Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme Technische Universität München

# Identifikation und Kompensation von Sensorungenauigkeiten für die drehzahlgestützte On-Board-Diagnose von Verbrennungsmotoren

Franz Froschhammer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs** 

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. S. Kindersberger

Prüfer der Dissertation:

- 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. h.c. D. Schröder
- 2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. U. Wagner

Die Dissertation wurde am 10.10.2001 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 14.4.2002 angenommen.

### Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der drehzahlgestützten On-Board-Diagnose von Verbrennungsmotoren.

Mit Hilfe eines hochauflösenden Modells eines Turbodieselmotors werden Ansätze zur Diagnose von Fehlfunktionen einzelner Zylinder anhand der Kurbelwellendrehzahl entwickelt. Berücksichtigt werden dabei Fehler bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmasse, fehlerhafte Einspritzzeitpunkte, sowie Kombinationen aus beiden Fehlern. Hierfür wird das gemessene Drehzahlsignal an der Kurbelwelle mit Hilfe neuronaler Netze mit harmonischen Aktivierungsfunktionen in seine Spektralkomponenten zerlegt und auf Abweichungen vom fehlerfreien Fall untersucht.

Da die Genauigkeit des gemessenen Drehzahlsignals für die Diagnose von entscheidender Bedeutung ist, wird der Einfluß eines toleranzbehafteten Drehzahlgebers diskutiert. Anschließend wird ein Ansatz zur Identifikation und Kompensation der Ungenauigkeiten des Drehzahlgebers entwickelt. Hierbei wird die bereits für die Diagnose verwendete Identifikationsstruktur mit harmonischen Aktivierungsfunktionen um eine überlagerte Lernstruktur für die Impulse des Gebers erweitert. Die sich ergebende Gesamtstruktur ergibt ein neuronales Netz mit Rückkopplungen (rekurrentes Netz).

Abschließend wird ein weiteres Anwendungsbeispiel des vorgestellten Ansatzes zur Vermessung eines Drehzahlgebers vorgestellt.

### Abstract

The objective of this thesis is the on-board-diagnosis of internal combustion engines. Employing a high-resolution simulation model of a turbocharged diesel engine an approach for diagnosis of cylinder faults based on analysis of the crankshaft speed is developped. The fault conditions considered are variations of air-fuel ratio, variations of injection timing or combinations of both parameters. An algorithm employing a harmonic activated neural network is used to calculate the spectra of the measured crankshaft speed. Cylinder faults can then be detected comparing the identified coefficients with their defaults.

Vitally important for diagnosis is the accuracy of the measured crankshaft speed. Therefore a new approach for identification and compensation of the speed sensor's inaccuracies is designed. For this task a second neural network identifying the sensor's inaccuracies is added to the identification structure used for diagnosis. The resulting identification structure represents a neural network with feedback (recurrent network).

Finally, an additional application example for identification and compensation of the speed sensor's inaccuracies using the approach presented is shown.

### Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der Technischen Universität München.

Dem Leiter des Lehrstuhls, Herrn Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder, danke ich sehr herzlich für die Anregung und Betreuung dieser Arbeit, sowie für die Bereitstellung eines außerordentlich gut ausgestatteten Arbeitsumfelds.

Für die Übernahme des Koreferats und das entgegengebrachte Interesse an dieser Arbeit danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Ulrich Wagner; für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes gebührt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Josef Kindersberger.

Danken möchte ich allen Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls für die freundschaftliche Zusammenarbeit.

Mein besonderer Dank gilt den Kollegen der "Laterne", sowie Herrn Dipl.-Ing. Harald Kuhn und Herrn Dipl.-Ing. Hermann Tauber: Die gute Atmosphäre und die zahlreichen offenen Diskussionen waren für mich fachlich wie menschlich eine Bereicherung.

Für die erfahrene Unterstützung und stets anregende Gespräche bedanke ich mich bei Herrn Dipl.-Ing. Gerhard Hoffstätter.

Mein herzlicher Dank gilt meiner Freundin Evi Rainer für die Unterstützung und Geduld, die mir während meiner gesamten Tätigkeit immer ein großer Rückhalt waren.

Besonders herzlich möchte ich mich bei meinen lieben Eltern für die langjährige Förderung und Ermöglichung des Studiums bedanken. Ihnen widme ich diese Arbeit.

Oberhaching, im Juli 2002

Franz Froschhammer

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Technik	2
1.2	Gliederung der Arbeit	5
2	Approximation statischer Nichtlinearitäten	7
2.1	Approximationsvarianten	7
2.2	Kriterien zur Beurteilung von neuronalen Netzen	9
2.3	Aufbau von neuronalen Netzen	10
2.4	Backpropagation-Lernverfahren	14
3	Neuronale Netze mit lokalen Basisfunktionen	17
3.1	Radiale-Basisfunktionen (RBF)-Netze	19
3.2	General Regression Neural Network	21
3.3	Lerngesetze zur Identifikation	24
3.3.1	Lerngesetz bei direkt zugänglichem Lernfehler	24
3.3.2	Lerngesetz bei einer SPR-Fehlerübertragungsfunktion	26
3.3.3	Lerngesetz bei einer Nicht-SPR-Fehlerübertragungsfunktion	27
3.4	Stabilität der Lerngesetze	29
4	Neuronale Netze mit harmonischen Basisfunktionen	33
4.1	Harmonisch aktiviertes neuronales Netz	33
4.2	Lerngesetze zur Identifikation	36
4.2.1	Lerngesetz bei direkt zugänglichem Lernfehler	36
4.2.2	Lerngesetz bei einer SPR-Fehlerübertragungsfunktion	37
4.2.3	Lerngesetz bei einer Nicht-SPR-Fehlerübertragungsfunktion $\ldots$ .	39
4.3	Stabilität der Lerngesetze	40
4.4	Erweiterung für variable Betriebspunkte	41

5	Modellierung eines Turbodieselmotors	45
5.1	Verdichter und Ladeluftkühler	47
5.2	Das Saugrohr	49
5.3	Vorgänge im Zylinder	51
5.3.1	Thermodynamische Betrachtung des Zylinders	52
5.3.2	Brennverlauf nach Vibe	55
5.3.3	Kinematik des Kurbeltriebs	57
5.3.4	Kreisprozeß und mittleres Drehmoment $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	60
5.4	Der Abgaskrümmer	68
5.5	Modellierung der Turbine	71
5.6	Die Abgasrückführung	72
5.7	Simulationsergebnisse	75
6	Diagnose von Zylinderfehlern	83
6.1	Drehmomentschwingungen im fehlerfreien Betrieb	84
6.2	Fehler eines Zylinders	90
6.2.1	Fehlerhafte Kraftstoffmasse eines Zylinders	90
6.2.2	Fehlerhafter Einspritzzeitpunkt eines Zylinders	100
6.3	Fehler von zwei Zylindern	109
6.3.1	Fehlerhafte Kraftstoffmenge von zwei Zylindern	109
6.3.2	Fehlerhafter Einspritzzeitpunkt von zwei Zylindern	117
6.3.3	Unterschiedliche Doppelfehler von zwei Zylindern $\ .\ .\ .\ .$ .	118
6.4	Identifikation mit HANN	120
6.4.1	Direkte Identifikation der Fourierkoeffizienten des Motormoments $\ .$ .	120
6.4.2	Identifikation der Fourierkoeffizienten des Motormoments durch ana-	
	lytische Differentiation	122
6.4.3	Messung der Motordrehzahl	124
6.4.4	Diskretisiertes Harmonisch Aktiviertes Neuronales Netz	125
6.4.5	Erweiterung für variable Betriebspunkte	130
6.5	Detektion von Zylinderfehlern mit HANN	131
6.5.1	Diagnose bei dauerhaften Zylinderfehlern	131
6.5.2	Diagnose bei kurzzeitigen Zylinderfehlern	133
6.5.3	Auswirkungen der Torsionseigenschwingungen der Kurbelwelle	136
6.5.4	Diskussion weiterer Störeinflüsse	142
6.5.5	Vergleich zwischen Identifikation mit HANN und DFT/FFT $\ .\ .\ .$	143

7	Identifikation von Sensorungenauigkeiten	145
7.1	Auswirkungen von Sensorungenauigkeiten	145
7.2	Identifikation der Sensorungenauigkeiten	149
7.3	Simulationsergebnisse	157
7.3.1	Identifikation am TDI-Modell	157
7.3.2	Identifikation an einer Asynchronmaschine	161
8	Zusammenfassung der Ergebnisse	167

### Literaturverzeichnis

169

### 1 Einleitung

Die fehlerhafte Funktion von Verbrennungsmotoren führt in nicht unerheblichem Maße zu einem Anstieg der Schadstoffemissionen, wie z.B. Kohlenwasserstoffe, Kohlenmonoxid oder Stickoxiden. Seit der Einführung von Abgaskatalysatoren bei Ottomotoren erlangte insbesondere die Erkennung von Verbrennungsaussetzern zusätzliche Bedeutung, da durch das Ausbleiben der Verbrennung unverbrannter Kraftstoff in die Abgasanlage gelangt. Durch die Wärmefreisetzung bei dessen Umsetzung kann der Katalysator infolge thermischer Überlastung geschädigt oder sogar zerstört werden.

1

Die Einhaltung der zukünftigen Grenzwerte der Emissionen erfordert eine zuverlässige Detektion von Fehlfunktionen über den gesamten Betriebsbereich des Motors. In den USA ist eine On-Board-Diagnose von Störungen bereits seit Modelljahr 1994 Pflicht (Standard OBD II) [7]. Auch in Deutschland ist die Diagnose mit Modelljahr 2000 vorgeschrieben (Richtlinie 98/69/EG), wobei die Anforderungen ab 2005 nochmals verschärft werden.

Die On-Board-Diagnose ist als Erweiterung der Motorsteuerung zu verstehen, die Fehler am Verbrennungsmotor selbst, oder Ausfälle von Sensoren aus dem näheren Umfeld erkennt, sie dem Fahrer anzeigt und relevante Meßwerte für späteres Auslesen speichert.

Aufgrund des hohen Kostendrucks in der Automobilindustrie gilt es dabei, möglichst kostenneutrale Lösungen zu finden, die auf bereits im Fahrzeug vorhandene Sensoren zurückgreifen. Andererseits muß die Fehlerdetektion sehr genau arbeiten, um den gesetzlichen Ansprüchen zu genügen und die Wahrscheinlichkeit eines Fehlalarms so gering wie möglich zu halten.

Für die Regelung und Diagnose derartiger komplexer Systeme werden in zunehmenden Maße auch neuronale Netze eingesetzt. Sie ermöglichen dem Anwender mit ihrer Eigenschaft zur selbständigen Adaption die Beschreibung physikalischer Effekte als Ein-/Ausgangsverhalten, ohne alle beteiligten physikalischen Gegebenheiten modellieren und parametrieren zu müssen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Ansatz zur On-Board-Diagnose von Dieselmotoren mit neuronalen Netzen vorgestellt. Die Fehlerdiagnose erstreckt sich dabei auf die Erkennung fehlerhafter eingespritzter Kraftstoffmassen und fehlerhafter Einspritzzeitpunkte eines oder mehrerer Zylinder. Als Meßsignal dient dabei das Drehzahlsignal an der Kurbelwelle, so daß kein zusätzlicher Sensor benötigt wird.

Da die Genauigkeit des verwendeten Drehzahlgebers für die Diagnose von entscheidender Bedeutung ist, wird ein Verfahren zur Identifikation und Kompensation der Sensorungenauigkeiten vorgestellt. Dies ermöglicht den Einsatz von kostengünstigen Drehzahlgebern mit höheren Toleranzgrenzen, ohne Einbußen bei der Genauigkeit des gemessenen Signals hinnehmen zu müssen.

#### 1.1 Stand der Technik

In der Literatur finden sich mehrere Beiträge zum Thema On-Board-Diagnose bei Kraftfahrzeugen. Einige Veröffentlichungen sollen im folgenden kurz vorgestellt werden.

Ein Hauptaugenmerk liegt auf der Erkennung von Verbrennungsaussetzern. Eine Methode ist die in [1] vorgestellte Aussetzererkennung anhand der Motordrehzahl mit Hilfe eines berechneten Laufunruhewertes, die bereits im Serieneinsatz verwendet wird. Hierbei werden Kurbelwellensegmente, die die Verbrennung der einzelnen Zylinder repräsentieren, miteinander verglichen. Die Segmentlänge hängt von der Anzahl der Zylinder des Motors ab und beträgt z.B. für einen Vierzylindermotor 180° Kurbelwinkel, für einen Sechszylindermotor 120° Kurbelwinkel etc. Der aktuelle Laufunruhewert errechnet sich aus der Differenz zweier aufeinanderfolgender Segmente. Im Falle eines Verbrennungsaussetzers bricht das Drehmoment ein, was zu einem Absinken der Motordrehzahl im betreffenden Kurbelwellensegment führt.



Abb. 1.1: Erkennung von Verbrennungsaussetzern anhand des Laufunruhewertes

Der Laufunruhewert erreicht höhere Werte als im fehlerfreien Betrieb. Durch den Vergleich mit drehzahl- und lastabhängigen Schwellwerten erfolgt die Detektion des Aussetzers (vgl. Abbildung 1.1). Von großer Bedeutung ist hierbei, wie bei allen drehzahlgestützten Verfahren, die Genauigkeit des Gebersystems.

Eine andere Methode, die diesen Nachteil vermeidet, ist die in [84] vorgestellte Verbrennungsaussetzererkennung bei Ottomotoren durch Messung des Abgasdrucks.

Der gemessene Druckverlauf wird zunächst tiefpaßgefiltert. Der erhaltene Verlauf wird anschließend segmentiert. Bei bekannter Laufzeit der Druckwellen vom Auslaßventil zum Drucksensor kann der Beginn eines Segments mit dem Zylinder 1 synchronisiert werden. Für jedes einzelne Segment kann die Varianz  $\sigma_{Segment}^2$  des gefilterten Drucksignals berechnet werden. Ein Verbrennungsaussetzer wird detektiert, sobald der Momentanwert der Varianz einen definierten Schwellwert  $\sigma_{Schwelle}^2$ überschreitet (vgl. Abbildung 1.2). Ist ein Verbrennungsaussetzer detektiert kann über eine anschließende diskrete Fouriertransformation (DFT) des Drucksignals der fehlerhafte Zylinder bestimmt werden.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist die Notwendigkeit eines zusätzlichen Sensors



**Abb. 1.2:** Erkennung von Verbrennungsaussetzern durch Messung des Abgasdrucks

für die Messung des Abgasdruckes. Da ein möglichst unverfälschtes Drucksignal benötigt wird, muß der Sensor so nah wie möglich an der Auslaßseite des Motors positioniert werden. Dies erfordert eine Stichleitung vom Auspuffrohr zum Sensor und eventuell eine zusätzliche Wasserkühlung des Sensors. Durch diesen erhöhten Aufwand mitbegründet wird dieses Verfahren in Serienfahrzeugen noch nicht eingesetzt.

Eine weitere Variante zur Überwachung der Verbrennung stellt die in [62] beschriebene Ionenstrom-Methode dar. Hierbei wird die Zündkerze im Brennraum als Sensor verwendet. Somit entfallen die Kosten für zusätzliche Sensoren. Dies bedeutet jedoch gleichzeitig, daß das Verfahren bei Dieselmotoren nicht angewendet werden kann.

Nach erfolgter Zündung wird eine kleine Überwachungsspannung an die Zündkerze gelegt. Während der Verbrennung entstehen in der Flammfront Ionen, die im verbrannten Gemisch wieder rekombinieren. Es entsteht ein Stromverlauf, mit dessen



Abb. 1.3: Klopferkennung mit der Ionenstrom-Methode

Hilfe Aussagen über den Verlauf der Verbrennung getroffen werden können. Neben der Detektion von Verbrennungsaussetzern ermöglicht das Verfahren auch die Klopferkennung, d.h. die Erkennung von Zündwinkelfehlern (Abbildung 1.3). Es wird im aktuellen Mercedes-Benz 12-Zylinder Ottomotor eingesetzt.

Die Spektralanalyse eines Signals erfolgt in vielen Anwendungen mit Hilfe der Diskreten Fouriertransformation (DFT) bzw. der Fast Fourier Transform (FFT). Für die Identifikation und Kompensation der Ungenauigkeiten eines Drehzahlgebers sind diese Algorithmen allerdings nicht geeignet.

Grund hierfür ist das sich mit jedem Adaptionsschritt der Abstände des Geberrades ändernde Drehzahlsignal. Um dessen Fourierkoeffizienten mittels DFT/FFT berechnen zu können, muß mindestens eine Umdrehung des Geberrades als Datensatz aufgezeichnet werden. Um möglichst wenig rauschbehaftete, d.h. geglättete Fourierkoeffizienten zu erhalten, müssen mehrere Umdrehungen aufgezeichnet werden. Die Adaption der Geberradimpulse muß dann deutlich langsamer als die durch die Aufzeichnung der Datensätze und die Berechnung der DFT/FFT benötigte Totzeit erfolgen, was nicht mehr praktikabel ist. Das in [4] vorgestellte harmonisch aktivierte neuronale Netz (HANN), das auf den in dieser Arbeit beschriebenen Anwendungsfall speziell optimiert wird, benötigt hingegen keine Abtastung und Zwischenspeicherung von Datensätzen. Die Fourierkoeffizienten werden kontinuierlich berechnet. Wie jedes neuronale Netz beeinhaltet auch das HANN durch den Lernprozeß Informationen aus vergangenen Zeitpunkten, während die DFT/FFT nur die Werte des aktuellen Datensatzes berücksichtigt und alle früheren Informationen verwirft. Durch die Tiefpaßcharakteristik des HANN kann außerdem das Rauschen der Koeffizienten wirksam unterdrückt werden.

#### 1.2 Gliederung der Arbeit

Im Abschnitt 2 werden die Grundlagen zur Funktionsapproximation mit neuronalen Netzen beschrieben. Besonders wird hierbei auf die in der Regelungstechnik häufig eingesetzten neuronalen Netze mit lokalen Basisfunktionen und insbesondere die RBF-Netze eingegangen. Diskutiert werden auch die je nach Anwendungsfall erforderlichen Lernstrukturen und Lerngesetze, sowie der Nachweis der Stabilität. Darauf aufbauend werden in Abschnitt 4 spezielle neuronale Netze mit harmoni-

schen Aktivierungsfunktionen (Patentanmeldung DE 199 42 144 A 1) beschrieben. Als Aktivierungsfunktionen werden Sinus- und Cosinusfunktionen unterschiedlicher Frequenzen verwendet. Durch die Periodizität der Aktivierungsfunktionen eignen sich diese Netze besonders zur Identifikation von quasi-periodischen Größen. Neben der Erweiterung für zusätzliche nicht-periodische Eingangsgrößen wird auch hier auf die Lernstrukturen und Lerngesetze eingegangen. Ebenfalls erbracht wird der Nachweis der Stabilität.

Als Grundlage für die in dieser Arbeit behandelte Anwendung dient das in **Ab-schnitt 5** beschriebene Modell eines Turbodieselmotors mit Direkteinspritzung und Abgasrückführung.

Mit Hilfe dieses Modells werden in **Abschnitt 6** Ansätze zur Diagnose von Fehlfunktionen einzelner Zylinder anhand der Kurbelwellendrehzahl entwickelt. Berücksichtigt werden dabei Fehler bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmasse, fehlerhafte Einspritzzeitpunkte, sowie Kombinationen aus beiden Fehlern. Auf die Problematik der Torsionseigenschwingungen der Kurbelwelle und den Einfluß von Meßrauschen wird ebenfalls eingegangen.

Im Abschnitt 7 wird der Einfluß von fertigungstechnischen Ungenauigkeiten des Gebers auf das Drehzahlsignal und damit die Fehlerdiagnose behandelt. Daran anschließend wird ein Ansatz zur Identifikation und Kompensation der Sensorungenauigkeiten vorgestellt.

Abgeschlossen wird die Arbeit mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse in Abschnitt 8.

## 2 Approximation statischer Nichtlinearitäten mit Neuronalen Netzen

Die Regelung komplexer mechatronischer Systeme erfordert zunehmend Verfahren zur Approximation nichtlinearer Funktionen. Diese Funktionen sind im allgemeinen nicht analytisch beschreibbar oder nicht unmittelbar zugänglich.

In der Vergangenheit wurden bereits verschiedene Arten von neuronalen Netzen entwickelt. Als großen Vorteil besitzen diese die Fähigkeit, eine Funktion anhand von Trainingsdaten zu lernen, sie nach abgeschlossener Lernphase zu reproduzieren, sowie das gelernte Wissen auch auf ungelernte Eingangsdaten zu extrapolieren bzw. zu interpolieren. Hierfür besitzen neuronale Netze eine begrenzte Anzahl Parameter, die während des Lernvorganges eingestellt werden [68].

Zunächst soll der Begriff der statischen Nichtlinearität definiert werden.

**Definition:** Ein *P*-dimensionaler Eingangsvektor  $\boldsymbol{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_P]^T$  werde durch eine kontinuierliche, bandbegrenzte und zeitinvariante Funktion  $\mathcal{NL}$  auf einen skalaren Ausgangswert y abgebildet.

$$y = \mathcal{NL}(\boldsymbol{x})$$

Die Funktion  $\mathcal{NL} : \mathbb{R}^P \to \mathbb{R}$  wird als *Nichtlinearität* bezeichnet.

Der Fall eines mehrdimensionalen Ausgangsvektors  $\boldsymbol{y}$  kann aus dem oben beschriebenen eindimensionalen Fall leicht abgeleitet werden, da hierbei lediglich entsprechend der Dimension von  $\boldsymbol{y}$  mehrere skalare Nichtlinearitäten kaskadiert werden [4].

#### 2.1 Approximationsvarianten

Die Nachbildung von Nichtlinearitäten kann je nach Einsatzmöglichkeiten und Randbedingungen auf verschiedene Art und Weise erfolgen. Diese Varianten können nach [61] grob in die folgenden drei Gruppen eingeteilt werden (vgl. Abbildung 2.1):

#### • Algebraisch

Die Nichtlinearität  $\mathcal{NL}$  wird durch die gewichtete Summe verschiedener Basisfunktionen angenähert. Als Beispiele hierfür seien Polynome, insbesondere die abgebrochene Taylor-Reihe, genannt.

$$\mathcal{NL}(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_K x^K$$

Ebenfalls zu dieser Klasse gehört die Darstellung der Nichtlinearität mittels einer Summe orthogonaler bzw. orthonormaler Basisfunktionen

$$\mathcal{NL}(x) = \sum_{k=0}^{K} a_k \phi_k(x) \quad \text{mit} \ a_k = \int_a^b \mathcal{NL}(x) \phi_k(x) \, dx$$

wie sie z.B. bei der Fourier-Reihe mit  $\phi_k(x) = \sin(kx)$  bzw.  $\phi_k(x) = \cos(kx)$  vorliegt.

Allen Beispielen gemeinsam ist die lineare Abhängigkeit von den Parametern. Allerdings kann ein Koeffizient große Bereiche des Eingangsraums beeinflussen, so daß oft keine lokale Zuordnung zu bestimmten Eingangswerten möglich ist [4].

#### • Tabellarisch

Liegt eine Funktion rasterförmig vermessen vor, bietet sich eine tabellarische Beschreibung der Nichtlinearität an. Die einzelnen Meßwerte werden im folgenden als Stützstellen bezeichnet. Zwischen den diskreten Stützstellen muß geeignet interpoliert werden. Einen Sonderfall stellen Splines dar, da die Stützstellen zwar in tabellarischer Form vorliegen, diese jedoch durch den algebraischen Zusammenhang der Splines lokal ausgewertet werden.

Der Übergang von reinen diskreten Stützstellen zu Stützstellenfunktionen stellt eine Verallgemeinerung der tabellarischen Form dar. Als Beispiel hierfür seien die RBF-Netze genannt, die im Abschnitt 3.1 noch genauer vorgestellt werden. Zwischen den einzelnen Stützstellen erfolgt anstelle der Interpolation eine stützwertebasierte Approximation. Wie bei jeder Approximation muß der Verlauf der Nichtlinearität die in der Tabelle enthaltenen Stützwerte nicht notwendigerweise enthalten. Allerdings besteht über die Stützstellenfunktion ein qualitativer Zusammenhang zwischen den Stützstellen und dem Verlauf von  $\mathcal{NL}(x)$ .

#### • Konnektionistisch

Zu dieser Gruppe gehören mehrschichtige neuronale Netze, wie z.B. das Multi Layer Perceptron (MLP) Netz. Diese Netze können auch nichtlineare Funktionen mit Eingangsvektoren hoher Dimension approximieren. Nach **Cybenko** [12] und **Hornik** [35] kann jede kontinuierliche Funktion durch ein vorwärtsgerichtetes neuronales Netz mit zwei oder mehreren Schichten approximiert werden. Somit können MLP-Netze als universelle Approximatoren eingesetzt werden. Die dafür tatsächlich notwendige Anzahl an Schichten muß allerdings durch Ausprobieren ermittelt werden. Grundsätzlich gilt, daß zu viele Schichten bzw. Neuronen pro Schicht einen hohen Lernaufwand bedeuten und aufgrund des Effekts der Überanpassung die Verallemeinerungsfähigkeit (siehe Abschnitt 2.2) des Netzes verringern. Zu wenige Schichten bzw. Neuronen pro Schicht hingegen verschlechtern die Approximation der Funktion durch das Netz [61].



Abb. 2.1: Beispiele für die Approximation von Funktionen

#### 2.2 Kriterien zur Beurteilung von neuronalen Netzen

Um die verschiedenen Varianten neuronaler Netze vergleichen zu können, werden nach [61], [68] die folgenden Kriterien definiert:

#### • Repräsentationsfähigkeit

Die gewählte Netzvariante ist in der Lage, die nichtlineare Funktion mit der gewünschten Genauigkeit zu approximieren, d.h. zu repräsentieren.

#### • Lernfähigkeit

Das neuronale Netz kann über ein geeignetes Lernverfahren die nichtlineare Funktion "lernen". Wichtige Aspekte für die Wahl des Lernverfahrens sind z.B. Lerngeschwindigkeit, Stabilität des Lernergebnisses oder Online-Fähigkeit.

#### • Verallgemeinerungsfähigkeit

Das neuronale Netz ist in der Lage, nach Abschluß des Lernvorgangs auch Wertepaare, die nicht in den Lerndaten enthalten waren, mit ausreichender Genauigkeit zu repräsentieren. Hierbei ist zwischen Interpolationsverhalten (betrifft ungelernte Bereiche innerhalb des Eingangsraumes) und Extrapolationsverhalten (außerhalb des gelernten Eingangsraumes) zu unterscheiden.

Die wichtigste Eigenschaft eines neuronalen Netzes ist eine gute Verallgemeinerungsfähigkeit. Eine dahingehende Überprüfung darf nicht mit den Lerndaten erfolgen, da diese bei entsprechend langer Lernzeit lediglich "auswendig" gelernt werden (Effekt des Übertrainierens). Bei zu kurzer Lernphase hingegen reicht das angeeignete Wissen nicht aus, um die nichtlineare Funktion hinreichend genau zu approximieren.

#### 2.3 Aufbau von neuronalen Netzen

Künstliche neuronale Netze sind den Nervensystemen von Lebewesen nachempfunden und setzen sich aus vielen Nervenzellen oder Neuronen zusammen. Diese bestehen wie das biologische Vorbild aus drei Komponenten: einem Zellkörper, den Eingängen in den Zellkörper (Dendriten) und einem Ausgang, dem sog. Axon (vgl. Abbildung 2.2). Der Ausgang verzweigt sich und ist mit den Dendriten anderer Neuronen über Synapsen verbunden. Die Stärke der Synapsen wird über Verbindungsgewichte  $\hat{\theta}_{ij}$  dargestellt [89]. Typischerweise besteht ein künstliches neuronales



Abb. 2.2: Prinzipdarstellung biologischer Neuronen

Netz aus mehreren hintereinanderliegenden Schichten von Neuronen. Abbildung 2.3 zeigt z.B. ein zweischichtiges Netz. Da in dem Beispiel keine Rückkopplungen innerhalb des Netzes vorhanden sind, wird es auch als vorwärtsgerichtetes (feed-forward)



Abb. 2.3: Zweischichtiges vorwärtsgerichtetes künstliches neuronales Netz

Netz bezeichnet. Beim Vergleich mit Abbildung 2.2 wird die Analogie zwischen dem biologischen Vorbild und künstlichen neuronalen Netzen deutlich.

Die einzelnen Neuronen des Netzes werden auch als Perzeptronen bezeichnet. Das aus einer oder mehreren Schichten von Perzeptronen bestehende Multi Layer Perceptron (MLP) Netz stellt aufgrund seiner engen Anlehnung an das menschliche Gehirn ein klassisches Beispiel für ein künstliches neuronales Netz dar [68]. Die Funktionsweise des Perzeptrons soll anhand der Abbildung 2.4 kurz vorgestellt werden.



Abb. 2.4: Funktionsweise des Perzeptrons

Die *P* Eingänge des Perzeptrons  $x_1, x_2, ..., x_P$  werden zunächst mit den zugehörigen Kanten- oder Verbindungsgewichten  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, ..., \hat{\theta}_P$  multipliziert und anschließend aufsummiert. Zu dieser Summe wird der feste Eingang  $x_0 := 1$  über das Gewicht  $\hat{\theta}_0$ , den sogenannten Bias oder Offset, addiert, so daß sich der Summenausgang  $\hat{u}$ gemäß

$$\hat{u} = \sum_{p=0}^{P} \hat{\theta}_p x_p \tag{2.1}$$



Harte Transferfunktionen



Abb. 2.5: Beispiele für Transferfunktionen

berechnet. Durch Einführung des erweiterten Eingangsvektors  $\boldsymbol{x} = [1 x_1 x_2 \dots x_P]^T$ und des erweiterten Gewichtsvektors  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_0 \, \hat{\theta}_1 \, \hat{\theta}_2 \dots \hat{\theta}_P]^T$  folgt in Vektorschreibweise  $\hat{u} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{x}$  (2.2)

Der Ausgang des Perzeptrons  $\hat{y}$  wird über die anschließende nichtlineare Aktivierungsfunktion (oder Entscheidungs- bzw. Transferfunktion)  $\mathcal{A}(\hat{u})$  bestimmt.

$$\hat{y} = \mathcal{A}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{x}\right) \tag{2.3}$$

Für die Aktivierungsfunktion  $\mathcal{A}(\hat{u})$  werden zumeist streng monoton steigende, Sförmige Funktionen, auch Sigmoidfunktionen genannt, verwendet. Sie besitzen den Vorteil der Stetigkeit und sind zudem beliebig oft differenzierbar. Sie werden daher auch weiche Transferfunktionen genannt. Die bekanntesten Vertreter dieser Klasse sind in Abbildung 2.5 oben dargestellt.

Neben den Sigmoidfunktionen, können auch unstetige, sogenannte harte Transferfunktionen verwendet werden. Beispiele hierfür sind die Signumfunktion oder die Stufenfunktion. Infolge der Unstetigkeit ist jedoch die Differenzierbarkeit nicht mehr gegeben.



Abb. 2.6: Arten der Vernetzung von Neuronen

Durch seine einfache Struktur ist die Approximationsfähigkeit eines einzelnen Neurons/Perzeptrons relativ eingeschränkt [61]. Aus diesem Grund werden analog zum biologischen Vorbild mehrere Neuronen miteinander vernetzt. Dabei können verschiedene Arten der Vernetzung unterschieden werden (Abbildung 2.6).

#### • Vorwärtsgerichtete Netze

Diese Netze werden auch als feedforward-Netze bezeichnet. Sie weisen keine Rückkopplungen auf, das Netz ist somit zyklenfrei.

#### • Indirekt rückgekoppelte Netze

In diesen Netzen existieren Rückkopplungen von Neuronen höherer Schichten zu Neuronen niedrigerer Schichten. Sie werden auch als indirect feedback-Netze bezeichnet und weisen aufgrund von Zeitverzögerungen dynamische Eigenschaften auf.

#### • Rekurrente Netze

Über eine direkte Verbindung von seinem Ausgang zu seinem Eingang kann ein Neuron seine eigene Aktivierung beeinflussen. Diese Art von Netzen zählt somit ebenfalls zu den rückgekoppelten Netzen und besitzt dynamische Eigenschaften.

#### • Lateral gekoppelte Netze

Auch diese Art der Vernetzung zählt zu den rückgekoppelten Netzen. Es existieren Verbindungen zwischen Neuronen derselben Schicht.

Neben diesen Arten der Vernetzung gibt es noch weitere Untervarianten, die z.B. in [89] beschrieben sind.

#### 2.4 Backpropagation-Lernverfahren

Die Adaption der Gewichte des neuronalen Netzes erfolgt mit Hilfe eines Lernalgorithmus, dem sog. Lerngesetz. Hierbei können onlinefähige Lerngesetze auf der einen und Offline-Lernverfahren auf der anderen Seite unterschieden werden. Der Vorteil der Online-Lerngesetze ist die Adaption der Gewichte im laufenden Betrieb einer Anlage. Nach jedem Abtastschritt wird ein Fehlermaß berechnet, das über die notwendige Veränderung der Gewichte entscheidet. Der Lernvorgang ist abgeschlossen, wenn der Fehler verschwindet.

Das bekannteste onlinefähige Lernverfahren stellt das Gradientenverfahren dar [61]. Als Ausgangspunkt dient das quadratische Fehlermaß E, das aus dem Fehler e zwischen dem Netzausgang  $\hat{y}$  und dem tatsächlichem Ausgang y der zu identifizierenden nichtlinearen Funktion bestimmt wird.

$$E(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2}e^2(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2}\left(\hat{y}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - y\right)^2$$
(2.4)

Für die Adaption der Gewichte ist es unerheblich, ob nur der halbe oder der ganze Fehler minimiert wird. Die Einführung des Faktors  $\frac{1}{2}$  in Gl. (2.4) führt jedoch zu einem einfacheren Lerngesetz, da er sich später gegen eine 2 wegkürzt, die durch das Differenzieren entsteht [89]. Auf die genaue Herleitung der Backpropagation-Lernregel soll an dieser Stelle verzichtet werden, sie kann in der Literatur (z.B. [61], [89]) nachgelesen werden.

Allgemein errechnet sich die Änderung der Gewichte des neuronalen Netzes zu

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\theta}}}{dt} = -\eta_L \frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} \tag{2.5}$$

Die Lerngeschwindigkeit kann über den Lernfaktor  $\eta_L > 0$  verändert werden. In zeitdiskreter Schreibweise lautet Gl. (2.5)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i - \eta'_L \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i$$
(2.6)

wobei der Lernfaktor  $\eta'_L$  dem mit der Abtastzeit gewichteten Lernfaktor für den zeitkontinuierlichen Fall entspricht.



Abb. 2.7: Zweischichtiges neuronales Netz

Für ein zweischichtiges Netz mit dem Gewichtsvektor  $\hat{\theta}_1$  der ersten Schicht und dem Gewicht  $\hat{\theta}_2$  der zweiten Schicht, d.h. der Ausgangsschicht, gilt (vgl. Abbildung 2.7)

$$\frac{\partial E}{\partial \hat{\theta}_2} = e \frac{\partial \mathcal{A}_2(\hat{u}_2)}{\partial \hat{u}_2} \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{\theta}_2} 
= e \frac{\partial \mathcal{A}_2(\hat{u}_2)}{\partial \hat{u}_2} \mathcal{A}_1(\hat{\theta}_1^T \boldsymbol{x})$$

$$\frac{\partial E}{\partial \hat{\theta}_1} = e \frac{\partial \mathcal{A}_2(\hat{u}_2)}{\partial \hat{u}_2} \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}} \frac{\partial \hat{x}}{\partial \hat{u}_1} \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{\theta}_1} 
= e \frac{\partial \mathcal{A}_2(\hat{u}_2)}{\partial \hat{u}_2} \hat{\theta}_2 \frac{\partial \mathcal{A}_1(\hat{u}_1)}{\partial \hat{u}_1} \boldsymbol{x}$$
(2.7)
$$(2.7)$$

Wie jedes Gradientenverfahren besitzt auch der Backpropagation-Algorithmus eine Reihe von Problemen, die jedoch zum Teil behoben werden können. Der Grund hierfür liegt in der Lokalität der Verfahren. Die Auswertung des Gradienten liefert nur Erkenntnisse über die lokale Umgebung, anhand derer dann das Minimum des Fehlers gesucht werden muß. Über den Verlauf des Fehlers insgesamt liegen jedoch keine Informationen vor. Dies kann z.B. dazu führen, daß das Gradientenverfahren ein lokales Minimum des Fehlers findet, das globale Minimum jedoch nicht erreicht wird.

Ein weiteres Problem stellt ein flaches Plateau des Fehlerverlaufs dar, an dem der Gradient nur sehr geringe Beträge aufweist. Da die Änderung der Gewichte vom Betrag des Gradienten abhängt, werden für geringe Gewichtsänderungen sehr viele Iterationsschritte benötigt. Im Extremfall weist das Plateau keine Steigung auf, so daß keine Adaption der Gewichte mehr stattfindet. In diesem Fall ist nicht zu erkennen, ob das Lernverfahren auf einem flachen Plateau stagniert oder sich in einem Minimum befindet, da beide Male der Gradient zu Null wird.

In steilen Übergängen des Fehlerverlaufs, innerhalb derer sich ein Minimum befindet, kann das Lernverfahren oszillieren. Ist der Gradient auf der einen Seite des Minimums sehr groß, kann durch die Adaption der Gewichte ein Sprung auf die gegenüberliegende Seite erfolgen. Ist der Gradient auf dieser Seite ebenfalls sehr groß, springt das Lernverfahren wieder auf die erste Seite zurück, da der Gradient nun in die entgegengesetzte Richtung zeigt (zwischen den beiden Seiten befindet sich ein Minimum !). Das Lernverfahren oszilliert zwischen beiden Seiten und kann das gesuchte Minimum nicht erreichen.

Abhilfe für die beiden beschriebenen Probleme schafft die Verwendung des Backpropagation-Lernverfahrens mit Momentum-Term. Diese Methode berücksichtigt bei der Berechnung der Gewichte für den (i + 1)-ten Schritt neben dem Gradienten auch die bereits vollzogene Gewichtsänderung zum Zeitpunkt *i*. Damit ergibt sich die Adaption der Gewichte zu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i - \eta'_L \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i + \alpha \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}\right)$$
(2.9)

$$= \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i} - \eta_{L}^{\prime} \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} - \alpha \eta_{L}^{\prime} \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i-1}$$
(2.10)

Der Faktor  $\alpha$  kann im Bereich zwischen 0 und 1 gewählt werden. Für  $\alpha = 0$  ergibt sich die ursprüngliche Backpropagation-Lernregel Gl. (2.6).

Für weiterführende Informationen sei auf [61] und [89] verwiesen.

## 3 Neuronale Netze mit lokalen Basisfunktionen

Für regelungstechnische Aufgabenstellungen werden häufig neuronale Netze mit lokalen Basisfunktionen eingesetzt. Sie gehören wie die MLP-Netze ebenfalls zu den mehrschichtigen vorwärtsgerichteten Netzen. Das wesentliche Kennzeichen, die lokale Basisfunktion, wird wie folgt definiert [4]:

**Definition:** Eine zusammenhängende begrenzte und nicht negative Funktion  $\mathcal{B} : \mathbb{R}^P \to \mathbb{R}_{0+}$  sei eine lokale Basisfunktion, wenn sie ein globales Maximum bei  $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\chi}$  besitzt und für alle Elemente  $x_p$  des *P*dimensionalen Eingangsvektors  $\boldsymbol{x}$  gilt

$$\frac{\partial \mathcal{B}(\boldsymbol{x})}{\partial x_p} = \begin{cases} \geq 0 & \text{für } x_p < \chi_p \\ \leq 0 & \text{für } x_p > \chi_p \end{cases}$$

und

$$\lim_{||\boldsymbol{x}|| \to \infty} \mathcal{B}(\boldsymbol{x}) = 0$$

Abbildung 3.1 zeigt als Beispiele lokaler Basisfunktionen ein Polynom der Form  $\frac{1}{1 + (x - \chi_p)^2}$ , die Manhattan-Distanz, die Gauß'sche Glockenkurve sowie das Drei-

eckfenster. Mit  $\chi$  wird das Zentrum der Basisfunktion bezeichnet.

Die lokalen Basisfunktionen werden als Aktivierungsfunktionen von Neuronen bzw. ihrer Gewichte eingesetzt. Allgemein gilt für die Aktivierungsfunktion  $\mathcal{A}_k(\boldsymbol{x})$  des *k*-ten Neurons bezüglich des Eingangsvektors  $\boldsymbol{x}$  und des Zentrumsvektors  $\boldsymbol{\chi}_k$ :

$$\mathcal{A}_k(\boldsymbol{x}) = \mathcal{B}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\chi}_k) \tag{3.1}$$

Durch Zusammenfassen der einzelnen Aktivierungsfunktionen aller K Neuronen zu einem Aktivierungsvektor  $\mathcal{A}(\mathbf{x})$  folgt:

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{x}) = \left[ \mathcal{B}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\chi}_1) \, \mathcal{B}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\chi}_2) ... \mathcal{B}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\chi}_K) \right]^T$$
(3.2)

Mit dem Gewichtsvektor  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_K]^T$  kann eine nichtlineare Funktion  $\mathcal{NL}(\boldsymbol{x})$  als Skalarprodukt aus dem Gewichtsvektor und dem Aktivierungsvektor dargestellt werden.

$$\mathcal{NL}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon(\boldsymbol{x})$$
 (3.3)



Abb. 3.1: Beispiele für lokale Basisfunktionen

Der Term  $\varepsilon(\boldsymbol{x})$  in Gl. (3.3) bezeichnet den "inhärenten Approximationsfehler" (Inherent Approximation Error), der aufgrund der endlichen Stützwerteanzahl K entsteht. Mit steigender Anzahl an Stützwerten nimmt der Approximationsfehler ab. Die Stützwerteanzahl K kann daher so gewählt werden, daß  $\varepsilon(\boldsymbol{x})$  eine beliebig kleine Schranke nicht überschreitet. Somit können lokale Basisfunktionen zum Aufbau universeller Funktionsapproximatoren verwendet werden [4], [81].

Verwendet man die gleiche Darstellung für die durch ein neuronales Netz approximierte, d.h. geschätzte Funktion  $\widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x})$  folgt

$$\widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) \qquad (3.4)$$

mit dem Schätzwert des Gewichtsvektors  $\hat{\theta}$ . Unter der Annahme eines identischen Aktivierungsvektors  $\mathcal{A}(\boldsymbol{x})$  in den Gleichungen (3.3) und (3.4) ergibt sich der Adaptions- oder Lernfehler  $e(\boldsymbol{x})$  zu

$$e(\boldsymbol{x}) = \widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x}) - \mathcal{NL}(\boldsymbol{x})$$
  
$$= \widehat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \mathcal{A}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\theta}^{T} \mathcal{A}(\boldsymbol{x})$$
  
$$= \underbrace{\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{T} - \boldsymbol{\theta}^{T}\right)}_{\boldsymbol{\Phi}^{T}} \mathcal{A}(\boldsymbol{x})$$
(3.5)

Somit bedeutet eine optimale Approximation der nichtlinearen Funktion  $\mathcal{NL}(\boldsymbol{x})$ , daß der Gewichtsvektor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  des neuronalen Netzes identisch mit dem Gewichtsvektor  $\boldsymbol{\theta}$  der Nichtlinearität ist. Das heißt, bei optimaler Adaption der Gewichte verschwindet der Parameterfehler  $\boldsymbol{\Phi}$ .

Durch die lokale Wirksamkeit der Aktivierungsfunktionen im Eingangsraum ist zudem bei ausreichender Variation des Eingangsvektors  $\boldsymbol{x}$  die Eindeutigkeit der Adaption gewährleistet [4]. Ferner wurde die Eindeutigkeit der Funktionsapproximation für Gauß'sche Glockenkurven als Aktivierungsfunktionen in [40] nachgewiesen.

#### 3.1 Radiale-Basisfunktionen-Netze (RBF-Netze)

Radiale-Basisfunktionennetze (RBF-Netze) sind spezielle vorwärtsgerichtete neuronale Netze mit nur einer Schicht verdeckter Neuronen [46]. Diese Neuronen werden mittels radialsymmetrischer (radialer) Basisfunktionen aktiviert. Gegenüber anderen Netzmodellen besitzen RBF-Netze zwei Vorteile [89]:

- Die Aktivierungsfunktion eines Neurons liefert nur in der Nähe seines Zentrums, d.h. der entsprechenden Stützstelle, einen großen Wert. Für Eingangswerte  $\boldsymbol{x}$ , die außerhalb des durch die Stützwerte beschriebenen Eingangsraums liegen, liefert das Netz nur sehr geringe Aktivierungen. Im Gegensatz hierzu liefern neuronale Netze mit sigmoiden Aktivierungsfunktionen außerhalb des gelernten Bereichs oft unvorhersehbare Aussagen (vgl. Abschnitt 2.3).
- Durch die einfache Struktur der RBF-Netze mit nur einer verdeckten Schicht wird eine direkte, d.h. nicht iterative Berechnung der Gewichte des Netzes ermöglicht. Andere Netztypen erfordern hingegen meist lange, iterative Lernverfahren. RBF-Netze können zudem mit den direkt berechneten Gewichten initialisiert werden und in einer anschließenden zusätzlichen Lernphase nachtrainiert werden.

Üblicherweise werden als Aktivierungsfunktionen für RBF-Netze Gauß'sche Glockenkurven verwendet [61]. Die Aktivierung des k-ten Neurons errechnet sich dann gemäß

$$\mathcal{A}_{k}(\boldsymbol{x}) = \exp\left(-\sum_{p=1}^{P} \frac{(x_{p} - \chi_{p,k})^{2}}{2\sigma_{p,k}^{2}}\right)$$
(3.6)

Für P = 2 Dimensionen ist die Projektion der Gauß'schen Glockenkurve in Abbildung 3.2 dargestellt.

Mit  $\sigma_{p,k}$  werden die sog. Glättungsfaktoren bezeichnet. Sie beschreiben den Grad der Überlappung zwischen benachbarten Aktivierungen. Werden für alle Stützwerte



Abb. 3.2: Zweidimensionale Projektion der Gauß'schen Glockenkurve

und alle Dimensionen des Eingangsvektors  $\boldsymbol{x}$  gleiche Glättungsfaktoren  $\sigma$  angenommen vereinfacht sich Gl. (3.6) zu

$$\mathcal{A}_{k}(\boldsymbol{x}) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^{2}}\sum_{p=1}^{P}(x_{p}-\chi_{p,k})^{2}\right)$$
$$= \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\chi}_{k})^{T}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\chi}_{k})}{2\sigma^{2}}\right)$$
(3.7)

Der Ausgang  $\widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x})$  eines RBF-Netzes mit K Neuronen errechnet sich nach Gl. (3.4) als gewichtete Summe der Aktivierungen zu

$$\widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K} \hat{\theta}_k \, \mathcal{A}_k(\boldsymbol{x}) \\ = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \, \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$

Die sich daraus ergebende Struktur des RBF-Netzes ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Ein wesentlicher Nachteil des RBF-Netzes ist die fehlende Monotonie-Erhaltung zwischen den Stützstellen. So kann der Ausgangswert des Netzes auch außerhalb des durch die Gewichte der benachbarten Stützstellen begrenzten Bereichs liegen. Dieser Effekt wird in der Literatur auch als "Durchsacken" bezeichnet [61]. Abbildung 3.4 verdeutlicht diesen Sachverhalt. Aus der Monotonie der Gewichte kann somit nicht auf einen monotonen Verlauf der approximierten Funktion geschlossen werden. Dieser vor allem für regelungstechnische Anwendungen bedeutende Nachteil wird durch die nachfolgend beschriebene Modifikation des RBF-Netzes beseitigt.



Abb. 3.3: Struktur des RBF-Netzes

#### 3.2 Das General Regression Neural Network (GRNN)

Das General Regression Neural Network (GRNN) wurde von **Specht** [78] im Jahre 1991 vorgeschlagen und stellt eine Weiterentwicklung der RBF-Netze dar. Eingehende Untersuchungen des GRNN finden sich u.a. auch in [57].

Um den Nachteil der fehlenden Monotonie-Erhaltung beim RBF-Netz zu verhindern, wird eine Normierung der Aktivierung eines Neurons auf die Summe aller Aktivierungsfunktionen durchgeführt. Die Aktivierung des k-ten Neurons errechnet sich zu

$$\mathcal{A}_{k}(\boldsymbol{x}) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^{2}}\sum_{p=1}^{P}(x_{p}-\chi_{p,k})^{2}\right)}{\sum_{l=1}^{K}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^{2}}\sum_{p=1}^{P}(x_{p}-\chi_{p,l})^{2}\right)}$$
$$= \frac{\exp\left(-\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\chi}_{k})^{T}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\chi}_{k})}{2\sigma^{2}}\right)}{\sum_{l=1}^{K}\exp\left(-\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\chi}_{l})^{T}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\chi}_{l})}{2\sigma^{2}}\right)}$$
(3.8)



Abb. 3.4: Fehlende Monotonie-Erhaltung zwischen benachbarten Stützstellen des RBF-Netzes

Es gilt demnach

$$\sum_{k=1}^{K} \mathcal{A}_k = 1 \tag{3.9}$$

Damit ergibt sich die in Abbildung 3.5 dargestellte Struktur des GRNN. Durch die



Abb. 3.5: Struktur des GRNN

Normierung der Aktivierungen kann das GRNN nur Ausgangswerte zwischen dem kleinsten und dem größten Stützwert annehmen. Unkontrolliert hohe Werte, wie sie z.B. in ungelernten Bereichen auftreten können, werden so verhindert. Es findet folglich eine definierte Wissensextrapolation statt, da der Ausgang in ungelernten Bereichen des Eingangsraums immer dem nächstgelegenen Stützwert entspricht [81]. Zudem ist eine abschnittsweise Interpretierung des Netzes infolge des Monotonieverhaltens möglich [80].

Der direkte Vergleich zwischen GRNN und RBF-Netz ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Beide Netze wurden gleich parametriert, d.h. die Anzahl der Neuronen/Stützwerte, der Glättungsfaktor  $\sigma$ , Lerndauer und Lernschrittweite wurden gleich gewählt, um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Das verbesserte Monotonieverhalten des GRNN ist zwischen den Stützwerten  $\chi_3$  und  $\chi_4$  deutlich erkennbar. Auch die Unterschiede im Extrapolationsverhalten zwischen beiden Netzen sind ersichtlich. Aufgrund der strukturellen Ähnlichkeit von GRNN und RBF-Netz gel-



Abb. 3.6: Vergleich zwischen GRNN und RBF-Netz

ten die nachfolgenden Betrachtungen bezüglich Lernstrukturen, Fehlermodelle und Lerngesetze, sowie Parameterkonvergenz und Stabilität für beide Netze.

#### 3.3 Lerngesetze zur Identifikation nichtlinearer Funktionen

Je nach Anwendungsfall sind verschiedene Lernstrukturen zur Adaption des Gewichtsvektors  $\hat{\theta}$  möglich. Für eine möglichst identische Nachbildung einer nichtlinearen Funktion erweist sich eine Vorwärtslernstruktur nach Abbildung 3.7 als besonders geeignet. Die zu identifizierende Nichtlinearität  $\mathcal{NL}(\boldsymbol{x})$  und das neuro-



Abb. 3.7: Vorwärtslernstruktur

nale Netz werden dabei parallel betrieben, beide erhalten folglich auch dasselbe Eingangssignal  $\boldsymbol{x}$ . Die Gewichte des neuronalen Netzes werden über den Lernfehler e aus dem durch das Netz geschätzten Ausgang  $\hat{y}$  und dem tatsächlichen Ausgang y adaptiert.

Je nachdem, ob der meßbare Ausgang y direkt oder indirekt bzw. verzögert vorliegt, können verschiedene Fehlermodelle und Lerngesetze unterschieden werden [49].

Zur besseren Übersichtlichkeit wird im folgenden eine hybride Schreibweise zwischen Signalen im Zeitbereich und Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich innerhalb einer Gleichung verwendet. Diese Notation ist im angelsächsischen Raum weit verbreitet, da sie eine kompakte Schreibweise der Zusammenhänge ermöglicht [41], [81]. Das zeitabhängige Signal y(t)

$$y(t) = H(s) \cdot x(t) \tag{3.10}$$

ist hierbei als Ausgang eines dynamischen Systems mit der Übertragungsfunktion H(s) und dem zeitabhängigen Eingangssignal x(t) zu verstehen. Anfangswerte werden in dieser Schreibweise vernachlässigt.

#### 3.3.1 Lerngesetz bei direkt zugänglichem Lernfehler

Ist der Ausgang y der zu identifizierenden nichtline<br/>aren Funktion direkt zugänglich kann die in Abbildung 3.8 dargestellte Struktur des sogenannten Fehler<br/>modells 1



Abb. 3.8: Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 1

nach [49] verwendet werden. Nach Gl. (3.3) errechnet sich der Ausgang y der nichtlinearen Funktion unter Vernachlässigung des inhärenten Approximationsfehlers zu

$$y = \mathcal{N} \mathcal{L}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$

Der Ausgangswert des neuronalen Netzes und damit der Schätzwert für die Nichtlinearität errechnet sich zu

$$\hat{y} = \widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$

Der Lernfehler ergibt sich mit dem Parameterfehler  $\Phi$  nach Gl. (3.5) zu

$$e(\boldsymbol{x}) = \hat{y} - y$$
  
=  $\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^T - \boldsymbol{\theta}^T\right) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$   
=  $\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$ 

Das quadratische Fehlermaß  $E(\boldsymbol{x})$  [61] errechnet sich zu

$$E(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2} e(\boldsymbol{x})^2 \qquad (3.11)$$

Die für eine Minimierung des Fehlermaßes und damit auch des Lernfehlers notwendige Änderung eines jeden Gewichts wird über ein Gradientenabstiegsverfahren, die Delta-Lernregel [89], ermittelt. Hierfür wird der quadratische Fehler nach dem jeweiligen Gewicht  $\hat{\theta}_k$  abgeleitet.

$$\frac{\partial E(\boldsymbol{x})}{\partial \hat{\theta}_{k}} = e(\boldsymbol{x}) \frac{\partial e(\boldsymbol{x})}{\partial \hat{\theta}_{k}}$$
$$= e(\boldsymbol{x}) \mathcal{A}_{k}(\boldsymbol{x}) \qquad (3.12)$$

Nach [49] bestimmt sich die Änderung des Gewichts  $\hat{\theta}_k$  zu

$$\frac{d}{dt}\hat{\theta}_k = -\eta_L \, e(\boldsymbol{x}) \, \mathcal{A}_k(\boldsymbol{x}) \tag{3.13}$$

bzw. in vektorieller Schreibweise

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\eta_L \, e(\boldsymbol{x}) \, \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) \tag{3.14}$$

Der einstellbare Lernfaktor  $\eta_L > 0$  bestimmt die Lerngeschwindigkeit bzw. die Glättungswirkung während der Lernphase. Für jede Komponente des Gewichtsvektors kann auch ein eigener Lernfaktor gewählt werden. Durch das negative Vorzeichen ist in jedem Fall die Anpassung der Gewichte in Richtung kleinerer Fehler sichergestellt.

#### 3.3.2 Lerngesetz bei einer SPR-Fehlerübertragungsfunktion

Oftmals liegt der Ausgang y der Nichtlinearität und damit der Lernfehler e nicht direkt vor, sondern ist erst nach dem Durchlaufen einer Übertragungsfunktion H(s)zugänglich. Gründe hierfür können z.B. das Meßverfahren oder ein der Nichtlinearität nachgeschalteter Beobachter sein. Die Übertragungsfunktion H(s) wird im folgenden als Fehlerübertragungsfunktion bezeichnet.

Handelt es sich bei H(s) um eine streng positive reelle (strictly positive real, SPR) Funktion, kann das Fehlermodell 3 verwendet werden (Abbildung 3.9). Eine SPR-Übertragungsfunktion wird wie folgt definiert [49]:

#### **Definition:** Eine Übertragungsfunktion H(s) ist nur dann eine streng positiv reelle (SPR-) Übertragungsfunktion, wenn gilt:

1. H(s) ist asymptotisch stabil, d.h. alle Pole weisen einen negativen Realteil auf

und

2. der Realteil von  $H(j\omega)$  längs der  $j\omega$ -Achse stets positiv ist, d.h.

$$\operatorname{Re}\left\{H(j\omega)\right\} > 0 \quad \forall \, \omega \geq 0$$


Abb. 3.9: Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 3

Anschaulich bedeutet diese Definition, daß eine SPR-Übertragungsfunktion im Bodediagramm keine Phasendrehung um mehr als 90° erzeugt. Dies ist z.B. bei einer asymptotisch stabilen  $PT_1$ -Übertragungsfunktion immer gegeben.

In diesem Fall errechnet sich der Ausgang  $\boldsymbol{y}$  der nichtline<br/>aren Funktion zu

$$y = \mathcal{NL}(\boldsymbol{x}) = H(s) \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$
 (3.15)

Für den Ausgangswert des neuronalen Netzes ergibt sich

$$\hat{y} = \widehat{\mathcal{NL}}(\boldsymbol{x}) = H(s) \, \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \, \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$
 (3.16)

Damit folgt für den Lernfehler

$$e(\boldsymbol{x}) = \hat{y} - y$$
  
=  $H(s) \left( \hat{\boldsymbol{\theta}}^T - \boldsymbol{\theta}^T \right) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$   
=  $H(s) \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$  (3.17)

In diesem Fall ergibt sich das Lerngesetz für die Gewichte des neuronalen Netzes, wie schon beim Fehlermodell 1 zu

$$rac{d}{dt} \hat{oldsymbol{ heta}} \;=\; -\eta_L \, e(oldsymbol{x}) \, oldsymbol{\mathcal{A}}(oldsymbol{x})$$

#### 3.3.3 Lerngesetz bei einer Nicht-SPR-Fehlerübertragungsfunktion

Im allgemeinen Fall einer Fehlerübertragungsfunktion H(s), die die SPR-Bedingung nicht erfüllt, muß das Fehlermodell 4 aus [49] angewendet werden (Abbildung 3.10).



Abb. 3.10: Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 4

Zur Adaption wird der erweiterte Lernfehler $e_{\cal E}$ eingeführt

$$e_E(\boldsymbol{x}) = e(\boldsymbol{x}) + e_1(\boldsymbol{x}) \tag{3.18}$$

 $\operatorname{mit}$ 

$$e_1(\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) - H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$
(3.19)

Damit folgt für den erweiterten Fehler

$$e_{E}(\boldsymbol{x}) = e(\boldsymbol{x}) + \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) - H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) = \left( H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) - H(s) \boldsymbol{\theta}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) \right) + \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) - H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}) - H(s) \boldsymbol{\theta}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$
(3.20)

Da der Parametervektor $\pmb{\theta}$ der zu approximierenden nichtline<br/>aren Funktion konstant ist, kann Gl. (3.20) umgeformt werden

$$e_{E}(\boldsymbol{x}) = \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} - \boldsymbol{\theta}^{T}\right) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$
  
=  $\boldsymbol{\Phi}^{T} \underbrace{H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})}_{\text{verzögerte}}$  (3.21)  
Aktivierung

Das Lerngesetz lautet dann

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\eta_L e_E(\boldsymbol{x}) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x})$$
(3.22)

Dieser Ansatz wird auch als Verfahren der verzögerten Aktivierung bezeichnet [41], [80]. Durch die Filterung der Aktivierungsfunktion mit der Fehlerübertragungsfunktion H(s) bewirken auch Signalanteile, die eine Phasendrehung um mehr als 90° verursachen, eine Adaption der Gewichte in die richtige Richtung.

## 3.4 Stabilität der Lerngesetze

Für den Einsatz in regelungstechnischen Problemstellungen, ist die Stabilität der verwendeten Lerngesetze von entscheidender Bedeutung. Vor allem aus Sicherheitsgründen muß beim online-Betrieb neuronaler Verfahren an bestehenden Anlagen immer gewährleistet sein, daß das System nicht in unkontrollierte Zustände gerät. Da dies im Grenzfall zur Zerstörung der Anlage führen kann, wäre auch der wirtschaftliche Schaden entsprechend groß.

Für die in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Lernstrukturen und Fehlermodelle kann der Stabilitätsnachweis nach der sogenannten direkten oder zweiten Methode nach **Lyapunov** geführt werden. Ausführliche Darstellungen zur Lyapunovtheorie finden sich in der Literatur, z.B. in [49], [77]. Für den Stabilitätsbeweis gelten die folgenden Definitionen [57]:

#### Definition: Fehlerkonvergenz eines Fehlermodells

Fehlerkonvergenz eines Fehlermodells liegt genau dann vor, wenn die durch "\*" markierte Ruhelage  $\left[e^* \Phi^{*T}\right]^T = \mathbf{0}$  des Fehlermodells global stabil im Sinne von Lyapunov ist und gleichzeitig gilt:

$$e^* = \lim_{t \to \infty} e(t) = 0$$
 (3.23)

Neben der Fehlerkonvergenz erfordert die Identifikation einer Nichtlinearität auch die Konvergenz des Parameterfehlervektors  $\Phi$  gegen Null. Eine sinnvolle Interpretierbarkeit der adaptierten Gewichte des neuronalen Netzes wird erst durch die Parameterkonvergenz möglich.

#### Definition: Parameterkonvergenz eines Fehlermodells

Parameterkonvergenz eines Fehlermodells liegt genau dann vor, wenn die durch "\*" markierte Ruhelage  $\left[e^* \Phi^{*T}\right]^T = \mathbf{0}$  des Fehlermodells global stabil im Sinne von Lyapunov ist und zugleich gilt:

$$\Phi^* = \lim_{t \to \infty} \Phi(t) = \mathbf{0}$$
(3.24)

Für den allgemeinen Fall einer Fehlerübertragungsfunktion H(s), die die SPR-

Bedingung nicht erfüllt, lautet die komplette Beschreibung des Fehlermodells (vgl. Abbildung 3.10).

$$e(t) = H(s) \boldsymbol{\Phi}^{T}(t) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t))$$
  
$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}$$
  
$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Phi}(t) = \frac{d}{dt} \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = -\eta_{L} e_{E}(t) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t))$$
  
$$e_{E}(t) = e(t) + e_{1}(t)$$
  
$$e_{1}(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T}(t) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t)) - H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T}(t) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t))$$

Dadurch, daß H(s) eine asymptotisch stabile Übertragungsfunktion ist, wird der Fehler  $e_1(t)$  mit der Zeit exponentiell abklingen, wenn der zeitveränderliche Parametervektor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$  den konstanten Wert  $\boldsymbol{\theta}$  angenommen hat. Damit kann  $e_1(t)$  auch über den Parameterfehler  $\boldsymbol{\Phi}(t)$  beschrieben werden

$$e_1(t) = \boldsymbol{\Phi}^T(t) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t)) - H(s) \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t)) + \varepsilon(t)$$
(3.25)

wobei der der Term  $\varepsilon(t)$  mit der Zeit exponentiell abnimmt. Mit der Definition

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t))$$
(3.26)

kann die Fehlergleichung unter Vernachlässigung von  $\varepsilon(t)$  umgeschrieben werden zu (vgl. Gl. (3.21))

$$e_E(t) = \boldsymbol{\Phi}^T(t) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{x}(t))$$
  
=  $\boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\zeta}(t)$  (3.27)

Das Lerngesetz für diese Fehlergleichung lautet

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{\Phi}(t) = \frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = -\eta_L e_E(t)\boldsymbol{\zeta}(t) = -\eta_L \boldsymbol{\zeta}(t)\boldsymbol{\zeta}(t)^T \boldsymbol{\Phi}(t)$$
(3.28)

Als Kandidat für eine Lyapunov-Funktion wird die skalare, positiv semidefinite Funktion

$$V(\mathbf{\Phi}(t)) = \frac{1}{2} \mathbf{\Phi}^{T}(t) \mathbf{\Phi}(t)$$
(3.29)

gewählt. Die Berechnung der zeitlichen Ableitung von  $V(\mathbf{\Phi}(t))$  entlang der durch Gl. (3.28) vorgegebenen Trajektorien ergibt

$$\frac{d}{dt}V(\mathbf{\Phi}(t)) = \frac{\partial V(\mathbf{\Phi}(t))}{\partial \mathbf{\Phi}(t)} \cdot \frac{d\mathbf{\Phi}(t)}{dt}$$

$$= \mathbf{\Phi}^{T}(t) \frac{d\mathbf{\Phi}(t)}{dt}$$

$$= -\eta_{L} e_{E}(t) \mathbf{\Phi}^{T}(t) \boldsymbol{\zeta}(t)$$

$$= -\eta_{L} e_{E}^{2}(t) \leq 0$$
(3.30)

Damit ist die Ableitung  $\frac{d}{dt}V(\Phi(t))$  negativ semidefinit und somit ist  $V(\Phi(t))$  eine Lyapunov-Funktion. Daraus kann nach [41], [49] gefolgert werden:

- Der Parameterfehler  $\mathbf{\Phi}(t)$  und seine zeitliche Ableitung  $\frac{d\mathbf{\Phi}(t)}{dt}$  bleiben beschränkt, da  $V(\mathbf{\Phi}(t))$  eine Lyapunov-Funktion ist.
- Bleibt der Eingang  $\boldsymbol{x}(t)$  der Nichtlinearität beschränkt, so bleiben auch  $\boldsymbol{\zeta}(t)$ und  $\frac{d\boldsymbol{\zeta}(t)}{dt}$  beschränkt. Daraus ergibt sich eine Konvergenz des Fehlers  $e_E(t)$ zu Null:

$$\lim_{t \to \infty} e_E(t) = 0$$

Daraus folgt, daß der Parametervektor  $\hat{\theta}$  gegen einen festen Wert konvergiert.

• Unter der Voraussetzung einer ausreichenden Anregung (persistently excitation) des neuronalen Netzes kann aus der Fehlerkonvergenz auf die Parameterkonvergenz geschlossen werden:

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{\Phi}(t) = \mathbf{0}$$

und damit folgt

$$\lim_{t \to \infty} \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \boldsymbol{\theta}$$

Das Problem einer ausreichenden Anregung wird ausführlich in [49] behandelt. Die entsprechende Definition der persistent excitation lautet:

## **Definition:** Persistent Excitation

Wenn  $\mathcal{A}(\mathbf{x}(t)) = \mathcal{A}(t)$  stückweise stetig ist und die Bedingung

$$\frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} |\mathcal{A}^T(\tau) \mathbf{\nu}| \, d\tau \ge k > 0 \qquad \forall t \ge t_0 \qquad (3.31)$$

mit einem beliebigen Einheitsvektor  $\boldsymbol{\nu}$  für positive Konstanten  $t_0$ ,  $T_0$ , und k erfüllt ist, dann ist das Signal "persistently exciting", d.h. fortwährend ausreichend erregend.

Anschaulich bedeutet dies, daß die Aktivierung  $\mathcal{A}(\boldsymbol{x}(t))$  eines Neurons nie dauerhaft zu Null werden darf, solange keine vollständige Parameterkonvergenz erreicht ist [4]. In [41] wurde gezeigt, daß die Anregung eines GRNN immer persistently exciting ist, d.h. die obige Bedingung erfüllt.

# 4 Neuronale Netze mit harmonischen Basisfunktionen

Ein weiteres Anwendungsgebiet für neuronale Netze ist die Approximation periodischer Signale. Prinzipiell eignen sich hierfür auch die in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen RBF-Netze oder das GRNN. In [80] wurde z.B. zur Kompensation von Wicklerunrundheiten bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen die Verwendung des GRNN vorgeschlagen. Für eine hohe Approximationsgenauigkeit wird allerdings eine große Anzahl an Stützwerten benötigt, wodurch der Rechenaufwand zur Adaption der Gewichte erheblich steigt. Ebenso ist eine wahlweise Ausblendung bestimmter Frequenzanteile des periodischen Signals, z.B. des Gleichanteils, bei Verwendung des GRNN problematisch.

Aus diesem Grund wurde in [4] ein neuronales Netz mit harmonischen Basisfunktionen zur Identifikation und Tilgung der Drehmomentschwingungen von Verbrennungsmotoren vorgestellt (Patentanmeldung DE 199 42 144 A 1). Der Aufbau und die Funktionsweise dieses Netzes sollen im folgenden genauer beschrieben werden.

## 4.1 Harmonisch aktiviertes neuronales Netz (HANN)

Eine im Winkel  $\varphi$  periodische Nichtlinearität  $\mathcal{NL}(\varphi)$  kann als reelle Fourierreihe dargestellt werden, wobei der Term  $\varepsilon(\varphi)$  den Fehler infolge nicht berücksichtigter höherfrequenter Anteile bezeichnet.

$$\mathcal{NL}(\varphi) = \underbrace{\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{K} a_k \cos(k\varphi) + \sum_{k=1}^{K} b_k \sin(k\varphi) + \varepsilon(\varphi)}_{\text{gerade}} \underbrace{\frac{1}{\text{ungerade}}}_{\text{Anteile}}$$
(4.1)

In Analogie zur Darstellung bei RBF-Netzen oder dem GRNN kann die Fourierreihe durch die gewichtete Summe von Aktivierungen eines neuronalen Netzes approximiert werden.

$$\widehat{\mathcal{NL}}(\varphi) = \sum_{k=0}^{K} \hat{\theta}_{A,k} \mathcal{A}_{A,k}(\varphi) + \sum_{k=1}^{K} \hat{\theta}_{B,k} \mathcal{A}_{B,k}(\varphi)$$
(4.2)

$$= \hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)$$
(4.3)

Der Index "A" kennzeichnet die geraden, der Index "B" die ungeraden Spektralanteile der nichtlinearen Funktion.

Die beiden Gleichungen (4.1) und (4.2) können unter Vernachlässigung des inhärenten Approximationsfehlers  $\varepsilon(\varphi)$  ineinander übergeführt werden, wenn die Koeffizienten  $a_k$  bzw.  $b_k$  als die Gewichte  $\hat{\theta}_{A,k}$  bzw.  $\hat{\theta}_{B,k}$ , sowie die sin- bzw. cos-Terme als Basisfunktionen des neuronalen Netzes interpretiert werden. Somit lauten die Gewichts- und Aktivierungsvektoren für die geraden bzw. ungeraden Anteile

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} = \left[\hat{\theta}_{A,0}\,\hat{\theta}_{A,1}\,\hat{\theta}_{A,2}\,\ldots\,\hat{\theta}_{A,K}\right]^{T} \tag{4.4}$$

$$\mathcal{A}_{A}^{T}(\varphi) = \left[1 \cos(\varphi) \cos(2\varphi) \dots \cos(K\varphi)\right]^{T}$$
(4.5)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} = \left[\hat{\theta}_{B,1}\,\hat{\theta}_{B,2}\,\ldots\,\hat{\theta}_{B,K}\right]^{T} \tag{4.6}$$

$$\mathcal{A}_{B}^{T}(\varphi) = \left[\sin(\varphi)\,\sin(2\varphi)\,\dots\,\sin(K\varphi)\right]^{T} \tag{4.7}$$

Da die Aktivierungsvektoren harmonische Funktionen enthalten, wird das Netz als Harmonisch Aktiviertes Neuronales Netz (HANN) bezeichnet [4]. Die Grundstruktur des HANN ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Sollen bestimmte Frequenzanteile bei der Adaption ausgeblendet werden, sind diese aus der Netzstruktur zu entfernen. Soll z.B. der Gleichanteil  $\hat{\theta}_{A,0}$  unberücksichtigt bleiben, entfällt das entsprechende Neuron mit der Aktivierung  $\mathcal{A}_{A,0}(\varphi) = 1$  in der Netzstruktur (in der Abbildung gestrichelt eingetragen).



Abb. 4.1: Struktur des harmonisch aktivierten neuronalen Netzes

Wird analog zu den neuronalen Netzen mit lokalen Basisfunktionen die zu appro-

ximierende Funktion  $\mathcal{NL}(\varphi)$  ebenfalls als Skalarprodukt aus Gewichtsvektoren und Aktivierungsvektoren aufgefaßt

$$\mathcal{NL}(\varphi) = \boldsymbol{\theta}_{A}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + \boldsymbol{\theta}_{B}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)$$
(4.8)

so folgt für den Adaptionsfehler  $e(\varphi)$ 

$$e(\varphi) = \widehat{\mathcal{NL}}(\varphi) - \mathcal{NL}(\varphi)$$

$$= \widehat{\theta}_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \widehat{\theta}_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi) - \left( \overline{\theta}_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \overline{\theta}_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi) \right)$$

$$= \underbrace{\left( \widehat{\theta}_{A}^{T} - \overline{\theta}_{A}^{T} \right)}_{\Phi_{A}^{T}} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \underbrace{\left( \widehat{\theta}_{B}^{T} - \overline{\theta}_{B}^{T} \right)}_{\Phi_{B}^{T}} \mathcal{A}_{B}(\varphi)$$

$$(4.9)$$

mit dem geraden Parameterfehler  $\boldsymbol{\Phi}_{A}^{T}$  und dem ungeraden Parameterfehler  $\boldsymbol{\Phi}_{B}^{T}$ . Im Gegensatz zu dem RBF-Netzen können die einzelnen Stützwerte des HANN nicht mehr bestimmten Bereichen des Eingangsraumes zugeordnet werden. Die Stützstellen repräsentieren stattdessen diskrete Ortsfrequenzen im Frequenzbereich und geben dadurch Aufschluß über die spektrale Zusammensetzung des approximierten Signals. Für die periodische Funktion  $\mathcal{NL}(\varphi)$  und die Approximation durch das neuronale Netz  $\widehat{\mathcal{NL}}(\varphi)$  kann auch die komplexe Schreibweise

$$\mathcal{NL}(\varphi) = \sum_{k=-K}^{K} c_k e^{jk\varphi}$$
(4.10)

bzw.

$$\widehat{\mathcal{NL}}(\varphi) = \sum_{k=-K}^{K} \hat{c}_k e^{jk\varphi}$$
(4.11)

 $\operatorname{mit}$ 

$$c_k = |c_k| e^{j\gamma_k} \tag{4.12}$$

angewendet werden. Die Koeffizienten für die komplexe Notation ergeben sich dann zu

$$\hat{c}_k = \frac{\hat{\theta}_{A,k} - j\,\hat{\theta}_{B,k}}{2} \tag{4.13}$$

$$\hat{c}_{-k} = c_k^* = \frac{\theta_{A,k} + j \,\theta_{B,k}}{2}$$
(4.14)

$$|c_k| = |c_{-k}| = \frac{\sqrt{\hat{\theta}_{A,k}^2 + \hat{\theta}_{B,k}^2}}{2}$$
(4.15)

$$\gamma_k = \angle c_k = -\arctan\left(\frac{\hat{\theta}_{B,k}}{\hat{\theta}_{A,k}}\right)$$
(4.16)

wobei der Quadrant des Winkels anhand der Vorzeichen der Stützwerte ermittelt werden muß.

## 4.2 Lerngesetze zur Identifikation periodischer Funktionen

Aufgrund der strukturellen Ähnlichkeit zwischen RBF-Netzen und dem harmonisch aktivierten neuronalen Netz können die in Abschnitt 3.3 vorgestellten Lerngesetze und Fehlermodelle übertragen werden. Im Gegensatz zum RBF-Netz oder GRNN kann allerdings beim HANN die Aktivierung auch negative Werte annehmen. Da die Aktivierung sowohl für das Lerngesetz als auch für die Auswertung verwendet wird kompensiert sich das negative Vorzeichen und somit ist eine Fallunterscheidung für die Stabilitätsbetrachtungen nicht notwendig.

Die nachfolgend beschriebenen Lerngesetze beziehen sich auf die bereits vorgestellte Vorwärtslernstruktur, da diese für die möglichst genaue Approximation einer Nichtlinearität besonders geeignet ist.

#### 4.2.1 Lerngesetz bei direkt zugänglichem Lernfehler

In diesem Fall kann analog zu den RBF-Netzen die Lernstruktur nach Fehlermodell 1 [49] angewendet werden (Abbildung 4.2). Unter Vernachlässigung des inhärenten Approximationsfehlers gilt

$$y = \mathcal{N}\mathcal{L}(\varphi) = \boldsymbol{\theta}_{A}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + \boldsymbol{\theta}_{B}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)$$
$$\hat{y} = \widehat{\mathcal{N}}\mathcal{L}(\varphi) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)$$

Für den Lernfehler  $e(\varphi)$  gilt nach Gl. (4.9)

$$e(\varphi) = \hat{y} - y$$
  
=  $\left(\hat{\theta}_{A}^{T} - \theta_{A}^{T}\right) \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \left(\hat{\theta}_{B}^{T} - \theta_{B}^{T}\right) \mathcal{A}_{B}(\varphi)$   
=  $\Phi_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \Phi_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi)$ 

Unter Anwendung des quadratischen Fehlermaßes kann mit Hilfe der Delta-Lernregel die notwendige Änderung des jeweiligen Gewichts bestimmt werden. Analog zum Abschnitt 3.3.1 ergibt sich das Adaptionsgesetz für die Gewichte des neuronalen Netzes zu

$$\frac{d}{dt}\hat{\theta}_{A,k} = -\eta_L e(\varphi) \mathcal{A}_{A,k}(\varphi)$$
(4.17)

$$\frac{d}{dt}\hat{\theta}_{B,k} = -\eta_L \, e(\varphi) \, \mathcal{A}_{B,k}(\varphi) \tag{4.18}$$

bzw. zu Vektoren zusammengefaßt

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{A} = -\eta_{L} e(\varphi) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi)$$
(4.19)

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}_B = -\eta_L e(\varphi) \boldsymbol{\mathcal{A}}_B(\varphi)$$
(4.20)



mit dem Lernfaktor  $\eta_L > 0$ , über den die Lerngeschwindigkeit und die Glättungswirkung während des Adaptionsvorganges eingestellt werden können.

Abb. 4.2: Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 1

### 4.2.2 Lerngesetz bei einer SPR-Fehlerübertragungsfunktion

Für den Fall, daß der Ausgang y der periodischen Funktion und damit der Lernfehler e nicht direkt zugänglich ist, muß wie schon in den Abschnitten 3.3.1 und 3.3.2 zwischen zwei Fällen unterschieden werden.

Erfüllt die Fehlerübertragungsfunktion H(s) die SPR-Bedingung (siehe Abschnitt

3.3.1), so kann die Lernstruktur nach Fehlermodell 3 verwendet werden [49]. In diesem Fall lautet das Adaptionsgesetz für die Gewichte des harmonisch aktivierten neuronalen Netzes

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{A} = -\eta_{L} e(\varphi) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi)$$
$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{B} = -\eta_{L} e(\varphi) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)$$

Dieses Lerngesetz entspricht dem des Fehlermodells 1, Gl. (4.19) und Gl. (4.20). Die zugehörige Lernstruktur ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Für genauere Angaben sei auf den Abschnitt 3.3.1 oder die Literatur verwiesen.



Abb. 4.3: Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 3

#### 4.2.3 Lerngesetz bei einer Nicht-SPR-Fehlerübertragungsfunktion

Erfüllt die Fehlerübertragungsfunktion die SPR-Bedingung nicht, muß eine Lernstruktur nach Fehlermodell 4 verwendet werden (Abbildung 4.4). Wie schon bei den RBF-Netzen erfolgt die Adaption mit Hilfe des erweiterten Lernfehlers  $e_E$ 

$$e_E(\varphi) = e(\varphi) + e_1(\varphi)$$

 $\operatorname{mit}$ 

$$e_{1}(\varphi) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi) - \left(H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + H(s) \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)\right)$$
(4.21)

Der erweiterte Fehler errechnet sich damit zu

$$e_{E}(\varphi) = e(\varphi) + \hat{\theta}_{A}^{T} H(s) \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \hat{\theta}_{B}^{T} H(s) \mathcal{A}_{B}(\varphi) - \left(H(s) \hat{\theta}_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + H(s) \hat{\theta}_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi)\right) = H(s) \hat{\theta}_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + H(s) \hat{\theta}_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi) - \left(H(s) \theta_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + H(s) \theta_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi)\right) \right\} e(\varphi) + \hat{\theta}_{A}^{T} H(s) \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \hat{\theta}_{B}^{T} H(s) \mathcal{A}_{B}(\varphi) - \left(H(s) \hat{\theta}_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + H(s) \hat{\theta}_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi)\right) \right\} e_{1}(\varphi) = \hat{\theta}_{A}^{T} H(s) \mathcal{A}_{A}(\varphi) + \hat{\theta}_{B}^{T} H(s) \mathcal{A}_{B}(\varphi) - \left(H(s) \theta_{A}^{T} \mathcal{A}_{A}(\varphi) + H(s) \theta_{B}^{T} \mathcal{A}_{B}(\varphi)\right)$$
(4.22)

Da die Parametervektoren  $\boldsymbol{\theta}_{A}^{T}$  und  $\boldsymbol{\theta}_{B}^{T}$  der zu approximierenden periodischen Funktion konstant sind, kann Gl. (4.22) umgeformt werden zu

$$e_{E}(\varphi) = \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} - \boldsymbol{\theta}_{A}^{T}\right) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi) + \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} - \boldsymbol{\theta}_{B}^{T}\right) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)$$

$$= \boldsymbol{\Phi}_{A}^{T} \underbrace{H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi)}_{\text{verzögerte}} + \boldsymbol{\Phi}_{B}^{T} \underbrace{H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B}(\varphi)}_{\text{verzögerte}}$$

$$Aktivierung \qquad Aktivierung \\ gerade \qquad ungerade \\ Anteile \qquad A$$

Das Lerngesetz nach Fehlermodell 4 lautet dann [49]

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{A} = -\eta_{L} e_{E}(\varphi) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A}(\varphi)$$
(4.24)

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}}_B = -\eta_L e_E(\varphi) H(s) \boldsymbol{\mathcal{A}}_B(\varphi)$$
(4.25)



Abb. 4.4: Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 4

## 4.3 Stabilität der Lerngesetze

Die Überlegungen bezüglich der Stabilität der Lerngesetze können sehr einfach aus denen für RBF-Netze abgeleitet werden. Dazu werden die Vektoren der Aktivierungsfunktionen für gerade und ungerade Anteile sowie die der Gewichte zu jeweils einem Vektor zusammengefaßt:

$$\mathcal{A}^{T} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}^{T}_{A} \mathcal{A}^{T}_{B} \end{bmatrix}$$
(4.26)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} = \left[ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{A}^{T} \, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B}^{T} \right] \tag{4.27}$$

$$\boldsymbol{\theta}^{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{A}^{T} \, \boldsymbol{\theta}_{B}^{T} \end{bmatrix}$$
(4.28)

Damit können die Stabilitätsbetrachtungen aus dem Abschnitt 3.4 und insbesondere der Stabilitätsnachweis nach Lyapunov auf das HANN übertragen werden. Dies gilt auch für die Aussagen bezüglich Fehler- und Parameterkonvergenz. Ausführliche Betrachtungen diesbezüglich finden sich in [4].

## 4.4 Erweiterung für variable Betriebspunkte

In den vorhergehenden Abschnitten wurde eine Abhängigkeit der zu identifizierenden periodischen Funktion nur vom Winkel  $\varphi$  vorausgesetzt. Oftmals treten jedoch zusätzliche Abhängigkeiten von weiteren Eingangsgrößen auf. Deshalb wurde in [4] eine Erweiterung des harmonisch aktivierten neuronalen Netzes um einen zusätzlichen Eingangsvektor  $\boldsymbol{x}$  vorgeschlagen, die im folgenden kurz wiedergegeben werden soll.

Um die vorteilhaften Eigenschaften der RBF-Netze insbesondere bezüglich Stabilität und Interpretierbarkeit der Parameter weiterhin nutzen zu können, wird die Erweiterung des HANN mit Hilfe der allgemeinen Struktur der RBF-Netze aufgebaut. Dies erlaubt den Einsatz der bereits vorgestellten stabilen Lerngesetze. Die Grundlegende Überlegung des Ansatzes ist eine Aufteilung der Aktivierung der Stützwerte in winkelabhängige und betriebspunktabhängige Teil-Aktivierungen. Anschließend werden alle möglichen Produkte aus je einer betriebspunktabhängigen und einer winkelabhängigen Teil-Aktivierungsfunktion gebildet und jeweils einem Stützwert zugeordnet.

Im allgemeinen Fall von  $P \geq 1$  Dimensionen des Eingangsvektors  $\boldsymbol{x}$  und N Stützwerten entlang jeder Achse liegen die  $N^P$  Stützwerte  $\chi_{n,p}$  bei äquidistanter Unterteilung des Eingangsraumes an den Stellen

$$\chi_{p,n} = \chi_{p,min} + \frac{n-1}{N} \left( \chi_{p,max} - \chi_{p,min} \right)$$
(4.29)

mit n = 1, ..., N und p = 1, ..., P. Die Indices "min" und "max" bezeichnen die Grenzen des betrachteten Eingangsraums.

Der normierte Abstand  $\Delta X_n$  des momentanen Betriebspunktes  $\boldsymbol{x}$  vom *n*-ten Stützwert errechnet sich zu

$$\Delta X_n = \sqrt{\sum_{p=1}^{P} \left(\frac{x_p - \chi_{p,n}}{\chi_{p,max} - \chi_{p,min}}\right)^2}$$
(4.30)



Abb. 4.5: Für variable Betriebspunkte erweiterte Struktur des HANN

Verwendet man wie beim GRNN Gauß'sche Glockenkurven, errechnet sich die betriebspunktabhängige Teil-Aktivierung des n-ten Stützwertes zu

$$\mathcal{A}_{n}(\boldsymbol{x}) = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta X_{n}^{2}}{2\sigma^{2}}\right)}{\sum_{l=1}^{N^{P}} \exp\left(-\frac{\Delta X_{l}^{2}}{2\sigma^{2}}\right)}$$
(4.31)

mit dem Glättungsfaktor $\sigma,$  der den gegenseitigen Einfluß benachbarter Stützwerte beschreibt.

Die winkelabhängigen Teil-Aktivierungsfunktionen lauten nach den Gln. (4.5) und (4.7)

$$\mathcal{A}_{A,k}(\varphi) = \cos(k\varphi) \quad \text{mit} \quad k \in \mathbb{N}_0$$
  
$$\mathcal{A}_{B,k}(\varphi) = \sin(k\varphi) \quad \text{mit} \quad k \in \mathbb{N}$$

Der durch das neuronale Netz approximierte Wert der periodischen Funktion  $\widehat{\mathcal{NL}}(\varphi, \boldsymbol{x})$  errechnet sich zu

$$\widehat{\mathcal{NL}}(\varphi, \boldsymbol{x}) = \sum_{n=1}^{N} \mathcal{A}_{n}(\boldsymbol{x}) \cdot \left( \sum_{k=0}^{K} \hat{\theta}_{A,k,n} \,\mathcal{A}_{A,k}(\varphi) + \sum_{k=1}^{K} \hat{\theta}_{B,k,n} \,\mathcal{A}_{B,k}(\varphi) \right) \quad (4.32)$$

Die daraus resultierende erweiterte Struktur des HANN ist in der Abbildung 4.5 dargestellt.



**Abb. 4.6:** Identifikationsstruktur und Lerngesetz nach Fehlermodell 1 für das erweiterte HANN

Durch die Verwendung der allgemeinen Struktur der RBF-Netze können die in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Fehlermodelle und Lerngesetze weiter-

verwendet werden. Die Identifikationsstruktur für das erweiterte HANN bei direkt zugänglichem Lernfehler (Fehlermodell 1) ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Identifikationsstrukturen für das erweiterte HANN nach den Fehlermodellen 3 und 4 können auf analoge Weise abgeleitet werden.

# 5 Modellierung eines Turbodieselmotors mit Direkteinspritzung und Abgasrückführung

Die Drehzahl an der Kurbelwelle weist Schwingungen infolge des pulsierenden Drehmoments des Verbrennungsmotors auf. Die Amplitude der Momentenpulsationen kann dabei ein Vielfaches des mittleren Moments betragen. Ursachen der Schwingungen sind

- Ansaugen und Ausstoßen von Frischluft bzw. Abgas
- Kompression und Expansion des im Zylinder befindlichen Gases
- Ungleichförmigkeit der Verbrennung
- Massenkräfte im Motor

Um die Drehzahlschwankungen untersuchen zu können ist ein realitätsnahes hochauflösendes Verbrennungsmotormodell erforderlich. Im folgenden sollen die Untersuchungen anhand eines Turbodieselmotors mit Direkteinspritzung (TDI) und Abgasrückführung (AGR) durchgeführt werden. Da das dynamische Verhalten des gesamten Verbrennungsmotors nicht ausschließlich von den oben genannten Effekten abhängig ist, müssen auch Komponenten in seinem Umfeld, wie z.B. Abgasturbolader oder Abgasrückführung, mitberücksichtigt werden, wobei zur Vereinfachung der Turbolader nur als Mittelwertmodell beschrieben wird. Die Abbildung 5.1 zeigt eine Übersicht über die wesentlichen Bestandteile des Verbrennungsmotors.

Die Frischluft wird im Verdichter komprimiert und gelangt über einen Ladeluftkühler ins Saugrohr. Zusätzlich kann über die Abgasrückführung Abgas ins Saugrohr geführt werden, wo es sich mit dem im Saugrohr befindlichen Gas vermischt. Bei geöffnetem Einlaßventil wird das Gemisch aus Frischluft und Abgas in den jeweiligen Zylinder eingesaugt, wo es anschließend komprimiert wird. Nach der Kraftstoffeinspritzung und Verbrennung wird das Abgas bei geöffnetem Auslaßventil in den Abgaskrümmer ausgestoßen. Von dort gelangt ein Teil des Abgases zur Turbine, die den Verdichter antreibt. Ein zweiter Teil kann zur Ladedruckregelung über das Wastegate an der Turbine vorbeigeleitet werden. Schließlich kann über die Abgasrückführung ein weiterer Teil des Abgases über einen AGR-Kühler ins Saugrohr geleitet werden. Dies setzt ein negatives Spülgefälle zwischen Saugrohr (Einlaßkanal) und Abgaskrümmer (Auslaßkanal) voraus, was im Teillastbereich des Motors erfüllt ist. In der Regel wird daher der Betrieb der Abgasrückführung auf diesen Bereich beschränkt.

Bei höheren Leistungen, wie sie z.B. auch im Nutzfahrzeug-Zyklus vorgegeben sind, herrschen umgekehrte Verhältnisse und der Saugrohrdruck, d.h. der Ladedruck, ist höher als der Abgasdruck, so daß ein dauerhafter Betrieb der Abgasrückführung nicht möglich ist. Detailanalysen haben ergeben, daß der Abgasdruck sehr impulsbehaftet ist und Druckspitzen oberhalb des Ladedrucks aufweist [27]. Um die Druckspitzen optimal nutzen zu können wird ein Rückschlagventil zwischen AGR-Kühler und Saugrohr eingesetzt. Dieses läßt die Druckspitzen durch und verhindert gleichzeitig, daß Frischluft über den AGR-Zweig direkt in den Abgaskrümmer gelangt. Das für die Abgasrückführung erforderliche Druckgefälle muß somit nicht durch verbrauchssteigernde Maßnahmen erzeugt werden [42].

Das Rückschlagventil kann platzsparend und gegen hohe Temperaturen geschützt im Diffusor des AGR-Kühlers untergebracht werden [27], [42].



Abb. 5.1: Schema eines TDI-Motors mit Abgasrückführung

Die Modellierung der einzelnen Komponenten soll in den weiteren Abschnitten genauer erläutert werden. Die hierfür notwendigen thermodynamischen und mechanischen Grundlagen wurden der Fachliteratur (z.B. [26], [43], [52], [82], [91]) entnommen.

## 5.1 Verdichter und Ladeluftkühler

Verdichter und Ladeluftkühler (Abbildung 5.2) sollen im folgenden als eine Einheit betrachtet werden. Zur Vereinfachung wird hierbei der Einfluß des Ladeluftkühlers (LLK) auf den Druck und den Luftmassenstrom vernachlässigt, d.h. der Druck im Ladeluftkühler ist identisch mit dem Druck im Saugrohr  $p_S$  und der Massenstrom durch den Kompressor entspricht dem Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  aus dem Kühler in das Saugrohr. Außerdem soll der Verdichtungsvorgang als adiabater Vorgang betrachtet



Abb. 5.2: Einheit Verdichter-Ladeluftkühler

werden, d.h. es wird keine Energie an die Umgebung abgegeben. Der Verdichter ist über eine Welle an die Turbine gekoppelt. Das Trägheitsmoment des gesamten Turboladers sei mit  $J_{TL}$  bezeichnet. Im dynamischen Betrieb des Turboladers gilt für die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{TL}$  der gemeinsamen Welle die Leistungsbilanz

$$J_{TL}\,\omega_{TL}\,\frac{d\omega_{TL}}{dt} + P_V = P_T \tag{5.1}$$

Mit  $P_V$  wird die vom Verdichter zur Komprimierung der Luft benötigte Leistung bezeichnet, mit  $P_T$  die von der Turbine gelieferte Leistung. Für deren Berechnung sei auf den Abschnitt 5.5 verwiesen. Somit folgt für die Änderung der Winkelgeschwindigkeit

$$\frac{d\omega_{TL}}{dt} = \frac{P_T - P_V}{J_{TL}\,\omega_{TL}} \tag{5.2}$$

Die vom Verdichter benötigte Leistung errechnet sich nach [52] zu

$$P_V = \frac{1}{\eta_V} \dot{m}_L c_{p\_L} T_0 \left[ \left( \frac{p_S}{p_0} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right]$$
(5.3)

Der Index "L" der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  und des Isentropenexponenten  $\kappa$ bedeutet, daß sich nur Frischluft in dem Teilsystem befindet. Mit  $p_0$  bzw.  $T_0$  werden der Umgebungsdruck bzw. die Umgebungstemperatur bezeichnet. Der Verdichterwirkungsgrad  $\eta_V$  wird einem Kennfeld nach [37] entnommen. Wie aus Abbildung 5.3 ersichlich ist, ist der Verdichterwirkungsgrad sehr stark von der Turbinenwinkelgeschwindigkeit abhängig.



Abb. 5.3: Verdichterwirkungsgradkennfeld

Der durch den Verdichter strömende Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  kann in Abhängigkeit vom Druckverhältnis und der Turbinenwinkelgeschwindigkeit ebenfalls einem Kennfeld entnommen werden. Für weitere Einzelheiten sei auf [34] und [37] verwiesen.



Abb. 5.4: Luftmassenstrom durch den Verdichter

## 5.2 Das Saugrohr

Das Saugrohr wird als Behälter modelliert, in den der Frischluftmassenstrom  $\dot{m}_L$ vom Ladeluftkühler und der AGR-Massenstrom  $\dot{m}_{AK}$  vom AGR-Kühler strömen. Die einströmenden Gase vermischen sich mit dem Inhalt des Saugrohres. Aus dem Saugrohr wird der Massenstrom  $\dot{m}_{ZE}$  in die Zylinder eingesaugt (vgl. Abbildung 5.5). Dadurch, daß sich Frischluft und Abgas im Saugrohr befinden, muß eine ge-



Abb. 5.5: Saugrohr des Verbrennungsmotors

trennte Betrachtung der unterschiedlichen Gasanteile erfolgen. Die Anderungen von Frischluftmasse  $\dot{m}_{S\_L}$  und Abgasmasse  $\dot{m}_{S\_A}$  im Saugrohr bestimmen sich aufgrund des Massenerhalts zu

$$\dot{m}_{S\_L} = \dot{m}_L + \dot{m}_{AK\_L} - \dot{m}_{ZE\_L}$$
(5.4)

$$\dot{m}_{S\_A} = \dot{m}_{AK\_A} - \dot{m}_{ZE\_A} \tag{5.5}$$

Der Index "L" bedeutet hierbei Frischluft, der Index "A" Abgas. Im Dieselmotor treten hauptsächlich nur diese beiden Gase auf. Sie setzen sich aus folgenden Volumenanteilen zusammen [75]:

		Stickstoff	Sauerstoff	Argon	Wasserdampf	Kohlendioxid
		$N_2$	$O_2$	Ar	$H_2O$	$CO_2$
Frischluft	%	78,09	20,95	0,93	—	0,03
Abgas (Leerlauf)	%	77,5	16,0	_	3,0	$3,\!5$
Abgas (Vollgas)	%	67,0	10,0	_	11,0	12,0

Die folgende Tabelle zeigt die wichtigsten auftretenden Bestandteile und ihre Eigenschaften. Die einzelnen Parameter der Gasgemische sind dabei entsprechend der enthaltenen Massenanteile gemittelt, wobei die Anteile an Stickoxiden  $(NO_X)$  und Kohlenmonoxid (CO), usw. in der Tabelle nicht aufgeführt sind.

			Stick-	Sauer-	Argon	Wasser-	Kohlen-
			$\operatorname{stoff}$	$\operatorname{stoff}$		dampf	dioxid
			$N_2$	$O_2$	Ar	$H_2O$	$CO_2$
Dichte	$\rho$	$kgm^{-3}$	1,25	1,43	1,78	0,60	1,98
$(0^{\circ}C, 1013  hPa)$							
Wärmekapazität	$c_p$	$kJ kg^{-1} K^{-1}$	1,04	0,91	0,52	2,01	0,82
	$c_v$	$kJ  kg^{-1}  K^{-1}$	0,74	$0,\!65$	0,31	$1,\!52$	$0,\!63$
Isentropenexponent	$\kappa$		1,40	1,40	1,67	1,32	1,30
Gaskonstante	R	$kJ kg^{-1} K^{-1}$	0,30	0,26	0,21	0,49	0,19

Mit diesen Angaben können die Eigenschaften von Frischluft und Dieselabgas berechnet werden.

			Frischluft	Abgas	Abgas
				Leerlauf	Vollgas
Dichte	ρ	$kg m^{-3}$	1,293	1,285	1,284
$(0^{\circ}C, 1013  hPa)$					
Wärmekapazität	$c_p$	$kJ  kg^{-1}  K^{-1}$	1,005	1,019	1,035
	$c_v$	$kJ  kg^{-1}  K^{-1}$	0,716	0,729	0,750
Isentropenexponent	$\kappa$		1,404	1,397	1,380
Gaskonstante	R	$kJ  kg^{-1}  K^{-1}$	0,289	0,290	0,285

Zwischen den Gaskonstanten und Wärmekapazitäten gelten die folgenden Beziehungen

$$R = c_p - c_v \tag{5.6}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v} \tag{5.7}$$

Die Parameter des Gasegemischs aus Frischluft und Abgas im Saugrohr bestimmen sich aus den Parametern und Massenanteilen der Einzelbestandteile.

$$R_{S} = \frac{m_{S_{-L}} R_{L} + m_{S_{-A}} R_{A}}{m_{S_{-L}} + m_{S_{-A}}}$$
(5.8)

$$c_{v\_S} = \frac{m_{S\_L} c_{v\_L} + m_{S\_A} c_{v\_A}}{m_{S\_L} + m_{S\_A}}$$
(5.9)

$$c_{p\_S} = \frac{m_{S\_L} c_{p\_L} + m_{S\_A} c_{p\_A}}{m_{S\_L} + m_{S\_A}}$$
(5.10)

$$\kappa_S = \frac{c_{p\_S}}{c_{v\_S}} \tag{5.11}$$

Der Druck im Saugrohr  $p_S$  ergibt sich unter Anwendung der Gasgleichung zu

$$p_S = \frac{m_S R_S T_S}{V_S} \tag{5.12}$$

$$= \frac{(m_{S_{-L}} R_L + m_{S_{-A}} R_A) T_S}{V_S}$$
(5.13)

Die Temperatur im Saugrohr  $T_S$  kann über die Bilanz der inneren Energie im Saugrohr ermittelt werden. Aus der Bilanz von zugeführter und abgeführter Energie ergibt sich für die Änderung der inneren Energie  $\dot{U}_S$ 

$$\dot{U}_{S} = \underbrace{\dot{m}_{L} c_{p,L} T_{L} + (\dot{m}_{AK,L} c_{p,L} + \dot{m}_{AK,A} c_{p,A}) T_{AGK}}_{\text{zugeführte Energie}} - \underbrace{(\dot{m}_{ZE,L} c_{p,L} + \dot{m}_{ZE,A} c_{p,A}) T_{S}}_{\text{abgeführte Energie}} - \underbrace{\dot{Q}_{S,W}}_{\text{Wandverluste}}$$
(5.14)

Aus der verbleibenden inneren Energie  $U_S$  kann schließlich unter Berücksichtigung der Massen im Saugrohr die Saugrohrtemperatur  $T_S$  ermittelt werden.

$$T_{S} = \frac{U_{S}}{m_{S\_L} c_{v\_L} + m_{S\_A} c_{v\_A}}$$
(5.15)

## 5.3 Vorgänge im Zylinder

Dieselmotoren arbeiten ebenso wie Ottomotoren nach dem Viertaktverfahren [26]. Folglich kann der Arbeitsprozeß des Motors in vier Einzelschritte zerlegt werden (vgl. Abbildung 5.6):

- 1. Ansaugen der Frischluft
- 2. Verdichten der angesaugten Luft
- 3. Selbstzündung des eingespritzten Kraftstoffs und anschließende Expansion
- 4. Ausstoßen des Abgases



Abb. 5.6: Arbeitsweise eines Viertakt-Dieselmotors

#### 5.3.1 Thermodynamische Betrachtung des Zylinders

Der Zylinder kann für die Beschreibung der thermodynamischen Vorgänge als Behälter betrachtet werden (Abbildung 5.7). Durch das geöffnete Einlaßventil strömt der Massenstrom  $\dot{m}_{ZE}$  in den Zylinder. Bei dem angesaugten Gas handelt es sich infolge der Abgasrückführung um ein Gemisch aus Frischluft und Abgas. Die Zusammensetzung ist dieselbe, wie im Saugrohr. Für die Verbrennung wird der Kraftstoffmassenstrom  $\dot{m}_F$  zugeführt. Nach der Expansionsphase wird bei geöffnetem Auslaßventil der Abgasmassenstrom  $\dot{m}_{ZA}$  aus dem Zylinder ausgestoßen. Durch die Bewegung des Kolbens besitzt der Behälter ein zeitabhängiges Volumen  $V_Z$ , auf das später noch genauer eingegangen wird.

Für die Masse des Gases im Zylinder  $m_Z$  gelten die Mengenbilanz

$$\dot{m}_Z = \dot{m}_{ZE} - \dot{m}_{ZA} + \dot{m}_F$$
 (5.16)

und die Energiebilanz

$$\frac{d(m_Z u_Z)}{dt} = \dot{Q}_B + \dot{m}_{ZE} h_{ZE} - \dot{m}_{ZA} h_{ZA} - p_Z \dot{V}_Z - \dot{Q}_{Z\underline{W}}$$
(5.17)

wobei mit  $u_Z$  die auf die Mengeneinheit bezogene innere Energie der Zylinderladung und mit  $h_{ZE}$  bzw.  $h_{ZA}$  der (bezogene) Wärmeinhalt der ein- bzw. ausströmenden



Abb. 5.7: Modellierung des Zylinders als Behälter

Gase bezeichnet werden [14].

$$h = c_p T \tag{5.18}$$

$$u = c_v T \tag{5.19}$$

Die Verbrennung wird über den Brennverlauf  $\dot{Q}_B$  beschrieben. Hierfür kann z.B. ein Ersatzbrennverlauf nach **Vibe** [82] verwendet wenden. Dieser soll im nächsten Abschnitt noch genauer erläutert werden. Die Wandverluste werden über den Term  $\dot{Q}_{Z,W}$  berücksichtigt. Auf die vier Arbeitstakte des Motors angewendet bedeutet dies, daß der Luft-/Abgasmassenstrom in die Zylinder  $\dot{m}_{ZE}$  nur im Takt 1 bei geöffnetem Einlaßventil und der Abgasmassenstrom aus den Zylindern  $\dot{m}_{ZA}$  nur im Takt 4 bei geöffnetem Auslaßventil von Null verschieden sind.

Im folgenden sollen die Wandverluste durch den thermischen Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  berücksichtigt werden. Somit lautet die Energiebilanz

$$\frac{d(m_Z u_Z)}{dt} = \eta_{th} \dot{Q}_B + \dot{m}_{ZE} h_{ZE} - \dot{m}_{ZA} h_{ZA} - p_Z \dot{V}_Z$$
(5.20)

Aus der Mengen- und Energiebilanz ergibt sich für die Änderung der Temperatur im Zylinder  $\dot{T}_Z$ 

$$\dot{T}_{Z} = \frac{1}{m_{Z} \frac{du_{Z}}{dT_{Z}}} \left[ \eta_{th} \dot{Q}_{B} + \dot{m}_{ZE} \left( h_{S} - u_{Z} \right) - \dot{m}_{ZA} \left( h_{Z} - u_{Z} \right) - \dot{m}_{F} u_{Z} - p_{Z} \dot{V}_{Z} \right]$$
(5.21)

Durch Einsetzen der Gln. (5.18) und (5.19) ergibt sich für die Änderung der Temperatur im Zylinder

$$\dot{T}_{Z} = T_{Z} \left[ \left( 1 - \frac{T_{Z}}{\kappa_{S} T_{S}} \right) \frac{\dot{m}_{ZE} R_{Z} \kappa_{Z} T_{S}}{p_{Z} V_{Z}} - \left( \kappa_{Z} - 1 \right) \left( \frac{\dot{m}_{ZA} R_{Z} T_{Z}}{p_{Z} V_{Z}} + \frac{\dot{V}_{Z}}{V_{Z}} - \frac{\eta_{th} \dot{Q}_{B}}{p_{Z} V_{Z}} \right) - \frac{\dot{m}_{F} R_{Z} T_{Z}}{p_{Z} V_{Z}} \right]$$
(5.22)

Aus der Gasgleichung

$$pV = mRT (5.23)$$

ergibt sich für die Änderung des Drucks

$$\dot{p} = \frac{\dot{m}RT}{V} - p\frac{\dot{V}}{V} + p\frac{\dot{T}}{T}$$
(5.24)

Durch Einsetzen der Gl. (5.22) folgt für die Änderung des Drucks im Zylinder  $\dot{p}_Z$ 

$$\dot{p}_{Z} = \frac{\dot{m}_{ZE} R_{Z} \kappa_{Z} T_{S}}{V_{Z}} - \frac{\dot{m}_{ZA} R_{Z} \kappa_{Z} T_{Z}}{V_{Z}} + \kappa_{Z} p_{Z} \frac{\dot{V}_{Z}}{V_{Z}} + (\kappa_{Z} - 1) \frac{\eta_{th} \dot{Q}_{B}}{V_{Z}} - \frac{\dot{m}_{F} R_{Z} T_{Z}}{V_{Z}}$$
(5.25)

Die Massenströme  $\dot{m}_{ZE}$  in die Zylinder und  $\dot{m}_{ZA}$  aus den Zylindern berechnen sich über die Düsengleichungen der Ein- bzw. Auslaßventile

$$\dot{m}_{ZE} = A_E \psi_E p_S C_{DE} \sqrt{\frac{2}{R_S T_S}}$$
(5.26)

mit der Durchflußfunktion

$$\psi_E = \begin{cases} \sqrt{\frac{\kappa_S}{\kappa_S - 1}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p_Z}{p_S}\right)^{\frac{\kappa_S - 1}{\kappa_S}}} \cdot \left(\frac{p_Z}{p_S}\right)^{\frac{1}{\kappa_S}} & \text{für } \frac{p_Z}{p_S} > \left(\frac{2}{\kappa_S + 1}\right)^{\frac{\kappa_S}{\kappa_S - 1}} \\ \sqrt{\frac{\kappa_S}{\kappa_S + 1}} \cdot \left(\frac{2}{\kappa_S + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa_S - 1}} & \text{für } \frac{p_Z}{p_S} \le \left(\frac{2}{\kappa_S + 1}\right)^{\frac{\kappa_S}{\kappa_S - 1}} \end{cases}$$

Die Berechnung von  $\dot{m}_{ZA}$  erfolgt auf analoge Weise:

$$\dot{m}_{ZA} = A_A \psi_A p_Z C_{DA} \sqrt{\frac{2}{R_Z T_Z}}$$
 (5.28)

mit

$$\psi_{A} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\kappa_{Z}}{\kappa_{Z}-1}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p_{K}}{p_{Z}}\right)^{\frac{\kappa_{Z}-1}{\kappa_{Z}}}} \cdot \left(\frac{p_{K}}{p_{Z}}\right)^{\frac{1}{\kappa_{Z}}} & \text{für } \frac{p_{K}}{p_{Z}} > \left(\frac{2}{\kappa_{Z}+1}\right)^{\frac{\kappa_{Z}}{\kappa_{Z}-1}} \\ \sqrt{\frac{\kappa_{Z}}{\kappa_{Z}+1}} \cdot \left(\frac{2}{\kappa_{Z}+1}\right)^{\frac{1}{\kappa_{Z}-1}} & \text{für } \frac{p_{K}}{p_{Z}} \le \left(\frac{2}{\kappa_{Z}+1}\right)^{\frac{\kappa_{Z}}{\kappa_{Z}-1}} \end{cases}$$

wobei mit  $p_K$  der Druck im Abgaskrümmer bezeichnet wird.

## 5.3.2 Brennverlauf nach Vibe

Die Verbrennung des eingespritzten Kraftstoffs im Zylinder erfolgt mit einer zeitabhängigen Brennrate. Diese hängt u.a. von der Ausbreitung der Flammen und dem noch vorhandenen Anteil an brennfähigem Kraftstoff/Luft-Gemisch ab [4]. Ansätze unterschiedlicher Komplexität zur Berechnung des Brennverlaufs von Diesel- und Ottomotoren bis hin zur Finite-Elemente-Simulation finden sich in [3], [9], [10], [16], [33], [56].

Im folgenden wird zur Beschreibung des Verbrennungsvorgangs auf den Ansatz von **Vibe** [82] zurückgegriffen. Dieser nulldimensionale Ansatz besitzt den Vorteil einer ausreichenden Genauigkeit bei begrenztem Rechenaufwand. Die durch die eingespritzte Kraftstoffmasse  $m_F$  und den Heizwert  $H_U$  bestimmte theoretisch freisetzbare Energie  $m_F H_U$  wird hierbei über eine vom Kurbelwellenwinkel  $\varphi_K$  abhängige Brennfunktion  $f_B(\varphi_K)$  skaliert. Der Wärmeverlauf  $Q_B$  und seine Ableitung  $\dot{Q}_B$ berechnen sich nach [5] zu

$$Q_B = m_F H_U \cdot f_B(\varphi_K)$$
  
=  $m_F H_U \cdot \left(1 - \exp\left(-k_1 \left(\frac{\varphi_K - \varphi_{K1}}{\varphi_{K2} - \varphi_{K1}}\right)^{k_2}\right)\right)$  (5.30)

$$\dot{Q}_B = m_F H_U \cdot \exp\left(-k_1 \left(\frac{\varphi_K - \varphi_{K1}}{\varphi_{K2} - \varphi_{K1}}\right)^{k_2}\right) \cdot \frac{k_1 k_2}{\varphi_{K2} - \varphi_{K1}} \left(\frac{\varphi_K - \varphi_{K1}}{\varphi_{K2} - \varphi_{K1}}\right)^{k_2 - 1} \omega_K$$
(5.31)

Der Winkel  $\varphi_{K1}$  bezeichnet den Einspritzbeginn, der Winkel  $\varphi_{K2}$  das Ende der Einspritzung. Dies bedeutet, daß der Brennvorgang ausschließlich im Bereich  $[\varphi_{K1}, \varphi_{K2}]$ 

stattfindet. Außerhalb dieses Intervalles ist  $Q_B = \dot{Q}_B = 0$ . Der Faktor  $k_1$  beschreibt die Umsetzung der theoretisch verfügbaren Energie, und damit den Wirkungsgrad der Verbrennung. Ein Umsetzungsfaktor  $k_1 = 5$  bedeutet z.B. eine Umsetzungsrate von  $1 - \exp(-5) = 99,3\%$  am Ende des Verbrennungsvorgangs. Zur Anpassung der Durchbrennfunktion an das reale Verhalten dient der sogenannte Formfaktor  $k_2$ . In der Abbildung 5.8 sind die Durchbrennfunktion  $f_B(\varphi_K)$ , sowie deren Ableitung



Abb. 5.8: Brennfunktion bei verschiedenen Formfaktoren

 $\frac{df_B(\varphi_K)}{d\varphi_K}$  für verschiedene Werte des Formfaktors  $k_2$  gezeigt. Weitere Einflußgrößen sind Zündwinkel, Zündverzug und Brenndauer, auf die hier jedoch nicht weiter eingegangen werden soll. Ansätze zu deren Berechnung für Otto- und Dieselmotoren finden sich in [11] und [50], [51].

Wärmeverluste (z.B. an der Zylinderwand) werden, wie bereits im vorhergehenden Abschnitt erläutert, durch den in Gl. (5.20) eingeführten thermischen Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  berücksichtigt.

Um die Genauigkeit des Vibe-Ansatzes zu erhöhen, finden sich in der Literatur geeignete Erweiterungen, z.B. durch Überlagerung von zwei Vibe-Ersatzbrennverläufen [51].

#### 5.3.3 Kinematik des Kurbeltriebs

Die Herleitung der Geometrie und die sich daraus ergebende Berechnung des Drehmoments an der Kurbelwelle soll anhand der Abbildung 5.9 dargestellt werden.



Abb. 5.9: Geometrie des Kurbeltriebs

Der Kolben bewegt sich im Zylinder nur näherungsweise sinusförmig. Grund hierfür ist die endliche Länge  $l_P$  der Pleuel. Die Position des Kolbens am oberen Totpunkt (OT) sei mit  $x_{K0}$  bezeichnet. Der Hub des Kolbens, d.h. die Differenz aus unterem Totpunkt (UT) und oberem Totpunkt, beträgt das Doppelte des Kurbelwangenradius  $r_K$ . Aus der Geometrie der Anordnung kann die Position des Kolbens  $x_K$ berechnet werden. Durch Differentiation ergeben sich die zugehörigen Beziehungen für die Kolbengeschwindigkeit  $v_K$  und -beschleunigung  $a_K$  in Abhängigkeit vom Kurbelwellenwinkel  $\varphi_K$  und der Kurbelwellenwinkelgeschwindigkeit  $\omega_K$ .

$$x_{K} = r_{K} \left(1 - \cos \varphi_{K}\right) + l_{P} - \sqrt{l_{P}^{2} - r_{K}^{2} \sin^{2} \varphi_{K}} + x_{K0} \quad (5.32)$$

$$v_{K} = \dot{x}_{K} = r_{K} \omega_{K} \sin \varphi_{K} + \frac{r_{K}^{2} \omega_{K} \sin 2\varphi_{K}}{2\sqrt{l_{P}^{2} - r_{K}^{2} \sin^{2} \varphi_{K}}}$$

$$a_{K} = \ddot{x}_{K} = r_{K} \left(\omega_{K}^{2} \cos \varphi_{K} + \dot{\omega}_{K} \sin \varphi_{K}\right)$$
(5.33)

$$+\frac{r_{K}^{2} \left(2 \,\omega_{K}^{2} \,\cos 2\varphi_{K} + \dot{\omega}_{K} \,\sin 2\varphi_{K}\right)}{2 \sqrt{l_{P}^{2} - r_{K}^{2} \,\sin^{2}\varphi_{K}}} \\ +\frac{r_{K}^{4} \,\omega_{K}^{2} \,\sin^{2}\varphi_{K}}{4 \left(l_{P}^{2} - r_{K}^{2} \,\sin^{2}2\varphi_{K}\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{5.34}$$

Unter der Annahme einer gleichförmigen Drehgeschwindigkeit [43] an der Kurbelwelle ( $\dot{\omega}_K = 0$ ) vereinfacht sich Gl. (5.34) zu

$$a_{K} = r_{K} \omega_{K}^{2} \cos \varphi_{K} + \frac{r_{K}^{2} \omega_{K}^{2} \cos 2\varphi_{K}}{\sqrt{l_{P}^{2} - r_{K}^{2} \sin^{2} \varphi_{K}}} + \frac{r_{K}^{4} \omega_{K}^{2} \sin^{2} \varphi_{K}}{4 \left(l_{P}^{2} - r_{K}^{2} \sin^{2} \varphi_{K}\right)^{\frac{3}{2}}}$$
(5.35)

Nach [86] kann Gl. (5.32) durch einen Potenzreihenansatz für die Quadratwurzel durch

$$x_K \approx r_K \left( 1 - \cos \varphi_K + \frac{r_K}{2 l_P} \sin^2 \varphi_K \right)$$
 (5.36)

angenähert werden. Der größte Fehler entsteht hierdurch für einen Kurbelwellenwinkel  $\varphi_K = 90^\circ$ . Für  $\varphi_K = 0^\circ$  hingegen wird er zu Null. Genauere Angaben bezüglich des maximalen Fehlers finden sich in [26]. Im folgenden soll die Berechnung der Kolbenposition  $x_K$  anhand Gl. (5.32) erfolgen.

Das (zeitabhängige) Volumen  $V_Z$  eines Zylinders ergibt sich durch Multiplikation mit der Kolbenfläche  $A_K$ 

$$V_Z = x_K A_K \tag{5.37}$$

$$V_Z = \dot{x}_K A_K \tag{5.38}$$

Das Drehmoment  $M_M$ , das auf die Kurbelwelle übertragen wird, setzt sich aus den Gaskräften  $F_G$  und den Massenkräften  $F_M$  zusammen. Letztere wirken als Widerstandsmoment entgegen der Drehrichtung und werden durch die oszillierende Masse  $m_M$  (bestehend aus Kolbenmasse und kolbenseitiger Masse des Pleuels) und die Kolbenbeschleunigung  $a_K$  verursacht.

$$F_M = -m_M \ddot{x}_K \tag{5.39}$$

Die Gaskraft  $F_G$  wird durch die Differenz zwischen Zylinderdruck  $p_Z$  und Gegendruck im Kurbelgehäuse, der zur Vereinfachung als identisch mit dem Umgebungsdruck  $p_0$  angenommen wird, gebildet.

$$F_G = A_K (p_Z - p_0) (5.40)$$

Das Drehmoment an der Kurbelwelle  $M_M$  ergibt sich aus der Tangentialkomponente  $F_T$  der Pleuelkraft  $F_P$ . Diese wiederum wird aus der Summe der Gas- und Massen-



Abb. 5.10: Kraftzerlegung am Kurbeltrieb

kräfte (vgl. Abbildung 5.10) berechnet. Die Tangentialkraft  $F_T$  ergibt sich aus der Geometrie des Kurbeltriebs zu

$$F_T = (F_G + F_M) \left( \sin \varphi_K + \frac{r_K \sin 2\varphi_K}{2\sqrt{l_P^2 - r_K^2 \sin^2 \varphi_K}} \right)$$
(5.41)

Somit folgt für das Drehmoment  $M_M$ 

$$M_M = F_T r_K \tag{5.42}$$

Die obigen Überlegungen beziehen sich auf einen sogenannten normalen Kurbeltrieb mit direkter Pleuelanlenkung. Für andere geometrische Anordnungen (z.B. geschränkter Kurbeltrieb) sei auf die Literatur verwiesen [43]. In den obigen Betrachtungen wurde der Einfluß der Reibung im Motor vernachlässigt. Dieser setzt sich u.a. zusammen aus dem Reibverhalten von Kolbengruppe, Grundund Pleuellager. Weitere Einflüsse enstehen durch den Ventiltrieb, den Antrieb der Einspritzpumpe und der Nebenaggregate [73]. Da die Summe der Reibmomente nach [58] in der Größenordnung von 20 Nm liegt, kann für qualitative Untersuchungen auf deren Betrachtungen verzichtet werden.

## 5.3.4 Kreisprozeß und mittleres Drehmoment

Abbildung 5.11 zeigt das mit dem Simulationsmodell berechnete p, V-Diagramm. Das vom Motor abgegebene mittlere Moment kann aus der durch den Kreisprozeß eingeschlossenen Fläche im p, V-Diagramm berechnet werden.

Das sich aus dem Simulationsmodell ergebende p, V-Diagramm soll im folgenden genauer analysiert werden.



Abb. 5.11: Mit dem Simulationsmodell berechnetes p, V-Diagramm

Die pro Umlauf vom Motor nach außen abgegebene Nutzarbeit berechnet sich nach [29] zu

$$W = -\oint p_Z \, dV_Z \tag{5.43}$$

Über ein Arbeitsspiel des Motors ergibt sich

$$W = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} p_Z(\varphi_K) \frac{dV_Z}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
(5.44)

Mit der mittleren Winkelgeschwindigkeit  $\omega_M$  der Kurbelwelle folgt für das mittlere Drehmoment

$$\bar{M}_M = \frac{W}{\omega_M} \tag{5.45}$$



Abb. 5.12: Vergleich zwischen exaktem und vereinfachtem p, V-Diagramm

Zur Vereinfachung der Berechnung soll angenommen werden, daß der Druck im Zylinder während des Ansaugens identisch mit dem mittleren Saugrohrdruck und während des Ausstoßens gleich dem mittleren Abgasgegendruck ist. Diese Näherung erscheint gerechtfertigt, da der überwiegende Beitrag zur Nutzarbeit in den anderen Takten des Motors geleistet wird. Auch sind die Druckschwankungen in diesen Phasen erheblich niedriger als die auftretenden Spitzendrücke während der Kompression, Verbrennung und Expansion.

Da die Volumina in den Punkten (1) und (6) bzw. (2) und (5) in Abbildung 5.11 nahezu identisch sind, wurden als weitere Vereinfachung jeweils gleiche Werte angenommen. Für die Punkte (1) und (6) wurde der Mittelwert der exakten Volumina angesetzt, für die Punkte (2) und (5) wurde der Kurbelwellenwinkel auf dem Wert  $\frac{\pi + \varphi_{K5}}{2}$ , d.h. zwischen den exakten Wert und den unteren Totpunkt (UT), gelegt

(vgl. Tabelle 5.3).

Abbildung 5.12 zeigt den Vergleich zwischen dem exakten und vereinfachten p, V-Diagramm. Die Flächen der beiden Diagramme weisen nur geringe Unterschiede auf, so daß die getroffenen Vereinfachungen die Genauigkeit nur unwesentlich beeinträchtigen.

Für die nachfolgenden Berechnungen gelten folgende Definitionen

Zeitpunkt	Definition	Momentanwerte von Druck, Volumen,
		Kurbelwellenwinkel und Kolbenposition
(1)	Einlaßventil öffnet	$p_{Z1}, V_{Z1}, \varphi_{K1}, x_{K1}$
(2)	Einlaßventil schließt	$p_{Z2}, V_{Z2}, \varphi_{K2}, x_{K2}$
(3)	Verbrennungsbeginn	$p_{Z3}, V_{Z3}, \varphi_{K3}, x_{K3}$
(4)	Verbrennungsende	$p_{Z4}, V_{Z4}, \varphi_{K4}, x_{K4}$
(5)	Auslaßventil öffnet	$p_{Z5}, V_{Z5}, \varphi_{K5}, x_{K5}$
(6)	Auslaßventil schließt	$p_{Z6}, V_{Z6}, \varphi_{K6}, x_{K6}$

Tabelle 5.1: Definitionen für die Kreisprozeßrechnung

## Übergang von (1) nach (2): Ansaugvorgang

Die Beziehungen für Zustandsänderungen idealer Gase gelten für geschlossene Systeme. Da während des Ansaugvorgangs das Einlaßventil geöffnet ist, stellt der Motor in diesem Fall ein offenes System dar. Durch den zusätzlichen Gasaustausch findet eine Zu- oder Abfuhr von Wärme und Arbeit statt, der bei der Kreisprozeßrechnung berücksichtigt werden muß. Nach [52] errechnet sich die Arbeit  $W_{12}$  für den Ansaugvorgang unter der Annahme eines konstanten Drucks zu

$$W_{12} = -p_{Z1} (V_{Z2} - V_{Z1}) (5.46)$$

Für den Druck  $p_{Z1}$  wird der mittlere Saugrohrdruck angenommen.
#### Übergang von (2) nach (3): Kompression

Nach dem Schließen des Einlaßventils (vgl. Abbildung 5.12) erfolgt zunächst eine adiabate Kompression der Zylinderfüllung. Der Druck  $p_{Z2}$  zum Zeitpunkt (2) entspricht dem mittleren Saugrohrdruck. Der Druckverlauf im Zylinder wird durch das zeit- bzw. winkelabhängige Volumen bestimmt.

$$p_Z(\varphi_K) = p_{Z2} \left(\frac{V_{Z2}}{V_Z(\varphi_K)}\right)^{\kappa_Z}$$
(5.47)

$$= p_{Z2} \left(\frac{x_{K2}}{x_K(\varphi_K)}\right)^{\kappa_Z} \tag{5.48}$$

Für den Übergang (2) $\rightarrow$ (3) errechnet sich die hierfür aufzubringende Arbeit  $W_{23}$  nach [29] zu

$$W_{23} = -\int_{\varphi_{K2}}^{\varphi_{K3}} p_Z(\varphi_K) \frac{dV_Z}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
  
$$= -p_{Z2} V_{Z2}^{\kappa_Z} \int_{\varphi_{K2}}^{\varphi_{K3}} \frac{dV_Z}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
  
$$= -p_{Z2} x_{K2}^{\kappa_Z} A_K \int_{\varphi_{K2}}^{\varphi_{K3}} \frac{dx_K}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
(5.49)

Durch die Substitution z = x und  $dz = \frac{dx_K}{d\varphi_K}d\varphi_K$  ergibt sich

$$W_{23} = -p_{Z2} x_{K2}^{\kappa_Z} A_K \int_{x_{K2}}^{x_{K3}} \frac{1}{z^{\kappa_Z}} dz$$
  
$$= -p_{Z2} x_{K2}^{\kappa_Z} A_K \left[ \frac{1}{1 - \kappa_Z} z^{1 - \kappa_Z} \right]_{x_{K2}}^{x_{K3}}$$
  
$$= -\frac{p_{Z2} x_{K2}^{\kappa_Z} A_K}{1 - \kappa_Z} \left( \frac{1}{x_{K3}^{\kappa_Z - 1}} - \frac{1}{x_{K2}^{\kappa_Z - 1}} \right)$$
(5.50)

Aufgrund der getroffenen Vereinfachungen gilt  $p_{Z2} = p_{Z1}$  und somit folgt

$$W_{23} = -\frac{p_{Z1} x_{K2}^{\kappa_Z} A_K}{1 - \kappa_Z} \left( \frac{1}{x_{K3}^{\kappa_Z - 1}} - \frac{1}{x_{K2}^{\kappa_Z - 1}} \right)$$
(5.51)

Der Druck im Zylinder zum Zeitpunkt (3) errechnet sich nach Gl. (5.48) zu

$$p_{Z3} = p_{Z2} \left(\frac{x_{K2}}{x_{K3}}\right)^{\kappa_Z}$$
 (5.52)

#### Übergang von (3) nach (4): Verbrennung

Um die während der Verbrennung freigesetzte Arbeit bestimmen zu können, muß der zugehörige Druckverlauf im Zylinder bekannt sein. Für den Zylinderdruck ergibt sich aus der Energiebilanz unter Berücksichtigung des thermischen Wirkungsgrads die Differentialgleichung [4], [5]:

$$\frac{\kappa_Z}{\kappa_Z - 1} p_Z(\varphi_K) \frac{dV_Z(\varphi_K)}{d\varphi_K} + \frac{1}{\kappa_Z - 1} V_Z(\varphi_K) \frac{dp_Z(\varphi_K)}{d\varphi_K} = \eta_{th} \frac{dQ_B(\varphi_K)}{d\varphi_K}$$
(5.53)

mit dem Wärmeverlauf  $Q_B$  nach Gl. (5.30). Durch Umformen ergibt sich

$$\underbrace{\kappa_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K}) - \frac{\kappa_{Z} - 1}{A_{K}} \eta_{th} \frac{dQ_{B}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}}}_{A(\varphi_{K}, p_{Z})} + \underbrace{x_{K}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} \frac{dp_{Z}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} = 0$$

$$\underbrace{K_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})}$$

$$\underbrace{K_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} = 0$$

$$\underbrace{K_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})}$$

$$\underbrace{K_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} = 0$$

$$\underbrace{K_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})}$$

$$\underbrace{K_{Z} \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} p_{Z}(\varphi_{K})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} p_{Z}(\varphi_{K}, p_{Z})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} p_{Z}(\varphi_{K}, p_{Z})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})} p_{Z}(\varphi_{K}, p_{Z})}_{B(\varphi_{K}, p_{Z})}_{B(\varphi_$$

Der Exaktheitstest mittels der Integrabilitätsbedingung [48]

$$\frac{\partial A(\varphi_K, p_Z)}{\partial p_Z} = \frac{\partial B(\varphi_K, p_Z)}{\partial \varphi_K} \tag{5.55}$$

liefert

$$\kappa_Z \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K} \neq \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K}$$
(5.56)

und damit ist die Exaktheitsbedingung verletzt. Eine Lösungsmöglichkeit bietet sich mit Hilfe des integrierenden Faktors bzw. Euler-Multiplikators  $M_I(\varphi_K, p_Z)$  [48], mit dem die Differentialgleichung in eine exakte Differentialgleichung übergeführt werden kann. Dieser muß die Bedingung

$$B(\varphi_K, p_Z) \frac{\partial M_I}{\partial \varphi_K} - A(\varphi_K, p_Z) \frac{\partial M_I}{\partial p_Z} = \left( \frac{\partial A(\varphi_K, p_Z)}{\partial p_Z} - \frac{\partial B(\varphi_K, p_Z)}{\partial \varphi_K} \right) M_I$$
(5.57)

erfüllen. Durch den Ansatz

$$M_I(\varphi_K, p_Z) := x_K(\varphi_K)^{\kappa_Z - 1}$$
(5.58)

folgt für die Bedingung (5.57) wegen  $\frac{\partial M_I}{\partial p_Z} = 0$ 

$$\underbrace{x_{K}(\varphi_{K})}_{B} \underbrace{(\kappa_{Z}-1) x_{K}^{\kappa_{Z}-2}(\varphi_{K})}_{\frac{\partial M_{I}}{\partial \varphi_{K}}} \underbrace{\frac{\partial x_{K}(\varphi_{K})}{\partial \varphi_{K}}}_{\frac{\partial A}{\partial p_{Z}} - \frac{\partial B}{\partial \varphi_{K}}} \underbrace{(\kappa_{Z}-1) \frac{\partial x_{K}(\varphi_{K})}{\partial \varphi_{K}}}_{\frac{\partial A}{\partial p_{Z}} - \frac{\partial B}{\partial \varphi_{K}}} \underbrace{M_{I}}_{\frac{(5.59)}}$$

Dies bedeutet  $M_I$  ist ein integrierender Faktor für die Differentialgleichung (5.54). Durch Multiplikation mit  $M_I$  ergibt sich daraus die exakte Differentialgleichung

$$M_I(\varphi_K, p_Z) A(\varphi_K, p_Z) + M_I(\varphi_K, p_Z) B(\varphi_K, p_Z) \frac{dp_Z(\varphi_K)}{d\varphi_K} = 0 \qquad (5.60)$$

Sie besitzt wegen  $M_I \neq 0$  dieselbe Lösung wie Gl. (5.54). Ausmultiplizieren von Gl. (5.60) führt auf

$$\underbrace{x_{K}^{\kappa_{Z}-1}(\varphi_{K})\left(\kappa_{Z}\frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}}p_{Z}(\varphi_{K})-\frac{\kappa_{Z}-1}{A_{K}}\eta_{th}\frac{dQ_{B}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}}\right)}_{\tilde{A}(\varphi_{K},p_{Z})} + \underbrace{x_{K}^{\kappa_{Z}}(\varphi_{K})\frac{dp_{Z}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}}}_{\tilde{B}(\varphi_{K},p_{Z})} = 0$$

$$\underbrace{\tilde{A}(\varphi_{K},p_{Z})}_{\tilde{A}(\varphi_{K},p_{Z})}$$

$$\underbrace{(5.61)}_{\tilde{A}(\varphi_{K},p_{Z})}$$

Der Exaktheitstest

$$\frac{\partial \tilde{A}(\varphi_K, p_Z)}{\partial p_Z} = \frac{\partial \tilde{B}(\varphi_K, p_Z)}{\partial \varphi_K}$$
(5.62)

liefert

$$x_K^{\kappa_Z-1}(\varphi_K) \kappa_Z \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K} = \kappa_Z x_K^{\kappa_Z-1}(\varphi_K) \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K}$$
(5.63)

und somit ist die Integrabilitätsbedingung erfüllt. Eine Stammfunktion  $U(\varphi_K, p_Z)$  kann nun über den Ansatz

$$\frac{\partial U(\varphi_K, p_Z)}{\partial \varphi_K} = \tilde{A}(\varphi_K, p_Z)$$
(5.64)

$$\frac{\partial U(\varphi_K, p_Z)}{\partial p_Z} = \tilde{B}(\varphi_K, p_Z) \tag{5.65}$$

bestimmt werden. Dazu wird im ersten Schritt $\tilde{B}(\varphi_K,p_Z)$  unbestimmt nach  $p_Z$  integriert

$$U(\varphi_K, p_Z) = \int \tilde{B}(\varphi_K, p_Z) \, dp_Z \tag{5.66}$$

$$= \int x_K^{\kappa_Z}(\varphi_K) \, dp_Z \tag{5.67}$$

$$= p_Z(\varphi_K) x_K^{\kappa_Z}(\varphi_K) + C(\varphi_K)$$
(5.68)

Im nächsten Schritt wird U partiell nach  $\varphi_K$  differenziert und mit  $\tilde{A}(\varphi_K, p_Z)$  aus Gl. (5.61) gleichgesetzt

$$\frac{\partial U(\varphi_K, p_Z)}{\partial \varphi_K} = p_Z(\varphi_K) \kappa_Z x_K^{\kappa_Z - 1}(\varphi_K) \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K} + \frac{dC(\varphi_K)}{d\varphi_K} 
\frac{1}{2} x_K^{\kappa_Z - 1}(\varphi_K) \kappa_Z \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K} p_Z(\varphi_K) - x_K^{\kappa_Z - 1}(\varphi_K) \frac{\kappa_Z - 1}{A_K} \eta_{th} \frac{dQ_B(\varphi_K)}{d\varphi_K} 
= \tilde{A}(\varphi_K, p_Z)$$
(5.69)

Für die Ableitung  $\frac{dC(\varphi_K)}{d\varphi_K}$  folgt daraus

$$\frac{dC(\varphi_K)}{d\varphi_K} = -\frac{\kappa_Z - 1}{A_K} x_K^{\kappa_Z - 1}(\varphi_K) \eta_{th} \frac{dQ_B(\varphi_K)}{d\varphi_K}$$
(5.70)

und somit ist

$$C(\varphi_K) = -\int \frac{\kappa_Z - 1}{A_K} x_K^{\kappa_Z - 1}(\varphi_K) \eta_{th} \frac{dQ_B(\varphi_K)}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
(5.71)

Die allgemeine implizite Lösung der Differentialgleichung (5.61) lautet daher

$$U(\varphi_K, p_Z) = p_Z(\varphi_K) x_K^{\kappa_Z}(\varphi_K) - \frac{\kappa_Z - 1}{A_K} \int x_K^{\kappa_Z - 1}(\varphi_K) \eta_{th} \frac{dQ_B(\varphi_K)}{d\varphi_K} d\varphi_K = \text{const.}$$
(5.72)

Für den Druckverlauf im Zylinder ergibt sich daraus

$$p_Z(\varphi_K) = x_K^{-\kappa_Z}(\varphi_K) \left( K + \frac{\kappa_Z - 1}{A_K} \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_K} x_K^{\kappa_Z - 1}(\xi) \eta_{th} \frac{dQ_B(\xi)}{d\xi} d\xi \right)$$
(5.73)

Die Integrationskonstante K kann mit Hilfe des Anfangswertproblems

$$p_Z(\varphi_{K3}) = p_{Z3}$$
 (5.74)

bestimmt werden.

$$p_{Z}(\varphi_{K3}) = x_{K}^{-\kappa_{Z}}(\varphi_{K3}) \left( K + \frac{\kappa_{Z} - 1}{A_{K}} \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K3}} x_{K}^{\kappa_{Z} - 1}(\xi) \eta_{th} \frac{dQ_{B}(\xi)}{d\xi} d\xi \right)$$
  
=  $K x_{K3}^{-\kappa_{Z}} \stackrel{!}{=} p_{Z3}$  (5.75)

Daraus folgt für K

$$K = p_{Z3} x_{K3}^{\kappa_Z} \tag{5.76}$$

und damit lautet die Lösung für den Zylinderdruckverlauf

$$p_{Z}(\varphi_{K}) = x_{K}^{-\kappa_{Z}}(\varphi_{K}) \left( p_{Z3} x_{K3}^{\kappa_{Z}} + \frac{\kappa_{Z} - 1}{A_{K}} \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K}} x_{K}^{\kappa_{Z} - 1}(\xi) \eta_{th} \frac{dQ_{B}(\xi)}{d\xi} d\xi \right)$$
(5.77)

Durch Einsetzen von Gl. (5.30) ergibt sich

$$p_{Z}(\varphi_{K}) = x_{K}^{-\kappa_{Z}}(\varphi_{K}) \left( p_{Z3} x_{K3}^{\kappa_{Z}} + \frac{\kappa_{Z} - 1}{A_{K}} \eta_{th} m_{F} H_{U} \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K}} x_{K}^{\kappa_{Z} - 1}(\xi) \frac{df_{B}(\xi)}{d\xi} d\xi \right)$$
(5.78)

Durch die Kenntnis des Zylinderdruckverlaufs Gl. (5.78) kann die während des Verbrennungsvorgangs verrichtete Arbeit $W_{34}$  bestimmt werden.

$$W_{34} = -\int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} p_Z(\varphi_K) \frac{dV_Z}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
$$= -A_K \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} p_Z(\varphi_K) \frac{dx_K(\varphi_K)}{d\varphi_K} d\varphi_K$$
(5.79)

Durch partielle Integration folgt

$$W_{34} = -A_K \left[ p_Z(\varphi_K) \, x_K(\varphi_K) \right]_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} + A_K \, \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} \frac{dp_Z(\varphi_K)}{d\varphi_K} \, x_K(\varphi_K) \, d\varphi_K$$
(5.80)

Aus den Gleichungen (5.53) und (5.30) folgt für  $\frac{dp_Z(\varphi_K)}{d\varphi_K}$ 

$$\frac{dp_Z(\varphi_K)}{d\varphi_K} = \eta_{th} m_F H_U \frac{\kappa_Z - 1}{x_K(\varphi_K) A_K} \frac{df_B(\varphi_K)}{d\varphi_K} - \kappa_Z p_Z(\varphi_K) \frac{\frac{dx_K}{d\varphi_K}}{x_K(\varphi_K)}$$
(5.81)

Eingesetzt in Gl. (5.80) ergibt sich

$$W_{34} = -A_{K} \left[ p_{Z}(\varphi_{K4}) x_{K}(\varphi_{K4}) - p_{Z}(\varphi_{K3}) x_{K}(\varphi_{K3}) \right]$$
  
+ $\eta_{th} m_{F} H_{U} (\kappa_{Z} - 1) \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} \frac{df_{B}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} d\varphi_{K}$   
- $\kappa_{Z} A_{K} \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} p_{Z}(\varphi_{K}) \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} d\varphi_{K}$   
=  $-A_{K} \left( p_{Z4} x_{K4} - p_{Z3} x_{K3} \right)$   
+ $\eta_{th} m_{F} H_{U} (\kappa_{Z} - 1) \left[ f_{B}(\varphi_{K4}) - f_{B}(\varphi_{K3}) \right]$   
- $\kappa_{Z} A_{K} \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} p_{Z}(\varphi_{K}) \frac{dx_{K}(\varphi_{K})}{d\varphi_{K}} d\varphi_{K}$  (5.82)

Zusammen mit Gl. (5.79) folgt

$$W_{34} = \frac{A_K}{\kappa_Z - 1} \left( p_{Z4} x_{K4} - p_{Z3} x_{K3} \right) - \eta_{th} m_F H_U \left[ f_B(\varphi_{K4}) - f_B(\varphi_{K3}) \right]$$
(5.83)

Der Endwert des Zylinderdrucks nach der Verbrennung  $p_{Z4}$  errechnet sich über Gl. (5.78)

$$p_{Z4} = x_K^{-\kappa_Z}(\varphi_{K4}) \left( p_{Z3} x_{K3}^{\kappa_Z} + \frac{\kappa_Z - 1}{A_K} \eta_{th} m_F H_U \int_{\varphi_{K3}}^{\varphi_{K4}} x_K^{\kappa_Z - 1}(\xi) \frac{df_B(\xi)}{d\xi} d\xi \right)$$
(5.84)

#### Übergang von (4) nach (5): Expansion

Die Expansion des verbrannten Gemischs kann analog zur Kompression als adiabater Vorgang beschrieben werden. Somit folgt für die verrichtete Arbeit

$$W_{45} = -\frac{p_{Z4} x_{K4}^{\kappa_Z} A_K}{1 - \kappa_Z} \left( \frac{1}{x_{K5}^{\kappa_Z - 1}} - \frac{1}{x_{K4}^{\kappa_Z - 1}} \right)$$
(5.85)

#### Übergang von (5) nach (6): Ausstoßen

Während des Ausstoßens des Abgases stellt der Motor wie schon im Ansaugtakt ein offenes System dar. Unter Berücksichtigung der getroffenen Vereinfachungen (vgl. hierzu auch Abbildung 5.12) errechnet sich die zu verrichtende Arbeit analog zum Übergang von (1) nach (2) zu

$$W_{56} = -p_{Z6} (V_{Z6} - V_{Z5})$$
  
=  $-p_{Z6} (V_{Z1} - V_{Z2})$  (5.86)

Der Druck  $p_{Z6}$  entspricht dabei dem mittleren Abgasgegendruck. Für den gesamten Ladungswechsel gilt

$$W_{12} + W_{56} = (p_{Z6} - p_{Z1}) \cdot (V_{Z2} - V_{Z1}) > 0$$
(5.87)

folglich muß Arbeit aufgewendet werden.

Das vom Motor über ein Arbeitsspiel, d.h. zwei volle Umdrehungen der Kurbelwelle, errechnet sich entsprechend Gl. (5.45) aus der Summe der Einzelschritte zu

$$\bar{M}_M = \frac{W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{45} + W_{56}}{\omega_M}$$
(5.88)

### 5.4 Der Abgaskrümmer

Um die Verläufe von Druck  $p_K$  und Temperatur  $T_K$  im Abgaskrümmer berechnen zu können, muß der Krümmer als eigener Behälter modelliert werden (Abbildung



Abb. 5.13: Abgaskrümmer als Behälter modelliert

5.13). Durch das Auslaßventil des Motors strömt der Abgasmassenstrom  $\dot{m}_{ZA}$  aus den Zylindern in den Krümmer. Aus dem Krümmer strömt der Massenstrom  $\dot{m}_T$  zur Turbine, die den Verdichter antreibt. Über das regelbare Wastegate-Ventil kann der Massenstrom  $\dot{m}_{WG}$  zur Ladedruckregelung and der Turbine vorbeigeleitet werden. Durch das ebenfalls regelbare AGR-Ventil kann ein Teil des Abgases ( $\dot{m}_{AGR}$ ) über einen AGR-Kühler ins Saugrohr zurückgeführt werden.

Da Dieselmotoren mit hohem Luftüberschuß betrieben werden, enthält der Abgasmassenstrom  $\dot{m}_{ZA}$  aus den Zylindern nach der Verbrennung immer noch einen Anteil an unverbrannter Frischluft, so daß sich auch im Abgaskrümmer ein Gemisch aus Frischluft und Abgas befindet. Folglich muß für den Behälter wie schon beim Saugrohr eine Unterscheidung nach Frischluft und Abgas erfolgen.

Aus der Mengen- und Energiebilanz für den Abgaskrümmer

$$\dot{m}_K = \dot{m}_{ZA} - (\dot{m}_T + \dot{m}_{WG} + \dot{m}_{AGR})$$
 (5.89)

$$\frac{d(m_K u_K)}{dt} = \dot{m}_{ZA} h_{ZA} - (\dot{m}_{ZA} + \dot{m}_{WG} + \dot{m}_{AGR}) h_K$$
(5.90)

ergibt sich analog zum Zylinder unter Anwendung der Gln. (5.21) und (5.24) ein Differentialgleichungssystem für Temperatur  $T_K$  und Druck  $p_K$  im Abgaskrümmer

$$\dot{T}_{K} = T_{K} \left[ \left( 1 - \frac{T_{K}}{\kappa_{K} T_{Z}} \right) \frac{\dot{m}_{ZA} R_{K} \kappa_{K} T_{Z}}{p_{K} V_{K}} - \left( \kappa_{K} - 1 \right) \frac{\left( \dot{m}_{T} + \dot{m}_{WG} + \dot{m}_{AGR} \right) R_{K} T_{K}}{p_{K} V_{K}} \right]$$

$$(5.91)$$

$$\dot{p}_{K} = \frac{\dot{m}_{ZA} R_{K} \kappa_{K} T_{Z}}{V_{K}} - \frac{(\dot{m}_{T} + \dot{m}_{WG} + \dot{m}_{AGR}) R_{K} \kappa_{K} T_{K}}{V_{K}}$$
(5.92)

Die Massenströme  $m_T$ ,  $m_{WG}$  und  $m_{AGR}$  werden analog zu den Gleichungen (5.26) und (5.28) über Düsen- bzw. Ventilgleichungen berechnet. AGR-Ventil und Wastegate besitzen variable Ventilquerschnitte, mit denen der Massenstrom durch das jeweilige Ventil verändert werden kann.

Da sich, wie bereits erwähnt, im Abgaskrümmer ein Gemisch aus Frischluft und Abgas befindet, müssen die Gasparameter entsprechend der Gasanteile angepaßt werden. Vor der Verbrennung besitzt das Gas im Zylinder dieselbe Zusammensetzung wie im Saugrohr, d.h. für den Frischluftanteil  $m_{Z_{-L}}$  bzw. den Abgasanteil  $m_{Z_{-A}}$  im Zylinder gilt

$$m_{Z-L} = \frac{m_{S-L}}{m_{S-L} + m_{S-A}} m_Z \tag{5.93}$$

$$m_{Z_{-}A} = \frac{m_{S_{-}A}}{m_{S_{-}L} + m_{S_{-}A}} m_Z$$
 (5.94)

Unter der Annahme einer vollständigen stöchiometrischen Verbrennung des eingespritzten Kraftstoffs mit dem Luft-/Kraftstoffverhältnis  $K_S$  wird der Frischluftanteil um den entsprechenden Teil verringert. Für den Frischluft- bzw. Abgasmassenstrom aus dem Zylinder kann daher angesetzt werden

$$\dot{m}_{ZA\_L} = \frac{m_{S\_L}}{m_{S\_L} + m_{S\_A}} \dot{m}_{ZA} - K_S \dot{m}_F$$
(5.95)

$$\dot{m}_{ZA\_A} = \frac{m_{S\_A}}{m_{S\_L} + m_{S\_A}} \dot{m}_{ZA} + K_S \dot{m}_F + \dot{m}_F$$
(5.96)

Somit folgt für die Änderung der Massenanteile im Krümmer

$$\dot{m}_{K_{L}} = \dot{m}_{ZA_{L}} - \dot{m}_{T_{L}} - \dot{m}_{WG_{L}} - \dot{m}_{AGR_{L}}$$
(5.97)

$$\dot{m}_{K_{-}A} = \dot{m}_{ZA_{-}A} - \dot{m}_{T_{-}A} - \dot{m}_{WG_{-}A} - \dot{m}_{AGR_{-}A}$$
(5.98)

Die Gasparameter ergeben sich damit zu

$$R_{K} = \frac{m_{K\_L} R_L + m_{K\_A} R_A}{m_{K\_L} + m_{K\_A}}$$
(5.99)

$$c_{v\_K} = \frac{m_{K\_L} c_{v\_L} + m_{K\_A} c_{v\_A}}{m_{K\_L} + m_{K\_A}}$$
(5.100)

$$c_{p\_K} = \frac{m_{K\_L} c_{p\_L} + m_{K\_A} c_{p\_A}}{m_{K\_L} + m_{K\_A}}$$
(5.101)

$$\kappa_K = \frac{c_{p-K}}{c_{v-K}} \tag{5.102}$$

## 5.5 Modellierung der Turbine

Die Modellierung der Turbine (Abbildung 5.14) erfolgt nach [60] als Düse. Der



Abb. 5.14: Modellierung der Turbine

Abgasmassenstrom  $\dot{m}_T$  durch die Turbine kann somit mit Hilfe einer Düsengleichung bestimmt werden.

$$\dot{m}_T = A_T \psi_T p_K C_{DT} \sqrt{\frac{2}{R_K T_K}}$$
(5.103)

 $\operatorname{mit}$ 

$$\psi_T = \begin{cases} \sqrt{\frac{\kappa_K}{\kappa_K - 1}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p_0}{p_K}\right)^{\frac{\kappa_K - 1}{\kappa_K}}} \cdot \left(\frac{p_0}{p_K}\right)^{\frac{1}{\kappa_K}} & \text{für } \frac{p_0}{p_K} > \left(\frac{2}{\kappa_K + 1}\right)^{\frac{\kappa_K}{\kappa_K - 1}} \\ & (5.104) \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{\kappa_K}{\kappa_K + 1}} \cdot \left(\frac{2}{\kappa_K + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa_K - 1}} & \text{für } \frac{p_0}{p_K} \le \left(\frac{2}{\kappa_K + 1}\right)^{\frac{\kappa_K}{\kappa_K - 1}} \end{cases}$$

Der Abgasmassenstrom  $\dot{m}_T$  treibt sowohl die Turbine als auch über die gemeinsame Welle den Verdichter an. Analog zu Abschnitt 5.1 kann die von der Turbine abgegebene Leistung berechnet werden [34].

$$P_T = \eta_T \, \dot{m}_T \, c_{p_K} \, T_K \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p_K} \right)^{\frac{\kappa_K - 1}{\kappa_K}} \right]$$
(5.105)

Die Leistung hängt demnach vom Massenstrom  $\dot{m}_T$ , der Abgastemperatur  $T_K$ , der spezifischen Wärme im Abgaskrümmer  $c_{p_K}$  und dem Turbinenwirkungsgrad  $\eta_T$  ab. Dieser wird aus einem experimentell bestimmten Kennfeld gemäß [37] durch Interpolation ermittelt.

#### 5.6 Die Abgasrückführung

Über die Abgasrückführung (AGR) wird ein Teil des im Krümmer befindlichen Frischluft-Abgasgemischs in das Saugrohr zurückgeführt. Durch die im Vergleich zur Frischluft höhere Wärmekapazität der Abgasmoleküle wird die Temperaturspitze während der Verbrennung im Vergleich zum Betrieb ohne AGR deutlich verringert. Dies führt vor allem zu einer Reduzierung der  $NO_X$ -Emissionen. Eine zu hohe AGR-Rate führt jedoch im allgemeinen zu erhöhter Rußbildung. Um dies zu vermeiden, muß das AGR-Ventil variabel ausgeführt werden, so daß bei Bedarf die AGR-Rate verringert werden kann.

Um eine zu starke Erwärmung des Gasgemischs im Saugrohr zu verhindern, was zu einer Leistungsreduzierung des Motors führen würde [34], ist eine Kühlung des AGR-Gases durch einen eigenen AGR-Kühler (AGK) vorteilhaft. Dieser ist als eigener Behälter zu modellieren (Abbildung 5.15). Die Berechnung von Druck und



Abb. 5.15: Modellierung des AGR-Kühlers

Temperatur im Abgaskühler erfolgt analog zum Abgaskrümmer aus der Massenund Energiebilanz für den Behälter.

$$\dot{m}_{AGK} = \dot{m}_{AGR} - \dot{m}_{AK} \tag{5.106}$$

$$\frac{d(m_{AGK} u_{AGK})}{dt} = \dot{m}_{AGR} h_K - \dot{m}_{AK} h_{AGK} - \dot{Q}_{AGK}$$
(5.107)

Zusätzlich ist der dem Gas entzogene Wärmestrom  $\dot{Q}_{AGK}$  zu berücksichtigen. Zur Berechnung des Wärmestroms wird der Abgaskühler nach [74] als unisoliertes Rohr der Länge l mit dem Innendurchmesser  $d_i$  und dem Außendurchmesser  $d_a$ modelliert. In dem Rohr entstehen nach [59], [79] folgende Wärmeströme:

- $\dot{Q}_{AGK}$ : Wärmestrom vom Abgas an die Rohrwand
- $\dot{Q}_{AGK\_WK}$ : Wärmestrom von der Rohrwand an die Umgebungsluft durch Konvektion
- $\dot{Q}_{AGK\_WS}$ : Wärmestrom von der Rohrwand an die Umgebungsluft durch Strahlung

Die einzelnen Wärmeströme berechnen sich nach [74] zu

$$\dot{Q}_{AGK} = \alpha_A A_i \left( T_{AGK} - T_W \right) \tag{5.108}$$

$$\dot{Q}_{AGK\_WK} = \alpha_W A_a \left( T_W - T_0 \right) \tag{5.109}$$

$$\dot{Q}_{AGK-WS} = \varepsilon_W \sigma A_a \frac{T_W^4 - T_0^4}{1000}$$
 (5.110)

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_A$  zwischen Gas und Rohrwand, dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_W$  zwischen Rohrwand und Umgebungsluft, der Innenwandfläche  $A_i$  bzw. der Außenwandfläche  $A_a$  des Rohrs, der Emissionszahl  $\varepsilon_W$  des Rohrs und der Stefan-Boltzmann-Konstante  $\sigma$ . Die Temperatur des Gases wird mit  $T_{AGK}$ , die der Rohrwand mit  $T_W$  bezeichnet. Die Temperatur der Umgebungsluft sei  $T_0$ . Der Wärmetransport durch Wärmeleitung in der Rohrwand und im Abgas kann bei dünnwandigen Rohren nach [74] vernachlässigt werden, da zum einen der Wärmetransport zwischen Abgas und Rohrwand erheblich überwiegt und zum anderen das Abgas nur eine geringe Wärmeleitfähigkeit besitzt.

Der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Wand und Umgebungsluft berechnet sich nach [74] zu

$$\alpha_W = \frac{N u_0 \lambda_0}{d_a} \tag{5.111}$$

 $\operatorname{mit}$ 

$$\lambda_0 = \frac{\rho_0 c_{p\_0} \nu_0}{Pr} \tag{5.112}$$

Wie schon in den vorhergehenden Abschnitten wird mit dem Index "0" die Umgebungsluft gekennzeichnet. Mit  $\rho_0$  wird die Dichte, mit  $\nu_0$  die kinematische Viskosität bezeichnet,  $c_{p,0}$  ist die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck. Die Prandtl-Zahl Pr in Gl. (5.112) beträgt für Gase 0,7. Sie beschreibt das Verhältnis zwischen den Transportkoeffizienten von Impuls und Wärmeenergie [90]. Die mittlere Nusseltzahl  $Nu_0$  für querangeströmte Rohre berechnet sich nach [39] zu

$$Nu_0 = 0.3 + \sqrt{Nu_{0.t}^2 + Nu_{0.l}^2}$$
(5.113)

wobei mit  $Nu_{0,t}$  die Nusseltzahl für eine turbulente Strömung bezeichnet wird, mit  $Nu_{0,t}$  die einer laminaren Strömung. Sie berechnen sich gemäß

$$Nu_{0_{-t}} = \frac{0.037 \cdot Re_0^{0.8} \cdot Pr}{1 + 2.443 \cdot Re_0^{-0.1} \cdot \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)}$$
(5.114)

$$Nu_{0l} = 0.664 \cdot \sqrt{Re_0} \cdot \sqrt[3]{Pr}$$
 (5.115)

Ob eine turbulente oder laminare Strömung vorliegt, entscheidet die Reynoldszahl *Re.* Für querangeströmte Rohre berechnet sie sich zu

$$Re_0 = \frac{w_0}{\nu_0} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot d_a \tag{5.116}$$

mit der Strömungsgeschwindigkeit  $w_0$  der Umgebungsluft. Bei einer Reynoldszahl kleiner als 2300 bleibt die Strömung laminar. Bei Werten zwischen 2300 und 10000 kann die Strömung turbulent werden. Für Reynoldszahlen größer als 10000 ist die Strömung eindeutig turbulent [74], [79].

Der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Abgas und Rohrwand berechnet sich zu

$$\alpha_A = \frac{CAF Nu_A \lambda_A}{d_i} \tag{5.117}$$

Analog zu den vorhergehenden Berechnungen bedeutet der Index "A" Abgas. Für die Nusseltzahl des Abgases  $Nu_A$  ergibt sich für  $d_i \ll l$  nach [74]

$$Nu_A = 3,66$$
 (5.118)

$$Nu_A = \frac{\frac{\xi}{8} \cdot (Re_A - 1000) \cdot Pr}{1 + 12.7 \cdot \sqrt{\frac{\xi}{8}} \cdot (Pr^{\frac{2}{3}} - 1)} \cdot \left[1 + \left(\frac{d_i}{l}\right)^{\frac{2}{3}}\right]$$
(5.119)

wobei für laminare Strömungen Gl. (5.118) und für turbulente Strömungen Gl. (5.119) anzusetzen ist [6], [25]. Die Reynoldszahl  $Re_A$  des durchströmenden Abgases berechnet sich zu

$$Re_A = \frac{w_A}{\nu_A} \cdot d_i \tag{5.120}$$

der Druckverlustbeiwert  $\xi$  ergibt sich nach [18] zu

$$\xi = (1,82 \cdot \log_{10}(Re_A) - 1,64)^{-2}$$
(5.121)

Die Gleichungen (5.111) und (5.117) unterscheiden sich durch den sogenannten "Convective Augmentation Factor" (*CAF*), durch den der berechnete Wärmeübergang zwischen Gas und Wand an den realen Wärmeübergang angepaßt wird. Aufgrund der stark turbulenten Strömungsverhältnisse im Abgastrakt des Verbrennungsmotors liegt der gemessene Wärmeübergang höher als der berechnete. Diese Turbulenzen werden durch die Auslaßventile des Motors verursacht [8], [83]. Mit Hilfe des in [76] definierten *CAF* wird die Anwendung der Beziehungen für gleichmäßig durchströmte Rohre auch für diesem Fall [74] ermöglicht.

Somit folgt für die Änderung der Wandtemperatur  $T_W$  des Rohres

$$\dot{T}_{W} = \frac{-\dot{Q}_{AGK\_WK} - \dot{Q}_{AGK\_WS} + \dot{Q}_{AGK}}{m_{W} c_{p\_W}}$$
(5.122)

Mit  $m_W$  wird die Masse der Rohrwand, mit  $c_{p_W}$  die spezifische Wärmekapazität der Wand bei konstantem Druck bezeichnet.

Eingesetzt in die Massen- und Energiebilanz für den Abgaskühler Gl. (5.106) und Gl. (5.107) folgt für die Änderung der Abgastemperatur und die Änderung des

Drucks im Abgaskühler

$$\dot{T}_{AGK} = T_{AGK} \left[ \left( 1 - \frac{T_{AGK}}{\kappa_{AGK} T_K} \right) \frac{\dot{m}_{AGR} R_{AGK} \kappa_{AGK} T_K}{p_{AGK} V_{AGK}} - \left( \kappa_{AGK} - 1 \right) \left( \frac{\dot{m}_{AK} R_{AGK} T_{AGK}}{p_{AGK} V_{AGK}} + \frac{\dot{Q}_{AGK}}{p_{AGK} V_{AGK}} \right) \right]$$

$$(5.123)$$

$$\dot{p}_{AGK} = \frac{\dot{m}_{AGR} R_{AGK} \kappa_{AGK} T_K}{V_{AGK}} - \frac{\dot{m}_{AK} R_{AGK} \kappa_{AGK} T_{AGK}}{V_{AGK}} - (\kappa_{AGK} - 1) \frac{\dot{Q}_{AGK}}{V_{AGK}}$$

$$(5.124)$$

Weitere Angaben zur Berechnung von Wärmeströmen finden sich u.a. in [55].

## 5.7 Simulationsergebnisse

Aus den in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Teilmodellen wurde ein Simulationsmodell eines TDI-Motors mit Abgasrückführung in MATLAB<sup>®</sup>/SIMULINK<sup>TM</sup> entwickelt. Das Modell wurde mit Hilfe eines Gesamtprozeßanalyse (GPA)- Systems [72], [87], [88], das als Referenz diente, an einen TDI-Motor mit 1,9l Hubraum parametriert. Die für das Simulationsmodell verwendeten Motorda-

Motorleistung		kW	66
Anzahl der Zylinder			4
Hubraum	$V_H$	$cm^3$	1896
Bohrung		mm	79,5
Hub	$2 r_K$	mm	95,5
Verdichtung			19,5
Länge der Pleuel	$l_P$	mm	150
oszillierende Massen	$m_M$	kg	$^{0,4}$

Tabelle 5	5.2:	Verwendete	Motordaten
Tabelle e	.4.	VUIWUIUUUU	mountaiten

ten (Tabelle 5.2) und Ventilsteuerwinkel (Tabelle 5.3) wurden aus [92] entnommen.

Einlaß öffnet nach OT	$\varphi_{K-E\ddot{O}}$	$16^{\circ}$
Einlaß schließt nach UT	$\varphi_{K\_ES}$	$25^{\circ}$
Auslaß öffnet vor UT	$\varphi_{K\_A\ddot{O}}$	$28^{\circ}$
Auslaß schließt vor OT	$\varphi_{K\_AS}$	$19^{\circ}$

 Tabelle 5.3: Implementierte Ventilsteuerwinkel



Abb. 5.16: Vergleich Turbolader-Teilmodell mit GPA-Referenzdaten bei 0% AGR

Wie der Tabelle 5.3 zu entnehmen ist, schließt das Einlaßventil erst nach dem unteren Totpunkt (UT), d.h. der Kolben bewegt sich bereits wieder nach oben. Normalerweise wäre zu erwarten, daß der Kolben einen Teil der zuvor eingesaugten Frischluft durch das geöffnete Einlaßventil wieder aus dem Zylinder hinausschiebt. In der Realität bewirkt jedoch die Trägheit der Frischladungssäule einen Nachladeeffekt, d.h. trotz der Kolbenbewegung gelangt infolge der Trägheit mehr Luft in den Zylinder, als wenn das Einlaßventil bereits am unteren Totpunkt geschlossen werden würde. Dieser Nachladeeffekt ist um so größer, je höher die Strömungsgeschwindigkeit des Gases ist, d.h. je höher die mittlere Kolbengeschwindigkeit und damit auch die Motordrehzahl ist. Das späte Schließen des Einlaßventils ermöglicht somit insbesondere bei höheren Drehzahlen eine Leistungssteigerung des Motors [26].

Die Abbildung 5.16 zeigt den Vergleich des Turbolader-Teilmodells mit den Referenzdaten bei deaktivierter Abgasrückführung. Dargestellt sind die Verläufe von Turbinenwinkelgeschwindigkeit  $\omega_{TL}$  (3. v. unten), Lade- bzw. Saugrohrdruck (2. v. unten) sowie des Massenstroms  $\dot{m}_{ZE}$  in die Zylinder (unten) bei vorgegebener Motordrehzahl (oben) und Gaspedalstellung (2. v. oben). Durch die deaktivierte Abgasrückführung ist der Gesamtmassenstrom  $\dot{m}_{ZE}$  mit dem Frischluftmassenstrom  $\dot{m}_{ZE,L}$  identisch. Das wesentliche Kriterium ist eine gute Übereinstimmung bezüglich  $\dot{m}_{ZE}$ , da durch diesen die Luftmasse  $m_Z$  in den Zylindern und somit der Zylinderinnendruck bestimmt wird.

Die Drücke im Zylinder 1 ( $p_Z$ ), im Abgaskrümmer ( $p_K$ ) und im AGR-Kühler ( $p_{AGK}$ ) bei einer Motordrehzahl von 2500  $min^{-1}$  und Gaspedalstellungen von 0% und 100%, sowie geschlossenem (AGR 0%) und voll geöffnetem (AGR 100%) AGR-Ventil sind in Abbildung 5.17 dargestellt. Vergleicht man den Druck im Abgaskühler  $p_{AGK}$ mit dem Lade- bzw. Saugrohrdruck  $p_S$ , so wird deutlich, daß nur die Druckspitzen von  $p_{AGK}$  den Saugrohrdruck überschreiten und somit Abgas ins Saugrohr zurückgeführt werden kann. Sowohl die Amplitude als auch der Mittelwert des Drucks im Abgaskrümmer  $p_K$  und folglich auch des Drucks im AGR-Kühler  $p_{AGK}$  nehmen mit wachsender Einspritzmenge zu. Es steigt damit auch die Möglichkeit, die Abgasrückführung über das regelbare AGR-Ventil zu beeinflussen.

Ein Rückschlagventil zwischen AGR-Kühler und Saugrohr verhindert, daß in den umgekehrten Fällen ( $p_S > p_{AGK}$ ) Frischluft direkt in den Abgastrakt geleitet wird [27]. Dieses für PKW-Motoren eher untypische Verhalten wurde durch die Wahl der Parameter für den Abgaskrümmer erzielt, um die Einflüsse eines durch das Rückschlagventil unterbrochenen rückgeführten Abgasmassenstroms auf das AGR-Regelkonzept untersuchen zu können. Diese gewählten Parameter sind nicht mit dem der Parametrierung des Gesamtmodells zugrundeliegenden TDI-Motor identisch, so daß sich das Modell in diesem Punkt vom realen Motor unterscheidet. Zusätzlich ist in der Abbildung der Umgebungsdruck  $p_0$  abgebildet.

Die über die Geometrie und die Kinematik des Kurbeltriebs berechneten Drehmomentverläufe an der Kurbelwelle sind in Abbildung 5.18 abgebildet. Sie zeigt das Motormoment  $M_M$  bei niedriger (oben), mittlerer (mitte) und hoher Drehzahl (unten) jeweils bei 0% Gas (links) und Vollgas (rechts). Neben dem bei Vollgas höheren Momentenmittelwert ist vor allem der Einfluß der Massenkräfte bei hohen Drehzahlen erkennbar. Diese werden durch die oszillierenden Massen im Motor verursacht. Nach den Gln. (5.35) und (5.39) nehmen die Massenkräfte mit dem Quadrat der



Abb. 5.17: Druckverläufe aus dem TDI-Modell bei verschiedenen Betriebspunkten

Drehzahl zu, so daß ihr Einfluß im Vergleich zu den Gaskräften vor allem bei hoher Drehzahl und wenig Gas sichtbar wird (Abbildung 5.18 links unten).

Die Simulationsergebnisse der Drehmomentschwingungen an der Kurbelwelle des Motors werden im folgenden mit Meßergebnissen eines Dieselmotors mit 1,9l Hub-



Abb. 5.18: Motormomentverläufe aus dem TDI-Modell bei verschiedenen Betriebspunkten

raum und Abgasturboaufladung verglichen. Die Meßdaten wurden freundlicherweise von Herrn Prof. Dr.-Ing. Werner Freise, Lehrstuhl für Starkstromtechnik, Elektrische Maschinen und Antriebe der Universität Kaiserslautern [20], [54] zur Verfügung gestellt. Dieser Motor ist jedoch nicht mit dem zur Parametrierung des Simulationsmodells verwendeten TDI-Motor identisch. Allerdings lassen sich doch qualitative Aussagen bezüglich der Nachbildung der Drehmomentschwingungen treffen.

Mit Hilfe eines Ferraris-Aufnehmers [13] wurde die Drehbeschleunigung am Schwungrad gemessen. Das Drehmoment kann anschließend aus der Drehbeschleunigung unter Berücksichtigung des Trägheitsmoments des Schwungrads ( $J_{SR} = 0.27 kg m^2$ ) berechnet werden.



Abb. 5.19: Vergleich der Drehmomentverläufe des Simulationsmodells mit Meßdaten

Die Abbildung 5.19 zeigt den Vergleich des am unbelasteten Motor gemessenen Drehmoments mit den Simulationsergebnissen bei Drehzahlen von  $861 min^{-1}$  bzw.  $2521 min^{-1}$ . Dabei ist im wesentlichen eine gute Übereinstimmung zu erkennen. Die Messungen zeigen deutlich die Auswirkungen der Torsionsschwingung der Kurbelwelle. Diese bildet ein Mehrmassensystem, dessen Ordnung von der Zahl der Zylinder abhängt. Durch die wechselnden Kolbenkräfte werden die Torsionseigenfrequenzen angeregt, so daß sich neben den üblichen Momentenpulsationen des Verbrennungsmotors zusätzliche Momentenspitzen ergeben, die den Momentenmittelwert bis zum 60-fachen übersteigen können [20]. Im Simulationsmodell wird zunächst eine starre Kurbelwelle angenommen, so daß die Resonanzeffekte nicht berücksichtigt werden. Weitere Abweichungen sind vor allem auf Unterschiede in der Motorgeometrie und Reibungseffekte, die bei der Modellierung vernachlässigt wurden, zurückzuführen.

Auf die Auswirkungen der Torsionseigenschwingungen wird im Abschnitt6.5.3genauer eingegangen.

# 6 Diagnose von Zylinderfehlern eines TDI-Motors mit harmonisch aktivierten neuronalen Netzen

Um die gesetzlichen Vorgaben für die Schadstoffemissionen von Verbrennungsmotoren erfüllen zu können, ist ein fehlerfreier Betrieb des Motors zwingend notwendig. Eine nicht optimale Verbrennung führt zu erhöhter Schadstoffbildung, so daß die zulässigen Grenzwerte überschritten werden. Bei Ottomotoren führen wiederholte Verbrennungsaussetzer zudem zu einer dauerhaften Schädigung des Katalysators. Grund hierfür ist die Nachverbrennung des unverbrannten Kraftstoffs im Inneren des Katalysators.

Das Ziel der Entwicklung von Fahrzeugen mit geringen Emissionen (Ultra Low Emission Vehicle, ULEV) kann nur durch eine ständige Überwachung des Motors und im Fehlerfall durch geeignete Gegenmaßnahmen erreicht werden. Ein erster Schritt waren die in den USA ab Modelljahr 1994 geforderten Vorschriften zur On-Board-Diagnose II (OBD II) [7]. Neben den Abgas- und Verdunstungsemissionen müssen alle abgasbeeinflussenden Komponenten während des Betriebs ("on board") überwacht werden. Der Fehlerfall muß dem Fahrer über eine Warnlampe angezeigt werden [2]. Mit Beginn des Modelljahres 2000 sind auch in Europa strengere Grenzwerte vorgeschrieben, die ab dem Jahre 2005 noch weiter verschärft werden (Richtlinie 98/96/EG).

Zur Detektion von Verbrennungsaussetzern wurden bereits verschiedene Verfahren entwickelt, z.B. durch Ermittlung der Laufunruhe aus der Motordrehzahl [2], durch Messung des Abgasgegendrucks [84], [85] oder durch Messung des Ionenstroms im Brennraum [62].

Wesentliche Fehlerquellen für eine schlechte und im Grenzfall ausbleibende Verbrennung sind zum einen eine fehlerhafte eingespritzte Kraftstoffmasse oder zum anderen ein falscher Zündzeitpunkt bzw. Einspritzzeitpunkt. Im folgenden wird ein Ansatz zur Detektion und Lokalisierung dieser Fehler vorgestellt. Erkannt werden nicht nur komplette Verbrennungsaussetzer, sondern auch geringe Abweichungen der einzelnen Zylinder untereinander bezüglich Kraftstoffmasse und Einspritzzeitpunkt. Grundlage hierfür bildet eine Untersuchung der Einflüsse der genannten Faktoren auf das pulsierende Drehmoment des Verbrennungsmotors. Die betrachteten Drehmomentverläufe werden mit dem im Abschnitt 5 beschriebenen TDI-Modell erzeugt und anschließend mittels Fourier-Transformation analysiert.

# 6.1 Analyse der Drehmomentschwingungen im fehlerfreien Betrieb

Im folgenden wird das pulsierende Drehmoment aus dem TDI-Modell mit Hilfe der Fouriertransformation in seine Spektralanteile zerlegt. Als Referenzfrequenz wird die Kurbelwellendrehzahl festgelegt, d.h. der Fourierkoeffizient  $c_1$  entspricht der Kurbelwellendrehzahl, der Koeffizient  $c_2$  der doppelten Drehzahl und damit der Zündfrequenz des betrachteten Vierzylinder-Viertakt-Motors. Der Koeffizient  $c_{0,5}$  entspricht folglich der halben Drehzahl und damit der Zyklenfrequenz eines Viertaktmotors. Allgemein entspricht der Fourierkoeffizient  $c_k$  der k-fachen Motordrehzahl.

Die Drehmomentschwingungen werden auf den Kurbelwellenwinkel  $\varphi_K$  bezogen. Dieser darf jedoch nicht mit dem Phasenwinkel  $\angle c_k$  verwechselt werden. Um die Winkellage  $\varphi_{K_k}$  der k-ten Spektralkomponente innerhalb eines vollständigen Arbeitszyklus des Motors bezüglich der Kurbelwelle zu erhalten, wird der Phasenwinkel gemäß

$$\varphi_{K,k} = -\frac{1}{k} \cdot \angle c_k \tag{6.1}$$

umgerechnet. Im betrachteten Fall eines Viertaktmotors beträgt ein Arbeitszyklus zwei Kurbelwellenumdrehungen bzw. 720°. Für den Winkel des Koeffizienten  $c_{0,5}$  können sich demnach Werte zwischen 0 und 720° ergeben, für  $c_1$  zwischen 0 und 360° und für  $c_{1,5}$  zwischen 0 und 240° (vgl. Abbildung 6.1). Auf die Bedeutung des negativen Vorzeichens in Gl. (6.1) wird im Abschnitt 6.2.1 noch genauer eingegangen.



Abb. 6.1: Umrechnung der Winkel auf einen vollständigen Arbeitszyklus des Motors

Zur Klassifizierung der am Motormoment beteiligten Frequenzen werden folgende Definitionen eingeführt:

- Als **Grundschwingung** wird die Frequenz der Zünd- bzw. Einspritzzeitpunkte bezeichnet. Für sie gilt k = 2.
- Als **Harmonische** werden alle höheren Vielfachen der Grundschwingung bezeichnet, d.h. k = 2j + 2 mit  $j \in \mathbb{N}$ .
- Als **Subharmonische** werden die Frequenzen unterhalb der Grundschwingung bezeichnet, die periodisch mit der Zyklenfrequenz sind. Für sie gilt  $k \in \{0,5; 1; 1,5\}$ .

Vervollständigt wird das Frequenzspektrum durch den **Gleichanteil** (k = 0), der dem Momentenmittelwert entspricht, sowie **Vielfache der Subharmonischen**, die nicht zu den Harmonischen gehören.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Ergebnisse der Fourieranalyse des pulsierenden Drehmoments aus dem TDI-Modell im fehlerfreien Fall bei verschiedenen Drehzahlen und Gaspedalstellungen. In der Abbildung 6.2 oben sind die Brennratenverläufe der einzelnen Zylinder dargestellt.

Die zweite Abbildung von oben zeigt die Kurbelwellendrehzahl. Infolge des pulsierenden Motormoments weist auch die Drehzahl der Kurbelwelle entsprechende Schwankungen auf.

Das dritte Bild von oben zeigt das aus den Gas- und Massenmomenten zusammengesetzte resultierende Drehmoment an der Kurbelwelle. Ebenfalls eingetragen ist das aus den ersten 20 Fourierkoeffizienten rekonstruierte Drehmoment. Zusätzlich ist ein sogenanntes Asymmetriesignal abgebildet. Dieses wird aus den ersten beiden Subharmonischen zusammengesetzt.

Im vierten Bild von oben sind die Beträge der ersten 20 Koeffizienten dargestellt. Der Gleichanteil des Drehmoments  $c_0$  entspricht dem Momentenmittelwert.

Darunter sind die auf die Kurbelwelle umgerechneten Phasenwinkel der Koeffizienten abgebildet. Im hier betrachteten fehlerfreien Fall sind nur die Koeffizienten der Vielfachen der Grundschwingung ( $\widehat{=}$  Zündfrequenz) von Null verschieden. Folglich ist auch das Asymmetriesignal gleich Null. Dies ist in der gleichförmigen Arbeitsweise aller Zylinder begründet. Alle Zylinder erhalten dieselbe Kraftstoff- und Luftmenge und auch der Einspritzzeitpunkt ist für alle gleich. Somit liefern alle Zylinder identische Drehmomentverläufe an der Kurbelwelle.

Erkennbar ist außerdem, daß die Grundschwingung die höchste Amplitude aufweist und die Amplituden der Harmonischen mit zunehmender Ordnung abnehmen.

Die Abbildung 6.3 zeigt die Verläufe bei gleicher Drehzahl und Vollgas. Aufgrund der höheren Einspritzmenge sind in diesem Fall die Brennraten und folglich auch die Drehmomentamplituden an der Kurbelwelle deutlich höher. Die Fourieranalyse



Abb. 6.2: Fourieranalyse des Motormoments bei 800 min<sup>-1</sup> und 20% Gas

des Drehmoments ergibt höhere Beträge der einzelnen Koeffizienten, die umgerechneten Phasenwinkel sind jedoch im Vergleich mit Abbildung 6.2 nahezu identisch. Auch sind wiederum nur die Fourierkoeffizienten der Grundschwingung und ihren



**Abb. 6.3:** Fourieranalyse des Motormoments bei 800 min<sup>-1</sup> und Vollgas

Harmonischen von Null verschieden und somit ergibt sich für das Asymmetriesignal der Wert Null.

An den prinzipiellen Ergebnissen der Fourieranalyse ändert sich auch bei höheren



**Abb. 6.4:** Fourieranalyse des Motormoments bei 2400 min<sup>-1</sup> und 50% Gas

Drehzahlen nichts. Obwohl sich die Form der Drehmomentverläufe durch die mit der Drehzahl stark anwachsenden Massenmomente deutlich verändert, sind immer nur die Fourierkoeffizienten der Grundschwingung und ihren Harmonischen von Null



**Abb. 6.5:** Fourieranalyse des Motormoments bei 4500 min<sup>-1</sup> und 20% Gas

verschieden. Anhand dieser Eigenschaft kann somit ein gleichförmiger Betrieb aller Zylinder, der den fehlerfreien Fall auszeichnet, über den gesamten Betriebsbereich des Motors festgestellt werden.

# 6.2 Analyse der Drehmomentschwingungen bei Fehler eines Zylinders

Mit Hilfe der Fourierkoeffizienten soll nun ein asymmetrischer Betrieb der Zylinder des Motors erkannt werden. Nach der Definition des symmetrischen Betriebs als fehlerfreier Fall wird ein asymmetrischer Betrieb durch den Fehler eines oder mehrerer Zylinder verursacht. Dies bedeutet, daß der oder die betreffenden Zylinder ein von den übrigen Zylindern abweichendes Drehmoment liefern, z.B. infolge einer fehlerhaften Kraftstoffzufuhr oder eines falschen Einspritz- bzw. Zündzeitpunkts. Ursachen hierfür können Modellfehler der Motorsteuerung oder Verschleißerscheinungen sein. Denkbar sind jedoch auch Fehler konstruktiver Art, z.B. durch unterschiedlich lange Kraftstoffzuleitungen. Bei gleicher Einspritzdauer erhalten dann nicht alle Zylinder dieselbe Kraftstoffmenge. Durch die Erkennung und Zuordnung derartiger Abweichungen kann eine Korrektur der Fehler erfolgen.

Im folgenden sollen Abweichungen eines (Einfachfehler) oder zweier Zylinder (Doppelfehler) untersucht werden. Dabei werden sowohl Abweichungen bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmasse als auch fehlerhafte Zünd- bzw. Einspritzwinkel betrachtet.

Die in den folgenden Abschnitten beschriebenen Winkelangaben sind als Richtwerte zu verstehen und können je nach verwendetem Motortyp variieren. Die prinzipielle Vorgehensweise kann jedoch auf den speziellen Anwendungsfall übertragen werden.

#### 6.2.1 Fehlerhafte Kraftstoffmasse eines Zylinders

Im ersten Schritt wird die Spektralanalyse bei fehlerhafter Kraftstoffmasse eines Zylinders durchgeführt. Abbildung 6.6 zeigt das Ergebnis bei einer Motordrehzahl von 2400 $min^{-1}$  und 50% Gas. Zylinder 3 erhält eine um 5% erhöhte Kraftstoffmenge. Dies ist bereits an der Brennrate des Zylinders erkennbar. Durch die erhöhte Brennrate wird auch die Drehmomentamplitude vergrößert. Die Fourieranalyse des Drehmoments ergibt nun im Gegensatz zum symmetrischen Betrieb, daß auch die Koeffizienten der Subharmonischen und deren Vielfachen von Null verschieden sind. Besonders gut ist dies an den umgerechneten Phasenwinkeln (Abbildung 6.6 unten) zu erkennen. Folglich ist auch das aus den Koeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  zusammengesetzte Asymmetriesignal von Null verschieden. Der umgerechnete Winkel  $\varphi_{K,0,5}$  des Koeffizienten  $c_{0,5}$  beträgt 420° und liegt demnach im Bereich 360°  $\leq \varphi_{K,0,5} \leq 540^{\circ}$ . Dies bedeutet, daß aufgrund der Definition Gl. (6.1) der Winkel  $\varphi_{K,0,5}$  genau in den Bereich des Zylinders 3 zeigt und somit der fehlerhafte Zylinder direkt abgelesen werden kann.

In der Abbildung 6.7 ist derselbe Fehler für den Zylinder 2 dargestellt. Motordrehzahl und Gaspedalstellung sind ebenfalls unverändert. Die um 5% erhöhte Einspritzmenge ist an der höheren Brennrate des Zylinders 2 erkennbar, der daher auch



**Abb. 6.6:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Kraftstoffmenge des Zylinders 3 ist um 5% erhöht.

ein höheres Drehmoment als die anderen Zylinder liefert. Der umgerechnete Winkel  $\varphi_{K_{-0,5}}$  liegt mit 240° im Bereich 180°  $\leq \varphi_{K_{-0,5}} \leq 360°$ . Er markiert demnach den fehlerhaften Zylinder 2. Das Asymmetriesignal besitzt sein Maximum ebenfalls



**Abb. 6.7:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Kraftstoffmenge des Zylinders 2 ist um 5% erhöht.

in diesem Bereich. Da die Abweichung bezüglich der Kraftstoffmasse dieselbe wie im vorherigen Beispiel ist, weisen die Amplituden der Subharmonischen identische Werte auf. Für den Fall einer erhöhten Kraftstoffmenge eines Zylinders kann der



**Abb. 6.8:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Kraftstoffmenge des Zylinders 4 ist um 5% verringert.

Fehler demnach durch den Winkel des Fourierkoeffizienten direkt bestimmt werden. Wie die Abbildung 6.8 zeigt, können mit dem Winkel des Koeffizienten  $c_{0,5}$  noch nicht beliebige Abweichungen bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmasse lo-



Abb. 6.9: Fourieranalyse des Motormoments bei 50% Gas und variabler Drehzahl. Kraftstoffmenge des Zylinders 3 ist um 5% erhöht.

kalisiert werden. In diesem Beispiel erhält der Zylinder 4 eine um 5% verminderte Kraftstoffmenge bei sonst unveränderten Bedingungen. Die Brennrate dieses Zylinders weist folglich eine geringere Spitze auf und dementsprechend niedriger ist auch das Motormoment. Der Winkel  $\varphi_{K_2,0,5}$  beträgt wie im vorherigen Beispiel 240°, so daß keine eindeutige Unterscheidung möglich ist. Diese gelingt mit Hilfe des Winkels  $\varphi_{K_2,1}$  des Koeffizienten  $c_1$ . Im betrachteten Fall einer um 5% verringerten Einspritzmenge des Zylinders 4 (Abbildung 6.8) beträgt er 60°, im vorhergehenden Beispiel einer um 5% erhöhten Einspritzmenge des Zylinders 2 (Abbildung 6.7) beträgt er 240°. Auf analoge Weise kann zwischen einer erhöhten Kraftstoffmasse des Zylinders 3



**Abb. 6.10:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50%Gas. Eingespritzte Kraftstoffmenge des Zylinders 3 variabel.

oder einer verringerten des Zylinders 1 unterschieden werden. Um die Diagnose über den gesamten Betriebsbereich des Motors sicherzustellen, ist es vorteilhaft, wenn die Unterscheidungskriterien unabhängig vom Arbeitspunkt des Motors sind. In der Abbildung 6.9 sind die Verläufe des Gleichanteils bzw. des Momentenmittelwerts (oben), die Beträge der Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  (mitte), sowie ihre umgerechneten Winkel  $\varphi_{K_20,5}$  und  $\varphi_{K_21}$  (unten) in Abhängigkeit von der Motordrehzahl dargestellt. Die eingespritzte Kraftstoffmasse des Zylinders 3 ist um 5% erhöht. Wie die Abbildung zeigt, nehmen sowohl der Momentenmittelwert, als auch die Beträge von  $c_{0,5}$  und  $c_1$  mit wachsender Drehzahl ab. Die auf die Kurbelwel-



Abb. 6.11: Fourieranalyse des Motormoments bei 2400min<sup>-1</sup> und variabler Gaspedalstellung. Eingespritzte Kraftstoffmenge des Zylinders 3 ist um 5% erhöht.

le umgerechneten Winkel der Koeffizienten sind jedoch über den gesamten Bereich von der Leerlaufdrehzahl ( $800min^{-1}$ ) bis zur Maximaldrehzahl ( $4500min^{-1}$ ) nahezu konstant und somit unabhängig von der Motordrehzahl.

Im nächsten Schritt wird die Abhängigkeit der Koeffizienten von Größe und Richtung der Abweichung vom Normalbetrieb untersucht. Dazu wird bei konstanter Motordrehzahl und Gaspedalstellung der Fehler eines festen Zylinders variiert. Abbildung 6.10 zeigt die Verläufe für eine Drehzahl von  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Die in den Zylinder 3 eingespritzte Kraftstoffmasse wird im Bereich von -100% ( $\cong$  komplettem



Abb. 6.12: Fourieranalyse des Motormoments bei 50% Gas, variabler Drehzahl und variabler Kraftstoffmenge des Zylinders 3

Zündaussetzer) bis +25% verändert. Wie aus der Abbildung hervorgeht, sind die Winkel der Koeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  vom Vorzeichen, nicht jedoch von der Größe der Abweichung abhängig. Im fehlerfreien Fall ( $\cong$  Abweichung 0%) sind beide Winkel Null. Für die Bestimmung der Richtung der Abweichung und die Zuordnung zu dem entsprechenden Zylinder ist folglich die Auswertung der beiden Winkel ausrei-



Abb. 6.13: Fourieranalyse des Motormoments bei 2400min<sup>-1</sup>, variabler Gaspedalstellung und variabler Kraftstoffmenge des Zylinders 3

chend. Die Beträge der Koeffizienten sind hingegen von der Größe der Abweichung abhängig. Beim kompletten Zündaussetzer bricht der Momentenmittelwert stark ein.

Der Arbeitspunkt des Motors wird wesentlich auch von der Gaspedalstellung bestimmt. Im folgenden wird deshalb die Abhängigkeit der Koeffizienten von der Gaspedalstellung untersucht. Abbildung 6.11 zeigt die entsprechenden Verläufe


Abb. 6.14: Fourieranalyse des Motormoments bei um 5% erhöhter Kraftstoffmenge des Zylinders 3, variabler Motordrehzahl und variabler Gaspedalstellung

bei fester Motordrehzahl und variabler Gaspedalstellung. Die in den Zylinder 3 eingespritzte Kraftstoffmasse ist um 5% erhöht. Der Momentenmittelwert sowie die Beträge der Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  steigen erwartungsgemäß mit zunehmender Einspritzmenge. Die Winkel der Koeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  bleiben jedoch wieder über den gesamten Bereich nahezu konstant.

Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in den Abbildungen 6.12 bis 6.14 zusammengefaßt. Sie zeigen die Abhängigkeit der für die Detektion und Lokalisierung verwendeten Fourierkoeffizienten bei variabler Drehzahl und variabler Abweichung des Zylinders 3 (Abbildung 6.12).

Die entsprechenden Verläufe bei Variation von Gaspedalstellung und Kraftstoffmenge von Zylinder 3 zeigt die Abbildung 6.13. Aus beiden Abbildungen ergibt sich, daß die Winkel  $\varphi_{K_{-0,5}}$  und  $\varphi_{K_{-1}}$  nur von Größe und Richtung der Abweichung des Zylinders abhängen, nicht jedoch vom Arbeitspunkt des Motors.

Abbildung 6.14 unterstreicht dieses Ergebnis. Bei konstanter Abweichung des Zylinders 3 sind die Winkel über den gesamten Betriebsbereich des Motors nahezu konstant und somit unabhängig vom Arbeitspunkt.

Aus den vorhergehenden Überlegungen ergibt sich für die Detektion und Lokalisierung einer vom fehlerfreien Fall abweichenden eingespritzten Kraftstoffmasse eines einzelnen Zylinders unabhängig vom Betriebspunkt des Motors folgende Zuordnungstabelle:

	$\varphi_{K.1} \approx 60^{\circ}$	$\varphi_{K.1} \approx 240^{\circ}$
$\varphi_{K_{-}0,5} \approx 60^{\circ}$	1+	3–
$\varphi_{K\_0,5} \approx 240^{\circ}$	4-	2+
$\varphi_{K\_0,5} \approx 420^{\circ}$	3+	1–
$\varphi_{K\_0,5} \approx 600^{\circ}$	2–	4+

**Tabelle 6.1:** Zuordnungstabelle für einfachen Fehler der eingespritztenKraftstoffmasse

Die Bezeichnung ,1+" bedeutet hierbei eine zu hohe, ,1-" eine zu niedrige eingespritzte Kraftstoffmasse in Zylinder 1, usw.

Abschließend kann festgestellt werden, daß für die Detektion und Zuordnung einer fehlerhaften Einspritzmenge eines einzelnen Zylinders lediglich die Auswertung der Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  erforderlich ist. Die Winkel der Koeffizienten markieren den fehlerhaften Zylinder, die Beträge sind ein Maß für die Größe der Abweichung.

### 6.2.2 Fehlerhafter Einspritzzeitpunkt eines Zylinders

Analog zum vorhergehenden Abschnitt soll die Spektralanalyse nun für den fehlerhaften Einspritzzeitpunkt eines einzelnen Zylinders durchgeführt werden. Das erste



**Abb. 6.15:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50%Gas. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3 ist um 5° zu spät.

Beispiel (Abbildung 6.15) zeigt die Ergebnisse bei einer Motordrehzahl von  $2400min^{-1}$ und 50% Gas. Der Kraftstoff wird um 5° zu spät in den Zylinder 3 eingespritzt. Dies ist an der Brennrate des Zylinders in der Abbildung oben zu erkennen. Der Verlauf



**Abb. 6.16:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 2 ist um 5° zu spät.

ist gegenüber den anderen Zylindern entsprechend verschoben. Die Fourieranalyse des Drehmoments zeigt den asymmetrischen Betrieb in den von Null verschiedenen Subharmonischen.



**Abb. 6.17:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 4 ist um 5° zu früh.

Abbildung 6.16 zeigt das Ergebnis der Spektralanalyse für einen um 5° zu späten Einspritzbeginn des Zylinders 2. Die Unterscheidung zum vorhergehenden Beispiel ist wie schon bei fehlerhafter Einspritzmenge über den Winkel  $\varphi_{K-0,5}$  möglich.



Abb. 6.18: Fourieranalyse des Motormoments bei variabler Drehzahl und 50% Gas. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3 um 5° zu spät.

Wie aus der Abbildung 6.17 ersichtlich wird, ist auch bei fehlerhaftem Einspritzzeitpunkt eine eindeutige Zuordnung des Fehlers allein über den Winkel  $\varphi_{K_{-0,5}}$  nicht möglich. Hierfür wird zusätzlich der Winkel  $\varphi_{K_{-1}}$  benötigt.

Um auch bei fehlerhaftem Einspritzzeitpunkt die Diagnose über den gesamten Betriebsbereich des Motors sicherzustellen, ist eine Unabhängigkeit der Unterscheidungskriterien vom Arbeitspunkt wünschenswert. Abbildung 6.18 zeigt, daß die Winkel  $\varphi_{K_{-0,5}}$  und  $\varphi_{K_{-1}}$  der zur Auswertung verwendeten Koeffizienten über den



**Abb. 6.19:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50% Gas. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3 variabel.

gesamten Drehzahlbereich des Motors nahezu konstant sind. Die Beträge der Fourierkoeffizienten hingegen nehmen mit steigender Drehzahl ab.

Im nächsten Schritt wird wieder die Abhängigkeit der Koeffizienten von Größe und Richtung der Abweichung vom Normalbetrieb untersucht. Dazu wird bei konstanter Motordrehzahl und Gaspedalstellung der Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3 zwischen  $-25^{\circ}$  und  $+25^{\circ}$  variiert. Das negative Vorzeichen bedeutet einen zu frühen, das positive einen zu späten Einspritzbeginn. Abbildung 6.19 zeigt die Verläufe für eine Drehzahl von 2400 $min^{-1}$  und 50% Gas. Analog zum Abschnitt 6.2.1 sind die Winkel



Abb. 6.20: Fourieranalyse des Motormoments bei 50% Gas, variabler Drehzahl und variablem Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3

der Koeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  vom Vorzeichen der Abweichung abhängig. Allerdings kann zusätzlich eine geringe Abhängigkeit von der Größe beobachtet werden. Aufgrund der niedrigen Steigung ist jedoch trotzdem eine eindeutige Zuordnung gewährleistet. Im fehlerfreien Fall ( $\cong$  Abweichung 0°) sind beide Winkel Null. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in den Abbildungen 6.20 bis 6.22 zusam-

mengefaßt. Sie zeigen die Abhängigkeit der für die Diagnose verwendeten Fourier-



Abb. 6.21: Fourieranalyse des Motormoments bei 2400min<sup>-1</sup>, variabler Gaspedalstellung und variablem Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3

koeffizienten bei variabler Drehzahl und variablem Einspritzbeginn des Zylinders 3 (Abbildung 6.20).

Die entsprechenden Verläufe bei Variation von Gaspedalstellung und Einspritzzeitpunkt von Zylinder 3 zeigt die Abbildung 6.21. Aus beiden Abbildungen ergibt sich,



Abb. 6.22: Fourieranalyse des Motormoments bei variabler Drehzahl und variabler Gaspedalstellung. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3 um 5° zu spät

daß die Winkel  $\varphi_{K_{-}0,5}$  und  $\varphi_{K_{-}1}$  im Wesentlichen nur von Größe und Richtung der Abweichung des Zylinders abhängen, nicht jedoch von Arbeitspunkt des Motors. Abbildung 6.22 unterstreicht dieses Ergebnis. Bei konstanter Abweichung des Zylinders 3 sind die Winkel über den gesamten Betriebsbereich des Motors nahezu konstant und somit unabhängig vom Arbeitspunkt.

Aus den vorhergehenden Überlegungen ergibt sich für die Detektion und Lokali-

	$\varphi_{K.1} \approx 10^{\circ}$	$\varphi_{K_{-1}} \approx 190^{\circ}$
$\varphi_{K_{-}0,5} \approx 0^{\circ}$	1–	3+
$\varphi_{K\_0,5} \approx 180^{\circ}$	4+	2–
$\varphi_{K\_0,5} \approx 360^{\circ}$	3–	1+
$\varphi_{K\_0,5} \approx 540^{\circ}$	2+	4-

sierung eines vom fehlerfreien Fall abweichenden Einspritzbeginns eines einzelnen Zylinders unabhängig vom Betriebspunkt des Motors folgende Zuordnungstabelle:

Tabelle 6.2: Zuordnungstabelle für einfachen Fehler des Einspritzwinkels

Die Bezeichnung 1-" bedeutet hierbei einen zu frühen, 1+" einen zu späten Einspritzbeginn von Zylinder 1, usw.

Vergleicht man die Zuordungstabelle mit derjenigen für fehlerhafte Einspritzmenge eines Zylinders, Tabelle 6.1, so erkennt man, daß die Winkel unterschiedliche Werte aufweisen. Auf diese Weise kann einfach zwischen fehlerhafter Kraftstoffmenge und fehlerhaftem Einspritzzeitpunkt unterschieden werden

> $\varphi_{K_{-1}} \approx 10^{\circ} \wedge \varphi_{K_{-1}} \approx 190^{\circ} \implies$  fehlerhafter Einspritzwinkel  $\varphi_{K_{-1}} \approx 60^{\circ} \wedge \varphi_{K_{-1}} \approx 240^{\circ} \implies$  fehlerhafte Einspritzmenge

# 6.3 Analyse der Drehmomentschwingungen bei Fehlern von zwei Zylindern

Die in den vorhergehenden beiden Abschnitten vorgestellten Zuordnungsregeln gelten für den Fehler eines einzelnen Zylinders (Einfachfehler). Aufbauend auf diesen sollen die Entscheidungskriterien für die Lokalisierung von Fehlern von zwei Zylindern (Doppelfehler) erweitert werden.

### 6.3.1 Fehlerhafte Kraftstoffmenge von zwei Zylindern

Zunächst soll der Fall einer fehlerhaften eingespritzten Kraftstoffmenge betrachtet werden. Als Beispiel sei eine um 5% erhöhte Kraftstoffmenge des Zylinders 2 angenommen. Der Fehler in der eingespritzten Kraftstoffmasse des Zylinders 3 wird



Abb. 6.23: Fourieranalyse des Motormoments bei 2400min<sup>-1</sup> und 50% Gas. Kraftstoffmenge des Zylinders 2 um 5% erhöht. Eingespritzte Kraftstoffmasse Zylinder 3 variabel.

von -100% über -25% bis +25% variiert. Die Motordrehzahl beträgt  $2400min^{-1}$  bei 50% Gas. Wie die Abbildung 6.23 zeigt, ist der auf die Kurbelwelle umgerechnete Winkel  $\varphi_{K\_0,5}$  nicht mehr auf diskrete Werte beschränkt. Bei beliebiger Variation der Einspritzmengen der Zylinder 2 und 3 kann der Winkel  $\varphi_{K\_0,5}$  den gesamten Winkelbereich von 0° bis 720° durchlaufen (Abbildung 6.24). Lediglich der Winkel  $\varphi_{K\_1}$  ist auf diskrete Werte beschränkt, wobei der Übergang von einem Wert zum anderen von den Fehlern beider Zylinder abhängig ist. Doppelfehler lassen sich so-



**Abb. 6.24:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50%Gas. Variable Kraftstoffmenge der Zylinder 2 und 3.

mit anhand der Winkel der ersten beiden Subharmonischen nicht eindeutig zu den Zylindern zuordnen.

Eine Lösung ergibt sich durch die Betrachtung eines Doppelfehlers als Überlagerung von zwei Einfachfehlern. Die durch die Spektralanalyse ermittelten (komplexen) Fourierkoeffizienten des Doppelfehlers ergeben sich aus der Summe der Koeffizienten der beiden Einfachfehler.

$$c_k = c_{k_1} + c_{k_2} \tag{6.2}$$

Aufgeteilt in Betrag und Phase folgt

$$A_k e^{j \varphi_{K,k}} = A_{k,1} e^{j \varphi_{K,k,1}} + A_{k,2} e^{j \varphi_{K,k,2}}$$
(6.3)

Die Winkel  $\varphi_{K_{-0,5,1/2}}$  und  $\varphi_{K_{-1,1/2}}$  können dabei die Werte aus der Zuordnungstabelle 6.1 für Einfachfehler annehmen.

Ahnlich zur Raumzeigermodulation bei U-Umrichtern [64] kann der komplexe Zeiger der ersten Subharmonischen des Doppelfehlers  $A_{0,5} e^{j \varphi_{K_{-}0,5}}$  durch die gewichtete Summe der Zeiger der benachbarten Einfachfehler eindeutig dargestellt werden, wobei nur positive Gewichte zulässig sind. Für den Zeiger der zweiten Subharmonischen  $A_1 e^{j \varphi_{K_{-}1}}$  stehen jedoch nur zwei linear abhängige Zeiger als Summanden zur Verfügung, so daß hier keine eindeutige Lösung existiert.

Wie schon im Abschnitt 6.2 erläutert wurde, sind die Beträge der Fourierkoeffizienten und damit die Länge der Zeiger von der Größe der Abweichung abhängig (vgl. auch Abbildung 6.10). Dies bedeutet, der Fehler mit den größeren Auswirkungen auf das Motormoment besitzt auch die längeren Zeiger der beiden ersten Subharmonischen. Daraus ergibt sich außerdem, daß der Wert des resultierenden Winkels der zweiten Subharmonischen  $\varphi_{K_1}$  vom größeren der beiden Einfachfehler bestimmt wird. Dies soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden.



Abb. 6.25: Zeigeraddition bei fehlerhafter Kraftstoffmenge von zwei Zylindern

Angenommen sei für Zylinder 2 eine um 5% erhöhte und für Zylinder 3 eine um 15% zu niedrige Kraftstoffmenge bei einer Motordrehzahl von  $2400min^{-1}$  und 50% Gas.

Die Fourieranalyse ergibt für die ersten beiden Subharmonischen die komplexen Koeffizienten

$$c_{0,5} = 2,06Nm e^{j \, 100^{\circ}}$$
  
$$c_{1} = 2,36Nm e^{j \, 240^{\circ}}$$

Durch die Aufspaltung in zwei Einfachfehler (Abbildung 6.25) berechnen sich die beiden Zeiger der ersten Subharmonischen zu

$$c_{0,5\_1} = 1,94Nm e^{j \, 60^{\circ}}$$
  
$$c_{0,5\_2} = 0,70Nm e^{j \, 240^{\circ}}$$

Unter Berücksichtigung der Längenverhältnisse ergeben sich nach der Zuordnungstabelle 6.1 die beiden möglichen Fehlerkombinationen 2+3- und 3-4-, wobei die Schriftgröße den größeren Fehler anzeigt. Welche der beiden Kombinationen zutrifft, kann anhand der Winkel nicht bestimmt werden.

Da der Fehler 3– auf jeden Fall vorliegt, bietet sich als Lösungsmöglichkeit eine sukzessive Erhöhung der eingespritzten Kraftstoffmenge in Zylinder 3 an, bis nur noch ein Einfachfehler (2+ oder 4–) vorliegt, d.h. der Winkel  $\varphi_{K_{-}0,5}$  erreicht den Wert 240°. Mit Hilfe der Zuordnungstabelle 6.1 kann dieser anschließend eindeutig identifiziert werden.



**Abb. 6.26:** Invarianz des Amplitudenverhältnisses der Subharmonischen eines Einfachfehlers

Ein zweiter Lösungsansatz ergibt sich über die Amplituden der beiden Subharmonischen. Wie die Abbildung 6.26 zeigt, ist das Verhältnis *a* der Amplituden von erster und zweiter Subharmonischer eines Einfachfehlers unabhängig vom Betriebspunkt des Motors und von der Größe des Fehlers. Für den betrachteten TDI-Motor ergibt sich das Verhältnis unabhängig vom Zylinder zu

$$a = \frac{|c_{0,5\_1/2}|}{|c_{1\_1/2}|} = \frac{A_{0,5\_1/2}}{A_{1\_1/2}} \approx 1,1158$$
 (6.4)

Damit folgt für die Amplituden der zweiten Subharmonischen der Einfachfehler

$$A_{1,1} = \frac{A_{0,5,1}}{a} = 1,74Nm \tag{6.5}$$

$$A_{1,2} = \frac{A_{0,5,2}}{a} = 0,63Nm \tag{6.6}$$

Die resultierende Amplitude der zweiten Subharmonischen des Doppelfehlers  $A_1$  ergibt sich abhängig vom zweiten Einfachfehler (vgl. Abbildung 6.25)

$$A_{1} = A_{1,1} + A_{1,2}$$
(6.7)  
= 2,37Nm für 2+  
$$A_{1} = A_{1,1} - A_{1,2}$$
(6.8)  
= 1,11Nm für 4-

Da das Ergebnis aus Gl. (6.7) dem durch die Spektralanalyse berechneten Wert für  $A_1$ , Gl. (6.4), am nächsten kommt, ergibt sich für den zweiten Einfachfehler 2+. Mit Hilfe dieser Überlegungen kann die vollständige Zuordnungstabelle für Doppelfehler bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmasse hergeleitet werden (Tabelle 6.3). Die hierbei verwendeten Abkürzungen bedeuten im einzelnen

$$= : A_{0,5} < a \cdot A_{1}$$

$$= : A_{0,5} \approx a \cdot A_{1}$$

$$= : A_{0,5} \approx a \cdot A_{1}$$

$$= : A_{0,5} > a \cdot A_{1}$$

$$= : A_{0,5} \cos \frac{\varphi_{K,0,5} - \varphi_{K,U}}{2} + \frac{A_{0,5}}{a} \sin \frac{\varphi_{K,0,5} - \varphi_{K,U}}{2} \approx A_{1}$$

$$= : A_{1,1}$$

$$= : A_{1,2}$$

$$= : A_{1,2}$$

	Tabelle 6.3:
Kraftst off masse	Zuordnungstabelle
	$f\ddot{u}r$
	doppelten
	Fehler
	der
	eingespritzten

	4 0	$\varphi_{K,1} \approx 60^{\circ}$				$\varphi_{K\_1} \approx 240^{\circ}$							
	$A_1 \approx 0$		"<"	"≈"	">"	"+"	"—"		"<"	"≈"	">"	"+"	"—"
$A_{0,5} \approx 0$	fehlerfrei	1+3+ 2-4-		$\triangleright$	$\triangleright$	$\left \right\rangle$	$\searrow$	2+ 4+ 1- 3-	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\left \right>\right $
$\varphi_{K\_0,5}  pprox  60^{\circ}$	1+3-	$\geq$	1+3+	1+	1+3-	$\ge$	$\geq$	$\geq$	1-3-	3–	1+3-	$\geq$	
$60^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 150^{\circ}$	$\searrow$	$\ge$	$\geq$	$\searrow$	$\geq$	1+4-	1 + 2 +	$\ge$	$\ge$	$\ge$	$\ge$	2+3-	3-4-
$\varphi_{K\_0,5} \approx 150^{\circ}$	1+2+ 3-4-	1+4-	$\triangleright$	$\triangleright$	$\triangleright$	$\geq$	$\geq$	2+3-	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\triangleright$
$150^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 240^{\circ}$	$\ge$	$\ge$	$\ge$		$\geq$	1+4-	3-4-	$\ge$	$\ge$	$\ge$	$\ge$	2+3-	1+2+
$\varphi_{K\_0,5} \approx 240^{\circ}$	2+4-	$\geq$	2+4-	4-	2-4-	$\ge$	$\geq$	$\geq$	2+4+	2+	2+4-	$\geq$	
$240^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 330^{\circ}$	$\geq$	$\geq$	$\geq$		$\triangleright$	3+4-	1-4-	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	1-2+	2+3+
$\varphi_{K\_0,5}~pprox~330^\circ$	2+3+ 1-4-	3+4-	$\geq$	$\triangleright$	$\triangleright$	$\geq$	$\geq$	1-2+	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	
$330^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 420^{\circ}$	$\searrow$	$\ge$	$\ge$	$\searrow$	$\geq$	3+4-	2+3+	$\ge$	$\ge$	$\ge$	$\ge$	1-2+	1-4-
$\varphi_{K\_0,5}  \approx  420^{\circ}$	1-3+	$\geq$	1+3+	3+	1-3+	$\ge$	$\geq$	$\geq$	1-3-	1–	1-3+	$\geq$	$\geq$
$420^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 510^{\circ}$	$\times$	$\ge$	$\geq$	$\searrow$	$\triangleright$	3+ 2-	3+4+	$\geq$	$\ge$	$\ge$	$\ge$	1-4+	1-2-
$\varphi_{K\_0,5} \approx 510^{\circ}$	3+4+ 1-2-	2-3+	$\geq$	$\searrow$	$\triangleright$	$\times$	$\ge$	1-4+	$\ge$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\searrow$
$510^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 600^{\circ}$	$\ge$	$\geq$	$\geq$	$\searrow$	$\triangleright$	2-3+	1-2-	$\geq$	$\ge$	$\geq$	$\geq$	1-4+	3+4+
$\varphi_{K\_0,5}  pprox  600^{\circ}$	2-4+		2-4+	2-	2-4-	$\times$	$\ge$	$\ge$	2+4+	4+	2-4+	$\ge$	$\ge$
$600^{\circ} < \varphi_{K\_0,5} < 690^{\circ}$		$\geq$	$\geq$	$\bigcirc$	$\triangleright$	1+2-	2-3-	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	3-4+	1+4+
$\varphi_{K\_0,5}  pprox  690^{\circ}$	1+4+ 2-3-	1+2-	$\geq$			$\geq$	$\geq$	3-4+	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	
$\varphi_{K\_0,5} < 60^{\circ} \lor \varphi_{K\_0,5} > 690^{\circ}$	$\ge$	$\triangleright$	$\triangleright$	$\triangleright$	$\triangleright$	1+2-	1+4+	$\geq$	$\searrow$	$\geq$	$\geq$	3-4+	2-3-



**Abb. 6.27:** Fourieranalyse des Motormoments bei  $2400min^{-1}$  und 50%Gas. Einspritzzeitpunkt des Zylinders 2 um 5° zu spät. Einspritzbeginn Zylinder 3 variabel.

wobei der Winkel  $\varphi_{K_U}$  die Untergrenze des betreffenden Winkelintervalls aus der Tabelle bezeichnet. Im vorhergehenden Beispiel beträgt  $\varphi_{K_U} = 60^{\circ}$ .

Da mit Ausnahme des Gleichanteils alle übrigen Terme einer Fourierreihe mittelwertfrei sind, addieren sich alle erkannten Abweichungen der Zylinder zu Null. Somit erfolgt die Fehlerdetektion immer in Bezug auf den aktuellen Drehmomentmittelwert und nicht auf den des fehlerfreien Falls. Führen verschiedene Fehler zu gleichen relativen Abweichungen der Drehmomentschwingungen, so ist eine exakte Zuordnung ohne Auswertung des mittleren Drehmoments nicht möglich [4]. Dies ist in den doppelt belegten Feldern der Tabelle 6.3 der Fall.

Eine Berücksichtigung des momentanen Drehmomentmittelwerts ist nur über das Steuergerät möglich. Ist dieser niedriger als im fehlerfreien Fall, gilt der untere Eintrag des entsprechenden Tabellenfeldes. Bei einem höheren mittleren Moment gilt der obere Eintrag.

### 6.3.2 Fehlerhafter Einspritzzeitpunkt von zwei Zylindern

Analog zum Fall eines Doppelfehlers bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmenge sollen nun gleichzeitige Fehler von zwei Zylindern bezüglich des Einspritzzeitpunkts betrachtet werden. Als Beispiel sei ein um 5° zu später Einspritzbeginn des Zylinders 2 angenommen. Der Fehler im Einspritzzeitpunkt des Zylinders 3 wird von -25% bis +25% variiert. Die Motordrehzahl beträgt  $2400min^{-1}$  bei 50% Gas. Wie die Abbildung 6.27 zeigt, ist der auf die Kurbelwelle umgerechnete Winkel  $\varphi_{K,0,5}$ auch in diesem Fall nicht mehr auf diskrete Werte beschränkt. Der Winkel  $\varphi_{K,1}$ hingegen bleibt auch in diesem Fall auf diskrete Werte beschränkt.

Es können daher die Überlegungen für Doppelfehler bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmasse auf den Fall eines Doppelfehlers im Einspritzwinkel übertragen werden, wobei für die zur Auswertung bestimmten Winkel entsprechend andere Werte gelten (vgl. Abbildung 6.28).



Abb. 6.28: Zeigeraddition bei fehlerhaftem Einspritzbeginn von zwei Zylindern

### 6.3.3 Unterschiedliche Doppelfehler von zwei Zylindern

Neben den in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Arten von Einfach- und Doppelfehlern, ist auch die Kombination aus einem Fehler bezüglich der eingespritzten Kraftstoffmenge und einem gleichzeitigen Fehler des Einspritzzeitpunkts möglich. Dabei können die Fehler sowohl auf zwei verschiedene Zylinder verteilt sein, als auch am selben Zylinder vorliegen.

Auch dieser Fall kann als Überlagerung von zwei Einfachfehlern interpretiert und somit mit Hilfe der Zeigeraddition analysiert werden. Wie aus der Abbildung 6.29 ersichtlich ist, kann der auf die Kurbelwelle umgerechnete Winkel  $\varphi_{K_{-1}}$  der zweiten Subharmonischen nun beliebige Werte annehmen. Da die vier Zeiger der Einfachfehler unter der Bedingung positiver Gewichtsfaktoren linear unabhängig sind, können die Winkel  $\varphi_{K_{-1,1}}$  und  $\varphi_{K_{-1,2}}$  der beiden Einfachfehler eindeutig bestimmt werden (Abbildung 6.29 rechts). Eine Unterscheidung zu den bereits beschriebenen Arten von Einfach und Doppelfehlern ist daher anhand des Winkels  $\varphi_{K_{-1}}$  leicht möglich.



Abb. 6.29: Zeigeraddition bei fehlerhafter Einspritzmenge und gleichzeitigem fehlerhaften Einspritzbeginn

Für den Winkel  $\varphi_{K_{-0,5}}$  der ersten Subharmonischen gibt es vier Möglichkeiten, so daß die Diagnose im ersten Schritt auf vier Fehler eingegrenzt werden kann. Als Beispiel seien, wie in Abbildung 6.29 für die Winkel der ersten beiden Subharmonischen die Werte

$$\varphi_{K\_0,5} = 308^{\circ}$$
  
 $\varphi_{K\_1} = 135^{\circ}$ 

angenommen. Die beiden Winkel  $\varphi_{K_{-1,-1}}$  und  $\varphi_{K_{-1,-2}}$  der zweiten Subharmonischen ergeben sich zu

$$\varphi_{K\_1\_1} = 190^{\circ}$$
$$\varphi_{K\_1\_2} = 60^{\circ}$$

und detektieren folglich einen Einfachfehler im Einspritzzeitpunkt ( $\varphi_{K,1,1}$ ) und einen Fehler in der Einspritzmenge ( $\varphi_{K,1,2}$ ). Durch die Zerlegung des Zeigers  $c_{0,5}$ , wie in Abbildung 6.29 links dargestellt, kann der Doppelfehler auf vier Kombinationen eingegrenzt werden:

Der erste Fehler kennzeichnet jeweils den Einspritzzeitpunkt, der zweite die Einspritzmenge.

Die genaue Identifikation des Fehlers kann mit Hilfe der Amplituden des Subharmonischen erfolgen. Wie in Abschnitt 6.3.1 erläutert wurde, ist bei einem Einfachfehler bezüglich der Kraftstoffmenge das Verhältnis *a* der Amplituden von erster und zweiter Subharmonischer konstant. Nach Gl. (6.4) gilt somit

$$\frac{A_{0,5.2}}{A_{1.2}} \approx 1,1158$$

Da die Amplitude  $A_{1,2}$  eindeutig bestimmt werden kann, ist folglich auch die Amplitude  $A_{0,5,2}$  festgelegt. In diesem Beispiel sind die Amplituden der ersten Subharmonischen der vier möglichen Fehlerkombinationen unterschiedlich, so daß der tatsächliche Fehler daraus bestimmt werden kann.

Sollte sich keine eindeutige Fehlerkombination ergeben, kann zur Bestimmung zusätzlich das Amplitudenverhältnis des fehlerhaften Einspritzzeitpunkts herangezogen werden. Denkbar ist auch Unterscheidung mit Hilfe des Momentenmittelwerts. Dafür müßte allerdings der Mittelwert im fehlerfreien Fall durch das Steuergerät zur Verfügung gestellt werden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß für eine Detektion und Zuordnung von Einfach- und Doppelfehlern bei dem betrachteten 4-Zylinder-Motor die Kenntnis der ersten und zweiten Subharmonischen des Motormoments ausreichend ist. Eine Vorauswahl der möglichen Fehler kann anhand einer einfachen Auswahltabelle erfolgen:

$\begin{array}{l} \varphi_{K\_1} \approx 10^{\circ} \\ \varphi_{K\_1} \approx 190^{\circ} \end{array}$	Einfach-/Doppelfehler Einspritzzeitpunkt					
$\begin{array}{l} \varphi_{K\_1} \approx \ 60^{\circ} \\ \varphi_{K\_1} \approx \ 240^{\circ} \end{array}$	Einfach-/Doppelfehler Einspritzmenge					
sonstige Werte von $\varphi_{K_{-1}}$	je ein Einfachfehler Einspritzzeitpunkt und Einspritzmenge					

 Tabelle 6.4:
 Tabelle für Vorauswahl des Fehlers

## 6.4 Identifikation der Fourierkoeffizienten mit Harmonisch Aktiviertem Neuronalen Netz

Wie in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt wurde, können anhand der Fourierkoeffizienten des Motormoments Zylinderungleichförmigkeiten detektiert und zugeordnet werden. Zur Berechnung der Koeffizienten wird im folgenden ein Harmonisch Aktiviertes Neuronales Netz (HANN) eingesetzt. Aufgrund des hohen Kostendrucks in der Automobilindustrie soll die Diagnose vorzugsweise ohne zusätzliche Sensoren erfolgen. Da jeder Motor zur Ermittlung der Drehzahl bereits über ein entsprechendes Geberrad zur Messung der Winkelposition  $\varphi_K$  verfügt, kann dieses Signal auch zur Diagnose verwendet werden. Für die Bestimmung der dafür notwendigen Fourierkoeffizienten werden im folgenden zwei Ansätze vorgestellt.

### 6.4.1 Direkte Identifikation der Fourierkoeffizienten des Motormoments

Das periodische Motormoment kann durch eine Fourierreihe mit den reellen Amplituden  $a_k$  und  $b_k$  beschrieben werden

$$M_M = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^K \left( a_k \cos(k \varphi_K) + b_k \sin(k \varphi_K) \right)$$
(6.9)

Zur Identifikation der Amplituden wird ein HANN mit den Gewichten  $\hat{\theta}_{A,k}$  und  $\hat{\theta}_{B,k}$ und den Aktivierungsfunktionen

$$\mathcal{A}_{A,k} = \cos(k\,\varphi_K) \tag{6.10}$$

$$\mathcal{A}_{B,k} = \sin(k\,\varphi_K) \tag{6.11}$$

eingesetzt. Der Schätzwert des HANN für das Motormoment berechnet sich zu

$$\widehat{M}_M = \frac{\widehat{\theta}_{A,0}}{2} + \sum_{k=1}^K \left( \widehat{\theta}_{A,k} \cos(k\,\varphi_K) + \widehat{\theta}_{B,k} \sin(k\,\varphi_K) \right)$$
(6.12)



**Abb. 6.30:** Struktur für direkte Identifikation der Fourierkoeffizienten des Motormoments

Die Gewichte  $\hat{\theta}_{A,k}$  und  $\hat{\theta}_{B,k}$  des HANN entsprechen damit den Koeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  der reellen Fourierreihe. Mit dem Lernfehler e aus geschätztem und gemessenem Motormoment folgt für das Lerngesetz gemäß Fehlermodell 1 nach [49]

$$\frac{d}{dt}\hat{\theta}_{A,k} = -\eta_L e \mathcal{A}_{A,k}$$
$$\frac{d}{dt}\hat{\theta}_{B,k} = -\eta_L e \mathcal{A}_{B,k}$$

mit der Lernschrittweite  $\eta_L$ . In Vektorschreibweise für Aktivierungsfunktionen und Gewichte ergibt sich (vgl. Abschnitt 4.2.1)

$$rac{d}{dt} \hat{oldsymbol{ heta}}_A = -\eta_L \, e \, oldsymbol{\mathcal{A}}_A \ rac{d}{dt} \hat{oldsymbol{ heta}}_B = -\eta_L \, e \, oldsymbol{\mathcal{A}}_B$$

mit dem Lernfehler

$$e = \widehat{M}_M - M_M$$
  
=  $\widehat{\theta}_A^T \mathcal{A}_A + \widehat{\theta}_A^T \mathcal{A}_B - M_M$  (6.13)

Das gemessene Drehmoment muß durch zweifache Differentiation aus dem Winkelsignal  $\varphi_K$  des Geberrads berechnet werden. Durch die doppelte Differentiation ist das Drehmomentsignal stark durch Meßrauschen beeinträchtigt. Deshalb wird im nächsten Abschnitt ein Ansatz vorgestellt, der mit nur einer Ableitung auskommt.

# 6.4.2 Identifikation der Fourierkoeffizienten des Motormoments durch analytische Differentiation

Aufgrund der Periodizität des Motormoments ist auch die Motordrehzahl bzw. Motowinkelgeschwindigkeit periodisch und kann somit ebenfalls über eine Fourierreihe beschrieben werden

$$\omega_M = \frac{\tilde{a}_0}{2} + \sum_{k=1}^K \left( \tilde{a}_k \cos(k\,\varphi_K) + \tilde{b}_k \sin(k\,\varphi_K) \right) \tag{6.14}$$

Die Motorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_K$  kann aus dem Winkelsignal  $\varphi_K$  mit nur einer Differentiation bestimmt werden (siehe auch Abbildung 6.31).



Abb. 6.31: Identifikation von Zylinderungleichförmigkeiten mit HANN

Unter der Annahme einer nur langsamen zeitlichen Änderung der Koeffizienten  $\tilde{a}_k$ und  $\tilde{b}_k$  folgt mit dem Motorträgheitsmoment  $J_M$  für das Motormoment

$$M_{M} = J_{M} \cdot \frac{d}{dt} \omega_{M}$$
  
= 
$$\sum_{k=1}^{K} \left( \underbrace{J_{M} \tilde{b}_{k} k \, \omega_{M}}_{a_{k}} \cos(k \, \varphi_{K}) \underbrace{-J_{M} \tilde{a}_{k} k \, \omega_{M}}_{b_{k}} \sin(k \, \varphi_{K}) \right)$$
(6.15)

wobei nur die Wechselanteile von  $M_M$  berücksichtigt werden. Dies stellt jedoch keine Einschränkung dar, da für die Diagnose von Zylinderungleichförmigkeiten nur die ersten beiden Subharmonischen des Motormoments benötigt werden.

Der Vergleich zwischen Gl. (6.15) mit Gl. (6.9) zeigt, daß die Koeffizienten der Fourierreihe des Drehmoments aus denen der Fourierreihe der Winkelgeschwindigkeit abgeleitet werden können.

$$a_k = J_M b_k k \,\omega_K \tag{6.16}$$

$$b_k = -J_M \,\tilde{a}_k \, k \, \omega_K \tag{6.17}$$

Die zugehörige Identifikationsstruktur zeigt Abbildung 6.32. Der Lernfehler e be-



Abb. 6.32: Struktur Identifikation der Fourierkoeffizienten des Motormoments aus der Winkelgeschwindigkeit

rechnet sich gemäß

$$e = \hat{\omega}_M - \omega_M$$
  
=  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_A^T \boldsymbol{\mathcal{A}}_A + \hat{\boldsymbol{\theta}}_B^T \boldsymbol{\mathcal{A}}_B - \omega_M$  (6.18)

Die Gewichte  $\tilde{\theta}_{A,k}$  und  $\tilde{\theta}_{B,k}$  des HANN entsprechen nun den Fourierkoeffizienten  $\tilde{a}_k$ und  $\tilde{b}_k$  der Fourierreihe der Winkelgeschwindigkeit. Über die Beziehungen (6.16) und (6.17) können die Fourierkoeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  der Fourierreihe des Motormoments bestimmt werden.

In den Abschnitten 6.2 und 6.3 werden zur Diagnose die Koeffizienten der komplexen Fourierreihe verwendet. Sie berechnen sich aus den reellen Fourierkoeffizienten zu

$$c_k = \frac{a_k - j b_k}{2} \tag{6.19}$$

$$= \frac{J_M k \,\omega_M}{2} \left( \hat{\tilde{\theta}}_{B,k} + j \hat{\tilde{\theta}}_{A,k} \right) \tag{6.20}$$

Für Betrag und Phase der komplexen Koeffizienten gilt

$$|c_k| = \frac{1}{2}\sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$
(6.21)

$$= \frac{J_M k \,\omega_M}{2} \sqrt{\hat{\theta}_{B,k}^2 + \hat{\theta}_{A,k}^2} \tag{6.22}$$

$$\angle c_k = -\arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \tag{6.23}$$

$$= + \arctan\left(\frac{\tilde{\theta}_{A,k}}{\tilde{\theta}_{B,k}}\right) \tag{6.24}$$

### 6.4.3 Messung der Motordrehzahl

Für die Berechnung der Fourierkoeffizienten des Motormoments mit dem oben beschriebenen Ansatz müssen Lage  $\varphi_K$  und Winkelgeschwindigkeit  $\omega_K$  der Kurbelwelle als Meßgrößen vorliegen. In Serienfahrzeugen werden derzeit Geberräder mit 30 bis 60 Impulsen pro Umdrehung eingesetzt [4]. Mittels eines Zählers wird die Zeit  $T_I$ zwischen zwei Impulsen gemessen und die Winkelgeschwindigkeit berechnet.

Aufgrund der Quantisierung mit der Zählerfrequenz  $f_Z$  stimmt die gemessene Zeit  $T_M$  im allgemeinen nicht mit dem tatsächlichen Zeitintervall  $T_I$  überein (vgl. Abbildung 6.33). Der maximale Quantisierungsfehler für die Messung von  $T_I$  ist von



Abb. 6.33: Quantisierung des Zeitintervalls  $T_I$ 

 $f_Z$  abhängig und beträgt eine Taktperiode  $T_{ZF}$  [70]

$$\Delta T_I = \pm T_{ZF} = \pm \frac{1}{f_Z} \tag{6.25}$$

Mit der Anzahl $N_Z$  der Impulse pro Umdrehung folgt für das Winkel<br/>intervall $\Delta \varphi$ zwischen zwei Impulsen

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{N_Z} \tag{6.26}$$

Die tatsächlich gemessene Winkelgeschwindigkeit beträgt

$$\omega_K + \Delta \omega = \frac{\Delta \varphi}{T_I \pm \Delta T_I} \tag{6.27}$$

Somit errechnet sich der maximale Quantisierungsfehler der Winkelgeschwindigkeit zu

$$\Delta \omega = \frac{\Delta \varphi}{T_I \pm \Delta T_I} - \omega_K \tag{6.28}$$

$$= \omega_K \left( \frac{1}{1 \pm \frac{N_Z \,\omega_K}{2 \,\pi f_Z}} - 1 \right) \tag{6.29}$$

Der Quantisierungsfehler ist von der Motordrehzahl abhängig. Im folgenden sei ein Geberrad mit 64 Impulsen pro Umdrehung und eine Zählerfrequenz von 12,5 *MHz* angenommen. Die Tabelle zeigt die sich daraus ergebende Spanne des maximalen Fehlers der Winkelgeschwindigkeit für ausgewählte Drehzahlen.

Motordrehzahl		$min^{-1}$	800	2000	3200	4500
Relativer Quantisierungsfehler	$\frac{\Delta\omega}{\omega_K}$	%	$ \begin{array}{c c} -0,014\\ \vdots\\ 0,014\\ \end{array} $	-0,034 $\vdots$ 0,034	-0,055 $\vdots$ 0,055	-0,077 $\vdots$ 0,077

Vergleicht man den maximalen Fehler bei  $4500min^{-1}$  mit den Drehzahlverlauf in Abbildung ??, erkennt man, daß der Quantisierungsfehler ca. 33% der Amplitude der Drehzahlschwankungen beträgt. Sollen die für die Diagnose benötigten Fourier-koeffizienten, wie in Abschnitt 6.4.1 beschrieben, direkt berechnet werden, muß das Drehzahlsignal ein zweites Mal numerisch differenziert werden. Dadurch erhöht sich der Fehler weiter, so daß im folgenden der Ansatz aus Abschnitt 6.4.2 verwendet wird.

### 6.4.4 Diskretisiertes Harmonisch Aktiviertes Neuronales Netz

Aufgrund der geringen Impulszahl des Geberrads ist die Abtastzeit der Impulse bei niedrigen Motordrehzahlen relativ hoch. Bei einer Drehzahl von  $800 min^{-1}$ , was der Leerlaufdrehzahl entspricht, beträgt die Abtastfrequenz z.B. nur 853 Hz. Deshalb soll das HANN im folgenden auf winkelsynchrone Abtastung umgestellt werden.



Abb. 6.34: Struktur des diskretisierten HANN

Unter Anwendung des expliziten Polygonzugverfahrens nach Euler ("Euler vorwärts", [71]) lautet das Lerngesetz für den (i + 1)-ten Schritt

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{A,i+1} = \hat{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{A,i} - T_{M,i} \eta_L e_i \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A,i}$$
(6.30)

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{B,i+1} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{B,i} - T_{M,i} \eta_L e_i \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B,i}$$
(6.31)

Die Schrittweite des Integrationsschritts entspricht der gemessenen Zeit  $T_{M,i}$  zwischen zwei Impulsen des Geberrads. Der Lernfehler  $e_i$  für den *i*-ten Schritt errechnet sich zu

$$e_{i} = \hat{\omega}_{K,i} - \omega_{K,i}$$
$$= \hat{\boldsymbol{\theta}}_{A,i}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A,i} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{B,i}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B,i} - \omega_{K,i}$$
(6.32)

Abbildung 6.34 zeigt die Struktur des diskretisierten HANN. Die mit  $z^{-1}$  bezeichneten Glieder symbolisieren Verzögerungsglieder. Die Abtastzeit  $T_M$  ist jedoch nicht konstant, sondern von der Motordrehzahl und der Auflösung des Drehzahlgebers abhängig. Sie errechnet sich für den *i*-ten Schritt zu

$$T_{M,i} = \frac{2\pi}{\omega_{K,i} N_Z} \tag{6.33}$$

Die Abbildung 6.35 zeigt den Identifikationsvorgang im fehlerfreien Betrieb des Motors. Dargestellt sind die Verläufe von Gaspedalstellung (oben), gemessener und identifizierter Motordrehzahl (2. v. oben), die Beträge der Fourierkoeffizienten der Motordrehzahl  $\tilde{c}_k$  (3. v. oben), die Beträge der nach Gl. (6.20) bestimmten Koeffizienten des Motormoments  $c_k$  (4. v. oben), sowie die dazugehörigen umgerechneten Phasenwinkel des Motormoments  $\varphi_{K,k}$  (5. v. oben).

Wie schon im Abschnitt 6.1 erläutert sind im fehlerfreien Fall nur die Fourierkoeffizienten der Zündfrequenz und ihrer Harmonischen von Null verschieden. Dies gilt sowohl für die Koeffizienten der Motordrehzahl  $\tilde{c}_k$  als auch für die des Motormoments  $c_k$ . Die umgerechneten Phasenwinkel  $\varphi_{K,k}$  der Koeffizienten weisen stationär nur eine geringe Abhängigkeit von der Drehzahl und der Gaspedalstellung auf.

Da zu starkes Rauschen der identifizierten Fourierkoeffizienten vor allem im Hinblick auf eine schnelle und eindeutige Diagnose von Zylinderungleichförmigkeiten sehr störend wirkt, werden die Koeffizienten über ein Tiefpaßfilter erster Ordnung geglättet.

Abbildung 6.36 zeigt Vergleiche zwischen simulierter und identifizierter Motordrehzahl (links), sowie des dazugehörigen Wechselanteils des Motormoments mit dem gemäß Gl. (6.15) berechneten Schätzwert des Moments (rechts) jeweils nach Abschluß des Lernvorgangs. In allen Fällen ist eine gute Übereinstimmung erkennbar. Die noch vorhandenen Abweichungen lassen sich mit der geringen Anzahl an identifizierten Fourierkoeffizienten erklären. Die Spektren sowohl von Motordrehzahl als auch Motormoment sind nicht bandbegrenzt, wobei die Amplituden mit steigender Frequenz abnehmen. Neben dem Gleichanteil der Motordrehzahl wurden in dem Beispiel jedoch lediglich die Fourierkoeffizienten der Zündfrequenz und ihrer ersten beiden Harmonischen  $c_2$ ,  $c_4$  und  $c_6$  identifiziert. Werden hierfür mehrere Koeffizienten herangezogen, läßt sich die Genauigkeit weiter verbessern.



Abb. 6.35: Identifikation der Drehzahlungleichförmigkeiten im fehlerfreien Betrieb



Abb. 6.36: Vergleich zwischen Simulation und Identifikation

### 6.4.5 Erweiterung für variable Betriebspunkte

Wie die Abbildung 6.35 zeigt, ist der Identifikationsvorgang an den Ubergängen zwischen verschiedenen Arbeitspunkten des Motors relativ langsam. Abhilfe schafft die Verwendung eines für variable Betriebspunkte erweiterten HANN nach [4]. Analog zur Aktivierung der Stützstellen beim GRNN wird abhängig vom momentanen Arbeitspunkt des Motors zwischen mehreren Koeffizientensätzen interpoliert. Die Funktionsweise soll im folgenden kurz erläutert werden.

Der Eingangsraum, der die möglichen Betriebspunkte des Motors kennzeichnet, wird hierzu in regelmäßige Abstände unterteilt. Als Beispiel sei eine Unterteilung des Eingangsraums nach den Größen Motordrehzahl n und eingespritzter Kraftstoffmasse  $m_F$ , d.h. eine zweidimensionale Unterteilung (P = 2), angenommen. Entlang jeder Achse des Eingangsraums seien nun N Stützwerte angeordnet. Somit beträgt in diesem Fall die Gesamtzahl der Stützwerte  $N^2$ . Die Stützwerte befinden sich an den Stellen

$$n_i = n_{min} + \frac{i-1}{N} \Big( n_{max} - n_{min} \Big)$$
 (6.34)

$$m_{F,i} = m_{F,min} + \frac{i-1}{N} \Big( m_{F,max} - m_{F,min} \Big)$$
 (6.35)

mit i = 1, ..., N. Die Indices "min" und "max" bezeichnen die oberen und unteren Grenzen des betrachteten Eingangsraums.

Der Abstand  $\Delta X_i$  des momentanen Betriebspunkts  $[n m_F]$  vom *m*-ten Stützwert errechnet sich zu

$$\Delta X_m = \sqrt{\left(\frac{n-n_m}{n_{max}-n_{min}}\right)^2 + \left(\frac{m_F - m_{F,m}}{m_{F,max}-m_{F,min}}\right)^2} \tag{6.36}$$

Mittels Gauß'scher Glockenkurven kann für jeden Stützwert eine betriebspunktabhängige Aktivierung  $\mathcal{A}_i([n m_F])$  berechnet werden.

$$\mathcal{A}_{i}([n \, m_{F}]) = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta X_{i}^{2}}{2 \, \sigma^{2}}\right)}{\sum_{l=1}^{N^{2}} \exp\left(-\frac{\Delta X_{l}^{2}}{2 \, \sigma^{2}}\right)}$$
(6.37)

mit dem Glättungsfaktor  $\sigma$ , der den gegenseitigen Einfluß benachbarter Stützwerte beschreibt.

Da jeder Stützwert seinen eigenen Satz an Fourierkoeffizienten besitzt, sind die Koeffizienten des momentanen Betriebspunkts nicht direkt verfügbar. Hierfür muß eine Gewichtung mittels der betriebspunktabhängigen Aktivierung und anschließende Summation über die Koeffizientensätze aller Stützstellen erfolgen. Der Fourierkoeffizient  $c_k$  berechnet sich gemäß

$$c_{k} = \sum_{i=1}^{N^{2}} c_{k,i} \cdot \mathcal{A}_{i} \left( [n \, m_{F}] \right)$$
(6.38)

(6.39)

Für genauere Angaben sei auf [4] verwiesen.

### 6.5 Detektion von Zylinderfehlern mit HANN

Das HANN soll in seiner Grundform nun zur Diagnose von Zylinderungleichförmigkeiten eingesetzt werden. Wie bereits beschrieben wurde, ist für eine Detektion und Zuordnung die Kenntnis der Fourierkoeffizienten der ersten beiden Subharmonischen des Motormoments, d.h.  $c_{0,5}$  und  $c_1$  erforderlich.

#### 6.5.1 Diagnose bei dauerhaften Zylinderfehlern

Abbildung 6.37 zeigt den Identifikationsvorgang für eine um 10% erhöhte Kraftstoffmenge des Zylinders 3 bei einer Motordrehzahl von  $3000 \, min^{-1}$ . Bei sehr kleinen Amplituden der Subharmonischen, wie sie im fehlerfreien Betrieb des Motors auftreten, weisen die zugehörigen Phasenwinkel sehr stark verrauschte Verläufe auf, die zu Fehldiagnosen führen. Um dies zu verhindern, erfolgt die Diagnose erst, wenn ein Amplitudenschwellwert der Koeffizienten überschritten wird. Dieser Schwellwert verzögert zwar die Fehlerdetektion in diesem Beispiel um ca.  $0.25 \, s$ , allerdings ist die Vermeidung von Fehlalarmen wesentlich höher zu bewerten.

Wie die Abbildung weiterhin zeigt, erreichen die Verläufe der umgerechneten Phasenwinkel sehr schnell ihren Endwert, so daß unverzüglich eine Vorauswahl der möglichen Fehler nach den Zuordnungstabellen erfolgen kann. In diesem Beispiel kann der Fehler bereits durch die Winkel eindeutig bestimmt werden. Sind zur eindeutigen Zuordnung auch die Amplituden der Subharmonischen erforderlich, z.B. bei Fehlern von zwei Zylindern, ist dies erst nach dem Einschwingvorgang möglich.



Abb. 6.37: Diagnose mit HANN bei fehlerhafter Kraftstoffmasse eines Zylinders

### 6.5.2 Diagnose bei kurzzeitigen Zylinderfehlern

Wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt wurde, eignet sich das HANN gut für die Detektion von stationären, d.h. dauerhaften, Zylinderfehlern. Im folgenden sollen nun die Möglichkeiten einer Detektion von kurzzeitigen Fehlern untersucht werden. Diese Fehler können auch als stochastische Fehler bezeichnet werden.

Der schwerwiegenste Fehler eines Verbrennungsmotors ist der komplette Zündaussetzer. Unterbleibt z.B. beim Ottomotor die Zündung infolge einer defekten Zündkerze, befindet sich trotzdem Kraftstoff im Zylinder. Dieser wird (unverbrannt) in den Abgastrakt ausgestoßen und gelangt in den Katalysator. Dort verbrennt er und führt zu einer nachhaltigen Schädigung des Katalysators. Deshalb ist es wünschenswert, wenn bereits ein einmaliger Zündaussetzer erkannt wird.

Hierfür muß die Lernschrittweite  $\eta_L$  des HANN so eingestellt werden, daß ein einmaliger Zündaussetzer ausreicht, um den Amplitudenschwellwert für eine Detektion (siehe Abschnitt 6.5.1) zu überschreiten. Abbildung 6.38 zeigt die Detektion eines einmaligen Zündaussetzers von Zylinder 3 bei einer Motordrehzahl von 3000 min<sup>-1</sup> und einer Gaspedalstellung von 20%. Aufgrund des Amplitudenschwellwerts erfolgt die Detektion des Fehlers mit einer Verzögerung von ca. 0,07 s. Durch die größeren Auswirkungen eines Zündaussetzers auf den Drehzahlverlauf erfolgt die Detektion früher als im Abschnitt 6.5.1, wo nur eine Abweichung der eingespritzten Kraftstoffmasse um 10% angenommen wurde.

Die Lernschrittweite  $\eta_L$  wurde so gewählt, daß ein einmaliger Zündaussetzer noch gut erkannt wird. Durch die relativ langsame Wahl wird der Fehler länger als die tatsächliche Dauer angezeigt. Durch eine größere Wahl von  $\eta_L$  könnte dies verhindert werden, allerdings wird dadurch das Rauschen der identifizierten Koeffizienten verstärkt und folglich die Gefahr von Fehlalarmen erhöht.

Aufgrund des über die Lernschrittweite eingestellten Zeitverhaltens des HANN hängt die Anzahl der für eine Detektion notwendigen aufeinanderfolgenden Fehler von der Größe der Abweichung ab. Reicht bei einem kompletten Zündaussetzer bereits ein einmaliger Fehler, so sind bei dem bereits in Abschnitt 6.5.1 beschriebenen Beispiel einer Abweichung der eingespritzten Kraftstoffmasse von 10% fünf aufeinanderfolgende Fehler desselben Zylinders notwendig (siehe Abbildung 6.39).

Grundsätzlich läßt sich feststellen, daß die Anzahl der für eine Detektion notwendigen unmittelbar aufeinanderfolgenden Fehler desselben Zylinders mit zunehmender Größe der Abweichung sinkt. Simulative Untersuchungen haben gezeigt, daß mit der gewählten Einstellung des HANN eine einmalige Abweichung der eingespritzten Kraftstofmasse eines Zylinders um mindestens  $\pm 45\%$  detektiert werden kann. Für Abweichungen im Bereich von  $\pm 24\%$  bis  $\pm 45\%$  sind bereits zwei aufeinanderfolgende Fehler notwendig. Bei sehr kleinen Abweichungen, z.B.  $\pm 5\%$ , steigt die Anzahl auf 12 aufeinanderfolgende Fehler. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in Abbildung 6.40 zusammengefaßt.



Abb. 6.38: Diagnose mit HANN bei einmaligem Zündaussetzer


**Abb. 6.39:** Diagnose mit HANN bei fünfmaliger Abweichung der eingespritzten Kraftstoffmasse von Zylinder 3



Abb. 6.40: Für Diagnose erforderliche Anzahl an aufeinanderfolgenden Abweichungen

#### 6.5.3 Auswirkungen der Torsionseigenschwingungen der Kurbelwelle

In den vorhergehenden Betrachtungen wurde die Kurbelwelle als starrer Körper angenommen. Diese Annahme ist bei niedrigen Frequenzen in der Größenordnung von 10Hz zulässig [38]. Diese Aussage wird durch Fourieranalysen der in Abschnitt 5.7 beschriebenen Messungen des Motormoments (Abbildung 5.19) bestätigt. Bei einer Drehzahl von  $861min^{-1}$  besteht das Spektrum wie bei der Annahme einer starren Kurbelwelle im wesentlichen nur aus der Zündfrequenz und ihren Harmonischen (Abbildung 6.41). Die Amplituden der übrigen Frequenzen sind sehr gering. Allerdings folgen aus diesen, wenn auch geringen, Amplituden Phasenwinkel in den für die Diagnose verwendeten Koeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  und führen damit zu irrtümlichen Fehlerdiagnosen. Eine Lösung dieses Problems stellt die geeignete Wahl des Amplitudenschwellwerts für die Diagnose dar. Im Falle sehr geringer der durch die Torsionseigenschwingungen der Kurbelwelle verursachten Amplituden der Koeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  kann der Schwellwert oberhalb dieser eingestellt werden.

Diese Vorgehensweise kann bei höheren Drehzahlen allerdings nicht verwendet werden. Wie die Fourieranalyse des Motormoments bei  $2521min^{-1}$  (Abbildung 6.42) zeigt, steigen die Amplituden mit zunehmender Drehzahl an, so daß ein entsprechend hoher Amplitudenschwellwert keine Diagnose mehr zuläßt.



Abb. 6.41: Fourieranalyse von Meßdaten des Motormoments bei  $861min^{-1}$ 



Aus diesem Grund wird im folgenden das bisher verwendete Simulationsmodell um eine elastische Kurbelwelle erweitert (Abbildung 6.43). Die Kurbelwelle selbst wird dabei in einzelne Massen untergliedert, wobei die beiden zu einem Zylinder gehörenden Kurbelwangen als starr verbunden angenommen werden. Am freien Ende der



Abb. 6.43: Elastisch modellierte Kurbelwelle

Kurbelwelle befinden sich die Riemenscheibe (R) und das Geberrad, die starr verbunden mit der Kurbelwange des ersten Zylinders angenommen werden. Am zweiten Ende der Kurbelwelle befindet sich ein Zweimassenschwungrad (ZMS). Die zur Parametrierung des Modells verwendeten Daten (Tabelle 6.5) sind aus [4], [38] entnommen.

	Trägheitsmoment $kg m^2$	$\begin{tabular}{l} Federkonstante \\ Nmrad^{-1} \end{tabular}$	Dämpfung $Nm  s  rad^{-1}$
Riemenscheibe	0,0030		_
Kurbelwangen Zylinder 1	0,0050	516,000	25
Kurbelwangen Zylinder 2	0,0079	510 000	2,5
Kurbelwangen Zylinder 3	0,0079	516 000	2,5
Kurbelwangen Zylinder 4	0,0080	516 000	$^{2,5}$
Primärseite ZMS (P)	0,0950	783 000	2,5

 Tabelle 6.5:
 Daten der elastisch modellierten Kurbelwelle

Die sich daraus ergebenden Resonanzfrequenzen und Dämpfungen sind in Tabelle 6.6 zusammengefaßt.

Ordnung $k$		1	2	3	4
Resonanzfrequenz $f_k$ H	$\overline{z}$	543	1397	2075	2465
Dämpfung $D_k$		$0,\!0075$	0,0190	0,0287	$0,\!0357$

Tabelle 6.6: Eigenfrequenzen und Dämpfungen der elastisch modelliertenKurbelwelle

Abbildung 6.44 zeigt die mit dem verfeinerten Modell berechneten Drehzahlverläufe, sowie die dazugehörigen Verdrehwinkel der einzelnen Kurbelwellenteilstücke. Die Verdrehung der Kurbelwelle schwankt dabei um max.  $\pm 0,03^{\circ}$ . Bei Vollast kann der Torsionswinkel zwischen den beiden Enden der Kurbelwelle Werte bis zu  $0,3^{\circ}$  erreichen [4].



Abb. 6.44: Drehzahl und Verdrehwinkel der einzelnen Kurbelwellenteilstücke

Die Resonanzfrequenzen liegen zwar alle höher als die maximale Zündfrequenz, allerdings werden sie durch die Harmonischen der Zündfrequenz angeregt und beeinflussen auch die Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$ , wodurch eine Diagnose gerade bei höheren Drehzahlen und Lasten erschwert wird.

Als Lösungsmöglichkeit bietet sich eine Identifikation der durch die Torsionseigenschwingungen erzeugten Amplituden und Winkel der Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  für fehlerfreien Betrieb über den gesamten Betriebsbereich des Motors. Hierfür ist besonders das für variable Betriebspunkte erweiterte HANN (vgl. Abschnitt 4.4) geeignet, da es aufgrund seiner Struktur die bereits gelernten Werte vergangener Betriebspunkte nicht "vergißt".

Nach Abschluß des Lernvorgangs stehen Kennfelder von Amplituden und Winkel der Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  zur Verfügung, die nun als Referenzwerte für den fehlerfreien Betrieb des Motors verwendet werden können (Abbildung 6.45). Fehler der einzelnen Zylinder können aus den Abweichungen der Momentanwerte der Koeffizienten von diesen Referenzwerten erkannt werden.



**Abb. 6.45:** Amplituden und Winkel der Fourierkoeffizienten  $c_{0,5}$  und  $c_1$  infolge der Torsionseigenschwingungen der Kurbelwelle

#### 6.5.4 Diskussion weiterer Störeinflüsse

In den vorhergehenden Abschnitten wurden die Identifikation der Drehzahlschwankungen eines Verbrennungsmotors und die sich daraus ergebenden Möglichkeiten zur Diagnose vorgestellt. Störeinflüsse durch die Quantisierung der Winkelmessung wurden dabei berücksichtigt. Ebenfalls diskutiert wurde der Einfluß der Torsionseigenschwingungen. Weitere Störeinflüsse ergeben sich durch Meßrauschen sowie durch Ungenauigkeiten (Unrundheit) des zur Winkelmessung verwendeten Geberrads.

#### Meßrauschen

Um den Einfluß des Meßrauschens zu reduzieren ist grundsätzlich der Einsatz von vorgeschalteten Tiefpaßfiltern möglich. Allerdings steigt mit zunehmender Flankensteilheit die Ordnung der Filter und damit auch die benötigte Rechenzeit. Zusätzlich kann die Amplitude des Nutzsignals durch vorgeschaltete Filter verändert werden, wenn die Frequenzbereiche von Nutz- und Störsignal dicht beieinander liegen.

Da das HANN ähnlich wie auch das GRNN näherungsweise als Tiefpaß erster Ordnung wirkt, kann die Unterscheidung zwischen Nutz- und Störsignal auch durch das Identifikationsverfahren selbst erfolgen. Während das HANN nur die periodischen Anteile und den Gleichanteil des momentanen Betriebspunkts identifiziert, werden insbesondere stochastische Anteile (z.B. Meßrauschen) durch die Tiefpaßcharakteristik unterdrückt. Wie in [4] gezeigt, ist hierbei die Zeitkonstante  $T_{HANN}$ des Lernvorgangs umgekehrt proportional zur Lernschrittweite  $\eta_L$  und zur Anzahl K der berücksichtigten Frequenzen.

$$T_{HANN} = \frac{1}{K \eta_L} \tag{6.40}$$

Im Gegensatz zu vorgeschalteten Tiefpaßfiltern kann die wirksame Grenzfrequenz des HANN beliebig niedrig eingestellt werden, da hierdurch nur die benötigte Lernzeit, nicht jedoch Amplituden und Phasen des zu identifizierenden Signals beeinflußt werden. Grund hierfür ist die ausschließliche Wirkung der Tiefpaßcharakteristik des HANN auf die Adaption der Gewichte. Sie beeinflußt weder deren Auswertung noch den Fehlervergleich.

Weitere stochastische Störeinflüsse können durch Rückwirkungen vom Antriebsstrang bei schlechter Fahrbahnbeschaffenheit auftreten. Die Erkennung von Schlechtwegeinflüssen kann durch das Motorsteuergerät mit Hilfe eines Fahrzeugraddrehzahlgebers erfolgen. Da alle Fahrzeuge, die mit Antiblockiersystemen ausgerüstet sind, bereits die entsprechenden Sensoren besitzen, entstehen dadurch keine zusätzlichen Systemkosten [1].

### Ungenauigkeiten des Geberrads

Neben den stöchastischen Störungen treten auch periodische Störungen auf. Diese entstehen z.B. durch Fertigungstoleranzen des zur Winkelmessung verwendeten Geberrads und die damit verbundenen nicht äquidistanten Abstände zwischen den Impulsen.

Die periodischen Störungen werden bei der Identifikation prinzipbedingt als Drehzahlschwankungen interpretiert und durch das HANN nachgebildet. Dies kann durch den Einsatz präziserer, aber auch teuerer Geberräder verhindert werden. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Identifikation der tatsächlichen Abstände der Impulse des Geberrads, wie sie in Abschnitt 7 vorgestellt wird.

### 6.5.5 Vergleich zwischen Identifikation mit HANN und DFT/FFT

Die Berechnung der für die Diagnose notwendigen Fourierkoeffizienten kann alternativ auch über die diskrete Fouriertransformation (DFT) bzw. über die Fast Fourier Transform (FFT) erfolgen. Hierfür müssen jedoch die Meßwerte der Motordrehzahl in einzelne Datensätze zerlegt werden, die einzeln transformiert werden. Um das Meßrauschen zu unterdrücken wird der Mittelwert über mehrere Datensätze gebildet.

Bei der Identifikation der Fourierkoeffizienten mit Harmonisch Aktiviertem Neuronalen Netz hingegen werden die Koeffizienten kontinuierlich berechnet. Eine Zerlegung in Datensätze ist nicht erforderlich. Durch das Lerngesetz verfügt das HANN bereits über eine Tiefpaßcharakteristik, die über den Lernfaktor  $\eta_L$  verändert werden kann, wodurch eine Vorfilterung der Meßwerte und damit eine Verringerung des Meßrauschens erfolgt.

Bei Verwendung des erweiterten HANN nach Abschnitt 6.4.5 können die Fourierkoeffizienten unabhängig vom aktuellen Motorbetriebspunkt ausgewertet werden, da die identifizierten Koeffizienten beim Wechsel in einen anderen Arbeitspunkt nicht "vergessen" bzw. überschrieben werden.

Bei offline-Berechnungen der Fourierkoeffizienten hingegen besitzt das HANN eine im Vergleich zur FFT höhere Rechenzeit. Voraussetzung für die Verwendung der FFT sind Datensätze der Länge  $2^m$ .

# 7 Identifikation und Kompensation von Sensorungenauigkeiten

Für die Detektion und Lokalisierung einer Zylinderungleichförmigkeit aus dem Drehzahlsignal ist die Genauigkeit des verwendeten Drehzahlgebers von entscheidender Bedeutung. In den vorhergehenden Abschnitten wurde ein idealer Geber vorausgesetzt, d.h. die Zähne/Striche des Geberrads sind äquidistant verteilt. Die Position des m-ten Striches auf dem Geberrad ergibt sich zu

$$\gamma_m^* = 2\pi \frac{m-1}{N_Z} \tag{7.1}$$

Der Abstand zwischen den Strichen beträgt einheitlich

$$\Delta \gamma^* = \frac{2\pi}{N_Z} \tag{7.2}$$

Sowohl aus fertigungstechnischen als auch aus Kostengründen besitzt jedes Geberrad Ungenauigkeiten und Toleranzen bezüglich der Position der Striche. Die Auswirkungen von Sensorungenauigkeiten auf die Diagnose, sowie ein Vorschlag zu deren Identifikation und Kompensation werden in den folgenden Abschnitten genauer diskutiert.

### 7.1 Auswirkungen von Sensorungenauigkeiten auf die Diagnose

Abbildung 7.1 zeigt das Ergebnis der Spektralanalyse des Motormoments im fehlerfreien Betrieb bei nicht idealem Geberrad. Die Drehzahl des Motors beträgt 750  $min^{-1}$ . Für die Position der Striche wurde eine Abweichung  $\delta \gamma_m$  um maximal 0,3°, bzw. im Bogenmaß 0,0052, von der idealen Sollposition angenommen. Die Strichpositionen wurden per Zufallsgenerator erzeugt.

Der Einfluß der Ungenauigkeiten des Drehzahlgebers ist deutlich an dem verrauschten Verlauf des Drehzahlsignals zu erkennen (Abbildung 7.1 oben).

Errechnet man die Fourierkoeffizienten des Motormoments, wie in Abschnitt 6.4.2 vorgeschlagen, aus den Koeffizienten der Drehzahl, wird der Einfluß des Drehzahlgebers noch deutlicher (2. Bild von oben). Obwohl für die Rekonstruktion



**Abb. 7.1:** Fourieranalyse des Motormoments bei 750 min<sup>-1</sup> und 20% Gas, nichtidealer Drehzahlgeber

des Motormoments im Vergleich zur Frequenz des Rauschens nur niederfrequente Anteile herangezogen werden, nämlich die ersten 20 Fourierkoeffizienten, ist der Verlauf deutlich beeinträchtigt und unterscheidet sich erheblich vom tatsächlichen



**Abb. 7.2:** Fourieranalyse des Motormoments bei 2500 min<sup>-1</sup> und 20% Gas, nichtidealer Drehzahlgeber

Verlauf. Das aus den ersten beiden Subharmonischen gebildete Asymmetriesignal zeigt trotz des fehlerfreien Betrieb des Motors eine Drehmomentungleichförmigkeit an. 7 Identifikation von Sensorungenauigkeiten

Wie im Abschnitt 6.1 beschrieben wurde, sind im fehlerfreien Betrieb des Motors nur die Fourierkoeffizienten der Zündfrequenz und ihren Vielfachen von Null verschieden. Abbildung 7.1 zeigt jedoch, daß dies bei nichtidealem Drehzahlgeber auch für die Koeffizienten anderer Frequenzen zutrifft. Im einzelnen handelt sich es sich um die Fourierkoeffizienten der Motordrehzahl und ihre Vielfachen, wobei die Amplituden für höhere Frequenzen deutlich zunehmen (3. und 4. Bild von oben). Da insbesondere der Koeffizient der Motordrehzahl  $c_1$  auch zur Diagnose verwendet wird, können dadurch Fehlalarme ausgelöst werden.

Bei höheren Drehzahlen verstärkt sich dieser Effekt. Abbildung 7.2 zeigt die entsprechenden Verläufe bei  $2500 min^{-1}$  bei sonst unveränderten Bedingungen. Das rekonstrierte Motormoment ist in diesem Fall unbrauchbar. Der maximale Fehler im Drehzahlsignal tritt auf, wenn für die Position zweier benachbarter Striche bzw. Impulse des Geberrads gilt

$$\gamma_m = \gamma_m^* \mp \delta \gamma_{max} = 2 \pi \frac{m}{N_Z} \mp \delta \gamma_{max}$$
(7.3)

$$\gamma_{m-1} = \gamma_{m-1}^* \pm \delta \gamma_{max}$$
  
=  $2 \pi \frac{m-1}{N_Z} \pm \delta \gamma_{max}$  (7.4)

mit  $1 \leq m \leq N_Z$ . Für das jeweils obere Vorzeichen in den Gleichungen (7.3) und (7.4) beträgt der Abstand zwischen den beiden Impulsen

$$\begin{aligned} \Delta \gamma_m &= \gamma_m - \gamma_{m-1} \\ &= \frac{2 \pi}{N_Z} - 2 \,\delta \gamma_{max} \\ &= \Delta \gamma^* - 2 \,\delta \gamma_{max} \end{aligned} \tag{7.5}$$

Unter der Annahme einer nur langsamen Änderung der Motordrehzahl n kann der durch den Drehzahlgeber verursachte Fehler abgeschätzt werden. Die (gemessene) Zeitdauer zwischen den beiden Impulsen ergibt sich dann zu

$$T_{M,m} = \frac{\Delta \gamma_m}{2 \pi n} \tag{7.6}$$

Die in diesem Intervall tatsächlich gemessene Winkelgeschwindigkeit  $\omega_m$ errechnet sich zu

$$\omega_m = \omega_m^* + \Delta \omega_m \tag{7.7}$$

$$= \frac{\Delta \gamma^{*}}{T_{M,m}} \tag{7.8}$$

$$= 2\pi n \frac{\Delta \gamma^*}{\Delta \gamma_m} \tag{7.9}$$

Damit folgt für den Fehler  $\Delta \omega_m$ 

$$\Delta\omega_m = 2\pi n \frac{\Delta\gamma^* - \Delta\gamma_m}{\Delta\gamma_m}$$
  
=  $2\pi n \frac{1}{\frac{\Delta\gamma^*}{2\,\delta\gamma_{max}} - 1}$  (7.10)

Im Fall des jeweils unteren Vorzeichens in den Gleichungen (7.3) und (7.4) beträgt der Fehler  $\Delta \omega_m$ 

$$\Delta\omega_m = 2\pi n \frac{-1}{\frac{\Delta\gamma^*}{2\,\delta\gamma_{max}} + 1} \tag{7.11}$$

Dies bedeutet, der Drehzahlfehler steigt mit zunehmender Motordrehzahl. Bei einem maximalen Fehler des Drehzahlgebers von  $\delta \gamma_{max} = 0.3^{\circ}$  liegt dieser im Bereich von -9.64% und +11.94% der tatsächlichen Motordrehzahl. Bei einer Motordrehzahl von  $2500 \ min^{-1}$  liegt der Fehler somit zwischen rund  $-240 \ min^{-1}$  und  $300 \ min^{-1}$  (vgl. Abbildung 7.2).

Da eine Filterung des Drehzahlsignals auch die Amplituden und Phasen der für die Diagnose und Rekonstruktion verwendeten Spektralanteile beeinflußt, wird im folgenden ein Ansatz zur Identifikation der Ungenauigkeiten des Drehzahlgebers vorgestellt.

#### 7.2 Identifikation der Sensorungenauigkeiten

Abbildung 7.3 zeigt die für die Diagnose der Drehmoment- bzw. Drehzahlschwankungen des TDI-Modells verwendete Identifikationsstruktur mit harmonisch aktiviertem neuronalen Netz nach Abschnitt 6.4.4. Durch die Ungenauigkeiten des Geberrads identifiziert das HANN neben den durch die Drehmomentschwingungen des Motors verursachten Drehzahlschwankungen auch die durch die Sensorungenauigkeit begründeten Spektralanteile. Unter der Voraussetzung eines fehlerfreien Betriebs des Motors müssen jedoch alle Spektralanteile mit Ausnahme der Zündfrequenz und ihrer Vielfachen Null sein (vgl. Abschnitt 6.1).

Die Grundidee ist, dieses Wissen zur Adaption eines zweiten neuronalen Netzes zu nutzen und damit die realen Positionen der Impulse des Geberrads zu lernen. Das Fehlersignal enthält diejenigen Frequenzen, die bei idealem Geberrad und bei fehlerfreiem Betrieb des Motors Null sind. Dieser Ansatz läßt sich auch auf andere Anwendungsfälle übertragen, in denen bekannt ist, welche Spektralanteile systembedingt und welche durch den Drehzahlgeber verursacht sind.

Für das zweite Netz wird im folgenden ein GRNN eingesetzt. Der Netzeingang ist die Ordnungsnummer  $0 \le m \le (N_Z - 1)$  des aktuellen Impulses. Die  $N_Z$  Stützwerte enthalten die Position des jeweiligen Impulses auf dem Geberrad. Da der



**Abb. 7.3:** Identifikationsstruktur für die Drehzahlschwankungen mit diskretem HANN

Netzeingang m nur diskrete Werte annehmen kann und auch keine Interpolation zwischen den Stützwerten notwendig ist, kann auf die Verwendung von Gauß'schen Glockenkurven als Aktivierungsfunktionen verzichtet werden. Eine Auswertung an den Stützwertepositionen ist ausreichend. Damit folgt für die Aktivierungsfunktion des k-ten Neurons

$$\mathcal{A}_k(m) = \begin{cases} 1 & \text{für } k = m \\ 0 & \text{für } k \neq m \end{cases}$$
(7.12)

Der Netzausgang für den *i*-ten Schritt, der der geschätzten Position  $\hat{\gamma}$  des Impulses auf dem Geberrad entspricht, errechnet sich zu

$$\hat{\gamma}_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_i \tag{7.13}$$

Das Fehlersignal  $e_{\omega}$  zur Adaption des integrierten HANN errechnet sich zu

$$(e_{\omega})_i = (\hat{\omega})_i - (\omega)_i \tag{7.14}$$

Dies entspricht der Fehlergleichung (6.32) wobei der Momentanwert der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  über den Ausgang des zweiten neuronalen Netzes bestimmt wird

$$(\omega)_{i} = \frac{\hat{\gamma}_{i} - \hat{\gamma}_{i-1}}{T_{M,i}}$$
  
$$= \frac{1}{T_{M,i}} \left( \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_{i} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_{i-1} \right)$$
  
$$= \frac{1}{T_{M,i}} \hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} \left( \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_{i} - \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_{i-1} \right)$$
(7.15)

Der Schätzwert für die momentane Winkelgeschwindigkeit  $\hat{\omega}$ entspricht dem Ausgang des integrierten HANN

$$(\hat{\omega})_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}_A^T \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A,i} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_B^T \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B,i}$$
(7.16)

Zur Adaption des zweiten neuronalen Netzes wird ein neues Fehlersignal berechnet, das aus denjenigen Spektralanteilen besteht, die bei fehlerfreiem Betrieb des Motors nur durch die Ungenauigkeiten des Sensors entstehen können. Im einzelnen entspricht dies allen Koeffizienten mit Ausnahme des Gleichanteils und der Zündfrequenz mit ihren Vielfachen. Das hierfür berechnete zusätzliche Ausgangssignal  $\hat{y}$  des HANN ergibt sich zu

$$(\hat{y})_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}_A^T \boldsymbol{F} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{A,i} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_B^T \boldsymbol{F} \boldsymbol{\mathcal{A}}_{B,i}$$
(7.17)

Die Gewichtsmatrix F dient dazu, die nicht zur Adaption berücksichtigten Spektralanteile auszublenden. Für die Elemente  $f_{j,l}$  von F gilt

 $f_{j,l} = 0$  für  $j \neq l$  $f_{j,j} = 0$  für unberücksichtigte Spektralanteile  $f_{j,j} = 1$  für berücksichtigte Spektralanteile



Abb. 7.4: Identifikationsstruktur für die Sensorungenauigkeiten

Da die in  $\hat{y}$  enthaltenen Spektralanteile verschwinden sollen, ist keine Information über den Gleichanteil oder die Amplituden der Zündfrequenz und ihre Vielfachen notwendig. Das Fehlersignal  $e_{\gamma}$  für das zweite neuronale Netz lautet somit

$$e_{\gamma} = \hat{y} \tag{7.18}$$

Die sich daraus ergebende Identifikationsstruktur ist in Abbildung 7.4 dargestellt. Interpretiert man die gesamte Identifikationsstruktur als ein einziges neuronales Netz, so erkennt man Querverbindungen und Rückkopplungen, es handelt sich somit um ein rekurrentes Netz (vgl. Abbildung 7.5). Die zu adaptierenden Gewichte dieses Gesamtnetzes befinden sich ausschließlich in dem grau hinterlegten Teil und entsprechen den Parametern  $\hat{\theta}$  des ursprünglichen zweiten neuronalen Netzes. Durch die Verzögerungsglieder besitzt das Netz dynamische Eigenschaften. Dies ist bei der Herleitung des Lerngesetzes zu berücksichtigen. Im folgenden wird ein Gradientenverfahren nach [89] eingesetzt. Analog zum Abschnitt 2.4 dient als Ausgangspunkt das quadratische Fehlermaß

$$E(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2} e_{\gamma}^2(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2} \hat{y}(\hat{\boldsymbol{\theta}})^2$$

Nach Gl. (2.6) errechnen sich die Gewichte des neuronalen Netzes für den (i+1)-ten Schritt zu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i} - \eta_{L2}' \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} \\ = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i} - T_{M,i} \eta_{L2} \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}$$
(7.19)

Die Berechnung des Gradienten  $\left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\theta}}\right)_i$  soll anhand der Abbildung 7.5 verdeutlicht werden. Zur besseren Veranschaulichung sind in Anlehnung an [31], [32] mit "o" bezeichnete Zwischengrößen eingetragen. Für den *i*-ten Schritt ergibt sich damit der Netzausgang  $\hat{y}$  zu

$$\left(\hat{y}\right)_{i} = o_{14}(i) + o_{15}(i)$$
 (7.20)

 $\operatorname{mit}$ 

$$o_{14}(i) = \boldsymbol{o}_4(i)^T \left( \boldsymbol{F} \, \boldsymbol{o}_7(i) \right) \tag{7.21}$$

$$o_7(i) = o_6(i) + o_7(i-1)$$
 (7.22)

$$o_6(i) = o_5(i-1)$$
 (7.23)

$$\boldsymbol{o}_5(i) = T_{M,i} \cdot \left( \boldsymbol{o}_4(i) \otimes \boldsymbol{o}_3(i) \right) \tag{7.24}$$





$$\boldsymbol{o}_4(i) = \cos\left(\boldsymbol{k} \, \boldsymbol{o}_1(i)\right) \tag{7.25}$$

$$\boldsymbol{o}_{3}(i) = -\boldsymbol{\eta}_{L1} \left( o_{\omega}(i) - o_{2}(i) \right)$$
(7.26)

$$o_2(i) = \frac{o_1(i) - o_1(i-1)}{T_{M,i}}$$
(7.27)

$$o_1(i) = \hat{\gamma}_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_i \tag{7.28}$$

$$o_{\omega}(i) = o_{8}(i) + o_{13}(i) \tag{7.29}$$

$$o_8(i) = o_4(i)^T o_7(i)$$
 (7.30)

$$o_{13}(i) = o_{12}(i)^T o_{9}(i)$$
 (7.31)

$$o_{15}(i) = (\mathbf{F} \, \mathbf{o}_{12}(i))^{T} \, \mathbf{o}_{9}(i)$$
 (7.32)

$$o_{12}(i) = o_{11}(i) + o_{12}(i-1)$$
 (7.33)

$$o_{11}(i) = o_{10}(i-1)$$
 (7.34)

$$\boldsymbol{o}_{10}(i) = T_{M,i} \cdot \left( \boldsymbol{o}_9(i) \otimes \boldsymbol{o}_3(i) \right)$$
(7.35)

$$\boldsymbol{o}_{9}(i) = \sin\left(\boldsymbol{k} \, o_{1}(i)\right) \tag{7.36}$$

wobei der Operator " $\otimes$ " eine komponentenweise Multiplikation bedeutet. Der Vektor k enthält die Ordnungsnummern aller für die Identifikation der Motordrehzahl verwendeten Frequenzen.

Für die Berechnung der partiellen Ableitungen ergibt sich daraus

$$\left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = e_{\gamma}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \cdot \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}$$
(7.37)

$$\left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{\theta}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial o_{14}}{\partial \hat{\theta}}\right)_{i} + \left(\frac{\partial o_{15}}{\partial \hat{\theta}}\right)_{i}$$
(7.38)

Unter Verwendung des Hilfsvektors  $\boldsymbol{\xi} = [1 \ 1 \dots 1]^T$  mit  $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{N_Z}$  folgt

$$\left(\frac{\partial o_{14}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial o_{4}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}^{T} \left(\boldsymbol{F} \boldsymbol{o}_{7}(i)\right) + \left(\frac{\partial o_{7}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}^{T} \left(\boldsymbol{F} \boldsymbol{o}_{4}(i)\right)$$
(7.39)

$$\left(\frac{\partial \mathbf{o}_7}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = \left(\frac{\partial \mathbf{o}_6}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i + \left(\frac{\partial \mathbf{o}_7}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i-1}$$
(7.40)

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{6}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{5}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i-1}$$
(7.41)

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{5}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = T_{M,i} \cdot \left[\left(\boldsymbol{o}_{3}(i) \boldsymbol{\xi}^{T}\right) \otimes \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{4}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} + \left(\boldsymbol{o}_{4}(i) \boldsymbol{\xi}^{T}\right) \otimes \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{3}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}\right]$$
(7.42)

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_4}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = -\boldsymbol{k} \otimes \sin\left(\boldsymbol{k} \, o_1(i)\right) \tag{7.43}$$

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_3}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = -\boldsymbol{\eta}_{L1} \left[ \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_\omega}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i^T - \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_2}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i^T \right]$$
(7.44)

$$\left(\frac{\partial o_2}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = \frac{1}{T_{M,i}} \left[ \left(\frac{\partial o_1}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i - \left(\frac{\partial o_1}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i-1} \right]$$
(7.45)

$$\left(\frac{\partial o_1}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = \frac{\partial \gamma_i}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} = \boldsymbol{\mathcal{A}}(m)_i \tag{7.46}$$

$$\left(\frac{\partial o_{\omega}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial o_{8}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} + \left(\frac{\partial o_{13}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}$$
(7.47)

$$\left(\frac{\partial o_8}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = \left(\frac{\partial o_4}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i^T \boldsymbol{o}_7(i) + \left(\frac{\partial o_7}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i^T \boldsymbol{o}_4(i)$$
(7.48)

$$\left(\frac{\partial o_{13}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial o_{12}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}^{T} \boldsymbol{o}_{9}(i) + \left(\frac{\partial o_{9}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}^{T} \boldsymbol{o}_{12}(i)$$
(7.49)

$$\left(\frac{\partial o_{15}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial o_{12}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}^{T} \left(\boldsymbol{F} \boldsymbol{o}_{9}(i)\right) + \left(\frac{\partial o_{9}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}^{T} \left(\boldsymbol{F} \boldsymbol{o}_{12}(i)\right)$$
(7.50)

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{12}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{11}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{12}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i-1}$$
(7.51)

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{11}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{10}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i-1} \tag{7.52}$$

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{10}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} = T_{M,i} \cdot \left[ \left(\boldsymbol{o}_{3}(i) \boldsymbol{\xi}^{T}\right) \otimes \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{9}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} + \left(\boldsymbol{o}_{9}(i) \boldsymbol{\xi}^{T}\right) \otimes \left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_{3}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} \right]$$
(7.53)

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{o}_9}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_i = \boldsymbol{k} \otimes \cos\left(\boldsymbol{k} \, o_1(i)\right) \tag{7.54}$$

Die Gewichte  $\hat{\theta}$  des zweiten neuronalen Netzes und damit die Schätzwerte für die Positionen der Impulse auf dem Geberrad für den (i + 1)-ten Schritt errechnen sich nach den Gln. (2.6) und (7.19) zu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i} - \eta_{L2}' \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i} \\
= \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i} - \eta_{L2}' e_{\gamma}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\right)_{i}$$
(7.55)

#### 7.3 Simulationsergebnisse

In den folgenden Abschnitten werden für zwei verschiedene Anwendungsfälle Simulationsergebnisse des in den obigen Abschnitten entwickelten Ansatzes zur Identifikation der Sensorungenauigkeiten vorgestellt. Die beiden Anwendungen unterscheiden sich in der Anzahl der bei idealem Geberrad im Drehzahlsignal enthaltenen Spektralanteile und zeigen damit die universelle Einsetzbarkeit des Verfahrens. In beiden Fällen wurde für das Geberrad eine Auflösung von  $N_Z = 64$  Impulsen pro Umdrehung angenommen. Die Abweichungen der Impulse von der idealen Sollposition wurden per Zufallsgenerator ermittelt und betragen maximal  $\pm 0,3^{\circ}$  von der Sollposition.

#### 7.3.1 Identifikation am TDI-Modell

Zunächst soll angenommen werden, der Geber dient zur Messung des Drehzahlsignals eines Verbrennungsmotors. Die hierfür erforderlichen Referenzdrehzahlverläufe wurden mit Hilfe des im Abschnitt 5 beschriebenen TDI-Modells erzeugt. Für den TDI-Motor wurde ein Betrieb im Leerlauf bei einer Motordrehzahl von  $750 min^{-1}$ angenommen. Dieser Betriebspunkt besitzt den Vorteil, daß die Eigenschwingungen der Kurbelwelle vernachlässigbar gering sind und somit die Identifikation der Sensorungenauigkeiten nicht beeinträchtigt wird. Bei höheren Drehzahlen und höheren Lasten ist dies nicht mehr der Fall, da die Fourierkoeffizienten des Drehzahlsignals durch die Eigenschwingungen der Kurbelwelle verändert werden und dann nicht unterschieden werden kann, welche Anteile durch den Sensor und welche durch die Eigenschwingungen verursacht werden.

Das zweite neuronale Netz, das die Positionen der Impulse auf dem Geberrad enthält, wurde mit den idealen Positionen nach Gl. (7.1) vorbelegt. Bei der gewählten Motordrehzahl liegt der Drehzahlfehler damit im Bereich von  $-72 \min^{-1}$  und  $+90 \min^{-1}$ . Das integrierte HANN identifiziert dabei die Spektralanteile

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 1 & 1,5 & 2 & 2,5 & 3 & 3,5 & 4 & 4,5 & 5 & 5,5 & 6 & 6,5 & 7 & 7,5 & 8 & 8,5 & 9 & 9,5 & 10 \end{bmatrix}^{T}$$
(7.56)

des Drehzahlsignals. Ausschließlich durch den Drehzahlgeber werden hiervon unter der Annahme eines fehlerfreien Betriebs des Motors die Koeffizienten

$$[0,5 \ 1 \ 1,5 \ 2,5 \ 3 \ 3,5 \ 4,5 \ 5 \ 5,5 \ 6,5 \ 7 \ 7,5 \ 8,5 \ 9 \ 9,5]$$
(7.57)



verursacht. Die Ausblendmatrix F ergibt sich daher zu

Dadurch wird sichergestellt, daß zur Adaption der Positionen der Impulse auf dem Geberrad auschließlich durch die Sensorungenauigkeit begründete Spektralanteile verwendet werden. Die Lernschrittweite  $\eta_{L1}$  und damit die Lerngeschwindigkeit des HANN muß so eingestellt werden, daß alle durch den Vektor k spezifizierten Spektralanteile ausreichend schnell identifiziert werden können. Ist diese zu langsam gewählt, verlängert sich die Lernzeit des HANN, was sich ungünstig auf die Adaptionsgeschwindigkeit des zweiten neuronalen Netzes auswirkt, da dieses langsamer als das integrierte HANN eingestellt werden muß.

Abbildung 7.6 zeigt die Simulationsergebnisse für die Identifikation der Sensorungenauigkeiten. Das obere Bild zeigt den Verlauf des Lernfehlers  $e_{\omega}$ . Die Abbildungen darunter zeigen die Verläufe von simulierter Motordrehzahl (aus dem TDI-Modell) und dem auf  $min^{-1}$  umgerechneten Ausgang des HANN  $\hat{\omega}$  zu verschiedenen Zeitpunkten. Neben dem Abklingen des Fehlers ist auch die kontinuierlich verbesserte Qualität des identifizierten Drehzahlsignals erkennbar. Nach Abschluß der Lernphase wird der Adaptionsvorgang des zweiten neuronalen Netzes gestoppt und das integrierte HANN kann zur On-Board Diagnose des Motors verwendet werden (vgl. Abschnitt 6). Folglich sind zur Identifikation der Sensorungenauigkeit und Diagnose keine getrennten Identifikationsstrukturen erforderlich.

Eine weitere Eigenschaft des vorgestellten Ansatzes ist, daß zur Identifikation der Sensorungenauigkeit keine Kenntnis sowohl von momentaner Motordrehzahl als auch der Spektralanteile der Zündfrequenz und ihrer Vielfachen notwendig ist.



Abb. 7.6: Simulationsergebnisse für die Identifikation der Sensorungenauigkeiten am TDI-Modell

Tabelle 7.1 zeigt die identifizierten Abstände der Impulse des Geberrads. Als Startwerte wurden die Abstände eines idealen Gebers verwendet. Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, stimmen die identifizierten Abstände gut mit den tatsächlichen Soll-

m	Startwert	Identifikations-	Sollwert	m	Startwert	Identifikations-	Sollwert
		$\operatorname{ergebnis}$				$\operatorname{ergebnis}$	
0	0,0982	0,1005	0,0997	32	0,0982	0,1028	0,1020
1	0,0982	0,1002	0,1000	33	0,0982	0,0945	0,0942
2	0,0982	0,0962	0,0965	34	0,0982	0,0998	0,1001
3	0,0982	0,0944	0,0948	35	0,0982	0,0935	0,0939
4	0,0982	0,0972	0,0976	36	0,0982	$0,\!1072$	0,1078
5	0,0982	0,0986	0,0987	37	0,0982	0,0939	0,0939
6	0,0982	0,1003	0,1002	38	0,0982	$0,\!0967$	0,0965
7	0,0982	0,1004	0,1002	39	0,0982	0,0994	0,0991
8	0,0982	0,0940	0,0938	40	0,0982	0,0965	0,0963
9	0,0982	$0,\!1037$	0,1037	41	0,0982	0,0992	0,0992
10	0,0982	0,0952	0,0953	42	0,0982	0,0958	0,0960
11	0,0982	0,0958	0,0961	43	0,0982	$0,\!1015$	0,1019
12	0,0982	0,1013	0,1017	44	0,0982	$0,\!0997$	0,1001
13	0,0982	0,0962	0,0965	45	0,0982	$0,\!0955$	0,0958
14	0,0982	0,0969	0,0971	46	0,0982	0,0991	0,0993
15	0,0982	0,1006	0,1008	47	0,0982	0,0935	0,0937
16	0,0982	0,0973	0,0974	48	0,0982	0,0999	0,1000
17	0,0982	0,0999	0,1000	49	0,0982	$0,\!1023$	0,1024
18	0,0982	0,0998	0,0999	50	0,0982	$0,\!0970$	0,0971
19	0,0982	0,0936	0,0936	51	0,0982	0,0959	0,0959
20	0,0982	0,1021	0,1019	52	0,0982	0,0995	0,0993
21	0,0982	0,0911	0,0908	53	0,0982	$0,\!1010$	0,1005
22	0,0982	$0,\!1074$	0,1066	54	0,0982	0,0911	0,0905
23	0,0982	0,0915	0,0908	55	0,0982	$0,\!1047$	0,1039
24	0,0982	0,0987	0,0980	56	0,0982	0,0931	0,0924
25	0,0982	$0,\!1052$	0,1047	57	0,0982	$0,\!1025$	0,1020
26	0,0982	0,0966	0,0967	58	0,0982	0,0969	0,0970
27	0,0982	0,0912	0,0919	59	0,0982	$0,\!1036$	0,1041
28	0,0982	0,0960	0,0969	60	0,0982	0,0882	0,0892
29	0,0982	$0,\!1068$	0,1074	61	0,0982	$0,\!1054$	0,1061
30	0,0982	0,0908	0,0909	62	0,0982	$0,\!1003$	0,1003
31	0,0982	0,0999	0,0992	63	0,0982	0,0938	0,0932

 

 Tabelle 7.1: Identifizierte Abstände der Impulse des Geberrads am TDI-Modell

werten des per Zufallsgenerator initialisierten "realen" Geberrads überein. Eine weitere Verbesserung wäre durch eine längere Lernzeit oder, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, durch eine höhere Anzahl der zur Adaption verwendeten Spektralanteile möglich.

#### 7.3.2 Identifikation an einer Asynchronmaschine

Als zweites Anwendungsbeispiel wird die Identifikation des Drehzahlgebers einer Asynchronmaschine vorgestellt. Die Maschine wird dabei von einem Umrichter mit Pulsbreitenmodulation [64] betrieben. Als Sollwerte für den Umrichter werden die Spannungsamplitude und die Frequenz der Phasenspannungen vorgegeben. Die Daten der angenommen Maschine sind in Tabelle 7.2 zusammengefaßt. Für die Puls-

Statorwiderstand $R_1$	$8,33m\Omega$
Rotorwiderstand $R'_2$	$10,\!67m\Omega$
(auf Statorseite umgerechnet)	
Statorstreuinduktivität $L_{\sigma 1}$	0,187mH
Rotorstreuinduktivität $L'_{\sigma 2}$	$0,\!125mH$
(auf Statorseite umgerechnet)	
Hauptinduktivität $L_H$	$4,\!46mH$
Rotorträgheitsmoment $J$	$1{,}8kgm^2$
Polpaarzahl $Z_p$	2
Nennleistung $P_N$	220kW
Nennfrequenz $f_N$	50 Hz

Tabelle 7.2: Maschinendaten der Asynchronmaschine

breitenmodulation wurde 45-fach Taktung angenommen, d.h. bei Nennfrequenz schaltet der Wechselrichter im Mittel mit  $2,25 \, kHz$ , was bei den heutigen IGBT-Umrichtern auch bei dieser Leistung kein Problem darstellt.

Die sich daraus ergebenden Spannungs- und Stromverläufe einer Phase an der Maschine bei Speisung mit Nennfrequenz zeigt Abbildung 7.7. Neben den Momentanwerten sind auch die jeweiligen Grundschwingungen eingetragen. Analysiert man das Frequenzspektrum der Phasenspannungen, erkennt man neben der Grundschwingung auch die durch den Wechselrichter verursachten Oberschwingungsanteile. Das Maximum der Oberschwingungen befindet sich dabei im Bereich der Umrichtertaktfrequenz.

Wird die Maschine nicht drehzahlgeregelt betrieben, ist folglich kein Drehzahlgeber erforderlich. Die Maschinendrehzahl ist im wesentlichen konstant mit durch die Wechselrichteroberwellen verursachten Oberschwingungen. Abbildung 7.8 zeigt das Drehzahlsignal und seine Spektralanteile. Im wesentlichen besteht das Drehzahlsignal aus dem Gleichanteil und drei hochfrequenten Oberschwingungsanteilen.

Mit Hilfe des in den vorherigen Abschnitten vorgestellten Ansatzes ist es möglich, an der sich drehenden, sinusgespeisten Asynchronmaschine einen montierten Drehzahlgeber zu vermessen. Das integrierte HANN soll wie im vorhergehenden Abschnitt die Spektralanteile der Drehzahl identifizieren. Der Vektor  $\boldsymbol{k}$  wird wie im Abschnitt 7.3.1 gewählt:

 $\boldsymbol{k} = [0 \ 0.5 \ 1 \ 1.5 \ 2 \ 2.5 \ 3 \ 3.5 \ 4 \ 4.5 \ 5 \ 5.5 \ 6 \ 6.5 \ 7 \ 7.5 \ 8 \ 8.5 \ 9 \ 9.5 \ 10]^T$ 



Abb. 7.7: Strom- und Spannungsverläufe an einer wechselrichtergespeisten Asynchronmaschine

Er enthält folglich nur niederfrequente Anteile der Drehzahl. Auf die Kenntnis der sich einstellenden (mittleren) Drehzahl soll verzichtet werden. Da die Oberschwingungsanteile der Maschinendrehzahl ausschließlich im hohen Frequenzbereich liegen und nur sehr geringe Amplituden aufweisen, können sie für die Identifikation vernachlässigt werden. Zur Adaption des zweiten Netzes können somit alle übrigen im



**Abb. 7.8:** Drehzahlverlauf der umrichtergespeisten Asynchronmaschine bei Pulsbreitenmodulation

Vektor  $\boldsymbol{k}$ enthaltenen Spektralanteile herangezogen werden. Damit lautet die Ausblendmatrix $\boldsymbol{F}:$ 





Abb. 7.9: Simulationsergebnisse für die Identifikation der Sensorungenauigkeiten an einer umrichtergespeisten Asynchronmaschine

Für die nachfolgend beschriebene Simulation wurde wiederum ein Geberrad mit 64 Impulsen pro Umdrehung angenommen. Die Abweichungen der Impulse von den idealen Sollpositionen wurden per Zufallsgenerator ermittelt und betragen maximal  $\pm 0,3^{\circ}$  von der Sollposition. Bei der gewählten Speisefrequenz von 50 Hz ergibt sich für die unbelastete Maschine eine mittlere Drehzahl von 1500 min<sup>-1</sup>. Aufgrund der

m	Startwert	Identifikations-	Sollwert	m	Startwert	Identifikations-	Sollwert
		$\operatorname{ergebnis}$				$\operatorname{ergebnis}$	
0	0,0982	0,1029	0,1029	32	0,0982	0,0950	0,0950
1	0,0982	0,0906	0,0906	33	0,0982	$0,\!1033$	0,1033
2	0,0982	0,1021	0,1021	34	0,0982	0,0933	0,0933
3	0,0982	0,0969	0,0969	35	0,0982	$0,\!0977$	0,0977
4	0,0982	$0,\!1024$	0,1024	36	0,0982	$0,\!1027$	$0,\!1027$
5	0,0982	0,0968	0,0968	37	0,0982	$0,\!0948$	0,0948
6	0,0982	0,0950	0,0950	38	0,0982	$0,\!0948$	0,0948
7	0,0982	0,0936	0,0936	39	0,0982	$0,\!1031$	0,1031
8	0,0982	$0,\!1066$	0,1066	40	0,0982	0,0999	0,0999
9	0,0982	0,0942	0,0942	41	0,0982	0,0896	0,0896
10	0,0982	0,1000	0,1000	42	0,0982	$0,\!1051$	$0,\!1051$
11	0,0982	0,1000	0,1000	43	0,0982	$0,\!0950$	0,0950
12	0,0982	0,0995	0,0995	44	0,0982	$0,\!1029$	$0,\!1029$
13	0,0982	0,0962	0,0963	45	0,0982	$0,\!0947$	0,0947
14	0,0982	0,0923	0,0923	46	0,0982	$0,\!1003$	0,1003
15	0,0982	$0,\!1006$	0,1006	47	0,0982	$0,\!0952$	0,0952
16	0,0982	$0,\!1037$	0,1037	48	0,0982	0,0969	0,0969
17	0,0982	0,0980	0,0980	49	0,0982	$0,\!0970$	0,0970
18	0,0982	0,0929	0,0929	50	0,0982	0,0982	0,0982
19	0,0982	$0,\!1032$	0,1032	51	0,0982	$0,\!1033$	$0,\!1033$
20	0,0982	0,0894	0,0894	52	0,0982	$0,\!0942$	0,0942
21	0,0982	0,1013	0,1013	53	0,0982	$0,\!1007$	$0,\!1007$
22	0,0982	$0,\!1030$	$0,\!1030$	54	0,0982	0,0941	0,0941
23	0,0982	0,0898	0,0898	55	0,0982	$0,\!1039$	$0,\!1039$
24	0,0982	0,0995	0,0995	56	0,0982	0,0948	0,0948
25	0,0982	0,0988	0,0988	57	0,0982	$0,\!1032$	$0,\!1032$
26	0,0982	0,0981	0,0981	58	0,0982	0,0981	0,0981
27	0,0982	0,1024	0,1024	59	0,0982	$0,\!0955$	0,0955
28	0,0982	0,0947	0,0947	60	0,0982	$0,\!0972$	0,0972
29	0,0982	0,0974	0,0974	61	0,0982	$0,\!1024$	$0,\!1024$
30	0,0982	0,0962	0,0963	62	0,0982	$0,\!0974$	0,0974
31	0,0982	$0,\!1058$	0,1058	63	0,0982	0,0948	0,0948

Tabelle 7.3: Identifizierte Abstände der Impulse des Geberrads an einerAsynchronmaschine

Sensorungenauigkeit schwankt der Drehzahlfehler im Bereich von  $-145\,min^{-1}$  und  $+179\,min^{-1}.$ 

Abbildung 7.9 zeigt die Simulationsergebnisse für die Identifikation der Sensorungenauigkeiten an der Asynchronmaschine. Das obere Bild zeigt den Verlauf des Lernfehlers  $e_{\omega}$ . Die Adaption der Impulspositionen des Gebers beginnt zum Zeitpunkt 10 s. Die Abbildungen darunter zeigen die Verläufe von Maschinendrehzahl und dem Drehzahlschätzwert des HANN,  $\hat{\omega}$ , zu verschiedenen Zeitpunkten. Neben dem Abklingen des Fehlers ist auch in diesem Beispiel die stetige Abnahme des durch die Sensorungenauigkeiten begründeten Rauschens des gemessenen Drehzahlsignals erkennbar.

Tabelle 7.3 zeigt die identifizierten Abstände der Impulse des Geberrads. Als Startwerte wurden die Abstände eines idealen Gebers verwendet. Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, stimmen nach Abschluß des Lernvorganges die identifizierten Abstände sehr gut mit den tatsächlichen Sollwerten des per Zufallsgenerator initialisierten "realen" Geberrads überein.

Eine wesentliche Eigenschaft des vorgestellten Ansatzes ist, daß zur Identifikation der Sensorungenauigkeit keine Kenntnis der momentanen mittleren Motordrehzahl notwendig ist. Die Speisung der Asynchronmaschine kann daher mit beliebiger Frequenz erfolgen. Ebenfalls möglich ist die Identifikation an einer belasteten Maschine. Bei konstantem Widerstandmoment ist keine weitere Information über die Last erforderlich. Bei periodisch schwankendem Widerstandmoment müssen die dadurch erzeugten Drehzahlschwankungen in der Ausblendmatrix  $\boldsymbol{F}$  berücksichtigt werden.

# 8 Zusammenfassung der Ergebnisse

Als Abschluß dieser Arbeit sollen die wichtigsten Ergebnisse nochmals zusammengefaßt und diskutiert werden.

Auf der Grundlage bekannter neuronaler Ansätze wird als spezielles Anwendungsgebiet die On-Board-Diagnose von Verbrennungsmotoren vorgestellt. Als Meßgröße dient hierbei die Drehzahl an der Kurbelwelle des Motors. Da diese im Fahrzeug ohnehin gemessen wird, ist daher kein zusätzlicher Sensor notwendig.

Anhand eines im Rahmen dieser Arbeit entworfenen Modells eines Turbodieselmotors mit Direkteinspritzung und Abgasrückführung werden Gesetzmäßigkeiten für die Diagnose von fehlerhaften eingespritzten Kraftstoffmassen und fehlerhafter Einspritzzeitpunkte eines oder mehrerer Zylinder entwickelt. Dabei wird das gemessene Drehzahlsignal in seine Spektralanteile zerlegt und mit denen des fehlerfreien Betriebs verglichen. Die Zerlegung erfolgt unter Verwendung eines neuronalen Netzes mit harmonischen Aktivierungsfunkionen. Durch die über das Lerngesetz einstellbare Tiefpaß-Charakteristik kann der Einfluß stochastischer Störungen, wie Rauschen, wirksam unterdrückt werden.

Um die Diagnose auch bei Ungenauigkeiten des verwendeten Drehzahlgebers sicherzustellen wurde ein Verfahren zur Identifikation und Kompensation dieser Ungenauigkeiten vorgestellt. Dabei wurde die für die Diagnose verwendete Identifikationsstruktur mit harmonisch aktiviertem neuronalen Netz miteinbezogen und um eine überlagerte Identifikationsstruktur für die Impulse des Gebers erweitert. Die sich ergebende Gesamtstruktur stellt ein neuronales Netz mit Rückkopplungen (rekurrentes Netz) dar. Ein Adaptionsgesetz für diese Struktur wird hergeleitet.

Als weiteres Anwendungsbeispiel für die Identifikation von Ungenauigkeiten eines Drehzahlgebers wird die Vermessung eines Sensors an einer Asynchronmaschine vorgestellt.

Ein wesentliches Merkmal des vorgestellten Ansatzes ist, daß zur Adaption der Impulse des Sensors nur Kenntnisse darüber benötigt werden, welche Frequenzen bei einem idealen Drehzahlgeber im Drehzahlsignal enthalten wären. Sowohl über die genauen Amplituden und Phasenlagen dieser Frequenzen als auch den Gleichanteil bzw. Mittelwert der Drehzahl sind keine Informationen erforderlich. Das Verfahren erlaubt somit die Verwendung von kostengünstigen, toleranzbehafteten Drehzahlgebern, ohne dabei Abstriche bei der Genauigkeit des gemessenen Signals hinnehmen zu müssen.

## Literaturverzeichnis

- Achleitner, E., Elbe, T., Frenzel, H., Treinies, S. Erfahrungen mit den OBDII-Funtionen aus dem Serieneinsatz, Ausblick auf die Weiterentwicklung der Diagnosefunktionen für US-Anwendungen Siemens AG Automobiltechnik, Regensburg, Vortrag von 1997.
- [2] Albrecht, F., Braun, H.-S., Krauß, M., Meisberger, D. BMW Sechszylinder Technik f
  ür TLEV- und OBD II-Anforderungen in den USA MTZ Motortechnische Zeitschrift 57, Nr. 10, S. 552-557, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1996.
- [3] Barba, C., Burkhardt, C., Boulouchos, K., Bargende, M. Ein empirisches Modell zur Vorausberechnung des Brennverlaufes beim Pkw-Common-Rail-Dieselmotor
  3. Stuttgarter Symposium – Kraftfahrwesen und Verbrennungsmotoren, S. 318-333, Expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 1999.
- [4] Beuschel, M.

Neuronale Netze zur Diagnose und Tilgung von Drehmomentschwingungen am Verbrennungsmotor Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 2000.

- [5] Bloder, L.
   Modellbildung, Einsatz von Simulationswerkzeugen und Reglerentwurf an Motorprüfständen
   Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Graz, 1996.
- Brown, D.M., Santos, C.A.C., Cotta, R.M., Kakaç, S. Analysis of steady forced convection in thermally developing turbulent duct flows
   International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 7, No. 5, pp 424-437, 1996.
- [7] California Air Resources Board Technical Status Update and Proposed Revisions to Malfunctions and Diagnostic System Requirements Applicable to 1994 and Subsequent California

Passenger Cars, Light-Duty Trucks and Medium-Duty Vehicles - OBD II CARB Staff Report, 1991.

- [8] Caton, J.A., Heywood, J.B. An Experimental and Analytical Study of Heat Transfer in an Engine Exhaust Port SAE Paper 760767, 1976.
- Chmela, F., Orthaber, G., Schuster, W.
   Die Vorausberechnung des Brennverlaufes von Dieselmotoren mit direkter Einspritzung auf Basis des Einspritzverlaufs
   MTZ Motortechnische Zeitschrift 59, Nr. 7/8, S. 484-492, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1998.
- [10] Constien, M., Woschni, G. Vorausberechnung des Brennverlaufes aus dem Einspritzverlauf für einen direkteinspritzenden Dieselmotor MTZ Motortechnische Zeitschrift 53, Nr. 7/8, S. 340-346, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1992.
- [11] Csallner, P.

Eine Methode zur Vorausberechnung der Änderung des Brennverlaufs von Ottomotoren bei geänderten Betriebsbedingungen Dissertation, Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU München, 1981.

[12] Cybenko, G.

Approximation by superpositions of a sigmoidal function Mathematics of Control, Signals and Systems, Vol. 2, No. 4, pp 303-314, 1989.

- [13] Denne, A., Rausch, H., Freise, W. Aufnehmer zur Messung schnell veränderlicher Drehbeschleunigungen und Drehmomente Technisches Messen, 48. Jahrgang, S. 339-342, 1981.
- [14] Eberle, M.

Beitrag zur Berechnung des thermodynamischen Zusammenwirkens von Verbrennungsmotor und Abgasturbolader Dissertation, Institut für Thermodynamik und Verbrennungsmotoren, ETH Zürich, 1968.

 [15] Eder, K., Ayeb, M., Sturm, M., Froschhammer, F.
 Adaptive Modellbildung für Anwendungen in der Fahrzeugentwicklung – ACON Adaptive Control
 In: Statustagung des BMBF Intelligente Systeme, Neu-Ulm, 2.-3.12.1998,
S. 109-128,Hrsg.: Projektträger Informationstechnik des BMBF bei dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Berlin, 1999.

[16] Eilts, P.

Modell zur Vorausberechnung des Brenngesetzes mittelschnellaufender Dieselmotoren

MTZ Motortechnische Zeitschrift 54, Nr. 3, S. 134-140, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1993.

[17] Filipović, D.

Resonating and Bandpass Vibration Absorbers with Local Dynamic Feedback Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 1998.

- [18] Filonenko, G.K. Hydraulic resistance in pipes (in Russisch) Teploenergetika, Vol. 1, No. 4, pp 40-44, 1954.
- [19] Fischle, K.

Ein Beitrag zur stabilen adaptiven Regelung nichtlinearer Systeme Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 1998.

[20] Freise, W.

Drehmomente in der Kurbelwelle eines Dieselmotors Lehrstuhl für Starkstromtechnik, Elektrische Maschinen und Antriebe, Universität Kaiserslautern, 2000.

[21] Frenz, T.

Stabile Neuronale Online Identifikation und Kompensation statischer Nichtlinearitäten am Beispiel von Werkzeugmaschinenvorschubantrieben Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, TU München, 1998.

- [22] Froschhammer, F., Hintz, C., Leimegger C.
   ACON-Zwischenbericht 1/99
   Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 1999.
- [23] Froschhammer, F., Beuschel, M., Schröder, D. Identification of Torque Pulsation using Harmonic Activation Neural Networks
  In: 1st IFAC-Conference on Mechatronic Systems, Darmstadt, Germany, 18.-20.09.2000, Ed.: International Federation of Automatic Control (IFAC). Düsseldorf, Germany: VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik (GMA), 2000, p. 7773-7778.
- [24] Froschhammer, F., Schröder, D. Harmonisch Aktivierte Neuronale Netze zur Identifikation von Drehzahlschwankungen

In: Schwingungen in Antrieben 2001, Würzburg, Germany, 18.-19.09.2001. Hrsg.: VDI-Gesellschaft - Entwicklung Konstruktion Vertrieb, Düsseldorf: VDI, 2001, S. 419-433, (VDI-Berichte; Nr. 1630).

[25] Gnielinski, V.

New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow International Chemical Engineering, Vol. 16, No. 2, pp 359-368, 1976.

- [26] Grohe, H.Otto- und DieselmotorenVogel Buchverlag, Würzburg, 1995.
- [27] Held, W.
   Euro 3-Motorenentwicklung Technische Konzepte von MAN Nutzfahrzeugen
   Presseinformation, MAN Nutzfahrzeuge AG, Öffentlichkeitsarbeit, München, 1999.
- [28] Henn, M.

On-Board Diagnose der Verbrennung von Ottomotoren Dissertation, Institut für Industrielle Informationstechnik, Universität Karlsruhe, 1995.

- [29] Hering, E., Martin, R., Stohrer, M. Physik für Ingenieure VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995.
- [30] Heywood, J.B.
   Internal Combustion Engine Fundamentals
   McGraw-Hill Book Company, New York, 1988.
- [31] Hintz, C., Rau, M., Schröder, D. Combined Identification of Parameters and Nonlinear Characteristics based on Input-Output-Data Proceedings of 6th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC2000), pp. 175-180, Nagoya, Japan, 2000.
- [32] Hintz, C., Rau, M., Schröder, D.
   Nonlinear Adaptive State Space Control for a Class of Nonlinear Systems with Unknown Parameters
   Nonlinear Control in the Year 2000, pp. 497-508, Springer-Verlag, London, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [33] Hiroyasu, H., Kadota, T., Furukawa, O., Arai, M., Iida, S., Motonaga, H. Development and Use of a Spray Combustion Modeling to Predict Diesel Engine Efficiency and Pollutant Emissions
   Bulletin of the JSME, Vol. 26, No. 214, pp. 569-591, The Japan Society of Mechanical Engineers, Tokyo, 1983.

[34] Hoffmann, S.

Ableitung eines regelungstechnischen Modells für kleine, schnellaufende Dieselmotoren und Entwurf einer Strategie zur Einspritzregelung unter Anwendung von Verfahren der künstlichen Intelligenz Diplomarbeit, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 1995.

- [35] Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H. Multilayer feedforward networks are universal approximators Neural Networks, Vol. 2, pp 359-366, 1989.
- [36] Hornik, K. Approximation capabilities of multilayer feedforward networks Neural Networks, Vol. 4, pp 251-257, 1991.
- [37] Jensen, J.-P., Kristensen, A.F., Sorenson, S.C., Houbak, N. Mean Value Modeling of a Small Turbocharged Diesel Engine SAE Paper 910070, 1991.
- [38] Krappel, A. Kurbelwellenstartergenerator (KSG) – Basis für zukünftige Fahrzeugkonzep- te Expert-Verlag, Renningen-Malmsheim, 2000.
- [39] Krischer, O., Kast, W. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik Springer Verlag, Berlin, 1978.
- [40] Kurková, V., Neruda, R. Uniqueness of Functional Representation by Gaussian Basis Function Networks ICANN, Sorrento, 1994.
- [41] Lenz, U.
   Lernfähige neuronale Beobachter für eine Klasse nichtlinearer dynamischer Systeme und ihre Anwendung zur intelligenten Regelung von Verbrennungsmotoren
   Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, TU München, 1998.
- [42] Lösing, K.-H., Lutz, R.
   Einhaltung zukünftiger Emissionsvorschriften durch gekühlte Abgasrückführung
   MTZ Motortechnische Zeitschrift 60, Nr. 7/8, S. 470-475, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1999.
- [43] Maass, H., Klier, H. Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine Springer Verlag, Wien, New York, 1981.

- [44] Manz, P.W.
   Rechnerische Simulation von instationären Betriebszuständen an einem Einzylinder-Ottomotor
   Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 1989.
- [45] Mattes, P., Remmels, W., Sudmanns, H. Untersuchungen zur Abgasrückführung am Hochleistungsdieselmotor MTZ Motortechnische Zeitschrift 60, Nr. 4, S. 234-243, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1999.
- [46] Poggio, T., Girosi, F.
   A theory of networks for approximation and learning
   A.I. Memo No. 1140, MIT, 1989.
- [47] Meyberg, K., Vachenauer, P.
   Höhere Mathematik 1
   Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1997.
- [48] Meyberg, K., Vachenauer, P.
   Höhere Mathematik 2
   Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1997.
- [49] Narendra, K.S., Annaswamy, A.M.
   Stable Adaptive Systems
   Prentice Hall International Inc., 1989.
- [50] Neugebauer, S. Das instationäre Betriebsverhalten von Ottomotoren – experimentelle Erfassung und rechnerische Simulation Dissertation, Lehrstuhl für Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU München, 1996.
- [51] Oberg, H.-J.
   Die Darstellung des Brennverlaufes eines mittelschnell laufenden Dieselmotors durch zwei überlagerte Vibe-Funktionen
   Dissertation, Institut für Verbrennungskraftmaschinen, TU Braunschweig, 1976.
- [52] Pischinger, R., Kraßnig, G., Taucar, G., Sams, T. *Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine* Springer Verlag, Wien, 1989.
- [53] Pittermann, R., Hinz, M., Kauert, L. Einfluß von Abgasrückführung und Kraftstoff-Wasser-Emulsion auf Verbrennungsablauf und Schadstoffbildung im Dieselmotor MTZ Motortechnische Zeitschrift 60, Nr. 12, S. 812-818, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1999.

[54] Qian, K.

 $Me {\it \beta} technische \ Untersuchung \ von \ Drehmomentschwankungen \ an \ einem \ Dieselmotor$ 

Studienarbeit, Lehrstuhl für Starkstromtechnik, Elektrische Maschinen und Antriebe, Universität Kaiserslautern, 1998.

[55] Reulein, C.

Simulation des instationären Warmlaufverhaltens von Verbrennungsmotoren

Dissertation, Lehrstuhl für Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU München, 1998.

[56] Sallmann, M.

Beitrag zur numerischen Simulation ottomotorischer Verbrennungsvorgänge Dissertation, Lehrstuhl für Fluidmechanik, TU München, 1997.

[57] Schäffner, C.

Analyse und Synthese neuronaler Regelungsverfahren Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, TU München, 1996.

[58] Schernewski, R., Straky, H.

Innovative Meßtechnik und Signalverarbeitung zur zylinderindividuellen Ansteuerung eines Dieselmotors mit Common-Rail-Einspritzsystem GMA-Kongreß '98 Meß- und Automatisierungstechnik, Tagung Ludwigsburg, VDI-Berichte Nr. 1397, S. 47-55, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998.

## [59] Schlünder, E.-U.

Einführung in die Wärme- und Stoffübertragung Skriptum für Maschinenbauer, Verfahrenstechniker, Chemie-Ingenieure, Chemiker, Physiker ab 4. Semester, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1975.

- [60] Schmidt, E.
   Einführung in die Technische Thermodynamik
   Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1963.
- [61] Schmidt, G. Lernverfahren in der Automatisierungstechnik Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, TU München, 1999.
- [62] Schommers, J., Kleinecke, U., Miroll, J., Wirth, A. Der neue Mercedes-Benz Zwölfzylindermotor mit Zylinderabschaltung MTZ Motortechnische Zeitschrift 61, Nr. 6, S. 392-400, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 2000.
- [63] Schröder, D.
   Elektrische Antriebe 1 Grundlagen
   Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2000.

- [64] Schröder, D.
   Elektrische Antriebe 2 Regelung von Antrieben Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995.
- [65] Schröder, D. Elektrische Antriebe 3 – Leistungselektronische Bauelemente Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1996.
- [66] Schröder, D. Elektrische Antriebe 4 – Leistungselektronische Schaltungen Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1998.
- [67] Schröder, D. Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1999.
- [68] Schröder, D. Intelligente Verfahren für mechatronische Systeme Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 2001.
- [69] Schröder, D., Hintz, C., Rau, M. Intelligent Modeling, Observation and Control for Nonlinear Systems IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 6, No. 2, pp. 122-131, 2001.
- [70] Schrüfer, E.
   *Elektrische Meβtechnik* Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1990.
- Schrüfer, E.
   Signalverarbeitung
   Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1992.
- Schwarz, C.
   Simulation des transienten Betriebsverhaltens von aufgeladenen Dieselmotoren
   Dissertation, Lehrstuhl f
  ür Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU M
  ünchen, 1993.
- Schwarzmeier, M.
   Der Einfluß des Arbeitsprozeßverlaufs auf den Reibmitteldruck von Dieselmotoren
   Dissertation, Lehrstuhl für Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU München, 1992.

[74] Seiler, J.

Betriebsstrategien für Hybridfahrzeuge mit Verbrennungsmotor unter der Berücksichtigung von Kraftstoffverbrauch und Schadstoffemissionen während der Warmlaufphase Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München,

1999.

[75] Stadler, W.

Regelungstechnische Untersuchung der Abgasrückführung eines TDI-Dieselmotors zum Entwurf nichtlinearer Vorsteuer- und Überwachungsstrategien

Diplomarbeit, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 1999.

- Shayler, P.J., Harb, C.M., Ma, T. *Time-Dependent Behaviour of Heat Transfer Coefficients for Exhaust Sy stems* Proceedings VTMS Conference, IMechE Paper C496/046/95, pp. 195-206, London, 1995.
- [77] Slotine, J., Li, W.
   Applied Nonlinear Control
   Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ 07632, 1991.
- [78] Specht, D.F.
   A General regression Neural Network
   IEEE Transactions of Neural Networks, Vol. 2, No. 6, 1991.
- [79] Stephan, K., Mayinger, F. *Thermodynamik 1* Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [80] Straub, S.

Entwurf und Validierung neuronaler Beobachter zur Regelung nichtlinearer dynamischer Systeme im Umfeld antriebstechnischer Problemstellungen Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, TU München, 1998.

- [81] Strobl, D.
   Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mittels neuronaler Beobachter
   Dissertation, Lehrstuhl f
  ür Elektrische Antriebssysteme, TU M
  ünchen, 1999.
- [82] Vibe, I.I. Brennverlauf und Kreisprozeβ von Verbrennungsmotoren VEB Verlag Technik, Berlin, 1970.

- [83] Wendland, D.W. Automobile Exhaust-System Steady-State Heat Transfer SAE Paper 931085, 1993.
- [84] Willimowski, M., Füssel, D., Isermann, R.
   Diagnose von Verbrennungsaussetzern in Ottomotoren durch Messung des Abgasdrucks
   MTZ Motortechnische Zeitschrift 60, Nr. 10, S. 654-663, Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Wiesbaden, 1999.
- [85] Willimowski, M., Isermann, R.
  A time domain based diagnostic system for misfire detection in sparkignition engines by exhaust-gas pressure analysis
  SAE 2000 World Congress, SP-1501, pp. 33-43, Detroit, Michigan, USA, March 6-9, 2000.
- [86] Woschni, G. Verbrennungsmotoren Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU München, 1988.
- [87] Woschni, G., Reulein, C., Lederer, M. Dokumentation der Gesamtprozeßanalyse Version 5.0 mit Oberfläche AT-MOS
   Lehrstuhl für Verbrennungskraftmaschinen und Kraftfahrzeuge, TU München, 1998.
- [88] Woschni, G., Zeilinger, K., Schwarz, C. Simulation des Anfahrverhaltens von Kraftfahrzeugen Abschlußbericht, Forschungsbericht der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V., Heft 509, Frankfurt/Main, 1992.
- [89] Zell, A.
   Simulation Neuronaler Netze
   Addison-Wesley, Bonn, Paris, 1994.
- [90] Zierep, J. Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1982.
- [91] Zinner, K.
   Aufladung von Verbrennungsmotoren
   Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.
- [92] Reparaturleitfaden Audi A4 Heft 4-Zyl. Diesel-Direkteinspritzer (TDI<sup>®</sup>), Mechanik, Ausgabe 04.98, Kundendienst, Technische Information, Audi AG, Ingolstadt, 1998.