left(\frac{-V}{U} \right). \quad (\text{D.10})$$

Die Intensität I_2 lässt sich aus den Faktoren A , B und C wiederum kürzen.

E. Quadratische Differenz bei inhomogener Modulation

Die folgende Herleitung erweitert die quadratische Differenz nach Anhang C für den Fall einer inhomogenen Modulation γ .

Für die zwei Interferogramintensitäten gilt unter Annahme eines konstanten Phasenunterschieds $\Delta\varphi$:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= I_0(1 + \gamma_1(x, y) \cos(\phi(x, y))), \\ I_2(x, y) &= I_0(1 + \gamma_2(x, y) \cos(\phi(x, y) + \Delta\varphi)). \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

Die quadratische Abstandsdifferenz berechnet sich allgemein zu:

$$d = \sum_{x,y} (I_1(x, y) - I_2(x, y))^2. \quad (\text{E.2})$$

Weiter gilt:

$$\begin{aligned} d &= \sum_{x,y} (I_0(x, y)\gamma_1(x, y) \cos(\varphi(x, y)) - I_0(x, y)\gamma_2(x, y) \cos(\varphi(x, y) + \Delta\varphi))^2 \\ &= \sum_{x,y} [(I_0^2(x, y)\gamma_1^2(x, y) \cos^2(\varphi(x, y)) + \\ &+ I_0^2(x, y)\gamma_2^2(x, y) \cos^2(\varphi(x, y) + \Delta\varphi) - \\ &- 2I_0^2(x, y)\gamma_1\gamma_2(x, y) \cos(\varphi) \cos(\varphi + \Delta\varphi))]. \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Mit den bereits unter Gleichung C.4 getroffenen Annahmen gilt hier:

$$\begin{aligned}
d = & 0.5 \sum_{x,y} [I_0^2(x,y) \gamma_1^2(x,y)] + \\
& + 0.5 \sum_{x,y} [I_0^2(x,y) \gamma_2^2(x,y)] - \\
& - \cos(\Delta\varphi) \sum_{x,y} [I_0^2(x,y) \gamma_1(x,y) \gamma_2(x,y)]. \tag{E.4}
\end{aligned}$$

Für den hier vorgestellten Fall wird davon ausgegangen, dass die Modulationen γ nicht direkt bestimmt werden können, sondern lediglich eine der mittleren Modulation proportionale Größe v .

$$\begin{aligned}
v_1 &= \overline{\gamma_1} \cdot c, \\
v_2 &= \overline{\gamma_2} \cdot c. \tag{E.5}
\end{aligned}$$

Mit der Substitution:

$$k = \frac{\sum_{x,y} I_0^2(x,y)}{c^2}, \tag{E.6}$$

gilt für den Fall $v_1/v_2 > 0$:

$$d = 0.5kv_1^2 + 0.5kv_2^2 - k \cos(\Delta\varphi)v_1v_2. \tag{E.7}$$

Aufgelöst nach $\Delta\varphi$ ergibt sich:

$$\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{d/k - 0.5v_1^2 - 0.5v_2^2}{-v_1v_2}\right). \tag{E.8}$$

Für $\Delta\varphi = \pi$ ergibt sich die maximale quadratische Differenz d_{max} :

$$d_{max} = 0.5kv_{1,cal}^2 + 0.5kv_{2,cal}^2 + v_{1,cal}v_{2,cal}, \tag{E.9}$$

wodurch sich die Konstante k bestimmen lässt:

$$k = \frac{2d_{max}}{(v_{1,cal} + v_{2,cal})^2}. \tag{E.10}$$

Symbolverzeichnis und Nomenklatur

c	Korrelation
d	quadratischer Abstand zweier Werte, relative Höhe, Streifenabstand
D	eingepasste Form, tiefgepasste Form
$D_{x,norm}$	normierter DoG-Filter in x-Richtung
$D_{y,norm}$	normierter DoG-Filter in y-Richtung
F_x	Ableitung in x-Richtung
F_y	Ableitung in y-Richtung
G_{norm}	normierter Gauß-Tiefpass
h	Höhe
I	beobachtbare Intensität
I_0	Grundintensität
j	imaginäre Einheit
M	Gradientenbetrag
N	N-Bild, Rauschen
N_f	gefiltertes N-Bild
N_r	gerundetes N-Bild
N_i	Element aus N-Bild
N_O	N-Bild nach Offsetkorrektur
N_C	N-Bild nach Verkippungskorrektur
p	Wahrscheinlichkeit
P	Phasenbild (Differenzphase)
P_L	Phasenbild mit langer synthetischer Wellenlänge
P_S	Phasenbild mit kurzer synthetischer Wellenlänge
S	Oberflächenform
T	Verkippungsform
U	ungewrapptes Phasenbild
U_L	ungewrapptes Phasenbild mit langer synthetischer Wellenlänge
U_S	ungewrapptes Phasenbild mit kurzer synthetischer Wellenlänge
U_V	verstetigtes Unwrapbild
z	relative Höhe
γ	Modulation, Winkel
ϕ	Phase (eigentlich Phasendifferenz zwischen Objekt und Referenzstrahl)
Φ	normierte Normalverteilung
$\Delta\phi$	Phasendifferenz zwischen zwei Phasen
$\Delta\varphi$	Phasenschubwinkel

$\Delta\varphi_T$	angestrebter Phasenschubwinkel
$\Delta\varphi_N$	Störung des Phasenschubwinkels
λ	Laserwellenlänge
Λ	synthetische Wellenlänge
Λ_L	lange synthetische Wellenlänge
Λ_S	kurze synthetische Wellenlänge
σ	Standardabweichung, Messunsicherheit
σ_N	Standardabweichung im N-Bild, N-Bild-Rauschen
σ_z	Standardabweichung der Höhe, Höhenrauschen
σ_ϕ	Standardabweichung der Phase, Phasenrauschen
\vec{d}	Verschiebungsvektor
\vec{k}	Empfindlichkeitsvektor
(simuliert)	Daten basieren auf simulierten Interferogrammen - siehe Kapitel 2.10
(gemessen)	Daten basieren auf gemessenen Interferogrammen
Rauschen	Standardabweichung des Signals (evtl. gegenüber Referenz)
Messunsicherheit	Standardabweichung des Signals gegenüber Referenz

Literaturverzeichnis

- [1] WYANT, J. C. (Hrsg.): *Phase Shifting Interferometry*. <http://www.optics.arizona.edu/jcwyant/Optics513/ChapterNotes/Chapter05/PrintedVersionPhaseShiftingInterferometry.pdf>. – Online Ressource, Abruf: 1. Feb. 2005
- [2] TAN, S. M. (Hrsg.) ; FOX, C. (Hrsg.) ; NICHOLLS, G. K. (Hrsg.): *PHYSICS 707 S2 C Inverse Problems*. <http://www.math.auckland.ac.nz/~phy707/>. – Online Ressource, Abruf: 1. Aug. 2005
- [3] BOTHE, T. ; BURKEA, J. ; HELMERS, H. : Spatial phase shifting in electronic speckle pattern interferometry: minimization of phase reconstruction errors. In: *Applied Optics* Vol. 36 No. 22 (1997), S. 5310–5316
- [4] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H. : *Taschenbuch der Mathematik*. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 1997
- [5] BROZEIT, A. ; BURKE, J. ; HELMERS, H. : Active Phase Stabilisation in Electronic Speckle Pattern Interferometry without Additional Optical Components. In: *Opt. Commun.* 173 2000 (2000)
- [6] BURKEA, J. ; HELMERS, H. : Performance of Temporal versus Spatial Phase Shifting in ESPI. In: *Proc. Interferometry '99* Bd. SPIE Vol. 3744
- [7] BURT, P. J.: The pyramid as a structure for efficient computation. In: *Multiresolution image processing and analysis*. Springer Verlag
- [8] CAI, L. Z. ; LIU, Q. ; YANG, X. L.: Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps. In: *Optics Letters* Vol. 28, No. 19 (2003), S. 1808–1810
- [9] CANNY, J. : A Computational Approach to Edge Detection. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* Vol. 8, No. 6 (1986), S. 679–698
- [10] CARRÉ, P. : Installation et utilisation du comparateur photoelectrique et interferentiel du bureau international des poids et mesures. In: *Metrologia* Vol. 2 (1966), S. 13–23
- [11] CREATH, K. : Temporal Phase Measurement Methods. In: *Interferogram Analysis*. D. W. Robinson and G. T. Reid
- [12] DECK, L. : Vibration-resistant phase-shifting interferometry. In: *Applied Optics* Vol. 35 No. 34 (1996), S. 6655–6662

- [13] DÄNDLICKER, R. : The Stroy of Speckles in Interferometry. In: *Interferometry in Speckle Light*. Springer Verlag
- [14] EVANSCHITZKY, P. : *Simulationsgestützte Oberflächendiagnostik mittels Speckle-Interferometrie*, Technische Universität München, Diss., 2002
- [15] GOODMAN, J. W.: Preface and Introduction. In: *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*. John Wiley and Sons, Ltd
- [16] GREIVENKAMP, J. E.: Generalized data reduction for heterodyne interferometry. In: *Optical Engineering* Vol. 23 (1984), S. 350–352
- [17] GROOT, P. J.: Vibration in phase-shifting interferometry. In: *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. 12, No. 2 (1997), S. 354–365
- [18] HAN, G. ; KIM, S. : Numerical correction of reference phases in phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting. In: *Applied Optics* Vol. 33 No. 31 (1994), S. 7321–7325
- [19] HAN, S.-W. K. M.-G. K. G.-S. : Accelerated phase-measuring algorithm of least squares for phase-shifting interferometry. In: *Optical Engineering* Vol. 46 (11) (1997), S. 3101–3106
- [20] HECHT, E. : *Optik*. New York : Addison Wesley, 1998
- [21] HERRE, P. J. ; BARABAS, U. : Mode switching of fabry-perot laser diodes. In: *IEEE Journal of Quantum Optics* Vol. 28, No. 8 (1989), S. 1794–1799
- [22] HERTENS, T. : *An Overview of Laser Diode Characteristics - Application Note*. ILX Lightwave, 2000
- [23] HIBINO, K. ; OREB, B. F. ; FARRANT, D. I. ; LARKIN, K. G.: Phase-shifting algorithms for nonlinear and spatially nonuniform phase shifts. In: *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. 14 No. 4 (1997), S. 918–930
- [24] HUANG, P. S. ; HU, Q. J. ; CHIANG, F. : Double three-step phase-shifting algorithm. In: *Applied Optics* Vol. 41 No. 22 (2002), S. 4503–4509
- [25] HUNTELY, J. M.: Suppression of phase errors from vibration in phase-shifting interferometry. In: *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. 15, No. 8 (1998), S. 2233–2241
- [26] HUNTLEY, J. M.: Automated Analysis of Speckle Interferograms. In: *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*. John Wiley and Sons, Ltd
- [27] JÄHNE, B. : *Digitale Bildverarbeitung*. Berlin : Springer Verlag, 2002
- [28] JAKOBI, M. : *Laser Speckle Based Surface Measurement Techniques Relevant to Fusion Devices*, Technische Universität München, Diss., 2000
- [29] JONES, R. ; WYKES, C. : *Holographic and speckle interferometry*. London : Cambridge University Press, 1983
- [30] KAO, C. ; YEH, G. ; LEE, S. ; LEE, C. ; YANG, C. ; WU, K. : Phase-shifting algorithms for electronic speckle pattern interferometry. In: *Applied Optics* Vol. 41 No. 1 (2002), S. 46–54

- [31] KOCH, A. W. ; RUPRECHT, M. W. ; TOEDTER, O. ; HAEUSLER, G. : *Optische Messtechnik an technischen Oberflächen*. Renningen-Malmsheim : expert verlag, 1998
- [32] LAI, G. ; YATAGAI, T. : Generalized phase-shifting interferometry. In: *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. 8, No. 5 (1991), S. 822–827
- [33] LAM, L. ; LEE, S.-W. ; SUEN, C. Y.: Thing Methodologies - A Comprehensive Survey. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* Vol. 14, No. 9 (1992), S. 869–885
- [34] MANDROSOV, V. I.: *Coherent Fields and Images in Remote Sensing*. Bellingham : SPIE Press, 2004
- [35] MEIXNER, A. : *Zwei-Wellenlängen Speckle-Interferometrie zur in-situ Wanddiagnostik von Plasmagefäßen*, Technische Universität München, Diss., 2006
- [36] NAVA-VEGA, A. ; SALAS, L. ; LUNA, E. ; CORNEJO-RODRÍGUEZ, A. : Correlation Algorithm to recover the phase of a test surface using Phase-Shifting Interferometry. In: *Optics Express* Vol. 12, No. 22 (2004), S. 5296–5306
- [37] OCEAN OPTICS INC.: *Datenblatt HR2000*, März 2004
- [38] ORIENTAL MOTOR (EUROPA) GMBH: *Datenblatt Vexta Nanostep PK545-NBC*, Juni 2003
- [39] OSTEN, W. ; SEEBACHER, S. ; BAUMBACH, T. ; JÜPNER, W. : Absolute shape control of microcomponents using digital holography and multiwavelength contouring. In: *Metrology-based Control for Micro-Manufacturing* Bd. SPIE Vol. 4275, 2001
- [40] PACKROŠ, B. : *Interferometrie mit Laserdioden*, Diss., 1992
- [41] PCO COMPUTER OPTICS GMBH: *Datenblatt Pixelfly*, Septemeber 2002
- [42] PEDROTTI, F. ; PEDROTTI, L. ; BAUSCH, W. ; SCHMIDT, H. : *Optik für Ingenieure*. London : Prentice Hall, 1996
- [43] PETERS, F. H. ; CASSIDY, D. T.: Model of spcctral output of gain-guided and index-guided semiconductor laser diodes. In: *JOSA B* Vol. 8, No. 1 (1991), S. 99–105
- [44] PIEZOMECHANIK GMBH: *Datenblatt PSt 150/5/7 VS10*, Dezember 2004
- [45] PUENTE LEÓN, F. ; BEYERER, J. : *Skript zur Vorlesung Automatische Sichtprüfung und Bildverarbeitung*. München : Lehrstuhl für Messsystem und Sensortechnik, TU München, 2005
- [46] RIEMENSCHNEIDER, M. : *Echtzeitvermessung dreidimensionaler Objekte mittels Speckle-Interferometrie*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [47] RODDIER, F. ; RODDIER, C. : Imaging with a multi-mirror telescope. In: *Proc. of the ESO Conference an Optical Telescopes of the Future*, 1978, S. 359–370
- [48] RUFFING, B. : *Berührungslose Rauheitsmessung technischer Oberflächen*, Universität Karlsruhe, Diss., 1987

- [49] SALDNER, H. O. ; HUNTLEY, J. M.: Temporal phase unwrapping: application to surface profiling of discontinuous objects. In: *Applied Optics* Vol. 36 No. 13 (1997), S. 2770–2775
- [50] SCHWIDER, J. : New compensating four-phase algorithm for phase-shift interferometry. In: *Optical Engineering* Vol. 32 No. 8 (1993), S. 1883–1885
- [51] SEEBACHER, S. : *Anwendung der digitalen Holografie bei der 3D-Form- und Verformungsmessung an Komponenten der Mikrosystemtechnik*, Universität Bremen, Diss., 2001
- [52] SEUL, M. ; O’GORMAN, L. ; SAMMON, M. J.: *Practical Algorithms for Image Analysis*. Cambridge : Cambridge University Press, 2000
- [53] SHAW, J. R.: *QuickFill: An efficient flood fill algorithm*. Version: 2004. <http://www.codeproject.com/gdi/QuickFill.asp>. – Online Ressource, Abruf: 25. Feb. 2005
- [54] SHEN, Y. ; HUNTLEY, J. M.: Simple method to calibrate phase modulators for use in dynamic phase-shifting interferometry. In: *Optical Engineering* 43(12) (2004)
- [55] SILICON SENSOR GMBH: *Datenblatt SSO-WS-7.56TO5*, November 1999
- [56] SUEMATSU, M. ; TAKEDA, M. : Wavelength-shift interferometry for distance measurements using the Fourier-transform technique for fringe analysis. In: *Applied Optics* Vol. 30 (1991), S. 4046–4055
- [57] TAKEDA, M. ; INA, H. ; KOBAYASHI, S. : Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. In: *JOSA* 72 (1982), S. 156–160
- [58] TANG, S. : Generalized algorithm for phase shifting interferometry. In: *Proc. Laser Interferometry VIII: Techniques and Analysis* Bd. SPIE Vol. 2860, 1996
- [59] TEXAS INSTRUMENTS INC.: *Datenblatt TMS320LF2403*, Dezember 2004
- [60] YAMAGUCHI, I. ; LIU, J. Y. ; KATO, J. : Active phase-shifting interferometers for shape and deformation measurements. In: *Optical Engineering* Vol. 35 (1996), S. 2930–2937
- [61] ZHU, Y. ; GEMMA, T. : Method for designing error-compensating phase-calculating algorithms for phase-shifting interferometry. In: *Applied Optics* Vol. 40 No. 25 (2001), S. 4540–4546

Eigene Veröffentlichungen

- [62] MEIXNER, A. ; PURDE, A. ; KIRILENKO, P. ; KOCH, A. W.: Development and testing of time resolved Speckle - diagnostics / Forschungszentrum Karlsruhe EURATOM. 2003. – Jahresbericht
- [63] MEIXNER, A. ; PURDE, A. ; SCHWEIZER, H. ; KIRILENKO, P. ; RIEMENSCHNEIDER, M. ; ZEH, T. ; KOCH, A. W.: Methoden der interferometrischen Formerfassung nicht-ruhender technischer Oberflächen. In: *tm - Technisches Messen* Bd. 71

- [64] MEIXNER, A. ; ZEH, Z. ; RIEMENSCHNEIDER, M. ; PURDE, A. ; KOCH, A. W.: Formvermessung an bewegten technischen Oberflächen mittels der Speckle-Interferometrie. In: *tm - Technisches Messen* 70 (2003), S. 93–98
- [65] PURDE, A. ; JAKOBI, M. ; MEIXNER, A. ; ZEH, T. ; KOCH, A. W.: Real-time speckle metrology for surface diagnostics / Max-Planck-Institut für Plasmaphysik. 2004. – Annual Report
- [66] PURDE, A. ; MEIXNER, A. ; BACHFISCHER, K. ; KIRILENKO, P. ; KOCH, A. W.: N-lambda speckle-interferometry for contouring in industrial applications. In: *Proceedings of the SPIE Photonics Europe 2004* Bd. Proc. SPIE Vol. 5457, 2004
- [67] PURDE, A. ; MEIXNER, A. ; BACHFISCHER, K. ; ZEH, T. ; KOCH, A. W.: Recent Developments in Surface Contouring by means of Speckle Interferometry. In: *Proceedings of the International Symposium on Photonics in Measurement 2004*, 2004
- [68] PURDE, A. ; MEIXNER, A. ; SCHWEIZER, H. ; ZEH, T. ; KOCH, A. W.: Pixel shader based real-time image processing for surface metrology. In: *Proceedings of the IEEE IMTC 2004*, 2004
- [69] PURDE, A. ; RIEMENSCHNEIDER, M. ; MEIXNER, A. : *Vorrichtung zum Erfassen der Oberflächenstruktur eines zu untersuchenden Messobjekts*. Offenlegung des Deutschen Patent- und Markenamts; AZ 103 36 838.8 A1, August 2003
- [70] PURDE, A. ; RIEMENSCHNEIDER, M. ; MEIXNER, A. ; ZEH, T. : Interferometric methods for contour measurement of technical surfaces in vibrating environments. In: *Proceedings of the Sensor 2003*, 2003
- [71] PURDE, A. ; WERTH, N. ; MEIXNER, A. ; KOCH, A. W.: ESPI for contouring of surfaces with discontinuities. In: *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IV* Bd. SPIE Vol. 5856
- [72] RIEMENSCHNEIDER, M. ; MEIXNER, A. ; PURDE, A. : *Vorrichtung und Verfahren zur Stabilisierung einer kohärenten Strahlung emittierenden Strahlungsquelle*. Offenlegung des Deutschen Patent- und Markenamts; AZ 103 36 839.6 A1, August 2003