

Kompensation von Impulsstörungen in Multiträgersystemen

Stefan Leischner

**Lehrstuhl für Integrierte Schaltungen
der Technischen Universität München**

Kompensation von Impulsstörungen in Multiträgersystemen

Stefan Leischner

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. techn. P. Russer

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. I. Ruge

2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. R. Weigel,
Friedrich-Alexander-Universität,
Erlangen-Nürnberg

Die Dissertation wurde am 22.10.2002 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 27.2.2003 angenommen.

Danksagung

Mein erster Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Ingolf Ruge, der mir die Möglichkeit zur Arbeit auf dem hochinteressanten Gebiet der Multiträgerübertragung gab. Durch seine stete Förderung und seine wertvollen Anregungen hat er diese Arbeit maßgeblich unterstützt.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Robert Weigel für die Übernahme des Zweitreferates und sein großes mir entgegengebrachtes Interesse an der Arbeit.

Herrn Dr.-Ing. Rudi Knorr bin ich für die Unterstützung während der Entstehung dieser Arbeit an der Fraunhofer-Einrichtung für Systeme der Kommunikationstechnik zu großem Dank verpflichtet.

Ausdrücklich möchte ich mich auch bei Dr.-Ing. Robert Klinski bedanken, der mir während der Entstehung dieser Arbeit und für die kritische Durchsicht meines Manuskriptes als wertvoller Gesprächspartner zur Verfügung stand.

Holger Hutzelmann, Erik Oswald und Ali Golestani danke ich insbesondere für das angenehme Arbeitsklima, die gute Zusammenarbeit und die vielen fruchtbaren Diskussionen in fachlichen Details.

Zu großem Dank für das Korrekturlesen der Arbeit bin ich Janine Tietz, Gunthild Leischner sowie Holger Hutzelmann und Dr.-Ing. Rudi Knorr verpflichtet.

Letztlich gilt mein besonderer Dank Janine Tietz für die stetige Motivation und das mir entgegengebrachte Verständnis während der Entstehung dieser Arbeit.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Problematik von Impulsstörungen bei einer OFDM¹-basierten leitungsgebundenen Multiträgerübertragung. Die Zielsetzung der Arbeit bestand in einer Steigerung der Robustheit bei einer leitungsgebundenen Datenübertragung in einer impulsgestörten Umgebung.

Vor dem Hintergrund eines enormen Anstieges der Nachfrage nach hohen Übertragungsraten, bietet sich in den letzten Jahren unter anderem die Verwendung von bisher ungenutzten Kapazitätsressourcen in herkömmlichen Telefonleitungen auf der Basis von Kupferdoppeladern mittels xDSL²-Technologien an. Bei der Entwicklung der neuartigen xDSL-Übertragungssysteme spielt besonders die auf dem OFDM-Verfahren basierende DMT³-Multiträgerübertragung eine wesentliche Rolle, da hierdurch eine effiziente Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Bandbreite ermöglicht wird. Als problematisch bei der DMT-Multiträgerübertragung erweist sich neben den Störungen durch Nah- und Fernnebensprechen die erhöhte Störanfälligkeit der Datenübertragung gegenüber Synchronisationsfehlern, *Clipping*-Effekten und transiente Störungen (Impulsstörungen). Insbesondere die auftretenden Impulsstörungen, die durch Schaltvorgänge auf der für die Übertragung genutzten Kupferdoppelader bzw. durch Überkoppelungen aus parallel verlaufenden Leitungen ausgelöst werden, stellen eine wesentliche Beeinträchtigung der Datenübertragung über DMT-basierte xDSL-Systeme dar. Zur Kompensation dieser Störeffekte wird in bereits standardisierten Systemen auf Fehlerkorrekturverfahren wie die Reed-Solomon-Codierung in Kombination mit einem *Interleaver* zurückgegriffen. Diese Verfahren führen zu einer Senkung der effektiven Datenrate durch eine Einfügung von Redundanz und einer interleaver-bedingten Erhöhung einer Latenzzeit während der Signalübertragung. Weiterhin zeigt sich, dass sich durch die Auslegung der standardisierten Schutzverfahren nicht alle auftretenden Impulsstörungen, wie z.B. lang andauernde oder kurz aufeinanderfolgende Impulsstörer, vollständig kompensieren lassen.

Diese Problematik begründet die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit. Es werden Verfahren zur Kompensation von kürzeren Impulsstörungen untersucht bzw. entwickelt, die eine Steigerung der Robustheit der Datenübertragung ermöglichen. Als Zielkriterium wird dabei die Senkung der Bitfehlerrate bei einer impulsgestörten Übertragung herangezogen. Wesentliche Randbedingungen des zu entwickelnden Verfahrens bestehen in einer Software-Lösung zur kostengünstigen Implementierung, wobei auf eine numerisch einfach zu realisierende Struktur des zu entwerfenden Algorithmus zu achten ist. Ferner ist eine Abänderung von bereits standardisierten Systemkomponenten zu vermeiden, um Inkompatibilitäten zwischen den Produkten verschiedener Hersteller auszuschließen.

Zunächst werden die Auswirkungen von Impulsstörungen auf OFDM-basierte Multiträgerverfahren erläutert. Aus der ermittelten Wirkungsweise der Impulsstörungen auf eine Multiträger-

-
1. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*
 2. *Digital Subscriber Line*, DSL; der Platzhalter x spezifiziert das betrachtete DSL-Verfahren
 3. *Discrete MultiTone*

übertragung wird nachfolgend ein Verfahren zur Kompensation der durch Impulsstörungen verursachten Effekte entwickelt, das auf der Verwendung von robusten statistischen M-Filtern⁴ basiert, die sich digital und somit kostengünstig realisieren lassen. Ein weiteres Merkmal der vorgeschlagenen Lösung besteht in der Platzierung des entwickelten Filters nach der A/D-Wandlerkomponente und unmittelbar vor dem herkömmlichen xDSL-System, wodurch eine Veränderung der Anordnung von standardisierten xDSL-Systemkomponenten vermieden wird.

Für die Auslegung des robusten statistischen M-Filters wird nach einer Literaturrecherche auf grundlegende Vorarbeiten aus dem Gebiet der Bildverarbeitung zurückgegriffen. Es wird gezeigt, dass die bestehenden Realisierungen von statistischen Filterverfahren in der Bildverarbeitung keine ausreichenden spektralen Eigenschaften bzw. eine zu hohe numerische Komplexität aufweisen, um einen effizienten Einsatz in nachrichtentechnischen Systemen sicherzustellen. Durch die Anwendung von Methoden aus dem mathematischen Teilgebiet der robusten Statistik wird in dieser Arbeit eine Verallgemeinerung der Entwurfsmethodik von robusten statistischen M-Filtern entwickelt, die zu einer Verbesserung der spektralen Charakteristik und zu einer Verringerung der numerischen Komplexität der entwickelten M-Filter führt. Ferner wird gezeigt, dass durch eine robuste statistische Filterung gemäß dem entwickelten Verfahren in Übertragungssystemen ein geeigneter Schutz für Impulsstörungen erzielt werden kann. Eine optimale Schutzfilterung wird bei einer Länge der Impulsstörung bis ca. 10% der Länge eines DMT-Symbols erzielt, da anderenfalls der Signalverlauf durch das statistische Filter nicht mehr ausreichend exakt geschätzt werden kann.

Weiterhin wird ein Verfahren zur Steuerung des statistischen Filters vorgeschlagen, bei dem die Schutzfilterung lediglich für impulsgestörte Signalsegmente aktiviert wird. Hierzu wird ein Transienten-Detektor entwickelt, der neben der Steuerung des Filters eine Möglichkeit zur Signalisierung der aufgetretenen Störung in höhere OSI⁵-Protokollschichten bietet. Durch eine derartige Fehlersignalisierung kann somit der numerische Aufwand reduziert werden, da das statistische Filter nur bei Bedarf aktiviert wird. Zusätzlich lässt sich durch eine frühzeitige Neuanforderung der fehlerbehafteten Datenpakete eine Verkürzung der Latenzzeit auf Grund einer wiederholten Datenübertragung realisieren.

Am Beispiel einer ADSL-Übertragung wird durch eine Simulation gezeigt, dass sich durch den Einsatz der entwickelten Verfahren eine Reduktion der Bitfehlerrate auf weniger als ein Zehntel der Bitfehlerrate ohne Schutzfilterung erzielen lässt. Weiterhin erlaubt der Einsatz der entwickelten Verfahren eine Verringerung der Interleavertiefe bei gleichbleibender Datenrate, wodurch sich die durch den Interleaver verursachte Latenzzeit verkürzen lässt. Bei Verwendung von leistungsstarken Halbleiterbauelementen bietet diese Möglichkeit daher ein erhebliches Potenzial zur Steigerung der Übertragungsrate ohne interleaver-bedingte hohe Latenzzeiten berücksichtigen zu müssen.

Abschließend wird eine mögliche Hardware-Implementierung der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren an Hand einer CORDIC⁶-basierten Realisierung diskutiert. Es zeigt sich, dass durch einen Einsatz des CORDIC-Verfahrens eine Verkürzung der Durchlaufzeit bei einer gleichbleibenden Anzahl an Transistoren realisiert werden kann.

Die vorliegende Arbeit liefert somit einen Beitrag für ein optimiertes Verfahren zur Kompensation von Impulsstörungseffekten bei einer leitungsgebundenen Multiträgerübertragung.

4. verallgemeinertes *Maximum-Likelihood*-Filter

5. *Open System Interconnection*

6. *Coordinate Rotation Digital Computer*

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	I
Kurzfassung	III
Inhaltsverzeichnis	V
Abbildungsverzeichnis	IX
Tabellenverzeichnis	XIII
Abkürzungen und Symbole	XV
1. Einleitung	1
1.1 Impulsstörungen bei der Multiträgerübertragung	6
1.2 Technische Anordnung und Struktur der Arbeit	8
2. Grundlagen von Übertragungssystemen im orthogonalen Frequenzmultiplex	11
2.1 Historische Entwicklung des OFDM-Verfahrens und dessen Einsatzgebiete	12
2.2 Grundlagen der OFDM-Multiträgerübertragung	12
2.2.1 OFDM-Übertragungsstruktur	14
2.2.2 Zeitdiskrete OFDM-Übertragung	21
2.2.3 Signalübertragung im Zeit- und Frequenzbereich	25
2.3 Systemumgebungen der OFDM-Übertragung	29
2.3.1 Funkübertragung	30
2.3.1.1 Übertragungseigenschaften von Funkkanälen	30
2.3.1.2 Systemaspekte der Funkübertragung	31
2.3.2 Leitungsgebundene Übertragung	32
2.3.2.1 Übertragungseigenschaften von Leitungsnetzen	32
2.3.2.2 Systemaspekte der leitungsgebundenen Übertragung	34
2.3.2.3 Zeitbereichsentzerrung bei leitungsgebundenen Übertragungssystemen	36
2.3.2.4 Bitzuweisungsalgorithmen	37
2.3.2.5 OFDM-Struktur für Basisband-Übertragungssysteme	39
2.4 Fehlerschutz in OFDM-basierten Übertragungssystemen	41
2.4.1 Aufbau des ADSL-Systems	41
2.4.2 Fehlerschutzkomponenten im ADSL-Sendesystem	45
2.4.2.1 <i>Cyclic Redundancy Check</i> (CRC)	45
2.4.2.2 Scrambler	45
2.4.2.3 Reed-Solomon-Codierung	46
2.4.2.4 Interleaving	51
2.4.2.5 Belegung der Trägerfrequenzen (<i>Tone Ordering</i>)	53
2.5 Zusammenfassung	53

3. Charakterisierung von transienten Störungen und deren Einfluss auf die OFDM-Übertragung	55
3.1 Ursachen und Eigenschaften von transienten Störungen in Übertragungssystemen	55
3.2 Empirisch ermittelte Störszenarien auf Kupferdoppeladerleitungen	57
3.3 Störungsmodellierung durch nicht-Gauß'sche Verteilungen	62
3.3.1 Grundlagen der α -stabilen Verteilungen	62
3.3.1.1 Eigenschaften von α -stabilen Verteilungen	62
3.3.1.2 Bestimmung der Parameter der α -stabilen Verteilungen bei gegebenen Störern	65
3.3.2 Klassifikation von Impulsstörungen auf twisted-pair-Leitungen durch α -stabile Verteilungen	67
3.4 Wirkung von transienten Störvorgängen auf OFDM-basierte Übertragungssysteme	68
3.5 Zusammenfassung	71
4. Optimierung der Übertragungseigenschaften von xDSL-Systemen in impulsgestörter Umgebung	73
4.1 Vorschlag eines Systemkonzeptes zur Optimierung der xDSL-Übertragung	73
4.1.1 Vorschlag einer erweiterten Systemstruktur	73
4.1.2 Mögliche Realisierungsformen des statistischen Filters	74
4.2 Analyse und Optimierung der Eigenschaften von robusten statistischen M-Filtern	77
4.2.1 Grundlagen der Maximum-Likelihood-Filter	77
4.2.1.1 Grundlagen der ML-Schätzung	77
4.2.1.2 Filterentwurf auf der Basis des <i>Maximum-Likelihood</i> -Prinzips	79
4.2.1.3 Analyse der Robustheit von ML-Filtern durch Methoden der robusten Statistik	81
4.2.2 Entwurfsverfahren von robusten M-Filtern	85
4.2.2.1 Die Myriaden-Filter	86
4.2.2.2 Verallgemeinerung des Filterentwurfs auf der Basis von Einfluss-Funktionen	91
4.2.3 Vergleich von robusten M-Filter auf der Basis unterschiedlicher Kern-Funktionen	98
4.3 Systemoptimierung durch Einfügen eines Transienten-Detektors	101
4.3.1 Entwurf einer Struktur zur Einbettung des Transienten-Detektors in das Übertragungssystem	102
4.3.2 Umsetzung des Transienten-Detektors zur Ermittlung von impulsartigen Störungen	104
4.4 Abschätzung des optimierten Gesamtsystemverhaltens durch Implementierung des Transienten-Schutzfilters	107
4.4.1 Qualitative Abschätzung der Detektionsfähigkeit eines transientengeschützten QAM-basierten Multiträgersystems in impulsgestörter Umgebung	107
4.4.2 Quantitative Untersuchung der ADSL-Systemeigenschaften unter Einsatz der statistischen Transienten-Schutzfilter	109
4.4.3 Bewertung der vorgeschlagenen Erweiterung der ADSL-Systemstruktur	111
4.5 Zusammenfassung	113

5. Implementierungsaspekte der statistischen Filterverfahren	115
5.1 Aufwandsabschätzung der Implementierung für statistische Filter	115
5.2 Grundlagen der iterativen Vektorrotation	120
5.3 Einsatzmöglichkeiten von CORDIC-Algorithmen für statistische Filterverfahren	126
5.4 Zusammenfassung	131
6. Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick	133
Literaturverzeichnis	139

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Anzahl der im Internet vernetzten Hostrechner [6]	1
Abbildung 2: Schematische Darstellung einer breitbandigen Netzwerkstruktur	2
Abbildung 3: Beispielhafte Netzstruktur zur Übertragung breitbandiger Dienste über Kupferdoppeladern (z.B. ADSL)	4
Abbildung 4: Evolution der Mikroelektronik im Vergleich zum Bitraten-Trend der leitungsgebundenen Übertragung mit Kupferdoppeladern [15]	6
Abbildung 5: Nachrichtentechnisches Übertragungssystem mit Untergliederung in ein Sendesystem und ein Empfangssystem	11
Abbildung 6: Prinzipielle Struktur eines Multiträger-Modulators im Basisband	13
Abbildung 7: Prinzipielle Struktur eines Multiträger-Demodulators im Basisband	14
Abbildung 8: Zyklisch ergänztes OFDM-Symbol	15
Abbildung 9: Basisband-Modell eines vereinfachten OFDM-Systems	16
Abbildung 10: Zeitkontinuierliches OFDM-System als Verbund paralleler Übertragungskanäle	19
Abbildung 11: Spektrale Darstellung eines OFDM-Systems mit N Unterträgern der Bandbreite B	20
Abbildung 12: Formale Anfügung des <i>Cyclic Prefix</i> im OFDM-Modulator	22
Abbildung 13: Formale Entfernung des <i>Cyclic Prefix</i> im OFDM-Demodulator	22
Abbildung 14: Modell eines Übertragungskanals	23
Abbildung 15: Zeitdiskretes Modell eines Übertragungskanals	23
Abbildung 16: Zeitdiskretes vereinfachtes OFDM-Übertragungssystem	24
Abbildung 17: Darstellung des OFDM-Modulators mit Einteilung der Übertragung in den Zeit- und Frequenzbereich	26
Abbildung 18: Darstellung des OFDM-Demodulators mit Einteilung der Übertragung in den Zeit und Frequenzbereich	27
Abbildung 19: Darstellung der OFDM-Übertragung als Zeit-Frequenz-Raster	28
Abbildung 20: QPSK-Signalkpunkte mit Symbolenergie E_S und Bitenergie E_B für eine Bitgruppe der Länge 2 durch <i>Gray-Codierung</i> [28]	29
Abbildung 21: Übertragungsstruktur einer Funkverbindung: a) <i>Downlink</i> , b) <i>Uplink</i>	31
Abbildung 22: Beschaltetes, homogenes, symmetrisches Leiterpaar der Länge l	33
Abbildung 23: Beispiel eines leitungsgebundenen Testszenarios [27]	33
Abbildung 24: Frequenzplan eines ADSL-Systems: a) getrennte Frequenzbänder, b) überlappende Frequenzbänder	35
Abbildung 25: Nah- und Fernnebensprechen in leitungsgebundenen Übertragungssystemen	36
Abbildung 26: SNR-Verlauf mit zugehöriger Bitverteilung eines Übertragungskanals	39
Abbildung 27: Modulatorstruktur zur Erzeugung reeller Signale im Zeitbereich mit nachfolgender Anfügung eines <i>Cyclic Prefix</i> von P Abtastwerten	40
Abbildung 28: Demodulatorstruktur für die Auswertung reeller Signale im Zeitbereich mit vorhergehender Trennung des <i>Cyclic Prefix</i>	41

Abbildung 29: Einbettung der Fehlerkorrektur-Komponenten in die Systemstruktur eines ADSL-Senders nach [26]	43
Abbildung 30: Zeitliche Rahmenstruktur der ADSL-Übertragung	44
Abbildung 31: Einfügen von Redundanz zur Fehlerkorrektur	47
Abbildung 32: Verschachtelung von Codewörtern der Länge $N=5$ mit einem Faltungsinterleaver der Tiefe $m=2$	52
Abbildung 33: Exemplarische statistische Verteilung der Impulsspannungswerte an der Vermittlungsstelle	58
Abbildung 34: Exemprlarische statistische Verteilung der Impulslängen an der Vermittlungsstelle	59
Abbildung 35: Statistische Verteilung der Impulsabstände (Vermittlungsstelle)	61
Abbildung 36: symmetrische α -stabile Verteilungen mit unterschiedlichen charakteristischen Exponenten α mit $a=0$	63
Abbildung 37: Vergrößerte Darstellung des rechten Randbereiches aus Abbildung 36	64
Abbildung 38: Exemplarische Beschreibung eines Impulsstörers im Zeitbereich a) und dessen Wirkung auf die Demodulationsfähigkeit des DMT-Symbols im Frequenzbereich b)	69
Abbildung 39: Referenz des ausschließlich AWGN-gestörten DMT-Symbols im Zeit- a) und Frequenzbereich b)	69
Abbildung 40: Verteilung der Bitfehler bei Variation der Impulslänge in Bezug auf die Symbollänge bei DMT-Symbolen mit einer 4-QAM-Signalraumkonstellation	70
Abbildung 41: Vorschlag zur Eingliederung des statistischen Filters in die xDSL-Empfangsumgebung	74
Abbildung 42: Wirkungsweise des ML-Schätzers: a) Abtastung eines zeitkontinuierlichen Signals, b) ML-Schätzung eines Signals bei einer Störung der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x_j)$	78
Abbildung 43: Darstellung der gewichteten quadratischen Kosten-Funktion (a) und der gewichteten quadratischen Einfluss-Funktionen (b)	84
Abbildung 44: Ermittlung des Filterausgangswertes eines ML-Filters auf der Basis der quadratischen Kosten-Funktion	84
Abbildung 45: Darstellung der Einfluss-Funktionen zur Bestimmung des Minimums der kumulierten Kosten-Funktion	85
Abbildung 46: Kosten-Funktion (a) und Einfluss-Funktion (b) des auf der Cauchy-Verteilungbasierenden Myriaden-Filters mit $k=1$	87
Abbildung 47: Kosten-Funktion (a) und Einfluss-Funktion (b) des gewichteten Tukey-Filters mit $k=5$	93
Abbildung 48: Kumulierte Kosten-Funktion des Tukey-Filters zur Berechnung des Ausgangswertes des statistischen Filters	94
Abbildung 49: Suche der Extremstellen der Tukey-basierten Kosten-Funktion durch Bestimmung der Nullstellen der kumulierten Einfluss-Funktion	95
Abbildung 50: Kosten-Funktion (a) und Einfluss-Funktion (b) des gewichteten Geman-McClure-Filters mit $k=5$	97
Abbildung 51: Kumulierte Kosten-Funktion des Geman-McClure-Filters zur Berechnung des Ausgangswertes des statistischen Filters	97
Abbildung 52: Vergleich der verschiedenen statistischen M-Filtertypen	99
Abbildung 53: Einbettung des Transienten-Detektors und der Protokollschnittstelle zur Optimierung der xDSL-Übertragung	103
Abbildung 54: Struktur des vorgeschlagenen Transienten-Detektors	104

Abbildung 55: Ablaufdiagramm für den Entscheidungsalgorithmus des Transienten-Detektors	105
Abbildung 56: Ablaufdiagramm des Transienten-Zählers des Transienten-Detektors	106
Abbildung 57: prinzipielle Systemstruktur zur qualitativen Abschätzung der Detektionseigenschaft des erweiterten Übertragungssystems	108
Abbildung 58: Vergleich der Detektionsfähigkeit: a) ohne Einsatz des statistischen Filters, b) mit Einsatz des statistischen Filters	109
Abbildung 59: Vergleich der Bitfehlerrate zwischen einem ungeschützten ADSL-System (ohne Filter) und einem gegen Impulsstörungen geschützten ADSL-System (mit Filter)	111
Abbildung 60: Vergleich der Bearbeitungszeiten eines statistischen Geman-McClure-Filters gegenüber einer FFT-Operation mit 256 komplexen Eingangswerten	119
Abbildung 61: Endwerte nach den CORDIC-Iterationsschleifen [126]	123
Abbildung 62: Architektur einer CORDIC-Zelle	125
Abbildung 63: CORDIC-basierte Struktur der ersten Stufe des statistischen Filteralgorithmus	127
Abbildung 64: CORDIC-basierte Struktur der zweiten Stufe des statistischen Filteralgorithmus	129
Abbildung 65: Vergleich eines CORDIC-optimierten gegenüber einem nicht optimierten statistischen Geman-McClure-Filter in Bezug auf eine FFT-Operation als Referenz für den Gesamtaufwand	131
Abbildung 66: Vorschlag für die Einfügung und Positionierung eines zusätzlichen Korrektur-elementes zur Unterdrückung von Impulsstörungen in DSL-Systemen	135

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Übersicht über die wichtigsten xDSL-Verfahren [10], [11]	4
Tabelle 2: Konkretisierung der ADSL/VDSL-Übersicht aus Tabelle 1	34
Tabelle 3: ADSL-Parameter in Bezug auf die DMT-Modulation	42
Tabelle 4: Parameter der RS-Codierung nach [26]	51
Tabelle 5: Parameter des <i>Interleavers</i> nach [26]	52
Tabelle 6: Parameter für Wahrscheinlichkeitsverteilung der Impulslängen	59
Tabelle 7: Frequenz- und Amplitudenwerte für den Vergleich der M-Filter auf der Basis unterschiedlicher Filterkern-Funktionen	99
Tabelle 8: Vergleich des numerischen Aufwandes zur Berechnung der Kern-Funktion der verschiedenen statistischen M-Filter mit Länge $2N$	101
Tabelle 9: Leitungsparameter für die qualitative Abschätzung des Detektionsfähigkeit	108
Tabelle 10: Überblick über die wesentlichen Parameter des verwendeten ADSL-Simulationssystems	110
Tabelle 11: Numerischer Aufwand und Durchlaufzeiten für mikroelektronische Addierer-, Multiplizierer- und Dividiererschaltungen nach [118]	116
Tabelle 12: Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten	120
Tabelle 13: Darstellung des Radius und Winkel für verschiedene Werte (Modi) von m	121
Tabelle 14: Auswahl der Variable d_j in Abhängigkeit der zu minimierenden Komponente	124
Tabelle 15: Belegung der Eingangswerte der CORDIC-Zelle zur Berechnung der mathematischen Funktion gemäß Abbildung 61	125

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen

2B1Q	„Two Binary One Quarternary“-Leitungscode (S. 4)
A/D	Analog-Digital-Wandlerkomponente (S. 37)
ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Line (S. 4)
ARMA	Autoregressive Moving Average (S. 37)
ARQ	Automatic-Repeat-Request (S. 103)
ASIC	Application Specific Integrated Circuit (S. 115)
AWGN	Additive White Gaussian Noise (S. 19)
BT	Bridged Tap (S. 33)
CAP	Carrierless Amplitude/Phase Modulation (S. 4)
CORDIC	Coordinate Rotation Digital Computer (S. 9)
CP	Cyclic Prefix (S. 15)
CRC	Cyclic Redundancy Check (S. 43)
DAB	Digital Audio Broadcast (S. 12)
DFT	Discrete Fourier Transform (S. 5)
DMT	Discrete MultiTone (S. 4)
DSL	Digital Subscriber Line (S. 4)
DSLAM	DSL-Access-Multiplexer (S. 5)
DVB-T	Terrestrial Digital Video Broadcast (S. 12)
EXOR	Exclusive-OR (S. 46)
FBE	Frequenzbereichsentzerrung (S. 25)
FEC	Forward Error Correction (S. 43)
FEXT	Far End Cross Talk (S. 34)
FFT	Fast Fourier Transform (S. 12)
FIR	Finite Impulse Response (S. 37)

FPGA	Field Programmable Gate Array (S. 115)
FTTH	Fiber to the Home (S. 3)
GF	Galois-Feld (S. 46)
ggT	größter gemeinsamer Teiler (S. 50)
HDSL	High Bitrate Digital Subscriber Line (S. 4)
Hiperlan	High Performance Local Area Network (S. 12)
ICI	Inter-carrier Interference (S. 12)
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform (S. 5)
IP	Internetprotokoll (S. 1)
ISDN	Integrated Service Data Network (S. 3)
ISI	Intersymbol Interference (S. 5)
L-Filter	linear Combination Order Statistic Filter (S. 76)
LOS	Line of Sight (S. 30)
LS	Least Squares (S. 37)
MA	Moving Average (S. 37)
M-Filter	verallgemeinertes Maximum-Likelihood Filter (S. 8)
ML-Filter	Maximum-Likelihood-Filter (S. 75)
NEXT	Near End Cross Talk (S. 34)
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing (S. 5)
OSI	Open System Interconnection (S. 41)
PAM	Pulse Amplitude Modulation (S. 4)
PAR	Peak-to-Average-Verhältnis (S. 105)
PLC	Power Line Communication (S. 3)
POTS	Plain Old Telephone Service (S. 3)
PSTN	Public Switched Telephone Network (S. 5)
QAM	Quadratur Amplitude Modulation (S. 4)
QPSK	Quarternary Phase Shift Keying (S. 28)
ROM	Read Only Memory (S. 124)
RS	Reed-Solomon (S. 46)
SDSL	Symmetric Digital Subscriber Line (S. 4)
SNR	Signal-Noise-Ratio (S. 20)

TEQ	Time Domain Equalizer (S. 37)
VDSL	Very High Bitrate Digital Subscriber Line (S. 4)
WDM	Wavelength Division Multiplexing (S. 2)
WLAN	Wireless Local Area Network (S. 12)
WLL	Wireless Local Loop (S. 3)
xDSL	(Asymmetric, Very High Bitrate, ...) Digital Subscriber Line (S. 4)

Symbole

mathematische Schreibweisen:

In dieser Arbeit werden Signal im Zeitbereich mit kleinen römischen Buchstaben, Signale im Frequenzbereich mit großen römischen Buchstaben bezeichnet. Weiterhin sind Vektoren durch eine Notation in **fetter** Druckschrift gekennzeichnet, während skalare Größen in Standardschrift dargestellt werden. Aus Gründen des Verständnisses ließen sich an einigen Stellen jedoch Abweichungen nicht vermeiden.

•	Faltungsoperator (S. 17)
$ \dots $	Absolutwert (S. 38)
\equiv	Identität von zwei Ausdrücken (S. 64)
$\stackrel{!}{=}$	Definition einer Äquivalenz zweier Ausdrücke (S. 80)
$a(D)$	Codepolynom (S. 48)
$a^*(D)$	Nutzdaten-Polynom (S. 48)
$\arg \max_{\theta} (u(\theta))$	Maximierung des Ausdruckes u nach einer Variablen θ (S. 76)
$\arg \min_{\theta} (u(\theta))$	Minimierung des Ausdruckes u nach einer Variablen θ (S. 76)
$b^*(D)$	empfangenes fehlerhaftes Reed-Solomon-Codewort (S. 51)
$C(\alpha)$	von α abhängige positive Variable (S. 65)
$C(D)$	Lokatorpolynom (S. 48)
$e(D), E(D)$	Fehlerpolynom (S. 49)
$E\{\dots\}$	Erwartungswert (S. 75)
$f(\dots)$	Verteilungsdichte eines Prozesses (S. 63)
$G(D)$	Generatorpolynom (S. 45)
$H(\dots)$	Hilfsfunktion zur Berechnung des Minimums der Kostenfunktion eines M-Filters (S. 90)

$h\{\dots\}$	Likelihood-Funktion des Argumentes (S. 79)
$\text{Im}\{\dots\}$	Imaginärteil des Argumentes (S. 39)
$J(\dots)$	Zielfunktion (S. 89)
$M(D)$	Modularpolynom (S. 46)
$m_i(D)$	Minimalpolynom (S. 46)
$\text{med}(\dots)$	Medianwert des Argumentes (S. 75)
$P(\dots)$	Wahrscheinlichkeit des als Argument angegebenen Ereignisses (S. 65)
$P[\dots]$	Operator zur Sicherstellung der Nichtnegativität der Filterkoeffizienten (S. 89)
$r(D)$	Restpolynom (S. 48)
$\text{Re}\{\dots\}$	Realteil des Argumentes (S. 39)
$\text{round}[\dots]$	Rundungsoperation (S. 38)
$S(D)$	Syndrom (S. 48)
$\text{sgn}(\dots)$	Signumfunktion (S. 62)
$\text{si}(x)$	Abkürzung der Sinc-Funktion $\sin(x)/x$ (S. 20)
X^*	Konjugation einer komplexen Zahl X (S. 39)

Variablen mit römischen Buchstaben

a	Ortsparameter (S. 63)
A_1, A_2, \dots	Amplitudenwerte zu Abtastzeitpunkten t_1, t_2, \dots (S. 78)
a_1, a_2, a_3, a_4	Hilfsparameterwerte zur Modellierung der Impulsabstände (S. 60)
A_{Add}	Anzahl auszuführender Additionen in einem Rechenschritt (S. 117)
A_{Div}	Anzahl auszuführender Divisionen in einem Rechenschritt (S. 117)
a_i	Filterkoeffizientenwerte (S. 75)
a_i, a_j, b_i	Reed-Solomon-Codewörter (S. 47)
A_{Mult}	Anzahl auszuführender Multiplikationen in einem Rechenschritt (S. 117)
B	Bandbreite (S. 12)
B	Hilfsparameter zur Modellierung der Impulslängen (S. 59)
b_i	Bitanzahl pro Träger (S. 38)
B_i	Position des i -ten Bytes des Original-Codewortes im Ausgangswortes (S. 52)

c	Hilfsvariable zur Beschreibung des Zusammenhanges zwischen α und γ (S. 66)
c	willkürliche reelle Variable (S. 82)
C'	Kapazität (S. 32)
c_0	Lichtgeschwindigkeit (S. 30)
D	Verzögerungsoperator (S. 45)
d_j	vorzeichenbestimmende Variable von d_j (S. 121)
d_{\min}	Minimaldistanz zweier Codewörter (S. 47)
E_B	Bitenergie eines OFDM-Symbols (S. 28)
e_i	fehlerhaftes Codewort (S. 47)
E_i	Signalenergie des i -ten Unterträgers (S. 38)
E_S	Symbolenergie eines OFDM-Symbols (S. 28)
E_S/N_0	Verhältnis der Signalleistung zur Rauschleistung (S. 108)
f	Frequenzvariable (S. 20)
f_0	Sendefrequenz (S. 30)
$f_i(U)$	Häufigkeitsverteilung der Impulsspannungswerte U (S. 57)
f_k	Trägerfrequenz des k -ten Trägers (S. 20)
$f_l(t)$	Häufigkeitsverteilung der Impulsspannungslängen (S. 59)
f_θ	Wahrscheinlichkeitsdichte an der Stelle θ (S. 76)
f_{Sample}	Abtastfrequenz (S. 21)
f_{Symb}	Symbolrate (S. 42)
g	Übertragungsmaß (S. 33)
G'	Leitwert (S. 32)
g	Grad des Modularpolynoms (S. 46)
g	Gewichtungsvektor des Filterfensters (S. 80)
$g_E(t)$	empfangsseitiges Bandbegrenzungsfiler (S. 13)
$g_S(t)$	sendeseitiges Impulsformungsfiler (S. 13)
h	zeitdiskrete Basisbandimpulsantwort (S. 23)
H	Übertragungsfunktion eines Leiterpaares (S. 33)
$h_C(t)$	zeitkontinuierliche Kanalimpulsantwort (S. 23)
h_{eff}	optimierte Kanalimpulsantwort nach TEQ (S. 37)
H_{eff}	effektive Kanalfaltungsmatrix nach TEQ (S. 37)

H_i	Übertragungsfunktion des i-ten Unterträgers (S. 38)
h_k	zeitdiskrete Kanalimpulsantwort (S. 23)
H_k	Filterkoeffizienten der Kanalimpulsantwort (S. 19)
h_k'	Fourier-Transformierte der Kanalimpulsantwort (S. 18)
H_l	Fourier-Transformierte des Vektors der zeitdiskreten Kanalimpulsantwort (S. 25)
$h_m(t)$	Kanalimpulsantwort des m-ten Teilkanals (S. 31)
k	Trägerindex (S. 13)
k	Wellenwiderstand eines Kabels (S. 13)
k	Länge eines crc-überwachten Datenblockes in Bit (S. 13)
k	Anzahl der Kontrollelemente in einem Codewort (S. 13)
k	Zählvariable zur Bestimmung einer α -stabilen Verteilung (S. 66)
k	Variable zur Festlegung des Robustheitsgrades eines M-Filters (S. 87)
K	reelle Konstante (S. 79)
K_F	Anzahl der Datenbytes im fast Pfad (S. 44)
k_{FEXT}	Einkopplungskonstanten (S. 36)
K_n, k_j	Hilfsvariable der Vektorrotation (S. 122)
k_{NEXT}	NEXT-Einkopplungskonstanten (S. 36)
l	Länge eines symmetrischen Leiterpaares (S. 33)
l	Anzahl der Informationsstelle innerhalb eines Codewortes (S. 33)
l, k	Hilfsvariablen des Transienten-Detektors (S. 87)
L'	Induktivität (S. 32)
m	Interleavertiefe (S. 52)
m	Modusvariable des CORDIC-Algorithmus (S. 120)
m_i	i-tes Bit des CRC-Datenblockes (S. 45)
m_n	Bitgruppe des n-ten Unterträgers (S. 13)
m_{opt}	optimale Größe einer Bitgruppe für einen Carry-Select-Addierer (S. 116)
n	zeitdiskrete additive gaußverteilte Störung (S. 23)
n	Länge des Codewortes (S. 23)
N	Anzahl der Träger (S. 13)
N	Länge des Filterfenster (S. 80)
$n_C(t)$	zeitkontinuierliche additive gaußverteilte Störung (S. 23)

N_F	Anzahl der übertragenen Bytes im fast Pfad (S. 44)
$\tilde{n}(t)$	additives, gaußverteiltes Rauschen (S. 17)
$n_{G,l}$	Gaußscher Anteil des Störungen (S. 68)
$n_{I,l}$	Anzahl der Impulsstörungen an den Gesamtstörungen (S. 68)
$n_{k,l}$	Fourier-Transformierte des additiven, gaußverteilten Rauschens (S. 19)
N_I	Fourier-Transformierte der zeitdiskreten additiven gaußverteilten Störung (S. 24)
N_{Tr}	Anzahl an Transistoren (S. 116)
$N_{Tr,Add}$	Anzahl der Transistoren für einen Addierer (S. 127)
$N_{Tr,CZ}$	Anzahl der Transistoren einer CORDIC-Zelle (S. 125)
$N_{Tr,Reg}$	Anzahl der Transistoren für ein Register (S. 127)
$N_{Tr,Stufe\ ein}$	Anzahl an Transistoren für die Berechnung der ersten Stufe des statistischen Filteralgorithmus (S. 127)
$N_{Tr,Stufe\ zwei}$	Anzahl an Transistoren für die Berechnung der ersten Stufe des statistischen Filteralgorithmus (S. 130)
p	Periode der Polynomrest-Wiederholung (S. 46)
P	Anzahl der Abtastwerte des Cyclic Prefix (S. 21)
P_0	Ausgangspunkt der Vektorrotation (S. 121)
$P_{FEXT}(f)$	spektralen Leistungsdichten der FEXT-Störung (S. 36)
P_n	Entpunkt der Vektorrotation (S. 121)
$P_{NEXT}(f)$	spektralen Leistungsdichten der NEXT-Störung (S. 36)
$P_S(f)$	Sendespektrum eines Eingangssignals (S. 36)
r	Radiusvariable der Vektorrotation (S. 120)
R	Anzahl der Reed-Solomon-Redundanzbytes (S. 51)
$r(t)$	Signal am Ausgang des Kanals (S. 17)
R'	Widerstand (S. 32)
R_F	Anzahl der Redundanzbytes im fast Pfad (S. 44)
r_i	Restfehlerwert (S. 82)
r_l	zeitdiskreter l-ter OFDM-Empfangssignalvektor (S. 22)
$r_m(t)$	Empfangssignal des m-ten Terminals (S. 31)
S	Anzahl der überwachten DMT-Symbole durch eine Reed-Solomon-Codewort (S. 51)
$s(t)$	komplexwertiges Sendesignal (S. 13)

s_1, s_2	Standardabweichungen der Impulslängenverteilung (S. 59)
S_i	Syndromkoeffizient (S. 49)
S_i	Skalierungsfaktor (S. 79)
s_j	Syndromwert (S. 49)
s_l	zeitdiskreter l-ter OFDM-Sendesignalvektor (S. 22)
$s_l(t)$	Zeitbereichsignal des l-ten OFDM-Symbols (S. 17)
$s_l[n]$	zeitdiskretes Sendesignal (S. 21)
$s_m(t)$	Sendesignal des m-ten Terminals (S. 31)
SNR_i	SNR des i-ten Unterträgers (S. 38)
S_{xx}	Streuparameter (S. 33)
t	Zeitvariable (S. 15)
t	Anzahl der fehlerhaften Elemente eines Codewortes (S. 15)
t	Zufallsvariable einer α -stabilen Verteilung (S. 62)
T	Symboldauer eines OFDM-Symbols (S. 14)
t_1, t_2	Zeitmittelwerte der Impulslängenverteilung (S. 59)
t_1, \dots, t_k	Zahlencluster zur Ermittlung der Parameterwerte einer α -stabilen Verteilung (S. 66)
T_{CP}	Zeitdauer des Cyclic Prefix (S. 16)
T_D	Durchlaufzeit (S. 116)
$T_{D,Add}$	Durchlaufzeit durch einen Addierer (S. 128)
$T_{D,CZ}$	Durchlaufzeit durch eine CORDIC-Zelle (S. 126)
$T_{D,Stufe\ ein}$	Durchlaufzeit für die Berechnung der ersten Stufe des Filteralgorithmus (S. 128)
$T_{D,Stufe\ zwei}$	Durchlaufzeit für die Berechnung der ersten Stufe des Filteralgorithmus (S. 130)
t_n	Abtastzeitpunkt n (S. 21)
T_N	Nutzsymboldauer (S. 42)
T_{Sample}	Abtastzeitdauer (S. 21)
T_{Sym}	Symboldauer (S. 21)
u	Element eines Galois-Feldes (S. 49)
U	Spannungsvariable (S. 33)
U_0	Normierungswert für die Impulsspannungsverteilung (S. 58)

$U_{k,l}(t)$	Translationsfunktion mit Zeitdauer τ_0 und Frequenz ν_0 (S. 27)
v	relative Geschwindigkeit (S. 30)
$v_{i,\theta}$	Hilfsvariable zur Schätzung des Filterausgangswertes (S. 82)
$V_k(t)$	zu $W_k(t)$ inverse Operation (S. 17)
w_i', w_i, k_i, h_i	Gewichtungskoeffizienten (S. 79)
$W_k(t)$	Grundwellenform eines OFDM-Symbols (S. 16)
W_n^{nk}	zeitdiskrete Grundwellenform (S. 21)
$\hat{\mathbf{x}}$	komplexwertiges Signal nach Entschiedereinheit (S. 13)
x	Sendesymbol (S. 13)
$x_{(i)}$	i-ter Abtastwert eines Fensters nach Sortierung aller Fensterwerte (S. 75)
x_i	i-ter Abtastwert eines Fensters (S. 75)
X_i, X, Y	Zufallsvariablen (S. 64)
x_j, y_j, z_j	Rotationsvariablen der Vektorrotation (S. 122)
$X_{k,l}$	k-tes Element des l-ten OFDM-Sendesymbols (S. 16)
x_n	Kennzeichnung des Sendesymbols des n-ten Unterträgers (S. 13)
y	komplexwertiges Empfangssymbol (S. 13)
$y_k, \varepsilon_k, \mu, w_k$	Hilfsvariable zur Bestimmung einer α -stabilen Verteilung (S. 66)
$Y_{k,l}$	k-tes Element des l-ten OFDM-Empfangssymbols (S. 17)
z	Abtastwertevektor unter Berücksichtigung der gespiegelten Abtastwerte des Filterfensters (S. 80)
Z_A	Impedanz der Ausgangslast (S. 32)
Z_l	Impedanz der Leitung und der Quelle (S. 32)
Z_L	Wellenwiderstand (S. 32)

Variablen mit griechischen Buchstaben:

α	charakteristischer Exponent einer α -stabilen Verteilung (S. 8)
α	Nullstelle des Modularpolynoms (S. 46)
$\alpha_j, \beta_j, \varepsilon_j$	Hilfsvariable der Vektorrotation (S. 123)
α_n	Einfallswinkel (S. 30)
α_N	Dämpfungskoeffizienten (S. 32)
β	Phasenkoeffizienten (S. 32)

β	Symmetrie-Index einer α -stabilen Verteilung (S. 63)
Δf_k	Abstand der Trägerfrequenzen (S. 14)
δ	Kronecker-Symbol (S. 19)
δ_j	Rotationskonstante der Vektorrotation (S. 121)
ΔSNR	Verlust im Störabstand (S. 22)
γ	Ausbreitungskoeffizient (S. 32)
γ	Dispersion einer α -stabilen Verteilung (S. 63)
Γ	SNR-Lücke (S. 38)
Γ	Gamma-Funktion (S. 58)
γ_{code}	Codierungsgewinn (S. 38)
γ_{margin}	Systemreserve (S. 38)
φ	Rotationswinkel der Vektorrotation (S. 120)
$\varphi(t)$	charakteristische Funktion einer α -stabilen Verteilung (S. 62)
κ	Hilfsvariable zur Berechnung des Myriaden-Filterausgangswertes (S. 87)
μ	Schrittweite der Filterkoeffizientenadaption (S. 89)
ν_0	Translationsfrequenz (S. 27)
$\hat{\theta}$	geschätzter Filterausgangswert (S. 76)
θ	analytisch berechneter Filterausgangswert (S. 75)
θ_i	i-ter Filterausgangswert eines Filterfensters, Ortsschätzer (S. 75)
$\hat{\theta}^{(n)}$	geschätzter Filterausgangswert der n-ten Iterationsschleife (S. 83)
$\rho(x)$	Kostenfunktion in Abhängigkeit von x (S. 81)
σ^2	Varianz einer Verteilung (S. 63)
σ_i^2	Varianz einer Gaußschen Störung des i-ten Unterträgers (S. 38)
τ	Zeitdifferenz (S. 18)
τ	Anzahl der tatsächlich detektierten Fehler (S. 49)
τ_0	Translationszeitdauer (S. 27)
τ_L	Verzögerungszeitdauer einer Transistor-Operation (S. 116)
ω	Frequenzvariable (S. 34)
ω_k	Frequenz des k-ten Trägers (S. 13)
$\psi(x)$	Einflussfunktion in Abhängigkeit von x (S. 76)

1 Einleitung

Einer Argumentation gemäß [1] folgend, ist davon auszugehen, dass sich soziologische Gesellschaftsstrukturen eher langsam und kontinuierlich über längere Zeitabschnitte weiterentwickeln [2]. In seinen Ausführungen nimmt er weiterhin an, dass in bestimmten Intervallen eine Häufung von bedeutsamen Ereignissen festzustellen ist, welche einen schnellen sozioökonomischen Wandel verursachen. Gleichzeitig wird durch diese Veränderung des Gesellschaftsverhaltens eine neue Periode relativer Stabilität eingeleitet [1]. Unabhängig davon, ob eine derartige Interpretation der Veränderung von Gesellschaftsstrukturen akzeptiert wird, besteht eine allgemeine Übereinstimmung in der Tatsache, dass wir am Beginn des 21. Jahrhunderts eines der seltenen Intervalle erleben, in denen sich durch die Einführung der modernen Kommunikationstechnologien die wirtschaftlichen und soziologischen Gesellschaftsverhältnisse grundlegend und in einem hohen Tempo verändern. In dem sogenannten „Bangemann Report“ [3] wird ferner ausgeführt, dass der derzeitige Wandel zur Informationsgesellschaft eine größere Auswirkung auf die Sozialstruktur haben wird als der Übergang von der agrarisch geprägten Gesellschaft zur Industriegesellschaft, da die Änderungen innerhalb eines deutlich kürzeren Zeitintervalles erfolgen [4].

Die Basis für eine derartige gesellschaftliche Entwicklung bildet der grundlegende Strukturwandel in den Telekommunikationsnetzen. Während herkömmliche Kommunikationstechnologien hauptsächlich eine verbindungsorientierte Übertragungsstruktur aufweisen, wird für die Vermittlung der erheblichen Datenmengen moderner Prägung zunehmend die verbindungslose Netzwerkstruktur auf Grund der optimierten Bandbreiteeffizienz und der Einsatz von leistungsstarken Hostrechnern gewählt [5]. Hierbei werden die zu übertragenden Daten in einzelne Pakete gruppiert und je nach Verkehrsaufkommen über verschiedene Pfade innerhalb des Netzwerkes gesendet. Als Beispiel für eine geeignete Netzwerkstruktur lässt sich das Internet mit dem zugehörigen verbindungslosen Internetprotokoll (IP) nennen. In Abbildung 1 ist das Wachstum des Internet über den Zeitraum der letzten zehn Jahre an Hand der Anzahl von vernetzten Hostrechner dargestellt.

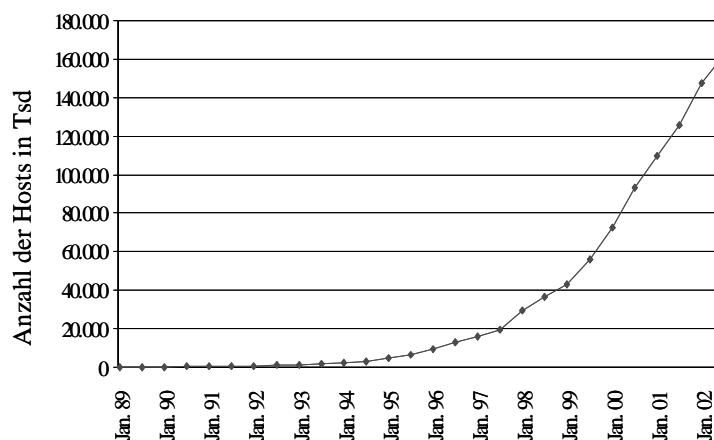


Abbildung 1: Anzahl der im Internet vernetzten Hostrechner [6]

Netzstrukturen

Eine grundlegende Voraussetzung für eine Bereitstellung von hohen Übertragungskapazitäten ist zunächst die technische Weiterentwicklung der Netzstrukturen unter Einsatz von neuen breitbandigen Übertragungstechnologien. Für eine detaillierte Beschreibung der Einsatzmöglichkeiten von neuen Technologien in Kommunikationsnetzen wird zunächst die Struktur derartiger Netze exemplarisch in Abbildung 2 erläutert. Eine prinzipielle Gliederung der Netzwerkstruktur kann in verschiedene Schichten vorgenommen werden, welche mit den Begriffen Kernnetz, Anschlussnetz und Gebäudenetz bezeichnet sind. Während im Kernnetz (*Backbone*-Netz) die Daten über große Entfernungen übertragen werden, stellen die Anschlussnetze eine Schnittstelle der einzelnen Teilnehmer mit dem Kernnetz bereit. Betreibt ein Teilnehmer innerhalb seines Einflussbereiches mehrere Endgeräte, können diese durch ein Gebäudenetz untereinander und mit dem Anschlussnetz verbunden werden. Wie weiterhin aus Abbildung 2 ersichtlich ist, werden in den verschiedenen Netzschichten unterschiedliche breitbandige Übertragungstechnologien angewendet.

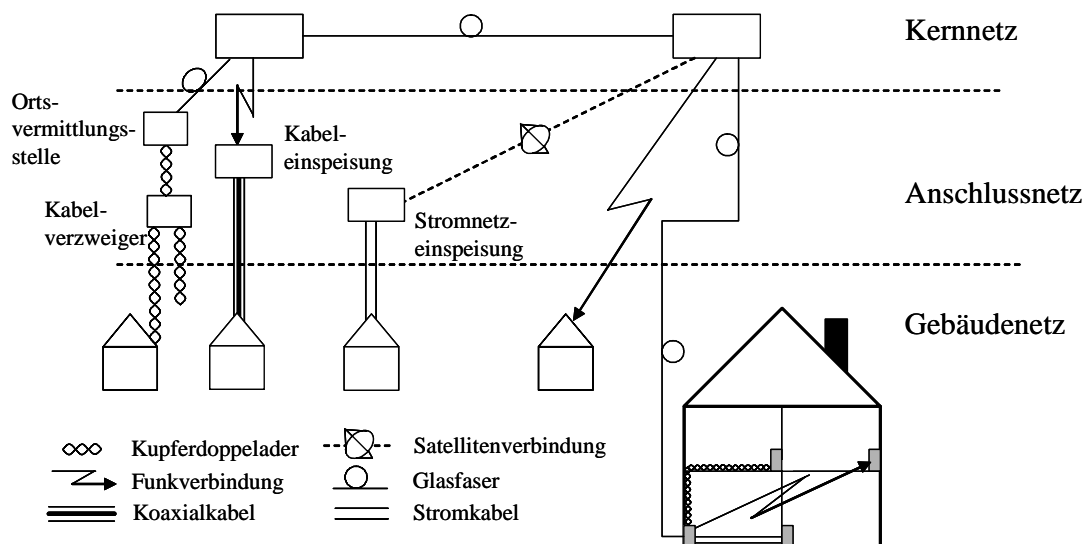


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer breitbandigen Netzwerkstruktur

Übertragungstechnologien

Abhängig von der zu übertragenden Datenmenge lassen sich die nachfolgend aufgeführten Medien einsetzen:

- Glasfaser
- Satelliten
- Stromnetz
- Koaxialkabel
- Funk
- Kupferdoppelader

Im Kernnetz werden auf Grund der hohen Datenraten und der zu überbrückenden großen Entfernungen hauptsächlich Glasfaserleitungen eingesetzt. Hierbei lassen sich mit Hilfe von neueren Modulationsverfahren (*Wavelength Division Multiplexing*, WDM) Datenraten von derzeit 40 GBit/s realisieren, wobei in näherer Zukunft eine Steigerung bis zu einigen TBit/s zu erwarten ist [7].

Ein kritischer Abschnitt des Datentransports ist die Übertragung zum Endteilnehmer im Anschlussnetz, da hier auf Grund der Netzwerkauslegung ein Engpass für die breitbandige Daten-

übertragung besteht. Für die Datenübertragung im Anschlussnetz bietet sich neben der Verwendung von Glasfasern, der Einsatz von satellitengestützten Verbindungen, Funkverbindungen sowie die Übertragung mit Hilfe von Koaxial-, Strom- oder Kupferdoppeladern an.

Während die Glasfasertechnologie das größte Potenzial zur breitbandigen Übertragung bietet, sind für dieses Medium als zentraler Nachteil die hohen Infrastrukturkosten anzuführen, da oft kein Glasfaseranschluss bis zum Endteilnehmer (*Fiber to the Home*, FTTH) bereitsteht. Auf Grund der erheblichen Kosten für die Verlegung derartiger Leitungen ist ein Ausbau bestehender Anschlüsse mit Glasfasertechnologie zur Zeit lediglich für große Bürokomplexe mit einer Vielzahl von hochbitratigen Teilnehmeranschlüssen attraktiv.

Ferner lässt sich die aus der Fernsehtechnik bekannte Satellitenübertragung durch die vorausschauende Kapazitätsplanung der Satellitenbetreiber für zukünftige breitbandige Zugangsverfahren nutzen. Die Datenrate derartiger Übertragungsmedien lässt sich nach einer Kapazitätsprognose bis auf 150 MBit/s ausbauen [7]. Da die einzelnen Sendeanlagen für die Satellitenkommunikation strengen Genehmigungsverfahren unterliegen, kann dieses Übertragungsmedium nur in seltenen Fällen für die Datenübertragung zum Endnutzer eingesetzt werden [7].

Ein weiteres Verfahren für die Überbrückung der „letzten Mile“ bietet die Datenübertragung mit Hilfe des Stromkabels (*Power Line Communication*, PLC). Als Vorteil dieses Verfahrens stellt sich die bereits vorhandene Netzstruktur heraus, da bereits die zur Energieübertragung verlegten Kabel verwendet werden können. Problematisch erweist sich die Aufteilung der zur Verfügung stehenden Bandbreite auf eine möglicherweise große Anzahl von Teilnehmern (*Shared-Medium*), so dass bei einer zukünftig zu erwartenden gesamten Übertragungsrate von 10-20 MBit/s durch die gemeinsame Nutzung dem einzelnen Teilnehmer lediglich eine geringe Datenrate zur Verfügung steht [7], [8].

Die Nutzung des zur Fernsehübertragung eingesetzten Koaxialkabels weist ebenfalls als *Shared-Medium* eine ähnliche Problematik der gemeinsamen Nutzung der zur Verfügung stehenden Bandbreite auf. Auf Grund der besseren Abschirmung dieser Koaxialkabel lässt sich hierbei ein breiteres Frequenzspektrum und somit eine höhere Übertragungsrate des Gesamtsystems von zukünftig bis zu 50 MBit/s erreichen [7], [9].

Alternativ zu den bisher vorgestellten Übertragungsverfahren können im Anschlussnetz auch funkbasierte Systeme eingesetzt werden. Hierbei ist das WLL (*Wireless Local Loop*)-Zugangsnetz von besonderem Interesse, da sich diese Netze schnell realisieren lassen [10]. Ferner lassen sich mit Hilfe dieser Technologie bidirektionale Übertragungskapazitäten bis zu 155 MBit/s erzielen [7]. Als Nachteil erweist sich die beschränkte Anzahl von verfügbaren Frequenzen innerhalb einer Region und die hohen Kosten bei der Einrichtung eines flächendeckenden WLL-Netzes in schwach besiedelten Räumen. Bis zum Jahre 2010 kann von einem sukzessiven Aufbau eines funkbasierten Anschlussnetzes ausgegangen werden [7].

Eine weitere Realisierungsmöglichkeit für breitbandige Zugangsnetze ist die Verwendung der bereits bestehenden verdrehten Kupferdoppeladernverkabelung (oftmals auch als *twisted-pair*-Leitung bezeichnet), welche ursprünglich für die Übertragung eines analogen Sprachsignals in einem Frequenzband bis 3,4 kHz dimensioniert wurde (*Plain Old Telephone Service*, POTS) [10]. Mittels analogen Modems lassen sich Datenraten bis 56kBit/s realisieren. Prinzipiell bieten die bereits verlegten Kupferdoppeladern eine Übertragungskapazität in höheren Frequenzbereichen, welche bisher kaum genutzt wurde. Einen ersten Ansatz zur Verwendung dieser Kapazität lieferte die Einführung der ISDN-Technologie im Jahre 1988. Mit einer Erweiterung der genutzten Frequenz bis auf 140 kHz ließ sich hierdurch eine maximale Übertragung von 144 kBit/s erreichen [10]. Für Echtzeitanwendungen wie z.B. Fernsehübertragung ist diese Datenrate zu gering [5]. Es konnte gezeigt werden, dass in Abhängigkeit von der Länge der Kupfer-

doppeladerleitung eine Datenübertragung in deutlich höheren Frequenzbereichen möglich ist [46]. Die Nutzung dieser Frequenzbereiche erfolgt durch den Einsatz von neuartigen Übertragungstechnologien, welche unter der Bezeichnung xDSL (*Digital Subscriber Line*, DSL) bekannt sind. Zur Unterscheidung der einzelnen xDSL-Familien erfolgt eine zusätzliche Charakterisierung durch den vorangestellte Platzhalter x. In Tabelle 1 sind die Unterscheidungsmerkmale der Frequenzbereichsbelegung, der Übertragungsrate zum Teilnehmer (*Downstream*) bzw. zur Vermittlungsstelle (*Upstream*), der Reichweite und des eingesetzten Modulationsverfahren der wichtigsten xDSL-Varianten gegenübergestellt [7], [10], [11].

Tabelle 1: Übersicht über die wichtigsten xDSL-Verfahren [10], [11]

DSL-Verfahren	Charakterisierung	Frequenzbereich	Übertragungsraten		Reichweite [km]	Modulationsverfahren
			<i>Upstream</i>	<i>Downstream</i>		
HDSL	H= <i>High Bit Rate</i>	0 - 500 kHz	2 MBit/s	2 MBit/s	< 4	2B1Q (4-PAM)
SDSL	S= <i>Symmetric</i>	< 386 kHz	2,3 MBit/s	2,3 MBit/s	< 3	16-PAM
ADSL	A= <i>Asymmetric</i>	<1104 kHz	1 MBit/s	8 MBit/s	< 8	DMT
VDSL	V= <i>Very High Bit Rate</i>	< 12 MHz	2,3 MBit/s	52 MBit/s	< 0,5	QAM/CAP oder DMT

Ein erheblicher Vorteil der xDSL-Technologie ist eine bereits bestehende breite Verfügbarkeit des Übertragungsmediums (Kupferdoppeladern) in nahezu jedem Haushalt. Hierdurch wird der schnelle Einsatz der Technologie begünstigt, was zu einer hohen Relevanz der xDSL-Varianten für zukünftige breitbandige Anschlussnetze führt. Als problematisch erweisen sich die Eigentumsverhältnisse der Kupferdoppeladernetze, die oftmals noch im Besitz der ehemaligen Telekommunikationsmonopolisten sind, wodurch ein freier Wettbewerb der Netzbetreiber oftmals behindert wird. Ferner ist in einigen xDSL-Varianten (z.B. ADSL, VDSL) ein analoges Filter (*Splitter*) zur Trennung des POTS-Frequenzbandes gegenüber den zur xDSL-Übertragung genutzten Frequenzbereichen notwendig (siehe Abbildung 3, [26]), was zu erhöhten Installationskosten auf der Teilnehmerseite führt.

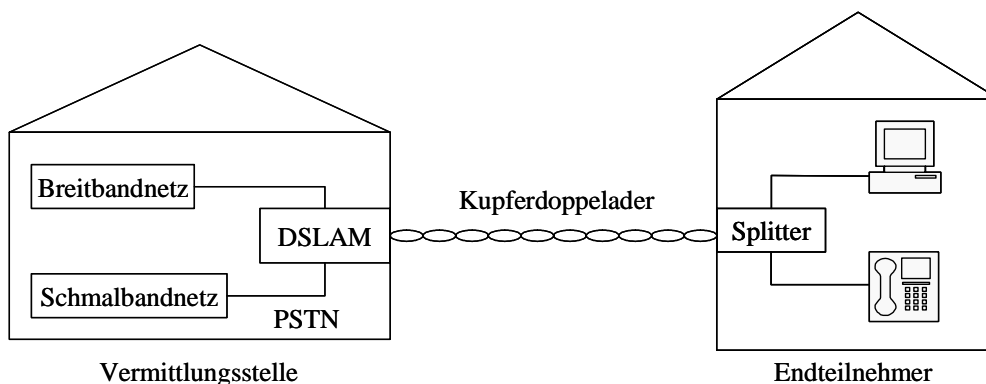


Abbildung 3: Beispielhafte Netzstruktur zur Übertragung breitbandiger Dienste über Kupferdoppeladern (z.B. ADSL)

Durch die Bündelung der in der Vermittlungsstelle zusammenlaufenden Leitungen ist hier der Installationsaufwand einer Trenneinheit zwischen schmalbandigen (z.B. PSTN, *Public Switched Telephone Network*) und breitbandigen Diensten mit einer einzigen DSL-Access-Multiplexer-Einheit (DSLAM) deutlich geringer. Für eine Weiterentwicklung von xDSL-Systemen wird daher versucht, Übertragungsverfahren ohne den notwendigen Einsatz eines *Splitter* bereitzustellen.

Modulationsverfahren

Aus Tabelle 1 zeigt sich weiterhin, dass hochbitratige Übertragungsverfahren wie z.B. ADSL oder VDSL im Gegensatz zu Verfahren geringerer Übertragungsrate alternative Modulationsformen einsetzen. Während bei HDSL ein 2B1Q-Leitungscode, d.h. eine 4-PAM (*Pulse Amplitude Modulation*) und bei SDSL ein 16-PAM-Code verwendet wird, basieren ADSL bzw. VDSL auf dem Multiträgermodulationsverfahren DMT (*Discrete MultiTone*). Bei VDSL lässt sich alternativ auch das Einträgerverfahren CAP (*Carrierless Amplitude/Phase Modulation*) mit einer unterschiedlichen QAM (*Quadratur Amplitude Modulation*)-Signalcodierung nutzen. DMT basiert im wesentlichen auf dem OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*)-Multiträgerverfahren, was sich durch eine einfache Implementierungsstruktur auszeichnet, da hier die Modulation bzw. Demodulation mit Hilfe einer IDFT bzw. DFT (*Inverse Discrete Fourier Transform, Discrete Fourier Transform*) ausgeführt werden kann [5]. Für das DMT-Modulationsverfahren werden die zu übertragenden Daten jeweils zu unterschiedlich langen Bitgruppen zusammengefasst und durch eine *Mapping*-Komponente einem komplexen Symbol der verwendeten Modulationsform (z.B. QAM) zugeordnet. Mittels einer Aufbereitung der komplexen Eingangsdatenfolge vor der DMT-Modulation lässt sich ein reelles Signal ermitteln, welches als eine Zeitbereichsdarstellung des modulierten Symbols interpretiert werden kann. Da jedes komplexe Eingangssymbol der DMT-Modulation die zu übertragende Information eines Unterträgers darstellt, kann diese Codierungsform als Subbandmodulation interpretiert werden [5], [12]. Im Empfänger können durch eine DFT-basierte Demodulation des detektierten Signals in den Frequenzbereich wieder die komplexwertigen Sendesymbole ermittelt werden. Als wesentliche Voraussetzung für eine fehlerfreie Decodierung müssen die einzelnen Unterträger orthogonal zueinander sein. Hierzu ist die Einführung eines zyklischen Schutzintervalles notwendig, mit dessen Hilfe sich die durch Kanaleinflüsse verursachten Intersymbolinterferenzen (ISI) kompensieren lassen. Die Vorteile des DMT-basierten Multiträgerverfahrens bestehen einerseits in einer möglichen effizienten Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Bandbreite und andererseits in einer deutlich einfacheren Entzerrerstruktur des Empfängers im Vergleich zu Einträgerverfahren. Als Nachteil ist eine verringerte Nutzdatenrate durch die Einfügung des zyklischen Schutzintervalles zu verzeichnen [13]. Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich diese Modulationsform betrachtet, da DMT neben den deutlichen Vorteilen bereits als Modulationsverfahren des standardisierten ADSL-Systems eine weite Verwendung findet.

Durch den Einsatz von modernen Modulationsverfahren können somit zunehmend hochbitratigere Übertragungssysteme entwickelt werden. Prinzipiell ist durch das *Shannon*'sche Theorem ein Grenzwert der maximal zu erreichenden Kanalkapazität gegeben [14]. Wesentliche Voraussetzung für eine Annäherung an diese informationstechnische Schranke ist die Verfügbarkeit von leistungsfähigen Hardware-Komponenten. Erst hierdurch lassen sich ausreichende numerische Ressourcen zur Verfügung stellen, welche für die Umsetzung der komplexen Algorithmen zur effizienten Ausnutzung der Kanalkapazität notwendig sind. In Abbildung 4 wird die Entwicklung von leistungsfähigen Hardware-Bauelementen in Bezug auf die damit realisierbare Datenübertragungsrate aufgezeigt. Es wird zwar erwartet, dass die Integrationsdichte moderner Schaltkreise weiterhin in raschem Tempo zunimmt; in etwa 10 Jahren wird eine Transistordichte erreicht sein, bei welcher aus physikalischen Gründen keine weitere Optimie-

rung der Halbleiterstrukturen nach herkömmlichen Verfahren mehr möglich sein wird. Für eine weitere Beschleunigung der Signalverarbeitung bzw. Übertragung muss dann auf alternative Technologien (wie beispielsweise optische Rechner) zurückgegriffen werden [15].

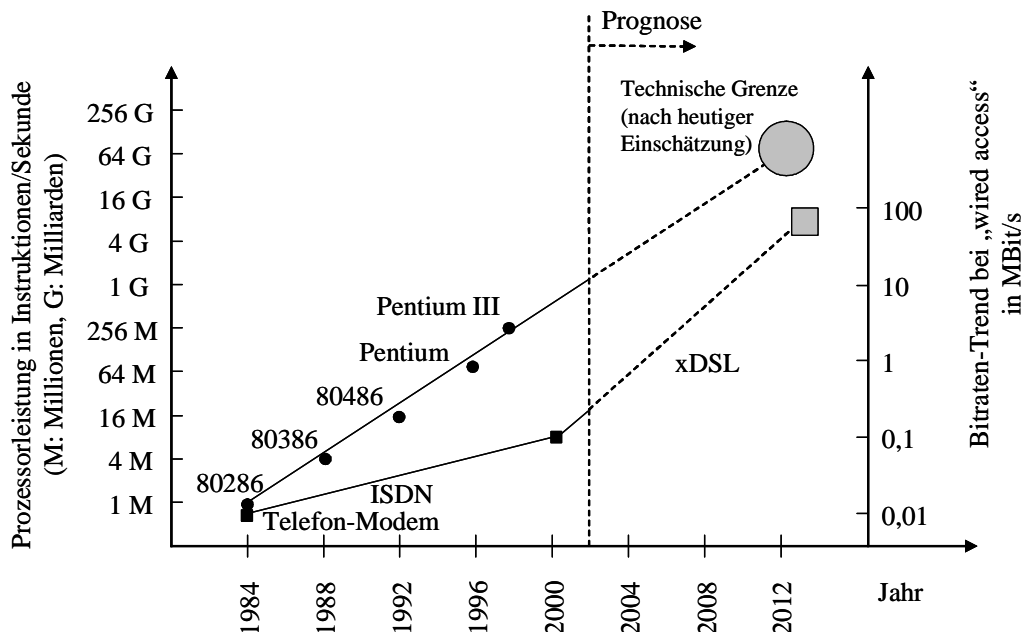


Abbildung 4: Evolution der Mikroelektronik im Vergleich zum Bitraten-Trend der leitungsgebundenen Übertragung mit Kupferdoppeladern [15]

Für eine optimale Realisierung der nach dem *Shannon*'schen Theorem möglichen Datenrate sind Algorithmen hoher Komplexität notwendig, welche sich unter Kostenaspekten nicht alle in ausreichendem Maß umsetzen lassen. Für eine Erhöhung der Datenrate lassen sich einige Ansätze nennen, die eine numerisch effiziente Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Hardware-Ressourcen bieten. Neben den bekannten Codierungsverfahren wie Blockcodierung oder Faltungscodierung können zur Verbesserung der Datenrate geeignete Maßnahmen zur Optimierung der Signaldetektion vor der Demodulation erfolgen. Hierfür sind zunächst die Randbedingungen für die jeweils eingesetzten Modulationsverfahren zu berücksichtigen. Für das betrachtete OFDM-Verfahren lassen sich als nachteilige Effekte eine hohe Sensitivität gegenüber Synchronisationsfehlern, eine hohen Fehlerrate bei Auftreten von *Clipping*-Rauschen, und das Auftreten von Impulsstörungen während der hochbitratigen Datenübertragung nennen [13]. Unter den Begriff der „Impulsstörung“ werden in dieser Arbeit alle Phänomene von transienten Leitungszuständen zusammengefasst, wie sie z.B. bei der Überkopplung von Schaltimpulsen oder durch den schnellen Zustandswechsel zwischen dem ON-HOOK-Zustand (aufliegender Telefonhörer) und OFF-HOOK-Zustand (abgehobener Hörer) einer Telefonleitung auftreten. Die Untersuchung von Verfahren zur Kompensation derartiger Impulsstörungseffekte bildet den Schwerpunkt der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen.

1.1 Impulsstörungen bei der Multiträgerübertragung

Insbesondere durch die Impulsstörungen werden in der Datenübertragung erhebliche Störeffekte hervorgerufen, was zu einer Reduktion der Leistungsfähigkeit des xDSL-Übertragungssystems in Kupferdoppeladernetzen führt [13], [16]. Obwohl bereits weltweit einige Messreihe

und Studien durchgeführt wurden, wurden bisher weder das Verhalten von Impulsstörungen vollständig verstanden, noch konnte ein realistisches Modell für die Nachbildung derartiger Effekte angegeben werden. Die Problematik der Modellierung der Impulsstörungen lässt sich auch aus der Vielzahl von veröffentlichten Charakterisierungsmethoden von Impulsstörungen entnehmen (z.B. [66], [68], [74], [78]). Als gemeinsame Erkenntnis lässt sich lediglich als Ursache die bei Schaltimpulsen auftretenden transienten Leitungszustände nennen, welche entweder auf der betrachteten Leitung entstanden sind (z.B. ON-HOOK/OFF-HOOK-Störungen) oder durch Überkopplungen auf die beobachtete Leitung einwirken. Durch die unzureichende Möglichkeit der Charakterisierung von Impulsstörungen kann weiterhin ein Vergleich der Störanfälligkeit von unterschiedlichen Modulationsverfahren nur bedingt vorgenommen werden [13]. Wegen der erheblichen Bedeutung dieses Problems haben die Standardisierungsgremien fest vorgegebene Impulsstörungen definiert, welche zwar die realen Impulse nur unzureichend approximieren, dafür reproduzierbar sind und somit einen Vergleich zwischen Testergebnissen ermöglichen (siehe hierzu z. B. [26] Anhang C).

Das einfachste, nicht realitätsnahe Modell einer Impulsstörung besteht aus nicht-zusammenhängenden Impulsen mit veränderlicher Amplitude. Für die Multiträgerverfahren ist in diesem Fall lediglich eine geringe Störung zu erwarten, soweit keine hohen Signalraumkonstellationen in den einzelnen Unterträgern verwendet werden [13]. Dieses Verhalten resultiert aus der Eigenschaft des Multiträgerempfängers, die Energie des Störimpulses auf viele Unterträger zu verteilen, um auf diese Weise die starke Störung eines einzelnen Trägers zu verhindern. Mit Zunahme der Häufigkeit von einzelnen Störimpulsen wird ein steigender Anteil eines Multiträger-Symbols beeinträchtigt, während im Vergleich hierzu bei Einträgerverfahren lediglich ein Symbol durch die kurze Symboldauer betroffen ist. Den Einsatz einer Fehlerkorrekturcodierung, wie sie z.B. in [26] mit der Reed-Solomon-Codierung festgelegt wurde, wird daher prinzipiell bei Einträgerverfahren effektiver sein als bei Multiträgerverfahren. Um eine vergleichbare Fehlerrate wie bei Einträgerverfahren zu erzielen, muss bei der Multiträgerübertragung ein Interleaver eingefügt werden, welcher die zu erwartenden Bündelfehler über mehrere Codeworte verteilt und somit eine Verbesserung der Fehlerkorrektur ermöglicht. Bei einer Anforderung an die maximale Latenzzeit der Signalverarbeitung kann durch die Implementierung von komplexen Fehlerschutzcodierungsverfahren der relative Vorteil von Multiträgersystemen somit nicht vollständig ausgenutzt werden [13]. Für das weitaus häufigere Szenario des Auftretens von Impulsstörungen als *Bursts*, d.h. mehreren aufeinanderfolgenden Impulsen, muss von einer zunehmenden Fehleranfälligkeit für fallende Impulsabstände ausgegangen werden. Steigende Impulslängen weisen einen äquivalenten Effekt auf die Störanfälligkeit von Multiträgersystemen auf.

Aus den genannten Beeinträchtigungen der Datenübertragung bei einem Auftreten von Impulsstörungen in Multiträgersystemen leitet sich der Bedarf an leistungsfähigen Verfahren zur Kompensation derartiger Störeffekte ab.

1.2 Technische Anordnung und Struktur der Arbeit

Die beschriebene Problematik der Impulsstörungseffekte begründet die Zielsetzung dieser Arbeit. Als erste notwendige Randbedingung für die Entwicklung eines Kompensationsverfahrens für die Impulsstörungen muss sichergestellt sein, dass das spektrale Verhalten des Multiträger-systems nicht beeinträchtigt wird. Weiterhin ist davon auszugehen, dass bereits standardisierte Systemkomponenten in ihrer Struktur und Abfolge nicht zu verändern sind, da sonst unter Umständen ein Verlust der Standardkonformität zu erwarten ist. Als zusätzliches Kriterium soll das zu entwickelnde Verfahren eine digitale Realisierung zulassen, um kostenintensive Änderungen der Hardware-Plattform zu vermeiden, wobei für eine einfache Realisierung auf den bereits vorhandenen digitalen Ressourcen gleichzeitig auf eine möglichst geringe Komplexität der zu entwickelnden Lösung zu achten ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf die Kompensation von Impulsstörungseffekten unter Beachtung der aufgeführten Randbedingungen eingegangen und am Beispiel eines ADSL-Systems eine mögliche Realisierung vorgeschlagen.

Für ein Verständnis der Auswirkungen von Impulsstörungen auf Multiträgerbasierte Systeme werden in Kapitel 2 zunächst die Grundlagen der OFDM-Modulationstechnik dargelegt, welche in dieser Arbeit ausschließlich betrachtet wird. Diesen Grundlagen schließt sich eine Beschreibung der Einsatzszenarien in funk- bzw. leitungsgebundener Umgebung der OFDM-Übertragungssysteme an. Hierbei wird insbesondere auf die leitungsgebundene Übertragung als Ausgangspunkt für die nachfolgenden Untersuchungen eingegangen. Ferner werden die in OFDM-basierten Übertragungsverfahren eingesetzten Fehlerschutzverfahren beschrieben und deren Funktionsweise erläutert, um nachfolgend die impulsstörungsbedingten Beeinträchtigungen auf die Datenübertragung verdeutlichen zu können. Als Basis für die Bewertung der Übertragungseigenschaften wurde hierbei ein ADSL-System angenommen.

Der Schwerpunkt des dritten Kapitels liegt in der Charakterisierung von Impulsstörungen und deren Einfluss auf die OFDM-Übertragung. Hierfür erfolgt zunächst eine Beschreibung der Ursachen von transienten Störungen auf Kupferdoppeladerleitungen. Daran anschließend wird ein statistisches Modell von Impulsstörungen in derartigen Leitungen auf der Basis von empirischen Messungen vorgestellt und die Aussagekraft dieses Modells auf die Beurteilung des Störverhaltens hochbitratiger OFDM-basierter Übertragungssysteme diskutiert. Es zeigt sich hierbei, dass durch die fehlende geschlossene Form der statistischen Beschreibung der Störerverteilung eine Abschätzung der Störeffekte nur eingeschränkt möglich ist. Mittels der Modellierung der Impulsstörer durch die Klasse der α -stabilen Verteilungen kann nachgewiesen werden, dass bei Auftreten von Impulsstörungen, welche sich nicht durch die Gauß-Verteilung modellieren lassen, deutliche Leistungseinbrüche in hochbitratigen Übertragungssystemen zu erwarten sind. Diese theoretisch zu erwartenden Leistungseinbrüche werden in einem nachfolgenden Abschnitt verifiziert, wobei sich weiterhin demonstrieren lässt, dass sich mit steigender Impulslänge die hierdurch verursachten Störeffekte deutlich erhöhen.

In Kapitel 4 wird ein Systemkonzept zur Optimierung der xDSL-Übertragung am Beispiel des ADSL-Systems vorgeschlagen, welches die vorstehend genannten Randbedingungen erfüllt. Hierbei wird dem herkömmlichen, standardisierten xDSL-Empfangssystem eine zusätzliche Komponente vorgelagert, welche eine Schätzung des gestörten Empfangssignals zur Kompensation von Impulsstörungen durchführt. Für die Ausgestaltung der zusätzlichen Komponente bietet der Einsatz eines statistischen M-Filters einen optimalen Ansatz. Es wird weiterhin nachgewiesen, dass das aus der Literatur bekannte Myriaden-Filter als eine Variante der M-Filter einige wesentliche Nachteile in Bezug auf die numerische Effizienz und die Frequenzselek-

tivität aufweist. Aus diesem Grund wird eine Verallgemeinerung der Entwurfsmethodik von robusten statistischen M-Filtern entwickelt, welche eine deutliche Steigerung der Flexibilität des zu realisierenden Filterverhaltens ermöglicht. Ferner wird zur Reduktion des numerischen Aufwandes ein Detektionsverfahren für das Auftreten von Impulsstörungen eingeführt, welches eine numerisch aufwendige Filterung auf impulsgestörte Signalsegmente beschränkt. Durch den Einsatz eines derart gesteuerten optimierten M-Filters in dem Übertragungssystem lässt sich eine deutliche Erhöhung der Robustheit des xDSL-Übertragungssystems nachweisen.

Im fünften Kapitel wird auf Implementierungsaspekte der vorgeschlagenen Lösung eingegangen. Hierbei wird zunächst eine Abschätzung der für die numerische Umsetzung notwendigen Anzahl an Transistoren vorgenommen und die erforderliche Durchlaufzeit für die Ausführung des Algorithmus ermittelt. Anschließend wird das CORDIC (*Coordinate Rotation Digital Computer*)-Verfahren vorgestellt, welches eine numerisch effiziente Methode zur Umsetzung von Multiplikationen und Divisionen in der digitalen Signalverarbeitung bietet. Es wird weiterhin nachgewiesen, dass durch den Einsatz dieses Verfahrens eine Beschleunigung der Durchlaufzeit für die Abarbeitung der Rechenschritte bei gleichbleibender Anzahl an Transistoren erreicht werden kann.

Die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit und ein Ausblick auf weiterführende Arbeiten bzw. alternative Lösungsansätze sind in dem abschließenden Kapitel 6 zusammengefasst.

2 Grundlagen von Übertragungssystemen im orthogonalen Frequenzmultiplex

In dem vorliegenden Kapitel werden die Grundlagen der Übertragungssysteme im orthogonalen Frequenzmultiplex erläutert, welche als Basis für die weiterführenden Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit dienen. Aus Gründen einer vereinfachten Darstellung wird in den folgenden Erläuterungen für den Begriff des orthogonalen Frequenzmultiplexes die in der Fachliteratur übliche Abkürzung OFDM verwendet.

Zunächst wird der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Systembegriff für ein Nachrichtentechnisches Übertragungssystem gemäß Abbildung 5 definiert. Hierbei erfolgt eine Unterteilung des Gesamtsystems in die beiden Teile des Sendesystems und Empfangssystems. Während das Sendesystem durch die Signalquelle die Quellencodierung mit nachfolgender Kanalcodierung und dem Modulator aufgebaut ist, beinhaltet das Empfangssystem den Demodulator gefolgt von der Kanaldecodierung, der Quellencodierung und der Signalsenke. Zur Übertragung eines Signals vom Sendesystem zum Empfangssystem wird der Ausgang des Sendesystems über einen Kanal mit dem Eingang eines Empfangssystems verbunden.

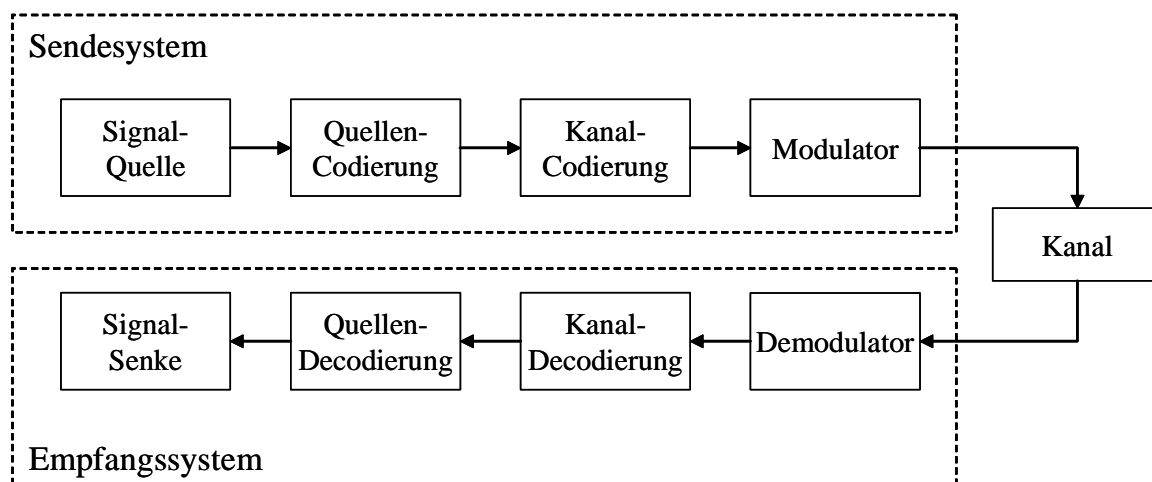


Abbildung 5: Nachrichtentechnisches Übertragungssystem mit Untergliederung in ein Sendesystem und ein Empfangssystem

Nach einer Darstellung der historischen Entwicklung des OFDM-Verfahrens in Abschnitt 2.1 werden auf der Basis der in Abbildung 5 vorgestellten Systemkomponenten die Grundlagen der OFDM-Übertragung in Abschnitt 2.2 näher erläutert. Wesentliche Aspekte der OFDM-Übertragungssysteme werden in Abschnitt 2.3 dargelegt, während in Abschnitt 2.4 der standardisierte Systementwurf eines OFDM-basierten ADSL-Systems aufgezeigt wird. Besonderes Augenmerk wird hierbei den Verfahren zur Fehlerkorrektur gewidmet, da die Optimierung der Einsatzbedingungen dieser Verfahren einen zentralen Aspekt der vorliegenden Arbeit bilden. Eine Zusammenfassung der wesentlichen Inhalte dieses Kapitels wird in Abschnitt 2.5 gegeben.

2.1 Historische Entwicklung des OFDM-Verfahrens und dessen Einsatzgebiete

Erste theoretische Arbeiten und Veröffentlichungen zu Mehrträgerverfahren reichen bis in die 50er und 60er Jahre zurück. Insbesondere sei an dieser Stelle Chang [17] zu nennen, der eine erste Arbeit zur bandbegrenzten Datenübertragung über Multiträgersysteme veröffentlichte, wobei die Bewertung der Leistungsfähigkeit eines derartigen Systementwurfes allerdings erst durch Saltzberg [18] erfolgte. Im Jahre 1971 wurde diese Idee von Weinstein und Ebert [19] weitergeführt, wobei gezeigt wurde, dass sich die Sende- und Empfangsfilterbank des Mehrträgersystems durch eine diskrete Fourier Transformation (DFT) realisieren lässt. Für die Implementierung bot sich daher die Anwendung von leistungsfähigen FFT-Algorithmen an, die durch ihren reduzierten Berechnungsaufwand gegenüber der Verwendung der DFT numerische Vorteile bieten. In einem weiteren Entwicklungsschritt wurde durch Peled und Ruiz [20] ein zyklisches Schutzintervall (*Cyclic Prefix*) zur Reduktion von ISI und ICI¹ eingeführt. Voraussetzung für den Erhalt der Orthogonalität zwischen den einzelnen Unterträgern ist jedoch, dass die zeitliche Ausdehnung der Kanalimpulsantwort nicht länger als das *Cyclic Prefix* ist. Durch den hohen numerischen Aufwand bei der Berechnung großer FFT-Blocklängen gegenüber der zur Verfügung stehenden Rechenleistung ist dieses Übertragungsverfahren jedoch erst Anfang der 90er Jahre populär geworden. Insbesondere Bingham [21] hat hier eine Renaissance der Multiträgerübertragung eingeleitet. Seither hat das OFDM-Verfahren auf Grund seiner Effizienz der Bandbreitenutzung Berücksichtigung in diversen Standards gefunden, wie zum Beispiel dem digitalen Hörfunk (*Digital Audio Broadcast, DAB*, [22]) oder der terrestrischen digitalen Fernsehübertragung (*Terrestrial Digital Video Broadcast, DVB-T*, [23]). Weiterhin bildet das OFDM-Verfahren die Modulationsgrundlage für die Standardisierung lokaler Datenfunknetze (*wireless local area network, WLAN*) wie *High Performance Local Area Networks (Hiperlan Typ-2*, [24]) oder WLAN-Systeme nach [25]. Ein weiterer großer und wirtschaftlich relevanter Bereich, in welchen OFDM-basierte Verfahren Eingang in die Standardisierung gefunden haben, sind leitungsgebundene Übertragungsverfahren wie z.B. ADSL [26] und VDSL [27]. Diese Verfahren, insbesondere das ADSL-Verfahren, stellen hierbei als Ausführungsbeispiel den Schwerpunkt der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen dar.

2.2 Grundlagen der OFDM-Multiträgerübertragung

Die grundlegende Idee der Multiträgerübertragung ist die Aufspaltung der verfügbaren Bandbreite in mehrere einzelne Teilbandbreiten B . Ein derartiges Verfahren ist von Vorteil, um gute und numerisch einfach zu realisierende Entzerrer für schmalbandige Kanäle zu implementieren, da für Kanäle von geringer Bandbreite lediglich von einem schwachen Kanalschwund (*Fading*) auszugehen ist. Ein Multiträgersystem verteilt somit die zu übertragenden Daten auf mehrere separate, einfach zu entzerrende Teilträger. Abbildung 6 zeigt die prinzipielle Systemstruktur eines Multiträger-Modulators nach [28].

1. ISI: Inter Symbol Interference; ICI: Inter Channel Interference

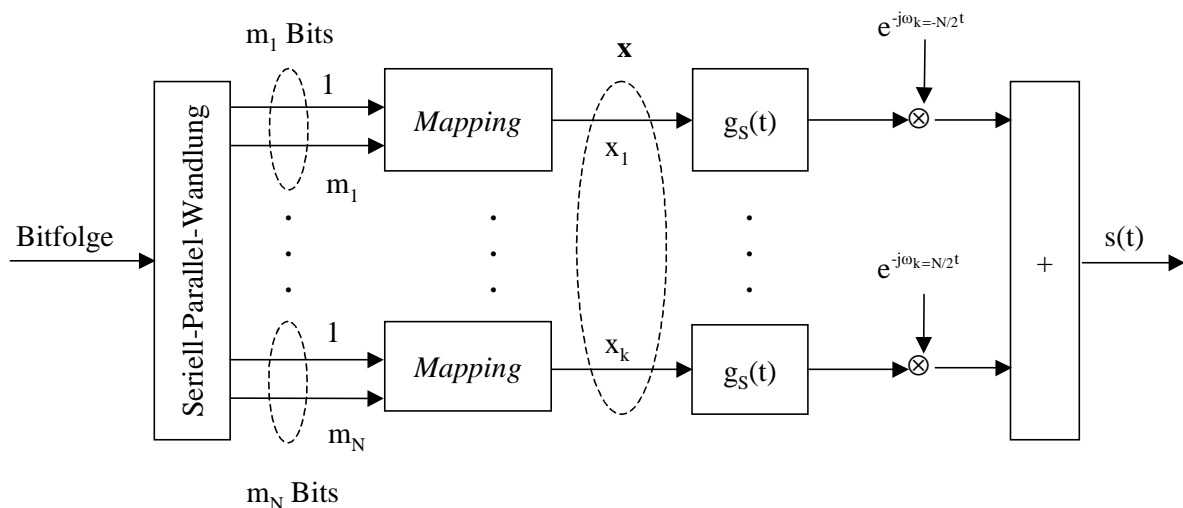


Abbildung 6: Prinzipielle Struktur eines Multiträger-Modulators im Basisband

Hierbei wird zunächst die zu übertragende Bitfolge durch eine Seriell-Parallel-Wandlung in N einzelne Bit-Gruppen aufgeteilt, die den Unterträgern zugeordnet werden. Je nach Übertragungskapazität eines Teilkanals werden dabei unterschiedlich viele Bits den einzelnen Unterträgern zugewiesen. Diese N Bit-Gruppen werden anschließend durch geeignete *Mapper* in die komplexwertigen Sendesymbole \mathbf{x} aus dem Symbolalphabet der gewünschten Modulationsform umgesetzt. Nach einer Bandbegrenzung durch die Impulsformungsfiler $g_S(t)$ erfolgt die Modulation mit den Trägerfrequenzen ω_k , wobei $k = -N/2, \dots, N/2$ die Nummerierung der Unterträger darstellt. Eine Summation der einzelnen komplexen Unterträgersignale x_n führt anschließend zu dem komplexwertigen Sendesignal $s(t)$.

Der Multiträger-Demodulator zeichnet sich durch einen zum Modulator invers symmetrischen Aufbau aus. Zunächst erfolgt die spektrale Trennung der Teilkanäle durch die komplexe Multiplikation mit $e^{j\omega_k = -N/2t}, \dots, e^{j\omega_k = N/2t}$ und anschließender Tiefpass-Filterung. Hierzu soll das Filter $g_E(t)$ als *Matched-Filter* des sendeseitigen Bandbegrenzungsfilters $g_S(t)$ ausgelegt sein. Das somit gewonnene komplexwertige Signal \mathbf{y} wird einer Entscheidungseinheit zugeführt, die das Signal auf eine definierte Signalraumkonstellation $\hat{\mathbf{x}}$ festlegt, welche idealerweise der gesendeten Signalraumkonstellation entspricht. Durch die nachfolgende *Demapping*-Komponente wird der Signalvektor $\hat{\mathbf{x}}$ in eine Bit-Gruppe mit m_n Bits zurücktransformiert. Eine daran anschließende Parallel-Seriell-Wandlung setzt die empfangenen Bit-Gruppen zu einer Empfangsbitfolge zusammen. Schematisch ist eine derartige Multiträger-Demodulatorstruktur in Abbildung 7 wiedergegeben.

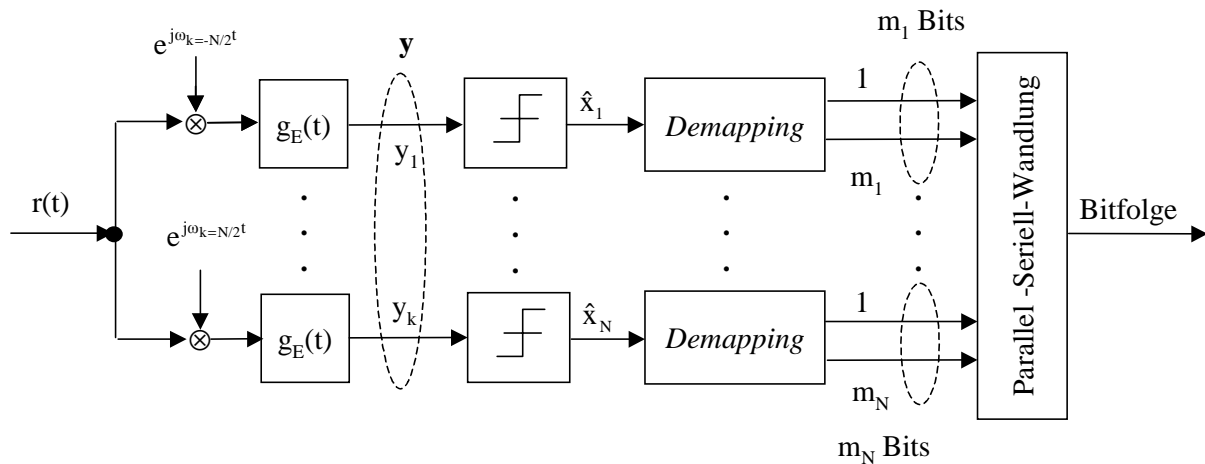


Abbildung 7: Prinzipielle Struktur eines Multiträger-Demodulators im Basisband

Um eine ideale Bandbreiteausnutzung innerhalb eines Multiträgersystems zu erreichen, muss der Abstand der Trägerfrequenzen Δf_k der einzelnen Unterträger Gleichung (2.1) erfüllen.

$$\Delta f_k = \frac{1}{T} = B \quad (2.1)$$

Für die Wahl eines geeigneten Impulsformungsfilters $g_S(t)$ im Sender bzw. des inversen Formungsfilters $g_E(t)$ im Empfänger, können die folgenden Entwurfskonzepte berücksichtigt werden [28]:

- nicht überlappende Spektren
- nicht überlappende Zeitsignale
- Nyquist-Impulsformung bei Offset-QAM

Aus Gründen der einfachen Implementierbarkeit wurde für das OFDM-Konzept die Methode der nicht überlappenden Zeitsignale verwendet, was sich bei einer Symboldauer T durch die Wahl eines Impulsformungsfilters

$$g_S(t) = g_E(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.2)$$

auszeichnet. Nach [28] lässt sich jedoch zeigen, dass dieses Konzept nicht zu einer idealen Bandbreite-Effizienz führen kann, da die maximale Anzahl der ICI-Fehler proportional mit der Anzahl der verwendeten Träger steigt. Für eine hohe Trägeranzahl wäre somit eine sehr geringe horizontale Augenöffnung im Augendiagramm zu erwarten. Diese Problematik lässt sich jedoch mit dem Einfügen eines Schutzintervalles lösen ([28], [19], [20]).

2.2.1 OFDM-Übertragungsstruktur

Die bisherigen Überlegungen zum Aufbau eines Multiträgersystems erlauben nun das Konzept des OFDM-Verfahrens aufzustellen. Von zentraler Bedeutung ist die Tatsache, dass für den Erhalt einer hohen spektralen Effizienz die einzelnen Unterträger sich zwar überlappen dürfen, in einem solchen Fall jedoch orthogonal zueinander sein müssen. Die Orthogonalität kann voll-

ständig durch die Einfügung eines sogenannten *Cyclic Prefix* (CP) erreicht werden. In der Literatur werden zwar mehrere unterschiedliche OFDM-Versionen ohne die Verwendung eines *Cyclic Prefix* vorgestellt (z.B. in [19], [21]), im Rahmen dieser Arbeit soll jedoch eine Beschränkung auf CP-basierte OFDM-Verfahren erfolgen. Zur Reduktion der nichtidealen Abtastung und der Kanalverzerrungen, insbesondere von ISI und ICI, wird daher an den Anfang eines zu übertragenden Symbols ein Schutzintervall eingefügt. Dieses Schutzintervall besteht aus einer Kopie des letzten Segmentes des OFDM-Symbols im Zeitbereich, was zu einer zyklischen Fortsetzung des gesendeten Symbols führt (siehe Abbildung 8).

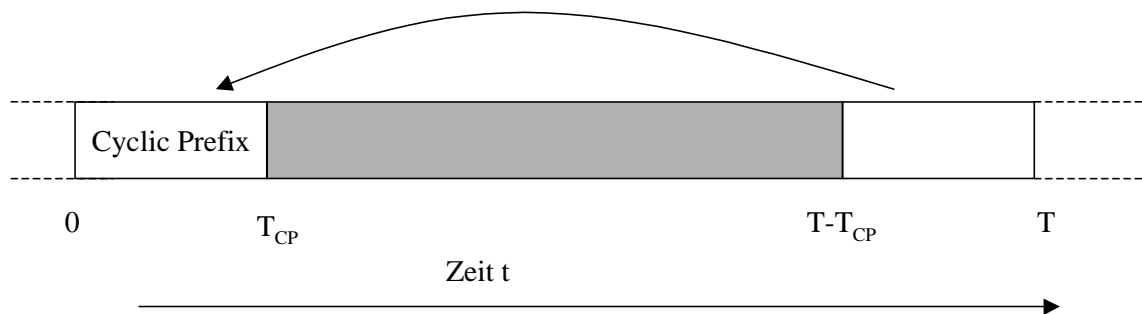


Abbildung 8: Zyklisch ergänztes OFDM-Symbol

Für weitere Systembetrachtungen des Verhaltens eines Multiträgersystems wird zur theoretischen Untersuchung des Modells von folgenden vereinfachenden Annahmen ausgegangen:

- das Multiträgersystem verwendet ein *Cyclic Prefix*
- die Kanalimpulsantwort ist kürzer als *Cyclic Prefix*
(um diese Annahme zu rechtfertigen ist für leitungsgebundene System ein Zeitbereichsentzerrer zu verwenden)
- es liegt eine perfekte Synchronisation von Sender und Empfänger vor
- die Rauschprozesse sind additiv, weiß und gaußverteilt
- während der Übertragung eines OFDM-Symbol-Intervalles wird von einer zeitinvarianten Kanalimpulsantwort ausgegangen
(für leitungsgebundene Übertragungssysteme wird diese Annahme durch die Stationarität der Kanalimpulsantwort gerechtfertigt)

Die Ableitung der allgemeinen Übertragungseigenschaften eines OFDM-Systems werden zunächst an Hand eines zeitkontinuierlichen Modells dargestellt. Ausgehend von dem in Abbildung 9 gezeigten Basisband-Übertragungsmodell eines vereinfachten OFDM-Systems wird der Signalverlauf durch die Einzel-Komponenten des Systems (OFDM-Modulator, Kanal, OFDM-Demodulator) in den nachfolgenden Ausführungen eingehend analysiert.

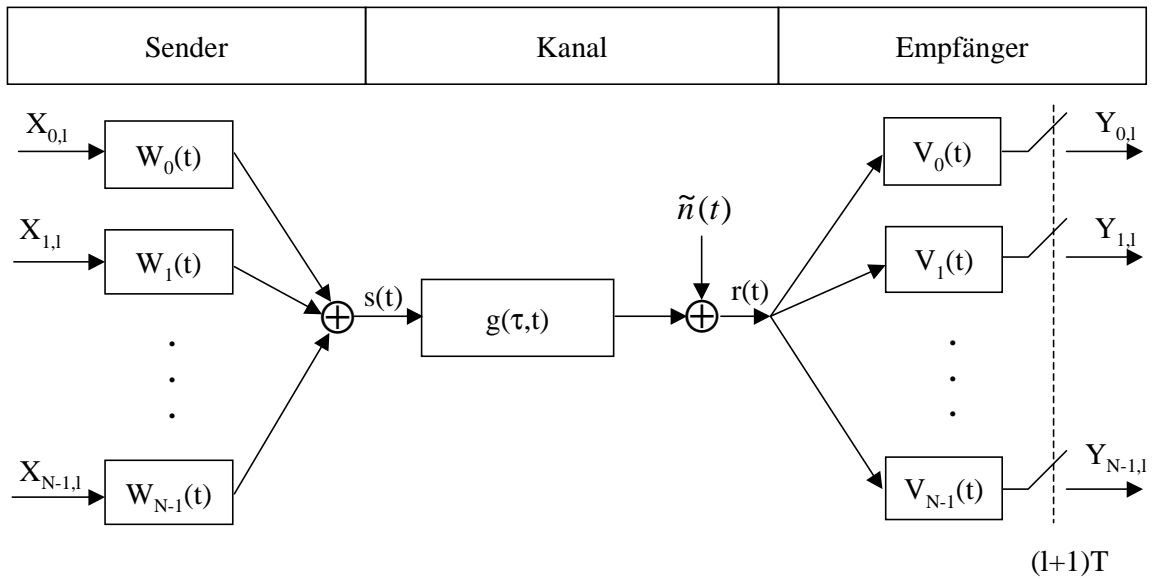


Abbildung 9: Basisband-Modell eines vereinfachten OFDM-Systems

Sender:

Wird von einem OFDM-System mit N Trägern der Bandbreite B und der Symbollänge T ausgegangen, lässt sich die Übertragung durch die Modulation der zu sendenden Daten mit den Grundwellenformen

$$W_k(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T - T_{CP}}} e^{j2\pi \frac{B}{N} k(t - T_{CP})} & t \in [0, T] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.3)$$

für die einzelnen Unterträger k mit $k = -N/2, \dots, N/2$ kennzeichnen [29]². Das Sendesignal in diesem Unterträger $W_k(t)$ stellt somit einen modulierten Rechteckimpuls auf der Trägerfrequenz $f_k = kB/N$ dar, wobei die Normierung des Signals mit dem Faktor $1/\sqrt{T - T_{CP}}$ der Anpassung der Signalenergie des zu übertragenden Nutzsymbols an die Länge des Gesamtsymbols (inklusive des *Cyclic Prefix*) dient. Die Symboldauer kann daher durch (2.4)

$$T = \frac{N}{B} + T_{CP} \quad (2.4)$$

bestimmt werden. Auf der Basis dieser Grundwellenformen $W_k(t)$ werden im l -ten OFDM-Symbol die aus dem Signalraum stammenden und zu übertragenden komplexen Zahlen $X_{k,l}$ innerhalb des Basisbandes moduliert. Das komplexwertige Ausgangssignal des Senders lässt sich somit nach (2.5)

2. Im Vorgriff auf Abschnitt 2.2.2 soll im weiteren Verlauf dieser Arbeit für die Kennzeichnung der Unterträger eine Umnummerierung auf $k=0, \dots, N-1$ erfolgen.

$$s_1(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,1} W_k(t-1T) \quad (2.5)$$

beschreiben. Für die nachfolgenden OFDM-Symbole werden diese Operationen analog angewendet, so dass sich für eine unendlich lange Folge von gesendeten OFDM-Symbolen ein Ausdruck nach (2.6)

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} s_1(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,l} W_k(t-lT) \quad (2.6)$$

ergibt. Wie weiterhin aus (2.3) ersichtlich ist, entspricht die Struktur der Modulation unter Verwendung der Grundwellenform $W_k(t)$ der mathematischen Operation einer Fouriertransformation. Aus diesem Grund wurde in der Fachliteratur die Trennung des transformierten Signalbereiches gegenüber dem Originalbereich übernommen. Für die Darstellung der Signale in unmodulierter Form (d.h. $X_{k,l}$) wurde daher die Bezeichnung „Frequenzbereich“ für das zu übertragende Signal eingeführt, während die Signaldarstellung nach der Modulation als Zeitbereichsdarstellung klassifiziert wird³.

Physikalischer Kanal:

Annahmegemäß wird davon ausgegangen, dass sich die Dauer des Abklingens der Kanaleinflüsse lediglich auf das Zeitintervall des *Cyclic Prefix* $[0, T_{CP}]$ erstreckt. Das Empfangssignal kann demnach durch Verwendung des Faltungsoperators \bullet nach (2.7)

$$r(t) = (g \bullet s)(t) = \int_0^{T_{CP}} g(\tau, t) s(t-\tau) d\tau + \tilde{n}(t) \quad (2.7)$$

wiedergegeben werden, wobei durch $\tilde{n}(t)$ additives, weißes Rauschen gekennzeichnet wird.

Empfänger:

Bei dem OFDM-Demodulator handelt es sich um eine Filterbank, die an den letzten Teil des übertragenen Symbols $[T_{CP}, T]$ angepasst ist und sich durch einen Ausdruck nach (2.8)

$$V_k(t) = \begin{cases} W_k^*(T-t), & t \in [0, T - T_{CP}] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.8)$$

kennzeichnen lässt. Durch die in Bezug auf den Sender inverse Operation $V_k(t)$ und die Anwendung dieser Operation lediglich auf den Zeitraum $[0, T - T_{CP}]$ wird effektiv das *Cyclic Prefix* im Empfänger verworfen. Da annahmegemäß die Länge der Kanalimpulsantwort nicht länger sein darf, als das *Cyclic Prefix*, lassen sich ISI-Störungen aus dem vorangehenden OFDM-Symbol durch die Entfernung des Schutzintervalls somit beseitigen. Durch Verwendung der Gleichungen (2.6), (2.7) und (2.8) errechnet sich das Empfangssymbol $Y_{k,l}$ daher nach (2.9) [29].

3. Im Rahmen dieser Arbeit soll die Unterscheidung durch Notation der Frequenzbereichsdarstellung mit Großbuchstaben; die Zeitbereichsdarstellung durch kleine Buchstaben verdeutlicht werden. Weiterhin wird für die Kennzeichnung von Vektoren eine Darstellung in **fett** gedrucktem Schriftsatz gewählt.

$$Y_{k,1} = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) W_k^*(T-t) dt = \quad (2.9)$$

$$\int_{T_{CP}}^T \left(\int_0^{T_{CP}} g(\tau, t) \left[\sum_{k'=0}^{N-1} X_{k',1} W_{k',1}(t-\tau) \right] d\tau \right) W_{k,1}^*(t) dt + \int_{T_{CP}}^T \tilde{n}(T-t) W_{k,1}(t) dt$$

Zur Unterscheidung der einzelnen Unterträger des Empfängers gegenüber den Unterträgern des Senders wurde die Bezeichnung k' eingeführt. Nach Voraussetzung eines zeitinvarianten Kanals während der Übertragung eines OFDM-Symbols lässt sich die Kanalimpulsantwort durch $g(\tau)$ charakterisieren und die gesamte OFDM-Übertragung nach (2.10)

$$Y_{k,1} = \sum_{k'=0}^{N-1} X_{k',1} \int_{T_{CP}}^T \left(\int_0^{T_{CP}} g(\tau) W_{k',1}(t-\tau) d\tau \right) W_{k,1}^*(t) dt \quad (2.10)$$

$$+ \int_{T_{CP}}^T \tilde{n}(T-t) W_{k,1}^*(t) dt$$

beschreiben. Bei Berücksichtigung der Integrationsgrenzen von $T_{CP} < t < T$ und $0 < \tau < T_{CP}$ erhält man das innere Integral (2.11)

$$\int_0^{T_{CP}} g(\tau) W_{k',1}(t-\tau) d\tau = \int_0^{T_{CP}} g(\tau) \frac{e^{j2\pi k'(t-\tau-T_{CP})\frac{B}{N}}}{\sqrt{T-T_{CP}}} d\tau \quad (2.11)$$

$$= \frac{e^{j2\pi\frac{B}{N}k'(t-T_{CP})}}{\sqrt{T-T_{CP}}} \cdot \int_0^{T_{CP}} g(\tau) e^{-j2\pi k'\tau\frac{B}{N}} d\tau$$

Der letzte Ausdruck von Gleichung (2.11) entspricht hierbei der Fourier-Transformierten der Kanalimpulsantwort bei der Abtastfrequenz $f_k = k'B/N$, was zu einer Umbenennung und Vereinfachung des letzten Teils unter Verwendung von

$$h_{k'} = G\left(\frac{k'B}{N}\right) = \int_0^{T_{CP}} g(\tau) e^{-j2\pi k'\tau\frac{B}{N}} d\tau \quad (2.12)$$

führt. Mit Hilfe von (2.12) lässt sich das Ausgangssignal der Empfangsfilterbank durch (2.13)

$$Y_{k,1} = \sum_{k'=0}^{N-1} \int_{T_{CP}}^T \frac{e^{j2\pi k'\frac{B}{N}(t-T_{CP})}}{\sqrt{T-T_{CP}}} h_{k'} W_k^*(t) dt + \int_{T_{CP}}^T \tilde{n}(T-t) W_k^*(t) dt \quad (2.13)$$

$$= \sum_{k'=0}^{N-1} X_{k',1} h_{k'} \int_{T_{CP}}^T W_{k'}(t) W_k^*(t) dt + n_{k,1}$$

neu formulieren. Hierbei wird die Fourier-Transformierte des additiven Gauß'schen Rauschens $n(t)$ durch einen Ausdruck der Form (2.14)

$$n_{k,l} = \int_{T_{CP}}^T \tilde{n}(T-t)W_k^*(t)dt \quad (2.14)$$

darstellt. Auf Grund der Orthogonalität zwischen Sende- und Empfangsfilter kann der letzte Ausdruck aus (2.13) durch die Kronecker-Funktion nach [30] ersetzt werden.

$$\int_{T_{CP}}^T W_{k'}(t)W_k^*(t)dt = \delta[k-k'] \quad (2.15)$$

Das Empfangssignal wird somit durch die Ausblendungseigenschaft des Kronecker-Symbols δ auf (2.16) reduziert.

$$Y_{k,l} = h_k X_{k,l} + n_{k,l} \quad (2.16)$$

Der Nutzen des *Cyclic Prefix* lässt sich daher unter den folgenden beiden Aspekten zusammenfassen:

- Beseitigung der ISI-Störungen, da das *Cyclic Prefix* als Schutzintervall zur Trennung aufeinanderfolgender Symbole dient. Diese positive Eigenschaft kann jedoch nur erreicht werden, wenn das *Cyclic Prefix* zeitlich länger ausgedehnt ist als die Kanalimpulsantwort.
- Beseitigung von ICI-Störungen, da das *Cyclic Prefix* die Orthogonalität der Unterträger sicherstellt.

Das OFDM-System lässt sich somit als ein Übertragungssystem mit parallelen Kanälen mit additivem, weißen Gaußschen Rauschen (AWGN-Kanäle, *Additive White Gaussian Noise*) darstellen, wie es in einer vereinfachten Systemstruktur nach Abbildung 10 skizziert ist. Die einzelnen Filterkoeffizienten der Fourier-Transformierten der Kanalimpulsantwort werden in dieser Darstellung mit H_k gekennzeichnet; der Trägerfrequenz-Index k benennt hierbei die einzelnen Unterträger.

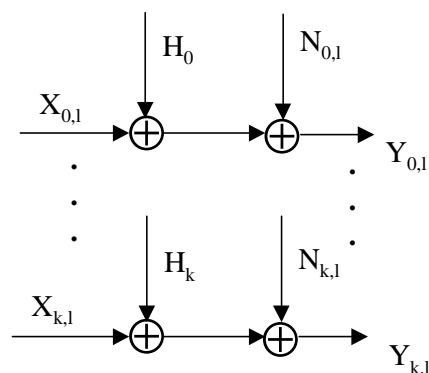


Abbildung 10: Zeitkontinuierliches OFDM-System als Verbund paralleler Übertragungskanäle

Durch die Verwendung einer rechteckförmigen Zeitfensterung, wird eine si-förmige Spektraldarstellung der Übertragung in jedem der N Teilkanäle mit Bandbreite B angenommen. Abbildung 11 zeigt einen derartigen Spektralverlauf, in dem eine Normierung der gesendeten Symbole auf den maximalen Betrag erfolgt ist. Besonders deutlich zeigt sich hierbei die Orthogonalität der Unterträger, da auf einer Frequenz f_k nur jeweils ein einziger Unterträger mit maximaler Leistung sendet, während die benachbarten Unterträger bei der Frequenz f_k eine Nullstelle im Spektralbereich aufweisen und somit keine Störeinflüsse einstreuen [29].

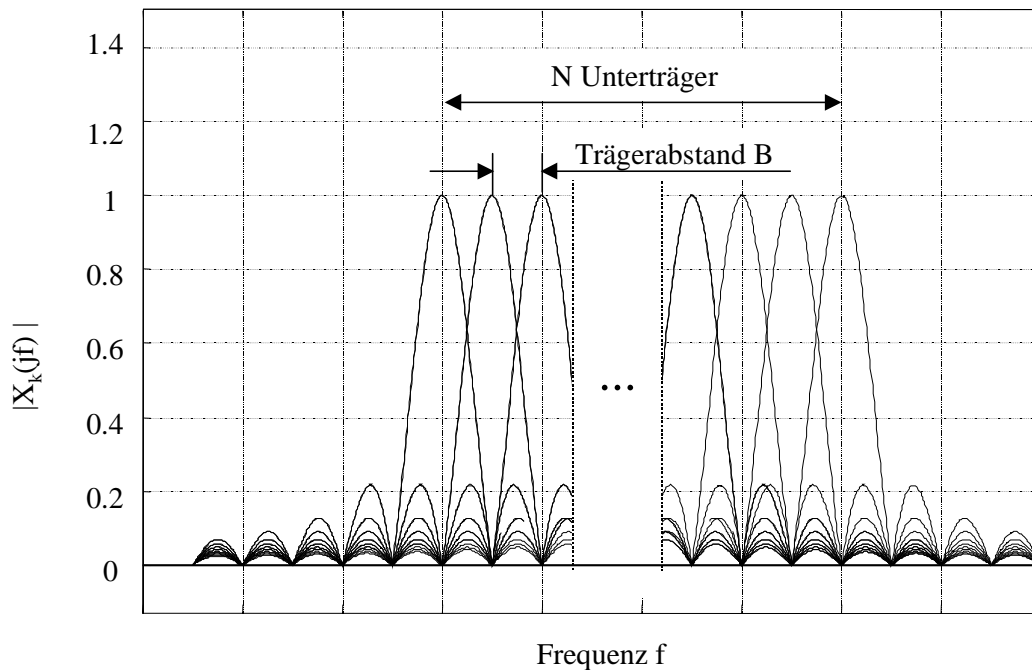


Abbildung 11: Spektrale Darstellung eines OFDM-Systems mit N Unterträgern der Bandbreite B

Durch die Einfügung des *Cyclic Prefix* ist weiterhin die Energie des OFDM-Sendesymbols gegenüber dem OFDM-Empfangssymbol höher, da bei der Auswertung im Empfänger ein zeitlich kürzeres Signalsegment verarbeitet wird. Diese Differenz der Signalenergien verhält sich proportional zur Länge des *Cyclic Prefix*, womit gleichzeitig eine Reduktion des Signal-Störabstandes $\text{SNR}_{\text{Verlust}}$ zu verzeichnen ist. Quantitativ wird dieser Zusammenhang durch (2.17)

$$\text{SNR}_{\text{Verlust}} = 1 - \frac{T_{\text{CP}}}{T} \quad (2.17)$$

klassifiziert. Problematisch ist ein derartiges Systemverhalten, wenn zeitlich lang andauernde Kanalimpulsantworten zu erwarten sind und somit ein langes *Cyclic Prefix* für die fehlerfreie Funktion des OFDM-Systems benötigt wird. Dies ist insbesondere bei der drahtgebundenen OFDM-Übertragung der Fall. Auf die Besonderheiten für derartige Übertragungsszenarien wird in Abschnitt 2.3.2 gesondert eingegangen.

2.2.2 Zeitdiskrete OFDM-Übertragung

Für die zeitdiskrete Darstellung der OFDM-Übertragung wird das komplexwertige Signal $s(t)$ aus Abbildung 9 zu den Zeitpunkten

$$t_n = n \cdot T_{\text{Sample}} \text{ mit } n = 0, \dots, N-1 \quad (2.18)$$

abgetastet ([32], [5]). Mit der Bezeichnung T_{Sample} wird in dieser Notation der zeitliche Abstand zwischen den Abtastpunkten bei einer Abtastfrequenz $f_{\text{Sample}} = 1/T_{\text{Sample}}$ gekennzeichnet. Die nutzbare OFDM-Symboldauer entspricht somit N Abtastwerten innerhalb der Zeitspanne T_{Sym} . Das l -te OFDM-Symbol wird dann im Zeitabschnitt $[l \cdot T_{\text{Sym}}, (l+1) \cdot T_{\text{Sym}}]$ übertragen. Für die zeitdiskreten Trägerfrequenzen f_k gilt

$$f_k = \frac{k}{N \cdot T_{\text{Sample}}} = \frac{k}{T_{\text{Sym}}} \quad (2.19)$$

Hieraus leitet sich unter Bezug auf Gleichung (2.3) die zeitdiskrete Grundwellenform (2.20)

$$W_N^{\text{nk}} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi \frac{nk}{N}} W \quad (2.20)$$

ab. Durch den Übergang der zeitkontinuierlichen Darstellungsform des unter Abschnitt 2.2.1 vorgestellten OFDM-Übertragungssystems in die zeitdiskrete Form müssen die Integrale der Bestimmungsgleichungen in eine Summe aus den diskreten Abtastwerten überführt werden. Für das komplexwertige Sendesignal $s_l(t)$ des l -ten OFDM-Symbols laut (2.5) ergibt sich somit zum Zeitpunkt t_n die zeitdiskrete Darstellung nach (2.21)

$$s_l[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,l} W_N^{\text{nk}} \text{ mit } 0 \leq n \leq N-1. \quad (2.21)$$

Die hiermit erhaltenen Sendesymbole im Zeitintervall $0 \leq n \leq N-1$ des l -ten OFDM-Symbols werden unter Zuhilfenahme einer Rechteckfensterung nach (2.22)

$$g\left[\frac{n}{N}\right] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.22)$$

auf N Abtastwerte begrenzt und anschließend übertragen [32]. Die Operationen der Modulationsfilterbank nach (2.21) lassen sich durch die Verwendung der inversen diskreten Fourier-Transformation (IDFT) durchführen [19], welche ebenfalls auf einer Rechteckfensterung des zu transformierenden Signals basiert. Die inverse Transformation im Demodulator erfordert in diesem Fall die Verwendung der diskreten Fourier-Transformation (DFT). Für die zeitdiskrete Form erfolgt das Anfügen des *Cyclic Prefix* durch die Verwendung der mit der Frequenz f_k aus dem Intervall $[T - T_{\text{CP}}, T]$ abgetasteten letzten P Abtastwerte der OFDM-Symbolsequenz. P bezeichnet somit die Anzahl der Abtastwerte aus dem genannten Intervall. Abbildung 12 verdeutlicht diese Darstellung. Das Ausgangssignal s_l des Parallel-Seriell-Wandlers besteht daher aus einer OFDM-Symbolsequenz der Länge $N+P$.

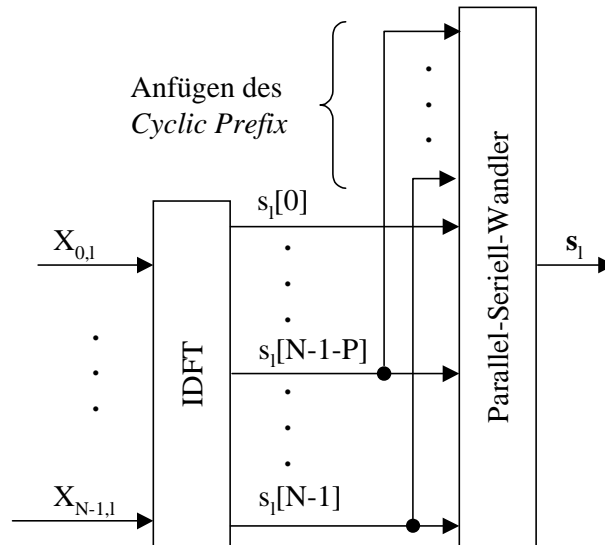


Abbildung 12: Formale Anfügung des *Cyclic Prefix* im OFDM-Modulator

Durch die Auswertung von lediglich N der gesendeten $N+P-1$ Abtastwerte (inclusive des *Cyclic Prefix*) im Demodulator ergibt sich analog zur zeitkontinuierlichen Darstellung ein Verlust im Störabstand, der sich im zeitdiskreten Modell nach (2.23) quantifizieren lässt [32].

$$\Delta \text{SNR} = 1 - \frac{N}{N + P - 1} \quad (2.23)$$

Die Entfernung des *Cyclic Prefix* erfolgt durch das Verwerfen der ersten P empfangenen Abtastwerte und der Verarbeitung der verbleibenden N Abtastwerte. Eine hierfür geeignete Struktur ist in Abbildung 13 wiedergegeben.

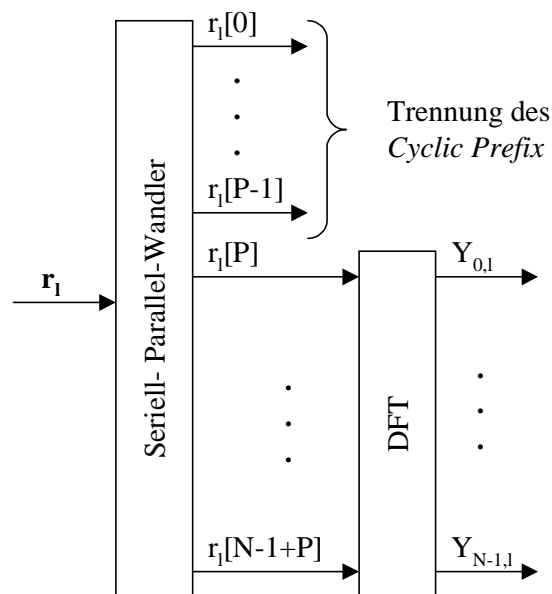


Abbildung 13: Formale Entfernung des *Cyclic Prefix* im OFDM-Demodulator

Da die Eigenschaften des Übertragungskanals maßgeblich für das Verhalten der Datenübertragung durch das System sind, wird ebenfalls eine zeitdiskrete Form dieses Kanals beschrieben, wobei in der weiteren Systemdarstellung die sende- und empfangsseitigen ImpulsformungsfILTER $g_S(t)$ und $g_E(t)$ in die zeitdiskrete Beschreibung des Übertragungskanals integriert werden. Aus Abbildung 14 ergibt sich somit das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Modell eines Übertragungskanals [5].

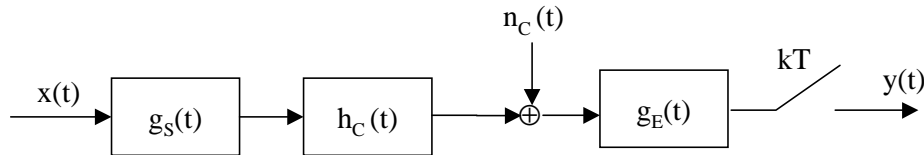


Abbildung 14: Modell eines Übertragungskanals

Die zu übertragenden zeitkontinuierlichen Signale $x(t)$ werden zunächst durch das Sendefilter $g_S(t)$ spektral an die Eigenschaften des Übertragungskanals $h(t)$ angepasst und über diesen übertragen. Die auftretenden Störungen resultieren aus der durch den Übertragungskanal $h_C(t)$ verursachten Intersymbolinterferenz (ISI) sowie den additiven gaußverteilten mittelwertfreien Rauschprozessen $n(t)$. Das am Empfängereingang detektierte Signal wird anschließend durch das Empfangsfiler $g_E(t)$ bandbegrenzt und zu den Zeitpunkten $t=kT$ abgetastet. Durch die Definitionen (2.24) und (2.25)

$$h_k = g_S(t) \cdot h_C(t) \cdot g_E(t) \Big|_{t=kT} \quad (2.24)$$

$$n_k = n_C(t) \cdot g_E(t) \Big|_{t=kT} \quad (2.25)$$

wird ein zeitdiskretes Modell des Übertragungskanals beschrieben. In Abbildung 15 ist die resultierende Struktur des zeitdiskreten Modells dargestellt.

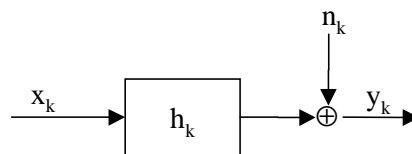


Abbildung 15: Zeitdiskretes Modell eines Übertragungskanals

Die Impulsantworten der Sende- und Empfangsfiler $g_S(t)$ und $g_E(t)$ sind somit bereits in diesem zeitdiskreten Modell des Übertragungskanals eingeschlossen. Werden für die Modellierung der Kanaleigenschaften P Koeffizienten verwendet, lässt sich die zeitdiskrete Basisbandimpulsantwort durch den Zeilenvektor $\mathbf{h}=[h_0, h_1, \dots, h_{P-1}]$ charakterisieren. Aus Gründen der Vereinfachung wird in den weiteren Ausführungen diese zeitdiskrete Basisbandimpulsantwort als „Kanalimpulsantwort“ bezeichnet. Die additiven Störungen werden in den nachfolgenden Ausführungen ebenfalls durch die Zeilenvektordarstellung $\mathbf{n}=[n_0, n_1, \dots, n_{N+P-1}]$ gekennzeichnet. Durch die Faltung mit der P Abtastwerte langen Kanalimpulsantwort muss hier jedoch eine Erweiterung des resultierenden Signals auf eine Länge von $N+P-1$ Abtastwerten geachtet werden.

Die Gesamt-Darstellung des zeitdiskreten OFDM-Übertragungssystems lässt sich somit nach Abbildung 16 wiedergeben. Die Vektoren \mathbf{s}_1 und \mathbf{r}_1 bezeichnen hierbei wiederum die Daten des

l-ten gesendeten OFDM-Symbols bzw. des l-ten empfangenen OFDM-Symbols in einer Zeilenvektorform, wobei das Empfangssignal \mathbf{r}_l durch die voranstehend beschriebene Faltungsoperation um P Abtastwerte erweitert wurde.

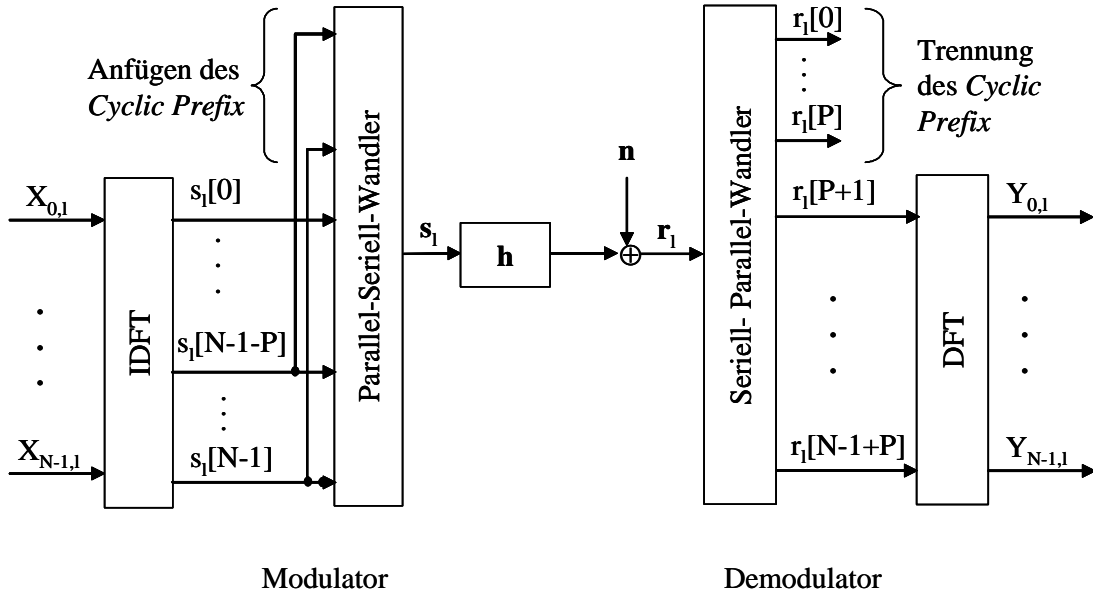


Abbildung 16: Zeitdiskretes vereinfachtes OFDM-Übertragungssystem

Gegenüber der zeitkontinuierlichen Darstellung des OFDM-Systems können die Modulations- und die Demodulationsfilterbank durch eine inverse diskrete Fourier-Transformation (IDFT) und eine diskrete Fourier-Transformation (DFT) realisiert werden. Die Berücksichtigung des Kanaleinflusses erfolgt mittels einer zeitdiskreten Faltung des gesendeten zeitdiskreten Signals mit der Kanalimpulsantwort. In den systembeschreibenden Ausdrücken (2.9) und (2.13) werden in der zeitdiskreten Darstellung alle Integrale durch Summen ersetzt. Durch die Verwendung des *Cyclic Prefix*, welches annahmegemäß aus einer größeren Anzahl von Abtastwerten als die Kanalimpulsantwort besteht, wird das Eingangssignal \mathbf{s}_l in einer zyklischen Faltung mit der Kanalimpulsantwort in das Ausgangssignal \mathbf{r}_l des OFDM-Systems überführt. Die gesamte Übertragung des OFDM-Systems kann durch (2.26)

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_l &= \text{DFT}(\text{IDFT}(\mathbf{X}_l) \bullet \mathbf{h} + \tilde{\mathbf{n}}_l) \\ &= \text{DFT}(\text{IDFT}(\mathbf{X}_l) \bullet \mathbf{h}) + \mathbf{N}_l \end{aligned} \quad (2.26)$$

beschrieben werden [29]. Hierbei werden mit \mathbf{Y}_l die N empfangenen Datenpunkte des l-ten OFDM-Symbols, mit \mathbf{X}_l die gesendeten Konstellationspunkte des l-ten OFDM-Symbols, mit \mathbf{h} die Kanalimpulsantwort und mit $\tilde{\mathbf{n}}_l$ das Rauschsignal des Kanals während dem l-ten OFDM-Symbol benannt. Unter der Annahme von weißen additiven gaußverteilten Störungen (AWGN-Störungen) des OFDM-Systems entspricht der Term

$$\mathbf{N}_l = \text{DFT}(\tilde{\mathbf{n}}_l) \quad (2.27)$$

einem unkorrelierten gaußverteilten Rauschen im Frequenzbereich. Da die zyklische Faltungsoperation zweier Signale im Zeitbereich dem Produkt ihrer Einzelelemente im Frequenzbereich entspricht, lässt sich die Übertragung des OFDM-Systems wie in (2.28)

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{X}_1 \cdot \text{DFT}(\mathbf{h}) + \mathbf{N}_1 = \mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{H}_1^T + \mathbf{N}_1 \quad (2.28)$$

beschrieben umformulieren. \mathbf{H}_1 bezeichnet hierbei die DFT der Kanalimpulsantwort \mathbf{h} des l -ten OFDM-Symbols, die sich nach (2.29) darstellen lässt

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \dots & h_{P-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \dots & h_{P-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_0 & h_1 & \dots & h_{P-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & h_0 & h_1 & \dots & h_{P-1} \end{bmatrix}_{N \times N+P-1} \quad (2.29)$$

Äquivalent zum zeitkontinuierlichen Modell des OFDM-Systems wird somit die Übertragungsstruktur eines derartigen Systems durch die Bildung von parallelen, unabhängigen AWGN-Kanälen gekennzeichnet. Der einzige Unterschied besteht in der Verwendung einer zeitdiskreten Form der Kanalimpulsantwort h_k mit N Abtastwerten. Da in einem derartig angelegten Übertragungssystem der Kanaleinfluss durch eine Multiplikation jedes Teilkanals mit einem skalaren Koeffizienten besteht, wird bei einem Fehlen von ISI und ICI die Entzerrung der Teilkanäle durch die Multiplikation mit den inversen Kanalkoeffizienten $1/H_k$ einfach realisierbar. In der Fachliteratur entspricht diese Form der Frequenzbereichsentzerrung (FBE) dem *Zero-Forcing-Prinzip* [33]. Für die Ausgestaltung des Entzerrers können jedoch auch alternative Verfahren verwendet werden (siehe z.B. [32]). Die einfache Gestaltung des Frequenzbereichsentzerrers bietet im Vergleich zu Einträgerverfahren einen wesentlichen Vorteil für den Einsatz von Multiträgersystemen, da hier eine effiziente Möglichkeit für einfach zu implementierende Systementwürfe gegeben ist. Für die konkrete Ausgestaltung des OFDM-Systems wird aus Gründen der numerischen Komplexität statt der DFT und IDFT die effizientere Fast Fourier Transformation (FFT) bzw. die inverse Fast Fourier Transformation (IFFT) verwendet. Durch die Verwendung der Fourier-Transformation in der Systembeschreibung des OFDM-Konzeptes und der damit einhergehenden Transformation in unterschiedliche Transformationsebenen (Zeitbereich und Frequenzbereich) kann eine Unterteilung des zu übertragenden Signals ebenfalls in eine Zeitbereichsdarstellung und eine Frequenzbereichsdarstellung erfolgen. Eine genauere Untersuchung der Signalbeschreibung in den unterschiedlichen Darstellungsformen soll in Abschnitt 2.2.3 erfolgen.

2.2.3 Signalübertragung im Zeit- und Frequenzbereich

Durch die in Abschnitt 2.2.2 beschriebene OFDM-Struktur lässt sich die Signalübertragung ebenfalls in die bei der Fourier-Transformation gebräuchliche Unterscheidung in Zeit- und Frequenzbereich unterteilen. Hierzu soll zunächst nochmals das gesamte Übertragungssystem in den Abbildungen 17 und 18 dargestellt werden, um die Klassifikation der entsprechenden Übertragungsbereiche zu verdeutlichen.

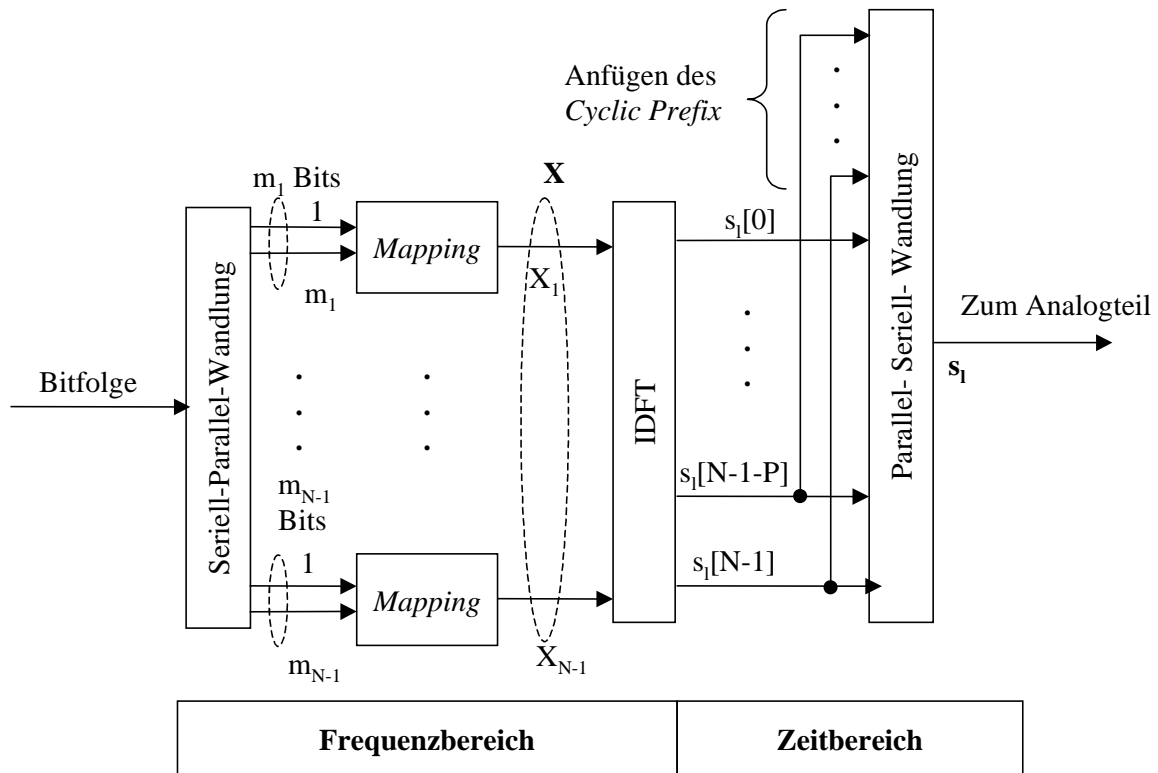


Abbildung 17: Darstellung des OFDM-Modulators mit Einteilung der Übertragung in den Zeit- und Frequenzbereich

Wie aus Abbildung 17 ersichtlich ist, erfolgt die Übertragung der Bitfolge am Eingang des Systems nach einer Seriiell-Parallel-Wandlung durch eine Aufteilung in unterschiedlich lange Bitgruppen m_k auf die N Träger des Übertragungssystems. Nach einem *Mapping* der Bitgruppen m_k in den Signalraum, entsprechend den Längen der Bitgruppen werden die erhaltenen Signalconstellationen X_k durch eine DFT vom Frequenzbereich des OFDM-Modulators in den Zeitbereich transformiert. Eine derartige Darstellung verdeutlicht jedoch lediglich die Zusammenhänge; die systemtheoretischen Eigenschaften der Signale verändern sich bei der Transformation zwischen Zeit- und Frequenzbereich nicht. In der Struktur der OFDM-Übertragung wird nach der Transformation in den Zeitbereich das *Cyclic Prefix* angefügt und eine Parallel-Seriell-Wandlung durchgeführt. Das somit erhaltene Signal s_1 des 1-ten OFDM-Symbols wird über den Kanal übertragen. Additive Störung durch weißes, mittelwertfreies gaußverteiltes Rauschen werden nach der Faltung mit der Kanalimpulsantwort hinzugefügt.

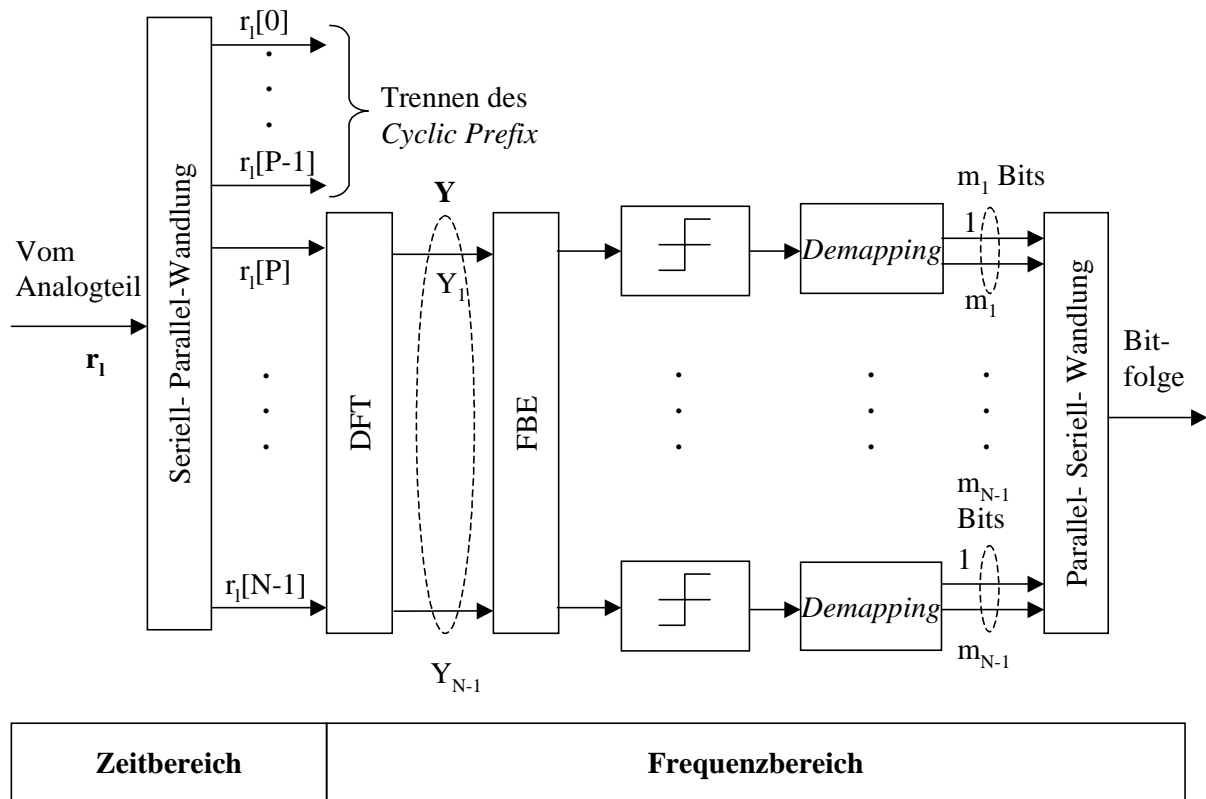


Abbildung 18: Darstellung des OFDM-Demodulators mit Einteilung der Übertragung in den Zeit und Frequenzbereich

Im OFDM-Demodulator nach Abbildung 18 erfolgt die Signalverarbeitung in inverser Reihenfolge, d.h. nach einer Seriiell-Parallel-Wandlung und Trennung des *Cyclic Prefix* wird das empfangene Zeitbereich-Signal \mathbf{r}_1 des l -ten OFDM-Symbols mittels einer DFT in den Frequenzbereich zurück transformiert. Nach der anschliessenden Frequenzbereichsentzerrung und der Entscheidung auf die im *Demapper* zu decodierende Bitfolge können die resultierenden Daten decodiert werden. Den Abschluss der Übertragung bildet die Parallel-Seriell-Wandlung, in der die aus dem Demapper erhaltenen Bitgruppen in die auszugebende Bitfolge des Demodulators überführt werden.

In einem verallgemeinerten Modell kann somit die Datenübertragung eines vereinfachten OFDM-Systems durch ein Zeit-Frequenz-Raster nach Abbildung 19 verdeutlicht werden [29]. Zunächst sei hierfür von einem OFDM-Signal

$$s(t) = \sum_{k,l} X_{k,l} \cdot U_{k,l}(t) \tag{2.30}$$

auszugehen, in dem die Funktion $U_{k,l}$

$$U_{k,l}(t) = p(t-l\tau_0) \cdot e^{j2\pi k\nu_0 t} \tag{2.31}$$

eine Translation in der Zeit mit Dauer τ_0 und in der Frequenz mit ν_0 einer Prototyp-Funktion $p(t)$ bezeichnet.

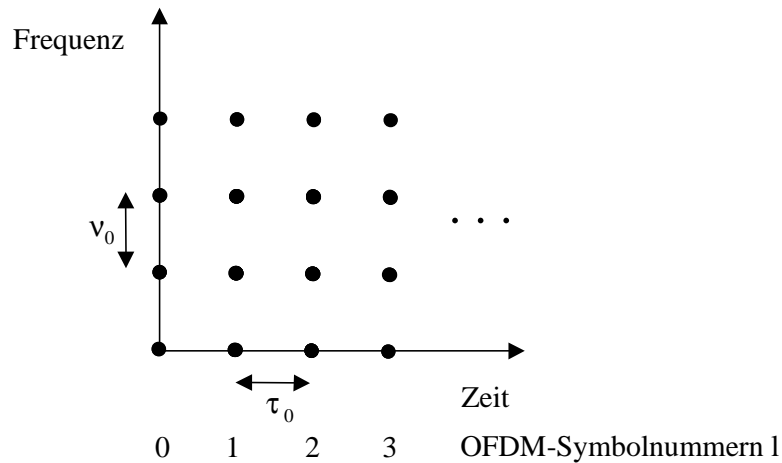


Abbildung 19: Darstellung der OFDM-Übertragung als Zeit-Frequenz-Raster

Für die im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen vereinfachten OFDM-Systeme wird als Prototyp-Funktion eine Rechteckfunktion mit

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} \quad 0 \leq t \leq \tau_0$$

gewählt. Der Gitterabstand auf der Frequenzachse beträgt $\nu_0 = 1/(\tau_0 - T_{CP})$. Jede Gerade durch alle Gitterpunkte parallel zur Zeitachse beschreibt somit einen der N Unterträger des OFDM-Systems mit Trägerabstand ν_0 zu seinen Nachbarträgern. Analog beschreibt jede Parallele durch alle Gitterpunkte zur Frequenzachse die Übertragung eines OFDM-Symbols (im Rahmen dieser Arbeit mit der Variablen l bezeichnet). Jeder einzelne Gitterpunkt des Zeit-Frequenz-Rasters repräsentiert somit eine zu übertragende Signalraumkonstellation. Die konkrete Ausgestaltung der Konstellationen des Signalraumes im Frequenzbereich soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit dadurch gekennzeichnet sein, dass alle Unterträger QPSK-Symbole [28] übertragen. In Abbildung 20 ist eine derartige Signalraumkonstellation für eine Übertragung von 2 Bits aufgezeigt; die Symbolenergie des QPSK-Symbols wurde hierbei mit E_S und die Bitenergie mit E_B benannt [32].

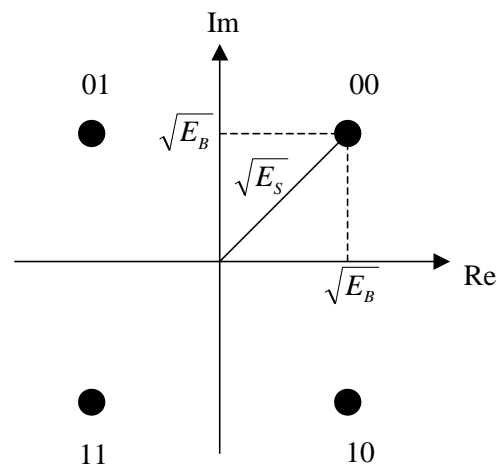


Abbildung 20: QPSK-Signalpunkte mit Symbolenergie E_S und Bitenergie E_B für eine Bitgruppe der Länge 2 durch *Gray-Codierung* [28]

Die QPSK-Darstellung leitet sich aus der Modulation mit einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ ab; eine alternative Beschreibung der in Abbildung 20 wiedergegebenen Signalraumkonstellation kann durch die Bestimmung der Real- und Imaginärteile der Signalpunkte erfolgen. Eine derartige Signalraum-Konstruktion wird in der Literatur als *Quadratur-Amplituden-Modulation* (QAM) bezeichnet und ist im betrachteten Fall mit der QPSK-Darstellung identisch. Für eine unterschiedliche Stufenzahl, d.h. unterschiedliche Länge der zu übertragenden Bitgruppen, werden verschiedene QAM-Symbolalphabete generiert. Zur Maximierung der Bitrate muss daher bei der Multiträgerübertragung jedem Unterträger die optimale Anzahl von Bits pro Symbol zugeordnet werden, wobei jedoch gleichzeitig das Sendespektrum durch eine optimale Leistungsverteilung auf alle Unterträger im Sinne der Kanalkapazität nach Shannon zu formen ist. Die Aufteilung der Bits in die unterschiedlichen Signalraumkonstellationen im Frequenzbereich des OFDM-Modulators inklusive der zugehörigen Ladealgorithmen hängt stark von der betrachteten Systemumgebung ab. Insbesondere die Eigenschaften des Übertragungskanal spielen hier eine maßgebliche Rolle. Eine detaillierte Beschreibung der Übertragungseigenschaften eines OFDM-Systems in derartigen Szenarien soll in Abschnitt 2.3 erfolgen.

2.3 Systemumgebungen der OFDM-Übertragung

Für die konkrete Ausgestaltung der OFDM-Übertragung ist die Einbettung der OFDM-Struktur in eine Systemumgebung von zentralem Interesse. So lassen sich beispielsweise die Länge der OFDM-Symbole oder die Anzahl der zu verwendenden Träger nur unter Berücksichtigung der jeweiligen Einsatzszenarien optimal auslegen. Hierzu wird jedoch zunächst eine Beschreibung der möglichen Systemumgebungen für die Anwendung des OFDM-Verfahrens mit den jeweils charakteristischen Eigenheiten aufgezeigt und für die Festlegung der einzelnen OFDM-Systemparameter systematisch untersucht. Die Übertragungsszenarien lassen sich prinzipiell in die beiden großen Teilbereiche Funkübertragung und leitungsgebundene Übertragung untergliedern. Da die im Rahmen dieser Arbeit erarbeiteten Methoden vor allem für die Optimierung der leitungsgebundenen Übertragung untersucht wurden, wird der Darstellung dieses Szenarios in den nachfolgenden Ausführungen besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

2.3.1 Funkübertragung

Die Datenübertragung über Funkkanäle erfordert ein umfangreiches Wissen über die physikalischen Grundlagen und den Aufbau derartiger Übertragungssysteme. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit kann jedoch aus darstellungstechnischen Gründen nur ein knapper Überblick über die wesentlichsten Merkmale dieser Übertragungsmethode gegeben werden. Insbesondere durch die Beschreibung des Systemaufbaus wird jedoch, trotz der unterschiedlichen verwendeten physikalischen Übertragungsmedien, die prinzipiell ähnliche Auslegung von Übertragungssystemen in die beiden Übertragungszweige von Sender zum Empfänger und umgekehrt deutlich.

2.3.1.1 Übertragungseigenschaften von Funkkanälen

Einen in Funksystemen performance-begrenzenden Faktor stellen die Schwundeffekte dar, die hauptsächlich auf Änderungen der physikalischen Umgebung zurückzuführen sind [29]. Diese Schwundeffekte (in der Fachliteratur auch als *Fading* bezeichnet) schließen Störungen durch eine relative Bewegung zwischen einem Sender und einem Empfänger genauso ein wie die Störungen durch sich bewegende Streuobjekte in der Funkumgebung. Für eine Grobklassifikation von diversen Störszenarien wird hierbei häufig, je nach Ausgangsszenario, eine Unterscheidung der Systemumgebung in Gruppen vorgenommen, welche z.B. durch Bezeichnungen wie „*rural area*“ für ländliche Umgebungen oder „*business indoor*“ für Büroeinheiten zusammengefasst werden. Für die Charakterisierung von Funkkanälen sind mehrere Aspekte von Interesse. An erster Stelle ist hier die Mehrwegeausbreitung zu nennen, die bei Ausbreitung der elektromagnetischen Welle durch auftretende Reflexion und Streuung an Objekten im Abstrahlungsreich entstehen kann und zu einer zeitlichen Verzögerung der empfangenen und zu unterschiedlich stark gedämpften Signalen führt. Das detektierte Signal setzt sich somit aus verschiedenen Signalkomponenten zusammen, die folglich aus einer Überlagerung von Direktkomponenten des gesendeten Signals -falls eine Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger (*Line of Sight*, LOS) existiert - und den reflektierten Signalanteilen bestehen. Diese Überlagerung von Wellenfronten kann, je nach Funkumgebung, zu starken negativen Interferenzen und somit zu *Fading* führen [33]. Weiterhin lässt sich das *Fading* in zwei Hauptklassen gliedern, die als *Rayleigh*- und als *Rice-Fading* bekannt sind [28]. Während für die Verteilungsdichte der Rice-Verteilung eine oder mehrere direkte Signalkomponenten angenommen werden, d.h. eine LOS-Verbindung besteht, enthält das empfangene Signal bei der Rayleigh-Verteilung keine Direktkomponenten. Bei einer Mehrwegeausbreitung erfolgt zusätzlich eine Frequenzverschiebung, wenn sich Sender und Empfänger mit einer relativen Geschwindigkeit zueinander bewegen. Diese Frequenzverschiebung lässt sich durch den Dopplereffekt nach (2.32) beschreiben [5].

$$f_n = \frac{v}{c_0} \cdot f_0 \cdot \cos \alpha_n \quad (2.32)$$

Hierbei bezeichnet c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, v die Relativgeschwindigkeit von Sender und Empfänger, f_0 die Sendefrequenz und α_n den Einfallswinkel zwischen dem n -ten Pfad und der relativen Bewegungsrichtung. Die durch (2.32) charakterisierte Dopplerverschiebung verursacht eine Zeitvarianz der Impulsantwort des Übertragungssystems. Das Leistungsdichtespektrum der Dopplerfrequenzen kann für kurze und mittlere Verzögerungen durch das *Jakes*-Spektrum [37] beschrieben werden und ist durch die maximale Dopplerfrequenz festgelegt.

Vor einer Beschreibung der Funkszenarien sollen allerdings noch einige Anmerkungen erfolgen [29]:

1. Die Wahl des Abstandes zwischen zwei Unterträgern muss gegenüber der maximalen Dopplerfrequenz des Fading-Kanals ausreichend groß gewählt werden, um ein möglichst geringes ICI zu erhalten [38].
2. Falls die Orthogonalität des Systems erhalten bleibt, kann für die grundlegende OFDM-Struktur der üblicherweise notwendige Entzerrer entfallen. Um jedoch die verschiedenen Möglichkeiten der Kanalstruktur optimal nutzen zu können ist die Verwendung von geeigneten Kodierungsverfahren und des *Interleaving* zu berücksichtigen [39].

2.3.1.2 Systemaspekte der Funkübertragung

Für die Untersuchung einer Funkumgebung kann prinzipiell eine Unterteilung der Kommunikation in zwei Übertragungsrichtungen *Downlink* (Datenaustausch von der Basisstation zu den Terminals) und *Uplink* (Datenaustausch von den Terminals zu der Basisstation) vorgenommen werden (siehe Abbildung 21).

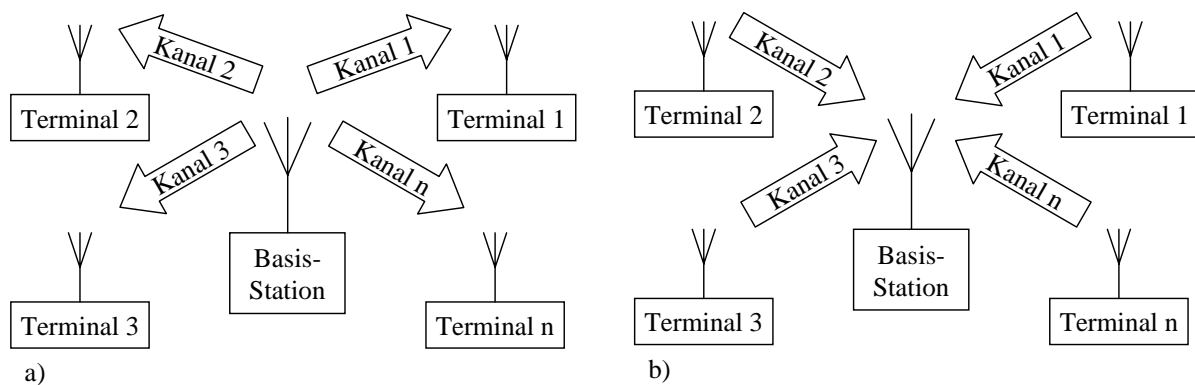


Abbildung 21: Übertragungsstruktur einer Funkverbindung: a) *Downlink*, b) *Uplink*

Mittels *Downlink*-Verbindungen lassen sich reine Verteildienste realisieren, die sich dadurch auszeichnen, dass alle Teilnehmer einen kontinuierlichen Datenstrom empfangen, jedoch kein Rücksignal zur Basisstation senden können (z.B. Rundfunk-Ausstrahlung). Da bei mobilen Terminals jedes Terminal m das von der Basisstation gesendete Signal mit der Bezeichnung $s(t)$ durch einen eigenen Kanal $h_m(t)$ erhält, kann das empfangene Signal $r_m(t)$ durch Gleichung (2.33) definiert werden.

$$r_m(t) = (s \bullet h_m)(t) \quad (2.33)$$

In einer *Downlink*-Verbindung muss sich somit jedes Terminal selbst mit der Basisstation synchronisieren; die anderen Terminals bleiben bei der Synchronisation unberücksichtigt. Dies ermöglicht eine relativ einfache Synchronisation, da die Referenzdaten, welche durch Pilotsymbole übermittelt werden, für die Synchronisation und die Kanalschätzung verwendet werden können. Eine dynamische Adaption der Übertragungsparameter an die Kanaleigenschaften kann auf Grund der fehlenden Rückkopplung zwischen Basisstation und Terminals nicht erfolgen. Abhilfe bietet in diesem Fall die Verwendung einer Übertragungsstruktur unter Einbezug einer *Downlink*- und *Uplink*-Verbindung, welche einen Datenaustausch zwischen Basisstation und Terminal ermöglicht.

Das Gesamtsignal des Rückkanals besteht somit aus der Überlagerung der Sendesignale $s_m(t)$ jedes Terminals m , gefaltet mit der Kanalimpulsantwort des zugehörigen Kanals $h_m(t)$, und errechnet sich damit zu

$$r(t) = \sum_{m=1}^n (s_m \bullet h_m)(t). \quad (2.34)$$

2.3.2 Leitungsgebundene Übertragung

Gegenüber der Funkübertragung, in der die Daten mittels einer Variation des elektrischen und magnetischen Feldes moduliert werden, erfolgt in der leitungsgebundenen Übertragung eine Modulation der physikalischen Größen Spannung und Strom. Hierbei können prinzipiell verschiedene Leitungstypen, wie z.B. Koaxialkabel oder ungeschirmte, verdrehte Kupferdoppelader, unterschieden werden. Durch den seit dem Beginn der 90-er Jahre stark angestiegenen Bedarf an Übertragungsnetzen mit hohem Datendurchsatz, kommt den bereits verlegten, jedoch nicht bandbreite-effizient ausgenutzten Leitungen des Telefonnetzes eine wachsende Bedeutung zu [44], da diese Netze durch eine relativ einfache Veränderung eine erheblich höheren nutzbare Bandbreite bereitstellen. Eine zeit- und kostenintensive Neuverlegung von Leitung wird daher in vielen Fällen vermieden. Im Rahmen dieser Arbeit soll daher eine Beschränkung der leitungsgebundenen Übertragungsmedien auf diese ungeschirmten, verdrehten Kupferdoppeladern erfolgen, welche zur Vereinfachung in den weiteren Ausführungen als *twisted-pair*-Leitung gekennzeichnet werden.

2.3.2.1 Übertragungseigenschaften von Leitungsnetzen

Für die Charakterisierung des Übertragungsverhaltens einer *twisted-pair*-Leitung soll auf die in Abbildung 22 dargestellten Größen zurückgegriffen werden [45], [46]. Die vollständige Beschreibung der übertragungstechnischen Eigenschaften wird durch den komplexen, frequenzabhängigen Ausbreitungskoeffizienten γ und den komplexen, frequenzabhängigen Wellenwiderstand Z_L angegeben. Unter Verwendung der primären Leitungsparameter R' (Widerstand), L' (Induktivität), G' (Leitwert), C' (Kapazität), welche auch als Leitungsbeläge bezeichnet werden, lässt sich hierbei der Ausbreitungskoeffizient γ als Summe des Dämpfungskoeffizienten α_N und dem Phasenkoeffizienten β nach (2.35) ausdrücken. Der komplexe Wellenwiderstand Z_L ist durch (2.36) spezifiziert. Die Größen Z_A und Z_1 in Abbildung 22 spiegeln die Impedanzen der Ausgangslast der Leitung und der Quelle wider.

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L') \cdot (G' + j\omega C')} = \alpha_N + j\beta \quad (2.35)$$

$$Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad (2.36)$$

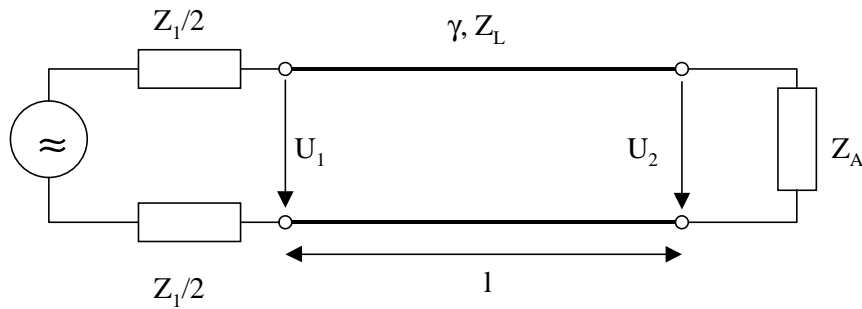


Abbildung 22: Beschaltetes, homogenes, symmetrisches Leiterpaar der Länge l

Die Übertragungsfunktion H des Leiterpaares kann in der aus der Netzwerktheorie bekannten Streumatrix-Darstellung durch den S_{21} -Parameter charakterisiert werden, wobei sich die nachfolgenden Gleichungen für die Übertragung unter Verwendung des Übertragungsmaßes g ergeben.

$$g = \gamma \cdot l \tag{2.37}$$

$$H = \frac{U_2}{U_1} = e^{-g} = e^{-((\alpha_N + j\beta) \cdot l)} = 10^{-\frac{\alpha_N \cdot l}{\ln(10)}} \cdot e^{-j\beta l} \tag{2.38}$$

Da ein leitungsgebundener Übertragungskanal meist aus mehreren zusammenhängenden homogenen Leitungssegmenten besteht, wurden zur Vereinheitlichung der unterschiedlichsten Topologien in den Standardisierungsprozessen sogenannte Testszenarien eingeführt [26], [27]. Als Beispiel einer derartigen Leitungstopologie wird in Abbildung 23 ein Testszenario aus [27] aufgeführt. In diesem Modell werden an die Übertragungsstrecke Stichleitungen („*Bridged Tap*“, BT) angefügt, die Anschlüsse von mehreren Teilnehmern an eine *twisted-pair*-Leitung ermöglichen. Je nach Beschaltungszustand wird von einem Leerlauf des BT (falls kein Teilnehmer angeschlossen ist) bzw. von einem definierten Leitungsabschluss für den Betrieb eines Fernsprechapparates am entsprechenden Leitungsende ausgegangen. Die Berechnung der Gesamtübertragungsfunktion der Leitung kann aus den Übertragungsfunktionen der einzelnen Teilstücke (inklusive der entsprechenden Leitungsabschlüsse) berechnet werden. Hierfür eignet sich die Modellierung der einzelnen homogenen Leitungsstücke mit Hilfe von Streumatrizen, welche eine Berechnung der Eigenschaften des gesamten Übertragungskanals durch eine Multiplikation der Streu-Parameter der Einzelabschnitte ermöglicht [47], [48], [48].

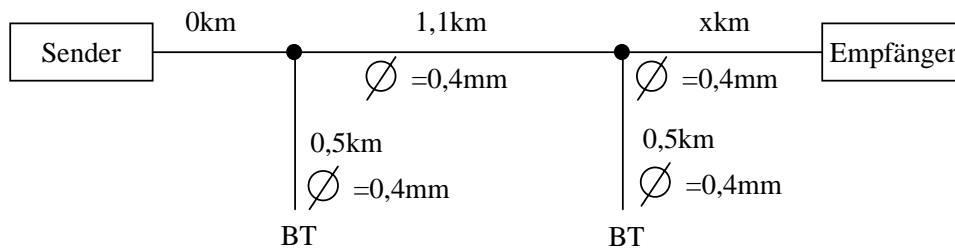


Abbildung 23: Beispiel eines leitungsgebundenen Testszenarios [27]

Unmittelbar aus (2.35) und (2.38) ergibt sich, abhängig vom Parameter α_N , eine starke Dämpfung bei großen Leitungslängen l und hohen Frequenzen ω . Da für hochbitratige Anwendungen ein möglichst hoher Signal-Rausch-Abstand erforderlich ist, hat dies zur Folge, dass die maximal erreichbare Datenrate um so höher sein kann, je kürzer die zu überbrückende *twisted-pair*-Leitungen ist. Die Verbindung der einzelnen Teilnehmer mit der Ortsvermittlungsstelle im Teilnehmeranschlussnetz, der sogenannten *Last Mile*, bietet hierfür auf Grund der Leitungstopologie gute Ausgangsbedingungen, wie in nachfolgenden Ausführungen näher beschrieben wird. Ein weitere Aspekt für einen hohen Signal-rausch-Abstand besteht in der geringen Störung der Datenübertragung durch Einkopplungen von NEXT-(*Near End Cross Talk*) und FEXT-(*Far End Cross Talk*)-Störungen aus benachbarten *twisted-pair*-Leitungen. Nähere Erläuterungen finden sich ebenfalls im folgenden Abschnitt.

2.3.2.2 Systemaspekte der leitungsgebundenen Übertragung

Die Ausgestaltungen der Systemkonzepte zur hochratigen Übertragung lassen sich in mehrere Untergruppen der xDSL-Verfahren aufteilen. Neben dem im Standardisierungsverfahren befindlichen VDSL-System [27] soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit insbesondere auf das ADSL-Verfahren nach [26] eingegangen werden, da dieses Verfahren bereits standardisiert und somit unter realen Bedingungen einsetzbar ist. Einige wesentliche Unterscheidungsmerkmale zwischen ADSL und VDSL werden in Tabelle 2 aufgeführt. Eine detailliertere Übersicht zu weiteren xDSL-Verfahren ist in [50] zu finden.

Wie aus Tabelle 2 ersichtlich ist, kann durch die Verwendung von hochratigen Diensten lediglich eine kürzere Entfernung überwunden werden, was sich als Effekt des bereits in Abschnitt 2.3.2.1 angeführten frequenzselektiven Verhaltens des Übertragungsmediums in höheren Frequenzbereichen erweist. Eine ausreichend geringe Bitfehlerwahrscheinlichkeit lässt sich daher nur für geringe Reichweiten sicherstellen.

Die in Tabelle 2 aufgeführte Modulationsform DMT basiert auf dem OFDM-Verfahren; durch die Anwendung eines derartigen Verfahrens in einem Basisband-Übertragungssystem muss jedoch die Zuordnung der komplexen Signale im Frequenzbereich aus übertragungstechnischen Gründen geändert werden (siehe hierzu auch Abschnitt 2.3.2.5). Bei dem erwähnten CAP-Verfahren handelt es sich um eine mit QAM vergleichbare Einträgermodulation. Die Orthogonalität der gesendeten Signale wird in diesem Modulationsverfahren durch zwei digitale Filter mit einer Phasenverschiebung von 90° und anschließender Summation der beiden orthogonalen Signalteile realisiert [5].

Tabelle 2: Konkretisierung der ADSL/VDSL-Übersicht aus Tabelle 1

Parameter	ADSL	VDSL
Datenrate	Downstream: 0 - 8 Mb/s Upstream: 0 - 800 Kb/s	Downstream: 0 - 52 Mb/s Upstream: 0 - 26 Mb/s
Reichweite	< 5,5 km	< 1.4 km
Bandbreite	20 kHz - 1.1 MHz	300 kHz - 30 MHz
Modulationsform	DMT	CAP/DMT

Analog zur Funkübertragung lassen sich die beiden Übertragungsrichtungen auch in leitungsgebundenen Netzen unterscheiden. Hierfür wird jedoch eine gegenüber der Funkübertragung unterschiedliche Nomenklatur zur Kennzeichnung der Übertragungsrichtungen mit *Upstream*

(Übertragung vom Endteilnehmer zur Vermittlungsstelle) und *Downstream* (Übertragung von der Vermittlungsstelle zum Endteilnehmer) eingeführt. Das bisher für analoge Telefondienste verwendete POTS-Frequenzband kann aus Kompatibilitätsgründen zwischen neuen DSL-Systemen und bestehenden Analogsystemen nicht für die Datenübertragung genutzt werden. Für Verwendung des freien Frequenzspektrums ergeben sich prinzipiell zwei unterschiedliche Möglichkeiten (siehe auch Abbildung 24):

1. Übertragung von *Upstream*- und *Downstream* in Frequenzgetrenntlage

Die Datenübertragung findet in getrennten Frequenzbändern statt. Die Trennung lässt sich durch die Verwendung eines Tiefpass- und eines Hochpass-Filters realisieren.

2. Übertragung von *Upstream*- und *Downstream* unter Nutzung des gleichen Frequenzbandes

Die Datenübertragung findet in einem gemeinsamen, d.h. überlappenden Frequenzband statt. Die Trennung der Übertragungsrichtungen erfordert in diesem Fall ein aufwendiges Echokompensationsverfahren (z.B. [52]).

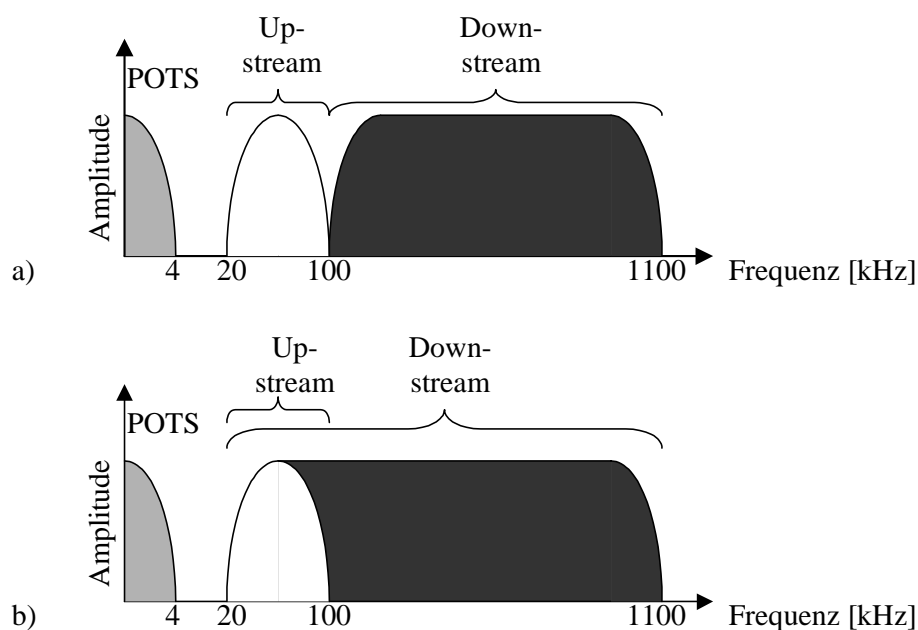


Abbildung 24: Frequenzplan eines ADSL-Systems: a) getrennte Frequenzbänder, b) überlappende Frequenzbänder

In der Übertragung mit überlappenden Frequenzbändern kommt es durch die Verwendung des für *Upstream*- und *Downstream* gemeinsam genutzten Frequenzbandes zu Störungen. Da jedoch das gesendete Signal als Echo für den Empfänger am gleichen Leitungsende bekannt ist, wird durch den Einsatz eines sogenannten Echokompensators die bidirektionale Übertragung innerhalb des überlappenden Frequenzbereiches möglich. Die Struktur einer solchen Echokompensationsschaltung kann [51] oder [52] entnommen werden.

Weiterhin ist für leitungsgebundene Übertragungssysteme eine genauere Betrachtung der Störumgebung vorzunehmen. Von besonderem Interesse ist hierbei, dass die Leitungsnetzwerke im Teilnehmeranschlussbereich häufig zu Kabelbündeln zusammengefasst werden, von denen lediglich einzelne Adern direkt bei den Teilnehmern ausgekoppelt werden [51]. Durch diese Bündelung kann es zu elektromagnetischen Überkopplungen aus benachbarten *twisted-pair*-Leitungen kommen, die sich wiederum für die Übertragung auf der betrachteten Kupferdoppeladerleitung als Störung darstellt. Prinzipiell lässt sich eine Einteilung der Störerklassen in 3 Kategorien vornehmen:

1. Nahnebensprechen, auch als NEXT-Störung bezeichnet
2. Fernnebensprechen, auch als FEXT-Störung bezeichnet
3. Impulsstörungen

Als Nahnebensprechen werden alle Störungen bezeichnet, die durch einen Sender eingestreut werden, der sich auf der gleichen Seite wie der Empfänger der betrachteten *twisted-pair*-Leitung befindet. Da hier der Einfluss der Kabeldämpfung relativ gering ist, variiert die Störung nicht mit der Leitungslänge l . Die Übertragung mit überlappenden Frequenzbändern kann somit als eine Form der NEXT-Störungen angesehen werden, die sich jedoch durch die Verwendung eines Echokompensators reduzieren lässt. Als Fernnebensprechen werden dagegen Einstreuungen von Störungen bezeichnet, die durch einen Sender auf dem sendeseitigen Ende der betrachteten *twisted-pair*-Leitung verursacht werden. Gegenüber der NEXT-Störung hängt die Kabeldämpfung bei der FEXT-Störung von der variierbaren Leitungslänge l ab. Eine Übersicht zur Klassifikation der NEXT- und FEXT-Störer kann aus Abbildung 25 entnommen werden.

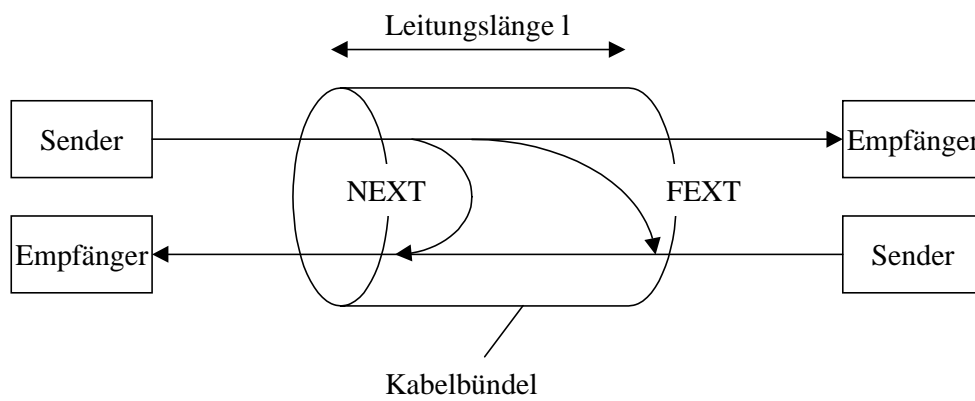


Abbildung 25: Nah- und Fernnebensprechen in leitungsgebundenen Übertragungssystemen

Die spektralen Leistungsdichten der NEXT- und FEXT-Störungen lassen sich durch (2.39) und (2.40) ausdrücken [29]. In dieser Darstellungsform bezeichnen k_{NEXT} und k_{FEXT} die Einkopplungskonstanten, $P_S(f)$ das Sendespektrum des Eingangssignals l die Leitungslänge und k den Wellenwiderstand des Kabels.

$$P_{\text{NEXT}}(f) = P_S(f) \cdot k_{\text{NEXT}} \cdot f^{3/2} \quad (2.39)$$

$$P_{\text{FEXT}}(f) = P_S(f) \cdot k_{\text{FEXT}} \cdot f^2 \cdot l \cdot e^{-1k\sqrt{f}} \quad (2.40)$$

Impulsstörungen werden z.B. durch transiente Überkopplungen aus parallel verlaufenden Leitungen oder Schaltimpulsen auf der gleichen Leitung verursacht. Da diese Störungsklasse einen zentralen Aspekt der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen bildet, werden detailliertere Ausführungen zu Eigenschaften und Klassifikation von Impulsstörungen in Kapitel 3 beschrieben.

2.3.2.3 Zeitbereichsentzerrung bei leitungsgebundenen Übertragungssystemen

Da sich leitungsgebundene Übertragungskanäle durch eine sehr lange Kanalimpulsantwort auszeichnen, muss zur Vermeidung von ISI ein sehr langes Schutzintervall verwendet werden. Dies hat gemäß (2.17) und (2.23) wiederum zur Folge, dass sich aus der Verwendung von langen CPs ein starker SNR-Verlust ergibt, der die Nutzdatenrate reduziert. Aus diesem Grund wird ver-

sucht, die Energie der Kanalimpulsantwort auf ein kürzeres Zeitintervall zu komprimieren, um durch die Nutzung eines verkürzten *Cyclic Prefix* die Nutzdatentrage zu erhöhen. Hierfür muss ein Filter entworfen werden, welches möglichst die gesamte Energie der Kanalimpulsantwort auf einen definierten Zeitbereich komprimiert. Dieses Transformationsfilter wird üblicherweise mit dem Begriff Zeitbereichsentzerrer (*Time Domain Equalizer*, TEQ) klassifiziert. Aus Realisierungstechnischen Gründen wird eine derartige Komponente meist als digitale Ausführung in Form eines FIR-Filters direkt nach dem A/D-Wandler implementiert. Für die Entwurfsverfahren des TEQ-Filters finden sich in der Literatur verschiedene Methoden, von welchen sich die beiden wichtigsten folgendermaßen beschreiben lassen [53]:

1. **Eigenvektormethode:** Bei der Eigenvektormethode wird versucht, die Kanalfaltungsmatrix \mathbf{H} dergestalt umzuformen, dass sich eine effektive Kanalfaltungsmatrix \mathbf{H}_{eff} ergibt, die einen möglichst grossen Anteil der Leistung der optimierten Kanalimpulsantwort \mathbf{h}_{eff} innerhalb eines definierten Bereiches von $P+1$ zusammenhängenden Abtastwerten komprimiert. Die Eigenvektormethode liefert zwar optimale Ergebnisse [53], auf Grund des hohen numerischen Aufwandes gestaltet sich die Realisierung dieser Methode jedoch problematisch.
2. **Least-Squares (LS)-Verkürzung:** Der Ansatz der *Least-Squares*-Verkürzung basiert auf der Darstellung der Kanalimpulsantwort in einer Pol-Nullstellen-Beschreibung (*Autoregressive Moving Average*-Modell, ARMA). Mittels der LS-Methode soll nun eine Übertragungsfunktion gefunden werden, die auf der Grundlage eines *Moving Average* (MA)-Modells möglichst die gleiche Übertragungscharakteristik aufweist wie das ARMA-Modell. Bei einer Begrenzung des MA-Modells auf $P+1$ Nullstellen erhält man eine effektive Kanalimpulsantwort der Länge $P+1$. Hierzu ist jedoch die Inversion einer Autokorrelationsmatrix erforderlich, welche sich aus Gründen der numerischen Komplexität ebenfalls als problematisch für Echtzeit-Anwendungen erweist.

2.3.2.4 Bitzuweisungsalgorithmen

Wie aus den vorangegangenen Abschnitten ersichtlich wurde, besteht ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal zwischen leitungsgebundenen Übertragungssystemen und Funksystemen in der Charakteristik des Übertragungskanal. Besonders die prinzipielle Stationarität der Kanalimpulsantwort bietet in leitungsgebundenen Szenarien einen guten Ansatz für Systemoptimierungen, wobei der Schwerpunkt der Untersuchungen hierbei vor allem in der Gegenüberstellung und Analyse von Ein- und Mehrträgerverfahren in drahtgebundenen Umgebungen liegt.

In herkömmlichen digitalen Einträgersystemen ist die verwendete Bandbreite durch die Symbolrate und die Trägerfrequenz definiert. Nach dem heutigen Stand der Technik sind jedoch Einträgersysteme mit variablen Symbolraten aus Komplexitätsgründen nahezu nicht realisierbar; es wäre weiterhin auch nur eine sehr grobkörnige Granularität der Symbolrate in derartigen Systemen zu erreichen. Dieses Systemverhalten ist eine direkte Konsequenz aus der Prämisse, die Bitrate pro Symbol nur in ganzzahligen Vielfachen verändern zu können, vorausgesetzt, es werden lediglich Signalkonstellationen auf der Basis einer ganzzahligen Anzahl von Bits verwendet [54]. Die Mehrträgerübertragung wie z.B. das OFDM-Verfahren, bietet hier eine größere Flexibilität in Bezug auf die Granularität der Signalkonstellation, da dieses Übertragungsverfahren auf einer Stückelung der zur Verfügung stehenden Bandbreite basiert. Je nach Störabstand in den einzelnen Teilbandbreiten kann über die verschiedenen Unterträger eine differenzierte Anzahl von Bits übertragen werden, wodurch eine optimale Nutzung der zur Verfügung stehenden Bandbreite möglich wird. Bei einer derartigen Auslegung des Systems wird über wenig gestörte Unterträger eine höhere Anzahl von Bits übertragen, während stärker gestörte Träger mit einer geringeren Anzahl von Bits belegt werden. Die Zuteilung der Anzahl von Bits auf die jeweiligen Unterträger wird durch Bitzuweisungsalgorithmen (*Bitloading*) vor-

genommen. Für die Realisierung dieser Algorithmen wurden in der Literatur verschiedene Verfahren vorgeschlagen ([21], [55], [56]). In diesen Verfahren kann eine Optimierung auf unterschiedliche Zielparameter erfolgen; meist wird jedoch versucht, eine hohe Datenübertragungsrate oder eine geringe Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu erreichen. Der in [21] vorgeschlagene *Hughes-Hartogs*-Algorithmus basiert im wesentlichen auf der Vorgehensweise einer sukzessiven Zuordnung der Bits auf die Unterträger bis die vorgegebene Datenrate erreicht ist. In [55] wird ein weiterer Bitzuweisungsalgorithmus vorgestellt, welcher eine gleichbleibende Bitfehlerwahrscheinlichkeit über alle Unterträger bei Berücksichtigung der vorgegebenen Sendeleistung und Datenrate sicherstellt. In [57] wird weiterhin eine Berechnung vorgeschlagen, die eine direkte Ermittlung der auf jedem Unterträger maximal zu übertragenden Bits ermöglicht. Hierzu wird in Anlehnung an die theoretische Kanalkapazität die Belegung des i -ten Unterträgers mit b_i Bits nach (2.41)

$$b_i = \text{round} \left[\text{Id} \left(1 + \frac{\text{SNR}_i}{\Gamma} \right) \right] \quad (2.41)$$

errechnet und dabei auf eine ganzzahlige Anzahl von Bits pro Träger gerundet. Die Funktion $\text{Id}(\cdot)$ kennzeichnet den Logarithmus zur Basis 2; die Variable SNR_i bezeichnet den Signal-Störabstand des i -ten Unterträgers, welche sich unter Verwendung der Signalenergie E_i , der Übertragungsfunktion H_i und der Varianz einer Gauß'schen Störung σ_i^2 (jeweils auf den Unterträger i bezogen) durch (2.42)

$$\text{SNR}_i = \frac{E_i |H_i|^2}{2\sigma_i^2} \quad (2.42)$$

ausdrücken lässt [57]. Die Größe Γ wird als SNR-Lücke (*SNR Gap*) bezeichnet, da aus (2.41) ersichtlich wird, dass die Anzahl der tatsächlich übertragenen Bits geringer als die theoretisch mögliche Bitanzahl ist. Lediglich für einen Wert von $\Gamma = 1$ wird dieses Optimum der Kanalkapazität erreicht. Die SNR-Lücke charakterisiert somit ein Maß für das Verhältnis zwischen der maximal möglichen Leistung und reduzierten Leistung. Für ein ADSL-System lässt sich Γ durch einen Ausdruck

$$\Gamma = 9,8 + \gamma_{\text{margin}} - \gamma_{\text{code}} \quad (2.43)$$

berechnen, wobei γ_{margin} als frei wählbarer Parameter eine Aussage über die Robustheit des Systems in einer Umgebung mit gaußverteilten Störungen ermöglicht, während γ_{code} den durch geeignete Codierungsverfahren gewonnenen Gewinn kennzeichnet. Für ADSL-Verfahren werden hierbei Werte von $\gamma_{\text{margin}} = 6\text{dB}$ und $\gamma_{\text{code}} = 0\text{dB}$ angenommen [57]. Unter Verwendung der aus Gleichung (2.41) erhaltenen Werte für die Bitbelegung der einzelnen Unterträger erfolgt die Zuweisung der Sendesymbole der Unterträger in einer 2^{b_i} -QAM Signalraumkonstellation. Die OFDM-Übertragung kennzeichnet sich hier wiederum als ein Mehrträgerverfahren, bei dem sich die einzelnen Unterträger als voneinander entkoppelte parallele M-QAM-Einträgersysteme darstellen lassen. M bezeichnet in diesem Fall die Anzahl der QAM-Signale, die sich aus der ganzzahligen Bitbelegung pro Unterträger von 2^{b_i} Bits ergibt. Die Gesamtübertragungsrate b des Systems setzt sich aus der Summe der Übertragungsraten b_i aller N Unterträger zusammen:

$$b = \sum_{i=1}^N b_i. \quad (2.44)$$

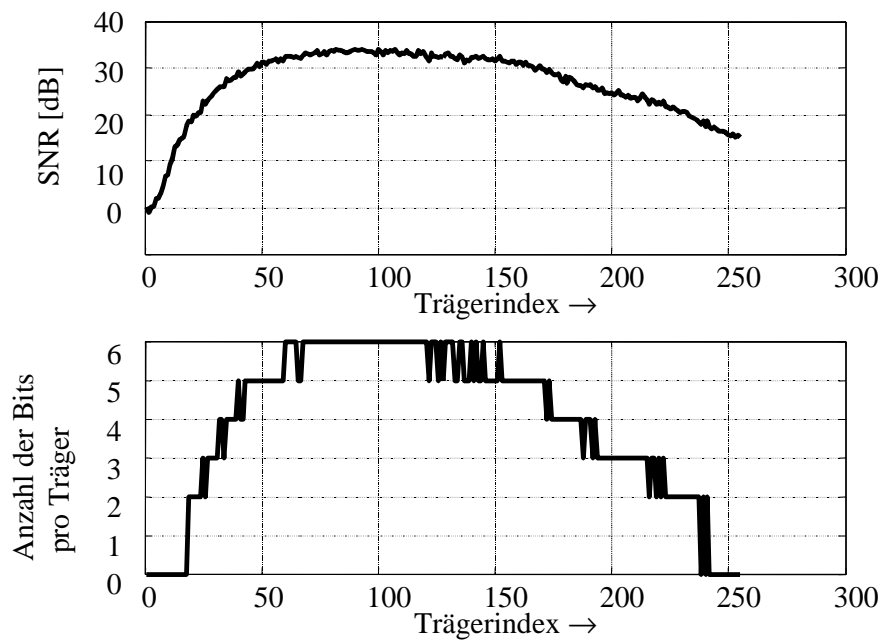


Abbildung 26: SNR-Verlauf mit zugehöriger Bitverteilung eines Übertragungskanal

Auf Basis der für das ADSL-Verfahren nach [26] vorgeschriebenen Bitfehlerwahrscheinlichkeit (*Bit Error Rate*, BER) von 10^{-7} ist in Abbildung 26 die sich ergebende Bitverteilung für eine homogene Übertragungsstrecke mit 2 km Leitungslänge und einem Signal-Störabstand von $E_S/N_0 = 30$ dB dargestellt.

2.3.2.5 OFDM-Struktur für Basisband-Übertragungssysteme

Die Übertragung über reelle Basisbandkanäle erfordert eine Anpassung der OFDM-Sendestruktur, da durch die IDFT- bzw. DFT-basierte OFDM-Modulation die komplexen Sendesymbole im Frequenzbereich wiederum in komplexe Sendesymbole im Zeitbereich transformiert werden. Für eine direkte Send-Operation der transformierten Daten über den Basisbandkanal muss jedoch durch die Anpassung der OFDM-Sendestruktur die Ausgabe von reellen Zeitsignalen sichergestellt werden. Systemtheoretisch kann hier die konjugiert gerade Symmetrie der Spektren reeller Signale [28] genutzt werden. Durch die Erweiterung von N komplexen Signalraumpunkten auf $\tilde{N} = 2N$ konjugiert komplexe Signalraumpunkte lässt sich somit aus dem komplexen Frequenzbereichssignal durch die Transformationsvorschrift nach (2.45) ein reelles Zeitbereichssignal generieren [33].

$$\begin{aligned}
 X'_k &= X_k, & k &= 1, \dots, N-1 \\
 X'_{N-k} &= X_k^*, & k &= 1, \dots, N-1 \\
 X'_0 &= \operatorname{Re}\{X_0\}; & X'_N &= \operatorname{Im}\{X_0\}
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

Abbildung 27 zeigt die Anordnung der originalen und konjugiert komplexen Signalkonstellationspunkte des l -ten OFDM-Symbols zur Ermittlung eines reellen Zeitsignals. Weiterhin wird in Abbildung 27 die nachfolgende Anfügung eines *Cyclic Prefix* von P Abtastwerten für die konjugiert komplex erweiterte Systemstruktur dargestellt.

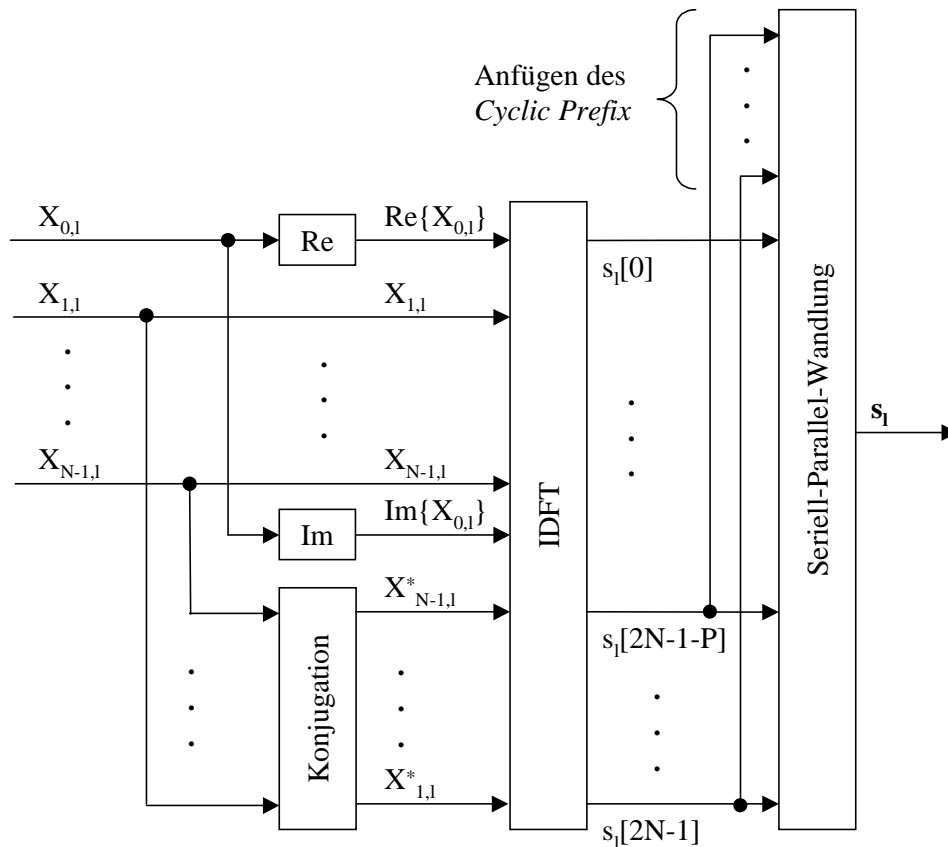


Abbildung 27: Modulatorstruktur zur Erzeugung reeller Signale im Zeitbereich mit nachfolgender Anfügung eines *Cyclic Prefix* von P Abtastwerten

Im leitungsgebundenen OFDM-Empfangssystem wird eine zu Abbildung 27 inverse Struktur nach Abbildung 28 aufgebaut. Da hierbei jedoch die nach der DFT erhaltenen Werte $Y_{k,1}$, $k = N + 1, \dots, 2N$ als die konjugiert komplexen Werte von $Y_{k,1}$, $k = 1, \dots, N - 1$ des Empfangsvektors redundant sind, können sie verworfen werden. Lediglich $Y_{N,1}$ wird zur Bildung des ersten komplexen Symbols $Y_{0,1}$ benötigt.

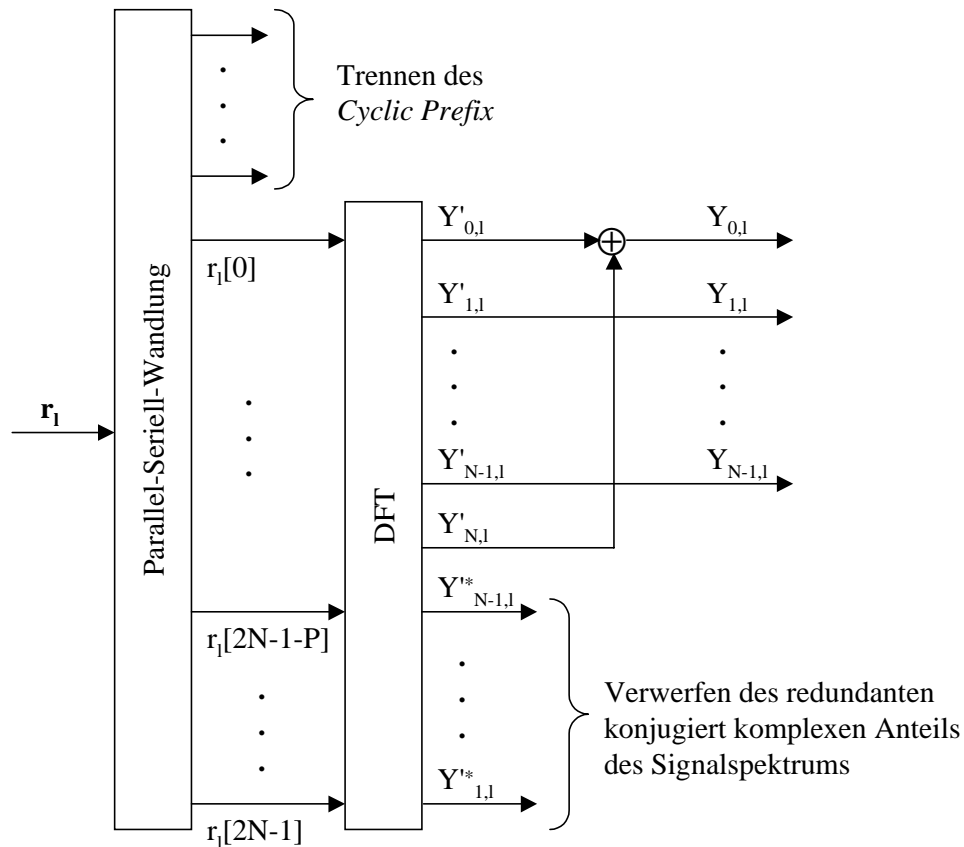


Abbildung 28: Demodulatorstruktur für die Auswertung reeller Signale im Zeitbereich mit vorhergehender Trennung des *Cyclic Prefix*

Diese Form der reellen OFDM-Basisbandübertragung wird als *Discrete MultiTone (DMT)* bezeichnet [57]. Der wesentliche Unterschied zum OFDM-Verfahren ist somit in der Realisierung eines reellen Zeitbereichsignals durch die konjugiert komplexe Erweiterung der Sendesymbole zu finden; die prinzipielle Systemstruktur unter Verwendung von parallelen orthogonalen Unterträgern bleibt hierbei jedoch erhalten.

2.4 Fehlerschutz in OFDM-basierten Übertragungssystemen

Nachdem in den Abschnitten 2.2 und 2.3 die prinzipiellen Strukturen für OFDM-Systeme erläutert wurden, werden in Abschnitt 2.4 weitere Aspekte der Datenübertragung auf der Übertragungsschicht 1 (*Physical Layer*) des OSI-Protokollmodells dargestellt. Hierbei handelt es sich im wesentlichen um die Verbesserung der Bitfehlerrate durch die Implementierung von Fehlerkorrekturverfahren in die Systemstruktur. Da im Rahmen dieser Arbeit ein ADSL-System als OFDM-Referenzverfahren verwendet wurde, soll die Einbettung der zentralen Fehlerkorrektur-Komponenten an Hand dieses Systems beschrieben werden.

2.4.1 Aufbau des ADSL-Systems

Bei ADSL-Systemen handelt es sich um ein Verfahren zur effizienteren spektralen Nutzung von herkömmlichen *twisted-pair*-basierten Telefonnetzen, wobei das zentrale Merkmal dieser Netze in der Vermittlung von Punkt-zu-Punkt-Verbindungen besteht. Das POTS-Frequenzband nach Abbildung 24 darf für eine derartige Anwendung jedoch aus Kompatibilitätsgründen mit

der bisherigen Nutzung nicht verwendet werden. Die Trennung dieses niederfrequenten Bandes wird häufig durch die Installation einer analogen Frequenzweiche (sog. *Splitter*) am Leitungsende des Teilnehmers realisiert. Auf Grund der häufig applikationsbedingten Asymmetrie der Datenübertragung wird im ADSL-Verfahren eine deutlich größere Bandbreite für die *Downstream*-Übertragungsrichtung reserviert. In Tabelle 3 ist eine Übersicht über die wichtigsten ADSL-Parameter, unterteilt nach *Down*- und *Upstream*-Richtung, aufgelistet [26].

Tabelle 3: ADSL-Parameter in Bezug auf die DMT-Modulation

Parameter	Downstream	Upstream
Abstand der Trägerfrequenzen Δf	4,3125 kHz	4,3125 kHz
Nutzsymboldauer T_N	246,376 μ s	246,376 μ s
Anzahl Träger	256	32
DFT-Länge	512 (= 2 · 256)	64 (= 2 · 32)
<i>Cyclic Prefix</i> [Abtastwerte]	32	4
Bandbreite $f_S = 1/T$	1,104 MHz	138 kHz
Symbolrate f_{Symb}	4 kBaud	4 kBaud

Ausgangspunkt der bisherigen Darstellungen war eine definierte Nutzdaten-Bitfolge, die mittels einer Seriell-Parallel-Wandlung und eines Signalraum-Codierers (*Mapper*) in eine QAM-Zuordnung für die parallelen Unterträger umgesetzt wird. Da jedoch die vorgegebene Nutzdaten-Bitfolge für eine Verbesserung der Bitfehlerrate im ADSL-System durch Fehlerschutz-Verfahren modifiziert wird, müssen die hierfür notwendigen zusätzlichen Komponenten an einer geeigneten Position in die Systemstruktur eingebettet werden. Ziel des Abschnittes 2.4.1 ist es daher, einen Überblick über die verwendeten Fehlerschutz-Komponenten und ihre Position in der ADSL-Übertragungsstruktur sowie den Aufbau der Rahmenstruktur eines ADSL-Übertragungsrahmens zu geben. Eine detailliertere Beschreibung der Funktionsweise der Fehlerschutzkomponenten wird in Abschnitt 2.4.2 gegeben.

In Abbildung 29 ist die prinzipielle Systemstruktur des ADSL-Senders aufgezeigt [26].

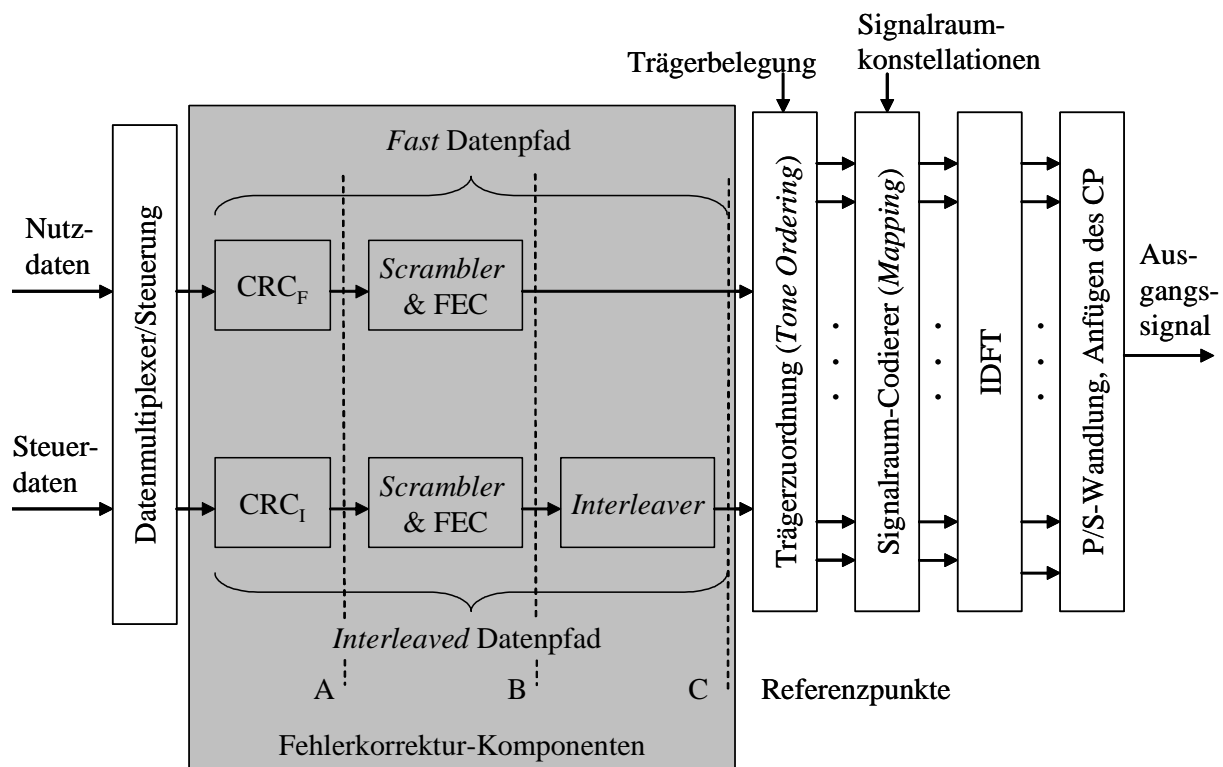


Abbildung 29: Einbettung der Fehlerkorrektur-Komponenten in die Systemstruktur eines ADSL-Senders nach [26]

In einem ADSL-System werden die Nutzdaten mittels ATM- (*Asynchronous Transfer Mode*) bzw. STM- (*Synchronous Transfer Mode*)-Zellen geliefert und für die Übertragung in einem DMT-basierten System durch vorausgehende Fehlerschutz-Verfahren gesichert. Das ADSL-Empfangssystem ist zum ADSL-Sendesystem invers ausgestaltet. Aus Gründen zur Vermeidung von Redundanz werden daher in den weiteren Ausführungen dieser Arbeit das ADSL-Empfangssystem nicht explizit dargestellt. In einer ersten Stufe werden neben den Nutzdaten Informationen zur Steuerung der Übertragungsqualität in einem Multiplexer dem schnellen (*fast*) bzw. dem gesicherten (*interleaved*) Datenpfad zugeordnet. Die Implementierung der beiden vorgestellten Datenpfade bietet die Möglichkeit zu einer flexiblen Übertragungsstruktur, da die im interleaved Pfad zusätzlich eingefügte *Interleaver*-Komponente eine Reduktion der Fehlerrate bewirkt, jedoch zugleich ein größerer zeitlicher Versatz verursacht wird. Dieser *Interleaver* wird nach dem Durchlauf der für beide Datenpfade äquivalenten Komponenten des *Cyclic Redundancy Check* (CRC), des *Scramblers* und der Vorwärtsfehlerkorrektur (*Forward Error Correction*, FEC) eingefügt. Für das FEC-Verfahren wurde im ADSL-Standard [26] die Reed-Solomon-Codierung festgelegt. Im weiteren Ablauf der Vorverarbeitung des zu übertragenden Signals wird eine Sortierung der Bits auf die verschiedenen Träger nach einer mit dem *Bitloading*-Algorithmus ermittelten Trägerbelegungstabelle vorgenommen, bevor die aus Abschnitt 2.2 bekannte Signalraum-Codierung (*Mapping*) erfolgt. Die nachfolgenden Verarbeitungsschritte entsprechen der bereits beschriebenen DMT-Übertragung gemäß Abschnitt 2.2.

Weiterhin werden die zu übertragenden Nutzdaten in eine Überrahmenstruktur nach Abbildung 30 eingebettet, die sich aus 68 Nutzdatenrahmen, gefolgt von einem Synchronisationsrahmen, zusammensetzt. Jeder Nutzdaten- bzw. Synchronisationsrahmen entspricht hierbei einem DMT-Symbol [26].

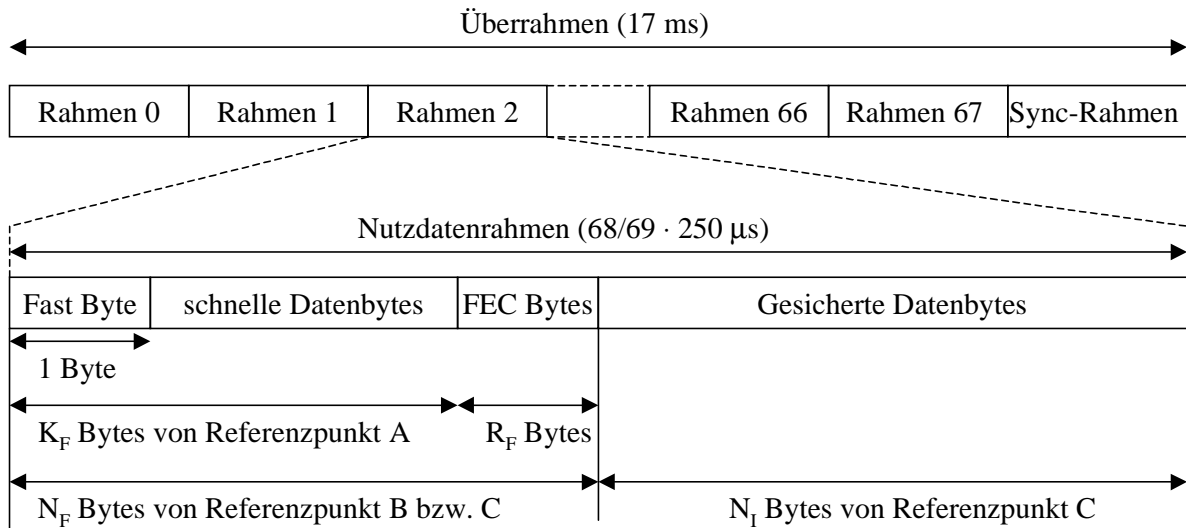


Abbildung 30: Zeitliche Rahmenstruktur der ADSL-Übertragung

Da die Nutzdatenrahmen mit einer Symbolrate von 4kbaud generiert werden, für die Übertragung nach jedem 68-ten Rahmen jedoch ein Synchronisationsrahmen eingefügt wird, stehen für jeden Nutzdatenrahmen lediglich $\frac{68}{69}$ von $250 \mu\text{s}$ ($= 246,376 \mu\text{s}$) Symboldauer zur Verfügung. Die Zeitdauer eines Überrahmens T ergibt sich somit zu

$$T = 69 \cdot \left(\frac{68}{69} \cdot 250 \mu\text{s} \right) = 17 \text{ ms} \quad (2.46)$$

Jeder Nutzdatenrahmen kann sich wiederum aus Anteilen der beiden Datenpfade zusammensetzen. Das erste Byte des *Fast Pfades* (*Fast Byte*) enthält Steuerinformationen zur Sicherstellung einer fehlerminimalen Übertragung. Anschließend werden die im schnellen Datenpfad zu übertragenden K_F Datenbytes nach der CRC-Codierung (siehe Referenzpunkt A in Abbildung 29) eingefügt, gefolgt von den im FEC-Verfahren angefügten R_F Redundanz-Bytes (siehe Referenzpunkt B in Abbildung 29). Die insgesamt im *Fast Datenpfad* innerhalb eines DMT-Symbols übertragene Anzahl von Bytes N_F lässt sich somit nach (2.47)

$$N_F = K_F + R_F \quad (2.47)$$

ermitteln. Während sich im *Fast Datenpfad* der Aufbau innerhalb eines Datenpfades klar nachvollziehen lässt, wird im Segment des geschützten Datenpfades eine durch den *Interleaver* gespreizte Bitfolge mit N_I Bytes übertragen, die eine klare Zuordnung der einzelnen Anteile nicht mehr erkennen lässt. Für eine detaillierte Darstellung des *Interleaving*-Verfahrens soll auf Abschnitt 2.4.2.4 verwiesen werden.

Von zentraler Bedeutung für die fehlerfreie ADSL-Übertragung ist die Ausgestaltung der bereits genannten Fehlerschutz-Verfahren. Da die im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagenen Verfahren zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit des ADSL-Systems eine Optimierung der

Arbeitsweise der bereits implementierten Fehlerschutz-Verfahren erzielen sollen, werden in Abschnitt 2.4.2 zunächst die wichtigsten Grundlagen der nach dem ADSL-Standard [26] festgelegten Methoden erläutert.

2.4.2 Fehlerschutzkomponenten im ADSL-Sendesystem

Zur Reduktion der Bitfehlerrate werden die bereits in Abschnitt 2.4.1 aufgeführten Komponenten in der nach Abbildung 29 dargestellten Reihenfolge implementiert. Jedes dieser Elemente trägt mit einem eigenen Focus zur Fehlerkorrektur bzw. zur Fehlererkennung bei, wobei sich jedoch die einzelnen Verfahren gegenseitig ergänzen. Für das Verständnis der Funktionsweise des gesamten Fehlerschutz-Mechanismus des ADSL-Sendesystems werden daher die einzelnen Fehlerschutz-Komponenten charakterisiert und ihre Leistungsfähigkeit aufgezeigt. Auf die Reed-Solomon-Codierung und das *Interleaving* soll hierbei als zentrale Fehlerkorrektur-Komponenten detailliert eingegangen werden.

2.4.2.1 *Cyclic Redundancy Check (CRC)*

Nach der Aufteilung der empfangenen Nutzdaten und Steuersignale im Datenmultiplexer wird in einer ersten Komponente, dem *Cyclic Redundancy Check*, eine Prüfziffer pro Überrahmen bestimmt, an Hand derer die fehlerfreie Übertragung des gesendeten Datenpaketes im Empfänger ausgewertet werden kann. Diese Prüfziffer muss zusätzlich zu dem überwachten Datenblock übertragen werden und fügt somit Redundanz in den Datenstrom ein. Durch diese Redundanz kann jedoch lediglich das Auftreten eines Fehlers erkannt werden; eine Fehlerkorrektur findet nicht statt [51]. Die Erzeugung der Prüfziffer erfolgt hierbei durch eine binäre Polynomdivision. Der überwachte Datenblock von k Bit Länge lässt sich dabei als Polynom $M(D)$ (2.48) auffassen, welches durch ein zweites Polynom, das sogenannte Generatorpolynom $G(D)$ (2.49) dividiert wird. Zu beachten ist jedoch, dass diese Division als Modulo-Operation auszuführen ist (2.50), wobei sich das Ergebnis $\text{crc}(D)$ als Divisionsrest ergibt (2.51). Die Variablen m_i stellen in dieser Notation das i -te Bit des Datenblocks dar, während D den Verzögerungsoperator und c_i das i -te Bit der Prüfziffer bezeichnen [26].

$$M(D) = m_0 D^{k-1} + m_1 D^{k-2} + \dots + m_{k-2} D + m_{k-1} \quad (2.48)$$

$$G(D) = D^8 + D^4 + D^3 + D^2 + 1 \quad (2.49)$$

$$\text{crc}(D) = M(D)D^8 \text{ modulo } G(D) \quad (2.50)$$

$$\text{crc}(D) = c_0 D^7 + c_1 D^6 + \dots + c_6 D + c_7 \quad (2.51)$$

Durch ein rückgekoppeltes Schieberegister lässt sich diese Struktur schaltungstechnisch einfach realisieren. Ziel der Einfügung des CRC-Verfahrens ist, möglichst vor der Übergabe der Daten in höhere Protokollschichten eine Prüfung auf die Fehlerfreiheit der Übertragung durchführen zu können, bzw. beim Auftreten von Übertragungsfehlern ein entsprechendes Signal für die weitere Auswertung durch die Reed-Solomon-Codierung auszulösen.

2.4.2.2 *Scrambler*

Die nächste Komponente der Fehlerkorrektur-Struktur besteht in der Einfügung eines *Scramblers* (Datenstromverwürflers) in die Übertragung nach der CRC-Komponente, der für jeden Datenpfad separat implementiert wird. Aufgabe des Scramblers ist die Umwandlung langer Folgen von binären „Einsen“ oder „Nullen“ in Folgen mit häufigem Wechsel zwischen den beiden Signalzuständen. Hierdurch wird eine Verbesserung der Synchronisationsfähigkeit des Übertra-

gungssystems erreicht, da häufige Wechsel zwischen den binären Daten ein eine exaktere Feststellung von Grenzen der übertragenen Symbole begünstigen.

Realisiert wird diese Funktion durch eine Schieberegisterschaltung, die sich durch ein Generatorpolynom nach (2.52)

$$G(D) = D^{23} + D^{18} + 1 \quad (2.52)$$

spezifizieren lässt. Hierbei wird der Wert des Schieberegisters nach dem 23-ten und 18-ten Speicherelement abgegriffen und durch eine Exklusiv-Oder(EXOR)-Verknüpfung mit dem Eingangswert des Schieberegisters verbunden.

2.4.2.3 Reed-Solomon-Codierung

Das wichtigste Element zur Korrektur von möglicherweise auftretenden Übertragungsfehlern ist die Vorwärtsfehlerkorrektur (*forward error correction*, FEC), die im ADSL-Standard durch die Verwendung des Reed-Solomon-Verfahrens (RS-Codierung) vorgegeben ist. Da die Eigenschaften und Korrekturfähigkeit derartiger Codes für die Abschätzung der Optimierungsmöglichkeiten des Systems wesentlich sind, sollen hier zunächst die Grundlagen des RS-Codierverfahrens knapp erläutert werden. Detailliertere Ausführungen zu den theoretischen Grundlagen der RS-Codierung können [58], [59], [61] entnommen werden.

Die RS-Codes lassen sich in die Gruppe der zyklischen, linearen Blockcodes einordnen, die im Gegensatz zu den CRC-Codes nicht nur eine Fehlererkennung, sondern weiterhin eine Fehlerkorrektur in einem gewissen Umfang zulassen [60]. Die mathematische Basis dieser Codes bilden sogenannte Ringkörper (auch als *Galois-Feld* GF bezeichnet), für die spezielle Rechenvorschriften definiert sind. Von zentraler Bedeutung für einen zyklischen Code ist das Generatorpolynom $G(D)$, welches sich unter Verwendung des Verzögerungsoperators D als Produkt irreduzibler Minimalpolynome $m_i(D)$ ergibt. Diese Minimalpolynome werden aus dem Modularpolynom $M(D)$ gebildet, das den zyklischen Code vollständig beschreibt [60]. Gilt für α der Ausdruck $M(D=\alpha)=0$ (d.h. α ist eine Nullstelle des Modularpolynoms), dann ergibt nach [62] das Polynom $m_i(D)$ kleinsten Grades, bei dem der Koeffizient der höchsten Potenz von D gleich 1 ist, das Minimalpolynom von α . Die Koeffizienten der Polynome m_i entspringen dabei aus dem Grundkörper $GF(q)$. Für einen RS-Code wird ein Erweiterungskörper $GF(2^{g_1})$ zu Grunde gelegt, der durch das Modularpolynom vom Grad $g = \text{grad}(M(D))$ generiert werden kann. Handelt es sich bei dem Modularpolynom $M(D)$ um ein nicht weiter teilbares primitives Polynom mit Nullstelle α , dann lassen sich alle Körperelemente des Ringkörpers $GF(2^{g_1})$ (außer dem Nullelement) durch eine Potenzierung von α darstellen. In [26] wurde für das binäre primitive Polynom ein Ausdruck nach (2.53) festgelegt, wodurch sich ein Ringkörper $GF(2^8)$ definiert.

$$M(D) = D^8 + D^4 + D^3 + D^2 + 1 \quad (2.53)$$

Nach den Axiomen der Mathematik auf Ringkörpern werden Polynomdivisionen und -multiplikationen als Modulo-Operationen ausgeführt [59]. Diese Rechenvorschrift resultiert in einer Wiederholung der Polynomreste nach p Zyklen, wobei sich diese Zyklenanzahl p nach (2.54)

$$p = n = 2^g - 1 \quad (2.54)$$

ergibt. Durch die Periode der Polynomrest-Wiederholung p wird weiterhin die Länge des Codewortes n festgelegt.

Eine weitere zentrale Eigenschaft für die Fehlerkorrektur in Codeworten besteht in der Einhaltung einer Hamming-Distanz zur Trennung der einzelnen Codeworte. Die Hamming-Distanz kennzeichnet hierbei die Anzahl der Stellen, in der sich zwei Codeworte voneinander unter-

scheiden. Damit ein Codewort a_i in ein Codewort a_j abgeändert (d.h. korrigiert) werden kann, darf das aus der Differenz der Wörter a_i und a_j gebildete Fehlerwort e_i höchstes d_{\min} von Null verschiedene Stellen enthalten. Um t fehlerhafte Elemente in dem Codewort zu korrigieren, ist nach [58] eine minimale Hamming-Distanz d_{\min} gemäß (2.55) notwendig.

$$d_{\min} = 2 \cdot t + 1 \quad (2.55)$$

Da der Grad des Generatorpolynoms $G(D)$ der Anzahl k der Kontrollelemente entspricht, lässt sich die Anzahl l der Informationsstellen des RS-Codewortes nach Gleichung (2.56) angeben. Es müssen somit mindestens doppelt so viele Redundanzstellen eingefügt werden wie Fehler korrigierbar sein sollen.

$$l = n - k \text{ mit } k = d_{\min} - 1 = 2t \quad (2.56)$$

Das n -stellige RS-Codewort wird somit in die Teilbereiche der Nutzdaten (l Stellen) und der Redundanz (k Stellen) aufgeteilt, wie es in Abbildung 31 verdeutlicht ist.

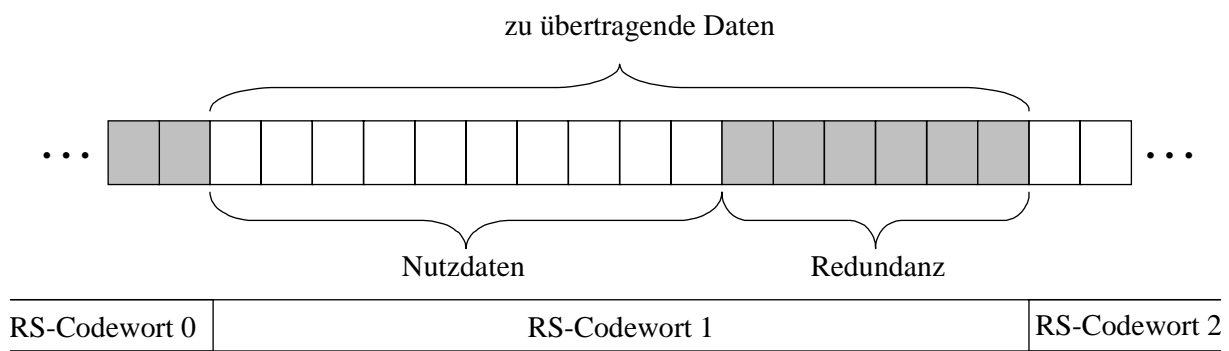


Abbildung 31: Einfügen von Redundanz zur Fehlerkorrektur

Die klare Trennung der Nutzdaten in einem ersten Teil und der Redundanz in dem letzten Teil des Codewortes ist jedoch lediglich aus darstellungstechnischen Gründen gewählt worden. Für die fehlerfreie Funktion des RS-Codierungsverfahrens ist allein die Menge der Redundanz im Verhältnis zur Menge der Nutzdaten maßgeblich. Weiterhin lässt sich die Position der Redundanz-Stellen nach der RS-Codierung nicht exakt lokalisieren, da das gesamte Nutzdatenwort in ein Codewort des Codealphabetes mit definiertem Verhältnis von Information zu Redundanz überführt wird.

Nach [59] muss ein Generatorpolynom $G(D)$ mit der minimalen Hamming-Distanz d_{\min} aufeinanderfolgende Potenzen von α als Nullstellen aufweisen, was unter Verwendung der Minimalpolynome $m_i(D) = D - \alpha^i$ auf eine Form nach Gleichung (2.57) führt ([60], [26]).

$$G(D) = \prod_{i=0}^{k-1} (D - \alpha^i) \quad (2.57)$$

Codierung

Die Codierung einer Datenfolge erfolgt unter Verwendung des Generatorpolynoms $G(D)$. Hierfür stehen mit dem Multiplikations- und Divisionsverfahren zwei verschiedene Methoden zur Verfügung, wobei im Rahmen dieser Arbeit lediglich das Divisionsverfahren durch die Festlegung in [26] berücksichtigt wird, das sich durch mehrere Vorzüge gegenüber dem Multiplikationsverfahren auszeichnet [60].

Für die Codierung wird ein Codepolynom $a(D)$ erzeugt, indem eine Multiplikation des zu codierenden, l Koeffizienten langen Nutzdaten-Polynoms $a^*(D)$ mit der Potenz D^k durchgeführt wird und in einer anschließenden Modulo-Division durch das Generatorpolynom $G(D)$ ein Restpolynom $r(D)$ generiert wird. Das ermittelte Restpolynom $r(D)$ wird mit dem Codepolynom $a(D)$ additiv verknüpft. Die Rechenoperationen zur Codierung des Nutzdatenpolynoms $a^*(D)$ werden in Gleichung (2.58) nochmals dargestellt.

$$a(D) = a^*(D) \cdot D^k + r(D) \quad (2.58)$$

Hierbei bewirkt die Multiplikation von $a^*(D)$ mit D^k (k bezeichnet den Grad des Generatorpolynoms) eine Erhöhung des Polynomgrades mit gleichzeitiger Verschiebung der Information in die Koeffizienten der l höchsten Potenzen von $a(D)$. Durch eine derartige Erweiterung werden die k niedrigsten Potenzen zunächst mit den Koeffizienten 0 belegt und für die Addition des Restwertpolynoms mit Grad k reserviert. Gleichung (2.59) beschreibt diesen Zusammenhang.

$$a^*(D) \cdot D^k = \alpha_1 D^{l+k-1} + \alpha_{l-1} D^{l+k-2} + \dots + \alpha_l D^k + 0D^{k-1} + \dots + 0D^1 + 0 \quad (2.59)$$

Mittels der Addition des Restpolynoms werden die Nullelemente der letzten k Koeffizienten durch die Koeffizienten des Divisionsrestes $r(D)$ ersetzt. Das Codepolynom $a(D)$ erhält nach dieser Vorgehensweise wieder seine nach (2.54) und (2.56) vorgegebene Länge von $n = l + k = 2^g - 1$ Koeffizienten. In der Rahmenstruktur des ADSL-Systems wird weiterhin eine Codeverkürzung verwendet, bei der unter Beibehaltung der Anzahl der Redundanzstellen k eine Verkürzung der Informationsstellen l erfolgt. Die nicht benötigten Informationsstellen werden durch Nullelemente aufgefüllt, die sich nach der Codierung in den Stellen der niedrigsten Potenzen des gesamten Codewortes befinden. Für die Übertragung kann das Codewort um diese Stellen gekürzt werden; im Empfänger wird die bekannte Anzahl der gekürzten Nullelemente durch ein *Padding*-Verfahren wieder hinzugefügt und die Decodierung durchgeführt [58].

Decodierung

Um die Empfangsfolge $b_i(D)$ wieder decodieren zu können, muss zunächst geprüft werden, ob das empfangene Wort ein gültiges Codewort aus dem verwendeten Codealphabet ist. Hierzu wird eine Division mit dem Generatorpolynom durchgeführt. Ist der Rest der Polynomdivision gleich null, handelt es sich um ein gültiges Codewort. In diesem Fall können bei der Verwendung des Divisionsverfahrens in der Codierung die letzten k Stellen des empfangenen Codewortes verworfen und die verbleibenden l Informationsstellen ausgewertet werden.

Aufwendiger wird die Verarbeitung der empfangenen Datenfolge für den Fall, dass Fehler auftreten, d.h. dass die Polynomdivision mit dem Generatorpolynom ein von null verschiedenes Resultat ergibt. Die Fehlerkorrektur mittels der RS-Codierung erfordert in diesem Fall ein Vorgehen nach den folgenden Teilschritten [60]:

1. Berechnung des Syndroms $S(D)$
2. Berechnung der Koeffizienten des Lokatorpolynoms $C(D)$
3. Berechnung der Fehlerposition
4. Berechnung des Fehlerwertes
5. Fehlerkorrektur

1. Berechnung des Syndroms $S(D)$

Nach [58] wird die Summe der Prüfspalten der fehlerhaften Codewortstellen als Syndrom bezeichnet. Für den Fall eines gültigen Codewortes ergibt die Berechnung aller Syndrome jeweils den Wert null [59]. Das Problem der Decodierung besteht darin, durch ein Syndrom, welches nur von den aufgetretenen Fehlern abhängt, auf den wahrscheinlichsten Fehler zu schließen, der zu dem Syndrom führt. Die Bestimmung der $2t$ Syndromwerte

$$s_j = b(D = \alpha^j) \quad (2.60)$$

aus dem empfangenen Codewort $b_i = (u_{n-1}, u_{n-2}, \dots, u_1, u_0)$ und $u \in GF(2^g)$ wird nach (2.61) durchgeführt.

$$s_j = u_{n-1}(\alpha^j)^{n-1} + u_{n-2}(\alpha^j)^{n-2} + \dots + u_1(\alpha^j) + u_0 \text{ mit } j = 1, \dots, 2t \quad (2.61)$$

Für den Zusammenhang zwischen den Syndromwerten s_j und dem Fehlerpolynom $e(D)$ lässt sich (2.62) formulieren [60]

$$b_i(D) = a_i(D) + e(D) \text{ mod } G(D). \quad (2.62)$$

Da für ein gültiges Codewort $a_i(D)$ kein Restpolynom bei Division durch das Generatorpolynom bleibt (d.h. $a_i(D) \equiv 0 \text{ mod } G(D)$), kann (2.62) in (2.63) umformuliert werden.

$$b_i(D) \equiv e(D) \text{ mod } G(D) \quad (2.63)$$

Unter Verwendung von (2.60) können die Syndromwerte s_j gemäß (2.64) und (2.65) berechnet werden [60]

$$b_i(D = \alpha^j) \equiv e(D = \alpha^j) \text{ mod } G(D) \quad (2.64)$$

$$s_j \equiv e(\alpha^j) \text{ mod } G(D). \quad (2.65)$$

Das Syndrompolynom $S(D)$ lässt sich aus den einzelnen Syndromkoeffizienten $S_i = s_i$ nach (2.66) bestimmen.

$$S(D) = \sum_{i=0}^{2t-1} S_i D^i \quad (2.66)$$

2. Berechnung der Koeffizienten des Lokatorpolynoms $C(D)$

Aus der Kenntnis des Syndroms $S(D)$ kann das Lokatorpolynom (*error locating polynomial*) $C(D)$ nach Gleichung (2.67) ermittelt werden, dessen Nullstellen den Fehlerstellen des RS-Codewortes entsprechen [58], [59].

$$C(D) = \prod_{i \in I} (D - \alpha^i) = C_0 + C_1 D + \dots + C_\tau D^\tau \text{ mit } I = \{i | 0 \leq i \leq \tau, \tau \leq t\} \quad (2.67)$$

Die Variable τ beschreibt in dieser Notation die Anzahl der detektierten Fehler, welche für eine einwandfreie Korrektur kleiner als die maximal korrigierbare Anzahl von Fehlerstellen t sein muss. Unter Verwendung der Syndromkoeffizienten S_i können die Koeffizienten des Lokatorpolynoms durch die Lösung der als Schlüsselgleichung bezeichneten Gleichung (2.68) errechnet werden.

$$\begin{bmatrix} S_0 & S_1 & \dots & S_{\tau-2} & S_{\tau-1} \\ S_1 & S_2 & \dots & S_{\tau-1} & S_{\tau} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{\tau-2} & S_{\tau-1} & \dots & S_{2\tau-4} & S_{2\tau-3} \\ S_{\tau-1} & S_{\tau} & \dots & S_{2\tau-3} & S_{2\tau-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{\tau} \\ C_{\tau-1} \\ \dots \\ C_2 \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{\tau} \\ -S_{\tau+1} \\ \dots \\ -S_{2\tau-2} \\ -S_{2\tau-1} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Für Lösung der Schlüsselgleichung wurden mehrere Verfahren vorgeschlagen [59]:

- Peterson-Methode (Lösung eines linearen Gleichungssystems):
Diese Methode ist auf Grund der Einfachheit schnell nachzuvollziehen und für die Implementation von kleinen Fehlerkorrekturgraden gut geeignet. Durch das Entstehen von großen Gleichungssystemen bei hohen Werten von t erweist sich die Peterson-Methode jedoch als suboptimal.
- Berlekamp-Massey-Algorithmus:
Bei größeren Fehlerkorrekturgraden ist der Berlekamp-Massey-Algorithmus empfehlenswert, da dieses Verfahren sowohl die Anzahl der tatsächlich aufgetretenen Fehler als auch die Koeffizienten des Lokatorpolynoms $C(D)$ zugleich liefert. Die Umsetzung kann numerisch effizient durch eine Schieberegisterschaltung implementiert werden.
- Euklidischer Algorithmus:
Der Euklidische Algorithmus berechnet den größten gemeinsamen Teiler (ggT) zweier Zahlen oder Polynome. Sind in der Hardware-Struktur Polynomdivisionen und größere Zwischenpufferungen einfach realisierbar, erweist sich die Anwendung des Euklidischen Algorithmus zur Lösung der Schlüsselgleichung als vorteilhaft.

3. Berechnung der Fehlerposition

Mit Kenntnis der Koeffizienten des Lokatorpolynoms $C(D)$ können durch Bestimmung der Nullstellen D_i von $C(D)$ die Fehlerstellen innerhalb des RS-Codewortes ermittelt werden, die mit den Nullstellen identisch sind. Hierzu werden alle $D = \alpha^j$ mit $j = 0, \dots, n-1$ in $C(D)$ eingesetzt. Gilt dabei $C(D = \alpha^k) = 0$, dann befindet sich im RS-Codewort an der Stelle D^k ein Fehler. Nach [59] wird dieses Verfahren als *Chien-Search* bezeichnet.

4. Berechnung des Fehlerwertes

Aus den vorangegangenen Teilschritten sind mit dem Lokatorpolynom $C(D)$ die Fehlerstellen und im Falle eines binären Codes auch bereits die Fehlerwerte bekannt. Da es sich bei dem RS-Code jedoch um einen nicht-binären Code handelt, müssen die Fehlerwerte gesondert berechnet werden [59]. Eine erste Möglichkeit für die Fehlerwertberechnung besteht darin, das Fehlerpolynom $E(D)$ vollständig zu ermitteln und anschließend die einzelnen Fehlerwerte nach (2.69) zu bestimmen.

$$e_i = E(D = \alpha^i) \text{ mit } i = 1, \dots, \tau \quad (2.69)$$

Die Koeffizienten E_i des Fehlerpolynoms $E(D)$ lassen sich durch rekursives Lösen eines Gleichungssystems gemäß (2.70) ermitteln.

$$0 = \sum_{j=0}^{\tau} C_j \cdot E_{n-j+1} \quad 1 = 0, 1, \dots, n-1 \quad (2.70)$$

Aus (2.67) wird hierbei $C(D)$ als bekannt vorausgesetzt. Mittels einer Umformung der Koeffizientenwerte $S_0 = E_i, S_1 = E_{i+1}, \dots, S_{2t-1} = E_{i+2t-1}$ des Syndrompolynoms $S(D)$ lässt sich (2.66) gemäß (2.71) neu formulieren.

$$S(D) = E_i + E_{i+1}D + \dots + E_{i+2t-1}D^{2t-1} \quad (2.71)$$

Ist das Fehlerpolynom $E(D)$ bekannt, können die Fehlerwerte e_i an den Fehlerstellen $C(D = \alpha^i) = 0$ durch $e_i = E(D = \alpha^i)$ berechnet werden.

Eine alternative Methode für die Ermittlung der Fehlerstellen ist die Anwendung des Forney-Algorithmus (siehe hierzu [59]).

5. Fehlerkorrektur

Mit der Kenntnis der Fehlerwerte und Fehlerstellen können die korrigierten Codewörter durch eine Subtraktion des Fehlervektors von dem empfangenen Wort nach (2.72) berechenbar.

$$a(D) = b^*(D) - e(D) \quad (2.72)$$

Das empfangene fehlerhafte RS-Codewort $b^*(D)$ wird damit in das gesendete RS-Codewort $a(D)$ überführbar, falls nicht mehr als t Stellen von $a(D)$ verfälscht wurden. Für die Implementierung des vorstehend beschriebenen RS-Verfahrens sind im ADSL-Standard [26] verschiedene Code-Parameter definiert worden. Tabelle 4 zeigt eine Übersicht der festgelegten Parameterwerte für die unterschiedlichen Datenpfade.

Tabelle 4: Parameter der RS-Codierung nach [26]

Parameter	<i>Fast</i> Datenpfad	<i>Interleaved</i> Datenpfad
Anzahl der RS-Redundanzbytes	R=0,2,4,6,8,10,12,14,16	R=0,2,4,6,8,10,12,14,16
Anzahl der überwachten DMT-Symbole durch ein RS-Codewort	S=1	S=1,2,4,8,16

2.4.2.4 Interleaving

Das Interleaving-Verfahren, auch Codespreizung genannt, wird hauptsächlich für die Übertragung in Kanälen verwendet, in welchen Bündel- oder Burstfehler zu erwarten sind. Bündelfehler lassen sich nach [63] durch eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für gestörte Zeichen in unmittelbarer Nachbarschaft eines bereits aufgetretenen Fehlers charakterisieren. Im Gegensatz hierzu ist bei einer statistisch unabhängigen Rauschquelle davon auszugehen, dass diese durch das Auftreten von gestörten Zeichen die Fehlerwahrscheinlichkeit der Nachbarsymbole nicht beeinflussen [63]. Bei sehr langen *Bursts* tritt in einzelnen Fällen weiterhin ein Decodierversagen auf, welches durch das Überschreiten der Fehlerkorrektur-Kapazität des verwendeten Codes verursacht wird. Durch einen *Interleaving*-Algorithmus, welcher mehrere Codewörter systematisch miteinander verknüpft, lassen sich lange zusammenhängende Fehlermuster in Einzelfehler umwandeln, damit sie von dem verwendeten Code korrigiert werden können [60]. Je nach Verschachtelungstiefe m des *Interleavers* werden die zu verknüpfenden m Codewörter derart miteinander kombiniert, dass die Codewortelemente des resultierenden übertragenen Wortes im Abstand von m Elementen zeitlich voneinander versetzt übertragen werden [64].

Durch Einfügen eines konstanten Zeitversatzes wird somit eine Aufteilung der Burstfehler in kürzere Stücke erreicht, welche sich jedoch über einen längeren Übertragungszeitraum erstrecken.

Für die Realisierung des *Interleavers* bestehen prinzipiell zwei verschiedene Methoden: Blockinterleaving und Faltungsinterleaving. Bei dem Blockinterleaving werden die zu verschachtelnden Daten spaltenweise in eine sogenannte *Interleaver-Matrix* eingelesen und, nachdem die Matrix komplett gefüllt ist, zeilenweise für die weitere Verarbeitung der Daten ausgelesen. Der entsprechende *Deinterleaver* ist invers ausgestaltet. Nachteilig wirkt sich bei diesem Verfahren jedoch die hohe Verzögerungszeit aus, welche durch das Füllen der gesamten Interleaver-Matrix verursacht wird. Aus diesem Grund ist im ADSL-Standard [26] ein Faltungsinterleaving-Verfahren definiert, welches sich durch einen linear ansteigenden Versatz der Codewort-Elemente des ausgegebenen Wortes in Abhängigkeit von der Element-Position im Codewort nach Gleichung (2.73) auszeichnet.

$$B_i = (m - 1) \cdot i \text{ Bytes} \quad (2.73)$$

B_i kennzeichnet hier die Position des i -ten Bytes des Original-Codewortes im Ausgangswort des *Interleavers*. Abbildung 32 verdeutlicht diesen Zusammenhang für eine Interleavertiefe von $m=2$ und eine Codewort-Länge von $N=5$.

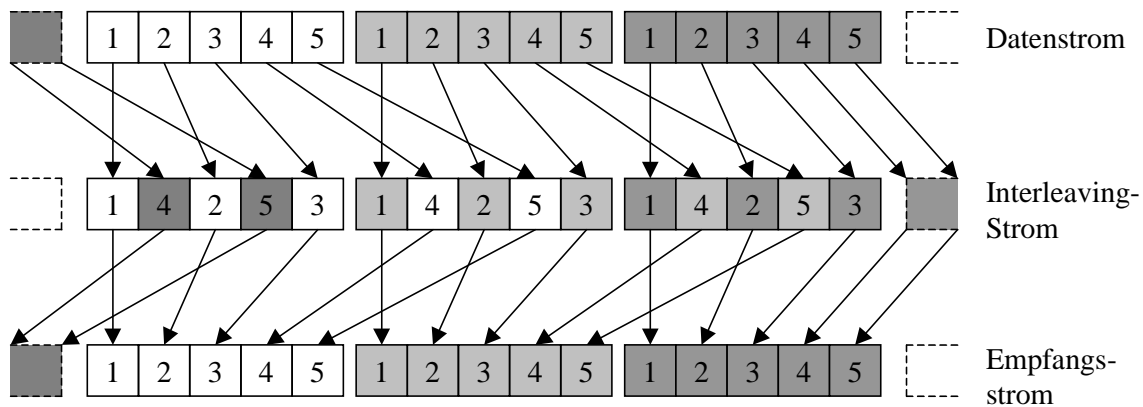


Abbildung 32: Verschachtelung von Codewörtern der Länge $N=5$ mit einem Faltungsinterleaver der Tiefe $m=2$

Nach dem ADSL-Standard sind die in Tabelle 5 wiedergegebenen Interleavertiefen für die Übertragung vorgesehen.

Tabelle 5: Parameter des *Interleavers* nach [26]

Parameter	<i>Fast</i> Datenpfad	<i>Interleaved</i> Datenpfad
Interleavertiefe m	nicht definiert	$m= 1,2,4,8,16,32,64$

Problematisch wird die Fehlerkorrektur jedoch neben sehr langen Burststörungen weiterhin für häufiger vorkommende kürzere Fehlerbündel. Da der Interleaver eine Aufteilung der Fehler über ein längeres Zeitsegment vornimmt, wird durch ein derartiges Vorgehen die Korrekturkapazität der nachfolgenden Codewörter vorweg in Anspruch genommen. Nach dem Auftreten einer länger andauernden *Burst*-Störung ist daher für die unmittelbar folgenden Zeitabschnitte eine geringere Fehlerwahrscheinlichkeit notwendig, damit eine korrekte Funktionsweise der

Fehlerkorrektur des ADSL-Systems gewährleistet wird. Nach empirischen Messungen von Henkel und Kessler [68]-[70] kann diese Regenerationszeit jedoch nicht in jedem Fall sichergestellt werden und führt somit zu gravierenden Leistungseinbrüchen während der Datenübertragung. Detailliertere Ausführungen hierzu sind in Kapitel 3 und Kapitel 4 wiedergegeben.

2.4.2.5 Belegung der Trägerfrequenzen (*Tone Ordering*)

Eine weitere Fehlerschutz-Maßnahme ist die Zuordnung der zu übertragenden Daten auf die unterschiedlichen Trägerfrequenzen und Datenpfade. Hintergrund eines derartigen Verfahrens ist die Verwendung von hohen QAM-Konstellationen für Träger mit einem hohen Signal-Rausch-Abstand (SNR). Charakteristisch für diese QAM-Konstellationen ist ein geringer Abstand zwischen benachbarten Signalraumpunkten. Bei dem Auftreten von breitbandigen Störungen (wie z.B. dem *Clipping*-Rauschen), wirkt sich der Einfluss der Störung daher zunächst in einem reduzierten Auflösungsvermögen des Entscheiders bei der Bestimmung von hohen QAM-Konstellationen aus. Um die Gesamt-Bitfehlerrate jedoch möglichst gering zu halten, hat daher ein Schutz der Daten in diesen QAM-Konstellationen, d.h. der Träger mit hohen Bitbelegungen, Priorität. Die Aufteilung der zu übertragenden Daten in den *Fast* und *Interleaved* Datenpfad soll aus diesem Grund derart ausgestaltet sein, dass die Zuordnung der Daten, ausgehend von den Trägern mit der höchsten Bitbelegung, in absteigender Reihenfolge der Bitbelegung, zunächst in den *Interleaved* und anschließend in den *Fast* Datenpfad erfolgt. Für die in dieser Arbeit durchgeführten *worst-case*-Simulationen wurde somit ein maximaler Fehlerschutz angenommen, wodurch eine Datenübertragung im ungeschützten *Fast* Datenpfad unberücksichtigt bleiben konnte.

2.5 Zusammenfassung

Ziel dieses Kapitels war es, nach einem knappen historischen Überblick die mathematischen Grundlagen des OFDM-Verfahrens darzustellen, da diese Grundlagen für das Verständnis der Wirkungsweise der Impulsstörungen wesentlich sind. Hierbei wurde, ausgehend von einer zeitkontinuierlichen Form der Multiträgersysteme, die zeitdiskrete Realisierung durch die Anwendung der IDFT bzw. DFT eingehend dargestellt. Besonderes Augenmerk wurde auf die Darstellung der Übertragung im Zeit- und Frequenzbereich gelegt, da durch die Demodulation von fehlerhaften Empfangsdaten des Zeitbereichs in den Frequenzbereich die Störeffekte verursacht werden.

In einem weiteren Abschnitt wurde eine knappe Beschreibung der möglichen Systemumgebungen für den Einsatz des OFDM-Verfahrens gegeben. Neben der Beschreibung der Eigenheiten von Funkübertragungssystemen wurde insbesondere auf die Charakteristika der leitungsgebundenen Systemszenarien eingegangen, die den Ausgangspunkt der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Optimierungsansätze bildeten.

Basierend auf der Charakterisierung der leitungsgebundenen Systemumgebung wurde in einem weiteren Abschnitt die Sicherstellung einer fehlergeschützten Datenübertragung in ADSL-Systemen beschrieben, da die Kenntnis der Funktionsweise von Fehlerkorrekturverfahren für die Optimierung der Einsatzbedingungen der Fehlerschutzverfahren von zentraler Bedeutung ist. Die fehlerkorrigierende Reed-Solomon-Codierung und das *Interleaving*-Verfahren wurden hierbei als zentrale Elemente des standardisierten ADSL-Systems herausgestellt.

Auf der Basis der in Kapitel 2 beschriebenen Grundlagen der OFDM-basierten Übertragung wird in Kapitel 3 die Ursache und Wirkungsweise von transienten Störungen auf Multiträgersysteme detailliert dargelegt.

3 Charakterisierung von transienten Störungen und deren Einfluss auf die OFDM-Übertragung

Neben den im Übertragungskanal auftretenden gaußverteilten Störungen und dem durch NEXT- und FEXT-Störer verursachten farbigen Rauschen, besteht ein wichtiger Aspekt für die Leistungsfähigkeit des xDSL-Übertragungssystems in Störeffekten, die durch Impulse verursacht werden [13]. Durch die Instationarität dieser Störungsart wird häufig auch die Bezeichnung „transiente“ Störung für Impulsstörungen verwendet, da deren zentrales Merkmal kurzzeitige („transiente“) starke Schwankungen des Signalpegels sind. In herkömmlichen Übertragungssystemen erfolgt eine Kompensation der durch Impulsstörungen verursachten Effekte meist auf der Basis von bekannten nachrichtentechnischen Fehlerkorrekturverfahren (wie z.B. der Reed-Solomon-Codierung und dem Interleaving), ohne die Wirkungsweise von transienten Störungen auf die Datenübertragung detailliert zu untersuchen. Ziel dieses Kapitels ist es daher, eine grundlegende Charakterisierung der transienten Störungen aufzuzeigen, um nachfolgend eine Abschätzung der Wirkung dieser Störungen auf die OFDM-basierte Übertragung vorzunehmen. Die technische Anordnung von Kapitel 3 gliedert sich somit in einen ersten Abschnitt, in welchem die Ursachen des Auftretens von transienten Störungen in Übertragungssystemen verallgemeinernd dargestellt werden. Ein zweiter Abschnitt thematisiert die statistische Darstellung von Impulsstörungen auf *twisted-pair*-Leitungen auf der Basis von empirischen Messdaten nach Henkel und Kessler [68]. Da sich die statistische Modellierung der empirisch gemessenen Impulsstörungen lediglich durch getrennte Klassifikation der Daten unter den Aspekten Impulslänge, Impulsabstand und Impulsspannung realisieren lässt, soll in einem dritten Abschnitt mit der α -stabilen Verteilung eine statistische Verteilung vorgestellt werden, die eine kompakte und statistisch einheitliche Darstellung der Charakteristika von Impulsstörungen ermöglicht. In einem vierten Abschnitt werden anschließend die Auswirkungen von transienten Störungen auf die OFDM-Übertragung analysiert. Eine Zusammenfassung der wichtigsten Aspekte zu Auftreten und Wirkung von Impulsstörungen in allgemeinen OFDM-basierten Übertragungssystemen schließt das vorliegende Kapitel ab.

3.1 Ursachen und Eigenschaften von transienten Störungen in Übertragungssystemen

Bevor eine ausführliche Untersuchung und Klassifikation der Impulsstörungen vorgenommen wird, wird zunächst kurz auf die grundlegenden Mechanismen der Entstehung von Impulsstörungen eingegangen. Hierzu wird, unter Rückgriff auf [65], eine exemplarische Beschreibung der Entstehung von Impulsstörungen in leitungsgebundenen Szenarien aufgezeigt, wobei zugleich festgestellt wurde, dass eine ADSL-Verbindung eine erhebliche Einbuße der Leistungsfähigkeit erleidet, wenn über eine, durch ADSL-genutzte, Leitung eine herkömmliche analoge Telefonverbindung aufgebaut wird. In [65] wird weiterhin dargestellt, dass die Ursache dieser Störungen nicht in der durch die Speisung des analogen Telefongerätes hervorgerufene Impedanzänderung der Telefonleitung zu suchen ist, sondern ausschließlich durch auftretende Im-

pulse bei der Signalisierung des Telefonendgerätes resultiert. Unter dem Begriff „Signalisierung“ wird in diesem Zusammenhang eine Aktivierung der Telefonverbindung durch das Abheben des Telefonhörers verstanden (Zustandsänderung von „ON-HOOK“ zu „OFF-HOOK“), die eine sofortige Gleichstrom-Speisung des Telefongerätes von der Vermittlungsstelle einleitet. Die hierdurch verursachte schnelle Änderung des Spannungspegels auf der *twisted-pair*-Leitung kann sich durch Auf- und Entladevorgänge von elektronischen Komponenten des verwendeten Telefonendgerätes zusätzlich um ein Vielfaches verstärken, so dass nicht selten hohe Spannungsspitzen zu beobachten sind. Derartige Störungen treten nicht allein bei älteren, nach dem Impulswahlverfahren arbeitenden Anschlussgeräten auf (wobei in diesem Fall von einer besonderen Impulsstörungsquelle auszugehen ist), sondern gleichfalls bei modernen Geräten, welche das Mehrfrequenzwahlverfahren zum Verbindungsaufbau verwenden. Da vielfach die elektronischen Komponenten der Telefonendgeräte aus Kostengründen sehr einfach gehalten werden müssen, kommen vielfach preisgünstige mikro-mechanische Bauelemente zum Einsatz, deren Schaltverhalten oftmals durch ein sogenanntes „Prellen“ gekennzeichnet ist. Vor einer dauerhaften Änderung des Schaltzustandes ist somit zunächst ein Vorlauf in Form einer Folge von undefinierten Änderungen des Schaltzustandes zu beobachten. Diese kurzzeitigen, aber relativ starken Variationen des Spannungspegels auf der Leitung, im Vergleich zu den Spannungspegeln während der Datenübertragung, ist somit als eine Ursache für den Einbruch des Übertragungsverhaltens des DSL-Systems anzusehen, da hierdurch der Signalpegel des Nutzsignals durch die Überlagerung des Spannungspegels der Impulsstörung unkenntlich wird.

Zusätzlich zu den beschriebenen Impulsstörungen auf der Übertragungsleitung muss die Überkopplung von Impulsen aus evtl. parallel verlaufenden Stromleitungen berücksichtigt werden. Die Entstehung von Impulsen auf Stromleitungen lässt sich analog aus dem bereits aufgeführten Verhalten der mechanischen Schaltelemente herleiten. Allerdings sind im Fall der Stromleitung erheblich höhere Spannungen und Stromstärken zu verzeichnen als auf Telefonleitungen, da sich durch den deutlich höheren Spannungspegel auf Stromleitung (z.B. in Europa 230 V) gegenüber dem Pegel in Telefonnetzen (z.B. Deutschland 60 V) kapazitive Effekte stärker auswirken. Trotz der räumlichen und isolatorischen Trennung der beiden Adernpaare können durch längere parallel verlaufende Strom- und Telefonleitungen in realen Umgebungen Überkopplungseffekte auftreten, welche zu Einbrüchen der DSL-Übertragungscharakteristik führen.

Eine weitere Quelle von Impulsstörungen ist in den elektromagnetische Einkopplungen zu sehen. Hier sind vor allem durch Menschen verursachte Impulsquellen wie z.B. Zündfunken von Verbrennungsmotoren oder die Kommutator-Elemente von Elektromotoren zu nennen. Durch die meist größere Entfernung und bessere Abschirmung dieser Störungsquellen lässt sich eine Vernachlässigung dieser Effekte meist rechtfertigen.

Zur wissenschaftlichen Untersuchung von Ursache-Wirkung-Zusammenhängen wird meist eine Modellbildung vorgenommen. Hierzu müssen zunächst die Nachbildung der Umwelteinflüsse und Wirkungszusammenhänge soweit reduziert werden, dass sich durch das Modell einerseits zwar noch zentrale Aussagen über die Realität ableiten lassen, andererseits muss ein Komplexitätsniveau erreicht werden, welches mit der verfügbaren Rechenleistung zu erfassen ist. Diese deterministischen Modelle liefern üblicherweise eine gute theoretische Untermauerung der Naturwissenschaften, sie bilden nur selten die komplexen Phänomene der Wirklichkeit ausreichend genau ab. Im Normalfall werden in ingenieurwissenschaftlichen Lösungsansätzen solche in der Natur vorkommenden Phänomene als stochastische Prozesse nachgebildet, wobei sich in den Bereichen der Nachrichtentechnik und Signalverarbeitung vor allem die Beschreibung der Phänomene nach der statistischen Gauß-Verteilung herausgebildet hat [78]. In vielen Fällen liefert das Gauß'sche Modell eine ausreichende Beschreibung der in der Natur zu beobachtenden Vorgänge; es lassen sich auch Ereignissen nennen, die eindeutig nicht durch die

Gauß-Verteilung nachgebildet werden können. Hierunter zählen zum Beispiel die bereits beschriebenen transienten Vorgänge auf Telefonleitungen, die niederfrequente atmosphärische Störungen in Funkverbindungen, Störungen durch Blitze, Unterwassergeräusche und andere durch Menschen verursachte impuls- und burstartige Störungen [78], [79]. Charakteristisch sind hierbei die scharfen Signalspitzen (sogenannte "Ausreißer") im empfangenen Signal, die sich in der Wahrscheinlichkeitsverteilung zum Teil weit außerhalb der zentralen Region der Gauß'schen Glockenkurve ansiedeln lassen. Diese "Ausreißer" haben zur Folge, dass die Ausläufer der tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsdichte-Kurve schwächer abklingen als im Gauß-Modell angenommen wird [78]. Da die meisten nachrichtentechnischen Übertragungssysteme auf der Störungsmodellierung der Gauß'schen Verteilung basieren (z.B. [33]), kommt es durch das Auftreten von Störungen, die sich nicht mit dem Gauß'schen Modell nachbilden lassen, zu deutlichen Performance-Einbrüchen, da die grundlegenden Systemvoraussetzungen verletzt werden. Eine Abschätzung über die Wirkung derartiger Störungen in Multiträgersystemen wird in Abschnitt 3.4 beschrieben. Zunächst soll eine genauere Bestimmung der Charakteristika von realen leitungsgebundenen Impulsstörungsszenarien mit anschließender Einordnung in ein nicht-Gauß'sche Modell erfolgen.

3.2 Empirisch ermittelte Störszenarien auf Kupferdoppeladerleitungen

Wie bereits erwähnt, können Impulsstörungen verschiedenste Ursachen haben. Abhängig von der Störungsquelle lassen sich auch diesen Störungen bestimmte Charakteristika und Ausprägungen zuschreiben; durch die hohe Instationarität und Irregularität der auftretenden transienten Störungen gestaltet sich die mathematische Beschreibung und Modellierung derartiger Störszenarien auf *twisted-pair*-Leitungen relativ schwierig. Hierzu wurden in der Fachliteratur verschiedene Methoden vorgeschlagen [66]-[72]. Die Basis der statistischen Beschreibung von Impulsstörungen bildete in diesen Beiträgen eine ausgedehnte Messreihe in den Leitungsnetzen der Deutschen Telekom [68], [69], [70] und der *British Telecom* [71], [72]. Aus den empirischen Messdaten wurden anschließend die statistischen Verteilungen der Parameter Impulslänge, Impulsabstände und Impulsspannungswerte extrahiert und zu einem Impulsstörungsmodell zusammengefügt. Es zeigte sich dabei vielfach eine Unterscheidung in Bezug auf die Modellparameter für die Ortsvermittlungsstelle und den Endteilnehmeranschluss. Für die Beschreibung des statistischen Modells der Impulsstörungen soll im Rahmen dieser Arbeit exemplarisch auf das Modell von Henkel und Kessler [68]-[70] im Leitungsnetz der Deutschen Telekom zurückgegriffen werden, da dieses Modell die zentralen Eigenschaften der Impulsstörungen adäquat modelliert. Weiterhin stand mit [73] bereits ein ausgearbeitetes Simulationsmodell eines Impulsgenerators auf der Grundlage der Modelle nach [68]-[70] zur Verfügung. Die Beschreibung der Verteilungen soll sich daher in die Darstellungen der Parameter Impulsspannungswert, Impulslänge und Impulsabstand gliedern [73].

Impulsspannungswert

Die Häufigkeitsverteilung $f_i(U)$ der Impulsspannungswerte U lässt sich adäquat durch die nach (3.1) wiedergegebene Approximation beschreiben [70].

$$f_i(U) = \frac{e^{-\left(\frac{|U|}{U_0}\right)^{\frac{1}{5}}}}{10 \cdot \Gamma(5) \cdot U_0} = \frac{e^{-\left(\frac{|U|}{U_0}\right)^{\frac{1}{5}}}}{240 \cdot U_0} \quad (3.1)$$

$$\text{mit } U_0 > 0V, \quad \Gamma(n) = n!$$

Für die Unterscheidung des Leitungsendes in der Vermittlungsstelle bzw. beim Endteilnehmer lassen sich verschiedene Normierungswerte U_0 angeben:

- Vermittlungsstelle: $U_0 = 18 \text{ nV}$
- Endteilnehmer: $U_0 = 3 \text{ nV}$

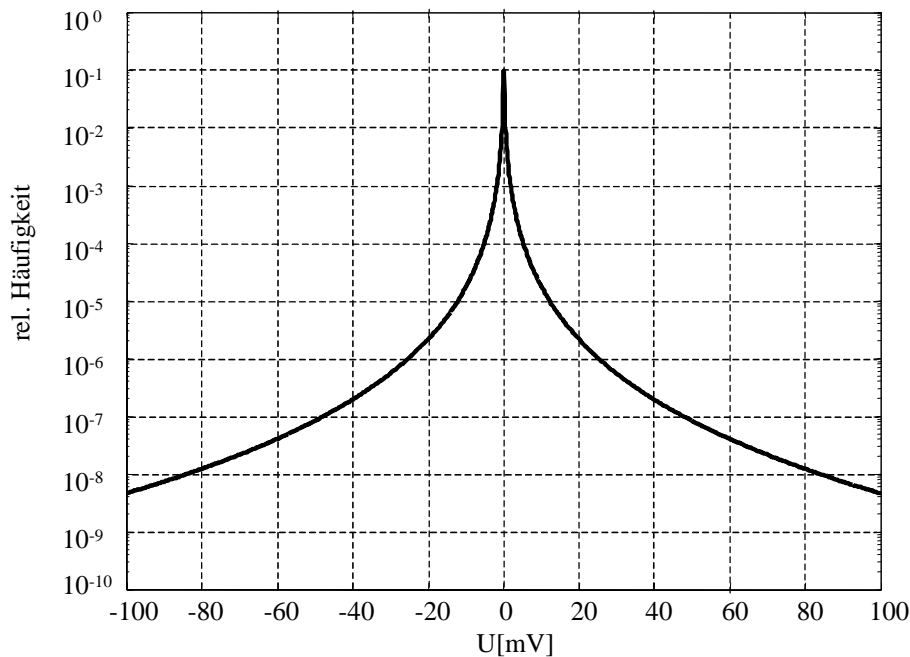


Abbildung 33: Exemplarische statistische Verteilung der Impulsspannungswerte an der Vermittlungsstelle

In Abbildung 33 sind exemplarisch die relativen Häufigkeiten der Impulsspannungswerte in der Vermittlungsstelle berechnet, da an dieser Position nach den empirischen Messungen [70] stärkere Störungen zu erwarten sind als am Teilnehmeranschluss. Hierdurch zeigt sich, dass die häufigsten Impulsspannungswerte im Bereich zwischen -10 mV bis $+10 \text{ mV}$ liegen. Insbesondere bei stark gedämpften Nutzsignalen kann daher ein hoher Pegel des Impulsstörsignals eine erhebliche Störung der Datenübertragung verursachen.

Impulslänge

Für die Ermittlung der Verteilungen der Impulslängen muss zunächst das Auftreten eines Impulses erkannt werden. Dies wird in [68] durch einen Schwellwertentscheider realisiert, welcher das Überschreiten bzw. Unterschreiten einer Schwellwertspannung detektiert. Derjenige Zeitpunkt, welcher vor dem Durchlaufen eines Sicherheitsabstandes am Ende des potentiellen Impulses (der sogenannten Ausklingphase) letztmalig den Schwellwert über- bzw. unterschritten hat, wurde hierbei als Impulsende definiert. In [70] wurde gezeigt, dass sich die ergebende Häufigkeitsverteilung $f_1(t)$ der Impulslängen t durch eine Summe zweier Lognormalverteilungen

mit den Mittelwerten t_1 , t_2 , den Standardabweichungen s_1 , s_2 und der Unterscheidungsvariable zwischen Vermittlungsstelle und Teilnehmeranschluss B nach (3.2)

$$f_1(t) = B \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_1 t} e^{-\frac{1}{2s_1^2} \left(\ln \frac{t}{t_1}\right)^2} + (B-1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_2 t} e^{-\frac{1}{2s_2^2} \left(\ln \frac{t}{t_2}\right)^2} \quad (3.2)$$

approximieren lässt [70]. Für die Ausprägung der verwendeten Parameterwerte in der Vermittlungsstelle bzw. beim Endteilnehmeranschluss bieten die in Tabelle 6 aufgeführten Werte eine adäquate Approximation der empirischen Messdaten [70].

Tabelle 6: Parameter für Wahrscheinlichkeitsverteilung der Impulslängen

Parameter	Vermittlungsstelle	Teilnehmeranschluss
B	0,25	1
s_1	0,75	1,15
s_2	1	-
t_1	8 μ s	18 μ s
t_2	125 μ s	-

Abbildung 34 zeigt exemplarisch die nach (3.2) berechnete relative Häufigkeit der Impulslängen in den Vermittlungsstellen.

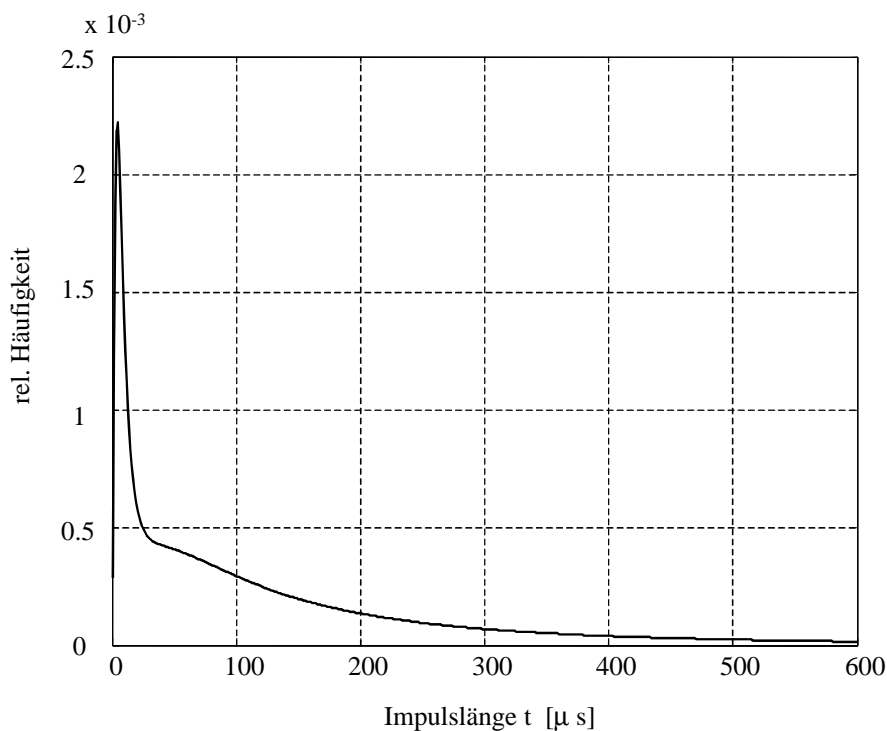


Abbildung 34: Exemplarische statistische Verteilung der Impulslängen an der Vermittlungsstelle

Aus Abbildung 34 kann eine Häufung von Impulsereignissen bei kurzen Impulsdauern (bis ca. 25 μs) erkannt werden. Durch die hohe relative Häufigkeit wird dieses Impulslängensegment im weiteren Verlauf der Arbeit besonders berücksichtigt, um die sich hieraus ergebenden Störeinflüsse zu reduzieren.

Impulsabstand

Als Impulsabstand wird die Differenz der Zeitpunkte des erstmaligen Überschreitens (bzw. Unterschreitens) des Schwellwertes von zwei aufeinanderfolgenden Impulsereignissen definiert. Gemäß [73] lässt sich die statistische Verteilung der empirisch gemessenen Impulsabstände nach (3.3)

$$f_d(x) = \frac{10^{a_1}}{\ln(10)} \cdot x^{a_4-1} \cdot 10^{-\frac{a_4}{\ln(a_2)} \cdot a_2^{(\log_{10}(x) - a_3)}} \quad (3.3)$$

durch eine verallgemeinerte Exponentialfunktion in linearer Darstellung modellieren. Für eine adäquate statistische Modellierung der Impulsabstände ist von folgenden Hilfsparameterwerten a_i ($i=1,\dots,4$) und Festlegungen auszugehen:

- $a_2=2,22$
- $a_3=5,15$
- $a_4=1,26$
- $x=t/(10^{-7} \text{ s})$, t in [s]

Die sich aus a_2 - a_4 ergebende Normierungskonstante a_1 stelle mit einem Wert von $a_1=-5,13$ die Gültigkeit von Gleichung (3.4)

$$\int_0^{\infty} f_d(x) dx = 1 \quad (3.4)$$

sicher [73]. Abbildung 35 zeigt die nach (3.3) berechnete statistische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Impulsabstände in der Vermittlungsstelle.

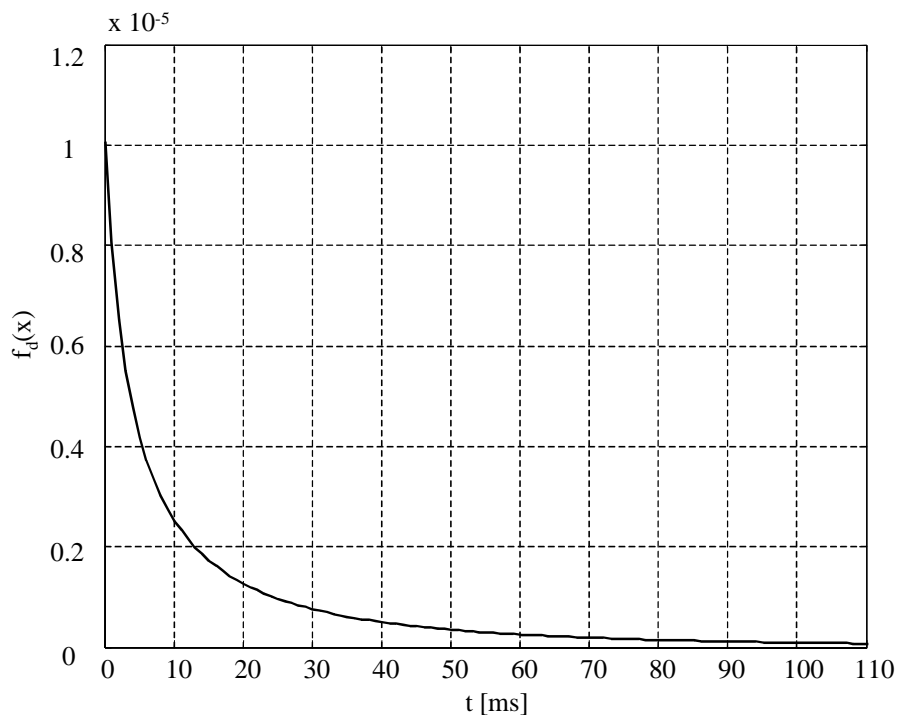


Abbildung 35: Statistische Verteilung der Impulsabstände (Vermittlungsstelle)

Wie sich in Abbildung 35 zeigt und sich aus einer analytischen Abschätzung in [68] folgern lässt, liegen die Impulsabstände in der Größenordnung zwischen 1 ms und 100ms. Diese Eigenschaft der statistischen Verteilung, insbesondere das häufige Auftreten von Impulsabständen unter 20 ms, wirkt sich auf die interleavergeschützte Datenübertragung problematisch aus. In Kapitel 4 wird dieses Verhalten vertieft betrachtet.

Auf der Basis dieser statistischen Verteilungen lassen sich die Impulsstörungen auf Kupferdoppeladerleitungen charakterisieren. Nachteilig erweist sich hierbei, dass immer eine separate Verteilung der drei Parameter Impulsspannung, Impulslänge und Impulsabstand zu berücksichtigen ist. Für die Modellierung der gesamten Wahrscheinlichkeitsdichte der Impulsstörungen muss somit eine aufwendige Kombination der unterschiedlichen Teilaspekte der Impulslängen, -abstände und -spannungen erfolgen. Zur Analyse der statistischen Eigenschaften der Impulsstörungen wird daher eine integrierte Betrachtung der einzelnen Teile in einem Gesamtmodell eingeführt, welches eine Modellierung durch einen einzigen Wahrscheinlichkeitsverteilung ermöglicht. Durch diese Zusammenfassung gehen zwar zeitliche Zusammenhänge verloren, es ergibt sich hierfür ein Modell, welches die zentralen Merkmale der nicht-Gauß'schen Verteilungen und damit ihrer Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit von nachrichtentechnischen Systemen besser aufzeigt. Aus diesem Grund wird für theoretische Untersuchungen das Impulsstörungsmodell auf der Basis der nicht-Gauß'schen Verteilung verwendet, während die Simulationen des Systemverhaltens in impulsgestörter Umgebung möglichst realitätsnah auf der Basis der statistischen Verteilungen nach [68]-[70] erfolgt.

3.3 Störungsmodellierung durch nicht-Gauß'sche Verteilungen

Die Modellierung von Impulsstörungen als nicht-Gauß'sche Verteilungen wurde in der Literatur durch verschiedene Ansätze vorgestellt.

Hierzu seien zunächst die Class A/B-Modelle von Middleton [74], [75] zu erwähnen, die auf eine kompaktere Beschreibung von Impulsstörungen in Telekommunikationssystemen führen als es die Modellierung von Henkel und Kessler zulässt. In [76] wurde gezeigt, dass einige Näherungen bei der Herleitung des Modells von Middleton nicht präzise sind und daher zu einem nicht-physikalischen Modell für Impulsstörungen führen.

Einen weiteren Ansatzpunkt für ein physikalisches nicht-Gauß'sches Impulsstörungsmodell bietet die α -stabile Verteilung [77] mit dem charakteristischen Exponenten α als zentralem Parameter der Verteilung, da sie die realen Phänomene adäquat nachbildet und eine relativ geringe numerische Komplexität aufweist. Außerdem stellt sie eine Verallgemeinerung der Gauß'schen Verteilung dar, so dass die Gauß-Verteilung einen Grenzfall der α -stabilen Verteilung bildet. Aus diesem Grund soll für die theoretischen Untersuchungen auf die Modellierung der Impulsstörungen durch α -stabile Verteilungen nach [77] zurückgegriffen werden.

3.3.1 Grundlagen der α -stabilen Verteilungen

Für die Beschreibung von Impulsstörungen durch die α -stabile Verteilungen soll zunächst eine knappe Einführung dieser Klasse von statistischen Verteilungen gegeben werden. Darauf aufbauend wird in einem zweiten Abschnitt die Schätzung von Parametern der α -stabilen Verteilung aus vorgegebenen Störungsmustern dargelegt und somit die Möglichkeit eröffnet, empirisch gemessene Daten statistisch zu klassifizieren.

3.3.1.1 Eigenschaften von α -stabilen Verteilungen

Wie im ersten Abschnitt dieses Kapitels beschrieben, lässt sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Impulsstörern besser in einer nicht-Gauß'schen Verteilung mit schwächer abklingenden Ausläufern beschreiben als in einer klassischen Gauß-Verteilung [78]. Eine kompakte mathematische Formulierung solcher statistischen Verteilungen wird durch die α -stabile Verteilung ermöglicht, deren zentraler Parameter α die Form der Wahrscheinlichkeitsdichtekurve, insbesondere deren Abklingverhalten in den Randbereichen, beschreibt ([79], [80], [81], [82]).

Die einfachste mathematische Darstellung einer α -stabilen Verteilung ist durch die charakteristische Funktion $\varphi(t)$ nach (3.5)

$$\varphi(t) = \exp(jat - \gamma|t|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t)\omega(t, \alpha)])$$

$$\text{mit } \omega = \begin{cases} \tan \frac{\alpha\pi}{2} & \alpha \neq 1 \\ \frac{2}{\pi} \log |t| & \alpha = 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\text{und } -\infty < a < \infty, \gamma > 0, 0 < \alpha \leq 2, -1 \leq \beta \leq 1$$

gegeben, welche, bis auf das Vorzeichen des Exponentialterms, der Fourier-Transformierte der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion entspricht. Die Variable t kennzeichnet hierbei eine Ausprägung der Zufallswerte mit $-\infty < t < \infty$.

Durch 4 Parameter kann die α -stabile Verteilung vollständig beschrieben werden:

1. durch den Ortparameter a (Kennzeichnung der Lage des Maximalwertes der Verteilung)
2. die Dispersion γ (als Analogon zur Varianz σ^2 in der Gauß'schen Verteilung),
3. den Symmetrie-Index β (Kennzeichnung der Achsensymmetrie der Verteilung mit einer senkrechten Spiegelachse bei a)
4. den charakteristischen Exponenten α (Beschreibung des Abklingverhaltens der Verteilung in den Randbereichen)

Für den Parameterwert $\beta=0$ ist die α -stabile Verteilung symmetrisch, d.h. achsensymmetrisch um den Ortsparameter a ; die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich lediglich auf diesen in der Realität am häufigsten vorkommenden Fall. Mit einem Wert von $\alpha=2$ ergibt sich als Grenzfall der symmetrischen α -stabilen Verteilung die Gauß-Verteilung (3.6), während sich für $\alpha=1$ die Cauchy-Verteilung (3.7) einstellt.

$$f_{\text{Gauss}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad \text{mit} \quad \sigma^2 \cong \gamma \quad (3.6)$$

$$f_{\text{Cauchy}}(x) = \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + x^2)} \quad (3.7)$$

Gauß- und Cauchy-Verteilungen sind hierbei die einzigen symmetrischen α -stabilen Verteilungen, die sich mit einer geschlossenen analytischen Form der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$ darstellen lassen [79]. In Abbildung 36 sind einige Verläufe von α -stabilen Verteilungen für verschiedene Werte des charakteristischen Exponenten α für einen Bereich der Zufallsvariablen t von -8 bis +8 wiedergegeben, welcher auf der Abszisse des Diagramms angetragen wurde.

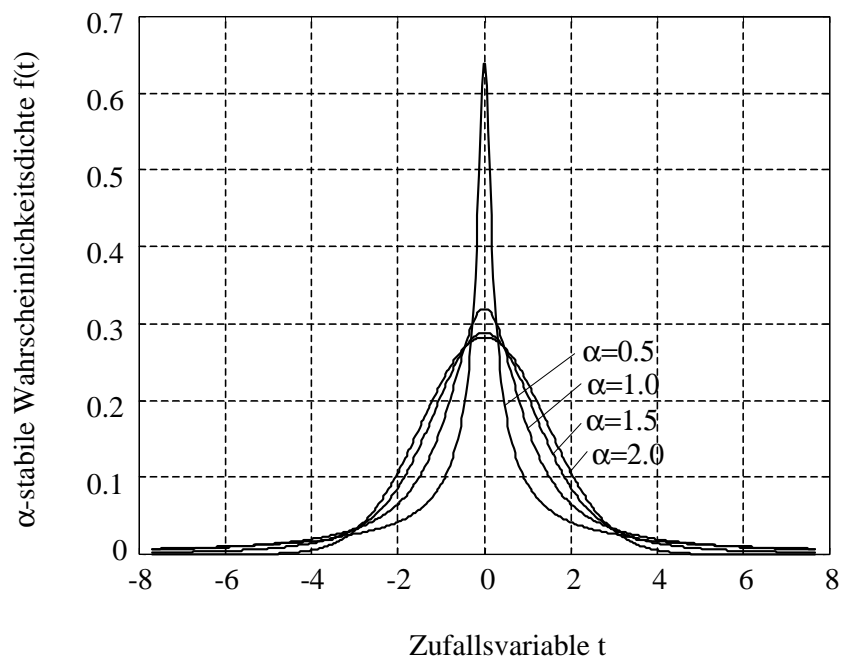


Abbildung 36: symmetrische α -stabile Verteilungen mit unterschiedlichen charakteristischen Exponenten α mit $a=0$

Zur Verdeutlichung des unterschiedlichen Abklingverhaltens der Verteilungen ist in Abbildung 37 ein vergrößerter Ausschnitt dieses Randbereiches dargestellt.

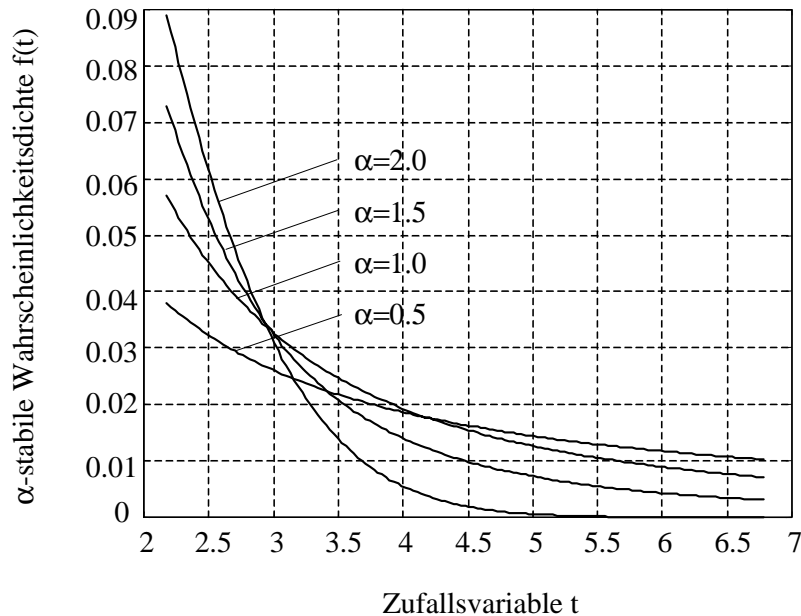


Abbildung 37: Vergrößerte Darstellung des rechten Randbereiches aus Abbildung 36

Für abnehmende Werte von α lässt sich aus den Abbildungen eine Konzentration der Wahrscheinlichkeitsdichte zum Erwartungswert und das schwächere Abklingen in den Randbereichen der Verteilung beobachten.

Weiterhin sind zwei wichtige Eigenschaften von α -stabilen Verteilungen zu nennen [79]:

1. Stabilitätstheorem:

Durch das Stabilitätskriterium lassen sich die stabilen Verteilungen definieren. Nach dieser Vorschrift ist eine Zufallsvariable X dann, und nur dann, als stabil zu bezeichnen, wenn für jede unabhängige Zufallsvariable X_1, X_2 mit gleichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen wie X , und für willkürliche Konstanten a_1, a_2 ein Parametersatz a und b existiert, so dass (3.8)

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 \equiv aX + b \quad (3.8)$$

gilt. Die Notation $X \equiv Y$ kennzeichnet hierbei eine identische Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und Y . Verwendet man die charakteristischen Funktionen von stabilen Verteilungen, lässt sich die folgende Verallgemeinerung zeigen [78]:

Sind X_1, X_2, \dots, X_n voneinander unabhängig und besitzen gleiche Werte für α und β , dann besitzen auch alle Linearkombinationen der Form $\sum_{j=1}^n a_j X_j$ der statistischen Verteilung identische Parameter für α und β [79].

Aus dem Stabilitätstheorem lässt sich weiterhin zeigen, dass stabile Verteilungen die einzige Klasse von Verteilungen darstellen, die sich als Grenzwert aus der Summe von gleichverteilten und unabhängigen Zufallsvariablen ergeben. Dies führt direkt auf den verallgemeinerten zentralen Grenzwertsatz als zweite wichtige Eigenschaft der stabilen Verteilungen.

2. Verallgemeinerter zentraler Grenzwertsatz:

Wird eine Summe von mehreren Werten X_i , $i=1, \dots, n$ mit $n \rightarrow \infty$ gemäß (3.9)

$$S_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{a_n - b_n} \quad (3.9)$$

gebildet, wobei die Zufallsvariablen X_i voneinander unabhängig, gleichverteilt und mit begrenzter Varianz auftreten, dann stellt sich nach dem bekannten zentralen Grenzwertsatz eine Gauß-Verteilung ein. Der Hauptunterschied zwischen dem Verhalten der Gauß-Verteilung und den stabilen Verteilungen lässt sich in dem unterschiedlich starken Abklingverhalten in den Randbereichen der Verteilungen erkennen. Es lässt sich zeigen [82], dass eine nicht-gaußverteilte Zufallsvariable X mit Ortsparameter $a=0$ und Dispersion γ nach der folgenden Gleichung (3.10) beschrieben werden kann.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^\alpha P(|X| > t) = \gamma C(\alpha) \quad (3.10)$$

Hierbei bezeichnet $C(\alpha)$ eine von α abhängige positive Konstante. Durch den Ausdruck t^α in der Berechnungsvorschrift für den Grenzwert wurde gezeigt, dass das Abklingverhalten von stabilen Verteilungen als inverse Potenzfunktion schwächer ausfällt als das exponentielle Abklingverhalten der Gauß-Verteilung. Eine wichtige Eigenschaft aus der genannten Gleichung ist weiterhin die Nichtexistenz von Momenten zweiter Ordnung für die stabilen Verteilungen (außer für den Grenzfall $\alpha=2$). Dies hat zur Folge, dass die Varianz, welche sich aus dem Moment zweiter Ordnung ergibt, für die stabilen Verteilungen gegen unendlich strebt. Die auf der Grundlage von Gauß'schen Störungsmodellen entworfenen Verfahren der Nachrichtentechnik, wie zum Beispiel die Methode der kleinsten Quadrate oder die Autokorrelationsfunktionen, basieren auf der Theorie der Momente zweiter Ordnung. Für derartige nachrichtentechnische Systeme, hat die Nichtexistenz von Momenten zweiter Ordnung allerdings gravierende Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit, da grundlegende Annahmen des Systementwurfes verletzt werden. Hierdurch lässt sich weiterhin analytisch nachweisen, dass herkömmliche, auf der Grundlage von gaussverteilten Störungen, entworfene Übertragungssysteme bei Betrieb in nicht-gaußverteilten Störumgebungen erhebliche Einbrüche in der Leistungsfähigkeit aufweisen. Für den Nachweis, dass die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Störungen der α -stabilen Verteilung zugeordnet werden können, wird in den nachfolgenden Ausführungen eine Methode zur Klassifikation von Störungen in das Modell der α -stabilen Verteilungen vorgestellt. Mit Hilfe dieses Verfahrens wird im Rahmen dieser Arbeit anschließend für die beschriebenen Impulsstörer eine Bestimmung der α -stabilen Verteilungsparameter vorgenommen.

3.3.1.2 Bestimmung der Parameter der α -stabilen Verteilungen bei gegebenen Störern

Zur Klassifizierung von Störern nach dem Modell einer α -stabilen Verteilung müssen aus gegebenen Meßwerten die Parameter a , α , β , γ ermittelt werden. Da nur Störer klassifiziert werden sollen, die mittelwertfrei aufgenommen wurden bzw. bei denen der Mittelwert bekannt ist, kann zur Vereinfachung der Ortsparameter a zu null gesetzt werden und muss nicht numerisch aufwendig geschätzt werden. Zusätzlich wird von der Annahme ausgegangen, dass die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion symmetrisch bezüglich des Ortsparameters a ist, was sich durch die in (3.1) verwendete Betragsbildung im Exponentialterm und der sich dadurch ergebenden Achsensymmetrie bzgl. der Ordinate für das konkrete Anwendungsbeispiel rechtfertigen lässt. Dies führt auf einen Symmetrieindex von $\beta=0$. Somit ist hauptsächlich die Klassifikation der Störer in Bezug auf α und γ von Interesse, welche das Abklingverhalten der Wahrscheinlich-

keitsverteilung bzw. die Breite der Verteilungsdichte-Kurve kennzeichnen. In den weiteren Ausführungen soll deshalb eine Beschränkung auf die Schätzverfahren dieser beiden zentralen Parameter erfolgen. Für eine derartige Schätzung werden in der Literatur mehrere Verfahren aufgeführt [79], [80], [81]. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Schätzung der genannten Verteilungsparameter wurde die Methode nach Koutrouvelis [83] verwendet, die sich durch eine numerisch einfache Implementierbarkeit auszeichnet. Eine ausführlichere Darstellung unterschiedlicher Schätzverfahren ist in [79] zu finden.

Die Schätzmethode nach Koutrouvelis [83] basiert auf der charakteristischen Funktion der Abtastwerte x_1, \dots, x_n gemäß (3.11)

$$\hat{\varphi}(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e^{jtx_k}, \quad (3.11)$$

wobei n die Anzahl der berücksichtigten Abtastwerte angibt. Nach [79] bildet $\hat{\varphi}(t)$ einen erwartungstreuen Schätzer für die wahre charakteristische Funktion $\varphi(t)$, welche die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eindeutig festlegt. Die Variable t kennzeichnet hierbei wiederum eine Ausprägung der Zufallswerte gemäß (3.5).

Die Regressionsmethode von Koutrouvelis basiert auf dem unter (3.12) beschriebenen Zusammenhang zwischen der charakteristischen Funktion einer symmetrischen α -stabilen Verteilung und deren Parametern.

$$\log(-\log|\varphi(t)|^2) = \log(2c^\alpha) + \alpha \log|t| \quad (3.12)$$

und

$$\frac{\text{Im}(\varphi(t))}{\text{Re}(\varphi(t))} = \tan(at). \quad (3.13)$$

Hierbei gilt zugleich $c = \gamma^{1/\alpha}$ [83]. Aus (3.12) lassen sich die Parameter α und γ durch die Anwendung der linearen Regressionsfunktion (3.14)

$$y_k = \mu + \alpha w_k + \varepsilon_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (3.14)$$

schätzen, wobei von den nachstehenden Ausdrücken

$$y_k = \log(-\log|\hat{\varphi}(t)|^2) \quad (3.15)$$

$$\mu = \log(2c^\alpha) \quad (3.16)$$

$$w_k = \log|t_k| \quad (3.17)$$

auszugehen ist [79]. Mit ε_k wird in diesem Zusammenhang ein Fehlerterm bezeichnet, welcher als unabhängig, identisch verteilt und mittelwertfrei angesetzt wird. t_1, \dots, t_k beschreibt hierbei ein Cluster von reellen Zahlen [79].

Der gesamte Schätzvorgang wird mehrfach iterativ wiederholt, bis ein definiertes Konvergenzkriterium erreicht wird. Eine detaillierte Darstellung des Regressionsverfahrens nach Koutrouvelis ist in [83] beschrieben. Durch die numerisch einfache Implementierbarkeit gegenüber weiteren Verfahren zur Schätzung der Parameter von α -stabilen Verteilungen wurde das im vorliegenden Abschnitt dargelegte Verfahren für die Klassifikation der nach Abschnitt 3.2 charakterisierten Störungen verwendet.

3.3.2 Klassifikation von Impulsstörungen auf twisted-pair-Leitungen durch α -stabile Verteilungen

Nach der Darstellung einer kompakten statistischen Wahrscheinlichkeitsverteilung für Impulsstörungen in Form der α -stabilen Verteilungen erfolgt im Rahmen dieser Arbeit eine Parametrisierung der empirisch gemessenen Störungen nach der Klasse der α -stabile Verteilung. Mit dieser Einordnung der Impulsstörungsmuster in die theoretisch besser zu analysierende α -stabile Verteilung wird eine Äquivalenz der gesamten statistischen Eigenschaften der beiden Ausprägungsformen aufgezeigt. Bei der α -stabilen Verteilung wird durch die Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsdichte in einer geschlossenen Form ein Verlust von zeitlichen Zusammenhängen der Störungsbursts in Kauf genommen. Weiterhin wird von der Annahme ausgegangen, dass die Impulsstörungen symmetrisch (d.h. $\beta=0$) verteilt sind und einen Ortsparameterwert von $a = 0$ aufweisen. Diese Annahmen lassen sich durch die Betragsbildung nach (3.1) und die Darstellung der Impulsspannungswerte in Abbildung 33 rechtfertigen. Für die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Parameterwerte für α und γ wurde eine Impulsstörungsserie mit 10^6 Abtastwerten nach dem Modell von Henkel und Kessler [70] generiert. Da bei realen nachrichtentechnischen Übertragungssystemen nicht allein isolierte Impulsstörungsbursts auftreten, sondern ebenfalls durch das Gauß'sche Modell beschreibbare Störungsquellen wie z.B. das thermischen Bauelementerauschen, wurde aus diesem Grund für die Ermittlung der statistischen Eigenschaften des Gesamtstörverhaltens den simulativ erhaltenen Impulsstörungen zusätzliche gaußverteilte Störungen mit einem E_S/N_0 von 30 dB hinzuaddiert, um eine *worst-case*-Abschätzung durchführen zu können. Das hieraus resultierende Gesamtstörungssignal wurde anschliessend nach seinen statistischen Eigenschaften klassifiziert. Die durch das Schätzverfahren nach Koutrouvelis [83] ermittelten Parameterwerte des gemischten Stör Szenarios (gaußverteilt in Kombination mit nicht-gaußverteilten Störungen) ließen sich mit Werten von $\alpha=1,97$ und $\gamma=0,82$ approximieren. Insbesondere die Approximation des charakteristischen Exponenten entsprach den Schätzwerten, welche in [77] für die Impulsstörungen ermittelt wurden. Es zeigt sich somit eine deutliche Ähnlichkeit zwischen der Modellierung nach Henkel und Kessler [70] und der Approximation von Stuck und Kleiner [77] aus den Messungen in US-amerikanischen Leitungsnetzen. Weiterhin ergibt sich aus diesen Näherungen, dass die Verteilung einen kleinen, nicht zu vernachlässigenden nicht-Gauß'schen Anteil aus der Differenz zwischen dem charakteristischen Exponenten der Gauß-Verteilung ($\alpha=2,0$) und dem approximativen charakteristischen Exponenten ($\alpha=1,97$) aufweist. Bei einer Vernachlässigung der nicht-Gauß'schen Anteile ist daher in stark gestörten Situationen mit einer erheblichen Verschlechterung der Systemperformance zu rechnen, da in diesen Fällen die grundlegenden Annahmen des Systementwurfes mit der Modellierung der Störungen nach der Gauß-Verteilung verletzt werden.

Durch die Klassifikation der empirisch gemessenen Impulsstörungen [70] in das Modell der α -stabilen Verteilungen lässt sich nachweisen, dass für derartige Störquellen die Ergebnisse aus dieser Klasse von nicht-gaußverteilten Störungsmodellen anwendbar sind. Als zentraler Aspekt fällt hierunter ein Einbrechen der Leistungsfähigkeit von herkömmlichen nachrichtentechnischen Verfahren, welche auf der Basis von gaußverteilten Störungen entwickelt wurden. Die unmittelbaren Auswirkungen von derartigen nicht-Gauß'schen Störungen auf die Datenübertragung in nachrichtentechnischen Systemen (insbesondere in OFDM-Systemen) soll in dem nachfolgenden Abschnitt untersucht werden.

3.4 Wirkung von transienten Störvorgängen auf OFDM-basierte Übertragungssysteme

Wie im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, führt die Verletzung von Systemannahmen durch die Vernachlässigung der nicht-Gauß'schen Störanteile bei der Datenübertragung in impulsge störten Umgebungsszenarien zu deutlichen Einbrüchen in der Leistungsfähigkeit. Für die Impulsstörungen als Beispiel der nicht-Gauß'schen Störungen wird dies bereits in [13] dargelegt. Die Auswirkungen derartiger Störungen zeigen sich vor allem durch eine sofortige deutliche Erhöhung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit. Für eine detaillierte Darstellung der Auswirkungen von Impulsstörungen wird daher in dieser Arbeit zunächst eine qualitative Analyse der Störeffekte vorgenommen. Hieran anschließend wird in einer weiteren Analyse die Bitfehlerrate in Abhängigkeit von der Impulslänge quantifiziert.

In Kapitel 2.2 wurde bereits die Gliederung der OFDM-Übertragung in einen Zeit- und Frequenzbereich vorgestellt. Ausgehend von der diskreten Zeitbereichsdarstellung des l -ten empfangenen OFDM-Symbols $y_1[k]$ lässt sich die Einstreuung von Störungen \mathbf{n}_1 in das Übertragungssystem als additive Überlagerung auf das mit der Kanalimpulsantwort \mathbf{h}_k gefaltete Sendesignal \mathbf{x}_1 nach (3.18)

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_1 \bullet \mathbf{h}_k + \mathbf{n}_1 \quad (3.18)$$

beschreiben. In (2.26) und (2.27) wurden bereits Rauschsignale in der zeitdiskreten OFDM-Übertragung dargestellt; es handelte sich in den genannten Gleichungen lediglich um gaußverteiltes Rauschen. Für die Berücksichtigung des nicht-Gauß'schen Rauschanteils (insbesondere der Impulsstörungen) lässt sich die in (2.26) ausgeführte Beschreibung eines OFDM-Systems dergestalt erweitern, dass sich die Störgröße gemäß [84] in den Gauß'schen Anteil $\mathbf{n}_{G,1}$ und den Impulsstörungsanteil $\mathbf{n}_{I,1}$ nach (3.19) aufspalten lässt.

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_{G,1} + \mathbf{n}_{I,1} \quad (3.19)$$

Analog zu (2.27) kann die erhaltene Störgröße in der OFDM-Übertragung systemtheoretisch durch Transformation in den Frequenzbereich in die beiden Teile $\mathbf{N}_{G,1}$ und $\mathbf{N}_{I,1}$ getrennt werden. Da die Sendesignale \mathbf{X}_1 im Frequenzbereich die zu übertragenden QAM-Konstellationen der einzelnen Unterträger symbolisieren, wird durch die Addition der komplexen Störwerte gemäß (3.20) die Zuordnung der Empfangssymbole \mathbf{Y}_1 zu den gesendeten QAM-Konstellationen erschwert [84].

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{H}_k + \mathbf{N}_{G,1} + \mathbf{N}_{I,1} \quad (3.20)$$

Für den Fall der Gauß'schen Störanteile $\mathbf{N}_{G,1}$ ist dies nicht problematisch, da durch die Bitloading-Algorithmen für jeden Unterträger ein QAM-Signalraum festgelegt wird, bei dem im Normalfall eine fehlerfreie Rekonstruktion der gesendeten Symbole \mathbf{X}_1 aus den empfangenen Symbolen \mathbf{Y}_1 möglich wird. Voraussetzung für ein derartiges Verhalten ist ein schnelles Abfallen der Wahrscheinlichkeitsdichtekurven in den Randbereichen der Verteilung. Hohe Amplitudenwerte (d.h. „Ausreißer“) sind nur sehr selten zu erwarten. Sind bei der Übertragung hohe Impulsspannungsamplituden während der Übertragung zu berücksichtigen, kann es zu einer Addition von betragsmäßig großen komplexen Störanteilen kommen. Durch die Auswertung des Entscheiders zu gunsten der fehlerhaften empfangenen QAM-Konstellation werden hierdurch Bitfehler in der Datenübertragung induziert. In dieser Arbeit wurde das Störverhalten durch eine qualitative Auswertung der Einfügung von komplexen Störtermen nach (3.20) untersucht, deren Ergebnis exemplarisch in Abbildung 38 wiedergegeben ist. Für diese Darstellung wird hierzu ein einzelnes DMT-Symbol mit 256 Trägern und einem 4 QAM-Signalraum

verwendet.

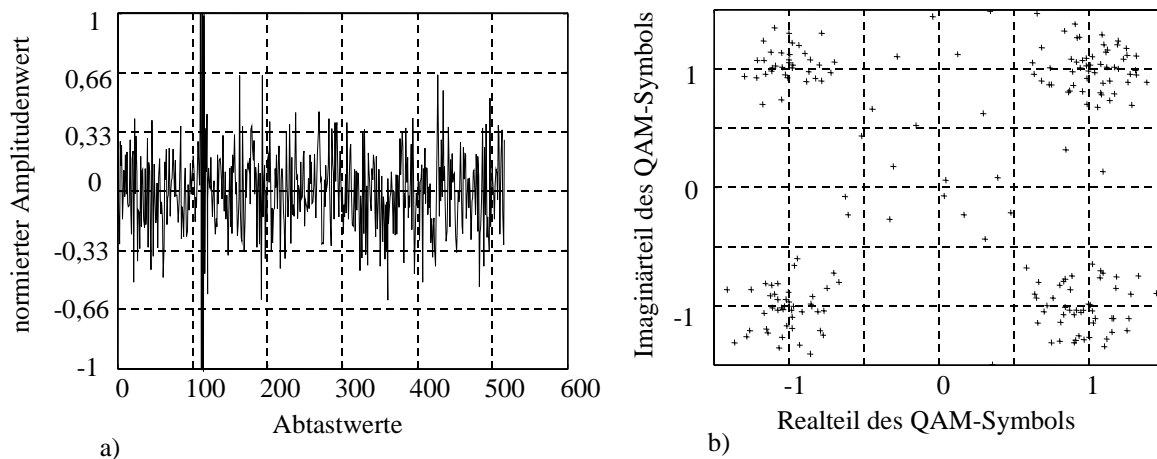


Abbildung 38: Exemplarische Beschreibung eines Impulsstörers im Zeitbereich a) und dessen Wirkung auf die Demodulationsfähigkeit des DMT-Symbols im Frequenzbereich b)

Zusätzlich zu dem Gauß-verteilten Rauschen mit einem E_S/N_0 von 30 dB wurde die transienten Störung in diesem Beispiel exemplarisch durch einen 5 Abtastwerte langen Impulsburst mit Beginn an der Abtastwerteposition 110 modelliert, wobei eine amplitudenbegrenzende Wirkung der A/D-Wandlereinheiten in realen Systemen durch eine Komponenten nachgebildet wurde, welche eine harte Begrenzung des Signals auf den normierten Amplitudenwert Eins realisierte. Der in dieser Arbeit zu Grunde gelegte Wert E_S/N_0 von 30dB basiert hierbei auf einer *worst-case*-Abschätzung, für die eine Übertragung von 2 Bit pro Unterträger mit einer Bitfehlerrate von 10^{-7} gemäß (2.41) erreicht werden kann. Für den im Rahmen dieser Arbeit gezogenen Vergleich der Demodulationsfähigkeit des gestörten mit dem ungestörten DMT-Symbol im Zeit- und Frequenzbereich kann Abbildung 39 als Referenz herangezogen werden. Als Störgröße wurde für die Darstellung in Abbildung 39 lediglich ein gaußverteiltes Rauschen mit einem Wert E_S/N_0 von 30 dB zu Grunde gelegt.

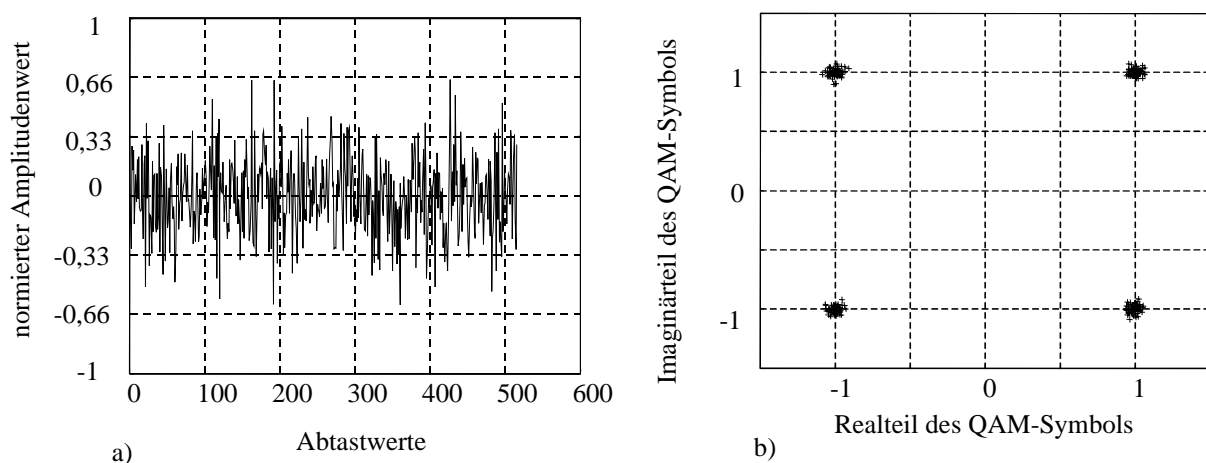


Abbildung 39: Referenz des ausschließlich AWGN-gestörten DMT-Symbols im Zeit- a) und Frequenzbereich b)

Aus den Abbildungen ist bereits bei einem zur Symbollänge relativ kurzen Impulsstörungsburst eine deutliche Verschlechterung der Auflösung der gesendeten QAM-Konstellation zu erken-

nen. Für höherstufige QAM-Signalräume erschwert dieses Verhalten die Demodulation erheblich, da hier die QAM-Signalraumpunkte näher beieinander liegen. Die korrekte Zuordnung der empfangenen zu den gesendeten QAM-Konstellationen bei stärkeren Störungen gestaltet sich in diesen Fällen problematisch.

Die verminderte Demodulationsfähigkeit bei gestörter Übertragung resultiert folglich in einer fehlerhaften Auswertung der empfangenen QAM-Konstellationen und verursacht eine erhöhte Bitfehlerrate. In einer weiteren Untersuchung lässt sich der Zusammenhang zwischen einer Variation der Länge der Impulsbursts und des Auflösungsverhaltens der DMT-Symbole zeigen. Hierzu wurde eine 4-QAM-Konstellation für alle Unterträger verwendet, welche eine Übertragung von 2 Bit pro Träger und DMT-Symbol ermöglicht. Neben der Einfügung von kontinuierlichen gaußverteilten Störungen (mit einem E_S/N_0 von 30 dB) wird die Länge der Impulsstörungsbursts im Intervall 1% - 20% der Länge eines DMT-Symbols in 1%-Schritten variiert. In Abbildung 40 sind die sich ergebenden Bitfehlerkurven für die Übertragung von 50 Millionen Bits pro Impulslängenintervall dargestellt.

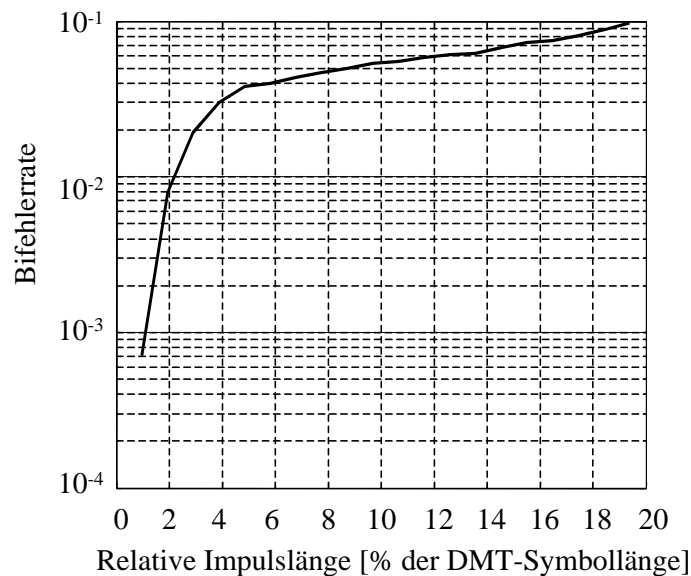


Abbildung 40: Verteilung der Bitfehler bei Variation der Impulslänge in Bezug auf die Symbollänge bei DMT-Symbolen mit einer 4-QAM-Signalraumkonstellation

Die Auswertung der Bitfehlerkurven aus Abbildung 40 zeigt, dass es bereits bei kurzen Impulsstörungslängen im Vergleich zur gesamten DMT-Symbollänge zu gravierenden Einbrüchen in der Übertragungsqualität kommt, wobei mit einer Zunahme dieser Störerlängen eine Erhöhung der Bitfehlerrate zu verzeichnen ist.

Durch die Reed-Solomon-Codierung (RS-Codierung) in Kombination mit dem Interleaving-Verfahren wird zwar versucht, diese Störungseffekte zu kompensieren, die Auswirkungen von transienten Störungen können jedoch bereits bei kurzzeitigem und dicht gestaffeltem Auftreten von Störungen die Leistungsfähigkeit des Systems nachhaltig beeinträchtigen, da durch die hohe Bitfehlerrate zu einem Decodierversagen führen kann. Am Beispiel eines maximal fehlergeschützten ADSL-Systems nach Tabelle 4 und Tabelle 5 wird in den folgenden Ausführungen ein solches RS-Decodierversagen nachgewiesen.

Da bei einer maximalen Anzahl von 16 Redundanzbytes pro RS-Codewort höchstens 8 Datenbytes dieses Codewortes korrigierbar sind, muss für die Rekonstruktion eines komplett gestörten RS-Codewortes mit 255 Bytes Codewortlänge somit nach einem Interleaving der Tiefe $m=64$ die Ausnutzung der vollständige Redundanz aller nachfolgenden 64 RS-Codeworte auf-

gewendet werden. Bei der Wahl von einem DMT-Symbol pro RS-Codewort setzt dies voraus, dass innerhalb dieser Zeitspanne von 64 DMT-Symbolen (d.h. ca. 16 ms) keine Impulsstörung die Datenübertragung beeinträchtigt, da anderenfalls durch ein Überschreiten der maximalen Anzahl an korrigierbaren Bytes pro DMT-Symbol ein Decodierversagen des RS-Decoders induziert wird. Gemäß Abbildung 35 ist eine impulsstörungsfreie Zeitdauer von mindestens 16 ms nicht gewährleistet, was sich in einer hohen Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines RS-Decodierversagens widerspiegelt. Wie sich in Abbildung 40 weiterhin zeigt, besteht bereits bei geringen Impulsstörungslängen eine stark verringerte Demodulationsfähigkeit des gesendeten DMT-Symbols, so dass bereits durch die Kombination von kurzen auftretenden Impulsstörungen mit lediglich kurzen impulsstörungsfreien Zeitintervallen ein deutlicher Einbruch in der Leistungsfähigkeit des Übertragungssystems verursacht wird.

Ziel der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen ist es daher, durch algorithmische Verfahren eine Reduktion der Auswirkungen von Impulsstörungen auf die Demodulationsfähigkeit zu erreichen, was sich in einer Verringerung der Bitfehlerrate des gesamten Übertragungssystems auswirkt.

3.5 Zusammenfassung

In klassischen nachrichtentechnischen Systemen wird von einer gaußverteilten Störumgebung ausgegangen. Diese Modellierung lässt sich zwar nach dem zentralen Grenzwertsatz theoretisch rechtfertigen und durch die große Anzahl der in der Realität anzutreffenden Phänomene nachweisen. Es zeigt sich, dass einige in der Natur zu beobachtenden Effekte (wie zum Beispiel impulsartige Störungen) sich statistisch nicht durch die Gauß-Verteilung nachbilden lassen. Zentrales Merkmal dieser nicht-Gauß'schen statistischen Verteilungen ist ein schwächeres Abklingen der Wahrscheinlichkeitsdichtekurven in den Randbereichen gegenüber der Gauß-Verteilung. Durch die fehlende Berücksichtigung der nicht-gaußverteilten Störungen wird in einem herkömmlichen Nachrichtenübertragungssystem somit bei Betrieb dieses Systems in derartigen Störszenarien eine wesentliche Voraussetzung verletzt, was sich in einem Einbruch der Übertragungsqualität zeigt.

Für die Darstellung dieser Leistungsminderung wurde zunächst eine statistische Modellierung der Impulsstörungen an Hand von empirisch gemessenen Störungswerten nach Henkel und Kessler (z.B. [70]) vorgenommen. In einem anschließenden Schritt wurde mit der α -stabilen Verteilung ein statistisches Modell vorgestellt und darauf basierend die erheblich störenden Effekte von nicht-Gauß'schen Störungen auf die herkömmlichen nachrichtentechnischen Systeme simulativ untersucht. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Impulsstörungen sich in das Modell der α -stabilen Verteilung eingruppiert lassen. Hierdurch wurde nachgewiesen, dass die theoretischen Aussagen dieses Modells für transiente Störungen auf *twisted-pair*-Leitungen anwendbar sind. Abschließend wurde in dieser Arbeit die Wirkungsweise von Impulsstörungen in OFDM-basierten Multiträgersystemen verdeutlicht sowie die Effekte dieser Störeinflüsse qualitativ und quantitativ abgeschätzt. Zugleich wird auf das herkömmliche standardisierte Verfahren zur Kompensation von Impulsstörungseffekten mittels der Reed-Solomon-Codierung in Verbindung mit einem Interleaver eingegangen, wobei nachgewiesen wird, dass eine fehlerfreie Funktion derartiger Fehlerschutzverfahren in impulsgestörter Umgebung nicht sichergestellt ist. Auf dieser Basis wird ein Bedarf von Möglichkeiten zur Verbesserung der Einsatzbedingungen der standardisierten Fehlerschutzkomponenten abgeleitet, welcher zu einer in dieser Arbeit vorgeschlagenen neuartigen Erweiterung der Struktur eines Übertragungssystems gemäß Kapitel 4 führt, wobei die Funktion des entwickelten Verfahrens zugleich am Beispiel des ADSL-Systems demonstriert wird.

4 Optimierung der Übertragungseigenschaften von xDSL-Systemen in impulsgestörter Umgebung

Nach der Beschreibung von OFDM-Systemen in Kapitel 2 und der Analyse von Effekten durch transiente Störungen auf Multiträgersysteme in Kapitel 3 wird in Kapitel 4 ein Verfahren zur Reduktion von Impulsstörungen in xDSL-Systemen vorgestellt und am Beispiel eines ADSL-Systems diskutiert. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methode basiert dabei auf der Implementierung einer zusätzlichen Filter-Komponente in die Systemstruktur zur Verbesserung der Robustheit des xDSL-Systems bei einem Betrieb in einer realen, impulsgestörten Umgebung.

Die Anordnung dieses Kapitel gliedert sich in fünf Abschnitte. In Abschnitt 4.1 die vorgeschlagene Systemstruktur mit den ihr inhärent verbundenen Vor- bzw. Nachteilen und potentielle Realisierungsformen aufzeigt, erfolgt in Abschnitt 4.2 eine vertiefte Analyse des Verhaltens von statistischen Filtern in impulsgestörter Umgebung. Hieraus wird eine Methodik für den Entwurf von robusten M-Filtern abgeleitet und durch geeignete Simulationen verifiziert. In Abschnitt 4.3 wird eine Möglichkeit aufgezeigt, die numerisch aufwendige statistische Filterung lediglich in impulsgestörten Signalsegmenten einzusetzen, damit die im Signalprozessor zur Verfügung stehende Rechenleistung effektiv ausgenutzt werden kann. Abschnitt 4.4 verdeutlicht die Optimierung der Systemeigenschaften durch den Einsatz der zusätzlichen Filter-Komponente. Abschließend werden in Abschnitt 4.5 die wesentlichen Ergebnisse aus Kapitel 4 zusammengefasst.

4.1 Vorschlag eines Systemkonzeptes zur Optimierung der xDSL-Übertragung

Der Schwerpunkt der in diesem Abschnitt 4.1 vorgestellten neuartigen Systemstruktur zur Kompensation von Impulsstörungen liegt in der Beschreibung der Positionierung des zusätzlich eingefügten Kompensationselementes für transiente Störungen in der Systemstruktur und der konkreten Auslegung dieser Komponente. Hierbei wird zunächst ein allgemeines Verfahren zur Kompensation von Impulsstörungen in xDSL-Systemen vorgeschlagen, ohne den konkreten Einsatz in einer spezifischen xDSL-Variante zu berücksichtigen. Die tatsächliche Funktionsfähigkeit der vorgeschlagenen Erweiterung der Systemstruktur wird in nachfolgenden Abschnitten am Beispiel eines ADSL-Systems diskutiert.

4.1.1 Vorschlag einer erweiterten Systemstruktur

Die in Abschnitt 3.4 dargestellten Beeinträchtigungen der DMT-Übertragung basieren weitgehend auf einer Aussteuerung des empfangenen Signals in den nicht-linearen A/D-Wandlerbereich des xDSL-Empfängers, was durch die temporäre Überlagerung von starken Impulsstörungen auf das Signal verursacht wird. Mittels eines zusätzlich eingefügten Kompensationselementes soll daher eine derartige Aussteuerung verhindert und die Ausnutzung des ge-

samten Dynamik-Bereiches der A/D-Wandlereinheit ermöglicht werden. Grundlage hierfür ist das Vorliegen eines Signals mit einem möglichst niedrigen Verhältnis zwischen den Signalspitzen und dem Durchschnittswert (*Crest-Faktor*). Für die Umsetzung der beschriebenen Zielsetzung wurde im Rahmen dieser Arbeit die Implementierung einer zusätzlich in die bestehende Systemstruktur einzufügenden Komponente nach Abbildung 41 vorgeschlagen, wobei das eingefügte Element als digitales nicht-lineares statistisches Filter ausgelegt sein soll [85].

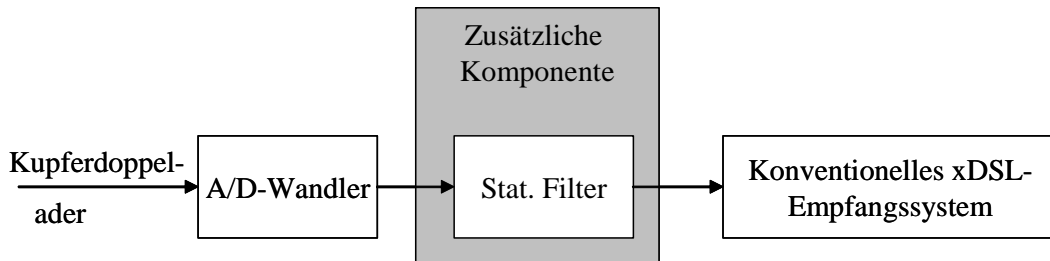


Abbildung 41: Vorschlag zur Eingliederung des statistischen Filters in die xDSL-Empfangsumgebung

Durch das digitale nicht-lineare statistische Filter wird eine Möglichkeit zur Schätzung des gestörten Signalverlaufes nach definierten Kriterien und somit eine Verringerung der Fehlerrate durch eine Verbesserung der Detektion des Empfangssignals ermöglicht. Detailliertere Ausführungen zu den Eigenschaften der Filter sind Abschnitt 4.2 zu entnehmen. Für die Position des Filters direkt nach der A/D-Wandler-Einheit und vor dem herkömmlichen xDSL-Empfangssystem lassen sich verschiedene Vorteile nennen. Zunächst kann durch die Wahl der Einfügeposition in die Systemstruktur direkt nach dem A/D-Wandler eine digitale Lösung des statistischen Filters realisiert werden. Insbesondere die kostengünstigen Umsetzung des zusätzlich eingefügten Komponente stellt daher einen Vorteil dar, da keine Änderungen an der Hardware, insbesondere des Schaltungslayout, vorgenommen werden müssen. Weiterhin lässt sich eine digitale Lösung einfach in den bestehenden Signalprozessor-Code eines xDSL-Empfangssystems integrieren.

Ein zusätzlicher Vorteil der dargestellten Systemstruktur besteht darin, dass das bereits standardisierte Übertragungssystem in seinen Kernelementen nicht verändert werden muss. Als Konsequenz hieraus ist nach der Implementierung nicht von Inkompatibilitäten zwischen einem optimierten und einem konventionellen xDSL-System auszugehen. Die Positionierung des statistischen Filters zwischen der Systemkomponente A/D-Wandler und den weiteren Elementen von herkömmlichen xDSL-Empfangssystemen erweist sich somit als optimal. Für die konkrete Umsetzung des statistischen Filters bieten sich in der Literatur (z.B. [86], [87]) mehrere Realisierungsformen, welche in ihren Grundzügen im nachfolgenden Abschnitt dargestellt werden.

4.1.2 Mögliche Realisierungsformen des statistischen Filters

Die Extraktion von relevanten Merkmalen eines empfangenen Signals, wie z.B. die Eigenschaften des Signals im Frequenzbereich, wird üblicherweise mittels einer geeigneten Filterung durchgeführt. Im Wesentlichen wird bei der Entwurfsmethodik des im vorangehenden Abschnitt beschriebenen statistischen Filters auf bekannte robuste Verfahren der Bildverarbeitung zurückgegriffen, da in diesem Anwendungsfeld bereits Vorarbeiten geleistet wurden, die sich durch geeignete Anpassungen ebenfalls für den Einsatz in nachrichtentechnischen Systemen eignen. Insbesondere ist in diesem Zusammenhang die Reduktion von zweidimensionalen Filterfunktionen in der Bildverarbeitung auf eine gewichtete eindimensionale Filterfunktion für nachrichtentechnische Anwendungen zu erwähnen. Unter der Bezeichnung der „robusten“ Ver-

fahren werden im Rahmen dieser Arbeit dabei Methoden verstanden, in denen vereinzelte fehlerhafte hohe Abtastwerte keinen wesentlichen Einfluss auf die Lage des durch das verwendete Verfahren ermittelten Ausgangswertes nehmen.

In den folgenden Ausführungen sollen daher zunächst einige der bekanntesten Methoden vorgestellt und ihre Vorzüge bzw. Nachteile kurz gegenübergestellt werden. Im Anschluss daran wird auf die Klasse der *Maximum-Likelihood* (ML)-Filter näher eingegangen, da diese Filterklasse wegen einer hohen Detailgenauigkeit das größte Potenzial für die Implementierung in nachrichtentechnische Übertragungssysteme aufweist.

- **Median-Filter:**

Bei der Berechnung des Filterausgangswertes θ des Median-Filters erfolgt gemäß (4.1) [86]

$$\theta = \text{med}(\mathbf{x}) = \begin{cases} x_{(v+1)} & \text{für ungerade Filterlänge } n = 2v + 1 \\ \frac{1}{2}(x_{(v)} + x_{(v+1)}) & \text{für gerade Filterlänge } n = 2v \end{cases} \quad (4.1)$$

mit dem Abtastwertvektor $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n]$,

wobei eine Sortierung der n Abtastwerte x_i^1 (mit $i \leq n$) des Filterfensters in auf- bzw. absteigender Reihenfolge vorgenommen und derjenige Abtastwert als Ausgangssignal des Filters θ verwendet wird, welcher als mittlerer Wert in der sortierten Liste $x_{(i)}$ der Abtastwerte auftrat [86]. Für gerade Fensterlängen ergibt sich hierbei der Ausgabewert durch die Bildung des arithmetischen Mittels aus den beiden mittleren Abtastwerte der sortierten Liste $x_{(i)}$. Als Vorteil des Median-Filters muss seine einfache Realisierbarkeit angeführt werden, wobei auch eine gute Rekonstruktion von steilen Signalfanken ermöglicht wird. Nachteilig wirkt sich allerdings der Verlust von Detail-Information bei der Wahl großer Filterfenster aus [87], welche zur Elimination von zeitlich länger andauernden Störungen notwendig sind. Außerdem gestaltet sich die Filterung von oszillierenden Signalen durch das Median-Filter problematisch. Für den Einsatzbereich in nachrichtentechnischen Systemen erweist sich das Median-Filter daher als nicht optimal.

- **L-Filter (Linear Combination Order Statistic Filter):**

Die L-Filter basieren auf dem aus der robusten Statistik bekannten L-Schätzer, und stellen eine Verallgemeinerung der Median-Filter und deren Abwandlungen dar [86], [94]. Als Alternativbezeichnung wird oftmals auch der abkürzende Begriff *order statistic filter* verwendet [86]. Das L-Filter hat eine ähnliche Struktur wie das FIR-Filter; der Filterausgangswert θ wird durch die Berechnungsvorschrift (4.2)

$$\theta_i = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_{(i)} \quad (4.2)$$

berechnet, wobei $x_{(i)}$, $i=1, \dots, n$ wiederum die geordneten Abtastwerte x_i und a_i die Filterkoeffizienten darstellen. Durch eine derartige Berechnungsvorschrift wird eine Minimierung des quadratischen Fehlers

1. die nach der Sortierung der n Abtastwerte x_i erhaltene Folge der geordneten Werte wird im Rahmen dieser Arbeit mit $x_{(i)}$ gekennzeichnet

$$E\{(\theta_i - x_i)^2\} = E\left\{\left(\sum_{j=1}^n a_j x_{(j)} - x_i\right)^2\right\} \quad (4.3)$$

mit den Abtastwerten x_i erreicht [86]. Vorteilhaft bei den L-Filtern ist die Möglichkeit, durch die Wahl der Filterkoeffizienten, ein optimales Filter nach dem minimum-square-error-Kriterium für unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu erhalten, welches sich gegenüber anderen Filterkategorien einfacher berechnen lässt. Allerdings tritt durch die Sortierung der Abtastwerte bei der Wahl eines großen Filterfensters wiederum ein Verlust von Detail-Information über das zeitliche Verhalten des Signals auf. Um längere starke Störungen kompensieren zu können, sind große Filterfenster notwendig, woraus sich ebenfalls eine begrenzte Einsatzfähigkeit der L-Filter in nachrichtentechnischen Übertragungssystemen ergibt.

- ML-Filter (Maximum-Likelihood-Filter):

Das ML-Filter basiert auf dem aus der robusten Statistik bekannten ML-Schätzer $\hat{\theta}$ [94], welcher für ein n Abtastwerte langes Datenfenster durch die Maximierungsaufgabe über θ gemäß (4.4)

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \prod_{i=1}^n f(x_i - \theta) \quad (4.4)$$

definiert ist. Der Ausdruck $f(x_i - \theta)$ bezeichnet dabei die Wahrscheinlichkeitsdichte des Ortschafters θ in Bezug auf den Abtastwert x_i [94]. Eine äquivalente Darstellung zu (4.4) lässt sich weiterhin durch die Minimierungsaufgabe gemäß (4.5)

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^n \log(f(x_i - \theta)) \quad (4.5)$$

angeben, wobei diese Minimierung unter Zuhilfenahme der Gleichung

$$\sum_{i=1}^n \psi(x_i - \theta) = 0 \quad (4.6)$$

mit

$$\psi(x) = -\frac{\frac{\partial}{\partial \theta} f_{\theta}(x)}{f_{\theta}(x)} \quad (4.7)$$

numerisch berechnet werden kann [86]. Dem durch die implizite Definition verursachten hohen numerischen Aufwand lassen sich einige Vorteile gegenüberstellen, welche die Verwendung des ML-Filters für den Einsatz in stark impulsgestörter Umgebung attraktiv erscheinen lassen. Hier lässt sich zunächst anführen, dass durch die Vermeidung der Sortierung der Abtastwerte innerhalb des Filterfensters ein Verlust von Detail-Information bei der Wahl großer Fensterlängen vermieden wird. Weiterhin können für eine Frequenzfilterung Gewichtungsfaktoren eingeführt werden. Der Einfluss von weit außerhalb des regulären Wertebereiches liegenden Abtastwerten ist nicht durch die gegebenen Filterkoeffizienten

gekennzeichnet, sondern wird durch den Kern des Filters (d.h. durch die Wahl der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung) begrenzt (z.B. [91]). Aus diesem Grund eignen sich die ML-Filter für die robuste Filterung von Impulsstörungen mit unbekanntem Störer-Verteilungen. Zusätzlich ist davon auszugehen, dass mit zunehmendem technischen Fortschritt das Problem des hohen numerischen Aufwandes in den Hintergrund treten wird.

Aus der in diesem Abschnitt dargestellten Übersicht wird deutlich, dass für den Einsatz in nachrichtentechnischen Systemen die ML-Filter einen adäquaten Ansatz zur Kompensation von allgemeinen Störer-Verteilungen bieten. Hierbei kann weiterhin eine Berücksichtigung von nicht-Gauß'schen Verteilungen erfolgen, soweit sie sich in einer analytisch geschlossenen Form darstellen lassen. In den weiteren Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Klasse der ML-Filter detaillierter untersucht.

4.2 Analyse und Optimierung der Eigenschaften von robusten statistischen M-Filtern

Ausgehend von den in Abschnitt 4.1.2 dargestellten Ergebnissen werden im Rahmen dieser Arbeit die ML-Filter vertieft betrachtet. Zentrales Merkmal der ML-Filter ist deren Entwurf auf der Grundlage von Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen. In den Ausführungen dieses Abschnittes wird von der Verwendung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion als Filter-Kern abstrahiert und eine eigene Entwurfsmethodik auf der Basis von freien Filter-Kernfunktionen entwickelt. Der durch Abstraktion ermittelte Filtertyp mit einem definierten spektralem Verhalten wird im Rahmen dieser Arbeit durch den Begriff „M-Filter“ gekennzeichnet, um eine Unterscheidung mit den wahrscheinlichkeitsdichtebasierten ML-Filtern zu verdeutlichen. Für die Strukturierung dieses Abschnittes soll daher zunächst in 4.2.1 die Herleitung eines auf der *Maximum-Likelihood*-Schätzung (ML-Schätzung) basierenden ML-Filters als Ausgangsbasis für die Verallgemeinerung erläutert werden. Hieraus wird in 4.2.2 eine neuartige Methode für das Design von robusten M-Filtern vorgestellt, wobei der Entwurf des Filters an Hand von vorgegebenen Kriterien erfolgen kann. In 4.2.3 erfolgt eine Abschätzung der Verbesserung der Leistungsfähigkeit des neu entworfenen M-Filters gegenüber der Leistungsfähigkeit von ML-Filtern, welche nach der herkömmlichen Entwurfsmethodik entworfen werden können.

4.2.1 Grundlagen der Maximum-Likelihood-Filter

Für die weiteren Entwicklungsschritte wird zunächst der Filterentwurf auf der Basis des statistischen ML-Schätzers aufgezeigt. Um die grundlegenden Zusammenhänge dieses Filtertyps aufzeigen zu können, wird in einem ersten Abschnitt die prinzipielle Funktionsweise von ML-Schätzern dargestellt, auf deren Basis im nachfolgenden Abschnitt die Entwurfsvorschrift von ML-Filtern abgeleitet werden kann.

4.2.1.1 Grundlagen der ML-Schätzung

Die Grundlage für die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Filter bilden die aus der robusten Statistik bekannten ML-Schätzer, welche durch (4.4) beschrieben werden. Für das Verständnis der Arbeitsweise dieses Schätzers soll auf eine Plausibilitätsbetrachtung der ML-Schätzer nach Abbildung 42 zurückgegriffen werden.

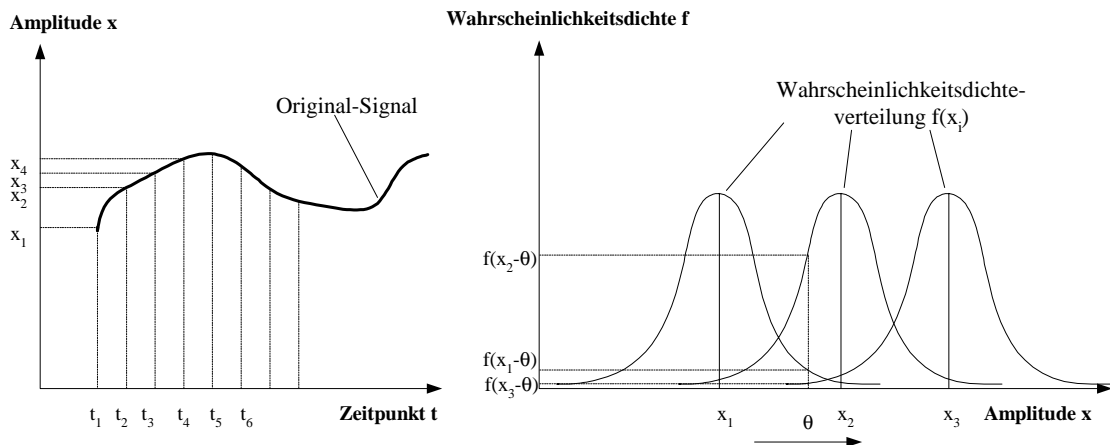


Abbildung 42: Wirkungsweise des ML-Schätzers: a) Abtastung eines zeitkontinuierlichen Signals, b) ML-Schätzung eines Signals bei einer Störung der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x_i)$

Die Amplituden x_1, x_2, \dots der verschiedenen Abtastwerte des Original-Signals (Abbildung 42a) werden auf der Abszisse eines neuen Diagramms (Abbildung 42b) eingetragen. Auf der Ordinate des neuen Diagramms wird die Wahrscheinlichkeitsdichte wiedergegeben. Da die Amplituden zu den n Abtastzeitpunkten $t_i, i=1,2,\dots,n$ annahmegemäß voneinander unabhängig sind, kann eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $f(x_i)$ über jeden der Original-Amplitudenwerte eingetragen werden. Der Schätzer θ kann als Abweichung von den einzelnen maximalen Amplitudenwerten gedeutet werden und wird mit einer Wahrscheinlichkeit $f(x-\theta)$ auftreten. Für die Anwendung als statistisches Schätzverfahren müssen nun mehrere Abtastwerte des Signals in einem verschiebbaren Filterfenster zusammengefasst werden (z.B. wurden in Abbildung 42 die ersten drei Abtastwerte verwendet). Ziel ist es, einen Schätzer θ für alle einbezogenen Amplitudenwerte x_i zu finden, welcher die größte Gesamtwahrscheinlichkeit (Maximum-Likelihood) aufweist, wobei die einzelnen Wahrscheinlichkeitsdichten $f(x-\theta)$ wegen der angenommenen statistischen Unabhängigkeit der Amplitudenwerte der einzelnen Abtastwerte zu multiplizieren sind. Durch dieses Verfahren kann ein robuster Schätzer $\hat{\theta}$ gegenüber starken Impulsstörungen ermittelt werden, wie in nachfolgenden Abschnitten noch ausführlich gezeigt wird. Die Verwendung des ML-Schätzers für die in Filteranwendungen durchgeführte Zeitreihen-Analyse erfolgt durch ein verschiebbares Fenster, innerhalb dessen der Schätzer θ nach der obigen Methode errechnet wird. Im darauf folgenden Schritt wird das Filterfenster um einen im Zeitablauf nachfolgenden Abtastwert verschoben und der Schätzer neu berechnet. Das Filterausgangssignal besteht somit in einer Aneinanderreihung der berechneten Schätzwerte θ der einzelnen Filterfenster. Durch den Einsatz einer derartigen Vorgehensweise für die Schätzung von fehlenden bzw. stark gestörten Signalsegmenten wird bei der Ermittlung des Signalwertes eine optimale Funktion des Filters bei kurzen zu schätzenden Signalsegmenten erreicht, da mit zunehmender Länge des zu überbrückenden Signalabschnittes die Schätzgenauigkeit durch fehlende zuverlässige Stützstellen reduziert wird. Prinzipiell kann somit beim Einsatz von Schätzfiltern zur Überbrückung von fehlenden Signalabschnitten eine steigende Genauigkeit für sinkende Filterlängen bzw. kürzere zu schätzenden Signalsegmente erzielt werden. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten statistischen Filter lässt sich der genannte Zusammenhang in Abschnitt 4.4.2 nachweisen.

4.2.1.2 Filterentwurf auf der Basis des *Maximum-Likelihood-Prinzips*

Nachdem die Grundlagen des *Maximum-Likelihood-Prinzips* erläutert wurden, wird auf der Basis dieses Verfahrens in der vorliegenden Arbeit eine Methodik für den ML-Filterentwurf unter Verwendung von Filterkoeffizienten in Anlehnung an [88] abgeleitet. Hierzu wird zunächst von empfangenen Abtastwerten x_i ausgegangen, welche durch eine gaußverteilte Störung überlagert sind. Das Verhalten in Bezug auf die Robustheit des Filters soll in nachfolgenden Abschnitten untersucht werden; zunächst soll an dieser Stelle das Entwurfsverfahren vorgestellt werden.

Sind die einzelnen Abtastwerte nach der Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsdichte verteilt, lässt sich der zu maximierende Ausdruck für ein Fenster von n Abtastwerten nach (4.8)

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} \left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_i - \theta)^2}{2\sigma^2}} \right) = h\{f_{\text{Gauss}}(x - \theta)\} \quad (4.8)$$

beschreiben. Ausgangswert $\hat{\theta}$ des ML-Filters wird somit derjenige Wert θ sein, der den größten Wert der Likelihood-Funktion $h\{f_{\text{Gauss}}(x - \theta)\}$ annimmt. Gleichung (4.8) lässt sich durch die folgenden mathematischen Umformungen vereinfachen:

1. Verwerfen aller konstanten Anteile, da diese keinen Beitrag zum Auffinden des Optimums liefern
2. Bildung des Logarithmus zur Überführung der Berechnung einer Exponentialfunktion auf die alleinige Berechnung des Argumentes der Exponentialfunktion
3. Transformation der Maximierungsaufgabe in eine Minimierungsaufgabe durch Einbezug des negativen Vorzeichens des Argumentes des Exponentialterms

Diese Vereinfachungen führen auf die bekannte Form der Minimierung des quadratischen Fehlers nach (4.9)

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin}_{\theta} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2. \quad (4.9)$$

Soll aus dem Schätzer (4.9) ein Filter entworfen werden, muss der unterschiedlichen Gewichtung der einzelnen Positionen der Abtastwerte im Filterfenster Rechnung getragen werden. Dies kann durch die Einführung einer Skalierung der Wahrscheinlichkeitsdichten erfolgen, welche, analog unterschiedlicher Varianzen, formal eine Verbreiterung bzw. Verschmälerung der Wahrscheinlichkeitsdichten der einzelnen Abtastwerte bewirkt. Bei Abtastwerten, die eine erhöhte Relevanz für das Ausgangssignal aufweisen sollen, muss somit eine größere Konzentration um den Maximalwert der Verteilung (d.h. den Abtastwert) bestehen, damit die weiter entfernt liegenden Abtastwerte durch den Ausdruck $f(x - \theta)$ ein statistisch geringeres Gewicht erhalten. Mathematisch lässt sich die Einführung der Gewichtung dadurch interpretieren, dass die einzelnen Abtastwerte zwar statistisch unabhängig, aber nicht identisch verteilt sind [88]. Wird nun mit einer freien Variablen K und den Gewichtungsfaktoren w_i' der einzelnen Abtastwerte x_i ein Skalierungsfaktor S_i der Wahrscheinlichkeitsdichten $f(x_i - \theta)$ nach (4.10)

$$S_i = \frac{K}{w_i'} \quad (4.10)$$

gewählt, ergibt sich durch Auflösen der skalierten Likelihood-Funktion $h\{f_{\text{Gauss}}((x_i - \theta)/S_i)\}$ nach (4.8) ein Ausdruck der Form [109]

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^n w_i \cdot (x_i - \theta)^2 \quad \text{mit } w_i = w_i'^2. \quad (4.11)$$

Der Nachteil eines derart entworfenen Filters liegt in der Beschränkung auf nicht-negative Filterkoeffizienten durch den Zusammenhang $w_i = w_i'^2 > 0$. Als Konsequenz aus dieser Einschränkung lassen sich lediglich Tiefpass-Filter durch ein solches Entwurfsverfahren realisieren [88], [89]. Als konstanter Faktor ist die Skalierungsvariable K in diesem Fall für die Berechnung eines Optimums als redundant zu betrachten. Zur Lösung der Extremwertaufgabe (4.11) lässt sich die erste Ableitung nach dem gesuchten Parameter θ in einer impliziten Form gemäß (4.12)

$$\sum_{i=1}^n -2 \cdot w_i \cdot (x_i - \theta) \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.12)$$

verwenden. Die Auflösung dieses Ausdruckes nach θ führt auf

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}. \quad (4.13)$$

Der Ausgangswert des statistischen Filters wird hierbei mit $\hat{\theta}$ bezeichnet, um zu verdeutlichen, dass $\hat{\theta}$ das Ergebnis der Schätzoperation über den gesamten Wertebereich von θ bildet. Um die Einschränkung auf nicht-negative Filterkoeffizienten aufzulösen, erfolgt eine zusätzliche Berücksichtigung der an der Ordinate gespiegelten Abtastwerte (d.h. der Original-Abtastwerte mit negativem Vorzeichen) (analog zu [89]). Hierzu wird gleichfalls eine Verdopplung der Gewichtung der einzelnen Abtastwerte nach (4.14)

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{2N} g_i \cdot (z_i - \theta)^2 \quad (4.14)$$

mit $\mathbf{g} = [w_1, w_2, \dots, w_N, h_1, \dots, h_N]$ und $\mathbf{z} = [x_1, x_2, \dots, x_N, -x_1, \dots, -x_N]$

eingeführt, wobei die Variablen h_i die Filterkoeffizienten der an der Ordinate gespiegelten Abtastwerte bilden. Für den Spezialfall einer Verwendung der Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung als Basis der Likelihood-Funktion ergibt sich eine Reduktion der Anzahl der Filterkoeffizienten von $2N$ auf N Gewichtungsfaktoren durch eine Berücksichtigung des Vorzeichens der gespiegelten Abtastwerte nach (4.15)

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^N (w_i \cdot x_i + h_i \cdot (-x_i))}{\sum_{i=1}^N (w_i + h_i)} = \frac{\sum_{i=1}^N (w_i - h_i) \cdot x_i}{\sum_{i=1}^N (w_i + h_i)}. \quad (4.15)$$

Die führt auf einen Zusammenhang nach (4.16)

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^N k_i \cdot x_i \quad \text{mit} \quad k_i = \frac{w_i - h_i}{\sum_{i=1}^N (w_i + h_i)}. \quad (4.16)$$

Die resultierenden Filterkoeffizienten k_i können durch die Wahl der Summanden w_i und h_i in einer derartigen Notation zu einem insgesamt negativen Koeffizienten k führen und bieten somit die Möglichkeit zum Entwurf eines Hochpass- und Bandpass-Verhaltens des durch k charakterisierten Filters. Der Filterentwurf entspricht weiterhin der bekannten Berechnungsvorschrift eines FIR-Filters mit den Filterkoeffizienten k_i , wobei durch gezeigt werden konnte, dass ein auf der Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung basierendes ML-Filter auf die bekannte Form der Minimierung des quadratischen Fehlers führt. Aus (4.15) wird weiterhin der lineare Zusammenhang der Filterausgangswerte $\hat{\theta}$ von den Abtastwerten x_i deutlich. Die Eindeutigkeit der in (4.15) ermittelten Lösung für die Ausgangswerte von linearen Filtern wird in dem nachfolgenden Abschnitt aufgezeigt. Für den Fall linearer Filter, wie sie sich aus den ML-Filtern unter Verwendung der Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsdichte ergeben, stehen weiterhin bereits theoretisch ausreichend fundierte Verfahren für die Berechnung der Filterkoeffizienten zur Verfügung (z.B. [90]).

Als großer Nachteil des numerisch einfach zu berechnenden FIR-Filterausgangswertes ist die mangelnde Robustheit gegenüber großen Impulsstörungen zu nennen, d.h. bei Auftreten derartiger Störungen ist die fehlerfreie Funktionsweise des FIR-Filters mit den erwarteten Eigenschaften nicht mehr sichergestellt [91]. Für eine Beurteilung des Verhaltens von linearen Filtern in impulsgestörter Umgebung wird daher im nachfolgenden Abschnitt eine detaillierte Untersuchung dieser Filterklasse in derartigen Störszenarien vorgenommen.

4.2.1.3 Analyse der Robustheit von ML-Filtern durch Methoden der robusten Statistik

Um die Untersuchung der Robustheit von statistischen Filtern möglichst einfach durchführen zu können, wurde in dieser Arbeit auf Verfahren aus dem mathematischen Teilgebiet der robusten Statistik zurückgegriffen, da hier bereits umfangreiche Methoden zur Kompensation von Ausreißern in Datensätzen erarbeitet wurden (z.B. [92], [93], [94]). Eine unmittelbare Anwendung dieser Verfahren für die Analyse des Verhaltens von statistischen Filtern lässt sich problemlos realisieren, wie in [92] gezeigt wurde. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und der Verständlichkeit wird zunächst die Nomenklatur der robusten Statistik vorgestellt und hieraus die Charakteristik der linearen Filter in Bezug auf deren Verhalten in impulsgestörter Umgebung abgeleitet.

Gemäß [93] lässt sich ein Maximum-Likelihood-Ortsschätzer durch die allgemeine Form nach (4.17)

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N \rho(x_i, \theta) \quad (4.17)$$

ausdrücken, wobei der Term $\rho(x_i, \theta)$ durch mehrere, nicht einheitliche englische Bezeichnungen benannt wird [92], [93], [94]. Im Rahmen dieser Arbeit wird für den Ausdruck $\rho(x_i, \theta)$ die Bezeichnung „Kosten-Funktion“ gewählt, welche sich aus der Übersetzung der englischen Bezeichnung „*cost function*“ aus der Anlehnung an die Kosten-Minimierung in der Betriebswirtschaftslehre ergibt. Die Elemente x_i des Abtastwertvektors \mathbf{x} kennzeichnet hierbei den Daten der zu analysierenden Wertegruppe, während die Variable θ den zu optimierenden Parameter

in einer allgemeinen Form darstellt. Da in der robusten Signalverarbeitung (insbesondere im Filterentwurf) hauptsächlich die Schätzung des Ortparameters θ relevant ist [92], wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit die Differenz zwischen den Elementen x_i des Datenvektors \mathbf{x} und dem Parameter θ als zu minimierender Restfehler

$$r_i = x_i - \theta \quad (4.18)$$

zusammengefasst. Für die Suche des Minimalwertes $\hat{\theta}$ nach (4.17) muss bei der Wahl einer differenzierbaren Kosten-Funktion $\rho(r_i)$ die erste Ableitung nach dem Parameter θ ermittelt und in einer impliziten Form gemäß (4.19)

$$\sum_{i=1}^N \psi(r_i) = 0 \quad (4.19)$$

mit

$$\psi(r_i) = \frac{\partial}{\partial \theta} \rho(r_i) \quad (4.20)$$

gelöst werden. Für die Lösung von (4.19) lassen sich nach [93] verschiedene Verfahren anwenden, von welchen eines als Basis der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten statistischen Filter dient und an dieser Stelle beschrieben wird [92]. Unter der Annahme

$$\lim_{x \rightarrow 0} ((\psi(x))/x) = c$$

kann (4.19) durch eine Erweiterung mit (4.18) in einen Ausdruck der Form (4.21) überführt werden

$$\sum_{i=1}^N \psi(x_i - \theta) = \sum_{i=1}^N \frac{\psi(x_i - \theta)}{(x_i - \theta)} (x_i - \theta) = 0 \quad \text{mit} \quad x_i \neq \theta. \quad (4.21)$$

Hieraus ergibt sich die Lösung für $\hat{\theta}$ ²

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{i,\theta} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^N v_{i,\theta}} \quad \text{mit} \quad v_{i,\theta} = \begin{cases} \frac{\psi(x_i - \theta)}{(x_i - \theta)}, & x_i \neq \theta \\ c, & \text{sonst} \end{cases}. \quad (4.22)$$

Die endgültige Lösung der Optimierungsaufgabe lässt sich nicht in jedem Fall durch eine analytische Lösung von (4.22) in einem einzigen Schritt bestimmen [92]. Für den Lösungswert $\hat{\theta}$ nach (4.17) kann mittels einer iterative Anwendung von (4.22) eine approximative Lösung von (4.21) gefunden werden. Hierzu wird für die Iterationsschleife n ein Ausdruck der Form

2. Mit $\hat{\theta}$ wird im Rahmen dieser Arbeit derjenige Wert θ bezeichnet, welcher aus der Menge aller Werte θ auf den minimalen kumulierten Kosten-Funktionswert nach (4.17) führt.

$$\hat{\theta}^{(n+1)} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{i, \theta^{(n)}} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^N v_{i, \theta^{(n)}}} \quad (4.23)$$

verwendet. Diese Vorgehensweise entspricht einer Newton'schen Näherung zur numerischen Lösung einer impliziten Gleichung. Einen Beweis für die Konvergenz von (4.23) auf die exakte Lösung von (4.21) kann [93] entnommen werden.

Von zentraler Bedeutung für die Eigenschaften der ML-Schätzer als Grundlage der ML-Filter, ist die Ableitung der Kosten-Funktion $\rho(r)$ [94]. Dieses, durch $\psi(r)$ gemäß (4.20) gekennzeichnete Differential wird in der Fachliteratur der robusten Statistik als „Einfluss-Funktion“ bezeichnet, da sich hierdurch der Einfluss eines Ausreißerwertes auf den Filterausgangswert $\hat{\theta}$ analysieren lässt [94]. Für die Abschätzung der Robustheit des ML-Filters ist insbesondere das Verhalten der Einfluss-Funktion bei hohen Restfehlerwerten r von besonderem Interesse [92],[94], da sich für den Einsatz von nicht-begrenzten Einfluss-Funktionen eine fehlende Robustheit der hierauf basierenden ML-Filter gegenüber starken Impulsstörungen zeigen lässt [93], [94]. An Hand der in Abschnitt 4.2.1.2 ermittelten (gewichteten) Kleinste-Quadrate-Funktion als Kosten-Funktion $\rho(w, r)$ nach (4.24)

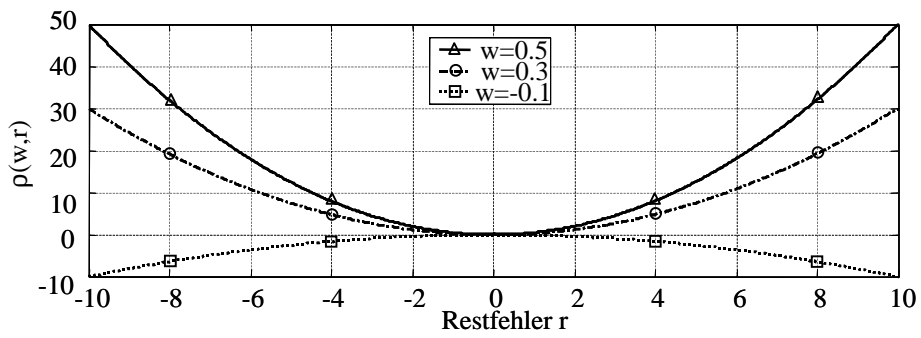
$$\rho(w_i, r_i) = w_i \cdot r_i^2 \quad (4.24)$$

wird die Untersuchung des Robustheitsverhaltens exemplarisch demonstriert. Aus (4.24) ergibt sich unter Anwendung von (4.20) eine lineare Einfluss-Funktion gemäß

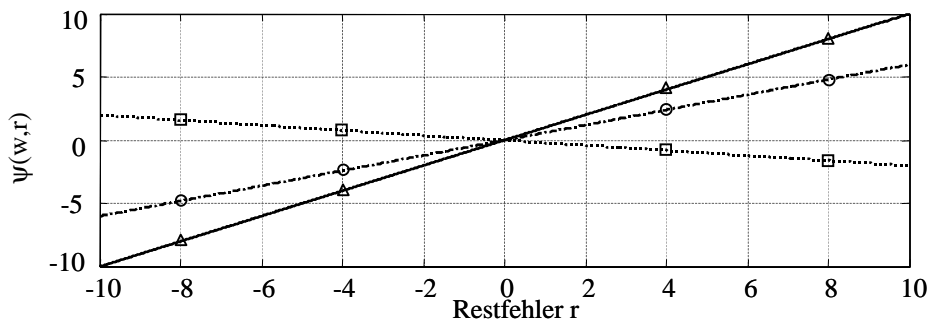
$$\psi(w_i, r_i) = \frac{\partial}{\partial r_i} \rho(w_i, r_i) = 2 \cdot w_i \cdot r_i. \quad (4.25)$$

Wird somit als Kosten-Funktion die nach (4.24) dargestellte gewichtete Kleinste-Quadrate-Funktion gewählt, führt dies zu einer Einfluss-Funktion, die sich dadurch auszeichnet, dass der Einfluss eines verbleibenden Restfehlers r_i zwischen dem Abtastwert x_i und dem zu schätzenden Wert θ linear mit zunehmender Größe des Restfehlers r_i ansteigt. Abbildung 43 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

Durch das linear ansteigende Verhalten der Einfluss-Funktion erhalten somit große Restfehler einen sehr großen Einfluss von auf die Lage des Filterausgangswertes. Es besteht daher die Gefahr, dass ein einzelner Ausreißer innerhalb des Filterfensters die korrekt erfasste und gewichtete Abtastwerte-Gruppe vollständig dominiert und das Ergebnis der Filterung gravierend verzerrt. In Abbildung 44 wird eine derartige Situation unter Verwendung eines 5 Koeffizienten langen Filterfensters mit einem Abtastwertvektor $\mathbf{x}=[2,0; 2,6; 2,8; 3,4; 8,0]$ und einem zugehörigen Gewichtungsvektor $\mathbf{w}=[0,2; -0,1; 0,4; -0,1; 0,2]$ exemplarisch dargestellt.



a) Gewichtete quadratische Kosten-Funktion



b) Gewichtete quadratische Einfluss-Funktion

Abbildung 43: Darstellung der gewichteten quadratischen Kosten-Funktion (a) und der gewichteten quadratischen Einfluss-Funktionen (b)

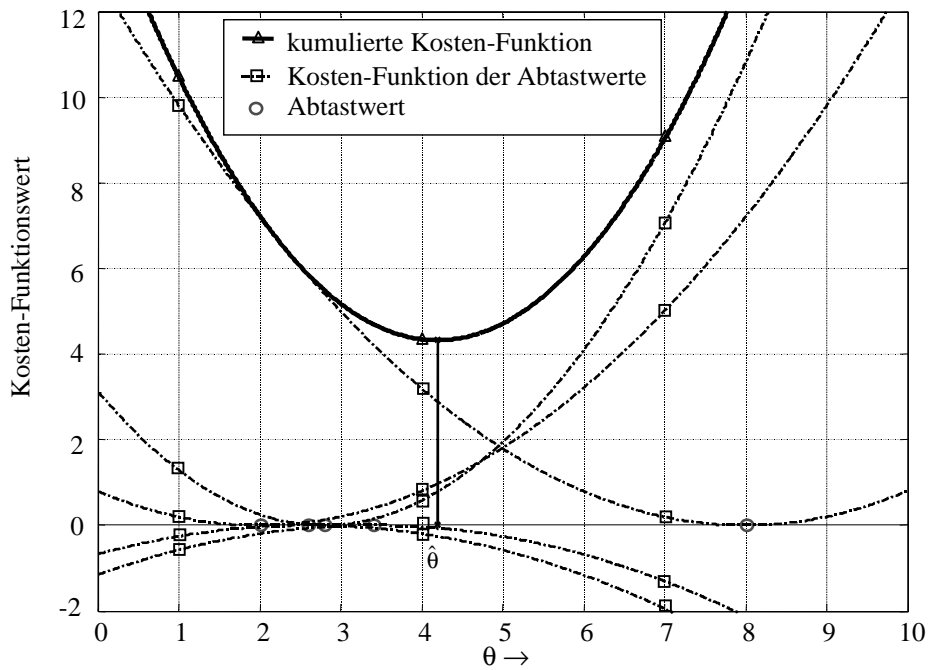


Abbildung 44: Ermittlung des Filterausgangswertes eines ML-Filters auf der Basis der quadratischen Kosten-Funktion

Hieraus wird ersichtlich, dass der Ausreißerwert bei $x=8,0$ das Ergebnis der Filterung derart beeinflusst, dass der Filterausgangswert außerhalb des korrekt abgetasteten Werte-Clusters liegt. Die eingefügte Gewichtung ist für die Festlegung des Ausgabewertes weiterhin nicht ursächlich. Tritt weiterhin eine derartige Störung innerhalb eines Filterfensters auf, kann auf Grund der Verschiebe-Operation des Filterfensters möglicherweise durch einen einzigen fehlerhaften Abtastwert eine längere Sequenz von fehlerbehafteten Filterausgangswerten verursacht werden. Ein derartiges Verhalten verhindert eine robuste Arbeitsweise des Filters.

Durch das einzige Minimum der kumulierten Kosten-Funktion in Abbildung 44 zeigt sich eine eindeutige Lösung für die in (4.17) beschriebene Minimierungsaufgabe mit quadratischen Kosten-Funktionen. Diese Eindeutigkeit der Lösung ist als Spezialfall zu betrachten, da sie im Wesentlichen durch monotone Einfluss-Funktionen hervorgerufen wird. Durch die linearen Verläufe der einzelnen Einfluss-Funktionen aus (4.25) ergibt sich nach Bildung der Summenfunktion (4.19) eine lineare kumulierte Einfluss-Funktion, welche eine einzige Nullstelle und damit ein eindeutiges globales Minimum der kumulierten Kosten-Funktion nach (4.17) kennzeichnet. Abbildung 45 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

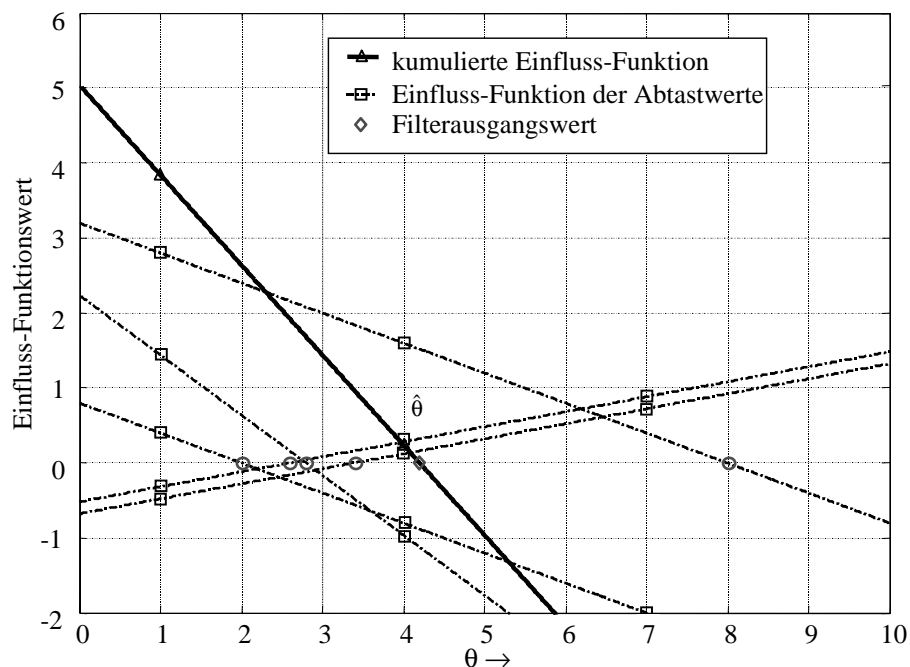


Abbildung 45: Darstellung der Einfluss-Funktionen zur Bestimmung des Minimums der kumulierten Kosten-Funktion

Da sich aus Abbildung 43 und Abbildung 45 das nicht-robuste Verhalten durch die unbegrenzten Einfluss-Funktionen zeigt, muss zur Verbesserung der Filtereigenschaften in impulsgestörter Umgebung somit eine Veränderung der Kosten-Funktion als Kern des Filters erfolgen. Mögliche Optimierungsansätze zur Verbesserung der Robustheit werden im folgenden Abschnitt näher dargestellt.

4.2.2 Entwurfsverfahren von robusten M-Filtern

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zur Robustheit von statistischen Filtern führen auf ein grundsätzlich neuartiges Verfahren des robusten Filterentwurfes. Ausgangspunkt hierzu bildet zunächst das bekannte Myriaden-Filter, bevor eine Verallgemeinerung der Klasse der ML-Filter unter Verwendung von beliebigen Kosten-Funktionen erfolgt,

wobei einige Kriterien für das Verhalten der Filter explizit vorgegeben werden können. Unter diesen Aspekten lassen sich sehr robuste statistische Filter entwickeln, welche zur Abgrenzung gegenüber den ML-Filtern als M-Filter bezeichnet werden [86], [92].

4.2.2.1 Die Myriaden-Filter

Ausgehend von der unzureichenden Nachbildung der Impulsstörungen durch das Gauß'sche Modell, wurde eine bessere Beschreibung des statistischen Verhaltens dieser Störungsklassen durch die Cauchy-Verteilung erreicht [95], [96]. Die Cauchy-Verteilung gemäß (4.26)

$$f_{\text{Cauchy}}(r, \gamma) = \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + r^2)} \quad (4.26)$$

erweist sich als eine der wenigen α -stabilen Verteilungen, welche sich in geschlossener Form darstellen lassen, d.h. deren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in einer analytischen Form direkt angegeben werden kann [79]. Die Variable r bezeichnet hierbei den Restfehler, wie er bereits in Abschnitt 4.2.1.3 eingeführt wurde, während γ die Dispersion der Verteilung nach 3.3.1.1 symbolisiert. Zentrales Merkmal der Cauchy-Verteilung ist, dass sie ein schwächeres Abklingen der Wahrscheinlichkeitsdichtekurve aufweist als die Gauß'sche Verteilung. Sie bietet somit eine bessere Nachbildung der statistischen Verteilung von Impulsstörungen. Nach [95] lässt sich aus der Cauchy-Verteilung ein Filter konstruieren, welches sich nach der eingeführten Nomenklatur für ML-Filter gemäß

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \prod_{i=1}^N \left(\frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + r_i^2)} \right) \quad (4.27)$$

auszeichnet. Nach Bildung des Kehrwertes und der Vernachlässigung von konstanten Faktoren für die Extremwertaufgabe wird aus (4.27) eine Minimierungsaufgabe gemäß (4.28)

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \prod_{i=1}^N (\gamma^2 + r_i^2). \quad (4.28)$$

Durch Anwendung der mathematischen Rechenvorschrift für Logarithmus-Funktionen kann die Produkt-Form aus (4.28) in die Summen-Form (4.29) überführt werden

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N \log(\gamma^2 + r_i^2). \quad (4.29)$$

Eine analog zu Abschnitt 4.2.1.2 geführte Skalierung der Wahrscheinlichkeitsdichtekurven [96] zur Gewichtung der einzelnen Abtastwerte führt auf einem Ausdruck

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N \log\left(\frac{\gamma^2}{K} + w_i \cdot r_i^2\right), \quad (4.30)$$

welcher in der Fachliteratur unter der Bezeichnung Myriaden-Filter bekannt ist [97]. Da mit Hilfe der Cauchy-Verteilungsfunktion auch Daten aus stark impulsge störten, nicht-cauchyverteilten Umgebungen herausgefiltert werden können, verliert γ als Dispersionsvariable die Bedeutung und lässt sich als freier Parameter zur Optimierung verwenden. Im weiteren Verlauf

erfolgt aus Gründen der Übersichtlichkeit eine Umbenennung des Ausdruckes γ^2/K in κ . Für die Ableitung der Adaptionalgorithmen und die Filterung wurde die Logarithmus-Darstellung verwendet. Bei der nachfolgenden numerischen Umsetzung der erhaltenen Algorithmen wurde aus Komplexitätsgründen teilweise wieder auf die Produktform zurückgegriffen.

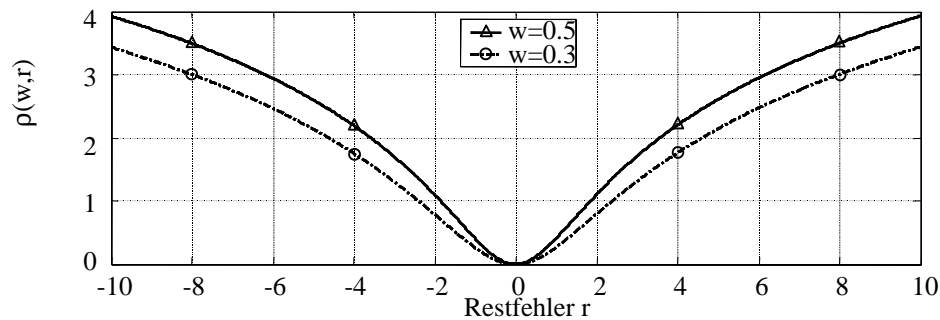
Eine Umformung des Filterkerns des Myriaden-Filters führt auf eine Definition der verwendeten Kosten-Funktion gemäß

$$\rho(r_i, w_i, \kappa) = \log(\kappa + w_i \cdot r_i^2) \text{ mit } r_i = x_i - \theta. \quad (4.31)$$

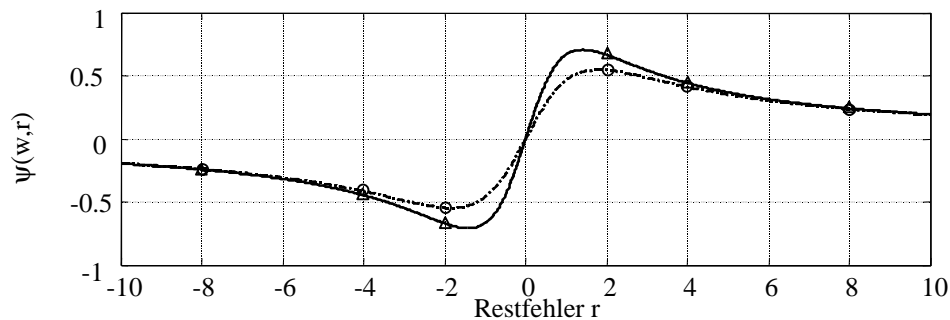
Eine grafische Darstellung dieser Kosten-Funktion ist in Abbildung 46 wiedergegeben. Als Einfluss-Funktion lässt sich hieraus eine Gleichung gemäß (4.32) errechnen

$$\psi(r_i, w_i, \kappa) = \frac{\partial}{\partial r_i} \rho(r_i, w_i, \kappa) = \frac{2 \cdot w_i \cdot r_i}{\kappa + w_i \cdot r_i^2}. \quad (4.32)$$

Nachdem bereits in Abschnitt 4.2.1.3 gezeigt wurde, dass ein Schätzverfahren auf der Basis einer unbegrenzten Einfluss-Funktion ein nicht-robustes Verhalten aufweist, zeigt sich in Abbildung 46, dass die Einfluss-Funktion des Myriaden-Filters bei großen Restfehlern die Bedingung für eine robuste Arbeitsweise in impulsgestörter Umgebung erfüllt, da nicht nur eine Begrenzung der Einfluss-Funktion für große Werte von r erfolgt, sondern zusätzlich ein deutliches Abfallen der Einfluss-Kurve bei einem Auftreten von großen Restfehlerwerten zu beobachten ist.



a) Gewichtete Kosten-Funktion auf Basis der Cauchy-Verteilung



b) Gewichtete Einfluss-Funktion auf Basis der Cauchy-Verteilung

Abbildung 46: Kosten-Funktion (a) und Einfluss-Funktion (b) des auf der Cauchy-Verteilung basierenden Myriaden-Filters mit $\kappa=1$

Aus der Definition der Kosten-Funktion für die Myriaden-Filter wird ersichtlich, dass wiederum nur positive Filterkoeffizienten w_i einsetzbar sind. Im Fall der Myriaden-Filter ist diese Ein-

schränkung eine unmittelbare Folge der Berechnungsvorschrift für die Logarithmus-Funktion, welche für negative Argumentwerte nicht definiert ist. Mit einem derart entworfenen ML-Filter lassen sich allerdings wiederum lediglich Tiefpass-Filter realisieren [89]. Dieser Nachteil kann analog zu Abschnitt 4.2.1.2 durch die Berücksichtigung der gespiegelten Abtastwerte und der damit zusammenhängenden Einfügung einer doppelten Gewichtung kompensiert werden. Im Gegensatz zur linearen Einfluss-Funktion der Kleinsten-Quadrate-Kosten-Funktion ergibt sich für den Fall der Myriaden-Filter gemäß (4.33)

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{2N} \rho(\kappa, g_i, z_i) \quad \text{mit} \quad (4.33)$$

$$\rho(\kappa, g_i, z_i) = \log(\kappa + w_i \cdot (x_i - \theta)^2) + \log(\kappa + h_i \cdot (-x_i - \theta)^2) \quad (4.34)$$

keine Reduktion der Anzahl der Koeffizienten; die Berücksichtigung der doppelten Gewichtung der Abtastwerte führt somit zu einer deutlichen Erhöhung des numerischen Aufwandes. Die Gewichtungsfaktoren werden in dem nicht-negativen Koeffizientenvektor $\mathbf{g}=[w_1, w_2, \dots, w_N, h_1, h_2, \dots, h_N]$, die erweiterten Abtastwerte in dem Eingangsvektor $\mathbf{z}=[x_1, x_2, \dots, x_N, -x_1, -x_2, \dots, -x_N]$ mit jeweils der Länge $2N$ zusammengefasst. Weiterhin gestaltet sich die Suche des globalen Minimums der Summe der Einfluss-Funktionen durch ihre nicht-monotone Charakteristik gegenüber der kumulierten linearen Einfluss-Funktion problematisch [88]. Von Bedeutung ist hierbei die Tatsache, dass sich durch die Summation von in den Randbereichen wieder abfallenden Einfluss-Funktionen, wie sie z.B. in Abbildung 46 dargestellt sind, mehrere lokale Minima ergeben können [98]. Eine direkte Lösung der Extremwertaufgabe nach (4.17) durch die Anwendung der Lösungsformel gemäß (4.23) führt somit auf ein Minimum, welches nicht zwingend das globale Minimum darstellt. Eine detailliertere Darstellung dieses Zusammenhanges erfolgt in Abschnitt 4.2.2.2. Für die Ermittlung des globalen Minimums der kumulierten Einfluss-Funktion muss daher auf einen numerisch aufwendigen Algorithmus zurückgegriffen werden, welcher die schnelle Konvergenz von (4.23) in der direkten Umgebung eines lokalen Minimums ausnutzt [88]. Da eine eindeutig und global gültige Lösung einer derartigen Minimierungsaufgabe analytisch nicht direkt zu errechnen ist, soll in einem zwei-stufigen Verfahren vorgegangen werden, welches mit der analytischen Bestimmung eines nahe dem globalen Minimum liegenden Ausgangswert aus einer definierten Menge von Teststellen θ beginnt. In einem zweiten Schritt erfolgt, ähnlich dem Newton'schen Verfahren zur numerischen Lösung von Gleichungen, eine iterative Annäherung an den tatsächlichen Wert des globalen Minimums. Der umzusetzende Algorithmus lässt sich somit folgendermaßen darstellen:

1. Suche eines geeigneten Startpunktes für die Iterationsschleifen nach (4.23)

Da die maximale Anzahl der in der kumulierten Kosten-Funktion enthaltenen lokalen Minima durch die Summation der Einfluss-Funktionen mit zunehmender Filterlänge ansteigt, können in Abhängigkeit von κ bis zu N lokale Minima mit

$$\sum_{i=1}^{2N} \psi(\kappa, g_i, z_i) = 0 \quad (4.35)$$

aufzutreten [88]. Um einen möglichst nahe am globalen Minimum der kumulierten Einfluss-Funktion liegenden Startwert für die nachfolgende Iterationsschleifen zu erhalten, wird zunächst der Funktionswert der kumulierten Kosten-Funktion an den jeweiligen Abtastwerten x_i und den gespiegelten Abtastwerten $(-x_i)$ nach (4.33) berechnet. Derjenige Abtastwert, welcher auf den geringsten Wert der kumulierten Kosten-Funktion führt, wird als Startwert

für die Iterationsschleifen gemäß (4.23) verwendet, da für diesen Startwert davon auszugehen ist, dass der somit errechnete Wert das globale Minimum der kumulierten Kosten-Funktion bildet [98],[99].

2. Ermittlung des Filterausgangswertes auf der Basis des im vorangegangenen Schritt gefundenen Startwertes

Da der in 1. ermittelte Startpunkt in unmittelbarer Nähe des globalen Minimums der kumulierten Einfluss-Funktion liegt, lässt sich für die Berechnung des Filterausgangswertes die Rekursionsformel nach (4.23) anwenden. Der hierdurch ermittelte Wert wird als Filterausgangswert verwendet.

Die Berechnung des Myriaden-Filterausgangswertes erweist sich insbesondere durch die nicht-monotone Einfluss-Funktion und die damit einhergehende Bestimmung eines optimalen Startpunktes für die Iterationsschleifen nach (4.23) als numerisch deutlich aufwendiger als für den linearen Fall. Mittels einer veränderten Kosten-Funktion lässt sich eine weitere Steigerung der Robustheit eines statistischen Filters realisieren, wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt wird.

Zunächst sei ein besonderes Augenmerk auf die Ermittlung der Filterkoeffizienten g_i des Myriaden-Filters zu richten. Während für den Spezialfall der linearen Filter (z.B. FIR-Filter) die Koeffizienten-Berechnung bereits umfangreich dokumentiert ist (siehe zu [90]), lassen sich die Koeffizienten der Myriaden-Filter durch eine der Filterung vorausgehenden Adaption mittels eines Referenzsignals bestimmen. Als Adaptionalgorithmus wird hierbei eine Variante des LMS-Algorithmus, der sogenannten „*Method of Steepest Descent*“ nach (4.36)

$$g_i(n+1) = g_i(n) - \frac{1}{2}\mu \frac{\partial}{\partial g_i} J(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})(n) \quad (4.36)$$

gewählt, welche auf einer rekursiven Adaption der Filterkoeffizienten g_i durch die Minimierung der Zielfunktion $J(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})$ in mehreren, durch die nachstehende Klammer gekennzeichneten Iterationsschritten (n) basiert [100],[101]. Als Zielfunktion $J(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})$ wird im vorliegenden Beispiel der mittlere quadratische Fehler

$$J(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}) = E\{(\hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}) - d)^2\} = E\{e^2\} \quad \text{mit} \quad e = \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}) - d \quad (4.37)$$

verwendet, wobei $\hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})$ das Filterausgangssignal in Abhängigkeit von den Filterparametern \mathbf{g} und κ , \mathbf{z} den Eingangswertvektor und d das Referenzsignal bezeichnet. Unter Vernachlässigung des Erwartungswertoperators $E\{\dots\}$ und der Verwendung der ersten Ableitung der Zielfunktion $J(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})$ nach g_i

$$\frac{\partial}{\partial g_i} J(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}) = 2 \cdot e \cdot \frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}) \quad (4.38)$$

resultiert dies in einem Ausdruck für die Iterationsstufe ($n+1$) der Adaption der Koeffizienten nach (4.39)

$$g_i(n+1) = P\left[g_i(n) - e(n)\mu \frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})(n)\right], \quad (4.39)$$

wobei durch den Operator

$$P[u] = \begin{cases} u, & u \geq 0 \\ 0, & u < 0 \end{cases} \quad (4.40)$$

die Nichtnegativität der Filterparameter gewährleistet ist. Von zentraler Bedeutung für die Berechnung der Adaptionsschritte der Filterkoeffizienten ist die erste Ableitung des zu ermittelnden Filterausgangswertes nach den Koeffizientenwerten des aktuellen Iterationsschrittes gemäß

$$\frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}). \quad (4.41)$$

Dieses Differential lässt sich durch eine implizite Differentiation gemäß (4.42)

$$\left(\frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} H(\kappa, \mathbf{g}, \mathbf{z})(n) \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})(n) \right) + \left(\frac{\partial}{\partial g_i} H(\kappa, \mathbf{g}, \mathbf{z})(n) \right) = 0 \quad (4.42)$$

errechnen [101], wobei sich unter Vernachlässigung des Iterationsschrittes (n) der Ausdruck [88]

$$H(\kappa, \mathbf{g}, \mathbf{z}) \stackrel{!}{=} \sum_{i=1}^{2N} \psi(\kappa, \mathbf{g}, \mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{2N} \frac{g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))}{\kappa + g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2} \quad (4.43)$$

als Umformulierung von (4.35) darstellt. Aus (4.42) resultiert für die in (4.38) gesuchte Ableitung ein Ausdruck gemäß (4.44)

$$\frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(n) = - \frac{\frac{\partial}{\partial g_i} H(\kappa, \mathbf{g}, \mathbf{z})}{\frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} H(\kappa, \mathbf{g}, \mathbf{z})}. \quad (4.44)$$

Auf Grund der umfangreichen Herleitung des Zähler- und Nenner-Polynoms von (4.44) wird hierzu auf die Ausführungen in [88] verwiesen. Als Ergebnis von (4.44) ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}) = \frac{\left[\frac{(z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))}{\kappa + g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2} \right]}{\left[\sum_{i=1}^{2N} g_i \cdot \frac{\kappa - g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2}{(\kappa + g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2)^2} \right]}. \quad (4.45)$$

Die Adaption des freien Parameters κ lässt sich auf eine analoge Weise durchführen, wobei sich ein Ausdruck

$$\kappa(n+1) = P \left[\kappa(n) - e(n) \mu \frac{\partial}{\partial \kappa} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})(n) \right] \text{ mit} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z})(n) = \frac{\left[\sum_{i=1}^{2N} \frac{g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))}{(\kappa + g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2)^2} \right]}{\left[\sum_{i=1}^{2N} g_i \cdot \frac{\kappa - g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2}{(\kappa + g_i \cdot (z_i - \hat{\theta}(\mathbf{g}, \kappa, \mathbf{z}))^2)^2} \right]} \quad (4.47)$$

ergibt. Weiterhin wurde für die Beschleunigung der Koeffizientenadaption in [88] eine Normie-

rung der Schrittweite pro Iterationsschritt verwendet, welche aus Gründen der Übersichtlichkeit und der Irrelevanz für die Untersuchungen in dieser Arbeit hier nicht weiter dargestellt wird. Die prinzipielle Vorgehensweise zur Ermittlung der Filterparameter g_i und κ wurde nicht verändert.

Trotz des robusten Verhaltens der Myriaden-Filter in impulsgestörter Umgebung zeigen sich einige nachteilige Merkmale dieser Filterklasse, welche sich aus der Logarithmus-basierten kumulierten Kosten-Funktion gemäß (4.33) ergeben. Neben dem erhöhten Rechenaufwand für die Ermittlung des Filterausgangswertes ist hier vor allem die eingeschränkte Flexibilität bei der Frequenzfilterung zu nennen, welche als Ergebnis einer Beschränkung auf nicht-negative Filterkoeffizienten g_i zurückzuführen ist. Für eine Optimierung der Filtereigenschaften, insbesondere für eine Verbesserung der Effizienz der zur Verfügung stehenden Rechenleistung des digitalen Signalprozessors, wurde daher im Rahmen dieser Arbeit eine prinzipiell neuartige Methode zur Verallgemeinerung der beschriebenen Entwurfsmethodik für robuste und flexible einsetzbare Frequenzfilter erarbeitet.

4.2.2.2 Verallgemeinerung des Filterentwurfs auf der Basis von Einfluss-Funktionen

Aus den im vorangehenden Abschnitt erläuterten Gründen bestand für den Entwurf der Myriaden-Filter eine zentrale, einschränkende Bedingung in der Festlegung auf nicht-negative Filterkoeffizienten. Unter Rückgriff auf Erkenntnisse aus der robusten Statistik [92], [93], [94] wird im Rahmen dieser Arbeit eine Optimierung des Filterentwurfes in der Variation der gewichteten Kosten- bzw. Einfluss-Funktion vorgeschlagen. Besonderes Augenmerk lag hierbei auf der Sicherstellung eines robusten Verhaltens des Filters in impulsgestörter Umgebung wobei insbesondere dem Verlauf der Einfluss-Kurve eine maßgebliche Bedeutung zukommt. In ersten Untersuchungen zur Verbesserung des Auflösungsverhaltens in der Bildverarbeitung [92] wurden bereits dem vorgeschlagenen Verfahren ähnliche Ansätze eingeführt; hierbei standen Aspekte der Optimierung von zwei-dimensionalen Bildsignalen im Mittelpunkt der Analyse. Weiterhin wurden in [104], [105], [107] Ansätze zur Steigerung der Robustheit durch die Verwendung von geeigneten Einfluss-Funktionen vorgestellt, wobei in den genannten Literaturstellen eine für die Frequenzfilterung notwendige Berücksichtigung von Gewichtungsfaktoren der einzelnen Abtastwerte in den Kosten- und Einfluss-Funktionen fehlt. Zusätzlich werden oftmals amplitudenbegrenzende Komponenten auf der Basis von robusten Einfluss-Funktionen als Vorstufe zur Optimierung von linearen Filtern eingesetzt; die gegenüber der Klasse der linearen Filter erhöhte Leistungsfähigkeit von nicht-linearen Filtern lässt sich somit nicht voll ausschöpfen [92]. Aus diesen Gründen wurde für die Optimierung des Entwurfsverfahrens für nicht-lineare Filter ein grundsätzlich neuer Ansatz gewählt, welcher eine freie Wahl der Kosten-Funktion, verbunden mit der Festlegung einer zugehörigen Einfluss-Funktion, ermöglicht. Durch die Abstraktion von wahrscheinlichkeitsdichte-basierten Kosten-Funktionen in ML-Filtern zu frei wählbaren Kosten-Funktionen bietet sich eine erhebliche Flexibilisierung der Entwurfsmethodik, welche sich in der Optimierung der Filter-Charakteristik widerspiegelt. Für die Wahl der zu verwendenden verbesserten Kosten-Funktionen lassen sich zugleich mehrere, für die Eigenschaften einer robusten Filterung wesentliche Kriterien anführen. Hierzu zählt in erster Linie die Festlegung der Kosten-Funktion in einer derartigen Weise, dass sich eine beschränkte Einfluss-Funktion für große Restfehler ergibt. Die Wahl eines derartigen Filter-Kerns stellt nach den in Abschnitt 4.2.1.3 beschriebenen Voraussetzungen eine robuste Funktionsweise des statistischen Filters sicher. Insbesondere ist hierbei der Zusammenhang zu beachten, dass die Robustheit des Filters um so höher wird, je kleiner der Absolutwert der Einfluss-Funktion für große Ausreißerwerte wird. Günstig wäre somit die Wahl einer Einfluss-Funktion, welche für hohe Restfehlerwerte deren Einfluss auf die Lage des Filterausgangswertes eliminiert. Für ein derartiges Verhalten müsste die Einfluss-Funktion ab definierten Restfehlerwerten den

Funktionswert Null annehmen. Neben der begrenzten Einfluss-Funktion besteht ein weiteres Zielkriterium für die Optimierung in der Wahl von Kosten- bzw. Einfluss-Funktionen, welche eine möglichst geringe numerische Komplexität aufweisen. Diese Eigenschaft des Filter-Kerns erlangt zentrale Bedeutung für eine effiziente Abarbeitung des Filteralgorithmus, um die zur Verfügung stehende Rechenleistung bestmöglich zu nutzen. Insbesondere die Verwendung von Funktionen, welche sich lediglich durch additive und multiplikative Operationen auszeichnen, ist somit für den Einsatz als Kern-Funktion in statistischen Filtern zu empfehlen. Komplexere Funktionsterme (wie z.B. Sinus- oder Logarithmus-Funktionen) können zur numerischen Vereinfachung durch eine Reihenentwicklung approximiert werden. Als weiteres Merkmal soll sichergestellt werden, dass einer optimalen spektralen Filter-Charakteristik Rechnung getragen wird. Dies kann insbesondere durch die Berücksichtigung von negativen Koeffizienten in die Berechnungsvorschrift des Filters erfolgen.

Zusammenfassend lassen sich somit drei Kriterien für die Wahl der Kosten- bzw. Einfluss-Funktion nennen:

- Sicherstellung eines robusten Filter-Verhaltens durch die Wahl einer begrenzten Einfluss-Funktion, welche nach Möglichkeit für große Restfehlerwerte r den Funktionswert Null annimmt
- Sicherstellung eines flexiblen Filterentwurfes durch die Verwendung von mathematischen Berechnungsvorschriften, welche die Verwendung von negativen Filterkoeffizienten zulassen
- Minimierung des numerischen Aufwands durch die Verwendung von einfach ausführbaren Rechenoperationen wie z.B. Additionen und Multiplikationen

Den Schwerpunkt der im Rahmen dieser Arbeit ausgeführten Untersuchungen bildeten die Steigerung der Robustheit des Filters durch die Analyse bzw. die Optimierung der Einfluss-Funktion und die Sicherstellung eines flexiblen Frequenzentwurfes durch die Berücksichtigung von negativen Filterkoeffizienten. Auf Grund der Tatsache einer fortlaufenden Steigerung der numerischen Leistungsfähigkeit durch die Weiterentwicklung von Hardware-Bausteinen tritt das Kriterium einer Minimierung des numerischen Aufwandes des zu entwerfenden Filters in den Hintergrund. Einen weiteren Beitrag zur Erhöhung der numerischen Effizienz kann durch die Implementierung des in Kapitel 5 vorgestellten Verfahrens erzielt werden.

Eine Untersuchung der neuartigen Kosten-Funktionen für den Einsatz in statistischen M-Filtern wurde im Rahmen dieser Arbeit exemplarisch auf der Basis der aus der Bildverarbeitung stammenden Filterkern-Funktionen nach Tukey [92] und Geman-McClure [108] vorgenommen, da diese Funktionen die vorstehenden Kriterien für effiziente Filterkern-Funktionen in adäquater Weise erfüllen. Für die Anwendbarkeit dieser Funktionen in nachrichtentechnischen Systemen erfolgte in dieser Arbeit zunächst eine Einfügung von Gewichtungsfaktoren um eine frequenzselektive Filter-Charakteristik zu ermöglichen.

Filterentwurf auf der Basis der Tukey-Funktion

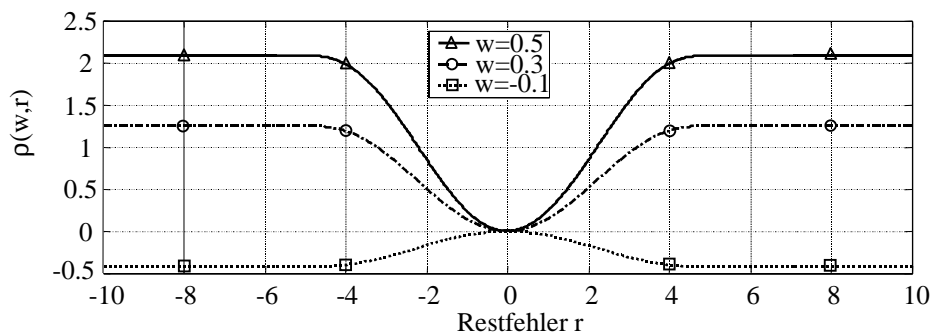
Eine erste Möglichkeit zur Wahl der Kosten-Funktion besteht in einer Modifikation der Tukey-Funktion nach [92], welche sich nach der Einfügung von Filterkoeffizienten w gemäß (4.48)

$$\rho(w, r, k) = \begin{cases} \frac{w \cdot k^2}{6} \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{r^2}{k^2}\right)^3\right), & |r| \leq k \\ \frac{w \cdot k^2}{6}, & |r| > k \end{cases} \quad (4.48)$$

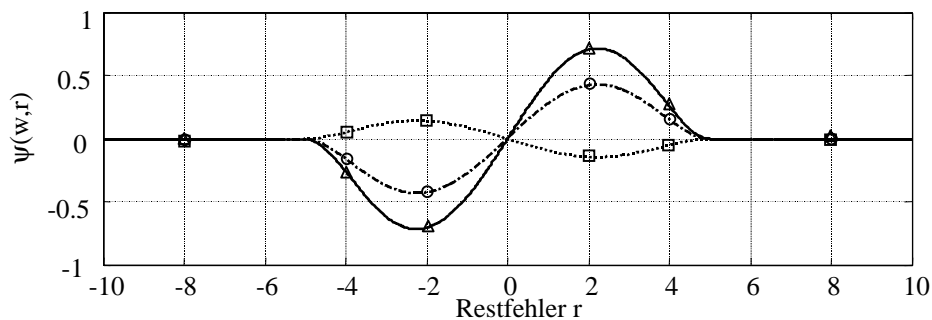
darstellt. Hieraus errechnet sich nach (4.20) eine Einfluss-Funktion

$$\psi(w, r, k) = \begin{cases} w \cdot r \cdot \left(1 - \frac{r^2}{k^2}\right), & |r| \leq k \\ 0, & |r| > k \end{cases} \quad (4.49)$$

Die grafische Darstellung der gewichteten Tukey-Funktion in Abbildung 47 zeigt, dass die Einfluss-Funktion ab einem definierten Restfehler $r=k$ den Funktionswert Null annimmt.



a) Gewichtete Kosten-Funktion des Tukey-Filters



b) Gewichtete Einfluss-Funktion des Tukey-Filters

Abbildung 47: Kosten-Funktion (a) und Einfluss-Funktion (b) des gewichteten Tukey-Filters mit $k=5$

Aus dieser Eigenschaft der Einfluss-Funktion folgt somit unmittelbar eine Irrelevanz von impulsgestörten Abtastwerten (d.h. hohen Restfehlerwerten $r > k$) auf die Lage des Filterausgangswertes. Abbildung 48 verdeutlicht dieses Verhalten, wobei die in Abbildung 44 verwendeten Abtast- und Gewichtungsvektoren zu Grunde gelegt wurden. Es zeigt sich somit deutlich, dass der Ausreißerwert $x=8,0$ im Gegensatz zum linearen Filter keinen maßgeblichen Einfluss auf das Ausgangssignal des statistischen M-Filters hat.

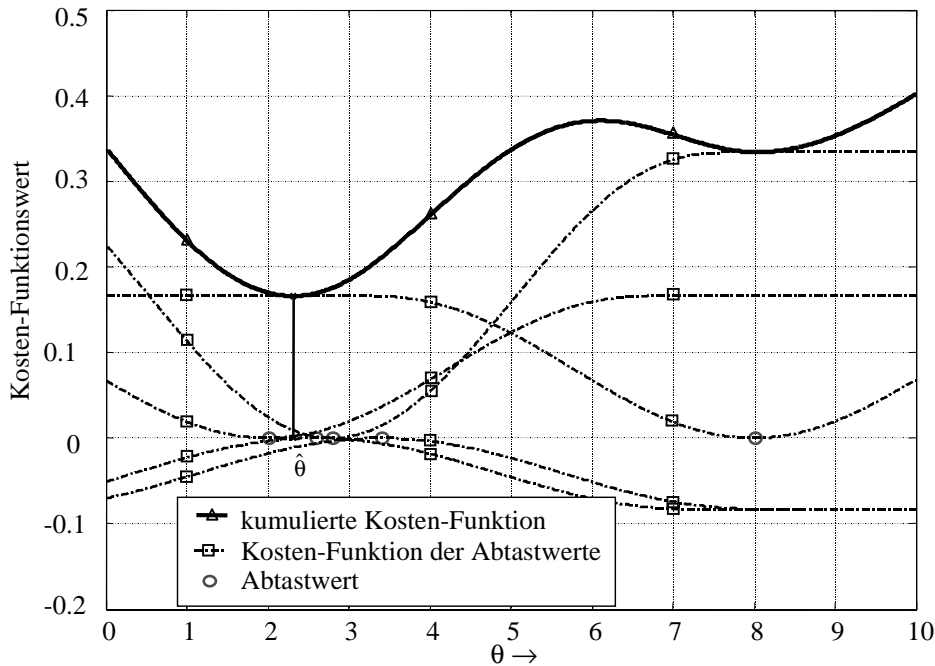


Abbildung 48: Kumulierte Kosten-Funktion des Tukey-Filters zur Berechnung des Ausgangswertes des statistischen Filters

Wie sich aus Abbildung 48 weiterhin zeigt, besteht keine eindeutige Lösung für den nach (4.19) zu bildenden Ausdruck, da sich mehrere lokale Minima bzw. Maxima ausprägen, wie aus Abbildung 49 ersichtlich wird. Ursächlich für eine derartige Charakteristik ist die nicht-monotone Einfluss-Funktion des gewählten Filter-Kerns, wie bereits in der Analyse des Verhaltens des Myriaden-Filters erläutert wurde [88]. Zur Auflösung dieser Problematik kann wiederum auf die in 4.2.2.2 dargestellte zweistufige Vorgehensweise zurückgegriffen werden, wobei sich der hohe numerische Aufwand durch die Suche eines geeigneten Startpunktes für die Iterations-schleife nach (4.23) in der Klasse der nicht-linearen Filter gegenüber den linearen Filtern als prinzipiell problematisch für die praktische Umsetzung erweist.

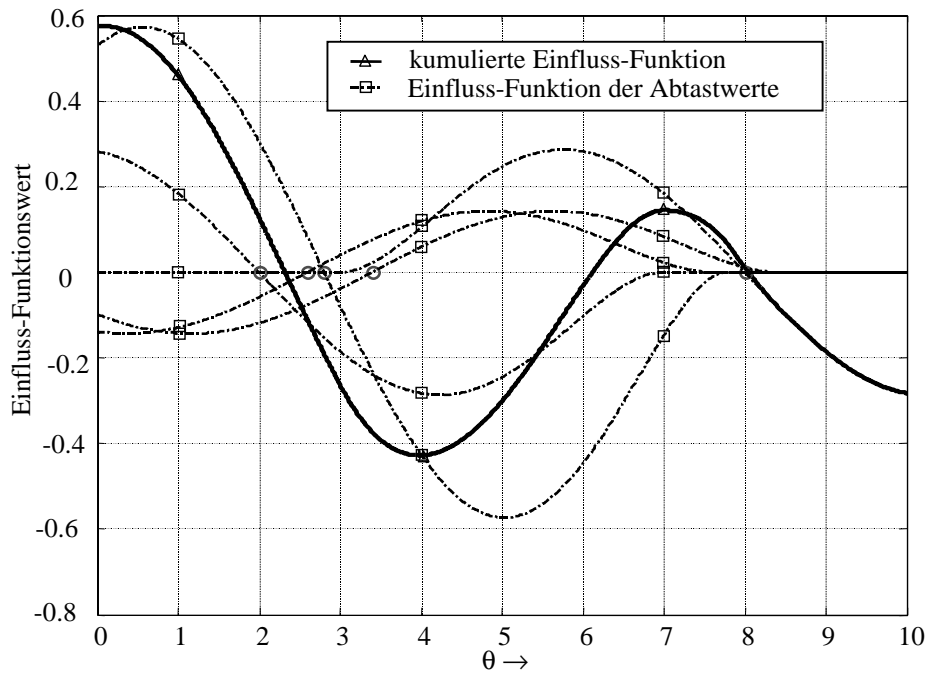


Abbildung 49: Suche der Extremstellen der Tukey-basierten Kosten-Funktion durch Bestimmung der Nullstellen der kumulierten Einfluss-Funktion

Für den Einsatz der Tukey-Kosten-Funktion als Kern-Funktion des statistischen M-Filters ist wiederum eine Adaption der Filterkoeffizienten an das zu erwartende Signal notwendig. Zur Sicherstellung der notwendigen Flexibilität und der Vergleichbarkeit der verschiedenen Filtertypen wird weiterhin die doppelte Gewichtung (d.h. die Berücksichtigung der gespiegelten Abtastwerte) beibehalten. Die Ermittlung der Koeffizientenwerte des nicht-linearen statistischen Filters kann analog der in Abschnitt 4.2.2.1 beschriebenen Vorgehensweise erfolgen; für die ersten Ableitungen des Filterausgangssignals nach den Parametern g_i und k ergeben sich somit für einen Restfehlerwert $|z_i - \theta| \leq k$ Ausdrücke gemäß (4.50) und (4.51).

$$\frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(n) = \frac{(z_i - \theta) \cdot \left(1 - \frac{(z_i - \theta)^2}{k^2}\right)^2}{\sum_{i=1}^{2N} \left(g_i \cdot \left(1 - \frac{(z_i - \theta)^2}{k^2}\right)^2 - \frac{4 \cdot g_i \cdot (z_i - \theta)^2}{k^2} \cdot \left(1 - \frac{(z_i - \theta)^2}{k^2}\right) \right)} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial}{\partial k} \hat{\theta}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{2N} \left(\frac{4 \cdot g_i \cdot (z_i - \theta)^3}{k^3} \cdot \left(1 - \frac{(z_i - \theta)^2}{k^2}\right) \right)}{\sum_{i=1}^{2N} \left(g_i \cdot \left(1 - \frac{(z_i - \theta)^2}{k^2}\right)^2 - \frac{4 \cdot g_i \cdot (z_i - \theta)^2}{k^2} \cdot \left(1 - \frac{(z_i - \theta)^2}{k^2}\right) \right)} \quad (4.51)$$

Für einen Restfehlerwert $|z_i - \theta| > k$ nehmen die in (4.50) und (4.51) aufgeführten Ableitung den Funktionswert Null an.

Trotz des reduzierten Einflusses von Ausreißern in dem zu bearbeitenden Signalvektor ist die Berechnung des Filterausgangswertes auf der Basis der Tukey-Funktion mit einem erheblichen numerischen Aufwand verbunden. Dies resultiert insbesondere aus der durchzuführenden Fallunterscheidung und der hohen Anzahl von multiplikativen und additiven Operationen für die Ermittlung des optimalen Filterausgangswertes. Aus diesem Grund wird in einem zweiten Ansatz ein Filterentwurf unter Verwendung einer alternativen Kosten-Funktion vorgeschlagen, welche sich durch einen geringeren Komplexitätsgrad gegenüber der Tukey-Funktion auszeichnet.

Filterentwurf auf der Basis der Geman-McClure-Funktion

Durch die Verwendung der von S. Geman und D. McClure vorgeschlagenen -Funktion [108] als Filterkern, kann eine weitere Optimierung der numerischen Komplexität des statistischen M-Filters erzielt werden. Die gewichtete Kosten-Funktion eines derartigen Filters lässt sich gemäß (4.52)

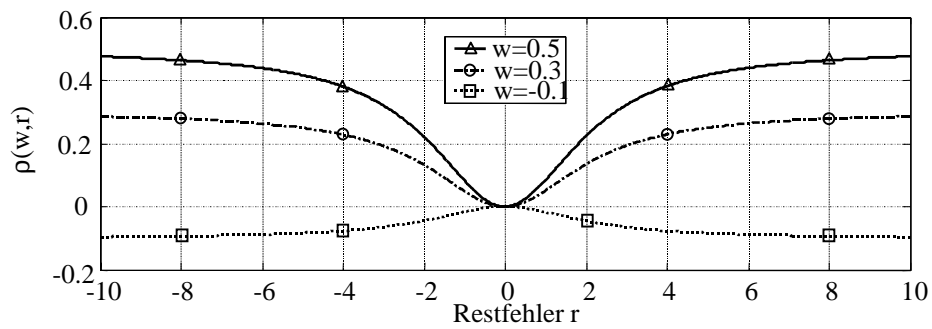
$$\rho(w, r, k) = \frac{w \cdot r^2}{k + r^2} \quad (4.52)$$

definieren, woraus eine Einfluss-Funktion des Filters nach (4.53)

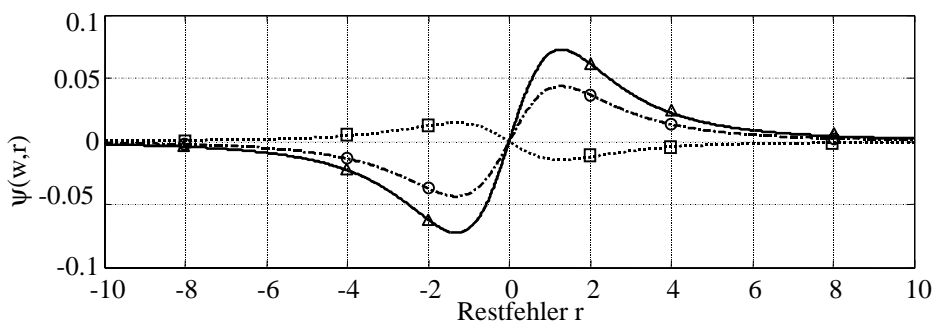
$$\psi(w, r, k) = \frac{k \cdot w \cdot r}{(k + r^2)^2} \quad (4.53)$$

resultiert. In Abbildung 50 sind die Verläufe der Kosten- und Einfluss-Funktionen unter Berücksichtigung von unterschiedlichen Gewichtungsfaktoren aufgezeigt. Hierbei wird ersichtlich, dass sich die Einfluss-Kurve lediglich asymptotisch dem Nullwert nähert und damit eine vollständige Reduktion des Einflusses von großen Restfehlern auf die Lage des Filterausgangswertes erst für unendlich große Restfehler anzunehmen ist.

Für den Einsatz in realen Umgebungen spielt diese lediglich asymptotische Näherung der Einfluss-Kurve an die Abszisse keine zentrale Rolle, da durch das schnelle Abfallen auf den Wert Null der Einfluss-Funktion eine annähernd gleichartige Verhaltensweise der Geman-McClure-Funktion mit der Tukey-Funktion erzielt wird. Abbildung 51 zeigt dieses Verhalten. Der Filterausgangswert liegt somit wiederum in dem Gruppe der korrekt detektierten Abtastwerte.



a) Gewichtete Kosten-Funktion des Geman-McClure-Filters



b) Gewichtete Einfluss-Funktion des Geman-McClure-Filters

Abbildung 50: Kosten-Funktion (a) und Einfluss-Funktion (b) des gewichteten Geman-McClure-Filters mit $k=5$

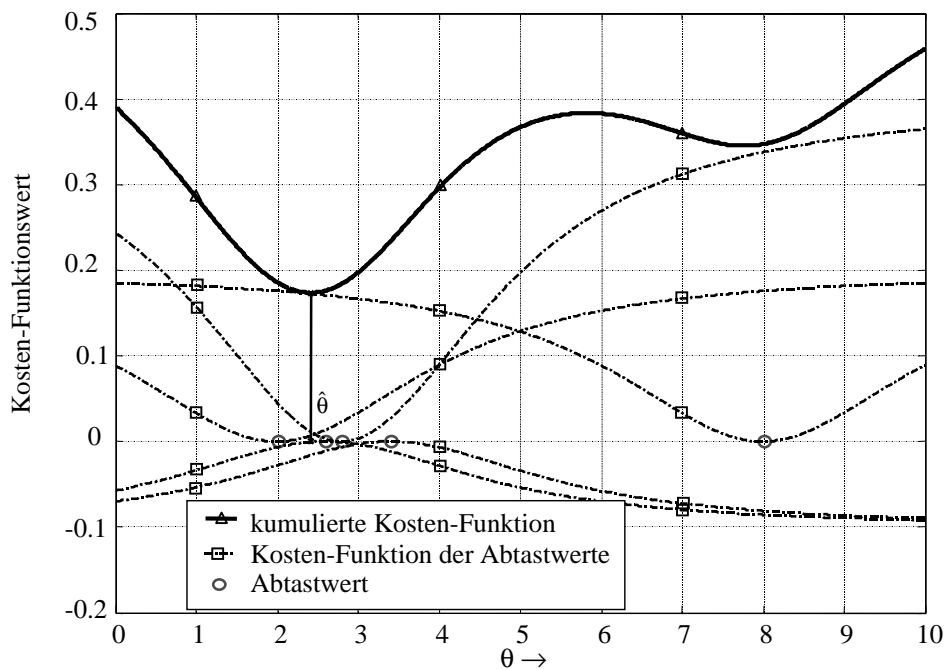


Abbildung 51: Kumulierte Kosten-Funktion des Geman-McClure-Filters zur Berechnung des Ausgangswertes des statistischen Filters

Weiterhin kann aus Abbildung 50 durch das nicht-monotone Verhalten der Einfluss-Kurve auf die in Abschnitt 4.2.2.1 beschriebene fehlende Eindeutigkeit der in (4.19) erhaltenen Lösung geschlossen werden. In Abbildung 51 wird dies durch die Ausprägung mehrerer Extremalstellen ersichtlich, welche die Bedingung (4.19) erfüllen. Durch das in Abschnitt 4.2.2.1 erläuterte zwei-stufige Iterationsverfahren lässt sich diese Problematik unter Einsatz von erhöhtem numerischen Aufwand lösen.

Wie bereits für das Myriaden-Filter und das Tukey-Filter dargelegt, kommt der Berechnung der Filterkoeffizienten wiederum besondere Bedeutung zu, da im Fall der nicht-linearen Filter die Ermittlung dieser Parameter einer numerisch aufwendige rekursive Adaption bedarf. Für die ersten Ableitungen des Filterausgangssignals nach den Parametern g_i und k ergeben sich für die Verwendung der Geman-McClure-Funktion als Filterkern des statistischen M-Filters Ausdrücke gemäß (4.54) und (4.55)

$$\frac{\partial}{\partial g_i} \hat{\theta}(n) = \frac{\frac{k \cdot (z_i - \theta)}{(k + (z_i - \theta)^2)^2}}{\sum_{i=1}^{2N} \left(\frac{k \cdot g_i}{(k + (z_i - \theta)^2)^2} - \frac{4 \cdot k \cdot (z_i - \theta)^2 \cdot g_i}{(k + (z_i - \theta)^2)^3} \right)} \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial k} \hat{\theta}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{2N} \left(\frac{g_i \cdot (z_i - \theta)}{(k + (z_i - \theta)^2)^2} - \frac{2 \cdot k \cdot g_i \cdot (z_i - \theta)}{(k + (z_i - \theta)^2)^3} \right)}{\sum_{i=1}^{2N} \left(\frac{k \cdot g_i}{(k + (z_i - \theta)^2)^2} - \frac{4 \cdot k \cdot (z_i - \theta)^2 \cdot g_i}{(k + (z_i - \theta)^2)^3} \right)}. \quad (4.55)$$

Nachdem mit der Tukey- und der Geman-McClure-Funktion zwei geeignete Alternativen für die Wahl der Kern-Funktion von M-Filtern zur Verfügung stehen, soll im nachfolgenden Abschnitt eine grundsätzliche Abschätzung der Leistungsfähigkeit unter Berücksichtigung der Vor- und Nachteile der einzelnen Kern-Funktionen erfolgen.

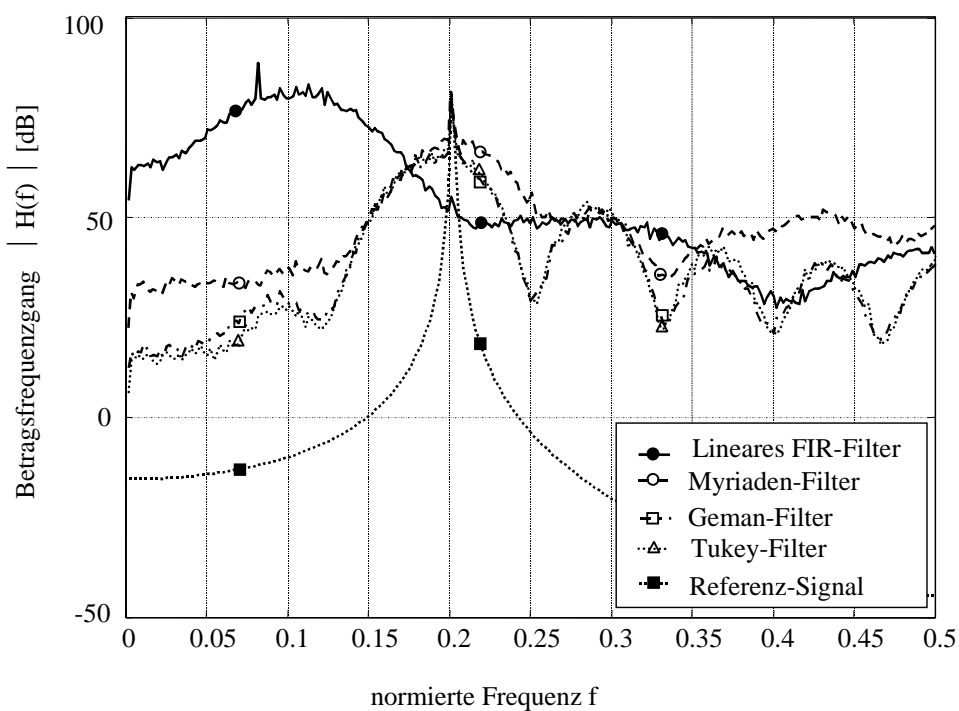
4.2.3 Vergleich von robusten M-Filter auf der Basis unterschiedlicher Kern-Funktionen

Durch die Einführung von beliebigen gewichteten Kosten- (bzw. Einfluss-)Funktionen als Filterkern wurde in den vorhergehenden Abschnitten ein prinzipiell neuartiges Verfahren für den Entwurf von robusten M-Filtern entwickelt. Da sich durch die Vielzahl der potenziell als Filterkern verwendbaren Funktionen die Auswahl einer optimalen Lösung als sehr problematisch darstellt, wird im vorliegenden Abschnitt exemplarisch eine grobe Abschätzung der Leistungsfähigkeit der Tukey- und der Geman-McClure-Filter für die neuartige Klasse der M-Filter gegenüber den herkömmlichen linearen Filtern und den Myriaden-Filtern vorgenommen. Hierzu wird in Anlehnung an [88] ein geeignetes Testszenario konstruiert, in welchem die spektralen Eigenschaften der M-Filter auf der Basis von unterschiedlichen Kern-Funktionen deutlich herausgestellt werden können. Zu diesem Zweck wird ein mehrere Frequenzen enthaltenes Signal generiert, aus welchem eine einzige Frequenz durch das M-Filter zu extrahieren ist. Die für das Testszenario verwendeten normierten digitalen Signalfrequenzen mit den zugehörigen Signalamplituden sind in Tabelle 7 dargestellt.

Tabelle 7: Frequenz- und Amplitudenwerte für den Vergleich der M-Filter auf der Basis unterschiedlicher Filterkern-Funktionen

normierte Frequenz	0,08	0,12	0,2	0,25
normierte Amplitude	0,4	0,3	0,3	0,2

Als Zielkriterium wurde eine optimale Trennung der normierten Frequenz von 0,2 angenommen. Zur Bestimmung der Robustheit der verschiedenen Filterklassen wurde das Mehrfrequenzsignal durch eine starke impulsartige Störung kontaminiert, welche als symmetrisch α -stabil verteilte Störung mit den Parametern $\alpha=1,2$ und $\gamma=1,0$ modelliert wurde. Die Länge der M-Filter wurde für die Abschätzung mit je 15 Koeffizienten angesetzt. Zur Berücksichtigung eines physikalisch korrekten Verhaltens wurde das Eingangssignal des M-Filters auf einen Amplitudenbereich des 2,5-fachen des maximalen bzw. minimalen Signalpegels des ungestörten Mehrfrequenzsignals begrenzt. Nach der Adaption der Filterkoeffizienten durch Berechnung für die linearen FIR-Filter [90] bzw. unter Verwendung der beschriebenen Methode („*Method of Steepest Descent*“) für die nicht-linearen M-Filter ergaben sich die in Abbildung 52 dargestellten Signalverläufe im Frequenzbereich [109], [110].

**Abbildung 52:** Vergleich der verschiedenen statistischen M-Filtertypen

Aus Abbildung 52 lassen sich die folgenden Schlüsse ziehen:

1. Die linearen Filter (im Rahmen dieser Arbeit als FIR-Filter ausgelegt) bieten keine ausreichende Robustheit in impulsgestörter Umgebung. Dies wird an dem Signalverlauf ersichtlich, welcher anstatt bei der zu extrahierenden Frequenz von 0,2 insbesondere bei niedrigen

normierten Frequenzen ($< 0,15$) ein Maximum aufweist. Die mit den berechneten Filterkoeffizienten vorgegebene Bandpass-Charakteristik bei der Frequenz 0,2 kann somit in impulsgestörter Umgebung durch das lineare Filter nicht sichergestellt werden. Ursächlich für ein derartiges Verhalten ist die in Abschnitt 4.2.1.3 erläuterte mangelnde Robustheit von linearen Filtern in impulsgestörten Szenarien.

2. Das Myriaden-Filter zeigt in impulsgestörter Umgebung ein prinzipiell robustes Verhalten, was sich in der Einhaltung der vorgegebenen Bandpass-Charakteristik zeigt. Eine Extraktion der normierten Frequenz von 0,2 aus dem Mehrfrequenzsignal ist somit bereits zu erkennen; es zeigt sich weiterhin, dass das Dämpfungsverhalten für die Sperrbereiche des Bandpass-Filters gegenüber den weiteren M-Filtern (Tukey-Filter, Geman-McClure-Filter) nicht optimal ist. Diese suboptimale Charakteristik lässt sich auf die eingeschränkte Flexibilität der Filterkoeffizienten zurückführen, da für die Myriaden-Filter aus Gründen der mathematischen Berechnungsvorschriften lediglich nicht-negative Werte berücksichtigt werden können [109], [110].
3. Die zu den Signalverläufen der Tukey- und Geman-McClure-Filter gehörigen Verläufe zeigen ein prinzipiell ähnliches Verhalten der beiden Filtertypen. Ursächlich hierfür ist nach den Ausführungen aus dem vorstehenden Abschnitt die Berücksichtigung von negativen Filterkoeffizienten, welche die Flexibilität der statistischen M-Filter deutlich erhöht. Wie sich weiterhin aus Abbildung 52 zeigt, spielt die vollständige Elimination des Einflusses der Restfehler ab einem definierten Restfehlerwert (wie es bei der Tukey-Funktion realisiert ist) eine untergeordnete Rolle, wenn eine schnelle Konvergenz der Einfluss-Kurve auf den Wert Null sichergestellt ist. Die für die Geman-McClure-Filter zunächst als nachteilig erachtete Eigenschaft der lediglich asymptotisch gegen Null verlaufenden Einfluss-Kurve erweist sich somit als nicht wesentlich für die Eigenschaft des auf dieser Kern-Funktion basierenden M-Filters.

Für die Auswahl der zu verwendenden Funktion als Filter-Kern der M-Filters kann als weiteres Kriterium nach Abschnitt 4.2.2.2 die Berücksichtigung des numerischen Aufwandes herangezogen werden. Hierzu ist eine prinzipielle Unterscheidung der auszuführenden Operationen in Multiplikationen, Divisionen, Additionen und Subtraktionen vorzunehmen. Gemäß [117] lassen sich die Divisionen nach dem Newton-Raphson-Verfahren durch zwei Multiplikationen und eine Subtraktion ausdrücken, während die Subtraktionen durch eine vorzeichenbehaftete Addition realisiert werden kann.

Wie in Kapitel 5 weiter gezeigt wird, besteht insbesondere für die Multiplikation und die Division ein erhöhter numerischer Aufwand, so dass für eine geringe Komplexität des Filteralgorithmus eine möglichst kleine Anzahl derartiger Rechenschritte ausgeführt werden soll. In Tabelle 8 wird eine Gegenüberstellung der numerischen Komplexität pro Filterausgangswert in Abhängigkeit der Filterlänge $2N$ und der beschriebenen Kern-Funktionen der M-Filter auf der Basis der elementaren numerischen Operationen aufgelistet. Eine erneute Berechnung von bereits ermittelten Termen wird bei der Ermittlung der Anzahl der Rechenoperationen durch eine Zwischenspeicherung vermieden.

Tabelle 8: Vergleich des numerischen Aufwandes zur Berechnung der Kern-Funktion der verschiedenen statistischen M-Filter mit Länge $2N$

Filtertyp	Multiplikationen	Additionen
FIR (linear)	$2 \cdot 2N$	$1 \cdot 2N$
Myriaden-F. (nicht-linear)	$2 \cdot 2N$	$2 \cdot 2N$
Tukey-F. (nicht-linear)	$7 \cdot 2N$	$4 \cdot 2N$
Geman-McClure-F. (nicht-linear)	$4 \cdot 2N$	$3 \cdot 2N$

Aus Tabelle 8 zeigt sich, dass die Geman-McClure-Funktion der Tukey-Funktion durch die geringere Anzahl an Multiplikationen sowie an Additionen überlegen ist. Außerdem ist eine geringfügig höhere Komplexität in Form von zwei zusätzlichen Multiplikationen in der Geman-McClure-Funktion gegenüber der Myriaden-Funktion zu erkennen, wobei das Geman-McClure-Filter eine deutliche Steigerung der spektralen Eigenschaften aufweist. Für die weiteren Untersuchungen wurde daher das Geman-McClure-Filter eingesetzt, da es sich aus der Gruppe der beschriebenen Kosten-Funktionen durch eine optimale Kombination von numerischer Komplexität und Robustheitseigenschaften auszeichnet. Prinzipiell können verschiedene alternative Kern-Funktionen für die konkrete Ausgestaltung eines statistischen M-Filters verwendet werden; die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Geman-McClure-Funktion bietet aus der Gruppe der betrachteten Funktionen die besten Eigenschaften unter den Aspekten der Robustheit, numerischen Komplexität und spektralen Eigenschaften.

Durch die Bereitstellung einer neuartigen, flexiblen Struktur der statistischen M-Filter wird nun ein optimiertes Design der einzusetzenden Filterstrukturen ermöglicht. Zentrale Gesichtspunkte des Filterentwurfes bestehen hierbei in der Abwägung der zur Verfügung stehenden Rechenleistung und einer erforderlichen Robustheit des Systems. Es wurde somit eine Erweiterung der bestehenden Entwurfsmethodik erarbeitet, welche nun für die Datenübertragung im Anwendungsbeispiel der ADSL-Systeme untersucht wird.

Da der kontinuierliche Einsatz des statistischen M-Filters zu einer erhöhten numerischen Belastung für die verwendeten Prozessoren führt, lässt sich durch die Verwendung von Methoden zur Einsparung von redundantem Aufwand eine weitere erhebliche Steigerung des effizienten Einsatzes der zur Verfügung stehenden Rechenleistung erzielen. In einem weiteren Optimierungsschritt wird daher im nachfolgenden Abschnitt ein Verfahren zur Reduktion des numerischen Aufwandes vorgestellt, welches eine kontinuierliche Filterung der empfangenen Signale gegen eine situationsbedingte Aktivierung des Filters ersetzt. Es lässt sich somit eine alleinige Filterung von impulsgestörten Signalsegmenten realisieren, während ungestörte Signalanteile ohne numerisch aufwendige Filterung verarbeitet werden können. Hierzu ist zunächst ein Detektionsalgorithmus zur Erkennung von transienten Störungen zu erarbeiten.

4.3 Systemoptimierung durch Einfügen eines Transienten-Detektors

Wie bereits in den vorausgehenden Ausführungen diskutiert, soll eine Reduktion des numerischen Aufwandes durch eine selektive Filterung von impulsgestörten Signalsegmenten erfolgen. Ziel des in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahrens ist es daher, dem Empfänger eines

xDSL-Systeme eine kurzzeitige Störung des Kanalzustandes durch auftretende Impulsstörungen zu signalisieren. Durch den Entwurf und die Implementierung eines geeigneten Transienten-Detektors lassen sich weiterhin mehrere vorteilhafte Nebeneffekte erreichen, welche im nachfolgenden Abschnitt detailliert beschrieben werden. Da der Transienten-Detektor im wesentlichen durch eine Fallunterscheidungs- und eine einfache Zählkomponente realisiert wird, ist der Implementierungsaufwand des Detektors im Vergleich zur hierdurch möglichen Einsparung von numerischer Leistung als gering zu betrachten.

4.3.1 Entwurf einer Struktur zur Einbettung des Transienten-Detektors in das Übertragungssystem

Der Ausgangspunkt für die Entwicklung des Transienten-Detektors kann in dem notwendigen numerischen Aufwand bei der Bearbeitung des Empfangssignals durch das in den vorangehenden Abschnitten beschriebenen robusten statistischen Transienten-Schutzfilters zur Kompensation von kurzzeitigen Impulsstörungen gesehen werden. Insbesondere die Länge des Schutzfilters spielt hierbei eine zentrale Rolle für die maximal zu kompensierenden Impulsbursts. Weiterhin soll eine Schnittstelle zu höheren Protokollschichten des OSI-Modells nach [40] bereitgestellt werden, damit die erkannten Fehler möglichst frühzeitig in der Auswertung des empfangenen Signals berücksichtigt werden können. Die Funktionalität des Transienten-Detektors lässt sich daher durch die folgenden Kriterien beschreiben:

1. Reduktion des numerischen Aufwandes durch temporäre Filterung

Mittels des Transienten-Detektors lässt sich primär eine Steuerung des Transienten-Schutzfilters realisieren, welche eine Aktivierung des nach Abschnitt 4.1.1 dargestellten Kompensationselementes lediglich für impulsgestörte Signalsegmente ermöglicht. Dieses Verhalten erspart somit bei Abwesenheit von Impulsstörungen im betrachteten Datensignal einen erheblichen numerischen Aufwand, da die transienten-kompensierende Filterung zur Verbesserung des Signals in derartigen Zuständen nicht erforderlich ist. Der Transienten-Detektor trägt somit zu einer effizienten Nutzung der zur Verfügung stehenden Rechenleistung bei.

2. Schnelles Erkennen und Verwerfen von fehlerbehafteten Datenpaketen während der Signalauswertung im Empfänger

Mittels des Transienten-Detektors müssen sich die Längen der Impulsstörungen auf der Kupferdoppelader abschätzen lassen, woraus bereits eine Aussage über die Kompensationsfähigkeit des aufgetretenen Impulsbursts durch das Schutzfilter ermöglicht wird. Für länger andauernde Impulsbursts (im nachfolgenden Beispiel der ADSL-Übertragung z.B. > 10% der DMT-Symbollänge) kann keine ausreichende Rekonstruktion des Signalverlaufes bereitgestellt werden, so dass in diesem Fall ein hochgradig fehlerhaftes Empfangssignal zu erwarten ist (siehe hierzu Abschnitt 3.4). Bei Kenntnis eines derart gestörten Signalsegmentes kann somit auf die numerisch aufwendige Auswertung des Empfangssignals verzichtet werden, da das Ergebnis bei diesen Störungen (auch mit Hilfe des statistischen Filters) bereits im Voraus als fehlerbehaftet klassifiziert werden muss. An die Stelle der Fehlermeldung eines nicht kompensierbaren Signalsegmentes nach der Extraktion und Auswertung der Informationsbits tritt somit die Signalisierung eines derartigen Übertragungsfehlers bereits unmittelbar an die Auswertung des digitalen Signals im Transienten-Detektor. Das Scheitern des rechenleistungsintensiven Versuchs einer Rekonstruktion des gesendeten Signals lässt sich auf diese Weise bereits frühzeitig erkennen. Durch Verwerfen des gesamten fehlerhaften und nicht korrigierbaren Datenblockes kann somit eine optimierte Ausnutzung der zur Verfügung stehenden numerischen Leistung durch eine Vermeidung von redundanten Rechenoperationen erreicht werden.

3. Beschleunigte Signalisierung des Auftretens eines Fehlers in höhere Protokollschichten
 Durch das ermittelte Fehlersignal lässt sich weiterhin eine Beschleunigung der Datenübertragung realisieren, da eine durch die Signalauswertung verursachte hohe zeitliche Verzögerung durch Abarbeitung der vorgesehene implementierten Algorithmen (hohe Latenzzeit) überbrückt werden kann. Hierdurch ist eine Signalisierung der nicht-korrigierbaren Übertragung bereits in einem sehr frühzeitigen Stadium möglich, so dass diese Fehlermeldung über eine adäquate Schnittstelle in höhere Protokollschichten weitergegeben werden kann. Als Protokollschnittstelle zur Fehlerübermittlung bieten sich verschiedene Möglichkeiten für die Auslösung einer erneuten Übertragung von fehlerhaften Datenpaketen (*Automatic-Repeat-Request*, ARQ) oder die Nutzung von freien, herstelllerspezifischen Befehlsschemata in den standardisierten Übertragungsfeldern für die Parameter der Fehlerkorrektur (sog. *Forward-Error-Correction*-Befehle, FEC) an, wie sie entweder nach [26] vorgegeben sind oder sich in die höheren OSI-Protokollschichten nach [40] implementieren lassen.

Aus den voranstehenden Ausführungen lässt sich daher der vorgeschlagene Transienten-Detektor gemäß Abbildung 53 in die Gesamtstruktur des xDSL-Übertragungssystems einbetten. Die in Abbildung 53 eingetragenen Kennzahlen verdeutlichen hierbei die vorstehend dargestellten Aspekte der Funktionalität des Detektors.

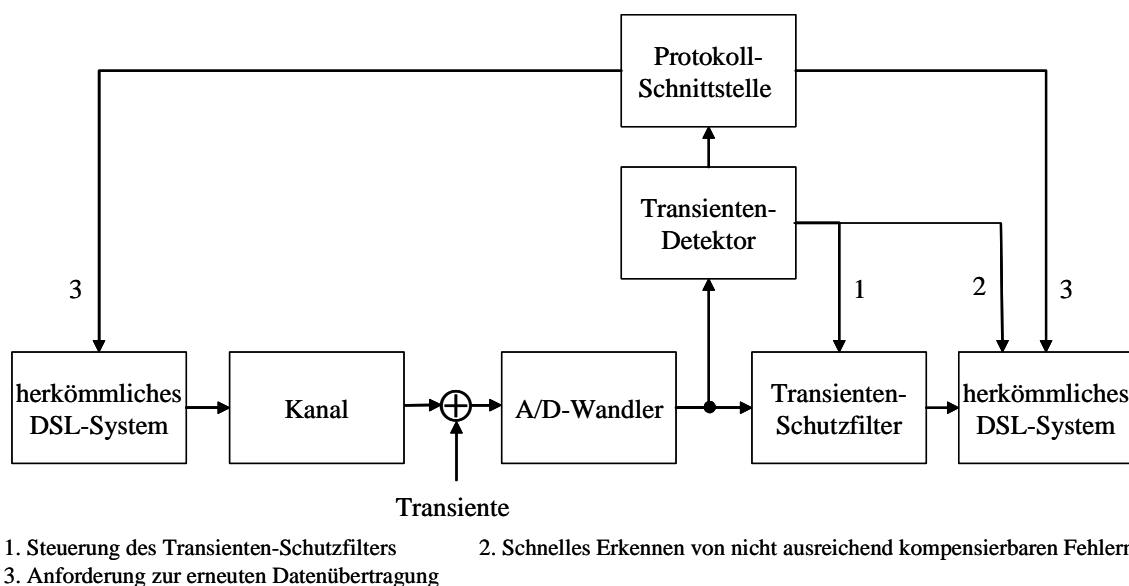


Abbildung 53: Einbettung des Transienten-Detektors und der Protokollschnittstelle zur Optimierung der xDSL-Übertragung

- Die vorgeschlagene Lösung zur Transienten-Detektion setzt sich aus zwei Stufen zusammen:
1. Entwicklung eines Transienten-Detektors für die beschriebenen kürzer andauernden Impulsstörungen und
 2. Implementierung eines Fehler-Übermittlungsverfahrens in das Protokoll der bestehenden standardisierten ADSL-Übertragung

Nachteilig für die Einbettung des Transienten-Detektors erweist sich ein geringfügig erhöhter numerischer Aufwand gegenüber einem System ohne Detektionskomponente, da eine kontinuierliche Überwachung des eingehenden Signals zu erfolgen hat. Der numerische Aufwand des Transienten-Detektors entspricht lediglich der Implementierung einer Entscheidungskomponenten und eines Zählers gemäß Abschnitt 4.3.2.

In Anbetracht der Verringerung des numerischen Aufwandes durch die Aktivierung des statistischen Transienten-Schutzfilters auf lediglich impulsge störte Signalsegmente erweist sich die Implementierung des Transienten-Detektors als erhebliche Entlastung des digitalen Signalprozessors.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf einen detaillierten Vorschlag für die Implementierung der Fehlerübermittlung verzichtet, da sich für derartige Zwecke in ADSL-Systemen verschiedene, äquivalent geeignete Verfahren anbieten [26], [40]. Von maßgeblicher Bedeutung für die Eigenschaften ist vielmehr die konkrete Ausgestaltung des Transienten-Detektors [111], welche im nachfolgenden Abschnitt exemplarisch erläutert wird.

4.3.2 Umsetzung des Transienten-Detektors zur Ermittlung von impulsartigen Störungen

Wie in Kapitel 3 ausgeführt, besteht bereits bei kurzen Impulsstörungen ein erheblicher Störeffekte bei der Multiträgerübertragung. Da das Transienten-Schutzfilter als Interpolationsfilter eine prinzipiell bessere Schutzwirkung für kürzere Impulsstörungen als für länger andauernde Impulsstörungen aufweist, muss der Schwerpunkt des entwickelten Konzeptes der Transienten-Detektion in der günstigen Ausgestaltung des Detektionsalgorithmus zur Erkennung von länger andauernden Impulsstörungen auf Übertragungsleitungen liegen. Durch die enge Kopplung des Transienten-Detektors mit dem Transienten-Schutzfilter ist für eine derartige Struktur die Kenntnis der wichtigsten Parameter des Schutzfilters wie der z.B. Filterlänge notwendig. In diesem Zusammenhang lässt sich insbesondere der Parameter der Koeffizientenanzahl des Transienten-Schutzfilters nennen, da hierdurch die optimal zu kompensierende Länge eines Impulsbursts abgeleitet werden kann. Unter der Berücksichtigung einer für die Bestimmung der Impulslänge erforderlichen Zählereinheit wurde somit eine zwei-stufige Konzeption des Transienten-Detektors bestehend aus einem Entscheidungsalgorithmus und einem Transientenzähler vorgeschlagen. Abbildung 54 zeigt den systematischen Aufbau des Transienten-Detektors auf der Basis der beiden genannten Elemente.

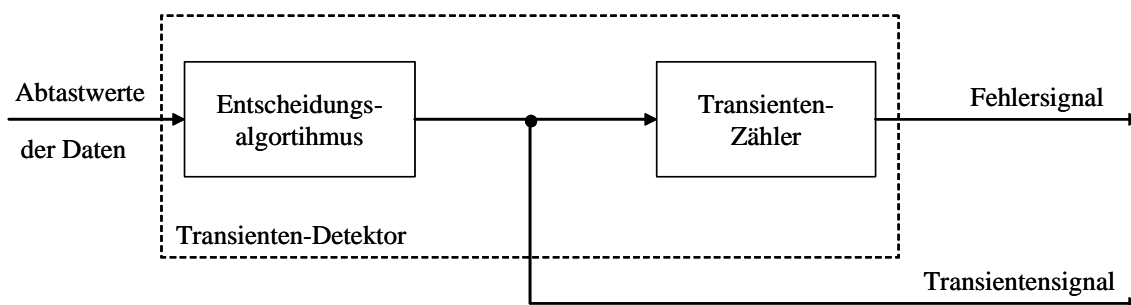


Abbildung 54: Struktur des vorgeschlagenen Transienten-Detektors

Die in Abbildung 54 dargestellten Komponenten lassen sich wie folgt spezifizieren:

1. Entscheidungsalgorithmus:

Um ein Signal zur Kennzeichnung einer impulsartigen Störung (im weiteren Verlauf als „Transientensignal“ bezeichnet) gemäß Abbildung 54 auszulösen, muss der Detektor zunächst jeden Abtastwert des Eingangssignals x unter Verwendung einer Entscheidungsfunktion $f(m,x)$ und einem optionalen *Memory*-Faktor m interpretieren und mit einem definierten Auslöse-Schwellwert s vergleichen. Die zur Verarbeitung des Eingangswertes verwendete Entscheidungsfunktion lässt sich prinzipiell in gedächtnisbehaftete (mit einer

Relevanz des Faktors m) und gedächtnislose Klassen (ohne Relevanz des Faktors m) unterteilen. Von zentraler Bedeutung für die Wahl der Entscheidungsfunktion $f(m,x)$ ist lediglich ein mathematisches Verhalten, welches bei Überschreiten des Schwellwertes s eine Wertung der Eingangsdaten als "fehlerbehaftet" (auftretende Impulsstörung, Transientensignal=1) bzw. bei Unterschreiten des Schwellwertes s als "fehlerfrei" (keine aufgetretene Impulsstörung, Transientensignal=0) ermöglicht. Jedem empfangenen Abtastwert x wird somit ein Wert des ganzzahligen Transientensignal-Wertebereichs $[0,1]$ zugeordnet, wodurch sich eine kontinuierliche Überwachung des Datenstromes auf transiente Störungen realisieren lässt. Zur Reduktion des numerischen Aufwandes wurde im Rahmen dieser Arbeit eine gedächtnislose Entscheidungsfunktion $f(m,x)=x$ ohne Berücksichtigung des Faktors m verwendet, wobei der Auslöse-Schwellwert s auf denjenigen Amplitudenwert eingestellt wurde, welcher dem maximalen Wert des Dynamik-Bereiches der A/D-Wandlerkomponenten entsprach. Ein Überschreiten des maximalen Signalpegels s des A/D-Wandler-Dynamikbereiches wurde somit als Impulsstörung gewertet und das Transientensignal auf den Wert eins gesetzt. Um *Clipping*-Störungen von den Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigen zu müssen, wurde die Annahme eines PAR-optimierten DMT-Systems zu Grunde gelegt, was sich durch den Einsatz von bereits zur Verfügung stehenden *Peak-to-Average*(PAR)-Reduktionsalgorithmen rechtfertigen lässt [112]. Der Entscheidungsalgorithmus für die Ausgabe des Transientensignals kann somit durch das in Abbildung 55 dargestellte Ablaufdiagramm verdeutlicht werden.

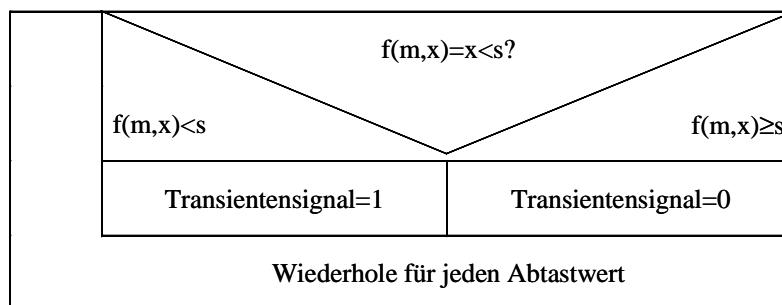


Abbildung 55: Ablaufdiagramm für den Entscheidungsalgorithmus des Transienten-Detektors

Die Klassifikation der empfangenen Datensignale in kompensierbar gestörte Signalsegmente bzw. nicht-kompensierbare Segmente durch den Transienten-Detektor erfordert weiterhin die Messung der zeitlichen Dauer der auftretenden Störung. Diese Aufgabe wird durch den Transienten-Zähler als zweite Komponente des Transienten-Detektors wahrgenommen.

2. Transienten-Zähler:

Durch den Einsatz des Transienten-Schutzfilters lassen sich zeitlich kürzer andauernde Störungen ohne gravierenden Datenverlust kompensieren. Eine Neuansforderung von Datenpaketen ist somit nicht erforderlich, wenn lediglich vereinzelt oder in kurzen *Bursts* Impulsstörungen auftreten. Für länger andauernde Impulsstörungsbursts kann das Transienten-Schutzfilter durch die den statistischen M-Filtern zu Grunde liegende interpolierende Funktionsweise keinen fehlerfreien Datenempfang mehr gewährleisten, was eine erneute Anforderung von Datenpaketen für diesen Fall notwendig werden lässt. Diese Anforderung soll durch eine Signalisierung gemäß Abbildung 54 erfolgen, welche in den nachfolgenden

Ausführungen als „Fehlersignal“ bezeichnet wird. Um eine Abstimmung der Auslösung des Fehlersignals durch den Transienten-Detektor mit der maximalen Kompensationsfähigkeit des Schutzfilters zu erreichen, muss eine Kopplung des Auslöse-Schwellwertes l des Transienten-Zählers mit der maximal kompensierbaren Impulslänge des Schutzfilters umgesetzt werden. Hierbei ist die Länge des eingesetzten Transienten-Schutzfilters als Kenngröße für die maximal zu kompensierenden Impulsstörungen anzusetzen. Für eine Länge des statistischen Filters von z.B. 15 Koeffizienten kann somit höchstens eine 15 Abtastwerte lange Impulsstörung kompensiert werden. Aus Gründen der Verbesserung der Leistungsfähigkeit der statistischen Filter wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Sicherheitsintervall von 20% der Länge des Schutzfilters definiert, so dass die maximal zu korrigierende Länge der transienten Störung 80% der Länge des eingesetzten Transienten-Schutzfilters betragen durfte. Hierdurch konnte eine ausreichende Anzahl an korrekten Abtastwerten in den Randbereichen des Filters bereitgestellt werden, welche als Stützstellen für die fehlerfreie Funktionsweise des statistischen Filters als Interpolationsfilter notwendig sind. Die prinzipielle Funktionsweise des Transienten-Zählers lässt sich Abbildung 56 entnehmen.

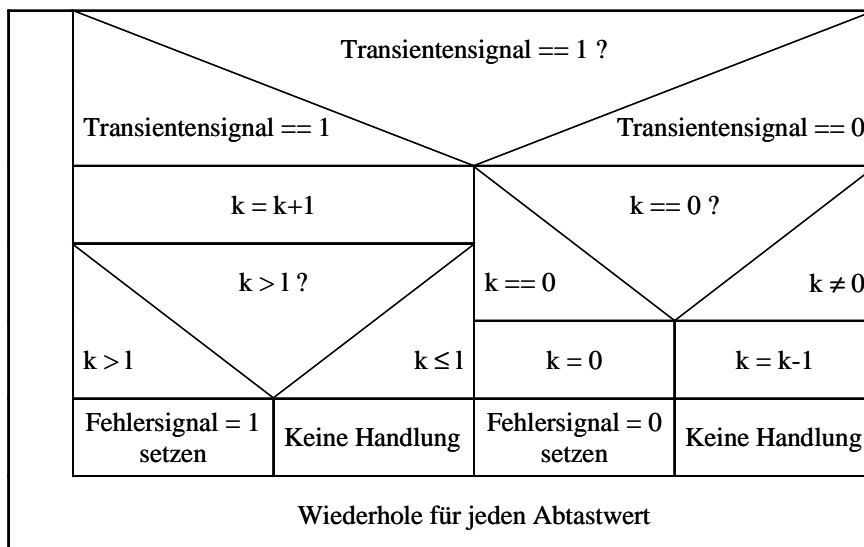


Abbildung 56: Ablaufdiagramm des Transienten-Zählers des Transienten-Detektors

Für die Initialisierungsphase muss die Zählvariable k und das Ausgangssignal Fehlerwert auf einen Wert Null gesetzt werden. Anschließend muss für jeden der abgetasteten Datenwerte eine Abfrage des Wertes der aus dem Entscheidungsalgorithmus gelieferten Variable „Transientensignal“ erfolgen, wobei die Zählvariable k bei dem Auftreten eines gestörten Datensignals (Transientensignal = 1) um eins zu inkrementieren ist. Überschreitet der neue Zählerstand für die Zählvariable k den Auslöse-Schwellwert l des Transienten-Zählers, soll das Fehlersignal auf den Wert 1 gesetzt werden; anderenfalls wird keine weitere Handlung vorgenommen. Der gesetzte Wert des Fehlersignals bleibt bis zu einer eventuellen Rücksetzung für alle nachfolgenden Abtastwerte bestehen. Wird ein ungestörtes Datensignal (Transientensignal = 0) empfangen, muss durch den Algorithmus der Zählerstand k um 1 verringert werden, falls ein von Null verschiedener Zählerstand k besteht. Bei einem Zählerstand von $k=0$ und Auftreten eines Wertes Transientensignal=0 soll der Zählerstand k unverändert bleiben, während das Fehlersignal auf Null rückgesetzt wird. Diese gegenüber dem Transientensignal verzögerte Rücksetzung stellt sicher, dass nach einer nicht kompen-

sierbaren Impulsstörung auf der Kupferdoppeladerleitung eine ausreichend lange Regenerationszeit mit korrekten Abtastwerten eingehalten wird, bevor die statistische Filterung durch das Transienten-Schutzfilter wieder aktiviert werden kann. Ein derartiger Abstand zwischen zwei Impulsstörungen ist notwendig, damit eine ausreichende Anzahl von ungestörten Signalwerten als fehlerfreie Stützstellen zur Schätzung des Signalverlaufes zur Verfügung steht.

Für die in den voranstehend ausgeführten drei Aspekten der Funktionalität des Transienten-Detektors lassen sich die beiden gekennzeichneten Signale nach Abbildung 54 direkt einsetzen. Zunächst wird durch das Transientensignal ein Auftreten von Impulsstörungen auf der Übertragungsleitung markiert, woraus sich die prinzipielle Eigenschaft dieses Signals zur Steuerung des Transienten-Schutzfilters ableiten lässt (Aspekt 1 der Funktionalität des Transienten-Detektors). Im Gegensatz zu dem Transientensignal markiert das Fehlersignal ein Signalsegment, in welchem eine Kompensation der transienten Störeinflüsse nicht mehr adäquat sichergestellt werden kann. Das Fehlersignal eignet sich somit grundsätzlich zur Signalisierung eines nicht kompensierbaren Fehlers zur Beschleunigung der Signalauswertung (Aspekt 2 der Funktionalität) und zur Anforderung einer erneuten Datenübertragung über höhere Protokollschichten (Aspekt 3 der Funktionalität).

4.4 Abschätzung des optimierten Gesamtsystemverhaltens durch Implementierung des Transienten-Schutzfilters

Die in den Abschnitten 4.1 und 4.3 vorgeschlagenen Komponenten zur Optimierung des Übertragungsverhaltens müssen in weiteren Untersuchungen auf ihre Effizienz im Gesamtsystem analysiert werden. Hierzu wird zunächst eine qualitative Abschätzung der Verbesserung der Datenübertragung simuliert, wobei zunächst aus Gründen einer übersichtlichen Darstellung lediglich ein eingeschränktes DMT-System verwendet wurde (Abschnitt 4.4.1). Eine quantitative Untersuchung des vorgeschlagenen Verfahrens unter Berücksichtigung der Rahmenbedingungen für den Einsatz des statistischen Filters als Kompensationselement wird in Abschnitt 4.4.2 beschrieben. Die Bewertung der Verbesserung durch die vorgeschlagene Systemstruktur erfolgt in Abschnitt 4.4.3.

4.4.1 Qualitative Abschätzung der Detektionsfähigkeit eines transientengeschützten QAM-basierten Multiträgersystems in impulsgestörter Umgebung

Für das Verständnis der Funktionsweise des statistischen Filters in einem QAM-basierten Multiträgersystem soll zunächst eine qualitative Analyse der Wirkungsweise des Filters auf die Demodulationseigenschaften der gesendeten QAM-Symbole erfolgen. Hierzu wird auf eine aus Abbildung 39 und Abbildung 40 bekannte Darstellung der Detektionsfähigkeit von QAM-Symbolen bei der Multiträgerübertragung in impulsgestörter Umgebung zurückgegriffen. Für die Abschätzung des Systemverhaltens wird ein reduziertes DMT-System, bestehend aus einem QAM-Zufallsgenerator, einem DMT-Modulator mit 256 Unterträgern, einem statistischem M-Filter und zwei DMT-Demodulatoren betrachtet, wobei aus darstellungstechnischen Gründen lediglich eine Bitanzahl von 2 Bit pro Träger, d.h. eine 4-QAM Konstellation des Signalraumes je Unterträger betrachtet wird. Abbildung 57 zeigt einen Aufbau des Übertragungssystems zur qualitativen Abschätzung der Demodulationseigenschaften unter Verwendung eines statistischen M-Filters auf der Basis der Geman-McClure-Funktion.

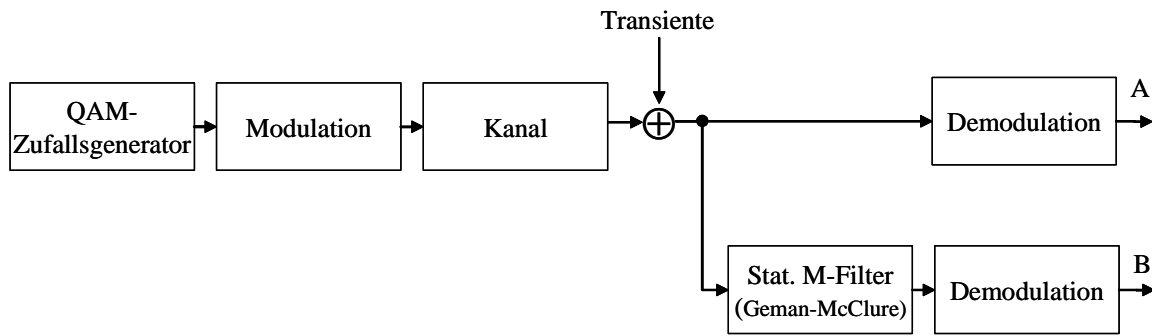


Abbildung 57: prinzipielle Systemstruktur zur qualitativen Abschätzung der Detektionseigenschaft des erweiterten Übertragungssystems

Durch einen QAM-Zufallsgenerator werden zunächst beliebige 4-QAM-Zufallsfolgen generiert, symbolweise gruppiert und den untersuchten 256 Unterträgern des DMT-Testsystems zugeordnet. Nach der Modulation mittels einer IDFT aus Abschnitt 2.2 in den Zeitbereich und dem Anfügen eines CP von 32 Abtastwerten erfolgt eine Faltung mit der Kanalimpulsantwort eines gemäß Tabelle 9 spezifizierten Übertragungskanals unter Einschluss von Impulsstörungsbursts.

Tabelle 9: Leitungsparameter für die qualitative Abschätzung des Detektionsfähigkeit

Leitungslänge	1 km
Leistungsstruktur	homogen
Leitungsdurchmesser	0,4 mm

Diese transienten Störungen wurden durch eine Folge von 7 zusammenhängenden Ausreißerwerten modelliert, welche innerhalb jeden Symbols berücksichtigt wurden. Weiterhin wurde ein Gauß'sches Rauschen mit einem E_S/N_0 von 30 dB eingefügt, um die gleichmäßig verteilten Störungen zu berücksichtigen. Zusätzlich erfolgte eine Begrenzung des Ausgangssignals nach der Kanalfaltung und der Addition der Störungen auf einen definierten Pegel, damit das Verhalten eines A/D-Wandlers in dessen Dynamik-Bereich adäquat nachgebildet wird. Am Empfänger erfolgte die Auswertung der Signale in zwei getrennten Pfaden, welche in Abbildung 57 durch die Benennung mit den Buchstaben A und B unterschieden werden. Zunächst wurde in Pfad A eine Referenz für die qualitative Auswertung des Ausgangssignals nach der Demodulation bereitgestellt. Das ohne die Verwendung eines Transienten-Schutzfilters resultierende Signal im Pfad A wird hierbei durch die DFT-basierte Demodulation in den Frequenzbereich transformiert und ist in Abbildung 58a) grafisch dargestellt. Gegenüber dem nicht-impulsstörungsgeschützten Signalpfad A wird in den Signalpfad B das statistische Geman-McClure-Filter zur Kompensation der Effekte der transienten Störungen eingesetzt. Hierzu wird das Filter mit einer Länge von 15 Koeffizienten zunächst als Allpass konfiguriert, was durch eine Adaption des Filters in 20 Iterationen (Schrittweite $\mu=0,2$) realisiert wurde. Das durch die DFT-basierte Demodulation erhaltene Frequenzbereichsignal in Pfad B ist in Abbildung 58b) dargestellt. Die Gesamtlänge des übertragenen Datenvektors betrug 1000 DMT-Symbole.

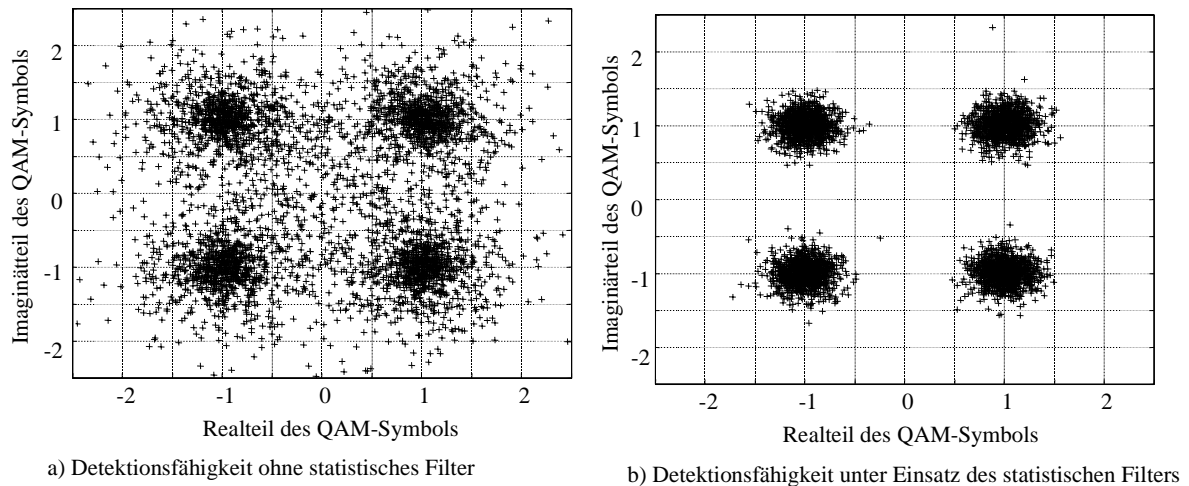


Abbildung 58: Vergleich der Detektionsfähigkeit: a) ohne Einsatz des statistischen Filters, b) mit Einsatz des statistischen Filters

Durch einen Vergleich der beiden Teildarstellungen in Abbildung 58 lässt sich die prinzipielle Funktionsweise der vorgeschlagenen Systemstruktur verdeutlichen. Hierbei zeigt sich eine Verbesserung der Detektionsfähigkeit des Empfangssignals des mit einem robusten statistischen M-Filter geschützten Multiträgersystems, da eine erhebliche Reduktion der Streuung der 4-QAM-Konstellationen zu beobachten ist. Auf eine exakte Quantifizierung dieses Effektes wird in Abschnitt 4.4.1 detailliert eingegangen. Ein derartig verbessertes Systemverhalten ermöglicht dem, in DMT-Systemen zu verwendenden Entscheider eine exaktere Zuordnung der empfangenen QAM-Konstellationen, da Fehlentscheidungen an den Grenzen der Zuordnungsbereiche seltener auftreten. Als Resultat lässt sich hieraus eine geringere QAM-Symbolfehlerrate erreichen, was sich effektiv in einer geringeren Bitfehlerrate auswirkt.

4.4.2 Quantitative Untersuchung der ADSL-Systemeigenschaften unter Einsatz der statistischen Transienten-Schutzfilter

Nachdem in Abschnitt 4.4.1 eine prinzipiell realisierbare mögliche Verbesserung des Systemverhaltens durch den Einsatz eines Transienten-Schutzfilters aufgezeigt wurde, wird in nachfolgenden Untersuchungen die Leistungsfähigkeit des neuartigen Systemkonzeptes für DMT-basierte Multiträgersysteme simulativ abgeschätzt. Hierfür wird eine gemäß Abbildung 41 aufgebaute Systemstruktur verwendet, wobei das statistische M-Filter unmittelbar vor den im ADSL-Standard [26] festgelegten Systemkomponenten eingefügt wird. Wie bereits in den Abschnitten 2.4.2 und 4.1.1 beschrieben ist, wird in herkömmlichen ADSL-Systemen die Funktion der Kompensation von Impulsstörungen insbesondere durch die Vorwärts-Fehlerkorrektur (Reed-Solomon-Codierung) und den Interleaver wahrgenommen, wobei die Erhöhung der Leistungsfähigkeit der beiden genannten Komponenten durch die Einbettung des statistischen M-Filters im Rahmen dieses Abschnittes analysiert wird. Als Ausgangsbasis dienen die Angaben des ADSL-Standards nach [26], welche unter dem Blickwinkel eines maximalen Fehlerschutzes in den zentralen Parameterwerten in Tabelle 10 zusammengefasst sind. Die Parameter der Interleaver-Tiefe sind hierbei durch die Multiplikation mit der Symboldauer von $246,375 \mu\text{s}$ in eine absolute Verzögerungszeit umgerechnet worden.

Tabelle 10: Überblick über die wesentlichen Parameter des verwendeten ADSL-Simulationssystems

Trägeranzahl	256
Länge des Cyclic Prefix	32 Abtastwerte
QAM-Verteilung	Bitloading abhängig
RS-Checkbytes	12, 14, 16 Bytes
Interleaver-Tiefe	8, 16, 32, 64 DMT-Symbole (entspricht 1,97, 3,94, 7,88, 15,77 ms)
DMT-Symbole pro RS-Codewort	1

Für den Vergleich der Leistungsfähigkeit zwischen einem transienten-geschützten Übertragungssystem und einem nicht-geschützten Übertragungssystem wurde somit eine möglichst reale ADSL-Simulationsumgebung verwendet. Auf Grund der Annahme eines maximal fehlergeschützten ADSL-Systems als Referenz für das nicht-transientengeschützten System wurde ausschließlich der *interleaver*-geschützte Datenpfad verwendet. Als frei variable Parameter in der Simulation wurden unterschiedliche Interleavertiefen und RS-Checkbytes eingesetzt. Das statistische M-Filter basierte hierbei auf der in Abschnitt 4.2.2 dargestellten Geman-McClure-Kern-Funktion, wobei zunächst durch eine Adaption (Adaptionsschrittweite $\mu=0,2$, 10 Iterationen, Filterlänge 120 Koeffizienten in 12 Stufen) an das ungestörte Original-Signal eine Allpass-Charakteristik modelliert wird. Für die Berücksichtigung der Einflüsse des Übertragungskanals erfolgt eine Faltung des gesendeten Signals mit der Kanalimpulsantwort einer homogenen *twisted-pair*-Leitung gemäß Tabelle 9. Zur Nachbildung der stationären Rausch-Effekte wird dem durch die Kanalfaltung ermittelten Signal eine gaußverteilte Störung ($E_S/N_0 = 30$ dB) additiv überlagert.

Für die Modellierung von Impulsstörungen wurde aus Gründen einer möglichst realen Simulationsumgebung die Beschreibung nach Henkel und Kessler [70] verwendet, wobei eine Beschränkung der Impulslänge auf ca. 10% der Länge eines DMT-Symbols (ca. 25 μ s) erfolgte. Die Gründe einer derartigen Einschränkung werden in Abschnitt 4.4.3 detailliert erläutert. Als Referenz für die Abschätzung der Verbesserung der Leistungsfähigkeit des optimierten Systems diente ein gegen Impulsstörungen ungeschütztes ADSL-Übertragungssystem auf der Basis einer Reed-Solomon-Codierung mit 16 Redundanz-Bytes (RS-CB=16).

Die unter einem derartigen Simulationsszenario erhaltenen Resultate für die Bitfehlerrate sind in Abbildung 59 dargestellt.

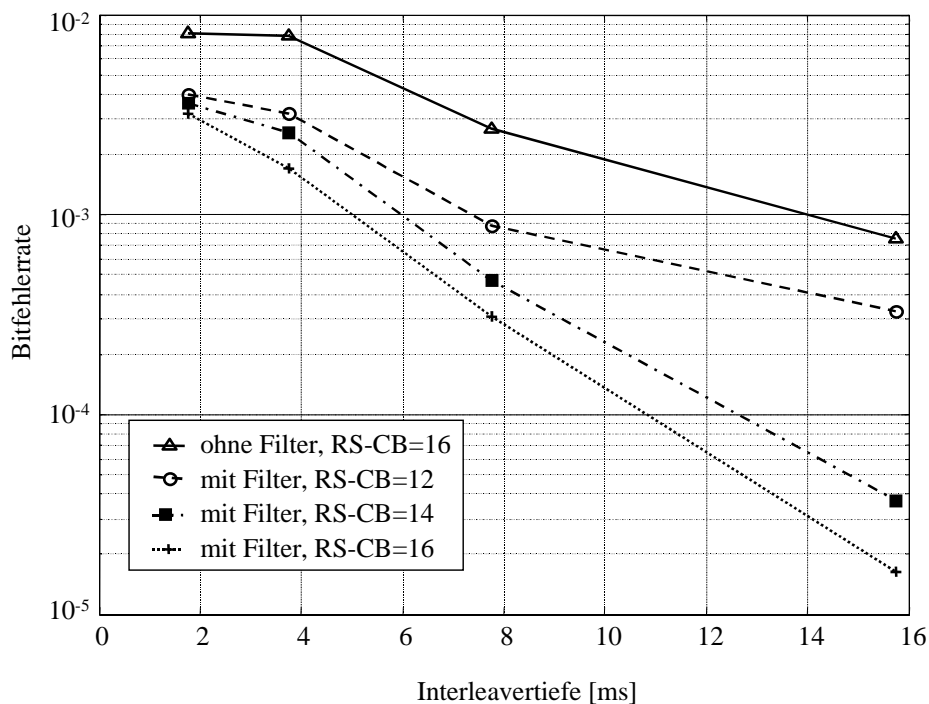


Abbildung 59: Vergleich der Bitfehlerrate zwischen einem ungeschützten ADSL-System (ohne Filter) und einem gegen Impulsstörungen geschützten ADSL-System (mit Filter)

Wie aus Abbildung 59 ersichtlich wird, lässt sich durch die Implementierung eines auf der German-McClure-Funktion basierenden Transientenschutzfilters eine deutliche Verringerung der Bitfehlerrate gegenüber einem ungeschützten System erreichen. Insbesondere ist aus Abbildung 59 zu erkennen, dass prinzipiell durch den Einsatz des Schutzfilter eine Reduktion der RS-Checkbytes bzw. in definierten Bereichen eine Verringerung der einzusetzenden Interleaver-Tiefe bei konstanter Bitfehlerrate ermöglicht wird. Aus Gründen einer umfassenden Darstellung der sich aus Abbildung 59 ergebenden Teilaspekte wird eine detaillierte Analyse der Simulationsergebnisse und eine Bewertung des im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagenen erweiterten Systemkonzeptes in Abschnitt 4.4.3 durchgeführt.

4.4.3 Bewertung der vorgeschlagenen Erweiterung der ADSL-Systemstruktur

Nachdem in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 eine prinzipielle Abschätzung der zu realisierenden Verbesserung des Übertragungsverhaltens dargestellt wurde, erfolgt im vorliegenden Abschnitt eine detaillierte Bewertung des im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagenen Verfahrens auf der Basis der in Abbildung 59 dargestellten Ergebnisse. Weiterhin werden in diesem Abschnitt die Randbedingungen für den Einsatz des vorgeschlagenen Verfahrens aufgezeigt und dessen Auswirkungen auf das Gesamtsystem diskutiert. Einen zentralen Aspekt stellt hierbei die Betrachtung des Zusammenwirkens des Transienten-Schutzfilters mit dem Transienten-Detektor dar.

Wie in Abschnitt 4.4.2 bereits ausgeführt wurde, besteht eine Begrenzung für den Einsatz des vorgeschlagenen Filterverfahrens in der ausschließlichen Kompensationsmöglichkeit für zeitlich kurz andauernde Impulsstörungen. Ein derartiges Verhalten resultiert aus der Funktions-

weise von statistischen Filtern, da hier mittels einer Schätzung durch das vorgeschlagene Verfahren das gestörte Signalsegment interpoliert wird. Als Basis für eine ausreichend genaue Interpolation muss eine genügend hohe Anzahl von zuverlässigen Stützstellen in einem Datensignal vorhanden sein. Da alle Abtastwerte während einer aufgetretenen Impulsstörung durch deren hohen Amplitudenwert gegenüber dem Datensignal als fehlerbehaftet zu werten sind, bieten ausschließlich die der Störung vorangehenden bzw. nachfolgenden Abtastwerte eine ausreichende Zuverlässigkeit als Stützstelle für die Signalinterpolation. Ein derartiges Verfahren weist prinzipiell eine umso höhere Wahrscheinlichkeit zur fehlerfreien Schätzung eines gestörten Signals auf, je kürzer die zu interpolierenden Zeitabschnitte sind. Im Umkehrschluss lässt sich bei lang andauernde Impulsstörungen der Signalverlauf durch das statistische Filter für eine Rekonstruktion der übertragenen Daten nicht mehr ausreichend detailliert nachgebildet werden. Im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zeigte sich bei einer Abtastfrequenz von 4,4 MHz ein Einbruch der maximal kompensierbaren Impulsstörung für eine Filterlänge von ca. 100 Koeffizienten. Dies entspricht einer Länge von ca. 10% eines DMT-Symbols (ca. 25 μ s). Für zeitlich länger ausgedehnte Impulsstörungen konnte durch die Implementierung des statistischen Filters keine weitere signifikante Reduktion der Bitfehlerrate erzielt werden. Wie sich aus Abbildung 34 ergibt, lassen sich bereits ca. 30% der auf Kupferdoppeladern auftretenden Impulsstörungen durch die Implementierung des statistischen Filters kompensieren, was sich in einer deutlichen Steigerung der Systemrobustheit auswirkt.

Die in Abbildung 59 dargestellte hohe Bitfehlerrate für das standardisierte ADSL-System ohne Schutzfilter resultiert in erster Linie aus einem Decodierversagen der Reed-Solomon-Codierung, da bereits eine kurz andauernde Impulsstörungen innerhalb eines DMT-Symbols zu hohen Detektionsfehlern führt, welche sich mit den in [26] festgelegten Codierungsverfahren nicht kompensieren lassen. Für die Korrektur eines einzelnen DMT-Symbols erfolgt bei einem nach [26] maximal ausgelegten Fehlerschutz (16 RS-Checkbytes, Interleavertiefe 16, 1 RS-Codewort pro DMT-Symbol) eine zeitliche Spreizung des fehlerbehafteten RS-Codewortes auf 64 aufeinanderfolgende RS-Codeworte. Dies setzt voraus, dass innerhalb einer Zeitspanne von 15,768 ms ($64 \cdot 246,375 \mu$ s) nach dem Auftreten der ersten Impulsstörung keine weitere Impulsstörung auftritt, da anderenfalls eine fehlerfreie Korrektur des gespreizten RS-Codewortes nicht gewährleistet ist. Gemäß der von Henkel und Kessler empirisch gemessenen Wahrscheinlichkeit [68] für die zu beobachtenden Abstände zwischen aufeinanderfolgenden Impulsen (Abbildung 35) ist ein derartige langes Zeitintervall nicht sichergestellt. Durch aufeinanderfolgende Impulsstörungen mit geringen Abständen wird die Korrekturkapazität der RS-Codierung überschritten, was in einem Decodierversagen der nach dem ADSL-Standard vorgesehenen Fehlerschutzverfahren resultiert.

Die Implementierung eines statistischen Filters bietet in einem derartigen Fall eine deutliche Verbesserung der Leistungsfähigkeit des Übertragungssystems. Diese Verbesserung basiert im Wesentlichen auf einer Reduktion der Detektionsfehler in den DMT-Symbolen bei dem Auftreten von zeitlich kurz andauernden Impulsstörungen. Als Folge hieraus ergibt sich eine geringere Wahrscheinlichkeit eines Decodierversagens. Wie sich aus Abbildung 59 weiterhin zeigt, kann durch die Implementierung des statistischen Filters eine bereits Verbesserung der Bitfehlerrate erreicht werden, wenn die Interleavertiefe und die Anzahl der RS-Checkbytes reduziert wird. In direkter Folge führt die Implementierung des statistischen Filters zu einer möglichen Verkürzung der Latenzzeit und zu einer Erhöhung der effektiven Datenrate realisiert werden.

Aus den dargelegten Ergebnissen erweist sich mangelnde Korrekturmöglichkeit des vorgeschlagenen Verfahrens für länger andauernde Impulsstörungen als ungünstig. Da derartige Effekte sich prinzipiell nicht durch eine statistische Filterung beheben lassen, wird mit dem Transienten-Detektor eine Möglichkeit zu frühzeitigen Erkennung dieser Störungen bereitgestellt, wo-

bei als zentrale Voraussetzung für den optimalen Einsatz der beiden Komponenten dem Detektor die maximal zu korrigierende Impulsstörungslänge bekannt sein muss. Durch eine frühzeitige Erkennung und Übermittlung des Auftretens einer lang andauernden und nicht kompensierbaren Impulsstörung in höhere OSI-Protokollschichten kann somit eine deutliche Verkürzung der Fehlerauswertung erfolgen, welche sich ohne den Detektionsalgorithmus erst nach einer Decodierung realisieren lässt. Als weiterer Vorteil des Einsatzes des Detektors erweist sich die Reduktion des erforderlichen numerischen Aufwandes für die im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagenen Schutzverfahren, da hierdurch eine Aktivierung des statistischen Filters ausschließlich in impulsgestörten Zeitintervallen erfolgt. Zusätzlich kann eine nicht notwendige Ausführung von Signalverarbeitungsschritten bei nicht korrigierbaren Fehlern vermieden werden.

4.5 Zusammenfassung

Nachdem in Kapitel 3 die Auswirkungen von transienten Störungen auf die DMT-basierte Multiträgerübertragung aufgezeigt wurde, erfolgte im vorliegenden Kapitel die Vorstellung einer neuartigen Systemstruktur zur Reduktion von Impulsstörungen am Beispiel eines ADSL-Systems. Als zentrales Merkmal der vorgeschlagenen Struktur lässt sich hierbei die Einfügung eines, den standardisierten ADSL-Komponenten vorgelagerten Elementes nennen, wobei die Realisierung der zusätzlich eingefügten Komponente im Rahmen dieser Arbeit als nicht-lineares statistisches Filter ausgelegt wurde. Neben einem allgemeinen Überblick über die für die beschriebenen Anwendungen prinzipiell verwendbaren Filtertypen wird besonders die Klasse der ML-Filter detaillierter betrachtet. Den Ausgangspunkt für diese Analyse bilden hierbei die ML-Filter auf der Basis von vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen (speziell der Gauß- und der Cauchy-Verteilung), wobei gleichzeitig eine Analyse der Robustheit der genannten ML-Filter auf der Basis von Methoden aus dem mathematischen Teilgebiet der robusten Statistik erfolgte. Die hieraus resultierenden Ergebnisse bildeten die Grundlage für eine Optimierung der Entwurfsvorschrift von robusten M-Filtern, welche einen flexiblen Entwurf von Transientenschutzfiltern unter den Kriterien der Robustheit und der numerischen Komplexität ermöglichen. Durch die erarbeitete Erweiterung der Entwurfsvorschrift für robuste M-Filter wird somit eine Möglichkeit zur verbesserten Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Rechenleistung innerhalb eines Multiträger-Übertragungssystems aufgezeigt. Da durch das Transientenschutzfilter nicht beliebig lange Störerequenzen verarbeitet werden können, wurde in einer weiteren Entwicklungsstufe von Transientenschutzverfahren in ADSL-Systemen ein Transientendetektionsmechanismus mit einer potenziellen Implementierung in die ADSL-Systemstruktur vorgeschlagen. Ziel dieses Detektors ist neben der Aktivierung des Transientenschutzfilter bei Auftreten von transienten-gestörten Signalsegmenten, eine frühzeitige Erkennung von nicht kompensierbaren Impulsstörungen und die Signalisierung derartiger Störszenarien in höhere Protokollschichten. In einer Abschätzung der Leistungsverbesserung des ADSL-Systems konnte zunächst eine deutlich verbesserte Detektionsfähigkeit des transienten-geschützten rudimentären DMT-Übertragungssystems ermittelt werden, was sich in einer nachfolgenden quantitativen Untersuchung in einer deutlichen Verbesserung der Bitfehlerrate des durch ein statistisches Filter geschützten ADSL-Systems auswirkte. In einer abschließenden Bewertung der vorgeschlagenen Mechanismen zum Schutz eines ADSL-Systems vor Impulsstörungen wurde die Optimierung des Übertragungsverhaltens durch die Kombination aus Transientenschutzfilter und Transientendetektor gewürdigt.

Da das zur Implementierung in die Systemstruktur vorgeschlagene Transientenschutzfilter eine Verbesserung des Empfangssignals auf der Ebene der Abtastwerte ermöglicht, ist die Funktions-

fähigkeit der vorgeschlagenen Erweiterung Lösung prinzipiell von der gewählten Systemauslegung unabhängig. Hierdurch lassen sich die in diesem Kapitel beschriebenen Ergebnisse von der exemplarischen Anwendung in einem ADSL-System auf beliebige Übertragungssysteme verallgemeinern, wobei für die tatsächliche Bitfehlerrate des betrachteten Übertragungssystems die jeweils implementierten Fehlerschutzkorrekturverfahren maßgeblich sind. Die Verwendung der statistischen Filter bietet daher insbesondere eine Möglichkeit zur Verbesserung der Einsatzbedingungen der in den Übertragungssystemen vorgesehenen Fehlerkorrekturverfahren.

5 Implementierungsaspekte der statistischen Filterverfahren

Nachdem in Kapitel 4 eine Systemstruktur zur Verbesserung des xDSL-Übertragungsverhaltens in impulsgestörter Umgebung vorgestellt wurde, wird im vorliegenden Kapitel auf die Implementierungsaspekte der statistischen Filterverfahren eingegangen. Eine derartige Betrachtung ist für die Abschätzung der Vorteilhaftigkeit des Einsatzes eines statistischen Filters in dem xDSL-Übertragungssystem notwendig, weil hierdurch ein Gegenüberstellung zwischen der zusätzlich aufzuwendenden numerischen Komplexität und der erreichbaren Verbesserung des Übertragungsverhaltens ermöglicht wird. Der Schwerpunkt der Untersuchung wird hierbei auf eine Analyse und Optimierung der Hardware-Realisierung der Algorithmen zur Filterung gelegt, wobei die zu implementierende Struktur auf einem FPGA¹- bzw. ASIC²- Baustein realisierbar sein soll. Insbesondere wird in diesem Zusammenhang eine Möglichkeit zur Reduktion der aufwandsbestimmenden Komponenten vorgestellt und an Beispiel der Optimierung der Multiplikationen und Divisionen umgesetzt. Dabei wird insbesondere auf die CORDIC³-Algorithmen eingegangen, da sich diese Algorithmen für eine effizientere Nutzung der zur Verfügung stehenden Rechenleistung besonders vorteilhaft erweisen.

In einem ersten Abschnitt dieses Kapitels wird eine allgemeine Aufwandsabschätzung der numerischen Komplexität des in Kapitel 4 vorgestellten statistischen Filters vorgenommen. Im Anschluss daran werden in Abschnitt 5.2 die Grundlagen der CORDIC-Algorithmen vorgestellt. Die Einsatzmöglichkeiten von derartigen Algorithmen in den beschriebenen statistischen Filterverfahren und die hierdurch zu erzielenden Einsparungen an numerischem Aufwand bilden den Schwerpunkt der Ausführungen in Abschnitt 5.3. Die wesentlichen Inhalte dieses Kapitels sind in Abschnitt 5.4 zusammengefasst.

5.1 Aufwandsabschätzung der Implementierung für statistische Filter

Wie bereits in Kapitel 4 gezeigt wurde, kann durch eine Verwendung eines digitalen statistischen Transienten-Schutzfilters nach Abbildung 41 die Leistungsfähigkeit eines ADSL-Übertragungssystems in impulsgestörter Umgebung deutlich verbessert werden. Um diese Verbesserung zu realisieren muss jedoch eine ausreichende Rechenleistung zur Abarbeitung des Filteralgorithmus bereitgestellt werden, ohne jedoch eine Reduzierung der nach dem ADSL-Standard [26] vorgegebenen System-Komponenten herbeizuführen. Für eine erste Abschätzung der numerischen Komplexität des Filteralgorithmus erfolgt daher in einem ersten Schritt eine Analyse des Hardware-Aufwandes in der notwendigen Anzahl der Transistoren und der Durchlaufzeiten der auszuführenden Multiplikationen, Divisionen und Additionen auf der Grundlage einer verwendeten Wortbreite n des Digitalrechners von 16 Bit. Die Realisierung von Subtraktionen lässt sich durch die Ausführung einer vorzeichengewichteten Addition realisieren, wodurch sich somit kein Unterschied zu den implementierten Additionen ergibt.

-
1. *Field Programmable Gate Array*
 2. *Application Specific Integrated Circuit*
 3. *Coordinate Rotation Digital Computer*

Für die explizite Berechnung der Anzahl der zur Implementierung notwendigen Transistoren und der Durchlaufzeiten werden die in Tabelle 11 wiedergegebenen Zusammenhänge verwendet [118]. Die Auswahl des *Carry-Select*-Addierertyps beruhte auf dessen optimalen Eigenschaften in Bezug auf eine hohe Schaltgeschwindigkeit und eine kleine Fläche [116], während für den *Booth-Array*-Multiplizierer eine geringe Anzahl an notwendigen Transistoren maßgeblich war [118]. Der *Array*-Dividierer wurde auf Grund seiner geringen Laufzeit im Gegensatz zu alternativen Dividiererschaltungen ausgewählt [118].

Tabelle 11: Numerischer Aufwand und Durchlaufzeiten für mikroelektronische Addierer-, Multiplizierer- und Dividiererschaltungen nach [118]

Schaltungstyp	Anzahl an Transistoren N_{Tr}	Durchlaufzeiten T_D
<i>Carry-Select</i> -Addierer	$58n + 8\frac{n}{m} + 2\left(\frac{n}{m}\right)^2$	$\tau_L(4\sqrt{15n} + 34, 4)$
<i>Booth-Array</i> -Multiplizierer	$23n^2 + 56n - 58$	$\tau_L(41, 5n + 1, 9)$
<i>Array</i> -Dividierer	$40n^2 + 6n$	$\tau_L(18n^2 + 23, 4n + 12)$

Für die Verzögerungszeit τ_L einer Transistor-Operation (Laufzeit) lässt sich als Zahlenwert bei einem exemplarischen fiktiven 1 μm CMOS-Prozess eine Zeitdauer von 50 ps [118] angeben. In den weiteren Ausführungen in diesem Kapitel wird jedoch von einem konkreten Zahlenwert für die Durchlaufzeit abstrahiert, um den Vergleich des relativen Zeitaufwandes für die unterschiedlichen mathematischen Operationen deutlicher darzustellen. Ein wesentliches Merkmal für die Bestimmung der Anzahl der notwendigen Transistoren des *Carry-Select*-Addierers besteht in einer Zusammenfassung der Eingangsbits zu Bitgruppen, welche parallel verarbeitet werden. Die Größe dieser Bitgruppen wird durch die Variable m gekennzeichnet, wobei die optimale Anzahl m_{opt} der zusammenzufassenden Bits aus (5.1) ermittelt werden kann [118].

$$m_{opt} = \sqrt{\frac{4n}{15}} \quad (5.1)$$

Für eine Wortlänge von $n=16$ Bit ergibt sich somit $m_{opt}=2$.

Die Untersuchung der numerischen Komplexität des Filteralgorithmus erfolgt im Rahmen dieser Arbeit auf der Grundlage der Geman-McClure-Funktion als Filterkern des eingesetzten M-Filters. Für die Ermittlung der notwendigen Anzahl von mathematischen Operationen des Geman-McClure-Filters wird weiterhin auf das in Abschnitt 4.2.2.1 vorgestellte Verfahren für die Berechnung des Filterausgangswertes zurückgegriffen. Hiernach muss pro gefiltertem Abtastwert der nachfolgend detailliert wiedergegebene zweistufige Algorithmus ausgeführt werden.

1. Suche des Startwertes für die Iterationsschleifen des zweiten Schrittes

Durch die Verwendung von nicht-monotonen Einfluss-Funktionen als Filterkern des statistischen Filters kann es, wie in Abschnitt 4.2.2.1 beschrieben, zu einem Auftreten von mehre-

ren Nullstellen der kumulierten Einfluss-Funktion kommen. Zur Bestimmung des globalen Minimums der kumulierten Kosten-Funktion muss daher zunächst ein Startwert für die Iterationsschleife des zweiten Schrittes gefunden werden. Dieser Startwert ergibt sich aus einer Berechnung des minimalen Wertes der (doppelt gewichteten) kumulierten Kosten-Funktion aus $2N$ Teststellen θ , wobei N die Länge des verwendeten statistischen Filters darstellt. Bei der Verwendung der Geman-McClure-Kosten-Funktion nach (5.2)

$$\rho(w, r, k) = \frac{w \cdot r^2}{k + r^2} \quad (5.2)$$

ergibt sich bei der Berücksichtigung einer Restfehlerbildung durch $r=z-\theta$ ein numerischer Aufwand pro Teststelle θ von $A_{\text{Mult}}=2$, $A_{\text{Div}}=1$ und $A_{\text{Add}}=2$. Die Berechnung pro Teststelle erfordert somit einen gesamten numerischen Aufwand in Transistoren N_{Tr} nach (5.3)

$$N_{\text{Tr;Stufe eins}} = 2 \cdot (23 \cdot 16^2 + 56 \cdot 16 - 58) + 1 \cdot 40 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16 + 2 \cdot (58 \cdot 16 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2) = 25268 \quad (5.3)$$

und eine zeitliche Verzögerung T_D gemäß (5.4)

$$T_{D;\text{Stufe eins}} = \tau_L (2 \cdot (41,5 \cdot 16 + 1,9) + 1 \cdot (18 \cdot 16^2 + 23,4 \cdot 16 + 12) + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15 \cdot 16} + 34,4) = \tau_L \cdot 6519 \quad (5.4)$$

Weiterhin muss zur Minimierung des Kosten-Funktionswertes eine Summation aller Teilergebnisse der Teststelle θ mit $2N$ Abtastwerten nach (4.17) berücksichtigt werden, was bei einer parallelen Berechnung der Teilergebnisse eine Anzahl von $2N \cdot 25268$ Transistoren erfordern würde.

Bei einer seriellen Umsetzung würde sich statt einer hohen Anzahl von implementierbaren Transistoren eine Erhöhung der Durchlaufzeit auf $2N \cdot \tau_L \cdot 6519$ ergeben. Die konkrete Wahl einer Parallelisierung des Algorithmus gegenüber einer seriellen Abarbeitung muss an Hand der zur Verfügung stehenden Hardware, insbesondere der verfügbaren freien Transistoren getroffen werden.

Nachdem durch die vorstehenden Rechenschritte der Funktionswert der Kosten-Funktion für eine einzelne Teststelle θ errechnet wurde, muss eine Wiederholung der genannten Operationen für alle $2N$ Teststellen erfolgen, damit eine Ermittlung derjenigen Teststelle θ_{min} mit der minimalen Kosten-Funktion möglich ist. Die Teststelle θ_{min} bildet den Startwert für die zweite Stufe des Filteralgorithmus. Durch eine mögliche Parallelisierung der Minimierungsaufgabe durch eine gleichzeitige Berechnung der Kosten-Funktionen für die unterschiedlichen Teststellen ergibt sich jedoch mit $N_{\text{Tr}} = 2N \cdot 2N \cdot 25268$ eine hohe Anzahl an notwendigen Transistoren. Eine serielle Berechnung der Kosten-Funktionswerte erfordert einen hohen zeitlichen Versatz von $T_D = 2N \cdot 2N \cdot 6519 \cdot \tau_L$. Die Wahl einer parallelen bzw. seriellen Berechnung muss auf der Grundlage der zur Verfügung stehenden Hardware-Bausteine erfolgen.

2. Iterationsschleife zur Ermittlung des endgültigen Filterausgangswertes

Die zweite Stufe zur Berechnung des Ausgangswertes des statistischen Filters besteht in der numerischen Lösung von (4.35) durch iterative Anwendung von (4.23). Hierfür ergibt sich bei der Verwendung der Geman-McClure-Einfluss-Funktion

$$\psi(w, r, k) = \frac{k \cdot w \cdot r}{(k + r^2)^2} \quad \text{mit } r = z - \theta \quad (5.5)$$

und Berücksichtigung von (4.22) der folgende Ausdruck für die maximal auszuführenden Rechenoperationen

$$v_{i, \theta^{(p)}} = \frac{\psi(w, r_i^{(p)}, k)}{r_i^{(p)}} = \frac{k \cdot w \cdot (z_i - \theta^{(p)})}{(z_i - \theta^{(p)}) \cdot (k + (z_i - \theta^{(p)})^2)^2} = \frac{k \cdot w}{(k + (z_i - \theta^{(p)})^2)^2}. \quad (5.6)$$

Der Aufwand für (5.6) pro Iterationsschleife p beträgt $A_{\text{Mult}}=3$, $A_{\text{Div}}=1$ und $A_{\text{Add}}=2$, was für die Lösung von (4.23) bei doppelter Gewichtung der Abtastwerte in Abhängigkeit von der Filterlänge N zu einer gesamten Anzahl an notwendigen Transistoren von

$$N_{\text{Tr, Stufe zwei}} = 2N \cdot (3 \cdot (23 \cdot 16^2 + 56 \cdot 16 - 58) + 1 \cdot 40 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16 + 2 \cdot (58 \cdot 16 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2)) = 2N \cdot 32418 \quad (5.7)$$

und einer Durchlaufzeit von

$$T_{\text{D; Stufe zwei}} = \tau_L \cdot 2N \cdot (2 \cdot (41, 5 \cdot 16 + 1, 9) + 1 \cdot (18 \cdot 16^2 + 23, 4 \cdot 16 + 12) + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15 \cdot 16 + 34, 4}) = \tau_L \cdot 2N \cdot 7184 \quad (5.8)$$

führt. Für die zeitliche Verzögerung wurde lediglich die im kritischen Pfad maximale Verzögerungszeit angenommen, da parallel ausführbare Rechenoperationen keinen zusätzlichen Zeitversatz verursachen.

Eine Parallelisierung der einzelnen zu durchlaufenden Iterationsschleifen p ist weiterhin nicht möglich, da das Endergebnis aus der vorangehenden Iterationsschleife als Eingangswert für den nachfolgenden Schleifendurchlauf benötigt wird.

Wie aus den Gleichungen (5.3), (5.4), (5.7) und (5.8) ersichtlich ist, steigt der numerische Implementierungsaufwand für die Ausführung der Filteroperation mit Zunahme der Länge des statistischen Filters stark an.

Für eine Veranschaulichung des numerischen Aufwandes des statistischen M-Filters erfolgt ein Vergleich mit der FFT-Operation, die neben dem Echokompensator und der Reed-Solomon-Codierung/Decodierung in ADSL-Systemen einen begrenzenden Faktor in Bezug auf die Ausnutzung der verfügbaren Rechenleistung darstellt [120]. Gemäß [121] lässt sich die Komplexität der komplexwertigen schnellen Fourier-Transformation (*Fast Fourier Transform*) durch 4 reelle Multiplikationen und 2 Additionen beschreiben. Weiterhin beträgt die Komplexität einer n -dimensionalen FFT je $n \cdot \log_2 n$ komplexe Multiplikationen und Additionen [122], was für ein DMT-Symbol mit 256 Trägern eine notwendige Transistoranzahl von

$$\begin{aligned} N_{\text{Tr; FFT}} &= \quad (5.9) \\ &(2 \cdot 256) \cdot \log_2(2 \cdot 256) \cdot (2 \cdot (58n + 4n + 0, 5n^2) + 4 \cdot (23n^2 + 56n - 58)) \\ &= 1, 4 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

und eine Durchlaufzeit von

$$T_{\text{D; FFT}} = (2 \cdot 256) \cdot \log_2(2 \cdot 256) \cdot (4 \cdot (4 \cdot \sqrt{15n} + 34, 4) + 2 \cdot (41, 5n + 1, 9)) \cdot 1, 3 \cdot 10^7 \cdot \tau_L \quad (5.10)$$

Für den Vergleich der Komplexität des statistischen Filters mit der Komplexität der FFT-Operation wird die zur Berechnung des Filterausgangswertes notwendige Durchlaufzeit in der Anzahl der Verzögerungszyklen durch die Transistorschaltzeit und in Abhängigkeit von der Anzahl der Filterkoeffizienten in Abbildung 60 dargestellt, wobei der für die Berechnung der

FFT notwendige Aufwand als Referenz in der Form eines konstanten Wertes gestrichelt eingezeichnet ist.

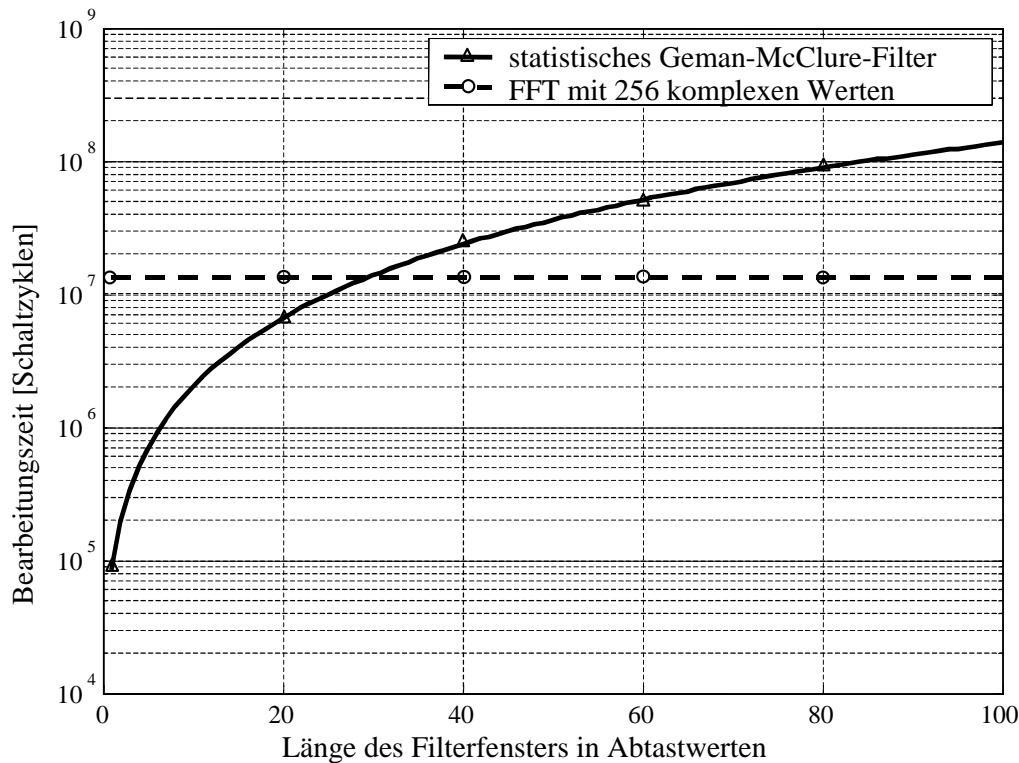


Abbildung 60: Vergleich der Bearbeitungszeiten eines statistischen Geman-McClure-Filters gegenüber einer FFT-Operation mit 256 komplexen Eingangswerten

Wie aus Abbildung 60 ersichtlich ist, steigt der numerische Aufwand für die Ausführung der Filteroperation mit Zunahme der Länge des statistischen Filters stark an. Bei einer Fensterlänge von etwa 28 Abtastwerten wird die Komplexität der für die ADSL-Übertragung auszuführenden FFT von 256 komplexen Signalraum-Punkten benötigt. Dieses Verhalten zeigt, dass die in Abbildung 41 vorgeschlagene Struktur mit der Einfügung eines Transienten-Schutzfilters eine hohe Hardware-Komplexität verursacht. Für die Kompensation von langen Impulsstörungen sind jedoch statistische Filter mit einer hohen Anzahl von zu berücksichtigenden Abtastwerten notwendig, was einen deutlichen numerischen Mehraufwand des Filteralgorithmus gegenüber den standardisierten ADSL-Signalverarbeitungsalgorithmen darstellt. Um dennoch die Vorteile der Implementierung des Schutzfilters nutzen zu können, wird daher im nachfolgenden Abschnitt ein Verfahren vorgestellt, welches eine Reduktion des notwendigen numerischen Aufwandes durch eine Transformation der rechenintensiven Multiplikationen und Divisionen in eine iterative Vektorrotation, die sich lediglich aus einer Folge von Additionen und Schiebeoperationen berechnen lässt. Da sich gemäß [116], [117] und [118] der numerische Aufwand von additiven Operationen als geringer gegenüber den Multiplikationen und Divisionen erweist, bietet das nachfolgend vorgestellte Vektorrotationsverfahren eine Möglichkeit, die Einsatzbedingungen des statistischen Filters unter den Aspekten einer effizienten Hardware-Ausnutzung deutlich zu verbessern.

5.2 Grundlagen der iterativen Vektorrotation

Die Basis des in diesem Abschnitt vorgestellten iterativen Vektorrotationsalgorithmus bildet die *Givens*-Rotation eines zweidimensionalen Vektors (x, y) um einen Winkel φ [119]. Hieraus wurde von Volder [123] ein Hardware-optimiertes Verfahren zur rekursiven Lösung von derartigen Rotationsaufgaben vorgestellt, welches in einer verallgemeinerten Form [124] als *CORDIC*-Verfahren bekannt ist [125], [126]. Die *CORDIC*-Algorithmen lassen sich gut an Hand eines verallgemeinerten Polarkoordinatensystems beschreiben, in dem sich ein Vektor entweder in die kartesischen Koordinaten (x, y) oder in die Polarkoordinaten (r, φ) darstellen lässt. Die Variablen r und φ benennen hierbei den Radius und den Winkel des derart beschriebenen Vektors. Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen den beiden Darstellungsformen lässt sich gemäß Tabelle 12 darstellen [126].

Tabelle 12: Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten

kartesische Koordinatenform	Polarkoordinatenform
$r = \sqrt{x^2 + my^2}$	$x = r \cdot \cos(\varphi\sqrt{m})$
$\varphi = \left(\frac{1}{\sqrt{m}}\right) \tan^{-1}\left(\frac{y\sqrt{m}}{x}\right)$	$y = \left(\frac{r}{\sqrt{m}}\right) \sin(\varphi\sqrt{m})$

Die Variable m kann in die Werte $-1, 0$ und 1 annehmen. Für den Wert $m=1$ reduziert sich auf die bekannte Umrechnungsformel zwischen kartesischen Koordinaten und Polarkoordinaten. Die Werte $m=0$ und $m=-1$ führen auf die Ausdrücke für die Winkel φ gemäß (5.11) [126]

$$\varphi = \frac{y}{x} \text{ für } m=0 \text{ ,} \quad (5.11)$$

$$\varphi = \tanh^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \text{ für } m=-1 \text{ .} \quad (5.12)$$

Die resultierenden Ausdrücke für die Radien r und Winkel φ können somit in Tabelle 13 zusammengefasst werden [126].

Tabelle 13: Darstellung des Radius und Winkel für verschiedene Werte (Modi) von m

Modus	Radius r	Winkel φ
Allgemein	$\sqrt{x^2 + my^2}$	$\left(\frac{1}{\sqrt{m}}\right) \tan^{-1}\left(\frac{y\sqrt{m}}{x}\right)$
Zirkular ($m=1$)	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
Linear ($m=0$)	x	$\frac{y}{x}$
Hyperbolisch ($m=-1$)	$\sqrt{x^2 - y^2}$	$\tanh^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

Eine Rotation von Punkt $P_j=(x_j, y_j)$ zu Punkt $P_{j+1}=(x_{j+1}, y_{j+1})$ lässt sich unter Verwendung des Parameters m und einer Sequenz von Konstanten δ_j mit $j = 0, 1, \dots, n$ bei einer binären Wortlänge n des verwendeten Digitalrechners gemäß

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= x_j + m\delta_j y_j \\ y_{j+1} &= y_j - \delta_j x_j \end{aligned} \quad (5.13)$$

ausdrücken [126]. Die Transformation (5.13) führt im verallgemeinerten Polarkoordinatensystem zu einem Ausdruck für die Radien und Winkel von

$$\begin{aligned} r_{j+1} &= r_j \cdot k_j \\ \varphi_{j+1} &= \varphi_j - \alpha_j \end{aligned} \quad (5.14)$$

wobei der Zusammenhang (5.15)

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \left(\frac{1}{\sqrt{m}}\right) \tan^{-1}(\delta_j \sqrt{m}) \\ k_j &= \sqrt{1 - m\delta_j^2} \end{aligned} \quad (5.15)$$

gilt. Durch die n -fache rekursive Anwendung von (5.13) mit einer geeigneten Sequenz von $\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_n$ kann ein Startvektor $P_0=(x_0, y_0)$ zu einem beliebigen Endvektor $P_n=(x_n, y_n)$ gedreht werden [126]. Hierbei ergibt sich als Endwert der Drehung ein Radius r_n und ein Winkel φ_n gemäß

$$\begin{aligned} r_n &= r_0 \cdot K_n \\ \varphi_n &= \varphi_0 - \alpha_n \end{aligned} \quad (5.16)$$

mit den Variablen

$$\alpha_n = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j \quad \text{und} \quad K_n = \prod_{j=0}^{n-1} k_j. \quad (5.17)$$

Die Einführung einer dritten Variable z führt bei einer simultanen Transformation

$$z_{j+1} = z_j + \alpha_j \quad (5.18)$$

mit (5.13) nach n Rotationsoperationen und einer Umformung in die kartesische Darstellung auf das Gleichungssystem der iterativen Vektorrotation [126] mit den Endwerten x_n , y_n und z_n

$$\begin{aligned} x_n &= K_n \left[x_0 \cos(\alpha_n \sqrt{m}) + \left(\frac{y_0}{\sqrt{m}} \right) \sin(\alpha_n \sqrt{m}) \right] \\ y_n &= K_n \left[y_0 \cos(\alpha_n \sqrt{m}) + \left(\frac{x_0}{\sqrt{m}} \right) \sin(\alpha_n \sqrt{m}) \right], \\ z_n &= z_0 + \alpha_n \end{aligned} \quad (5.19)$$

welche in der Fachliteratur als CORDIC-Gleichungssystem bezeichnet wird [126].

Die Transformationsschritte nach (5.13) und (5.18) lassen sich unter der Verwendung von geeigneten Sequenzen der Konstanten δ_j in zwei prinzipiell unterschiedliche Fälle unterteilen [126]:

1. Minimierung der z -Komponente
2. Minimierung der y -Komponente

Die Endwerte der nach (5.13) und (5.18) ausgeführten CORDIC-Iterationen sind in Abbildung 61 wiedergegeben, wobei die folgende Definition angenommen wird:

$$K_{\pm 1} = \prod_{j=0}^{\infty} \sqrt{1 \pm \delta_j^2}. \quad (5.20)$$

In [126] wurde aufgezeigt, dass durch die Zusammenhänge

$$\sqrt{(t+c)^2 - (t-c)^2} = 2\sqrt{c}\sqrt{t},$$

$$e^t = \cosh t + \sinh t$$

und

$$\frac{1}{2} \log \frac{t}{c} = \tanh^{-1} \left(\frac{t+c}{t-c} \right)$$

mittels der in Abbildung 61 dargestellten Modi alle mathematischen Elementarfunktionen wie z.B. Quadratwurzeln, Logarithmus-, Exponential-, Sinus-, Cosinus- und Arctangens-Funktionen durch eine CORDIC-Realisierung ebenso umsetzen lassen, wie einfache Multiplikationen und Divisionen [126]. In [123] und [124] konnte weiterhin gezeigt werden, dass für die Sequenz δ_j eine Folge gemäß

$$\delta_j = \pm 2^{-j} \quad \text{mit } j = 0, 1, \dots, n \quad (5.21)$$

verwendet werden kann, was durch die binäre Darstellung der Zahlen zu einer einfachen schieberegister-basierten Umsetzung der CORDIC-Struktur in Digitalrechnern führt. Die Variable n kennzeichnet in diesem Zusammenhang die Wortlänge des verwendeten Rechners in Bits. Dies bedeutet eine maximale Anzahl von n CORDIC-Iterationen zur Ermittlung des zu berechnenden mathematischen Ausdruckes innerhalb der Rechengenauigkeit von n Stellen.

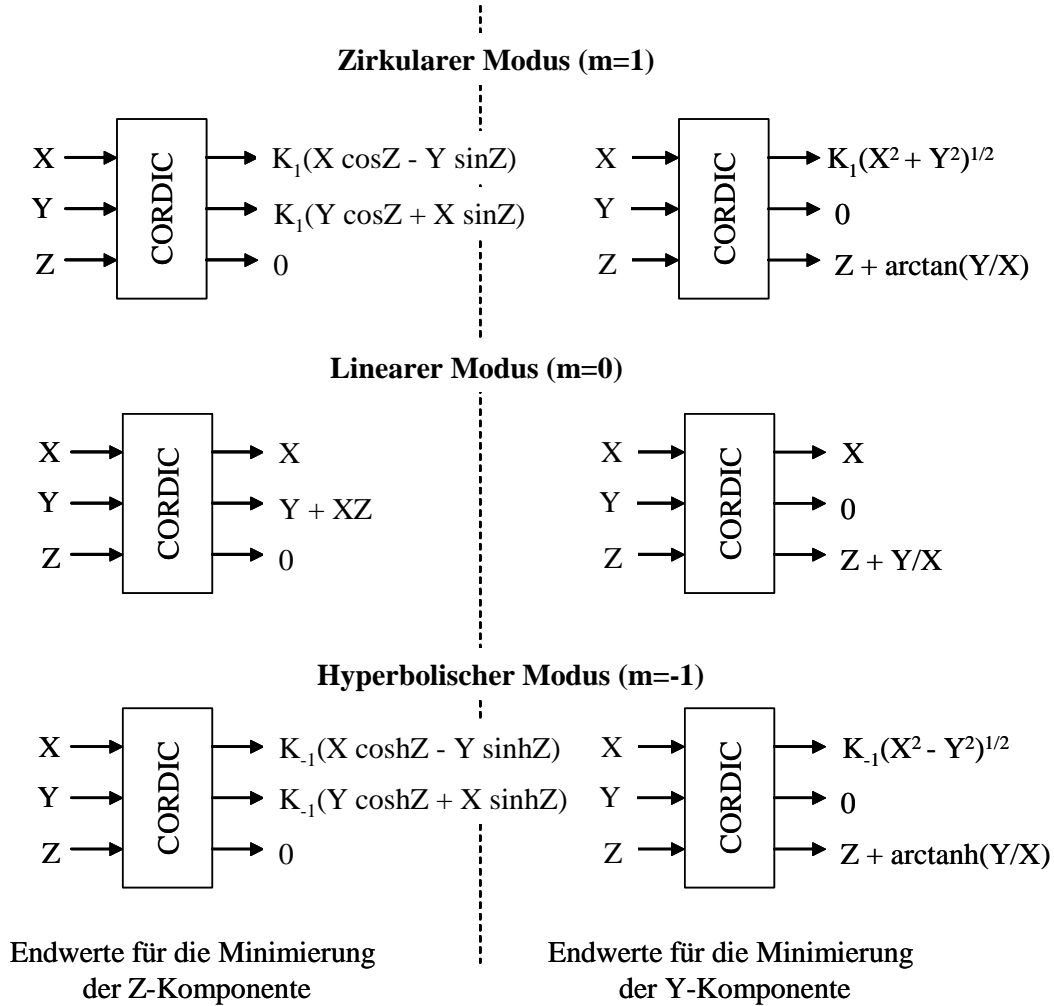


Abbildung 61: Endwerte nach den CORDIC-Iterationsschleifen [126]

Für die weiteren Ausführungen wird aus Gründen der Übersichtlichkeit eine Umbenennung gemäß

$$\begin{aligned} \epsilon_j &= 2^{-j}, & \beta_j &= \left(\frac{1}{\sqrt{m}}\right) \tan^{-1}(2^{-j} \sqrt{m}) \\ \delta_j &= \pm \epsilon_j, & \alpha_j &= \operatorname{sgn}(\delta_j) \beta_j \end{aligned} \tag{5.22}$$

vorgenommen. Durch die Verwendung von (5.22) und einer zusätzlichen vorzeichenbestimmenden Variablen $d_j = \operatorname{sgn}(\delta_j)$ lassen sich nunmehr die Iterationsgleichungen (5.13) und (5.18) unter Auflösung der Vorzeichenproblematik in das Gleichungssystem (5.23) überführen

$$\begin{aligned}
 x_{j+1} &= x_j + d_j m y_j 2^{-j} \\
 y_{j+1} &= y_j - d_j x_j 2^{-j} \\
 z_{j+1} &= z_j + \alpha_j
 \end{aligned}
 \tag{5.23}$$

Die Bestimmung des Wertes von d_j je Iterationsschritt muss unter Berücksichtigung der zu minimierenden y - bzw. z -Komponente erfolgen und kann durch die in Tabelle 14 wiedergegebene Übersicht zusammengefasst werden [126].

Tabelle 14: Auswahl der Variable d_j in Abhängigkeit der zu minimierenden Komponente

vorzeichendefinierende Variable d_j	CORDIC-Minimierungsaufgabe	
	Fall 1: Minimierung von y	Fall 2: Minimierung von z
$d_j=1$	$y_j \geq 0$	$z_j < 0$
$d_j=-1$	$y_j < 0$	$z_j \geq 0$

Durch das Transformationsgleichungssystem nach (5.23) zeigt sich, dass numerisch komplexe mathematischen Operationen (wie z.B. Multiplikationen, Divisionen) lediglich durch Additionen, Subtraktionen und Schiebeoperationen realisierbar sind, welche sich in einer Hardware-Struktur einfach umsetzen lassen [126]. Die Konvergenz des CORDIC-Gleichungssystems auf den zu errechnenden Wert gemäß der vorgenommenen Parametereinstellungen wird in [124] gezeigt. Zur Skalierung der Endwerte muss eine Division mit dem berechenbaren Faktor $1/K_n$ erfolgen, um die gemäß (5.19) eingefügte Schleifenverstärkung K_n wieder zu kompensieren. Für den Einsatz der CORDIC-Algorithmen im Anwendungsgebiet der statistischen Filterung ist insbesondere die Ausgestaltung der rekursiven Struktur im linearen Modus, d.h. mit $m=0$, von besonderem Interesse, da hierbei eine Reduktion des numerischen Aufwandes der durchzuführenden Multiplikationen und Divisionen möglich wird. Die Architektur einer nach (5.23) beschriebenen CORDIC-Zelle ist in Abbildung 62 dargestellt [126].

Es handelt sich hierbei um eine vollständig parallele Umsetzung des CORDIC-Gleichungssystems (5.23) in einem Prozessor mit Festkomma-Format, welcher aus mehreren Registern zur Speicherung der Zwischen- und Endwerte der Variablen x , y und z zusammengesetzt ist. Weiterhin dienen die in den x - und y -Datenpfad eingefügten Schieberegister mit der Bezeichnung „ $\gg n$ “ zur Ausführung der Schiebeoperation um 1 Bit, was einer in der j -ten Iterationsschleife Multiplikation des Eingangswertes x_0 bzw. y_0 mit 2^{-j} entspricht. Mit Hilfe einer Vorabrechnung der Werte von β_j für die unterschiedlichen Modi und deren Speicherung in einem ROM (*Read Only Memory*) lassen sich die Variablenwerte von β_j während der Rotationsoperation einfach auslesen und somit eine numerisch aufwendige Ermittlung von β_j vermeiden. Die drei abgebildeten Addierer/Subtrahierer stellen die schrittweise Rotation nach (5.23) sicher. Die Steuereinheit überwacht die Rechenoperationen jedes Iterationsschrittes und legt nach Auswertung der Beträge von y_j bzw. z_j , des verwendeten Modus ($m=1,0,-1$) und der zu minimierenden y - bzw. z -Komponente den Wert d_j fest. Mittels diesem Wert wird die Ausführung einer Addition oder Subtraktion innerhalb der Addierer/Subtrahierer-Komponenten gesteuert, wobei hierdurch die mathematische Funktionalität der CORDIC-Zelle charakterisiert wird.

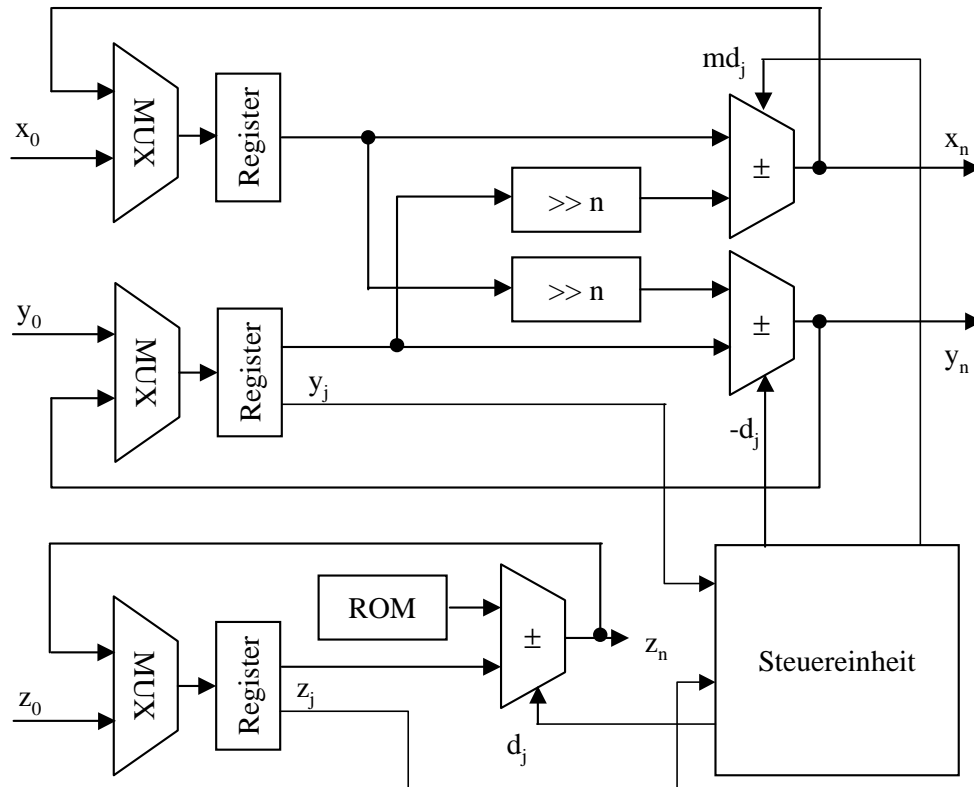


Abbildung 62: Architektur einer CORDIC-Zelle

Für die Ausführung von Multiplikationen und Divisionen muss eine Zuordnung der Eingangsvariablen x_0 , y_0 und z_0 gemäß Tabelle 15 erfolgen.

Tabelle 15: Belegung der Eingangswerte der CORDIC-Zelle zur Berechnung der mathematischen Funktion gemäß Abbildung 61

auszuführende Operation im linearen Modus ($m=0$)	Belegung der Eingangswerte		
	x_0	y_0	z_0
Multiplikation	Multiplikator 1	0	Multiplikator 2
Division	Divisor	Dividend	0

Durch einen derartigen Aufbau der CORDIC-Zelle lassen sich die Eingangswerte x_0 , y_0 und z_0 durch n Iterationsschritte in die Ausgangswerte x_n , y_n und z_n überführen, wobei eine Berechnung gemäß Abbildung 61 realisiert wird. Gemäß [118] lässt sich der Hardware-Aufwand einer CORDIC-Zelle nach (5.24) berechnen.

$$N_{Tr,CZ} = 3 \cdot N_{Tr,Mux} + 3 \cdot N_{Tr,Reg} + 3 \cdot N_{Tr,Shift} + 3 \cdot N_{Tr,Add} = \quad (5.24)$$

$$3 \cdot 16 \cdot 4 + 3 \cdot 16 \cdot 8 + 3 \cdot 16 \cdot 8 + 3 \cdot 1120 = 4620$$

Für die Verzögerungszeit eines Signals durch die Berechnung innerhalb der CORDIC-Zelle bietet eine adäquate Approximation pro Iterationsstufe.

$$T_{D,CZ} = (15 \cdot n + 12 \cdot \log_2 n) \tau_L = (15 \cdot 16 + 12 \cdot \log_2 16) \tau_L = 288 \tau_L. \quad (5.25)$$

Zur Berechnung des exakten Wertes der mathematischen Operation ist jedoch das n -malige rekursive Durchlaufen der CORDIC-Iterationsschleife notwendig, was bei der Verwendung eines 16-bit Digitalrechners zu einer Verzögerungszeit von $T_{D,CZ \text{ gesamt}} = 4608 \cdot \tau_L$ führt.

Die durch die Implementierung einer CORDIC-Zelle ermöglichte Reduktion des Hardware-Aufwandes bei multiplikativen Operationen wird im nachfolgenden Abschnitt auf die Einsatzmöglichkeiten in statistischen Filterverfahren detailliert untersucht.

5.3 Einsatzmöglichkeiten von CORDIC-Algorithmen für statistische Filterverfahren

Zur Realisierung der nichtlinearen statistischen Filterung ist nach den in den Abschnitten 5.1 und 4.2.2.1 erläuterten Verfahren ein zweistufiges Verfahren vorgesehen. Hiernach ist zunächst in einem ersten Schritt ein geeigneter Ausgangswert für die Iterationsfolge des zweiten Schrittes zu ermitteln. Wie bereits in den genannten Abschnitten beschrieben, muss in der ersten Stufe aus einem Satz von willkürlich gewählten Teststellen θ diejenige Teststelle bestimmt werden, für welche der minimale Wert der Kostenfunktion erreicht wird. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Teststellen aus der Menge der erhaltenen Abtastwerte gewählt. Unter Verwendung der gewichteten Geman-McClure-Funktion als Kern des statistischen Filters lässt sich die Aufgabenstellung des ersten Schrittes des Filteralgorithmus gemäß

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{2N} \frac{g_i \cdot r_i^2}{k + r_i^2} \quad \text{mit } r_i = z_i - \theta \quad (5.26)$$

beschreiben. Die Bedeutung der Variablen $\hat{\theta}$, g_i , k und z_i ist in Abschnitt 4.2.2.1 detailliert beschrieben. Ein hoher numerischer Aufwand besteht bei derartigen Berechnungsvorschriften insbesondere durch die auszuführenden Multiplikationen und Divisionen (siehe hierzu Abschnitt 5.2). Zur Optimierung des numerischen Aufwandes wird im Rahmen dieser Arbeit eine CORDIC-basierte Struktur nach Abbildung 63 vorgeschlagen, welche die notwendigen Multiplikationen und Divisionen in eine komplexitätsreduzierte Berechnungsvorschrift unter Verwendung von Additionen, Subtraktionen und Schiebeoperationen überführt.

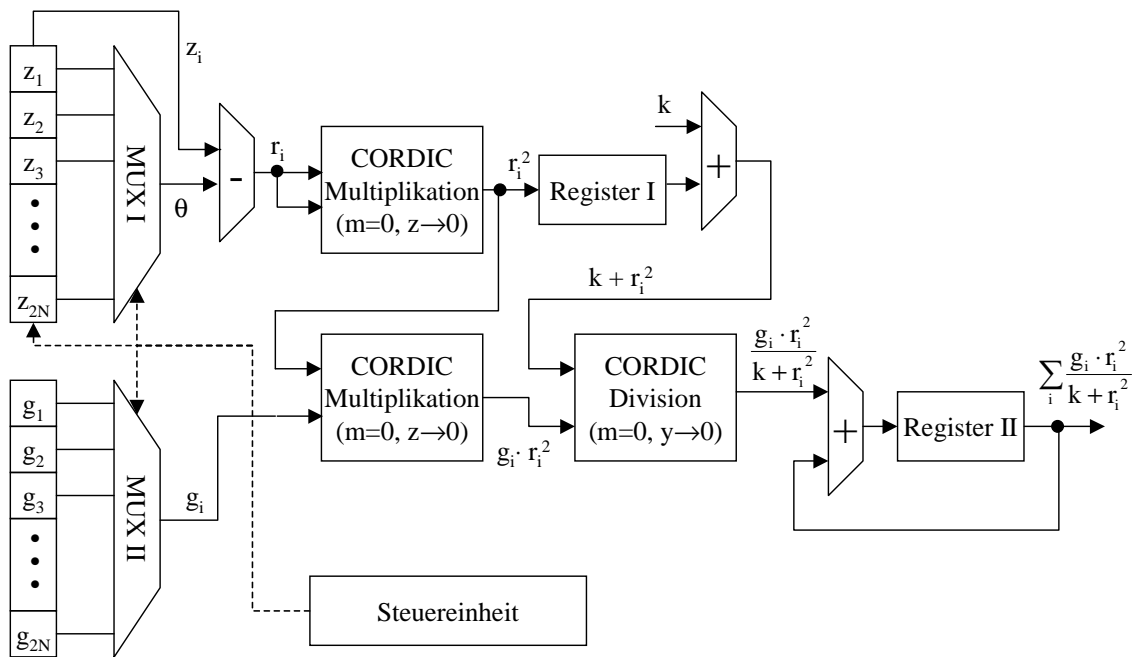


Abbildung 63: CORDIC-basierte Struktur der ersten Stufe des statistischen Filteralgorithmus

Zur Ablaufsteuerung wird eine Steuereinheit benötigt, welche die Multiplexer MUX I und MUX II derart ansteuert, dass die Werte der Teststellen θ den jeweiligen Abtastwerten entsprechen und der zugehörige Koeffizient g_i ausgewählt wird. Nach der Berechnung des Restfehlers r_i unter Verwendung des i -ten Abtastwertes z_i erfolgt mittels einer Multiplikation durch eine CORDIC-Zelle eine Quadrierung des Restfehlerwertes. Das Register I speichert das hierbei ermittelte Ergebnis für den Zeitraum der CORDIC-Multiplikation von r_i^2 mit dem entsprechenden Koeffizienten g_i und addiert anschließend den Wert der Variable k hinzu. Durch eine CORDIC-Division wird das Ergebnis der Kostenfunktion jedes einzelnen Abtastwertes ermittelt. Die Summation über alle Abtastwerte erfolgt durch die Addition des unmittelbar bestimmten Wertes der Kostenfunktion zur Summe der vorausgehenden Rechenschritte, welche in Register II gespeichert ist. Der neu erhaltene Wert wird nachfolgend in Register II abgelegt, wobei der in dem Register gespeicherte Wert überschrieben wird. Nach $2N$ Durchläufen ist die Berechnung des Kosten-Funktionswertes für eine Teststelle beendet und das Ergebnis kann für den Vergleich zur Suche des minimalen Kosten-Funktionswertes verwendet werden. Für die Bestimmung der weiteren Kosten-Funktionswerte wird mittels der Steuereinheit eine Veränderung der Teststelle θ durch den Multiplexer MUX I bewirkt und nach einer Rücksetzung der Registerwerte auf Null der Algorithmus erneut gestartet.

Wie aus Abbildung 63 ersichtlich wird, ist eine Parallelisierung der mathematischen Operationen, insbesondere der Multiplikationen und der Division im Signalfluss nicht durchführbar. Dies bietet die Möglichkeit, lediglich eine einzige CORDIC-Zelle zu implementieren und die mathematische Funktionalität (Multiplikation bzw. Division) dieser Zelle durch die Steuereinheit geeignet festzulegen. Der hieraus resultierende Hardware-Aufwand der rein mathematischen Operationen berechnet sich pro Teststelle somit gemäß (5.27).

$$N_{\text{Tr};\text{CORDIC};\text{Stufe eins}} = 3 \cdot N_{\text{Tr, Add}} + 2 \cdot N_{\text{Tr, Reg}} + 1 \cdot N_{\text{Tr, CZ}} = \quad (5.27)$$

$$3 \cdot 1120 + 2 \cdot 128 + 1 \cdot 4620 = 8236$$

Für die Durchlaufzeit ist in der ersten Stufe des Filteralgorithmus nach Vernachlässigung der Laufzeiten der Register ein Wert nach (5.28) zu erwarten.

$$T_{D;CORDIC;Stufe\ eins} = 3 \cdot T_{D, Add} + 3 \cdot T_{D, CZ\ gesamt} = (3 \cdot 336 + 3 \cdot 4608) \tau_L = 14832 \tau_L \quad (5.28)$$

Hieraus zeigt sich, dass der höheren Durchlaufzeit eine deutliche Reduktion der notwendigen Transistoren gegenüber steht. Wird jedoch statt einer geringeren Anzahl an Transistoren eine erhöhte Parallelisierung realisiert, kann mit einer derartigen Struktur eine etwa dreifach beschleunigte Berechnung der Ergebnisse erzielt werden. Durch diese parallele Abarbeitung des Filteralgorithmus ergibt sich eine gesamte Durchlaufzeit, welche lediglich etwa 75% der bei Verwendung von herkömmlichen Rechnerarchitekturen notwendigen Verzögerungszeiten benötigt. Die Möglichkeit zur Anwendung der CORDIC-Algorithmen legt somit durch eine optimierte Rechnerstruktur ein Potenzial zur Verkürzung der Durchlaufzeiten von etwa 25% offen.

Nachdem die Bestimmung des Minimalwertes der Kostenfunktion an den unterschiedlichen Teststellen durchgeführt wurde, erfolgt eine iterative Annäherung an den tatsächlichen Wert durch die zweite Stufe des nichtlinearen statistischen Filteralgorithmus. Die Näherungslösung des rekursiven Verfahrens lässt sich unter Verwendung der Geman-McClure-Funktion als Filterkern und nach Anwendung von (4.22) in der Iterationsschleife k gemäß

$$\theta^{(k+1)} = \frac{\sum_{i=1}^{2N} v_{i, \theta^{(k)}} \cdot z_i}{\sum_{i=1}^{2N} v_{i, \theta^{(k)}}} \quad (5.29)$$

mit

$$v_{i, \theta^{(k)}} = \frac{g_i \cdot k}{(k + r_i)^2} \quad \text{und} \quad r_i = z_i - \theta^{(k)} \quad (5.30)$$

bestimmen. Abbildung 64 zeigt die CORDIC-basierte Struktur einer hardwareoptimierten Realisierung der zweiten Stufe des statistischen Filteralgorithmus.

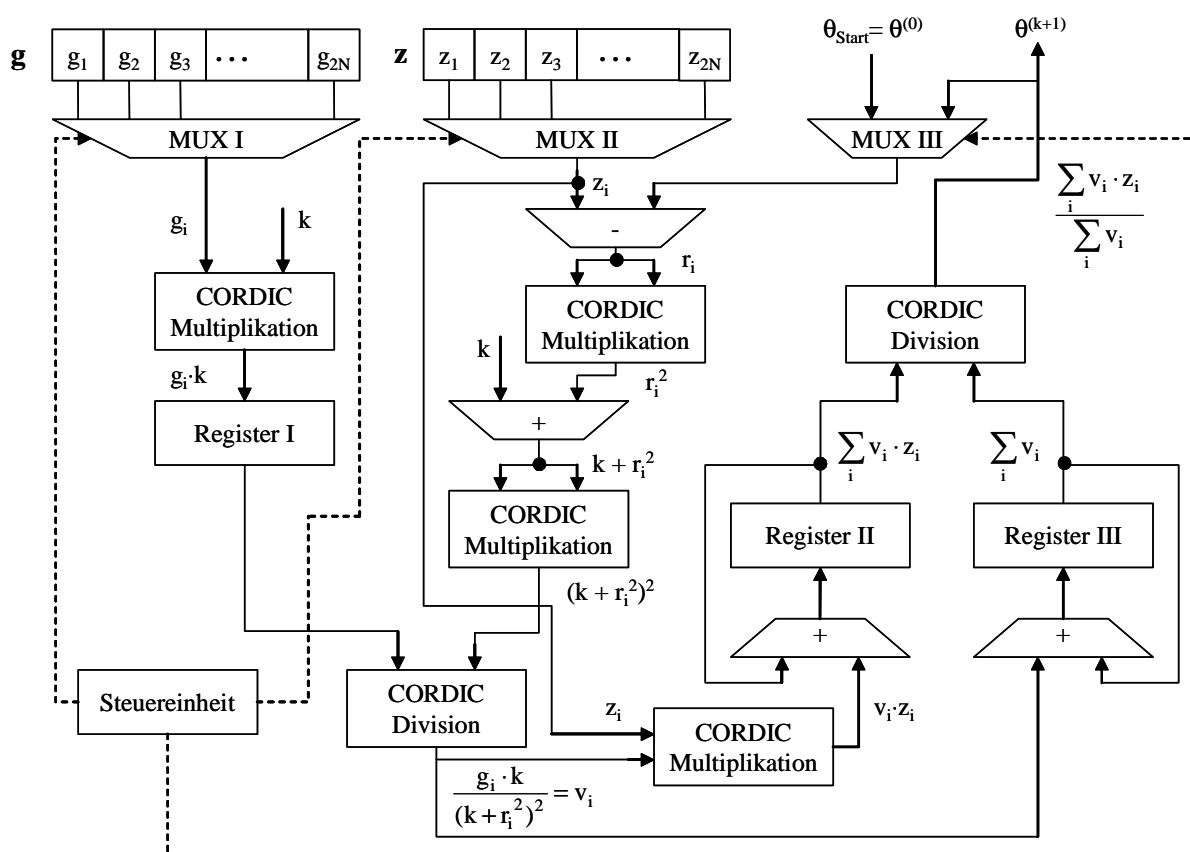


Abbildung 64: CORDIC-basierte Struktur der zweiten Stufe des statistischen Filteralgorithmus

Zunächst wird der aus der ersten Stufe des Algorithmus erhaltene Startwert θ_{Start} für die Iterationsschleife $k=0$ durch den Multiplexer MUX III ausgewählt und durch eine Differenzbildung der Restfehlerwert r_i mit den unterschiedlichen Abtastwerten z_i bestimmt. Hierzu wird durch die Steuereinheit der Multiplexer MUX II derart angesteuert, dass der jeweils zu verwendende Wert z_i bestimmt wird. Durch eine nachfolgende CORDIC-Multiplikation kann eine Quadrierung des Restfehlerwertes r_i erzielt werden, welche durch die folgende Addition der Variablen k und der Quadrierung des Ergebnisses mittels einer weiteren CORDIC-Multiplikation auf das Nennerpolynom von v_i aus (5.29) führt. Das Zählerpolynom von v_i lässt sich durch eine CORDIC-Multiplikation der Variablen k mit dem, durch den Multiplexer MUX I ausgewählten Koeffizienten g_i und einer nachfolgenden Zwischenspeicherung in Register I zur Überbrückung der Laufzeitdifferenzen der verschiedenen Signalpfade bestimmen. Eine CORDIC-Division der Zähler- und Nennerpolynome ergibt den Ausdruck v_i anschließend (5.29). Der Wert v_i wird anschließend in zwei getrennten Signalpfaden verarbeitet, wobei im ersten Pfad eine CORDIC-Multiplikation mit dem durch Multiplexer MUX II ausgewählten Wert z_i erfolgt. Durch die Steuereinheit muss hierbei sichergestellt sein, dass die voranstehend beschriebenen Rechenschritte für alle Elemente des Datenvektors \mathbf{z} und des Koeffizientenvektors \mathbf{g} durchgeführt werden. Mit Hilfe einer Zwischenspeicherung der jeweils ermittelten Ergebnisse in den Registern II und III kann eine rekursive Addition zur Bestimmung der Gesamtsummation über alle Einzelergebnisse $v_i \cdot z_i$ und v_i realisiert werden, welche die Zähler- und Nennerpolynome der Bestimmungsgleichung für den Filterausgangswert $\hat{\theta}^{(k+1)}$ der k -ten Iterationsschleife darstellt. $\hat{\theta}^{(k+1)}$ lässt sich anschließend gemäß (5.29) durch eine CORDIC-Division ermitteln und bildet

den Startwert für die nachfolgende Iterationsschleife $k+1$. Mit Hilfe der Steuereinheit ist nunmehr der Multiplexer MUX III geeignet anzusteuern, so dass die Rekursionsvorschrift laut (5.29) erfüllt wird. Nach dem Durchlaufen von 5 Iterationsschleifen (siehe Abschnitt 5.1) kann das erhaltene Ergebnis als ausreichend genau betrachtet und das Endergebnis $\hat{\theta}^{(5)}$ somit als Ausgangssignal des Filters weiterverwendet werden.

Analog zu der ersten Stufe des Filteralgorithmus kann für die zweite Stufe eine Abschätzung des Hardware-Aufwandes und der Durchlaufzeiten erfolgen, welche unter Berücksichtigung der Wiederverwendung bestehender CORDIC-Strukturen zu den in (5.31) und (5.32) dargestellten Ergebnissen führt. Bei der Durchlaufzeit wurde wiederum ausschließlich der kritische Pfad berücksichtigt.

$$N_{\text{Tr,CORDIC;Stufe zwei}} = 2 \cdot N_{\text{Tr,CZ gesamt}} + 3 \cdot N_{\text{Tr,Reg}} + 2 \cdot N_{\text{Tr,Add}} = 11864 \quad (5.31)$$

$$T_{\text{D,CORDIC;Stufe zwei}} = 2N \cdot (5 \cdot T_{\text{D,CZ gesamt}} + 3 \cdot T_{\text{D,Add}}) \cdot \tau_L = 2N \cdot 24048 \cdot \tau_L \quad (5.32)$$

Durch diese Ergebnisse zeigt sich, dass eine Implementierung der zweiten Stufe des Filteralgorithmus auf Grund der hohen Durchlaufzeit einer CORDIC-basierten Struktur nicht als optimal zu betrachten ist. Dies gilt insbesondere unter dem Aspekt einer nicht parallel zu bearbeitenden Algorithmusstruktur. Der Vorteil einer erheblichen Reduktion der zu verwendenden Transistoren lässt sich damit lediglich auf Kosten einer erhöhten Durchlaufzeit realisieren.

In einer Gesamtabschätzung der Implementierung des statistischen Filters zeigt sich somit eine mögliche Reduktion der notwendigen Anzahl an Transistoren durch den Einsatz der CORDIC-Algorithmen. Hierbei ist jedoch eine Erhöhung der Durchlaufzeit zu beachten. Da sich jedoch die erste Stufe des zu implementierenden Algorithmus als hochgradig parallelisierbar erweist, kann durch eine Parallelisierung eine Beschleunigung der Berechnung bei gleichem Hardware-Aufwand realisiert werden. Eine derartige Hardware-Architektur resultiert in einer Verkürzung der Durchlaufzeit des Filteralgorithmus um etwa 25%.

Ein Vergleich zwischen der CORDIC-optimierten Filterstruktur gegenüber der nicht-optimierten Struktur kann Abbildung 65 entnommen werden. Hierbei ist zugleich wiederum als Referenz der Aufwand für eine FFT-Operation mit 256 komplexen Eingangswerten angetragen. Aus den dargestellten Kurven ist zu entnehmen, dass sich durch den Einsatz des CORDIC-Verfahrens eine Reduktion der Bearbeitungszeiten des Filteralgorithmus ergibt, was sich am Beispiel der Durchlaufzeit der Referenzoperation nachweisen lässt. Während der nicht-optimierten Filteralgorithmus für eine Filterfensterlänge von etwa 29 Abtastwerten aufweist eine annähernd äquivalente Bearbeitungszeit wie die FFT-Operation aufweist, kann bei gleicher Bearbeitungszeit ein CORDIC-optimiertes statistisches Geman-McClure-Filter die Verarbeitung der Daten eines etwa 35 Abtastwerte langen Filterfensters durchgeführt werden. Durch den Einsatz der CORDIC-Struktur lässt sich somit eine Reduktion der Bearbeitungszeiten um ca. 25% erzielen.

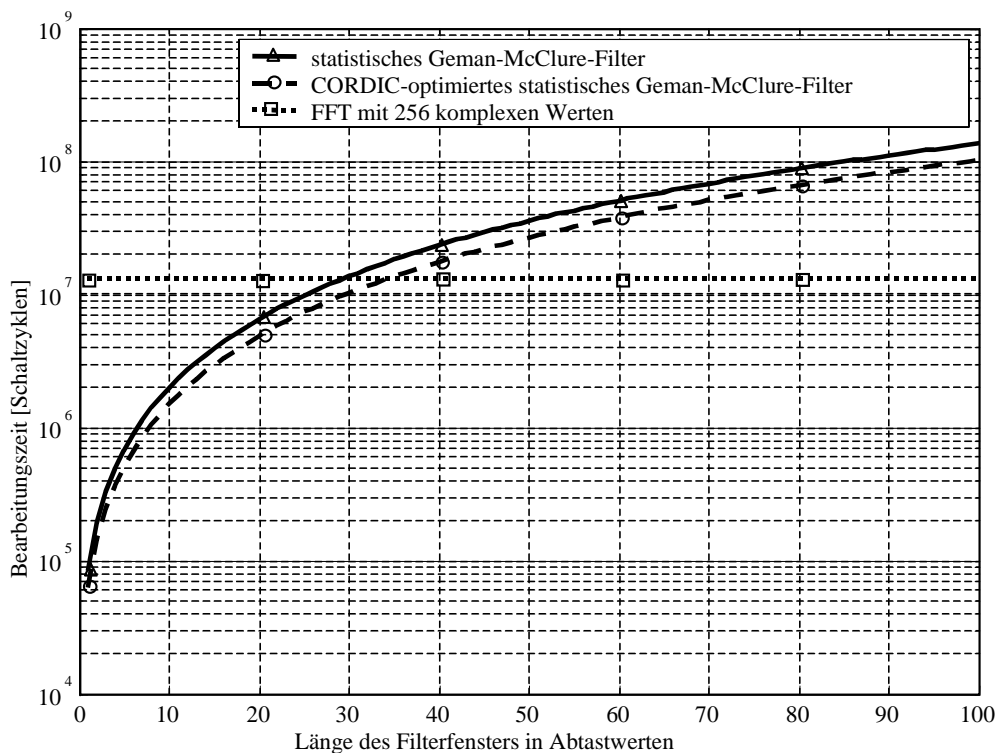


Abbildung 65: Vergleich eines CORDIC-optimierten gegenüber einem nicht optimierten statistischen Geman-McClure-Filter in Bezug auf eine FFT-Operation als Referenz für den Gesamtaufwand

Gegenüber der insgesamt hohen Durchlaufzeit eines Signals bei langen Filterfenstern lässt sich die erhebliche Kompensationswirkung der genannten Filter anführen. Prinzipiell unterstreicht die Darstellung in Abbildung 65 jedoch die Aussage aus Abschnitt 4.4.3, dass das zu implementierende Filter die beste Leistung bei der Kompensation von kurzen Impulsstörungen aufweist, da in diesem Fall einerseits die numerische Komplexität des statistischen Geman-McClure-Filters deutlich unter der numerischen Komplexität einer FFT-Operation liegt und andererseits die Filtereigenschaften sich wesentlich günstiger als bei längeren Filterfenstern erweisen.

Prinzipiell kann zur Laufzeitoptimierung auch alternativ eine Verbesserung in Bezug auf eine geringe Anzahl von notwendigen Transistoren erfolgen. In einem derartigen Fall ist die zweite Stufe des Filteralgorithmus ebenfalls in einer CORDIC-basierten Struktur umzusetzen, wobei sich die Anzahl der notwendigen Transistoren um etwa 64% reduziert. Voraussetzung dieser Optimierungsvariante ist jedoch der Einsatz von ausreichend schnellen Hardware-Komponenten, um eine Echtzeit-Signalverarbeitung sicherzustellen.

5.4 Zusammenfassung

Bei der Realisierung von Signalverarbeitungsalgorithmen sind die auftretenden Multiplikationen und Divisionen problematisch, da hauptsächlich durch diese Rechenoperationen der notwendige Hardware-Aufwand eines Signalverarbeitungsalgorithmus bestimmt wird. Mit Hilfe der CORDIC-Algorithmen besteht jedoch eine Möglichkeit, wichtige mathematischen Funktionen durch eine Kombination von hardware-technisch einfach zu realisierenden Additionen,

Subtraktionen und Schiebeoperationen iterativ ausführen zu lassen. In dem vorliegenden Kapitel wurde daher zunächst eine Einführung in die Funktionsweise der CORDIC-Theorie wiedergegeben, wobei eine prinzipielle Struktur zur Hardware-Realisierung der beschriebenen CORDIC-Gleichungen in einer sogenannten CORDIC-Zelle dargestellt wurde. Anschließend wurde für den vorgeschlagenen Algorithmus der statistischen Filterung eine CORDIC-basierte Struktur entwickelt, welche durch den Einsatz einer Optimierung der Anordnung der Transistoren eine Reduktion der Laufzeit von bis zu 25% erlaubt. Bei der Verwendung schneller Bauelemente lässt sich auch alternativ eine Reduktion des Hardware-Aufwandes um 64% realisieren.

6 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick

Für zukünftige Übertragungstechnologien besteht ein wesentlicher Aspekt in der Erzielung einer möglichst hohen Datenrate, wobei die effiziente Nutzung der verfügbaren Bandbreite einen wichtigen Beitrag leistet. Für die in dieser Arbeit betrachteten xDSL-Übertragungssysteme lässt sich eine hohe Bandbreiteeffizienz durch die Verwendung von bisher auf den Kupferdoppeladern nicht genutzten Frequenzbereichen erzielen. Hierzu war zunächst die Entwicklung von leistungsfähigen Bauelementen der Mikroelektronik abzuwarten, da die Komponenten von xDSL-Übertragungssystemen auf nachrichtentechnischen Algorithmen mit hoher numerischer Komplexität beruhen. Problematisch wirkt sich allerdings ein Auftreten von instationären Impulsstörungen während der Datenübertragung aus, die zu erheblichen Leistungseinbrüchen des Übertragungssystems führen. Insbesondere wird hierdurch eine deutliche Erhöhung der Bitfehlerquote oder unter Umständen auch ein vollständiger Verbindungsabbruch verursacht. In herkömmlichen xDSL-Systemen wird zur Kompensation derartiger Störeffekte meist auf den Einsatz von Verfahren zur Fehlerschutzcodierung bzw. die Implementierung von analogen Filtern zurückgegriffen, was sich jedoch nicht als ausreichend erweist. Zusätzlich müssen durch derartige Verfahren einige Nachteile in Form einer stark reduzierten effektiven Datenrate, einer hohen Latenzzeit oder einer kostenintensiven Erweiterung der System-Hardware in Betracht gezogen werden.

Diese Problematik begründete die Zielsetzung dieser Arbeit. Es sollten Verfahren entwickelt und untersucht werden, die eine Steigerung der Robustheit der Datenübertragung bei Betrieb in impulsgestörter Umgebung ermöglichen. Wesentliche Randbedingungen dieser Arbeit bestanden in der Übernahme der bereits standardisierten Systemstruktur und einer geringen Komplexität der entwickelten Verfahren.

In Kapitel 2 dieser Arbeit wird zunächst auf die Grundlagen von OFDM-basierten Multiträgersystemen eingegangen, da eine Kenntnis der Funktionsweise des OFDM-Verfahrens wesentlich für das Verständnis der Impulsstörungseffekte ist. Ein zentraler Aspekt besteht hierbei in der Darlegung der FFT-basierten Transformation der komplexen Eingangssignale eines Multiträgersystems im Frequenzbereich in das zu übertragende Ausgangssignal des Systems im Zeitbereich. Weiterhin werden die zentralen Merkmale der verschiedenen Systemumgebungen charakterisiert, welche für den Einsatz von OFDM-basierten Übertragungsverfahren zu berücksichtigen sind, wobei speziell die Eigenschaften der leitungsgebundenen Übertragung als Basis der nachfolgenden Arbeiten verdeutlicht werden. Da das ADSL-Verfahren als Anwendungsbeispiel für die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Optimierung der Systemrobustheit zu Grunde gelegt wird, wird die ADSL-Systemstruktur mit den wesentlichen Komponenten zur Fehlerkorrektur von Impulsstörungen in einem letzten Abschnitt dieses Kapitels dargelegt.

Die Ursachen für transiente Störungen in leitungsgebundenen xDSL-Übertragungssystemen werden in einem zweiten Teil dieser Arbeit betrachtet. Hierbei lassen sich mehrere relevante physikalische Phänomene nennen. Einerseits werden z.B. durch das Abheben und Auflegen (OFF-HOOK- bzw. ON-HOOK-Transition) des Hörers bei analogen POTS-Telefonapparaten schnelle Wechsel zwischen den definierten Schalt- bzw. Speisezuständen der Geräte hervor-

rufen [65]. Ursächlich für ein derartiges Verhalten sind die Eigenschaften der in den Endgeräten verwendeten mikromechanische Schaltkomponenten, welche durch mehrere kurzaufeinanderfolgende Zustandwechsel zu Einstreuungen von teils hohen Spannungspegeln auf der Kupferdoppellader führen [65]. Eine weitere Ursache für Impulsstörungen auf den zur Datenübertragung genutzten Telefonleitung resultiert aus Überkopplungen parallel verlaufender Stromleitungen. Auf derartigen Leitungen werden wiederum mechanische Schaltkomponenten eingesetzt, wobei hier jedoch durch die höheren Spannungs- und Strompegel eine höhere Energie der Impulse und somit in Abhängigkeit von der Länge und des Abstandes der parallel verlaufenden Leitungsstücke eine starke Überkopplung zu erwarten ist. Abschließend sind noch elektromagnetisch Einkopplungen aus atmosphärischen Phänomenen (z.B. Blitze) oder durch Menschen verursachte Störquellen, wie beispielsweise Zündfunken bei Verbrennungsmotoren, zu berücksichtigen [78].

Das besonders hohe Störpotenzial von Impulsstörungen in Datenübertragungssystemen basiert auf deren hohen Spannungspegeln. Statistisch lassen sich diese Spannungspegelwerte nicht durch die Gauß-Verteilung modellieren. Da die meisten herkömmlichen nachrichtentechnischen Systeme auf der Annahme von gaußverteilten Störungen basieren, wird bei dem Auftreten von Impulsstörungen eine zentrale Annahme des Entwurfes nachrichtentechnischer Systeme grundlegend verletzt, was zu einem deutlichen Leistungseinbruch dieser Übertragungssysteme führt [78].

In Kapitel 3 dieser Arbeit wurde eine Abschätzung der Wirkungsweise von Impulsstörungen auf die DMT-basierte ADSL-Übertragung durchgeführt. Hierzu erfolgte eine Störung von zufallsgenerierten DMT-Symbolen auf der Basis einer 4-QAM-Konstellation durch Impulse, welche auf der Grundlage von empirischen Messungen nach Henkel und Kessler [68] simulativ nachgebildet wurden. Das Ergebnis der Untersuchung zeigt, dass die Störungen eine deutliche Erhöhung der Streuung der einzelnen QAM-Signalraumpunkte herbeiführen, was sich in einer Verschlechterung der Zuordenbarkeit und somit in einer Erhöhung der Bitfehlerrate widerspiegelt. Insbesondere bei Verwendung von hohen QAM-Konstellationen erweist sich dieses Verhalten wegen der suboptimalen Trennung der einzelnen Konstellationspunkte in einer notwendigen Entscheider-Komponente als problematisch, da die Bitfehlerrate steigt. Weiterhin wurde aufgezeigt, dass eine, im Vergleich zur DMT-Symbollänge relativ kurze Impulslänge bereits eine erhebliche Störung eines vollständigen DMT-Symbols hervorruft, was sich in einer deutlichen Erhöhung der Bitfehlerrate auswirkt.

Ein wesentlicher Aspekt in dieser Arbeit war eine Analyse und eine Bewertung der Leistungsfähigkeit von bekannten bzw. standardisierten Fehlerkorrekturverfahren für Impulsstörungen in DSL-Systemen. Für das in dieser Arbeit beispielhaft untersuchte ADSL-System gemäß [26] wurde hierbei auf eine Reed-Solomon-Codierung (RS-Codierung) mit nachgelagertem *Interleaver* zurückgegriffen, bei der jedoch das Einfügen einer definierten Redundanz in der RS-Codierung mit einer Senkung der effektiven Datenrate verbunden ist. Durch eine Codespreizung des *Interleaver* wird zusätzlich ein zeitlicher Versatz des empfangenen Signals verursacht, welcher für die optimierte Funktionsweise der RS-Codierung jedoch notwendig ist. Problematisch wird eine Kombination von RS-Codierung und *Interleaver*, wenn Impulsstörungen (*Bursts*) in einer Zeitspanne von mehreren aufeinanderfolgenden DMT-Symbolen während einer Übertragung auftreten, da hierdurch eine fehlerfreie Rekonstruktion der gesendeten Codeworte aus dem eingefügten Zeitversatz und der Redundanz nicht sichergestellt ist.

Es wurde analytisch nachgewiesen, dass bei der empirisch bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung der Impulsstörungen auf Kupferdoppeladern nach Henkel und Kessler (z.B. [68]) lediglich ein kurzer Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Impulsen zu beobachten ist, der nicht zu einer vollständigen Kompensation aller hierdurch verursachten Effekte mittels dem RS-Coder und dem *Interleaver* gewährleistet. Die im ADSL-Standard [26] implementierten Codie-

rungsverfahren bieten somit keinen ausreichenden Schutz der Datenübertragung gegen Impulsstörungen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher eine Methode entwickelt, um mittels einer Schätzung des Signalverlaufes vor der standardisierten Signalauswertung eine Optimierung der nach dem ADSL-Standard vorgegebenen Fehlerkorrekturkomponenten zu erreichen.

Aus diesem Grund wurde daher in der vorliegenden Arbeit ein grundlegend neues Verfahren zur Verbesserung der Übertragungseigenschaften eines DSL-Systems durch eine Schätzung des korrekten Verlaufes des gestörten Signalsegmentes vorgeschlagen und am Beispiel eines ADSL-Systems überprüft. Die Schätzung des Signals wird hierbei gemäß Abbildung 66 durch eine in den Signalpfad des DSL-Empfängers eingefügtes Korrektur-element ausgeführt.

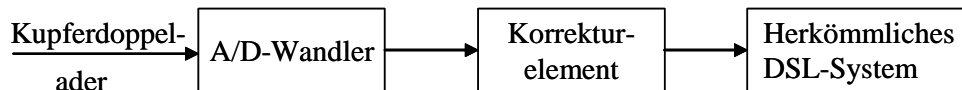


Abbildung 66: Vorschlag für die Einfügung und Positionierung eines zusätzlichen Korrektur-elementes zur Unterdrückung von Impulsstörungen in DSL-Systemen

Mit Hilfe dieser Schätzung des impulsgestörten Signalverlaufes kann eine Verringerung der Streuung des empfangenen QAM-Symbole in den einzelnen Unterträgern bewirkt werden, was sich in einer Reduktion der Bitfehlerrate ausdrückt.

Als Rahmenbedingung war hierbei eine Lösung zu erarbeiten, welche ohne eine Abänderung der bereits standardisierten Systemkomponenten realisierbar ist, da jede Veränderung der standardisierten Systemstruktur möglicherweise eine Inkompatibilität zwischen den Endgeräten verschiedener Hersteller zur Folge hätte. Als weitere Randbedingung für den Entwurf eines Korrektur-elementes war die Implementierung eines algorithmischen, d.h. digital realisierbaren Verfahrens zu erarbeiten, um eine einfach umzusetzende Lösung bereitzustellen und somit eine kostenintensive Veränderung der Endgeräte-Hardware zu vermeiden.

Die in Abbildung 66 vorgeschlagene Positionierung des Korrektur-elementes erfüllt die genannten Randbedingungen, da einerseits das herkömmliche DSL-System nicht verändert wird und andererseits mit der Einfügung der Komponente nach der A/D-Wandlereinheit im Signalpfad ein digitales Verfahren einsetzbar wird. Die konkrete Auslegung des Korrektur-elementes erfolgte im Rahmen dieser Arbeit als robustes statistisches Filter. Die Aufgabe dieses Filters bestand dabei in der Ausführung einer Interpolation des gestörten Signalsegmentes durch eine statistische Schätzung des wahrscheinlichsten Signalverlaufes, wobei jedoch der Einfluss der Störung zu reduzieren war.

Für die Auswahl eines geeigneten robusten Filterverfahrens wurde zunächst ein Vergleich von unterschiedlichen statistischen Filterklassen vorgenommen. Hierbei konnte unter Rückgriff auf Ergebnisse aus der Bildverarbeitung bereits eine Vorauswahl der potenziell einsetzbaren statistischen Filtertypen getroffen werden, um eine hohe Detailgenauigkeit zu realisieren. Die prinzipielle Einsetzbarkeit der untersuchten Filterklassen für nachrichtentechnische Systeme wurde im Rahmen dieser Arbeit durch eine Analyse der relevanten Eigenschaften bestimmt. Durch die Vermeidung einer numerisch aufwendigen Sortierung der Eingangswerte des Filters, wie es z.B. für das L- oder das Median-Filter notwendig ist, und der hieraus resultierenden besseren Detailgenauigkeit des Filterausgangssignals wurde die Klasse der *Maximum-Likelihood*-Filter (ML-Filter) als Basis für weiterführende Untersuchungen ausgewählt.

In dieser Arbeit wurde ferner aufgezeigt, dass die unter der Annahme von gaußverteilten Störungen entwickelten linearen *Maximum-Likelihood*-Filter bei einem Auftreten von Impulsstörungen ein nicht-robustes Verhalten aufweisen. Eine erhöhte Robustheit in derartigen Anwendungsszenarien bietet das nicht-lineare statistische Myriaden-Filter (z.B. [88]), welches auf der Verwendung der Wahrscheinlichkeitsverteilung nach Cauchy basiert. Als nachteilig erwies sich jedoch für diesen Filtertyp die ausschließliche Verwendbarkeit von nicht-negativen Filterkoeffizienten und der erforderliche hohe numerische Implementierungsaufwand. Unter Einsatz von Methoden aus dem mathematischen Teilgebiet der robusten Statistik wurde daher im Rahmen dieser Arbeit weiterhin eine prinzipiell neue Verallgemeinerung der robusten ML-Filter erarbeitet (im folgenden als M-Filter bezeichnet), welche eine Möglichkeit zur Verwendung von beliebigen, numerisch einfach zu berechnenden statistischen Filterkernfunktionen bietet. Diese Filterklasse wurde weiterhin für den in Abbildung 66 dargestellten Anwendungsfall optimiert. Für die nachfolgenden Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wurde aus den untersuchten Funktionen die Geman-McClure-Funktion als Filterkern des statistischen M-Filters ausgewählt, da sich diese Funktion durch eine optimale Kombination von numerischer Komplexität, ausreichender Robustheit und geeigneten Frequenzfilterungseigenschaften auszeichnet.

Trotz des Einsatzes einer aufwandsoptimierten Variante der statistischen M-Filter auf der Basis der Geman-McClure-Funktion ist ein erheblicher Aufwand zur Umsetzung einer zeitkontinuierlichen Filterung aller empfangenen Abtastwerte zu erwarten. Da für nicht impulsgestörte Signale eine Transientenschutz-Filterung jedoch nicht erforderlich ist, wurde ferner eine Reduktion des notwendigen numerischen Aufwandes zur Kompensation von Impulsstörungen durch eine ausschließliche Aktivierung des statistischen Transientenschutz-Filters für impuls-gestörte Signalsegmente erzielt. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen dieser Arbeit ein geeigneter Detektor für derartige Impulsstörungen entwickelt, der dem Filter vorgelagert ist.

Als weiterer Aspekt der Implementierung eines derartigen Transienten-Detektors ergibt sich die Möglichkeit eines frühzeitigen Verwerfens von stark impuls-gestörten und durch das M-Filter nicht ausreichend korrigierbaren Signalanteilen. Dies führt zu einer Entlastung des Signalprozessors von unnötigerweise auszuführenden Rechenoperationen. Zusätzlich bietet die Verwendung eines Transienten-Detektors die Option, eine Beschleunigung bei dem Auftreten eines, durch Codierungsmaßnahmen nicht korrigierbaren Empfangssignals über geeignete Schnittstellen in höhere OSI-Protokollschichten zu realisieren. Diese Beschleunigung einer Neu-anforderung von fehlerhaften Datenpaketen ergibt sich insbesondere aus der Vermeidung einer zeitintensiven Feststellung des Auftretens von nicht ausreichend kompensierbaren Fehlern durch Decodierungsmaßnahmen.

Nachfolgend wurde das entwickelte Verfahren mittels Simulationen auf die zu realisierende Steigerung der Robustheit des Übertragungssystem untersucht.

Hierbei zeigte sich insbesondere eine deutliche Reduktion der Bitfehlerrate bei Verwendung der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Erweiterung des standardisierten Systementwurfs gemäß Abbildung 66. Die mittels des statistischen Filters zu erreichende Reduktion der Bitfehlerrate betrug dabei bis auf 10% der ohne dem vorgeschlagenen Filter erreichbaren Bitfehlerrate. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit, durch eine Verringerung der Redundanz in der RS-Codierung bzw. der Interleavertiefe eine höhere effektive Datenrate und eine geringere Latenzzeit zu realisieren. Als Voraussetzung für die beschriebene Reduktion der Redundanz und der Interleavertiefe ist jedoch notwendig, dass hohe Parameterwerte allein auf der Korrigierbarkeit der durch Impulsstörungen verursachten Fehler basieren.

Als ungünstig erweist sich eine prinzipielle Begrenzung der Länge der kompensierbaren Impulsstörungen auf maximal ca. 10% der Länge eines DMT-Symbols. Diese Eigenschaft der sta-

tistischen M-Filter beruht auf deren Funktionsweise als Interpolationsfilter, was bei längeren zu schätzenden Signalsegmenten zu systematisch bedingten Ungenauigkeiten auf Grund von nicht ausreichend vorhandenen Stützstellen führt. Für den Fall des Auftretens von längeren Impulsstörungen kann jedoch der aufgetretene Fehler mittels des Transienten-Detektors erkannt und über höhere Protokollschichten zeitnah signalisiert werden. Im Gegensatz zu dem bekannten Verfahren, welches zu Fehlererkennung einer zeitintensiven Auswertung von Fehlerkorrekturcodes bedarf, ist für das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Verfahren eine deutliche Beschleunigung der Fehlererkennung und -signalisierung zu erwarten.

Die Implementierung des im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagenen Filterverfahrens unter Einschluss des Transienten-Detektors bietet somit trotz der Einschränkung der Kompensation von Störungseffekten auf zeitlich kurz andauernde Impulsstörungen einen deutlichen Vorteil gegenüber dem herkömmlichen ADSL-System.

Es wurde nachfolgend gezeigt, dass die systemtheoretisch zu erreichenden Vorzüge der Implementierung des statistischen Transienten-Schutzfilters einen erheblichen numerischen Aufwand erfordern. Insbesondere bei Schutzfiltern mit einer größeren Anzahl von zu verarbeitenden Eingangswerten ist durch die Abarbeitung des Filteralgorithmus bereits ein großer Teil der zur Verfügung stehenden numerischen Leistung des eingesetzten digitalen Signalprozessors gebunden. Für die Realisierung der systemtheoretisch zu erwartenden Vorteile einer Implementierung des Transientenschutz-Filters zur Kompensation von Impulsstörungen mit einer Länge zwischen 5-10% der Zeitdauer eines DMT-Symbols wurde daher eine Reduktion des notwendigen Hardware-Aufwandes erforderlich, um eine Abarbeitung des Algorithmus des standardisierten Übertragungssystems in Echtzeit zu gewährleisten. Zur Entlastung des Prozessors kann eine Hardware-Beschleunigung durch Ausgliederung der aufwendigen statistischen Filteralgorithmen in ein FPGA erfolgen, wobei jedoch aus Kostengründen eine weitere Reduktion des numerischen Aufwandes notwendig ist. Insbesondere durch die notwendige Ausführung einer großen Anzahl von auswandsbestimmenden multiplikativen Operationen (Multiplikationen und Divisionen), ergibt sich eine hohe numerische Komplexität der entwickelten Filteralgorithmen.

Eine Lösung dieser Problematik lässt sich durch die Implementierung der Algorithmen mit Hilfe der in Kapitel 5 beschriebenen CORDIC¹-Algorithmen erreichen. Mit Hilfe dieser Algorithmen lassen sich numerisch aufwendige mathematische Operationen iterativ durch Additionen, Subtraktionen und Schiebeoperationen berechnen. Durch die im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagene Umsetzung des statistischen Filteralgorithmus unter Verwendung der CORDIC-Algorithmen ist somit eine Einsparung von bis zu 68% Prozent an bereitzustellenden Transistoren gegenüber einer Hardware-Realisierung mit Multiplizierern realisierbar, was sich unmittelbar kostensenkend auf die bereitzustellenden FPGA-Ressourcen auswirkt.

Durch die im Rahmen dieser Arbeit ausgeführten Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass sich durch eine erweiterte ADSL-Systemstruktur nach Abbildung 66, eine Steigerung der Robustheit des Übertragungssystems in impulsgestörten Anwendungsszenarien erzielen lässt. Für die Ausgestaltung des beschriebenen Korrektur-elementes wurde in dieser Arbeit jedoch nur die Methode der statistische Filterung berücksichtigt, durch welche das impulsgestörte Signalsegment nach definierten Merkmalen geschätzt wird. Im Rahmen von Folgearbeiten wären daher alternative Verfahren für eine Optimierung des Zeitbereichsignals zu untersuchen, um eine weitere Verbesserung der nach [26] festgelegten Fehlerschutz-Verfahren zu ermöglichen.

Ein interessanter Ansatz für ein derartiges Verfahren wäre der Einsatz von Methoden mit einer besseren Auflösung in der Zeit-Frequenz-Ebene, als dies bei der hauptsächlich eingesetzten

1. *Coordinate Rotation Digital Computer*

Fourier-Transformation möglich ist. Exemplarisch wäre in diesem Zusammenhang der Einsatz der Wigner-Ville-Transformation zu nennen [128], [129]. Durch die Verwendung von besser auflösenden Transformation in der Signalanalyse des Zeitbereichsignals könnte somit eine detailliertere Auswertung der Frequenzbereichseigenschaften des untersuchten Signalsegmentes bereitgestellt werden. Hieraus ließe sich eine detaillierte Darstellung eines impulsgestörten Signalsegmentes ermitteln und aus den angrenzenden nicht-gestörten Signalabschnitten auf den korrekten Verlauf des Signals in dem gestörten Segment schließen. Mittels einer Neusynthese des Signalverlaufes für den gestörten Zeitabschnitt wäre anschließend eine detailgenaue Nachbildung des fehlerhaften Signals möglich. Weiterhin wäre eine Verwendung der detaillierten Kenntnis der Eigenschaften eines Signals in der Zeit-Frequenz-Ebene für eine Verbesserung der Kanalschätzung, der Entzerrung und der Synchronisation von nicht-stationären Kanälen bzw. die Kompensation von nicht-stationären Störungen einzusetzen.

Als Fazit der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen konnte am Beispiel des ADSL-Systems gezeigt werden, dass sich durch Einfügung eines geeigneten Korrektur-elementes vor den bereits bestehenden DSL-Systemkomponenten bei dem Auftreten von Impulsstörungen eine Reduktion der Bitfehlerrate ergibt. Die Grundlage hierfür sind die verbesserten Arbeitsbedingungen der festgelegten Fehlerschutzverfahren. Als Ausführungsbeispiel für die einzufügende Komponente diente in dieser Arbeit ein robustes M-Filter. Grundsätzlich lassen sich auch hierzu alternative Verfahren nutzen, was jedoch weiterer umfangreicher Forschungsanstrengungen bedarf.

Grundsätzlich ist der Anwendungsbereich des in dieser Arbeit vorgeschlagenen Verfahrens der Einfügung eines Korrektur-elementes in die Systemstruktur des Übertragungssystems nicht auf das ADSL-System beschränkt. Auf Grund der Tatsache, dass die Korrektur des Empfangssignals bereits vor der Signalverarbeitung mit standardisierten Systemkomponenten erfolgt, lässt sich aus der Eigenschaft des Korrektur-elementes zur Kompensation von Impulsstörungen der Anwendungsbereich der vorgeschlagenen Verfahren auf allgemeine DSL-Systeme bzw. Mobilfunksysteme erweitern. Um eine exaktere Abschätzung der Leistungsfähigkeit des Einsatzes von M-Filtern bzw. Zeit-Frequenzbereichsmethoden in derartigen Anwendungen zu erhalten, sind insbesondere weiterführende Untersuchungen zur Kombination von Fehlerschutzverfahren (wie z.B. eine interleaver-geschützte Faltungscodierung) notwendig.

Literaturverzeichnis

- [1] S. J. Gould, „The Panda’s Thumb: More Reflections on Natural History“, W. W. Norton, New York, 1980
- [2] G. Schienstock, (Univ. Tampere, Finland), G. Bechmann, G. Frederichs (ITAS), „Information Society, Work and Generation of New Forms of Social Exclusion (SOWING)-the Theoretical Approach“, TA-Datenbank-Nachrichten, Nr.1, Forschungszentrum Karlsruhe, ITAS, 8. Jahrgang, März 1999
- [3] M. Bangemann, „Europe and the Global Information Society: Recommendations to the European Council“, CEC, Brüssel, 1994
- [4] High Level Group on the Information Society, „Europe and the Global Society: Recommendations on the European Council“, CEC, Brüssel, 1994
- [5] R. Klinski, „Referenzdatenfreie Kanalschätzung für Multiträgerübertragung“, Dissertation an der Technischen Universität München, 2002
- [6] <http://www.isc.org/ds>
- [7] F. Büllingen, P. Stamm, „Entwicklungstrends im Telekommunikationssektor bis 2010“, Studie im Auftrag des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie, Wissenschaftliches Institut für Kommunikationsdienste GmbH, Bad Honaf, April 2001
- [8] C. Kartes, „Internet aus der Steckdose“, Funkschau, Nr. 8/2001, S. 58-61
- [9] F. Ewen, G. Schwarzfeld, „Dimensionierung von VoIP-Systemen für HFC-Netzen“, Funkschau, Nr. 21/2000, S. 55-57
- [10] „Ortsnetzettbewerb 2000: Situationsbericht zum deutschen Ortsnetzettbewerb“, Referat für Presse und Öffentlichkeitsarbeit, Regulierungsbehörde für Telekommunikation und Post, Bonn, Juli 2001
- [11] W. Henkel, S. Ölcer, K. Jacobsen, B. R. Saltzberg, „Guest Editorial: Twisted Pair Transmission-Ever increasing Performances on Ancient Telephone Wires“, *IEEE Journal on Selected Areas in Communication*, Vol. 20, No. 5, Juni 2002
- [12] T. Keller, L. Hanzo, „Adaptive Multicarrier Modulation: A Convenient Framework for Time-Frequency Processing in Wireless Communications“, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 88, No. 5, S. 611-640, Mai 2000
- [13] B. R. Saltzberg, „Comparison of Single-Carrier and Multitone Digital Modulation for ADSL Applications“, *IEEE Communications Magazine*, Vol. 36, No. 11, S. 114-121, November 1998
- [14] R. M. Fano, „Transmission of Information“, *M.I.T. Press and Wiley & Sons*, 1961
- [15] H. Thielmann, „Globale Konvergenz von IP-basierten Netzstrukturen, Technologien und Anwendungen“, Kongress: Online 2001, GMD-Forschungszentrum Informationstechnik GmbH, Darmstadt, 2001, <http://www.kayenta.de/downloads.shtml>

- [16] M. Barton, „Impulse Noise Performance of an Asymmetric Digital Subscriber Lines Passband Transmission System“, *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 43, No. 2/3/4, Februar/März/April 1995
- [17] R. W. Chang, „Synthesis of Band-limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission“, *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45, pp.1775-1796, Dezember 1966
- [18] B. R. Saltzberg, „Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System“, *IEEE Trans. Comm. Tech.*, vol. COM-15, S.805-811, Dezember 1967
- [19] S. B. Weinstein, P. M. Ebert, „Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform“, *IEEE Transactions on Communications.*, Vol. 19, No. 5, S. 628-634, Oktober 1971
- [20] A. Peled, A. Ruiz, „Frequency Domain Data Transmission using Reduced Computational Complexity Algorithms“, *Proc. International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, S. 964-967, Denver, April 1980
- [21] J. A. Bingham, „Multicarrier Modulation for Data Transmission: An Idea Whose Time Has Come“, *IEEE Communications Magazine*, Vol. 28, No. 5, S.5-14, Mai 1990
- [22] Radio broadcasting systems, Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers, ETS 300 401, ETSI - *European Telecommunications Standards Institute*, Valbonne, France, Februar 1995
- [23] European Telecommunication Standard ETS 30074: Digital Video Broadcasting (DVB); Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television (DVB-T). *European Telecommunications Standard Institute (ETSI)*, März 1997
- [24] ETSI-BRAN: Broadband Radio Access Networks (BRAN); Hiperlan Type 2; Physical (PHY) Layer. *European Telecommunications Standard Institute*, ETSI TS 101 475, Februar 2001
- [25] LAN/MAN Standard Comitee of the IEEE Computer Society: Draft Supplement to the Standard for Information Technology - Telecommunications and Information Exchange between Systems - Local and Metropolitan Area Networks, Specific Requirements - Part11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: High Speed Physical Layer in the 5GHz Frequency Band. *IEEE Computer Society*, IEEE P802.11/a D7, November 1999
- [26] Standards Project for Interfaces Relating to Carrier to Customer Connection of Asymmetrical Digital Subscriber Line (ADSL) Equipment, T1.413 Issue 2 Network and Customer Installation Interfaces - Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) Metallic Interface, ANSI, Juni 1998
- [27] Draft Trial-Use Standard For Telecommunication, Interface Between Networks and Customer Installation Very-high-bit-rate Digital Subscriber Lines (VDSL) Metallic Interface, Part 1: Functional Requirements and Common Specification, Project: T1E1.4 VDSL, ANSI, Februar 2002
- [28] K. D. Kammeyer, „Nachrichtenübertragung“, Teubner, Stuttgart, 1996
- [29] O. Edfors, „Low Complexity Algorithms in Digital Receivers“, Dissertation an der Lulea University of Technology, ISSN 0348-8373, September 1996
- [30] A. Oppenheim, R. Schafer, „Discrete-time signal processing“, Prentice-Hall, New York, 1989

- [31] P. Robertson, S. Kaiser, „Analysis of the Effect of Phase-Noise in Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM) Systems, Proc. 1995 *IEEE International Conference on Communications (ICC'95)*, Seattle/WA, USA, S. 1652-1657, Juni 1995
- [32] R. Hasholzner, „Adaptive Entzerrung zeitvarianter Störungen bei orthogonalem Frequenz-multiplex für drahtlose Festanschlüsse“, Dissertation an der Technischen Universität München, ISBN 3-98056621-7-4, 1999
- [33] J. Proakis, „Digital Communications“, McGraw-Hill, New York, 1995
- [34] B. Le Floch, M. Alard, C. Berrou, „Coded orthogonal frequency-division multiplexing“, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83(6), S. 982-006, Juni 1995
- [35] R. Fischer, „Mehrkanal- und Multiträgerverfahren für die schnelle digitale Übertragung im Ortsanschlussnetz“, Dissertation an der Universität Erlangen-Nürnberg, 1996
- [36] A. Czylik, „Adaptive OFDM for Wideband Radio Channels“, *Proceedings IEEE Globecom '96*, London, England, pp. 713-718, November 1996
- [37] W. C. Jakes, „Microwave Mobile Communications“, Classic Reissue, IEEE Press, Piscataway, New Jersey, 1974
- [38] M. Russel, G. Stüber, „Interchannel Interference analysis of OFDM in a mobile environment“, *Proceedings IEEE Vehicular Technology Conference*, Vol. 2, S. 820-824, Chicago, USA, Juli 1995
- [39] S. K. Wilson, „Digital audio broadcasting in a fading and dispersive channel“, PhD Thesis, Stanford University, CA, August 1994
- [40] A. S. Tanenbaum, „Computer Networks“, Prentice Hall, NJ, USA, 1996
- [41] C. Farsakh, J. A. Nossek, „On the Mobile Radio Capacity Increase Through SDMA“, Int. Zurich Seminar on Broadband Communication, S. 293-297, Zürich, Schweiz, Februar 1998
- [42] H. Hutzelmann, R. Klinski, S. Leischner, R. Knorr, „Creating Additional Data Channels by Using Unused ADSL Sub-Symbols“, *5th International OFDM-Workshop*, Hamburg, 12.-13. September 2000
- [43] S. Kaiser, „Multi-Carrier CDMA Mobile Radio Systems, Analysis and Optimization of Detection, Decoding and Channel Estimation“, VDI Fortschrittsberichte, Reihe 10 Informatik/Kommunikationstechnik, Nr. 531, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998
- [44] W. Chen, „The Development and Standardization of Asymmetrical Digital Subscriber Line“, *IEEE Communications Magazine*, S. 68-72, Mai 1999
- [45] M. Pollakowski, H.-W. Wellhausen, „Eigenschaftensymmetrischer Ortsanschlusskabel im Frequenzbereich bis 30 MHz“, *Der Fernmeldeingenieur*, Heft 9/10, September/Oktober 1995
- [46] H.-W. Wellhausen, „Eigenschaften symmetrischer Kable der Ortsnetze und generelle Übertragungsmöglichkeiten“, *Der Fernmeldeingenieur*, Heft 10/11, Oktober/November 1989
- [47] H. Hutzelmann, „Modellierung leitungsgebundener Übertragungstrecken“, Technischer Bericht, Fraunhofer Einrichtung für Systeme der Kommunikationstechnik, 1999
- [48] P. Andrejew, „Modellierung leitungsgebundener Inhouse-Kanäle“, Technischer Bericht, Fraunhofer Einrichtung für Systeme der Kommunikationstechnik, 1999

- [49] M. Pollakowski, „xDSL - Hochratige Datenübertragung im Anschlussleitungsnetz“, *Der Fernmeldeingenieur*, Hefte 7/8, Juli/August 1998
- [50] M. Gehlert, „Übersicht aktueller xDSL-Transceiver-Systeme“, Technischer Bericht, Lehrstuhl für Integrierte Schaltungen, TU München, Oktober 1998
- [51] A. Mertz, M. Pollakowski, „xDSL & Access Networks“, Prentice Hall, München, 2002
- [52] R. C. Younce, P. J. W. Melsa, S. Kapoor, „Echo Cancellation for Asymmetrical Digital Subscriber Lines“, *IEEE Proceedings International Conference on Communications (ICC'94)*, S. 301 - 306, Mai 1994
- [53] P. J. W. Melsa, R. C. Younce, C. E. Rohrs, „Impulse Response Shortening for Discrete Multitone Transceivers“, *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 44, No. 12, Dezember 1996
- [54] P. S. Chow, J. M. Cioffi, „Method and Apparatus for adaptive, variable high-speed data Transmission of a Multicarrier Signal over Digital Subscriber Lines“, United States Patent, No. 5,479,447, December 1995
- [55] R. F. Fischer, J. B. Huber, „A New Loading Algorithm for Discrete Multitone Transmission“, *Proceedings Globecom'96*, London, UK, 1996
- [56] P. S. Chow, J. M. Cioffi, J. A. C. Bingham: A Practical Discrete Multitone Tranceiver Loading Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 43, S. 773-775, Februar/März/April 1995
- [57] J. M. Cioffi, „A Multicarrier Primer“, November 1991, <http://www-isl.stanford.edu/people/cioffi/pdf/multicarrier.pdf>
- [58] B. Friedrichs, „Kanalcodierung, Grundlagen und Anwendungen in modernen Kommunikationssystemen“, Springer, Berlin, 1996
- [59] M. Bossert, „Kanalcodierung“, Teubner, Stuttgart, 1998
- [60] J. Schneider, „Forward Error Correction (FEC) in ATM-Netzwerken“, Dresden, Techn. Univ., Diplom-Arbeit, 1998
- [61] P. Sweeney, „Codierung zur Fehlererkennung und Fehlerkorrektur“, Eine Coedition der Verlage: Carl Hanser Verlag, München, Wien; Prentice-Hall International Inc. London, 1992
- [62] W. W. Peterson, „Prüfbare und Korrigierbare Codes“, R. Oldenbourg Verlag, München, 1967
- [63] W. Heise, „Informations- und Codierungstheorie“, Springer, Berlin Heidelberg, 1995
- [64] H. Klimant, „Informations- und Codierungstheorie“, Teubner, Stuttgart, 1996
- [65] S. Leischner, E. Oswald, „Untersuchung zu Übertragungsstörungen in DSL-Systemen“, Technischer Bericht, Fraunhofer-IFT/ST, 1998
- [66] J. J. Werner, „Impulse noise in the local loop plant“, *IEEE International Conference on Communications (ICC'90)*, Vol. 4, S. 1734-1737, April 1990
- [67] J. W. Cook, „Wideband impulsive noise survey of the access network“, *BT Technology Journal*, Vol. 11, No. 3, S. 155-162, 1993
- [68] W. Henkel, T. Kessler, „A wideband impulsive noise survey in the German telephone network: Statisticval description and modelling“, *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik*, Vol. 48, No. 6, S. 277-2888, Stuttgart, 1994

- [69] W. Henkel, T. Kessler, H. Y. Chung, „Coded 64-CAP ADSL in an Impulsive Environment - Modelling of Impulse Noise and First Simulation Results“, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 13, No. 9, S. 1611-1621, Dezember 1995
- [70] W. Henkel, T. Kessler, „A simplified impulse-noise model for the xDSL test environment“, <http://www.ftw.at/Dokumente/WH005.pdf>
- [71] D. B. Levey, S. McLaughlin, „Statistics of Impulse Noise: Interarrival Times“, British Telecommunications plc. Edinburgh, September 1999
- [72] I. Mann, S. McLaughlin, D. B. Levey, „A New Statistic for Impulse Noise Measurement“, British Telecommunications plc., Amsterdam, Dezember 1999
- [73] K. Kohlhaupt, „Modellierung von Schmalband- und Impulsstörungen für hochbitratige Übertragungssysteme über Kupferkabel“, Fachhochschule Technikum Kärnten, Villach, August 2000
- [74] D. Middleton, „Statistical-Physical Models of Electromagnetic Interference“, *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-19, No. 3, S. 107-127, August 1977
- [75] D. Middleton, „Non-Gaussian Noise Models in Signal Processing for Telecommunications: New Methods and Results for Class A and Class B Noise Models“, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 45, S. 1129-1149, Mai 1999
- [76] L. A. Berry, „Understanding Middleton’s canonical formula for Class A noise“, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 23, S. 337-344, 1981
- [77] B. W. Stuck, B. Kleiner, „A Statistical Analysis of Telephone Noise“, *Bell System Technical Journal*, Vol. 53, No. 7, September 1974
- [78] M. Shao, C. L. Nikias, „Signal Processing with Fractional Lower Order Moments: Stable Distributions and Their Applications“, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 81, No. 7, Juli 1993
- [79] C. L. Nikias, M. Shao, „Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications“, Wiley, New York, 1995
- [80] V. M. Zolotarev, „One-dimensional Stable Distributions“, Providence, RI: American Mathematical Society, 1986
- [81] G. Samorodnitsky, M. Taqqu, „Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with infinite Variance“, Chapman & Hall, New York, 1994
- [82] Lévy, P., „Calcul des Probabilités“, Paris: Gauthier-Villars, 1925
- [83] Koutrouvelis, I.A., „Regression-Type Estimation of the Parameters of Stable Laws“, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 75, S. 918-928, Dezember 1980
- [84] G. Pay, M. Safak, „Performance of OFDM-Systems in Impulsive Noise Channels“, *6th International OFDM-Workshop (InOWo) 2001*, Hamburg, September 2001
- [85] S. Leischner, R. Klinski, „Verfahren und Vorrichtung zur Kompensation von impulsartigen Störungen in xDSL-Systemen“, Eingereichte Patentanmeldung, Oktober 2000
- [86] I. Pitas, A. N. Venetsanopoulos, „Nonlinear Digital Filters“, Kluwer Academic Press, 1990
- [87] S. R. Kim, A. Efron, „Adaptive Robust Impulse Noise Filtering“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, No. 8, S. 1855-1866, August 1995
- [88] S. Kalluri, „Nonlinear adaptive algorithms for robust signal processing and communications in impulsive environments“, PhD Thesis, Univ. Delaware, Dezember 1998

- [89] S. Kalluri, G. R. Arce, „Robust-Frequency-Selective Filtering using Weighted Myriad Filters Admitting Real-Valued Weights“, Eingereicht für *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, <http://www.ee.udel.edu/~kalluri/publist.html>
- [90] S. Haykin, „Adaptive Filter Theory“, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991
- [91] S. A. Kassam, H. V. Poor, „Robust Techniques for Signal Processing: A Survey“, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 73, , S. 433-481, März 1985
- [92] J. Astola, P. Kousmanen, „Fundamentals of nonlinear digital filtering“, CRC Press, Boca Raton, 1997
- [93] P. J. Huber, „Robust Statistics“, John Wiley & Sons, New York, 1981
- [94] F. Hampel, E. M. Ronchetti, P. J. Rousseeuw, W. A. Stahel, „Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions“, John Wiley & Sons, New York, 1986
- [95] S. Ambike, D. Hatzinakos, „A new filter for highly impulsive α -stable noise“, *Proceedings International Workshop Nonlinear Signal and Image Processing*, Halkidiki, Griechenland, Juni 1995
- [96] J. G. Gonzales, G. R. Arce, „Weighted Myriad Filters: A robust filtering framework derived from alpha-stable distributions“, *Proceedings IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP'96)*, Atlanta, GA, Mai 1996
- [97] J. G. Gonzalez, David W. Griffith, G. R. Arce, „Matched myriad filtering for robust communications“, *Proceedings of the 1996 Conference on Information Sciences and Systems (CISS'96)*, New Jersey, Princeton University, April 1996
- [98] S. Kalluri, G. R. Arce, „Fast Algorithms for Weighted Myriad Computation by Fixed Point Search“, Zur Veröffentlichung in *IEEE Transactions on Signal Processing*, angenommen, 1999, <http://www.ee.udel.edu/~kalluri/publist.html>
- [99] S. Kalluri, G. R. Arce, „Approximate Weighted Myriad Computation by Fixed Point Search“, Technischer Bericht Nummer 96-12-2, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Delaware, Newark, DE 19716, USA, Dezember 1996
- [100] S. Kalluri, G. R. Arce, „Adaptive Weighted Myriad Filter Optimization for Robust Signal Processing“, *Proceedings of the 1996 Conference on Information Sciences and Systems*, Princeton, NJ, USA, März 1996
- [101] S. Kalluri, G. R. Arce, „Adaptive Algorithms for Weighted Myriad Filter Optimization“, *Proceedings IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP'97)*, München, Deutschland, April 1997
- [102] S. Kalluri, G. R. Arce, „A General Class of Nonlinear Normalized LMS-type Adaptive Algorithms“, *Proceedings of the 1998 Conference on Information Sciences and Systems*, Princeton, NJ, USA, März 1998
- [103] S. Kalluri, G. R. Arce, A. B. Cooper, „Optimum Sequence Estimation for Non-Gaussian Channels with Intersymbol Interference“, *Proceedings of the 1999 Conference on Information Sciences and Systems*, Baltimore, MD, USA, März 1999
- [104] R. D. Martin, „Robust Methods for Time Series“ in „Applied Time Series II“, Herausg. D. F. Findley, Academic Press, New York, S. 683-759, 1981
- [105] P. Petrus, „Robust Huber Adaptive Filter“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 4, April 1999

- [106] J. Friedman, H. Messer, J.-F. Cardoso, „Robust Parameter Estimation of a Deterministic Signal in Impulsive Noise“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 48, No. 4, S. 935-942, April 2000
- [107] S. R. Kim, A. Efron, „Adaptive Impulse Noise Filtering“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, No. 8, August 1995
- [108] S. Geman, D. E. McClure, „Statistical Methods for Tomographic Image Reconstruction“, *Bull. Int. Statist. Inst. LII-4*, S. 5-21, 1987
- [109] S. Leischner, R. Klinski, H. Hutzelmann, R. Knorr, „Robust Filter Design based on Generalized Maximum-Likelihood Estimation“, *WSES International Conference on Circuits, Systems, Communications & Computers (CSCC2001)*, Kreta, Griechenland, Juli 2001
- [110] S. Leischner, H. Hutzelmann, R. Klinski, R. Knorr, „Enhanced Filter Design based on Influence Functions“, *WSES International Conference on Speech, Signal & Image Processing (SSIP2001)*, St. Paul's Bay, Malta, September 2001
- [111] S. Leischner, R. Klinski, „Verfahren und Vorrichtung zur Detektion von transienten Störungen in xDSL-Systemen“, Eingereichte Patentanmeldung, August 2001
- [112] S. H. Müller, J. B. Huber, „A Comparison of Peak Power Reduction Schemes for OFDM“, *Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'97)*, S. 1-5, Phoenix, Arizona, USA, November 1997
- [113] P. J. Melsa, „Application of Programmable DSPs for DMT and ADSL“, *DSP World Spring Design Conference*, April 1998
- [114] H. Karner, M. Auer, C. W. Ueberhuber, „Optimum Complexity FFT Algorithms for RISC Processors“, Tech. Report AURORA TR1998-03, Institute for Applied and Numerical Mathematics, Technical University of Vienna, 1998, <ftp://ftp.par.univie.ac.at/projects/aurora/reports/auroratr1998-03.ps.gz>
- [115] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, „Numerical Recipes in C++, The Art of Scientific Computing, Second Edition“, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2002, <http://www.cambridge.org>
- [116] A. Bellaouar, M. I. Elmasry, „Low Power Digital VLSI Design: Circuits and Systems“, Kluwer Academic Publisher, 1995
- [117] J. M. Rabaey, M. Pedram, „Low Power Methodologies“, Kluwer Academic Publisher, 1996
- [118] P. Pirsch, „Architekturen der digitalen Signalverarbeitung“, B. G. Teubner, Stuttgart, 1996
- [119] C. Drewes, „Schnell konvergierende adaptive Entzerrer für breitbandige Funkzugangnetze“, Dissertation an der Technischen Universität München, ISBN 3-9805621-6-6, 1999
- [120] P. J. W. Melsa, „Application of Programmable DSPs for DMT and ADSL“, *DSP World Spring Design Conference*, April 1998
- [121] H. Karner, M. Auer, C. W. Ueberhuber, „Optimum Complexity FFT Algorithms for RISC Processors“, Institute for Applied and Numerical Mathematics, Technical University of Vienna, <http://www.math.tuwien.ac.at/~aurora/group5/node41.html#aur7>
- [122] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, „Numerical Recipes in C++“, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2002

- [123] J. Volder, „The CORDIC Trigonometric Computing Technique“, *IRE Transactions on Electronic Computing*, Vol. EC-8(3), S. 330-334, September 1959
- [124] J. S. Walther, „A Unified Algorithm for Elementary Functions“, *The American Federation of Information Processing Societies (AFIPS), Spring, Joint Computer Conference*, S. 379-385, 1971
- [125] R. Andraka, „A Survey of CORDIC Algorithms for FPGA Based Computers“, Andraka Consulting Group, <http://www.andraka.com/papers.htm>
- [126] N. D. Hemkumar, „Efficient VLSI Architectures for Matrix Factorization“, Dissertation an der Rice University, Huston, Texas, April 1994., http://www.ece.rice.edu/~cavallar/theses/hemkumar_phd.pdf
- [127] E. E. Kuruoglu, „Signal Processing in alpha-Stable Noise Environments: A Least lp-Norm Approach“, Dissertation an der University of Cambridge, März 1998
- [128] L. Cohen, „Time-Frequency Distributions: A Review“, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77(7), S. 941-980, Juli 1989
- [129] L. Cohen, „Time-Frequency Analysis“, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ 1995