

Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme

Alin Albu-Schäffer

**Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik
Technische Universität München**

**Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am
Beispiel der DLR-Leichtbauarme**

Alin Albu-Schäffer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Georg Färber

Prüfer der Dissertation:

1. Hon.-Prof. Dr.-Ing. Gerd Hirzinger
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. Günther Schmidt

Die Dissertation wurde am 14.09.2001 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 09.03.2002 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand am Institut für Robotik und Mechatronik beim Deutschen Zentrum für Luft und Raumfahrt (DLR) in Oberpfaffenhofen bei München.

Herzlich danke ich dem Institutsleiter, Herrn Prof. Dr. Ing. Gerd Hirzinger, der es mir ermöglichte, auf dem Gebiet der Robotik zu arbeiten und Erstgutachter dieser Arbeit war. Seine Vision von der Robotik, die stete Herausforderung zu besonderen und praxisorientierten Leistungen, sowie die freizügige Gewährleistung von Freiräumen in der Umsetzung der Ideen haben unser aller Verständnis von wissenschaftlicher Forschung stark geprägt.

Herrn Prof. Dr. Ing. Günther Schmidt danke ich für das fördernde Interesse an dieser Arbeit und die Übernahme des Zweitgutachtens, sowie für die zielgerichtete Unterstützung, die für das Entstehen dieser Dissertation entscheidend war.

Auf besondere Weise möchte ich mich bei den Kollegen bedanken, die bei der Entwicklung der DLR Leichtbauroboter mitgewirkt haben. Die Robotik, so wie sie im DLR verstanden wird, setzt eine sehr enge interdisziplinäre Zusammenarbeit zwischen Maschinenbauern, Elektronikern, Regelungstechnikern und Informatikern voraus. Ein allgemeines Verständnis für die Problemstellungen der jeweils anderen Disziplinen sowie die Fähigkeit die eigenen, regelungstechnischen Gesichtspunkte wirksam in den Entwicklungsprozess einzubinden, habe ich im Laufe der Zusammenarbeit und den vielen fruchtbaren Diskussionen gelernt. In diesem Zusammenhang danke ich vor allem Ingo Schäfer, Matthias Hähnle und Erich Krämer aus der mechanischen Konstruktion, Alexander Beyer, Norbert Sporer und Klaus Jöhl aus der Elektronikentwicklung. Ihre Hilfsbereitschaft bei der Errichtung und Betreuung etlicher Prüfstände sowie der letztendliche Aufbau einer hervorragenden Hardware haben diese stark praktisch motivierte Arbeit überhaupt möglich gemacht. Desweiteren bedanke ich mich für die softwaretechnische Unterstützung bei Klaus Kunze, Günter Schreiber, Georg Planck und Michael Steinmetz.

Für fachliche, regelungstechnische Diskussionen bedanke ich mich insbesondere bei Jingxin Shi, Yusheng Lu, Ralf Koeppe, und Carsten Preusche.

Bei meinem Bürokollegen, Patrick van der Smagt, bedanke ich mich für die Beantwortung jedwelcher Fragen, die in Verbindung mit einem Rechner stehen, der Durchsicht des Manuskripts sowie für die zahlreichen nützlichen Gespräche über Forschung und Leben.

Christian Ott danke ich für die besonders sorgfältige Durchsicht des Manuskripts und den sich daraus ergebenden, fruchtbaren Diskussionen. Nützliche Korrekturen und Hinweise zur Arbeit erhielt ich auch von Udo Frese.

Schließlich danke ich ganz besonders meiner Frau, Inge Schäffer und meiner Mutter Svetlana Albu, für ihre fortwährende, liebevolle Ermutigung und Unterstützung.

Alin Albu-Schäffer

Oberpfaffenhofen, im August 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Die DLR-Leichtbauroboter	2
1.3	Ziele der Arbeit	3
1.4	Stand der Technik und Beitrag dieser Arbeit	4
2	Modellierung von Robotern mit elastischen Gelenken	7
2.1	Problembeschreibung	7
2.2	Dynamisches Modell	8
2.3	Reibungsmodellierung	12
2.4	Antriebsmodell	15
3	Parameteridentifikation	17
3.1	Auswahlkriterien für die Identifikationsmethode	17
3.1.1	Frequenzbereich – Zeitbereich	18
3.1.2	dynamische – statische Abbildung	20
3.1.3	nichtlineares – linear parametrisiertes Modell	20
3.1.4	modellbasiert – modellfrei	21
3.1.5	online – offline	23
3.2	Vorüberlegungen zur Identifikation der Gelenkparameter	23
3.3	Identifikation der Gelenkparameter	26
3.3.1	Identifikation der Gelenksteifigkeit und Dämpfung	27
3.3.2	Identifikation der Reibungsparameter	32
3.3.3	Gelenksimulation	36
3.4	Identifikation der Starrkörperparameter	36
3.4.1	Identifikation des LBR1	36
3.4.2	Starrkörpermodell des LBR2	39
3.5	Simulationswerkzeuge	40
3.6	Simulationsergebnisse für den Gesamtroboter	41
4	Regelungsstrukturen für Roboter mit elastischen Gelenken	48
4.1	Stand der Technik	49
4.1.1	PID (PD)-Regelung	49

4.1.2	PD mit Schwingungsdämpfung	50
4.1.3	Zustandslinearisierung auf Gelenkebene	51
4.1.4	Singular Perturbations	52
4.1.5	Zustandslinearisierung des Gesamtroboters	55
4.1.6	Passivitätsbasierte Regelung	56
4.1.7	Backstepping-Methode	58
4.1.8	Adaptive Regelung	58
4.2	Reglerstrukturen für die DLR-Leichtbauroboter	58
4.2.1	Sensorkonzept: Auswahl der Gelenkzustandsgrößen	61
5	Zustandsregler mit konstanten Parametern und Gravitationskompensation	64
5.1	Stabilitätsbeweis	64
5.1.1	Diskussion der Stabilitätsbedingungen	70
5.2	Einfluss der Coulomb-Reibung	71
5.3	Einfluss der Schwerkraftkompensation	72
5.4	Betrachtung aus Sicht der Passivitätstheorie	74
5.4.1	Passivität des Gesamtroboters	79
5.5	Auslegung der Verstärkungsmatrizen	80
5.5.1	Einfluss der variablen Massenträgheit	81
5.5.2	Überprüfung der Stabilitätsbedingungen	81
5.6	Experimentelle Ergebnisse	84
6	Zustandsregler mit variablen Parametern	86
6.1	Stabilität bei variablen Parametern	87
6.2	Auslegung der Regler mit variablen Parametern	93
6.2.1	Variable Gelenksteifigkeit	93
6.3	Vorgabe konstanter Eigenwerte	94
6.4	Vorgabe konstanter Gelenksteifigkeit	96
6.5	Implementierung am Roboter	99
6.6	Einschränkungen bei der Vorgabe konstanter Steifigkeiten	100
6.7	Gleichzeitige Vorgabe einer Sollsteifigkeit und konstanter Eigenwerte	101
6.8	Berücksichtigung von Grenzwerten für die abtriebsseitige Trägheit	103
6.9	Passivitätsbasierter Regler mit „Energy Shaping“	104
6.9.1	Stabilitätsbeweis	106
6.9.2	Experimentelle Ergebnisse mit dem $\Sigma - \Pi$ Regler	108
6.10	Kartesische Steifigkeitsregelung	108
6.10.1	Struktur der kartesischen Regelung im LBR	108
6.10.2	Anwendungsbeispiel: Automatisches Kolbenfügen	115
7	Zusammenfassung und Ausblick	117

Anhang

A Streckenparameter des LBR2	121
A.1 Bedeutung der Kreiselmomente im Motor	124
A.2 Maximierungskonstante für den Gravitationsvektor	125
B Partialableitungen von Matrizen	128
C Berechnung der Eigenwerte bei variabler Steifigkeit	130
D Stabilitätsbeweis für den $\Sigma - \Pi$-Regler	133

Kapitel 1

Einführung

1.1 Problemstellung

Innerhalb der Robotik-Forschung besteht zur Zeit ein wachsendes Interesse für Anwendungsgebiete wie Raumfahrt, Service-Robotik, Medizin- und Krankenpflege oder Telepräsenzsysteme mit Krafrückkopplung [33, 76, 84, 11, 47]. Dies führt zu einem wachsenden Bedarf an leichten und leistungsfähigen Roboter-Armen, deren Verhältnis zwischen dem Eigengewicht und der Nutzlast dem des menschlichen Armes nahe kommt. Diese Manipulatoren sollten auf mobile Plattformen montierbar sein, folglich benötigen sie eine integrierte Lösung für die Elektronik und einen geringen Leistungsverbrauch. Sie sollten aber vor allem in der Lage sein, durch ein nachgiebiges Verhalten die Manipulation in einer unbekanntem Umgebung zu ermöglichen und die Sicherheit der Menschen, mit denen sie interagieren, zu gewährleisten. Infolgedessen benötigen sie eine sensorielle Ausstattung, die die reine Positionssensorik der heutigen Industrieroboter deutlich übersteigt.

Die erstrebte Leichtbaukonstruktion führt zwangsläufig zum Auftreten erhöhter Elastizitäten in den Robotern, was zu einem unerwünschten Schwingungsverhalten führen kann. Der Erfolg in den oben erwähnten Bereichen der Robotik hängt also in entscheidendem Maße von der Entwicklung und Implementierung geeigneter Regelungsstrategien ab, welche, unter Nutzung vielseitiger Sensorinformationen, den Einfluss der Strukturelastizitäten kompensieren und gleichzeitig das aufgabenspezifische Verhalten implementieren. Zu diesem Verhalten gehört, neben der üblichen Positionsregelung, vor allem auch die Nachgiebigkeit durch Impedanz- und Drehmomentregelung, unter Berücksichtigung der vollständigen Dynamik des Roboters.

Die spezifische Herausforderung bei der Regelung von Robotern mit Leichtbaukonstruktion resultiert aus dem Zusammenwirken der sehr komplexen Regelstrecke und der vielseitigen, aufgabenbezogenen Anforderungen einerseits, mit dem Vorhandensein von vielfältiger Sensorinformation und fortschrittlicher Antriebstechnik, die das Lösen der gestellten Aufgaben prinzipiell möglich macht, andererseits.

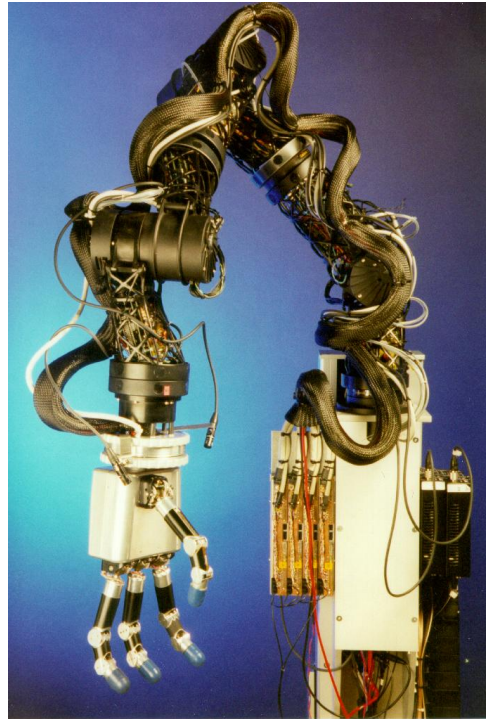


Abbildung 1.1: Der erste DLR Leichtbauroboter (LBR1)

1.2 Die DLR-Leichtbauroboter

Die Entwicklung von Roboterarmen, die den oben genannten Anforderungen genügen, stellt einen Schwerpunkt der Forschungsaktivitäten des Instituts für Robotik und Mechatronik im Deutschen Forschungszentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) dar. Der Anstoß zu diesen Entwicklungen kam während der D2-Spacelab Mission, 1993, im Rahmen derer das DLR mit dem ersten Roboter im All erfolgreich experimentierte [31]. Der erste DLR-Leichtbauroboter (LBR1) wurde 1995 bereitgestellt [26] und eine zweite Entwicklung (LBR2) folgte 1999 [32]. Durch eine hohe Integration der mechanischen und elektrischen Komponenten, sowie durch die gezielte Auswahl von leichten Strukturen und Motor-Getriebekombinationen, erreichen die Leichtbauroboter (Abb. 1.1, Abb. 1.2) ein Verhältnis zwischen Nutzlast und Eigengewicht von ca. 1 : 2, bei einem Gewicht unter 20kg. Zusätzlich zu den üblichen motorseitigen Positionssensoren sind die Gelenke mit Drehmoment-Sensoren ausgestattet. Im LBR2 wurden zusätzlich abtriebsseitige Positionssensoren eingebaut. Beide Roboter verfügen über eine Kraft-Momentensensorik vor dem Endeffektor. Die Roboter sind redundante Manipulatoren mit sieben Freiheitsgraden. Jedes Gelenk verfügt über einen Gleitkomma-Signalprozessor, welcher zur lokalen Ausregelung der schnellen Gelenkdynamik dient. Ein echtzeitfähiger optischer Kommunikationsbus mit 1ms Kommunikationsrate verbindet die Gelenke mit dem zentralen Rechner. Die benutzten Permanentmagnet-Motoren werden feldorientiert mit Hilfe von analogen Hall-Sensoren geregelt, was zur Reduzierung der Drehmoment-Schwankungen führt.

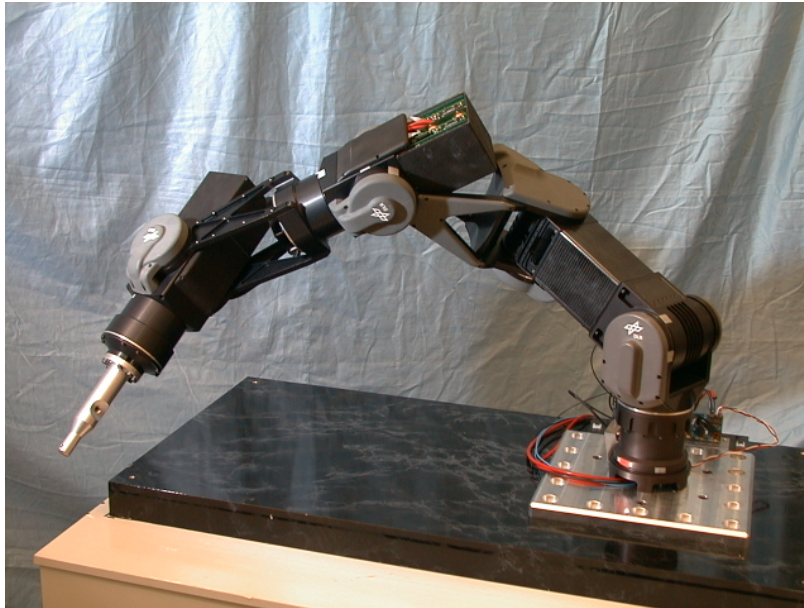


Abbildung 1.2: Der zweite DLR Leichtbauroboter (LBR2)

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit entstanden die Strukturen zur Gelenkregelung des LBR2, die bereits auf dem LBR1 entwickelt und getestet wurden, sowie einige Strukturen zur kartesischen Regelung.

1.3 Ziele der Arbeit

Ein erstes Ziel ist es, ein geeignetes Modell für die Leichtbauroboter aufzustellen, welches alle wichtigen Merkmale abbildet und trotzdem einfach genug ist, um einen Reglerentwurf zu ermöglichen. Gleichzeitig müssen Methoden aufgestellt werden, die zu einer schnellen und zuverlässigen Parameteridentifikation führen. Das daraus resultierende Simulationswerkzeug ist eine Grundvoraussetzung zur Implementierung modellbasierter Regleralgorithmen.

Das Hauptziel der Arbeit ist die Entwicklung von Regelungsstrukturen die, unter der Berücksichtigung der Gelenkelastizitäten und der vollständigen Roboterdynamik, eine Positions-, Drehmoment- und Impedanzregelung mit hoher Bandbreite ermöglichen. Von diesen Reglerstrukturen wird gleichzeitig erwartet, dass sie:

- aus theoretischer Sicht voll vertretbar sind. Dies beinhaltet den Stabilitätsnachweis unter Berücksichtigung der kompletten nichtlinearen Dynamik, sowie entsprechende Robustheitsuntersuchungen.
- praktisch realisierbar sind und sich im täglichen Dauereinsatz bewähren sollen.

Diese beiden Anforderungen wurden, nach unserem Wissen, bis jetzt für Roboter mit

elastischen Gelenken und sechs oder sieben Freiheitsgraden noch nicht gleichzeitig zufriedenstellend erfüllt.

1.4 Stand der Technik und Beitrag dieser Arbeit

Die bisherigen Forschungsaktivitäten an Robotern mit elastischen Gelenken haben ihren Ursprung in zwei unterschiedlichen Bereichen. Zum einen ergab sich für Industrieroboter die Notwendigkeit, die bei hoher Geschwindigkeit auftretenden Schwingungen zu dämpfen [63, 88, 105, 111]. Die dabei eingesetzten Regler müssen einfach und robust sein und oft ohne zusätzliche Sensorik auskommen. Das Problem des Verhaltens dieser Regler angesichts der hoch nichtlinearen Roboterdynamik bleibt dabei aber theoretisch ungelöst. Für einige einfache Regelungsstrukturen (z.B. PD-Regler oder Regler basierend auf der „Singular Perturbation“ Theorie) kann die Stabilität zwar garantiert werden, die praktischen Ergebnisse sind aber unbefriedigend. (Abs. 4.1.1–4.1.4).

Andererseits sahen theoretische Regelungstechniker im Modell des Roboters mit elastischen Gelenken ein interessantes Anwendungsbeispiel für moderne Methoden der nichtlinearen Regelungstechnik, wie Zustandslinearisierung, passivitätsbasierte Regelung, „Sliding Mode“-Regelung, „Backstepping“, adaptive Regelung oder die Stabilitätstheorie nichtlinearer, kaskadierter Systeme (Abs. 4.1.5–4.1.8). Als Ergebnis entstand eine Reihe sehr wertvoller theoretischer Regelungsansätze, für die Stabilität und Fehlerkonvergenz nachgewiesen werden kann [100, 102, 68, 54, 14, 59, 60, 101]. Da diese Regler aber sozusagen „vom Stabilitätsbeweis her“ aufgestellt sind, haben sie, angesichts der Komplexität der Strecke, eine sehr komplexe Struktur, welche die Implementierung auf Robotern mit sechs oder sieben Freiheitsgraden unrealistisch erscheinen lässt. Experimentelle Ergebnisse mit diesen Reglern sind meist nur für Laborbeispiele mit einem oder zwei Freiheitsgraden vorhanden.

Ein wichtiges Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, diese Lücke zwischen den experimentellen und den theoretischen Ansätzen zu schließen. Dazu werden in Kap. 3 Methoden zur Parameteridentifikation aufgestellt, die zu einem genauen Robotermodell führen [5]. Als erste Reglerstruktur wird ein Zustandsregler mit Gravitationskompensation vorgeschlagen, der als Zustände die Motorposition und das Gelenkdrehmoment, sowie deren Ableitungen hat (Abs. 4.2). Dieser Regler ist unserer Meinung nach eine der einfachsten Strukturen, die für Roboter mit elastischen Gelenken gleichzeitig praktisch effizient und theoretisch voll vertretbar ist (Kap. 5) [3, 4]. Es werden Bedingungen abgeleitet, die die Passivität des Reglers gewährleisten. Diese Bedingungen sichern auf Grund der Passivitätstheorie die Stabilität des geregelten Roboters, unabhängig von der Schwankung der Massenmatrix (z.B. durch die Nutzlast) und im Kontakt mit beliebigen passiven Umgebungen.

Als nächstes wird eine Methode zur schrittweisen Erweiterung dieses Reglers vorgestellt, die es erlaubt, in einer noch überschaubaren Struktur, eine vereinfachte Version einiger der bekannten theoretischen Ansätze (z.B. Zustandslinearisierung oder passivitätsbasierte Regler mit Energie-Formung), effizient experimentell umzusetzen. Die Struk-

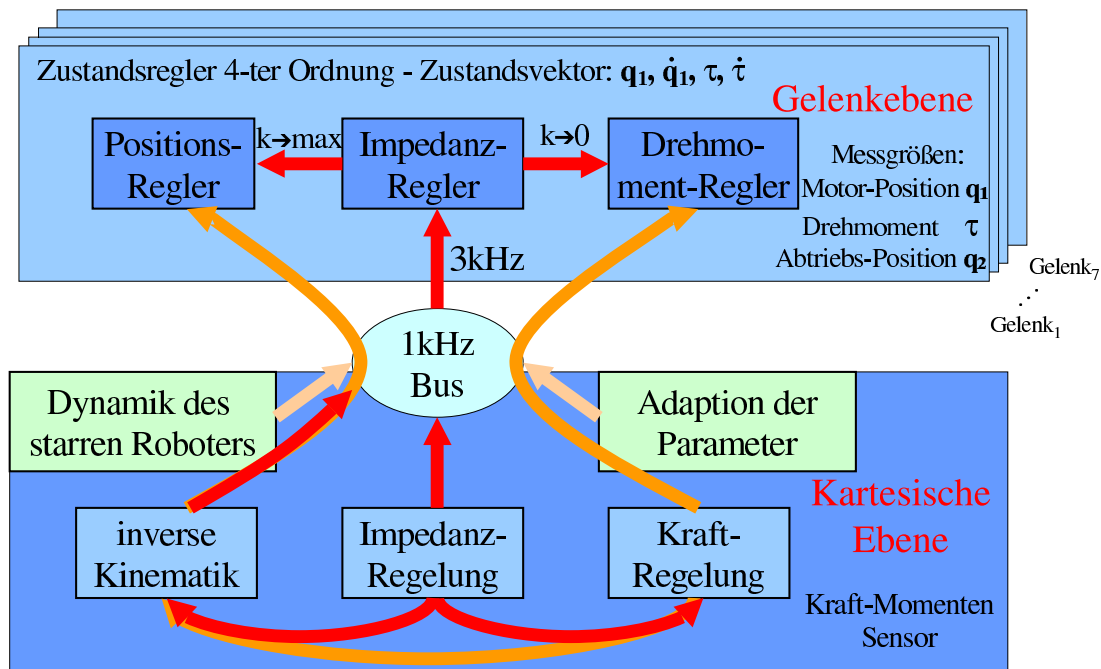


Abbildung 1.3: Reglerarchitektur der DLR-Leichtbauroboter

tur beinhaltet einen Zustandsregler mit variablen Parametern und Kompensation der Starrkörperdynamik des Roboters (Abs. 4.2, Kap. 6).

Die experimentellen Erfahrungen mit den Leichtbaurobotern haben einige Nachteile der bekannten theoretischen Ansätze aufgedeckt. Diese beziehen sich auf das Verhalten bei einer Ordnungsreduktion durch hohe Steifigkeiten oder geringe Abtriebsträgheiten, bzw. auf das Verhalten bei sehr großen Abtriebsträgheiten. Dies führt zum Vorschlag eines neuen theoretischen Reglers, der auch diese praktisch relevanten Sonderfälle abdeckt. Schließlich werden experimentelle Ergebnisse mit der vereinfachten Implementierung dieses Ansatzes als Regler mit variablen Parametern vorgestellt (Kap. 6).

In den meisten bekannten Regelungsansätzen für Roboter mit elastischen Gelenken wird der Zustandsvektor gebildet aus Motor- und Abtriebsposition (q_1 bzw. q_2), sowie deren Ableitungen \dot{q}_1, \dot{q}_2 benutzt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird bei allen implementierten Reglern durchgehend die Motorposition und die Motorgeschwindigkeit, sowie das Drehmoment und dessen Ableitung als Zustandsvektor verwendet. Dabei werden Position und Drehmoment direkt gemessen und die Ableitungen durch numerische Differentiation ermittelt. Die Messung des Drehmoments bringt erhebliche Vorteile sowohl bei der Parameteridentifikation als auch bei der Implementierung der Ansätze zur aktiven Schwingungsdämpfung und zur nachgiebigen Roboterregelung.

Einen guten Überblick zu den Reglerkonzepten in den DLR-Leichtbaurobotern gibt Abb. 1.3. Die in dieser Arbeit vorgeschlagenen Reglerstrukturen bieten auf Gelenkebene durch die Zustandsregler mit Dynamikkompensation eine Impedanzschnittstelle, die zum Drehmoment-, Positions- oder Steifigkeitsregler konfiguriert werden kann. Dies ermöglicht

die Implementierung und Untersuchung unterschiedlicher kartesischer Regelungsansätze für Positions-, Kraft- und Impedanzregelung. Der kartesische Impedanzregler kann z.B. über die Jacobi-Matrix auf die Drehmoment-Schnittstelle, über die inverse Kinematik auf die Positionsschnittstelle oder direkt auf die Gelenk-Impedanzschnittstelle zugreifen.

Die Regelungsstrukturen zur kartesischen Impedanz-Regelung für starre Roboter sind wohl bekannt und vielfach angewendet worden [80, 35, 22, 40, 10, 16, 121, 17, 55, 99, 107]. Es gibt für einige dieser Ansätze Erweiterungen für Roboter mit elastischen Gelenken [53, 24]. Allerdings ist die kartesische Steifigkeits-Regelung basierend auf Gelenk-Impedanzregelung im Kontext der Roboter mit elastischen Gelenken bisher kaum behandelt worden.

Abs. 6.10 bietet eine vergleichende Untersuchung unterschiedlicher Ansätze zur kartesischen Impedanzregelung und schlägt eine neue Struktur vor, die die Bandbreite der Gelenkregler optimal nutzt. Als praktisches Anwendungsbeispiel wird das Einfügen eines Kolbens in einen Motorblock dargestellt.

Kapitel 2

Modellierung von Robotern mit elastischen Gelenken

2.1 Problembeschreibung

Unter dem Begriff Roboter verstehen wir in dieser Arbeit einen Manipulator mit serieller Kinematik, wie in Bild 2.1 schematisch dargestellt. In erster Näherung werden alle Komponenten des Roboters als starre Körper angenommen, so dass die Dynamik eines Roboters mit N Achsen durch ein System von Differentialgleichungen mit den Gelenkwinkeln als verallgemeinerte Koordinaten beschrieben werden kann. Diese, in den meisten Standardwerken getroffene Modellannahme, trifft für Industrieroboter bei mäßigen Bewegungsgeschwindigkeiten gut zu. In der Entwicklung von Industrierobotern wird besonderer Wert darauf gelegt, Elastizitäten sowie mechanische Verkopplungen zwischen den Gelenken zu vermeiden, so dass diese Roboter mit relativ einfachen Reglerstrukturen zu beherrschen sind. Dies geschieht auf Kosten der Gesamtmasse des Roboters und führt zu typischen Verhältnissen zwischen Nutzlast und Eigengewicht von ca. 1:20. Bei den DLR-Leichtbaurobotern, bei denen die Maximierung dieses Verhältnisses ein Hauptkriterium darstellt, aber auch für Industrieroboter bei schnellen, hochfrequenten Bewegungen ist die Annahme der Starrkörperstruktur nicht mehr zutreffend. In der Literatur sind zwei Modellerweiterungen zur Berücksichtigung der Strukturelastizität üblich:

- *Roboter mit elastischen Gelenken.* Bei dieser Modellannahme wird die Elastizität konzentriert im Robotergelenk betrachtet, während für die Verbindungsstruktur zwischen den Gelenken das Starrkörpermodell beibehalten wird. Diese Annahme trifft dann gut zu, wenn die Elastizität hauptsächlich auf die Getriebe und im Falle der Leichtbauroboter auch auf die Momentensensorik zurückzuführen ist. Solche Roboter können durch gewöhnliche Differentialgleichungen, genauso wie die starren Roboter, beschrieben werden.
- *Roboter mit elastischen Segmenten.* In diesem Fall wird auch die Nachgiebigkeit der Verbindungsstruktur zwischen den Gelenken berücksichtigt. Diese Modellannahme ist bei sehr langen und leichten Strukturen notwendig, wie z.B. Kranroboter

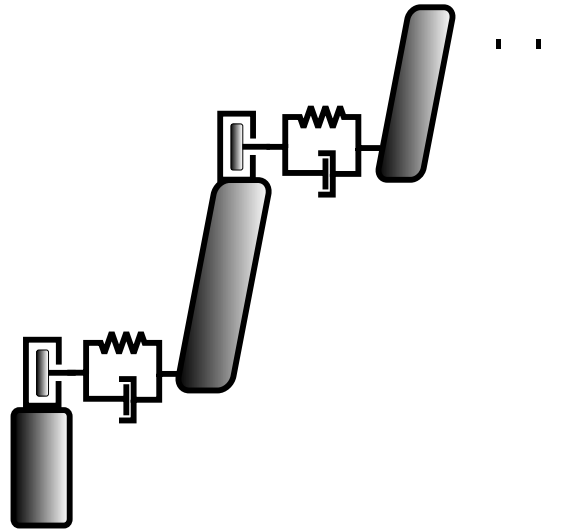


Abbildung 2.1: Roboter mit elastischen Gelenken

oder große Raumfahrtroboter [106]. Zur Modellierung von Robotern mit elastischen Strukturen werden partielle Differentialgleichungen benötigt [61, 78, 118, 12, 52, 79].

Der Einsatz von Harmonic-Drive Getriebe und von Drehmomentsensoren in den Gelenken der DLR-Leichtbauroboter führt zu Gelenknachgiebigkeiten, die nicht vernachlässigt werden können. Gleichzeitig wurde aber bei der Konstruktion stark darauf geachtet, die Verbindungsstrukturen sowie die Lagerung der Gelenke steif zu bauen, so dass deren Nachgiebigkeit deutlich geringer ist als die Elastizität der Gelenke in Drehrichtung. Somit ist die Modellannahme des Roboters mit elastischen Gelenken für die DLR Leichtbauroboter ein sinnvoller Kompromiss zwischen Modellkomplexität und Modellierungsgenauigkeit. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind auch für Industrieroboter relevant, für die, bei hohen Geschwindigkeiten und Lasten, das gleiche Modell zugrunde gelegt werden kann.

In diesem Kapitel wird die Herleitung der dynamischen Gleichungen eines Roboters mit elastischen Gelenken kurz skizziert, mit einem besonderen Augenmerk auf die Unterschiede zwischen dem Modell für einen starren und einen elastischen Roboter. Die in der Literatur gängigen vereinfachenden Modellannahmen werden hervorgehoben und diskutiert. Für die detaillierte Herleitung der Dynamik starrer Roboter sei auf Standardwerke [21, 104, 120, 46] hingewiesen. Die Bewegungsgleichungen für elastische Roboter werden z.B. in [77, 100, 112] aufgestellt. Die explizite Herleitung der Trägheitsmatrix oder der potentiellen Energie überschreitet den Rahmen dieser kurzen Einführung und sollte den angegebenen Referenzen entnommen werden.

2.2 Dynamisches Modell

Der grundsätzliche Unterschied zwischen einem Roboter mit elastischen Gelenken und dem Starrkörpermodell ist, dass jedes Gelenk mit dem darauffolgenden Verbindungs-

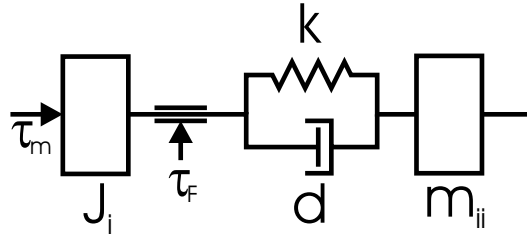


Abbildung 2.2: Zweimassenmodell für ein elastisches Robotergelenk und dem darauffolgenden Segment

segment als ein Zweimassen-System modelliert werden muss (Abb. 2.2). Somit enthält der Roboter mit N Gelenken $2N$ Starrkörper: N Motorträgheiten und N Verbindungsstrukturen. Die Feder dazwischen wird als masselos angenommen. Es werden folglich zur Beschreibung der Bewegung $2N$ verallgemeinerte Koordinaten benötigt:

$$q = \{q_{1(1 \times N)}, q_{2(1 \times N)}\} \quad (2.1)$$

wobei q_1 der Vektor der Motorpositionen und q_2 der Vektor der abtriebsseitigen Positionen ist. Es sei darauf hingewiesen, dass sich im Folgenden alle Größen auf den Abtrieb beziehen, folglich werden die Motorgrößen über die Getriebeübersetzung umgerechnet:

$$\begin{aligned} q_{1i} &= q_{\text{mot}i}/n \\ \tau_{mi} &= \tau_{\text{mot}i}n \\ J_i &= J_{\text{mot}i}n^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dabei sind q_1, τ_m, J die umgerechneten Werte für die motorseitige Position, das Motordrehmoment und die Motorträgheit. Mit $q_{\text{mot}}, \tau_{\text{mot}}, J_{\text{mot}}$ werden die entsprechenden realen physikalischen Werte gekennzeichnet. n ist die Getriebeübersetzung. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird folglich die Getriebeübersetzung nicht mehr explizit im Modell erwähnt.

Ein Weg zur Herleitung der dynamischen Gleichungen des Roboters bietet der Lagrange Formalismus. Die gesamte kinetische Energie des Roboters ist:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_R(q) \dot{q} \quad (2.3)$$

$M_R(q)$ ist die quadratische, positiv definite Trägheitsmatrix des Roboters. Dabei wird in der Literatur durchgängig folgende erste Annahme gemacht [100, 112, 60]:

- A1: Die motorseitigen Starrkörper sind rotationssymmetrische Körper mit dem Schwerpunkt auf der Drehachse des Rotors.

Aus dieser Annahme folgt, dass sowohl die Gravitationskraft wie auch die Trägheitsmatrix nur von den abtriebsseitigen Winkeln q_2 abhängig sind. Somit hat die Trägheitsmatrix die Form:

$$M_R(q) = M_R(q_2) = \begin{bmatrix} M(q_2) & S(q_2) \\ S^T(q_2) & J_R \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Die Matrizen M , S und J haben alle die Dimension $N \times N$. Die Matrix $M(q_2)$ entspricht der Trägheitsmatrix des starren Roboters und enthält folglich für jedes Gelenk die Trägheiten aller darauffolgenden Rotoren und Armsegmente. J_R ist eine konstante Matrix, die als Diagonalelemente die Trägheiten der Rotoren um die Rotationsachse enthält. Die Matrix $S(q_2)$ stellt die Trägheitsverkopplungen zwischen den Rotoren und den Robotersegmenten dar. Sie entspricht der kinetischen Energie der Rotoren um andere Achsen als die Drehachse, verursacht durch die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten des Roboters.

Die potentielle Energie $U = U_G + U_F$ des Roboters setzt sich aus der Energie der Gravitationskräfte und der Energie der Gelenkfedern zusammen. Unter Berücksichtigung der Annahme (A1) ist die Energie im Gravitationsfeld nur von der abtriebsseitigen Position q_2 abhängig:

$$U_G(q) = U_G(q_2) \quad (2.5)$$

Die potentielle Energie der Federn in den Gelenken ist:

$$U_F(q) = \frac{1}{2}(q_1 - q_2)^T K (q_1 - q_2) \quad (2.6)$$

Dabei ist K die diagonale Steifigkeitsmatrix, deren Diagonalelemente die einzelnen Gelenksteifigkeiten darstellen. Bezeichnet man mit K_E folgende $2N \times 2N$ Matrix

$$K_E = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

so kann die potentielle Energie der Federn in der Form

$$U_F(q) = \frac{1}{2}q^T K_E q \quad (2.8)$$

geschrieben werden. Somit ist die Lagrange Funktion des Systems

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (2.9)$$

und aus dem Lagrange Formalismus folgen die dynamischen Gleichungen des Roboters mit elastischen Gelenken:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_{Mi} \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (2.10)$$

mit $\tau_M = [\tau_m, 0_{1 \times N}]^T$ dem Vektor der Antriebsdrehmomente. Durch Einsetzen der expliziten Lagrange Funktion in (2.10) erhält man folgendes Modell:

$$M_R(q_2)\ddot{q} + C_R(q_2, \dot{q}_2)\dot{q} + K_E q + g_R(q_2) = \tau_M \quad (2.11)$$

Der Ausdruck $C_R(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}$ fasst die Coriolis- und Zentrifugalterme zusammen und $g_R(q_2)$ ist der Vektor der Gravitationskräfte:

$$g_R(q_2) = \frac{\partial U_G(q_2)}{\partial q} = \begin{bmatrix} 0 \\ g(q_2) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$C_R(q_2, \dot{q}_2)\dot{q} = \dot{M}_R(q_2)\dot{q} - \frac{1}{2} \frac{\partial (\dot{q}^T M_R(q_2)\dot{q})}{\partial q} \quad (2.13)$$

$$= \frac{\partial (M_R(q_2)\dot{q})}{\partial q^T} \dot{q} - \frac{1}{2} \frac{\partial (\dot{q}^T M_R(q_2))}{\partial q} \dot{q} \quad (2.14)$$

$$= \left(A - \frac{1}{2} A^T \right) \dot{q} \quad (2.15)$$

¹mit

$$A = \frac{\partial (M_R(q_2)\dot{q})}{\partial q^T} \quad (2.16)$$

Dabei wurde die Symmetrieeigenschaft $M_R(q_2) = M_R^T(q_2)$ der Trägheitsmatrix benutzt. Aus (2.15) folgt eine Eigenschaft der Roboterdynamik, die in den Stabilitätsbeweisen dieser Arbeit eine zentrale Rolle spielt:

Satz 1 *Die Matrix*

$$B(q_2, \dot{q}_2) = \dot{M}_R(q_2) - 2C_R(q_2, \dot{q}_2) \quad (2.17)$$

ist antisymmetrisch ($B^T(q_2, \dot{q}_2) = -B(q_2, \dot{q}_2)$), was gleichbedeutend ist mit

$$\dot{s}^T B(q_2, \dot{q}_2) \dot{s} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{R}^N \quad (2.18)$$

Beweis: Der Beweis erfolgt sofort aus (2.13–2.15), da

$$B = A - (2A - A^T) = A^T - A \quad (2.19)$$

Die relativ allgemeine Form (2.11) der dynamischen Gleichungen hat den Nachteil, dass das Modell nicht Zustands-linearisierbar ist [60]. Eine sehr nützliche Modellvereinfachung wurde in [100] eingeführt. Es handelt sich dabei um die Vernachlässigung der Matrix $S(q_2)$ in der Trägheitsmatrix $M_R(q_2)$. Diese Matrix entspricht den Trägheitsverkopplungen zwischen den Motoren und den Robotersegmenten.

- A2: Die kinetische Energie der motorseitigen Masse ist hauptsächlich durch die eigene Drehgeschwindigkeit der Motoren verursacht.

Für Roboter mit stark untersetzenden Getrieben, z.B. im Falle der DLR Leichtbauroboter mit $n = 160 \dots 600$, ist dies eine durchaus sinnvolle Approximation. Die Verkopplungen sind in diesem Fall um den Faktor der Getriebeübersetzung, also um mindestens zwei Größenordnungen kleiner als die Terme die durch die hohe Motorgeschwindigkeit verursacht werden (Anhang A.1).

Durch die Annahme $S(q_2) = 0$ kann die Dynamik des Roboters in zwei Gleichungssysteme zusammengefasst werden, die sich auf die motorseitige bzw. abtriebsseitige Dynamik des Roboters beziehen:

$$\tau_m = J\ddot{q}_1 + \tau \quad (2.20)$$

$$\tau = M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (2.21)$$

¹Für den Übergang von (2.13) zu (2.14) siehe auch Anhang B.

wobei

$$\tau = K(q_1 - q_2) \quad (2.22)$$

das Drehmoment in der Feder darstellt. Gleichung (2.21) entspricht der Dynamik eines starren Roboters, wie aus der Standardliteratur bekannt. Das Eingangsdrehmoment kommt jedoch von der Gelenkfeder und nicht vom Motor, während das Motordrehmoment über die Motordynamik (2.20) daran gekoppelt ist. Ein weiterer Vorteil dieses Modells ist, dass es eine direkte und intuitive Verallgemeinerung des Modells für starre Roboter darstellt. Für ein ideal starres Gelenk ist die Gelenkelastizität unendlich ($k_i \rightarrow \infty$). Da das Gelenkdrehmoment einen endlichen Wert hat, folgt aus (2.22)

$$q_1 = q_2, \dot{q}_1 = \dot{q}_2, \ddot{q}_1 = \ddot{q}_2 \quad (2.23)$$

und somit, durch Einsetzen von (2.20) in (2.21) das bekannte Starrkörpermodell:

$$\tau_m = (M(q_2) + J)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (2.24)$$

Bemerkung: Es sei hier nochmals explizit auf die Bedeutung der Matrix $M(q_2)$ hingewiesen. Diese Matrix enthält die Massen und die Trägheitstensoren für die abtriebsseitigen Segmente. Zur Masse jedes Segmentes i wird die Masse des darauffolgenden Rotors ($i + 1$) dazuaddiert. Dies ist durch die Annahme (A1) möglich, da die Geschwindigkeit des Massenzentrums von Rotor ($i + 1$) nicht von dessen eigener Geschwindigkeit abhängt. Vom Trägheitstensor des Rotors wird die dominante Komponente J berücksichtigt. Folglich vernachlässigt dieses Modell nur die Koppelträgheiten und die Kreiselmomente der Rotoren.

Zur Vervollständigung des Modells sind noch die Reibkräfte notwendig. Wegen der hohen Getriebeübersetzung ist die abtriebsseitige Reibung im Vergleich zur motorseitigen Reibung vernachlässigbar, so dass in der Literatur fast immer nur motorseitige Reibung modelliert wird. Mit wenigen Ausnahmen, wird die Dämpfung der Feder (Abb. 2.2) vernachlässigt. Diese Vereinfachung ist z.B. für die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung erforderlich. In dieser Arbeit wird die Federdämpfung in Form der diagonalen Dämpfungsmatrix D berücksichtigt. Insgesamt ergibt sich somit folgendes Modell, das den meisten Untersuchungen dieser Arbeit zugrunde liegt:

$$\tau_m = J\ddot{q}_1 + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} + \tau_F \quad (2.25)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (2.26)$$

$$\tau = K(q_1 - q_2) \quad (2.27)$$

τ_F stellt die motorseitige Reibung dar.

2.3 Reibungsmodellierung

Die Modellierung und Erfassung der Reibung stellt einen entscheidenden Punkt in der Modellierung von Robotern mit hohen Übersetzungsverhältnissen im Getriebe dar. Die

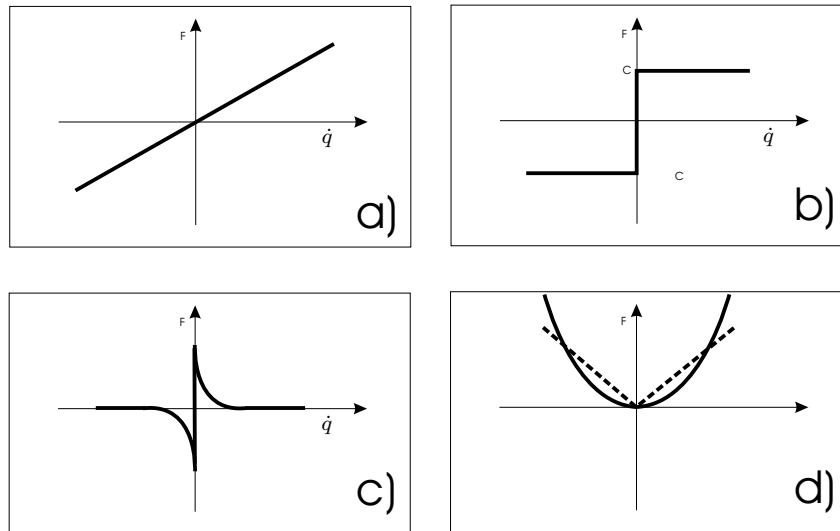


Abbildung 2.3: a) viskose Reibung, b) Coulomb-Reibung, c) Stribeck-Reibung (Haftreibung), d) lastabhängige Reibung

Reibung ist eine nichtlineare Modellkomponente, die eine Unstetigkeit im Ursprung der Geschwindigkeitsachse aufweist und dadurch das Verhalten des Systems grundsätzlich beeinflussen kann. Der Wirkungsgrad der Getriebe beim ersten DLR-Leichtbauroboter (mit der Übersetzung $n = 1 : 512$ bis $1 : 612$) beträgt ca. 35%. Beim zweiten Leichtbauroboter, mit den $n = 1 : 160$ untersetzenden Harmonic-Drive Getrieben liegt der Wirkungsgrad bei $65 \div 70\%$. Somit wird in beiden Fällen ein Großteil des Motordrehmoments zur Überwindung der Reibung benötigt. Im Vergleich zum Reibmoment sind z.B. Kreiselmomente in der Roboterdynamik vernachlässigbar. Folglich musste der Modellierung, Identifikation und Kompensation der Reibung besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Eine gute Übersicht zur Modellierung von Reibung in Antriebssystemen bietet [69]. Das Spektrum reicht von einfachen Strukturen, die viskose und Coulomb-Reibung enthalten, bis zu sehr detaillierten, mikroskopischen oder stochastischen Modellen. Speziell zur Reibungsmodellierung von Harmonic-Drive Getrieben wurden ausführliche Untersuchungen durchgeführt [48, 109, 29, 114]. Die Vielzahl der vorgeschlagenen Modelle und der sehr unterschiedliche Detaillierungsgrad weisen darauf hin, dass die Reibung meistens nur unvollständig modelliert werden kann und immer eine Ungenauigkeitsquelle im System darstellt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich die Reibkräfte nicht nur Geschwindigkeits- oder Lastabhängig, sondern auch im Laufe der Zeit und mit der Temperatur verändern.

Die eigenen Experimente an den DLR Leichtbaurobotern haben zur Berücksichtigung folgender Reibungskomponenten im Modell geführt:

- Viskose Reibung. Eine lineare Abhängigkeit der Reibkraft von der Geschwindigkeit ergibt in den untersuchten Fällen ausreichende Genauigkeit. Abhängigkeiten von höheren Potenzen der Gelenkgeschwindigkeit sind nicht relevant.

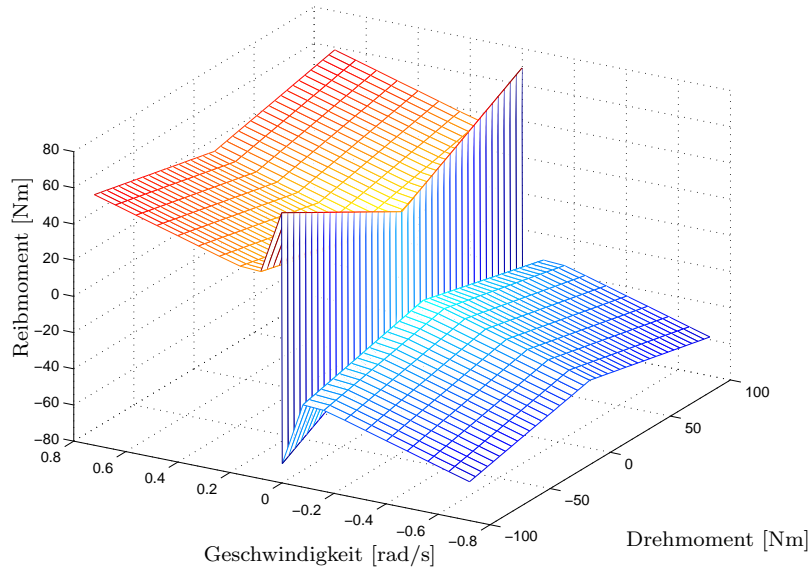


Abbildung 2.4: Reibungsmodell für ein Harmonic-Drive Getriebe

- Coulomb Reibung. Damit ist eine Reibkraft der Form

$$\tau_F = \tau_C \operatorname{sign}(\dot{q}_1) \quad (2.28)$$

gemeint, die einen Sprung in Ursprung der Geschwindigkeitsachse hat. Die Höhe des Sprunges hat sich aber als stark abhängig von der Gelenklast erwiesen. Somit ist neben einem konstanten Anteil τ_C , der auch in Abwesenheit der Last auftritt, eine lineare Abhängigkeit von der Last bei Harmonic-Drive und eine quadratische Abhängigkeit bei den Planetengetrieben festzustellen.

- Stribeck-Reibung Dieser Anteil modelliert das Phänomen, dass die Coulomb Reibung in Ruhelage einen höheren Wert annimmt, der dann mit dem Eintreten des Bewegungszustandes abnimmt. Für Simulationszwecke ist es nützlich, diesen Anteil mit einer stetigen Funktion anzunähern. Üblicherweise wird die Exponentialfunktion dazu benutzt.

Abb. 2.3 präsentiert die Verläufe der einzelnen Komponenten der Reibung. Ein weiteres Problem, das für die Aufstellung der Simulation von Interesse ist, ist die Behandlung der Unstetigkeit im Geschwindigkeitsursprung, da der Wert der Reibungskraft in diesem Zustand aus den vorherigen Betrachtungen unbestimmt ist. Dazu gibt es zwei Ansätze:

- In der Ruhelage werden die zwei angrenzenden Robotersegmente eines Gelenkes zu einem Körper zusammengeschlossen. Dazu ist die Erkennung der Ruhelage und eine Modellumschaltung in der Mehrkörpersimulation notwendig. Für einen N -achsigen Roboter wird damit zwischen 2^N Starrkörpermodellen abhängig von den ruhenden Gelenken umgeschaltet. Diese Methode führt auch für starre Roboter zu schnellen Simulationszeiten, hat aber den Nachteil der hohen Modellkomplexität.

- Es wird ein einziges Mehrkörpermodell benutzt und in der Ruhelage wird die Reibkraft der Motorkraft gleichgesetzt, bis zur Überschreitung der Losbrechkraft. Dies ist der physikalisch begründete Weg, kann aber bei hohen Gelenksteifigkeiten zu höheren Simulationszeiten führen. Da die Gelenke der simulierten Roboter jedoch erhebliche Elastizität aufweisen, wurde dieser Weg zur Simulation herangezogen.

Insgesamt ergibt sich somit folgendes allgemeine Reibungsmodell, das für die beiden Roboter dann spezifisch angepasst wurde:

$$\tau_F = \left\{ \begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{ll} \tau_m & \text{wenn } |\tau_m| < |\tau_F^{\max}| \\ \tau_F^{\max} = (1 + S)(\tau_C + \mu|\tau| + \mu_1\tau^2)\text{sign}(\tau_m) & \text{sonst} \end{array} \right\} & \text{wenn } |\dot{q}_1| \leq \epsilon \\ (\tau_C + \mu|\tau| + \mu_1\tau^2)(1 + Se^{-\frac{\dot{q}_1}{v_s}})\text{sign}(\dot{q}_1) + d_1\dot{q}_1 & \text{wenn } |\dot{q}_1| > \epsilon \end{array} \right. \quad (2.29)$$

τ_C , μ und μ_1 sind die Koeffizienten der konstanten und der Drehmoment-abhängigen Coulomb Reibung, S und v_s parametrisieren die Stribeck-Reibung, d_1 ist der Koeffizient der viskosen Reibung. ϵ ist eine kleine Konstante, die zur Vermeidung der Ermittlung des genauen Nulldurchgangs für die Geschwindigkeit dient und somit zur Verkürzung der Simulationszeit beiträgt. In einem realen System ist diese Konstante $\epsilon = 0$. Abb. 2.4 stellt exemplarisch die Reibungsabhängigkeit von Geschwindigkeit und Drehmoment dar.

2.4 Antriebsmodell

Die Schnittstelle für das Modell, welches in diesem Kapitel aufgestellt wurde, ist das Motordrehmoment. Insofern ist es sinnvoll die Motorregelung hier kurz zu beschreiben und ein Ersatzmodell für den Antrieb anzugeben, welches in der Gesamtsimulation des Roboters und in der Reglerauslegung benutzt wird.

In den Gelenken der Leichtbaurobter werden feldorientiert geregelte Permanentmagnetmotoren benutzt. Der Hauptunterschied zu den kommerziell verfügbaren Motoren besteht darin, dass die digitalen Hall-Sensoren mit analogen ersetzt wurden. Aus regelungstechnischer Sicht bedeutet dies eine deutliche Reduzierung der periodischen Drehmomentschwankungen. Eine ausführliche Beschreibung der Motorregelung für LBR1 findet man in [91, 93]. Abb. 2.5 stellt die Reglerstruktur für die Motoren des LBR2 dar.

I_a, I_b sind die Ströme in den Motorwicklungen. Für ein konstantes Drehmoment haben diese einen sinusförmigen Verlauf. Vom Gelenkregler werden die Ströme I_q und I_d kommandiert. I_q ist allein für die Erzeugung des Drehmoments verantwortlich. Zwischen I_q und τ_M gibt es einen einfachen proportionalen Zusammenhang. I_d trägt zur Feldschwächung bei und kann somit zur Erreichung höherer Drehzahlen bei niedrigen Lasten benutzt werden. Durch die Transformation von I_d und I_q in das Stator-Koordinatensystem mit Hilfe der Hall-Signale, werden die Motor-Sollströme I_{ar}, I_{br} erzeugt. Die Phasenströme werden anschließend mit einem linearen PI-Regler mit Vorwärtskompensation der Gegen-EMK geregelt. Die Reglertaktzeit im FPGA beträgt $25\mu s$. Das Verhalten des geregelten Motors

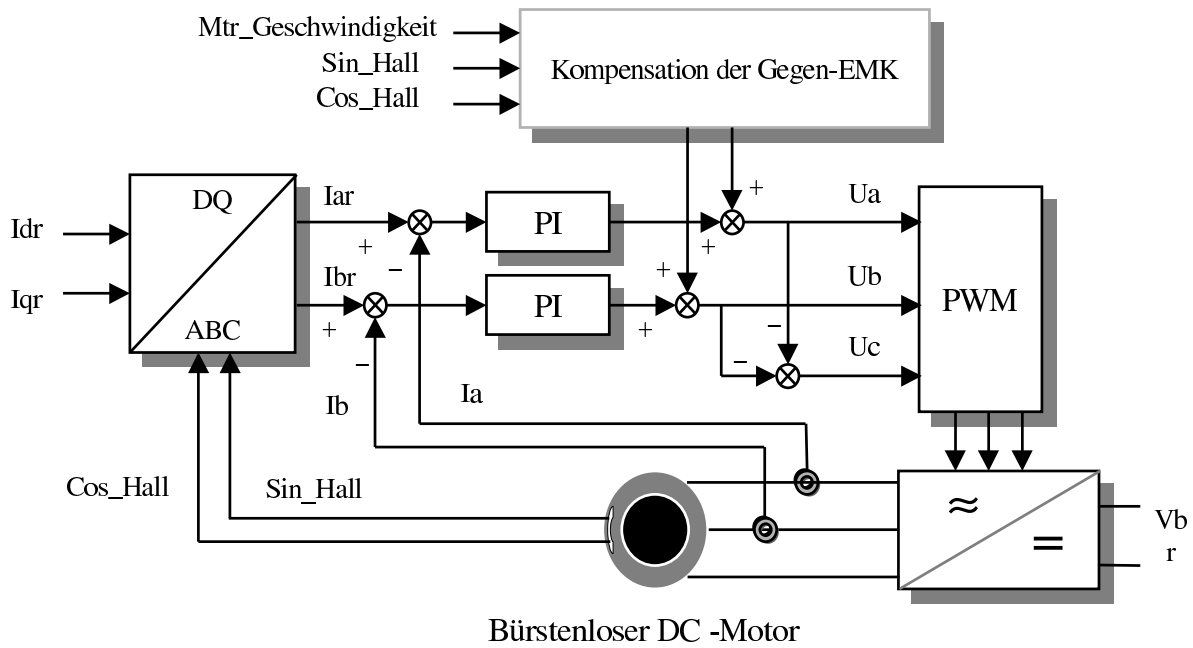


Abbildung 2.5: Feldorientierte Regelung der bürstenlosen Gleichstrommotoren

kann durch ein PT_1 Glied angenähert werden:

$$\frac{\tau_m(s)}{I_{q\text{soll}}(s)} = \frac{k_m}{1 + sT_{\text{mot}}} \quad (2.30)$$

Die Übergangszeit der geregelten Motoren ist für alle Achsen $t_{\text{mot}} < 200\mu\text{s}$. Da die Übergangszeit der geregelten Gelenke $t_G = 20\text{ms}$ nicht unterschreitet, also um mindestens zwei Größenordnungen langsamer ist, kann bei der Auslegung der Gelenkregler die Motorzeitkonstante vernachlässigt werden und der Motor als ideale Drehmomentquelle angenommen werden.

Kapitel 3

Parameteridentifikation

Während die theoretischen Modelle für Roboter mit elastischen Gelenken, die im vorherigen Kapitel präsentiert wurden, in der Literatur allgemein akzeptiert sind, stellt die Parameteridentifikation für diese Modelle eine besondere praktische Herausforderung dar, zu deren Lösung sich in der Literatur kein Weg eindeutig durchgesetzt hat. Die Hauptschwierigkeiten ergeben sich aus dem nichtlinearen Charakter des Modells, der großen Anzahl von Parametern für den Gesamtroboter, sowie der Tatsache dass die Antriebe in einem großen Drehzahl- und Lastbereich betrieben werden, für den das Modell seine Gültigkeit beibehalten muss. Das Modell des Roboters mit elastischen Gelenken und starren Verbindungsgliedern stellt eine wichtige Vereinfachung dar. Im realen Roboter treten jedoch zusätzliche Elastizitäten auf, z.B. in den Lagern, Gabelstrukturen etc., die entweder zusätzlich modelliert werden, oder in die äquivalente Ersatzelastizität des Gelenkes hineinfließen müssen. Ein Kompromiss zwischen der Einfachheit des Modells und einer ausreichenden Modelliergenauigkeit konnte nur durch einen langwierigen iterativen Prozess erreicht werden. In diesem Kapitel werden die in der Literatur gängigen Methoden zur Parameteridentifikation von Robotern mit elastischen Gelenken präsentiert und die damit verbundenen eigenen Erfahrungen und Ergebnisse dargestellt. Aus diesen Erfahrungen hat sich ein Weg herauskristallisiert, der zu einer einfachen, zuverlässigen und genauen Parameteridentifikation führt. Dieser Ansatz wird im Detail dargestellt und die entsprechenden Identifikations- und Simulationsergebnisse präsentiert.

Tabelle 3.1 fasst die zu bestimmenden Parameter der DLR-Leichtbauroboter zusammen.

3.1 Auswahlkriterien für die Identifikationsmethode

In der Fachliteratur sind viele unterschiedliche Methoden zur Identifikation der Gelenkparameter vorgestellt. Für die Identifikation des ersten Leichtbauroboters wurden einige davon eingesetzt und verglichen. In diesem Abschnitt wird eine Einteilung nach einigen entscheidenden Kriterien vorgestellt und es werden eigene Erfahrungen mit diesen Methoden zusammenfasst. Dabei werden folgende Kriterien besprochen:

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der Modellparameter für die DLR-Leichtbauroboter

Parameter des Starrkörpermodells	Kinematische Parameter	DH-Parameter
	Dynamik-Parameter	Schwerpunkte
		Massen
Gelenkmodell		Massenträgheiten
		Motorträgheit
		Gelenkelastizität und -Dämpfung
		Motorkennlinie
		Reibungsparameter

- Identifikation im Frequenzbereich oder Zeitbereich
- Optimierung einer dynamischen oder statischen Abbildung
- nichtlineares - linear parametrisiertes Modell
- modellbasierte oder modellfreie Ansätze
- online oder offline Identifikation

3.1.1 Frequenzbereich – Zeitbereich

Da das Gelenk als elastisch verbundenes Zweimassensystem eine ausgeprägte Resonanzstelle aufweist, ist es naheliegend Identifikationsverfahren im Frequenzbereich anzuwenden. Diese Methode wird z.B. in [89, 63, 41] benutzt. Im Rahmen einer Auftragsarbeit wurde die Methode auf ein Gelenk des LBR1 angewendet [62]. Ein typischer Frequenzgang ist in Abb. 3.1 dargestellt. Man erkennt sowohl im Frequenzgang wie auch im Phasengang die Resonanzstellen. Es fällt auf, dass das Gelenk auch eine zweite, hochfrequente Resonanzstelle hat. Damit dieser annähernd ideale Frequenzgang gemessen werden kann, müssen einige Bedingungen eingehalten werden. Vor allem muß das Gelenk nur in eine Richtung gedreht werden, um den Einfluss der Reibung und Lose zu reduzieren. Außerdem muss die Lastschwankung möglichst gering sein, um den Einfluss der nichtlinearen Steifigkeit zu vermeiden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde dieses Verfahren weiterentwickelt, um auch den erwähnten Nichtlinearitäten Rechnung zu tragen. Dies bezweckte vor allem eine bessere Übereinstimmung der Simulation mit Messdaten für typische Trajektorien des Roboterarmes. Insgesamt werden in diesem Optimierungsprozess folgende Parameter optimiert:

- lastabhängige, nichtlineare Federkonstante
- Dämpfung
- lastabhängige Reibung

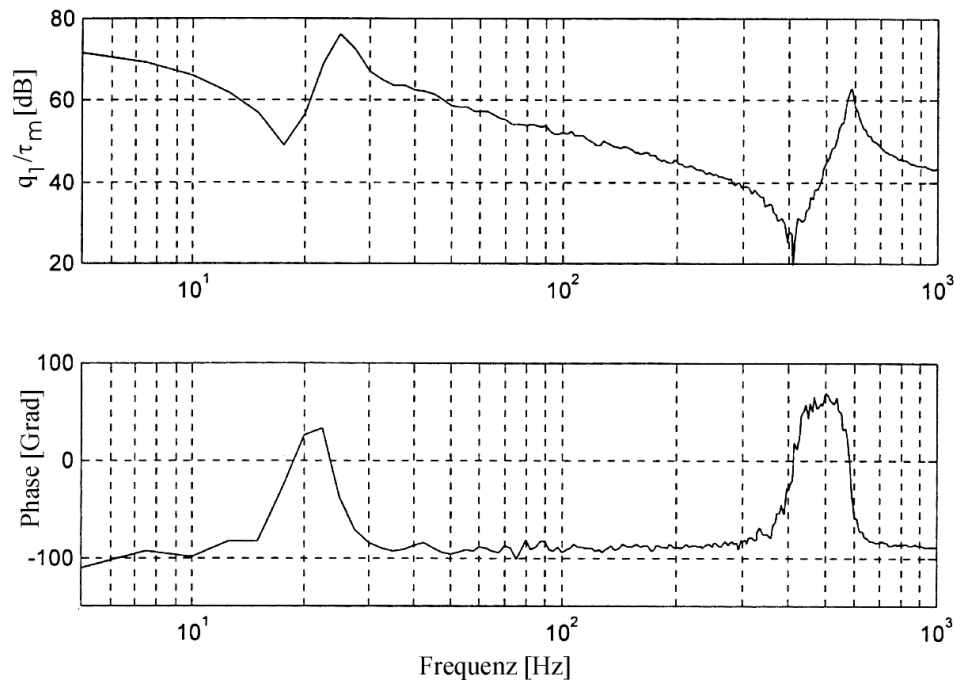


Abbildung 3.1: Frequenzgang Motormoment - Motorgeschwindigkeit

- Lose
- Trägheitsmomente
- periodisch variabler Wirkungsgrad

Die Ergebnisse dieser Identifikationsversuche können wie folgt zusammengefasst werden:

- Für die einzelnen Messungen konnte eine relativ gute Übereinstimmung zwischen Messung und Modell erreicht werden.
- Wegen des stark nichtlinearen Charakters und der schlechten Konditionierung des Optimierungsproblems sind die erzielten Parameterwerte stark vom Startwert abhängig. Auch für unterschiedliche Trajektorien ergeben sich unterschiedliche Parametersätze, was darauf hinweist, dass nicht die realen physikalischen Werte, sondern jeweils ein lokales Minimum erreicht wird. Die große Anzahl von Parametern macht die Optimierung sehr zeitaufwendig.

Auf diesem Weg konnte kein Modell für den gesamten Arbeitsbereich des Roboter gelenkes erreicht werden.

Während die Identifikation im Frequenzbereich nur für annähernd lineare Modelle gute Ergebnisse liefert und dafür eine Anregung des Gelenkes in einem großen Frequenzspektrum erfordert (z.B. durch überlagertes weißes Rauschen auf dem Stromsollwert), ist die Identifikation im Zeitbereich besser geeignet, um mit den ausgeprägten Nichtlinearitäten

des Gelenkes zurechtzukommen. Außerdem eignet sich das Zeitbereich-Verfahren gut zur Identifikation entlang von Trajektorien, die den typischen Bewegungen des Roboters entsprechen. Deswegen wurden die weiteren Arbeiten auf die Identifikation im Zeitbereich konzentriert.

3.1.2 dynamische – statische Abbildung

Betrachten wir ein allgemeines nichtlineares System der Form

$$\dot{x}(t) = f(u(t), x(t), \theta) \quad (3.1)$$

$$y(t) = g(x(t), \theta) \quad (3.2)$$

mit dem Eingang $u(t)$, dem Zustand $x(t)$ und dem messbaren Ausgang $y(t)$, sowie dem unbekanntem Parametervektor θ . Stehen zur Identifikation des Parametervektors θ nur die Messwerte y_m und u_m zur Verfügung, so wird mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens der quadratische Fehler

$$e = \|y_m(u_m(t), \theta) - \hat{y}(u_m(t), \hat{\theta})\|^2 \quad (3.3)$$

minimiert. In jedem Optimierungsschritt wird zur Berechnung des Schätzwertes $\hat{y}(t)$ eine Simulation des dynamischen Systems mit dem gemessenen Eingangswert $u_m(t)$ und der aktuellen Schätzung für den Parametervektor $\hat{\theta}$ durchgeführt. Das führt meistens zu sehr langen Rechenzeiten. Dies ist z.B. bei Identifikationen im Frequenzbereich der Fall.

Ist es nun möglich den Zustandsvektor $x(t)$ zu messen oder auf einfache Weise (z.B. durch numerische Differentiation oder aufgrund bekannter Teilsysteme des Modells) aus Messdaten zu errechnen, so entfällt die Notwendigkeit der Simulation des nichtlinearen Systems. Dies hat eine erhebliche Reduzierung der Optimierungszeit zur Folge, da jetzt nur noch eine *statische Abbildung* der Form (3.2) optimiert werden muss.

3.1.3 nichtlineares – linear parametrisiertes Modell

Eine weitere deutliche Vereinfachung des Optimierungsproblems erreicht man, wenn es möglich ist, die Gleichung (3.2) in der Form

$$y = Y(x(t))\theta_1 \quad (3.4)$$

zu schreiben. Dabei ist der *Regressor* $Y(x)$ eine Matrix deren Elemente nichtlineare Funktionen des Zustandsvektors $x(t)$ sind, die aber nicht von den unbekanntem Parametern θ_1 abhängen. Ist der Zustand $x(t)$ messbar, so kann die Matrix $Y(x(t))$ folglich immer berechnet werden und somit reduziert sich die Parameteridentifikation auf ein lineares Optimierungsproblem.

Im Normalfall ist der Parametervektor θ der physikalischen Modellparameter in (3.2) nicht identisch mit θ_1 in (3.4). Der Parametervektor θ_1 der die Darstellung (3.4) ermöglicht, muss durch geeignete Manipulationen der Systemgleichungen ermittelt werden.

Durch geeignete Wahl der Modelldarstellung und der Messexperimente wird im weiteren Verlauf der Arbeit immer angestrebt, das Problem der Parameteridentifikation auf ein *statisches, lineares* Optimierungsproblem zu reduzieren.

3.1.4 modellbasiert – modellfrei

Alle bisher präsentierten Identifikationsmethoden setzen die Kenntnis der Struktur des Modells in Form von speziellen, expliziten Gleichungen voraus. Natürlich ist es in Erwägung zu ziehen, welche Vor- und Nachteile modellfreie Identifikationsmethoden mit sich bringen. Im Rahmen der Arbeit wurden zwei Ansätze näher verfolgt:

- **Identifikation einer linearen Übertragungsfunktion**

Dieser Standardansatz aus der linearen Regelungstechnik setzt eine unbekannte Übertragungsfunktion der Form:

$$H(s) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i s^i}{\sum_{j=0}^n b_j s^j} \quad (3.5)$$

voraus [74]. Dabei können sowohl die Koeffizienten a_i und b_i als auch die Ordnung des Systems n optimiert werden. Die Optimierung basiert auf Messungen der Ein- und Ausgangsgröße (z.B. Motor-Drehmoment und abtriebsseitige Position) und der Bestimmung einer experimentellen Übertragungsfunktion. Es stellte sich sehr schnell heraus, dass aufgrund der ausgeprägten Nichtlinearitäten ein solcher Ansatz schon im Falle eines einzelnen Gelenkes wenig Erfolgchancen hat.

- **Nichtlineare Identifikation mittels neuronaler Netze**

Diese Methode weckte zu Beginn der neunziger Jahre hohe Erwartungen und es wurden Arbeiten unternommen, diesen Ansatz aus theoretischer und praktischer Sicht zu fundieren. Dabei sind wertvolle Ergebnisse vor allem für die Identifikation *statischer nichtlinearer* Abbildungen entstanden, die auch in der Robotik Anwendung fanden [67, 39]. Die Struktur einer weit verbreiteten Klasse von neuronalen Netzen kann wie in Abb. 3.2 dargestellt werden [97]. Die Neuronen führen eine vorgegebene nichtlineare Funktion Φ aus, z.B.

$$\Phi_\sigma(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \text{oder} \quad \Phi_G(x) = e^{-x^2} \quad (3.6)$$

Die Ausgänge der Neuronen werden dann über die Gewichtungsmatrizen W_i und den Offsetvektoren B_i linear kombiniert. Die Funktion die ein zweischichtiges neuronales Netz beschreibt, ist:

$$y = W_2 \Phi(W_1 u + B_1) + B_2 \quad (3.7)$$

Aufgrund des Weierstrass-Theorems kann bewiesen werden (z.B. [38]), dass diese Strukturen einen universellen Approximator darstellen (d.h., dass beliebige, stetige Funktionen $y = f(u)$ mit einem ausreichend großen Netz beliebig genau approximiert werden können). Gleichzeitig ermöglicht diese nichtlineare Repräsentierung eine kompaktere Darstellung des Systems (im Sinne der Anzahl der zu adaptierenden Parameter) als andere lineare Approximationsmethoden [13].

Das Problem der Adaption der Parameter W_i und B_i des neuronalen Netzes, um eine entsprechende Approximationsgenauigkeit zu erreichen, ist im allgemeinen ein nicht-lineares Optimierungsproblem, das in diesem Fall als *Lernen* oder *Training* bezeichnet

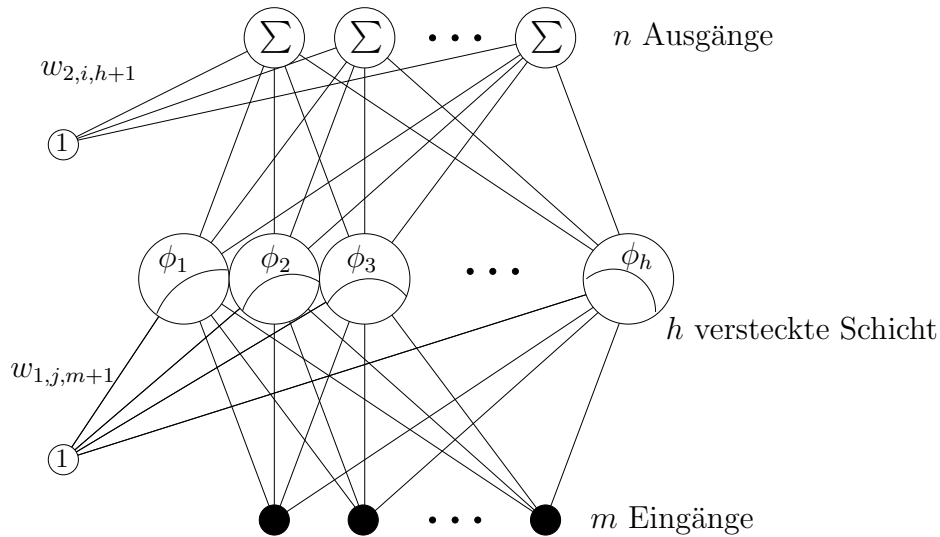


Abbildung 3.2: Struktur eines neuronalen Netzes

wird. Typischer Weise wird das Training mit Gradientenabstieg, Newton-Euler, oder Conjugate-Gradient [97] Optimierungsmethoden durchgeführt. Somit weist es die schon vorhin erwähnten Schwierigkeiten der nichtlinearen Optimierung auf.

Es wurden unterschiedliche Versuche unternommen, das Problem der nichtlinearen Optimierung zu umgehen [98]. Eine Reihe von Arbeiten [81, 25] schlagen Netzstrukturen mit einer Neuronenschicht vor, deren Nichtlinearität lokal (z.B. Gaußkurve) ist und deren Parametrierung a priori festgelegt wird. (z.B. $W_1 = I$, $B_1 = -B_{\text{const}}$, zusätzlich ist $B_2 = 0$). Das Netz wird dann durch folgende Funktion beschrieben:

$$y = W \Phi(u + B_{\text{const}}) \quad (3.8)$$

Diese Form erinnert an Gleichung (3.4), d.h. das nichtlineare System ist linear in den zu optimierenden Parametern W . Somit wird das Trainieren des Netzes ein lineares Optimierungsproblem. Diese wesentliche Vereinfachung wird aber auf Kosten der deutlichen Vergrößerung der Anzahl der Neuronen erreicht. Um eine gute Approximation trotz nicht adaptierbarer Nichtlinearitäten zu erreichen, müssen die Neuronen im praktischen Fall einen stark eingeschränkten lokalen Charakter haben und dies führt für hohe Dimensionen des Ein- Ausgangspaars $\{u, y\}$ zu großen neuronalen Netzen und somit zu langen Trainingszeiten. Man kann davon ausgehen, dass die Dimension des Netzes und die Größe der Trainingsdaten exponentiell von der Dimension des Eingangsvektors y abhängt. Dieses Phänomen wird auch als *Fluch der Dimensionalität* (*curse of dimensionality*) von den Neuroinformatikern bezeichnet.

Für die praktische Anwendung kann zusammengefasst werden, dass neuronale Netze dann eine sinnvolle Alternative darstellen, wenn eine nichtlineare algebraische Abbildung vorliegt, über die kein physikalisches Modell mit ausreichender Genauigkeit aufgestellt werden kann. Wegen des Dimensionalitäts-Problems hat man die besten Erfolgchancen,

wenn die Identifikation auf unabhängige Teilfunktionen mit wenig Eingangsvariablen reduziert wird.

Bei den ersten Identifikationsversuchen im Rahmen dieser Arbeit wurde ein besonderes Augenmerk auf die neuronalen Verfahren gelegt. Feed-Forward Netze mit der Struktur aus Abb. 3.2 und der nichtlinearen Neuronenfunktion $\Phi_\sigma(x)$ wurden mit nichtlinearen Optimierungsverfahren trainiert. Für die Gelenkidentifikation wurden sie zur Identifikation der Reibung und der nichtlinearen Federsteifigkeit [92] sowie zum Erlernen des Gravitationsmodells des LBR1 eingesetzt. Diese Experimente und die dazugehörigen Ergebnisse werden in dem Abs. 3.4 präsentiert.

3.1.5 online – offline

Es ist erwägenswert, online-Identifikationsmethoden einzusetzen, um zeitliche Veränderungen der Parameter zu erfassen. Dabei ist man mit zwei Schwierigkeiten konfrontiert:

- (1) Für die Konvergenz der Parameter muss das System *permanent erregt* sein (*persistently excited*), d.h. die Messsignale müssen den zur Konvergenz notwendigen Informationsgehalt haben.
- (2) Wenn die optimierten Parameter gleichzeitig zur Regelung benutzt werden, so müssen zusätzliche Maßnahmen zur Sicherung der Stabilität des Gesamtsystems getroffen werden.

Punkt (1) ist schon für kleine Teilsysteme, wie die Reibung, schwer zu gewährleisten. Im Gegensatz dazu können durch offline-Identifikation gezielt solche Messungen durchgeführt werden, für die ein großer Eingangsdatenbereich abgedeckt ist. In Anbetracht dieser Tatsache, wie auch von Punkt (2), erscheint es sinnvoll, auf online-Identifikation zu verzichten. Eine interessante Alternative dazu bieten hingegen die Methoden der adaptiven Regelung mit Referenzmodell (MRAC), die Stabilität und Konvergenz des Regelfehlers gewährleistet, auch ohne der Forderung nach Konvergenz der Streckenparameter zu den realen Werten. Adaptive Regelung liegt aber ausserhalb des Rahmens dieser Arbeit und soll ein Thema zukünftiger Arbeiten am LBR darstellen.

3.2 Vorüberlegungen zur Identifikation der Gelenkparameter

Die Identifikation der Gelenkparameter eines Roboters im zusammengebauten Zustand ist aus praktischen Gründen sehr wünschenswert. Im Falle von käuflich erworbenen Robotern ist die Zerlegung zur Identifikation der einzelnen Achsen [113] mit sehr viel Zusatzaufwand verbunden. Es stellt sich jedoch relativ schnell heraus, dass vor allem die Identifikation der Gelenksteifigkeiten im zusammengebauten Zustand sehr ungenau ist. Durch die Verkopplung der Schwingung der einzelnen Achsen ergeben sich sehr komplizierte Zusammenhänge zwischen den Gelenkelastizitäten und den Schwingungsfrequenzen des Roboters. Auch in

dem, sehr vorteilhaften Fall, dass Motor- und Abtriebsposition sowie das Gelenkdrehmoment zur Verfügung stehen, stellt sich die Identifikation der Gelenksteifigkeiten für den LBR als kritisch heraus. Darauf wird im entsprechenden Abschnitt näher eingegangen. Wenn kein Abtriebssensor zur Verfügung steht oder wenn auch andere Elastizitäten auftreten, die nicht zwischen Motor- und Abtriebssensor liegen, bleibt als Alternative nur die indirekte Ermittlung der Elastizität aufgrund der Schwingungsfrequenz. In diesem Fall bieten sich folgende Möglichkeiten zur Identifikation der Gelenkparameter an:

- **M1 Gleichzeitige Identifikation für alle Achsen** des Roboters. Bei diesem Ansatz ergibt sich eine große Anzahl von Parametern (N Steifigkeiten und N Dämpfungswerte). Dabei muss ein genaues Starrkörpermodell bekannt sein. Es handelt sich in diesem Fall um ein nichtlineares Optimierungsproblem. Somit erscheint dieser Ansatz sehr aufwendig und wenig erfolgsversprechend.
- **M2 Identifikation einzelner Achsen, wobei die restlichen Achsen als steif angenommen werden.** Diese Ansatz findet seine Anwendung bei Robotern, die keine sehr hohe Elastizitäten aufweisen, z.B. im Falle von Industrierobotern [105, 111]. Die Achsen von Industrierobotern werden typischerweise so gebaut, dass die Trägheit der einzelnen Achsen in großen Stufen von der Basis zur Spitze abnimmt, um die Verkopplungen möglichst gering zu halten. Dies fällt vor allem beim Vergleich zwischen den Hand- und den Hauptachsen auf. Damit können die Schwingungsfrequenzen leichter voneinander getrennt werden.

Beim DLR-Leichtbauroboter sind diese Bedingungen nur in geringem Grade erfüllt. Die Leichtbau-Konstruktionsweise erfordert eine Minimierung der Trägheit eines jeden Gelenkes, die Verkopplungen sollen durch die Regelung kompensiert werden. Dadurch liegen die Schwingungsfrequenzen der einzelnen Achsen im gleichen Größenordnungsbereich. Somit führt der Roboter eine gekoppelte Schwingungsbewegung aus, die von den Steifigkeiten mehrerer Achsen gleichzeitig abhängt. Folgendes Beispiel veranschaulicht die durch diese Methode verursachte Identifikations-Ungenauigkeit:

Beispiel: Es soll die Steifigkeit der zweiten Achse des LBR2 unter der Annahme (**M2**) ermittelt werden. Dazu wird für den Roboter eine Konfiguration ausgesucht, in der alle anderen Drehachsen senkrecht auf die zweite Achse stehen. Diese Konfiguration ist in Abb. 3.3 dargestellt. Wirkt auf den Roboter ein Drehmoment um die zweite Achse, so ist die Verschiebung der Roboterspitze im statischen Fall nur von der Elastizität dieser Achse abhängig. Somit ist die maximale Entkopplung erreicht. Regt man aber das Gelenk mit einem solchen Drehmoment an und läßt den Roboter dann frei schwingen, so werden zusammen mit der zweite Achse auch weitere Achsen zu schwingen anfangen. Abb. 3.4 zeigt die Drehmomente der ersten drei Gelenke, die bei diesem Experiment aufgenommen wurden. Auffallend ist, dass die Achsen 2 und 3 mit der gleichen Frequenz schwingen, was darauf hindeutet, dass es sich um eine gekoppelte Schwingung dieser Achsen handelt. Die Erklärung dafür findet man in erster Linie in der Starrkörperdynamik des Armes: Führt der Arm eine Schwingungsbewegung um die zweite Achse durch, so tritt in dem angewinkelten Arm unter anderem eine Fliehkraft auf, die ein Drehmoment um die dritte

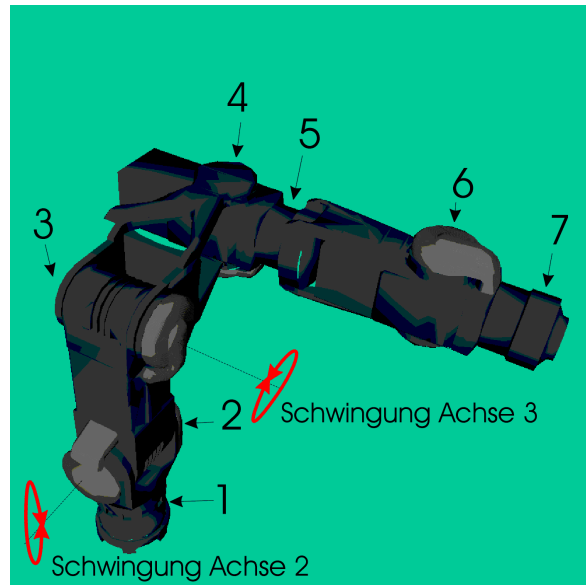


Abbildung 3.3: Roboterkonfiguration zur Ermittlung der Schwingungsfrequenz der Achse 2 des LBR2

Achse verursacht. Dadurch entsteht die verkoppelte Schwingung zwischen Achse zwei und drei, obzwar die Achsen senkrecht zueinander stehen. Allgemein kann gesagt werden, dass für die zweite Achse keine Konfiguration gefunden werden kann, für die eine ausreichende Entkopplung erreicht wird. Ermittelt man in dem angegebenen Beispiel die Steifigkeit in der Annahme (**M2**), so ergibt sich ein Wert von $k_{(M2)} = 10500 \text{ Nm/rad}$. Daraus errechnet sich ein Fehler von 28% im Vergleich zum Steifigkeitswert $k = 14600 \text{ Nm/rad}$, der auf einem Gelenkprüfstand ermittelt wurde. Somit hat sich dieser Ansatz als zu ungenau für den Leichtbauroboter disqualifiziert.

- **M3 Identifikation einzeln aufgebauter Gelenke.** Aus den vorhergehenden Betrachtungen geht hervor, dass eine Identifikation der Parameter für jedes Gelenk einzeln die beste Lösung ist, wenn eine hohe Modellgenauigkeit erreicht werden soll. Das bezieht sich vor allem auf die Gelenksteifigkeit und -dämpfung, die restlichen Parameter können problemlos auch im zusammengebauten Zustand ermittelt werden. Dadurch, dass die einzelnen Gelenke der DLR-Roboter im Hause gefertigt und nachher zusammengebaut werden, stellt der Aufbau und die Identifikation der einzelnen Gelenke vor dem Zusammenbau keinen erheblichen Aufwand dar. Im Gegenteil, für jeden neuen Gelenktyp ist die Inbetriebnahme der Mechanik und Elektronik mit einem geeigneten Gelenkprüfstand leichter durchzuführen. Für schon zusammengebaute Roboter ist die in [37] gewählte Lösung eine denkbare Alternative. Hier wird die Entkopplung der Gelenkschwingungen durch geeignetes Einspannen entsprechender Robotersegmente erreicht. Dies erfordert den Einsatz von speziell gefertigten Spannvorrichtungen, deren Steifigkeit um Größenordnungen höher ist als die der Gelenke.

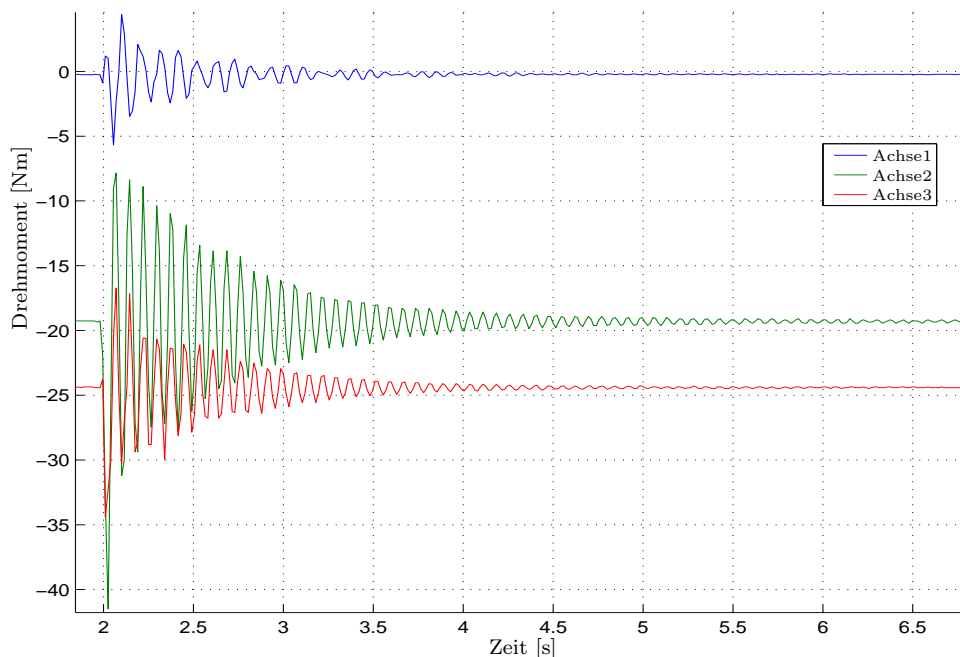


Abbildung 3.4: Schwingungsmessung zur Ermittlung der Gelenkelastizität am zusammengebauten Roboter

3.3 Identifikation der Gelenkparameter

Im Abs. 3.1 wurden unterschiedliche Methoden und Aspekte der Parameteridentifikation präsentiert und besprochen. Die meisten dieser Methoden wurden zur Identifikation der Parameter für den LBR1 experimentell untersucht, so dass die Anmerkungen zur praktischen Anwendbarkeit dieser Methoden für die Identifikation von Robotergelenken auf persönlichen Erfahrungen und experimentellen Ergebnissen beruhen. Aus diesen Versuchen hat sich ein Weg zur Identifikation herauskristallisiert, der zu einer schnellen und genauen Parameteridentifikation führt. Diese Identifikationsverfahren wurden danach für den LBR2 erfolgreich eingesetzt. Die erhaltenen Parameterwerte sind im gesamten Arbeitsbereich gültig und weisen für unterschiedliche Reglerstrukturen sehr gute Übereinstimmung mit den Messungen auf. In diesem Abschnitt wird dieser Identifikationsweg genau beschrieben.

Zur Durchführung der Identifikation wurde jedes Gelenk einzeln in einem Prüfstand wie in Abb. 3.5, vor dem Zusammenbau des Roboters, aufgebaut. Dabei wurde eine abtriebsseitige Lastmasse ausgewählt, die in etwa den Verhältnissen im Roboter entspricht.

Um eine möglichst gute Konditionierung des Optimierungsproblems zu erreichen und die Datenmengen (somit auch Mess- und Optimierungszeit) einzuschränken, wurden die Parameter in kleine Parametergruppen eingeteilt, die durch geeignete Messungen unabhängig voneinander identifiziert werden können. Diese Parametergruppen wurden in Tabelle 3.1 bereits aufgezählt.

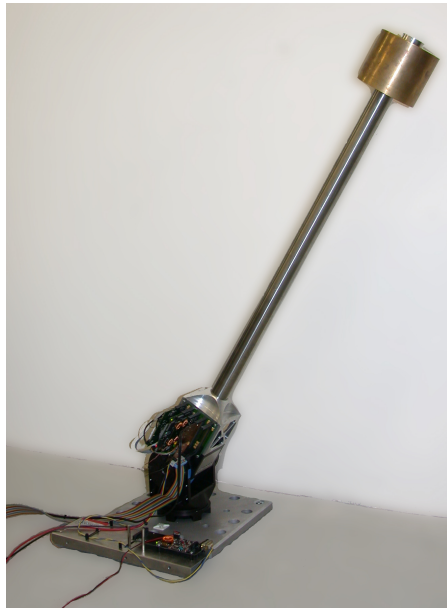


Abbildung 3.5: Prüfstand zur Identifikation der Gelenkparameter

In allen Fällen wurde eine *offline* Optimierung aufgrund von Messungen im *Zeitbereich* durchgeführt.

In den nächsten Unterabschnitten wird die Identifikation der einzelnen Parametergruppen dargestellt.

3.3.1 Identifikation der Gelenksteifigkeit und Dämpfung

Die Herkunft der Nachgiebigkeit im Gelenk kann am besten auf der vereinfachten Skizze in Abb. 3.6 erkannt werden. Die Elastizität stammt hauptsächlich aus dem Harmonic-Drive Getriebe (F_1) und aus dem Drehmomentsensor (F_2). Diese zwei Teile sind direkt miteinander verbunden, ohne einer bemerkenswerten Masse dazwischen, so dass die beiden Federn zu einer Ersatzelastizität zusammengeschlossen werden können. Zusätzlich sind aber auch geringere Elastizitäten (F_3, F_4) in den Verbindungsstrukturen zu beobachten, die die Schwingungsfrequenz des Gelenkes beeinflussen. Die einfachste Möglichkeit eine Ersatzfeder zu identifizieren ist, die Motorträgheit mit Hilfe der Bremse festzuhalten und die Abtriebsträgheit zum Schwingen anzuregen. Diese Methode hat den Vorteil, dass aus dem Zweimassenmodell ein Feder-Masse Modell entsteht, dessen Schwingungsfrequenz in einfachster Weise von der Gelenksteifigkeit abhängt. Außerdem wird auf diese Weise der nichtlineare Einfluss der Coulomb-Reibung beseitigt, da diese nur motorseitig ansetzt. Somit hat das System in guter Näherung ein lineares Verhalten.

Bekanntlich weist die Gelenksteifigkeit eine Abhängigkeit von dem Gelenkdrehmoment auf. In dem Versuchsaufbau aus Abb. 3.5 kann das Gelenk einfach in unterschiedlichen Positionen durch die Gravitationskraft belastet werden, um diese Abhängigkeit zu überprüfen. Die Datenaufnahme ist vollständig automatisiert. Das Gelenk bewegt sich mit

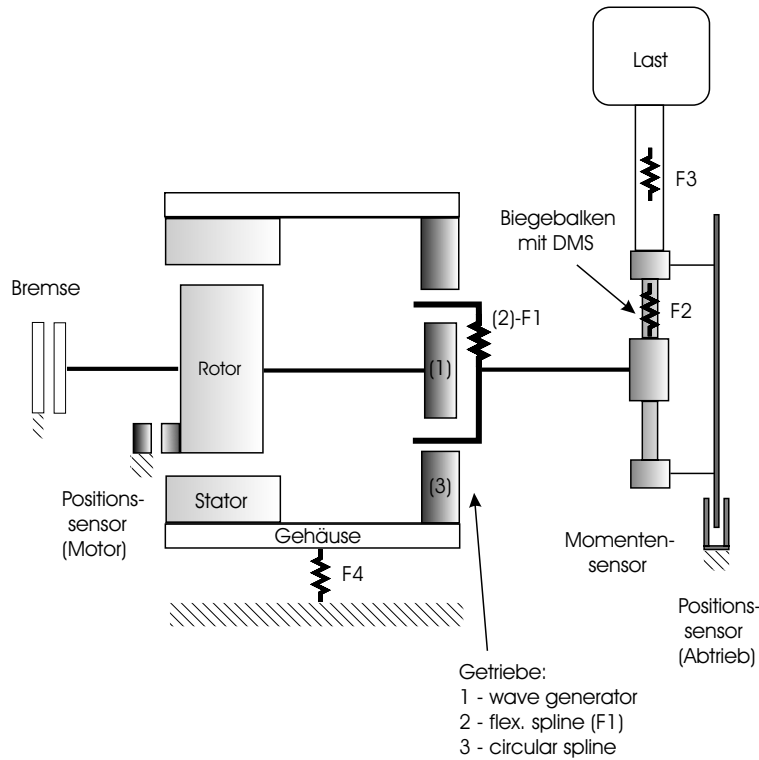


Abbildung 3.6: Skizze des Prüfstandes zur Identifikation der Gelenkparameter

konstanter Winkelgeschwindigkeit. In konstanten Abständen, (z.B. 10°) ausgehend aus der vertikalen Position, wird die Regelung ausgeschaltet und der Motor durch die Bremse zum Stehen gebracht. Dieser Geschwindigkeitssprung des Motors regt die Feder und die abtriebsseitige Masse zum Schwingen an. Die Schwingung ist am Drehmomentsignal deutlich erkennbar. Ein Messschrieb für die zweite Achse ist in Abb. 3.7 gezeigt.

Für diesen einfachen eindimensionalen Fall mit blockierter Motorwelle reduzieren sich die Gleichungen (2.27),(2.26) des Systems auf

$$\tau + d/k \dot{\tau} = J_2 \ddot{q}_2 + m_2 g l_{g_2} \sin(q_2) \quad (3.9)$$

$$\tau = k(q_{1,0} - q_2) \quad (3.10)$$

oder

$$kq_{1,0} - m_2 g l_{g_2} \sin(q_2) = J_2 \ddot{q}_2 + d\dot{q}_2 + kq_2 \quad (3.11)$$

Dabei ist J_2 die Massenträgheit, m_2 die Masse und l_{g_2} der Schwerpunkt des abtriebsseitigen Segments mit Last. $q_{1,0}$ ist die konstante Motorposition. Da die Winkelamplitude der Schwingung klein ist (für das Experiment in Abb. 3.7 $\Delta q_{2,max} < 0.2^\circ$) ist eine Linearisierung um den jeweiligen Ruhezustand durchaus zulässig. Mit den Notationen

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 + \Delta\tau \\ q_2 &= q_{2,0} + \Delta q_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

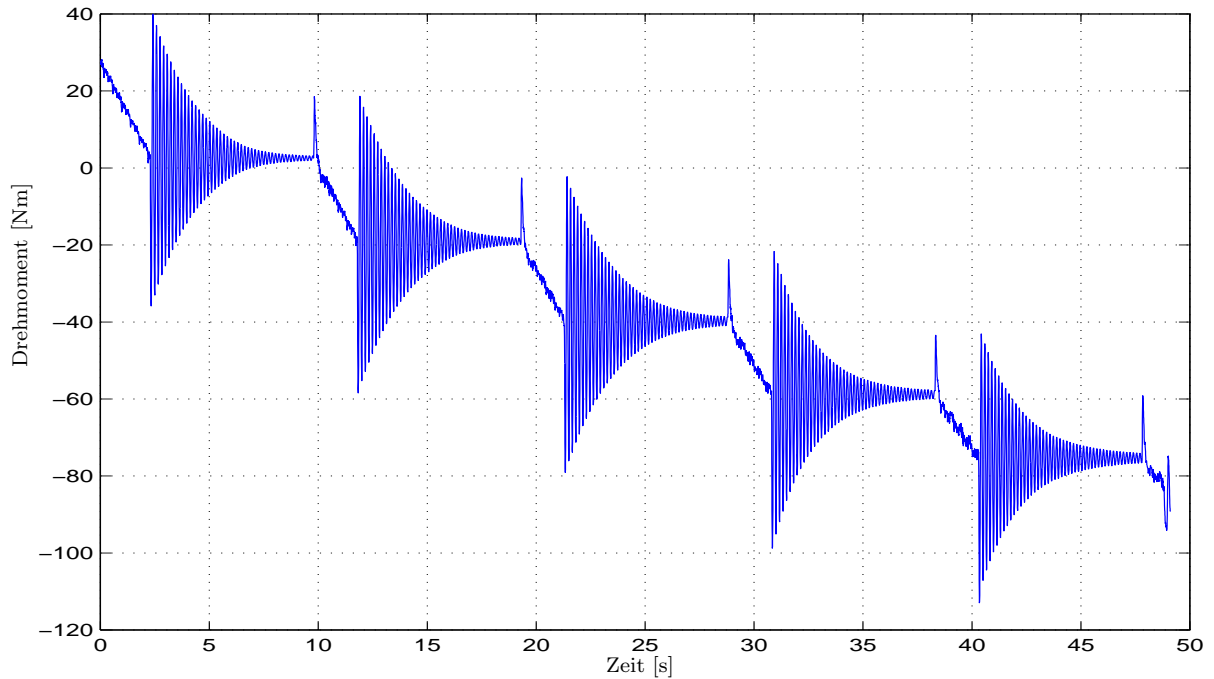


Abbildung 3.7: Automatisierte Schwingungsmessung in unterschiedlichen Gelenkpositionen zur Bestimmung der Gelenkelastizität und -Dämpfung

ist das linearisierte System

$$\begin{aligned} 0 &= J_2 \Delta \ddot{q}_2 + d \Delta \dot{q}_2 + (k + m_2 g l_{g2} \cos(q_{2,0})) \Delta q_2 \\ \Delta \tau &= k \Delta q_2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Somit hat die Drehmomentdifferenz die Form

$$\Delta \tau = \Delta \tau_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \phi) \quad (3.14)$$

Die Datenprozessierung zur Parameteridentifikation wird mit einem Matlab Programm durchgeführt. Aus dem Messschrieb in Abb. 3.7 wird für jeden Linearisierungspunkt das gemessene Drehmoment $\Delta \tau_m$ isoliert und der Parametervektor (α, ω) so optimiert, dass der Fehler

$$e(\alpha, \omega) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta \tau_i(\alpha, \omega) - \Delta \tau_{mi})^2 \quad (3.15)$$

(mit der Anzahl der Messpunkte N) minimiert wird.

Wählt man den Anfangspunkt der Messung so, dass $\phi = 0$ ist, erhält man für das Drehmoment $\Delta \tau(t, \alpha, \omega)$ eine Abhängigkeit die zwar nichtlinear in α und ω ist, aufgrund der besonderen Einfachheit aber problemlos mit Standard-Optimierungsmethoden identifiziert werden kann. Abb. 3.8 zeigt das gemessene Drehmoment $\Delta \tau_m$ und das Ergebnis der Identifikation $\Delta \tau$ beispielhaft für einen Linearisierungspunkt. Man bemerkt, dass die Schwingungsfrequenz und die Dämpfung der beiden Signale sehr gut übereinstimmen.

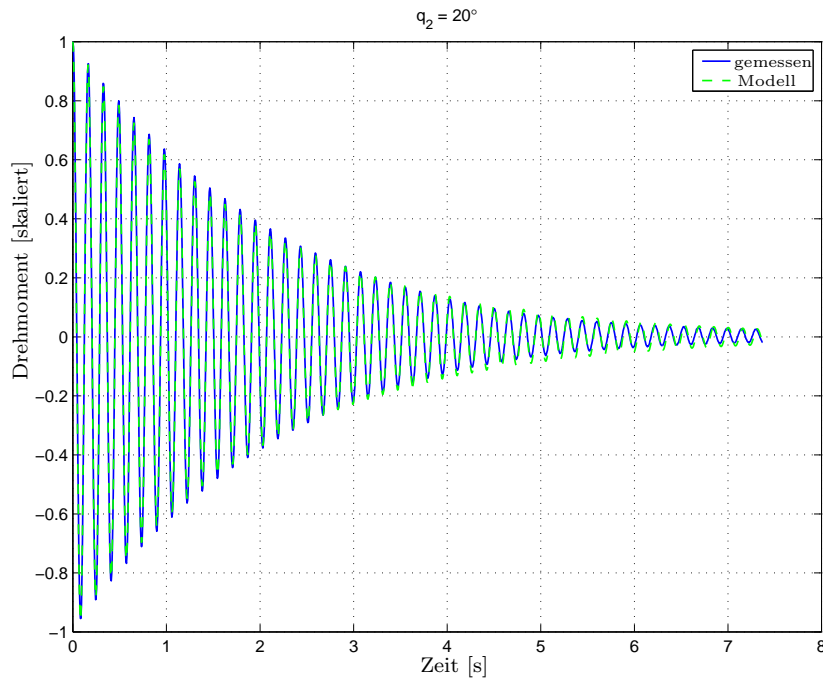


Abbildung 3.8: Gemessene Gelenkschwingung und Optimierungsergebnis für die Achse 2 des LBR2, bei einem Winkel $q_2 = 20^\circ$

Die Masse, die Massenträgheit und der Schwerpunkt der Last sind aufgrund der einfachen geometrischen Form mit hoher Genauigkeit aus den CAD-Daten bekannt. Somit lässt sich die Gelenkelastizität k und die Dämpfung d direkt aus α und ω bestimmen:

$$\begin{aligned} d &= 2\alpha J_2 \\ k &= \omega^2 J_2 + \frac{d^2}{4J_2} - m_2 g l_{g2} \cos(q_{2,0}) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die Identifikationsergebnisse für Achse 2 sind in der Tabelle 3.2 zusammengefasst und die Steifigkeitskurve ist in Abb. 3.9 dargestellt.

Tabelle 3.2: Identifikationsergebnisse aus Schwingungsmessung

	Frequenz [Hz]	Steifigkeit [Nm/rad]	Dämpfung [Nms/rad]
min. Wert	6.02	14578.0	8.21
max. Wert	6.28	15970.0	9.50
mitt. Wert	6.17	15351.0	8.73
max. Abweichung %	2.44	5.0	8.78

Im LBR2 sind zusätzlich zu den Sensoren für die Motorposition q_1 auch abtriebsseitige Positionssensoren eingebaut (Abb. 3.6). Die Positionsdifferenz $q_1 - q_2$ entspricht der

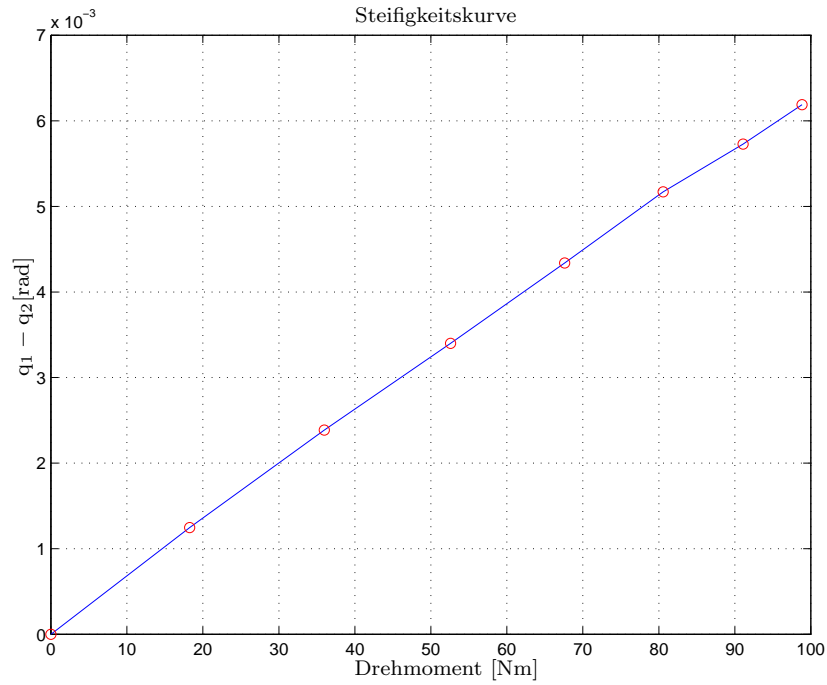


Abbildung 3.9: Steifigkeitskurve basierend auf Schwingungsmessungen bei unterschiedlichen Belastungen

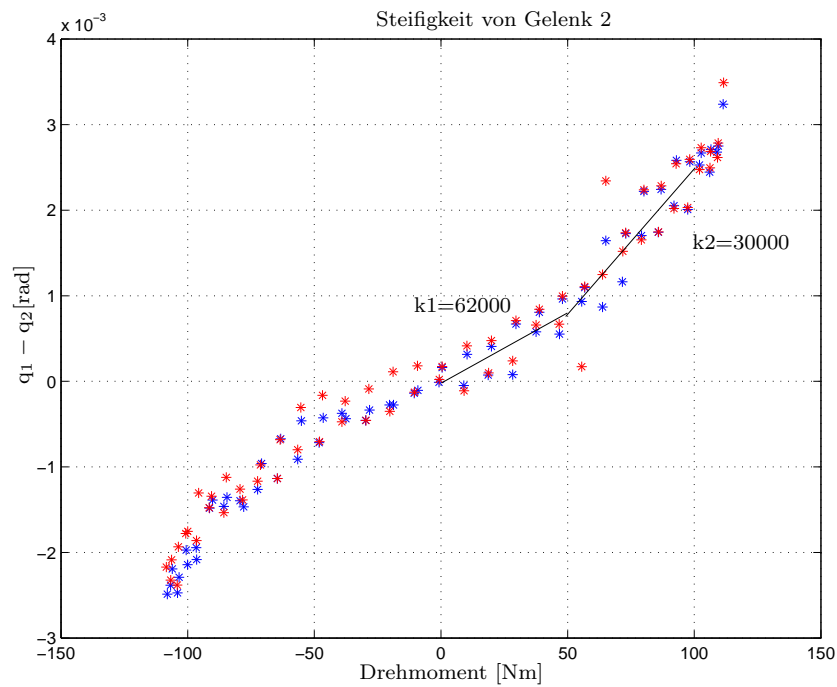


Abbildung 3.10: Steifigkeitskurve basierend auf der gemessenen Motor- und Abtriebsposition sowie dem gemessenen Gelenkdrehmoment

Verdrehung der Federn F_1, F_2 , also der Elastizität aus dem Getriebe und dem Momentensensor. Es wäre also naheliegend, die Elastizität aus der Beziehung (3.10) zu bestimmen, da alle Signale verfügbar sind. Dies hätte den Vorteil, dass die Steifigkeitsbestimmung auch am zusammengebauten Roboter (eventuell auch online) bestimmt werden könnte. Abb. 3.10 zeigt eine solche Steifigkeitskurve. Approximiert man den nichtlinearen Verlauf der Steifigkeit mit zwei Geraden, so stellt man fest, dass die gemessene Steifigkeit um den Faktor 2 bis 4 höher ist, als die Steifigkeit die aus den Schwingungsmessungen ermittelt wurde. Dies führt zur Schlussfolgerung, dass die Strukturelastizitäten (F_4, F_5) nicht komplett vernachlässigt werden dürfen. Somit scheint die Identifikation der Steifigkeit und Dämpfung am einzelnen Gelenk aufgrund von Schwingungsmessungen die am besten geeignete Methode zu sein.

3.3.2 Identifikation der Reibungsparameter

Im Gegensatz zum LBR1 spielt die Stribeck-Reibung (Abs. 2.3) bei den Harmonic-Drive Getrieben des LBR2 keine wesentliche Rolle, so dass sie mit guter Näherung ignoriert werden kann. Messungen für sehr geringe Geschwindigkeiten (bis zu $0.1 \text{ }^\circ/s$) haben kein Auftreten des Stribeck-Effektes bestätigen können. Auch die quadratische Lastabhängigkeit der Coulomb-Reibung ist für den LBR2 vernachlässigbar. Somit ergibt sich aus (2.29) für den Fall des bewegten Gelenkes ($|\dot{q}_1| > \epsilon$) folgende Modellgleichung:

$$\tau_F = (\tau_C + \mu|\tau| + d_1|\dot{q}_1|)\text{sign}(\dot{q}_1) \quad (3.17)$$

Für die Identifikation stehen der kommandierte Sollstrom I_s , die gemessene Motorposition q_1 und somit durch Differentiation die Motorgeschwindigkeit \dot{q}_1 , sowie das gemessene Gelenkdrehmoment zur Verfügung.

Die Beziehung zwischen dem kommandierten Motorstrom und dem Motordrehmoment ist aus den folgenden Gründen nicht den Datenblättern zu entnehmen, sondern sollte durch Messungen identifiziert werden:

- Im Gegensatz zu bürstenbehafteten Motoren, wo durch den festen, mechanisch bedingten Kommutierungswinkel die Beziehung zwischen Iststrom und Motormoment festgelegt ist, ist dieses Verhältnis bei den feldorientiert geregelten Motoren mit Permanentmagneten von der Qualität und dem Abgleich der analogen Hall-Signale abhängig.
- Zur Identifikation ist nicht der Iststrom sondern nur der Sollstrom verfügbar.

Den Betrachtungen in Abs. 2.4 folgend, nehmen wir für den Zusammenhang zwischen Sollstrom und Motormoment eine proportionale Abhängigkeit mit der Konstante k_m an.

$$\tau_m = k_m^{-1}I_s \quad (3.18)$$

Damit ergibt sich für die Schätzung \hat{I}_s des Motorstromes folgender Ausdruck:

$$\hat{I}_s = k_m(\tau_F + \tau) = k_m(\tau_C + \mu|\tau| + d_1|\dot{q}_1|)\text{sign}(\dot{q}_1) + k_m\tau \quad (3.19)$$

Wählt man den Parametervektor p der Form

$$\begin{aligned} p_1 &= k_m \tau_C \\ p_2 &= k_m \mu \\ p_3 &= k_m d_1 \\ p_4 &= k_m \end{aligned} \quad (3.20)$$

kann (3.19) wie folgt geschrieben werden:

$$\hat{I}_s = [\text{sign}(\dot{q}_1), |\tau| \text{sign}(\dot{q}_1), d_1 \dot{q}_1, \tau] p = Y_F p, \quad (3.21)$$

wobei der Vektor Y_F nur aus gemessenen Größen besteht. Somit ist die Minimierung des Fehlers

$$e(p) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\hat{I}_{si}(p) - I_{si} \right)^2 \quad (3.22)$$

für alle N Messpunkte ein lineares Optimierungsproblem, so dass bei sorgfältiger Auswahl der Messtrajektorien eine schnelle und zuverlässige Parameteridentifikation erreicht werden kann.

Betrachten wir nun die Frage, welche Trajektorien zur Identifikation ausgewählt werden müssen, so dass alle Parameter angeregt werden und folglich getrennt voneinander identifizierbar sind. Als erstes ist es offensichtlich, dass ein möglichst großer Geschwindigkeitsbereich zur Bestimmung von d_1 und τ_C und ein möglichst großer Drehmomentbereich zur Identifikation von μ abgedeckt werden soll. Somit stellt die Identifikation der Reibungsparameter in τ_F allein kein Problem dar. Will man zusätzlich auch den Parameter k_m gleichzeitig bestimmen, so bemerkt man, dass es ausreicht, für jede gegebene Vorbelastung das Gelenk mit positiver und negativer Geschwindigkeit zu bewegen. Damit ergeben sich aus (3.19) in beiden Fällen folgende Ströme:

$$\begin{aligned} I_{\uparrow} &= k_m (|\tau_F| + \tau) \\ I_{\downarrow} &= k_m (-|\tau_F| + \tau) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Das Gleichungssystem hat eine eindeutige Lösung, daraus können k_m und $|\tau_F|$ eindeutig bestimmt werden. Folglich werden k_m und $|\tau_F|$ entlang von Trajektorien, die solche Punkte enthalten, einzeln angeregt und eindeutig identifizierbar sein.

Eine Trajektorie die all diese Gesichtspunkte erfüllt und mit dem Testaufbau aus Abb. 3.5 leicht zu realisieren ist, ist eine Pendelbewegung mit konstanter Geschwindigkeit um die Vertikale, mit einer Winkelamplitude von ($\approx 90^\circ$). Dabei wird das Gelenk durch das Eigengewicht progressiv belastet. Bei jedem Durchgang durch die Nulllage wird die Geschwindigkeit inkrementell erhöht. Abb. 3.11a zeigt den Verlauf der Identifikationstrajektorie. Ein Optimierungsskript in Matlab segmentiert die Trajektorie in Abschnitte mit konstanter Geschwindigkeit, wählt in jedem solchen Abschnitt die gleiche Anzahl von Abtastpunkten (Abb. 3.11 b,c,d) und führt auf diesen Daten die Identifikation durch.

Diese Methode zur Identifikation der Reibungsparameter kann, mit Ausnahme der ersten Achse, auch am zusammengebauten Roboter mit Last angewendet werden, da der

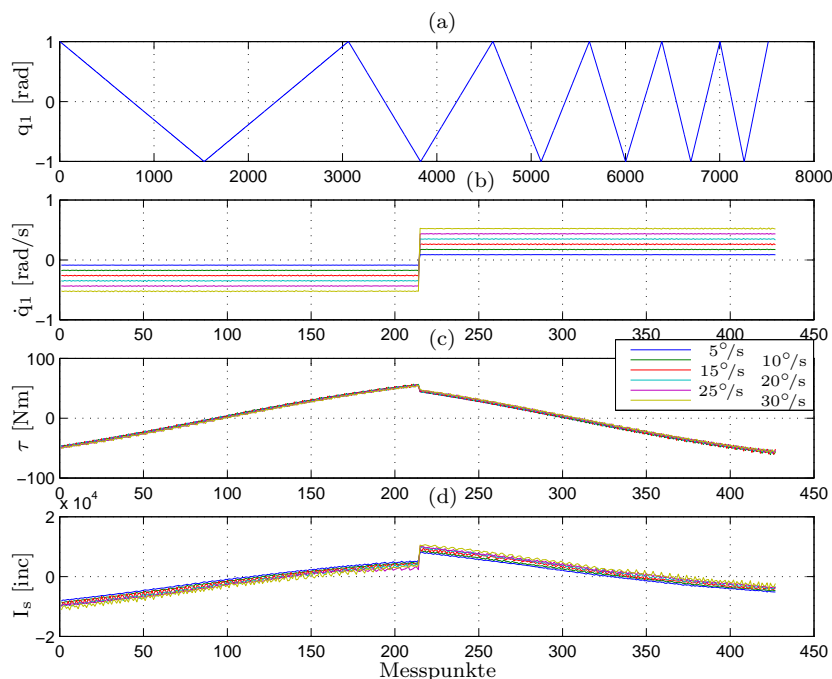


Abbildung 3.11: (a) Identifikationstrajektorie (b,c,d) verarbeitete Daten für die Optimierung

Roboter so konfiguriert werden kann, dass für die Achsen 2 bis 7 eine Belastung durch das Eigengewicht entsteht. Ein Starrkörpermodell des Roboters ist nicht notwendig, da alle benötigten Größen direkt von den Sensoren erfasst werden. Zur Identifikation der ersten Achse kann der Roboter z.B. seitlich an eine Wand montiert werden. Eine schnelle und einfache Reibungsidentifikation am Roboter ist wichtig, da sich diese Parameter im Laufe der Zeit am stärksten verändern können.

Tabelle 3.3: Motorseitige Reibungsparameter für LBR2, Gelenk2

	mit voridentifiziertem k_m	mit optimiertem k_m
k_m [inc/Nm]	134.26	134.74
τ_C [Nm]	9.7	9.64
μ []	0.088	0.089
d_1 [Nms/rad]	31.52	31.39

Die Bestimmung des Parameters k_m ist nicht nur für die Reibungsmodellierung, sondern auch für die gesamte Reglerauslegung von großer Bedeutung. Deswegen wurden zusätzlich für einige Achsen auf einem Motorprüfstand Versuche durchgeführt, um diesen Parameter gesondert zu bestimmen. Man kann die Qualität der Reibungsidentifikation überprüfen, indem man eine zweite Parameteroptimierung durchführt, bei der k_m als bekannt angenommen wird und nur τ_c , μ und d_1 identifiziert werden. Stimmen die beiden

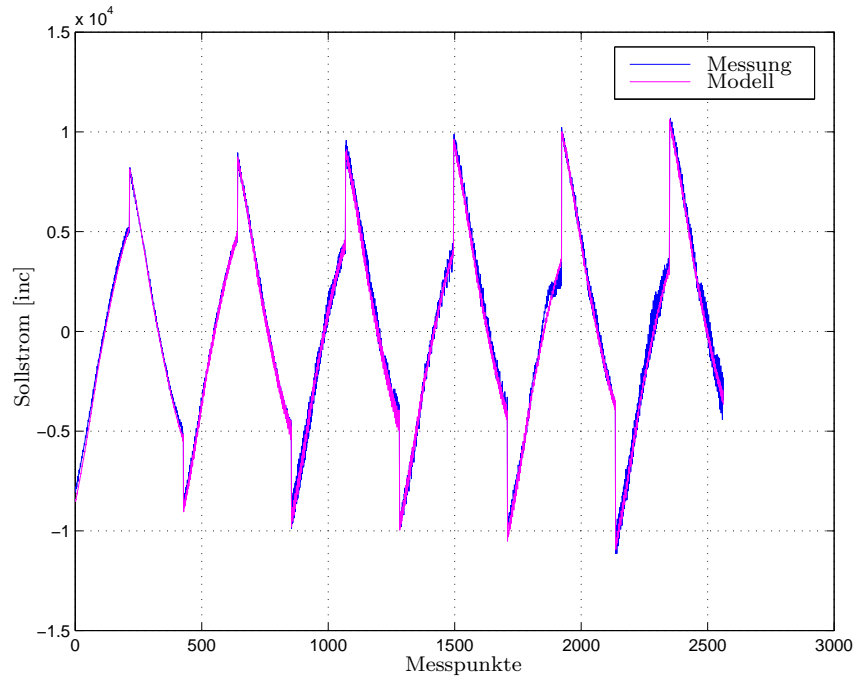


Abbildung 3.12: Realer Sollstrom I_s und geschätzter Strom \hat{I}_s nach Identifikation der Motorkonstante k_m und der Reibungsparameter

Tabelle 3.4: Abtriebsseitige Reibungsparameter für LBR2, Gelenk 2

τ_{Cab} [Nm]	0.58
μ_{ab} []	0.0067
d_2 [Nms/rad]	0.235

Ergebnisse gut überein, wie im Falle der Messungen für Achse 2 in Tabelle 3.3, so kann man davon ausgehen, dass die Optimierungsergebnisse die realen physikalischen Werte gut approximieren.

In Abb. 3.12 ist der Sollstrom am Roboter für die Trajektorie aus Abb. 3.11a dargestellt. Man bemerkt den Stromsprung bei der Richtungsumkehr und die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Reibung. Überlagert ist die Stromschätzung als Ergebnis der Parameteridentifikation angezeigt.

Dasselbe Reibungsmodell kann zur Identifikation der abtriebsseitigen Reibung benutzt werden, die bisher im Modell ignoriert wurde und die in den Lagern nach dem Momentensensor einsetzt. In diesem Fall wird (3.19) zu

$$\hat{\tau} = (\tau_{Cab} + \mu_{ab}|\tau_{mod}| + d_2|\dot{q}_2|)\text{sign}(\dot{q}_2) + \tau_{mod} \quad (3.24)$$

Dabei ist die Modellausgangsgröße das Moment im Momentensensor und das Moment τ_{mod} wird als Funktion der Position und mit Hilfe des bekannten Starrkörpermodells errechnet. Aus dem Ergebnis in Tabelle 3.4 erkennt man, dass die Werte für die abtriebsseitige

Reibung um mindestens eine Größenordnung kleiner sind als die der Motorreibung und tatsächlich vernachlässigt werden können.

3.3.3 Gelenksimulation

In der vorherigen Abschnitten wurden die Gelenkelastizität und Dämpfung sowie die Motorkonstante und die Reibungsparameter bestimmt. Wie bereits erwähnt, sind die Starrkörperparameter des Gelenkes aus den CAD-Daten mit hoher Genauigkeit bekannt. Der Vollständigkeit halber werden auch diese Werte für Achse 2 des LBR2 in Tabelle 3.5 angegeben. Damit liegen alle notwendigen Parameter vor, um ein einzelnes Gelenk zu simulieren.

Tabelle 3.5: Starrkörperparameter für das Gelenk 2 des LBR2

Motorträgheit $J_m [kgm^2]$	4.447
abtriebsseitige Trägheit $J_a [kgm^2]$	10.277
abtriebsseitige Masse $m_a [kg]$	14.33
abtriebsseitiges Massenzentrum $l_g [m]$	0.7488

Die Simulation wurde mit unterschiedlichen Reglern auf der im vorherigen Abschnitt erwähnten Trajektorie durchgeführt. Diese ermöglicht die Untersuchung von Sprungantworten für die Gelenkgeschwindigkeit. Die Abbildungen 3.13 und 3.14 zeigen einen Vergleich zwischen Messungen und Simulationen für die zweite Achse des LBR2 bzw. LBR1. Es werden der Modelleingang (Motorstrom), die Motorposition und -geschwindigkeit sowie das abtriebsseitige Drehmoment aus dem Momentensensor aufgezeichnet. Letzteres liefert eine Information über das abtriebsseitige Verhalten, welches durch die Gelenkelastizität beeinflusst wird. In den dargestellten Fällen wurden Regler mit einem guten Dämpfungsverhalten untersucht. Die Qualität der Simulation erlaubt es, Regler in der Simulation zu entwickeln und zuverlässig zu testen.

3.4 Identifikation der Starrkörperparameter

3.4.1 Identifikation des LBR1

Von den Parametern des Starrkörpermodells, die in Tabelle 3.1 aufgezählt wurden, sind die kinematischen Parameter meistens aus den Konstruktionsdaten mit hoher Genauigkeit bekannt. Bei dem LBR1, dessen Konstruktion mit einem 2D CAD System durchgeführt wurde, lagen nur ungenaue Abschätzungen der dynamischen Parameter vor. Die eingesetzte Methode zur Identifikation von Massen und Schwerpunkten ist in Abb. 3.15 dargestellt. Sie besteht in der Aufnahme von Messwerten für den Gravitationsvektor im gesamten Arbeitsraum des Roboters [34, 50]. Dafür wird der Roboter positionsgeregelt umkonfiguriert und für einzelne Stellungen Positions- und Drehmomentsollwerte q_1, τ_m aufgenommen. Zwei Vorgehensweisen wurden zur Aufstellung des Gravitationsmodells untersucht:

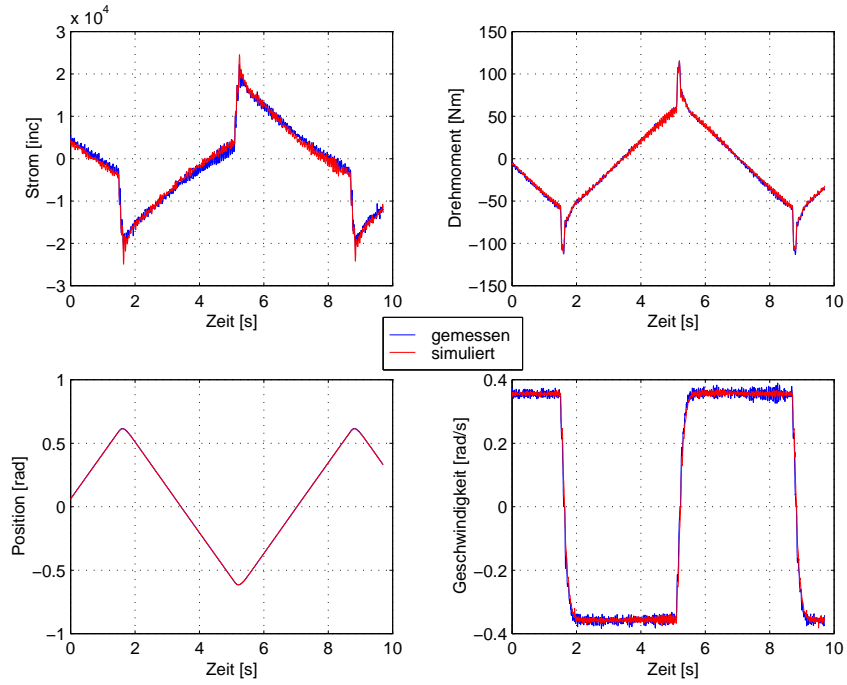


Abbildung 3.13: Identifikationsergebnisse für Achse 2 des LBR2

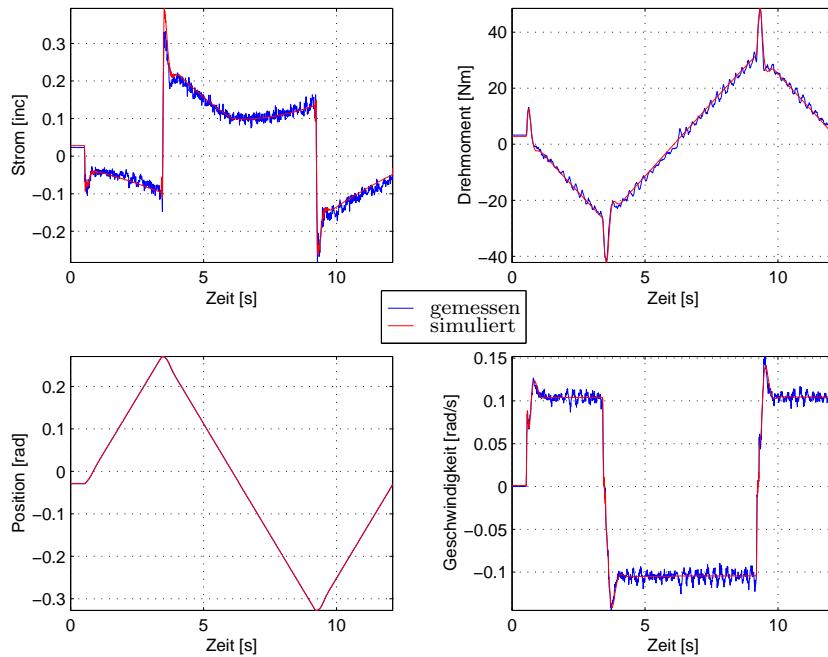


Abbildung 3.14: Identifikationsergebnisse für Achse 2 des LBR1

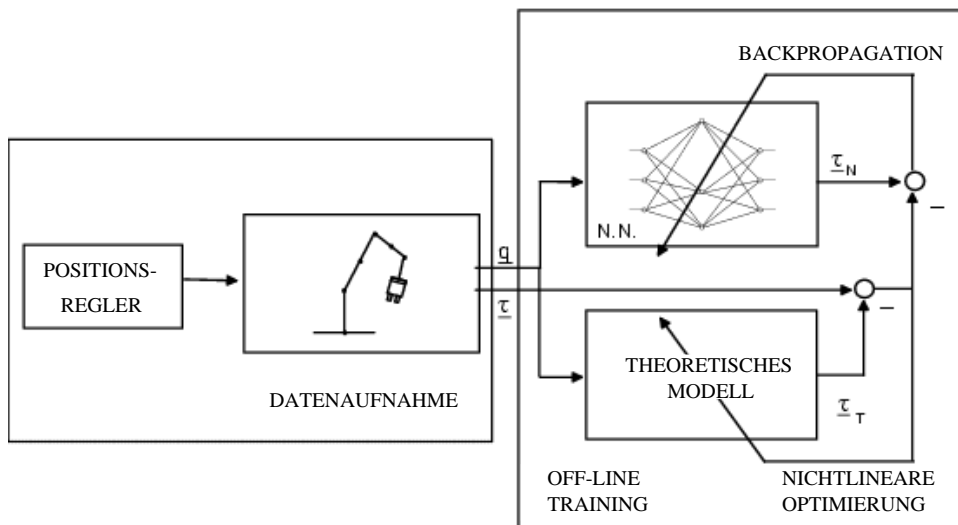


Abbildung 3.15: Optimierungsvorgang für den Gravitationsvektor des LBR1

- Ausgehend vom analytischen Robotermodell $g(q)$ wurde eine nichtlineare Optimierung durchgeführt, um den Fehler

$$e(l_g, m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (g(q_i, l_g, m) - \tau_m)^2 \quad (3.25)$$

(mit der Anzahl der Messpunkte N) zu minimieren. $l_{g7 \times 1}$ und $m_{7 \times 1}$ sind die Vektoren der Segmentschwerpunkte und -massen.

- Für jedes Gelenk wurde ein Feed-Forward neuronales Netz mit der Funktion $\tau_{mi}(q_i)$ trainiert.

Die beiden Methoden wurden auch kombiniert, um mit dem neuronalen Netz nur den Restfehler aufgrund nichtmodellierter Effekte wie die Empfindlichkeit des Momentensensors bezüglich Querbelastungen zu lernen.

Zusammenfassend können folgende Schlüsse aus diesen Experimenten gezogen werden:

- Mit den vorgestellten Methoden konnte ein gutes Gravitationsmodell aufgestellt werden, dessen mittlerer Approximationsfehler unter 10% liegt. Damit konnte eine effektive Gravitationskompensation implementiert werden.
- Beide Methoden beruhen auf einer nichtlinearen Optimierung, mit dem Nachteil der lokalen Minima und der langen Optimierungszeiten.
- Da das neuronale Netz kein Vorwissen über das System besitzt, muss der gesamte Zustandsraum der Eingangsvariablen gleichmäßig mit Messpunkten abgedeckt werden, was zu langen Messzeiten führt. Deswegen ist die Methode auf die Identifikation der Trägheitsparameter, wofür auch der Raum der Robotergeschwindigkeiten und

Beschleunigungen abgedeckt werden muss, nur mit großem Zeitaufwand übertragbar.

Als Alternative zu den vorgestellten Ansätzen, die auf nichtlinearer Optimierung beruhen, könnte die Tatsache genutzt werden, dass die Starrkörperdynamik durch geeignete Auswahl der Parameter und Umformungen der Gleichungen zu einem linearen Optimierungsproblem reduziert werden kann [95, 65, 64, 27, 108]:

$$\tau = M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) = Y(q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2)p \quad (3.26)$$

wobei der Regressor Y eine nichtlineare Matrix ist, die nur von Messwerten abhängt und p ein Vektor von unabhängig voneinander identifizierbaren dynamischen Parametern ist. Mit dieser Methode sind zwei Probleme verbunden: die entsprechende Manipulation der Dynamikgleichungen zur Ermittlung des Regressors und die Bestimmung von Trajektorien die das Kriterium der permanenten Anregung erfüllen, um ein gut konditioniertes Optimierungsproblem zu erhalten. Somit ist diese Methode auch sehr aufwendig, so dass die Identifikation alleine den Rahmen einer Dissertation füllen kann [37, 115].

3.4.2 Starrkörpermodell des LBR2

Einen willkommenen Ausweg stellen die heutigen 3D CAD Systeme dar, mit Hilfe derer die dynamischen Parameter mit hoher Genauigkeit ermittelt werden können. Diese Systeme ermöglichen die automatische Berechnung der Körpervolumen und durch Zuweisung der entsprechenden Dichten werden die Massen, Schwerpunkte und Massenträgheiten in Bezug auf beliebige Koordinatensysteme generiert. Natürlich kommt es in diesem Fall auf die genaue Modellierung aller Komponenten an (inklusive Platinen, Kabel etc.). Für den LBR2 wurden aber auf diesem Weg von den Konstruktionsingenieuren Roboterdaten generiert, deren typische Abweichung von den realen Werten im Durchschnitt unter 5% liegt.

Tabelle 3.6 enthält Stichproben für die Masse einiger Teile mit unterschiedlicher Komplexität.

Die Identifikationsergebnisse aus Abs. 3.6 stellen auch einen Vergleich zwischen den gemessenen Drehmomentwerten und dem Modell dar. Tabelle 3.7 fasst die Mittelwerte e_m und die Standardabweichungen σ des relativen Fehlers e für die abtriebsseitigen Drehmomente der ersten sechs Gelenke zusammen.

$$e_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i \quad (3.27)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (e_i - e_m)^2} \quad (3.28)$$

$$e = \frac{\tau - \hat{\tau}}{\tau_{\max}} \quad (3.29)$$

Tabelle 3.6: Modellfehler für die Massenschätzung einzelner Baugruppen

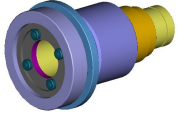
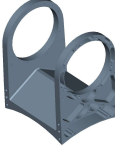
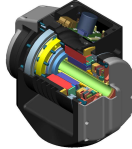
Bezeichnung		Komple- xität	Masse aus CAD [g]	reale Masse [g]	Fehler [%]
Motorwelle Gelenk1		mittel	271.04	287.0	5.6
Gabelstruktur Gelenk2		mittel	361.1	378.4	4.8
komplettes Gelenk2		hoch	3338.3	3395.0	1.7

Tabelle 3.7: Modellierungsfehler für das Starrkörpermodell des LBR2

	Gelenk1	Gelenk2	Gelenk3	Gelenk4	Gelenk5	Gelenk6
e_m	-0.0052	0.0036	0.0004	-0.0031	-0.0003	0.0003
σ	0.0094	0.0192	0.0147	0.0084	0.0025	0.0029

N ist die Anzahl der Messpunkte auf der Trajektorie, τ das gemessene, $\hat{\tau}$ das geschätzte und τ_{max} das maximale Drehmoment für jedes Gelenk.

Das Histogramm des relativen Fehlers für die Drehmomentschätzung wird in Abb. 3.16 beispielhaft für Achse 1 dargestellt.

3.5 Simulationswerkzeuge

Die Werkzeuge die zur Modellierung, Identifikation und Simulation des Roboters benutzt wurden, sind in Tabelle 3.8 zusammengefasst. Für manche Aufgaben, wie z.B. das Starrkörpermodell oder die Modellierung des Gesamtroboters, wurden unterschiedliche Alternativen hinsichtlich Flexibilität und Geschwindigkeit sowie zur gegenseitigen Überprüfung untersucht. Bei den Komponenten die nicht, oder nicht vollständig im Rahmen dieser Arbeit entstanden sind, wird auf die entsprechende Referenz hingewiesen.

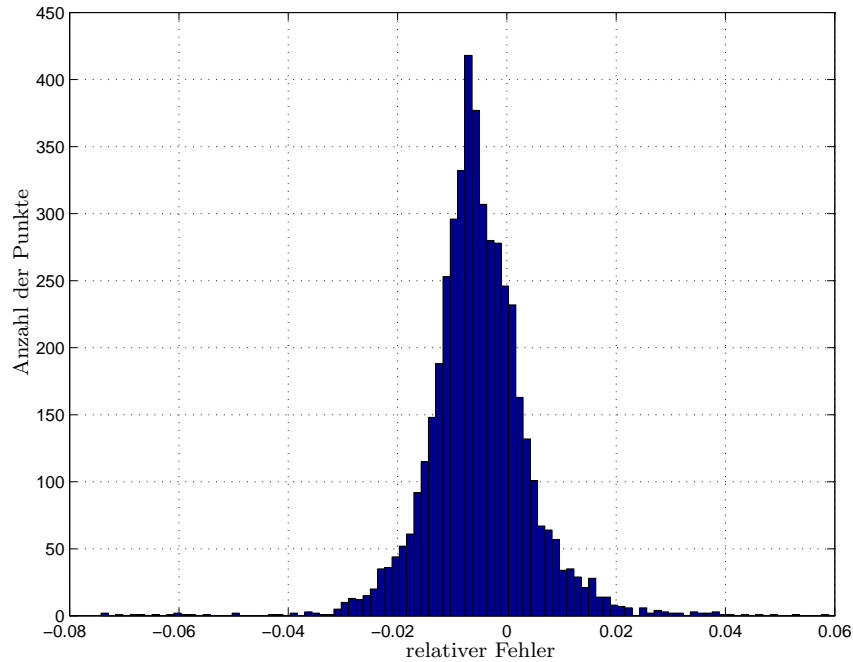


Abbildung 3.16: Histogramm des relativen Modellfehlers für das Drehmoment in Achse 1 des LBR2

3.6 Simulationsergebnisse für den Gesamtroboter

Zum Abschluss dieses Kapitels werden die Ergebnisse der Identifikation und Simulation des kompletten Roboters präsentiert.

Die Trajektorie, auf der die hier beschriebenen Tests durchgeführt wurden, besteht aus Punkt zu Punkt Bewegungen die jeweils mit konstanter Geschwindigkeit ausgeführt sind. Der Roboter fährt dabei aus einer Position in der Mitte des Arbeitsraums einige Extrempositionen an, so dass der Arbeitsraum möglichst aussagekräftig abgedeckt ist. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Achsen sind so berechnet, dass die Bewegung der Achsen gleichzeitig begonnen und abgeschlossen wird, und die schnellste Achse eine Geschwindigkeit von $40^\circ/s$ hat. In den Umkehrpunkten wird die Geschwindigkeit sprunghaft in allen Achsen geändert. Dies stellt eine Beanspruchung für den Roboter dar, die höher als typische Belastungen im Betrieb mit trapezförmigem Geschwindigkeitsprofil ist. Dabei wird die Starrkörperdynamik und die Gelenkelastizität stark angeregt und es ergibt sich die Möglichkeit, das Verhalten des Systems bei einem Geschwindigkeitssprung zu begutachten.

Die Messungen sind im Takt der kartesischen Robotersteuerung aufgenommen. Die Simulation ist mit dem Simulink-Modell durchgeführt, wobei die Starrkörperdynamik mit den gleichen C-Routinen berechnet wird, die auch auf dem Echtzeitrechner im realen Roboter zur Regelung benutzt wurden. Gemessen wurde der Sollstrom, das Gelenkdrehmoment und die Motorposition, woraus die Motorgeschwindigkeit abgeleitet wird. Die Ab-

Tabelle 3.8: Modellierungswerkzeuge

Maple \rightarrow C Code:	Dynamik des starren Roboters mit Newton-Euler Methode (Die Trägheitsmatrix, Coriolis- und Zentrifugalkräfte sowie der Gravitationsvektor werden explizit bereitgestellt)
	Direkte Kinematik und Jacobi-Matrix
	Lastschätzung und Kompensation (aus Gelenkdrehmomenten)
Matlab-Simulink	Parameteridentifikation (Optimierungstools)
	modulares Gelenkmodell
	Simulation des gesamten Roboters
	Reglerentwurf und Simulation
Irix Performer	Animation der Roboterbewegung [85] mit Schnittstelle zum Simulink-Modell
Modellica	Alternatives Simulationsmodell für den Gesamtroboter [6]
C++	Roboterdynamik mit Lagrange-Formalismus [73]

bildungen 3.17 und 3.18 zeigen die Messungen auf der gesamten Trajektorie, wonach man die Qualität der niederfrequenten Modellkomponenten beurteilen kann. Um das Übergangsverhalten darzustellen, wurden daraus in Abb. 3.19, Abb. 3.20 die Messungen für einen Umkehrpunkt herauskaliert. In Abb. 3.21 sind die kartesischen Positionen aus der Simulation und aus der realen Robotersteuerung dargestellt.

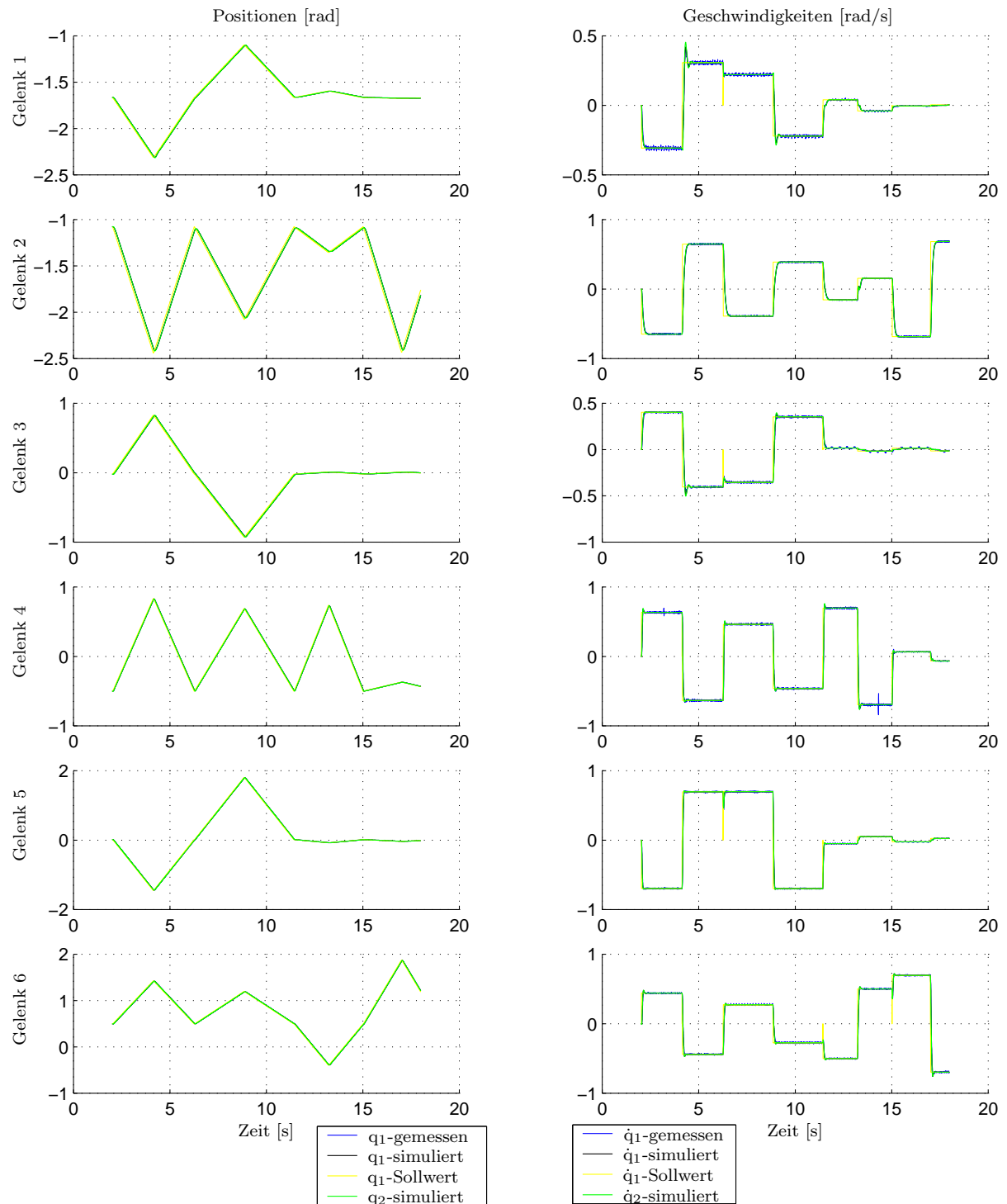


Abbildung 3.17: Vergleich zwischen Messungen und Simulation bei Punkt zu Punkt Bewegungen Teil 1: Position und Geschwindigkeit

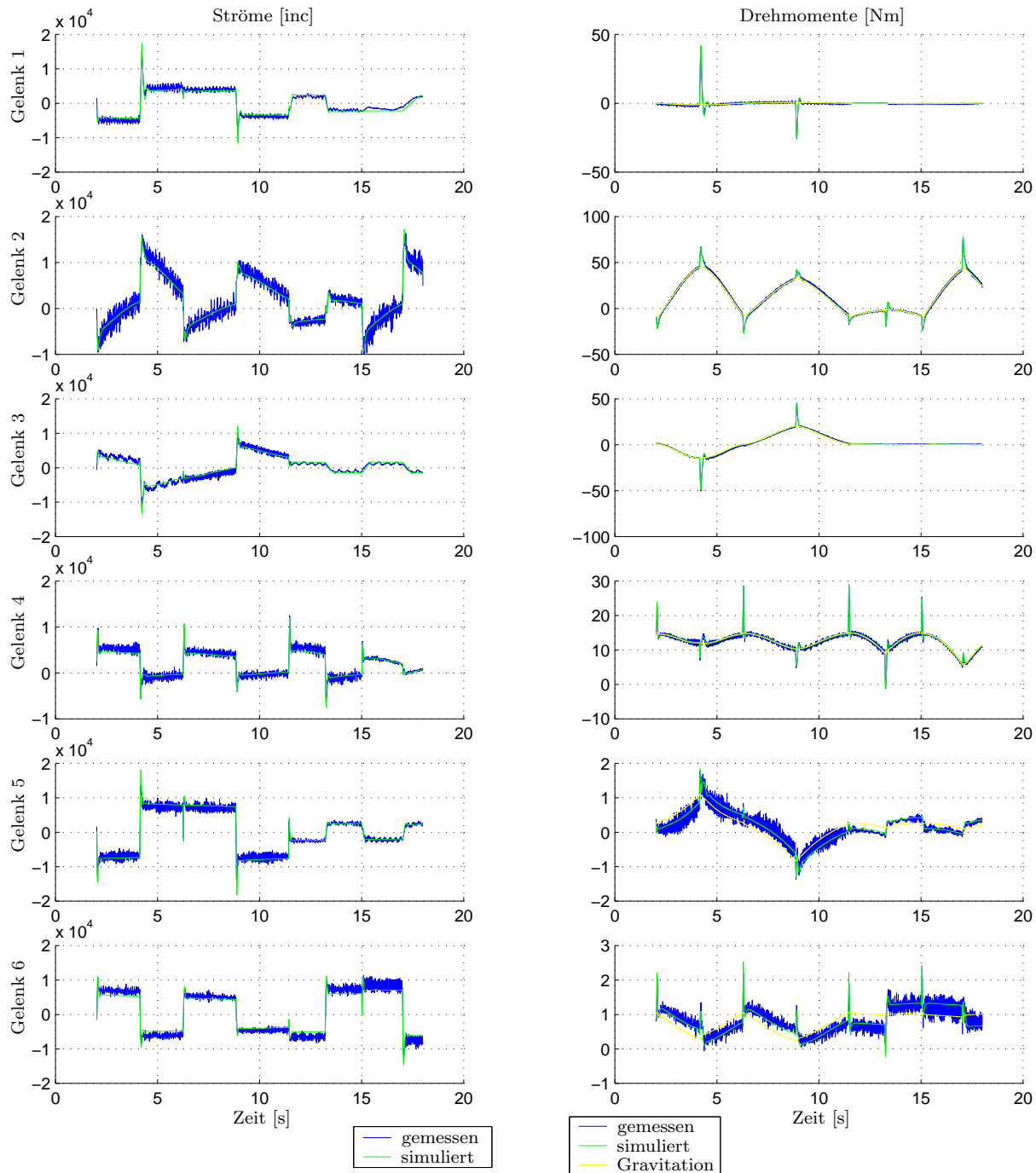


Abbildung 3.18: Vergleich zwischen Messungen und Simulation bei Punkt zu Punkt Bewegungen Teil 2: Strom und Drehmoment

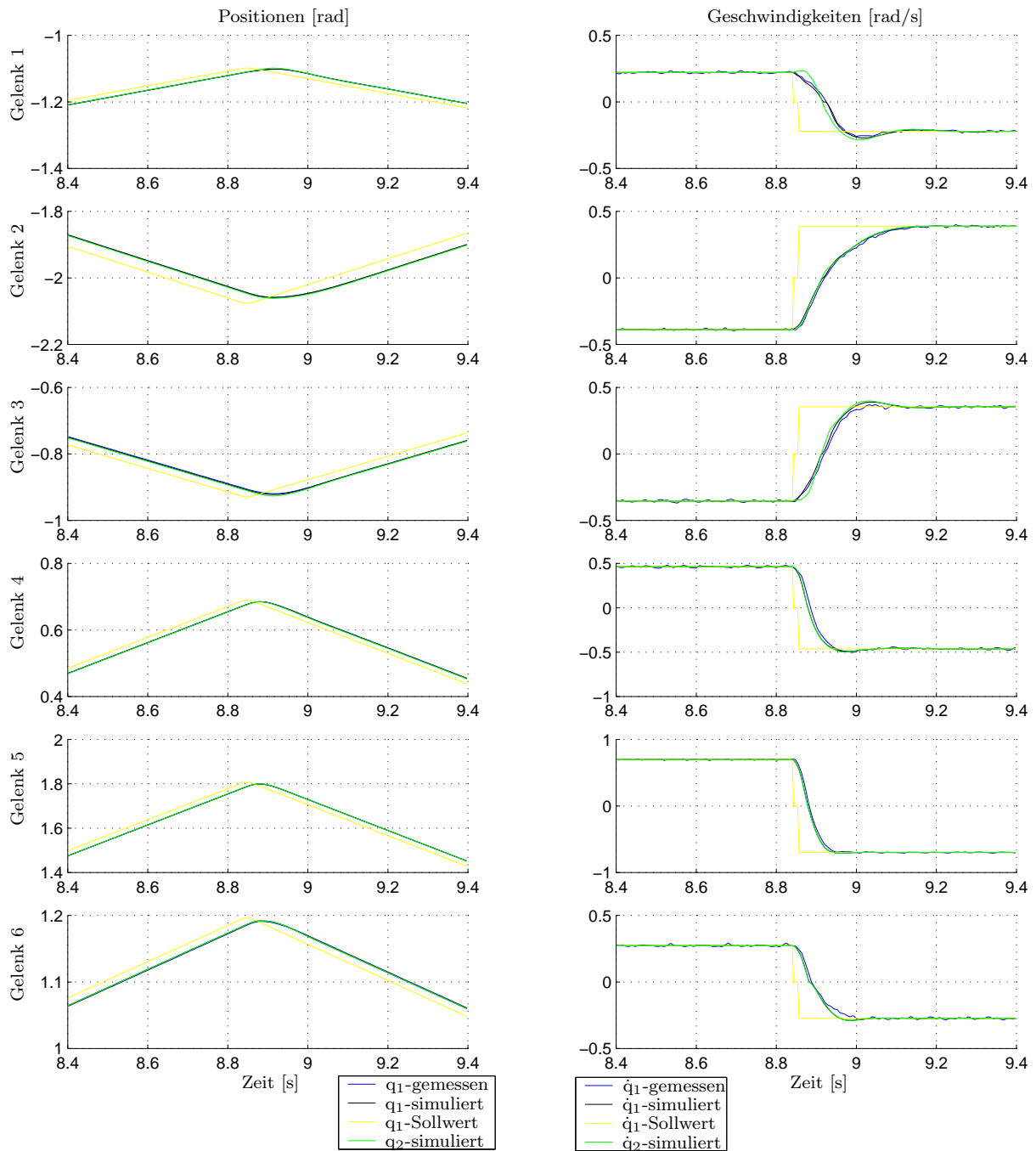


Abbildung 3.19: Vergleich zwischen Messungen und Simulation bei Geschwindigkeitsprung Teil 1: Position und Geschwindigkeit. Hoch aufgelöster Ausschnitt aus Abb. 3.17

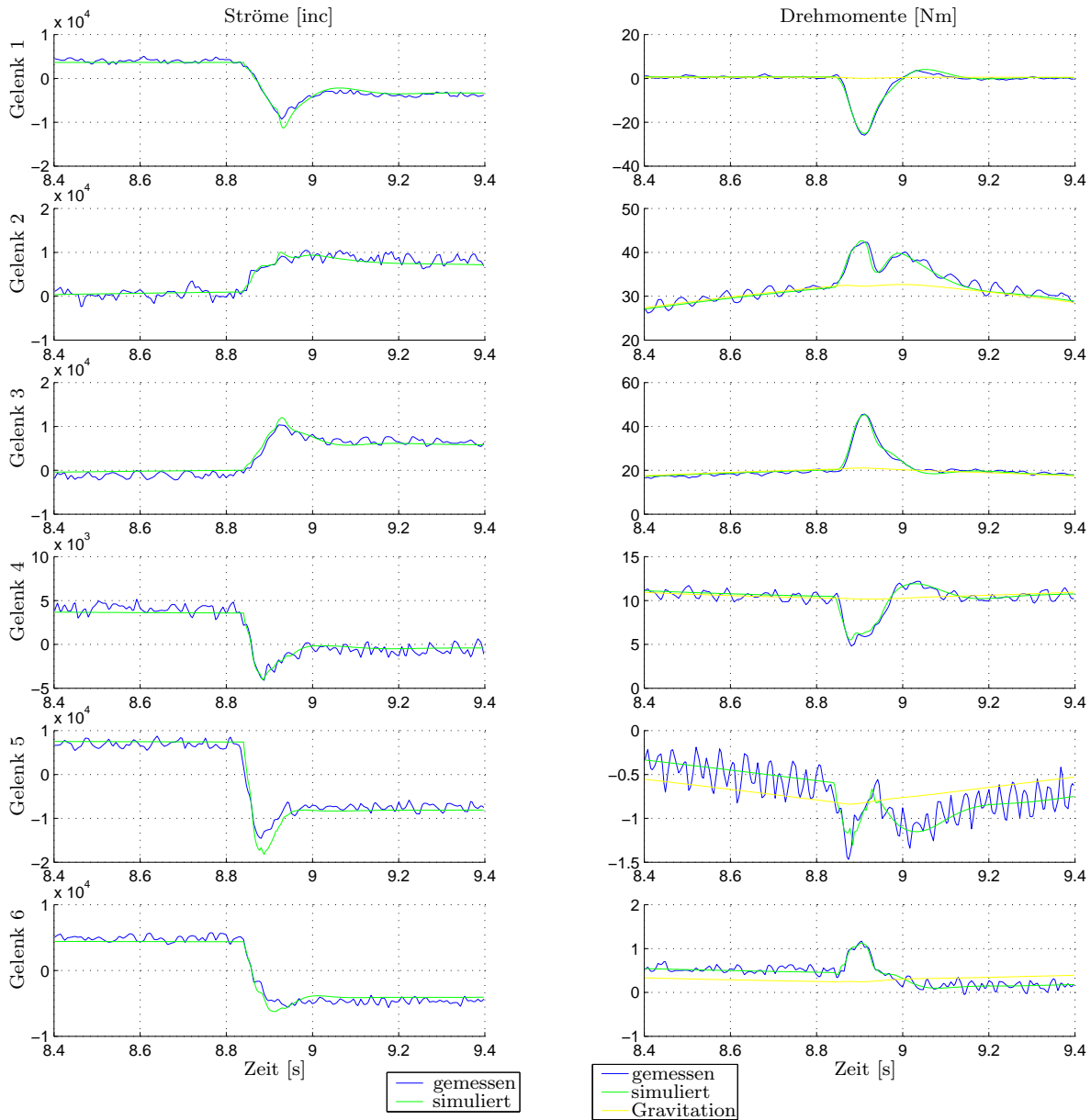


Abbildung 3.20: Vergleich zwischen Messungen und Simulation bei Geschwindigkeitsprung Teil 2: Strom und Drehmoment. Hoch aufgelöster Ausschnitt aus Abb. 3.18

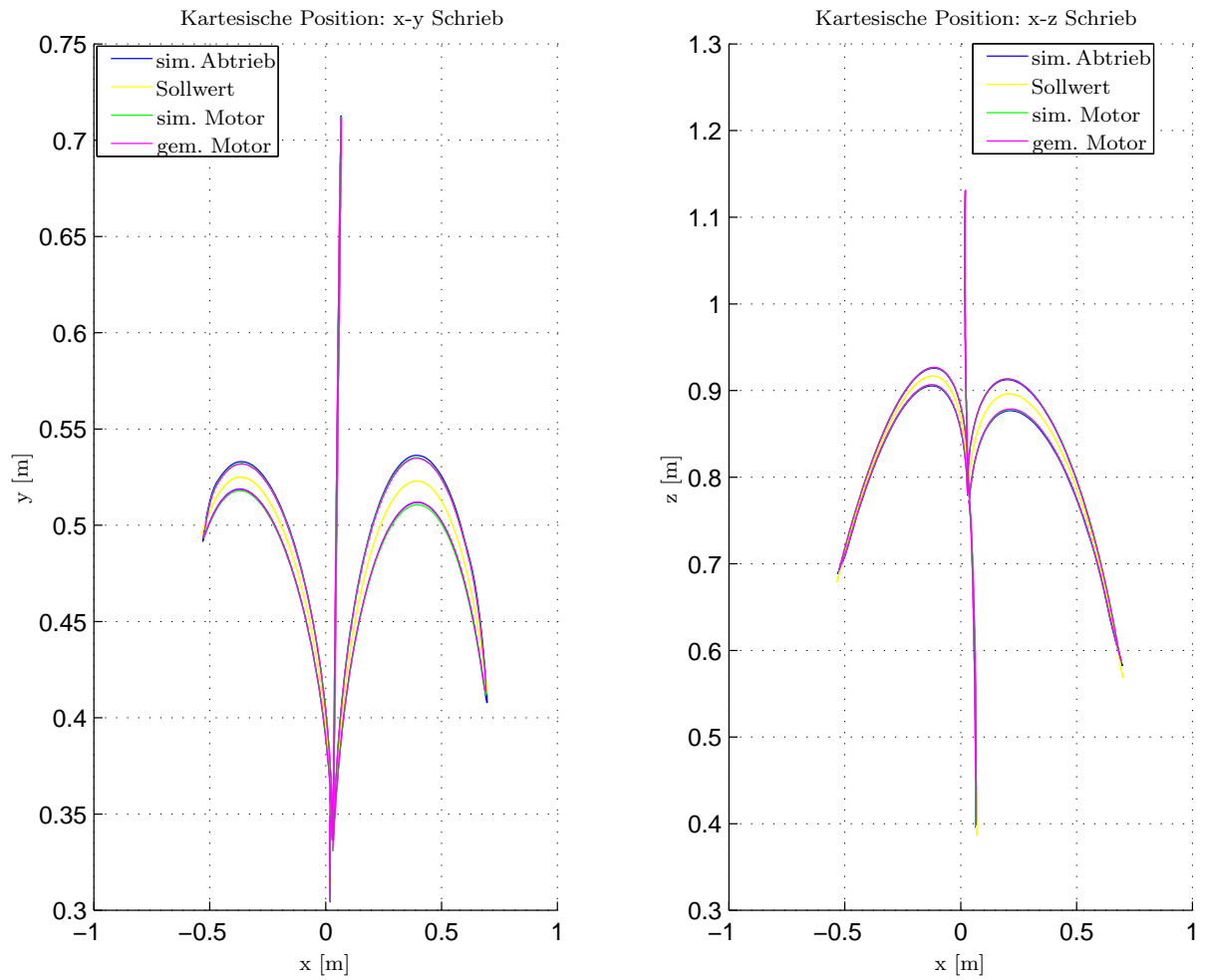


Abbildung 3.21: TCP-Trajektorie: Vergleich zwischen Messungen und Simulation bei Punkt zu Punkt Bewegungen

Kapitel 4

Regelungsstrukturen für Roboter mit elastischen Gelenken

In den letzten 15 Jahren wurden einige sehr wertvolle theoretische Ergebnisse zur Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken veröffentlicht. Das Interesse für diesen Bereich wurde aus zwei unterschiedlichen Gründen geweckt. Zum einen stößt man durch den Bedarf nach hoher Geschwindigkeit in den praktischen Anwendungen mit Industrierobotern an die Grenzen der Belastbarkeit, wo die Elastizitäten, trotz stark überdimensionierter Antriebe, eine wichtige Rolle spielen. Dementsprechend wurden Versuche unternommen, die Schwingungen in den Gelenken regelungstechnisch zu dämpfen. Die dabei eingesetzten Regler mussten sehr einfach und robust sein und ohne zusätzliche Sensorik auskommen. Daher wurden meistens Ergebnisse aus der Antriebstechnik (elastische Einzelantriebe) eingesetzt. Das Problem des Verhaltens dieser Regler angesichts der hoch nichtlinearen Roboterdynamik bleibt dabei aber theoretisch ungelöst. Die experimentellen Ergebnisse weisen meistens eine partielle Verbesserung des Schwingungsverhaltens auf, ohne dass diese Reglererweiterungen aber bisher einen festen Einsatz bei den Industrierobotern erreicht haben.

Die Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken lenkte auch die Aufmerksamkeit der Forscher im Bereich der theoretischen Regelungstechnik auf sich. Der Grund dafür ist die Tatsache, dass die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems doppelt im Vergleich zur Anzahl der Aktuatoren ist und dass sich zwischen dem Eingriffspunkt der Stellgröße und der Nichtlinearität der Starrkörperdynamik zusätzliche Dynamik befindet, so dass die Kompensation der Nichtlinearitäten nicht trivial ist (wie im Falle des starren Robotermodells). Somit war dieses Modell ein Beispiel an dem neue Regelungsmethoden wie z.B. die Zustandslinearisierung, die „Back-Stepping“-Methode oder passivitätsbasierte adaptive Regelung einen sinnvollen Einsatz fanden. Diese Methoden führten zu vollständigen theoretischen Lösungen, die aber aufgrund ihrer Komplexität bisher nur auf kleinen Experimentsystemen (ein oder zwei Freiheitsgrade) implementiert wurden.

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Regelungskonzepte für Roboter mit elastischen Gelenken vorgestellt. Dabei wird auch auf den Stand der uns bekannten Implementierungsergebnisse hingewiesen. Die Methoden werden in Reihenfolge steigender Komple-

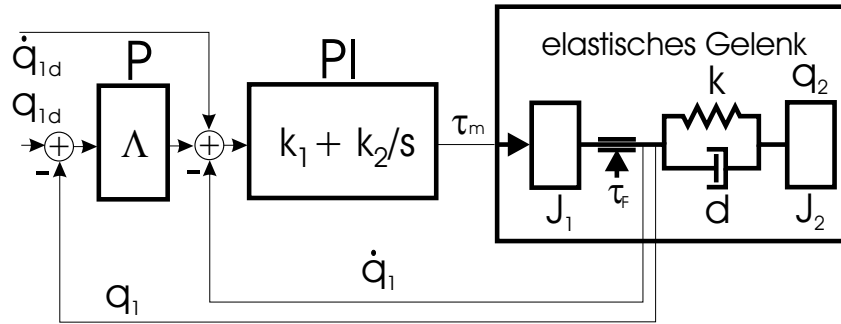


Abbildung 4.1: Kaskadenregler mit Geschwindigkeitsvorsteuerung zur Regelung von Industrierobotern

xität präsentiert. Am Ende des Kapitels wird dann das Regelungskonzept eingeführt, das für die DLR-Leichtbauroboter entwickelt und implementiert wurde.

4.1 Stand der Technik

4.1.1 PID (PD)-Regelung

Die Reglerstruktur, die in den meisten Industrierobotern nach wie vor eingesetzt wird, ist ein Kaskadenregler mit einem PI (oder P) Geschwindigkeitsregler als innere Schleife und einem P-Positionsregler als äußere Schleife (Abb. 4.1). Abgesehen von den Vorteilen der Kaskadenstruktur und den unterschiedlichen Abtastzeiten der einzelnen Blöcke, kann dieser Regler konzeptuell mit einem PID (PD)-Positionsregler gleichgesetzt werden.

$$\tau_m(s) = \left((k_2 + k_1\Lambda) + \frac{1}{s}k_2\Lambda + k_1s \right) e(s) \quad \text{mit } e(s) = q_{1d}(s) - q_1(s) \quad (4.1)$$

Dies stellt gleichzeitig die einfachst mögliche Reglerstruktur für einen Roboter dar. Dabei wird die motorseitige Position zur Regelung benutzt, da der PD Regler mit abtriebsseitiger Positionserfassung für Pole in der Nähe der Eigenfrequenz des Gelenkes bekanntlich instabil wird [87].

Die theoretischen Grundlagen für den Einsatz des PD-Reglers zur Regelung von starren Robotern wurden in der viel zitierten Veröffentlichung [110] erbracht. Um allerdings die globale asymptotische Stabilität zu gewährleisten, musste der Regler um eine Vorsteuerung zur Gravitationskompensation erweitert werden. In Abwesenheit der Gravitationskompensation ist der Regler dennoch stabil, es muss aber eine bleibende Positionsdifferenz hingenommen werden. Über die Stabilität des PID-Reglers können nur lokale Aussagen gemacht werden [8].

Die Tatsache, dass das höchst nichtlineare System welches den Roboter beschreibt, durch einen einfachen PD-Regler stabilisierbar ist, erscheint auf dem ersten Blick überraschend. Der Stabilitätsbeweis nutzt die fundamentale Eigenschaft des Roboters als Mehrkörpersystem, ein passives System zu sein. Kaskadiert mit dem PD-Regler, der auch

als passives System dargestellt werden kann (Analogie zu einem Feder-Dämpfer), ergibt sich folglich ein passives und somit stabiles System (für hyperstabile Systeme siehe S.75 oder [75]).

Der Stabilitätsbeweis wurde in [112] auch für Roboter mit elastischen Gelenken erweitert. Allerdings bringt der PD Regler im Falle elastischer Gelenke nur unzufriedenstellende Ergebnisse. Praktisch führt der Roboter stark ungedämpfte Schwingungen aus, solange die Bandbreite des Reglers nicht deutlich unterhalb der Eigenfrequenz des Systems liegt. Dies überrascht nicht, da die Gelenkelastizität in keiner Weise berücksichtigt wird und es offensichtlich ist, dass ein Regler zweiter Ordnung zur Regelung eines Gelenkes mit Systemordnung 4 unzureichend ist. Im Falle der DLR Leichtbauroboter, deren kleinste Eigenfrequenz unter 10Hz liegt, ist also der PD Regler nicht brauchbar.

4.1.2 PD mit Schwingungsdämpfung

Da der PD Regler auch für Industrieroboter bei sehr schnellen Bewegungen, die die Strukturelastizität anregen, nicht zufriedenstellend arbeitet, wurden möglichst einfache Erweiterungen dieser Struktur gesucht, die die Gelenkschwingungen dämpfen. Aus der Antriebstechnik [87] ist bekannt, dass bereits die Rückführung der Geschwindigkeitsdifferenz $\dot{q}_1 - \dot{q}_2$ zu einer Verbesserung des Schwingungsverhaltens führt. In [105] wird aufgrund der gemessenen abtriebsseitigen Beschleunigung und der Motorposition die abtriebsseitige Geschwindigkeit geschätzt und in die Kaskadenstruktur aus Abb. 4.1 zusätzlich zurückgeführt. Eine ähnliche Struktur wurde in [111] verwendet, wobei die abtriebsseitige Geschwindigkeit nur aus den üblichen motorseitigen Messwerten der Industrieroboter geschätzt wird. In der Bahnplanung wird hier allerdings die Dynamik des gesamten elastischen Roboters berücksichtigt.

Die DLR Leichtbauroboter haben den deutlichen Vorteil, durch die Drehmomentsensoren eine direkte Information über den Zustand des Abtriebs zu haben. Einer der ersten Versuche zur Schwingungsdämpfung beim LBR1 enthielt, neben der klassischen Kaskadenstruktur, eine Rückführung des bandpass-gefilterten Drehmomentsignals [116]. Bereits dieser einfache, heuristische Regelungsansatz konnte die Schwingungen deutlich dämpfen und verdeutlichte, dass mit gleichzeitiger Position- und Drehmomentrückführung gute Ergebnisse erzielt werden können.

Die Regleransätze, die in diesem Abschnitt erwähnt wurden, sind alle praktisch motiviert und beruhen auf den Methoden der linearen Regelungstechnik. Somit gibt es dafür keine Stabilitätsanalyse, die ein stabiles Verhalten im Zusammenspiel mit der Nichtlinearität des Roboters garantieren kann. Es gibt dazu auch keine systematischen Auslegekriterien die diese Nichtlinearitäten berücksichtigen.

4.1.3 Zustandslinearisierung auf Gelenkebene

Betrachten wir die Gleichungen eines *einzelnen* elastischen Gelenkes mit exzentrischer Last in ihrer einfachsten Form.

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{q}_1 + k(q_1 - q_2) &= \tau_m \\ J_2 \ddot{q}_2 + \mathbf{mgl} \sin(\mathbf{q}_2) &= k(q_1 - q_2) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dabei ist m die Masse, l die Lage des Schwerpunktes und J_2 das Trägheitsmoment der Abtriebslast. Mit Ausnahme des fett gedruckten Terms, der auf die Exzentrizität der Last zurückzuführen ist, handelt es sich um ein lineares Zweimassensystem, wie es aus der Antriebstechnik bekannt ist. Im linearen Fall ist das Problem der Regelung bei messbarem Zustandsvektor und bekannten Streckenparametern durch einen Zustandsregler gelöst. Die Erweiterung des Zustandsreglers für das nichtlineare System stellt die (exakte) Zustandslinearisierung dar. Zu den Grundlagen der Zustandslinearisierung betrachte man [96], [45], [15] oder [104]. Für ein nichtlineares System mit dem Zustandsvektor x und Eingang u :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.3)$$

werden ein neuer Zustandsvektor y und ein neuer Eingang v , sowie die dazugehörigen Transformationen gesucht:

$$y = T(x) \quad (4.4)$$

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (4.5)$$

so, dass das transformierte System

$$\dot{y} = Ay + bv \quad (4.6)$$

linear und steuerbar ist. Für das System (4.2) wurde der Regler mit Zustandslinearisierung in [66] vorgeschlagen (siehe auch [104]). In diesem Beispiel ist $x = \{q_2, \dot{q}_2, q_1, \dot{q}_1\}$ und $u = \tau_m$. Betrachtet man die abtriebsseitige Position q_2 als Systemausgang, so ist auch eine exakte Eingangs-Ausgangslinearisierung ohne interne Dynamik möglich [96], die mit der Zustandslinearisierung äquivalent ist. Somit ist die Zustandstransformation durch Ableitung des Ausgangs, ohne Werkzeuge der Differentialgeometrie, leicht zu finden. Der neue Zustandsvektor ist:

$$y = \{q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2, q_2^{(3)}\} \quad (4.7)$$

mit der Transformation

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \\ y_2 &= x_2 \\ y_3 &= -\frac{mgl}{J_2} \sin(x_1) - \frac{k}{J_2}(x_1 - x_3) \\ y_4 &= -\frac{mgl}{J_2} \cos(x_1)x_2 - \frac{k}{J_2}(x_2 - x_4) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Aus

$$\begin{aligned}
 q_2^{(4)} &= \frac{mgl}{J_2} \sin(x_1) \left(x_2^2 + \frac{mgl}{J_2} \cos(x_1) + \frac{k}{J_2} \right) \\
 &\quad + \frac{k}{J_2} (x_1 - x_3) \left(\frac{k}{J_1} + \frac{k}{J_2} + \frac{mgl}{J_2} \cos(x_1) \right) + \frac{k}{J_1 J_2} u \\
 &\stackrel{\Delta}{=} a(x) + \frac{k}{J_1 J_2} u \stackrel{!}{=} v
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

folgt

$$u = \frac{J_1 J_2}{k} (v - a(x)) \tag{4.10}$$

Im neuen Koordinatensystem ist das System linear:

$$\dot{y} = Ay + bv \tag{4.11}$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Damit kann dem System theoretisch ein beliebiges Verhalten eingepreßt werden. Man bemerkt sofort, dass ein Hauptproblem dieses Regelungsansatzes in der Notwendigkeit besteht, die abtriebsseitige Position bis zu ihrer dritten Ableitung zu messen oder unter der Annahme genauer Streckenparameter aus (4.8) zu beobachten.

Diese Methode wurde von unterschiedlichen Autoren erweitert, um Gelenkmodelle erhöhter Komplexität zu regeln. In [88] wird eine variable Steifigkeit berücksichtigt und der Regler um einen Störgrößenbeobachter für die Reibung erweitert. Für ein Versuchsgelenk des LBR1 in einem planaren Prüfstand (ohne Einfluss der Schwerkraft) wurde in [116] eine Zustandslinearisierung des Gelenkes inklusive Motormodell implementiert und um einen strukturvariablen Regleranteil erweitert. Diese Ergebnisse beziehen sich immer auf ein Gelenk. Da die nichtlineare Dynamik des Gesamtroboters nicht berücksichtigt wird, kann keine Aussage bezüglich der Stabilität des Gesamtsystems gemacht werden.

4.1.4 Singular Perturbations

Die konzeptuell einfachste Reglerstruktur (nach dem PD Regler) die unter Berücksichtigung der Mehrkörperdynamik des Roboters die Stabilität gewährleisten kann, basiert auf der „Singular Perturbation“ Theorie [20, 45, 100, 94].

Die Theorie stellt die Grundlage für Regler mit Kaskadenstruktur dar. Man zerlegt das System in ein „schnelles“ Teilsystem, das der inneren Reglerschleife entspricht, und ein „langsameres“ Teilsystem, welches die äußere Reglerschleife darstellt. Für das schnelle System werden die Zustände der äußeren Schleife als quasistationäre Störungen betrachtet, während in der langsamen Schleife die Dynamik des inneren Teilsystems vernachlässigt

wird und die Zustände als eingeschwingen betrachtet werden. Die „Singular Perturbation“ Theorie ermöglicht den Nachweis der Stabilität des Gesamtsystems aus der Stabilitätsanalyse der so vereinfachten Teilsysteme.

Um die Berechnungen überschaubar zu halten, gehen wir in den nächsten Abschnitten von der etwas vereinfachten Version des Modells (2.26) aus, welche in den meisten theoretischen Veröffentlichungen angenommen wird:

$$\tau_m = J\ddot{q}_1 + \tau \quad (4.13)$$

$$\tau = M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (4.14)$$

$$\tau = K(q_1 - q_2) \quad (4.15)$$

Indem man q_1 aus diesem System beseitigt, erhält man folgende Darstellung:

$$M(q_2)\ddot{q}_2 = -N(q_2, \dot{q}_2) + \tau \quad (4.16)$$

$$K^{-1}\ddot{\tau} = -(M(q_2)^{-1} + J^{-1})\tau + M(q_2)^{-1}N(q_2, \dot{q}_2) + J^{-1}\tau_m \quad (4.17)$$

mit

$$N(q_2, \dot{q}_2) = C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (4.18)$$

Dieses System ist für ausreichend hohe Werte von K singular gestört („singularly perturbed“). Tatsächlich wird (4.17) für den Fall $K \rightarrow \infty$, also für ein sehr steifes Gelenk, zu einer algebraischen Gleichung und das System (4.16), (4.17) reduziert auf die Gleichung des Starrkörpermodells.

$$(M(q_2) + J)\ddot{q}_2 + N(q_2, \dot{q}_2) = \tau_m \quad (4.19)$$

Dem Separationsprinzip von „Singular Perturbations“ folgend, wählt man

$$\tau_m = \tau_{ms} + \tau_{mf} \quad (4.20)$$

mit einer „langsamen“ Komponente τ_{ms} und einer „schnellen“ Komponente τ_{mf} . Die Gleichung (4.16) entspricht der bekannten Dynamik eines starren Roboters, die Stellgröße ist aber das Drehmoment in der Gelenkfeder τ und nicht das Motormoment τ_m . Zur Regelung dieses Systems kann in einer externen Regelschleife eine beliebige, zur Regelung starrer Roboter geeignete Reglerstruktur, wie z.B. „Computed Torque“ eingesetzt werden:

$$\tau_d = M(q_2)(\ddot{q}_{2d} + c_1\dot{e} + c_2e) + N(q_2, \dot{q}_2) \quad \text{mit} \quad e = q_{2d} - q_2 \quad (4.21)$$

Aus (4.17), für $K \rightarrow \infty$ und $\tau = \tau_d$, also im eingeschwingenen Zustand des schnellen Systems, ergibt sich τ_{ms} :

$$\tau_{ms} = J[(M(q_2)^{-1} + J^{-1})\tau_d - M(q_2)^{-1}N(q_2, \dot{q}_2)] = \quad (4.22)$$

$$= (J + M(q_2))(\ddot{q}_{2d} + c_1\dot{e} + c_2e) + N(q_2, \dot{q}_2) \quad (4.23)$$

was zu folgender Fehlerdynamik des langsamen Systems (4.19) („reduced model“) führt:

$$\ddot{e} + c_1\dot{e} + c_2e = 0 \quad (4.24)$$

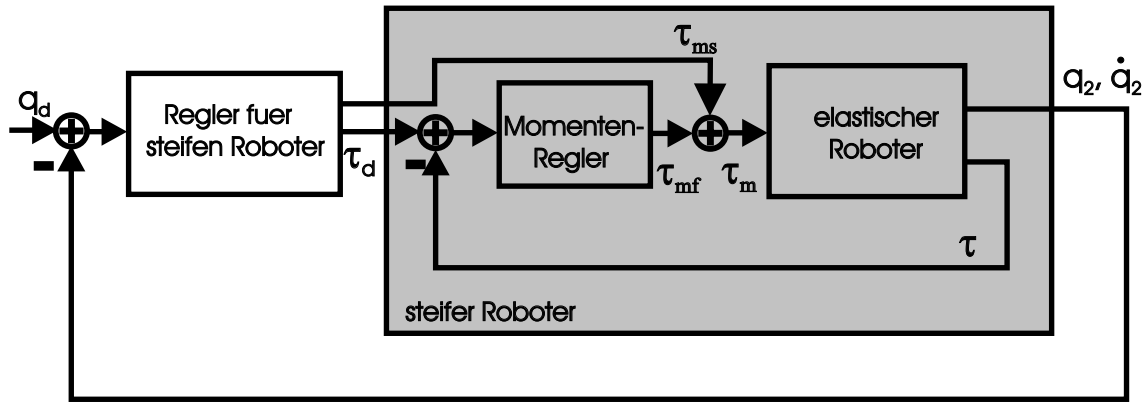


Abbildung 4.2: Kaskadenstruktur zur Regelung elastischer Roboter

Wählt man τ_{mf} z.B. in der Form

$$\tau_{mf} = -JK^{-1/2}c_1\dot{\tau} - [(I + JM(q_2)^{-1}) - Jc_2] e_t \quad \text{mit } e_t = \tau_d - \tau \quad (4.25)$$

so ergibt sich aus (4.17), durch Einsetzen von (4.22), (4.25)

$$K^{-1}(\ddot{e}_t - \ddot{\tau}_d) + K^{-1/2}c_1(\dot{e}_t - \dot{\tau}_d) + c_2e_t = 0 \quad (4.26)$$

und durch Vernachlässigung von $\ddot{\tau}_d$ und $\dot{\tau}_d$ erhält man die „boundary layer“ Gleichung des schnellen Teilsystems:

$$K^{-1}\ddot{e}_t + K^{-1/2}c_1\dot{e}_t + c_2e_t = 0 \quad (4.27)$$

Man sieht, dass die Eigenwerte der Drehmomentschleife um den Faktor \sqrt{K} schneller als die der Positionsschleife sind. Somit ergibt sich die Reglerstruktur aus Abb. 4.2 mit einer schnellen inneren Drehmomentschleife, die das System nach außen hin einem starren Roboter entsprechen lässt und einer langsameren klassischen Positionsregelung in der äußeren Schleife. Mit der „Singular Perturbation“ Argumentation folgt dann, für hinreichend große Steifigkeit K , die Stabilität des Gesamtsystems (4.24), (4.27). Beachtlich ist, dass hier nur die Zustände $\{\dot{q}_2, q_2, \dot{\tau}, \tau\}$ und nicht die höheren Ableitungen der Position benutzt werden.

Dieser Ansatz erschien am Anfang der Regelungsversuche am LBR1 sehr vielversprechend, so dass sich die Arbeiten lange Zeit auf die Implementierung der Kaskadenregelung konzentrierten [92]. Dabei wurden vor allem unterschiedliche Ansätze zur Drehmomentregelung untersucht, die die Robustheit, z.B. durch strukturvariable („Sliding Mode“) Regler, verbessern sollten. Die Hauptschwierigkeit blieb aber die Implementierung der Drehmomentregelung mit der erforderlichen Bandbreite. Aufgrund unmodellierter Dynamik (z.B. hochfrequente Schwingungen der Struktur (Abb. 3.1), Übersetzungsschwankungen im Getriebe etc.) lag die maximale Bandbreite bei $20 \div 30 \text{ Hz}$. Bei Versuchen mit dem zweiten Gelenk des LBR2 ergaben sich ähnliche Werte. Für Applikationen bei denen der Drehmomentregler allein benutzt wird, wie z.B. das Teachen von Bahnen am gravitationskompensierten Roboter, ist diese Bandbreite ausreichend. Allerdings ergibt sich

dadurch für den äußeren Positionsregler eine viel zu geringe Bandbreite, so dass dafür nach anderen Lösungen gesucht werden musste.

4.1.5 Zustandslinearisierung des Gesamtroboters

Ein weiterer Ansatz, der die komplette Roboterdynamik berücksichtigt, ohne aber die Annahme gemäßigter Elastizitätswerte zu benötigen, und der eine Kaskadenstruktur vermeidet, ist die Zustandslinearisierung des gesamten Roboters. Dies ist eine Weiterentwicklung der in Abs. 4.1.3 besprochenen Methode und wurde erstmals in [100] vorgestellt.

Betrachten wir wieder das ungedämpfte Modell (4.13)-(4.15). Analog zu Abs. 4.1.3 sind der gemessene und der transformierte Zustandsvektor

$$x = \{q_2, \dot{q}_2, q_1, \dot{q}_1\} \quad (4.28)$$

$$y = \{q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2, \dot{q}_2^{(3)}\} \quad (4.29)$$

wobei diesmal jedes einzelne Element ein $N \times 1$ Vektor ist. Für die Leichtbauroboter gilt folglich insgesamt $\dim\{y\} = 28$. Die Zustandstransformation $y = T(x)$ erhält man durch Ableiten der abtriebsseitigen Position und Substituieren der zweiten Ableitungen \ddot{q}_1, \ddot{q}_2 aus (4.13)-(4.15):

$$y_1 = T_1(x) = x_1 \quad (4.30)$$

$$y_2 = T_2(x) = \dot{T}_1 = x_2 \quad (4.31)$$

$$y_3 = T_3(x) = \dot{T}_2 = -M(x_1)^{-1}(N(x_1, x_2) + K(x_1 - x_3)) \quad (4.32)$$

$$y_4 = T_4(x) = \dot{T}_3 = -\frac{\partial}{\partial x_1}(M(x_1)^{-1})x_2(N(x_1, x_2) + K(x_1 - x_3)) \quad (4.33)$$

$$-M(x_1)^{-1} \left\{ \frac{\partial N}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial N}{\partial x_2} [-M(x_1)^{-1}(N(x_1, x_2) + K(x_1 - x_3))] \right. \\ \left. + K(x_2 - x_4) \right\}$$

$$\triangleq f_4(x_1, x_2, x_3) + M(x_1)^{-1} K x_4$$

wobei mit $f_4(x_1, x_2, x_3)$ alle Terme, die nicht x_4 enthalten, bezeichnet wurden. Den gewünschten transformierten Systemeingang erhält man aus

$$\dot{y}_4 \stackrel{!}{=} v \quad (4.34)$$

Durch Ableitung von (4.33) erhält man

$$v = \frac{\partial f_4}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial f_4}{\partial x_2} M(x_1)^{-1}(N + K(x_1 - x_3)) + \frac{\partial f_4}{\partial x_3} x_4 + \frac{\partial}{\partial x_1}(M(x_1)^{-1})x_2 K x_4 \\ + M(x_1)^{-1} K J^{-1}(K(x_1 - x_3) + \tau_m) \quad (4.35)$$

$$\triangleq F(x_1, x_2, x_3, x_4) + M(x_1)^{-1} K J^{-1} \tau_m \quad (4.36)$$

Dabei fasst $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ alle Terme zusammen, die nicht den Eingang τ_m enthalten. Damit ergibt sich für den Reglereingang die Beziehung

$$\tau_m = JK^{-1}M(x_1)(v - F(x)) \quad (4.37)$$

Mit der nichtlinearen Koordinatentransformation (4.30)-(4.33) und dem Regler (4.37) wird das System zu einem linearen, diagonalen System

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} v \quad (4.38)$$

wobei I die $N \times N$ Einheitsmatrix und 0 die $N \times N$ Nullmatrix ist. Dieses System mit der Ordnung 28 läßt sich mit einem Zustandsregler ausregeln.

Diese Methode bietet einen sehr eleganten Weg zur vollständigen Regelung der Roboter mit elastischen Gelenken. Aus praktischer Sicht treten bei der Implementierung aber erhebliche Probleme auf, die hier kurz aufgezählt werden:

- Zur Regelung wird der komplette Zustand y benötigt, der die abtriebsseitige Position bis zur dritten Ableitung beinhaltet. Dies ist praktisch mit den gegebenen Sensoren nicht zu verwirklichen. Alternativ kann y aus dem messbaren Zustand x mit (4.30)-(4.33) beobachtet werden, was eine sehr genaue Bestimmung der Steckenparameter erfordert. Auch sind die Berechnungen, vor allem für y_4 , sowie der Stellgröße τ_m , extrem aufwendig. Die symbolische Ableitung von $M(x_1)^{-1}$ oder $N(x_1, x_2)$ sprengt bei weitem die Möglichkeiten der verfügbaren Rechenleistung, während eine numerische Differenzierung wegen der nachfolgenden weiteren Ableitung in (4.37) das Messrauschen zu sehr verstärken würde. Somit kommt nur eine deutlich vereinfachte Version dieses Reglers praktisch in Frage (siehe auch Abs. 6.1).
- Es ist schwierig, für das erhaltene Mehrgrößensystem mit der Ordnung 28 eine sinnvolle Polvorgabe durchzuführen, die im gesamten Arbeitsbereich robust gegen Modellungenauigkeiten ist und sonstige Randbedingungen, wie z.B. Stellgrößenbegrenzungen, nicht verletzt.
- Das System hat, unabhängig von der Roboterstellung, immer die gleichen Eigenwerte. Somit benötigt es in Stellungen mit großer Massenträgheit deutlich mehr Energie als in Positionen wo der Arm nicht ausgestreckt ist. Um Stellgrößenbegrenzungen zu vermeiden, führt dies zu einer konservativen Reglerauslegung, die in weiten Teilen des Arbeitsbereiches suboptimal ist.

4.1.6 Passivitätsbasierte Regelung

Der passivitätsbasierte Regler beseitigt die letzten beiden Nachteile der Zustandslinearisierung. Der Ansatz ist auf [95] zurückzuführen, wo er zur adaptiven Regelung von starren

Robotern formuliert wurde. Erweiterungen für Roboter mit elastischen Gelenken wurden in [54, 14] vorgestellt. Dabei wird von der Modelldarstellung (4.16), (4.17) ausgegangen, also von der Einteilung in Drehmoment-Dynamik und Dynamik des starren Roboters. Somit kann der Regler für (4.16) genauso wie im Falle der starren Roboter ausgelegt werden. Man definiert eine virtuelle „Sollgeschwindigkeit“

$$v_2 = \dot{q}_d - \Lambda(q_2 - q_{2d}) \quad (4.39)$$

In diesem Zusammenhang wird auch von Robotern mit „Geschwindigkeits-Schnittstelle“ gesprochen. Tatsächlich enthält v_2 aber nicht nur die reale Sollgeschwindigkeit \dot{q}_d , sondern auch einen Anteil, der vom Positionsfehler abhängt. Entsprechend ergibt sich folgender virtueller „Geschwindigkeitsfehler“ (auch „Tracking-Fehler“ genannt):

$$s = \dot{q}_2 - v_2 = (\dot{q}_2 - \dot{q}_d) + \Lambda(q_2 - q_{2d}) \quad (4.40)$$

der eigentlich eine Linearkombination von Positions- und Geschwindigkeitsfehler darstellt. Regelt man das Gelenkdrehmoment auf den Sollwert

$$\tau_d = M(q_2)\dot{v}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)v_2 + g(q_2) - K_D s \quad (4.41)$$

so resultiert folgende Fehlerdynamik des geregelten Teilsystems:

$$M(q_2)\dot{s} + C(q_2, \dot{q}_2)s + K_D s = \tau - \tau_d = -e_\tau \quad (4.42)$$

Zum Regeln der Drehmoment-Dynamik (des Fehlers e_τ zu Null) kann z.B. folgender Regler benutzt werden:

$$\tau_m = (I + JM(q_2)^{-1})\tau - JM(q_2)^{-1}N(q_2, \dot{q}_2) + J(K^{-1}\ddot{\tau}_d + c_1\dot{e}_\tau + c_2e_\tau) \quad (4.43)$$

mit $e_\tau = \tau_d - \tau$, was zu einer entkoppelten Fehlerdynamik führt:

$$K^{-1}\ddot{e}_\tau + c_1\dot{e}_\tau + c_2e_\tau = 0 \quad (4.44)$$

Um die Stabilität des Gesamtsystems zu beweisen, benutzt man die Stabilitätstheorie für Systeme mit Dreiecksstruktur, die z.B. in [90, 51, 71, 57] entwickelt wurde (Abs. 6.9). Im Gegensatz zur „Singular Perturbation“-Methode, können hier die Eigenwerte von (4.42), (4.44) gleiche Größenordnung haben. Man ist auch nicht auf Einschränkungen bezüglich der Steifigkeit angewiesen.

Die Überlegung, die zum Regler (4.41) führt, ist folgende: Gleichung (4.16) mit kompensiertem oder vernachlässigtem Gravitationsvektor (entsprechend dem starren Roboter in der Schwerelosigkeit), stellt eine passive Abbildung zwischen dem Eingang τ und der Geschwindigkeit \dot{q}_2 dar [9]. Die Energie des Roboters ist

$$V = \frac{1}{2}\dot{q}_2^T M(q_2)\dot{q}_2 \quad (4.45)$$

Darauf wird in Abs. 5.4 näher eingegangen. Stellt der Regler ein einfaches Dämpfungselement dar, z.B. $\tau_m = K_D(\dot{q}_{2d} - \dot{q}_2)$, so ist das System auch dissipativ und mit der

Ljapunow-Funktion (4.45) kann die Konvergenz des Geschwindigkeitsfehlers zu Null bewiesen werden. Um diese Konvergenzeigenschaft auch für den Positionsfehler zu erzwingen, wird der Regler (4.41) so gewählt, dass die gesamte „Energie“ des Systems

$$V_1 = \frac{1}{2} s^T M(q_2) s \quad (4.46)$$

ist. Tatsächlich kann überprüft werden, dass mit dem Regler (4.41), V_1 eine Ljapunow-Funktion des geregelten Systems darstellt, da $\dot{V}_1 = -s^T K_D s$. Aus diesem Grund wird diese Entwurfsmethode auch als Energieformungs-Methode bezeichnet („energy shaping“).

Man bemerkt aus (4.42), dass das geregelte System nicht mehr linear wie im Falle der Zustandslinearisierung ist. Linearisiert man diese Gleichung um einen Betriebspunkt (siehe auch Abs. 6.8), so sind die Eigenwerte offensichtlich abhängig von der aktuellen Robotertragfähigkeit. Somit können die letzten zwei Nachteile der Zustandslinearisierung beseitigt werden. Der erste Einwand bleibt allerdings erhalten. Um den Drehmomentregler zu implementieren, muss τ_d zweimal abgeleitet werden, was wiederum auf die Messung oder Beobachtung der ersten drei Ableitungen der abtriebsseitigen Position hinausläuft.

4.1.7 Backstepping-Methode

Diese Methode hat den Vorteil, dass sie einen systematischen Weg zur Herleitung eines Reglers mittels der Ljapunow Theorie darstellt und eine Erweiterung hinsichtlich adaptiver Regelung zulässt. Aus Sicht der Implementierungsproblematik, wie auch was die erwartete Regelgüte betrifft, scheint der Ansatz keine Vorteile im Vergleich zu den letzten zwei Methoden zu bringen. Deswegen wird hier auf diese Methode nicht weiter eingegangen, sondern z.B. auf [45, 14, 68, 43] verwiesen.

4.1.8 Adaptive Regelung

Alle bisherigen Regelungsstrukturen gehen von bekannten Modellparametern aus. Diese Annahme ist, so wie es aus Kap. 3 folgt, für die DLR Leichtbauroboter im hohen Maße gegeben. Trotzdem erscheint es in manchen Fällen (wie z.B. bei variablen, unbekanntem Lasten) sinnvoll, adaptive Regler zu benutzen. Der passivitätsbasierte Regler ermöglicht eine besonders elegante adaptive Variante. Diese basiert auf der, im Abs. 3.4 erwähnten, linearen Parametrierung der Roboterdynamik und dem Entwurf einer Parameteradaptation, die die Passivitätseigenschaften des Systems beibehält [68, 54, 14, 103, 119]. Da adaptive Regelung außerhalb des Rahmens dieser Arbeit liegt, wird darauf auch nicht näher eingegangen.

newpage

4.2 Reglerstrukturen für die DLR-Leichtbauroboter

Betrachtet man den Stand der Technik zur Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken, so ist eine deutliche Polarisierung zwischen den praktisch begründeten Arbeiten und

den theoretisch vorgeschlagenen Regelungsansätzen zu erkennen. Die ersten tragen der nichtlinearen Struktur der Strecke meistens unzureichend Rechnung und können deswegen aus theoretischer Sicht keiner Stabilitätsanalyse unterzogen werden. Dies führt auch zu einer eingeschränkten Wirksamkeit im Falle von stark elastischen Robotern mit sechs oder sieben Freiheitsgraden. Andererseits gibt es vollständige theoretische Lösungen, die aus vorher erwähnten Gründen praktisch nicht implementiert werden können.

Ein wichtiges Ziel dieser Arbeit ist es, diese Lücke zu schließen. Das hier verfolgte Regelungskonzept geht von einer einfachen, praktisch leicht implementierbaren Regelungsstruktur aus, die aber gleichzeitig theoretisch analysiert werden kann und für die Stabilitätsbedingungen unter Berücksichtigung der vollständigen Nichtlinearität der Strecke abgeleitet werden können. Die Reglerstruktur wird dann schrittweise erweitert, so dass die bekannte Roboterdynamik in zunehmendem Grade entkoppelt wird. Es wird der Bezug zu dem Regler mit Zustandslinearisierung bzw. dem passivitätsbasierten Regler gemacht und die Unterschiede herausgearbeitet.

Diese progressive Vorgehensweise hat die Vorteile, dass die Reglerauslegung einen überschaubaren, handhabbaren Verlauf hat und die Beiträge und Bedeutung unterschiedlicher Komponenten des Reglers praktisch bewertet und gegen ihre Implementierungskosten abgewogen werden können.

Die Gleichungen, die die Dynamik eines einzelnen Gelenkes beschreiben, können in einen quasi-linearen Anteil und den fett gedruckten, nichtlinearen Anteil aufgeteilt werden.

$$\begin{aligned}\tau_{m_i} &= J_i \ddot{q}_{1_i} + \tau_i + dk^{-1} \dot{\tau}_i + \tau_{F_i} \\ \tau_i + dk^{-1} \dot{\tau}_i &= m_{ii}(q_{2_{i+1}} \dots q_{2_N}) \ddot{q}_{2_i} + \\ &\quad \sum_{j \neq i} m_{ij}(\mathbf{q}_2) \ddot{q}_{2_j} + \mathbf{c}_i(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) \dot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{g}_i(\mathbf{q}_2)\end{aligned}\tag{4.47}$$

Es ist bemerkenswert, dass das Diagonalelement der Trägheitsmatrix, m_{ii} , nicht von der Position des Gelenkes i abhängt, sondern nur von den Positionen der darauffolgenden Gelenke.

Das vorgeschlagene Reglerkonzept ist wie folgt strukturiert:

- (1) Der PD-Regler stellt eine sehr einfache und robuste Reglerstruktur dar, die auch heutzutage nach wie vor in den meisten Industrierobotern angewendet wird. Gründe dafür sind die aus der Einfachheit resultierende Zuverlässigkeit und die geringen Implementierungskosten. Die natürliche Erweiterung dieses Reglers für den Fall des Roboters mit elastischen Gelenken ist ein Zustandsregler vierter Ordnung, der für den linearen Anteil in (4.47), unter Vernachlässigung der nichtlinearen Terme, ausgelegt ist. Als nächstes können zwei nichtlineare Terme hinzugefügt werden, die die Schwerkraft und die Reibung kompensieren. Dies führt zu folgendem Reglergesetz:

$$\begin{aligned}\tau_m &= K_P \tilde{q}_1 - K_D \dot{q}_1 - K_T K^{-1} \tau - K_S K^{-1} \dot{\tau} \\ &\quad + (K + K_T) K^{-1} g(q_{2d}) + \tau_F\end{aligned}\tag{4.48}$$

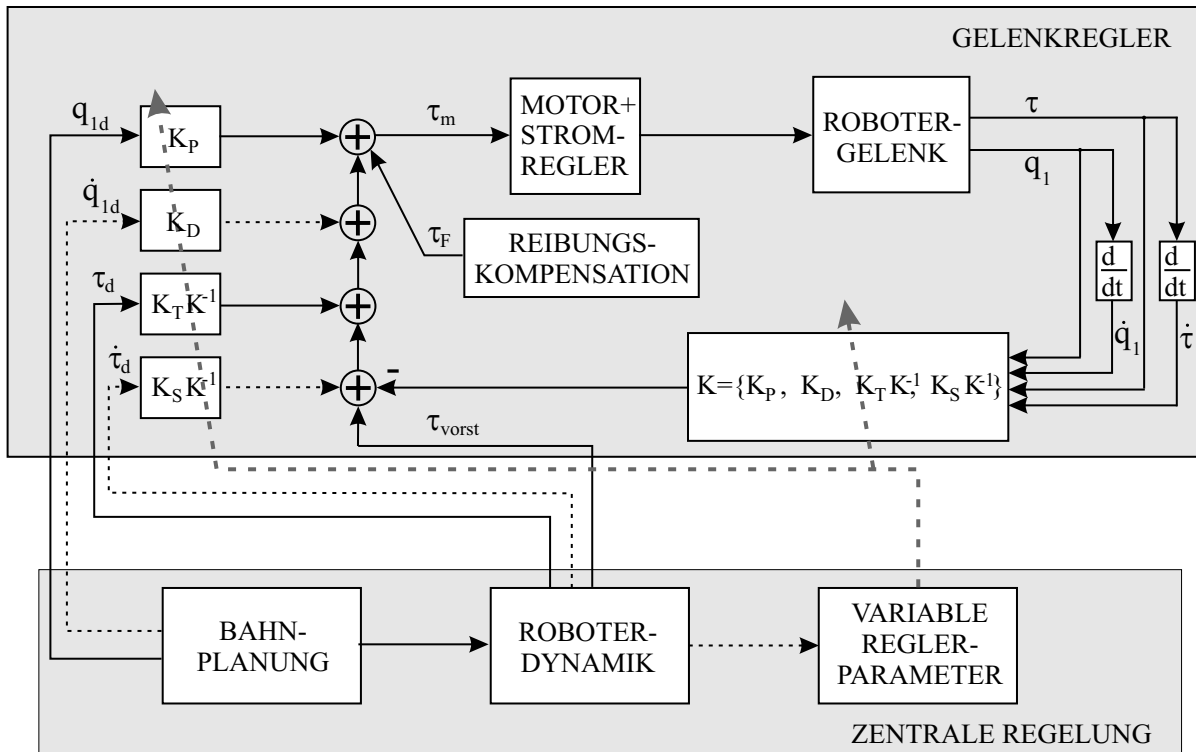


Abbildung 4.3: Struktur des Zustandsreglers im DLR Leichtbauroboter. Mit durchgezogener Linie sind die Elemente des Reglers mit konstanten Parametern gezeichnet. Dabei erhält man mit $\tau_d = \tau_{\text{vorst}} = g(q_{2d})$ den Regler (4.48). Gestrichelt sind die Erweiterungen für den Regler mit variablen Parametern aus (6.1) dargestellt, mit $\tau_d = N(\dot{q}_2, q_2)$.

K_P, K_D, K_S, K_T sind diagonale Verstärkungsmatrizen mit der Dimension $N \times N$. $q_{2d_{N \times 1}}$ ist die abtriebsseitige Solltrajektorie und $\tilde{q}_1 = q_{1d} - q_1$ ist der motorseitige Positionsfehler.

Der Regler (4.48) ist unserer Meinung nach eine der einfachsten Strukturen, die für Roboter mit elastischen Gelenken effizient und gleichzeitig theoretisch voll vertretbar ist.

- (2) Um die variable Massenträgheit m_{ii} zu berücksichtigen oder um eine variable Gelenksteifigkeit und Dämpfung zu implementieren, werden die Verstärkungsmatrizen in einem nächsten Schritt online verändert, was zu einer Reglerstruktur mit variablen Parametern führt. Dieser Regler ermöglicht es in einer überschaubaren Struktur, eine vereinfachte Version einiger der bekannten theoretischen Ansätze (z.B. Zustandslinearisierung) effizient experimentell umzusetzen.
- (3) Schließlich wird ein theoretischer passivitätsbasierter Regler vorgeschlagen, der für den elastischen Fall sowie für den Übergang zum starren Robotermodell eine einheitliche Lösung bietet und somit eine praktische Umsetzung der Konzepte aus Abs. 4.1.6 ermöglicht. In vereinfachter Form kann auch dieser Ansatz als Regler mit variablen Parametern implementiert werden.

Abb. 4.3 stellt die vorgeschlagene Struktur des Reglers mit variablen Parametern dar. Kap. 5 befasst sich mit dem Regler (1), während in Kap. 6 die Reglerstrukturen (2) und (3) vorgestellt werden.

4.2.1 Sensor-konzept: Auswahl der Gelenkzustandsgrößen

Der Regler (4.48) benutzt den Zustandsvektor

$$x_1 = \{q_1, \dot{q}_1, \tau, \dot{\tau}\}, \quad (4.49)$$

also die Motorposition und -geschwindigkeit sowie das abtriebsseitige Gelenkdrehmoment und dessen Ableitung. Dies ist offensichtlich nicht die einzige mögliche Auswahl, es bietet sich z.B. auch an, die abtriebsseitige Position und Geschwindigkeit als Zustandsgrößen zu wählen. In diesem Abschnitt werden die Vor- und Nachteile unterschiedlicher Kombinationen erörtert und die getroffene Wahl des Zustandsvektors x_1 argumentiert.

Es ist offensichtlich, dass im idealen, linearen Fall eines einzelnen Gelenkes ohne Gravitationseinfluss:

$$\begin{aligned} \tau_m &= J_1 \ddot{q}_1 + d_1 \dot{q}_1 + k(q_1 - q_2) + d(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \\ J_2 \ddot{q}_2 + d_2 \dot{q}_2 &= k(q_1 - q_2) + d(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \\ \tau &= k(q_1 - q_2) \end{aligned} \quad (4.50)$$

die unterschiedlichen Systemdarstellungen äquivalent sind. So sind z.B.

$$\begin{aligned} x_1 &= \{\dot{q}_1, q_1, \dot{\tau}, \tau\}, \\ x_2 &= \{\dot{q}_1, q_1, \dot{q}_2, q_2\}, \\ x_3 &= \{\dot{q}_2, q_2, \dot{\tau}, \tau\}, \\ x_4 &= \{q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2, \ddot{q}_2\} \end{aligned}$$

mögliche Zustandsvektoren und die einzelnen Systemmatrizen erhält man durch entsprechende lineare Transformationen. Wenn die Federdämpfung $d = 0$ ist, nimmt das System für den Zustand x_4 und den skalierten Eingang $u_4 = k/(J_1 J_2)\tau_m$ die Regelungsnormalform an:

$$\dot{x}_4 = A_4 x_4 + b_4 u_4$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{J_1 d_2 + J_2 d_1}{J_1 J_2} & -\frac{k(J_1 + J_2) + d_1 d_2}{J_1 J_2} & -\frac{k(d_1 + d_2)}{J_1 J_2} & 0 \end{bmatrix} \quad b_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Auch im nichtlinearen Fall des mehrachsigen Roboters kommt dem Zustandsvektor x_4 eine besondere Bedeutung zu, was für die Messung von q_2 als Zustand spricht. Wie in Abschnitt 4.1.5 dargestellt, ist in dieser Zustandsdarstellung die vollständige Linearisierung und Entkopplung des Systems möglich. Dies gilt aber nur im Falle $d = 0$.

Im allgemeinen Fall $d \neq 0$ führt die Zustandslinearisierung zu einer viel aufwendigeren Zustandsdarstellung, die auch aus theoretischer Sicht nur schwer handhabbar ist. Die direkte Messung der Gelenkbeschleunigung und des Ruckes waren zum Zeitpunkt der Konstruktion des Roboters nicht durchführbar. Somit müssten diese Größen für die Regelung aus anderen, messbaren Zustandsgrößen bestimmt werden. Neue Sensor-Entwicklungen in diesem Bereich können aber das Problem in ein anderes Licht stellen.

Ein weiteres Argument zur Messung von q_2 ist, dass damit die Position der Roboterspitze (TCP) genauer ermittelt werden kann als mit Hilfe der Motorposition und des Drehmoments. Deswegen wurde im LBR2 die Einsatzmöglichkeit von abtriebsseitigen Positionssensoren vorgesehen. Es gibt aber auch folgende Nachteile beim Einsatz dieser Messgröße:

- Aufgrund der Getriebeübersetzung ist es viel leichter, eine hohe Auflösung der Position durch motorseitige Messung zu erhalten. Die DLR-Leichtbauroboter haben ein sehr kompaktes motorseitiges Positionsmesssystem, basierend auf den analogen Hall-Sensoren, die auch zur Motorregelung verwendet werden. Eine ähnliche abtriebsseitige Auflösung kann nur sehr aufwendig erreicht werden und würde zu einer deutlichen Gewichtserhöhung des Gelenkes führen.
- Aus der Antriebstechnik ist bekannt, dass ein PD-Regler basierend auf der abtriebsseitigen Position für hohe Reglerbandbreiten zur Instabilität neigt [87], während der PD-Regler mit Motorposition theoretisch nicht instabil werden kann.

- Beim LBR2 hat sich herausgestellt, dass ein Teil der Schwingungen auch durch Elastizitäten nach dem abtriebsseitigen Positionssensor verursacht werden (Abb. 3.6). Somit würde q_2 auch keine genaue Angabe über den TCP liefern. Bei der Identifikation in Abs. 3.3.1 wird aber die Summe der Elastizitäten ermittelt, so dass man auf Grund von Motorposition und Gelenkdrehmoment auch eine gute Schätzung der realen Abtriebsposition erhält.

Diese Überlegungen führten zur Entscheidung, die Motorposition als einen der Zustände zu wählen. Dafür, dass wir uns für den Gelenkdrehmomenten-Sensor als zweites Zustandssignal entschieden haben, gibt es noch folgende Gründe:

- Der auf der Messung von q_1 und q_2 beruhende Term $k(q_1 - q_2)$ ist, aus oben genannte Gründen ein schlechtes Maß für das reale Gelenkdrehmoment. Auch kann, wegen der Getriebereibung, das Motormoment nicht dem Abtriebsmoment gleichgesetzt werden. Somit kann man mit den Positionssensoren ein nachgiebiges Verhalten und Drehmomentregelung nur sehr ungenau implementieren.
- Der Regler aus Abb. 4.3 kann durch geeignete Wahl der Verstärkungsmatrizen sowohl zur Implementierung eines Positionsreglers, wie auch eines Drehmomentreglers benutzt werden (Abs. 6.4). Im allgemeinen stellt diese Reglerstruktur einen Steifigkeitsregler dar, der eine gewünschte virtuelle Gelenksteifigkeit k_a und Dämpfung d_a implementieren kann. In dem Sonderfall $k_a = 0$ erhält man daraus den Drehmomentregler, während der Positionsregler den Sonderfall $k_a = k_{\max}$ darstellt. Da die Implementierung eines einstellbar nachgiebigen Verhaltens eine der besonderen Anforderungen an den Leichtbauroboter ist, bietet diese Reglerstruktur klare Vorteile.
- Wie in Abs. 6.1 gezeigt wird, kann das Drehmoment und dessen Ableitung zur Berechnung der Beschleunigung \ddot{q}_2 und des Rucks $\ddot{\ddot{q}}_2$ und somit zu einer vereinfachten Implementierung der Zustandslinearisierung benutzt werden.
- Zahlreiche Ansätze zur kartesischen Regelung von Robotern [46, 120, 21] setzen auf eine Drehmomentschnittstelle auf Gelenkebene auf. Es gibt aber weltweit kaum Robotersysteme, die eine leistungsfähige Drehmoment-Schnittstelle anbieten.
- Die Sensortechnik für Drehmomentmessung ist gut ausgereift. Beim DLR verfügt man über langjährige Erfahrung in der Entwicklung von Drehmoment-Messsystemen.

Somit erscheint die Wahl des Zustandsvektors x_1 , mit Messung von Motorposition und Drehmoment in Verbindung mit der numerischen Differentiation zur Bestimmung der Ableitungen für die gegebene Aufgabe am besten geeignet, trotz der zusätzlichen Elastizität die vom Momentensensor eingeführt wird.

Kapitel 5

Zustandsregler mit konstanten Parametern und Gravitationskompensation

5.1 Stabilitätsbeweis

In dem vorherigen Kapitel wurde eine Reglerstruktur vorgeschlagen, die, ausgehend von einem einfachen, linearen Regler für jedes Gelenk, durch Hinzufügen von Information über die Roboterdynamik in Richtung Zustandslinearisierung für den Gesamtroboter erweitert werden kann. Eine Frage von theoretischem aber auch praktischem Interesse in diesem Zusammenhang ist, ob und unter welchen Bedingungen der einfachste praktisch sinnvolle Regler, der lineare Zustandsregler mit Gravitationskompensation, die komplexe nichtlineare Roboterdynamik um einen Referenzpunkt stabilisieren kann. Solch ein Beweis wurde von Arimoto [8] für die PD-Regelung von starren Robotern aufgestellt und ist die theoretische Rechtfertigung für diesen Regler, der in den meisten Industrierobotern immer noch eingesetzt wird. Tomei [112] erweiterte diesen Beweis für PD Regler und Roboter mit elastischen Gelenken. Allerdings bringt dieser Regler, auf Grund fehlender abtriebsseitiger Information, nur unbefriedigende Ergebnisse. Aufbauend auf diesen Arbeiten werden in diesem Kapitel die notwendigen Stabilitätsbedingungen hergeleitet und ein Stabilitätsbeweis für den Zustandsregler mit Gravitationskompensation aufgestellt. Der theoretische Stabilitätsbeweis basiert auf Ljapunows direkter Methode zum Beweis der Stabilität nichtlinearer Systeme [45, 96, 117].

Die Gleichungen des Roboters und des Reglers seien hier nochmals erwähnt (siehe (2.25)-(2.27)):

$$\tau_m = J\ddot{q}_1 + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} + \tau_F \quad (5.1)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (5.2)$$

$$\tau = K(q_1 - q_2) \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned}\tau_m &= K_P \tilde{q}_1 - K_D \dot{q}_1 - K_T K^{-1} \tau - K_S K^{-1} \dot{\tau} \\ &\quad + (K + K_T) K^{-1} g(q_{2d}) + \tau_F\end{aligned}\quad (5.4)$$

Der Beweis benutzt einige bekannte mathematische Eigenschaften des dynamischen Modells eines Roboters [8, 112], die nachfolgend kurz beschrieben werden:

E1) Die Trägheitsmatrix ist positiv definit

$$\lambda_m \leq \|M(q_2)\| \leq \lambda_M \quad (5.5)$$

λ_m, λ_M stellen den minimalen bzw. maximalen Eigenwert von $M(q_2)$ für alle $q_2 \in \mathcal{R}^N$ dar, und sind beide strikt positive Werte. In dieser Arbeit wird für die Norm eines Vektors $x \in \mathcal{R}^N$ die euklidische Norm \mathcal{L}_2 :

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (5.6)$$

und für die Norm einer reellen Matrix M die induzierte \mathcal{L}_2 Norm :

$$\|M\| = \sqrt{\text{Eigenwert}_{\max} A^T A} \quad (5.7)$$

verwendet [117].

E2) Die Matrix $\frac{1}{2} \dot{M}(q_2) - C(q_2, \dot{q}_2)$ ist antisymmetrisch (siehe Abs. 2.2, Anhang B), folglich:

$$\dot{q}_2^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(q_2) - C(q_2, \dot{q}_2) \right] \dot{q}_2 = 0 \quad (5.8)$$

E3) Die Ableitung des Gravitationsvektors ist von einer Konstante $\alpha \in \mathcal{R}$ beschränkt

$$\left\| \left(\frac{\partial g(q_2)}{\partial q_2} \right)_{N \times N} \right\| < \alpha, \quad \forall q_2 \in \mathcal{R}^N \quad (5.9)$$

Diese Eigenschaft beruht auf der Tatsache, dass der Gravitationsvektor über trigonometrische Funktionen von dem Positionsvektor abhängt (Anhang A.2). Durch zweifache Anwendung des Mittelwerttheorems ergeben sich folgende äquivalente Beziehungen:

$$\|g(q_{2d}) - g(q_2)\| \leq \alpha \|q_2 - q_{2d}\| \quad (5.10)$$

und

$$|U_G(q_{2d}) - U_G(q_2) + (q_2 - q_{2d})^T g(q_{2d})| \leq \frac{1}{2} \alpha \|q_2 - q_{2d}\|^2 \quad (5.11)$$

dabei ist U_G die potentielle Energie der Gravitationskraft:

$$\left(\frac{\partial U_G(q_2)}{\partial q_{21}}, \dots, \frac{\partial U_G(q_2)}{\partial q_{2n}} \right) = g(q_2) \quad (5.12)$$

q_{2d} ist die abtriebsseitige Sollposition.

Für den Beweis ist es nützlich, die dynamischen Gleichungen des Roboters nur als Funktion der motorseitigen Position und Geschwindigkeit q_1, \dot{q}_1 sowie der abtriebsseitigen Position und Geschwindigkeit q_2, \dot{q}_2 auszudrücken.

$$\begin{aligned} K\Delta q + D\Delta\dot{q} &= M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \\ \tau_m &= J\ddot{q}_1 + K\Delta q + D\Delta\dot{q} + \tau_F \end{aligned} \quad (5.13)$$

Die Reglergleichung (5.4) wird zu:

$$\begin{aligned} \tau_m &= K_P\tilde{q}_1 - K_D\dot{q}_1 - K_T\Delta q - K_S\Delta\dot{q} \\ &\quad + (K + K_T)K^{-1}g(q_{2d}) + \tau_F \end{aligned} \quad (5.14)$$

Dabei wurden folgende Notationen benutzt:

$$\Delta q = q_1 - q_2 \quad (5.15)$$

$$\tilde{q}_j = q_{jd} - q_j, \quad j = 1, 2 \quad (5.16)$$

Da im eingeschwungenen Zustand in der Sollposition alle Ableitungen gleich Null sind, ergibt sich aus (5.2) folgende Beziehung zwischen den Sollpositionen für Motor und Abtrieb:

$$q_{1d} = q_{2d} + K^{-1}g(q_{2d}) \quad (5.17)$$

Die Stabilitätseigenschaften des Systems können wie folgt formuliert werden:

Theorem 1 *Gegeben sei das System (5.2) mit dem Regelgesetz (5.4). Die Sollposition q_{2d} ist global asymptotisch stabil, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:*

$$k_i + k_{Ti} > 0 \quad (5.18a)$$

$$k_i > \alpha \quad (5.18b)$$

$$k_i k_{Pi} > \alpha(k_{Pi} + k_{Ti} + k_i) \quad (5.18c)$$

$$k_{Di} > \frac{(k_{Si}k_i - k_{Ti}d_i)^2}{4k_i d_i (k_i + k_{Ti})} \quad (5.18d)$$

Beweis: Um das Theorem zu beweisen, betrachte man folgende Funktion als Ljapunow-Kandidat:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}\dot{q}_1^T K(K + K_T)^{-1} J \dot{q}_1 + \frac{1}{2}\dot{q}_2^T M(q_2)\dot{q}_2 + \frac{1}{2}(\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2)^T K(\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2) \\ &\quad + \frac{1}{2}\tilde{q}_1^T K_P K(K + K_T)^{-1} \tilde{q}_1 + U_G(q_2) - U_G(q_{2d}) + \tilde{q}_2^T g(q_{2d}) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Diese Funktion enthält die kinetische Energie des Rotors und der abtriebsseitigen Robotermassen, die potentielle Energie der Gelenkelastizität sowie die Energie des Reglers.

Eine systematische Methode zur Aufstellung dieser Funktion wird in Abs. 5.4 behandelt. Betrachtet man den Zustandsvektor

$$x = [\dot{q}_1, q_1, \dot{q}_2, q_2]$$

und folgenden Sollpunkt im Zustandsraum:

$$x_d = [0, q_{1d}, 0, q_{2d}]$$

so ist die Bedingung $V(x_d) = 0$ offensichtlich erfüllt. Es lässt sich auch sofort überprüfen, dass für $\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty$. Um nachzuweisen, dass $V(x) > 0$ für $x \neq x_d$ verwenden wir Eigenschaft E3) und zerlegen $V(x)$ in zwei Terme, der erste abhängig von \dot{q}_1, \dot{q}_2 und der zweite abhängig von q_1, q_2 :

$$V \geq V_1 + V_2 \quad (5.22)$$

mit

$$V_1 = \frac{1}{2} \dot{q}_1^T K (K + K_T)^{-1} J \dot{q}_1 + \frac{1}{2} \dot{q}_2^T M(q_2) \dot{q}_2 \quad (5.23)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} (\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2)^T K (\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2) - \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T \alpha \tilde{q}_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_1^T K_P K (K + K_T)^{-1} \tilde{q}_1 \quad (5.24)$$

Im ersten Term aus V_1 sind alle Matrizen diagonal, somit ist dieser Term positiv definit wenn

$$k_i + k_{T_i} > 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (5.25)$$

N ist die Anzahl der Robotergelenke. Mit der Bedingung (5.25) und auf Grund der Eigenschaft E1) ist V_1 immer positiv definit. Da auch in V_2 alle Matrizen diagonal sind, kann man V_2 in Gelenkterme zerlegen:

$$V_2 = \sum_{i=1}^N V_{2i} \quad (5.26)$$

V_{2i} sind quadratische Funktionen von \tilde{q}_{1i} und \tilde{q}_{2i} . Damit V_{2i} positiv ist, muss die Hesse-Matrix

$$\mathcal{H}(V_{2i}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} k_i - \alpha & -k_i \\ -k_i & k_i \left(1 + \frac{k_{P_i}}{k_i + k_{T_i}}\right) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

positiv definit sein. Durch Anwendung des Theorems von Sylvester [96] (S. 79), und unter Berücksichtigung von (5.25), ergeben sich folgende Bedingungen für die positiv Definitheit von V_2 :

$$\begin{cases} \alpha < k_i \\ \alpha(k_{P_i} + k_{T_i} + k_i) < k_i k_{P_i}, \end{cases} \quad (5.28)$$

Somit ist V p.d. wenn die Bedingungen (5.25) und (5.28) erfüllt sind.

Die zeitliche Ableitung der Ljapunow-Funktion V ist:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{q}_1^T K (K + K_T)^{-1} J \dot{q}_1 + \dot{q}_2^T M(q_2) \dot{q}_2 + \frac{1}{2} \dot{q}_2^T \dot{M}(q_2) \dot{q}_2 - \Delta \dot{q}^T K (\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2) \\ &\quad - \dot{q}_1^T K_P K (K + K_T)^{-1} \tilde{q}_1 + \dot{q}_2^T g(q_2) - \dot{q}_2^T g(q_{2d}) \end{aligned} \quad (5.29)$$

Um die Ableitungen von V entlang der Trajektorien des Systems zu berechnen, fügen wir (5.13) und (5.14) in (5.29) ein.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{q}_1^T K(K + K_T)^{-1} [-(K + K_T)\Delta q + K_P \tilde{q}_1 - K_D \dot{q}_1 - (D + K_S)\Delta \dot{q} + \\ & (K + K_T)K^{-1}g(q_{2d})] + \dot{q}_2^T [K\Delta q + D\Delta \dot{q} - C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 - g(q_2)] + \frac{1}{2}\dot{q}_2^T \dot{M}(q_2)\dot{q}_2 \\ & - \Delta \dot{q}^T K(\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2) - \dot{q}_1^T K_P K(K + K_T)^{-1}\tilde{q}_1 + \dot{q}_2^T [g(q_2) - g(q_{2d})] \end{aligned} \quad (5.30)$$

Unter Berücksichtigung von E2) erhalten wir nach einigen Vereinfachungen:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{q}_1^T K(K + K_T)^{-1} [K_D \dot{q}_1 + (D + K_S)\Delta \dot{q}] \\ & + \dot{q}_2^T D\Delta \dot{q} - \Delta \dot{q}^T K\Delta q - \Delta \dot{q}^T K(\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2) + (\dot{q}_1^T - \dot{q}_2^T)g(q_{2d}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

Mit (5.17) und auf Grund der Beziehung

$$\tilde{q}_1 - \tilde{q}_2 = \Delta q_d - \Delta q \quad (5.32)$$

erhalten wir schließlich:

$$\dot{V} = -\dot{q}_1^T K K_D (K + K_T)^{-1} \dot{q}_1 + \dot{q}_2^T D \Delta \dot{q} - \dot{q}_1^T K (D + K_S) (K + K_T)^{-1} \Delta \dot{q} \quad (5.33)$$

In diesem Ausdruck haben wiederum alle Matrizen Diagonalform. Somit kann man \dot{V} in Gelenkterme zerlegen:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \dot{V}_i \quad (5.34)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{k + k_T} [(k_D + k_S + d)k\dot{q}_1^2 \\ & - ((k_S + 2d)k + dk_T)\dot{q}_1\dot{q}_2 + (dk_T + dk)\dot{q}_2^2] \end{aligned} \quad (5.35)$$

Die Gelenkindices i wurden aus Gründen der Überschaubarkeit weggelassen. Damit $\dot{V}(\dot{q}_1, \dot{q}_2)$ negativ definit ist, muss die Hesse-Matrix

$$\mathcal{H}(-\dot{V}_i) = \frac{1}{2(k + k_T)} \begin{bmatrix} 2(k_D + k_S + d)k & -k_S k - 2dk - dk_T \\ -k_S k - 2dk - dk_T & 2(dk_T + dk) \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

positiv definit sein. Durch Anwendung des Sylvester-Theorems und unter Berücksichtigung von (5.25) ergibt sich folgende Bedingung für die negativ Definitheit von \dot{V} :

$$k_D > \frac{(k_S k - k_T d)^2}{4kd(k + k_T)} \quad (5.37)$$

Man bemerke, dass \dot{V} nur von $\{\dot{q}_1, \dot{q}_2\}$ abhängig ist. Somit ist \dot{V} als Funktion von $\{\dot{q}_1, q_1, \dot{q}_2, q_2\}$ nur negativ semidefinit, da es für alle Punkte der Form

$$x = \{\dot{q}_1 = 0, q_1, \dot{q}_2 = 0, q_2\} \quad (5.38)$$

den Wert Null annimmt. Damit ist zwar die Stabilität des Systems, aber noch nicht die globale asymptotische Konvergenz zu dem Sollpunkt bewiesen. Um die asymptotische Stabilität des Ursprungs des Zustandsraumes für den geregelten Roboter zu beweisen, kann man das Invarianz-Theorem von Lasalle [117] benutzen. Das Theorem besagt, dass für negativ semidefinites \dot{V} , das System zur maximalen invarianten Menge konvergiert, für die $\dot{V} = 0$ gilt.

Eine invariante Menge ist eine Menge im Zustandsraum, die von jeder in die Menge eintretenden Zustands-Trajektorie nicht wieder verlassen wird.

Es muss also bewiesen werden, dass $\Gamma = \{x_d\}$ die maximale invariante Menge des Unterraumes

$$x = \{\dot{q}_1 = 0, q_1, \dot{q}_2 = 0, q_2\}. \quad (5.39)$$

darstellt.

Die Bedingung (5.39) ist äquivalent mit

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= 0; & \ddot{q}_2 &= 0; \\ q_1 &= \text{const.}; & q_2 &= \text{const.}; \end{aligned} \quad (5.40)$$

Da diese Bedingungen für alle Trajektorien in Γ immer erfüllt sind, erhalten wir durch einsetzen von (5.40) in (5.13) und (5.14) die Gleichungen, die die maximale invariante Menge Γ beschreiben. Die Zustandstrajektorien degenerieren innerhalb von Γ zu einzelnen Punkten, da die Geschwindigkeiten Null sind. Somit degenerieren die Differentialgleichungen des Systems zu algebraischen Gleichungen:

$$\begin{aligned} K\Delta q - g(q_2) &= 0 \\ -K\Delta q + K_P K (K + K_T)^{-1} \tilde{q}_1 + g(q_{2d}) &= 0 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Durch zweifache Anwendung von (5.17) für q_{1d} und q_1 , erhält man

$$g(q_{2d}) - g(q_2) = K K_P (K_P + K_T + K)^{-1} (q_2 - q_{2d}) \quad (5.42)$$

Die Gleichung muss auch für die Beträge beider Vektoren erfüllt sein:

$$\|g(q_{2d}) - g(q_2)\| = \|K K_P (K_P + K_T + K)^{-1} (q_2 - q_{2d})\| \quad (5.43)$$

(5.42) ist für $q_2 = q_{2d}$ offensichtlich erfüllt. Für den Fall, dass $q_2 \neq q_{2d}$ und unter Berücksichtigung von (5.10) und (5.28) ist aber folgende Kette von Ungleichungen gültig:

$$\|g(q_{2d}) - g(q_2)\| \leq \alpha \|(q_2 - q_{2d})\| < \|K K_P (K_P + K_T + K)^{-1} (q_2 - q_{2d})\| \quad (5.44)$$

Daraus kann man die Schlussfolgerung ziehen, dass (5.42) keine andere Lösung als $q_2 = q_{2d}$ haben kann und folglich der Punkt $x = x_d$ global asymptotisch stabil ist.

5.1.1 Diskussion der Stabilitätsbedingungen

Im vorherigen Abschnitt wurden folgende Bedingungen für die asymptotische Stabilität des Zustandsreglers mit Gravitationskompensation hergeleitet und in (Theorem1) zusammengefasst:

$$k_i + k_{T_i} > 0 \quad (5.45a)$$

$$k_i > \alpha \quad (5.45b)$$

$$k_i k_{P_i} > \alpha(k_{P_i} + k_{T_i} + k_i) \quad (5.45c)$$

$$k_{D_i} > \frac{(k_{S_i} k_i - k_{T_i} d_i)^2}{4k_i d_i (k_i + k_{T_i})} \quad (5.45d)$$

Nun werden diese Bedingungen genauer erläutert und diskutiert.

Bedingung (5.45b) bezieht sich auf die mechanischen Eigenschaften des unregulierten Roboters. Sie erfordert, dass die Steifigkeit des Gelenkes hoch genug ist, um einen Roboter mit blockierten Motoren im Gravitationsfeld halten zu können. Diese Bedingung ist für alle Fälle von praktischem Interesse erfüllt. Roboter, die diese Bedingung nicht erfüllen, stellen pathologische Sonderfälle dar und können ein instabiles oder chaotisches Verhalten aufweisen [44].

Bezüglich Bedingung (5.45c) sei erstens erwähnt, dass sie nur für positive Werte von k_P erfüllt werden kann. Tatsächlich ist, wegen (5.45a) und (5.45b),

$$k_{P_i} > \frac{\alpha(k_{T_i} + k_i)}{k_i - \alpha} > 0 \quad (5.46)$$

und somit kann die Bedingung für ausreichend große k_P Werte immer erfüllt werden. Der geklammerte Ausdruck in (5.45c) ist folglich positiv, und dies bedeutet:

$$\alpha < \frac{k_i k_{P_i}}{k_{P_i} + k_{T_i} + k_i} = k_a = \left. \frac{\tau_{\text{ext}}(s)}{q_2(s)} \right|_{s=0} \quad (5.47)$$

Bedingung (5.45c) hat für den geregelten Roboter folglich eine ähnliche Bedeutung wie (5.45b) für den Roboter mit unbewegten Motoren. Die Steifigkeit des geregelten Gelenkes, als statisches Verhältnis zwischen Drehmoment und abtriebsseitiger Position, muss in der Lage sein, den Roboter im Gravitationsfeld zu stabilisieren. Für eine Positionsregelung ist diese Bedingung selbstverständlich und durch die Wahl entsprechend hoher k_P Werte erfüllt. Im Falle einer variablen Steifigkeitsregelung kann diese Grenze für geringe Sollsteifigkeiten unterschritten werden. Das Auftreten von Grenzyklen konnte dabei auch experimentell beobachtet werden. Ein Extremfall diesbezüglich ist die Drehmomentregelung, wo die Sollsteifigkeit Null ist. In diesen Fällen darf die Kompensation der Gravitationskraft natürlich nicht aufgrund der Sollpositionen durchgeführt werden. Das Problem wird einfach gelöst, indem die aktuelle Istposition benutzt wird.

In Anbetracht von (5.47) bedeutet die Bedingung (5.45a), dass die Steifigkeit des geregelten Roboters geringer ist als die Steifigkeit des mechanischen, unregulierten Systems.

$$k_a < k_i \quad (5.48)$$

Eine Erhöhung der Steifigkeit des Gelenkes durch die Drehmoment-Rückführung ist zwar theoretisch möglich und wurde für ein Gelenk auch experimentell realisiert. Schon in diesem einfachen, vollständig linearisierbaren Fall, ist aber eine sehr hohe Empfindlichkeit der Eigenwerte gegenüber Schwankungen und Ungenauigkeiten der Parameter, sowohl experimentell wie auch bei der Betrachtung von Wurzelortskurven festzustellen. Dabei geht die Passivitäts-Eigenschaft des Reglers verloren, so dass für den Gesamtroboter mit der von uns vorgeschlagenen Methode keine Stabilität mehr garantiert werden kann.

Aufgrund der geringen Robustheit wird es erfahrungsgemäß für den allgemeinen praktischen Einsatz sehr schwierig sein, die Gelenksteifigkeit oberhalb der natürlichen Steifigkeit zu regeln. Dies ist eine Einschränkung, der man sich beim Einsatz von Robotern mit elastischen Gelenken bewusst sein sollte.

Bedingung (5.45d) ist auch die Hauptbedingung für die Passivität des Zustandsreglers (siehe Abs. 5.4). Sie ist für genügend hohe k_D Werte immer erfüllt.

5.2 Einfluss der Coulomb-Reibung

Im Regler-Gesetz (5.14) wurde angenommen, dass die Reibung bekannt ist und kompensiert werden kann. Im Abs. 3.3.2 wurden die Methoden und Ergebnisse zur Reibungsidentifikation vorgestellt. Da sich die Reibung aber mit der Temperatur und im Laufe der Zeit verändern kann, ist es im praktischen Fall nicht möglich, von einer vollständigen Reibungskompensation auszugehen. Ersetzen wir also in (5.14) τ_F durch einen Schätzwert $\hat{\tau}_F$:

$$\tau_m = K_P \tilde{q}_1 - K_D \dot{q}_1 - K_T \Delta q - K_S \Delta \dot{q} + (K + K_T) K^{-1} g(q_{2d}) + \hat{\tau}_F \quad (5.49)$$

und bezeichnen mit $\Delta \tau_F$ den Schätzfehler

$$\Delta \tau_F = \tau_F - \hat{\tau}_F \quad (5.50)$$

Da Reibung eine dissipative Kraft ist, funktioniert auch hier der Stabilitätsbeweis mit nur geringfügigen Änderungen. Die Ljapunow Funktion V_F kann für diesen Fall aus (5.19) unverändert übernommen werden. Bei der Berechnung von \dot{V}_F setzt man (5.49) anstatt (5.14) in (5.29) ein, und erhält:

$$\dot{V}_F = \dot{V} - \dot{q}_1^T K (K + K_T)^{-1} \Delta \tau_F \quad (5.51)$$

wobei \dot{V} die Ableitung der Ljapunow-Funktion aus (5.30) ist. Der zusätzliche Term ist negativ definit, so dass die Bedingung (5.37) ihre Gültigkeit beibehält. Den viskosen Reibungsanteil in (2.29) kann man aber auch in \dot{V} mit integrieren, so dass die Bedingung (5.45d) etwas entschärft wird:

$$k_D + \Delta d_1 > \frac{(k_S k - k_T d)^2}{4k d (k + k_T)} \quad (5.52)$$

Somit ist die Stabilität nach wie vor gewährleistet. Wegen der Unstetigkeit der Coulomb-Reibung für $\dot{q}_1 = 0$ muss aber der Frage der asymptotischen Stabilität eine besondere

Aufmerksamkeit geschenkt werden. Da die Reibung in diesem Punkt verschieden von Null ist, wird (5.42) zu

$$KK_P(K_P + K_T + K)^{-1}(q_2 - q_{2d}) - (g(q_{2d}) - g(q_2)) = K(K_P + K_T + K)^{-1}\Delta\tau_F \quad (5.53)$$

mit

$$|\Delta\tau_{Fi}| < \tau_F^{\max} \quad (5.54)$$

und den maximalen Reibungswerten τ_F^{\max} entsprechend (2.29). Für den Betrag der linken Seite von (5.53) können unter Berücksichtigung von (5.10) und (5.28) und der Tatsache, dass alle Matrizen diagonal sind, folgende Beziehungen aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} & \|KK_P(K_P + K_T + K)^{-1}(q_2 - q_{2d}) - (g(q_{2d}) - g(q_2))\|^2 \geq \\ & \geq \|KK_P(K_P + K_T + K)^{-1}(q_2 - q_{2d})\|^2 - \alpha\|q_2 - q_{2d}\|^2 = \\ & = \sum_{i=1}^N \left(\frac{k_i k_{P_i}}{k_{P_i} + k_{T_i} + k_i} - \alpha \right)^2 (q_2 - q_{2d})^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{k_i}{k_{P_i} + k_{T_i} + k_i} \delta_i (q_{2i} - q_{2di}) \right)^2 \end{aligned} \quad (5.55)$$

wobei mit δ_i folgender Ausdruck bezeichnet wurde:

$$\delta_i = k_{P_i} - \frac{\alpha(k_{P_i} + k_{T_i} + k_i)}{k_i} \quad (5.56)$$

Gilt für den Betrag der Winkeldifferenz

$$|q_{2i} - q_{2di}| > \tau_{Fi}^{\max} / \delta_i \quad (5.57)$$

so erhält man die Ungleichung

$$\begin{aligned} & \|KK_P(K_P + K_T + K)^{-1}(q_2 - q_{2d}) - (g(q_{2d}) - g(q_2))\| \\ & > \|K(K_P + K_T + K)^{-1}\Delta\tau_F\| \end{aligned} \quad (5.58)$$

Folglich kann (5.53) keine Lösung in diesem Bereich haben. Somit erweitert sich die maximale invariante Menge zu einem Intervall für jedes Gelenk:

$$q_{2i} \in (q_{2di} - \tau_{Fi}^{\max} / \delta_i, \quad q_{2di} + \tau_{Fi}^{\max} / \delta_i) \quad (5.59)$$

Wie in Abs. 5.1 dargestellt, degenerieren die Trajektorien innerhalb der invarianten Menge zu einzelnen Punkten, da die Geschwindigkeit Null ist. Das Ergebnis widerspiegelt die Tatsache, dass, im Falle unkompensierter Coulomb-Reibung, die Gelenke innerhalb einer toten Zone um die gewünschte Position zum Stillstand kommen.

5.3 Einfluss der Schwerkraftkompensation

Das Regelgesetz (5.4) enthält außer der Gelenkreibung auch noch die Werte der Gelenkela-
stizität und den Gravitationsvektor als erforderliches Modellwissen. In diesem Abschnitt

wird die Robustheit des Systems bezüglich der Ungenauigkeiten in der Schätzung dieser beiden Modellkomponenten analysiert.

Bezeichnet man mit \hat{K} den Modellwert der Gelenkelastizität und mit $\hat{g}(q_{2d})$ den Schätzwert für den Gravitationsvektor, so wird das Regelgesetz (5.14) zu

$$\tau_m = K_P \tilde{q}_1 - K_D \dot{q}_1 - K_T \Delta q - K_S \Delta \dot{q} + (\hat{K} + K_T) \hat{K}^{-1} \hat{g}(q_{2d}) + \tau_F \quad (5.60)$$

Somit ist die Gleichung der Gleichgewichtszustände:

$$\begin{aligned} K \Delta q - g(q_2) &= 0 \\ -K \Delta q + K_P K (K + K_T)^{-1} \tilde{q}_1 + g(q_{2d}) + \delta g &= 0, \end{aligned} \quad (5.61)$$

wobei mit δg der Fehlerterm

$$\delta g = (\hat{K} + K_T) (K + K_T)^{-1} \hat{K}^{-1} K \hat{g}(q_{2d}) - g(q_{2d}) \quad (5.62)$$

bezeichnet wird. Der Motorpositions-Sollwert aus (5.17) wird zu

$$q_{1d0} = q_{2d} + g(q_{2d}) K^{-1} + \delta q_2 \quad (5.63)$$

mit

$$\delta q_2 = \hat{g}(q_{2d}) \hat{K}^{-1} - g(q_{2d}) K^{-1} \quad (5.64)$$

Somit ergibt sich für die abtriebsseitige Position folgende Gleichung:

$$g(q_{2d}) - g(q_2) + K K_P (K_P + K_T + K)^{-1} (q_{2d} - q_2) = -\delta \tau \quad (5.65)$$

mit dem Gesamtfehlerterm

$$\delta \tau = (K_P + K_T + K)^{-1} [K_P K \delta q_2 + (K + K_T) \delta g] \quad (5.66)$$

Gleichung (5.65) erinnert an (5.53), mit dem Unterschied, dass hier $\delta \tau$ ein fester, konstanter Wert ist. Als nächstes wird folgender Hilfssatz bewiesen:

Lemma 1 *Unter den Bedingungen des Theorems 1 hat die Gleichung (5.65) genau eine Lösung.*

Beweis: Tatsächlich bedeutet diese Gleichung für jedes Gelenk

$$g_i(q_{2d}) - g_i(q_2) + \delta \tau_i = -k_i k_{P_i} (k_{P_i} + k_{T_i} + k_i)^{-1} (q_{2d_i} - q_{2i}) \quad (5.67)$$

Die rechte Seite der Gleichung ist eine stetige, beidseitig unbegrenzte Funktion von q_{2i} . Für alle beliebigen, festgehaltenen Werte von q_{2j} mit $j \neq i$ ist die linke Seite der Gleichung eine stetige, begrenzte Funktion von q_{2i} . Somit gibt es, unabhängig von der Position der anderen Gelenke, immer mindestens einen Wert von q_{2i} für den die Gleichung erfüllt ist. Folglich hat das System (5.65) mindestens eine Lösung.

Angenommen, das System hätte zwei unterschiedliche Lösungen q_{2a} und q_{2b} , dann würden beide Werte Gleichung (5.65) erfüllen und durch Subtraktion diese Gleichungen erhält man

$$g(q_{2a}) - g(q_{2b}) + KK_P(K_P + K_T + K)^{-1}(q_{2a} - q_{2b}) = 0 \quad (5.68)$$

Im Stabilitätsbeweis wurde aber gezeigt, dass diese Gleichung nur die Lösung ($q_{2a} = q_{2b}$) hat. Folglich hat das System genau eine Lösung.

Bezeichnen wir diese Lösung mit q_{20} . Aufgrund der gleichen Überlegungen wie in Abs. 5.2 folgt nun aus (5.65), dass q_{20} innerhalb des Intervalls

$$q_{20i} \in (q_{2di} - \delta\tau/\gamma_i, q_{2di} + \delta\tau/\gamma_i) \quad (5.69)$$

liegen muss. Dabei ist

$$\gamma_i = \frac{k_i k_{P_i}}{k_{P_i} + k_{T_i} + k_i} - \alpha \quad (5.70)$$

Das System konvergiert in diesem Fall global asymptotisch stabil gegen die Position $\{q_{1d0}, q_{20}\}$ und (5.69) liefert Maximalwerte für die bleibende Reglerdifferenz. Die Passivität des Reglers bleibt aber davon unberührt. Der Stabilitätsbeweis erfolgt genauso wie in Abs. 5.1, wobei q_{2d} in der Ljapunow-Funktion mit q_{20} ersetzt wird.

5.4 Betrachtung aus Sicht der Passivitätstheorie

Die Ljapunowsche Beweismethode für die Stabilität beruht auf energetischen Betrachtungen der analysierten Systeme. Somit ist diese Methode sehr nah mit dem Passivitätsformalismus verwandt. In diesem Abschnitt wird eine Untersuchung des gegebenen Problems aus Sicht der Passivitätstheorie durchgeführt. Diese Untersuchung liefert eine bessere Einsicht in die physikalischen Hintergründe, die der Stabilität dieses Reglers zugrunde liegen und führt zu einer systematischen Herleitung der Ljapunow-Funktion (5.19) aus dem Stabilitätsbeweis im Abs. 5.1.

Die erste Motivation zur Aufstellung dieser Methoden ist das Energieerhaltungsgesetz, das jedem physikalischen System zugrunde liegt:

$$\frac{d}{dt}(\text{gespeicherte Energie}) = (\text{externe Energiezufuhr}) - (\text{interner Energieverlust})$$

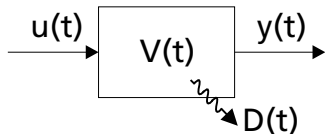


Abbildung 5.1: Passives System

Formal kann dann jedem dynamischen System mit Eingang u und Ausgang y eine entsprechende „Energie“-Gleichung assoziiert werden:

$$\dot{V}(t) = y^T(t)u(t) - D(t) \quad (5.72)$$

Handelt es sich, z.B. für ein mechanisches System, um das Eingang-Ausgangspaar Kraft und Geschwindigkeit, so entspricht dies der physikalischen Leistungsbilanz des Systems. Ist die verallgemeinerte Energie $V(t)$ nach unten begrenzt (z.B. positiv) und $D(t) \geq 0$ (d.h., dass das System keine Energiequellen enthält), so nennt man das System *passiv*. Wird für jede nichttriviale Trajektorie Energie vernichtet:

$$\int_0^\infty y^T(t)u(t)dt \neq 0 \Rightarrow \int_0^\infty D(t)dt > 0 \quad (5.73)$$

so nennt man das System *dissipativ*. Mit Hilfe Ljapunow-ähnlicher Methoden kann man dann beweisen, dass ein passives System stabil ist ([96, 75, 70]). Genauso ergibt die Parallelschaltung und Gegenkopplung von passiven Systemen ein passives und somit stabiles System. Deswegen werden solche Systeme auch als *hyperstabil* bezeichnet.

Als nächstes wird nun der Passivitätsformalismus auf den Roboter mit elastischen Gelenken angewendet. Zur Vereinfachung der Diskussion wird zunächst ein einziges Gelenk in der einfachsten, linearen Form betrachtet.

$$\tau_m = J_1\ddot{q}_1 + \tau + d/k\dot{\tau} \quad (5.74)$$

$$\tau + d/k\dot{\tau} = J_2\ddot{q}_2 \quad (5.75)$$

Ohne Einschränkungen kann man im linearen Fall $q_{1d} = 0$ setzen. Wählt man als Regler ein PD-Glied:

$$\tau_m = -k_P q_1 - k_D \dot{q}_1 \quad (5.76)$$

so kann man das System als Rückkopplung zweier passiver Systeme betrachten: das Robotergelenk als mechanisches System mit $\{u = \tau_m, y = \dot{q}_1\}$ und die Regler-Motor Einheit mit $\{u = -\dot{q}_1, y = \tau_m\}$.

Durch Analogie zu einem Feder-Dämpfer System kommt man für den Regler sofort auf die Leistungsgleichung:

$$-\tau_m \dot{q}_1 = k_P q_1 \dot{q}_1 + k_D \dot{q}_1^2 = \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k_P q_1^2 \right)}_{V_1} + \underbrace{k_D \dot{q}_1^2}_{D_1} \quad (5.77)$$

wobei V_1 die potentielle Energie der Feder und D_1 die Leistungsvernichtung im Dämpfer darstellt. Genauso erhält man für das Gelenk die Leistungsgleichung:

$$\tau_m \dot{q}_1 = \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} k (q_1 - q_2)^2 \right)}_{V_2} + \underbrace{d (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2}_{D_2} \quad (5.78)$$

wobei V_2 die kinetischen Energien der beiden Massen und die potentielle Energie der Gelenkelastizität enthält und D_2 die Gelenkdämpfung darstellt. Somit ist das Gesamtsystem, als Gegenkopplung zweier passiver Systeme, stabil.

Betrachtet man nun den Fall eines Gelenkes mit dem Zustandsregler:

$$\tau_m = -k_P q_1 - k_D \dot{q}_1 - k_T (q_1 - q_2) - k_S (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \quad (5.79)$$

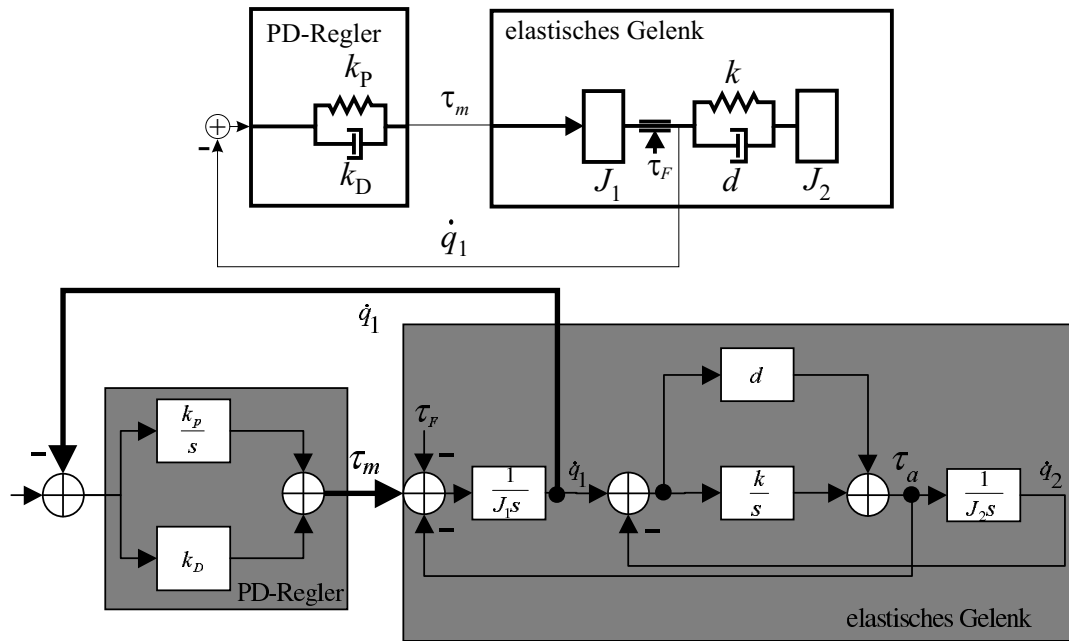


Abbildung 5.2: Das elastische Gelenk mit PD-Regler kann als Gegenkopplung zweier passiver Systeme betrachtet werden

Da der Motor die einzige potentiell aktive Quelle im System ist, kann man versuchen, die Leistungsgleichung für die Regler-Motoreinheit aufzustellen:

$$-\tau_m \dot{q}_1 = k_p q_1 \dot{q}_1 + k_D \dot{q}_1^2 + k_T (q_1 - q_2) \dot{q}_1 + k_S (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_1 \quad (5.80)$$

Offensichtlich ist eine Darstellung wie in Abb. 5.2 nicht mehr möglich, da das Drehmoment und dessen Ableitung nicht aus der Motorgeschwindigkeit allein bestimmbar sind. Aus den Gleichungen (5.75) und (5.79) kann die Drehmomentrückführung abgeleitet werden:

$$k_T (q_1 - q_2) = -\frac{k_T}{k + k_T} [J_1 \ddot{q}_1 + k_P q_1 + k_D \dot{q}_1 + (d + k_S) (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)] \quad (5.81)$$

Somit wird (5.80) zu

$$\begin{aligned} -\tau_m \dot{q}_1 &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k_P q_1^2 \right) + k_D \dot{q}_1^2 - \frac{d}{dt} \left(\frac{k_T}{2(k + k_T)} (J_1 \dot{q}_1^2 + k_P q_1^2) \right) - \frac{k_T k_D}{k + k_T} \dot{q}_1^2 - \\ &- \left(\frac{k_T}{k + k_T} (d + k_S) - k_S \right) (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_1 \end{aligned} \quad (5.82)$$

Diesen Ausdruck kann man auf eine Form bringen, die der Leistungsgleichung formell

ähnel:

$$\begin{aligned}
-\tau_m \dot{q}_1 &= \frac{d}{dt} \underbrace{\left(\frac{k_P k}{2(k+k_T)} \dot{q}_1^2 - \frac{k_T}{2(k+k_T)} J_1 \dot{q}_1^2 \right)}_{V_3} + \\
&+ \underbrace{\frac{k_D k}{2(k+k_T)} \dot{q}_1^2 - \left(\frac{k_T}{k+k_T} (d+k_S) - k_S \right) (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_1}_{D_3} \quad (5.83)
\end{aligned}$$

Diese Gleichung entspricht aber offensichtlich nicht einem passiven System, da z.B. in V_3 der Term, der von \dot{q}_1^2 abhängt, immer negativ und nach $-\infty$ unbeschränkt ist. Zieht man aber zusätzlich die kinetische Energie der Motorträgheit und die potentielle Energie sowie die Dämpfung der Gelenkelastizität aus (5.78) mit in diese Leistungsgleichung hinein,

$$P_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} k (q_1 - q_2)^2 \right) + d (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2 \quad (5.84)$$

so gelangt man zu einer Leistungsgleichung mit positivem „Energie“-Ausdruck. Diese Gleichung entspricht dem erweiterten System bestehend aus der Regler-Motor-Einheit, der Rotorträgheit und der Gelenkelastizität.

$$\begin{aligned}
-\tau_m \dot{q}_1 + P_1 &= \frac{d}{dt} \underbrace{\left(\frac{k_P k}{2(k+k_T)} \dot{q}_1^2 + \frac{k}{2(k+k_T)} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} k (q_1 - q_2)^2 \right)}_{V_4} + \\
&+ \underbrace{\frac{k_D k}{k+k_T} \dot{q}_1^2 - \left(\frac{k_T}{k+k_T} (d+k_S) - k_S \right) (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_1 + d (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2}_{D_4} \quad (5.85)
\end{aligned}$$

In diesem Ausdruck ist V_4 immer positiv, folglich nach unten begrenzt. D_4 ist eine quadratische Funktion von $\{\dot{q}_1, \dot{q}_2\}$, die wie folgt umgeschrieben werden kann:

$$\begin{aligned}
D_4 &= \frac{1}{k+k_T} [(k_D + k_S + d) k \dot{q}_1^2 \\
&\quad - ((k_S + 2d)k + dk_T) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + (dk_T + dk) \dot{q}_2^2] \quad (5.86)
\end{aligned}$$

Zwischen Gleichung (5.86) und dem Ausdruck von \dot{V} (5.35) im Stabilitätsbeweis aus Abs. 5.1 besteht offensichtlich der ganz einfache Zusammenhang:

$$\dot{V}_i = -D_{4i} \quad (5.87)$$

für jedes Gelenk i . Im Abs. 5.1 wurden auch die Bedingungen für $\dot{V}_i \leq 0$ abgeleitet:

$$\begin{cases} k + k_T > 0 \\ k_D > \frac{(k_S k - k_T d)^2}{4kd(k+k_T)} \end{cases} \quad (5.88)$$

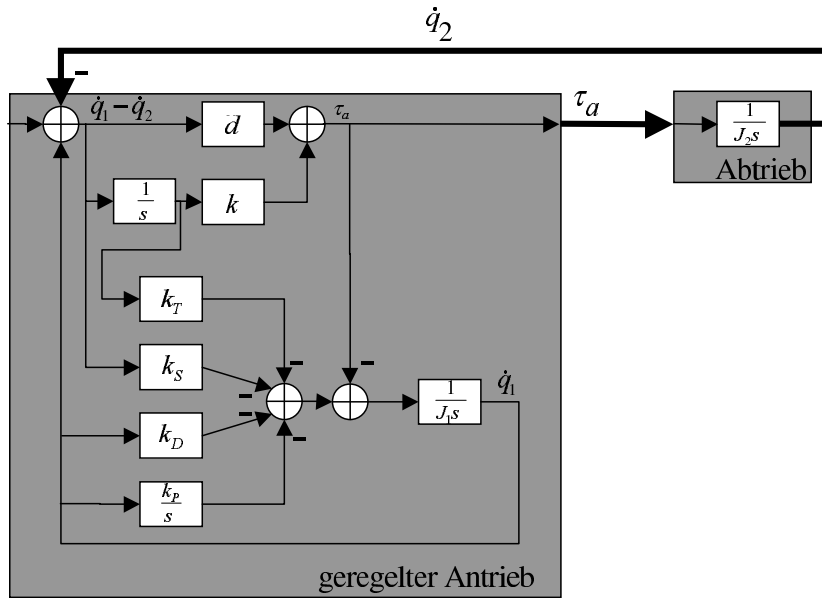


Abbildung 5.3: Darstellung des Gelenkes mit Zustandsregler als Gegenkopplung zweier passiver Systeme

Um aber die Darstellung des gesamten Gelenkes als Gegenkopplung zweier Systeme zu erhalten, ist die Betrachtung des Eingang-Ausgangspaares $\{\tau_m, \dot{q}_1\}$ ungeeignet. Da das System aber passiv ist, wird die Leistungsform auch für beliebige, konsistent gewählte Eingang-Ausgangspaare gültig sein. Wählt man nämlich das Paar $\{\tau_a, \dot{q}_2\}$, so ist die Darstellung aus Abb. 5.3 möglich. Dabei ist τ_a das abtriebsseitige Moment:

$$\tau_a = k(q_1 - q_2) + d(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \quad (5.89)$$

Das erste System enthält den Regler, die Motorträgheit, die Elastizität und die Dämpfung im Gelenk, während im zweiten System lediglich die abtriebsseitige Trägheit enthalten ist.

Die Leistungsgleichung in den neuen Eingang-Ausgangsvariablen für das erste System ist tatsächlich schnell überprüft:

$$\begin{aligned} -\tau_a \dot{q}_2 &= -k(q_1 - q_2) \dot{q}_2 - d(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_2 \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{k}{2} (q_1 - q_2)^2 \right) - k(q_1 - q_2) \dot{q}_1 - d(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_2 \end{aligned} \quad (5.90)$$

Analog zu (5.81) haben wir

$$k(q_1 - q_2) = -\frac{k}{k + k_T} [J_1 \ddot{q}_1 + k_P q_1 + k_D \dot{q}_1 + (d + k_S)(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)] \quad (5.91)$$

und damit wird (5.90) zu

$$\begin{aligned}
 -\tau_a \dot{q}_2 &= \frac{d}{dt} \left(\frac{k}{2} (q_1 - q_2)^2 \right) - d(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_2 + \\
 &+ \frac{k}{k + k_T} \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k_P q_1^2 \right) + k_D \dot{q}_1^2 + (d + k_s)(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_1 \right]
 \end{aligned} \tag{5.92}$$

Dieser Ausdruck wiederum ist äquivalent mit (5.85).

5.4.1 Passivität des Gesamtroboters

Man kann die Ergebnisse des letzten Abschnittes wie folgt zusammenfassen:

- Für ein elastisches Gelenk mit Zustandsregler kann der Regler allein kein passives System darstellen.
- Betrachtet man das System bestehend aus Regler, Motorträgheit der Getriebeelastizität und -Dämpfung, so kann man dafür eine Leistungsgleichung aufstellen, die, unter den Bedingungen (5.88), einem passiven System mit dem Eingang-Ausgangspaar $\{\tau_a, -\dot{q}_2\}$ entspricht.
- Bemerkenswert ist, dass das vorher erwähnte System die zweite Gleichung in (5.75), die der abtriebsseitigen Trägheit entspricht, nicht benutzt. Dieses zweite System hat im linearen Fall die Energie

$$V_5 = \frac{1}{2} J_2 \dot{q}_2^2 \tag{5.93}$$

und somit ist $V = V_4 + V_5$ eine Energie für das Gesamtsystem. Darüber hinaus hat dieser Fakt aber folgende wichtige Bedeutung: Man kann für jedes Gelenk die Strecke bis einschließlich der Gelenkelastizität mit Hilfe des Zustandsreglers zu einem passiven System regeln, für die eine Ljapunow-Funktion die Form V_4 annimmt. Folglich kann der gesamte geregelte Roboter als eine Zusammensetzung von passiven Blöcken, wie in Abb. 5.4 dargestellt werden. Eine Ljapunow-Funktion für den gesamten Roboter kann dann durch Addition der einzelnen Gelenk-„Energien“ und der Energie, die dem starren Manipulator entspricht, zusammengestellt werden. Dabei setzt sich die Energie des starren Manipulators aus der kinetischen Energie sowie der potentiellen Energie des Gravitationsfeldes zusammen.

$$V_C = \frac{1}{2} \dot{q}_2^T M(q_2) \dot{q}_2 + U_G(q_2) \tag{5.94}$$

Dies ist der Weg, auf dem man die Ljapunow-Funktion (5.19) erhält. Die letzten beiden Terme in (5.19) stehen im Zusammenhang mit der Gravitationskompensation in (5.4) und werden zur Sicherung von $V(q_{2d}) = 0$ und somit der globalen asymptotischen Stabilität benötigt.

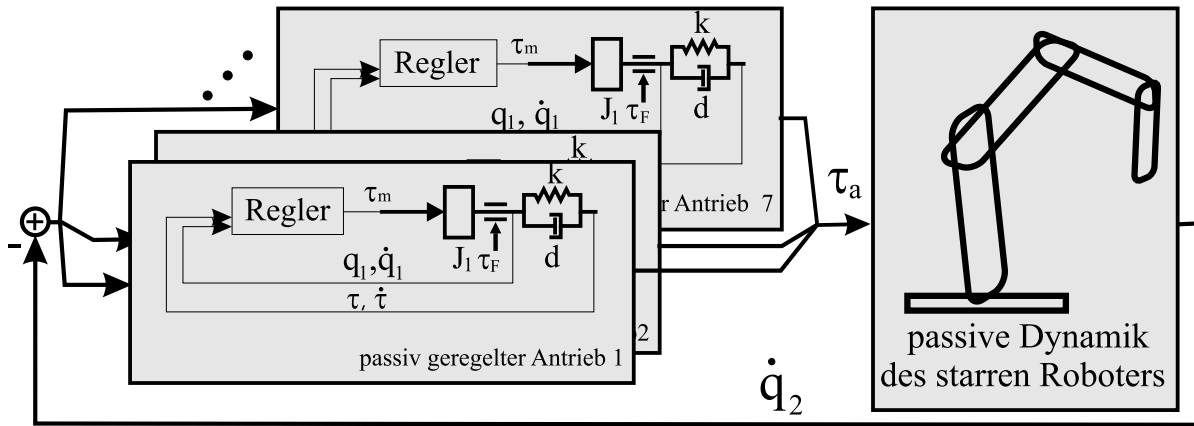


Abbildung 5.4: Darstellung des Gesamtroboters als Kombination passiver Blöcke

5.5 Auslegung der Verstärkungsmatrizen

In diesem Abschnitt wird die praktische Auslegung der Reglerverstärkungen $\{K_D, K_P, K_S, K_T\}$ in (4.48) am Beispiel der ersten Achse des LBR2 besprochen. Dafür wird von der Systemdarstellung (4.47) ausgegangen. Die Struktur des Reglers erlaubt es, die Verstärkungen für den linearen Teil in (4.47) für jedes Gelenk einzeln auszulegen. Durch Überprüfung der Bedingungen (5.18) wird die Stabilität des gesamten nichtlinearen Systems gesichert. Der lineare Anteil ist:

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u \quad (5.95)$$

mit dem Zustandsvektor

$$x_1 = \{\dot{q}_1, q_1, \dot{\tau}/k, \tau/k\} \quad (5.96)$$

und

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{d_1}{J_1} & 0 & -\frac{d}{J_1} & -\frac{k}{J_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d_1}{J_1} + \frac{d_2}{J_2} & 0 & -\frac{d}{J_1} - \frac{d_2+d}{J_2} & -\frac{k}{J_1} - \frac{k}{J_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ \frac{1}{J_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.97)$$

Konzeptuell entspricht dies der Bewegung eines einzelnen Gelenkes, während die restlichen Gelenke in einer beliebigen Position festgehalten werden. Dabei ist $J_2 = m_{ii}(q_2)$ das nun konstante Hauptdiagonalelement der Trägheitsmatrix, welches, abhängig von der Position der darauffolgenden Gelenke aber einen Wert zwischen

$$J_{2\min} < J_2 < J_{2\max} \quad (5.98)$$

annimmt.

Es lässt sich leicht überprüfen, dass das System steuerbar ist. Die vollständige Zustandsrückführung kann z.B. mit Hilfe von Polvorgabe ausgelegt werden. Der Entwurf wurde im zeitkontinuierlichen Bereich durchgeführt, da sich bei der hohen Abtastrate der

Gelenkregelung (3kHz) keine nennenswerten Unterschiede zum diskretisierten System erkennen ließen. Außerdem lassen sich danach die Ergebnisse im zeitkontinuierlichen Bereich direkt auf das nichtlineare System erweitern.

Für die Matrix des geregelten Systems $A = A_1 - b_1 k_R^T$, mit den Rückführverstärkungen $k_R^T = [k_d, k_p, k_s, k_t]$, werden vier gleiche, reelle Eigenwerte $\lambda_{1,\dots,4} = -\lambda_0$ vorgegeben. Auf die genaue Wahl des Wertes λ_0 für jedes Gelenk wird bei der Untersuchung des Reglers mit variablen Parametern in Kap. 6 eingegangen. Es sei hier nur vorweggenommen, dass λ_0 indirekt, durch Vorgabe einer gewünschten Sollsteifigkeit des Gelenkes, festgelegt wird.

5.5.1 Einfluss der variablen Massenträgheit

Den Einfluss der veränderlichen Massenträgheit auf die Eigenwerte des Systems kann man anhand der Wurzelortskurve in Abb. 5.5 gut beobachten. Die Untersuchung wird am Beispiel von Gelenk 1 durchgeführt. Dafür gilt $J_{2\min} \approx 0,1\text{kgm}^2$, $J_{2\max} \approx 10\text{kgm}^2$ unter der Annahme einer maximalen Last am TCP. Der Regler wurde für eine Sollsteifigkeit von $k_{des} = 1800\text{Nm/rad}$ festgelegt. Abb. 5.5a zeigt die WOK für eine Auslegung mit der Annahme $J_{2a} = 1\text{kgm}^2$. Man sieht, dass das System für Trägheiten größer als J_{2a} zwei dominante komplexe Eigenwerte besitzt, während für Trägheiten kleiner als J_{2a} ein reeller Eigenwert dominant ist. Dieses Verhalten kann auch experimentell beobachtet werden, wie in Abb. 5.6a an der Sprungantwort der abtriebsseitigen Geschwindigkeit gezeigt wird. Somit ist es klar, dass der „Worst-Case“ für $J_2 = J_{\max}$ vorliegt und der Regler für diesen Wert ausgelegt werden muss. Abb. 5.5b zeigt die neue WOK, während die experimentellen Ergebnisse dazu in Abb. 5.6b dargestellt sind. Es ist erstaunlich, dass die Messungen für unterschiedliche Trägheiten in diesem Fall, trotz der zwei wachsenden imaginären Eigenwerte, so ähnlich sind. Das Ergebnis in der Simulation ist ähnlich (Abb. 5.7a). Erst bei der Impulsantwort (Abb. 5.7a) werden die Schwingungen erkennbar. Dieser Fall (Positionssprung) wird aber im normalen Betrieb des Roboters kaum auftreten.

5.5.2 Überprüfung der Stabilitätsbedingungen

Zur Überprüfung der Stabilitätsbedingungen (5.18) ist es notwendig, einen Wert für die Konstante α zu finden. Es läßt sich nachweisen (Anhang A.2), dass

$$\alpha = \sqrt{N \sum_{i=1}^N g_{\max i}^2} \quad (5.99)$$

die Bedingung (5.9) erfüllt. Dabei ist $g_{\max i}$ das maximale Drehmoment, das die Schwerkraft in Achse i ausüben kann. Tabelle 5.1 fasst die Strecken- und Reglerparameter, sowie die Überprüfung der Stabilitätsbedingungen (5.18) zusammen.

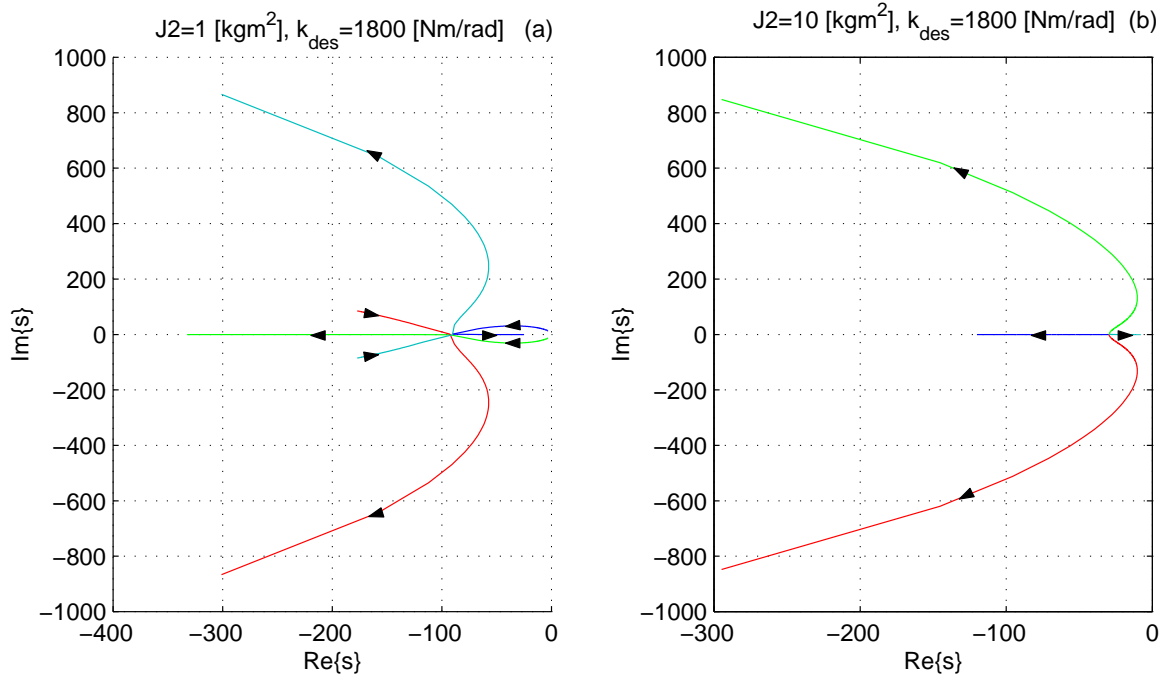


Abbildung 5.5: Wurzelortskurve für Gelenk1 bei variabler Massenträgheit: a) Regler ausgelegt für $J2 = 1\text{kgm}^2$ b) Regler ausgelegt für $J2 = 10\text{kgm}^2$

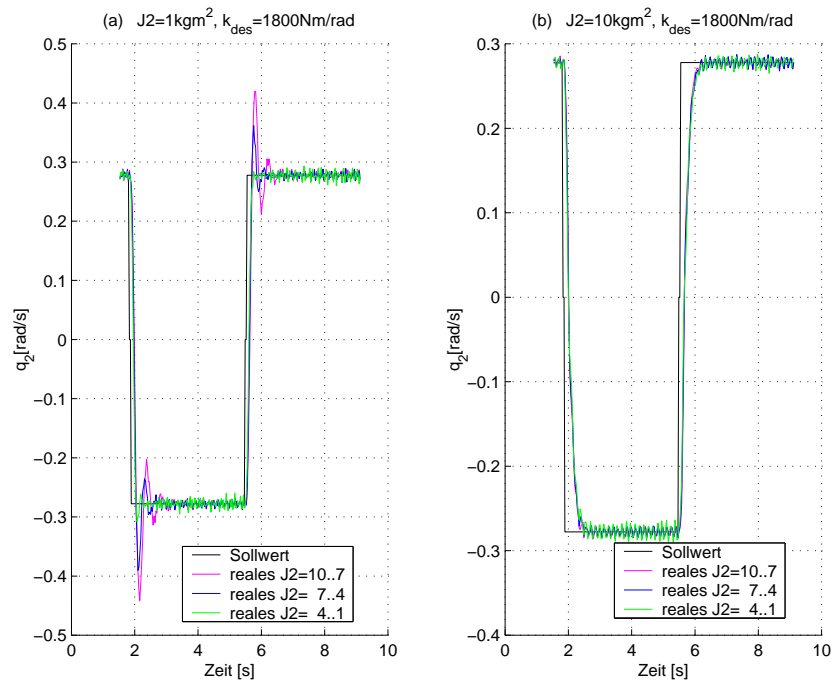


Abbildung 5.6: Messung der Sprungantwort der abtriebsseitigen Position bei variabler Massenträgheit: a) Regler ausgelegt für $J2 = 1\text{kgm}^2$ b) Regler ausgelegt für $J2 = 10\text{kgm}^2$

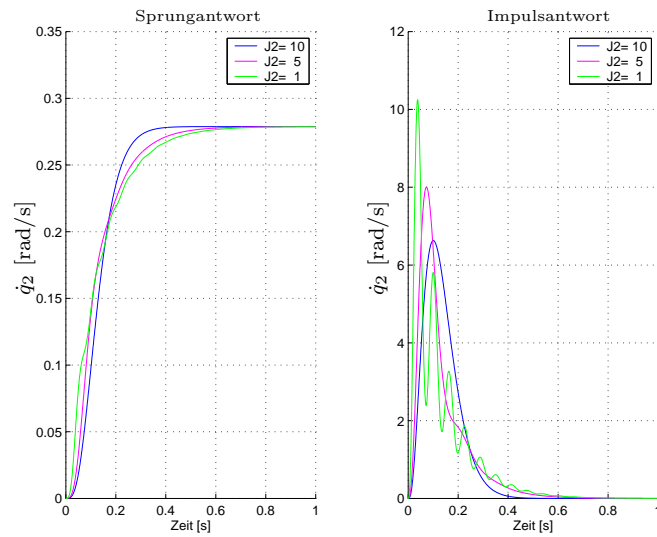


Abbildung 5.7: a) Sprungantwort und b) Impulsantwort bei variabler Massenträgheit und Reglerauslegung für $J_2 = 10\text{kgm}^2$ (Simulation)

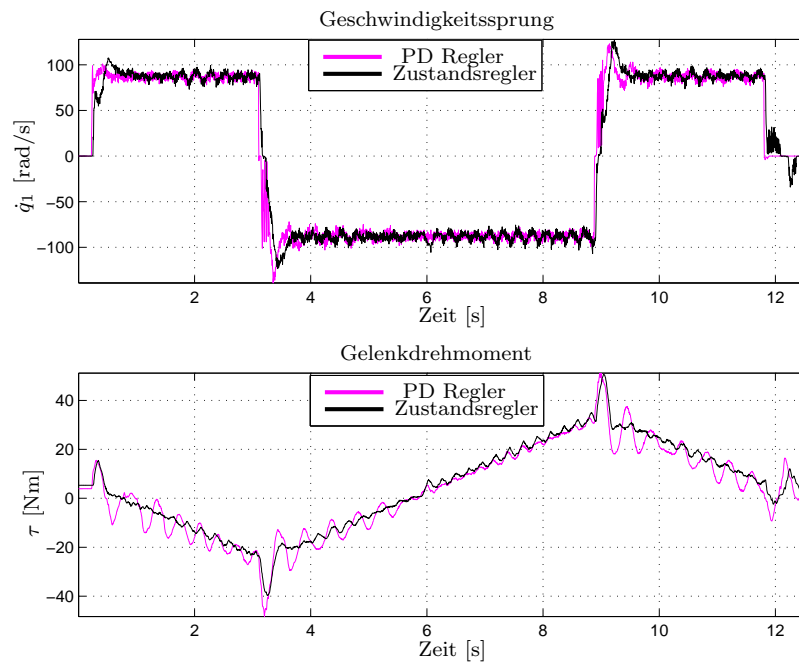


Abbildung 5.8: Vergleich zwischen PD-Regler und Zustandsregler für Achse2 des LBR1

Tabelle 5.1: Die Tabelle enthält die Modell- und Reglerparameter, sowie die Überprüfung der Stabilitätsbedingungen (5.18) für die erste Achse des LBR2.

k [Nm/rad]	8000.0	k_d	2.27e+2
d [Nm s/rad]	6.0	k_p	1.88e+3
d_1 [Nm s/rad]	20.8	k_s	-3.46e+1
d_2 [Nm s/rad]	0.0	k_t	-1.52e+3
J_1 [kg m ²]	1.83	$k + k_t$	6.47e+3 > 0
J_2 [kg m ²]	0.1...10.0	$k - \alpha$	7.53e+3 > 0
α [Nm/rad]	554.6	$k_{\text{stiff}} - \alpha$	1.2e+3 > 0
k_{stiff} [Nm/rad]	1800.0	$4k_dkd(k + k_t) - (k_s k_{\text{stiff}} - k_t d)^2$	1.90e+2 > 0

5.6 Experimentelle Ergebnisse

In Abb. 5.8 und Abb. 5.9 werden experimentelle Ergebnisse mit dem Zustandsregler für die Bewegung jeweils einer Achse des LBR1 bzw. des LBR2 gezeigt. Zum Vergleich enthalten die Abbildungen auch die Ergebnisse mit einer konventionellen PD-Regelung. Die Abbildungen zeigen Sprungantworten der motorseitigen Geschwindigkeit, woran die Übergangszeit des Reglers bewertet werden kann. An dem dazugehörigen Drehmomentsignal kann die Effektivität der Dämpfung der abtriebsseitigen Schwingung beurteilt werden. Das Drehmoment hat einen abschnittsweise sinusförmigen Verlauf, der durch die Eigen-gewichtsbelastung des Gelenkes entsteht. In den Umkehrpunkten ist das Abbrems- und Beschleunigungsmoment erkennbar.

In den Messungen in Abb. 5.8 sind die Übergangszeiten der beiden Regler vergleichbar groß gewählt worden. Dabei weist der PD-Regler starke Schwingungen auf dem Drehmoment auf, während der Zustandsregler eine optimale Schwingungsdämpfung erreicht. Die verbleibenden periodischen Unregelmäßigkeiten auf den Signalen werden durch die Gleichlaufschwankungen des Getriebes verursacht.

In Abb. 5.9 werden Messungen für einen besser gedämpften PD-Regler dargestellt, was dazu führt, dass die Übergangszeit des PD-Reglers nahezu doppelt so groß wie die des Zustandsreglers ist. Dennoch weist das Drehmoment für den PD-Regler noch ein gewisses Nachschwingen auf.

Der Zustandsregler mit konstanten Parametern und Gravitationskompensation ist als Standard-Regler im Dauerbetrieb auf dem LBR2 verfügbar. Ergebnisse mit diesem Regler am gesamten Roboter können in Abb. 3.17-Abb. 3.21 gesehen werden. Die dort durchgeführten Messungen zur Überprüfung der Identifikationsergebnisse beinhalten gleichzeitige Sprungantworten der Geschwindigkeiten aller Gelenke des LBR2, wobei der Zustandsregler (4.48) zur Gelenkregelung eingesetzt wurde. Man bemerkt auch hier auf dem Drehmomentsignal das gut gedämpfte abtriebsseitige Verhalten, trotz der Verkopplung zwischen den Gelenken und der starken Beanspruchung durch die gleichzeitige Geschwindigkeitsänderung.

Insgesamt konnte eine deutliche Verbesserung der Regelgüte verglichen mit einer kon-

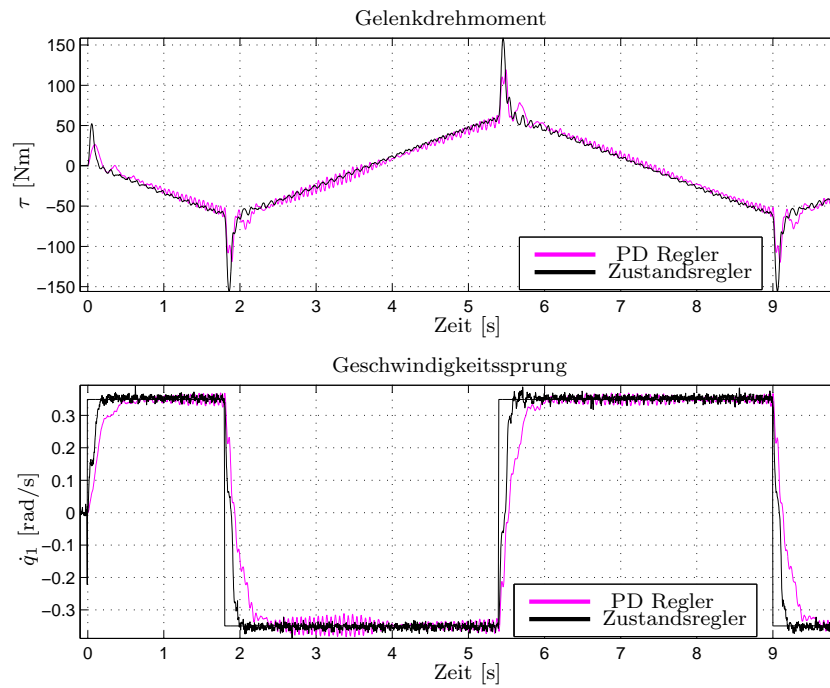


Abbildung 5.9: Vergleich zwischen PD-Regler und Zustandsregler für Achse2 des LBR2
ventionellen Regelung erreicht werden.

Kapitel 6

Zustandsregler mit variablen Parametern

Aus den Untersuchungen im vorherigen Abschnitt geht hervor, dass die Schwankung der abtriebsseitigen Massenträgheit in einem relativ großen Wertebereich einen bedeutenden Einfluss auf die Qualität der Regelung haben kann. So ist der Gedanke naheliegend, einen Regler wie in Abb. 4.3 zu verwenden:

$$\tau_m = K_P(\theta)\tilde{q}_1 + K_D(\theta)\dot{\tilde{q}}_1 - K_T(\theta)K^{-1}\tilde{\tau} - K_S(\theta)K^{-1}\dot{\tilde{\tau}} + N(\dot{q}_2, q_2) + \tau_F + \tau_{\text{vorst}} \quad (6.1)$$

mit

$$\tilde{\tau} = \tau - N(\dot{q}_2, q_2) \quad (6.2)$$

und der Vorsteuerung τ_{vorst} , die Terme enthalten kann, die von höheren Ableitungen der Sollposition q_{2d} (siehe (6.25)) abhängen. Dieses Regelgesetz geht für $\tau_{\text{vorst}} = g(q_{2d})$, $N(\dot{q}_2, q_2) \approx g(q_{2d})$, $\dot{N}(\dot{q}_2, q_2) \approx 0$ und $\dot{q}_{1d} \approx 0$ in (4.48) über. Zusätzlich zur Entkopplung der nichtlinearen Terme in (4.47) werden die Reglerparameter für den linearen Anteil abhängig von dem momentanen Wert der Massenträgheiten und der Sollsteifigkeiten variiert ($\theta = \{m_{ii}(q_2), k_i\}$). Dabei wird implizit die Veränderung der Massenträgheiten $m_{ii}(q_2)$ als quasistationär betrachtet, also deren Ableitung zu Null gesetzt.

Eine theoretische Analyse dieses Reglers kann aus zwei Richtungen gestartet werden. Der Regler kann als Erweiterung des „Gain Scheduling“ Prinzips betrachtet werden. In dieser Sichtweise verfügt man über keine Werkzeuge zur Stabilitätsanalyse. Man kann aber diese Regler auch als vereinfachte Implementierungen der nichtlinearen Regler mit vollständiger Dynamikentkopplung (Abs. 4.1.5, 4.1.6) betrachten, und deren Stabilitätsnachweis als Grundlage wählen. Die Vereinfachungen beziehen sich hauptsächlich auf die Vernachlässigung der Zeitableitungen von Termen in der Starrkörperdynamik (z.B. der Trägheitsmatrix). Es ist folglich zu erwarten, dass bei entsprechend hohen Geschwindigkeiten, Stabilitätsprobleme auftreten. Aus dem gleichen Grund erscheint uns ein allgemeiner Stabilitätsnachweis nicht möglich. Es ist folglich aus praktischer Sicht sehr wichtig, die einzelnen Vereinfachungsschritte zu verdeutlichen und deren praktische Bedeutung zu analysieren. Es liegt die Vermutung nahe, dass viele sehr rechenintensive Terme bei üblicher Robotergeschwindigkeit keine praktische Bedeutung haben. Sollte es sich andererseits

herausstellen, dass manche Vereinfachungen zu deutlichen Leistungseinbrüchen führen, so sollten die weiteren Entwicklungsanstrengungen auf diese Punkte konzentriert werden.

6.1 Stabilität bei variablen Parametern

In diesem Abschnitt wird der Regler mit vollständiger Zustandslinearisierung mit der im Roboter implementierten Variante des Reglers mit variablen Parametern und konstanten Soll-Eigenwerten (siehe auch Abs. 6.3) verglichen. Diese Regler wurden aus zwei Gründen ausgewählt. Erstens ist deren Implementierung vergleichsweise einfach. Zweitens ergeben sich nach der vollständigen Entkopplung nur lineare Systeme, deren Antwort überall im Arbeitsraum die gleiche ist und für die man ein gutes praktisches Gefühl hat. Die Interpretation der Ergebnisse wird dadurch wesentlich vereinfacht. Eine Analyse auf ähnliche Weise ist aber für alle, in diesem Kapitel vorgestellten Varianten des Reglers mit variablen Parametern möglich.

Wir gehen von der bereits etablierten Modelldarstellung aus:

$$\tau = M(q_2)\ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) \quad (6.3)$$

$$\tau_m = J\dot{q}_1 + \tau \quad (6.4)$$

$$\tau = K(q_1 - q_2) \quad (6.5)$$

Für die Implementierung der Zustandslinearisierung in der Simulation kann man im ersten Schritt den kompletten Zustand $x_4 = \{q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2, q_2^{(3)}\}$ als messbar annehmen. Wir schreiben dann die Ergebnisse aus Abs. 4.1.5 mit dieser Annahme um. Das Streckenmodell kann wie folgt umgeformt werden:

$$\tau_m = JK^{-1}(\ddot{\tau} + K\ddot{q}_2) + \tau \quad (6.6)$$

$$\tau = M(q_2)\ddot{q}_2 + N(q_2, \dot{q}_2) \quad (6.7)$$

Aus (6.7) ergibt sich

$$\ddot{\tau} = \ddot{M}(q_2)\ddot{q}_2 + 2\dot{M}(q_2)\dot{q}_2^{(3)} + M(q_2)q_2^{(4)} + \ddot{N}(q_2, \dot{q}_2) \quad (6.8)$$

Durch Einsetzen in (6.6) erhält man das Streckenmodell nur in Abhängigkeit vom Zustand x_4 :

$$\tau_m = K^{-1}J \left(\ddot{M}(q_2)\ddot{q}_2 + 2\dot{M}(q_2)q_2^{(3)} + M(q_2)q_2^{(4)} + \ddot{N}(q_2, \dot{q}_2) + K\ddot{q}_2 \right) + M(q_2)\ddot{q}_2 + N(q_2, \dot{q}_2) \quad (6.9)$$

Mit dem Reglergesetz

$$\tau_m = K^{-1}J \left(\ddot{M}(q_2)\ddot{q}_2 + 2\dot{M}(q_2)q_2^{(3)} + M(q_2)\nu + \ddot{N}(q_2, \dot{q}_2) + K\ddot{q}_2 \right) + M(q_2)\ddot{q}_2 + N(q_2, \dot{q}_2) \quad (6.10)$$

$$\nu = q_{2d}^{(4)} + C_4\tilde{q}_2^{(3)} + C_3\tilde{q}_2^{(2)} + C_2\dot{\tilde{q}}_2 + C_1\tilde{q}_2 \quad (6.11)$$

erhält man folgende, für jedes Gelenk entkoppelte Dynamik

$$\tilde{q}_2^{(4)} + C_4 \tilde{q}_2^{(3)} + C_3 \tilde{q}_2^{(2)} + C_2 \dot{\tilde{q}}_2 + C_1 \tilde{q}_2 = 0 \quad (6.12)$$

Dabei ist $\tilde{q}_2 = q_{2d} - q_2$ der abtriebsseitige Positionsfehler. Durch die diagonalen Matrizen $C_{1\dots 4}$ kann dem System die gewünschte Dynamik eingeprägt werden. Man sieht jetzt schon woher die ersten Schwierigkeiten bei der Implementierung entstehen: Terme wie z.B.

$$\ddot{M}(q_2)_{ij} = \sum_k \frac{\partial M(q_2)_{ij}}{\partial q_{2k}} \ddot{q}_{2k} + \sum_l \sum_k \frac{\partial^2 M(q_2)_{ij}}{\partial q_{2k} \partial q_{2l}} \dot{q}_{2k} \dot{q}_{2l} \quad (6.13)$$

können praktisch weder durch numerische Differenzierung noch durch symbolisches Berechnen der Partialableitungen und Beobachtung der Beschleunigung erhalten werden. Der erste Fall kommt der numerischen Berechnung der Beschleunigung aus der Position gleich, während eine Berechnung der partiellen Ableitungen viel zu rechenintensiv ist. (Wir haben einen solchen Versuch unternommen, die Rechenzeit liegt für die erste Ableitung um fast zwei Größenordnungen über der Zeit die für die Starrkörperdynamik benötigt wird). In [111] werden zur Kompensation nicht die Istwerte, sondern die Sollwerte in Form einer Steuerung benutzt. Dabei wird durch entsprechende Filterung dafür gesorgt, dass die Position bis zur vierten Ableitung glatt ist, so dass die Ableitungen numerisch berechnet werden können. Es wurde folglich als erstes untersucht, welche Bedeutung diesen Termen in der Gesamtdynamik tatsächlich zukommt.

In Abb. 6.1 sind die beiden Simulationsergebnisse mit vollständigem Regler bzw. bei Vernachlässigung von $\ddot{M}(q_2)$, $\dot{M}(q_2)$, $\ddot{N}(q_2, \dot{q}_2)$ dargestellt. Die Simulation wurde für die gesamte Trajektorie aus Abb. 3.17-3.21 ausgeführt. Der gesamte relative Geschwindigkeitsfehler für alle Achsen liegt dabei bei $\epsilon = 0.0027\%$. In dem Bild ist eine Sprungantwort herauskaliert. Der Unterschied ist auf diesem Bild kaum bemerkbar. Auch bei der Simulation mit der zehnfachen Geschwindigkeit ist der Fehler noch sehr gering ($\epsilon = 0.035\%$). Bei der hundertfachen Geschwindigkeit ist das System allerdings instabil geworden. Diese Versuche bestätigen die von uns schon experimentell gemachte Feststellung, dass für praktisch relevante Geschwindigkeitsbereiche die Ableitungen der dynamischen Terme eine vernachlässigbare Bedeutung haben. Die in der Theorie vorhergesagten Probleme treten bei Geschwindigkeiten auf, die um mehr als eine Größenordnung höher sind. Folgende Vereinfachung ist somit durchaus gerechtfertigt:

- (A1) Die Terme $\ddot{M}(q_2)\ddot{q}_2$, $\dot{M}(q_2)\dot{q}_2^{(3)}$, $\ddot{N}(q_2, \dot{q}_2)$ können bei realen Robotergeschwindigkeiten ignoriert werden.

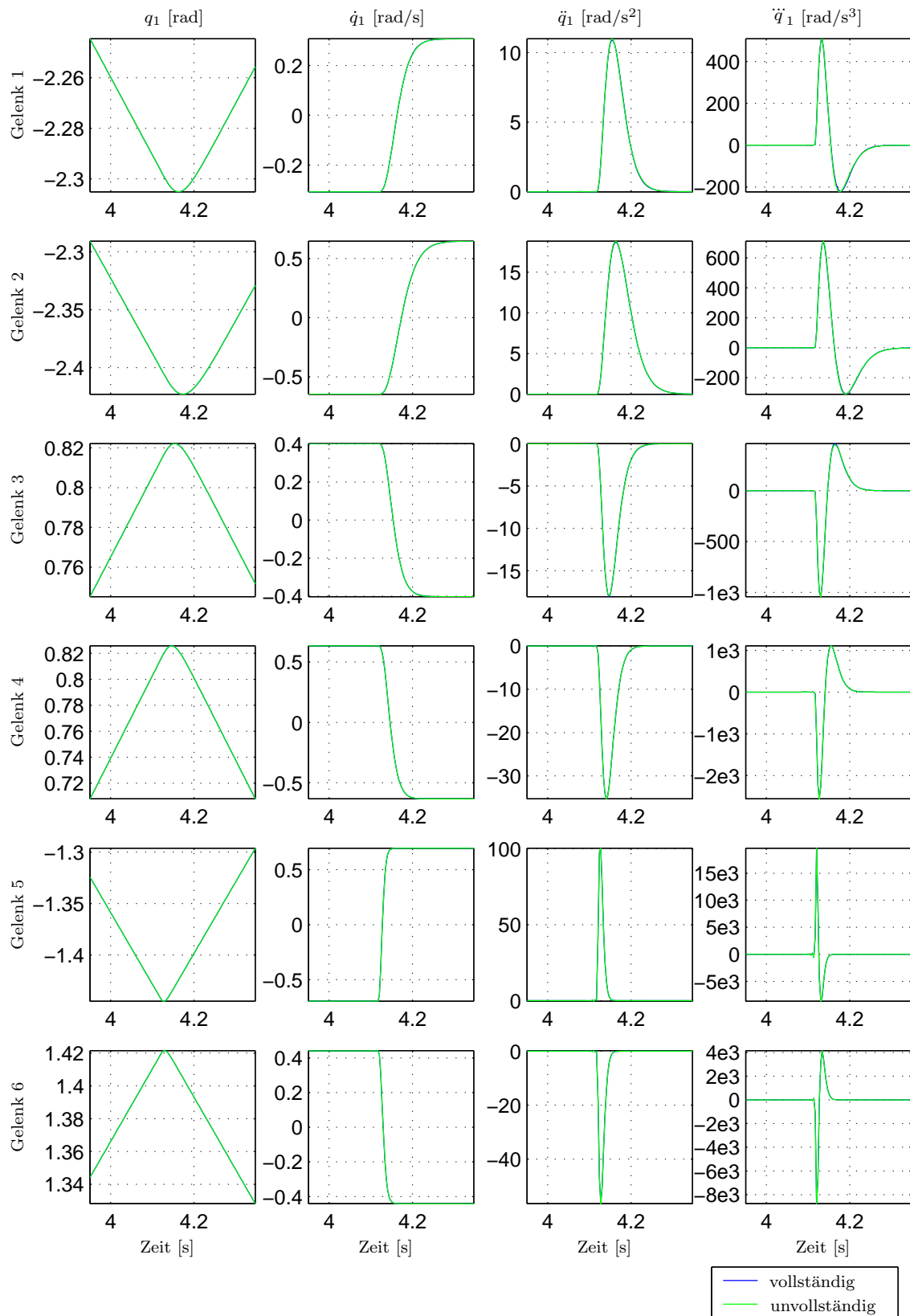
Mit diesen Vereinfachungen reduziert sich der Regler zu

$$\tau_m = K^{-1} J M(q_2) \nu + (J + M(q_2)) \ddot{q}_2 + N(q_2, \dot{q}_2) \quad (6.14)$$

Das zweite große Problem bei der Implementierung derartiger Regler sind die benötigten hohen Ableitungen der Abtriebsposition $q_2^{(3)}$ und $q_2^{(2)}$. So wie in Abb. 4.3 gezeigt wurde, sind im Zustandsregler auf dem Leichtbauroboter dafür die Zustände

$$x_{1,3} = \tau - N(q_2, \dot{q}_2) = M(q_2) \ddot{q}_2 \quad (6.15)$$

$$x_{1,4} = \dot{x}_{1,3} = \dot{\tau} - \dot{N}(q_2, \dot{q}_2) = \dot{M}(q_2) \ddot{q}_2 + M(q_2) \ddot{\dot{q}}_2 \approx M(q_2) \ddot{\dot{q}}_2 \quad (6.16)$$

Abbildung 6.1: Einfluss von $\ddot{M}(q_2)$, $\dot{M}(q_2)$, $\ddot{N}(q_2, \dot{q}_2)$

verfügbar. Die beiden anderen Zustände sind entweder mit dem abtriebsseitigen Positionssensor direkt messbar, oder werden aus der Motorposition und dem Drehmoment errechnet:

$$x_{1,1} = q_2 = q_1 - K^{-1}\tau \quad (6.17)$$

$$x_{1,2} = \dot{q}_2 = \dot{q}_1 - K^{-1}\dot{\tau} \quad (6.18)$$

Dies führt zu einer Formulierung des Reglers, die nur Signale benötigt, die im LBR2 verfügbar sind:

$$\begin{aligned} \tau_m = & K^{-1}JM(q_2) \left(q_{2d}^{(4)} + C_4M(q_2)^{-1}\tilde{x}_{1,4} + C_3M(q_2)^{-1}\tilde{x}_{1,3} + C_2\tilde{x}_{1,2} + C_1\tilde{x}_{1,1} \right) \\ & + JM(q_2)^{-1}x_{1,3} + \tau \end{aligned} \quad (6.19)$$

mit $\tilde{x}_{1,i} = x_{d(4,i)} - x_{(4,i)}$ Nun wurde bei der vorhandenen Implementierung des Reglers mit variablen Parametern im LBR2 noch eine weitere vereinfachende Annahme gemacht:

- (A2) Die Trägheitsmatrix wurde als diagonal angenommen $M(q_2) \approx M_\Delta(q_2)$, die Terme außerhalb der Hauptdiagonale sind somit zu Null gesetzt.

Diese Vereinfachung führt dazu, dass die Regler jetzt entkoppelt für jedes einzelne Gelenk entworfen werden können. (6.19) wird dann zu:

$$\begin{aligned} \tau_m = & K^{-1}JM_\Delta(q_2) \left(q_{2d}^{(4)} + C_2\tilde{x}_{1,2} + C_1\tilde{x}_{1,1} \right) + K^{-1}J(C_4\tilde{x}_{1,4} + C_3\tilde{x}_{1,3}) \\ & + JM_\Delta(q_2)^{-1}x_{1,3} + \tau \end{aligned} \quad (6.20)$$

Dieser Regler entspricht dem Reglergesetz 6.1, so wie es in den Leichtbaurobotergelenken implementiert ist, wobei zwischen den Parametern der einzelnen Regler folgender Zusammenhang besteht:

$$K_D = K^{-1}JM_\Delta(q_2)C_2 \quad (6.21)$$

$$K_P = K^{-1}JM_\Delta(q_2)C_1 \quad (6.22)$$

$$K_S = -K^{-1}J(-C_4 + M_\Delta(q_2)C_2K^{-1}) \quad (6.23)$$

$$K_T = -\left[K^{-1}J(-C_3 + M_\Delta(q_2)C_1K^{-1}) + JM_\Delta^{-1}(q_2) + I \right] \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\text{vorst}} = & K^{-1}JM_\Delta(q_2) \left[q_{2d}^{(4)} + C_4q_{2d}^{(3)} + C_3\ddot{q}_{2d} \right. \\ & \left. + C_2K^{-1}(\dot{N}(q_2, \dot{q}_2) - \dot{\tau}_d) + C_1K^{-1}(N(q_2, \dot{q}_2) - \tau_d) \right] + N(q_2, \dot{q}_2) \end{aligned} \quad (6.25)$$

wobei τ_d aus (6.3) für $q_2 = q_{2d}$ berechnet wird.

Abb. 6.2 zeigt den Simulationsvergleich zwischen dem Regler mit vollständiger Zustandslinearisierung und der Implementierungsversion von (6.20) auf dem LBR2. Für letzteres wurde das gleiche C-Programm in der Simulation wie auch auf dem realen Roboter benutzt. Man bemerkt, dass der Regler mit den vereinfachenden Annahmen (A1, A2) zwar deutliche Abweichungen aufweist, dennoch aber ein gut gedämpftes Verhalten

hat. Auf dem Geschwindigkeitssignal sind leichte Schwingungen zu beobachten die bei der Beschleunigung und dem Ruck ausgeprägter sind. Versucht man die Bandbreite zu erhöhen, nehmen die Schwingungen zu. Auch ist zu bemerken, dass die Amplitude der Geschwindigkeitsschwingungen nicht größer ist als die durch das Getriebe verursachte periodische Störung und auf einem realen Messsignal unbemerkt bleiben würde. Umso mehr ist hier der Nutzen einer Untersuchung in der Simulation ersichtlich.

Bemerkung: Sind die Soll-Eigenwerte für alle Gelenke gleich, so werden die Matrizen C_4 und C_3 zu reellen Konstanten und die Reduzierung der Trägheitsmatrix auf die Diagonalelemente ist nicht mehr erforderlich.

Aus diesen Simulationsversuchen kann man folgende Schlussfolgerungen ziehen:

- Die Annahme (A1) ist für die Regelung heutiger Roboter mit mäßigen Elastizitäten ohne Leistungseinbruch möglich.
- Die Annahme (A2) ist nur für eine begrenzte Bandbreite zulässig. Wird die Bandbreite oberhalb der Eigenfrequenz des Gelenkes vorgegeben, so treten deutliche Abweichungen auf. Dies ist verständlich, da die Trägheitskopplungen teilweise vernachlässigt werden, und nur im Drehmoment τ implizit vorhanden sind.

Die jetzige Architektur der Rechenhardware im LBR ist für diese Art von entkoppelten, dezentralen Regler ausgelegt. Die Gelenkregler haben eine Abtastzeit von 3kHz, verfügen aber nur über gelenkinterne Information. Die Gelenkdaten werden dann im Takt von 1kHz an die Robotersteuerung übergeben. Diese hat einen Takt von 5...10ms. Es ist sinnvoll die Terme $M(q_2)$, $N(\dot{q}_2, q_2)$, ... weiterhin in diesem Takt zu berechnen. Allerdings wäre es vorteilhaft, wenn die Multiplikationen mit allen Zuständen in (6.19) im 3kHz Takt erfolgt. Daraus haben sich folgende zwei Änderungsvorschläge entwickelt, die derzeit in Ausführung sind:

- Erhöhung der Bus-Taktzeit auf min. 3kHz. Dies ermöglicht die zentrale Berechnung der Gelenkregler mit ausreichender Taktfrequenz, so dass die vollständige Trägheitsmatrix in (6.19) benutzt werden kann.
- Einbau von Beschleunigungssensoren in den Gelenken. Versuche mit linearen Beschleunigungssensoren wurden bereits durchgeführt [105]. Die Rückrechnung der Gelenkbeschleunigungen aus linearen Beschleunigungen ist aber nicht viel weniger aufwendig als deren Beobachtung aus den Gelenkdrehmomenten. Es deutet sich an, dass Beschleunigungssensoren für Drehbewegungen zu geringen Preisen verfügbar sein werden. Außerdem haben sie den Vorteil, den Kraftfluss im Gelenk nicht zu unterbrechen. In Abs. 6.7 wird ein weiteres Argument für diese Sensoren vorgetragen: die gleichzeitige Vorgabe der Sollsteifigkeit und der Eigenwerte. Es erscheint also sinnvoll, den realen Nutzen der Gelenkbeschleunigung unter diesen Gesichtspunkten zu untersuchen.

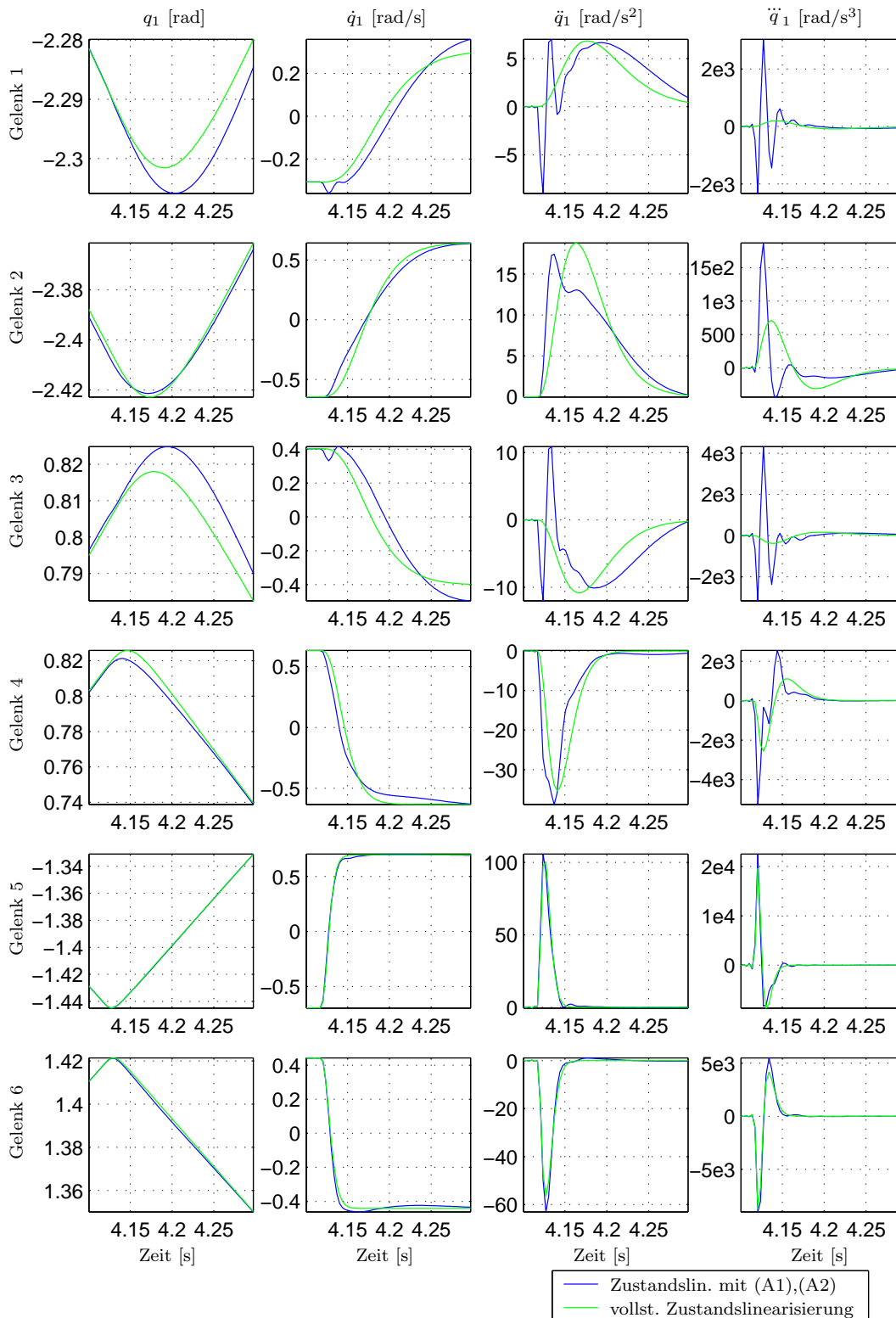


Abbildung 6.2: Vergleich zwischen Zustandslinearisierung und dem Regler mit variablen Parametern unter den Annahmen (A1) und (A2)

6.2 Auslegung der Regler mit variablen Parametern

Aus den Untersuchungen im vorherigen Abschnitt geht ein Prinzip hervor, das allen an den LBR angewandten Reglern zu Grunde steht: das Drehmoment kann in eine langsame Komponente $\tau_S = N(\dot{q}_2, q_2)$ und eine schnelle Komponente $\tau_F = \tau - N(\dot{q}_2, q_2)$ eingeteilt werden. Man hat gesehen, dass es mit guter Näherung ausreicht, die nichtlineare Verkopplung der langsamen Komponente voll zu berücksichtigen, während für den schnellen Anteil eine Reduktion auf ein lineares System mit einer quasistationär veränderlichen Massenträgheit zulässig ist.

Das Schwingungsverhalten des Roboters ist dann hauptsächlich durch den schnellen Dynamikanteil bestimmt. Man kann schnell die praktischen Vor- und Nachteile unterschiedlicher nichtlinearer Regler (Abs. 4.1.4, 4.1.5, 4.1.6) erkennen, indem man dieses vereinfachte Modell analysiert. Damit wollen wir uns in diesem Abschnitt befassen. Daraus werden sich einige Vorschläge zur Auslegung der variablen Parameter entwickeln.

6.2.1 Variable Gelenksteifigkeit

Im Zusammenhang mit der Auslegung des Reglers mit variablen Parametern wollen wir auch die Anforderung nach einer bestimmten Gelenksteifigkeit einführen. Wie bereits in Abs. 4.2 erwähnt, eignet sich die von uns vorgeschlagene Reglerstruktur, auf Grund der gleichzeitigen Rückführung von Position und Drehmoment nicht nur zur Implementierung eines Positionsreglers, sondern auch eines Steifigkeitsreglers. Unter Gelenksteifigkeit wird hier das Verhältnis zwischen einem extern wirkenden, statischen Drehmoment und der abtriebsseitigen Abweichung von der Sollposition, nach der Einstellung des Gleichgewichts, verstanden. Für das lineare Modell eines Gelenkes bedeutet dies:

$$k_a = \left. \frac{\tau_{\text{ext}}(s)}{q_2(s)} \right|_{s=0} \quad (6.26)$$

Im Abs. 5.1.1, wo die Bedeutung der Bedingungen im Stabilitätsbeweis erörtert wurden, wurde hingewiesen, dass mit dem Zustandsregler

$$k_a = \frac{k_i k_{pi}}{k_{pi} + k_{ti} + k_i} \quad (6.27)$$

gilt. Somit schließt der Steifigkeitsregler folgende Sonderfälle ein:

- minimale Steifigkeit: $k_a = 0 \rightarrow$ Drehmoment-Regelung mit Gravitationskompensation
- maximale Steifigkeit, bedingt durch Stellgrößenbeschränkungen und Robustheit: $k_a = k_{max} \rightarrow$ Positionsregelung mit maximaler Bandbreite

Da man zur Auslegung des Reglers nur die vier Verstärkungsfaktoren $\{k_p, k_d, k_s, k_t\}$ hat, führt die gleichzeitige Vorgabe einer Sollsteifigkeit k_a und der vier Eigenwerte des geregelten Systems, z.B. durch ein charakteristisches Wunsch-Polynom

$$P(s) = (s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2)(s^2 + 2\xi_2\omega_2s + \omega_2^2) \quad (6.28)$$

zu einem überbestimmten Problem. Es hängt im Einzelfall von der Anwendung ab, welchem Kriterium Priorität eingeräumt werden soll. Allgemein kann aber gesagt werden, dass höhere Steifigkeiten auch zu höheren Verstärkungen und somit zu einer höheren Bandbreite führen. Im weiteren Verlauf des Abschnitts werden einige Vorschläge zu diesem Thema gemacht.

Es ist in selteneren Fällen erwünscht, neben der Sollsteifigkeit auch eine variable Solldämpfung für die Gelenke vorzugeben. Im Allgemeinen beschränkt man sich darauf, ein gut gedämpftes Verhalten zu verlangen. Um das Problem nicht weiter zu komplizieren, wird die Dämpfung direkt auf die Soll-Dämpfung der Eigenwerte in (6.28) abgebildet.

$$d_a \rightarrow \{\xi_1, \xi_2\} \quad (6.29)$$

6.3 Vorgabe konstanter Eigenwerte

Die wahrscheinlich einfachste Lösung für die Auslegung der variablen Reglerparameter ist die Vorgabe konstanter Eigenwerte, unabhängig von der Roboterkonfiguration und somit der abtriebsseitigen Trägheit. Dies hat den Vorteil, dass die Bandbreite des Roboters nicht positionsabhängig ist. Man kann in diesem Fall auf Standardmethoden der Polplatzierung zurückgreifen [83, 2]. Es gibt für jede Eigenwertvorgabe eine eindeutige Lösung und der Rechenaufwand ist relativ gering, so dass die Reglerauslegung problemlos im Takt der kartesischen Steuerung durchgeführt werden kann. In Abs. 5.5 hat man gesehen, dass man schon mit konstanten Parametern geringe Schwankungen der Bandbreite erreichen kann. Durch die Berücksichtigung der variablen Massenträgheit kann man eine Erhöhung der gesamten Bandbreite erwarten. Vom Konzept her, entspricht diese Auslegung einer vereinfachten Form des Reglers mit Zustandslinearisierung. Der Zusammenhang zwischen den beiden Reglern am Gesamtroboter wurde in Abs. 6.1 eingehend analysiert. Bei der Simulation ergaben sich aber auch einige Probleme, die am Beispiel eines Gelenkes gut erklärt werden können. Die folgenden Betrachtungen werden wieder am Beispiel der ersten Achse durchgeführt, da hier die größten Schwankungen der Trägheit stattfinden.

Die Wurzelortskurve des ungeredelten Systems ist in Abb. 6.3 dargestellt. Das linke Bild zeigt die gesamte WOK für $0 < J_2 < \infty$, während das rechte Bild den Bereich um den Ursprung der komplexen Ebene darstellt. Mit einer dickeren Linie sind die Abschnitte der WOK hervorgehoben, die den Trägheiten des realen Roboters $J_{2min} < J_2 < J_{2max}$ entsprechen. Man sieht, dass das System einen Eigenwert in Null sowie einen zweiten langsamen reellen Eigenwert hat. Zusätzlich besitzt es zwei konjugiert komplexe Eigenwerte, die der Gelenkschwingung entsprechen, welche durch die Elastizität verursacht wird. Die langsamste Schwingungsfrequenz beträgt $f \approx 11.35\text{Hz}$. Da wir, bei gleichzeitiger Dämpfung der Schwingung, die Bandbreite beizubehalten beabsichtigen, ist die Vorgabe eines Vierfachpols $\lambda_0 = -2\pi f$ sinnvoll. In Abb. 6.4 ist die Steifigkeit (6.27) des geregelten Systems in Abhängigkeit von der Abtriebsträgheit, in logarithmischer Darstellung aufgetragen. Daran kann man die zwei wesentlichen Probleme, die bei der Vorgabe konstanter Eigenwerte auftreten, erkennen:

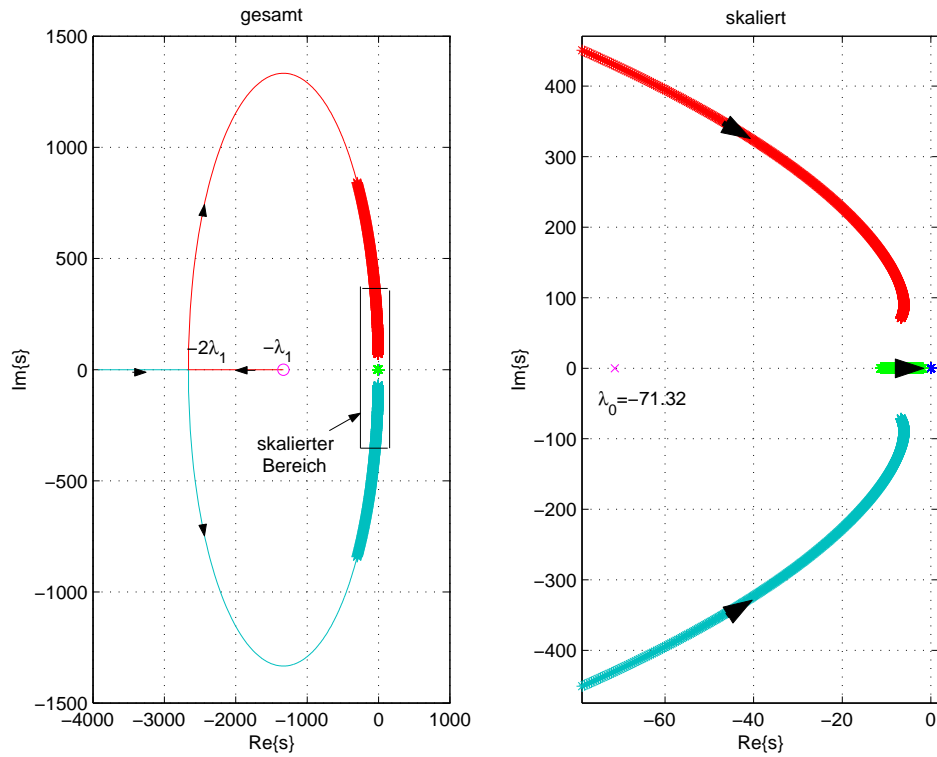


Abbildung 6.3: Wurzelortskurve eines unregulierten Gelenkes in Abhängigkeit von der abtriebsseitigen Massenträgheit J_2 .

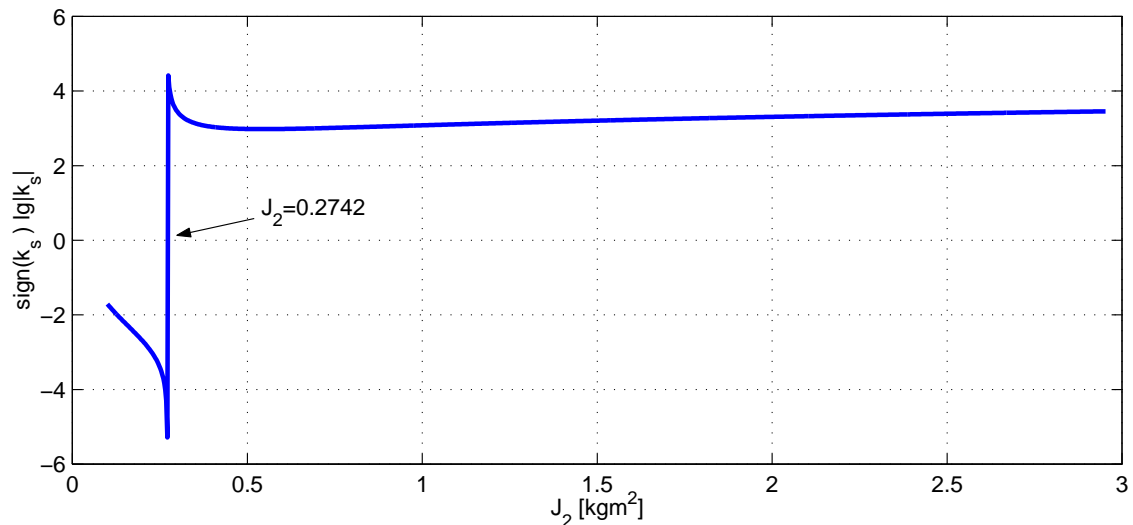


Abbildung 6.4: Darstellung der Gelenksteifigkeit bei konstanten Eigenwerten in Abhängigkeit von der abtriebsseitigen Massenträgheit J_2 .

- Die Gelenksteifigkeit nimmt mit steigendem J_2 zu. Dies ist von einem starken Anstieg der Reglerparameter k_p und k_t begleitet und führt zum Erreichen der Stellgrößenbegrenzungen und zu einer geringen Robustheit gegenüber Parameterschwankungen. Somit schränkt die maximale Massenträgheit die erreichbare Bandbreite ein und erfordert eine konservative Auslegung von λ_0 .
- Im Bereich der niedrigen Trägheiten, (im betrachteten Fall bei $J_2 = 0.2742$), erfolgt eine sprunghafte Änderung der Steifigkeit, einschließlich ihres Vorzeichens. Diese Änderung ist von einem asymptotischen Betragsanstieg gegen Unendlich begleitet. Dies ist aber nicht, wie vielleicht erwartet, von hohen Verstärkungen verursacht, sondern von einem geringen k_p und einem negativen k_t , was den Nenner von (6.27) zu Null gehen lässt. Die sehr große Änderung der Steifigkeit bei den geringsten Verschiebungen der Streckenparameter führt aber zu einem unvorhersehbaren, unerwünschten Verhalten. Dieses Problem kann auch durch Reduzierung der Bandbreite nicht beseitigt werden.

Diese zwei Bemerkungen sind wichtige Argumente gegen die Vorgabe konstanter Eigenwerte, wie sie von der Zustandslinearisierung vorgeschlagen wird. Aus diesem Grund wurde für die praktische Implementierung nach einer besser geeigneten Lösung gesucht.

6.4 Vorgabe konstanter Gelenksteifigkeit

Aus dem vorherigen Abschnitt ergab sich die Notwendigkeit, die Eigenwerte des Gelenkes in Abhängigkeit von der abtriebsseitigen Trägheit J_2 zu verändern. Als Alternative zur Vorgabe konstanter Eigenwerte wird nun die Vorgabe einer konstanten Soll-Gelenksteifigkeit k_a , bei der gleichzeitigen Anforderung nach reellen Eigenwerten und möglichst hoher Bandbreite, vorgeschlagen. Diese Vorgehensweise hat mehrere Vorteile:

- Mit diesem Ansatz ist nicht nur eine einheitliche Reglerstruktur, sondern auch eine einheitliche Entwurfsmethode für Drehmoment-, Positions- und Steifigkeitsregler gewährleistet. Der Positionsregler ist dann einfach der Sonderfall für die maximal erreichbare Steifigkeit.
- Wie bereits gezeigt, führt die Vorgabe von Eigenwerten zu schwer nachvollziehbaren, unerwünschten Betriebszuständen, in denen z.B. die Gelenksteifigkeit negativ sein kann. Hingegen ist die Vorgabe einer konstanten, positiven Steifigkeit physikalisch intuitiv. Wie es sich herausstellen wird, bedeutet eine höhere Steifigkeit bei gegebener Trägheit implizit eine Erhöhung der Bandbreite, so dass sich im experimentellen Fall die Möglichkeit ergibt, den Regler durch Veränderung eines einzigen Parameters zu „tunen“.
- Bei vorgegebener Steifigkeit werden die Eigenwerte schneller mit fallender Massenträgheit J_2 . Dies entspricht eher dem natürlichen Verhalten des Systems und führt dadurch zu kleineren Stelleinwirkungen des Reglers. Man kann somit in jeder Position im Arbeitsraum die maximal erreichbare Bandbreite ausnutzen.

- In vielen Fällen, vor allem in Kontaktsituationen, ist eine definierte, einheitliche Steifigkeit eher erwünscht als eine konstante Bandbreite (Abs. 6.10).

Bei Vorgabe einer konstanten Steifigkeit ist es natürlich nicht gleichzeitig möglich, eine beliebige Polvorgabe durchzuführen. Im Folgenden wollen wir diesen Zusammenhang untersuchen. Betrachten wir dazu die Systembeschreibung aus (5.97) mit den Zustandsvariablen $\{\dot{q}_1, q_1, \dot{\tau}/k, \tau/k\}$.

Durch eine Zustandsrückführung mit den Verstärkungen $k_R^T = [k_d, k_p, k_s, k_t]$ ergibt sich für das geregelte System $A = A_1 - b_1 k_R^T$ folgendes charakteristische Polynom:

$$\begin{aligned}
 P_A(s) = & s^4 + \frac{(k_d J_2 + d J_2 + k_s J_2 + J_1 d_2 + J_2 d_1 + J_1 d)}{J_1 J_2} s^3 + \\
 & \frac{(d_2 d k_p J_2 + k_d d + d_1 d + k_d d_2 + k J_1 + k_t J_2 + d_1 d_2 + k J_2 + d_2 k_s)}{J_1 J_2} s^2 \\
 & + \frac{(d_1 k + k_p d_2 + k_p d + k_d k + d_2 k_t + d_2 k)}{J_1 J_2} s + \frac{k_p k}{J_1 J_2} \quad (6.30)
 \end{aligned}$$

Man kann für das gewünschte charakteristische Polynom folgende allgemeine Form betrachten:

$$P_{\text{soll}}(s) = (s^2 + 2\xi_p \zeta s + \zeta^2)(s^2 + 2\xi \omega s + \omega^2) \quad (6.31)$$

Wie bereits erwähnt, werden ξ_p und ξ in Abhängigkeit von der Solldämpfung d_a bestimmt. Meistens ist aber in der Praxis $d_a = \xi = \xi_p = 1$ und damit ergeben sich zwei reelle Polpaare. Durch Koeffizientenausgleich der beiden charakteristischen Polynome

$$\text{Coeff}\{P_A(s)\}(k_R) = \text{Coeff}\{P_{\text{soll}}(s)\}(\zeta, \omega) \quad (6.32)$$

entstehen vier Gleichungen. Aus der Gleichung (6.27) der Gelenksteifigkeit folgt:

$$k_p = \frac{k_a (k_t + k)}{k - k_a} \quad (6.33)$$

Somit erhält man ein System mit sechs Unbekannten $\{k_d, k_p, k_s, k_t, \zeta, \omega\}$ und fünf Gleichungen. In diesen Gleichungen gehen die Reglerparameter linear ein, so dass sie leicht eliminiert werden können. Es ist dann klar, dass nur der Wert von ζ vorgegeben werden kann, woraus sich ein Wert für ω ergibt. Da die beiden Variablen ζ und ω aber quadratisch in die Gleichungen eingehen, ist nicht sichergestellt, dass sich für jedes reelle $\zeta > 0$ ein reelles, positives ω ergibt. Die direkten aber aufwendigen Berechnungen erfordern ein Programm zur symbolischen Gleichungsmanipulation. Man erhält letztendlich eine Gleichung der Form

$$a(\zeta, \zeta^2, \theta) \omega^2 + b(\zeta, \zeta^2, \theta) \omega + c(\zeta, \zeta^2, \theta) = 0, \quad (6.34)$$

wobei mit $\theta = \{d, d_1, d_2, k, J_1, J_2, k_p, k_d, k_s, k_t, \xi, \xi_p, k_a\}$ sämtliche Strecken- und Reglerparameter sowie die Solldämpfung und Sollsteifigkeit bezeichnet wurden. Daraus kann man die erforderlichen Bedingungen für ζ ableiten, damit ω reell und positiv ist. Es resultiert ein System von Ungleichungen vierten Grades in ζ , welches analytisch lösbar ist (Anhang C). Die Lösungen dieser Gleichungen sind in Abb. 6.5 für $J_2 = 10\text{kgm}^2$ schwarz

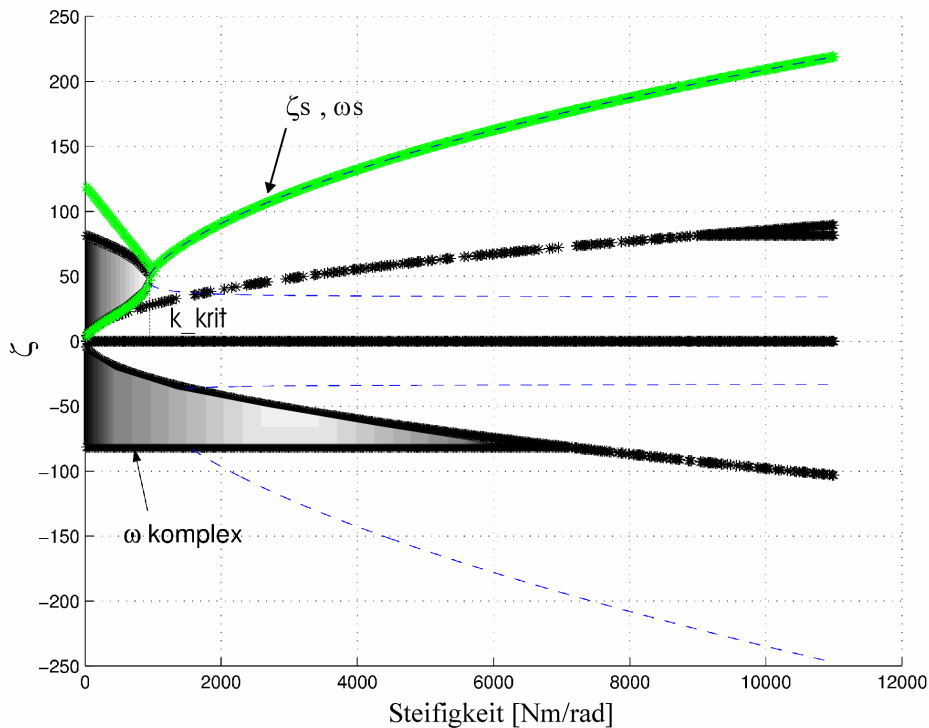


Abbildung 6.5: Abhängigkeit der Soll-Eigenwerte von der Soll-Steifigkeit. Der grau markierte Bereich führt zu komplexen Werten von ω .

markiert. Daraus ergeben sich für jede Steifigkeit die hervorgehobenen Intervalle für ζ , die zu imaginären Werten von ω führen würden. Man bemerkt, dass für den interessanten Steifigkeitsbereich den Eigenwerten beliebige positive Werte zugewiesen werden können, mit Ausnahme eines Bereiches in der Nähe des Ursprungs, unterhalb von k_{krit} . Es ist zu erwähnen, dass sich k_{krit} , wie auch die Größe des verbotenen Bereiches in Abhängigkeit von der abtriebsseitigen Massenträgheit verändern. Es stellt sich nun die Frage, wie man im konkreten Fall die Eigenwerte wählen soll. Eine einfache Möglichkeit wäre $\zeta = \omega$. Wird diese Bedingung in (6.34) eingesetzt, so ergibt sich eine Gleichung vierten Grades in ζ . Die Lösungen dieser Gleichung sind in Abb. 6.5 gestrichelt dargestellt. Man kann dabei zwei Fälle unterscheiden:

- Unterhalb von k_{krit} kann kein Vierfachpol platziert werden. Da müssen zwei Eigenwerte oberhalb und zwei unterhalb des verbotenen Bereiches liegen.
- Oberhalb von k_{krit} gibt es zwei Möglichkeiten, die gegebene Steifigkeit mit einem stabilen Vierfachpol ($\zeta > 0$) zu erreichen. Der obere Ast führt mit steigender Steifigkeit zu immer größeren Eigenwerten. Der untere Ast verläuft sehr flach. Er entspricht der Unstetigkeit in Abb. 6.4. Für geringe Schwankungen der Eigenwerte, verändert sich die Steifigkeit sehr stark. Zwar wäre damit theoretisch eine Versteifung des Gelenkes möglich, im realen Fall führt dies aber zu unberechenbarem Verhalten.

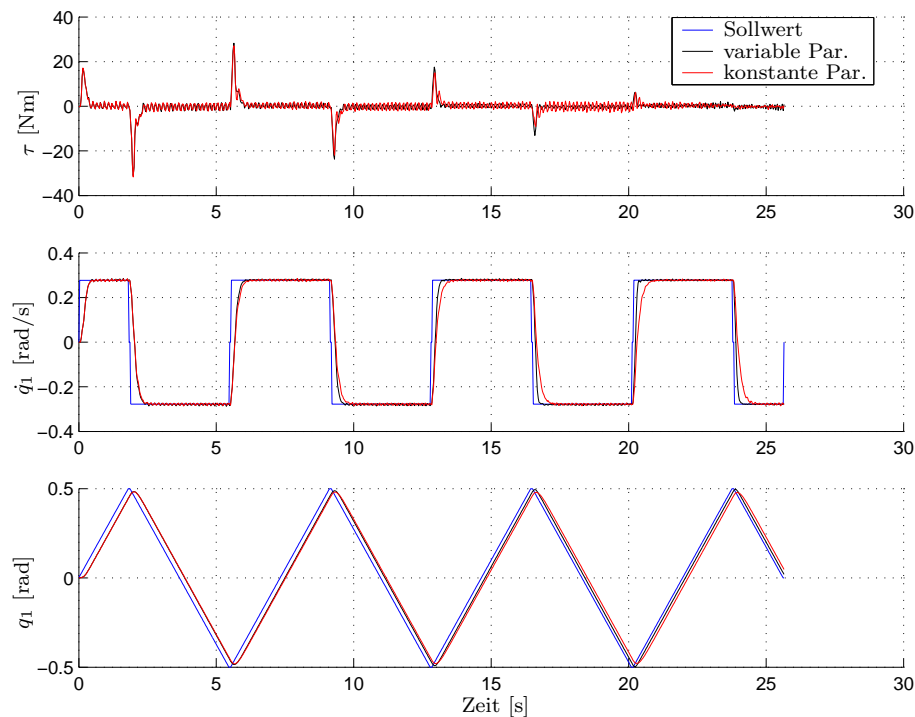


Abbildung 6.6: Vergleich zwischen dem Regler mit konstanten Parametern und dem Regler mit variablen Parametern und konstanter Sollsteifigkeit

In Abb. 6.5 ist die, in den LBR eingesetzte, Lösung für die Eigenwerte ζ_S und ω_S in Abhängigkeit von der Sollsteifigkeit angegeben. Wenn es möglich ist, wählt man einen Vierfachpol. Für $k_a = 0$, also dem Drehmomentregler, sind zwei Eigenwerte Null und zwei werden so festgelegt, dass die Drehmomentregelung ausreichende Bandbreite hat. Dazwischen wird ein Eigenwertpaar linear interpoliert. Das andere Eigenwertpaar ergibt sich dann aus (6.34).

6.5 Implementierung am Roboter

Die symbolischen Berechnungen zur Ermittlung der Eigenwerte wurden in Maple durchgeführt. Die Ergebnisse aus Maple wurden dann durch automatische Code-Generierung in C-Programme umgesetzt. Die Routinen werden im Takt der kartesischen Steuerung aufgerufen. Sie erhalten als Eingangsparameter die aktuelle Massenträgheit $J_2 = m_{ii}(q_2)$, die gesamten Gelenkparameter, die Sollsteifigkeit k_a und die Solldämpfung d_a . Als Zwischenergebnis werden die Soll-Eigenwerte und daraus die Reglerverstärkungen ermittelt. Für alle sieben Gelenke benötigen die Algorithmen auf einem Power-PC mit 450MHz Taktrate insgesamt 4ms.

In Abb. 6.6 sind experimentelle Ergebnisse mit diesem Regler aufgezeichnet. Die Messungen sind auf Achse 1 des LBR2 durchgeführt. Das Gelenk fährt eine Sägezahn-

Trajektorie ab, um die Sprungantwort des Reglers bezüglich der Geschwindigkeit zu testen. Gleichzeitig bewegt sich die zweite Achse von ursprünglich $q_2 = 90^\circ$ auf $q_2 = 0^\circ$ am Ende der Bewegung. Somit verändert sich während der Aufzeichnung die abtriebsseitige Masse der ersten Achse in einem Bereich $m_{11}(q_2) \approx 10 \dots 0.1 \text{kgm}^2$. Die erste Trajektorie wurde mit dem Regler mit variablen Parametern, die zweite mit konstanten Reglerparametern aufgenommen. Der Regler mit festen Parametern wurde für die Trägheit $J_2 = 10 \text{kgm}^2$ ausgelegt (siehe auch 5.5). Somit verhalten sich die beiden Regler für große Trägheiten identisch. Beim Regler mit variablen Parametern steigt aber die Bandbreite erheblich, wenn die Massenträgheit kleiner wird. Diese Eigenschaft kann dazu genutzt werden, um durch geeignete Wahl der Roboterposition, den Ablauf eines Vorganges zeitlich zu beschleunigen.

6.6 Einschränkungen bei der Vorgabe konstanter Steifigkeiten

Der Zustandsregler mit Vorgabe konstanter Steifigkeit wurde in der oben dargestellten Form auf dem Roboter implementiert und zur Realisierung einer kartesischen Gelenksteifigkeit erfolgreich eingesetzt (Abs. 6.10). Trotzdem sind dadurch einige Fragen nicht vollständig gelöst worden. In diesem Abschnitt werden diese Fragen nochmals aufgeworfen und in den nächsten Abschnitten werden Regler vorgeschlagen, die diese Probleme beseitigen.

- Ein unbefriedigender Punkt ist die Tatsache, dass mit einer vollständigen Zustandsrückführung Sollsteifigkeit und Eigenwerte des geregelten Antriebs nicht gleichzeitig festgelegt werden können. Es soll nun nach einer Erweiterung der Reglerstruktur gesucht werden, die diesen Nachteil beseitigt.
- Bei der experimentellen Erprobung des Reglers hat sich herausgestellt, dass die maximale Steifigkeit von der Stabilitätsgrenze bei hohen abtriebsseitigen Massenträgheiten begrenzt ist. Bei der Vorgabe konstanter Steifigkeiten ist dieses Problem im Vergleich zur Vorgabe konstanter Eigenwerte stark entschärft, doch erscheinen in manchen Fällen vier gleiche Eigenwerte nicht als sinnvoll. Es ist also von Interesse, dazu eine passendere Alternative zu bieten.
- Beide vorgestellten Ansätze weisen auch bei sehr geringen Werten von J_2 Stabilitätsprobleme auf. In diesem Fall (siehe Abb. 6.3), werden die komplexen Eigenwerte immer schneller, so dass sie eigentlich vernachlässigt werden können. Es handelt sich dann nicht mehr um ein Zweimassen-System, sondern nur noch um eine Masse, also um ein System zweiter Ordnung. Dieser Fall tritt z.B. für die letzten Achsen des Roboters auf, wenn der Arm keine Last bewegt. In der Literatur werden Ansätze vorgeschlagen, die die Gelenke eines Roboters in elastische und starre einteilen, und dann die Regelung dieser hybriden Struktur behandeln [58, 122]. Der Übergang ist

aber in Wirklichkeit fließend, so dass das Umschalten zwischen zwei Modellstrukturen bei einer willkürlichen Schwelle unangemessen ist. In der praktischen Implementierung am LBR wird dieses Problem gelöst, indem die minimale Trägheit J_2 für die Auslegung des Reglers mit konstanter Steifigkeit auf einen Mindestwert J_{2min} begrenzt wird. Dies vermeidet den Sprung und führt zu einem stetigen Verlauf der Eigenwerte. Es beschränkt damit auch die Stellenergie des Reglers, da die Reglerverstärkungen für $J_2 \rightarrow 0$ nicht unendlich ansteigen. In Abs. 6.8, Abs. 6.9 wird auch eine Lösung vorgeschlagen, die anstatt der etwas unnatürlichen Begrenzung von J_2 , in direkter Weise den Übergang zu einem starren Gelenk realisiert.

- Aus theoretischer Sicht sind, auf Grund der bereits sehr komplexen Reglerauslegung, wenig Aussichten eine verallgemeinerte Formulierung des Regles mit konstanter Steifigkeit (in der Art von Abs. 4.1.5, Abs. 4.1.6) aufzustellen, deren Stabilität unter Berücksichtigung und Entkopplung der vollständigen nichtlinearen Dynamik garantiert werden kann. Bei der Formulierung der nächstfolgenden Regler wird speziell darauf geachtet, diese Erweiterung möglich zu machen.

6.7 Gleichzeitige Vorgabe einer Sollsteifigkeit und konstanter Eigenwerte

Betrachten wir nochmals die Gleichungen des Gelenkes bei Einwirkung einer externen Kraft τ_{ext}

$$\tau_m = J_1 \ddot{q}_1 + k(q_1 - q_2) \quad (6.35)$$

$$k(q_1 - q_2) = J_2 \ddot{q}_2 - \tau_{ext} \quad (6.36)$$

$$\tau = k(q_1 - q_2) \quad (6.37)$$

Die Gelenkdämpfung wurde zu Null gesetzt, um die Darstellung überschaubar zu halten und den Vergleich mit den bekannten Methoden im nichtlinearen Fall zu ermöglichen. Nehmen wir den Zustandsregler, so wie er jetzt im Roboter implementiert ist, mit den Zuständen $\{\dot{q}_1, q_1, \dot{\tau}/k, \tau/k\}$ und dem Sollwert $q_{2d} = 0$ an:

$$\tau_m = -k_p q_1 - k_d \dot{q}_1 - \frac{k_t}{k} \tau - \frac{k_s}{k} \dot{\tau}; \quad (6.38)$$

Die Impedanz des Gelenkes errechnet sich dann zu

$$\frac{q_2(s)}{\tau_{ext}(s)} = \frac{J_1 s^2 + (k_d + k_s)s + (k + k_p + k_t)}{J_1 J_2 s^4 + (k_d + k_s) J_2 s^3 + [J_1 k + (k + k_p + k_t) J_2] s^2 + k k_d s + k k_p} \quad (6.39)$$

Daraus ergibt sich der bereits besprochene Ausdruck der Steifigkeit

$$k_a = \left. \frac{\tau_{ext}(s)}{q_2(s)} \right|_{s=0} = \frac{k k_p}{k_p + k_t + k} \quad (6.40)$$

Aus (6.39) ist aber auch ersichtlich, warum unter dieser Bedingung eine beliebige Polplatzierung nicht durchgeführt werden kann. Mit (6.40) sind nämlich die Koeffizienten von s^2 und s^0 nicht voneinander unabhängig zu wählen.

Betrachten wir nun das Gelenk (6.35-6.37) mit einer Zustandsrückführung, so wie sie von der Zustandslinearisierung vorgeschlagen wird, mit den Zuständen $\{\ddot{q}_2, \dot{q}_2, q_2\}$:

$$\tau_m = -k_3 \ddot{q}_2 - k_2 \dot{q}_2 - k_1 q_2 - k_0 q_2 \quad (6.41)$$

In diesem Fall errechnet sich die Impedanz des Gelenkes zu:

$$\frac{q_2(s)}{\tau_{\text{ext}}(s)} = \frac{J_1 s^2 + k}{J_1 J_2 s^4 + k k_3 s^3 + k(J_1 + J_2 + k_2) s^2 + k k_1 s + k k_0} \quad (6.42)$$

Man bemerkt hier einen klaren Unterschied zu (6.39). Mit dieser Zustandsrückführung können keine negativen Steifigkeiten erreicht werden, da jetzt $k_a = k_0$ und k_0 für ein stabiles System immer positiv sein muss. Gleichzeitig müssen, um die Steifigkeit beliebig zu erhöhen, auch die Eigenwerte beliebig hoch werden (zum Unterschied zu dem unteren positiven Ast in Abb. 6.3). Ein weiterer Nachteil dieser Zustandsrückführung ist das schlechtere Verhalten unter Einwirkung von Reibung, als bei Rückführung des Drehmoments.

Aus der Untersuchung der zwei Fälle ergibt sich der Vorschlag der Rückführung folgender fünf Zustandsgrößen: $\{\dot{q}_1, q_1, \dot{\tau}, \tau, \ddot{q}_2\}$, mit dem Regler:

$$\tau_m = -k_p q_1 - k_d \dot{q}_1 - \frac{k_t}{k} \tau - \frac{k_s}{k} \dot{\tau} - k_2 \ddot{q}_2; \quad (6.43)$$

Dies führt zu folgendem Ausdruck der Impedanz:

$$\frac{q_2(s)}{\tau_{\text{ext}}(s)} = \frac{J_1 s^2 + (k_d + k_s) s + (k + k_p + k_t)}{J_1 J_2 s^2 + (k_d + k_s) J_2 s^3 + [J_1 k + (k + k_p + k_t) J_2 + k k_2] s^2 + k k_d s + k k_p} \quad (6.44)$$

Der Ausdruck (6.40) der Steifigkeit bleibt erhalten. Durch das Einführen von k_2 im Koeffizienten von s^2 kann jetzt aber das charakteristische Polynom

$$P_{\text{soll}}(s) = s^4 + \sum_{i=0}^3 a_i s^i \quad (6.45)$$

unabhängig von k_a festgelegt werden. Es resultiert folgendes Gleichungssystem:

$$k k_p = \frac{a_0}{J_1 J_2} \quad (6.46)$$

$$k_a = \frac{k k_p}{k_p + k_t + k} \quad (6.47)$$

$$J_1 k + (k + k_p + k_t) J_2 + k k_2 = \frac{a_1}{J_1 J_2} \quad (6.48)$$

$$k k_d = \frac{a_1}{J_1 J_2} \quad (6.49)$$

$$(k_d + k_s) = \frac{a_3}{J_1 J_2}, \quad (6.50)$$

woraus immer und direkt in der angegebenen Reihenfolge $\{k_p, k_t, k_2, k_d, k_s\}$ errechnet werden können. Dieser Vorteil wird um den Preis der Rückführung der Beschleunigung erreicht. Dazu muss diese entweder messbar sein, oder aus (6.36), bei bekanntem Modell für τ_{ext} und J_2 , errechnet werden. Ist keines von beiden möglich, so wird man sich mit einer der vorher angegebenen Reglerstrukturen begnügen müssen.

6.8 Berücksichtigung von Grenzwerten für die abtriebsseitige Trägheit

Als nächstes wird die Wahl des charakteristischen Soll-Polynoms $P_S(s)$, in Abhängigkeit von J_2 behandelt. Dazu wird die Übertragungsfunktion der Strecke in folgende, in der Antriebstechnik übliche, Form umgeschrieben [87]:

$$\frac{q_2(s)}{\tau_m(s)} = \frac{k}{(J_1 + J_2)s^2(\frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}s^2 + k)} \stackrel{\Delta}{=} \frac{k}{J_\sigma s^2(J_\pi s^2 + k)} \quad (6.51)$$

Die zweite Klammer verschwindet für $J_1 \rightarrow 0$, $J_2 \rightarrow 0$ oder $k \rightarrow \infty$. In all diesen Fällen degeneriert das Zweimassensystem zu einem Einmassensystem mit der Massenträgheit J_σ , da entweder die Ersatzmasse J_π Null wird, oder die Federelastizität vernachlässigbar wird. Diese Darstellung bietet folglich einen guten Ausgangspunkt zu einer günstigen Wahl der Eigenwerte.

Es bleibt die Frage, wie man die Eigenwerte wählen soll, damit der resultierende Regler für den nichtlinearen Fall erweitert werden kann. Die hier vorgeschlagene Lösung dazu geht von dem passivitätsbasierten Regler von [95] aus, dessen mögliche Erweiterung für elastische Systeme in Abs. 4.1.6 vorgestellt wurde. Reduziert man die Gleichung für den geregelten, starren Roboteranteil (4.42) auf ein Freiheitsgrad, so bleibt folgende einfache Gleichung übrig:

$$M\ddot{q} + (M\lambda + k_\Delta)\dot{q} + k_\Delta q = 0 \quad (6.52)$$

oder im Laplace-Bereich:

$$(Ms + k_\Delta)(s + \lambda)q(s) = 0, \quad (6.53)$$

mit den zwei Eigenwerten $\lambda_1 = -\lambda$ und $\lambda_2 = -k_\Delta/M$. Man sieht, dass ein Eigenwert konstant gehalten wird, während der andere zu Null geht, wenn die Trägheit $M \rightarrow \infty$ und beliebig schnell wird, wenn $M \rightarrow 0$. Der P-Anteil bleibt ebenfalls konstant, nur die Dämpfung nimmt mit steigender Masse zu. Dies führt zu einem viel robusteren Verhalten und einer besseren Ausnutzung der maximalen Bandbreite als bei der Vorgabe konstanter Eigenwerte [72].

Es gibt, wie bereits in Abs. 4.1.6 erwähnt, Ansätze zur Erweiterung dieses Reglers auf den Fall des elastischen Roboters [14, 54]. Sie stellen aber eine direkte Übertragung des Reglers von Slotine und Li auf den Starrkörperanteil dar, ohne ein praktisches Gefühl für die Problematik des elastischen Roboters zu entwickeln. So wird der Passivitätsgedanke nicht auf die Dynamik des elastischen Anteils erweitert, auch führen einzelne Sonderfälle, wie z.B. $J_2 \rightarrow 0$, zu keinen brauchbaren Ergebnissen (Da M^{-1} benötigt wird, können

diese Methoden dann nicht angewendet werden)¹. Der hier vorgeschlagene Ansatz soll diese Nachteile beseitigen und damit einen praktisch einsetzbaren Regler erzeugen. Zum besseren Verständnis wird der Regler jetzt für den linearen Systemanteil in einem Gelenk präsentiert. Im Abs. 6.9 wird dann der Regler in der allgemeinen, nichtlinearen Form abgeleitet.

Die Grundidee besteht darin, die Eigenwertvorgabe aus (6.52) nicht für die Trägheiten J_1 oder J_2 anzuwenden, sondern für J_σ und J_π in (6.51). Dies bedeutet, dass man für das charakteristische Polynom des geregelten Systems (6.45) folgende Form vorschlägt:

$$P_{\text{soll}}(s) = [J_\sigma s^2 + (J_\sigma \lambda_1 + k_{\Delta 1})s + k_{\Delta 1} \lambda_1][J_\pi/k s^2 + (J_\pi/k \lambda_2 + k_{\Delta 2})s + k_{\Delta 2} \lambda_2] \quad (6.54)$$

Die zwei Eigenwerte $\{-\lambda_1, -\lambda_2\}$ sind konstant. Die beiden anderen Eigenwerte verändern sich in Abhängigkeit von J_σ und J_π/k . Tabelle 6.1 fasst das Verhalten des Reglers in den, für uns interessanten Sonderfällen, zusammen.

Tabelle 6.1: Einige Sonderfälle

...	$J_2 \rightarrow \infty$	$J_2 \rightarrow 0$	Bemerkung
J_σ	∞	J_1	entspricht dem Regler (6.52) im starren Fall
λ_3	0	$-\frac{k_{\Delta 1}}{J_1}$	
J_π	J_1	0	immer begrenzt
λ_4	$-\frac{k_{\Delta 2} k}{J_1}$	$-\infty$	λ_4 wird vernachlässigbar für $J_2 \rightarrow 0$

Es ergibt sich somit ein Regler, der im Starrkörperanteil dem passivitätsbasierten Regler entspricht, während der elastische Anteil immer gedämpft wird, ohne dass die Korrekturterme unbegrenzt wachsen und somit zu Instabilitäten führen können. Gleichzeitig ist eine konzeptuell klare und vertretbare Lösung für den Übergang zum Starrkörpermodell vorhanden.

Bemerkung: Im linearen Fall würde sich vielleicht anbieten, (6.52) mit einer Dynamik der Form

$$M\ddot{q} + 2\xi\sqrt{M}\omega\dot{q} + \omega^2q = 0 \quad (6.55)$$

zu ersetzen ($0 \leq \xi \leq 1$, $\omega > 0$), da somit gleiche Eigenwerte und eine bessere Begrenzung der Reglerparameter erreicht werden können. Dies führt aber weiter weg von dem Ziel, einen im nichtlinearen Fall erweiterbaren Regler zu erhalten.

6.9 Passivitätsbasierter Regler mit „Energy Shaping“

Die im Abs. 6.7, für den schnellen, linearisierten Systemanteil entwickelte Idee der Polvorgabe (6.54), wird in diesem Abschnitt auf die vollständige nichtlineare Dynamik des

¹Diese Grenzfälle stellen nicht bloß theoretische Sonderfälle dar, sondern man wird damit bei der Implementierung am realen Roboter direkt konfrontiert. Man erinnere sich daran, dass die Trägheit der ersten Achse zwischen $J_{2,1} = 0.1$ und 10kgm^2 schwankt. Ohne Last ist die Trägheit der siebten Achse $J_{2,7} = 0.008\text{kgm}^2$. Dies führt zu einer schlechten Konditionierung von $M(q_2)$.

Roboters erweitert. Dazu geht man wieder vom Streckenmodell (6.3–6.5) aus. Wie bereits in Abs. 6.7 vorgeschlagen, wird für den Starrkörperanteil der Roboterdynamik der Regler von [95] benutzt. Er hat zusätzlich zu einer vernünftigen Eigenwertverteilung auch den Vorteil einer bewährten adaptiven Variante. Das Gelenksollmoment (siehe 4.41) ist also

$$\tau_d = M(q_2)\dot{v}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)v_2 + g(q_2) - K_D s \quad (6.56)$$

Dabei werden folgende Notationen benutzt:

$$v_2 = \dot{q}_d - \Lambda(q_2 - q_{2d}), \quad \Lambda > 0 \quad (6.57)$$

$$s = \dot{q}_2 - v_2 = (\dot{q}_2 - \dot{q}_d) + \Lambda(q_2 - q_{2d}) \quad (6.58)$$

Da aber, zum Unterschied von den bisher bekannten Reglern, in diesem Starrkörperanteil auch die Motorträgheit enthalten sein soll, wird $J\dot{s}$ auf beiden Seiten addiert. Aus (6.3), (6.56) erhält man:

$$\underbrace{(M(q_2) + J)}_{J_\Sigma} \dot{s} + C(q_2, \dot{q}_2)s + K_D s = \tau - \tau_d + J\dot{s} \triangleq z \quad (6.59)$$

Zur späteren Vereinfachung, wird eine weitere Notation eingeführt:

$$u_s = \tau_d + J\dot{v}_2 = (M(q_2) + J)\dot{v}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)v_2 + g(q_2) - K_D s \quad (6.60)$$

u_s ist eine Funktion, die nur von den Zuständen $\{\dot{q}_2, q_2\}$ des Starrkörperanteils und den Sollwerten $\{\dot{q}_{2d}, \dot{q}_{2d}, q_{2d}\}$ abhängt. u_s entspricht somit dem Motordrehmoment für den Passivitätsregler für den Grenzfall $K \rightarrow \infty$. Damit ergibt sich aus (6.59)

$$z = \tau + J\ddot{q}_2 - u_s \quad \text{oder} \quad (6.61)$$

$$z = J_\Sigma \ddot{q}_2 + C(q_2, \dot{q}_2)\dot{q}_2 + g(q_2) - u_s \triangleq J_\Sigma \ddot{q}_2 + N(\dot{q}_2, q_2) - u_s \quad (6.62)$$

Zusammen mit (6.4) wird (6.61) zu

$$\tau_m = K^{-1}J\ddot{\tau} + z + u_s \quad (6.63)$$

Diese Gleichung soll nun nur als Funktion von z und u_s ausgedrückt werden. Aus (6.3) und (6.62) folgt nach einigen direkten Berechnungen

$$J_\Pi(z + u_s) = J\tau - J^2 J_\Sigma^{-1} N(\dot{q}_2, q_2) \quad (6.64)$$

wobei mit J_Π die Matrix

$$J_\Pi = JM(q_2)(M(q_2) + J)^{-1} \quad (6.65)$$

bezeichnet wurde. Betrachtet man diese Matrix genauer, so bemerkt man, dass sie, auf den skalaren Fall reduziert, der Trägheit $J_\pi = JM/(J + M)$ aus (6.51) entspricht.

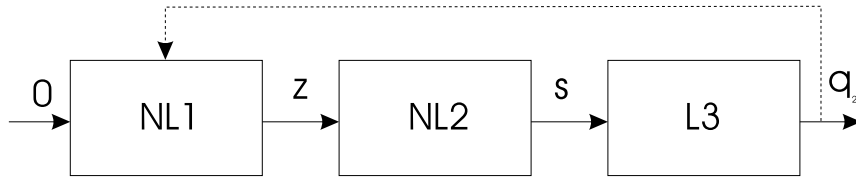


Abbildung 6.7: Darstellung des geregelten Systems als kaskadierte Struktur

Durch Einsetzen von (6.64) in (6.63) erhält man schließlich:

$$\tau_m = K^{-1} \frac{d^2}{dt^2} (J_{\Pi}(z + u_s) + J^2 J_{\Sigma}^{-1} N(\dot{q}_2, \dot{q}_2)) + z + u_s = \quad (6.66)$$

$$= K^{-1} J_{\Pi} \ddot{z} + \frac{1}{2} K^{-1} \dot{J}_{\Pi} \dot{z} + D_0(\ddot{q}_s, \ddot{q}_s, \dot{q}_s, \dot{q}_s, q_s, \ddot{q}, \dot{q}, \dot{q}, q) \quad (6.67)$$

Dabei ist der (sehr komplexe) Term D_0 nur von den Zuständen und von den Sollwerten abhängig. Wählt man für das Motordrehmoment ein Reglergesetz der Form

$$\tau_m = -(K^{-1} J_{\Pi} \Lambda_z + K_{Dz}) \dot{z} - \Lambda_z K_{Dz} z + D_0 \quad (6.68)$$

so ergibt sich, zusammen mit (6.59), folgende Dynamik des geregelten Systems:

$$J_{\Sigma} \dot{s} + C(q_2, \dot{q}_2) s + K_D s = z \quad (6.69)$$

$$K^{-1} J_{\Pi} \ddot{z} + \frac{1}{2} K^{-1} \dot{J}_{\Pi} \dot{z} + (K^{-1} J_{\Pi} \Lambda_z + K_{Dz}) \dot{z} + \Lambda_z K_{Dz} z = 0 \quad (6.70)$$

Dieses System stellt eine kaskadierte Struktur von nichtlinearen und linearen Blöcken, wie in Abb. 6.7 gezeigt, dar.

Drückt man die Gleichungen des geregelten Systems, durch Einsetzen von (6.58) in (6.69) und weiterhin in (6.70), nur als Funktion von q_2 und dessen Ableitungen aus und reduziert man dann das System auf einen Freiheitsgrad, so erhält man (6.54) mit dem gewünschten Eigenwertverhalten. Somit treffen alle in Tabelle 6.1 zusammengefassten Eigenschaften zu.

Die in der Literatur bekannten Regler, die dem hier vorgeschlagenen am nächsten kommen, sind in [54, 14] vorgestellt. In keinem der beiden tritt aber die $J_{\Sigma} - J_{\Pi}$ Struktur auf, die nach unserem Wissen in diesem Bereich eine neue Idee darstellt. Der passivitätsbasierte Regler für den Starrkörperanteil enthält dort nur die Trägheitsmatrix M . Anstatt z wird im ersten Aufsatz $\tau - \tau_d$ und im zweiten $q_1 - q_{1d}$ benutzt. Dies führt z.B. dazu, dass bei [54] Terme mit M^{-1} auftreten, die bei $M \rightarrow 0$ zu unendlichen Stellgrößen führen, während bei [14] die Eigenwerte unabhängig von der Steifigkeit sind, was bei steiferen Robotern zu Problemen führt, da man dennoch versucht, die gleichen langsamen Eigenwerte vorzugeben.

6.9.1 Stabilitätsbeweis

Die Stabilitätsanalyse dieses Reglers gestaltet sich wesentlich einfacher als die des Reglers mit konstanten Parametern in Abs. 5.1. Hier wurde der Regler so aufgestellt, dass

eine gewünschte Dynamik des geregelten Systems erreicht wird, für die eine direkte Stabilitätsuntersuchung gemacht werden kann. Die Schwierigkeit wird hier, offensichtlich, hin zur Implementierung des sehr aufwendigen Reglers verschoben. Die Stabilitätsanalyse von kaskadierten Systemen vom Typ (6.72, 6.71) in unterschiedlichen Varianten war Gegenstand der Forschung in der theoretischen Regelungstechnik des letzten Jahrzehnts [90, 51, 71, 57]. Die Beweisführung richtet sich an der Methode in [14] aus, da die Beweismethode in [54] zu restriktiven Stabilitätsbedingungen führt. Der Grundgedanke ist der, dass jeder einzelne Block in sich stabil und passiv ist. Unter diesen Bedingungen wird als erstes im Block $NL1$ der Ausgang $z \rightarrow 0$. Daraus resultiert dann $s \rightarrow 0$ und $q_2 \rightarrow 0$.

Es gibt allerdings im Falle des Systems (6.69-6.70) einen entscheidenden Unterschied zu [14] bzw. zu den Theoremen in [90]. Die dort aufgestellten Stabilitätsbeweise beziehen sich auf Systeme mit Dreiecksstruktur der Form:

$$\dot{s} = G(s, z) \quad (6.71)$$

$$\dot{z} = F(z) \quad (6.72)$$

In unserem Fall enthält aber (6.70) als zusätzlichen Eingang den zurückgekoppelten Ausgangswert q_2 des Systems (6.69)(durch $J_{II}(q_2)$), auch wenn die Konvergenz des Zustandes z von dem Wert von q_2 unberührt bleibt. Somit mussten die vorhandenen theoretischen Ergebnisse für diesen Fall erweitert werden (Anhang D), um anschließend folgenden Stabilitätssatz beweisen zu können:

Satz 2 *Unter Benutzung des Reglers (6.67) ist die Dynamik des geregelten Systems (6.69-6.70) global asymptotisch stabil.*

Der Beweis beruht auf der Tatsache, dass die globale asymptotische Stabilität (GAS) von (6.70) zusammen mit der BIBO Stabilität von (6.69) die GAS des Gesamtsystems sichern.

Eine aufrichtige Darstellung soll nicht verschweigen, dass der Rechenaufwand zur Implementierung dieser Art von Algorithmen die technische Realisierbarkeit unwahrscheinlich erscheinen lässt. Insofern ist es legitim, nach dem Sinn und Nutzen solcher Lösungen zu Fragen. Dazu kann man folgende Antworten geben:

- Aus Sicht des linearen Reglers sind die Lösungen (6.52) und (6.55) gleichwertig. Erst die Betrachtung im nichtlinearen Fall verdeutlicht den Vorteil von (6.52). Bei der Entwicklung der Regler wurde die Aufstellung und Überprüfung der Regler iterativ einerseits für den schnellen, linearen Dynamikanteil (Abs. 6.8), andererseits mit Hilfe der hier vorgestellten, nichtlinearen Methoden durchgeführt.
- Die Untersuchung des nichtlinearen Reglers ist die einzige Methode, Stabilitätsgefährdungen auf Grund der linearen Vereinfachung zu erkennen.
- Schließlich stellt der vollständige nichtlineare Regler eine Ideallösung dar, die zumindest in der Simulation mit unterschiedlichen Vereinfachungen verglichen werden kann. Dabei kann der Einfluss der Vernachlässigung einzelner Terme abgewogen werden und die Erklärung für manche, in Experimenten auftretenden Ungenauigkeiten

gefunden werden (siehe Abs. 6.1). Letztendlich kann man sich für eine vereinfachte Version entscheiden, die im konkreten Fall ein optimales Verhältnis zwischen Rechenaufwand und Nutzen erbringt.

6.9.2 Experimentelle Ergebnisse mit dem $\Sigma - \Pi$ Regler

Das Reglerkonzept, das in Abs. 6.8 und Abs. 6.9 vorgeschlagen wurde, ist auf dem LBR2 als Regler mit variablen Parametern und Dynamikkompensation (also mit den vereinfachenden Annahmen aus Abs. 6.1) implementiert worden. In Abb. 6.8 und Abb. 6.9 werden die Ergebnisse auf Gelenkebene vorgestellt. Abb. 6.10 zeigt den Vergleich mit dem Regler mit konstanten Parametern auf kartesischer Ebene (siehe auch Abb. 3.17–Abb. 3.21). Man bemerkt hier eine deutliche Reduzierung des Positionsfehlers. Allerdings sind die Messsignale in Abb. 6.8 und Abb. 6.9, auf Grund der höheren Verstärkungen die sich dabei ergeben, auch stärker verrauscht.

6.10 Kartesische Steifigkeitsregelung

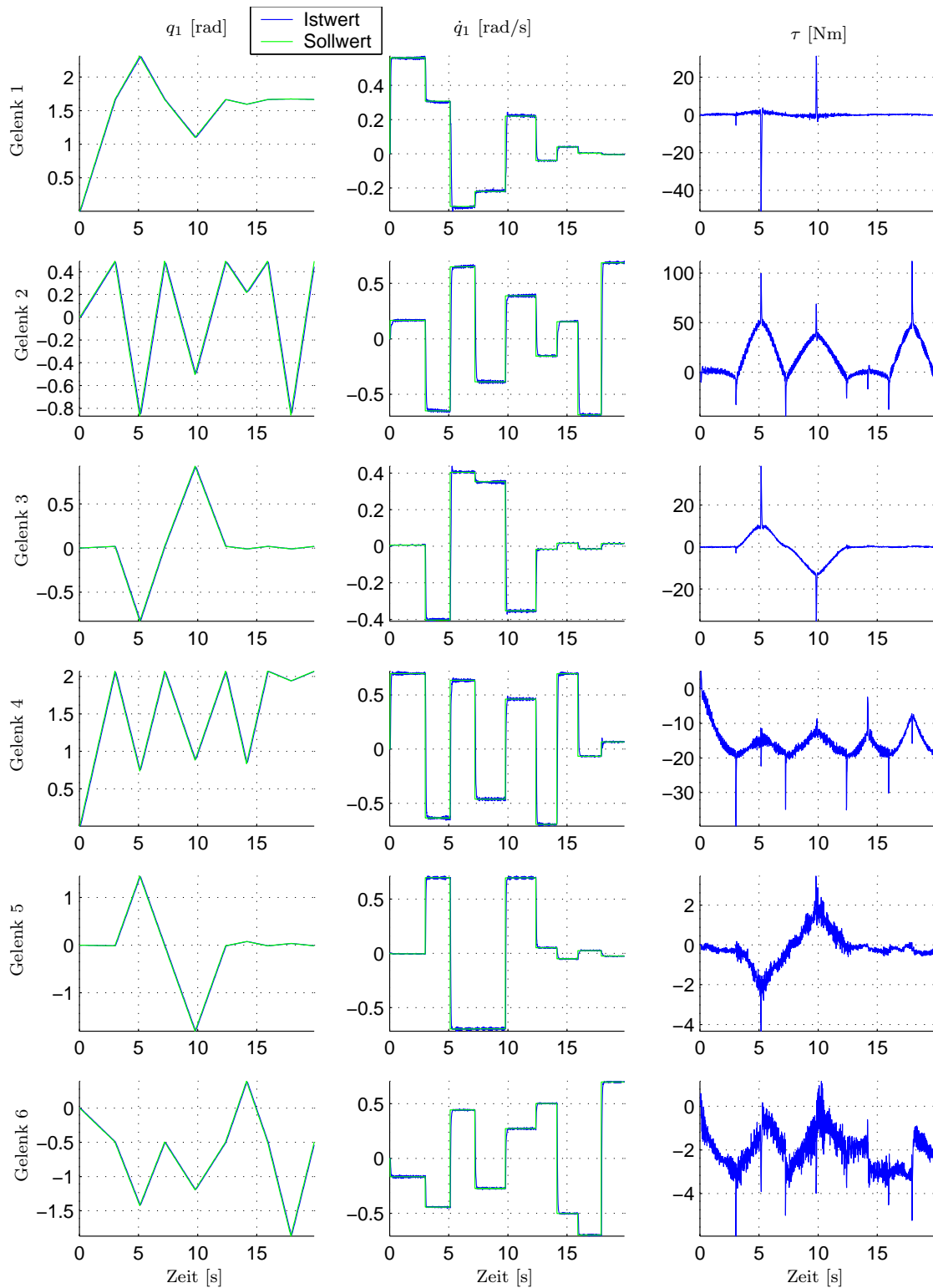
In diesem Abschnitt wird eine Anwendung für die bisher vorgestellten Methoden zur Regelung der Gelenkgrößen präsentiert. Zweck des Abschnitts ist es, diese Regelungsansätze in dem weiteren Umfeld der gesamten Robotersteuerung zu definieren, sowie die theoretischen und experimentellen Ergebnisse der kartesischen Steifigkeitsregelung kurz darzustellen. Zum Schluss wird als praktische Anwendung das automatische Fügen von Kolben in einem Motorblock beschrieben.

6.10.1 Struktur der kartesischen Regelung im LBR

In Abb. 1.3 ist die Struktur der Gesamtregelung des LBR skizziert. Die Gelenkregelung erfolgt dezentral auf den Signalprozessoren der einzelnen Gelenke. Es kann zwischen einer Drehmoment-, einer Positions- oder einer Impedanzschnittstelle in den Gelenken gewählt werden. Die Gelenkregler erhalten im Takt von $1ms$ von dem zentralen Steuerrechner die Gelenksollwerte $\{\dot{q}_d, q_d, \dot{\tau}_d, \tau_d\}$, die variablen Parameter der Zustandsregelung $\{k_d, k_p, k_s, k_t\}$ sowie die Vorsteuerung für das Motordrehmoment τ_{ms} . Im gleichen Takt werden die Istwerte zum Steuerrechner übertragen. Die Teile unserer Regler, die Informationen aus dem gesamten Roboter benötigen (z.B. die Starrkörperdynamik, die Vorsteuerung, sowie die variablen Parameter), werden in der Robotersteuerung berechnet. Auf dem gleichen Rechner läuft auch die kartesische Steuerung und die Aufgabenprogrammierung.

Der Leichtbauroboter eignet sich somit ausgezeichnet zur Untersuchung unterschiedlicher theoretischer Ansätze zur kartesischen Regelung. Die kartesische Kraftregelung kann z.B. direkt auf die Drehmomentschnittstelle, oder über die inverse Kinematik auf die Positionsschnittstelle zugreifen.

Zur kartesischen Steifigkeitsregelung wurden drei bekannte Ansätze untersucht und implementiert. Ziel der Steifigkeitsregelung ist es, folgenden dynamischen Zusammenhang zwischen der kartesischen Kraft $f_{6 \times 1}$ und der Positionsabweichung $\Delta x_{6 \times 1} = x_0 - x$

Abbildung 6.8: Experimentelle Ergebnisse mit dem $\Sigma - \Pi$ Regler.

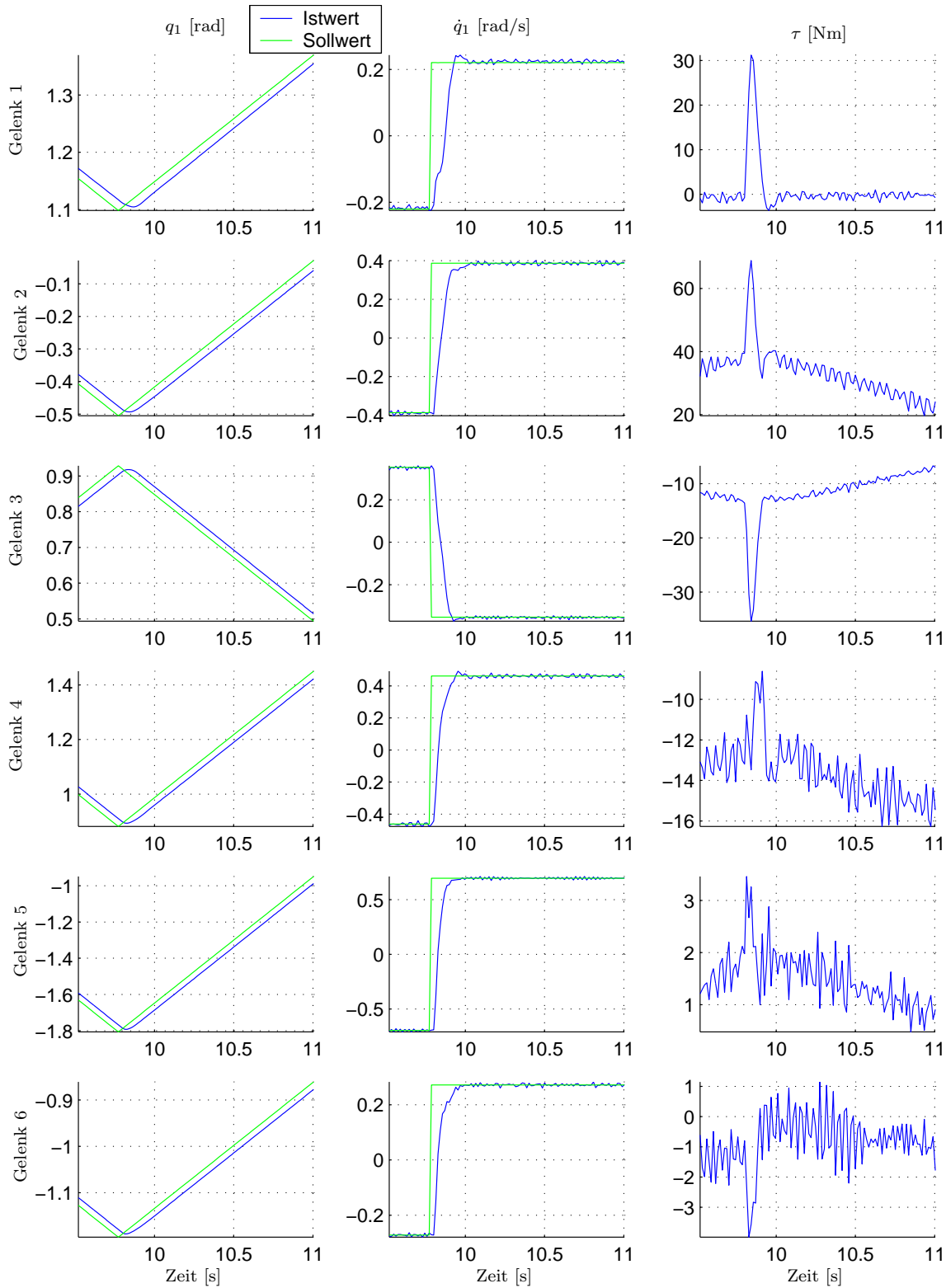
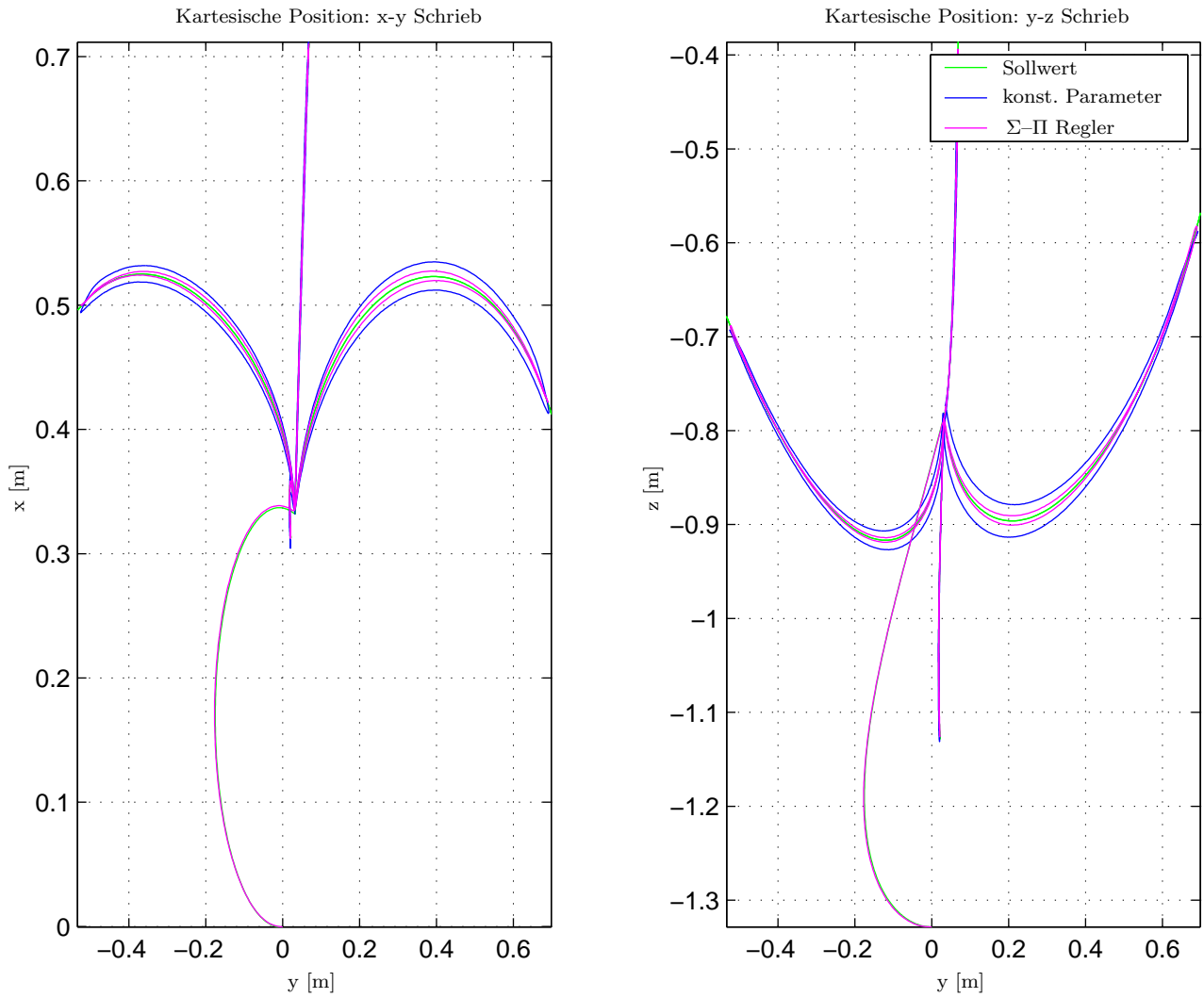


Abbildung 6.9: Experimentelle Ergebnisse mit dem $\Sigma - \Pi$ Regler. Skalierter Ausschnitt aus Abb. 6.8

Abbildung 6.10: Experimentelle Ergebnisse mit dem $\Sigma - \Pi$ Regler: kartesische Position

herzustellen:

$$f = K_k \Delta x + D_k \Delta \dot{x} \quad (6.73)$$

x_0 ist die, im Folgenden als konstant angenommene, Sollposition bei fehlender externer Kraft. x ist die aktuelle Roboterposition und K_k und D_k sind die Matrizen der kartesischen Soll-Steiifigkeit und -Dämpfung. Es ist dabei wichtig, sich daran zu erinnern, dass letztendlich, unabhängig von der Implementierungsmethode, das Motordrehmoment immer die tatsächliche Stellgröße ist.

- **Admitanzregelung.** Dabei wird die kartesische Kraft am Endeffektor mit Hilfe eines 6DOF Kraftmomentensensors gemessen und daraus eine kartesische Soll-Position x_d erzeugt. Diese wird über die inverse Kinematik \mathcal{K}^{-1} in Sollpositionen für die Gelenke umgerechnet. Der Gelenk-Positionsregler generiert daraus Motor-Sollmomente.

$$x_d(s) = x_0(s) - \frac{\Delta f(s)}{K_k + D_k s} \rightarrow q_{2d} = \mathcal{K}^{-1}\{x_d\} \rightarrow \tau_m = \mathcal{P}_{\mathcal{R}}\{q_{2d}\} \quad (6.74)$$

Diese Methode ist am weitesten verbreitet, da die meisten Roboter nur eine Positionsschnittstelle haben. Die Vorteile liegen in der Tatsache, dass die Positionsregelung für die Kompensation der Reibung im Gelenk sorgt, und dass das Implementieren von hohen Steifigkeiten geringe Verstärkungen in der langsamen kartesischen Schleife benötigt und dafür die hohen Verstärkungen in der Gelenk-Positionsregelung ausnutzt. Es ist folglich auch klar, dass Stabilitätsprobleme für geringe Steifigkeiten und Dämpfungen auftreten, bei denen die Bandbreite der kartesischen und der Gelenk-Regelung ähnlich groß werden müssten [30]. Dieses Problem wird bei Robotern mit elastischen Gelenken noch deutlicher, da hier die Bandbreite der Gelenkregelung stärker eingeschränkt ist. Ein weiteres Problem ergibt sich beim Durchfahren von Singularitäten, wo der Admitanzregler typischerweise ein unruhiges Verhalten aufweist.

- **Impedanzregelung.** Bei der Impedanzregelung geht man direkt von (6.73) aus, wobei zur Errechnung von $x = \mathcal{K}(q_2)$ aus q_2 , die Vorwärtskinematik benutzt wird. Über die transponierte Jacobi-Matrix $J^T(q_2)$ werden daraus Gelenk-Sollmomente erzeugt, woraus durch den Gelenkdrehmoment-Regler $\mathcal{T}_{\mathcal{R}}$ Motor-Sollmomente generiert werden [82].

$$f = K_k \Delta x + D_k \Delta \dot{x} \rightarrow \tau_d = J^T(q_2) f \rightarrow \tau_m = \mathcal{T}_{\mathcal{R}}\{\tau_d\} \quad (6.75)$$

Dieser Ansatz funktioniert erst richtig, wenn das Gelenkmoment messbar ist, denn der Gelenk-Momentenregler ist in der Lage, die Getriebereibung zum Grossteil zu kompensieren. Der Ansatz ist komplementär zur Admitanzregelung. Er eignet sich gut für geringe Steifigkeiten und Dämpfungen, da in diesem Fall in der kartesischen Schleife geringe Verstärkungen benötigt werden, während die Bandbreite des Drehmoment-Reglers optimal zur Geltung kommt. Entsprechend ergeben sich hier

bei hohen kartesischen Steifigkeiten Stabilitätsprobleme. Das Verhalten in Singularitäten ist auch unterschiedlich zum Admitanzregler. Komponenten von f in singulären Richtungen werden nicht auf das Gelenk abgebildet. Somit verhält sich das System in den Singularitäten zwar ruhig und stabil, die Steifigkeitsmatrix wird dafür aber verzerrt.

- **Steifigkeitsregelung.** Aus den ersten beiden Fällen ist zu erkennen, dass ein gutes Verhalten erreicht wird, wenn auf der langsameren kartesischen Ebene Verstärkungen benötigt werden, die deutlich geringer sind als die der Gelenkregler. So ergab sich die Idee, die kartesische Steifigkeit und Dämpfung in entsprechende Matrizen für Gelenk-Steifigkeit K_G und -Dämpfung D_G zu transformieren. In der Annahme, dass sich diese Matrizen nur langsam verändern, wird nur eine geringe kartesische Abtastrate benötigt. In den Gelenken wird dann ein Steifigkeitsregler \mathcal{S}_R eingesetzt, so wie er z.B. in Abs. 6.4 - Abs. 6.7 vorgestellt wurde.

$$\{K_G, D_G\} = \mathcal{T}\{K_k, D_k\} \rightarrow \tau_m = \mathcal{S}_R\{\mathcal{K}^{-1}(x_d), K_G, D_G\} \quad (6.76)$$

Die Abbildung \mathcal{T} sowie die Matrizen $\{K_G, D_G\}$ haben nur lokal eine sinnvolle Bedeutung. Letztere stellen den lokalen Zusammenhang zwischen Drehmoment und Positionsänderung, bzw. Geschwindigkeitsänderung dar²:

$$D_G = \frac{\partial \tau}{\partial \dot{q}_2^T} = \frac{\partial (J(q_2)^T D_k \Delta \dot{x})}{\partial \dot{q}_2^T} = J(q_2)^T D_k J(q_2) \quad (6.77)$$

$$K_G = \frac{\partial \tau}{\partial q_2^T} = \frac{\partial (J(q_2)^T K_k \Delta x)}{\partial q_2^T} = J(q_2)^T K_k J(q_2) + \frac{\partial J(q_2)^T}{\partial q_2^T} K_k \Delta x_k \quad (6.78)$$

In den frühen Arbeiten von [80] ist nur der erste Term aus (6.78) erwähnt. In [36, 18, 19, 1, 56] wird auf die Notwendigkeit des Korrekturterms hingewiesen. Die Transformation zwischen kartesischen Steifigkeiten und Gelenk-Steifigkeiten ist vom biologischen Vorbild motiviert. Der menschliche Arm ist in der Lage, durch gleichzeitiges Anspannen antagonistischer Muskeln, die Steifigkeit zu verändern [36, 23, 49]. Ein nachgiebiges Verhalten des Roboters, sowohl am End-Effektor, wie auch bei der Berührung der Roboterstruktur, ist zur Gewährleistung der Sicherheit von Menschen, die mit dem Roboter interagieren, besonders wichtig [86, 28]. Beim Roboter kann dies nur durch die Regelung passieren, wobei die einzige Stellgröße das Drehmoment ist. Versucht man einen kartesischen Steifigkeitsregler nach dem Gesetz:

$$\tau_d = K_G(\mathcal{K}^{-1}\{x_0\} - q_2) - D_G \dot{q}_2 \quad (6.79)$$

zu implementieren, so treten für große Abweichungen Δx von der Sollposition erhebliche Fehler in der tatsächlichen Steifigkeit auf. Diese Ungenauigkeiten sind auf den lokalen Charakter von (6.77) und (6.78) zurückzuführen. Der letzte Term in (6.78) beseitigt dieses

²Um die Darstellung leicht verständlich zu halten, wurde auf eine Schreibweise mit vielen Indizes zu Gunsten einer intuitiven und kompakten, wenn auch etwas unpräziseren, Schreibweise verzichtet. Was genau mit der Ableitung einer Matrix nach einem Vektor gemeint ist, wird im Anhang B erläutert.

Problem im Falle der Steifigkeit nicht vollständig, da der lokale Charakter auch durch $\frac{\partial(K_k \Delta x)}{\partial q} = K_k J(q_2)$ gegeben ist. Die Experimente am LBR2 haben bestätigt, dass (6.79) nur in einer Umgebung sinnvoll ist, für die $J(q_2)$ als konstant betrachtet werden kann.

Im Folgenden wird die am LBR2 implementierte Lösung vorgestellt. Die Lösung berücksichtigt folgende Tatsachen:

- $J(q_2)$ und x können nur in der langsameren kartesischen Schleife errechnet werden.
- Der Roboter verfügt über eine schnelle Taktrate auf Gelenkebene, für die Totzeiten vernachlässigbar sind, so dass $q_2 \approx q_{2G}$.
- (6.79) ist nur lokal gültig .

Notationen: Die Größen, die im kartesischen Takt gemessen werden, sind mit dem Index \square_k bezeichnet, diejenigen aus dem Gelenktakt mit \square_G , während der zeitkontinuierliche (momentane) Wert keinen Index hat. Weiterhin ist z.B. $\Delta q_k = q_0 - q_k$ und $\Delta q_G = q_k - q_G$. Dann gilt:

$$\Delta x = x_0 - x \approx x_0 - x_k - \left. \frac{\partial x}{\partial q_2^T} \right|_{q_2=q_{2k}} (q_{2G} - q_{2k}) = \Delta x_k + J(q_{2k}) \Delta q_{2G} \quad (6.80)$$

$$J^T(q_2) \approx J^T(q_{2G}) \approx J^T(q_{2k}) + \Delta q_{2G}^T \left. \frac{\partial J^T(q_2)}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} \quad (6.81)$$

Dies führt zu folgendem Soll-Gelenkmoment für die Steifigkeit:

$$\begin{aligned} \tau_{dK} = & J^T(q_2) K_k \Delta x = J^T(q_{2k}) K_k \Delta x_k + J^T(q_{2k}) K_k J(q_{2k}) \Delta q_{2G} + \\ & + \Delta q_{2G}^T \left. \frac{\partial J^T(q_2)}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} K_k \Delta x + \Delta q_{2G}^T \left. \frac{\partial J^T(q_2)}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} K_k J(q_{2k}) \Delta q_{2G} \end{aligned} \quad (6.82)$$

Der erste Term entspricht dem Impedanzregler auf kartesischer Ebene. Der zweite Term entspricht dem Steifigkeitsregler nach [80]. Der Steifigkeitsregler wirkt hier, zum Unterschied zu (6.79), aber nur lokal, in der Umgebung der zuletzt gemessenen kartesischen Position, und hilft damit, die kartesischen Totzeiten mit dem schnellen Gelenkregler zu überbrücken. Der dritte Term entspricht dem Korrekturterm in (6.78). Da hier die kartesische Federkraft $K_k \Delta x_k$ auftritt, kann dieser Term, trotz der kleinen Veränderung der Jacobi-Matrix innerhalb eines kartesischen Taktes, nicht immer ignoriert werden. Der vierte Term hängt schließlich vom Quadrat des verhältnismäßig kleinen Wertes Δq_{2G} ab und ist somit ohne praktische Bedeutung. Analog ergibt sich der Dämpfungsanteil:

$$\tau_{dD} = J^T(q_{2k}) D_k J(q_{2k}) \Delta \dot{q}_{2G} + \Delta \dot{q}_{2G}^T \left. \frac{\partial J(q_2)^T}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} D_k J(q_{2k}) \Delta \dot{q}_{2G} \quad (6.83)$$

wobei der zweite Term vernachlässigbar ist.

Das Sollmoment $\tau_d = \tau_{dK} + \tau_{dD}$ kann als Sollwert für den Drehmoment-Regler dienen. Um aber die Leistung der Gelenkregler optimal zu nutzen, bietet es sich an, den Gelenk-Steifigkeitsregler zu verwenden. Der Term $J^T(q_{2k}) K_k \Delta x_k$ wird dabei im kartesischen Takt

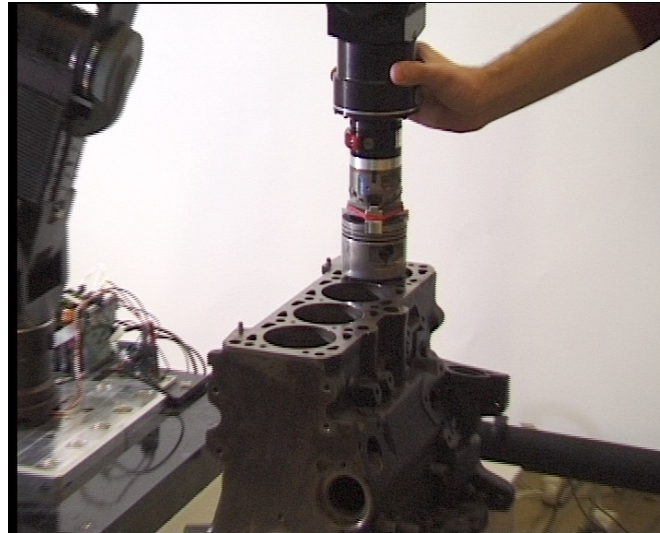


Abbildung 6.11: Teaching-Phase für das automatische Kolbenfügen

berechnet und als Drehmoment-Sollwert für den Steifigkeitsregler vorgegeben. Die Terme $J^T(q_{2k})K_k J(q_{2k})$ und $\left. \frac{\partial J(q_2)^T}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} K_k \Delta x$ werden auch im kartesischen Takt berechnet und stellen bis zum nächsten kartesischen Schritt eine konstante Gelenk-Sollsteifigkeit für den Gelenkregler dar.

Bemerkung: Wegen der jetzigen dezentralen Struktur der Gelenkregler, konnte der Steifigkeitsregler nur für die Diagonalelemente der Steifigkeitsmatrix genutzt werden. Die außerdiagonalen Terme werden zentral, im Bus-Takt (1ms) berechnet und zu dem Drehmoment-Sollwert addiert. Diese Unzulänglichkeit verdeutlicht nochmals die Notwendigkeit einer zentralen Gelenksteuerung.

6.10.2 Anwendungsbeispiel: Automatisches Kolbenfügen

Die Implementierung des oben vorgestellten Reglers hat eine deutliche Verbesserung der Bandbreite und Genauigkeit im Vergleich zu den konventionellen Methoden der Steifigkeitsregelung gebracht. Der impedanzgeregelter Roboter wurde zum automatischen Fügen von Kolben in einen Motorblock benutzt (Abb. 6.11). Es war bekannt, dass die Orientierung der Kolben vertikal ist. In der Teach-Phase wurden folglich die Orientierungen mit relativ hoher Steifigkeit vorgesehen, während die Steifigkeit für die Translationen zu Null gesetzt wurde, damit der Roboter mit der Hand geführt werden kann. Die vorgeführte Trajektorie wurde aufgezeichnet und danach automatisch ausgeführt. Dabei wurden die Translationssteifigkeiten hoch gesetzt, während die Rotationen weich geschaltet wurden, um durch Nachgiebigkeit die verbleibenden Fehler auszugleichen. Dabei konnte die Trajektorie vierfach schneller als beim Vorführen, ohne Stabilitätsprobleme abgefahren werden. Insgesamt wurden für zwei Kolben weniger als 6 Sekunden benötigt. Das Fügen wurde vorher auch im Rahmen eines anderen Projektes mit einem Industrieroboter und einem nachgiebigen Kraft-Momenten-Sensor durchgeführt [42]. Dort lag der Schwerpunkt

auf der automatischen Verfolgung des Motorblocks durch Bildverarbeitung. Das Fügen konnte jedoch, trotz optimaler Auslegung des Kraftreglers, nur deutlich langsamer durchgeführt werden, wegen der bekannten Stabilitätsproblemen, die sich bei kraftgeregelten harten Kontakten mit konventionellen Robotern ergeben. In diesem Zusammenhang wurde der Vorteil eines leichten, nachgiebigen Roboters deutlich. Wir sind der Meinung, dass Leichtbauroboter nicht nur in Applikationen wo Mobilität, und somit geringes Gewicht gefragt ist, sondern auch in Anwendungen, wo Manipulation in Kontaktsituationen mit ungenauen Umgebungsinformationen erfordert wird, einen deutlichen Vorteil im Vergleich zu konventionellen Robotern bieten.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden Methoden zur Parameteridentifikation und Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken, unter Berücksichtigung der vollständigen nichtlinearen Dynamik, vorgeschlagen, und am Beispiel der zwei DLR-Leichtbauroboter experimentell implementiert und validiert. Eine Besonderheit der DLR-Leichtbauroboter liegt darin, dass sie zusätzlich zur der üblichen Positionserfassung auch Sensoren zur Messung des abtriebsseitigen Drehmoments besitzen. Dadurch werden Regelungskonzepte wie z.B. Drehmomentregelung zur Gravitationskompensation, die Regelung variabler Gelenksteifigkeit und Dämpfung sowie aktive Schwingungskompensation nicht nur prinzipiell möglich, sondern auch in hoher Qualität realisierbar.

Bestehende Methoden zur Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken sind entweder praktisch motiviert, ermöglichen aber meistens keinen theoretischen Stabilitätsnachweis unter Berücksichtigung der vollständigen Roboterdynamik, oder sind theoretisch motiviert, aber aufgrund der Komplexität nur für Versuchsbeispiele mit einem oder zwei Gelenken implementierbar. Im Gegensatz dazu werden in dieser Arbeit Regelungsstrukturen vorgeschlagen, deren Stabilität theoretisch nachweisbar ist und deren praktische Einsetzbarkeit durch Experimente und Dauereinsatz an den DLR Leichtbaurobotern bestätigt wird.

Es wird in der Arbeit nachgewiesen, dass für die DLR-Leichtbauroboter das Modell eines Roboters mit elastischen Gelenken ausreichende Genauigkeit bei noch überschaubarer Komplexität bietet. Es wurden einfache und zuverlässige Identifikationsmethoden vorgestellt, die zu einer genauen Simulation der Leichtbauroboter führen.

Die erste Stufe der Reglerentwicklung war ein Gelenk-Zustandsregler mit Gravitations- und Reibungskompensation. Die verwendeten Zustandsgrößen sind die Motorposition und das Gelenkdrehmoment, sowie deren Ableitungen. Dieser Regler hat eine einfache Struktur, die aber für Roboter mit elastischen Gelenken gleichzeitig praktisch effizient (hinsichtlich von Positionsgenauigkeit und Schwingungsdämpfung) und theoretisch voll vertretbar ist. Aufgrund dieser Eigenschaften messen wir dieser Reglerstruktur die praktische Bedeutung bei, die PD- oder PID-Regler für starre Industrieroboter nach wie vor haben. Für diesen Regler wurden in der vorliegenden Arbeit ausführliche theoretische Untersuchungen gemacht: ein Stabilitätsbeweis unter Berücksichtigung der vollständigen Dynamik, ei-

ne Robustheitsanalyse bezüglich der Parameter-Ungenauigkeiten sowie eine Analyse aus Sicht der Passivitätstheorie. Es wurden Bedingungen zur Passivität des Reglers abgeleitet. Die Bedingungen sichern die Stabilität des geregelten Roboters, unabhängig von Schwankungen der Massenmatrix (z.B. durch die Nutzlast) und im Kontakt mit beliebigen passiven Umgebungen. Der Regler wurde im Dauereinsatz am Roboter experimentiert und validiert. Die Ergebnisse sind durch Messschriebe dokumentiert und mit dem, aus der Simulation vorhergesagten Verhalten, verglichen. Diese theoretischen Ergebnisse sowie die experimentelle Umsetzung stellen einen innovativen Beitrag zur Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken dar.

Um die Reglergüte abhängig von der aktuellen Roboterposition zu optimieren, wurde als Erweiterung der ersten Reglerstruktur der Regler mit variablen Parametern und Dynamik-Kompensation vorgeschlagen. Diese neuartige Struktur hat auch den Vorteil, zur Implementierung eines Positions-, Drehmoment- oder Impedanzreglers bei gleichzeitiger Schwingungsdämpfung geeignet zu sein. Die Parametrierung erfolgt einfach über den Wert der Sollsteifigkeit und -dämpfung. Dieser Regler wurde theoretisch und in der Simulation mit anderen, bekannten Ansätzen verglichen, die auf Grund der hohen Komplexität leider nicht auf Robotern mit sechs oder sieben Freiheitsgraden implementiert werden können. Es stellte sich heraus, dass der vorgeschlagene Regler eine vereinfachte Implementierung des Reglers mit Zustandslinearisierung und des passivitätsbasierten Reglers ermöglicht.

Auf Grund der experimentellen Ergebnisse wurde ein eigener Vorschlag zu einem theoretischen Regler gemacht, der auf der „Energy-Shaping“ Methode basiert und dessen Stabilität durch die Theorien zur Stabilität kaskadierter nichtlinearer Systeme argumentiert ist. Dieser Regler beseitigt die Probleme bekannter Regleransätze bei niedrigen oder sehr hohen abtriebsseitigen Trägheiten, sowie bei hohen Steifigkeiten, was die praktische Realisierbarkeit des Ansatzes deutlich steigert. Schließlich wurden experimentelle Ergebnisse mit der vereinfachten Implementierung des neuen Konzeptes als Regler mit variablen Parametern vorgestellt.

Dank der vielseitigen Gelenkschnittstellen eignen sich die Leichtbauroboter sehr gut zur Implementierung und Untersuchung unterschiedlicher Konzepte zur kartesischen Positions-, Kraft- und Impedanzregelung. Als Anwendung für die vorgeschlagenen Reglerstrukturen wurde die Implementierung einer kartesischen Steifigkeitsregelung vorgestellt. Die kartesische Steifigkeits-Regelung basierend auf Gelenk-Impedanzregelung im Kontext der Roboter mit elastischen Gelenken ist bisher in der Literatur kaum behandelt worden. Der Ansatz, der in dieser Arbeit vorgeschlagen wird, berücksichtigt einerseits konsequent die langsame, kartesische Dynamik und nutzt andererseits die schnellen, flexiblen Reglerstrukturen auf Gelenkebene. Dies ermöglicht eine stabile und effiziente Manipulation im Kontakt mit starren Umgebungen.

Bei der Entwicklung der Regler wurde von einer einfachen Struktur ausgegangen, die schrittweise bis hin zu komplexen und rechenintensiven Algorithmen erweitert wurde. Dabei wurde darauf geachtet, dass die einzelnen Schritte praktisch sinnvoll und implementierbar sind, so dass die Arbeit auch als Anleitung zur Reglerauslegung für Roboter mit elastischen Gelenken geeignet sein kann. Im Einzelfall kann dann entschieden werden, wo das Optimum zwischen Implementierungs- und Rechenaufwand einerseits, und

der dadurch erhaltenen Verbesserung des Verhaltens andererseits, liegt. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind auch für die Regelung von Industrierobotern relevant, sofern diese über Sensoren zur Gewinnung von abtriebsseitigen Informationen ausgestattet sind, oder die abtriebsseitigen Zustände aus anderen Signalen beobachtbar sind.

Aus den theoretischen Untersuchungen dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass die Messung der abtriebsseitigen Winkel-Beschleunigung zur Implementierung des Impedanzreglers und auch zur besseren Entkopplung der nichtlinearen Dynamik von Vorteil sein kann. Der Nutzen einer zentralen Gelenkregelung, als Alternative zu den jetzigen lokalen Gelenkreglern, wurde mehrmals im Laufe der Arbeit angesprochen. Zukünftige Arbeiten werden sich unter anderem auf die praktische Untersuchung solcher Lösungen, sowie auf die Weiterentwicklung der kartesischen Regelungsstrukturen konzentrieren.

Anhang A

Streckenparameter des LBR2

In diesem Abschnitt werden die Werte aller, in Tabelle 3.1 aufgezählten, Parameter für den LBR2 zusammengefasst.

Tabelle A.1: Denavit-Hartenberg Parameter des LBR2

	a [m]	α [rad]	d [m]	θ_0 [rad] ¹
0	0.0	0.0	–	–
1	0.0	$-\pi/2$	0.213	0.0
2	0.25	$\pi/2$	0.0	$-\pi/2$
3	0.26	$-\pi/2$	0.0	0.0
4	0.0	$\pi/2$	0.0	$\pi/2$
5	0.0	$-\pi/2$	0.3385	0.0
6	0.0	$\pi/2$	0.0	0.0
7	–	–	0.0785	0.0

Tabelle A.2: Massen und Schwerpunkte des LBR2

	Masse [kg]	Abstand zum Schwerpunkt		
		l_x [m]	l_y [m]	l_z [m]
1	1.7780	0.0	0.0	0.0 ²
2	5.0249	0.1042	0.0023359	0.0008858
3	1.7877	0.1111	-0.001836	0.005409
4	3.0685	0.0017297	-0.01059	-0.002953
5	1.1915	-0.00001299	-0.011362	-0.11986
6	2.8785	0.0018438	-0.01130	-0.00459189
7	0.5721	-0.00002610	0.0001501	0.058534

¹Die Gelenkwinkel θ_0 entsprechen der Nullposition des Roboters in der ausgestreckten Konfiguration aus Abb. A.1

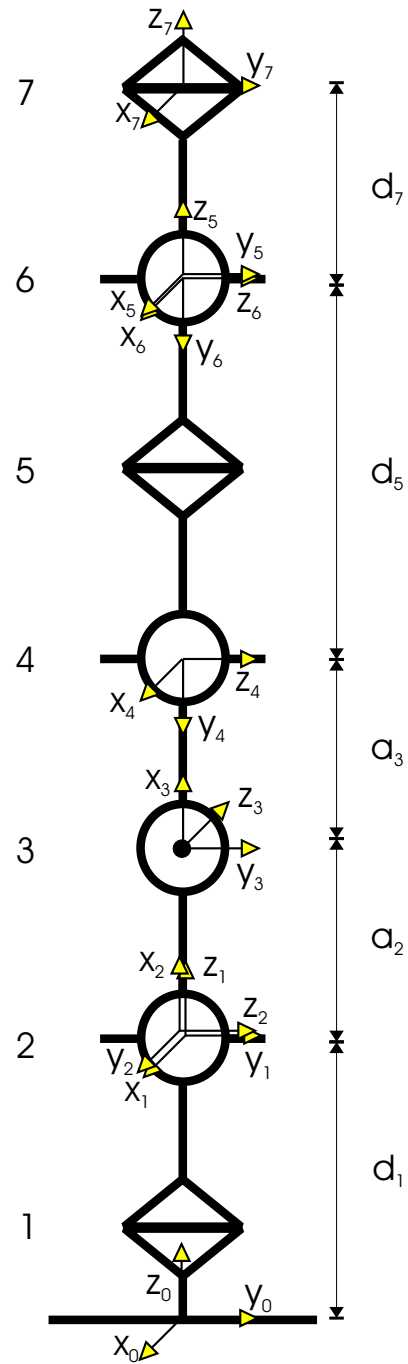


Abbildung A.1: Kinematikschemata des LBR2 mit Zuweisung der Koordinatensysteme und der DH-Parameter nach [21, 120]

Tabelle A.3: Trägheitsmomente der Armsegmente des LBR2

	I_{xx} [kgm ²]	I_{yy} [kgm ²]	I_{zz} [kgm ²]	I_{xy} [kgm ²]	I_{xz} [kgm ²]	I_{yz} [kgm ²]
1	0.0	0.0	0.4996e-2	0.0	0.0	0.0
2	0.8870e-2	0.1235e0	0.1234e0	0.2528e-2	0.0	0.0
3	0.6763e-2	0.4613e-1	0.46153e-1	0.1746e-2	0.0	0.0
4	0.2058e-1	0.4404e-2	0.2006e-1	0.0	0.0	0.0
5	0.3077e-1	0.2924e-1	0.328e-2	0.0	0.0	0.0
6	0.20423e-1	0.4233e-2	0.1997e-1	0.0	0.0	0.0
7	0.2657e-2	0.268e-2	0.8615e-3	0.0	0.0	0.0

Tabelle A.4: Lineare Gelenkparameter des LBR2

	d [Nms/rad]	d_1 [Nms/rad]	d_2 [Nms/rad]	J_1 [kgm ²]	k [Nm/rad]
1	6.0	20.886	0.0	1.83644	8000.0
2	8.73	31.5240	0.0	4.447	15351.0
3	4.3	15.1335	0.4423	3.2421	14000.0
4	2.75	15.9349	0.0	1.8168	12000.0
5	3.64	10.7208	0.16	1.3919	8800.0
6	2.1	12.6219	0.018	1.4016	6000.0
7	3.64	11.7208	0.16	1.3919	8800.0

Tabelle A.5: Maximales Drehmoment, Motor- und Reibungsparameter³ des LBR2

	τ_{\max} [Nm]	k_m [inc/A]	τ_C [Nm]	μ []
1	70.0	7.54	0.0	281.3789
2	180.0	9.7	0.088	134.26
3	110.0	9.268	0.052	154.02
4	70.0	7.0392	0.0707	149.7632
5	25.0	5.9407	0.1126	503.365
6	25.0	5.895	0.1114	512.90
7	25.0	5.9407	0.1126	503.365

²Der Schwerpunkt des ersten Segmentes ist ohne Bedeutung, da er die Gelenkdrehmomente nicht beeinflusst, und wurde deshalb zu Null gesetzt.

³Die viskose Reibung d_1 wurde bei den linearen Gelenkparametern aufgelistet

A.1 Bedeutung der Kreiselmomente im Motor

In diesem Abschnitt wird, in Anlehnung an [100], die Bedeutung der Vernachlässigung der rotatorischen Trägheitskopplungen des Rotors am Beispiel der zweiten Achse des LBR2 verdeutlicht. In diesem Abschnitt ist es sinnvoll, ausnahmsweise die realen motorseitigen Größen zu benutzen, ohne sie auf die Abtriebsseite umzurechnen. In der Annahme eines rotationssymmetrischen Rotors und bei Platzierung des Koordinatensystems in den Schwerpunkt, hat der Trägheitstensor des Rotors i Diagonalform:

$$J_i = \begin{bmatrix} I_{xxi} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yyi} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_i} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Für die zweite Achse des LBR2 gilt:

$$I_{xx2} = I_{yy2} = 3.256 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2 \quad I_{zz2} = 1.7081 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2 \quad (\text{A.2})$$

Die kinetische Energie ist dann

$$T_i = \frac{1}{2} (v_i^T M_i v_i + \omega_i^T J_i \omega_i) \quad (\text{A.3})$$

M_i ist die Masse des Rotors und v_i und ω_i sind die Vektoren der translatorischen bzw. der rotatorischen Geschwindigkeit. Aufgrund der Symmetrieeigenschaften des Rotors ist v_i nur von der abtriebsseitigen Position q_2 der darunterliegenden Gelenke abhängig. Folglich kann die Masse der Rotoren zur Masse des darunterliegenden Segmentes dazuaddiert und somit in der Starrkörperdynamik berücksichtigt werden. Der zweite Term der kinetischen Energie, der durch die Rotationsbewegungen verursacht ist, kann wie folgt ausgeschrieben werden:

$$T_i = \frac{1}{2} (\omega_{x_i}^2 I_{xxi} + \omega_{y_i}^2 I_{yyi} + \omega_{z_i}^2 I_{zz_i}) \quad (\text{A.4})$$

Das Modell aus [100] berücksichtigt nur die Komponente $T_{i1} = \frac{1}{2} \omega_{z_i}^2 I_{zz_i}$ um die Drehachse des Rotors. Aufgrund des Übersetzungsverhältnisses im Getriebe, $n = 160$, sind die Drehgeschwindigkeiten ω_{x_i} und ω_{y_i} typischer Weise um den Faktor n kleiner als ω_{z_i} . In der Annahme

$$\omega_{x_i} = \omega_{y_i} = \omega_{z_i}/n \quad (\text{A.5})$$

folgt der Fehler für die kinetische Energie der zweiten Achse:

$$e_T = \frac{T_2 - T_{21}}{T_2} = \frac{I_{xx2} + I_{yy2}}{I_{xx2} + I_{yy2} + n^2 I_{zz2}} = 1.4890 \cdot 10^{-4} \quad (\text{A.6})$$

Dieser Fehler ist tatsächlich im Vergleich zu anderen Modellierungsfehlern, z.B. der Reibung, vernachlässigbar.

A.2 Maximierungskonstante für den Gravitationsvektor

Im Kap. 5 wird erwähnt, dass die Ableitung des Gravitationsvektors durch eine Konstante $\alpha \in \mathcal{R}_+$ beschränkt ist, was gleichbedeutend ist mit

$$\|g(q_{2a}) - g(q_{2b})\| \leq \alpha \|q_{2a} - q_{2b}\| \quad (\text{A.7})$$

Dabei ist g der Gravitationsvektor und q_{2a} und q_{2b} zwei beliebige abtriebsseitige Positionen. In diesem Abschnitt wird eine obere Schranke für die Konstante α hergeleitet:

$$\alpha = \sqrt{N \sum_{i=1}^N g_{\max_i}^2} \quad (\text{A.8})$$

Dieser Wert wurde in Abs. 5.5.2 verwendet. Dabei ist g_{\max_i} das maximale Drehmoment, das die Schwerkraft in Achse i ausüben kann. Die Herleitung von (A.8) basiert auf der Tatsache, dass

$$\frac{\partial g_i(q_2)}{\partial q_{2j}} \leq g_{\max_i} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (\text{A.9})$$

Da der Gravitationsvektor eine stetige Vektorfunktion der Gelenkpositionen ist, folgt aus dem Mittelwerttheorem, dass es eine Konstante δ mit $0 \leq \delta \leq 1$ und einen Vektor $q_{2\delta} = q_{2a} + \delta q_{2b}$ gibt [7], so dass

$$\begin{aligned} [g_i(q_{2a}) - g_i(q_{2b})]^2 &= \left(\sum_{j=1}^N \frac{\partial g_i(q_{2\delta})}{\partial q_{2j}} (q_{2aj} - q_{2bj}) \right)^2 = \|\nabla g_i(q_{2\delta})(q_{2a} - q_{2b})\|^2 \leq \\ &\leq \|\nabla g_i(q_{2\delta})\|^2 \|q_{2a} - q_{2b}\|^2 \leq N g_{\max_i}^2 \|q_{2a} - q_{2b}\|^2 \quad i, j = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Daraus folgt dann

$$\|g(q_{2a}) - g(q_{2b})\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N [g_i(q_{2a}) - g_i(q_{2b})]^2} \leq \sqrt{N \sum_{i=1}^N g_{\max_i}^2} \|q_{2a} - q_{2b}\|, \quad (\text{A.11})$$

und somit (A.8).

Als nächstes wird (A.9) bewiesen. Für den Fall $i = j$ ist (A.9) intuitiv leicht nachvollziehbar, da sich dieser Fall auf die Betrachtung eines einzelnen Gelenkes mit Last reduzieren lässt.

Obzwar die explizite allgemeine Form des Gravitationsvektors komplex und unhandlich ist, lässt sich Eigenschaft (A.9) anhand einiger relativ einfachen Überlegungen nachweisen, die nicht die explizite Berechnung des Gravitationsvektors benötigen. Um die einzelnen partiellen Ableitungen zu berechnen, braucht man nur die zwei Gelenke i und j zu betrachten, wobei sich nur Gelenk j bewegt. Alle anderen Gelenke haben beliebige, aber feste Positionen. Das Gravitationsmoment der Achse i ist

$$g_i = \vec{n}_i \cdot \vec{z}_i = m_i (\vec{p}_{C_i} \times \vec{g}) \cdot \vec{z}_i \quad (\text{A.12})$$

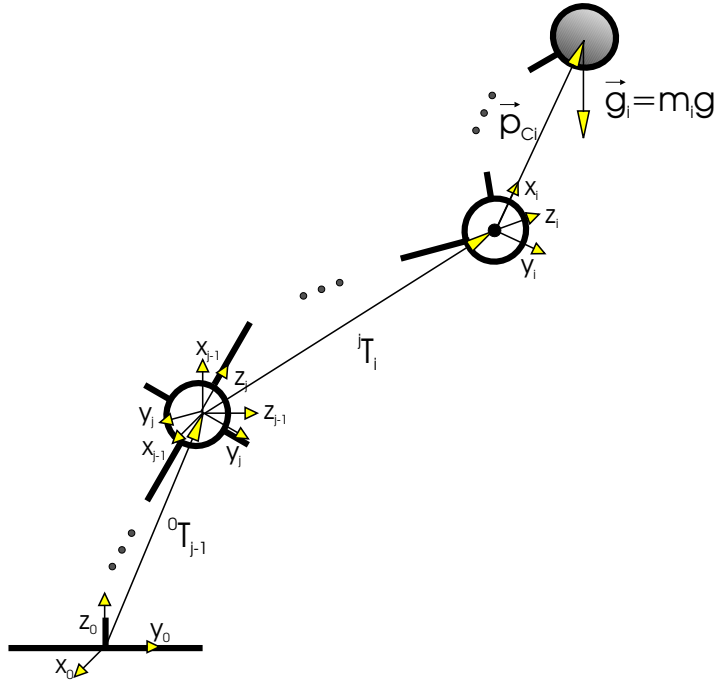


Abbildung A.2: Schematische Darstellung des reduzierten Robotermodells zur Berechnung der Maximierungskonstante für die Gravitations-Drehmomente

m_i ist die Masse aller Teile oberhalb des Gelenkes i , \vec{p}_{Ci} ist der Vektor zum Schwerpunkt der Masse m_i , \vec{g} ist die Erdbeschleunigung und \vec{z}_i ist der Einheitsvektor der Drehachse des Gelenkes i entspricht. Betrachte man zunächst den Fall $j \leq i$. Dann ist der Betrag von \vec{p}_{Ci} ein konstanter Wert, der, abhängig von Last und Position der festen Gelenke, kleiner oder gleich einem Maximalwert $P_{Ci_{\max}}$ ist. Das Gravitationsmoment g_i hat dann die Form

$$g_i = m_i g P_{Ci} \sin(\alpha) \cos(\beta), \quad (\text{A.13})$$

wobei α der Winkel zwischen \vec{p}_{Ci} und \vec{g} , und β der Winkel zwischen \vec{n}_i und \vec{z}_i ist. Beide Winkel können sich in Abhängigkeit von q_{2j} verändern, während die Beträge aller Vektoren in diesem Fall konstant sind. Drückt man alle Vektoren im Koordinatensystem \mathcal{K}_i aus, so ist der Vektor $\vec{p}_{Ci} = P_{Ci} [p_x, p_y, p_z]$ konstant, wobei mit P_{Ci} der Betrag bezeichnet wurde und $[p_x, p_y, p_z]$ folglich ein Einheitsvektor ist. Als nächstes soll der Vektor der Erdbeschleunigung in dem Koordinatensystem \mathcal{K}_i ausgedrückt werden. Da es sich um einen freien Vektor handelt, sind nur die Rotationen von Interesse. Die Beziehung zwischen dem Vektor ${}^0\vec{g} = [0, 0, g]$ im Welt-Koordinatensystem, und dem Vektor ${}^i\vec{g}$ im Koordinatensystem \mathcal{K}_i ist (Abb. A.2):

$${}^i\vec{g} = {}^iR_j {}^jR_{j-1}(q_{2j}) {}^{j-1}R_0 {}^0\vec{g} \quad (\text{A.14})$$

Die Matrizen ${}^i R_j = \{a_{ij}\}$ und ${}^{j-1} R_0 = \{b_{ij}\}$ sind konstant, während die Matrix

$${}^j R_{j-1}(q_{2j}) = \begin{bmatrix} \cos(q_{2j}) & \sin(q_{2j}) & 0 \\ -\sin(q_{2j}) & \cos(q_{2j}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

die Drehung um \vec{z}_j um den Winkel q_{2j} beinhaltet. Das Gravitationsmoment (A.12) errechnet sich dann zu

$$\begin{aligned} g_i &= [(p_x b_{1,3} a_{2,1} + p_x b_{2,3} a_{2,2} - p_y b_{2,3} a_{1,2} - p_y b_{1,3} a_{1,1}) \cos(q_{2j}) \\ &\quad + (-p_x b_{1,3} a_{2,2} + p_x b_{2,3} a_{2,1} - p_y b_{2,3} a_{1,1} + p_y b_{1,3} a_{1,2}) \sin(q_{2j}) \\ &\quad + p_x a_{2,3} b_{3,3} - p_y a_{1,3} b_{3,3}] m_i g P_{Ci} \\ &= [c_1 + c_2 \cos(q_{2j}) + c_3 \sin(q_{2j})] m_i g P_{Ci} \\ &= [c_1 + c_4 \sin(q_{2j} + \phi)] m_i g P_{Ci} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Dabei ergibt sich aus einem Vergleich zwischen (A.13) und der letzten Zeile in (A.16), dass $c_4 < 1$. Somit ist die partielle Ableitung

$$\frac{\partial g_i(q_2)}{\partial q_{2j}} = c_4 \cos(q_{2j} + \phi) m_i g P_{Ci} \leq m_i g P_{Ci} \leq m_i g P_{Ci \max} = g_{\max_i} \quad (\text{A.17})$$

Für den Fall $j > i$ lässt sich (A.9) in ähnlicher Weise zeigen, in diesem Fall ist aber ${}^i \vec{g}$ konstant, während \vec{p}_{Ci} in Betrag und Orientierung von q_{2j} abhängig ist.

Anhang B

Partialableitungen von Matrizen

An einigen Stellen dieser Arbeit wurden Ausdrücke der Form $\frac{\partial m(q)}{\partial q^T}$ oder $\frac{\partial A(q)}{\partial q^T} \dot{q}$ verwendet, wobei $m(q) : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m$ eine Vektorfunktion mit Vektorargument, $A(q) : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^{m \times p}$ eine Matrixfunktion mit Vektorargument und $q(t) : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^n$ eine Vektorfunktion mit reellem Argument ist. Die verwendete Bezeichnung ist kompakt und intuitiv verständlich, es soll aber in diesem Anhang eine explizite Darstellung geboten werden, die für die praktische Implementierung der Algorithmen unerlässlich ist.

Als erstes wird die Beziehung

$$\dot{M}(q)\dot{q} = \frac{\partial(M(q)\dot{q})}{\partial q^T} \dot{q} \quad (\text{B.1})$$

die in (2.14) benutzt wurde, bewiesen.

Um die Partialableitung einer Matrix (in diesem Fall der Trägheitsmatrix $M(q_2)$) zu berechnen, wird die Matrix in Zeilenvektoren zerlegt:

$$(M(q))_{N \times N} = \begin{bmatrix} (m_1^T)_{1 \times N} \\ \vdots \\ (m_i^T)_{1 \times N} \\ \vdots \\ (m_N^T)_{1 \times N} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Die Partialableitungen der einzelnen Vektoren ergeben dann Matrizen, so dass gilt:

$$\dot{m}_{iN \times 1}(q) = \left(\frac{\partial m_i(q)}{\partial q^T} \right)_{N \times N} \dot{q}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_{i1}(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial m_{i1}(q)}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial m_{i1}(q)}{\partial q_N} \\ \frac{\partial m_{i2}(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial m_{i2}(q)}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial m_{i2}(q)}{\partial q_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial m_{iN}(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial m_{iN}(q)}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial m_{iN}(q)}{\partial q_N} \end{bmatrix} \dot{q}_{N \times 1} \quad (\text{B.3})$$

also auch

$$\dot{m}_{i1 \times N}^T(q) = \dot{q}_{1 \times N}^T \left(\frac{\partial m_i^T(q)}{\partial q} \right)_{N \times N} = \dot{q}_{1 \times N}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial m_{i1}(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial m_{i2}(q)}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial m_{iN}(q)}{\partial q_1} \\ \frac{\partial m_{i1}(q)}{\partial q_2} & \frac{\partial m_{i2}(q)}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial m_{iN}(q)}{\partial q_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial m_{i1}(q)}{\partial q_N} & \frac{\partial m_{i2}(q)}{\partial q_N} & \cdots & \frac{\partial m_{iN}(q)}{\partial q_N} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Dann gilt für ein Element i aus der linken Seite in (B.1):

$$\dot{m}_i^T \dot{q} = \dot{q}^T \frac{\partial (m_i^T(q))}{\partial q} \dot{q} \triangleq \dot{q}^T P_i^T \dot{q} \stackrel{(\text{skalar})}{=} (\dot{q}^T P_i^T \dot{q})^T = \dot{q}^T (\dot{q}^T P_i^T)^T = \dot{q}^T P_i \dot{q} \quad (\text{B.5})$$

Andererseits gilt für ein Element der rechten Seite in (B.1):

$$\frac{\partial (m_i^T(q) \dot{q})}{\partial q^T} \dot{q} = \frac{\partial (\dot{q}^T m_i(q))}{\partial q^T} \dot{q} = \dot{q}^T \frac{\partial (m_i(q))}{\partial q^T} \dot{q} = \dot{q}^T P_i \dot{q} \quad (\text{B.6})$$

Mit (B.5) und (B.6) ist folglich (B.1) bewiesen.

Bemerkung: Es sei darauf hingewiesen, dass (B.1) nicht gleichbedeutend mit

$$\dot{M}(q) = \frac{\partial (M(q) \dot{q})}{\partial q^T} \quad (\text{B.7})$$

ist. Letztere Beziehung ist im allgemeinen nicht wahr.

Als nächstes wird auch eine explizite Schreibweise von (6.82) in Abs. 6.10.1 aufgestellt. In dieser Gleichung wird nämlich auch die Ableitung einer Matrix, in diesem Fall der Jacobi-Matrix, nach einem Vektor ($\frac{\partial J(q_2)^T}{\partial q_2}$) verwendet. Zerlegt man die transponierte Jacobi-Matrix nun in Zeilenvektoren:

$$(J^T(q))_{N \times 6} = \begin{bmatrix} (J_1^T)_{1 \times 6} \\ \vdots \\ (J_N^T)_{1 \times 6} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

so ist das Element i des Gelenkdrehmoments in (6.82):

$$\begin{aligned} \tau_{dK_i} &= J_i^T(q_2)(K_k \Delta x) = J_i^T(q_{2k})(K_k \Delta x_k) + J_i^T(q_{2k})(K_k J(q_{2k}) \Delta q_{2G}) + \\ &+ \Delta q_{2G}^T \left. \frac{\partial J_i^T(q_2)}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} (K_k \Delta x) + \Delta q_{2G}^T \left. \frac{\partial J_i^T(q_2)}{\partial q_2} \right|_{q_2=q_{2k}} (K_k J(q_{2k}) \Delta q_{2G}) \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Dabei gilt für $\Delta q_{2G}^T \frac{\partial J_i^T(q_2)}{\partial q_2}$ die gleiche explizite Schreibweise wie in (B.4).

Anhang C

Berechnung der Eigenwerte bei variabler Steifigkeit

In Abs. 6.4 wurde die Methode zur Festlegung der Eigenwerte bei der Vorgabe einer konstanten Sollsteifigkeit prinzipiell beschrieben. In diesem Anhang wird eine ausführlichere Darstellung der Berechnungen gemacht. Ausgegangen wird von dem linearen Modell eines Gelenkes:

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u \quad (\text{C.1})$$

mit dem Zustandsvektor

$$x_1 = \{\dot{q}_1, q_1, \dot{\tau}/k, \tau/k\} \quad (\text{C.2})$$

und

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{d_1}{J_1} & 0 & -\frac{d}{J_1} & -\frac{k}{J_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d_1}{J_1} + \frac{d_2}{J_2} & 0 & -\frac{d}{J_1} - \frac{d_2+d}{J_2} & -\frac{k}{J_1} - \frac{k}{J_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ \frac{1}{J_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

Durch eine Zustandsrückführung mit den Verstärkungen $k_R^T = [k_d, k_p, k_s, k_t]$ ergibt sich das geregelte System $A = A_1 - b_1 k_R^T$:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{d_1}{J_1} - \frac{k_d}{J_1} & -\frac{k_p}{J_1} & -\frac{d}{J_1} - \frac{k_s}{J_1} & -\frac{k}{J_1} - \frac{k_t}{J_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d_1}{J_1} + \frac{d_2}{J_2} - \frac{k_d}{J_1} & -\frac{k_p}{J_1} & -\frac{d}{J_1} - \frac{d_2+d}{J_2} - \frac{k_s}{J_1} & -\frac{k}{J_1} - \frac{k}{J_2} - \frac{k_t}{J_1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Die Matrix A hat folgendes charakteristische Polynom:

$$\begin{aligned} P_A(s) = & s^4 + \frac{(k_d J_2 + d J_2 + k_s J_2 + J_1 d_2 + J_2 d_1 + J_1 d)}{J_1 J_2} s^3 + \\ & \frac{(d_2 d k_p J_2 + k_d d + d_1 d + k_d d_2 + k J_1 + k_t J_2 + d_1 d_2 + k J_2 + d_2 k_s)}{J_1 J_2} s^2 \\ & + \frac{(d_1 k + k_p d_2 + k_p d + k_d k + d_2 k_t + d_2 k)}{J_1 J_2} s + \frac{k_p k}{J_1 J_2} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Man kann für das gewünschte charakteristische Polynom folgende relativ allgemeine Form betrachten:

$$P_{\text{sol}}(s) = (s^2 + 2\xi_p \zeta s + \zeta^2)(s^2 + 2\xi \omega s + \omega^2) \quad (\text{C.6})$$

Wie bereits erwähnt, werden ξ_p und ξ in Abhängigkeit von der Solldämpfung d_a bestimmt. Meistens ist aber in der Praxis $d_a = \xi = \xi_p = 1$ und damit ergeben sich zwei reelle Polpaare. Durch Koeffizientenausgleich der beiden charakteristischen Polynome

$$\text{Coeff}\{P_A(s)\}(k_R) = \text{Coeff}\{P_{\text{sol}}(s)\}(\zeta, \omega) \quad (\text{C.7})$$

ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\frac{k_a (k_t + k) k}{J_1 (k - k_a) J_2} = \zeta^2 \omega^2 \quad (\text{C.8})$$

$$\frac{d_1 k + \frac{k_a (k_t + k) d_2}{k - k_a} + \frac{k_a (k_t + k) d}{k - k_a} + k_d k + d_2 k_t + d_2 k}{J_1 J_2} = 2 \xi_p \zeta \omega^2 + 2 \zeta^2 \xi \omega \quad (\text{C.9})$$

$$\left(d_2 d + \frac{k_a (k_t + k) J_2}{k - k_a} + k_d d + d_1 d + k_d d_2 + \right. \\ \left. + k J_1 + k_t J_2 + d_1 d_2 + k J_2 + d_2 k_s \right) / (J_1 J_2) = \omega^2 + 4 \xi_p \zeta \xi \omega + \zeta^2 \quad (\text{C.10})$$

$$(k_d J_2 + d J_2 + k_s J_2 + J_1 d_2 + J_2 d_1 + J_1 d) / (J_1 J_2) = 2 \xi \omega + 2 \xi_p \zeta \quad (\text{C.11})$$

$$(\text{C.12})$$

Hinzu kommt die Gleichung, die sich aus der Vorgabe der Gelenksteifigkeit ergibt

$$k_p = \frac{k_a (k_t + k)}{k - k_a} \quad (\text{C.13})$$

Aus den Gleichungen (C.8), (C.13), (C.9), (C.11) können k_t , k_p , k_d beziehungsweise k_s in Abhängigkeit von ω , ζ und den Streckenparametern bestimmt werden:

$$k_t = -k + \frac{\zeta^2 \omega^2 J_1 J_2 (k - k_a)}{k_a k} \quad (\text{C.14})$$

$$k_p = \frac{\zeta^2 \omega^2 J_1 J_2}{k} \quad (\text{C.15})$$

$$k_d = -d_1 - J_1 J_2 \zeta \omega (k_a \zeta \omega d + d_2 \zeta \omega k - 2 \omega \xi_p k_a k - 2 \zeta \xi k_a k) / (k^2 k_a) \quad (\text{C.16})$$

$$k_s = \frac{(-J_1 d_2 k_a k^2 - d J_2 k_a k^2 - J_1 d k_a k^2 + k_a \zeta^2 \omega^2 J_1 J_2^2 d + d_2 \zeta^2 \omega^2 J_1 J_2^2 k - 2 \xi_p \zeta \omega^2 J_1 k_a k J_2^2 - 2 \zeta^2 \xi \omega J_1 k_a k J_2^2 + 2 \xi \omega J_1 k_a k^2 J_2 + 2 \xi_p \zeta J_1 k_a k^2 J_2) / (k_a k^2 J_2)}{\quad} \quad (\text{C.17})$$

Durch Einsetzen dieser Ergebnisse in (C.10) erhält man eine Gleichung, die quadratisch in ω und ζ ist, und von dem Vektor der Streckenparameter θ abhängt:

$$a(\zeta, \zeta^2, \theta) \omega^2 + b(\zeta, \zeta^2, \theta) \omega + c(\zeta, \zeta^2, \theta) = 0 \quad (\text{C.18})$$

mit

$$a(\zeta, \zeta^2, \theta) = \frac{(J_2^3 k^2 - d^2 J_2^2 k_a - d J_2^2 d_2 k) \zeta^2}{J_2^2 k^2 k_a} + 2 \frac{d \xi_p \zeta}{k} - 1 \quad (\text{C.19})$$

$$b(\zeta, \zeta^2, \theta) = -4 \xi_p \zeta \xi + 2 \frac{d \zeta^2 \xi}{k} + 2 \frac{d_2 \xi}{J_2} \quad (\text{C.20})$$

$$c(\zeta, \zeta^2, \theta) = -\zeta^2 + 2 \frac{d_2 \xi_p \zeta - d_2^2 k_a k^2 + k^3 k_a J_2 - d_2 d k_a k^2}{J_2} \quad (\text{C.21})$$

Betrachtet man (C.18) als Gleichung zweiten Grades in ω , so erhält man mindestens eine reelle, positive Lösung wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$(ac < 0) \vee ((b^2 - 4ac > 0) \wedge (bc < 0)) \quad (\text{C.22})$$

Jede einzelne Klammern ist eine Ungleichung vierten Grades in ζ . Die Lösungen dieser Ungleichungen können folglich analytisch bestimmt werden. Aus dem Schnitt bzw. der Vereinigung der einzelnen Intervalle ergeben sich dann die zulässigen Bereiche für die Eigenwerte ζ , wie in Abb. 6.5 dargestellt.

Anhang D

Stabilitätsbeweis für den $\Sigma - \Pi$ -Regler

In diesem Abschnitt wird ein vollständiger Beweis zur Stabilität des Reglers aus Abs. 6.9 durchgeführt, welcher nur auf Standard-Ergebnisse der Stabilitätstheorie zugreift. Dieser Beweis ist in erster Linie von [14] inspiriert, wo der Gedankengang zum Nachweis der Stabilität einer unterschiedlichen Reglerstruktur für Roboter mit elastischen Gelenken skizziert ist. Ähnliche Beweise findet man z.B. auch in [90, 51, 71, 57]. Keine der hier vorgeschlagenen Theoreme trifft aber genau auf die in Abs. 6.9 vorgeschlagene Struktur zu.

Die Grundgedanken, die diesen Beweisen zu Grunde liegen, haben einen viel allgemeineren Charakter als die spezifische Problematik der Roboter mit elastischen Gelenken, so dass es Sinn macht, sie erst in Form zweier etwas abstrakterer Theoreme zusammenzufassen.

Theorem 2 *Gegeben sei das nichtlineare System*

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + u(t) \quad (\text{D.1})$$

mit folgenden Eigenschaften:

- (P1) *Das System (D.1) ist passiv im Bezug auf das Eingangs-Ausgangspaar $\{x(t), u(t)\}$, d.h.*

$$x^T(t)u(t) = \frac{d}{dt}V_0(x(t)) + D_0(x(t)) \quad (\text{D.2})$$

mit $V_0(x(t))$ und $D_0(x(t))$ global positiv definit.

- (P2) *Die Funktion $D_0(x(t))$ hat die zusätzliche Eigenschaft*

$$D_0(x(t)) > \alpha \|x\|^2, \quad \alpha > 0 \quad (\text{D.3})$$

¹ Dann ist das System BIBO stabil. D.h.

$$\forall \epsilon \geq 0 \quad \exists \delta_1, \delta_2 > 0 \quad \text{so dass} \quad \|x(0)\| < \delta_1, \|u(t)\| < \delta_2 \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon \quad (\text{D.4})$$

Beweis:

Betrachten wir die Ljapunow - ähnliche Funktion $V(x, t) = V_0(x)$, die laut (P1) positiv definit ist. Dann ist die Ableitung dieser Funktion entlang der Trajektorien des Systems (D.1):

$$\dot{V}(x(t), t) = x^T(t)u(t) - D_0(x) < \|x(t)\|\|u(t)\| - \alpha\|x(t)\|^2 < \|x(t)\|(\delta_2 - \alpha\|x(t)\|) \quad (\text{D.5})$$

Die Aussage in (D.4) beinhaltet zwei Tatsachen:

- dass für ein beschränktes $u(t)$ auch $x(t)$ beschränkt ist.
- dass $x(t)$ beliebig klein bleiben kann, wenn $u(t)$ genügend klein ist.

Um die Beschränktheit nachzuweisen kann man den Beweismethoden der Ljapunow-Stabilitätstheoreme folgen (z.B. [96], S.62). Aus (D.5) folgt

$$\dot{V}(x(t), t) < 0 \quad \text{für} \quad \|x(t)\| > \frac{\delta_2}{\alpha} \triangleq \delta_1 \quad (\text{D.6})$$

Dies entspricht dem schraffierten Bereich in Abb. D.1. Es sei nun $V_{\delta_1 m}$ der maximale Wert von $V(x)$ auf der Kugel B_{δ_1} :

$$V_{\delta_1 m} = \max \{V(x)\}_{\|x\|=\delta_1} \quad (\text{D.7})$$

dann gilt

$$\|x(0)\| < \delta_1, \|u(t)\| < \delta_2 \Rightarrow V(x(t)) < V_{\delta_1 m}, \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{D.8})$$

Da, laut der Definition der p.d. Funktionen, für $x \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty$, folgt aus (D.8) die Begrenztheit von $x(t)$:

$$\exists \epsilon \quad \text{so dass} \quad \|x(t)\| < \epsilon \quad (\text{D.9})$$

Indem man den Gedankengang in umgekehrter Richtung durchführt, lässt sich auch direkt zeigen, dass für jedes $\epsilon > 0$, die Zahlen δ_1 und δ_2 gefunden werden können, so dass (D.9) gilt ²:

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists V_{\delta_1 m} = \min \{V(x)\}_{\|x\|=\epsilon} > 0 \quad \text{und} \quad \exists \delta_1 = \min \{\|x(t)\|\}_{V(x)=V_{\delta_1 m}} \quad (\text{D.10})$$

Dann folgt (D.4) für $\delta_2 = \alpha\delta_1$.

¹Wie es sich im Laufe des Beweises herausstellen wird, ist es eigentlich hinreichend, dass $D_0(x)$ schneller als jede lineare Funktion ansteigt, also eine strikt positive Ableitung hat.

²Siehe auch [117], Fußnote auf S. 142

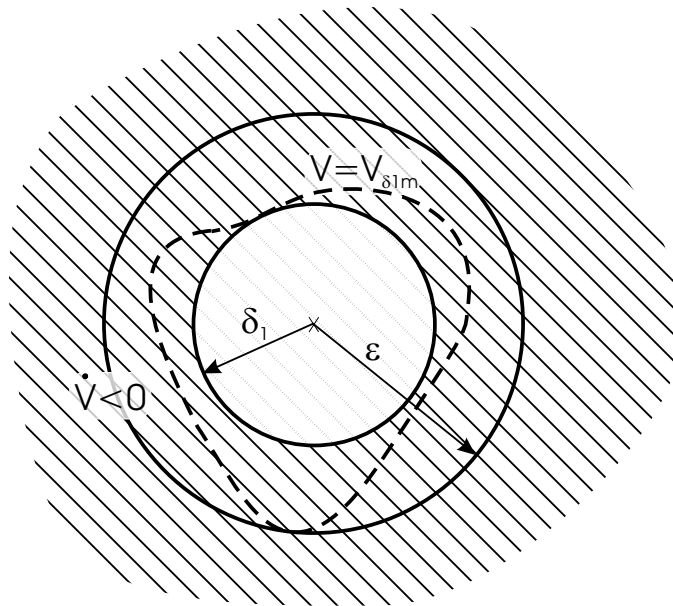


Abbildung D.1: Veranschaulichung des Beweises zum Theorem 2

Bemerkungen:

- Die Funktion $V(x)$ ist eine Ljapunow-Funktion für das System

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (\text{D.11})$$

wo also der Eingang (oder Störung) $u(t)$ zu Null gesetzt wird. (Tatsächlich gilt für dieses System $\dot{V}(x(t)) = -D(x(t)) < 0$). Die Eigenschaft eines stabilen Systems, bei einer begrenzten Störung einen begrenzten Zustand zu haben, wird als *totale Stabilität* bezeichnet ([96], S.149). In einer Umgebung des Ursprungs ist jedes gleichmäßig asymptotisch stabile System auch total stabil. Dies ist aber im globalen Fall nicht immer gegeben (Gegenbeispiel in ([96], S.151). Unser Theorem beweist die globale totale Stabilität für eine gewisse Klasse von stabilen, passiven Systemen.

- Die Klasse der Systeme aus diesem Theorem ist relativ allgemein und praktisch relevant. So können passive mechanische Systeme in diese Form gebracht werden, wobei $x(t)$ eine Linearkombination von Position und Geschwindigkeit und $u(t)$ eine Kraft- oder Drehmomentstörung ist. Das gleiche gilt auch für passive elektrische Systeme.
- In manchen Arbeiten wird unter BIBO-Stabilität nur die Begrenztheit des Zustands bei begrenzter Störung verstanden, ohne die Forderung nach Konvergenz des Zustands zu Null bei verschwindendem Fehler zu stellen. Diese Forderung erscheint aber sinnvoll in Anlehnung an die Definition der Stabilität im Sinne von Ljapunow. In der Form (D.4) entspricht die BIBO-Stabilität auch der L_∞ -Stabilität, so wie sie in der Theorie der Eingangs-Ausgangs-Stabilität ([117], S. 233) definiert wird.

- Das Theorem wurde hier aus Gründen der Überschaubarkeit für den zeitinvarianten Fall bewiesen, es lässt sich aber problemlos mit Hilfe der Ljapunov-Theorie für den zeitvarianten Fall erweitern.

Theorem 3 Gegeben sei das System aus Theorem 2, wobei $u(t)$ zusätzlich die Bedingung

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0 \quad (\text{D.12})$$

erfüllt. Dann gilt auch

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (\text{D.13})$$

Beweis:

Man muss beweisen, dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t)) = 0 \quad (\text{D.14})$$

Daraus folgt dann (D.13) mit der Ljapunow-Argumentation.

Theorem 2 besagt, dass $x(t)$ begrenzt ist. Aus (D.12) folgt dann, dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \|u(t)\| = 0 \quad (\text{D.15})$$

Somit folgt aus (D.5), dass es immer einen Zeitpunkt gibt, ab dem $\dot{V}(x, t) < 0$ ist, beliebig nahe zum Ursprung $x = 0$:

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists t_\epsilon > 0 \quad \text{so dass} \quad \{\forall t > t_\epsilon, \|x\| > \epsilon\} \Rightarrow \dot{V}(x, t) < 0 \quad (\text{D.16})$$

Nun nehme man an, es gebe einen von Null verschiedenen Grenzwert für $V(x(t))$:

$$\exists l > 0, \quad \text{so dass} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t)) = l \quad (\text{D.17})$$

Dies würde bedeuten, dass $x(t)$ nach unten beschränkt ist:

$$\exists R_l > 0, \quad \text{so dass} \quad \|x(t)\| > R_l \quad \forall t > 0 \quad (\text{D.18})$$

Aus (D.16) folgt aber, dass

$$\exists t_{R_l} > 0, \quad \text{so dass} \quad \dot{V}(x, t) < -kD_0(x) < -k\alpha\|x(t)\|^2 < -k\alpha R_l^2, \quad \forall t > t_{R_l} \quad (\text{D.19})$$

mit $k < 1$. Dies würde aber bedeuten, dass

$$\Delta V(x(t)) = \int_{t_{R_l}}^{\infty} \dot{V}(x(\tau), \tau) d\tau < -k\alpha R_l^2 t \Big|_{t=t_{R_l}}^{\infty} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t)) = -\infty \quad (\text{D.20})$$

Dies widerspricht jedoch der Tatsache, dass $V(x(t))$ p.d. ist, folglich gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t)) = 0 \quad (\text{D.21})$$

Mit den beiden Theoremen kann man nun die Stabilität des geregelten Systems aus Abs. 6.9 leicht nachweisen. Die Gleichungen des Systems sind hier nochmals erwähnt:

$$J_{\Sigma}(q_2)\dot{s} + C(q_2, \dot{q}_2)s + K_D s = z \quad (\text{D.22})$$

$$K^{-1} J_{\Pi} \ddot{z} + \frac{1}{2} K^{-1} \dot{J}_{\Pi} (\dot{z} + \Lambda_z z) + (K^{-1} J_{\Pi} \Lambda_z + K_{Dz}) \dot{z} + \Lambda_z K_{Dz} z = 0 \quad (\text{D.23})$$

Sieht man von dem Störterm $z(t)$ in (D.22) ab, haben die beiden Teilsysteme die gleiche Struktur. Das System (D.23) kann nämlich mit der Notation $w = \dot{z} + \Lambda_z z$ als

$$K^{-1} J_{\Pi} \dot{w} + \frac{1}{2} K^{-1} \dot{J}_{\Pi} w + K_{Dz} w = 0 \quad (\text{D.24})$$

geschrieben werden.

Für (D.22) mit $z(t) = 0$ ist

$$V = \frac{1}{2} s^T J_{\Sigma}(q_2) s \quad (\text{D.25})$$

eine strikte Ljapunow-Funktion ($V > 0$; $\dot{V} = -D(s(t)) < 0$). Tatsächlich gilt

$$\dot{V} = s^T J_{\Sigma}(q_2) \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{J}_{\Sigma}(q_2) s \quad (\text{D.26})$$

$$= -s^T C(q_2, \dot{q}_2) s - s^T K_D s + \frac{1}{2} s^T \dot{J}_{\Sigma}(q_2) s \quad (\text{D.27})$$

$$= -s^T K_D s < -K_{D\min} \|s\|^2 \quad (\text{D.28})$$

Folglich ist

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \quad (\text{D.29})$$

In gleicher Weise lässt sich zeigen, dass für das System (D.23)

$$V_1 = \frac{1}{2} w^T K^{-1} J_{\Pi} w \quad (\text{D.30})$$

eine Ljapunow-Funktion ist, mit der Ableitung

$$\dot{V}_1 = -\dot{w}^T K_{Dz} \dot{w} \quad (\text{D.31})$$

Das System ist also global asymptotisch stabil, folglich gilt auch, dass $w(t)$ beschränkt ist und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0 \quad (\text{D.32})$$

Daraus folgt wiederum wegen

$$\dot{z}(t) + \Lambda_z z(t) = w(t), \quad (\text{D.33})$$

dass $\dot{z}(t)$ und $z(t)$ beschränkt sind und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{z}(t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0 \quad (\text{D.34})$$

Durch (D.28) und (D.34) sind die Bedingungen des Theorems 3 für das System (D.22) erfüllt. Das Theorem besagt also, dass $s(t)$ beschränkt ist und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \quad (\text{D.35})$$

Daraus folgt wiederum wegen

$$\dot{\tilde{q}}_2(t) + \Lambda \tilde{q}_2(t) = s(t), \quad (\text{D.36})$$

dass $\dot{q}_2(t)$ und $q_2(t)$ beschränkt sind und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{q}}_2(t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q}_2(t) = 0 \quad (\text{D.37})$$

Damit ist die Beschränktheit und Konvergenz aller Zustände nachgewiesen.

Bezeichnungen

Im Verlauf der Arbeit finden die Untersuchungen abwechselnd am gesamten Roboter oder am Beispiel eines einzelnen Gelenkes statt. Abschnitte, die sich mit dem kompletten Roboter befassen, operieren grundsätzlich mit Vektoren und Matrizen. Dabei gilt typischerweise die Schreibweise:

A	Matrizen
q	Vektoren
q_i	Element eines Vektors
$K = \text{diag}\{k_i\}$	Diagonalmatrix mit Elemente k_i
α	skalare Konstanten
\mathcal{K}	Operator

In Abschnitten, die sich ausschließlich mit der Untersuchung eines Gelenkes befassen, wird auf die Indizes verzichtet.

spezielle Symbole

A	Systemmatrix
b	Stellvektor
B	Offset-Vektoren für neuronale Netze
$C(q_2, \dot{q}_2)q_2$	Coriolis und Zentrifugalterm
$D = \text{diag}\{d_i\}, d$	Gelenkdämpfung
$D_1 = \text{diag}\{d_{1i}\}, d_1$	motorseitige Dämpfung
$D_2 = \text{diag}\{d_{2i}\}, d_2$	abtriebsseitige Dämpfung
D_k	kartesische Dämpfungsmatrix
D_G	Dämpfungsmatrix auf Gelenkebene
$D(t)$	Energievernichtung in passiven Systemen
e	Fehlergröße
f	Kartesische Kraft

$g(q_2)$	Gravitationsvektor
g	Gravitationskonstante
$H(s)$	Übertragungsfunktion
\mathcal{H}	Hessematrix
I	Motorstrom bzw. Einheitsmatrix
$J(q_2)$	Jacobi-Matrix
$J = \text{diag}\{J_{1i}\}, J_1$	Motorträgheit
J_2	abtriebsseitige Trägheit
J_σ	Summe von Motor und Abtriebsträgheit, skalar
J_Σ	Summe von Motor und Abtriebsträgheit für den Roboter ($J_1 + M(q_2)$)
J_π	„Parallelschaltung“ der Trägheiten, skalar ($J_1 J_2 / (J_1 + J_2)$)
J_Π	„Parallelschaltung“ der Trägheiten für den gesamten Roboter
$K = \text{diag}\{k_i\}, k$	Gelenksteifigkeit
$K_a = \text{diag}\{k_{ai}\}, k_a$	abtriebsseitige Sollsteifigkeit
$K_D = \text{diag}\{k_{di}\}, k_d$	Verstärkung der Geschwindigkeitsrückführung
$K_P = \text{diag}\{k_{pi}\}, k_p$	Verstärkung der Positionsrückführung
$K_S = \text{diag}\{k_{si}\}, k_s$	Verstärkung der Rückführung der Drehmomentableitung
$K_T = \text{diag}\{k_{ti}\}, k_t$	Verstärkung der Drehmomentrückführung
$k_R = [k_d, k_p, k_t, k_s]$	Vektor der Reglerparameter
K_k	kartesische Steifigkeitsmatrix
K_G	Steifigkeitsmatrix auf Gelenkebene
k_m	Motorkonstante
\mathcal{K}	direkte Kinematik
\mathcal{K}^{-1}	inverse Kinematik
l	Länge
L	Lagrange Funktion
λ	Pole, Eigenwerte
m	Masse
$M(q_2)$	Trägheitsmatrix
μ	lastabhängiger Reibungsterm
$N(q_2, \dot{q}_2)$	Gravitations-, Coriolis- und Zentrifugalvektor
N	Anzahl der Roboterelenke (DOF)
n	Übersetzungsverhältnis
ν	transformierte Eingangsgröße
$P_S(s)$	charakteristisches Polynom
\mathcal{P}_R	Positionsregler
$\Phi()$	nichtlineare Aktivierungsfunktion bei neuronalen Netzen
q	Position
q_1, q_{1i}	Motorposition
q_2, q_{2i}	abtriebsseitige Position
$\Delta q = q_1 - q_2$	Gelenktorsion
$\tilde{q}_1 = q_{1d} - q_1$	motorseitiger Positionsfehler
$\tilde{q}_2 = q_{2d} - q_2$	abtriebsseitiger Positionsfehler

R_l	Radius einer Kugel in \mathcal{R}^n
s	Laplace-Variable bzw. Tracking-Fehler
$S(q_2)$	Kopplungsterme zwischen motor- und abtriebseitigen Trägheiten
$\mathcal{S}_{\mathcal{R}}$	Steifigkeitsregler
σ	Standardabweichung
t	Zeit
T	kinetische Energie bzw. Zeitkonstante
$\mathcal{T}_{\mathcal{R}}$	Drehmomentregler
τ	Drehmoment im Gelenk
τ_m	Motormoment
τ_F	Reibmoment
τ_C	Coulomb-Reibung
θ	Parametervektor
u	Stellgröße
U	Potentielle Energie im Gravitationsfeld
v	verallgemeinerte Soll-Geschwindigkeit
V	Ljapunow-Funktion
W	Gewichtungsmatrizen für neuronale Netze
x	Systemzustand bzw. kartesische Position
y	Systemausgang bzw. kartesische Position
Y	Regressor
z	Zustand des $\Sigma - \Pi$ Reglers bzw. kartesische Position

Literaturverzeichnis

- [1] ABADIA, D.: *Comparative Analysis Development of Control Systems for the DLR Light Weight Robot*. Diplomarbeit, DLR, University of Zaragoza, 2000.
- [2] ACKERMANN, J.: *Abtastregelung*. Springer Verlag, Berlin, 3. Auflage, 1988.
- [3] ALBU-SCHÄFFER, A. und G. HIRZINGER: *State feedback controller for flexible joint robots: A globally stable approach implemented on DLR's light-weight robots*. IEEE International Conference on Intelligent Robotic Systems, Seiten 1087–1093, 2000.
- [4] ALBU-SCHÄFFER, A. und G. HIRZINGER: *A Globally Stable State-feedback Controller for Flexible Joint Robots*. Journal of Advanced Robotics, to appear in the Special Issue: Selected Papers from IROS 2000, 2001.
- [5] ALBU-SCHÄFFER, A. und G. HIRZINGER: *Parameter identification and passivity based joint control for a 7DOF torque controlled light weight robot*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 2852–2858, 2001.
- [6] ANDREASSON, J., A. ALBU-SCHÄFFER und M. OTTER: *Simulation of a light weight robot*. Technischer Bericht, DLR, 2000.
- [7] APOSTOL, T. M.: *Calculus*, Band 2. John Wiley and Sons, 2 Auflage, 1969. 254-259.
- [8] ARIMOTO, S.: *State-Of-The-Art and Future Research Direction of Robot Control*. IFAC Symposium on Robot Control, Seiten 3–14, 1994.
- [9] ARIMOTO, S.: *Passivity-Based Control*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 227–232, 2000.
- [10] ARIMOTO, S., S. KAWAMURA und H. HAN: *Impedance Matching for Evaluation of Dexterity in Execution of Robot Tasks*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 1435–1440, 1998.
- [11] BAIER, H., M. BUSS, F. FREIBERGER, J. HOOGEN, P. KAMMERMEIER und G. SCHMIDT: *Distributed PC-based Haptic, Visual and Acoustic Telepresence System - Experiments in Virtual and Remote Environments*. IEEE VR'99, Seiten 118–125, 1999.

- [12] BAI, M., D.H. ZHOU und H. SCHWARZ: *Identification of Generalized Friction for an Experimental Planar Two-Link Flexible Manipulator Using Strong Tracking Filter*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 15(2):362–369, 1999.
- [13] BARRON, A.: *Universal Approximation Bounds for Superpositions of a Sigmoidal Function*. IEEE Transactions on Information Theory, 39(3):930–945, 1993.
- [14] BROGLIATO, B., R. ORTEGA und R. LOZANO: *Global Tracking Controllers for Flexible-joint Manipulators: a Comparative Study*. Automatica, 31(7):941–956, 1995.
- [15] BYRNES, C.I. und A. ISIDORI: *Asymptotic Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 36(10):1122–1137, 1991.
- [16] CACCAVALE, F., C. NATALE, B. SICILIANO und L. VILLANI: *Six-DOF Impedance Control Based on Angle/Axis Representations*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 15(2):289–299, 1999.
- [17] CHEAH, C. und D. WANG: *Learning Impedance Control for Robotic Manipulators*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 14(3):452–465, 1998.
- [18] CHEN, S. und I. KAO: *Theory of Stiffness Control in Robotics Using the Conservative Congruence Transformation*. International Symposium of Robotics Research, Seiten 7–14, 1999.
- [19] CHEN, S. und I. KAO: *Simulation of Conservative Congruence Transformation Conservative Properties in the Joint and Cartesian Spaces*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 1283–1288, 2000.
- [20] CHOW, J. und V. KOKOTOVIC: *Two-Time-Scale Feedback Design of a Class of Nonlinear Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 23(3):438–443, 1978.
- [21] CRAIG, J.J.: *Introduction to Robotics*. Addison-Wesley, 1986.
- [22] DOYON, M., V. HAYWARD und M. PELLETIER: *Decentralized Impedance Control*. Preprint of the Fourth IFAC Symposium on Robot Control, Seiten 389–394, 1994.
- [23] FAGG, A.H.: *Robotics and Neuro-Science*. Tutorial at the IEEE International Conference on Intelligent Robotic Systems, 2000.
- [24] FERRETTI, G., G. MAGNANI, P. ROCCO, F. CECCONELLO und G. ROSSETTI: *Impedance Control for Industrial Robots*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 4028–4033, 2000.
- [25] FISCHLE, K.: *Ein Beitrag zur stabilen adaptiven Regelung nichtlinearer Systeme*. Doktorarbeit, TU München, 1997.

- [26] GOMBERT, B., G. HIRZINGER, G. PLANK, M. SCHEDL und J. SHI: *Modular concepts for the new generation of DLR's light weight robots*. Proc. Third Conference on Mechatronics and Robotics, Seiten 30–43, 1995.
- [27] GROTHJAHN, M., M. DAEMI und B. HEIMANN: *Friction and rigid body identification of robot dynamics*. PACAM, 1999.
- [28] GRUNWALD, G., G. SCHREIBER, A. ALBU-SCHÄFFER und G. HIRZINGER: *Touch: The Direct Type of Human Interaction with a Redundant Service Robot*. IEEE Roman Conference, 2001.
- [29] HDRIVE: *Calculation Guidelines for Efficiency and NLRT*. Technischer Bericht, Harmonic Drive, 1999.
- [30] HEINRICHS, B. und N. SEPEHRI: *A Limitation of Position Based Impedance Control in Static Force Regulation: Theory and Experiments*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 2165–2169, 1999.
- [31] HIRZINGER, G.: *Rotex — the first robot in space*. Proc. Sixth International Conference on Advanced Robotics, 1993.
- [32] HIRZINGER, G., A. ALBU-SCHÄFFER, M. HÄHNLE, I. SCHAEFER und N. SPORER: *On a New Generation of Torque Controlled Light-Weight Robots*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 3356–3363, 2001.
- [33] HIRZINGER, G., J. BUTTERFASS, M. GREBENSTEIN, M. HÄHNLE, I. SCHAEFER und N. SPORER: *Space Robotics-Driver for a new mechatronic generation of light-weight arms and multi-fingered hands*. AIM, Seiten 1160–1168, 2001.
- [34] HIRZINGER, G., R. KOEPPE, A. BAADER, F. LANGE, A. ALBU-SCHÄFFER, R. STAUDTE und G. WEI: *Neural Perception and Manipulation in Robotics*. Statusseminar des BMBF, Seiten 314–328, 1996.
- [35] HOGAN, N.: *Impedance Control: An approach to manipulation, Part I - Theory, Part II - Implementation, Part III - Applications*. Journ. of Dyn. Systems, Measurement and Control, 107:1–24, 1985.
- [36] HOGAN, N.: *Mechanical Impedance of Single- and Multi- Articular Systems*. In: WINTERS, J.M. und S. WOO (Herausgeber): *Multiple Muscle Systems: Biomechanics and Muscle Organization*, Seiten 149–163. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [37] HÖLZL, J.: *Modellierung, Identifikation und Simulation von Industrierobotern*. VDI-Verlag, 1994.
- [38] HORNIK, K., M. STINCHCOMBE und H. WHITE: *Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators*. Neural Networks, 2:359–366, 1989.
- [39] JANSEN, R. A.: *Learning an accurate neural model of the dynamics of a typical industrial robot*. International Conference on Artificial Neural Networks, Seiten 1257–1260, 1994.

- [40] JAZIDIE, A., T. TSUJI, M. KANEKO und M. NAGAMACHI: *Hierarchical Control of End-Effector Impedance and Joint Impedance utilizing Arm Redundancy*. Preprint of the Fourth IFAC Symposium on Robot Control, Seiten 407–412, 1994.
- [41] JOHANSSON, R., A. ROBERTSSON, K. NILSSON und M. VERHAEGEN: *State-space system identification of robot manipulator dynamics*. *Mechatronics*, 10:403–418, 2000.
- [42] JÖRG, S., J. LANGWALD, C. NATALE, J. STELTER und G. HIRZINGER: *Flexible Robot-Assembly using a Multi-Sensory Approach*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 3687–3694, 2000.
- [43] KANELAKOPOULOS, I., P. KOKOTOVIC und A. MORSE: *Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 36(11):1241–1253, 1991.
- [44] KELLY, R.: *PD Control with Desired Gravity Compensation of Robotic Manipulators: A Review*. The International Journal of Robotics Research, 16(5):660–672, 1997.
- [45] KHALIL, H.: *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 1996.
- [46] KHATIB, O.: *Advanced Robotic Manipulation*. Stanford University, Lecture Notes, 1993.
- [47] KHATIB, Q., K. YOKOI, O. BROCK, K. CHANG und A. CASAL: *Robots in Human Environments: Basic Autonomous Capabilities*. The International Journal of Robotics Research, 18(7):684–696, 1999.
- [48] KIRCANSKI, N., A.A. GOLDENBERG und S. JIA: *An experimental Study of Nonlinear Stiffness, Hysteresis and Friction Effects in Robot Joints with Harmonic Drives and Torque Sensors*. Preprint Int. Symposium on Experimental Robotics, 1993.
- [49] KOEPPE, R. und G. HIRZINGER: *From Human Arms to a New Generation of Manipulators: Control and design principles*. ASME Int. Mechanical Engineering Congress, 2001.
- [50] KOEPPE, R., P. v.D. SMAGT, A. ALBU-SCHÄFFER, K. ARBTER und M. FISCHER: *Neuronale Perzeption und Manipulation multisensorieller Manipulatoren und Roboterhände*. Technischer Bericht ISSN 1434-8462, DLR-Mitteilung, 1999.
- [51] KOKOTOVIC, P. und H. SUSSMANN: *A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems*. *Systems & Control Letters*, 13:125–133, 1989.
- [52] KONNO, A. und M. UCHIYAMA: *Vibration Suppression Control of Spatial Flexible Manipulators*. *Contr. Eng. Practice*, 3(9):1315–1321, 1995.
- [53] LIN, T. und A. GOLDENBERG: *A Unified Approach to Motion and Force Control of Flexible Joint Robots*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 1115–1120, 1996.

- [54] LIN, T. und A.A. GOLDENBERG: *Robust Adaptive Control of Flexible Joint Robots with Joint Torque Feedback*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, RA-3(4):1229–1234, 1995.
- [55] LIU, H., P. MEUSEL, J. BUTTERFASS und G. HIRZINGER: *DLR's multisensory articulated Hand Part II: The Parallel Torque/Position Control System*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 2087–2093, 1998.
- [56] LI, Y.: *On the Stiffness Control and Congruence Transformation Using the Conservative Congruence Transformation (CCT)*. ICRA, Seiten 39370–3942, 2001.
- [57] LOZANO, R., B. BROGLIATO und I. LANDAU: *Passivity and Global Stabilization of Cascaded Nonlinear Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 37(9):1386–1388, 1992.
- [58] LUCA, A. DE: *Decoupling and Feedback Linearization of Robots with Mixed Rigid/Elastic Joints*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 816–821, 1996.
- [59] LUCA, A. DE: *Feedforward/feedback laws for the Control of flexible robots*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 233–240, 2000.
- [60] LUCA, A. DE und P. LUCIBELLO: *A General Algorithm for Dynamic Feedback Linearization of Robots with Elastic Joints*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 504–510, 1998.
- [61] LUCA, A. DE, S. PANZIERI und G. ULIVI: *Stable inversion control for flexible link manipulators*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 799–805, 1998.
- [62] LÜCKEL, J., W. MORITZ und W. KULHBUSCH: *Modellierung und messtechnische Untersuchung eines hochübersetzenden Getriebes des DLR-Leichtbauroboters*. Technischer Bericht, Universität-Gesamthochschule Paderborn, 1996.
- [63] LÜCKEL, J., W. MORITZ, R. NEUMANN, H. SCHÜTTE und G. WITTLER: *Development of a Modular Mechatronic Robot System*. Proc. of the Second Conference on Mechatronics and Robotics, 1993.
- [64] MA, D. und J.M. HOLLERBACH AN: *Identifying Mass Parameters for Gravity Compensation and Automatic Torques Sensor Calibration*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 2763–2768, 1994.
- [65] MA, D., J.M. HOLLERBACH und Y. XU: *Gravity based autonomous calibration for robot manipulators*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 2763–2768, 1994.

- [66] MARINO, R. und M. SPONG: *Nonlinear Control Techniques for Flexible Joint Manipulators: A Single Link Case Study*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 1030–1036, 1986.
- [67] MIESBACH, S.: *Improving Path Tracking Systems for Industrial Robots by Neural Inverse Modeling*. IEEE INNS Joint Conference on Neural Networks, III:13–18, 1992.
- [68] NICOSIA, N. und P. TOMEI: *A Method to Design Adaptive Controllers for Flexible Joint Robots*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 701–706, 1992.
- [69] OLSSON, H.: *Control Systems with Friction*. Doktorarbeit, Dept. of Automatic Control, Lund Inst. of Technology, 1996.
- [70] OPITZ, H.-P.: *Die Hyperstabilitätstheorie - eine systematische Methode zur Analyse und Synthese nichtlinearer Systeme*. Automatisierungstechnik, 6:221–230, 1986.
- [71] ORTEGA, R.: *Passivity Properties for Stabilization of Cascaded Nonlinear Systems*. Automatica, 27(2):423–424, 1991.
- [72] PARRA-VEGA, V. und S. ARIMOTO: *A passivity based adaptive sliding mode position-force control for robot manipulators*. Int. Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 10:365–377, 1996.
- [73] PETERS, J.: *Neural Networks in Robot Control: What can we learn from the Cerebellum?* Diplomarbeit, FernUniversität Hagen, 2000.
- [74] PINTELON, R., P. GUILLAUME, Y. ROLAIN, J. SCHOUKENS und H. VAN HAMME: *Parameter Identification of Transfer Functions in the Frequency Domain, a Survey*. Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control, Seiten 557–565, 1993.
- [75] POPOV, V. M.: *Hyperstability of Control Systems*. Springer-Verlag, New York, 1973.
- [76] PREUSCHE, C., R. KOEPPE, A. ALBU-SCHÄFFER, M. HÄHNLE, N. SPORER und G. HIRZINGER: *Design and Haptic Control of a 6 DoF Force-Feedback Device*. In: *Workshop on Advances in Interactive Multimodal Telepresence Systems*, Munich, Germany, March 2001.
- [77] READMAN, M.C.: *Flexible Joint Robots*. CRC Press, 1994.
- [78] RHIM, S. und W. BOOK: *Adaptation of Generalized Time-delay Command Shaper for Flexible Manipulator Control*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 1465–1471, 2000.
- [79] RICHTER, K.: *Kraftregelung elastischer Roboter*. VDI, 1991.

- [80] SALISBURY, J. K.: *Active Stiffness Control of a Manipulator in Cartesian Coordinates*. 19th IEEE Conference on Decision and Control, Seiten 83–88, 1980.
- [81] SANNER, R. und J.-J. SLOTINE: *Gaussian Networks for Direct Adaptive Control*. IEEE Transactions on Neural Networks, 3(6):837–863, 1992.
- [82] SCHMIDT, G.: *Skriptum: Grundlagen intelligenter Roboter*. TU München, Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, 2000.
- [83] SCHMIDT, G.: *Skriptum: Regelungs- und Steuerungstechnik 2*. TU München, Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, 2000.
- [84] SCHMIDT, G., U. HANEBECK und C. FISCHER: *A Mobile Service Robot for the Hospital and Home Environment*. Workshop Proc. of the IARP Second Int Workshop on Service and Personal Robots: Technologies and Applications, Genova, Italy, 23-24 Oct 1997.
- [85] SCHREIBER, G. und G. HIRZINGER: *An Intuitive Interface for Nullspace Teaching of Redundant Robots*. International Symposium on Advances in Robot Kinematics, Seiten 209–216, 2000.
- [86] SCHREIBER, G., CH. OTT und G. HIRZINGER: *Interactive Redundant Robotics: Control of the Inverted Pendulum with Nullspace Motion*. IEEE International Conference on Intelligent Robotic Systems, Seiten 158–164, 2001.
- [87] SCHROEDER, D.: *Elektrische Antriebe2: Regelung von Antrieben*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1995.
- [88] SCHUETTE, H.: *Symbolische Modellierung und beobachtergestützte nichtlineare Regelung eines modularen elastischen Robotersystems*. Doktorarbeit, Universität-GH Paderborn, MLaP, 1996.
- [89] SCHUETTE, H., W. MORITZ, R. NEUMANN und G. WITTLER: *Practical realization of Mechatronics in Robotics*. Preprints of the Third Int. Symp. on experimental Robotics, Oct 1993.
- [90] SEIBERT, P. und R. SUAREZ: *Global Stabilization of nonlinear cascade Systems*. Systems & Control Letters, 14:347–352, 1990.
- [91] SHI, J.: *Experiments on the DLR Lightweight Joint*. Technischer Bericht, German Aerospace Establishment, Institute for Robotics and System Dynamics, 1994.
- [92] SHI, J., A. ALBU-SCHÄFFER und G. HIRZINGER: *Key Issues in Dynamic Control of Lightweight Robots for Space and Terrestrial Applications*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 490–498, 1998.
- [93] SHI, J. und Y. S. LU: *Field-Weakening Operation of Cylindrical Permanent-Magnet Motors*. IEEE Int. Conference on Control Applications, Seiten 864–869, 1996.

- [94] SICILIANO, B. und L. VILLANI: *Two-Time Scale Force and Position Control of Flexible Manipulators*. ICRA, Seiten 2729–2734, 2001.
- [95] SLOTINE, J. J. und W. LI: *On the Adaptive Control of Robot Manipulators*. The International Journal of Robotics Research, 6(3):49–58, 1987.
- [96] SLOTINE, J.-J. und W. LI: *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, 1991.
- [97] SMAGT, P. v.D.: *Visual robot arm guidance using neural networks*. Doktorarbeit, Univ. of Amsterdam, 1995.
- [98] SMAGT, P. v.D. und G. HIRZINGER: *Solving the ill-conditioning in neural network learning*. In: ORR, J. und K. MÜLLER (Herausgeber): *Neural Networks: Tricks of the Trade*, Seiten 193–206. Springer Lecture Notes in Computer Science 1524, 1998.
- [99] S.P.CHAN und H.C. LIAW: *Experimental Implementation of Impedance Based Control Schemes for Assembly Task*. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 29:93–110, 2000.
- [100] SPONG, M.: *Modeling and Control of Elastic Joint Robots*. IEEE Journal of Robotics and Automation, RA-3(4):291–300, 1987.
- [101] SPONG, M.: *Variable Structure Control of Flexible Joint Manipulators*. IEEE Journal of Robotics and Automation, 3(2):57–64, 1988.
- [102] SPONG, M.: *Adaptive Control of flexible joint manipulators*. Systems and Control Letters, 13:15–21, 1989.
- [103] SPONG, M.: *Adaptive Control of Flexible Joint Manipulators: Comments on two Papers*. Automatica, 31(4):585–590, 1995.
- [104] SPONG, M. und M. VIDYASAGAR: *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, Inc., 1989.
- [105] STELTER, J.: *Verbesserung des Positionsverhaltens und der Bahntreue eines Industrieroboters durch Einsatz von Beschleunigungssensoren*. Doktorarbeit, Fakultät für Informatik der Univ. Karlsruhe, 2001.
- [106] STIEBER, M., S. SACHDEV und J. LYMER: *Robotics Architecture of the Mobile Servicing System for the International Space Station*. International Symposium of Robotics Research, Seiten 416–421, 2000.
- [107] STRAMIGIOLI, S. und H. BRUYNINCKX: *Geometry and Screw Theory for Constrained and Unconstrained Robot*. Tutorial at ICRA, 2001.
- [108] SWEVERS, J., C. GANSEMAN, X. CHENUT und J.C. SAMIN: *Experimental identification of robot dynamics for control*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 241–246, 2000.

- [109] TAGHIRAD, H.D., P.R. BELANGER und A. HELMY: *An Experimental Study on Harmonic Drives*. Technischer Bericht, McGill University, 1996.
- [110] TAKEGAKI, M. und S. ARIMOTO: *A new feedback method for dynamic control of manipulators*. ASME Journal on Dynamic Systems, Measurement and Control, 1981.
- [111] THÜMMEL, M., M. OTTER und J. BALS: *Control of Robots with Elastic Joints based on Automatic Generation of Inverse Dynamics Models*. IEEE International Conference on Intelligent Robotic Systems, Seiten 925–930, 2001.
- [112] TOMEI, P.: *A Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints*. IEEE Transactions on Automatic Control, 36(10):1208–1213, 1991.
- [113] TÜRK, S.: *Dynamische Robotermodelle am Beispiel des Manutec r3*. Technischer Bericht, DLR, 1988.
- [114] TUTTLE, T.D.: *Understanding and Modeling the Behavior of a Harmonic Drive Gear Transmission*. Technischer Bericht, MIT, AI Lab., 1993.
- [115] VERDONCK, W., J. SWEVERS, X. CHENUT und J. SAMIN: *Combining Internal and External Robot Models to Improve Model Parameter Estimation*. ICRA, Seiten 2846–2851, 2001.
- [116] VERL, A.: *Methoden und Realisierungen zur nichtlinearen Regelung des DLR-Leichtbauroboters*. Doktorarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- [117] VIDYASAGAR, M.: *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice-Hall, 1978.
- [118] YAMANO, M., A. KONNO und M. UCHIYAMA: *Vibration Suppression Control of Two Cooperative Flexible Manipulators Working in 3D Space*. International Conference on Advanced Robotics, Seiten 385–390, 1999.
- [119] YIM, W.: *Adaptive Control of a Flexible Joint Manipulator*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 3441–3446, 2001.
- [120] YOSHIKAWA, T.: *Foundations of Robotics*. The MIT Press, 1990.
- [121] YOSHIKAWA, T.: *Force Control of Robot Manipulators*. IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seiten 220–226, 2000.
- [122] ZHU, W. und J. DE SCHUTTER: *Adaptive Control of Mixed Rigid/Flexible Joint Robot Manipulators Based on Virtual Decomposition*. IEEE Journal of Robotics and Automation, 15(2):310–317, 1999.