

Lehrstuhl für Messsystem- und Sensortechnik

# Simulationsgestützte Oberflächendiagnostik mittels Speckle-Interferometrie

Peter Evanschitzky

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigte Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus-Christian Amann  
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander W. Koch  
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. Erwin Biebl

Die Dissertation wurde am 11.06.2002 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 21.08.2002 angenommen.



## **Zusammenfassung**

In dieser Arbeit wird ein Modell vorgestellt, welches für die Simulation speckle-interferometrischer Messaufbauten konzipiert und optimiert ist. Durch eine besondere Kombination von geometrischer Optik und Wellenoptik bietet es kurze Simulationszeiten, hohe Flexibilität durch eine Vielzahl einstellbarer Parameter für unterschiedlichste Untersuchungen und gute Übereinstimmung zwischen Simulationsergebnissen, Theorie und Praxis. Weiterhin wird ein Speckle-Interferometer zur Formvermessung technischer Oberflächen präsentiert, welches in einigen wichtigen Bereichen mittels der Simulationen konzipiert wurde. Es zeichnet sich durch besondere Eigenschaften wie Erschütterungsunempfindlichkeit, kurze Messzeiten und Kompaktheit aus.

## **Abstract**

In this thesis, a model is presented which is designed and optimized for the simulation of speckle-interferometrical measurement systems. Through a special combination of geometrical optics and physical optics, it offers short simulation times, high flexibility through a great number of variable parameters for most different studies and good agreement between simulation results, theory and practice. Furthermore a speckle interferometer for the shape measurement of technical surfaces is presented that has been optimized concerning in some important aspects by means of simulations. The setup is characterized by special features as vibration insensitivity, short measurement periods and compactness.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen zur Speckle-Messtechnik</b>	<b>6</b>
2.1	Der Speckle-Effekt . . . . .	6
2.2	Speckle-Interferometrie . . . . .	8
2.2.1	Interferometerarten . . . . .	9
2.2.2	Deformationsmessung . . . . .	14
2.2.3	Formvermessung . . . . .	15
2.2.4	Grenzen der Messtechnik . . . . .	17
2.3	Phasenschieben . . . . .	19
2.3.1	Phasenschiebe-Algorithmen . . . . .	19
2.3.2	Zeitliches Phasenschieben . . . . .	21
2.3.3	Räumliches Phasenschieben . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Das Simulationsmodell</b>	<b>24</b>
3.1	Simulationsprinzip . . . . .	25
3.2	Das Strahlenmodell . . . . .	27
3.2.1	Allgemeiner Zusammenhang zwischen Intensität und elektrischem Feld . . . . .	27
3.2.2	Berechnung der Intensität resultierend aus einem optischen Feld . . . . .	30
3.2.3	Berechnung der Intensität resultierend aus der Überlagerung zweier optischer Felder . . . . .	31
3.2.4	Berechnung der Intensität resultierend aus der Überlagerung N optischer Felder . . . . .	34
3.2.5	Berücksichtigung von Polarisierung und Beugung . . . . .	38
3.2.6	Überprüfung der Speckle-Interferenzgleichung . . . . .	51
3.2.7	Auswahl und Verlauf geeigneter Strahlen . . . . .	61
3.2.8	Alternative Berechnung der Beugung . . . . .	72
3.2.9	Grenzen . . . . .	79
3.2.10	Zusammenfassung: Strahlenmodell . . . . .	82

3.3	Das Oberflächenmodell . . . . .	85
3.4	Die Modelle der übrigen Komponenten . . . . .	93
3.4.1	Laser . . . . .	93
3.4.2	Strahlteiler . . . . .	95
3.4.3	Spiegel . . . . .	95
3.4.4	Abbildungsoptik . . . . .	96
3.4.5	Kamera . . . . .	96
3.5	Simulationsbeispiele . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Das Speckle-Interferometer LAoS</b>	<b>119</b>
4.1	Aufbau und Funktion des Messsystems LAoS . . . . .	121
4.1.1	Grundstruktur . . . . .	122
4.1.2	Gesamtaufbau . . . . .	139
4.1.3	Räumliches Phasenschieben . . . . .	141
4.1.4	Zusammenfassung . . . . .	143
4.2	Messungen . . . . .	145
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>161</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Optische Messverfahren bieten entscheidende Vorteile im praktischen Einsatz [64]. Sie besitzen eine hohe lokale Auflösung, da sich optische Strahlung, insbesondere Laserstrahlung, mit Hilfe von optischen Standardkomponenten sehr gut bündeln, fokussieren und ausrichten lässt. Messobjekte müssen lediglich „gesehen“ werden. Die verwendeten Leistungen liegen in der Regel im mW-Bereich, sodass eine Beeinflussung des Messobjektes in fast allen Fällen ausgeschlossen werden kann. Durch Verwendung von Laserlicht ist eine hohe spektrale Auflösung gegeben. Kurze Messzeiten sind im wesentlichen durch die Auswertung bestimmt. Die elektromagnetische Verträglichkeit ist sehr gut, da der optische Teil eines Messsystems weder durch elektromagnetische Felder beeinflusst wird, noch solche Störungen aussendet. Große Messabstände sind vor allem durch die gerichtete Laserstrahlung realisierbar.

Ein Teilgebiet der optischen Messtechnik ist die Speckle-Interferometrie. Sie beschäftigt sich mit der Vermessung technischer, optisch rauer Oberflächen. Es können Oberflächenformen, -deformationen sowie Oberflächenerosionen detektiert werden. Neben den genannten Vorteilen bietet diese Technik zusätzlich eine sehr hohe Empfindlichkeit aufgrund des interferometrischen Messprinzips. Im Gegensatz zu einem Spiegelinterferometer wird hier die zu vermessende, raue Oberfläche mit einem Laserstrahl beleuchtet. Deshalb ist im reflektierten Licht ein Fleckchenmuster (Speckle-Muster) zu beobachten, welches der gesamten Messtechnik ihren Namen gibt. Geeignete Auswertung mehrerer Speckle-Interferogramme führt zu den gesuchten Messgrößen. Laborarbeiten zur Formvermessung mittels Speckle-Interferometrie zeigen aber die bisher noch recht umständliche und störanfällige Anwendung dieser Technik [64]. Große Fortschritte, insbesondere in der Lasertechnik, der Kamertechnik und der computergestützten Bildverarbeitung machen jedoch gerade dieses Messverfahren zunehmend für den Einsatz im industriellen

Bereich interessant.

Eine konkrete Messaufgabe ergibt sich aus der Zusammenarbeit mit dem Max-Planck-Institut für Plasmaphysik (IPP) in Garching. Die dort betriebenen Fusions-Testreaktoren setzen die Wandbereiche der verwendeten Vakuumgefäße extremen Belastungen aus. Hierbei ist die Speckle-Interferometrie für in-situ-Erosionsmessungen an den Bereichen, die direkt mit dem Plasma in Kontakt stehen, von großer Bedeutung. Forschungsziel ist die Entwicklung eines optischen Messkopfes für die in situ Wanddiagnostik.

Eine andere Aufgabe besteht in der Vermessung von Schweißnähten, da aus deren Form ihre Qualität bestimmt werden kann. Im vorliegenden Fall sind diese Schweißnähte nur optisch erreichbar, sodass ein speckleinterferometrischer Messkopf, welcher insbesondere kompakt und möglichst erschütterungsunempfindlich ist, eine Lösung des Messproblems sein kann. Hieraus entstand die Idee, ein Speckle-Interferometer zur Formvermessung technischer Oberflächen zu entwickeln, welches für den industriellen Einsatz konzipiert ist. Dies bedeutet, dass das Messsystem unter anderem folgende zusätzliche Eigenschaften besitzen muss: Es soll ohne Schwingungsdämpfung funktionieren, Messabstand, Messflächengröße und Messempfindlichkeit müssen in gewissen Grenzen variabel sein, eine komplette Messung mit Auswertung muss innerhalb weniger Sekunden durchführbar sein, das gesamte System soll transportabel und einfach bedienbar sein.

Die Simulation speckleinterferometrischer Systeme erweist sich hierbei als ein sehr hilfreiches, beziehungsweise notwendiges, Werkzeug. Vorhandene Messsysteme haben mittlerweile einen hohen Entwicklungsstand erreicht, sodass sich Weiterentwicklungen häufig mit speziellen Details beschäftigen. Gerade die Untersuchung solcher Details gestaltet sich im Rahmen der Speckle-Interferometrie oft als schwierig, da hierzu Parameter eines Messaufbaus separat beeinflusst und untersucht werden müssen. Doch genau dies ist praktisch häufig nur mit hohem Aufwand durchzuführen, da interferometrische Messungen eine große Empfindlichkeit aufweisen. Zudem ist generell die Durchführung von Untersuchungen mit speckleinterferometrischen Messsystemen aufwendig, da bereits der Aufbau eines solchen Systems in der Regel mit größerem Aufwand verbunden ist.

Deshalb bietet das hier vorgestellte Simulationssystem die Möglichkeit, komplette speckleinterferometrische Messaufbauten zu simulieren und dabei eine Vielzahl an Parametern unabhängig voneinander einzustellen. Es können Messsysteme und Messungen einfach und schnell analysiert werden, indem beispielsweise nicht interessierende Komponenten und Parameter des Messaufbaus als ideal angenommen werden, sodass sie keine störende

Wirkung auf das eigentlich zu untersuchende Problem haben. Dieses kann nun separat durch Variation entsprechender Parameter eingehend betrachtet werden. Die Vorgehensweise hat sich zum Beispiel bei der Entwicklung des später vorgestellten Messsystems als sehr vorteilhaft erwiesen. Es konnte einfach und schnell eine spezielle Art des räumlichen Phasenschiebens realisiert werden. Ebenso besteht die Möglichkeit einer genaueren Untersuchung der Messobjekte selbst, wie beispielsweise deren Form- und Deformationsmessung oder Veränderung beim Auftreten von Erosionen.

Neben der Optimierung des Simulationsmodells für speckleinterferometrische Anordnungen, sowie zur Einstellung einer Vielzahl spezieller Parameter, war bei der Entwicklung wichtig, dass die Simulationszeiten möglichst kurz bleiben. Nur so ist die einfache und praktische Anwendbarkeit gegeben.

Im folgenden Kapitel 2 wird ein Überblick über die Grundlagen der Speckle-Messtechnik gegeben, soweit diese für die Simulationen und das Messsystem wichtig sind. In Kapitel 3 erfolgt die detaillierte Beschreibung des Simulationssystems mit abschließenden Simulationsbeispielen. Daran schließt sich in Kapitel 4 die Vorstellung des Messsystems, ebenfalls mit abschließenden Messbeispielen, an. Kapitel 5 gibt eine Zusammenfassung der Arbeit.

# Kapitel 2

## Grundlagen zur Speckle-Messtechnik

### 2.1 Der Speckle-Effekt

Wird ein Spiegel mit kohärentem Licht, zum Beispiel einem Laserstrahl, beleuchtet, ist in Reflexionsrichtung des Beleuchtungsstrahls ein einheitlich heller Fleck zu beobachten. Wird mit gleicher Beleuchtungsquelle eine optisch raue Fläche beleuchtet, kann in einem breit gestreuten Bereich ein Speckle-Muster mit charakteristischen hellen und dunklen Fleckchen erkannt werden. Dieses resultiert, aufgrund der diffusen Reflexion an der Fläche, aus der Überlagerung vieler Teilstrahlen mit zufälligen Phasen. Gelangen dabei die reflektierten Strahlen direkt auf die Beobachtungsebene, zum Beispiel eine CCD-Kamera (charge coupled device), handelt es sich um objektive Speckles, werden sie mittels einer Linse abgebildet, spricht man von subjektiven Speckles. Sie enthalten Informationen über die Oberflächencharakteristik wie zum Beispiel die Rauheit der beleuchteten Fläche, die daraus bestimmt werden kann.

Wird das optische Feld, welches in der Kameraebene das Speckle-Muster erzeugt, vor dieser Ebene mit einem Referenzfeld der gleichen Lichtquelle überlagert, entsteht ein Speckle-Interferogramm. Dieses enthält nun Informationen über die Geometrie der beleuchteten Oberfläche. Daraus können zum Beispiel ihre Form oder Deformation relativ zur Referenzwellenfront bestimmt werden. Ebenso sind Erosionen oder Schwingungen messbar [1, 20, 62, 64]. Abbildung 2.1 verdeutlicht den Speckle-Effekt und die gleichzeitig damit verbundene Problematik.

Fall 2.1 a zeigt ein herkömmliches Spiegelinterferogramm, wobei beide Spiegel eines Michelson-Interferometers ideal eben und glatt waren, mit paral-

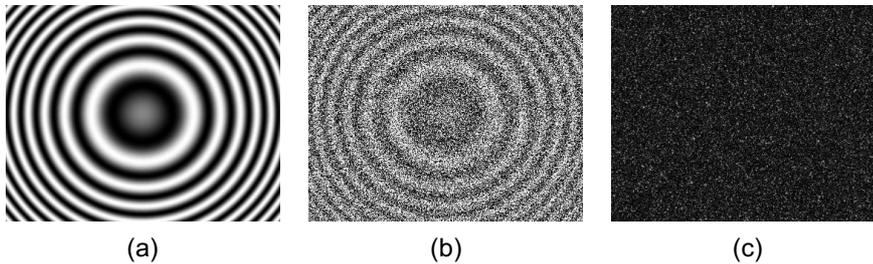


Abbildung 2.1: a: Spiegelinterferogramm, b: wie a, jedoch beleuchtete Flächen mit Rauheit  $R_q = 115 \text{ nm}$ , c: wie a, jedoch beleuchtete Flächen mit Rauheit  $R_q = 1,155 \mu\text{m}$

lelem, kohärentem Licht der Wellenlänge  $\lambda = 658 \text{ nm}$  beleuchtet und separat mittels Linsen unterschiedlicher Brennweiten auf eine Kamera abgebildet wurden. Hieraus resultieren die typischen Interferenzringe, aus welchen zum Beispiel die Formen der Wellenfronten beider interferierender Felder relativ zueinander bestimmt werden können [63]. Im Fall b wurde die Rauheit der ursprünglich spiegelnden Flächen auf  $R_q = 115 \text{ nm}$  erhöht. Das dabei entstehende teilweise ausgebildete Speckle-Muster ist dem Ringmuster überlagert, weswegen dieses deutlich schlechter erkennbar ist. Im Fall c wurde die Rauheit beider Flächen weiter auf  $R_q = 1,155 \mu\text{m}$  erhöht. Das jetzt vollständig ausgebildete, überlagerte Speckle-Muster lässt das Ringmuster komplett verschwinden. Bei allen Interferogrammen handelt es sich um Simulationen des beschriebenen Messaufbaus (siehe hierzu Kapitel 3). Der Wert  $R_q$  bezeichnet den quadratischen Mittenrauwert der Fläche [8, 10, 11].

Voll ausgebildete Speckles bedeutet, dass der Kontrast des Bildes den Wert 1 erreicht [17]. Hierfür ist neben monochromatischer Beleuchtung eine Phasendifferenz von mindestens  $\pi$  zwischen einzelnen Teilstrahlen erforderlich, um den Fall totaler Auslöschung der Strahlen erreichen zu können. Dies wiederum ist in Abhängigkeit der geometrischen Anordnung des Messaufbaus für Oberflächen mit einem Rauheitswert von mindestens  $R_q \geq \lambda/4$  der Fall. Die angegebene untere Grenze gilt beispielsweise für senkrechte Beleuchtung und Beobachtung der Oberfläche. Andernfalls liegen teilweise ausgebildete Speckles vor [1]. Dementsprechend sind in Abbildung 2.1 b teilweise ausgebildete Speckles ( $R_q = 115 \text{ nm} < \lambda/4 = 164,5 \text{ nm}$ ) und in Abbildung 2.1 c voll ausgebildete Speckles ( $R_q = 1,155 \mu\text{m} > \lambda/4 = 164,5 \text{ nm}$ ) zu sehen. Hier wird auch die „Problematik der Speckles“ deutlich. Sie überlagern vollständig das Interferenzmuster, welches durch die gleiche, glatte Oberfläche erzeugt würde. Dennoch sind auch jetzt mittels spezieller Messtechniken zum Beispiel Deformations- und Formmessungen möglich.

## 2.2 Speckle-Interferometrie

Die Speckle-Messtechnik kann grundsätzlich in interferometrische und nicht interferometrische Verfahren unterteilt werden. Die wichtigsten Einsatzgebiete der interferometrischen Verfahren sind:

- Oberflächenformvermessung
- Oberflächendeformationsmessung
- Schwingungsmessung
- Oberflächenerosionsmessung

Auf die beiden erst genannten Techniken wird in den folgenden Abschnitten genauer eingegangen, da das später in Kapitel 4 vorgestellte Gerät hierauf basiert.

Schwingungs- und Deformationsmessungen sind bekannte, gut funktionierende Verfahren, für welche es einige kommerziell erhältliche Geräte gibt. Hingegen sind Beispiele für den praktischen Einsatz der Speckle-Interferometrie zur Oberflächenformvermessung nur vereinzelt zu finden. Laborarbeiten zeigen das Potential dieser Messtechnik, aber auch ihre bisher noch komplizierte Anwendung [64]. Mit einer einfachen und schnellen Möglichkeit der Oberflächenformvermessung mittels Speckle-Interferometrie beschäftigt sich Kapitel 4. Die interferometrische Erosionsmessung an Oberflächen wurde bisher in einigen Arbeiten untersucht [1, 20, 65, 66].

Ein wichtiges Einsatzgebiet der nicht interferometrischen Speckle-Messverfahren ist die Oberflächenrauheitsmessung mittels:

- angularer Speckle-Korrelation (ASK)
- spektraler Speckle-Korrelation (SSK)
- Speckle-Elongation
- Speckle-Kontrast

Die ersten beiden Punkte beschreiben Korrelationsverfahren, wobei jeweils zwei Aufnahmen der zu vermessenden Oberfläche gemacht werden. Bei ASK geschieht dies mit unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln, bei SSK mit unterschiedlichen Beleuchtungswellenlängen. Mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten beider Bilder kann auf die Rauheit  $R_q$  der Messfläche geschlossen

werden [67].

Die Speckle-Elongation verwendet polychromatische Beleuchtung. Hierbei wird die Abhängigkeit der Speckle-Länge von Rauheit und Wellenlängenabstand ausgenutzt. Durch Bestimmung der Speckle-Elongation mittels des Autokorrelationskoeffizienten kann somit die Rauheit bestimmt werden [68]. Rauheitsbestimmungen mittels Speckle-Kontrast müssen in zwei Bereiche unterteilt werden. Zum einen kleine Oberflächenrauheiten mit teilweise ausgebildetem Speckle-Muster und monochromatischer Beleuchtung. Hier ergibt sich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Rauheit und Speckle-Kontrast. Zum anderen große Oberflächenrauheiten mit voll ausgebildetem Speckle-Muster und polychromatischer Beleuchtung. Auch hierfür existiert ein Zusammenhang zwischen Kontrast, Rauheit und Beleuchtungsbandbreite, welcher zur Rauheitsbestimmung genutzt werden kann [64, 69].

### 2.2.1 Interferometerarten

Im nachfolgenden Kapitel 3 wird im Rahmen der vorgestellten Simulationen detailliert der Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und detektierter Intensität sowie die Interferenz von Feldern dargestellt. Desweiteren werden auch die Effekte Polarisation und Beugung speziell bei der Ausbreitung optischer Felder in einem Interferometer erörtert. Deshalb folgt an dieser Stelle die Vorstellung der verschiedenen Interferometertypen mit ihren besonderen Eigenschaften.

Interferometrische Anordnungen können in drei klassische Gruppen eingeteilt werden [21]:

- out-of-plane empfindliche Interferometer
- in-plane empfindliche Interferometer
- shearing Interferometer

Die Beschreibung der Interferometer und speziell ihrer Empfindlichkeit kann durch Einführung des Empfindlichkeitsvektors  $\vec{k}$  vereinfacht werden [18]. Dieser ist definiert als

$$\vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \quad (2.1)$$

Hierbei beschreiben gemäß Abbildung 2.2  $\vec{k}_1$  den Beleuchtungsvektor und  $\vec{k}_2$  den Beobachtungsvektor.

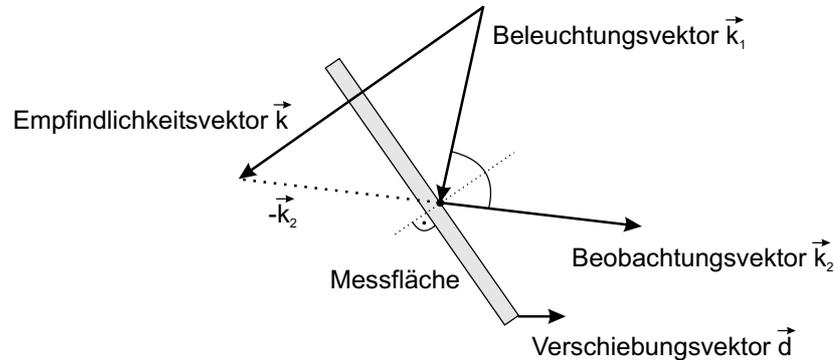


Abbildung 2.2: zur Berechnung des Empfindlichkeitsvektors

Der Beleuchtungsvektor gibt die Richtung der Beleuchtung, zum Beispiel die eines Laserstrahls, an. Sie wird relativ zu der beleuchteten Fläche gemessen, wobei der Winkel  $\alpha$  zwischen Beleuchtungsvektor und Flächennormale maßgebend ist. Der Betrag des Vektors hat die Größe  $2\pi/\lambda$ . Analog dazu bezeichnet der Beobachtungsvektor die Richtung, in welche die beleuchtete Fläche, zum Beispiel mittels einer Kamera, beobachtet wird. Sein Betrag ist ebenfalls  $2\pi/\lambda$ . Mit Hilfe des daraus resultierenden Empfindlichkeitsvektors kann die Phasenänderung  $\Delta\varphi$  im beobachteten Licht berechnet werden, wenn die Fläche um  $\vec{d}$  verschoben wird:

$$\Delta\varphi = \vec{k} \cdot \vec{d} \quad (2.2)$$

Ist die Richtung des Empfindlichkeitsvektors parallel zur Messflächennormalen, handelt es sich um eine out-of-plane empfindliche Anordnung, da nur der Anteil der Verschiebung parallel zur Messflächennormalen, beziehungsweise senkrecht zur Messfläche, eine Phasenänderung im detektierten Licht hervorruft. Dies hat für eine interferometrische Anordnung zur Folge, dass die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gemäß Abbildung 2.2 gleich sein müssen. In diesem Falle ergibt sich für den Betrag von  $\vec{k}$

$$|\vec{k}| = \frac{4\pi}{\lambda} \cos(\alpha) \quad (2.3)$$

für  $\alpha = \beta$ . Die wohl bekanntesten Interferometer, für welche das zutrifft, sind das Michelson- und das Mach-Zehnder-Interferometer [18, 70]. Abbildung 2.3 zeigt beide Anordnungen.

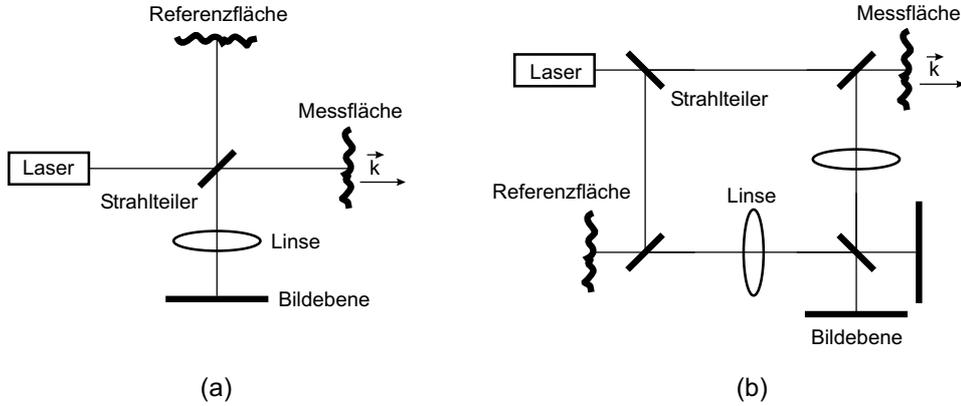


Abbildung 2.3: a: Michelson-Interferometer mit rauher Mess- und Referenzfläche, b: Mach-Zehnder-Interferometer mit rauher Mess- und Referenzfläche

Bei beiden Interferometern ist zu erkennen, dass sowohl die Beleuchtungsrichtung als auch die Beobachtungsrichtung senkrecht zur Messfläche stehen. Daraus folgt, dass auch der Empfindlichkeitsvektor in beiden Fällen senkrecht zu dieser verläuft, und dass sein Betrag die Größe  $4\pi/\lambda$  besitzt. Es ist somit reine out-of-plane Empfindlichkeit mit maximaler Stärke gegeben. Eine Phasenänderung um eine volle Periode im detektierten Licht resultiert daher beispielsweise aus einer Verschiebung der Messfläche um  $\lambda/2$  in out-of-plane Richtung. Der wichtigste Unterschied beider Anordnungen liegt im Verlauf des Lichtes. Beim Michelson-Interferometer durchläuft dieses jeweils zweimal die Strecke Strahlteiler-Messfläche beziehungsweise Strahlteiler-Referenzfläche. Beim Mach-Zehnder-Interferometer wird jeder Weg nur einmal passiert. Für die resultierende Intensität  $I$  kann deshalb

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_p) \cos\left(\Phi_0 + \frac{4\pi}{\lambda}d\right) \quad (2.4)$$

angegeben werden. Hierbei bezeichnen  $I_1$  und  $I_2$  die von Messfläche und Referenzfläche kommenden Intensitäten,  $\alpha_p$  den Winkel zwischen den interferierenden elektrischen Feldvektoren,  $\Phi_0$  die Phasendifferenz zwischen den interferierenden Feldern vor der Verschiebung,  $\lambda$  die Beleuchtungswellenlänge und  $d$  die Verschiebung der Messfläche in out-of-plane Richtung. Beide Anordnungen sind ursprünglich als Spiegelinterferometer bekannt. Das heißt, sowohl Mess- als auch Referenzflächen sind Spiegel. Im Falle der Speckle-Interferometrie wird mindestens einer der Spiegel durch eine optisch raue Fläche mit den in 2.1 beschriebenen Auswirkungen ersetzt. An der

Funktion des Interferometers und speziell seiner Empfindlichkeit ändert dies nichts. Es muss jedoch beachtet werden, dass eine raue Fläche auf die Beobachtungsebene abgebildet werden muss, um weiterhin eine orts aufgelöste Messung zu erhalten.

Zur Realisierung einer in-plane empfindlichen Interferometeranordnung muss die Richtung des Empfindlichkeitsvektors senkrecht zur Messflächennormalen verlaufen, was zur Folge hat, dass nur der Anteil einer Änderung in der Messflächenebene eine Phasenänderung im detektierten Licht hervorruft. Abbildung 2.4 zeigt schematisch den dazu notwendigen Aufbau [18, 21].

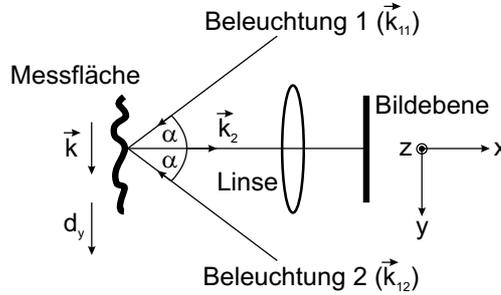


Abbildung 2.4: in-plane empfindliche Anordnung

Die Messfläche wird aus zwei Richtungen beleuchtet. Das reflektierte Licht wird in beiden Fällen aus der gleichen Richtung beobachtet. Daher ergibt die Konstruktion des Empfindlichkeitsvektors  $\vec{k}$  gemäß

$$\vec{k} = (\vec{k}_{11} - \vec{k}_2) - (\vec{k}_{12} - \vec{k}_2) \quad (2.5)$$

eine Lage für diesen, wie in Abbildung 2.4 eingezeichnet, parallel zur Messfläche. Sein Betrag ist

$$|\vec{k}| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\alpha) \quad (2.6)$$

Lediglich der Anteil einer Veränderung der Messfläche von  $d_y$  in y-Richtung bewirkt im detektierten Licht eine Phasenänderung  $\Delta\varphi$  von

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\alpha) \cdot d_y \quad (2.7)$$

Das Prinzip eines Shearing-Interferometers unterscheidet sich von den zuvor gezeigten Anordnungen dadurch, dass hier die Messfläche gleichzeitig auch als Referenzfläche dient. Abbildung 2.5 zeigt eine der vielen möglichen Anordnungen. Sie basiert auf dem bereits vorgestellten Michelson-Interferometer [18, 21].

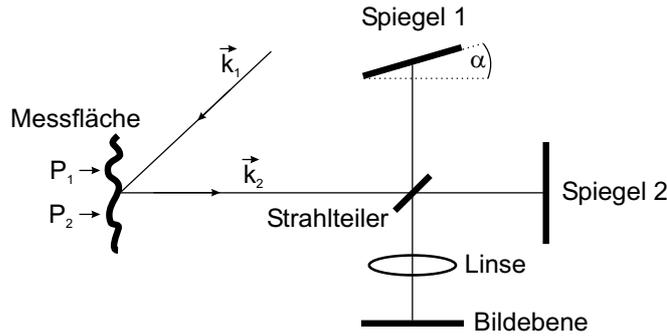


Abbildung 2.5: Shearing-Interferometer mit rauher Messfläche

Das von der beleuchteten Messfläche reflektierte Licht gelangt in das Interferometer, wodurch diese über Spiegel zwei und Linse auf die Bildebene abgebildet wird. Ebenso findet ihre Abbildung nochmals über Spiegel eins und Linse auf die Bildebene statt. Aufgrund der Verkippung von Spiegel eins werden jedoch nicht die Strahlen gleicher Messflächenpunkte, sondern diejenigen der nebeneinander liegenden Punkte  $P_1$  und  $P_2$  in der Bildebene überlagert. Der Punkteabstand kann über den Kippwinkel  $\alpha$  eingestellt werden. Somit ergibt sich für die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zwischen den Strahlen der genannten Punkte

$$\Delta\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) (\vec{d}_{P_1} - \vec{d}_{P_2}) \quad (2.8)$$

Hierbei bezeichnen  $\vec{d}_{P_1}$  und  $\vec{d}_{P_2}$  die Verschiebungen der Messfläche an den Punkten  $P_1$  und  $P_2$ . Da der Punkteabstand klein ist, stellt die Phasendifferenz ein Maß für die Ableitung der Verschiebung in Richtung des Punkteabstandes dar [18]. Vorteile des Interferometers sind der einfache Aufbau und die geringe erforderliche Kohärenzlänge des Beleuchtungslichtes, da der Wegunterschied zwischen interferierenden Strahlen gering ist und nicht vom Abstand der Messfläche zum Interferometer abhängt.

Es ist zu beachten, dass neben den drei vorgestellten Interferometertypen

auch „Mischformen“ dieser auftreten können. Beispielsweise eine Anordnung, die sowohl out-of-plane als auch in-plane empfindlich ist. Hierbei muss der Empfindlichkeitsvektor jeweils individuell entsprechend der gegebenen Anordnung bestimmt werden.

### 2.2.2 Deformationsmessung

Eine mögliche Messung, die mittels der Speckle-Interferometrie durchgeführt werden kann, ist die Deformationsmessung. Hierbei wird die Veränderung einer Messfläche erkannt. Diese besitzt einen Grundzustand, welcher durch ein Speckle-Interferogramm mit

$$I_{G,xy} = I_{1,xy} + I_{2,xy} + 2\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \cos(\Phi_{0,xy}) \quad (2.9)$$

erfasst wird. Danach erfährt die Messfläche eine Deformation, zum Beispiel durch Krafteinwirkung, was gemäß Abschnitt 2.2.1 eine Phasenänderung  $\Delta\varphi_{xy}$  bewirkt, die zur Grundphase  $\Phi_{0,xy}$  hinzukommt. Der deformierte Zustand wird ebenfalls durch ein Speckle-Interferogramm mit

$$I_{D,xy} = I_{1,xy} + I_{2,xy} + 2\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \cos(\Phi_{0,xy} + \Delta\varphi_{xy}) \quad (2.10)$$

gemessen, wobei angenommen wird, dass die vom Mess- beziehungsweise Referenzobjekt stammenden Intensitäten  $I_{1,xy}$  und  $I_{2,xy}$  sowie die Grundphase  $\Phi_{0,xy}$  durch die Deformation nicht verändert werden [1, 20]. Die Indizes  $x$  und  $y$  bezeichnen dabei die einer Pixelposition entsprechenden Lage im Interferogramm. Die Subtraktion beider Intensitäten stellt eine mögliche Auswertung dar. Es berechnet sich die Differenzintensität  $I_{Diff,xy}$  gemäß

$$I_{Diff,xy} = 4\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \sin\left(\Phi_{0,xy} + \frac{\Delta\varphi_{xy}}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\varphi_{xy}}{2}\right) \quad (2.11)$$

Dies bedeutet, dass die Bestimmung der Deformation mittels Differenzbildung nicht für alle, sondern nur für bestimmte Deformationen möglich ist [1]. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 2.6 die Differenzintensitäten gemäß Gleichung 2.11 für 100 Stellen in Abhängigkeit der deformationsbedingten Phasenänderung  $\Delta\varphi_{xy}$ . Die Werte für  $4\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}}$  liegen dabei im Intervall  $[0; 1]$ , die für  $\Phi_{0,xy}$  in  $[-2\pi; 2\pi]$ .

Die Abbildung zeigt, dass ein auswertbarer Zusammenhang zwischen Differenzintensitäten und Deformation nur dort gegeben ist, wo die Differenzintensitäten in allen Fällen null werden, also dort, wo die Deformation eine

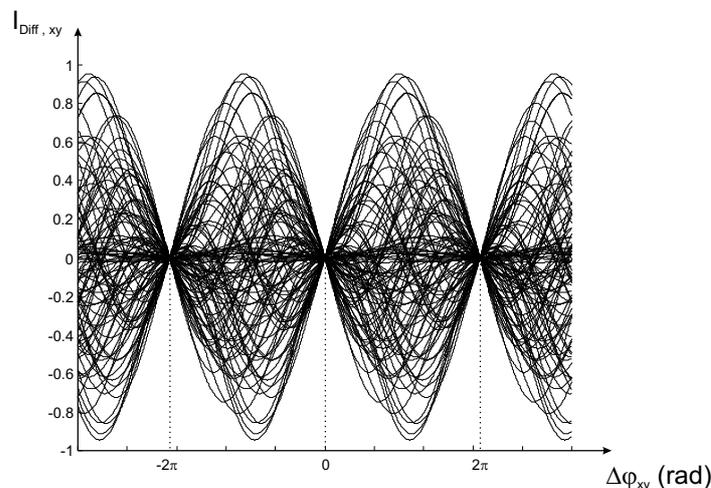


Abbildung 2.6: Differenzintensitäten für 100 unterschiedliche Oberflächenbereiche zweier Speckle-Interferogramme in Abhängigkeit einer deformationsbedingten Phasenänderung zwischen den Speckle-Interferogrammen

Phasenänderung von  $\Delta\varphi_{xy} = n \cdot 2\pi$  erzeugt. Deshalb sind im Differenzbild (graphische Darstellung der Differenzintensitäten) schwarze Höhenlinien zu sehen, mit einer Phasenänderung von  $2\pi$  beim Übergang von einer Höhenlinie zur nächsten. Mittels des Empfindlichkeitsvektors  $\vec{k}$  der betrachteten Messanordnung kann damit die Deformation in diesen Bereichen berechnet werden. Es kann jedoch keine Aussage über ihr Vorzeichen getroffen werden. Da die Differenzintensitäten auch negative Werte annehmen können, werden bei deren Darstellung in Form eines Differenzbildes ihre Beträge verwendet. Zur Bestimmung aller Deformationen mit Vorzeichen muss das Phasenschiebe-Verfahren angewendet werden. Dessen Beschreibung erfolgt in Abschnitt 2.3.

### 2.2.3 Formvermessung

Soll die Form einer Messfläche relativ zu einer Referenzfläche mittels Speckle-Interferometrie bestimmt werden, können die Zweiwellenlängen-Technik oder die Zweiwinkel-Technik angewendet werden [1, 18, 20, 21]. Da das später in Kapitel 4 vorgestellte Gerät auf der Zweiwellenlängen-Technik beruht, soll diese genauer erläutert werden.

Analog zur Deformationsmessung werden auch hier von der zu vermessenden Fläche zwei Speckle-Interferogramme aufgenommen. Diese unterscheiden sich jedoch jetzt durch zwei unterschiedliche Beleuchtungswellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ .

Es wird ein Messaufbau nach Abbildung 2.3 a oder b angenommen. Somit können die Interferogramme durch

$$\begin{aligned} I_{\lambda_1,xy} &= I_{1,xy} + I_{2,xy} + 2\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \cos\left(\Phi_1 + \frac{4\pi}{\lambda_1} \cos(\alpha) \cdot d_{xy}\right) \\ I_{\lambda_2,xy} &= I_{1,xy} + I_{2,xy} + 2\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \cos\left(\Phi_2 + \frac{4\pi}{\lambda_2} \cos(\alpha) \cdot d_{xy}\right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

beschrieben werden. Es wird vorausgesetzt, dass die Reflexionsfaktoren von Mess- und Referenzfläche sowie die von diesen kommenden Intensitäten  $I_{1,xy}$  und  $I_{2,xy}$  bei einer Wellenlängenänderung von  $\lambda_1$  nach  $\lambda_2$  im Beleuchtungslicht konstant bleiben [1, 20]. Desweiteren bezeichnen  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  die wellenlängenabhängigen Phasendifferenzen der interferierenden Felder bezogen auf eine feste Höhe auf Mess- und Referenzfläche, ohne Berücksichtigung der Formen dieser,  $\alpha$  den Beleuchtungs- und Beobachtungswinkel und  $d_{xy}$  den formbedingten Höhenunterschied in Richtung des Empfindlichkeitsvektors zwischen Mess- und Referenzfläche, bezogen auf die gleiche feste Höhe. Die Indizes  $x$  und  $y$  bezeichnen die Stelle im Interferogramm.

Auch hier stellt analog zur Deformationsmessung die Subtraktion der Intensitäten  $I_{\lambda_1,xy}$  und  $I_{\lambda_2,xy}$  eine mögliche Auswertung dar. Es berechnet sich die Differenzintensität  $I_{Diff,xy}$  gemäß

$$\begin{aligned} I_{Diff,xy} &= 4\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \sin\left(-\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} - 2\pi d_{xy} \cos(\alpha) \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \cdot \\ &\quad \sin\left(\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} + 2\pi d_{xy} \cos(\alpha) \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Da

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \gg \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \quad (2.14)$$

ist, ergibt nur der zweite Sinus-Term in Gleichung 2.13 einen auswertbaren Zusammenhang zwischen Differenzintensität und Messflächenform [1, 20]. Deshalb kann für die auswertbare Differenzintensität  $I_{Diff,xy}^*$

$$I_{Diff,xy}^* = 4\sqrt{I_{1,xy}I_{2,xy}} \sin\left(\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} + \frac{\pi}{\Lambda} d_{xy}\right) \quad (2.15)$$

geschrieben werden, wobei

$$\Lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2 |\lambda_2 - \lambda_1| \cos(\alpha)} \quad (2.16)$$

die synthetische Wellenlänge angibt [1, 18, 20]. Somit erscheinen analog zur Deformationsmessung auch hier im Differenzbild schwarze Streifen, welche die Form der Messfläche relativ zur Form der Referenzfläche angeben, wobei der Übergang von einem Streifen zum nächsten einer Höhenänderung von  $\Lambda$  entspricht. Auch hier kann die Form nicht überall, sondern nur im Bereich der schwarzen Streifen und ohne Vorzeichen, bestimmt werden.

Durch Variation der Beleuchtungswellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  kann  $\Lambda$  und damit der Messbereich eingestellt werden. Es ist zu beachten, dass die Größe  $d_{xy}$  neben der zu messenden makroskopischen Messflächenform auch einen Anteil aufgrund deren Rauheit enthält. Das es sich hierbei um eine statistische Größe handelt, macht sich dies durch mehr oder weniger starke Intensitätsschwankungen im Bereich der schwarzen Streifen bemerkbar. Um nach wie vor einen guten Streifenkontrast zu erhalten muss deshalb die Bedingung

$$\Lambda > 8R_q \quad (2.17)$$

erfüllt sein [20].  $R_q$  bezeichnet den quadratischen Mittenrauwert [11, 71].

Wie bei der Deformationsmessung können auch hier die Differenzintensitäten negative Werte annehmen. Bei deren Darstellung in Form eines Differenzbildes sind deshalb ihre Beträge zu verwenden.

Zur Bestimmung der Form mit Vorzeichen an allen Stellen muss das Phasenschiebe-Verfahren angewendet werden. Dessen Beschreibung folgt in Abschnitt 2.3.

### 2.2.4 Grenzen der Messtechnik

Um bei diffus reflektierenden Oberflächen im Rahmen der Speckle-Interferometrie eine orts aufgelöste Messung zu erhalten, muss die Messfläche auf die Bildebene abgebildet werden. Dies geschieht im einfachsten Fall mittels einer Linse mit Blende. Hieraus resultieren zwei wichtige Beschränkungen:

Die Auflösungsgrenze muss beachtet werden. Sie ist durch

$$\Delta d_{min} = 1,22 \cdot \lambda \frac{b}{D} \quad (2.18)$$

gegeben [2]. Hierbei bezeichnen  $\Delta d_{min}$  den minimalen Abstand zweier noch getrennt erkennbarer Punkte auf der Messfläche,  $\lambda$  die Beleuchtungswellenlänge,  $b$  die Bildweite und  $D$  den Blendendurchmesser.

Das in der Bildebene entstehende Muster wird zur weiteren Auswertung detektiert. Deshalb ist in Abhängigkeit der Detektorempfindlichkeit die dort vorliegende Intensität  $I_B$  ein beschränkender Faktor. Sie ist durch

$$I_B = \frac{\rho \cdot P_L \cdot A_B}{A_M \cdot b^2} \quad (2.19)$$

gegeben [20, 72]. Es bezeichnen  $\rho$  den Streukoeffizienten der Messfläche,  $P_L$  die Beleuchtungsleistung,  $A_B$  die Blendenfläche,  $A_M$  die Messfläche und  $b$  die Bildweite.

Die Detektion eines Speckle-Musters mittels einer Kamera hat zur Folge, dass die gemessene Intensität  $I_D$  das Resultat der Integration der tatsächlichen Intensität über eine Fläche ist. Sie kann durch

$$I_D = \frac{1}{A} \int \int_A w(x, y) I(x, y) dx dy \quad (2.20)$$

beschrieben werden [1, 20].  $A$  gibt die Detektorfläche (zum Beispiel ein Kamerapixel),  $w(x, y)$  die ortsabhängige Gewichtungsfunktion zur Beschreibung des Detektors und  $I(x, y)$  die tatsächliche Intensität an einer Stelle an. Um Speckles voll auflösen zu können, muss deren Größe mindestens doppelt so groß wie die eines Kamerapixels sein.

Im Falle der bereits vorgestellten Differenzbilder muss bezüglich der Messflächen- und Referenzflächenintensität ( $I_{Mess}$  und  $I_{Ref}$ ) folgendes beachtet werden: Ist die Referenzfläche glatt, muss für maximalen Streifenkontrast im Differenzbild  $\langle I_{Ref} \rangle / \langle I_{Mess} \rangle = 2$  gelten. Allerdings ist bis  $\langle I_{Ref} \rangle / \langle I_{Mess} \rangle = 20$  ein noch ausreichender Streifenkontrast beobachtbar.

Im Falle einer rauen Referenzfläche hingegen muss für maximalen Streifenkontrast  $\langle I_{Ref} \rangle / \langle I_{Mess} \rangle = 1$  erfüllt sein [73].

In beiden Fällen ist es nicht erforderlich, dass die mittlere Speckle-Größe größer als zwei Kamerapixel ist. Der Streifenabstand jedoch muss größer als zwei Pixel und größer als die doppelte mittlere Speckle-Größe sein.

## 2.3 Phasenschieben

### 2.3.1 Phasenschiebe-Algorithmen

Zur Bestimmung der Phase, zum Beispiel aus einem Speckle-Interferogramm, existiert eine Vielzahl an Algorithmen, welche jeweils hinsichtlich spezieller Eigenschaften optimiert sind. Eine Auswahl hierzu ist in [28-40, 42-44] nachzulesen.

Prinzipiell besteht bei der Phasenbestimmung folgendes Problem: Die gemessene Intensität  $I$  eines Interferogramms kann allgemein als

$$I = I_0 [1 + \gamma_0 \cos(\phi + \alpha)] \quad (2.21)$$

geschrieben werden. Hierbei sind  $I_0$  die Grundintensität,  $\gamma_0$  die Modulation,  $\phi$  die zu bestimmende Phase und  $\alpha$  die bekannte Phasenverschiebung zwischen Mess- und Referenzstrahlen. Da in Gleichung 2.21 drei unbekannte Größen auftreten ( $I_0, \gamma_0, \phi$ ) sind mindestens drei Messungen notwendig, um die Phase berechnen zu können. Hiermit beschäftigen sich die verschiedenen Algorithmen. Sie liefern Phasenwerte modulo  $\pi$  oder  $2\pi$ . Ihre Unterschiede liegen im wesentlichen in der unterschiedlichen Anzahl an Intensitäten, die miteinander verrechnet werden, dem erforderlichen Phasenschub  $\alpha$  zwischen den Intensitätsmessungen und ihrer Empfindlichkeit zum Beispiel gegenüber einem falschen Phasenschub oder Vibrationen.

Der Algorithmus nach Carré [28] soll genauer vorgestellt werden, da er aufgrund seiner speziellen Eigenschaft des variablen Phasenschubes  $\alpha$  beim später vorgestellten Gerät verwendet wird. Er setzt vier Messungen voraus, die durch

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \left[ 1 + \gamma_0 \cos \left( \phi - \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \\ I_2 &= I_0 \left[ 1 + \gamma_0 \cos \left( \phi - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \\ I_3 &= I_0 \left[ 1 + \gamma_0 \cos \left( \phi + \frac{\alpha}{2} \right) \right] \\ I_4 &= I_0 \left[ 1 + \gamma_0 \cos \left( \phi + \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.22)$$

ausgedrückt werden können. Hiermit können der Phasenschub  $\alpha$  gemäß

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left[ \sqrt{\frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)}} \right] \quad (2.23)$$

und die Phase  $\phi$  zu

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \tan \left( \frac{\alpha}{2} \right) \left[ \frac{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right] \right\} \quad (2.24)$$

berechnet werden. Die Kombination der Gleichungen 2.23 und 2.24 ergibt schließlich für den Wert der Phase modulo  $\pi$

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{[(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)] [3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)]}}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right\} \quad (2.25)$$

Der wesentliche Vorteil des Algorithmus liegt darin, dass ein variabler Phasenschub  $\alpha$  verarbeitet werden kann. Genau dieser Fall liegt zum Beispiel bei einem divergierenden Strahl vor [22, 41]. In Abschnitt 3.5 wird anhand von Simulationen gezeigt, dass der Phasenschub, resultierend aus der speziellen Art des räumlichen Phasenschiebens, welche beim in Kapitel 4 vorgestellten Messsystem zur Anwendung kommt, genau diese Eigenschaft besitzt. Deshalb bietet sich hier insbesondere der Algorithmus nach Carré zur Phasenberechnung an.

Das Eindeutigkeitsintervall der Phase von  $[-\pi/2; \pi/2]$  kann durch Vorzeichenbetrachtung von Zähler und Nenner im Ausdruck für die Phase auf das Intervall  $[-\pi; \pi]$  erweitert werden. Beim Carré Algorithmus ist hierzu das Vorzeichen der Terme  $(I_2 - I_3)$  und  $(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)$  zu betrachten [47]. Eine detaillierte Fehleranalyse hinsichtlich verschiedenster Fehlerquellen ist in [22] gegeben.

Analog zur bereits vorgestellten Deformationsmessung beziehungsweise Formvermessung mittels Differenz der Interferogrammintensitäten kann hier die jeweilige Messung durch Differenz der entsprechenden Phasen durchgeführt werden. Gemäß Gleichung 2.22 sowie der Kapitel 2.2.2 und 2.2.3 ist ein kompletter Satz Intensitäten ( $I_1$  bis  $I_4$ ) vom Grundzustand der Messfläche, beziehungsweise mit der Beleuchtungswellenlänge  $\lambda_1$  aufzunehmen, wobei auf die Erzeugung des erforderlichen Phasenschubes  $\alpha$  in den folgenden Kapiteln 2.3.2 und 2.3.3 eingegangen wird. Dies führt mit Gleichung 2.25 zur Phase  $\phi$ , die zur besseren Unterscheidung an dieser Stelle als  $\phi_a$  bezeichnet wird:

$$\phi_a = \tan^{-1} \left( \frac{g_a}{h_a} \right) \quad (2.26)$$

Gleiches ist für den deformierten Zustand der Messfläche, beziehungsweise die Beleuchtungswellenlänge  $\lambda_2$  durchzuführen, woraus die Phase  $\phi_b$  mit

$$\phi_b = \tan^{-1} \left( \frac{g_b}{h_b} \right) \quad (2.27)$$

resultiert. Die Differenz  $\Delta\phi$  beider Phasen kann als

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \left( \frac{g_b h_a - g_a h_b}{h_a h_b + g_a g_b} \right) \quad (2.28)$$

geschrieben werden. Einem Übergang von einem schwarzen Streifen zum nächsten im Differenzbild gemäß Kapitel 2.2.2 und 2.2.3 entspricht hier eine Phasenänderung von  $2\pi$ . Mit Hilfe des Empfindlichkeitsvektors kann aus der Phasendifferenz die Deformation oder Form der Messfläche relativ zur Referenzfläche bestimmt werden.

Aufgrund der Wellennatur des Lichtes, welches zur Messung benutzt wird, weist ein aufgenommenes Interferogramm eine Periodizität auf. Dies hat zur Folge, dass die durch Phasenschiebe-Algorithmen berechneten Deformationen und Formen modulo  $2\pi$  vorliegen. Um daraus eine kontinuierliche Phasendarstellung zu erhalten, ist ein sogenanntes phase-unwrapping Verfahren anzuwenden. Ein Überblick über phase-unwrapping Methoden ist in [48] gegeben.

### 2.3.2 Zeitliches Phasenschieben

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass zur Berechnung der Phase aus einem Speckle-Interferogramm mehrere (mindestens drei) phasenverschobene Interferogramme notwendig sind. Erfolgt die Änderung der Phase über die Zeit, spricht man von zeitlichem Phasenschieben.

Es sind verschiedene technische Realisierungen bekannt, die dies bewerkstelligen. Dies sind zum Beispiel:

- Verschiebung eines Spiegel mittels PZT (piezo-electric transducer) [33, 34]
- Verkippung einer Planparallelplatte [49]
- Verschiebung eines Beugungsgitters [49-51]
- Rotation einer  $\lambda/2$  Platte [52, 53]
- Expansion einer optischen Faser [25]

- Wellenlängenänderung zum Beispiel eines Halbleiterlasers [92]

Grundsätzlich muss unterschieden werden, ob die Phasenschiebung zwischen den einzelnen Aufnahmen der Interferogramme erfolgt und während der Aufnahmen nicht stattfindet, oder ob die Phasenschiebung während der Integrationszeit des Aufnahmeapparates abläuft. Im ersten Fall spricht man von phase-stepping, im zweiten Fall von phase-shifting. Dabei ist zu beachten, dass der Ausdruck für die gemessenen Intensitäten  $I_i$  der einzelnen, phasenverschobenen Interferogramme von seiner ursprünglichen Form (Gleichung 2.21) abweicht und jetzt durch Integration über die Phasenschiebung

$$\begin{aligned}
 I_i &= \frac{1}{\Delta} \int_{\alpha_i - \Delta/2}^{\alpha_i + \Delta/2} I_0 \{1 + \gamma_0 \cos[\phi + \alpha(t)]\} d\alpha(t) \\
 &= I_0 \left\{ 1 + \gamma_0 \cdot \text{si} \left( \frac{\Delta}{2} \right) \cos[\phi + \alpha_i] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

ergibt [39]. Es bezeichnen  $\Delta$  die Phasenverschiebung, über welche während einer Aufnahme integriert wird,  $\alpha_i$  den Mittelwert dieser Phasenverschiebung,  $I_0$  die Grundintensität oder mittlere Intensität,  $\gamma_0$  die Modulation oder Sichtbarkeit,  $\phi$  die zu bestimmende Phase und  $\alpha(t)$  die Phasenverschiebung als Funktion der Zeit. Es ist zu erkennen, dass phase-shifting statt phase-stepping lediglich eine Reduktion der Sichtbarkeit zur Folge hat. Im Falle von  $\Delta = 0$  wird aus Gleichung 2.29 wieder die ursprüngliche Form 2.21. Dies bedeutet, aus phase-shifting wird phase-stepping, wobei maximale Sichtbarkeit vorliegt.

Zur Berechnung der Phasen können die in 2.3.1 vorgestellten Algorithmen angewendet werden.

### 2.3.3 Räumliches Phasenschieben

Beim zeitlichen Phasenschieben besteht das grundsätzliche Problem, dass sich das Schieben der Phase und damit die gesamte Messung über einen mehr oder weniger langen Zeitraum erstreckt, während diesem aufgrund der interferometrischen Messgenauigkeit eine große Empfindlichkeit, zum Beispiel gegenüber Erschütterungen, besteht. Daher ist in der Regel eine schwingungsgedämpfte Messumgebung erforderlich. Das räumliche Phasenschieben umgeht dieses Problem, indem das Phasenschieben zu ein und dem selben Zeitpunkt an unterschiedlichen Orten stattfindet. Techniken, die hierzu entwickelt wurden, sind zum Beispiel:

- Polarisationsinterferometer verschiedener Typen mit drei- oder vierkanal DPM (direct phase measurement module) [54-59]
- Erzeugung mindestens dreier phasenverschobener Bilder mittels Beugungsgitter in verschiedenen Interferometertypen [60]
- digitale Phasenschiebung im Bildspeicher bei verkippter Referenzwelle [45]
- Vier-Kamera-Interferometer [20]

Das in Kapitel 4 vorgestellte Gerät benutzt eine neu entwickelte Technik des räumlichen Phasenschiebens, die insbesondere auch die Verwendung rauer Referenzflächen erlaubt.

Alle genannten Techniken können in zwei Gruppen eingeteilt werden. Zum einen diejenigen Interferometer, die drei oder mehr räumlich getrennte Interferogramme erzeugen und diese gegeneinander phasenverschieben, und zum anderen die Interferometer, die lediglich ein Interferogramm erzeugen, wobei die erforderliche Phasenschiebung zwischen den einzelnen Bildpunkten des Interferogramms vorliegt. Bei letzterer Methode ist im Falle eines Speckle-Interferogramms und bei Verwendung der vorgestellten Phasenschiebe-Algorithmen zu beachten, dass eine ausreichende Speckle-Größe vorliegen muss, da die Phase innerhalb eines Speckles zwar konstant, zu benachbarten Speckles jedoch beliebig ist [17, 19]. Die Phasenschiebe-Algorithmen benutzen hierbei zur Phasenberechnung benachbarte Bildpunkte, zwischen denen definierte Phasendifferenzen  $\alpha$  vorliegen müssen. Ferner wird vorausgesetzt, dass  $I_0$ ,  $\gamma_o$  und  $\phi$  gemäß 2.3.1 konstant bleiben. Diese Bedingungen sind ausreichend erfüllt, wenn sich die Speckle-Größe mindestens über den Bereich erstreckt, aus welchem die Intensitätswerte zur Berechnung einer Phase genommen werden [20]. Die räumliche Verteilung der Phasendifferenzen  $\alpha$  muss hierbei genau analysiert werden. Ein konkretes Beispiel ist in Abschnitt 3.5 gegeben. Deshalb können unter Beachtung dieser Bedingung zur Berechnung der Phasen ebenfalls die in 2.3.1 vorgestellten Algorithmen verwendet werden. Eine Fehleranalyse der verschiedenen räumlichen Phasenschiebe-Techniken ist in [20, 41, 45, 46] gegeben.

Darüber hinaus sind zwei weitere grundsätzliche Berechnungsmethoden bekannt. Die Fourier Transformationsmethode mit Filterprozess im räumlichen Frequenzbereich und mit Filterprozess im Raumbereich [41, 46].

Eine spezielle Fehleranalyse der Fourier transform Methode ist in [61] gegeben.

# Kapitel 3

## Das Simulationsmodell

In diesem Kapitel wird ein Simulationsmodell vorgestellt, mit Hilfe dessen Speckle-Interferogramme berechnet werden können. Speckle-Interferogramme entstehen zum Beispiel dann, wenn optisch raue Oberflächen als Objekt- oder Referenzflächen in einen interferometrischen Aufbau eingebracht werden. Mit Hilfe der entstehenden Interferogramme kann auf die Geometrie der Oberflächen geschlossen werden. Konkret ist zum Beispiel die Oberflächenform oder die Deformation berechenbar. In Kapitel 2 finden sich hierzu detaillierte Erläuterungen. Die Vorteile des Verfahrens sind diejenigen, welche die Interferometrie allgemein bietet, wie zum Beispiel die interferometrische Messgenauigkeit, die berührungslose Messung, die flächenhafte, orts aufgelöste Erfassung der Messflächen, die hohe Messgeschwindigkeit, ein großer möglicher Messabstand in Verbindung mit der Tatsache, dass die Messoberflächen nur „gesehen“ werden müssen, die Erfassung sich bewegender Objekte bei geeigneter Belichtung.

Aufgrund der interferometrischen Genauigkeit und der damit verbundenen Empfindlichkeit der Speckle-Messtechnik ist die Durchführung praktischer Messungen, insbesondere jedoch die Entwicklung neuer Messverfahren sowie -aufbauten kosten- und zeitaufwendig. Neben den erforderlichen Präzisionskomponenten müssen strenge Bedingungen an die Messumgebung gestellt werden. Ein spezielles Problem ist die Untersuchung der Auswirkung einzelner Messparameter. Diese sind separat kaum in der gewünschten Art und Weise beeinflussbar.

Das neu entwickelte Simulationssystem bietet deshalb die Möglichkeit, vor allem für spezielle Untersuchungen in der Speckle-Messtechnik komplette, reale Messaufbauten einfach und schnell im Computer zu simulieren und hierbei alle wichtigen Messparameter separat einzustellen. Dies soll die Entwicklung vereinfachen, beschleunigen und kostengünstiger gestalten.

## 3.1 Simulationsprinzip

Zur Simulation optischer Systeme existieren verschiedenste, problemspezifische Ansätze. Zwei spezielle, grundsätzliche Verfahren sind häufig zu finden. Zum einen Berechnungen, die auf der Betrachtung von Strahlen beruhen und zum anderen die Darstellung eines Systems mittels der Wellenoptik.

Im ersten Fall wird die Ausbreitung des Lichtes zum Beispiel mittels ray tracing bestimmt. Hierzu existiert eine Vielzahl an Modellen, in der Regel als Computerprogramme implementiert, mit Hilfe derer die unterschiedlichsten optischen Systeme dargestellt und untersucht werden können. Das Licht wird dabei durch Strahlen repräsentiert, deren Ausbreitung unter Berücksichtigung der Brechungs- und Reflexionsgesetze bestimmt wird [2, 63]. Eine Erweiterung dieses Systems ist zum Beispiel in [21] gegeben, wobei mit Hilfe geometrischer Betrachtungen auch die Phasen von Strahlen und damit die bei der Interferometrie wichtigen Phasendifferenzen berechnet werden. Exemplarisch für ray tracing basierte Programme kann das in [94] vorgestellte System betrachtet werden. Es handelt sich um ein umfangreiches Simulationswerkzeug, das für spezielle Untersuchungen, wie zum Beispiel Arrays mikrooptischer Linsen, optimiert ist. Simulationsbeispiele demonstrieren die gute Funktion dieser Simulationstechnik. In [93] wird die strahlenbasierte Simulation eines Interferometers vorgestellt. Hierbei können verschiedene optische Komponenten berücksichtigt werden. Der Vergleich von Simulationsergebnissen mit realen Messungen zeigt, dass derartige strahlenbasierte Simulationen auch bei interferometrischen Anordnungen gute Ergebnisse erbringen.

Eine andere Simulationsmethode basiert auf der Anwendung der Wellenoptik. Exemplarisch kann dazu die Streuung von Licht an rauen Oberflächen betrachtet werden, da hierbei der für diese Arbeit grundlegende Speckle-Effekt auftritt. Hierzu existieren drei wichtige Betrachtungsrichtungen. Die Rayleigh-Fano Theorie [3], die Lösung der Wellengleichungen [4, 5] und die Kirchhoff Näherung [6, 7]. In [9] kommt die letzte Methode zur Anwendung, wobei das darauf basierende Modell die Nachteile sehr komplizierter Rechnungen beziehungsweise Beschränkungen der anderen Modelle umgeht. Desweiteren wird die verwendete Oberfläche detailliert beschrieben. In [3] wird die gleiche Thematik für den Sonderfall einer Beleuchtungswellenlänge in der Größenordnung der Oberflächenrauheit untersucht. Simulationen zur Speckle-Korrelation von Streulicht, insbesondere bei verschiedenen Einfallswinkel- und Streuwinkeln, werden in [95] vorgestellt. Untersuchungen zur Intensitätsverteilung und zum Kontrast in einem Speckle-Muster für Oberflächenmodelle mit verschiedenen Rauheitsprofilen werden in [96, 97] durchgeführt. Ein weiteres Beispiel beschreibt die Simulation polychromatischer Fernfeld-

Speckle-Muster, wobei auf die Erzeugung simulierter Oberflächen detailliert eingegangen wird [12]. Es kommt das Fresnel-Huygens Prinzip in der Formulierung nach Kirchhoff zur Anwendung, wodurch die Berechnung von Integralen notwendig wird. Bei rauen Oberflächen ist dies jedoch allgemein nicht möglich, sodass auf numerische Integrationsmethoden zurückgegriffen werden muss.

Ein anderer Simulationsansatz, die Monte Carlo Methode, wird in [76-78] vorgestellt. Dieses Verfahren beruht auf der zufälligen Auswahl einiger Punkte, zum Beispiel auf der Objektoberfläche oder in einer beugenden Blendenfläche, von welchen ausgehend ein Hologramm oder Speckle-Muster berechnet wird. Das System bringt gute Ergebnisse, bei komplexeren Messaufbauten und speziell bei Berücksichtigung von Beugung ist jedoch zu erwarten, dass die erforderliche Rechenzeit zumindest auf Personal Computern relativ groß sein wird, wie vergleichbare Untersuchungen im Rahmen des neu vorgestellten Simulationsmodells zeigen. Weiterhin ist die möglichst exakte Darstellung und Untersuchung der Messflächen zum Beispiel bei der Untersuchung von Erosionen sehr wichtig, sodass eine Beschränkung auf wenige, zufällige Oberflächenpunkte nachteilig sein kann.

Ein weiteres Modell speziell zur Simulation in der Speckle-Interferometrie findet sich in [1]. Es basiert auf einer phasenkorrekten ray tracing Berechnung. Eine raue Oberfläche wird hierbei durch diskrete Quadrate mit gaußverteilten Höhenwerten dargestellt. Hierauf werden zwischen 100 und 1000 Streuzentren zufällig ausgewählt. Die von diesen kommenden Strahlen laufen direkt oder über eine Linse auf einen Detektor, wo sie aufaddiert werden. Hierdurch können einfache Messungen gut simuliert werden, wobei jedoch Effekte wie zum Beispiel Beugung und Polarisation unberücksichtigt bleiben. Auch ist die für spezielle Untersuchungen in der Speckle-Messtechnik notwendige Einstellmöglichkeit einiger Parameter nicht gegeben.

Somit entstand trotz der Vielzahl an Simulationsmodellen die Notwendigkeit, ein für spezielle Untersuchungen in der Speckle-Messtechnik optimiertes Simulationssystem zu entwickeln.

Das System benutzt zur Berechnung von Speckle-Bildern beziehungsweise Speckle-Interferogrammen sowohl die Gesetzmäßigkeiten der geometrischen Optik, als auch die der Wellenoptik. Die besondere Vorgehensweise beruht auf der geeigneten Kombination beider Verfahren.

Die Vorteile der geometrischen Optik liegen in ihrer Einfachheit. Sie basiert auf relativ wenigen und einfachen Zusammenhängen. Deshalb ist eine auf dieser Grundlage beruhende Berechnung ebenso einfach und in der Regel auch schnell. Ein Nachteil zeigt sich jedoch in ihrer relativen Ungenauigkeit. Viele optische Erscheinungen, wie zum Beispiel Interferenz, Beugung oder

Polarisation, werden nur unzureichend oder gar nicht erfasst. Da aber gerade solche Effekte bei der Entstehung von Speckle-Mustern eine wichtige Rolle spielen, müssen sie berücksichtigt und auf andere Art und Weise berechnet werden. Hier kommt die Wellenoptik ins Spiel. Mit ihrer Hilfe können auch diese optischen Effekte dargestellt werden. Sie liefert also exaktere Ergebnisse. Nachteil ist, dass entsprechende Rechnungen in der Regel schwieriger und aufwendiger, beziehungsweise in manchen Fällen sogar nicht möglich, sind. Dies macht Simulationen, die ausschließlich darauf beruhen, unflexibel, manchmal sogar unmöglich.

Daraus entstand die Idee, beide Verfahren zu kombinieren. Es sollen die jeweiligen Vorteile genutzt, und die Nachteile des einen durch die Vorteile des anderen Verfahrens kompensiert werden.

Das Simulationssystem bietet daher einerseits entsprechend der Simulationsbeispiele (Kapitel 3.5) gute Übereinstimmung mit der Theorie beziehungsweise realen Ergebnissen, andererseits ist Flexibilität bezüglich der einstellbaren Parameter und damit bezüglich der konkret simulierten Situation bei kurzen Simulationszeiten gegeben. Dadurch wird die Bedienung und praktische Handhabung einfach.

Im Folgenden werden alle wichtigen, theoretischen Grundlagen hergeleitet und dargestellt, sowie das Zusammenspiel der verwendeten Techniken gezeigt.

## 3.2 Das Strahlenmodell

Dieses erste Unterkapitel befasst sich mit dem Teil des Simulationsmodells, der für die Berechnung der Strahlausbreitung innerhalb des simulierten Messaufbaus verantwortlich ist. Während der Ausbreitung der Strahlen interagieren diese mit den Teilen, aus denen der Messaufbau zusammengesetzt ist. Deshalb ist die Beschaffenheit der Teile und somit auch ihre Simulation sehr wichtig. Einem speziellen Teil, der Mess- beziehungsweise Referenzoberfläche, kommt hierbei besondere Bedeutung zu. Deren genaue Beschreibung sowie die der übrigen Komponenten erfolgt in den beiden nächsten Kapiteln 3.3 und 3.4.

### 3.2.1 Allgemeiner Zusammenhang zwischen Intensität und elektrischem Feld

Ein Speckle-Interferometrischer Aufbau liefert als Messergebnis ein Speckle-Interferogramm. Dieses Interferogramm wird im Falle der ESPI (electronic speckle pattern interferometry) mittels einer Kamera, zum Beispiel einer

CCD-Kamera, aufgenommen und in einen Computer übertragen. Es liegt somit ein Bild vor, das aus einzelnen Pixeln besteht. Die Intensitätswerte der Pixel sind als Zahlenwerte abgespeichert. Alle weiteren Auswerteverfahren benutzen diese Zahlenwerte für ihre Berechnungen. Somit ist es sinnvoll, dass auch das Simulationsprogramm zunächst ein Interferogramm berechnet und dann die Intensitätswerte der einzelnen Pixel des Interferogramms in gleicher Form wie eine CCD-Kamera abspeichert. Hierdurch können reale Messergebnisse und Simulationsergebnisse direkt verglichen werden. Weiterhin können auf die simulierten Ergebnisse direkt die gleichen Auswerteverfahren wie auf reale Messungen angewendet werden.

Ausgehend von einer einfachen Form zur Darstellung einer elektrischen Welle [2, 63, 84, 85]

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \vec{r} - \omega t + \varepsilon) \quad (3.1)$$

kann hieraus die Intensität, die diese Welle beim Auftreffen auf ein Kamerapixel erzeugt, berechnet werden. Hierbei stellen  $\vec{E}_0$  die Amplitude,  $\vec{k}$  den Wellenvektor,  $\vec{r}$  den Fortpflanzungsvektor,  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $t$  die Zeit und  $\varepsilon$  die Anfangsphase der elektrischen Welle dar. Die Kamera oder zum Beispiel auch die Netzhaut des menschlichen Auges absorbieren die auftreffende Strahlungsenergie während eines bestimmten endlichen Zeitintervalls. Zu deren Berechnung kann der Poyntingsche Vektor  $\vec{S}$  [2, 63, 84, 85], der durch

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} \quad (3.2)$$

gegeben ist, benutzt werden, wobei  $c$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $\epsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante des freien Raumes und  $\vec{B}$  die magnetische Induktion angeben. Sein Betrag gibt die Leistung pro Einheitsfläche, die eine Fläche durchquert, deren Normale parallel zu  $\vec{S}$  ist, an. Angewendet auf eine elektromagnetische Welle gegeben durch die Komponenten

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \vec{r} - \omega t) \quad (3.3)$$

und

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\vec{k} \vec{r} - \omega t) \quad (3.4)$$

ergibt sich für  $\vec{S}$

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \cos^2(\vec{k} \vec{r} - \omega t) \quad (3.5)$$

Da bei den hier betrachteten optischen Frequenzen  $\vec{S}$  eine extrem schnell veränderliche Funktion der Zeit ist, ist sein Momentanwert praktisch nicht messbar. Dies legt eine zeitliche Mittelung nahe, was der Absorption der Strahlungsenergie während eines bestimmten endlichen Zeitintervalls entspricht. Da genau dies auch durch ein Aufnahmemedium geschieht, ist die Einführung der Bestrahlungsstärke  $I^a$  [2, 63, 84, 85] mit

$$I^a \equiv \langle |\vec{S}| \rangle \quad (3.6)$$

eine sinnvolle und sehr nützliche Größe. Im Allgemeinen spricht man bei der Größe  $I^a$  von Intensität. In der Optik findet man für diesen Ausdruck auch den Begriff Bestrahlungsstärke [2, 63, 84, 85]. Es ergibt sich für  $I^a$  durch Einsetzen von 3.5 in 3.6

$$\begin{aligned} I^a &= \frac{c^2 \epsilon_0}{2} |\vec{E}_0 \times \vec{B}_0| \\ &= \frac{c^2 \epsilon_0}{2} |\vec{E}_0| |\vec{B}_0| \sin(\varphi) \\ &= \frac{c^2 \epsilon_0}{2} E_0 B_0 \\ &= \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

mit [89]

$$\begin{aligned} \langle \cos^2(\vec{k} \vec{r} - \omega t) \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\vec{k} \vec{r} - \omega t) dt \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

und

$$E_i = |\vec{E}_i|$$

$$\begin{aligned}
 B_i &= \left| \vec{B}_i \right| \\
 B_i &= \frac{E_i}{c}
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

sowie dem Winkel  $\varphi$  zwischen  $E$ - und  $B$ -Feld. Aus den Maxwell'schen Gleichungen kann, wenn man sich ohne Verlust der Allgemeinheit auf planpolarisierte oder linear polarisierte Wellen beschränkt, gefolgert werden, dass beide Felder in allen Raumpunkten phasengleich sind, senkrecht aufeinander stehen und sich gemäß Gleichung 3.9 durch den Faktor der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  unterscheiden [2]. Hieraus resultiert schließlich der in 3.7 dargestellte Zusammenhang.

Eine andere für die spätere Rechnung geeignetere Darstellung von  $I^a$  ist

$$I^a = c\epsilon_0 \left\langle \vec{E}^2 \right\rangle \tag{3.10}$$

Ebenso könnte  $I^a$  durch  $\vec{B}$  ausgedrückt werden, da aber  $\vec{E}$  bedeutend wirksamer als  $\vec{B}$  auf Ladungen Kräfte ausübt, wird allgemein  $\vec{E}$  als optisches Feld bezeichnet [2] und deshalb Gleichung 3.10 für die weiteren Berechnungen verwendet.

### 3.2.2 Berechnung der Intensität resultierend aus einem optischen Feld

Benutzt man Gleichung 3.1 und berechnet mit 3.10 die Intensität, so erhält man, wenn man sich auf relative Bestrahlungsstärken in ein und dem selben Medium beschränkt, mit 3.8 und 3.9

$$\begin{aligned}
 I_{rel} &= \left\langle \vec{E}^2 \right\rangle \\
 &= \left\langle \left( \vec{E}_0 \cos \left( \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon \right) \right)^2 \right\rangle \\
 &= \frac{1}{2} E_0^2
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Im Folgenden wird in der gesamten Arbeit die Größe  $I_{rel}$  verwendet, wobei zur übersichtlicheren Darstellung lediglich der Buchstabe  $I$  dafür benutzt wird.

### 3.2.3 Berechnung der Intensität resultierend aus der Überlagerung zweier optischer Felder

Gleichung 3.11 gibt die Intensität in einem Punkt an, auf welchen ein optisches Feld trifft. Da bei interferometrischen Anordnungen jedoch mindestens zwei verschiedene optische Felder miteinander interferieren, muss in Gleichung 3.11 im einfachsten Falle  $\vec{E}$  durch  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$  ersetzt werden. Berechnet man damit nochmals  $I$ , ergibt sich für die Gesamtbestrahlungsstärke die Interferenzformel

$$\begin{aligned}
I &= \left\langle \left( \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_i \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \cos \left( \vec{k} \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon \right) \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \left( \cos \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \cos (\omega t) + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. \sin \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \sin (\omega t) \right) \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left( \cos (\omega t) \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \cos \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \sin (\omega t) \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \sin \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \cos^2 (\omega t) \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \cos \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. \sin^2 (\omega t) \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \sin \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. 2 \cos (\omega t) \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \cos \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \cdot \right. \\
&\quad \left. \sin (\omega t) \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \sin \left( \vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right\rangle \tag{3.12}
\end{aligned}$$

Mit [89]

$$\begin{aligned}
 \langle \cos^2(\omega t) \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t) dt \\
 &= \frac{1}{2} \\
 \langle \sin^2(\omega t) \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt \\
 &= \frac{1}{2} \\
 \langle \cos(\omega t) \sin(\omega t) \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t) \sin(\omega t) dt \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

ergibt sich aus Gleichung 3.12 weiter

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^2 \vec{E}_{0i} \sin(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( \vec{E}_{01} \cos(\vec{k} \vec{r}_1 + \varepsilon) + \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \vec{r}_2 + \varepsilon) \right)^2 + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left( \vec{E}_{01} \sin(\vec{k} \vec{r}_1 + \varepsilon) + \vec{E}_{02} \sin(\vec{k} \vec{r}_2 + \varepsilon) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( \vec{E}_{01}^2 + \vec{E}_{02}^2 + 2\vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \vec{r}_1 - \vec{k} \vec{r}_2) \right)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

und mit 3.11 und 3.9 erhält man schließlich aus 3.14

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 + \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \vec{r}_1 - \vec{k} \vec{r}_2) \\
 &= I_1 + I_2 + \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos(\Delta\varphi) \\
 &= I_1 + I_2 + E_{01} E_{02} \cos(\alpha) \cos(\Delta\varphi) \\
 &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha) \cos(\Delta\varphi) \\
 &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

für den häufigsten Fall, dass der Winkel  $\alpha$  zwischen  $\vec{E}_{01}$  und  $\vec{E}_{02}$  null Grad beträgt. Die folgende Abbildung 3.1 zeigt einen messtechnischen Aufbau, mit Hilfe dessen eine Interferenzerscheinung gemäß Gleichung 3.15 erzeugt und beobachtet werden kann.

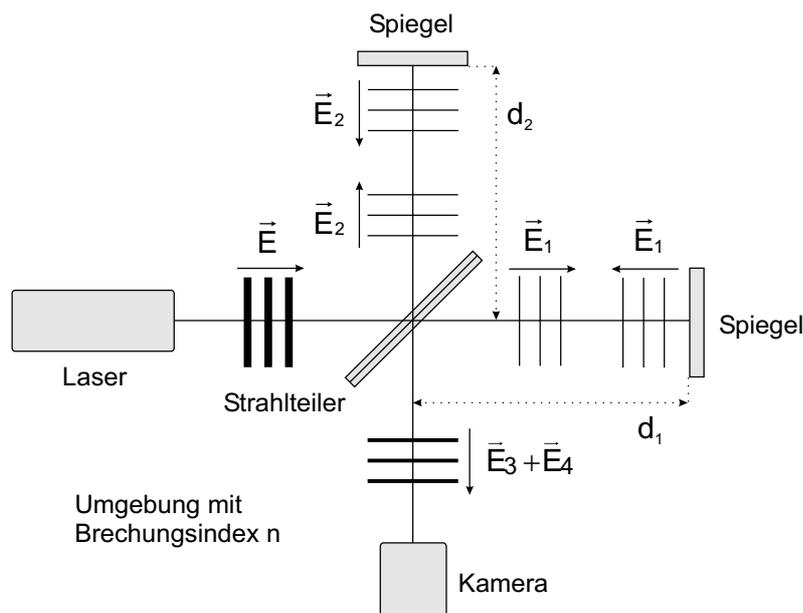


Abbildung 3.1: Michelson-Spiegelinterferometer mit Ausbreitung der optischen Felder

Das vom Laser ausgehende optische Feld  $\vec{E}$  wird durch den Strahlteiler in ein Objektfeld  $\vec{E}_1$  und ein Referenzfeld  $\vec{E}_2$ , die senkrecht zueinander stehen, aufgeteilt. Die Felder laufen zu den beiden Spiegeln, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes, beziehungsweise parallel zu den jeweiligen Wellenfronten angeordnet sind und als eben betrachtet werden. Somit wird das Licht von beiden Spiegeln senkrecht reflektiert und über den Strahlteiler zu  $\vec{E}_3 + \vec{E}_4$ , die nun parallel zueinander laufen, zusammengeführt. Durch die Kamera wird das entstehende Interferogramm aufgenommen. Da der Winkel zwischen  $\vec{E}_3$  und  $\vec{E}_4$  null Grad beträgt, entspricht das Kamerabild Gleichung 3.15. Die Intensitäten  $I_3$  und  $I_4$  ergeben sich hierbei gemäß 3.11 aus den Feldern  $\vec{E}_3$  und  $\vec{E}_4$ . Die Phase  $\Delta\varphi$  berechnet sich gemäß Abschnitt 2.2.1 im Falle des Michelson-Interferometers aus

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi &= \vec{k} \cdot \vec{d} \\
&= |\vec{k}| |\vec{d}| \cos(\angle(\vec{k}, \vec{d})) \\
&= \frac{4\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \cos(0^\circ) \\
&= \frac{4\pi}{\lambda} \cdot d
\end{aligned} \tag{3.16}$$

wobei

$$d = n \cdot |d_1 - d_2| \tag{3.17}$$

der optische Wegunterschied der Felder  $\vec{E}_3$  und  $\vec{E}_4$  gemäß Abbildung 3.1 ist, wenn beide Felder in der Kameraebene interferieren.

### 3.2.4 Berechnung der Intensität resultierend aus der Überlagerung N optischer Felder

Gleichung 3.15 beschreibt die Überlagerung zweier optischer Felder in einem Beobachtungspunkt. Im Falle der ESPI muss jedoch Ansatz 3.12 nochmals erweitert werden. Zum einen wird die von optisch rauen Oberflächen kommende Strahlung gemäß Kapitel 3.3 mit Zufallsphasen beaufschlagt und diffus reflektiert, zum anderen werden die diffus reflektierten Felder an der Abbildungsoptik gebeugt. Weiterhin ist ein Punkt auf dem Kamerachip, auf dem sich Felder überlagern, kein Punkt im strengen Sinne, also ohne Ausdehnung, sondern es handelt sich um ein Kamerapixel, das eine endliche, wenn auch kleine, Ausdehnung besitzt. Gleichung 3.1 zeigt, dass in der Darstellung eines elektrischen Feldes die Phase einen vom Weg abhängigen Anteil,  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  enthält. Dies ist aus interferometrischer Sicht der entscheidende Phasenanteil. Überlagern sich nämlich zwei Felder, so kann die Gesamtphase, bestehend aus einem zeitlich abhängigen Anteil und einem räumlich abhängigen Anteil, aufgespalten werden. Beide Anteile modulieren separat die Amplitude. Bei Aufnahme dieser Felder, zum Beispiel mit einer Kamera, findet, wie die vorhergehenden Rechnungen zeigen, mathematisch gesehen eine Quadrierung und aufgrund der hohen Frequenz des zeitabhängigen Anteils der Phase eine zeitliche Mittelung des Feldes statt. Somit bleibt nur noch der raumabhängige Phasenanteil erhalten und ist damit für das gemessene Interferogramm verantwortlich. Umgekehrt kann dieser aus dem Interferogramm bestimmt

werden, womit letztlich zum Beispiel die Oberflächenform oder Oberflächen- deformation berechnet werden kann. Der Wert dieses Anteils beim Auftreffen des Feldes auf den Kamerachip hängt vom gesamten geometrischen Aufbau sowie von den Materialien der Messanordnung, insbesondere aber auch von dem konkreten Höhenwert der Oberfläche im Auftreffpunkt des optischen Feldes auf der Oberfläche ab. Dies bedeutet umgekehrt, dass mit einem elektrischen Feld mit Phase  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  lediglich ein Höhenwert und somit lediglich ein Bereich mit konstanter Höhe auf der Oberfläche berücksichtigt werden kann, wenn das später unter 3.3 vorgestellte Oberflächenmodell hierbei verwendet wird. Deshalb muss zur Beschreibung jedes Bereiches mindestens eine separate Phase  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  verwendet werden. Da sich unabhängig davon aufgrund der Pixelgröße der Kamera sowie der Abbildung die Felder vieler solcher Bereiche auf einem Pixel überlagern und darüber hinaus aufgrund der Beugung der optischen Felder an der abbildenden Optik sich die Felder aller Oberflächenbereiche in allen Pixeln überlagern, muss im Allgemeinen von der Interferenz  $N$  solcher Felder in einem Pixel ausgegangen werden. Diese Überlagerung erzeugt die resultierende Intensität. Durch Wahl eines entsprechenden  $N$  können Aufbau und vor allem Mess- und Referenzfläche mit der gewünschten Genauigkeit dargestellt werden. Den Überlegungen liegt das Fresnel-Huygens-Prinzip [2, 63, 84, 85] gemäß Abbildung 3.2 zugrunde.

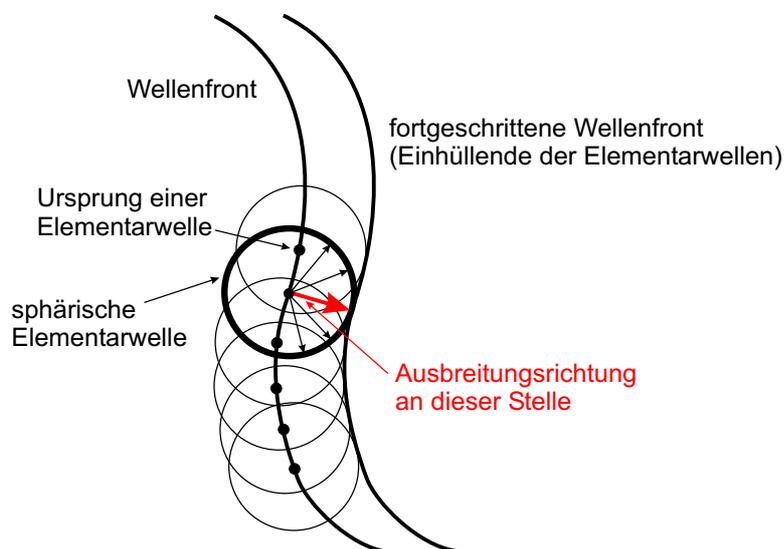


Abbildung 3.2: Fortpflanzung einer Wellenfront gemäß des Fresnel-Huygens-Prinzips

Jeder Punkt der in der Messapparatur fortschreitenden Wellenfront ist

Quelle einer sphärischen Elementarwelle. Die Einhüllende aller Elementarwellen stellt die neue Wellenfront dar. Die Ausbreitungsrichtung an einer bestimmten Stelle der Wellenfront ist die Senkrechte zu dieser in dem betrachteten Punkt. Insbesondere in der Ebene der Abbildungsoptik ist jeder Punkt der Wellenfront wieder als Quelle einer sphärischen Elementarwelle zu betrachten, um den speziell an dieser Stelle stattfindenden und für das Entstehen des Speckle-Bildes sehr wichtigen Beugungseffekt beschreiben zu können. Alle Wellen überlagern sich in der Bildebene, dem Kamerachip. Bei der Berechnung werden alle Wellen ausgehend von einer aus dem Laser heraustretenden ebenen Wellenfront durch diskrete Strahlen (Senkrechte zur Wellenfront) dargestellt. Speziell in der Abbildungsebene gehen wiederum von jedem Strahl diskrete Strahlen aus und treffen auf die gesamte Bildebene, wo alle Wellen phasenrichtig überlagert werden müssen. Die Anzahl und Auswahl der berücksichtigten Strahlen bestimmt die Qualität des Ergebnisses.

Im Folgenden soll der Sachverhalt graphisch erläutert werden. Das optische Feld wird durch Strahlen dargestellt. Hierdurch können die wichtigen Größen Amplitude, Phase und Ausbreitungsrichtung berücksichtigt werden. Polarisation sowie Beugung sollen zunächst noch unberücksichtigt bleiben. Beide werden im nächsten Abschnitt behandelt. Aufgrund der endlichen Anzahl an Strahlen wird das Feld diskret dargestellt. Allerdings kann dies hinreichend genau geschehen, da die Strahlanzahl frei wählbar ist. Abbildung 3.3 zeigt die Darstellung einer Wellenfront durch solche diskreten Strahlen.

Eine beliebige Wellenfront wird zunächst durch eine endliche Anzahl ebener Flächen angenähert. Jede dieser Flächen wird nun durch einen Strahl dargestellt. Somit ist jeder ebene Bereich gemäß Gleichung 3.14 durch *eine* Amplitude  $|\vec{E}_{0i}|$ , *eine* Phase  $\vec{k} \cdot \vec{r}_i + \varepsilon$  und *eine* Ausbreitungsrichtung charakterisiert, wenn mit  $i$  der jeweilige Strahl gekennzeichnet ist. Die Länge eines Strahls entspricht dem Radius einer Elementarwelle gemäß Abbildung 3.2. Der Radius besitzt wie im Falle dieser Simulationen eine endliche Größe, sofern die Wellenfront in einem homogenen Medium fortschreitet. Ist das Ausbreitungsmedium hingegen inhomogen, müssen die Radien der Sekundärwellen infinitesimal oder zumindest hinreichend klein gewählt werden [2]. Ebenso muss beim Durchschreiten einer Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes die Verformung der Wellenfront und damit die Änderung der Richtung der Strahlen berechnet werden. Diese ist ausgehend von einer aus dem Laser austretenden ebenen Wellenfront gemäß Abbildung 3.1 zunächst parallel zur optischen Achse. Die weitere Formung der Wellenfront, der daraus resultierende Verlauf der Strahlen

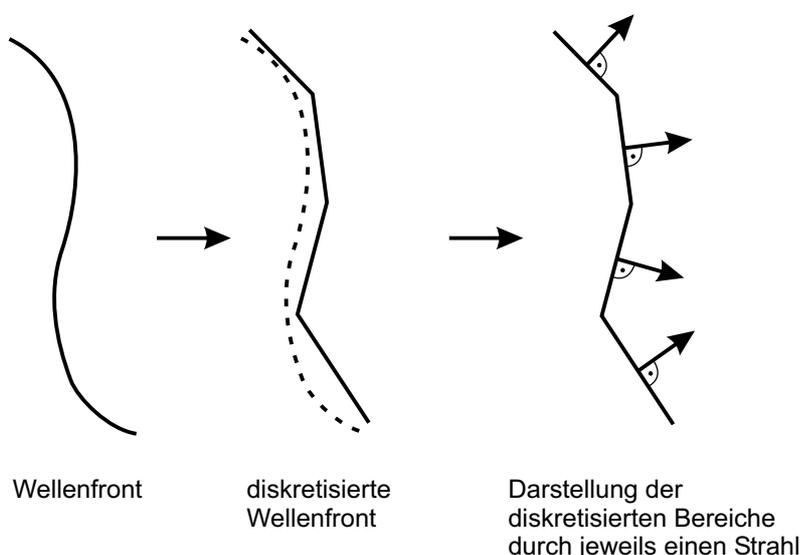


Abbildung 3.3: Darstellung einer Wellenfront durch diskrete Strahlen

sowie die Amplitude ergeben sich aus den physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Lichtausbreitung. Die Phase berechnet sich aus dem optischen Weg, den der Strahl zurücklegt. Der genaue Verlauf ausgewählter Strahlen sowie die Anwendung der entsprechenden Gesetzmäßigkeiten werden in Abschnitt 3.2.7 vorgestellt.

Strenggenommen erzeugen die sich überlagernden Felder innerhalb eines Pixels ortsabhängige Intensitäten, weil die Felder selbst ortsabhängig sind. Da ein Pixel aber nur *eine* resultierende Gesamtintensität liefert, ist diese deshalb gemäß

$$I_{\text{gesamt}} = \frac{1}{A} \int \int_A I(\vec{r}) dA \quad (3.18)$$

zu berechnen, wenn  $A$  die Pixelfläche und  $I(\vec{r})$  die ortsabhängige Intensität innerhalb eines Pixels darstellen. Da die geometrische Ausdehnung eines Pixels bei üblicherweise eingesetzten CCD-Kameras im unteren Mikrometerbereich liegt (zum Beispiel  $10 \mu m$ ), werden zur Vereinfachung und Beschleunigung der Rechnung näherungsweise alle auf die Pixelfläche treffenden Felder als konstant angenommen, was zur Folge hat, dass auch die ortsabhängigen Intensitäten innerhalb des jeweiligen Pixels konstant sind. Es erübrigt sich die Integration, und die resultierende Intensität kann vereinfachend durch Überlagerung aller Felder im Pixelmittelpunkt berechnet

werden.

Somit ergibt sich im Falle der ESPI zur Berechnung der Intensität eines Kamerapixels resultierend aus der Überlagerung  $N$  optischer Felder der Ansatz

$$I = \left\langle \left( \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \right)^2 \right\rangle \quad (3.19)$$

Auch dieser Ausdruck kann durch Einsetzen von 3.1 in 3.19 berechnet werden, und man erhält eine erste Interferenzformel für die ESPI.

$$\begin{aligned} I &= \left\langle \left( \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k} \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon) \right)^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \cos^2(\omega t) \left( \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 + \right. \\ &\quad \sin^2(\omega t) \left( \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \sin(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 + \\ &\quad \left. 2 \cos(\omega t) \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \cdot \right. \\ &\quad \left. \sin(\omega t) \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \sin(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right\rangle \quad (3.20) \end{aligned}$$

Mit 3.13 ergibt sich aus 3.20 weiter

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i} \sin(\vec{k} \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 \quad (3.21) \end{aligned}$$

### 3.2.5 Berücksichtigung von Polarisation und Beugung

Die nach einer Abbildung stattfindende Überlagerung optischer Felder von unterschiedlichen Oberflächenbereichen kommend, ist das Ergebnis der Beugung dieser Felder an der Abbildungsoptik. Dies wurde zur Herleitung der

vorhergehenden Formel 3.21 bereits benutzt. Jedoch wurde die Veränderung der Amplitude der Felder durch die Beugung bisher noch nicht berücksichtigt. Da dies jedoch große Auswirkung auf die Art der entstehenden Speckles und somit auf das gesamte Messergebnis hat, muss auch diese Tatsache im folgenden eingebunden werden. Eine weitere bisher ebenfalls noch unberücksichtigte Größe ist die Polarisation. Sie kann im gesamten Verlauf des Feldes durch den Messaufbau, insbesondere bei der Reflexion an Mess- und Referenzoberfläche, verändert werden. Da die Polarisation der sich überlagernden Felder sehr stark die resultierende Interferenzerscheinung beeinflussen kann, muss auch diese im folgenden berücksichtigt werden [2, 63, 84]. Deshalb erweitert sich Ansatz 3.1 für ein optisches Feld zu

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{x} E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon \right) + \\ &\quad \vec{y} E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon + \phi_\omega \right) \\ &= \begin{pmatrix} E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon \right) \\ E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon + \phi_\omega \right) \end{pmatrix} \quad (3.22)\end{aligned}$$

Mit Hilfe von Gleichung 3.22 können entsprechend der nachfolgenden Erläuterungen Polarisation, Interferenz und Beugung eines Feldes beim Durchlaufen eines Messaufbaus beschrieben werden.

### Polarisation

Ein optisches Feld kann in seiner allgemeinen Form als Summe zweier senkrecht aufeinander stehender elektrischer Felder dargestellt werden. Die Phasenlage beider Felder zueinander, sowie deren Amplitudenverhältnis bestimmen den Polarisationszustand [2, 63, 84]. In Gleichung 3.22 werden die beiden Felder durch

$$\vec{E}_x = \vec{x} E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon \right) \quad (3.23)$$

und

$$\vec{E}_y = \vec{y} E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon + \phi_\omega \right) \quad (3.24)$$

dargestellt, wobei  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  zwei orthogonale Vektoren jeweils mit Betrag 1 sind und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung  $\vec{r}_i$  stehen. Die relative Phasenlage zueinander wird durch  $\phi_\omega$  und das Amplitudenverhältnis durch  $E_{0xi\omega r}$

und  $E_{0yi\omega r}$  angegeben. Der Term  $1/2(1 + \cos \Theta_{ri})$  dient zur Beschreibung der Beugung und bleibt zunächst noch unberücksichtigt. Der allgemeine Polarisationszustand ist die elliptische Polarisation. Hierbei dreht sich der resultierende elektrische Feldvektor und ändert zusätzlich seinen Betrag. Sonderfälle davon sind die lineare und die zirkulare Polarisation. Falls die relative Phasenlage  $\phi_\omega$  ein Vielfaches von  $\pi$  ist, liegt lineare Polarisation vor, falls  $\phi_\omega = \pi \cdot (n - 0,5)$  mit  $n \in \mathbb{Z}$  ist, und die Amplituden  $E_{0xi\omega r}$  und  $E_{0yi\omega r}$  gleich sind, besitzt das Feld eine zirkulare Polarisation. In allen anderen Fällen ist das optische Feld elliptisch polarisiert [2, 63, 84]. Abbildung 3.4 zeigt exemplarisch die drei möglichen Fälle, (a) eine elliptisch, (b) eine linear und (c) eine zirkular polarisierte Welle. Entsprechend Gleichung 3.22 ist  $\vec{r}_i$  die Ausbreitungsrichtung. Die Amplituden  $E_x$  und  $E_y$  beider Teilfelder sind in allen drei Fällen gleich und betragen 1, die relativen Phasenlagen  $\phi_\omega$  der Teilfelder zueinander sind im Fall a:  $\pi/4$ , im Fall b: 0 und im Fall c:  $\pi/2$ . Der Faktor  $1/2(1 + \cos \Theta_{ri})$  wird im Moment noch nicht berücksichtigt und zu 1 gesetzt, der Wert  $\varphi$  gibt die Phase der Teilfelder mit  $\varphi = \vec{k}_\omega \cdot \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon$  an, wobei  $\phi_\omega$  noch hinzuzuzählen ist.

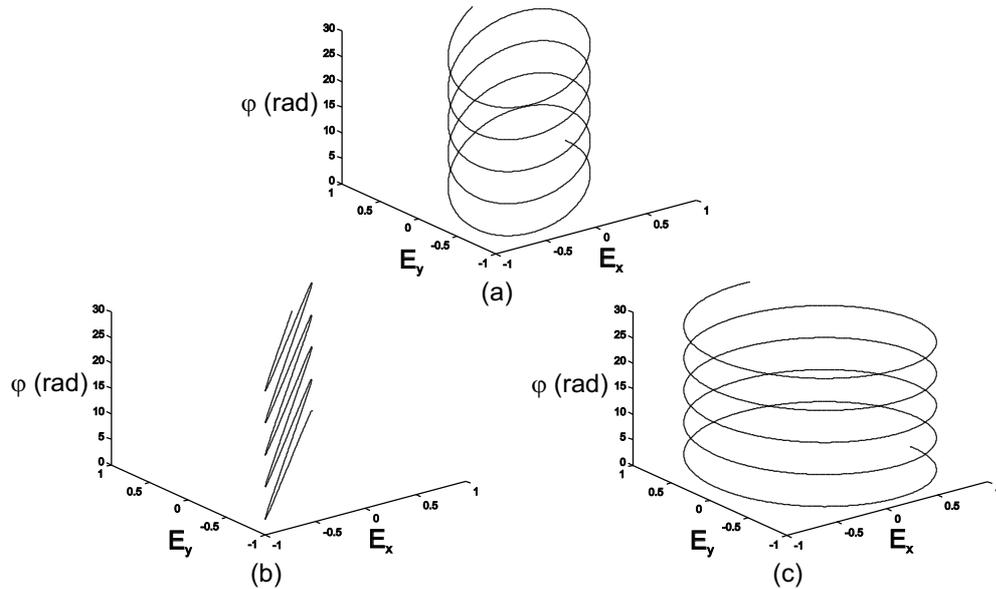


Abbildung 3.4: Verlauf des resultierenden elektrischen Feldvektors einer a: elliptisch polarisierten Welle, b: linear polarisierten Welle, c: zirkular polarisierten Welle

Werden die dargestellten Wellen jeweils in Ausbreitungsrichtung  $\vec{r}_i$  betrachtet, sieht man im Fall a eine Ellipse, im Fall b eine Gerade und im Fall c

einen Kreis. Dreht sich der resultierende elektrische Feldvektor, kann zusätzlich noch die Drehrichtung, die ebenfalls von  $\phi_\omega$  abhängig ist, angegeben werden. Abbildung 3.5 zeigt für den Bereich  $2\pi \geq \phi_\omega \geq 0$  die möglichen Zustände [2, 63, 84]. Auch hier stellt  $\vec{r}_i$  die Ausbreitungsrichtung dar, und die Amplituden  $E_x$  und  $E_y$  beider Teilfelder sind in allen Fällen gleich mit Betrag 1.

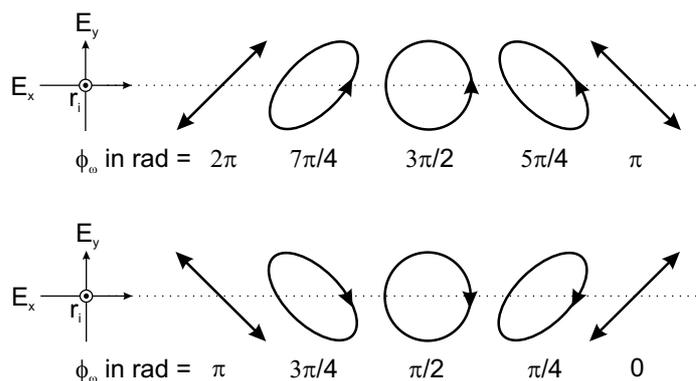


Abbildung 3.5: Verschiedene Polarisationsformen mit Drehrichtung des resultierenden, elektrischen Feldvektors

Somit kann der Polarisationszustand eines optischen Feldes in der Simulation durch entsprechende Wahl der Amplituden  $E_{0xi\omega r}$  und  $E_{0yi\omega r}$  sowie der Phase  $\phi_\omega$  eingestellt werden. Die Darstellung des Feldes durch Gleichung 3.22 zeigt, dass dieses für eine feste Wellenlänge auch eine feste Polarisation besitzt, da es sich um eine idealisierte, monochromatische Welle handelt. Teilweise polarisiertes oder unpolarisiertes Licht kann daher durch Überlagerung solcher einzelner Felder mit jeweils einer anderen Polarisation und Wellenlänge dargestellt werden.

### Interferenz

Interferenz wird durch Berechnung der Phasen  $\vec{k}_\omega \vec{r}_i$ ,  $\varepsilon$  und  $\phi_\omega$  entsprechend des Verlaufes speziell ausgewählter Strahlen gemäß Kapitel 3.2.7 sowie durch phasenrichtige Addition der Felder berücksichtigt. Der zeitabhängige Anteil  $\omega t$  entfällt aufgrund der zeitlichen Mittelung gemäß Kapitel 3.2.1.

### Beugung

Beugung wird durch Anwendung des Fresnel-Huygens-Prinzips und des Kirchhoffschen Neigungsfaktors berücksichtigt [2]. Mit Hilfe des Kirchhoff-

schen Neigungsfaktors kann die Abschwächung eines gebeugten Strahls in Abhängigkeit seines Winkels zum ungebeugten Strahl bestimmt werden. Das Fresnel-Huygens-Prinzip besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront Quelle einer sphärischen Elementarwelle ist. Dies bedeutet, dass in einer Ebene, in der Beugung berücksichtigt werden soll, wie zum Beispiel in der Aperturebene einer abbildenden Linse oder an einem Oberflächenelement der Mess- oder Referenzfläche, jeder Punkt Quelle einer sphärischen Elementarwelle ist. Bei der Darstellung durch Strahlen hat dies zur Folge, dass von jedem der Punkte in diesen Ebenen Strahlen in alle Richtungen ausgehen. Abbildung 3.6 veranschaulicht den Zusammenhang zunächst für die Beugung an einer Linse.

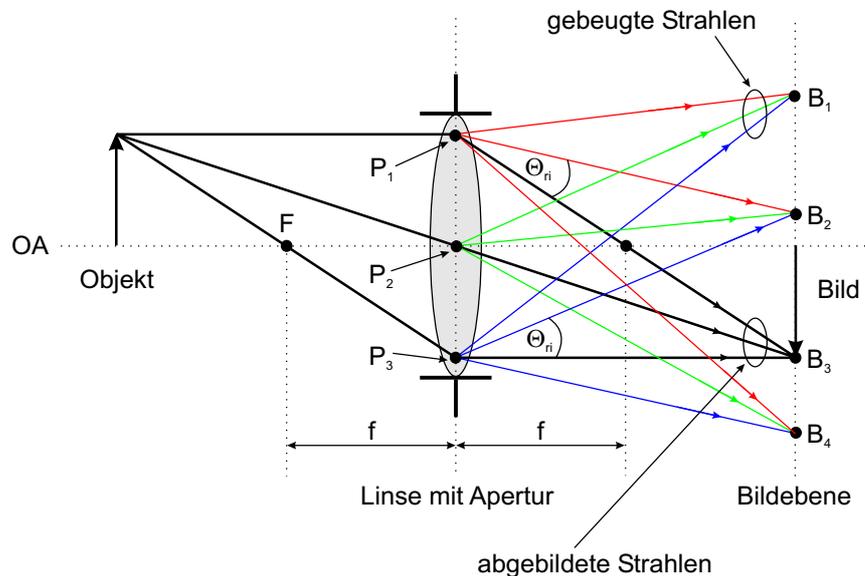


Abbildung 3.6: Abbildung eines Objektes und Anwendung des Fresnel-Huygens-Prinzips sowie des Kirchhoffschen Neigungsfaktors zur Berücksichtigung der Beugung

Es wird ein Objekt mittels einer Linse mit Apertur auf eine Bildebene abgebildet. Die schwarz gezeichneten Strahlen zeigen den durch das Linsenabildungsgesetz gegebenen Verlauf. Hierdurch kann jedoch keine Beugung berücksichtigt werden. Diese wird durch die übrigen Strahlen, die zur besseren Unterscheidung rot, grün und blau gezeichnet sind, realisiert. Gemäß des Fresnel-Huygens-Prinzips laufen von jedem Punkt in der Linsenebene (hier exemplarisch an den Punkten  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  gezeigt) Strahlen in alle Richtungen (hier exemplarisch an den Punkten  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  und  $B_4$  gezeigt). Der

Winkel  $\Theta_{r_i}$  liegt jeweils zwischen betrachtetem, gebeugtem Strahl (rot, grün oder blau) und dazugehörendem, ungebeugtem Strahl (schwarz). Mit Hilfe des Kirchhoffschen Neigungsfaktors  $K(\Theta_{r_i})$  gemäß [2] mit

$$K(\Theta_{r_i}) = \frac{1}{2}(1 + \cos \Theta_{r_i}) \quad (3.25)$$

wird die Abschwächung des gebeugten Strahls in Abhängigkeit seines Winkels  $\Theta_{r_i}$  zum ungebeugten Strahl bestimmt. Phasenrichtige Überlagerung aller Strahlen ergibt schließlich das Beugungsbild.

Im Falle der Reflexion von Strahlen an der Mess- oder Referenzfläche muss ebenfalls Beugung berücksichtigt werden, da beide Flächen entsprechend des unter 3.3 vorgestellten Oberflächenmodells durch diskrete Teilflächen dargestellt und diese Teilflächen separat betrachtet werden. Eine solche Teilfläche kann je nach Auflösung der Oberflächendarstellung sehr klein sein. Wenn zum Beispiel eine Fläche von  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  durch  $1000 \times 1000$  Elemente dargestellt wird, ist eine Teilfläche  $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$  groß. Somit muss ihre beugende Wirkung berücksichtigt werden. Die getrennte Berechnung der an den Teilflächen gebeugten optischen Felder erlaubt, im Falle von Fraunhofer-Beugung, der Reihensatz der Fourier-Optik [2]. Er besagt, dass

*die Amplitudenverteilung des elektrischen Feldes im Fraunhoferschen Beugungsmuster resultierend aus einer Anordnung gleichgerichteter identischer Blendenöffnungen gleich der Amplitudenverteilung des elektrischen Feldes resultierend aus einer einzelnen Blendenöffnung ist, multipliziert mit dem Beugungsmuster, das sich bei der gleichen Anordnung punktförmiger Löcher ergäbe.*

Der Zusammenhang kann durch

$$\mathcal{F}\{A(y, z)\} = \mathcal{F}\{A_I(y', z')\} \cdot \mathcal{F}\left\{\sum_j \delta(y - y_j) \delta(z - z_j)\right\} \quad (3.26)$$

ausgedrückt werden.  $\mathcal{F}\{\}$  kennzeichnet hierbei die Fourier-Transformierte der in der Klammer stehenden Funktion.  $A(y, z)$  ist die ursprüngliche Blendenöffnungsfunktion. Deren Fourier-Transformierte ist gleich der Amplitudenverteilung des elektrischen Feldes im Fraunhoferschen Beugungsmuster hervorgerufen durch diese Blende.  $A_I(y', z')$  ist die Blendenöffnungsfunktion einer der identischen, gleichgerichteten Blendenöffnungen, aus denen die gesamte Blende zusammengesetzt ist und  $\sum_j \delta(y - y_j) \delta(z - z_j)$  ist die der Blendenanordnung entsprechende Anordnung punktförmiger Löcher. Abbildung 3.7 veranschaulicht den Zusammenhang.

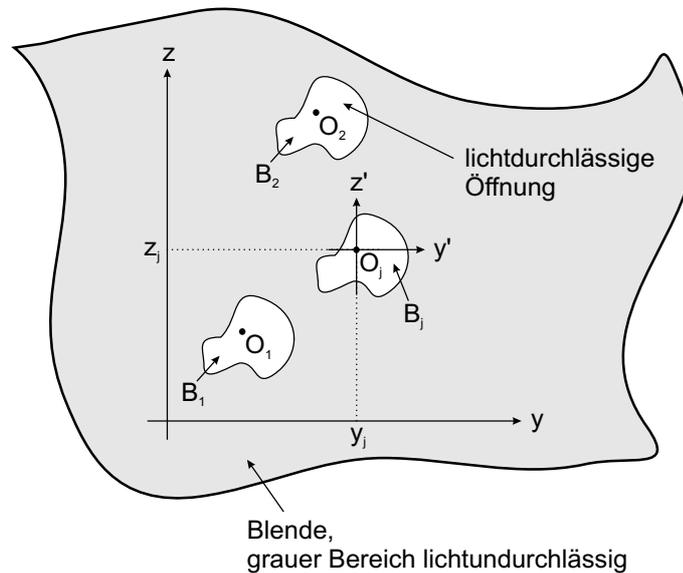


Abbildung 3.7: Blende mit identischen, gleichgerichteten Öffnungen  $B_1$ ,  $B_2$  und  $B_j$  sowie zur Berechnung der Fraunhoferschen Beugung gemäß des Reihensatzes der Fourier-Optik notwendige Bezeichnungen

Berechnet werden soll die Amplitudenverteilung des elektrischen Feldes im Fraunhoferschen Beugungsmuster resultierend aus der gezeigten Blende. Dies erfolgt, indem das Beugungsmuster einer der identischen Öffnungen, wie zum Beispiel  $B_j$ , bezüglich ihres eigenen Koordinatensystems  $(y', z')$  multipliziert wird mit dem Beugungsmuster der Lochanordnung  $O_1$  bis  $O_j$ .

Da beim verwendeten Oberflächenmodell die Teilflächen, jeweils in Richtung der an ihnen reflektierten Strahlen betrachtet, näherungsweise gleichgerichtet und identisch sind, bedeutet dies zusammen mit 3.26, dass das resultierende Beugungsmuster gleich der Summe der Beugungsmuster der Teilflächen ist, wobei die Beugungsmuster jeweils an den der betrachteten Teilfläche entsprechenden Reflexionspunkt des auf die Mitte der Teilfläche fallenden Lichtstrahls verschoben sind. Bezüglich des Beugungsmusters verhält sich eine Teilfläche mit ihrer Umgebung wie eine Blende, da die Teilfläche analog einer Öffnung das sie treffende Licht passieren lässt, indem es reflektiert wird und die Umgebung der Teilfläche analog des lichtundurchlässigen Teils der Blende Licht nicht passieren lässt, indem seine Intensität zu null gesetzt wird. Die Berechnung des Beugungsmusters eines Oberflächenelements erfolgt analog der Berechnung der Beugung an einer Linse, ebenfalls durch Anwendung des Fresnel-Huygens-Prinzips. Abbildung 3.8 zeigt die erforderliche Vorgehensweise.

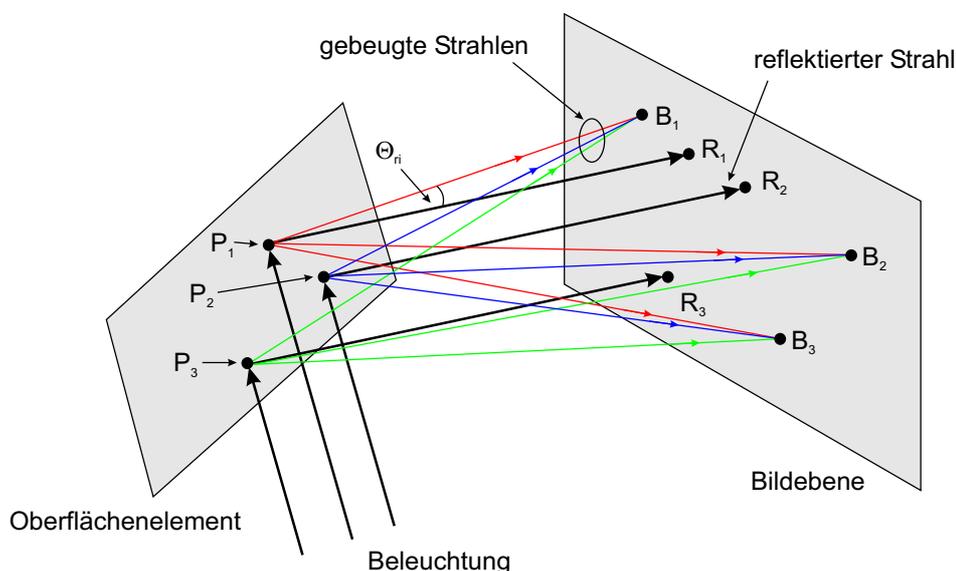


Abbildung 3.8: Reflexion an einer Teilfläche (Oberflächenelement) der Mess- oder Referenzfläche und Anwendung des Fresnel-Huygens-Prinzips sowie des Kirchhoffschen Neigungsfaktors zur Berücksichtigung der Beugung

Die Beleuchtungsstrahlen werden durch das Oberflächenelement reflektiert und auf die Bildebene gelenkt. Die schwarz gezeichneten Strahlen zeigen den aus dem Reflexionsgesetz resultierenden Verlauf. Es ergeben sich die Reflexionspunkte  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$ . Hierdurch kann jedoch keine Beugung berücksichtigt werden. Diese wird durch die übrigen Strahlen, die zur besseren Unterscheidung rot, grün und blau gezeichnet sind, realisiert. Gemäß des Fresnel-Huygens-Prinzips laufen von jedem Punkt auf dem Oberflächenelement (hier exemplarisch an den Punkten  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  gezeigt) Strahlen in alle Richtungen (hier exemplarisch an den Punkten  $B_1$ ,  $B_2$  und  $B_3$  gezeigt). Der Winkel  $\Theta_{ri}$  liegt jeweils zwischen betrachtetem, gebeugtem Strahl (rot, grün oder blau) und dazugehörigem, ungebeugtem Strahl (schwarz). Mittels des Kirchhoffschen Neigungsfaktors  $K(\Theta_{ri})$  gemäß 3.25 wird die Abschwächung des gebeugten Strahls in Abhängigkeit seines Winkels  $\Theta_{ri}$  zum ungebeugten Strahl bestimmt. Phasenrichtige Überlagerung aller Strahlen ergibt auch hier schließlich das Beugungsbild.

Falls der Abstand des Oberflächenelements zur Bildebene groß gegenüber den Ausmaßen des Oberflächenelements ist, liegt die Fraunhoferbedingung vor, und der Reihensatz der Fourier-Optik kann angewendet werden.

Bei der Auswahl der Beugungspunkte in der Linsenebene beziehungsweise auf einem Oberflächenelement ( $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  in den Abbildungen 3.6 und

3.8) muss beachtet werden, dass diese nicht symmetrisch verteilt sein dürfen, da es sich immer um eine endliche Punkteanzahl handelt. Ziel der Punkteauswahl ist es, die Blendenfläche oder das Oberflächenelement (in der Regel eine runde Öffnung oder eine rechteckige Fläche) darzustellen. „Darstellen“ bedeutet, dass das Beugungsbild resultierend aus der Überlagerung der Felder der Einzelpunkte so gut wie möglich dem tatsächlichen Beugungsbild der Blendenöffnung oder des Oberflächenelements, welche simuliert werden sollen, entspricht. Untersuchungen zeigen, dass dies der Fall ist, wenn die Form der einzelnen Blendenöffnungen oder Flächen an den Stellen der ausgewählten Punkte der Form der eigentlich darzustellenden Blendenöffnung oder des Oberflächenelements entspricht, und wenn weiter die Punkte zufällig und nicht symmetrisch über die darzustellende Blendenfläche beziehungsweise das Oberflächenelement verteilt sind [2]. Für die beiden häufigsten Blendenbeziehungsweise Oberflächenformen soll dies verdeutlicht werden. Bild 3.9 zeigt den Zusammenhang zunächst für eine runde Blende.

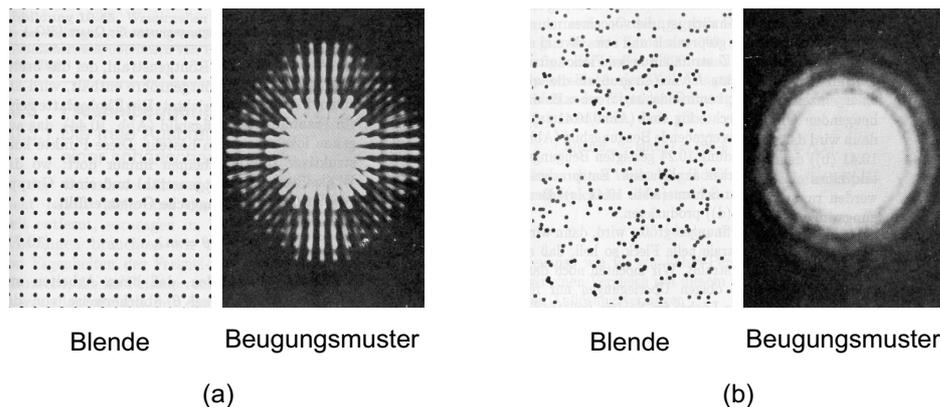


Abbildung 3.9: a: Blende mit symmetrisch verteilten, runden Löchern und das bei Beleuchtung mit weißem Licht entstehende Beugungsmuster, b: Blende mit zufällig verteilten, runden Löchern und das bei Beleuchtung mit weißem Licht entstehende Beugungsmuster, Quelle: [2]

Teil a des Bildes zeigt eine Blende mit symmetrisch verteilten runden Löchern und das daraus resultierende Beugungsbild bei Beleuchtung mit weißem Licht. Teil b des Bildes zeigt eine Blende mit zufälliger Verteilung der runden Löcher, sowie das bei Beleuchtung mit weißem Licht entstehende Beugungsbild. Es ist deutlich zu sehen, dass das Beugungsbild b wesentlich besser dem tatsächlichen Beugungsbild einer runden Blende entspricht als Teilbild a, da sich für die Intensitätsverteilung  $I$  des Beugungsbildes einer runden Blende nach der Fraunhofernäherung

$$I = I(0) \left\{ \frac{2J_1(kaq/R)}{kaq/R} \right\}^2 \quad (3.27)$$

ergibt [2, 63, 84]. Hierbei bezeichnen  $I(0)$  die Grundintensität,  $k$  die Wellenzahl,  $a$  den Radius der Blende,  $q$  den Abstand eines Punktes im Beugungsbild vom Bildmittelpunkt und  $R$  den Abstand dieses Punktes zum Blendenmittelpunkt.  $J_1$  ist die Besselfunktion erster Ordnung. Abbildung 3.10 zeigt zum Vergleich mit Abbildung 3.9 das durch Gleichung 3.27 beschriebene Beugungsmuster.

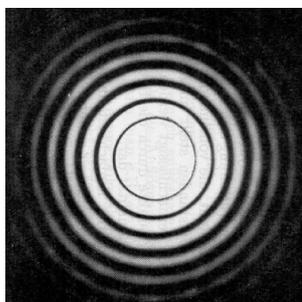


Abbildung 3.10: Beugungsmuster bei Fraunhoferbeugung an einer runden Blende, Quelle: [2]

Abbildung 3.11 zeigt den Sachverhalt für eine rechteckige Blende beziehungsweise für ein rechteckiges Oberflächenelement.

Teil a des Bildes zeigt analog zu Abbildung 3.9 eine Blende beziehungsweise ein Oberflächenelement mit symmetrisch verteilten rechteckigen Löchern und das daraus resultierende Beugungsbild bei Beleuchtung mit weißem Licht. Teil b des Bildes zeigt eine Blende beziehungsweise ein Oberflächenelement mit zufälliger Verteilung der rechteckigen Löcher, sowie das bei Beleuchtung mit weißem Licht entstehende Beugungsbild. Auch in diesem Fall ist erkennbar, dass das Beugungsbild b wesentlich besser dem tatsächlichen Beugungsbild einer rechteckigen Form entspricht als Teilbild a, da sich für die tatsächliche Intensitätsverteilung  $I$  des Beugungsbildes einer rechteckigen Blende oder Fläche nach der Fraunhofernäherung

$$I = I(0) \left( \frac{\sin\left(\frac{kaZ}{2R}\right)}{\frac{kaZ}{2R}} \right)^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{kbY}{2R}\right)}{\frac{kbY}{2R}} \right)^2 \quad (3.28)$$

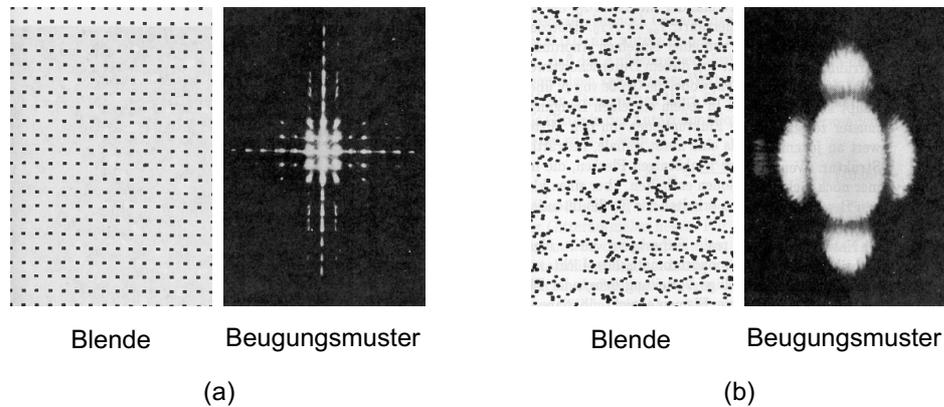


Abbildung 3.11: a: Blende mit symmetrisch verteilten, rechteckigen Löchern und das bei Beleuchtung mit weißem Licht entstehende Beugungsmuster, b: Blende mit zufällig verteilten, rechteckigen Löchern und das bei Beleuchtung mit weißem Licht entstehende Beugungsmuster, Quelle: [2]

ergibt [2, 63, 84]. Hierbei bezeichnen  $I(0)$  die Grundintensität,  $k$  die Wellenzahl,  $a$  die Breite und  $b$  die Höhe der Blende,  $Z$  und  $Y$  die kartesischen Koordinaten eines betrachteten Punktes im Beugungsbild wobei die Koordinaten  $(0/0)$  im Mittelpunkt des Bildes liegen und  $R$  den Abstand des betrachteten Punktes zum Blendenmittelpunkt. Auch hier sei zum Vergleich mit Abbildung 3.11 das durch Gleichung 3.28 beschriebene Beugungsmuster gezeigt.

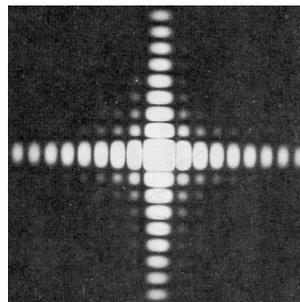


Abbildung 3.12: Beugungsmuster bei Fraunhoferbeugung an einer rechteckigen Blende, Quelle: [2]

Für die Simulation bedeutet dies, dass die in der Blendenebene beziehungsweise auf dem Oberflächenelement ausgewählten Punkte zufällig verteilt sein müssen. Weiterhin muss die Anzahl ausreichend groß sein, damit die Form

der Blendenfläche sowie die des Oberflächenelements korrekt dargestellt werden. Auf die erforderliche Anzahl an Punkten soll im folgenden nicht weiter eingegangen werden, da Simulationen gezeigt haben, dass einerseits das beschriebene Verfahren gute Ergebnisse erbringt, dass jedoch andererseits eine so hohe Anzahl an Punkten dafür notwendig ist, dass im Hinblick auf akzeptable Rechenzeiten mit einem herkömmlichen PC (personal computer) eine alternative Berechnungsmethode gefunden werden muss. Diese wird in Abschnitt 3.2.8 vorgestellt. Trotzdem ist das beschriebene Verfahren implementiert, da es bei Oberflächenformen und Blendenformen, deren Beugungsmuster nicht bekannt sind, die einzige Möglichkeit darstellt, deren beugende Wirkung zu simulieren.

Nachdem die Einbindung von Polarisation und Beugung beschrieben wurde, kann durch Einsetzen von 3.22 in 3.19 die Intensität eines Kamerapixels, die sich bei der Überlagerung von  $N$  Feldern ergibt, berechnet werden.

$$I = \left\langle \left( \sum_{i=1}^N \left( \begin{array}{l} E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon \right) \\ E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon + \phi_\omega \right) \end{array} \right) \right)^2 \right\rangle \quad (3.29)$$

Um die Berechnung von Gleichung 3.29 übersichtlicher zu gestalten, werden folgende Abkürzungen eingeführt:

$$\alpha = \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon$$

$$\beta = \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega$$

$$A_i = E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i})$$

$$B_i = E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \quad (3.30)$$

Hiermit wird 3.29 zu

$$\begin{aligned}
I &= \left\langle \left( \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} A_i \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon \right) \\ B_i \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i - \omega t + \varepsilon + \phi_\omega \right) \end{pmatrix} \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left( \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} A_i (\cos(\alpha) \cos(\omega t) + \sin(\alpha) \sin(\omega t)) \\ B_i (\cos(\beta) \cos(\omega t) + \sin(\beta) \sin(\omega t)) \end{pmatrix} \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \sum_{i=1}^N A_i \cos(\alpha) + \sin(\omega t) \sum_{i=1}^N A_i \sin(\alpha) \\ \cos(\omega t) \sum_{i=1}^N B_i \cos(\beta) + \sin(\omega t) \sum_{i=1}^N B_i \sin(\beta) \end{pmatrix}^2 \right\rangle \\
&= \left\langle (\cos(\omega t))^2 \left( \sum_{i=1}^N A_i \cos(\alpha) \right)^2 + (\sin(\omega t))^2 \left( \sum_{i=1}^N A_i \sin(\alpha) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. 2 \cos(\omega t) \sum_{i=1}^N A_i \cos(\alpha) \sin(\omega t) \sum_{i=1}^N A_i \sin(\alpha) + \right. \\
&\quad \left. (\cos(\omega t))^2 \left( \sum_{i=1}^N B_i \cos(\beta) \right)^2 + (\sin(\omega t))^2 \left( \sum_{i=1}^N B_i \sin(\beta) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. 2 \cos(\omega t) \sum_{i=1}^N B_i \cos(\beta) \sin(\omega t) \sum_{i=1}^N B_i \sin(\beta) \right\rangle
\end{aligned} \tag{3.31}$$

und mit 3.13 und 3.30 schließlich zu

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \\
&\quad \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0xi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \sin \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \\
&\quad \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega \right) \right)^2 + \\
&\quad \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0yi\omega r} \frac{1}{2} (1 + \cos \Theta_{r_i}) \sin \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega \right) \right)^2
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Mit Gleichung 3.32 und der Auswahl geeigneter Strahlen können somit Speckle-Bilder berechnet werden, die alle wichtigen physikalischen Effekte,

insbesondere Polarisierung, Interferenz und Beugung sowie alle wichtigen Parameter realer Messaufbauten berücksichtigen. Im folgenden Kapitel 3.2.6 soll Gleichung 3.32 (Speckle-Interferenzgleichung) zunächst überprüft und danach in Kapitel 3.2.7 auf die auszuwählenden, geeigneten Strahlen eingegangen werden.

### 3.2.6 Überprüfung der Speckle-Interferenzgleichung

Unabhängig von der Darstellung der Intensität durch die neu entwickelte Gleichung 3.32 wird in der ESPI zur Beschreibung der Intensität der Ausdruck

$$I = I_0 (1 + \beta \cos(\Delta\varphi + \varphi_0)) \quad (3.33)$$

verwendet. Dieser gibt die aufgenommene Intensität  $I$  in Abhängigkeit der Phasenverschiebung  $\Delta\varphi$  zwischen Objekt- und Referenzwellenfront an. Hierbei sind jedoch abgesehen von der gemessenen Größe  $I$  des aufgenommenen Speckle-Interferogramms die Werte der Grundintensität  $I_0$ , der Modulation  $\beta$  sowie der zu bestimmenden Phase  $\varphi_0$  unbekannt. Zur Ermittlung dieser, insbesondere zur Bestimmung der Phase  $\varphi_0$ , woraus zum Beispiel die Form oder Deformation einer Messfläche relativ zur Referenzwellenfront berechnet werden kann, wird das Verfahren des Phase-Shifting oder -Stepping angewendet. Dabei werden definierte  $\Delta\varphi$  kontinuierlich oder schrittweise zum Beispiel durch Verschieben der Referenzfläche erzeugt, die jeweiligen Interferogramme aufgenommen und mittels verschiedener Algorithmen verarbeitet. Eine genaue Beschreibung hierzu findet sich in Kapitel 2.3.

Dies bedeutet, dass Gleichung 3.32 in Gleichung 3.33 transformierbar sein muss, wenn durch 3.32 ein Speckle-Interferogramm beschrieben werden soll. Weiter müssen die Größen  $I_0$ ,  $\beta$  und  $\varphi_0$  vom gesamten Messaufbau, insbesondere von der Struktur der Mess- und Referenzoberfläche abhängen und dürfen nicht von  $\Delta\varphi$  abhängen. Desweiteren muss sich für  $N = 2$  aus 3.32 Gleichung 3.15 ergeben, da die Berechnung eines Spiegelinterferogramms, was durch 3.15 beschrieben wird, auf die Überlagerung zweier optischer Felder zurückgeführt werden kann. Um auch hier die Rechnung übersichtlicher zu gestalten, wird Gleichung 3.32 mit 3.30 zu

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N A_i \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 + \\
&\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N A_i \sin(\vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon) \right)^2 + \\
&\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N B_i \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega) \right)^2 + \\
&\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N B_i \sin(\vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega) \right)^2 \tag{3.34}
\end{aligned}$$

Weitere Umformungen von 3.34 ergeben

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_j + \varepsilon) \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_k + \varepsilon) + \\
&\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k \sin(\vec{k}_\omega \vec{r}_j + \varepsilon) \sin(\vec{k}_\omega \vec{r}_k + \varepsilon) + \\
&\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N B_j B_k \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_j + \varepsilon + \phi_\omega) \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_k + \varepsilon + \phi_\omega) + \\
&\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N B_j B_k \sin(\vec{k}_\omega \vec{r}_j + \varepsilon + \phi_\omega) \sin(\vec{k}_\omega \vec{r}_k + \varepsilon + \phi_\omega) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_j - \vec{k}_\omega \vec{r}_k) + \\
&\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N B_j B_k \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_j - \vec{k}_\omega \vec{r}_k) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (A_j A_k + B_j B_k) \cos(\vec{k}_\omega \vec{r}_j - \vec{k}_\omega \vec{r}_k) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2} \Psi_i \cos(\xi_i) \tag{3.35}
\end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned}\Psi_i &= A_j A_k + B_j B_k \\ \xi_i &= \vec{k}_\omega \vec{r}_j - \vec{k}_\omega \vec{r}_k\end{aligned}\quad (3.36)$$

ist. Wird nun auf die Objekt- oder Referenzwellenfront eine Phasenverschiebung  $\Delta\varphi$ , zum Beispiel durch Parallelverschiebung der jeweiligen Fläche aufgebracht, so ist an Gleichung 3.35 zu sehen, dass es mindestens zwei  $\xi_i$  und zwei dazugehörige  $\Psi_i$  gibt, bei denen kein  $\Delta\varphi$  in der Phasendifferenz auftritt, und es genauso mindestens zwei  $\xi_i$  und zwei dazugehörige  $\Psi_i$  gibt, bei denen das aufgebrachte  $\Delta\varphi$  in der Phasendifferenz auftritt, da für  $j = k$  die Phasendifferenz immer 0 beträgt, und für  $j \neq k$  in der Phasendifferenz zwischen mindestens zwei Strahlen  $\Delta\varphi$  auftritt. Deshalb kann 3.35 weiter umgeformt werden in

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K X_i \cos(\Phi_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \cos(\Theta_i - \Delta\varphi) \quad (3.37)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} X_i &= \Psi_i \\ \Phi_i &= \xi_i \end{aligned} \right\} \text{ ohne } \Delta\varphi \text{ in Phasendifferenz}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_i &= \Psi_i \\ +(\Theta_i - \Delta\varphi) &= \xi_i \text{ oder} \\ -(\Theta_i - \Delta\varphi) &= \xi_i \end{aligned} \right\} \text{ mit } \Delta\varphi \text{ in Phasendifferenz} \quad (3.38)$$

wobei das aufgebrachte  $\Delta\varphi$  bereits separat geschrieben wurde.  $K$  gibt die Anzahl der Terme an, bei welchen in der Phasendifferenz kein  $\Delta\varphi$  auftritt. Weitere Umformungen von 3.37 ergeben schließlich

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K X_i \cos(\Phi_i) + \\
&\quad \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi) \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \cos(\Theta_i) + \frac{1}{2} \sin(\Delta\varphi) \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \sin(\Theta_i) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K X_i \cos(\Phi_i) + \\
&\quad \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \cos(\Theta_i)\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \sin(\Theta_i)\right)^2} \cdot \\
&\quad \cos\left(\Delta\varphi + \arctan\left(\frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \cos(\Theta_i)}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \sin(\Theta_i)}\right) - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= I_0 (1 + \beta \cos(\Delta\varphi + \varphi_0)) \tag{3.39}
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
I_0 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K X_i \cos(\Phi_i) \\
\beta &= \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \cos(\Theta_i)\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \sin(\Theta_i)\right)^2}}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^K X_i \cos(\Phi_i)} \\
\varphi_0 &= \arctan\left(\frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \cos(\Theta_i)}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2-K} Y_i \sin(\Theta_i)}\right) - \frac{\pi}{2} \tag{3.40}
\end{aligned}$$

Die Gleichungen 3.39 und 3.40 zeigen, dass Gleichung 3.32 in die Form von Gleichung 3.33 transformiert werden kann. Weiterhin sind die Größen  $I_0$ ,  $\beta$  und  $\varphi_0$ , wie gefordert, vom gesamten Messaufbau, insbesondere von Mess- und Referenzoberfläche und nicht von  $\Delta\varphi$  abhängig.

Das vorgestellte Ergebnis kommt auch dann zustande, wenn die Ortsabhängigkeit der optischen Felder und der resultierenden Intensitäten innerhalb eines Pixels nicht vernachlässigt werden. Die resultierenden Intensitäten  $I(\vec{r})$  in einzelnen Punkten innerhalb eines Pixels berechnen sich genau wie gezeigt durch Überlagerung einer gewissen Anzahl optischer Felder. Somit

entsprechen diese ebenfalls der Form von Gleichung 3.33. Nun müssen diese über die Pixelfläche  $F$  aufintegriert werden, um die Gesamtintensität  $I_{gesamt}$  zu erhalten.

$$I_{gesamt} = \frac{1}{F} \int \int_F I(\vec{r}') dF \quad (3.41)$$

Dies ergibt durch geeignete Wahl von  $M$

$$\begin{aligned} I_{gesamt} &\approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_{0i} (1 + \beta_i \cos(\Delta\varphi + \varphi_{0i})) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_{0i} + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_{0i} \beta_i \cos(\Delta\varphi + \varphi_{0i}) \\ &= C + \frac{1}{M} D \cos(\Delta\varphi + \Phi) \\ &= C \left( 1 + \frac{D}{MC} \cos(\Delta\varphi + \Phi) \right) \\ &\hat{=} I_0 (1 + \beta \cos(\Delta\varphi + \varphi_0)) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Es ergibt sich auch hier die gewünschte Form von Gleichung 3.33.

Zusätzlich zum Nachweis der Transformierbarkeit von Gleichung 3.32 in Gleichung 3.33 soll gezeigt werden, dass die neu entwickelte Formel, beziehungsweise die damit berechneten Speckle-Interferogramme, dem bekannten physikalischen Sachverhalt eines Spiegelinterferometers entsprechen. Dazu wird nachgewiesen, dass für  $N = 2$  aus Gleichung 3.39 und 3.40 der bekannte Ausdruck für Spiegelinterferometer (3.15) entsteht, da dieser auf der Annahme beruht, dass sich zwei optische Felder (also  $N = 2$ ) überlagern. Der Fall  $N \geq 3$  entspricht Speckle-Interferometern beziehungsweise Speckle-Interferogrammen. Deren gute Übereinstimmung mit der Realität wird durch ausgewählte Simulationsbeispiele in Kapitel 3.5 gezeigt. Gleichung 3.15 kann in Gleichung 3.33 umgeformt werden gemäß

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi) \\ &= I_0 (1 + \beta \cos(\Delta\varphi + \varphi_0)) \end{aligned} \quad (3.43)$$

mit

$$\begin{aligned}
 I_0 &= I_1 + I_2 \\
 \beta &= \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \\
 \varphi_0 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Einsetzen von  $N = 2$  in Gleichung 3.40 ergibt

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \frac{1}{2}X_1 \cos(\Phi_1) + \frac{1}{2}X_2 \cos(\Phi_2) \\
 \beta &= \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2}Y_1 \cos(\Theta_1) + \frac{1}{2}Y_2 \cos(\Theta_2)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}Y_1 \sin(\Theta_1) + \frac{1}{2}Y_2 \sin(\Theta_2)\right)^2}}{\frac{1}{2}X_1 \cos(\Phi_1) + \frac{1}{2}X_2 \cos(\Phi_2)} \\
 \varphi_0 &= \arctan\left(\frac{\frac{1}{2}Y_1 \cos(\Theta_1) + \frac{1}{2}Y_2 \cos(\Theta_2)}{\frac{1}{2}Y_1 \sin(\Theta_1) + \frac{1}{2}Y_2 \sin(\Theta_2)}\right) - \frac{\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

Nun müssen  $X_{1,2}$ ,  $Y_{1,2}$ ,  $\Phi_{1,2}$  und  $\Theta_{1,2}$  für den Spezialfall  $N = 2$  berechnet werden. Interferieren zwei optische Felder miteinander, so müssen gemäß Gleichung 3.35 vier Fälle unterschieden werden. In zwei Fällen sind für die Indizes  $j$  und  $k$  in Gleichung 3.35 jeweils 1 beziehungsweise 2 zu wählen. Da hierbei die Phasendifferenz zu 0 wird, also kein  $\Delta\varphi$  auftaucht, handelt es sich um die Größen  $X_{1,2}$  und  $\Phi_{1,2}$ . Somit ergibt sich mit 3.35, 3.30, 3.22 und 3.9

$$\begin{aligned}
 X_1 &= A_1 A_1 + B_1 B_1 \\
 &= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{01} \\
 &= E_{01} \cdot E_{01} \\
 &= E_{01}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_2 &= A_2 A_2 + B_2 B_2 \\
 &= \vec{E}_{02} \cdot \vec{E}_{02} \\
 &= E_{02} \cdot E_{02} \\
 &= E_{02}^2
 \end{aligned}$$

$$\Phi_1 = 0$$

$$\Phi_2 = 0 \tag{3.46}$$

wenn durch  $\vec{E}_{1,2}$  die optischen Felder gemäß 3.22 beschrieben werden und für beide Felder  $\phi_\omega = 0$  ist, entsprechend Gleichung 3.15, mit der hier verglichen wird. In den anderen beiden Fällen sind für die Indizes in Gleichung 3.35 1 und 2 beziehungsweise 2 und 1 zu wählen. Beide Male beträgt die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$ . Somit handelt es sich um die Größen  $Y_{1,2}$  und  $\Theta_{1,2}$ . Da  $\Delta\varphi$  aus  $\Theta_{1,2}$  bereits „herausgezogen“ wurde, ist  $\Theta_{1,2}$  selbst 0. Weiterhin muss beachtet werden, dass der Winkel  $\alpha$  zwischen  $\vec{E}_1$  und  $\vec{E}_2$  0 Grad beträgt, da auch dies Voraussetzung für Gleichung 3.15 ist, mit der hier verglichen wird. Somit ergibt sich mit 3.35, 3.30, 3.22 und 3.9

$$\begin{aligned}
Y_1 &= A_1 A_2 + B_1 B_2 \\
&= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \\
&= E_{01} \cdot E_{02} \cdot \cos(\alpha) \\
&= E_{01} \cdot E_{02}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

$Y_2$  erhält man durch Vertauschen der Indizes von  $Y_1$ .

$$\begin{aligned}
Y_2 &= E_{02} E_{01} \\
&= Y_1
\end{aligned} \tag{3.48}$$

$\Theta_{1,2}$  ist wie bereits dargelegt

$$\begin{aligned}
\Theta_1 &= 0 \\
\Theta_2 &= 0
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Setzt man 3.46, 3.47, 3.48 und 3.49 in 3.45 ein, so ergibt sich daraus mit 3.11

$$\begin{aligned}
I_0 &= \frac{1}{2} E_{01}^2 + \frac{1}{2} E_{02}^2 \\
&= I_1 + I_2 \\
\beta &= \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2} E_{01} E_{02} + \frac{1}{2} E_{02} E_{01}\right)^2}}{\frac{1}{2} E_{01}^2 + \frac{1}{2} E_{02}^2} \\
&= \frac{\sqrt{E_{01}^2 E_{02}^2}}{I_1 + I_2} \\
&= \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_0 &= \lim_{\Theta \rightarrow 0^+} \arctan \left( \frac{E_{01} E_{02} \cos(\Theta)}{E_{01} E_{02} \sin(\Theta)} \right) - \frac{\pi}{2} \\
&= \lim_{\Theta \rightarrow 0^+} \arctan \left( \frac{\cos(\Theta)}{\sin(\Theta)} \right) - \frac{\pi}{2} \\
&= 0
\end{aligned}$$

beziehungsweise

$$\begin{aligned}
\varphi_0 &= \lim_{\Theta \rightarrow 0^-} \arctan \left( \frac{E_{01} E_{02} \cos(\Theta)}{E_{01} E_{02} \sin(\Theta)} \right) - \frac{\pi}{2} \\
&= \lim_{\Theta \rightarrow 0^-} \arctan \left( \frac{\cos(\Theta)}{\sin(\Theta)} \right) - \frac{\pi}{2} \\
&= -\pi
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Die Definition von  $\Theta$  gemäß Gleichung 3.37 zeigt, dass dieses für den Fall  $N = 2$  zu 0 wird. Um den zuvor genannten Limes jedoch eindeutig berechnen zu können, muss festgelegt werden, ob sich  $\Theta$  von rechts oder links an 0 annähert. Führt man die Rechnung von beiden Seiten durch, erhält man zwei unterschiedliche Ergebnisse. Dies scheint zunächst ein Widerspruch zu sein. Bei genauerer Betrachtung stellt man jedoch fest, dass jeder der beiden Fälle richtig ist. Zunächst der Fall  $\Theta \rightarrow 0^+$  und damit  $\varphi_0 = 0$ : Die so entstandenen Werte entsprechen denen eines Spiegelinterferometers, für welches diese bereits berechnet wurden (3.15 und 3.44). Der Fall  $\Theta \rightarrow 0^-$  und damit  $\varphi_0 = -\pi$  hat ebenso seine Berechtigung. Aus „interferometrischer Sicht“ hat dieser die gleiche Aussage wie der erste Fall. Berechnet man aus dem zweiten Interferogramm zum Beispiel die Deformation oder Form einer Fläche, so erhält man das gleiche Ergebnis, das auch Interferogramm eins liefert. Weiterhin müssen beide Interferogramme aus „energetischer Sicht“ betrachtet werden. Bei einem Interferometer kann man zwei Interferenzerscheinungen beobachten. Dies sei am Beispiel des Mach-Zehnder-Aufbaus wie im folgenden Bild 3.13 verdeutlicht.

An den Ausgängen des zweiten Strahlteilers kann man die beiden Interferenzerscheinungen  $I_1$  und  $I_2$  beobachten. Wendet man hierauf den Energieerhaltungssatz an, so muss für die Leistungsbilanz gelten:

$$P_O + P_R = P_1 + P_2 \tag{3.51}$$

Da weiterhin

$$I = \frac{P}{A} \tag{3.52}$$

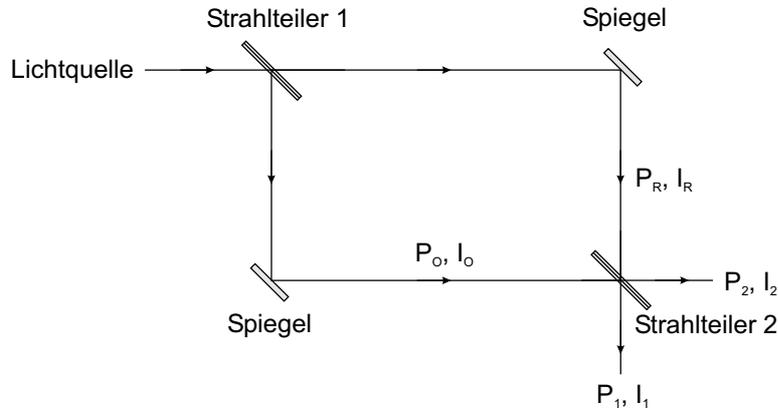


Abbildung 3.13: Mach-Zehnder-Interferometer, bei welchem zwei Interferogramme ( $I_1$ ,  $I_2$ ) beobachtet werden

ist, und alle Strahlquerschnitte  $A$  als gleich angenommen werden, ergibt sich aus Gleichung 3.51

$$I_O + I_R = I_1 + I_2 \quad (3.53)$$

Wird weiterhin angenommen, dass die Intensität  $I$  in das Interferometer eingespeist wird, und Strahlteiler 1 diese im Verhältnis 50 : 50 aufspaltet, so vereinfacht sich Gleichung 3.53 zu

$$I_O + I_R = \frac{I}{2} + \frac{I}{2} = I \quad (3.54)$$

Für die Intensitäten  $I_1$  und  $I_2$  gilt unter der Annahme, dass auch Strahlteiler 2 die einfallende Intensität im Verhältnis 50 : 50 aufspaltet, sowie unter Anwendung der Interferenzformel 3.15

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{4}I + \frac{1}{4}I + 2\sqrt{\frac{1}{4}I \cdot \frac{1}{4}I} \cdot \cos(\Delta\varphi_1) \\ &= I \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi_1) \right) \\ I_2 &= \frac{1}{4}I + \frac{1}{4}I + 2\sqrt{\frac{1}{4}I \cdot \frac{1}{4}I} \cdot \cos(\Delta\varphi_2) \\ &= I \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi_2) \right) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Dann ergibt sich für die Summe der austretenden Intensitäten

$$I_1 + I_2 = I \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} (\cos(\Delta\varphi_1) + \cos(\Delta\varphi_2)) \right) \quad (3.56)$$

Damit weiterhin der Energieerhaltungssatz gemäß 3.53 und 3.54 erfüllt wird, muss gelten:

$$\cos(\Delta\varphi_1) + \cos(\Delta\varphi_2) = 0 \quad (3.57)$$

Dieser Ausdruck wiederum ist erfüllt für

$$|\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2| = \pi \quad (3.58)$$

Es müssen also zwei Interferogramme entstehen, die sich in ihrer Phase um  $\pi$  unterscheiden. Somit hat eines der beiden Interferogramme zum Beispiel die Phase  $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi$  und das zweite die Phase  $\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi - \pi$ . Betrachtet man nun nochmals das Ergebnis 3.50, sieht man, dass hierdurch an der speziellen Phasenlage nichts geändert wird. Sowohl die Grundphase  $\Delta\varphi$  als auch die Phasenverschiebung  $\pi$  zwischen beiden Interferogrammen bleibt erhalten.

Obwohl in allen Berechnungen die Überlagerung mindestens zweier optischen Felder also  $N \geq 2$  vorausgesetzt wurde, liefern die Gleichungen 3.39 und 3.40 auch für  $N = 1$  das richtige Ergebnis, nämlich Gleichung 3.11, welche die Intensität zum Beispiel eines Kamerapixels angibt, auf das *ein* optisches Feld trifft. Folgende Überlegung zeigt dies: Da nur ein optisches Feld vorhanden ist, kann keine Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zu einem anderen Feld auftreten. Somit existieren  $Y_i$  und  $\Theta_i$  nicht und müssen zu 0 gesetzt werden, woraus sich gemäß 3.40 für  $\beta$  ebenfalls der Wert 0 ergibt. Deshalb berechnet sich die Intensität  $I$  nach 3.39, 3.40 und 3.46 zu

$$\begin{aligned} I &= I_0 \\ &= \frac{1}{2} X_1 \cos(\Phi_1) \\ &= \frac{1}{2} E_{01}^2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

was Gleichung 3.11 entspricht.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass mit der neu entwickelten Formel 3.32 im Rahmen der ESPI die Entstehung von Speckle-Interferogrammen beschrieben werden kann. Insbesondere können neben der Interferenz auch die Effekte der Polarisation und der Beugung berücksichtigt werden. Somit ist es möglich, mit 3.32 Speckle-Interferometer aber auch Spiegel-Interferometer darzustellen, beziehungsweise Speckle-Interferogramme und Spiegelinterferogramme zu berechnen. Ein Vergleich mit der bekannten Formel für Spiegelinterferometer (Gleichung 3.15) zeigt, dass Gleichung 3.32 dieser für  $N = 2$  (Spiegelinterferometer) entspricht.

### 3.2.7 Auswahl und Verlauf geeigneter Strahlen

Der Verlauf des Lichtes durch den Messaufbau wird durch Strahlen beschrieben. Theoretisch müssen für eine exakte Beschreibung unendlich viele Strahlen herangezogen werden. Deshalb ist es bei praktischen Simulationen erforderlich, eine Auswahl an Strahlen zu treffen, mit welchen durch Anwendung von Gleichung 3.32 das Speckle-Interferogramm berechnet wird. Ziel ist es, eine möglichst geringe Strahlanzahl zu verwenden, um die Simulationszeit so kurz wie möglich zu halten. Mit Hilfe relativ weniger, speziell ausgewählter Strahlen kann bereits ein gutes Ergebnis erzielt werden. Diese Auswahl geeigneter Strahlen sowie deren exakter Verlauf werden im folgenden beschrieben. Abbildung 3.14 zeigt das Modell, das allen Berechnungen zugrunde liegt. Es soll nun der Verlauf des Lichtes, beziehungsweise spezieller Strahlen, vom Laser durch die Messanordnung bis zur Kamera beschrieben werden. Dabei passieren die Strahlen die verschiedenen Komponenten des Aufbaus, deren spezielle Eigenschaften dabei vorgestellt werden. Die einzelnen Abschnitte sind zur besseren Erkennbarkeit durch unterschiedlich farbige Strahlen in Abbildung 3.14 gekennzeichnet.

#### Laser

Ausgangspunkt des Strahlengangs, und damit auch Ausgangspunkt aller Simulationen, ist das aus dem Laser austretende optische Feld. Dieses besitzt üblicherweise eine ebene Wellenfront, es können jedoch auch beliebige andere Formen angenommen und berechnet werden. Die Wellenfront wird gemäß Abschnitt 3.2.4 diskretisiert und durch Strahlen (grüne Strahlen in Abbildung 3.14) dargestellt, wobei die Auflösung einstellbar ist. Jeder Strahl ist entsprechend Gleichung 3.22 durch die Größen

- Amplitude
- Wellenlänge

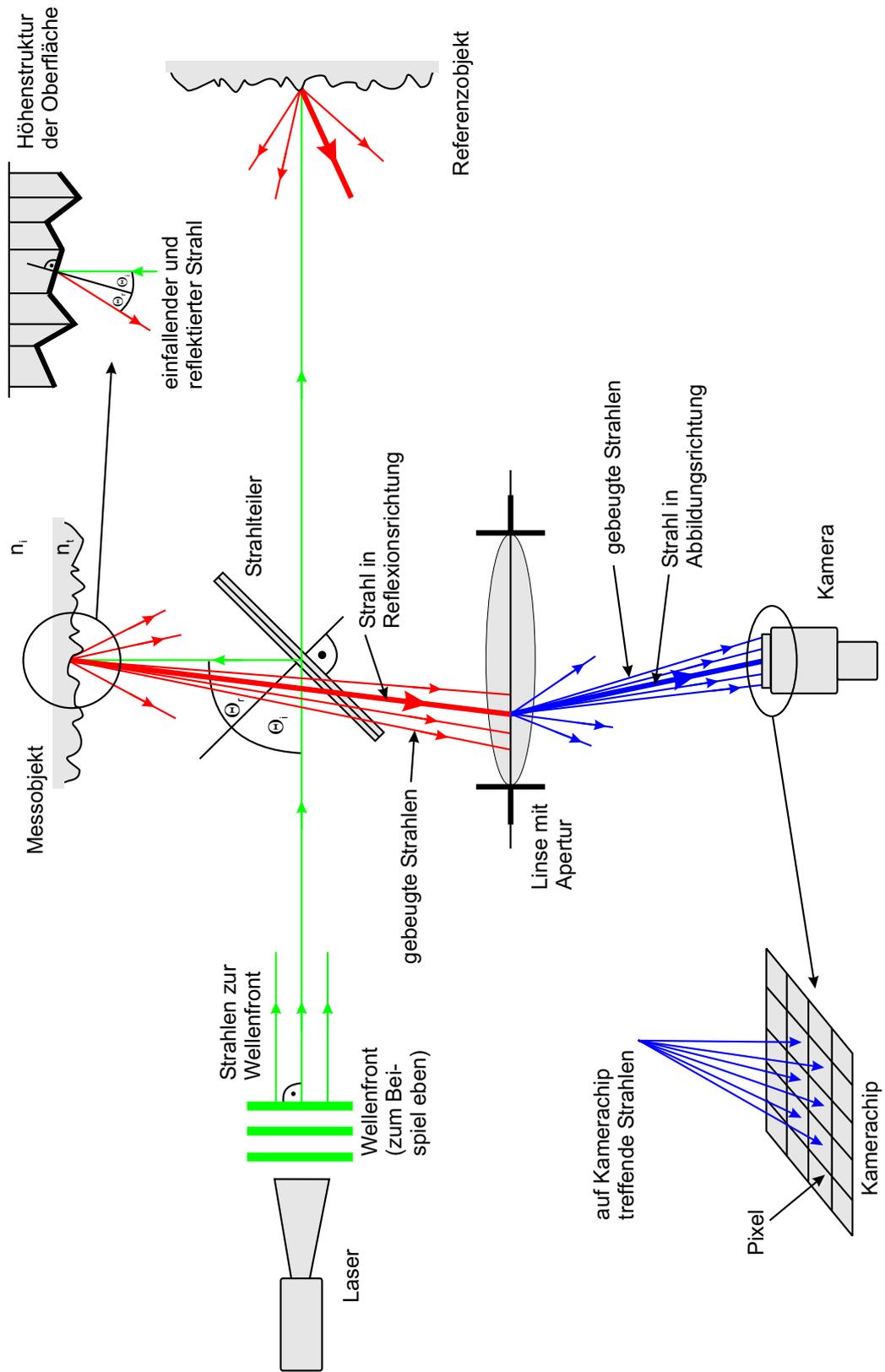


Abbildung 3.14: Auswahl und Verlauf geeigneter Strahlen für die Simulation

- Beugungswinkel
- Polarisation
- Ausbreitungsrichtung
- Grundphase

charakterisiert. Somit wird zunächst eine monochromatische Lichtquelle mit fester Polarisation dargestellt. Das transversale Strahlprofil, zum Beispiel bestimmte Modenverteilungen, wird durch entsprechende Wahl der Amplituden an den jeweiligen Stellen realisiert. Soll eine Lichtquelle simuliert werden, die nicht monochromatisch ist, was in der Realität für jede Lichtquelle angenommen werden kann, so muss für jede im Spektrum des Lichtes enthaltene Wellenlänge ein separater Strahl verwendet werden. Allerdings muss im Hinblick auf die Rechenzeit eine Beschränkung auf eine möglichst geringe Anzahl verschiedener Wellenlängen festgelegt werden. Gleiches gilt für die Polarisation. Da ein Strahl durch genau eine Wellenlänge charakterisiert ist, besitzt er eine feste Polarisation. Somit muss zum Beispiel zur Darstellung von teilweise unpolarisiertem Licht eine entsprechende Anzahl Strahlen mit geeigneter Polarisation verwendet werden. Auch hier ist eine Beschränkung der Strahlanzahl notwendig. Die anfängliche Ausbreitungsrichtung ergibt sich aus der Form der Wellenfront.

### Strahlteiler

Die so definierten Strahlen (grüne Strahlen in Abbildung 3.14) treffen zunächst auf den Strahlteiler. Dort wird ein Strahl in zwei Anteile aufgespalten und die Amplituden beider Teilstrahlen werden entsprechend des Teilungsverhältnisses des Strahlteilers festgelegt. Verluste im Strahlteiler, weitere Amplitudenänderungen sowie eine Veränderung der Wellenfront des optischen Feldes werden vernachlässigt. Der durch den Teiler hindurchgehende Strahl ändert seine Ausbreitungsrichtung nicht, der reflektierte Strahl wird gemäß des Reflexionsgesetzes

$$\Theta_i = \Theta_r \tag{3.60}$$

entsprechend Abbildung 3.14 abgelenkt, wobei beide Annahmen als Näherung der realen Verhältnisse zu verstehen sind, da Strahlversatz und Beugung an dieser Stelle ebenfalls vernachlässigt werden.

### Mess- und Referenzobjekt

Beide Teilstrahlen (grüne Strahlen in Abbildung 3.14) laufen nun zum Messobjekt beziehungsweise zum Referenzobjekt. Da in beiden Fällen im folgenden prinzipiell das gleiche geschieht, werden nur noch die Strahlen zum Messobjekt, beziehungsweise vom Messobjekt, betrachtet. Das Referenzobjekt ist auf analoge Weise zu behandeln. Der Messstrahl trifft gemäß des unter 3.3 vorgestellten Oberflächenmodells sowie der Detailabbildung 3.15 auf eine Teilfläche der Messfläche. Diese als eben angenommene Teilfläche besitzt einen Winkel  $\Theta_i$  zum einfallenden Strahl, der entsprechend 3.60 unter dem Winkel  $\Theta_r$  reflektiert wird. Weiterhin muss die Bedingung erfüllt sein, dass einfallender Strahl, reflektierter Strahl und Flächennormale in einer Ebene liegen. So kann die genaue Richtung und damit der weitere Verlauf des reflektierten Strahls (rote Strahlen in Abbildung 3.14) bestimmt werden.

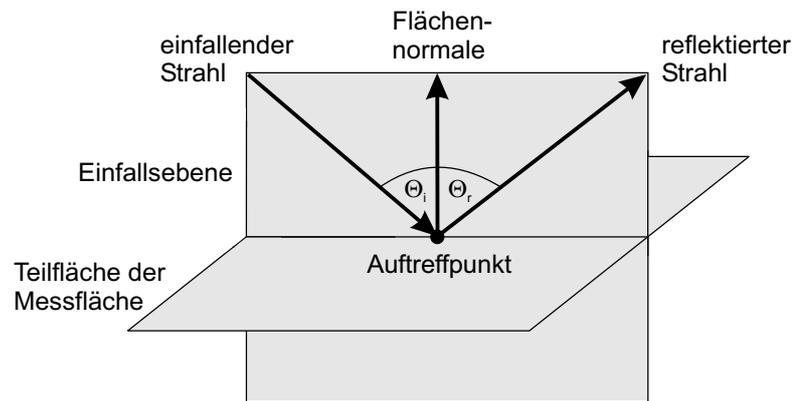


Abbildung 3.15: Reflexion eines auf eine Messfläche einfallenden Strahls

Zur Berechnung der reflektierten Amplitude müssen die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten berücksichtigt werden [2, 63, 84]. Die Faktoren

$$\begin{aligned}
 r_{\perp} &\equiv \left( \frac{E_r}{E_i} \right)_{\perp} \\
 &= \frac{n_i \cos \Theta_i - n_t \cos \Theta_t}{n_i \cos \Theta_i + n_t \cos \Theta_t} \\
 r_{\parallel} &\equiv \left( \frac{E_r}{E_i} \right)_{\parallel} \\
 &= \frac{n_t \cos \Theta_i - n_i \cos \Theta_t}{n_i \cos \Theta_t + n_t \cos \Theta_i}
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

legen in Abhängigkeit der Einfallswinkel  $\Theta_i$  und Transmissionswinkel  $\Theta_t$  der Strahlen sowie der Brechungsindizes  $n_t$  der Messfläche und  $n_i$  der Umgebung fest, wie die zur Einfallsebene senkrechten und parallelen Anteile des optischen Feldes reflektiert werden. Abbildung 3.16 zeigt die der Berechnung zugrunde liegende Geometrie.

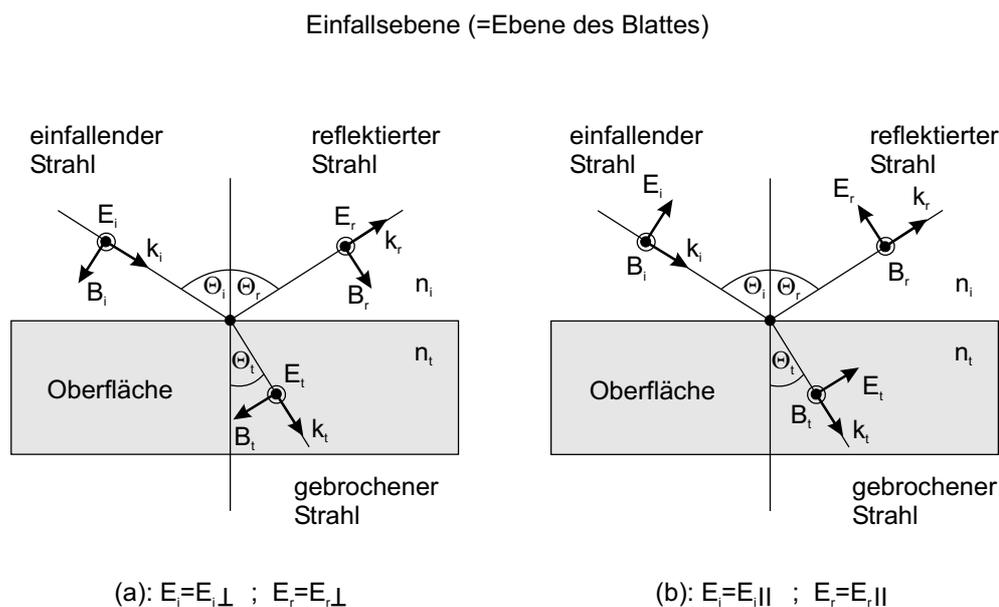


Abbildung 3.16: Aufspaltung des auf eine Oberfläche einfallenden optischen Feldes a: in einen zur Einfallsebene senkrechten  $E$ -Anteil und b: in einen zur Einfallsebene parallelen  $E$ -Anteil

Ein einfallender Strahl ist durch die beiden Amplitudenanteile  $E_{0xi\omega r}$  und  $E_{0yi\omega r}$  entsprechend Gleichung 3.22 charakterisiert. Diese müssen gemäß der vorliegenden Geometrie sowie der Abbildungen 3.15 und 3.16 in einen zur Einfallsebene senkrechten Anteil  $E_{i\perp}$  und parallelen Anteil  $E_{i\parallel}$  transformiert werden. Mittels der Koeffizienten 3.61 berechnen sich damit der neue, reflektierte, senkrechte Anteil  $E_{r\perp}$  und der neue, reflektierte, parallele Anteil  $E_{r\parallel}$ . In diesen ist durch das Vorzeichen auch die Phasenverschiebung von  $\pi$  bei bestimmten Einfallswinkeln enthalten. Diese Anteile wiederum werden rücktransformiert in die ursprüngliche Lage von  $E_{0xi\omega r}$  und  $E_{0yi\omega r}$ . Wird die Hintransformation, Multiplikation mit den Fresnelschen Reflexionskoeffizienten und Rücktransformation ausgeführt, ergeben sich die neuen reflektierten Amplitudenanteile  $E_{0xi\omega r}(ref.)$  und  $E_{0yi\omega r}(ref.)$  gemäß

$$\begin{aligned}
E_{0xi\omega r} (ref.) &= E_{0xi\omega r} (r_{\perp} \cos^2 \alpha + r_{\parallel} \sin^2 \alpha) + \\
&\quad E_{0yi\omega r} (r_{\perp} \sin \alpha \cos \alpha - r_{\parallel} \sin \alpha \cos \alpha) \\
E_{0yi\omega r} (ref.) &= E_{0yi\omega r} (r_{\parallel} \cos^2 \alpha + r_{\perp} \sin^2 \alpha) + \\
&\quad E_{0xi\omega r} (r_{\perp} \sin \alpha \cos \alpha - r_{\parallel} \sin \alpha \cos \alpha)
\end{aligned} \tag{3.62}$$

wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen  $E_{0xi\omega r}$  und der Normalen zur Einfallsebene beziehungsweise zwischen  $E_{0yi\omega r}$  und der Einfallsebene ist, und  $r_{\perp}$  sowie  $r_{\parallel}$  Gleichung 3.61 entsprechen.

Im Falle der inneren Reflexion bei einem Einfallswinkel, der größer oder gleich dem Grenzwinkel der inneren Totalreflexion ist, werden die Fresnel'schen Reflexionskoeffizienten komplex. Dies ist ebenso der Fall, wenn die reflektierende Oberfläche absorbierend ist und daher durch eine komplexe Brechzahl dargestellt werden muss [2, 63, 84]. Der Fall komplexer Reflexionskoeffizienten wird in der Simulation nicht berücksichtigt, weswegen die genannten Zustände, unter denen solche auftreten, nicht simuliert werden können. Dies stellt allerdings keine große Einschränkung dar, da der erst genannte Falle in der Praxis nur sehr selten vorkommt. Desweiteren sind die häufigsten Messobjekte metallische Oberflächen, welche näherungsweise als nicht absorbierend angenommen werden, was beispielsweise im Rahmen der Speckle-Interferometrie für Aluminium nach [1] getan werden darf.

Alle nicht direkt reflektierten Strahlen, insbesondere diejenigen, die in die Messfläche eindringen und später wieder austreten, werden vernachlässigt. Da ein reflektierendes Oberflächenelement je nach Auflösung der Oberflächendarstellung sehr klein sein kann -wenn zum Beispiel eine Fläche von  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  durch  $1000 \times 1000$  Elemente dargestellt wird, ist eine Teilfläche  $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$  groß-, muss die Beugung des optischen Feldes an dieser Fläche berücksichtigt werden. Die hierbei notwendige Vorgehensweise wurde in Kapitel 3.2.5 vorgestellt. Gemäß Abbildung 3.8 muss eine ausreichende Anzahl an Strahlen (grüne Strahlen in Abbildung 3.14) für jede Teilfläche der Messfläche gewählt werden. Von jedem Reflexionspunkt dieser Strahlen auf der Messfläche laufen neben dem direkt reflektierten Anteil gebeugte Anteile (rote Strahlen in Abbildung 3.14). Die jeweiligen Winkel dieser zum reflektierten Hauptstrahl bestimmen gemäß 3.25 die neuen Amplituden sowie die Ausbreitungsrichtungen der Strahlen.

### Abbildung

Von all diesen Strahlen treffen im weiteren Verlauf einige die Abbildungseinrichtung (rote Strahlen in Abbildung 3.14). Nur diese werden zukünftig betrachtet, alle übrigen vernachlässigt. Zuvor durchlaufen sie jedoch nochmals

den Strahlteiler, wobei das gleiche geschieht, wie bereits zuvor erläutert. Weiterhin ist zu beachten, dass die vom Messobjekt sowie vom Referenzobjekt kommenden Strahlen unabhängig voneinander mittels zweier Abbildungseinrichtungen auf die Kamera abgebildet werden können. In diesem Falle ist für die Mess- und Referenzstrahlen getrennt folgend beschriebene Vorgehensweise anzuwenden. Vorteile ergeben sich dadurch für bestimmte Messtechniken, da so die Objekt- und Referenzwellenfronten hinsichtlich ihrer Phasenverteilungen besser beeinflusst werden können.

Die Abbildungseinrichtung dient dazu, das Mess- beziehungsweise Referenzobjekt auf die Chip-Fläche der Kamera abzubilden. Im einfachsten Falle kann dies durch eine Linse mit geeigneter Brennweite und Apertur realisiert werden. Es handelt sich somit um eine beugungsbegrenzte Abbildung, bei welcher die Beugung des optischen Feldes nicht vernachlässigt werden darf. Hierbei ist die korrekte Berechnung der Phase sehr wichtig, da die Abbildung eine spezielle Phasenverteilung im Interferogramm erzeugt, welche messtechnisch genutzt werden kann. Unabhängig davon muss die an der Linse stattfindende Beugung (blaue Strahlen in Abbildung 3.14) berücksichtigt werden, da auch diese eine charakteristische Phasenverteilung im aufgenommenen Interferogramm bewirkt, welche ebenfalls für die Anwendung verschiedener Messtechniken grundlegende Bedeutung hat.

Da üblicherweise Mess- sowie Referenzobjekt und vor allem die Apertur der Abbildungslinse klein (letztere meist im Bereich weniger Millimeter, zum Beispiel  $3\text{ mm}$ ) und Bild- sowie Gegenstandsweite in Relation dazu groß sind (zum Beispiel  $150\text{ mm}$  und  $500\text{ mm}$ ), liegen paraxiale Strahlen vor. Um die Simulationszeit kurz zu halten, wird deshalb die paraxiale Näherung angewendet, und Aberrationen werden vernachlässigt. Ebenso wird eine unscharfe Abbildung vernachlässigt, da bei typischen Messobjekten, bei welchen die Höhenunterschiede in ihrer Form oder Deformation eine Grenze von circa  $1\text{ mm}$  üblicherweise nicht überschreiten, der hierdurch entstehende Fehler gering bleibt. Die gewonnene Rechenbeschleunigung und -vereinfachung ist hingegen groß. Zu beiden Vereinfachungen folgt in diesem Kapitel jeweils eine detailliertere Berechnung.

Zunächst soll die Berechnung der aus der Abbildung resultierenden Phase unabhängig von Beugung durchgeführt werden. Abbildung 3.17 zeigt diese Situation.

Die Punkte  $A$  und  $B$ , die an gleicher Stelle liegen, werden durch eine Linse auf die Punkte  $A'$  und  $B'$  abgebildet. Die Wege  $\overline{SA}$  (von  $A$  nach  $A'$ ) und  $\overline{SB}$  (von  $B$  nach  $B'$ ) zeigen exemplarisch zwei mögliche, unterschiedliche Strahlverläufe. Deshalb müssen die von  $A$  beziehungsweise  $A'$  ausgehenden Wellenfronten Kugelwellen sein, da es nur dann möglich ist, dass alle von  $A$  beziehungsweise  $A'$  ausgehenden Strahlen senkrecht zu den jeweiligen Wel-

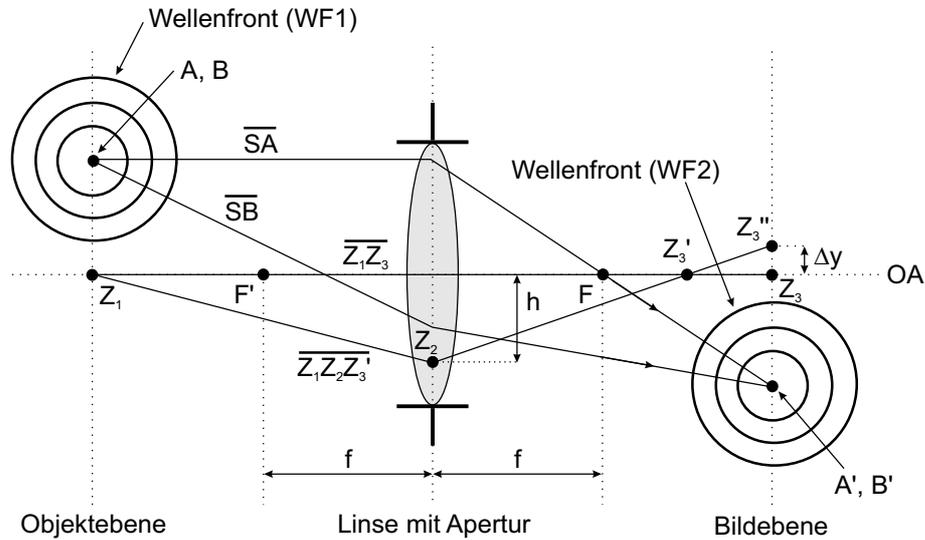


Abbildung 3.17: Phasenberechnung unterschiedlicher Strahlen ( $\overline{SA}$ ,  $\overline{SB}$ ) bei Abbildung durch eine Linse, ohne Berücksichtigung von Beugung, Bestimmung von Aberrationen

lenfronten stehen. Somit sind  $A$ ,  $A'$  und  $B$ ,  $B'$  korrespondierende Punkte [2] und zwar aus folgenden Gründen:

- $A$  und  $B$  liegen auf der gleichen Wellenfront WF1
- $A$  liegt auf dem Strahl  $\overline{SA}$ ,  $B$  liegt auf dem Strahl  $\overline{SB}$
- $A'$  und  $B'$  liegen auf der gleichen, fortgeschrittenen Wellenfront WF2
- $A'$  liegt wie  $A$  auf dem gleichen Strahl  $\overline{SA}$ ,  $B'$  liegt wie  $B$  auf dem gleichen Strahl  $\overline{SB}$

Dies hat zur Folge, dass Licht von  $A$  über  $\overline{SA}$  nach  $A'$  die gleiche Zeit benötigt, wie von  $B$  über  $\overline{SB}$  nach  $B'$ . Da  $A = B$  und  $A' = B'$  ist, folgt daraus, dass Licht zum Zurücklegen beider Wege  $\overline{SA}$  und  $\overline{SB}$  die gleiche Zeit benötigt. Somit sind die optischen Wege und damit auch die Phasen beider Wege gleich. Darüber hinaus gilt dies für alle Strahlen, die von  $A$  nach  $A'$  abgebildet werden.

Hierbei handelt es sich um die erwähnte, paraxiale Näherung, da tatsächlich Strahlaberrationen auftreten. Beispielsweise liegt gemäß Abbildung 3.17 der Bildpunkt  $Z'_3$  des Strahls  $\overline{Z_1Z_2Z'_3}$  nicht wie angenommen an der Stelle des

Bildpunktes  $Z_3$  des Strahls  $\overline{Z_1Z_3}$ . Hieraus resultieren die transversale sphärische Aberration  $\Delta y$  sowie ein Phasenfehler  $\Delta\varphi_{err}$ , wenn zur Berechnung der Phase des Strahls  $\overline{Z_1Z_2Z'_3}$  im Auftreffpunkt  $Z'_3$  auf der Bildebene nicht dieser, sondern der Strahl  $\overline{Z_1Z_3}$  verwendet wird. Für einen typischen Fall mit  $h = 1,5\text{ mm}$ , einer Bildweite von  $150\text{ mm}$  und einer Objektweite von  $500\text{ mm}$ , gemäß Abbildung 3.17, sowie einer Linsenform mit optimalem Coddington Formfaktor [63] für die gegebenen Abbildungsverhältnisse können exemplarisch beide Fehler bestimmt werden. Unter Berücksichtigung der Abbildungsfehler dritter Ordnung ergibt sich gemäß der Seidelschen Aberrationen [63] für  $\Delta y = 0,37\text{ }\mu\text{m}$  und für  $\Delta\varphi_{err} = 0,99^\circ$  (bei  $\lambda = 658\text{ nm}$ ). Daher können Aberrationen vernachlässigt und die durchgeführten Näherungsbetrachtungen beibehalten werden.

Dieser Sachverhalt hat für die Berechnung der Phase eines konkret vorliegenden Strahls die sehr hilfreiche Konsequenz, dass statt dieses Strahls immer der vom gleichen Punkt ausgehende Parallelstrahl verwendet werden kann, unabhängig davon, ob er in der Realität existiert beziehungsweise existieren kann oder nicht. Abbildung 3.17 verdeutlicht den Fall. Der tatsächlich vorliegende Strahl, dessen Phase berechnet werden soll, sei der Strahl  $\overline{SB}$ . Statt dieses Strahls kann zur Phasenberechnung auch der Parallelstrahl  $\overline{SA}$  verwendet werden.

Die Verwendung des Parallelstrahls bietet eine wesentliche Vereinfachung. Zur Demonstration dieser Vereinfachung zeigt Abbildung 3.18 den Sachverhalt.

Die Oberfläche des Objektes wird beleuchtet und reflektiert an den Punkten  $A$  und  $B$  die Strahlen  $\overline{SA}$  und  $\overline{SB}$  jeweils in die gezeigten Richtungen. Die Phasen beider Strahlen in den Punkten  $A'$  beziehungsweise  $B'$  sollen berechnet werden. Würden hierzu die tatsächlichen Strahlen  $\overline{SA}$  und  $\overline{SB}$  verwendet werden, so müsste neben dem exakten geometrischen Verlauf auch der genaue Weg durch das Linsenmaterial, welches einen anderen Brechungsindex als die Umgebung besitzt, bestimmt werden. Vor allem letzteres ist mit großem Aufwand verbunden.

Werden hingegen die Parallelstrahlen  $\overline{SA}||$  und  $\overline{SB}||$  verwendet, so kann zunächst Strahl  $\overline{SA}||$  in drei Bereiche aufgeteilt werden:

- Strecke von  $A$  nach  $A^*$
- Strecke von  $A^*$  nach  $F$
- Strecke von  $F$  nach  $A'$

Analog dazu kann Strahl  $\overline{SB}||$  in zwei Bereiche zerlegt werden:

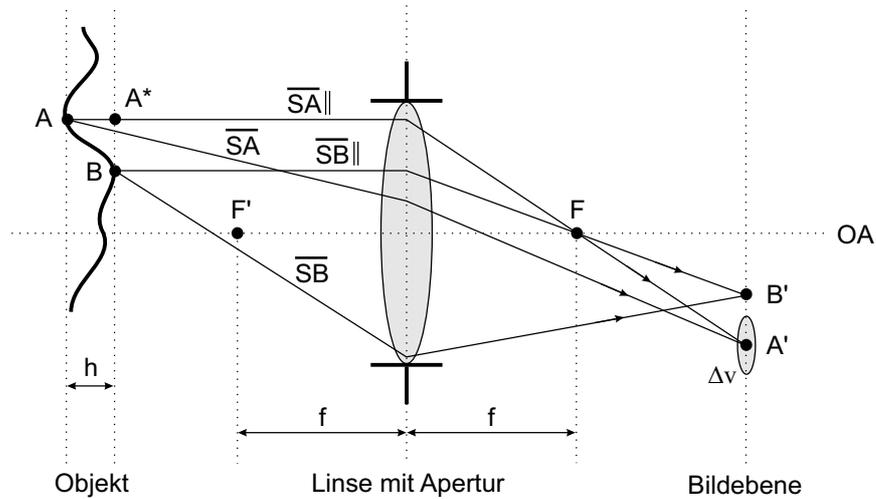


Abbildung 3.18: Phasenberechnung von Strahlen ( $\overline{SA}$ ,  $\overline{SB}$ ) bei Abbildung durch eine Linse mittels Parallelstrahlen ( $\overline{SA||}$ ,  $\overline{SB||}$ ), ohne Berücksichtigung von Beugung

- Strecke von  $B$  nach  $F$
- Strecke von  $F$  nach  $B'$

Aufgrund der Verwendung von Parallelstrahlen kann folgende Aussage getroffen werden: Der Streckenteil des Strahls  $\overline{SA||}$  von  $A^*$  bis  $F$  hat aufgrund der Abbildungseigenschaften der Linse die gleiche optische Weglänge und damit die gleiche Phase wie der Streckenteil des Strahls  $\overline{SB||}$  von  $B$  bis  $F$ . Daher ist der optische Wegunterschied  $\Delta S_{opt}$  zwischen  $\overline{SA||}$  und  $\overline{SB||}$  gemäß Abbildung 3.18:

$$\begin{aligned} \Delta S_{opt} &= n \cdot |\overline{AA^*} + \overline{FA'} - \overline{FB'}| \\ &= n \cdot |h + \overline{FA'} - \overline{FB'}| \end{aligned} \quad (3.63)$$

Da sich alle Streckenanteile von Gleichung 3.63 in Luft befinden, kann für den Brechungsindex  $n$  ein Wert (in der Regel 1) verwendet werden. Somit ist der optische Wegunterschied zwischen den eigentlich zu betrachtenden Strahlen  $\overline{SA}$  und  $\overline{SB}$  ebenfalls gleich  $\Delta S_{opt}$ . Aus diesem kann schließlich die Phasendifferenz berechnet werden. Obwohl die ursprüngliche Aufgabe darin bestand, die Phasen beider Strahlen zu bestimmen, ist es im Falle einer interferometrischen Form- oder Deformationsmessung ausreichend, die Phasendifferenz zwischen den betrachteten Strahlen zu ermitteln, da in dieser die

gesuchte Größe der Oberflächenform oder -deformation (in Abbildung 3.18 und in Gleichung 3.63 mit  $h$  bezeichnet) enthalten ist. Der absolute Wert der Phase ändert hieran nichts. Somit sind die Auftreffpunkte der vom Messobjekt kommenden, auf die Kamera abgebildeten Strahlen (blaue Strahlen in Abbildung 3.14) sowie deren Phasendifferenzen zu allen anderen abgebildeten Strahlen bekannt.

An dieser Stelle erfolgte die zweite, eingangs erwähnte Vereinfachung. Strenggenommen werden in Abbildung 3.18 die beiden Punkte  $A$  und  $B$  aufgrund ihrer Höhendifferenz  $h$  nicht scharf auf die Bildebene abgebildet. Wenn beispielsweise Punkt  $B$  scharf auf  $B'$  abgebildet wird, erfährt Bildpunkt  $A'$  durch die leicht unscharfe Abbildung eine „Verbreiterung“  $\Delta v$  in der Bildebene. Weiterhin entsteht ein Phasenfehler  $\Delta\varphi_{us}$ , wenn zur Berechnung der Phase des tatsächlichen Strahls  $\overline{SA}$  im Auftreffpunkt  $A'$  auf der Bildebene nicht dieser, sondern der Parallelstrahl  $\overline{SA}||$  verwendet wird. Für den gleichen typischen Fall, wie bereits bei den Abbildungsfehlern gezeigt, sowie für  $h = 1\text{ mm}$ , gemäß Abbildung 3.18, berechnet sich in Abhängigkeit des konkreten Strahlverlaufes zum Beispiel für  $\Delta v = 0,77\ \mu\text{m}$  und für  $\Delta\varphi_{us} = 1,69^\circ$  (bei  $\lambda = 658\text{ nm}$ ). In Anbetracht der relativ geringen Größenordnung dieser Fehler, aber der dadurch gewonnenen, deutlichen Vereinfachung und Beschleunigung der Berechnung, wird die Näherungsbetrachtung beibehalten. Zusätzlich zur Abbildung muss jedoch auch Beugung berücksichtigt werden. Die dazu notwendige Vorgehensweise wurde in Kapitel 3.2.5 und speziell in Abbildung 3.6 erläutert. Um weiterhin den Vorteil der Phasenberechnung durch Verwendung von Parallelstrahlen nutzen zu können, muss in der beschriebenen Vorgehensweise eine Änderung vorgenommen werden. Abbildung 3.19 zeigt diese:

Unterschied ist die verschobene Beugungsebene. Die auf die Linse treffenden Strahlen werden nicht wie bisher „in“ der Linsenebene gebeugt, sondern unmittelbar dahinter (rote, grüne und blaue Strahlen in Abbildung 3.19). Dies bietet den Vorteil, dass zur Phasenberechnung der ungebeugten Strahlen (abgebildete Strahlen in Abbildung 3.19) weiterhin Parallelstrahlen verwendet werden können und dass zur Phasenberechnung der gebeugten Strahlen lediglich zusätzlich deren optischer Wegunterschied zu den jeweils dazugehörenden, ungebeugten Strahlen ermittelt werden muss. Aufgrund der bekannten Geometrie und der Tatsache, dass sich die gebeugten Strahlen nun nicht mehr durch die Linse ausbreiten, stellt dies kein Problem dar. Diese vereinfachte Vorgehensweise entspricht zudem üblichen, realen Anordnungen, da auch hier in der Regel die entscheidende und notwendige Beugung durch eine zusätzliche Blende, die sich direkt hinter der Linse befindet, erzeugt wird. Die Änderung der Amplituden der gebeugten Strahlen bleibt entsprechend ihrer Winkel  $\Theta_{ri}$  zu den jeweils ungebeugten Strahlen

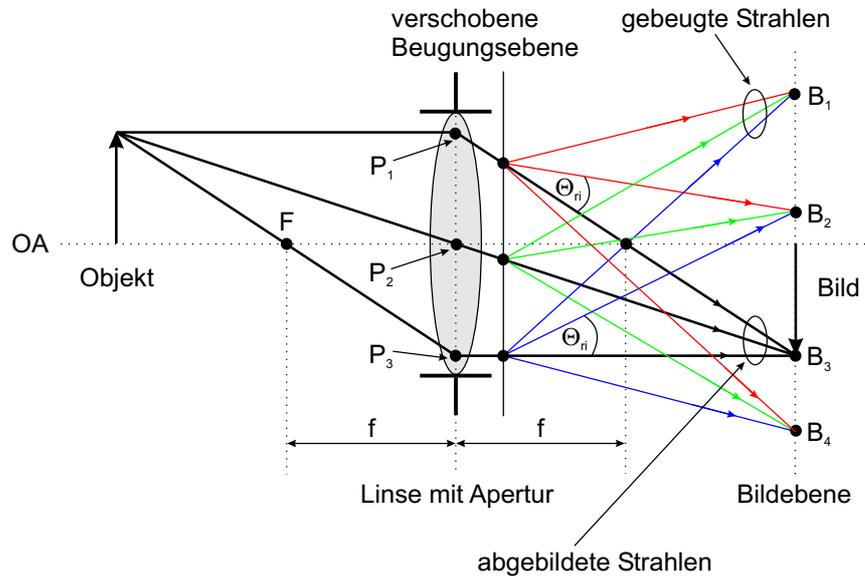


Abbildung 3.19: Abbildung eines Objektes und Anwendung des Fresnel-Huygens-Prinzips sowie des Kirchhoffschen Neigungsfaktors zur Berücksichtigung der Beugung bei verschobener Beugungsebene

gemäß Gleichung 3.25 erhalten.

Somit interferieren auf jedem Pixel des Kamerachips im Allgemeinen  $N$  Strahlen (blaue Strahlen in Abbildung 3.14). Da der Weg dieser und alle die Parameter der Strahlen beeinflussenden Umstände bekannt sind, kann Gleichung 3.32 zur Berechnung der resultierenden Intensität in jedem Pixel angewendet werden, wodurch das komplette Speckle-Interferogramm bestimmt wird.

### 3.2.8 Alternative Berechnung der Beugung

In Abschnitt 3.2.5 wurde eine Berechnungsmethode für die Beugung eines elektrischen Feldes an einer Blende, beziehungsweise an einem Oberflächenelement, vorgestellt. Der Vorteil dieser Methode liegt in ihrer Allgemeingültigkeit. Dies bedeutet, dass damit beliebige Blendenöffnungsformen und Oberflächenelemente, beziehungsweise die durch diese entstehenden Beugungsmuster, simuliert werden können. Hierzu muss lediglich in der beugenden Ebene eine ausreichend hohe Anzahl an Quellpunkten, die nicht symmetrisch verteilt sein dürfen, ausgewählt werden. Durch Anwendung von Gleichung 3.32 erhält man das Beugungsbild, die Intensitätsverteilung resul-

tierend aus dem gebeugten elektrischen Feld, ohne dass die optische Störung zum Beispiel gemäß der Fraunhofernäherung berechnet werden muss oder bekannt sein muss. Insbesondere für solche Formen, für welche die Berechnung der Beugung sehr kompliziert ist, stellt dies die einzig praktikable Simulationmöglichkeit dar. Nachteil des Verfahrens ist jedoch sein hoher Rechenaufwand und die damit verbundene lange Rechenzeit. Diese resultiert aus der erforderlichen hohen Anzahl an Quellpunkten in der beugenden Ebene.

Berücksichtigt man jedoch, dass bei beugenden Elementen in der Regel nur wenige Formen vorkommen, und dass es sich in den meisten Fällen um eine kreisrunde oder rechteckige Öffnung mit bekanntem, gebeugtem optischen Feld handelt, erscheint es nicht sinnvoll, dieses immer wieder mittels der beschriebenen Methode neu zu berechnen. Vielmehr wäre es wünschenswert, wenn dieses bekannte Ergebnis genutzt, und dadurch die Rechenzeit verringert werden könnte. Diese alternative Vorgehensweise wird im folgenden beschrieben.

Im Falle der Beugung bei Abbildung ist das Strahlenmodell der Abbildung eines Punktes durch eine Linse Ausgangspunkt der Berechnungen. Ohne Beugung würde aus diesem Punkt wieder ein Punkt entstehen, so wie es die geometrische Optik beschreibt. Tatsächlich jedoch, bei Berücksichtigung von Beugung, bildet sich um den Bildpunkt das der Blendenform entsprechende Beugungsmuster aus [2]. Ist dieses bekannt, kann zunächst die Position des Bildpunktes berechnet und dann um diesen herum das gebeugte elektrische Feld gesetzt werden. Abbildung 3.20 verdeutlicht den Zusammenhang.

Punkt  $O$  wird entsprechend des Verlaufes des Objektstrahls, der nicht immer der Mittelpunktstrahl sein muss, sondern nur hier exemplarisch durch diesen dargestellt wird, auf den Bildpunkt  $B_2$  abgebildet. Dieser Strahlverlauf von  $O$  nach  $B_2$  und damit die Lage von  $B_2$  ergeben sich gemäß der Abbildungsgesetze der geometrischen Optik. Beugung wird nun nicht dadurch berücksichtigt, dass, gemäß des Fresnel-Huygens-Prinzips, von allen Punkten der Linsenebene (hier exemplarisch durch die Punkte  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  gezeigt) Strahlen zu allen Punkten der Bildebene (hier exemplarisch durch die Punkte  $B_1$ ,  $B_2$  und  $B_3$  gezeigt) laufen, sondern dadurch, dass um den Bildpunkt ( $B_2$ ) das gebeugte, elektrische Feld in Abhängigkeit der Blendenform sowie der geometrischen Abmessungen der Abbildungsanordnung phasenrichtig gesetzt wird. Ist die Verteilung des elektrischen Feldes bekannt, erfordert dies keine weitere Rechenleistung beziehungsweise Rechenzeit. Im Falle einer runden Blendenöffnung, welche in den meisten Fällen vorliegt, ist das gebeugte, elektrische Feld nach der Fraunhofernäherung durch

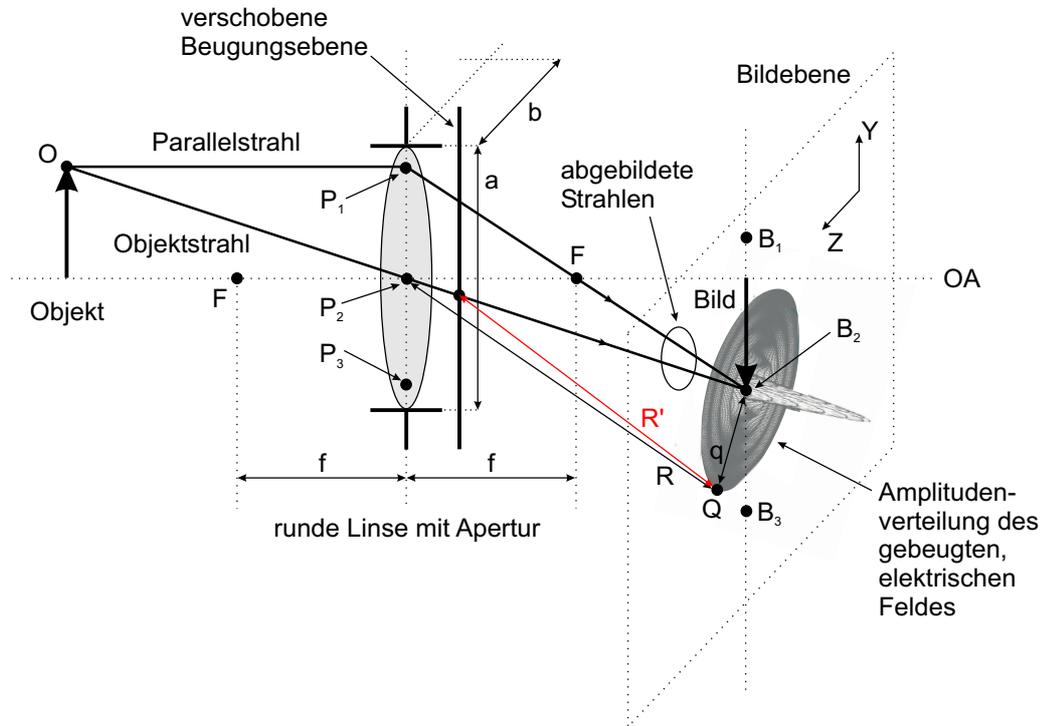


Abbildung 3.20: Abbildung eines Punktes mit gebeugtem, elektrischem Feld resultierend aus einer runden Blendenöffnung, Ausdehnung des elektrischen Feldes auf Radius  $q$  begrenzt

$$E = \frac{\varepsilon_A e^{j(\omega t - kR)}}{R} \cdot 2\pi r^2 \frac{R}{krq} J_1 \left( \frac{krq}{R} \right) \quad (3.64)$$

gegeben [2, 63, 84]. Hierbei ist  $\varepsilon_A e^{j(\omega t - kR)}$  das elektrische Feld in seiner Grundform. Alle übrigen Größen sind gemäß Abbildung 3.20:  $R$  ist der Abstand des in der Bildebene betrachteten Punktes  $Q$  vom Mittelpunkt  $P_2$  der Blendenöffnung,  $r = a/2$  der Radius der Blendenöffnung,  $k$  die Wellenzahl,  $q$  der Abstand des in der Bildebene betrachteten Punktes  $Q$  vom Mittelpunkt  $B_2$  des gebeugten, elektrischen Feldes, wobei der Mittelpunkt des Feldes aufgrund der Abbildung an die Stelle  $B_2$  verschoben ist und  $J_1$  die Besselfunktion erster Ordnung. Die Fraunhofernäherung darf immer dann angewendet werden, wenn der Abstand der Bildebene zur beugenden Öffnung groß gegenüber den Ausmaßen dieser ist. Deshalb spricht man hierbei auch von Fernfeldbeugung. Dies muss bei der Einstellung der Simulationsparameter berücksichtigt

werden und trifft bei realen Speckle-Interferometern in der Regel zu. Ist hingegen die Bildebene nahe an der beugenden Öffnung, liegt also der Abstand der Bildebene zur Öffnung in der Größenordnung der Ausmaße dieser, so trifft die Fraunhofernäherung nicht mehr zu. In diesem Falle handelt es sich um Fresnel- oder Nahfeldbeugung.

Eine weitere bekannte Blendenform ist die rechteckige Öffnung. Auch von dieser ist das gebeugte, elektrische Feld gemäß Fraunhofernäherung bekannt. Es wird durch

$$E = \frac{\varepsilon_A e^{j(\omega t - kR)}}{R} \cdot ab \left( \frac{\sin\left(\frac{kaZ}{2R}\right)}{\frac{kaZ}{2R}} \right) \left( \frac{\sin\left(\frac{kbY}{2R}\right)}{\frac{kbY}{2R}} \right) \quad (3.65)$$

beschrieben [2, 63, 84]. Hierbei ist  $\varepsilon_A e^{j(\omega t - kR)}$  das elektrische Feld in seiner Grundform. Alle übrigen Größen sind gemäß Abbildung 3.20, wobei jetzt die runde Blende durch eine rechteckige Blende zu ersetzen ist:  $R$  ist der Abstand des in der Bildebene betrachteten Punktes  $Q$  vom Mittelpunkt  $P_2$  der Blendenöffnung,  $a$  die Höhe und  $b$  die Breite der Blendenöffnung,  $k$  die Wellenzahl, und  $Z$  und  $Y$  sind die kartesischen Koordinaten in der Bildebene mit Nullpunkt ebenfalls aufgrund der Abbildung im Mittelpunkt  $B_2$  des gebeugten, elektrischen Feldes.

In Abbildung 3.20 ist die Amplitudenverteilung des elektrischen Feldes gemäß Gleichung 3.64 um den Bildpunkt  $B_2$  angedeutet, wobei die Höhe der Grafik (aus der Bildebene herausragend) die Amplitude des Feldes an der jeweiligen Stelle angibt. Eine weitere Vereinfachung ist ebenfalls erkennbar. Das gebeugte, elektrische Feld hat theoretisch eine unendliche Ausdehnung. Da aber zum Beispiel im Falle einer runden Blende die Feldverteilung axialsymmetrisch ist und ca. 84% des Lichtes auf den Bereich des zentralen Maximums fallen oder ca. 91% auf den Bereich der ersten beiden Maxima, kann, je nach gewünschter Genauigkeit und Rechenzeit, das Muster nur bis zu einem bestimmten Radius  $q$  betrachtet und im restlichen Bereich zu null gesetzt werden. Beispielsweise ergibt sich der Radius  $q_{Airy-Scheibe}$  des zentralen Maximums, das auch Airy-Scheibe genannt wird, gemessen vom Mittelpunkt ( $B_2$ ) bis zum ersten Nulldurchgang der Feldverteilung gemäß Gleichung 3.64 und [2, 63] zu

$$q_{Airy-Scheibe} = 1,22 \cdot \frac{R\lambda}{2r} \quad (3.66)$$

Hierbei haben alle Zeichen die gleiche Bedeutung wie in 3.64.

Wird nach dieser alternativen Methode die Beugung berechnet, so ist

zunächst die phasenrichtige Abbildung eines Oberflächenpunktes auf den Bereich eines Pixels zu bestimmen, was durch Verwendung eines einzigen Strahls (Objektstrahl) erfolgt. Dieser ist der von der Mess- oder Referenzfläche kommende, direkt reflektierte Strahl, dessen Phase auch jetzt mit Hilfe des Parallelstrahls ermittelt wird. Weiterhin muss die Amplitudenverteilung des der Anordnung entsprechenden gebeugten, elektrischen Feldes mit gewünschtem Radius  $q$  phasenrichtig um das berechnete Zielpixel gesetzt werden. Die Bestimmung der korrekten Phase erfolgt auch hier analog Abbildung 3.19 mittels der verschobenen Beugungsebene (roter Strahl in Abbildung 3.20 mit  $R'$ , das statt  $R$  zu verwenden ist, zeigt die entsprechende Geometrie), wodurch sich die gleiche vereinfachte Berechnung ergibt. Diese Vorgehensweise verringert sehr stark die Rechenzeit bei gleich gutem Simulationsergebnis.

Bei der Reflexion des optischen Feldes an Mess- und Referenzfläche muss aufgrund der kleinen betrachteten Teilflächen (zum Beispiel  $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ ) ebenfalls Beugung berücksichtigt werden. Auch hier geschieht dies nicht durch direkte Anwendung des Fresnel-Huygens-Prinzips, indem von jedem Punkt eines betrachteten Oberflächenelements zu allen Punkten der Bildebene Strahlen laufen, sondern durch Bestimmung des Reflexionspunktes und anschließendem phasenrichtigen Setzen des bekannten, gebeugten, elektrischen Feldes um diesen Punkt. Abbildung 3.21 verdeutlicht die Vorgehensweise.

Die gesamte Beleuchtung des betrachteten Oberflächenelements wird in dessen Mitte  $P$  „konzentriert“, da auch jetzt nur ein Strahl, und zwar der Mittelpunktstrahl, zur Bestimmung des Reflexionspunktes und damit zur Bestimmung des Zentrums des gebeugten, elektrischen Feldes erforderlich ist. Gemäß Abbildung 3.15 wird die Reflexionsrichtung und damit Punkt  $B$  in Abbildung 3.21 bestimmt. Da das elektrische Feld resultierend aus der Beugung am betrachteten Oberflächenelement bekannt ist, wird dieses phasenrichtig um Punkt  $B$  gesetzt. Bei einem rechteckigen Oberflächenelement beispielsweise entspricht die Feldverteilung nach der Fraunhofernäherung Gleichung 3.65. Hierbei ist  $\varepsilon_A e^{j(\omega t - kR)}$  das elektrische Feld in seiner Grundform. Alle übrigen Größen sind gemäß Abbildung 3.21:  $R$  ist der Abstand des in der Bildebene betrachteten Punktes  $Q$  vom Mittelpunkt  $P$  des Oberflächenelements,  $a$  die Höhe und  $b$  die Breite des Oberflächenelements,  $k$  die Wellenzahl, und  $Z$  und  $Y$  sind die kartesischen Koordinaten in der Bildebene mit Nullpunkt im Mittelpunkt  $B$  des gebeugten, elektrischen Feldes.

Auch jetzt erfolgt die gleiche Vereinfachung, wie bereits bei der Abbildung durchgeführt. In Bild 3.21 ist die Amplitudenverteilung des gebeugten, elektrischen Feldes angedeutet, wobei die Höhe der Grafik (aus der Bildebene

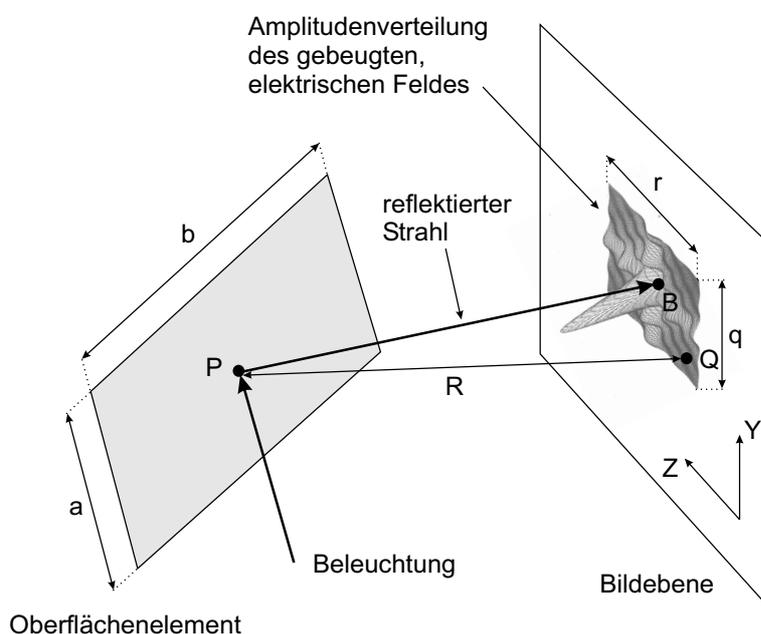


Abbildung 3.21: Reflexion eines Punktes mit gebeugtem, elektrischem Feld resultierend aus einem kleinen, rechteckigen Oberflächenelement, Ausdehnung des elektrischen Feldes auf Breite  $r$  und Höhe  $q$  begrenzt

herausragend) die Amplitude des Feldes an der jeweiligen Stelle angibt. Das theoretisch unendlich ausgedehnte Feld ist auf die Breite  $r$  und die Höhe  $q$  begrenzt, da in einen relativ schmalen Bereich um das Maximum der wesentliche Anteil des Lichtes fällt. Je nach gewünschter Simulationszeit können  $r$  und  $q$  eingestellt werden.

Somit ist auch hier analog zur Abbildung die phasenrichtige Reflexion des Oberflächenpunktes  $P$  zu bestimmen, was aufgrund der bekannten Geometrie kein Problem darstellt. Auch jetzt ist die Amplitudenverteilung des der Anordnung entsprechenden gebeugten, elektrischen Feldes mit gewünschter Breite  $r$  und Höhe  $q$  phasenrichtig um den berechneten Reflexionspunkt  $B$  zu setzen. Die Bestimmung der korrekten Phase erfolgt ebenfalls direkt mittels der bekannten Geometrie.

Diese alternative Berechnung der Beugung bietet gegenüber der ursprünglichen Methode den Vorteil, dass in der beugenden Ebene lediglich ein Punkt und von diesem ausgehend lediglich ein Strahl betrachtet werden muss. Um den Auftreffpunkt dieses Strahls muss das gebeugte, elektrische Feld, das bekannt sein muss, phasenrichtig gesetzt werden. In Gleichung 3.32 ist

somit der Kirchhoffsche Neigungsfaktor durch die der jeweiligen Beugung entsprechende Amplitudenverteilung zu ersetzen, wobei der Vorteil jetzt darin besteht, dass eine wesentlich geringere Strahlanzahl  $N$  für ein im Vergleich zur herkömmlichen Beugungsberechnung gleich gutes Ergebnis erforderlich ist. Das gebeugte Feld in seiner Grundform wird durch die übrigen Terme berücksichtigt. Mit 3.32 und 3.64 ergibt sich somit folgende alternative Formel (alternative Speckle-Interferenzgleichung) zur Berechnung von Speckle-Mustern bei Beugung an einer runden Blende:

$$\begin{aligned}
I = & \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0xi\omega r} \frac{\pi d}{k_\omega q_i} J_1 \left( \frac{k_\omega d q_i}{2R} \right) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0xi\omega r} \frac{\pi d}{k_\omega q_i} J_1 \left( \frac{k_\omega d q_i}{2R} \right) \sin \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0yi\omega r} \frac{\pi d}{k_\omega q_i} J_1 \left( \frac{k_\omega d q_i}{2R} \right) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega \right) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0yi\omega r} \frac{\pi d}{k_\omega q_i} J_1 \left( \frac{k_\omega d q_i}{2R} \right) \sin \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega \right) \right)^2 \quad (3.67)
\end{aligned}$$

Hierbei gibt  $d$  in Abweichung zu den bisherigen Bezeichnungen den Durchmesser der beugenden Blende an. Alle übrigen Bezeichnungen bleiben wie bereits erläutert. Analog dazu folgt aus 3.32 und 3.65 die alternative Formel zur Berechnung von Speckle-Mustern bei Beugung an einer rechteckigen Blende, wobei auch hier alle Bezeichnungen wie bereits vorgestellt bleiben.

$$\begin{aligned}
I = & \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0xi\omega r} \frac{ab}{R} si(Z) si(Y) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0xi\omega r} \frac{ab}{R} si(Z) si(Y) \sin \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \right) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0yi\omega r} \frac{ab}{R} si(Z) si(Y) \cos \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega \right) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N E_{0yi\omega r} \frac{ab}{R} si(Z) si(Y) \sin \left( \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega \right) \right)^2 \quad (3.68)
\end{aligned}$$

Hierbei sind

$$\begin{aligned}
 si(Z) &= \frac{\sin\left(\frac{k_\omega a Z_i}{2R}\right)}{\frac{k_\omega a Z_i}{2R}} \\
 si(Y) &= \frac{\sin\left(\frac{k_\omega b Y_i}{2R}\right)}{\frac{k_\omega b Y_i}{2R}}
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

Da mathematisch gesehen in 3.67 und 3.68 im Vergleich zu Gleichung 3.32 lediglich ein Faktor durch einen anderen Faktor ersetzt wird, ergeben sich keine weiteren Änderungen in den bezüglich 3.32 getroffenen Aussagen.

### 3.2.9 Grenzen

Das vorgestellte Simulationsmodell unterliegt Beschränkungen. Wesentlicher Unterschied gegenüber der Realität ist die diskrete Berechnung des resultierenden optischen Feldes. Dieses wird nicht kontinuierlich dargestellt, sondern gemäß Abbildung 3.3 mittels einer endlichen Anzahl an Strahlen. Vorteil ist die hohe Flexibilität des Modells gegenüber sich ändernden Bedingungen, wie zum Beispiel einer neuen Geometrie des Messaufbaus. Kompensiert werden kann der Nachteil der diskreten Berechnung durch die Wahl einer hohen Strahlanzahl. Jedoch hat dies eine ebenso längere Rechenzeit zur Folge, was der Vorgehensweise praktische Grenzen setzt.

Am deutlichsten ist die Problematik bei der Berechnung von Beugung nach Kapitel 3.2.5 zu sehen. Hierbei wird in einer beugenden Ebene jeder Punkt der Wellenfront als Quelle einer neuen sphärischen Elementarwelle betrachtet. Dies ist zum Beispiel bei der beugungsbegrenzten Abbildung durch eine Linse mit Blende der Fall. Entscheidend für die richtige Beschreibung des Beugungseffektes ist die korrekte Darstellung der Blende. Da diese allein durch die Quellpunkte repräsentiert wird, ist deren Anzahl und Lage sehr wichtig. Es wurde gezeigt, dass die Punkte nicht symmetrisch liegen dürfen, und dass eine sehr hohe Anzahl an Punkten erforderlich ist. Hierbei ist zu beachten, dass nicht die absolute Anzahl, sondern die Anzahl pro Flächeneinheit eine Rolle spielt. Nachteilig ist, dass dadurch bei größer werdender Blendenfläche auch die Menge der Quellpunkte und damit die Simulationszeit zunimmt. Die Methode der alternativen Beugungsberechnung nach Kapitel 3.2.8 umgeht das Problem durch Ausnutzung bekannter Beugungserscheinungen. Einschränkung hierbei ist, dass das Beugungsmuster, zum Beispiel der erwähnten Blende, bekannt sein muss. Ohne dessen Kenntnis ist die vorgestellte Berechnungsmethode nicht anwendbar. Die gleiche Problematik besteht bei der Beugungsberechnung an den Teilflächen von Mess-

und Referenzobjekt.

Ebenfalls deutlich ist die Einschränkung einer begrenzten Anzahl diskreter Strahlen hinsichtlich der simulierten Oberfläche zu sehen. Wie später in Kapitel 3.3 vorgestellt, wird die Mess- beziehungsweise Referenzoberfläche ebenfalls mittels diskreter Stützstellen und dazwischen aufgespannter Teilflächen simuliert. Somit ist die Anzahl der Teilflächen und damit die Genauigkeit der Oberflächendarstellung durch die Anzahl der auf sie fallenden Strahlen beschränkt. Mehr Teilflächen haben kein besseres Ergebnis zur Folge, da diese nicht von Strahlen getroffen werden und somit nicht zum Ergebnis beitragen können.

Eine weitere Beschränkung, die sich ebenfalls auf die Strahlanzahl und damit die Simulationszeit auswirkt, ist die Darstellung von optischen Feldern, bestehend aus mehreren Frequenzen und Polarisationszuständen. Da ein Strahl lediglich eine Frequenz und einen Polarisationszustand darstellen kann, muss für jeden weiteren Zustand auch ein weiterer Strahl hinzugenommen werden. Insbesondere die Simulation von anderen Lichtquellen als Laser erfordert hohe Rechenzeiten. Laser selbst hingegen können bei den meisten Untersuchungen schnell und gut simuliert werden, da sie näherungsweise durch eine einzige Wellenlänge darstellbar sind. Das tatsächliche Spektrum solcher Quellen hat aus interferometrischer Sicht im Wesentlichen Auswirkung auf deren Kohärenzlänge, die häufig außer Acht gelassen werden kann, sofern bestimmte Randbedingungen erfüllt sind.

Eine weitere Einschränkung hinsichtlich der Strahlanzahl ist die diskrete Darstellung der aus dem Laser austretenden Wellenfront. Sie kann ebenso wie die simulierte Oberfläche aufgrund der beschränkten Strahlanzahl nur näherungsweise mehr oder weniger gut beschrieben werden. Da jedoch die Wellenfront aufgrund der Eigenschaften eines Lasers in der Regel eben oder fast eben ist, wirkt sich auch diese Einschränkung auf das Ergebnis kaum aus.

Eine andere Gruppe von Abweichungen gegenüber der Realität stellen die Berechnungsvereinfachungen dar. Zur Beugungsberechnung werden zwei aus praktischen Gründen notwendige Vereinfachungen getroffen. Das gebeugte optische Feld, das sich bei der Abbildung eines Punktes mittels Linse und Blende um den abgebildeten Punkt erstreckt, ist theoretisch unendlich groß. Daher bedeckt es insbesondere den gesamten Aufnahmebereich der Kamera. Würde dieser bei den Berechnungen berücksichtigt, ergäbe sich beim heutigen Stand der Computertechnik eine in der Regel zu lange Simulationszeit. Daher wird die Ausdehnung des gebeugten Feldes gemäß Kapitel 3.2.8 beschränkt, im Falle einer runden Blende beispielsweise auf den Bereich der Airyscheibe. Da, wie gezeigt, der größte Teil des Lichtes hierauf fällt, hat diese Vereinfachung der Berechnung kaum eine Auswirkung im Vergleich zu

realen Speckle-Interferogrammen.

Die Berechnung der Phase eines Punktes im gebeugten optischen Feld muss korrekterweise gemäß Abbildung 3.20 vom Mittelpunkt der beugenden Linse aus erfolgen. Problem hierbei ist, dass die Lichtstrahlen ein gewisses Stück durch das Linsenmaterial zurücklegen, bevor sie in die Umgebung (in der Regel Luft) austreten. Die Berechnung des Weganteils in der Linse gestaltet sich aufwendig, da die Linsengeometrie komplex ist. Vereinfachend wird die Beugungsebene gemäß Kapitel 3.2.8 unmittelbar hinter die Linse gelegt, wodurch das Problem behoben wird. Da bei realen Anordnungen zur Erzeugung der erforderlichen Beugung normalerweise Blendendurchmesser im Bereich einiger Millimeter notwendig sind, die Linsen jedoch üblicherweise einen Durchmesser im Zentimeterbereich besitzen, muss eine separate Blende mit entsprechender Öffnung unmittelbar hinter die Linse gesetzt werden. Dies entspricht dem simulierten Aufbau, wobei lediglich die nach wie vor an der Linse stattfindende Beugung vernachlässigt wird. Der hieraus resultierende Fehler bleibt aufgrund der Größenverhältnisse zwischen Linsendurchmesser und Blendendurchmesser gering.

Die teilweise vereinfachte Darstellung der an der Simulation beteiligten Komponenten, wie in den folgenden Kapiteln 3.3 und 3.4 vorgestellt, bedingt ebenfalls Berechnungsfehler. Da jedoch diese Vereinfachungen bewußt gewählt wurden, sind deren Auswirkungen von vornherein klar und können entsprechend interpretiert werden. Darüber hinaus ist bei Simulationen häufig *eine* bestimmte Fragestellung von Interesse. Deshalb erweist es sich meist als günstig, alle ursächlich nicht direkt an der Problematik beteiligten Komponenten idealisiert darzustellen, um Verfälschungen des Ergebnisses aufgrund nicht idealer Komponenteneigenschaften auszuschließen.

Die letzte Fehlerkategorie, die erwähnt werden soll, sind Rechenfehler. Sie haben zunächst nichts direkt mit dem Simulationsmodell zu tun. Da dieses jedoch speziell zur Programmierung eines Computers entwickelt wurde, muss die Auswirkung falscher Berechnungen ebenso betrachtet werden. Das Zahlenformat, welches im gesamten Simulationsprogramm zur Anwendung kommt, ist das Format „long double“. Im Falle des verwendeten Betriebssystems Windows NT besitzen die Zahlen daher eine Genauigkeit von 64 Bit beziehungsweise einen Bereich von  $1,7 \cdot 10^{+/-308}$ . Alle verwendeten Funktionen, wie zum Beispiel die arithmetischen Funktionen, unterstützen das Format [88]. Da diese Präzision die „Fähigkeiten“ des Simulationsmodells übersteigt, wird auf eine weitere Untersuchung der Problematik verzichtet. Berechnungsfehler werden vernachlässigt.

### 3.2.10 Zusammenfassung: Strahlenmodell

Zum Abschluss von Kapitel 3.2 soll in knapper Form und ohne nochmalige Detailbetrachtungen die Vorgehensweise bei der Durchführung einer Simulation erläutert werden. Diese entspricht im wesentlichen den Arbeitsschritten des Simulationsprogramms, welches parallel zur vorliegenden Arbeit erstellt wurde. Verwendet wird die abschließend angegebene Gleichung 3.70, die alle vorgestellten Modelle, Verfahrensweisen und Berechnungen vereint. Sie basiert auf den Gleichungen 3.32, 3.67 und 3.68. Genaugenommen handelt es sich um Erweiterungen dieser Gleichungen, wobei der konkrete Strahlverlauf gemäß Abbildung 3.14 eingearbeitet ist, was zusätzliche Terme für die Reflexion und Transmission des optischen Feldes am Strahlteiler, die Reflexion an Mess- beziehungsweise Referenzobjekt sowie die zweimalige Beugung an Mess- beziehungsweise Referenzobjekt und Abbildungslinse erzeugt. Alle Terme sowie die Gesamtgleichung werden nachfolgend erläutert.

Die Berechnung eines Speckle-Interferogramms besteht aus drei wesentlichen Schritten:

- Aufstellen des Modells mit Auswahl und Verlauf geeigneter Strahlen
- Bestimmung aller Parameter anhand des aufgestellten Modells
- Anwendung der nachfolgend gezeigten Gleichung 3.70 durch Einsetzen der Parameter

Ergebnis nach Anwendung von Gleichung 3.70 und damit Ergebnis der Simulation ist ein Speckle-Interferogramm.

Im ersten Schritt wird gemäß Kapitel 3.2.7 und speziell gemäß Abbildung 3.14 das Simulationsmodell bestimmt. Es werden geeignete Strahlen ausgewählt, wobei insbesondere die Entscheidung eine Rolle spielt, ob Beugung herkömmlich (Kapitel 3.2.5 und 3.2.7) oder alternativ (Kapitel 3.2.8) erfasst werden soll.

Im nächsten Schritt erfolgt entsprechend der weiteren gewünschten Systemeigenschaften die Bestimmung der Parameter der einzelnen Modellkomponenten (Kapitel 3.2.7). Diese zusammen mit den ausgewählten Strahlen ergeben den Parametersatz für eine Simulation. Konkret handelt es sich um alle Variablen aus Gleichung 3.70.

Im dritten und letzten Schritt wird Gleichung 3.70 durch Einsetzen der ermittelten Parameter angewendet. Ergebnis ist ein Intensitätswert für jedes Pixel, was insgesamt das zu berechnende Speckle-Interferogramm ergibt.

Die letztendlich für die Simulationen zu verwendende Gleichung ist durch

$$\begin{aligned}
I = & \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N A \cdot C \cdot \cos(\phi_{x\omega i}) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N A \cdot C \cdot \sin(\phi_{x\omega i}) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N B \cdot C \cdot \cos(\phi_{y\omega i}) \right)^2 + \\
& \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N B \cdot C \cdot \sin(\phi_{y\omega i}) \right)^2
\end{aligned} \tag{3.70}$$

gegeben. Hierbei sind

$$\begin{aligned}
A &= E_{0xi\omega r} \cdot T_{ST1i} \cdot R_{1i} + E_{0yi\omega r} \cdot T_{ST1i} \cdot R_{2i} \\
B &= E_{0yi\omega r} \cdot T_{ST1i} \cdot R_{3i} + E_{0xi\omega r} \cdot T_{ST1i} \cdot R_{2i} \\
C &= B_{O\omega i} \cdot T_{ST2i} \cdot B_{L\omega i}
\end{aligned} \tag{3.71}$$

Entsprechend der in den Kapiteln 3.2.5, 3.2.7 und 3.2.8 vorgestellten Modelle, Verfahrensweisen und Berechnungsmethoden ergeben sich die einzelnen Parameter wie folgt:

$E_{0xi\omega r}$  und  $E_{0yi\omega r}$  sind die Anfangsamplituden der beiden orthogonalen Anteile des optischen Feldes.

$T_{ST1i}$  und  $T_{ST2i}$  sind die Teilungsfaktoren des Strahlteilers für den Hin- und Rückweg des optischen Feldes durch diesen.

Die Faktoren

$$\begin{aligned}
R_{1i} &= r_{\perp} \cos^2 \alpha + r_{\parallel} \sin^2 \alpha \\
R_{2i} &= r_{\perp} \sin \alpha \cos \alpha - r_{\parallel} \sin \alpha \cos \alpha \\
R_{3i} &= r_{\parallel} \cos^2 \alpha + r_{\perp} \sin^2 \alpha
\end{aligned} \tag{3.72}$$

mit  $r_{\perp}$  und  $r_{\parallel}$  gemäß Gleichung 3.61 geben die neuen, aus der Reflexion an Mess- beziehungsweise Referenzfläche resultierenden Anteile von  $E_{0xi\omega r}$  und

$E_{0yi\omega r}$  entsprechend Gleichung 3.62 an. Der Winkel  $\alpha$  liegt zwischen Einfallsebene und ursprünglichem  $E_{0yi\omega r}$ , beziehungsweise zwischen der Normalen zur Einfallsebene und ursprünglichem  $E_{0xi\omega r}$ .

Die Phasen

$$\begin{aligned}\phi_{x\omega i} &= \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon \\ \phi_{y\omega i} &= \vec{k}_\omega \vec{r}_i + \varepsilon + \phi_\omega\end{aligned}\quad (3.73)$$

entsprechen den bisher verwendeten Phasenausdrücken gemäß den Gleichungen 3.32, 3.67 und 3.68.

Der Faktor  $B_{L\omega i}$  gibt die Amplitudenverteilung des optischen Feldes aufgrund dessen Beugung an der Abbildungsoptik an. Diese Beugung kann herkömmlich gemäß Kapitel 3.2.5 und 3.2.7 oder alternativ wie in Kapitel 3.2.8 beschrieben, berechnet werden. Da bei der zweiten Methode zwei spezielle Blendenformen, runde und rechteckige Blenden, berücksichtigt wurden, ergeben sich insgesamt drei verschiedene Ausdrücke für den Faktor. Sie sind in folgender Reihenfolge angegeben: für herkömmliche Beugung, für alternative Beugung bei runder Blende und für alternative Beugung bei rechteckiger Blende.

$$\begin{aligned}B_{L\omega i} &= \frac{1}{2}(1 + \cos \Theta_{r_i}) \quad \text{oder} \\ B_{L\omega i} &= \frac{\pi d}{k_\omega q_i} J_1\left(\frac{k_\omega d q_i}{2R}\right) \quad \text{oder} \\ B_{L\omega i} &= \frac{ab}{R} \left(\frac{\sin\left(\frac{k_\omega a Z_i}{2R}\right)}{\frac{k_\omega a Z_i}{2R}}\right) \left(\frac{\sin\left(\frac{k_\omega b Y_i}{2R}\right)}{\frac{k_\omega b Y_i}{2R}}\right)\end{aligned}\quad (3.74)$$

Alle Formelzeichen entsprechen den bisher verwendeten.

Beim Faktor  $B_{O\omega i}$  handelt es sich um die gleiche Größe wie  $B_{L\omega i}$ . Durch ihn wird die Beugung des optischen Feldes an den Teilflächen von Mess- beziehungsweise Referenzfläche berücksichtigt. Alle übrigen Aussagen bezüglich  $B_{L\omega i}$  gelten auch hier sinngemäß, wobei runde Teilflächen und damit auch der entsprechende Ausdruck für  $B_{O\omega i}$  bei der Darstellung von Oberflächen in der Regel nicht verwendet werden.

### 3.3 Das Oberflächenmodell

Der Oberfläche, sowie dem Oberflächenmodell, kommen in der Speckle-Interferometrie besondere Bedeutung zu, da aus Sicht der Simulation drei spezielle Eigenschaften von grundlegendem Interesse sind. Diese sind die Form der Fläche, die in der Regel gemessen werden soll, die Mikrostruktur, die zum Beispiel durch die Größen Rauheit und Korrelationslänge gekennzeichnet und für das Entstehen des Specklemusters maßgeblich verantwortlich ist [1], und die Reflexionseigenschaften der Oberfläche, die ebenso wie die beiden ersten Eigenschaften das von der Fläche kommende Licht entscheidend beeinflussen [2]. Zur Beschreibung der Streuung des Lichtes an solchen rauen Oberflächen existieren drei wesentliche Betrachtungsrichtungen. Die Rayleigh-Fano Theorie [3], die Lösung der Wellengleichungen [4, 5] und die Kirchhoff Näherung [6, 7]. Für das hier vorgestellte Oberflächenmodell soll die letzte Methode in der Entwicklung nach Beckmann [6] verwendet werden. Embrechts stellt ein darauf basierendes Modell vor [9], welches die Nachteile sehr komplizierter Rechnungen beziehungsweise Beschränkungen der anderen Modelle umgeht und dennoch sehr gute Übereinstimmung mit der Realität bietet. Die speziell hierbei vorgestellte Oberfläche genügt einigen relativ einfachen Bedingungen, die sich im wesentlichen auf deren Mikrostruktur beziehen.

Zur anschaulichen Beschreibung dieser können zum Beispiel das Tabellenhandbuch Metall [8] sowie DIN 4760 [10] und DIN 4761 [87] herangezogen werden. Dabei wird die geometrische Strukturabweichung einer Oberfläche in sechs Ordnungen unterteilt. Die Ordnungen eins und zwei werden als Form und die Ordnungen drei bis sechs als Rauheit bezeichnet. Tabelle 3.1 zeigt die Einteilung.

Die Rauheit ist durch verschiedene Rauwerte gekennzeichnet, die sich aus den Höhenwerten abgetasteter Punkte auf der Oberfläche berechnen. Deshalb sind die Rauwerte sehr stark von der jeweiligen Messung abhängig und haben nur dann eine Aussagekraft, wenn diese Messung exakt dokumentiert ist. Zwei bekannte und häufig benutzte Werte sind der Mittenrauwert  $R_a$  und der quadratische Mittenrauwert  $R_q$  mit

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Z_i| \quad (3.75)$$

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i^2} \quad (3.76)$$

Gestaltabweichung	Beispiele für die Art der Abweichung
1. Ordnung Formabweichung	Ebenheits-, Geradheits-, Rundheitsabweichung
2. Ordnung Welligkeit	Welligkeit (vgl. DIN 4761)
3. Ordnung Rauheit	Rillen (vgl. DIN 4761)
4. Ordnung Rauheit	Riefen, Schuppen, Kuppen (vgl. DIN 4761)
5. Ordnung Rauheit	Gefügestruktur
6. Ordnung Rauheit	Gitteraufbau des Werkstoffes

Tabelle 3.1: Oberflächenformabweichungen nach DIN 4760

Hierbei gibt  $N$  die Anzahl der gemessenen Stützstellen an. Die Werte  $Z_i$  werden gemäß Abbildung 3.22 bestimmt.

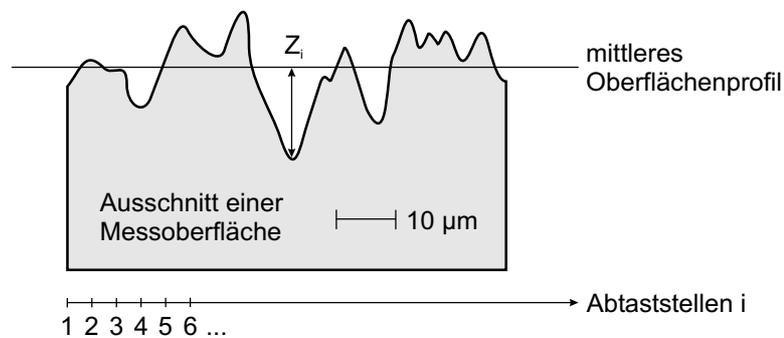


Abbildung 3.22: Geometrie zur Bestimmung der Höhenwerte  $Z_i$

Eine anschauliche Übersicht aller wichtigen Werte zur Kennzeichnung einer Oberfläche sind in [11] gegeben.

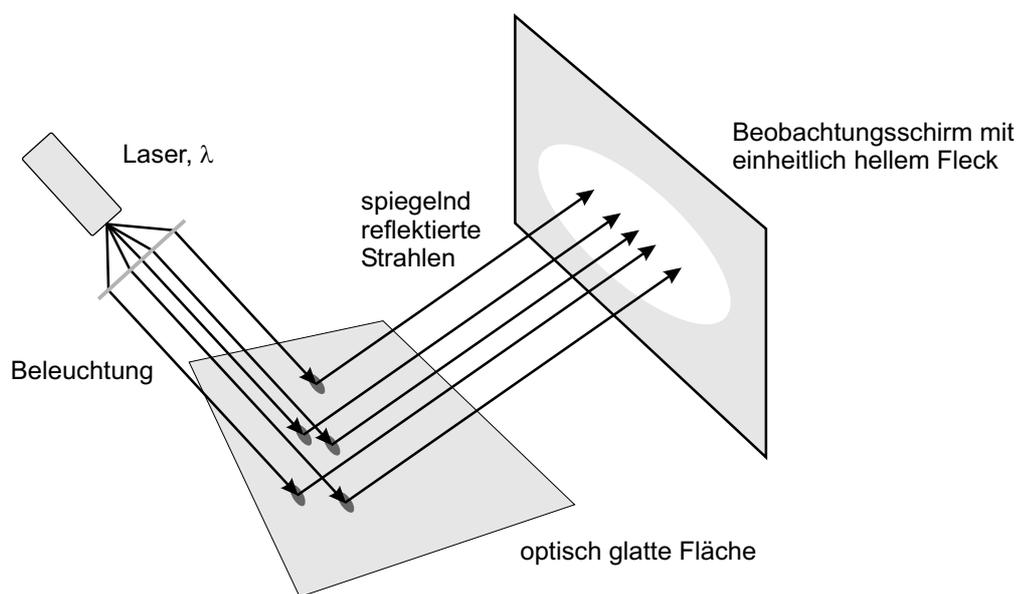
Aus interferometrischer Sicht ist die Form einer Oberfläche diejenige Größe, die in der Regel gemessen werden soll. Rauheit ist strenggenommen auch eine Form, die jedoch lateral nicht aufgelöst werden kann. Deshalb tritt sie bei Formvermessungen als eine der Form überlagerte Struktur, vergleichbar

einem Rauschen, auf. Deshalb ist es notwendig, bei Messungen eine Beleuchtungswellenlänge zu verwenden, die deutlich größer als die Rauheit ist, um sowohl die Eindeutigkeit der Messung zu erhalten, als auch das eigentliche Messergebnis, die Oberflächenform, nicht zu stark zu stören.

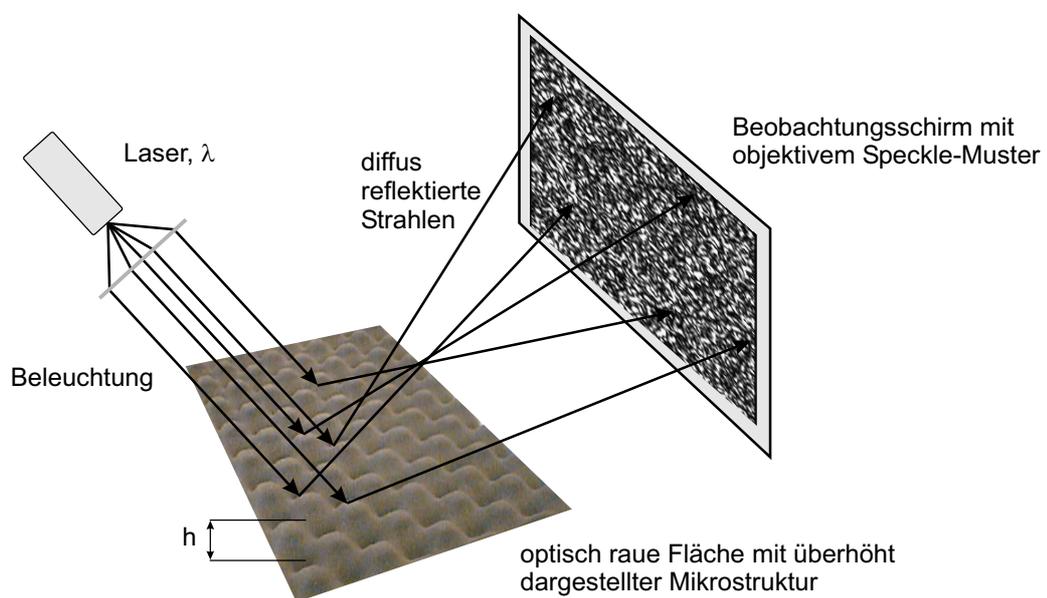
Der weitaus größte Teil der zu vermessenden technischen Flächen ist optisch rau. Dies bedeutet, dass zum Beispiel der quadratische Mittenrauwert der Oberfläche in der Größenordnung der verwendeten Beleuchtungswellenlänge oder darüber liegt. Bei der empfindlichsten Messanordnung, dem Michelson-Interferometer, genügt für diesen sogar ein Wert von  $1/4$  der Beleuchtungswellenlänge, um von optisch rauen Oberflächen sprechen zu können [1]. Hieraus resultieren bezüglich der Speckle-Interferometrie zwei wichtige Dinge: Zum einen werden die Lichtstrahlen nicht spiegelnd reflektiert, also alle in eine bestimmte Richtung abgelenkt, sondern diffus reflektiert. Es ist daher auch außerhalb der bezüglich der makroskopischen Oberflächenform direkten Reflexionsrichtung Licht detektierbar. Zum anderen erfahren die reflektierten Strahlen unterschiedliche Phasenverschiebungen, entsprechend der jeweiligen Höhenwerte der Oberflächenbereiche, an denen sie reflektiert werden. Beide Effekte führen zu einer Interferenzerscheinung, die sich bei Einsatz von kohärentem Licht in Form eines Speckle-Musters zeigt. Desweiteren können die Intensität des gestreuten Lichtes sowie dessen Polarisation verändert werden. All diese Aspekte müssen durch das Oberflächenmodell berücksichtigt werden, um die Entstehung eines Speckle-Musters richtig zu beschreiben. Abbildung 3.23 verdeutlicht den Effekt der diffusen Reflexion.

Teilbild a zeigt eine ideal glatte Fläche. Alle einfallenden Strahlen werden gemäß Abbildung 3.15 spiegelnd reflektiert. Da es auf der reflektierenden Fläche, abgesehen von der makroskopischen Geometrie, keine Höhenunterschiede gibt, erfahren die Strahlen auch keine zusätzlichen Phasenverschiebungen. Bei Verwendung von kohärentem Licht ist auf einem Beobachtungsschirm ein einheitlich helles Bild zu sehen.

Im Gegensatz dazu zeigt Teilbild b eine optisch raue Fläche. Die mikroskopische Höhenstruktur, die hier exemplarisch an einer Stelle mit  $h$  gekennzeichnet und überhöht dargestellt ist, liegt in der Größenordnung oder über der verwendeten Beleuchtungswellenlänge  $\lambda$ . Auftreffende Strahlen werden daher in die verschiedensten Richtungen diffus reflektiert und erfahren zusätzlich unterschiedliche Phasenverschiebungen, die aufgrund der Größe von  $h$  weit über  $2\pi$  liegen können. Da sich auf einem Beobachtungsschirm viele Strahlen überlagern, kommt es bei Verwendung von kohärentem Licht zu einer Interferenzerscheinung mit zufälligen Phasendifferenzen zwischen den interferierenden Strahlen. Diese Phasendifferenzen können ebenso  $2\pi$  überschreiten, weswegen ein Speckle-Muster mit voll ausgebildeten Speckles zu sehen ist. Die Speckle-Größe  $\Delta x_{spobj}$  - in Abbildung 3.23 handelt es sich um objekti-



(a)



(b)

Abbildung 3.23: a: spiegelnde Reflexion einer Beleuchtungsquelle an einer optisch glatten Fläche und b: diffuse Reflexion einer Beleuchtungsquelle an einer optisch rauhen Fläche

ve Speckles, da die von der rauen Oberfläche kommenden Strahlen direkt auf den Beobachtungsschirm treffen und nicht abgebildet werden- ist hierbei durch

$$\Delta x_{spobj} = \frac{\lambda \cdot z}{D} \quad (3.77)$$

gegeben [1]. Es sind  $\lambda$  die Beleuchtungswellenlänge,  $z$  der Abstand der Oberfläche vom Beobachtungsschirm und  $D$  der Durchmesser des Beleuchtungsflecks auf der Oberfläche. Findet hingegen zusätzlich eine Abbildung der rauen Fläche, im einfachsten Falle mittels einer Linse, auf den Beobachtungsschirm statt, so kann dort ein subjektives Speckle-Muster beobachtet werden. Dessen Speckle-Größe  $\Delta x_{spsub}$  ergibt sich gemäß [1] zu

$$\Delta x_{spsub} = 2,44 \frac{\lambda \cdot b}{D} \quad (3.78)$$

Hierbei sind  $\lambda$  die Beleuchtungswellenlänge,  $b$  der Abstand der Linse vom Beobachtungsschirm und  $D$  der Durchmesser der Linse.

Das Oberflächenmodell lässt sich folgendermaßen darstellen:

- eine Grundfläche mit einstellbaren Kantenlängen
- Unterteilung der Grundfläche in eine einstellbare Anzahl von Punkten
- Zuweisung eines Höhenwertes zu jedem Punkt
- Aufspannen von Dreieckflächen zwischen jeweils drei Punkten
- Zuweisung einer Brechzahl zu jeder Dreieckfläche
- jede Dreieckfläche verhält sich wie ein idealer Spiegel mit Berücksichtigung von Beugung

Die Größe der Grundfläche gibt gleichzeitig den Messbereich, also die Größe der Messfläche, an. Die Höhenwerte der Punkte auf der Oberfläche liegen relativ zu einer Bezugshöhe vor. Die Bereiche zwischen den Punkten werden als ebene, ideale Spiegel betrachtet, wobei Dreieckflächen zwischen jeweils drei solcher Punkte aufgespannt werden. Das auf eine Spiegelfläche fallende optische Feld wird unter Berücksichtigung von Beugung sowie der Fresnelschen Reflexionskoeffizienten gemäß Kapitel 3.2.5, 3.2.7 und 3.2.8 phasenrichtig reflektiert.

Bei den Höhenwerten der Stützstellen handelt es sich um wichtige Größen, da sie die Lage der Spiegelflächen im Raum und damit die Reflexionseigenschaften der simulierten Oberfläche bestimmen. Die Größe setzt sich aus zwei Anteilen zusammen. Der Höhenanteil aufgrund der Oberflächenform und der Höhenanteil aufgrund der Rauheit. Die Oberflächenform ist bekannt, so dass die daraus resultierenden Höhenwerte an den jeweiligen Stützstellen bestimmt werden können. Der Höhenanteil aufgrund der Rauheit ist eine in der Regel unbekannte Größe, die lediglich durch globale Werte, wie zum Beispiel den quadratischen Mittenrauwert, charakterisiert ist. Für die Simulation bedeutet dies, dass bezüglich der konkreten Werte an den Stützstellen bestimmte Annahmen getroffen werden müssen. Diese sind gemäß des verwendeten Modells [9]:

- die Amplituden der Höhenanteile aufgrund der Rauheit sind Zufalls-  
werte, normalverteilt, mit Mittelwert 0 und der Varianz  $\sigma^2$
- der lokale Radius der Oberflächenkrümmung sowie die Korrelati-  
onslänge sind wesentlich größer als die Beleuchtungswellenlänge
- die Ausmaße der Oberfläche sind wesentlich größer als die Korrelati-  
onslänge
- Abschattungseffekte von Oberflächenteilbereichen werden ver-  
nachlässigt
- Mehrfachreflexionen zwischen Oberflächenteilbereichen werden ver-  
nachlässigt

Abbildung 3.24 zeigt einen detaillierten Blick auf die modellierte Oberfläche. Die Grundfläche hat die Kantenlängen  $a$  und  $b$ . Sie ist durch ein Gitternetz, dessen Elemente die Breite  $\Delta x$  und Höhe  $\Delta y$  haben, unterteilt. Somit ergibt sich eine einstellbare Anzahl von Stützstellen, die durch die Koordinaten  $(x_i, y_i)$  mit den Höhenwerten  $h(x_i, y_i)$  charakterisiert sind. Zwischen jeweils drei Stützstellen sind Dreieckflächen aufgespannt. Jeder Fläche ist eine Brechzahl  $n$  zugeordnet. Hiermit ergeben sich gemäß Kapitel 3.2.7 sowie den Gleichungen 3.61 und 3.62 die reflektierten Amplituden des optischen Feldes. Die Reflexionsrichtung berechnet sich wie in Abbildung 3.24 angedeutet nach der Gesetzmäßigkeit *Einfallswinkel* = *Ausfallswinkel* beziehungsweise entsprechend Abbildung 3.15, da sich jede Dreieckfläche wie ein idealer Spiegel verhält. Der Vektor  $\vec{n}$  bezeichnet hierbei den Normalenvektor der Fläche, für welche die Reflexionsrichtung bestimmt wird und  $\alpha$  den Einfalls-

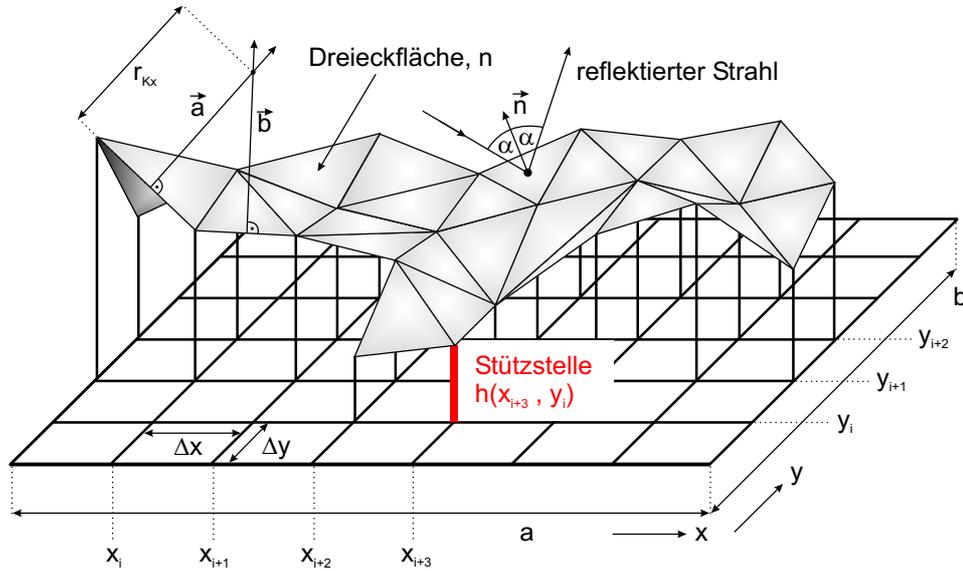


Abbildung 3.24: Detaildarstellung einer simulierten, rauen Oberfläche mit allen wichtigen Bezeichnungen

beziehungsweise Ausfallswinkel eines Lichtstrahls. Weiterhin kann die Beugung an einer solchen Fläche berücksichtigt werden. Dies geschieht entweder herkömmlich gemäß Kapitel 3.2.5 oder alternativ entsprechend Kapitel 3.2.8. Die Höhenwerte  $h(x_i, y_i)$  setzen sich aus den Anteilen Form und Rauheit zusammen, wobei der Höhenanteil aufgrund von Rauheit den erläuterten speziellen Bedingungen genügen muss. Zur Verdeutlichung des lokalen Oberflächenkrümmungsradius  $r_{Kx}$ , der wesentlich größer als die Beleuchtungswellenlänge sein muss, ist dieser in Abbildung 3.24 eingetragen. Es wird unterschieden zwischen einem Wert in  $x$ -Richtung ( $r_{Kx}$ ), der die Krümmung in dieser Richtung angibt und einem entsprechenden Wert für die  $y$ -Richtung. Die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sind jeweils Senkrechte zu zwei aneinanderstoßenden Kanten in  $x$ - oder  $y$ -Richtung zweier benachbarter Dreiecksflächen.

Die konkrete Berechnung der Höhenwerte erfolgt nach den in [12] vorgestellten Regeln, deren Ausgangspunkt die Moving-Average Methode ist [13, 14]. Hierbei entsteht die Matrix der Höhenwerte  $\{Z_{iy, ix}\}$  durch Filterung der Höhenwerte unkorrelierter Zufallszahlen  $\{X_{iy, ix}\}$  mit einer Gewichtsfunktion  $\{W_{py, px}\}$  gemäß

$$Z_{iy, ix} = \sum_{py=-M_{wy}}^{M_{wy}} \sum_{px=-M_{wx}}^{M_{wx}} W_{py, px} X_{iy+py, ix+px} \quad (3.79)$$

Die Matrix der Gewichtsfunktion besitzt  $(2M_{wy} + 1)(2M_{wx} + 1)$  Elemente. Die Zufallszahlen müssen normalverteilt, mit Mittelwert 0 und Varianz 1 sein. Zur Erzeugung dieser wird zunächst ein Minimal Standard Generator verwendet [15], der gleichverteilte Pseudozufallszahlen aus dem Intervall  $[0, 1]$  liefert. Aus zwei Folgen  $\{A(j)\}$  und  $\{B(j)\}$  solcher Zahlen entsteht die gewünschte Folge  $\{X(j)\}$  gaußverteilter Zufallszahlen gemäß [16]

$$X(j) = \sqrt{-2 \ln A(j)} \cos [2\pi B(j)] \quad (3.80)$$

Für die Gewichtsfunktion werden in [12] zwei Funktionen in Abhängigkeit der gewünschten Autokorrelationsfunktion (AKF) der Oberfläche vorgeschlagen. Im Falle einer gaußförmigen AKF

$$W_G(x, y) = \sqrt{\frac{8}{\Lambda_x \Lambda_y}} \exp \left\{ -2 \left[ \left( \frac{x}{\Lambda_x} \right)^2 + \left( \frac{y}{\Lambda_y} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.81)$$

und im Falle einer exponentiell abklingenden AKF

$$W_E(x, y) = \sqrt{\frac{8}{\pi^3 \Lambda_x \Lambda_y}} K_0 \left( \frac{|x|}{\Lambda_x} \right) K_0 \left( \frac{|y|}{\Lambda_y} \right) \quad (3.82)$$

Hierbei bezeichnen  $\Lambda_x$  und  $\Lambda_y$  die Autokorrelationslängen in x- beziehungsweise y-Richtung. Deren Längen sollen mindestens das 15 fache des Diskretisierungsintervalls ( $\Delta x$  beziehungsweise  $\Delta y$ ) der Oberfläche betragen und die Ausdehnung der Gewichtsfunktion selbst mindestens das vierfache der Autokorrelationslängen [12]. Es ist jedoch zu beachten, das im Allgemeinen diese Werte sowie die Gewichtsfunktion selbst von der Art der zu simulierenden Oberfläche abhängen.  $K_0$  bezeichnet die modifizierte Besselfunktion der Ordnung 0. Für den Sonderfall  $K_0(0)$  ist dieser Ausdruck nach [12] durch

$$K_0 \left( \frac{\Delta x}{\eta_x \Lambda_x} \right) \text{ beziehungsweise } K_0 \left( \frac{\Delta y}{\eta_y \Lambda_y} \right) \quad (3.83)$$

mit  $\eta_x = \eta_y = 3$  zu ersetzen.

Um Simulationszeiten zu verkürzen, bietet das Modell zusätzlich die Möglichkeit, statt aller Oberflächenelemente eine geringere Anzahl zufällig ausgewählter Elemente zu verwenden. In [76, 78] wird gezeigt, dass dies bei Simulationen im Rahmen der Holographie, beziehungsweise bei der Simulation von Speckle-Bildern gute Ergebnisse erbringt. In Übereinstimmung mit

[1] sind zum Beispiel für objektive Speckle-Bilder circa 1000 Oberflächenpunkte bereits ausreichend, um gute Ergebnisse im Vergleich zur Theorie zu erhalten. Im Falle von subjektiven Speckle-Bildern ist bei einer Detektorgröße von  $512 \times 512$  Pixeln eine Oberfläche mit  $1024 \times 1024$  Punkten ausreichend. Die Möglichkeit, dennoch das vorgestellte Oberflächenmodell mit allen Oberflächenelementen zu verwenden, wurde implementiert, da zukünftig mit dem Simulationssystem insbesondere Untersuchungen von Oberflächenerosionen durchgeführt werden sollen. Da es sich hierbei um Mikrostrukturänderungen handelt, kann eine Beschränkung auf wenige, zufällig ausgewählte Oberflächenelemente von Nachteil sein.

In Kapitel 3.2.8 wurde eine alternative Methode zur Berücksichtigung von Beugungseffekten vorgestellt. Hierbei wurden zur Beugungsberechnung an Oberflächen rechteckige Teilflächen gemäß Abbildung 3.21 angenommen. Beim vorgestellten Oberflächenmodell muss beachtet werden, dass diese Teilflächen jetzt Dreieckflächen sind, weswegen deren gebeugtes optisches Feld zu verwenden ist.

## 3.4 Die Modelle der übrigen Komponenten

Die wichtigste Komponente der Simulation ist das Strahlenmodell, welches ausführlich vorgestellt wurde. Ein weiteres entscheidendes Element stellt das Oberflächenmodell dar, weswegen dieses ebenfalls separat behandelt wurde. Die restlichen am System beteiligten Komponenten wie Laser, Strahlteiler, Spiegel, Abbildungsoptik und Kamera werden im Rahmen dieser Simulationen teilweise idealisiert und damit weniger detailliert betrachtet. Dies resultiert aus der praktischen Arbeit mit dem Simulationsprogramm, da die Auswirkungen nicht idealer Eigenschaften solcher Komponenten bei bisherigen Fragestellungen und Untersuchungen von geringerem Interesse waren. Trotzdem ist aufgrund des modularen Aufbaus der Simulationen eine Erweiterung der Modelle problemlos möglich. Insbesondere das Strahlenmodell, welches die Komponenten verbindet, bietet hierzu die Möglichkeit.

### 3.4.1 Laser

Für interferometrische Messungen wird kohärentes Licht benötigt, um einen festen, räumlichen Phasenzusammenhang zwischen den interferierenden optischen Feldern, zum Beispiel von Objekt- und Referenzfläche, zu erhalten. Laser sind solche kohärenten Lichtquellen, wobei die Kohärenzlänge, der maximale Abstand zweier Punkte mit noch fester Phasenbeziehung, für die Interferometrie eine wichtige Kenngröße darstellt. Eine monochromati-

sche Welle, die es in Wirklichkeit nicht geben kann, würde eine unendliche Kohärenzlänge besitzen. Tatsächlich aber hat Laserlicht ein mehr oder weniger großes Spektrum. Man unterscheidet zwischen der Linienbreite, deren Ursachen im wesentlichen die natürliche Linienbreite, die Stoßverbreiterung und der Dopplereffekt sind, den Moden, die dadurch entstehen, dass aus dem Spektrum des atomaren Übergangs im Laser lediglich jene Frequenzen verstärkt werden, von denen ganzzahlige Vielfache ihrer halben Wellenlänge im Laserresonator auftreten und schließlich den Frequenzen, die durch das Lasermedium bestimmt werden [2, 63, 86]. Das in der Simulation verwendete Lasermodell berücksichtigt diese Eigenschaften vereinfachend dadurch, dass das Licht als Überlagerung einer beliebigen Anzahl einstellbarer Frequenzen, durch den Index  $\omega$  in den Gleichungen 3.32, 3.67 oder 3.68 angegeben, dargestellt wird. Zu berücksichtigen ist jedoch, dass sich für jede zusätzliche Frequenz im Licht die Simulationszeit verlängert.

Neben den erwähnten Moden, die auch longitudinale Moden genannt werden, existieren transversale Moden. Hierbei handelt es sich um Intensitätsverteilungen im Laserlicht senkrecht zur Strahlrichtung, die aus der Geometrie der Laserresonatorspiegel resultieren [63, 86]. Abbildung 3.25 zeigt die Verteilung der ersten Moden bei Rechtecksymmetrie.

Bezeichnet werden die Strahlen durch  $TEM_{mnq}$ , wobei die Parameter  $m$  und  $n$  die transversalen Moden in  $x$ - und  $y$ -Richtung und  $q$  die longitudinale Modenzahl angeben [63, 86]. Diese Tatsache wird in der Simulation dadurch berücksichtigt, dass der Laserstrahl senkrecht zur Strahlausbreitungsrichtung in Teilbereiche mit variabler Auflösung unterteilt ist, und dass jedem Teilbereich die einstellbaren Amplituden  $E_{0xi\omega r}$  und  $E_{0yi\omega r}$  gemäß den Gleichungen 3.32, 3.67 oder 3.68 zugeordnet werden können.

Eine weitere Eigenschaft eines Laserstrahls ist sein hoher Grad an Parallelität. Trotzdem ist seine Wellenfront nicht eben, sondern zum Beispiel im Falle des  $TEM_{00q}$ -Strahls eine Kugelfläche. Wellenfrontformen können in der Simulation eingestellt werden, indem den zuvor schon benutzten Teilbereichen senkrecht zur Strahlausbreitungsrichtung auch einstellbare Phasenwerte durch Variation der Größe  $\vec{r}_i$  in Gleichung 3.70 beziehungsweise 3.73 zugeordnet werden können. Diese bewirken eine Verformung der ursprünglich ebenen Wellenfront.

Eine weitere wichtige Kenngröße von Laserlicht, die in der Simulation berücksichtigt wird, ist die Polarisation. Das Laserlicht wird als eine Überlagerung einzelner Wellen mit verschiedenen Frequenzen dargestellt. Jede Einzelwelle ist monochromatisch und besitzt daher eine feste Polarisation, die über die Größen  $E_{0xi\omega r}$ ,  $E_{0yi\omega r}$  und  $\phi_\omega$  gemäß Kapitel 3.2.5 sowie den Gleichungen 3.23 und 3.24 festgelegt wird. Unterschiedliche Polarisationszustände können durch Überlagerung einzelner fester Polarisierungen analog der Über-

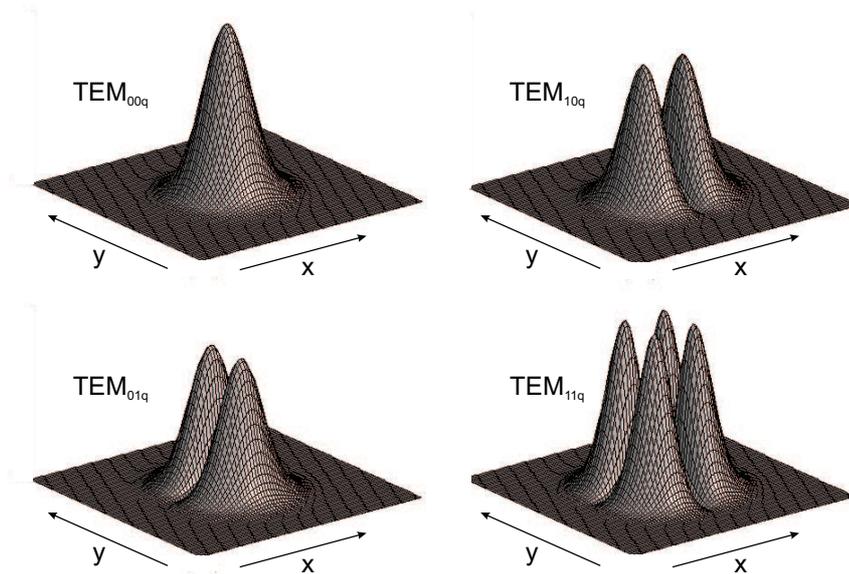


Abbildung 3.25: Modenstrukturen (Intensitätsmuster) für transversale Moden (in  $x$ - und  $y$ -Richtung) eines Laserstrahls bei Rechtecksymmetrie

lagerung verschiedener Frequenzen erzeugt werden. Auch hier ist zu beachten, dass jeder weitere hinzugenommene Polarisationszustand die Simulationszeit verlängert.

### 3.4.2 Strahlteiler

Die Funktionsweise des Strahlteilers wurde bereits in Kapitel 3.2.7 erläutert, weswegen an dieser Stelle darauf verwiesen sei.

### 3.4.3 Spiegel

In der Simulation wird ein Spiegel als ideal ebene Fläche betrachtet. Somit kann dies als Sonderfall einer reflektierenden Oberfläche gemäß Kapitel 3.3 angesehen werden, bei welcher alle Teilflächen die gleiche Höhe und parallele Normalenvektoren besitzen. Deshalb kommt das in Kapitel 3.2.7 vorgestellte Modell der Reflexion an Mess- beziehungsweise Referenzobjekt zum Einsatz. Lediglich Beugung wird an dieser Stelle vernachlässigt.

### 3.4.4 Abbildungsoptik

Die Funktionsweise der Abbildungsoptik wurde ebenfalls bereits in Kapitel 3.2.7 erläutert, weswegen an dieser Stelle darauf verwiesen sei. Zu beachten sind die beiden grundsätzlich unterschiedlichen Möglichkeiten der Beugungsberechnung mit ihren jeweiligen Vor- und Nachteilen, wobei die herkömmliche Methode in den Kapiteln 3.2.5 und 3.2.7 und die alternative Methode in Kapitel 3.2.8 behandelt wurde.

### 3.4.5 Kamera

Die Kamera dient der Detektion und räumlichen Auflösung des auf sie treffenden optischen Feldes. Der eigentliche Aufnahmeteil, der Kamerachip, besitzt eine rechteckige Fläche mit Kantenlängen in der Größenordnung von wenigen Millimetern bis typischerweise circa 12 mm. Die Aufnahmefläche besteht aus rechteckigen Teilflächen, den Pixeln. Die Anzahl der Pixel kann stark variieren. Mögliche Werte sind zum Beispiel bei einfachen Modellen  $732 \times 580$  Pixel,  $1024 \times 1024$  Pixel oder bei hochauflösenden Modellen  $1300 \times 1100$  Pixel. Darüber hinaus sind Kameras mit wesentlich höherer Pixelanzahl erhältlich, sie haben jedoch den für die Speckle-Interferometrie wesentlichen Nachteil, dass sie Halbbilder statt Vollbilder liefern.

Das gesamte auf eine Pixelfläche treffende optische Feld erzeugt gemäß Kapitel 3.2.1 sowie Gleichung 3.10 eine resultierende Intensität, die von der Kamera als Zahlenwert für die jeweilige Stelle zurückgeliefert wird. Zwei Dinge müssen bei dem zurückgelieferten Zahlenwert beachtet werden. Zum einen ist die gemessene Intensität mit der spektralen Empfindlichkeit der Kamera in Abhängigkeit der Wellenlängen des auf sie treffenden optischen Feldes sowie mit der Belichtungszeit bewertet, und zum anderen wird diese Intensität quantisiert und als diskreter Wert geliefert. Weiterhin ist der Wert mit einem Fehler zum Beispiel aufgrund von Rauschen und Nichtlinearitäten der Kamera behaftet [90, 91]. Dieser Fehler wird jedoch in der Simulation nicht berücksichtigt. Daher besitzt das Kameramodell folgende Eigenschaften:

- eine Chipfläche mit einstellbaren Kantenlängen und einstellbarer Pixelanzahl
- alle auf den Bereich eines Pixels fallenden Strahlen werden aufsummiert, und mittels Gleichung 3.70 wird die resultierende Intensität berechnet
- diese Intensität wird gemäß einer Empfindlichkeitskennlinie sowie der Belichtungszeit bewertet

- die bewertete Intensität wird gemäß einer Quantisierungskennlinie quantisiert
- das Kameramodell liefert ein Feld von Zahlenwerten, welche die einzelnen Pixel mit ihren Intensitäten angeben

Abbildung 3.26 zeigt das Modell.

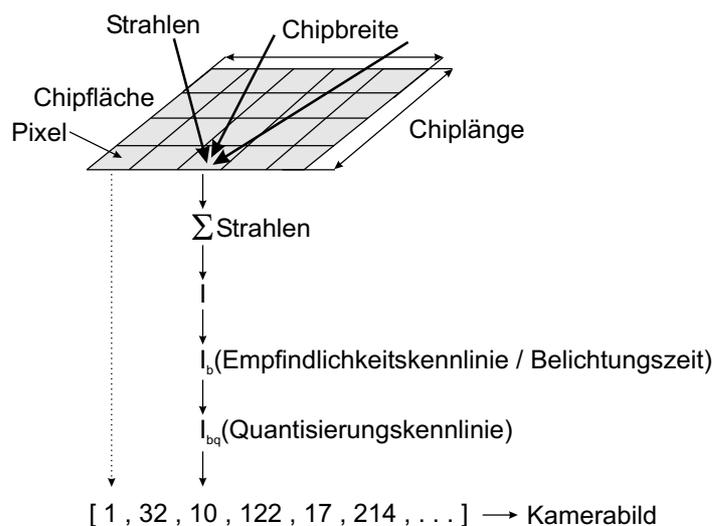


Abbildung 3.26: Kameramodell: auf die Chipfläche treffende Strahlen erzeugen ein Zahlenfeld, welches das Kamerabild (zum Beispiel ein Speckle-Interferogramm) darstellt

Somit liefert das Kameramodell analog zu einer realen Kamera ein Zahlenfeld zurück, welches in gleicher Art und Weise wie tatsächliche Bilddaten weiterverarbeitet werden kann.

Falls sich während der Belichtungszeit etwas am Messaufbau ändert, zum Beispiel durch Erschütterungen, kann nicht eine einfache Bewertung der berechneten Intensität durch die Belichtungszeit stattfinden. Es muss vielmehr eine gewisse Anzahl von Momentaufnahmen des sich ändernden optischen Feldes aufsummiert werden.

### 3.5 Simulationsbeispiele

Zum Abschluß des Kapitels sollen ausgewählte Simulationsbeispiele die Funktionstüchtigkeit des Simulationsmodells demonstrieren. Das vorgestellte Modell wurde als Programm mit einer graphischen Bedienoberfläche für das

Betriebssystem Windows NT implementiert. Damit wurden auf einem handelsüblichen, durchschnittlichen PC alle folgend vorgestellten Simulationen berechnet. Aufgrund der großen Anzahl einstellbarer Simulationsparameter werden bei den einzelnen Beispielen nicht alle, sondern jeweils nur die zur Beurteilung des Ergebnisses wichtigsten Parameter genannt.

### Intensitätsverteilung

Die Intensitätsverteilung eines Speckle-Musters ist eine statistische Eigenschaft, welche einen charakteristischen Verlauf aufweist. Im Falle voll ausgebildeter Speckles und einer statistischen, das heißt unabhängigen, Verteilung der Oberflächenhöhenwerte kann aus dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik für die Intensität  $I$  eine negative Exponentialverteilung  $P_I(I)$  mit

$$P_I(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp[-I/\langle I \rangle] \quad (3.84)$$

abgeleitet werden [1, 17]. Abbildung 3.27 zeigt die Intensitätsverteilung eines simulierten Speckle-Musters.

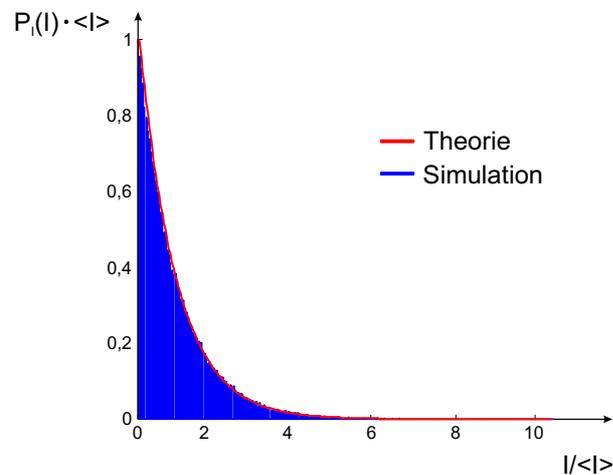


Abbildung 3.27: Intensitätsverteilung eines simulierten Speckle-Musters

Die rote Kurve ist der Verlauf nach Gleichung 3.84, wobei die Intensität auf  $\langle I \rangle$  normiert und die Verteilung  $P_I(I)$  mit  $\langle I \rangle$  multipliziert wurde. Die blaue Grafik zeigt die aus einem simulierten Speckle-Muster ermittelte Verteilung. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation ist gegeben.

### Speckle-Größe

Die subjektive Speckle-Größe in einem Speckle-Muster ist eine Beugungserscheinung. Das von einer rauen Messfläche kommende optische Feld wird mittels einer Linse abgebildet. An dieser Linse findet zusätzlich eine Beugung des Feldes statt. Deren Stärke bestimmt die mittlere Speckle-Größe  $\Delta x_{spsub}$  in der Beobachtungsebene [18]. Abbildung 3.28 zeigt zwei simulierte Speckle-Muster mit unterschiedlicher Speckle-Größe.

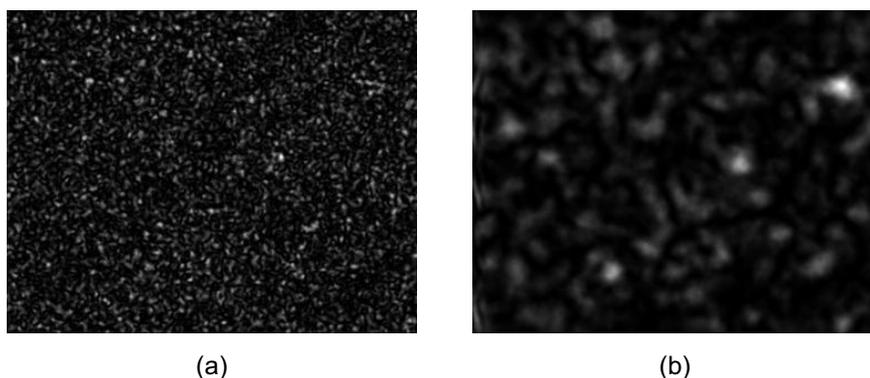


Abbildung 3.28: Speckle-Muster mit unterschiedlicher mittlerer Speckle-Größe aufgrund a: geringerer und b: stärkerer Beugung

Es wurde ein interferometrischer Aufbau simuliert. Die raue Messfläche wurde auf eine Kamera abgebildet, wobei der Durchmesser der Blende direkt hinter der abbildenden Linse im Fall 3.28 a  $2,0\text{ mm}$  und im Fall 3.28 b  $0,5\text{ mm}$  betrug. Die mittlere Speckle-Größe berechnet sich aus Gleichung 3.78. Andererseits kann diese auch aus dem Speckle-Muster direkt bestimmt werden. Sie ist definiert als seine Kohärenzbreite, welche gleich dem Durchmesser der Autokorrelationsfunktion des betrachteten Musters bei Abfall dieser auf  $1/e^2$  ist [19]. Abbildung 3.29 zeigt vier entsprechende Simulationen.

In allen vier Fällen wurde ein Speckle-Muster mit gleichen Einstellungen simuliert. Lediglich der Durchmesser der Blende unmittelbar hinter der abbildenden Linse wurde variiert und betrug im Fall a  $4,14\text{ mm}$ , im Fall b  $2,76\text{ mm}$ , im Fall c  $2,07\text{ mm}$  und im Fall d  $1,66\text{ mm}$ . Die Blendendurchmesser wurden so gewählt, dass die mittlere Speckle-Größe jeweils ein ganzzahliges Vielfaches der Pixelgröße der simulierten Kamera ergibt. Mit einer Wellenlänge von  $658\text{ nm}$  und einem Abstand zwischen Blende und Kamerachip von  $165\text{ mm}$  berechnet sich diese mittlere Speckle-Größe gemäß Gleichung 3.78. Ebenso wurde die Größe aus den Speckle-Mustern selbst berechnet. Dazu wurde jeweils die Autokorrelationsfunktion (AKF) der Muster wie in

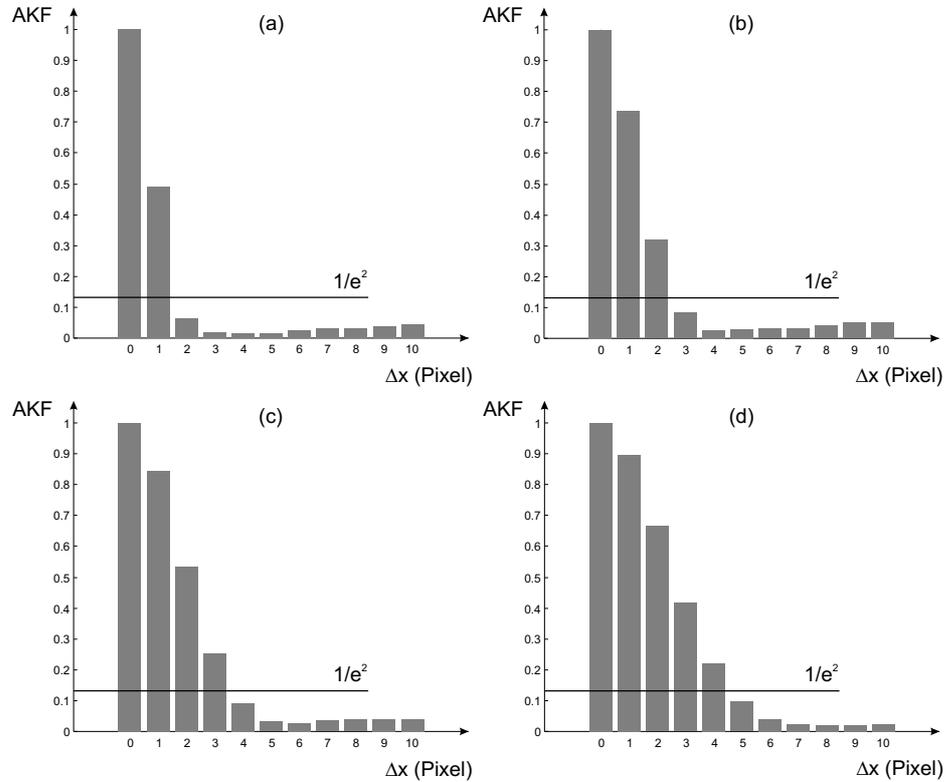


Abbildung 3.29: Autokorrelationsfunktion von Speckle-Mustern mit von  $a$  nach  $d$  zunehmender Speckle-Größe

den Abbildungen 3.29 a bis d bestimmt [20]. Zur Berechnung des Radius der AKF bei Abfall dieser auf den Wert  $1/e^2$  wurde die Anzahl an Pixeln verwendet, bei welcher die AKF erstmals den genannten Wert unterschreitet. Dieser Wert wurde deshalb gewählt, da die tatsächliche Speckle-Größe etwas größer sein wird, als diejenige in den simulierten Bildern. Grund dafür ist die in der Simulation stattfindende räumliche Begrenzung des gebeugten optischen Feldes, im Gegensatz zum tatsächlichen wesentlich weiter, theoretisch sogar unendlich ausgedehnten Feld. Somit ist der Wert im Fall a beispielsweise zwei Pixel. Die in der Simulation eingestellte Pixelgröße betrug in allen Fällen  $16 \mu m$ , woraus sich bei a ein Radius von  $32 \mu m$ , beziehungsweise ein Durchmesser von  $64 \mu m$  ergibt, welcher die mittlere Speckle-Größe angibt. Alle Ergebnisse sind folgend zusammengefasst:

$$\begin{aligned}
\text{Fall } a & : \text{Blende} = 4,14 \text{ mm} \Rightarrow \Delta x_{\text{spsub}} = 64 \mu\text{m} \iff D_{AKF} = 64 \mu\text{m} \\
\text{Fall } b & : \text{Blende} = 2,76 \text{ mm} \Rightarrow \Delta x_{\text{spsub}} = 96 \mu\text{m} \iff D_{AKF} = 96 \mu\text{m} \\
\text{Fall } c & : \text{Blende} = 2,07 \text{ mm} \Rightarrow \Delta x_{\text{spsub}} = 128 \mu\text{m} \iff D_{AKF} = 128 \mu\text{m} \\
\text{Fall } d & : \text{Blende} = 1,66 \text{ mm} \Rightarrow \Delta x_{\text{spsub}} = 160 \mu\text{m} \iff D_{AKF} = 160 \mu\text{m}
\end{aligned}$$

(3.85)

Hierbei bezeichnen  $\Delta x_{\text{spsub}}$  die theoretisch nach Gleichung 3.78 berechnete mittlere Speckle-Größe und  $D_{AKF}$  den Durchmesser der AKF bei Abfall dieser auf den Wert  $1/e^2$  gemäß Abbildung 3.29, welcher ebenfalls der mittleren Speckle-Größe entspricht. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation ist gegeben.

### Korrelation von Speckle-Mustern

Der Korrelationskoeffizient  $\rho_{XY}$  zweier Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  ist durch

$$\rho_{XY} = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{(\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2)^{1/2} (\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2)^{1/2}} \quad (3.86)$$

definiert. Werden für die beiden Zufallsvariablen die Intensitätsverteilungen zweier phasenverschobener Speckle-Interferogramme eingesetzt, und unterscheiden sich die beiden Interferogramme lediglich durch eine Phasenverschiebung  $\Delta\phi$ , so kann für den Korrelationskoeffizienten  $\rho(\Delta\phi)$  unter der Annahme, dass alle Intensitäten und Phasen der Interferogramme unabhängige Variablen sind, der Zusammenhang

$$\rho(\Delta\phi) = \frac{1 + r^2 + 2r \cos \Delta\phi}{(1 + r)^2} \quad (3.87)$$

berechnet werden, wobei

$$r = \langle I_2 \rangle / \langle I_1 \rangle \quad (3.88)$$

ist.  $I_1$  und  $I_2$  bezeichnen die von Objekt und Referenz stammenden Intensitäten der interferometrischen Anordnung, welche die Interferogramme erzeugt [18]. Abbildung 3.30 zeigt eine entsprechende Simulation.

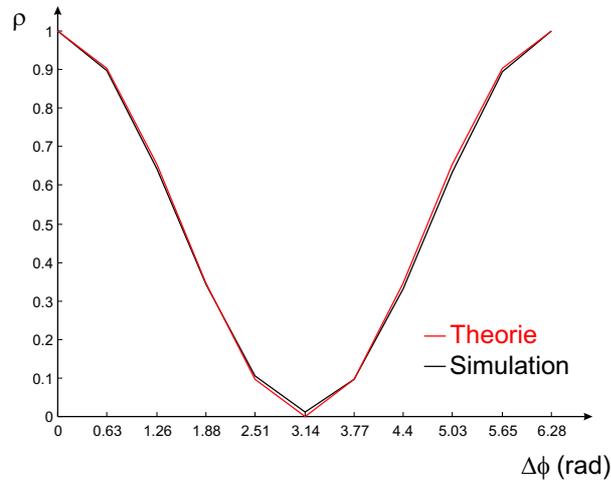


Abbildung 3.30: Korrelationskoeffizient zweier phasenverschobener Speckle-Interferogramme

Es wurde ein interferometrischer Aufbau angenommen, bei welchem Objekt- und Referenzfläche rau sind und für die reflektierten Intensitäten  $r = 1$  gilt. Beide Flächen wurden auf eine Kamera abgebildet. Die Referenzfläche wurde gegenüber der Objektfläche schrittweise so verschoben, dass sich zwischen beiden eine Phasendifferenz von  $\Delta\phi$  entsprechend Abbildung 3.30 einstellte. Es wurde jeweils der Korrelationskoeffizient  $\rho(\Delta\phi)$  zwischen dem ersten unverschobenen Interferogramm und dem verschobenen Interferogramm berechnet [20]. Die rote Kurve zeigt den theoretischen Verlauf gemäß Gleichung 3.87, die schwarze Kurve den aus den simulierten Interferogrammen berechneten. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation ist gegeben.

### Polarisation

Interferieren zwei optische Felder, so wird das resultierende Feld, beziehungsweise die resultierende Intensität unter anderem auch durch die Polarisierung der Felder bestimmt [2, 20]. Im Falle linearer Polarisierung beispielsweise bestimmt der Winkel zwischen den interferierenden resultierenden Feldvektoren gemäß Gleichung 3.15 die Modulation. Stehen diese parallel, ergibt sich maximale Modulation. Im Falle senkrecht zueinander stehender Vektoren hingegen ist diese null. Es ist trotz Interferenz nur ein einheitlich helles Interferogramm zu sehen. Abbildung 3.31 zeigt hierzu eine Simulationsreihe. Simuliert wurde ein interferometrischer Aufbau mit linear polarisierter, monochromatischer Beleuchtung, bei welchem in Abbildung 3.31 Reihe a

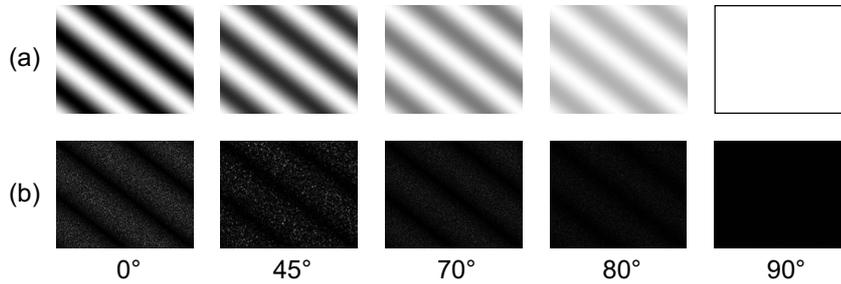


Abbildung 3.31: a: Spiegelinterferogramme, b: Differenzbilder zweier Speckle-Interferogramme einer Deformationsmessung bei linear polarisierter Beleuchtung und Verdrehung der Polarisationsrichtung zwischen interferierendem Objekt- und Referenzfeld um die angegebenen Winkel

Objekt- und Referenzfläche ebene Spiegel waren. Reihe b zeigt die Differenzbilder aus Speckle-Interferogrammen einer simulierten Deformationsmessung. Objekt- und Referenzintensitäten waren in allen Fällen gleichstark. Im Fall a war ein Spiegel gegenüber dem anderen derart verkippt, dass im Interferogramm vier diagonal verlaufende weiß-schwarz-weiß Verläufe auftreten. Im Fall b wurde eine der beiden rauen Flächen in gleicher Weise wie der Spiegel verkippt, weswegen im Differenzbild der Deformationsmessung diagonale schwarze Streifen auftreten. Zusätzlich wurde die Polarisation gedreht, indem die resultierenden Feldvektoren im Referenzarm des Interferometers gegenüber denen des Objektarms um den unter den Bildern jeweils angegebenen Winkel gedreht wurden.

Im Falle der Spiegelinterferogramme sind maximaler Kontrast bei parallelen Feldvektoren ( $0^\circ$ ), kein Kontrast bei senkrechten Feldvektoren ( $90^\circ$ ), sowie Zwischenstufen ( $45^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $80^\circ$ ) gut erkennbar. Zur genaueren Untersuchung kann der Streifenkontrast  $C$  bestimmt werden. Er ist durch

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (3.89)$$

gegeben, wobei  $I_{max}$  und  $I_{min}$  das Maximum und das Minimum eines Bereiches eines Interferogramms sind [20]. Theoretisch kann  $C_{Theorie}$  durch einsetzen von Gleichung 3.15 in Gleichung 3.89 für die jeweiligen Winkel bestimmt werden. Zum Vergleich kann  $C_{Simulation}$  aus den simulierten Interferogrammen ebenfalls gemäß Gleichung 3.89 direkt ermittelt werden. Dabei ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned}
0^\circ & : C_{Theorie} = 1,00 \iff C_{Simulation} = 1,00 \\
45^\circ & : C_{Theorie} = 0,71 \iff C_{Simulation} = 0,71 \\
70^\circ & : C_{Theorie} = 0,34 \iff C_{Simulation} = 0,34 \\
80^\circ & : C_{Theorie} = 0,17 \iff C_{Simulation} = 0,17 \\
90^\circ & : C_{Theorie} = 0,00 \iff C_{Simulation} = 0,00
\end{aligned} \tag{3.90}$$

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation ist gegeben. Im Falle der Differenzbilder ist ein anderer Effekt zu beobachten. Die auf die Messfläche aufgebrachte Deformation ergibt eine charakteristische Interferenz im Speckle-Interferogramm. Durch Differenzbildung mit dem Speckle-Interferogramm des nicht deformierten Zustandes entstehen dadurch gemäß Kapitel 2.2.2 die Deformation beschreibende, schwarze Streifen. Die Stärke der Interferenz zwischen Objekt- und Referenzfeld nimmt jedoch mit zunehmender Drehung der Polarisationsrichtung des Referenzfeldes ab. Somit werden die Speckle-Interferogramme vor und nach der Deformation immer ähnlicher, beziehungsweise im letzten Fall (3.31 b,  $90^\circ$ ) sogar gleich, weswegen die schwarzen Streifen in den Differenzbildern immer weniger deutlich beziehungsweise gar nicht mehr zu erkennen sind.

### Differenzbild

Die Differenzbildmethode ist eine einfache Möglichkeit, interferometrische Deformations- und Formvermessungen an optisch rauen Oberflächen durchzuführen. Nachteil ist, dass lediglich die Deformation beziehungsweise Form beschreibende Höhenlinien, vergleichbar denen einer Landkarte, ohne Höheninformation zwischen diesen und ohne Richtungsinformation (steigende oder fallende Höhe) ermittelt werden können [1]. In Kapitel 2.2.2 wird gezeigt, dass im Falle einer Deformationsmessung diese Höhenlinien als schwarze Streifen im Differenzbild zweier Interferogramme zu erkennen sind, und dass der Höhenunterschied beim Übergang von einem Streifen zum nächsten so groß ist, dass sich die Phase  $\Delta\varphi$  im Licht um  $2\pi$  ändert. Die Höhe  $\vec{h}$  ergibt sich mit Hilfe des Empfindlichkeitsvektors  $\vec{k}$  gemäß

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi & = \vec{k} \cdot \vec{h} \\
& = \frac{4\pi}{\lambda} h
\end{aligned} \tag{3.91}$$

wobei ein Interferometrischer Aufbau mit der Beleuchtungswellenlänge  $\lambda$  und senkrechter Beleuchtung sowie Beobachtung der Messfläche angenommen

wurde. Der Betrag  $h$  der Höhe wird ebenfalls senkrecht zur Messfläche gemessen. Aus einer gegebenen Deformation kann somit die theoretische Lage der schwarzen Streifen im Differenzbild bestimmt und mit denen im Differenzbild einer simulierten Deformationsmessung verglichen werden. Abbildung 3.32 zeigt hierzu entsprechende Beispiele.

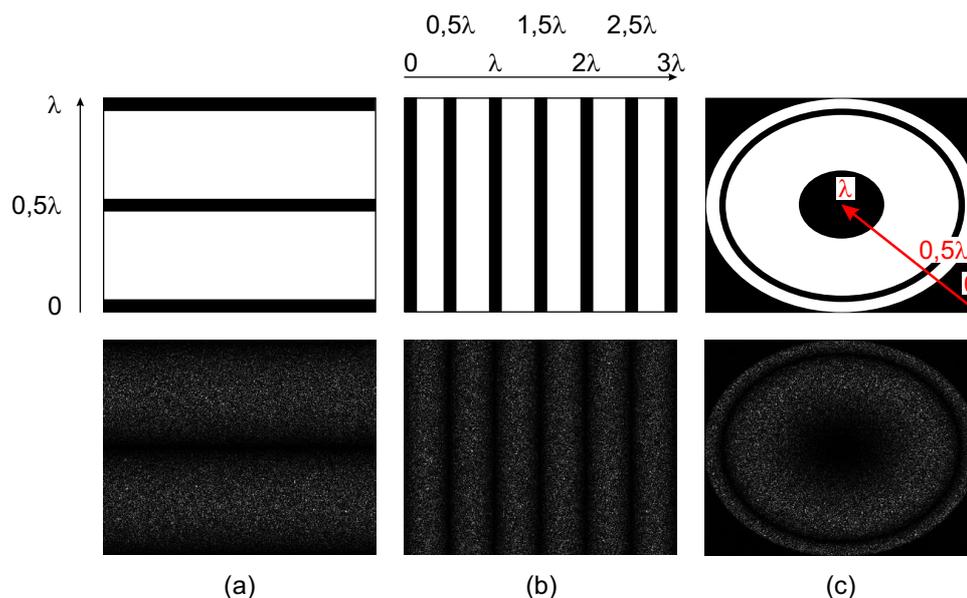


Abbildung 3.32: Deformationen: a: horizontale Verkipfung, b: vertikale Verkipfung, c: halber Ellipsoid, Graphiken oben: theoretische Lage der schwarzen Streifen im Differenzbild, Bilder unten: aus simulierten Speckle-Interferogrammen berechnete Differenzbilder

Im Fall a war die Deformation derart, dass die Messfläche um ihre horizontale Achse mit einem Höhenunterschied zwischen oberem und unterem Rand von  $658 \text{ nm} = \lambda$  verkippt wurde. Mittels Gleichung 3.91 resultiert daraus, dass überall dort, wo der Höhenunterschied dieser Deformation Vielfache von  $\lambda/2$  erreicht, das Differenzbild schwarz wird. Es sind somit wie in Abbildung 3.32 a, oben gezeigt, drei horizontale, äquidistante, schwarze Streifen zu erwarten. Analog dazu wurde im Fall b um die vertikale Achse mit  $1974 \text{ nm} = 3\lambda$  verkippt. Im Fall c wurde die Messfläche in Form eines halben Ellipsoids mit Mittelpunkt in der Messflächenmitte verformt. Die Maximale Höhe der Verformung befindet sich daher ebenfalls im Mittelpunkt und beträgt  $658 \text{ nm} = \lambda$ . Jeweils die oberen Graphiken zeigen die theoretisch zu erwartenden schwarzen Streifen in den Differenzbildern. Die unteren Bilder zeigen die aus den simulierten Speckle-Interferogrammen berechneten

Differenzbilder. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation ist gegeben.

Simulationen zur Formvermessung zeigen eine ebenso exakte Übereinstimmung mit der Theorie.

### Zeitliches Phasenschieben

Die Phasenschiebe-Technik ist ebenfalls ein Verfahren interferometrische Deformations- und Formvermessungen an optisch rauen Oberflächen durchzuführen. Als Ergebnis steht ein Phasenbild, welches in jedem Pixel die Höheninformation der Deformation oder Form als Phase modulo  $2\pi$  enthält. Von den zwei prinzipiell möglichen Arten des Phasenschiebens wird hier zunächst die des zeitlichen Phasenschiebens simuliert und untersucht. Im Falle einer Deformationsmessung sind hierzu von der Messfläche in Abhängigkeit des verwendeten Algorithmus gemäß Abschnitt 2.3 zum Beispiel vier phasenverschobene Speckle-Interferogramme vor und vier in gleicher Art und Weise phasenverschobene Speckle-Interferogramme nach der Deformation erforderlich. Bei einer Formvermessung analog dazu vier Speckle-Interferogramme mit der ersten Beleuchtungswellenlänge  $\lambda_1$  und vier mit der zweiten Beleuchtungswellenlänge  $\lambda_2$ . Die Phasenverschiebung selbst erfolgt in der Praxis zum Beispiel durch schrittweise Verschiebung der Referenzfläche, sodass hierdurch jeweils ein Phasenschub von üblicherweise  $90^\circ$  entsteht. Dieser Vorgang erstreckt sich über die Zeit. Danach kann mittels eines Algorithmus, zum Beispiel nach Carré [28], aus den acht Speckle-Interferogrammen das Phasenbild der Deformation oder Form berechnet werden. Abbildung 3.33 zeigt die Simulation dieses Vorgangs für eine Deformationsmessung.

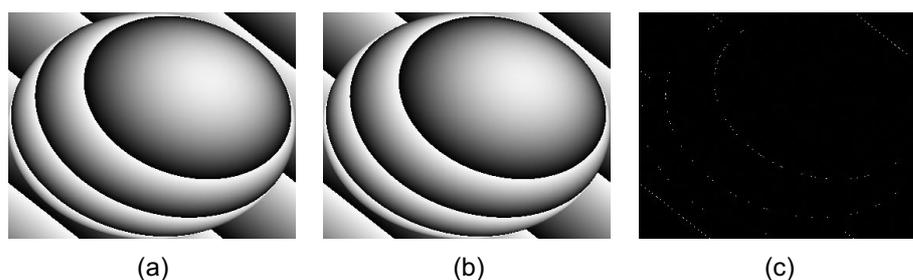


Abbildung 3.33: *a*: aus simulierten Speckle-Interferogrammen berechnetes Phasenbild einer Deformationsmessung, *b*: mittels der bekannten Deformation theoretisch berechnetes Phasenbild, *c*: Differenz aus *a* und *b*

Es wurde ein Michelson-Interferometer mit rauer, ebener Mess- und Referenzfläche angenommen. Vier phasenverschobene Speckle-Interferogramme

vor der Deformation wurden berechnet, wobei die Referenzfläche zwischen den Aufnahmen um jeweils  $82\text{ nm}$  verschoben wurde. Dies entspricht bei einer simulierten Beleuchtungswellenlänge von  $656\text{ nm}$  einer Phasenverschiebung im Licht von  $90^\circ$ . Danach wurde die Messfläche deformiert und vier weitere Speckle-Interferogramme in gleicher Art und Weise berechnet. Die Deformation bestand aus einer Verkippung der Messfläche um die horizontale und um die vertikale Achse, sowie einer zusätzlichen Deformation in Form eines halben Ellipsoids. Abbildung 3.33 a zeigt das aus den acht Speckle-Interferogrammen nach Carré [28] berechnete Phasenbild.

Zur Überprüfung dessen wurde mittels der bekannten Deformation das theoretisch zu erwartende Phasenbild erstellt. Dieses ist in Abbildung 3.33 b zu sehen. Die Differenz beider zeigt Abbildung 3.33 c. Es sind nur wenige Unterschiede zu erkennen, da die simulierte Messung mit rauen Flächen durchgeführt wurde, die theoretisch berechnete Deformation jedoch, abgesehen von der Deformation selbst, ideal glatt ist.

Abbildung 3.34 zeigt analog zur vorgestellten Deformationsmessung eine Formvermessung.

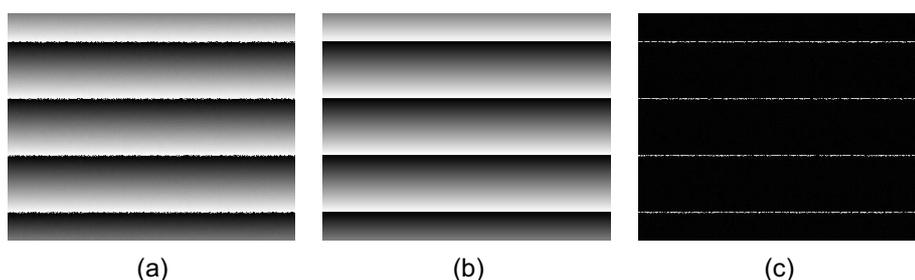


Abbildung 3.34: a: aus simulierten Speckle-Interferogrammen berechnetes Phasenbild einer Formvermessung, b: mittels der bekannten Form theoretisch berechnetes Phasenbild, c: Differenz aus a und b

Es wurde der gleiche Aufbau und Phasenschub wie zur Deformationsmessung angenommen, wobei die beiden Beleuchtungswellenlängen jetzt  $656\text{ nm}$  und  $658\text{ nm}$  betragen. Die zu messende Form bestand aus einer schrägen Ebene. Hierfür wurde die ursprünglich senkrecht zur Beobachtungsrichtung stehende Messfläche um ihre horizontale Achse mit einem Höhenunterschied zwischen oberem und unterem Rand von  $431,65\text{ }\mu\text{m}$  verkippert. Aus den Beleuchtungswellenlängen berechnet sich die synthetische Wellenlänge zu  $107,91\text{ }\mu\text{m}$ . Abbildung 3.34 a zeigt das aus den acht simulierten Speckle-Interferogrammen nach Carré [28] berechnete Phasenbild der Form.

Zur Überprüfung dessen wurde mittels der bekannten Form das theoretisch

zu erwartende Phasenbild erstellt. Dieses ist in Abbildung 3.34 b zu sehen. Die Differenz beider zeigt Abbildung 3.34 c. Die simulierte Messung wurde mit rauen Flächen durchgeführt, wohingegen die theoretisch berechnete Form, abgesehen von dieser selbst, ideal glatt ist. Da bei einer Formvermessung auch die Oberflächenrauheit in das Messergebnis mit eingeht, sind in der gezeigten Differenz prinzipiell Unterschiede zu erwarten. Um diese möglichst klein zu halten, wurde in Relation zur synthetischen Wellenlänge eine geringe Rauheit der Mess- und Referenzfläche mit  $R_q = 1,16 \mu\text{m}$  gewählt. Diese macht sich im Phasenbild und im Differenzbild, abgesehen von den Stellen, an welchen Phasensprünge stattfinden, kaum bemerkbar.

### Räumliches Phasenschieben

Der räumliche Phasenschub ist die Phasendifferenz zwischen räumlich getrennten Punkten des in der Beobachtungsebene, zum Beispiel dem Kamerachip, vorliegenden optischen Feldes. Bei einem interferometrischen Aufbau, bei welchem das von der Messfläche kommende Objektfeld mittels einer Linse mit kleiner Blende abgebildet wird, und das Referenzfeld eben ist, kann der räumliche Phasenschub in der Beobachtungsebene näherungsweise aus der Überlagerung einer Kugelwelle und einer Planwelle bestimmt werden, da bei ausreichend starker Beugung, welche Voraussetzung ist, alle übrigen Phasenanteile im jeweils betrachteten Bereich näherungsweise als konstant angenommen werden dürfen. Es entstehen Fresnelsche Zonen, wobei die Kugelcharakteristik der Wellenfront auch bei größer werdender Blendenöffnung erhalten bleibt [17, 45]. Abbildung 3.35 verdeutlicht den Zusammenhang.

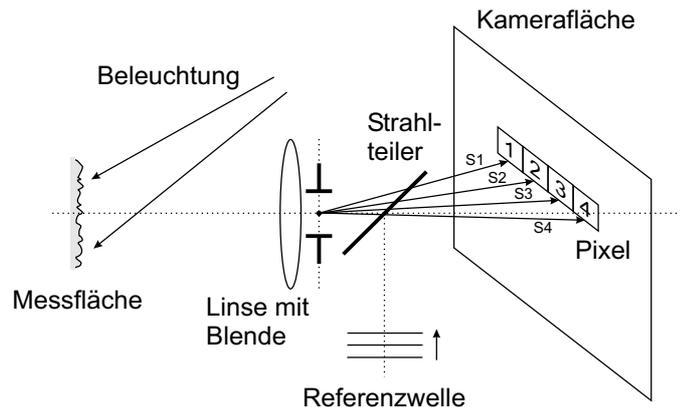


Abbildung 3.35: Anordnung zur Berechnung des räumlichen Phasenschubs

Gemäß Gleichung 2.22 sind zur Berechnung der Phase vier Intensitäten not-

wendig. Hierzu werden, wie in Abbildung 3.35 gezeigt, vier horizontal direkt nebeneinander liegende Pixel verwendet. Ist die Beugung des von der Messfläche kommenden Feldes so groß, dass sich die mittlere Speckle-Größe mindestens über diese vier Pixel erstreckt, kann der Phasenschub, zum Beispiel zwischen Pixel eins und Pixel zwei, aus der Phasendifferenz der Strahlen  $S1$  und  $S2$  bestimmt werden. Für alle übrigen Phasenschübe ist die Vorgehensweise analog.

Bei allen weiteren Untersuchungen wird vorausgesetzt, dass die Beugung mindestens so groß ist, dass sich die mittlere Speckle-Größe über den gesamten jeweils betrachteten Bereich, zum Beispiel über vier Kamerapixel, erstreckt. Abbildung 3.36 zeigt den theoretisch berechneten Betrag des Phasenschubes zwischen zwei horizontal direkt nebeneinander liegenden Kamerapixeln über die gesamte Kamerachipfläche (a), sowie über eine horizontale Schnittlinie auf Höhe der optischen Achse (b).

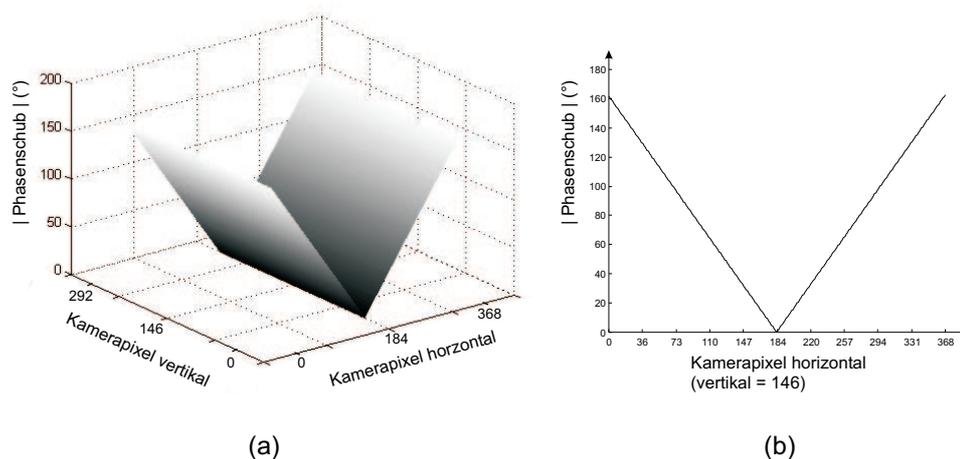


Abbildung 3.36: Betrag des Phasenschubes zwischen zwei horizontal direkt nebeneinander liegenden Kamerapixeln, a: über gesamte Kamerachipfläche, b: auf horizontaler Schnittlinie

Bei allen weiteren Untersuchungen genügt es, sich auf die Betrachtung der Schnittlinie zu beschränken, da eine genaue Untersuchung von Abbildung 3.36 a zeigt, dass der Phasenschub in der zur Schnittlinie senkrechten Richtung um maximal  $0,027^\circ$  variiert. Dazu wurde ein interferometrischer Aufbau angenommen, bei welchem die Messfläche mittels Linse mit Blende auf eine Kamera abgebildet wird, und die Referenzwellenfront eben ist. Der Abstand zwischen Linse/Blende und Kamera beträgt  $165\text{ mm}$ , der Kamerachip ist  $6\text{ mm}$  breit,  $5\text{ mm}$  hoch und besitzt  $368 \times 292$  Pixel. Die

Beleuchtungswellenlänge ist  $658\text{ nm}$ , und der Blendendurchmesser beträgt  $4\text{ mm}$ . Hierbei handelt es sich um tatsächliche Werte des später in Kapitel 4 vorgestellten Messsystems, wobei in der Simulation lediglich die Kameraauflösung in beide Richtungen halbiert ist, um eine kürzere Simulationszeit zu erreichen.

Simulierte Interferogramme können hinsichtlich dieses Phasenschubes überprüft werden, indem zum Beispiel eine Deformationsmessung berechnet wird. Das Phasenbild der Deformation wird ebenso wie das Phasenbild im Falle einer Formvermessung in allen folgenden Beispielen nach dem Algorithmus von Carré [28] bestimmt, da dieser unabhängig von der Größe des Phasenschubes arbeitet [22]. Da jedoch bei  $0^\circ$  keine Phasenberechnung möglich ist, müssen an diesen Stellen, sowie bei allen Vielfachen von  $180^\circ$  Störungen im Phasenbild auftreten. Da weiterhin der Phasenschub gemäß Abbildung 3.36 bei horizontal nebeneinander liegenden Pixeln, die für den Phasenberechnungsalgorithmus verwendet werden, in vertikaler Richtung nahezu konstant ist, muss erwartet werden, dass diese Störungen senkrecht untereinander liegen und daher Störstreifen bilden. Abbildung 3.37 zeigt eine entsprechende Simulation.

Die Kamerachipfläche wurde hierbei auf  $8\text{ mm} \times 6,6\text{ mm}$  vergrößert, damit der Betrag des Phasenschubes, wie im oberen Teilbild 3.37 zu sehen,  $180^\circ$  überschreitet. Die Deformation wurde durch Verkipfung der Messfläche so gewählt, dass im Phasenbild acht horizontal verlaufende schwarz-weiß Übergänge auftreten, sodass die erwarteten senkrechten Störstreifen gut erkennbar sind. Das aus den simulierten Interferogrammen berechnete Phasenbild zeigt den theoretisch erwarteten Phasenschubverlauf.

Der verwendete Algorithmus nach Carré setzt voraus, dass der Phasenschub zwischen den vier zur Phasenberechnung genutzten Pixeln gleich ist [28]. Im vorliegenden Fall muss daher dieser, gemäß Abbildung 3.35, zwischen den ersten beiden Pixeln als Sollwert genommen und dazu die Abweichung des Phasenschubes zwischen den Pixeln zwei und drei beziehungsweise drei und vier betrachtet werden. Abbildung 3.38 zeigt die entsprechende Berechnung. Es gelten die Gleichen Einstellungen, wie sie zur Berechnung des ersten Beispiels in Abbildung 3.36 verwendet wurden. Die Kurve  $\Delta PS_{12,23}$  gibt die Differenz des Phasenschubes zwischen den Pixeln eins/zwei und den Pixeln zwei/drei in horizontaler Richtung an und Kurve  $\Delta PS_{12,34}$  zwischen den Pixeln eins/zwei und drei/vier. Die maximale Abweichung beträgt circa  $1,8^\circ$ . Daher kann der Phasenberechnungsalgorithmus gut angewendet werden. Eine genaue Fehleranalyse findet sich in Abschnitt 4.2 „Messungenauigkeit“.

Nachdem der räumliche Phasenschub bekannt ist, soll gezeigt werden,

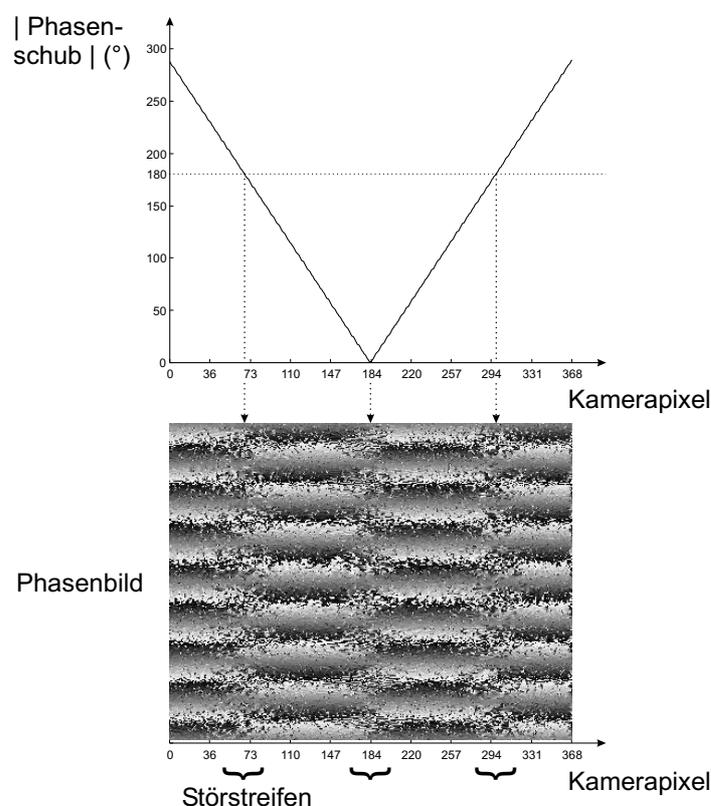


Abbildung 3.37: Betrag des Phasenschubes und Phasenbild mit Störstreifen einer Deformationsmessung

wie dieser zur Form- und Deformationsmessung genutzt werden kann.

Abbildung 3.39 zeigt die Simulation zweier Speckle-Interferogramme, welche eine charakteristische Struktur aufweisen.

Simuliert wurde der Aufbau nach Abbildung 4.9, wobei die Referenzwellenfront glatt und divergent aufgeweitet war. Die Messfläche war rau, eben und wurde im Falle 3.39 a mit stärkerer Beugung und im Falle 3.39 b mit geringerer Beugung abgebildet. Dies erfolgte durch Variation des Blendendurchmessers im simulierten Zoomobjektiv. Im Fall a betrug er  $1,5\text{ mm}$  und im Fall b  $4\text{ mm}$ . Neben der deutlich unterschiedlichen Speckle-Größe, die aus der Stärke der Beugung resultiert, ist exakt wie bei realen Aufnahmen auch hier im Fall a die kreisförmige Anordnung der Speckles mit radial nach außen zunehmender „Kreisdichte“ zu erkennen. Es entstehen die bereits erwähnten Fresnelschen Zonen, wobei diese strenggenommen für eine ebene Referenzwellenfront und punktförmige Blende definiert sind [2, 45]. Deshalb ist der Effekt in Abbildung 3.39 b aufgrund der „großen“ Blendenöffnung kaum noch

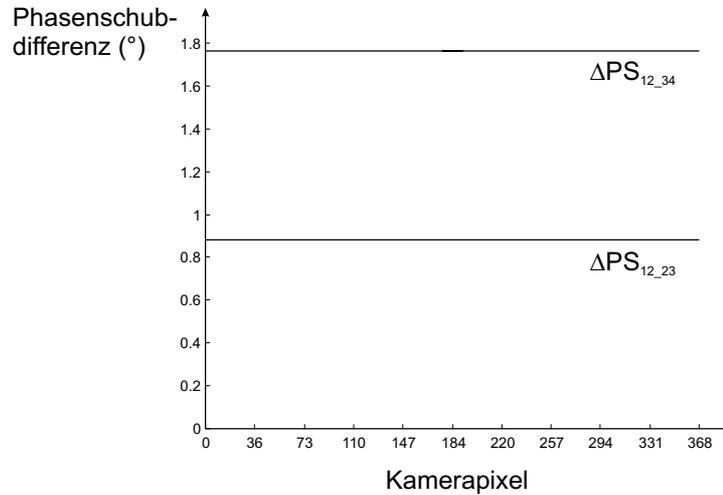


Abbildung 3.38: Differenz des Phasenschubes zwischen den Pixeln 1/2 und 2/3 ( $\Delta PS_{12_23}$ ) und zwischen den Pixeln 1/2 und 3/4 ( $\Delta PS_{12_34}$ )

erkennbar. Mit dessen Hilfe kann der Bereich im Speckle-Interferogramm, in welchem gemäß Abbildung 3.37 der Phasenschub null oder nahezu null ist, leicht erkannt werden, da hier die Kreisstruktur im Bild weitestgehend verschwindet. In Abbildung 3.39 a liegt dieser in der Bildmitte. Hierdurch wird die Justage eines realen Aufbaus deutlich erleichtert.

Abbildung 3.40 zeigt die Simulation einer Formvermessung mittels räumlichen Phasenschiebens.

Es wurden zwei Speckle-Interferogramme mit gleichen Einstellungen wie im vorherigen Beispiel berechnet. Zusätzlich war die Messfläche gegenüber dem Interferometer um ihre vertikale Achse mit einem Höhenunterschied von  $0,5\text{ mm}$  zwischen rechtem und linkem Rand verkippt. Die Beleuchtungswellenlängen der Aufnahmen betragen  $658\text{ nm}$  und  $660\text{ nm}$ . Zur Berechnung des Phasenbildes der Form, wurden vier vertikal übereinander liegende Pixel verwendet, da hierdurch im Gegensatz zu horizontal nebeneinander liegenden Pixeln die später vorgestellte Justage in der Praxis einfacher durchzuführen ist. An der Art des Phasenschubes ändert dies jedoch nichts.

Die gekrümmten schwarz-weiß Übergänge zeigen die Messflächenverkipfung einschließlich der Wellenfrontverformung aufgrund der Messflächenabbildung sowie der divergenten Referenzstrahlaufweitung. Gemäß Abbildung 3.40 ergibt sich im Phasenbild ein Störstreifen, der jetzt horizontal durch die Bildmitte verläuft. Ebenso tritt die zu erwartende Richtungsumkehr des Verlaufs zunehmender Phase beiderseits des Störstreifens auf, da der Phasenschub zwar auf beiden Seiten betragsmäßig gleich bleibt, jedoch ent-

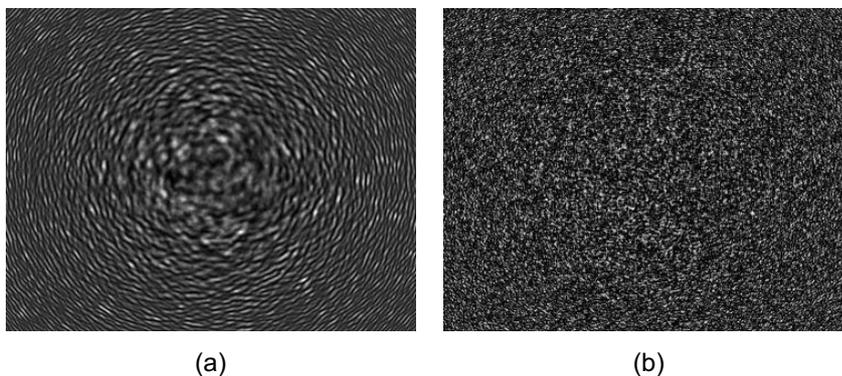


Abbildung 3.39: Speckle-Interferogramme nach Simulation des Aufbaus gemäß Abbildung 4.9 mit glatter, divergent aufgeweiteter Referenzwellenfront und rauer mit a: stärkerer Beugung und b: geringerer Beugung abgebildeter Messfläche

sprechend des in Abbildung 3.40 rechts gezeigten Verlaufs des Phasenschubes das Vorzeichen wechselt. Die reale Messung gemäß Abbildung 4.22 bestätigt das Simulationsergebnis.

Für eine erfolgreiche Form- oder Deformationsmessung müssen der Störstreifen sowie die Richtungsumkehr des Verlaufs zunehmender Phase „eliminiert“ werden. Durch eine spezielle Justage, welche im später in Kapitel 4 vorgestellten Messsystem realisiert ist, kann dies erreicht werden. Abbildung 3.41 zeigt die Simulation dieser Justage in drei Schritten.

In allen drei Fällen wurde die gleiche Simulation wie in Abbildung 3.40 durchgeführt, wobei die Kameraauflösung wieder auf die realen Werte der in Aufbau 4.9 verwendeten Kamera von  $732 \times 579$  Pixeln vergrößert wurde. Zusätzlich war im Fall 3.41 a die Referenzwellenfront eben und insgesamt um ihre horizontale Achse verkippt. Dies hat, wie der Verlauf des zugehörigen Phasenschubes zeigt, zur Folge, dass im Speckle-Interferogramm der ursprünglich mittlere Bereich, in welchem die Kreisstruktur der Speckles weitestgehend verschwindet und in welchem keine Phasenberechnung möglich ist, nach oben wandert. Analog dazu wandert der Störstreifen im Phasenbild a, beziehungsweise im Diagramm des Phasenschubes, ebenfalls nach oben. Verlauf und Anzahl der schwarz-weiß Übergänge ändern sich entsprechend der Verkipfung der Referenzwellenfront. Im Fall 3.41 b wurde die Referenzwellenfront weiter verkippt, sodass der Störstreifen entsprechend des Phasenschubverlaufes am oberen Bildrand gerade noch zu erkennen ist. Dies hat jedoch zur Folge, dass am unteren Bildrand der nächstfolgende

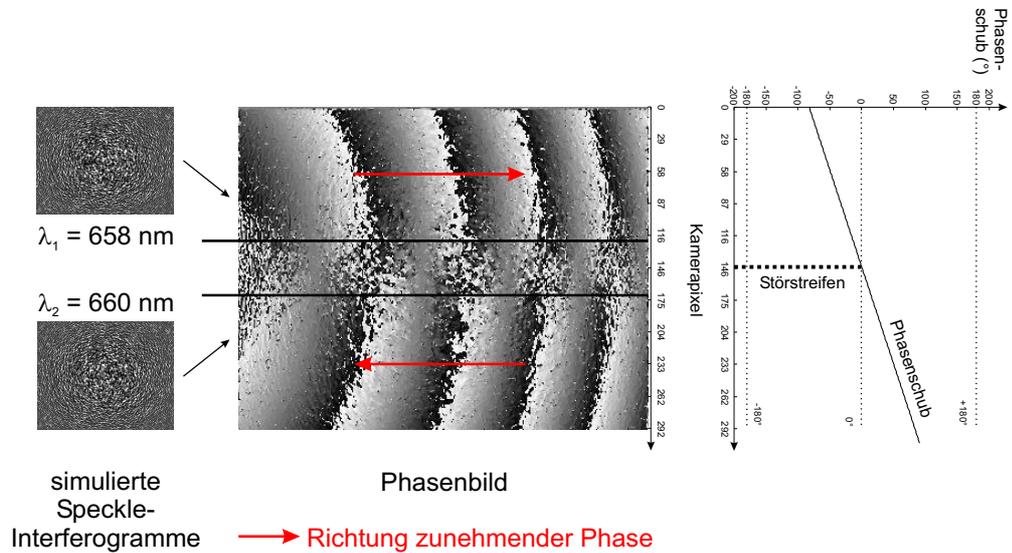


Abbildung 3.40: Simulation der Formvermessung mittels räumlichen Phasenschiebens einer verkippten Messfläche und Phasenschub zwischen zwei vertikal direkt übereinander liegenden Pixeln

Störstreifen ins Bild geschoben wird und ebenfalls gerade erkennbar ist. Beide Effekte sind im Phasenbild b zu sehen. Im Fall 3.41 c handelt es sich um die endgültige Justage. Im Vergleich zu b wurde die Referenzwellenfront zusätzlich divergent aufgeweitet, sodass sowohl der untere als auch der obere Störstreifen wieder aus dem Phasenbild herausgeschoben werden. Ferner ist dadurch die Richtungsumkehr des Verlaufs zunehmender Phase eliminiert, da der Phasenschub zwischen den Grenzen von  $0^\circ$  und  $180^\circ$  liegt und keinen Vorzeichenwechsel erfährt. Alle Effekte sind im Phasenbild c, beziehungsweise im zugehörigen Diagramm des Phasenschubes, erkennbar.

Die anfangs bereits erläuterte grundlegende Bedeutung der Beugung für diese Messtechnik soll durch das in Abbildung 3.42 gezeigte Beispiel demonstriert werden.

Dazu wurde nochmals in Abbildung 3.42 a die Simulation einer Formvermessung durchgeführt. Der Durchmesser der Blende im simulierten Zoomobjektiv betrug dabei  $2 \text{ mm}$ . Entsprechend Gleichung 4.5 ergibt dies eine mittlere Speckle-Größe von  $132 \mu\text{m}$ . Um aus den Interferogrammen Phasen berechnen zu können, muss, aufgrund des verwendeten Algorithmus nach Carré [28], die mittlere Speckle-Größe mindestens vier Pixel, im vorliegenden Fall mindestens  $68 \mu\text{m}$  groß sein, was deutlich übertroffen wird. Daher ist ein

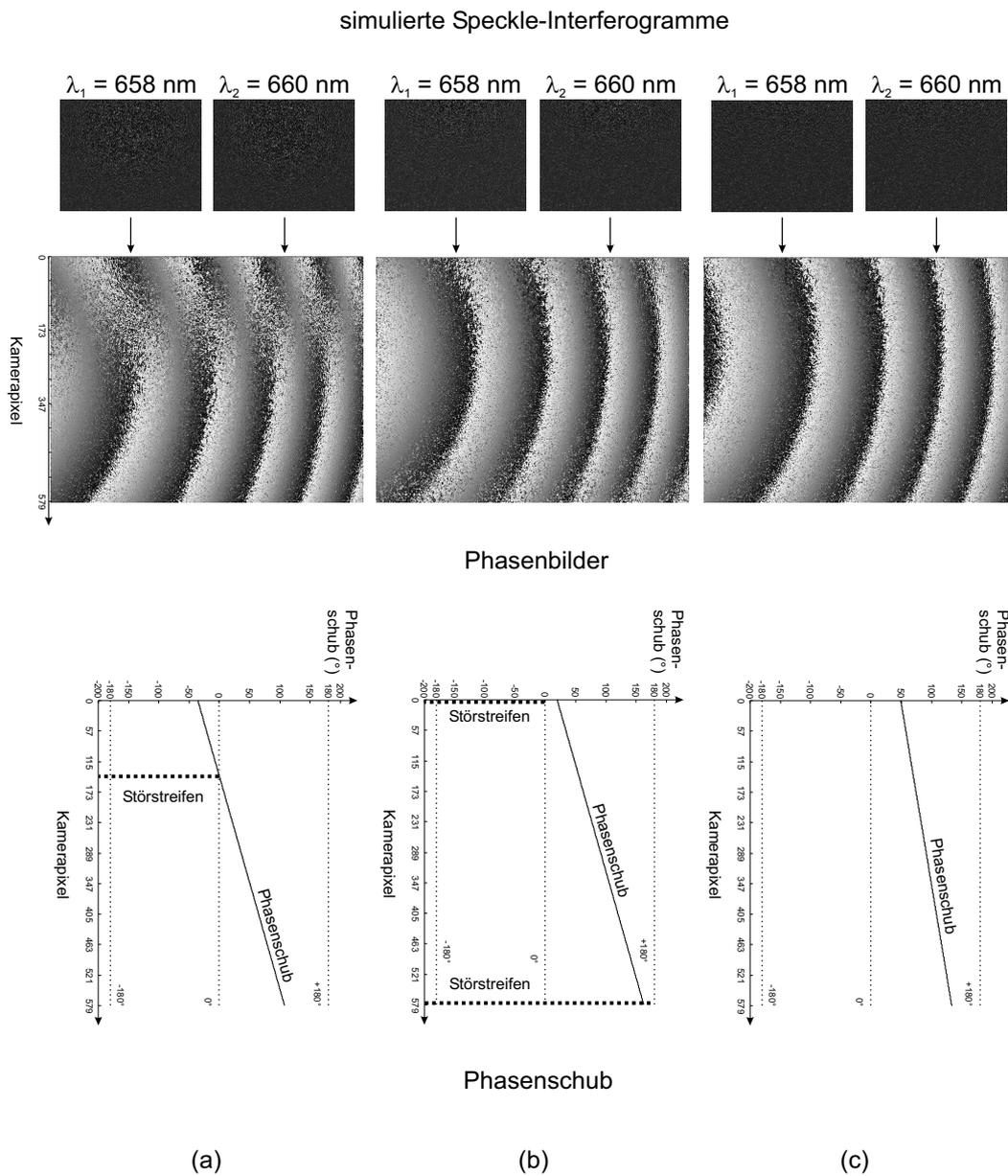


Abbildung 3.41: Simulation der Formvermessung mittels räumlichen Phasenschiebens einer verkippten Messfläche mit a: verkippter Referenzwellenfront, b: stärker verkippter Referenzwellenfront. c: stärker verkippter und divergent aufgeweiteter Referenzwellenfront

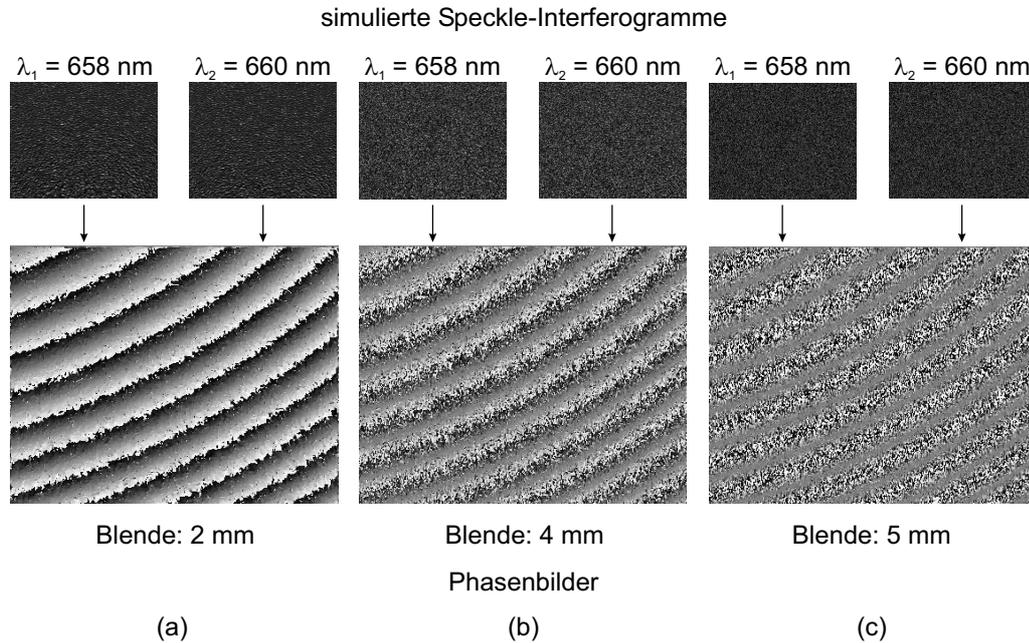


Abbildung 3.42: Simulation der Formvermessung mittels räumlichen Phasenschiebens einer verkippten Messfläche mit von a nach c abnehmender Beugung der abgebildeten, optischen Felder

qualitativ gutes Phasenbild zu erwarten. Abbildung 3.42 a bestätigt dies. Im Fall b wurde der Blendendurchmesser auf  $4 \text{ mm}$  vergrößert und damit die mittlere Speckle-Größe auf  $66 \mu\text{m}$  verkleinert. Die erforderliche Mindestgröße von  $68 \mu\text{m}$  ist knapp unterschritten, weswegen eine Phasenberechnung mit deutlich schlechterer Qualität gerade noch möglich ist. Abbildung 3.42 b zeigt das entsprechende Ergebnis. Im Fall c wurde der Blendendurchmesser weiter auf  $5 \text{ mm}$  vergrößert. Daraus resultiert eine mittlere Speckle-Größe von  $53 \mu\text{m}$ . Da nun die Mindestgröße deutlich unterschritten wird, ist zu erwarten, dass Phasenberechnungen nicht mehr möglich sind. Abbildung 3.42 c bestätigt dies, da weder schwarz-weiß Übergänge noch Grauverläufe zu erkennen sind.

Deformationsmessungen mittels räumlichen Phasenschiebens bieten ebenso wie Formvermessungen eine gute Möglichkeit, simulierte Speckle-Interferogramme zu überprüfen. Hinsichtlich der Struktur des Speckle-Musters sowie der Phasenverteilung im Interferogramm gilt hier genau das gleiche wie für Formvermessungen. Da im Phasenbild jedoch nur die Deformation der Messfläche angezeigt wird, spielen im Gegensatz zur Form-

vermessung die Abbildung und Form der Referenzwellenfront keine Rolle. Abbildung 3.43 zeigt eine entsprechende Simulation.

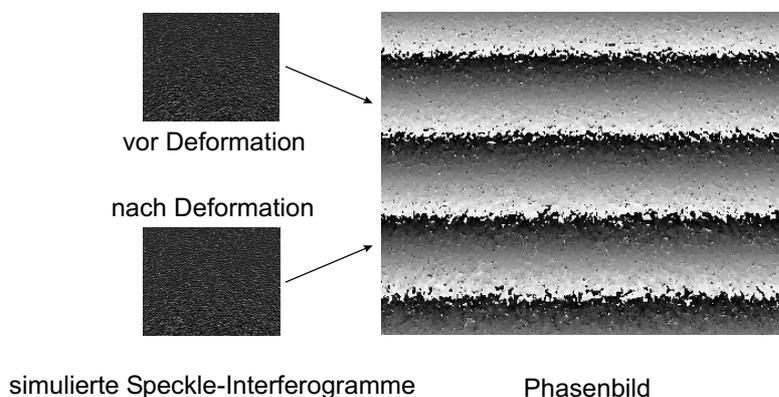


Abbildung 3.43: Simulation der Deformationsmessung mittels räumlichen Phasenschiebens einer verkippten Messfläche

Es wurde die in Abbildung 3.41 c vorgestellte Justage verwendet, wobei statt zwei verschiedener Wellenlängen ein Grundzustand und ein deformierter Zustand verrechnet sind, und die Beleuchtungswellenlänge  $\lambda = 658 \text{ nm}$  beträgt. Als Deformation wurde die Verkipfung der Messfläche um ihre horizontale Achse mit einem Höhenunterschied zwischen oberem und unterem Rand von  $1316 \text{ nm} = 2\lambda$  gewählt. Da der Höhenunterschied  $\Delta d$  in Richtung des Empfindlichkeitsvektors der simulierten Anordnung gemessen ist, und dieser einen Betrag von  $4\pi/\lambda$  gemäß Gleichung 4.1 besitzt, gilt für die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zwischen oberem und unterem Messflächenrand

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \Delta d = 8\pi \quad (3.92)$$

Die Phasenberechnung erfolgte nach Carré [28] mit vertikal übereinander liegenden Berechnungspixeln. Deshalb sind im Phasenbild des Simulationsbeispiels vier komplette Grauverläufe jeweils von schwarz ( $0$ ) bis weiß ( $2\pi$ ) senkrecht von oben nach unten verlaufend und mit einem mittleren Wert von  $\pi$  (entspricht einem Grauwert von 128) beginnend zu erwarten. Abbildung 3.43 gibt diesen Sachverhalt wieder.

Eine für die praktische Anwendung wichtige Eigenschaft des vorgestellten räumlichen Phasenschiebens ist, dass dieses auch mit einer rauen Referenzfläche (und natürlich rauer Messfläche) funktioniert. Im später in Kapitel 4

vorgestellten Gerät wird dies genutzt.

Für den Phasenschub der vom rauen Referenzobjekt kommenden Wellenfront in Relation zu einer ebenen Messobjektwellenfront gilt das gleiche, wie für den vorgestellten, umgekehrten Fall einer rauen Messfläche bei ebener Referenzwellenfront. Interferieren nun die Felder von rauer Mess- und Referenzfläche, ergibt sich als resultierender Phasenschub die Differenz beider Einzelphasenschübe, jeweils relativ zu einer ebenen Wellenfront. Abbildung 3.44 zeigt dies für eine Formvermessung.

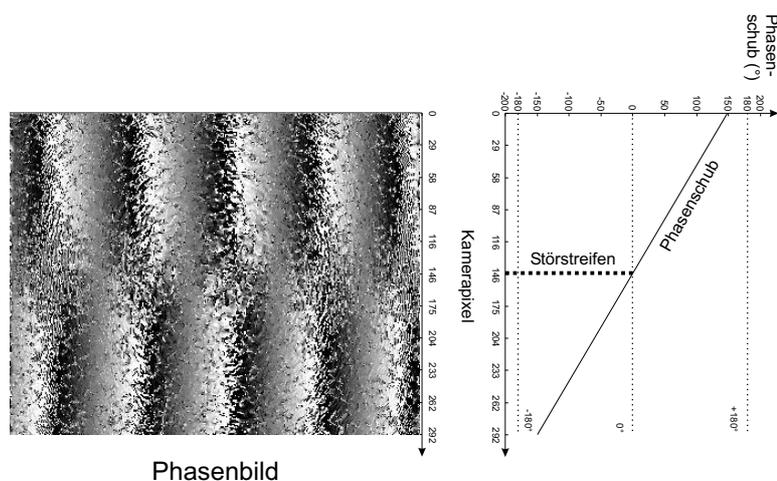


Abbildung 3.44: Simulation der Formvermessung mittels räumlichen Phasenschiebens einer verkipperten Messfläche bei rauer, ebener Referenzfläche und Phasenschub zwischen zwei vertikal direkt übereinander liegenden Pixeln

Es gelten die gleichen Einstellungen und die gleiche Vorgehensweise bei der Phasenberechnung wie im Beispiel in Abbildung 3.40. Unterschied ist die jetzt raue Referenzfläche. Ihre notwendige Abbildung auf die Kamera erfolgt mittels einer Linse mit Blende mit einem Abstand von  $80\text{ mm}$  zur Kamera, sowie einem Blendendurchmesser von  $1\text{ mm}$ .

Es ist zu erkennen, dass eine Formvermessung (und genauso eine Deformationsmessung) mittels räumlichen Phasenschiebens bei rauer Mess- und Referenzfläche gut funktioniert. Das später vorgestellte Gerät bestätigt dies. Durch die in Abbildung 3.41 gezeigte Justage können auch hier der Störstreifen sowie die Richtungsumkehr zunehmender Phase eliminiert werden.

# Kapitel 4

## Das Speckle-Interferometer LAoS

In Kapitel 3 wird ein Simulationsmodell vorgestellt, mit Hilfe dessen speckleinterferometrische Messaufbauten nachgebildet und untersucht werden können. Das folgend vorgestellte Speckle-Interferometer wurde in wichtigen Bereichen, wie zum Beispiel der besonderen Art des räumlichen Phasenschiebens, mit Hilfe dieses Simulationssystems entwickelt. Ausgangspunkt war der Wunsch nach einem auf der Speckle-Interferometrie basierenden Messsystem, welches auf möglichst einfache Art und Weise die Form einer technischen Oberfläche erfassen kann. Darüber hinaus soll die Messung unter industriellen Umgebungsbedingungen stattfinden. Dies bedeutet zum Beispiel, dass keine Schwingungsdämpfung vorhanden ist, dass Messabstand, Messflächengröße und Messempfindlichkeit in gewissen Grenzen variabel sein müssen, dass eine komplette Messung mit Auswertung innerhalb weniger Sekunden durchführbar sein muss, aber auch, dass das Gerät transportabel und einfach bedienbar sein soll.

Die Speckle-Interferometrie bietet ein breites Spektrum an Verfahren zur interferometrischen Vermessung technischer Oberflächen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf Deformations-, Schwingungs-, Dehnungs-, und Spannungsmessungen. Zur Formvermessung existieren deutlich weniger Lösungsvorschläge. Die wichtigsten Verfahren wurden bereits in Kapitel 2 vorgestellt. Darüber hinaus existieren einige Arbeiten auf dem Gebiet der ESPI, die interessante Aspekte hinsichtlich des folgend vorgestellten neuen Messsystems beinhalten. In [98] wird ein Zweikanalinterferometer zur Deformationsmessung vorgestellt, wobei räumliches Phasenschieben mittels verschiedener Polarisationskomponenten realisiert ist. Eine spezielle Art der Formvermessung durch gleichzeitige Beleuchtung mit zwei Lasern unterschiedlicher Wellenlängen

wird in [99] demonstriert. Hierbei entstehen direkt Streifenbilder, welche die Form der Messfläche mit einer Empfindlichkeit in Abhängigkeit der synthetischen Wellenlänge anzeigen. Das Phasenschieben erfolgt zeitlich, durch Ausnutzung der Wellenlängendrift der Laser. Ein ESPI-System, welches erstmals mit einem violetten Halbleiterlaser ( $397\text{ nm}$ ) funktioniert, wird in [100] präsentiert. Die Durchstimmpbarkeit von Halbleiterlasern wird in [101] für eine spezielle ESPI-Technik zur in-plane Rotationsmessung genutzt. In [102] wird die Möglichkeit kleiner Wellenlängenänderungen eines Halbleiterlasers genutzt, um mittels Shearing-Interferometrie die Form rauer Flächen zu erfassen. Eine langsame und sehr geringe Wellenlängenänderung eines Halbleiterlasers in Verbindung mit einer modifizierten Phasenschiebe-Technik kommt in [103] ebenfalls zur Formvermessung zum Einsatz.

Neben diesen auf der Speckle-Interferometrie basierenden Verfahren sind weitere Techniken zur Erfassung einer Oberflächenform bekannt. Als Referenzgerät dient hierbei das Tastschnittgerät. Es kann Flächen von einigen  $\text{mm}^2$  durch mechanisches Abtasten sehr genau erfassen. Nachteilig ist jedoch die berührende, sehr langsame Messung. Bei größeren Messflächen kann beispielsweise eine Koordinatenmessmaschine eingesetzt werden. Sie kann Flächen bis zu einigen  $\text{m}^2$  mit Auflösungen bis zu  $10\text{ }\mu\text{m}$  und hoher Messgenauigkeit durch punktweises Antasten der Oberfläche vermessen. Auch hier kann die Messzeit sehr groß werden. Eine Weiterentwicklung des Tastschnittgerätes stellt das Atomkraftmikroskop dar. Die Auslenkung der extrem feinen Messspitze beruht hierbei auf den atomaren Abstoßungskräften. Deshalb können sehr hohe laterale Auflösungen sowie Höhenauflösungen im Nanometerbereich erreicht werden. Andererseits sind nur sehr kleine Messflächen von einigen  $100\text{ nm}$  bei langen Messzeiten erreichbar. Beim Autofokussystem wird der mechanische Taster durch einen fokussierten Laserstrahl ersetzt, woraus eine schnellere und berührungslose Messung resultiert. Das Lichtschnittverfahren nutzt die Lasertriangulation zur flächenhaften Vermessung, wobei ein auf das Messobjekt projizierter Punkt mittels Schwingspiegel zu einer Linie auseinandergezogen wird. Aus der Verformung der Linie können die Höhendifferenzen am Objekt erfasst werden. Dadurch sind Messbereiche von einigen Millimetern bis mehreren Metern mit circa 500 Werten auf der Messfeldbreite realisierbar. Auch hier kann die Messzeit aufgrund der linienhaften Abtastung groß werden. Weitere Techniken sind die Streifenprojektion sowie die Photogrammetrie. Zu allen genannten Verfahren finden sich beispielsweise in [1, 64] detailliertere Informationen.

Die Weißlichtinterferometrie stellt eine interessante Alternative zur Formfassung von Oberflächen dar. In einer speziellen Ausführung wird zum Beispiel in einem Michelson-Weißlichtinterferometer die zu vermessende Fläche mit Weißlicht beleuchtet und komplett auf eine CCD-Kamera abge-

bildet. Die kurze Kohärenzlänge des Beleuchtungslichtes wird ausgenutzt, da beim Verfahren des Messobjektes in longitudinale Richtung nur diejenigen Bereiche Interferenzen zeigen, bei welchen für die zugehörigen Objektpunkte gleiche Länge von Mess- und Referenzstrecke vorliegt. Durch parallele Auswertung aller Kamerapixel und Abscannen der gesamten Höhe des Messobjektes kann daraus die Oberflächenform bestimmt werden. Hierdurch sind prinzipiell ein beliebiger longitudinaler Messbereich sowie ein beliebiger Arbeitsabstand realisierbar. Die laterale Auflösung hängt vom Messfeld und der Kameraauflösung ab. Die Messunsicherheit entspricht der Messobjektrauigkeit. Nachteil des Verfahrens ist, dass das Messobjekt in der Tiefe abgetastet werden muss, was durch Verschieben des Sensors oder des Messobjektes erfolgt. Zur Zeit ist dies zum Beispiel mit circa  $4\ \mu\text{m}$  pro Sekunde möglich, woraus längere Messzeiten resultieren können. Detaillierte Informationen hierzu finden sich in [64].

Es ist zu erkennen, dass viele Messsysteme, die auf der Speckle-Interferometrie oder auch auf anderen Messprinzipien mit ähnlicher Empfindlichkeit beruhen, den Nachteil aufweisen, dass sie unter praktischen Gesichtspunkten nur mit Aufwand einsetzbar sind. Es ist häufig eine umfangreiche Einrichtung und Justage auf ein gegebenes Messobjekt erforderlich, beziehungsweise muss das Messobjekt zum Messsystem transportiert und an diesem ausgerichtet werden. Ebenso sind viele Systeme in der Regel nicht transportabel und benötigen eine schwingungsgedämpfte Messumgebung. Der Betriebsbereich ist beispielsweise hinsichtlich des Messabstands oder der Messflächengröße teilweise deutlich eingeschränkt. Schließlich dauert eine Messung selbst oft relativ lange.

Das folgend vorgestellte, neu entwickelte Messsystem soll diese Nachteile umgehen und die anfangs genannten Eigenschaften erfüllen. Es erhielt den Namen LAoS (Laser Analysis of Surfaces).

## 4.1 Aufbau und Funktion des Messsystems LAoS

Zunächst wird das neu entwickelte Messsystem LAoS detailliert beschrieben, anschließend der Gesamtaufbau vorgestellt, und eine Besonderheit, die spezielle Art des räumlichen Phasenschiebens erläutert. Abschließend folgt eine Zusammenfassung mit den wichtigsten Merkmalen des Systems.

### 4.1.1 Grundstruktur

Das Grundprinzip, auf welchem das neu vorgestellte Messsystem beruht, wird in [104, 105] vorgestellt. Ausgehend hiervon erfolgen einige, entscheidende Weiterentwicklungen, wobei insbesondere das neue, räumliche Phasenschieben sowie die Möglichkeit der Verwendung einer rauen Referenzfläche bei räumlichem Phasenschieben zu nennen sind. Hierdurch wird der Bereich erfassbarer Oberflächenformen deutlich erweitert und die Qualität des Messergebnisses durch eine angepasste Auswertung der Interferogramme stark verbessert.

Der Aufbau des Messsystems soll in den folgenden Unterkapiteln, ausgehend von der bekannten Grundstruktur eines Mach-Zehnder-Interferometers, schrittweise bis hin zum endgültigen Setup dargestellt werden. Aufgrund der Systemanforderungen war es erforderlich, diese Grundstruktur in einigen Bereichen abzuändern.

#### Mach-Zehnder-Interferometer

Die Grundstruktur des Messsystems basiert auf einem Mach-Zehnder-Interferometer. Gewählt wurde diese Interferometerart, da ihr geometrischer Aufbau drei spezielle Vorteile hinsichtlich der gewünschten Geräteeigenschaften bietet. Abbildung 4.1 zeigt die Anordnung mit den speziell genutzten Vorteilen.

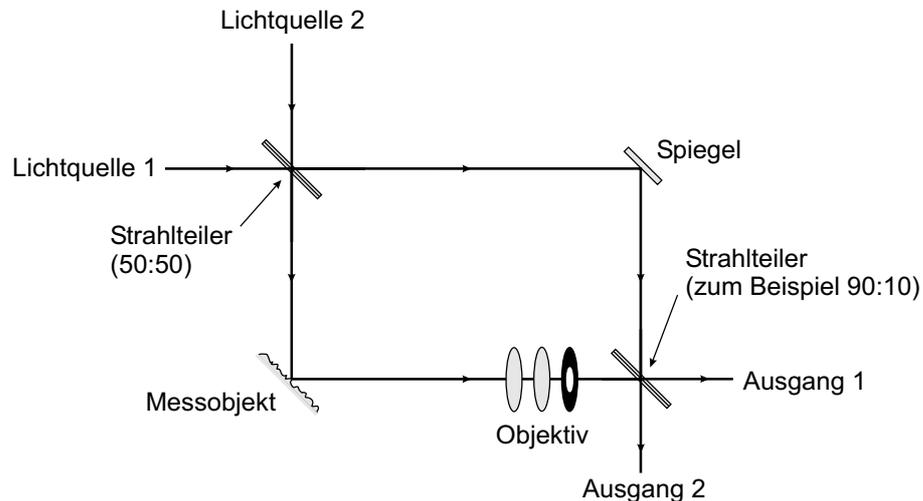


Abbildung 4.1: auf Mach-Zehnder-Interferometer basierender Aufbau mit zwei Beleuchtungsquellen, separater Abbildung des rauen Messobjektes und unsymmetrischem Strahlteiler

Wesentliche Eigenschaft des Aufbaus im Vergleich zu anderen Interferometern ist der Verlauf des Lichtes. Objekt- und Referenzstrahlen breiten sich auf unterschiedlichen Wegen aus, wobei kein Wegstück mehrfach durchlaufen wird. Vorteil hiervon ist, dass jegliche in diese Wege eingebrachten Objekte, wie zum Beispiel Linsen, Blenden oder unsymmetrisch teilende Strahlteiler nur einmal passiert werden. Genau diese Tatsache wird folgendermaßen genutzt:

Das Messsystem erfordert zwei separate Lichtquellen. Der Grund hierfür wird etwas später in Kapitel 4.1.1 „Lichtquelle“ erläutert. Wichtig im Moment ist, dass beide Lichtquellen beim gezeigten Aufbau leicht eingekoppelt werden können, da er zwei Eingänge besitzt.

Das Messobjekt kann unabhängig vom Referenzobjekt, welches durch einen Spiegel realisiert ist, mit Hilfe eines Objektivs auf Ausgang eins oder zwei abgebildet werden. Später befindet sich an Ausgang eins eine Kamera. Ebenso kann auch das Referenzobjekt, falls es optisch rau ist, separat abgebildet werden.

Vor den Ausgängen kann ein unsymmetrisch teilender Strahlteiler montiert werden. Dieser reflektiert zum Beispiel lediglich 10% des auftreffenden Lichtes und transmittiert 90%. Vorteil hiervon ist, dass das vom Messobjekt kommende Licht größtenteils zu Ausgang eins geleitet wird, während das von der Referenz stammende Licht nur zu einem sehr geringen Teil dort vorliegt. Dies ist in aller Regel sinnvoll, da übliche Messobjekte einen größeren Messabstand aufweisen können und meistens stark diffus reflektierend sind, das Referenzobjekt hingegen ist spiegelnd. Somit sind beide Lichtintensitäten deutlich unterschiedlich, was durch das entsprechende Teilungsverhältnis des Strahlteilers zumindest teilweise ausgeglichen werden kann. An Ausgang zwei ist unter diesen Umständen keine sinnvolle Messung möglich.

### **Modifiziertes Mach-Zehnder-Interferometer**

Im nächsten Schritt wird die geometrische Anordnung der einzelnen Komponenten des Aufbaus nach Abbildung 4.1 verändert. Abbildung 4.2 zeigt die neue Anordnung.

Entwicklungsziel war unter anderem, dass das Messsystem kompakte Ausmaße sowie einen variablen Messabstand erhalten sollte. Deshalb wurden alle Komponenten mit Ausnahme des Messobjektes auf möglichst engem Raum zusammengefasst. Dies ist in Abbildung 4.2 durch die grau hinterlegte Fläche dargestellt. Hierbei wird der Beleuchtungsstrahl zum Messobjekt

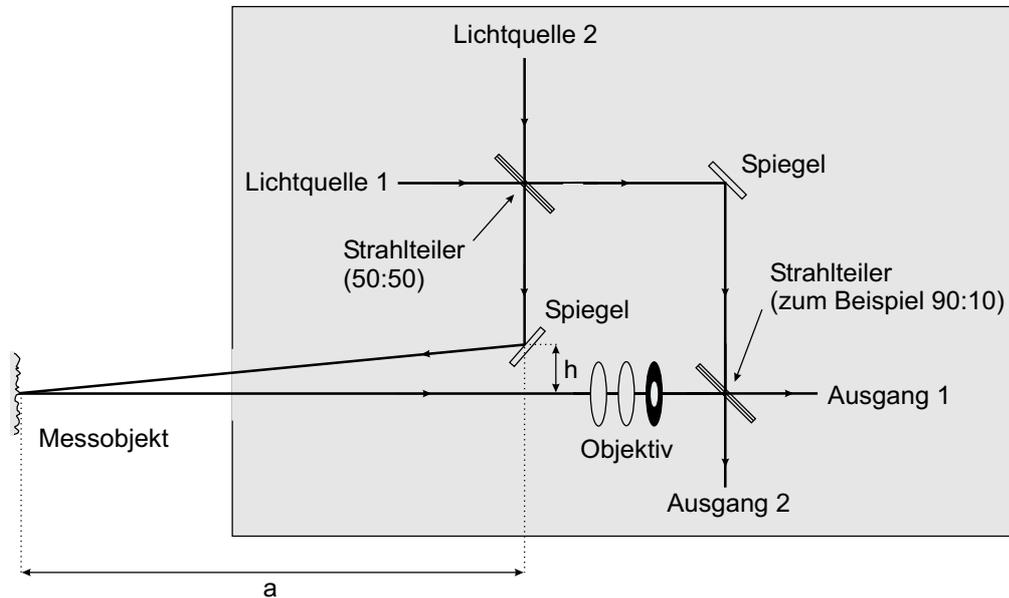


Abbildung 4.2: Aufbau nach Abbildung 4.1 mit geänderter Geometrie

mittels eines weiteren Spiegels umgelenkt. Dies gewährleistet einen einstellbaren Messabstand unabhängig von der Gerätegröße. Zu beachten ist, dass sich hierdurch der Empfindlichkeitsvektor und damit die Messempfindlichkeit verändert. Beim ursprünglichen Aufbau nach Abbildung 4.1 steht der Empfindlichkeitsvektor gemäß Kapitel 2.2.1 senkrecht auf dem Messobjekt und hat den Betrag  $(4\pi) / (\lambda\sqrt{2})$ . Die veränderte Anordnung nach Abbildung 4.2 weist einen Empfindlichkeitsvektor  $\vec{k}$  auf, dessen Richtung gemäß Abbildung 4.3 verläuft.

Sein Betrag berechnet sich ebenfalls entsprechend Abbildung 4.3 zu

$$\begin{aligned}
 |\vec{k}| &= |\vec{k}_1 - \vec{k}_2| \\
 &= \frac{4\pi}{\lambda} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\
 &\approx \frac{4\pi}{\lambda} \cos\left(\frac{h}{2a}\right) \\
 &\approx \frac{4\pi}{\lambda}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Hierbei gibt  $\lambda$  die Beleuchtungswellenlänge an. Die Größen  $a$  und  $h$  in Abbildung 4.3 entsprechen denjenigen in Abbildung 4.2. Die Näherung in Gleichung 4.1 darf deshalb durchgeführt werden, da die Länge der Strecke  $a$

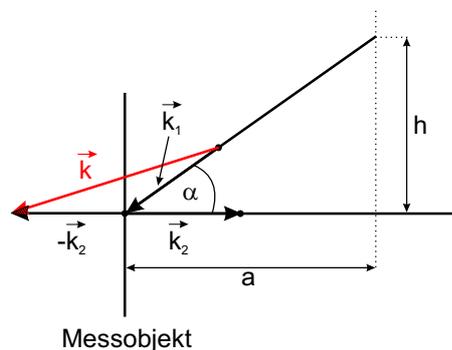


Abbildung 4.3: Detailansicht von Abbildung 4.2 zur Berechnung des Empfindlichkeitsvektors

entsprechend der später vorgestellten Kenngrößen des Messsystems mindestens  $40\text{ cm}$  und üblicherweise  $1\text{ m}$  bis  $2\text{ m}$  beträgt, und die Strecke  $h$  genau  $5,5\text{ cm}$  groß ist.

Dies ergibt im Falle einer Deformationsmessung gemäß Kapitel 2.2.2 eine Höhenauflösung von  $\lambda/20$ , also von zum Beispiel  $33\text{ nm}$  bei  $\lambda = 660\text{ nm}$ , beziehungsweise im Falle einer Formvermessung gemäß Kapitel 2.2.3 eine Höhenauflösung von  $\Lambda/10$ , also von zum Beispiel  $10\text{ }\mu\text{m}$  bei  $\Lambda = 100\text{ }\mu\text{m}$ , wenn davon ausgegangen wird, dass in beiden Fällen statt der Differenzbilder die Phasenbilder gemäß Kapitel 2.3 berechnet werden, und dass in diesen mindestens zehn Abstufungen der Phase im Intervall  $[0; 2\pi]$  erkannt werden.

## Objektiv

Das Objektiv in Zeichnung 4.2 dient der Abbildung des Messobjektes auf Ausgang eins, wo sich später eine Kamera befindet. Dies ist notwendig, um eine orts aufgelöste Messung durchführen zu können. Bei der Objektiveneinheit handelt es sich um ein neu konstruiertes Zoomobjektiv, da handelsübliche Objektive so gebaut sind, dass sie direkt auf eine Kamera montiert werden müssen. Im vorgestellten Aufbau jedoch ist zwischen Abbildungseinheit und Abbildungsebene ein Strahlteiler eingefügt. Daher besitzt das Objektiv einen Abstand von mindestens  $4\text{ cm}$  zur Kamera, was bei handelsüblichen Optiken zu einer starken Einschränkung ihrer Abbildungseigenschaften führt. Ferner ist ein Zoomobjektiv erforderlich, da neben dem variablen Messabstand auch eine einstellbare Messflächengröße realisiert werden soll. Abbildung 4.4 zeigt den Aufbau.

Der Koordinatenursprung befindet sich auf der optischen Achse (OA) in der Linsenebene von Linse eins. Alle Strecken in x-Richtung und links des Ur-

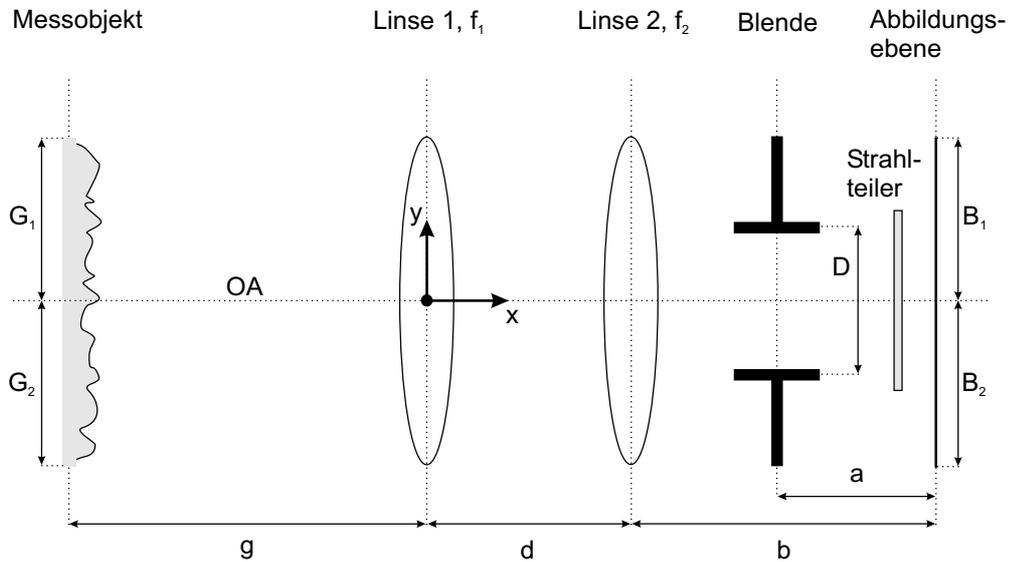


Abbildung 4.4: Objektivereinheit zur Abbildung eines Messobjektes auf die Abbildungsebene

sprungs sind negativ beziehungsweise rechts des Ursprungs positiv und alle Strecken in  $y$ -Richtung und unterhalb des Ursprungs negativ beziehungsweise oberhalb des Ursprungs positiv zu zählen. Zur Erleichterung der Rechnung werden folgende vereinfachende Annahmen getroffen: Die Linsen sind als sogenannte dünne Linsen dargestellt. Dabei ist das optische System dahingehend vereinfacht, dass die Scheiteldicken der Linsen im Vergleich zu den Gegenstands- und Bildweiten vernachlässigt werden [2]. Der Abstand  $d$  beider Linse ist klein gegenüber der Gegenstandsweite  $g$  und der Bildweite  $b$ .

Mittels zweier Linsen (Linse 1, Linse 2) wird das Messobjekt auf die Abbildungsebene abgebildet. Die Messflächengröße  $G$  berechnet sich gemäß

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{B_2 \cdot g}{b} \\
 G_2 &= \frac{B_1 \cdot g}{b} \\
 G &= G_1 - G_2
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Die Bildgröße  $B$  mit  $B = B_1 - B_2$  liegt fest, da sie der Kamerachipgröße entspricht. Sie beträgt aufgrund der verwendeten Kamera in der Breite  $6 \text{ mm}$  und in der Höhe  $5 \text{ mm}$ . Somit kann die Messflächengröße  $G$  durch Variation

des Verhältnisses  $g/b$  eingestellt werden. Dies geschieht, indem die gesamte Einheit bestehend aus Linse 1, Linse 2 und Blende über einen Bereich von  $110\text{ mm}$  verschoben werden kann. Der darüber hinaus geforderte variable Messabstand  $g$  kann ebenfalls leicht eingestellt werden, da hierbei die Gesetzmäßigkeit

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{b} - \frac{1}{g} \quad (4.3)$$

mit

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (4.4)$$

erfüllt sein muss [2], wobei  $f_1$  und  $f_2$  die Brennweiten der Linsen eins und zwei sind. Dies wiederum geschieht durch Einstellen des Linsenabstandes  $d$ , da hierdurch die resultierende Brennweite  $f_{ges}$  des Gesamtsystems so bestimmt werden kann, dass Gleichung 4.3 erfüllt ist. Aufgrund der geforderten Messabstände sowie Messflächengrößen werden Brennweiten von  $50\text{ mm}$  und  $-50\text{ mm}$  verwendet. Daraus ergibt sich folgender Einstellbereich: Messabstand von  $40\text{ cm}$  bis  $2\text{ m}$ , kleinste Messfläche  $9\text{ mm} \times 8\text{ mm}$  bei kleinstem und  $48\text{ mm} \times 40\text{ mm}$  bei größtem Messabstand und größte Messfläche  $21\text{ mm} \times 18\text{ mm}$  bei kleinstem und  $90\text{ mm} \times 75\text{ mm}$  bei größtem Messabstand. Vor allem bei größeren Messabständen und Flächen muss beachtet werden, dass diese nur einstellbar sind, wenn die Kamera genügend Intensität vom Messobjekt erreicht.

Zweite wichtige Funktion des Objektivs ist die Beugung des optischen Feldes. Dieses muss eine bestimmte Phasenverteilung in der Kameraebene aufweisen, damit die im Gerät realisierte Messtechnik des räumlichen Phasenschiebens funktioniert. Erzeugung und Funktion der Phasenverteilung werden in Kapitel 4.1.3 detailliert vorgestellt. Bezüglich des Objektivs ist hierbei wichtig, dass die Airy-Scheibe des Beugungsbildes, beziehungsweise die mittlere subjektive Speckle-Größe, in eine Richtung gesehen mindestens vier Kamerapixel groß sein müssen. Der Scheibendurchmesser  $S_d$  berechnet sich nach [2] zu

$$S_d = 2,44 \frac{\lambda \cdot a}{D} \quad (4.5)$$

Hierbei sind  $\lambda$  die Beleuchtungswellenlänge und  $a$  und  $D$  gemäß Abbildung 4.4 der Abstand der Blende zur Abbildungsebene sowie der Blendendurchmesser. Da der Abstand  $a$  ungefähr gleich dem Abstand  $b$  ist, und dieser

aufgrund der Messobjektgröße und des Messobjektabstandes entsprechend der Gleichungen 4.2, 4.3 und 4.4 feststeht, muss durch Variation der Größe  $D$  die erforderliche Beugung eingestellt werden. Übliche Werte liegen im Bereich von  $5\text{ mm}$  bis  $7\text{ mm}$ . Zu beachten ist, dass bei kleiner werdendem Blendendurchmesser die auf die Kamera treffende Lichtmenge geringer wird, was durch geeignete Gegenmaßnahmen kompensiert werden muss. Möglich ist zum Beispiel die Verwendung stärkerer Lichtquellen oder die Verkleinerung der Messobjektfläche sowie die Verringerung des Messobjektabstandes. Ebenso kann die Belichtungszeit der Kamera vergrößert werden. Weiterhin ist zu beachten, dass die notwendige und eingestellte Beugung Auswirkungen auf das Messergebnis hat. Auf diese Tatsache wird in Kapitel 4.1.3 näher eingegangen.

### Lichtquelle

Die verwendete Lichtquelle muss kohärentes Licht liefern, da hiermit eine interferometrische Messung durchgeführt wird. Die Kohärenzlänge des Lichtes muss mindestens doppelt so groß wie der Messabstand  $a$  gemäß Abbildung 4.2 sein, da dies näherungsweise der Wegunterschied zwischen Mess- und Referenzstrahlen im Interferometer ist. Da der Messabstand  $a$  im Meterbereich liegen kann, muss als Lichtquelle ein Laser mit entsprechender Kohärenzlänge eingesetzt werden. Das Messsystem soll darüber hinaus kompakt sein, weswegen sich der Einsatz von Halbleiterlasern anbietet. Die beiden verwendeten Systeme liefern bei kompakten Abmessungen von  $90\text{ mm} \times 40\text{ mm} \times 40\text{ mm}$  und ausreichenden Kohärenzlängen von mindestens  $10\text{ m}$  temperaturabhängige Leistungen von bis zu  $30\text{ mW}$  bei einstellbaren Wellenlängen von  $655\text{ nm}$  bis  $662\text{ nm}$ .

Da mit dem Gerät Formvermessungen durchgeführt werden sollen, und der Wunsch bestand, relative Höhen in größeren Bereichen von zum Beispiel  $1\text{ mm}$  zu erfassen, sind synthetische Messwellenlängen in der Größenordnung von mindestens  $100\text{ }\mu\text{m}$  erforderlich. Um jedoch weiterhin im sichtbaren Bereich zu verbleiben, kommt die Zweiwellenlängentechnik zum Einsatz, wobei das räumliche Analogon zu den Schwebungsfrequenzen beispielsweise aus der Nachrichtentechnik genutzt wird. Eine genaue Beschreibung dieser Technik findet sich in Kapitel 2.2.3.

Hinsichtlich des Aufbaus bedeutet dies, dass zwei unterschiedliche Beleuchtungswellenlängen benötigt werden. Einfachste Lösung ist die Verwendung eines Lasers, dessen Wellenlänge je nach Bedarf eingestellt wird. Dies geschieht bei Halbleiterlasern zum Beispiel durch Variation der Betriebstemperatur der Laserdiode. Nachteil hierbei ist, dass nach einer Temperaturänderung eine gewisse Wartezeit, die im Minutenbereich liegen kann, notwendig ist, bis der

Laser mit neuer Temperatur und Wellenlänge stabil läuft. Während dieser Wartezeit ist aufgrund der Wellenlängenschwankungen keine interferometrische Messung möglich. Dies bedeutet aber, dass die Dauer einer entsprechenden Messung ebenfalls im Minutenbereich liegen kann, was der ursprünglichen Forderung nach einer schnellen Messung widerspricht. Deshalb müssen zwei Laser mit unterschiedlichen Wellenlängen gleichzeitig benutzt werden. Den entsprechenden Aufbau zeigt Abbildung 4.5, wobei hierin bereits die getrennte Aufweitung von Messobjekt- und Referenzstrahl eingezeichnet ist, was im folgenden Abschnitt erläutert wird.

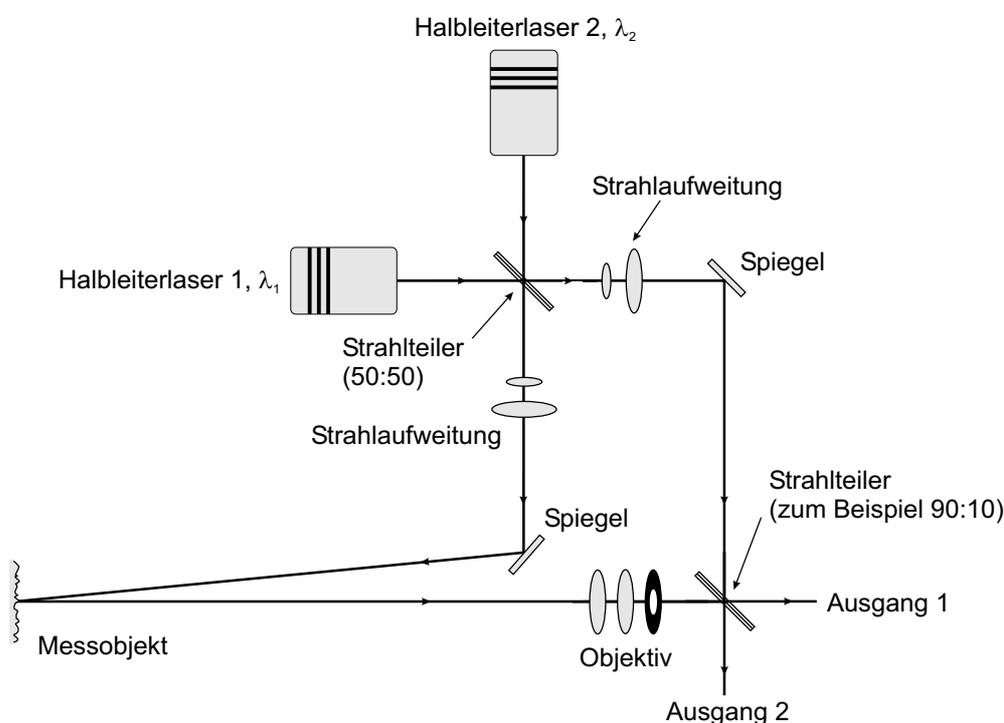


Abbildung 4.5: Interferometer nach Abbildung 4.2 mit zwei Halbleiterlasern und getrennter Aufweitung der Messobjekt- und Referenzstrahlen

Zu beachten ist, dass die verwendeten Halbleiterlaser stark linear polarisiertes Licht emittieren. Deshalb muss bei deren Einbau darauf geachtet werden, dass die resultierenden elektrischen Feldvektoren beider Laser gleiche Schwingungsrichtung aufweisen. Andernfalls können sich die von ihnen erzeugten Interferogramme stark unterscheiden, was eine Verschlechterung des Messergebnisses bewirkt.

Tabelle 4.1 zeigt die einstellbaren Wellenlängen beider verwendeter Lasersysteme in Abhängigkeit ihrer Betriebstemperaturen und unter der Vorausset-

zung, dass die Systeme im single mode Betrieb arbeiten.

Betriebstemperatur (°C)	Wellenlänge Laser 1 (nm)	Wellenlänge Laser 2 (nm)
43	663,39	-
42	-	662,39
41	-	661,78
40	662,89	660,61
36	-	659,61
35	662,22	-
33	661,78	-
30	-	658,94
29	660,94	-
28	-	658,50
26	660,39	-
24	659,83	-
23	-	658,00
20	659,28	657,50
18	-	657,00
17	658,72	656,56
13	658,17	-
12	657,61	655,89

*Tabelle 4.1: Einstellbare Wellenlängen der verwendeten Lasersysteme in Abhängigkeit ihrer Betriebstemperaturen im single mode Betrieb*

Aufgrund dieser Einzelwellenlängen ergibt sich für die virtuelle Messwellenlänge  $\Lambda$  ein breites Spektrum, welches im Bereich von  $29 \mu\text{m}$  bis  $169,45 \mu\text{m}$  ausführlich getestet wurde und als stabil, beziehungsweise für interferometrische Messungen als gut geeignet bezeichnet werden kann.

Aufgrund einer speziellen Eigenschaft von Halbleiterlasern können bei diesen für interferometrische Messungen, wie in Tabelle 4.1 angegeben, nur einige diskrete Wellenlängen eingestellt werden. Prinzipiell ist die Wellenlänge abhängig von Lasertemperatur und Strom. Durch exakte Regelung beider Größen kann diese Wellenlänge gut stabilisiert werden, und der Laser besitzt eine große Kohärenzlänge von zum Beispiel  $10 \text{ m}$ . Wird ein Kennfeld aufgenommen, bei welchem die Stärke der Laserintensitätsschwankung in Abhängigkeit des Laserstromes und der Lasertemperatur aufgetragen ist, so stellt man fest, dass in diesem Feld Spitzen auftreten. Es gibt Bereiche, in welchen die Intensität auch bei fester Temperatur und festem Strom deutlich

schwankt. Genau hier liegt trotz Regelung mode hopping vor [74]. Der Laser läuft dahingehend instabil, dass seine Kohärenzlänge drastisch abnimmt. Interferometrische Messungen sind nicht mehr möglich. Werden jedoch Arbeitspunkte festgelegt, die ausreichend weit von den Intensitätsschwankungen entfernt liegen, so arbeitet der Laser stabil, besitzt eine große Kohärenzlänge, und interferometrische Messungen funktionieren gut. Dies hat allerdings eine Beschränkung auf einige diskrete Arbeitspunkte und damit einige diskrete Wellenlängen zur Folge. Gemäß Abschnitt 4.1.1 „Modifiziertes Mach-Zehnder-Interferometer“ ergibt sich daher für die Höhenauflösung ein Bereich von  $2,9 \mu\text{m}$  bei  $\Lambda = 29 \mu\text{m}$  bis  $16,95 \mu\text{m}$  bei  $\Lambda = 169,45 \mu\text{m}$ .

### Aufweitung der Laserstrahlen

Der aus einem Laser austretende Strahl hat üblicherweise einen geringen Durchmesser von wenigen Millimetern. Bei Halbleiterlasern ist zudem das Strahlprofil nicht gaußförmig. Dies wird bei den verwendeten Lasermodulen durch eine anamorphotische Optik und eine Kolimatoroptik mit einstellbarem Fokus korrigiert [83], sodass der austretende Strahl näherungsweise ein Gaußprofil mit circa  $3 \text{ mm}$  Durchmesser und unendlichem Fokus besitzt. Da Mess- und Referenzfläche wesentlich größer und darüber hinaus unterschiedlich groß sein können, müssen die Strahlen beider Laser für Objekt- und Referenzweg getrennt einstellbar aufgeweitet werden. Dies geschieht nach Abbildung 4.6 jeweils mittels zweier Linsen.

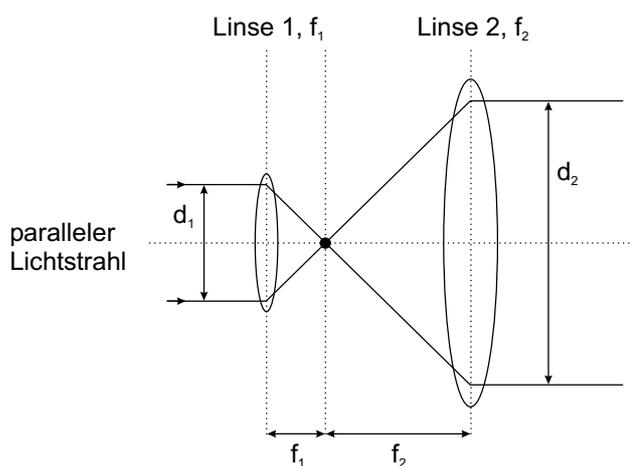


Abbildung 4.6: Aufweitung eines parallelen Lichtstrahls

Es ist zu sehen, dass das Verhältnis der Strahldurchmesser  $d_1$  und  $d_2$  gleich

dem der Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  ist, woraus sich für den Durchmesser  $d_2$  des aufgeweiteten Strahls

$$d_2 = d_1 \frac{f_2}{f_1} \quad (4.6)$$

ergibt. Durch Verschieben einer der beiden Linsen kann darüber hinaus der Strahldurchmesser im Auftreffpunkt auf Mess- und Referenzfläche eingestellt und somit der Größe von Mess- und Referenzobjekt angepasst werden. In Abbildung 4.5 ist die Aufweitung für Mess- und Referenzstrahl bereits eingefügt. Beim vorgestellten Gerät wird der Referenzstrahl durch Linsen mit  $10\text{ mm}$  und  $60\text{ mm}$  Brennweite sechsfach und der Messobjektstrahl durch Linsen der Brennweiten  $7\text{ mm}$  und  $70\text{ mm}$  zehnfach aufgeweitet.

### Aufnahmeeinheit

Die Aufnahmeeinheit dient der Detektion und örtlichen Auflösung des auf sie treffenden optischen Feldes. Hierbei kann jedoch das Feld nicht direkt, sondern nur die daraus resultierende Intensität erfasst werden. Beim vorgestellten Gerät kommt eine CCD-Kamera zum Einsatz. Sie besitzt eine Auflösung von  $732 \times 579$  Pixeln bei einer Chipfläche von  $6\text{ mm} \times 5\text{ mm}$  sowie acht Bit pro Pixel. Es können somit theoretisch 256 Graustufen, in der Praxis jedoch deutlich weniger, erkannt werden. In Abhängigkeit der Größe der abgebildeten Messfläche berechnet sich die laterale Auflösung. Da das vom Messobjekt kommende optische Feld, wie in Kapitel 4.1.3 dargelegt, in eine Richtung über mindestens vier Kamerapixel gebeugt werden muss, ist zu beachten, dass es zu einer Veränderung des Messergebnisses kommt.

Die Belichtungszeit der Kamera kann von  $1/60\text{ s}$  bis  $1/10000\text{ s}$  eingestellt werden und ist somit gut an Laserleistung, Messobjekt und vorhandene Erschütterungen anpassbar.

Die Farbempfindlichkeit der Kamera kann unter der Voraussetzung, dass genügend Intensität vorhanden ist, vernachlässigt werden, da sich die beiden verwendeten Beleuchtungswellenlängen nur um wenige Nanometer unterscheiden.

Damit das Gerät bei normalem Tageslicht funktioniert, muss vor der Kamera ein entsprechendes Filtersystem angebracht werden. Dieses besteht aus der Hintereinanderschaltung eines Rotfilters und eines Linearpolarisators. Der Rotfilter schneidet alle Wellenlängen unterhalb von  $610\text{ nm}$  zu über 99% ab, während Wellenlängen größer als  $655\text{ nm}$  zu über 90% passieren können. Dazwischen ist der Verlauf des Transmissionsgrades linear. Der Polarisator lässt nur den Anteil des auftreffenden Lichtes parallel zur Durchlassachse, deren

Richtung am Polarisator eingestellt werden kann, durch. Emittieren beide Laser bei  $655\text{ nm}$  oder darüber, und sind beide in ihrer Schwingungsrichtung entsprechend eingestellt, kann ihr Licht das Filtersystem weitestgehend ungestört durchlaufen. Das Umgebungslicht wird hingegen so stark abgeschwächt, dass es sich auf Messungen nicht mehr störend auswirkt.

Der Polarisator hat eine weitere Funktion. Beide Laser emittieren stark linear polarisiertes Licht. Da Referenz- und Messobjektstrahlen unterschiedliche Wege und Komponenten durchlaufen, kann eine Drehung der Schwingungsrichtung ihrer resultierenden elektrischen Feldvektoren, eine Polarisationsänderung sowie teilweise Depolarisation stattfinden. Dies bewirkt eine Reduktion des Kontrastes im Interferogramm. Der Polarisator wiederum erzeugt eine gleichartige Polarisation sowie parallel zueinander stehende resultierende elektrische Feldvektoren der interferierenden Strahlen, was maximalen Kontrast ermöglicht. Die Reduktion der Intensität hierbei kann gut kompensiert werden, da das System so justierbar ist, dass die Messobjektstrahlen den Filter weitestgehend ungehindert passieren können, und lediglich die Referenzstrahlen beeinflusst werden. Deren Intensität ist in aller Regel zu groß und muss ohnehin abgeschwächt werden, was jetzt weniger stark mittels zweier Linearpolarisatoren erfolgt. Abbildung 4.7 zeigt die entsprechende Erweiterung.

Eine Messung besteht aus zwei mit unterschiedlichen Wellenlängen aufgenommenen Interferogrammen. Deshalb müssen die Wellenlängen beider Laser voneinander getrennt werden. Dies kann zeitlich oder räumlich erfolgen. Die räumliche Trennung wird nicht angewendet, da sie bei dem vorgestellten Gerät einige Nachteile aufweist: Es müssen zwei Kameras verwendet werden, die mittels entsprechender Filter nur je eine der beiden Beleuchtungswellenlängen aufnehmen, wobei das optische Feld zuvor in zwei räumlich getrennte Anteile zerlegt werden muss. Problematisch erweist sich hierbei die Bedingung, dass beide Kameras bei gleicher Wellenlänge exakt das gleiche Interferogramm aufnehmen müssen. Eine entsprechende Justage ist aufgrund vieler Freiheitsgrade schwierig und bei einem transportablen Messsystem ohne sehr großen Aufwand nicht dauerhaft stabil. Weiterhin ist das System hinsichtlich der verwendeten Wellenlängen unflexibel, da bei jeder Änderung häufig auch zumindest ein Filter vor einer Kamera gewechselt werden muss, was in der Regel eine anschließende Neujustage der Kamera erfordert.

Deshalb wird lediglich eine Kamera verwendet, was eine zeitliche Trennung der Wellenlängen voraussetzt. Die Probleme des Zweikamerasystems existieren hierbei nicht. Das System ist deutlich robuster, flexibler und einfacher justierbar. Der Nachteil besteht jedoch jetzt darin, dass sich die Messzeit verlängert, da die beiden Aufnahmen nacheinander erfolgen, wodurch das System erschütterungsempfindlicher wird. Teilweise kompensiert werden kann

dies durch kurze Belichtungszeiten. Beim vorgestellten Gerät beispielsweise beträgt diese  $1\text{ ms}$ . Hierdurch sind die Messungen ohne Schwingungsdämpfung gegenüber leichten Erschütterungen wie zum Beispiel umhergehenden Personen, am Gebäude vorbeifahrenden Autos oder auch einem Luftzug unempfindlich. Abbildung 4.7 zeigt den erweiterten Messaufbau, wobei die Aufnahmeeinheit an Ausgang eins installiert ist, da nur hier aufgrund des unsymmetrischen Strahlteilers eine Messung sinnvoll ist. Ausgang zwei ist durch eine Lichtfalle ausgeschaltet.

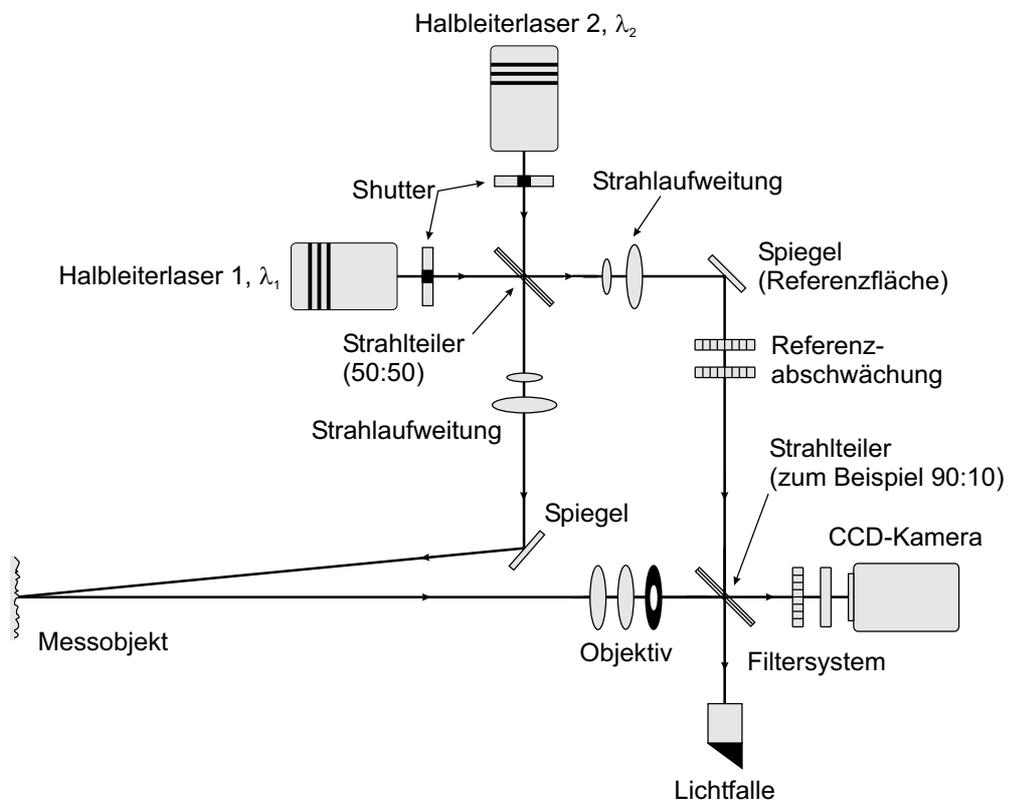


Abbildung 4.7: Interferometer nach Abbildung 4.5 mit Aufnahmeeinheit, zeitlicher Wellenlängentrennung mittels Shutter, Referenzabschwächung und Lichtfalle an Ausgang zwei

Ferner muss dem Aufbau eine Vorrichtung zur zeitlichen Wellenlängentrennung hinzugefügt werden. Diese wird im folgenden Abschnitt erläutert und ist bereits in Abbildung 4.7 eingezeichnet.

## Shutter

Die Shutter, welche bereits in Abbildung 4.7 eingezeichnet sind, dienen der zeitlichen Trennung der beiden Laserwellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ . Es handelt sich jeweils um einen Hubmagneten, der bei Anlegen einer Spannung eine Blende aus dem Strahlengang zieht und somit den Laserstrahl freigibt. Nach Ausschalten der Spannung wird die Blende durch eine Feder zurückgezogen und blockiert so wieder den Laserstrahl. Zu beachten ist bei diesem sehr einfachen System, dass nach Öffnen oder Schließen der Blenden jeweils eine Wartezeit von circa  $100\text{ ms}$  erforderlich ist, um dadurch hervorgerufene Schwingungen ausreichend abklingen zu lassen. Deshalb ist eine zeitliche Koordination zwischen Shuttern und CCD-Kamera notwendig, um eine korrekte Funktion des Messsystems zu gewährleisten. Eine Messung läuft nach folgendem Schema ab, wobei im Grundzustand beide Shutter geschlossen sind:

Shutter 1 öffnen -  $100\text{ ms}$  warten - Interferogramm 1 mit  $1\text{ ms}$  Belichtungszeit aufnehmen - Shutter 1 schließen - Shutter 2 öffnen -  $100\text{ ms}$  warten - Interferogramm 2 mit  $1\text{ ms}$  Belichtungszeit aufnehmen - Shutter 2 schließen

Eine komplette Messung dauert somit circa  $500\text{ ms}$ . Da die größte Empfindlichkeit gegenüber Erschütterungen während der Belichtungszeit einer Aufnahme besteht, und diese lediglich  $1\text{ ms}$  beträgt, wirkt sich die relativ lange Gesamtmesszeit von  $500\text{ ms}$  deutlich weniger negativ auf eine Messung aus. Deshalb stellen leichte Erschütterungen wie zum Beispiel umhergehende Personen kein Problem dar. Die gesamte Steuerung sowie die Aufnahme und Abspeicherung der Interferogramme erfolgt mittels eines Computers.

Alternativ dazu können die Laser direkt ein- und ausgeschaltet werden. Dies hat jedoch den entscheidenden Nachteil, dass selbst nach nur sehr kurzem Ausschalten und anschließendem wieder Einschalten eines Lasers eine Wartezeit von mehreren Sekunden erforderlich ist, bis dieser wieder stabil läuft. Während der Wartezeit ist aufgrund der Wellenlängenschwankungen keine Messung möglich. Eine solche Vorgehensweise widerspricht jedoch der Forderung nach einer möglichst schnellen Messung und wird deshalb nicht angewendet.

## Referenz

Die Referenz ist das Objekt, welches die Referenzwellenfront im Interferometer formt. Jede Messung erfolgt deshalb relativ zu dieser, wobei auch solche Formen beachtet werden müssen, die zum Beispiel aufgrund einer

Abbildung oder divergenten Strahlaufweitung der Referenzwellenfront aufgeprägt werden. Darüber hinaus wird auch die Messobjektwellenfront nicht nur durch die Messobjektform, sondern ebenso durch weitere Umstände wie zum Beispiel Abbildung und divergente Strahlaufweitung beeinflusst. Deshalb ist im Allgemeinen eine Kalibrierung erforderlich, bei welcher zum Beispiel eine im Rahmen der Messgenauigkeit möglichst ebene Fläche vermessen werden kann. Dieses Ergebnis muss im Folgenden von jedem neuen Messergebnis subtrahiert werden, um eine Messung relativ zu einer ebenen Fläche zu erhalten. Andererseits bietet aber das Referenzobjekt die Möglichkeit der relativen Messung zu einer speziellen und gewünschten Form. Dadurch wird unter bestimmten Umständen die Erfassung von Oberflächenformen überhaupt erst möglich.

In Abbildung 4.7 ist die Referenzfläche ein ebener Spiegel. Die hiervon reflektierten Strahlen laufen direkt auf die Kamera und müssen nicht abgebildet werden. Da die Planität des Spiegels  $\lambda/10$  beträgt, kann davon ausgegangen werden, dass die Form der Referenzwellenfront lediglich von der Strahlaufweitung abhängt und somit auch durch diese eingestellt werden kann. Nach entsprechender Intensitätsanpassung des Referenzlichtes zum Messobjektlicht werden hiermit sehr gute Messergebnisse erzielt.

Zweite Möglichkeit ist, eine optisch raue Fläche als Referenz zu verwenden. Da eine solche Fläche das auftreffende Licht diffus reflektiert, muss sie nicht eben sein, wie dies bei einem Spiegel notwendig ist, sondern sie darf eine Form besitzen, welche zusätzlich der Wellenfrontform aufgeprägt wird. Dies bietet die Möglichkeit relativer Messungen zu dieser Form. Desweiteren können Verkippungen des Messobjektes, die fast immer vorhanden sind, auf sehr einfache und bequeme Art und Weise durch entsprechende Verkippung der Referenz kompensiert werden.

Die raue Referenz stellt eine Besonderheit des Gerätes dar. Obwohl die Technik des räumlichen Phasenschiebens angewendet wird, kann diese mit rauer Referenzfläche (und natürlich mit rauem Messobjekt) durchgeführt werden. Die genaue Funktionsweise der Technik wird in Kapitel 4.1.3 erläutert. Das Messsystem muss dahingehend erweitert werden, dass die Referenzfläche aufgrund ihrer diffusen Reflexion ebenfalls auf die Kamera abgebildet werden muss. Dies geschieht mittels einer Abbildungseinheit bestehend aus *einer* Linse und Blende, da sowohl die Größe der abgebildeten Referenzfläche als auch ihr Abstand zur Kamera konstant bleiben. Analog der Erläuterungen zum Objektiv muss auch hier eine Blende verwendet werden, um ausreichende Beugung des von der Referenz kommenden optischen Feldes zu gewährleisten. Abbildung 4.8 zeigt den erweiterten Aufbau, wobei aufgrund der geometrischen Gegebenheiten eine  $80\text{ mm}$  Linse sowie eine

Blende mit  $5\text{ mm}$  Öffnung zum Einsatz kommen.

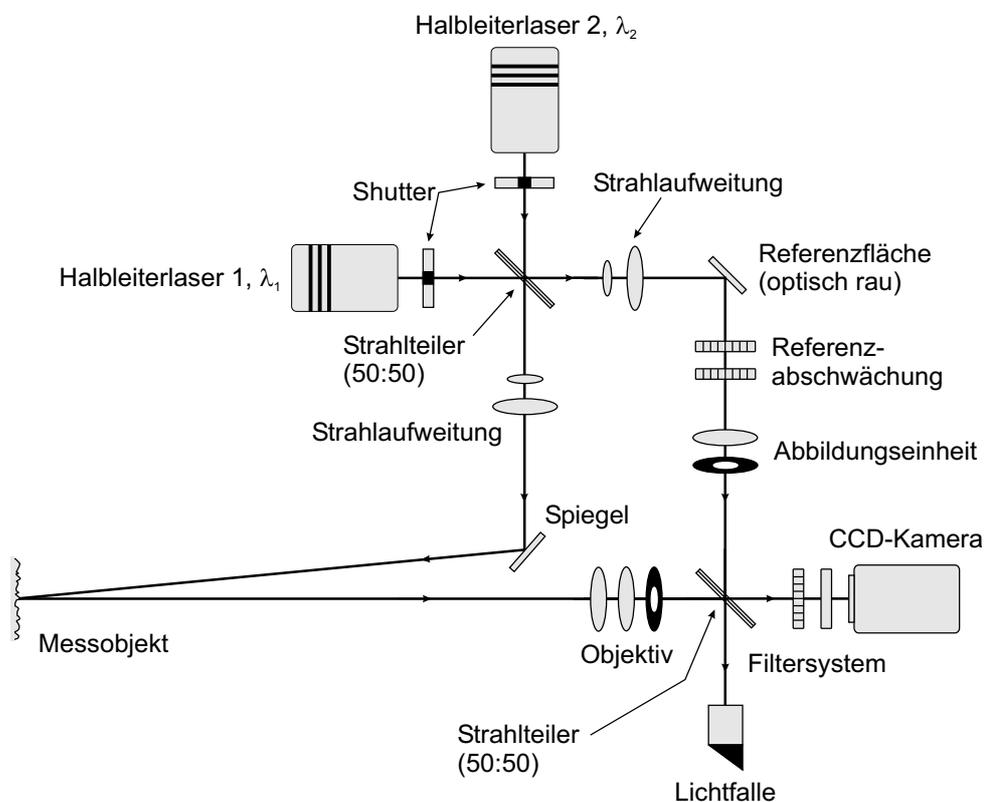


Abbildung 4.8: Interferometer nach Abbildung 4.7 mit optisch rauher Referenzfläche, Abbildungseinheit und symmetrischem Strahlteiler

Aufgrund der geringeren Lichtmenge, die jetzt von der Referenzfläche zur Kamera gelangt, ist die Verwendung eines symmetrischen Strahlteilers vorteilhafter. Unter diesen Umständen kann auch am zweiten Ausgang des Strahlteilers eine Kamera montiert und damit gemessen werden.

Folgendes Beispiel soll den Nutzen einer rauhen Referenzfläche verdeutlichen. Gegeben sei eine ebene Messfläche mit einer Kerbe der Tiefe  $50\ \mu\text{m}$ . Die Struktur der Kerbe sei so beschaffen, dass sie lateral aufgelöst werden kann. Diese Kerbe soll mit einer Tiefenauflösung von mindestens  $6\ \mu\text{m}$  vermessen werden. Wenn davon ausgegangen wird, dass bei Messungen mit dem vorgestellten System im Phasenbild circa zehn Helligkeitsstufen erkennbar sind, darf die synthetische Messwellenlänge  $\Lambda$  maximal  $60\ \mu\text{m}$  betragen. Mittels dieser kann die Kerbe gut erfasst werden. Ist nun zusätzlich die Messfläche gegenüber dem Messgerät verkippt, und können weder die Fläche noch das

Gerät entsprechend justiert werden, kann sich eine unlösbare Messsituation ergeben: Die Verkippung sei so groß, dass ein Rand der Kerbe  $1,8\text{ mm}$  höher steht als der gegenüberliegende Rand. Dies erzeugt im Phasenbild im Bereich der Kerbe zusätzlich 30 schwarz-weiß Übergänge, welche selbst bei hochauflösenden Kameras kaum erkannt werden können. Die Messung wird nicht funktionieren. Eine größere synthetische Wellenlänge reduziert zwar die Anzahl der schwarz-weiß Übergänge, aber auch die geforderte Tiefenauflösung.

Eine raue Referenzfläche hingegen kann ebenso stark verkippt werden, wodurch die störenden schwarz-weiß Übergänge vollständig eliminiert werden. Die Messung ist daher wieder möglich. Darüber hinaus kann der Referenzfläche zusätzlich die gleiche Kerbe der Messfläche, sofern diese bekannt ist, aufgeprägt werden. Das Messergebnis sollte jetzt eine ebene Fläche sein. Abweichungen hiervon können sehr leicht festgestellt werden.

### Phasenschieben

Um von einem Interferogramm auf die Phase des Lichtes schließen zu können, sind gemäß Kapitel 2.3 mehrere Messungen, mindestens drei, im Falle des vorgestellten Messsystems vier, notwendig. Diese verschiedenen Interferogramme müssen sich durch eine definierte Phasendifferenz in jedem Pixel voneinander unterscheiden, wobei ein typischer Wert zum Beispiel  $90^\circ$  beträgt. Es ist somit notwendig, eine sehr genaue Phasenschiebung durchzuführen. Hierzu existieren die in Kapitel 2.3 vorgestellten Möglichkeiten.

Zeitliches Phasenschieben wird nicht angewendet, da es hinsichtlich der Messsystemanforderungen einige Nachteile aufweist: Die verschobenen Phasen müssen während des Zeitraums der Messung exakt eingehalten werden. Erschwert wird die Situation dadurch, dass zur Phasenbestimmung vier Aufnahmen verwendet werden. Da mit zwei Wellenlängen gearbeitet wird, bedeutet dies, dass für eine Messung acht Interferogramme hintereinander aufgenommen und in den Computer übertragen werden müssen. Während dieser gesamten Zeit, die beim verwendeten Kamerasystem circa eine Sekunde beträgt, müssen jeweils die ersten vier und dann die zweiten vier Interferogramme in einer festen Phasenbeziehung zueinander stehen. Dies bedingt einen Messaufbau, der mechanisch sehr stabil ist, beziehungsweise eine erschütterungsgedämpfte Messumgebung. Beides widerspricht jedoch einem kompakten und transportablen Messsystem.

Das räumliche Phasenschieben in der hier angewendeten neuen Version hingegen nutzt die Phasendifferenzen zwischen benachbarten Pixeln eines Interferogramms. Die Vorteile sind, dass pro Wellenlänge nur eine Aufnahme erforderlich ist, also insgesamt nur zwei statt acht Aufnahmen, dass beide

Aufnahmen nicht in einer exakt einzuhaltenden Phasenbeziehung zueinander stehen müssen, und dass die Phasendifferenzen der Pixel auf Systemeigenschaften beruhen, die durch Erschütterungen nicht verändert werden können. Daher ist ein Messsystem deutlich einfacher und robuster, weswegen diese Technik zur Anwendung kommt. Die genaue Erzeugung des räumlichen Phasenschubes wird in Kapitel 4.1.3 separat erläutert.

### 4.1.2 Gesamtaufbau

Abbildung 4.9 zeigt das komplette Messsystem ohne Nebenbauteile.

Gegenüber Abbildung 4.8 ergeben sich aus praktischen Gründen folgende Änderungen:

Laser 2 wird über einen zusätzlichen Spiegel eingekoppelt. Dies erleichtert die Justage des Laserstrahls 2 zum Laserstrahl 1.

Beide Laser werden über einen zusätzlichen Spiegel in die Strahlaufweitung zum Messobjekt eingekoppelt. Auch dies erleichtert die Justage beider Strahlen auf die optischen Achsen von Messobjekt- und Referenzaufweitung. Referenzabschwächung und Referenzaufweitung werden aus Platzgründen zu einer kompakten Einheit zusammengefasst.

Die Referenzfläche wird aus Platzgründen seitlich versetzt angeordnet, da sie justierbar und austauschbar sein soll. Dies erfordert eine Umlenkung der Lichtstrahlen mittels dreier Spiegel.

Zum Gesamtsystem gehören darüber hinaus die als Nebenbauteile bezeichnete Ansteuerung der Laser, die Steuerung der Shutter, CCD-Kamera und Laser über Computer, die Stromversorgung, ein Pegelwandler und der Computer selbst.

Letzte Komponente des Gesamtsystems ist die neu entwickelte Messsoftware. Hierbei handelt es sich um ein graphisches, leicht zu bedienendes Programm für das Betriebssystem Windows NT. Wichtigste Funktion ist die automatisch ablaufende online Messung. Diese erfolgt ausgehend davon, dass beide Shutter geschlossen sind, nach dem Schema:

Shutter 1 öffnen - 100 *ms* warten - Interferogramm 1 mit 1 *ms* Belichtungszeit aufnehmen - Shutter 1 schließen - Bild in Speicher übertragen - Shutter 2 öffnen - 100 *ms* warten - Interferogramm 2 mit 1 *ms* Belichtungszeit aufnehmen - Shutter 2 schließen - Bild in Speicher übertragen - Verrechnung beider Bilder zu einem Phasenbild - Anzeige des Phasenbildes

Die Übertragung der Kamerabilder in den Speicher läuft simultan zu

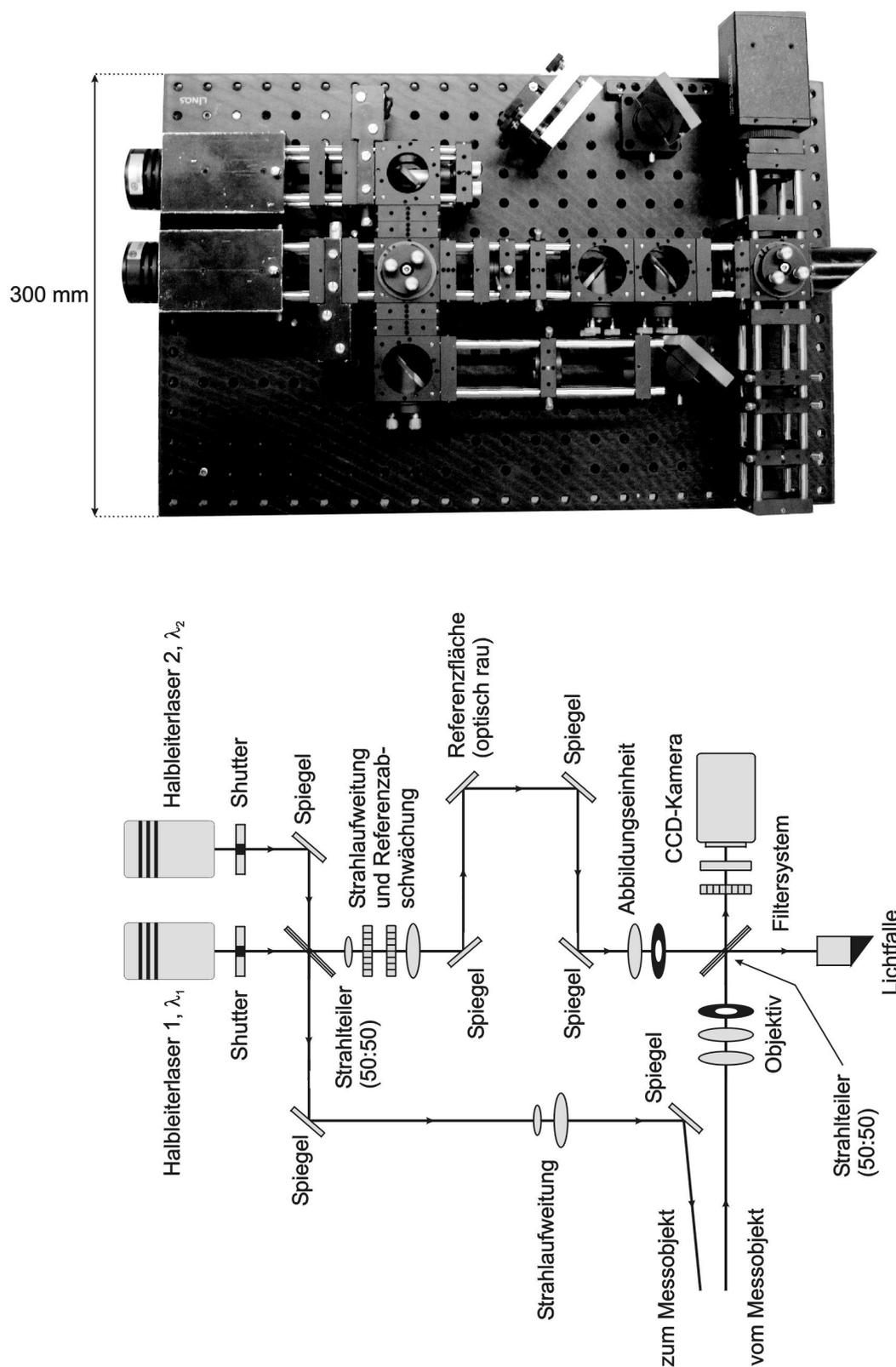


Abbildung 4.9: Gesamtsystem LAoS ohne Nebenbauteile

den nachfolgenden Schritten ab.

Eine komplette Messung mit Berechnung und Anzeige des Ergebnisses dauert circa 1 s. Die Verrechnung der beiden aufgenommenen Interferogramme zu einem Phasenbild erfolgt entsprechend der Erläuterungen in Kapitel 3.5 „Räumlicher Phasenschub - Räumliches Phasenschieben“ mittels des Algorithmus nach Carré [28].

### 4.1.3 Räumliches Phasenschieben

Räumliches Phasenschieben dient der Erzeugung definierter Phasendifferenzen zwischen räumlich getrennten Bereichen zu einem gegebenen Zeitpunkt. Um diese Differenzen bestimmen zu können, müssen die Formen von Objekt- und Referenzwellenfront bekannt sein. Deren Differenz ergibt eine resultierende Wellenfront, mit welcher die Phasen aller Pixel in der Kameraebene bestimmt werden können. Um die Beschreibung einfacher zu gestalten, wird angenommen, dass die Referenzwellenfront eben sei. Dies ist keine Einschränkung der Allgemeingültigkeit, da im Falle einer nicht ebenen Form für diese das gleiche gilt, was im folgenden für die Messobjektwellenfront gesagt wird.

Die Form und damit die Phasenverteilung der Messobjektwellenfront resultiert aus vier wesentlichen Anteilen:

- der Form des Messobjektes
- der Mikrostruktur (Rauheit) des Messobjektes
- der Verformung aufgrund der Abbildung
- der Beugung

Weitere die Wellenfront beeinflussende Faktoren wie zum Beispiel divergente Strahlaufweitung werden vernachlässigt, da sie rein rechnerisch zum Beispiel der Messobjektform zugeordnet werden können und daher prinzipiell nichts an den folgenden Überlegungen ändern.

Eine ebene, das Messobjekt treffende, Wellenfront erhält nach Reflexion hieran dessen Form, wobei diese in Abhängigkeit des Beleuchtungs- und Beobachtungswinkels skaliert wird. Im Falle des vorgestellten Messsystems muss aufgrund dessen Empfindlichkeitsvektors gemäß Gleichung 4.1 jeder Höhenwert mit dem Faktor zwei multipliziert werden. Die Form wird daher doppelt überhöht dargestellt.

Gleiches gilt für die Mikrostruktur des Messobjektes. Auch diese wird doppelt überhöht der Wellenfront aufgeprägt.

Die Wellenfrontverformung aufgrund der Abbildung des Messobjektes auf die Kamera entspricht einer Kugelfläche, deren Radius gleich dem Abstand des Linsenbrennpunktes zur Kamera ist. Abbildung 4.10 verdeutlicht die Zusammenhänge.

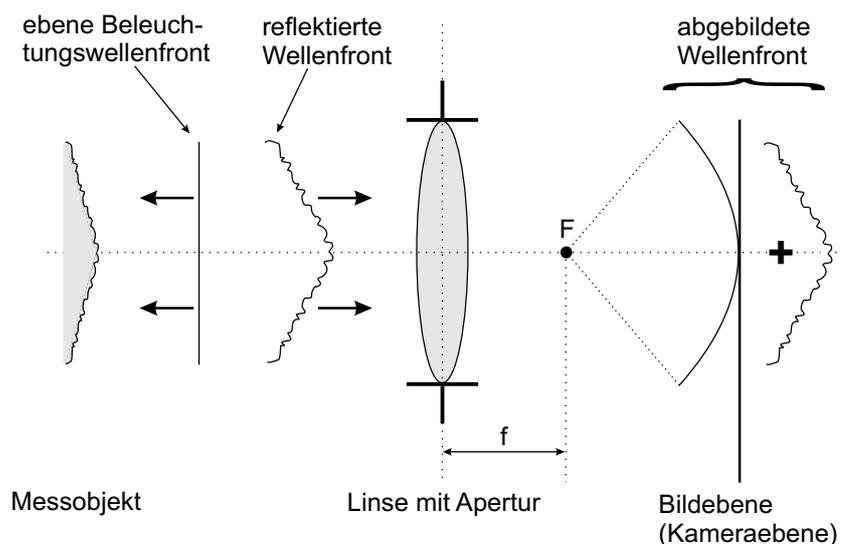


Abbildung 4.10: Wellenfrontformung durch Messobjekt und Abbildung, ohne Berücksichtigung von Beugung

Bis zu dieser Stelle wurde keine Beugung berücksichtigt. Dies entspricht dem Sonderfall einer großen Linsenapertur, bei welcher Beugung hinsichtlich des aufgenommenen Interferogramms vernachlässigt werden kann. Diese Situation bringt folgendes Problem: Die Phase in einem beliebigen Punkt in der Bildebene ist eine Zufallsgröße, da zu allen bekannten Phasenanteilen immer der Phasenanteil aufgrund der Messflächenrauheit hinzuzuzählen ist. Dieser Anteil jedoch ist eine Zufallszahl, da die Höhenwerte aufgrund der Rauheit gemäß Kapitel 3.3 selbst als Zufallszahlen betrachtet werden und Phasen von weit über  $2\pi$  erzeugen. Es können daher keine Pixel mit definierten Phasendifferenzen gefunden werden. Somit ist räumliches Phasenschieben nicht möglich.

Lösung des Problem ist die bewusste Erzeugung von Beugung mittels einer ausreichend kleinen Blende in der Objektiveneinheit gemäß Abbildung 4.4 beziehungsweise 4.10. Daraus resultiert der in Kapitel 3.5 „Räumlicher Phasenschub - Räumliches Phasenschieben“ vorgestellte räumliche Phasenschub.

Wird desweiteren die ebenfalls dort vorgestellte Justage des optischen Aufbaus vorgenommen, können Form- und Deformationsmessungen durch Anwendung des Algorithmus nach Carré [28] sehr gut durchgeführt werden. Da im Algorithmus die zur Berechnung verwendeten Blöcke von je vier Pixeln unmittelbar nebeneinander liegen, also nicht ihrerseits einen Abstand von vier Pixeln besitzen, ist die laterale Auflösung nicht verringert. Allerdings muss beachtet werden, dass dadurch eine Art mittlere Höhe im jeweils betrachteten Bereich berechnet wird.

#### 4.1.4 Zusammenfassung

Das vorgestellte Messsystem basiert auf der modifizierten Struktur eines Mach-Zehnder-Interferometers mit folgenden zusätzlichen Besonderheiten: einem Zoomobjektiv mit Strahlteiler zwischen Objektiv und Kamera zur Referenzeinkopplung hinter dem Objektiv, zwei Halbleiterlasern mit einstellbaren Wellenlängen, separater Aufweitung von Referenz- und Messobjektstrahlen, separater Abbildung von Referenz- und Messfläche, einer Kamera mit Filtersystem und zeitlicher Trennung der beiden Beleuchtungswellenlängen, zwei Shuttern zur zeitlichen Trennung der Laserquellen, glatter oder rauher Referenzfläche sowie einer besonderen Art des räumlichen Phasenschiebens. Aus diesen Konstruktionsmerkmalen resultieren folgende Eigenschaften des Messsystems:

- Durchführung einer kontinuierlichen, schnellen und vollautomatischen Formvermessung technischer Oberflächen.
- Das Gesamtsystem besteht aus drei Teilen, dem eigentlichen Messsystem wie in Abbildung 4.9 gezeigt, das sich zum besseren Schutz zusätzlich in einem Gehäuse befindet, der Stromversorgung mit Laseransteuerung und Pegelwandler und einem handelsüblichen Computer zur Steuerung und Messdatenauswertung.
- Dadurch ist das System kompakt und gut transportabel.
- Die Bedienung beschränkt sich darauf, dass nach Aufstellen des Systems vor der Messfläche die Ausrichtung und Größe des Beleuchtungsflecks auf der Messfläche durch Drehen eines Spiegels sowie Verschieben einer Linse und dann die Abbildung dieser Fläche auf die Kamera durch Verschieben zweier weiterer Linsen eingestellt werden muss. Die Messung selbst läuft danach kontinuierlich und voll automatisch ab.

Abbildung 4.11 zeigt das Messsystem mit den beschriebenen Komponenten. Weitere Eigenschaften sind:

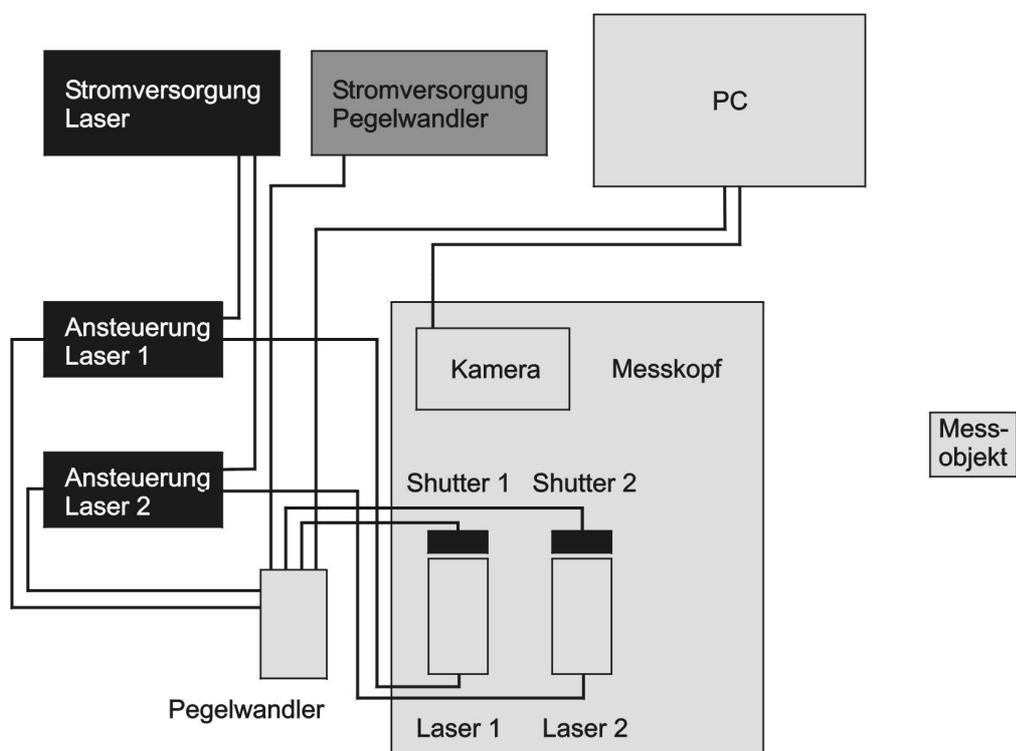
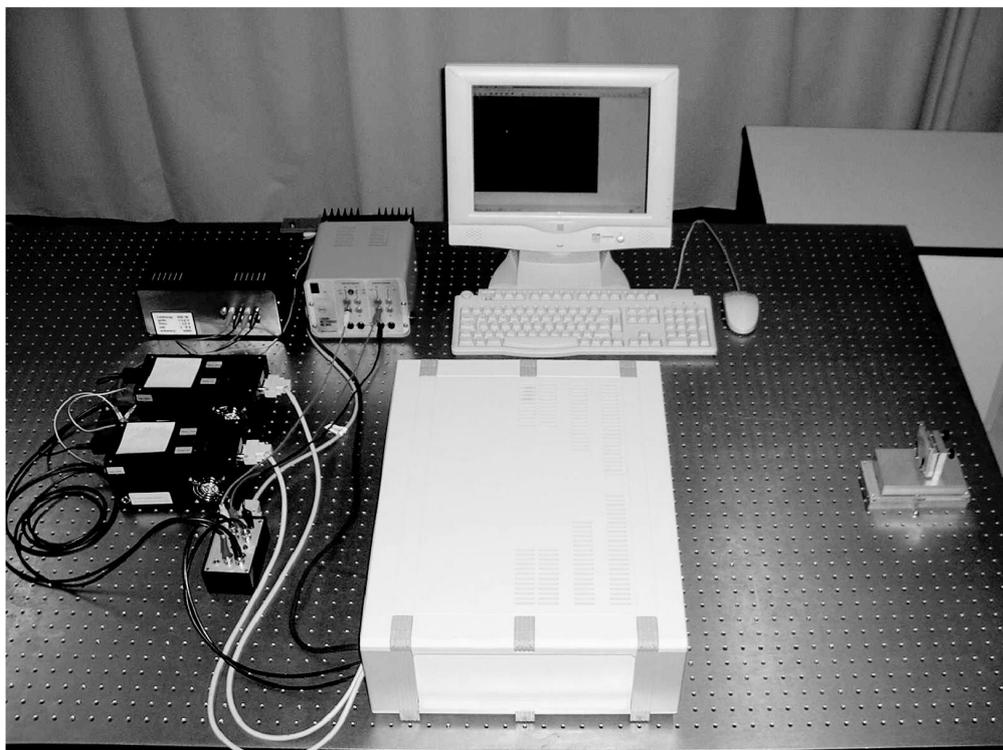


Abbildung 4.11: Gesamtsystem LAoS mit Nebenbauteilen

- variabler Messabstand, einstellbar von 40 cm bis 2 m
- variable Messfläche, einstellbar von 9 mm × 8 mm bis 21 mm × 18 mm bei kleinstem und von 48 mm × 40 mm bis 90 mm × 75 mm bei größtem Messabstand
- variable Höhenauflösung, einstellbar von 2,9 μm bei kleinster bis 16,95 μm bei größter synthetischer Wellenlänge  $\Lambda$
- maximal erfassbarer Höhenunterschied:  $\sim 2,5$  mm
- laterale Auflösung: 732 × 579 Messpunkte auf der Messfläche
- Messzeit mit Berechnung und Anzeige des Phasenbildes:  $\sim 1$  s
- Erschütterungsempfindlichkeit: unempfindlich gegenüber leichten Erschütterungen wie zum Beispiel umhergehenden Personen
- Möglichkeit der Messung relativ zu einer Referenzfläche

Die genannten Angaben beruhen auf folgenden Annahmen:

Die Größen von Messabstand und Messfläche können nur erreicht werden, wenn genügend Licht vom Messobjekt zur Kamera gelangt, was vom Messobjekt abhängig ist.

Die Angabe der Höhenauflösung setzt voraus, dass mindestens zehn Graustufen im Phasenbild erkannt werden können. Weiterhin muss die Bedingung gemäß Gleichung 2.17 erfüllt sein.

Die Angabe des maximal erfassbaren Höhenunterschiedes beruht auf der Annahme, dass dieser mit 15 erkennbaren schwarz-weiß Übergängen bei größter synthetischer Wellenlänge  $\Lambda$  gemessen werden kann.

Weiterhin muss beachtet werden, dass eine Kalibrierung notwendig ist, da das Messergebnis aufgrund verschiedener Konstruktionsmerkmale des Systems verändert wird. Ebenso sind die Messfehler zu berücksichtigen. Beide Punkte werden im folgenden Kapitel 4.2 erläutert.

## 4.2 Messungen

In diesem Kapitel werden einige Messungen vorgestellt, die mit dem zuvor beschriebenen Messsystem LAoS durchgeführt wurden. Dabei ist jeweils

das Messobjekt in einem gewissen Abstand vor dem System aufgestellt worden. Danach sind Ausrichtung und Größe des Beleuchtungsfleckes auf der Messfläche sowie die Abbildung dieser auf die CCD-Kamera eingestellt worden. Anschließend wurde die automatisch und kontinuierlich ablaufende Messung gestartet. Diese liefert circa jede Sekunde ein Phasenbild als Messergebnis. Jeweils eines dieser Phasenbilder wird in den folgend gezeigten Messbeispielen benutzt.

Das Phasenbild kann je nach gestellter Messaufgabe problemspezifisch ausgewertet werden, da es die gesamte Höheninformation der Messfläche enthält. Beispielsweise kann nach dem höchsten und tiefsten Punkt gesucht werden, es kann der Höhenverlauf der Messfläche über eine Schnittlinie gefragt sein, oder es ist zum Beispiel der Höhenunterschied zwischen bestimmten Punkten auf der Messfläche gesucht. Eine allgemeinere Aufgabe ist die Darstellung der Form der gesamten Messfläche.

Die Phasenbilder selbst werden gemäß Abschnitt 3.5 „Räumliches Phasenschieben“ nach dem Algorithmus von Carré [28] berechnet.

Gemäß Kapitel 2.3 gibt das Phasenbild die Höhenstruktur der vermessenen Oberfläche nicht direkt sondern modulo  $2\pi$  an. Daher ist zusätzlich eine Entfaltung des Bildes notwendig, um eine kontinuierliche Darstellung der Oberflächenform zu erhalten. Im folgenden werden zu einigen Phasenbildern, die das eigentliche Messergebnis darstellen, deren Entfaltung und 3D-Darstellung mit angegeben. Die Entfaltung selbst erfolgte mittels eines kommerziellen Programmes, welches als Testversion zur Verfügung stand [75]. Beachtet werden muss, dass das Programm in der vorliegenden Version im Randbereich der entfalteten Bilder Fehler erzeugt, weswegen dieser bei allen Messungen abgeschnitten wurde. Somit ergeben sich Unterschiede zum Beispiel zwischen den gezeigten Phasenbildern und den entfalteten Phasenbildern.

### **Kalibrierung**

Das Phasenbild gibt nicht direkt die gesuchte Form der Messfläche an. Folgende zusätzliche Strukturen sind den Wellenfronten aufgeprägt:

- Bei nicht rauer Referenzfläche ist die Referenzwellenfront divergent aufgeweitet, was eine halbkugelförmige Verzerrung bewirkt.
- Weiterhin ist sie insgesamt leicht verkippt, was die Form einer schrägen Ebene zur Folge hat.

- Die Messobjektwellenfront ist ebenfalls divergent aufgeweitet und wird zusätzlich auf die Kamera abgebildet. Beides ergibt eine halbkugelförmige Verzerrung.
- Somit ist zu erwarten, dass die resultierende Wellenfront ebenfalls eine halbkugelförmige Form mit leicht außerhalb der Mitte liegendem Mittelpunkt besitzt.
- Falls die Referenzfläche rau ist, kommt aufgrund deren Abbildung zusätzlich eine halbkugelförmige Verzerrung hinzu.
- Weiterhin ist die Referenzflächenform zu beachten, welche ebenfalls der Referenzwellenfront aufgeprägt wird.

Mittels einer Kalibrierungsmessung können alle beschriebenen Effekte erfasst und von den späteren eigentlichen Messungen subtrahiert werden. Die Kalibrierungsmessung selbst erfolgt durch Vermessung einer möglichst ebenen Messfläche. Das Ergebnis zeigt dann die beschriebene resultierende Wellenfrontverformung. Die Herstellung einer solchen Referenzfläche stellt beim heutigen Stand der Technik kein Problem dar. Es ist zum Beispiel möglich, eine Metallplatte mit einer Ebenheit zu fräsen, die eine Genauigkeit von  $1\ \mu\text{m}$  aufweist. Hinsichtlich der Messgenauigkeit des vorgestellten Systems ist diese Präzision ausreichend.

### Messungenauigkeit

Die Messgenauigkeit des Speckle-Interferometers wird durch verschiedene Fehlerquellen beeinflusst [22]. Als wichtige sind zu nennen:

- falscher Phasenschub
- Nichtlinearität der CCD-Kamera
- Quantisierungsfehler
- Rauschen, Über- und Untersteuerung der Kamera
- räumliche Abtastung
- unerwünschte Reflexionen
- Qualität der Referenz
- Fehler in der Optik

- Vibrationen und Luftturbulenzen
- Höherauflösung und Beugung

Folgende Fehlerquellen sollen genauer betrachtet werden.

*Falscher Phasenschub:* Der Fehler im Phasenschub kann in einen linearen und einen nicht linearen Anteil aufgespalten werden. Der erste Anteil bewirkt aufgrund des zur Phasenberechnung verwendeten Algorithmus nach Carré [28] keinen Phasenfehler. Der zweite, nicht lineare Anteil hingegen hat einen Phasenfehler zur Folge. Die maximale Abweichung im Phasenschub beträgt gemäß Abbildung 3.38  $1,8^\circ$ . Der minimale Phasenschub beträgt bei korrekter Justage des Messsystems gemäß Abbildung 3.41  $50^\circ$ . Daraus resultiert nach [22] für den maximalen Fehler der berechneten Phasen  $6,28 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$ .

*Nichtlinearität der CCD-Kamera:* Allgemein kann für die gemessene Intensität  $I_{\text{Kamera}}$  in Abhängigkeit der tatsächlichen Intensität  $I$  der Zusammenhang

$$I_{\text{Kamera}} = I + \varepsilon I^2 \quad (4.7)$$

angenommen werden, wobei  $\varepsilon$  der Nichtlinearitätsfaktor ist. Im Falle des verwendeten Carré Algorithmus kann zum Beispiel für eine Nichtlinearität von 10% ein Phasenfehler von  $6,28 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$  beziehungsweise bei 20% ein Fehler von  $0,13 \text{ rad}$  erwartet werden. Detaillierte Untersuchungen zu dieser Problematik finden sich in [79-81].

*Quantisierungsfehler:* Die Konvertierung des analogen Messsignals in ein digitales Signal hat einen Fehler in den berechneten Phasenwerten zur Folge. Der rms (root mean square) Phasenfehler  $\sigma_\phi$  ist nach [82]

$$\sigma_\phi = \frac{1}{\sqrt{3}\gamma Q} \quad (4.8)$$

Hierbei bezeichnen  $\gamma$  die Sichtbarkeit und  $Q$  die Anzahl der Quantisierungsstufen. Voraussetzung ist ein Phasenschub von  $90^\circ$ . Die verwendete CCD-Kamera besitzt 256 Stufen, was bei einer Sichtbarkeit von 1 einen rms Phasenfehler von  $2,71 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$  ergibt.

*Vibrationen und Luftturbulenzen:* Die Untersuchung von Fehlern aufgrund

von Vibrationen und Luftturbulenzen ist prinzipiell sehr schwierig. In [80] wurde die Auswirkung einfacher Vibrationen durch Simulationen untersucht. Im Falle hochfrequenter Vibrationen kann für den durchschnittlichen rms Phasenfehler  $\sigma_{\bar{\phi}}$  nach [82]

$$\sigma_{\bar{\phi}} = \frac{\sqrt{k}\sigma_I}{\gamma I_0} \quad (4.9)$$

angegeben werden.  $\sigma_I$  gibt die rms Intensitätsschwankungen an,  $\gamma$  die Sichtbarkeit und  $I_0$  die Grundintensität. Die Größe  $k$  ist eine Konstante, welche vom verwendeten Phase-shifting Algorithmus abhängt. Gleichung 4.9 kann auch allgemein zur Fehlerberechnung verwendet werden, da Intensitätsschwankungen resultierend aus anderen Ursachen, wie zum Beispiel dem Kamerarauschen, hiermit verarbeitet werden können.

*Höhenauflösung und Beugung:* Die Angabe der Höhenauflösung bedeutet, dass sich die Ausgangsgröße (Graustufe im Phasenbild) um „1“ ändert, wenn sich die Eingangsgröße (Höhe der Messfläche) um den angegebenen Wert ändert. Da sich die Ausgangsgröße jedoch nicht weniger als um eine Graustufe ändern kann, muss im ungünstigsten Fall davon ausgegangen werden, dass die berechnete Höhe um die angegebene Höhenauflösung vom tatsächlichen Höhenwert abweicht. Somit gibt die Höhenauflösung den maximalen daraus resultierenden Messfehler an. Sie entspricht der Oberflächenrauheit  $R_q$ , da die Höhenauflösung von der synthetischen Wellenlänge  $\Lambda$ , und diese von  $R_q$  abhängt.

Das berechnete Phasenbild besitzt die gleiche Auflösung wie die beiden aufgenommenen Interferogramme, aus welchen es berechnet wird. Somit ist jedem Pixel im Interferogramm ein Phasenwert zugeordnet. Die Intensität eines Pixels resultiert jedoch, trotz Abbildung, nicht ausschließlich aus dem optischen Feld, welches von dem mit dem Pixel korrespondierenden Bereich der Messfläche kommt. Aufgrund der notwendigen Beugung bei der Abbildung überlagern sich in einem Pixel auch die optischen Felder aus der Nachbarschaft des betrachteten Messflächenbereiches. Dies kann eine Verfälschung des berechneten Phasenwertes bewirken.

### Wiederholstreuung

Die Wiederholstreuung eines phasenmessenden Interferometers kann bestimmt werden, indem zwei Messungen durchgeführt und voneinander subtrahiert werden. Die Standardabweichung der Differenz ist dann ein Maß für die gesuchte Größe [22]. Es ist zu beachten, dass dieser Wert jedoch nur

wenig über die Genauigkeit der Messung aussagt. Zur Überprüfung wurden etliche gleiche Messungen durchgeführt. Abbildung 4.12 zeigt exemplarisch die Standardabweichungen von zehn Differenzen jeweils zweier Messungen.

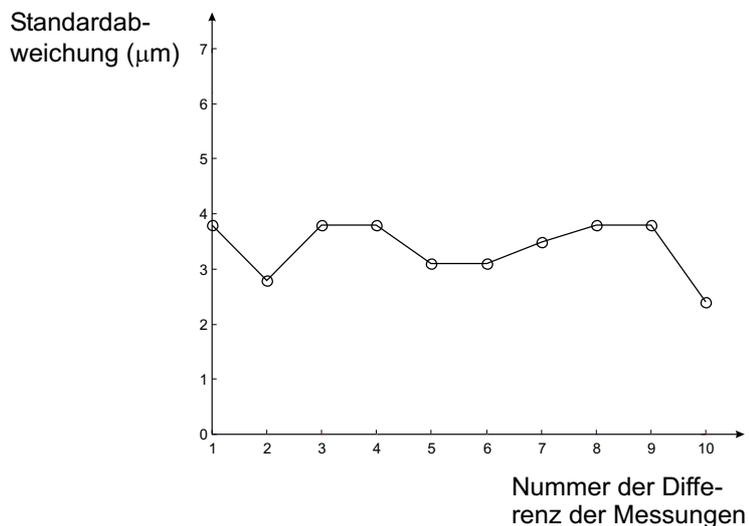


Abbildung 4.12: Standardabweichung der Differenz jeweils zweier Messungen

Für die beiden verwendeten Beleuchtungswellenlängen von  $656,56 \text{ nm}$  und  $658,72 \text{ nm}$  sollte diese Standardabweichung bei einem optimal eingerichteten System einen Wert von circa  $2 \mu\text{m}$  oder weniger erreichen [22]. Dieser sehr gute Wert konnte nicht erreicht werden, was dadurch zu erklären ist, dass die Messungen ohne Schwingungsdämpfung durchgeführt wurden.

### Kalibrierungsmessung

Bei diesem und allen folgenden Beispielen geben die Maßzahlen in Millimeter an den Phasenbildern die Größe der damit korrespondierenden und vermessenen Fläche an. Die Grauwerte in den Phasenbildern bezeichnen gemäß der jeweils danebenstehenden Grauwertbalken die Höhenwerte auf der vermessenen Fläche.

Eine vor jeder Messung zunächst durchgeführte Kalibrierungsmessung soll die Abweichung des Messergebnisses von der tatsächlichen Form der Messfläche erfassen. Dazu wird eine ebene Aluminiumplatte formvermessen. Abbildung 4.13 zeigt ein Messergebnis.

Der Messabstand betrug in diesem Falle  $65 \text{ cm}$ . Die Messfläche war  $18,4 \text{ mm} \times 15,4 \text{ mm}$  groß. Zur Beleuchtung wurden die beiden Wellenlängen

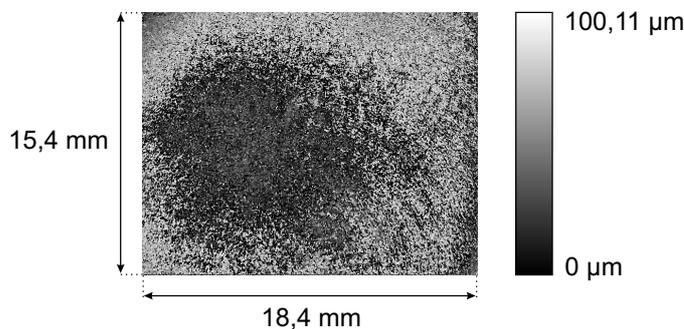


Abbildung 4.13: Phasenbild der Formvermessung einer ebenen Aluminiumplatte zur Erfassung der messprinzipbedingten Messdatenabweichung von der tatsächlichen Form

656,56 nm und 658,72 nm verwendet, was eine synthetische Wellenlänge  $\Lambda$  von 100,11  $\mu\text{m}$  ergibt. Hieraus resultiert gemäß Kapitel 4.1.1 „Modifiziertes Mach-Zehnder-Interferometer“ und unter der Voraussetzung zehn erkennbarer Graustufen im Phasenbild eine Höhenauflösung von 10,01  $\mu\text{m}$ . Referenzfläche war ein ebener Spiegel. Das Ergebnis zeigt, dass die Verformung der resultierenden Wellenfront, aufgrund der Lichtführung im Messgerät, der eingangs beschriebenen halbkugelförmigen Erhöhung mit leicht verschobenem Mittelpunkt entspricht.

### Kerbe

Das erste Beispiel zeigt die Vermessung einer Aluminiumplatte, in welche mittels einer Presse eine Kerbe eingeprägt wurde. Abbildung 4.14 zeigt das Messergebnis als Phasenbild. Zusätzlich wurde dieses entfaltet und in eine 3D-Darstellung umgerechnet.

Der Messabstand betrug 65 cm. Die Messfläche war 18,4 mm  $\times$  15,4 mm groß. Zur Beleuchtung wurden die beiden Wellenlängen 656,56 nm und 658,72 nm verwendet, was eine synthetische Wellenlänge  $\Lambda$  von 100,11  $\mu\text{m}$  ergibt. Hieraus resultiert gemäß Kapitel 4.1.1 „Abgeändertes Mach-Zehnder-Interferometer“ und unter der Voraussetzung zehn erkennbarer Graustufen im Phasenbild eine Höhenauflösung von 10,01  $\mu\text{m}$ . Referenzfläche war ein ebener Spiegel. Die 3D-Darstellung wurde zur besseren Erkennbarkeit gegenüber dem Phasenbild sowie dem entfalteten Phasenbild gedreht. Am Phasenbild ist erkennbar, dass oben in der Mitte im Bereich der steil abfallenden Oberfläche die Grenze der lateralen Auflösung dieser Messung erreicht ist. Aufgrund des großen Gefälles ist der Abstand der schwarz-weiß Übergänge

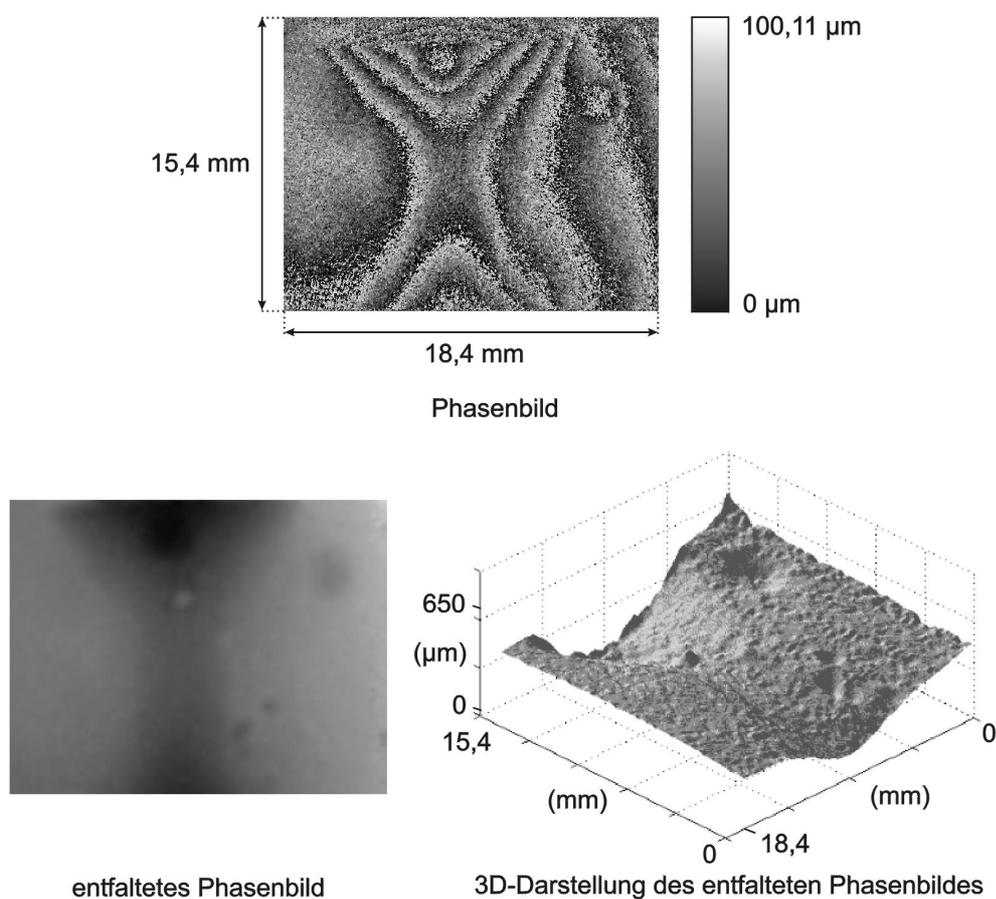


Abbildung 4.14: Formvermessung einer Aluminiumplatte mit eingepresster Kerbe (bei entfaltetem Phasenbild und 3D-Darstellung ist Randbereich gegenüber dem Phasenbild abgeschnitten)

sehr gering. Im vorliegenden Fall können sie zwar noch gut erkannt werden, wie die 3D-Darstellung zeigt, falls jedoch noch größere Steigungen oder Gefälle auftreten, muss die laterale Auflösung zum Beispiel durch einen Zoom in diesen Bereich oder durch Verwendung einer höher auflösenden Kamera verbessert werden. Alternativ dazu kann auch die synthetische Wellenlänge  $\Lambda$  erhöht werden. Allerdings verringert sich dadurch die Messempfindlichkeit. Abbildung 4.15 zeigt zum Vergleich eine Referenzmessung der gleichen Kerbe mit einem induktiven Profilometer IFT-500A der Firma UBM.

Ein erster Vergleich der Messungen zeigt, dass das mit LAoS gewonnene Ergebnis gut mit dem der Referenzmessung übereinstimmt. Der Unterschied der maximalen Höhendifferenz in beiden Ergebnissen resultiert aus der Tatsache,

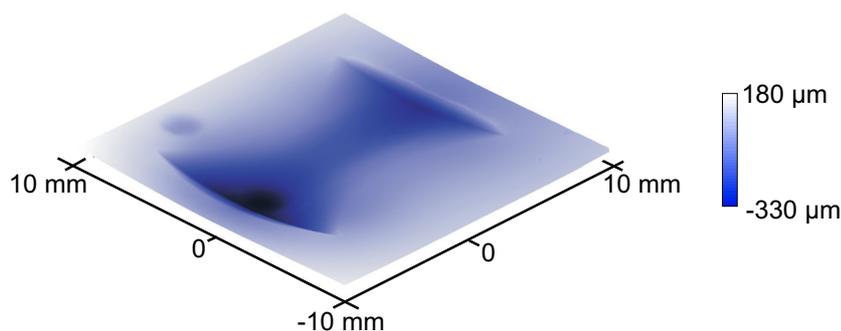


Abbildung 4.15: Referenzmessung der gleichen Probe wie in Abbildung 4.14 mit dem induktiven Profilometer IFT-500A der Firma UBM

dass das Messobjekt in beiden Fällen unterschiedlich verkippt war. Im Phasenbild ist zu erkennen, dass diese Verkipfung im Falle der Vermessung mit LAoS um die vertikale Achse mit einer Höhendifferenz zwischen rechtem und linkem Bildrand von circa  $170\ \mu\text{m}$  erfolgte. Weiterhin muss beachtet werden, dass beim Vergleich konkreter Punkte in beiden Ergebnissen im Messergebnis von LAoS jeweils die Kalibrierungsmessung subtrahiert werden muss. Zum genauen Vergleich seien beispielhaft die Profile zweier Schnitte gezeigt, die an dieselbe Stelle in den Ergebnisbildern beider Geräte gelegt wurden. Abbildung 4.16 zeigt den Vergleich.

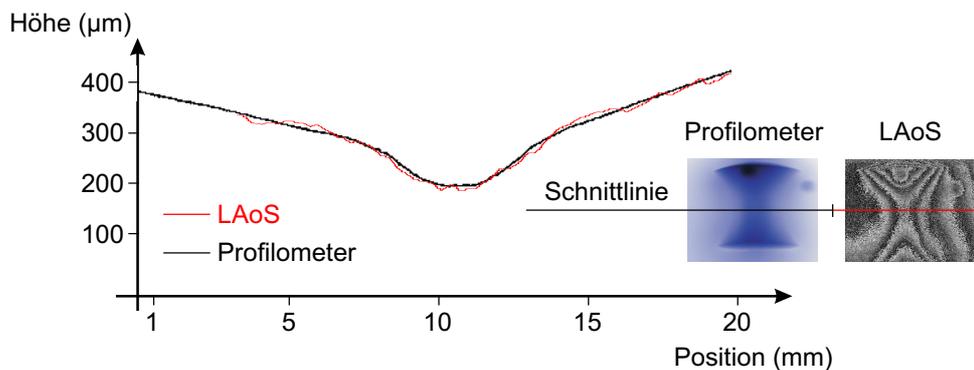


Abbildung 4.16: Vergleich zweier Schnittprofile der Vermessung der Kerbe mit LAoS und dem Profilometer IFT-500A der Firma UBM

Der Schnitt liegt jeweils wie in Abbildung 4.16 rechts angedeutet. Die rote Kurve zeigt die Messung mit LAoS, die schwarze diejenige mit dem Profilometer. Die Verkipfung der gesamten Messprobe im Falle der roten Kurve

wurde derjenigen der schwarzen Kurve angepasst. Weiterhin wurde die Kalibrierungsmessung in der roten Kurve berücksichtigt. Ein Grund für den Unterschied beider Kurven ist die Tatsache, dass der Schnitt im Falle der roten Kurve von Hand gelegt wurde und somit nur ungefähr an der Stelle des anderen Schnittes liegt. Da die Feinstruktur der Oberfläche über wenige Pixel betrachtet jedoch deutlich variiert, sind lokale Unterschiede zwischen beiden Kurven zu erwarten. Desweiteren ergeben sich Abweichungen in den Messungen aufgrund der erläuterten Messfehler.

### Blech

Folgendes Beispiel zeigt die Vermessung eines Bleches, welches durch Hammerschläge leicht deformiert wurde. Dies soll demonstrieren, dass das Messsystem in der Lage ist, auch „kompliziertere“ Formen gut zu erfassen. Abbildung 4.17 zeigt das Messergebnis als Phasenbild. Zusätzlich wurde dieses entfaltet und in eine 3D-Darstellung umgerechnet.

Der Messabstand betrug  $100\text{ cm}$ . Die Messfläche war  $30,7\text{ mm} \times 25,6\text{ mm}$  groß. Zur Beleuchtung wurden die beiden Wellenlängen  $656,56\text{ nm}$  und  $658,72\text{ nm}$  verwendet, was eine synthetische Wellenlänge  $\Lambda$  von  $100,11\text{ }\mu\text{m}$  ergibt. Hieraus resultiert gemäß Kapitel 4.1.1 „Abgeändertes Mach-Zehnder-Interferometer“ und unter der Voraussetzung zehn erkennbarer Graustufen im Phasenbild eine Höhenauflösung von  $10,01\text{ }\mu\text{m}$ . Referenzfläche war ein ebener Spiegel. Die 3D-Darstellung wurde zur besseren Erkennbarkeit gegenüber dem Phasenbild sowie dem entfalteten Phasenbild gedreht. Das Messbeispiel zeigt, dass auch im Bereich relativ steiler Flächen ein noch gutes Messergebnis zustande kommt. Von diesen Stellen erreicht nur eine sehr geringe Lichtmenge die Kamera. Der größte Teil trifft nicht das Messgerät, sondern wird diffus in die Umgebung reflektiert, da die gesamte Messfläche senkrecht zum Messgerät ausgerichtet war, und daher die Hauptreflexionsrichtung steiler Bereiche deutlich vom Aufnahmebereich des Messsystems wegweist. Abbildung 4.18 zeigt eines der beiden für die Messung notwendigen Speckle-Interferogramme. Es handelt sich um die Aufnahme mit der Beleuchtungswellenlänge  $658,72\text{ nm}$ .

Das Speckle-Interferogramm scheint an vielen Stellen nahezu schwarz zu sein. Von diesen erreicht eine nur sehr geringe Lichtmenge die Kamera. In anderen Bereichen hingegen sind die Speckles deutlich und mit höherer Intensität erkennbar. Durch Anwendung der Phasenschiebe-Technik mit anschließender Phasenberechnung ist das Messsystem jedoch in der Lage, selbst in sehr dunklen Bereichen des Speckle-Interferogramms gute Messwerte zu ermitteln, wie Abbildung 4.17 demonstriert.

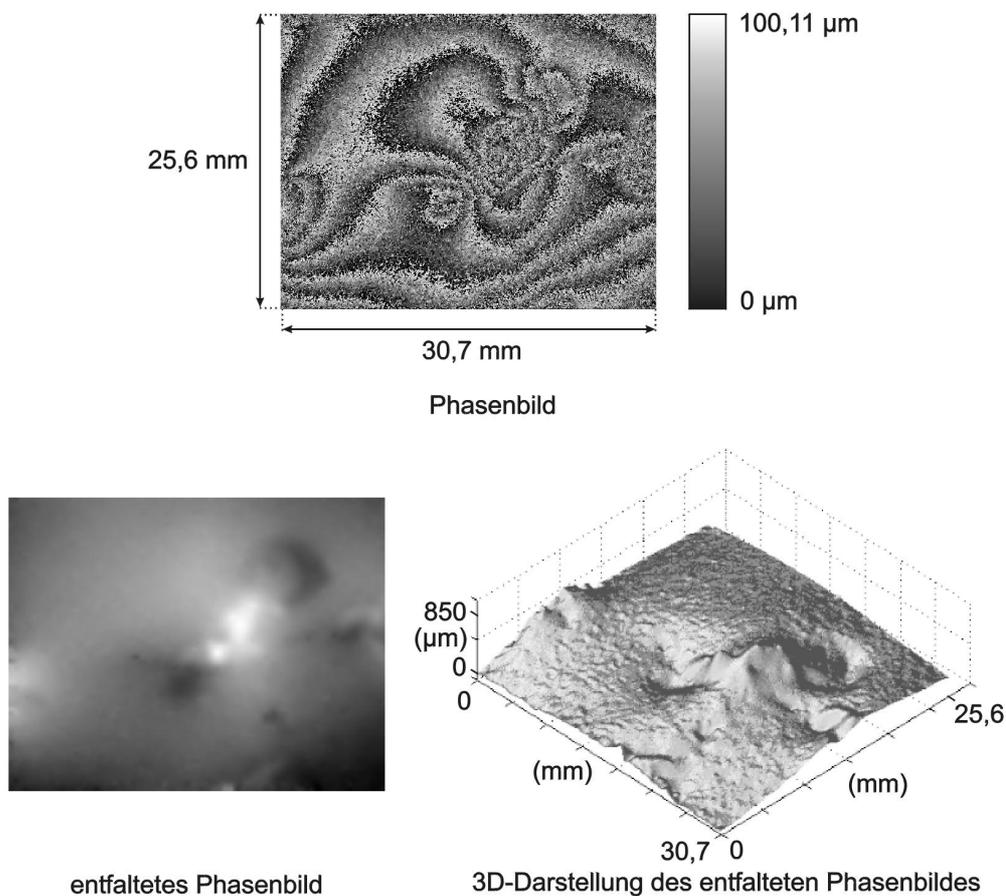


Abbildung 4.17: Formvermessung eines deformierten Bleches (bei entfaltetem Phasenbild und 3D-Darstellung ist Randbereich gegenüber dem Phasenbild abgeschnitten)

## Münze

Dieses Beispiel zeigt die Vermessung einer Münze. Es handelt sich um ein 100 Lire Stück, bei welchem der aufgeprägte Kopf vermessen wurde. Bei dieser Art von Messprobe erweist sich als problematisch, dass die Prägung viele senkrechte Kanten besitzt. Weiterhin reflektiert die Münze stark gerichtet, wodurch das gleiche Intensitätsproblem wie beim vorherigen Messbeispiel auftritt. Schließlich führen die lateral gesehen feinen Strukturen der Prägung dazu, dass das Messsystem mit der verwendeten Kamera an seine Auflösungsgrenze stößt. Abbildung 4.19 zeigt das Messergebnis als Phasenbild. Zusätzlich wurde dieses entfaltet und in eine 3D-Darstellung umgerechnet.

Der Messabstand betrug 65 cm. Die Messfläche war 18,4 mm × 15,4 mm

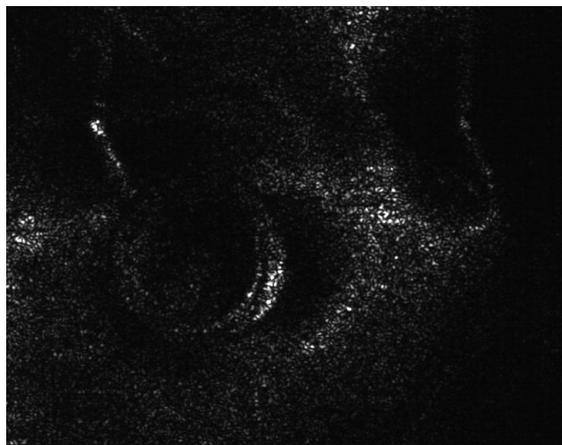


Abbildung 4.18: Speckle-Interferogramm des vermessenen deformierten Bleches gemäß Abbildung 4.17

groß. Zur Beleuchtung wurden die beiden Wellenlängen  $656,56\text{ nm}$  und  $658,72\text{ nm}$  verwendet, was eine synthetische Wellenlänge  $\Lambda$  von  $100,11\text{ }\mu\text{m}$  ergibt. Hieraus resultiert gemäß Kapitel 4.1.1 „Abgeändertes Mach-Zehnder-Interferometer“ und unter der Voraussetzung zehn erkennbarer Graustufen im Phasenbild eine Höhenauflösung von  $10,01\text{ }\mu\text{m}$ . Referenzfläche war ein ebener Spiegel. Die 3D-Darstellung wurde zur besseren Erkennbarkeit gegenüber dem Phasenbild sowie dem entfalteten Phasenbild gedreht. Trotz der geschilderten Probleme liegt ein recht gutes Messergebnis vor. Es muss jedoch festgestellt werden, dass diese Art von Messprobe die Grenze des Messsystems in seiner aktuellen Ausführung aufzeigt.

### Raue Referenzfläche

Die Vorteile einer rauen Referenzfläche sollen durch folgendes Messbeispiel aufgezeigt werden. Eine solche Fläche bietet die Möglichkeit der relativen Messung zu einer gewünschten Form, da die Referenzfläche nicht eben sein muss, wie beispielsweise ein Spiegel, sondern eine gewünschte Form besitzen darf. Hierdurch werden manche Messungen überhaupt erst möglich. Obwohl im Messsystem die Technik des räumlichen Phasenschiebens realisiert ist, kann trotzdem eine raue Referenzfläche eingesetzt werden. Abbildung 4.20 zeigt ein entsprechendes Messbeispiel.

Messobjekt war eine Metallplatte, auf welcher sich eine runde Vertiefung mit zu bestimmender Tiefe befand. Die Messfläche war gegenüber dem Messsystem stark verkippt. Es wurde angenommen, dass weder Messgerät noch

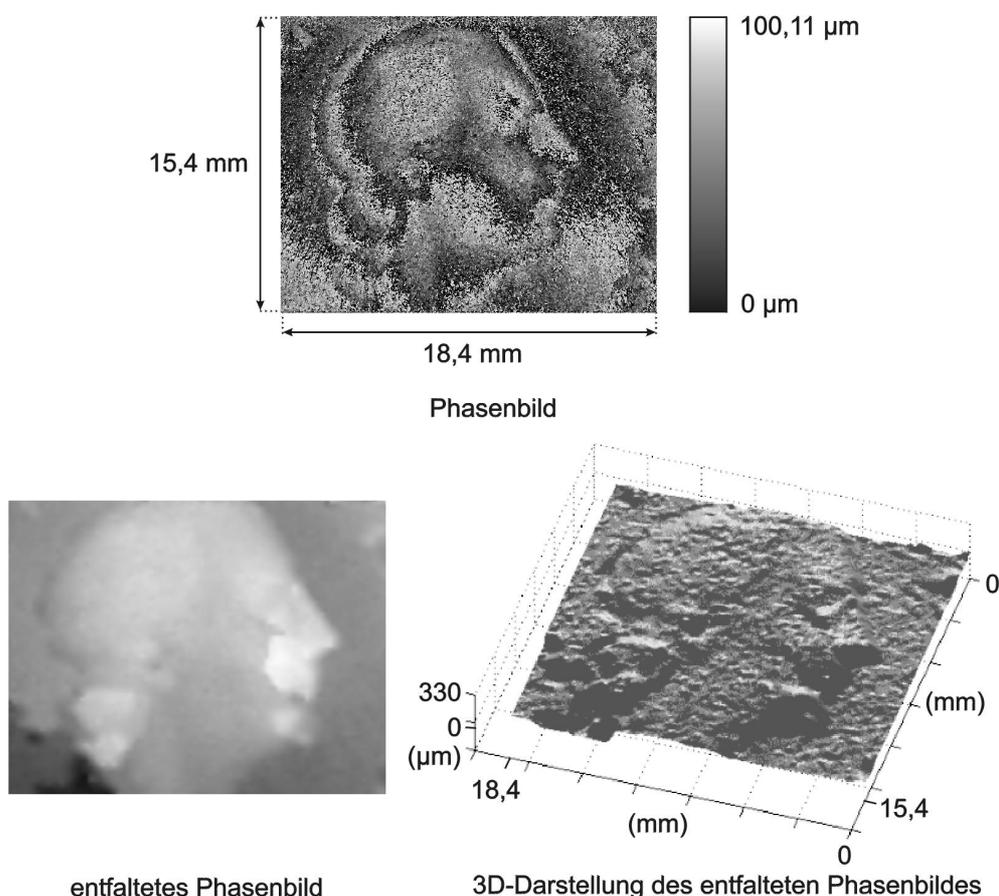


Abbildung 4.19: Formvermessung des aufgeprägten Kopfes auf einer 100 Li-re Münze (bei entfaltetem Phasenbild und 3D-Darstellung ist Randbereich gegenüber dem Phasenbild abgeschnitten)

Messobjekt bewegt und entsprechend justiert werden können. Abbildung 4.20 a zeigt als Phasenbild das Messergebnis der durchgeführten Formvermessung, wobei der Messabstand 40 cm betrug, und die Messfläche  $19,5 \text{ mm} \times 16,3 \text{ mm}$  groß war. Zur Beleuchtung wurden die beiden Wellenlängen  $656,56 \text{ nm}$  und  $658,72 \text{ nm}$  verwendet, was eine synthetische Wellenlänge  $\Lambda$  von  $100,11 \mu\text{m}$  ergibt. Hieraus resultiert gemäß Kapitel 4.1.1 „Modifiziertes Mach-Zehnder-Interferometer“ und unter der Voraussetzung zehn erkennbarer Graustufen im Phasenbild eine Höhenauflösung von  $10,01 \mu\text{m}$ . Referenzfläche war eine ebene, raue Aluminiumplatte. Aufgrund der starken Verkippung der Messfläche und der in Relation dazu geringen Tiefe der runden Vertiefung ist diese in Teilbild 4.20 a fast nicht zu erkennen. Nun wurde die im Messsystem

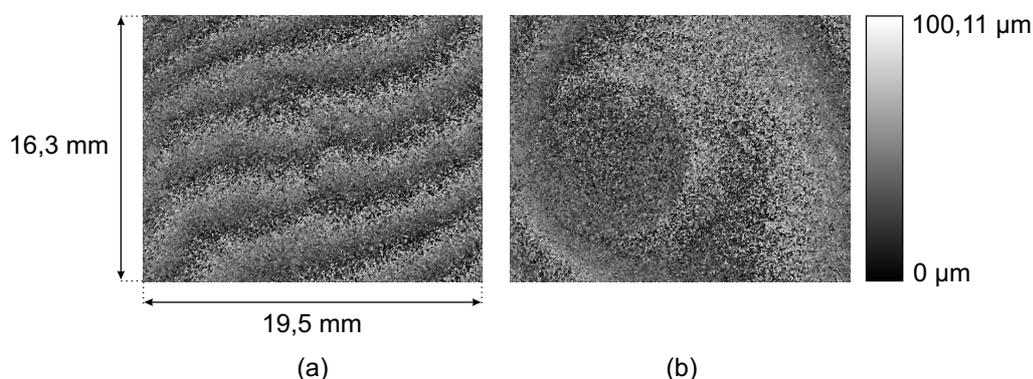


Abbildung 4.20: Phasenbilder der Formvermessung mit rauer Referenzfläche einer runden Vertiefung in einer gegenüber dem Messgerät verkippten Metallplatte, a: ohne Kompensierung der Messflächenverkipfung, b: mit Kompensierung der Messflächenverkipfung

befindliche raue Referenzfläche derart verkippt, dass hierdurch die störende Verkipfung der Messfläche gegenüber dem Messsystem kompensiert werden konnte. Das Phasenbild der anschließenden erneuten Formvermessung zeigt Abbildung 4.20 b. Die runde Vertiefung ist nun deutlich erkennbar, ohne dass etwas an der Position von Messsystem oder Messobjekt verändert wurde. Da das Beispiel mit den gewählten Einstellungen die Grenze des mit diesem Messsystem Machbaren aufzeigt, kann die mittlere Tiefe der runden Vertiefung nur ungefähr bestimmt werden. Sie berechnet sich zu circa  $50 \mu\text{m}$ .

## Deformation

Das Messsystem wurde speziell zur Formvermessung entwickelt. Dennoch können damit auch Deformationsmessungen durchgeführt werden. Dabei kommt die gleiche räumliche Phasenschiebe-Technik einschließlich der speziellen Justage des Messsystems sowie der angepassten Phasenberechnung zum Einsatz. Hierdurch ergeben sich Phasenbilder der deformierten Messobjekte mit guter Qualität. Alle Eigenschaften und Einstellmöglichkeiten des Messsystems bleiben erhalten. Auf eine Kalibrierungsmessung kann jetzt prinzipbedingt verzichtet werden. Im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Formvermessungen liegt jetzt die Höhenauflösung, wie in Kapitel 4.1.1 „Modifiziertes Mach-Zehnder-Interferometer“ erläutert, bei  $\lambda/20$ , also bei  $33 \text{ nm}$  für  $\lambda = 658,72 \text{ nm}$  unter der Voraussetzung, dass zehn Graustufen im Phasenbild erkennbar sind. Abbildung 4.21 zeigt das Beispiel einer Deformationsmessung.

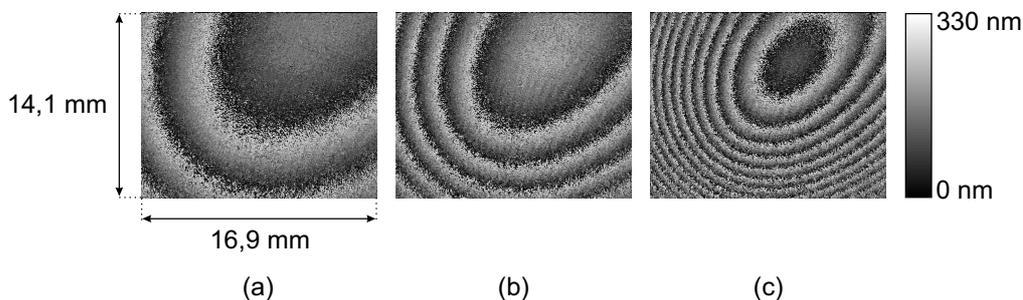


Abbildung 4.21: Phasenbilder der Deformationsmessung an einer Metallplatte, die in der Bildreihenfolge a, b, c zunehmend verbogen wurde

Messobjekt war eine Metallplatte, die mittels einer rückseitig angebrachten Mikrometerschraube in Richtung des Messgerätes zunehmend verbogen wurde. Als Deformation ergibt sich daher ein ovaler „Hügel“ mit Mittelpunkt an der Druckpunktstelle der Schraube. Die Phasenbilder 4.21 a, b und c zeigen in dieser Reihenfolge drei Momentaufnahmen der zunehmenden Deformation. Die größer werdende ovale Ausbeulung mit oben rechts liegendem Mittelpunkt ist deutlich erkennbar. Im Fall a beträgt die maximale Höhe der Deformation circa  $0,83 \mu\text{m}$ , im Fall b circa  $1,82 \mu\text{m}$  und im letzten Phasenbild c ungefähr  $4,29 \mu\text{m}$ . Der Messabstand betrug  $54 \text{ cm}$ . Die Messfläche war  $16,9 \text{ mm} \times 14,1 \text{ mm}$  groß. Zur Beleuchtung wurde eine Wellenlänge von  $658,72 \text{ nm}$  verwendet. Referenzfläche war ein ebener Spiegel.

### Störstreifen

In Kapitel 3.5 „Räumlicher Phasenschub - Räumliches Phasenschieben“ wird die Verteilung des Phasenschubes im Speckle-Interferogramm im Bereich der Kamerachipfläche beschrieben. Ohne entsprechende Justage des Messsystems treten hierbei Bereiche auf, in denen eine Phasenberechnung aufgrund eines zu geringen Phasenschubes nicht möglich ist. Durch geeignete Gegenmaßnahmen wird dies kompensiert. Die folgende Abbildung 4.22 soll die Verteilung des Phasenschubes anhand dieser fehlerhaften Bereiche demonstrieren. Dazu wurde die in Kapitel 3.5 „Räumlicher Phasenschub - Räumliches Phasenschieben“ beschriebene spezielle Justage nicht durchgeführt.

In Teilbild a wurde die Formvermessung einer ebenen, gegenüber dem Messsystem verkippten Fläche durchgeführt. Die Lage der zur Phasenberechnung verwendeten Pixel war über das gesamte Interferogramm senkrecht von oben nach unten. Der zu erwartende horizontale Störstreifen sowie die Richtungs-umkehr der Phase beiderseits des Streifens trotz gleicher Verkippfung ist in

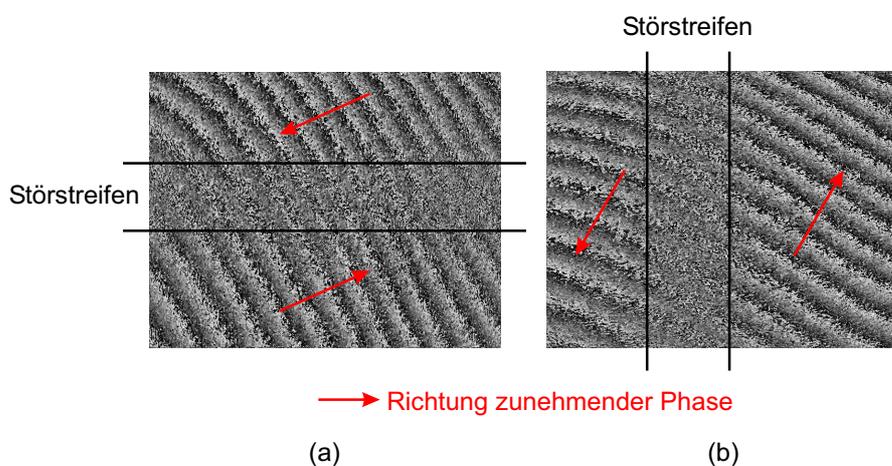


Abbildung 4.22: Phasenbilder der Formvermessung einer jeweils ebenen, gegenüber dem Messsystem verkippten Fläche ohne spezielle Justage des Systems und ohne angepasste Phasenberechnung, a: senkrecht untereinander liegende Berechnungspixel, b: waagrecht nebeneinander liegende Berechnungspixel

Abbildung 4.22 a deutlich zu erkennen. In Teilbild b wurde das gleiche Experiment durchgeführt, wobei jetzt lediglich die Lage der zur Phasenberechnung verwendeten Pixel waagrecht von links nach rechts war. Deshalb ist nun ein senkrechter Störstreifen mit beiderseits wechselnder Richtung der Phase zu erwarten, was durch Abbildung 4.22 b bestätigt wird.

# Kapitel 5

## Zusammenfassung

Im ersten Teil der Arbeit wird ein Modell vorgestellt, welches für die Simulation speckle-interferometrischer Messaufbauten konzipiert und optimiert ist. Es bietet die Möglichkeit, eine Vielzahl an Parametern für die unterschiedlichsten Untersuchungen und Fragestellungen aus dem Bereich der lasergestützten Messtechnik einzustellen. Um einerseits kurze Simulationszeiten und möglichst hohe Flexibilität bezüglich des simulierten Aufbaus zu erreichen und andererseits Simulationsergebnisse zu erhalten, die mit Theorie und Praxis gut übereinstimmen, wird bei der Simulation eine Kombination aus geometrischer Optik und Wellenoptik angewendet. Die geometrische Optik wird verwendet, solange sie ausreichende Genauigkeit bietet. Spielen jedoch Effekte wie zum Beispiel Beugung und Polarisation eine Rolle, kommt die Wellenoptik zum Einsatz. Strenggenommen treten diese Effekte überall auf, bei den Simulationen werden sie jedoch nur an bestimmten, entscheidenden Stellen berücksichtigt. Somit basiert die Berechnung auf einem interferometrischen Aufbau, bei welchem die Lichtausbreitung grundsätzlich mittels Strahlen beschrieben wird. Beugung wird bei der diffusen Reflexion an rauer Mess- und Referenzfläche sowie bei der Abbildung dieser auf eine CCD-Kamera berücksichtigt. Dies erfolgt entweder durch direkte Anwendung des Fresnel-Huygens Prinzips oder durch Verwendung bekannter Beugungsmuster des optischen Feldes. Polarisation findet Berücksichtigung durch die Darstellung jedes Strahls mittels zweier senkrechter, linear polarisierter Felder. Aus der Interferenz aller Strahlen, beziehungsweise Felder, in der Kameraebene wird die resultierende Intensität, das Speckle-Muster, berechnet. Auswahl und Verlauf spezieller Strahlen vereinfachen und beschleunigen die Berechnung. Raue Oberflächen werden gemäß eines speziellen Modells detailliert dargestellt, was die Möglichkeit besonderer Untersuchungen, wie beispielsweise die Erosion von Messflächen, aber auch normaler Form- und Deformationsmessungen bietet. Die übrigen Komponenten wie Laser, Strahl-

teiler, Spiegel, Linsen, Blenden, CCD-Kameras können ebenfalls mittels einer großen Zahl von einstellbaren Parametern genau dargestellt und simuliert werden. Beispiele zeigen die gute Übereinstimmung zwischen Simulationsergebnissen, Theorie und Praxis. Die Entwicklung einer speziellen Art des räumlichen Phasenschiebens mittels Simulationen wird vorgeführt.

Im zweiten Teil der Arbeit wird ein Speckle-Interferometer zur Formvermessung technischer Oberflächen präsentiert, welches in einigen wichtigen Bereichen, wie zum Beispiel dem räumlichen Phasenschieben, mittels der Simulationen entwickelt wurde. Das System basiert auf der modifizierten Struktur eines Mach-Zehnder-Interferometers mit folgenden zusätzlichen Besonderheiten: einem Zoomobjektiv mit Strahlteiler zwischen Objektiv und Kamera zur Referenzeinkopplung hinter dem Objektiv, zwei Halbleiterlasern mit einstellbaren Wellenlängen, separater Aufweitung von Referenz- und Messobjektstrahlen, separater Abbildung von Referenz- und Messfläche, einer Kamera mit Filtersystem und zeitlicher Trennung der beiden Beleuchtungswellenlängen, zwei Shuttern zur zeitlichen Trennung der Laserquellen, glatter oder rauer Referenzfläche sowie einer besonderen Art des räumlichen Phasenschiebens. Dadurch ist das Messsystem kompakt, transportabel, benötigt keine schwingungsgedämpfte Messumgebung und kann die Form einer rauen Messfläche mit unterschiedlichen Höhenauflösungen einfach und schnell erfassen. Messbeispiele zeigen die Funktionstüchtigkeit des Systems.

Die an der Simulation beteiligten Komponenten werden durch eine Vielzahl an Parametern charakterisiert. Hier liegt der wichtigste Bereich für Erweiterungen. Bisher noch gar nicht oder nur vereinfacht dargestellte Eigenschaften, sowie spezielle, für bestimmte Situationen relevante Eigenschaften können hinzugenommen, beziehungsweise detaillierter dargestellt werden, um reale Situationen immer naturgetreuer zu simulieren. Als Beispiel seien die vielfältigen Abbildungsfehler von Linsen, eine unscharfe Abbildung oder aufwendigere Objektive mit mehreren Linsen und Blenden genannt. Auch kann das System für breitbandigere Lichtquellen weiter optimiert werden. Darüberhinaus besteht die grundsätzliche Möglichkeit, zusätzliche optische Elemente dem System hinzuzufügen.

Die Entwicklung eines Oberflächeneditors, mit welchem die simulierten Oberflächen noch detaillierter und problemspezifischer generiert werden können, bietet sich für die Untersuchung spezieller Oberflächenformen und -erosionen an.

Schließlich kann die Simulationsgeschwindigkeit durch weitere Optimierung der Berechnungsalgorithmen gesteigert werden, was die praktische Einsetzbarkeit des Programmes erhöht.

Auch das vorgestellte Messsystem bietet Erweiterungsmöglichkeiten. Vor allem im Hinblick auf eine noch einfachere und praktischere Anwendung können einige Funktionen automatisiert werden. Nützlich sind zum Beispiel ein Zoomobjektiv mit Autofokus, sowie vom Bedien- und Steuerprogramm aus einstellbare Strahlaufweitung und Beleuchtungsstrahlrichtung. Zur Erhöhung des Kontrastes kann eine automatische Objekt- und Referenzintensitätsanpassung implementiert werden.

Die mit den mechanischen Shuttern realisierbaren Schaltzeiten, sowie die daraus resultierenden Erschütterungen sind für viele Messanwendungen akzeptabel. Dennoch verbessert der Umstieg auf optische Shutter beide genannten Kriterien deutlich.

Ein wesentlicher Erweiterungspunkt für das Messsystem ist die Stabilisierung der Halbleiterlaser. Diese besitzen eine Temperatur- und Stromsteuerung, wodurch ihre Wellenlängen stabil gehalten werden können. Da jedoch keine Rückkopplung der Wellenlänge auf die Steuerung von Temperatur und Strom erfolgt, kann nicht garantiert werden, dass die jeweils eingestellte Wellenlänge sowie der single mode Betrieb erhalten bleiben. Eine regelmäßige Kontrolle des Spektrums und gegebenenfalls eine manuelle Neueinstellung der Lasertemperatur sind erforderlich. Dieser Vorgang kann unter Zuhilfenahme eines kompakten Spektrometers sowie geeigneter Regelung von Diodentemperatur und -strom prinzipiell automatisiert werden.

Die Verwendung von zwei Kameras und die räumliche Trennung der beiden Beleuchtungswellenlängen verkürzt die Messzeit deutlich, was eine weitere Reduzierung der Erschütterungsempfindlichkeit bis hin zur Vermessung bewegter Objekte ermöglicht.

Schließlich kann durch die zusätzliche Einkoppelung weiterer Laserquellen mit anderen Wellenlängen der Messbereich deutlich erweitert werden. Bei Verwendung von zum Beispiel vier Lichtquellen ergeben sich sechs unterschiedliche synthetische Wellenlängen, die bei geeigneter Wahl der Einzelwellenlängen einen großen Messbereich abdecken können. Der damit verbundene, erheblich höhere Justageaufwand ist jedoch zu berücksichtigen.

# Symbolverzeichnis

$A$	Detektorfläche, Pixelfläche, Strahlquerschnitt, Punkt
$A^*$	Punkt
$A'$	Punkt
$\{A(j)\}$	Folge gleichverteilter Pseudozufallszahlen
$A(y, z)$	Blendenöffnungsfunktion
$A_B$	Blendenfläche
$A_I(y', z')$	Blendenöffnungsfunktion
$A_M$	Messfläche
$a$	Blendenradius, Blendenbreite, Kantenlänge der Grundfläche, Messabstand, Abstand Blende Abbildungsebene
$\vec{a}$	senkrechter Vektor zu einer Kante
$B$	Punkt, Reflexionspunkt, Bildgröße
$B'$	Punkt
$\vec{B}$	magnetische Induktion
$\{B(j)\}$	Folge gleichverteilter Pseudozufallszahlen
$B_1$	Punkt 1, Blendenöffnung 1, Bildgröße positiver Anteil
$B_2$	Punkt 2, Blendenöffnung 2, Bildgröße negativer Anteil
$B_3$	Punkt 3
$B_4$	Punkt 4
$B_j$	Blendenöffnung $j$
$B_{Lwi}$	beugungsbedingte Amplitudenverteilung des optischen Feldes
$B_{Owi}$	beugungsbedingte Amplitudenverteilung des optischen Feldes
$b$	Bildweite, Blendenhöhe, Kantenlänge der Grundfläche
$\vec{b}$	senkrechter Vektor zu einer Kante
$C$	Streifenkontrast
$C_{Theorie}$	theoretischer Streifenkontrast
$C_{Simulation}$	simulierter Streifenkontrast

$c$	Vakuumlichtgeschwindigkeit
$D$	Blendendurchmesser, Beleuchtungsdurchmesser, Linsendurchmesser
$D_{AKF}$	Durchmesser der AKF bei Abfall auf $1/e^2$
$d$	Verschiebung, Blendendurchmesser, Linsenabstand
$d_1$	Strahldurchmesser 1
$d_2$	Strahldurchmesser 2
$d_{xy}$	Höhenunterschied an der Stelle $(x, y)$
$d_y$	Verschiebung in y-Richtung
$\vec{d}$	Verschiebungsvektor
$\vec{d}_{P1}$	Verschiebungsvektor an Punkt 1
$\vec{d}_{P2}$	Verschiebungsvektor an Punkt 2
$\vec{E}$	elektrische Welle
$\vec{E}_0$	Amplitudenvektor einer elektrischen Welle
$\vec{E}_{01}$	Amplitudenvektor einer elektrischen Welle 1
$\vec{E}_{02}$	Amplitudenvektor einer elektrischen Welle 2
$ \vec{E}_{0i} $	Amplitude einer elektrischen Welle $i$
$E_{0xi\omega r}$	Amplitude einer elektrischen Welle $xi\omega r$
$E_{0yi\omega r}$	Amplitude einer elektrischen Welle $yi\omega r$
$E_{0xi\omega r} (ref.)$	Amplitude einer reflektierten elektrischen Welle $xi\omega r$
$E_{0yi\omega r} (ref.)$	Amplitude einer reflektierten elektrischen Welle $yi\omega r$
$\vec{E}_1$	elektrische Welle 1
$\vec{E}_2$	elektrische Welle 2
$\vec{E}_3$	elektrische Welle 3
$\vec{E}_4$	elektrische Welle 4
$E_i \perp$	zur Einfallsebene senkrechter Amplitudenanteil
$E_i \parallel$	zur Einfallsebene paralleler Amplitudenanteil
$E_x$	Amplitude einer elektrischen Welle $x$
$E_y$	Amplitude einer elektrischen Welle $y$
$F$	Pixelfläche, Brennpunkt
$\mathcal{F}$	Fourier-Transformierte
$f_1$	Brennweite Linse 1
$f_2$	Brennweite Linse 2
$f_{ges}$	resultierende Brennweite

$G$	Messflächengröße
$g$	Gegenstandsweite
$h$	Höhe, Höhendifferenz
$\vec{h}$	Höhenvektor
$h(x_i, y_i)$	Höhenwert an der Stelle $(x_i, y_i)$
$I^a$	Intensität
$I_{rel}$	relative Intensität ( $I^a / (c\epsilon_0)$ )
$I$	(= $I_{rel}$ ), relative Intensität ( $I^a / (c\epsilon_0)$ )

Alle folgenden Größen mit  $I$  bezeichnen relative Intensitäten gemäß der Definition von  $I$ .

$I(x, y)$	tatsächliche Intensität an der Stelle $(x, y)$
$\langle I \rangle$	Intensitätsmittelwert
$I_0$	Grundintensität
$I_1$	Messflächenintensität, Interferogramm 1
$I_{1,xy}$	Messflächenintensität an der Stelle $(x, y)$
$I_2$	Referenzflächenintensität, Interferogramm 2
$I_{2,xy}$	Referenzflächenintensität an der Stelle $(x, y)$
$I_3$	Intensität 3
$I_4$	Intensität 4
$I_B$	Bildintensität
$I_D$	gemessene Intensität
$I_{Diff,xy}$	Differenzintensität an der Stelle $(x, y)$
$I_{Diff,xy}^*$	auswertbare Differenzintensität an der Stelle $(x, y)$
$I_{gesamt}$	Gesamtintensität
$I_i$	gemessene Intensität
$I_{Kamera}$	gemessene Intensität an der Kamera
$I_{max}$	maximale Intensität
$I_{Mess}$	Messflächenintensität
$I_{min}$	minimale Intensität
$I_{Ref}$	Referenzflächenintensität
$I(\vec{r})$	ortsabhängige Intensität
$I_{\lambda_1,xy}$	Interferogrammintensität bei $\lambda_1$ an der Stelle $(x, y)$
$I_{\lambda_2,xy}$	Interferogrammintensität bei $\lambda_2$ an der Stelle $(x, y)$
$i$	ganze Zahl
$J_1$	Besselfunktion erster Ordnung

$j$	natürliche Zahl
$K$	natürliche Zahl
$K_0$	modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung
$k$	Wellenzahl, natürliche Zahl, vom Phase-shifting Algorithmus abhängige Konstante
$\vec{k}$	Empfindlichkeitsvektor, Wellenvektor
$\vec{k}_1$	Beleuchtungsvektor
$\vec{k}_2$	Beobachtungsvektor
$M$	natürliche Zahl
$M_{wx}$	natürliche Zahl
$M_{wy}$	natürliche Zahl
$m$	transversale Laser-Moden
$N$	natürliche Zahl
$\vec{n}$	Normalenvektor
$n$	natürliche Zahl, Brechungsindex, transversale Laser-Moden
$n_i$	Brechungsindex der Umgebung
$n_t$	Brechungsindex der Messfläche
$O$	Punkt
$O_1$	punktförmige Öffnung 1
$O_j$	punktförmige Öffnung $j$
$P$	Punkt
$P_1$	Punkt 1
$P_2$	Punkt 2
$P_3$	Punkt 3
$P_I(I)$	negative Exponentialverteilung
$P_L$	Beleuchtungsleistung
$Q$	Quantisierungsstufenanzahl
$q$	Abstand eines Punktes im Beugungsbild vom Bildmittelpunkt/Bildpunkt, Höhe der Ausdehnung des optischen Feldes, longitudinale Laser-Modenzahl
$q_{\text{Airy-Scheibe}}$	Radius der Airy-Scheibe
$R$	Abstand eines Punktes zum Blendenmittelpunkt

$R'$	Abstand eines Punktes zum Blendenmittelpunkt
$R_1$	Punkt 1
$R_2$	Punkt 2
$R_3$	Punkt 3
$R_a$	Mittenrauwert
$R_q$	quadratischer Mittenrauwert
$r$	Blendenradius, Breite der Ausdehnung des optischen Feldes, Verhältnis zweier Intensitätsmittelwerte
$\vec{r}$	Fortpflanzungsvektor
$r_{\perp}$	Fresnel'scher Reflexionskoeffizient für senkrechtetes Feld
$r_{\parallel}$	Fresnel'scher Reflexionskoeffizient für paralleles Feld
$r_{Kx}$	Krümmungsradius
$\vec{r}_i$	Fortpflanzungsvektor $i$
$\vec{S}$	Poyntingscher Vektor
$S_1$	Strahl 1
$S_2$	Strahl 2
$\overline{SA}$	Lichtstrahl
$\overline{SA}\parallel$	paralleler Lichtstrahl
$\overline{SB}$	Lichtstrahl
$\overline{SB}\parallel$	paralleler Lichtstrahl
$S_d$	Durchmesser der Airy-Scheibe
$TEM_{mnq}$	zur Bezeichnung der transversalen und longitudinalen Laser-Moden
$T_{ST1i}$	Teilungsfaktor $1i$ des Strahlteilers
$T_{ST2i}$	Teilungsfaktor $2i$ des Strahlteilers
$t$	Zeit
$\{W_{py, px}\}$	Gewichtsfunktionsmatrix
$w(x, y)$	ortsabhängige Gewichtungsfunktion
$X$	Zufallsvariable
$\{X(j)\}$	Folge gaußverteilter Zufallszahlen
$X_{1,2}$	resultierende Amplituden 1 und 2
$\{X_{iy, ix}\}$	Matrix unkorrelierter Zufallszahlen
$\vec{x}$	Vektor in x-Richtung
$x_i$	x-Koordinate
$Y$	Y-Koordinate, Zufallsvariable

$Y_{1,2}$	resultierende Amplituden 1 und 2
$\vec{y}$	Vektor in y-Richtung
$y'$	y-Koordinate
$y_i$	y-Koordinate
$Z$	Z-Koordinate
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\overline{Z_1 Z_2 Z'_3}$	Lichtstrahl
$\overline{Z_1 Z_3}$	Lichtstrahl
$Z_3$	Bildpunkt
$Z'_3$	Bildpunkt
$Z''_3$	Bildpunkt
$Z_i$	Oberflächenhöhenwert
$\{Z_{iy, ix}\}$	Höhenwertmatrix
$z$	Abstand Oberfläche Beobachtungsschirm
$z'$	z-Koordinate
$\alpha$	Winkel, Phasenverschiebung
$\alpha_i$	Mittelwert der Phasenverschiebung
$\alpha_p$	Winkel zwischen elektrischen Feldvektoren
$\beta$	Winkel, Modulation
$\Delta$	Phasenverschiebung während Integration
$\Delta d$	Höhenunterschied in Richtung des Empfindlichkeitsvektors
$\Delta d_{min}$	minimaler noch erkennbarer Abstand
$\Delta PS_{12-23}$	Phasenschubdifferenz zwischen Pixeln 1/2 und 2/3
$\Delta PS_{12-34}$	Phasenschubdifferenz zwischen Pixeln 1/2 und 3/4
$\Delta S_{opt}$	optischer Wegunterschied
$\Delta v$	Punktverbreiterung durch unscharfe Abbildung
$\Delta x$	Kantenlänge eines Flächenelementes
$\Delta x_{spobj}$	objektive Speckle-Größe
$\Delta x_{spsub}$	subjektive Speckle-Größe
$\Delta y$	transversale sphärische Aberration, Kantenlänge eines Flächenelementes
$\Delta \phi$	Phasendifferenz, Phasenverschiebung

$\Delta\varphi$	Phasenänderung, Phasenverschiebung, Phasendifferenz, Phase
$\Delta\varphi_1$	Phase 1
$\Delta\varphi_2$	Phase 2
$\Delta\varphi_{err}$	Phasenfehler
$\Delta\varphi_{us}$	Phasenfehler
$\Delta\varphi_{xy}$	Phasenänderung an der Stelle $(x, y)$
$\delta(y - y_j)$	Diracsche Delta-Funktion
$\delta(z - z_j)$	Diracsche Delta-Funktion
$\epsilon_0$	Dielektrizitätskonstante des freien Raumes
$\varepsilon$	Anfangsphase, Nichtlinearitätsfaktor
$\varepsilon_A$	Amplitude eines elektrischen Feldes
$\Phi_0$	Phasendifferenz
$\Phi_{0,xy}$	Phasendifferenz an der Stelle $(x, y)$
$\Phi_1$	Phasendifferenz 1
$\Phi_{1,2}$	Phase 1 und 2
$\Phi_2$	Phasendifferenz 2
$\phi$	Phase
$\phi_a$	Phase
$\phi_b$	Phase
$\phi_\omega$	relative Phase zwischen zwei optischen Feldern
$\gamma$	Sichtbarkeit
$\gamma_0$	Modulation
$\varphi$	Winkel, Phase
$\varphi_0$	Phase
$\Lambda$	synthetische Wellenlänge
$\Lambda_x$	Autokorrelationslänge in x-Richtung
$\Lambda_y$	Autokorrelationslänge in y-Richtung
$\lambda$	Wellenlänge
$\lambda_1$	Wellenlänge 1
$\lambda_2$	Wellenlänge 2
$\Theta_{1,2}$	Phase 1 und 2
$\Theta_i$	Einfallswinkel
$\Theta_r$	Reflektionswinkel
$\Theta_t$	Transmissionswinkel

$\Theta_{ri}$	Winkel zwischen gebeugtem und ungebeugtem Strahl
$\rho$	Streukoeffizient
$\rho(\Delta\phi)$	Korrelationskoeffizient
$\rho_{XY}$	Korrelationskoeffizient zweier Zufallsvariablen $X$ und $Y$
$\sigma^2$	Varianz
$\sigma_I$	rms Intensitätsschwankung
$\sigma_\phi$	rms Phasenfehler
$\sigma_{\bar{\phi}}$	durchschnittlicher rms Phasenfehler
$\omega$	Kreisfrequenz
$\xi_i$	Phase
$\Psi_i$	resultierende Amplitude

# Abkürzungsverzeichnis

AKF	Autokorrelationsfunktion
ASK	angulare Speckle-Korrelation
CCD	charge coupled device
DIN	deutsche Industrienorm
DPM	direct phase measurement module
ESPI	electronic speckle pattern interferometry
LAoS	Laser Analysis of Surfaces
OA	optische Achse
PC	personal computer
PZT	piezo-electric transducer
rms	root mean square
SSK	spektrale Speckle-Korrelation

# Literaturverzeichnis

- [1] M. Ruprecht. *Ferndiagnostik technischer Oberflächen mittels Laser-Speckle-Verfahren*. Shaker Verlag, Aachen, 1998
- [2] E. Hecht. *Optik*. Addison-Wesley, New York, 1989
- [3] F. Toigo, A. Marvin, V. Celli and N. R. Hill. *Optical properties of rough surfaces: General theory and the small roughness limit*. Phys. Rev. B 15(12) 5618, 1977
- [4] E. Bahar, G. G. Rajan. *Depolarization and scattering of electromagnetic waves by irregular boundaries for arbitrary incident and scatter angles: full wave solutions*. IEEE Trans. Antennas Propag. AP-26 214, 1979
- [5] E. Bahar, M. A. Fitzwater. *Depolarization and backscatter enhancement in light scattering from random rough surfaces: comparison of full-wave theory with experiment*. J. Optical Soc. Amer. A 6(1) 33, 1989
- [6] P. Beckmann, A. Spizzichino. *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*. Macmillan, New York, 1963
- [7] J. C. Leader. *Bidirectional scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*. J. Applied Phys. 42(12) 4808, 1971
- [8] Tabellenhandbuch Metall. *Oberflächenzeichen, Kennzeichnung von Oberflächen durch Rauheitsmaße*. Verlag Europa-Lehrmittel, Wuppertal
- [9] J. J. Emprechts. *Light scattering by rough surfaces: Electromagnetic model for lighting simulations*. Lighting Res. Technol. 24(4) 243-54, 1992
- [10] DIN 4760. *Gestaltabweichungen, Begriffe, Ordnungssystem*. Beuth Verlag, Berlin, 1982

- [11] *Oberflächenkenngrößen und Messbedingungen*. Hommelwerke, VS-Schwenningen
- [12] H. Liu. *Simulation polychromatischer Fernfeld-Specklemuster für die laseroptische Rauheitsmessung unter Berücksichtigung der für unterschiedliche Fertigungsverfahren charakteristischen Oberflächen-Mikrotopographien*. VDI Verlag, Düsseldorf, 2001
- [13] A. K. Fung, M. F. Chen. *Numerical simulation of scattering from simple and composite random surfaces*. J. Opt. Soc. Am. A 2(12) 2274-84, 1985
- [14] J. A. Ogilvy, J. R. Foster. *Rough surfaces: gaussian or exponential statistics?* J. Phys. D: Appl. Phys. 22 1243-51, 1989
- [15] S. K. Park, K. W. Miller. *Random number generators: good ones are hard to find*. Commun. of the ACM 31(10) 1192-201, 1988
- [16] B. R. Frieden. *Statistical Optics and Data Testing*. Springer-Verlag, Berlin, 1991
- [17] J. W. Goodman. *Statistical properties of laser speckle patterns*. in J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984
- [18] R. Jones, C. Wykes. *Holographic and speckle interferometry*. Cambridge University Press, London, New York, 1983
- [19] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984
- [20] M. Jakobi. *Laser Speckle Based Surface Measurement Techniques Relevant to Fusion Devices*. Shaker Verlag, Aachen, 2001
- [21] J. Evertz. *Optische 3D-Formerfassung durch den Einsatz von speckle-interferometrischen Meßverfahren*. Shaker Verlag, Aachen, 1997
- [22] K. Creath. *Temporal Phase Measurement Methods*. in D. W. Robinson, G. T. Reid. *Interferogram Analysis*. IOP Publishing, Bristol, Philadelphia, 1993
- [23] M. Gingerl. *Realisierung eines optischen Deformationsmesssystems*. Österreichischer Kunst- und Kulturverlag, Wien, 1998
- [24] A. M. Maas. *Phase Shifting Speckle Interferometry*. Proefschrift, Technische Universiteit Delft, 1991

- [25] Y. Zou. *Speckleinterferometrie zur Topografiebestimmung an optisch rauhen Oberflächen*. Berichte aus dem Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart, 1996
- [26] K. Creath. *Phase-measurement interferometry techniques*. Progress in Optics XXVI 26 350-93, 1988
- [27] K. Creath. *Phase-shifting speckle interferometry*. SPIE 556 337-46, 1985
- [28] P. Carré. *Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du bureau international des poids et mesures*. Metrologia 2 13-23, 1966
- [29] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White and D. J. Bragaccio. *Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses*. Applied Optics 13 2693-703, 1974
- [30] G. E. Sommargren. *Up/down frequency shifter for optical heterodyne interferometry*. J O S A 65 960-1, 1975
- [31] J. C. Wyant. *Use of an AC heterodyne lateral shear interferometer with real-time wavefront correction systems (for telescope)*. Applied Optics 14 2622-6, 1975
- [32] J. H. Bruning. *Fringe scanning interferometers*. in D. Malacara. *Optical Shop Testing*. Wiley, New York, 1978
- [33] J. C. Wyant. Laser Focus May 65-71, 1982
- [34] J. C. Wyant, K. Creath. *Recent advances in interferometric optical testing*. Laser Focus/Electro-Optics 21 118-32, 1985
- [35] G. T. Reid. *Automatic fringe pattern analysis: a review*. Optics and Lasers in Engineering 7 37-68, 1987
- [36] G. E. Sommargren. *Optical heterodyne profilometry*. Applied Optics 20 610-8, 1981
- [37] C. J. Morgan. *Least-squares estimation in phase-measurement interferometry*. Optics Letters 7 368-70, 1982
- [38] J. C. Wyant, B. F. Oreb and P. Hariharan. *Testing aspherics using two-wavelength holography: use of digital electronic techniques*. Applied Optics 23 4020-3, 1984

- [39] J. E. Greivenkamp. *Generalized data reduction for heterodyne interferometry*. Optical Engineering 23 350-2, 1984
- [40] P. Hariharan, B. F. Oreb and C. H. Freund. *Stroboscopic holographic interferometry: measurements of vector components of a vibration*. Applied Optics 26 3899-903, 1987
- [41] D. W. Robinson, G. T. Reid. *Interferogram Analysis*. IOP Publishing, Bristol, Philadelphia, 1993
- [42] J. R. P. Angel, P. L. Wizinowich. European Southern Observatory Conf Proc 30 561-7, 1988
- [43] P. L. Wizinowich. *Phase shifting interferometry in the presence of vibration: a new algorithm and system*. Applied Optics 29 3271-9, 1990
- [44] E. Vikhagen. *Nondestructive testing by use of TV holography and deformation phase gradient calculation*. Applied Optics 29 137-44, 1990
- [45] B. P. Pfister. *Speckleinterferometrie mit neuen Phasenschiebethoden*. Berichte aus dem Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart, 1993
- [46] M. Kujawinska *Spatial Phase Measurement Methods*. in D. W. Robinson, G. T. Reid. *Interferogram Analysis*. IOP Publishing, Bristol, Philadelphia, 1993
- [47] K. Creath. *Phase-shifting speckle interferometry*. Applied Optics 24 3053-8, 1985
- [48] D. W. Robinson. *Phase Unwrapping Methods*. in D. W. Robinson, G. T. Reid. *Interferogram Analysis*. IOP Publishing, Bristol, Philadelphia, 1993
- [49] J. C. Wyant, R. N. Shagam. *Use of electronic phase measurement techniques in optical testing*. Proc ICO-11 659-62, 1978
- [50] W. H. Stevenson. *Optical frequency shifting by means of a rotating diffraction grating*. Applied Optics 9 649-52, 1970
- [51] R. N. Shagam. *AC phase measurement technique for moire interferograms*. Proc SPIE 429 35-42, 1983
- [52] M. P. Kothiyal, C. Delisle. *Optical frequency shifter for heterodyne interferometry using counterrotating wave plates*. Optics Letters 9 319-21, 1984

- [53] M. P. Kothiyal, C. Delisle. *Rotating analyzer heterodyne interferometer: error analysis*. Applied Optics 24 2288-90, 1985
- [54] R. Smythe, R. Moore. *Instantaneous phase measuring interferometry*. Optical Engineering 23 361-4, 1984
- [55] N. Bareket. *Three-channel phase detector for pulsed wavefront sensing*. Proc SPIE 551 12-7, 1985
- [56] C. L. Koliopoulos, D. S. Anderson. *High spatial resolution phase measurements of optical surfaces*. Proc SPIE 676 90-3, 1987
- [57] J. L. Golden, R. V. Shack and P. N. Slater. *Study of an instrument for sensing errors in a telescope wavefront*. NASA-CR-120353 Final Report, 1974
- [58] J. W. Hardy, A. J. MacGovern. *Shearing interferometry: a flexible technique for wavefront measurement*. Proc SPIE 816 180-95, 1987
- [59] N. Bareket, L. T. James. *Wavefront sensors and deformable mirrors for visible wavelengths*. Proc SPIE 228 4-11, 1980
- [60] O. Y. Kwon, D. M. Shough. *Multichannel grating phase-shift interferometers*. Proc SPIE 599 273-9, 1986
- [61] M. Kujawinska, J. Wojciak. *High accuracy Fourier transform fringe pattern analysis*. Optics and Lasers in Engineering 14 325-39, 1991
- [62] J. C. Dainty. *The statistics of speckle pattern*. in E. Wolf. *Progress in Optics*. Elsevier, Amsterdam, 1976
- [63] F. Pedrotti, L. Pedrotti, W. Bausch und H. Schmidt. *Optik*. Prentice Hall, München, London, Mexiko, New York, Singapur, Sydney, Toronto, 1996
- [64] A. W. Koch, M. W. Ruprecht, O. Toedter und G. Häusler. *Optische Meßtechnik an technischen Oberflächen*. expert verlag, Renningen-Malmsheim, 1998
- [65] G. V. Dreiden, I. V. Semenova. *Correlation holographic interferometry applied for studies of laser-induced erosion*. Opt. Comm. 118 21-4, 1995
- [66] Ch. S. Vikram. *Holography of erosion, corrosion and mechanical wear: possible role of phase-shifting interferometry*. Opt. Eng. 35 1795-6, 1996

- [67] B. Ruffing. *Berührungslose Rauheitsmessung technischer Oberflächen*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1987
- [68] P. Lehmann. *Untersuchungen zur Lichtstreuung an technischen Oberflächen im Hinblick auf eine prozeßgekoppelte laseroptische Rauheitsmessung*. VDI Verlag, Düsseldorf, 1995
- [69] G. Parry. *Speckle patterns in partially coherent light*. in J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984
- [70] A. E. Ennos. *Speckle Interferometry*. in J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1975
- [71] DIN 4762. *Oberflächenrauheit, Begriffe, Oberflächen und ihre Kenngrößen*. Beuth Verlag, Berlin, 1989
- [72] A. W. Koch, M. Ruprecht and R. Wilhelm. *Laser Speckle Techniques for in situ-Monitoring of Erosion and Redeposition at Inner Walls in Large Experimental Fusion Devices*. Max-Planck-Institut für Plasma-physik, Garching, 1995
- [73] R. Jones, C. Wykes. *General analysis of fringe contrast in electronic speckle pattern interferometry*. *Optica Acta* 26 313-27, 1979
- [74] T. A. Heumier, J. L. Carlsten *Mode Hopping in Semiconductor Lasers*. ILX Lightwave, Photonic Text & Measurement Instrumentation, No. 8 Application Note
- [75] O. Schwarz. *Hybrid algorithm to reconstruct out-of-plane surface deformations from interferometric image data*. FORWISS, Universität Passau
- [76] N. Bokor, Z. Papp. *Monte Carlo method in computer holography*. *Opt. Eng.* 36 1014-20, 1997
- [77] J. Kornis, N. Bokor. *Simulation of Speckle phenomena*. in W. Jüptner, W. Osten. *Fringe '97 Automatic Processing of Fringe Patterns*. Akademie Verlag, Berlin, 1997
- [78] J. Kornis, N. Bokor and A. Németh. *A numerical simulation package for speckle metrology*. *SPIE* 3407 297-302, 1998

- [79] K. Creath. *Comparison of phase-measurement algorithms*. Proc SPIE 680 19-28, 1987
- [80] C. Ai. *Phase measurement accuracy limitation in phase-shifting interferometry*. PhD Dissertation, Optical Sciences Center University of Arizona Tucson AZ, 1987
- [81] K. A. Kinnstaetter, W. Lohmann, J. Schwider and N. Streibl. *Accuracy of phase shifting interferometry*. Applied Optics 27 5082-9, 1988
- [82] C. P. Brophy. *Effect of intensity error correlation on the computed phase of phase-shifting interferometry*. J O S A (A) 7 537-41, 1990
- [83] H. Naumann, G. Schröder. *Bauelemente der Optik*. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1987
- [84] Bergmann, Schaefer. *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3, OPTIK*. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1993
- [85] F. G. Smith, T. A. King. *Optics and Photonics: An Introduction*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, New York, Weinheim, Brisbane, Singapore, Toronto, 2000
- [86] M. Young. *Optic, Laser, Wellenleiter*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1997
- [87] DIN 4761. *Oberflächencharakter, Geometrische Oberflächentextur-Merkmale, Begriffe, Kurzzeichen*. Beuth Verlag, Berlin, 1978
- [88] *MSDN Library Visual Studio 6.0-Release*. Microsoft Corporation, 1998
- [89] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1993
- [90] *CCD-Kameras*. LINOS AG, Göttingen, 2001
- [91] *Progressive Scan CCD Camera CV-M10*. JAI Corporation, Japan, 1998
- [92] B. Packroß. *Interferometrie mit Laserdioden*. Berichte aus dem Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart, 1992
- [93] N. G. Douglas, A. R. Jones and F. J. Hoesel. *Ray-based simulation of an optical interferometer*. J. Opt. Soc. Am 12 124-31, 1995

- [94] N. Lindlein, F. Simon and J. Schwider. *Simulation of micro-optical array systems with RAYTRACE*. Opt. Eng. 37 1809-16, 1998
- [95] A. R. McGurn, A. A. Maradudin. *Computer simulation studies of the speckle correlations of light scattered from a random array of scatterers: Scalar wave approximation*. Phys. Rev B 64 165204 1-14, 2001
- [96] J. Uozumi, H. Fujii and T. Asakura. *Further computer simulation study of image speckle patterns with relation to object surface profile*. J. Opt. Soc. Am. 67 808-15, 1977
- [97] H. Fujii, J. Uozumi and T. Asakura. *Computer simulation study of image speckle patterns with relation to object surface profile*. J. Opt. Soc. Am. 66 1222-36, 1976
- [98] B. Sung-Hoon, P. Seung-Kyu, K. Cheol-Jung and K. Soo-Yong. *Two-channel spatial phase shifting electronic speckle pattern interferometer*. Opt. Comm. 192 205-11, 2001
- [99] M. Dale, C. H. Buckberry and D. P. Towers. *Two-wavelength contouring for shape and deformation measurement*. Proc. SPIE - Int. Soc. Opt. Eng. 4076 181-90, 2000
- [100] V. Petrov. *Electronic speckle pattern interferometry with violet semiconductor lasers*. Conference Digest. 2000 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe, Cat. No. 00TH8505, 2000
- [101] A. Cornet, A. K. Nassim. *Tunable laser diode ESPI for high precision in-plane rotation measurement*. Conference Digest. 2000 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe, Cat. No. 00TH8505, 2000
- [102] M. Adachi, H. Oosugi, T. Hirabayashi and K. Inabe. *Shape measurement method of rough surface using a radial shearing interferometry*. J. Jpn. Soc. Precis. Eng. 66 1236-40, 2000
- [103] M. Adachi, J. Masuoka and K. Inabe. *Shape measurement of diffuse objects using short-range scanning of laser diode wavelength in speckle interferometry*. J. Jpn. Soc. Precis. Eng. 67 1497-501, 2001
- [104] P. Evanschitzky, T. Pfeiffer, A. Meixner, A. W. Koch. *Formvermessung technischer Oberflächen mittels Speckle-Interferometrie unter industriellen Umgebungsbedingungen*. Tagungsband, XV. Messtechnisches Symposium des AHMT, 13.-15. September 2001

- [105] P. Evanschitzky, A. W. Koch, M. Riemenschneider, T. Zeh. *Verfahren zum Bestimmen einer Struktur einer Oberfläche eines Messobjekts und Messvorrichtung*. Patentanmeldung DE 10122068.5, 2001

## Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen Personen bedanken, die zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander W. Koch für das Ermöglichen der Arbeit, die hervorragende Betreuung sowie die Begutachtung der Arbeit.

Für das Interesse an der Arbeit sowie die Übernahme des Zweitgutachtens danke ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. Erwin Biebl.

Ebenso danke ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus-Christian Amann für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Den Herren Dr.-Ing. Martin Jakobi, Dipl.-Ing. Andreas Meixner, Dipl.-Ing. Markus Riemenschneider und Dipl.-Ing. Thomas Zeh danke ich für die gute Zusammenarbeit sowie die zahlreichen Diskussionen und Anregungen.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls für Messsystem und Sensortechnik der Technischen Universität München und des ehemaligen Lehrstuhls für Messtechnik der Universität des Saarlandes möchte ich für das angenehme Arbeitsklima und die vielfältige Unterstützung danken.

Ebenso gilt mein Dank allen Diplomarbeitern, die einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben.

Meinem Vater Willi danke ich für sein großes Interesse an der Arbeit und seine Anregungen.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Familie und insbesondere meiner Frau Amélie für die große Unterstützung.