



Verkürzte Lebensdauertests von Zahnradgetrieben unter Lastkollektivbeanspruchung

Michael Hein¹ · Thomas Tobie¹ · Karsten Stahl¹

Eingegangen: 8. April 2019 / Angenommen: 22. September 2021 / Online publiziert: 20. Oktober 2021
© Der/die Autor(en) 2021

Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Beitrags wird ein Vorgehensmodell zur Planung und Durchführung von verkürzten Lebensdauertests bei Zahnradgetrieben vorgestellt, um einen zuverlässigen Betrieb zu ermöglichen. Die Methodik wurde im Hinblick auf die üblicherweise auftretende Lastkollektivbelastung hergeleitet, ist aber ebenso auf Einstufenbelastungen, wie sie häufig in Prüfläufen verwendet werden, anwendbar.

Das allgemeine Vorgehen ist in zwei Schritte gegliedert. Zunächst erfolgt eine Raffung des zu Grunde liegenden Lastkollektiv unter Beibehaltung des maßgeblichen Schadensmechanismus. Anschließend werden die Versuche unter den Gesichtspunkten statistische Auswertung, detaillierte Lebensdauerberechnung und Werkstoffanalyse geplant und ausgewertet. Im Rahmen dieses Beitrags wird besonders die statistische Auswertung betrachtet, welche auch eine Abschätzung der Zuverlässigkeit von Zahnradgetrieben bei Lastkollektivbelastung ermöglicht.

Shortened fatigue tests of gear transmission systems under variable load

Abstract

A detailed procedure regarding the planning and realization of shortened endurance tests for gear transmissions aiming at a reliable operation is presented in the scope of this paper. The methodology covers variable loads as well as single-stage loading which is often used in release testing.

The general procedure is divided in two parts. First, the basic load spectrum is truncated in such a way that the decisive damage mechanism remains unchanged. Afterwards, test runs are planned and evaluated with special regard to statistical evaluation, detailed lifetime calculation and material analysis. Particular emphasis is placed on the statistical evaluation in the scope of this paper as it also allows the assessment of the reliability of gear drives under variable loads.

1 Einleitung

Im realen Betrieb erfahren Getriebe häufig eine Lastkollektivbelastung und keine konstante Last. Bei Windkraftgetrieben ist dies beispielsweise in Schwankungen der Windstärke oder unterschiedlichen Anforderungen aus dem Stromnetz begründet. Neben der unsteten Belastung müssen Getriebe häufig auch hohe Anforderungen an die Zuverlässig-

keit erfüllen, da die schadensfrei zu erreichenden Laufzeiten mitunter sehr groß sein können. Frühzeitige Ausfälle können dabei zu enormen wirtschaftlichen Schäden führen. Umfangreiche Prüfungen zur Bestätigung der Betriebssicherheit der Bauteile sind daher unumgänglich. Eine Lebensdauerprüfung mit dem gesamten Lastkollektiv ist in vielen Fällen äußerst zeit- und kostenintensiv. Die Anwendung von Methoden zur Konzeption und Durchführung von verkürzten Lebensdauertests kann folglich zu großen Einsparungen führen.

In diesem Beitrag wird vorrangig die statistische Auswertung und Planung solcher Versuche betrachtet, da diese auch als Mittel zur allgemeinen Zuverlässigkeitsberechnung von Zahnradgetrieben verwendet werden kann. Die Methodik ist Teil eines zweistufigen Vorgehensmodells mit welchem die Prüflaufzeit von Getrieben maßgeblich verkürzt

✉ Michael Hein
hein@fzg.mw.tum.de

¹ Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG), Fakultät für Maschinenwesen, Technische Universität München, Boltzmannstr. 15, 85748 Garching b. München, Deutschland

werden kann. Hierzu wird zunächst eine Methodik zur Lastkollektivraffung angewandt, welche auf der Definition von (lokalen) Bauteilwöhlerlinien für verschiedene Schadensmechanismen beruht. Um die Prüflaufzeit weiter zu verkürzen, wird nachfolgend ein Ansatz zur Abschätzung der Restlaufzeit auch bei schadensfreien Prüfläufen verwendet, welcher auf einer statistischen Planung und Auswertung, Werkstoffanalysen sowie einer detaillierten Berechnung beruht. Das allgemeine Vorgehensmodell wurde bereits in früheren Publikationen beschrieben [6–8, 11, 12, 14, 28].

2 Stand der Technik

2.1 Schadensmechanismen an Zahnrädern

Im Allgemeinen werden folgende Hauptschadensarten bei Überbeanspruchung an Zahnrädern unterschieden (siehe auch Abb. 1):

- Grübchen;
- Zahnfußbruch;
- Zahnflankenbruch;
- Grauflecken;
- Verschleiß;
- Fressen.

Die Schadensarten lassen sich generell nach Art Ihrer Entstehung einteilen. Grübchen, Zahnfußbruch und Zahnflankenbruch sind typische Ermüdungsschäden mit ausgeprägtem Rissgeschehen (Rissentstehung – Risswachstum – (Rest-)Gewaltbruch), welche typischerweise erst nach einer bestimmten Anzahl von Lastspielzahlen auftreten. Fressen ist ein Spontanschaden, welcher bereits nach einem Last-

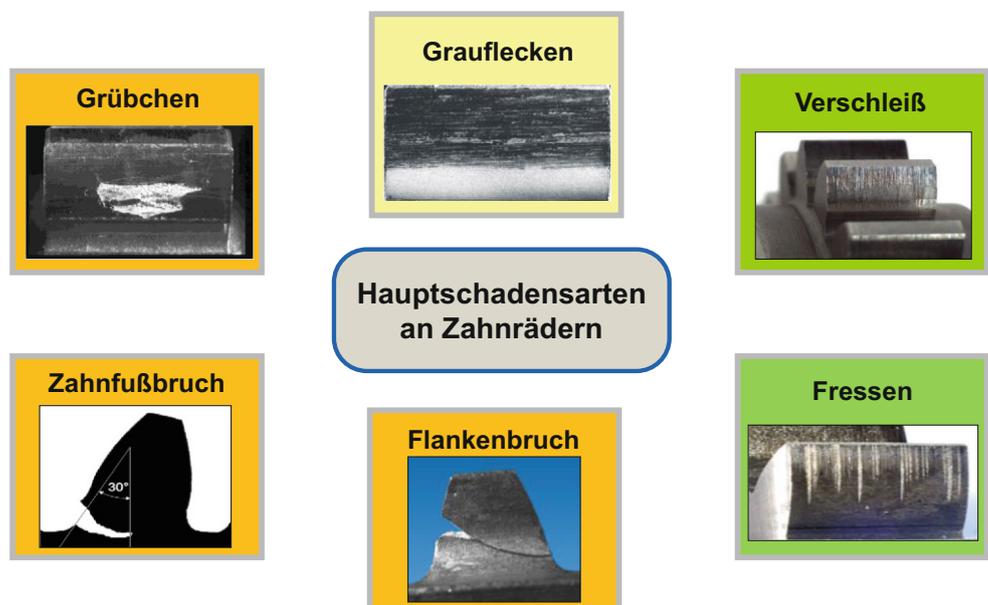
spiel bei kritischen Betriebsbedingungen auftreten kann. Die Entstehungsmechanismen für Graufleckigkeit ähneln denen von Grübchen. Trotzdem wird auch dieser Mechanismus ähnlich wie die Schadensart Verschleiß als kontinuierlich fortschreitender Mechanismus betrachtet und nicht als klassischer Ermüdungsschaden, da die messbaren Ausprägungen auf der Zahnflanke in Form einer Profilformabweichung kontinuierlich wachsen.

Da ausschließlich Ermüdungsschäden einer Betriebsfestigkeitsrechnung und Zuverlässigkeitsbetrachtung zugänglich sind, wird der Fokus der nachfolgenden Beschreibungen auf diese gelegt. Detaillierte Beschreibungen zu den Schadensmechanismen finden sich beispielsweise bei Niemann/Winter [20] oder in weiteren Veröffentlichungen [2, 9, 10, 18, 21]. Zur Schadensart Zahnflankenbruch liegen bisher zu wenige Versuchsdaten vor, um das statistische Ausfallverhalten zuverlässig abbilden zu können [27].

2.2 Zuverlässigkeitstestplanung

Bertsche [1] beschreibt umfassend Möglichkeiten der Zuverlässigkeitstestplanung, d. h. die Planung von Lebensdauertests unter statistischen Gesichtspunkten. Beispielsweise kann mit Hilfe dieser Methoden die erforderliche Prüflosgröße n oder die geforderte Prüfdauer t unter Vorgabe einer zu erreichenden (Mindest-)Zuverlässigkeit und der entsprechenden Vertrauenswahrscheinlichkeit bestimmt werden. Dabei werden nicht nur vollständige Tests (jedes Bauteil der Stichprobe wird einem vollständigen Lebensdauertest unterzogen) betrachtet, sondern auch zensierte Testreihen bei verkürzten Prüfzeiten. Die Prüfzeitverkürzung wird

Abb. 1 Hauptschadensarten an Zahnrädern (Quelle: FZG)



mit Hilfe des Lebensdauerverhältnisses L_V folgendermaßen ausgedrückt:

$$L_V = \frac{\text{Prüfdauer}}{\text{geforderte Lebensdauer}} = \frac{t_P}{t} \tag{1}$$

- L_V Lebensdauerverhältnis
- t_P Prüfdauer
- t Geforderte Lebensdauer

Für weibullverteilte Ausfallzeiten ergibt sich nach Bertse [1] folgender Zusammenhang zwischen Mindestzuverlässigkeit $R(t)$, Vertrauenswahrscheinlichkeit P_A , Lebensdauerverhältnis L_V , Weibullparameter b und Stichprobenumfang n .

$$R(t) = (1 - P_A)^{\frac{1}{(L_V)^b \cdot n}} \tag{2}$$

- $R(t)$ Mindestzuverlässigkeit zur Zeit t
- P_A Vertrauenswahrscheinlichkeit
- L_V Lebensdauerverhältnis
- b Weibullparameter
- n Stichprobenumfang

Wird die Prüfzeit t_P verkürzt, so wird bei konstanter Mindestzuverlässigkeit und Vertrauenswahrscheinlichkeit ein größerer Stichprobenumfang benötigt.

Eine konkrete Anwendung dieser fundamentalen Zusammenhänge auf Lebensdauer tests an Zahnrädern und Wälzlagern unter Lastkollektivbeanspruchung wurde bisher nicht durchgeführt. Diese Methoden bieten jedoch hohes Potenzial zur statistischen Bewertung von verkürzten Lebensdauerprüfungen und werden daher im Folgenden angewandt.

3 Statistische Planung und Auswertung von verkürzten Lebensdauer versuchen an Zahnradgetrieben

Selbst wenn bereits Maßnahmen zur Verkürzung der Prüflaufzeit angewendet wurden, wie etwa eine Lastkol-

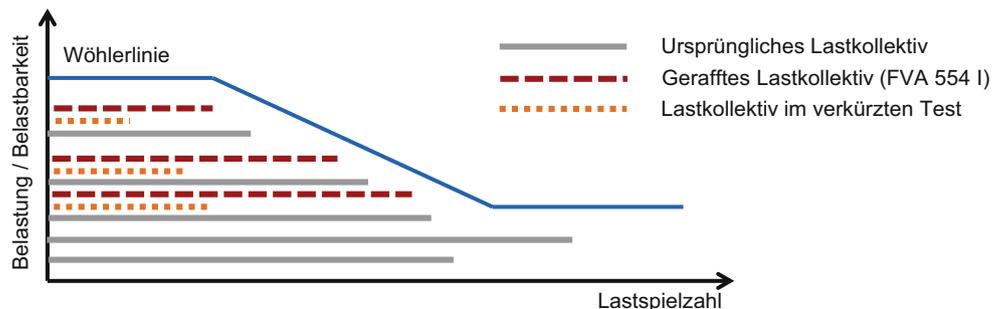
lektivraffung nach FZG/Ziegler [29], ist darüber hinaus eine weitere Verkürzung durch Reduktion der Prüflaufzeit möglich (siehe Abb. 2).

Eine Extrapolation der Erkenntnisse auf längere Laufzeiten kann durch statistische Methoden und Werkstoffanalysen erfolgen. Naturgemäß geht bei zusätzlicher Verkürzung der Prüflaufzeit weitere Information verloren. Diese Methodik ist daher vor allem für Anwendungsgebiete geeignet, wo auch im gerafften Versuch typischerweise keine Prüfung bis zum Lebensdauerende möglich ist, z. B. Windkraft oder Bahn. In den folgenden Abschnitten wird daher die Anwendung der Zuverlässigkeitstestplanung auf Zahnräder beschrieben.

Die Verteilungsfunktion der Ausfallzeiten bezüglich des maßgeblichen Schadensmechanismus muss dabei ebenso wie die geplante Prüfdauer t_P und die geforderte Lebensdauer t bekannt sein. Die geforderte Lebensdauer t wird üblicherweise mit Mitteln der Lebensdauer-/Tragfähigkeitsberechnung unter Angabe einer Überlebenswahrscheinlichkeit (üblicherweise 50%, 90% oder 99%) ermittelt und dementsprechend mit $t_{xx\%}$ bezeichnet. Analog zur geforderten Lebensdauer $t_{xx\%}$ kann auch die erforderliche Lastspielzahl $N_{xx\%}$ verwendet werden. Für Zahnräder wird hierfür beispielsweise eine Tragfähigkeitsberechnung entsprechend ISO 6336 [16, 17] durchgeführt. Die Lastspielzahl $N_{xx\%}$, für welche die Sicherheit $S=1$ im Zeitfestigkeitsgebiet ermittelt wird, ist für die Zuverlässigkeitstestplanung maßgeblich. Zentrale Bewertungsgröße bei der Zuverlässigkeitstestplanung unter Berücksichtigung von verkürzten Laufzeiten ist die Aussagewahrscheinlichkeit P_A , welche angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Zuverlässigkeit zur Ziellaufzeit t sicher erreicht wird.

Als Grundlage zur Durchführung von verkürzten Lebensdauerprüfungen dienen häufig bereits geraffte Lastkollektive, z. B. entsprechend der Vorgaben nach FZG/Ziegler [29]. Die gerafften Lastkollektive enthalten üblicherweise große Anteile im Zeitfestigkeitsgebiet. Daher ist für die folgenden Betrachtungen vor allem die Verteilung der Lastspielzahlen bis zum Ausfall im Zeitfestigkeitsgebiet maßgeblich und nicht die Verteilung der Belastungen im Dauerfestigkeitsbereich.

Abb. 2 Verkürzte Versuche



Nachfolgend wird die Anwendung der Zuverlässigkeitstestplanung auf die Schadensart Grübchen somit auf weibullverteilte Ausfallmechanismen exemplarisch dargestellt. Des Weiteren wird eine Möglichkeit zur Auswertung von verkürzten Lastkollektivversuchen skizziert.

3.1 Schadensart Grübchen

3.1.1 Statistisches Ausfallverhalten

Bezüglich der Schadensart Grübchen an einsatzgehärteten Stirnrädern lässt sich nach FZG/Stahl [25] das Ausfallverhalten bezogen auf die Lastspielzahlen, also im Bereich der Zeitfestigkeit, selbst bei sehr geringen Ausfallwahrscheinlichkeiten gut mit einer zweiparametrischen Weibullverteilung mit Formparameter $b = 3,2$ beschreiben. Die charakteristische Lebensdauer T in Abhängigkeit von der geforderten Lebensdauer für 50% Überlebenswahrscheinlichkeit $t_{50\%}$ berechnet sich mit der Zuverlässigkeit $R(t) = 50\%$ folgendermaßen:

$$T = \left(-\frac{t_{50\%}^b}{\ln R(t)} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (3)$$

T Charakteristische Lebensdauer
 $t_{50\%}$ Geforderte Lebensdauer für $R(t) = 50\%$
 b Formparameter der Weibullverteilung
 $R(t)$ Zuverlässigkeit

Wird die Ziellaufzeit als Referenzwert betrachtet und zu $t_{50\%} = 1,0$ gesetzt, so ergibt sich die charakteristische Lebensdauer $T = 1,1214$ für Grübchenschäden. Das Lebensdauerverhältnis L_V ist folgendermaßen definiert:

$$L_V = \frac{t_p}{t_{xx\%}} \quad (4)$$

L_V Lebensdauerverhältnis
 t_p Prüfzeit im verkürzten Versuch
 $t_{xx\%}$ Geforderte Lebensdauer

Für $L_V = 1,0$ gilt für die Ausfall- und Überlebenswahrscheinlichkeit entsprechend der Definition der Ziellaufzeit $t_{50\%}$:

$$F(L_V = 1,0) = R(L_V = 1,0) = 50\% \quad (5)$$

$F(t)$ Ausfallwahrscheinlichkeit
 $R(t)$ Zuverlässigkeit
 L_V Lebensdauerverhältnis

Ziel bei verkürzten Lebensdauerests ist es, vorrangig Aussagen für niedrige Lebensdauererhältnisse im Bereich von $L_V = 0,1 \dots 0,2$ zu treffen. Für diesen Bereich sind nur geringe Ausfallwahrscheinlichkeiten zu erwarten ($F(0,1 \cdot t_{50\%}) = 0,04\%$ und $F(0,2 \cdot t_{50\%}) = 0,4\%$). Das Schadenskriterium bezüglich Grübchen wird im verkürzten Versuch voraussichtlich nicht erreicht. Nachfolgend werden Methoden vorgestellt, um verkürzte Lebensdauerests bezüglich weibullverteilter Grübchenschäden aus statistischer Sicht bewertbar zu machen. Dabei werden sowohl Testläufe ohne Ausfälle als auch solche mit x Ausfällen bei n Prüflingen betrachtet.

3.1.2 Verkürzte Lebensdauerests ohne Ausfälle

Bertsche [1] gibt für zensierte Testläufe mit weibullverteilten Zufallsgrößen folgenden Zusammenhang für Versuchsreihen ohne Ausfall an:

$$R(t) = (1 - P_A)^{\frac{1}{(L_V)^b \cdot n}} \quad (6)$$

$$P_A = 1 - R(t)^{(L_V)^b \cdot n} \quad (7)$$

$R(t)$ Zuverlässigkeit
 P_A Aussagewahrscheinlichkeit
 L_V Lebensdauererhältnis
 b Formparameter der Weibullverteilung
 n Anzahl der Prüflinge

Die Aussagewahrscheinlichkeit P_A beschreibt dabei zum einen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Ausfall bei einem verkürzten Lebensdauerest mit n Prüflingen und bekannter Komponentenzuverlässigkeit $R(t)$ zur Ziellaufzeit t eintritt, andererseits kann damit bei erfolgreich durchgeführtem Versuch ohne Ausfall eine Aussage darüber gemacht werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit die vorgegebene Mindestzuverlässigkeit $R(t)$ zur Ziellaufzeit t sicher erreicht wird. Die Aussagesicherheit nimmt mit steigender Prüfdauer t_p und wachsender Prüflosgröße n zu.

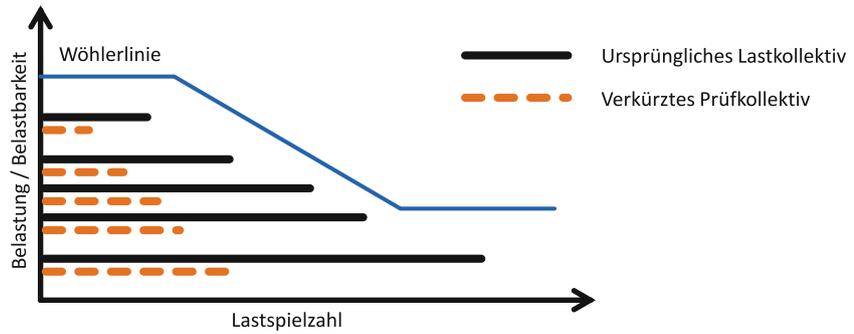
3.1.3 Verkürzte Lebensdauerests mit x Ausfällen

Für verkürzte Lebensdauerests von weibullverteilten Zufallsgrößen mit x Ausfällen bei n Prüflingen gibt Bertsche [1] folgende allgemeingültige Formel basierend auf dem Binomialsatz an:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} \cdot (1 - R(t))^i \cdot R(t)^{n-i} \quad (8)$$

i Laufvariable
 P_A Aussagewahrscheinlichkeit

Abb. 3 Ursprüngliches Lastkollektiv und Prüfkollektiv



x Anzahl der Ausfälle
 $R(t)$ Zuverlässigkeit
 n Anzahl der Prüflinge

Mit dem Ansatz zur Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit bei Vorliegen einer Weibullverteilung und dem speziellen Ansatz für die Zuverlässigkeit zur Prüfzeit t_P bei verkürzten Lebensdauertests ergibt sich daraus eine Gleichung zur Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit P_A bei verkürzten Lebensdauertests mit x Ausfällen.

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \tag{9}$$

$$R(t_P) = R(t)^{(L_V)^b} \tag{10}$$

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} \cdot \left(1 - R(t)^{(L_V)^b}\right)^i \cdot R(t)^{(L_V)^b \cdot (n-i)} \tag{11}$$

$R(t)$ Zuverlässigkeit
 T Charakteristische Lebensdauer
 L_V Lebensdauerverhältnis
 b Formparameter der Weibullverteilung
 i Laufvariable
 x Anzahl der Ausfälle
 t_P Prüfzeit im verkürzten Versuch
 P_A Aussagewahrscheinlichkeit
 n Anzahl der Prüflinge

3.2 Anwendung auf Lastkollektive

Die bisher hergeleiteten Zusammenhänge zur Zuverlässigkeitstestplanung gelten nur für konstante Lasten (Einstufenbelastung). Basis der hier betrachteten verkürzten Lebensdauerprüfungen sind jedoch üblicherweise Lastkollektive, welche beispielsweise entsprechend der Vorgaben von FZG/Ziegler [29] gerafft wurden. Im Folgenden werden daher die Möglichkeiten zur systematischen, statistischen Bewertung

verkürzter Lebensdauerprüfungen unter Lastkollektivbeanspruchung betrachtet.

$$L_{V,K} = \frac{D_P}{D} = \frac{\sum \frac{h_{P,i}}{N_i}}{\sum \frac{h_i}{N_i}} \tag{12}$$

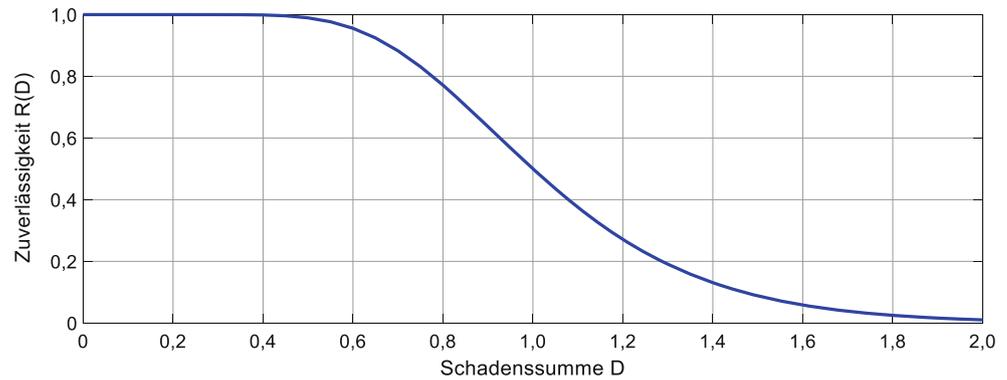
$$h_{P,i} = L_{V,K} \cdot h_i \tag{13}$$

$L_{V,K}$ Lebensdauerverhältnis (Lastkollektiv)
 D_P Schadenssumme im verkürzten Versuch
 D Geforderte Schadenssumme
 $h_{P,i}$ Lastspielzahl auf Lastniveau i im verkürzten Versuch
 N_i Ertragbare Lastspielzahl auf Lastniveau i
 h_i Lastspielzahl auf Lastniveau i

Für verkürzte Lebensdauerprüfungen unter Lastkollektivbeanspruchung kann das Lebensdauerverhältnis $L_{V,K}$ in Abhängigkeit von der Schadenssumme im verkürzten Test D_P und der zulässigen Schadenssumme D für die geforderte Lebensdauer bei vorgegebener Überlebenswahrscheinlichkeit $t_{xx\%}$ angegeben werden. Die Größen $h_{P,i}$ und h_i bezeichnen dabei die Lastspiele auf der i -ten Stufe des jeweiligen Lastkollektivs. Für die folgenden Betrachtungen wird für das Prüfkollektiv dieselbe Form gefordert, wie sie das Ausgangskollektiv besitzt (Gln. 12 und 13 sowie Abb. 3).

Zu beachten ist dabei, dass verkürzte Lebensdauerprüfungen unter Lastkollektivbeanspruchung mit dem Lebensdauerverhältnis $L_{V,K}$ nicht zwingend zur gleichen Prüfzeitverkürzung wie solche mit dem Lebensdauerverhältnis L_V führen. Unterschiedliche Drehzahlen pro Laststufe können zu unterschiedlichen Prüfzeiten führen. Ausgehend von der Definition des Lebensdauerverhältnisses entsprechend Gl. 3

Abb. 4 Zuverlässigkeit $R(D)$ für logarithmisch normalverteilte Schadenssummen



kann folgender Zusammenhang zwischen den Lebensdauerhältnissen hergestellt werden:

$$L_V = \frac{t_P}{t} = \frac{\sum t_{P,i}}{\sum t_i} = \frac{\sum \frac{h_{P,i}}{n_i}}{\sum \frac{h_i}{n_i}} \quad (14)$$

$$= \frac{\sum \frac{L_{V,K} \cdot h_i}{n_i}}{\sum \frac{h_i}{n_i}} = \underbrace{\frac{\sum h_i}{\sum h_i}}_{\text{für } n_i = \text{konst.}} L_{V,K}$$

- $L_{V,K}$ Lebensdauer Verhältnis (Lastkollektiv)
- $h_{p,i}$ Lastspielzahl auf Lastniveau i im verkürzten Versuch
- L_V Lebensdauer Verhältnis
- h_i Lastspielzahl auf Lastniveau i
- N_i Ertragbare Lastspielzahl auf Lastniveau i
- t Geforderte Lebensdauer
- t_p Prüfdauer

Das Lebensdauer Verhältnis für Lastkollektivbeanspruchung $L_{V,K}$ entspricht nur unter der Voraussetzung konstanter Drehzahlen dem Lebensdauer Verhältnis für Einstufenbelastungen L_V .

Hierzu können drei Varianten abgeleitet werden, welche die Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit P_A für verkürzte Lebensdauer tests unter Lastkollektivbeanspruchung erlauben. Variante 1 verwendet dazu die statistische Verteilung der Schadenssumme D und kann folglich nur angewendet werden, wenn die Verteilungsparameter hinreichend genau aus systematischen Untersuchungen bekannt sind. Variante 2 und 3 ermöglichen die Anwendung der bekannten Formeln zur Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit P_A basierend auf der Zuverlässigkeit des Lastkollektivs $R_L(t)$. Diese Zuverlässigkeit wird bei Variante 2 basierend auf dem Superpositionsprinzip aus den Zuverlässigkeiten $R_i(t)$ auf jeder Laststufe ermittelt; bei Variante 3 aus einem schadensäquivalenten Einstufenkollektiv. Sind Informationen zur statistischen Verteilung der Schadenssumme D bekannt, ist Variante 1 vorzuziehen. Sind keine Informationen zur statistischen Verteilung der Schadenssumme D vorhanden, sollte die Aussagewahrscheinlichkeit P_A mit Variante 2

ermittelt werden, da diese im Vergleich zu Variante 3 deutlich mehr Einflussparameter berücksichtigt, wie etwa unterschiedliche Drehzahlen pro Laststufe oder die lastabhängige logarithmische Standardabweichung s_{\log} . Die Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit P_A nach Variante 3 ist für eine überschlägige Abschätzung geeignet. Die Varianten sind ausführlich von FZG/Hein [12] beschrieben.

Um unterschiedliche Vorgehensweisen für verkürzte Lebensdauer tests untereinander zu vergleichen, ist darauf zu achten, dass zur Berechnung der Aussagewahrscheinlichkeit P_A durchgehend dieselbe Variante verwendet wird. Mit unterschiedlichen Verfahren berechnete Werte sind nicht miteinander vergleichbar und können auch nicht ineinander überführt werden.

3.2.1 Praktische Anwendung der Variante 1

Im Idealfall ist die Verteilung der erreichten Schadenssummen bis zum Ausfall bereits aus durchgeführten Versuchen mit ähnlichen Komponenten und Lastkollektiven bekannt. Frühere Versuche [4, 23, 24, 26] zeigen, dass sich die Schadenssummen bis zum Ausfall D_{zul} gut durch eine logarithmische Normalverteilung annähern lassen. Beispielsweise ist in Abb. 4 die Zuverlässigkeit $R(D)$ für logarithmisch normalverteilte Schädigungssummen D mit einer logarithmischen Standardabweichung $s_{\log} = 0,3$ und dem Mittelwert $D = 1,0$ aufgetragen. Eine direkte Interpretation der berechneten Zuverlässigkeitswerte ist nur dann möglich, wenn die Schadensakkumulation gegen die 50% / 90% / 99% – Wöhlerlinie erfolgt und die Schadenssumme eins tatsächlich einer Zuverlässigkeit $R(D = 1,0) = 50\% / 90\% / 99\%$ entspricht. Andere Werte müssen umgerechnet werden. Entscheidend ist, dass sowohl für die ursprüngliche Auswertung als auch für die Auswertung verkürzter Lebensdauer tests unter Lastkollektivbeanspruchung dieselbe Schadensakkumulationshypothese verwendet wird.

Ist das statistische Ausfallverhalten bezüglich der Schadenssumme D bekannt, können also die bekannten Zusammenhänge für logarithmisch normalverteilte (falls benötigt: weibullverteilte) Versuchsgrößen auch auf die Berech-

nung von verkürzten Lebensdauerprüfungen unter Lastkollektivbelastung angewandt werden. Werden die Lebensdauern t und t_p durch die Schädigungssummen D und D_p ersetzt sowie das Lebensdauerverhältnis $L_{v,K}$ verwendet, lassen sich die bereits hergeleiteten Gleichungen zur Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit P_A entsprechend der vorhergehenden Abschnitte verwenden, was die Herleitung eines Kennwerts zur statistischer Aus- und Bewertung von verkürzten Lebensdauerersuchen unter Lastkollektivbeanspruchung zulässt.

4 Berechnung von Zuverlässigkeitskennwerten bei Lastkollektivbelastung

Mit Hilfe der vorgestellten Berechnungsmethodik können verschiedene Zuverlässigkeitskennwerte unter Verwendung der Berechnungsgrößen ermittelt werden. Diese werden nachfolgend vorgestellt. Zur generellen Berechnung von Zuverlässigkeiten sei auf Kap. 3 sowie [1, 5, 15, 19, 22] verwiesen. Bei der Betrachtung von Zuverlässigkeiten werden lediglich solche Schäden und Laststufen betrachtet, welche einen Beitrag zur Schadenssumme liefern. Laststufen unterhalb der Dauerfestigkeit werden also bei Anwendung der Schadensakkumulationshypothese Miner original nicht berücksichtigt.

Eine weiterführende Berechnung der Zuverlässigkeiten ist nur möglich, wenn das statistische Ausfallverhalten der untersuchten Schadensarten hinreichend genau bekannt ist (z.B. aus [13]). Bei einer Betrachtung hinsichtlich einer Lastkollektivbelastung sollte vor allem die statistische Verteilung der zulässigen Schadenssummen bekannt sein. Die Anwendbarkeit von Verteilungskennwerten globaler Schadenssummen (z.B. aus [4, 23, 24, 26]) auf eine Berechnung der lokalen Schadenssummen und Zuverlässigkeiten wurde bislang noch nicht umfangreich untersucht.

4.1 Lokale Zuverlässigkeitskenngrößen

Im Rahmen einer lokalen Schadensakkumulation (siehe z.B. FZG/Hein [12]) werden für alle betrachteten Schadensmechanismen lokale Beanspruchungs- sowie Beanspruchbarkeitsgrößen für die untersuchten Laststufen des Lastkollektivs berechnet. Maßgebende Beanspruchungskenngröße ist hierbei die lokale Schadenssumme D_{lokal} für jeden betrachteten Bereich der Zahnflanke. Die Beanspruchbarkeit wird sowohl bei der globalen Betrachtung als auch bei der lokalen Betrachtung mit D_{zul} ausgedrückt.

Üblicherweise ist die statistische Verteilung der Schadenssummen nicht bekannt. Geht man jedoch vom Grenzfall eines Lastkollektivs mit einer Laststufe aus (= Einstufenversuch), so kann für diesen Fall das statistische Ausfall-

verhalten der betrachteten Schadensart im Zeitfestigkeitsgebiet zu Grunde gelegt werden, da die Schadenssumme in diesem Fall direkt proportional zur Lastspielzahl auf diesem Niveau ist. Die zulässige Schadenssumme D_{zul} korreliert dabei mit der Ausfalllastspielzahl N_{Ausfall} . Für Grübchen würde man somit beispielsweise eine Weibullverteilung mit Formparameter $b=3,2$ verwenden und für Zahnfußbruch eine logarithmische Normalverteilung mit lastabhängiger Streuung s_{log} . Im Rahmen der hier getätigten Betrachtungen wird folglich angenommen, dass diese statistischen Verteilungen der Ausfalllastspielzahlen auch auf Lastkollektive mit wenigen Laststufen anwendbar sind. Eine Verifizierung der Anwendbarkeit bei Lastkollektiven mit einer großen Anzahl an Laststufen wurde bisher noch nicht durchgeführt.

Die Überlebenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Schadenssumme wird durch $R(D)$ ausgedrückt. Ermüdungsschäden folgen im Zeitfestigkeitsgebiet üblicherweise einer Weibullverteilung oder einer logarithmischen Normalverteilung. Die Zusammenhänge dafür sind nachfolgend dargestellt:

$$R(D) = e^{(-\frac{D}{T})^b} \tag{15}$$

$$R(D) = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \Pi} \cdot s_{\text{log}}} \cdot \int_0^D \frac{1}{t} \cdot e^{-\left(\frac{\ln(t) - \mu_{\text{log}}}{2 \cdot s_{\text{log}}^2}\right)^2} dt \right) \tag{16}$$

- R(D) Zuverlässigkeit
- D Schadenssumme
- T Charakteristische Lebensdauer
- b Formparameter der Weibullverteilung
- s_{log} Logarithmische Standardabweichung
- t Integrationsvariable
- μ_{log} Logarithmischer Mittelwert

Während Werte für die Weibullverteilung analytisch berechnet werden können, existiert für die logarithmische Normalverteilung keine geschlossene Lösung. Werte müssen mit Hilfe von Tabellen für die Standardnormalverteilung z.B. nach [3] oder mit Hilfe entsprechender Rechenprogramme ermittelt werden.

Zur Berechnung von lokalen Zuverlässigkeitsparametern basierend auf den Verteilungsfunktionen für Einstufenbelastungen im Zeitfestigkeitsgebiet müssen zunächst die Lageparameter T bzw. μ_{log} basierend auf der zulässigen Schädigungssumme D_{zul} sowie der dazugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeit bestimmt werden. Somit sind Form- und Lageparameter der Gleichungen bekannt.

Die lokale Zuverlässigkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit der betrachteten Flankenbereiche z.B. hinsichtlich Grübchenschäden wird folgendermaßen berechnet:

$$R_{\text{lokal,Grübchen}} = R(D_{\text{lokal,Grübchen}}) \quad (17)$$

R(t) Zuverlässigkeit
D Schadenssumme

Die lokale Zuverlässigkeit hinsichtlich aller betrachteten Schadensarten erhält man durch Multiplikation der Einzelzuverlässigkeiten $R_{\text{lokal},i}$ für alle Schadensarten

$$R_{\text{lokal}} = \prod_{\text{Schadensarten } i} R_{\text{lokal},i} \quad (18)$$

R(t) Zuverlässigkeit
i Schadensarten

Hierbei wird davon ausgegangen, dass jede Schadensart für sich genommen zum Totalversagen des Getriebes führen kann. Vergleichende Betrachtungen dieser Zuverlässigkeiten dürfen nur erfolgen, wenn jeweils die gleichen Schadensarten berücksichtigt wurden.

4.2 Globale Zuverlässigkeitskenngrößen

Die Überlegungen zur Berechnung einer globalen Zuverlässigkeit gelten analog zur lokalen Betrachtung. Anstatt der lokalen Schadenssummen D_{lokal} wird hierbei jedoch das Maximum der berechneten lokalen Schadenssummen für die betrachtete Schadensart verwendet:

$$\begin{aligned} R_{\text{global}} &= \prod_{\text{Schadensarten } i} R_{\text{global},i} \\ &= \prod_{\text{Schadensarten } i} R(\max(D_{\text{lokal},i})) \end{aligned} \quad (19)$$

R(t) Zuverlässigkeit
i Anzahl der Schadensarten
D Schadenssumme

Informationen zur Verteilung der Zuverlässigkeiten über der Zahnflanke gehen bei der globalen Betrachtung verloren. Wenn jedoch alle betrachteten Schäden in ähnlichen Zahnflankenbereichen ihren Maximalwert erreichen, liefert auch die globale Zuverlässigkeitsberechnung aussagekräftige Werte. Dies trifft in der Regel jedoch nicht zu. Im Zweifelsfall sind daher die Werte der lokalen Zuverlässigkeitsberechnung zu untersuchen.

Beim Vergleich von globalen Zuverlässigkeiten für verschiedene Auslegungsvarianten ist auch hier darauf zu achten, dass jeweils die gleichen Schadensarten bei der Berechnung berücksichtigt werden.

5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Veröffentlichung wurden erstmalig Methoden der Zuverlässigkeitstestplanung auf die Zahnradschäden Grübchen und Zahnfußbruch angewandt, um die Planung und Auswertung von verkürzten Lebensdauerprüfungen auch aus statistischer Sicht zu ermöglichen. Basierend auf diesen Erkenntnissen kann beispielsweise abgeschätzt werden, ob es sinnvoller ist, wenige Prüflinge bei längerer Prüflaufzeit zu testen, oder viele Prüflinge bei kürzerer Prüflaufzeit. Darüber hinaus ermöglichen die aufgezeigten Zusammenhänge auch die Auswertung von Versuchen bei Lastkollektivbelastung sowie die allgemeine Abschätzung von Zuverlässigkeitskennwerten für Zahnradgetriebe, wenn genügend Daten hierzu vorhanden sind.

Maßgebliche Eingangsgröße zur korrekten Anwendbarkeit der Methoden ist das statistische Ausfallverhalten der betrachteten Schadensmechanismen [13]. Ist dieses bekannt, so ist die gezeigte Methodik auch für andere Schadensmechanismen anwendbar.

Danksagung Die Inhalte dieser Veröffentlichung sind zum Teil im Rahmen des Forschungsvorhabens FVA 554 II „Systemlebensdauerprüfung II“ entstanden. Das Forschungsvorhaben FVA 554 II wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der Industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (BMWi) aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.

Funding Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

Literatur

- Bertsche B, Lechner G (2004) Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau – Ermittlung von Bauteil- und System-Zuverlässigkeiten, 3. Aufl. Springer, Berlin
- Bretl N, Schurer S, Tobie T, Stahl K, Höhn B-R (2013) Investigations on tooth root bending strength of case hardened gears in the range of high cycle fatigue. In: 2013 Fall Technical Meeting (FTM). American Gear Manufacturers Association, Indianapolis
- Bronštejn IN, Semendjaev KA, Musiol G, Mühlig H (2013) Taschenbuch der Mathematik, 9. Aufl. Europa-Lehrmittel, Haan-Gruiten
- Eberspächer C, Höhn B-R (1995) Zahnflankenlebensdauer Abschlussbericht – Untersuchungen zur nicht-linearen Schädigung bei der Grübchenbildung an Zahnflanken. FVA-Nr. 125/ III – Heft 457. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt am Main
- Haibach E (2006) Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung, 3. Aufl. Springer, Berlin
- Hein M, Ziegler A, Tobie T, Stahl K (2014) System service life testing: Shortened test method for vehicle transmissions – Systemlebensdauerprüfung: verkürztes testverfahren für Getriebe in Kraftfahrzeugen. Drivetrain for Vehicles / Getriebe in Fahrzeugen – VDI-Bericht 2218. VDI – Verein Deutscher Ingenieure, Friedrichshafen
- Hein M, Tobie T, Stahl K (2016) Systemlebensdauerprüfung II Abschlussbericht – Verkürztes Testverfahren für Getriebe und Antriebsselemente zur Bestätigung der Betriebsfestigkeit der Bauteile. IGF Nr. 17347, FVA-Nr. 554 II – Heft 1178. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main
- Hein M, Kunze C, Lee J-K, Tobie T, Stahl K (2017) Customer-focused modular test procedure for driveline components. Getriebe in Fahrzeugen 2017 – VDI-Bericht 2313. VDI – Verein Deutscher Ingenieure, Bonn
- Hein M, Tobie T, Stahl K (2017) Calculation of tooth flank fracture load capacity – practical applicability and main influence parameters – 17FTM21. In: 2017 Fall Technical Meeting (FTM). American Gear Manufacturers Association, Columbus
- Hein M, Tobie T, Stahl K (2017) Parameter study on the calculated risk of tooth flank fracture of case hardened gears. In: Motion and Power Transmissions – MPT 2017. JSME, Kyoto <https://doi.org/10.1299/jsmeimpt.2017.05-06>
- Hein M, Tobie T, Stahl K (2017) Test method for time-scaled fatigue tests of gear transmission systems. Forsch Ingenieurwes 81(2/3):291–297. <https://doi.org/10.1007/s10010-017-0226-0>
- Hein M (2018) Zur ganzheitlichen betriebsfesten Auslegung und Prüfung von Getriebezahnrädern. Dissertation, Technische Universität München
- Hein M, Geitner M, Tobie T, Stahl K, Pinnekamp B (2018) Reliability of gears—determination of statistically validated material strength numbers – 18FTM26. In: 2018 Fall Technical Meeting (FTM). American Gear Manufacturers Association, Chicago, USA
- Hein M, Tobie T, Stahl K (2018) Holistic approach for fatigue life design of vehicle transmissions. Dritev 2018—Drivetrain for Vehicles—VDI-Berichte 2328. VDI—Verein Deutscher Ingenieure, Bonn
- Henning H-J, Wilrich P-T, Graf, Stange (1987) Formeln und Tabellen der angewandten mathematischen Statistik, 3. Aufl. Springer, Berlin Heidelberg New York
- ISO 6336-2:2006-09 (2006) Calculation of load capacity of spur and helical gears—Part 2: Calculation of surface durability (pitting)
- ISO 6336-3:2006-09 (2006) Calculation of load capacity of spur and helical gears—Part 3: Calculation of tooth bending strength
- König J, Koller P, Tobie T, Stahl K (2017) Influence of additional surface finishing to the material properties and the flank load carrying capacity of case-hardened gears with grinding burn. J Adv Mech Des Syst Manuf. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2017jamdsm0075>
- Mauch H (1999) Lebensdauerstatistik Abschlussbericht – Statistische methoden zur Beurteilung von Bauteillebensdauer und Zuverlässigkeit und ihre beispielhafte Anwendung auf die Zahnräder. IGF Nr. 11154, FVA-Nr. 304/I – Heft 591
- Niemann G, Winter H (2003) Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe-Grundlagen, Stirnradgetriebe, 2. Aufl. Maschinenelemente, Bd. 2. Springer, Berlin Heidelberg New York
- Reimann T, Stemplinger J-P, Stahl K (2015) The scuffing test A/44/Cr—a method for testing the scuffing and wear behavior of hypoid oils. Tribol Schmierungstech 62(2):46–53 (Der Fressstest A/44/Cr – Eine Methode zur Prüfung des Fress- und Verschleißverhaltens von Hypoidölen)
- Sachs L (2009) Angewandte Statistik Methodensammlung mit R, 13. Aufl. Springer, Berlin
- Schaller KV (1991) Zahnradlebensdauerprüfung Abschlussbericht – Betriebsfestigkeitsuntersuchung zur Grübchenbildung an einsatzgehärteten Stirnflanken. IGF Nr. 7609, FVA-Nr. 125/ II – Heft 320. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt am Main
- Stahl K (1996) Zahnfuß-Betriebsfestigkeit Abschlussbericht – Zahnfuß-Betriebsfestigkeitsuntersuchungen an einsatzgehärteten Zahnrädern. IGF Nr. 9889, FVA-Nr. 188/II – Heft 502. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt am Main
- Stahl K (1999) Lebensdauerstatistik Abschlussbericht – Statistische Methoden zur Beurteilung von Bauteillebensdauer und Zuverlässigkeit und ihre beispielhafte Anwendung auf Zahnräder. IGF Nr. 11154, FVA-Nr. 304/I – Heft 580
- Suchandt T (1993) Zahnfuß-Betriebsfestigkeit Abschlussbericht – Zahnfuß-Betriebsfestigkeitsuntersuchungen an einsatzgehärteten Zahnrädern. IGF Nr. 8387, FVA-Nr. 188/I – Heft 408. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt am Main
- Tobie T, Höhn B-R, Stahl K (2013) Tooth flank Breakage—Influences on subsurface initiated fatigue failures of case hardened gears. In: ASME 2013 DETC. ASME, Portland
- Ziegler A, Michaelis K, Höhn B-R (2011) Systemlebensdauerprüfung Abschlussbericht – Verkürztes Testverfahren für Getriebe und Antriebsselemente zur Bestätigung der Betriebsfestigkeit der Bauteile (Raffung). IGF Nr. 15432, FVA-Nr. 554/I – Heft 978. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main
- Ziegler AG (2011) Zur verkürzten Systemlebensdauerprüfung von Zahnradgetrieben. Dissertation, Technische Universität München