

Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mit strukturierten rekurrenten Netzen

Christian Hintz

Vollständiger Abdruck der, von der Fakultät für Elektrotechnik und
Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung
des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten, Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Josef S. Kindersberger

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder
2. Univ.-Prof. Dr.rer.nat., Dr.rer.nat. h.c. Wilfried Brauer

Die Dissertation wurde am 16.01.2003 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am
16.06.2003 angenommen.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Identifikation von nichtlinearen mechatronischen Antriebssystemen. Darunter sollen elektrisch angetriebene, mehr oder weniger komplexe mechanische Anordnungen verstanden werden, die mit Hilfe informationstechnischer Komponenten bestimmte Arbeitsabläufe ausführen.

Es wird ein Ansatz zum systematischen Entwurf von strukturierten rekurrenten Netzen entwickelt, mit denen die linearen Parameter und nichtlinearen statischen Charakteristiken eines mechatronischen Systems identifiziert werden können, ohne dass vollständige Zustandsmessbarkeit gefordert werden muss. Dieser Ansatz wurde erfolgreich zur gleichzeitigen Identifikation der linearen Parameter, sowie der Reibungen und der Lose in einer antriebstechnischen Anordnung verwendet. Die experimentellen Nachweise an einem Versuchsaufbau und an einem kommerziellen Produkt aus dem Automobilbereich zeigen eindrucksvoll die Einsatzgebiete des vorgestellten Verfahrens.

Zur Verallgemeinerung der Anwendbarkeit wurde der Ansatz strukturierter Netze hinsichtlich der gleichzeitigen Identifikation von linearen Parametern und dynamischen Nichtlinearitäten erweitert. So gelang, zusammen mit der Volterra-Funktionalpotenzreihe, die Identifikation eines unvollständig modellierten Systems.

Abstract

The objective of this thesis is the identification of mechatronic drive systems, which comprise electrically driven more or less complex mechanical plants which carry out certain tasks with the help of signal processing components.

A systematic method to design a structured recurrent neural network has been developed, in order to identify the linear parameters and the static nonlinear characteristics of a mechatronic system, without full state measurement. This method has been successfully applied for a combined identification of linear parameters, friction characteristics and backlash. The method has been successfully tested at an experimental setup and with a commercially available product.

In order to enlarge the general application the presented method has been extended to simultaneously identify the linear parameters and dynamical nonlinear characteristics. With this extension it is possible together with the Volterra-Series to identify an incompletely modelled system.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der Technischen Universität München.

Mein Dank gilt dem Leiter des Lehrstuhls, Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder, für die fortwährende und anregende Unterstützung, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Er gab mir die Möglichkeit, auf einem sehr innovativen Forschungsgebiet unter hervorragenden Arbeitsbedingungen mein Wissen anzuwenden und zu erweitern.

Für die Übernahme des Koreferats und das entgegengebrachte Interesse an dieser Arbeit danke ich Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. Wilfried Brauer.

Für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes gebührt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Josef Kindersberger.

Danken möchte ich ebenso allen Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls.

Mein besonderer Dank gilt den Kollegen der „Laterne“: Die gute Atmosphäre und die zahlreichen offenen Diskussionen waren für mich fachlich wie menschlich eine Bereicherung.

Für die kompetente Hilfe bei der Textkorrektur bedanke ich mich insbesondere bei Frau Anja Weschke, Herrn Dipl.-Ing. Stefan Krause und Herrn Dipl.-Ing. Stefan Hofmann.

Nicht vergessen will ich alle Studenten und Diplomanden, die ebenfalls engagiert zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Meinen Eltern widme ich diese Arbeit.

München,
im Juli 2003

Christian Hintz

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Technik	2
1.2	Motivation und Zielsetzung	4
1.3	Gliederung der Arbeit	5
2	Statische und dynamische Neuronale Netze	7
2.1	Einleitung	7
2.2	Lernen in Neuronalen Netzen	7
2.3	Statische Neuronale Netze	9
2.3.1	Multi-Layer-Perzeptron-Netzwerk	9
2.3.2	Radial-Basis-Function-Netzwerk	13
2.3.3	General-Regression-Neural-Network	14
2.3.4	Harmonic-Activated-Neural-Network	16
2.3.5	Gradientenverfahren für statische Neuronale Netze	17
2.4	Dynamische Neuronale Netze	20
2.4.1	Time-Delay-Neural-Network	20
2.4.2	Jordan-Netzwerk	22
2.4.3	Elman-Netzwerk	23
2.4.4	Lerngesetze für dynamische Neuronale Netze	23
2.5	Volterra-Ansatz	25
2.5.1	Das Hammerstein-Modell im Ansatz der Volterra-Reihe	28
2.5.2	Eigenschaften des Volterra-Ansatzes	29
2.5.3	Basisfunktionen zur Identifikation linearer Systeme	29
2.5.4	Basisfunktionen zur Identifikation des Hammerstein-Modells	32
2.6	Neuronaler Beobachter	34
2.6.1	Beobachteransatz und Fehlergleichung	35
2.6.2	Lerngesetz	37
2.7	Vergleich der Neuronalen Netze	40
2.8	Kurzzusammenfassung	43

3	Identifikation nichtlinearer Systeme	45
3.1	Strukturierte rekurrente Netze	46
3.1.1	Anwendung der Transformation	48
3.1.2	Parameteradaptation	49
3.1.3	Zustandsdarstellung	51
3.1.4	Partielle Ableitungen	54
3.1.5	Implementierung der statischen Neuronalen Netze	56
3.1.6	Anwendung des Lerngesetzes	60
3.2	Erweiterung zum Luenberger-Beobachter	67
3.2.1	Anwendung der Erweiterung	69
3.2.2	Partielle Ableitungen	70
3.2.3	Anwendung der Beobachterstruktur	73
3.2.4	Durchführung der Identifikation	74
3.3	Beurteilung des Identifikationsverfahrens	79
3.4	Kurzzusammenfassung	80
4	Identifikation eines nichtlinearen Zwei-Massen-Systems	81
4.1	Aufbau und Daten des Prüfstandes	82
4.2	Losmodellierung und Approximation	86
4.3	Approximation der Reibungskennlinie	89
4.4	Identifikation des Umrichters	90
4.4.1	Umrichtermodellierung	91
4.4.2	Identifikation an der Versuchsanlage	93
4.5	Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems	98
4.5.1	Entwurf der Identifikation	100
4.5.2	Identifikation an der Versuchsanlage	103
4.5.3	Identifikation der Nichtlinearitäten	107
4.6	Identifikation des losebehafteten Zwei-Massen-Systems	109
4.6.1	Simulative Identifikation	114
4.6.2	Identifikation an der Versuchsanlage	118
4.6.3	Verifikation am losefreien System	125
4.7	Kurzzusammenfassung	126
5	Identifikation und Regelung einer Drosselklappe	129
5.1	Aufgabe einer Drosselklappe	129
5.2	Aufbau der Drosselklappe	131
5.3	Versuchsaufbau	132
5.4	Modellierung der Drosselklappe	135
5.5	Identifikation der Drosselklappe	136
5.5.1	Identifikationsergebnisse	139
5.5.2	Validierung des Identifikationsergebnisses	140
5.6	Regelung der Drosselklappe	142

5.6.1	PID-Regler	142
5.6.2	Nichtlinearer Zustandsregler	143
5.6.3	Regelergebnisse ohne Einfluss des Luftmassenstromes	145
5.6.4	Regelergebnisse unter Einfluss des Luftmassenstromes	148
5.7	Kurzzusammenfassung	152
6	Identifikation von dynamischen Nichtlinearitäten	155
6.1	Motivation zur Einführung von dynamischen Nichtlinearitäten	156
6.2	Hammerstein-Modell und statische Neuronale Netze	156
6.2.1	Vergleich zwischen Polynom- und Neuronalem Netz-Ansatz	159
6.3	Das Hammerstein-Modell im rekurrenten Netz	162
6.3.1	Anwendungsbeispiel	165
6.3.2	Identifikation mit Hammerstein-Ansatz	167
6.3.3	Identifikation der dynamischen Nichtlinearität als statische Nicht- linearität	170
6.3.4	Identifikation der dynamischen Nichtlinearität mit rekurrentem Netz	172
6.4	Identifikation an der Versuchsanlage	178
6.4.1	Online-Identifikation	179
6.4.2	„Quasi“-online Identifikation	182
6.5	Kurzzusammenfassung	186
7	Zusammenfassung und Ausblick	187
A	Formelzeichen	191
B	Beispiel Anwendung	196
C	Daten des Prüfstandes: Zwei-Massen-System	201
C.1	Anlagedaten	201
C.2	Massenträgheitsmomente	201
C.3	Messtechnische Bestimmung der Reibungskennlinien	202
C.4	Messtechnische Bestimmung der Federsteifigkeit	204
C.5	Messtechnische Bestimmung der Loseweite	206
D	Simulative Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems	207
E	Berechnungen für die Identifikation des Zwei-Massen- Systems	211
E.1	Partielle Ableitungen des Umrichtermodells	211

E.2	Partielle Ableitungen des losfreien Zwei-Massen-Systems	215
F	Berechnungen für dynamischer Nichtlinearitäten	220
F.1	Dynamische Nichtlinearität und rekurrentes Netz	220
F.2	Identifikation mit rekurrentem Netz	221
F.3	Identifikation ohne genaue Strukturkenntnis	222
	Literaturverzeichnis	229

*Eines Tages werden Maschinen
vielleicht denken können, aber sie
werden niemals Phantasie haben.
(Theodor Heuss)*

1 Einleitung

Das statische und dynamische Verhalten von technischen und nichttechnischen Systemen kann unter Zuhilfenahme der Systemtheorie nach einheitlichen mathematischen Methoden beschrieben werden. Die Modellierung von nichtlinearen dynamischen Prozessen ist für Problemstellungen der Prädiktion, Simulation und Fehlerdiagnose unerlässlich. Ziel dabei ist es, ein mathematisches Modell zu finden, das die physikalische Wirklichkeit genügend genau abbildet.

Ein Prozessmodell kann grundsätzlich auf zwei verschiedene Arten bestimmt werden. Das Aufstellen von mathematischen Gleichungen auf Grund von physikalischen, chemischen und geometrischen Wirkungszusammenhängen wird als theoretische Modellbildung bezeichnet. Diese Vorgehensweise führt in der Regel zu sehr präzisen Modellen. Doch oft ist die Erfassung der funktionalen Zusammenhänge wegen der Komplexität realer nichtlinearer Prozesse sehr schwierig und zeitaufwendig. Wird der Aufwand unvertretbar groß, gewinnt die experimentelle Modellbildung an Bedeutung. Sie geht von mathematischen Modellen aus und versucht deren Parameter mit Hilfe von Messdaten so zu bestimmen, dass statische und dynamische Zusammenhänge zwischen den Ein- und Ausgangssignalen mit größtmöglicher Übereinstimmung abgebildet werden.

So wurden mit dem Einzug der Digitalrechner in die Industrie Parameterschätzverfahren zur Prozessidentifikation eingesetzt. Zunächst konzentrierten sich die Forschungsaktivitäten auf lineare Systeme. Für diese sind seitdem viele verschiedene Identifikationsverfahren entwickelt und an realen Prozessen erprobt worden. Diese linearen Identifikationsverfahren werden in der Literatur in weitgehend einheitlicher mathematischer Form dargestellt.

Bei nichtlinearen Systemen nimmt die Komplexität der Signalzusammenhänge zu, was die Modellierung erschwert und eine einheitliche mathematische Theorie zur

Beschreibung nichtlinearer Systeme kaum zulässt. Allen nichtlinearen Systemen ist schließlich gemein, dass sie das Superpositionsprinzip verletzen, welches lineare Systeme charakterisiert. Verfolgt man diesen Gedanken, wird offensichtlich, dass die Fülle verschiedener nichtlinearer Systeme deutlich größer ist als die des Spezialfalls der linearen Systeme. Jedoch wird an ein Identifikationsverfahren die Forderung gestellt, mit möglichst wenig Vorkenntnissen über den Prozess auszukommen. Je größer aber die Vielfalt möglicher Modellstrukturen ist, desto schwieriger ist es, diese Forderung zu erfüllen. Dies hat zur Folge, dass nichtlineare Identifikationsverfahren entsprechend aufwendig sind. Schienen solche Verfahren vor 20 Jahren komplexitätsbedingt unbrauchbar, so sind sie durch den rasanten Fortschritt in der Rechnertechnik heute interessant geworden. Deshalb wurden in den letzten Jahren die Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet der nichtlinearen Systemidentifikation intensiviert.

1.1 Stand der Technik

Die Identifikation linearer dynamischer Systeme ist seit vielen Jahren Stand der Technik und wird in der Literatur ausführlich beschrieben. Zu erwähnen wären an dieser Stelle die Bücher „System Identification“ [SÖDERSTRÖM UND STOICA, 1989] bzw. „Theory and Practice of Recursive Identification“ [LJUNG UND SÖDERSTRÖM, 1987]. Als deutschsprachige Literatur sei auf den Doppelband „Identifikation dynamischer Systeme“ [ISERMANN, 1994a,b] verwiesen.

Statische Neuronale Netze zur Identifikation unbekannter statischer Funktionen existierten bereits vor der ersten Blütezeit der Neuronalen Netze (1955-1969). Das wohl erste statische Neuronale Netz wurde von W. MCCULLOCH und W. PITTS basierend auf den „McCulloch-Pitts“-Neuronen entwickelt [MCCULLOCH UND PITTS, 1943].

Die erste Blütezeit der Neuronalen Netze begann mit dem ersten erfolgreichen Neurocomputer (Mark I Perceptron), der in den Jahren 1957 - 1958 am MIT entwickelt wurde [ROSENBALTT, 1958], und endete 1969 mit M. MINSKYS und S. PAPERTS Buch „Perceptrons“ [MINSKY UND PAPERT, 1969].

In den stillen Jahren (1969-1982) fand das Gebiet der Neuronalen Netze kaum Aufmerksamkeit, allerdings wurden in dieser Zeit viele Grundlagen für die neueren Entwicklungen gelegt. So entwickelte P. WERBOS 1974 das Backpropagation-Verfahren [WERBOS, 1974].

Mit der Wiederentdeckung des Backpropagation Algorithmus durch D. RUMELHART, G. HINTON und R.J. WILLIAMS 1986 begann die Renaissance Neuronaler Netze [RUMELHART *et al.*, 1986], die bis heute andauert.

Seit Beginn der neunziger Jahre des 20. Jahrhunderts haben sich zum einen die statischen Neuronale Netze auf Basis von lokalen Basisfunktionen wie das Radial-Basis-Function-Netz (RBF), das hieraus abgeleitete General-Regression-Neural-Network (GRNN) sowie das Harmonic-Activated-Neural-Network (HANN) durchgesetzt. Auf der anderen Seite hat das Multi-Layer-Perzeptron-Netz (MLP) eine große Bedeutung gewonnen.

Ebenso existieren seit einigen Jahren mehrere dynamische Neuronale Netze zur Ein-/Ausgangsidentifikation nichtlinearer dynamischer Systeme. Hierbei kann man zwischen Neuronalen Netzen mit interner und externer Dynamik unterscheiden. Zu der Klasse der Systeme mit externer Dynamik gehören das Time-Delay-Neural-Network (TDNN) [NELLES, 2001] in den beiden Grundstrukturen Nonlinear-Output-Error (NOE) und Nonlinear-Autoregressiv-with-exogenous-Inputs (NARX) sowie die Ansätze basierend auf der Volterra-Funktionalpotenzreihe in der Nonlinear-Finite-Impulse-Response (NFIR)-Form bzw. in der Nonlinear-Orthonormal-Basis-Functions (NOBF)-Form [HOFMANN *et al.*, 2002a]. Zu der Klasse der Systeme mit interner Dynamik gehören die vollrekurrenten Netze [WILLIAMS UND ZIPSER, 1989] sowie die partiell rekurrenten Netze wie z. B. das Elman-Netz [ELMAN, 1990].

Ein weiteres Forschungsgebiet, welches in den letzten Jahren intensiv bearbeitet worden ist, ist die Identifikation statischer Nichtlinearitäten mit Hilfe Neuronaler Beobachter. Hierbei werden statische Neuronale Netze in einen Luenberger-Beobachter [LUENBERGER, 1964] implementiert, sodass eine Modellverfeinerung durch die Identifikation der statischen Nichtlinearität gelingt.

Eine erste Erweiterung des Neuronalen Beobachters ist in der Arbeit von S. HOFMANN [HOFMANN *et al.*, 2002c] beschrieben. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass sich mittels des Neuronalen Beobachters nicht nur statische Nichtlinearitäten, sondern auch dynamische Nichtlinearitäten identifizieren lassen.

Eine Übersicht über die bisher vorhandenen Ansätze und ihre Gliederung zeigt Abbildung 1.1.

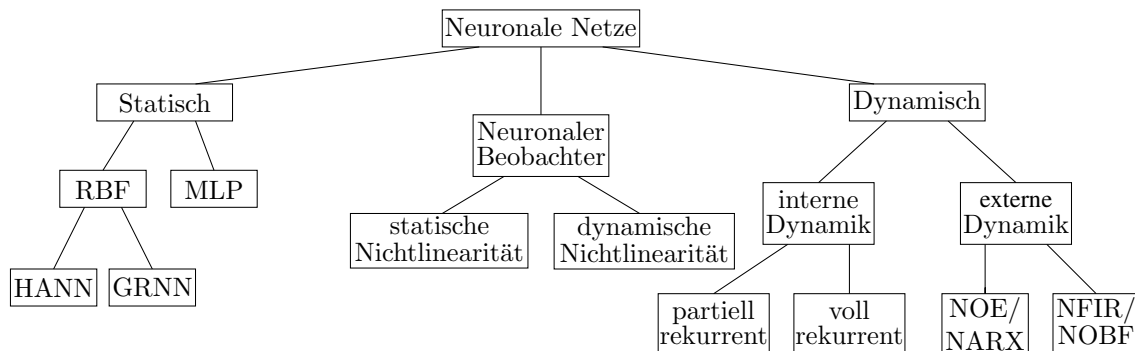


Abb. 1.1: Übersicht bisher vorhandener Neuronaler Netze

1.2 Motivation und Zielsetzung

Ein entscheidendes Funktions- und Qualitätsmerkmal für eine Vielzahl von mechanischen Anwendungen wie Werkzeugmaschinen, kontinuierlichen Fertigungsanlagen, Zielverfolgungsanlagen oder elektrischer Aktoren in der Automobilindustrie ist die Güte der Lage- oder Drehzahlregelung. Aufgrund der mechanischen Konstruktion handelt es sich bei diesen Anwendungen um nichtlineare Systeme mit einer elastischen Verbindung zwischen Antriebs- und Arbeitsmaschine. In Abbildung 1.2 ist diese Konfiguration schematisch dargestellt.

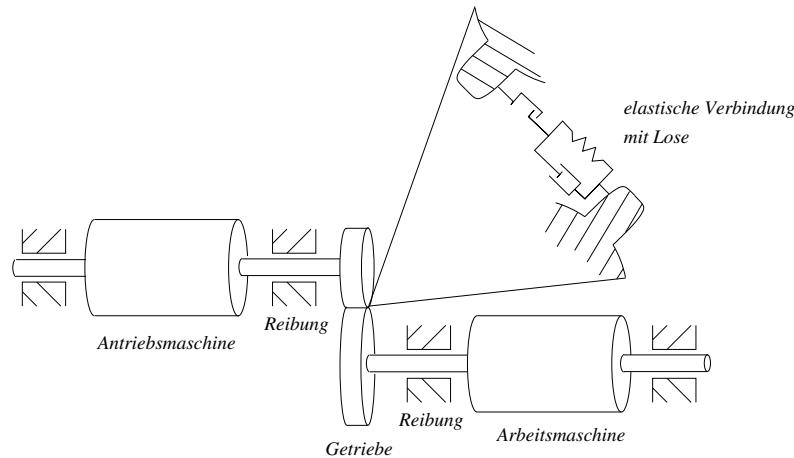


Abb. 1.2: *Elastische Verbindung der Antriebs- und Arbeitsmaschine mit Lose*

Als Nichtlinearitäten treten insbesondere die Lagerreibung und die in Getrieben oder Kupplungen vorhandene Lose in den Vordergrund. Diese Nichtlinearitäten wirken sich negativ auf die Güte der Regelung und damit auf die Qualität der Anwendung, z. B. der Positionierung eines Roboterarmes oder der Drehzahlregelung einer Papierspindel, aus. In diesem Zusammenhang ist besonders die Lose hervorzuheben, da sie einen strukturumschaltenden Effekt besitzt. Ist die Lose nicht im Eingriff, sind Antriebs- und Arbeitsmaschine entkoppelt. Dies wirkt sich negativ auf die Regelung aus.

Um den negativen Einfluss der Nichtlinearitäten zu verringern, können Lager mit geringerer Reibung oder spielfreie Getriebe eingesetzt werden. Diese konstruktiven Maßnahmen haben den Nachteil, sehr aufwendig und damit kostenintensiv zu sein.

Daher ist die Forschung im Bereich der Steuerungs- und Regelungstechnik ständig bestrebt, den Einfluss der Nichtlinearitäten durch regelungstechnische Maßnahmen zu verringern. Dazu ist eine quantitative Kenntnis der Nichtlinearitäten des Systems erforderlich.

Neben den Nichtlinearitäten ist für die Güte einer Regelung auch die Quantifizierung

der linearen Systemparameter wie die Massenträgheitsmomente oder die Federsteifigkeit der elastischen Verbindung der Maschinen von entscheidender Bedeutung.

Aus diesen Gründen ist die Identifikation aller Systemparameter (sowohl der Nichtlinearitäten als auch der linearen Systemparameter) die Grundlage für eine Verbesserung der Regelung mechatronischer Systeme.

Ziel dieser Arbeit ist es, die linearen Parameter und die vorhandenen Nichtlinearitäten eines Single-Input-Single-Output (SISO)-Systems gleichzeitig zu identifizieren und dabei eine physikalische Interpretierbarkeit [SCHRÖDER, 2000] der Identifikationsergebnisse zu erhalten.

Ausgangspunkt hierbei ist die Verwendung von strukturierten rekurrenten Netzen. Diese lassen sich ursprünglich in die Gruppe der partiell rekurrenten Netze einordnen. In [BRYCHCY, 2000] wurden die strukturierten rekurrenten Netze erstmals zur Systemidentifikation eingesetzt. Dieser erste vielversprechende Ansatz ist jedoch nicht echtzeitfähig, da die notwendige interne Zustandsberechnung iterativ erfolgte. Diese Berechnung führt sehr häufig dazu, dass sowohl die Zustände, als auch die Parameter den physikalisch sinnvollen Bereich verlassen.

Aufbauend auf [BRYCHCY, 2000] wird in dieser Arbeit gezeigt, dass es möglich ist, das Approximationsverhalten der strukturierten rekurrenten Netze deutlich zu verbessern und die Echtzeitfähigkeit zu realisieren, wenn man die aus der Theorie der lernfähigen Beobachter erzielten Erkenntnisse mit denen der partiell rekurrenten Netze verbindet.

Zusätzlich wird in dieser Arbeit gezeigt, dass auch dynamische Nichtlinearitäten auf Basis des Volterra-Ansatzes mit Hilfe strukturierter rekurrenter Netze zusammen mit weiteren physikalisch relevanten Parametern identifiziert werden können.

Abbildung 1.3 zeigt wie sich das in dieser Arbeit neu entwickelte Verfahren in die aus Abbildung 1.1 bekannte Gliederung einordnen lässt. Außerdem sind Verbindungslinien zu den bisher bekannten Verfahren hervorgehoben, um anzudeuten, dass es mit dem neu entwickelten Verfahren der strukturierten rekurrenten Netze möglich ist, die Vorteile mehrerer bekannter Verfahren zu kombinieren.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in folgende Abschnitte:

In **Kapitel 2** werden zunächst die statischen Neuronalen Netze beschrieben. Anschließend wird auf die dynamischen Neuronalen Netze eingegangen. Ein weiterer Abschnitt dieses Kapitels widmet sich den auf der Volterra-Reihe basierenden Ansätzen. Anschließend wird der Neuronale Beobachter dargestellt. Ein Vergleich

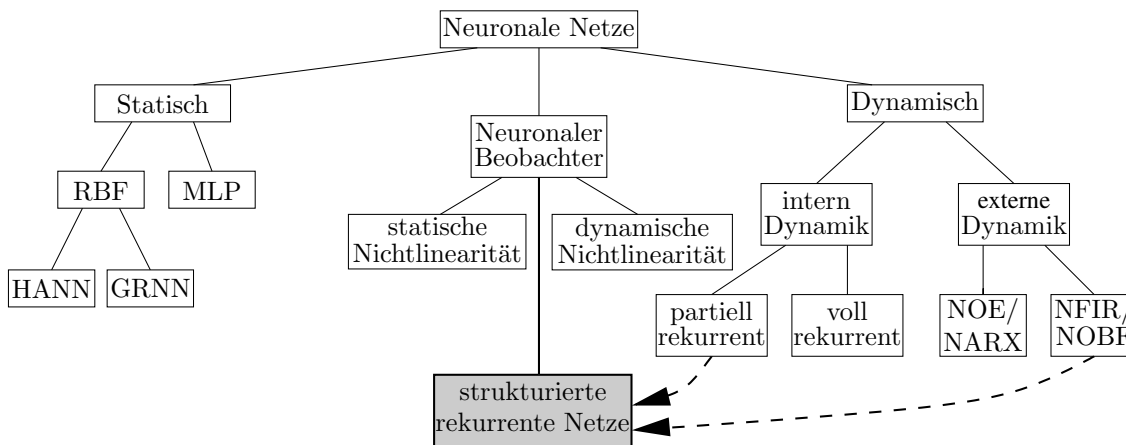


Abb. 1.3: *Das strukturierte rekurrente Netz und seine Eingliederung in die bisher vorhandenen Neuronalen Netze*

und eine Bewertung der dargestellten Verfahren schließt das Kapitel ab.

Darauf aufbauend werden in **Kapitel 3** die strukturierten rekurrenten Netze zur gleichzeitigen Identifikation von linearen Parametern und nichtlinearen Charakteristiken vorgestellt. Zusätzlich wird gezeigt, wie das strukturierte rekurrente Netz um eine Beobachterstruktur erweitert werden kann.

In **Kapitel 4** wird dieses strukturierte Netz dazu verwendet, um die linearen Parameter und die nichtlinearen Charakteristiken eines mit Lose und Reibung behafteten Zwei-Massen-Systems zu identifizieren. Das Verfahren wird sowohl simulativ als auch an einer Versuchsanlage des Lehrstuhls mittels Hardware-in-the-Loop Simulation validiert.

Während Kapitel 4 das Verfahren der strukturierten rekurrenten Netze an einer Laboranwendung zeigt, wird in **Kapitel 5** die Anwendbarkeit des Verfahrens an einem kommerziellen mechatronischen System gezeigt. Es werden die Systemparameter einer Drosselklappe vollständig identifiziert. Anschließend werden die Identifikationsergebnisse verwendet, um das Regelverhalten der Drosselklappe zu verbessern.

In **Kapitel 6** wird schließlich der Ansatz der Volterra-Reihe in das strukturierte rekurrente Netz integriert, um dynamische Nichtlinearitäten zu identifizieren. Simulative Ergebnisse als auch Ergebnisse an der Versuchsanlage zeigen das Potential dieser Vorgehensweise.

Die Arbeit schließt in **Kapitel 7** mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf weiterführende Arbeiten.

2 Statische und dynamische Neuronale Netze

2.1 Einleitung

In diesem Kapitel werden zunächst die in dieser Arbeit verwendeten statischen Neuronalen Netze bzw. Funktionsapproximatoren beschrieben. Anschließend werden aus der Gruppe der dynamischen Neuronalen Netze ein Neuronales Netz mit externer Dynamik (NOE-/NARX-Struktur, siehe Abbildung 1.1) sowie zwei Neuronale Netze mit interner Dynamik beschrieben. Außerdem wird in diesem Kapitel auf Ansätze basierend auf der Volterra-Reihe eingegangen, welche ebenfalls der Gruppe der dynamischen Neuronalen Netze mit externer Dynamik zugeordnet werden können (NFIR bzw. NOBF). Zusätzlich wird in diesem Kapitel der Neuronale Beobachter beschrieben. Am Ende dieses Kapitels werden die bisher bekannten Neuronalen Netze miteinander verglichen und bezüglich ihrer Anwendbarkeit bewertet.

Zunächst wird jedoch der Begriff *Neuronales Netz* definiert.

Definition 2.1 *Neuronale Netze*, oft auch als *künstliche Neuronale Netze* oder *artificial neural networks* bezeichnet, sind *informationsverarbeitende Systeme*, die aus einer großen Anzahl einfacher Einheiten (Zellen, Neuronen) bestehen, die sich Information in Form der Aktivierung der Zellen über gerichtete Verbindungen zusenden [ZELL, 1994].

2.2 Lernen in Neuronalen Netzen

Die herausragende Eigenschaft Neuronaler Netze ist es, anhand von Trainingsdaten unbekannte Zusammenhänge zu approximieren und sie nach abgeschlossener Lernphase zu reproduzieren, sowie das gelernte Wissen auf ungelernete Eingangsdaten zu extrapolieren bzw. zu interpolieren. Hierfür besitzen Neuronale Netze eine begrenzte Anzahl an Parametern, die während der Lernphase eingestellt werden.

Unter Lernen in Neuronalen Netzen wird im Allgemeinen die Modifikation dieser Parameter verstanden, um eine bessere Übereinstimmung zwischen erwünschter und

tatsächlicher Ausgabe des Neuronalen Netzes zu erhalten.

Es wird zwischen drei Arten des Lernens unterschieden

- Überwachtes Lernen
- Bestärkendes Lernen
- Unüberwachtes Lernen

Beim *überwachten* Lernen gibt ein externer „Lehrer“ zu jedem Eingangssignal der Trainingsmenge das korrekte bzw. das beste Ausgangssignal dazu an. Aufgabe des Lernverfahrens ist es, die Parameter des Netzes so zu verändern, dass das Netz nach Abschluss der Lernphase die Assoziation zwischen Ein- und Ausgang selbstständig auch für unbekannte, ähnliche Eingangssignale vornehmen kann. Diese Art des Lernens ist üblicherweise die schnellste Methode, ein Neuronales Netz für eine Aufgabe zu trainieren. Außerdem ist dieses Verfahren das einzige der drei oben benannten Verfahren, welches sich für eine Online-Identifikation eignet. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit einzig und alleine das überwachte Lernen verwendet, wobei in diesem Fall der externe „Lehrer“ das zu approximierende System ist. Die allgemeine Form des überwachten Lernens wird durch Abbildung 2.1 veranschaulicht. Diese Darstellung wird in der Literatur auch als Ausgangsfehleranordnung bezeichnet.

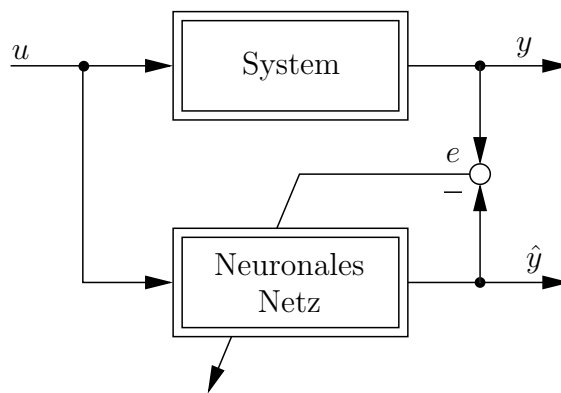


Abb. 2.1: *Prinzip des überwachten Lernens*

Beim *bestärkenden* Lernen gibt der Lehrer nicht die erwünschte Ausgabe an, sondern nur, ob die Ausgabe richtig oder falsch ist. Eventuell wird zusätzlich noch der Grad der Richtigkeit mit angegeben. Jedoch sind keine Zielwerte für den Ausgang des Neuronalen Netzes vorhanden. Das Lernverfahren muss selbst die richtige Ausgabe finden. Diese Art des Lernverfahrens ist neurobiologisch plausibler, weil man einfache Rückkopplungsmechanismen der Umwelt (Bestrafung bei falscher Entscheidung, Belohnung bei richtiger) bei niederen und höheren Lebewesen beobachten kann. Dagegen haben bestärkende Lernverfahren den Nachteil, dass sie für Aufgaben, bei denen die erwünschte Ausgabe bekannt ist, viel länger zum Lernen brauchen

als überwachte Lernverfahren, da weniger Informationen zur korrekten Modifikation der Parameter verwendet werden.

Beim *unüberwachten* Lernen gibt es überhaupt keinen externen Lehrer. Lernen geschieht durch Selbstorganisation. Dem Netz werden nur die Eingangssequenzen präsentiert. Das bekannteste Beispiel unüberwachten Lernens sind die selbstorganisierten Karten bzw. die Kohonen-Netze [KOHONEN, 1990].

2.3 Statische Neuronale Netze

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit eingesetzten statischen Funktionsapproximatoren

- Multi-Layer-Perzeptron-Network (MLP)
- Radial-Basis-Functions-Network (RBF-Netz)
- General-Regression-Neural-Network (GRNN) und
- Harmonic-Activated-Neural-Network (HANN)

näher beschrieben. Diese statischen Neuronalen Netze sind in der Lage, allgemeine oft nicht analytisch beschreibbare oder nicht unmittelbar zugängliche, nichtlineare Funktionen zu approximieren. Zunächst soll jedoch der Begriff der statischen Nichtlinearität definiert werden.

Definition 2.2 Ein N -dimensionaler Eingangsvektor $\underline{u} = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ werde durch eine kontinuierliche, bandbegrenzte und zeitinvariante Funktion \mathcal{NL} auf einen skalaren Ausgangswert y abgebildet.

$$y = \mathcal{NL}(\underline{u})$$

Die Funktion $\mathcal{NL} : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ wird als **statische Nichtlinearität** bezeichnet.

Der Fall eines mehrdimensionalen Ausgangsvektors \underline{y} kann aus dem oben beschriebenen eindimensionalen Fall leicht abgeleitet werden, da hierbei lediglich entsprechend der Dimension von \underline{y} mehrere skalare Nichtlinearitäten parallel angeordnet werden [FROSCHHAMMER, 2002].

2.3.1 Multi-Layer-Perzeptron-Network

Ein Multi-Layer-Perzeptron-Netzwerk (MLP) ist ein klassischer nichtlinearer Funktionsapproximator, welcher an das biologische Vorbild „menschliches Gehirn“ an-

gelehnt ist. Die einzelnen technischen Neuronen, oft auch als Perzeptronen bezeichnet, bestehen wie das biologische Vorbild aus einem Zellkörper, den Dendriten, welche die Eingaben der Zelle aufsummieren, und einem Axon, welches die Ausgabe einer Zelle nach außen weiterleitet. Wie im biologischen Vorbild, wo sich diese Axone verzweigen und über die Synapsen mit den Dendriten nachfolgender Neuronen in Kontakt treten, so stehen die einzelnen technischen Perzeptronen mit nachfolgenden, bzw. auch mit vorangegangenen Perzeptronen in Verbindung. Die Kombination aus Axon und Synapse wird im technischen Fall als Verbindungsgewicht $\hat{\Theta}$ bezeichnet. In Abbildung 2.2 sind exemplarisch zwei biologische Neuronen dargestellt. Die beiden Zellkörper sind mittels der hervorgehobenen Synapse miteinander verbunden. In Abbildung 2.3 ist die entsprechende künstliche Anordnung dargestellt, wobei $\hat{\Theta}_{ij}$ die Stärke der Verbindung zwischen dem Neuron „i“ und dem Neuron „j“ darstellt.

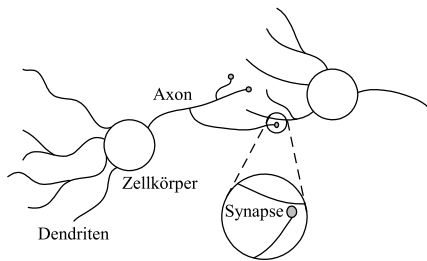


Abb. 2.2: *Schema biologischer Neuronen*

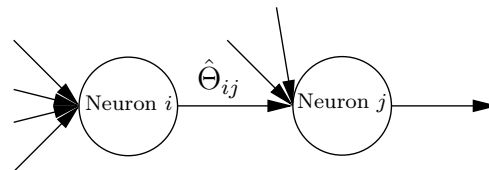


Abb. 2.3: *Schema technischer Neuronen*

Das technische Perzeptron wird, wie es in den MLP-Netzen verwendet wird, im Folgenden beschrieben. Abbildung 2.4 zeigt den funktionalen Zusammenhang zwischen den Eingängen u_1 bis u_N und dem Ausgang \hat{y} des Perzeptrons.

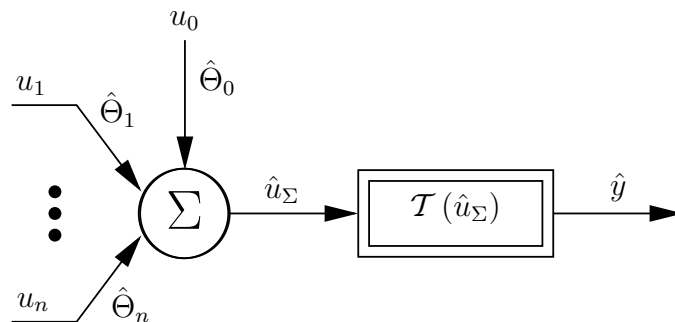


Abb. 2.4: *Schema eines technischen Perzeptrons*

Zunächst werden die Eingänge mit den zugehörigen Verbindungsgewichten (Kantengewichte) $\hat{\Theta}_i$ gewichtet und anschließend aufsummiert¹. Zusätzlich zu dieser Summe wird noch der Bias oder Offset $\hat{\Theta}_0$ hinzuaddiert. Die anschließende nichtlineare

¹Da an dieser Stelle nur ein einzelnes Perzeptron betrachtet wird, kann auf den zweiten Index der Einfachheit halber verzichtet werden.

Transferfunktion (oder auch Entscheidungs- bzw. Aktivierungsfunktion) $\mathcal{T}(\hat{u}_\Sigma)$ bildet den Summenausgang \hat{u}_Σ nichtlinear auf den Perzeptronausgang \hat{y} ab.

Algebraisch lässt sich das einzelne Perzeptron wie folgt beschreiben

$$\begin{aligned}\hat{u}_\Sigma &= \underline{\hat{\Theta}}^T \cdot \underline{u} = \sum_{i=1}^N \hat{\Theta}_i \cdot u_i \\ \hat{y} &= \mathcal{T}(\hat{u}_\Sigma)\end{aligned}\quad (2.1)$$

Dabei sind $\underline{\hat{\Theta}} = [\hat{\Theta}_0, \hat{\Theta}_1, \dots, \hat{\Theta}_N]^T$ der Stützwertevektor und $\underline{u} = [1, u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ der um $u_0 = 1$ erweiterte Eingangsvektor. Hierbei gilt, dass $\hat{\Theta}_i \in \mathbb{R}$ ist und je nach Anwendung $u_i \in \mathbb{R}$ oder $u_i \in \mathbb{B}$ sein kann.

Die Gleichungen in (2.1) können nun kompakt dargestellt werden als

$$\hat{y} = \mathcal{T}(\underline{\hat{\Theta}}^T \cdot \underline{u}) \quad (2.2)$$

Besondere Bedeutung im Perzeptron hat die Aktivierungsfunktion $\mathcal{T}(\hat{u}_\Sigma)$. Hierfür werden am häufigsten sigmoide (S-förmige) Aktivierungsfunktionen verwendet. Typische Transferfunktionen sind in Tabelle 2.1 abgebildet.

Die Leistungsfähigkeit des MLP-Netzes beruht auf der Möglichkeit, eine Vielzahl von einzelnen Perzeptronen zusammen zu schalten. Hierbei werden die Perzeptronen in verschiedenen Schichten (Layer) sortiert. Ein Beispiel für solch eine vorwärts gerichtete Netzstruktur ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

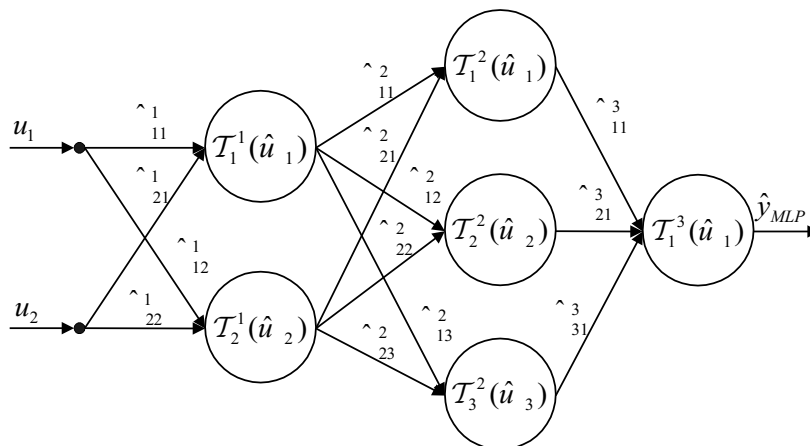


Abb. 2.5: Vorwärtsgerichtetes MLP-Netz mit zwei versteckten Schichten

In dem in Abbildung 2.5 dargestellten MLP-Netz handelt es sich um ein Netz mit zwei versteckten Schichten, da nur für das Perzeptron in der Ausgangsschicht überprüft werden kann, ob der Ausgang korrekt ist, oder ob er falsch geschätzt wird. In Abbildung 2.5 wird folgende Nomenklatur verwendet: Der obere Index für Parameter und Transferfunktion bezeichnet die Schicht, die unteren beiden Parameter

	$\mathcal{T}(\hat{u}_\Sigma)$	$\mathcal{T}(\hat{u}_\Sigma)$
weiche Transferfunktionen	$\tanh(\hat{u}_\Sigma) = \frac{1 - e^{-2\hat{u}_\Sigma}}{1 + e^{-2\hat{u}_\Sigma}}$ <p>tanh Funktion</p>	
	$\frac{O - U}{1 + e^{-c\hat{u}_\Sigma}} + U$ <p>verallg. Logistikfunktion</p>	
	$c \cdot \hat{u}_\Sigma$ <p>lineare Funktion</p>	
harte Transferfunktionen	$\text{sign}(\hat{u}_\Sigma)$ <p>Signumfunktion</p>	
	$= \begin{cases} +1, & \hat{u}_\Sigma \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ <p>Stufenfunktion</p>	

Tabelle 2.1: *Typische Transferfunktionen $\mathcal{T}(\hat{u}_\Sigma)$*

bei den Gewichten zeigen an, welche beiden Perzeptronen mit diesem Gewicht verbunden werden. Der untere Index bei den Transferfunktionen gibt die Nummer des Perzeptrons an.

Mit einem MLP-Netz lassen sich nichtlineare statische Funktionen hoher Dimension sehr gut approximieren. Aus regelungstechnischer Sicht ist das MLP-Netz jedoch nur bedingt geeignet, da sich eine Änderung der Stützwerte nicht lokal sondern global auswirkt [SCHÄFFNER, 1996].

2.3.2 Radial-Basis-Function-Network

Das Radial-Basis-Function-Network (RBF) [POGGIO UND GIROSI, 1989] stellt die Grundstruktur der Approximatoren mit gewichteten lokalen Basisfunktionen dar.

Die mathematische Beschreibung eines RBF-Netzes mit r Neuronen, den Gewichten $\hat{\Theta}_j$ und den Stützstellen ξ_j mit $1 \leq j \leq r$ lautet

$$\hat{y}_{\text{RBF}} = \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \cdot \underbrace{e^{-\frac{(u-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}_{\mathcal{A}_j(u)}$$

Hierbei bezeichnet man die Gauß'schen Glockenkurven $\mathcal{A}_j(u)$ als Basis- bzw. Aktivierungsfunktionen. Die Darstellung der Glockenkurven ist an die der Standardverteilung mit σ^2 angeglichen. Die Parameter der Aktivierungsfunktionen sind der Glättungsfaktor σ , der den Grad der Überlappung zwischen benachbarten Aktivierungen bestimmt, und die Stützstellen ξ_j , die die Lage der Zentren der Gaußglocken im Eingangsraum beschreiben.

Im Allgemeinen müssen die Stützstellen ξ_j nicht gleichmäßig verteilt sein. Bei den in dieser Arbeit eingesetzten Approximatoren sind die Stützstellen im Eingangsbereich jedoch äquidistant verteilt. Dadurch ist der Abstand zwischen zwei Stützstellen $\Delta\xi$ konstant. Wird der Eingangsbereich, der z. B. im Fall einer Reibungskennlinie durch die maximal zulässigen Drehzahlen gegeben ist, allgemein durch u_{max} und u_{min} beschrieben, berechnen sich die Stützstellen zu

$$\xi_j = u_{min} + (j - 1) \cdot \frac{u_{max} - u_{min}}{r - 1}$$

Damit muss für die Anzahl r der Stützstellen $r \geq 2$ gelten.

Zur besseren Vergleichbarkeit wird der Glättungsfaktor σ auf den Abstand zwischen zwei Stützstellen normiert. Damit gilt $\sigma_{norm} = \frac{\sigma}{\Delta\xi}$.

Mit dem normierten Glättungsfaktor ergibt sich die mathematische Beschreibung des RBF-Netzes zu

$$\hat{y}_{\text{RBF}} = \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \cdot \mathcal{A}_j(u) \quad \text{mit} \quad \mathcal{A}_j(u) = e^{-\frac{(u-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta\xi^2}} \quad (2.3)$$

Die Gewichte $\hat{\Theta}_j$ werden zum Gewichts- oder Parametervektor $\hat{\underline{\Theta}}$ des Funktionsapproximators zusammengefasst.

$$\hat{\underline{\Theta}} = [\hat{\Theta}_1 \quad \dots \quad \hat{\Theta}_r]^T$$

Ebenso können die Aktivierungsfunktionen $\mathcal{A}_j(u)$ zu einem Vektor zusammengefasst werden.

$$\underline{\mathcal{A}}(u) = [\mathcal{A}_1(u) \quad \dots \quad \mathcal{A}_r(u)]^T$$

Somit ergibt sich die mathematische Beschreibung des RBF-Netzes in vektorieller Form zu

$$\hat{y}_{\text{RBF}} = \hat{\underline{\Theta}}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}(u) \quad (2.4)$$

Entsprechend der mathematischen Beschreibung des RBF-Netzes ergibt sich die in Abbildung 2.6 dargestellte Struktur.

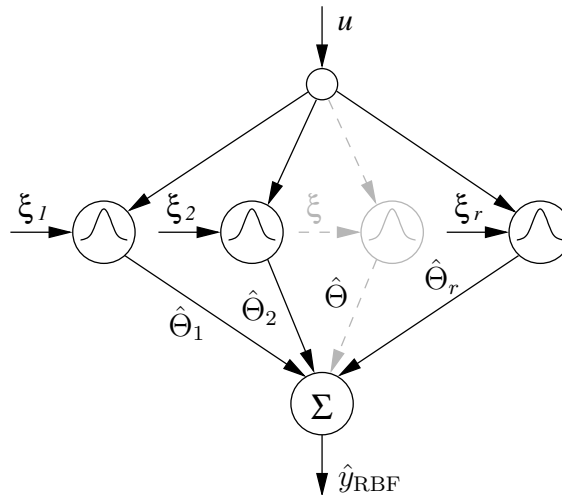


Abb. 2.6: Struktur des RBF-Netzes mit r Stützstellen

Nachteile des RBF-Netzes sind die ungünstige Interpolation zwischen den Stützwerten sowie das ungünstige Extrapolationsverhalten aufgrund der fehlenden Monotonieerhaltung (siehe Abbildung 2.8). Damit wird wesentlichen Forderungen in regelungstechnischen Anwendungen widersprochen, weshalb das RBF-Netz modifiziert wird [SCHRÖDER, 2001].

2.3.3 General-Regression-Neural-Network

Die Erweiterung des RBF-Netzes führt auf das General-Regression-Neural-Network (GRNN) [SPECHT, 1991], dessen Unterschied in der Normierung aller Aktivierungs-

funktionen auf deren Summe besteht. Die Struktur des GRNN mit r Neuronen, den Gewichten $\hat{\Theta}_j$ und den Stützstellen ξ_j ist in Abbildung 2.7 dargestellt.

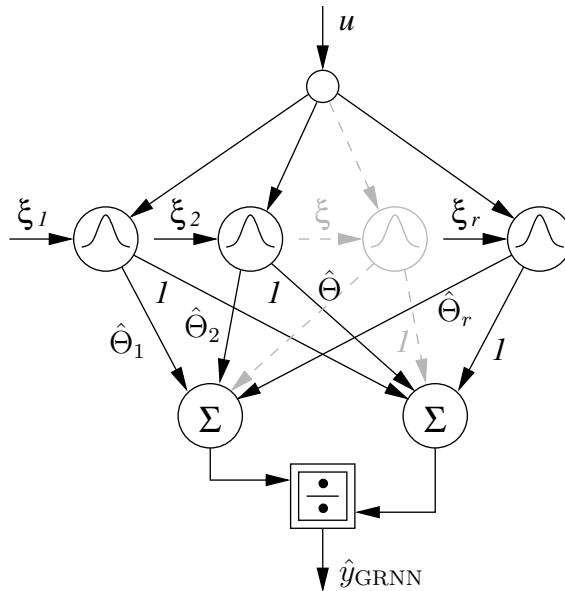


Abb. 2.7: Struktur des GRNN mit r Stützstellen

Die mathematische Beschreibung des GRNN lautet

$$\hat{y}_{\text{GRNN}} = \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \cdot \mathcal{A}_j(u) \quad \text{mit} \quad \mathcal{A}_j(u) = \frac{e^{-\frac{(u-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{\text{norm}}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(u-\xi_k)^2}{2 \cdot \sigma_{\text{norm}}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \quad (2.5)$$

In kompakter vektorieller Schreibweise lässt sich Gleichung (2.5) darstellen als

$$\hat{y}_{\text{GRNN}} = \underline{\hat{\Theta}}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}(u) \quad (2.6)$$

mit

$$\underline{\hat{\Theta}} = [\hat{\Theta}_1 \quad \dots \quad \hat{\Theta}_r]^T \quad \text{und} \quad \underline{\mathcal{A}}(u) = [\mathcal{A}_1(u) \quad \dots \quad \mathcal{A}_r(u)]^T$$

Durch die Normierung der Aktivierungsfunktionen gilt $\sum_{k=1}^r \mathcal{A}_k(u) = 1$ und der Wert der approximierten Funktion liegt stets innerhalb der durch die angrenzenden Stützwerte gegebenen Grenzen. Wegen der Normierung führt die Monotonie der Stützwerte auch zu einem monotonen Verlauf der approximierten Funktion. Damit werden, wie in Abbildung 2.8 dargestellt, gegenüber dem RBF-Netz ein besseres Interpolations- und ein wesentlich besseres Extrapolationsverhalten erreicht. Aus diesem Grund ist das GRNN für regelungstechnische Anwendungen relevant.

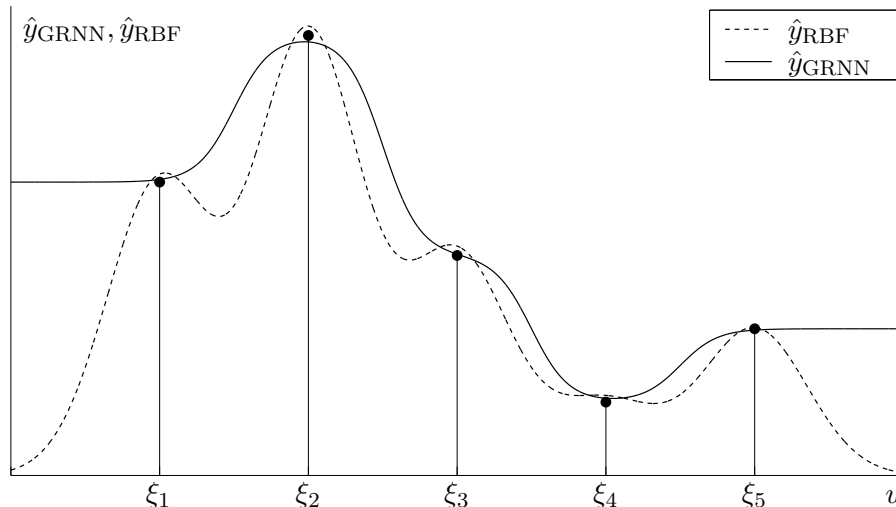


Abb. 2.8: Approximationsverhalten von RBF-Netz und GRNN bei identischen Parametern ξ , $\hat{\Theta}$ und σ

2.3.4 Harmonic-Activated-Neural-Network

Obwohl das GRNN grundsätzlich zur Approximation periodischer Funktionen geeignet ist, wirken die Stützpunkte nur lokal, was zu einer begrenzten örtlichen Auflösung führt. Für eine gleichmäßig hohe Approximationsgenauigkeit wäre eine große Anzahl an Stützpunkten erforderlich, die aufgrund des Rechenaufwandes nicht mehr in Echtzeit bearbeitet werden können. Aus diesem Grund wird ein weiterer Funktionsapproximator, das Harmonic-Activated-Neural-Network (HANN), eingeführt [BEUSCHEL, 2000].

Die Grundidee ist, eine periodische Nichtlinearität durch eine reelle Fourierreihe nachzubilden. Das führt auf einen Approximator mit harmonischen Basisfunktionen. Die Grundstruktur des HANN mit r Neuronen zur Approximation einer mit 2π periodischen Funktion bis zur $(\frac{r-1}{2})$ -ten Oberwelle ist in Abbildung 2.9 dargestellt. Entsprechend muss für eine Funktion mit der Periode P der Eingang des Approximators mit $\frac{2\pi}{P}$ gewichtet werden.

Für die Anzahl r der Neuronen gilt die Einschränkung, dass r ungerade und größer 2 sein muss.

Die mathematische Beschreibung des HANN, angelehnt an die Definition der reellen Fourierreihe, lautet

$$\hat{y}_{\text{HANN}} = \hat{\Theta}_0 + \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} \left[\hat{\Theta}_j \cdot \cos(j u) + \hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \sin(j u) \right] \quad (2.7)$$

bzw. in vektorieller Schreibweise

$$\hat{y}_{\text{HANN}} = \sum_{j=0}^{\frac{r-1}{2}} \hat{\Theta}_j \mathcal{A}_j(u) = \hat{\Theta}^T \underline{\mathcal{A}}(u) \quad (2.8)$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{\Theta} &= [\hat{\Theta}_0 \hat{\Theta}_1 \cdots \hat{\Theta}_{r-1}]^T \\ \underline{\mathcal{A}}(u) &= [1 \cos(u) \cdots \cos(\frac{r-1}{2}u) \sin(u) \cdots \sin(\frac{r-1}{2}u)]^T \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die in Abbildung 2.9 dargestellte Struktur des HANN.

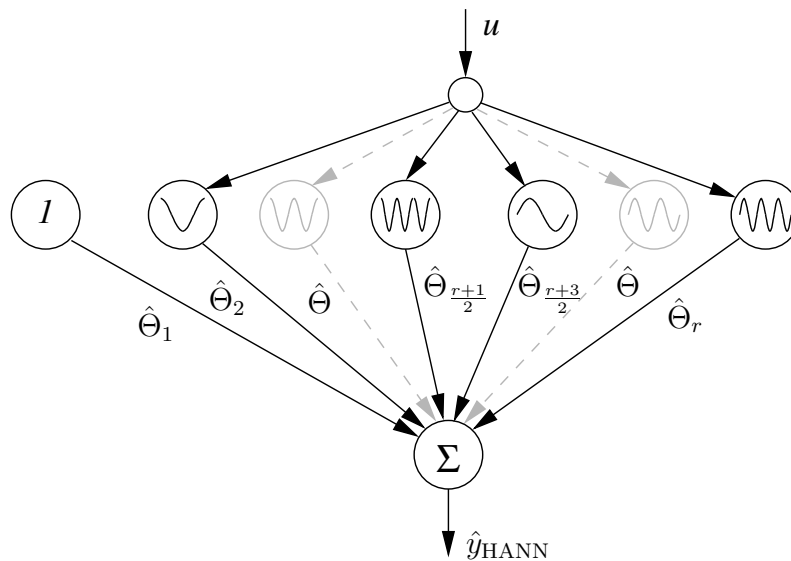


Abb. 2.9: Struktur des HANN für $(r-1)/2$ Oberwellen

Mit MLP-, RBF-, GRNN- und HANN-Netz sind alle in dieser Arbeit eingesetzten statischen Funktionsapproximatoren definiert, wobei dem GRNN besondere Gewichtung zukommt.

2.3.5 Gradientenverfahren für statische Neuronale Netze

Die Adaption der Gewichte der statischen Neuronalen Netze erfolgt mit Hilfe eines Lernalgorithmus, dem sogenannten Lerngesetz. Das wohl bekannteste Lernverfahren stellt das Gradientenverfahren dar.

Durch das Lernverfahren sollen die Parameter bzw. die Gewichte des Neuronalen Netzes so angepasst werden, dass die Abweichung zwischen dem Ausgang y des zu identifizierenden Systems und dem Ausgang \hat{y} des Neuronalen Netzes minimiert

wird. Diese Abweichung zwischen wahren und geschätztem Wert wird als Ausgangsfehler

$$e(\hat{\underline{\Theta}}) = \left(y - \hat{y}(\hat{\underline{\Theta}}) \right) \quad (2.9)$$

bezeichnet.

Ausgangspunkt für die folgenden Überlegungen ist das quadratische Fehlermaß

$$E(\hat{\underline{\Theta}}) = \frac{1}{2} e^2(\hat{\underline{\Theta}}) = \frac{1}{2} \left(y - \hat{y}(\hat{\underline{\Theta}}) \right)^2 \quad (2.10)$$

Die Einführung des Faktors $\frac{1}{2}$ ist für die Adaption der Gewichte unerheblich, führt jedoch zu einem übersichtlicheren Lerngesetz.

Das Ziel des Lernverfahrens ist es, Gleichung (2.10) bezüglich der Parameter ($\hat{\underline{\Theta}}$) zu minimieren. Da im Allgemeinen $E(\hat{\underline{\Theta}})$ nicht analytisch vorliegt, bzw. deren Ableitung bezüglich der Parameter $\hat{\underline{\Theta}}$ nicht analytisch berechnet werden kann, ist man auf eine iterative Lösung angewiesen [PAPAGEORGIU, 1991].

Die grundsätzliche algorithmische Struktur besteht aus nachfolgenden Schritten und wird in Abbildung 2.10 für den zweidimensionalen Fall illustriert.

- (1) Wahl eines Startpunktes $\hat{\underline{\Theta}}^{(0)}$ und Festlegung des Iterationsindex zu $l = 0$.
- (2) Bestimmung einer Suchrichtung $\underline{s}^{(l)}$
- (3) Bestimmung einer skalaren Schrittweite $\eta^{(l)} > 0$ durch Lösung des folgenden eindimensionalen Minimierungsproblem

$$\min_{\eta > 0} E \left(\hat{\underline{\Theta}}^{(l)} + \eta^{(l)} \underline{s}^{(l)} \right) \quad (2.11)$$

anschließend ergibt sich der $l + 1$ -te Parametervektor aus

$$\hat{\underline{\Theta}}^{(l+1)} = \hat{\underline{\Theta}}^{(l)} + \eta^{(l)} \underline{s}^{(l)} \quad (2.12)$$

- (4) Ist ein geeignetes Abbruchkriterium erfüllt, dann **stop**. Ansonsten:
- (5) Beginn einer neuen Iteration $l := l + 1$ und Rücksprung nach (2).

Das in [PAPAGEORGIU, 1991] beschriebene Gradientenabstiegsverfahren verwendet für die Suchrichtung am jeweiligen Iterationspunkt die Richtung des steilsten Abstiegs, also die negative Gradientenrichtung

$$\underline{s}^{(l)} = - \frac{\partial E^{(l)}(\hat{\underline{\Theta}}^{(l)})}{\partial \hat{\underline{\Theta}}^{(l)}} \quad (2.13)$$

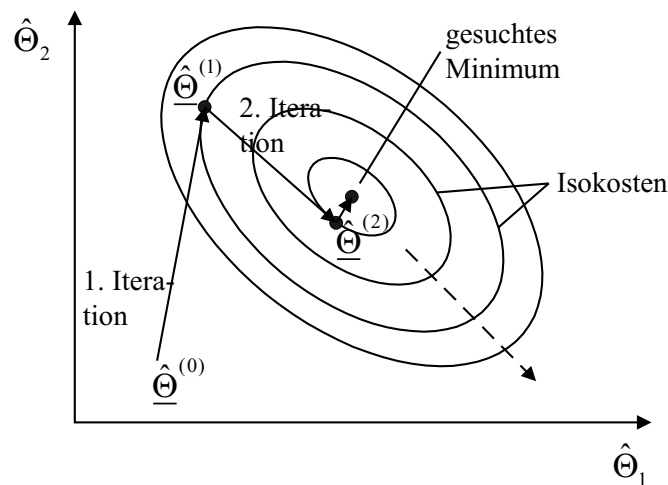


Abb. 2.10: *Iterative Suche eines lokalen Minimums*

In der in dieser Arbeit verwendeten Version des Gradientenabstiegsverfahrens wird auf die Bestimmung der skalaren Schrittweite η für jeden Iterationsschritt verzichtet, da die Bestimmung dieser Suchrichtung oft sehr zeitaufwendig und somit in Echtzeit nicht mehr durchführbar ist. Es wird eine geeignet gewählte Schrittweite η als konstant angesetzt. Diese Schrittweite wird oft auch als Lernschrittweite oder auch Lernfaktor bezeichnet.

Für die Änderung der Gewichte des Neuronalen Netzes ergibt sich somit in zeitdiskreter Schreibweise folgendes Lerngesetz

$$\hat{\Theta}[k+1] = \hat{\Theta}[k] - \eta \frac{\partial E(\hat{\Theta}[k])}{\partial \hat{\Theta}[k]} \quad (2.14)$$

In zeitkontinuierlicher Form lautet das Lerngesetz

$$\frac{d\hat{\Theta}}{dt} = -\eta' \frac{\partial E(\hat{\Theta})}{\partial \hat{\Theta}} \quad (2.15)$$

wobei die Lernschrittweite η' der mit der Abtastzeit gewichteten Lernschrittweite für den zeitdiskreten Fall entspricht.

Für die statischen Neuronalen Netze unterscheiden sich die Lerngesetze nur in der Berechnung der Suchrichtung, bzw. des Gradienten $\frac{\partial E(\hat{\Theta})}{\partial \hat{\Theta}}$.

Für die statischen Neuronalen Netze RBF-, GRNN- und HANN, welche auf lokalen Basisfunktionen basieren, ergibt sich eine identische Berechnung der Suchrichtung, die im Folgenden hergeleitet wird.

Setzt man die mathematischen Beschreibungen der statischen Neuronalen Netze (2.4), (2.6) oder (2.8) in Gleichung (2.10) ein, so erhält man

$$E(\hat{\underline{\Theta}}) = \frac{1}{2} \left(y - \hat{\underline{\Theta}}^T \underline{\mathcal{A}}(u) \right)^2 \quad (2.16)$$

Differenziert man nun Gleichung (2.16) unter Beachtung der Kettenregel nach dem Gewichtsvektor $\hat{\underline{\Theta}}$, so erhält man die Suchrichtung

$$\frac{\partial E(\hat{\underline{\Theta}})}{\partial \hat{\underline{\Theta}}} = - \left(y - \hat{\underline{\Theta}}^T \underline{\mathcal{A}}(u) \right) \cdot \underline{\mathcal{A}}(u) = -e(\hat{\underline{\Theta}}) \cdot \underline{\mathcal{A}}(u) \quad (2.17)$$

Die Berechnung der Suchrichtung für das MLP-Netz erfolgt analog zu der oben beschriebenen Vorgehensweise durch konsequentes Anwenden der Differentiationsregeln auf Gleichung (2.10). Man erhält somit eine Verallgemeinerung des Gradientenverfahrens über mehrere Schichten hinweg. Dies wird in der Literatur auch als Backpropagation-Lernalgorithmus beschrieben. Auf eine genauere Herleitung soll an dieser Stelle verzichtet werden. Sie kann in der Literatur (z. B. [SCHMIDT, 1997; ZELL, 1994]) nachgelesen werden.

2.4 Dynamische Neuronale Netze

Im Rahmen dieses Kapitels werden drei *klassische* partiell rekurrente Neuronale Netze untersucht.

- Time-Delay-Neural-Network (TDNN)
- Jordan-Network
- Elman-Network

Diese Arbeit beschränkt sich auf die partiell rekurrenten Netze, da bereits in [TSOI UND BACK, 1994] beschrieben ist, dass vollrekurrente Netze hinsichtlich ihrer Architektur zu komplex für praktische Anwendungen sind.

2.4.1 Time-Delay-Neural-Network

Als erstes dynamisches Neuronales Netz wird das Time-Delay-Neural-Network (TDNN) betrachtet.

In Abbildung 2.11 ist die Struktur eines TDNN als Nonlinear-Output-Error (NOE)-Modell dargestellt. Diese Struktur wird in der Literatur auch als Parallel-Modell

bezeichnet. Abbildung 2.12 zeigt ein TDNN in der Nonlinear-Autoregressiv-with-exogenous-Inputs (NARX)-Struktur. Dies wird auch oft als Seriell-Parallel-Modell bezeichnet [NELLES, 2001].

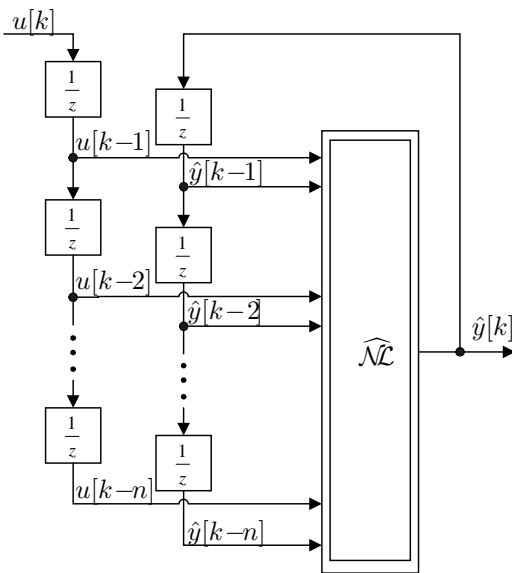


Abb. 2.11: Struktur eines TDNN als NOE-Modell

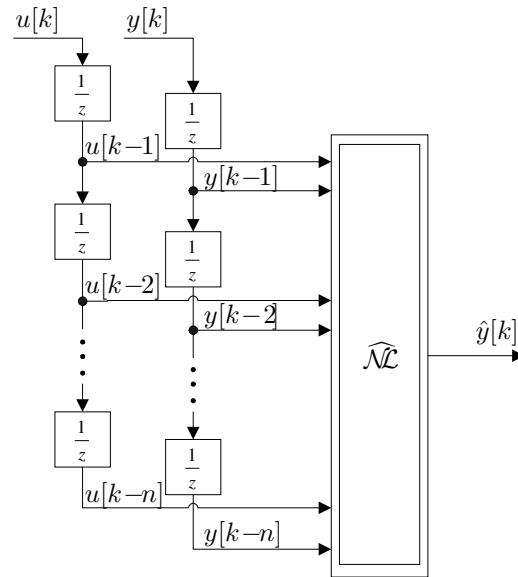


Abb. 2.12: Struktur eines TDNN in der NARX-Struktur

Der Unterschied zwischen den beiden Strukturen ist, dass in der NOE-Struktur der geschätzte Ausgang \hat{y} zurückgekoppelt wird, während in der NARX-Struktur die verzögerten Werte des gemessenen Ausgangs y als Eingang dienen. Es handelt sich jedoch bei beiden Strukturen um ein System mit externer Dynamik. Diese Bezeichnung folgt aus der Tatsache, dass beide Strukturen in zwei Bereiche aufgeteilt werden können, zum einen in einen externen Dynamik-Block (Filter), in dem die Ein- und Ausgangswerte verzögert werden, und in den nichtlinearen Funktionsblock $\widehat{\mathcal{NL}}$. Hierbei ist $\widehat{\mathcal{NL}}$ ein statisches Neuronales Netz. Aufgrund der relativ großen Anzahl an Eingangsgrößen finden nur solche statischen Neuronale Netze Verwendung, die mit dieser großen Zahl an Eingangsgrößen trainiert werden können. Hier kommt in vielen Fällen das MLP-Netz zum Einsatz.

Aufgrund der großen Vielzahl an Einstellmöglichkeiten ist das TDNN ein universelles Werkzeug zur Identifikation von unbekanntem Ein-/Ausgangszusammenhängen. Allerdings erschwert die Vielzahl der Einstellmöglichkeiten auch das Finden der optimalen Einstellungen, welches bislang nur iterativ basierend auf Erfahrungswerten geschieht [WIMBÖK, 2001].

2.4.2 Jordan-Netzwerk

M.I. JORDAN stellt in [JORDAN, 1986] das nach ihm benannte Jordan-Netz vor. Hierbei wird die Netzarchitektur einfacher Feedforward-Netze um Kontextzellen erweitert, die zur Speicherung der Ausgabe dienen. Im Gegensatz zu einem TDNN werden die gespeicherten Ausgaben nicht an die Eingabe-Neuronen des Feedforward-Netzes zurückgekoppelt, sondern direkt an die versteckte Schicht. Außerdem besitzen die Kontextzellen direkte Rückkopplungen der Stärke λ , welche nicht trainierbar ist. Damit gehört das Jordan-Netz zur Klasse der rekurrenten Netze mit interner Dynamik. Die prinzipielle Struktur eines Jordan-Netzes ist in Abbildung 2.13 dargestellt.

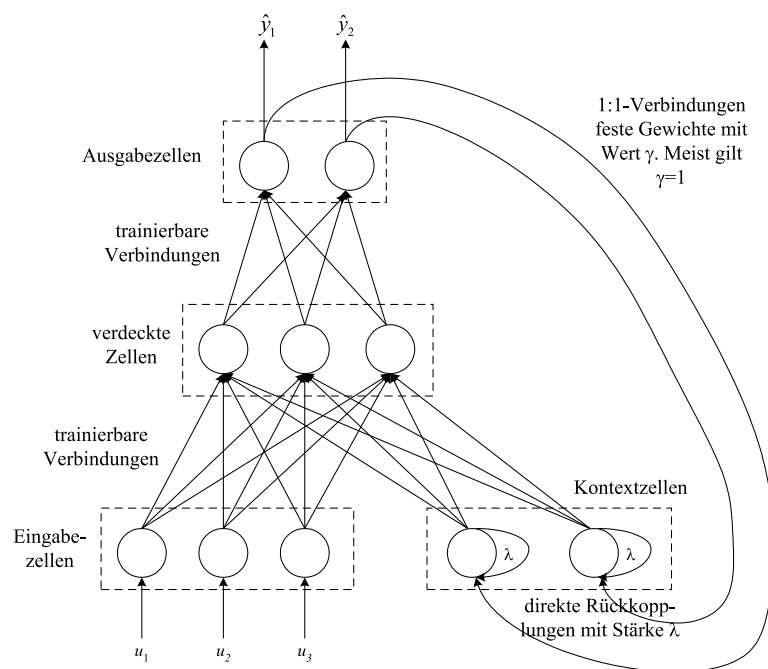


Abb. 2.13: Architektur eines Jordan-Netzwerkes

Jordan hat gezeigt, dass mit diesem Modell mit einem festen Eingabewert eine ganze Ausgabesequenz assoziiert werden kann, so dass das Netzwerk bei gleichbleibender Eingabe die ganze Sequenz Schritt für Schritt generieren kann. Ein Jordan-Netz ist auch in der Lage, mit verschiedenen festen Eingabevektoren verschiedene Ausgabesequenzen zu assoziieren.

Problematisch bei diesem Modell ist allerdings, dass für viele Probleme einerseits ein kleiner Wert von λ benötigt wird, um flexibel auf neue Änderungen zu reagieren, andererseits aber auch ein großer Wert für λ nahe bei 1.0 erwünscht ist, um länger zurückliegende Ausgaben berücksichtigen zu können.

2.4.3 Elman-Netzwerk

Elman-Netze [ELMAN, 1990] sind eine Modifikation der Jordan-Netze, bei der die Rückkopplungsverbindungen nicht mehr von der Ausgabeschicht zur Kontextschicht, sondern von der verdeckten Schicht zur Kontextschicht verlaufen. Somit sind Elman-Netze in der Lage, die Zustände der verdeckten Schicht zu speichern. Zudem entfallen die direkten Rückkopplungen der Kontextzellen.

Elman-Netze wiederum stellen einen Sonderfall der hierarchischen Elman-Netze dar, bei denen das Prinzip der Elman-Netze auf mehrschichtige Netze erweitert wird. Zusätzlich werden die bereits von den Jordan-Netzen bekannten Rückkopplungen der Kontextzellen eingeführt. Der Vorteil der erweiterten Elman-Netze liegt neben der Existenz mehrerer verdeckter Schichten vor allem in der Tatsache, dass die Kontextschichten durch die Wahl unterschiedlicher Rückkopplungen λ_i unterschiedliches Speicherverhalten haben können. In Abbildung 2.14 ist ein klassisches Elman-Netz abgebildet und in Abbildung 2.15 ein hierarchisches Elman-Netz mit zwei versteckten Schichten und einer zusätzlichen Kontextschicht für die Ausgabeschicht.

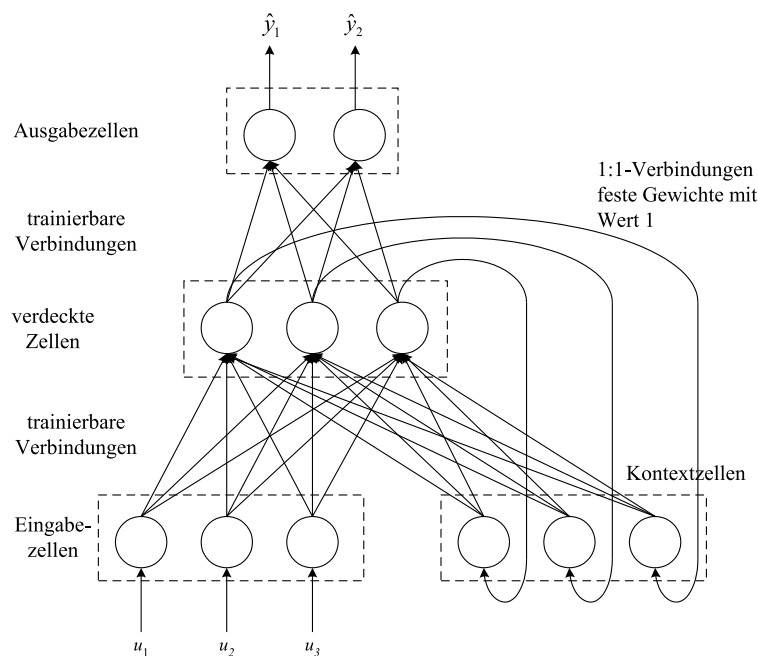


Abb. 2.14: Architektur eines Elman-Netzes

2.4.4 Lerngesetze für dynamische Neuronale Netze

Für dynamische Neuronale Netze werden in [ZELL, 1994] Backpropagation Through Time (BPTT) und Real-Time Recurrent Learning (RTRL) vorgeschlagen.

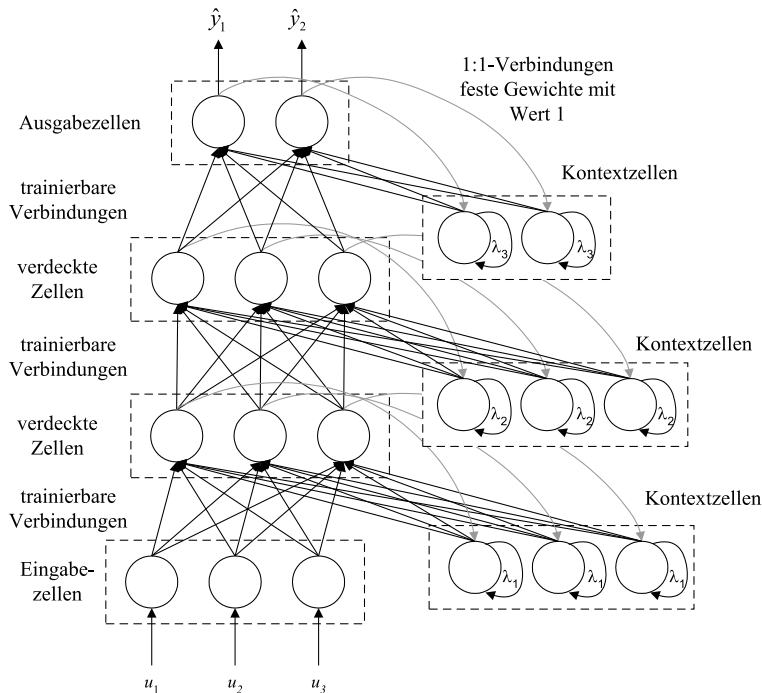


Abb. 2.15: *Architektur eines hierarchischen Elman-Netzes*

Der BPTT beruht auf der in [MINSKY UND PAPERT, 1988] beschriebenen Aussage, dass jedes rekurrente Netz mit diskreten Zeitschritten für eine fest vorgegebene Zeitdauer mit einem äquivalenten Feedforward-Netz simuliert werden kann. Hierbei werden durch eine als *zeitliches Entfalten* bekannte Technik für das äquivalente Feedforward-Netzwerk alle Neuronen und Gewichte des rekurrenten Systems für jeden diskreten Zeitschritt durch eigene Neuronen und Gewichte ersetzt. Dies lässt sich am einfachsten durch ein Beispiel verdeutlichen. In Abbildung 2.16 ist ein einfaches rekurrentes Netz mit zwei Zellen angegeben. In Abbildung 2.17 ist das für $t + 1$ Zeitschritte äquivalente Feedforward-Netz dargestellt.

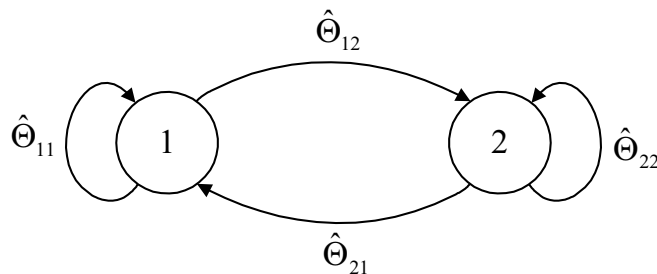


Abb. 2.16: *Einfaches rekurrentes Netzwerk mit zwei Zellen*

Liegt nun das äquivalente Feedforward-Netz vor, so kann das normale Backpropagation-Verfahren zum Trainieren der Gewichte angewendet werden. Hierbei ist zu be-

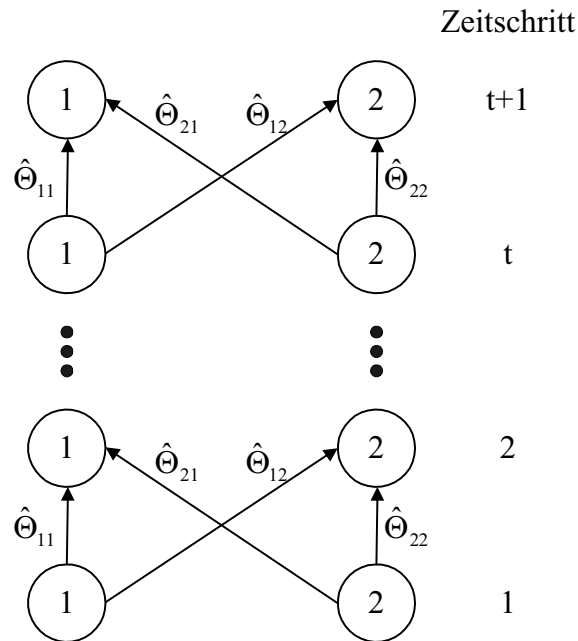


Abb. 2.17: Äquivalentes Feedforward-Netzwerk

achten, dass alle Gewichte mit den gleichen Indizes über alle Zeitpunkte den gleichen Wert haben, da sie im rekurrenten Netz nur als ein Gewicht vorhanden sind.

Es ist nun offensichtlich, dass die Komplexität dieses Verfahrens sehr hoch ist. Ein wesentlich effizienteres Verfahren ist das RTRL-Verfahren [WILLIAMS UND ZIPSER, 1989], welches ebenfalls ein Gradientenabstiegsverfahren ist. Auch hier erhält man die Berechnung der Suchrichtung durch konsequentes Anwenden der Kettenregel auf das quadratische Fehlermaß. Dieses Verfahren wird ausführlich in Kapitel 3 dargestellt.

2.5 Volterra-Ansatz

Ein weiterer Ansatz zur Modellierung bzw. Identifikation von nichtlinearen Systemen beruht auf der Volterra-Funktionalpotenzreihe (kurz Volterra-Reihe) [VOLTERRA, 1930]. Mit der Volterra-Reihe können dynamische Nichtlinearitäten approximiert werden.

Definition 2.3 Eine *dynamische Nichtlinearität* $\mathcal{N}_{\text{dyn}}(\underline{u}) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ ist ein nichtlineares System, welches sich in statische Nichtlinearitäten \mathcal{N} und in lineare zeitinvariante Übertragungsfunktionen $F(s)$ mit abklingender Impulsantwort separieren lässt. Hierbei können die einzelnen Blöcke linear und nichtlinear miteinander

verkoppelt sein. Es darf jedoch keine Ausgangsrückkopplung zwischen den einzelnen Blöcken vorhanden sein.

$$y = \mathcal{NL}_{dyn}(\underline{u})$$

Die Volterra-Reihe ist eine Erweiterung der zeitdiskreten Faltungssumme für lineare Systeme. Bei dem Volterra-Ansatz setzt sich das Ausgangssignal nur aus Vergangenheitswerten des Eingangssignals zusammen. Der hier dargestellte Ansatz stellt die Volterra-Reihe in ihrer allgemeinsten Form dar

$$\begin{aligned} \hat{y}[k] &= \hat{g}_0 + \sum_{i_1=0}^{\infty} \hat{g}[i_1] u[k - i_1] \\ &+ \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \hat{g}[i_1, i_2] u[k - i_1] u[k - i_2] \\ &\vdots \\ &+ \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \cdots \sum_{i_q=0}^{\infty} \hat{g}[i_1, i_2, \dots, i_q] u[k - i_1] u[k - i_2] \cdots u[k - i_q] \end{aligned} \tag{2.18}$$

Die Parameter $\hat{g}[i], \hat{g}[i_1, i_2], \dots, \hat{g}[i_1, i_2, \dots, i_q]$ sind die Elemente der Volterra-Kerne ersten, zweiten, \dots , q -ten Grades. Die Konstante \hat{g}_0 entspricht dem Beharrungswert, den der Prozess bei verschwindender Anregung annimmt. Betrachtet man die erste Summe in Gleichung (2.18) mit dem Kern erster Ordnung, so sieht man, dass in diesem Ansatz auch die lineare Faltungssumme enthalten ist. Da die obere Grenze aller Summen unendlich ist, ist obiger Ansatz für eine Identifikation unbrauchbar. Für stabile Systeme können jedoch die Kerne höheren Grades bei Erreichen einer oberen Grenze m vernachlässigt werden, ohne gravierende Modellungenauigkeiten zu erhalten. Bei genauer Betrachtung von Gleichung (2.18) fällt auf, dass alle Elemente der Kerne ab dem zweiten Grad symmetrisch aufgebaut sind.

$$\text{Kern 2. Grades: } \hat{g}[i_1, i_2] = \hat{g}[i_2, i_1]$$

$$\text{Kern 3. Grades: } \hat{g}[i_1, i_2, i_3] = \hat{g}[i_1, i_3, i_2] = \hat{g}[i_2, i_1, i_3] = \hat{g}[i_2, i_3, i_1] = \\ \hat{g}[i_3, i_1, i_2] = \hat{g}[i_3, i_2, i_1]$$

\vdots

Werden weiterhin sprungfähige Systeme ausgeschlossen, so vereinfacht sich die Volterra-Reihe unter Berücksichtigung der zuvor gemachten Anmerkungen zu folgender Form

$$\begin{aligned}
\hat{y}[k] &= \hat{g}_0 + \sum_{i=1}^m \hat{g}[i] u[k-i] \\
&+ \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=i_1}^m \hat{g}[i_1, i_2] u[k-i_1] u[k-i_2] \\
&\vdots \\
&+ \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=i_1}^m \cdots \sum_{i_q=i_{q-1}}^m \hat{g}[i_1, i_2, \dots, i_q] u[k-i_1] u[k-i_2] \cdots u[k-i_q]
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Es gilt hierbei z. B. für die Elemente des Kerns zweiter Ordnung

$$\begin{aligned}
\hat{g}[i_1, i_2] &= \hat{g}[i_1, i_2] \quad \forall i_1 = i_2 \\
\hat{g}[i_1, i_2] &= 2 \cdot \hat{g}[i_1, i_2] \quad \forall i_1 \neq i_2
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Für die Elemente der Kerne höherer Ordnung gelten analoge Zusammenhänge.

In Vektorschreibweise kann Gleichung (2.19) wie folgt geschrieben werden

$$\hat{y}[k] = \hat{\underline{\Theta}}_g^T \cdot \underline{\mathcal{A}}_{dyn}[k] \tag{2.21}$$

Mit dem Messvektor bzw. der dynamischen Aktivierung

$$\begin{aligned}
\underline{\mathcal{A}}_{dyn}^T[k] &= \left[1, u[k-1], \dots, u[k-m], \right. \\
&\quad u^2[k-1], u[k-1] \cdot u[k-2], \dots, u^2[k-m], \\
&\quad \left. u^3[k-1], \dots \right]
\end{aligned} \tag{2.22}$$

und dem Parametervektor, der die Parameter der Volterra-Kerne enthält

$$\hat{\underline{\Theta}}_g^T = \left[\hat{g}_0, \hat{g}[1], \dots, \hat{g}[m], \hat{g}[1, 1], \hat{g}[1, 2], \dots, \hat{g}[m, m], \hat{g}[1, 1, 1], \dots \right] \tag{2.23}$$

Die so gewonnene Volterra-Reihe eignet sich zur Darstellung und Identifikation von blockorientierten nichtlinearen Systemen wie z. B. das Hammerstein- oder auch das Wiener-Modell [RAHM, 2000].

2.5.1 Das Hammerstein-Modell im Ansatz der Volterra-Reihe

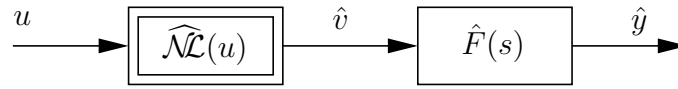


Abb. 2.18: Hammerstein-Modell mit Eingang u , Ausgang \hat{y} und Zwischengröße \hat{v}

Werden die in Abbildung 2.18 verwendeten Formelzeichen für die Ein- und Ausgangsgrößen des Hammerstein-Modells benutzt, so ergeben sich die Beschreibungen der Subsysteme zu

$$\hat{v} = \widehat{\mathcal{NL}}(u) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 u + \hat{a}_2 u^2 + \dots + \hat{a}_q u^q \quad (2.24)$$

$$\hat{y}[k] = \sum_{i=1}^m \hat{h}[i] \hat{v}[k-i] \quad (2.25)$$

Durch Einsetzen des Polynoms der statischen Nichtlinearität (Gleichung (2.24)) in die Faltungssumme (Gleichung (2.25)) kann das Ergebnis in folgender Form, die in der Schreibweise an die Volterra-Reihe angepasst ist, dargestellt werden

$$\hat{y}[k] = \hat{g}_0 + \sum_{i=1}^m \hat{g}[i] u[k-i] + \sum_{i=1}^m \hat{g}[i, i] u^2[k-i] + \dots + \sum_{i=1}^m \hat{g}[\underbrace{i, \dots, i}_{q\text{-mal}}] u^q[k-i] \quad (2.26)$$

Vergleicht man Gleichung (2.26) mit dem Ansatz der Volterra-Reihe (Gleichung (2.19)), fällt auf, dass die Kerne höheren Grades nur auf der Hauptdiagonalen besetzt sind, was durch die besondere Indizierung der Kerne ($\hat{g}[i, \dots, i]$) angedeutet wird. Deshalb lassen sich die Kerne höheren Grades, wie auch der lineare Kern durch Einfachsummen beschreiben. Durch einen Koeffizientenvergleich erhält man den Zusammenhang der Parameter zwischen den angesetzten Gleichungen (2.24) und (2.25) und der oben dargestellten Form (2.26).

$$\begin{aligned} \hat{g}_0 &= \hat{a}_0 \sum_{i=1}^m \hat{h}[i] \\ \hat{g}[i] &= \hat{a}_1 \hat{h}[i] \\ \hat{g}[i, i] &= \hat{a}_2 \hat{h}[i] \\ &\vdots \\ \hat{g}[i, \dots, i] &= \hat{a}_q \hat{h}[i] \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.5.2 Eigenschaften des Volterra-Ansatzes

Der vorgestellte Ansatz der Volterra-Funktionalpotenzreihe zur Identifikation nichtlinearer dynamischer Systeme weist folgende strukturelle Vorteile auf

- Die Volterra-Reihe ist ein allgemeiner nichtlinearer Ansatz, der wenig Vorkenntnisse über das zu identifizierende System erfordert.
- Der Ansatz ist linear in den unbekanntenen Parametern und das Ausgangssignal wird nur aus einer gewichteten Summe von Eingangssignalen gebildet. Daraus ergeben sich zwei wesentliche Besonderheiten dieses Ansatzes
 1. Mit der ungestörten Messmatrix und einem ausschließlich gestörten Ausgangsvektor sind die Voraussetzungen für die Anwendung der einfachen „Least-Squares“-Methode erfüllt, wodurch eine gute und schnelle Konvergenz der Schätzung erzielt werden kann [KURTH, 1994]. Es kann jedoch auch das zuvor beschriebene Gradientenabstiegsverfahren zur Schätzung der Parameter verwendet werden.
 2. Bei der Schätzung wird der Ausgangsfehler, nicht der Gleichungsfehler, minimiert, wie dies bei den rekursiven Ansätzen meistens der Fall ist. Dadurch entsteht ein echt paralleles Modell.
- Die Stabilität des geschätzten Modells ist garantiert. Selbst wenn das Eingangssignal den Wertebereich, in dem das Modell identifiziert wurde, verlässt, bleibt der Ausgang immer begrenzt, solange die Eingangssignale begrenzt sind. Deshalb entfällt der für nichtlineare Systeme oft sehr schwierige Stabilitätsbeweis. Dieser Vorteil ist darauf zurückzuführen, dass der Ansatz nicht rekursiv ist.

Obwohl die Volterra-Reihe einige strukturelle Vorteile aufweist, die sie anderen Ansätzen grundsätzlich überlegen erscheinen lässt, konnte sich die Volterra-Reihe als Modellansatz zur Identifikation bisher nicht durchsetzen. Das liegt an der großen Anzahl zu schätzender Parameter. Durch die Einführung von Basisfunktionen kann die Anzahl der Ansatzfreiwerte deutlich verringert werden. Dies wird zunächst am Beispiel linearer Systeme aufgezeigt, da sich hier das Prinzip anschaulich darstellen lässt.

2.5.3 Basisfunktionen zur Identifikation linearer Systeme

Für lineare Systeme geht die Volterra-Reihe in die Faltungssumme über. Zur eindeutigen Bestimmung der Ausgangssignale bei einer vorgegebenen Anregung ist dabei die Kenntnis der Gewichtsfolge $\hat{h}[i]$ des Prozesses notwendig. Für die Identifikation stellen die einzelnen Werte der Gewichtsfolge die gesuchten Parameter dar. Deshalb

sind sie im Parametervektor der Messgleichung enthalten. Betrachtet man einen stabilen Prozess, bei dem die Gewichtsfolge z. B. nach 50 Abtastschritten abgeklungen ist, wird die Antwortlänge zu $m = 50$ festgelegt. In diesem Beispiel müssen dann 50 Gewichtsfolgenwerte bzw. Parameter geschätzt werden. In Abbildung 2.19 ist dies schematisch dargestellt. Die Gewichtsfolge wird hier durch 50 diskrete Werte (für jeden Abtastschritt ein Wert) beschrieben.

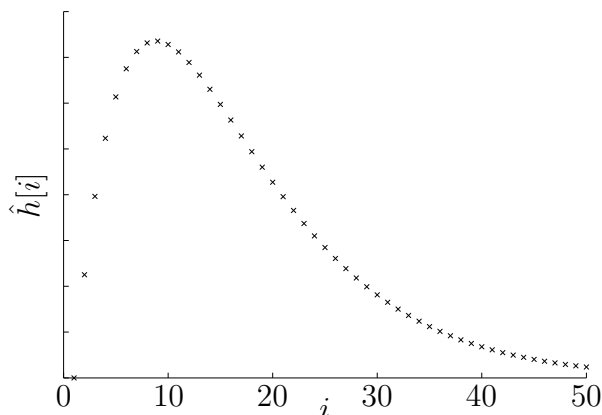


Abb. 2.19: Gewichtsfolge schematisch dargestellt durch Stützwerte

Die Idee der Basisfunktionen besteht nun darin, die Gewichtsfolge nicht durch ihre einzelnen Stützwerte zu charakterisieren, sondern diese durch eine Überlagerung bzw. als Summe gewichteter Funktionen darzustellen [KURTH, 1994]. Dabei ist die Anzahl der Gewichte der Basisfunktionen wesentlich geringer als die Anzahl der Stützwerte, die die Gewichtsfolge beschreiben.

Bei der Wahl geeigneter Basisfunktionen ist grundsätzlich darauf zu achten, dass sie dem Verlauf der Gewichtsfolge entsprechen. In der Literatur [WELLERS UND KOSITZA, 1999] werden abhängig von der Systemdynamik unterschiedliche Basisfunktionen vorgeschlagen. Laguerre-Funktionen eignen sich besonders für stark gedämpfte Prozesse, Kautz-Funktionen stellen eine Alternative für schwach gedämpfte Prozesse dar. In dieser Arbeit werden die von [KILLICH, 1991] entwickelten orthonormalisierten verzerrten Sinusfunktionen verwendet, da sich mit ihnen sowohl stark als auch schwach gedämpfte Prozesse beschreiben lassen und dies die Forderung nach Allgemeingültigkeit eines Identifikationsverfahrens erfüllt. Die verzerrten Sinusfunktionen werden folgendermaßen berechnet

$$r_j[i] = \frac{1}{\sqrt{\frac{m}{2}}} \sin \left(j \cdot \pi \cdot \left(1 - e^{-\frac{i-0.5}{\zeta}} \right) \right) \quad j = 1, \dots, m_r \quad i = 1, \dots, m \quad (2.28)$$

In dieser Gleichung ist m die bekannte Antwortlänge. ζ ist der Formfaktor mit dem der Grad der Verzerrung eingestellt werden kann. Durch ihn ist die Anpassung der Basisfunktionen an die Dynamik des Prozesses möglich. Mit m_r wird schließlich

die Anzahl der verwendeten Basisfunktionen festgelegt. $r_j[i]$ stellen die einzelnen Elemente der Rekonstruktionsmatrix \mathbf{R} dar.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \underline{r}_1^T \\ \underline{r}_2^T \\ \vdots \\ \underline{r}_{m_r}^T \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \underline{r}_j^T = [r_j[1] \ r_j[2] \ \cdots \ r_j[m]] \quad (2.29)$$

In ihr sind die einzelnen Basisfunktionen zeilenweise enthalten. Durch die Verzerrung sind diese aber nicht orthonormal zueinander. Dies ist jedoch wichtig, da durch die Orthonormalität jede einzelne Basisfunktion einen eigenen Beitrag zur Approximation der Gewichtsfolge leistet. Das gesuchte Orthonormalsystem $\tilde{\mathbf{R}}$ kann durch die Transformation

$$\tilde{\mathbf{R}} = (\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{R} \quad (2.30)$$

erzeugt werden. Die Matrix \mathbf{C} folgt aus der Cholesky-Zerlegung.

$$\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{R}}^T \mathbf{C} = \mathbf{C}^T \mathbf{C} \quad (2.31)$$

Abbildung 2.20 zeigt einen Satz von fünf orthonormierten Basisfunktionen ($m_r = 5$).

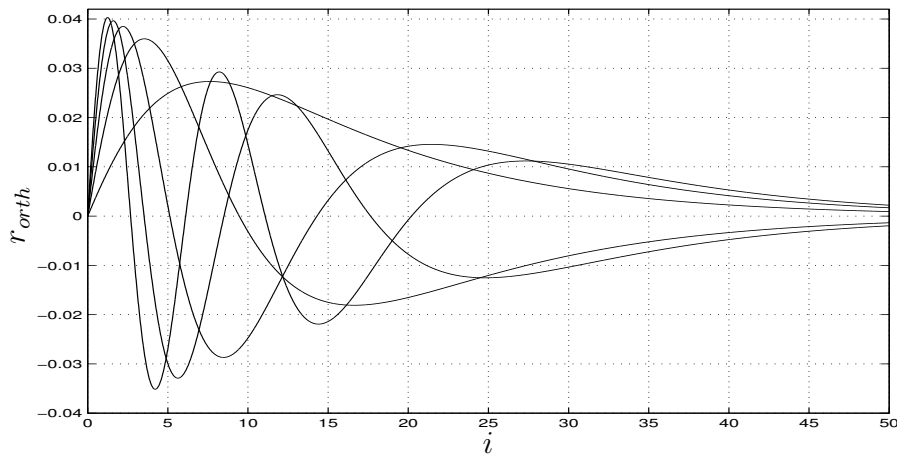


Abb. 2.20: Orthonormierte verzerrte Sinusfunktionen

Mit diesem Ergebnis kann nun die Gewichtsfolge, die im Vektor $\hat{\underline{\Theta}}_g$ zusammengefasst ist

$$\hat{\underline{\Theta}}_g^T = [\hat{g}[1], \hat{g}[2], \dots, \hat{g}[m]] \quad (2.32)$$

durch eine gewichtete Linearkombination eines Satzes orthonormaler Basisfunktionen approximiert werden.

$$\underline{\hat{\Theta}}_g = \underline{\hat{\Theta}}^T \tilde{\mathbf{R}} \quad \underline{\hat{\Theta}}_g \in \mathbb{R}^m, \quad \tilde{\mathbf{R}} \in \mathbb{R}^{m_r \times m}, \quad \underline{\hat{\Theta}} \in \mathbb{R}^{m_r} \quad (2.33)$$

Wird Gleichung (2.33) in die Messgleichung eingesetzt, so ergibt sich $\hat{y}[k]$ zu

$$\hat{y}[k] = \underline{\hat{\Theta}}^T \underbrace{\tilde{\mathbf{R}} [u[k-1], \dots, u[k-m]]}_{\underline{A}_{dyn}^T} \quad (2.34)$$

Beachtet man, dass die Matrix der orthonormalisierten Sinusfunktionen vor der Identifikation bestimmt wird, sind nur noch m_r Gewichtungsfaktoren für die einzelnen Basisfunktionen statt m Gewichtsfolgenwerte zu bestimmen. Während der Identifikation muss allerdings zu jedem Abtastschritt der gebildete Messvektor mit der Rekonstruktionsmatrix multipliziert werden. Dieser rechnerische Mehraufwand ist allerdings gering, im Vergleich zu der Zeitersparnis, welche man aufgrund der Parameterreduktion erhält.

2.5.4 Basisfunktionen zur Identifikation des Hammerstein-Modells

In Abschnitt 2.5.1 wurde gezeigt, wie das Hammerstein-Modell in der Volterra-Reihe enthalten ist. Die Besonderheit dabei war, dass für das Hammerstein-Modell nur die Diagonalelemente der Volterra-Kerne besetzt waren und diese die Gewichtsfolge enthielten (Gleichung (2.26) und (2.27)). Für den Kern zweiten Grades ist dies in Abbildung 2.21 anschaulich dargestellt.

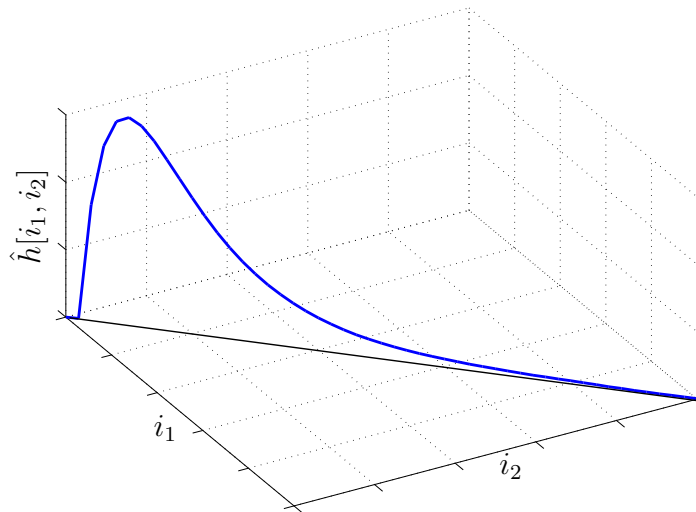


Abb. 2.21: Volterra-Kern 2. Grades für einen Hammerstein-Prozess

Hier bietet es sich an, die Diagonalelemente der Kerne durch eine Überlagerung von Basisfunktionen darzustellen.

Folgende Form der Messgleichung ergibt sich aus Gleichung (2.26) für das Hammerstein-Modell, wenn diese in Vektorform geschrieben wird

$$\hat{y}[k] = \hat{\underline{\Theta}}_g^T \cdot \underline{\mathcal{A}}_{dyn}[k] \quad (2.35)$$

mit dem Messvektor

$$\underline{\mathcal{A}}_{dyn}^T[k] = \begin{bmatrix} 1, u[k-1], \dots, u[k-m], \\ u^2[k-1], u^2[k-2], \dots, u^2[k-m], \dots, u^q[k-m] \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

und dem sich dafür ergebenden Parametervektor

$$\hat{\underline{\Theta}}_g^T = \left[\hat{g}_0, \hat{g}[1], \dots, \hat{g}[m], \hat{g}[1, 1], \hat{g}[2, 2], \dots, \hat{g}[m, m], \dots, \hat{g}[m, \dots, m] \right] \quad (2.37)$$

Der oben gezeigte Messvektor kann noch kompakter dargestellt werden

$$\underline{\mathcal{A}}_{dyn}^T[k] = \left[1, \underline{u}^T[k], \underline{u}^{2T}[k], \dots, \underline{u}^{qT}[k] \right] \quad (2.38)$$

mit den zu den Hauptdiagonalen gehörenden Eingangswerten, die in den Vektoren

$$\begin{aligned} \underline{u}^T[k] &= \left[u[k-1], u[k-2], \dots, u[k-m] \right] \\ \underline{u}^{2T}[k] &= \left[u^2[k-1], u^2[k-2], \dots, u^2[k-m] \right] \\ &\vdots \\ \underline{u}^{qT}[k] &= \left[u^q[k-1], u^q[k-2], \dots, u^q[k-m] \right] \end{aligned} \quad (2.39)$$

zusammengefasst sind.

Für die Approximation der auf der Hauptdiagonalen der Kerne liegenden Gewichtsfolge durch Basisfunktionen müssen die in Gleichung (2.39) nach dem Grad sortierten Eingangssignalfolgen mit der orthonormierten Basisfunktionenmatrix $\tilde{\mathbf{R}}$ multipliziert werden. So entsteht für das Hammerstein-Modell unter Verwendung von orthonormalen Basisfunktionen folgender Ansatz

$$\hat{y}[k] = \hat{\underline{\Theta}}^T \left[1, \underline{u}^T[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T, \underline{u}^{2T}[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T, \dots, \underline{u}^{qT}[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T \right] \quad (2.40)$$

Im Parametervektor $\hat{\Theta}$ sind nur noch die Gewichte zu den einzelnen Basisfunktionen enthalten, mit denen die Gewichtsfolgen der diagonalbesetzten Volterra-Kerne, die im Vektor $\hat{\Theta}_g$ zusammengefasst sind, approximiert werden. $\hat{\Theta}$ kann auch, nach der Zugehörigkeit der einzelnen Parameter zu dem entsprechenden Grad geordnet, dargestellt werden

$$\hat{\Theta}_{Ham} = \begin{bmatrix} \hat{g}_0 \\ \hat{\Theta}_1 \\ \hat{\Theta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\Theta}_q \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Die Dimensionen der verwendeten Vektoren in Gleichung (2.40) und (2.41) sind abhängig von der Antwortlänge m , der Anzahl verwendeter Basisfunktionen m_r und dem Grad q der Nichtlinearität \mathcal{NL} . Somit ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}} &\in \mathbb{R}^{m_r \times m} \\ \hat{g}_0 &\in \mathbb{R} \\ \underline{u}, \underline{u}^2, \dots, \underline{u}^q &\in \mathbb{R}^m \\ \hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2, \dots, \hat{\Theta}_q &\in \mathbb{R}^{m_r} \\ \hat{\Theta} &\in \mathbb{R}^{(q \cdot m_r + 1)} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Bei Hammerstein-Modellen verringert sich die Anzahl der Parameter von ursprünglich $p = 1 + q \cdot m$ (vgl. Gleichung (2.37)) auf $p = 1 + q \cdot m_r$, da die Anzahl der Basisfunktionen m_r wesentlich geringer ist als die Antwortlänge m .

Mit Gleichung (2.40) wurde ein Ansatz aufgezeigt, wie mit Hilfe orthonormaler Basisfunktionen Hammerstein-Prozesse identifiziert werden können. Dies wurde erreicht, indem die bei Hammerstein-Prozessen nur diagonalbesetzten Kerne der Volterra-Reihe durch eine Überlagerung von Basisfunktionen dargestellt wurden.

Ähnliche Überlegungen bezüglich des Wiener-Modells, einer Kombination von Wiener- und Hammerstein-Modellen kann in [HOFMANN *et al.*, 2002a,b] und [HOFMANN *et al.*, 2002c] nachgeschlagen werden.

2.6 Neuronaler Beobachter

Die zuvor beschriebenen Identifikationsverfahren identifizieren das Ein-/Ausgangsverhalten eines linearen, bzw. nichtlinearen Prozesses. Es besteht jedoch keine Möglichkeit, abgesehen von der Aufspaltung von nichtlinearer Charakteristik und unbekannter Dynamik bei dem Volterra-Ansatz, A-Priori-Wissen über den Prozess mit

einzubringen, um so den Prozess gezielter zu identifizieren. Außerdem erhält man keine Information über interne Prozesszustände, Parameter und Nichtlinearitäten.

Ein erster Schritt, um A-Priori-Wissen über den Prozess mit einzubringen und unbekannte statische Nichtlinearitäten zu identifizieren, war die Entwicklung des Neuronalen Beobachters. Ausgangspunkt hierfür ist ein von C. SCHÄFFNER in [SCHÄFFNER, 1996] vorgestellter Ansatz, in dem erstmals das aus der Literatur [NARENDRA UND ANNASWAMY, 1989] bekannte Fehlermodell zur stabilen Identifikation einer drehzahlabhängigen Reibung am Ein-Massen-System bei bekannten Streckenparametern und messbaren Zuständen identifiziert wurde.

Dieser Ansatz wurde in [FRENZ, 1998] erweitert und erstmals online zur Reibungsidentifikation an einer Werkzeugmaschine implementiert.

Die Theorie für den systematischen Entwurf stabiler Neuronaler Beobachter für eine Klasse nichtlinearer Systeme wurde in [STROBL *et al.*, 1997] erstmalig veröffentlicht.

Diese Theorie wurde erfolgreich in einer ganzen Reihe von Anwendungen eingesetzt. In [LENZ, 1998] wird die Identifikation der volumetrischen Effizienz eines Verbrennungsmotors beschrieben. In [STRAUB, 1998] wird zunächst die Wicklerunrundheit einer kontinuierlichen Fertigungsanlage approximiert. Anschließend wird diese statische Nichtlinearität kompensiert. In [STROBL, 1999] wird die Lose in einem mechatronischen System erfolgreich identifiziert.

S. HOFMANN erweiterte in [HOFMANN *et al.*, 2002c] den bisherigen Ansatz dahingehend, dass neben den statischen Nichtlinearitäten auch dynamische Nichtlinearitäten identifiziert werden können.

2.6.1 Beobachteransatz und Fehlergleichung

In diesem Abschnitt werden der Beobachteransatz und das Lerngesetz für den Neuronalen Beobachter beschrieben. Die Ausführungen erfolgen analog zu [STROBL, 1999] und beschränken sich auf die Identifikation von statischen Nichtlinearitäten.

Bei diesem Ansatz wird die vorhandene statische Nichtlinearität als Eingang einer linearen Strecke interpretiert. Es wird vorausgesetzt, dass die Eingangsgrößen der Nichtlinearität messbar sind, und die Auswirkungen der Nichtlinearität im Ausgangssignal sichtbar sind. Zusätzlich müssen sowohl die Parameter des linearen Streckenanteils als auch der Angriffspunkt der Nichtlinearität bekannt sein.

Ausgangspunkt ist ein nichtlineares System, das als Strecke mit einer einfachen Nichtlinearität darstellbar ist

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{e}_{\mathcal{NL}} \cdot \mathcal{NL}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) \\ y &= \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot u \end{aligned} \quad (2.43)$$

Hierbei ist

- u der skalare Systemeingang,
- $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ der Zustandsvektor mit n Zuständen,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Systemmatrix des linearen Streckenanteils,
- $\underline{b} \in \mathbb{R}^n$ der Einkopplungsvektor des Systemeingangs,
- $\underline{x}_{\mathcal{NL}} \in \underline{x}$ der Vektor der Zustandsgrößen von denen die Nichtlinearität abhängt,
- $\mathcal{NL}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u)$ die statische Nichtlinearität,
- $\underline{e}_{\mathcal{NL}} \in \mathbb{R}^n$ der Einkoppelvektor der statischen Nichtlinearität,
- $\underline{c} \in \mathbb{R}^n$ der Auskopplungsvektor,
- d der Durchgriff des Systemeingangs auf den Systemausgang und
- y der skalare Systemausgang

In Abbildung 2.22 ist der durch Gleichung (2.43) beschriebene Zusammenhang graphisch als Signalfussplan dargestellt.

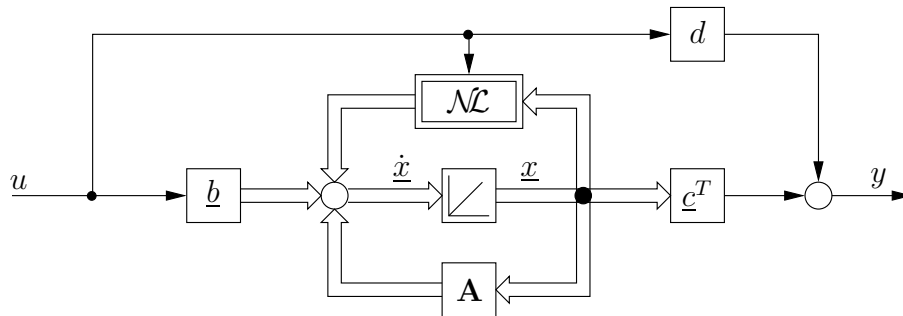


Abb. 2.22: Signalfussplan des nichtlinearen Systems

Bei der Systembeschreibung in Gleichung (2.43) bzw. in Abbildung 2.22 handelt es sich um ein SISO-System mit einer isoliert angreifenden Nichtlinearität $\mathcal{NL}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u)$.

Definition 2.4 Strecke mit isolierter Nichtlinearität: Als Strecke mit isolierter Nichtlinearität wird eine Strecke bezeichnet, die in Zustandsdarstellung dargestellt werden kann als

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}u + \underline{e}_{\mathcal{NL}} \cdot \mathcal{NL}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) \\ y &= \underline{c}^T \underline{x} + du \end{aligned} \quad (2.44)$$

Die isolierte Nichtlinearität ist damit durch ein Produkt aus skalarer Nichtlinearität $\mathcal{NL}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u)$ und Einkoppelvektor $\underline{e}_{\mathcal{NL}}$ der Streckendimension darstellbar.

Für diese Strecke wird ein Zustandsbeobachter nach [LUENBERGER, 1964] angesetzt, der um den Schätzwert der Nichtlinearität $\widehat{\mathcal{NL}}$ erweitert ist

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\underline{x}}} &= \mathbf{A} \cdot \hat{\underline{x}} + \underline{b} \cdot u + \underline{e}_{\mathcal{NL}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) - \underline{l} \cdot e \\ \hat{y} &= \underline{c}^T \cdot \hat{\underline{x}} + d \cdot u\end{aligned}\quad (2.45)$$

Der Beobachterfehler e ist dabei als

$$e = \hat{y} - y \quad (2.46)$$

definiert.

Für die Dimensionierung des Beobachtervektors \underline{l} gelten alle bekannten Einstellvorschriften für den linearen Beobachterentwurf (z. B. Polvorgabe, LQ-Optimierung) zur Einstellung eines asymptotisch stabilen und ausreichend schnellen Beobachter-Eigenverhaltens.

Setzt man die Gleichungen (2.43) und (2.45) in Gleichung (2.46) ein, so ergibt sich nach wenigen Rechenschritten unter Vernachlässigung des abklingenden Anfangs-Beobachterfehlers folgende Fehlergleichung

$$e = H(s) \cdot (\widehat{\mathcal{NL}} - \mathcal{NL}) \quad (2.47)$$

mit

$$H(s) = \underline{c}^T \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \underline{l} \cdot \underline{c}^T)^{-1} \cdot \underline{e}_{\mathcal{NL}} \quad (2.48)$$

Die sogenannte Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ beschreibt dabei das Übertragungsverhalten des Beobachters vom Ausgang der Nichtlinearität auf die Fehlerbildung.

Die Struktur von Strecke und lernfähigem Beobachter ist in Abbildung 2.23 verdeutlicht.

2.6.2 Lerngesetz

Ziel des lernfähigen Beobachters ist es, mit Hilfe eines statischen Neuronalen Netzes, die Nichtlinearität in der Strecke zu lernen. Werden das RBF-Netz oder das GRNN aus Abschnitt 2.3.2 bzw. 2.3.3 verwendet, so lässt sich der Schätzwert der Nichtlinearität im Beobachter darstellen als

$$\widehat{\mathcal{NL}}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) = \hat{\underline{\Theta}}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) \quad (2.49)$$

Die reale nichtlineare Funktion in der Strecke kann ebenfalls als Ausgang eines Neuronalen Netzes dargestellt werden

$$\mathcal{NL}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) = \underline{\Theta}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}(\underline{x}_{\mathcal{NL}}, u) \quad (2.50)$$

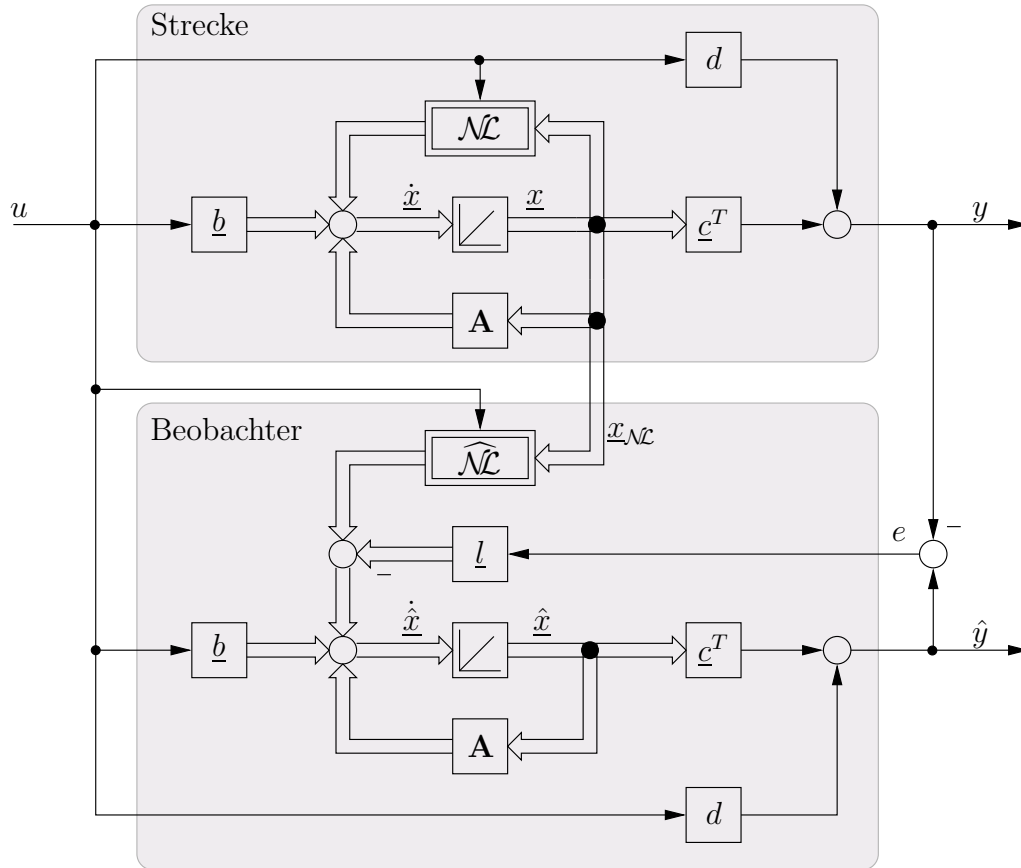


Abb. 2.23: Zustandsdarstellung von Strecke und lernfähigem Beobachter

Hierbei repräsentiert der Vektor $\underline{\Theta}$ das Lernziel des Neuronalen Netzes im Beobachter. Definiert man den Parameterfehlervektor $\underline{\Phi}$ als

$$\underline{\Phi} = \hat{\underline{\Theta}} - \underline{\Theta} \quad (2.51)$$

so ergibt sich die Fehlergleichung (2.47) zu

$$e = H(s) \cdot (\hat{\mathcal{N}} - \mathcal{N}) = H(s) \cdot \underline{\Phi}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}(x_{\mathcal{N}}, u) \quad (2.52)$$

Fehlergleichung (2.52) kann auf ein in der Literatur [NARENDRA UND ANNASWAMY, 1989] bekanntes Fehlermodell zurückgeführt werden, für das mit einem entsprechenden Adaptionsgesetz globale asymptotische Stabilität nach A. LJAPUNOV bewiesen werden kann. Voraussetzung hierfür ist eine asymptotisch stabile Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$. Für die Auswahl des Lerngesetzes ist es entscheidend, ob die Fehlerübertragungsfunktion die SPR-Bedingung (streng positiv reell) erfüllt oder nicht.

Definition 2.5 SPR-Übertragungsfunktion Eine Übertragungsfunktion $H(s)$ ist eine streng positive reelle (SPR-)Übertragungsfunktion dann und nur dann, wenn

1. $H(s)$ asymptotisch stabil ist, d. h. alle Pole einen negativen Realteil aufweisen, und
2. der Realteil von $H(s)$ längs der $j\omega$ -Achse stets positiv ist, also

$$\Re \{H(j\omega)\} > 0 \quad \text{für alle} \quad \omega \geq 0$$

Diese Definition bedeutet anschaulich, dass eine SPR-Übertragungsfunktion keine Phasendrehung größer als 90° erzeugen darf.

Lerngesetz bei einer SPR-Übertragungsfunktion

Erfüllt die Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ die SPR-Bedingung, so kann zur Adaption des Neuronalen Netzes, entsprechend Fehlermodell 3 [NARENDRA UND ANNASWAMY, 1989], folgendes Lerngesetz verwendet werden

$$\dot{\underline{\Phi}} = \dot{\underline{\Theta}} = -\eta \cdot e \cdot \underline{A}(\underline{x}_{\mathcal{N}\mathcal{L}}, u) \quad (2.53)$$

mit der positiven Lernschrittweite η .

In diesem Fall ergibt sich die in Abbildung 2.24 gezeigte Struktur des Fehlermodells mit Lerngesetz.

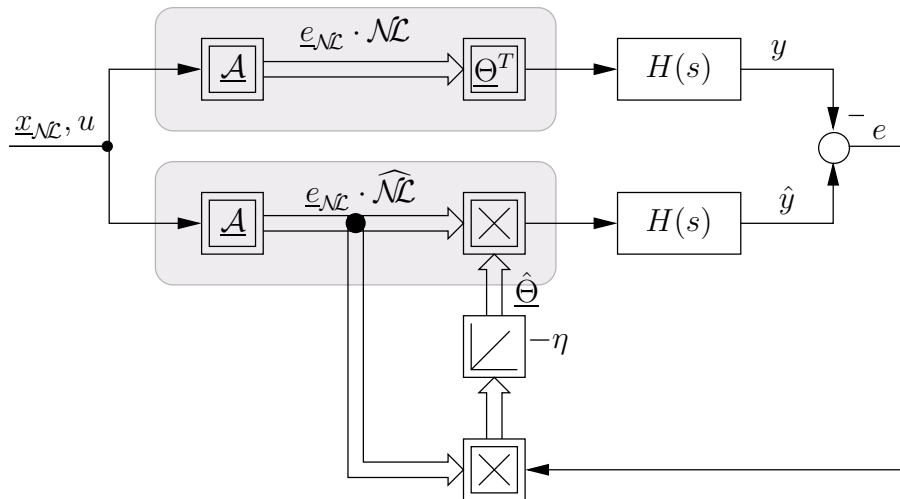


Abb. 2.24: Durch den Beobachteransatz transformierte Strecke mit Beobachter und Adaptionsgesetz nach Fehlermodell 3

Lerngesetz bei einer Nicht-SPR-Übertragungsfunktion

Erfüllt die Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ die SPR-Bedingung nicht, was der weitaus häufigere Fall ist, so muss das zu dem in [NARENDRA UND ANNASWAMY, 1989] als Fehlermodell 4 bezeichneten Fall gehörende Lerngesetz (2.54) verwendet werden

$$\dot{\underline{\Phi}} = \dot{\underline{\Theta}} = -\eta \cdot e_e \cdot H(s) \cdot \underline{\mathcal{A}}(\underline{x}_{\mathcal{N}}, u) \quad (2.54)$$

mit dem erweiterten Fehler e_e

$$e_e = e + \hat{\underline{\Theta}}^T \cdot H(s) \cdot \underline{\mathcal{A}}(\underline{x}_{\mathcal{N}}, u) - H(s) \cdot \hat{\underline{\Theta}}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}(\underline{x}_{\mathcal{N}}, u) \quad (2.55)$$

Die Lernschrittweite η muss ebenfalls positiv sein. Dieses Adaptionsgesetz² bewirkt eine Filterung der Aktivierung $\underline{\mathcal{A}}(\underline{x}_{\mathcal{N}}, u)$, so dass auch Signalanteile mit höheren Frequenzen, die eine Phasendrehung größer als 90° hervorrufen, eine Adaption in die richtige Richtung bewirken. Eine genauere Darstellung dieses Sachverhaltes ist in [LENZ, 1998; STRAUB, 1998] zu finden.

Die Struktur von Fehlermodell und Lerngesetz kann in diesem Fall wie in Abbildung 2.25 dargestellt werden.

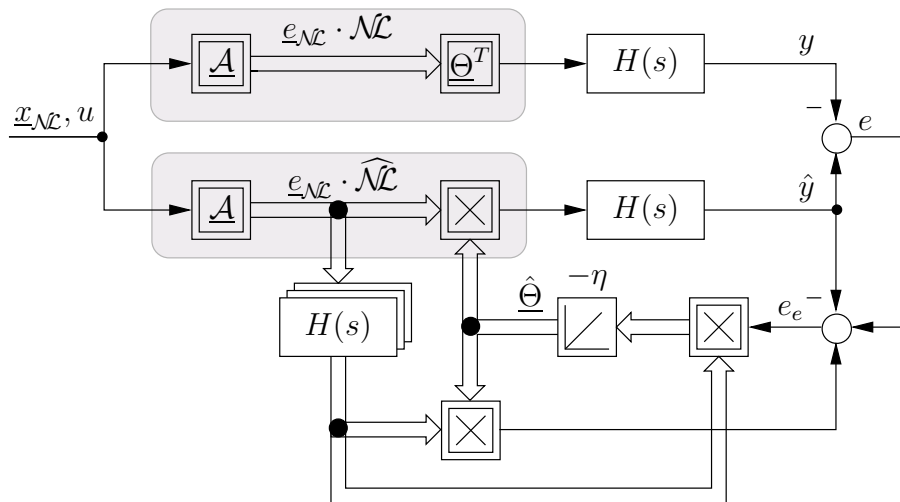


Abb. 2.25: Durch den Beobachteransatz transformierte Strecke mit Beobachter und Adaptionsgesetz nach Fehlermodell 4

2.7 Vergleich der Neuronalen Netze

In diesem Kapitel wurden zunächst vier statische Neuronale Netze (siehe auch Abbildung 1.1) vorgestellt, wobei das GRNN aus regelungstechnischer Sicht am relevantesten ist. Dies liegt zum einen daran, dass aufgrund der Lokalität der Stützwerte

²In [LENZ, 1998] wird dieses Verfahren auch als VERZÖGERTE AKTIVIERUNG bezeichnet.

das Lernergebnis im Gegensatz zum MLP-Netz interpretierbar ist. Durch die Normierung wird ein monotoner Verlauf der approximierten Funktion erreicht, was bei dem RBF-Netz nicht der Fall ist. Allerdings muss an dieser Stelle angemerkt werden, dass sich die Neuronale Netze auf Basis von lokalen Basisfunktionen nicht zur Approximation von mehrdimensionalen statischen Funktionen eignen, da die Anzahl der Stützpunkte exponentiell mit der Anzahl der Eingangsdimensionen steigt. Für eine hohe Eingangszahl ($N > 3$) eignet sich von den in dieser Arbeit beschriebenen statischen Neuronale Netze nur das MLP-Netz.

Eine Sonderrolle spielt das HANN-Netz, welches sich nur zur Approximation von periodischen Nichtlinearitäten eignet.

In Tabelle 2.2 sind die Einsatzbereiche der diskutierten statischen Funktionsapproximatoren zusammengefasst.

Netztyp	Einsatzbereich
RBF	Identifikation von 1- oder 2-dimensionalen statischen Funktionen
GRNN	Identifikation von 1- oder 2-dimensionalen statischen Funktionen
HANN	Identifikation von periodischen Nichtlinearitäten
MLP	Identifikation von höher dimensionalen Funktionen

Tabelle 2.2: *Einsatzbereich statischer Neuronaler Netze*

Im zweiten Teil dieses Kapitels wurde auf drei dynamische Neuronale Netze eingegangen. Als erstes dynamisches Netz wurde das TDNN-Netz vorgestellt, welches mit Hilfe eines statischen Neuronalen Netzes in NOE- oder in NARX-Struktur ein nichtlineares dynamisches System identifizieren kann. Dieses Neuronale Netz wird der Klasse der dynamischen Neuronale Netze mit externer Dynamik zugeordnet, da hierbei die Dynamik durch die vorgeschalteten Verzögerungen approximiert wird.

Aus der Klasse der dynamischen Neuronale Netze mit interner Dynamik wurden das Jordan- und das Elman-Netz vorgestellt. Hierbei handelte es sich um vorwärtsgerichtete Neuronale Netze, bei denen die Dynamik mit Hilfe von Rückkopplungen über sogenannte interne Kontextzellen realisiert wurde. Die Kontextzellen sind in der Lage, vergangene Ausgangsgrößen (Jordan-Netz) bzw. vergangene Ausgangsgrößen der verdeckten Schicht (Elman-Netz) zu speichern. In der Literatur [ZELL, 1994] und auch in Versuchen, die im Zuge dieser Arbeit entstanden sind [SCHURY, 2002; WIMBÖK, 2001], hat sich gezeigt, dass mit Hilfe des TDNN-Netzes beliebige nichtlineare Systeme hinreichend genau approximiert werden können. Allerdings stellte sich die Bestimmung der optimalen Netzstruktur für den statischen Funktionsapproximator oft als sehr schwierig und zeitaufwendig heraus. Zudem sind die Konvergenzzeiten sehr hoch. Ein deutlich schnelleres Konvergenzverhalten bei geringerer Parameteranzahl konnte für das Jordan-Netz erreicht werden. Allerdings war die Approximationsgüte oft deutlich schlechter als für das TDNN-Netz. Dies lässt sich zum einen darauf zurückführen, dass kein optimaler Rückkoppelfaktor der Kontextzellen gefunden werden konnte. Zum anderen lässt sich die schlechtere

Approximationsgüte darauf zurückführen, dass die im Jordan-Netz implementierte Vorwärts-Struktur nur eine versteckte Schicht besitzt.

Die Elman-Netze, welche eine Modifikation der Jordan-Netze sind, zeigten hier ein deutlich besseres Approximationsverhalten. Dies gilt insbesondere für die hierarchisch aufgebauten Elman-Netze.

Vergleicht man die drei dynamischen Neuronalen Netze miteinander, so kann festgestellt werden, dass sich das Jordan-Netz zur Approximation eines nichtlinearen dynamischen Systemes nur sehr schlecht eignet. Elman-Netze und das TDNN-Netz haben gleich gute Approximationseigenschaften gezeigt. Allerdings waren die Konvergenzzeiten für das Elman-Netz deutlich geringer als für das TDNN-Netz, was an der geringeren Parameteranzahl liegt.

Ein anderer Weg, unbekannte nichtlineare dynamische Systeme zu identifizieren, ist der Ansatz über die Volterra-Funktionalpotenzreihe. Dieser Ansatz wird ebenfalls den dynamischen Neuronalen Netzen mit externer Dynamik zugeordnet. Werden keine Basisfunktionen verwendet, so lässt sich dieser Ansatz in die Kategorie NFIR in Abbildung 1.1 einordnen. Werden Basisfunktionen verwendet, so erhält man einen NOBF-Ansatz.

Es wurde gezeigt, dass sich blockorientierte Modelle wie das Hammerstein-Modell mit Hilfe der Volterra-Reihe darstellen lassen. Nachteilig hierbei ist die große Anzahl an zu schätzenden Parametern. Dies lässt sich allerdings durch die Einführung von Basisfunktionen verringern. Mit Hilfe dieses Ansatzes ist es nun möglich, das nichtlineare Systeme in der Form zu approximieren, dass man eine nichtlineare statische Funktion und eine lineare Übertragungsfunktion erhält.

Einen tabellarischen Vergleich der dynamischen Neuronalen Netze zeigt Tabelle 2.3.

Netztyp	Strukturwissen erforderlich	Aufwand	Approximationsgüte
TDNN	nein	hoch	sehr gut
Jordan	nein	gering	schlecht
Elman	nein	mittel	sehr gut
Volterra-Ansatz	ja	mittel	sehr gut

Tabelle 2.3: Einsatzbereich der dynamischen Neuronalen Netze

2.8 Kurzzusammenfassung

In diesem Kapitel wurden zunächst Neuronale Netze vorgestellt, mit denen es möglich ist, nichtlineare statische Funktionen zu approximieren. Anschließend wurde auf aus der Literatur bekannte dynamische Neuronale Netze, mit denen es möglich ist, das Ein-/Ausgangsverhalten eines nichtlinearen dynamisches Systems hinreichend genau zu approximieren, eingegangen. Es ist jedoch nicht möglich, aus dem Approximationsergebnis auf interne Zustände zu schließen bzw. Rückschlüsse auf physikalische Parameter zu bekommen. Abgesehen von der Aufspaltung zwischen statischer Nichtlinearität und unbekannter Dynamik bei dem Volterra-Ansatz lässt sich A-Priori-Wissen über das zu approximierende System nicht mit einbringen. Aus diesen Gründen eignen sich diese Netze aus regelungstechnischer Sicht nur bedingt für eine Identifikation.

Ein erster Schritt, diese Nachteile zu beseitigen, ist die Entwicklung des Neuro-nalen Beobachters, welcher am Ende dieses Kapitels beschrieben wurde. Hierbei werden die Systemstruktur und die linearen Parameter als bekannt vorausgesetzt. Eine Modellverfeinerung wird dadurch erzielt, dass die unbekannt nichtlinearen Charakteristiken mit Hilfe statischer Neuronaler Netze approximiert werden. Der Vorteil von diesem Verfahren ist der, dass A-Priori-Wissen über das System mit eingebracht werden kann, und dass man gleichzeitig interne Systemzustände beobachten kann. Nachteilig bei diesem Verfahren ist es, dass die genaue Kenntnis der linearen Parameter vorausgesetzt wird. Sind die Parameter nicht genau bekannt, so lassen sich mit Hilfe eines genügend schnell eingestellten Beobachters immer noch befriedigende Identifikationsergebnisse erzielen, allerdings werden hiermit die internen Systemzustände nicht mehr genau genug geschätzt, und der Beobachter kann in Hinblick auf eine reale Anwendung das vorhandene Messrauschen nicht mehr optimal filtern. Dieser Nachteil wird mit dem in den folgenden Kapiteln beschriebenen Verfahren behoben, indem zusätzlich zu den unbekannt nichtlinearen Charakteristiken auch die unbekannt linearen Parameter identifiziert werden.

3 Identifikation nichtlinearer Systeme mit vorstrukturierten rekurrenten Netzen

Wie im vorangegangenen Kapitel erwähnt, eignen sich rekurrente Neuronale Netze dazu, das Ein-/Ausgangsverhalten nichtlinearer Systeme zu approximieren, ohne dass die Möglichkeit besteht, aus dem Identifikationsergebnis auf interne Zustände, lineare Parameter oder auch nichtlineare Charakteristiken schließen zu können. Um sowohl die linearen Parameter als auch die vorhandenen Nichtlinearitäten zu identifizieren, wird in diesem Kapitel ein rekurrentes Neuronales Netz vorgestellt, bei dem das Vorwissen über die Struktur des zu identifizierenden Systems mit berücksichtigt wird. Mit diesem vorstrukturierten bzw. strukturierten rekurrenten Netz wird zudem die physikalische Interpretierbarkeit des Identifikationsergebnisses erreicht.

In [BRYCHCY, 2000] wird zum ersten Mal ein strukturiertes rekurrentes Netz vorgestellt. Die Parameterkonvergenz ist jedoch stark abhängig von der Parameterinitialisierung sowie der Initialisierung der internen Systemzustände des rekurrenten Netzes. Dies führt häufig dazu, dass die internen Systemzustände den zulässigen bzw. physikalisch sinnvollen Wertebereich verlassen. Diese Initialisierung erfolgt in [BRYCHCY, 2000], indem die Anfangszustände des rekurrenten Netzes als trainierbare Parameter des Netzes aufgefasst und getrennt von den eigentlich interessierenden Parametern gelernt werden. Durch diese Optimierung der Anfangszustände können jedoch unter Umständen Zustände entstehen, die im dynamischen System nicht auftreten.

Ein weiteres Problem tritt auf, wenn sich Nichtlinearitäten in den Rückkopplungen befinden. Die hierdurch auftretende alternierende Zustandsdivergenz wird unter der Verwendung der von T. BRYCHCY eingeführten Grenzwertheuristik vermieden. Hierfür muss jedoch das Netz so umkonfiguriert werden, dass der direkte Zusammenhang zwischen der Struktur des zu identifizierenden Systems und der Struktur des Netzes verloren geht. Die rechentechnische Lösung der zuvor beschriebenen Problematik ist aufgrund der iterativen Struktur nicht echtzeitfähig.

Im Folgenden Kapitel wird ebenfalls von der Idee ausgegangen, den bekannten Signalflussplan als ein strukturiertes rekurrentes Netz aufzufassen. Dieses rekurrente Netz wird in einer Beobachterstruktur implementiert, wodurch das Problem der Anfangswertfindung der Systemzustände vermieden wird. Durch eine geeignete Wahl der Beobachterkoeffizienten kann außerdem eine Filterung der Messdaten erfolgen.

Aufgrund der Erweiterung des rekurrenten Netzes zu einer Beobachterstruktur wird eine stabile Identifikation möglich, und somit das Problem der alternierenden Zustandsdivergenz vermieden. Auf eine spezielle Implementierung einer Grenzwertheuristik kann verzichtet werden.

Es wird weiterhin eine Darstellung bzw. mathematische Formulierung des Netzes gefunden, die es erlaubt, ohne zusätzlichen Aufwand ein beliebiges Integrationsverfahren zu verwenden. Bei dem Entwurf des rekurrenten Netzes ist zudem darauf geachtet worden, dass es in einer beliebigen Entwicklungsplattform, z. B. Simulink, aufgebaut, und mit einer entsprechenden automatischen Codegenerierung auf einem Echtzeitsystem implementiert werden kann.

Zum besseren Verständnis wird nachfolgend zunächst die Grundidee eines strukturierten rekurrenten Netzes vorgestellt und dieses am Beispiel der Mechanik einer elektrischen Maschine dargestellt. Anschließend wird diese Grundidee auf eine Beobachterstruktur erweitert und in einer geschlossenen mathematische Form dargestellt.

Ein weiteres Beispiel ist in Anhang B dargestellt, in dem die nachfolgenden Erläuterungen in kompakter Form noch einmal dargestellt sind.

3.1 Strukturierte rekurrente Netze

Ausgehend von dem Signalfussplan eines nichtlinearen Systems, welcher aus den elementaren Operatoren (Verstärker, Addierer, Integrierer, Differenzierer und Multiplikator) und den unbekanntem Nichtlinearitäten besteht, wird das strukturierte rekurrente Netz aufgebaut. Hierbei werden die Summationspunkte des Signalfussplanes zu Neuronen und die linearen Parameter zu den Gewichten zwischen den Neuronen des rekurrenten Netzes. Die Integratoren werden mit Hilfe von Zeitverzögerungsgliedern gemäß der Integrationsregel

$$y_{int}[k + 1] = h \cdot u_{int}[k] + y_{int}[k]$$

mit dem Integrotoreingang u_{int} , dem Integratorausgang y_{int} und der Abtastzeit h nach L. EULER implementiert¹.

Während außer der anschaulichen Euler-Vorwärts-Regel später auch andere Integrationsregeln verwendet werden können, ist für die numerische Differentiation nur die Form

$$y_{dif}[k] = \frac{1}{h} \cdot (u_{dif}[k] - u_{dif}[k - 1])$$

¹Diese Intergration wird auch oft als Euler-Vorwärts-Approximation oder auch als Rechteckapproximation bezeichnet [SCHMIDT, 1996].

möglich. Dabei sind u_{dif} der Eingang und y_{dif} der Ausgang des Differentiationsgliedes. Da die Differenz $u_{dif}[k] - u_{dif}[k - 1]$ bei kleinen Abtastzeiten h sehr klein wird, und diese Differenz mit dem Faktor $\frac{1}{h}$ gewichtet wird, ist die numerische Differentiation im Vergleich zur numerischen Integration sehr empfindlich gegenüber Rechenungenauigkeiten. Zusätzlich muss beachtet werden, dass bei realen Systemen durch Messwerterfassung und Quantisierung eine verrauschte Umgebung vorliegt und die numerische Differentiation stark auf dieses Rauschen reagiert.

Aus diesen Gründen werden Signalflusspläne soweit wie möglich aus Integratoren aufgebaut. Das Differentiationsglied ist bei der Transformation berücksichtigt, da in dieser Arbeit ein mechatronisches System mit Lose (siehe Kapitel 4) betrachtet wird, das nur mit einem Differentiationsglied beschrieben werden kann.

Statische Nichtlinearitäten werden mittels der in Abschnitt 2.3 beschriebenen statischen Neuronalen Netze als Subnetze im strukturierten rekurrenten Netz berücksichtigt.

Eine Zusammenfassung der elementaren Operatoren des Signalflussplans und ihre äquivalente Darstellung in einem rekurrenten Netz sind in Abbildung 3.1 aufgezeigt.

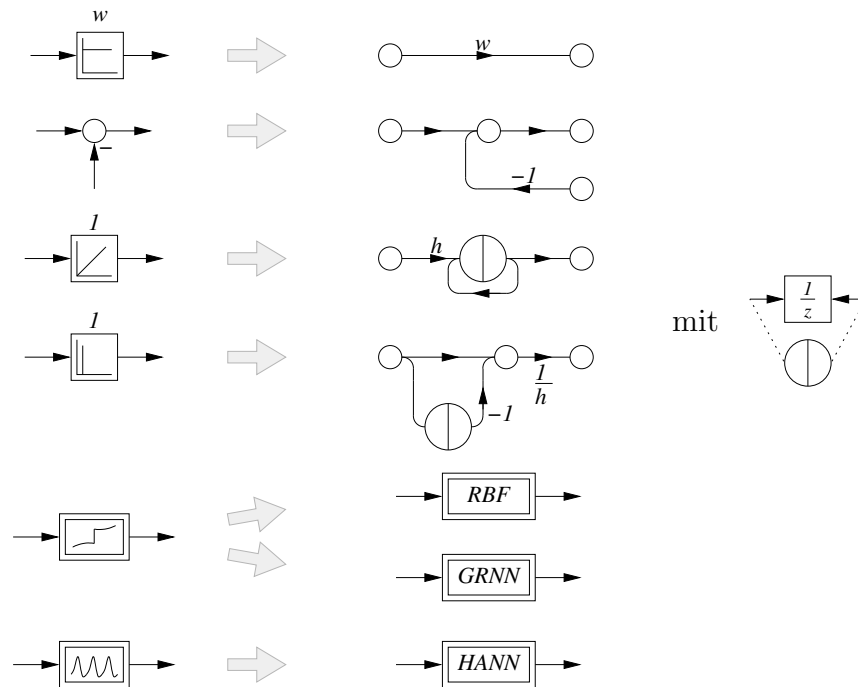


Abb. 3.1: *Elementare Operatoren eines Signalflussplanes und die äquivalenten Operatoren des strukturierten rekurrenten Netzes mit der Abtastzeit h*

Durch die Transformation entsteht ein strukturiertes rekurrentes Neuronales Netz, welches eine Zuordnung der physikalischen Parameter des zu identifizierenden Systems und somit des Signalflussplanes zu den Gewichten des Netzes ermöglicht.

3.1.1 Anwendung der Transformation

Zur besseren Veranschaulichung werden die beschriebenen Transformationen auf ein einfaches System, der Mechanik einer leerlaufenden elektrischen Maschine, angewandt.

Die Bewegungsdifferentialgleichung für dieses System lautet

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} \cdot (M - M_R(\Omega))$$

mit

- der Winkelgeschwindigkeit Ω in $\frac{rad}{s}$,
- dem Massenträgheitsmoment J in $kg\ m^2$,
- dem Luftspaltdrehmoment (antreibendes Drehmoment) M in $N\ m$ und
- dem Reibungsdrehmoment² (Widerstandsdrehmoment) $M_R(\Omega)$ in $N\ m$ abhängig von der Winkelgeschwindigkeit.

Abbildung 3.2 zeigt den Signalflussplan und die Transformation dieses Systems in ein rekurrentes Netz mit dem Parameter $\hat{\Psi}_1 = \frac{1}{J}$, der dem Kehrwert des Massenträgheitsmomentes entspricht und mit einem GRNN zur Approximation der Reibungskennlinie $M_R(\Omega)$, das die Parameter $\hat{\Theta}_1$ bis $\hat{\Theta}_r$ enthält.



Abb. 3.2: Transformation der Mechanik einer elektrischen Maschine in ein rekurrentes Netz

Für das rekurrente Netz ergibt sich entsprechend der Transformation aus Abbildung 3.2 die Differenzengleichung

$$\hat{\Omega}[k+1] = \hat{\Omega}[k] + h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \left(M[k] - \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k], \hat{\Theta}) \right)$$

Neben der geschätzten Winkelgeschwindigkeit $\hat{\Omega}[k]$ und dem geschätzten Reibungsdrehmoment \hat{y}_{GRNN} sind in dieser Gleichung auch der lineare Parameter $\hat{\Psi}_1$ und die Stützwerte des GRNN $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_1 \ \dots \ \hat{\Theta}_r]^T$ enthalten, die zum Parametervektor

$$\hat{w} = [\hat{w}_1 \ \dots \ \hat{w}_p]^T = [\hat{\Psi}_1 \ \hat{\Theta}_1 \ \dots \ \hat{\Theta}_r]^T$$

² $M_R(\Omega)$ stellt eine statische Nichtlinearität, die Reibungskennlinie dar.

des rekurrenten Netzes zusammengefasst werden. Im Parametervektor sind entsprechend alle zu identifizierenden Gewichte enthalten.

Im Allgemeinen setzt sich der Parametervektor aus p Elementen zusammen und beinhaltet die Gewichte $\hat{\underline{\Psi}}$, die die linearen Systemanteile erfassen und die Gewichte $\hat{\underline{\Theta}}$, welche die nichtlinearen Systemanteile über Funktionsapproximatoren berücksichtigen. Die Gewichte $\hat{\underline{\Psi}}$ werden daher im Folgenden als lineare und die Gewichte $\hat{\underline{\Theta}}$ als nichtlineare Parameter bezeichnet.

3.1.2 Parameteradaption

Für die Parameteradaption wird die in Kapitel 2.2 vorgestellte Ausgangsfehleranordnung verwendet. Dies ist in Abbildung 3.3 noch einmal dargestellt.

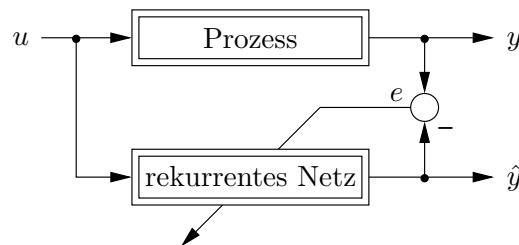


Abb. 3.3: *Prinzip der Ausgangsfehleranordnung*

Das Lerngesetz für das strukturierte rekurrente Netz wird analog zur Herleitung des Gradientenverfahrens für statische Neuronale Netze berechnet.

Ausgangspunkt ist der quadratische Fehler

$$E(\hat{\underline{w}}) = \frac{1}{2} \cdot e^2(\hat{\underline{w}}) = \frac{1}{2} (y - \hat{y}(\hat{\underline{w}}))^2 \quad (3.1)$$

Analog zu Gleichung (2.14) ergibt sich folgende Gleichung für die Parameteradaption

$$\hat{\underline{w}}[k+1] = \hat{\underline{w}}[k] - \eta \cdot \left[\frac{\partial E[\hat{\underline{w}}, k]}{\partial \hat{w}_1} \quad \dots \quad \frac{\partial E[\hat{\underline{w}}, k]}{\partial \hat{w}_p} \right] \Bigg|_{\hat{\underline{w}}[k]}$$

η ist hierbei die an das Problem angepasste Lernschrittweite, wobei die Bedingung $\eta > 0$ erfüllt sein muss³.

Zur übersichtlicheren Schreibweise wird der Nabla-Operator eingeführt

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial \hat{w}_1} \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial \hat{w}_p} \right]^T$$

³Mit $\eta < 0$ führt das Gradientenverfahren auf ein lokales Maximum in der Funktion E , womit eine stabile Identifikation nicht möglich ist.

womit die Gleichung zur Parameteradaption in der Form

$$\hat{\underline{w}}[k+1] = \hat{\underline{w}}[k] - \eta \cdot \nabla E[\hat{\underline{w}}, k]|_{\hat{\underline{w}}[k]}$$

angegeben werden kann. Kern dieser Gleichung ist der Gradient $\nabla E[\hat{\underline{w}}, k]$, der entsprechend der Definition von E nach Gleichung (3.1) weiter zerlegt werden kann

$$\nabla E[\hat{\underline{w}}, k]|_{\hat{\underline{w}}[k]} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (y[k] - \hat{y}[\hat{\underline{w}}, k]) \cdot \left(-\nabla \hat{y}[\hat{\underline{w}}, k]|_{\hat{\underline{w}}[k]} \right) = -e[\hat{\underline{w}}, k] \cdot \nabla \hat{y}[\hat{\underline{w}}, k]|_{\hat{\underline{w}}[k]}$$

Wird dieser Gradient in die Gleichung zur Parameteradaption eingesetzt, ergibt sich das Lerngesetz nach dem Gradientenabstiegsverfahren zu

$$\hat{\underline{w}}[k+1] = \hat{\underline{w}}[k] + \eta \cdot e[k] \cdot \nabla \hat{y}[\hat{\underline{w}}, k]|_{\hat{\underline{w}}[k]} \quad (3.2)$$

Dieses Lerngesetz wird dahingehend erweitert, dass die Lernschrittweite η nicht ein skalarer Wert ist, sondern für jedes Gewicht \hat{w}_i eine eigene Lernschrittweite η_i vorhanden ist. Damit erweitert sich η zu einem Vektor. Zusätzlich wird für jeden Parameter ein Momentumterm $0 \leq \alpha_i < 1$ eingeführt, der in die Berechnung der aktuellen Gewichtsänderung auch die vergangene Gewichtsänderung einbezieht. Der Momentumterm hat den Vorteil, dass die Gewichts Anpassung unempfindlicher gegenüber Plateaus in der Fehlerebene E und Rauschanteilen im Gradienten ∇E wird.

Diese Ergänzungen führen auf die für die strukturierten rekurrenten Netze eingesetzte Form des Lerngesetzes⁴

$$\hat{\underline{w}}[k+1] = \hat{\underline{w}}[k] + \Delta \hat{\underline{w}}[k] \quad (3.3)$$

mit

$$\Delta \hat{\underline{w}}[k] = e[k] \cdot \text{diag}(\underline{\eta}) \cdot \nabla \hat{y}[\hat{\underline{w}}, k]|_{\hat{\underline{w}}[k]} + \text{diag}(\underline{\alpha}) \cdot \Delta \hat{\underline{w}}[k-1]$$

Mit dem Lerngesetz kann der neue Parametervektor $\hat{\underline{w}}$ für den Abtastschritt $k+1$ aus dem Parametervektor $\hat{\underline{w}}$, dem Ausgangsfehler $e[k]$ und den partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ zum aktuellen Abtastschritt k und der vergangenen Gewichtsänderung $\Delta \hat{\underline{w}}[k-1]$ berechnet werden.

Da es sich bei dem Gradientenverfahren um eine iterative Methode handelt, sind für die erste Gewichts Anpassung die Startwerte $\hat{\underline{w}}[0]$ notwendig. Die Startwerte stellen Vorwissen dar, das bei der Identifikation zusätzlich zur Struktur des rekurrenten Netzes eingebracht werden muss. Das Gradientenverfahren führt dann auf das lokale Minimum von E im Bereich der Startwerte [MEYBERG UND VACHENAUER, 1995]. Wegen der Initialisierung des Gradientenverfahrens mit konstanten Startwerten $\hat{\underline{w}}[0]$ ergibt sich für die Gewichtsänderung $\Delta \hat{\underline{w}}[0] = \underline{0}$. Nachteilig bei diesem Verfahren ist die große Abhängigkeit der Konvergenzgeschwindigkeit der Gewichte von den Lernparametern $\underline{\eta}$ und $\underline{\alpha}$. Für die Wahl der Lernparameter, die manuell bestimmt

⁴ $\text{diag}(\underline{\eta})$ ist eine Diagonalmatrix mit den Elementen des Vektors $\underline{\eta}$ in der Hauptdiagonalen.

werden müssen, gibt es keine mathematische Vorschrift. Grundsätzlich bewegen sich die Lernschrittweiten in derselben Größenordnung wie die zugehörigen Gewichte.

Für die Wahl der Parameter α_i empfehlen sich [AYOUBI, 1996] Werte im Bereich von $\alpha_i \approx 0.95 - 0.98$, wobei die zugehörige Lernschrittweite η_i um den Faktor $1 - \alpha_i$ angepasst werden muss.

Zur Implementierung des Lerngesetzes aus Gleichung (3.3) sind die partiellen Ableitungen $\underline{\nabla}\hat{y}[\hat{w}, k]$ zum Abtastschritt k notwendig. Hierfür wird in Abschnitt 3.1.3 die Zustandsdarstellung für die strukturierten rekurrenten Netze eingeführt. Anhand dieser werden in Abschnitt 3.1.4 die partiellen Ableitungen $\underline{\nabla}\hat{y}[\hat{w}, k]$ allgemein berechnet. Die partiellen Ableitungen des RBF-Netzes, des GRNN und des HANN werden in Abschnitt 3.1.5 explizit bestimmt.

Zur Veranschaulichung werden diese Berechnungen im Anschluss am bereits eingeführten Beispiel der Mechanik einer elektrischen Maschine angewendet.

3.1.3 Zustandsdarstellung

Im Folgenden wird eine allgemeine Vorschrift zur Berechnung der Ableitungen $\underline{\nabla}\hat{y}$ entwickelt. Diese Vorschrift beruht auf der Zustandsbeschreibung eines nichtlinearen SISO-Systems. Diese kann für jeden Signalfussplan, der aus den in Abbildung 3.1 enthaltenen Elementen besteht, angegeben werden. Das Differentiationsglied stellt dabei einen Sonderfall dar, der in Kapitel 4 näher untersucht wird.

Signalfussplan und Zustandsbeschreibung stellen inherente Beschreibungen dar. Damit ist das Erstellen der Zustandsgleichung kein spezifisches Problem [NOSSEK, 1997].

In der zeitkontinuierlichen Darstellung ist die Zustandsbeschreibung ein System aus nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung, das in der Form

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \mathbf{K} \cdot \underline{\mathcal{N}}(u, \underline{x}) \quad \text{und} \quad y = \underline{c}^T \cdot \underline{x} \quad (3.4)$$

dargestellt werden kann. Der Anteil $\mathbf{K} \cdot \underline{\mathcal{N}}(u, \underline{x})$ repräsentiert die isoliert eingreifenden Nichtlinearitäten. \mathbf{A} , \underline{b} und \underline{c} bilden den linearen Systemanteil. In dieser Form wird durch die Zustandsbeschreibung ein nicht sprungfähiges System beschrieben (Durchgriff $d = 0$). Dies ist bei realen Anwendungen praktisch immer gegeben [SCHMIDT, 1996]. Die Zustandsbeschreibung ist in Abbildung 3.4 graphisch dargestellt.

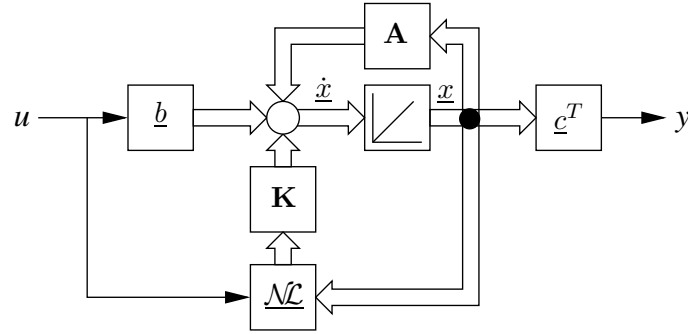


Abb. 3.4: *Nichtlineare kontinuierliche Zustandsbeschreibung*

Dabei sind

- u der skalare Systemeingang,
- $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ der Zustandsvektor mit n Zuständen,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Systemmatrix,
- $\underline{b} \in \mathbb{R}^n$ der Einkopplungsvektor,
- $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times q}$ die Kopplungsmatrix der Nichtlinearitäten,
- $\underline{\mathcal{N}}(u, \underline{x}) \in \mathbb{R}^q$ der Vektor der statischen Nichtlinearitäten mit q skalaren Funktionen,
- $\underline{c} \in \mathbb{R}^n$ der Auskopplungsvektor und
- y der skalare Systemausgang.

In derselben Weise wie die kontinuierlichen Zustandsgleichungen aus dem Signalflussplan abgeleitet werden, können die diskreten Zustandsgleichungen aus dem rekurrenten Netz bestimmt werden. Dabei stellt jedes Verzögerungsneuron eine Differenzgleichung der Form $\hat{x}_i[k+1] = \hat{f}(\hat{x}[k], u[k])$ dar. Durch Zusammenfassen dieser Gleichungen in Matrixschreibweise ergibt sich die diskrete Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes.

Mit der eingeführten Euler-Vorwärts-Approximation kann aus der kontinuierlichen Systembeschreibung die diskrete Zustandsbeschreibung auch analytisch abgeleitet werden. Dazu wird von einer kontinuierlichen Abbildung der Strecke

$$\dot{\underline{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \underline{\tilde{x}} + \tilde{\underline{b}} \cdot u + \tilde{\mathbf{K}} \cdot \underline{\tilde{\mathcal{N}}}(u, \underline{\tilde{x}}) \quad \text{und} \quad \tilde{y} = \tilde{\underline{c}}^T \cdot \underline{\tilde{x}}$$

ausgegangen. In $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\underline{b}}$, $\tilde{\underline{c}}$, $\tilde{\mathbf{K}}$ und $\underline{\tilde{\mathcal{N}}}$ sind dieselben Elemente besetzt wie in \mathbf{A} , \underline{b} , \underline{c} , \mathbf{K} und $\underline{\mathcal{N}}$. Die kontinuierliche Abbildung der Strecke hat somit dieselbe Struktur wie

die zu identifizierende Strecke. Die Werte der Elemente können aber unterschiedlich sein und entsprechen den Werten des Parametervektors $\underline{\hat{u}}$. Diese Beschreibung ist notwendig, da die Parameter der Strecke zunächst unbekannt sind und im weiteren Verlauf identifiziert werden sollen. Der Auskopplungsvektor \underline{c} stellt dabei eine Ausnahme dar, da die Berechnung der partiellen Ableitungen davon ausgeht, dass die Elemente des Auskopplungsvektors bekannt sind. Dies stellt bei realen Systemen praktisch keine Einschränkung dar, da der Systemausgang bei realen Anwendungen einem Zustand des Systems entspricht. Damit wird die Beziehung $\underline{\hat{c}} = \underline{c}$ für die Berechnung der partiellen Ableitungen vorausgesetzt.

Die Funktionen im Vektor $\underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}$ sind durch statische Funktionsapproximatoren ersetzt.

Mit der Rechteckapproximation der Integratoren gilt für einen Zustand des rekurrenten Netzes $\hat{x}_i[k]$ die Beziehung

$$\hat{x}_i[k+1] = h \cdot \hat{u}_{int}[k] + \hat{x}_i[k]$$

Wird diese Gleichung auf alle Zustände erweitert, ergibt sich mit den Bedingungen $\underline{\hat{x}}[k] = \underline{\tilde{x}}[k]$ und $\hat{u}_{int}[k] = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \underline{\tilde{x}}[k] + \tilde{\mathbf{b}} \cdot u[k] + \tilde{\mathbf{K}} \cdot \underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}(u[k], \underline{\tilde{x}}[k])$, die für kleine Abtastzeiten h gelten⁵, die Gleichung

$$\underline{\hat{x}}[k+1] = h \cdot \left(\tilde{\mathbf{A}} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \tilde{\mathbf{b}} \cdot u[k] + \tilde{\mathbf{K}} \cdot \underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}(u[k], \underline{\hat{x}}[k]) \right) + \underline{\hat{x}}[k]$$

Durch Zusammenfassen kann diese Gleichung auf die Form

$$\underline{\hat{x}}[k+1] = \underbrace{\left[h \cdot \tilde{\mathbf{A}} + \mathbf{I} \right]}_{\hat{\mathbf{A}}} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \underbrace{h \cdot \tilde{\mathbf{b}}}_{\hat{\mathbf{b}}} \cdot u[k] + \underbrace{h \cdot \tilde{\mathbf{K}}}_{\hat{\mathbf{K}}} \cdot \underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}(u[k], \underline{\hat{x}}[k])$$

gebracht werden. Dies ergibt die diskrete Zustandsbeschreibung

$$\underline{\hat{x}}[k+1] = \hat{\mathbf{A}} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \hat{\mathbf{b}} \cdot u[k] + \hat{\mathbf{K}} \cdot \widehat{\underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}}(u[k], \underline{\hat{x}}[k]) \quad \text{und} \quad \hat{y}[k] = \hat{\mathbf{c}}^T \cdot \underline{\hat{x}}[k] \quad (3.5)$$

mit

- $\hat{\mathbf{A}} = h \cdot \tilde{\mathbf{A}} + \mathbf{I}$
- $\hat{\mathbf{b}} = h \cdot \tilde{\mathbf{b}}$,
- $\hat{\mathbf{K}} = h \cdot \tilde{\mathbf{K}}$,
- $\widehat{\underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}} = \underline{\mathcal{N}}\mathcal{L}$ und
- $\hat{\mathbf{c}} = \underline{\hat{c}} = \underline{c}$.

Diese Gleichungen gelten nur für die Euler-Vorwärts-Approximation der Integratoren und müssen für andere Methoden der numerischen Integration getrennt bestimmt werden [NOSSEK, 1997].

Die Gleichungen (3.5) sind in Abbildung 3.5 graphisch dargestellt.

⁵Mathematisch exakt gelten diese Bedingungen für den Grenzübergang $h \rightarrow 0$.

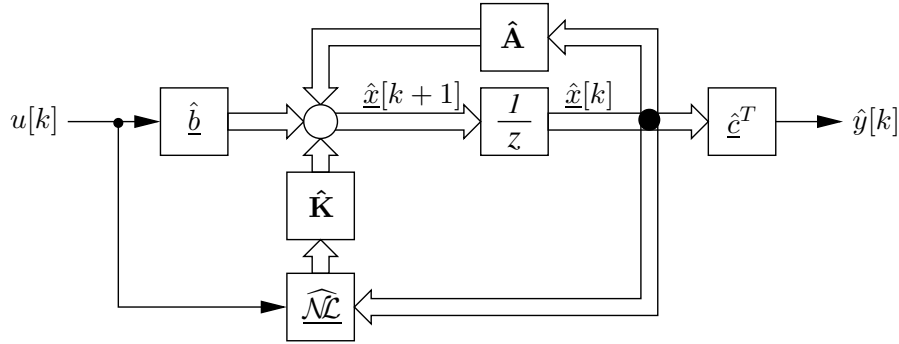


Abb. 3.5: Diskrete Zustandsbeschreibung

Das in Abbildung 3.1 enthaltene Differentiationsglied stellt bei dieser Betrachtung einen Sonderfall dar, der in Kapitel 4 näher betrachtet wird. Um diesen Sonderfall später berücksichtigen zu können, wird im Allgemeinen davon ausgegangen, dass die Anzahl n_d der diskreten Zustände $\hat{x}[k]$ ungleich der Anzahl n der kontinuierlichen Zustände \underline{x} sein kann.

3.1.4 Partielle Ableitungen

Aus der diskreten Zustandsbeschreibung können die partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ zur Implementierung des Lerngesetzes aus Gleichung (3.3) berechnet werden.

Da sich der Systemausgang $\hat{y}[k]$ aus den aktuellen Zuständen $\hat{x}[k]$ berechnet, wird zur Bestimmung der partiellen Ableitungen die diskrete Zustandsbeschreibung um einen Abtastschritt verschoben, wodurch eine explizite Gleichung zur Berechnung der aktuellen Zustände $\hat{x}[k]$ entsteht

$$\hat{x}[k] = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{x}[k-1] + \hat{\mathbf{b}} \cdot u[k-1] + \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\mathcal{N}}(u[k-1], \hat{x}[k-1])$$

Diese Gleichung kann nach den Gewichten \hat{w}_i differenziert werden.

Zur übersichtlicheren Schreibweise wird dazu neben dem bereits eingeführten Nabla-Operator die Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}} \in \mathbb{R}^{n_d \times p}$ mit n_d diskreten Zuständen und p Parametern eingeführt.

$$\frac{d\hat{x}[k]}{d\hat{w}} = \hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]} = \begin{bmatrix} (\nabla \hat{x}_1[k])^T \\ \vdots \\ (\nabla \hat{x}_{n_d}[k])^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{x}_1[k]}{\partial \hat{w}_1} & \cdots & \frac{\partial \hat{x}_1[k]}{\partial \hat{w}_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{x}_{n_d}[k]}{\partial \hat{w}_1} & \cdots & \frac{\partial \hat{x}_{n_d}[k]}{\partial \hat{w}_p} \end{bmatrix}$$

Die partielle Differentiation der Systembeschreibung nach den einzelnen Gewichten führt auf

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{x}[k]}{\partial \hat{w}} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}} \left(\hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{x}[k-1] \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \hat{w}} \left(\hat{b} \cdot u[k-1] \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \hat{w}} \left(\hat{\mathbf{K}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1]) \right)\end{aligned}$$

Mit $\frac{\partial u[k-1]}{\partial \hat{w}} = 0$ und der Produktregel ergibt sich weiter

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{x}[k]}{\partial \hat{w}} &= \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}}{\partial \hat{w}} \cdot \hat{x}[k-1] + \hat{\mathbf{A}} \cdot \frac{\partial \hat{x}[k-1]}{\partial \hat{w}} + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}} \cdot u[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1])}{\partial \hat{w}}\end{aligned}$$

Durch Einführung der Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]} = \frac{\partial \hat{x}[k]}{\partial \hat{w}}$ und einigen elementaren Umformungen ergibt sich

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]} &= \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k-1]} + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}}{\partial \hat{w}} \cdot \hat{x}[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}} \cdot u[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1])}{\partial \hat{w}}\end{aligned}$$

Durch Zusammenfassen erhält man diese Gleichung in der Form

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k-1]} + \hat{\mathbf{F}} \quad \text{mit} \quad \hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \hat{f}_1 & \cdots & \hat{f}_i & \cdots & \hat{f}_p \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ ergeben sich dabei zu

$$\begin{aligned}\hat{f}_i &= \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{x}[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}_i} \cdot u[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1])}{\partial \hat{w}_i}\end{aligned}$$

Entsprechend der Ausgangsgleichung $\hat{y}[k] = \hat{c}^T \cdot \hat{x}[k]$ werden aus der Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]}$ die partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}[k]$ gewonnen.

$$(\nabla \hat{y}[k])^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_1} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_p} \end{bmatrix} = \hat{c}^T \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]} \quad (3.7)$$

Die Gleichungen (3.6) und (3.7) entsprechen der Systembeschreibung, wobei die Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ die partielle Differentiation der Systemmatrix $\frac{\partial \hat{\mathbf{A}}[k]}{\partial \hat{w}_i}$, des Eingriffs $\frac{\partial \hat{b} \cdot u[k-1]}{\partial \hat{w}_i}$

und der Nichtlinearitäten $\frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\hat{\mathbf{K}} \cdot \mathcal{NL}(u[k-1], \hat{\mathbf{x}}[k-1]) \right)$ zusammenfasst. Damit kann für die Berechnung der partiellen Ableitungen die Struktur des rekurrenten Netzes übernommen werden, wobei die durch die Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ beschriebenen Eingriffe ergänzt werden müssen.

Der Rechenaufwand im Modell kann verringert werden, wenn die Einträge in $\hat{\mathbf{F}}$, wie in Abschnitt 3.1.6 durchgeführt, aus dem rekurrenten Netz in der Form von Vergangenheitswerten einzelner Neuronen ausgekoppelt werden und nicht aus den einzelnen Zuständen berechnet werden.

Aus Gleichung (3.6) ist auch ersichtlich, dass die aktuelle Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathbf{x}}[k]}$ aus der vergangenen $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathbf{x}}[k-1]}$ berechnet wird. Entsprechend ist zur Berechnung von $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathbf{x}}[1]}$ die Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathbf{x}}[0]}$ notwendig. Da für $k \leq 0$ alle Zustände $\hat{\mathbf{x}}[k]$ und alle Gewichte $\hat{\mathbf{w}}$ konstant sind, gilt für die Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathbf{x}}[0]} = \mathbf{0}$.

Nachteile bei dieser Methode sind die notwendigen Verzögerungsneuronen um den Abtastschritt $[k-1]$ vorzuhalten, und die zwingend erforderliche Euler-Vorwärts-Approximation der Integratoren. Dies lässt sich hier nicht vermeiden, da die benötigten partiellen Ableitungen innerhalb der Integrationsregel ausgekoppelt werden müssen. Dies wird in Kapitel 3.1.6 anschaulich dargestellt.

3.1.5 Implementierung der statischen Neuronalen Netze

Wie bereits erwähnt, sind die statischen Neuronalen Netze im Allgemeinen nur Subsysteme des strukturierten rekurrenten Netzes. Das heißt die Gewichte $\hat{\underline{\mathbf{w}}}$ eines statischen Neuronalen Netzes sind im Parametervektor $\hat{\underline{\mathbf{w}}}$ neben den restlichen Gewichten des rekurrenten Netzes enthalten. Damit sind auch die Eingangsgrößen und die Ausgangsgröße eines Approximators abhängig von den Parametern $\hat{\underline{\mathbf{w}}}$. Entsprechend gilt für die partiellen Ableitungen der Eingangsgrößen nach den Gewichten

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \neq 0 \quad \text{mit} \quad \hat{u} \equiv \hat{x}_{\mathcal{NL}}$$

Aus diesem Grund muss bei der Berechnung der partiellen Ableitungen $\frac{\partial \hat{\mathcal{NL}}}{\partial \hat{w}_i}$ unterschieden werden, ob nach einem Gewicht des Funktionsapproximators (es gilt $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$)⁶ oder nach einem Gewicht des restlichen Netzes (es gilt $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$) differenziert wird. Im Folgenden gilt $\hat{\mathcal{NL}} = \hat{y}_{RBF}$ bzw. $\hat{\mathcal{NL}} = \hat{y}_{GRNN}$ etc.

Die partiellen Ableitungen des RBF-Netzes ergeben sich für den Fall $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$ (mit

⁶ $\hat{\Theta}_l$ ist ein Gewicht des Funktionsapproximators mit $1 \leq l \leq r$, wobei r die Anzahl der Stützstellen des Funktionsapproximators darstellt.

$1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$) zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_{RBF}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} = \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \left(-\frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \right) \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} = \\ &= -\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \cdot \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die partiellen Ableitungen des RBF-Netzes für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ (mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$) ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_{RBF}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} = \\ &= e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_l)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} + \sum_{j=1, j \neq l}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \left(-\frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \right) \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} = \\ &= \mathcal{A}_l(\hat{u}) - \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1, j \neq l}^r \hat{\Theta}_j \cdot \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die partiellen Ableitungen des GRNN für den Fall $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$ (mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$) ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\frac{\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \right) = \\ &= \frac{\frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} - \frac{\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\left(\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \right)^2} = \\ &= \frac{-\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} + \\ &+ \frac{\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i}}{\left(\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \right)^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} + \\
&+ \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \cdot \sum_{j=1}^r \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} = \\
&= - \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} + \\
&+ \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \sum_{j=1}^r \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} = \\
&= \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot (\hat{y}_{GRNN} - \hat{\Theta}_j) \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ (mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$) ergeben sich die partiellen Ableitungen des GRNN zu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{y}_{GRNN}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\frac{\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \right) = \\
&= \frac{\frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} - \frac{\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}}{\left(\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \right)^2} = \\
&= \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_l)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} - \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}}} + \\
&+ \frac{\sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i}}{\left(\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2 \cdot \sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}} \right)^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_l)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}}{\sum_{j=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}} - \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}} \cdot \frac{\hat{u}-\xi_j}{\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2} \cdot \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} + \\
&+ \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_j)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}} \cdot \sum_{k=1}^r \frac{e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}}{\sum_{k=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}-\xi_k)^2}{2\cdot\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2}}} \cdot \frac{\hat{u}-\xi_j}{\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2} \cdot \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} = \\
&= \mathcal{A}_l(\hat{u}) - \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u}-\xi_j}{\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2} \cdot \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} + \\
&+ \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \sum_{j=1}^r \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u}-\xi_j}{\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2} \cdot \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} = \\
&= \mathcal{A}_l(\hat{u}) + \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u}-\xi_j}{\sigma_{norm}^2\cdot\Delta\xi^2} \cdot \left(\hat{y}_{GRNN} - \hat{\Theta}_j\right) \tag{3.11}
\end{aligned}$$

In die Berechnung der partiellen Ableitungen des GRNN fließt neben dem Eingang \hat{u} auch der Ausgang \hat{y}_{GRNN} ein. Grundsätzlich kann der Wert von \hat{y}_{GRNN} aus \hat{u} berechnet werden. Bei der Implementierung der vorgestellten Verfahren stellt die Rechenzeitanforderung der Identifikation eine entscheidende Begrenzung dar. Aus diesem Grund wird bei der Realisierung der Wert von \hat{y}_{GRNN} bei der Berechnung der partiellen Ableitungen aus dem rekurrenten Netz ausgekoppelt.

Beim HANN muss zusätzlich noch berücksichtigt werden, ob der Parameter $\hat{\Theta}_l$ den Gleichanteil (es gilt $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_1$), eine mathematisch gerade (es gilt $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_2 \dots \hat{\Theta}_{\frac{r+1}{2}}$) oder eine ungerade (es gilt $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_{\frac{r+3}{2}} \dots \hat{\Theta}_r$) Basisfunktion gewichtet.

Für den Fall $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$ (mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$) ergibt sich

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\hat{y}_{HANN}}{\partial\hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial\hat{w}_i} \left(\hat{\Theta}_1 + \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \cos(j \hat{u}) + \hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) = \\
&= \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} -j \cdot \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}) \cdot \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} + j \cdot \hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) \cdot \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} = \\
&= \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot \left(\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) \tag{3.12}
\end{aligned}$$

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_1$ (mit $1 \leq i \leq p$) ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\hat{\Theta}_1 + \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \cos(j \hat{u}) + \hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) = \\ &= 1 + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot \left(\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ (mit $1 \leq i \leq p$ und $2 \leq l \leq \frac{r+1}{2}$) ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\hat{\Theta}_1 + \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \cos(j \hat{u}) + \hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) = \\ &= \cos(l \hat{u}) + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot \left(\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ (mit $1 \leq i \leq p$ und $\frac{r+3}{2} \leq l \leq r$) ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\hat{\Theta}_1 + \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \cos(j \hat{u}) + \hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) = \\ &= \sin(l \hat{u}) + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot \left(\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}) \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Somit sind die partiellen Ableitungen der in dieser Arbeit verwendeten statischen Neuronalen Netze bestimmt. Diese sind in Tabelle 3.1 noch einmal zusammengefasst.

3.1.6 Anwendung des Lerngesetzes

Zur Verdeutlichung der Berechnung der partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}[k]$ werden die beschriebenen Vorschriften auf das Beispiel der Maschinenmechanik aus Abschnitt 3.1.1 angewandt, wobei die Reibung mit Hilfe eines GRNN approximiert wird.

Aus Abschnitt 3.1.1 sind die Differentialgleichung

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} \cdot (M - M_R(\Omega))$$

die Differenzgleichung

$$\hat{\Omega}[k+1] = \hat{\Omega}[k] + h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \left(M[k] - \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k], \hat{\Theta}) \right)$$

Netz	partielle Ableitung
RBF	Für $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$ $\frac{\partial \hat{y}_{RBF}}{\partial \hat{w}_i} = -\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \cdot \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}$
	Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$ $\frac{\partial \hat{y}_{RBF}}{\partial \hat{w}_i} = \mathcal{A}_l(\hat{u}) - \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \hat{\Theta}_j \cdot \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2}$
GRNN	Für $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$ $\frac{\partial \hat{y}_{GRNN}}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot (\hat{y}_{GRNN} - \hat{\Theta}_j)$
	Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \leq l \leq r$ $\frac{\partial \hat{y}_{GRNN}}{\partial \hat{w}_i} = \mathcal{A}_l(\hat{u}) + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^r \mathcal{A}_j(\hat{u}) \cdot \frac{\hat{u} - \xi_j}{\sigma_{norm}^2 \cdot \Delta \xi^2} \cdot (\hat{y}_{GRNN} - \hat{\Theta}_j)$
HANN	Für $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $1 \neq l \neq r$ $\frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot (\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}))$
	Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_1$ mit $1 \leq i \leq p$ $\frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} = 1 + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot (\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}))$
	Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $2 \leq l \leq \frac{r+1}{2}$ $\frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} = \cos(l \hat{u}) + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot (\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}))$
	Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_l$ mit $1 \leq i \leq p$ und $\frac{r+3}{2} \leq l \leq r$ $\frac{\partial \hat{y}_{HANN}}{\partial \hat{w}_i} = \sin(l \hat{u}) + \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{j=1}^{\frac{r-1}{2}} j \cdot (\hat{\Theta}_{(\frac{r+1}{2}+j)} \cdot \cos(j \hat{u}) - \hat{\Theta}_{(j+1)} \cdot \sin(j \hat{u}))$

Tabelle 3.1: Zusammenstellung der partiellen Ableitungen der statischen Neuronalen Netze

und der Parametervektor

$$\hat{\boldsymbol{w}} = [\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Theta}_1 \quad \dots \quad \hat{\Theta}_r]^T$$

bekannt.

Durch den Vergleich der Differenzgleichung

$$\hat{\Omega}[k+1] = \hat{\Omega}[k] + h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot M[k] - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])$$

mit der diskreten Zustandsbeschreibung

$$\hat{\boldsymbol{x}}[k+1] = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}[k] + \hat{\boldsymbol{b}} \cdot u[k] + \hat{\mathbf{K}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{\boldsymbol{x}}[k])$$

werden die Elemente der Zustandsbeschreibung bestimmt. Mit der geschätzten Winkelgeschwindigkeit $\hat{\Omega}[k]$ als Systemausgang ergeben sich die Elemente der Zustandsbeschreibung wie in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

Werden diese Größen und die Gleichung (3.10) bzw. (3.11) in Gleichung (3.6) eingesetzt, ergibt sich

dis. Zustandsbeschreibung	u	\hat{x}	$\hat{\mathbf{A}}$	\hat{b}	$\hat{\mathbf{K}}$	$\widehat{\mathcal{NL}}(u, \hat{x})$	\hat{c}	\hat{y}
Differenzgleichung	M	$\hat{\Omega}$	1	$h \cdot \hat{\Psi}_1$	$-h \cdot \hat{\Psi}_1$	$\hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega})$	1	$\hat{\Omega}$

Tabelle 3.2: Koeffizientenvergleich zwischen diskreter Zustandsbeschreibung und Differenzgleichung

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k-1]} + \hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\Omega}[k]} = \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\Omega}[k-1]} + \hat{\mathbf{F}}$$

beziehungsweise

$$\left[\frac{\partial \hat{\Omega}[k]}{\partial \hat{w}_1} \dots \frac{\partial \hat{\Omega}[k]}{\partial \hat{w}_p} \right] = \left[\frac{\partial \hat{\Omega}[k-1]}{\partial \hat{w}_1} \dots \frac{\partial \hat{\Omega}[k-1]}{\partial \hat{w}_p} \right] + \left[\hat{f}_1[k-1] \dots \hat{f}_p[k-1] \right]$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{f}_1 &= \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}}{\partial \hat{w}_1} \cdot \hat{x}[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}_1} \cdot u[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}_1} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1])}{\partial \hat{w}_1} = \\ &= \frac{\partial 1}{\partial \hat{w}_1} \cdot \hat{\Omega}[k-1] + \\ &+ \frac{\partial (h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_1} \cdot M[k-1] + \\ &+ \frac{\partial (-h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_1} \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1]) + (-h \cdot \hat{\Psi}_1) \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1])}{\partial \hat{w}_1} = \\ &= 0 \cdot \hat{\Omega}[k-1] + \\ &+ h \cdot M[k-1] - \\ &- h \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1]) - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1])}{\partial \hat{w}_1} = \\ &= h \cdot \left(M[k-1] - \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1]) \right) - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1])}{\partial \hat{w}_1} \end{aligned}$$

und für $2 \leq i \leq p$

$$\begin{aligned} \hat{f}_i &= \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{x}[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}_i} \cdot u[k-1] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k-1], \hat{x}[k-1])}{\partial \hat{w}_i} \frac{\partial 1}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Omega}[k-1] + \\ &+ \frac{\partial (h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_i} \cdot M[k-1] + \\ &+ \frac{\partial (-h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1]) + (-h \cdot \hat{\Psi}_1) \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1])}{\partial \hat{w}_i} = \\ &= 0 \cdot \hat{\Omega}[k-1] + \\ &+ 0 \cdot M[k-1] + \\ &+ 0 \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1]) - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1])}{\partial \hat{w}_i} = \\ &= -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k-1])}{\partial \hat{w}_i} \end{aligned}$$

Abbildung 3.6 ist eine graphische Darstellung der Berechnung der partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ für die Mechanik einer elektrischen Maschine.

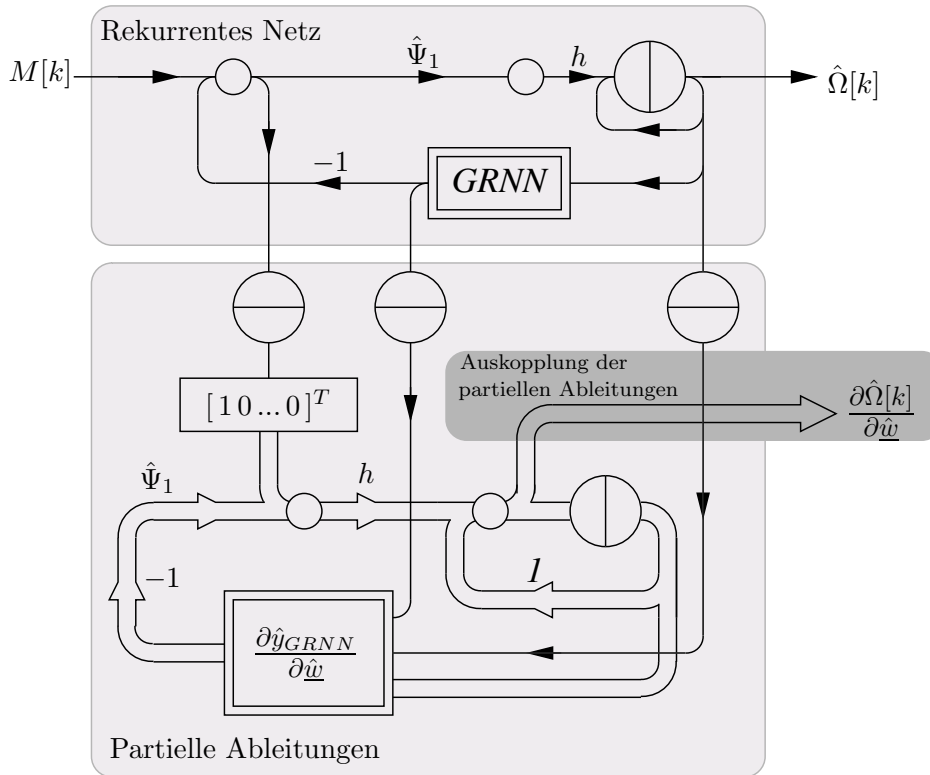


Abb. 3.6: Berechnung der partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y} = \frac{\partial \hat{\Omega}[k]}{\partial \hat{w}}$ für die Mechanik einer elektrischen Maschine

Wie in Abbildung 3.6 hervorgehoben, erfolgt die Auskopplung der partiellen Ableitungen $\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \hat{w}_i}$ innerhalb der Integrationsregel vor dem Verzögerungsneuron. Dieser spezielle Auskopplungspunkt ist ausschließlich bei der vorwärts Rechteckapproximation vorhanden, weshalb bei der vorgestellten Gradientenberechnung eine Diskretisierung nach der vorwärts Rechteckapproximation zwingend erforderlich ist. In Kapitel 3.2.2 wird die Berechnung der partiellen Ableitungen so umgestellt, dass die Diskretisierung nach einer beliebigen Integrationsmethode erfolgen kann.

Mit dem Signalflussplan und dem rekurrenten Netz der Maschinenmechanik aus Abbildung 3.2, dem Lerngesetz aus Gleichung (3.3) und der Berechnung der partiellen Ableitungen nach Abbildung 3.6 wird die Identifikation der Massenträgheit und der Reibkennlinie aufgebaut. In Abbildung 3.7 ist die Kombination der einzelnen Blöcke dargestellt.

Simulation: Im ersten Schritt wird nur die Massenträgheit der Maschine identifiziert. Das Reibungsdrehmoment der Strecke und des Identifikators sind in dieser

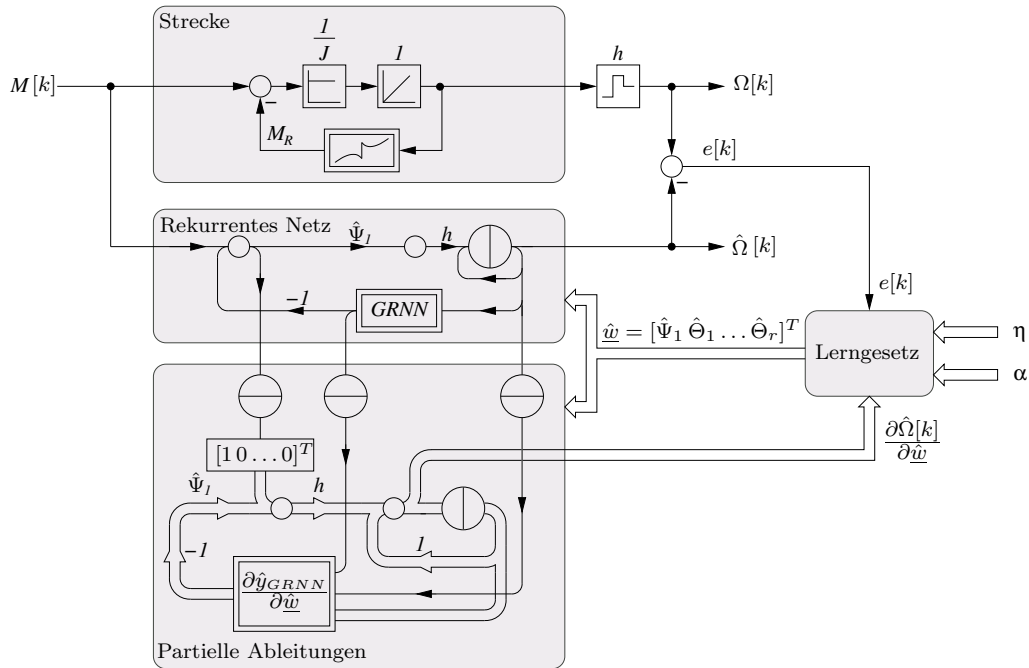


Abb. 3.7: Aufbau der Identifikation der Mechanik einer elektrischen Maschine

ersten Anwendung zu Null gesetzt. Dies entspricht der üblichen Idealisierung, elektrische Maschinen reibungsfrei darzustellen. In diesem Fall besteht die Strecke aus einem einzelnen Integrator.

Das Massenträgheitsmoment in der Strecke wird entsprechend der Maschine I der Versuchsanlage nach Kapitel C.2 mit 0.166 kg m^2 gewählt, das Gewicht $\hat{\Psi}_1[0]$ wird davon abweichend mit $\frac{1}{0.2 \text{ kg m}^2} \approx 5 \frac{1}{\text{kg m}^2}$ initialisiert.

Die Anregung M wird mit einer einfachen Zwei-Punkt-Regelung realisiert. Überschreitet die Winkelgeschwindigkeit $+20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, wird das Luftspaltdrehmoment M mit -15 N m vorgegeben. Werden $-20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ unterschritten, wird das Luftspaltdrehmoment auf $+15 \text{ N m}$ gesetzt. Damit erfolgt die Anregung der Strecke mit einem rechteckförmigen Drehmomentverlauf.

Für die Abtastzeit h wird in dieser Anwendung 1 ms gewählt. Die Lernparameter werden mit $\eta_1 = 6 \cdot 10^{-6}$ und $\alpha_1 = 0.95$ festgelegt⁷.

Der Identifikationsverlauf der Massenträgheit ist in Abbildung 3.8 dargestellt, der Verlauf des Ausgangsfehlers während der Identifikation ist in Abbildung 3.9 abgebildet.

⁷Bei dieser Anwendung soll nur das Massenträgheitsmoment identifiziert werden, daher gilt für die Lernparameter $\underline{\eta} = [\eta_1 \quad \underline{0}]^T$ und $\underline{\alpha} = [\alpha_1 \quad \underline{0}]^T$.

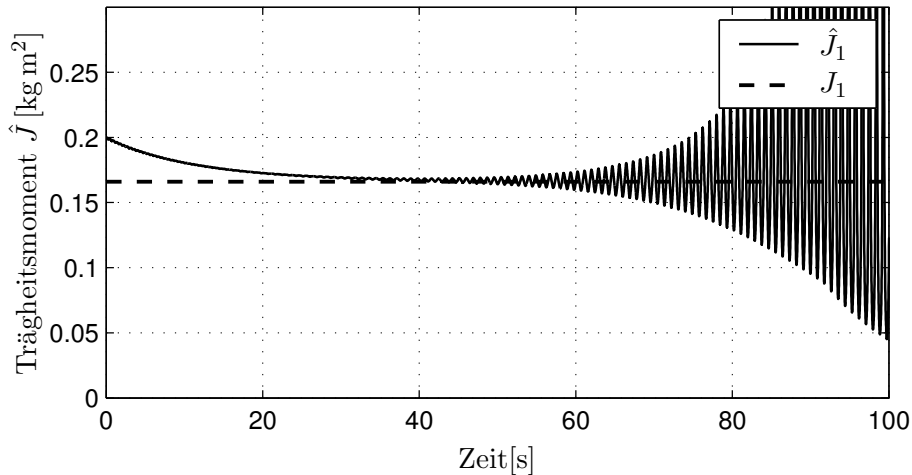


Abb. 3.8: Identifikationsverlauf der Massenträgheit \hat{J}_1

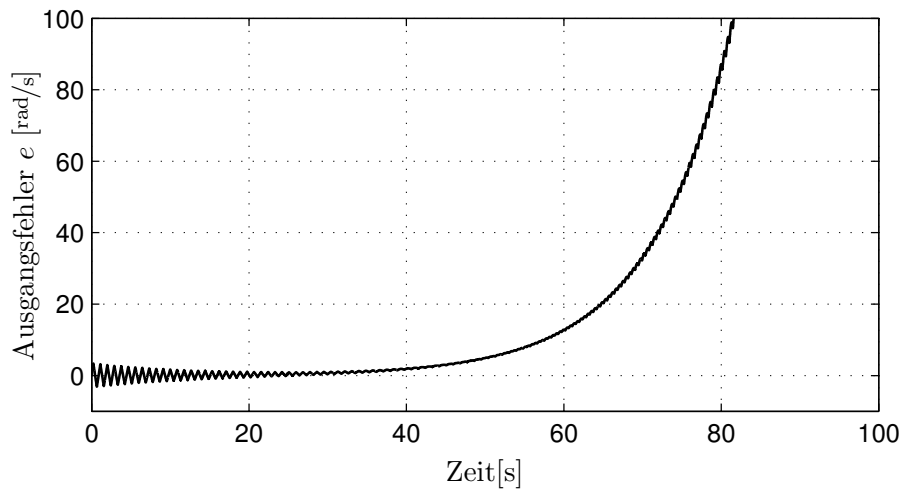


Abb. 3.9: Ausgangsfehlerverlauf

In Abbildung 3.8 ist zu erkennen, dass das rekurrente Netz nicht in der Lage ist das Trägheitsmoment richtig zu identifizieren, sondern es verlässt den physikalisch sinnvollen Bereich und wird instabil. Entsprechend strebt auch der Ausgangsfehler in Abbildung 3.9 gegen Unendlich. Der Grund für dieses Verhalten wird im Folgenden erläutert.

Das rekurrente Netz soll das Verhalten der Strecke nachbilden. Dies wird erreicht, wenn die Abweichung zwischen Strecke und rekurrentem Netz auch dynamisch zu Null wird. Nachdem die Modellierung mit Integratoren aufgebaut wird, ist dabei die Problematik unterschiedlicher Anfangswerte $\Omega[0]$ und $\hat{\Omega}[0]$ zu beachten. Bei der Simulation wird dieses Problem durch eine entsprechende Initialisierung mit $\Omega[0] = 0$ und $\hat{\Omega}[0] = 0$ umgangen und für den Anfangsfehler wird $e[0] = 0$ sichergestellt.

Durch die unterschiedliche Initialisierung der Massenträgheitsmomente zu Beginn

der Identifikation ergibt sich jedoch schnell ein Ausgangsfehler. Entsprechend dem Lerngesetz wird über die Lernschrittweite und den Gradienten $e \cdot \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \hat{w}_1}$ das Gewicht \hat{w}_1 so verändert, dass der Ausgangsfehler e minimiert wird. Bei ca. 40 Sekunden hat das Gewicht des rekurrenten Netzes den tatsächlichen Wert des Parameters erreicht. Bis zu diesem Zeitpunkt verringert sich auch die Amplitude des Ausgangsfehlers. Der Ausgangsfehler ist jedoch nicht zu Null geworden, weshalb das Gewicht \hat{w}_1 weiter adaptiert wird.

Im Integrator des rekurrenten Netzes bleibt durch die vergangene Abweichung zwischen Strecke und rekurrentem Netz ein Fehler zurück. Da sich der Gradient aus dem Produkt von Ausgangsfehler und partieller Ableitung des Ausgangs nach dem Gewicht \hat{w}_1 berechnet, kann der Gradient nur dann zu Null werden (und damit den Lernvorgang stoppen), wenn entweder der Ausgangsfehler oder der Term mit den partiellen Ableitungen zu Null werden. Tatsächlich entspricht die Berechnung der partiellen Ableitungen, wie aus Abbildung 3.7 ersichtlich ist, der Berechnung des Systemausgangs. Damit ist $\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \hat{w}_1}$ solange von Null verschieden, solange die geschätzte Winkelgeschwindigkeit $\hat{\Omega}$ nicht zu Null wird. Durch die externe Anregung des Systems wird jedoch erreicht, dass $\hat{\Omega}$ nicht zu Null wird. Es verbleibt nur die Möglichkeit ein stabiles Lernergebnis zu erreichen, indem sichergestellt wird, dass der Ausgangsfehler zu Null wird, wenn die richtigen Parameter identifiziert sind.

Aus diesem Grund muss das bisher beschriebene Verfahren dahingehend erweitert werden, dass der Ausgangsfehler tatsächlich zu Null werden kann.

Eine Variante zur Lösung dieser Problematik ist, die einzelnen Zustände des rekurrenten Netzes in regelmäßigen Intervallen so zu berechnen, dass der Ausgangsfehler Null wird. Im vorliegenden Beispiel bedeutet dies, die geschätzte Winkelgeschwindigkeit $\hat{\Omega}$ auf den wahren Wert der Winkelgeschwindigkeit Ω zu setzen. Tatsächlich sind reale Systeme aber wesentlich komplexer als dieses einfache Beispiel. Damit wird die Berechnung der einzelnen Zustände (bzw. Neuronen des rekurrenten Netzes) sehr aufwendig und stellt eine zusätzliche Fehlerquelle bei der Umsetzung der Identifikation dar.

In [BRYCHCY, 2000] wird dieses Problem gelöst, indem die Zustände des rekurrenten Netzes iterativ und von der eigentlichen Parameteridentifikation getrennt, bestimmt werden. Ein Online-Training ist bei dieser Vorgehensweise jedoch nicht möglich.

Eine wesentlich elegantere Lösung ist, das rekurrente Netz zu einem Luenberger-Beobachter zu erweitern. Dadurch wird zum einen die Anfangswertproblematik gelöst, und zum anderen werden die Zustände so nachgeführt, dass der Ausgangsfehler klein bleibt und stationär zu Null wird. Mit dieser Erweiterung ist es möglich, eine stabile Identifikation einer global integrierenden Strecke aufzubauen.

3.2 Erweiterung zum Luenberger-Beobachter

Wie bei der Herleitung der diskreten Zustandsbeschreibung in Kapitel 3.1.3 wird bei der Erweiterung des rekurrenten Netzes zum Luenberger-Beobachter zunächst von einer kontinuierlichen Streckenabbildung

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{x} + \tilde{b} \cdot u \quad \text{und} \quad \tilde{y} = \tilde{c}^T \cdot \tilde{x}$$

ausgegangen. Diese entspricht in ihrer Struktur der realen Strecke, wobei hier zunächst nur der lineare Systemteil betrachtet wird.

Aufgrund der unterschiedlichen Parameter und Anfangswerte ergibt sich eine Abweichung zwischen realem System und Beobachter. Diese wird als Beobachterfehler $\tilde{e} = y - \tilde{y}$ bezeichnet und entspricht der bisher als Ausgangsfehler bezeichneten Größe. Der Fehler wird auf die einzelnen Zustände zurückgeführt, womit sich die Systembeschreibung des Beobachters zu

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{x} + \tilde{b} \cdot u - \tilde{l} \cdot \tilde{e}$$

erweitert. \tilde{l} stellt dabei den Vektor der Beobachterkoeffizienten dar. In diese Gleichung werden die Definitionen des Beobachterfehlers und die Ausgangsgleichung $\tilde{y} = \tilde{c}^T \cdot \tilde{x}$ eingesetzt. Dies führt auf den kontinuierlichen Luenberger-Beobachter, wie er in [LUDYK, 1995] diskutiert wird

$$\dot{\tilde{x}} = \underbrace{\left(\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{l} \cdot \tilde{c}^T \right)}_{\tilde{\mathbf{A}}_{\text{beo}}} \cdot \tilde{x} + \tilde{b} \cdot u - \tilde{l} \cdot y$$

In Abbildung 3.10 ist diese Gleichung schwarz dargestellt. Der nichtlineare Anteil im Beobachter und die Verbindung von Strecke und Beobachter sind grau gezeichnet.

Die Dynamik des Beobachters kann über die Pole der Matrix $\tilde{\mathbf{A}}_{\text{beo}}$ und damit über die Beobachterkoeffizienten \tilde{l} vorgegeben werden. Dabei ist zu beachten, dass sich die Koeffizienten der Matrix $\tilde{\mathbf{A}}$ während der Identifikation verändern, wodurch sich die Pole des Beobachters verschieben. Entsprechend muss bei der Beobachterdimensionierung beachtet werden, wie die Pole auf Änderungen der Koeffizienten reagieren. Eine Möglichkeit, um diese Problematik zu entschärfen, ist die Beobachterkoeffizienten während der Identifikation nachzuführen. Wie in Abschnitt 3.2.2 gezeigt wird, gehen die Beobachterkoeffizienten in die Berechnung der partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ ein. Entsprechend müssen auch die Gleichungen zur Veränderung der Beobachterkoeffizienten in die Berechnung der partiellen Ableitungen einfließen, was bei aufwendigen Beobachterdimensionierungen zu Rechenzeitproblemen führen kann.

Aus diesem Grund muss von Gebieten in der komplexen Ebene, in denen sich die Eigenwerte des Beobachters befinden, gesprochen werden. Um die Stabilität des Beobachters zu gewährleisten, muss sichergestellt sein, dass diese Gebiete immer im Bereich negativer Realteile liegen.

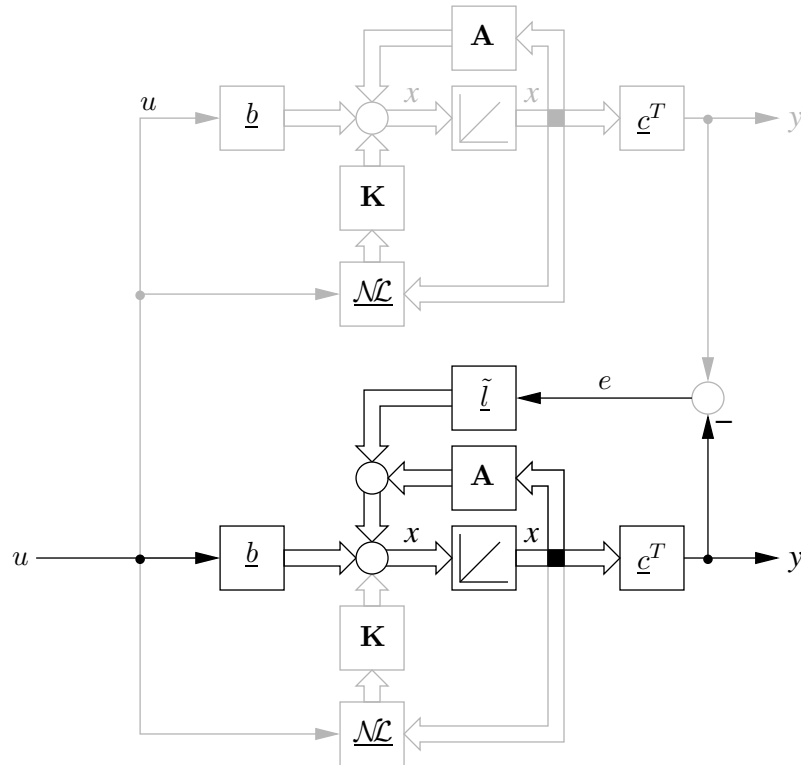


Abb. 3.10: Struktur des kontinuierlichen Luenberger-Beobachters. Der nichtlineare Anteil im Beobachter und die Verbindung von Strecke und Beobachter sind grau gezeichnet

Zusätzlich ist zu beachten, dass es sich bei dem Gesamtsystem um ein nichtlineares System handelt und daher exakterweise nicht von Eigenwerten gesprochen werden kann.

Um die Beobachterdimensionierung einfach zu gestalten, wird von einem linearen Beobachter mit konstanten Koeffizienten, die den Startwerten der Identifikation entsprechen, ausgegangen. Dementsprechend erfolgt die Beobachterdimensionierung nach gängigen Verfahren wie der Polvorgabe.

Bei einer Polvorgabe werden die Koeffizienten \tilde{l} durch einen Koeffizientenvergleich des charakteristischen Polynoms des linearen Beobachters

$$\det \left(\left(\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{l} \cdot \tilde{c}^T \right) - \mathbf{I} \cdot s \right) \quad (3.16)$$

mit einem Wunschpolynom bestimmt. Das Wunschpolynom kann zum Beispiel nach dem Dämpfungsoptimum bestimmt werden.

Da bei realen Systemen immer eine verrauschte Umgebung vorliegt, muss bei der Beobachterdimensionierung ein Kompromiss zwischen schnellem Einschwingen und guter Filterwirkung getroffen werden. Im Fall der Dimensionierung nach dem Dämpfungsoptimum fließt dieser Kompromiss in die Wahl der Systemzeit ein.

Eine andere Möglichkeit, einen rauschoptimalen Beobachter zu entwerfen, liefert die *Kalman-Bucy-Filtertheorie* [KALMAN UND BUCY, 1961]. Das Ergebnis dieser Optimierung ist ein Luenberger-Beobachter mit einem Rückführvektor $\tilde{\mathbf{l}}$, der über die positiv definite Lösung einer algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung bestimmt wird.

Gemäß obigen Betrachtungen muss die Beobachterdimensionierung jetzt auf ihre Robustheit gegenüber Parameteränderungen der Matrix $\tilde{\mathbf{A}}$ bzw. gegenüber dem Einfluss der Nichtlinearitäten überprüft und gegebenenfalls korrigiert werden. Hierfür werden die Parameter wertmäßig beschränkt, d. h. die Parameter können sich nur innerhalb dieser definierten Grenzen verändern. Es ist nun zu überprüfen, ob das rekurrente Netz innerhalb dieser Schranken stabil arbeiten kann. Ist dies nicht der Fall, müssen entweder die Parameterschranken oder die Beobachterdimensionierung verändert werden. Die Parameterschranken werden sinnvollerweise in der anschließenden Identifikation beibehalten.

3.2.1 Anwendung der Erweiterung

In diesem Abschnitt werden die zuvor dargestellten Erkenntnisse auf das rekurrente Netz übertragen. Dazu wird wie bei der Herleitung der diskreten Zustandsbeschreibung der kontinuierliche Beobachter unter Berücksichtigung der Integrationsregel diskretisiert.

Bei diesen Betrachtungen wird die Differentiation ausgeschlossen. Wie ein Differentiationsglied im rekurrenten Netz bei der Erweiterung zum Beobachter berücksichtigt wird, wird in Kapitel 4 an einer realen Anwendung beschrieben.

Wird der nichtlineare Systemteil berücksichtigt, kann der kontinuierliche Beobachter in der Form

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \underbrace{\left(\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{l}} \cdot \tilde{\mathbf{c}}^T \right)}_{\tilde{\mathbf{A}}_{\text{beo}}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}} \cdot u - \tilde{\mathbf{l}} \cdot y + \tilde{\mathbf{K}} \cdot \tilde{\mathcal{NL}}(u, \tilde{\mathbf{x}}) \quad (3.17)$$

dargestellt werden.

Auf dieses Gleichungssystem werden dieselben Umformungen wie in Kapitel 3.1.3 angewandt, womit sich

$$\hat{\mathbf{x}}[k+1] = h \cdot \left(\left(\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{l}} \cdot \tilde{\mathbf{c}}^T \right) \cdot \hat{\mathbf{x}}[k] + \tilde{\mathbf{b}} \cdot u[k] - \tilde{\mathbf{l}} \cdot y[k] + \tilde{\mathbf{K}} \cdot \tilde{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{\mathbf{x}}[k]) \right) + \hat{\mathbf{x}}[k]$$

ergibt. Durch einfache Zusammenfassungen und durch Berücksichtigung der Ausgangsgleichung ergibt sich aus dieser Gleichung die diskrete Zustandsbeschreibung

des zum Luenberger-Beobachter erweiterten rekurrenten Netzes

$$\hat{\underline{x}}[k+1] = \hat{\mathbf{A}}_{\text{rek}} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \hat{\underline{b}} \cdot u[k] - \hat{\underline{l}} \cdot y[k] + \hat{\mathbf{K}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{\underline{x}}[k]) \quad \text{und} \quad \hat{y}[k] = \hat{\underline{c}}^T \cdot \hat{\underline{x}}[k] \quad (3.18)$$

mit

- $\hat{\mathbf{A}}_{\text{rek}} = h \cdot \tilde{\mathbf{A}}_{\text{beo}} + \mathbf{I} = h \cdot (\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\underline{l}} \cdot \tilde{\underline{c}}^T) + \mathbf{I}$,
- $\hat{\underline{b}} = h \cdot \tilde{\underline{b}}$,
- $\hat{\underline{l}} = h \cdot \tilde{\underline{l}}$,
- $\hat{\mathbf{K}} = h \cdot \tilde{\mathbf{K}}$,
- $\widehat{\mathcal{NL}} = \tilde{\mathcal{NL}}$ und
- $\hat{\underline{c}} = \tilde{\underline{c}}$.

Diese Gleichungen gelten nur für die Euler-Vorwärts-Approximation der Integratoren und müssen für exaktere Integrationsmethoden getrennt bestimmt werden.

In Abbildung 3.11 ist die Kombination des realen Systems mit dem diskreten Beobachter über Digital-Analog- bzw. Analog-Digital-Wandler dargestellt.

3.2.2 Partielle Ableitungen

In Kapitel 3.1.4 wurde die Berechnung der partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ anhand der diskreten Zustandsbeschreibung durchgeführt. Da die Beobachterrückführung $\tilde{\underline{l}}$ in die Zustandsbeschreibung eingeht, muss diese bei der Berechnung der partiellen Ableitungen berücksichtigt werden.

Wie in Kapitel 3.1.4 gezeigt wurde, entspricht die Berechnung der partiellen Ableitungen in ihrer Struktur der Berechnung der Zustände. Im rekurrenten Netz werden aus den aktuellen Zuständen $\hat{\underline{x}}[k]$ die Folgezustände $\hat{\underline{x}}[k+1]$ berechnet, wobei für die erste Berechnung die Anfangswerte⁸ $\hat{\underline{x}}[0]$ notwendig sind. Damit ist zur programmtechnischen Umsetzung der Zustandsbeschreibung kein expliziter Ausdruck der aktuellen Zustände $\hat{\underline{x}}[k]$ erforderlich.

Diese Überlegungen können auf die Berechnung der partiellen Ableitungen übertragen werden. Die Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k+1]}$ zum folgenden Abtastschritt wird aus der aktuellen Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]}$ berechnet, wobei für $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[0]} = \mathbf{0}$ gilt, da für die Zeitschritte $k \leq 0$ keine Änderungen der Zustände $\hat{\underline{x}}$ und der Gewichte $\hat{\underline{w}}$ erfolgt sind.

⁸Die Anfangswerte $\hat{\underline{x}}[0]$ werden üblicher Weise mit 0 gewählt, wobei von der realen Strecke abweichende Anfangswerte durch die Beobachterrückführungen ausgeglichen werden.

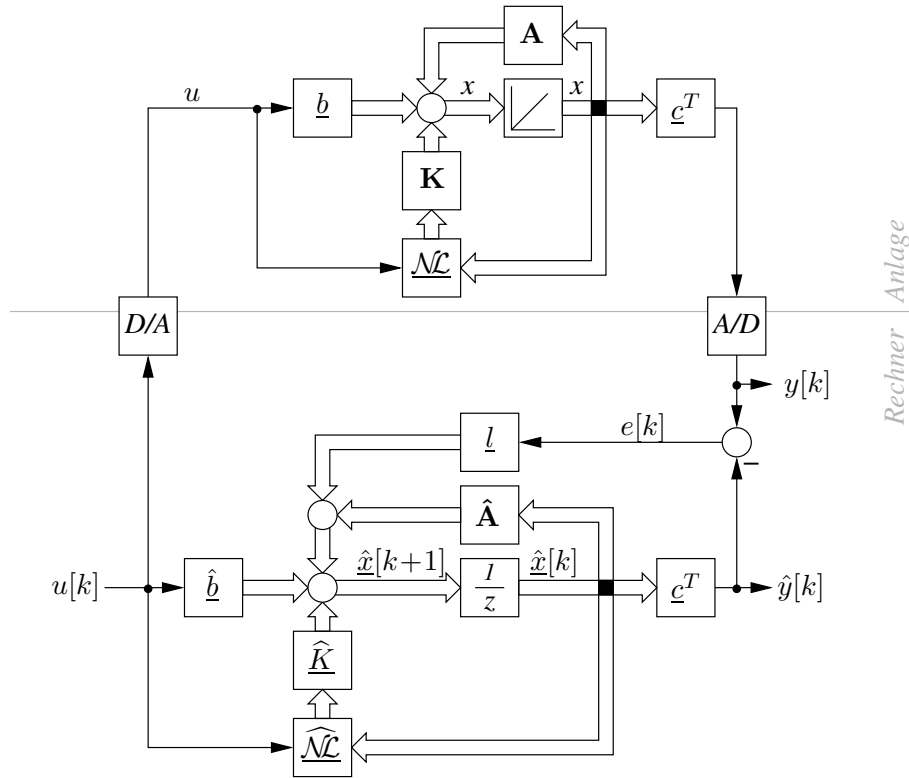


Abb. 3.11: Rekurrentes Netz als Luenberger-Beobachter

Aus diesen Gründen ist es zur Berechnung der partiellen Ableitungen des Systemausgangs nach den einzelnen Gewichten nicht notwendig, die Zustandsgleichung um einen Abtastschritt zu verschieben, um einen expliziten Ausdruck für $\hat{x}[k]$ zu erhalten.

Mit der Jacobi-Matrix aus Abschnitt 3.1.4 und der Zustandsgleichung

$$\hat{x}[k+1] = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{x}[k] + \hat{\underline{b}} \cdot u[k] - \hat{\underline{l}} \cdot y[k] + \hat{\mathbf{K}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{x}[k])$$

kann die partielle Differentiation der Zustandsgleichung nach den Elementen des Parametervektors $\hat{\underline{w}}$ durchgeführt werden.

Dies führt auf

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{x}[k+1]}{\partial \hat{\underline{w}}} &= \frac{\partial}{\partial \hat{\underline{w}}} \left(\hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{x}[k] \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \hat{\underline{w}}} \left(\hat{\underline{b}} \cdot u[k] \right) - \\ &- \frac{\partial}{\partial \hat{\underline{w}}} \left(\hat{\underline{l}} \cdot y[k] \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \hat{\underline{w}}} \left(\hat{\mathbf{K}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{x}[k]) \right) \end{aligned}$$

Wegen der Unabhängigkeit von den wahren Größen u und y gilt $\partial u[k]/\partial \hat{\underline{w}} = 0$ und $\partial y[k]/\partial \hat{\underline{w}} = 0$. Mit diesen Bedingungen und der Produktregel kann die obige Gleichung

weiter umgeformt werden

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\underline{x}}[k+1]}{\partial \hat{\underline{w}}} &= \frac{\partial \hat{\underline{A}}_{rek}}{\partial \hat{\underline{w}}} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \hat{\underline{A}}_{rek} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}[k]}{\partial \hat{\underline{w}}} + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{\underline{w}}} \cdot u[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\underline{K}}}{\partial \hat{\underline{w}}} \cdot \widehat{\underline{\mathcal{N}}} \mathcal{L}(u[k], \hat{\underline{x}}[k]) + \hat{\underline{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\underline{\mathcal{N}}} \mathcal{L}(u[k], \hat{\underline{x}}[k])}{\partial \hat{\underline{w}}} \end{aligned}$$

mit der Jacobi-Matrix $\hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} = \frac{\partial \hat{\underline{x}}[k]}{\partial \hat{\underline{w}}}$ und elementaren Umformungen ergibt sich

$$\begin{aligned} \hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k+1]} &= \hat{\underline{A}}_{rek} \cdot \hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} + \\ &+ \frac{\partial \hat{\underline{A}}_{rek}}{\partial \hat{\underline{w}}} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{\underline{w}}} \cdot u[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\underline{K}}}{\partial \hat{\underline{w}}} \cdot \widehat{\underline{\mathcal{N}}} \mathcal{L}(u[k], \hat{\underline{x}}[k]) + \hat{\underline{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\underline{\mathcal{N}}} \mathcal{L}(u[k], \hat{\underline{x}}[k])}{\partial \hat{\underline{w}}} \end{aligned}$$

Durch Zusammenfassen kann diese Gleichung in die Form

$$\hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k+1]} = \hat{\underline{A}}_{rek} \cdot \hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} + \hat{\underline{F}} \quad \text{mit} \quad \hat{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \hat{f}_1 & \cdots & \hat{f}_i & \cdots & \hat{f}_p \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

gebracht werden. Die Spalten der Matrix $\hat{\underline{F}}$ ergeben sich dabei zu

$$\begin{aligned} \hat{f}_i &= \frac{\partial \hat{\underline{A}}_{rek}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}_i} \cdot u[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\underline{K}}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \widehat{\underline{\mathcal{N}}} \mathcal{L}(u[k], \hat{\underline{x}}[k]) + \hat{\underline{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\underline{\mathcal{N}}} \mathcal{L}(u[k], \hat{\underline{x}}[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{aligned}$$

Entsprechend der Ausgangsgleichung $\hat{y}[k] = \hat{\underline{c}}^T \cdot \hat{\underline{x}}[k]$ werden aus der Jacobi-Matrix $\hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]}$ die partiellen Ableitungen $\underline{\nabla} \hat{y}[k]$ gewonnen

$$(\underline{\nabla} \hat{y}[k])^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_1} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_p} \end{bmatrix} = \hat{\underline{c}}^T \cdot \hat{\underline{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} \quad (3.20)$$

Der wesentliche Vorteil dieser Berechnungsvorschrift ist, dass zur Berechnung der partiellen Ableitungen nicht mehr die vorwärts Rechteckapproximation notwendig ist, sondern dass der Entwurf des rekurrenten Netzes und die Implementierung der Parameteradaptation anhand einer beliebigen Integrationsmethode erfolgen können. Die Voraussetzung hierfür wurde dadurch erreicht, dass die Berechnung der partiellen Ableitungen anhand der aktuellen Werte des rekurrenten Netzes und nicht, wie in Abschnitt 3.1.4 hergeleitet, anhand der um einen Zeitschritt zurückliegenden Werte erfolgt. Somit können außerdem die Verzögerungsneuronen, die den vergangenen Zustand des rekurrenten Netzes vorhalten, eingespart werden.

3.2.3 Anwendung der Beobachterstruktur

Im Folgenden wird anhand des bereits eingeführten Beispiels der Mechanik einer elektrischen Maschine anschaulich erläutert, wie das rekurrente Netz zum Beobachter erweitert wird. Wie sich diese Erweiterung auf die Parameteradaptation auswirkt, wird in Abschnitt 3.2.4 dargestellt.

In Abbildung 3.12 ist das rekurrente Netz aus Abbildung 3.2 inklusive der Strecke und der Beobachterrückführung dargestellt.

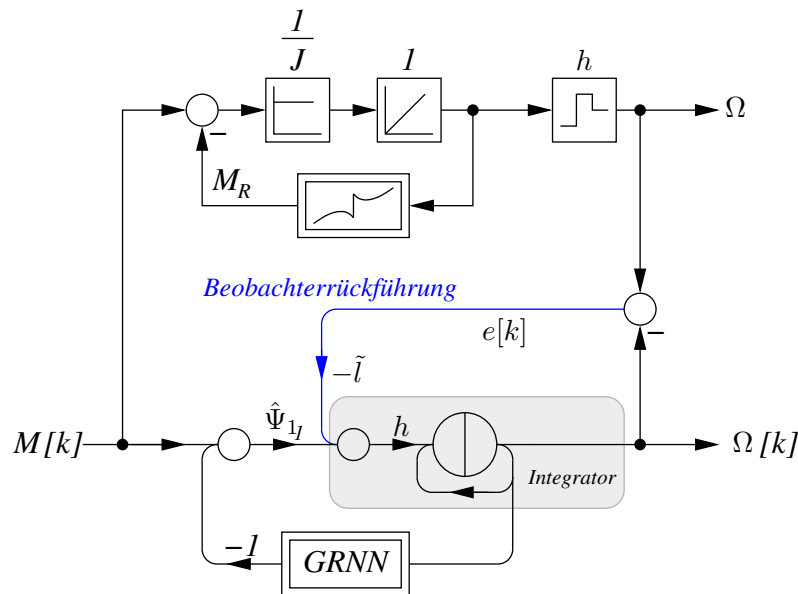


Abb. 3.12: Neuronaler Beobachter der Mechanik einer elektrischen Maschine

Der Eingriff der Beobachterrückführung erfolgt am Eingang der Integrator-Approximation, daher wird der Beobachterkoeffizient \tilde{l} des kontinuierlichen Beobachters eingesetzt. Bei dieser Darstellung der Beobachterrückführung kann die vorwärts Rechteckapproximation durch eine exaktere Methode ersetzt werden, indem der Block für den Integrator im rekurrenten Netz entsprechend ersetzt wird.

Aus Abbildung 3.12 kann die Differenzgleichung

$$\hat{\Omega}[k+1] = (1 + h \cdot \tilde{l}) \cdot \hat{\Omega}[k] - h \cdot \tilde{l} \cdot \Omega[k] + h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot M[k] - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])$$

abgelesen werden. Durch einen Vergleich der Differenzgleichung mit der diskreten Zustandsbeschreibung des neuronalen Beobachters nach Gleichung (3.18) ergeben sich die Elemente der Zustandsbeschreibung, wie in Tabelle 3.3 zusammengefasst.

dis. Zustandsbeschr.	u	$\hat{\underline{x}}$	$\hat{\mathbf{A}}_{rek}$	$\hat{\underline{b}}$	$\hat{\underline{l}}$	$\hat{\mathbf{K}}$	$\widehat{\mathcal{NL}}(u, \underline{x})$	$\hat{\underline{c}}$	\hat{y}
Differenzgleichung	M	$\hat{\Omega}$	$1 + h \cdot \tilde{l}$	$h \cdot \hat{\Psi}_1$	$h \cdot \tilde{l}$	$-h \cdot \hat{\Psi}_1$	$\hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega})$	1	$\hat{\Omega}$

Tabelle 3.3: Elemente der diskreten Zustandsbeschreibung

3.2.4 Durchführung der Identifikation

Mit den Elementen der diskreten Zustandsdarstellung aus Tabelle 3.3 und dem Parametervektor

$$\hat{\underline{w}} = [\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Theta}_1 \quad \dots \quad \hat{\Theta}_r]^T$$

können die partiellen Ableitungen $\nabla \hat{\Omega}$ unter Berücksichtigung der Beobachterrückführung nach Gleichung (3.19) und (3.20) bestimmt werden. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k+1]} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} + \hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\Omega}[k-1]} = (1 + h \cdot \tilde{l}) \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\Omega}[k]} + \hat{\mathbf{F}}$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{\underline{f}}_1 &= \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}_{rek}}{\partial \hat{w}_1} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\underline{b}}}{\partial \hat{w}_1} \cdot u[k] + \\ &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}_1} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{\underline{x}}[k]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{\underline{x}}[k])}{\partial \hat{w}_1} = \\ &= \frac{\partial(1+h\tilde{l})}{\partial \hat{w}_1} \cdot \hat{\Omega}[k] + \\ &+ \frac{\partial(h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_1} \cdot M[k] + \\ &+ \frac{\partial(-h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_1} \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k]) + (-h \cdot \hat{\Psi}_1) \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])}{\partial \hat{w}_1} = \\ &= 0 \cdot \hat{\Omega}[k] + \\ &+ h \cdot M[k] - \\ &- h \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k]) - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])}{\partial \hat{w}_1} = \\ &= h \cdot (M[k] - \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])) - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])}{\partial \hat{w}_1} \end{aligned}$$

und für $2 \leq i \leq p$

$$\begin{aligned}
 \hat{f}_i &= \frac{\partial \hat{\mathbf{A}}_{rek}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{x}[k] + \\
 &+ \frac{\partial \hat{b}}{\partial \hat{w}_i} \cdot u[k] + \\
 &+ \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial \hat{w}_i} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{x}[k]) + \hat{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(u[k], \hat{x}[k])}{\partial \hat{w}_i} \frac{\partial(1+h\tilde{l})}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Omega}[k] + \\
 &+ \frac{\partial(h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_i} \cdot M[k] + \\
 &+ \frac{\partial(-h \cdot \hat{\Psi}_1)}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k]) + (-h \cdot \hat{\Psi}_1) \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])}{\partial \hat{w}_i} = \\
 &= 0 \cdot \hat{\Omega}[k] + \\
 &+ 0 \cdot M[k] + \\
 &+ 0 \cdot \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k]) - h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])}{\partial \hat{w}_i} = \\
 &= -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{GRNN}(\hat{\Omega}[k])}{\partial \hat{w}_i}
 \end{aligned}$$

Das graphische Äquivalent dieser Berechnungen ist in Abbildung 3.13 enthalten.

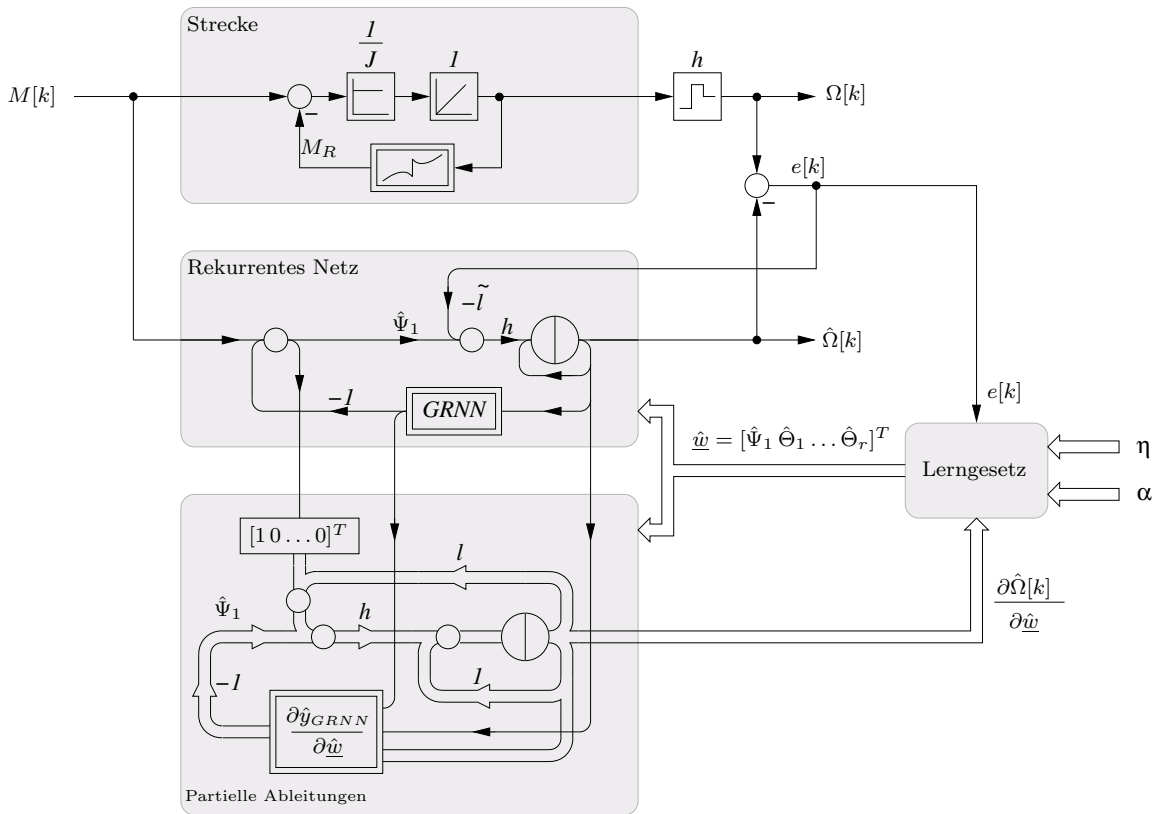


Abb. 3.13: Rekurrentes Netz zur Identifikation der Mechanik einer elektrischen Maschine als Beobachter

Diese Abbildung zeigt, wie die Strecke, das rekurrente Netz (Abbildung 3.12), die

Berechnung der partiellen Ableitungen und das Lerngesetz (3.3) kombiniert werden, um die Identifikation der Maschinenparameter (Massenträgheitsmoment und Reibungskennlinie) durchzuführen.

Besonders hervorzuheben ist die gegenüber Abbildung 3.7 vereinfachte Berechnung der partiellen Ableitungen $\underline{\nabla}\hat{\Omega}$, die ohne zusätzliche Verzögerungsneuronen durchgeführt werden kann. Zusätzlich wird gegenüber Abbildung 3.7 die Auskopplung der partiellen Ableitungen aus dem Inneren an den Ausgang des diskretisierten Integrators verschoben, wodurch die Möglichkeit entsteht, eine beliebige Integrationsmethode zu verwenden.

Simulation

Anhand der in Abbildung 3.13 beschriebenen Gleichungen wird die simulative Parameteridentifikation durchgeführt.

Die Anregung der Strecke erfolgt wiederum mit der in Abschnitt 3.1.6 beschriebenen Zwei-Punkt-Regelung. Das Massenträgheitsmoment wird mit $J_1 = 0.166 \text{ kg m}^2$ gleich dem Wert der Maschine I (siehe Anhang C.1) gesetzt. Im rekurrenten Netz wird der zugehörige Parameter mit $\hat{\Psi}_1[0] = \frac{1}{0.2 \text{ kg m}^2} \approx 5 \frac{1}{\text{kg m}^2}$ initialisiert. Die Abtastzeit wird in dieser Anwendung mit $h = 1 \text{ ms}$ festgelegt. Dies entspricht den Bedingungen, die auch in Abschnitt 3.1.6 bei der Anwendung ohne Zustandsrückführungen vorausgesetzt wurden.

Abweichend gegenüber Abschnitt 3.1.6 wird hier die Maschine nicht idealisiert, d. h. die Reibungskennlinie in der Strecke entspricht der messtechnisch bestimmten Kennlinie aus Anhang C.3.

Damit wird bei dieser Anwendung neben dem Massenträgheitsmoment auch die Reibungskennlinie über die Approximation durch ein GRNN⁹ identifiziert. Für das GRNN werden zusätzlich der Eingangsbereich¹⁰ $-20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \leq \hat{u}_{GRNN} \leq +20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, der Glättungsfaktor $\sigma_{1,norm} = 1.6$ und die Anzahl der Stützstellen $r_1 = 30$ festgelegt.

Gegenüber Abschnitt 3.1.6 wurde das rekurrente Netz um den Beobachter erweitert. Entsprechend ist eine Beobachterdimensionierung notwendig. In diesem Beispiel wird die Beobachterrückführung mit $\tilde{l} = 15$ festgelegt. Der lineare Systemanteil hat damit einen reellen Eigenwert bei $\tilde{\lambda} = -15$, während der lineare Anteil der zu identifizierenden Strecke einen Eigenwert bei $\lambda = 0$ und damit global integrierendes Verhalten aufweist.

Durch die Berücksichtigung der Reibung und der Erweiterung zum Beobachter müssen die Lernparameter gegenüber Abschnitt 3.1.6 neu festgelegt werden. Für den linearen Parameter wird $\eta_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ und $\alpha_1 = 0.95$ festgelegt. Für die nichtli-

⁹Die Berücksichtigung der Unstetigkeit der Reibungskennlinie bei $\Omega = 0$ wird in Kapitel 4.3 beschrieben.

¹⁰Die Grenzen des Eingangsbereiches sind gleichzeitig die Schwellen der überlagerten Zwei-Punkt-Regelung.

nearen Parameter, die Stützstellen der Reibungskennlinie, wird $\eta_{2\dots 31} = 5 \cdot 10^{-2}$ und $\alpha_{2\dots 31} = 0.95$ gewählt.

Abbildung 3.14 zeigt den Verlauf des Ausgangsfehlers während der Identifikation. Nach 3 Sekunden ist der Fehler gegenüber dem Maximalwert deutlich kleiner und nach 10 Sekunden praktisch zu Null geworden.

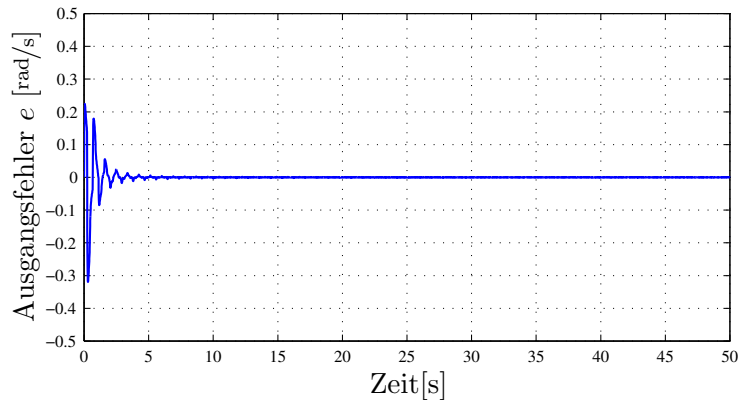


Abb. 3.14: Ausgangsfehlerverlauf während der Identifikation

Der Verlauf des Massenträgheitsmoments während der Identifikation ist in Abbildung 3.15 dargestellt. Der Endwert $J = 0.166 \text{ kg m}^2$ ist nach 10 Sekunden erreicht.

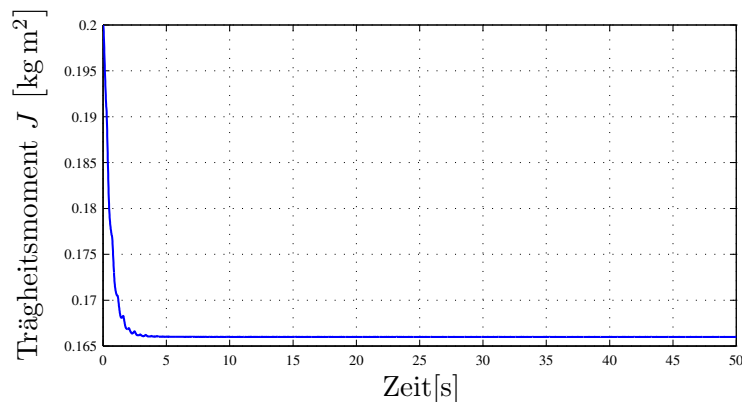


Abb. 3.15: Identifikationsverlauf der Massenträgheit \hat{J}

Der Verlauf der Gewichte des GRNN ist in Abbildung 3.16 abgebildet.

Die zu den Werten nach 50 Sekunden gehörende Reibungskennlinie ist in Abbildung 3.17 dargestellt.

Im Bereich der Haftreibung weicht die identifizierte Reibungskennlinie leicht von der vorgegebenen Kennlinie ab. Da der Ausgangsfehler nach 30 Sekunden gegenüber dem Ausgangsfehler bei Identifikationsbeginn sehr klein ist, und die Gewichtsänderungen

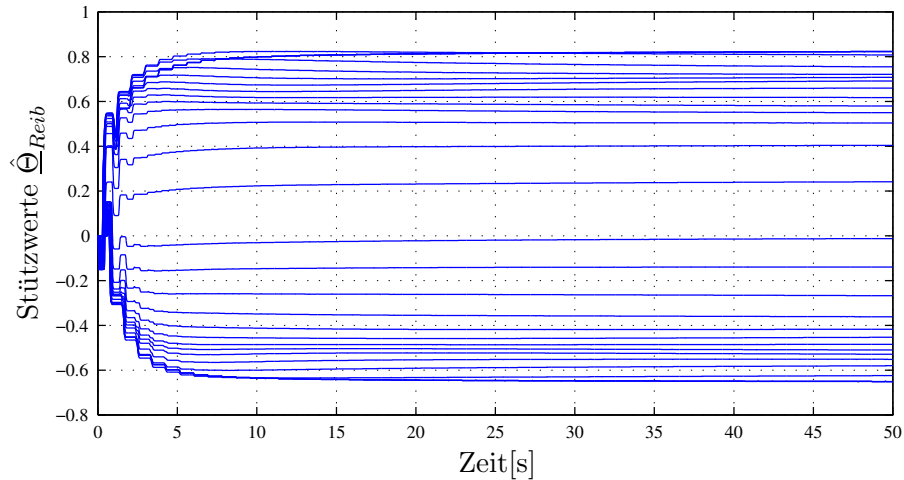


Abb. 3.16: Identifikationsverlauf der Gewichte $\hat{\underline{\Theta}}_{Reib}$ des Funktionsapproximators

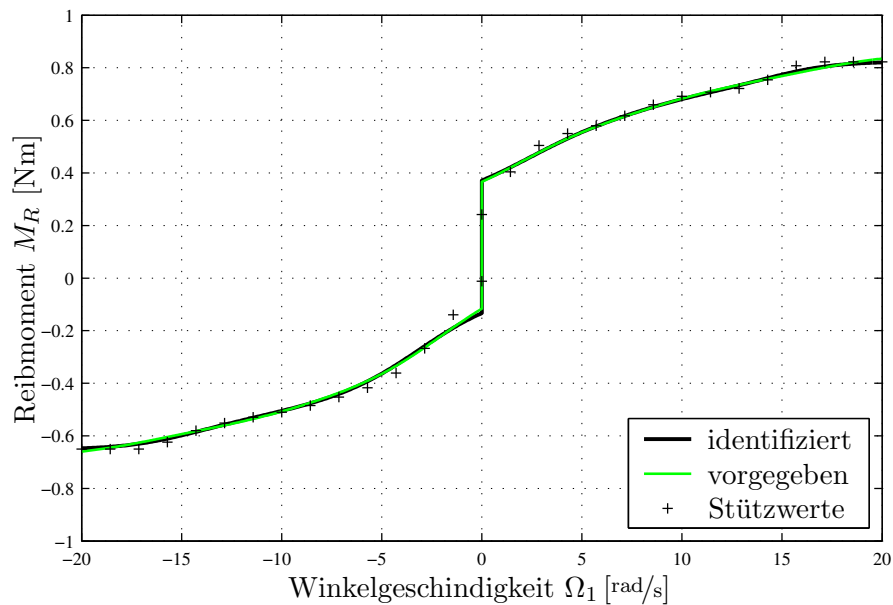


Abb. 3.17: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinie $M_R(\Omega)$

im rekurrenten Netz entsprechend dem Lerngesetz über den Gradienten $e \cdot \nabla \hat{\Omega}$ vom Ausgangsfehler e abhängen, sinken mit dem Ausgangsfehler auch die Gewichtsänderungen. Damit wäre, um die Reibungskennlinie im Bereich der Haftreibungen weiter anzupassen, eine unverhältnismäßig große Simulationsdauer notwendig, die aber keine wesentliche Verringerung des Ausgangsfehlers mit sich bringt.

Vergleicht man die Identifikationsverläufe der Trägheitsmomente \hat{J}_I in den Abbildungen 3.8 und 3.15 sowie die Ausgangsfehler in den Abbildungen 3.9 und 3.14, so erkennt man, dass mit Hilfe der Erweiterung zur Beobachterstruktur ein stabiles und konvergentes Identifikationsergebnis erreicht wurde.

3.3 Beurteilung des Identifikationsverfahrens

Ausgehend von einer bekannten Systemstruktur wird entsprechend Abbildung 3.1, diese Struktur in ein rekurrentes Netz übertragen. Die statischen Nichtlinearitäten werden dabei durch statische Funktionsapproximatoren ersetzt. Die zu identifizierenden Parameter sind im rekurrenten Netz als Gewichte enthalten und werden im Parametervektor zusammengefasst.

Das rekurrente Netz wird zu einem Beobachter erweitert. Zur Auswertung des Lerngesetzes aus (3.3) werden aus der Zustandsbeschreibung unter Berücksichtigung der Beobachterrückführungen die partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ berechnet. Strecke, rekurrentes Netz, Lerngesetz und die Berechnung der partiellen Ableitungen werden, wie in Abbildung 3.18 dargestellt, zur Adaption des Parametervektors kombiniert.

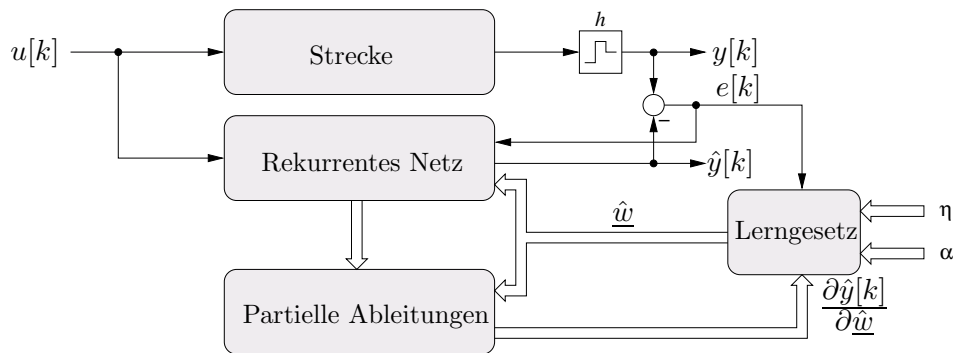


Abb. 3.18: Kombination von Strecke, Beobachter, Lerngesetz und Berechnung der partiellen Ableitungen zur Parameteradaption

Vorteilhaft bei der vorgestellten Identifikationsmethode ist die physikalische Interpretierbarkeit der Identifikationsergebnisse. Die Ergebnisse können damit auf ihre Plausibilität überprüft werden. Ein weiterer Vorteil ist die Echtzeitfähigkeit des eingesetzten Gradientenverfahrens zur Parameteradaption.

Durch die Auskopplung der partiellen Ableitungen an den Ausgang des diskretisierten Integrators ist es möglich ein beliebiges Integrationsverfahren mit konstanter Schrittweite zu verwenden.

Die Implementierung des rekurrenten Netzes in einer Beobachterstruktur bewirkt, zusätzlich zur Umgehung der Anfangswertproblematik und der Vermeidung von divergierenden Systemzuständen, eine Filterung der Messsignale. Somit wird eine eventuelle Phasenverschiebung der Signale, wie sie z. B. entsteht, wenn die Messsignale vor einer Identifikation gefiltert werden, verhindert¹¹.

¹¹Eine Vorwärts- mit anschließender Rückwärtsfilterung würde dieses Problem beseitigen, ist jedoch in einer Echtzeitanwendung nicht durchführbar.

Nachteilig wirkt sich die starke Abhängigkeit der Parameterkonvergenzgeschwindigkeit von den manuell zu bestimmenden Lernparametern $\underline{\eta}$ und $\underline{\alpha}$ aus.

Zusätzlich ist für eine erfolgreiche Parameteridentifikation ein genaues und eindeutiges Systemmodell in Form eines Signalflussplanes notwendig. Stimmt die Struktur des Systemmodells nicht mit dem realen System überein, werden die im Signalflussplan fehlenden Teile soweit wie möglich über die vorhandenen Gewichte ausgeglichen. Dies kann, wie in [ANGERER, 2001] erläutert, zu scheinbar physikalisch widersprüchlichen Ergebnissen führen, was jedoch eigentlich ein Zeichen für eine unzureichende Annahme der Systemstruktur ist.

3.4 Kurzzusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das Verfahren der vorstrukturierten rekurrenten Netze vorgestellt, mit dem es möglich ist, die linearen Parameter und die nichtlinearen Charakteristiken eines nichtlinearen Systems zu identifizieren.

Ausgehend von dem bekannten Signalflussplan des Systems wird zunächst das rekurrente Netz entwickelt. Anschließend werden die partiellen Ableitungen des Ausgangssignals nach den Gewichten des rekurrenten Netzes berechnet. Hierbei wurde zunächst von der Euler-Vorwärts-Approximation eines Integrators ausgegangen. Anhand eines Identifikationsbeispiels einer Maschinendynamik wurde gezeigt, dass das strukturierte rekurrente Netz nicht in der Lage ist, ein physikalisch sinnvolles Identifikationsergebnis zu liefern, wenn die internen Systemzustände des rekurrenten Netzes den zulässigen Bereich verlassen bzw. divergierende Systemzustände auftreten.

Um diese Problematik zu beseitigen, wurde in diesem Kapitel gezeigt, dass es sinnvoll ist, das rekurrente Netz um eine Beobachterstruktur zu erweitern, um ein stabiles Lernergebnis zu erhalten. Mit dieser Erweiterung können die in [BRYCHCY, 2000] beschriebenen Probleme von divergierenden Systemzuständen sowie der Anfangszustandsbestimmung vermieden werden. Außerdem ist es nun möglich, das Netz online zu trainieren und gleichzeitig die internen Zustände der Strecke zu beobachten.

4 Identifikation eines nichtlinearen Zwei-Massen-Systems

Ein häufig vorkommender Anwendungsfall in der Antriebstechnik ist die Drehzahl- oder Lageregelung einer Last. Antrieb und Last sind über eine mit Lose behaftete Torsionswelle verbunden. Hierfür stehen in den weitaus häufigsten Anwendungsfällen nur das Drehzahl- bzw. das Lagesignal der Antriebsmaschine als einzige Regelgröße zur Verfügung. In [SCHRÖDER, 1995] werden die regelungstechnischen Probleme einer solchen Anordnung beschrieben. Handelt es sich hierbei um eine steife Anordnung, so ist die Regelung unproblematisch und kann mit relativ einfachen Mitteln realisiert werden. Liegt jedoch eine weiche Verbindung vor, so gelingt eine zufriedenstellende Regelung nur mit Hilfe eines Zustandsreglers. Hierfür ist ein Zustandsbeobachter notwendig, da nicht alle Systemzustände messbar sind. Die Güte einer solchen Zustandsregelung hängt unter anderem von der Dimensionierung des Beobachters ab. Die Dimensionierung des Beobachters erfolgt anhand der Parameter der zu regelnden Strecke. Sind diese nur ungenau bekannt, so verschlechtert sich die Zustandsschätzung. Dies kann mit Hilfe einer schnelleren Beobachterausslegung wieder ausgeglichen werden. In diesem Fall reagiert der Beobachter, und damit letztendlich der Zustandsregler, vermehrt auf das vorhandene Messrauschen. Eine erste Verbesserung der Zustandsschätzung ist erzielbar, wenn vorhandene nichtlineare Einflüsse, z. B. Reibung, mit Hilfe des in Kapitel 2.6 beschriebenen lernfähigen Beobachters berücksichtigt werden.

Um eine exakte Zustandsschätzung und eine optimale Beobachter- und Reglerdimensionierung zu ermöglichen, werden in diesem Kapitel die linearen Parameter und nichtlinearen Charakteristiken der besprochenen Antriebsanordnung identifiziert.

Hierfür wird die Antriebsanordnung als ein mit Reibung und Lose behaftetes Zwei-Massen-System modelliert. Dieses nichtlineare Modell wird im Verlauf dieses Kapitels zuerst in einer Simulationsumgebung identifiziert. Anschließend werden die erzielten Ergebnisse an einer Versuchsanlage validiert.

Im ersten Teil dieses Kapitels wird die Versuchsanlage vorgestellt. Anschließend wird ein Approximator für die Lose sowie eine Konfiguration des GRNN für die Identifikation der un stetigen Reibung vorgestellt. Danach wird ein strukturiertes rekurrentes Netz zur Identifikation des Umrichters der Antriebsmaschine entworfen, um das nicht messbare Luftspaltdrehmoment der Antriebsmaschine abschätzen zu

können. Dieses Luftspaltdrehmoment wird benötigt, da es die Eingangsgröße für das angenommene Zwei-Massen-System ist.

Die Identifikationsergebnisse der Umrichteridentifikation werden in den rekurrenten Netzen zur Identifikation des nichtlinearen Zwei-Massen-System verwendet. Hierbei werden zwei Fälle untersucht, zum einen die Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems sowie die Identifikation des losebehafteten Zwei-Massen-Systems.

Sowohl simultative als auch an der Versuchsanlage erzielte Identifikationsergebnisse zeigen die Wirkungsweise des vorgestellten Verfahrens.

4.1 Aufbau und Daten des Prüfstandes

Die in der Einleitung dieses Kapitels vorgestellte Antriebsanordnung wird mit Hilfe zweier miteinander gekoppelter Maschinen realisiert. Eine Übersicht zur elektrischen Konfiguration¹ des Prüfstandes ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

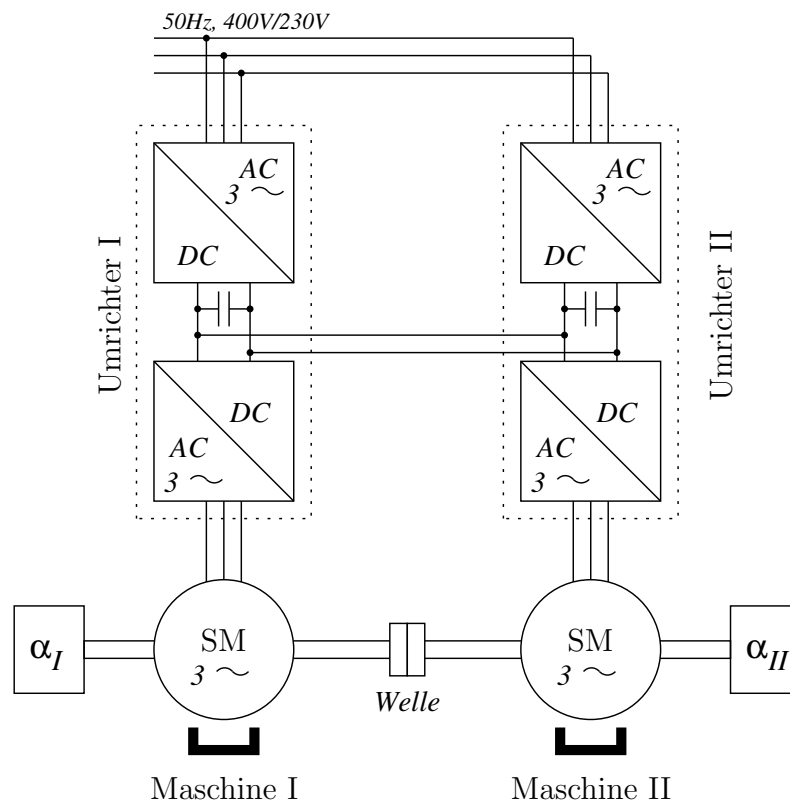


Abb. 4.1: Übersicht zur elektrischen Konfiguration des Prüfstandes

Das System I, bestehend aus Umrichter I und Maschine I, wird als Antriebseinheit

¹Schaltzeichen und Symbole sind aus [ROHLFING UND SCHMIDT, 1993] übernommen.

eingesetzt, während System II, bestehend aus Umrichter II und Maschine II, zur Belastung der Antriebseinheit verwendet wird.

Die beiden baugleichen Spannungszwischenkreis-Umrichter der Firma Siemens vom Typ *Simovert Master Drives SC 6SE7022-6EC30* werden in [SAND, 1995] ausführlich beschrieben. Die technischen Grunddaten der Umrichter sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Im Umrichter ist eine feldorientierte Drehmomentenregelung integriert, mit der über den Sollwertkanal des Umrichters das Luftspaltdrehmoment der zugehörigen Maschine vorgegeben wird. Aus diesem Grund reduziert sich das Übertragungsverhalten der Maschine auf ihre Mechanik.

Netzspannung	3 AC 380 V bis 460 V ($\pm 15\%$)
Zwischenkreisspannung	DC 510V bis 620 V ($\pm 15\%$)
Ausgangsspannung	3 AC 0 V bis 0.86 x Netzspannung
Netzfrequenz	50 / 60 Hz ($\pm 15\%$)
Ausgangsfrequenz	0 Hz bis 400 Hz
Pulsfrequenz	5 kHz bis 7.5 kHz
Ausgangsbemessungsstrom	25.2 A
Grundlaststrom	23.2 A
Kurzzeitstrom	40.8 A
Verlustleistung	0.43 kW (bei 5 kHz)
Wirkungsgrad	96 bis 98 %

Tabelle 4.1: Technische Daten der Umrichter

Bei den beiden Maschinen handelt es sich um permanenterregte Synchronmaschinen der Firma Siemens vom Typ *1FT6068-8AC71-1CD3* mit integrierten Encodern zur Rotorlageerfassung. Die Maschinen sind ebenfalls in [SAND, 1995] detailliert beschrieben. Die technischen Grunddaten der Maschinen sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Nenndrehzahl	2000 min^{-1}
Nenndrehmoment	23 Nm
Nennstrom	10.9 A
Nennleistung	4.8 kW
Trägheitsmoment	$6.65 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$

Tabelle 4.2: Technische Daten der Maschinen

Die beiden Maschinen können mechanisch über eine elastische Welle und eine Losekonstruktion gekoppelt werden. Der mechanische Aufbau der Losekonstruktion ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

Mit der Losekonstruktion ist es möglich, die Anlage mit unterschiedlichen Loseweiten bzw. ohne Lose zu betreiben. Dies wird durch Bolzen, die in Bohrungen eingreifen, realisiert. Werden Bolzen mit einem kleineren als dem Bohrungsdurchmesser

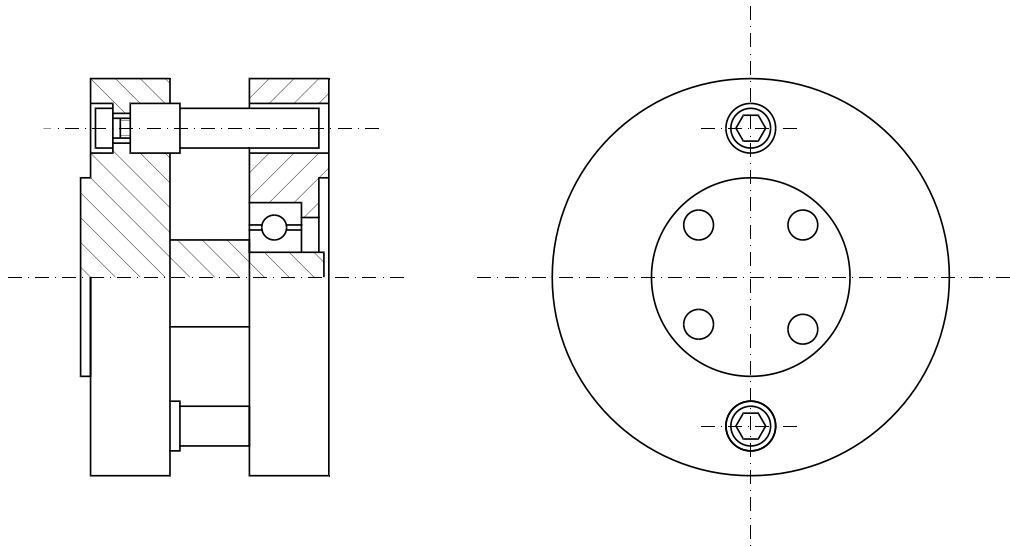


Abb. 4.2: *Mechanischer Aufbau der Losekonstruktion*

eingesetzt, vergrößert sich die Loseweite. Sind Bolzen- und Bohrungsdurchmesser identisch, ist keine Lose vorhanden.

In Abbildung 4.3 sind die beiden Maschinen mit aufgeflanschten Schwungscheiben, welche zur Vergrößerung des Trägheitsmomentes der beiden Maschinen dienen, die Losekonstruktion, die elastische Verbindung der Maschinen und die beiden Umrichter abgebildet.

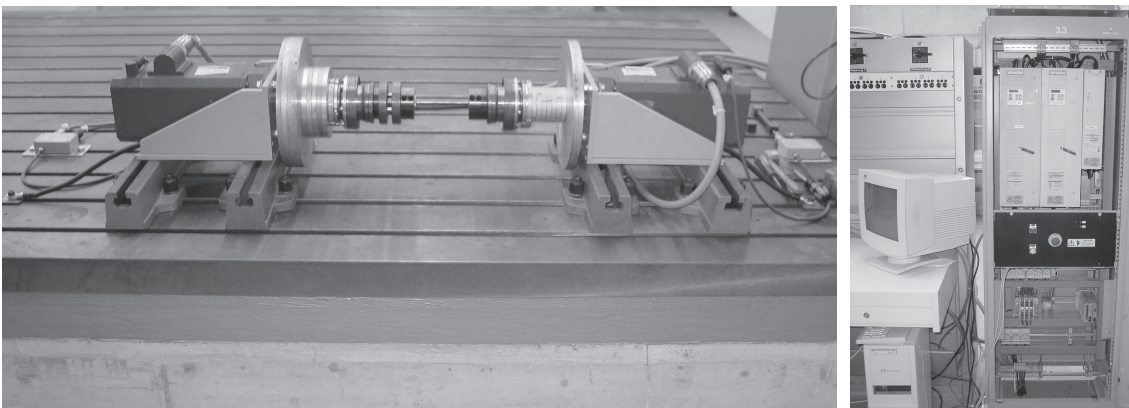


Abb. 4.3: *Komponenten der Versuchsanlage (v.l.n.r.: Maschine II, Losekonstruktion, elastische Verbindung, Maschine I, Umrichterschrank mit Umrichter I und II)*

Die Ansteuerung der Umrichter bzw. das Einlesen der Messdaten erfolgt mit einem Standard-PC mit einem Intel Pentium III Prozessor, 650 MHz Taktfrequenz, 128 MB Hauptspeicher und dem Echtzeitbetriebssystem *xPC-Target V 1.0* von Mathworks. Die Analogausgabe wird mit dem 12 Bit DA-Wandler *DAS-1602* von Keithley In-

struments realisiert [KEITHLY, 1996]. Die Auswertung der Positionsgeber erfolgt mit der Interpolationskarte *Heidenhain IK121V* [HEIDENHAIN, 1998].

Als Messsignale stehen die Rotorlagen α_I und α_{II} jeweils in rad sowie die Winkelgeschwindigkeiten Ω_I und Ω_{II} jeweils in rad/s der Maschinen zur Verfügung.

Durch Berechnung bzw. Messung (siehe Anhang C.1) können die folgenden Parameter für die Versuchsanlage bestimmt werden

- Trägheitsmoment Maschine I: $J_I = 0.166 \text{ [kg m}^2\text{]}$
- Trägheitsmoment Maschine II: $J_{II} = 0.336 \text{ [kg m}^2\text{]}$
- Federsteifigkeit der Torsionswelle: $c = 1159 \text{ [N m/rad]}$
- Loseweite: $a = 0.031 \text{ [rad]}$

In Abbildung 4.4 ist die prinzipielle Struktur des zu identifizierenden Systems dargestellt.

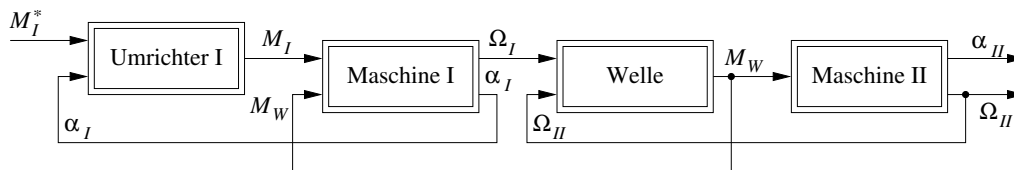


Abb. 4.4: Systemstruktur der Antriebsanordnung

Maschine I entspricht in dieser Abbildung der Antriebsmaschine. Der Block „Welle“ stellt die elastische und losebehaftete bzw. nicht losebehaftete Verbindung dar. Maschine II entspricht der Arbeitsmaschine. Bei dieser Anwendung ist die Maschine II der Versuchsanlage im Leerlauf, d. h. die Arbeitsmaschine entspricht einer Drehmasse mit Lagerreibung. Das System, bestehend aus elastischer Verbindung von Antriebs- und Arbeitsmaschine, wird häufig als Zwei-Massen-System (ZMS) bezeichnet und ist in [SCHRÖDER, 1995] unter Vernachlässigung von Reibung und Lose beschrieben.

Zusätzlich zu den messbaren Größen Ω_I , Ω_{II} , α_I und α_{II} sind in Abbildung 4.4 noch die nicht messbaren Größen Wellenmoment M_W sowie Motormoment M_I eingezeichnet, die zusätzlich Koppelgrößen zwischen den einzelnen Blöcken darstellen. Bereits an dieser Stelle sei angemerkt, dass in den folgenden Identifikationsbeispielen nur Ω_I bzw. α_I zur Adaption der Parameter verwendet werden. Die restlichen messbaren Größen werden nur für die Validierung der Identifikationsergebnisse verwendet.

4.2 Losemodellierung und Approximation

Um die angenommene Lose identifizieren zu können, wird zunächst ein geeigneter Loseapproximator entwickelt.

Die Lose wird in erster Näherung durch die in Abbildung 4.5 dargestellte Totzone beschrieben.

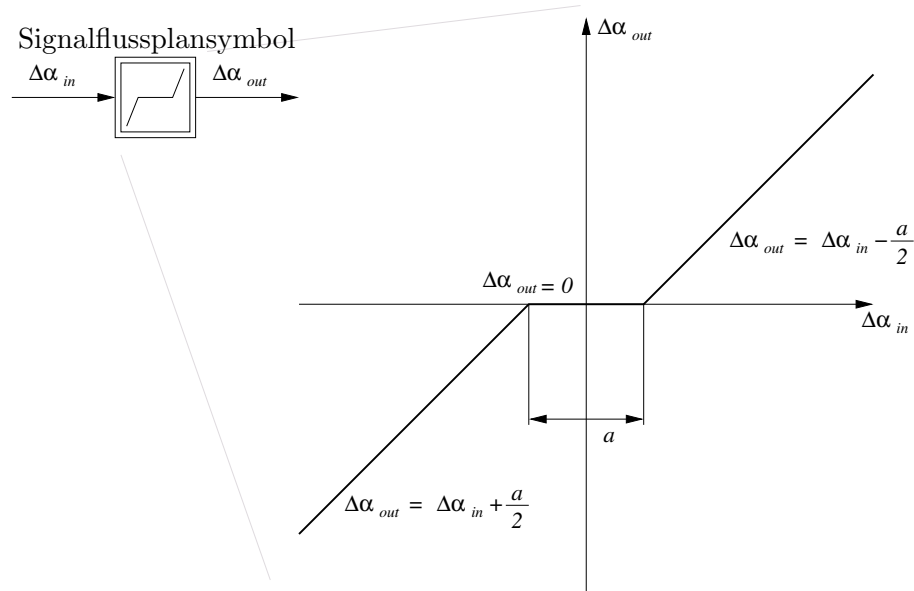


Abb. 4.5: Losekennlinie als Totzone und Signalflussplansymbol

Bei dieser Modellierung kann die Lose durch einen einzigen Parameter, die Loseweite a , erfasst werden. Die mathematische Beschreibung dieser Kennlinie ergibt sich zu

$$\Delta\alpha_{out} = \begin{cases} \Delta\alpha_{in} - \frac{a}{2} & \text{wenn } \Delta\alpha_{in} > \frac{a}{2} \\ 0 & \text{wenn } -\frac{a}{2} \leq \Delta\alpha_{in} \leq \frac{a}{2} \\ \Delta\alpha_{in} + \frac{a}{2} & \text{wenn } \Delta\alpha_{in} < -\frac{a}{2} \end{cases} \quad (4.1)$$

Zur Vereinfachung wird der zu identifizierende Parameter $\hat{\Theta}_L = \frac{\hat{a}}{2}$ festgelegt. Damit kann die beschriebene Totzone im rekurrenten Netz übernommen werden und es gilt

$$\Delta\hat{\alpha}_{out} = \begin{cases} \Delta\hat{\alpha}_{in} - \hat{\Theta}_L & \text{wenn } \Delta\hat{\alpha}_{in} > \hat{\Theta}_L \\ 0 & \text{wenn } -\hat{\Theta}_L \leq \Delta\hat{\alpha}_{in} \leq \hat{\Theta}_L \\ \Delta\hat{\alpha}_{in} + \hat{\Theta}_L & \text{wenn } \Delta\hat{\alpha}_{in} < -\hat{\Theta}_L \end{cases} \quad (4.2)$$

Diese Losemodellierung ist stark vereinfacht, da der Stoßvorgang beim Eingreifen der Lose nicht berücksichtigt wird. Durch Materialverformungen beim Eingreifen der

Lose entsteht ein Drehmoment, das dieser Bewegung entgegenwirkt. Dadurch wird die elastische Verbindung von Antriebs- und Arbeitsmaschine wesentlich stärker zum Schwingen angeregt.

Die Identifikation an der Versuchsanlage hat gezeigt, dass dieser Stoßvorgang nicht vernachlässigt werden kann. Durch den mechanischen Aufbau der Losekonstruktion entspricht das Eingreifen der Lose einem Stoß von zwei rotierenden Massen J_I und J_{II} . Bei idealisierter Betrachtung des Stoßvorgangs wird davon ausgegangen, dass während des Stoßvorgangs alle äußeren Einflüsse gegenüber dem Stoßdrehmoment vernachlässigbar klein sind, und dass der Stoßvorgang in unendlich kurzer Zeit abläuft.

Mit diesen Vereinfachungen ergibt sich eine sprungartige Änderung der Winkelgeschwindigkeiten.

Mit den Winkelgeschwindigkeiten $\Omega_{I/II}^+$ nach dem Stoß und $\Omega_{I/II}^-$ vor dem Stoß ergibt sich nach [BERGER UND VOLTERRA, 1998] der Zusammenhang

$$\begin{aligned}\hat{\Omega}_I^+ - \hat{\Omega}_I^- &= (\hat{\Omega}_I^- - \hat{\Omega}_{II}^-) \frac{1+\epsilon}{\hat{J}_I + \hat{J}_{II}} \cdot \hat{J}_{II} \\ \hat{\Omega}_{II}^+ - \hat{\Omega}_{II}^- &= (\hat{\Omega}_I^- - \hat{\Omega}_{II}^-) \frac{1+\epsilon}{\hat{J}_I + \hat{J}_{II}} \cdot \hat{J}_I\end{aligned}\quad (4.3)$$

Dabei ist ϵ der Stoßkoeffizient, der für die aus Stahl gefertigte Losekonstruktion im Bereich von 0.6 bis 0.8 liegt.

Der Stoßvorgang wird im rekurrenten Netz durch einen Drehmomentimpuls auf die Maschinen nachgebildet. Der Drehmomentimpuls tritt immer dann auf, wenn die Lose eingreift. Da das rekurrente Netz ein zeitdiskretes System beschreibt, ist der Drehmomentimpuls einen Abtastschritt h lang. Zur Bestimmung des Drehmomentimpulses wird die Differenzgleichung der Maschinenmechanik einer Maschine auf die Form

$$\hat{M}[k] = \frac{\hat{J}}{h} \cdot (\hat{\Omega}[k+1] - \hat{\Omega}[k])$$

gebracht. Durch die Festlegung, dass der Drehmomentimpuls genau einen Abtastschritt lang sein soll, gilt $\delta\hat{M} = \hat{M}[k]$, $\hat{\Omega}^- = \hat{\Omega}[k]$ und $\hat{\Omega}^+ = \hat{\Omega}[k+1]$. Werden diese Beziehungen in die Differenzgleichung eingesetzt, kann Gleichung (4.3) auf die Form

$$\begin{aligned}\delta\hat{M}_I &= \frac{\hat{J}_I \cdot \hat{J}_{II}}{h} \cdot (\hat{\Omega}_I^- - \hat{\Omega}_{II}^-) \frac{1+\epsilon}{\hat{J}_I + \hat{J}_{II}} \\ \delta\hat{M}_{II} &= \frac{\hat{J}_I \cdot \hat{J}_{II}}{h} \cdot (\hat{\Omega}_I^- - \hat{\Omega}_{II}^-) \frac{1+\epsilon}{\hat{J}_I + \hat{J}_{II}}\end{aligned}$$

gebracht werden. Durch Zusammenfassen ergibt sich

$$\begin{aligned}\delta\hat{M}_I &= \Delta\hat{\Omega}^- \cdot \hat{\Theta}_{S1} \quad \text{mit} \quad \hat{\Theta}_{S1} = \frac{\hat{J}_I \cdot \hat{J}_{II}}{h} \cdot \frac{1+\epsilon}{\hat{J}_I + \hat{J}_{II}} \\ \delta\hat{M}_{II} &= \Delta\hat{\Omega}^- \cdot \hat{\Theta}_{S2} \quad \text{mit} \quad \hat{\Theta}_{S2} = \frac{\hat{J}_I \cdot \hat{J}_{II}}{h} \cdot \frac{1+\epsilon}{\hat{J}_I + \hat{J}_{II}}\end{aligned}\quad (4.4)$$

$\hat{\Theta}_{S1}$ und $\hat{\Theta}_{S2}$ werden als Stoßparameter bezeichnet und sind nur in dem Abtastschritt, in dem die Lose eingreift, wirksam.

Wie aus Gleichung (4.4) ersichtlich ist, sind bei dieser Betrachtung die Stoßparameter identisch. Tatsächlich sind am Stoßvorgang aber die Massen J_I und J_{II} nicht direkt beteiligt. Durch den mechanischen Aufbau der Versuchsanlage wird die Wirkung der Massen durch die elastische Welle gedämpft. Zusätzlich muss beachtet werden, dass die Versuchsanlage asymmetrisch aufgebaut ist. Dies bedeutet, dass der Einfluss des Massenträgheitsmomentes J_I durch die elastische Verbindung wesentlich stärker gedämpft wird als die Wirkung von J_{II} . Aus diesem Grund wird bei der Identifikation von zwei unterschiedlichen Stoßparametern ausgegangen.

Durch Zusammenfassen der halben Loseweite und der Stoßparameter ergibt sich der Parametervektor der Losemodellierung zu

$$\underline{\hat{\Theta}}_{Lose} = [\hat{\Theta}_L \quad \hat{\Theta}_{S1} \quad \hat{\Theta}_{S2}]^T \quad (4.5)$$

Durch die Totzone und den idealisierten Stoßvorgang kann die Lose in der Struktur des rekurrenten Netzes übernommen werden. Die Lose wird damit nicht wie in [STROBL, 1999] durch einen statischen Funktionsapproximator, ohne Möglichkeit die Stoßvorgänge zu berücksichtigen, sondern nur durch die Loseweite sowie die beiden Stoßparameter beschrieben.

Partielle Ableitungen des Loseapproximators

Um den Loseapproximator im strukturierten rekurrenten Netz implementieren zu können, müssen ebenso wie für das GRNN bzw. RBF-Netz die partiellen Ableitungen nach den Gewichten berechnet werden, wobei die Unstetigkeitsstelle in der Kennlinie besonders berücksichtigt werden muss, was zu den folgenden Fallunterscheidungen führt.

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_L$ ergibt sich

$$\frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{out}}{\partial \hat{w}_i} = \begin{cases} \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} - 1 & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} > \hat{\Theta}_L \\ 0 & \text{wenn } -\hat{\Theta}_L \leq \Delta \hat{\alpha}_{in} \leq \hat{\Theta}_L \\ \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} + 1 & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} < -\hat{\Theta}_L \end{cases}$$

$$\frac{\partial \delta \hat{M}_I}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \delta \hat{M}_{II}}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_2$$

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_1$ ergibt sich

$$\frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{out}}{\partial \hat{w}_i} = \begin{cases} \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} > \hat{\Theta}_L \\ 0 & \text{wenn } -\hat{\Theta}_L \leq \Delta \hat{\alpha}_{in} \leq \hat{\Theta}_L \\ \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} < -\hat{\Theta}_L \end{cases}$$

$$\frac{\partial \delta \hat{M}_I}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_1 + \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \delta \hat{M}_{II}}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_2$$

Für den Fall $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_2$ ergibt sich

$$\frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{out}}{\partial \hat{w}_i} = \begin{cases} \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} > \hat{\Theta}_L \\ 0 & \text{wenn } -\hat{\Theta}_L \leq \Delta \hat{\alpha}_{in} \leq \hat{\Theta}_L \\ \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} < -\hat{\Theta}_L \end{cases}$$

$$\frac{\partial \delta \hat{M}_I}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \delta \hat{M}_{II}}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_2 + \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i}$$

Für den Fall $\hat{w}_i \notin \hat{\Theta}_{Lose}$ ergibt sich

$$\frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{out}}{\partial \hat{w}_i} = \begin{cases} \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} > \hat{\Theta}_L \\ 0 & \text{wenn } -\hat{\Theta}_L \leq \Delta \hat{\alpha}_{in} \leq \hat{\Theta}_L \\ \frac{\partial \Delta \hat{\alpha}_{in}}{\partial \hat{w}_i} & \text{wenn } \Delta \hat{\alpha}_{in} < -\hat{\Theta}_L \end{cases}$$

$$\frac{\partial \delta \hat{M}_I}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \delta \hat{M}_{II}}{\partial \hat{w}_i} = \frac{\partial \Delta \hat{\Omega}^-}{\partial \hat{w}_i} \cdot \hat{\Theta}_2$$

4.3 Approximation der Reibungskennlinie

Aufgrund der Haftreibung ergibt sich in der Reibungskennlinie bei der Winkelgeschwindigkeit $\Omega = 0$ eine Unstetigkeit. Mit dem in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen GRNN ist es nicht möglich, eine Unstetigkeit zu approximieren. Daher werden bei der Identifikation der Reibungskennlinien zwei GRNN eingesetzt, wobei eines den positiven und das andere den negativen Ast der Reibungskennlinie approximiert. Die Zusammenführung der beiden Netze ist in Abbildung 4.6 dargestellt.

Der Gewichtsvektor des Funktionsapproximators zur Nachbildung der Reibungskennlinie $\hat{\Theta}_{Reib}$ setzt sich entsprechend aus den Gewichten der GRNN zusammen. Es gilt

$$\hat{\Theta}_{Reib} = \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{GRNN, pos} \\ \hat{\Theta}_{GRNN, neg} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Mit diesem Funktionsapproximator kann eine Funktion mit einem Sprung beim Eingangswert Null angenähert werden.

Bei der Berechnung der partiellen Ableitungen zur Auswertung des Lerngesetzes aus Gleichung (3.3) wird wie bei einem herkömmlichen GRNN nach Gleichung (3.10)

bzw. (3.11) verfahren, wobei die Aktivierungen für den inaktiven Kennlinienast 0 sind. Zur Veranschaulichung ist die Berechnung der partiellen Ableitungen in Abbildung 4.6 dargestellt.

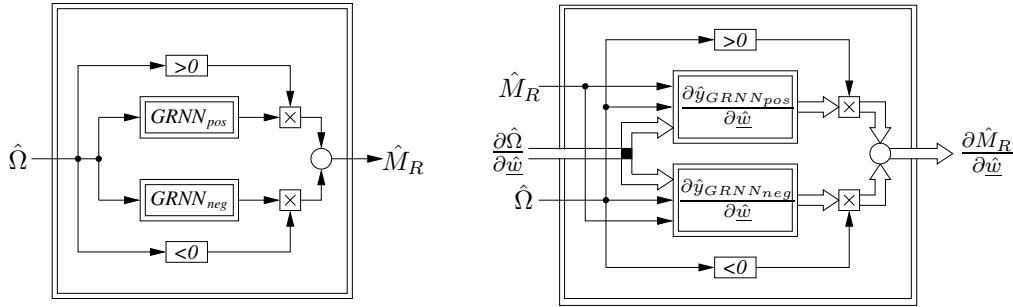


Abb. 4.6: Verbindung von zwei GRNN zur Approximation der unstetigen Reibungskennlinie und Berechnung der partiellen Ableitungen

Für die Implementierung muss zusätzlich das Verhalten bei $\hat{\Omega} = 0$ definiert werden. Ist die Winkelgeschwindigkeit $\hat{\Omega} = 0$, bleibt der Zustand des Haftens so lange erhalten, bis das positive Haftdrehmoment überschritten, respektive das negative unterschritten wird. Erst wenn diese Bedingung erfüllt ist, kann sich wieder eine von 0 abweichende Winkelgeschwindigkeit ergeben und die Maschine geht in den gleitenden Zustand über. Umgekehrt kann die Maschine nur in den haftenden Zustand übergehen, wenn die Winkelgeschwindigkeit zu Null wird und das Drehmoment zu diesem Zeitpunkt innerhalb der Haftreibungsgrenzen liegt. Ansonsten bleibt der gleitende Zustand erhalten. Entsprechend gilt für den Zustand Haften, dass alle Aktivierungen und damit die partiellen Ableitungen 0 sind.

4.4 Identifikation des Umrichters

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden die linearen Parameter und die Nichtlinearitäten eines losebehafteten Zwei-Massen-Systems identifiziert. Dazu muss der Systemeingang (Motormoment der Antriebsmaschine) bekannt sein [HINTZ, 1998]. An der Versuchsanlage ist es aber nicht möglich, diese Größe messtechnisch zu erfassen. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle ein Modell des Umrichters der verwendeten Versuchsanlage entwickelt. Dabei wird nicht eine exakte Modellierung des technischen Prozesses im Umrichter² sondern ein möglichst einfaches Modell zur Nachbildung des Umrichterhaltens (und damit des Motormomentes der Maschine) angestrebt.

²In diesem Abschnitt werden alle Betrachtungen am System I durchgeführt. Aufgrund der baugleichen Umrichter bzw. Maschinen der beiden Systeme sind die gewonnen Ergebnisse auf das System II übertragbar.

Da die Ausgangsgröße des Umrichters, das Luftspaltmoment der Maschine, nicht direkt gemessen werden kann, muss die Mechanik der zugehörigen Synchronmaschine ebenso betrachtet werden. Damit wird die messbare Winkelgeschwindigkeit bzw. die Lage α_I der unbelasteten Maschine die Ausgangsgröße des zu identifizierenden Systems. Der Ausgangsfehler ergibt sich damit zu

$$e = \alpha_I - \hat{\alpha}_I \quad (4.7)$$

Der Eingang des zu identifizierenden Systems ist die Sollwertvorgabe ($u = M_I^*$) an den Umrichter.

Abbildung 4.7 zeigt die Struktur der Strecke, deren Parameter im Folgenden identifiziert werden sollen.

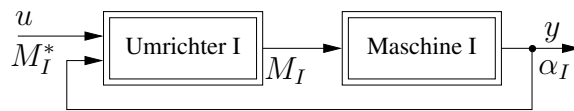


Abb. 4.7: *Prinzipielle Streckenstruktur bei der Umrichteridentifikation*

4.4.1 Umrichtermodellierung

In [ANGERER, 2001] werden verschiedene Modelle untersucht, um das Verhalten des in Abbildung 4.7 dargestellten Systems möglichst genau nachzubilden. Das im Folgenden beschriebene Modell stellt sich hierbei als das am besten geeignete Modell heraus, und wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels verwendet.

In Abbildung 4.8 sind der Signalflussplan und das zugehörige rekurrente Netz der Umrichtermodellierung mit maschinenlageabhängiger Nichtlinearität dargestellt.

Der Signalflussplan beruht auf der Annahme, dass der Momentenaufbau mit Hilfe eines PT_1 -Gliedes mit der Zeitkonstante T_{AI} modelliert werden kann. Da in dem verwendeten Umrichter eine feldorientierte Drehmomentregelung implementiert ist, wird diese Regelung mit Hilfe eines PI-Reglers mit der Verstärkung V_I und der Zeitkonstanten T_{nI} im Modell angenommen. Zusätzlich wird eine maschinenlageabhängige Nichtlinearität mit berücksichtigt. Zur Approximation dieser Nichtlinearität wird ein HANN eingesetzt, da die Nichtlinearität periodisch mit einer Maschinenumdrehung auftritt. Der Grund für die Annahme einer Abhängigkeit des Motor-momentes von der Rotorlage ist wie folgt: Die im Umrichter implementierte feldorientierte Regelung verwendet zur Approximation des nicht messbaren Luftspaltflusses ein vereinfachtes Maschinenmodell. Stimmen der geschätzte und der tatsächlich vorhandene Fluss (im speziellen die Flusslagen) nicht überein, kommt es aufgrund des falsch berechneten Flusses zu einem Fehlverhalten des feldorientierten Drehmomentregelkreises. Dieses Fehlverhalten drückt sich in einer maschinenlageabhängigen Drehmomentschwankung aus, die durch das beschriebene HANN modelliert werden kann.

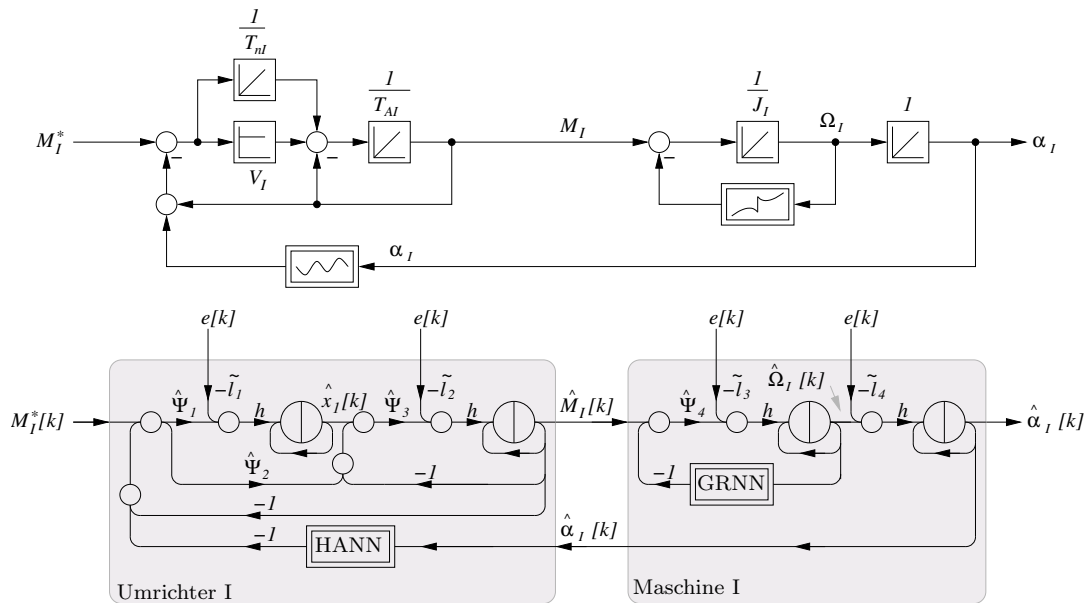


Abb. 4.8: Signalflussplan und rekurrentes Netz der Umrichtermodellierung mit maschinenlageabhängiger Nichtlinearität

Zusätzlich zu der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität sind in Abbildung 4.8 die Mechanik der ersten Maschine mit dem Trägheitsmoment J_I sowie ihrer Reibung dargestellt. Die Reibung wird mit Hilfe des zuvor dargestellten GRNN approximiert.

Die kontinuierliche Zustandsbeschreibung des Systems wird vom Signalflussplan aus Abbildung 4.8 abgeleitet. Dazu werden die Größen

$$\begin{aligned}
 u &= M_I^* \\
 y &= \alpha_I \\
 \underline{x} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x_1 \ M_I \ \Omega_I \ \alpha_I]^T
 \end{aligned}$$

festgelegt, womit die Zustandsgleichungen

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_{nI}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{AI}} & -\frac{1+V_I}{T_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{nI}} \\ \frac{V_I}{T_{AI}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{nI}} & 0 \\ -\frac{V_I}{T_{AI}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{U}_\alpha(x_4) \\ \mathcal{R}_I(x_3) \end{bmatrix}$$

und die Ausgangsgleichung

$$y = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot \underline{x}$$

des Systems angegeben werden können.

Hierbei beschreibt $\mathcal{U}_\alpha(x_4)$ die maschinenlageabhängige Nichtlinearität des Umrichters und $\mathcal{R}_I(x_3)$ die Reibung von Maschine I.

Der Parametervektor für das rekurrente Netz ergibt sich zu

$$\underline{\hat{\psi}} = \left[\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Psi}_2 \quad \hat{\Psi}_3 \quad \hat{\Psi}_4 \quad \underline{\hat{\Theta}}_{HANN}^T \quad \underline{\hat{\Theta}}_{Reib,I}^T \right]^T$$

mit den linearen Parametern $\hat{\Psi}_1 = \frac{1}{\hat{T}_{nI}}$, $\hat{\Psi}_2 = \hat{V}_I$, $\hat{\Psi}_3 = \frac{1}{\hat{T}_{AI}}$ und $\hat{\Psi}_4 = \frac{1}{\hat{J}_I}$ sowie den Stützwertevektoren für die maschinenlageabhängige Nichtlinearität $\underline{\hat{\Theta}}_{HANN}$ und für die Reibung $\underline{\hat{\Theta}}_{Reib,I}$.

Die zeitdiskrete Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes, die Berechnung der Gradienten und der Jacobi-Matrix sind in Anhang E.1 skizziert. Das Lerngesetz ergibt sich wiederum aus Gleichung (3.3).

4.4.2 Identifikation an der Versuchsanlage

In diesem Abschnitt sind die Identifikationsergebnisse der Umrichteridentifikation zusammengefasst.

In Tabelle 4.3 sind die Identifikationsergebnisse der linearen Parameter zusammengefasst.

Parameter	Startwert	Identifikationsergebnis
\hat{T}_{nI}	5 ms	3.05 ms
\hat{V}_I	1.0	0.77
\hat{T}_{AI}	2 ms	2.85 ms
\hat{J}_I	0.2 kg m ²	0.167 kg m ²

Tabelle 4.3: *Ergebnisse der Identifikation des Umrichters mit maschinenlageabhängiger Nichtlinearität an der Versuchsanlage*

Die Abbildungen 4.9 bis 4.11 stellen die Zeitverläufe der linearen Parameter während der Identifikation dar.

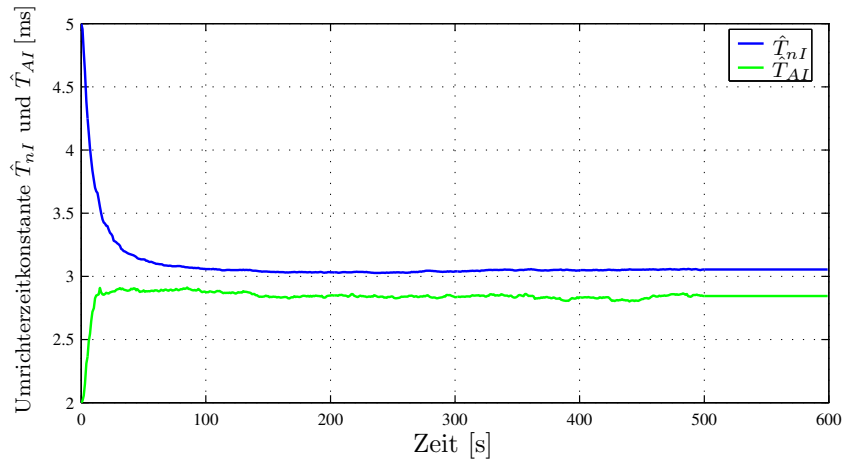


Abb. 4.9: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstanten \hat{T}_{nI} und \hat{T}_{AI}

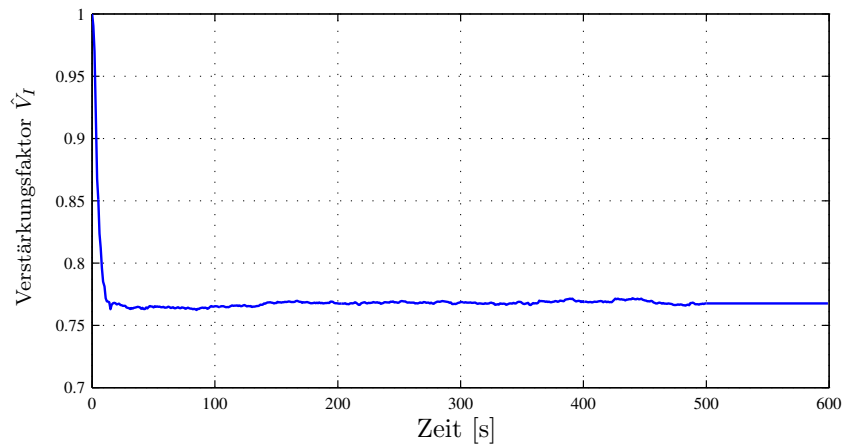


Abb. 4.10: Identifikationsverlauf des Verstärkungsfaktors \hat{V}_I

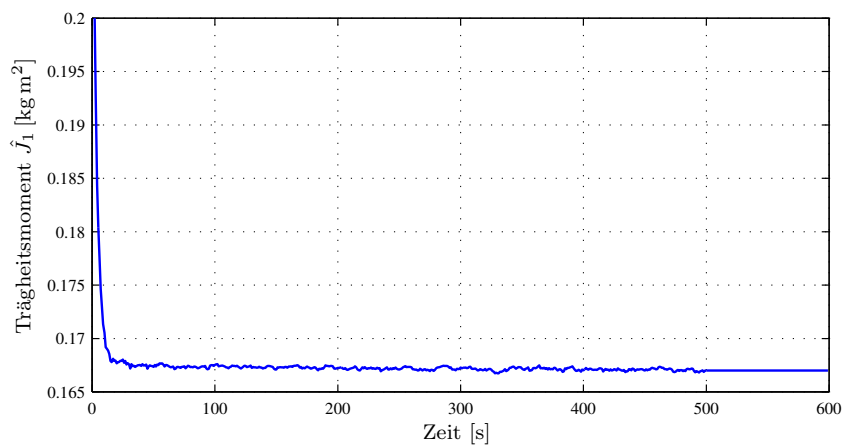


Abb. 4.11: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_I

In den Abbildungen 4.9 bis 4.11 ist gut zu erkennen, dass die linearen Parameter nach ca. 100 Sekunden praktisch konvergiert haben. Hierbei ist zu beachten, dass das identifizierte Massenträgheitsmoment $\hat{J}_I = 0.167 \text{ kg m}^2$ (Abbildung 4.11) mit dem berechneten Wert $J_I = 0.166 \text{ kg m}^2$ sehr genau übereinstimmt. Für die anderen Parameter liegen keine Erwartungswerte vor, jedoch erscheinen die Identifikationsergebnisse realistisch.

In Abbildung 4.12 sind die Stützwerteverläufe für die maschinenlageabhängige Nichtlinearität im Umrichter dargestellt. Abbildung 4.13 zeigt das zugehörige Identifikationsergebnis.

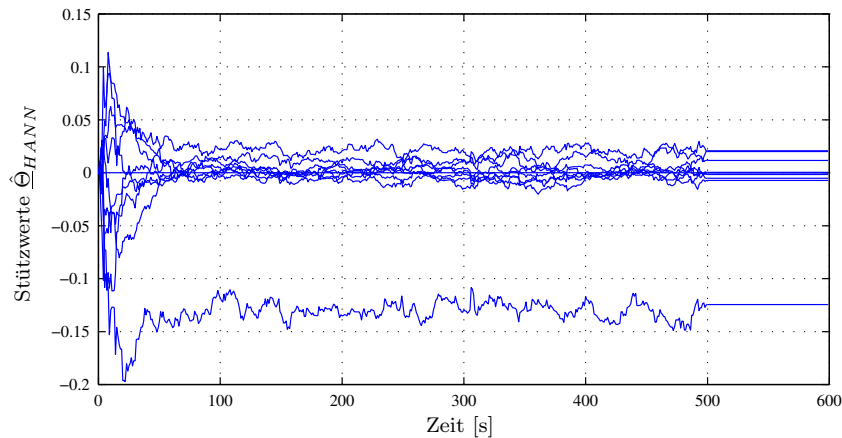


Abb. 4.12: Identifikationsverlauf der Stützwerte $\hat{\Theta}_{HANN}$ der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität

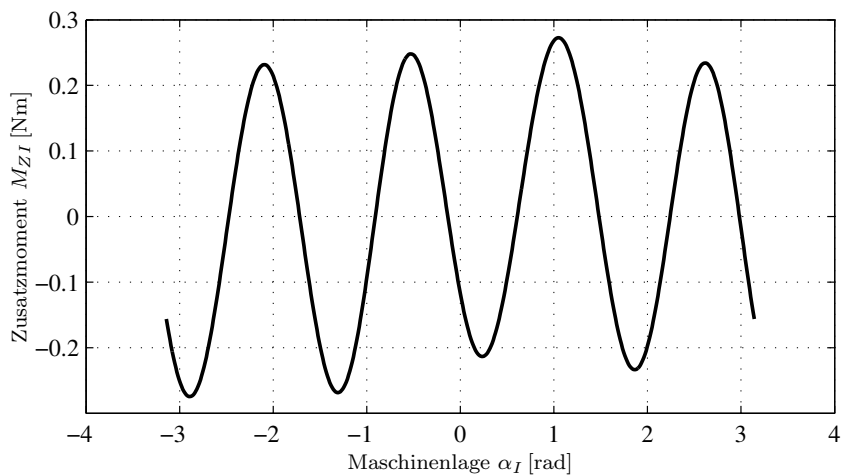


Abb. 4.13: Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität im Umrichter

Die maschinenlageabhängige Nichtlinearität weist vier Ruhelagen über eine Maschinenumdrehung auf. Dieses Ergebnis kann anschaulich an der Versuchsanlage nach-

vollzogen werden. Da es sich bei der Maschine um eine permanenterregte Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen handelt, kann dieser Effekt durch die Reluktanz hervorgerufen werden [FISCHER, 1992]. Die Polpaarzahl der Maschine ist mit $Z_p = 4$ angegeben. Damit hat das Reluktanzmoment $2 \cdot Z_p = 8$ positive Nulldurchgänge über einer Maschinenumdrehung, und kann somit nicht die Ursache für die maschinenlageabhängige Nichtlinearität sein. Die Ursache der Nichtlinearität liegt damit wie ursprünglich angenommen im technischen Prozess des Umrichters.

In Abbildung 4.14 sind exemplarisch einige Stützwerteverläufe des GRNN zur Approximation der Reibung aufgezeichnet. Abbildung 4.15 zeigt das Identifikationsergebnis im Vergleich mit der messtechnisch bestimmten Reibungskennlinie (siehe Anhang C.3).

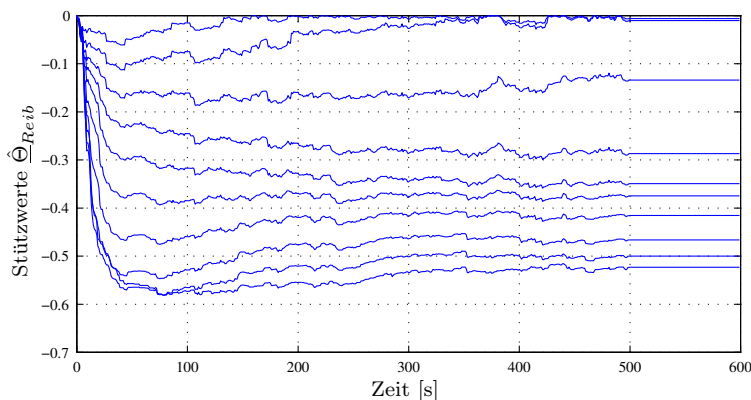


Abb. 4.14: Identifikationsverlauf einiger Stützwerte $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ der Reibungskennlinie

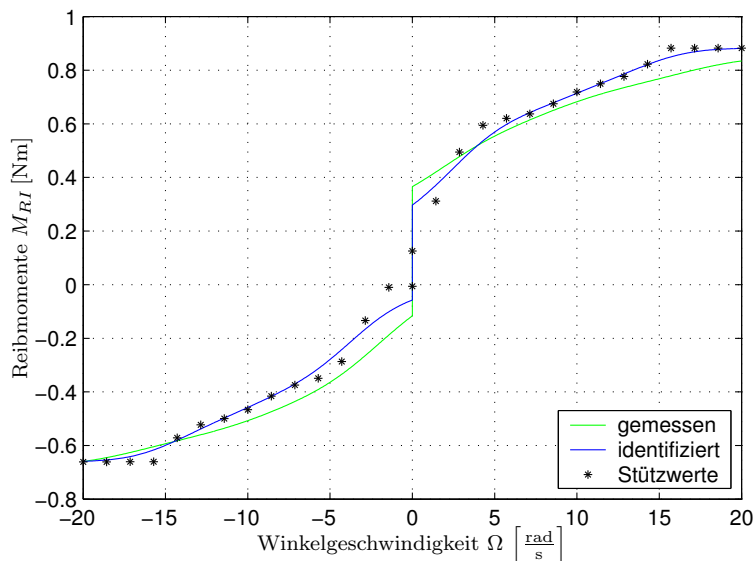


Abb. 4.15: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinie

Die identifizierte Reibungskennlinie aus Abbildung 4.15 stimmt sehr gut mit der

messtechnisch bestimmten Kennlinie überein.

Wie in Kapitel 4.3 beschrieben wird zur Approximation der Unstetigkeit bei der Winkelgeschwindigkeit $\Omega = 0$ jeweils ein GRNN für den positiven Ast und ein GRNN für den negativen Ast der Reibungskennlinie verwendet. Aufgrund der Extrapolationsverhalten der beiden GRNN wirkt sich an der Unstetigkeitsstelle der hohe Wert von $\sigma_{norm} = 1.6$ besonders deutlich aus. Dies erklärt die Differenz zwischen der approximierten Kennlinie und den zugehörigen Stützstellen.

In Abbildung 4.16 ist der Verlauf des Fehlers während des Versuches aufgezeichnet. Die Identifikation erfolgt im Zeitbereich 0 bis 500 Sekunden. In diesem Abschnitt geht der Ausgangsfehler auf das Messrauschen zurück.

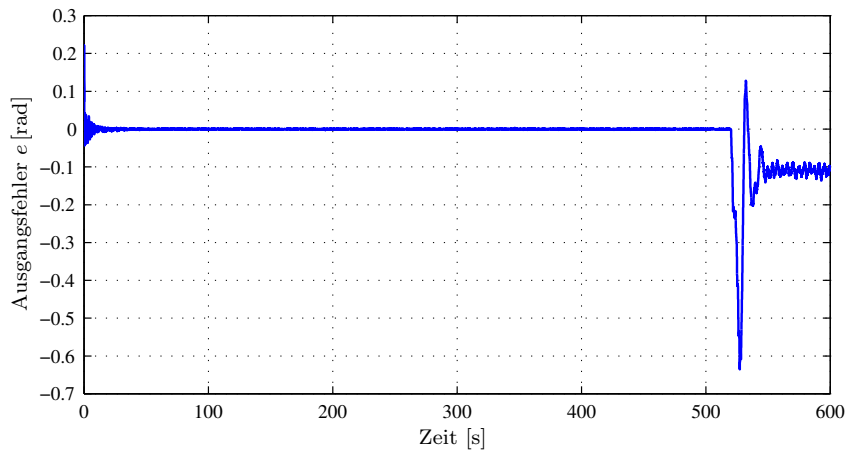


Abb. 4.16: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikation

Zur Validierung der Identifikationsergebnisse werden im Bereich 520 bis 600 Sekunden die Lernschrittweiten und die Beobachterrückführungen auf Null gesetzt³. Damit arbeitet das rekurrente Netz als Parallelmodell zur realen Strecke. Das Ändern der Beobachterrückführungen entspricht einer Modellumschaltung, da die Rückführungen des verbleibenden Ausgangsfehlers in das rekurrente Netz schlagartig wegfallen. Dieses Vorgehen führt zu dem in Abbildung 4.16 sichtbaren Einschwingvorgang bei 520 Sekunden. Aufgrund des zweifach integrierenden Verhaltens der Strecke kommt es nach dem Abklingen der Umschaltvorgänge zu einem konstanten Ausgangsfehler.

Für die anschließende Identifikation des Zwei-Massen-Systems ist die Drehzahl der Maschine I die entscheidende Größe. In Abbildung 4.17 ist die Abweichung der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\Omega$ während der Identifikation dargestellt.

Durch die Identifikation geht diese Abweichung auf das Messrauschen zurück. Werden die Beobachterrückführungen bei 520 Sekunden auf Null gesetzt, bleibt die

³Dieses Vorgehen führt zu einem konstanten Verlauf der Parameter im Bereich von 500 bis 600 Sekunden.

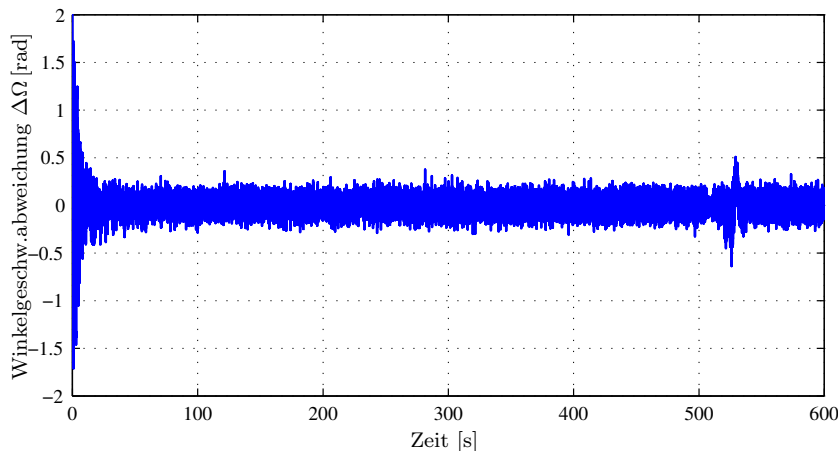


Abb. 4.17: Verlauf des Zustandsfehlers $\Delta\Omega = \Omega_I - \hat{\Omega}_I$ während der Identifikation

Abweichung der Winkelgeschwindigkeit nach einem kurzen Einschwingen in der Größenordnung des Messrauschens.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass durch die Identifikation mittels eines strukturierten rekurrenten Netzes ein sehr gutes Umrichtermodell entwickelt werden konnte, welches das Luftspaltdrehmoment M_I einer feldorientiert geregelten und permanent erregten Synchronmaschine sehr genau nachbildet.

Dieses geschätzte Motormoment ermöglicht im weiteren Verlauf dieses Kapitels die Identifikation des nichtlinearen Zwei-Massen-Systems.

4.5 Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems

In diesem Abschnitt wird die elastische Verbindung ohne Lose von Antriebs- und Arbeitsmaschine betrachtet.

Die prinzipielle Struktur des zu identifizierenden Systems ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Der dazugehörige Signalflussplan und das strukturierte rekurrente Netz sind in Abbildung 4.18 abgebildet. Die für das Umrichtermodell erforderliche Maschinenlage kann im rekurrenten Netz grundsätzlich durch Integration der Winkelgeschwindigkeit $\hat{\Omega}_I$ gewonnen werden. Bei der Umsetzung haben sich an der Versuchsanlage durch den zusätzlichen Systemzustand und die daraus resultierenden Änderungen im Signalflussplan numerische Probleme ergeben⁴. Aus diesem Grund wird für das Umrichtermodell die gemessene Maschinenlage α_I als Eingangsgröße herangezogen. Allerdings handelt es sich bei α_I um keine unabhängige Größe, die frei vorgegeben werden kann, sondern um einen Systemzustand, der über einen Messsensor erfasst

⁴Berechnung der sehr kleinen Differenz der Maschinenlagen.

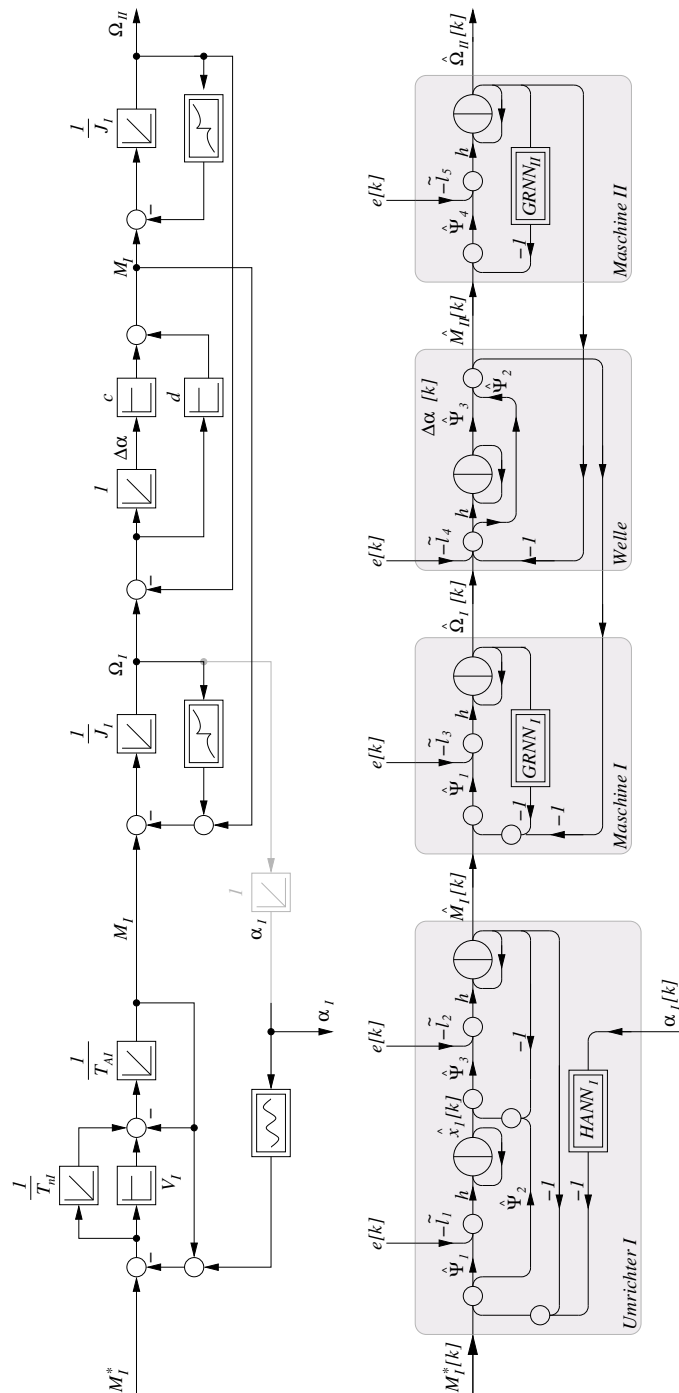


Abb. 4.18: Signalflussplan und rekurrentes Netz des losefreien Zwei-Massen-Systems

wird. Entsprechend stellt das rekurrente Netz einen reduzierten Beobachter [LUDYK, 1995] dar, da nicht alle Systemzustände rekonstruiert werden.

Im Signalflussplan aus Abbildung 4.18 ist die, in der realen Strecke vorhandene, In-

tegration der Winkelgeschwindigkeit grau dargestellt. Im rekurrenten Netz ist diese Integration nicht vorhanden.

Bei der Identifikation des Zwei-Massen-Systems wird davon ausgegangen, dass die Parameter des Umrichtermodells bekannt sind. Die maschinenlageabhängige Nichtlinearität stellt dabei eine Ausnahme dar, da eine Veränderung dieser Nichtlinearität im laufenden Betrieb des Umrichters nicht ausgeschlossen werden kann. Aus diesem Grund werden bei der Identifikation des Zwei-Massen-Systems die Stützwerte des HANN mit einer kleinen Lernschrittweite nachgeführt. Entsprechend müssen die Stützwerte des HANN beim Entwurf der Identifikation des Zwei-Massen-Systems berücksichtigt werden.

4.5.1 Entwurf der Identifikation

Ausgehend vom Signalfussplan in Abbildung 4.18 und dem zugehörigen rekurrenten Netz wird die Identifikation zur Bestimmung der Systemparameter des Zwei-Massen-System entworfen.

Die kontinuierliche Zustandsbeschreibung des losefreien Zwei-Massen-Systems wird vom Signalfussplan aus Abbildung 4.18 abgeleitet. Dazu werden die Größen

$$\begin{aligned} u &= M_I^* \\ y &= \Omega_I \\ \underline{x} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [x_1 \ M_I \ \Omega_I \ \Delta\alpha \ \Omega_{II} \ \alpha_I]^T \end{aligned}$$

festgelegt, womit die Zustandsgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_{nI}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{AI}} & -\frac{1+V_I}{T_{AI}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_I} & -\frac{d}{J_I} & -\frac{c}{J_I} & \frac{d}{J_I} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{J_{II}} & \frac{c}{J_{II}} & -\frac{d}{J_{II}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{nI}} \\ \frac{V_I}{T_{AI}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{V_I}{T_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J_{II}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{U}_\alpha(x_6) \\ \mathcal{R}_I(x_3) \\ \mathcal{R}_{II}(x_5) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

und die Ausgangsgleichung

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot \underline{x}$$

des Systems angegeben werden können. Hierbei gelten die in Tabelle 4.4 zusammengefassten Bezeichnungen.

Parameter/Größe	Bezeichnung
J_I	Trägheitsmoment der ersten Maschine
J_{II}	Trägheitsmoment der zweiten Maschine
c	Federkonstante der Welle
d	Dämpfungskonstante der Welle
V_I	Parameter des Umrichters I
T_{nI}	Erste Zeitkonstante des Umrichters I
T_{AI}	Zweite Zeitkonstante des Umrichters I
x_1	Interner Zustand des Umrichters I
M_I	Motormoment der Maschine I
M_I^*	Soll-Motormoment der Maschine I
Ω_I	Winkelgeschwindigkeit der ersten Maschine
Ω_{II}	Winkelgeschwindigkeit der zweiten Maschine
α_I	Drehwinkel der ersten Maschine
$\Delta\alpha$	Differenzwinkel
$\mathcal{U}_{\alpha I}$	Nichtlinearität des Umrichters
\mathcal{R}_I	Reibung der ersten Maschine
\mathcal{R}_{II}	Reibung der zweiten Maschine

Tabelle 4.4: Übersicht über die verwendeten Bezeichnungen

In der Zustandsbeschreibung in Gleichung (4.8) ist die Maschinenlage $\alpha_I = x_6$ enthalten, d. h. es handelt sich um die vollständige Beschreibung der Strecke. Für die Dimensionierung des Beobachters wird der, um den Zustand x_6 reduzierte, lineare Systemanteil herangezogen. Für die Parameter der Zustandsbeschreibung werden die Startwerte der Identifikation verwendet.

Die diskrete Zustandsbeschreibung des strukturierten rekurrenten Netzes kann ebenfalls aus Abbildung 4.18 bestimmt werden. Dazu werden die Größen

$$\begin{aligned} u[k] &= M_I^*[k] \\ \hat{y}[k] &= \hat{\Omega}_I[k] \\ u_{HANN}[k] &= \alpha_I[k] \\ \hat{\underline{x}}[k] &= [\hat{x}_1[k] \ \hat{M}_I[k] \ \hat{\Omega}_I[k] \ \Delta\hat{\alpha}[k] \ \hat{\Omega}_{II}[k]]^T \end{aligned}$$

festgelegt. Zusätzlich wird der Parametervektor $\hat{\underline{w}}$ wie folgt definiert

$$\hat{\underline{w}} = [\hat{\Psi}_1 \ \hat{\Psi}_2 \ \hat{\Psi}_3 \ \hat{\Psi}_4 \ \hat{\Theta}_{HANN}^T \ \hat{\Theta}_{Reib,I}^T \ \hat{\Theta}_{Reib,II}^T]^T$$

mit den linearen Parametern $\hat{\Psi}_1 = \frac{1}{J_I}$, $\hat{\Psi}_2 = \hat{d}$, $\hat{\Psi}_3 = \hat{c}$ und $\hat{\Psi}_4 = \frac{1}{J_{II}}$, sowie den Stützwertevektoren für das HANN $\hat{\Theta}_{HANN}$ und den beiden GRNN zur Approximation der Reibungen $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ und $\hat{\Theta}_{Reib,II}$.

Zusammen mit dem Vektor der Beobachterkoeffizienten

$$\tilde{\underline{l}} = [\tilde{l}_1 \quad \tilde{l}_2 \quad \tilde{l}_3 \quad \tilde{l}_4 \quad \tilde{l}_5]^T$$

erhält man für das rekurrente Netz die folgenden diskreten Zustandsgleichungen

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}[k+1] = & \begin{bmatrix} 1 & -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & h\tilde{l}_1 & 0 & 0 \\ \frac{h}{\hat{T}_{AI}} & 1 - \frac{h(1+\hat{V}_I)}{\hat{T}_{AI}} & h\tilde{l}_2 & 0 & 0 \\ 0 & h\hat{\Psi}_1 & -h(\hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_2 - \tilde{l}_3) + 1 & -h\hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_3 & h\hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_2 \\ 0 & 0 & h(\tilde{l}_4 + 1) & 1 & -h \\ 0 & 0 & h(\hat{\Psi}_2\hat{\Psi}_4 + \tilde{l}_5) & h\hat{\Psi}_3\hat{\Psi}_4 & 1 - h\hat{\Psi}_2\hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \\ & + \begin{bmatrix} \frac{h}{\hat{T}_{nI}} \\ \frac{h\cdot\hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] - \begin{bmatrix} h \cdot \tilde{l}_1 \\ h \cdot \tilde{l}_2 \\ h \cdot \tilde{l}_3 \\ h \cdot \tilde{l}_4 \\ h \cdot \tilde{l}_5 \end{bmatrix} \cdot y[k] + \\ & + \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h\cdot\hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(x_6) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sowie die Ausgangsgleichung

$$\hat{y}[k] = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \cdot \hat{\underline{x}}[k]$$

4.5.2 Identifikation an der Versuchsanlage

Die Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems wurde zunächst simulativ durchgeführt. Die Ergebnisse sind ausführlich in [HINTZ *et al.*, 2002b] sowie auszugswise in Anhang D beschrieben. An dieser Stelle werden nur die Identifikationsergebnisse, die an der Versuchsanlage erzielt wurden, dargestellt.

In Tabelle 4.5 sind die Identifikationsergebnisse der linearen Parameter zusammengefasst. In den Abbildungen 4.19 bis 4.21 sind die Zeitverläufe der linearen Parameter während der Identifikation abgebildet.

Parameter	Erwartungswert	Startwert	Identifikationsergebnis
\hat{J}_I	0.166 kg m ²	0.2 kg m ²	0.167 kg m ²
\hat{d}	—	1 Nm s/rad	0.68 Nm s/rad
\hat{c}	1160 Nm/rad	1350 Nm/rad	1165 Nm/rad
\hat{J}_{II}	0.336 kg m ²	0.45 kg m ²	0.346 kg m ²

Tabelle 4.5: Identifikationsergebnisse der linearen Parameter des losefreien Zwei-Massen-Systems

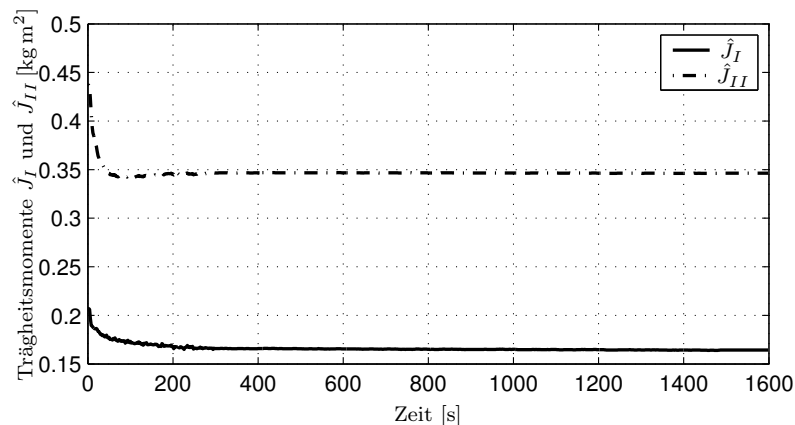


Abb. 4.19: Identifikationsverlauf der Maschinenparameter \hat{J}_I und \hat{J}_{II}

Die identifizierten Massenträgheitsmomente (Abbildung 4.19) $\hat{J}_I = 0.167 \text{ kg m}^2$ und $\hat{J}_{II} = 0.346 \text{ kg m}^2$ stimmen mit den für die Anlage berechneten Werten (siehe Anhang C.1) $J_I = 0.166 \text{ kg m}^2$ und $J_{II} = 0.336 \text{ kg m}^2$ im Rahmen der erreichbaren Genauigkeit (Messrauschen) genau überein.

Die identifizierte Federsteifigkeit (Abbildung 4.21) $\hat{c} = 1165 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ stimmt mit der in Anhang C.4 messtechnisch bestimmten Federsteifigkeit $c = 1160 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ überein.

Den Identifikationsverläufen ist zu entnehmen, dass die linearen Parameter nach ca. 250 Sekunden anfangen zu konvergieren. Um den Einfluss des Messrauschens zu verringern, wurden im Zeitbereich 300 bis 1500 Sekunden die Momentumterme $\underline{\alpha} = 0$ gesetzt.

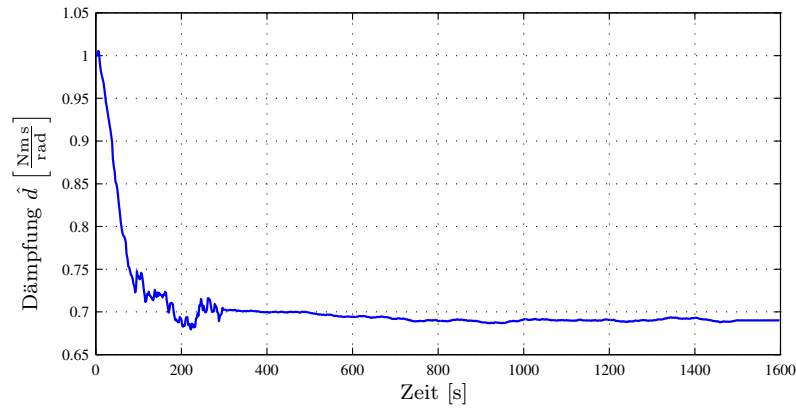


Abb. 4.20: Identifikationsverlauf des Dämpfungsmaßes \hat{d}

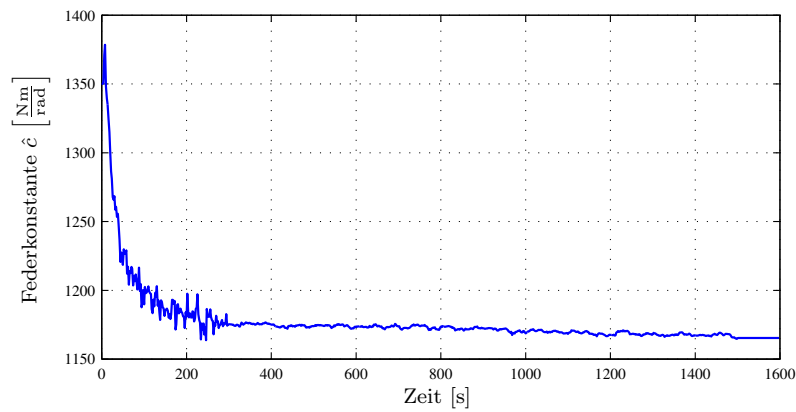


Abb. 4.21: Identifikationsverlauf der Federsteifigkeit \hat{c}

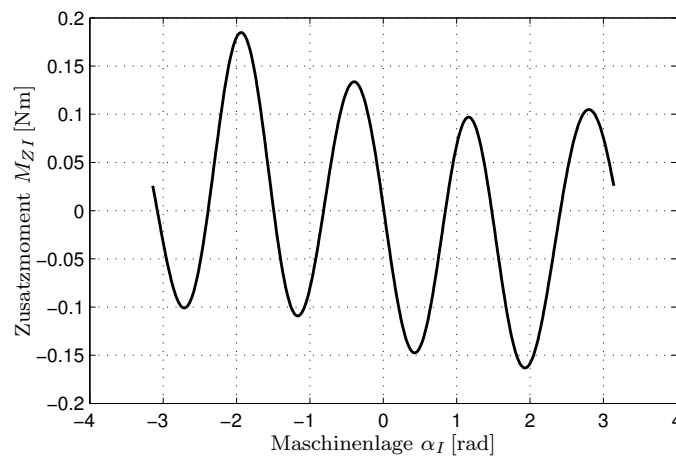


Abb. 4.22: Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität

Abbildung 4.22 zeigt das Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität, welches wiederum die, aus Abschnitt 4.4 bekannten, vier Ruhelagen über einer Maschinendrehung aufweist.

In Abbildung 4.23 sind exemplarisch einige Stützwerterelevläufe von $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ dargestellt⁵.

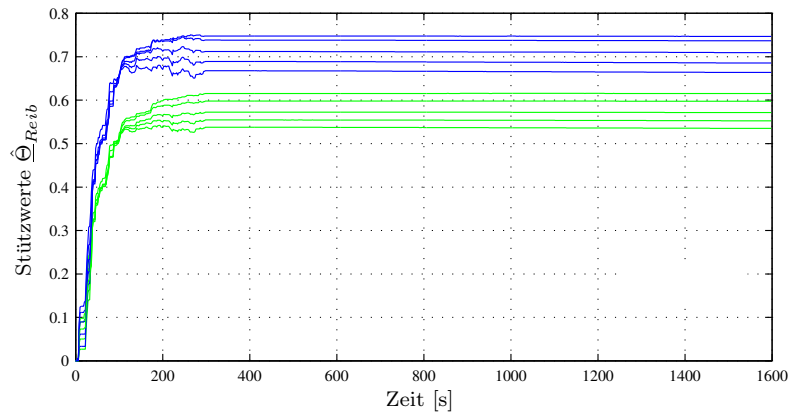


Abb. 4.23: Identifikationsverlauf einiger Stützwerterelev $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ der Reibungskennlinie

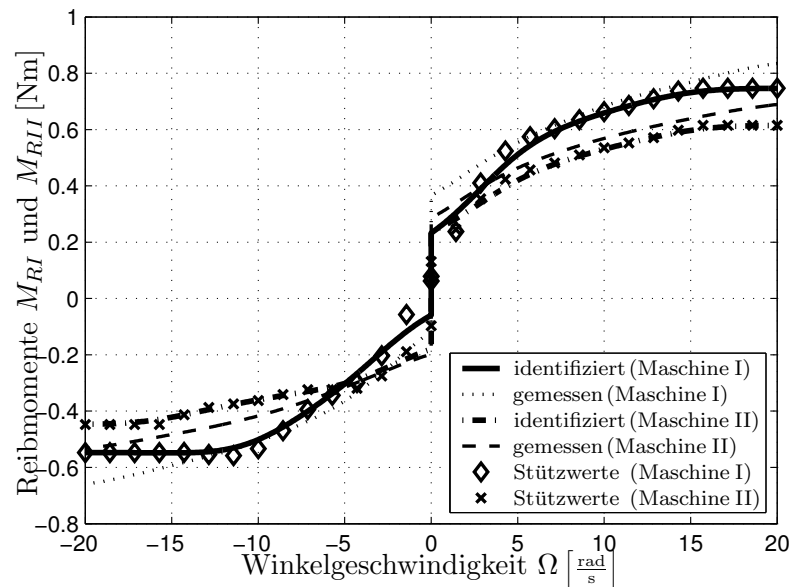


Abb. 4.24: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinien

Abbildung 4.24 schließlich zeigt die Identifikationsergebnisse der identifizierten Reibungskennlinien im Vergleich mit den messtechnisch bestimmten Reibungskennlinien. Auch hier ist wieder eine gute Übereinstimmung zu erkennen.

Die Identifikation wird im Zeitbereich 0 bis 300 Sekunden mit den in Tabelle D.1 zusammengefassten Lernparametern durchgeführt, im Zeitbereich 300 bis 1500 Sekunden werden die Momentumterme, wie bereits erwähnt, zu Null gesetzt. In diesem

⁵Aufgrund von geringen Speicherkapazitäten kann der Verlauf aller Stützwerterelev $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ und $\hat{\Theta}_{Reib,II}$ nicht dargestellt werden.

Zeitbereich geht der in Abbildung 4.25 dargestellte Ausgangsfehler gegenüber dem untrainierten rekurrenten Netz von anfänglich $e \approx \pm 2[\text{rad/s}]$ um den Faktor 4 zurück.

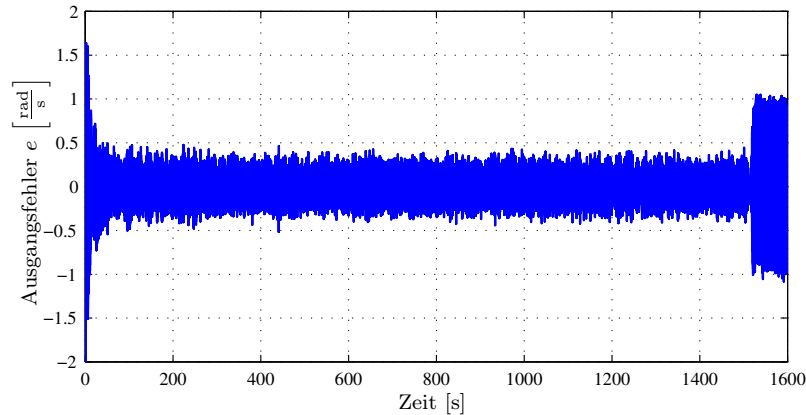


Abb. 4.25: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikations- und Validierungsphase

In Abbildung 4.26 ist die Winkelgeschwindigkeitsabweichung $\Delta\Omega_{II}$ während der Identifikation aufgezeichnet. Auch hier sieht man wieder einen deutliche Verringerung der Abweichung.

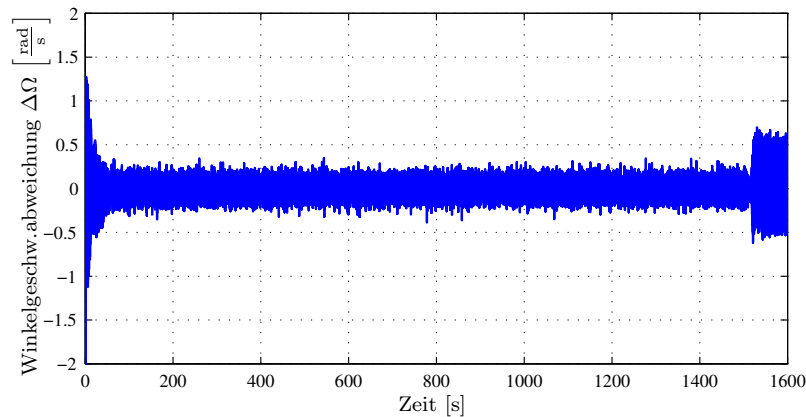


Abb. 4.26: Verlauf der Winkelgeschwindigkeitsabweichung $\Delta\Omega_{II}$ während der Identifikations- und Validierungsphase

Zur Validierung der Identifikationsergebnisse werden im Bereich 1500 bis 1600 Sekunden die Beobachterrückführungen zu Null gesetzt. Das rekurrente Netz arbeitet damit parallel zur realen Strecke. Die Validierung zeigt, dass das rekurrente Netz mit gleichbleibendem Ausgangsfehler parallel zur realen Strecke arbeitet. Hierbei ist der Ausgangsfehler lediglich doppelt so groß wie am Ende der Identifikationsphase (siehe Abbildung 4.25 und 4.26). Allerdings ist der Fehler nach wie vor deutlich kleiner als zu Beginn der Identifikation. Dies zeigt auch ein direkter Vergleich der geschätzten Winkelgeschwindigkeiten mit den gemessenen Verläufen in Abbildung 4.27 und 4.28.

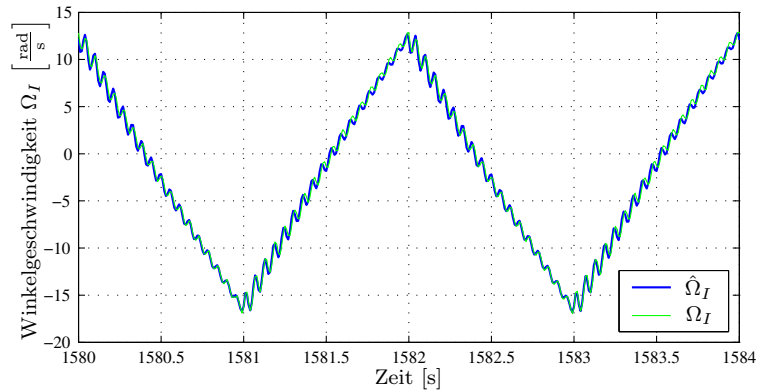


Abb. 4.27: Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten Ω_I und $\hat{\Omega}_I$ während der Verifikation

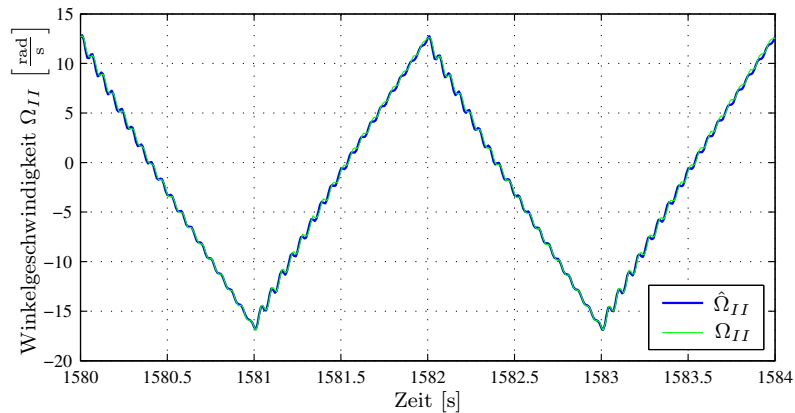


Abb. 4.28: Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten Ω_{II} und $\hat{\Omega}_{II}$ während der Verifikation

4.5.3 Identifikation der Nichtlinearitäten

Um den Vergleich mit früheren Arbeiten (Neuronaler Beobachter) herzustellen, sollen nur die nichtlinearen Systemanteile identifiziert werden. Die Rahmenbedingungen (Anregung, Startwerte, Lernparameter) sind dabei wie bei obiger Identifikation gegeben. Davon abweichend werden die Lernschrittweiten der linearen Parameter auf Null gesetzt. D. h. die linearen Parameter entsprechen den Startwerten der Identifikation und sind konstant. Dies entspricht einer falsch parametrisierten Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ in Kapitel 2.6.

Das Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität in Abbildung 4.29 stimmt mit dem zu erwartenden Ergebnis (vier Spitzen über eine Umdrehung der Maschine; siehe Abschnitt 4.4) nicht überein. Dies gilt auch für die identifizierten Reibungskennlinien in Abbildung 4.30, die nicht mit den messtechnisch bestimmten Kennlinien übereinstimmen.

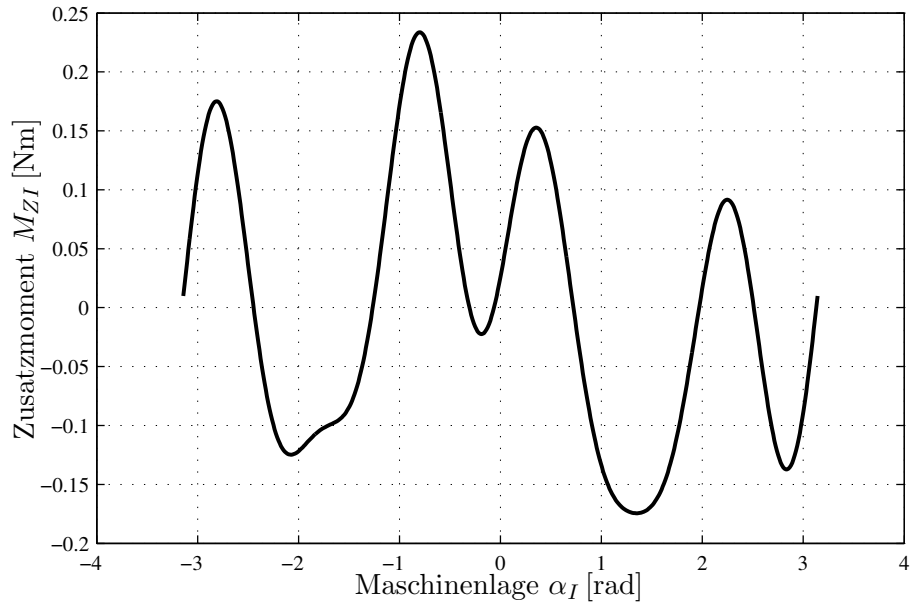


Abb. 4.29: Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität (nur \mathcal{NL} lernen)

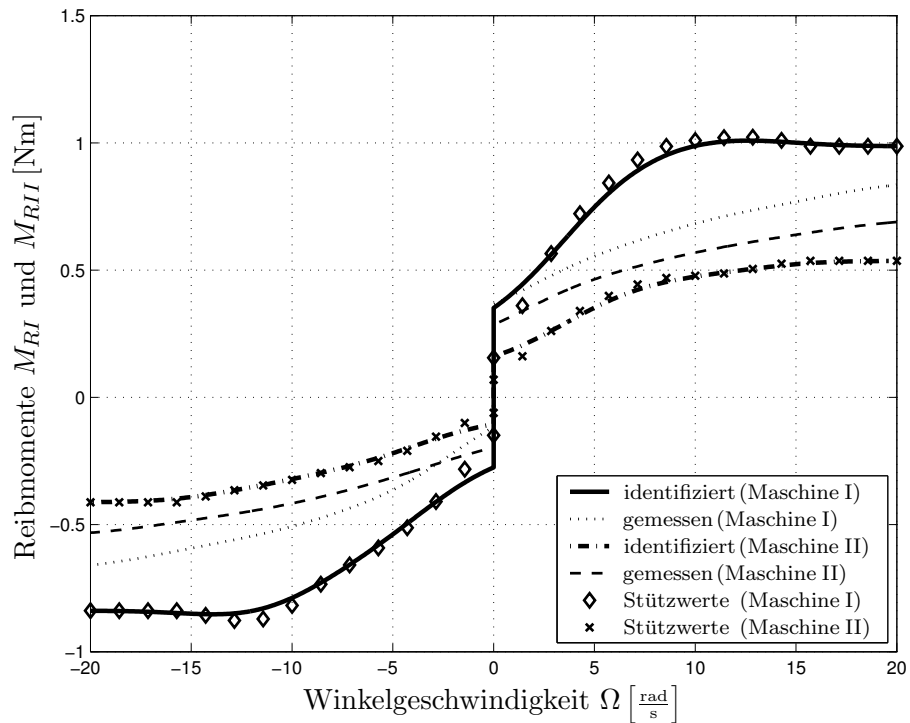


Abb. 4.30: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinien

Der Verlauf des Ausgangsfehlers in Abbildung 4.32 zeigt, dass bei diesem System nur durch die Identifikation der Nichtlinearitäten keine merkliche Verringerung des

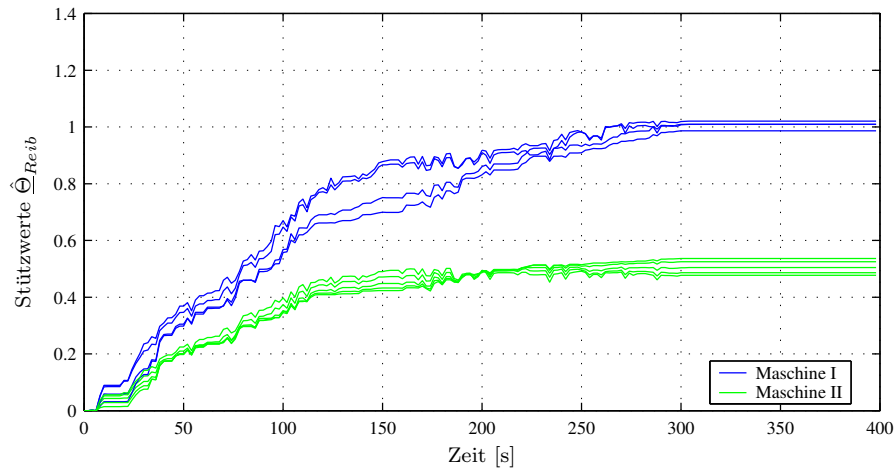


Abb. 4.31: Identifikationsverlauf der Stützwerte $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ der Reibungskennlinie

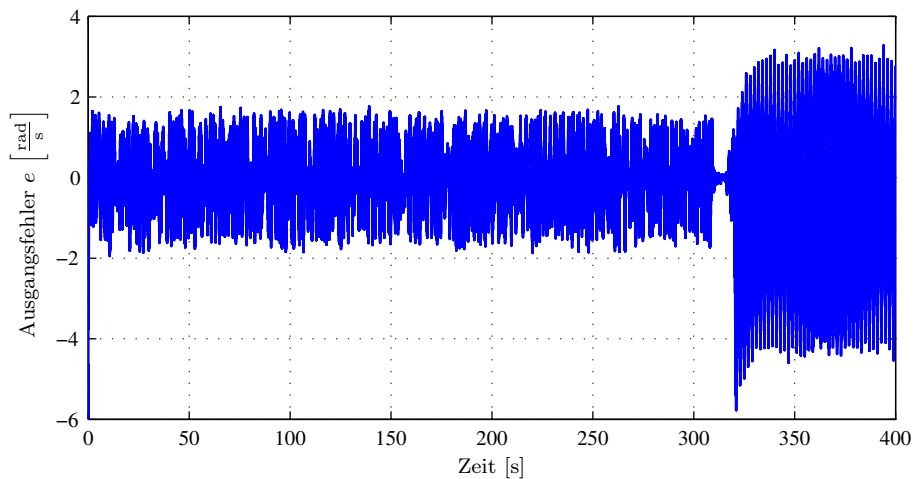


Abb. 4.32: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikation

Ausgangsfehlers erzielt werden kann.

Zusammengefasst bedeutet das, dass eine Identifikation der Nichtlinearitäten nur erfolgen kann, wenn die linearen Parameter genau bekannt sind, oder die Ein-/Ausgangsgrößen der Nichtlinearitäten messbar sind. Sind diese Voraussetzungen nicht gegeben, müssen bei der Identifikation die linearen Parameter berücksichtigt werden.

4.6 Identifikation des losebehafteten Zwei-Massen-Systems

In Kapitel 4.5 wurden neben den linearen Parametern auch die beiden Reibungen, welche sich in den Rückführzweigen befinden, erfolgreich identifiziert. In diesem Ab-

schnitt wird außerdem die Lose identifiziert, welche als Totzone und zusätzliche Stoßparameter (siehe Kapitel 4.2) modelliert wird. Die Lose befindet sich im Vorwärtszweig des Systems. Wenn die Lose aktiv ist, zerfällt das System in zwei getrennte Teilsysteme, was den Schwierigkeitsgrad der Identifikation weiter erhöht.

In Abbildung 4.33 sind der Signalflussplan und das rekurrente Netz des Zwei-Massen-Systems mit Lose dargestellt.

Zur Beschreibung des Zwei-Massen-Systems sind die Lagedifferenz $\Delta\alpha$ (Welle als Torsionsfeder $M_C = \Delta\alpha \cdot c$) und die Winkelgeschwindigkeitsdifferenz $\Delta\Omega$ (Dämpfung der Welle: $M_D = \Delta\Omega \cdot d$) nach der Lose notwendig. Da der Ausgang der Lose kennlinie die Lagedifferenz ist, muss die Winkelgeschwindigkeitsdifferenz durch Differentiation der Lagedifferenz gebildet werden. Aus diesem Grund muss im Signalflussplan des Zwei-Massen-Systems zur Beschreibung der elastischen Verbindung mit Lose ein Differentiationsglied enthalten sein.

In der kontinuierlichen Zustandsbeschreibung (vgl. Gleichung (4.9)) wird die Differentiation im Vektor der Nichtlinearitäten $\underline{\mathcal{N}}$ berücksichtigt. Durch das Differentiationsglied selbst wird aber kein unabhängiger Zustand beschrieben.

Im rekurrenten Netz wird der Differentiationsblock durch die numerische Differentiation nach Euler ersetzt. Die numerische Differentiation beschreibt aber eine unabhängige Differenzgleichung erster Ordnung (Verzögerungsneuron). Daher ist in der diskreten Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes eine zusätzliche Gleichung enthalten (vgl. Gleichung (4.10)).

Wird bei der Beobachterdimensionierung von einem kontinuierlichen Beobachter ausgegangen, werden nur die vier unabhängigen Zustände $(\hat{\Omega}_1, \hat{\alpha}_1, \hat{\Omega}_2, \hat{\alpha}_2)$ mit je einer Zustandsrückführung beaufschlagt.

Die Stellgröße des Zwei-Massen-Systems ist das Motormoment der ersten Maschine M_I . Da dieses Moment nicht gemessen werden kann, wird wie zuvor eine Approximation dieses Momentes benötigt. Aus diesem Grund wird in der Strecke und in dem rekurrenten Netz die in Abschnitt 4.4 beschriebene Umrichtermodellierung berücksichtigt.

Damit können die Zustandsbeschreibungen der Strecke und des rekurrenten Netzes angegeben werden.

Die kontinuierliche Zustandsbeschreibung des Systems wird vom Signalflussplan aus Abbildung 4.33 abgeleitet. Dazu werden die Größen

$$\begin{aligned} u &= M_I^* \\ y &= \Omega_I \\ \underline{x} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [x_1 \ M_I \ \Omega_I \ \Delta\alpha \ \Omega_{II} \ \alpha_I]^T \end{aligned}$$

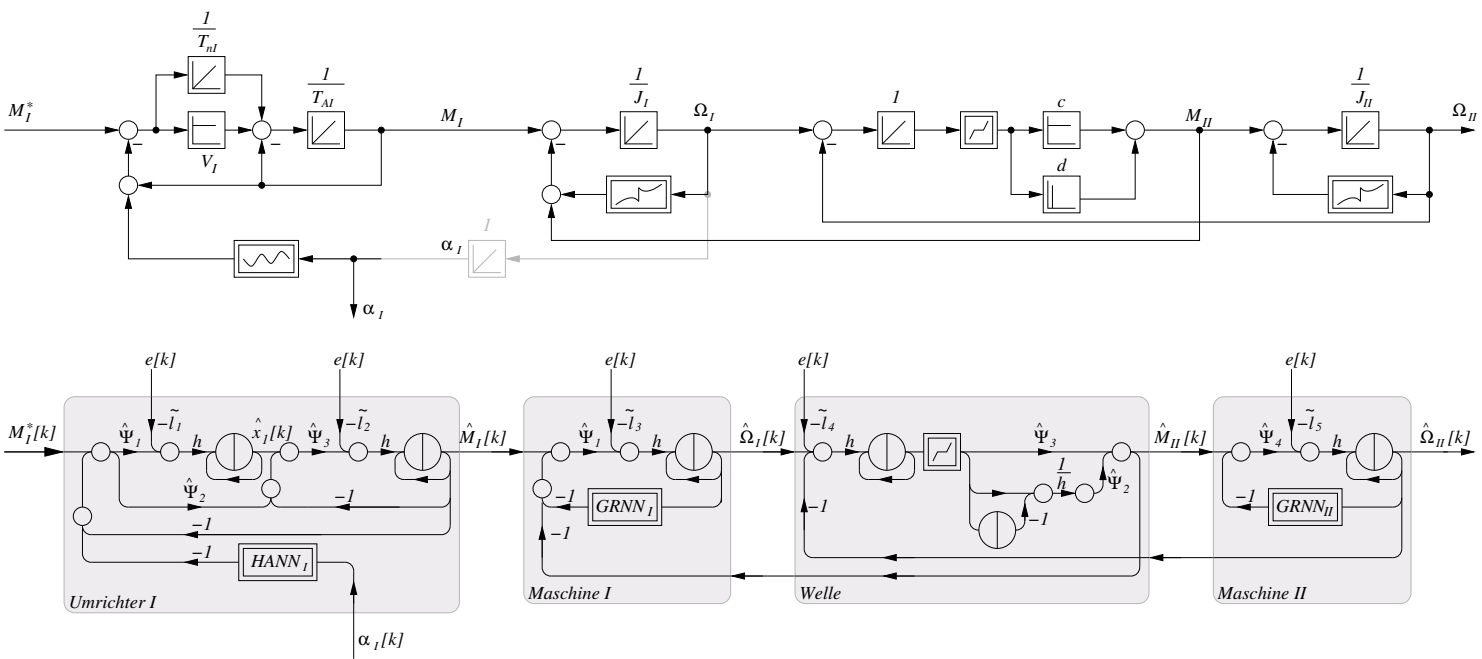


Abb. 4.33: Signalflussplan und rekurrentes Netz des losebehafteten Zwei-Massen-Systems

festgelegt, womit die Zustandsgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} = & \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_{nI}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{AI}} & -\frac{1+V_I}{T_{AI}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_I} & -\frac{d}{J_I} & -\frac{c}{J_I} & \frac{d}{J_I} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{J_{II}} & \frac{c}{J_{II}} & -\frac{d}{J_{II}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{nI}} \\ \frac{V_I}{T_{AI}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \\ & + \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{nI}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{V_I}{T_{AI}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c}{J_I} & -\frac{d}{J_I} & -\frac{1}{J_I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c}{J_{II}} & \frac{d}{J_{II}} & 0 & -\frac{1}{J_{II}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{U}_{\alpha I}(x_6) \\ \mathcal{L}(x_4) \\ \dot{\mathcal{L}}(x_4) \\ \mathcal{R}_I(x_3) \\ \mathcal{R}_{II}(x_5) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

und die Ausgangsgleichung

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot \underline{x}$$

des Systems angegeben werden können.

Hierbei gelten wieder die in Tabelle 4.4 zusammengefassten Bezeichnungen. Zusätzlich bezeichnet \mathcal{L} die im System vorhandene Lose.

Die diskrete Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes ergibt sich aus der kontinuierlichen Zustandsbeschreibung 4.9. Dazu werden die Größen

$$\begin{aligned} u[k] &= M_I^*[k] \\ \hat{y}[k] &= \hat{\Omega}_I[k] \\ u_{HANN}[k] &= \alpha_I[k] \\ \hat{\underline{x}}[k] &= [\hat{x}_1[k] \ \hat{M}_I[k] \ \hat{\Omega}_I[k] \ \Delta\hat{\alpha}[k] \ \hat{x}_5[k] \ \hat{\Omega}_{II}[k]]^T \end{aligned}$$

festgelegt. Im rekurrenten Netz wird die Umrichternichtlinearität mit Hilfe eines HANN approximiert, die Reibungen mit Hilfe von GRNN, sowie die Lose mit dem in Abschnitt 4.2 eingeführten Loseapproximator. Somit ergibt sich der Parametervektor des rekurrenten Netzes zu

$$\hat{\underline{w}} = \left[\hat{\Psi}_1 \ \hat{\Psi}_2 \ \hat{\Psi}_3 \ \hat{\Psi}_4 \ \hat{\underline{\Theta}}_{HANN}^T \ \hat{\underline{\Theta}}_{Reib,I}^T \ \hat{\underline{\Theta}}_{Lose}^T \ \hat{\underline{\Theta}}_{Reib,II}^T \right]^T$$

mit den linearen Parametern $\hat{\Psi}_1 = \frac{1}{J_I}$, $\hat{\Psi}_2 = \hat{d}$, $\hat{\Psi}_3 = \hat{c}$ und $\hat{\Psi}_4 = \frac{1}{J_{II}}$ sowie den Stützwerten für die maschinenlageabhängigen Nichtlinearität $\hat{\underline{\Theta}}_{HANN}$, den Stützwerten für die Reibung $\hat{\underline{\Theta}}_{Reib,I}$ und $\hat{\underline{\Theta}}_{Reib,II}$ sowie den Parametern für die Loseapproximation $\hat{\underline{\Theta}}_{Lose}$.

Der Vektor mit den Beobachterkoeffizienten wird wie folgt eingeführt

$$\tilde{\underline{l}} = [\tilde{l}_1 \quad \tilde{l}_2 \quad \tilde{l}_3 \quad \tilde{l}_4 \quad 0 \quad \tilde{l}_5]^T$$

Wie bereits erwähnt, führt die Differentiation in der zeitdiskreten Darstellung auf eine zusätzliche Gleichung. Da diese zusätzliche Gleichung keinem unabhängigen Zustand in der zeitkontinuierlichen Darstellung entspricht, wird der interne Zustand des rekurrenten Netzes $\hat{x}_5[k]$ nicht über einen Beobachterkoeffizient zurückgeführt. Aus diesem Grund ist der fünfte Eintrag im Beobachtervektor $\tilde{\underline{l}}$ mit einer Null belegt.

Da die numerische Differentiation einen diskreten Zustand beinhaltet, kann im Vektor der Nichtlinearitäten die Differentiation der Losekennlinie $\hat{\mathcal{L}}$ entfallen. Mit diesen Festlegungen ergibt sich die diskrete Zustandsdarstellung sowie die Ausgangsgleichung des verwendeten rekurrenten Netzes zu

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}[k+1] = & \begin{bmatrix} 1 & -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & h\tilde{l}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{h}{\hat{T}_{AI}} & 1 - \frac{h(1+\hat{V}_I)}{\hat{T}_{AI}} & h\tilde{l}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h\hat{\Psi}_1 & h\tilde{l}_3+1 & -h\hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_3 - \hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_2 & \hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_2 & 0 \\ 0 & 0 & h(\tilde{l}_4+1) & 1 & 0 & -h \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h\tilde{l}_5 & h\hat{\Psi}_3\hat{\Psi}_4 + \hat{\Psi}_2\hat{\Psi}_4 & -\hat{\Psi}_2\hat{\Psi}_4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{\underline{x}}[k] + \\ & + \begin{bmatrix} \frac{h}{\hat{T}_{nI}} \\ \frac{h\hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] - \begin{bmatrix} h\tilde{l}_1 \\ h\tilde{l}_2 \\ h\tilde{l}_3 \\ h\tilde{l}_4 \\ 0 \\ h\tilde{l}_5 \end{bmatrix} \cdot y[k] + \\ & + \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{h\hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h\hat{\Psi}_1 - h\hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_3 + \hat{\Psi}_1\hat{\Psi}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & h\hat{\Psi}_3\hat{\Psi}_4 - \hat{\Psi}_2\hat{\Psi}_4 & -h\hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(x_6[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \Delta\hat{\alpha}_{out}(\Delta\hat{\alpha}[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix} \\ \hat{y}[k] = & [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \cdot \hat{\underline{x}}[k] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Mit Hilfe der diskreten Zustandsdarstellung (4.10) können die partiellen Ableitungen $\nabla\hat{y}(\hat{w})$ gemäß Gleichungen (3.19) und (3.20) berechnet werden. Das Lerngesetz ergibt sich wiederum aus Gleichung (3.3).

4.6.1 Simulative Identifikation

Zunächst wird die Identifikation in einer Simulationsumgebung unter idealisierten Bedingungen durchgeführt. Dabei wird die reale Strecke durch den in Abbildung 4.33 dargestellten Signalfussplan beschrieben. Das heißt, die Struktur der Strecke und des rekurrenten Netzes stimmen exakt überein. Die Anregung des Systems erfolgt mit einer Zwei-Punkt-Regelung ($\pm 10 \text{ N m}$). Die Abtastzeit wird mit $h = 0.4 \text{ ms}$ festgelegt. Gelernt werden hierbei die Parameter und Nichtlinearitäten des Zwei-Massen-Systems. Wie bereits erwähnt, werden die linearen Parameter des Umrichters als bekannt vorausgesetzt, da sie in einer separaten Identifikation bestimmt werden können. Lediglich die vorhandene maschinenlageabhängige Nichtlinearität wird mitgelernt.

Alle für die Identifikation relevanten Parameter und Ergebnisse sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst. In den Abbildungen 4.34 bis 4.43 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierten Nichtlinearitäten dargestellt.

Parameter	Strecke	Startwert	Ergebnis	η	α	SFA
Umrichter	Abb. 4.39	0	Abb. 4.39	$3 \cdot 10^{-2}$	0.95	$r_{HANN} = 2 \cdot 13$
J_I	0.166 kg m ²	0.2 kg m ²	0.166 kg m ²	0.15	0.95	—
Reibung I	Abb. 4.41	0	Abb. 4.41	0.125	0.95	$\sigma_{norm} = 1.6$ $r_{Reib,I} = 2 \cdot 15$
d	0.6 Nm/s/rad	1 Nm/s/rad	0.6 Nm/s/rad	1.25	0.95	—
c	1160 Nm/rad	1350 Nm/rad	1160 Nm/rad	$5 \cdot 10^4$	0.95	—
a	0.031 rad	0 rad	0.031 rad	$8 \cdot 10^{-6}$	0.95	—
Θ_{S1}	2 Nm/s/rad	0 Nm/s/rad	2 Nm/s/rad	5	0.95	—
Θ_{S2}	38 Nm/s/rad	0 Nm/s/rad	38 Nm/s/rad	10	0.95	—
J_{II}	0.336 kg m ²	0.45 kg m ²	0.336 kg m ²	$4 \cdot 10^{-3}$	0.95	—
Reibung II	Abb. 4.41	0	Abb. 4.41	0.1	0.95	$\sigma_{norm} = 1.6$ $r_{Reib,II} = 2 \cdot 15$
Beobachter	$\tilde{l} = [3.3 \quad 2.6 \quad -1197 \quad 98 \quad 227]$			—	—	—

Tabelle 4.6: Parameter und Ergebnisse der simulativen Identifikation des Zwei-Massen-Systems

Wie Tabelle 4.6 und den Abbildungen 4.34 bis 4.38 zu entnehmen ist, werden sämtliche linearen Parameter sowie die Parameter des Loseapproximators exakt identifiziert. Ebenso können die Nichtlinearitäten aus Abbildung 4.39 und 4.41 in der Simulationsumgebung exakt identifiziert werden.

In den Abbildungen 4.40 und 4.42 ist die Konvergenz der Stützwerte $\hat{\Theta}_{HANN}$ sowie $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ dargestellt. In Abbildung 4.43 ist zu erkennen, dass mit fortlaufender Identifikation der Ausgangsfehler e gegen Null strebt.

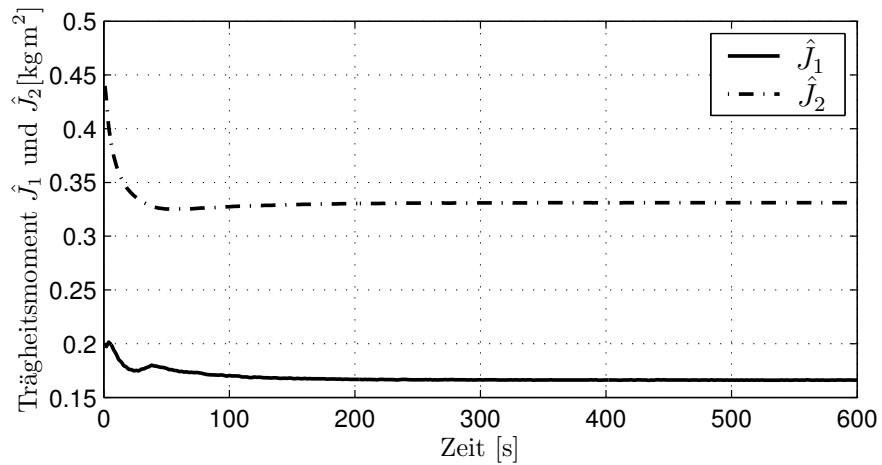


Abb. 4.34: Identifikationsverlauf der Maschinenparameter \hat{J}_I und \hat{J}_{II}

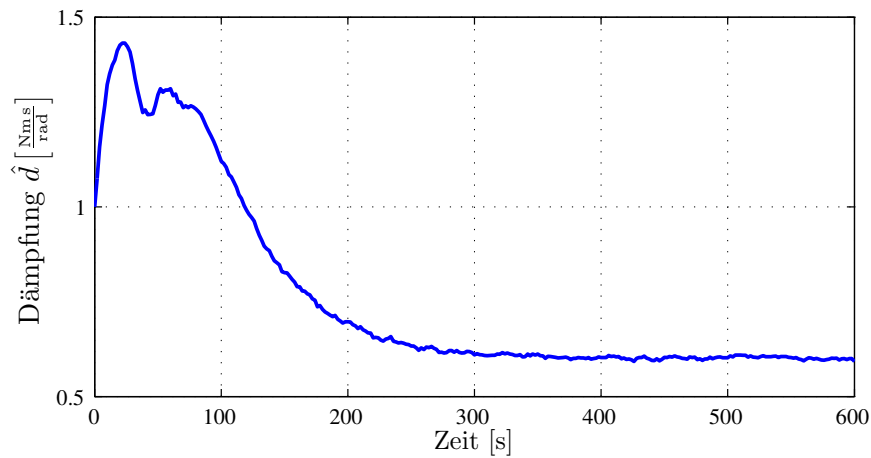


Abb. 4.35: Identifikationsverlauf des Dämpfungsmaßes \hat{d}

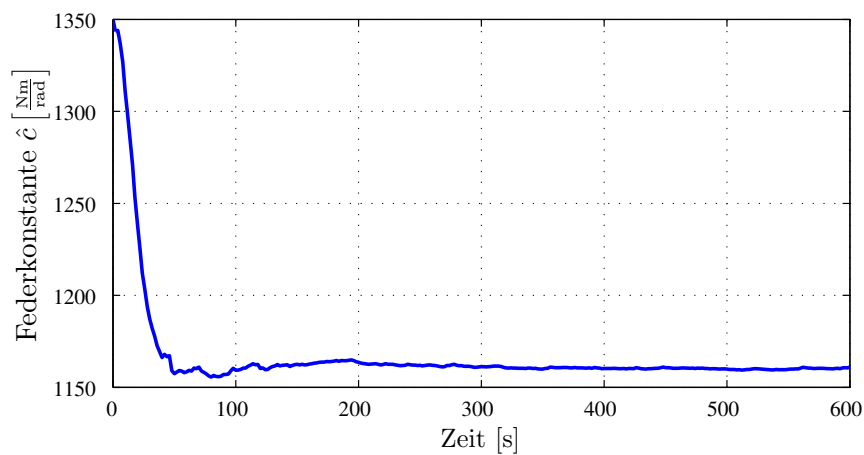


Abb. 4.36: Identifikationsverlauf der Federsteifigkeit \hat{c}

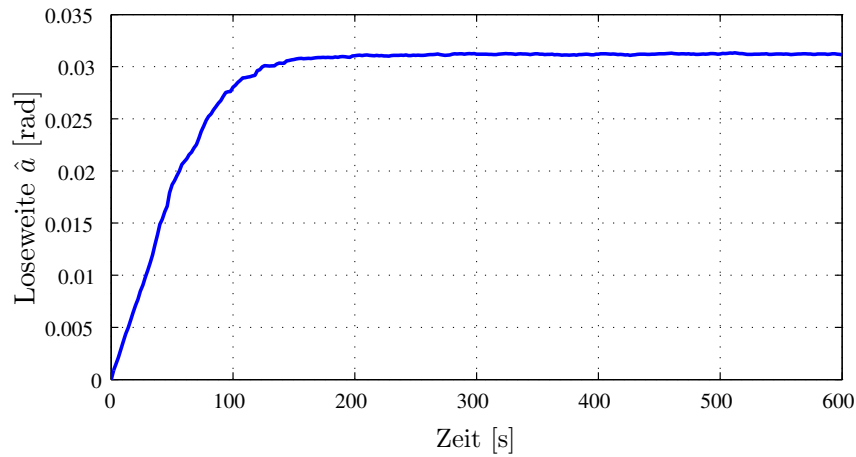


Abb. 4.37: Identifikationsverlauf der Loseweite \hat{a}

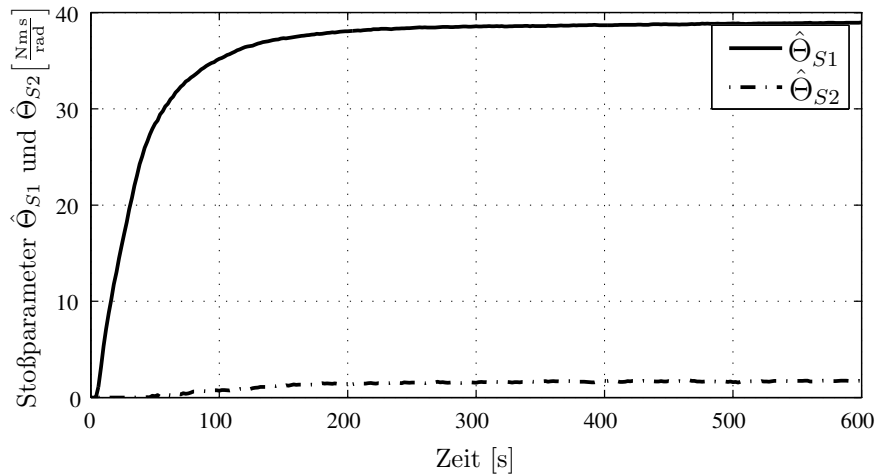


Abb. 4.38: Identifikationsverlauf der Stoßparameter $\hat{\Theta}_{S1}$ und $\hat{\Theta}_{S2}$

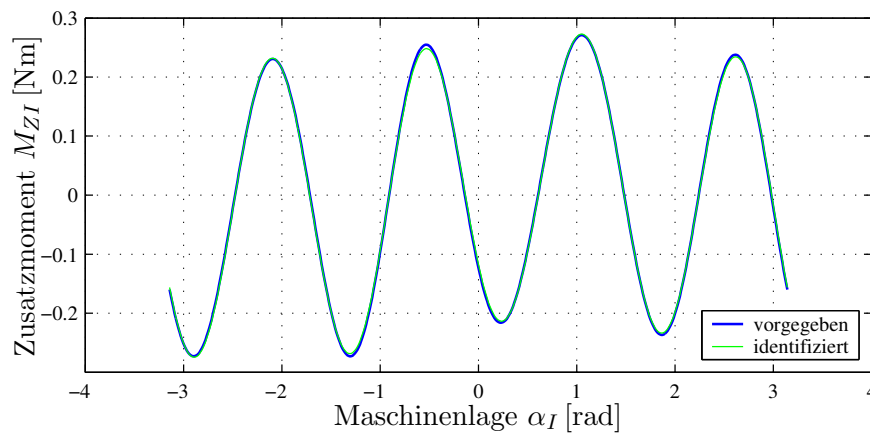


Abb. 4.39: Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität

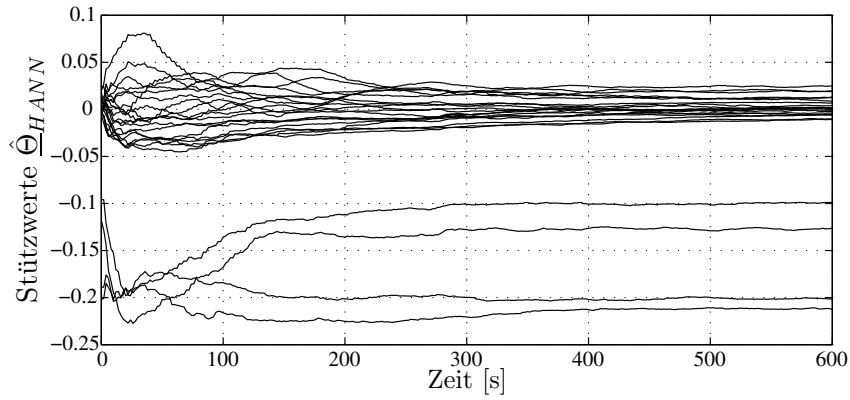


Abb. 4.40: Identifikationsverlauf der Stützwerte $\hat{\Theta}_{HANN}$ der maschinenlage-abhängigen Nichtlinearität

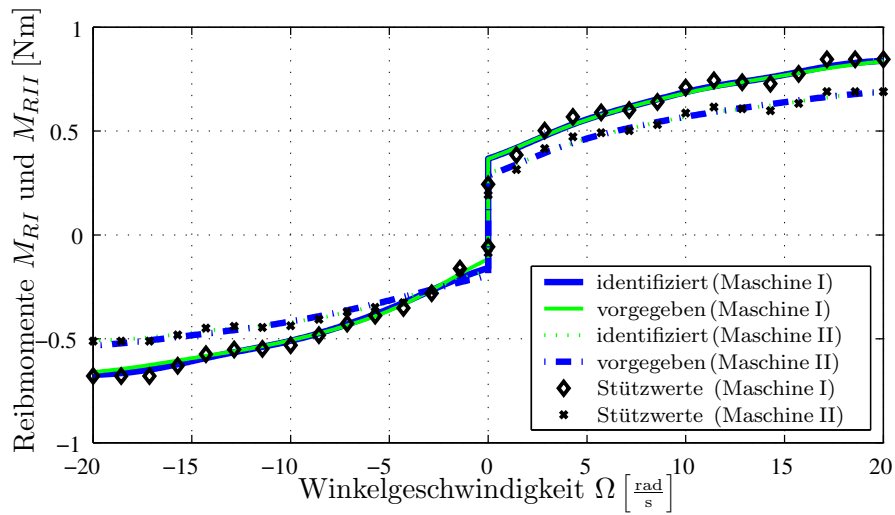


Abb. 4.41: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinien

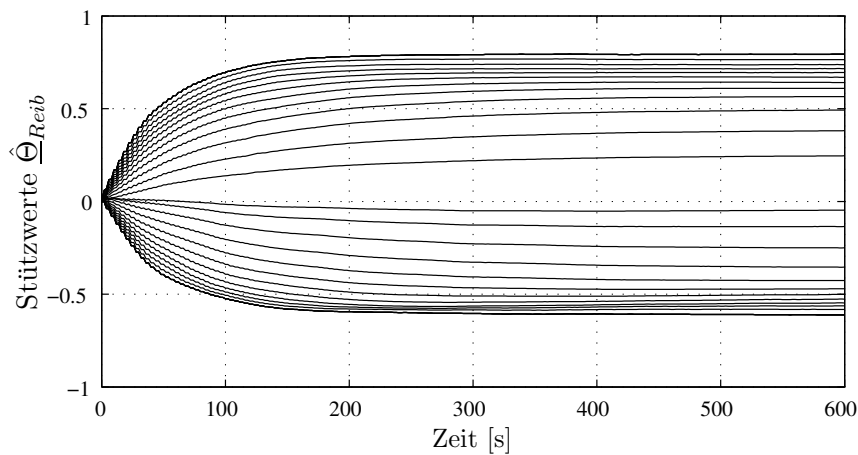


Abb. 4.42: Identifikationsverlauf der Stützwerte $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ der Reibungskennlinie

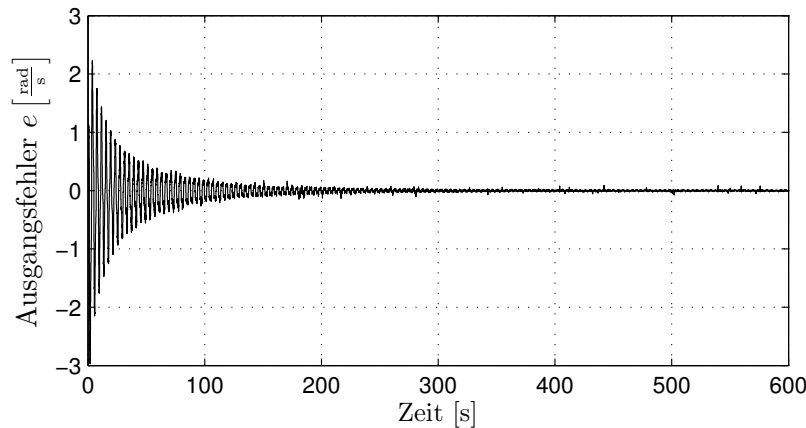


Abb. 4.43: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikation

4.6.2 Identifikation an der Versuchsanlage

Nachdem die Identifikation des Zwei-Massen-Systems in der Simulationsumgebung erfolgreich durchgeführt wurde, wird die Identifikation auf die Versuchsanlage übertragen. Als Messgrößen stehen die Drehwinkel α sowie die Winkelgeschwindigkeiten Ω beider Maschinen zur Verfügung. Für den Identifikationsalgorithmus werden jedoch nur der Drehwinkel α_I sowie die Winkelgeschwindigkeit Ω_I der ersten Maschine verwendet. Die Winkelgeschwindigkeit der zweiten Maschine Ω_{II} wird nur für die Validierung der Identifikationsergebnisse benutzt.

Die Identifikationsergebnisse der linearen Parameter und des Loseapproximators, die berechneten bzw. messtechnisch erfassten Erwartungswerte der bestimmbarer Parameter sowie die Startwerte der Identifikation sind in Tabelle 4.7 zusammengefasst.

Parameter	Erwartungswert	Startwert	Identifikationsergebnis
\hat{J}_I	0.166 kg m^2	0.2 kg m^2	0.168 kg m^2
\hat{J}_{II}	0.336 kg m^2	0.45 kg m^2	0.359 kg m^2
\hat{d}	—	$1 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$	$0.45 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$
\hat{c}	$1160 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$1350 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$1220 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$
\hat{a}	0.031 rad	0.01 rad	0.0306 rad
$\hat{\Theta}_{S1}$	—	$0 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$	$2 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$
$\hat{\Theta}_{S2}$	—	$0 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$	$38 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$

Tabelle 4.7: Ergebnisse der Identifikation an der Versuchsanlage

In den Abbildungen 4.44 bis 4.51 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierten Nichtlinearitäten dargestellt.

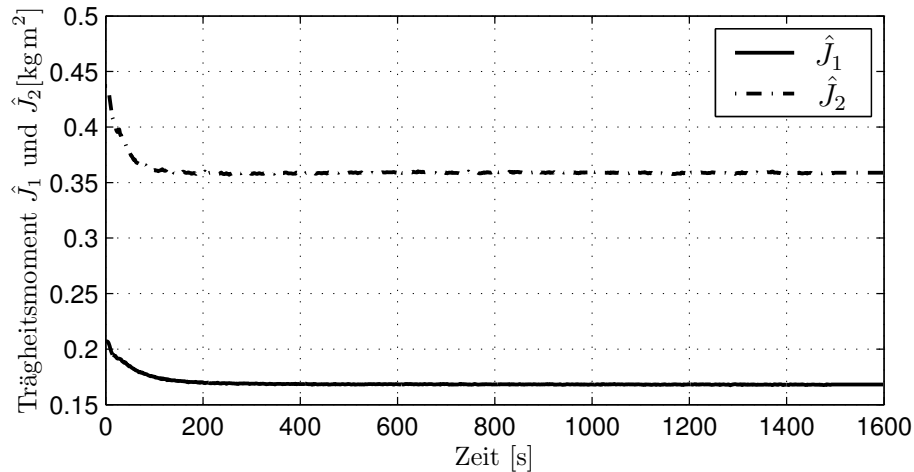


Abb. 4.44: Identifikationsverlauf der Maschinenparameter \hat{J}_I und \hat{J}_{II}

Die identifizierten Massenträgheitsmomente (Abbildung 4.44) $\hat{J}_I = 0.168 \text{ kg m}^2$ und $\hat{J}_{II} = 0.359 \text{ kg m}^2$ stimmen mit den für die Anlage berechneten Werten (siehe Abschnitt C.2) $J_I = 0.166 \text{ kg m}^2$ und $J_{II} = 0.336 \text{ kg m}^2$ im Rahmen der erreichbaren Genauigkeit sehr gut überein.

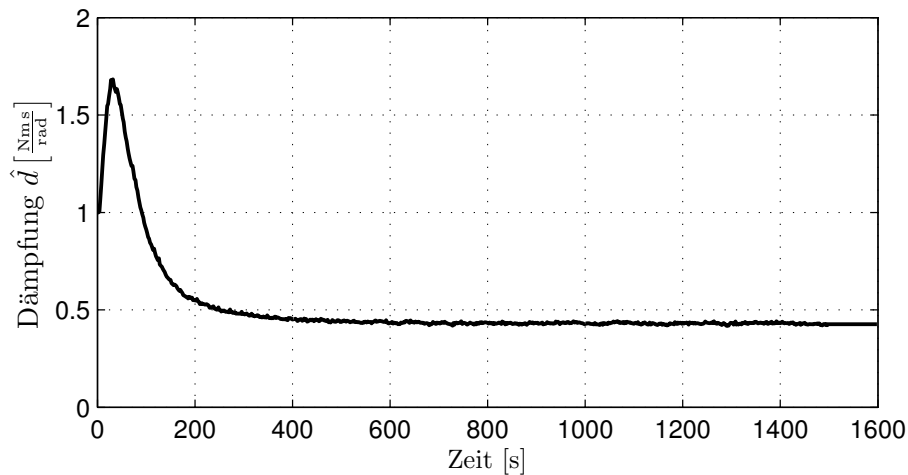


Abb. 4.45: Identifikationsverlauf des Dämpfungsmaßes \hat{d}

Die identifizierte Federsteifigkeit (Abbildung 4.46) $\hat{c} = 1220 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ weicht von dem in Abschnitt C.4 bestimmten und in Abschnitt 4.5.2 identifizierten Wert $c = 1160 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ um 5.2% ab. Diese Abweichung und die Abweichung der identifizierten Dämpfung $\hat{d} = 0.45 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$ gegenüber dem Ergebnis aus Abschnitt 4.5.2 ($0.68 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$) ergeben sich aufgrund der ungenauen Losemodellierung. Dass die Dämpfung bei diesem Versuch kleiner und die Federkonstante größer identifiziert wird, bedeutet, dass das Zwei-Massen-System insgesamt stärker schwingt. Durch den Stoßvorgang beim Eingreifen der Lose wird das System zusätzlich zum Schwingen angeregt. Im rekurrenten Netz ist dieses Verhalten nicht so stark ausgeprägt wie in der realen Strecke. Daher werden

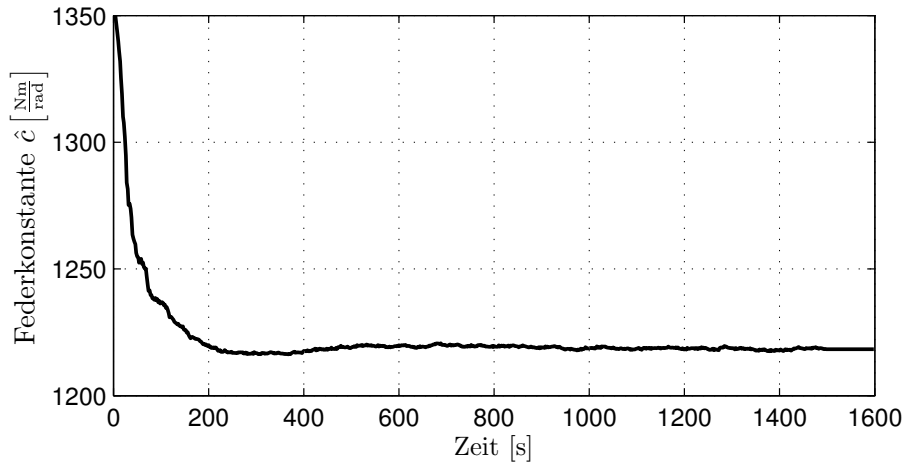


Abb. 4.46: Identifikationsverlauf der Federsteifigkeit \hat{c}

die Parameter \hat{c} und \hat{d} so verändert, dass das identifizierte System insgesamt stärker schwingt und damit der realen Strecke besser angepasst ist. Nachteilig wirkt sich dabei aus, dass hiermit die Parameter verfälscht werden.

Durch die eingeführten Stoßparameter $\hat{\Theta}_{S1}$ und $\hat{\Theta}_{S2}$ gelingt es, die Losemodellierung zu verbessern und den beschriebenen Effekt im rekurrenten Netz zu verringern. Die Verfälschung der Parameter \hat{c} und \hat{d} kann allerdings nicht gänzlich eliminiert werden.

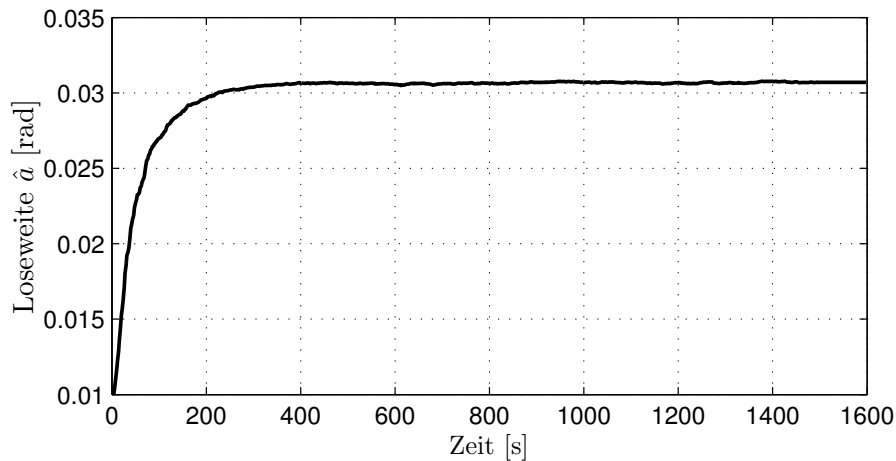


Abb. 4.47: Identifikationsverlauf der Loseweite \hat{a}

Das Identifikationsergebnis für die Loseweite ergibt sich, wie aus Abbildung 4.47 ersichtlich, zu $\hat{a} = 0.0306$ rad. Messtechnisch wurde eine Loseweite von $a = 0.031$ rad (siehe Abschnitt C.5) bestimmt. Das Identifikationsergebnis stimmt somit sehr genau mit dem gemessenen Wert überein.

Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, sind aufgrund des mechanischen Aufbaus der

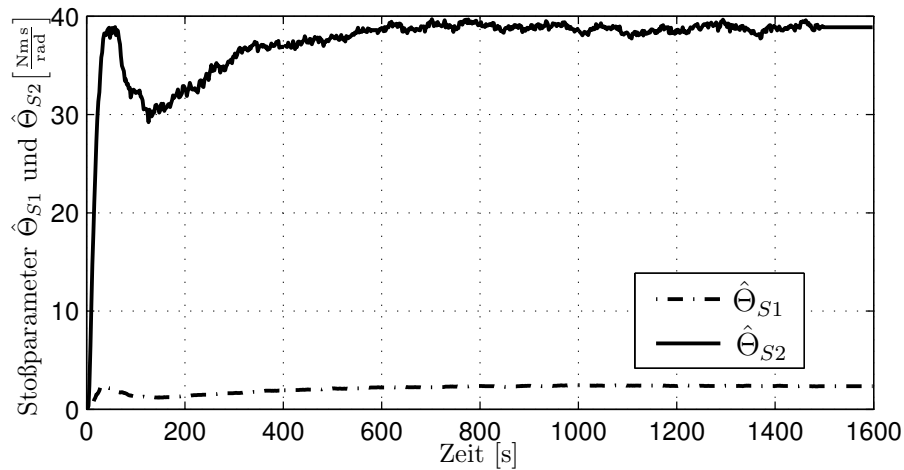


Abb. 4.48: Identifikationsverlauf der Stoßparameter $\hat{\Theta}_{S1}$ und $\hat{\Theta}_{S2}$

Versuchsanlage zwei unterschiedliche Stoßparameter für die Wirkung auf J_I bzw. J_{II} zu erwarten. Ferner wurde in Abschnitt 4.2 beschrieben, dass die Wirkung von J_I durch die elastische Verbindung stärker bedämpft wird als die Wirkung von J_{II} . Entsprechend ist das Identifikationsergebnis des Stoßparameters $\hat{\Theta}_{S1}$, der den Einfluss der Maschine I am Stoßvorgang beschreibt, deutlich kleiner (Faktor 16) als $\hat{\Theta}_{S2}$. (siehe Abbildung 4.48)

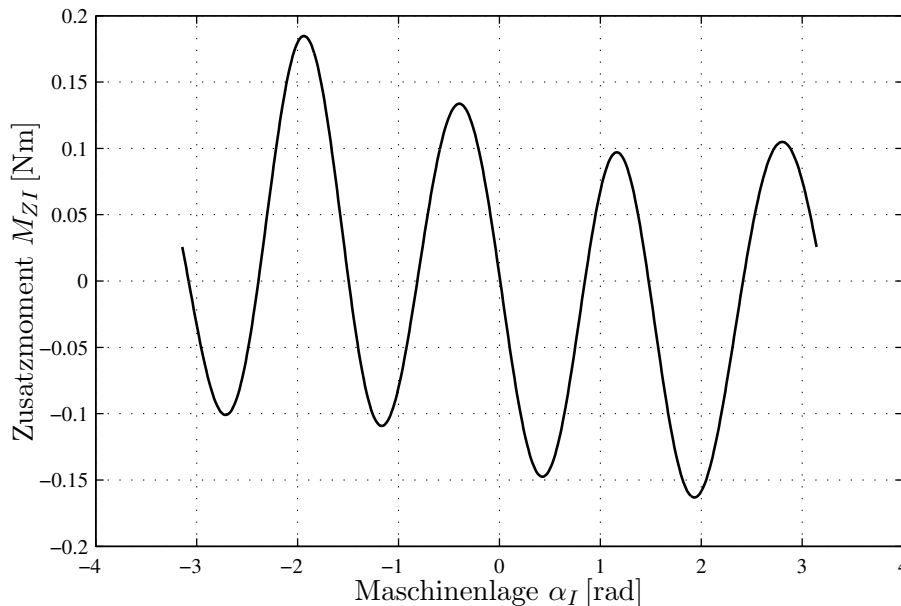


Abb. 4.49: Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität

Das Identifikationsergebnis für die maschinenlageabhängige Nichtlinearität weist die erwarteten Ruhelagen über einer Maschinenumdrehung auf.

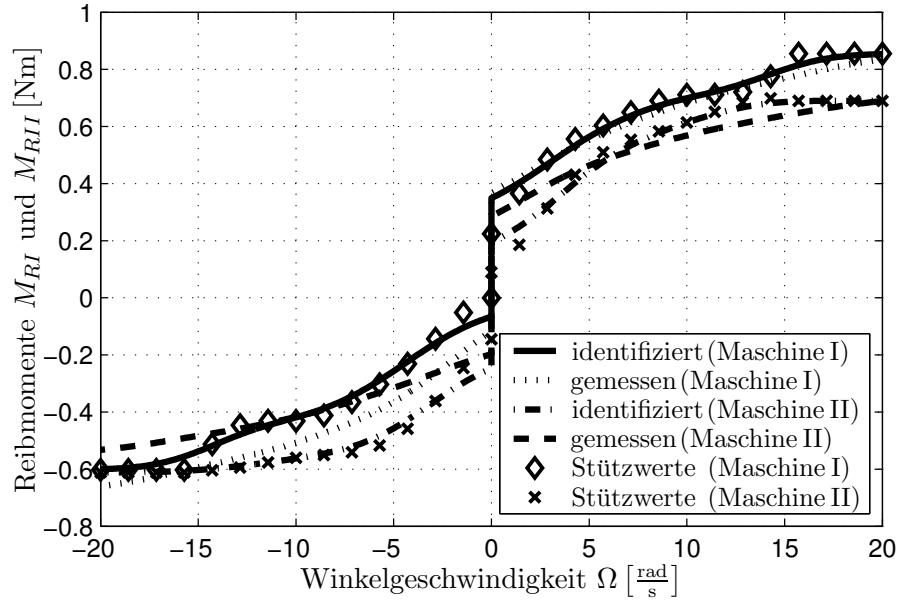


Abb. 4.50: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinien

Das Identifikationsergebnis für die Reibungen (Abbildung 4.50) stimmt im wesentlichen mit den gemessenen Reibungskennlinien sowie mit dem Identifikationsergebnis für das losefreie Zwei-Massen-System überein. Abbildung 4.51 zeigt exemplarisch die Konvergenz einiger Stützwerte der verwendeten GRNN.

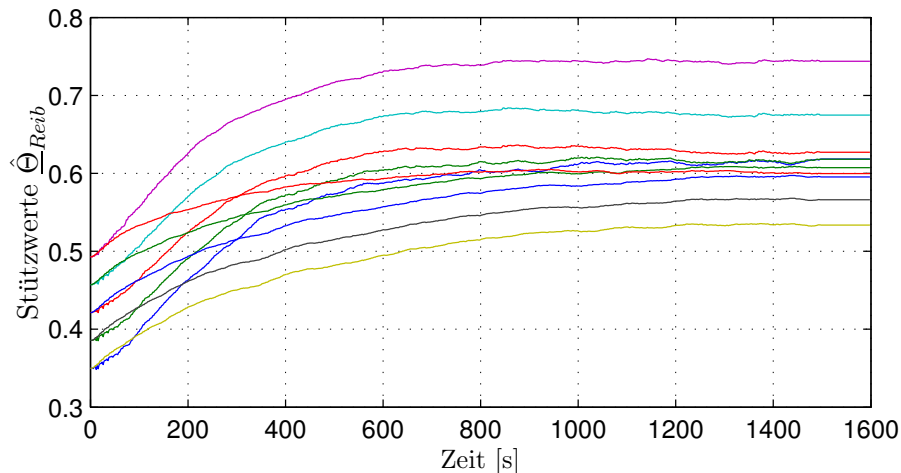


Abb. 4.51: Identifikationsverlauf der Stützwerte $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ der Reibungskennlinie

Die Identifikation wird im Zeitbereich 0 bis 1500 Sekunden mit den in Tabelle 4.6 zusammengefassten Lernparametern durchgeführt. In diesem Zeitbereich geht der Ausgangsfehler (Abbildung 4.52) gegenüber dem linearen Beobachter⁶ von anfänglich $e \approx \pm 0.6$ [rad/s] auf $e \approx \pm 0.2$ [rad/s] zurück. Auch der Verlauf der Winkelgeschwin-

⁶Das rekurrente Netz entspricht zu Beginn des Lernvorganges einem linearen Beobachter.

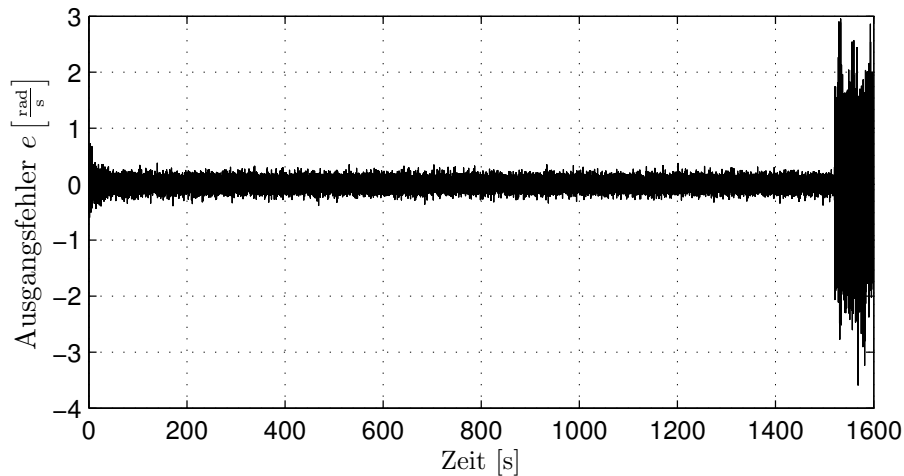


Abb. 4.52: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikations- und Validierungsphase

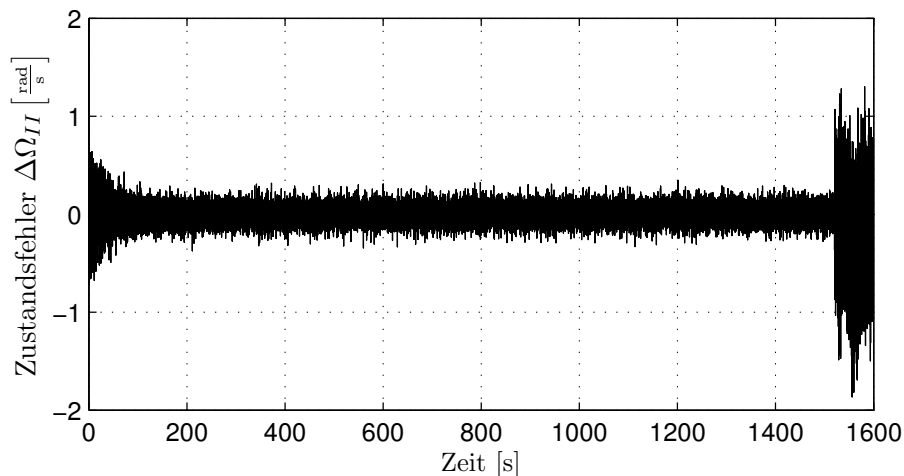


Abb. 4.53: Verlauf der Winkelgeschwindigkeitsabweichung $\Delta\Omega_{II}$ während der Identifikations- und Validierungsphase

digkeitsabweichung $\Delta\Omega_{II}$ (Abbildung 4.53) zeigt, dass sich mit fortschreitendem Identifikationsverlauf der Fehler von anfänglich $e \approx \pm 0.8$ [rad/s] auf $e \approx \pm 0.2$ [rad/s] verringert.

Aufgrund der vorhandenen Lose muss der Beobachter insgesamt schneller ausgelegt werden, da die Wirkung der Lose auf den Systemausgang ($\hat{y}[k]$) sonst durch das Tiefpaßverhalten des gemäß nach Kalman ausgelegten Beobachters zu stark gedämpft wird, und somit nicht korrekt identifiziert werden kann. Aus diesem Grund ist der Anfangsfehler des rekurrenten Netzes kleiner als der Fehler des rekurrenten Netzes beim losefreien Zwei-Massen-System (siehe Abschnitt 4.5.1). Durch die schnellere Beobachterdimensionierung reagiert das rekurrente Netz allerdings auch stärker auf das Messrauschen. Aus diesen Gründen kann bei der Identifikation des losebehaf-

teten Zwei-Massen-System der Ausgangsfehler nicht so deutlich verbessert werden wie beim losefreien Zwei-Massen-System.

Zur Validierung der Identifikationsergebnisse werden im Bereich 1500 bis 1600 Sekunden die Beobachterrückführungen zu Null gesetzt. Zusätzlich werden die Lernschrittweiten $\underline{\eta}$ ebenfalls zu Null gesetzt, um eine weitere Adaption des Parametervektors $\underline{\hat{w}}$ zu verhindern. Das rekurrente Netz stellt in dieser Konfiguration ein Parallelmodell der Strecke dar. Die Validierung zeigt, dass das rekurrente Netz mit gleichbleibendem Ausgangsfehler parallel zur realen Strecke arbeitet. Allerdings ist dieser Fehler deutlich größer als das Messrauschen (siehe Abbildungen 4.25 und 4.26). Die Ursachen dafür liegen zum einen an der ungenauen Losemodellierung und zum anderen an der numerischen Differentiation, ohne die die Lose nicht berücksichtigt werden kann. Wie den Abbildungen 4.25 und 4.26 zu entnehmen ist, ist der Fehler in der Validierungsphase größer als zu Beginn der Identifikationsphase. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass während der Identifikationsphase die Beobachterrückführungen aktiv sind. Vergleicht man das untrainierte Netz mit der realen Anlage in der Validierungskonfiguration so würde der Ausgangsfehler auf Grund des global integrierenden Verhaltens gegen Unendlich streben.

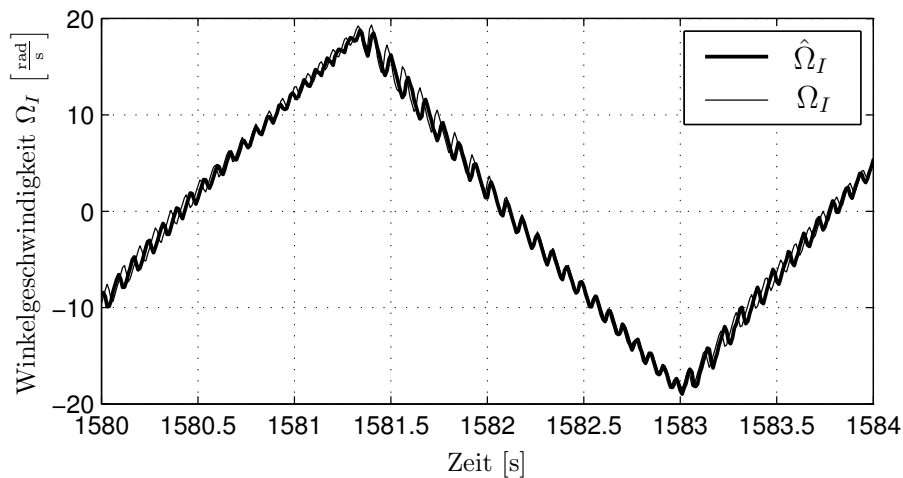


Abb. 4.54: Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten Ω_I und $\hat{\Omega}_I$ während der Verifikation

In den Abbildungen 4.54 und 4.55 sind die Verläufe der Winkelgeschwindigkeiten für einen kurzen Augenblick während der Validierungsphase dargestellt. Aufgrund der ungenauen Losemodellierung im rekurrenten Netz kann die Schwingung durch die elastische Verbindung und durch die Lose nach einem Drehmomentwechsel nur ungenau nachgebildet werden. Allerdings synchronisieren sich die Schwingungen im rekurrenten Netz und der realen Strecke, nachdem die durch die Lose verursachten Schwingungen abgeklungen sind. Um diese Schwingungen ebenfalls richtig nachzubilden zu können, muss die Losemodellierung wie z. B. in [KÜÇÜKAY, 1987] und [PFEIFFER UND KÜÇÜKAY, 1985] beschrieben erweitert werden. Dies erhöht jedoch den Identifikationsaufwand erheblich.

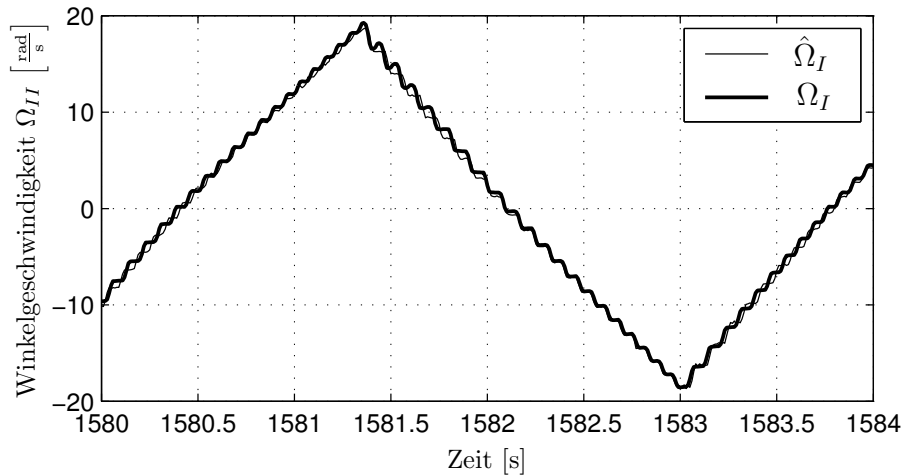


Abb. 4.55: Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten Ω_{II} und $\hat{\Omega}_{II}$ während der Verifikation

4.6.3 Verifikation am losefreien System

Aufgrund der ungenauen Losemodellierung ergeben sich bei der Identifikation des losebehafteten Zwei-Massen-Systems größere Abweichungen der identifizierten Parameter von den messtechnisch bzw. rechnerisch bestimmten Werten. Aus diesem Grund wird zur Verifikation des verwendeten rekurrenten Netzes der Versuchsstand so konfiguriert, dass keine Lose vorhanden ist. Das in diesem Kapitel beschriebene rekurrente Netz zur Identifikation des Zwei-Massen-Systems mit Lose wird an der losefreien Versuchsanlage zur Parameteridentifikation eingesetzt. Entsprechend ergeben sich für die Dämpfung und die Federsteifigkeit wieder die in Abschnitt 4.5.2 identifizierten Werte und die identifizierte Loseweite \hat{a} sinkt auf einen Wert unter 10^{-4} rad (siehe Abbildung 4.58).

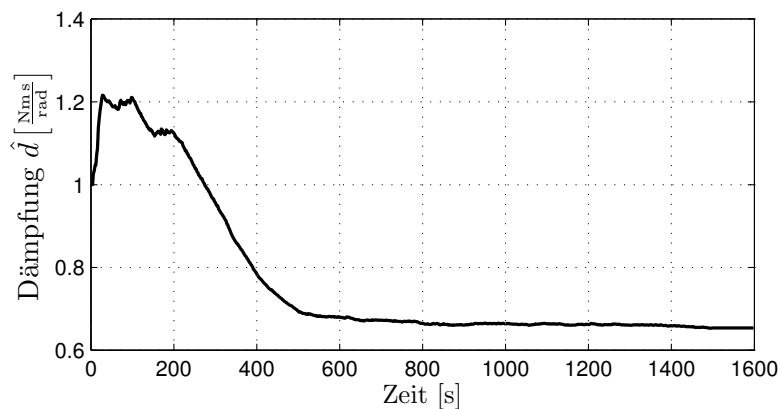


Abb. 4.56: Identifikationsverlauf des Dämpfungsmaßes \hat{d}

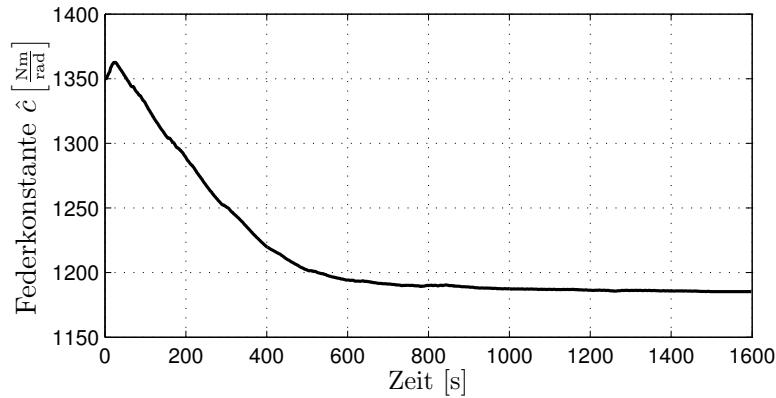


Abb. 4.57: Identifikationsverlauf der Federsteifigkeit \hat{c}

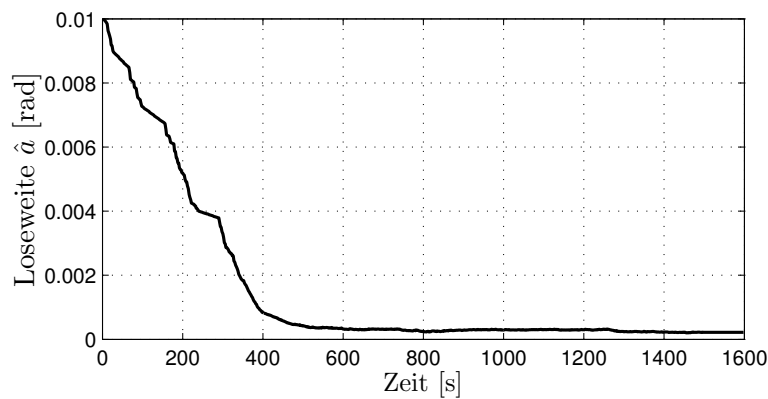


Abb. 4.58: Identifikationsverlauf der Loseweite \hat{a}

4.7 Kurzzusammenfassung

Ziel dieses Kapitels war die Identifikation der linearen Parameter und nichtlinearen Charakteristiken einer Antriebsmaschine, welche über eine elastische und losebehaftete Welle mit einer Last verbunden ist. Um diese antriebstechnische Anordnung, welche als nichtlineares Zwei-Massen-System modelliert worden ist, zu identifizieren, musste zunächst die Eingangsgröße dieses Systems geschätzt werden. Aus diesem Grund wurde der Umrichter der Antriebsmaschine mit Hilfe eines strukturierten rekurrenten Netzes identifiziert. Ziel dieser Identifikation war nicht, ein genaues Modell des Umrichters sondern eine möglichst einfache Nachbildung des Umrichterübertragungsverhaltens vom Sollmoment zum Luftspaltmoment der Antriebsmaschine zu erhalten. Nachdem ein solches Modell gefunden und parametrieret worden war, wurde die Antriebsanordnung ohne Lose identifiziert. Anschließend konnten die linearen Parameter und nichtlinearen Charakteristiken der mit losebehafteten Antriebsanordnung identifiziert werden.

In den Versuchen an der Versuchsanlage stellte sich heraus, dass sowohl die Umrichteridentifikation als auch die Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems

erfolgreich waren. Es stimmten sowohl die identifizierten Trägheiten und die Federkennlinie als auch die Reibungen mit den messtechnisch bestimmten Parametern bzw. Kennlinien überein. Außerdem wurde am Ende der Identifikationsabläufe das rekurrente Netz so umkonfiguriert, dass es parallel zur Strecke betrieben wurde. Bei diesem Parallelbetrieb ergaben sich keine nennenswerten Unterschiede zwischen den gemessenen und den geschätzten Größen.

Die Identifikation des mit losebehafteten Zwei-Massen-Systems wurde zunächst simulativ durchgeführt. Die Lose wurde hierbei im Gegensatz zu [STROBL, 1999] als Totzone mit einem Parameter und zwei zusätzlichen Stoßparametern modelliert. In der Simulation wurden sämtliche linearen Parameter und nichtlinearen Charakteristiken exakt identifiziert. An der Versuchsanlage stellte sich ein leicht abweichendes Ergebnis ein. Die Trägheiten, die Loseweite und die Reibungskennlinien wurden sehr gut identifiziert, jedoch ergaben sich leichte Abweichungen bei den Identifikationsergebnissen für die Feder- und die Dämpfungskonstante. Diese Abweichungen sind auf eine ungenügend genaue Losemodellierung zurückzuführen. Am Ende dieses Kapitels wurde deshalb die Versuchsanlage ohne Lose mit dem rekurrenten Netz zur Identifikation des mit losebehafteten Zwei-Massen-Systems identifiziert. Wie erwartet, wurden nun wieder die zuvor bestimmten Feder- und Dämpfungskonstanten identifiziert. Außerdem ergab sich eine Loseweite von Null.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass mit Hilfe strukturierter rekurrenter Netze sowohl die linearen Parameter als auch die nichtlinearen Charakteristiken sehr genau identifiziert werden können, wenn die Struktur der Strecke bekannt ist.

5 Identifikation und Regelung einer Drosselklappe

Im Kapitel 4 wurde gezeigt, dass man mit Hilfe des in Kapitel 3 beschriebenen Verfahrens ein nichtlineares mechatronisches System identifizieren kann. Handelte es sich in Kapitel 4 um eine Labor-Anwendung, so wird in diesem Kapitel die Identifikation einer kommerziellen PKW-Drosselklappe beschrieben.

Aufbauend auf dem erzielten Identifikationsergebnis wird ein nichtlinearer Zustandsregler für die Drosselklappe entwickelt. Es wird gezeigt, dass dieser Regler ein deutlich besseres Regelverhalten aufweist als die bisher eingesetzten PID-Regler. Dies wird sowohl für den Fall betrachtet, dass das Ansaugverhalten des Verbrennungsmotors des PKWs keinen Störeinfluß auf die Drosselklappe hat, als auch für den Fall, dass diese Störeinflüsse auf die Drosselklappe wirken.

In diesem Kapitel werden zunächst die Drosselklappe, das Modell der Drosselklappe sowie der zugehörige Versuchsstand beschrieben. Anschließend wird die Drosselklappe identifiziert. Aufbauend auf diesen Identifikationsergebnissen wird die nichtlineare Zustandsregelung entwickelt, die deutliche Vorteile gegenüber einem PID-Regler aufweist. Diese Verbesserungen zeigt ein Vergleich der Regelergebnisse bei stehendem Verbrennungsmotor und bei laufendem Verbrennungsmotor für den Zustandsregler und den PID-Regler am Ende dieses Kapitel.

5.1 Aufgabe einer Drosselklappe

Eine Drosselklappe sitzt im Ansaugtrakt eines Verbrennungsmotors. Über den Winkel der Drosselklappe wird der Luftmassenstrom reguliert und damit die zur Verfügung stehende Luftmenge bestimmt. Diese Luftmenge wird von dem Verbrennungsmotor pro Arbeitshub angesaugt. Entsprechend der vorhandenen Luftmenge wird die zur Gemischbildung benötigte Kraftstoffmenge durch die variable Öffnungsdauer der Einspritzventile in die Zylinder eingespritzt. Somit gibt die in den Ansaugbereich des Motors strömende Luftmenge bzw. der momentane Öffnungswinkel der Drosselklappe den jeweiligen Betriebspunkt des Motors vor.

Der Öffnungswinkel der Drosselklappe wird wiederum über das Gaspedal bestimmt.

Bei älteren Kraftfahrzeugen ist die Drosselklappe mechanisch über einen Seilzug mit dem Gaspedal verbunden, d. h. der Fahrer gibt mit der Stellung des Gaspedals direkt den Winkel der Drosselklappe vor. Daraus ergibt sich eine nur beschränkte bzw. gar keine Einflussmöglichkeit der Motorelektronik auf die Drosselklappe und somit auf das Motormoment. Das ist jedoch im Hinblick auf Schadstoffemission und zunehmende Komfort- und Sicherheitsfunktionen unerlässlich. Aus diesem Grund ist man bei modernen Kraftfahrzeugen dazu übergegangen, die Drosselklappe durch einen Gleichstromelektromotor elektrisch anzusteuern. Die Stellung des Gaspedals wird über einen Sensor abgegriffen und als Momentenwunsch des Fahrers interpretiert. Die Motorsteuerung regelt die Stellung der Drosselklappe entsprechend des Momentenwunsches des Fahrers, wobei sämtliche Einflussfaktoren, wie zum Beispiel der Klimakompressor, berücksichtigt werden können.

Die Anordnung bestehend aus der Drosselklappe, einem Pedalwertgeber und einer elektronischen Lageregelung der Drosselklappe wird oft als ein E-Gas-System bezeichnet und ist in Abbildung 5.1 schematisch dargestellt.

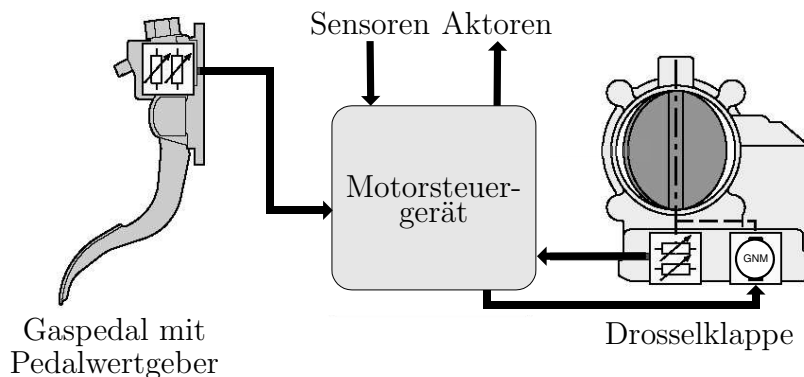


Abb. 5.1: *E-Gas-System*

Der Pedalwertgeber dient zur Umwandlung der Gaspedalposition in ein elektrisches Signal, das in eine entsprechende Öffnung der Drosselklappe umgesetzt wird. Der Öffnungswinkel der Drosselklappe kann hierbei, neben der vom Fahrer gewünschten Beschleunigung, auch in Abhängigkeit einer Vielzahl weiterer motorspezifischer Messdaten eingestellt werden. Somit ermöglicht das E-Gas-System die Beeinflussung der Gemischbildung nicht nur über die zugegebene Kraftstoffmenge sondern zusätzlich über die zugeführte Luftmenge. Dem Ziel, den spezifischen Verbrauch der Fahrzeuge und deren Schadstoffausstoß in bestimmten Betriebszuständen weiter zu senken, kann auf diese Weise näher gekommen werden.

Weiterhin bietet das E-Gas-Konzept die Möglichkeit, Fahrdynamikregelsysteme wie ESP (Elektronic-Stability-Program) und ASR (Antriebs-Schlupf-Regelung) durch

Variation der Drosselklappen-Stellung zu unterstützen, indem die Motorleistung in einem großen Bereich gezielt beeinflusst wird, und auf einen Bremsengriff in bestimmten Fahrsituationen verzichtet werden kann.

5.2 Aufbau der Drosselklappe

Abbildung 5.2 zeigt ein Foto der Drosselklappe. Zu sehen sind das Ansaugrohr und die Drosselklappe, welche sich hier in der Notlaufposition befindet, d. h. sie ist leicht geöffnet. Auf der rechten Seite befindet sich das Getriebe mit dem darin integrierten Potentiometer für die Lagemessung. Oberhalb des Ansaugrohres befindet sich der Gleichstrommotor. Die mechanischen und elektrischen Kenndaten der Drosselklappe sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

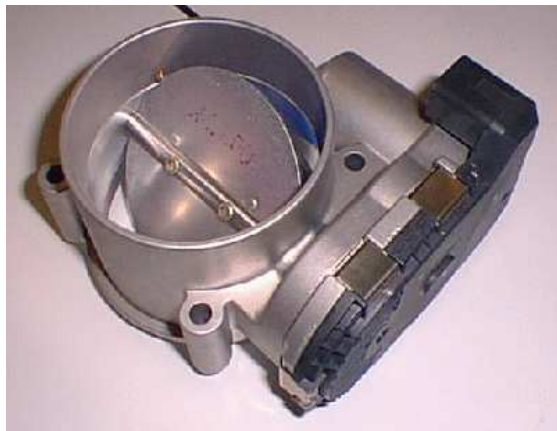


Abb. 5.2: *Drosselklappe*

Trägheitsmoment Rotor (GNM)	40 gcm ²
Getriebeübersetzung	20 : 1
maximaler Öffnungswinkel	80,01°
Notlaufposition	5,6°
Klemmenwiderstand	1,5Ω ± 0,3Ω
Induktivität (bei 120Hz)	0,9 mH ± 0,1 mH
Leerlaufdrehzahl	4500 min ⁻¹
Blockiermoment (typisch)	0,21 Nm
Blockierstrom (typisch)	9,5 A

Tabelle 5.1: *Mechanische und elektrische Kenndaten der Drosselklappe*

Der Antrieb der Drosselklappe erfolgt über einen permanentenerregten Gleichstrommotor (GNM). Über das zweistufige Getriebe wird das Moment verstärkt und auf die Drosselklappenwelle übertragen. Auf diese wirken neben dem Motormoment das

Reibmoment sowie das Federmoment der Rückstellfeder. Das Federmoment wird bestimmt durch zwei auf die Drosselklappe wirkende Rückstellfedern. Abbildung 5.3 zeigt das Prinzip der Wirkungsweise der beiden Federn. Ist das Motormoment gleich Null, so befindet sich die Drosselklappe in der Notlaufposition. Beide Federn sind dann vorgespannt. Wird die Drosselklappe vom Motor geschlossen oder geöffnet, so wird die entsprechende Rückstellfeder weiter gespannt. In der Kennlinie der Feder macht sich das durch einen nahezu sprungförmigen Verlauf des Federmomentes an der Notlaufposition bemerkbar.

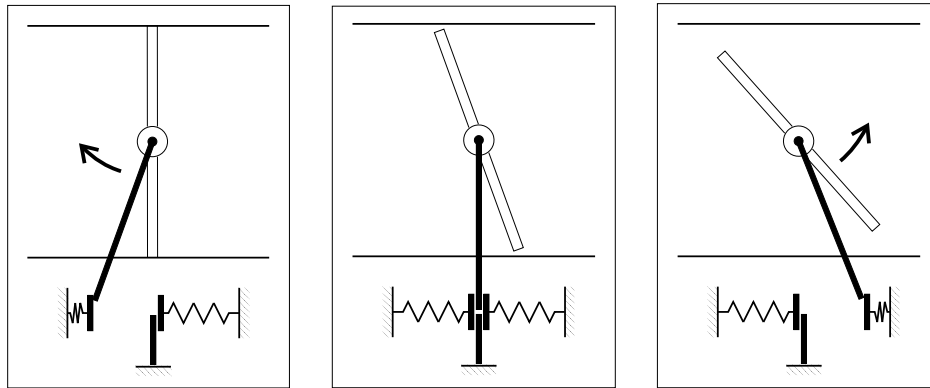


Abb. 5.3: Drosselklappe in den Stellungen geschlossen, Notlaufposition und offen

5.3 Versuchsaufbau

Bei dem Versuchsaufbau handelt es sich um einen Verbrennungsmotor der Firma Audi. Aufgrund gesetzlicher Bestimmungen wird der Verbrennungsmotor im Labor nicht in seiner eigentlichen Weise mit fossilem Kraftstoff betrieben, sondern durch eine angekoppelte Asynchronmaschine angetrieben. Diese Anordnung ist in Abbildung 5.4 zusehen.

Der Vorteil dieser Anordnung ist zum einen, dass Emissionen vermieden werden und zum anderen kann die gewünschte Verbrennungsmotordrehzahl mit Hilfe des Elektromotors gezielt angesteuert werden.

Die Drosselklappe befindet sich, wie bereits erwähnt, im Ansaugtrakt des Verbrennungsmotor. Dies ist in Abbildung 5.5 zusehen.

Die technischen Daten der verwendeten Asynchronmaschine und des Umrichters sind den Tabellen 5.2 und 5.3 zu entnehmen.

Die Ansteuerung der Drosselklappe und des E-Motors erfolgt ebenso wie in Kapitel 4 mit Hilfe eines Standard-PCs, und dem Echtzeitbetriebssystem *xPC-Target V 1.0* von Mathworks. Die Analogein- und -ausgabe wird mit dem 12 Bit DA-AD-Wandler *DAS-1602* von Keithley Instruments realisiert [KEITHLY, 1996]. Hierbei wird über

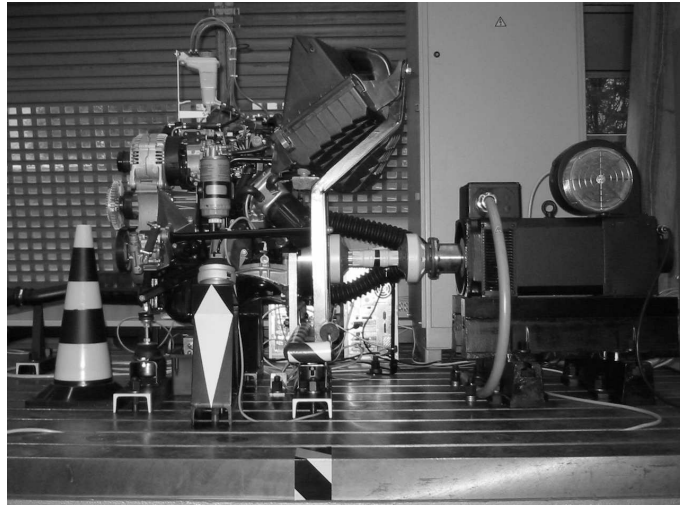


Abb. 5.4: Verbrennungsmotor (links) mit antreibendem Elektromotor (rechts)

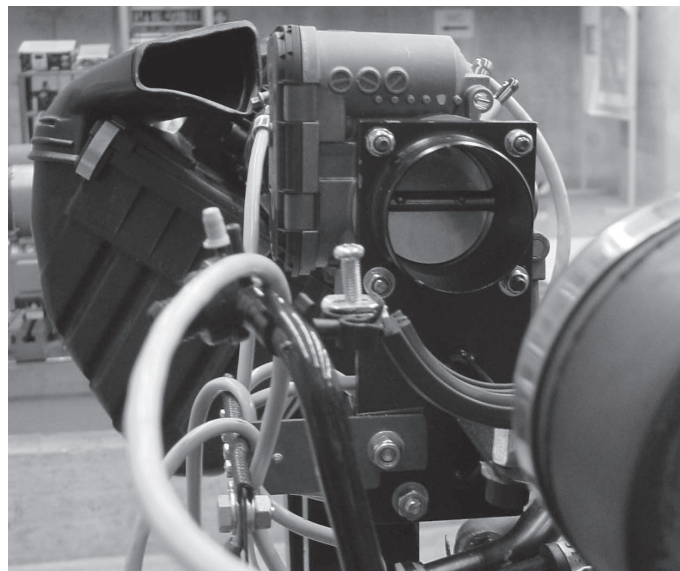


Abb. 5.5: Verbrennungsmotor mit Drosselklappe im Ansaugtrakt

Hersteller	Fa: Lenze
Typ	MDFQA 112-22, 100
Nenn Drehzahl	2935 min ⁻¹
Nenn Drehmoment	125 Nm
Nennstrom	81.9 A
Nennleistung	38.4 kW
Trägheitsmoment	470 kg cm ²

Tabelle 5.2: Daten des E-Motors

Herrsteller Typ	Fa. Lenze EVS9330-ES
Netzspannung	3 AC 380 V bis 528 V ($\pm 0\%$)
Zwischenkreisspannung	DC 460 V bis 740 V ($\pm 0\%$)
Ausgangsspannung	3 AC 0 V bis Netzspannung
Netzfrequenz	45 Hz bis 65 Hz ($\pm 0\%$)
Pulsfrequenz	8 kHz bis 16 kHz
Ausgangsbemessungsstrom	84 A bei 8 kHz 55 A bei 16 kHz
Grundlaststrom	78 A
Kurzzeitstrom	133.5 A bei 8 kHz 87 A bei 16 kHz
Verlustleistung	1100 W

Tabelle 5.3: Daten des Umrichters

einen DA-Kanal der Sollstrom der Drosselklappe ausgegeben. Ein zusätzliches Hardware Interface setzt dann die Spannung des DAC in den Motor-Iststrom der GNM der Drosselklappe um. Über einen zweiten DA-Kanal wird die Solldrehzahl des E-Motors direkt an den zugehörigen Umrichter ausgegeben. Über die im Umrichter standardmäßig vorhandene Drehzahlregelung wird der E-Motor geregelt. Die Messung des Drosselklappenwinkels erfolgt über das, in der Drosselklappe integrierte, Potentiometer, welches durch das Hardware-Interface mit Spannung versorgt wird. Der Winkel wird anschließend von der AD-Karte des Target-PCs eingelesen.

Der, durch das Ansaugverhalten des Verbrennungsmotors erzeugte, Luftmassenstrom ist die Störgröße des Systems Drosselklappe. Da diese Störgröße in dem später vorgestellten Regelungskonzept nicht benötigt wird, und die Identifikation für den ungestörten Fall erfolgt, werden weder die Drehzahl des E-Motors noch der Luftmassenstrom zurückgeführt¹. Abbildung 5.6 zeigt schematisch den verwendeten Aufbau.

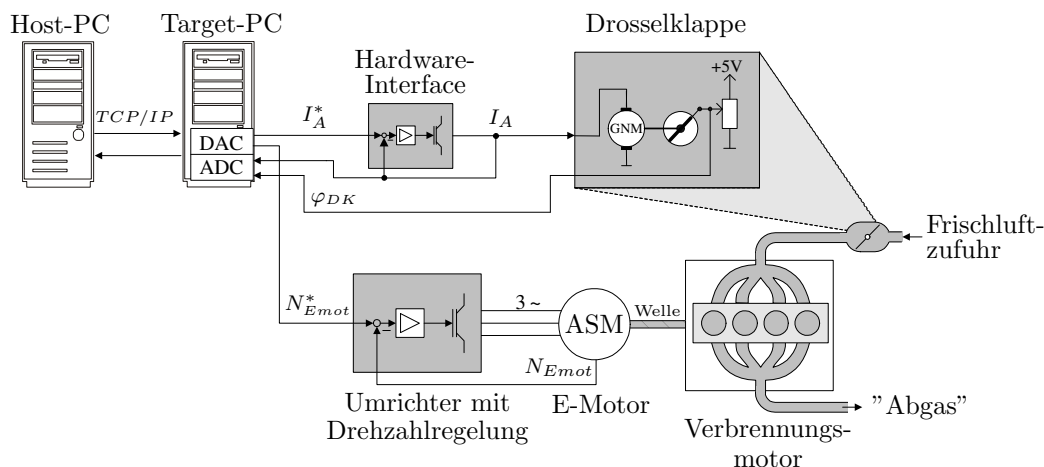


Abb. 5.6: Schematische Darstellung des Hardware-Aufbaus

¹Zur Überwachung wird der Luftmassenstrom über weitere Analogeingänge aufgezeichnet.

5.4 Modellierung der Drosselklappe

Fasst man das Getriebe als masselose Feder auf², so kann das System GNM, Getriebe und Drosselklappe als nichtlineares Zwei-Massen-System modelliert werden. Im Gegensatz zu dem in Kapitel 4 beschriebenen Zwei-Massen-System wird hier die Reibung des Antriebes nicht mitmodelliert. Allerdings muss die zuvor beschriebene nichtlineare Rückstellfeder mit berücksichtigt werden.

Es ergibt sich dann die folgende Zustandsdarstellung der gesamten Drosselklappe

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{x}}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{d}{J_1} & -\frac{c}{J_1} & \frac{d}{J_1} & \frac{c}{J_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d}{J_2} & \frac{c}{J_2} & -\frac{d}{J_2} & -\frac{c}{J_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{DK}} \cdot \underline{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{b}_{DK}} \cdot u(t) + \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_2} & -\frac{1}{J_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{DK}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{N}_{\mathcal{L}_R}(x_3(t)) \\ \mathcal{N}_{\mathcal{L}_F}(x_4(t)) \end{bmatrix}}_{\underline{\mathcal{N}}_{DK}} \\
 y(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\underline{c}_{DK}^T} \cdot \underline{x}(t)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Der Zustandsvektor lautet

$$\underline{x}^T = [\dot{\varphi}_M \quad \varphi_M \quad \dot{\varphi}_{DK} \quad \varphi_{DK}] \tag{5.2}$$

Hierbei sind $\dot{\varphi}_M$, φ_M , $\dot{\varphi}_{DK}$ und φ_{DK} Drehzahl und Winkel der GNM bzw. der Drosselklappe. Eingangsgröße u ist das von der GNM aufgebrachte Moment M_M . Ausgangsgröße y ist der Winkel der Drosselklappe φ_{DK} . $\mathcal{N}_{\mathcal{L}_R}$ und $\mathcal{N}_{\mathcal{L}_F}$ beschreiben die nichtlineare Reibungskennlinie sowie die nichtlineare Rückstellfeder. Der aus Gleichung (5.1) abgeleitete und um die Ansteuerung der GNM erweiterte Signalflussplan ist in Abbildung 5.7 dargestellt.

Die in Abbildung 5.7 zusätzliche Ansteuerung der GNM wird in den Gleichungen 5.1 nicht mit berücksichtigt, da das von der GNM aufgebrachte Moment M_M bzw. der dazu proportionale Ankerstrom I_A der GNM messbar ist.

²Da die Zahnräder des Drosselklappengetriebes aus Kunststoff gefertigt sind, kann die begrenzte Steifigkeit dieser Zahnräder mit Hilfe einer Torsionsfeder berücksichtigt werden.

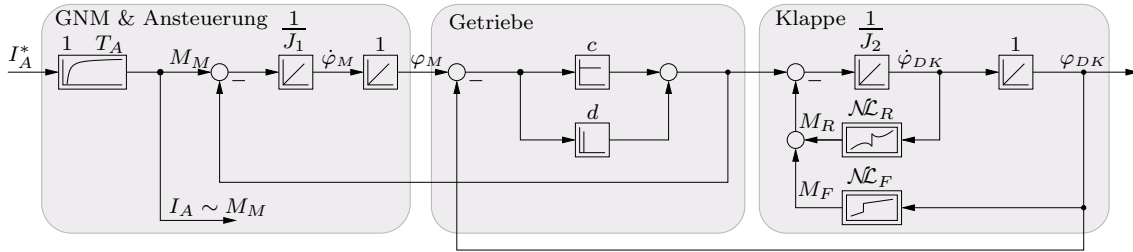


Abb. 5.7: Signalflussplan des nichtlinearen Drosselklappenmodells

5.5 Identifikation der Drosselklappe

Das rekurrente Netz zur Identifikation der linearen Parameter J_1 , c , d und J_2 sowie der Nichtlinearitäten $\mathcal{N}_{\mathcal{L}_R}$ und $\mathcal{N}_{\mathcal{L}_F}$ wird entsprechend der in Kapitel 3 vorgestellten Theorie entwickelt und ist ausführlich in [HINTZ *et al.*, 2002a] beschrieben. Hierbei werden die beiden Nichtlinearitäten mit jeweils einem GRNN identifiziert. Das GRNN zur Identifikation der Reibkennlinie entspricht wiederum dem GRNN zur Reibungsidentifikation, welches in Kapitel 4 beschrieben wurde.

Besonderes Augenmerk ist hierbei auf das GRNN-Netz zur Identifikation der Rückstellfeder zu legen. Wie bereits in Abschnitt 5.2 beschrieben, weist die Federkennlinie in ihren verschiedenen Teilbereichen eine sehr unterschiedliche Charakteristik auf: einerseits die nahezu linear verlaufenden Federkennlinien der beiden einzelnen Federn ober- und unterhalb der Notlaufposition und andererseits der stark nichtlineare Momentenanstieg an der Notlaufposition. Diese Charakteristik gibt vor, dass für den Bereich um die Notlaufposition herum eine relativ hohe Anzahl an Stützstellen notwendig ist, für die nahezu linearen Einzel-Federkennlinien jedoch eine relativ kleine Anzahl an Stützstellen ausreichend sein wird. Aus diesem Grund ist hier eine äquidistante Stützwerte Verteilung wenig sinnvoll. Dies zeigt auch die simulative Identifikation der Federkennlinie mit äquidistanter Stützwerte Verteilung in Abbildung 5.8.

Um eine bessere Approximation zu ermöglichen, wird das Netz in drei Bereiche unterschiedlicher Stützstellendichte unterteilt

Bereich 1: Bereich unterhalb der Notlaufposition. Dieser Bereich ist relativ klein und annähernd linear, so dass hier eine sehr geringe Anzahl an Stützwerten ausreicht.

Bereich 2: Bereich um die Notlaufposition. Um den Sprung an der Notlaufposition exakt nachbilden zu können, müssen hier auf kleiner Ausdehnung viele Stützwerte angeordnet werden.

Bereich 3: Bereich oberhalb der Notlaufposition. Auch in diesem Bereich verläuft die Kennlinie nahezu linear, so dass hier weniger Stützwerte erforderlich sind als in Bereich 2.

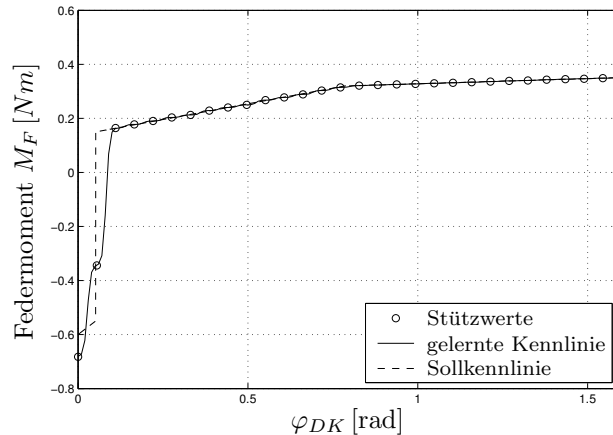


Abb. 5.8: *Approximierte Federkennlinie mit äquidistanter Stützstellenverteilung*

Zusätzlich zu diesen Bereichen wird eine Fallunterscheidung getroffen. Es werden nur die Neuronen aktiviert, die sich in einem gerade gültigen Bereich befinden. Alle anderen Aktivierungen werden auf Null gesetzt. Hierdurch entstehen drei völlig voneinander unabhängige GRNN. Abbildung 5.9 zeigt ein Identifikationsergebnis einer nichtlinearen Federcharakteristik mit dieser nicht äquidistanten Stützstellenverteilung.

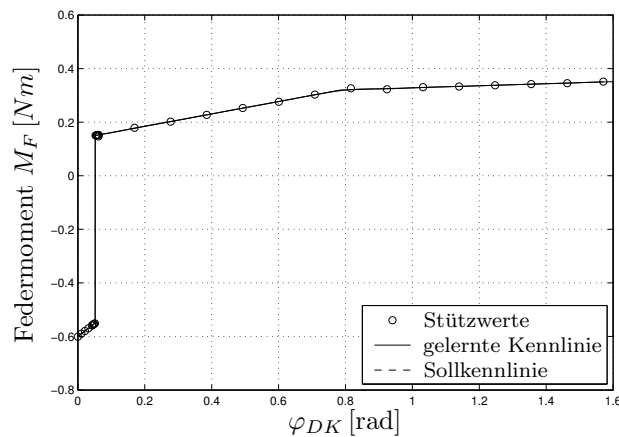


Abb. 5.9: *Approximierte Federkennlinie mit nicht äquidistanter Stützstellenverteilung*

Abbildung 5.10 zeigt die Struktur des Identifikationsprozesses: Die Drosselklappe wird über einen einfachen P- oder PD-Regler geregelt. Dieser Regler regelt mit ausreichender Genauigkeit die gewünschte Anregung φ_{DK}^* nach, und verhindert außerdem ein unkontrolliertes Anschlagen der Drosselklappe an den mechanischen Anschlägen.

Der gemessene Ankerstrom I_A , der bei Nennerregung der GNM über die Maschinenkonstante k_M und der Getriebeübersetzung \ddot{u} dem erzeugten Motormoment ent-

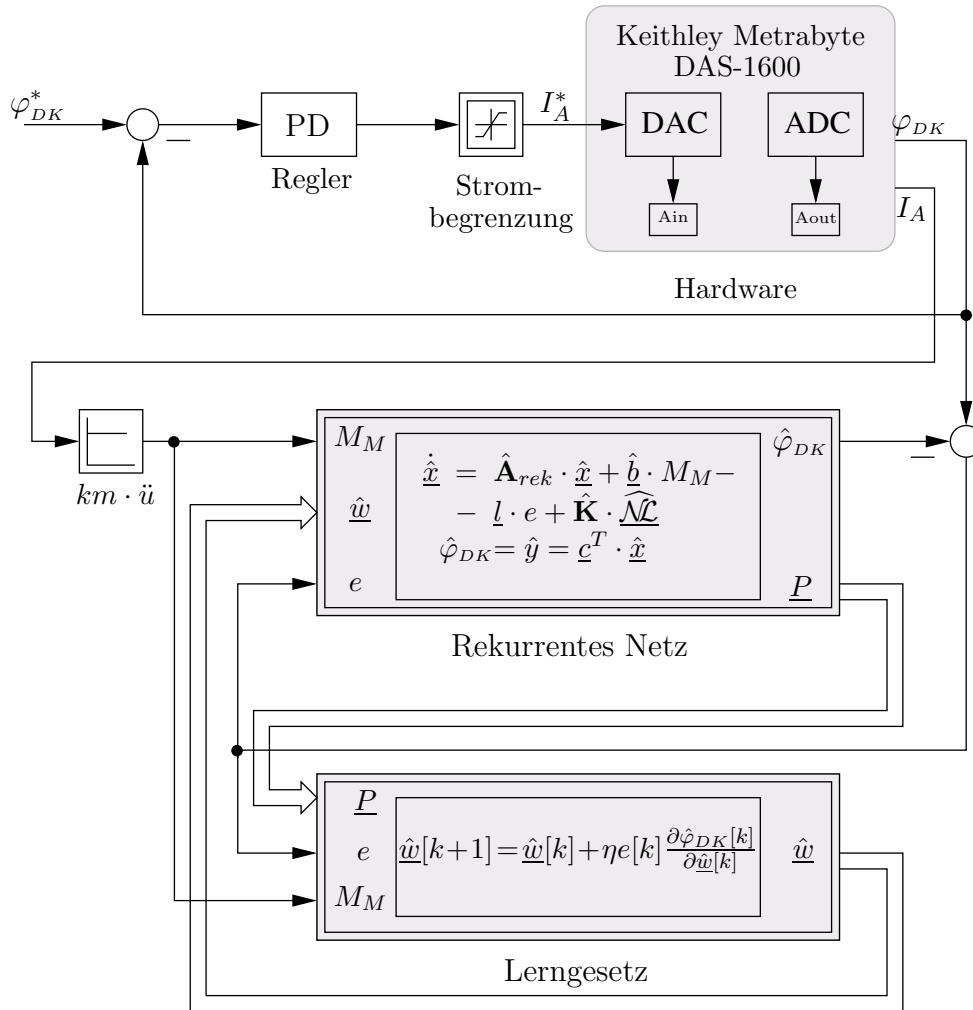


Abb. 5.10: Lernstruktur

spricht, dient als Eingangsgröße für das rekurrente Netz und dem in Abbildung 5.10 separat dargestellten Lerngesetz. Zusätzliche Eingangsgrößen für das rekurrente Netz sind die aktuellen Werte für die linearen und nichtlinearen Parameter, die vom Lerngesetz berechnet werden. Als weitere Eingangsgröße dient der Fehler e zwischen gemessenem Drosselklappenwinkel φ_{DK} und geschätztem Drosselklappenwinkel $\hat{\varphi}_{DK}$. Ausgangsgröße des rekurrenten Netzes ist, neben dem geschätzten Drosselklappenwinkel, der Parametervektor \underline{P} , der alle für das Lerngesetz benötigten Werte enthält: die geschätzten Zustände \hat{x} , die Ausgangsgrößen der beiden GRNN \hat{M}_R und \hat{M}_F , die Aktivierungen der Neuronen der beiden GRNN \underline{A}_R und \underline{A}_F sowie weitere Signale zur Berechnung der partiellen Ableitungen $\frac{\partial \mathcal{N}_R}{\partial \hat{\underline{x}}}$ bzw. $\frac{\partial \mathcal{N}_F}{\partial \hat{\underline{x}}}$.

In dem Lerngesetz wird zunächst mit Hilfe des Vektors \underline{P} , dem Eingangsmoment und dem aktuellen Parametervektor \hat{w} die partiellen Ableitungen $\frac{\partial \hat{\varphi}_{DK}}{\partial \hat{w}}$ gebildet. Anschließend werden die Gradienten sowie der neue Parametervektor berechnet.

5.5.1 Identifikationsergebnisse

Abbildungen 5.11 bis 5.14 zeigen die Identifikationsverläufe für die linearen Parameter, Abbildungen 5.15 und 5.16 zeigen die identifizierte Reib- bzw. Federkennlinie.

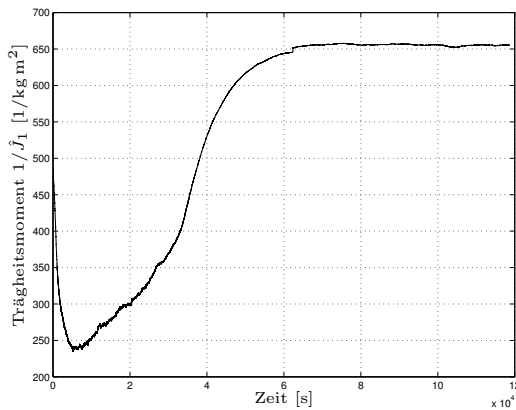


Abb. 5.11: Identifikationsverlauf der Trägheitsmasse $1/\hat{J}_1$

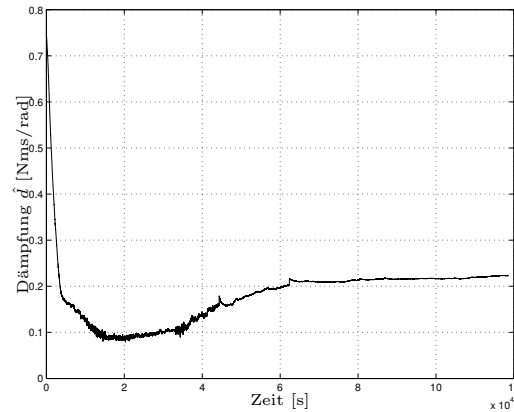


Abb. 5.12: Identifikationsverlauf der Dämpfung \hat{d}

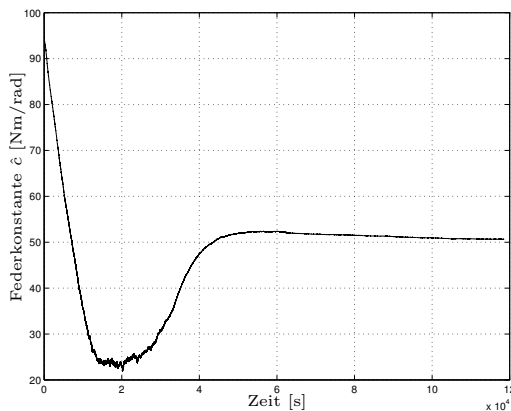


Abb. 5.13: Identifikationsverlauf der Federkonstante \hat{c}

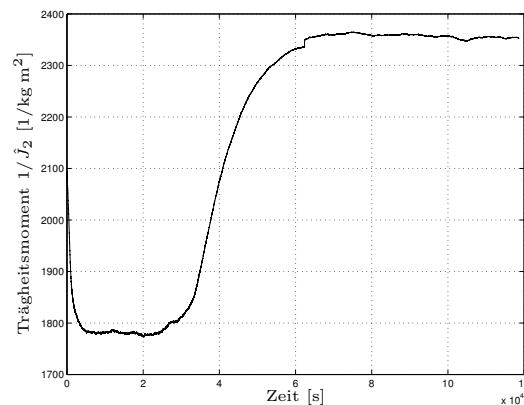


Abb. 5.14: Identifikationsverlauf der Trägheitsmasse $1/\hat{J}_2$

In Abbildung 5.11 ist der Identifikationsverlauf für die Trägheitsmasse $\frac{1}{J_1}$ dargestellt. Es fällt auf, dass der Parameter zunächst zu klein gelernt wird. Dies bedeutet, dass die Trägheitsmasse \hat{J}_1 in diesem Bereich zu groß gelernt wird. Dies liegt an den zu diesem Zeitpunkt noch nicht richtig gelernten Nichtlinearitäten, die zunächst durch ein zu großes \hat{J}_1 ausgeglichen werden. Mit zunehmender Lerndauer werden die nichtlinearen Kennlinien richtig identifiziert, und der Parameter \hat{J}_1 konvergiert gegen seinen wahren Wert. Den gleichen Effekt kann man am Identifikationsverlauf der zweiten trägen Masse \hat{J}_2 in Abbildung 5.14 erkennen.

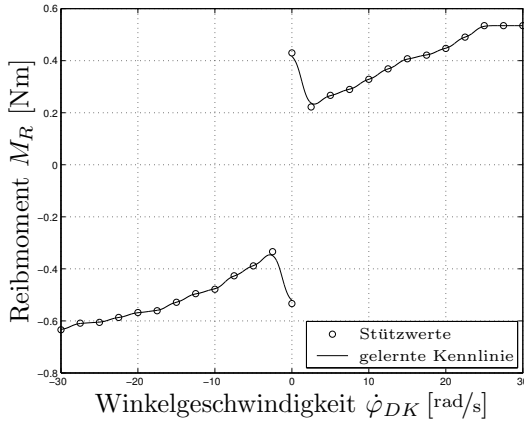


Abb. 5.15: *gelernte Reibungskennlinie $\mathcal{N}_{\mathcal{L}_R}$*

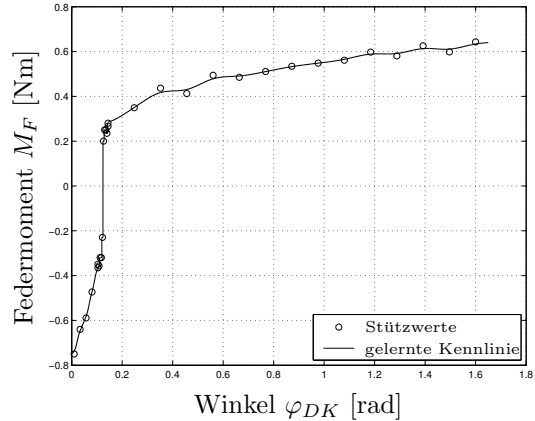


Abb. 5.16: *gelernte Federkennlinie $\mathcal{N}_{\mathcal{L}_F}$*

Auffallend an den Identifikationsverläufen ist die lange Lerndauer. Dies liegt insbesondere an der Dominanz der nichtlinearen Rückstellfeder. Außerdem handelt es sich in diesem Fall um ein steifes System. Es liegt nun die Vermutung nahe, dass man die Drosselklappe als ein Ein-Massen-System modellieren kann. In [HOFMANN, 2001a] wird jedoch gezeigt, dass diese Modellierung zu ungenau ist.

5.5.2 Validierung des Identifikationsergebnisses

Zur Überprüfung des Identifikationsergebnisses werden das rekurrente Netz und die Drosselklappe parallel betrieben und der Adaptionsalgorithmus abgeschaltet. Dies bedeutet, dass die identifizierten Parameter nicht mehr veränderlich sind und die Beobachterrückführkoeffizienten zu Null gesetzt werden. Abbildung 5.17 zeigt das Ergebnis dieses Parallelbetriebes.

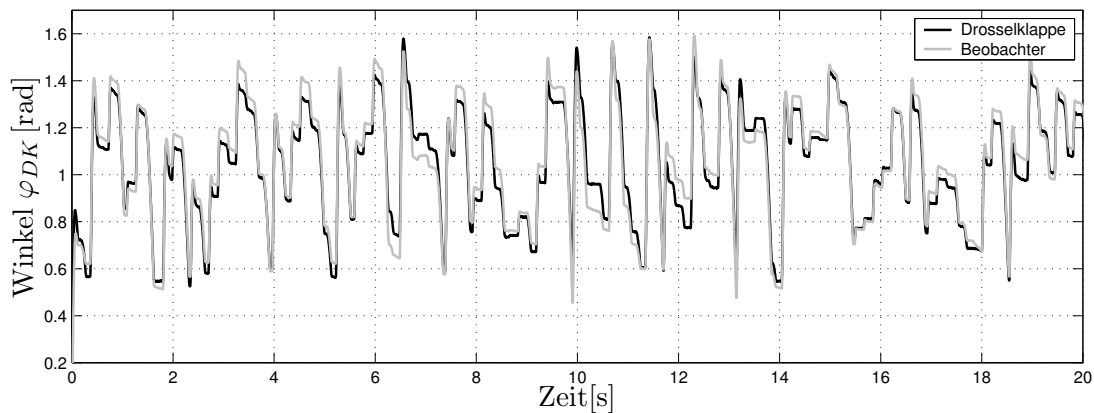


Abb. 5.17: *Drosselklappe und Beobachter parallel*

Die Differenz zwischen Modell und Drosselklappe ist relativ groß. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Drosselklappe ein doppelt integrierendes Verhalten aufweist: Der Eingang ist ein Moment, der Ausgang die Lage der Drosselklappe. Aufgrund der Steifigkeit des als Feder modellierten Getriebes ergibt sich eine nur sehr kleine Schwingung der Drosselklappe, die, bezogen auf die absolute Lage der Drosselklappe, eine zu vernachlässigende Amplitude aufweist. Es überwiegt somit das doppelt integrierende Verhalten des Zwei-Massen-Systems. Aufgrund dieser Tatsache machen sich kleine Änderungen in den dominierenden Reib- und Federmomenten relativ stark im Drosselklappenwinkel bemerkbar. Dieses Verhalten lässt sich anschaulich anhand einer Simulation überprüfen.

Als Vergleich ist in Abbildung 5.18 das Ergebnis eines Parallellaufs zweier Modelle in der Simulation aufgezeichnet. In den beiden Modellen wurden identische lineare Parameter verwendet, es wurden jedoch die in Abbildung 5.19 und 5.20 dargestellten leicht veränderten nichtlinearen Kennlinien für die beiden Modelle verwendet.

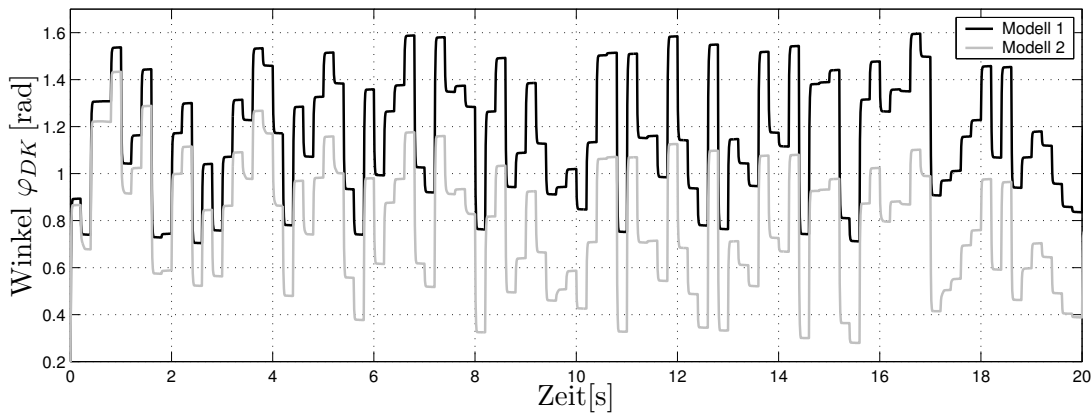


Abb. 5.18: Simulation zweier parallel geschalteter Modelle

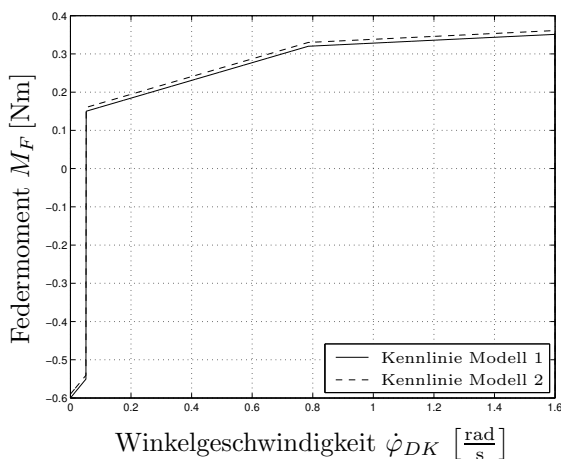


Abb. 5.19: Federkennlinie von Modell 1 und 2 in der Simulation

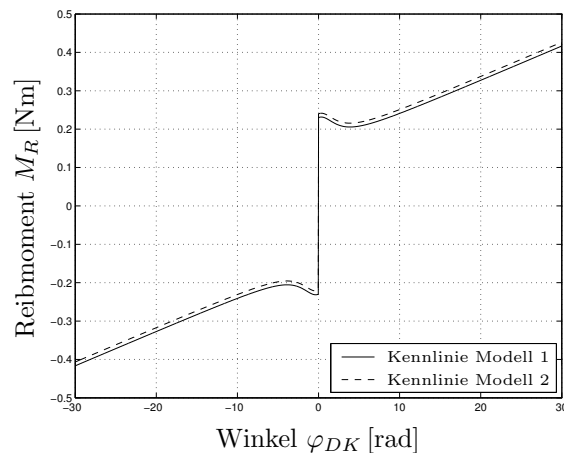


Abb. 5.20: Reibungskennlinie von Modell 1 und 2 in der Simulation

In Abbildung 5.18 ist zu erkennen, dass die Abweichungen deutlich größer sind als die an der Drosselklappe gemessenen Abweichungen, obwohl die Abweichungen der Nichtlinearitäten nicht sehr groß sind. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache ist das Ergebnis des Parallellaufs an der Drosselklappe und damit das der Identifikation als sehr gut zu bezeichnen.

5.6 Regelung der Drosselklappe

Um eine schnelle und genaue Umsetzung eines Fahrerwunsches oder einer Vorgabe der Steuerelektronik zu gewährleisten, ist es notwendig, die Drosselklappe schnell und genau zu regeln. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass die Drosselklappe mit einer möglichst kleinen Geschwindigkeit gegen ihre mechanischen Anschläge fährt, oder dass solch ein Anschlagen prinzipiell verhindert wird.

In diesem Abschnitt wird ein nichtlineares Zustandsregelkonzept für die Drosselklappe vorgestellt und mit dem derzeit am häufigsten eingesetzten Regelkonzept verglichen.

5.6.1 PID-Regler

Das bisher in der Automobilindustrie verwendete Konzept zur Regelung der Drosselklappe beruht im Prinzip auf einer einschleifigen Regelkreisstruktur mit PID-Regler (Abbildung 5.21).

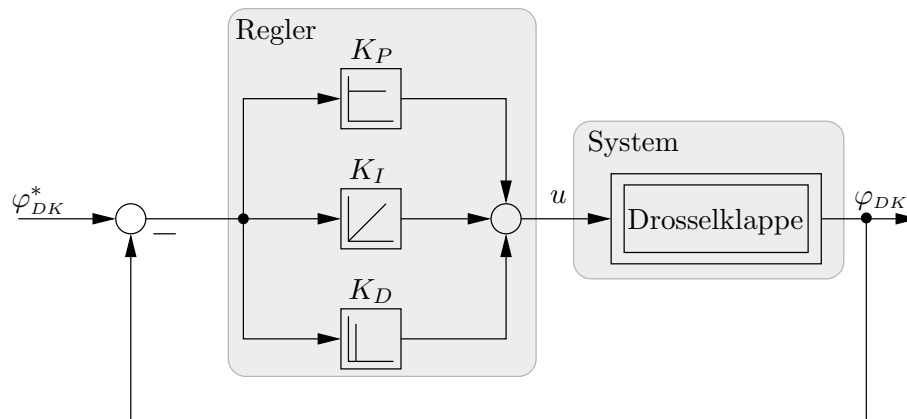


Abb. 5.21: *Einschleifige Regelkreisstruktur mit PID-Regler*

Abbildung 5.22 zeigt die simulierte Sprungantwort einer PID-geregelten Drosselklappe bei einem Sollwertsprung auf 1,0 rad.

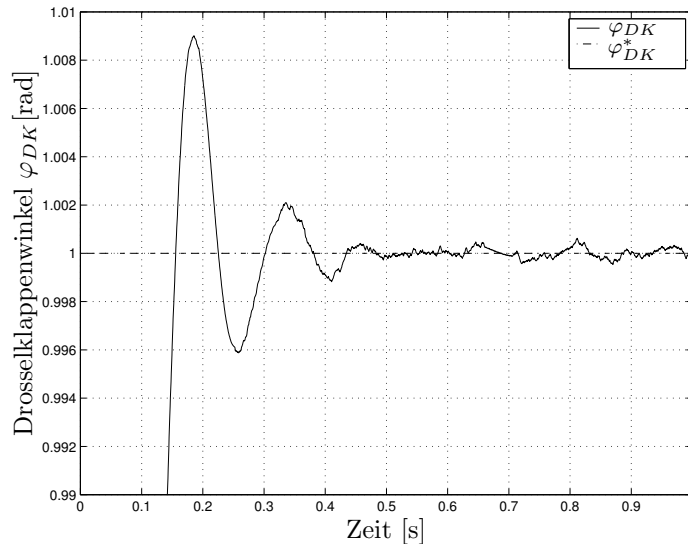


Abb. 5.22: Sprungantwort der Drosselklappe mit PID-Regler

Deutlich sichtbar ist, dass der Istwert des Drosselklappenwinkels φ_{DK} ein stark schwingendes Verhalten aufweist. Die Schwingung ist nach 1000ms noch nicht ausgeglichen, d. h. die Regelgüte ist sehr schlecht. Das Problem bei dieser Anordnung ist, dass hier die Drosselklappe, welche als System vierter Ordnung angenommen ist, mit einer einschleifigen Regelkreisstruktur geregelt wird. Zur genauen Regelung eines solchen Systems benötigt man jedoch eine mehrschleifige Regelkreisstruktur oder einen Zustandsregler [SCHRÖDER, 2000].

Mit Hilfe eines Gain-Scheduling-Verfahrens kann das Überschwingen unterdrückt werden, was jedoch nicht das deutliche Nachschwingen unterdrückt. In den folgenden Abschnitten wird ein anderes Regelungskonzept vorgestellt, welches deutliche Vorteile bezüglich Schwingverhalten sowie Ein- und Ausregelzeit mit sich bringt.

5.6.2 Nichtlinearer Zustandsregler

Um die im vorherigen Abschnitt dargestellten Nachteile zu vermeiden, wird in diesem Abschnitt eine Zustandsregelung entworfen.

Grundlage für die Zustandsregelung ist ein nichtlinearer Zustandsbeobachter. Dieser Beobachter entspricht dem rekurrenten Netz, welches zur Identifikation der Drosselklappe verwendet wird. Allerdings sind die Parameter nicht veränderlich, sondern fest vorgegeben. Als Zustandsregler kommt ein linearer Zustandsregler mit zusätzlichem Führungsintegrator (I-Zustandsregler) zum Einsatz. Wie in [HOFMANN, 2001a] gezeigt, kommt es bei der Verwendung eines solchen Zustandsreglers ebenso wie bei der Verwendung des PID-Reglers zu einem starken Überschwingen der Lage. Dies widerspricht dem Wunsch, die Lage der Drosselklappe möglichst schnell und

präzise zu regeln. Außerdem ist zu beachten, dass ein Überschwingen der Drosselklappe bedeutet, dass die Drosselklappe gegen ihre mechanischen Anschläge fahren kann und sich somit die Lebensdauer erheblich reduzieren wird.

Allerdings wird das bei der Verwendung des PID-Reglers beobachtete Nachschwingen vollständig unterdrückt und auch in punkto Ein- und Ausregelzeit zeigt der Zustandsregler deutliche Vorteile. In dieser Arbeit wird ein erweiterter Zustandsregler verwendet, welcher zusätzlich zu den Vorteilen des Zustandsreglers das Überschwingen vermeidet.

Der erweiterte Zustandsregler basiert auf den in [FÖLLINGER, 1994] vorgeschlagenem PI-Zustandsregler. Hierbei handelt es sich um einen Zustandsregler mit vorgeschaltetem Integralanteil. Zusätzlich wird ein Proportionalanteil parallel zu dem Integralanteil verwendet. Die grundsätzliche Struktur des Regelkreises ist in Abbildung 5.23 dargestellt.

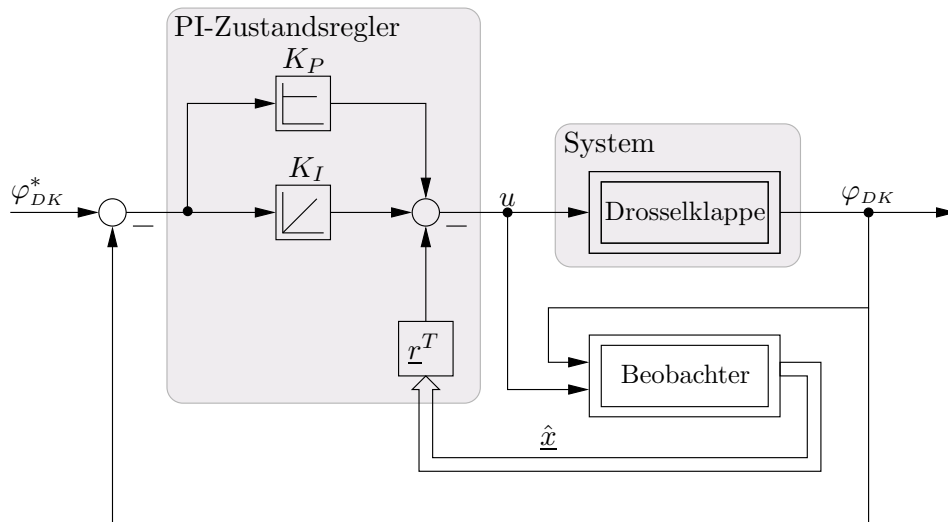


Abb. 5.23: PI-Zustandsregler

Die Zustandsrückführkoeffizienten \underline{r} und den Integralanteil K_I erhält man, indem man für den Reglerentwurf die Nichtlinearitäten zunächst vernachlässigt. Man erhält somit folgendes Zustandsgleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{DK} - \underline{b}_{DK} \underline{r}^T & \underline{b}_{DK} K_I \\ -\underline{c}_{DK}^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ x_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{DK}^* \quad (5.3)$$

$$y = \underline{c}_{DK}^T \cdot \underline{x}$$

In Gleichung (5.3) beschreibt x_I den durch den Integralanteil hinzugefügten Zustand. Auf Gleichung (5.3) können nun die Standardverfahren wie z. B. Polvorgabe nach

dem Dämpfungsoptimum [SCHRÖDER, 1995] oder Lösung der zugehörigen Matrix-Riccati-Gleichung [LUDYK, 1995] zur Bestimmung der Reglerkoeffizienten \underline{r} und K_I angewendet werden.

Außerdem muss der zusätzliche Proportionalanteil K_P bestimmt werden. Der optimale Wert für K_P ist in [FÖLLINGER, 1994] angegeben mit

$$K_P = -(\underline{c}^T \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \underline{b})^{-1} \quad (5.4)$$

Da die Systemmatrix \mathbf{A}_{DK} der Drosselklappe singularär ist, kann Gleichung (5.4) für diesen Fall nicht angewendet werden. K_P kann aber empirisch für jeden Betriebspunkt bestimmt werden. Somit erhält man zwei Kennlinien mit unterschiedlichen K_P -Werten, die abhängig von dem Vorzeichen der Regeldifferenz und dem Sollwert benutzt werden, um ein optimales Regelverhalten zu erzielen. Die verwendete Struktur ist in Abbildung 5.24 dargestellt.

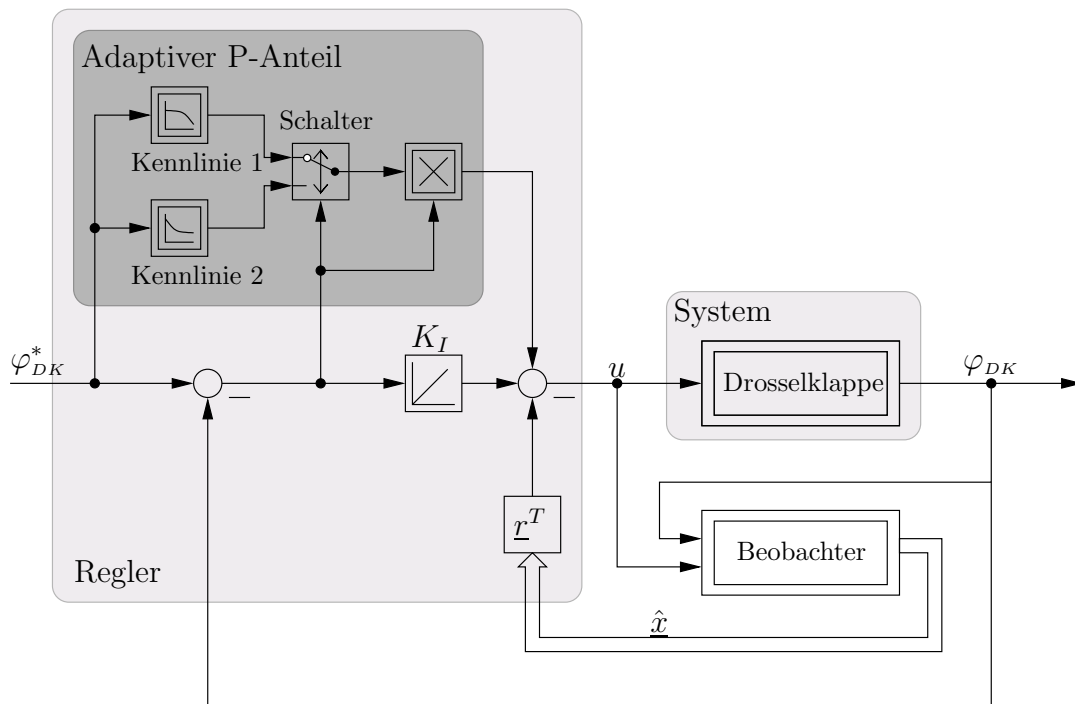


Abb. 5.24: PI-Zustandsregler mit adaptiven P-Anteil

5.6.3 Reglergebnisse ohne Einfluss des Luftmassenstromes

In diesem Abschnitt sind die erzielten Reglergebnisse an der verwendeten Drosselklappe dargestellt. Während der Regelung wurde darauf geachtet, dass das maximal

zulässige Motormoment der Drosselklappe nicht überschritten wird. Außerdem wurde während der Versuche der Verbrennungsmotor nicht angetrieben, so dass Einflüsse des Luftmassenstromes auf die Drosselklappe ausgeschlossen werden können.

PID-Regler

Zunächst wird der einschleifige PID-Regler untersucht. Abbildung 5.25 zeigt einen Sollwertsprung auf 1,0 rad bei niedriger Reglerverstärkung, Abbildung 5.26 zeigt ebenfalls einen Sollwertsprung auf 1,0 rad, allerdings bei einer hohen Reglerverstärkung.

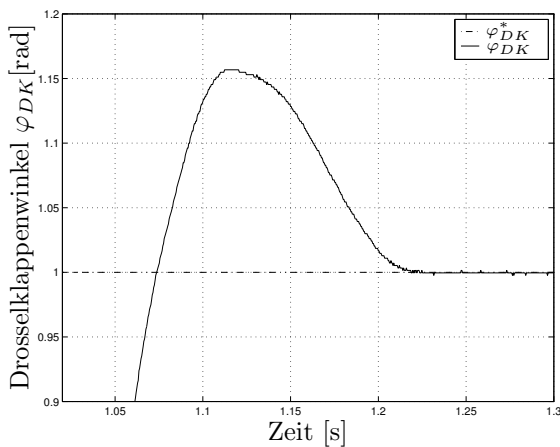


Abb. 5.25: Sprungantwort des PID-Regelkreises mit $K_P = 5$, $K_D = 0.12$

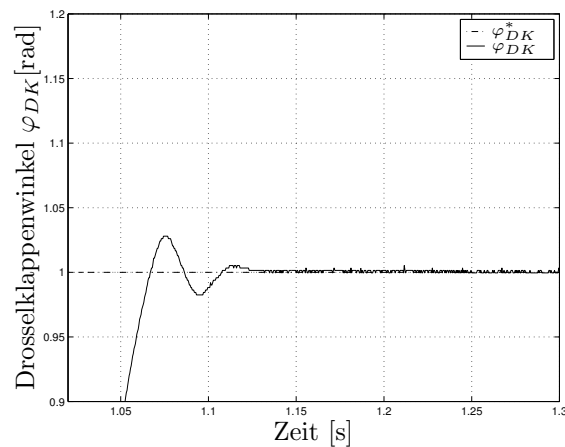


Abb. 5.26: Sprungantwort des PID-Regelkreises mit $K_P = 50$, $K_D = 0.6$

Bei niedrigem P- und D-Anteil zeigt sich ein großes Überschwingen. Dieses Überschwingen kann durch Erhöhen des P- und D-Anteils verringert werden. Wie allerdings unter Kapitel 5.6.1 bereits erwähnt, führt diese Maßnahme zu einem stärkerem Rauschen. Dieser Effekt ist in Abbildung 5.28 zu sehen: Bei höherer Reglerverstärkung ergibt sich ein wesentlich stärkeres Rauschen auf dem Ankerstrom I_A . Hier ist insbesondere der D-Anteil kritisch. Das stärkere Rauschen des Ankerstroms macht sich unter anderem durch Geräusche der Drosselklappe bemerkbar, ein Zeichen für das Schwingen/Vibrieren des Gleichstrommotors und des Getriebes der Drosselklappe. Die abgebildeten Ströme sind dabei die Ströme, nachdem der Ausregelvorgang abgeschlossen ist, d. h. die Drosselklappe sollte nicht mehr in Bewegung sein.

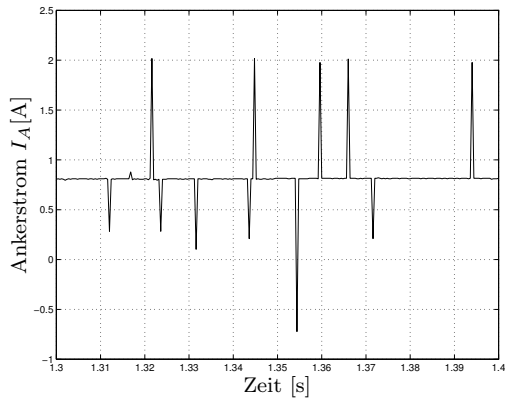


Abb. 5.27: Ankerstrom des PID-Reglers mit $K_P = 5$, $K_D = 0.12$

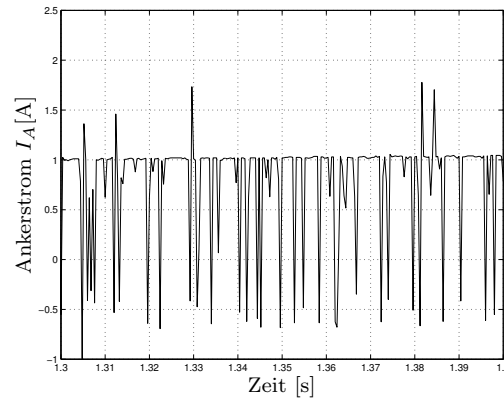


Abb. 5.28: Ankerstrom des PID-Reglers mit $K_P = 50$, $K_D = 0.6$

Zustandsregler

Abbildung 5.29 zeigt die Sprungantworten der Drosselklappe unter Verwendung eines herkömmlichen Zustandsreglers mit Führungsintegrator (I-Zustandsregler) sowie für einen PI-Zustandsregler. Deutlich sichtbar ist, dass das Überschwingen bei Verwendung eines PI-Zustandsreglers vollständig vermieden werden kann bei annähernd gleicher Dynamik.

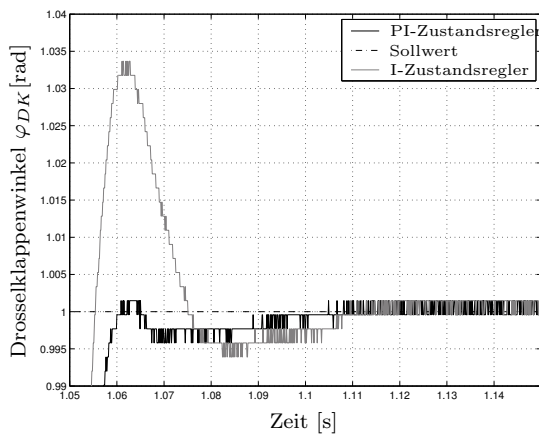


Abb. 5.29: Vergleich zwischen I- und PI-Zustandsregler

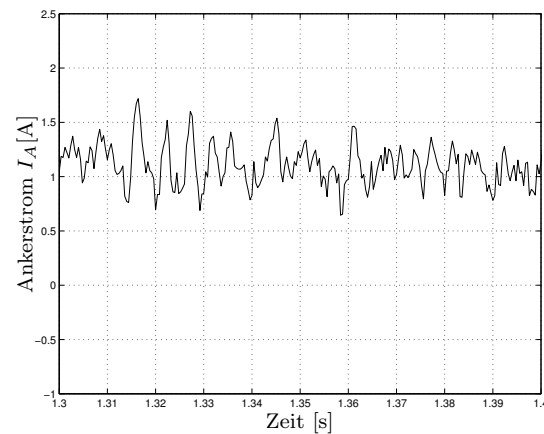


Abb. 5.30: Ankerstrom des PI-Zustandsreglers

In Abbildung 5.30 ist der Ankerstrom der Drosselklappe nach dem Einschwingvorgang dargestellt. Vergleicht man Abbildung 5.30 mit den Abbildungen 5.27 und 5.28, so ist festzustellen, dass die Verwendung eines PI-Zustandsreglers eine deutliche Verringerung des Rauschens gegenüber herkömmlichen PID-Reglern bewirkt.

Zusätzlich führt die Verwendung eines PI-Zustandsreglers zu einer wesentlichen Verbesserung der Regeldynamik gegenüber dem PID-Regler. Dies ist in den Abbildungen 5.31 und 5.32 noch einmal dargestellt.

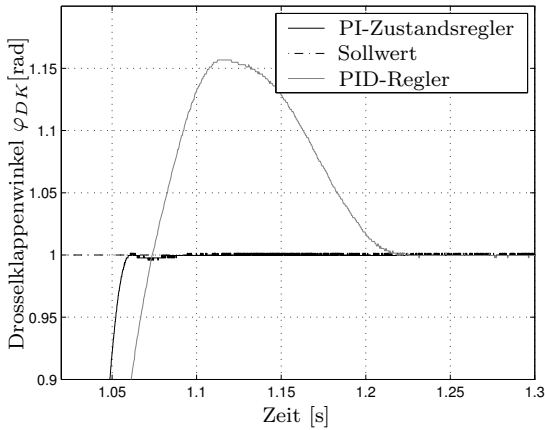


Abb. 5.31: Vergleich PID-Regler mit $K_P = 5$, $K_D = 0.12$ und PI-Zustandsregler

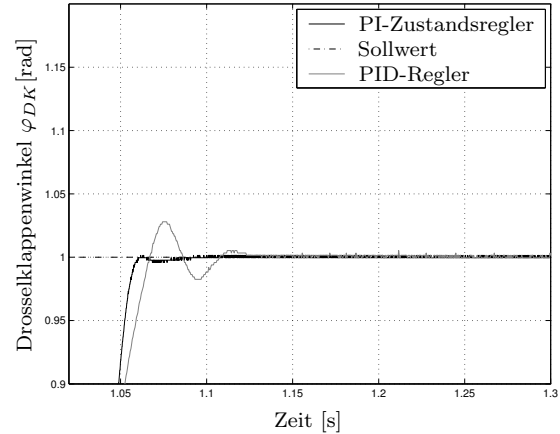


Abb. 5.32: Vergleich PID-Regler mit $K_P = 50$, $K_D = 0.6$ und PI-Zustandsregler

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass bei der Verwendung des PI-Zustandsreglers ein nichtlinearer Beobachter eingesetzt wird. Wird hingegen ein herkömmlicher linearer Zustandsbeobachter verwendet, so verschlechtert sich das Regelergebnis deutlich, wie der Vergleich in Abbildung 5.33 zeigt.

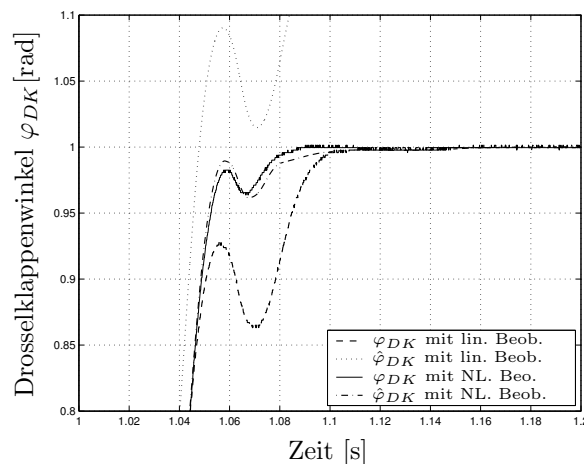


Abb. 5.33: Vergleich linearer und nichtlinearer Beobachter

5.6.4 Regelergebnisse unter Einfluss des Luftmassenstromes

In diesem Abschnitt werden die Regelergebnisse der zuvor vorgestellten Regelungskonzepte unter Einfluss des Luftmassenstromes dargestellt.

Während der Untersuchungen wurde der Verbrennungsmotor mit Hilfe des Elektromotors angetrieben. Hierdurch entsteht durch die Auf- und Abbewegungen der

Zylinderkolben sowie durch das Öffnen der Ein- und Auslassventile³ ein pulsierender Luftmassenstrom, der als Störmoment auf die Drosselklappe wirkt. Der Luftmassenstrom ist, außer von der Drehzahl des Verbrennungsmotors, von dem Öffnungswinkel der Drosselklappe abhängig. Abbildung 5.34 zeigt exemplarisch den gemessenen Luftmassenstrom \dot{m}_L bei unterschiedlichen Verbrennungsmotordrehzahlen für die halb geöffnete Drosselklappe. Es ist deutlich erkennbar, dass sowohl die Amplitude als auch die Frequenz von der Verbrennungsmotordrehzahl abhängen.

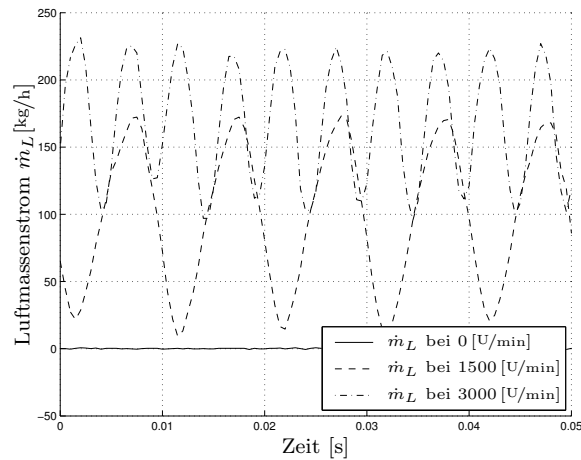


Abb. 5.34: *Luftmassenstrom bei halb geöffneter Drosselklappe*

Die Durchführung der Versuche war nun wie folgt: Zunächst wurde eine konstante Verbrennungsmotordrehzahl eingestellt. Anschließend wurden dann vier verschiedene Drosselklappenstellungen angefahren. Dies wurde nun für jeden Reglertyp wiederholt.

In den Abbildungen 5.35 bis 5.40 sind die Regelergebnisse für den PID-Regler, den Zustandsregler und den adaptiven PI-Zustandsregler dargestellt. Untersucht wurde jeweils ein Spung des Drosselklappenwinkels von 0.12 rad auf 0.8 rad, von 0.8 rad auf 1.4 rad, sowie von 1.4 rad auf 0.3 rad, bzw. von 0.3 rad auf 0.12 rad. Dies wurde jeweils für die Verbrennungsmotordrehzahl von 0 U/min, 1500 U/min sowie für 3000 U/min durchgeführt.

³Die Ansteuerung der Ventile wird über die Verbindung Nockenwelle-Kurbelwelle von der Drehzahl des Verbrennungsmotors vorgegeben.

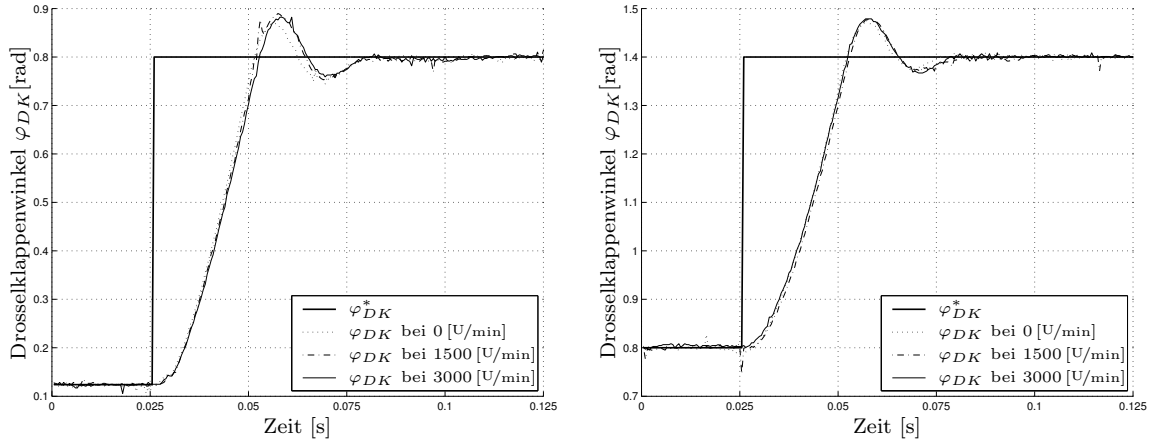


Abb. 5.35: Regelergebnisse des PID-Reglers

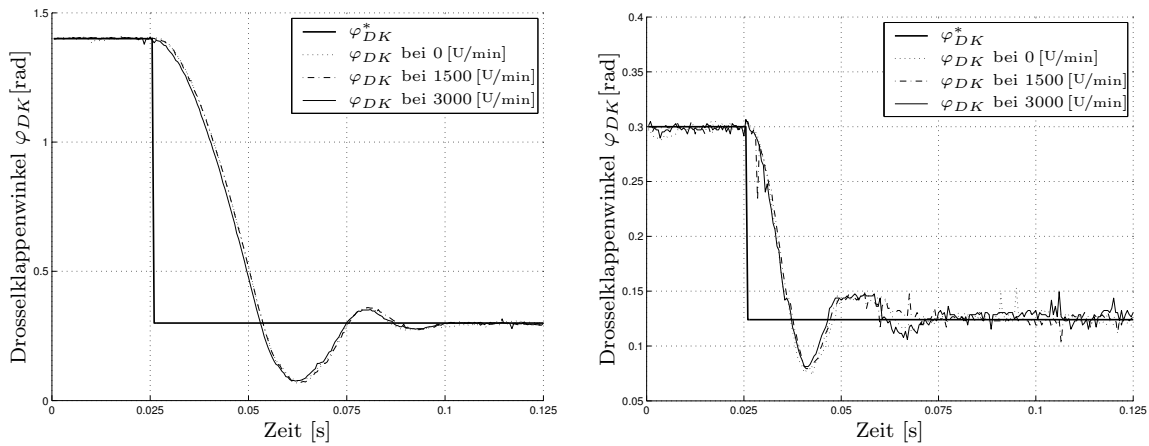


Abb. 5.36: Regelergebnisse des PID-Reglers

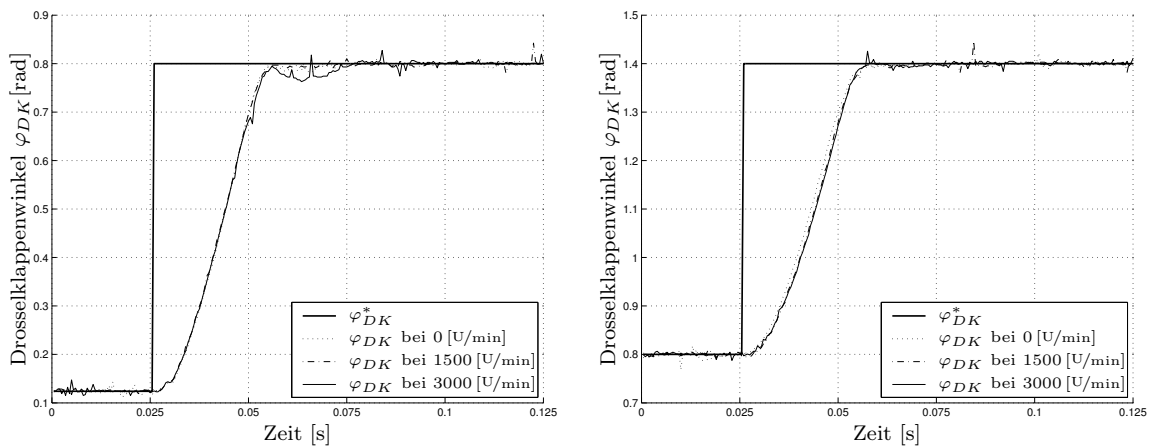


Abb. 5.37: Regelergebnisse des Zustands-Reglers

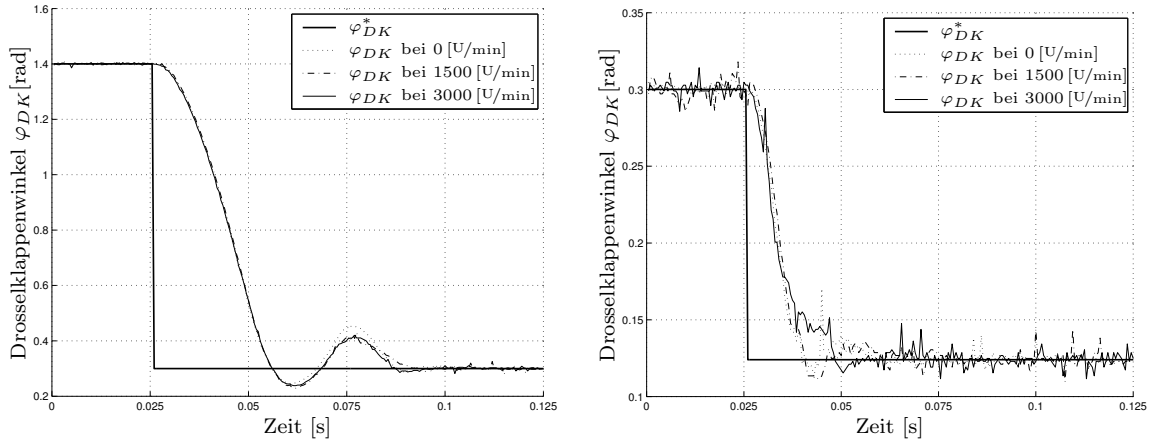


Abb. 5.38: Regelergebnisse des Zustands-Reglers

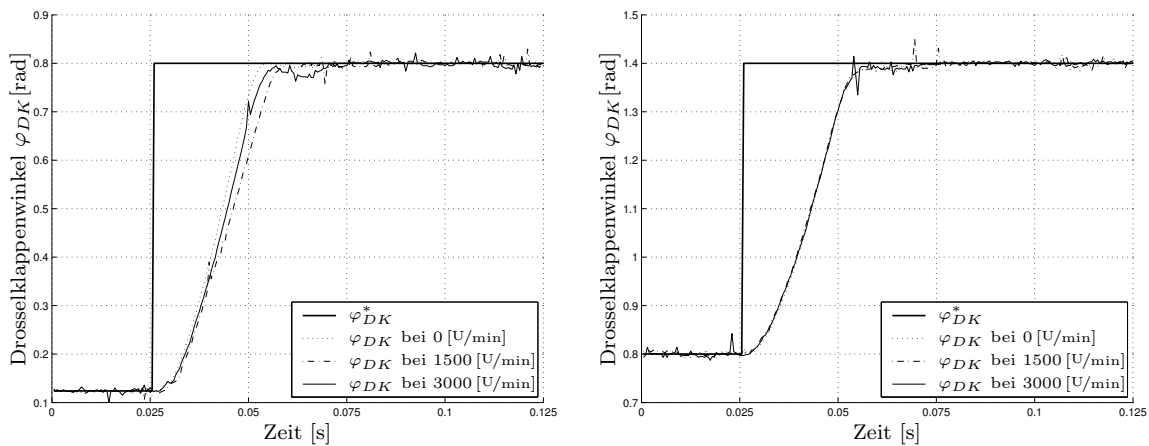


Abb. 5.39: Regelergebnisse des adaptiven Zustands-Reglers

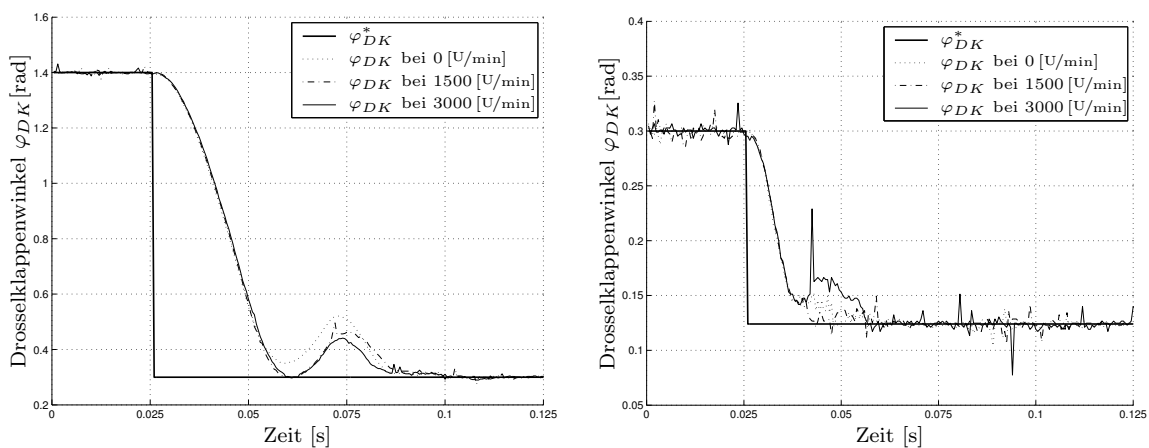


Abb. 5.40: Regelergebnisse des adaptiven Zustands-Reglers

In den Abbildungen 5.35 und 5.36 sind die Reglergebnisse für den PID-Regler dargestellt. Wie bereits in den Ergebnissen für den ungestörten Fall kommt es sowohl beim Öffnen und beim Schließen der Drosselklappe zu einem deutlichen Überschwingen bzw. Unterschwingen. Dies bedeutet, dass ohne zusätzlichen Maßnahmen es nicht gewährleistet werden kann, dass die Drosselklappe mit großer Geschwindigkeit gegen die mechanischen Anschläge fährt. Es ist allerdings gut zu erkennen, dass die Reglergebnisse für die unterschiedlichen Motordrehzahlen nahezu identisch sind und mit dem Reglergebniss für Motordrehzahl $0 \text{ U}/\text{min}$ sehr gut übereinstimmen. Dies bedeutet, dass der Regler in der Lage ist, die durch den Luftmassenstrom erzeugten Störungen auszuregeln.

Ein deutlich besseres Einschwingverhalten zeigt der Zustandsregler in Abbildung 5.37. Beim Öffnen der Drosselklappe kommt es nun zu keinem Überschwingen mehr. Betrachtet man allerdings den Schließvorgang in Abbildung 5.38, so erkennt man nachwievor ein Unterschwingen, was jedoch deutlich kleiner als bei der Verwendung des PID-Reglers ist. Dieses Unterschwingen liegt vorallem daran, dass der Einfluss der Rückstellfedern bei dem Reglerentwurf nicht mit berücksichtigt werden kann. Auch der Zustandsregler ist in der Lage, die Störungen durch den Luftmassenstrom auszuregeln.

Das beste Reglergebniss liefert wiederum der adaptive PI-Zustandsregler. In den Abbildungen 5.39 und 5.40 ist kein Über- bzw. Unterschwingen zu erkennen. Auch der Einfluss des Luftmassenstrom ist beim Einsatz dieses Regelungskonzeptes vernachlässigbar.

5.7 Kurzzusammenfassung

In diesem Kapitel wird die Aufgabe und die Modellierung einer Drosselklappe eines Verbrennungsmotors beschrieben. Aufbauend auf dieser Modellierung wird mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Verfahren ein strukturiertes rekurrentes Netz zur Identifikation einer kommerziellen Drosselklappe entwickelt. Mit Hilfe der gewonnenen Identifikationsergebnisse wird ein PI-Zustandsregler mit nichtlinearem Beobachter entworfen, der den bisher eingesetzten PID-Reglern sowohl in der Regeldynamik und Regelgüte als auch in der Rauschunterdrückung überlegen ist. Dies wird sowohl mit als auch ohne Einfluss des Luftmassenstromes gezeigt. Durch die unumgängliche Verwendung eines nichtlinearen Zustandsbeobachters ist der Rechenaufwand einer solchen Lösung deutlich höher als bei herkömmlichen Systemen. Da aber in Zukunft die Rechenleistung der eingesetzten Steuergeräte immer größer und außerdem die Umwelt- bzw. Verbrauchsanforderungen immer strikter werden, ist der Einsatz solch eines Ansatzes aufgrund der Vielzahl an Vorteilen zukünftig durchaus vorstellbar.

Aufbauend auf den Identifikationsergebnissen der Drosselklappe können neben den vorgestellten PI-Zustandsregler auch weitere nichtlineare Regelverfahren angewen-

det werden. Wird z. B. das Verfahren der nichtlinearen Regelungsnormform [SOMMER, 1981; HINTZ, 1998] verwendet, erhöht sich der Rechenaufwand aufgrund der nichtlinearen Zustandstransformationen jedoch weiter, weshalb dieses Konzept in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt wird.

6 Identifikation von dynamischen Nichtlinearitäten

In den vorangegangenen Kapiteln wurde gezeigt, dass es möglich ist, mit Hilfe strukturierter rekurrenter Netze die linearen Parameter und nichtlinearen Charakteristiken eines dynamischen Systems zu identifizieren. Voraussetzung hierfür war die genaue Kenntnis über die Struktur des Systems, um ausgehend von dem nichtlinearen Signalflussplan das strukturierte rekurrente Netz zu entwickeln. Außerdem wurde vorausgesetzt, dass es sich bei den zu identifizierenden nichtlinearen Charakteristiken um statische Nichtlinearitäten handelt.

In diesem Kapitel wird der in Kapitel 2.5 vorgestellte Ansatz zur Identifikation dynamischer Nichtlinearitäten mittels der Volterra-Reihe in den Ansatz der strukturierten rekurrenten Netze aus Kapitel 3 integriert. Hierbei wird insbesondere auf das Hammerstein-Modell eingegangen, da es sich am besten für die Identifikation der in diesem Kapitel verwendeten dynamischen Nichtlinearitäten eignet.

Zunächst wird der in Abschnitt 2.5 vorgestellte Ansatz zur Identifikation eines Hammerstein-Modells dahingehend verändert, dass die statische Nichtlinearität des Hammerstein-Modells nicht mehr mit Hilfe eines Polynomansatzes beschrieben wird sondern mit einem statischen Neuronalen Netz.

Anschließend wird dieser Ansatz in das bereits in Kapitel 3 beschriebene strukturierte rekurrente Netz integriert.

Anhand eines Simulationsbeispiels wird die Leistungsfähigkeit dieser Erweiterung dargestellt. Anschließend wird das Verfahren mit unterschiedlich konfigurierten rekurrenten Netzen verglichen, in denen die dynamische Nichtlinearität nicht mit Hilfe eines Hammerstein-Ansatzes identifiziert wird.

Am Ende dieses Kapitels wird das erweiterte Verfahren an einer Versuchsanlage validiert.

6.1 Motivation zur Einführung von dynamischen Nichtlinearitäten

Bei der Modellierung eines Systems werden häufig nur die dominierenden linearen Parameter sowie statischen Nichtlinearitäten berücksichtigt. Diese Modellierung wird anschließend zur Entwicklung eines strukturierten rekurrenten Netzes verwendet. Oftmals handelt es sich jedoch nicht um rein statische Nichtlinearitäten. Der Einfluss der Nichtlinearitäten auf das restliche System erfolgt verzögert bzw. mit einer bestimmten Dynamik. Dieser Fall kann als dynamische Nichtlinearität aufgefasst werden, welche sich sehr gut mit Hilfe eines Hammerstein-Modells beschreiben lässt. Wird das Hammerstein-Modell in ein strukturiertes rekurrentes Netz integriert, so lässt sich die dynamische Nichtlinearität zusammen mit weiteren statischen Nichtlinearitäten sowie den linearen Parametern identifizieren.

Separiert man die dynamische Nichtlinearität in eine statische Nichtlinearität und eine lineare Übertragungsfunktion, kann die dynamische Nichtlinearität prinzipiell in dem rekurrenten Netz als statische Nichtlinearität und als lineare Übertragungsfunktion gelernt werden, indem die lineare Übertragungsfunktion in der Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}_{rek}$ des strukturierten rekurrenten Netzes berücksichtigt wird. In diesem Fall wird das strukturierte rekurrente Netz umfangreicher, und damit erhöhen sich die Konvergenzzeiten deutlich. Voraussetzung für diese Vorgehensweise ist jedoch, dass die Struktur der zusätzlichen Dynamik bekannt ist.

6.2 Hammerstein-Modell und statische Neuronale Netze

In dem in Kapitel 2.5 vorgestellten Ansatz zur Identifikation eines Hammerstein-Modells wurde die statische Nichtlinearität durch ein Polynom q -ten Grades approximiert. Muss zur Approximation der Grad der Nichtlinearität sehr hoch gewählt werden, z. B. bei den sehr häufig auftretenden Sättigungskennlinien, führt dies in der Praxis oft zu schlechten Ergebnissen, da das Polynom zu Schwingungen neigt [HOFMANN, 2001b]. Zur Lösung dieses Problems wird in [HOFMANN, 2001b; HOFMANN *et al.*, 2002b] vorgeschlagen, anstelle des Polynomansatzes ein statisches Neuronales Netz zu verwenden. Basierend auf den Darstellungen in [HOFMANN, 2001b] wird dieses Vorgehen im Folgenden kurz skizziert.

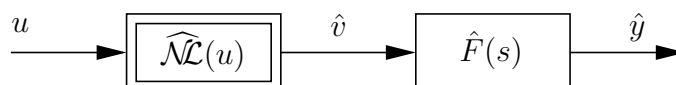


Abb. 6.1: Hammerstein-Modell mit Eingang u , Ausgang \hat{y} und Zwischengröße \hat{v}

Das Hammerstein-Modell in Abbildung 6.1 kann durch Gleichungen für die statische

Nichtlinearität $\widehat{\mathcal{NL}}(u)$ und das lineare dynamische System $\widehat{F}(s)$ beschrieben werden. Für die statische Nichtlinearität wird anstelle des bisher verwendeten Polynomansatzes nun ein GRNN¹ verwendet.

Aus Gleichung 2.24 ergibt sich nun

$$\hat{v} = \widehat{\mathcal{NL}}(u) = \hat{\underline{\Theta}}_{\mathcal{NL}}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}_{\mathcal{NL}}(u) = \left[\hat{\Theta}_{\mathcal{NL},1} \mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u) + \dots + \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},r} \mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u) \right] \quad (6.1)$$

Gleichung (6.1) entspricht der in Kapitel 2.3.3 eingeführten kompakten Schreibweise für das GRNN².

Mit der Antwortlänge m kann der lineare dynamische Systemanteil weiterhin durch die Faltungssumme beschrieben werden

$$\hat{y}[k] = \sum_{i=1}^m \hat{h}[i] \hat{v}[k-i] \quad (6.2)$$

Setzt man Gleichung (6.1) in (6.2) ein, erhält man

$$\hat{y}[k] = \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},1} \sum_{i=1}^m \hat{h}[i] \mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u[k-i]) + \dots + \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},r} \sum_{i=1}^m \hat{h}[i] \mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u[k-i]) \quad (6.3)$$

Vergleicht man Gleichung (6.3) mit der Volterra-Reihe (Gleichung (2.19)),

$$\begin{aligned} \hat{y}[k] &= \hat{g}_0 + \sum_{i_1=0}^{\infty} \hat{g}[i_1] u[k-i_1] \\ &+ \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \hat{g}[i_1, i_2] u[k-i_1] u[k-i_2] \\ &\vdots \\ &+ \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \dots \sum_{i_q=0}^{\infty} \hat{g}[i_1, i_2, \dots, i_q] u[k-i_1] u[k-i_2] \dots u[k-i_q] \end{aligned}$$

sieht man, dass diese nicht mehr exakt ineinander überführt werden können. Anders als bei dem Polynomansatz geht die Eingangsgröße u als Argument der Ak-

¹Da das GRNN aus regelungstechnischer Sicht am bedeutsamsten ist, wird es an dieser Stelle verwendet. Der Ansatz kann aber ohne weiteres auf die anderen in Kapitel 2 beschriebenen statischen Neuronalen Netze angewendet werden.

²Der Index \mathcal{NL} wird an dieser Stelle der Übersicht halber eingeführt.

tivierungsfunktion in das Ausgangssignal ein. Interpretiert man jedoch die Aktivierungsfunktionen $\mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u) \dots \mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u)$ als Eingangssignale, so kann durch einen Koeffizientenvergleich wieder eine Analogie zur Volterra-Reihe hergestellt werden. Entsprechend der Elemente der Volterra-Kerne erhält man für $1 \leq i \leq m$

$$\begin{aligned} \hat{g}_1[i] &= \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},1} \hat{h}[i] \\ \hat{g}_2[i] &= \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},2} \hat{h}[i] \\ &\vdots \\ \hat{g}_r[i] &= \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},r} \hat{h}[i] \end{aligned} \quad (6.4)$$

In Gleichung (6.4) wurde bereits berücksichtigt, dass für das Hammerstein-Modell nur die Diagonalelemente der Volterra-Kerne besetzt sind. Der Parameter \hat{g}_0 , der den System-Offset beschreibt, entfällt bei dieser Vorgehensweise, da das statische Neuronale Netz den System-Offset automatisch lernt.

Zur Reduktion der Parameteranzahl, die bei diesem Ansatz $p = r \cdot m$ beträgt, werden analog zum Polynomansatz orthonormale Basisfunktionen eingeführt. Für die Approximation der Gewichtsfolgen durch Basisfunktionen muss zunächst ein dynamischer Aktivierungsvektor $\underline{\mathcal{A}}_{dyn}$ gebildet werden. Dieser Aktivierungsvektor enthält die Aktivierungsfunktionen $\mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u) \dots \mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u)$ zu den Eingangssignalen $u[k-1] \dots u[k-m]$, welche zusätzlich mit der orthonormierten Basisfunktionenmatrix $\tilde{\mathbf{R}}$ multipliziert werden. Dies kann wie folgt dargestellt werden

$$\underline{\mathcal{A}}_{dyn}^T[k] = \left[\underline{\mathcal{A}}_1^T[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T, \underline{\mathcal{A}}_2^T[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T, \dots, \underline{\mathcal{A}}_r^T[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T \right] \quad (6.5)$$

mit den Aktivierungsvektoren

$$\begin{aligned} \underline{\mathcal{A}}_1^T[k] &= [\mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u[k-1]), \mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u[k-2]), \dots, \mathcal{A}_{\mathcal{NL},1}(u[k-m])] \\ &\vdots \\ \underline{\mathcal{A}}_r^T[k] &= [\mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u[k-1]), \mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u[k-2]), \dots, \mathcal{A}_{\mathcal{NL},r}(u[k-m])] \end{aligned}$$

Für das Hammerstein-Modell ergibt sich somit folgender Ansatz

$$\hat{y}[k] = \hat{\Theta}_{dyn}^T \cdot \underline{\mathcal{A}}_{dyn}[k] \quad (6.6)$$

Der Parametervektor $\hat{\Theta}_{dyn}$ enthält hierbei die reduzierten³ Gewichtsfolgen und kann nach der Zugehörigkeit der einzelnen Parameter zu den entsprechenden Stützstellen

³Die eingeführten Basisfunktionen werden mit $\hat{\Theta}_{dyn}$ gewichtet, um die Parameter der zu approximierenden Gewichtsfolge zu reduzieren. Daher wird an dieser Stelle von einer reduzierten Gewichtsfolge gesprochen.

des verwendeten GRNN wie folgt dargestellt werden

$$\hat{\underline{\Theta}}_{dyn} = \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{dyn,1} \\ \hat{\Theta}_{dyn,2} \\ \vdots \\ \hat{\Theta}_{dyn,r} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Die Dimension der verwendeten Vektoren und Matrizen in den Gleichungen (6.6) und (6.7) ist abhängig von der Antwortlänge m , der Anzahl verwendeter Basisfunktionen m_r und der Stützstellenzahl r des GRNN. Es gilt

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}} &\in \mathbb{R}^{m_r \times m} \\ \mathbf{A}_1^T, \mathbf{A}_2^T, \dots, \mathbf{A}_r^T &\in \mathbb{R}^{1 \times m} \\ \hat{\Theta}_{dyn,1}, \hat{\Theta}_{dyn,2}, \dots, \hat{\Theta}_{dyn,r} &\in \mathbb{R}^{m_r \times 1} \\ \hat{\underline{\Theta}}_{dyn} &\in \mathbb{R}^{(r \cdot m_r) \times 1} \end{aligned}$$

Die Anzahl der Parameter kann durch die Einführung orthonormaler Basisfunktionen von $p = r \cdot m$ auf $p = r \cdot m_r$ verringert werden.

6.2.1 Vergleich zwischen Polynom- und Neuronalem Netz-Ansatz

Die Verbesserung, die mit dem zuvor vorgestellten Verfahren erzielt werden kann, soll anhand eines Simulationsbeispiels verdeutlicht werden. Gegeben ist das folgende Hammerstein-Modell mit den Zeitkonstanten $T_1 = 3$ ms und $T_2 = 10$ ms

$$\begin{aligned} \mathcal{NL}(u) &= 6.4 \cdot \arctan(10 \cdot u) \\ F(s) &= \frac{1}{s^2 T_1 T_2 + s(T_1 + T_2) + 1} \end{aligned}$$

Verglichen werden die Identifikationsansätze mit einem Polynom bzw. mit einem GRNN zur Approximation der statischen Nichtlinearität. Für die Identifikation werden folgende Einstellungen verwendet

- Antwortlänge: $m = 60$
- Anzahl der Basisfunktionen: $m_r = 6$
- Formfaktor der Basisfunktionen: $\zeta = 13$
- Polynomgrad: $q = 21$
- Stützstellenanzahl für das GRNN: $r = 21$

Für beide Ansätze ergibt sich eine Parameteranzahl von $p = q \cdot m_r + 1 = 127$ bzw. $p = r \cdot m_r = 126$. Die Ausgangsfehlerverläufe während der Identifikation sind in den Abbildungen 6.2 und 6.3 dargestellt.

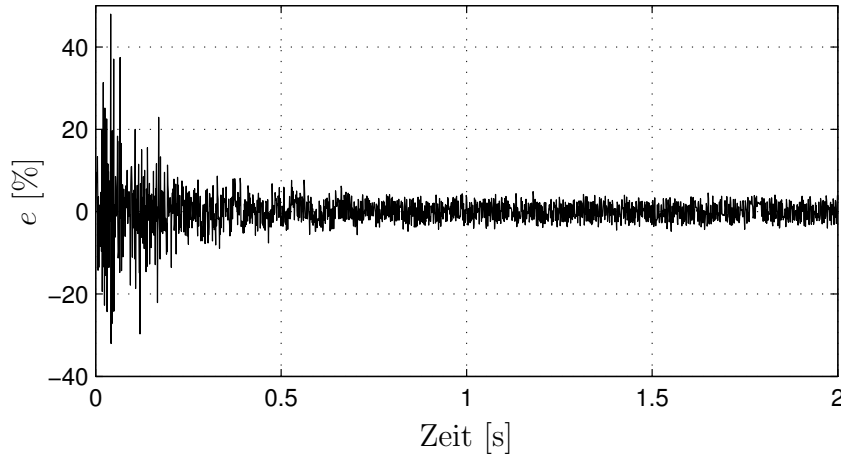


Abb. 6.2: Fehlerverlauf des GRNN-Ansatzes

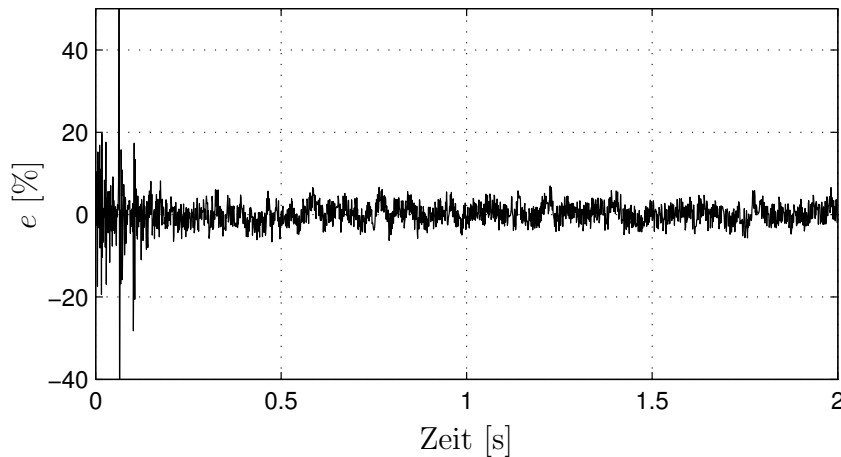


Abb. 6.3: Fehlerverlauf des Polynom-Ansatzes

Es ist zu erkennen, dass beide Ansätze in der Lage sind, das Hammerstein-Modell zu identifizieren, jedoch erscheint der Fehler mit dem GRNN-Ansatz ein wenig kleiner zu sein als mit dem Polynom-Ansatz.

Die Verbesserung wird noch anschaulicher, wenn man bei beiden Identifikationsverfahren aus dem Endergebnis auf die statische Nichtlinearität zurück rechnet. Der identifizierte Parametervektor $\hat{\Theta}_{dyn}$ hat für den GRNN-Ansatz die in Gleichung (6.7) dargestellte Struktur. Für die Rückrechnung werden zunächst aus $\hat{\Theta}_{dyn}$ mit den in der Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ enthaltenen Basisfunktionen die einzelnen Gewichtsfolgen für jeden Stützwert nach folgender Vorschrift berechnet

$$\begin{aligned}
 1. \text{ Stützwert: } \hat{g}_1 &= \tilde{\mathbf{R}}^T \hat{\Theta}_{dyn,1} \\
 &\vdots \\
 r. \text{ Stützwert: } \hat{g}_r &= \tilde{\mathbf{R}}^T \hat{\Theta}_{dyn,r}
 \end{aligned}$$

Geht man von der Annahme aus, dass der Verstärkungsfaktor des linearen Systems gleich Eins ist, d. h. $\sum_{i=1}^m h[i] = 1$, berechnen sich die Stützwerte des GRNN zu

$$\begin{aligned}
 \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},1} &= \sum_{i=1}^m \hat{g}_1[i] \\
 &\vdots \\
 \hat{\Theta}_{\mathcal{NL},r} &= \sum_{i=1}^m \hat{g}_r[i]
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

Die identifizierte Nichtlinearität erhält man, indem das GRNN mit den nach Gleichung (6.8) berechneten Stützwerten über dem Eingangsraum ausgewertet wird. In Abbildung 6.4 ist ein Vergleich der identifizierten Nichtlinearitäten dargestellt.

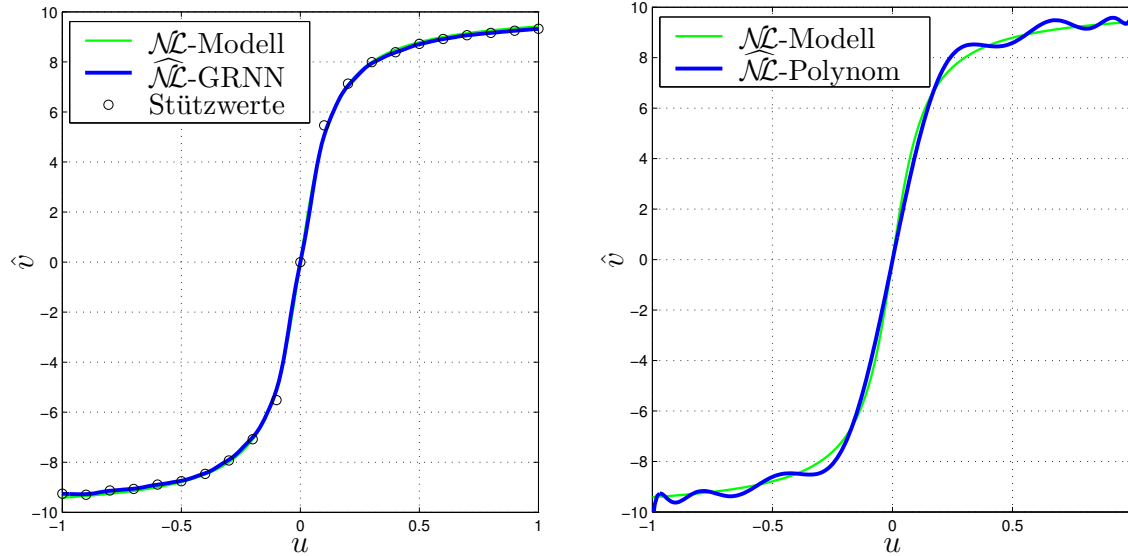


Abb. 6.4: Identifikationsergebnisse des GRNN-Ansatzes (links) und des Polynom-Ansatzes (rechts)

Aus Abbildung 6.4 wird das schwingende Verhalten des Polynomansatzes hoher Ordnung deutlich sichtbar. Der GRNN-Ansatz zeigt hier deutliche Vorteile.

6.3 Das Hammerstein-Modell im rekurrenten Netz

Im vorangegangenen Abschnitt und in [HOFMANN *et al.*, 2002b] ist gezeigt worden, dass ein Hammerstein-Modell mit einem GRNN-Ansatz identifiziert werden kann. Da sich das Ausgangssignal dieses Ansatzes analog zum GRNN aus der Multiplikation eines Stützwertevektors und eines Aktivierungsvektors berechnen lässt, kann der GRNN-Ansatz zur Identifikation der dynamischen Nichtlinearität wie ein statisches Neuronales Netz in einem rekurrenten Netz implementiert werden.

Wird ein statisches Neuronales Netz durch einen Hammerstein-Identifikator ausgetauscht, ergeben sich im rekurrenten Netz Änderungen bei der Berechnung der partiellen Ableitungen des Ausgangs des rekurrenten Netzes nach den Gewichten. Die in Kapitel 3.1.5 dargestellte Berechnung der partiellen Ableitungen $\frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{w}}$ für die statischen Neuronalen Netze muss durch die Berechnung der partiellen Ableitungen des Hammerstein-Identifikators ersetzt werden.

Wie auch für die statischen Neuronalen Netze muss unterschieden werden, ob nach einem Gewicht des Hammerstein-Identifikators abgeleitet wird oder nach einem Gewicht des restlichen strukturierten rekurrenten Netzes.

Mit

$$\underline{\mathcal{A}}_{dyn}^T[k] = \left[\underline{\mathcal{A}}_1^T[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T, \dots, \underline{\mathcal{A}}_r^T[k] \cdot \tilde{\mathbf{R}}^T \right] = [\mathcal{A}_{dyn,1}, \dots, \mathcal{A}_{dyn,i}, \dots, \mathcal{A}_{dyn,r \cdot m_r}]$$

und

$$[\underline{\mathcal{A}}_1^T[k] \dots \underline{\mathcal{A}}_r^T[k]] = [\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_i, \dots, \mathcal{A}_{r \cdot m}]$$

ergeben sich folgende Berechnungen

Für $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_{dyn,l}$ (mit $1 \leq l \leq r \cdot m_r$) gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_i} &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\sum_{j=1}^{r \cdot m_r} \hat{\Theta}_{dyn,j} \cdot \mathcal{A}_{dyn,j} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \underline{\mathcal{A}}_i^T \cdot \underline{\mathcal{I}}_j \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m \mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot r_{j,l} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \frac{\partial}{\partial w_i} \left(\sum_{l=1}^m r_{j,l} \cdot \frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}}}{\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}}} \right) = \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m r_{j,l} \left(-\frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i}}{\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \cdot \sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i}}{\left(\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \right)^2} \right) = \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m r_{j,l} \left(-\mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} + \right. \\
&\quad \left. + \mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{dyn,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} \right) = \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m r_{j,l} \mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \cdot \\
&\quad \cdot \left(\sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{dyn,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} - \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \right) = \\
&= \sum_{j=1}^{r \cdot m_r} \hat{\Theta}_{dyn,j} \cdot \mathcal{A}_{dyn,j} \cdot \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^r \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \cdot \\
&\quad \cdot \left(\sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{dyn,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} - \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \right) \\
&= \hat{y} \cdot \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^r \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \cdot \left(\sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{dyn,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} - \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \right)
\end{aligned}$$

Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_{dyn,l}$ (mit $1 \leq l \leq r \cdot m_r$) gilt

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{w}_i} &= \mathcal{A}_{dyn,i} + \frac{\partial}{\partial \hat{w}_i} \left(\sum_{j=1}^{r \cdot m_r} \hat{\Theta}_{dyn,j} \cdot \mathcal{A}_{dyn,j} \right) = \mathcal{A}_{dyn,i} + \frac{\partial}{\partial w_i} \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \underline{\mathcal{A}}_{dyn,i}^T \cdot \underline{r}_j \right) = \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \frac{\partial}{\partial w_i} \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \sum_{l=1}^m r_{j,l} \cdot \mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \right) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \frac{\partial}{\partial w_i} \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \sum_{l=1}^m r_{j,l} \cdot \frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}}}{\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}}} \right) = \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \frac{\partial}{\partial w_i} \left(\sum_{l=1}^m r_{j,l} \cdot \frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}}}{\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}}} \right) = \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m r_{j,l} \left(-\frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i}}{\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_i)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \cdot \sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i}}{\left(\sum_{m=1}^r e^{-\frac{(\hat{u}[k-l]-\xi_m)^2}{2\sigma_{norm}^2}} \right)^2} \right) = \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m r_{j,l} \left(-\mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} + \right. \\
&\quad \left. + \mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \cdot \sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{ham,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} \right) = \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_r} \hat{\Theta}_{dyn,i,j} \cdot \sum_{l=1}^m r_{j,l} \mathcal{A}_{\mathcal{NL},i}[k-l] \cdot \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \\
&\quad \cdot \left(\sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{ham,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} - \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \right) = \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \sum_{j=1}^{r \cdot m_r} \hat{\Theta}_{dyn,j} \cdot \mathcal{A}_{\mathcal{NL},j} \cdot \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^r \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \\
&\quad \cdot \left(\sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{ham,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} - \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \right) \\
&= \mathcal{A}_{dyn,i} + \hat{y} \cdot \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^r \frac{\partial \hat{u}[k-l]}{\partial \hat{w}_i} \cdot \left(\sum_{m=1}^r \mathcal{A}_{ham,r}[k-l] \cdot \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_m}{\sigma_{norm}^2} - \frac{\hat{u}[k-l]-\xi_i}{\sigma_{norm}^2} \right)
\end{aligned}$$

Die Berechnung der partiellen Ableitungen des Hammerstein-Identifikators ist abhängig von den Vergangenheitswerten von \hat{u} . Für die Berechnung der partiellen Ableitungen bedeutet dies einen enorm hohen Rechenaufwand, der zu einer unhandhabbar großen Dauer eines Identifikationsschrittes führt. In dieser Arbeit kann jedoch auf die Berechnung der partiellen Ableitungen verzichtet werden, da in den verwendeten Simulationsmodellen und an der Versuchsanlage die Eingangsgröße des Hammerstein-Identifikators messbar ist, und somit nicht abhängig von Parameteränderungen ist.

Für die partiellen Ableitungen des Hammerstein-Identifikators ergibt sich somit vereinfacht die folgende Vorschrift.

Für $\hat{w}_i \neq \hat{\Theta}_{dyn,l}$ (mit $1 \leq l \leq r \cdot m_r$) gilt

$$\frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_i} = 0 \quad (6.9)$$

Für $\hat{w}_i = \hat{\Theta}_{dyn,l}$ (mit $1 \leq l \leq r \cdot m_r$) gilt

$$\frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{w}_i} = \mathcal{A}_{dyn,i}[k] \quad (6.10)$$

6.3.1 Anwendungsbeispiel

Die in Abschnitt 4.1 vorgestellte Versuchsanlage wird zur Validierung so konfiguriert, dass eine starre Verbindung zwischen den beiden Synchronmaschinen existiert. Diese Konfiguration ist in Abbildung 6.5 abgebildet.

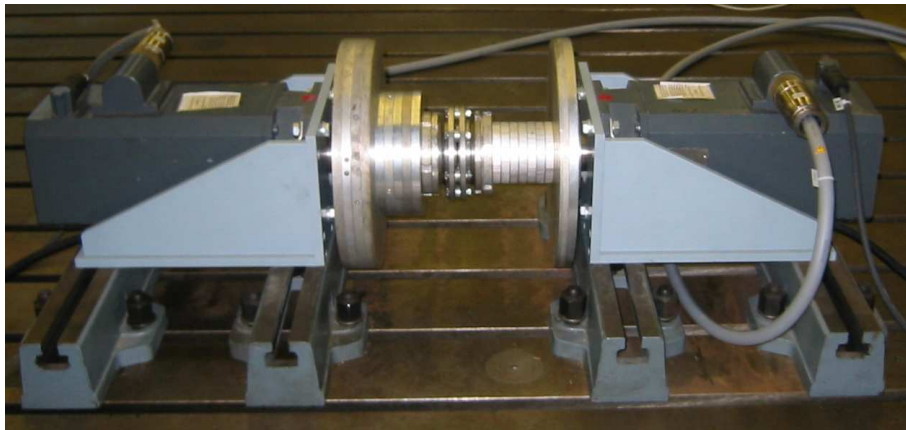


Abb. 6.5: Konfiguration des Versuchszustandes als Ein-Massen-System

Das System verhält sich nun wie ein nichtlineares Ein-Massen-System mit einem Gesamtträgheitsmoment von $J_{ges} = 0.496 \text{ kg m}^2$. Mittels der zweiten Maschine kann ein Gegenmoment aufgebracht werden. Hierbei muss allerdings die Umrichterersatzzeitkonstante $T_{A,II}$ des zweiten Umrichters berücksichtigt werden. Wählt man als Sollmoment die Ausgangsgröße einer zeitlich verzögerten und von der Drehzahl des Ein-Massen-Systems abhängigen Nichtlinearität, so kann die Kombination aus verzögerter Nichtlinearität und Umrichterersatzzeitkonstante als dynamische Nichtlinearität aufgefasst werden. Diese dynamische Nichtlinearität wird im Folgenden

mit Hilfe eines rekurrenten Netzes identifiziert. Zusätzlich werden die linearen Parameter J_{ges} und die Umrichterersatzzeitkonstante $T_{A,I}$ des ersten Umrichters identifiziert⁴.

Der Signalflussplan des zu identifizierenden Systems ist in Abbildung 6.6 dargestellt.

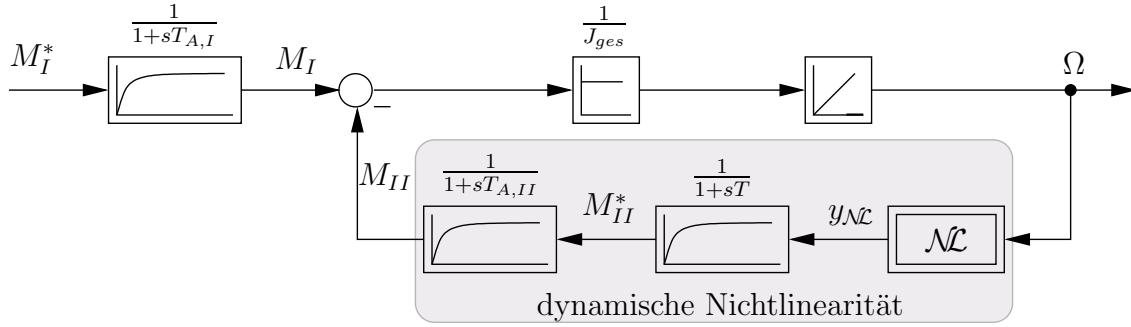


Abb. 6.6: Signalflussplan des Ein-Massen-Systems

Die kontinuierliche Zustandsbeschreibung des Systems wird hieraus abgeleitet. Dazu werden die Größen

$$\begin{aligned} u &= M_I^* \\ y &= \Omega \\ \underline{x} &= [x_1 \ x_2]^T = [M_I \ \Omega]^T \end{aligned}$$

und

$$\mathcal{NL}_{dyn}(x_2) = \frac{1}{1+sT} \cdot \frac{1}{1+sT_{A,II}} \cdot \mathcal{NL}(x_2) = F(s) \cdot \mathcal{NL}(x_2)$$

festgelegt, womit die Zustandsgleichungen

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{A,I}} & 0 \\ \frac{1}{J_{ges}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{A,I}} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{ges}} \end{bmatrix} \cdot \mathcal{NL}_{dyn}(x_2) \quad (6.11)$$

und die Ausgangsgleichung

$$y = [0 \ 1] \cdot \underline{x} \quad (6.12)$$

angegeben werden können.

⁴Als Umrichtermodell wird an dieser Stelle der Einfachheit halber ein PT₁-Glied gewählt.

6.3.2 Identifikation mit Hammerstein-Ansatz

In diesem Abschnitt wird das oben eingeführte Beispiel in einer Simulationsumgebung mit Hilfe eines strukturierten rekurrenten Netzes identifiziert. Die dynamische Nichtlinearität wird hierbei durch einen Hammerstein-Identifikator approximiert.

Der Parametervektor für das rekurrente Netz ergibt sich zu

$$\hat{\underline{w}} = [\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Psi}_2 \quad \hat{\Theta}_{dyn}]$$

mit den linearen Parametern $\hat{\Psi}_1 = \frac{1}{T_{A,I}}$, $\hat{\Psi}_2 = \frac{1}{J_{ges}}$ sowie dem Stützwertevektor für die dynamische Nichtlinearität $\hat{\Theta}_{dyn}$.

Die zeitdiskrete Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes, die Berechnung der Gradienten und der Jacobi-Matrix sind in Anhang F.1 skizziert. Das Lerngesetz ergibt sich wiederum aus Gleichung (3.3).

Alle für die Identifikation relevanten Parameter und Ergebnisse sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. In den Abbildungen 6.7 bis 6.9 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierte statische Nichtlinearität dargestellt. In Abbildung 6.10 ist ein Vergleich der identifizierten Impulsantwort und der vorgegebenen Impulsantwort abgebildet. Abbildung 6.11 zeigt den Fehlerverlauf während der Identifikation.

Parameter	Strecke	Startwert	Ergebnis	η
$T_{A,I}$	3 ms	3.75 ms	3 ms	3.7
J_{ges}	0.498 kg m ²	0.62 kg m ²	0.498 kg m ²	0.0016
\mathcal{NL}	Abb. 6.9	0	Abb. 6.9	0.16
$F(s)$	Abb. 6.10		Abb. 6.10	
Beobachter	$l_1 = 0 \quad l_2 = -63$			

Tabelle 6.1: Parameter und Ergebnisse der simulativen Identifikation des Ein-Massen-Systems mit dynamischer Nichtlinearität

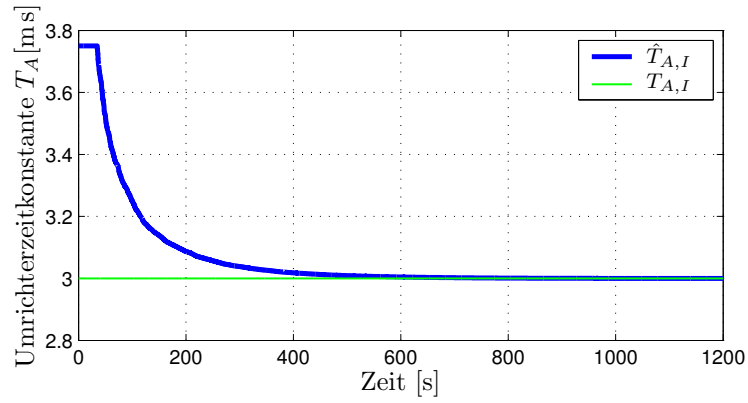


Abb. 6.7: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$

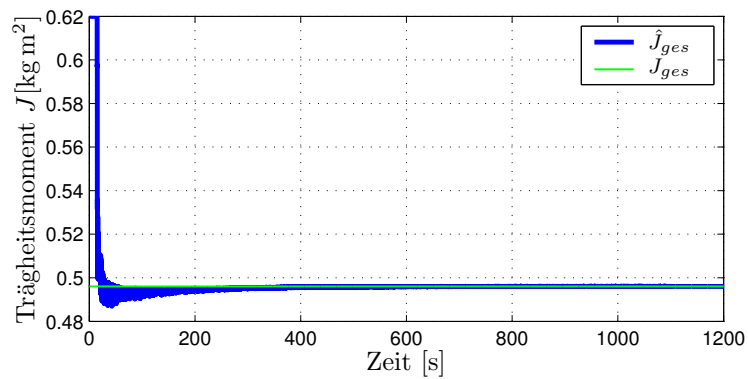


Abb. 6.8: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_{ges}

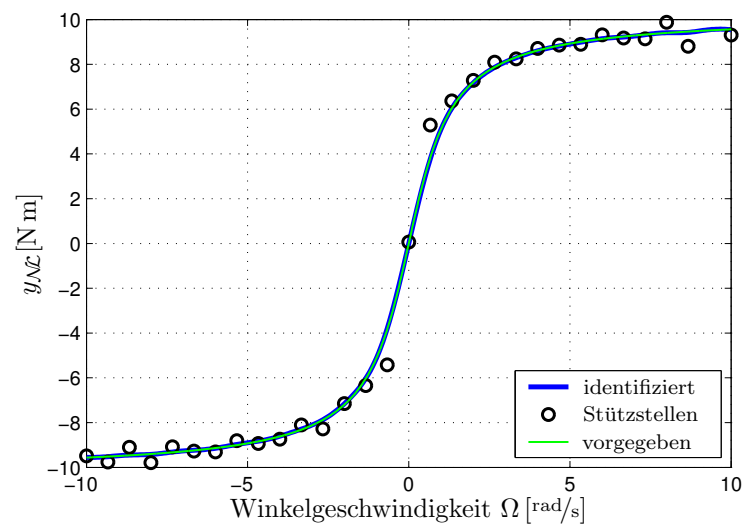


Abb. 6.9: Identifikationsergebnis der Nichtlinearität $\hat{\mathcal{N}}$

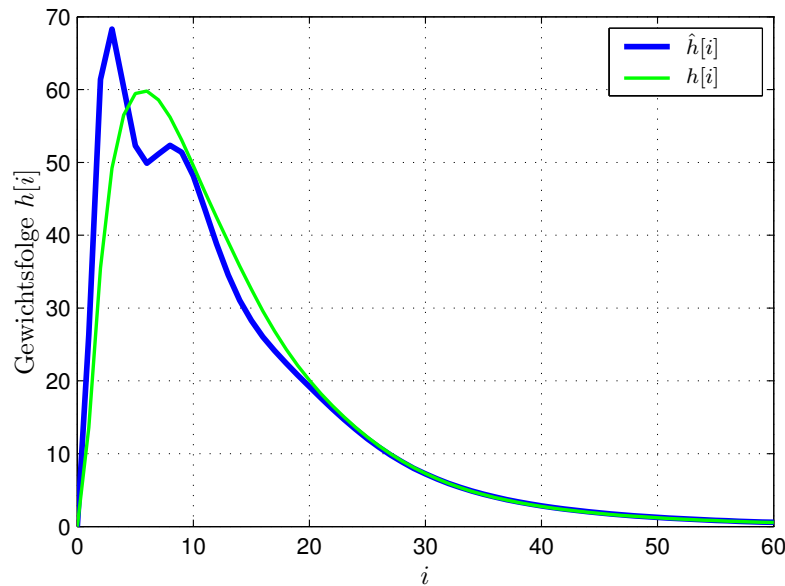


Abb. 6.10: Identifikationsergebnis der Gewichtsfolge von $\widehat{\mathcal{N}}_{dyn}$

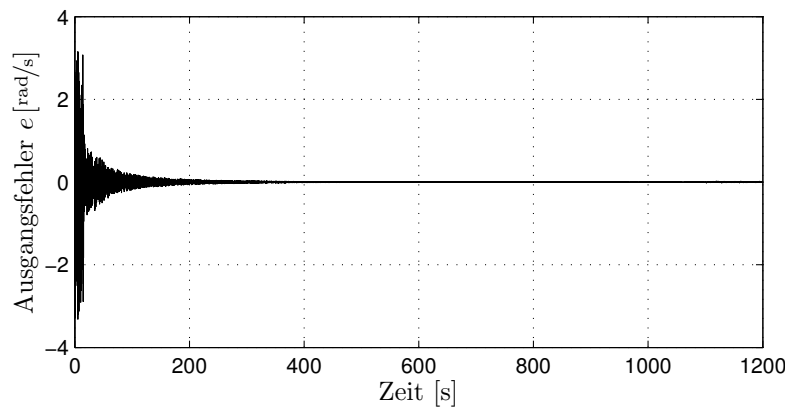


Abb. 6.11: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikation

Wie Tabelle 6.1 und den Abbildungen 6.7 bis 6.9 zu entnehmen ist, werden die beiden linearen Parameter und die statische Nichtlinearität exakt identifiziert. Lediglich bei dem Vergleich zwischen vorgegebener und identifizierter Gewichtsfolge der Faltungssumme zur Beschreibung von $\widehat{\mathcal{N}}_{dyn}$ kommt es zu Abweichungen. Diese Abweichungen sind in der geringen Anzahl an Basisfunktionen, sowie in der Größe der Abtastzeit begründet. Außerdem werden mit Hilfe der Impulsantwort leichte Schwingungen der identifizierten statischen Nichtlinearität, die ihre Ursache in der geringen Stützwertezahl des GRNN haben, ausgeglichen. Wenn die Abtastzeit verkleinert und die Anzahl der Basisfunktionen und Stützwerte erhöht werden, können die Abweichungen in Abbildung 6.10 verringert werden. Allerdings steigt dann die Rechenzeit deutlich an, und eine Echtzeit-Anwendung ist nicht mehr durchführbar. Das Identifikationsergebnis ist allerdings als sehr gut zu bezeichnen. Zum einen wer-

den die linearen Parameter und die statische Nichtlinearität korrekt identifiziert und zum anderen verringert sich der Ausgangsfehler auf unter 1% des Ausgangssignales.

6.3.3 Identifikation der dynamischen Nichtlinearität als statische Nichtlinearität

An dieser Stelle wird zu Vergleichszwecken in einer weiteren Simulation versucht, die Strecke mit Hilfe eines strukturierten rekurrenten Netzes zu identifizieren. Hierbei wird jedoch die dynamische Nichtlinearität ($\mathcal{N}_{dyn}(x_2) = F(s) \cdot \mathcal{N}(x_2)$) statt mit einem Hammerstein-Identifikator mit Hilfe eines statischen Neuronalen Netzes identifiziert. Anschaulich bedeutet dieses Vorgehen, dass man die dynamische Verzögerung der Nichtlinearität bei dem Entwurf eines strukturierten rekurrenten Netzes vernachlässigt.

In den Abbildung 6.12 bis 6.14 sind die Zeitverläufe der linearen Parameter während der Identifikation und die identifizierte statische Nichtlinearität dargestellt.

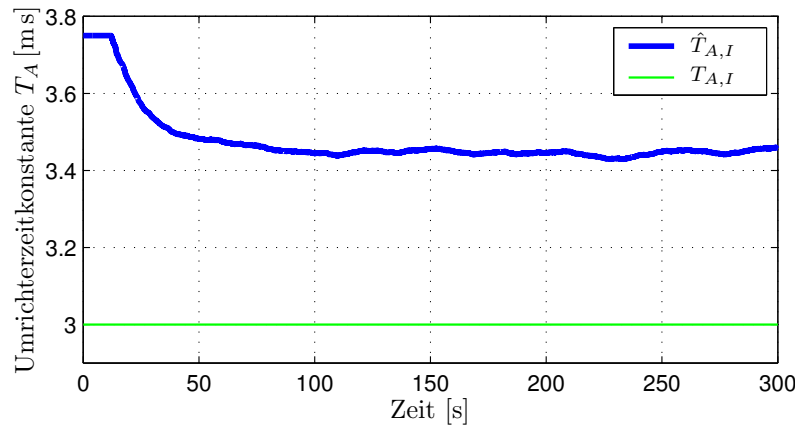


Abb. 6.12: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante \hat{T}_a

Abbildung 6.12 ist zu entnehmen, dass die identifizierte Umrichterzeitkonstante konvergiert, aber der vorgegeben Wert der Strecke $T_a = 3$ ms nicht erreicht wird. Das geschätzte Trägheitsmoment \hat{J}_{ges} konvergiert ebenfalls nicht gegen den vorgegebenen Wert $J_{ges} = 0.498$ kg m². Ebenso zeigt das Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität, dass die vorgegebene Nichtlinearität nicht korrekt identifiziert wird.

Zur Ergänzung ist der Ausgangsfehlerverlauf während der Identifikation in Abbildung 6.15 dargestellt. Der sich stationär einstellende Fehler ist, wie bereits die Lernergebnisse der Parameter und der Nichtlinearität vermuten lassen, um ein Vielfaches größer als bei der Simulation mit korrekter Berücksichtigung der dynamischen Nichtlinearität in Abschnitt 6.3.2.

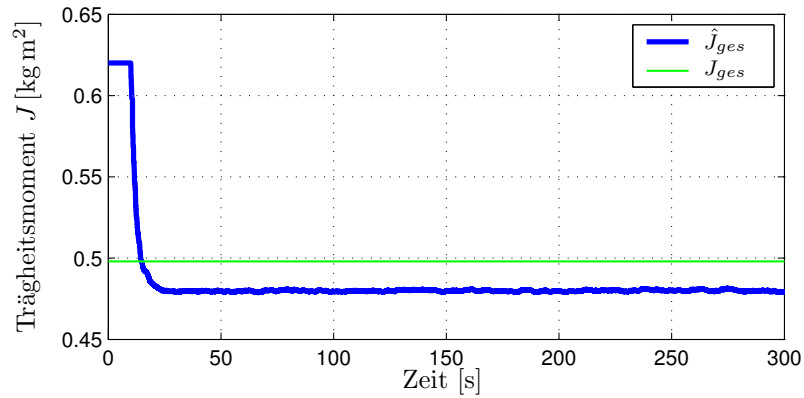


Abb. 6.13: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_{ges}

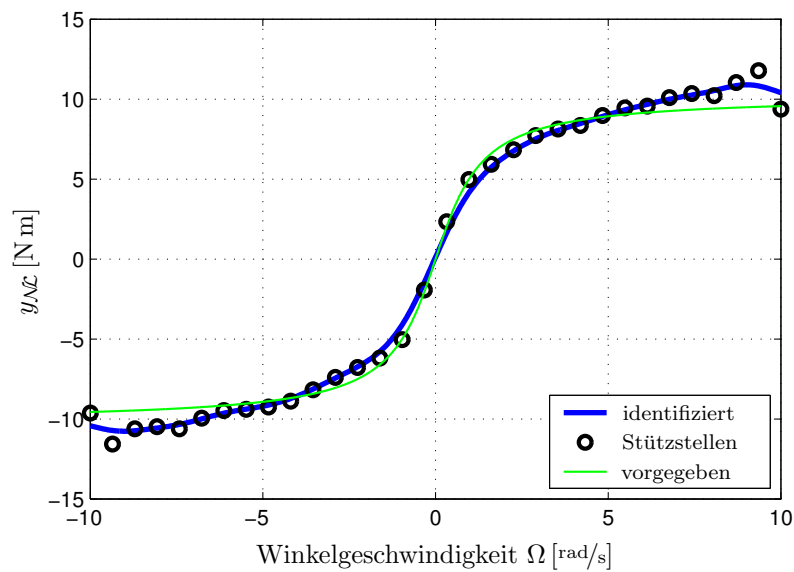


Abb. 6.14: Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität

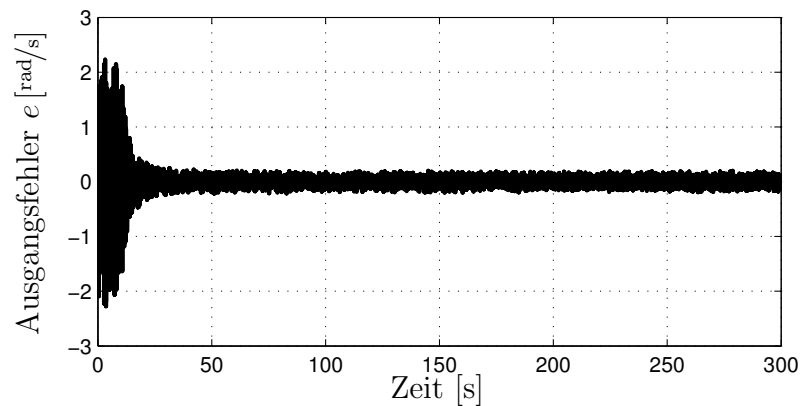


Abb. 6.15: Ausgangsfehlerverlauf e während der Identifikation

6.3.4 Identifikation der dynamischen Nichtlinearität mit rekurrentem Netz

Die in Abbildung 6.6 dargestellte Strecke kann auch nur mit Hilfe eines strukturierten rekurrenten Netzes identifiziert werden. Hierbei wird die lineare Übertragungsfunktion $\hat{F}(s)$ in der Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}_{rec}$ des strukturierten rekurrenten Netzes berücksichtigt. Dies bedeutet, dass die lineare Übertragungsfunktion der dynamischen Nichtlinearität dem linearen Systemanteil der Strecke zugeordnet wird. Dieses Vorgehen setzt voraus, dass die Struktur der linearen Übertragungsfunktion bekannt ist.

Im Folgenden werden zwei Fälle betrachtet. In einer ersten Simulation wird davon ausgegangen, dass die Struktur der linearen Übertragungsfunktion bekannt ist, und somit Streckenstruktur und die Struktur des rekurrenten Netzes übereinstimmen. In einer zweiten Simulation wird der Fall untersucht, wie sich das rekurrente Netz verhält, wenn die Struktur der linearen Übertragungsfunktion nicht genau bekannt ist. Die Streckenstruktur und die Struktur des rekurrenten Netzes stimmen in diesem Fall nicht genau überein.

Identifikation mit genauer Strukturkenntnis

Entsprechend der Zuordnung von $\hat{F}(s)$ zu $\hat{\mathbf{A}}_{rec}$ ergeben sich gegenüber dem in Abschnitt 6.3.2 beschriebenen rekurrenten Netz zusätzliche Systemzustände. Somit müssen die restlichen Matrizen und Vektoren des rekurrenten Netzes ebenfalls angepasst werden. Gemäß dieser Betrachtung ergeben sich mit den folgenden Festlegungen

$$\begin{aligned} u &= M_I^* \\ y &= \Omega \\ \underline{x} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [M_I \ \Omega \ M_{II}^* \ M_{II}] \end{aligned}$$

die Zustandsgleichungen

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{A,I}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{ges}} & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{ges}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{A,II}} & -\frac{1}{T_{A,II}} \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{A,I}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \mathcal{NL}(x_2) \quad (6.13)$$

sowie die Ausgangsgleichung

$$y = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \cdot \underline{x} \quad (6.14)$$

Der Parametervektor für das rekurrente Netz ergibt sich zu

$$\hat{\underline{w}} = [\hat{\Psi}_1 \ \hat{\Psi}_2 \ \hat{\Psi}_3 \ \hat{\Psi}_4 \ \hat{\Theta}_{\mathcal{NL}}]^T$$

mit den linearen Parametern $\hat{\Psi}_1 = \frac{1}{\hat{T}_{A,I}}$, $\hat{\Psi}_2 = \frac{1}{\hat{J}_{ges}}$, $\hat{\Psi}_3 = \frac{1}{\hat{T}}$ und $\hat{\Psi}_4 = \frac{1}{\hat{T}_{A,II}}$ sowie dem Stützwertevektor für die statische Nichtlinearität $\hat{\Theta}_{\mathcal{NL}}$.

Die zeitdiskrete Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes und die Berechnung der Gradienten und der Jacobi-Matrix sind in Anhang F.2 skizziert. Um die Identifikationsergebnisse miteinander vergleichen zu können, werden wie in Abschnitt 6.3.2 nur die ersten beiden Zustände zurückgeführt. Das Lerngesetz ergibt sich wiederum aus Gleichung (3.3).

Die folgende Identifikation erfolgte im Zeitbereich 0 bis 1100 Sekunden. Anschließend wurden sowohl die Lernschrittweiten als auch die Beobachterrückführungen zu Null gesetzt, um das rekurrente Netz für die Validierung des Identifikationsergebnisses als Parallelmodell zur vorgegebenen Strecke zu verwenden.

Alle für die Identifikation relevanten Parameter und Ergebnisse sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. In den Abbildungen 6.16 bis 6.20 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierte statische Nichtlinearität dargestellt. Abbildung 6.21 zeigt schließlich den Fehlerverlauf während der Identifikation.

Parameter	Strecke	Startwert	Ergebnis	η
$T_{A,I}$	3 ms	3.75 ms	3 ms	10
J_{ges}	0.498 kg m ²	0.62 kg m ²	0.498 kg m ²	0.001
T	10 ms	12.5 ms	10 ms	50
$T_{A,II}$	3 ms	3.75 ms	3 ms	1700
\mathcal{NL}	Abb. 6.20	0	Abb. 6.20	10
Beobachter	$l_1 = 0$ $l_2 = -63$	$l_3 = 0$ $l_4 = 0$		

Tabelle 6.2: Parameter und Ergebnisse der simulativen Identifikation des Ein-Massen-Systems mit einem rekurrentem Netz bei genauer Strukturkenntnis

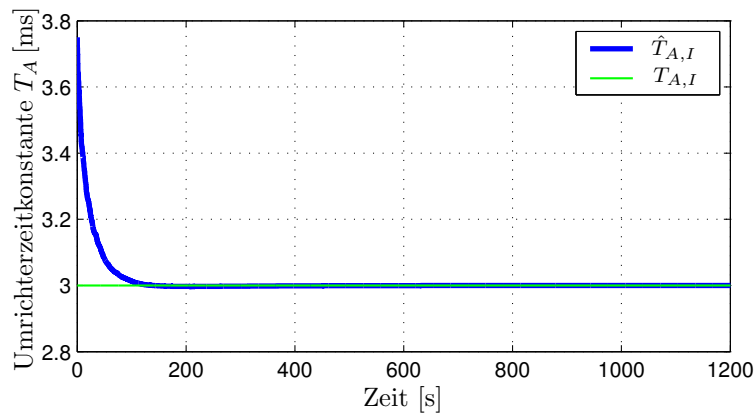


Abb. 6.16: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$

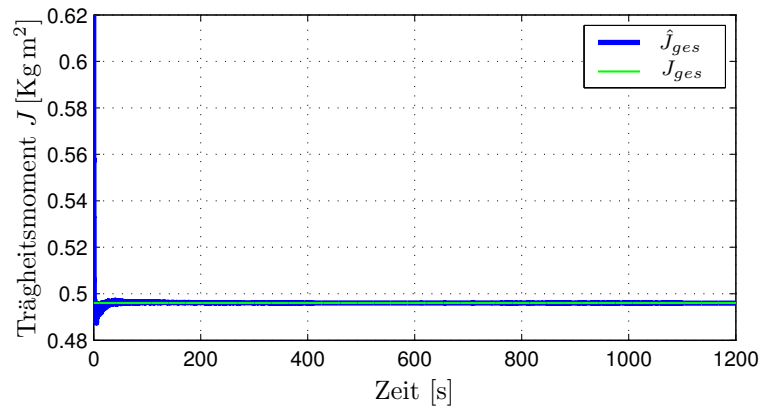


Abb. 6.17: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_{ges}

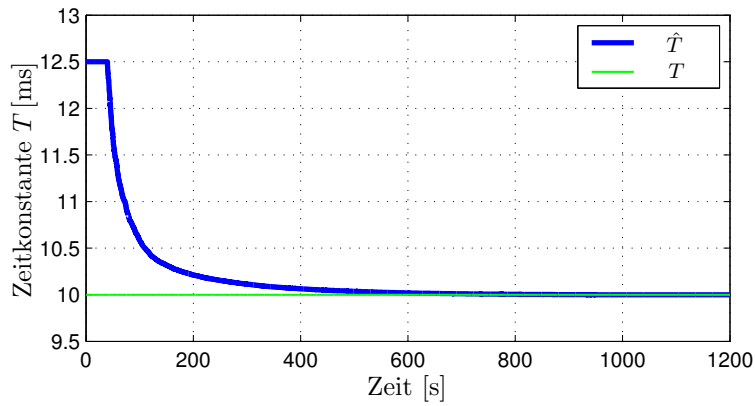


Abb. 6.18: Identifikationsverlauf der Zeitkonstante \hat{T}

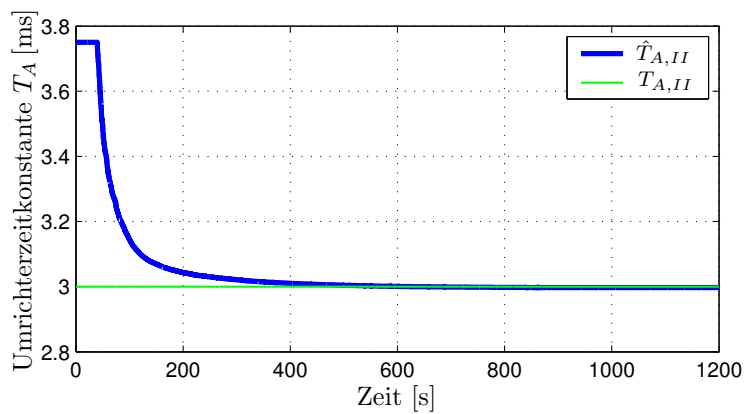


Abb. 6.19: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,II}$

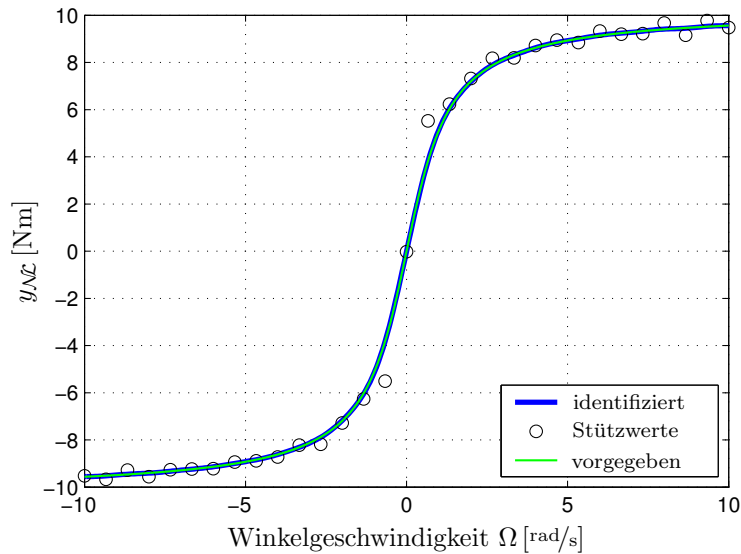


Abb. 6.20: Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität $\widehat{\mathcal{NL}}$

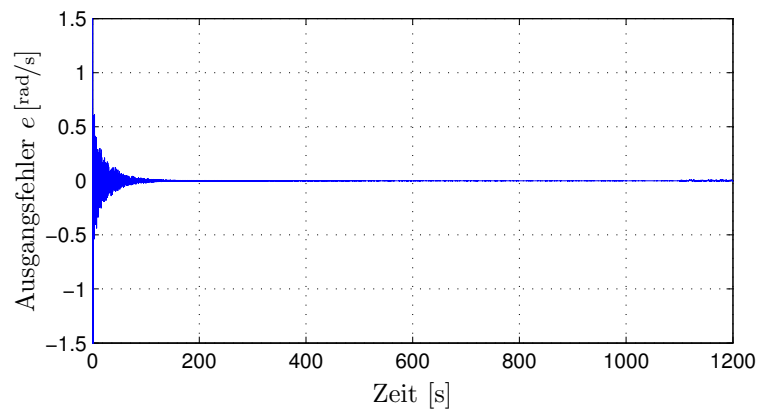


Abb. 6.21: Verlauf des Ausgangsfehlers e

Es werden sämtliche linearen Parameter und die statische Nichtlinearität exakt identifiziert. In Abbildung 6.21 ist zu erkennen, dass mit fortlaufender Identifikation der Ausgangsfehler e gegen Null strebt. Auch in der Validierungsphase ergibt sich kein Ausgangsfehler.

Identifikation ohne genaue Strukturkenntnis

Im vorherigen Abschnitt wurde vorausgesetzt, dass die Struktur der zusätzlichen linearen Übertragungsfunktion $F(s)$ bekannt ist. Anhand des bereits dargestellten Ein-Massen-Systems soll im Folgenden simulativ gezeigt werden, wie sich das strukturierte rekurrente Netz verhält, wenn die Systemstruktur der zusätzlichen linearen Übertragungsfunktion nicht genau bekannt ist. Hierfür wird im rekurrenten Netz der Einfluss der zweiten Umrichterzeitkonstanten $T_{A,II}$ vernachlässigt.

Somit ergibt sich für das rekurrente Netz der Parametervektor \hat{w} zu

$$\hat{w} = [\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Psi}_2 \quad \hat{\Psi}_3 \quad \hat{\Theta}_{\mathcal{NL}}]^T$$

Entsprechend vereinfacht sich das rekurrente Netz (Siehe Anhang F.3).

Die für diese Identifikation relevanten Parameter und Ergebnisse sind in Tabelle 6.3 zusammengefasst. In den Abbildungen 6.22 bis 6.25 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierte statische Nichtlinearität dargestellt. Abbildung 6.26 zeigt schließlich den Fehlerverlauf während der Identifikation.

Parameter	Strecke	Startwert	Ergebnis	η
$T_{A,I}$	3 ms	3.6 ms	3.0163 ms	10
J_{ges}	0.496 kg m ²	0.595 kg m ²	0.494 kg m ²	0.001
T	10 ms	12.5 ms	12.227 ms	50
\mathcal{NL}	Abb. 6.25	0	Abb. 6.25	10
Beobachter	$l_1 = 0$ $l_2 = -63$	$l_3 = 0$	$l_4 = 0$	

Tabelle 6.3: Parameter und Ergebnisse der simulativen Identifikation des Ein-Massen-Systems mit einem rekurrentem Netz mit nicht genau bekannter Struktur von $F(s)$

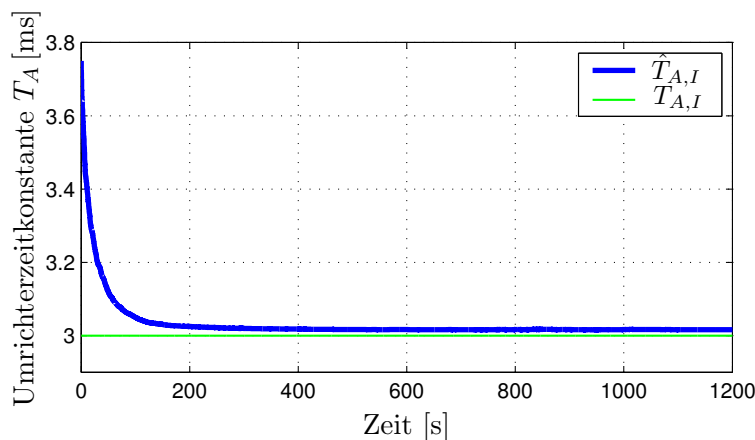


Abb. 6.22: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$

Wie Tabelle 6.3 und den Abbildungen 6.22 bis 6.24 zu entnehmen ist, wird keiner der linearen Parameter korrekt identifiziert. Lediglich das Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität ist als gut zu bezeichnen. Dies und der deutlich größere Fehler während der Validierungsphase zeigen, dass das rekurrente Netz nicht in der Lage ist, das System genau zu identifizieren, wenn die Struktur der zusätzlichen Übertragungsfunktion $F(s)$ nicht genau bekannt ist.

Vergleicht man in Abbildung 6.27 die Sprungantworten der vorgegebenen linearen Übertragungsfunktion $F(s)$ mit der geschätzten Übertragungsfunktion, welche

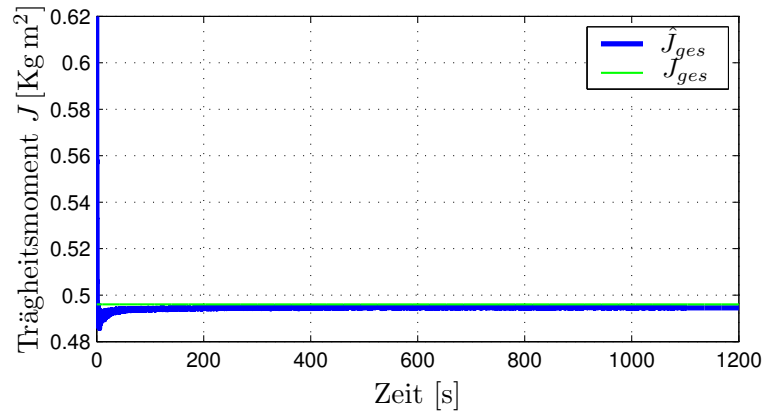


Abb. 6.23: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_{ges}

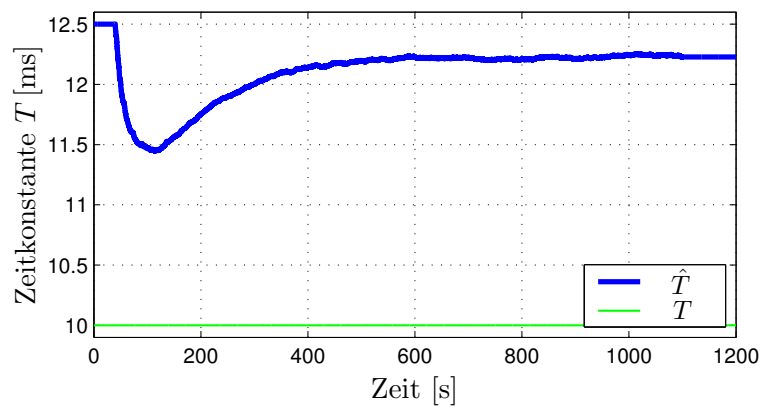


Abb. 6.24: Identifikationsverlauf der Zeitkonstante \hat{T}

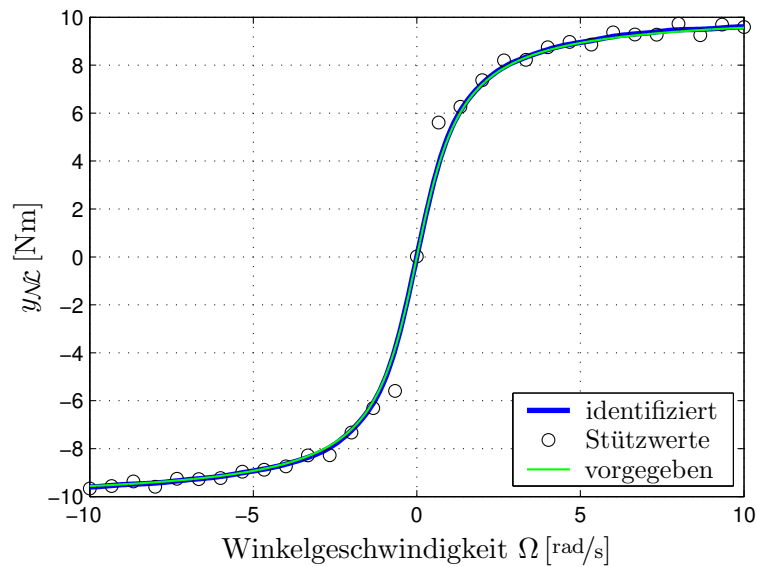


Abb. 6.25: Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität $\hat{\mathcal{N}}$

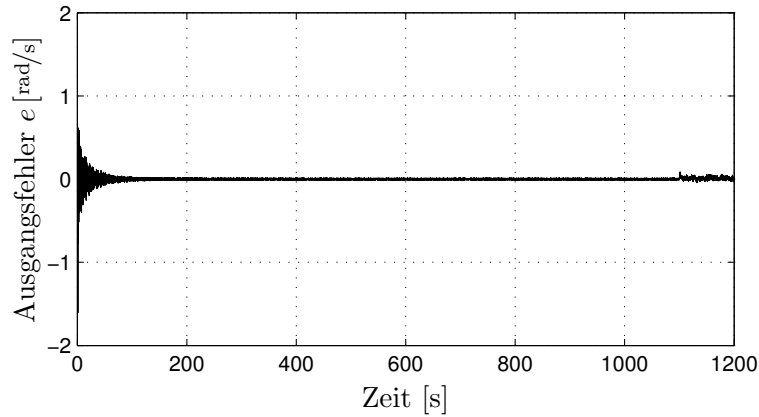


Abb. 6.26: Verlauf des Ausgangsfehlers e

durch die Zeitkonstante $\frac{1}{\Psi_3}$ beschrieben wird, so ist festzustellen, dass das rekurrente Netz versucht, die vorgegebene Dynamik nur mit Hilfe einer Zeitkonstante zu approximieren.

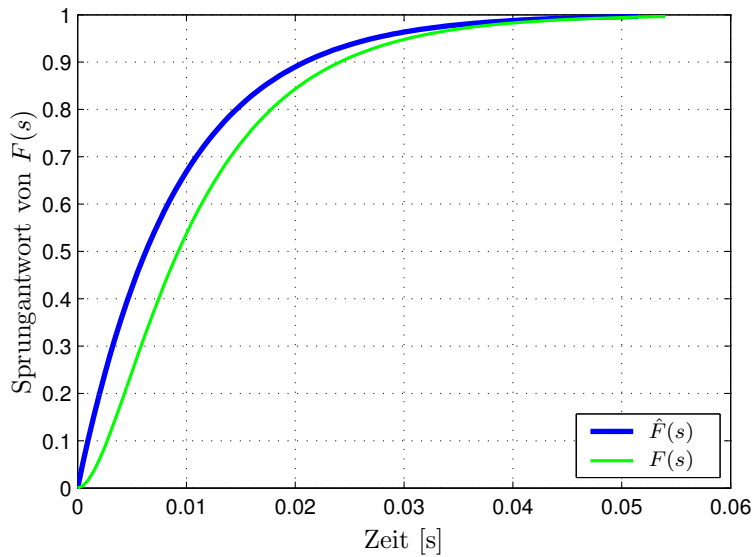


Abb. 6.27: Vergleich der Sprungantworten von vorgegebener und identifizierter Übertragungsfunktion

6.4 Identifikation an der Versuchsanlage

In den bisherigen Betrachtungen wurde die Reibung, die an der realen Anlage auftritt, vernachlässigt. Um das vorgestellte Verfahren an der realen Versuchsanlage zu validieren, wird das bisher verwendete Modell um die Reibung erweitert. Außerdem

wird die aus Kapitel 4 bekannte maschinenlageabhängige Umrichternichtlinearität ebenfalls in das Modell miteinbezogen.

In Abbildung 6.28 ist das Ein-Massen-System mit den zusätzlich modellierten Nichtlinearitäten dargestellt.

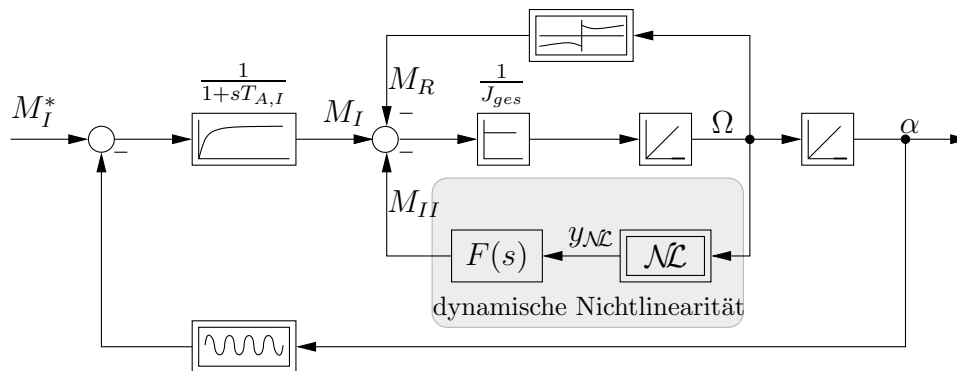


Abb. 6.28: Strecke mit modellierter Reibung und maschinenlageabhängiger Umrichternichtlinearität

Sowohl die Reibung als auch die Umrichterschwingungen werden aus Rechenzeitgründen an dieser Stelle nicht identifiziert, sondern es werden bereits bekannte Identifikationsergebnisse zur Modellierung verwendet.

6.4.1 Online-Identifikation

Nach der Erweiterung um die zusätzlichen Nichtlinearitäten wird die Identifikation mit dem Hammerstein-Ansatz online an der realen Anlage durchgeführt.

Als Anregung dient ein pseudobinäres Rauschsignal mit einer Haltezeit von 0.25 s. Die Strecke wird in eine Drehzahlregelung mit einem P-Regler eingebunden, der am Ausgang des rekurrenten Netzes eine Drehzahl im Bereich $\pm 10 \text{ rad/s}$ gewährleisten soll.

Aufgrund des hohen Rechenaufwandes eines Identifikationsschrittes kann die Identifikation an der Anlage nicht mit der in der Simulation verwendeten Abtastzeit von $h = 1 \text{ ms}$ durchgeführt werden. Die Online-Identifikation wird daher mit einer Abtastzeit von $h = 2 \text{ ms}$ durchgeführt. Zusätzlich werden die Anzahl der verwendeten Basisfunktionen m_r und die Anzahl der GRNN-Stützstellen so niedrig gewählt, dass gerade noch eine aussagekräftige Identifikation gewährleistet werden kann.

Zu identifizieren ist unter anderem die Zeitkonstante T_a des Umrichters, die etwa 3 ms beträgt. Nach dem Shannonschen Abtasttheorem

$$T_g \geq 2 \cdot h \quad (6.15)$$

muss die zweifache Abtastzeit kleiner oder gleich der kleinsten Zeitkonstante sein. Für gute Abtastergebnisse wird sogar eine Abtastzeit zehn mal kleiner als die kleinste Zeitkonstante empfohlen. Da hier nicht einmal das Shannonsche Theorem eingehalten werden kann, ist eine sehr ungenaue Identifikation der Zeitkonstante zu erwarten.

Alle für die Identifikation relevanten Parameter und Ergebnisse sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. In den Abbildungen 6.29 bis 6.32 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierte statische Nichtlinearität dargestellt. Abbildung 6.32 zeigt schließlich den Fehlerverlauf während der Identifikation.

Parameter	Erwartungswert	Startwert	Ergebnis
$T_{A,I}$	3 ms	3.75 ms	5.62 ms
J_{ges}	0.498 kg m ²	0.62 kg m ²	0.496 kg m ²
\mathcal{N}	Abb. 6.31	0	Abb. 6.31
Beobachter	$l_1 = 0 \quad l_2 = -63$		
Hammerstein	$m = 60 \quad m_r = 6 \quad r = 22 \quad \bar{\sigma} = 2 \quad \zeta = 13$		

Tabelle 6.4: Parameter und Ergebnisse der Identifikation an der Versuchsanlage

An der realen Anlage sind alle gemessenen Signale mit Messrauschen überlagert. Ebenfalls ist zu beachten, dass die Anfangszustände der Anlage und des rekurrenten Netzes unterschiedlich sind, und deshalb ein Einschwingen des Beobachters stattfindet. Im Zeitraum bis 1100 s findet das Lernen der Parameter statt. Um das Identifikationsergebnis zu validieren, wird das Lernen ab 1100 s abgeschaltet und die Beobachterrückführungen \underline{l} deaktiviert. Das rekurrente Netz läuft damit als Parallelmodell zur Anlage.

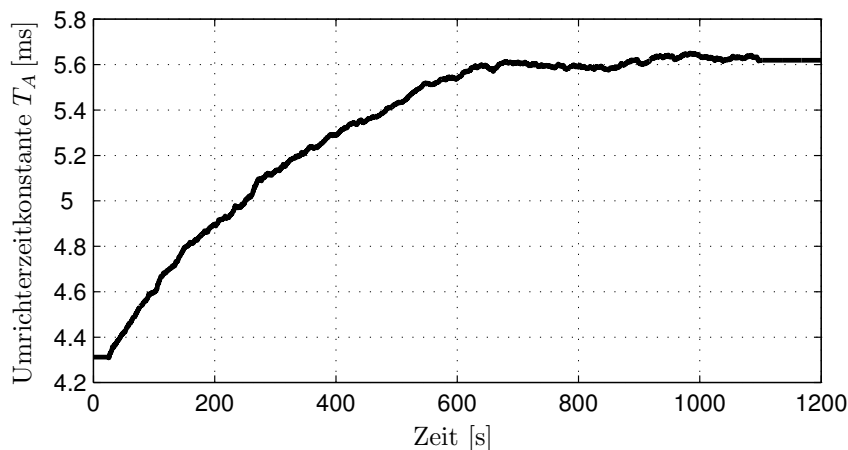


Abb. 6.29: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$

Abbildung 6.29 zeigt den Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$. Wie

erwartet, konvergiert $\hat{T}_{A,I}$ bei einer Abtastzeit von $h = 2 \text{ ms}$ nicht gegen den erwarteten Wert von 3 ms .

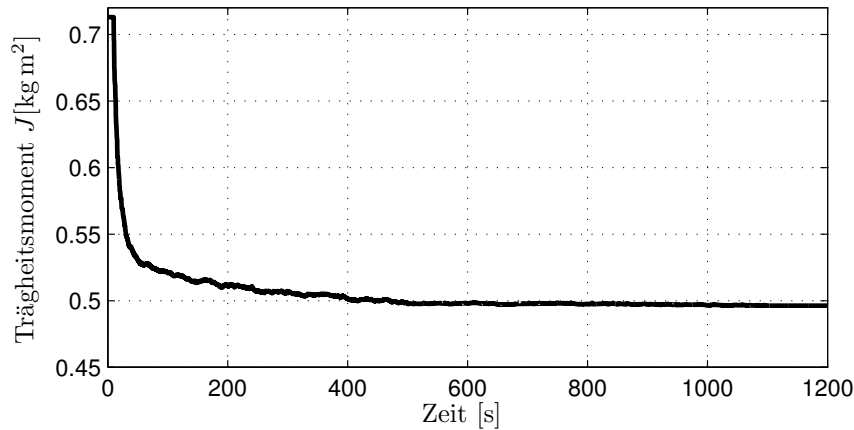


Abb. 6.30: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_{ges}

Das identifizierte Massenträgheitsmoment $\hat{J}_{ges} = 0.496 \text{ kg m}^2$ (Abbildung 6.30) stimmt jedoch mit dem für die Anlage berechneten Wert $J_{ges} = 0.498 \text{ kg m}^2$ sehr gut überein.

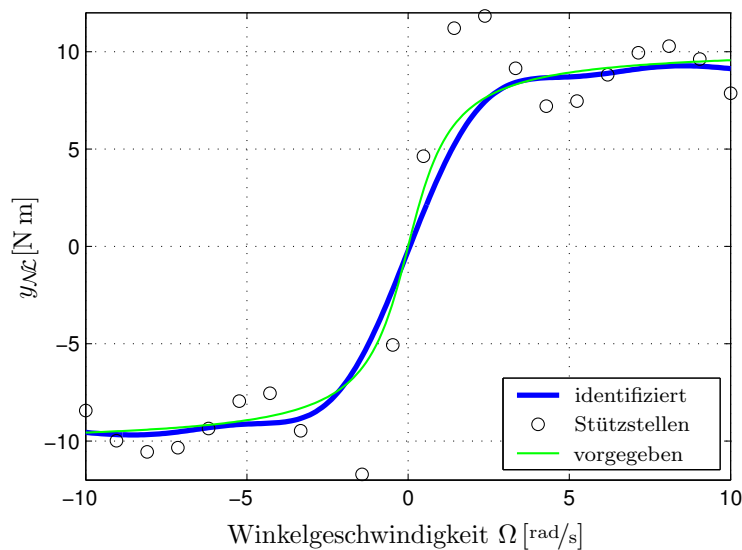


Abb. 6.31: Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität $\hat{\mathcal{N}}_{\mathcal{L}}$

Das Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität in Abbildung 6.31 stimmt unter Berücksichtigung der geringen Stützwertzahl und der wenigen Basisfunktionen sehr gut mit der vorgegebenen Nichtlinearität überein.

Der Ausgangsfehlerverlauf in Abbildung 6.32 zeigt, dass der Ausgangsfehler während der Identifikation bis auf das Messrauschen zurückgeht und im Parallelbetrieb konstant bleibt. Er ist zwar größer als am Ende des Identifikationsphase jedoch kleiner als zu Beginn des Identifikationsvorganges.

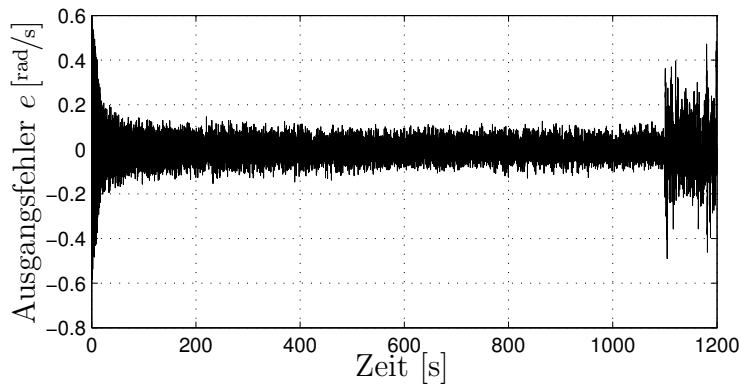


Abb. 6.32: Ausgangsfehlerverlauf e während der Identifikation

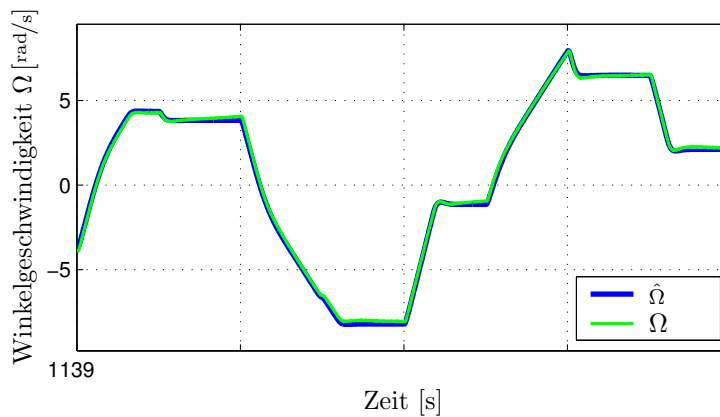


Abb. 6.33: Vergleich der Winkelgeschwindigkeiten Ω und $\hat{\Omega}$ während der Verifikation

Der Vergleich von geschätzter und gemessener Winkelgeschwindigkeit in Abbildung 6.33 zeigt ebenfalls das gute Folgerverhalten nach Abschluss der Identifikation.

6.4.2 „Quasi“-online Identifikation

Um die Identifikation an der Anlage mit einer Abtastzeit von $h = 1 \text{ ms}$ durchführen zu können, wird an der Anlage ein Datensatz aufgenommen. Mit Hilfe dieses Datensatzes wird am Rechner die Identifikation „quasi“-online durchgeführt.

Da bei der „Quasi“-online Identifikation keine Echtzeitanforderungen auftreten, kann hier die Zahl der verwendeten Basisfunktionen und die Anzahl der Stützstellen des GRNN erhöht werden. Mit der Abtastzeit von $h = 1 \text{ ms}$ wird nun das Shannonsche Abtasttheorem aus Gleichung (6.15) eingehalten.

Parameter und Ergebnisse der Identifikation sind in Tabelle 6.5 zusammengefasst. In den Abbildungen 6.34 bis 6.36 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierte statische Nichtlinearität dargestellt. In Abbildung 6.37 ist ein Vergleich der identifizierten und der vorgegebenen Impulsantwort abgebildet. Ab-

bildung 6.38 zeigt schließlich den Fehlerverlauf während der Identifikation.

Parameter	Erwartungswert	Startwert	Ergebnis
$T_{A,I}$	3 ms	3.75 ms	3.68 ms
J_{ges}	0.498 kg m ²	0.62 kg m ²	0.496 kg m ²
\mathcal{NL}	Abb. 6.36	0	Abb. 6.36
Beobachter	$l_1 = 0 \quad l_2 = -63$		
Hammerstein	$m = 60 \quad m_r = 10 \quad r = 52 \quad \bar{\sigma} = 2 \quad \zeta = 13$		

Tabelle 6.5: Parameter und Ergebnisse der „Quasi“-online Identifikation

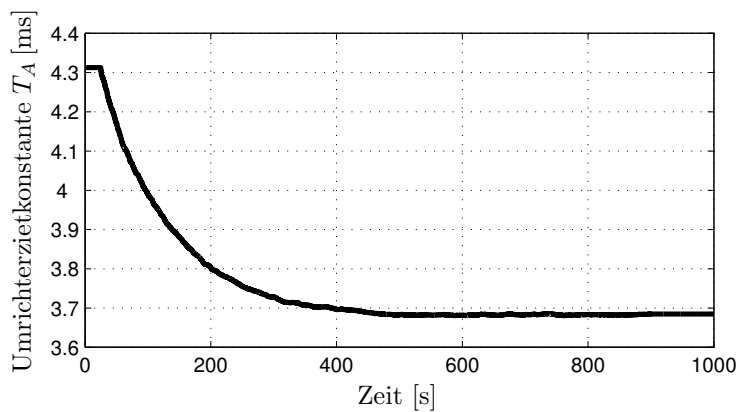


Abb. 6.34: Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$

Abbildung 6.34 zeigt den Identifikationsverlauf der Umrichterzeitkonstante $\hat{T}_{A,I}$. Der identifizierte Wert von $\hat{T}_{A,I} = 3.68$ ms stimmt sehr gut mit den Erfahrungswerten überein.

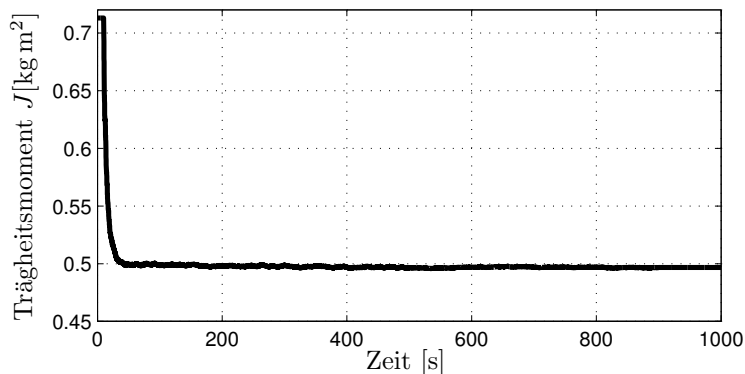


Abb. 6.35: Identifikationsverlauf des Trägheitsmomentes \hat{J}_{ges}

Das Massenträgheitsmoment wird wiederum sehr gut identifiziert ($\hat{J}_{ges} = 0.496$ kg m²).

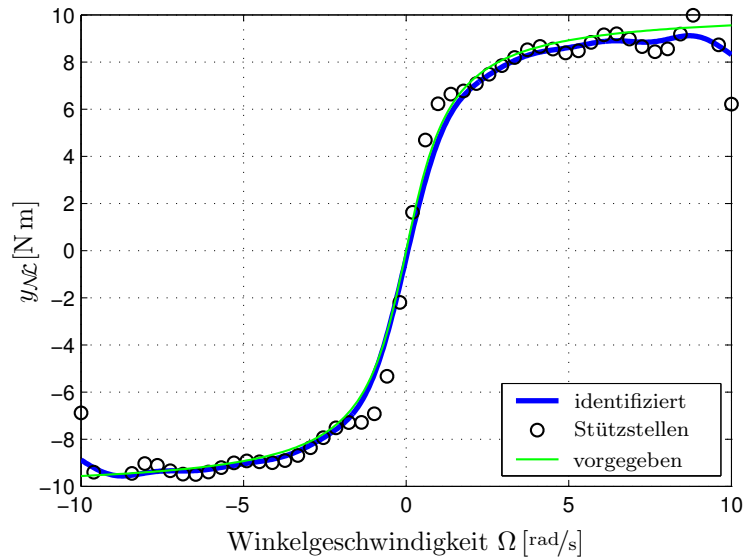


Abb. 6.36: Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität $\widehat{\mathcal{NL}}$

Das Identifikationsergebnis der statischen Nichtlinearität in Abbildung 6.36 stimmt nun aufgrund der größeren Stützwertzahl und der erhöhten Anzahl an Basisfunktionen deutlich besser mit der vorgegebenen Nichtlinearität überein als dies in Abschnitt 6.4.1 der Fall war.

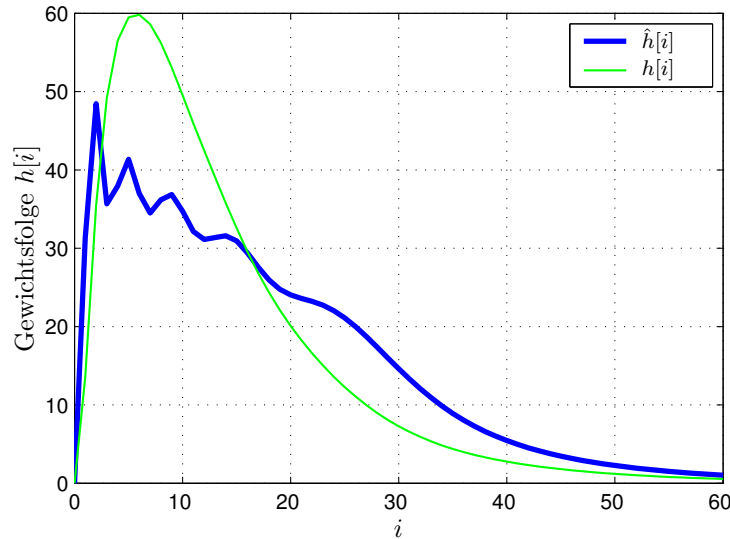


Abb. 6.37: Identifikationsergebnis der Gewichtsfolge von $\widehat{\mathcal{NL}}_{dyn}$

Bei dem Vergleich von identifizierter und vorgegebener Gewichtsfolge von $\widehat{\mathcal{NL}}_{dyn}$ sind die bereits aus Abschnitt 6.3.2 bekannten Abweichungen aufgrund der zu großen Abtastzeit und der nach wie vor zu geringen Anzahl an Basisfunktionen zu erkennen.

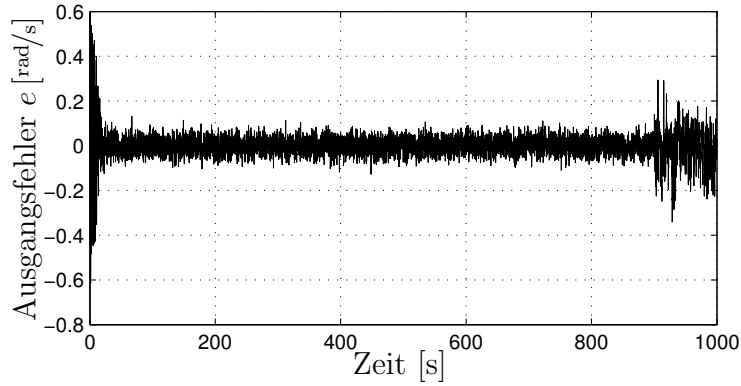


Abb. 6.38: Ausgangsfehlerverlauf e während der Identifikation

Der Ausgangsfehlerverlauf in Abbildung 6.38 zeigt, dass der Ausgangsfehler während der Identifikation bis auf das Messrauschen zurückgeht. Ebenfalls zu sehen ist, dass der Ausgangsfehler im Parallelbetrieb konstant bleibt, er zwar größer ist als am Ende des Identifikationsphase, jedoch deutlich kleiner ist als zu Beginn des Identifikationsvorganges und kleiner als in Abbildung 6.32.

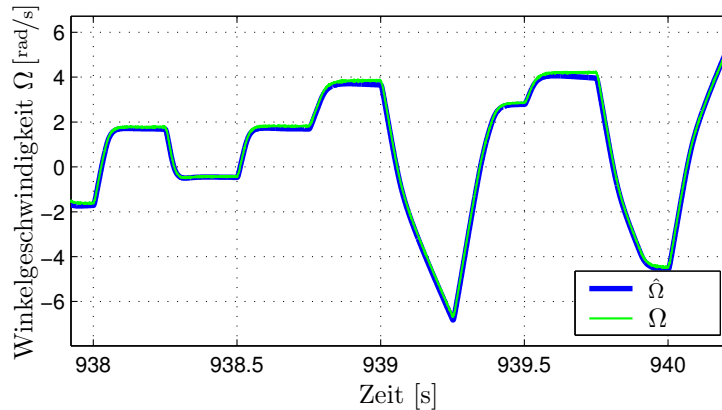


Abb. 6.39: Vergleich der Winkelgeschwindigkeiten Ω und $\hat{\Omega}$ während der Verifikation

Der in Abbildung 6.39 dargestellte Vergleich von geschätzter und gemessener Winkelgeschwindigkeit während der Validierungsphase zeigt wiederum eine sehr gute Übereinstimmung.

6.5 Kurzzusammenfassung

In diesem Kapitel wurde zunächst gezeigt, wie ein GRNN vorteilhaft zur Identifikation dynamischer Nichtlinearitäten eingesetzt werden kann. Hierfür wurde der Polynom-Ansatz des Hammerstein-Modells durch ein GRNN ersetzt. Da sich das Ausgangssignal dieses Ansatzes aus der Multiplikation eines Stützwertevektors mit einem Aktivierungsvektor zusammensetzt, kann dieses Verfahren analog zur Identifikation statischer Nichtlinearitäten in einem rekurrenten Netz eingesetzt werden. Somit ist es nun möglich, neben den linearen Parametern und statischen Nichtlinearitäten auch unbekannte bzw. nichtmodellerte lineare Dynamiken, welche zusammen mit den statischen Nichtlinearitäten als dynamische Nichtlinearität aufgefasst werden, mit einem strukturierten rekurrenten Netz zu identifizieren.

Simulationsbeispiele zeigen das Potential dieser Erweiterung. Außerdem wird das Verfahren an der Versuchsanlage getestet. Hierbei zeigte sich ein Nachteil: Die Erweiterung macht das Verfahren sehr rechenzeitintensiv. Allerdings wurde gezeigt, dass auch mit einer geringen Anzahl an Parametern und einer relativ großen Abtastzeit gute Identifikationsergebnisse erzielt werden können. So können insbesondere das Trägheitsmoment und die statische Nichtlinearität sehr genau identifiziert werden, da ihre Adaption den Ausgangsfehler wesentlich beeinflusst. Umgeht man die Rechenzeitproblematik, indem ein höher abgetasteter Datensatz aufgenommen wird, so erhält man in einer „Quasi“-online Identifikation noch bessere Ergebnisse. Dies bedeutet, dass das vorgestellte Verfahren bei ausreichender Rechenleistung echtzeitfähig ist.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Als Abschluss der vorliegenden Arbeit sollen die wichtigsten Ergebnisse nochmals zusammengefasst und ein Ausblick auf weiterführende Arbeiten gegeben werden.

Ausgehend von bekannten neuronalen Ansätzen zur Identifikation statischer Nichtlinearitäten und nichtlinearer dynamischer Prozesse wurde in dieser Arbeit ein strukturiertes rekurrentes Netz entwickelt. Im Gegensatz zu den bisher bekannten Methoden eignet sich dieses Verfahren zur gleichzeitigen Identifikation von linearen Parametern und nichtlinearen Charakteristiken.

Hierfür wurde in dieser Arbeit eine geschlossene mathematische Darstellung des Identifikationsverfahrens vorgestellt. Diese Darstellung beruht auf der Zustandsbeschreibung des zu identifizierenden Systems. Als Lerngesetz wurde in dieser Arbeit das Gradientenabstiegsverfahren eingesetzt. Die für dieses Verfahren erforderliche Berechnung der partiellen Ableitungen des Systemausgangs nach den Gewichten des rekurrenten Netzes ist in der Darstellung des Identifikationsverfahrens enthalten und entspricht in ihrer wesentlichen Struktur der diskreten Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes.

Durch die Implementierung des Netzes in einer Beobachterstruktur entfällt das Problem einer Anfangswertbestimmung. Zudem kann durch eine geeignete Wahl der Rückführkoeffizienten auf eine Filterung der Messsignale verzichtet werden. Das bekannte Problem von divergierenden Zuständen im rekurrenten Netz wurde bisher mit aufwendigen iterativen Methoden gelöst. In dem vorgestellten Ansatz wurde dieses Problem durch die einfach zu implementierende negative Rückkopplung des Ausgangsfehlers gelöst. Hierdurch wurde die Echtzeitfähigkeit von strukturierten rekurrenten Netzen erstmals ermöglicht.

Ein weiterer Vorteil dieses Verfahrens ist neben der physikalischen Interpretierbarkeit der Identifikationsergebnisse die Möglichkeit, einen beliebig genauen Integrationsalgorithmus zu verwenden.

Um die Identifikation grundsätzlich durchführen zu können, müssen die Ein- und Ausgangsgrößen des Systems bekannt sein. Im Fall des in dieser Arbeit untersuchten Zwei-Massen-Systems war das Luftspaltdrehmoment der Antriebsmaschine die Eingangsgröße, während die Drehzahl der Antriebsmaschine die Ausgangsgröße darstellte. In der zur Validierung eingesetzten Versuchsanlage konnte die Drehzahl der Antriebsmaschine gemessen werden, aber das Luftspaltdrehmoment nicht. Um letz-

teres zu berechnen, wurde zunächst ein Modell des Umrichters entwickelt und identifiziert. Anschließend wurde mit dem vorgestellten Ansatz ein nichtlineares aber losefreies Zwei-Massen-System identifiziert. Die Validierung des losefreien Zwei-Massen-Systems an der Versuchsanlage zeigte, dass die linearen Parameter und die Nichtlinearitäten sehr genau identifiziert wurden. Die Identifikationsergebnisse entsprachen den messtechnisch bzw. rechnerisch bestimmten Anlagedaten.

Nach der erfolgreichen Validierung des Verfahrens an der losefreien Versuchsanlage wurde der Ansatz dahingehend erweitert, dass auch ein losebehaftetes Zwei-Massen-System identifiziert werden konnte. Zur Durchführung der Identifikation eines losebehafteten Zwei-Massen-Systems, wurde die Lose als Totzone mit einem Parameter der Loseweite dargestellt. Um die Dämpfung der Welle beschreiben zu können, war eine numerische Differentiation erforderlich. Aufgrund dieser Differentiation und dem strukturumschaltenden Effekt der Lose war diese Systemkonfiguration numerisch sehr empfindlich und erforderte kleine Abtastzeiten. Das numerische Verhalten des Systems konnte durch eine exaktere Integrationsmethode als die hier eingesetzte Euler-Vorwärts-Approximation verbessert werden. Mit der in dieser Arbeit vorgestellten Darstellung der Identifikation wird die Verwendung einer beliebigen numerischen Integrationsmethode grundsätzlich ermöglicht. An der Versuchsanlage zeigte sich aber, dass genauere Integrationsmethoden aufgrund der wesentlich höheren Rechenzeitanforderung derzeit nicht echtzeitfähig sind, ohne dass die Abtastfrequenz verringert wird. Letzteres würde allerdings die Verbesserung durch die Integrationsmethode wieder kompensieren.

Unter den idealisierten Bedingungen einer Simulationsumgebung wurden sämtliche linearen Parameter und nichtlineare Charakteristiken des losebehafteten Zwei-Massen-Systems richtig identifiziert. Für die realen Bedingungen an der Versuchsanlage ist diese Modellierung nicht ausreichend. Aus diesem Grund wurde die Beschreibung der Lose um einen idealisierten Stoßvorgang erweitert. Mit dieser Modellierung ergaben sich bei der Validierung an der Versuchsanlage leicht von den gemessenen bzw. berechneten Anlagedaten abweichende Identifikationsergebnisse (5% Abweichung), während die Identifikation in der Simulationsumgebung (kein Messrauschen, Struktur von rekurrentem Netz und Strecke sind identisch) exakt durchgeführt werden konnte. Die Ursache für die leichten Abweichungen der Identifikationsergebnisse lag in der Idealisierung des Stoßvorgangs beim Eingreifen der Lose. Durch diese Vereinfachung entsprach die Struktur des rekurrenten Netzes nicht exakt der Strecke. An der Versuchsanlage zeigte sich aber, dass dieses Modell bereits so genau war, dass das rekurrente Netz, nach Abklingen der durch das Eingreifen der Lose verursachten Schwingungen, als Parallelmodell zur realen Strecke arbeitete, ohne dass die vom rekurrenten Netz geschätzte Drehzahl und die an der Anlage gemessene Drehzahl auseinanderdrifteten. Die durch das Eingreifen der Lose verursachten Schwingungen könnten berücksichtigt werden, indem die Loseapproximation durch Einführung weiterer Dynamiken verbessert werden würde. Bedenkt man allerdings, dass der Parallellauf von gelerntem rekurrentem Netz und realer Anlage ein Extremfall ist und nur zur Veranschaulichung der Identifikationsergebnisse dient, ist dieser Mehraufwand

nur in den seltensten Fällen notwendig. Im Allgemeinen wird die Beobachterstruktur beibehalten und somit der Ausgangsfehler weiterhin vergleichsweise gering sein.

Nach dem Test an einer Laboranlage wurde ein strukturiertes rekurrentes Netz zur Bestimmung der physikalisch relevanten Parameter einer kommerziellen Drosselklappe verwendet. Aufbauend auf diesen Ergebnissen wurde die Regelung dieser Drosselklappe entscheidend verbessert, indem ein PI-Zustandsregler mit nichtlinearem Beobachter entworfen wurde. Dieser Regler ist den häufig eingesetzten PID-Reglern bezüglich Regeldynamik und Regelgenauigkeit deutlich überlegen.

Im letzten Abschnitt dieser Arbeit wurde die Theorie zur Identifikation nichtlinearer blockorientierter Systeme mit Hilfe der Volterra-Reihe in das vorgestellte Verfahren integriert. Es ist nun möglich, die Parameter und nichtlinearen Charakteristiken sowohl der genau als auch der ungenau modellierten Teilsysteme gleichzeitig zu identifizieren.

Durch die Identifikation der physikalisch relevanten linearen Parameter und nichtlinearen Charakteristiken (statisch bzw. dynamisch) können die Zustände wesentlich genauer geschätzt werden, wodurch eine Zustandsregelung grundsätzlich verbessert werden kann. Damit kann in einer weiterführenden Arbeit mit dem vorgestellten Ansatz eine nichtlineare adaptive Zustandsregelung entwickelt werden. Es ist jedoch hierbei Voraussetzung, das Identifikationsverfahren so zu erweitern, dass es unterscheiden kann, ob eine Änderung des Systemausgangs auf Grund einer Parameteränderung oder durch eine Störung hervorgerufen wird.

Mit dem Trend zu immer komplexer werdenden mechatronischen Systemen erhöhen sich stetig die Anforderungen an die Regelungstechnik. Um dem damit verbundenen erhöhten Identifikationsaufwand gerecht zu werden, ist die Entwicklung und Verfeinerung intelligenter und effizienter Lernverfahren für die vorgestellten rekurrenten Netze Aufgabe zukünftiger Forschungsarbeiten.

A Formelzeichen

∇	Nabla-Operator
$\alpha / \tilde{\alpha} / \hat{\alpha}$	Maschinenlage (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
α_i	Momentumterm
$\Delta\alpha$	Differenzwinkel der Maschinenlage $\Delta\alpha = \alpha_I - \alpha_{II}$
$\Delta\hat{\alpha}_{out}$	Ausgang des Loseapproximators
ϵ	Stoßkoeffizient
ζ	Grad der Verzerrung von Basisfunktionen
η_i	Lernschrittweiten
$\underline{\lambda}$	Eigenwert des kontinuierlichen Systems (linearer Anteil)
$\tilde{\lambda}$	Eigenwert des kontinuierlichen Beobachters (linearer Anteil)
λ_i	Rückkopplungen der Kontextzellen bei Jordan- und Elman-Netzen
σ	Glättungsfaktor in statischen Neuronalen Netzen mit Basisfunktionen
$\hat{\Psi}_i$	zu identifizierender Parameter des linearen Systemanteils
Ω^*	Sollwert der Winkelgeschwindigkeit
Ω_d	Regeldifferenz eines Drehzahlregelkreises
$\Omega / \tilde{\Omega} / \hat{\Omega}$	Winkelgeschwindigkeit (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
$\Delta\Omega$	Winkelgeschwindigkeitsabweichung $\Omega - \hat{\Omega}$
$\hat{\Theta}_{ij}$ bzw. $\hat{\Theta}_i$	Gewichte eines statischen Neuronalen Netzes
$\underline{\hat{\Theta}}$	Vektor mit den Gewichten eines statischen Neuronalen Netzes und Vektor mit den zu trainierenden Gewichten des Volterra-Ansatzes
$\hat{\Theta}_L$	halbe Loseweite
$\hat{\Theta}_{S1} , \hat{\Theta}_{S2}$	Stoßparameter des Loseapproximators
$\underline{\hat{\Theta}}_{Lose}$	Parametervektor des Loseapproximators
$\underline{\hat{\Theta}}_{Reib}$	Parametervektor zur Approximation der Reibung
$\underline{\hat{\Theta}}_{HANN}$	Parametervektor zur Approximation der maschinenlage-abhängigen Nichtlinearität

Φ	Parameterfehlervektor der statischen Nichtlinearität $\Phi = \hat{\Theta} - \Theta$
ξ_j	Stützstellen eines statischen Neuronalen Netzes mit Basisfunktionen
φ_{DK}^*	Sollwinkel der Drosselklappe
φ_{DK}	Winkel (Lage) der Drosselklappe
$\dot{\varphi}_{DK}$	Winkelgeschwindigkeit der Drosselklappe
φ_M	Winkel (Lage) der GNM
$\dot{\varphi}_M$	Winkelgeschwindigkeit der GNM
$\mathcal{A}_j, \mathcal{A}_{\mathcal{N},j}$	Aktivierungen (Basisfunktionen) eines statischen Neuronalen Netzes mit Basisfunktionen
$\underline{A}_{dyn}[k]$	dynamische Aktivierung der Volterra-Reihe
$\underline{A} / \tilde{\underline{A}} / \hat{\underline{A}}$	Systemmatrix (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
$\tilde{\underline{A}}_{\text{beo}}$	Systemmatrix des kontinuierlichen Luenberger-Beobachters
$\hat{\underline{A}}_{\text{rek}}$	Systemmatrix des zum Luenberger-Beobachter erweiterten rekurrenten Netzes
a	Loseweite
$a_0 \dots a_q$	Koeffizienten eines Polynoms q -ter Ordnung
$\underline{b} / \tilde{\underline{b}} / \hat{\underline{b}}$	Einkopplungsvektor (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
\underline{C}	Matrix der Cholesky-Zerlegung der Rekonstruktionsmatrix
$\underline{c} / \tilde{\underline{c}} / \hat{\underline{c}}$	Auskopplungsvektor (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
c	Federsteifigkeit der elastischen Welle und Steigung einer Transferfunktion für MLP-Netze
d	Dämpfungsmaß der elastischen Welle und Durchgriff des Systems
e	Ausgangs- bzw. Beobachterfehler ($e = y - \hat{y}$)
e_e	Erweiterter Fehler
$\underline{e}_{\mathcal{N}}$	Einkopplungsvektor der Nichtlinearität
E	Quadratischer Fehler
$F(s)$	Allgemeine Übertragungsfunktion (im Laplace-Bereich) eines LTI-Systems
$F_M(s)$	Übertragungsfunktion der Mechanik einer elektrischen Maschine (im Laplace-Bereich)
$F_R(s)$	Übertragungsfunktion eines Reglers (im Laplace-Bereich)
$F_S(s)$	Streckenübertragungsfunktion (im Laplace-Bereich)
$F_U(s)$	Übertragungsfunktion des Drehmomentenregelkreises im Umrichter (im Laplace-Bereich)

\mathbf{F}	Einkopplung bei der Berechnung der partiellen Ableitungen
\underline{f}_i	Spalten der Matrix \mathbf{F}
\underline{f}_{zi}	Zeilen der Matrix \mathbf{F}
$\underline{f}(\cdot)$	Allgemeine nichtlineare dynamische Funktion
g_0	Beharrungswert der Volterra-Reihe
$g[i_1 \dots i_q]$	Elemente des Volterra-Kerns q -ten Grades für die allgemeine Volterra-Reihe
$g[i_1 \dots i_q]$	Elemente des Volterra-Kerns q -ten Grades für die vereinfachte Volterra-Reihe
\underline{G}	Vektor mit den Elementen der Volterra-Kerne
h	Abtastzeit
$h[i]$	Elemente der Gewichtsfolge zur Beschreibung einer Impulsantwort
$H(s)$	Fehlerübertragungsfunktion (im Laplace-Bereich)
I	Einheitsmatrix
I_A	Ankerstrom der GNM
i	Laufindex über die einzelnen Elemente eines Vektors
$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}}$	Jacobi-Matrix der geschätzten Zustände zum Abtastschritt k
J	Massenträgheitsmoment
j	Laufindex über die Neuronen eines statischen Neuronalen Netzes mit Basisfunktionen
k	Aktueller Abtastschritt
$\mathbf{K} / \tilde{\mathbf{K}} / \hat{\mathbf{K}}$	Kopplungsmatrix der Nichtlinearitäten (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
K_D	D-Verstärkung des PID-Reglers
K_I	I-Verstärkung des PID-Reglers und Zeitkonstante des PI-Zustandsreglers
K_P	P-Verstärkung des PID-Reglers und des PI-Zustandsreglers
\mathcal{L}	Nichtlineare Losecharakteristik
l	Laufindex über die einzelnen Elemente eines Vektors und Iterationsindex eines Offline-Lernverfahrens
\underline{l} und $\tilde{\underline{l}} / \hat{\underline{l}}$	Beobachterkoeffizienten (kont. Beobachter/rek.Netz)
m	Antwortlänge der Impulsantwort
m_r	Anzahl der Basisfunktionen
\dot{m}_L	Luftmassenstrom des Verbrennungsmotors
$M / \tilde{M} / \hat{M}$	(Motor-) Drehmoment (real/kont. geschätzt /dis. geschätzt)
M^*	(Motor-) Drehmomentsollwert

M_C	Federmoment der linearen Torsionsfeder
M_D	Dämpfungsmoment der linearen Torsionsfeder
M_F	Federmoment der nichtlinearen Rückstellfeder
M_R	Reibungsdrehmoment
M_W	Wellenmoment
N	Eingangsdimension einer statischen Nichtlinearität
\mathcal{N}	statische Nichtlinearität
\mathcal{N}_{dyn}	dynamische Nichtlinearität
$\underline{\mathcal{N}} / \tilde{\mathcal{N}} / \widehat{\mathcal{N}}$	Nichtlinearitätenvektor (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
\mathcal{N}_F	nichtlineare Federcharakteristik
\mathcal{N}_R	nichtlineare Reibcharakteristik
n	Anzahl der kontinuierlichen Systemzustände
n_d	Anzahl der Verzögerungsneuronen im rekurrenten Netz
P	Periodendauer einer periodischen Funktion
\underline{P}	Parametervektor zur Identifikation der Drosselklappe
p	Anzahl aller zu identifizierenden Gewichte
q	Anzahl der statischen Nichtlinearitäten und Grad eines Polynoms
\mathcal{R}	Nichtlineare Reibcharakteristik
$\mathbf{R} / \tilde{\mathbf{R}}$	Rekonstruktionsmatrix der Basisfunktionen (normal/orthonormiert)
r	Anzahl der Stützstellen eines statischen Funktionsapproximators
s	Laplace-Operator
T_{u12}	Periodendauer der Maschinenspannung U_{12}
T_A	Verzögerung des Stromaufbaus (Umrichterparameter)
T_{aus}	$\pm 2\%$ -Ausregelzeit eines Regelkreises
T_{ersU}	Zeitkonstante der Umrichterübertragungsfunktion (PT ₁ -Glied)
T_n	Nachstellzeit eines PI-Reglers
\mathcal{T}	Transferfunktion eines MLP-Netzes
\mathcal{U}_α	Maschinenlageabhängige Nichtlinearität des Umrichters
$u / \tilde{u} / \hat{u}$	Systemeingang (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
u_{min} / u_{max}	Minimaler/Maximaler Wert der Eingangsgröße
\hat{u}_Σ	Gewichteter und aufsummierter Eingang der Transferfunktion eines Perzeptrons
U / O	Untere/Obere Begrenzung der verallgemeinerten Logistikfunktion
V	P-Anteil eines Reglers

\hat{w}_i	Parametervektor; fasst alle zu identifizierenden Gewichte zusammen
$\Delta \hat{w}$	Gewichtsänderung
$\underline{x} / \tilde{x} / \hat{x}$	Zustandsvektor (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
$\underline{x}_{\mathcal{N}}$	Zustandsvektor, von dem die statische Nichtlinearität abhängt ($\underline{x}_{\mathcal{N}} \in \underline{x}$)
$y / \tilde{y} / \hat{y}$	Systemausgang (real/kont. geschätzt/dis. geschätzt)
$\nabla \hat{y}$	Partielle Ableitungen des geschätzten Systemausgangs nach den zu identifizierenden Gewichten
z	Operator der z-Transformation
Z_p	Polpaarzahl einer elektrischen Maschine

Index

I	Maschine I
II	Maschine II
dyn	Dynamisch
\mathcal{N}	Statisch
$reib, I$	Reibung Maschine I
$reib, II$	Reibung Maschine II
DK	Drosselklappe
M	GNM der Drosselklappe

B Beispiel Anwendung

Zur Verdeutlichung des vorgestellten Identifikationsansatzes wird in diesem Abschnitt anhand eines Integrators mit einer Zeitkonstante T die Ergebnisse aus Kapitel 3 anschaulich dargestellt.

Transformation:

In einem ersten Schritt muß für die Strecke zunächst ein entsprechendes Parallelmodell des rekurrenten Netzes entworfen werden. Hierfür werden die Transformationen aus Abbildung 3.1 verwendet. Dies ist in Abbildung B.1 noch einmal dargestellt.

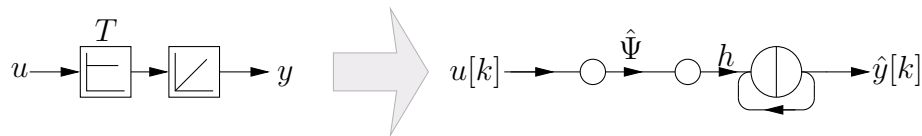


Abb. B.1: Transformation der Strecke in das Parallelmodell des rekurrenten Netzes

Berechnung der Partiellen Ableitungen (1. Version):

Um das Lerngesetz (3.2) bzw. (3.3) nach dem Gradientenabstiegsverfahren anwenden zu können, müssen die partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}$ berechnet werden. Wendet man die Gleichungen (3.6) und (3.7) auf die in Abbildung B.1 verwendete Beispielsecke an, so erhält man die in Abbildung B.2 abgebildete Struktur für die Berechnung der partiellen Ableitung $\nabla \hat{y} = \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{\Psi}[k]}$.

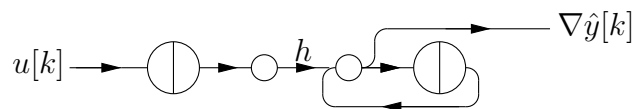


Abb. B.2: Berechnung der Partiellen Ableitungen $\nabla \hat{y}[k]$

Zu beachten ist, dass die Auskopplung der partiellen Ableitung innerhalb der Integratorstruktur, also direkt vor dem zweiten Verzögerungsneuron, erfolgt. Dies macht eine Approximation des kontinuierlichen Integrators nach Euler-Vorwärts zwingend erforderlich.

Lerngesetz

Die Struktur des Lerngesetz in Gleichung (3.3) ist in Abbildung B.3 abgebildet, wobei zur übersichtlichen Darstellung der Parameter $\alpha = 0$ gesetzt wird, und somit der Einfluss von $\Delta\hat{w}[k-1]$ vernachlässigt werden kann.

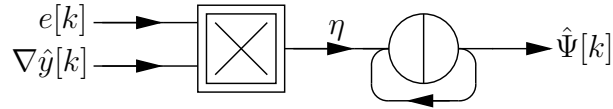


Abb. B.3: Lerngesetz nach dem Gradientenabstiegsverfahren

Simulationsbeispiel

Nun sind alle für das Lernen des Parameters T benötigten Komponenten des rekurrenten Netzes (Parallelmodell, Berechnung der partiellen Ableitungen und Lerngesetz vorhanden). In einer ersten Simulation wird nun versucht, ausgehend von dem Anfangswert $\hat{\Psi}[0] = \hat{T}[0] = 0.1$ den vorgebenen Wert von $T = 1$ zu identifizieren. Als Eingangssignal u wird ein rechteckförmiger Signalverlauf mit einer Frequenz von 1 Hz und einer Amplitude von 1 verwendet¹. Die Lernschrittweite η wird auf 0.01 gesetzt. Parameterverlauf sowie der dazugehörige Fehlerverlauf sind in Abbildung B.4 und B.5 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Parameter $\hat{\Psi}$ nicht konvergiert. Dies liegt an dem divergierenden Verhalten des Zustandes des Parallelmodells, welches in dieser ersten Anwendung nicht verhindert wurde.

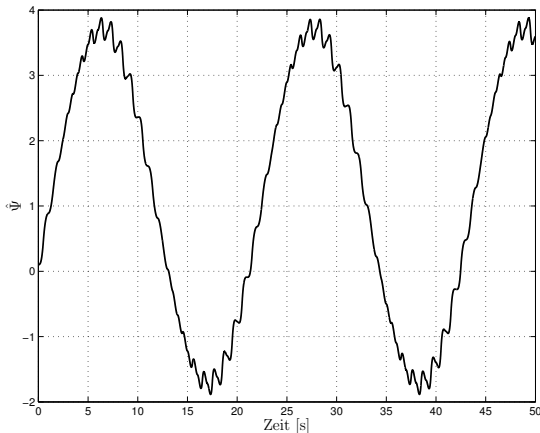


Abb. B.4: Parameterverlauf

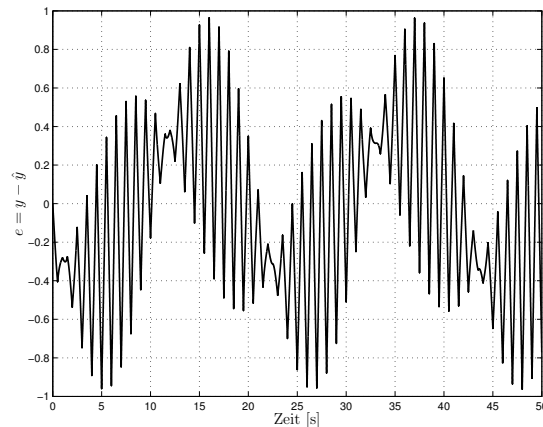


Abb. B.5: Ausgangsfehlerverlauf

Vermeidung divergierender Zustände (1. Möglichkeit)

Um divergierende Zustände des rekurrenten Netzes zu verhindern werden mit Hilfe der Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{Q} = \left[\hat{\mathbf{c}}^T, \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{c}}^T, \dots, \left(\hat{\mathbf{A}}^T \right)^{n-1} \hat{\mathbf{c}}^T \right]$ die Zustände des

¹Auf die Verwendung von Einheiten wurde hier bewusst verzichtet.

Parallelmodelles des rekurrenten Netzes so berechnet, dass sich mit den Parametern $\hat{\Psi}[k]$ ein Ausgangsfehler von Null ergibt. Diese Berechnung erfolgt in regelmäßigen Intervallen. Auf das hier angeführte Beispiel angewendet bedeutet dies, dass der Zustand des Parallelmodelles mit einer bestimmten Rücksetzfrequenz f_R auf den Wert $y[k]$ der Strecke gesetzt wird. Der Zustand der partiellen Ableitung wird zum gleichen Zeitpunkt auf Null gesetzt. Das Lernergebnis für $f_R = 4$ Hz ist in den Abbildungen B.6 und B.7 abgebildet.

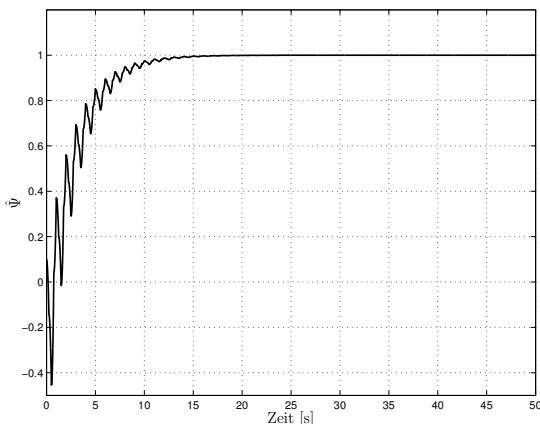


Abb. B.6: Parameterverlauf für $f_R = 4$ [Hz]

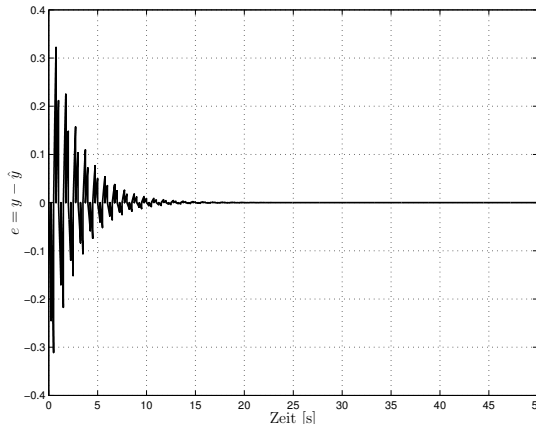


Abb. B.7: Ausgangsfehlerverlauf für $f_R = 4$ [Hz]

Deutlich zu erkennen ist das gute Konvergenzverhalten von $\hat{\Psi}$ bei ansonsten gleichen Einstellungen wie zuvor.

Berechnung der Partiellen Ableitungen (2. Version):

Um die Verwendung beliebiger Integrationsverfahren zu ermöglichen, wird nun wie in Kapitel 3.2.2 die Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k+1]}$ zum folgenden Abtastschritt aus der aktuellen Jacobi-Matrix $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[k]}$ berechnet, wobei für $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{x}[0]} = \mathbf{0}$ gilt. Graphisch anschaulich bedeutet dies, dass die Verzögerung der Eingangssignales $u[k]$ durch das erste Verzögerungsneuron in Abbildung B.2 entfällt. Um nun aber eine zeitliche Verschiebung zwischen dem Fehlersignal und dem Signal der Partiellen Ableitung zu verhindern, wird $\nabla \hat{y}$ am Ausgang des Integrators ausgekoppelt. Somit entfällt die Auskopplung des Signals aus der Integratorstruktur heraus, und eine beliebige Approximation des zeitkontinuierlichen Integrators kann verwendet werden. Abbildung B.8 verdeutlicht dies noch einmal.

In Abbildung B.8 wurde die einfach darzustellende Euler-Vorwärtsregel übernommen, jedoch kann der grau hinterlegte Integratorblock beliebig ausgetauscht werden.

Vermeidung divergierender Zustände (2. Möglichkeit)

Um die explizite Auswertung der Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{Q} zu vermeiden, wird das rekurrente Netz um eine Luenberger Struktur erweitert. Hierbei wird der Ausgangs-

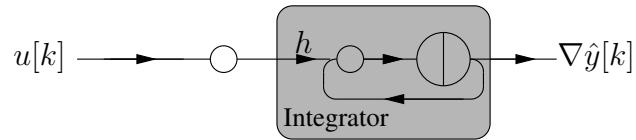


Abb. B.8: Berechnung der Partiellen Ableitungen für beliebige Integrationsverfahren

fehler e in das Parallelmodell zurückgekoppelt. Bei der Berechnung der partiellen Ableitungen muss diese Rückkopplung ebenfalls berücksichtigt werden. Diese Erweiterungen sind in Kapitel 3.2 beschrieben und in Abbildung B.9 veranschaulicht. Abbildung B.9 zeigt sowohl die zu identifizierende Strecke sowie sämtliche Komponenten eines strukturierten rekurrenten Netzes, die für ein erfolgreiches Lernen benötigt werden².

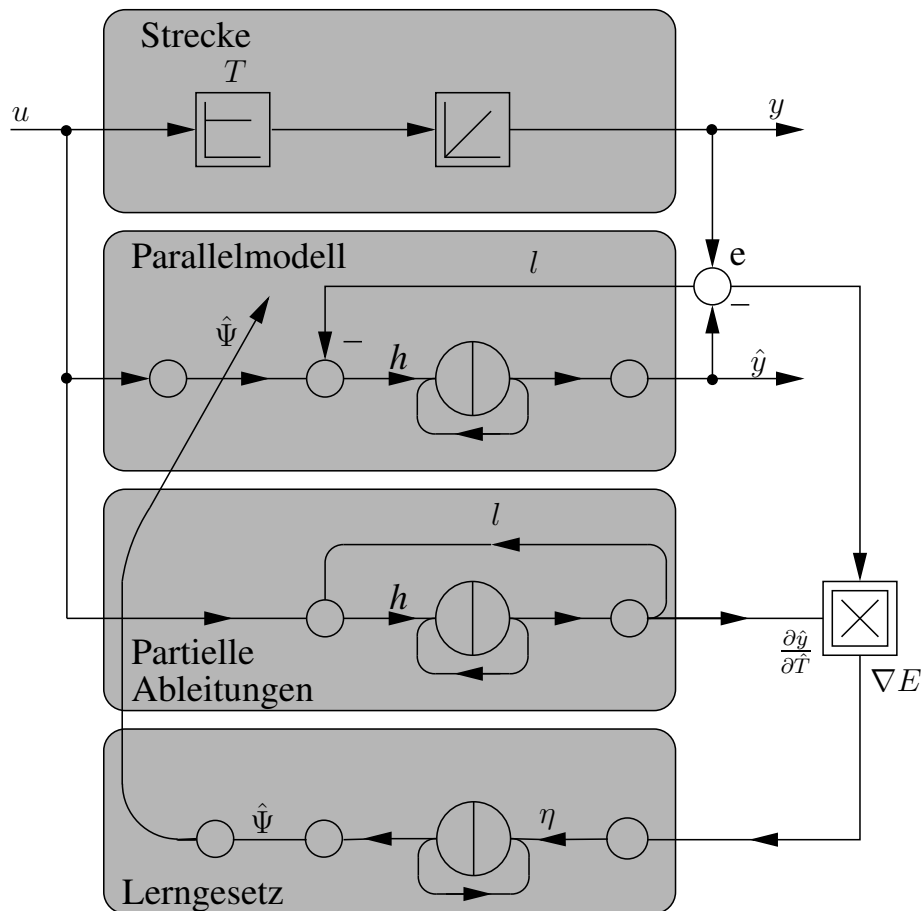


Abb. B.9: Übersicht der gesamten Beispiel-Anwendung in Beobachterform

Die Lernergebnisse mit einem Rückführkoeffizienten $l = -1$ sind in den Abbildungen B.10 und B.11 abgebildet. Die erzielte Konvergenzzeit ist etwas länger als mit

²Auf die Darstellung der Abtastung der Messsignale wurde hier verzichtet.

$f_R = 4$ [Hz]. Jedoch ist die Implementierung der Beobachterstruktur wesentlich einfacher als das Verfahren mit der Beobachtbarkeitsmatrix und zeigt auch deutliche Vorteile bei vorhandenen Messrauschen aufgrund der Tiefpasscharakteristik.

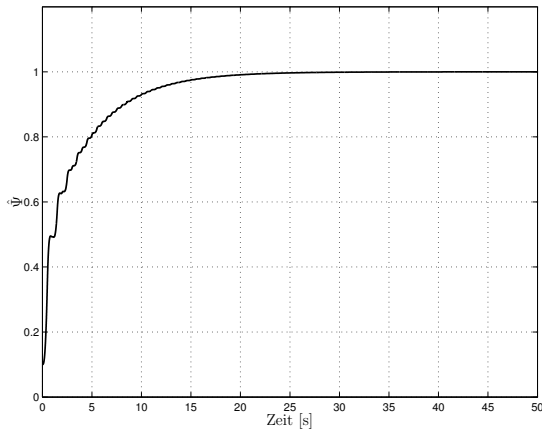


Abb. B.10: Parameterverlauf mit Beobachterstruktur

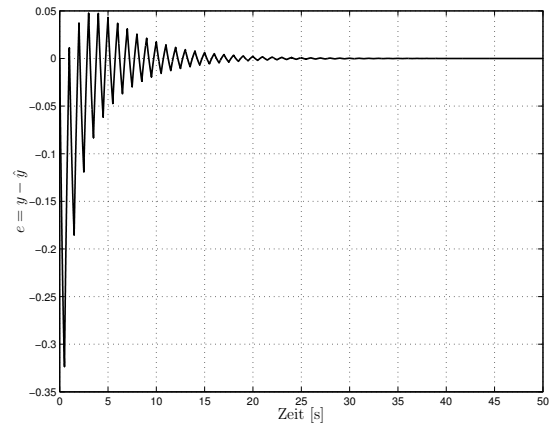


Abb. B.11: Ausgangsfehlerverlauf mit Beobachterstruktur

C Daten des Prüfstandes: Zwei-Massen-System

C.1 Anlagedaten

Zur Verifikation der an dieser Anlage durchgeführten Identifikationen werden in diesem Abschnitt die relevanten Anlageparameter berechnet bzw. auf messtechnischem Weg bestimmt.

C.2 Massenträgheitsmomente

Die Massenträgheitsmomente J_I und J_{II} der beiden Maschinen setzen sich aus den in Tabelle C.1 aufgelisteten, starr miteinander verbundenen Elementen zusammen [STROBL, 1999]. Durch Summation dieser Elemente ergeben sich die Werte für die Massenträgheitsmomente zu

- $J_I = 0.166 \text{ [kg m}^2\text{]}$ und
- $J_{II} = 0.336 \text{ [kg m}^2\text{]}$.

	Maschine I	Maschine II
Rotor	$6.650 \cdot 10^{-3}$	$6.650 \cdot 10^{-3}$
Flansch	$3.626 \cdot 10^{-3}$	$3.626 \cdot 10^{-3}$
Schwungscheibe (groß)	$2 \cdot 68.644 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 68.664 \cdot 10^{-3}$
Schwungscheibe (klein)	—	$5 \cdot 6.030 \cdot 10^{-3}$
Distanzscheibe	$7 \cdot 0.082 \cdot 10^{-3}$	—
Kupplungskonstruktion	$17.800 \cdot 10^{-3}$	$17.800 \cdot 10^{-3}$
Losekonstruktion	—	$2.947 \cdot 10^{-3}$
Gesamt	$165.938 \cdot 10^{-3}$	$335.829 \cdot 10^{-3}$

Tabelle C.1: *Massenträgheitsmoment von Maschine I bzw. II
(alle Werte in kg m^2)*

C.3 Messtechnische Bestimmung der Reibungskennlinien

Die Mechanik einer leerlaufenden elektrischen Maschine (Drehmasse) ist durch die Bewegungsdifferentialgleichung

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} \cdot (M - M_R(\Omega)) \quad (\text{C.1})$$

mit

- der Winkelgeschwindigkeit Ω in rad/s,
- dem Massenträgheitsmoment J in kg m²,
- dem Luftspaltdrehmoment (antreibendes Drehmoment) M in N m und
- dem Reibungsdrehmoment (Widerstandsdrehmoment) $M_R(\Omega)$ in N m abhängig von der Winkelgeschwindigkeit

beschrieben.

Im stationären Betrieb gilt wegen $\dot{\Omega} = \text{const}$ der Zusammenhang

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} \cdot (M - M_R(\Omega)) = 0$$

Durch einfaches Umformen ergibt sich daraus für den stationären Fall $M = M_R(\Omega)$

Um einen stationären Betriebspunkt einzustellen, wird die Maschine in einen Drehzahlregelkreis eingebunden. Dabei wird das Reibungsdrehmoment als Störgröße betrachtet, die durch den Drehzahlregler stationär ausgeglichen wird. Daraus resultiert die Anforderung, dass im stationären Fall die Regeldifferenz zu Null werden muss. In diesem Fall entspricht die Stellgröße dem Reibungsdrehmoment für die stationäre Winkelgeschwindigkeit Ω .

Die Struktur des Drehzahlregelkreises ist in Abbildung C.1 dargestellt.

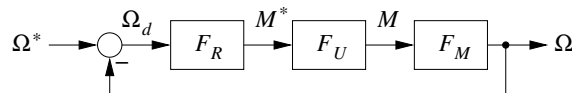


Abb. C.1: Struktur des Drehzahlregelkreises zur Bestimmung des Reibungsdrehmomentes

Zur Festlegung der Reglerstruktur und zur Dimensionierung des Drehzahlregelkreises wird Gleichung C.1 in den Laplace-Bereich übertragen. Mit dem Eingang M und dem Ausgang Ω ergibt sich die Übertragungsfunktion $F_M(s)$ der Mechanik der Maschine zu

$$F_M(s) = \frac{\Omega}{M} = \frac{1}{J \cdot s}$$

Zur Speisung der Maschine dient ein Umrichter mit integrierter Drehmomentregelung. Das Verhalten des Umrichters kann in erster Näherung durch ein PT_1 -Glied mit dem Solldrehmoment M^* als Eingang und dem Luftspaltdrehmoment M als Ausgang beschrieben werden. Die Übertragungsfunktion des Umrichters ergibt sich damit zu

$$F_U(s) = \frac{M}{M^*} = \frac{1}{1 + s \cdot T_{ersU}}$$

Für die Übertragungsfunktion der Strecke ergibt sich durch Multiplikation der Übertragungsfunktionen von Umrichter und Maschine

$$F_S(s) = \frac{\Omega}{M^*} = F_U(s) \cdot F_M(s) = \frac{1}{1 + s \cdot T_{ersU}} \cdot \frac{1}{J \cdot s}$$

Die Dimensionierung des Reglers für diese Strecke erfolgt nach dem Symmetrischen Optimum [SCHRÖDER, 1995]. Wegen der Streckenklasse (IT_1) und der geforderten stationären Genauigkeit wird als Reglerstruktur ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$F_R(s) = \frac{M^*}{\Omega_d} = V_R \cdot \frac{1 + s \cdot T_n}{s \cdot T_n}$$

eingesetzt.

Für die Dimensionierung des Reglers gilt

$$T_n = 4 \cdot T_{ersU} \quad \text{und} \quad V_R = \frac{J}{2 \cdot T_{ersU}}$$

Bei dieser Reglerdimensionierung ergibt sich die Ausregelzeit nach [SCHRÖDER, 1995] zu $T_{aus} = 13.3 \cdot T_{ersU}$.

Mit den Daten der Versuchsanlage aus Abschnitt C.1 bzw. [POMMER, 1998] ergeben sich die Reglerparameter, wie in Tabelle C.2 zusammengefasst.

Parameter	T_{ersU} in s	J in $kg\ m^2$	T_n in s	V_R in $\frac{kg\ m^2}{s}$	T_{aus} in s
System I	$5 \cdot 10^{-3}$	0.166	$20 \cdot 10^{-3}$	16.6	$66.5 \cdot 10^{-3}$
System II	$5 \cdot 10^{-3}$	0.336	$20 \cdot 10^{-3}$	33.6	$66.5 \cdot 10^{-3}$

Tabelle C.2: Strecken- und Reglerparameter zur Bestimmung des Reibungsdrehmomentes

Der beschriebene Regelkreis wird in MATLAB/SIMULINK programmiert und mit einer Abtastzeit $h = 1\text{ms}$ als quasi stetiger Regelkreis betrachtet.

Zur Erfassung der Reibungskennlinien sind die beiden Maschinen mechanisch getrennt. Über den Regelkreis werden per Zufallsgenerator 100 stationäre Betriebs-

punkte angefahren. Nach der Einschwingphase des Regelkreises¹ werden der Reglerausgang (Soll Drehmoment M^*) und die Winkelgeschwindigkeit Ω über 4.5s aufgezeichnet und jeweils arithmetisch gemittelt, um das Messrauschen der Drehzahlfassung auszugleichen.

Die Reibungskennlinie selbst wird durch eine unstetige Ausgleichsfunktion², die von MATLAB bereitgestellt wird, approximiert. Dieses Schema wird mit den jeweils zugehörigen Reglerparametern auf das System I bzw. II angewandt.

Die auf diese Weise bestimmten Reibungskennlinien sind in Abbildung C.2 dargestellt.

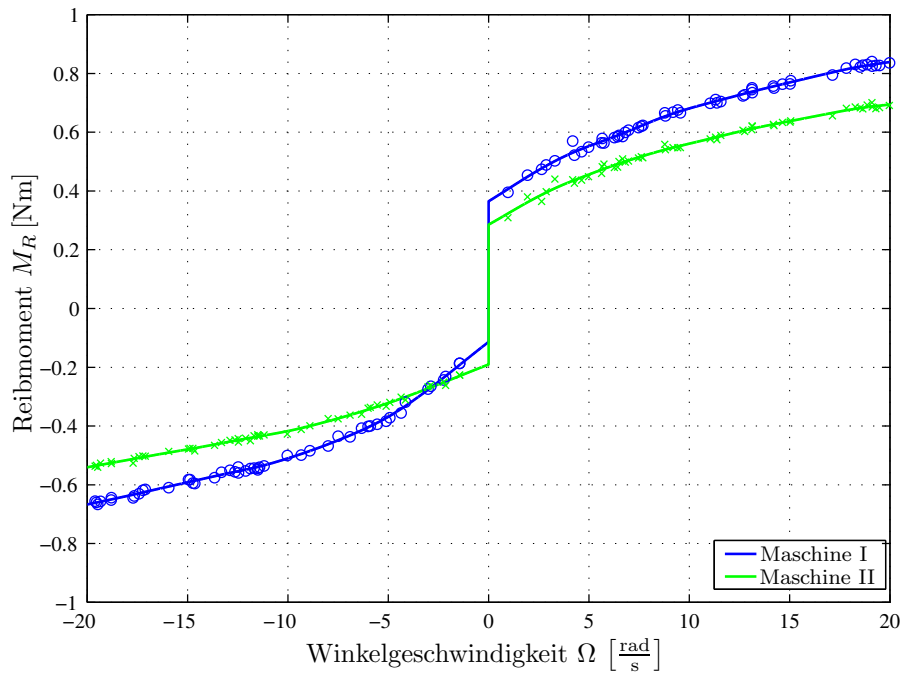


Abb. C.2: Messtechnisch bestimmte Reibungskennlinien der Maschinen I und II

C.4 Messtechnische Bestimmung der Federsteifigkeit

Zur Bestimmung der Federsteifigkeit der elastischen Verbindung der beiden Maschinen werden die Maschinen mit dem Torsionsstab gekoppelt und der Prüfstand wird ohne Lose betrieben.

Bei blockierter Maschine II wird über den Umrichter I der Maschine I eine sehr

¹Um das Abklingen der Einschwingphase des Regelkreises sicher zu stellen, wird die Einschwingphase erst nach ca. $20 \cdot T_{aus}$ als abgeschlossen betrachtet.

²Als Ausgleichsfunktion werden für den positiven und negativen Winkelgeschwindigkeitsbereich jeweils kubische Splines eingesetzt.

langsame Drehmomentänderung ΔM_I aufgeprägt und die Torsionswinkeländerung der Welle $\Delta\alpha_I$ wird über den Encoder der Maschine gemessen. Bei der Anregung der Maschine I muss beachtet werden, dass sich aufgrund der Drehmomentregelung im Umrichter und des Trägheitsmomentes der Maschine bei hohen Anregefrequenzen eine Phasenverschiebung zwischen der Anregung und der Lage der Maschine I ergibt.

Bei ausreichend langsamer sinus-förmiger Anregung gilt für die Federsteifigkeit der Zusammenhang

$$c = \frac{\Delta M_I}{\Delta\alpha_I}$$

Bei der Bestimmung der Federsteifigkeit wird dem Umrichter 40 s lang ein sinus-förmiger Drehmomentsollwertverlauf mit der Amplitude 3 Nm und der Frequenz 0.1 Hz vorgegeben. Mit der Abtastzeit $h = 1$ ms wird die Maschinenlage α_I aufgezeichnet. Abbildung C.3 zeigt den auf diese Weise bestimmten Zusammenhang zwischen Maschinenlage und Drehmomentsollwert.

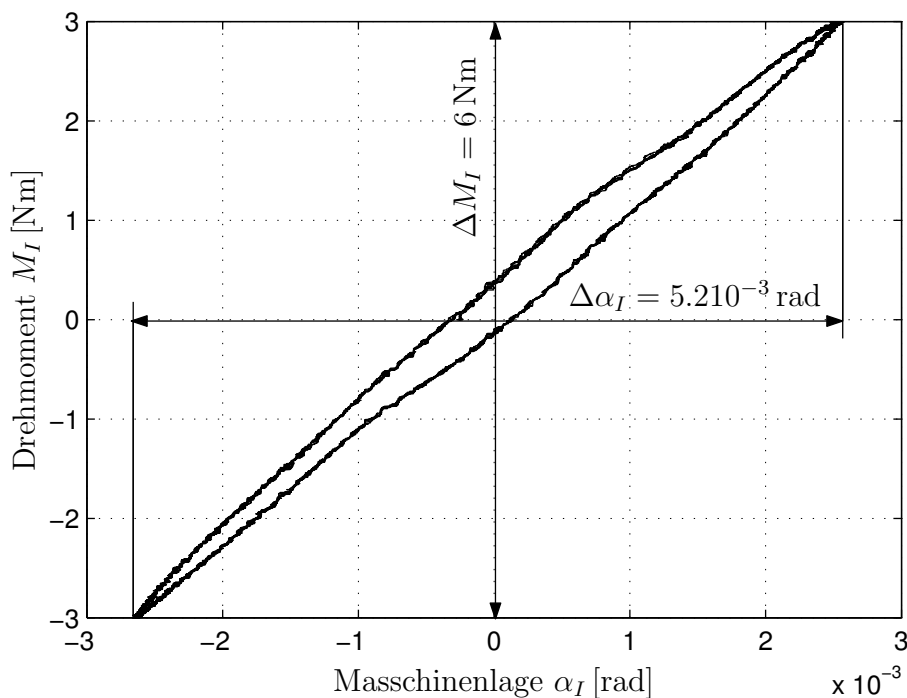


Abb. C.3: Zusammenhang zwischen Drehmoment M_I und Maschinenlage α_I bei blockierter Maschine II

Bei idealisierter Betrachtung ist der Zusammenhang zwischen der Maschinenlage α_I und dem Drehmomentsollwert M_I^* linear. Tatsächlich entsteht durch die Phasenverschiebung zwischen Drehmoment und Lage eine Hysterese. Entsprechend wird diese Hysterese mit steigender Anregefrequenz breiter.

Mit der auf diese Weise bestimmten Drehmoment- und Torsionswinkeländerung ergibt sich die Federsteifigkeit c der elastischen Verbindung zu

$$c = \frac{\Delta M_I}{\Delta \alpha_I} = \frac{6 \text{ Nm}}{5.177 \cdot 10^{-3} \text{ rad}} = 1159 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

C.5 Messtechnische Bestimmung der Loseweite

Zur Bestimmung der Loseweite wird die Maschine II blockiert und die Maschine I wird manuell innerhalb der Lose bewegt. Aufgezeichnet wird die Lage α_I der Maschine I mit der Abtastzeit $h = 1 \text{ ms}$. Entsprechend ergibt sich die Loseweite als Differenz zwischen den Grenzlagen der Bewegung von Maschine I.

Die auf diese Weise durchgeführte Bestimmung der Loseweite ist in Abbildung C.5 dargestellt und ergibt die Loseweite $a = 0.031 \text{ rad}$.

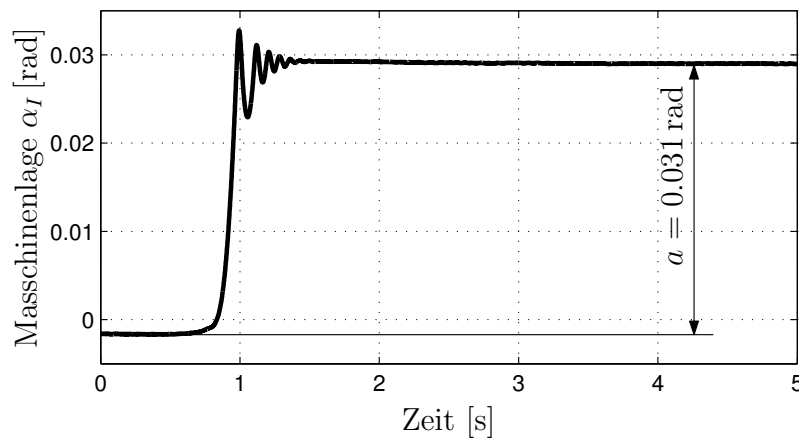


Abb. C.4: Messtechnische Bestimmung der Loseweite

D Simulative Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems

In diesem Abschnitt wird die Identifikation des losefreien Zwei-Massen-Systems in einer Simulationsumgebung unter idealisierten Bedingungen durchgeführt. Dabei wird die reale Strecke durch den in Abbildung 4.18 dargestellten Signalflussplan beschrieben. D. h., die Struktur der Strecke und des rekurrenten Netzes stimmen exakt überein. Die Anregung des Systems erfolgt mit einem P-Regler. Die Abtastzeit wird mit $h = 0.4 \text{ ms}$ festgelegt.

Alle für die Identifikation relevanten Parameter und Ergebnisse sind in Tabelle D.1 zusammengefasst. Zusätzlich gilt $\alpha = 0.95$. In den Abbildungen D.1 bis D.8 sind die Zeitverläufe während der Identifikation und die identifizierten Nichtlinearitäten dargestellt.

Parameter	Strecke	Startwert	Ergebnis	η	SFA
Umrichter	Abb. D.4	0	Abb. D.4	$4 \cdot 10^{-5}$	$r_{HANN} = 2 \cdot 13$
J_I Reibung I	0.166 kg m^2 Abb. D.6	0.2 kg m^2 0	0.166 kg m^2 Abb. D.6	$3 \cdot 10^{-5}$ $6 \cdot 10^{-5}$	— $\sigma_{norm} = 1.6$ $r_{Reib,I} = 2 \cdot 15$
d c	$0.6 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$ $1160 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$1 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$ $1350 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$0.6 \frac{\text{Nm s}}{\text{rad}}$ $1160 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	10^{-5} 2	— —
J_{II} Reibung II	0.336 kg m^2 Abb. D.6	0.45 kg m^2 0	0.336 kg m^2 Abb. D.6	$8 \cdot 10^{-6}$ $5 \cdot 10^{-5}$	— $\sigma_{norm} = 1.6$ $r_{Reib,II} = 2 \cdot 15$
Beobachter	$\hat{\underline{l}}^T = [-16.1 \ -15.5 \ -15.3 \ -8e-3 \ -9.2]^T$			—	—

Tabelle D.1: Parameter bei der simulativen Identifikation des Zwei-Massen-Systems

Wie der Tabelle D.1 und den Abbildungen D.1 bis D.3 zu entnehmen ist, werden sämtliche linearen Parameter exakt identifiziert. Dies gilt ebenso für die maschinenlageabhängige Nichtlinearität (siehe Abbildung D.4) sowie für die Reibkennlinien in Abbildung D.6.

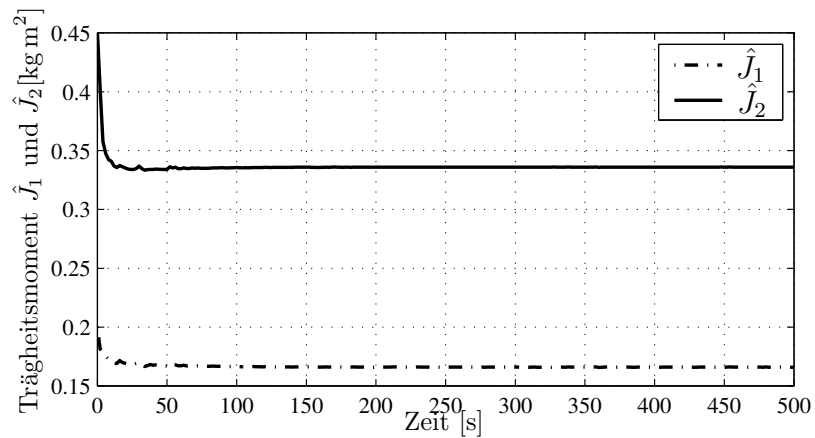


Abb. D.1: Identifikationsverlauf der Maschinenparameter \hat{J}_I und \hat{J}_{II}

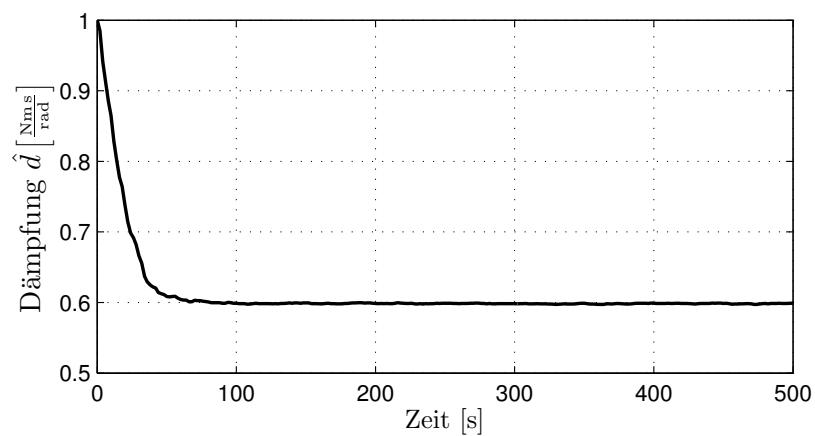


Abb. D.2: Identifikationsverlauf des Dämpfungsmaßes \hat{d}

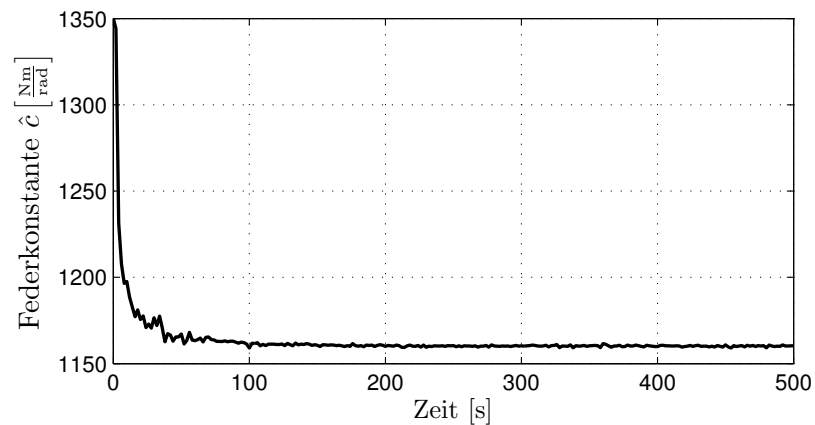


Abb. D.3: Identifikationsverlauf der Federsteifigkeit \hat{c}

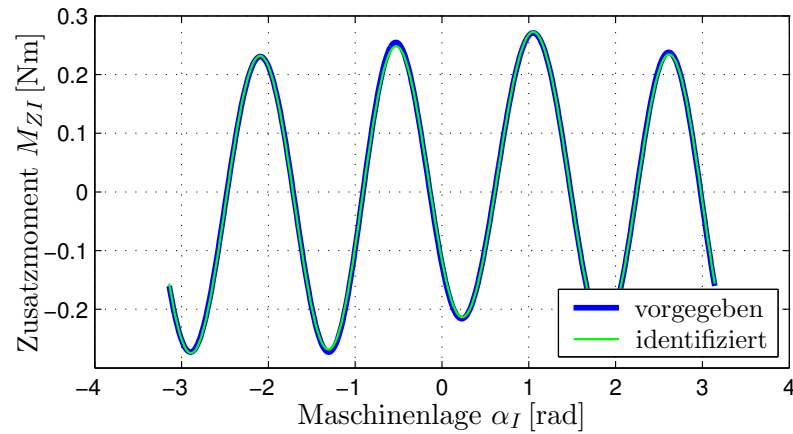


Abb. D.4: Identifikationsergebnis der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität

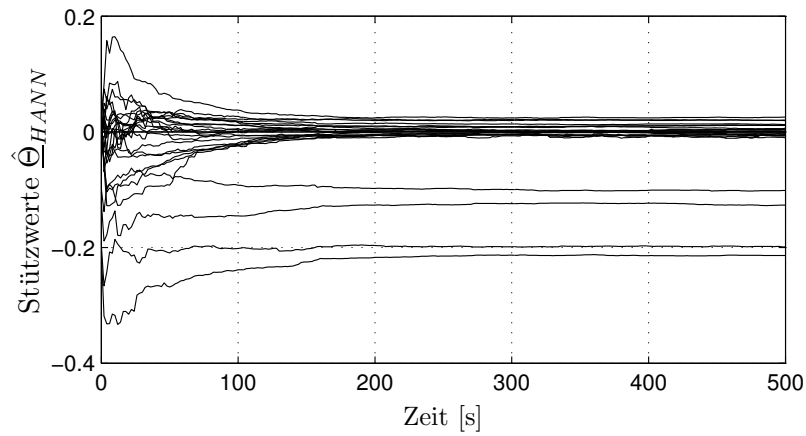


Abb. D.5: Identifikationsverlauf der Stützwerte \hat{H}_{ANN} der maschinenlageabhängigen Nichtlinearität

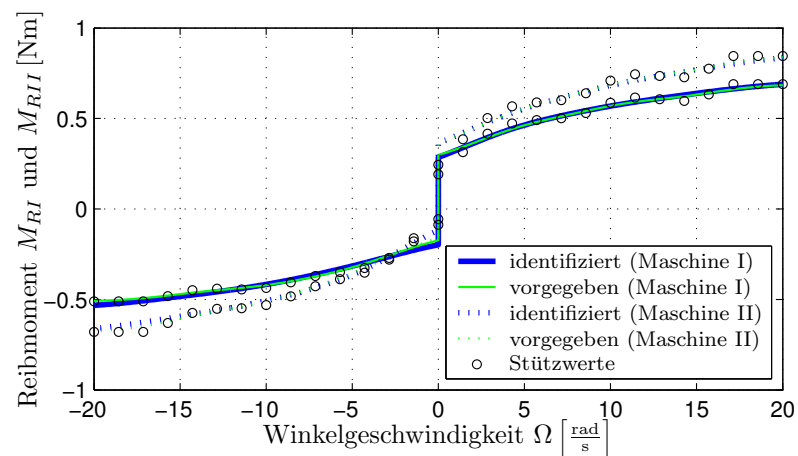


Abb. D.6: Identifikationsergebnis der Reibungskennlinien

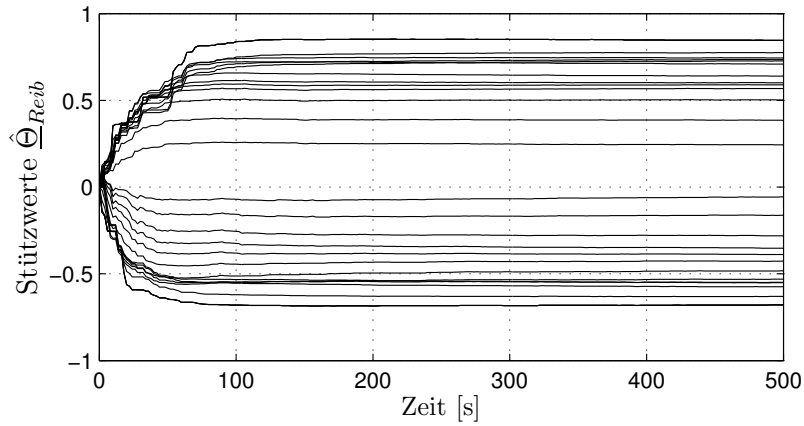


Abb. D.7: Identifikationsverlauf der Stützwerte $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ der Reibungskennlinie

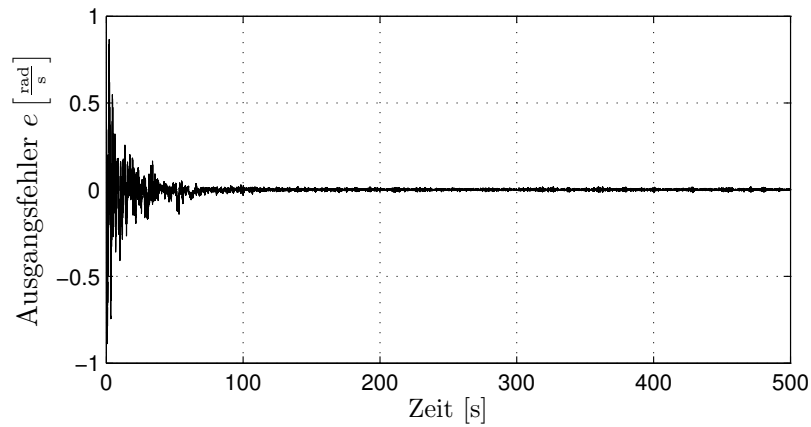


Abb. D.8: Verlauf des Ausgangsfehlers e während der Identifikation

In den Abbildungen D.5 und D.7 ist die Konvergenz der Stützwerte $\hat{\Theta}_{HANN}$ und $\hat{\Theta}_{Reib,I}$ dargestellt. In Abbildung D.8 ist zu erkennen, dass mit fortlaufender Identifikation der Ausgangsfehler e gegen Null strebt. Es ist somit festzuhalten, dass das nichtlineare Zwei-Massen-System in der Simulation exakt identifiziert werden kann.

E Berechnungen für die Identifikation des Zwei-Massen-Systems

E.1 Partielle Ableitungen des Umrichtermodells

Im Folgenden werden die Partiiellen Ableitungen der Umrichtermodellierung nach den Gewichten des zugehörigen rekurrenten Netzes berechnet.

Mit

- $\hat{\underline{w}} = \left[\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Psi}_2 \quad \hat{\Psi}_3 \quad \hat{\Psi}_4 \quad \hat{\Theta}_{HANN}^T \quad \hat{\Theta}_{Reib,I}^T \right]^T$
- $\hat{\mathbf{A}}_{rek} = \begin{bmatrix} 1 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 & h \cdot \tilde{l}_1 \\ h \cdot \hat{\Psi}_3 & -h \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot (1 + \hat{\Psi}_2) + 1 & 0 & h \cdot \tilde{l}_2 \\ 0 & h \cdot \hat{\Psi}_4 & 1 & h \cdot \tilde{l}_3 \\ 0 & 0 & h & h \cdot \tilde{l}_4 + 1 \end{bmatrix}$
- $\hat{\underline{b}} = \left[h \cdot \hat{\Psi}_1 \quad h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 \quad 0 \quad 0 \right]^T$
- $\hat{\underline{l}} = \left[h \cdot \tilde{l}_1 \quad h \cdot \tilde{l}_2 \quad h \cdot \tilde{l}_3 \quad h \cdot \tilde{l}_4 \right]^T$
- $\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $\hat{\underline{\mathcal{N}}} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix}$
- $\hat{\underline{c}} = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \right]^T$

ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung (3.19) bzw. Gleichung (3.20)

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k+1]} = \begin{bmatrix} 1 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 & h \cdot \tilde{l}_1 \\ h \cdot \hat{\Psi}_3 & -h \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot (1 + \hat{\Psi}_2) + 1 & 0 & h \cdot \tilde{l}_2 \\ 0 & h \cdot \hat{\Psi}_4 & 1 & h \cdot \tilde{l}_3 \\ 0 & 0 & h & h \cdot \tilde{l}_4 + 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} + \hat{\mathbf{F}}$$

Für die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ gilt

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_1$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & -h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} -h & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} h \cdot \left(u[k] - \hat{x}_2[k] - \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) - \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_2$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ h \cdot \hat{\Psi}_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ h \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot \left(u[k] - \hat{x}_2[k] - \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) - \hat{\Psi}_2 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_3$

$$\begin{aligned}
\underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ h & -h \cdot (1 + \hat{\Psi}_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ h \cdot \hat{\Psi}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ h \cdot \hat{\Psi}_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ h \left(\hat{x}_1[k] - \hat{x}_2[k] - \hat{\Psi}_2 \left(\hat{x}_2[k] - u[k] - \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) + \hat{\Psi}_3 \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \right) \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_4$

$$\begin{aligned}
\underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ h \cdot \left(\hat{x}_2[k] - \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) - h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\Theta}_{HANN}$

$$\begin{aligned}
\underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\Theta}_{Reib,I}$

$$\begin{aligned}
\underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_2 \cdot \hat{\Psi}_3 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\hat{x}_4[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

E.2 Partielle Ableitungen des losefreien Zwei-Massen-Systems

Mit

- $\hat{\underline{w}} = \left[\hat{\Psi}_1 \quad \hat{\Psi}_2 \quad \hat{\Psi}_3 \quad \hat{\Psi}_4 \quad \hat{\Theta}_{HANN}^T \quad \hat{\Theta}_{Reib,I}^T \quad \hat{\Theta}_{Reib,II}^T \right]^T$
- $\hat{\mathbf{A}}_{rek} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & h \cdot \tilde{l}_1 & 0 & 0 \\ \frac{h}{\hat{T}_{AI}} & 1 - \frac{h \cdot (1 + \hat{V}_I)}{\hat{T}_{AI}} & h \cdot \tilde{l}_2 & 0 & 0 \\ 0 & h \cdot \hat{\Psi}_1 & -h \cdot (\hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2 - \tilde{l}_3) + 1 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_3 & h \cdot \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2 \\ 0 & 0 & h \cdot (\tilde{l}_4 + 1) & 1 & -h \\ 0 & 0 & h \cdot (\hat{\Psi}_2 \hat{\Psi}_4 + \tilde{l}_5) & h \cdot \hat{\Psi}_3 \hat{\Psi}_4 & 1 - h \cdot \hat{\Psi}_2 \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix}$
- $\hat{\underline{b}} = \left[\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \quad \frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T$
- $\hat{\underline{l}} = \left[h \cdot \tilde{l}_1 \quad h \cdot \tilde{l}_2 \quad h \cdot \tilde{l}_3 \quad h \cdot \tilde{l}_4 \quad h \cdot \tilde{l}_5 \right]^T$
- $\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix}$
- $\hat{\underline{\mathcal{N}}} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\hat{\alpha}_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix}$
- $\hat{\underline{c}} = \left[0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \right]^T$

ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung (3.19) bzw. (3.20)

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k+1]} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & h \cdot \tilde{l}_1 & 0 & 0 \\ \frac{h}{\hat{T}_{AI}} & 1 - \frac{h \cdot (1 + \hat{V}_I)}{\hat{T}_{AI}} & h \cdot \tilde{l}_2 & 0 & 0 \\ 0 & h \cdot \hat{\Psi}_1 & -h \cdot (\hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2 - \tilde{l}_3) + 1 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_3 & h \cdot \hat{\Psi}_1 \hat{\Psi}_2 \\ 0 & 0 & h \cdot (\tilde{l}_4 + 1) & 1 & -h \\ 0 & 0 & h \cdot (\hat{\Psi}_2 \hat{\Psi}_4 + \tilde{l}_5) & h \cdot \hat{\Psi}_3 \hat{\Psi}_4 & 1 - h \cdot \hat{\Psi}_2 \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\underline{x}}[k]} + \hat{\mathbf{F}}$$

Für die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ ergibt sich

$$\bullet \hat{w}_i = \hat{\Psi}_1$$

$$\begin{aligned} \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h & -h \cdot \hat{\Psi}_2 & -h \cdot \hat{\Psi}_3 & h \cdot \hat{\Psi}_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ h \left(x_2[k] + \hat{\Psi}_2 (x_5[k] - x_3[k]) - \hat{\Psi}_3 x_4[k] - \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) - \hat{\Psi}_1 \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \\ 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\bullet \hat{w}_i = \hat{\Psi}_2$$

$$\begin{aligned} \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 & h \cdot \hat{\Psi}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h \cdot \hat{\Psi}_4 & 0 & h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \left(x_5[k] - x_3[k] - \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \\ 0 \\ h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \left(x_3[k] - x_5[k] - \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\bullet \hat{w}_i = \hat{\Psi}_3$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h \cdot \hat{\Psi}_4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \left[\frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \quad \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \quad \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \right] = \\
 &= \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \left(-x_4[k] - \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \\ 0 \\ h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \left(x_4[k] - \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\bullet \hat{w}_i = \hat{\Psi}_4$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h \cdot \hat{\Psi}_2 & h \cdot \hat{\Psi}_3 & -h \cdot \hat{\Psi}_2 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \\ h \left(\hat{\Psi}_2 (x_3[k] - x_5[k]) + \hat{\Psi}_3 x_4[k] - \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k]) - \hat{\Psi}_4 \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \right) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\bullet \hat{w}_i \in \hat{\Theta}_{HANN}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_1 \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\Theta}_{Reib,I}$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\Theta}_{Reib,II}$

$$\begin{aligned}
 \underline{\hat{f}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}}[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u[k] + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k]) \\ \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k]) \\ \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_3[k]) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} & 0 & 0 \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} & 0 & 0 \\ 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h \cdot \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\hat{T}_{nI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -\frac{h \cdot \hat{V}_I}{\hat{T}_{AI}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{HANN}(\alpha_I[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ -h \cdot \hat{\Psi}_1 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,I}(\hat{x}_3[k])}{\partial \hat{w}_i} \\ 0 \\ -h \cdot \hat{\Psi}_4 \cdot \frac{\partial \hat{y}_{Reib,II}(\hat{x}_5[k])}{\partial \hat{w}_i} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

F Berechnungen für die Identifikation dynamischer Nichtlinearitäten

F.1 Dynamische Nichtlinearität und rekurrentes Netz

Im Folgenden werden die Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes zur Identifikation des Ein-Massen-Systems mit dynamischer Nichtlinearität, die Berechnung der Jacobi-Matrix sowie die Berechnung der partiellen Ableitungen dargestellt.

Die Zustandsbeschreibung lautet

$$\dot{\hat{x}} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{x} + \hat{b} \cdot u + \hat{e}_{NL} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}_{dyn} - \underline{l} \cdot x_2$$

mit

- $\hat{\mathbf{A}}_{rek} = \begin{bmatrix} -\hat{\Psi}_1 & l_1 \\ \hat{\Psi}_2 & l_2 \end{bmatrix}$
- $\hat{b} = [\hat{\Psi}_1 \quad 0]^T$
- $\hat{e}_{NL} = [0 \quad -\hat{\Psi}_2]^T$
- $\underline{l} = [l_1 \quad l_2]^T$

Die Jacobi-Matrix berechnet sich aus

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{F}}$$

Für die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ gilt

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_1$

$$\hat{f}_i = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u - \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\Psi}_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}_{dyn}}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_2$

$$\hat{f}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}_{dyn} - \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\Psi}_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}_{dyn}}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\Theta}_{dyn}$

$$\underline{\hat{f}}_i = - \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\Psi}_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{N}}_{dyn}}{\partial \hat{w}_i}$$

F.2 Identifikation mit rekurrentem Netz

Im Folgenden werden die Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes zur Identifikation des Ein-Massen-Systems mit dynamischer Nichtlinearität, die Berechnung der Jacobi-Matrix sowie die Berechnung der partiellen Ableitungen dargestellt. Hierbei wird die lineare Dynamik von $\hat{F}(s)$ in $\hat{\mathbf{A}}_{rek}$ berücksichtigt.

Die Zustandsbeschreibung lautet

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{b}} \cdot u + \hat{\mathbf{e}}_{NL} \cdot \widehat{\mathcal{N}} - \underline{l} \cdot x_2$$

mit

- $\hat{\mathbf{A}}_{rek} = \begin{bmatrix} -\hat{\Psi}_1 & l_1 & 0 & 0 \\ \hat{\Psi}_2 & l_2 & 0 & -\hat{\Psi}_2 \\ 0 & 0 & -\hat{\Psi}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Psi}_4 & \hat{\Psi}_4 \end{bmatrix}$

- $\hat{\mathbf{b}} = [\hat{\Psi}_1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

- $\hat{\mathbf{e}}_{NL} = [0 \ 0 \ -\hat{\Psi}_3 \ 0]^T$

- $\underline{l} = [l_1 \ l_2 \ 0 \ 0]^T$

Die Jacobi-Matrix berechnet sich aus

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{F}}$$

Für die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ gilt

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_1$

$$\underline{\hat{f}}_i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{N}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_2$

$$\underline{\hat{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_3$

$$\underline{\hat{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_4$

$$\underline{\hat{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\underline{\Theta}}_{\mathcal{NL}}$

$$\underline{\hat{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

F.3 Identifikation ohne genaue Strukturkenntnis

Im Folgenden werden die Zustandsbeschreibung des rekurrenten Netzes zur Identifikation des Ein-Massen-Systems mit dynamischer Nichtlinearität, die Berechnung der Jacobi-Matrix sowie die Berechnung der partiellen Ableitungen dargestellt. Hierbei wird die lineare Dynamik von $\hat{F}(s)$ in $\hat{\mathbf{A}}_{rek}$ berücksichtigt, jedoch der Einfluss der Umrichterzeitkonstanten $T_{A,II}$ vernachlässigt.

Die Zustandsbeschreibung lautet

$$\dot{\hat{x}} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{x} + \hat{b} \cdot u + \hat{e}_{NL} \cdot \widehat{\mathcal{NL}} - \underline{l} \cdot x_2$$

mit

- $\hat{\mathbf{A}}_{rek} = \begin{bmatrix} -\hat{\Psi}_1 & l_1 & 0 \\ \hat{\Psi}_2 & l_2 & -\hat{\Psi}_2 \\ 0 & 0 & -\hat{\Psi}_3 \end{bmatrix}$

- $\hat{\underline{b}} = [\hat{\Psi}_1 \ 0 \ 0]^T$
- $\hat{\underline{e}}_{NL} = [0 \ 0 \ -\hat{\Psi}_3]^T$
- $\hat{\underline{l}} = [l_1 \ l_2 \ 0]^T$

Die Jacobi-Matrix berechnet sich aus

$$\dot{\hat{\mathbf{J}}} = \hat{\mathbf{A}}_{rek} \cdot \hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{F}}$$

Für die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{F}}$ gilt

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_1$

$$\hat{\underline{f}}_i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{\underline{x}} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_2$

$$\hat{\underline{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{\underline{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i = \hat{\Psi}_3$

$$\hat{\underline{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \hat{\underline{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

- $\hat{w}_i \in \hat{\underline{\Theta}}_{\mathcal{NL}}$

$$\hat{\underline{f}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\Psi}_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}_2)}{\partial \hat{w}_i}$$

Literaturverzeichnis

- [ANGERER 2001] ANGERER, B.: *Online Identifikation mechatronischer Systeme mit Hilfe rekurrenter Netze*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME, TU MÜNCHEN, DIPLOMARBEIT, 2001
- [AYOUBI 1996] AYOUBI, M.: *Nonlinear System Identification Based on Neuronal Networks with Locally Distributed Dynamics and Application to Technical Processes*, VDI VERLAG, DÜSSELDORF, DISSERTATION, 1996
- [BERGER UND VOLTERRA 1998] BERGER, J. ; VOLTERRA, W.: *Technische Mechanik für Ingenieure, Band 3: Dynamik*. VIEWEG, 1998
- [BEUSCHEL 2000] BEUSCHEL, M.: *Neuronale Netze zur Diagnose und Tilgung von Drehmomentschwingungen am Verbrennungsmotor*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME, TU MÜNCHEN, DISSERTATION, 2000
- [BRYCHCY 2000] BRYCHCY, T.: *Modellierung dynamischer Systeme mit vorkonstruierten neuronalen Netzen*. AKAD. VERL.-GES., 2000
- [ELMAN 1990] ELMAN, J.L.: *Finding Structure in Time*. IN: COGNITIVE SCIENCE, VOL 14, PP.179-211 (1990)
- [FISCHER 1992] FISCHER, R.: *Elektrische Maschinen*. CARL HANSER VERLAG, 1992
- [FÖLLINGER 1994] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik, Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. HÜTHIGBUCH VERLAG, 1994
- [FRENZ 1998] FRENZ, T.: *Stabile Neuronale Online Identifikation und Kompensation statischer Nichtlinearitäten am Beispiel von Werkzeugmaschinenanschubantrieben*. HERBERT UTZ VERLAG WISSENSCHAFT, 1998
- [FROSCHAMMER 2002] FROSCHAMMER, F.: *Identifikation und Kompensation von Sensorungenauigkeiten für die drehzahlgestützte On-Board-Diagnose von Verbrennungsmotoren*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME, TU MÜNCHEN, DISSERTATION, 2002
- [HEIDENHAIN 1998] HEIDENHAIN, J. G.: *Benutzer-Handbuch IK 121*. DR. JOHANNES HEIDENHAIN GMBH, 1998

- [HINTZ 1998] HINTZ, C.: *Identifikation und Regelung nichtlinearer mechatronischer Antriebssysteme mit neuronalen Ansätzen*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME, TU MÜNCHEN, DIPLOMARBEIT NR. 388, 1998
- [HINTZ et al. 2002A] HINTZ, C. ; ANGERER, B. ; SCHRÖDER, D.: *Identification and Control of a Nonlinear Mechatronic Systems*. IN: PROCEEDINGS OF THE 10TH INTERNATIONAL POWER ELECTRONICS AND MOTION CONTROL CONFERENCE EPE-PEMC, CAVTAT & DUBROVNIK, CROATIA (2002)
- [HINTZ et al. 2002B] HINTZ, C. ; B., ANGERER ; SCHRÖDER, D.: *Online Identification of Mechatronic System with Structured Recurrent Neural Networks*. IN: PROC. OF IEEE-ISIE 2000 L'AQUILIA, ITALY (2002)
- [HOFMANN 2001A] HOFMANN, M.: *Identifikation von linearen Parametern und nichtlinearen Kennlinien einer Drosselklappe und Entwurf von Regelungskonzepten*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEM, TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN, DIPLOMARBEIT, 2001
- [HOFMANN 2001B] HOFMANN, S.: *Identifikation nichtlinearer dynamischer Mehrgrößensysteme zur Erweiterung der bestehenden Beobachtertheorie*. 2001. – INTERNER BERICHT, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME, TU MÜNCHEN
- [HOFMANN et al. 2002A] HOFMANN, S. ; TREICHL, T. ; SCHRÖDER, D.: *Identification and Observation of Mechatronic Systems including Multidimensional Nonlinear Dynamic Functions*. IN: PROCEEDINGS OF THE 7TH INTERNATIONAL ON ADVANCED MOTION CONTROL AMC 2002, PP. 285-290, MARIBOR SLOVENIA (2002)
- [HOFMANN et al. 2002B] HOFMANN, S. ; TREICHL, T. ; SCHRÖDER, D.: *Identification and Observation of Mechatronic Systems with unknown Nonlinear Dynamic Functions*. IN: PROCEEDINGS OF THE 10TH INTERNATIONAL POWER ELECTRONICS AND MOTION CONTROL CONFERENCE EPE-PEMC, CAVTAT & DUBROVNIK, CROATIA (2002)
- [HOFMANN et al. 2002C] HOFMANN, S. ; TREICHL, T. ; SCHRÖDER, D.: *A new Approach for the Identification and Observation of complex Mechatronic Systems*. IN: PROCEEDINGS OF THE IFAC CONFERENCE ON MECHATRONIC SYSTEMS DECEMBER 9-11, BERKELEY, CALIFORNIA, USA (2002)
- [ISERMANN 1994A] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 1*. VERLAG SPRINGER, 1994
- [ISERMANN 1994B] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 2*. VERLAG SPRINGER, 1994

- [JORDAN 1986] JORDAN, M.I.: *Attractor dynamics and parallelism in a connectionist sequential machine*. IN: PROC. OF THE 8TH ANNUAL CONFERENCE OF THE COGNITIVE SCIENCE SOCIETY, PP. 531–546, ERLBAUM, HILLSDALE NJ (1986)
- [KALMAN UND BUCY 1961] KALMAN, R. E. ; BUCY, R. S.: *New results in linear filtering and prediction theory*. IN: PROC. ASME JOURNAL OF BASIC ENGINEERING, MARCH (1961), S. 95–108
- [KEITHLY 1996] KEITHLY, INSTRUMENTS: *DAS-1600 / 1400 Series User's Guide*. KEITHLEY INSTRUMENTS INC, 1996
- [KILLICH 1991] KILLICH, A.: *Prozessidentifikation durch Gewichtsfolgenschätzung*, VDI VERLAG, DÜSSELDORF, DISSERTATION, 1991
- [KOHONEN 1990] KOHONEN, T.: *The Self-Organizing Map*. IN: PROC. OF THE IEEE, VOL 78. No.9 SEPTEMBER (1990), S. 1464–1480
- [KURTH 1994] KURTH, J.: *Identifikation nichtlinearer Systeme mit komprimierten Volterra-Reihen*, VDI-VERLAG, DÜSSELDORF, DISSERTATION, 1994
- [KÜÇÜKAY 1987] KÜÇÜKAY, F.: *Dynamik der Zahnradgetriebe*. SPRINGER-VERLAG, 1987
- [LENZ 1998] LENZ, U.: *Lernfähige neuronale Beobachter für eine Klasse nichtlinearer dynamischer Systeme und ihre Anwendung zur intelligenten Regelung von Verbrennungsmotoren*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME, TU MÜNCHEN, DISSERTATION, 1998
- [LJUNG UND SÖDERSTRÖM 1987] LJUNG, L. ; SÖDERSTRÖM, T.: *Theory and Practice of Recursive Identification*. MIT PRESS, 1987
- [LUDYK 1995] LUDYK, G.: *Theoretische Regelungstechnik 2*. SPRINGER-VERLAG, 1995
- [LUENBERGER 1964] LUENBERGER, D.G.: *Observing the State of Linear Systems*. IN: IEEE TRANSACTIONS ON MILITARY ELECTRONICS, PP 74-80 (1964)
- [MCCULLOCH UND PITTS 1943] MCCULLOCH, W.S. ; PITTS, W.: *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity*. IN: BULLETIN OF MATHEMATICAL BIOPHYSICS 5, PP 115-133, AUCH IN J. ANDERSON, E. ROSENFELD (EDS): NEUROCOMPUTING: FOUNDATIONS OF RESEARCH, KAP. 2, PP. 18-28, MIT PRESS, 1988 (1943)
- [MEYBERG UND VACHENAUER 1995] MEYBERG, K. ; VACHENAUER, P.: *Höhere Mathematik 1, Differential- und Integralrechnung, Vektor- und Matrizenrechnung*. SPRINGER-VERLAG, 1995

- [MINSKY UND PAPERT 1969] MINSKY, M. ; PAPERT, S.: *Perceptrons - Expanded Edition : An Introduction to Computational Geometry*. IN: MIT-PRESS PP. 1-20 UND 73, AUCH IN J. ANDERSON, E. ROSENFELD (EDS): NEUROCOMPUTING: FOUNDATIONS OF RESEARCH, KAP. 13, PP. 161-170, MIT PRESS, 1988 (1969)
- [MINSKY UND PAPERT 1988] MINSKY, M. ; PAPERT, S.: *Perceptrons - Expanded Edition : An Introduction to Computational Geometry*. MIT-PRESS, 1988
- [NARENDRA UND ANNASWAMY 1989] NARENDRA, K. S. ; ANNASWAMY, A. M.: *Stable Adaptive Systems*. PRENTICE HALL, 1989
- [NELLES 2001] NELLES, O.: *Nonlinear System Identification*. SPRINGER-VERLAG, 2001
- [NOSSEK 1997] NOSSEK, J.A.: *Vorlesungsmanuskript: Netzwerktheorie 1*. 1997. – LEHRSTUHL FÜR NETZWERKTHEORIE UND SCHALTUNGSTECHNIK DER TU MÜNCHEN
- [PAPAGEORGIU 1991] PAPAGEORGIU, M.: *Optimierung. Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. OLDENBURG VERLAG, 1991
- [PFEIFFER UND KÜÇÜKAY 1985] PFEIFFER, F. ; KÜÇÜKAY, F.: *Eine erweiterte mechanische Stoßtheorie und ihre Anwendung in der Getriebedynamik*. IN: VDI-ZEITSCHRIFT, VOL. 127, NO. 9, 1985, PP. 341-350 (1985)
- [POGGIO UND GIROSI 1989] POGGIO, T. ; GIROSI, F.: *A theory of networks for approximation and learning*. A.I. MEMO No. 1140 MIT. 1989
- [POMMER 1998] POMMER, H.: *Experimentelle Identifikation und Kompensation von Lose*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSTECHNIK DER TU MÜNCHEN, DIPLOMARBEIT NR. 385, 1998
- [RAHM 2000] RAHM, J.: *Identifikation nichtlinearer dynamischer Systeme unter Verwendung der Volterra-Reihe mit Hilfe orthonormaler Basisfunktionen*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME , TU MÜNCHEN, DIPLOMARBEIT NR. 399, 2000
- [ROHLFING UND SCHMIDT 1993] ROHLFING, H. ; SCHMIDT, H.: *Tabellenbuch Elektrotechnik Elektronik*. FERD. DÜMLERS VERLAG, 1993
- [ROSENBALTT 1958] ROSENBALTT, F: *The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain*. IN: PSYCHOLOGICAL REVIEW 65, PP 386-408, AUCH IN J. ANDERSON, E. ROSENFELD (EDS): NEUROCOMPUTING: FOUNDATIONS OF RESEARCH, KAP. 8, PP. 92-114, MIT PRESS, 1988 (1958)

- [RUMELHART *et al.* 1986] RUMELHART, D.E. ; HINTON, G.E. ; WILLIAMS, R.J.: *Learning internal representations by error propagation*. IN: D.E. RUMELHART, J.L. MCCLELLAND (EDS) PARALLEL DISTRIBUTED PROCESSING: EXPLORATIONS IN THE MICROSTRUCTURE OF COGNITION, VOL. 1, AUCH IN J. ANDERSON, E. ROSENFELD (EDS): NEUROCOMPUTING: FOUNDATIONS OF RESEARCH, KAP. 41, PP. 696-700, MIT PRESS, 1988 (1986)
- [SAND 1995] SAND, D.: *Simovert Master Drives, Spannungszwischenkreis-Umrichter für Drehstromantriebe*. SIEMENS AG, 1995
- [SCHÄFFNER 1996] SCHÄFFNER, C.: *Analyse und Synthese neuronaler Regelungsverfahren*. HERBERT UTZ VERLAG WISSENSCHAFT, 1996
- [SCHMIDT 1996] SCHMIDT, G.: *Regelungs- und Steuerungstechnik 2*. 1996. – VORLESUNGSSKRIPTUM LEHRSTUHL FÜR STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK DER TU MÜNCHEN
- [SCHMIDT 1997] SCHMIDT, G.: *Lernverfahren in der Automatisierungstechnik*. 1997. – VORLESUNGSSKRIPTUM LEHRSTUHL FÜR STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK DER TU MÜNCHEN
- [SCHRÖDER 1995] SCHRÖDER, D.: *Elektrische Antriebe 2, Regelung von Antrieben*. SPRINGER-VERLAG, 1995
- [SCHRÖDER 2000] SCHRÖDER, D.: *Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems*. SPRINGER-VERLAG, 2000
- [SCHRÖDER 2001] SCHRÖDER, D.: *Vorlesungsmanuskript: Intelligente Verfahren für Mechatronische Systeme*. 2001. – LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME DER TU MÜNCHEN
- [SCHURY 2002] SCHURY, D.: *Eyamination of a Jordan Neural Network and th Usage of the Conjugate Gradient Method in Neural Networks*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME , TU MÜNCHEN, STUDIENARBEIT, 2002
- [SÖDERSTRÖM UND STOICA 1989] SÖDERSTRÖM, T. ; STOICA, P.: *System Identifikation*. UNIVERSITY PRESS CAMBRIDGE, 1989
- [SOMMER 1981] SOMMER, R.: *Synthese nichtlinearer Systeme mit Hilfe einer kanonischen Form*. VDI VERLAG, 1981
- [SPECHT 1991] SPECHT, D.: *A General Regression Neural Network*. IN: IEEE TRANS. ON NEURAL NETWORKS. VOL. 2, NO. 6, PP. 568-576, NOVEMBER (1991)
- [STRAUB 1998] STRAUB, S: *Entwurf und Validierung neuronaler Beobachter zur Regelung nichtlinearer dynamischer Systeme im Umfeld antriebstechnischer Problemstellungen*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME DER TU MÜNCHEN, DISSERTATION, 1998

- [STROBL 1999] STROBL, D.: *Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mittels neuronaler Beobachter*. HERBERT UTZ VERLAG WISSENSCHAFT, 1999
- [STROBL *et al.* 1997] STROBL, D. ; LENZ, U. ; SCHRÖDER, D.: *Systematic Design of Stable Neural Observers for a Class of Nonlinear Systems*. IN: PROCEEDINGS OF THE IEEE CONFERENCE ON CONTROL APPLICATION CCA'97, HARTFORD, CT, USA, PP.377-382 (1997)
- [TSOI UND BACK 1994] TSOI, A. ; BACK, A.D.: *Locally recurrent globally feedforward networks: A critical review of architectures*. IN: IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL NETWORKS, VOL. 5, NO. 2, PP. 229-239, MARCH (1994)
- [VOLTERRA 1930] VOLTERRA, V.: *Theory of Functionals*. BLACKIE AND SONS, 1930
- [WELLERS UND KOSITZA 1999] WELLERS, M. ; KOSITZA, N.: *Identifikation nichtlinearer Systeme mit Wiener- und Hammerstein- Modellansätzen auf Basis der Volterra-Reihe*. IN: AT - AUTOMATISIERUNGSTECHNIK, NR. 47, 1999, OLDENBURG, WIEN (1999)
- [WERBOS 1974] WERBOS, P.J.: *Beyond regression: new tools for prediction and analysis in the behavioral sciences*, HARVARD UNIVERSITY, CAMBRIDGE, MA, PH.D. THESIS, 1974
- [WILLIAMS UND ZIPSER 1989] WILLIAMS, R.J. ; ZIPSER, D.: *A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks*. IN: NEURAL COMPUTATION, VOL. 1, No.2, PP:270–280 (1989)
- [WIMBÖK 2001] WIMBÖK, T.: *Identification of Dynamical Systems with Recurrent Neural Networks*, LEHRSTUHL FÜR ELEKTRISCHE ANTRIEBSSYSTEME , TU MÜNCHEN, STUDIENARBEIT, 2001
- [ZELL 1994] ZELL, A.: *Simulation Neuronaler Netze*. ADDISON-WESLEY, 1994