

Technische Universität München

Fakultät für Maschinenwesen

Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik

**Einfluss elastokinematischer Achskennwerte  
auf die Fahrdynamik**

Stefan Büchner, M.Sc.

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Markus Lienkamp

2. Prof. Markus Zimmermann, Ph.D.

Die Dissertation wurde am 10.02.2020 bei der Technischen Universität München eingereicht  
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 31.08.2020 angenommen.



# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik der Technischen Universität München von März 2016 bis Februar 2019. Das Forschungsprojekt fand in Kooperation mit der BMW Group statt.

An erster Stelle gebührt mein Dank Prof. Dr.-Ing. Markus Lienkamp, der mir die Gelegenheit zur Promotion ermöglicht hat, für die angenehmen Rahmenbedingungen und die umfangreichen Freiheiten am Lehrstuhl sowie für das entgegengebrachte Vertrauen in meine Arbeit. Weiterhin möchte ich mich bei Prof. Dr. Markus Zimmermann für die unkomplizierte Bereitschaft zur Zweitprüfung und bei Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann für den Prüfungsvorsitz bedanken.

Meinen Kollegen am Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik danke ich für die sehr schöne Zeit während der letzten Jahre, für den fachlichen Austausch sowie für die Unterstützung bei allen Problemen und Fragen. Vor allem den Kollegen der Forschungsgruppe Fahrdynamik möchte ich für die zahlreichen Diskussionen und kritischen Anregungen danken, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Des Weiteren gilt Daniel Killian und Johannes Betz mein Dank für die vielen Anregungen und Anmerkungen bei der Korrektur dieser Arbeit.

Meinen Kollegen des Projektpartners BMW Group und vor allem den Kollegen in meiner ehemaligen (und immer noch aktuellen) Abteilung LT-22 danke ich für die tolle Zeit und die stets vorhandene Unterstützung, ohne die das Forschungsprojekt in diesem Rahmen nicht möglich gewesen wäre. Großer Dank gilt dabei besonders den Kollegen der Forschung Fahrdynamik, die immer ein offenes Ohr für meine Fragen hatten und mir mit ihrer außerordentlichen Erfahrung im Fahrwerksbereich stets weitergeholfen haben. Auch Andreas Gleser und den Kollegen bei EF-23 möchte ich für die vielen Anregungen und Diskussionen danken.

Dr. Ralf Stroph danke ich herzlichst für die Betreuung der Promotion seitens der BMW Group, für die unermüdliche Motivation zur Fertigstellung dieser Arbeit sowie für die Möglichkeit auch weiterhin in der Fahrwerksentwicklung tätig sein zu können. Ein außerordentlicher Dank gebührt außerdem Norbert Deixler für seine Unterstützung bei der Mehrkörpersimulation, für die stundenlangen fachlichen Diskussionen sowie die zahlreichen Ideen und für das große Interesse an meiner Arbeit.

Meinen Studenten, allen voran Martin Schweizer, Patrick Streubel, Robert Buchmann, Kevin Pöllath und Pietro Grilli, danke ich für ihr großes Engagement und ihren Beitrag zu dieser Arbeit.

Der größte Dank jedoch gilt meiner Familie und besonders meinen Eltern, die stets jeden meiner Schritte bedingungslos befürworten, für ihr entgegengebrachtes Verständnis in manch stressiger Zeit und ihre großartige Unterstützung in den letzten Jahren.

Garching, im Februar 2020

Stefan Büchner



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis .....</b>	<b>V</b>
<b>Formelzeichen.....</b>	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Motivation.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Ziele und Randbedingungen der Arbeit .....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 Weiterer Aufbau der Arbeit.....</b>	<b>5</b>
<b>2 Stand der Technik und Wissenschaft.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 Fahrwerksentwicklungsprozess .....</b>	<b>7</b>
<b>2.2 Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung .....</b>	<b>9</b>
2.2.1 Kinematik .....	10
2.2.2 Elastokinematik.....	28
2.2.3 Elastodynamik .....	37
2.2.4 Gesamtfahrzeug .....	40
<b>3 Ableitung der Themenstellung aus Stand der Technik und Wissenschaft.....</b>	<b>41</b>
<b>3.1 Kritik am Stand der Technik und Wissenschaft .....</b>	<b>41</b>
<b>3.2 Ableitung der Themenstellung.....</b>	<b>42</b>
<b>4 Vorgehen und Methodik.....</b>	<b>43</b>
<b>4.1 Modellbildung in der Mehrkörpersimulation.....</b>	<b>43</b>
4.1.1 Modellierung der Radaufhängung .....	44
4.1.2 Modellierung der Lenkung .....	45
4.1.3 Modellierung des Rades .....	45
4.1.4 Achs- und Gesamtfahrzeugmodell .....	46
<b>4.2 Ableitung von Achs- und Fahrzeugmodellen .....</b>	<b>47</b>
4.2.1 Variation von Fahrzeugkonzept und Modellparametern .....	47
4.2.2 Variation von Systemgrenze und Modellierungstiefe .....	49
<b>4.3 Definition der Lastfälle und Manöver .....</b>	<b>50</b>
4.3.1 Achsanalysen .....	50
4.3.2 Gesamtfahrzeugsimulation .....	52

<b>4.4</b>	<b>Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix .....</b>	<b>52</b>
4.4.1	Nachgiebigkeitsmatrix zur Abbildung der Achseigenschaften .....	53
4.4.2	Umsetzung der Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix .....	55
4.4.3	Berechnung von Achskennwerten aus der Nachgiebigkeitsmatrix .....	56
4.4.4	Verifikation der berechneten Achskennwerte .....	74
<b>4.5</b>	<b>Beantwortung der Forschungsfragen .....</b>	<b>76</b>
4.5.1	Einfluss der Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte .....	76
4.5.2	Erweiterung und Vertiefung der elastokinematischen Achsanalyse .....	77
4.5.3	Dynamische Einflüsse und Reifenverhalten bei der Achsauslegung .....	78
4.5.4	Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext .....	78
<b>5</b>	<b>Ergebnisse .....</b>	<b>81</b>
<b>5.1</b>	<b>Verifikation der berechneten Achskennwerte .....</b>	<b>81</b>
5.1.1	Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte .....	81
5.1.2	Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen .....	83
<b>5.2</b>	<b>Einordnung kinematischer Achskennwerte .....</b>	<b>84</b>
5.2.1	Abweichungen durch Einfluss der Nachgiebigkeiten .....	84
5.2.2	Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse .....	85
<b>5.3</b>	<b>Elastokinematik .....</b>	<b>86</b>
5.3.1	Wirksame Lenkachse und elastokinematische Lenkachse .....	86
5.3.2	Einflüsse der Lenkung auf Achskennwerte .....	89
5.3.3	Einflüsse des Reifens auf Achskennwerte .....	91
5.3.4	Visualisierung der Achseigenschaften .....	94
5.3.5	Zusammenfassung der Ergebnisse .....	95
<b>5.4</b>	<b>Elastodynamik .....</b>	<b>96</b>
5.4.1	Dynamische Einflüsse bei der Achsauslegung .....	96
5.4.2	Achsanalysen mit Abbildung des Reifenverhaltens .....	97
<b>5.5</b>	<b>Gesamtfahrzeug .....</b>	<b>98</b>
5.5.1	Sensitivitätsanalyse .....	99
5.5.2	Korrelationsanalyse .....	100
<b>6</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse .....</b>	<b>101</b>
<b>6.1</b>	<b>Einschränkungen im Rahmen der Arbeit .....</b>	<b>101</b>
<b>6.2</b>	<b>Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix .....</b>	<b>102</b>
<b>6.3</b>	<b>Bedeutung kinematischer Achskennwerte .....</b>	<b>103</b>
<b>6.4</b>	<b>Vertiefung der elastokinematischen Betrachtung .....</b>	<b>103</b>

<b>6.5</b>	<b>Dynamische Einflüsse und Reifenverhalten.....</b>	<b>104</b>
<b>6.6</b>	<b>Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext.....</b>	<b>104</b>
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>105</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>i</b>
	<b>Tabellenverzeichnis.....</b>	<b>v</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>vii</b>
	<b>Vorveröffentlichungsliste .....</b>	<b>xxi</b>
	<b>Anhang .....</b>	<b>xxiii</b>





# Abkürzungsverzeichnis

ABS	Anti-Blockier-System
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CAx	Computer Aided x
DoE	Design of Experiments (statistische Versuchsplanung)
DQ	Doppelquerlenkerachse
DQ1	Zweiteilige Doppelquerlenkerachse
DQ2	Aufgelöste Doppelquerlenkerachse
EEM	Equivalent Elastic Mechanism
EPS	Electric Power Steering (elektromechanische Lenkung)
FB	Federbeinachse
FEM	Finite-Elemente-Methode
IC	Instant center (Momentanpol)
K&C	Kinematics and Compliance (Kinematik und Elastokinematik)
LMNP	Lenkmomentneutraler Punkt
LNP	Längskraftneutraler Punkt
LRR	Lenkrollradius
MF	Magic Formula
MKS	Mehrkörpersimulation
NLS	Nachlaufstrecke
NSP	Neutral Steer Point
NVH	Noise, Vibration and Harshness
PEP	Produktentwicklungsprozess
RC	Roll center (Wankzentrum)
RLH	Radlasthebelarm
RLNP	Radlastneutraler Punkt
SNP	Seitenkraftneutraler Punkt
SUV	Sport Utility Vehicle
VNP	Vorspurneutraler Punkt



# Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$\mathbf{A}_{\text{sys}}$	variabel	Systemmatrix
$\mathbf{B}_{\text{sys}}$	variabel	Eingangsmatrix
$\mathbf{C}$	variabel	Nachgiebigkeitsmatrix
$c_{i,j}$	variabel	Nachgiebigkeit in bzw. um $i$ bzgl. Kraft bzw. Moment in bzw. um $j$
$\mathbf{C}_{km}$	variabel	Nachgiebigkeitsmatrix zwischen den Körpern $k$ und $m$
$\mathbf{C}_n$	variabel	Nachgiebigkeitsmatrix für $n$ Körper
$C_{rj,Fi}$	rad/N	Nachgiebigkeit um $j$ bezüglich Kraft in $i$
$C_{rx,Fy,cp}$	rad/N	Sturznachgiebigkeit bzgl. Querkraft im Radaufstandspunkt
$C_{rx,Fz}$	rad/N	Sturznachgiebigkeit bzgl. Vertikalkraft im Radaufstandspunkt
$C_{ry,Fx,cp}$	rad/N	Aufziehnachgiebigkeit bzgl. Längskraft im Radaufstandspunkt
$C_{rz,Fx,cp}$	rad/N	Vorspurnachgiebigkeit bzgl. Längskraft im Radaufstandspunkt
$\mathbf{C}_{\text{sys}}$	variabel	Ausgangsmatrix
$\mathbf{d}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor
$\mathbf{d}_{\text{arb}}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des Stabilisators
$d_{\text{arb,arc}}$	mm	Stabilisatorbogenweg (Translation des Stabilisators)
$\mathbf{d}_{\text{chass}}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des Aufbaus
$\mathbf{d}_{\text{damp}}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des Dämpfers
$d_{\text{damp,t,mg}}$	mm	Dämpferweg (Translation des Dämpfers)
$\mathbf{d}_k$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des Körpers $k$
$\mathbf{d}_r$	rad	Rotationsvektor
$\mathbf{d}_{\text{rack}}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor der Zahnstange
$d_{\text{rack,ty}}$	mm	Translation der Zahnstange in $y$ -Richtung
$d_{ri}$	rad	Rotation um $i$

$d_{spr}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor der Feder
$d_{spr,t,mg}$	mm	Federweg (Translation der Feder)
$d_{steerWhl}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des Lenkrads
$d_{steerWhl,r}$	rad	Lenkradwinkel
$d_t$	mm	Translationsvektor
$d_{ti}$	mm	Translation in Richtung i
$d_{wl}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des linken Rades
$d_{wl,r}$	rad	Rotation des linken Rades
$d_{wl,ry}$	rad	Rotation des linken Rades um y
$d_{wl,rz}$	rad	Rotation des linken Rades um z
$d_{wl,t}$	mm	Translation des linken Rades (bzgl. Radmitte)
$d_{wl,t,cp}$	mm	Translation des Radaufstandspunkts des linken Rades
$d_{wl,tz}$	mm	Translation des linken Rades in z-Richtung
$d_{wl,wt}$	mm	Radhub des linken Rades
$d_{wr}$	mm bzw. rad	Translations- und Rotationsvektor des rechten Rades
$d_{wr,rz}$	rad	Rotation des rechten Rades um z
$F$	N	Kraft
$\mathbf{F}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor
$\mathbf{F}_{arb}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des Stabilisators
$F_{br}$	N	Bremskraft
$\mathbf{F}_{chass}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des Aufbaus
$\mathbf{F}_{damp}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des Dämpfers
$F_i$	N	Kraft in Richtung i
$\mathbf{F}_k$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des Körpers k
$\mathbf{F}_r$	N mm	Momentenvektor
$\mathbf{F}_{rack}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. der Zahnstange
$\mathbf{F}_{rack,y}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. der Zahnstange (Kraft auf die Zahnstange in y-Richtung)
$\mathbf{F}_{spr}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. der Feder
$\mathbf{F}_{steerWhl}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des Lenkrads
$\mathbf{F}_{steerWhl,M}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des Lenkrads (Lenkmoment)
$\mathbf{F}_t$	N	Kraftvektor
$\mathbf{F}_{wl}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades

$F_{wl,rz}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Moment um z-Achse)
$F_{wl,x,cp}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Längskraft auf Fahrbahnhöhe bzw. Längskraft im Radaufstandspunkt)
$F_{wl,x,wc}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Längskraft auf Radmittenhöhe bzw. Längskraft im Radmittelpunkt bzw. Längskraft bezogen auf Radmittelpunkt)
$F_{wl,y,cp}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Querkraft auf Fahrbahnhöhe bzw. Querkraft im Radaufstandspunkt)
$F_{wl,y,wc}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Querkraft auf Radmittenhöhe bzw. Querkraft im Radmittelpunkt bzw. Querkraft bezogen auf Radmittelpunkt)
$F_{wl,z,cp}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Vertikalkraft im Radaufstandspunkt)
$F_{wl,z,wc}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des linken Rades (Vertikalkraft bezogen auf Radmittelpunkt)
$F_{wr}$	N bzw. N mm	Kraft- und Momentenvektor bzgl. des rechten Rades
$i$	-	Freiheitsgrad x, y oder z
$i_{arb}$	-	Stabilisatorübersetzung
$i_{damp}$	-	Dämpferübersetzung
$i_{link}$	mm	Lenkgestängeübersetzung
$i_s$	-	Gesamtlenkübersetzung
$i_{spr}$	-	Federübersetzung
$i_{trans}$	rad/mm	Lenkgetriebeübersetzung
$j$	-	Freiheitsgrad x, y oder z
$K$	variabel	Steifigkeitsmatrix
$K_{rx}$	N mm/rad	Sturzsteifigkeit
$K_{ry}$	N mm/rad	Aufziehsteifigkeit
$K_{rz}$	N mm/rad	Vorspursteifigkeit
$K_x$	N/mm	Längssteifigkeit
$K_{x,cp}$	N/mm	Längssteifigkeit im Radaufstandspunkt
$K_{x,wc}$	N/mm	Längssteifigkeit im Radmittelpunkt
$K_{y,cp}$	N/mm	Quersteifigkeit im Radaufstandspunkt
$K_z$	N/mm	Vertikalsteifigkeit im Radaufstandspunkt
$M$	N mm	Moment
$M_i$	N mm	Moment um i

## Formelzeichen

---

$M_s$	N mm	Lenkmoment
$n$	-	Anzahl der Körper des Systems
$n_e$	mm	Seitenkraftneutraler Punkt auf Fahrbahnhöhe (auch elastokinematische Nachlaufstrecke)
$n_k$	mm	Kinematische bzw. wirksame Nachlaufstrecke
$n_{\tau,e}$	mm	Seitenkraftneutraler Punkt auf Radmittenhöhe (auch elastokinematischer Nachlaufversatz)
$n_{\tau,k}$	mm	Kinematischer bzw. wirksamer Nachlaufversatz
$p_e$	mm	Radlastneutraler Punkt (auch elastokinematischer Radlasthebelarm)
$p_k$	mm	Radlasthebelarm
$R$	mm	Reifenradius
$r_e$	mm	Längskraftneutraler Punkt auf Fahrbahnhöhe (auch elastokinematischer Lenkrollradius)
$r_k$	mm	Kinematischer bzw. wirksamer Lenkrollradius
$r_{T,k}$	mm	Kinematischer bzw. wirksamer Triebkrafthebelarm
$\mathbf{r}_{wc,cp}$	mm	Abstandsvektor vom Radmittel- zum Radaufstandspunkt
$r_{\sigma,e}$	mm	Längskraftneutraler Punkt auf Radmittenhöhe (auch elastokinematischer Spreizungsversatz)
$r_{\sigma,k}$	mm	Kinematischer bzw. wirksamer Spreizungsversatz
$s$	mm	Spurweite
$\mathbf{u}$	variabel	Eingangsvektor
$\mathbf{x}$	variabel	Zustandsvektor
$x_{IC_{xz}}$	mm	Längspol x-Koordinate
$x_{M1,M3}$	mm	Abstand zwischen den Markern M1 und M3 in x-Richtung
$x_{wc}$	mm	Abstand vom Radmittelpunkt in x-Richtung
$x_{wc,cp}$	mm	Abstand zwischen Radmittelpunkt und Radaufstands- punkt in x-Richtung
$\mathbf{y}$	variabel	Ausgangsvektor
$y_{IC_{yz}}$	mm	Querpol y-Koordinate
$y_{M1,M3}$	mm	Abstand zwischen den Markern M1 und M3 in y-Richtung
$y_{wc}$	mm	Abstand vom Radmittelpunkt in y-Richtung
$y_{wc,cp}$	mm	Abstand zwischen Radmittelpunkt und Radaufstands- punkt in y-Richtung
$z_{IC_{xz}}$	mm	Längspol z-Koordinate
$z_{IC_{yz}}$	mm	Querpol z-Koordinate

---

$z_{M1,M3}$	mm	Abstand zwischen den Markern M1 und M3 in z-Richtung
$z_{RC}$	mm	Wankzentrumshöhe
$z_{wc}$	mm	Abstand vom Radmittelpunkt in z-Richtung
$z_{wc,cp}$	mm	Abstand zwischen Radmittelpunkt und Radaufstandspunkt in z-Richtung
$\gamma$	°	Sturzwinkel
$\delta$	°	Spurwinkel
$\delta_m$	rad	Mittlerer Radeinschlagswinkel
$\varepsilon_{x,cp}$	°	Bremsabstützwinkel
$\varepsilon_{x,wc}$	°	Schrägfederungswinkel
$\varepsilon_{y,cp}$	°	Seitenkraftabstützwinkel
$\theta$	°	Anstellung des Lenkrads gegenüber x-Achse
$\sigma_e$	°	Elastokinematischer Spreizungswinkel
$\sigma_k$	°	Kinematischer bzw. wirksamer Spreizungswinkel
$\tau_e$	°	Elastokinematischer Nachlaufwinkel
$\tau_k$	°	Kinematischer bzw. wirksamer Nachlaufwinkel





# 1 Einleitung

*„Mobilität wird auch in den nächsten 50 Jahren hauptsächlich mit Fahrzeugen mit Fahrbahnkontakt (...) stattfinden und daher wird das Fahrwerk auch in den nächsten 50 Jahren aktuell bleiben, unabhängig davon, was für eine Energie- bzw. Antriebsart es fortbewegt“ [1, S. 976].*

Trotz der gegenwärtigen Trends in der Automobilindustrie, wie zunehmender Elektrifizierung, Digitalisierung und Automatisierung [2, S. 12], wird das Fahrwerk auch in Zukunft eine wichtige Rolle spielen [1, S. 2]. Mit seinen Komponenten und der dazugehörigen Elektronik trägt es zu einem erheblichen Teil des Gesamtfahrzeugwertes bei [1, S. 3, 3, S. 175]. Außerdem beeinflusst es ungefähr die Hälfte der Kriterien von Kunden, die kaufentscheidend sind [4, S. 4]. Das Fahrwerk definiert in großem Maße die Fahrdynamik, die Fahrsicherheit und den Fahrkomfort des Fahrzeugs, weil es die Verbindung zwischen Fahrzeug und Straße darstellt [1, S. 28, 5, S. 736]. Daneben beeinflusst es eine Vielzahl weiterer Gesamtfahrzeugeigenschaften [1, S. 25, 5, S. 736]. Die Eigenschaften des Fahrwerks werden grundsätzlich durch das gewählte Achskonzept und die Auslegung der Achse festgelegt [1, S. 21-22, 5, S. 1280]. Vor allem letzteres nimmt einen großen Anteil an Zeit und Kosten im Fahrwerksentwicklungsprozess ein.

Die Automobilindustrie ist mehr denn je von einem zunehmenden Wettbewerb geprägt, der zu einem steigenden Kostendruck sowie immer kürzeren Entwicklungszeiten führt und damit auch die Fahrwerksentwicklung betrifft [1, S. 251, S. 275, 6, S. 1, 7, S. 6-7, 8, S. 39-40]. Gleichzeitig steigen die Kundenanforderungen hinsichtlich fahrdynamischer Eigenschaften immer weiter [1, S. 915, 9, S. 13]. Die Zunahme der Anzahl von Fahrzeugbaureihen und Derivaten führt zu einem erhöhten Aufwand für die Abstimmung und Absicherung des Fahrwerks [1, S. 12, 10, S. 536, 11, S. 10]. Stärkere Standardisierung im Rahmen von Baukästen und Architekturen, auch im Fahrwerksbereich, treibt die Anforderungen an das Fahrwerk weiter nach oben [1, S. 249, S. 299, 5, S. 1260, 12, S. 513]. Insgesamt haben diese Faktoren die Komplexität des Fahrwerksentwicklungsprozesses deutlich erhöht [1, S. 298, S. 914, 13, S. 9]. Die zunehmende Elektrifizierung und Automatisierung des Fahrzeugs beeinflussen die Anforderungen, die an das Fahrwerk gestellt werden, sodass sich Änderungen beim Fahrwerkskonzept und bei der Auslegung ergeben [1, S. 22, S. 299, S. 939, S. 949, 5, S. 1277]. Infolge dieser Trends und veränderten Rahmenbedingungen kann das Vorgehen der letzten Jahre, bei dem das Fahrwerk des Vorgängermodells nur angepasst und weiterentwickelt wurde, nicht einfach fortgeführt werden [1, S. 48].

## 1.1 Motivation

Um diese zunehmend schwierigeren Anforderungen und Herausforderungen im Fahrwerksentwicklungsprozess zu beherrschen, ist die numerische Simulation heutzutage ein elementarer Bestandteil der Fahrwerksentwicklung und vor allem der Achsauslegung, bevor darauf aufbauend die Abstimmung des Fahrwerks im Fahrversuch erfolgt [1, S. 256-257, S. 265-268, 5, S. 1284]. Die Simulation, die auch als Computer Aided Engineering (CAE) bezeichnet wird und Teil

der CAx-Methoden ist, spielt eine entscheidende Rolle bei der virtuellen Produktentwicklung [14, S. 8-9]. Die virtuelle Phase ist mittlerweile fest verankert im Fahrzeugentwicklungsprozess [5, S. 1283, 15, S. 100]. In der Fahrwerkstechnik ist die Simulation weit verbreitet, vor allem in Form der Mehrkörpersimulation (MKS) und der Finite-Elemente-Methode (FEM) [1, S. 251-287]. In der Simulation können neue Varianten ohne teure Bauteile oder Prototypen schnell erzeugt und bewertet werden [16, S. 44]. Konstruktive Änderungen können dadurch schneller durchgeführt werden und schaffen die Grundlage für die Optimierung [1, S. 256]. Die einfache Umsetzbarkeit von Sensitivitätsanalysen ermöglicht es, komplexe Zusammenhänge zu analysieren [16, S. 44]. Es können ohne Risiko frühzeitig Kenntnisse über das System gewonnen werden [16, S. 44]. Dadurch können mögliche Zielkonflikte früher entdeckt und gelöst werden [5, S. 1283]. Zusammengefasst können durch den Einsatz von Simulationen in der Produktentwicklung die Entwicklungskosten und -zeiten reduziert, Varianten und Komplexität besser beherrscht und die Eigenschaften verbessert werden [16, S. 44-45, 17, S. 9, 18, S. 7].

Simulationen werden in Zukunft weiter an Bedeutung gewinnen und einen größeren Anteil der Entwicklungszeit einnehmen (Abbildung 1.1) [1, S. 251, 5, S. 1287]. Während einerseits physikalische Versuche durch entsprechende Simulationen ersetzt werden können, kann andererseits auf einen Teil der physikalischen Versuche ganz verzichtet werden, weil bereits mit der Simulation ein ausreichend hoher Reifegrad erreicht wird [14, S. 9, 16, S. 44-45, 18, S. 7-8, 19, S. 2, 20, S. 423]. Dadurch kann der Umfang der Fahrversuche auf die Feinabstimmung beschränkt werden [15, S. 100]. Die Reduzierung physikalischer Versuche ist besonders bei der Achsauslegung von Bedeutung, weil das Verhalten der Achse im Wesentlichen immer noch durch deren mechanische Bauteile bestimmt wird, sodass entsprechende Anpassungen mit einem höheren Aufwand einhergehen als dies beispielsweise bei Softwareänderungen der Fall ist [1, 298, 16, S. 44, 19, S. 2].

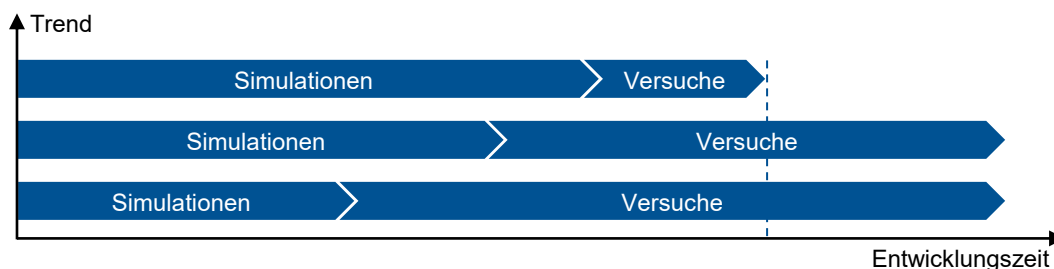


Abbildung 1.1: Reduzierung von Entwicklungskosten und -zeiten durch Simulationen anstelle von physikalischen Versuchen nach [16, S. 45, 19, S. 2]

Mit dem zunehmenden Einsatz von Simulationen werden Entwicklungstätigkeiten und -entscheidungen, auch in der Fahrwerksentwicklung, auf Basis virtueller Versuche in frühere Entwicklungsphasen verlagert (Abbildung 1.2), was als *Frontloading* bezeichnet wird [16, S. 44, 21, S. 558, 22, S. 19, 23, S. 31]. Mit Hilfe von Simulationen können Eigenschaften früher im Entwicklungsprozess bestimmt werden, sodass bereits in früheren Entwicklungsphasen umfangreichere Kenntnisse vorhanden sind [18, S. 284, 19, S. 2, 24, S. 159]. Durch die Überschneidung von Teilprozessen können verschiedene Fahrzeugkomponenten bereits früher aufeinander abgestimmt werden [18, S. 8-9, 25, S. 4]. Darüber hinaus tragen Simulationen zu einem besseren Verständnis von komplexen Zusammenhängen bei [16, S. 44]. Dadurch lassen sich Unsicherheiten und Wissenslücken reduzieren [21, S. 558]. Außerdem kann die Qualität von Entscheidungen erhöht werden [16, S. 45]. Das Ganze führt dazu, dass Probleme oder Fehler früher im Entwicklungsprozess erkannt werden, wenn noch mehr Freiheiten bei der Gestaltung von Änderungen vorhanden sind [18, S. 284, 23, S. 18]. Insgesamt können aus diesen Gründen spätere

Änderungen, die mit höheren Kosten und einem höheren Aufwand verbunden sind, reduziert oder vermieden werden [23, S. 18, 24, S. 198-199]. Dieses Thema ist deswegen in der Fahrwerksentwicklung, vor allem unter den veränderten Rahmenbedingungen, von Bedeutung.

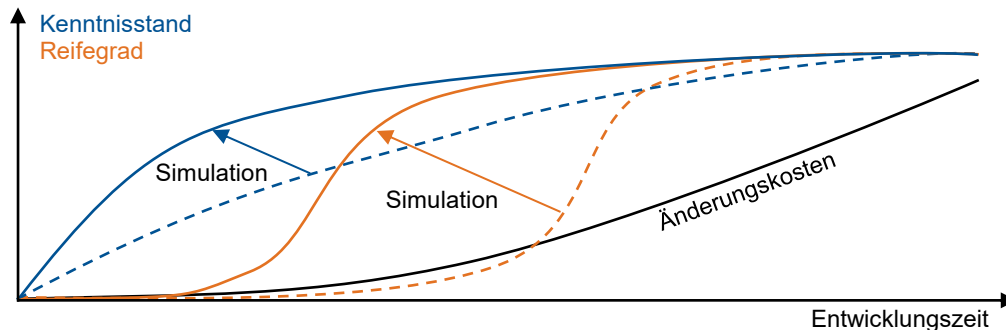


Abbildung 1.2: Frontloading im Entwicklungsprozess durch den Einsatz von Simulationen zur Verbesserung des Reifegrads und Kenntnisstands nach [18, S. 8, 23, S. 18, 24, S. 159]

Im Fahrwerksbereich sind numerische Simulationen wegen der bereits hohen Prognosegüte vor allem bei der Auslegung der Kinematik und Elastokinematik im Einsatz [5, S. 1291, 6, S. 3]. Simulationen können deswegen als Ausgangsbasis für die Bewertung der Eigenschaften der Achse verwendet werden. Die Bewertung erfolgt anhand von spezifischen Kennwerten, die sich aus dem gewählten Achskonzept sowie den Achs- bzw. Fahrzeugparametern ergeben und eine Aussage über die Eigenschaften des Fahrwerks sowie das daraus resultierende Fahrzeugverhalten ermöglichen [1, S. 47, S. 255, 26, S. 2, 27, S. 4-5, 28, S. 844]. Achskennwerte stellen somit einen Zusammenhang her zwischen der Konstruktion sowie der Auslegung der Achse und deren Eigenschaften (Abbildung 1.3) [1, S. 255, 29, S. 27, 30, S. 45, 31, S. 97]. Außerdem wird mit Hilfe von Achskennwerten ein Vergleich zwischen verschiedenen Achskonzepten und Varianten möglich [29, S. 27]. Es lassen sich Zielbereiche für die Achskennwerte ableiten, innerhalb derer die Anforderungen an das Fahrwerk erfüllt werden [1, S. 47]. Aus diesem Grund werden Achskennwerte für die Zielwertkaskadierung verwendet, um aus den Zielwerten für die Achse die Anforderungen an die einzelnen Komponenten abzuleiten [1, S. 254-256, 28, S. 844]. Weiterhin dienen Achskennwerte als wichtige Zielgrößen für Sensitivitätsanalysen und Optimierungen [1, S. 255-256, 18, S. 15-16].



Abbildung 1.3: Achskennwerte zur Bewertung der Eigenschaften des Fahrwerks

Zusammengefasst wird die Bedeutung der Simulation bei der Achsauslegung im Zuge der virtuellen Produktentwicklung auch zukünftig weiter zunehmen. Um die umfangreichen Vorteile der Simulation auszuschöpfen, ist neben einer hohen Prognosegüte der verwendeten Modelle eine zutreffende Bewertung der Simulationsergebnisse notwendig. Dies kann nur mit Hilfe von möglichst aussagekräftigen Achskennwerten erreicht werden. Durch ein besseres Verständnis der Zusammenhänge sowie neue Erkenntnisse bei der Achsauslegung können weitere Rückschlüsse für den Entwicklungsprozess gezogen und Empfehlungen dafür abgeleitet werden.

## 1.2 Ziele und Randbedingungen der Arbeit

Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, durch neue Erkenntnisse zu Achskennwerten den aktuellen Stand der Technik und Wissenschaft zu erweitern und damit einen Beitrag zur Achsauslegung in der Simulation zu leisten. Dazu werden die Ergebnisse aus mehreren Vorarbeiten [32–34] und im Rahmen der Promotion betreuten Studienarbeiten [35–41] erneut aufgegriffen, zusammengefasst und in Zusammenhang zueinander gebracht. Das Ziel untergliedert sich in drei Teilziele (Abbildung 1.4). Zunächst soll eine Übersicht über relevante Achskennwerte geschaffen werden, die bei der Achsauslegung eine wesentliche Rolle spielen. Dabei soll deren jeweilige Definition, Ermittlung und Bedeutung für das Achs- und Fahrzeugverhalten in der Literatur herausgearbeitet werden. Diese Arbeit soll dadurch als Grundlage für weitere Arbeiten im Bereich der Achsauslegung dienen, bei denen Achskennwerte im Vordergrund stehen.

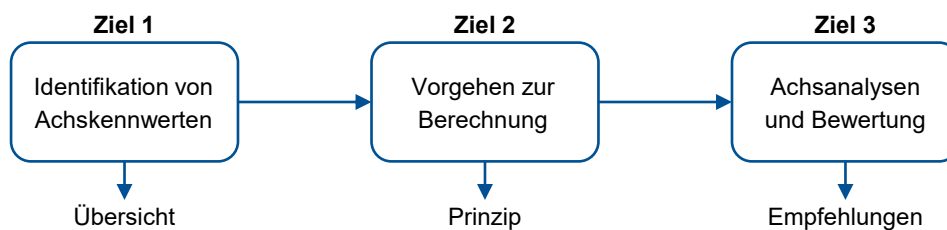


Abbildung 1.4: Ziele der Arbeit

Darauf aufbauend wird ein Verfahren zur Berechnung von Achskennwerten aus der Nachgiebigkeitsmatrix aufgegriffen, genauer untersucht und weiterentwickelt. Im Fokus steht die Erläuterung des Prinzips der Methode und die Erläuterung des Vorgehens zur Berechnung der Achskennwerte, die zuvor im Stand der Technik und Wissenschaft identifiziert worden sind. Dadurch können mit diesem Vorgehen in folgenden Arbeiten weitere Achskennwerte berechnet werden, die zukünftig von Interesse sind. Abschließend sollen mit der vorgestellten Methode Achskennwerte von verschiedenen Fahrzeugen, bei denen es Unstimmigkeiten zwischen den ermittelten kinematischen Kennwerten und der Beurteilung im Fahrversuch gab, analysiert und bewertet werden. Der Grund für die Unstimmigkeiten ist der Unterschied zwischen Kinematik und Elastokinematik, der systematisch untersucht werden soll. Relevante Einflussfaktoren auf die Achskennwerte sollen identifiziert werden. Die Ergebnisse sollen hinsichtlich der Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung bewertet werden, sodass daraus Empfehlungen für die Achsauslegung in der Simulation abgeleitet werden können.

Die Arbeit beschränkt sich auf die Achsauslegung in der Simulation und nicht im Fahrversuch, weil die Bedeutung der Simulation zukünftig noch weiter zunehmen wird. Als Simulationsumgebung dient die Mehrkörpersimulation, die in der Achsauslegung am weitesten verbreitet ist. Als Software in dieser Arbeit kommt *MSC Adams/Car 2015.1* zum Einsatz. Allerdings kann die vorgestellte Vorgehensweise zur Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix auch in anderen Simulationsumgebungen genutzt werden, wenn die Nachgiebigkeitsmatrix dort ermittelt werden kann. In dieser Arbeit werden keine eigenen Achs- oder Fahrzeugmodelle aufgebaut, sondern bereits bestehende MKS-Modelle genutzt, deren Parameter auf Spezifikationen oder Messungen von Serien- bzw. Prototypenfahrzeugen beruhen. Eine Anpassung der Modelle auf die entsprechenden Realfahrzeuge ist nicht Ziel dieser Arbeit. Stattdessen liegt der Fokus auf der Berechnung der Achskennwerte für die bestehenden MKS-Modelle und es wird sichergestellt, dass die berechneten Achskennwerte für die jeweiligen Modelle richtig sind. Fahrzeug- und Achsmodelle werden in dieser Arbeit außerdem nicht absolut bewertet, sondern nur miteinander verglichen und relativ zueinander bewertet.

## 1.3 Weiterer Aufbau der Arbeit

Nachdem zuvor die Motivation und die Ziele der vorliegenden Arbeit erläutert wurden, wird im Folgenden auf den weiteren Aufbau der Arbeit eingegangen. Dieser ist schematisch in Abbildung 1.5 dargestellt.

Zu Beginn wird in Kapitel 2 der Stand der Technik und Wissenschaft im Fahrwerksbereich zur Achsanalyse und Achsauslegung zusammengefasst. Zunächst werden die in dieser Arbeit relevanten Bestandteile des Fahrwerks und dessen Bedeutung für das Gesamtfahrzeug erläutert. Anschließend wird der Fahrwerksentwicklungsprozess vorgestellt, bei dem die Simulation bereits eine entscheidende Rolle spielt. Der Fokus dieses Kapitels liegt auf der simulativen Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung, die in die vier Bereiche Kinematik, Elastokinematik, Elastodynamik und Gesamtfahrzeug untergliedert wird. Auf die Modellierung, die durchgeführten Simulationen und die betrachteten Achskennwerte in diesen vier Bereichen wird näher eingegangen.

Im Anschluss daran wird in Kapitel 3 auf vorhandene Defizite und noch offene Fragestellungen im Stand der Technik und Wissenschaft eingegangen. Es zeigt sich, dass einige der etablierten Achskennwerte teilweise nur kinematisch untersucht werden und dynamische Einflüsse nicht betrachtet werden. Außerdem werden in der Literatur weitere Achskennwerte vorgeschlagen, die aber nicht näher analysiert werden. Darauf aufbauend wird die Themenstellung dieser Arbeit abgeleitet, die die Entwicklung eines Vorgehens zur Achsanalyse und Achsauslegung unter Berücksichtigung elastokinematischer und dynamischer Einflüsse umfasst. Die Themenstellung wird in mehrere Forschungsfragen untergliedert, die in dieser Arbeit untersucht werden.

Kapitel 4 befasst sich mit der Achsanalyse und Achsauslegung auf Basis der Nachgiebigkeitsmatrix. Dazu wird zunächst auf die Modellbildung in der Mehrkörpersimulation eingegangen. Daran anschließend werden verschiedene Achs- und Fahrzeugmodellvarianten abgeleitet, die sich hinsichtlich der betrachteten Systemgrenze und Modellierungstiefe sowie der Modellparameter unterscheiden. Außerdem werden die zu untersuchenden Lastfälle und Manöver für die Simulation beschrieben. Der Fokus dieses Kapitels liegt auf der Berechnung und Verifikation der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix der Achse auf Grundlage des Stands der Technik und Wissenschaft. Die ermittelten Achskennwerte werden dabei hinsichtlich der Lenkrückmeldung und der Radführung unterteilt. Zum Schluss wird erläutert, wie mit dem entwickelten Vorgehen die zuvor abgeleiteten Forschungsfragen beantwortet werden können.

Die Anwendung der entwickelten Vorgehensweise auf ausgewählte Achsen zur konkreten Analyse der Achskennwerte und Beantwortung der Forschungsfragen erfolgt in Kapitel 5. Nach der Verifikation der berechneten Achskennwerte wird die Bedeutung rein kinematischer Kennwerte untersucht. Anschließend werden elastokinematische und dynamische Einflüsse auf die Achskennwerte ermittelt. Zum Abschluss werden die ermittelten Achskennwerte hinsichtlich des Gesamtfahrzeugverhaltens bewertet.

Das entwickelte Vorgehen und die Ergebnisse werden in Kapitel 6 aufgezeigt und kritisch diskutiert. Außerdem werden Einschränkungen im Rahmen der Arbeit und noch offene Punkte bei den Forschungsfragen aufgegriffen.

Das letzte Kapitel schließt mit einer Zusammenfassung der Arbeit. Es fasst das entwickelte Vorgehen auf Grundlage des Stands der Technik und Wissenschaft sowie die wesentlichen Ergebnisse nochmals zusammen. In einem Ausblick werden weiterführende Untersuchungs- und Anwendungsmöglichkeiten auf Grundlage dieser Arbeit vorgeschlagen.

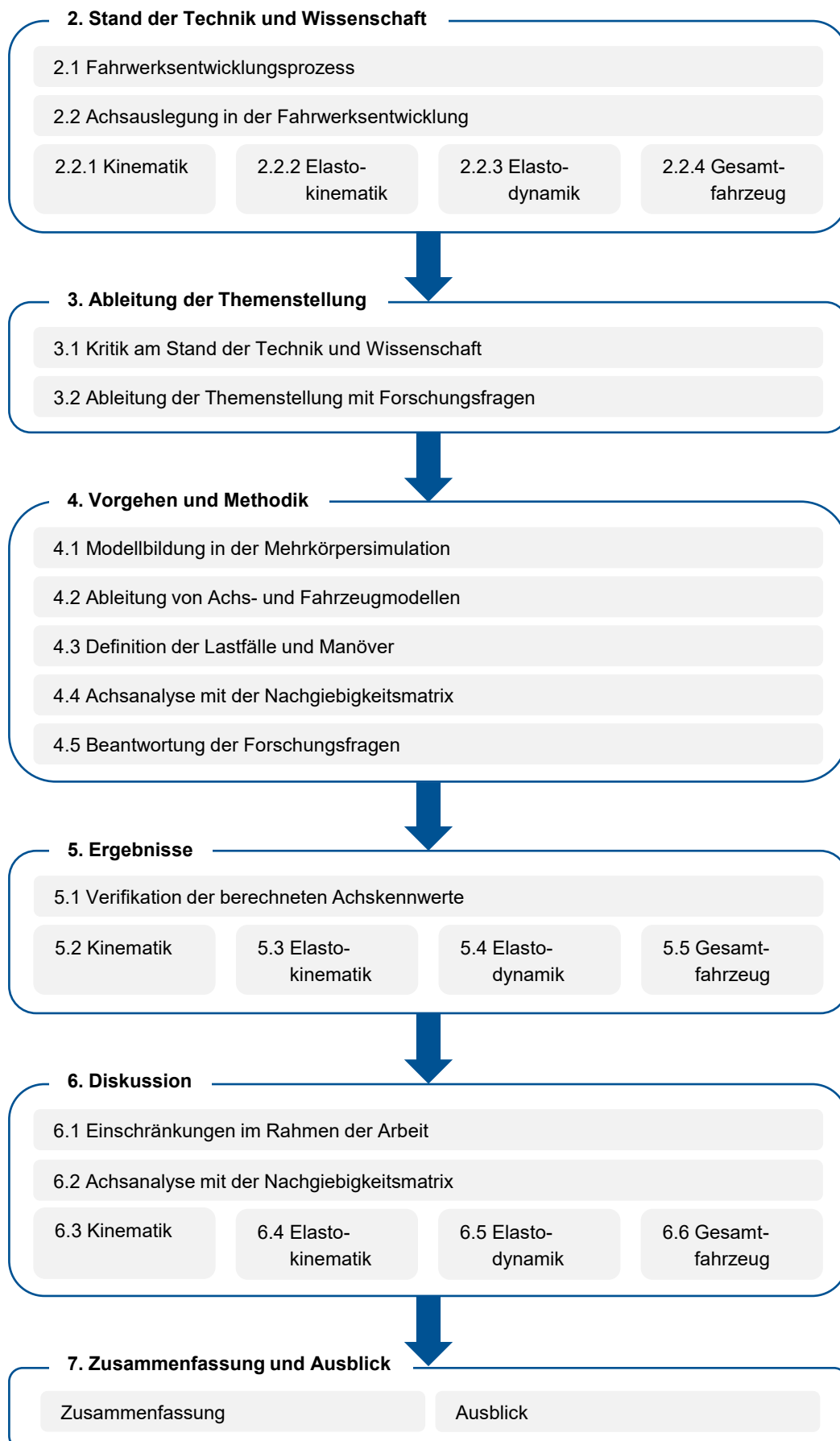


Abbildung 1.5: Weiterer Aufbau der Arbeit

## 2 Stand der Technik und Wissenschaft

In diesem Kapitel werden die Grundlagen zur Achsauslegung im Fahrwerksentwicklungsprozess dargestellt, die als Ausgangsbasis für die nachfolgenden Kapitel dienen. Zu Beginn wird darauf eingegangen, welche Baugruppen bzw. Komponenten des Fahrwerks in Bezug auf die Achsauslegung relevant sind und im weiteren Verlauf der Arbeit näher betrachtet werden. Anschließend wird der Fahrwerksentwicklungsprozess mit seinen einzelnen Phasen vorgestellt, bei denen unterschiedliche Anforderungen an die Simulation gestellt werden. Der größte Teil des Kapitels beschäftigt sich im Detail mit der simulativen Achsanalyse und -auslegung der einzelnen Phasen. Dabei stehen vor allem die verwendeten Modelle, durchgeführten Simulationen sowie die betrachteten Achskennwerte und deren jeweilige Bedeutung im Vordergrund.

### 2.1 Fahrwerksentwicklungsprozess

Das Fahrwerk stellt die Verbindung des Fahrzeugs mit den Reifen und damit der Fahrbahn dar und sorgt für die Fahrzeugführung [1, S. 3, S. 14, 5, S. 736, 42, S. 104, 43, S. 1]. Es überträgt alle Kräfte und Momente, außer die von den Massen und der Aerodynamik resultierenden Einflüsse, vom Reifen-Fahrbahn-Kontakt auf das Fahrzeug [1, S. 14, 5, S. 736, 42, S. 104]. Das Fahrwerk beeinflusst eine Vielzahl an Gesamtfahrzeugeigenschaften; vor allem aber definiert es die Fahrdynamik, den Fahrkomfort und die Fahrsicherheit [1, S. 14, S. 25, 5, S. 736-737]. Die Fahrdynamik beinhaltet das Anfahr-, Brems-, Lenk- und Kurvenverhalten sowie das Verhalten bei Geradeausfahrt [1, S. 27, 44, S. 49-113]. Der Fahrkomfort wird hauptsächlich von den auftretenden mechanischen und akustischen Schwingungen geprägt [1, S. 27, 44, S. 114-142]. Die Fahrsicherheit wird durch die Beherrschbarkeit des Fahrzeugs in allen Fahrsituationen bestimmt [1, S. 27, 5, S. 737]. Außerdem weist das Fahrwerk bei aktuellen Fahrzeugen einen großen Anteil am Gesamtgewicht und an den Herstellkosten auf [1, S. 3, S. 15, 5, S. 736]. Daneben beeinflusst es die Bauraumausnutzung des Fahrzeugs [1, S. 15, 5, S. 736].

Das Fahrwerk umfasst eine Vielzahl an Komponenten bzw. Komponentengruppen, wobei die betrachteten Umfänge nicht immer einheitlich sind [5, S. 736, 45, S. 3]. Im engeren Sinne zählen zum Fahrwerk alle Systeme und deren Komponenten, die zur Erzeugung der Kräfte im Reifen-Fahrbahn-Kontakt dienen und die die entstehenden Kräfte auf das Fahrzeug übertragen [1, S. 12, 5, S. 736]. Zusammengefasst sind dies die Radaufhängung sowie das Rad-, Brems- und Lenksystem [1, S. 27, 5, S. 736, 43, S. 1, 46, S. 14]. Die Radaufhängung, die Lenker, Radträger, Radlager sowie Feder und Dämpfer beinhaltet, übernimmt die Führung des Rades und stützt die äußeren Kräfte ab [1, S. 542, 5, S. 851, 42, S. 103]. Zum Radsystem gehört der Reifen, der die Kräfte im Fahrbahnkontakt erzeugt [1, S. 12, 5, S. 736, 46, S. 14]. Im weiteren Sinne werden auch Betätigungselemente, fahrdynamische Regelsysteme und Fahrerassistenzsysteme sowie Komponenten des Antriebsstrangs zum Fahrwerk gezählt [1, S. 3, S. 12, 5, S. 736]. Eine ausführliche Auflistung zu den Betrachtungsumfängen des Fahrwerks findet sich in [45, S. 3].

Die Fahrwerksentwicklung durchläuft einen Produktentwicklungsprozess (PEP), der sich im Wesentlichen in drei Hauptphasen unterteilen lässt [1, S. 247, 47, S. 8]. Dies sind die Definitions-, Konzeptentwicklungs- und Serienentwicklungsphase [1, S. 249-250, 30, S. 1-2, 47, S. 8]. In der Definitions- bzw. Planungsphase werden das Fahrzeuglastenheft sowie die Ziele festgelegt und die zur Verfügung stehenden Konzepte bewertet [1, S. 253-254]. In der Konzeptentwicklungsphase erfolgt nach der Konzeptfestlegung die Konstruktion und Auslegung des Fahrwerks mit dem Ziel einer ersten Abstimmung [1, S. 247, S. 256-257, S. 282]. Diese frühe Phase ist geprägt von der virtuellen Fahrzeugentwicklung [5, S. 1284, 44, S. 15]. Ein Großteil der Aufgaben und Fragestellungen wird durch den Einsatz von Simulationen gelöst [1, S. 246, S. 256, 19, S. 2]. Mit zunehmender Entwicklungsdauer finden simulationsbegleitende Versuche statt [5, S. 1284]. In der Serienentwicklungsphase erfolgt die Überarbeitung der Bauteile, die finale Abstimmung sowie die Validierung und Absicherung [1, S. 247, S. 281-282]. Einen großen Anteil an dieser Phase nimmt die Erprobung ein, die sowohl auf Prüfständen als auch mit dem Gesamtfahrzeug stattfindet [5, S. 1284, 44, S. 15]. In der Erprobungsphase dient die Simulation vor allem zur Unterstützung der Versuche [5, S. 1286, 19, S. 2, 44, S. 15]. Der Entwicklungsprozess in der Fahrwerksentwicklung kann auch als V-Modell (Abbildung 2.1) dargestellt werden [1, S. 247].

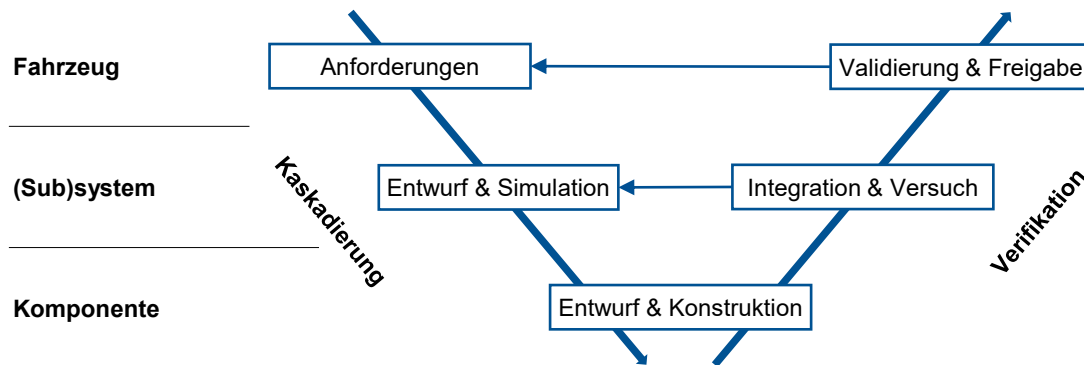


Abbildung 2.1: V-Modell in der Fahrwerksentwicklung nach [1, S. 248, 30, S. 32, 47, S. 12]

Dieses ist unterteilt in die Ebenen Fahrzeug, System bzw. Subsystem und Komponente [1, S. 247-248, S. 250, 47, S. 12]. Aus den Anforderungen für das Fahrzeug wird das Lastenheft für das Fahrwerk erstellt, aus dem die Ziele für die Systeme bzw. Subsysteme und Komponenten abgeleitet werden [1, S. 25, S. 247, 30, S. 32-33, 47, S. 11-12]. Dieser Prozess wird als Zielwertkaskadierung bezeichnet [1, S. 254]. Nach der Auslegung der Systeme und Subsysteme erfolgt die Konstruktion der Komponenten, bevor diese wieder zu Subsystemen, Systemen und schließlich zum Fahrzeug integriert werden [1, S. 247, 30, S. 32-33, 47, S. 11-12]. Auf jeder Ebene erfolgt die Verifikation gegenüber den definierten Anforderungen [1, S. 247, 30, S. 32-33, 47, S. 11-12]. Die Zielwertkaskadierung wird häufig mittels *trial and error* durchgeführt und setzt den Einsatz von Simulationen voraus, weil viele Einzeleinflüsse berücksichtigt werden müssen [1, S. 255-256, 5, S. 839]. Auf System- bzw. Subsystemebene findet die Auslegung der Kinematik und Elastokinematik statt, die getrennt voneinander, aber in enger Wechselwirkung erfolgt [1, S. 46, 29, S. 167, S. 446, 30, S. 44-45, 48, S. 217]. Die Auslegung der Kinematik und Elastokinematik ist stark iterativ [29, S. 294, S. 346, 49, S. 1]. Bei der Auslegung der Achse sind spezifische Kennwerte von Bedeutung, die sicherstellen, dass die Anforderungen an das Fahrwerk erfüllt werden [1, S. 47, S. 254, 30, S. 45]. Nach der Auslegung von Vorder- und Hinterachse werden Gesamtfahrzeuggerechnungen durchgeführt [5, S. 834, S. 1302]. Daneben werden auf jeder Ebene physikalische Tests durchgeführt [1, S. 285-291]. Das V-Modell ist ein iterativer Prozess und wird mehrfach durchlaufen [1, S. 247].



## 2.2 Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung

Dieses Unterkapitel befasst sich damit, in welchen Schritten die Achsauslegung im Fahrwerksentwicklungsprozess erfolgt. Zunächst wird jeweils näher auf die Modellierung der Achse und die durchgeführten Simulationen eingegangen, weil der Fokus dieser Arbeit auf der simulativen Achsauslegung liegt. Im Anschluss werden jeweils die Achskennwerte, die dabei eine Rolle spielen, hinsichtlich ihrer Bedeutung und ihres Einflusses auf das Fahrverhalten erläutert.

Wie im vorherigen Unterkapitel erwähnt, ist die Simulation bei der Achsauslegung, vor allem in der Grundausslegung, von großer Relevanz. Die Entwicklung erfolgt iterativ mit verschiedenen Modellen, die mit zunehmender Entwicklungszeit immer komplexer werden. Die Simulationen bzw. die dafür verwendeten Modelle lassen sich im Wesentlichen in vier Gruppen zusammenfassen (Abbildung 2.2), die sich hinsichtlich ihres Ergebnisumfangs und ihrer Komplexität unterteilen lassen. Der Ergebnisumfang der Simulation, der von den betrachteten Teilsystemen und den modellierten Eigenschaften der einzelnen Systeme abhängt, bestimmt deren Aussagekraft. Die Komplexität hängt ebenfalls von der gewählten Systemgrenze und den modellierten Eigenschaften ab. Komplexere Simulationen lassen zwar detailliertere Analysen zu, haben aber einen höheren Rechenaufwand zur Folge und benötigen mehr Parameter [5, S. 1289, 15, S. 102].

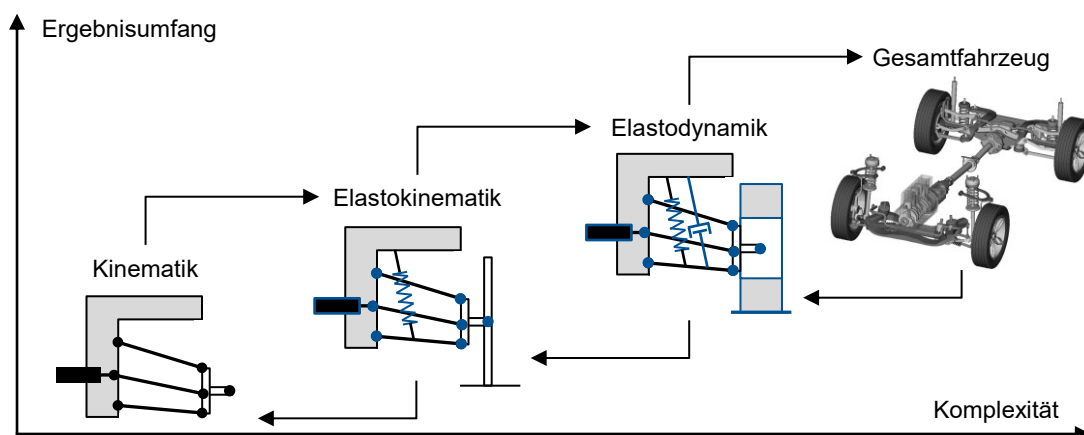


Abbildung 2.2: Phasen der simulativen Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung

Am Anfang der Achsauslegung steht die Auslegung der Kinematik, bei der alle Komponenten als starr angenommen werden. Die geometrischen Eigenschaften der Achse werden ausgelegt und die sich ergebenden Bewegungen der Komponenten untersucht. Im Anschluss erfolgt die Auslegung der Elastokinematik, bei der die Elastizitäten der Komponenten abgebildet werden. Die Steifigkeiten der einzelnen Komponenten werden dabei aufeinander abgestimmt. Der Reifen wird, wenn notwendig, als Federelement modelliert. Die Kräfte auf das Rad werden jedoch definiert vorgegeben. Die elastokinematischen Analysen werden in der Regel statisch durchgeführt, ohne Berücksichtigung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Danach wird das dynamische Verhalten betrachtet, wodurch Dämpfung, Trägheiten und Reibung abgebildet werden. Des Weiteren kann ein Reifenmodell verwendet werden, das das Reifenverhalten abbildet und die am Rad angreifenden Kräfte ergibt. Der Fahrzeugaufbau muss unter Umständen ebenfalls dargestellt werden. Am komplexesten sind Gesamtfahrzeugsimulationen, die überwiegend dynamisch und mit einem Reifenmodell durchgeführt werden. Im Gegensatz zu den Modellen der anderen Phasen, bei denen nur eine Achse betrachtet wird, beeinflussen sich hier Vorder- und Hinterachse gegenseitig. Im Allgemeinen werden auch der Antriebsstrang sowie weitere Teilsysteme eingebunden. In den folgenden Abschnitten werden die vier Phasen näher erläutert.

## 2.2.1 Kinematik

Unter Kinematik versteht man die Geometrie der Bewegungen von Körpern, ohne die Kräfte und Momente zu betrachten, die diese hervorrufen [9, S. 707, 50, S. 33, 51, S. 157]. In der Fahrwerksentwicklung erfolgt zu Beginn die Auslegung der Kinematik, nachdem das Achskonzept festgelegt worden ist [1, S. 29, 5, S. 834]. Die Kinematik der Radaufhängung und Lenkung bestimmt die räumliche Bewegung des Rades sowie die Änderung der Radgeometrie infolge von Federungs- und Lenkbewegungen ohne Reifenkräfte und -momente [1, S. 28-29, 5, S. 834, 15, S. 73, 52, S. 30]. Laut DIN ISO 8855 [52, S. 30] können bei der Betrachtung der Achskinematik jedoch Radlasten einwirken. Die Stellung des Rades wird durch geometrische und kinematische Größen beschrieben [1, S. 33, 53, S. 259]. Es wird das Konstruktionskoordinatensystem (Anhang A) verwendet, bei dem die x-Achse nach hinten, die y-Achse nach rechts und die z-Achse nach oben zeigt [15, S. 90, 46, S. 11].

## Modellierung und Simulation

Die Achskinematik kann mathematisch exakt beschrieben werden, weil Radaufhängung und Lenkung eine definierte kinematische Kette darstellen [1, S. 45, S. 276, 48, S. 139]. Auch wenn Radaufhängungen räumliche Mechanismen sind, können bereits mit einer ebenen Analyse, beispielsweise grafisch, grundlegende Aussagen zu deren Eigenschaften getroffen werden [51, S. 158-159]. Im Allgemeinen werden für Kinematikuntersuchungen jedoch CAD- und MKS-Software sowie spezielle Tools zur Kinematikanalyse verwendet, die schnelle Parametervariationen ermöglichen [1, S. 257, S. 275-276, S. 284, 5, S. 834, S. 1289, S. 1302, 9, S. 219, 51, S. 162]. Es werden die kinematischen Stellungen der Bauteile berechnet und die entsprechenden kinematischen Kenngrößen ermittelt [1, S. 284, 5, S. 1302]. Dies ermöglicht Bauraum- und Kollisionsuntersuchungen [1, S. 257, S. 275, S. 280, S. 284, 5, S. 834, S. 1302, 9, S. 219]. Außerdem können Toleranzuntersuchungen durchgeführt werden [1, S. 259, S. 280].

Die Radaufhängung verbindet den Radträger und den Aufbau bzw. den Achsträger durch starre Lenker und bewegliche Gelenke miteinander [1, S. 542, S. 678, S.696, 29, S. 12]. Sie bildet mit dem Radträger als Koppelglied eine kinematische Kette und sorgt für die Führung des Rades [1, S. 542, S. 678, S. 696, 29, S. 10, 42, S. 103]. Zur Kinematik des Fahrwerks kommt neben der Kinematik der Radaufhängung noch die Kinematik der Lenkung [1, S. 28].

In der Kinematik wird der Mechanismus der Radaufhängung durch starre Lenker und ideale Gelenke dargestellt [1, S. 542, 15, S. 110, 48, S. 138, 51, S. 158]. Die Koordinaten der Gelenkpunkte, Kinematikpunkte genannt, und die Freiheitsgrade der Gelenke bestimmen die Bewegung des Systems [1, S. 276, S. 543, 9, S. 160, S. 216, S. 204]. Die Bewegung kann eben, sphärisch oder räumlich sein, wobei bei modernen Radaufhängungen im Allgemeinen letztere auftreten [1, S. 33, S. 698-699, 5, S. 853, 29, S. 35-37]. Die Geometrie der Lenker selbst hat keinen Einfluss darauf [1, S. 543]. Aus der Lage und den Geschwindigkeiten der einzelnen Bestandteile der Radaufhängung werden die kinematischen Achskennwerte berechnet [1, S. 276]. Für die Achskennwerte ist neben der Abstimmung in Konstruktionslage auch deren Verlauf beim Federn und Lenken von Bedeutung [1, S. 42, 53, S. 280-283].

Aus dem Achskonzept ergeben sich die Anzahl und die relative Anordnung der Kinematikpunkte zueinander [1, S. 29]. Radstand, Spurweite sowie Reifen- und Felgendurchmesser legen deren Lage relativ zum Fahrzeug fest [1, S. 29]. Die Anzahl der Lenker, die bis zu fünf betragen kann, bestimmt die Anzahl der kinematischen Parameter, die bei der Auslegung vorgegeben werden können [1, S. 543, 5, S. 851-852, 48, S. 32].

Das Ziel bei der Auslegung der Achskinematik besteht darin, die Kinematikpunkte so festzulegen,

dass die Anforderungen an das Fahrwerk für alle Fahrbedingungen erfüllt werden [1, S.31, S. 254, S. 278, 51, S. 158]. Dazu sind die gewünschten Achskennwerte, die im nächsten Abschnitt genauer erläutert werden, unter Einhaltung der vorgegebenen Bauraumrestriktionen zu erzielen [1, S. 278, 9, S. 16, 29, S. 347, 51, S. 158].

Gängige Untersuchungen zur Kinematik beschäftigen sich mit Verfahren zur Kinematikanalyse und -auslegung, Sensitivitätsanalyse und Optimierung [54–71].

## Achskennwerte

Eine Vielzahl an Achskennwerten kann bereits aus der Kinematik der Radaufhängung bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird auf die relevantesten eingegangen, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit noch betrachtet werden (Abbildung 2.3). Es werden deren Definitionen und Bedeutungen zusammengefasst, wobei sich die Betrachtung auf Einzelradaufhängungen beschränkt.

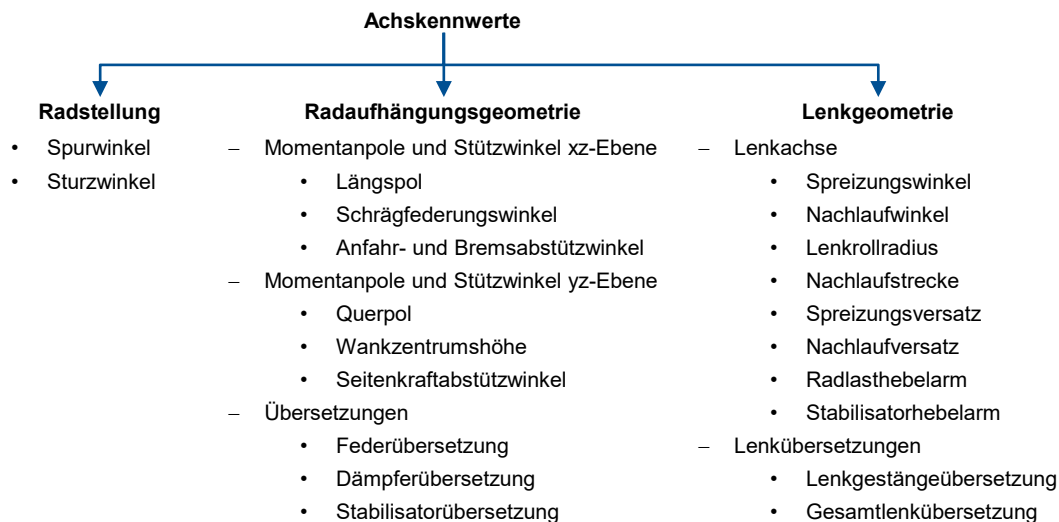


Abbildung 2.3: Achskennwerte in der Kinematik

Die Achskennwerte umfassen zunächst einmal die Kennwerte zur Beschreibung der Stellung des Rades relativ zur Fahrbahn bzw. zum Fahrzeug. Daneben spielen die Kennwerte aus der Radaufhängungsgeometrie eine große Rolle. Diese beinhalten die Momentanpole der Radaufhängung, die die Bewegung des Rades beim Federn charakterisieren, und daraus abgeleitete Abstützwinkel, die die Aufnahme der am Rad angreifenden Kräfte vom Fahrwerk bestimmen. Außerdem werden die Kraft- bzw. Wegübersetzungen von Feder, Dämpfer und Stabilisator betrachtet, weil daraus die wirksamen Kräfte bzw. Wege der Komponenten ermittelt werden können. Beide Gruppen sind sowohl für gelenkte als auch für un gelenkte Achsen von Bedeutung. Nur für gelenkte Achsen existieren die Kennwerte der Lenkgeometrie, die einerseits aus der Lage sowie Orientierung der Lenkachse bestimmt werden und andererseits die Lenkübersetzungen beinhalten. Diese Kennwerte charakterisieren, im Wesentlichen an Vorderachsen, die Rückwirkung äußerer Kräfte auf die Lenkung und die Bewegung des Rades beim Lenken.

### Kennwerte der Radstellung

Die aus der Kinematik der Radaufhängung resultierende Radstellung, die den Spur- und den Sturzwinkel (Abbildung 2.4) umfasst, hat eine wesentliche Bedeutung für das Fahrverhalten, weil es die Stellung des Reifens zur Fahrbahn bestimmt [5, S. 834, 9, S. 204]. Neben den statischen

Werten im Stand sind die Änderungen beim Federn und Lenken von Bedeutung [5, S. 834]. Die Radstellung kann aus der Lage des Radmittelpunkts und eines weiteren Punkts auf der Radachse ermittelt werden [9, S. 223, 29, S. 60-61]. Aus der Radstellung und dem Reifenradius ergibt sich die Lage des Radaufstandspunkts [52, S. 11, 72, S. 116-117].

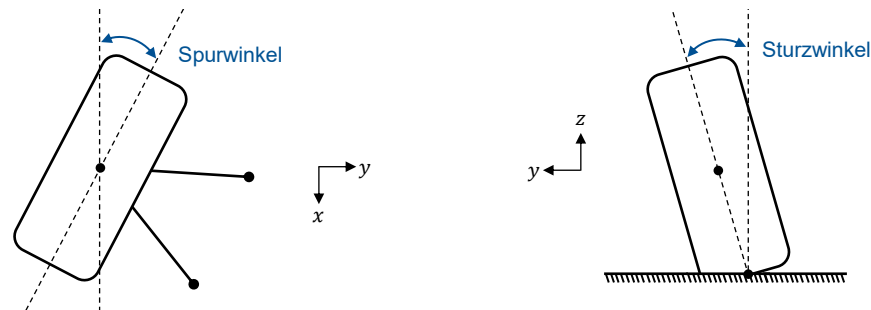


Abbildung 2.4: Spur- und Sturzwinkel

Der Spurwinkel (Abbildung 2.4) ist definiert als der Winkel um die z-Achse zwischen der Radmittelebene und der x-Achse des Fahrzeugs [9, S. 223, 43, S. 10, 46, S. 92, 52, S. 24, 73, S. 197]. Er ist positiv, wenn der vordere Teil des Rades zur Fahrzeugmitte geneigt ist, was als Vorspur bezeichnet wird, und negativ, wenn er nach außen geneigt ist, was als Nachspur bezeichnet wird [5, S. 834, 43, S. 10, 46, S. 92, 52, S. 24, 73, S. 197]. Der Spurwinkel entspricht geometrisch dem Radlenkwinkel und unterscheidet sich nur beim linken Rad im Vorzeichen [29, S. 60, 43, S. 338].

Im Allgemeinen wird sowohl an der Vorder- als auch an der Hinterachse ein geringer Vorspurwinkel vorgesehen, weil dadurch die Fahrstabilität bei Geradeausfahrt und das Anlenkverhalten verbessert werden [1, S. 34, 5, S. 834, 29, S. 68, 53, S. 263-264]. Durch die entstehenden Seitenkräfte bei Geradeausfahrt werden in der Radaufhängung sowie in der Lenkung die Elastizitäten vorgespannt und vorhandenes Spiel wird eliminiert [5, S. 834, 46, S. 92, 53, S. 263]. Die Folge eines zu großen Vorspurwinkels sind jedoch erhöhter Reifenverschleiß und Vorspurwiderstand [1, S. 33-34, 46, S. 92, 53, S. 264, 74, S. 527]. Letzterer kann jedoch im Vergleich zum Rollwiderstand häufig vernachlässigt werden [46, S. 145].

Mit Hilfe der Vorspuränderung über dem Federweg, dem so genannten Wanklenken, kann außerdem das kinematische Eigenlenkverhalten des Fahrzeugs beeinflusst werden [1, S. 33, 5, S. 834, 29, S. 409, 46, S. 265, 73, S. 203-204, 75, S. 24, 76, S. 220]. Für ein untersteuerndes Fahrverhalten sollte das kurvenäußere Rad beim Einfedern an der Vorderachse in Nachspur und an der Hinterachse in Vorspur gehen [1, S. 34, 46, S. 265, 73, S. 203-204, 75, S. 24]. Die Vorspuränderung beim Federn, vor allem um die Konstruktionslage, sollte aber nicht zu groß sein, weil sonst die Spurhaltung auf unebener Fahrbahn beeinträchtigt wird [1, S. 43, 5, S. 834, 29, S. 214, 43, S. 62, 46, S. 103, 53, S. 503, 73, S. 201, 75, S. 71].

Der Spur- bzw. Radlenkwinkel ist für die Achskennwerte von Bedeutung, weil sich ein Teil von diesen auf das radfeste Koordinatensystem bezieht, das sich beim Lenken mitdreht.

Der Sturzwinkel (Abbildung 2.4) ist definiert als der Winkel um die x-Achse zwischen der Radmittelebene und der Vertikalen [1, S. 34, 9, S. 223, 29, S. 61, 43, S. 8, 46, S. 88, 52, S. 27, 73, S. 187]. Er kann entweder bezüglich des Fahrzeugs oder der Fahrbahn ermittelt werden, wobei letzterer auch als Neigungswinkel bezeichnet wird und relevanter ist, weil er die Stellung des Reifens zur Fahrbahn bestimmt [9, S. 700, 43, S. 303, 46, S. 89, 52, S. 27, 72, S. 143, 76, S. 218, 77, S. 46]. Wenn die Oberseite des Rades zur Fahrzeugmitte geneigt ist, ist der Sturz negativ, und wenn sie nach außen geneigt ist, ist der Sturz positiv [1, S. 34, 5, S. 834, 46, S. 88, 52, S. 27, 73, S. 187].

Der Sturz erzeugt eine Sturzseitenkraft, die im Gegensatz zur Seitenkraft aus Schräglaufwinkeln nicht um den Reifennachlauf versetzt ist, sondern im Radaufstandspunkt bzw. sogar leicht davor angreift [1, S. 89, 9, S. 365, 29, S. 279, 74, S. 160, 75, S. 60]. Durch den Sturzwinkel wird die übertragbare Seitenkraft beeinflusst [1, S. 33, 5, S. 834, 46, S. 56, 53, S. 224, 75, S. 31, 77, S. 48]. Im Allgemeinen wird ein leicht negativer Sturz vorgesehen, um die Querführung und das Ansprechverhalten zu verbessern [29, S. 68, 51, S. 115, 73, S. 188]. Allerdings sollte er nicht zu groß gewählt werden, um den daraus resultierenden Reifenverschleiß und Rollwiderstand gering zu halten [1, S. 34, 43, S. 322, 53, S. 260, 73, S. 188].

Durch den Sturz kann das Eigenlenkverhalten des Fahrzeugs ebenfalls beeinflusst werden [1, S. 44, 46, S. 265-266, 53, S. 934]. Das kurvenäußere Rad sollte beim Einfedern sowohl für die Vorder- als auch für die Hinterachse eine negative Sturzänderung erfahren, während das kurveninnere Rad beim Ausfedern in Richtung positiven Sturz gehen sollte [1, S. 44, 46, S. 89, 53, S. 941, 73, S. 189-191, 75, S. 63]. Dadurch kann die ungünstige Sturzänderung infolge des Wankens des Fahrzeugs kompensiert werden, sodass eine möglichst senkrechte Stellung des Reifens zur Fahrbahn bei Kurvenfahrt vorhanden ist [1, S. 35, 5, S. 834, 9, S. 204-205, 46, S. 89, 53, S. 268, 73, S. 189-190, 76, S. 218, 77, S. 726].

Aus der Geometrie des gestürzten Rades resultiert eine seitliche Verschiebung des Radaufstandspunkts [9, S. 223, 72, S. 117]. Deswegen hat eine Änderung des Sturzes eine Spurweitenänderung zur Folge [1, S. 30, 43, S. 62, 46, S. 12]. Weiterhin führt dies zu einem seitlichen Versatz des Kraftangriffspunkts von Vertikal- und Längskräften [46, S. 47-48].

### **Kennwerte der Radaufhängungsgeometrie**

Aus der Geometrie der Radaufhängung können deren Momentanpole in den jeweiligen Ebenen ermittelt werden, die die Bewegung des Rades und die Aufnahme von am Rad angreifenden Kräften beschreiben. Die im Allgemeinen räumliche Bewegung der Radaufhängung kann in zwei Ebenen, in die Radlängs- und die Radquerebene, projiziert und veranschaulicht werden [1, S. 31, 5, S. 834, 77, S. 612]. Jeder Körper einer kinematischen Kette hat einen momentanen Punkt in der Ebene, der sich nicht bewegt und keine Geschwindigkeit in der Ebene aufweist [1, S. 31, 74, S. 352]. Dieser Punkt, der das momentane Zentrum der Drehbewegung des Körpers darstellt, wird als Momentanpol bezeichnet [1, S. 31, 5, S. 834, 29, S. 41, 74, S. 352]. Der Momentanpol ersetzt alle Glieder der kinematischen Kette [1, S. 31]. Aus der Kenntnis des Momentanpols lassen sich der Geschwindigkeitszustand und die Bewegung des Körpers ermitteln [1, S. 31-32, 29, S. 25]. Der Momentanpol der Radaufhängung stellt die Verbindungsstelle der Radaufhängung zum Aufbau dar [1, S. 32, 5, S. 834].

Aus den Winkeln der Polstrahlen gegenüber der Horizontalen ergeben sich die Stützwinkel, die bestimmen, welche Anteile der angreifenden Kräfte am Rad vom Fahrwerk und von der Feder aufgenommen werden [5, S. 837].

Außerdem können aus der Lage sowie Orientierung von Feder, Dämpfer und Stabilisator deren jeweilige Übersetzungen ermittelt werden, die einen Zusammenhang herstellen zwischen der Kraft bzw. Bewegung am Rad und an der Komponente selbst.

### **Längspol, Schrägfederungs-, Anfahr- und Bremsabstützwinkel**

Der Längspol (Abbildung 2.5), auch Nickpol genannt, stellt den Momentanpol des Rades in der Seitenansicht dar [1, S. 32, 5, S. 834, 53, S. 270]. Er ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Momentanachse des Rades beim Federn mit der xz-Ebene [46, S. 88, 77, S. 612-613]. Der Längspol ist der Punkt in der Seitenansicht, um den sich der Radträger beim Federn dreht [5, S. 839, 29, S. 47, 46, S. 93, 73, S. 350]. Geometrisch kann er näherungsweise aus der Bewegungsrichtung der Lenkerpunkte des Radträgers bestimmt werden [46, S. 93, 53, S. 272, 72, S.

190, 73, S. 266-269]. Der Längspol wird festgelegt durch dessen Abstand in x- und z-Richtung vom Radaufstands- bzw. vom Radmittelpunkt [51, S. 192-193, 53, S. 278-279, 72, S. 190, 73, S. 268]. Der Anteil der Kräfte durch den Längspol wird von den Lenkern aufgenommen [1, S. 97-98, 5, S. 837, 72, S. 190]. Der verbleibende Anteil der Kräfte wird von den Federn aufgenommen und führt zum Ein- bzw. Ausfedern [1, S. 97-98, 5, S. 837, 72, S. 190-191]. Eine resultierende Kraft aus Längs- und Vertikalkräften, die durch den Längspol geht, hat keine Federbewegung zur Folge [1, S. 97-98, 5, S. 837, 46, S. 93, 51, S. 193].

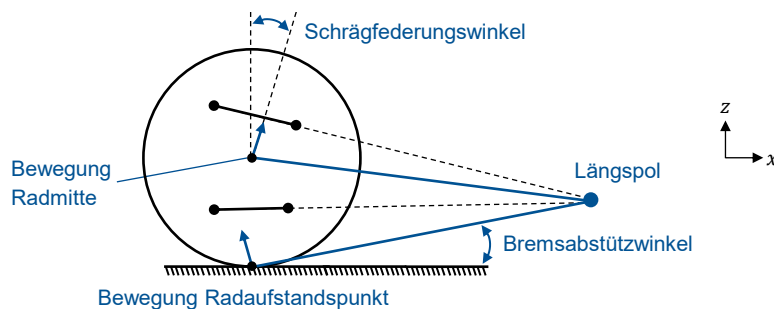


Abbildung 2.5: Längspol, Schrägfederungs- und Bremsabstützwinkel

Je nach Lage des Längspols kommt es zu einer unterschiedlich stark ausgeprägten Änderung des Nachlaufwinkels und der Nachlaufstrecke beim Federn [1, S. 40, 5, S. 839, 29, S. 140, 53, S. 270, 72, S. 193, 73, S. 267, 77, S. 612]. Außerdem beeinflusst der Längspol die Schrägfederung, weil die Bewegung des Rades in Längsrichtung beim Federn von der Lage des Längspols abhängt [53, S. 273, 72, S. 193, 73, S. 350, 77, S. 620]. Des Weiteren bestimmt der Längspol den Anteil der Kräfte, der in den Lenkern abgestützt wird, und damit unter anderem den Nickausgleich beim Bremsen sowie beim Antreiben [5, S. 837, 46, S. 93, 53, S. 275]. Brems- und Anfahrnickausgleich stellen allerdings keine achsspezifischen Kennwerte dar, weil sie zusätzlich noch von weiteren Fahrzeugparametern, wie Radstand, Schwerpunktshöhe sowie Brems- bzw. Antriebskraftverteilung, abhängen [5, S. 837, 46, S. 219, 53, S. 278-279]. Bei der Auslegung des Längspols muss ein Kompromiss gefunden werden zwischen resultierender Änderung des Nachlaufwinkels, Schrägfederung sowie ausreichendem Bremsnickausgleich [1, S. 36, 5, S. 839, 43, S. 124, 53, S. 273, 72, S. 193, 73, S. 267, 78, S. 85].

Aus der Lage des Längspols ergeben sich der Schrägfederungs- und Anfahrabstützwinkel sowie der Bremsabstützwinkel [29, S. 140]. Aus den Längspolen an Vorder- und Hinterachse resultiert letztendlich das Nickzentrum des Fahrzeugs [43, S. 122].

Der Schrägfederungswinkel (Abbildung 2.5) ergibt sich aus der Neigung des Polstrahls vom Längspol zur Radmitte gegenüber der Horizontalen [1, S. 36, 5, S. 837, 29, S. 140, 46, S. 95, 53, S. 279]. Er beschreibt damit die Bewegungsrichtung der Radmitte gegenüber der Vertikalen in der xz-Ebene beim Federn [1, S. 36, 29, S. 129]. Der Schrägfederungswinkel kann geometrisch aus der Lage des Längspols ermittelt werden [53, S. 279, 73, S. 268]. Alternativ kann er aus der Geschwindigkeit der Radmitte beim Federn berechnet werden [29, S. 129]. Der Schrägfederungswinkel ist sowohl an der Vorder- als auch an der Hinterachse positiv definiert, wenn sich die Radmitte beim Einfedern entgegen der Fahrtrichtung bewegt [5, S. 837, 29, S. 129]. Er ist von Bedeutung für Stoßkräfte, die in Radmitte wirken [1, S. 733, 29, S. 129]. Ein positiver Schrägfederungswinkel und das damit verbundene Ausweichen des Radträgers nach hinten bei Stößen oder beim Überfahren von Hindernissen werden teilweise als vorteilhaft für den Fahrkomfort angesehen [1, S. 36, 29, S. 128, 53, S. 273, 72, S. 193, 77, S. 620]. Jedoch hat die Schrägfederung im Vergleich zur Längsfederung aus den Gummilagern heutzutage nur noch eine geringe Bedeutung für den Fahrkomfort [1, S. 36, 5, S. 837, 29, S. 129].

Der Schrägfederungswinkel stellt im Allgemeinen den Anfahr- bzw. Antriebsabstützwinkel dar [1, S. 36, 5, S. 837, 29, S. 38, 53, S. 275, 73, S. 268]. Dies gilt für den Fall, dass der Antrieb über Gelenkwellen erfolgt, die einen Pfeilungswinkel von  $0^\circ$  aufweisen [1, S. 36, 5, S. 837, 29, S. 383]. Der Anfahrabstützwinkel ist positiv definiert, wenn sich an der Vorderachse die Radmitte beim Einfedern in Fahrtrichtung und an der Hinterachse entgegen der Fahrtrichtung bewegt [1, S. 37, 5, S. 837]. Ein positiver Anfahrabstützwinkel entspricht somit an der Vorderachse einem negativen Schrägfederungswinkel und an der Hinterachse einem positiven Schrägfederungswinkel [5, S. 837, 29, S. 383]. Er ist von Bedeutung für Antriebskräfte, die in Radmitte wirken [1, S. 37, 5, S. 837, 46, S. 94-95, 72, S. 192]. Der Anfahrabstützwinkel bestimmt den Anteil des Nickmoments beim Beschleunigen, der sich an den Lenkern der Radaufhängung abstützt und keine Federbewegung verursacht [1, S. 36-37]. Der verbleibende Anteil führt zu einer Federbewegung beim Anfahren.

Der Bremsabstütz- bzw. Bremsstützwinkel (Abbildung 2.5) ergibt sich aus der Neigung des Polstrahls vom Längspol zum Radaufstandspunkt gegenüber der Horizontalen [1, S. 36, 5, S. 837, 29, S. 48, 46, S. 94, 51, S. 192-193, 53, S. 275, 72, S. 190]. Er beschreibt damit die Bewegungsrichtung des Radaufstandspunkts gegenüber der Vertikalen in der xz-Ebene beim Federn [29, S. 150]. Der Bremsabstützwinkel kann geometrisch aus der Lage des Längspols ermittelt werden [51, S. 192-193, 53, S. 278, 72, S. 192, 73, S. 268, 77, S. 617]. Alternativ kann er aus der fiktiven Geschwindigkeit des Radaufstandspunkts beim Federn berechnet werden [29, S. 136]. Der Bremsabstützwinkel ist positiv definiert, wenn sich an der Vorderachse der Radaufstandspunkt beim Einfedern in Fahrtrichtung und an der Hinterachse entgegen der Fahrtrichtung bewegt [29, S. 136]. Er ist von Bedeutung für Bremskräfte, die im Radaufstandspunkt wirken [1, S. 36, 5, S. 837, 46, S. 93-94]. Der Bremsabstützwinkel bestimmt den Anteil des Nickmoments beim Bremsen, der sich an den Lenkern der Radaufhängung abstützt und keine Federbewegung verursacht [1, S. 36]. Der verbleibende Anteil führt zu einer Federbewegung beim Bremsen.

Die Ermittlung der beiden Stützwinkel erfolgt durch gleichsinniges Federn an beiden Rädern, wobei die Stützwinkel auch für andere Fahrsituationen als für die Geradeausfahrt wirksam sind [29, S. 163]. Für den effektiven Brems- bzw. Anfahrstützwinkel muss noch der Nickwinkel des Fahrzeugs berücksichtigt werden, weil die Stützwinkel auf den Fahrzeugaufbau bezogen definiert sind [29, S. 150-151].

### **Querpol, Wankzentrumshöhe und Seitenkraftabstützwinkel**

Der Querpol (Abbildung 2.6), auch Wankpol genannt, stellt den Momentanpol des Rades gegenüber dem Aufbau in der Vorder- bzw. Rückansicht dar [1, S. 32, 5, S. 834, 51, S. 163, 53, S. 264, 72, S. 151, 74, S. 514]. Er ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Momentanachse des Rades beim Federn mit der yz-Ebene [29, S. 184, 46, S. 88, 77, S. 613]. Der Querpol ist der Punkt in der yz-Ebene, um den sich das Rad beim Federn gegenüber dem Aufbau dreht [29, S. 183, 46, S. 89, 53, S. 265]. Geometrisch kann er aus der Lage und Bewegungsrichtung der Radführungsglieder bestimmt werden [9, S. 227, 29, S. 183, 43, S. 115, 51, S. 163-165]. Der Querpol wird festgelegt durch dessen Abstand in y- und z-Richtung vom Radaufstands- bzw. vom Radmittelpunkt [72, S. 151, 73, S. 180].

Er bestimmt die Bewegungsrichtung des Radaufstandspunkts beim Federn [5, S. 837, 29, S. 183, 53, S. 265, 72, S. 151, 73, S. 180]. Die Lage des Querpols relativ zum Rad ergibt die Sturzänderung des Rades beim Federn [29, S. 342, 43, S. 118, 53, S. 265, 73, S. 178, 77, S. 615]. Außerdem resultiert daraus die Querbewegung des Radaufstandspunkts beim Federn [53, S. 265, 72, S. 151, 73, S. 175, 77, S. 616]. Dies kann zu einer Änderung der Spurweite und zu Seitenkräften führen, was sich ungünstig auf den Geradeauslauf und auf die Lenkung auswirkt

[43, S. 118, 51, S. 167, 53, S. 281, 72, S. 151, 77, S. 616]. Der Anteil der Kräfte durch den Querpol wird von den Lenkern aufgenommen [5, S. 837, 29, S. 189, 79, S. 73, 80, S. 243]. Der verbleibende Anteil der Kräfte wird von den Federn aufgenommen und führt zum Ein- bzw. Ausfedern [5, S. 837, 29, S. 189, 79, S. 73, 80, S. 243]. Eine resultierende Kraft aus Seiten- und Vertikalkräften, die durch den Querpol geht, hat keine Federbewegung zur Folge [5, S. 837, 29, S. 184].

Die Lage des Querpols hängt direkt mit der des Wankzentrums zusammen. Außerdem lässt sich aus der Lage des Querpols der Seitenkraftabstützwinkel ableiten.

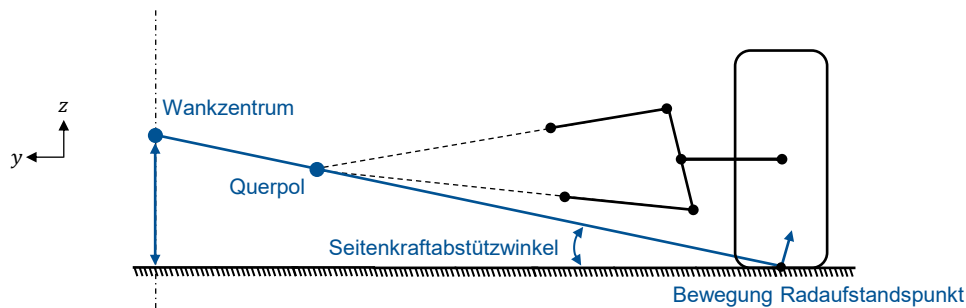


Abbildung 2.6: Querpol, Wankzentrum und Seitenkraftabstützwinkel

Das Wankzentrum (Abbildung 2.6), auch als Rollzentrum bezeichnet, wird häufig als der Momentanpol des Aufbaus gegenüber der Fahrbahn beim Wanken in der Vorder- bzw. Rückansicht betrachtet [1, S. 35, 29, S. 187, 43, S. 108, 46, S. 90, 51, S. 162-163, 53, S. 264, 74, S. 513]. Dies gilt jedoch nur unter bestimmten Voraussetzungen, unter anderem für das Wanken aus der Konstruktionslage heraus [29, S. 187, 46, S. 90, 48, S. 221]. Aus dem Wankzentrum an Vorder- und Hinterachse ergibt sich die Wankachse, auch Rollachse genannt, um die sich der Aufbau beim Wanken anfängt zu neigen [1, S. 35, 5, S. 837-838, 29, S. 210, 46, S. 90, 48, S. 221, 73, S. 174, 76, S. 258].

In den Normen der DIN ISO 8855 [52, S. 31] sowie der SAE J670 [81, S. 31] ist das Wankzentrum in der durch die beiden Radmittelpunkte verlaufenden  $yz$ -Ebene so definiert, dass eine dort an der gefederten Masse angreifende Querkraft keinen Wankwinkel hervorruft. Diese Definition wird auch in [29, S. 182, 48, S. 221, 73, S. 174, 76, S. 258, 77, S. 680] verwendet. Hierbei wird ebenso eine Wankachse abgeleitet, die sich aus den Wankzentren der beiden Achsen ergibt [51, S. 163, 52, S. 32]. Als Wankzentrum wird auch der Punkt bezeichnet, an dem die Seitenkräfte von den Rädern auf den Aufbau übertragen werden [1, S. 152, 29, S. 174, 76, S. 257].

Im Allgemeinen wird das Wankzentrum aus den Verbindungslinien von Querpol und Radaufstandspunkt der beiden Räder ermittelt [9, S. 227, 43, S. 115, 46, S. 90, 53, S. 264, 74, S. 514, 76, S. 264-268, 77, S. 613]. Für den symmetrischen Fall liegt das Wankzentrum in der Fahrzeugmittelebene [5, S. 838, 46, S. 90, 72, S. 158]. Falls keine Symmetrie mehr angenommen werden kann, wie beispielsweise bei größeren Wankwinkeln, liegt das Wankzentrum nicht mehr zwingend in der Fahrzeugmittelebene, sondern kann seitlich versetzt sein [1, S. 35, 5, S. 838, 53, S. 268, 73, S. 176, 77, S. 613-614]. Außerdem gilt es den Bezugspunkt für die Höhe des Wankzentrums zu beachten. Dieser kann entweder auf Höhe des Radaufstandspunkts des jeweiligen Rades oder aber auf der Verbindungslinie der beiden Radaufstandspunkte liegen [52, S. 32]. MATSCHINSKY [29, S. 183] dagegen berechnet die Wankzentrumshöhe mit Hilfe des Arbeitssatzes aus den fiktiven Geschwindigkeiten.

Im Gegensatz zu den anderen Achskennwerten zeigt sich, dass beim Wankzentrum unterschiedliche Definitionen und daraus abgeleitete Schlussfolgerungen für das Fahrverhalten existieren [51, S. 162, 72, S. 157]. DIXON [72, S. 157-158] unterscheidet deswegen vier Arten



von Wankzentren. Das geometrische Wankzentrum ergibt sich aus der Achsgeometrie [72, S. 157]. Das kinematische Wankzentrum stellt den Punkt dar, um den sich der Aufbau bei Kurvenfahrt relativ zur Radaufhängung neigt [72, S. 157, 79, S. 69]. Das kraftbasierte Wankzentrum ist als der Punkt definiert, an dem die Radaufhängung die Querkraft auf den Aufbau überträgt [72, S. 158, 79, S. 69]. Das momentenbasierte Wankzentrum stellt den Punkt dar, auf den die Momente bei einer dynamischen Analyse bezogen werden [72, S. 158]. Unter bestimmten Bedingungen resultiert aus den verschiedenen Arten der Wankzentren der gleiche Punkt [72, S. 162, 79, S. 74].

Während DIXON [79, S. 69-74, 80, S. 238-239] vor allem das kinematische Wankzentrum kritisch betrachtet, sieht er die Definition auf Grundlage von Kräften als besser geeignet hinsichtlich der Bedeutung des Wankzentrums für das Fahrverhalten. Auch MITCHELL [82, 83] greift die Unterscheidung zwischen dem kinematischen und dem kraftbasierten Wankzentrum auf. Für detailliertere Ausführungen zu den verschiedenen Arten von Wankzentren hinsichtlich deren Definition, Ermittlung und Gültigkeit sowie deren Bedeutung für das Fahrverhalten sei auf [72, S. 160-165, 79, S. 69-74] verwiesen.

Das Wankzentrum hat einen großen Einfluss auf die Fahrdynamik [46, S. 90, 53, S. 267]. Eine wesentliche Rolle spielt es bezüglich der sich ergebenden Radlastverlagerung bei Kurvenfahrt [43, S. 114, 53, S. 270, 79, S. 73]. Es bestimmt den Anteil der Radlastverlagerung, der sich einerseits aus der Radaufhängung und andererseits aus der Federung ergibt [9, S. 202-203, 72, S. 162, 77, S. 680, 80, S. 246]. Aus dem Abstand der Wankachse vom Schwerpunkt der gefederten Masse ergibt sich das Wankmoment, das über die Federung abgestützt wird, und der resultierende Wankwinkel [1, S. 152, 5, S. 838, 43, S. 108, 46, S. 254-256, 74, S. 518-520]. Über die Höhe des Wankzentrums an beiden Achsen und die Neigung der Wankachse kann die jeweilige Wankmomentenabstützung an beiden Achsen festgelegt werden [1, S. 35, 5, S. 838, 51, S. 167]. Dadurch ist es möglich, die Radlastverlagerungen an Vorder- sowie Hinterachse bei Kurvenfahrt und damit das Eigenlenkverhalten des Fahrzeugs zu beeinflussen [1, S. 35, 5, S. 838, 53, S. 270, 73, S. 176]. Die Höhe des Wankzentrums bzw. der Querpole sowie deren Höhenänderung über dem Federweg sind entscheidend für das Aufstützen [5, S. 838, 51, S. 168, 53, S. 266]. Unter Aufstützen versteht man das Anheben des Aufbaus infolge von Seitenkräften [1, S. 35, 5, S. 838, 29, S. 188-189, 53, S. 266, 77, S. 614]. Durch ein ausreichend großes Absinken des Wankzentrums beim Einfedern kann dem Aufstützen entgegengewirkt werden [5, S. 838, 29, S. 190, 53, S. 266, 73, S. 176]. Weil Wankzentrum und Querpole voneinander abhängen, bestimmt das Wankzentrum die Spurweiten- und Sturzänderung über dem Federweg [5, S. 741, 29, S. 187, 46, S. 257, 53, S. 265-266, 73, S. 176].

Ein hohes Wankzentrum verringert den Wankwinkel, hat aber große Spurweitenänderungen zur Folge [1, S. 35, 5, S. 838, 29, S. 421, 43, S. 114, 51, S. 167, 53, S. 267]. Ein niedriges Wankzentrum dagegen bringt geringe Spurweiten- und Sturzänderungen mit sich, hat jedoch einen größeren Wankwinkel zur Folge [1, S. 35, 5, S. 838, 51, S. 167]. Die Höhe des Wankzentrums liegt bei Einzelradaufhängungen im Bereich von ca. 0 mm bis 200 mm, wobei das Wankzentrum an der Hinterachse gewöhnlich höher liegt als an der Vorderachse, sodass die Wankachse zur Hinterachse hin ansteigt [46, S. 258, 53, S. 267, 73, S. 177, 78, S. 62, 80, S. 246].

Der Seitenkraftabstützwinkel (Abbildung 2.6), auch als Wankabstützwinkel bezeichnet, ergibt sich aus der Neigung des Polstrahls vom Querpole zum Radaufstandspunkt gegenüber der Horizontalen [5, S. 837, 9, S. 202-203, 72, S. 151]. Er bestimmt den Anteil der Seitenkräfte, der in den Lenkern abgestützt wird [5, S. 837]. BLUNDELL UND HARTY [9, S. 203] schlagen vor, analog zum Bremsnickausgleich ebenso einen Wankausgleich zu berechnen. Ähnliches wird in der Norm SAE J670 [81, S. 32] erwähnt. Im Vergleich zu den Stützwinkeln für Längskräfte wird der Seitenkraftabstützwinkel in der Literatur jedoch kaum erwähnt.

## Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorübersetzung

Die Feder stützt sich normalerweise zwischen dem Aufbau und dem Radträger bzw. den Lenkern ab [1, S. 100, 15, S. 154]. Die Federübersetzung (Abbildung 2.7) stellt den Zusammenhang her zwischen der Bewegung des Rades und der Feder [51, S. 178, 72, S. 271, 77, S. 595, 84, S. 96]. Sowohl die Kinematik der Radaufhängung als auch die Anordnung der Feder beeinflussen die Federübersetzung [1, S. 100, 51, S. 178, 84, S. 96, 85, S. 222].

Die Federübersetzung ist definiert als das Verhältnis zwischen der Änderung des Federwegs und der des Radhubs [1, S. 100, 15, S. 155, 29, S. 96, 46, S. 118, 72, S. 272]. Der Federweg ergibt sich aus dem relativen Abstand zwischen den beiden Federenden [29, S. 96, 86, S. 37]. Wenn sich die Feder gegenüber dem Aufbau abstützt, ergibt er sich aus der Bewegung des unteren Federpunkts [29, S. 96]. Teilweise wird auch das reziproke Verhältnis als Federübersetzung bezeichnet [1, S. 101, 15, S. 155, 51, S. 180, 53, S. 312]. Statt des Radaufstandspunkts wird teilweise die Bewegung der Radmitte verwendet [77, S. 595-596, 84, S. 96, 86, S. 37]. Alternativ ergibt sich die Federübersetzung aus dem reziproken Verhältnis zwischen den entsprechenden Kräften anstatt der Wege [1, S. 101, 29, S. 96, 46, S. 118, 51, S. 180, 84, S. 96]. Eine weitere Möglichkeit stellt die Berechnung aus dem Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit des Federwegs und der des Radaufstandspunkts dar [29, S. 96, 72, S. 273].

Die Federübersetzung ist im Allgemeinen nicht konstant, sondern ändert sich über dem Radhub [1, S. 100-101, 15, S. 155, 29, S. 97, 46, S. 118, 72, S. 271]. Mittels der Federübersetzung kann aus der Federsteifigkeit der Komponente die radbezogene Federrate ermittelt werden [1, S. 101, 29, S. 97, 46, S. 118, 51, S. 180, 72, S. 293]. Diese ist für das dynamische Verhalten relevant [1, S. 101, 46, S. 109, 72, S. 271, 84, S. 96]. In die radbezogene Federrate geht die Federübersetzung quadratisch ein [1, S. 101, 29, S. 97, 43, S. 259, 46, S. 118, 51, S. 180, 72, S. 293]. Ein zusätzlicher Anteil resultiert aus der Änderung der Federübersetzung über dem Radhub, der als kinematische Federrate bezeichnet wird [1, S. 101, 29, S. 97, 46, S. 118, 51, S. 180, 72, S. 293, 77, S. 596]. Durch die Federübersetzung wird deswegen die wirksame Federkennlinie beeinflusst [1, S. 101, 5, S. 861, 29, S. 76, 43, S. 221, 46, S. 112].

Unter Berücksichtigung des Bauraums sollte die Federübersetzung nahe eins sein, um die Federkräfte und Belastungen im Fahrwerk gering zu halten, was Vorteile hinsichtlich des Gewichts der Komponenten des Fahrwerks mit sich bringt [1, S. 707, 29, S. 113, 48, S. 148, 87, S. 61].

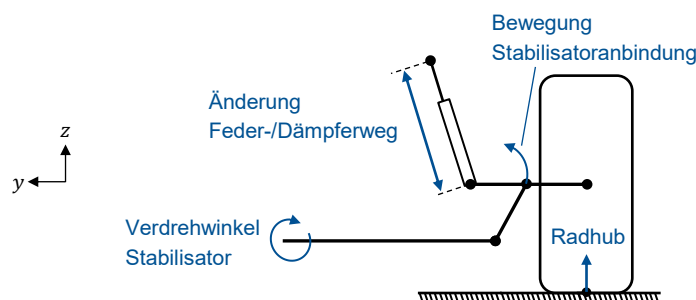


Abbildung 2.7: Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorübersetzung

Für die Dämpferübersetzung gelten ähnliche Zusammenhänge wie für die Federübersetzung [29, S. 101]. Der Dämpfer stützt sich ebenfalls zwischen dem Aufbau und dem Radträger bzw. den Lenkern ab [1, S. 102, 53, S. 333]. Die Dämpferübersetzung (Abbildung 2.7) stellt den Zusammenhang her zwischen der Bewegung des Rades und des Dämpfers [1, S. 489, 53, S. 974, 72, S. 271, 77, S. 595]. Sie hängt ebenfalls von der Lage und Orientierung des Dämpfers ab [1, S. 495]. Die Dämpferübersetzung ist definiert als das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit des Dämpfers und der des Radaufstandspunkts [29, S. 101, 72, S. 271]. Teilweise wird das

reziproke Verhältnis oder die Geschwindigkeit der Radmitte anstatt des Radaufstandspunkts verwendet [53, S. 974]. Alternativ ergibt sich die Dämpferübersetzung aus Dämpferhub und Radhub [1, S. 496].

Aus der Dämpferkraft und der Dämpferübersetzung ergibt sich die radbezogene Dämpferkraft [29, S. 101, 72, S. 294]. Mit Hilfe der Dämpferübersetzung kann aus der Dämpferkonstante der Komponente die radbezogene Dämpferkonstante berechnet werden [1, S. 102, 29, S. 101, 84, S. 96]. Die radbezogene Dämpferkonstante ist für das Schwingungsverhalten relevant [1, S. 102, 72, S. 271, 84, S. 96]. In die radbezogene Dämpferkonstante geht die Dämpferübersetzung im Falle einer linearen Dämpferkennlinie quadratisch ein [15, S. 161, 29, S. 101, 43, S. 259, 72, S. 295, 84, S. 96].

Die Dämpferübersetzung sollte idealerweise nahe eins sein, wodurch die Dämpfer sensibler ansprechen und die Belastungen im Fahrwerk gering gehalten werden [1, S. 707, 48, S. 148, 87, S. 61, 88, S. 37]. Dies wird erreicht, indem der Dämpfer möglichst weit außen und senkrecht angeordnet wird [1, S. 707, 48, S. 194]. Zu kleine Dämpferübersetzungen führen zu kleinen Dämpferwegen bzw. Dämpfergeschwindigkeiten, was die Abstimmung erschwert und sich negativ auf das Losbrechen auswirkt [53, S. 312, 84, S. 92].

Die Stabilisatorübersetzung (Abbildung 2.7) wird in der Literatur nur vereinzelt erwähnt und es wird nicht weiter darauf eingegangen. Sie stellt den Zusammenhang her zwischen der Bewegung des Rades und der des Stabilisators [77, S. 595]. GENTA ET AL. [48, S. 162] sowie PUFF [86, S. 43] definieren die Stabilisatorübersetzung als das Verhältnis zwischen dem Verdrehwinkel des Stabilisators und dem Radhub. MILLIKEN UND MILLIKEN [77, S. 600] verwenden das Verhältnis zwischen der Bewegung der Stabilisatoranbindung und der Bewegung der Radmitte. TRZESNIOWSKI [53, S. 352] setzt den Weg des Stabilisatorhebelendes ins Verhältnis zum Radhub. REIMPELL UND BETZLER [73, S. 357] beziehen sich auf die Übersetzung vom Radgelenk zum Anbindungspunkt des Stabilisators. Die Stabilisatorübersetzung sollte idealerweise nahe eins sein, um große Wege zu ermöglichen und die Kräfte gering zu halten. Dadurch kann der Stabilisatordurchmesser geringer und der Stabilisator leichter ausgeführt werden [1, S. 725, 73, S. 357, 88, S. 35].

## **Kennwerte der Lenkgeometrie**

Für Vorderachsen spielen neben den bereits erwähnten Kennwerten der Radaufhängungsgeometrie vor allem die Kennwerte der Lenkgeometrie eine Rolle. Diese ergeben sich größtenteils aus der Lage und Orientierung der Lenkachse [1, S. 37, 5, S. 877]. Sie beschreiben Hebelverhältnisse sowie Winkelbeziehungen am Rad und charakterisieren die Rückwirkung äußerer Kräfte bzw. Momente am Rad auf die Lenkung [29, S. 235]. Die Kennwerte der Lenkgeometrie wirken sich einerseits auf die Fahrzeugführung und andererseits auf die Rückmeldung über den Fahrzustand sowie die Fahrbahnbeschaffenheit aus [1, S. 37, 5, S. 838]. Daneben wird die Übertragung von Bewegungen und Kräften zwischen Rad und Lenkung durch Lenkübersetzungen beschrieben [29, S. 232, 75, S. 12].

### **Lenkachse**

Die Lenkachse, die auch als Spreiz- bzw. Spreizungsachse bezeichnet wird, ist die Achse, um die sich das Rad beim Lenken gegenüber dem Fahrzeugaufbau bewegt [1, S. 37, 5, S. 877, 46, S. 90, 52, S. 27, 76, S. 283]. Bei konventioneller Lenkgeometrie, beispielsweise bei nicht aufgelösten Doppelquerlenkerachsen, ergibt sich die Lenkachse geometrisch aus der Verbindung der beiden Radführungsgelenke zwischen den Lenkern und dem Radträger [1, S. 37, 5, S. 851, 9, S. 221, 29, S. 240, 72, S. 118, 73, S. 232]. Bei einer virtuellen bzw. ideellen Lenkachse werden

ein oder beide Dreieckslenker durch jeweils zwei Stablenker ersetzt, die ein ideales Gelenk bzw. einen virtuellen Pol bilden, durch die sich dann geometrisch die Lenkachse ergibt [1, S. 720, 5, S. 855, 29, S. 241, 75, S. 59]. Die virtuelle Lenkachse kann außerdem als die Momentanachse des Radträgers beim Lenken berechnet werden [9, S. 222]. Die Kennwerte, die die Lenkachse definieren, stellen einerseits Winkelbeziehungen und andererseits Hebelarme dar (Abbildung 2.8). Erstere umfassen den Spreizungs- und den Nachlaufwinkel. Letztere beinhalten den Lenkrollradius und die Nachlaufstrecke sowie den Spreizungs- und den Nachlaufversatz. Im Gegensatz zu den Winkelbeziehungen beziehen sich die Hebelarme auf das Rad [29, S. 236].

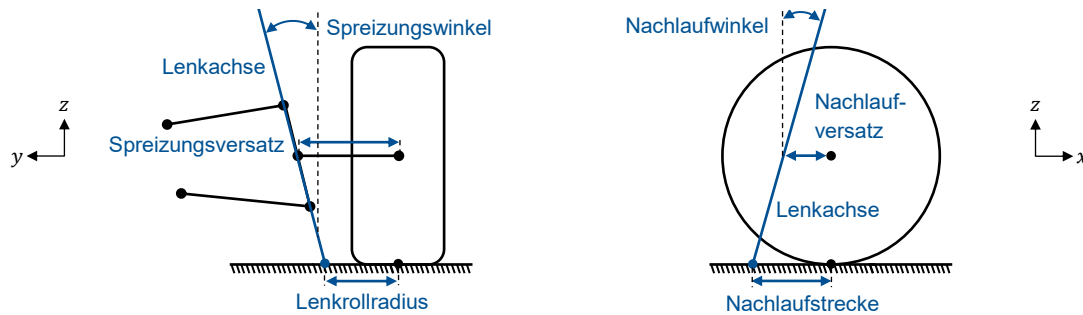


Abbildung 2.8: Lenkachse mit Winkelbeziehungen und Hebelarmen

### Spreizungswinkel

Der Spreizungswinkel (Abbildung 2.8) stellt, auch bei Lenkeinschlag, den auf die  $yz$ -Ebene projizierten Winkel zwischen der Lenkachse und der Vertikalen dar [1, S. 37, 5, S. 838, 29, S. 235, 43, S. 7, 46, S. 90, 52, S. 28, 73, S. 231]. Er ist positiv definiert, wenn das obere Ende der Lenkachse nach innen zeigt, und negativ, wenn es nach außen zeigt [1, S. 37, 9, S. 224, 52, S. 28]. Der Spreizungswinkel kann geometrisch aus der Orientierung der Lenkachse berechnet werden [9, S. 226, 29, S. 242, 72, S. 122]. Er steht im direkten Zusammenhang mit dem Spreizungsversatz und dem Lenkrollradius [1, S. 38, 5, S. 851, 53, S. 259, 77, S. 626]. Gängige Werte für den Spreizungswinkel liegen zwischen  $5^\circ$  und  $16^\circ$  [1, S. 37, 43, S. 339, 53, S. 414, 75, S. 57]. Häufig wird mit Hilfe des Spreizungswinkels versucht, den Lenkrollradius zu reduzieren [29, S. 281, 43, S. 339, 53, S. 274, 72, S. 118, 73, S. 232]. Auch aus Bauraumgründen kann eine Anstellung der Lenkachse notwendig sein, um alle Komponenten unterbringen zu können [1, S. 38, 5, S. 851, 29, S. 258, 53, S. 259, 72, S. 118, 77, S. 710]. Konstruktiv bietet eine virtuelle Lenkachse weitere Möglichkeiten, den Spreizungswinkel festzulegen [1, S. 721, 5, S. 851]. Bei einer virtuellen Lenkachse ist der Spreizungswinkel nicht mehr unmittelbar für die Bestimmung der wirksamen Hebelarme verwendbar [29, S. 242].

Der Spreizungswinkel ist wichtig für die Gewichtsrückstellung der Lenkung und damit für die Selbstzentrierung der Lenkung bei Geradeausfahrt [5, S. 880, 51, S. 116, 53, S. 274, 73, S. 234, 76, S. 287, 77, S. 711]. Durch den Spreizungswinkel kommt es beim Lenken zum Anheben des Fahrzeugs auf beiden Seiten, wodurch ein Rückstellmoment entsteht [1, S. 39, 5, S. 880, 51, S. 116, 75, S. 59, 76, S. 287-288, 77, S. 710].

Des Weiteren besteht ein direkter Zusammenhang zwischen dem Spreizungswinkel und der Änderung des Sturzwinkels beim Lenken [29, S. 245, 43, S. 339, 72, S. 119, 73, S. 249, 75, S. 61]. Ein positiver Spreizungswinkel führt sowohl beim kurveninneren als auch beim kurvenäußeren Rad zu einer positiven Sturzänderung [29, S. 246, 46, S. 90, 72, S. 119, 73, S. 235, 75, S. 61, 77, S. 711]. Ein größerer Spreizungswinkel führt dabei zu einer größeren Krümmung der Sturzkurve [53, S. 478, 73, S. 249, 75, S. 61]. Außerdem beeinflusst der Spreizungswinkel dadurch die Änderung der Nachlaufstrecke beim Lenken [1, S. 38, 5, S. 882, 29, S. 281].

## Nachlaufwinkel

Der Nachlaufwinkel (Abbildung 2.8) stellt, auch bei Lenkeinschlag, den auf die  $xz$ -Ebene projizierten Winkel zwischen der Lenkachse und der Vertikalen dar [1, S. 39, 29, S. 235, 43, S. 7, 51, S. 117, 52, S. 28, 73, S. 240]. Er ist positiv definiert, wenn das obere Ende der Lenkachse nach hinten geneigt ist, und negativ, wenn es nach vorne geneigt ist [1, S. 39, 43, S. 7-8, 51, S. 117, 52, S. 28]. Der Nachlaufwinkel kann geometrisch aus der Orientierung der Lenkachse berechnet werden [9, S. 226, 29, S. 242, 72, S. 122]. Er legt zusammen mit dem Nachlaufversatz die Nachlaufstrecke fest, die wichtig für die Lenkungsrückstellung bei Kurvenfahrt ist und für einen stabilen Geradeauslauf sorgt [1, S. 39, 5, S. 838, 51, S. 76, 53, S. 261, 72, S. 119]. Bei einer virtuellen Lenkachse ist der Nachlaufwinkel nicht mehr unmittelbar für die Bestimmung der wirksamen Hebelarme verwendbar [29, S. 242]. Typische Werte für den Nachlaufwinkel liegen im Bereich zwischen  $1^\circ$  und  $15^\circ$  [1, S. 39, 43, S. 339, 78, S. 11].

Der Nachlaufwinkel hängt ebenfalls direkt mit der Sturzänderung beim Lenken zusammen [29, S. 245, 51, S. 117, 72, S. 119, 75, S. 61, 77, S. 713]. Ein positiver Nachlaufwinkel führt zu einer positiven Sturzänderung am kurveninneren Rad und, im Gegensatz zum Spreizungswinkel, zu einer negativen Sturzänderung am kurvenäußeren Rad [1, S. 39, 5, S. 839, 51, S. 118, 53, S. 273, 72, S. 119, 73, S. 251, 77, S. 626]. Die Sturzänderung über dem Lenkwinkel in Geradeausstellung ist proportional zum Nachlaufwinkel [29, S. 245, 53, S. 478].

Der Nachlaufwinkel spielt ebenfalls bei der Gewichtsrückstellung eine Rolle, weil es zu einem Anheben und Absenken des Fahrzeugs beim Lenken kommt [1, S. 39, 5, S. 839, 51, S. 117, 72, S. 124, 75, S. 59, 76, S. 286-287]. Kurveninnen kommt es zu einem Anheben des Fahrzeugs und kurvenaußen, im Gegensatz zum Spreizungswinkel, zu einem Absenken [9, S. 545, 76, S. 287, 77, S. 712]. Eine Wankbewegung nach kurvenaußen und eine Änderung der Radlast sind die Folge [9, S. 545, 76, S. 289, 77, S. 712]. Die Momente aus der Radlast an beiden Rädern sind entgegengerichtet [51, S. 93, 76, S. 287].

Die Nachlaufwinkeländerung beim Federn, die unter anderem von der Lage des Längspols abhängt, sollte nicht zu groß sein, weil ansonsten störende Änderungen der Nachlaufstrecke die Folge sind [1, S. 40, 5, S. 839, 29, S. 140, 53, S. 271, 72, S. 119, 73, S. 254-255, 77, S. 620].

## Lenkrollradius

Der Lenkrollradius (Abbildung 2.8), auch Lenkrollhalbmesser genannt, beschreibt den horizontalen Abstand in der  $y$ -Richtung des Rades zwischen dem Durchstoßpunkt der Lenkachse mit der Fahrbahn und dem Radaufstandspunkt, der sich in der Radmittelebene befindet [1, S. 38, 5, S. 838, 29, S. 236, 43, S. 7, 46, S. 90, 52, S. 28]. Er ist positiv definiert, wenn sich der Durchstoßpunkt der Lenkachse innerhalb der Radmittelebenen befindet, und negativ, wenn der Durchstoßpunkt der Lenkachse außerhalb der Radmittelebenen liegt [1, S. 38, 52, S. 28]. Der Lenkrollradius hängt stark mit dem Spreizungswinkel und dem Spreizungsversatz zusammen [1, S. 38, 5, S. 877, 53, S. 274]. Verschiedene Autoren [1, S. 40, 52, S. 29, 73, S. 236] erwähnen außerdem den Bremskrafthebelarm bzw. den Störkrafthebelarm beim Bremsen, die beide den kürzesten Abstand des Radaufstandspunkts von der Lenkachse in der  $yz$ -Ebene darstellen und direkt mit dem Lenkrollradius zusammenhängen.

Der Lenkrollradius ist der wirksame Hebelarm für Bremskräfte bzw. für Längskräfte auf Fahrbahnhöhe bezüglich des Lenkmoments [5, S. 877, 29, S. 236, 46, S. 90]. Er liefert zusammen mit der Bremskraft ein Moment um die Hochachse [29, S. 237, 53, S. 473, 75, S. 58]. Der Lenkrollradius kann mit Hilfe des Arbeitssatzes aus der fiktiven Geschwindigkeit des Radträgers am Radaufstandspunkt unter einer dort angreifenden Bremskraft bei festgehaltener Federung berechnet werden [29, S. 243].

Im Allgemeinen sollte der Lenkrollradius nahe null sein, um störende Einflüsse auf die Lenkung

zu vermeiden [5, S. 879, 43, S. 338, 53, S. 274, 77, S. 405]. Vor allem hinsichtlich Bremsungen, bei denen das Anti-Blockier-System (ABS) eingreift, sollte der Lenkrollradius möglichst klein sein, weil sich die wechselnden Bremskräfte beim Regelvorgang sonst am Lenkrad bemerkbar machen [1, S. 38-39, 9, S. 714, 29, S. 240, 46, S. 91]. Beim Lenken im Stand ist dagegen ein größerer Lenkrollradius vorteilhaft, weil das Rad, anstatt sich auf der Stelle zu verdrehen, beim ungebremsten Fall um die Lenkachse abrollen kann, wodurch das Rückstellmoment abnimmt [5, S. 877, 43, S. 339, 51, S. 77-79, 76, S. 283]. Ein kleiner Lenkrollradius verschlechtert die Stabilisierung der Geradeausstellung durch die Radlast [43, S. 339]. Konstruktiv konnte die Forderung nach einem kleinen oder negativen Lenkrollradius durch eine virtuelle Lenkachse erreicht werden, indem ein oder beide Dreieckslenker aufgelöst wurden [1, S. 726, 5, S. 851, 48, S. 175]. Typische Werte für den Lenkrollradius liegen zwischen -18 mm und +20 mm [73, S. 231].

Der Lenkrollradius trägt zum Lenkhebelarm bei, der den kürzesten Abstand des Radaufstandspunkts zum Durchstoßpunkt der Lenkachse in der Fahrbahnebene darstellt [9, S. 225, 52, S. 29]. Des Weiteren beeinflusst der Lenkrollradius den Radlasthebelarm, weil der horizontale Abstand der Lenkachse vom Radaufstandspunkt auch für Vertikalkräfte gilt und diese damit bei geneigter Lenkachse ein Lenkmoment erzeugen [5, S. 839, 43, S. 339, 73, S. 233].

Der Lenkrollradius gilt als wichtiger Kennwert für die Stabilität beim Bremsen, wenn links und rechts ungleiche Bremskräfte angreifen [1, S. 38, 75, S. 59, 89]. Das Schiefziehen beim Bremsen auf  $\mu$ -split kann durch einen negativen Lenkrollradius kompensiert werden, weil das dann entstehende Lenkmoment stabilisierend wirkt [5, S. 877, 46, S. 91, 90, S. 38]. Dabei wird in der Literatur jedoch oftmals nicht darauf eingegangen, dass dies für den Fall eines losgelassenen Lenkrads gilt [5, S. 877, 46, S. 91, 77, S. 711-712, 90, S. 38]. Häufig wird der Lenkrollradius deswegen mit der Vorspuränderung beim Bremsen in Zusammenhang gebracht [1, S. 323, 46, S. 92, 73, S. 237, 77, S. 711-712].

Der wirksame Lenkrollradius ist vom wirksamen Radaufstandspunkt abhängig [43, S. 9]. Die Radmittelebene und damit der Radaufstandspunkt werden vom Sturz beeinflusst [91, S. 321]. Außerdem kann sich der Lenkrollradius mit unterschiedlichen Reifenbreiten und Reifenradien ändern [1, S. 38, 25, S. 104, 51, S. 117, 73, S. 231]. Bezüglich des wirksamen Lenkrollradius muss zusätzlich das außermittige Angreifen von Längskräften berücksichtigt werden [29, S. 263, 46, S. 89, 51, S. 101, 73, S. 235, 77, S. 711]. Sturz, Reifenkräfte sowie Reifeneigenschaften und Fahrbahnbeschaffenheit führen dazu, dass sich die Druckverteilung in der Reifenaufstandsfläche ändert und sich der Kraftangriffspunkt von Längskräften seitlich verschiebt [9, S. 374, 29, S. 262-263, 43, S. 9, 46, S. 48, 51, S. 99, 52, S. 37, 73, S. 242, 77, S. 711]. Der entstehende Seitenversatz kann Werte in der Größenordnung des Lenkrollradius annehmen [25, S. 104, 43, S. 351].

### **Nachlaufstrecke**

Die Nachlaufstrecke (Abbildung 2.8), auch Nachlauf genannt, beschreibt den horizontalen Abstand in der x-Richtung des Rades zwischen dem Durchstoßpunkt der Lenkachse mit der Fahrbahn und dem Radaufstandspunkt, der sich in der Radmittelebene befindet [1, S. 39, 5, S. 838, 29, S. 236, 43, S. 8, 52, S. 28]. Sie ist positiv definiert, wenn der Durchstoßpunkt der Lenkachse vor dem Radaufstandspunkt liegt, und negativ, wenn sich der Durchstoßpunkt hinter dem Radaufstandspunkt befindet. Letzteres wird auch als Vorlauf bezeichnet [1, S. 39, 5, S. 849, 43, S. 8]. Die Nachlaufstrecke hängt stark mit dem Nachlaufwinkel und dem Nachlaufversatz zusammen [1, S. 39, 5, S. 838, 53, S. 260]. Außerdem ändert sie sich mit dem Reifenradius [25, S. 102]. Im Zusammenhang mit der Nachlaufstrecke wird der Seitenkrafthebelarm erwähnt, der den kürzesten Abstand des Radaufstandspunkts von der Lenkachse in der xz-Ebene darstellt und sich direkt aus der Nachlaufstrecke ergibt [25, S. 102, 53, S. 261, 73, S. 241, 92, S. 7].

Die Nachlaufstrecke stellt den Hebelarm für Seitenkräfte auf Fahrbahnhöhe bezüglich des Lenkmoments dar [5, S. 879, 9, S. 224, 51, S. 75]. Sie liefert zusammen mit der Seitenkraft ein Moment um die Hochachse [29, S. 237, 43, S. 12]. Die Nachlaufstrecke kann analog zum Lenkrollradius mit Hilfe des Arbeitssatzes aus der fiktiven Geschwindigkeit des Radträgers am Radaufstandspunkt berechnet werden [29, S. 244].

Der wirksame Hebelarm für Seitenkräfte setzt sich aus der Nachlaufstrecke und dem Reifennachlauf zusammen [5, S. 879, 29, S. 249, 53, S. 473]. Letzterer hängt stark vom Fahrzustand ab [92, S. 7]. Infolge der sich einstellenden Druckverteilung in der Reifenaufstandsfläche greifen Seitenkräfte um den Reifennachlauf versetzt hinter dem Radaufstandspunkt an [29, S. 66, 43, S. 8, 46, S. 49]. Der Reifennachlauf liegt im Bereich von 10 mm bis 40 mm [29, S. 296, 73, S. 246, 75, S. 27]. Er kann jedoch unter größeren Schräglaufwinkeln oder unter Längskräften zu null oder sogar negativ werden [9, S. 368, 43, S. 126, 74, S. 152, 75, S. 29-30, 92, S. 7-8]. Eine Ausnahme bilden Sturzseitenkräfte, die im oder sogar vor dem Radaufstandspunkt angreifen [9, S. 365, 29, S. 279, 74, S. 160, 75, S. 60].

Das Lenkmoment aus der Seitenkraft trägt wesentlich zum Lenkgefühl bei, weil es Rückmeldung über den Fahrzustand sowie den Kontakt zwischen Reifen und Fahrbahn gibt [9, S. 224, 43, S. 282, 48, S. 263, 51, S. 99, 72, S. 119, 75, S. 29, 92, S. 11]. Das Rückstellmoment aus Seitenkräften ist entscheidend für die Lenkungsrückstellung bei Kurvenfahrt, um eine selbstständige Rückstellung des Lenkrads bei losgelassenem Lenkrad zu ermöglichen [1, S. 39, 5, S. 839, 29, S. 280, 46, S. 92, 92, S. 19]. Die Nachlaufstrecke wird, ähnlich wie der Lenkrollradius, mit der sich ergebenden Vorspuränderung unter Kräften in Zusammenhang gebracht [43, S. 346].

Die Nachlaufstrecke sollte ausreichend groß gewählt werden, um große Rückstellmomente und eine gute Lenkungsrückstellung zu erreichen [46, S. 92, 51, S. 118]. Dies wirkt sich positiv auf den Geradeauslauf und die Spurhaltungsstabilität, beispielsweise beim Bremsen oder bei Spurrinnen, aus [1, S. 39, 5, S. 879, 46, S. 92, 51, S. 118, 72, S. 119]. Eine zu groß gewählte Nachlaufstrecke bringt aber auch Nachteile mit sich. Bodenunebenheiten wirken sich stärker auf die Lenkung aus, weil die schwankenden Seitenkräfte das Lenkmoment beeinflussen und Lenkruhe verursachen können [51, S. 76, 53, S. 261, 73, S. 242]. Der Einfluss des Reifennachlaufs wird kleiner, wodurch sich die Wahrnehmung des Reifenrückstellmoments verschlechtert [46, S. 92]. Außerdem führt eine große Nachlaufstrecke zu höheren Lenkmomenten, beispielsweise bei Fahrbahnquerneigung, und zu einem Zurückschlagen der Lenkung bei Hindernisüberfahrt in der Kurve („kick-back“) [1, S. 39, 46, S. 92, 51, S. 76, 73, S. 245]. Zusätzlich verschlechtert sich die Seitenwindempfindlichkeit [1, S. 39, 73, S. 244-245]. Weiterhin ist eine kleinere Nachlaufstrecke vorteilhaft für die sich beim Lenken einstellende Sturzänderung [53, S. 261, 75, S. 57]. Unterschiedlich große Nachlaufstrecken an beiden Rädern, wie es bei größeren Lenkwinkeln der Fall ist, führen zu einer Querbewegung der Radaufstandspunkte und erhöhen die Lenkkräfte beim Parkieren [29, S. 248, 53, S. 478, 75, S. 63].

Typische Werte für die Nachlaufstrecke sind zwischen 0 mm und +40 mm [1, S. 39, 43, S. 340, 53, S. 414]. Ähnlich wie der Lenkrollradius beeinflusst die Nachlaufstrecke den Hebelarm der Radlast, weil der horizontale Abstand der Lenkachse vom Radaufstandspunkt auch für Vertikalkräfte gilt und diese damit bei geneigter Lenkachse ein Lenkmoment erzeugen [5, S. 839, 29, S. 237, 53, S. 474, 75, S. 59]. Die Nachlaufstrecke trägt ebenfalls zum Lenkhebelarm bei [9, S. 225, 52, S. 29].

### **Spreizungsversatz und Triebkrafthebelarm**

Der Spreizungsversatz (Abbildung 2.8) beschreibt den horizontalen Abstand der Lenkachse vom Radmittelpunkt in y-Richtung [5, S. 839, 29, S. 236, 51, S. 117, 52, S. 28, 53, S. 472, 75, S. 57]. Er ist positiv definiert, wenn auf Radmittenhöhe die Lenkachse innerhalb der Radmittelebenen

liegt, und negativ, wenn sie sich außerhalb befindet [9, S. 714, 51, S. 117, 52, S. 28]. Der Spreizungsversatz hängt stark mit dem Spreizungswinkel und dem Lenkrollradius zusammen [1, S. 38, 53, S. 259, 73, S. 240, 78, S. 91]. Außerdem hat der Sturzwinkel einen Einfluss [73, S. 240]. Teilweise wird der Spreizungsversatz auch als Störkrafthebelarm bezeichnet [5, S. 839, 29, S. 236, 53, S. 472]. Als Störkrafthebelarm wird jedoch häufig ebenfalls der senkrechte Abstand des Radmittelpunkts von der Lenkachse angeführt, der auch Längskraft- oder Antriebskrafthebelarm genannt wird [1, S. 40, 46, S. 91, 52, S. 28, 73, S. 238, 75, S. 57, 78, S. 18].

Der Spreizungsversatz bzw. Störkrafthebelarm stellt den Hebelarm für Längskräfte dar, die in Radmitte wirken und sämtliche Kräfte am frei rollenden Rad umfassen [5, S. 879, 29, S. 236, 53, S. 472, 75, S. 57]. Dazu zählen Störkräfte wie Rollwiderstands-, Stoß-, Unwucht- und Aquaplaningkräfte [5, S. 879, 29, S. 236, 46, S. 92, 53, S. 512, 72, S. 118, 73, S. 238, 75, S. 129, 78, S. 61]. Zusammen mit den Längskräften liefert der Spreizungsversatz ein Moment um die Hochachse [29, S. 236]. Der Spreizungsversatz kann über die Leistungsbedingung aus der fiktiven Geschwindigkeit des Radträgers in Radmitte bei festgehaltener Federung berechnet werden [29, S. 243]. Ebenso wie beim Lenkrollradius muss beim Spreizungsversatz das bereits erwähnte außermittige Angreifen von Längskräften berücksichtigt werden [46, S. 89, 73, S. 247]. Im Allgemeinen wird der Spreizungsversatz auch als Hebelarm für über Antriebswellen erzeugte Antriebs- und Schleppkräfte betrachtet [1, S. 40, 5, S. 879, 29, S. 252, 46, S. 91, 53, S. 475, 73, S. 239, 75, S. 60, 78, S. 61, 90, S. 43]. Dies gilt jedoch nur näherungsweise bei einem Gelenkwellenbeugewinkel von  $0^\circ$  [5, S. 879, 29, S. 252, 76, S. 298].

Genau genommen stellt der Triebkrafthebelarm (Abbildung 2.9) den wirksamen Hebelarm für Antriebs- und Schleppkräfte dar, die über Antriebswellen erzeugt werden, weil er den Beugewinkel der Gelenkwellen berücksichtigt [5, S. 839, 29, S. 252, 76, S. 298]. Analog zum Lenkrollradius gilt er für Längskräfte im Radaufstandspunkt bei blockiertem Antrieb [5, S. 881, 29, S. 254]. Bei der Berechnung über die Leistungsbedingung aus der fiktiven Geschwindigkeit des Radträgers in Radmitte bei festgehaltener Federung wird zusätzlich noch die Momentenstütze blockiert und es ergibt sich der formelmäßige Zusammenhang wie beim Lenkrollradius [29, S. 253-254]. Näherungsweise kann der Triebkrafthebelarm auch geometrisch ermittelt werden [5, S. 881, 29, S. 257]. Beim Triebkrafthebelarm ist ebenfalls der Querversatz der Längskraft zu berücksichtigen [29, S. 263, 73, S. 248]. Bei einem Beugewinkel von  $0^\circ$  entspricht der Triebkrafthebelarm dem Spreizungsversatz [5, S. 839, 29, S. 256, 76, S. 298].

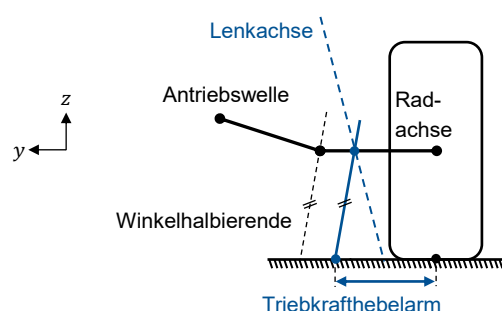


Abbildung 2.9: Triebkrafthebelarm nach [5, S. 881]

Der Spreizungsversatz charakterisiert die Rückwirkung von Längskräften auf die Lenkung und sollte deshalb möglichst klein sein, um die Störungen auf die Lenkung zu minimieren [1, S. 720, 46, S. 91, 73, S. 239-240, 78, S. 37]. Dies ist vor allem bei Fahrzeugen mit Frontantrieb relevant, um Antriebseinflüsse auf die Lenkung („Torque-Steer“) zu vermeiden [1, S. 730, 9, S. 714, 29, S. 258, 73, S. 239-240, 75, S. 98-99, 78, S. 51, 90, S. 43-44]. Außerdem beeinflusst der Spreizungsversatz die Vorspuränderung beim Antreiben und bei Störkräften [46, S. 92, 73, S. 239].



Konstruktiv kann die Reduzierung des Spreizungsversatzes durch eine virtuelle Lenkachse erreicht werden, indem einer oder beide Dreieckslenker aufgelöst werden [1, S. 718, 5, S. 851, 29, S. 399, 78, S. 37]. Ein geringer Spreizungsversatz ergibt sich oftmals in Kombination mit einem negativen Lenkrollradius [5, S. 877, 46, S. 91-92, 73, S. 239]. Der Spreizungsversatz ist wichtig für die Wahrnehmung der Anregungen, die aus der Fahrbahn und deren Oberflächenbeschaffenheit resultieren [9, S. 714]. Des Weiteren wird er als Einflussfaktor für die Lenkunruhe genannt [29, S. 281, 53, S. 512]. Gängige Werte für den Spreizungsversatz sind zwischen 0 mm und +50 mm [1, S. 40, 53, S. 473, 75, S. 58, 78, S. 61].

### **Nachlaufversatz**

Der Nachlaufversatz (Abbildung 2.8) beschreibt den horizontalen Abstand der Lenkachse vom Radmittelpunkt in x-Richtung [1, S. 39, 5, S. 838, 29, S. 236, 46, S. 93, 52, S. 28]. Er ist positiv definiert, wenn auf Radmittenhöhe die Lenkachse vor dem Radmittelpunkt liegt, und negativ, wenn sie sich dahinter befindet [1, S. 39, 52, S. 28, 53, S. 261, 73, S. 241, 75, S. 57]. Letzteres wird auch als Vorlaufversatz bezeichnet [5, S. 879]. Als Hebelarm für Kräfte ist der Nachlaufversatz nicht relevant, weil in Radmitte keine Seitenkräfte angreifen [5, S. 879, 29, S. 244]. Trotzdem kann der Nachlaufversatz analog zur Nachlaufstrecke über die Leistungsbedingung aus der fiktiven Geschwindigkeit des Radträgers in Radmitte unter einer dort wirkenden Seitenkraft berechnet werden [29, S. 244].

Der Nachlaufversatz dient dazu, Nachlaufstrecke und Nachlaufwinkel unabhängig voneinander festzulegen, indem die Lenkachse bzw. die Radmitte in x-Richtung entsprechend verschoben wird [1, S. 40, 5, S. 838, 46, S. 92, 53, S. 260, 73, S. 241, 75, S. 57]. Häufig wird ein negativer Nachlaufversatz mit einem positiven Nachlaufwinkel kombiniert, damit die Nachlaufstrecke nicht zu groß wird [51, S. 119, 53, S. 260, 73, S. 242, 75, S. 57]. Außerdem wirkt sich der Nachlaufversatz auf die räumliche Bewegung des Rades beim Lenken aus, was den Bauraumbedarf des Rades sowie bei angetriebenen Achsen die Längenänderung der Antriebswelle beeinflusst [5, S. 879]. Typische Werte für den Nachlaufversatz sind zwischen -5 mm und +18 mm [75, S. 57].

### **Radlasthebelarm**

Die bisher vorgestellten Hebelarme charakterisieren die Einflüsse von Längs- und Seitenkräften auf die Lenkung. Für den Einfluss der Radlast auf die Lenkung gibt es ebenfalls Kennwerte in Form von Hebelarmen, die sich aber teilweise hinsichtlich der Bezeichnung, ihrer Bedeutung und der Vorgehensweise zur Ermittlung unterscheiden. Im Gegensatz zu den anderen Kennwerten sind diese noch nicht genormt [29, S. 237].

Wenn die Lenkachse geneigt ist und die Wirkrichtung der Radlast die Lenkachse nicht schneidet, erzeugt die Radlast ein Moment um die Lenkachse [29, S. 237, 53, S. 474, 75, S. 59, 76, S. 286]. Zusammen mit der Radlast erzeugt der Radlasthebelarm, der sich auf die z-Achse bezieht, ein Moment um die Hochachse [29, S. 238, 53, S. 474, 75, S. 59]. Der Radlasthebelarm in Geradeausstellung kann aus Lenkrollradius, Nachlaufwinkel, Nachlaufstrecke und Spreizungswinkel berechnet werden [5, S. 839, 29, S. 238, 53, S. 474, 75, S. 59]. Dieser Zusammenhang gilt aber nur bei einer konventionellen Lenkgeometrie mit fester Lenkachse [29, S. 237].

Bei einer virtuellen Lenkachse kann der Radlasthebelarm im Allgemeinen nicht mehr aus den Winkelbeziehungen bestimmt werden [29, S. 242]. Bei einer geneigten Lenkachse ändert sich bei einer Lenkbewegung der Abstand der Radmitte zur Fahrbahn, was zu einem Anheben oder Absenken des Fahrzeugs gegenüber dem Rad führt [1, S. 39, 5, S. 880, 53, S. 474, 73, S. 273, 75, S. 59, 76, S. 287, 77, S. 710-712]. Über das rückstellende Moment, das dadurch entsteht, hat die Radlast Einfluss auf das Lenkmoment [1, S. 39, 53, S. 474, 75, S. 59, 76, S. 288-289].

Wiederum ausgehend vom Arbeitssatz definiert MATSCHINSKY [29, S. 244-245] den Radlasthebelarm als die Ableitung der Fahrzeughubbewegung nach dem Lenkwinkel [5, S. 880, 53, S. 474, 75, S. 59]. Er ist positiv definiert, wenn das von der Radlast erzeugte Moment rückstellend wirkt [29, S. 238, 53, S. 474, 75, S. 59]. Ein positiver Radlasthebelarm führt beim Lenken kurveninnen zu einem Anheben und kurvenaußen zu einem Absenken des Fahrzeugs [5, S. 880, 53, S. 474, 75, S. 59]. Der Radlasthebelarm sollte möglichst klein sein, weil sich sonst Radlastschwankungen störend auf die Lenkung auswirken [5, S. 880, 29, S. 250, 53, S. 475, 75, S. 59]. Außerdem wird der Radlasthebelarm als Einflussfaktor auf die Lenkruhe infolge von Unwuchten und Radialkraftschwankungen, beispielsweise durch ungleiche Reifensteifigkeiten, genannt [29, S. 281, 53, S. 512].

Aus dem Radlasthebelarm leitet MATSCHINSKY [29, S. 250] den Hebelarm der Gewichtsrückstellung ab [5, S. 880]. Dieser ergibt sich aus der Ableitung des Radlasthebelarms nach dem Lenkwinkel in der Geradeausstellung [5, S. 880, 29, S. 250]. Ein positiver Hebelarm der Gewichtsrückstellung führt zu einer Gewichtsrückstellung bei Geradeausfahrt [29, S. 250]. Die Gewichtsrückstellung ist wichtig für die Selbstzentrierung der Lenkung bei Geradeausfahrt [5, S. 880, 29, S. 250, 53, S. 475, 76, S. 287]. Außerdem ist sie für die Rückstellung beim Parkieren und bei langsamer Fahrt von Bedeutung [75, S. 60, 77, S. 711]. Bei schneller Kurvenfahrt dagegen dominiert die Rückstellung aus den Seitenkräften [5, S. 839, 29, S. 249, 53, S. 475, 75, S. 60].

Einen anderen Ansatz erläutert REIMPELL [73, S. 234], der die Vertikalkraft in zwei Komponenten zerlegt, wovon die eine rückstellend wirkt. Aus dem Abstand der auf die Radachse verschobenen Vertikalkraft von der Lenkachse resultiert der Hochkraft- bzw. Radlasthebelarm, der von Lenkrollradius, Spreizungswinkel, Nachlaufstrecke und Nachlaufwinkel abhängt [25, S. 105, 73, S. 233]. Zusammen mit dem Hochkrafthebelarm erzeugt der rückstellende Anteil der Vertikalkraft ein Rückstellmoment um die Lenkachse [73, S. 246]. Ein ähnliches Vorgehen zeigt MACK [25, S. 105], bei dem jedoch die Vertikalkraft vollständig zum Lenkmoment beiträgt. Ähnlich wie bei der Längs- und Seitenkraft muss auch bei der Vertikalkraft der tatsächliche Kraftangriffspunkt berücksichtigt werden, der einen Versatz in Längs- und Querrichtung aufweisen kann [46, S. 47, 73, S. 246, 77, S. 71].

Daneben existieren weitere Ansätze zur Ermittlung der Gewichtsrückstellung auf Grundlage der Hubbewegung des Fahrzeugs [51, S. 80-81] und des Moments der Vertikalkraft um die Lenkachse [76, S. 286-289].

### **Stabilisatorhebelarm**

Einzig HABERZETTL ET AL. [93, S. 270] erwähnen einen Stabilisatorhebelarm, der den Einfluss von Kräften, die über den Stabilisator angreifen, auf das Lenkmoment beschreibt. Die beim wechselseitigen Federn über den Stabilisator abgestützten Kräfte, die entlang des Stabilisatorgestänges wirken, erzeugen Spurstangenkräfte und damit ein Lenkmoment, wenn die Anteile des linken und rechten Rades unterschiedlich groß ausfallen [93, S. 261-262]. Der Abstand des Kraftangriffspunkts zur Lenkachse wird als Stabilisatorhebelarm bezeichnet [93, S. 261]. Der Stabilisatorhebelarm unterscheidet sich vom Radlasthebelarm, wenn der Stabilisator am Radträger bzw. bei Federbeinachsen am Feder-/Dämpferelement angebunden ist [93, S. 271]. Durch eine Änderung des Anbindungspunkts der Koppelstange kann dieser beeinflusst werden [93, S. 262]. Zusammen mit der Stabilisatorsteifigkeit und Stabilisatorübersetzung ergibt sich der Anteil des Lenkmoments beim Federn, der aus dem Stabilisator resultiert [93, S. 270].

### **Lenkübersetzungen**

Die Lenkübersetzung ist für das Lenkgefühl von Bedeutung, weil es den Zusammenhang von Bewegungen sowie Kräften bzw. Momenten zwischen der Lenkung und den Rädern bestimmt

[5, S. 889, 92, S. 21]. Zum einen definiert sie, wie der Lenkradwinkel über das Lenkgetriebe und das Lenkgestänge an den Rädern umgesetzt wird [5, S. 886-887, 29, S. 232, 53, S. 478, 75, S. 63, 77, S. 716]. Zum anderen wirkt sie sich auf das resultierende Lenkmoment am Lenkrad infolge von Rückstellmomenten an den Rädern aus [43, S. 331, 76, S. 285, 92, S. 21].

Die Gesamtlenkübersetzung (Abbildung 2.10), teilweise auch nur Lenkübersetzung genannt, ist definiert als das Verhältnis von Lenkradwinkel zum Lenkwinkel der Räder [5, S. 885, 51, S. 47, 76, S. 293, 77, S. 716, 92, S. 21]. Genauer berechnet sie sich aus dem Verhältnis der Änderung des Lenkradwinkels und der des mittleren Lenkwinkels [46, S. 103, 52, S. 26, 53, S. 478, 72, S. 111-112, 73, S. 224, 75, S. 63]. Der mittlere Lenkwinkel ergibt sich aus dem Mittelwert des Radeinschlagwinkels des linken und rechten Rades [46, S. 103, 52, S. 23, 53, S. 478, 73, S. 224, 75, S. 63]. MATSCHINSKY [29, S. 232] dagegen berechnet die Gesamtlenkübersetzung für jedes Rad einzeln und bildet daraus den Mittelwert. Alternativ kann die Gesamtlenkübersetzung aus dem Verhältnis von Lenkradwinkelgeschwindigkeit und Lenkwinkelgeschwindigkeit berechnet werden [29, S. 239]. Mit Hilfe der Gesamtlenkübersetzung kann aus dem Rückstellmoment an den Rädern das resultierende Lenkmoment berechnet werden.

Bei der Auslegung muss ein Kompromiss hinsichtlich der Direktheit getroffen werden [1, S. 762, 5, S. 885, 9, S. 490, 46, S. 97, 75, S. 64, 92, S. 21]. Eine direktere Lenkübersetzung ist vorteilhaft bei geringeren Fahrgeschwindigkeiten und beim Parkieren, weil weniger Lenkradwinkelschlag notwendig ist [1, S. 422, 5, S. 889, 9, S. 490, 46, S. 97]. Außerdem entsteht der Eindruck eines agileren Fahrzeugverhaltens [1, S. 422, 5, S. 889, 9, S. 490, 77, S. 718, 78, S. 63]. Eine indirektere Lenkübersetzung ist vorteilhaft bei höheren Fahrgeschwindigkeiten, weil die auftretenden Lenkwinkel dann geringer sind und die Lenkung dadurch ruhiger wird [1, S. 422, 9, S. 490, 46, S. 97, 92, S. 21]. Des Weiteren hat eine höhere Lenkübersetzung geringere Lenkmomente zur Folge [5, S. 889, 9, S. 490, 46, S. 97, 77, S. 718, 78, S. 63]. Typische Werte für die Gesamtlenkübersetzung liegen im Bereich von 14 bis 20 [5, S. 885, 53, S. 478, 75, S. 64, 76, S. 293, 78, S. 11], wobei häufig eine variable Lenkübersetzung gewählt wird, die unter anderem von dem Lenkradwinkel und der Fahrgeschwindigkeit abhängt [1, S. 422, 5, S. 890, 92, S. 22].

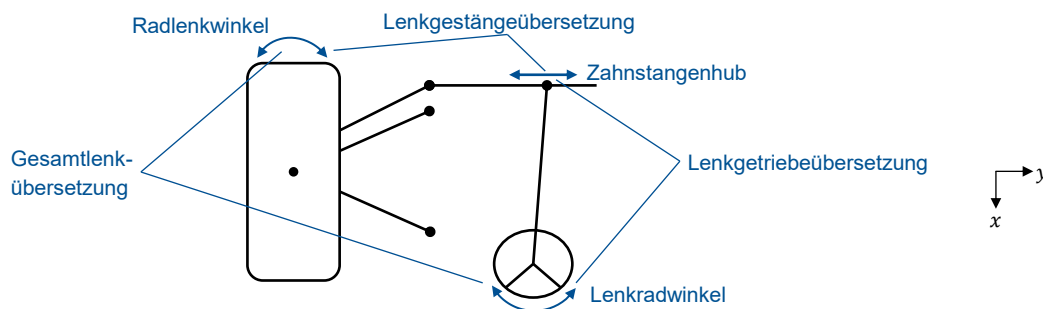


Abbildung 2.10: Gesamtlenk-, Lenkgetriebe- und Lenkgestängeübersetzung

Die Gesamtlenkübersetzung wird durch das Lenkgetriebe und die Kinematik des Lenkgestänges festgelegt [1, S. 750, 29, S. 238, 92, S. 21]. Sie ergibt sich aus dem Produkt von Lenkgetriebe- und Lenkgestängeübersetzung [5, S. 885, 53, S. 478-479, 75, S. 64].

Die Lenkgetriebeübersetzung (Abbildung 2.10) beschreibt, im Fall einer Zahnstangenlenkung, das Verhältnis der Änderung des Lenkradwinkels und der des Zahnstangenhubs [29, S. 232, 53, S. 490]. Eine ähnliche Kenngröße stellt die Lenksystemübersetzung dar, die das Verhältnis zwischen Zahnstangenweg und Lenkradwinkel beschreibt [75, S. 385]. Mit Hilfe der Lenkgetriebeübersetzung kann damit aus der Zahnstangenkraft bzw. aus dem Lenkgetriebemoment das resultierende Lenkmoment am Lenkrad berechnet werden [29, S. 276, 53, S. 476].

Die Lenkgestängeübersetzung (Abbildung 2.10) beschreibt, im Fall einer Zahnstangenlenkung,

das Verhältnis der Änderung des Zahnstangenhubs und der des Radlenkwinkels [29, S. 266]. Mit Hilfe der Lenkgestängeübersetzung kann damit aus dem Rückstellmoment an den Rädern die daraus resultierende Zahnstangenkraft bzw. das Lenkgetriebemoment berechnet werden [29, S. 276, 53, S. 476]. In [5, S. 885, 53, S. 479] ergibt sich die Lenkgestängeübersetzung aus dem Mittelwert des Lenkwinkels für das linke und rechte Rad, während MATSCHINSKY [29, S. 266] sie für jedes Rad individuell berechnet. Die Kinematik des Lenkgestänges hat eine lenkwinkelabhängige Lenkübersetzung zur Folge [29, S. 232, 53, S. 478, 77, S. 716, 92, S. 22].

### 2.2.2 Elastokinematik

Im Anschluss an die Untersuchung und Auslegung der Kinematik erfolgt die Auslegung der Elastokinematik, bei der die Nachgiebigkeiten und Kräfte berücksichtigt werden [1, S. 46]. Unter Elastokinematik versteht man die Änderung der Radstellung und Radaufhängungsgeometrie infolge von Kräften und Momenten [52, S. 32, 53, S. 289]. Die Radstellung, die sich zunächst aus der Geometrie der Radaufhängung ergibt, wird durch die Bewegungen überlagert, die aus den Nachgiebigkeiten und den auf das Rad wirkenden Kräften bzw. Momenten resultieren [48, S. 217, 72, S. 179]. Die Auslegung der Elastokinematik umfasst die Abstimmung der Steifigkeiten aller Komponenten der Radaufhängung und Lenkung sowie deren räumliche Anordnung [1, S. 46, 29, S. 287, 72, S. 179]. Dazu kommen noch die Steifigkeiten im Achsträger und die Karoseriesteifigkeiten [1, S. 46, 29, S. 287].

### Berücksichtigung von Nachgiebigkeiten in der Achse

Aus Komfort- und Fahrdynamikgründen sind in der Radaufhängung Nachgiebigkeiten in Längs-, Quer- und Vertikalrichtung erforderlich [5, S. 839, 51, S. 69, 72, S. 179]. Deswegen werden im Fahrwerk anstatt starrer Gelenke überwiegend elastische Gummilager eingesetzt [1, S. 46, 5, S. 841, 53, S. 289]. Sie bestimmen maßgeblich den Fahrkomfort und dienen vor allem dazu die Eigenschaften hinsichtlich *Noise, Vibration and Harshness* (NVH) zu verbessern [1, S. 584, 9, S. 259-261, 77, S. 833], indem sie Abrollgeräusche isolieren, Schwingungen aus der Fahrbahn-anregung dämpfen und Stoßkräfte abbauen [1, S. 216-218, 5, S. 840-842, 29, S. 166, 43, S. 153, 94, S. 77-78, 95, S. 172]. Weitere Funktionen sind die Übertragung von Kräften sowie das Zulassen definierter Bewegungen des Rades unter Kräften [1, S. 216, 29, S. 166, 96, S. 15].

Im Gegensatz zu starren Gelenken, die die entsprechenden Bewegungen für die einzelnen translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade vollständig sperren, lassen Gummilager unter Kräften und Momenten Bewegungen in alle Richtungen zu, wobei besonders ein rotatorischer Freiheitsgrad in der Regel größere Bewegungen zulässt [1, S. 585, 15, S. 121]. Durch die konstruktive Gestaltung der Gummilager und die gewählte Gummimischung können gewünschte Gummilagerkennlinien realisiert werden [1, S. 585-589, 5, S. 843, 94, S. 78, 96, S. 15-16]. Unterschiedliche Gummilagerkennlinien für die einzelnen translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade sowie eine asymmetrische Gestaltung der Kennlinien sind möglich [1, S. 586, 5, S. 843, 15, S. 122, 43, S. 151, 53, S. 290, 94, S. 78].

Weitere Vorteile von Gummilagern neben der Reduktion von NVH-Phänomenen und den elastokinematischen Abstimmöglichkeiten sind geringe Kosten, Robustheit gegenüber äußeren Einflüssen, Unempfindlichkeit gegenüber kurzzeitiger Überlastung, Wartungsfreiheit und geringe Reibung [1, S. 585, 29, S. 287].

Nachteilig bei Gummilagern sind die hohen Fertigungstoleranzen bei den Steifigkeiten, die im Bereich von 10-20 % liegen können und sich auf die elastokinematischen Eigenschaften der

Achse auswirken [29, S. 311, S. 358]. Die bei rotatorischen Bewegungen auftretenden Rückstellkräfte sind oftmals unerwünscht [1, S. 585, 5, S. 841, 29, S. 9]. Des Weiteren sind die Eigenschaften des Elastomers abhängig von der Temperatur und den einwirkenden Lasten [1, S. 219, 5, S. 847]. Zu beachten ist außerdem das Alterungsverhalten des Elastomers [1, S. 46, 5, S. 847, 51, S. 69]. Dies führt dazu, dass sich die Steifigkeiten von Gummilagern mit der Zeit, der Temperatur und dem Lastfall ändern, was bereits bei der Achsauslegung berücksichtigt werden muss.

Der größte Teil der Nachgiebigkeiten in der Achse resultiert aus den Gummilagern in den Lenkern der Radaufhängung und im Achsträger [1, S. 45, 43, S. 158]. Nicht zu vernachlässigen ist außerdem die Radlagersteifigkeit [49, S. 13, 53, S. 293, 97]. Weitere Komponenten in der Radaufhängung, deren Steifigkeiten das elastokinematische Verhalten der Achse beeinflussen, sind Feder [15, S. 140-143], Stabilisator [15, S. 148] sowie Zug- und Druckanschläge [15, S. 153-154]. Letztere begrenzen den maximalen Aus- bzw. Einfederweg und realisieren zusammen mit der Aufbaufeder eine progressive Gesamtfederkennlinie. Im Gegensatz zu Federn oder Gummilagern wirken sie erst nach einem gewissen Freiweg, dem Einsatzpunkt [1, S. 498-499, 5, S. 862, 15, S. 153-154].

Nicht zu vernachlässigen sind außerdem die Bauteilelastizitäten der metallischen Bauteile der Radaufhängung, die die Lenker, den Radträger und den Achsträger beinhalten [1, S. 45-46, 5, S. 840, 15, S. 118, 29, S. 307]. Nur wenn die Lenker ausschließlich auf Zug und Druck belastet werden, können sie als starr angenommen werden [1, S. 46].

Neben der Radaufhängung bringt auch die Lenkung Nachgiebigkeiten in die Achse ein [17, S. 32, 72, S. 99, 92, S. 26, 98, S. 42, 99, S. 154]. Dazu trägt zum einen die Steifigkeit des Torsionsstabs bei, der Bestandteil der elektromechanischen Lenkung (EPS) ist und aus dessen Verdrehung die zu stellende Lenkunterstützung ermittelt wird [15, S. 174, 98, S. 28, 100, S. 43, 101, S. 217-218]. Zum anderen trägt dazu die Steifigkeit der Hardy-Scheibe im Lenkstrang bei, die zur Schwingungsdämpfung und zur Verbesserung der Akustik verwendet wird [15, S. 176, 46, S. 25, 75, S. 419, 98, S. 2, 100, S. 43]. Wegen der geschwindigkeitsabhängigen Lenkunterstützung hängt die resultierende Verdrehung des Torsionsstabs sowie die der Hardy-Scheibe und damit die Lenksteifigkeit von der Fahrgeschwindigkeit ab [75, S. 401, 92, S. 26]. Bei der Vorderachse ist die Steifigkeit der Achse deswegen ebenfalls abhängig von der Fahrgeschwindigkeit und der Kennlinie der EPS-Unterstützung.

Je nach Anbindung der Spurstange, entweder vor oder hinter der Radmitte, wird auch das Lenkgetriebe elastisch gelagert, um das geeignete elastokinematische Verhalten der Achse unter Seitenkraft sicherzustellen [43, S. 346, 75, S. 44].

Aufgrund der Nachgiebigkeiten in der Achse entstehen unter äußerer Belastung Verformungen, die zu einer Änderung der Radstellung führen [5, S. 840, 29, S. 166, 46, S. 95]. Das Ziel der elastokinematischen Auslegung besteht darin, die resultierenden Bewegungen zu kompensieren oder in gewünschte Bewegungen umzuwandeln, um damit die Radstellung positiv zu beeinflussen [1, S. 46, 5, S. 840, 29, S. 287, 75, S. 24].

Dadurch kann mit Hilfe der Nachgiebigkeiten in der Achse nicht nur ein höherer Fahrkomfort erreicht werden, sondern auch die Fahrdynamik verbessert werden [46, S. 95, 48, S. 136]. Durch die elastokinematische Auslegung der Achse kann unter anderem das Eigenlenkverhalten beeinflusst werden [43, S. 186, 99, S. 154]. Außerdem bestimmen die Steifigkeiten in der Achse die Eigenfrequenzen des Fahrwerks mit [1, S. 82].

Bei der Auslegung der Gummilager spielen neben dem Fahrkomfort und dem Fahrverhalten wirtschaftliche und bauraumgetriebene Interessen eine Rolle [1, S. 585]. Es besteht immer der Zielkonflikt zwischen den zu übertragenden Kräften, den resultierenden Bewegungen und den

Eigenschaften hinsichtlich Schwingungen sowie Akustik [1, S. 216].

Die Auslegung der Elastokinematik erfolgt im Zusammenspiel mit der Auslegung der Kinematik, weil beide aufeinander abgestimmt werden müssen, um die Fahreigenschaften zu optimieren [5, S. 840, 43, S. 148]. So ist die Änderung der Radstellung, besonders des Spurwinkels, in Abhängigkeit von den angreifenden Kräften unter Umständen geschickter als in Abhängigkeit von der Kinematik, weil dann auf unebener Fahrbahn der Geradeauslauf nicht gestört wird [29, S. 220, 43, S. 62, 53, S. 29].

Bei der Abstimmung der Gummilager ist das aufbauseitige Gummilager in der Regel weicher ausgelegt als das radträgerseitige. Wenn das aufbauseitige Gummilager weich ausgelegt ist, während die Karosserieanbindung möglichst steif ist, ist dies hinsichtlich der Akustik von Vorteil, weil aufgrund des Impedanzsprungs zwischen Gummilager und Struktur eine bessere akustische Isolation erreicht werden kann [1, S. 217, 5, S. 1293, 84, S. 242, 102, S. 163].

### **Modellierung, Simulation und Versuch**

Die elastokinematische Analyse und Auslegung ist wegen der vielen Einflüsse und Wechselwirkungen aufgrund der räumlichen Anordnung der Radaufhängung deutlich komplexer als die Kinematik und nur durch Simulation möglich [5, S. 839, 29, S. 292, 51, S. 180]. Zum Einsatz kommen überwiegend MKS-Modelle, teilweise werden auch FEM-Modelle verwendet [1, S. 46, 5, S. 839, 51, S. 180]. Unter Berücksichtigung der maximalen elastischen Verformungen dürfen sich keine Bauraumkonflikte ergeben [1, S. 284]. Mit Hilfe der Mehrkörpersimulation können aus Standard-Lastfällen, die für die Strukturfestigkeit wichtig sind, die Schnittlasten ermittelt werden, die für Festigkeitsuntersuchungen in der FEM-Simulation benötigt werden [1, S. 267].

Im Vergleich zum Kinematikmodell muss das Elastokinematikmodell um die Massen und Steifigkeiten der einzelnen Komponenten erweitert werden [1, S. 258]. Die Lenker und die Karosserie werden zunächst als starr angenommen, weil der größte Teil der Nachgiebigkeiten aus den Gummilagern resultiert [43, S. 159]. Später besteht die Möglichkeit, flexible Bauteile, die aus FEM-Modellen abgeleitet werden, in die MKS-Modelle einzubinden [1, S. 258, 15, S. 119]. Alternativ können die Bauteile starr modelliert werden, wenn die Nachgiebigkeiten dafür durch Federelemente berücksichtigt werden [15, S. 118].

Die Gummilager werden durch Kraft-Weg-Kennlinien beschrieben, die unabhängig voneinander oder gekoppelt sein können [1, S. 218-219, 9, S. 146, 42, S. 221-223, 103, 104, S. 263]. Pro Gummilager ergeben sich sechs Kennlinien, die axiale und radiale Steifigkeiten sowie Torsionssteifigkeit und kardanische Steifigkeiten abbilden [9, S. 146, 15, S. 121-127]. Die im Allgemeinen nichtlinearen Kennlinien weisen zumeist einen progressiven Verlauf auf, der sich aus der Grundsteifigkeit und der Progressivität des Gummilagerelements zusammensetzt [15, S. 121-127]. Um die Vorspannung von Gummilagern zu berücksichtigen, werden Kraft- oder Wegoffsets vorgesehen [15, S. 122]. Die Steifigkeiten von Gummilagern können mit Hilfe von Messungen bestimmt werden, indem der Kraft-Weg-Verlauf für jeden Freiheitsgrad ermittelt wird [15, S. 123]. Federn [15, S. 140-143], Stabilisator [15, S. 147-148] sowie Zug- und Druckanschläge [15, S. 153-154] können ebenfalls entweder über eine lineare Steifigkeit oder über eine nichtlineare Kennlinie abgebildet werden.

Bei der elastokinematischen Auslegung ist das Verhalten der Achse für die Lastfälle Radlast bzw. Federn, Seitenkraft sowie Antriebs-, Stoß- und Bremskraft zu untersuchen [1, S. 46, 29, S. 288, 77, S. 834]. Für jeden Lastfall muss das elastokinematische Verhalten der Achse die Ziele hinsichtlich Fahrsicherheit, Fahrdynamik und Fahrkomfort erfüllen [29, S. 288].

Im Versuch kann das elastokinematische Verhalten der Achse mit Hilfe von Kinematics and

Compliance (K&C)-Prüfständen untersucht werden, bei denen Wege oder Kräfte am Rad vorgegeben werden [5, S. 840, 53, S. 1014, 105, 106]. Im Anschluss werden die resultierende Radbewegung und Radstellung gemessen, woraus die Steifigkeiten der Achse ermittelt werden können [5, S. 840, 53, S. 1014, 105, 106]. Die Ergebnisse aus den K&C-Messungen können zur Validierung und Parametrierung von Simulationsmodellen genutzt werden [5, S. 840, 53, S. 1014, 105].

Gängige Untersuchungen zur Elastokinematik beschäftigen sich mit Verfahren zur Elastokinematikmodellierung, -analyse und -auslegung sowie zur Sensitivitätsanalyse [107–120].

## Achskennwerte

In diesem Abschnitt wird auf die Achskennwerte eingegangen, die in der Elastokinematik eine Rolle spielen und die im weiteren Verlauf dieser Arbeit noch genauer betrachtet werden (Abbildung 2.11). Die Achskennwerte aus der Kinematik können ebenfalls bei Einwirkung von Radlasten ermittelt werden [52, S. 30]. Durch die elastischen Verformungen ändern sich jedoch die kinematischen Achskennwerte, weil sich die Bewegungen der kinematischen Kette verändern [1, S. 45-46, 5, S. 849]. Außerdem werden die Achskennwerte dadurch, neben dem Radhub und dem Lenkwinkel, zusätzlich abhängig vom Lastfall und von der Höhe der wirkenden Kräfte [1, S. 45-46]. Darüber hinaus werden in der Elastokinematik charakteristische Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten betrachtet [1, S. 46, 52, S. 32-33]. Da die Achskennwerte jetzt nicht mehr nur von der Radaufhängungs- bzw. Lenkgeometrie, sondern auch von den Steifigkeiten der Gummilager abhängen, werden sie hinsichtlich ihrer grundsätzlichen Bedeutung für das Fahrverhalten in die Gruppen Radführung und Lenkrückmeldung unterteilt. Während die Kennwerte der Radführung vor allem die Bewegung des Rades unter Kräften bzw. Momenten und die Aufnahme der am Rad angreifenden Kräfte vom Fahrwerk charakterisieren, legen die Kennwerte der Lenkrückmeldung die Rückwirkung äußerer Kräfte und Momente auf die Lenkung fest.

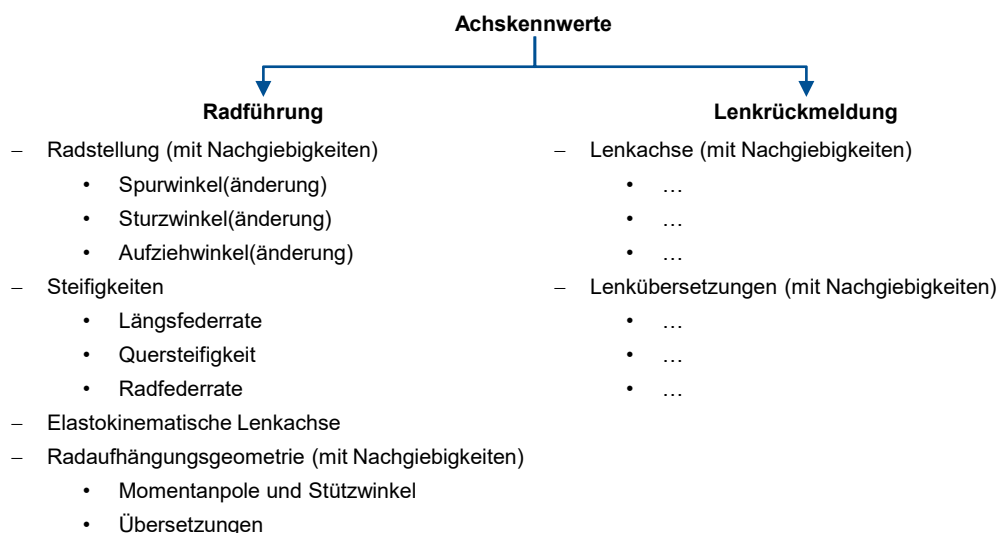


Abbildung 2.11: Achskennwerte in der Elastokinematik

### Kennwerte der Radführung

Die Kennwerte der Radführung (Abbildung 2.11) umfassen die Radstellung, deren Änderungen unter Kräften bzw. Momenten in der Elastokinematik untersucht werden. Das elastokinematische Verhalten wird hauptsächlich durch charakteristische Steifigkeiten gekennzeichnet. In der

Elastokinematik wird zudem eine elastokinematische Lenkachse beschrieben, die sich auf das Lenken des Rades unter Kräften bezieht. Daneben wirken sich die Nachgiebigkeiten in der Achse auch auf die Kennwerte der Radaufhängungsgeometrie aus, die die Momentanpole und Stützwinkel sowie die Übersetzungen beinhalten.

### **Kennwerte der Radstellung**

In der Elastokinematik führen Längs-, Seiten- und Vertikalkräfte zu einer Vorspur- und Sturzänderung sowie zu einem Aufziehen des Radträgers, was sich auf das Fahrverhalten auswirkt und bei der Achsauslegung berücksichtigt werden muss [5, S. 847, 52, S. 32-33].

Kräfte und Momente am Rad resultieren wegen der Nachgiebigkeiten in der Radaufhängung und in der Lenkung in einem zusätzlichen Lenkwinkel [51, S. 68, 72, S. 99]. Relevant ist vor allem das Vorspurverhalten bei Kurvenfahrt, beim Lastwechsel sowie beim Bremsen und Antreiben [1, S. 46, 5, S. 742]. Die Vorspuränderung unter Kräften beeinflusst das Eigenlenkverhalten und das instationäre Lenkverhalten [99, S. 154, 121, S. 845].

An der Vorderachse sollte das Rad für ein untersteuerndes Fahrverhalten sowohl unter nach innen gerichteter Seitenkraft, die dem kurvenäußeren Rad entspricht, als auch unter Bremskraft in Nachspur gehen [5, S. 849-850]. Bezüglich der Seitenwindempfindlichkeit wäre es jedoch von Vorteil, wenn das Rad unter einer nach innen gerichteten Seitenkraft in Vorspur geht [5, S. 850]. Die Vorspuränderung infolge von Seitenkräften wird als Seitenkraftlenken bezeichnet [53, S. 934, 121, S. 845]. Bei dieser Auslegung des Vorspurverhaltens unter Seitenkraft führt die Lenkelastizität zu einer ausgeprägteren Nachspurtendenz am kurvenäußeren Rad und verstärkt damit das untersteuernde Fahrverhalten [5, S. 851, 43, S. 346, 72, S. 187]. An der Hinterachse dagegen sollte das Rad für ein untersteuerndes Fahrverhalten sowohl unter nach innen gerichteter Seitenkraft als auch unter Bremskraft in Vorspur gehen [5, S. 849-850, 29, S. 298, 46, S. 246]. Unter Antriebskraft wird zwar Vorspurneutralität angestrebt, allerdings wird unter Berücksichtigung der Lastwechselreaktion an der Vorderachse eine Vorspur- und an der Hinterachse eine Nachspurtendenz vorgesehen [5, S. 849]. Für die Fahrstabilität geradeaus wäre es allerdings günstig, wenn beide Achsen beim Bremsen und Beschleunigen leicht in Vorspur gehen [5, S. 848, 46, S. 96, 99, S. 154]. Neben dem Verlauf der Vorspurkurve ist der Vorspurgradient, der direkt mit der Vorspursteifigkeit bzw. Vorspurnachgiebigkeit zusammenhängt, von Bedeutung [1, S. 46, 52, S. 32]. Die Vorspuränderung unter Kräften sollte nur einen geringen Gradienten aufweisen, um das Geradeauslaufverhalten nicht negativ zu beeinflussen, wenn an beiden Rädern unterschiedlich hohe Kräfte angreifen [121, S. 845].

Die Seitenkraft, die auf Fahrbahnhöhe angreift, und die Vertikalkraft, deren Kraftangriffspunkt in Querrichtung versetzt ist, erzeugen ein Moment um die Radlängsachse, das als Sturzmoment bezeichnet wird [9, S. 373-374, 46, S. 47, 122, S. 47, 123, S. 42]. Aufgrund der Nachgiebigkeiten in der Achse ändert sich deswegen der Sturzwinkel unter Kräften und Momenten am Rad [5, S. 850, 72, S. 185]. Eine nach innen gerichtete Seitenkraft, die dem kurvenäußeren Rad entspricht, führt zu einer positiven Sturzänderung und vergrößert den Sturzverlust, der bereits in der Kinematik aus der Wankbewegung entsteht [5, S. 850]. Die Sturzänderung führt zu einer Reduzierung der Quersteifigkeit am Radaufstandspunkt [122, S. 47].

Zur Beurteilung des Sturzverhaltens dient die Sturzsteifigkeit bzw. Sturznachgiebigkeit, die dem Gradienten des Sturzwinkels in Bezug auf Kräfte und Momente entspricht [1, S. 46, 30, S. 69, 52, S. 32, 122, S. 82]. Um den Sturzverlust gering zu halten, ist eine möglichst hohe Sturzsteifigkeit anzustreben, die neben den Steifigkeiten der Gummilager und des Radlagers durch die Abstützbasis beeinflusst werden kann [5, S. 850, 78, S. 37, 122, S. 126, 124, S. 39]. Eine hohe



Sturzsteifigkeit verbessert die Seitenführung und wirkt sich positiv auf Kurvenstabilität, Lenkgefühl sowie Agilität aus [1, S. 734, 88, 125]. MATSCHINSKY [29, S. 293] erwähnt einen neutralen Punkt der elastischen Sturzbewegung, um den sich das Rad bei der Sturzbewegung dreht und der von den Steifigkeiten der Gummilager abhängt.

Aufgrund der Nachgiebigkeiten in der Radaufhängung kann sich der Radträger ebenfalls um die Fahrzeugquerachse verdrehen, was als Aufziehen bezeichnet wird [5, S. 849, 52, S. 33]. Dies wird durch Längskräfte verursacht, vor allem durch die Bremskraft und das zugehörige Bremsmoment [5, S. 849, 29, S. 289]. Der Aufziehwinkel hängt von der Nachgiebigkeit der Radaufhängung in Längsrichtung ab [29, S. 305]. Zur Beurteilung des Aufziehens dient der Gradient der Verdrehung, der der Aufziehsteifigkeit bzw. Aufziehnachgiebigkeit entspricht [49, S. 9, 52, S. 33]. Das Aufziehen des Radträgers führt zu einer Änderung der Vorspurkurven über dem Federweg [5, S. 849, 29, S. 304]. Außerdem beeinflusst der Aufziehwinkel die Orientierung der Lenkachse [5, S. 849, 43, S. 151, 72, S. 182].

### Steifigkeiten

In der Elastokinematik erfolgt, wie zuvor bereits erwähnt, die Abstimmung der Steifigkeiten der einzelnen Komponenten. Als Ziele bei der Auslegung dienen die Steifigkeiten der Achse. Die rotatorischen Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten wurden bereits im Zusammenhang mit den elastokinematischen Kennwerten der Radstellung erläutert, weil die Änderung der Radstellung von diesen abhängt. Des Weiteren sind die translatorischen Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten in Längs-, Quer- und Vertikalrichtung von Bedeutung, die sich aus den Gradienten der Verschiebungen in Bezug auf die jeweiligen Kräfte ergeben.

Die höchste Nachgiebigkeit ist in Längsrichtung vorhanden und wird als Längsfederung bezeichnet [29, S. 287, 72, S. 185]. Aus der Längsfederrate im Radmittelpunkt ergibt sich die Radmittenverschiebung in Längsrichtung [52, S. 33]. Die Längsfederung ist wichtig für den Komfort, weil die Achse bei Stößen, die aus der Überfahrt von Schlaglöchern, Querfugen und Hindernissen entstehen, nach hinten ausweichen kann [1, S. 45, 29, S. 287, 48, S. 152, 72, S. 184]. Dadurch werden die Stöße gemildert [1, S. 734, 5, S. 744, 29, S. 287, 72, S. 184]. Die Längsfederung ist neben dem Reifen wichtig für den Abrollkomfort [5, S. 839, 126, S. 54]. Außerdem beeinflusst sie die Anregung von Lenkraddrehschwingungen [5, S. 744-745]. Die Längsfederrate ist für Längskräfte beim Bremsen und Rollen sowie für Stoßkräfte relevant, weshalb sie im Radmittelpunkt und im Radaufstandspunkt betrachtet wird [1, S. 46].

Die Längsnachgiebigkeit sollte in Radmitte etwa 10 % der Vertikalfederung betragen [1, S. 734]. An der Hinterachse kann die Längsfederung entweder komplett durch die Hinterachsträgerlager oder zum Teil auch durch die Gummilager in der Radaufhängung realisiert werden [5, S. 855, 29, S. 413].

Im Gegensatz zur Längsfederrate sollte die Quersteifigkeit dagegen für ein agiles und präzises Fahrverhalten sowie ein besseres Ansprechen möglichst hoch sein [127, S. 1515]. Damit können Sturzänderungen unter Seitenkräften minimiert werden [1, S. 734].

Die Quersteifigkeit wird in Radmitte und im Radaufstandspunkt betrachtet [52, S. 32]. Aus der Quersteifigkeit in Radmitte ergibt sich die Radmittenbewegung in Querrichtung [52, S. 32]. Die Quersteifigkeit im Radaufstandspunkt bestimmt die Spurweitenänderung unter Seitenkraft [49, S. 12, 52, S. 32]. Sie hängt, wie bereits erwähnt, von der Sturzänderung bzw. Sturzsteifigkeit ab [52, S. 32, 127, S. 1515]. DIXON [72, S. 184] dagegen weist der Quersteifigkeit der Radaufhängung im Vergleich zur Quersteifigkeit des Reifens nur eine untergeordnete Rolle zu.

Die Radfederrate, die sich aus dem Gradienten der vertikalen Radmitten- bzw. Radaufstandspunktbewegung bezogen auf die Radlast ergibt, stellt die Vertikalsteifigkeit der Radaufhängung

dar und beinhaltet die Steifigkeiten aller federnden Bauteile [19, S. 94, 51, S. 176, 52, S. 33]. Sie umfasst neben der Tragfeder und der Zusatzfeder auch die Nebenfederate [5, S. 862, 19, S. 94]. Die Nebenfederate beinhaltet die Gummilager- und Bauteilsteifigkeiten, jedoch nicht die Steifigkeiten, die zur Aufbaufederung gehören [15, S. 120].

Die Radfederrate bestimmt die Eigenfrequenz bzw. die Schwingzahl der Achse und ist wichtig für den Fahrkomfort [19, S. 94-95]. Für die gesamte Vertikalsteifigkeit der Achse kommt zur Radfederrate noch die Vertikalsteifigkeit des Reifens hinzu [52, S. 33, 72, S. 184].

### Elastokinematische bzw. elastische Lenkachse

Ein Fokus dieser Arbeit wird auf die Lenkachse gelegt, die, wie im vorherigen Abschnitt dargelegt, in der Kinematik Hebelarme sowie Winkelbeziehungen am Rad beschreibt und die Rückmeldung äußerer Kräfte bzw. Momente am Rad auf die Lenkung charakterisiert. In der Literatur wird jedoch zusätzlich eine elastokinematische bzw. elastische Lenkachse beschrieben, die durch Kräfte bestimmt wird und die sich auf die Vorspur anstatt auf das Lenkmoment bezieht. Aus dieser können ähnliche Kennwerte wie in der Kinematik abgeleitet werden.

ZOMOTOR [99, S. 155] beschreibt einen neutralen Punkt auf der Radlängsachse, an dem Seitenkräfte keine Vorspuränderung hervorrufen. Dessen Abstand zum Radaufstandspunkt stellt die elastokinematische Nachlaufstrecke dar, die als Hebelarm für Seitenkräfte bezüglich der resultierenden Vorspuränderung betrachtet werden kann und die sich von der kinematischen Nachlaufstrecke unterscheidet [99, S. 156-157]. Neben der elastokinematischen Nachlaufstrecke kann analog der elastokinematische Lenkrollradius abgeleitet werden, der den Hebelarm für Längskräfte bezüglich der resultierenden Vorspuränderung darstellt [99, S. 158-159]. ZOMOTOR [99, S. 158] bezeichnet diese Lenkachse, um die sich das Rad unter Kräften dreht, als ideale Lenkachse (Abbildung 2.12). Die Vorspuränderung unter Kräften ergibt sich aus den angreifenden Kräften, den Hebelarmen und der Achssteifigkeit, die sich aus der Radaufhängungs- und Lenkungssteifigkeit zusammensetzt [99, S. 157].

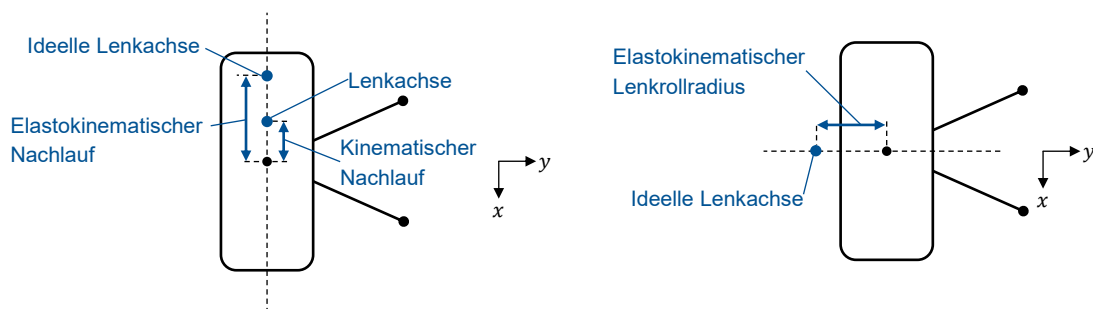


Abbildung 2.12: Ideelle Lenkachse mit elastokin. Nachlauf und Lenkrollradius nach [99, S. 155-159]

HENKER [43, S. 347] unterscheidet zwischen der kinematischen und der wirksamen Lenkachse. Bei Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten verschiebt sich die wirksame Lenkachse gegenüber der kinematischen, wodurch sich Lenkrollradius und Nachlaufstrecke ändern, wie mit Prüfstandsmessungen gezeigt wird [43, S. 351-354]. Die Lenkachse bezieht sich ebenfalls auf die resultierende Vorspuränderung [43, S. 351-354].

LEE ET AL. [128] schlagen die „elastokinematische Schraubachse“ zur Charakterisierung des elastokinematischen Verhaltens vor. Die elastokinematische Schraubachse ist diejenige Achse, um die sich das Rad bewegt, wenn sich die Gummilager der Radaufhängung unter äußeren Kräften verformen [128]. Sie kann aus den Verschiebungen der Gummilager bei einer statischen Analyse berechnet werden [128]. Deren Eigenschaften werden von der Geometrie der Radaufhängung und von den Steifigkeiten der Gummilager beeinflusst [128]. Die Lage und Orientierung

der elastokinematischen Schraubachse bestimmt die Vorspur- und Sturzänderung unter äußeren Kräften [128]. Aus der elastokinematischen Schraubachse lassen sich Achskennwerte analog zur kinematischen Lenkachse ableiten [128].

BLUNDELL UND HARTY [9, S. 222] diskutieren die Ermittlung einer Lenkachse auch für un gelenkte Achsen. Sie kommen zu dem Schluss, dass eine elastische Lenkachse zwar ermittelt werden kann, hinterfragen aber den Zweck einer solchen und verweisen auf die Schwierigkeit, diese eindeutig zu definieren [9, S. 222].

Im Zusammenhang mit den Einflüssen von Störanregungen auf die Radaufhängung und Lenkung heben PISCHINGER UND SEIFFERT [5, S. 881] die Bedeutung der elastokinematischen Lenkachse und deren Lage zum Schwerpunkt der ungefederten Massen hervor. CHANG [78, S. 91] erwähnt die elastokinematische Schwenkachse, die zusätzlich zur kinematischen existiert und vermutlich das Vorspurverhalten festlegt, geht jedoch nicht näher darauf ein. MILLIKEN UND MILLIKEN [77, S. 836] setzen den Lenkrollradius und die Steifigkeiten der Gummilager in Zusammenhang mit der Vorspuränderung unter Längskräften.

Eine Lenkachse der sich unter Kräften ergebenden elastischen Radbewegung, die auch für nicht gelenkte Hinterachsen existiert, wird in [129, 130] erläutert. Diese Lenkachse bestimmt das Vorspurverhalten unter Längs- sowie Seitenkräften und ergibt die entsprechenden Achskennwerte wie die kinematische Lenkachse bei Vorderachsen [129, 130]. Durch Minimierung des Lenkrollradius lassen sich störende Lenkbewegungen infolge von Lastwechselreaktionen reduzieren [129, 130]. Durch die Nachlaufstrecke wird das Seitenkraftlenken ausgelegt [129, 130]. Schon bei der Weissach-Achse wurde ein besonderer Fokus auf die elastokinematische Schwenkachse gelegt, die von den Steifigkeiten der Gummilager beeinflusst wird und die das Vorspurverhalten unter Längs- sowie Seitenkräften festlegt [131]. In [125, 132–135] wird eine Lenkachse auch für nicht gelenkte Hinterachsen erwähnt, um die sich der Radträger unter Kräften bewegt und die das Vorspurverhalten festlegt.

GERRARD [49] stellt ein Vorgehen namens „Equivalent Elastic Mechanism“ (EEM) vor, das ein mechanisches Ersatzsystem zur Achsanalyse bezeichnet. Der EEM umfasst drei translatorische Achsen und drei rotatorische Schraubachsen, die aus der Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden [49, S. 3-4]. Diese bestimmen unter anderem das Vorspurverhalten der Radaufhängung unter Kräften [49, S. 10-11]. Der Autor geht in diesem Zusammenhang auf den „Neutral Steer Point“ (NSP) ein, der den Punkt in Längsrichtung darstellt, an dem eine an der Radaufhängung angreifende Seitenkraft keine Vorspuränderung hervorruft [49, S. 7]. Der NSP ergibt sich in der Seitenansicht aus der vospurneutralen Achse bezüglich Seitenkräften [49, S. 11]. Liegt der NSP hinter dem Radaufstandspunkt, geht das Rad unter einer Seitenkraft zur Fahrzeugmitte in Vorspur [49, S. 7]. Der NSP ist ein Maß dafür, wie sensitiv die Radaufhängung beim Seitenkraftlenken auf Reifennachlaufänderungen reagiert [49, S. 13]. Näherungsweise weist die vospurneutrale Achse die höchste Quersteifigkeit auf und stellt die Momentanachse des Radträgers dar, die sich bei der Rotation infolge eines Moments um die z-Achse ergibt [49, S. 13].

SCHULTZ [122, S. 16-18, 136, S. 165] verwendet GERRARDS [49] Ansatz des EEM, der auf der Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsmatrix basiert, zur vereinfachten Analyse des elastokinematischen Verhaltens von Achsen. Mit Hilfe des EEM lassen sich drei elastische Verschiebungsachsen und drei elastische Schraubachsen für Radaufhängungen bestimmen [122, S. 18, 136, S. 165]. Die elastische Lenkachse, die auch für nicht gelenkte Hinterachsen existiert, ist dabei die bevorzugte Drehachse des Systems mit der geringsten Steifigkeit und bestimmt das elastokinematische Vorspurverhalten [122, S. 57, 136, S. 165]. Aus der elastischen Lenkachse ergeben sich die entsprechenden Hebelarme und Winkelbeziehungen, wie sie aus der kinematischen Lenkachse resultieren [122, S. 57-58, S. 97-100, 136, S. 166-167]. Die Bedeutung der

elastischen Lenkachse für das Vorspurverhalten wird am Beispiel der Verbundlenkerachse untersucht [122, S. 58, 136, S. 165]. Neben der Lage und der Orientierung der elastischen Lenkachse hängt die Vorspuränderung von deren Steifigkeit ab [122, S. 58]. Die elastischen Drehachsen werden für verschiedene Varianten von Verbundlenkerachsen untersucht [122, S. 64-65]. Außerdem wird der Einfluss der Kennwerte aus der elastischen Lenkachse auf die Vorspuränderung betrachtet [122, S. 76-78].

NISHIMURA UND NOZAWA [137] stellen ein Vorgehen zur Achsauslegung auf Basis der „elastischen Hauptachsen“ vor. Es existieren je drei translatorische und drei rotatorische Achsen, die aus der Steifigkeitsmatrix berechnet werden und die die Radaufhängung für kleine Verschiebungen äquivalent abbilden [137]. Aus der Lage der elastischen Hauptachsen können die elastokinematischen Eigenschaften der Radaufhängung vereinfacht abgeleitet werden [137].

Des Weiteren werden in der Literatur charakteristische Punkte beschrieben, die das elastokinematische Verhalten von Achsen definieren.

DIXON [72, S. 179] beschreibt das „Schubzentrum“ von Radaufhängungen, das die Vorspuränderungen unter Reifenkräften bestimmt. Wird dieses Schubzentrum nahe am Radaufstandspunkt platziert, kann die Achse weicher ausgelegt werden, um so den Fahrkomfort zu verbessern, ohne jedoch das Fahrverhalten negativ zu beeinflussen [72, S. 179]. Die Vorspuränderungen können dadurch bei gleichzeitig hoher Vorspurnachgiebigkeit klein gehalten werden, weil die Reifenkräfte geringere Momente um das Schubzentrum erzeugen [72, S. 179].

MATSCHINSKY [29, S. 95] erläutert den Federschwerpunkt als charakteristischen Punkt zur Beurteilung von elastischen Radaufhängungssystemen, vor allem im Zusammenhang mit einem Achsträger. Für ein ebenes elastisches System ist der Federschwerpunkt der Punkt in der Ebene, um den das System die geringste Drehfederrate aufweist [29, S. 92]. Durch Kenntnis des Federschwerpunkts lässt sich die Bewegung des Systems unter äußeren Kräften ermitteln [29, S. 93]. Angewendet auf die Achsauslegung bestimmt der Federschwerpunkt einer Radaufhängung mit Achsträger das Vorspurverhalten der Achse unter Längs- und Seitenkräften [29, S. 291]. Außerdem erwähnt MATSCHINSKY [29, S. 303-304] einen neutralen Punkt der elastischen Seitenkraftabstützung, der ebenfalls das Vorspurverhalten bestimmt.

SCHULTZ [122, S. 43-45] greift den Federschwerpunkt am Beispiel einer Verbundlenkerachse zur Beurteilung des Vorspurverhaltens auf. In [1, S. 714-715, 5, S. 854, 132, 138] wird der Federschwerpunkt, der von den Steifigkeiten der Gummilager abhängt, ebenfalls im Zusammenhang mit dem Vorspurverhalten unter Kräften genannt.

In [139, S. 23] und [140, S. 131] wird der „Seitenkraftneutrale Punkt“ als Achskennwert bei Hinterachsen von Serienfahrzeugen aufgelistet, der für beide Fahrzeuge hinter der Radmitte liegt.

Darüber hinaus wird in der Literatur auf die Auslegung der elastokinematischen Lenkachse bzw. dieser charakteristischen Punkte, deren Bedeutung für das Fahrverhalten und umfassendere Untersuchungen zu den Unterschieden gegenüber der kinematischen Lenkachse allerdings nicht genauer eingegangen.

### **Einfluss der Nachgiebigkeiten auf Kennwerte der Radaufhängungsgeometrie**

Weil die Nachgiebigkeiten in der Radaufhängung dazu führen, dass sich die Bewegungen der kinematischen Kette ändern, wird an dieser Stelle nochmal auf die Kennwerte der Radaufhängungsgeometrie eingegangen [1, S. 45]. MATSCHINSKY [29, S. 166-167] weist darauf hin, dass die Kennwerte der Radaufhängung nur in der Kinematik und kraftfrei bestimmt werden dürfen. Seiner Meinung nach ist der Einfluss der Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte unbedeutend und kann vernachlässigt werden [29, S. 167, S. 446]. ERSOY UND GIES [1, S. 45-46] dagegen

führen explizit die Änderung der kinematischen Kennwerte auf und erwähnen deren Abhängigkeit von den Kräften.

Bei der Ermittlung des Wankzentrums werden die Elastizitäten in der Radaufhängung gewöhnlich vernachlässigt [29, 187, 43, S. 108, 53, S. 264, 72, S. 158]. Die Lage des Wankzentrums ändert sich jedoch durch die Elastizitäten der Gummilager [1, S. 46, 43, S. 117, 73, S. 171]. Indem das Wankzentrum aus der Spurweitenänderungskurve ermittelt wird, können die Nachgiebigkeiten berücksichtigt werden [73, S. 174]. Die Steifigkeiten der Gummilager beeinflussen außerdem Brems- und Anfahrnickausgleich [1, S. 46].

Auf die Berücksichtigung von Nachgiebigkeiten bei Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorübersetzung wird in der Literatur nicht näher eingegangen. Einzig DIXON [72, S. 275-276] weist darauf hin, dass Nachgiebigkeiten in der Radaufhängung zu Abweichungen gegenüber den kinematischen Übersetzungen führen können.

### **Kennwerte der Lenkrückmeldung**

Die Kennwerte der Lenkrückmeldung (Abbildung 2.11) umfassen die Hebelarme für die am Rad angreifenden Kräfte sowie die charakteristischen Winkelbeziehungen, die sich aus der Lenkachse ergeben. Sie bestimmen das entstehende Lenkmoment. Außerdem gehören die Lenkübersetzungen dazu. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit den Abweichungen gegenüber der Kinematik, die durch die Nachgiebigkeiten in der Radaufhängung entstehen.

Die Lenkachse in der Elastokinematik wird in der Literatur überwiegend mit der Vorspuränderung in Verbindung gebracht. Die Lenkachse bezüglich der Lenkrückmeldung, wie sie jedoch in der Kinematik von Bedeutung ist, wird nur vereinzelt hinsichtlich des Einflusses der Nachgiebigkeiten betrachtet. Durch die Nachgiebigkeiten in der Radaufhängung verdreht sich die Lenkachse unter Kräften, was zu einer Änderung der Achskennwerte führt [5, S. 849, 73, S. 260]. Durch das Aufziehen des Radträgers unter Längskraft ändern sich Nachlaufwinkel und Nachlaufstrecke [5, S. 849]. Der Angriffspunkt der Federkraft hat ebenfalls Einfluss auf den Nachlaufwinkel [73, S. 260]. BLUNDELL UND HARTY [9, S. 222] erwähnen die Möglichkeit, die Lenkachse mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix zu ermitteln, indem bei gesperrter Feder die Momentanachse der Radträgerbewegung berechnet wird, die sich bei einer inkrementellen Lenkbewegung ergibt. Auf den Unterschied zur kinematischen Lenkachse wird allerdings nicht eingegangen.

Die tatsächliche Lenkübersetzung weicht wegen der Nachgiebigkeiten, vor allem im Lenksystem, von der kinematischen ab [9, S. 492, 48, S. 308, 51, S. 48, 53, S. 479, 75, S. 65, 141, S. 46]. Die Lenkübersetzung, die der Fahrer spürt, setzt sich aus der kinematischen Lenkübersetzung und einem elastischen Anteil zusammen [53, S. 480, 73, S. 228, 75, S. 65, 80, S. 288-289, 141, S. 46]. Diese wird als dynamische Lenkübersetzung bezeichnet und ist größer als die kinematische Lenkübersetzung [53, S. 480, 73, S. 228, 75, S. 65, 141, S. 46-47]. Der elastische Anteil hängt von der Höhe des aufgebrachtten Lenkradmoments ab [51, S. 48, 53, S. 480, 73, S. 228, 75, S. 65, 141, S. 46-47]. Die Abweichungen zur kinematischen Lenkübersetzung sind für kleine Lenkwinkel und hohe Lenkradmomente am größten [73, S. 228, 141, S. 46-47].

### **2.2.3 Elastodynamik**

In der Simulation muss zwischen statischen und dynamischen Berechnungen unterschieden werden [1, S. 258]. Die Auslegung der Kinematik und Elastokinematik erfolgt (quasi)statisch, wobei die einzelnen Lastfälle jeweils für sich betrachtet werden [1, S. 258, 29, S. 288, 94, S. 13].

Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Systems werden dabei zu null gesetzt, weswegen keine geschwindigkeits- und beschleunigungsabhängigen Kräfte resultieren [9, S. 160, S. 247]. Die Bewegung des Systems ergibt sich aus dem statischen Gleichgewicht, das für jeden Simulationsschritt berechnet wird [9, S. 160].

Bei dynamischen Analysen dagegen werden Geschwindigkeits- und Beschleunigungsterme berücksichtigt, sodass Massen-, Trägheits- und Dämpfungskräfte im Gegensatz zur Kinematik und Elastokinematik auftreten [9, S. 160, S. 216]. Die dynamischen Lasten unterscheiden sich je nach Anregung von den statischen Lasten und müssen bei der Auslegung mitbetrachtet werden [1, S. 259, S. 271, S. 489, 51, S. 180]. Außerdem werden dynamische Simulationen für Schwingungsuntersuchungen verwendet, weil das Fahrwerk ein schwingungsfähiges System ist [1, S. 210-211, 29, S. 313]. Es wird durch Fahrbahn, Räder, Antriebsstrang sowie die Fahrwerksstruktur selbst zu Schwingungen angeregt, die bei der Auslegung abgestimmt werden müssen [1, S. 99, S. 210-211, 29, S. 287, 84, S. 93, S. 134]. Auch das Verhalten des Reifens, einschließlich seines dynamischen Verhaltens, wurde bisher nicht betrachtet, sondern nur durch synthetische Lasten abgebildet [1, S. 270, 29, S. 288].

### **Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens und des Reifens**

Einen großen Anteil am dynamischen Verhalten des Fahrwerks haben Dämpfer. Diese dienen dazu, die Schwingungen, zu denen das Fahrzeug über die Räder durch die Fahrbahn angeregt wird, zum Abklingen zu bringen und die auftretenden Radlastschwankungen zu minimieren [1, S. 488, 29, S. 71, 51, S. 151, 53, S. 325]. Die Dämpfer erzeugen eine Kraft, die proportional zur Geschwindigkeit ist [1, S. 491, 43, S. 258, 51, S. 151, 53, S. 327, 84, 70].

Des Weiteren ist bei den Fahrwerkslagern zwischen dem quasistatischen und dem dynamischen Übertragungsverhalten zu unterscheiden [1, S. 210]. Bei den Gummilagern handelt es sich um viskoelastische Bauteile, die neben federnden auch dämpfende Eigenschaften aufweisen [1, S. 210, 15, S. 124, 94, S. 79]. Dadurch zeigt sich im Verhalten des Gummilagers eine Hysterese [1, S. 219, 15, S. 124, 84, S. 56-57, 94, S. 79]. Metallischen Bauteilen dagegen fehlen diese Dämpfungseigenschaften [1, S. 210, 5, S. 840, 29, S. 309]. Das dynamische Übertragungsverhalten von Gummilagern wird durch die dynamische Steifigkeit charakterisiert, die sowohl von der Frequenz als auch von der Amplitude abhängt [1, S. 219-220, 5, S. 841, 15, S. 124-126, 94, S. 77, 142]. Mit zunehmender Frequenz und abnehmender Amplitude erhöht sich die dynamische Steifigkeit [5, S. 841, 84, S. 58, 94, S. 80]. Das Dämpfungsverhalten kann durch den Verlustwinkel beschrieben werden, der selbst frequenzabhängig ist [1, S. 219, 5, S. 841, 15, S. 124, 84, S. 57, S.66, 94, S. 77]. Neben den konventionellen Gummilagern existieren Hydrolager, bei denen es sich um Elastomerlager mit integrierter hydraulischer Dämpfung handelt [1, S. 210, 5, S. 843-844, 15, S. 132, 84, S. 67]. Diese besitzen den Vorteil, dass sie eine größere Dämpfung aufweisen und sich auf bestimmte Frequenzen sowie Amplituden abstimmen lassen [1, S. 241, 5, S. 843-844, 15, S. 132, 84, S. 67].

Bei dynamischen Analysen sind außerdem Kräfte und Momente zu berücksichtigen, die durch Massen, Trägheiten und Kreiseffekte entstehen [9, S. 216, 29, S. 288-289, 143, S. 815]. Weiterhin muss unter Umständen die Reibung betrachtet werden, die von der Relativbewegung im Reibkontakt abhängt und beispielsweise in den Gelenken sowie in der Lenkung vorhanden ist [9, S. 345, 15, S. 163-164, 29, S. 76, 75, S. 148, S. 150, 84, S. 59].

Der Reifen hat einen großen Einfluss auf die dynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs, weil er alle Kräfte und Momente zwischen Fahrbahn und Fahrzeug überträgt [1, S. 266, S. 628, 9, S.

335, 84, S. 454]. Ebenso wie die Radaufhängung weist der Reifen Federungs- und Dämpfungseigenschaften auf [1, S. 57, S. 80-82, 29, S. 79]. Das dynamische Verhalten des Reifens ist sehr komplex [84, S. 95]. Bei dynamischen Vorgängen stellt sich der neue stationäre Zustand erst nach einer gewissen Zeit ein, sodass Reifenkräfte und -momente verzögert aufgebaut werden [1, S. 91-92, 5, S. 812-813, 9, S. 379, 46, S. 58-59].

Außerdem ist zu beachten, ob das Fahrwerk an die unbewegliche Umgebung oder an den beweglichen Fahrzeugaufbau angebunden ist, weil ersteres zu einer Versteifung und damit zu einer Erhöhung der Lasten führt [1, 259].

## Modellierung, Simulation und Versuch

Zur Analyse des dynamischen Verhaltens kommen wie bei der Elastokinematik MKS-Modelle zum Einsatz, die den Frequenzbereich bis 30 Hz bzw. mit FEM-Modellen gekoppelt bis 200 Hz abdecken [15, S. 101, 42, S. 14, 51, S. 180-181, 84, S. 452]. Mit diesen sind fahrdynamische Untersuchungen und Komfortuntersuchungen möglich [84, S. 452]. Für höhere Frequenzen werden FEM-Modelle verwendet [84, S. 452].

Die Kraft des Dämpfers setzt sich im Allgemeinen aus der Dämpfergasfederkraft und der Dämpfungskraft zusammen, was einem Maxwell-Element entspricht [1, S. 496, 15, S. 161, 19, S. 42]. Die Dämpfergasfederkraft, die einen konstruktionsbedingten Nebeneffekt des Dämpfers darstellt, kann durch eine konstante Steifigkeit angenähert werden [1, S. 496, 15, S. 161, 19, S. 42-43]. Die Dämpfungskraft kann als Kennlinie in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit abgebildet werden [9, S. 140, 15, S. 157, 19, S. 43, 51, S. 153]. Die Dämpferkennlinien sind nichtlinear und asymmetrisch, wobei die Zugstufe gewöhnlich härter als die Druckstufe ausgelegt wird [9, S. 140, 19, S. 42, 29, S. 126, 51, S. 151, 84, S. 71].

Das viskoelastische Verhalten von Gummilagern kann durch Kelvin-Voigt-Elemente bzw. Maxwell-Elemente modelliert werden, bei denen eine lineare Feder und ein viskoser Dämpfer parallel bzw. in Reihe geschaltet werden [9, S. 153, 15, S. 130-131, 42, S. 221-223, 84, S. 57-58, 94, S. 81]. Daneben existieren weitere Modelle, die beispielsweise aus Kombinationen von diesen beiden Modellen aufgebaut sind [9, S. 153, 15, S. 132, 84, S. 58]. Die Gummilagerdämpfung liegt gewöhnlich nur als skalarer Wert und nicht als Kennlinie vor [15, S. 127]. Die Vermessung von Fahrwerkslagern sollte in der Nähe der Achseigenfrequenz, die im Bereich von 15 Hz liegt, durchgeführt werden und im besten Fall durch weitere Messungen bei relevanten Frequenzen sowie Amplituden ergänzt werden [1, S. 220, 15, S. 123, S. 125].

Für die Modellierung der Reibung im Fahrwerksbereich, beispielsweise der Coulombschen Reibung, werden verschiedene Ansätze verwendet, die die Reibkraft als Kennlinie in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit abbilden, numerisch jedoch oft problematisch sind [15, S. 164-166].

Zur Abbildung des Reifens existiert eine Vielzahl an Modellen, die das Verhalten entweder empirisch oder auf Basis eines physikalischen Modells beschreiben [1, S. 93, 94, S. 22, 144, S. 85]. Im Zusammenhang mit der Mehrkörpersimulation kommen überwiegend zwei Reifenmodelle zum Einsatz [1, S. 647]. Das Reifenmodell Magic Formula (MF) bildet das Reifenverhalten durch mathematische Funktionen ab und wird vorwiegend für fahrdynamische Untersuchungen verwendet [1, S. 93, 9, S. 403, 15, S. 186-187, 84, S. 454, 94, S. 22]. Das dynamische Verhalten kann beispielsweise als Verzögerungsansatz erster Ordnung modelliert werden [1, S. 91-92, 42, S. 183]. Bei Komfortuntersuchungen, die physikalisch begründete Reifenmodelle benötigen, kommt häufig das Reifenmodell FTire zum Einsatz [1, S. 93-94, 9, S. 433, 15, S. 191, 84, S. 454, 94, S. 22-23]. Weitere Reifenmodelle werden in [1, S. 93-94, 15, S. 187-191] genannt.

Zur dynamischen Simulation und Messung kann ein dynamischer Achsprüfstand verwendet werden, bei dem, wenn er als Flachbandprüfstand ausgeführt wird, die Fahrbahnregung mit rollendem Rad abgebildet wird [1, S. 288-289, 42, S. 140-141, 142, 145, S. 11, 146, S. 7-9, 147, 148, S. 261-262, 149, S. 1027-1028, 150, 151]. Dynamische Simulationen dienen vor allem zur Untersuchung von Schwingungsphänomenen, wie Lenkungs- bzw. Lenkraddrehschwingungen, Bremsenrubbeln und Anfahr- sowie Bremsstempeln [1, S. 240, 29, S. 281, 84, S. 92, S. 136-138, 94, S. 17, 124, S. 3, 152, S. 4]. Das Ziel besteht darin, die Schwingungen im Fahrwerk und im Fahrzeug zu reduzieren [1, S. 102, S. 217, 84, S. 98, 152, S. 3].

Auf spezifische Achskennwerte, die in der dynamischen Simulation ermittelt werden und für das Fahrverhalten relevant sind, wird in der Literatur nicht näher eingegangen. Einzig HABERZETTL ET AL. [93, S. 270] erwähnen den Dämpferhebelarm, der die Rückwirkung von Dämpferkräften auf das Lenkmoment beschreibt.

### 2.2.4 Gesamtfahrzeug

Nach der kinematischen und elastokinematischen Auslegung von Vorder- und Hinterachse werden (dynamische) Gesamtfahrzeugsimulationen durchgeführt, um die Fahrdynamik hinsichtlich der geforderten Ziele zu bewerten [1, S. 265, 5, S. 849, S. 1289, S. 1302, 9, S. 215, 122, S. 23]. Dabei ist das Zusammenwirken von Vorder- und Hinterachse von Bedeutung [1, S. 738]. Es werden die Einflüsse der Kinematik und Elastokinematik sowie der Gesamtfahrzeugeigenschaften auf das Fahrverhalten betrachtet [1, S. 266, S. 738, 5, S. 738, S. 840, 122, S. 23].

Für die Gesamtfahrzeugsimulation werden ebenfalls MKS-Modelle verwendet [1, S. 265, 15, S. 5]. Das Gesamtfahrzeugmodell beinhaltet neben Vorder- und Hinterachse die Lenkung, die Karosserie, den Antriebsstrang mit Motor sowie die Räder mit Reifen [1, S. 266, 5, S. 1302, 9, S. 451-452]. Außerdem wird ein Modell der Fahrbahn sowie ein Fahrmanöver bzw. Fahrermodell benötigt [1, S. 266, 9, S. 451-452, 15, S. 196-202, S. 225-232].

Die Bewertung des Fahrverhaltens erfolgt überwiegend mit standardisierten Fahrmanövern, die das Kurven-, Übergangs- und Geradeausfahrverhalten charakterisieren, wie stationäre Kreisfahrt, Lastwechsel, Sinuslenken und Lenkwinkelsprung [1, S. 266-267, 5, S. 909-915, 30, S. 54]. Bewertungsgrößen sind dabei der zeitliche sowie frequenzabhängige Verlauf von Fahrzeugbewegungsgrößen und Größen am Lenkrad, aus denen sich Kennwerte ableiten lassen, die das fahrdynamische Verhalten des Fahrzeugs charakterisieren, wie das Eigenlenk- und Anlenkverhalten [1, S. 267, 5, S. 909, S. 1302, 30, S. 54-56].

Zur Bewertung des Fahrkomforts werden hauptsächlich Schwingungsuntersuchungen auf einer Hydropuls-Vierstempelanlage durchgeführt [1, S. 268, 5, S. 1293, S. 1302]. Eine weitere Möglichkeit stellt die Überfahrt von Hindernissen dar [5, S. 1302]. Bewertungsgrößen sind vor allem Beschleunigungen an komfortrelevanten Punkten, aus denen komfortspezifische Kennwerte abgeleitet werden, und Eigenfrequenzen des Fahrzeugs [1, S. 268, 5, S. 1302].

Das Ziel bei den Gesamtfahrzeugsimulationen besteht darin, die Eigenschaften von Vorder- und Hinterachse aufeinander abzustimmen, sodass alle Anforderungen an das Gesamtfahrzeug erfüllt werden [1, S. 738, 5, S. 849, 122, S. 27].

Gesamtfahrzeugsimulationen, die die Achsauslegung betrachten, befassen sich überwiegend mit der Untersuchung von Einflüssen der Achse auf das Fahrverhalten [54, 95, 96, 152-166].



# 3 Ableitung der Themenstellung aus Stand der Technik und Wissenschaft

In diesem Kapitel wird zunächst der zuvor vorgestellte Stand der Technik und Wissenschaft kritisch betrachtet. Trotz der bereits umfangreichen Erkenntnisse zur Achsauslegung im Fahrwerksentwicklungsprozess sind immer noch Aspekte vorhanden, die nicht oder nur teilweise untersucht worden sind. Darauf aufbauend wird das Thema dieser Arbeit mit den zu beantwortenden Forschungsfragen abgeleitet und näher erläutert.

## 3.1 Kritik am Stand der Technik und Wissenschaft

Es existiert zwar eine Vielzahl an Achskennwerten, die die Eigenschaften der Achse charakterisieren, allerdings liegt der Fokus bei vielen von diesen nur auf der kinematischen Betrachtung. Nachgiebigkeiten und deren Einflüsse auf die Radaufhängungs- sowie Lenkgeometrie werden oftmals vernachlässigt. Bei den Lastfällen werden deswegen häufig nur Federn und Lenken untersucht, weil Kräfte wegen der nicht modellierten Nachgiebigkeiten nicht betrachtet werden. Obwohl gängige MKS-Software die Nachgiebigkeiten in den Achskennwerten abbildet, wurde bisher nicht quantifiziert, in welchem Ausmaß welche Achskennwerte davon beeinflusst werden.

In der Elastokinematik werden zwar Nachgiebigkeiten berücksichtigt, allerdings wesentliche Einflüsse vernachlässigt. Dazu zählt die unzureichende Betrachtung der Elastizitäten der Lenkung. Der Einfluss der EPS wird zwar erwähnt, aber nicht quantifiziert. Daneben wird der Reifen nur vereinfacht modelliert, beispielsweise über eine Federsteifigkeit und einen konstanten Reifennachlauf. Eine Abbildung des komplexen Reifenverhaltens findet nicht statt, sodass relevante Arbeitspunkte bei den Achskennwerten nicht abgedeckt werden. Außerdem werden dynamische Einflüsse nicht betrachtet, weil die Analyse der Elastokinematik nur statisch durchgeführt wird. Dies führt ebenfalls dazu, dass relevante Arbeitspunkte bei den Achskennwerten nicht abgedeckt werden. Bei den Achskennwerten liegt der Fokus auf den Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten. Eine erneute Betrachtung der kinematischen Größen findet nicht immer statt. Vor allem hinsichtlich der Lenkachse sind Unklarheiten vorhanden. Während sich die Lenkachse in der Kinematik vor allem auf die Lenkrückmeldung bezieht, wird die Lenkachse in der Elastokinematik fast ausschließlich im Zusammenhang mit der Radführung in Form des Vorspurverhaltens genannt. Auf die elastokinematische Lenkachse wird aber in der Literatur nicht näher eingegangen.

Es werden zwar zusätzlich dynamische Simulationen mit der Achse durchgeführt, bei diesen liegt der Fokus jedoch auf dem Schwingungsverhalten und eine Betrachtung der Achskennwerte findet nicht statt. Die Gesamtfahrzeugsimulationen dienen vorwiegend zur Absicherung und zur Bewertung des Fahrverhaltens, wobei Achskennwerte dabei nicht explizit betrachtet werden, sodass relevante Arbeitspunkte bei den Achskennwerten ebenfalls nicht abgedeckt werden.

Bezüglich der Vorgehensweise zur Berechnung der Achskennwerte in der Kinematik und Elastokinematik werden in der Literatur verschiedene Ansätze genannt und teilweise beschrieben, allerdings nicht durchgängig für alle Achskennwerte.

## 3.2 Ableitung der Themenstellung

Aus der kritischen Betrachtung des Stands der Technik und Wissenschaft leiten sich mehrere Forschungsfragen ab, auf die in der Literatur nicht oder nur unvollständig eingegangen wird.

Zunächst wird in der Literatur kein übereinstimmendes Vorgehen detailliert erläutert, mit dem sich alle relevanten, im Stand der Technik und Wissenschaft identifizierten Achskennwerte für alle Phasen bei der Achsauslegung ermitteln lassen. Bei der Ermittlung der Achskennwerte sollen beliebige Arbeitspunkte unter Berücksichtigung der wesentlichen Nachgiebigkeiten der einzelnen Achskomponenten betrachtet werden. Dies umfasst statische und dynamische Simulationen, sowohl bei Achs- als auch bei Gesamtfahrzeuganalysen. Daraus ergibt sich die grundlegende Fragestellung dieser Arbeit:

*(1) Mit welcher Methode können bei der Achsauslegung auf Grundlage von Achskennwerten möglichst umfangreiche Erkenntnisse zu den Eigenschaften der Achse gewonnen werden?*

Neben dieser methodischen Fragestellung werden in diesem Kontext weitere Aspekte zur Achsauslegung untersucht, die einer vertieften Betrachtung bedürfen. Die erste Frage befasst sich mit den Unterschieden zwischen den Achskennwerten in der Kinematik und der Elastokinematik:

*(2) Welchen Einfluss haben die Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte der Kinematik?*

Dazu soll untersucht werden, bei welchen Achskennwerten, Lastfällen und Achskonzepten Abweichungen auftreten und wie groß diese sind. Ausgehend davon soll die elastokinematische Analyse näher betrachtet werden:

*(3) Inwiefern kann die Betrachtung der Elastokinematik noch erweitert und vertieft werden?*

Bei dieser Frage wird der Einfluss von Lenkung und Reifen näher betrachtet. Außerdem wird die elastokinematische Lenkachse im Vergleich zur kinematischen Lenkachse analysiert hinsichtlich Eigenschaften, Relevanz für das Fahrverhalten und Einflussfaktoren. Im Anschluss sollen die dynamischen Einflüsse berücksichtigt und das Reifenverhalten abgebildet werden:

*(4) Inwiefern müssen dynamische Einflüsse und das Reifenverhalten bei der Achsauslegung berücksichtigt werden?*

Zur Beantwortung dieser Frage sind die Achskennwerte für die Arbeitspunkte, die sich durch den Reifen und die dynamischen Eigenschaften ergeben, zu ermitteln. Nach der Betrachtung der Achse soll zum Schluss der Fokus auf dem Gesamtfahrzeug liegen:

*(5) Wie kann die Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext bestimmt werden?*

In diesem Zusammenhang soll der Einfluss von Achskennwerten auf Gesamtfahrzeuggrößen, die zur Bewertung des Fahrverhaltens verwendet werden, mit einem geeigneten Vorgehen bestimmt werden, um mögliche Stellhebel für die Achsauslegung zu identifizieren.

Insgesamt sollen die neuen Erkenntnisse, die durch die Beantwortung dieser Forschungsfragen gewonnen werden, einen Beitrag zur Verbesserung der simulativen Achsauslegung im Fahrwerksentwicklungsprozess leisten.

# 4 Vorgehen und Methodik

In diesem Kapitel wird das grundsätzliche Vorgehen zur Beantwortung der zuvor abgeleiteten Forschungsfragen erläutert (Abbildung 4.1). Im Stand der Technik und Wissenschaft hat sich gezeigt, dass zur Achsauslegung im Allgemeinen die MKS ein geeignetes Mittel ist. Deswegen wird zunächst in Unterkapitel 4.1 beschrieben, wie die in dieser Arbeit untersuchten MKS-Modelle aufgebaut sind und welche Eigenschaften modelliert werden. Darauf aufbauend werden in Unterkapitel 4.2 verschiedene Modellvarianten abgeleitet, die sich hinsichtlich der gewählten Systemgrenze, Modellkomplexität und Modellparameter unterscheiden. Daneben wird in Unterkapitel 4.3 auf die betrachteten Lastfälle bzw. Manöver in der Simulation eingegangen.

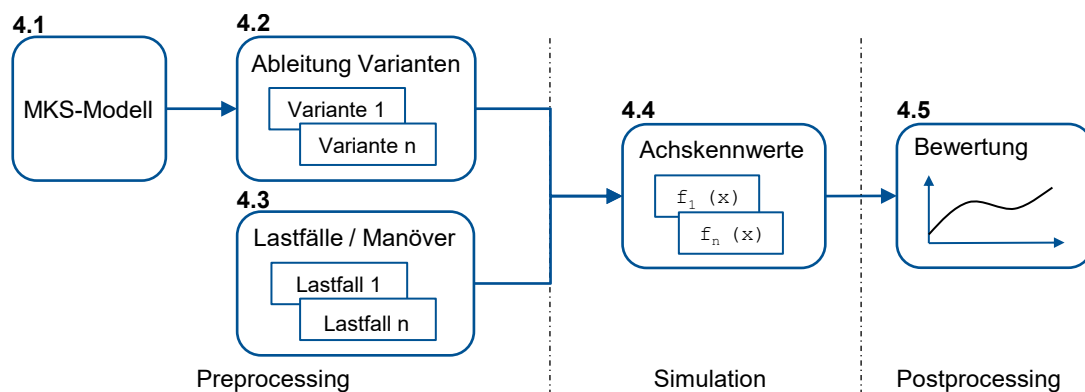


Abbildung 4.1: Vorgehen zur Beantwortung der Forschungsfragen

Im Anschluss wird in Unterkapitel 4.4 die Methode zur Berechnung der Achskennwerte, die im Stand der Technik und Wissenschaft identifiziert wurden, aus der Nachgiebigkeitsmatrix erläutert. Das Unterkapitel 4.5 befasst sich schließlich damit, wie ausgehend von den berechneten Achskennwerten die Forschungsfragen beantwortet werden können.

## 4.1 Modellbildung in der Mehrkörpersimulation

In diesem Unterkapitel wird darauf eingegangen, wie die Achse, bestehend aus den Teilsystemen Radaufhängung, Lenkung sowie Rädern, und das Gesamtfahrzeug in der Mehrkörpersimulation modelliert werden. In dieser Arbeit wird als MKS-Software MSC ADAMS/CAR 2015.1 verwendet, das in der Automobilindustrie im Bereich der Fahrwerksentwicklung, besonders der Achsauslegung, etabliert ist [1, S. 257, 9, S. 182, 15, S. 7, 122, S. 20]. Die Mehrkörpersimulation ist ein rechnergestütztes Verfahren, um das Bewegungsverhalten komplexer mechanischer Systeme zu beschreiben und zu untersuchen [1, S. 257, 23, S. 352]. Ein klassisches Mehrkörpersystem besteht aus einer Mehrzahl massebehafteter, starrer Körper, die durch Koppellemente wie Gelenke, Gummilager, Federn oder Dämpfer miteinander verbunden sind und auf die Kräfte

und Momente einwirken [1, S. 257, 6, S. 71, 23, S. 344, 42, S. 8-9, 50, S. 1-2]. Es besteht auch die Möglichkeit, flexible Körper einzubinden, die aus FEM-Analysen gewonnen und in eine reduzierte Form gebracht werden, was jedoch die Simulationszeiten deutlich erhöht [1, S. 258, 5, S. 1301-1302, 23, S. 368]. Mit Hilfe des Newton-Euler-Verfahrens oder der Lagrangeschen Methode wird das Mehrkörpersystem in ein Differentialgleichungssystem überführt, das numerisch gelöst wird [1, S. 257, 5, S. 1301, 6, S. 88, 23, S. 352-356, 50, S. 3-5]. In der Mehrkörpersimulation ergeben sich Lage, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Körper sowie die Reaktionskräfte und -momente [1, S. 257, 5, S. 1301, 23, S. 356, 42, S. 9].

Für umfangreichere Erläuterungen zu Mehrkörpersystemen sowie zur Mehrkörpersimulation sei auf [9, 42, 50, 167–169] verwiesen.

#### 4.1.1 Modellierung der Radaufhängung

Dieser Abschnitt stellt die wesentlichen Elemente vor, mit der die Radaufhängung im MKS-Modell abgebildet wird. Die Radaufhängung besteht aus dem Radträger, den Lenkern, Feder und Dämpfer, Zuganschlag und Zusatzfeder sowie dem Stabilisator. Die Anzahl und die Anordnung der Lenker zueinander, deren Lage durch die Kinematikpunkte festgelegt wird, wird durch das Achskonzept bestimmt. Die Lenker und der Radträger werden als starr betrachtet, können bei Bedarf aber als flexible Körper eingebunden werden. Die Anbindung der Komponenten zueinander bzw. zur Karosserie erfolgt durch Gummilager. Während die drei translatorischen und die drei rotatorischen Steifigkeiten der Gummilager durch Kraft-Weg- bzw. Moment-Verdrehung-Kennlinien abgebildet werden, wird die Gummilagerdämpfung jeweils durch einen skalaren Wert beschrieben. Für die in dieser Arbeit untersuchten Vorderachsen weisen die radträgerseitigen Gummilager sowie die Gummilager zur Spurstangenanbindung eine Steifigkeit von 40 kN/mm auf, um das Verhalten von Kugelgelenken darzustellen. Die Feder sowie Zuganschlag und Zusatzfeder werden ebenfalls durch Kraft-Weg-Kennlinien modelliert. Der Dämpfer wird durch eine Kraft-Geschwindigkeit-Kennlinie (für feste Bestromung) abgebildet und durch eine annähernd konstante Dämpfergasfederkraft ergänzt. Die Torsionssteifigkeit des Stabilisators wird als skalarer Wert eingebracht. Beispielhafte Kennlinien für Gummilager, Feder und Dämpfer sowie Zuganschlag und Zusatzfeder sind in Abbildung 4.2 dargestellt.

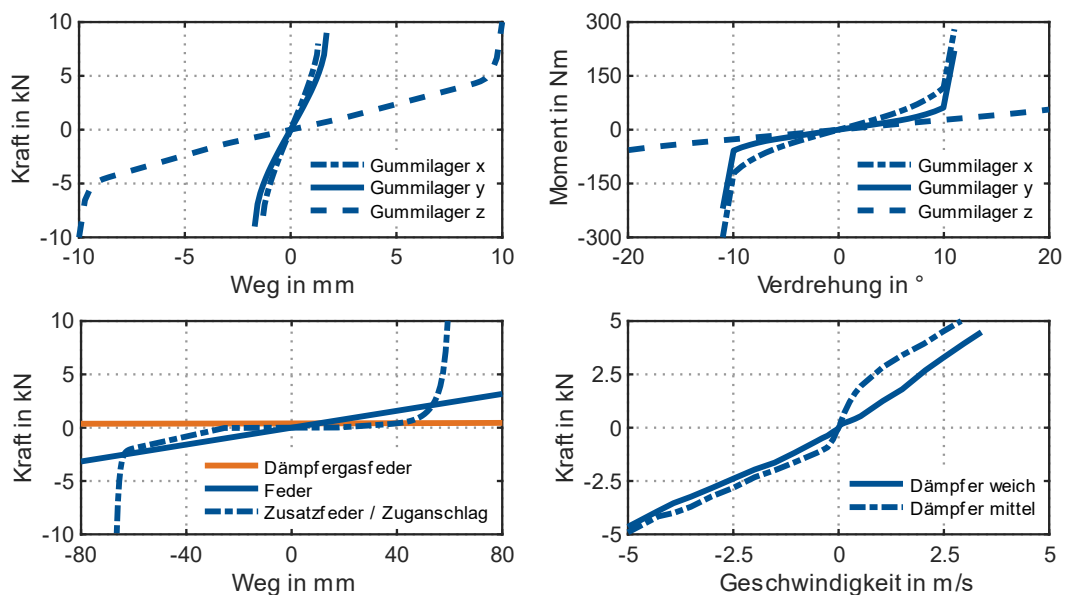


Abbildung 4.2: Kennlinien für Gummilager, Feder, Zusatzfeder und Zuganschlag sowie Dämpfer

Das Radlager mit der kardanischen Steifigkeit, die im Modell als konstant angenommen wird, bringt zusätzliche Nachgiebigkeiten in die Achse ein. Außerdem kommt je nach Fahrzeug- und Achskonzept unter Umständen ein Hinterachsträger zum Einsatz, der die Radaufhängung über Gummilager an die Karosserie anbindet.

Die in dieser Arbeit untersuchten Achskonzepte, die den betrachteten Fahrzeugen entsprechend gewählt und parametrisiert werden, werden im nächsten Unterkapitel vorgestellt.

### 4.1.2 Modellierung der Lenkung

Bei einer Vorderachse kommt die Lenkung als eigenes Teilsystem hinzu. In dieser Arbeit wird die Lenkung als Zahnstangenlenkung ausgeführt, die seit langem das gängigste Lenkkonzept darstellt [1, S. 374]. Die Lenkung umfasst im Wesentlichen die einzelnen Teile der Lenksäule sowie die Zahnstange und das Lenkgetriebe.

Die Hardy-Scheibe, ein Dämpfungsglied im Lenkstrang, ist als Gummilager modelliert, das keine translatorischen und kardanischen Nachgiebigkeiten aufweist. Die Torsionssteifigkeit wird im Modell als linear abgebildet. Die Übertragung der Bewegung des Ritzels auf die Zahnstange wird durch eine Übersetzung dargestellt. Das Lenkgetriebe ist entweder starr an der Karosserie angebunden oder mit Hilfe von Gummilagern elastisch gelagert. Die Lenkung kann entweder vor oder hinter der Radmitte positioniert sein. Über die Zahnstange und die Spurstangen erfolgt die Übertragung der Bewegung auf die Räder.

Einen großen Einfluss auf die Eigenschaften der Achse hat die EPS. Diese wird durch den Torsionsstab und eine Unterstützungskraft modelliert. Der Torsionsstab weist eine lineare Torsionssteifigkeit mit Anschlägen auf. In Abhängigkeit von der Verdrehung des Torsionsstabs wird eine Unterstützungskraft gestellt. Die Kennlinien der Unterstützungskraft sind geschwindigkeitsabhängig, wobei die Unterstützung beim Parkieren am größten ist und mit steigender Geschwindigkeit zurückgeht. Beispielhafte Kennlinien für die Hardy-Scheibe, den Torsionsstab und die EPS-Unterstützung sind in Abbildung 4.3 dargestellt.

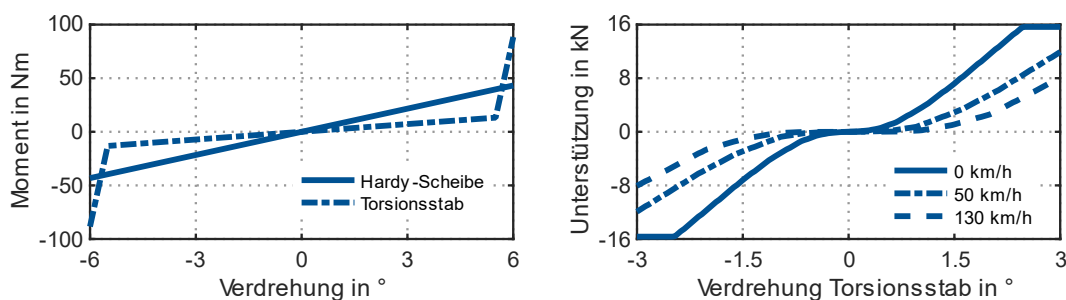


Abbildung 4.3: Kennlinien für Hardy-Scheibe, Torsionsstab und EPS-Unterstützung

Die Reibung in der Lenkung bzw. im Lenkgetriebe kann durch eine konstante bzw. geschwindigkeitsabhängige Reibkraft dargestellt werden.

### 4.1.3 Modellierung des Rades

Das Rad, das den Reifen beinhaltet, stellt das dritte Teilsystem der Achse dar. Die größte Bedeutung des Rades kommt dem Reifen zu, dessen Eigenschaften das Fahrverhalten stark beeinflussen. Die Modellierung des Reifens erfolgt in dieser Arbeit auf drei Arten, auf die an dieser Stelle kurz eingegangen wird.

Zunächst wird der Reifen als starr betrachtet. Hinsichtlich des Reifenverhaltens wird einzig der Reifennachlauf abgebildet, der als konstant angenommen wird.

Daneben steht ein Reifenmodell auf Basis der Magic Formula von PACEJKA [144] zur Verfügung, das das komplexe Reifenverhalten empirisch abbildet (Abbildung 4.4). In dieser Arbeit werden vor allem Seitenkräfte betrachtet. Die entstehende Reifenseitenkraft hängt unter anderem von der Radlast und vom Schräglaufwinkel ab. Der Reifennachlauf ist abhängig vom Fahrzustand und nimmt bei zunehmenden Seitenkräften bzw. Schräglaufwinkeln ab. Dies wirkt sich auf das entstehende Reifenrückstellmoment aus, das ebenfalls bei zunehmenden Seitenkräften zurückgeht. Außerdem unterscheidet sich das dynamische Verhalten des Reifens wegen der Einlaufänge vom statischen Verhalten, was an der Hysterese beim Seitenkraft-Schräglaufwinkelverlauf erkennbar ist. Neben der Vertikalsteifigkeit des Reifens wird dessen Dämpfung modelliert. Für umfangreichere Erläuterungen zum MF-Reifenmodell sei auf [144] verwiesen.

Zuletzt kann ein FTire-Reifenmodell genutzt werden, auf das an dieser Stelle aber nicht genauer eingegangen wird, weil für den Großteil der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen bereits das MF-Reifenmodell ausreichend ist. Für die Beschreibung des FTire-Reifenmodells sei auf [170, 171] verwiesen.

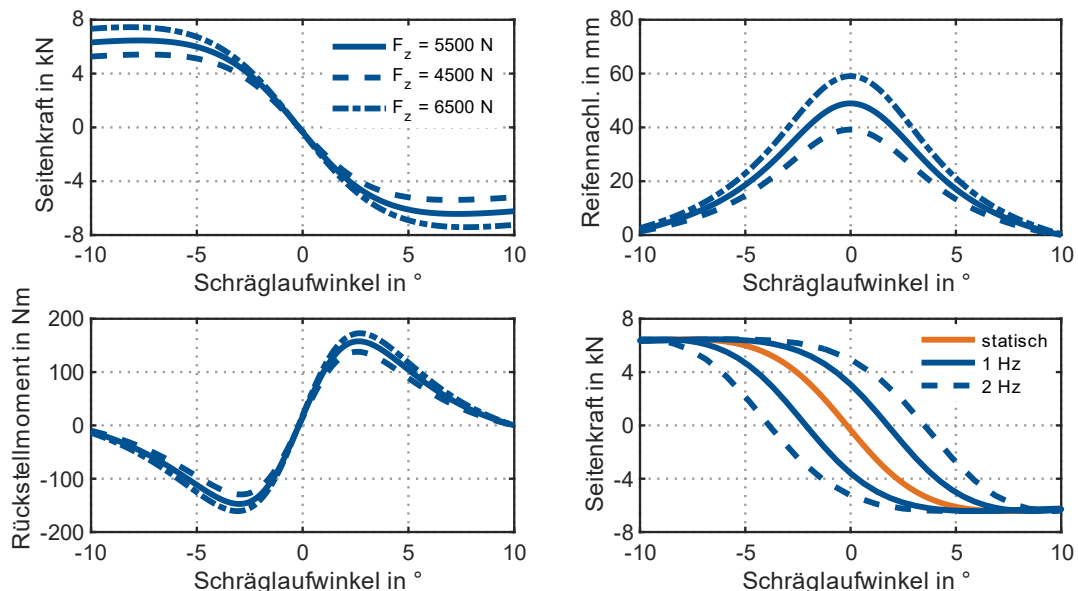


Abbildung 4.4: Seitenkraft, Reifennachlauf, Reifenrückstellmoment und dynamisches Reifenverhalten

#### 4.1.4 Achs- und Gesamtfahrzeugmodell

Aus Radaufhängung, Lenkung und Rädern wird das Modell der Achse aufgebaut, wobei dazu noch das Teilsystem Karosserie kommt, das jedoch nur zur Anbindung der Achse an die Umgebung dient, sowie das Teilsystem Bremse, das im Zusammenhang mit den Achskennwerten nicht detaillierter betrachtet wird. Zusätzlich zu dem Modell der Achse wird ein Gesamtfahrzeugmodell aufgebaut, um die Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext bewerten zu können. Die Vorderachse besteht aus den bereits erläuterten Teilsystemen Radaufhängung, Lenkung und Rädern. Die Hinterachse besteht aus der Radaufhängung, den Rädern und wird gegebenenfalls um einen Hinterachsträger ergänzt. Dazu kommen noch Motor und Antriebsstrang. Des Weiteren enthält das Gesamtfahrzeugmodell, im Gegensatz zu den Achsmodellen, einen frei beweglichen Aufbau. Außerdem ist ein Modell der Fahrbahn enthalten. Je nach Fahrmanöver wird ein Fahrermodell oder Regler zur Umsetzung der Fahraufgabe benötigt.

## 4.2 Ableitung von Achs- und Fahrzeugmodellen

Nachdem im Unterkapitel zuvor der grundlegende Aufbau der MKS-Modelle beschrieben wurde, werden in diesem Unterkapitel die in dieser Arbeit betrachteten Achs- und Fahrzeugmodelle erläutert, die in den Simulationen verwendet werden und die zur Beantwortung der Forschungsfragen benötigt werden. Die verschiedenen Achs- und Fahrzeugvarianten werden auf drei Arten abgeleitet. Zunächst werden unterschiedliche Fahrzeugkonzepte betrachtet, die sich unter anderem hinsichtlich der Achskonzepte und Achsausprägung unterscheiden. Außerdem wird die Systemgrenze der Modelle variiert, wodurch Teilsysteme entweder mitbetrachtet oder nicht berücksichtigt werden. Zuletzt wird durch die Art der Analyse bzw. Simulation die Modellierungstiefe, die die in der Simulation abgebildeten Eigenschaften bestimmt, variiert.

### 4.2.1 Variation von Fahrzeugkonzept und Modellparametern

In diesem Abschnitt werden die untersuchten Fahrzeug- und Achsvarianten vorgestellt (Tabelle 4.1 und Abbildung 4.5). Dabei wird auf das Fahrzeugkonzept, das Achskonzept der Vorderachse, die Lenkungslage und den Fokus bei der elastokinematischen Auslegung eingegangen. Durch das Fahrzeugkonzept (Limousine, SUV, Kompakt) wird das Package bestimmt, das Auswirkungen auf die Lage der Kinematikpunkte und damit auf das kinematische Verhalten der Achse hat.

Tabelle 4.1: Übersicht über untersuchte Fahrzeug- und Achskonzepte

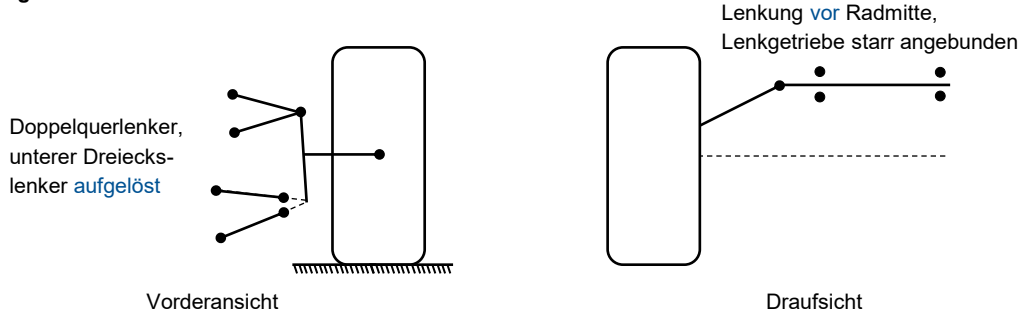
Modellvariante	Klasse	Achskonzept	Lenkung	Ausprägung
veh1	Limousine	Doppelquerlenker, unten aufgelöst	Vor Radmitte, Lenkgetriebe starr verschraubt	Komfort
veh2	Kompakt	Federbein, unten Sichellenker	Hinter Radmitte, Lenkgetriebe starr verschraubt	Sportlich
veh3	SUV	Doppelquerlenker, unten aufgelöst	Vor Radmitte, Lenkgetriebe starr verschraubt	Komfort
veh4	SUV	Doppelquerlenker, unten zweiteilig	Hinter Radmitte, Lenkgetriebe elastisch gelagert	Komfort
veh5	Limousine	Doppelquerlenker, unten zweiteilig	Vor Radmitte, Lenkgetriebe starr verschraubt	Komfort

Als Achskonzept steht die Doppelquerlenkerachse (DQ) im Mittelpunkt, die weit verbreitet ist und in verschiedenen Ausprägungen vor allem in der Oberklasse sowie bei SUVs zum Einsatz kommt [1, S. 744, 172, S. 246]. In dieser Arbeit werden die DQ mit aufgelöstem unterem Lenker (DQ2) und die DQ mit 2-teiligem unterem Lenker, bei der die Zug- bzw. Druckstrebe am Querlenker angebunden ist (DQ1), untersucht [1, S. 718-719]. Zusätzlich dient eine Federbeinachse (FB) mit sichelförmigem 3-Punkt-Lenker als Vergleich, die vor allem an Vorderachsen der Kompaktklasse häufig zum Einsatz kommt [1, S. 724-725, 172, S. 246]. Durch das Achskonzept wird ebenfalls das kinematische Verhalten der Achse festgelegt, weil sich dadurch die Bewegung der Radaufhängung ergibt.

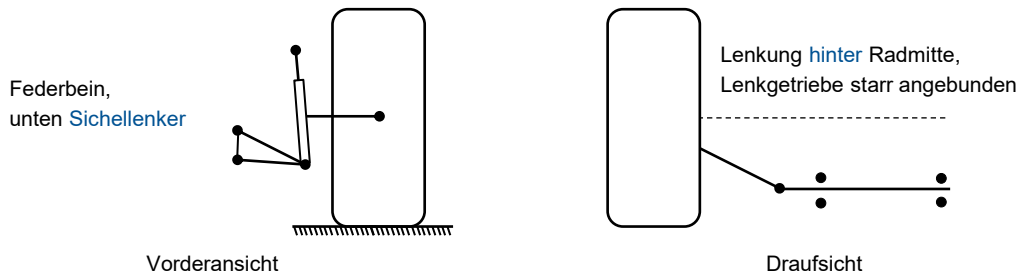
Die Lenkung liegt entweder vor Radmitte, wobei sie dann für Seitenkraftuntersteuern starr verschraubt oder elastisch (hart) gelagert ist, oder hinter Radmitte. In diesem Fall ist es unter Umständen notwendig, sie für geeignetes Seitenkraftlenken entsprechend elastisch (weich) zu lagern, wenn dies nicht durch die Anpassung der Kinematik erfolgt. Dies bringt außerdem Vorteile

hinsichtlich der Akustik mit sich. Die Ausprägung wird im Wesentlichen unterteilt in komfortorientiert und sportlich, was größtenteils durch die Wahl der Gummilagersteifigkeiten, die Auslegung der Elastokinematik und die Feder- bzw. Dämpferabstimmung erreicht wird.

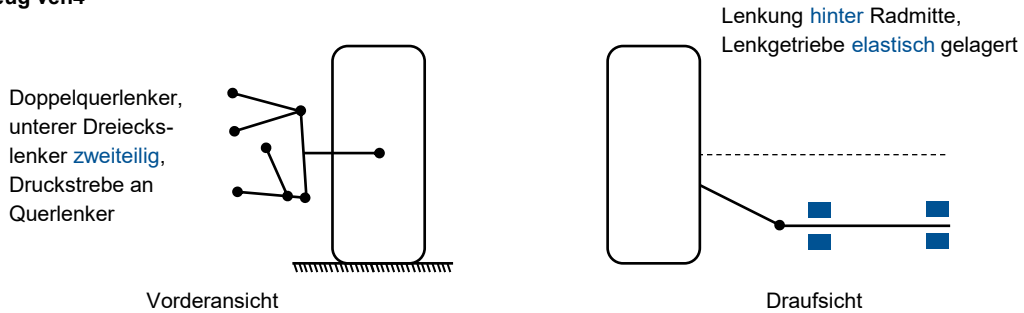
**Fahrzeug veh1 / veh3**



**Fahrzeug veh2**



**Fahrzeug veh4**



**Fahrzeug veh5**

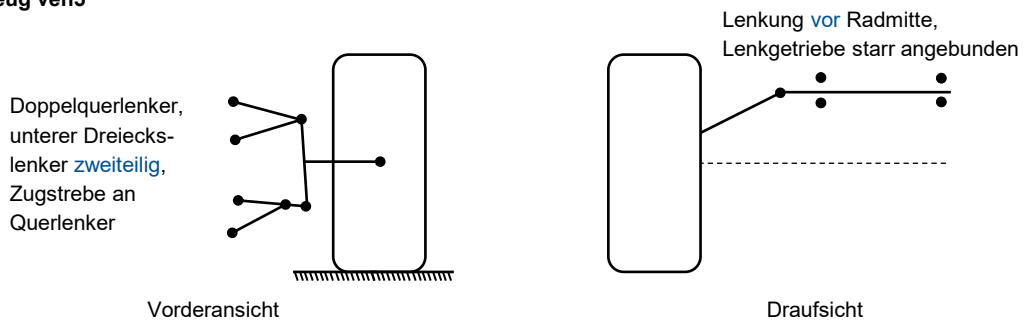


Abbildung 4.5: Achs- und Lenkungskonzepte (schematisch) der betrachteten Fahrzeuge



Für die genannten Modellvarianten werden darüber hinaus ausgewählte Modellparameter variiert (Tabelle 4.2). Für das Teilsystem Radaufhängung wird exemplarisch das komplette Modell versteift, indem alle Gummilager durch Kugelgelenke mit einer translatorischen Steifigkeit von 40 kN/mm ersetzt werden und die Federkennlinie steifer gewählt wird, sodass es annähernd dem kinematischen Modell entspricht.

Für das Teilsystem Lenkung wird exemplarisch die Lenkelastizität variiert, was durch die Anpassung der EPS-Unterstützung für verschiedene Geschwindigkeiten erfolgt. Bei einer hohen Lenkunterstützung, beispielsweise beim Parkieren, verdrehen sich Torsionsstab und Hardy-Scheibe nur gering. Im Extremfall, wenn die Lenkunterstützung so groß ist, dass sie sich nicht mehr verdrehen, sind die Nachgiebigkeiten in der Lenkung nicht mehr wirksam. Umgekehrt verdrehen sich Torsionsstab und Hardy-Scheibe bei einer geringen Unterstützung, beispielsweise bei hohen Geschwindigkeiten, stark, sodass die Nachgiebigkeiten in der Lenkung großen Einfluss auf das elastokinematische Verhalten der Achse und damit auf die Achskennwerte aufweisen.

Für das Teilsystem Rad wird exemplarisch der Reifennachlauf im Bereich zwischen 0 mm, was bei hohen Seitenkräften der Fall ist, und 45 mm variiert. Dies wirkt sich auf das entstehende Rückstellmoment des Reifens aus. Außerdem wird der Reifenlenkrollradius, der dem Reifennachlauf in Querrichtung entspricht und den Querversatz der Längskraft vom Radaufstandspunkt beschreibt, zwischen 0 mm und 20 mm variiert.

Tabelle 4.2: Übersicht über variierte Modellparameter

Modellvariante	Variation	Hintergrund
rigid	Elastokinematik	Alle Gummilager hart (40 kN/mm), Aufbaufeder steif (Faktor 100), Zusatzfeder und Zuganschlag entfernt, Radlagersteifigkeit unendlich groß
eps[0,80,130,Off]	Lenkelastizität	EPS-Unterstützung für 0 km/h, 80 km/h und 130 km/h bzw. ohne EPS-Unterstützung
pt[0,15,25,35,45,MF]	Reifennachlauf	Reifennachlauf von 0 mm bis 45 mm bzw. mit MF
ps[0,10,20]	Reifenlenkrollradius	Reifenlenkrollradius von 0 mm, 10 mm bzw. 20 mm

## 4.2.2 Variation von Systemgrenze und Modellierungstiefe

Unabhängig von den Fahrzeugvarianten und Modellparametern können weitere Varianten durch verschiedene Systemgrenzen und Modellierungstiefen abgeleitet werden. Hinsichtlich der gewählten Systemgrenze werden drei Varianten untersucht, die sich in den modellierten Teilsystemen unterscheiden (Tabelle 4.3). Zunächst wird nur die Radaufhängung mit Rädern und ohne Lenkung betrachtet. Daneben wird die Radaufhängung zusammen mit Lenkung und Rädern untersucht, um deren Einflüsse auf die Achskennwerte zu analysieren. Die dritte Variante stellt das Gesamtfahrzeug dar, bei dem alle Teilsysteme berücksichtigt werden und das die Untersuchung anhand von Gesamtfahrzeugmanövern ermöglicht.

Die Modellierungstiefe bestimmt, welche Eigenschaften des Modells in der Simulation abgebildet werden, und wird über die Art der Achsanalyse oder der Gesamtfahrzeugsimulation festgelegt (Tabelle 4.4). Wird die Simulation kinematisch durchgeführt, werden alle Gummilager durch ideale Gelenke ersetzt und alle Nachgiebigkeiten vernachlässigt. Die Feder wird gesperrt und das Modell ist starr.

Bei der elastokinematischen Analyse dagegen werden die Nachgiebigkeiten modelliert. Allerdings wird die Simulation nur statisch durchgeführt, sodass keine Geschwindigkeiten sowie Beschleunigungen auftreten und entsprechende Eigenschaften nicht abgebildet werden. Außerdem wird das Reifenverhalten nicht über ein Reifenmodell abgebildet.

Tabelle 4.3: Übersicht über Modellvarianten mit unterschiedlichen Teilsystemen

Modellvariante	Betrachtung	Hintergrund
susp	Radaufhängung	Nur Radaufhängung mit Rädern
chass	Achse	Radaufhängung mit Lenkung und Rädern
full	Gesamtfahrzeug	Vorder- und Hinterachse, Aufbau, Motor und Antriebsstrang

Zuletzt kann die Analyse dynamisch durchgeführt werden, wodurch Dämpfung, Trägheiten, Reibung und Kreiseffekte berücksichtigt werden. Außerdem wird dabei das Reifenverhalten über ein geeignetes Reifenmodell modelliert.

Aus den erläuterten Varianten ergeben sich letztendlich die Modellvarianten für die Simulationen im folgenden Kapitel, beispielsweise die Variante *veh1\_com\_chass\_eps80\_pt25*, die ein elastokinematisches Achsmodell des Fahrzeugs *veh1* mit der Lenkunterstützung für 80 km/h und einem Reifennachlauf von 25 mm beinhaltet.

Tabelle 4.4: Übersicht über Modellvarianten mit unterschiedlicher Modellierungstiefe

Modellvariante	Modellierungstiefe	Bedeutung
kin	Kinematisch	Kinematische Achsanalyse (keine Nachgiebigkeiten und Kräfte)
com	Elastokinematisch	Elastokinematische Achsanalyse (mit Nachgiebigkeiten, statisch, kein Reifenmodell)
dyn	Elastodynamisch	Elastodynamische Achsanalyse (mit Nachgiebigkeiten, dynamisch, mit Reifenmodell)

## 4.3 Definition der Lastfälle und Manöver

Mit den im vorherigen Unterkapitel abgeleiteten Achs- und Fahrzeugmodellvarianten werden in dieser Arbeit verschiedene Lastfälle bzw. Manöver simuliert, um die Forschungsfragen zu beantworten. Dabei ist zu unterscheiden zwischen Achs- und Gesamtfahrzeuganalysen.

### 4.3.1 Achsanalysen

Die Achsanalysen können, wie im vorherigen Abschnitt erläutert, kinematisch, elastokinematisch und elastodynamisch durchgeführt werden, wobei jeweils unterschiedliche Lastfälle bzw. Manöver von Interesse sind, die sich aus dem Stand der Technik und Wissenschaft ergeben. Bei der kinematischen Analyse werden zwei Lastfälle betrachtet, Federn und Lenken (Tabelle 4.5). Beides ist eine reine Bewegungsanalyse und erfolgt kraftfrei.

Tabelle 4.5: Übersicht über Lastfälle bei kinematischer Achsanalyse

Bezeichnung	Lastfall	Erläuterung
wheelTrav	Federn	Radhub von -50 mm (Ausfedern) bis +50 mm (Einfedern); parallel
steering	Lenken	Lenken von -30° (linkes Rad, kurvenaußen) bis +30° (linkes Rad, kurveninnen) Radlenkwinkel über Lenkradwinkelvorgabe

Bei der elastokinematischen Analyse werden ebenfalls diese beiden Lastfälle betrachtet, allerdings unter Berücksichtigung der Radlast (Tabelle 4.6). Der Aufbau ist, wie bei der Kinematik, gegenüber der Umgebung unbeweglich. Beim Federn ist zu unterscheiden, ob es parallel, einseitig oder gegensinnig erfolgt, weil dies die Wirkung des Stabilisators beeinflusst. Außerdem kann das Federn durch Vorgabe des Radhubs oder durch Vorgabe der Radlast erfolgen. Ersteres führt dazu, dass die vertikale Nachgiebigkeit der Achse bei starrem Rad näherungsweise zu null wird, weil die Radmitte, bezüglich der die Nachgiebigkeitsmatrix später ermittelt wird, durch den vorgegebenen Radhub und das starre Rad fixiert ist. Dies führt zu unplausiblen Werten bei den Achskennwerten, für die die Vertikalnachgiebigkeiten relevant sind (Anhang B). Daneben stehen in der Elastokinematik vor allem Kraftanalysen im Fokus, die alle relevanten Lastfälle hinsichtlich auftretender Längs- und Seitenkräfte umfassen. Die Kräfte können jeweils parallel, gegensinnig oder nur einseitig aufgebracht werden, was die Wirksamkeit vorhandener Nachgiebigkeiten beeinflusst. Als Lenkaktuator, über den die Lenkbewegung aufgebracht wird, kann entweder die Zahnstange oder das Lenkrad genutzt werden. Ersteres führt dazu, dass die Nachgiebigkeiten in der Lenkung nicht berücksichtigt werden. Zusätzlich werden kombinierte Lastfälle analysiert, bei denen die Arbeitspunkte aus dynamischen Simulationen der Achse in der Elastokinematik angenähert werden.

Tabelle 4.6: Übersicht über Lastfälle bei elastokinematischer Achsanalyse

Bezeichnung	Lastfall	Erläuterung
wheelTrav	Federn	Radhub von -50 mm (Ausfedern) bis +50 mm (Einfedern); parallel, einseitig oder gegensinnig; über Radhub oder Radlast
steering	Lenken	Lenken von -30° (linkes Rad, kurvenaußen) bis +30° (linkes Rad, kurveninnen) Radlenkwinkel über Lenkradwinkelvorgabe
brakeForce	Bremsen	Negative Längskraft auf Fahrbahnhöhe von 0 N bis -6000 N
latForce	Seitenkraft	Seitenkraft auf Fahrbahnhöhe von -6000 N bis 6000 N (linkes und rechtes Rad gleichsinnig; am linken Rad negativ kurvenaußen); konstanter Reifennachlauf über Rückstellmoment
accForce	Antreiben	Positive Längskraft in Radmitte von 0 N bis 6000 N
distForce	Längsstoß	Negative Längskraft in Radmitte von 0 N bis -6000 N
tireForces	Kombiniert	Kräfte aus elastodynamischer Achsanalyse (Tabelle 4.7)

Die elastodynamischen Achsanalysen finden auf einem virtuellen Flachbandprüfstand [146] bei einer Längsgeschwindigkeit von 80 km/h statt. Es werden drei Manöver untersucht (Tabelle 4.7): Neben dem dynamischen Federn wird der Lastfall Seitenkraft dynamisch durchgeführt, indem über die Querbewegung des Stempels ein Schräglaufwinkel erzeugt wird. Als drittes wird der Lastfall Bremsen dynamisch betrachtet, indem ein Bremsmoment vorgegeben wird. Bei allen drei Manövern ergeben sich die Reifenkräfte und -momente aus dem Reifenmodell.

Tabelle 4.7: Übersicht über Manöver bei elastodynamischer Achsanalyse

Bezeichnung	Manöver	Erläuterung
dynWheelTrav	Federn	Sinusförmige Radhubvorgabe (Amplitude 50 mm; Frequenz 1 Hz bzw. 2 Hz)
dynLatForce	Seitenkraft	Sinusförmige Schräglaufwinkelvorgabe (Amplitude Querbewegung Stempel 600 mm; Frequenz 0,5 Hz)
dynBrakeForce	Bremsen	Vorgabe Bremsmoment über Bremsdruck

### 4.3.2 Gesamtfahrzeugsimulation

Zusätzlich zu den Achsanalysen werden in dieser Arbeit Gesamtfahrzeugsimulationen durchgeführt, mit denen die Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext betrachtet werden (Tabelle 4.8). Das untersuchte Manöver stellt eine Geradeausfahrt mit konstanter Geschwindigkeit auf unebener Fahrbahn dar, bei der das Lenkrad festgehalten wird (fixed-control), wie es in [39, S. 55-58] zur Anwendung kommt. Es wird im Zusammenhang mit einer Design of Experiments (DoE)-Untersuchung verwendet, bei der exemplarisch der Einfluss von Modellparametern und Achskennwerten auf das Geradeauslaufverhalten analysiert wird. Um die Störeinflüsse bewerten zu können, muss die Straße realitätsnahe Fahrbahneigenschaften aufweisen. Das Fahrbahnprofil basiert auf der Vermessung einer realen Straße und beinhaltet sowohl die Querneigung als auch stochastische Unebenheiten.

Tabelle 4.8: Übersicht über Manöver beim Gesamtfahrzeug

Bezeichnung	Manöver	Erläuterung
straight	Geradeausfahrt	Geradeausfahrt (Lenkrad festgehalten) bei 80 km/h auf unebener Fahrbahn (Querneigung und Vertikalanregung)

Die bei der dynamischen Achsanalyse und in der Gesamtfahrzeugsimulation betrachteten Manöver decken nicht alle relevanten Manöver ab, sondern dienen dazu, exemplarisch das Vorgehen vorzustellen und verschiedene Aspekte bei der Achsauslegung zu analysieren.

## 4.4 Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix

Im Fokus dieser Arbeit steht die Achsanalyse und Untersuchung von Achskennwerten, um Erkenntnisse zu den Eigenschaften der Achse zu gewinnen und mit den gewonnenen Ergebnissen die Achsauslegung im Fahrwerksentwicklungsprozess zu verbessern. Das Vorgehen zur Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix der Achse für die zuvor definierten Modellvarianten und Lastfälle bzw. Manöver wird in diesem Unterkapitel näher erläutert. Zunächst wird die Nachgiebigkeitsmatrix als Möglichkeit zur Abbildung der Eigenschaften und des Verhaltens der Achse vorgestellt, bevor auf die Umsetzung und Implementierung in ADAMS/CAR 2015.1 eingegangen wird. Im Anschluss erfolgt dann die ausführliche Herleitung der Berechnung der einzelnen Achskennwerte, die im Stand der Technik und Wissenschaft identifiziert wurden. Die Achskennwerte ergeben sich aus der Nachgiebigkeitsmatrix auf Grundlage von Wirkketten. Abschließend wird das Vorgehen zur Verifikation der berechneten Achskennwerte beschrieben.

#### 4.4.1 Nachgiebigkeitsmatrix zur Abbildung der Achseigenschaften

Um die zu Beginn gestellten Forschungsfragen beantworten zu können, wird ein geeignetes Verfahren zur Ermittlung der Achskennwerte benötigt, das folgende Anforderungen erfüllt:

- Berechnung aller relevanten, im Stand der Technik identifizierten Achskennwerte
- Erweiterbarkeit um „neu definierte“ Achskennwerte
- Ermittlung für beliebige Arbeitspunkte
- Berücksichtigung von Nachgiebigkeiten der einzelnen Komponenten der Achse
- Anwendbarkeit in statischen und dynamischen Simulationen
- Anwendbarkeit in Achsanalysen und Gesamtfahrzeugsimulationen
- Implementierung in einer Mehrkörpersimulationsumgebung (ADAMS/CAR 2015.1)

Ein Verfahren, das die genannten Anforderungen erfüllt, stellt die Achsanalyse mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix dar, wie es bereits in [9, S. 234-237, 49, 104, S. 387-390, 173, S. 19-22] erwähnt und in [32–34] untersucht wird. Die Nachgiebigkeitsmatrix bzw. deren Inverse, die Steifigkeitsmatrix, werden oftmals in anderen Bereichen wie beispielsweise der Robotik zur Beschreibung und Analyse von elastischen Systemen verwendet [174–178]. Bei der FEM wird ebenfalls auf die Steifigkeitsmatrix zurückgegriffen [48, S. 375, 179, S. 10, 180, S. 167-172].

Ein anderes betrachtetes Verfahren, die Berechnung der Achskennwerte aus der Momentenachse der Radträgerbewegung [29, S. 37-44], erfüllt die Anforderungen dagegen nicht.

Im Allgemeinen lassen sich aus den Verschiebungen bzw. Verdrehungen  $\mathbf{d}$  eines Körpers im Raum, der elastisch an die Umgebung angebunden ist, und der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  des Systems die daraus auftretenden Kräfte und Momente  $\mathbf{F}$  berechnen [181, S. 832-833, 182, S. 125]:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{d}. \quad (4.1)$$

Die Bewegung  $\mathbf{d}$  setzt sich aus den Verschiebungen  $\mathbf{d}_t$  und den Verdrehungen  $\mathbf{d}_r$  zusammen:

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_t \\ \mathbf{d}_r \end{pmatrix} = (d_{tx}, d_{ty}, d_{tz}, d_{rx}, d_{ry}, d_{rz})^T. \quad (4.2)$$

Es resultieren die Kräfte  $\mathbf{F}_t$  und die Momente  $\mathbf{F}_r$ :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_t \\ \mathbf{F}_r \end{pmatrix} = (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)^T. \quad (4.3)$$

Die Inverse der Steifigkeitsmatrix wird als Nachgiebigkeitsmatrix  $\mathbf{C}$  bezeichnet [182, S. 125]. Sie ergibt sich aus den partiellen Ableitungen der Verschiebungen und Verdrehungen infolge aufgebrachtener Kräfte und Momente [9, S. 234] zu

$$\mathbf{C} = \mathbf{K}^{-1} = \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{F}}. \quad (4.4)$$

Die Nachgiebigkeitsmatrix beinhaltet die Nachgiebigkeiten  $c_{i,j}$  für alle Freiheitsgrade  $i$  bezüglich angreifender Kräfte und Momente für alle Freiheitsgrade  $j$ :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{1,6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{6,1} & \cdots & c_{6,6} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Die Eigenschaften der Nachgiebigkeits- bzw. Steifigkeitsmatrix hängen von der Art der Modellierung des Systems ab [37, S. 11]. Für eine linear elastische Modellierung ist sie symmetrisch und positiv (semi)definit [174, 180, S. 141, 183, 184, S. 194, 185, 186, S. 169-170].

Für ein lineares System kann damit bei bekannten Nachgiebigkeiten die Bewegung  $\mathbf{d}$  eines Körpers im Raum infolge einer Last  $\mathbf{F}$  berechnet werden [9, S. 234, 182, S. 125]:

$$\mathbf{d} = \mathbf{C}\mathbf{F}. \tag{4.6}$$

Für mehrere elastisch miteinander verbundene Körper müssen deren jeweilige Kopplungen untereinander berücksichtigt werden. Bei  $n$  Körpern gilt folgender Zusammenhang zwischen den auf die einzelnen Körper  $k$  ( $k = 1, \dots, n$ ) aufgebrachten Kräften bzw. Momenten  $\mathbf{F}_k$  und deren resultierende Verschiebungen bzw. Verdrehungen  $\mathbf{d}_k$ :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_n \end{pmatrix} = \mathbf{C}_n \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{F}_n \end{pmatrix}, \tag{4.7}$$

mit den Nachgiebigkeiten  $\mathbf{C}_{kk}$  bzw.  $\mathbf{C}_{mm}$  gegenüber der Umgebung sowie den Nachgiebigkeiten  $\mathbf{C}_{km}$  und  $\mathbf{C}_{mk}$  zwischen den beiden Körpern  $k$  und  $m$  ( $m = 1, \dots, n$  und  $k \neq m$ ):

$$\mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \cdots & \mathbf{C}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{n1} & \cdots & \mathbf{C}_{nn} \end{bmatrix}. \tag{4.8}$$

Diese Zusammenhänge lassen sich im Fahrwerksbereich zur Achsanalyse und Ermittlung von Achskennwerten nutzen. Das Vorgehen zur Achsanalyse bzw. die Abbildung der elastokinematischen Achseigenschaften mit der Nachgiebigkeits- bzw. Steifigkeitsmatrix wird in [49, 72, S. 182-185, 115, 137, 181, S. 832-833, 187, 188] näher beschrieben.

Die Radaufhängung kann vereinfacht als elastisches System betrachtet werden (Abbildung 4.6), die das Rad mit dem Aufbau verbindet [49, S. 2, 188]. Gummilager, Federn, Zug- und Druckanschläge sowie flexible Bauteile bringen mit ihren entsprechenden Steifigkeiten Nachgiebigkeiten in die Radaufhängung ein. Zusätzlich kommt die Radlagersteifigkeit hinzu. Das Rad beinhaltet unter Umständen die Reifenfederrate. Weitere Nachgiebigkeiten kommen aus der Lenkung hinzu, die unter anderem aus der Hardy-Scheibe und dem Torsionsstab resultieren.

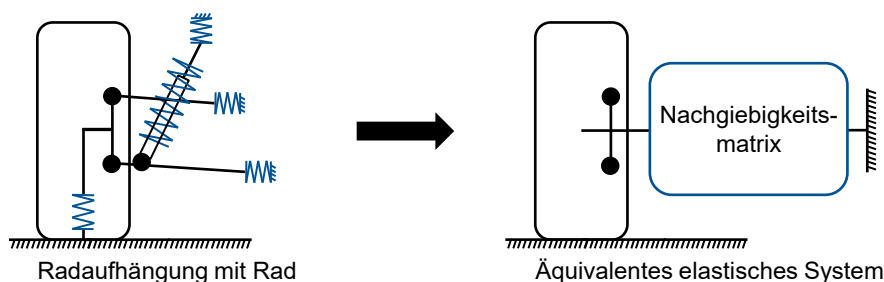


Abbildung 4.6: Radaufhängung als elastisches System nach [49, S. 2]

Die Nachgiebigkeiten der einzelnen Komponenten von Radaufhängung, Lenkung und Rädern in einem bestimmten Arbeitspunkt werden in der Nachgiebigkeitsmatrix der Achse zusammengefasst. Mit deren Hilfe lässt sich ein elastisches System darstellen, das für diesen Arbeitspunkt elastokinematisch äquivalent zum tatsächlichen Modell der Achse ist. Damit charakterisiert die Nachgiebigkeitsmatrix die Achse und bildet deren Verhalten ab. Dieser Zusammenhang wird genutzt, um aus der Nachgiebigkeitsmatrix die Kennwerte der Achse zu ermitteln.

#### 4.4.2 Umsetzung der Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix

Die Berechnung der Achskennwerte findet innerhalb einer Mehrkörpersimulationsumgebung statt. Im Rahmen dieser Arbeit wird, wie bereits erwähnt, MSC ADAMS/CAR 2015.1 verwendet. Das Vorgehen zur Achsanalyse mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix wird in Anlehnung an [23, S. 362] in die drei Phasen *Preprocessing*, *Simulation* und *Postprocessing* unterteilt (Abbildung 4.7).

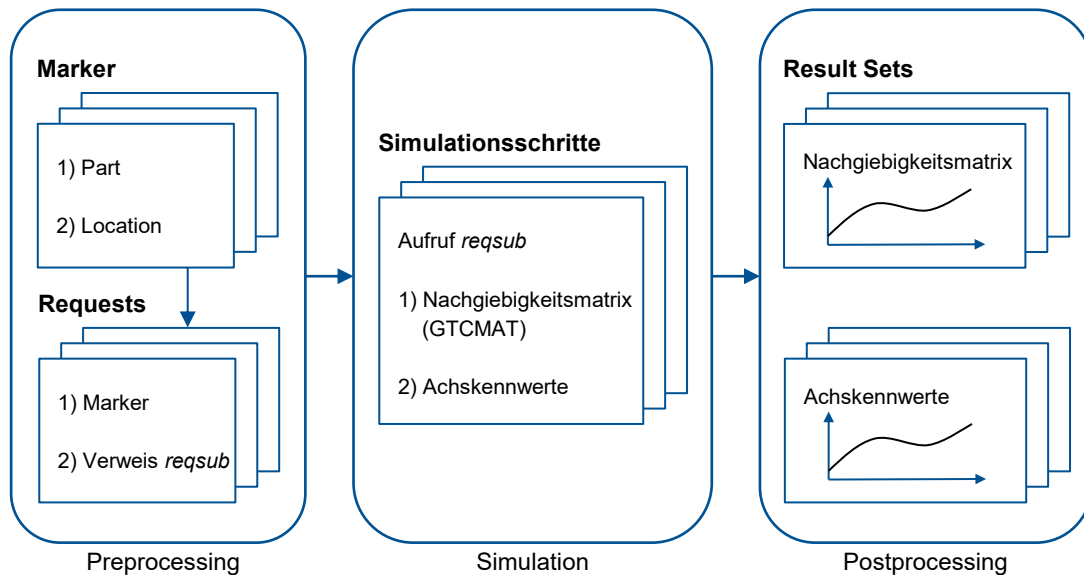


Abbildung 4.7: Umsetzung der Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix in Adams/Car

Für die Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix muss diese zuvor in der Simulation ermittelt werden. Dazu wird im Preprocessing vor der Simulation definiert, für welche Körper (*Parts*) und bezüglich welcher Lage (*Location*) die Nachgiebigkeitsmatrix ermittelt werden soll. Dies wird mittels sogenannter *Marker* (lokale Koordinatensysteme) festgelegt, die jeweils auf einem bestimmten Körper an einer bestimmten Position definiert sind. Die Orientierung der Marker spielt für die Nachgiebigkeitsmatrix keine Rolle. Je nach Achskennwert sind bestimmte Körper und damit Marker für deren Ermittlung notwendig. Weitere Marker werden zur Berechnung der Radstellung sowie von Hilfsgrößen verwendet. Eine Übersicht über benötigte Marker ist in Tabelle 4.9 dargestellt. Nach der Definition der Marker werden sogenannte *Requests* erstellt, die die Aufzeichnung und Ausgabe von Simulationsdaten ermöglichen. Diese verweisen auf eine *user-written subroutine* [104, S. 599] „calcSuspChar“ (Anhang C) vom Typ reqsub [189, S. 303-306], die die Berechnung der Achskennwerte in Fortran enthält, und beinhalten nach der Simulation die berechneten Achskennwerte. Die Requests erhalten die zuvor erstellten Marker zusammen mit weiteren Parametern, wie den Reifenradius, als Übergabeparameter.

Während einer statischen oder dynamischen Simulation wird die in Fortran umgesetzte user-written subroutine „calcSuspChar“ vom Typ reqsub zu jedem Simulationsschritt von jedem Request aufgerufen. Die user-written subroutine besteht aus zwei Teilen. Zunächst wird mit Hilfe der *utility subroutine* „GTCMAT“ [189, S. 62-65] die Nachgiebigkeitsmatrix bezüglich der Körper und der Positionen ermittelt, die durch die Marker als Übergabeparameter zuvor im Preprocessing festgelegt wurden. Für die Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrix in Adams/Car wird das System linearisiert und in die Zustandsraumdarstellung gebracht [189, S. 64]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\text{sys}}\mathbf{x} + \mathbf{B}_{\text{sys}}\mathbf{u}, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_{\text{sys}}\mathbf{x}. \quad (4.10)$$

Der Ausgang  $y$  beinhaltet die Verschiebungen und Verdrehungen der Körper, der Eingang  $u$  besteht aus den aufgeprägten Kräften und Momenten. Unter Vernachlässigung von Störungen aus Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Systems berechnet sich die Nachgiebigkeitsmatrix [189, S. 65] zu

$$C = [-C_{\text{sys}}A_{\text{sys}}^{-1}B_{\text{sys}}]. \quad (4.11)$$

Alternativ kann die Nachgiebigkeitsmatrix aus der Jacobi-Matrix berechnet werden [37, S. 21-22, 110, 189, S. 64]. Der zweite Teil der user-written subroutine „calcSuspChar“ besteht aus der Berechnung der Achskennwerte aus der zuvor ermittelten Nachgiebigkeitsmatrix. Die Ermittlung der Achskennwerte erfolgt auf Basis von Wirkketten unter Verwendung von Gl. (4.7), indem bestimmte Kräfte bzw. Momente vorgegeben und geeignete Randbedingungen für die resultierenden Verschiebungen bzw. Verdrehungen gewählt werden. Die Vorgehensweise dazu wird im nächsten Abschnitt genauer erläutert. Weil die user-written subroutine „calcSuspChar“ zu jedem Simulationsschritt aufgerufen wird, werden zu jedem Simulationsschritt die Nachgiebigkeitsmatrix und die entsprechenden Achskennwerte für den dortigen Arbeitspunkt berechnet.

Nach der Simulation stehen die berechneten Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix und die Nachgiebigkeitsmatrix selbst als *Result Sets* (Ergebnissignal) der zuvor definierten Requests zur Verfügung. Sie können im Postprocessing ausgewertet und untersucht werden.

Tabelle 4.9: Übersicht über verwendete Marker und deren Position

Marker	Körper	Position	Verwendung
M1	Linkes Rad	Radmitte linkes Rad	Achskennwerte
M2	Rechtes Rad	Radmitte rechtes Rad	Achskennwerte
M3	Linkes Rad	Radachse linkes Rad (außerhalb Radmitte)	Hilfsgrößen
M4	Rechtes Rad	Radachse rechtes Rad (außerhalb Radmitte)	Hilfsgrößen
M5	Zahnstange	Fahrzeugmitte auf Zahnstange	Achskennwerte
M6	Lenkrad	Lenkradmitte	Achskennwerte
M7	Aufbau	In Fahrzeugmitte zwischen linker und rechter Radmitte	Achskennwerte
M8	Feder	Anbindung Feder unten (linke Fahrzeugseite)	Achskennwerte
M9	Dämpfer	Anbindung Dämpfer unten (linke Fahrzeugseite)	Achskennwerte
M10	Stabilisator	Anbindung Pendelstütze (linke Fahrzeugseite)	Achskennwerte

### 4.4.3 Berechnung von Achskennwerten aus der Nachgiebigkeitsmatrix

Die Achskennwerte werden, wie zuvor dargelegt, während der Simulation zu jedem Simulationsschritt aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet. Das Vorgehen dazu und die Herleitung der Berechnung der einzelnen Achskennwerte erfolgt in diesem Abschnitt. Aus der Nachgiebigkeitsmatrix werden die im Stand der Technik und Wissenschaft identifizierten und als relevant betrachteten Achskennwerte berechnet, die sowohl „kinematische“ (Abschnitt 2.2.1) als auch



elastokinematische (Abschnitt 2.2.2) Achskennwerte umfassen (Abbildung 4.8). Zusätzlich bietet die Nachgiebigkeitsmatrix die einfache Möglichkeit, weitere Achskennwerte zu berechnen, die teils aus bestehenden abgeleitet oder in Anlehnung an diese definiert werden. Die Achskennwerte werden unterteilt in Kennwerte der Lenkrückmeldung, die vor allem bei Vorderachsen eine Rolle spielen und das auftretende Lenkmoment am Lenkrad beschreiben, und in Kennwerte der Radführung, die überwiegend die Radstellung und Radbewegung charakterisieren. Letztere Gruppe wird sowohl für gelenkte als auch für un gelenkte Achsen ermittelt. Dies ist konsistent zu der Unterteilung der Achskennwerte in Kenngrößen der Achs- und Lenkgeometrie [29, S. 45].

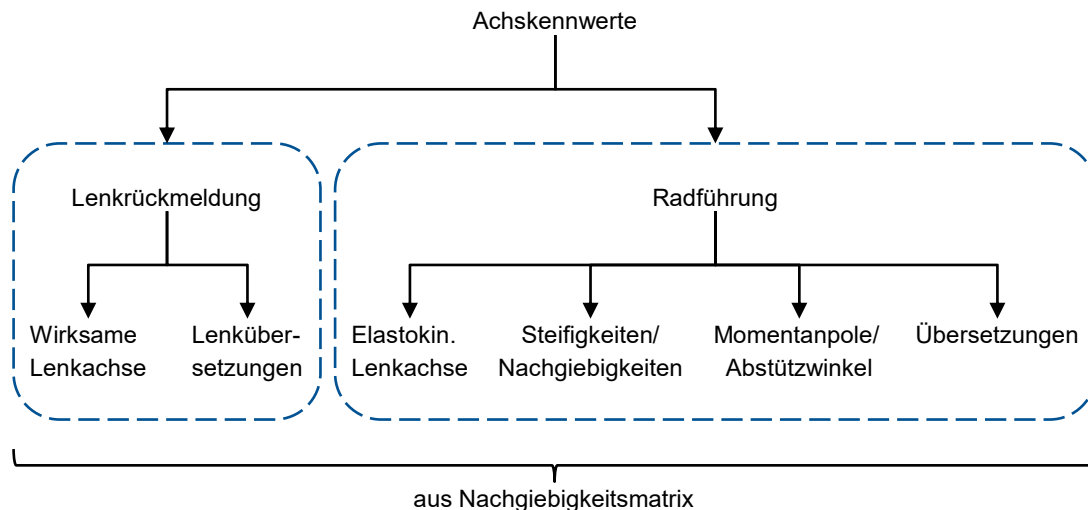


Abbildung 4.8: Übersicht über berechnete Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix

Zur Berechnung der Achskennwerte werden Wirkketten genutzt, die sich aus der Definition sowie der Bedeutung des jeweiligen Achskennwerts basierend auf dem Stand der Technik und Wissenschaft ergeben. Die Wirkketten beschreiben den Zusammenhang zwischen auftretenden Kräften bzw. Momenten und den resultierenden Verschiebungen und Verdrehungen. Entsprechend der Wirkketten für die jeweiligen Achskennwerte werden in Gl. (4.7) die entsprechenden Lasten  $F_k$  und Bewegungen  $d_k$  vorgegeben. Im Anschluss wird das Gleichungssystem unter Verwendung der in der Simulation ermittelten Nachgiebigkeitsmatrix  $C_n$  gelöst und die Achskennwerte werden damit berechnet. Die Lasten  $F_k$ , Bewegungen  $d_k$  und Nachgiebigkeitsmatrizen  $C_{km}$  aus Gl. (4.7) beziehen sich auf die Körper, auf denen die jeweiligen Marker definiert sind, und sind gemäß des globalen Koordinatensystems in Adams/Car orientiert, das der Orientierung des Konstruktionssystems entspricht [15, S. 90]. Die x-Achse ist nach hinten orientiert, die y-Achse zeigt nach rechts und die z-Achse nach oben.

## Berechnung der Radstellung und der Hilfsgrößen

Vor der Berechnung der Achskennwerte muss zunächst die Lage des Radaufstandspunkts  $cp$  ermittelt werden, weil sich aus diesem geometrische Größen ergeben, die einen Einfluss auf die Achskennwerte haben [29, S. 60]. Für die Berechnung des Radaufstandspunkts muss zunächst die Radstellung in Form des Spur- und Sturzwinkels ermittelt werden, weil sich diese auf dessen Lage auswirken. Außerdem wird der Spurwinkel benötigt, um die Achskennwerte vom globalen Koordinatensystem in das Radkoordinatensystem umzurechnen [29, S. 60]. Für die Berechnung dieser beiden Größen eines Rades werden zwei Marker genutzt, ein Marker in Radmitte und ein Marker, der sich auf der Radachse außerhalb der Radmitte befindet (Tabelle 4.10).

Tabelle 4.10: Marker für Berechnung der Radstellung und des Radaufstandspunkts

Marker	Hintergrund	Verwendung
M1	Linkes Rad	Festlegung der Radachse
M3	Hilfsmarker linkes Rad	Festlegung der Radachse

Aus der Orientierung der Radachse und den daraus resultierenden Abständen  $x_{M1,M3}$ ,  $y_{M1,M3}$  und  $z_{M1,M3}$  zwischen den beiden Markern M1 und M3, die mit Hilfe der utility subroutine „SYS-FNC“ [189, S. 126-127] im globalen Koordinatensystem ermittelt werden, können der Spurbwinkel  $\delta$  und der Sturzwinkel  $\gamma$  für das linke Rad berechnet werden [9, S. 225, 72, S. 114-116]:

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{x_{M1,M3}}{y_{M1,M3}} \right), \quad (4.12)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left( - \frac{z_{M1,M3}}{\sqrt{x_{M1,M3}^2 + y_{M1,M3}^2}} \right). \quad (4.13)$$

Damit kann die Lage des Radaufstandspunkts cp relativ zur Radmitte wc berechnet werden. Dies ist von Bedeutung, weil die Nachgiebigkeitsmatrix für das linke und rechte Rad im Rahmen dieser Arbeit bezüglich der Radmitte ermittelt wird und sich damit die Zusammenhänge in Gl. (4.7) auf diese beziehen. Falls die Kraftangriffspunkte nicht in Radmitte liegen, sondern sich beispielsweise wie bei einer Bremskraft auf den Radaufstandspunkt beziehen, müssen noch zusätzliche Momente berücksichtigt werden, die sich aus den entsprechenden Hebelarmen  $x_{wc,cp}$ ,  $y_{wc,cp}$  und  $z_{wc,cp}$  ergeben (Abbildung 4.9). Außerdem werden die Achskennwerte auf Fahrbahnhöhe wie der Lenkrollradius bezüglich des Radaufstandspunkts angegeben.

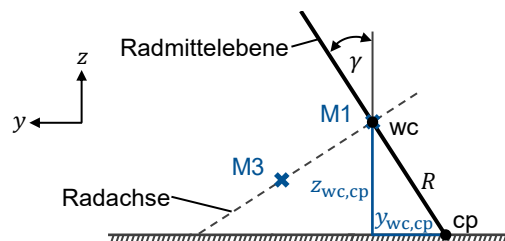


Abbildung 4.9: Lage des Radaufstandspunkts relativ zur Radmitte (linkes Rad, Vorderansicht)

Die Lage des Radaufstandspunkts relativ zur Radmitte hängt vom Reifenradius  $R$  sowie vom Spur- und Sturzwinkel ab. Die Abstände im globalen Koordinatensystem  $x_{wc,cp}$ ,  $y_{wc,cp}$  und  $z_{wc,cp}$  ergeben sich aus den geometrischen Beziehungen [72, S. 116-117] zu

$$x_{wc,cp} = R \sin \gamma \sin \delta, \quad (4.14)$$

$$y_{wc,cp} = R \sin \gamma \cos \delta \text{ und} \quad (4.15)$$

$$z_{wc,cp} = -R \cos \gamma. \quad (4.16)$$

Für die Berücksichtigung der Abstände in x- und y-Richtung bei den Achskennwerten müssen die berechneten Abstände noch in das Radkoordinatensystem umgerechnet werden (Anhang A). Nach der Umrechnung in das Radkoordinatensystem zeigt sich jedoch, dass der Abstand  $x_{wc,cp}$  in die x-Richtung des Rades entfällt.

## Achskennwerte zur Lenkrückmeldung

Eine Gruppe der im Stand der Technik und Wissenschaft identifizierten Achskennwerte charakterisiert die Lenkrückmeldung, die der Fahrer aufgrund des Fahrzustands und der Fahrbahn erhält (Abbildung 4.8). Die Achskennwerte umfassen Hebelarme, die zusammen mit den am Rad angreifenden Kräften und Momenten sowie den entsprechenden Übersetzungen Beiträge zur Zahnstangenkraft und damit zum Lenkmoment liefern [29, S. 274-280, 93, S. 259].

### Wirksame Lenkachse und abgeleitete Kennwerte

Die Lage und Orientierung der „wirksamen Lenkachse“ (entspricht von der Bedeutung der Lenkachse in der Kinematik, beinhaltet aber die Nachgiebigkeiten der Achse) ergibt die Kennwerte, die das am Rad entstehende Moment infolge von Längs-, Seiten- und Vertikalkräften beschreiben (Tabelle 4.11). Dies sind zum einen Hebelarme, die sich aus den Durchstoßpunkten der Lenkachse in Fahrbahn- und Radmittenebene ableiten lassen. Die Durchstoßpunkte werden in dieser Arbeit als „Lenkmomentneutrale Punkte“ (LMNP) bezeichnet, weil Längs- und Seitenkräfte mit ihrer Wirkungslinie durch diese Punkte kein Lenkmoment bzw. keine Zahnstangenkraft erzeugen (Abbildung 4.10). Während der Lenkmomentneutrale Punkt auf Fahrbahnhöhe Nachlaufstrecke und Lenkrollradius bzw. Triebkrafthebelarm ergibt, lassen sich aus dem Lenkmomentneutralen Punkt auf Radmittenebene Nachlaufversatz und Spreizungsversatz ableiten. Der Radlasthebelarm ergibt sich nicht direkt aus den Lenkmomentneutralen Punkten, hängt aber von diesen ab. Die Lage und Orientierung der Lenkachse ergibt sich aus deren Durchstoßpunkten auf Fahrbahn- und Radmittenebene, den Lenkmomentneutralen Punkten. Daraus lassen sich im Anschluss Spreizungs- und Nachlaufwinkel ableiten.

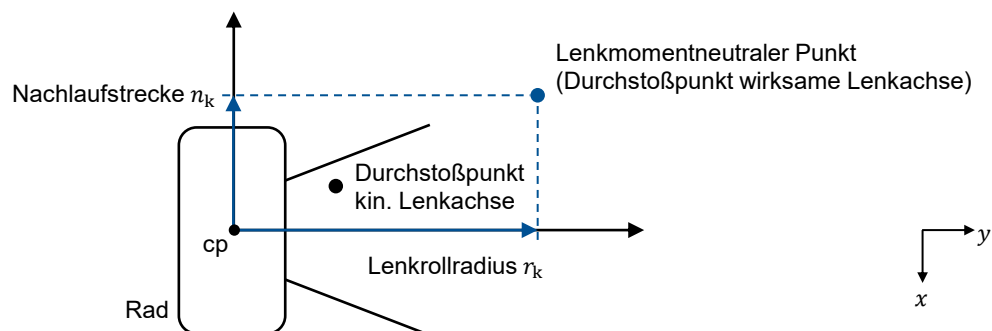


Abbildung 4.10: Lage des Lenkmomentneutralen Punktes auf Fahrbahnhöhe (linkes Rad, Draufsicht)

Die Achskennwerte in diesem Abschnitt charakterisieren die Lenkrückmeldung, indem sie den Zusammenhang zwischen am Rad auftretenden Kräften und Momenten sowie dem resultierenden Lenkmoment bzw. der resultierenden Zahnstangenkraft beschreiben. Die Nachgiebigkeitsmatrix zur Berechnung dieser Achskennwerte muss folglich diesen Zusammenhang ebenso abbilden. Deswegen werden bei der Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix die Marker M1 und M5 des linken Rades ( $w_l$ ) und der Zahnstange (rack) benötigt (Tabelle 4.12). Der zweite Marker M3 des linken Rades wird zur Berechnung des Radaufstandspunktes genutzt. Zur Berechnung der Achskennwerte für das rechte Rad ( $w_r$ ) werden die jeweiligen Marker des rechten Rades benötigt. Damit ergibt sich aus Gl. (4.7) das Gleichungssystem zur Berechnung der Kennwerte zu

$$\begin{pmatrix} d_{w_l} \\ d_{w_r} \\ d_{\text{rack}} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} F_{w_l} \\ F_{w_r} \\ F_{\text{rack}} \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Tabelle 4.11: Berechnete Achskennwerte aus der Lage und Orientierung der wirksamen Lenkachse

Zuordnung	Achskennwert	Ermittlung
Lenkmomentneutraler Punkt Fahrbahn	Lenkrollradius	einseitige Längskraft Radaufstandspunkt
	Nachlaufstrecke	einseitige Querkraft Radaufstandspunkt
	Triebkrafthebelarm	einseitige Längskraft Radaufstandspunkt
Lenkmomentneutraler Punkt Radmitte	Spreizungsversatz	einseitige Längskraft Radmitte
	Nachlaufversatz	einseitige Querkraft Radmitte
Lenkmomentneutraler Punkt	Radlasthebelarm	einseitige Vertikalkraft Radaufstandspunkt
Weitere	Spreizungswinkel	geometrisch aus Lenkmomentneutr. Punkten
	Nachlaufwinkel	geometrisch aus Lenkmomentneutr. Punkten

Tabelle 4.12: Marker für Berechnung der Achskennwerte aus der Lenkachse

Marker	Hintergrund	Verwendung
M1	Linkes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Radaufstandspunkt
M2	Rechtes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Radaufstandspunkt
M3	Hilfsmarker linkes Rad	Ermittlung Radaufstandspunkt
M4	Hilfsmarker rechtes Rad	Ermittlung Radaufstandspunkt
M5	Zahnstange	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix

Das zugrunde liegende Vorgehen zur Ermittlung der Hebelarme bezüglich der Lenkrückmeldung wird am Beispiel des Lenkrollradius ausführlich erläutert. Wie dem Stand der Technik und Wissenschaft (Abschnitt 2.2.1) zu entnehmen, ist der Lenkrollradius definiert als wirksamer Hebelarm von Bremskräften [29, S. 236] und ergibt sich aus dem Abstand zwischen dem Durchstoßpunkt der Lenkachse auf Fahrbahnhöhe sowie dem Radaufstandspunkt. Eine Bremskraft, deren Wirkungslinie die Lenkachse schneidet, hat folglich einen Lenkrollradius von 0 mm und erzeugt kein Lenkmoment bzw. keine Zahnstangenkraft (Abbildung 4.11). Auf diesem Wirkzusammenhang basiert die Berechnung des Lenkrollradius mittels Nachgiebigkeitsmatrix.

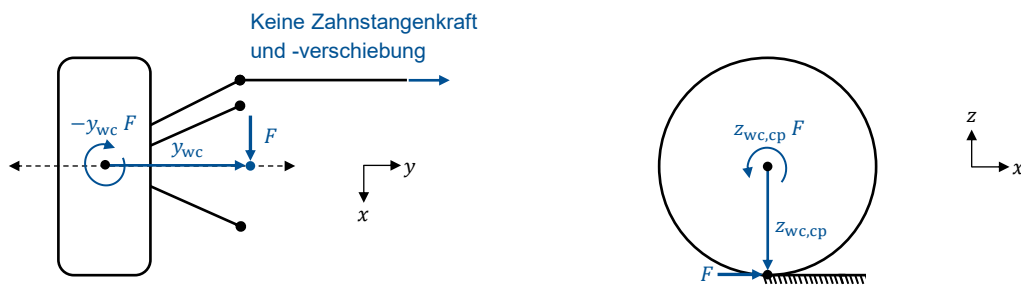


Abbildung 4.11: Wirkzusammenhang für Ermittlung des Lenkrollradius

Es wird dazu in Gl. (4.17) eine einseitige Bremskraft  $F$  am linken Rad auf Fahrbahnhöhe mit dem Abstand  $y_{wc}$  in Querrichtung zur Radmitte, auf die sich die Nachgiebigkeitsmatrix bezieht,

vorgegeben. Der Abstand  $y_{wc}$ , der den Abstand der Lenkachse von der Radmitte beschreiben soll, ist noch zu bestimmen. Die Bremskraft erzeugt mit dem Abstand  $z_{wc,cp}$  zwischen Radmitte und Radaufstandspunkt in z-Richtung, was näherungsweise dem Reifenradius entspricht, ein Moment um die y-Achse. Außerdem erzeugt die Bremskraft mit dem Abstand  $y_{wc}$  ein Moment um die z-Achse. Das rechte Rad und die Zahnstange sollen kraftfrei bleiben:

$$F_{wl,x,cp} = (F, 0, 0, 0, z_{wc,cp} F, -y_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.18)$$

Mit Hilfe der hier gewählten Marker koppelt die Nachgiebigkeitsmatrix die Lasten und Bewegungen von linkem Rad und Zahnstange. Wenn die Wirkungslinie der Bremskraft die Lenkachse schneidet und keine Zahnstangenkraft hervorruft, verschiebt sich die Zahnstange auch nicht:

$$d_{rack,ty} \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.19)$$

Mit Gl. (4.18) in Gl. (4.17) unter der Bedingung von Gl. (4.19) ergibt sich der Abstand  $y_{wc}$  zwischen Radmitte und Lenkachse auf Fahrbahnhöhe zu

$$y_{wc} = \frac{c_{14,1} + c_{14,5} z_{wc,cp}}{c_{14,6}}. \quad (4.20)$$

Weil sich der Abstand  $y_{wc}$  auf die Radmitte bezieht, muss noch der Abstand zwischen Radmitte und Radaufstandspunkt berücksichtigt werden, um den Lenkrollradius  $r_k$  für das un gelenkte Rad zu erhalten:

$$r_k = \frac{c_{14,1} + c_{14,5} z_{wc,cp}}{c_{14,6}} - y_{wc,cp}. \quad (4.21)$$

Für den Triebkrafthebelarm  $r_{T,k}$  gilt der gleiche Zusammenhang. Der Unterschied zum Lenkrollradius besteht in den Randbedingungen bei der Simulation des Lastfalls. Während sich das Moment aus der Längskraft auf Fahrbahnhöhe, das den Arbeitspunkt mitbestimmt, beim Lenkrollradius am Radträger abstützt, stützt es sich für die Berechnung des Triebkrafthebelarms über die Antriebswelle an der Karosserie ab. Die Nachlaufstrecke  $n_k$  wird analog zum Lenkrollradius mit einer einseitigen Querkraft am linken Rad auf Fahrbahnhöhe ermittelt (Anhang D). Der Abstand zwischen Radmitte und Radaufstandspunkt in x-Richtung ist dabei vernachlässigbar:

$$n_k = \frac{c_{14,2} - c_{14,4} z_{wc,cp}}{c_{14,6}}. \quad (4.22)$$

Für den Spreizungsversatz  $r_{\sigma,k}$  und den Nachlaufversatz  $n_{\tau,k}$  werden die entsprechenden einseitigen Längs- und Querkraften am linken Rad auf Radmittenhöhe verwendet (Anhang D):

$$r_{\sigma,k} = \frac{c_{14,1}}{c_{14,6}}, \quad (4.23)$$

$$n_{\tau,k} = \frac{c_{14,2}}{c_{14,6}}. \quad (4.24)$$

Alternativ können die Hebelarme mittels Nachgiebigkeitsmatrix aus den Momentanpolen, die sich aus der Momentanschraubachse in Fahrbahn- und Radmittenebene beim Lenken ergeben [29, S. 42-44], ermittelt werden (Anhang D). Aus den Hebelarmen resultiert die Lage der Lenkmomentneutralen Punkte auf Fahrbahn- und Radmittenhöhe. Diese Zusammenhänge gelten zunächst nur für das un gelenkte Rad in Geradeausstellung. Die Orientierung der Lenkachse in

Form des Spreizungswinkels  $\sigma_k$  und des Nachlaufwinkels  $\tau_k$  wird anschließend geometrisch aus den beiden Lenkmomentneutralen Punkten berechnet (Anhang D):

$$\sigma_k = \tan^{-1} \left( \frac{c_{14,5}}{c_{14,6}} \right), \quad (4.25)$$

$$\tau_k = \tan^{-1} \left( \frac{c_{14,4}}{c_{14,6}} \right). \quad (4.26)$$

Für das gelenkte Rad können aus den Lenkmomentneutralen Punkten die Hebelarme in Radlängs- und Radquerrichtung bestimmt werden, die dann die entsprechenden Achskennwerte im Radkoordinatensystem ergeben (Anhang A).

Die Berechnung des Radlasthebelarms  $p_k$  als Hebelarm für Vertikalkräfte bezüglich des auftretenden Lenkmoments erfolgt analog zu den Hebelarmen für Längs- und Seitenkräfte. Es wird eine vertikale Kraft  $F$  im Radaufstandspunkt mit einem unbekanntem Moment um die z-Achse aufgebracht, das vom Radlasthebelarm abhängt:

$$\mathbf{F}_{wl,z,cp} = (0, 0, F, y_{wc,cp} F, -x_{wc,cp} F, p_k F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.27)$$

Das aus einer Vertikalkraft entstehende Moment weist nur deswegen eine Komponente um die Hochachse auf, weil die Lenkachse um den Spreizungs- und Nachlaufwinkel angestellt ist. Bei einer geeigneten betragsmäßigen Verschiebung des Kraftangriffspunkts der Vertikalkraft um den Radlasthebelarm erzeugt diese kein Lenkmoment bzw. keine Zahnstangenkraft, sodass sich die Zahnstange nicht verschiebt. Mit Gl. (4.27) in Gl. (4.7) unter der erneuten Bedingung von Gl. (4.19) ergibt sich der Radlasthebelarm  $p_k$  zu

$$p_k = - \frac{c_{14,3} - c_{14,5} x_{wc,cp} + c_{14,4} y_{wc,cp}}{c_{14,6}}. \quad (4.28)$$

Alternativ kann der Radlasthebelarm aus der Ableitung der Vertikalbewegung des Rades nach dem Lenkwinkel [29, S. 245] berechnet werden (Anhang D). Bei Vorgabe der Radlast und damit freiem Radhub sowie festgehaltenem Aufbau entspricht die Vertikalbewegung des Rades der Hubbewegung des Fahrzeugs.

### Lenkgestänge- und Gesamtlenkübersetzung

Eine weitere Gruppe von Achskennwerten, die Lenkübersetzungen, charakterisieren die Übertragung der vom Fahrer am Lenkrad eingeleiteten Lenkbewegung auf die Räder [29, S. 263]. Umgekehrt bestimmen die Lenkübersetzungen auch die Lenkrückmeldung [29, S. 276]. Zu den Lenkübersetzungen zählen zum einen die Lenkgestängeübersetzung und zum anderen die Gesamtlenkübersetzung.

Die Lenkgestängeübersetzung beschreibt das Zusammenspiel zwischen Zahnstange und Rädern [29, S. 266]. Der Lenkstrang mit seinen Komponenten wird dabei nicht betrachtet. Mit der Lenkgestängeübersetzung kann auf die resultierende Zahnstangenkraft geschlossen werden. Für die Lenkgestängeübersetzung des linken Rades werden bei der Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix die Marker M1 und M5 des linken Rades und der Zahnstange benötigt (Tabelle 4.13). Damit ergibt sich aus Gl. (4.7) das Gleichungssystem zur Berechnung der Kennwerte zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d}_{wl} \\ \mathbf{d}_{wr} \\ \mathbf{d}_{rack / steerWhl} \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{wl} \\ \mathbf{F}_{wr} \\ \mathbf{F}_{rack / steerWhl} \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Tabelle 4.13: Marker für Berechnung der Lenkübersetzungen

Marker	Hintergrund	Verwendung
M1	Linkes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix, für Lenkgestänge- und Gesamtlenkübersetzung
M2	Rechtes Rad	Wie linkes Rad
M5	Zahnstange	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix, für Lenkgestängeübersetzung
M6	Lenkrad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix, für Gesamtlenkübersetzung

Die Lenkgestängeübersetzung  $i_{\text{link}}$  für das linke Rad hängt vom Spurhebel ab und ergibt sich aus dem Verhältnis der Änderung des Zahnstangenhubs  $d_{\text{rack,ty}}$  und der des Radlenkwinkels. Der Radlenkwinkel entspricht der Rotation um die z-Achse  $d_{\text{wl,rz}}$  [29, S. 266, 190, S. 9]:

$$i_{\text{link}} = \left| \frac{d_{\text{rack,ty}}}{d_{\text{wl,rz}}} \right|. \quad (4.30)$$

Um diesen Zusammenhang mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix darzustellen, wird zunächst in Gl. (4.29) eine auf die Zahnstange wirkende Kraft  $F$  in y-Richtung vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{\text{rack,y}} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, F, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.31)$$

Damit wird aus Gl. (4.29) die daraus resultierende Bewegung des linken Rades  $\mathbf{d}_{\text{wl}}$  und der Zahnstange  $\mathbf{d}_{\text{rack}}$  berechnet, die in Gl. (4.30) eingesetzt die Lenkgestängeübersetzung ergeben:

$$i_{\text{link}} = \left| \frac{c_{14,14}}{c_{6,14}} \right|. \quad (4.32)$$

Mit der Lenkgestängeübersetzung können am Rad auftretende Momente um die z-Achse in die daraus resultierende Zahnstangenkraft umgerechnet werden [29, S. 280].

Die Gesamtlenkübersetzung beschreibt das Zusammenspiel von Lenkrad und Rädern, sodass der Lenkstrang mit seinen Komponenten berücksichtigt wird [29, S. 232]. Für die Gesamtlenkübersetzung werden bei der Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix die Marker M1, M2 und M6 des linken Rades, des rechten Rades und des Lenkrads benötigt (Tabelle 4.13). Eine ausführliche Herleitung der Berechnung der Gesamtlenkübersetzung aus der Nachgiebigkeitsmatrix findet sich in [36, S. 30-32]. Die Gesamtlenkübersetzung  $i_s$  ergibt sich analog zur Definition aus der Kinematik aus dem Verhältnis der Änderung des Lenkradwinkels  $d_{\text{steerWhl,r}}$  und der des mittleren Radlenkwinkels  $\delta_m$  zu

$$i_s = \frac{d_{\text{steerWhl,r}}}{\delta_m}. \quad (4.33)$$

Der mittlere Radlenkwinkel ist der gemittelte Radlenkwinkel zwischen dem linken Rad  $d_{\text{wl,rz}}$  und dem rechten Rad  $d_{\text{wr,rz}}$ , weswegen die Marker beider Räder benötigt werden:

$$\delta_m = \frac{d_{\text{wl,rz}} + d_{\text{wr,rz}}}{2}. \quad (4.34)$$

Um die Lenkradwinkel- und Radlenkwinkeländerung zu bestimmen, wird ein Lenkradmoment  $M$  vorgegeben. Da sich die Größen in Gl. (4.29) auf das globale Koordinatensystem beziehen, das





ben. Des Weiteren werden Momentanpole und daraus abgeleitete Stützwinkel betrachtet, die im Wesentlichen die Übersetzung von Bewegungen und auftretenden Kräften beschreiben. Außerdem kommen die Übersetzungen von Feder, Dämpfer und Stabilisator hinzu, die den jeweiligen Zusammenhang zwischen den Bewegungen bzw. Kräften am Rad und denen der Komponenten beschreiben.

Die Achskennwerte in diesem Abschnitt charakterisieren die Radführung, indem sie den Zusammenhang zwischen den am Rad auftretenden Kräften sowie Momenten und der resultierenden Radbewegung beschreiben. Die Nachgiebigkeitsmatrix zur Berechnung dieser Achskennwerte muss folglich diesen Zusammenhang ebenso abbilden. Deswegen wird bei der Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix der Marker M1 des linken Rades benötigt. Der zweite Marker M3 des linken Rades wird zur Berechnung des Radaufstandspunkts genutzt. Aus dem Marker M7 des Aufbaus (chass) wird die Lage der Fahrzeugmitte abgeleitet. Die Achskennwerte zur Radführung können sowohl für einseitig als auch für beidseitig (parallel oder gegensinnig) auftretende Lastfälle aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden. Für den ersten Fall sind die Marker eines Rades ausreichend, für den zweiten Fall werden die Marker beider Räder benötigt (Tabelle 4.14). Damit ergibt sich aus Gl. (4.7) das Gleichungssystem zur Berechnung der Kennwerte zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d}_{wl} \\ \mathbf{d}_{wr} \\ \mathbf{d}_{chass} \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{wl} \\ \mathbf{F}_{wr} \\ \mathbf{F}_{chass} \end{pmatrix}. \quad (4.39)$$

Tabelle 4.14: Marker für Berechnung der Achskennwerte zur Radführung

Marker	Hintergrund	Verwendung
M1	Linkes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Radaufstandspunkt
M2	Rechtes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Radaufstandspunkt
M3	Hilfsmarker linkes Rad	Ermittlung Radaufstandspunkt
M4	Hilfsmarker rechtes Rad	Ermittlung Radaufstandspunkt
M7	Aufbau	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Fahrzeugmitte

## Elastokinematische Lenkachse und abgeleitete Kennwerte

Die Lenkachse und daraus abgeleitete Achskennwerte beziehen sich in der Literatur überwiegend auf das Lenkmoment (Abschnitt 2.2.1). Jedoch werden vereinzelt auch eine elastokinematische Lenkachse bzw. entsprechende Achskennwerte erwähnt, die sich auf die Radführung in Form der Vorspuränderung beziehen (Abschnitt 2.2.2).

Die Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse ergibt die Kennwerte, die die am Rad entstehende Vorspuränderung infolge von Längs-, Seiten und Vertikalkräften beschreiben (Tabelle 4.15 und Anhang F). Dies sind zum einen Hebelarme, die sich aus den Durchstoßpunkten der elastokinematischen Lenkachse in Fahrbahn- und Radmittenebene ableiten lassen. Die Durchstoßpunkte werden in dieser Arbeit als „Vorspurneutrale Punkte“ (VNP) bezeichnet, weil Längs- und Seitenkräfte mit ihrer Wirkungslinie durch diese Punkte keine Vorspuränderung erzeugen (Abbildung 4.13). Die Vorspurneutralen Punkte auf Fahrbahn- und Radmittenebene setzen sich jeweils aus dem „Längskraftneutralen Punkt“ (LNP) und dem „Seitenkraftneutralen Punkt“ (SNP) zusammen. Der Radlasthebelarm bezüglich der Vorspuränderung, der im Folgenden als „Radlastneutraler Punkt“ (RLNP) bezeichnet wird, ergibt sich nicht direkt aus den Vor-

spurneutralen Punkten, hängt aber von diesen ab. Die Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse ergibt sich aus deren Durchstoßpunkten auf Fahrbahn- und Radmitteebene, den Vorspurneutralen Punkten. Daraus lassen sich im Anschluss Spreizungs- und Nachlaufwinkel der elastokinematischen Lenkachse ableiten.

Tabelle 4.15: Berechnete Achskennwerte aus der Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse (Auszug)

Zuordnung	Achskennwert	Ermittlung
Vorspurneutraler Punkt Fahrbahn	Längskraftneutraler Punkt	einseitige Längskraft Radaufstandspunkt
	Seitenkraftneutraler Punkt	einseitige Querkraft Radaufstandspunkt
Vorspurneutraler Punkt Radmitte	Längskraftneutraler Punkt	einseitige Längskraft Radmitte
	Seitenkraftneutraler Punkt	einseitige Querkraft Radmitte
Vorspurneutraler Punkt	Radlastneutraler Punkt	einseitige Vertikalkraft Radaufstandspunkt
Weitere	Spreizungswinkel	geometrisch aus Vorspurneutralen Punkten
	Nachlaufwinkel	geometrisch aus Vorspurneutralen Punkten

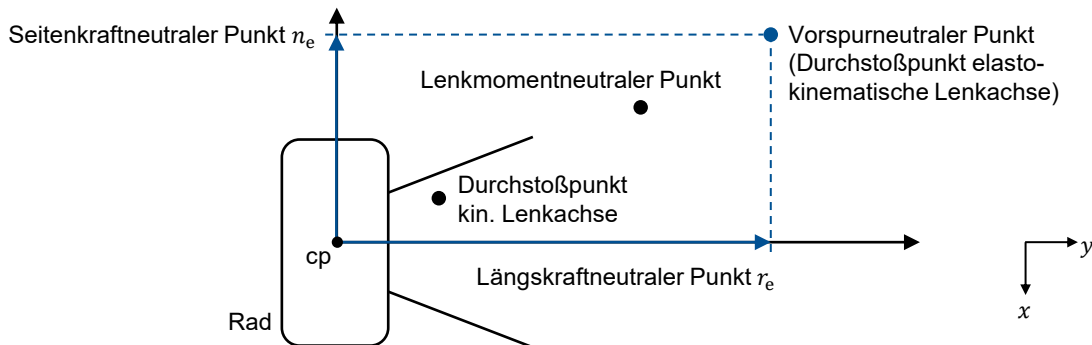


Abbildung 4.13: Lage des Vorspurneutralen Punkts auf Fahrbahnhöhe (linkes Rad, Draufsicht)

Das Vorgehen zur Berechnung der Achskennwerte aus der elastokinematischen Lenkachse ähnelt dem zur Berechnung der Kennwerte bezüglich der Lenkrückmeldung und wird bereits in [33] näher vorgestellt. Es wird am Beispiel des Seitenkraftneutralen Punkts, der den Abstand der elastokinematischen Lenkachse zum Radaufstandspunkt bzw. zur Radmitte in Längsrichtung darstellt, erläutert. Der Seitenkraftneutrale Punkt ist der Punkt entlang der Radlängsachse, an dem eine Seitenkraft keine Vorspuränderung hervorruft. Um diesen für den Fall einer einseitigen Seitenkraft auf Fahrbahnhöhe aus der Nachgiebigkeitsmatrix zu berechnen, wird in Gl. (4.39) eine einseitige Querkraft  $F$  am linken Rad auf Fahrbahnhöhe mit dem Abstand  $x_{wc}$  in Längsrichtung zur Radmitte vorgegeben. Die Querkraft erzeugt mit den Hebelarmen  $z_{wc,cp}$  und  $x_{wc}$  Momente um die x- und z-Achse:

$$\mathbf{F}_{w1,y,cp} = (0, F, 0, -z_{wc,cp} F, 0, x_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.40)$$

Wenn die Wirkrichtung der Seitenkraft durch den Seitenkraftneutralen Punkt geht, ist die resultierende Vorspuränderung und damit die Drehung des Rades um die z-Achse  $d_{w1,rz}$  null:

$$d_{wl,rz} \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.41)$$

Mit Gl. (4.40) in Gl. (4.39) unter der Bedingung von Gl. (4.41) ergibt sich der Abstand  $x_{wc}$  als Abstand zwischen Radmitte und elastokinematischer Lenkachse auf Fahrbahnhöhe. Der Abstand  $x_{wc}$  entspricht mit umgekehrtem Vorzeichen dem Seitenkraftneutralen Punkt  $n_e$  auf Fahrbahnhöhe (elastokinematische Nachlaufstrecke) für das ungelenkte Rad:

$$n_e = \frac{c_{6,2} - c_{6,4} z_{wc,cp}}{c_{6,6}}. \quad (4.42)$$

Für die Berechnung des Längskraftneutralen Punkts  $r_e$  auf Fahrbahnhöhe (elastokinematischer Lenkrollradius) wird anstatt der Querkraft eine Längskraft vorgegeben (Anhang F). Dabei muss noch der Abstand  $y_{wc,cp}$  zwischen Radmitte und Radaufstandspunkt berücksichtigt werden:

$$r_e = \frac{c_{6,1} + c_{6,5} z_{wc,cp}}{c_{6,6}} - y_{wc,cp}. \quad (4.43)$$

Um den Längs- und Seitenkraftneutralen Punkt auf Radmittenhöhe zu berechnen, werden die in Radmitte angreifenden Längs- und Querkräfte in Gl. (4.39) verwendet (Anhang F):

$$r_{\sigma,e} = \frac{c_{6,1}}{c_{6,6}}, \quad (4.44)$$

$$n_{\tau,e} = \frac{c_{6,2}}{c_{6,6}}. \quad (4.45)$$

Bei der Ermittlung der Vorspurneutralen Punkte für den beidseitigen Lastfall werden die jeweiligen Kräfte sowohl am linken als auch am rechten Rad vorgegeben (Anhang F).

Aus den Vorspurneutralen Punkten auf Radmitten- und Fahrbahnebene kann anschließend die Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse ermittelt werden. Die Orientierung der elastokinematischen Lenkachse in Form des elastokinematischen Spreizungswinkels  $\sigma_e$  und des elastokinematischen Nachlaufwinkels  $\tau_e$  wird daraus geometrisch bestimmt:

$$\sigma_e = \tan^{-1} \left( \frac{c_{6,5}}{c_{6,6}} \right), \quad (4.46)$$

$$\tau_e = \tan^{-1} \left( \frac{c_{6,4}}{c_{6,6}} \right). \quad (4.47)$$

Für das gelenkte Rad müssen die Vorspurneutralen Punkte vom globalen Koordinatensystem ins Radkoordinatensystem umgerechnet werden, sodass sich die entsprechenden Achskennwerte auf die Radlängs- und Radquerrichtung beziehen (Anhang A).

Ein Vorteil bei der Ermittlung von Achskennwerten aus der Nachgiebigkeitsmatrix besteht darin, dass damit „neue“ Achskennwerte berechnet werden können. Während der Radlasthebelarm in der Literatur als Hebelarm für Vertikalkräfte bezüglich des auftretenden Lenkmoments definiert ist, wird er im Rahmen dieser Arbeit auch bezüglich der Vorspuränderung ermittelt (Anhang G). Dieser Hebelarm wird als Radlastneutraler Punkt  $p_e$  (elastokinematischer Radlasthebelarm) bezeichnet, weil er eine ähnliche Bedeutung wie der Längs- und Seitenkraftneutrale Punkt besitzt. Für den einseitigen Fall wird dazu ebenfalls eine vertikale Kraft im Radaufstandspunkt mit einem unbekanntem Moment um die z-Achse aufgebracht, das vom Radlastneutralen Punkt abhängt. Bei einer geeigneten betragsmäßigen Verschiebung des Kraftangriffspunkts der Vertikalkraft um

den Radlastneutralen Punkt erzeugt diese keine Vorspuränderung. Mit Gl. (4.27) in Gl. (4.39) unter der Bedingung von Gl. (4.41) ergibt sich der Radlastneutrale Punkt  $p_e$  zu

$$p_e = -\frac{c_{6,3} - c_{6,5} x_{wc,cp} + c_{6,4} y_{wc,cp}}{c_{6,6}}. \quad (4.48)$$

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird untersucht, ob der Radlastneutrale Punkt  $p_e$  als neuer Kennwert verwendet werden kann, der den Einfluss von Vertikalkräften auf die Vorspuränderung charakterisiert.

### Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten

Die zweite Gruppe an Achskennwerten zur Radführung umfasst die Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten, die die Bewegung des Rades und das Verhalten der Achse unter Kräften charakterisieren. Während für die drei translatorischen Freiheitsgrade die Steifigkeiten ermittelt werden, werden für die rotatorischen Freiheitsgrade die Nachgiebigkeiten bestimmt. Das Vorgehen zur Berechnung dieser Kennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix ist an GERRARD [49] sowie [104, S. 399-400, S. 404-406, S. 430] angelehnt und wurde in [32] bereits aufgegriffen.

Die Steifigkeiten werden in Längs-, Quer- und Vertikalrichtung ermittelt. Die Auswertung ist sowohl für Kräfte in Radmitte als auch im Radaufstandspunkt möglich und kann für den einseitigen, parallelen und gegenseitigen Lastfall durchgeführt werden (Tabelle 4.16 und Anhang H).

Tabelle 4.16: Berechnete translatorische Steifigkeiten (Auszug)

Achskennwert	Lastfall	Kraftangriffspunkt	Ermittlung
Längssteifigkeit	Längskraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Quersteifigkeit	Querkraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Vertikalsteifigkeit	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall

Im Allgemeinen ergibt sich die Längssteifigkeit  $K_x$  an einem bestimmten Punkt in der yz-Ebene aus dem Verhältnis einer dort wirkenden Längskraft  $F_x$  und der daraus resultierenden Verschiebung in x-Richtung  $d_{tx}$ :

$$K_x = \frac{F_x}{d_{tx}}. \quad (4.49)$$

Für die Quer- bzw. Vertikalsteifigkeit gelten die entsprechenden Zusammenhänge in der xz- bzw. xy-Ebene. Das Vorgehen zur Berechnung der Steifigkeiten wird beispielhaft für die Längssteifigkeit  $K_{x,cp}$  am linken Rad im Radaufstandspunkt für den einseitigen Lastfall dargestellt. Zunächst wird eine einseitige Längskraft  $F$  im Radaufstandspunkt mit den entsprechenden resultierenden Momenten vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,cp} = (F, 0, 0, 0, z_{wc,cp} F, -y_{wc,cp} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.50)$$

Mit Gl. (4.50) in Gl. (4.39) werden die auftretenden Verschiebungen und Verdrehungen des Rades berechnet. Die gesamte Verschiebung  $\mathbf{d}_{wl,t,cp}$  des Radaufstandspunkts in x-Richtung ergibt

sich aus der Verschiebung  $d_{wl,t}$  der Radmitte in Längsrichtung und aus der zusätzlichen Verschiebung des Radaufstandspunkts in x-Richtung durch die Verdrehung  $d_{wl,r}$  um die y- und z-Achse, die wegen des Abstands  $r_{wc,cp}$  des Radaufstandspunkts zur Radmitte resultiert, zu

$$d_{wl,t,cp} = d_{wl,t} + d_{wl,r} \times r_{wc,cp}. \quad (4.51)$$

Mit Gl. (4.50) und Gl. (4.51) in Gl. (4.49) ergibt sich die Längssteifigkeit  $K_{x,cp}$  im Radaufstandspunkt für den einseitigen Lastfall zu

$$K_{x,cp} = \left( c_{1,1} + z_{wc,cp} (c_{5,1} + c_{5,5} z_{wc,cp} - c_{5,6} y_{wc,cp}) - y_{wc,cp} (c_{6,1} + c_{6,5} z_{wc,cp} - c_{6,6} y_{wc,cp}) + (c_{1,5} z_{wc,cp} - c_{1,6} y_{wc,cp}) \right)^{-1}. \quad (4.52)$$

Für die Ermittlung der Steifigkeit in Radmitte wird die entsprechende Längskraft dort vorgegeben und für die beidseitigen Lastfälle wird sie entsprechend ihrer Wirkrichtung (parallel oder gegensinnig) auch am rechten Rad aufgebracht (Anhang H). Die Berechnung der Quer- und Vertikalsteifigkeiten erfolgt analog mit Quer- und Vertikalkräften sowie den resultierenden Verschiebungen in Quer- und Vertikalrichtung (Anhang H). Generell können die Steifigkeiten mit diesem Vorgehen in jedem beliebigen Punkt der xy-, xz- und yz-Ebene berechnet werden, indem dort die jeweilige Kraft aufgebracht und die resultierende Verschiebung berechnet wird.

Die Nachgiebigkeiten bezüglich Vorspur, Sturz und Aufziehen werden im Unterschied zu den Steifigkeiten nicht nur für eine Krafrichtung ermittelt, sondern jeweils für Längs-, Quer- und Vertikalkräfte. Die Auswertung erfolgt sowohl in Radmitte als auch im Radaufstandspunkt sowie jeweils für den einseitigen, parallelen und gegensinnigen Lastfall (Tabelle 4.17 und Anhang H).

Tabelle 4.17: Berechnete rotatorische Nachgiebigkeiten (Auszug)

Achskennwert	Lastfall	Kraftangriffspunkt	Ermittlung
Vorspurnachgiebigkeit	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Sturznachgiebigkeit	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Aufziehnachgiebigkeit	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall

Die Nachgiebigkeit an einem bestimmten Punkt ergibt sich im Allgemeinen aus dem Verhältnis der resultierenden Verdrehung  $d_{rj}$  infolge einer dort aufgebrachten Kraft  $F_i$  zu

$$C_{rj,Fi} = \frac{d_{rj}}{F_i}. \quad (4.53)$$

Das Vorgehen zur Berechnung der Nachgiebigkeiten wird beispielhaft für die Vorspurnachgiebigkeit  $C_{rz,Fx,cp}$  bezüglich der Längskraft im Radaufstandspunkt für den einseitigen Lastfall

skizziert. Dazu wird erneut die einseitige Längskraft (Gl. (4.50)) im Radaufstandspunkt mit den entsprechenden Momenten aufgebracht. Die resultierende Verdrehung um die z-Achse ergibt sich direkt mit Gl. (4.50) aus Gl. (4.39), wobei gegebenenfalls der Einfluss des Aufziehwinkels auf die Vorspuränderung berücksichtigt werden muss [35, S. 31]. Mit Gl. (4.50) und Gl. (4.39) in Gl. (4.53) wird die Vorspurnachgiebigkeit  $C_{rz,fx,cp}$  bezüglich der Längskraft im Radaufstandspunkt für den einseitigen Lastfall berechnet zu

$$C_{rz,fx,cp} = c_{6,1} + c_{6,5} z_{wc,cp} - c_{6,6} y_{wc,cp} \quad (4.54)$$

Die Sturznachgiebigkeit ergibt sich aus der Verdrehung um die x-Achse und die Aufziehnachgiebigkeit aus der Verdrehung um die y-Achse (Anhang H). Die Nachgiebigkeiten bezüglich Quer- und Vertikalkräften, in Radmitte sowie für die beidseitigen Lastfälle werden analog mit den entsprechenden Kräften und Momenten berechnet (Anhang H). Generell können die Nachgiebigkeiten in jedem beliebigen Punkt der xy-, xz- und yz-Ebene ermittelt werden, indem dort die jeweilige Kraft aufgebracht und die entsprechende Verdrehung ausgewertet wird.

### Momentanpole und Abstützwinkel

Eine weitere Gruppe an Achskennwerten zur Beschreibung der Radführung umfasst die Momentanpole und die Abstützwinkel (Tabelle 4.18). Die Momentanpole werden als Verbindungs-gelenk zwischen Radaufhängung und Aufbau betrachtet, deren Lage einerseits die Bewegung des Rades beim Federn definiert und andererseits die Aufnahme von Kräften in den Lenkern sowie in den Federn bestimmt. Außerdem werden aus den Momentanpolen Abstützwinkel abgeleitet, die ebenfalls angeben, wie auf das Rad wirkende Kräfte in den Lenkern abgestützt werden. Das Vorgehen dazu wurde bereits in [36, S. 27-30] ausführlich beschrieben. Für die hier gezeigten Achskennwerte muss die Nachgiebigkeitsmatrix die Federbewegung des Rades in den Nachgiebigkeiten abbilden können, sodass dafür in der Simulation bei der Achsanalyse die Radlast anstatt des Radhubs vorgegeben werden muss.

Tabelle 4.18: Berechnete Momentanpole und Abstützwinkel

Ansicht	Achskennwert	Beschreibung	Ermittlung
Seitenansicht	Längspol	x-Koordinate	beidseitige Vertikalkraft
		z-Koordinate	beidseitige Längskraft
	Schrägfederungswinkel	geometrisch aus Längspol	
	Bremsabstützwinkel	geometrisch aus Längspol	
Vorderansicht	Querpol	y-Koordinate	beidseitige Vertikalkraft
		z-Koordinate	beidseitige Querkraft
	Seitenkraftabstützwinkel	geometrisch aus Querpol	
	Wankzentrumshöhe	z-Koordinate	geometrisch aus Querpol

Der Momentanpol in der xz-Ebene wird als Längspol und der Momentanpol in der yz-Ebene als Querpol bezeichnet. In Anlehnung an das „Force-Roll-Center“ von DIXON [79] wird eine Kraft in der jeweiligen Ebene, deren Wirkungslinie durch den dortigen Pol verläuft, von den Lenkern vollständig aufgenommen und führt damit zu keiner Federbewegung bzw. Radhubänderung (Abbildung 4.14).

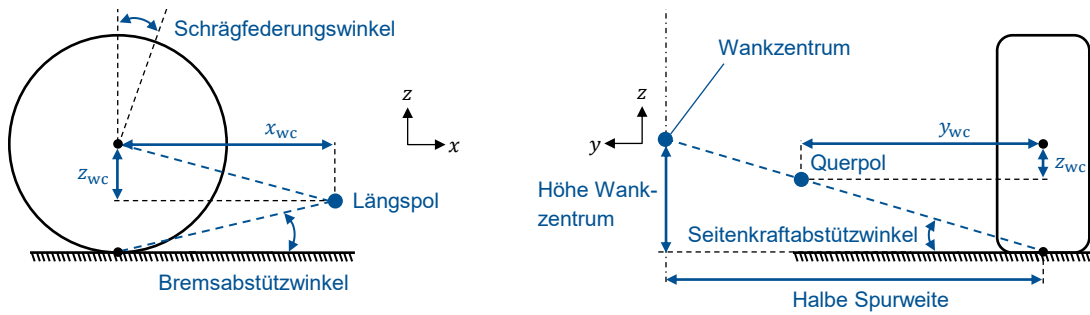


Abbildung 4.14: Ermittlung der Momentanpole und Abstützwinkel

Dieser Zusammenhang wird genutzt, um die Lage der Momentanpole zu berechnen. Das Vorgehen wird beispielhaft anhand des Querpol  $IC_{yz}$  dargestellt. Eine Kraft in der  $yz$ -Ebene durch den Querpol  $IC_{yz}$  führt zu keiner Federbewegung:

$$d_{w1,tz} \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.55)$$

Eine Kraft in der durch die beiden Radmitten verlaufenden  $yz$ -Ebene kann aufgeteilt werden in eine Seitenkraft und eine Vertikalkraft. Während die Querkraft  $F$  im Abstand  $z_{wc}$  zur Radmitte in  $z$ -Richtung wirkt, greift die Vertikalkraft  $F$  mit dem Abstand  $y_{wc}$  zur Radmitte in Querrichtung an, jeweils mit Berücksichtigung der entsprechenden Momente. Für beide Kräfte wird der gegenseitige bzw. der parallele Lastfall betrachtet:

$$\mathbf{F}_{w1,y,wc} = (0, F, 0, -z_{wc} F, 0, 0, 0, -F, 0, z_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T, \quad (4.56)$$

$$\mathbf{F}_{w1,z,wc} = (0, 0, F, y_{wc} F, 0, 0, 0, 0, F, -y_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.57)$$

Alternativ dazu besteht die Möglichkeit, die einseitigen Lastfälle für die Momentanpole und Abstützwinkel zu verwenden (Anhang I). Mit Gl. (4.56) bzw. Gl. (4.57) in Gl. (4.39) unter der Bedingung von Gl. (4.55) ergibt sich die  $z$ - bzw.  $y$ -Koordinate des Querpol relativ zur Radmitte zu

$$z_{IC_{yz}} = \frac{c_{3,2} - c_{3,8}}{c_{3,4} - c_{3,10}}, \quad (4.58)$$

$$y_{IC_{yz}} = -\frac{c_{3,3} + c_{3,9}}{c_{3,4} - c_{3,10}}. \quad (4.59)$$

Die Berechnung der Lage des Längspols  $IC_{xz}$  erfolgt analog, indem stattdessen eine Längs- und Vertikalkraft in der durch die beiden Radmitten verlaufenden  $xz$ -Ebene aufgebracht wird (Anhang I). Die  $z$ - und  $x$ -Koordinaten des Längspols  $IC_{xz}$  relativ zur Radmitte ergeben sich wiederum unter der Bedingung von Gl. (4.55) zu

$$z_{IC_{xz}} = -\frac{c_{3,1} + c_{3,7}}{c_{3,5} + c_{3,11}}, \quad (4.60)$$

$$x_{IC_{xz}} = \frac{c_{3,3} + c_{3,9}}{c_{3,5} + c_{3,11}}. \quad (4.61)$$

Aus den geometrischen Beziehungen zwischen Längs- bzw. Querpol und Radmitte sowie Radaufstandspunkt können die Abstützwinkel abgeleitet werden. In der  $xz$ -Ebene existieren der Schrägfederungswinkel  $\varepsilon_{x,wc}$ , der sich auf die Radmitte bezieht und für Kräfte am frei rollenden Rad gilt, und der Bremsabstützwinkel  $\varepsilon_{x,cp}$ , der sich auf den Radaufstandspunkt bezieht und für

Bremskräfte gilt. Der Bremsabstützwinkel  $\varepsilon_{x,cp}$  unterscheidet sich für Vorder- und Hinterachsen im Vorzeichen:

$$\varepsilon_{x,wc} = \tan^{-1} \left( \frac{c_{3,1} + c_{3,7}}{c_{3,3} + c_{3,9}} \right), \quad (4.62)$$

$$\varepsilon_{x,cp} = \mp \tan^{-1} \left( \frac{c_{3,1} + c_{3,7} + c_{3,5} z_{wc,cp} + c_{3,11} z_{wc,cp}}{c_{3,3} + c_{3,9}} \right). \quad (4.63)$$

In der yz-Ebene existiert der Seitenkraftabstützwinkel  $\varepsilon_{y,cp}$ , der sich auf den Radaufstandspunkt bezieht und für Seitenkräfte gilt:

$$\varepsilon_{y,cp} = \tan^{-1} \left( \left( z_{wc,cp} - \frac{c_{3,2} - c_{3,8}}{c_{3,4} - c_{3,10}} \right) / \left( y_{wc,cp} + \frac{c_{3,3} + c_{3,9}}{c_{3,4} - c_{3,10}} \right) \right). \quad (4.64)$$

Bei symmetrischer Lage der beiden Querpole und Radaufstandspunkte kann aus dem Seitenkraftabstützwinkel und der Spurweite  $s$  die Höhe  $z_{RC}$  des Wankzentrums RC, das sich dann in Fahrzeugmitte befindet, berechnet werden zu

$$z_{RC} = \left( \left( \frac{1}{2} s - y_{wc,cp} \right) \left( z_{wc,cp} - \frac{c_{3,2} - c_{3,8}}{c_{3,4} - c_{3,10}} \right) \right) / \left( y_{wc,cp} + \frac{c_{3,3} + c_{3,9}}{c_{3,4} - c_{3,10}} \right). \quad (4.65)$$

Falls die Querpole und Radaufstandspunkte von linkem und rechtem Rad nicht symmetrisch zueinander liegen, muss das Wankzentrum anderweitig bestimmt werden.

## Übersetzungen

Die letzte Gruppe an Achskennwerten, die zur Radführung gehört, beinhaltet die Übersetzungen von Komponenten. Diese stellen einen Zusammenhang her zwischen den am Rad und im Fahrwerk auftretenden Kräften sowie Wegen. Es werden die jeweiligen Übersetzungen der Komponenten Feder (spr), Dämpfer (damp) und Stabilisator (arb) berechnet (Tabelle 4.19 und Anhang J). Dafür wird neben den Markern M1 und M2 des linken und rechten Rades als dritter Marker der Marker des Bauteils benötigt, dessen Übersetzung berechnet wird (Tabelle 4.20).

Tabelle 4.19: Berechnete Komponentenübersetzungen

Achskennwert	Ermittlung
Federübersetzung	einseitige Vertikalkraft Radaufstandspunkt
Dämpferübersetzung	einseitige Vertikalkraft Radaufstandspunkt
Stabilisatorübersetzung	einseitige Vertikalkraft Radaufstandspunkt

Tabelle 4.20: Marker für Berechnung der Komponentenübersetzungen

Marker	Hintergrund	Verwendung
M1	Linkes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Radaufstandspunkt
M2	Rechtes Rad	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix und Radaufstandspunkt
M8 / M9 / M10	Feder / Dämpfer / Stabilisator	Ermittlung Nachgiebigkeitsmatrix



Damit ergibt sich aus Gl. (4.7) das Gleichungssystem zur Berechnung der Kennwerte zu

$$\begin{pmatrix} d_{wl} \\ d_{wr} \\ \mathbf{d}_{\text{spr / damp / arb}} \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{wl} \\ \mathbf{F}_{wr} \\ \mathbf{F}_{\text{spr / damp / arb}} \end{pmatrix}. \quad (4.66)$$

Das Vorgehen zur Berechnung der Übersetzungen wird beispielhaft anhand der Federübersetzung gezeigt. Die Federübersetzung  $i_{\text{spr}}$  ist definiert als das Verhältnis der Änderungen von Federkraft zu Radlast bzw. der Änderung des Federwegs  $d_{\text{spr,t,mg}}$  zu der des Radhubs  $d_{wl,wt}$ :

$$i_{\text{spr}} = \frac{d_{\text{spr,t,mg}}}{d_{wl,wt}}. \quad (4.67)$$

Zur Ermittlung der genannten Verschiebungen wird in Gl. (4.66) eine einseitige Vertikalkraft  $F$  am linken Rad im Radaufstandspunkt aufgebracht (der Übersicht wegen hier ohne  $x_{wc,cp}$ ):

$$\mathbf{F}_{wl,z,cp} = (0, 0, F, y_{wc,cp} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4.68)$$

Mit Gl. (4.68) in Gl. (4.66) kann die Änderung des Federwegs  $d_{\text{spr,t,mg}}$  und die des Radhubs  $d_{wl,wt}$  bestimmt werden. Die Änderung des Federwegs  $d_{\text{spr,t,mg}}$  ergibt sich aus der relativen Verschiebung des unteren Federpunkts gegenüber dem oberen Federpunkt in Richtung der Feder. Vereinfacht wird angenommen, dass die Verschiebung des unteren Federpunkts der Änderung des Federwegs entspricht, weil sich der obere Federpunkt nur geringfügig verschiebt und der resultierende Verschiebungsvektor annähernd parallel zur Feder ist (Anhang J). Dies hat den Vorteil, dass der Marker M8 am unteren Federpunkt ausreichend ist. Durch die schräge Einbaulage der Feder setzt sich die betragsmäßige Änderung des Federwegs  $d_{\text{spr,t,mg}}$  aus den Verschiebungen des unteren Federpunkts in allen drei Raumrichtungen zusammen:

$$d_{\text{spr,t,mg}} = \left( (c_{13,3} + c_{13,4} y_{wc,cp})^2 + (c_{14,3} + c_{14,4} y_{wc,cp})^2 + (c_{15,3} + c_{15,4} y_{wc,cp})^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.69)$$

Die Änderung des Radhubs  $d_{wl,wt}$  entspricht direkt der z-Verschiebung  $d_{wl,tz}$  des Rades. Mit Gl. (4.69) in Gl. (4.67) ergibt sich die Federübersetzung  $i_{\text{spr}}$  aus den Nachgiebigkeiten zu

$$i_{\text{spr}} = \frac{\sqrt{(c_{13,3} + c_{13,4} y_{wc,cp})^2 + \dots + (c_{15,3} + c_{15,4} y_{wc,cp})^2}}{c_{3,3} + c_{3,4} y_{wc,cp}}. \quad (4.70)$$

Die Dämpferübersetzung  $i_{\text{damp}}$  ist definiert als das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit des Dämpfers und der des Radaufstandspunkts bzw. zwischen der Änderung des Dämpferwegs  $d_{\text{damp,t,mg}}$  und der des Radhubs  $d_{wl,wt}$ . Sie wird auf die gleiche Weise wie die Federübersetzung berechnet. Der einzige Unterschied besteht darin, dass zur Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix als dritter Marker der Marker M9 des unteren Dämpferpunkts verwendet wird. Für die Dämpferübersetzung  $i_{\text{damp}}$  ergibt sich deswegen der gleiche Zusammenhang wie bei der Federübersetzung:

$$i_{\text{damp}} = \frac{\sqrt{(c_{13,3} + c_{13,4} y_{wc,cp})^2 + \dots + (c_{15,3} + c_{15,4} y_{wc,cp})^2}}{c_{3,3} + c_{3,4} y_{wc,cp}}. \quad (4.71)$$

Die Stabilisatorübersetzung  $i_{arb}$  ist definiert als das Verhältnis der Änderung des Stabilisatorbogens  $d_{arb,arc}$ , der vom Verdrehwinkel und der Schenkellänge des Stabilisators abhängt, und der des Radhubs  $d_{wl,wt}$ , die wieder der z-Verschiebung  $d_{wl,tz}$  des Rades entspricht:

$$i_{arb} = \frac{d_{arb,arc}}{d_{wl,wt}}. \quad (4.72)$$

Zur Berechnung der Stabilisatorübersetzung  $i_{arb}$  wird erneut eine einseitige Vertikalkraft  $F$  am linken Rad im Radaufstandspunkt aufgebracht (Gl. (4.68)). Der Stabilisatorbogenweg  $d_{arb,arc}$  ergibt sich dann näherungsweise aus der Verschiebung des Anbindungspunkts der Pendelstütze an den Stabilisatorschenkel in der Seitenansicht zu

$$d_{arb,arc} = \sqrt{(c_{13,3} + c_{13,4} y_{wc,cp})^2 + (c_{15,3} + c_{15,4} y_{wc,cp})^2}. \quad (4.73)$$

Mit Gl. (4.73) in Gl. (4.72) ergibt sich die Stabilisatorübersetzung  $i_{arb}$  aus den Nachgiebigkeiten zu

$$i_{arb} = \frac{\sqrt{(c_{13,3} + c_{13,4} y_{wc,cp})^2 + (c_{15,3} + c_{15,4} y_{wc,cp})^2}}{c_{3,3} + c_{3,4} y_{wc,cp}}. \quad (4.74)$$

Die hier hergeleiteten Übersetzungen gelten für den Fall einer einseitigen Vertikalkraft. Im Falle von gegensinnigen Vertikalkräften an beiden Rädern, was zu einer Verstärkung der Stabilisatorwirkung führt, können sich geringfügig andere Ergebnisse für die Übersetzungen ergeben.

#### 4.4.4 Verifikation der berechneten Achskennwerte

Nach der Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix muss deren Richtigkeit sichergestellt werden. Bei der Beurteilung von Simulationsergebnissen spielen die Verifikation und Validierung eine große Rolle [23, S. 200]. Bei der Verifikation geht es darum, ob das Modell grundsätzlich plausibel, konsistent sowie formal korrekt ist und ob es die gestellten Anforderungen erfüllt [15, S. 32, 23, S. 200-201, 191, S. 14]. Bei der Validierung dagegen wird überprüft, ob das Verhalten des Modells dem des Originals entspricht [15, S. 32, 23, S. 200-201, 191, S. 15]. Zur Verifikation und Validierung stehen verschiedene Verfahren, wie Dimensionstest, Validierung von Vorhersagen und Vergleich mit anderen Modellen, zur Verfügung [191, S. 98, S. 109-110].

In dieser Arbeit soll keine Validierung der MKS-Modelle gegenüber den realen Fahrzeugen durchgeführt werden. Aufgrund der Verwendung von Parametern, auf denen die Entwicklung dieser Fahrzeuge basierte, und von vermessenen Parametern der Komponenten wird grundsätzlich von einer hinreichend genauen Übereinstimmung mit den Eigenschaften der entsprechenden realen Fahrzeuge ausgegangen. Was dagegen in dieser Arbeit sichergestellt werden soll, ist die Übereinstimmung der berechneten elastokinematischen Achskennwerte (im weiteren Verlauf dieser Arbeit immer aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet) mit den Eigenschaften und dem Verhalten der MKS-Modelle. Achskennwerte und MKS-Modelle müssen konsistent sein. Dazu werden in dieser Arbeit drei Möglichkeiten vorgestellt. Zunächst werden die Berechnungsvorschriften für die Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix den in der Literatur etablierten Berechnungsvorschriften gegenübergestellt (Anhang K). Des Weiteren werden die

elastokinematischen Achskennwerte den etablierten kinematischen Achskennwerten gegenübergestellt. Abschließend wird untersucht, ob die elastokinematischen Achskennwerte plausibel sind und die physikalischen Zusammenhänge gemäß ihrer Definition abbilden.

## Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Kennwerte

Die elastokinematischen Achskennwerte werden als richtig betrachtet, wenn sie für ein Modell mit steifen Komponenten hinreichend genau mit den kinematischen übereinstimmen (Abbildung 4.15). Das Vorgehen basiert auf den Erkenntnissen in [36, S. 39-50]. Die kinematischen Achskennwerte werden aus dem kinematischen, d. h. starren, Modell berechnet auf Grundlage der Berechnungsvorschriften von MATSCHINSKY [29] und dienen als Referenz. Die elastokinematischen Achskennwerte werden mit dem elastokinematischen Modell berechnet.

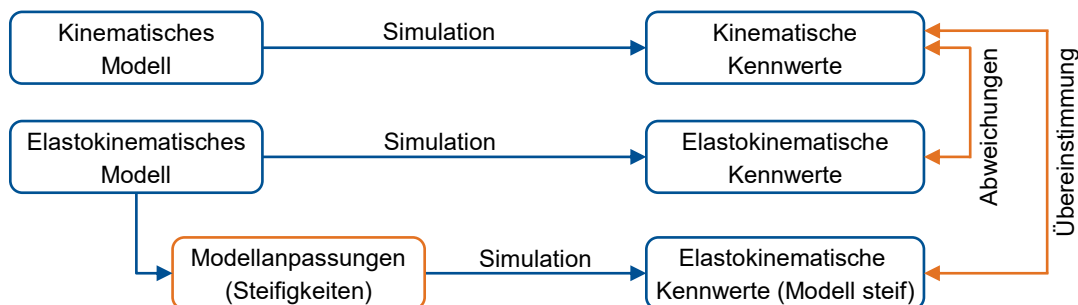


Abbildung 4.15: Gegenüberstellung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte

Zunächst muss die Vergleichbarkeit zwischen den beiden Modellen sichergestellt werden. Dazu wird das elastokinematische Modell so angepasst, dass es dem kinematischen entspricht. Die Gummilager werden durch Kugelgelenke (durch Gummilager mit translatorischen Steifigkeiten von 40 kN/mm abgebildet) ersetzt. Die Radlagersteifigkeit wird als unendlich steif (starr) abgebildet. Zusatzfedern und Druckanschläge werden entfernt, während die Federsteifigkeit im jeweiligen Arbeitspunkt um den Faktor 100 (Kraft-Kennlinie) skaliert wird.

Während die elastokinematischen Achskennwerte von den kinematischen abweichen können, müssen die „elastokinematischen“ Achskennwerte, die mit dem angepassten, versteiften Elastokinematikmodell berechnet werden, beim kraftfreien Federn und Lenken mit den kinematischen Achskennwerten übereinstimmen, wenn die Berechnung mittels Nachgiebigkeitsmatrix richtig ist.

## Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen

Neben der Übereinstimmung mit den kinematischen Achskennwerten müssen die elastokinematischen Achskennwerte konsistent zum elastokinematischen Modell sein und die physikalischen Wirkzusammenhänge entsprechend ihrer Definition abbilden (Abbildung 4.16). Das Vorgehen basiert auf den Erkenntnissen in [36, S. 50-57] und wurde in [34] bereits vorgestellt. Aus dem elastokinematischen Modell ergeben sich in der Simulation die Ausgangsgrößen des Modells, die das Verhalten der Achse beschreiben und als Referenz dienen, sowie die auftretenden Kräfte und Bewegungen. Aus den Kräften und Bewegungen können mit Hilfe der Achskennwerte, einmal den elastokinematischen und einmal den kinematischen, ebenfalls die Ausgangsgrößen des Modells berechnet werden.

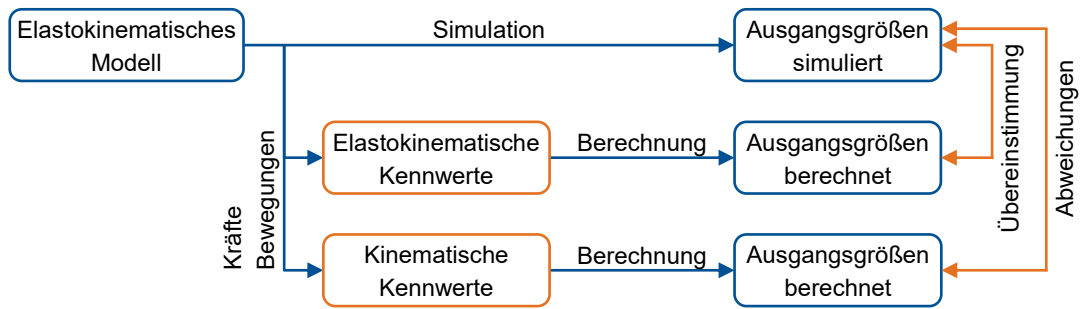


Abbildung 4.16: Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen

Dieses Vorgehen wird am Beispiel des Lenkrollradius  $r_k$  und des Längskraftneutralen Punkts  $r_e$  erläutert. Der Lenkrollradius stellt den Hebelarm der Bremskraft  $F_{br}$  bezüglich des Lenkmoments  $M_s$  (bzw. der Zahnstangenkraft) dar. Aus Lenkrollradius  $r_k$ , Gesamtlenkübersetzung  $i_s$  und Bremskraft  $F_{br}$  kann die Änderung des Lenkmoments  $\Delta M_s$  mit Gl. (4.75) berechnet werden, die sich infolge der Bremskraft  $F_{br}$  ergibt, und mit der aus der Simulation verglichen werden:

$$\Delta M_s (F_{br}) = \int \left( \frac{r_k (F_{br})}{i_s (F_{br})} \right) dF_{br}. \quad (4.75)$$

Der Längskraftneutrale Punkt  $r_e$  stellt den Hebelarm der Bremskraft  $F_{br}$  bezüglich der Vorspuränderung  $\Delta \delta$  dar. Aus Längskraftneutralem Punkt  $r_e$ , Vorspurnachgiebigkeit  $c_{6,6}$  (bzw. Vorspursteifigkeit) und Bremskraft  $F_{br}$  kann die Vorspuränderung  $\Delta \delta$  mit Gl. (4.76) berechnet werden, die sich infolge der Bremskraft  $F_{br}$  ergibt, und mit der aus der Simulation verglichen werden:

$$\Delta \delta (F_{br}) = \int \left( r_e (F_{br}) \cdot c_{6,6} (F_{br}) \right) dF_{br}. \quad (4.76)$$

Die Ausgangsgrößen auf Basis der elastokinematischen Achskennwerte müssen mit den Ausgangsgrößen der Simulation übereinstimmen, wenn die Berechnung mittels Nachgiebigkeitsmatrix richtig ist, während die Ausgangsgrößen auf Basis der kinematischen Achskennwerte davon abweichen können.

## 4.5 Beantwortung der Forschungsfragen

Nachdem in den vorherigen Unterkapiteln die MKS-Modelle sowie die durchgeführten Simulationen vorgestellt, die Methode zur Berechnung der Achskennwerte mit der Nachgiebigkeitsmatrix erläutert und das Vorgehen zur Verifikation des Verfahrens beschrieben wurden, wird im Folgenden noch genauer darauf eingegangen, wie damit die verbleibenden Forschungsfragen aus Unterkapitel 3.2 beantwortet werden können.

### 4.5.1 Einfluss der Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte

Als erstes wird untersucht, welchen Einfluss die eingebrachten Nachgiebigkeiten in der Achse auf die Achskennwerte der Kinematik haben. Dazu wird die gesamte Achse betrachtet, d. h. die Radaufhängung mit Lenkung und Rädern, ohne Variation der jeweiligen Modellparameter. Ausgehend von den vorgestellten Fahrzeug- und Achskonzepten werden jeweils die kinematische und die elastokinematische Modellvariante abgeleitet (Abbildung 4.17). Anschließend werden

die kinematischen und elastokinematischen Achskennwerte miteinander verglichen. Für jedes Fahrzeug- bzw. Achskonzept werden die Achskennwerte für die zuvor vorgestellten Lastfälle ermittelt.

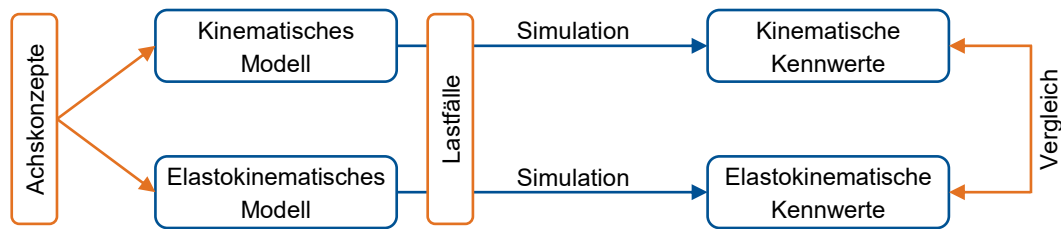


Abbildung 4.17: Untersuchung des Einflusses der Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte

Ziel ist es herauszufinden, welche elastokinematischen Achskennwerte sich für welche Lastfälle in welchem Ausmaß von den kinematischen Achskennwerten unterscheiden und ob es Unterschiede zwischen den verschiedenen Achskonzepten gibt. Dadurch kann die Bedeutung der kinematischen Achskennwerte eingeordnet werden.

## 4.5.2 Erweiterung und Vertiefung der elastokinematischen Achsanalyse

Im Anschluss wird untersucht, inwiefern die Analyse der Elastokinematik noch erweitert und vertieft werden kann. Dazu wird ausgehend von einem Achskonzept die Systemgrenze variiert, d. h. die Radaufhängung wird jeweils mit und ohne Lenkung sowie mit dem Reifenverhalten betrachtet, um die Einflüsse der einzelnen Teilsysteme zu quantifizieren (Abbildung 4.18). Des Weiteren werden dazu Modellparameter der einzelnen Teilsysteme verändert. Außerdem wird neben den bisher untersuchten elastokinematischen Achskennwerten die elastokinematische Lenkachse betrachtet und verstärkt untersucht. Die elastokinematischen Achskennwerte der einzelnen Modellvarianten werden dann miteinander verglichen, um Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen den Achskonzepten herauszuarbeiten.

Ziel ist es herauszufinden, welchen Einfluss die Parameter der Lenkung und des Reifens auf die Achskennwerte besitzen, um daraus eine Empfehlung für die Konstruktion abzuleiten, ob diese Aspekte bei der Achsauslegung stärker berücksichtigt werden müssen. Zusätzlich soll die elastokinematische Lenkachse analysiert und mit der kinematischen bzw. wirksamen Lenkachse verglichen werden, um eine Aussage treffen zu können, ob diese zukünftig verstärkt betrachtet werden sollte.

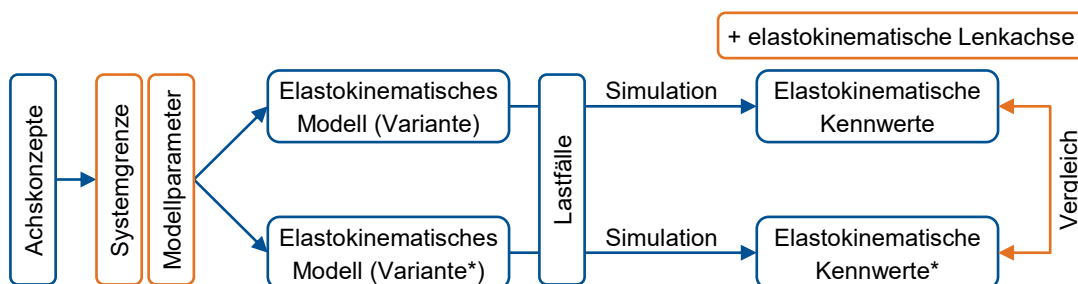


Abbildung 4.18: Untersuchung der Erweiterung und Vertiefung der elastokinematischen Achsanalyse

### 4.5.3 Dynamische Einflüsse und Reifenverhalten bei der Achsauslegung

Nach der elastokinematischen Betrachtung wird die Bedeutung der dynamischen Einflüsse und des Reifenverhaltens untersucht. Dazu werden jeweils die elastokinematische und die elastodynamische Variante miteinander verglichen, wobei erstere als Referenz dient und letztere die dynamischen Einflüsse und das Reifenverhalten abbildet (Abbildung 4.19). Zusätzlich werden die Arbeitspunkte, die bei der dynamischen Analyse auftreten, in der Elastokinematik simuliert. Dies dient zur Verifikation des Verfahrens bei dynamischen Analysen, weil die Nachgiebigkeitsmatrix die Nachgiebigkeiten des Reifens beinhaltet, was sich unter Umständen auf die Achskennwerte auswirken kann, und für die elastodynamischen Achskennwerte keine Vergleichswerte vorhanden sind.

Ziel ist es herauszufinden, welchen Einfluss die dynamischen Eigenschaften der Achse auf die Achskennwerte besitzen, um daraus eine Empfehlung abzuleiten, ob diese Aspekte bei der Achsauslegung stärker betrachtet werden müssen. Außerdem soll beurteilt werden, inwiefern sich die Modellierung des Reifenverhaltens auf die Achskennwerte auswirkt und ob die in der Elastokinematik untersuchten Lastfälle den tatsächlichen Arbeitspunkten entsprechen.

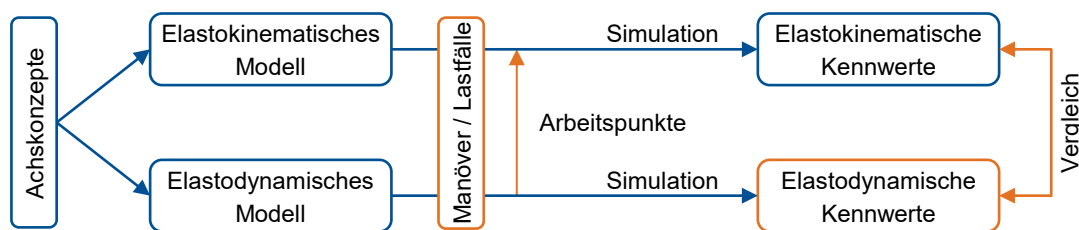


Abbildung 4.19: Untersuchung der dynamischen Einflüsse und des Reifenverhaltens

### 4.5.4 Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext

Zum Schluss dieser Arbeit werden die Achskennwerte, die aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden, im Rahmen einer DoE-Untersuchung im Gesamtfahrzeugkontext betrachtet (Abbildung 4.20). Das Ziel von DoE-Untersuchungen besteht darin, über statistische Zusammenhänge, die sich aus einer großen Anzahl an Simulationen ergeben, neue Erkenntnisse über ein System in Form von Sensitivitäten und Korrelationen zu gewinnen. Das Vorgehen basiert auf den Masterarbeiten von WÜRSCHING [38] sowie GRILLI [39] und wird im Folgenden erläutert. Es gliedert sich in das Sampling der Modellparameter, die Sensitivitätsanalyse und die Korrelationsanalyse.

Zunächst werden die Modellparameter mit einer geeigneten Sampling-Methode, die von dem Verfahren der Sensitivitätsanalyse abhängt, in einem vorgegebenen Intervall variiert. Die in dieser Arbeit variierten Modellparameter umfassen Kinematikpunkte und Steifigkeiten der Achse [39, S. 45]. Für jede Modellvariante, die einer bestimmten Modellparametrierung entspricht, wird ein elastokinematisches Modell und ein Gesamtfahrzeugmodell abgeleitet. Mit dem elastokinematischen Modell werden die vorgestellten Lastfälle simuliert und die Achskennwerte berechnet. Durch die Sensitivitätsanalyse kann anschließend der Einfluss der variierten Modellparameter auf die Achskennwerte für verschiedene Lastfälle ermittelt werden. Mit dem Gesamtfahrzeugmodell wird ein Gesamtfahrzeugmanöver simuliert. Beispielhaft wird in dieser Arbeit ein Geradeauslaufmanöver mit festgehaltenem Lenkrad auf unebener Fahrbahn, die eine Querneigung und

eine Vertikalanregung beinhaltet, betrachtet. Analog zu den Achskennwerten bei den Achsanalysen müssen in der Gesamtfahrzeugsimulation Zielgrößen festgelegt werden, anhand derer eine Bewertung der Fahrzeugeigenschaften möglich ist. Bei der Geradeauslaufuntersuchung werden, in Anlehnung an den Stand der Technik und Wissenschaft [39, S. 25-28, 192, 193], die resultierende Querabweichung am Ende des Manövers und das auftretende Lenkmoment während des Manövers als Zielgrößen festgelegt. Durch die Sensitivitätsanalyse kann im Anschluss der Einfluss der variierten Modellparameter auf die Zielgrößen ermittelt werden. Bei den Sensitivitätsanalysen werden die Morris-Methode als qualitative Methode und die Sobolj-Methode als quantitative Methode betrachtet [39, S. 28-32]. Beide Sensitivitätsanalysen werden nacheinander durchgeführt. Die Morris-Methode erlaubt nur qualitative Bewertungen der Einflüsse, führt aber zu weniger Simulationen und dient dazu, relevante Modellparameter zu identifizieren. Anschließend wird darauf aufbauend eine quantitative Bewertung der Einflüsse mit der Sobolj-Methode durchgeführt, die mehr Simulationen benötigt. Nach der Sensitivitätsanalyse wird mit den ermittelten elastokinematischen Achskennwerten und den Zielgrößen eine Korrelationsanalyse durchgeführt, um zu bestimmen, zwischen welchen Achskennwerten und Zielgrößen ein Zusammenhang besteht. Detailliertere Ausführungen zum entwickelten Vorgehen finden sich in der Masterarbeit von GRILLI [39, S. 35-70].

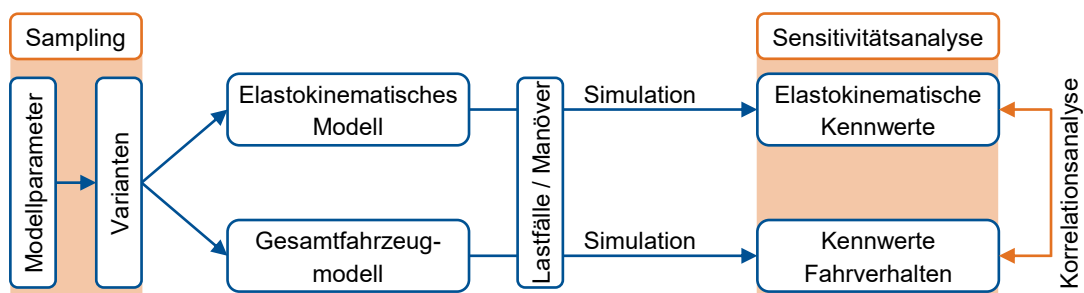


Abbildung 4.20: Untersuchung der Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext

Das Ziel besteht darin, mit dem entwickelten Vorgehen relevante Achskennwerte für bestimmte Fahrmanöver zu identifizieren. Diese Erkenntnisse können dann dazu verwendet werden, die Modellparameter und die Achse hinsichtlich des gewünschten Fahrverhaltens auf Basis dieser Achskennwerte zu optimieren. Das Beispiel der Untersuchung des Geradeauslaufs dient nur zur Veranschaulichung des entwickelten Vorgehens. Mit dem Vorgehen können beliebige Modellparameter variiert und beliebige Gesamtfahrzeugmanöver untersucht werden.





# 5 Ergebnisse

Nach der Erläuterung des Vorgehens im Kapitel zuvor werden exemplarische Anwendungsfälle für die Achsanalyse mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix betrachtet. Im Folgenden werden die Ergebnisse vorgestellt, mit denen die zuvor abgeleiteten Forschungsfragen beantwortet werden. Als erstes erfolgt die Verifikation des vorgestellten Verfahrens, die dessen Richtigkeit zeigt, bevor die Abweichungen zwischen den Achskennwerten in der Kinematik und in der Elastokinematik analysiert werden. Danach wird die Elastokinematik detaillierter untersucht. Im Anschluss wird der Einfluss dynamischer Eigenschaften und des Reifens auf die Achsauslegung dargestellt. Zum Schluss werden die Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext betrachtet.

## 5.1 Verifikation der berechneten Achskennwerte

Die Verifikation der berechneten Achskennwerte erfolgt mit den in Abschnitt 4.4.4 vorgestellten Vorgehensweisen, die deren Übereinstimmung mit den kinematischen Achskennwerten sowie die Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen umfassen. Ein Teil der Ergebnisse findet sich bereits in [34] und in der Masterarbeit von PÖLLATH [36, S. 39-58].

### 5.1.1 Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass die mit der Nachgiebigkeitsmatrix berechneten Achskennwerte unter geeigneten Randbedingungen mit den kinematischen Achskennwerten hinreichend genau übereinstimmen. Dazu werden verschiedene Modellvarianten des Fahrzeugs *veh1* betrachtet. Das kinematische Modell (*kin*) dient mit den kinematischen Achskennwerten als Referenz. Aus dem elastokinematischen Modell (*com\_chass\_eps80*) resultieren die Achskennwerte, die mit der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden. Dies ist auch beim steifen Modell (*com\_susp\_rigid*) der Fall, wobei dessen Nachgiebigkeiten auf ein Minimum reduziert worden sind, sodass es dem kinematischen Modell entspricht. Die Verifikation soll nicht nur in Konstruktionslage durchgeführt werden, sondern auch beim Federn und Lenken, um die relevanten Arbeitspunkte in der Kinematik abzudecken. Durch das Lenken wird die Richtigkeit der Koordinatentransformation sichergestellt, die für einen Teil der Achskennwerte beim gelenkten Rad notwendig ist. Der Vergleich findet für die Kennwerte der Lenkrückmeldung und Radführung statt.

Ein Auszug der Achskennwerte beim Federn und Lenken ist in Abbildung 5.1 und Abbildung 5.2 dargestellt. Während die elastokinematischen Achskennwerte teilweise deutliche Abweichungen von den kinematischen aufweisen, stimmt das steife Modell (*com\_susp\_rigid*) gut damit überein. Wesentlichen Einfluss auf die Übereinstimmung haben die Randbedingungen der Simulation, d.h. die Vorgabe des Radhubs bzw. der Radlast und die Steifigkeit der Feder. Die geringen Abweichungen, die noch vorhanden sind, resultieren daraus, dass das Modell nicht vollkommen

starr ist. Weitere Achskennwerte finden sich im Anhang L. Bei diesen zeigt sich ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit vernachlässigbaren Abweichungen zwischen den kinematischen Achskennwerten und denen des versteiften Modells. Somit stimmen unter geeigneten Randbedingungen alle Achskennwerte der Elastokinematik mit denen der Kinematik in den relevanten Arbeitspunkten überein.

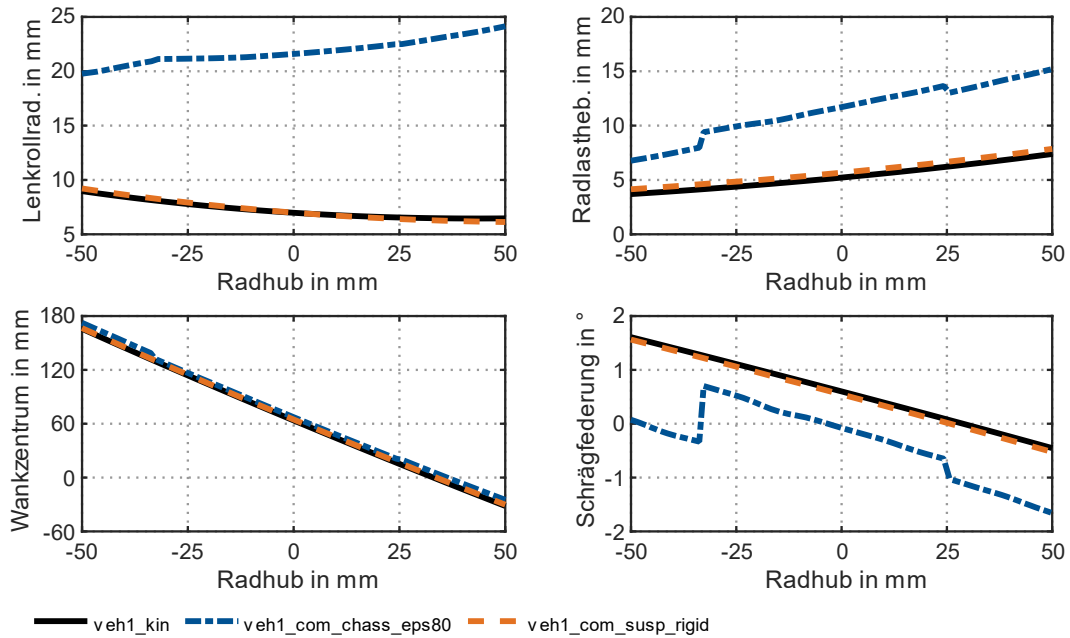


Abbildung 5.1: Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte beim Federn

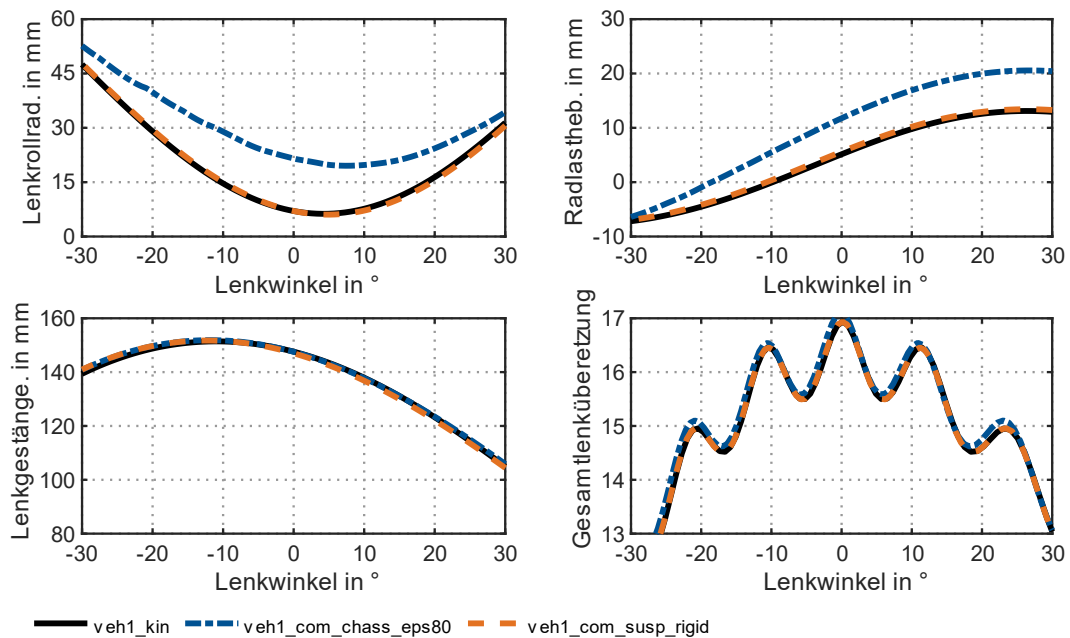


Abbildung 5.2: Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte beim Lenken

Die Ergebnisse dieses Abschnitts lassen den Schluss zu, dass die mit der Nachgiebigkeitsmatrix berechneten Achskennwerte richtig sind, zumindest wenn das elastokinematische Modell mit dem kinematischen Modell vergleichbar ist.

## 5.1.2 Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen

Auf Grundlage der Ergebnisse des vorherigen Abschnitts wird an dieser Stelle gezeigt, dass die mit der Nachgiebigkeitsmatrix berechneten Achskennwerte konsistent zum elastokinematischen Modell sind und die physikalischen Wirkzusammenhänge, im Gegensatz zu den kinematischen Achskennwerten, richtig abbilden. Dazu wird das kinematische Modell (*kin*) und das elastokinematische Modell (*com*, *chass*, *epsOff*), dessen Ausgangsgrößen als Referenz dienen, des Fahrzeugs *veh1* betrachtet. Exemplarisch wird der Zusammenhang zwischen Lenkrollradius (LRR) bzw. Radlasthebelarm (RLH) mit dem Lenkmoment und zwischen Längskraftneutralem Punkt (LNP) bzw. Radlastneutralem Punkt (RLNP) mit der Vorspuränderung dargestellt (Abbildung 5.3). Es werden die Lastfälle Bremsen und Federn aufgeführt, die beide einseitig durchgeführt werden, weil ansonsten kein Lenkmoment resultieren würde. Es zeigt sich, dass mit dem Lenkrollradius aus dem elastokinematischen Modell das Lenkmoment richtig berechnet wird, weil es mit dem Lenkmoment aus der Mehrkörpersimulation (MKS) übereinstimmt. Das mit dem kinematischen Lenkrollradius berechnete Lenkmoment weicht deutlich davon ab. Das gleiche gilt für den Radlasthebelarm im Zusammenhang mit dem Lenkmoment aus Vertikalkräften. Außerdem lässt sich mit dem Längskraftneutralen Punkt bzw. dem Radlastneutralen Punkt das entsprechende Vorspurverhalten berechnen. Die Abweichung bei der Vorspuränderung gegenüber der Mehrkörpersimulation (MKS) resultiert lediglich aus dem eingestellten statischen Vorspurwinkel.

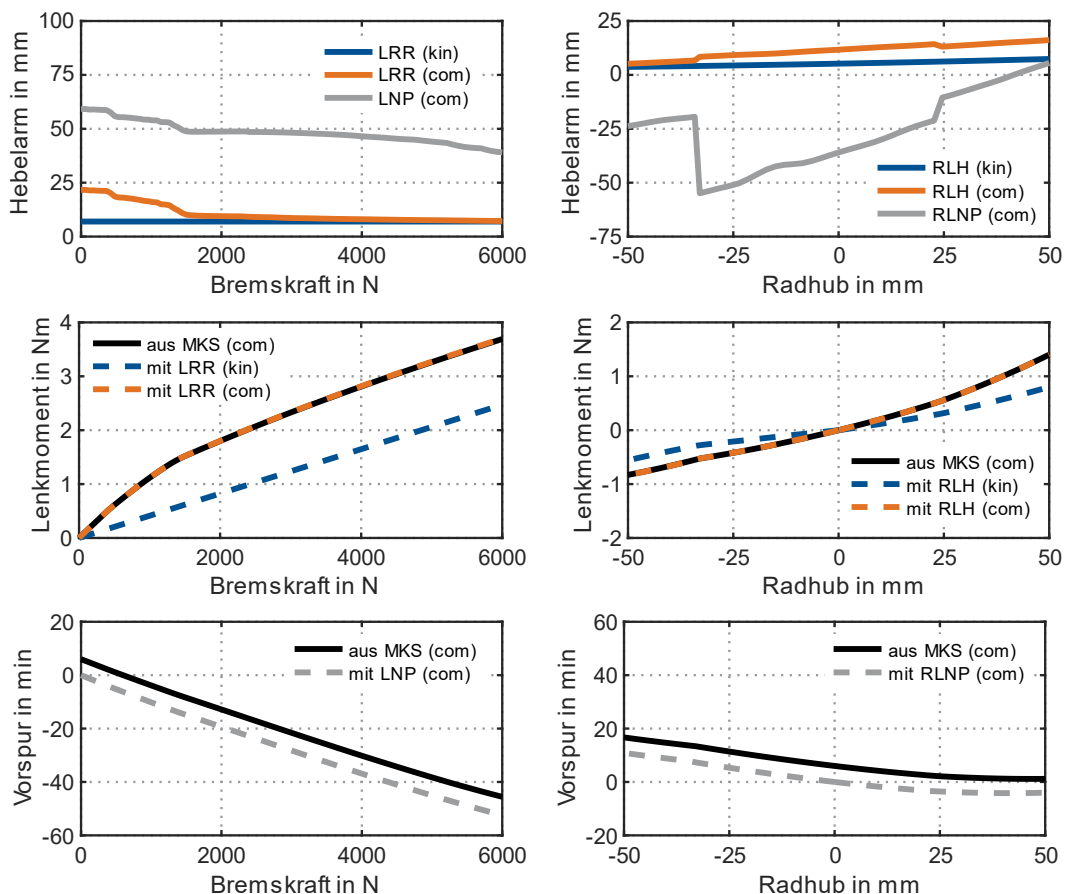


Abbildung 5.3: Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen

Weitere Ausgangsgrößen und Lastfälle finden sich im Anhang L. Die Übereinstimmung der aus den elastokinematischen Achskennwerten berechneten Ausgangsgrößen mit denen des elastokinematischen Modells gilt auch bei diesen.

Die Ergebnisse dieses und des vorherigen Abschnitts zeigen klar, dass die erläuterte Methode zur Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix richtig ist. Darauf aufbauend kann das Vorgehen im Folgenden zur Beantwortung der Forschungsfragen verwendet werden.

## 5.2 Einordnung kinematischer Achskennwerte

Nach der erfolgten Verifikation der berechneten Achskennwerte befasst sich dieses Unterkapitel mit der Forschungsfrage, welchen Einfluss die Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte besitzen. Das Ziel besteht darin, die Bedeutung der kinematischen Achskennwerte im Vergleich zu den elastokinematischen Achskennwerten einzuordnen. Dies wird zunächst an einzelnen Beispielen verdeutlicht, bevor anschließend die Ergebnisse zusammengefasst dargestellt werden.

### 5.2.1 Abweichungen durch Einfluss der Nachgiebigkeiten

In der Kinematik sind die Achskennwerte nur vom Radhub und vom Lenkwinkel abhängig. In der Elastokinematik dagegen hängen die Achskennwerte wegen der Nachgiebigkeiten in der Achse zusätzlich von den Kräften ab. Dabei sind sowohl die Richtung als auch die Höhe der wirkenden Kräfte entscheidend, weil diese einen Einfluss darauf haben, wann welche Gummilager und Federelemente in Progression gehen bzw. einsetzen. Dies wirkt sich auf die Steifigkeiten der Komponenten aus und damit auf die resultierenden Achskennwerte. Auf die Unterschiede zwischen den kinematischen (*kin*) und elastokinematischen (*com*, *chass*, *eps80*) Achskennwerten wird zuerst bei Fahrzeug *veh1* mit der aufgelösten DQ eingegangen. Ein Auszug der Achskennwerte für die Lastfälle Seiten-, Brems- und Antriebskraft ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Der Radhub ist bereits in Abschnitt 5.1.1 enthalten. Der Längsstoß (nicht dargestellt) ähnelt dem Bremsen. Bereits beim Radhub, also ohne Längs- und Seitenkräfte, sind teilweise deutliche Unterschiede vorhanden, die über dem Radhub vergleichsweise konstant sind (Abbildung 5.1). Unter Längs- und vor allem unter Seitenkräften kommt es zu noch größeren Abweichungen (Abbildung 5.4).

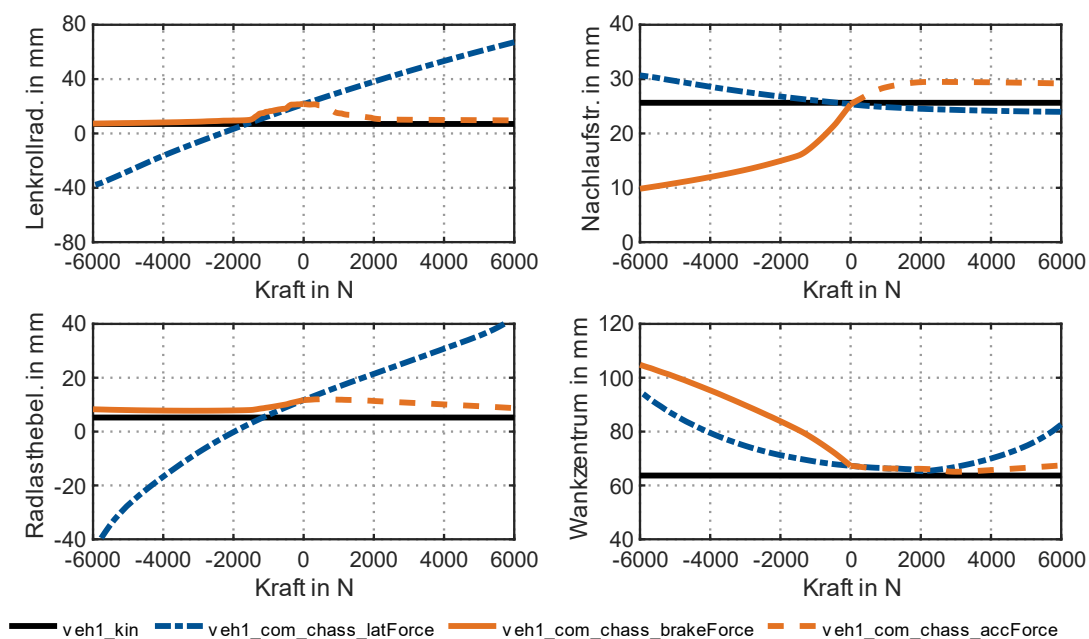


Abbildung 5.4: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh1)

Der Lenkrollradius ist bereits in Konstruktionslage vergleichsweise groß gegenüber dem kinematischen Wert. Während er unter Längskräften gegen den kinematischen Lenkrollradius geht, erfährt er unter Seitenkräften extreme Änderungen. Die Nachlaufstrecke dagegen reagiert vor allem sensitiv auf Bremskräfte, die über das entstehende Moment zum Aufziehen des Radträgers führen und die Lenkachse verdrehen. Das Verhalten des Radlasthebelarms ähnelt dem des Lenkrollradius. Deutliche Abweichungen ergeben sich außerdem bei der Wankzentrumshöhe unter Brems- und Seitenkraft. Weitere Achskennwerte finden sich im Anhang M.

Bei der Betrachtung des Fahrzeugs *veh2*, das mit dem Dreieckslenker und der härteren Abstimmung näher an der Kinematik ist als dies bei Fahrzeug *veh1* der Fall ist, zeigt sich, dass die Abweichungen gegenüber der Kinematik geringer werden und die Sensitivität auf die Lastfälle abnimmt (Abbildung 5.5). Weitere Achskennwerte finden sich im Anhang M. Die Ergebnisse für die weiteren Fahrzeug- bzw. Achskonzepte sind ebenfalls im Anhang M dargestellt.

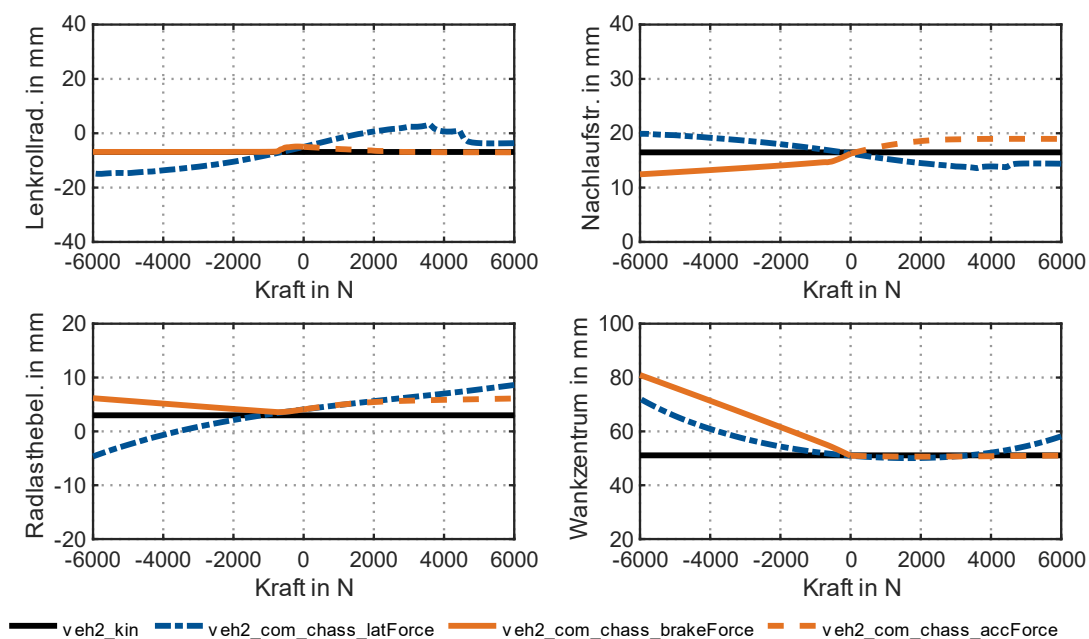


Abbildung 5.5: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh2)

## 5.2.2 Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse

Nachdem im vorherigen Abschnitt nur einzelne Beispiele von Achskennwerten für Fahrzeug *veh1* und *veh2* betrachtet wurden, erfolgt an dieser Stelle eine Zusammenfassung der weiteren Ergebnisse (Anhang M) hinsichtlich des Einflusses des Lastfalls und des Achskonzepts auf die Unterschiede zwischen den kinematischen und elastokinematischen Achskennwerten.

Der Lenkrollradius zeigt um die Konstruktionslage relevante Abweichungen, die jedoch unter zunehmenden Längskräften verschwinden. Unter Seitenkräften dagegen wachsen die Abweichungen stark an. Beim Spreizungsversatz verhält es sich wie beim Lenkrollradius, nur weniger ausgeprägt. Bei der Nachlaufstrecke gibt es um die Konstruktionslage keine Unterschiede. Während unter Seitenkräften bereits relevante Abweichungen auftreten, wachsen diese unter Bremskräften stark an, weil sich die elastokinematische Nachlaufstrecke verringert. Beim Nachlaufversatz verhält es sich wie bei der Nachlaufstrecke, nur deutlich weniger ausgeprägt. Der Radlasthebelarm verhält sich ebenfalls wie der Lenkrollradius und reagiert sensitiv auf Seitenkräfte. Die Gesamtlenk- und Lenkgestängeübersetzung weisen nur eine geringe Abhängigkeit von den aufgeführten Kräften auf.

Das Wankzentrum und damit der Seitenkraftabstützwinkel liegen um die Konstruktionslage nahe am kinematischen Wert. Unter negativen (kurvenäußeren) Seitenkräften und Bremskräften steigt das Wankzentrum größtenteils stark an, was durch den dabei auftretenden Radhub erklärt werden kann. Unter positiven Seitenkräften und Antriebskräften fallen die Abweichungen geringer aus. Schrägfederungs- und Bremsabstützwinkel weisen um die Konstruktionslage einen relevanten Unterschied auf, der sich unter Seitenkräften eher geringfügig ändert. Unter Längskräften nähert sich je nach Fahrzeug ein Teil der Abstützwinkel den kinematischen Werten an. Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorübersetzung liegen elastokinematisch unterhalb von den kinematischen Werten. Während die Abweichungen für die Feder- und Dämpferübersetzung nur geringfügig ausfallen, sind die Unterschiede bei der Stabilisatorübersetzung relevant.

Die Achskonzepte zeigen im Vergleich zu den Lastfällen weniger Einfluss auf die auftretenden Unterschiede. Auffällig sind nur die größtenteils geringeren Abweichungen bei *veh2* mit dem Dreieckslenker und der härteren Abstimmung. Überraschenderweise weist *veh4* mit der elastischen Lenkgetriebebelagerung trotz damit höherer Nachgiebigkeiten keine größere Abhängigkeit von den auftretenden Kräften auf als die Fahrzeuge mit starr angebundenem Lenkgetriebe.

Zusammengefasst weisen einige elastokinematische Achskennwerte deutliche Abweichungen gegenüber der Kinematik auf und zeigen eine ausgeprägte Abhängigkeit vom Lastfall und Lastniveau. Für eine möglichst genaue Charakterisierung der Achse sind deswegen die kinematischen Achskennwerte nicht immer ausreichend. Vor allem wenn Kräfte berücksichtigt werden, ist es daher zu empfehlen, die Achskennwerte elastokinematisch zu ermitteln.

## 5.3 Elastokinematik

Nachdem zuvor die elastokinematischen Achskennwerte nur hinsichtlich ihrer Unterschiede gegenüber der Kinematik betrachtet wurden, widmet sich dieses Unterkapitel einer detaillierteren Analyse der elastokinematischen Achskennwerte. Zunächst wird die elastokinematische Lenkachse mit der wirksamen Lenkachse verglichen. Anschließend werden die Einflüsse der Lenkung und des Reifens auf die Achskennwerte, vor allem auf die beiden Lenkachsen, untersucht. Außerdem wird gezeigt, wie mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix die elastokinematischen Eigenschaften der Achse visualisiert werden können.

### 5.3.1 Wirksame Lenkachse und elastokinematische Lenkachse

Während es in der Kinematik eine Lenkachse gibt, die die Hebelarme für die am Rad angreifenden Kräfte bezüglich des resultierenden Lenkmoments bestimmt, existieren in der Elastokinematik zwei unterschiedliche Lenkachsen. Die wirksame Lenkachse entspricht von der Bedeutung der kinematischen Lenkachse und definiert die Lenkrückmeldung. Die elastokinematische Lenkachse dagegen, die in der Literatur zwar erwähnt, aber nicht genauer betrachtet wird, bestimmt das Vorspurverhalten und beeinflusst damit die Radführung. In diesem Abschnitt werden beide miteinander verglichen hinsichtlich ihrer Lage und ihres Verhaltens. Ein Teil der Ergebnisse findet sich bereits in [33] und in der Masterarbeit von STREUBEL [35, S. 61-68].

Zunächst werden die entsprechenden Achskennwerte für das Fahrzeug *veh3* (Modell *com, chass, eps80*) beim Federn gezeigt (Abbildung 5.6). Weitere Lastfälle finden sich im Anhang N. Zunächst werden die beiden Hebelarme für Längskräfte im Radaufstandspunkt miteinander verglichen, d. h. Lenkrollradius (LRR) und Längskraftneutraler Punkt (LNP). Der Lenkrollradius ist

durchweg nahe null und vergleichsweise konstant über dem Radhub. Der Längskraftneutrale Punkt ist überwiegend positiv, sodass das Rad dann unter zusätzlichen Bremskräften in Nachspur geht. Über dem Radhub weist der Längskraftneutrale Punkt im Gegensatz zum Lenkrollradius eine starke Änderung auf. Während er beim Einfedern zur Fahrzeugmitte wandert, bewegt er sich beim Ausfedern von der Fahrzeugmitte weg. Als nächstes werden die beiden Hebelarme für Seitenkräfte miteinander verglichen, d. h. Nachlaufstrecke (NLS) und Seitenkraftneutraler Punkt (SNP). Die Nachlaufstrecke ist durchweg positiv, sodass eine Seitenkraft ein rückstellendes Moment verursacht, und nimmt über dem Radhub leicht zu. Der Seitenkraftneutrale Punkt ist ebenfalls positiv, sodass das Rad unter zusätzlichen Seitenkräften in Nachspur geht, und bleibt über dem Radhub konstant. Beide liegen in einer ähnlichen Größenordnung. Die Längs- und Seitenkraftneutralen Punkte werden im Vorspurneutralen Punkt (VNP), dem Durchstoßpunkt der elastokinematischen Lenkachse mit der Fahrbahn, zusammengefasst, dessen Verlauf über dem Radhub dargestellt ist. Zum Vergleich ist der Lenkmomentneutrale Punkt (LMNP), der Durchstoßpunkt der wirksamen Lenkachse mit der Fahrbahn, gezeigt, der sich aus dem Lenkrollradius und der Nachlaufstrecke ergibt. Der Vorspur- und der Lenkmomentneutrale Punkt unterscheiden sich deutlich voneinander hinsichtlich ihrer Lage und ihres Verhaltens. Vor allem ersterer weist eine starke Änderung, besonders in Querrichtung, über dem Radhub auf. Außerdem werden die Hebelarme für Vertikalkräfte bzw. Radlaständerungen miteinander verglichen, d. h. Radlasthebelarm (RLH) und Radlastneutraler Punkt (RLNP). Der Radlasthebelarm ist durchweg positiv und steigt über dem Radhub an, sodass sich dabei ein rückstellendes Moment ergibt. Der Radlastneutrale Punkt ist weitestgehend negativ, sodass das Rad unter zusätzlicher Radlast in Nachspur geht. Die Sprünge im Verlauf des Radlasthebelarms und vor allem des Radlastneutralen Punkts fallen mit den Einsatzpunkten von Zusatz- und Zuganschlagsfeder zusammen, deren zusätzliche Vertikalsteifigkeit sich direkt auf die beiden Achskennwerte auswirkt. Durch den Radlastneutralen Punkt ist es nun möglich, die Auswirkungen von Radlaständerungen auf das Vorspurverhalten mittels eines Kennwerts zu quantifizieren.

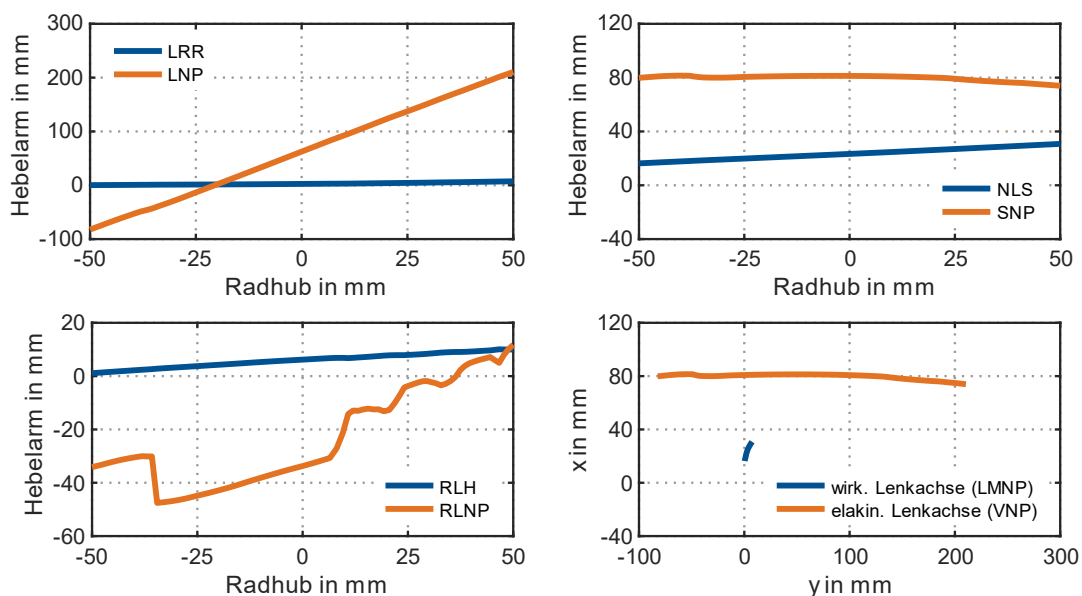


Abbildung 5.6: Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh3)

Zusätzlich wird der Vergleich der wirksamen und der elastokinematischen Lenkachse für Fahrzeug *veh4* (Modell *com, chass, eps80*) gezeigt (Abbildung 5.7). Das Verhalten der Hebelarme der wirksamen Lenkachse ähnelt denen von Fahrzeug *veh3*, wobei die Änderungen über dem

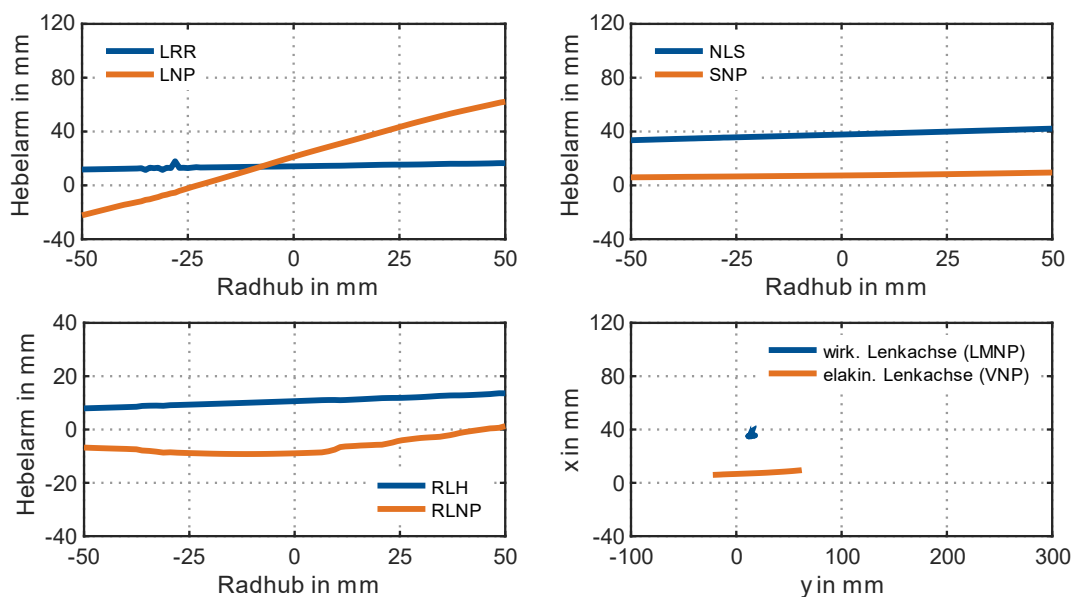


Abbildung 5.7: Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh4)

Radhub noch geringer ausfallen. Große Unterschiede zeigen sich jedoch bei der elastokinematischen Lenkachse. Der Längskraftneutrale Punkt (LNP) liegt deutlich näher am Radaufstandspunkt und die Änderung über dem Radhub fällt wesentlich geringer aus. Der Seitenkraftneutrale Punkt (SNP) befindet sich näher am Radaufstandspunkt und liegt nur kurz davor, was aber wegen des Reifennachlaufs trotzdem dazu führt, dass das Rad unter einer zusätzlichen Seitenkraft in Nachspur geht. Der Radlastneutrale Punkt (RLNP) ist ebenfalls kleiner und weist geringere Änderungen über dem Radhub auf. Die Gegenüberstellung des Vorspurneutralen Punkts (VNP) und des Lenkmomentneutralen Punkts (LMNP) verdeutlicht die Unterschiede. Beide liegen im Vergleich zu Fahrzeug *veh3* wesentlich näher zusammen und die Änderung des Vorspurneutralen Punkts über dem Radhub fällt erkennbar kleiner aus. Interessant für weitere Untersuchungen ist die Frage, inwiefern sich dies positiv bzw. negativ auf die Sensitivität hinsichtlich Störungen und Reifeneigenschaften auswirkt, beispielsweise beim Geradeauslauf oder bei der Lenkpräzision. Die Ergebnisse für weitere Fahrzeuge finden sich im Anhang N.

Im Folgenden wird näher darauf eingegangen, wie sich die Lage der elastokinematischen Lenkachse bei den verschiedenen Achs- bzw. Fahrzeugkonzepten unterscheidet (Abbildung 5.8). Es zeigt sich, dass der Längskraftneutrale Punkt für die aufgelösten Achskonzepte weiter innen Richtung Fahrzeugmitte liegt, während er sich für die nicht aufgelösten Varianten nahe am Radaufstandspunkt befindet. Der Seitenkraftneutrale Punkt hängt grundsätzlich von der Lenkungs-lage ab. Befindet sich die Lenkung vor Radmitte, liegt er weiter entfernt vor dem Radaufstandspunkt. Bei hinten liegender Lenkung dagegen befindet er sich nahe am Radaufstandspunkt. Zusätzliche Freiheitsgrade bei der Festlegung des Seitenkraftneutralen Punkts bietet die Abstimmung der Steifigkeiten von Querlenker und Lenkgetriebe-lagerung. Weiterhin weist die elastokinematische Lenkachse mit zunehmenden Steifigkeiten der Achse geringere Abweichungen zu der wirksamen Lenkachse auf.

Außerdem wird das Verhalten der elastokinematischen Lenkachse für die verschiedenen Lastfälle betrachtet, wobei sich das Verhalten für die verschiedenen Fahrzeuge teilweise voneinander unterscheidet (Anhang N). Der Längskraftneutrale Punkt ist relativ unabhängig von Längskräften, ändert sich jedoch vergleichsweise stark unter Seitenkräften. Dies gilt ebenfalls beim Seitenkraftneutralen Punkt, dessen Verhalten von der Lenkungs-lage abhängt. Während er sich



unter Seitenkräften bei vor Radmitte liegender Lenkung stark ändert, bleibt er bei hinten liegender Lenkung vergleichsweise konstant. Der Radlastneutrale Punkt wird unter Seitenkräften stark negativ, wobei dies bei den nicht aufgelösten Achskonzepten deutlich weniger ausgeprägt ist. Unter Bremskräften gilt dies ebenfalls, wenn auch weniger stark, während der Hebelarm unter Antriebskräften konstant bleibt oder sich sogar verringert. Es zeigt sich außerdem, dass die elastokinematische Lenkachse mit zunehmenden Steifigkeiten der Achse geringere Änderungen bei den verschiedenen Lastfällen aufweist.

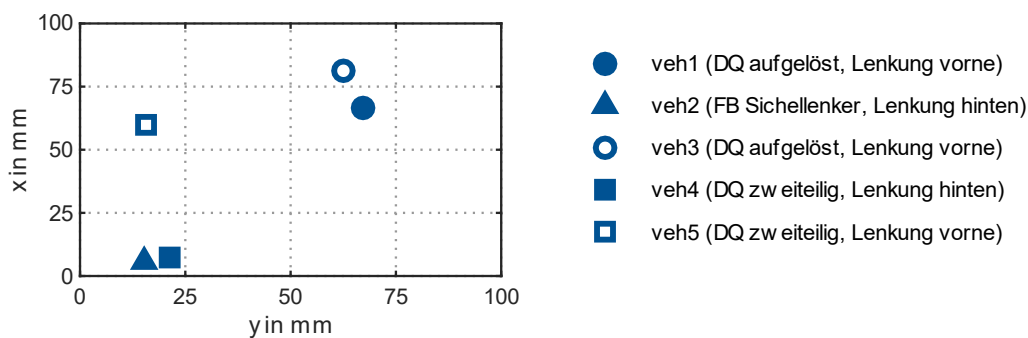


Abbildung 5.8: Lage der elastokin. Lenkachse (VNP) für verschiedene Achs- und Fahrzeugkonzepte

In diesem Abschnitt wurde die elastokinematische Lenkachse exemplarisch am Vorspurneutralen Punkt auf Fahrbahnhöhe betrachtet. Die Untersuchungen können jedoch analog für den Vorspurneutralen Punkt bzw. Lenkmomentneutralen Punkt auf Radmittenhöhe durchgeführt werden. Auf die Bedeutung des Vorspurneutralen Punkts für das Verhalten der Achse wird im weiteren Verlauf der Arbeit noch eingegangen.

Es zeigte sich, dass sich die elastokinematische Lenkachse signifikant von der wirksamen Lenkachse unterscheidet, weil sie sich auf das Vorspurverhalten der Achse anstatt auf das Lenkmoment bezieht, und dass sie die Möglichkeit bietet, die Eigenschaften der Achse und des Fahrzeugs noch besser zu charakterisieren. Bei der Achsauslegung sollte deswegen in Zukunft ein verstärkter Fokus auf die Analyse der elastokinematischen Lenkachse gelegt werden, um die daraus gewonnenen Erkenntnisse in den Entwicklungsprozess einfließen lassen zu können.

### 5.3.2 Einflüsse der Lenkung auf Achskennwerte

Im Stand der Technik und Wissenschaft wurde erwähnt, dass neben der Radaufhängung die Lenkung Nachgiebigkeiten in die Achse einbringt, die sich auf deren Gesamtsteifigkeit auswirken. Die Nachgiebigkeiten der Lenkung resultieren aus der Hardy-Scheibe und dem Torsionsstab der EPS. Wegen der geschwindigkeitsabhängigen EPS-Unterstützung hängt die Lenkelastizität insgesamt ebenfalls von der Geschwindigkeit ab. Der Einfluss der Nachgiebigkeiten aus der Lenkung auf die Achskennwerte, besonders auf die elastokinematische Lenkachse, wird in diesem Abschnitt näher betrachtet. Ein Teil der Ergebnisse findet sich bereits in [33].

Dazu wird für Fahrzeug *veh3* die Lenkelastizität bei der Achsanalyse variiert. Es werden einmal nur die Nachgiebigkeiten der Radaufhängung ohne Lenkelastizität, d. h. ohne Hardy-Scheibe und Torsionsstab, betrachtet (Modell *susp*). Daneben wird die Lenkelastizität berücksichtigt, wobei in diesem Fall die EPS-Unterstützung zwischen 0, 80 und 130 km/h variiert wird (Modell *chass*; *eps0*, *eps80* und *eps130*). Es zeigt sich, dass die Lenkelastizität teilweise einen großen Einfluss auf die Achskennwerte aufweist (Abbildung 5.9). Dies gilt vor allem für die elastokinematische Lenkachse mit dem Längskraftneutralen Punkt (LNP), dem Seitenkraftneutralen Punkt (SNP) und dem Radlastneutralen Punkt (RLNP).

Selbst wenn die Lenkelastizität berücksichtigt wird, führt alleine die Verwendung der EPS-Unterstützung für das Parkieren zu einer Abweichung. Dieses Verhalten spiegelt sich teilweise im Vorspurverhalten unter Längs- und Seitenkräften wider (Anhang O). Das Rad geht durch die zunehmende Lenkelastizität dabei stärker in Nachspur. Weil die Vorspursteifigkeiten ähnlich beeinflusst werden wie die Hebelarme, wirken sich die Abweichungen bei den Hebelarmen nicht so stark auf das Vorspurverhalten aus. Der Einfluss der Lenkelastizität zeigt sich ebenfalls bei der Messung des Vorspurverhaltens auf dem K&C-Prüfstand, bei der die Lenkunterstützung variiert wird (Anhang O).

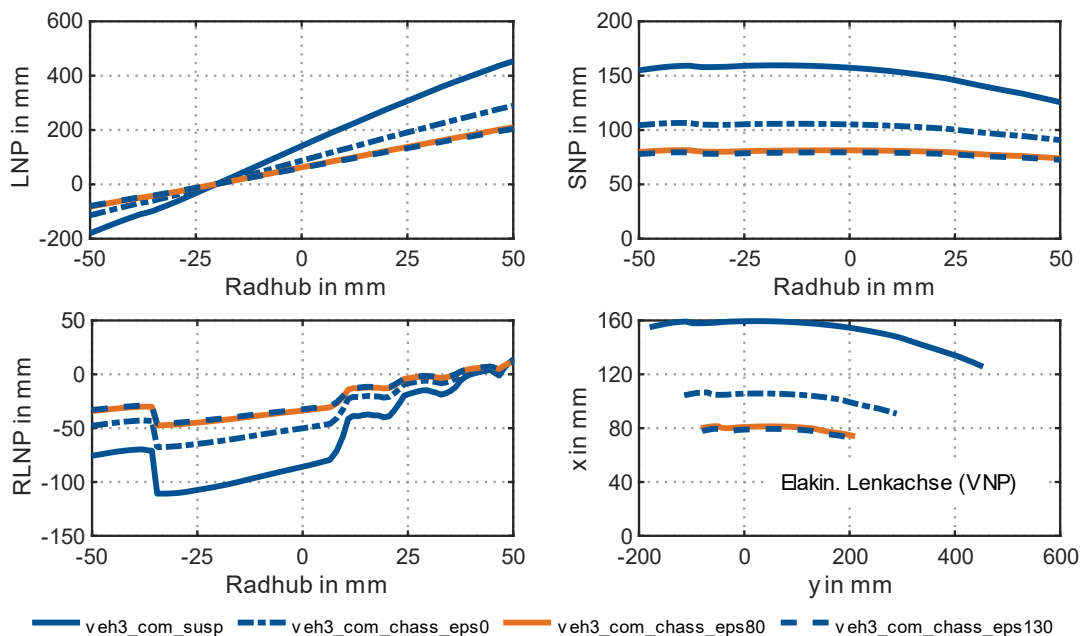


Abbildung 5.9: Einfluss der Lenkelastizität auf elastokinematische Lenkachse (veh3)

Mit Ausnahme der Vorspurnachgiebigkeiten für Längs- und Seitenkräfte sowie der Vorspursteifigkeit weist die Lenkelastizität auf die restlichen Achskennwerte eher geringeren bis gar keinen Einfluss auf, unabhängig vom betrachteten Lastfall (Anhang O). Bei den translatorischen Steifigkeiten sowie den Sturz- und Aufziehnachgiebigkeiten wirkt sich die Lenkelastizität vernachlässigbar gering aus. Dies gilt ebenfalls für die Momentanpole, Abstützwinkel und Übersetzungen. Für die Kennwerte der Lenkrückmeldung ist die Lenkelastizität ebenfalls nicht relevant. Auf die wirksame Lenkachse hat die Lenkelastizität keinen nennenswerten Einfluss, weil bei deren Berechnung die Randbedingung gilt, dass sich die Zahnstange nicht verschiebt und die Lenkelastizität dementsprechend keine Wirkung zeigt.

Bei *veh4* dagegen zeigt die Lenkelastizität im Vergleich zu *veh3* einen geringeren Einfluss auf die elastokinematische Lenkachse, trotz der höheren Nachgiebigkeiten aufgrund der elastischen Lenkgetriebelagerung (Abbildung 5.10). Jedoch führt die Vernachlässigung der Lenkelastizität in diesem Fall dazu, dass der Seitenkraftneutrale Punkt (SNP) hinter dem Radaufstandspunkt liegt. Je nach Reifennachlauf geht das Rad unter Seitenkraft dann in Nachspur oder in Vorspur.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Lenkelastizität zumindest auf einen Teil der Achskennwerte großen Einfluss hat und deren Berücksichtigung für die richtige Bewertung der Achseigenschaften wichtig ist, weil die Lenkelastizität im realen Fahrzeug ebenfalls vorhanden ist und sich auf das Fahrverhalten auswirkt. Außerdem sollte statt der EPS-Kennung für Parkieren sinnvollerweise eine Kennung verwendet werden, die der im tatsächlichen Fahrbetrieb entspricht.

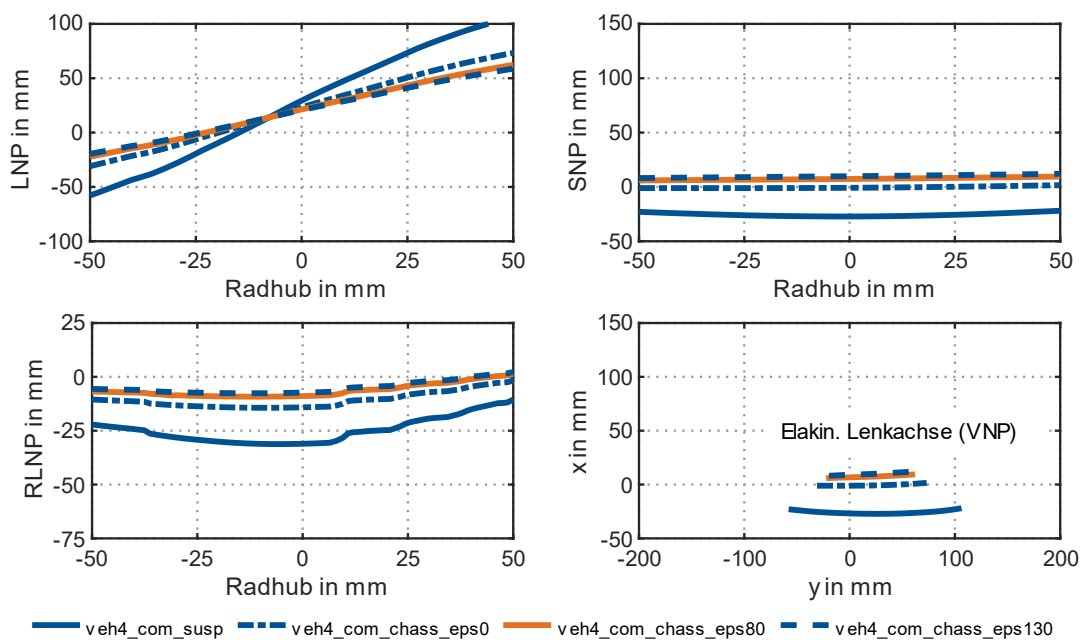


Abbildung 5.10: Einfluss der Lenkelastizität auf elastokinematische Lenkachse (veh4)

### 5.3.3 Einflüsse des Reifens auf Achskennwerte

Nach der Untersuchung des Einflusses der Lenkung auf die Achskennwerte wird in diesem Abschnitt auf die Bedeutung des Reifens, der als Teil des Rades ebenfalls zur Achse gehört, für das Verhalten der Achse eingegangen. Dazu wird der Reifennachlauf, der bei Seitenkräften auftritt, und der Querversatz der Längskräfte (Reifenlenkrollradius) genauer betrachtet, weil sie den Angriffspunkt der am Rad wirkenden Kräfte und somit die wirksamen Hebelarme verändern.

Zunächst wird der Einfluss des Reifennachlaufs analysiert. Dazu wird für zwei Fahrzeuge (*veh3* und *veh4*; jeweils *com*, *chass*, *eps80*) die Zahnstangenkraft und die Vorspuränderung dargestellt, die aus der Seitenkraft resultieren, wobei der Reifennachlauf zwischen 0, 25 und 45 mm (*pt0*, *pt25*, *pt45*) variiert wird (Abbildung 5.11). Die beiden Fahrzeuge unterscheiden sich jeweils in der Nachlaufstrecke und im Seitenkraftneutralen Punkt. Wie erwartet hängt die Lenkrückmeldung von der wirksamen Lenkachse und das Vorspurverhalten von der elastokinematischen Lenkachse ab. Je näher sich die wirksame Lenkachse in Längsrichtung am Radaufstandspunkt befindet und je kleiner damit die Nachlaufstrecke wird, desto geringer ist die resultierende Zahnstangenkraft. Entsprechendes gilt für das Vorspurverhalten. Je näher sich die elastokinematische Lenkachse in Längsrichtung am Radaufstandspunkt befindet und je kleiner damit der Seitenkraftneutrale Punkt wird, desto geringer ist die resultierende Vorspuränderung. Die Schlussfolgerung gilt jedoch nur bei gleicher Lenkgestängeübersetzung bzw. bei gleicher Vorspursteifigkeit. Liegt der Seitenkraftneutrale Punkt nahe am Radaufstandspunkt, so ist die resultierende Vorspuränderung sensitiver auf Änderungen des Reifennachlaufs, wie der Vergleich beider Fahrzeuge zeigt. Bei den Zahnstangenkräften macht sich die unterschiedliche Sensitivität dagegen nicht bemerkbar, weil die Nachlaufstrecken beider Fahrzeuge in einer ähnlichen Größenordnung liegen. Während ein kleinerer Seitenkraftneutraler Punkt erwarten lässt, dass sich Störungen aus Seitenkräften weniger stark auswirken, ist die Empfindlichkeit auf Änderungen des Reifennachlaufs bezüglich der Robustheit der Achse negativ zu bewerten. Dies muss jedoch noch genauer im Fahrversuch untersucht werden.

Bei diesen Untersuchungen wurde der Reifennachlauf vereinfacht als konstant angenommen.

Wie im Stand der Technik und Wissenschaft erwähnt, hängt er jedoch von einer Vielzahl an Faktoren ab, wie Fahrzeugzustand und Fahrbahnbeschaffenheit.

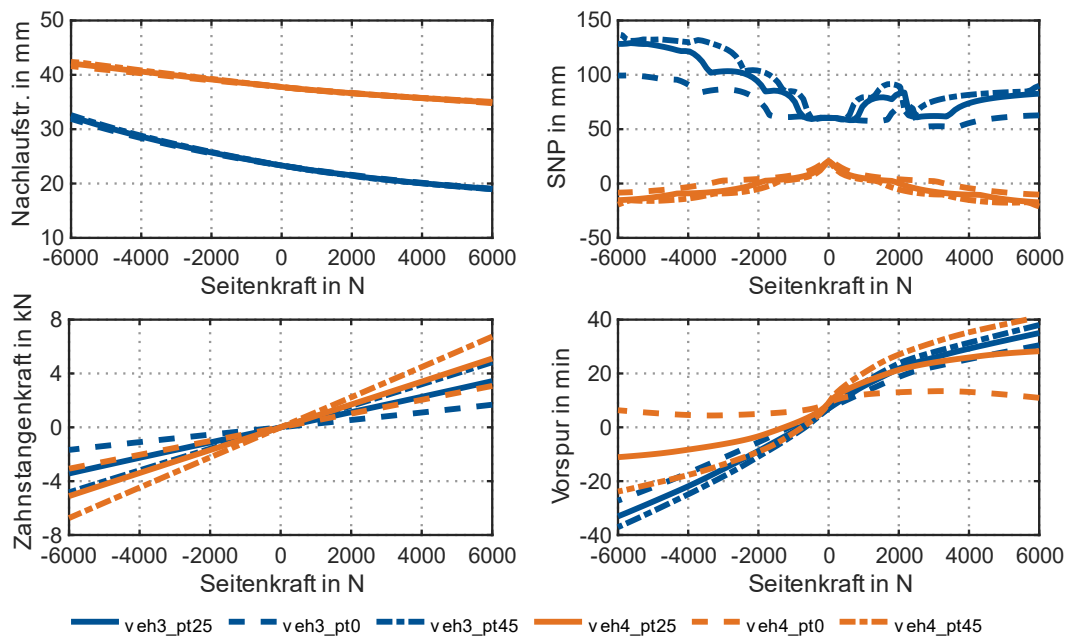


Abbildung 5.11: Einfluss des Reifennachlaufs auf Zahnstangenkraft und Vorspur

Deswegen wird an dieser Stelle untersucht, wie sich ein veränderlicher Reifennachlauf im Vergleich zu einem konstanten auf das Verhalten der Achse auswirkt (Abbildung 5.12). Der Reifennachlauf wird dazu mit Hilfe des MF-Reifenmodells in Abhängigkeit des Schräglaufwinkels und damit der Seitenkraft abgebildet [194, S. 16-33]. Der Reifennachlauf bestimmt das Rückstellmoment bei Seitenkräften und wirkt sich dadurch auf die Arbeitspunkte aus, was sich beispielsweise im Vorspurverhalten zeigt. In diesem Beispiel ergibt sich damit ein kritischer Vorspurverlauf. Ein konstanter Reifennachlauf ermöglicht zwar auf einfache Weise den Vergleich zwischen mehreren Achsvarianten, allerdings sollte zur besseren Bewertung einer Variante die Änderung des Reifennachlaufs berücksichtigt werden.

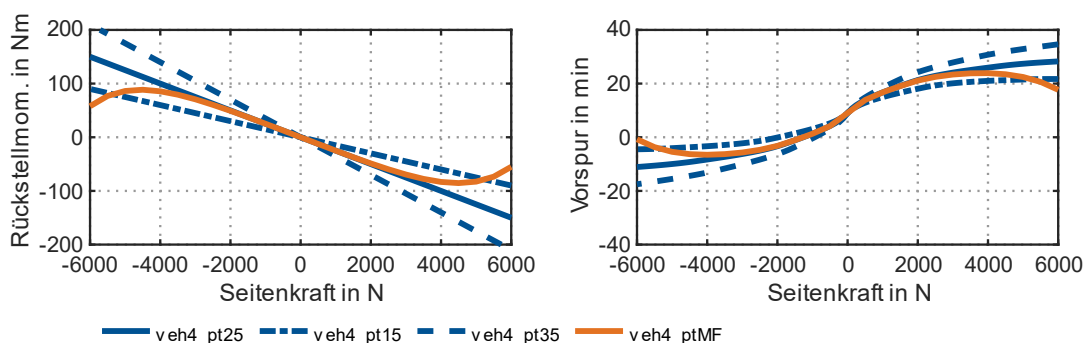


Abbildung 5.12: Vorspurverhalten für konstanten und mit MF modellierten Reifennachlauf

Als nächstes wird näher auf den Querversatz eingegangen. Ein Teil der Ergebnisse findet sich dazu bereits in der Masterarbeit von BÖHME [40, S. 27-31, S. 74-77]. In der Literatur wird erläutert, dass sich der Kraftangriffspunkt von Längskräften in Abhängigkeit von Sturz, Reifenkräften, Reifeneigenschaften und Fahrbahnbeschaffenheit seitlich verschiebt. Beispielhaft wird an dieser Stelle der Einfluss des Sturzes auf den Querversatz mit verschiedenen Reifenmodellen (MF [194,

S. 16-33] und  $FT$ ) ausgewertet (Abbildung 5.13). Für jedes Reifenmodell werden mehrere Parametrierungen verwendet, die jeweils verschiedene Reifen abbilden.

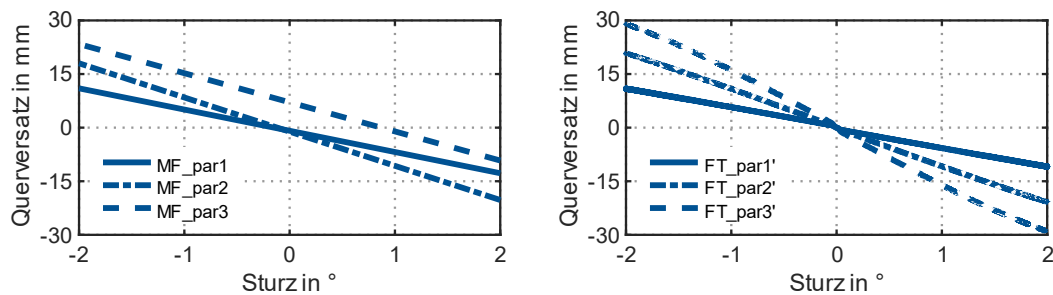


Abbildung 5.13: Querversatz der Längskraft bei verschiedenen Reifenmodellen (MF und FTire)

Es zeigt sich, dass der Querversatz nennenswert groß ist und Werte in der Größenordnung des Lenkrollradius annimmt, sodass bei der Bewertung des Lenkrollradius der Querversatz miteinbezogen werden muss. Diese Untersuchung soll nicht dazu dienen, den Querversatz detailliert zu analysieren, sondern um einschätzen zu können, in welchem Bereich er näherungsweise liegt. Aufgrund dieser Ergebnisse und den Erläuterungen in der Literatur wird für die anschließende Betrachtung angenommen, dass für den Querversatz Werte bis zu 20 mm durchaus realistisch sind.

Im Folgenden wird der Einfluss des Querversatzes analysiert. Dazu werden ähnlich wie zuvor für zwei Fahrzeuge (*veh3* und *veh4*; jeweils *chass*, *eps80*) die Zahnstangenkraft und die Vorspuränderung dargestellt, die hier aber aus der Bremskraft resultieren, wobei der Querversatz zwischen 0, 10 und 20 mm (*ps0*, *ps10*, *ps20*) variiert wird (Abbildung 5.14). Die beiden Fahrzeuge unterscheiden sich jeweils im Lenkrollradius und im Längskraftneutralen Punkt.

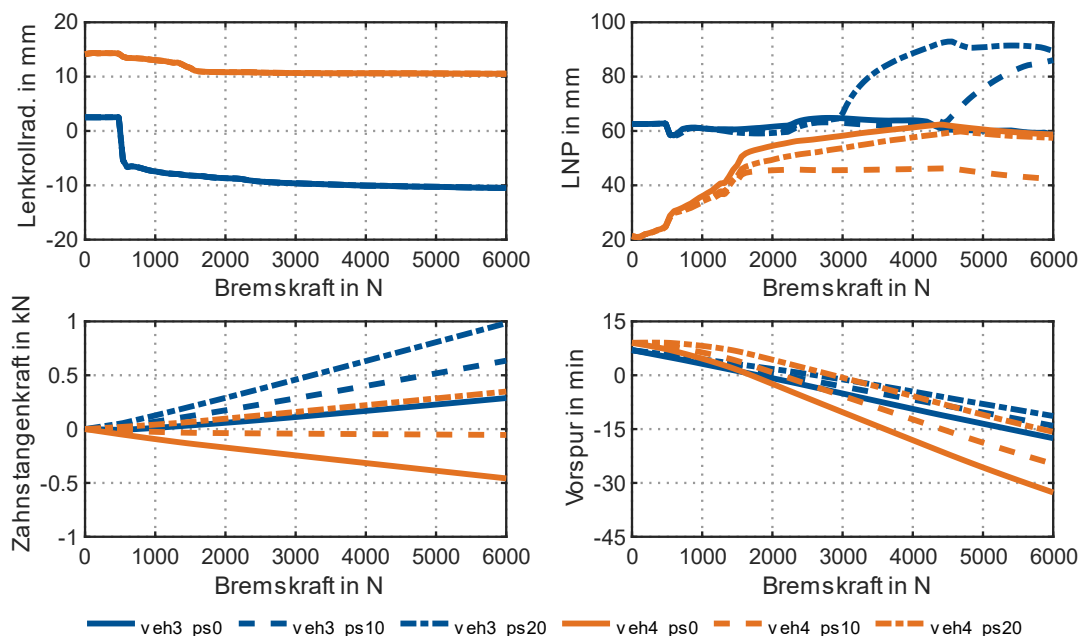


Abbildung 5.14: Einfluss des Querversatzes der Längskraft auf Zahnstangenkraft und Vorspur

Die Lenkrückmeldung hängt wiederum von der wirksamen Lenkachse und das Vorspurverhalten von der elastokinematischen Lenkachse ab. Der Einfluss des Querversatzes auf den wirksamen

Lenkrollradius zeigt sich an Fahrzeug *veh4*, bei dem sich dadurch die Richtung der Zahnstangenkraft ändert. Liegt der Längskraftneutrale Punkt nahe am Radaufstandspunkt, so ist die resultierende Vorspuränderung sensitiver auf Änderungen des Querversatzes, wie der Vergleich beider Fahrzeuge zeigt. Während ein geringerer Längskraftneutraler Punkt erwarten lässt, dass sich Störungen aus Längskräften weniger stark auswirken, scheint die Empfindlichkeit auf Änderungen des Querversatzes negativ zu bewerten zu sein. Dies muss jedoch noch genauer im Fahrversuch untersucht werden.

Auf den Einfluss des Reifens wird im weiteren Verlauf der Arbeit nochmals bei der elastodynamischen Achsanalyse eingegangen.

### 5.3.4 Visualisierung der Achseigenschaften

Ein weiterer Vorteil bei der Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix besteht darin, dass damit die Eigenschaften der Achse visualisiert werden können, wie es bereits GERRARD [49] beschreibt. Mit der in Unterkapitel 4.4 vorgestellten Vorgehensweise ist es möglich, aus der Nachgiebigkeitsmatrix die Achskennwerte anhand der erläuterten Zusammenhänge einfach und schnell an jedem beliebigen Punkt berechnen zu können. Wird dies für jeden Punkt in der Vorder- oder Seitenansicht bzw. Draufsicht durchgeführt, so können die Achskennwerte und damit die elastokinematischen Eigenschaften der Achse in der jeweiligen Ansicht grafisch dargestellt werden. Ein Teil der Ergebnisse findet sich bereits in [32] sowie in den Masterarbeiten von STREUBEL [35, S. 37-59] und HALLWEGER [41, S. 50-77].

Dies wird im Folgenden an mehreren Beispielen exemplarisch gezeigt (Abbildung 5.15). In der Vorderansicht ist zunächst die Längssteifigkeit in Form der Linien gleicher Längssteifigkeit abgebildet. Man erkennt, dass das Maximum der Längssteifigkeit etwa auf Höhe der oberen Lenkerebene liegt. Außerdem ist die elastokinematische Lenkachse dargestellt, die den Längskraftneutralen Punkt auf Fahrbahnhöhe und in Radmitte ergibt. Längskräfte, die dort angreifen, haben keine Vorspuränderung zur Folge. Weiterhin ist die Aufziehneutrale Achse eingetragen, d. h. die Punkte, an denen Längskräfte zu keinem Aufziehen des Radträgers führen. Diese liegt auf Höhe des Steifigkeitsmaximums, was auch sinnvoll ist, weil ein Aufziehen des Radträgers unter Längskräften eine Längsnachgiebigkeit bedeutet, was wiederum zu einer Verringerung der Längssteifigkeit führen würde.

Die Ergebnisse ergeben sich analog für die Seitenansicht, bei der die Quersteifigkeit dargestellt ist. Aus der elastokinematischen Lenkachse können dabei die Seitenkraftneutralen Punkte auf Fahrbahnhöhe und auf Radmittenhöhe abgeleitet werden. Deutlich erkennbar ist der Zusammenhang zwischen der Lage der elastokinematischen Lenkachse und der Quersteifigkeit. Statt der Aufziehneutralen Achse wird in der Seitenansicht die Sturzneutrale Achse betrachtet, an der angreifende Seitenkräfte zu keiner Sturzänderung führen. Des Weiteren ist in der Seitenansicht der Vorspurgradient in Bezug auf Seitenkräfte abgebildet. Daraus lässt sich grafisch die elastokinematische Lenkachse bestimmen. Aus dem Vorspurgradienten lässt sich der Einfluss des Reifennachlaufs auf das Vorspurverhalten ableiten.

Der Vorspurgradient kann ebenso in der Draufsicht für Vertikalkräfte dargestellt werden. Daraus kann die Sensitivität auf den Kraftangriffspunkt von Vertikalkräften wie der Radlast eingeschätzt werden. Außerdem bietet diese Darstellung beispielsweise die Möglichkeit, das Dämpferlenken näher zu analysieren und damit die Positionierung des Dämpfers zu optimieren.

Die Visualisierung der Achseigenschaften beschränkt sich aber nicht auf die Steifigkeiten oder Vorspuränderungen unter angreifenden Kräften. Die Darstellung ist beispielsweise genauso möglich für die resultierende Sturzänderung, Änderung des Aufziehungswinkels oder Änderung des

Lenkmoments bzw. der Zahnstangenkraft. Insgesamt kann durch die Visualisierung der elastokinematischen Eigenschaften der Achse das Verständnis für die komplexen Zusammenhänge bei der Achsauslegung verbessert werden. Die Auswirkungen von Parameteränderungen können schnell veranschaulicht werden. Außerdem kann schnell auf das elastokinematische Verhalten der Achse für verschiedene Lastfälle geschlossen werden. Weiterhin scheint es, dass das gesamte elastokinematische Verhalten der Achse auf die Achseigenschaften in diesen Ansichten reduziert werden kann [41, S.50-70, S. 82-83], was jedoch noch genauer untersucht werden muss. Der Nachteil besteht jedoch darin, dass die Visualisierung der elastokinematischen Eigenschaften nur immer für jeweils einen einzigen Arbeitspunkt dargestellt werden kann.

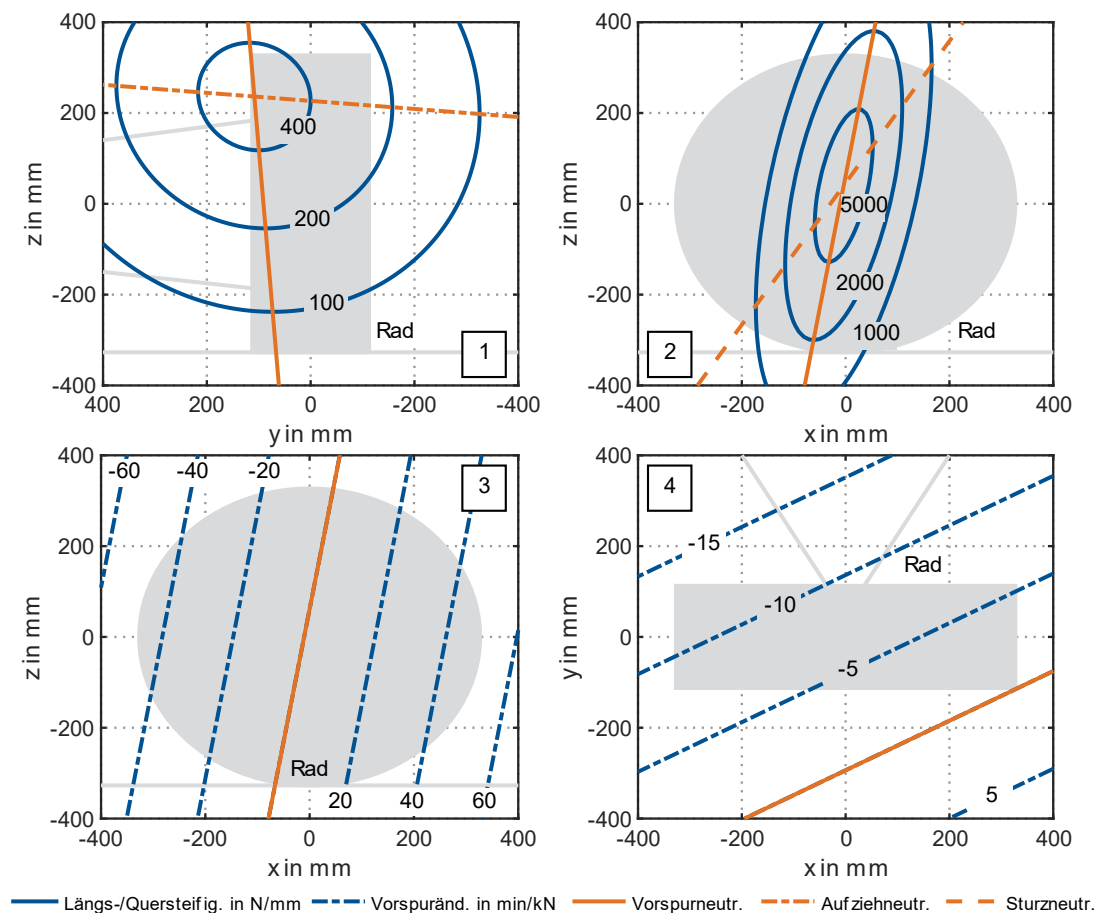


Abbildung 5.15: Visualisierung der elastokinematischen Eigenschaften der Achse  
 1 (yz-Ansicht): Längssteifigkeit in N/mm, Elastokin. Lenkachse, Aufziehneutr. Achse  
 2 (xz-Ansicht): Quersteifigkeit in N/mm, Elastokin. Lenkachse, Sturzneutr. Achse  
 3 (xz-Ansicht): Vorspuränderung unter Seitenkraft in min/kN, Elastokin. Lenkachse  
 4 (xy-Ansicht): Vorspuränderung unter Vertikalkraft in min/kN, Vorspurneutr. Achse

### 5.3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Dieses Unterkapitel befasste sich mit der detaillierteren Analyse der elastokinematischen Achskennwerte. Zunächst wurde die elastokinematische Lenkachse mit der wirksamen Lenkachse verglichen. Dabei zeigten sich signifikante Abweichungen in der Lage zwischen den beiden Lenkachsen und deren Verhalten bei den betrachteten Lastfällen. Dies spiegelt sich in den entsprechenden Achskennwerten für die Radführung und Lenkrückmeldung wider. Die Lage der elastokinematischen Lenkachse und deren Verhalten bei den Lastfällen hängt stark vom Achskonzept ab. Die Ergebnisse machen deutlich, dass bei der Achsauslegung unbedingt zwischen

diesen beiden Lenkachsen unterschieden werden muss, weil sie jeweils andere Eigenschaften der Achse charakterisieren.

Anschließend wurden die Einflüsse von Lenkung und Reifen auf die Achskennwerte näher untersucht, wobei der Fokus ebenfalls auf den beiden Lenkachsen lag. Bei der Lenkung zeigte sich, dass die Lenkelastizität einen großen Einfluss auf die elastokinematische Lenkachse besitzt und unbedingt berücksichtigt werden muss. Allerdings ist der Einfluss abhängig vom Achskonzept. Die EPS-Unterstützung wirkt sich auf die Lenkelastizität aus und sollte deswegen dem tatsächlichen Fahrbetrieb entsprechend gewählt werden.

Beim Reifen wurden der Reifennachlauf und der Reifenlenkrollradius betrachtet. Während diese auf die wirksame Lenkachse fast keinen Einfluss zeigten, ergaben sich bei der elastokinematischen Lenkachse Unterschiede. Entscheidender ist jedoch, dass Reifennachlauf und Reifenlenkrollradius die wirksamen Hebelarme ändern, die sich aus den beiden Lenkachsen ergeben, was sich auf die resultierende Lenkrückmeldung bzw. Vorspuränderung auswirkt. Deren Einfluss hängt vom gewählten Achskonzept ab. Ebenso muss die Annahme eines konstanten Reifennachlaufs hinsichtlich des Vorspurverhaltens mit Vorsicht betrachtet werden. Deswegen sollten diese beiden Kenngrößen des Reifens bei der Achsauslegung verstärkt berücksichtigt werden. Zum Schluss wurde gezeigt, wie mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix die elastokinematischen Eigenschaften der Achse visualisiert werden können. Die Ergebnisse dazu waren zwar nur exemplarisch, machen aber deutlich, wie damit die komplexen elastokinematischen Zusammenhänge bei der Achsauslegung veranschaulicht werden können und eine detailliertere Analyse der Achse möglich machen.

Weiterführende Ergebnisse und Erkenntnisse zu den Kennwerten der Radführung werden in Anhang P aufgegriffen.

## 5.4 Elastodynamik

Die bisher durchgeführten Analysen der Elastokinematik waren durchweg statisch, sodass Kräfte aus Geschwindigkeiten und Beschleunigungen nicht abgebildet wurden. Außerdem wurde das Reifenverhalten nicht detailliert modelliert, sondern nur über Reifennachlauf und Reifenlenkrollradius abgebildet. In diesem Unterkapitel werden beispielhaft die dynamischen Einflüsse auf die Achskennwerte näher betrachtet. Weiterhin wird untersucht, inwiefern sich die Abbildung des Reifenverhaltens mit einem komplexeren Reifenmodell auf die Achskennwerte auswirkt. Ein Teil der Ergebnisse findet sich bereits in der Masterarbeit von BUCHMANN [37, S. 35-53].

### 5.4.1 Dynamische Einflüsse bei der Achsauslegung

Die zuvor statischen Lastfälle der Elastokinematik können ebenso dynamisch (*dyn*) durchgeführt werden. Dies führt dazu, dass die auftretenden Arbeitspunkte in der Simulation jetzt Kräfte aus Geschwindigkeiten und Beschleunigungen beinhalten.

In diesem Abschnitt wird dies exemplarisch für Fahrzeug *veh1* am Lastfall des Radhubs (*dyn WheelTrav*) gezeigt, wo vor allem die Dämpferkraft von Bedeutung ist und deren Einfluss auf die Achskennwerte betrachtet werden soll. Der statische (*com*) Lastfall (*wheelTrav*) dient als Referenz ohne Dämpfereinfluss. Die Amplitude ist beim statischen und dynamischen Lastfall gleich groß. Beim Reifenmodell wird zunächst nur die Vertikalsteifigkeit berücksichtigt. Abbildung 5.16 zeigt die Dämpferkraft und die Vorspurkurve bei der statischen und dynamischen Achsanalyse, wobei bei letzterer verschiedene Frequenzen betrachtet werden.



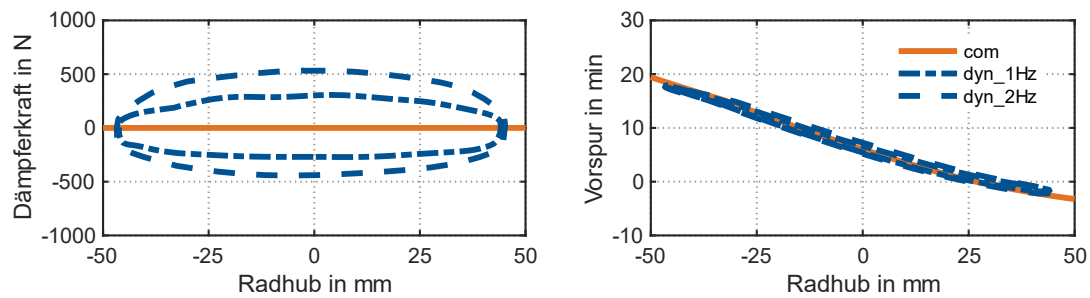


Abbildung 5.16: Dämpferkraft und Vorspurkurve beim statischen und dynamischen Lastfall (veh1)

Die Dämpferkraft wirkt sich auf die Arbeitspunkte der Achse aus, sodass sich je nach Anregung Unterschiede zum statischen Lastfall ergeben können. Am Beispiel der Vorspurkurve zeigt sich, dass die Dämpferkräfte beim hier betrachteten Radhub kaum einen Einfluss aufweisen. Abbildung 5.17 zeigt exemplarisch den dynamischen Einfluss auf die Achskennwerte. Mit Ausnahme der Quersteifigkeit zeigt sich eine gute Übereinstimmung, sodass der dynamische Einfluss an dieser Stelle von geringerer Relevanz ist. Die Abweichung bei der Quersteifigkeit ergibt sich dadurch, dass bei der dynamischen Simulation im Gegensatz zur Elastokinematik die Reifensteifigkeit abgebildet wird. Berücksichtigt man die Reifensteifigkeit (*tireStiffness*) in der Elastokinematik, verringert sich diese Differenz.

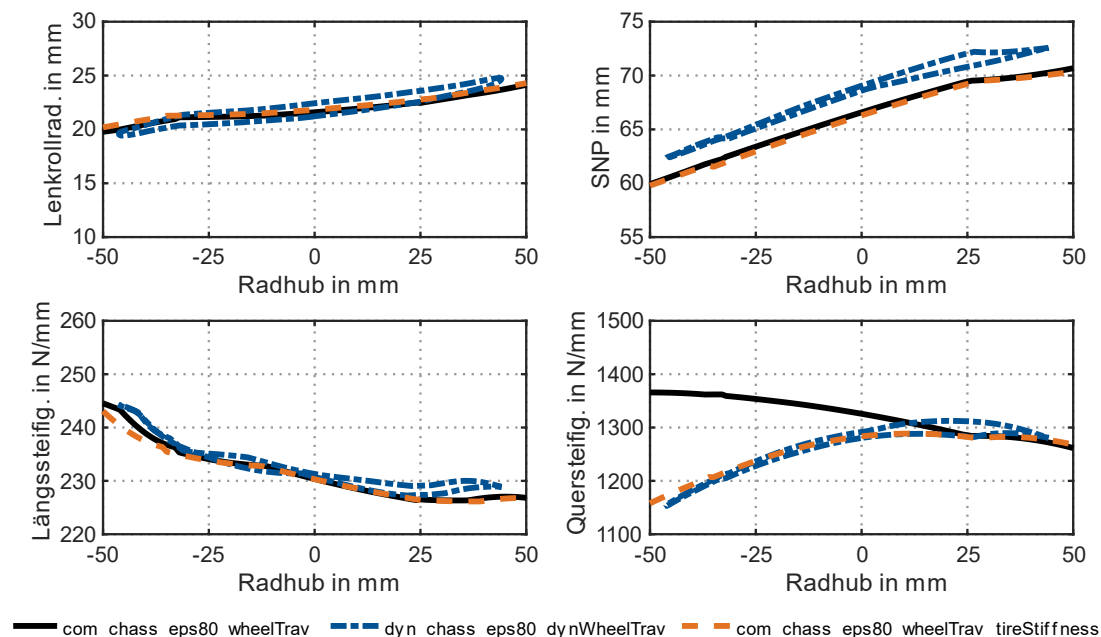


Abbildung 5.17: Dynamischer Einfluss (1 Hz) auf Achskennwerte (veh1)

## 5.4.2 Achsanalysen mit Abbildung des Reifenverhaltens

Der Reifen wird trotz seiner großen Bedeutung für das Fahrverhalten und seiner hohen Komplexität in den Analysen der Elastokinematik höchstens vereinfacht abgebildet. In Abschnitt 5.3.3 wurde der Einfluss des Reifens auf die Achskennwerte und die Eigenschaften der Achse bereits aufgegriffen, indem der Reifennachlauf und der Reifenlenkrollradius näher betrachtet wurden. In diesem Abschnitt dagegen werden die Achskennwerte mit dem Reifenverhalten aus einem detaillierteren Reifenmodell ermittelt. Dazu wird exemplarisch für Fahrzeug *veh1* der Lastfall

Seitenkraft (*dynLatForce*) dynamisch (*dyn*) simuliert, sodass sich die Reifenkräfte und -momente aus dem Reifenmodell ergeben. Der statische (*com*) Lastfall der Seitenkraft (*latForce*) mit dem konstanten Reifennachlauf dient als Referenz. Eine Herausforderung bei der dynamischen Achsanalyse mit Reifenmodell in ADAMS/CAR 2015.1 besteht darin, dass die Nachgiebigkeitsmatrix neben den Nachgiebigkeiten der Radaufhängung und Lenkung zusätzlich die Nachgiebigkeiten des Reifens enthält. Um diesen Einfluss zu ermitteln, wird die Achsanalyse mit den aus dem dynamischen Lastfall bestimmten Reifenkräften und -momenten (*tireForces*) elastokinematisch durchgeführt. Abbildung 5.18 zeigt den Einfluss des dynamischen Reifenverhaltens auf die Achskennwerte. Der Verlauf zwischen der dynamischen und der statischen Analyse stimmt überein. Im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt sind die Abweichungen jedoch größer und bleiben bestehen, wenn der dynamische Lastfall mit den Reifenkräften und -momenten statisch simuliert wird. Diese Differenz resultiert aus dem Reifenmodell, weil die Nachgiebigkeiten des Reifens in der Nachgiebigkeitsmatrix enthalten sind, woraus dann die Achskennwerte berechnet werden. Der statische Lastfall der Seitenkraft ohne Reifenmodell bildet die Arbeitspunkte gut ab und ist als Näherung geeignet, um das Verhalten der Achse unter Seitenkraft zu analysieren. Die Ergebnisse für den dynamischen Lastfall des Bremsens finden sich im Anhang Q.

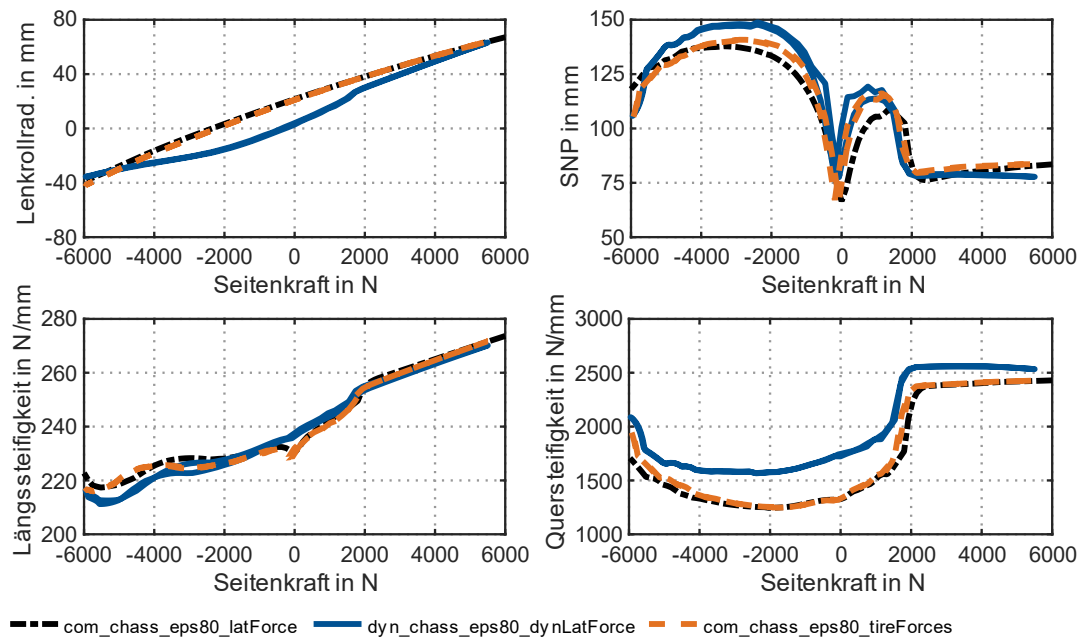


Abbildung 5.18: Einfluss der Dynamik und des Reifens auf Achskennwerte unter Seitenkraft (veh1)

Die Analyse und Bewertung der Achskennwerte in dynamischen Simulationen mit einem Reifenmodell ist erst sinnvoll möglich, wenn zukünftig in ADAMS/CAR die Nachgiebigkeitsmatrix ohne Reifennachgiebigkeiten ermittelt werden kann.

## 5.5 Gesamtfahrzeug

Nachdem in den vorangegangenen Unterkapiteln die Achskennwerte im Rahmen von Achsanalysen ermittelt und bewertet wurden, wird abschließend noch am Beispiel der Geradeauslaufuntersuchung für Fahrzeug *veh1* gezeigt, wie mit Hilfe einer DoE, die aus 8000 Simulationen besteht, weitere Erkenntnisse gewonnen werden können, um den Fahrwerksauslegungsprozess zu verbessern. Weitere Erläuterungen dazu finden sich im Anhang R. Für eine ausführliche

Darstellung und Auswertung der Ergebnisse sei auf die Masterarbeit von GRILLI [39, S. 71-135] verwiesen. Im Rahmen dieser Arbeit soll nur kurz skizziert werden, welche Art von Erkenntnissen daraus abgeleitet werden können, um dadurch die Grundlage für weiterführende Arbeiten zu schaffen. Die Ergebnisse in diesem Unterkapitel basieren auf der Sobol-Methode.

### 5.5.1 Sensitivitätsanalyse

Zunächst wird im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht, wie sich Änderungen der Modellparameter auf die Achskennwerte und auf das Fahrzeugverhalten auswirken. Dadurch können gezielt Stellhebel zur Anpassung eines bestimmten Achskennwerts identifiziert werden. Abbildung 5.19 zeigt beispielhaft den Einfluss der Modellparameteränderungen auf die Lage des Seitenkraftneutralen Punkts über dem Radhub. Die Änderungen der Modellparameter führen zu einer Streuung beim Seitenkraftneutralen Punkt von ca. 40-70 mm. Als einflussreichste Parameter (mittels Sensitivitätsindex bestimmt) erweisen sich wie erwartet die Steifigkeit des unteren Querlenkerlagers (*QLu*) und die Position des Radmittelpunkts in Längsrichtung (*RMP*).

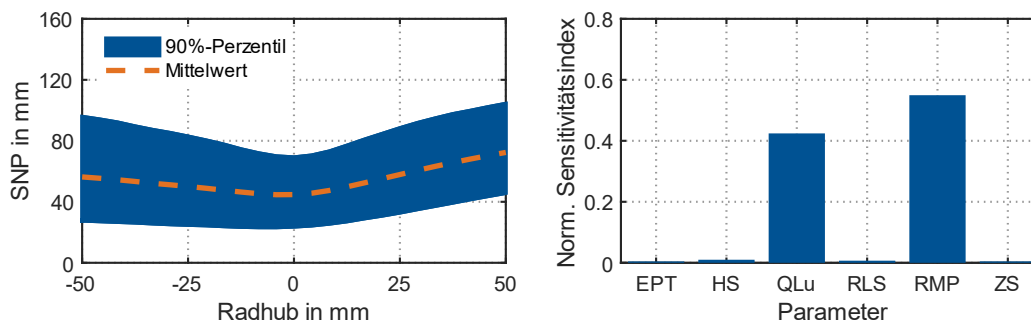


Abbildung 5.19: Parametereinflüsse auf Lage des Seitenkraftneutralen Punkts beim Radhub

In Abbildung 5.20 ist der Einfluss der Modellparameteränderungen auf die resultierende Querabweichung beim Geradeauslaufmanöver (Anhang R) dargestellt. Die Änderungen der Modellparameter führen zu einer Streuung bei der Querabweichung am Ende des Manövers von ca. 0,8 m. Den größten Einflussfaktor stellt die Steifigkeit des unteren Querlenkerlagers (*QLu*) dar. Daneben sind die Position des Radmittelpunkts in Längsrichtung (*RMP*), die Steifigkeit der Hardy-Scheibe (*HS*) und der Zugstrebe (*ZS*) sowie die Einpresstiefe (*EPT*) relevant.

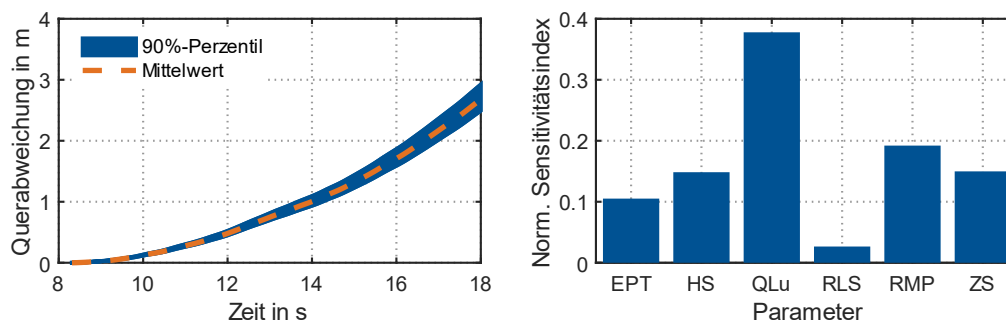


Abbildung 5.20: Parametereinflüsse auf Querabweichung beim Geradeauslauf

Interessant ist außerdem, dass die Querabweichung für *veh4* im Vergleich zu *veh1* und *veh3* deutlich geringer ausfällt, was ein Indiz dafür ist, dass sich ein Vorspurneutraler Punkt nahe dem

Radaufstandspunkt als vorteilhaft für die Sensitivität auf Störungen erweist (Anhang R). Die Ergebnisse an dieser Stelle dienen nur als Beispiel für mögliche Untersuchungen. Je nach Anwendungsfall sind andere Modellparameter oder Achskennwerte bzw. Fahrzeugzielgrößen für ein bestimmtes Manöver zu betrachten. Die Sensitivitätsanalyse ist außerdem eine geeignete Methode für Toleranzuntersuchungen. Dafür ist nur eine entsprechende Anpassung der Verteilung der Modellparameter notwendig.

### 5.5.2 Korrelationsanalyse

Während im vorherigen Abschnitt die Einflüsse von Modellparametern auf die Achskennwerte bzw. auf Gesamtfahrzeugzielgrößen aufgezeigt wurden, wird in diesem Abschnitt versucht, mit Hilfe von Korrelationen einen Zusammenhang zwischen Achskennwerten und Gesamtfahrzeugzielgrößen herzustellen. Dies schafft die Möglichkeit, relevante Achskennwerte für bestimmte Gesamtfahrzeugeigenschaften zu identifizieren und die Achse dann gezielt auf diese auszulegen (Zielwertkaskadierung). Der Einfluss von Achskennwerten auf Gesamtfahrzeugzielgrößen kann nicht wie zuvor direkt über Sensitivitätsindizes ermittelt werden, weil die Achskennwerte nur indirekt über die Modellparameter vorgegeben werden können.

Abbildung 5.21 zeigt exemplarisch die Zusammenhänge zwischen der Nachlaufstrecke und dem Lenkmoment (als *Root-Mean-Square* über das gesamte Manöver ermittelt) sowie zwischen der Vorspurnachgiebigkeit unter Seitenkräften und der Querabweichung am Ende des Manövers, die sich aus den 8000 durchgeführten Simulationen ergeben. Wie erwartet ergibt sich eine starke Korrelation zwischen der Nachlaufstrecke und dem Lenkmoment. Zwischen der Vorspurnachgiebigkeit unter Seitenkraft, die den entsprechenden Vorspurgradienten darstellt, und der resultierenden Querabweichung wird ebenfalls eine Korrelation deutlich. Ein geringerer Vorspurgradient hat eine geringere Querabweichung zur Folge. Der Vorspurgradient wiederum setzt sich aus dem Verhältnis des Seitenkraftneutralen Punkts und der Vorspursteifigkeit zusammen. Die größere Streuung bei dem Zusammenhang zwischen Vorspurgradient und Querabweichung weist darauf hin, dass noch andere Achskennwerte eine Rolle spielen.

Diese dargestellten Ergebnisse dienen ebenfalls nur als Beispiel für mögliche Untersuchungen. Je nach Anwendungsfall sind andere Achskennwerte und Fahrzeugzielgrößen für ein bestimmtes Manöver von Interesse.

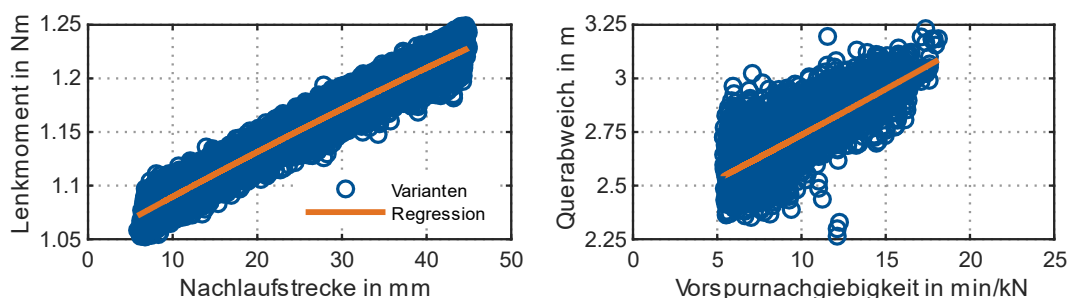


Abbildung 5.21: Zusammenhang zwischen Nachlaufstrecke und Lenkmoment bzw. Vorspurnachgiebigkeit unter Seitenkräften und Querabweichung

Zusammenfassend zeigte diese Arbeit verschiedene Methoden auf, wie ausgehend von den Modellparametern die Achskennwerte berechnet und Fahrzeugeigenschaften abgeleitet werden können (Abbildung 1.3). Relevante Einflüsse können mittels Sensitivitätsanalyse bestimmt und quantifiziert werden. Mit der Korrelationsanalyse lassen sich neue Zusammenhänge ermitteln.

# 6 Diskussion der Ergebnisse

Dieses Kapitel befasst sich mit der Diskussion der Ergebnisse aus Kapitel 5, um die in Unterkapitel 3.2 abgeleiteten Forschungsfragen beantworten zu können. Zu Beginn werden die Einschränkungen, die für diese Arbeit gelten, erläutert. Danach werden das entwickelte Vorgehen und die Methodik der Untersuchungen kritisch hinterfragt. Anschließend wird auf die Abweichungen zwischen den Achskennwerten in der Kinematik und in der Elastokinematik eingegangen, bevor die Elastokinematik genauer betrachtet wird. Als nächstes wird der Einfluss dynamischer Eigenschaften und des Reifens auf die Achsauslegung bewertet, ehe die Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext untersucht wird.

## 6.1 Einschränkungen im Rahmen der Arbeit

Während in den folgenden Unterkapiteln die Ergebnisse im Hinblick auf die Forschungsfragen kritisch betrachtet werden, werden an dieser Stelle zunächst noch die generellen Einschränkungen im Rahmen dieser Arbeit diskutiert, die sich aufgrund der gesetzten Ziele und der vorhandenen Randbedingungen ergeben.

Hinsichtlich der verwendeten Modelle und deren Modellierung sind mehrere Aspekte zu nennen. Die Untersuchungen wurden mit bereits vorhandenen Achs- bzw. Fahrzeugmodellen durchgeführt. Eine Validierung gegenüber realen Fahrzeugen findet nicht statt. Zum einen ist dies schwierig, weil im Fahrzeug geometrische Toleranzen, Asymmetrien und Streuungen der Gummilager sowie der Parameter weiterer Komponenten vorhanden sind. Zum anderen ist eine Übereinstimmung mit dem realen Fahrzeug für die Untersuchungen in dieser Arbeit nicht zwingend notwendig, weil die Modelle die Zielkinematik der Fahrzeuge darstellen und Parameter für das Modell verwendet werden, die sich aus der Vermessung oder Bedatung der einzelnen Komponenten ergeben. Dadurch wird von einer hinreichend genauen Übereinstimmung mit den Eigenschaften von realen Fahrzeugen ausgegangen.

Des Weiteren werden in dieser Arbeit alle Körper der MKS-Modelle als starr angenommen. Es werden keine aus FEM-Modellen abgeleiteten flexiblen Körper, wie beispielsweise Radträger oder Lenker, verwendet, weil dies zu einer deutlichen Erhöhung der Simulationszeiten führen würde. Diese bringen jedoch zusätzliche Nachgiebigkeiten in die Achse mit ein, die in dieser Arbeit vernachlässigt werden. Dies ist zulässig, weil in dieser Arbeit keine absolute, sondern nur eine relative Bewertung des Achs- bzw. Gesamtfahrzeugverhaltens vorgenommen wird.

Die Untersuchungen in dieser Arbeit beschränken sich auf Vorderachsen, weil bei diesen im Gegensatz zu Hinterachsen auch die Lenkrückmeldung von Bedeutung ist. Dabei wird sich auf die Analyse von Doppelquerlenker- und Federbeinachsen konzentriert, weil diese den größten Anteil in der Ober- und Mittelklasse ausmachen. Dennoch kann das entwickelte Vorgehen in gleicher Weise auf Hinterachsen und andere Achskonzepte angewendet werden. Bei den dynamischen Achsanalysen und im Gesamtfahrzeug wurden nur exemplarische Manöver untersucht,

um das Vorgehen zu verdeutlichen. Für generelle Aussagen müssen weitere Manöver betrachtet werden.

Die Betrachtung der Achskennwerte beschränkt sich überwiegend auf das Fahrverhalten und teilweise auf den Komfort im Zusammenhang mit der Quer- und Längsdynamik. Auf die Kennwerte, die bezüglich der Vertikaldynamik von Bedeutung sind, wird nur am Rande eingegangen, weil diese bei der Achsauslegung von geringerem Interesse sind und erst bei der Feder- und Dämpferabstimmung relevant werden.

Aus der Nachgiebigkeitsmatrix können die Achskennwerte unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten berechnet werden; eine Festlegung von Zielbereichen für die Achskennwerte gestaltet sich allerdings als schwierig, vor allem bei der elastokinematischen Lenkachse. Die Relevanz der berechneten Achskennwerte ist für das Modellverhalten zwar nachvollziehbar, kann aber nicht einfach auf das reale Fahrzeug übertragen werden, sondern muss gesondert im Fahrversuch untersucht werden. Die Untersuchungen in dieser Arbeit finden rein simulativ statt. Eine Bewertung im Fahrversuch wäre wünschenswert, stellt aber ein Thema für sich dar. Einzelne Varianten der verwendeten Modelle wurden subjektiv bewertet, allerdings waren die Bewertungen je nach Versuchsfahrer teils widersprüchlich, weshalb darauf nicht näher eingegangen wird.

## 6.2 Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix

Die erste Forschungsfrage befasst sich damit, mit welcher Methode die Achse und die relevanten Achskennwerte möglichst umfassend analysiert werden können:

*(1) Mit welcher Methode können bei der Achsauslegung auf Grundlage von Achskennwerten möglichst umfangreiche Erkenntnisse zu den Eigenschaften der Achse gewonnen werden?*

Eine geeignete Methode stellt die Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix dar. Damit ist es möglich, alle im Stand der Technik und Wissenschaft identifizierten Achskennwerte zu berechnen. Das prinzipielle Vorgehen ist nicht beschränkt auf eine bestimmte Art von Achskennwerten, sondern kann generell verwendet werden, um einen Zusammenhang zwischen Bewegungen und Kräften herzustellen. Im Gegensatz zum Stand der Technik und Wissenschaft wird dieses Verfahren durchgängig auf alle Achskennwerte angewendet. Die Achskennwerte können für alle beliebigen Arbeitspunkte ermittelt werden und sind nicht auf bestimmte Lastfälle beschränkt. Das Verfahren berücksichtigt bei der Berechnung der Achskennwerte alle Steifigkeiten, die das System beinhaltet, einschließlich der Steifigkeiten von flexiblen Körpern. Die Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix funktioniert durchgängig, bietet jedoch noch weiteres Potential. Dynamische Einflüsse können derzeit in den Arbeitspunkten berücksichtigt werden, in denen die Achskennwerte ermittelt werden, wobei die Achskennwerte selbst noch „statisch“ sind. Es ist aber nicht möglich, aus der Nachgiebigkeitsmatrix direkt die dynamischen Steifigkeiten zu berechnen. Des Weiteren stellt der Reifen noch eine zu lösende Aufgabe dar, weil bei der in dieser Arbeit verwendeten Software MSC ADAMS/CAR 2015.1 die Nachgiebigkeitsmatrix auch die Nachgiebigkeiten des Reifens beinhaltet, sodass sich die damit berechneten Achskennwerte nicht rein auf die Radaufhängung und Lenkung beziehen. Außerdem kann darin die Nachgiebigkeitsmatrix nicht während einer Gesamtfahrzeugsimulation ermittelt werden, weil die Nachgiebigkeitsmatrix immer auf das globale Koordinatensystem bezogen ausgewertet wird.

Zusammengefasst können bei der Achsauslegung mit der Nachgiebigkeitsmatrix umfangreiche Kenntnisse zu den Eigenschaften der Achse gewonnen werden. Die Achse kann durch die aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechneten Achskennwerte gut charakterisiert werden.

### 6.3 Bedeutung kinematischer Achskennwerte

Die zweite Forschungsfrage befasst sich mit den Unterschieden zwischen den Achskennwerten in der Kinematik und Elastokinematik, die aus den Nachgiebigkeiten in der Achse entstehen:

*(2) Welchen Einfluss haben die Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte der Kinematik?*

Die Ergebnisse hinsichtlich dieser Forschungsfrage sind differenziert zu betrachten. Für den größeren Teil der Achskennwerte sind die kinematischen Werte teilweise recht nahe an den elastokinematischen Werten, zumindest beim Federn und Lenken. Somit kann die Achse auf Grundlage der kinematischen Achskennwerte größtenteils gut bewertet werden; vor allem zu Beginn der Achsauslegung, wenn zunächst die Kinematik ausgelegt wird. Die relevantesten Abweichungen ergeben sich vor allem hinsichtlich der Lenkrückmeldung. Deswegen sollten diese Achskennwerte im weiteren Verlauf auch mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten betrachtet werden. Wesentlich bedeutender ist jedoch der Einfluss der Lastfälle auf die elastokinematischen Achskennwerte. Die Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten führt dazu, dass die elastokinematischen Achskennwerte stark vom jeweiligen Lastfall abhängen. Je nach Wirkrichtung und Höhe der angreifenden Kräfte weichen die elastokinematischen Achskennwerte teilweise deutlich von den kinematischen ab.

Deswegen ist die alleinige Betrachtung kinematischer Achskennwerte nicht mehr ausreichend. Die Achskennwerte müssen zwingend elastokinematisch betrachtet werden. Die Ergebnisse dieser Arbeit widersprechen damit der Aussage von MATSCHINSKY [29, S. 167, S. 446], dass der Einfluss von Elastizitäten auf die Achskennwerte unbedeutend und vernachlässigbar sei.

### 6.4 Vertiefung der elastokinematischen Betrachtung

Die dritte Forschungsfrage befasst sich damit, wie in der Elastokinematik die Eigenschaften der Achse noch besser charakterisiert werden können:

*(3) Inwiefern kann die Betrachtung der Elastokinematik noch erweitert und vertieft werden?*

Anschließend an die Diskussion im vorherigen Unterkapitel besteht die Möglichkeit, alle Achskennwerte mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten für alle Lastfälle zu ermitteln. Dadurch kann das Verhalten der Achse umfassend analysiert und dargestellt werden. Problematisch dabei ist der große Umfang an Achsanalysen durch die Anzahl an Achskennwerten und Lastfällen, sodass es mit den heutigen Analysemitteln schwierig ist, daraus belastbare Aussagen zur Bewertung der Achse zu ziehen. Derzeit ist es deswegen erforderlich, den Betrachtungsumfang einzuschränken und festzulegen, für welche Achskennwerte welche Lastfälle von Bedeutung sind. Bei den Achskennwerten sollte verstärkt die elastokinematische Lenkachse analysiert werden, weil mit dieser die Eigenschaften der Achse noch detaillierter untersucht werden können. Das Potential der daraus abgeleiteten Achskennwerte hinsichtlich des Fahrverhaltens ist jedoch noch genauer zu untersuchen. Die Visualisierung der Achseigenschaften trägt dazu bei, das Verständnis der Zusammenhänge bei der Achsauslegung zu verbessern, hat jedoch den Nachteil, dass die Darstellung nur für jeweils einen Arbeitspunkt möglich ist.

Die Untersuchung der Lenkung hat gezeigt, dass die Nachgiebigkeiten im Lenkstrang auf einen Teil der Achskennwerte, der vor allem im Zusammenhang mit dem Vorspurverhalten steht, einen großen Einfluss haben und deshalb berücksichtigt werden müssen. Bei der Achsanalyse sollte auch eine geeignete EPS-Kennung, die bei relevanten Fahrsituationen eine Rolle spielt, verwendet werden und nicht nur diejenige für Parkieren, weil diese die Achskennwerte ebenfalls

beeinflusst. Die Untersuchung des Reifens hat gezeigt, dass dessen Verhalten für die Achsauslegung von Bedeutung ist. Man sollte sich auch des Querversatzes der Längskraft bewusst sein, ähnlich wie es bereits mit dem Reifennachlauf der Fall ist. Deswegen sollten die Einflüsse des Reifens auf das Verhalten der Achse in der Elastokinematik verstärkt analysiert werden.

### 6.5 Dynamische Einflüsse und Reifenverhalten

Die vierte Forschungsfrage befasst sich damit, welchen Einfluss dynamische Eigenschaften und das Reifenverhalten auf die Achskennwerte besitzen:

*(4) Inwiefern müssen dynamische Einflüsse und das Reifenverhalten bei der Achsauslegung berücksichtigt werden?*

Die Berücksichtigung dynamischer Einflüsse auf die Achskennwerte konnte gezeigt werden, allerdings sind die Unterschiede zu den elastokinematischen Achskennwerten, die nur statisch ermittelt werden, nicht gravierend. Trotzdem sollte die Achsanalyse auch dynamisch erfolgen, vor allem wenn der Dämpfer und die dynamischen Steifigkeiten von Interesse sind. Wesentlich bedeutender ist das Reifenverhalten, das bereits in der Elastokinematik näher betrachtet wurde. Im Gegensatz zur Elastokinematik wurde jetzt ein Reifenmodell zur Abbildung des Reifenverhaltens verwendet. Dies wirkt sich stark auf die Arbeitspunkte aus, was zu deutlichen Abweichungen gegenüber den Achskennwerten der Elastokinematik führt. Ein genauer modelliertes Reifenverhalten sollte deswegen bei der Achsauslegung vertieft berücksichtigt werden.

### 6.6 Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext

Die letzte Forschungsfrage befasst sich mit der Untersuchung der Achskennwerte im Zusammenhang mit Gesamtfahrzeugsimulationen:

*(5) Wie kann die Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext bestimmt werden?*

Die Achskennwerte wurden nicht für die Arbeitspunkte bei Gesamtfahrzeugmanövern ausgewertet, weil die Auswertung der Nachgiebigkeitsmatrix in der Gesamtfahrzeugsimulation in MSC ADAMS/CAR 2015.1 noch nicht umgesetzt ist. Mit Verweis auf den Einfluss des Reifenverhaltens auf die Arbeitspunkte ist allerdings zu vermuten, dass die Arbeitspunkte bei Gesamtfahrzeugsimulationen im Vergleich zur dynamischen Achsanalyse noch weiter von den Achskennwerten abweichen, die sich mit den synthetischen Lastfällen in der Elastokinematik ergeben.

Unabhängig davon kann aber der Einfluss der Achskennwerte auf die Gesamtfahrzeuggrößen untersucht werden. Auf Grundlage der Ergebnisse, die sich aus den anderen Forschungsfragen ergeben haben, können alle Achskennwerte für beliebige Arbeitspunkte mit Berücksichtigung des Einflusses von Nachgiebigkeiten, Lenkung und Reifen ermittelt werden. Darauf aufbauend bietet das in dieser Arbeit entwickelte Vorgehen für DoE-Untersuchungen bei der Achsauslegung die Möglichkeit, relevante Korrelationen zwischen diesen Achskennwerten und Gesamtfahrzeuggrößen zu bestimmen. Dadurch ist es möglich, Achskennwerte zu identifizieren, die bestimmte Aspekte des Fahrverhaltens beeinflussen, und diese für eine Optimierung des Fahrverhaltens gezielt auszulegen. Das Vorgehen wurde nur an einem ersten Beispiel gezeigt und sollte noch weiter untersucht werden. Nachteilig ist dabei allerdings der hohe Simulationsaufwand, weil eine große Anzahl an Achs- und Gesamtfahrzeugsimulationen benötigt wird.



# 7 Zusammenfassung und Ausblick

Das abschließende Kapitel dieser Arbeit fasst die wesentlichen Inhalte der einzelnen Kapitel nochmals zusammen und gibt einen Ausblick darauf, welche Themen im Zusammenhang mit der Nachgiebigkeitsmatrix weiteres Potential zur Verbesserung der Achsauslegung im Fahrwerksentwicklungsprozess bieten und daher zukünftig vertieft untersucht werden sollten.

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der simulativen Achsauslegung, um einen Beitrag zur Verbesserung der virtuellen Fahrwerksentwicklung zu leisten. Das Ziel bestand darin, zunächst die relevanten Achskennwerte mit ihrer Bedeutung aus dem Stand der Technik und Wissenschaft zu identifizieren und zusammenzufassen, darauf aufbauend ein Vorgehen zu entwickeln, um diese in der Simulation zu berechnen, und damit abschließend einzelne Aspekte bei der Achsauslegung genauer zu beleuchten. Mit den dabei gewonnenen Erkenntnissen soll die Bewertung von Achsen in der Simulation verbessert werden. Dadurch können aufwendige Fahrversuche durch Simulationen ersetzt, späte Änderungen vermieden und früher im Entwicklungsprozess Entscheidungen basierend auf einem höheren Kenntnisstand getroffen werden. Dies ist die Voraussetzung zur Reduzierung von Entwicklungszeiten und -kosten, was im zunehmenden Wettbewerb in der Automobilindustrie heutzutage immer wichtiger wird.

Kapitel 2 befasste sich mit dem Stand der Technik und Wissenschaft zur Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung. Es wurde der Fahrwerksentwicklungsprozess im Allgemeinen dargestellt und die Bedeutung der Simulation hervorgehoben, bevor auf die einzelnen Phasen bei der Achsauslegung in der Simulation eingegangen wurde. Die Achsauslegung wurde unterteilt in die Betrachtung der Kinematik, Elastokinematik, Elastodynamik und des Gesamtfahrzeugs. Dabei wurde jeweils die Modellierung, die durchgeführten Simulationen und die untersuchten Achskennwerte erläutert, wobei auf letzteren der Fokus dieses Kapitels lag. Bei den Achskennwerten wurden die in der Literatur verwendeten Definitionen, relevante Aspekte hinsichtlich der Achsauslegung und deren Bedeutung für das Fahrverhalten zusammengefasst dargestellt.

Im anschließenden Kapitel 3 wurde der Stand der Technik und Wissenschaft kritisch betrachtet und es wurden mehrere Aspekte aufgegriffen, die in der Literatur nur teilweise oder gar nicht untersucht worden sind. Basierend darauf wurde die Themenstellung dieser Arbeit abgeleitet, die die Entwicklung eines Vorgehens zur Berechnung von Achskennwerten und dessen Anwendung zur Beantwortung der abgeleiteten Forschungsfragen umfasste.

In Kapitel 4 wurden das entwickelte Vorgehen und die Methodik der Untersuchungen detailliert erläutert. Es wurde zunächst auf die Modellbildung in der Mehrkörpersimulation eingegangen, die im Allgemeinen bei der Achsauslegung zum Einsatz kommt. Die betrachteten Achs- und Fahrzeugmodelle sowie die untersuchten Lastfälle bzw. Manöver in der Simulation wurden vorgestellt. Der Fokus lag auf der systematischen Herleitung der Berechnungsvorschriften für die Achskennwerte, die zuvor im Stand der Technik und Wissenschaft identifiziert worden sind, aus der Nachgiebigkeitsmatrix. Dazu wurde das prinzipielle Vorgehen ausführlich dargestellt, das exemplarisch für ausgewählte Achskennwerte im Detail erläutert wurde. Außerdem wurde beschrieben, wie die Richtigkeit des Verfahrens sichergestellt werden kann und wie mit dem entwickelten Vorgehen die abgeleiteten Forschungsfragen beantwortet werden können.

In Kapitel 5 wurden die Ergebnisse dargestellt und erläutert. Es wurde gezeigt, dass die aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechneten Achskennwerte unter bestimmten Randbedingungen mit denen aus der Kinematik übereinstimmen. Außerdem sind die berechneten Achskennwerte plausibel und konsistent zu den Ausgangsgrößen in der Simulation, sodass deren Bedeutung für das Verhalten der Achse mit deren Definition übereinstimmt. Insgesamt konnte dadurch die Richtigkeit des entwickelten Verfahrens demonstriert werden. Die Abweichungen zwischen den kinematischen und elastokinematischen Achskennwerten wurden herausgearbeitet, wobei verschiedene Lastfälle und Achskonzepte analysiert wurden. Des Weiteren wurde die elastokinematische Lenkachse, die das Vorspurverhalten bestimmt, näher untersucht und mit der kinematischen bzw. wirksamen Lenkachse verglichen. Dabei zeigten sich deutliche Unterschiede. Weiterhin konnte der Einfluss von Lenkung und Reifen auf die Achskennwerte gezeigt werden. Die elastokinematische Lenkachse und die genannten Einflüsse sollten bei der Achsauslegung zukünftig intensiver berücksichtigt werden. Ein weiterer Vorteil bei der Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix besteht darin, dass die charakteristischen Eigenschaften der Achse visualisiert werden können, was die Achsauslegung erleichtert. Bei der Untersuchung der dynamischen Einflüsse zeigten sich Unterschiede gegenüber der Elastokinematik, die nur statisch durchgeführt wird. Der größte Anteil der Abweichungen ist auf das abgebildete Reifenverhalten zurückzuführen, das zu anderen Arbeitspunkten gegenüber denen der Elastokinematik führt. Zum Schluss wurden die Achskennwerte noch im Gesamtfahrzeugkontext untersucht. Es wurde der Zusammenhang der Achskennwerte mit dem Fahrzeugverhalten mit Hilfe von DoE-Untersuchungen am Beispiel des Geradeauslaufs analysiert.

In Kapitel 6 wurden schließlich die Ergebnisse kritisch betrachtet. Insgesamt konnten die Ziele dieser Arbeit erfüllt werden. Ein Vorgehen zur Berechnung der relevanten Achskennwerte, die erläutert und zusammengefasst dargestellt worden sind, wurde entwickelt und verifiziert. Mit Hilfe des entwickelten Vorgehens wurden noch offene Fragestellungen bei der Achsauslegung näher beleuchtet. Allerdings wurden auch Aspekte identifiziert, die weiterer Analysen bedürfen. Obwohl die Achskennwerte bereits lange vor dem Einsatz von Simulationen definiert worden sind, sind sie auch heutzutage noch von Bedeutung und noch nicht vollständig untersucht, was MATSCHINSKY treffend formuliert: *„Die Kenngrößen der Achs- und der Lenkgeometrie (...) mit ihren teilweise über hundert Jahre alten Definitionen (...) stellen sich im Gegenteil bei eingehender Betrachtung als sehr sinnvoll und ‚computergerecht‘ heraus“* [29, S. 445].

Zukünftige Arbeiten im Bereich der Achsauslegung sollten auf Grundlage der Ergebnisse dieser Arbeit die noch offenen Fragen untersuchen. Das prinzipielle Vorgehen zur Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix kann problemlos auf die Ermittlung weiterer Achskennwerte übertragen werden (Anhang G), die sich nicht zwingend auf die Quer- und Längsdynamik beziehen müssen. Mit Hilfe der Nachgiebigkeitsmatrix kann das Verhalten der Achse in einfacher und kompakter Form abgebildet werden, was zur echtzeitfähigen Abbildung des elastokinematischen Verhaltens, beispielsweise im Zusammenhang mit dem Einsatz im Fahr Simulator, verwendet werden kann. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Nachgiebigkeitsmatrix aus der Lage der Gummilager und aus deren Steifigkeiten analytisch zu bestimmen [188], wodurch die elastokinematischen Achskennwerte für eine schnelle und frühe Bewertung ohne Einsatz der Mehrkörpersimulation berechnet werden könnten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde bereits exemplarisch gezeigt, auf welche Achskennwerte bei welchen Lastfällen die Nachgiebigkeiten großen Einfluss haben. Dies kann systematisch für alle Achskonzepte durchgeführt werden, sodass die Anzahl relevanter Lastfälle eingeschränkt werden kann, weil es sonst schwierig ist zu entscheiden, welche Achskennwerte bei welchen Lastfällen betrachtet werden müssen. Die elastokinematische Lenkachse sollte nochmals genauer

untersucht werden, um festzulegen, welche Lage, auch in Bezug auf die kinematische bzw. wirk-same Lenkachse, und welches Verhalten für das Fahrverhalten optimal sind. Für die Achskenn-werte sind Zielbereiche unter Berücksichtigung der subjektiven und objektiven Bewertung im Fahrversuch festzulegen. Dynamische Einflüsse und das Reifenverhalten sollten ebenfalls sys-tematisch analysiert und weiter quantifiziert werden.

Hinsichtlich der Gesamtfahrzeugsimulationen sollte versucht werden, die Achskennwerte direkt in der Simulation zu ermitteln. Dies kann dazu genutzt werden, den Zusammenhang der Achs-kennwerte mit dem Verhalten des Gesamtfahrzeugs in relevanten Situationen zu bestimmen, was anschließend wieder in die Achsauslegung einfließen kann. Beispielsweise kann die Zu-sammensetzung des Lenkmoments und des Vorspurwinkels in relevanten Manövern genauer analysiert werden. Zuletzt sollte die Anwendung von DoE-Untersuchungen im Fahrwerksbereich vertieft werden. Dies umfasst die Betrachtung weiterer Manöver, Achskennwerte und Achskon-zepte sowie die Variation weiterer Modellparameter. Dadurch kann die Relevanz der Achskenn-werte für das Fahrverhalten bestimmt werden. Außerdem können mögliche Stellhebel bei der Achsauslegung identifiziert werden.

Diese Arbeit hat einen wesentlichen wissenschaftlichen Beitrag zu der Analyse von Fahrwerken geleistet und bietet noch Raum für weitere Vertiefungen, das Sammeln von Erfahrungen mit dieser Methode und den Abgleich mit dem Fahrversuch.



# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1:	Reduzierung von Entwicklungskosten und -zeiten durch Simulationen anstelle von physikalischen Versuchen nach [16, S. 45, 19, S. 2].....	2
Abbildung 1.2:	Frontloading im Entwicklungsprozess durch den Einsatz von Simulationen zur Verbesserung des Reifegrads und Kenntnisstands nach [18, S. 8, 23, S. 18, 24, S. 159] .....	3
Abbildung 1.3:	Achskennwerte zur Bewertung der Eigenschaften des Fahrwerks .....	3
Abbildung 1.4:	Ziele der Arbeit .....	4
Abbildung 1.5:	Weiterer Aufbau der Arbeit .....	6
Abbildung 2.1:	V-Modell in der Fahrwerksentwicklung nach [1, S. 248, 30, S. 32, 47, S. 12] .....	8
Abbildung 2.2:	Phasen der simulativen Achsauslegung in der Fahrwerksentwicklung .....	9
Abbildung 2.3:	Achskennwerte in der Kinematik .....	11
Abbildung 2.4:	Spur- und Sturzwinkel .....	12
Abbildung 2.5:	Längspol, Schrägfederungs- und Bremsabstützwinkel .....	14
Abbildung 2.6:	Querpol, Wankzentrum und Seitenkraftabstützwinkel.....	16
Abbildung 2.7:	Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorübersetzung .....	18
Abbildung 2.8:	Lenkachse mit Winkelbeziehungen und Hebelarmen .....	20
Abbildung 2.9:	Triebkrafthebelarm nach [5, S. 881] .....	24
Abbildung 2.10:	Gesamtenk-, Lenkgetriebe- und Lenkgestängeübersetzung.....	27
Abbildung 2.11:	Achskennwerte in der Elastokinematik.....	31
Abbildung 2.12:	Ideelle Lenkachse mit elastokin. Nachlauf und Lenkrollradius nach [99, S. 155-159].....	34
Abbildung 4.1:	Vorgehen zur Beantwortung der Forschungsfragen.....	43
Abbildung 4.2:	Kennlinien für Gummilager, Feder, Zusatzfeder und Zuganschlag sowie Dämpfer.....	44
Abbildung 4.3:	Kennlinien für Hardy-Scheibe, Torsionsstab und EPS-Unterstützung .....	45
Abbildung 4.4:	Seitenkraft, Reifennachlauf, Reifenrückstellmoment und dynamisches Reifenverhalten .....	46
Abbildung 4.5:	Achs- und Lenkungskonzepte (schematisch) der betrachteten Fahrzeuge .	48

Abbildung 4.6:	Radaufhängung als elastisches System nach [49, S. 2] .....	54
Abbildung 4.7:	Umsetzung der Achsanalyse mit der Nachgiebigkeitsmatrix in Adams/Car. ....	55
Abbildung 4.8:	Übersicht über berechnete Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix .....	57
Abbildung 4.9:	Lage des Radaufstandspunkts relativ zur Radmitte (linkes Rad, Vorderansicht) .....	58
Abbildung 4.10:	Lage des Lenkmomentneutralen Punkts auf Fahrbahnhöhe (linkes Rad, Draufsicht) .....	59
Abbildung 4.11:	Wirkzusammenhang für Ermittlung des Lenkrollradius .....	60
Abbildung 4.12:	Lenkradwinkel und Lenkradmoment .....	64
Abbildung 4.13:	Lage des Vorspurneutralen Punkts auf Fahrbahnhöhe (linkes Rad, Draufsicht) .....	66
Abbildung 4.14:	Ermittlung der Momentanpole und Abstützwinkel .....	71
Abbildung 4.15:	Gegenüberstellung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte .....	75
Abbildung 4.16:	Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen.....	76
Abbildung 4.17:	Untersuchung des Einflusses der Nachgiebigkeiten auf die Achskennwerte.....	77
Abbildung 4.18:	Untersuchung der Erweiterung und Vertiefung der elastokinematischen Achsanalyse .....	77
Abbildung 4.19:	Untersuchung der dynamischen Einflüsse und des Reifenverhaltens .....	78
Abbildung 4.20:	Untersuchung der Relevanz der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext .....	79
Abbildung 5.1:	Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte beim Federn .....	82
Abbildung 5.2:	Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte beim Lenken .....	82
Abbildung 5.3:	Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen.....	83
Abbildung 5.4:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh1)...	84
Abbildung 5.5:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh2)...	85
Abbildung 5.6:	Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh3) .....	87
Abbildung 5.7:	Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh4) .....	88
Abbildung 5.8:	Lage der elastokin. Lenkachse (VNP) für verschiedene Achs- und Fahrzeugkonzepte.....	89
Abbildung 5.9:	Einfluss der Lenkelastizität auf elastokinematische Lenkachse (veh3).....	90
Abbildung 5.10:	Einfluss der Lenkelastizität auf elastokinematische Lenkachse (veh4).....	91
Abbildung 5.11:	Einfluss des Reifennachlaufs auf Zahnstangenkraft und Vorspur.....	92

Abbildung 5.12:	Vorspurverhalten für konstanten und mit MF modellierten Reifennachlauf..	92
Abbildung 5.13:	Querversatz der Längskraft bei verschiedenen Reifenmodellen (MF und FTire)	93
Abbildung 5.14:	Einfluss des Querversatzes der Längskraft auf Zahnstangenkraft und Vorspur	93
Abbildung 5.15:	Visualisierung der elastokinematischen Eigenschaften der Achse 1 (yz-Ansicht): Längssteifigkeit in N/mm, Elastokin. Lenkachse, Aufziehneutr. Achse 2 (xz-Ansicht): Quersteifigkeit in N/mm, Elastokin. Lenkachse, Sturzneutr. Achse 3 (xz-Ansicht): Vorspuränderung unter Seitenkraft in min/kN, Elastokin. Lenkachse 4 (xy-Ansicht): Vorspuränderung unter Vertikalkraft in min/kN, Vorspurneutr. Achse	95
Abbildung 5.16:	Dämpferkraft und Vorspurkurve beim statischen und dynamischen Lastfall (veh1)	97
Abbildung 5.17:	Dynamischer Einfluss (1 Hz) auf Achskennwerte (veh1)	97
Abbildung 5.18:	Einfluss der Dynamik und des Reifens auf Achskennwerte unter Seitenkraft (veh1)	98
Abbildung 5.19:	Parametereinflüsse auf Lage des Seitenkraftneutralen Punkts beim Radhub	99
Abbildung 5.20:	Parametereinflüsse auf Querabweichung beim Geradeauslauf	99
Abbildung 5.21:	Zusammenhang zwischen Nachlaufstrecke und Lenkmoment bzw. Vorspurnachgiebigkeit unter Seitenkräften und Querabweichung	100
Abbildung A.1:	Konstruktions- und Reifenkoordinatensystem	xxiv
Abbildung A.2:	Koordinatensysteme für Nachgiebigkeitsmatrix (Draufsicht, Fahrtrichtung nach oben)	xxiv
Abbildung A.3:	Umrechnung vom Konstruktionskoordinatensystem in das Radkoordinatensystem	xxv
Abbildung E.1:	Umrechnung vom Lenkradkoordinatensystem in das Konstruktionskoordinatensystem	xxxii
Abbildung L.1:	Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte beim Federn	xlvi
Abbildung L.2:	Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen	xlvi
Abbildung L.3:	Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen	xlvi
Abbildung M.1:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh3)	xlvi
Abbildung M.2:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh4)	l
Abbildung M.3:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh5)	l
Abbildung M.4:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh1)	li
Abbildung M.5:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh2)	lii
Abbildung M.6:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh3)	liii
Abbildung M.7:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh4)	liv

Abbildung M.8:	Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh5).....	lv
Abbildung N.1:	Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh1) .....	lvi
Abbildung N.2:	Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh2) .....	lvi
Abbildung N.3:	Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh5) .....	lvii
Abbildung N.4:	Vergleich der elastokinematischen Lenkachse (alle Fahrzeuge) .....	lviii
Abbildung N.5:	Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh1) .....	lviii
Abbildung N.6:	Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh2) .....	lviii
Abbildung N.7:	Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh3) .....	lix
Abbildung N.8:	Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh4) .....	lix
Abbildung N.9:	Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh5) .....	lx
Abbildung O.1:	Einfluss der Lenkelastizität auf Vorspurverhalten (veh3).....	lxi
Abbildung O.2:	Einfluss der Lenkelastizität auf Vorspurverhalten (veh4).....	lxi
Abbildung O.3:	Vorspuränderung unter Seitenkraft auf K&C-Prüfstand mit Variation der EPS-Kennung (Messung) .....	lxii
Abbildung O.4:	Einfluss der Lenkelastizität auf Achskennwerte (veh3) .....	lxii
Abbildung P.1:	Achskennwerte für ein- und beidseitige Lastfälle (veh1) .....	lxiv
Abbildung P.2:	Steifigkeiten unter Seitenkraft (veh1) .....	lxiv
Abbildung P.3:	Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten unter Längskräften (veh1) .....	lxv
Abbildung Q.1:	Einfluss der Dynamik und des Reifens auf Achskennwerte unter Bremskraft (veh1) .....	lxvi
Abbildung R.1:	Fahrbahnprofil und resultierende Seitenkraft beim Geradeauslaufmanöver .....	lxvii
Abbildung R.2:	Querabweichung für veh3 (links) und veh4 (rechts).....	lxviii



# Tabellenverzeichnis

Tabelle 4.1:	Übersicht über untersuchte Fahrzeug- und Achskonzepte .....	47
Tabelle 4.2:	Übersicht über variierte Modellparameter .....	49
Tabelle 4.3:	Übersicht über Modellvarianten mit unterschiedlichen Teilsystemen.....	50
Tabelle 4.4:	Übersicht über Modellvarianten mit unterschiedlicher Modellierungstiefe....	50
Tabelle 4.5:	Übersicht über Lastfälle bei kinematischer Achsanalyse .....	51
Tabelle 4.6:	Übersicht über Lastfälle bei elastokinematischer Achsanalyse.....	51
Tabelle 4.7:	Übersicht über Manöver bei elastodynamischer Achsanalyse.....	52
Tabelle 4.8:	Übersicht über Manöver beim Gesamtfahrzeug.....	52
Tabelle 4.9:	Übersicht über verwendete Marker und deren Position .....	56
Tabelle 4.10:	Marker für Berechnung der Radstellung und des Radaufstandspunkts.....	58
Tabelle 4.11:	Berechnete Achskennwerte aus der Lage und Orientierung der wirksamen Lenkachse .....	60
Tabelle 4.12:	Marker für Berechnung der Achskennwerte aus der Lenkachse.....	60
Tabelle 4.13:	Marker für Berechnung der Lenkübersetzungen .....	63
Tabelle 4.14:	Marker für Berechnung der Achskennwerte zur Radführung .....	65
Tabelle 4.15:	Berechnete Achskennwerte aus der Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse (Auszug) .....	66
Tabelle 4.16:	Berechnete translatorische Steifigkeiten (Auszug).....	68
Tabelle 4.17:	Berechnete rotatorische Nachgiebigkeiten (Auszug) .....	69
Tabelle 4.18:	Berechnete Momentanpole und Abstützwinkel .....	70
Tabelle 4.19:	Berechnete Komponentenübersetzungen.....	72
Tabelle 4.20:	Marker für Berechnung der Komponentenübersetzungen .....	72
Tabelle B.1:	Randbedingungen für Kennwerte bei der Achsanalyse .....	xxvi
Tabelle F.1:	Berechnete Achskennwerte aus der Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse.....	xxxiv
Tabelle H.1:	Berechnete translatorische Steifigkeiten .....	xxxvii
Tabelle H.2:	Berechnete Nachgiebigkeiten und rotatorische Steifigkeiten .....	xxxviii
Tabelle M.1:	Übersicht über Achs- und Lenkungskonzepte der Modellvarianten .....	xlix

Tabelle R.1: Eingangparameter und Variationsbereiche der Parameter ..... lxviii

# Literaturverzeichnis

- [1] M. Ersoy und S. Gies, Hrsg, *Fahrwerkhandbuch: Grundlagen - Fahrdynamik - Fahrverhalten- Komponenten - Elektronische Systeme - Fahrerassistenz - Autonomes Fahren-Perspektiven*, 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.
- [2] KPMG Automotive Institute, *KPMG's 20th consecutive Global Automotive Executive Survey 2019*. [Online] Verfügbar: [https://automotive-institute.kpmg.de/GAES2019/downloads/GAES2019PressConferenceENG\\_FINAL.PDF](https://automotive-institute.kpmg.de/GAES2019/downloads/GAES2019PressConferenceENG_FINAL.PDF). Zuletzt geprüft am: 21. Nov. 2019.
- [3] M. Hüttenrauch und M. Baum, *Effiziente Vielfalt: Die dritte Revolution in der Automobilindustrie*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [4] B. Vivian und V. Held, "Goals and challenges of future chassis developments – solving a multidimensional optimization problem," in *Proceedings, 5th International Munich Chassis Symposium 2014*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, S. 3–5.
- [5] S. Pischinger und U. Seiffert, Hrsg, *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik*, 8. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.
- [6] M. Meywerk, *CAE-Methoden in der Fahrzeugtechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [7] S. O. Schömann, *Produktentwicklung in der Automobilindustrie: Managementkonzepte vor dem Hintergrund gewandelter Herausforderungen*. Zugl.: Eichstätt-Ingolstadt, Univ, Diss, 2011, 1. Aufl. Wiesbaden: Gabler Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden, 2012.
- [8] R. Anderl, "Virtuelle Produktentwicklung in der Automobilindustrie," in *Informatisierung der Arbeit - Gesellschaft im Umbruch*, A. Baukowitz et al, Hrsg, Berlin: edition sigma, 2006, S. 37–54.
- [9] M. Blundell und D. Harty, *The multibody systems approach to vehicle dynamics*, 2. Aufl. Oxford, England, Waltham, Massachusetts: Butterworth-Heinemann, 2015.
- [10] A. Wagner, "Potentials of virtual chassis development," in *Proceedings, 14. Internationales Stuttgarter Symposium*, M. Bargende, H.-C. Reuss, und J. Wiedemann, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, S. 535–547.
- [11] T. Kriegel, P. Niermann, und M. Holzner, "Das Ende der virtuellen Entwicklung," in *5. Grazer Symposium Virtuelles Fahrzeug (GSVF)*, 2012.
- [12] H. Palm, J. Holzmann, S.-A. Schneider, und H.-M. Koegeler, "Die Zukunft im Fahrzeugentwurf: Systems-Engineering-basierte Optimierung," *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, Bd. 115, Rn. 6, S. 512–517, 2013.

- [13] M. Krausz, "Methode zur Abschätzung der Ergebnisqualität," in *Wissenschaftliche Reihe Fahrzeugtechnik Universität Stuttgart*, M. Bargende, H.-C. Reuss, und J. Wiedemann, Hrsg, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.
- [14] M. Eigner, D. Roubanov, und R. Zafirov, Hrsg, *Modellbasierte virtuelle Produktentwicklung*. Berlin: Springer Vieweg, 2014.
- [15] D. Adamski, *Simulation in der Fahrwerktechnik: Einführung in die Erstellung von Komponenten- und Gesamtfahrzeugmodellen*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- [16] M. Zimmer, "Durchgängiger Simulationsprozess zur Effizienzsteigerung und Reifegraderhöhung von Konzeptbewertungen in der Frühen Phase der Produktentstehung," in *Wissenschaftliche Reihe Fahrzeugtechnik Universität Stuttgart*, M. Bargende, H.-C. Reuss, und J. Wiedemann, Hrsg, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.
- [17] C. Halfmann und H. Holzmann, *Adaptive Modelle für die Kraftfahrzeugdynamik*, 1. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
- [18] U. Seiffert und G. Rainer, *Virtuelle Produktentstehung für Fahrzeug und Antrieb im Kfz: Prozesse, Komponenten, Beispiele aus der Praxis*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag | GWV Fachverlage, 2008.
- [19] K. Röski, "Eine Methode zur simulationsbasierten Grundauslegung von PKW-Fahrwerken mit Vertiefung der Betrachtungen zum Fahrkomfort," Dissertation, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Technische Universität München, München, 2012.
- [20] S. Schmidt und M. Elbs, "Automotive systems engineering – Enabled by virtual prototypes," in *Proceedings, 18. Internationales Stuttgarter Symposium*, M. Bargende, H.-C. Reuss, und J. Wiedemann, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018, S. 419–430.
- [21] A. Albers, M. Behrendt, S. Klingler, und K. Matros, "Verifikation und Validierung im Produktentstehungsprozess," in *Handbuch Produktentwicklung*, U. Lindemann, Hrsg, München: Carl Hanser Verlag, 2016, S. 541–569.
- [22] E. Fischer, "Standard multi-body system software in the vehicle development process," *Proceedings of the IMechE*, Bd. 221, Rn. 1, S. 13–20, 2007.
- [23] S. Vajna *et al*, *CAX für Ingenieure: Eine praxisbezogene Einführung*, 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2018.
- [24] U. Lindemann, *Methodische Entwicklung technischer Produkte: Methoden flexibel und situationsgerecht anwenden*, 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.
- [25] G. Mack, *Eine neue Methodik zur modellbasierten Bestimmung dynamischer Betriebslasten im mechatronischen Fahrwerkentwicklungsprozess*. Zugl.: Karlsruhe, Univ. (TH), Diss, 2009. Karlsruhe: Univ.-Verl, 2009.
- [26] H. Holzmann, C. Halfmann, K.-M. Hahn, und M. Kochem, "Virtual Development and Application of Chassis Components and Chassis Controls at GM Europe," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2007.
- [27] T. Meitinger, "Functional Virtual Prototyping in Vehicle Chassis Development," in *Proceedings of the 2002 International ADAMS Conference*, 2002.

- 
- [28] J. Wimpler, D. Schramm, M. Wahle, und M. Zimmermann, "Concurrent design of vehicle tires and axles," in *Proceedings, 6th International Munich Chassis Symposium 2015*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015, S. 839–851.
- [29] W. Matschinsky, *Radführungen der Straßenfahrzeuge: Kinematik, Elasto-Kinematik und Konstruktion*, 3. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2007.
- [30] M. Hazare, "An Integrated Systems Engineering Methodology for Design of Vehicle Handling Dynamics," Dissertation, Department of Automotive Engineering, Clemson University, Clemson, 2014.
- [31] H. Abel, G. Prokop, R. Clauß, und A. Wagner, "Development of an axle design process for the chassis design within the early development stage," in *Proceedings, 17. Internationales Stuttgarter Symposium*, M. Bargende, H.-C. Reuss, und J. Wiedemann, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, S. 93–105.
- [32] S. Büchner *et al*, "Potential of elastodynamic analysis for robust suspension design in the early development stage," in *Proceedings, 9th International Munich Chassis Symposium 2018*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019, S. 367–386.
- [33] S. Buechner und M. Lienkamp, "Compliance Matrix Based Design and Analysis of Suspension Toe Behavior for Virtual Chassis Development," in *2019 IEEE 10th International Conference on Mechanical and Intelligent Manufacturing Technologies (ICMIMT)*, 2019.
- [34] S. Buechner und M. Lienkamp, "Compliance Matrix Based Analysis and Design of Suspension Systems for Chassis Development," *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, Bd. 8, Rn. 6, S. 873–879, 2019.
- [35] P. Streubel, "Erweitertes Vorgehen zur Analyse und Bewertung elastokinematischer Eigenschaften von Radaufhängungen," Masterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [36] K. Pöllath, "Weiterentwicklung und Anwendung einer Methodik zur Achsanalyse mittels Nachgiebigkeitsmatrix in der Mehrkörpersimulation," Masterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.
- [37] R. Buchmann, "Entwicklung eines Vorgehens zur Analyse und Bewertung elastodynamischer Eigenschaften von Radaufhängungen," Masterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [38] G. Würsching, "Anwendung der Nachgiebigkeitsmatrix zur Untersuchung des Geradeauslaufverhaltens auf Basis von Sensitivitätsanalysen," Semesterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [39] P. A. Grilli, "Entwicklung eines Vorgehens zur Sensitivitäts- und Korrelationsanalyse in der Fahrwerksentwicklung," Masterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.
- [40] M. Böhme, "Analyse und Bewertung des Einflusses von Radaufhängung und Reifen auf die Lenkrückmeldung," Semesterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [41] M. Hallweger, "Konstruktion und Auslegung einer Hinterachse auf Basis der Nachgiebigkeitsmatrix," Masterarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.

- [42] D. Schramm, M. Hiller, und R. Bardini, *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*, 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2018.
- [43] E. Henker, *Fahrwerktechnik: Grundlagen, Bauelemente, Auslegung*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1993.
- [44] B. Heißing und H. J. Brandl, *Subjektive Beurteilung des Fahrverhaltens*, 1. Aufl. Würzburg: Vogel, 2002.
- [45] A. Schultze, "Energieeinsparpotential im Fahrwerk von Kraftfahrzeugen," Dissertation, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [46] K.-L. Haken, *Grundlagen der Kraftfahrzeugtechnik*, 2. Aufl. München: Hanser, 2011.
- [47] J. Weber, *Automotive Development Processes: Processes for Successful Customer Oriented Vehicle Development*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [48] G. Genta und L. Morello, *The Automotive Chassis: Vol. 1: Components Design*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2009.
- [49] M. B. Gerrard, "The Equivalent Elastic Mechanism: A Tool for the Analysis and the Design of Compliant Suspension Linkages," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2005.
- [50] C. Woernle, *Mehrkörpersysteme: Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper*, 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2016.
- [51] D. C. Barton und J. D. Fieldhouse, *Automotive Chassis Engineering*. Cham: Springer, 2018.
- [52] *DIN ISO 8855. Straßenfahrzeuge - Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten - Begriffe*, 2013.
- [53] M. Trzesniowski, *Rennwagentechnik: Grundlagen, Konstruktion, Komponenten, Systeme*, 4. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- [54] B. Angrosch, M. Plöchl, und W. Reinalter, "Suspension design by means of numerical sensitivity analysis and optimisation," *Int. J. Vehicle Design*, Bd. 65, Rn. 1, S. 52–72, 2014.
- [55] J. K. Lee und J. K. Shim, "Validity and limitations of the kinematic roll center concept from the viewpoint of spatial kinematics using screw theory," *International Journal of Automotive Technology*, Bd. 12, Rn. 5, S. 769–775, 2011.
- [56] J. W. Kim, M. B. Hong, und Y. J. Choi, "New Jacobian approach to the kinestatic analysis of a planar double-wishbone suspension mechanism," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 227, Rn. 7, S. 1085–1096, 2013.
- [57] J. Wu, Z. Luo, Y. Zhang, und N. Zhang, "An interval uncertain optimization method for vehicle suspensions using Chebyshev metamodels," *Applied Mathematical Modelling*, Bd. 38, Rn. 15-16, S. 3706–3723, 2014.
- [58] Y. C. Chen, H. H. Huang, und J. B. Lin, "Application of vector finite screw analysis to determine the roll centre from wheel points," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Bd. 225, Rn. 11, S. 2586–2596, 2011.
- [59] J.-H. Heo, U.-K. Lee, und S.-H. Lee, "Development of a method to compute the kingpin axis using screw axis theory based on suspension-parameter-measuring device data,"

- Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 223, Rn. 4, S. 519–531, 2009.
- [60] J. L. Erthal, L. C. Nicolazzi, und D. Martins, “Kinematic Analysis Of Automotive Suspensions Using Davies' Method,” in *Proceedings of 19th International Congress of Mechanical Engineering*, 2007.
- [61] X. Cheng und Y. Lin, “Multiobjective Robust Design of the Double Wishbone Suspension System Based on Particle Swarm Optimization,” *The Scientific World Journal*, Bd. 2014, 2014.
- [62] R. Sancibrian, P. Garcia, F. Viadero, A. Fernandez, und A. De-Juan, “Kinematic design of double-wishbone suspension systems using a multiobjective optimisation approach,” *Vehicle System Dynamics*, Bd. 48, Rn. 7, S. 793–813, 2010.
- [63] D. A. Mántaras, P. Luque, und C. Vera, “Development and validation of a three-dimensional kinematic model for the McPherson steering and suspension mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Bd. 39, Rn. 6, S. 603–619, 2004.
- [64] A. Rahmani Hanzaki, P.V.M. Rao, und S. K. Saha, “Kinematic and sensitivity analysis and optimization of planar rack-and-pinion steering linkages,” *Mechanism and Machine Theory*, Bd. 44, Rn. 1, S. 42–56, 2009.
- [65] H. Habibi, K. H. Shirazi, und W. J. O'Connor, “Optimization of the bump steering response of a McPherson suspension using a Genetic Algorithm,” in *ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics*, 2011.
- [66] M. B. Gerrard, “Kinematic Suspension Linkages - A Model for Their Behaviour and a Procedure for Their Design,” in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2002.
- [67] P. A. Simionescu, “A unified approach to the kinematic synthesis of five-link, four-link, and double-wishbone suspension mechanisms with rack-and-pinion steering control,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 231, Rn. 10, S. 1374–1387, 2017.
- [68] Q. Yang, J. Huang, G. Wang, und H. R. Karimi, “An Adaptive Metamodel-Based Optimization Approach for Vehicle Suspension System Design,” *Mathematical Problems in Engineering*, Bd. 2014, S. 1–9, 2014.
- [69] A. Arikere, G. Saravana Kumar, und S. Bandyopadhyay, “Optimisation of Double Wishbone Suspension System Using Multi-Objective Genetic Algorithm,” in *Simulated Evolution and Learning. SEAL2010, Lecture Notes in Computer Science*, K. Deb et al, Hrsg, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 445–454.
- [70] X. Bian, Q. Liu, und K. Li, “Optimization of Double Wishbone Suspension and Steering Mechanism based on Kane Method,” in *2010 Sixth International Conference on Natural Computation (ICNC): IEEE*, 2010, S. 2419–2423.
- [71] S. I. Kim et al, “Automated computational synthesis of suspension mechanisms – new design paradigm,” in *Proceedings, 7th International Munich Chassis Symposium 2016*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, S. 457–473.
- [72] J. C. Dixon, *Suspension Geometry and Computation*. Chichester, U.K.: Wiley, 2009.

- [73] J. Reimpell und J. Betzler, *Fahrwerktechnik: Grundlagen: Fahrwerk und Gesamtfahrzeug, Radaufhängungen und Antriebsarten, Achskinematik und Elastokinematik, Lenkanlage - Federung - Reifen, Konstruktions- und Berechnungshinweise*, 4. Aufl. Würzburg: Vogel, 2000.
- [74] R. N. Jazar, *Vehicle Dynamics: Theory and Application*, 2. Aufl. New York, NY: Springer, 2014.
- [75] P. Pfeffer und M. Harrer, *Lenkungshandbuch: Lenksysteme, Lenkgefühl, Fahrdynamik von Kraftfahrzeugen*, 2. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.
- [76] T. D. Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, 4. Aufl. Warrendale, PA: SAE International, 1992.
- [77] W. F. Milliken und D. L. Milliken, *Race Car Vehicle Dynamics*, 14. Aufl. Warrendale, PA: SAE International, 1995.
- [78] M.-Y. Chang, *Leichtbau-Vorderachsbauweisen unter Berücksichtigung verschiedener Fahrzeugklassen*. Zugl.: Aachen, Techn. Hochsch, Diss, 2006. Aachen: Forschungsges. Kraftfahrwesen (fka), 2006.
- [79] J. C. Dixon, "The Roll-Centre Concept in Vehicle Handling Dynamics," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Transport Engineering*, Bd. 201, Rn. 1, S. 69–78, 1987.
- [80] J. C. Dixon, *Tires, Suspension and Handling*, 2. Aufl. Warrendale, PA: SAE International, 1996.
- [81] *SAE J670. Vehicle Dynamics Terminology*, 2008.
- [82] W. C. Mitchell, "Force-Based Roll Centers and an Improved Kinematic Roll Center," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2006.
- [83] W. C. Mitchell, *Roll Center - Myths and Reality*. [Online] Verfügbar: <https://www.physicsforums.com/attachments/vehicle-dynamics2007-pdf.39327>. Zuletzt geprüft am: 23. Nov. 2019.
- [84] P. Zeller, Hrsg, *Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*, 3. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018.
- [85] J. Reimpell, Hrsg, *Fahrwerktechnik: Fahrzeugmechanik*, 2. Aufl. Würzburg: Vogel, 1992.
- [86] M. Puff, "Entwicklung von Regelstrategien für Luftfederdämpfer zur Optimierung der Fahrdynamik unter Beachtung von Sicherheit und Komfort," Dissertation, Institut für Fluidsystemtechnik, Technischen Universität Darmstadt, Darmstadt, 2011.
- [87] K. Heidsieck und K. Wallgren, "Hinterachssystem mit multifunktionaler Variabilität," *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, Bd. 118, Rn. 7-8, S. 60–63, 2016.
- [88] H. Glaser, T. Rossié, J. Rüger, T. Conrad, und R. Wagner, "Das Fahrwerk des Audi A1," *ATZ Extra*, Bd. 15, Rn. 5, S. 32–37, 2010.
- [89] K. Tagesson, B. Jacobson, und L. Laine, "Driver Response at Tyre Blow-Out in Heavy Vehicles & The Importance of Scrub Radius," in *2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings*: IEEE, 2014, S. 1157–1162.
- [90] B. Breuer und K. H. Bill, *Bremsenhandbuch: Grundlagen, Komponenten, Systeme, Fahrdynamik*, 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.



- 
- [91] R. Stone und J. K. Ball, *Automotive Engineering Fundamentals*. Warrendale, Pa.: SAE International, 2004.
- [92] B. Buschardt, *Synthetische Lenkmomente*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2003.
- [93] S. Haberzettl, A. K. Zschocke, und F. Gauterin, "Reduktion der niederfrequenten Lenkraddreh-schwingungen bei wechselseitiger Fahrbahnanregung ohne Beeinflussung der fahrdynamischen Achskennwerte," in *14. Internationale VDI-Tagung Reifen, Fahrwerk, Fahrbahn*, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2013, S. 257–272.
- [94] H. Amelunxen, "Fahrdynamikmodelle für Echtzeitsimulationen im komfortrelevanten Frequenzbereich," Dissertation, Lehrstuhl für Regelungstechnik und Mechatronik, Universität Paderborn, Paderborn, 2013.
- [95] S. Gruber, H. Winner, V. Härtel, und M. Holst, "Beeinflussung des Fahrzeugverhaltens durch adaptive Fahrwerkklager," in *Fachtagung Reifen, Fahrwerk, Fahrbahn*, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2003, S. 171–183.
- [96] C. Lohse, "Über Wechselwirkungen in Elastomerlagern und deren Einfluss auf die Elastokinematik einer Vorderradaufhängung," Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Konstruktion und Fertigung, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Freiberg, 2016.
- [97] I. Lee *et al*, "Development of Stiffness Analysis Program for Automotive Wheel Bearing," in *3DS SIMULIA Community Conference*, 2012.
- [98] P. Harnett, "Objective Methods for the Assessment of Passenger Car Steering Quality," Dissertation, Department of Optical and Automotive Engineering, Cranfield University, Cranfield, UK, 2002.
- [99] A. Zomotor, *Fahrwerktechnik: Fahrverhalten*, 2. Aufl. Würzburg: Vogel, 1991.
- [100] A. K. Zschocke, "Ein Beitrag zur objektiven und subjektiven Evaluierung des Lenkkomforts von Kraftfahrzeugen," Dissertation, Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, 2009.
- [101] K. van Ende, F. Kallmeyer, C. Nippold, R. Henze, und F. Küçükay, "Analysis of steering system elasticities and their impact on on-centre handling," *Int. J. Vehicle Design*, Bd. 70, Rn. 3, S. 211–233, 2016.
- [102] D. Bastow, G. Howard, und J. P. Whitehead, *Car Suspension and Handling*, 4. Aufl. Warrendale, Pa.: SAE International, 2004.
- [103] J. Kadowec, D. Gerrard, und H. Pearlman, "Coupled axial–torsional behavior of cylindrical elastomer bushings," *Polymer Testing*, Bd. 28, Rn. 2, S. 139–144, 2009.
- [104] MSC Software, *Adams/Car help: Adams 2015*.
- [105] P. Rettweiler, R. Krings, und L. Eckstein, "Neue Methode zur effizienten Parametrierung von MKS-Fahrzeugmodellen," *ATZ Extra*, Bd. 21, Rn. S2, S. 46–51, 2016.
- [106] P. Köhn und P. Holdmann, "Moderne Prüfstandstechnik für das Fahrwerk," *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, Bd. 100, Rn. 9, S. 626–632, 1998.
- [107] J. Knapczyk und M. Maniowski, "Elastokinematic modeling and study of five-rod suspension with subframe," *Mechanism and Machine Theory*, Bd. 41, Rn. 9, S. 1031–1047, 2006.

- [108] J. Knapczyk und M. Maniowski, "Stiffness Synthesis of a Five-Rod Suspension for Given Load-Displacement Characteristics," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 220, Rn. 7, S. 879–889, 2006.
- [109] J. Knapczyk und S. Dzierżek, "Displacement and Force Analysis of Five-Rod Suspension With Flexible Joints," *Journal of Mechanical Design*, Bd. 117, Rn. 4, S. 532–538, 1995.
- [110] S. K. Kim, S. S. Kim, Y. G. Cho, und H. K. Jung, "Accumulated tolerance analysis of suspension by geometric tolerances based on multibody elasto-kinematic analysis," *International Journal of Automotive Technology*, Bd. 17, Rn. 2, S. 255–263, 2016.
- [111] M. V. Blundell, "The influence of rubber bush compliance on vehicle suspension movement," *Materials & Design*, Bd. 19, Rn. 1-2, S. 29–37, 1998.
- [112] F. E. Kracht, Y. Zhao, D. Schramm, B. Hesse, und M. Unterreiner, "Development of a chassis model including elastic behavior for real-time applications," in *Proceedings, 6th International Munich Chassis Symposium 2015*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015, S. 257–281.
- [113] F. Kracht, T. Bruckmann, und D. Schramm, "Laufzeitoptimierte Vorderachsenmodellierung unter Abbildung von Elastizitäten mittels Ersatzsteifigkeiten der Lager," in *Zweite IFToMM D-A-CH Konferenz 2016*, 2016.
- [114] D.-O. Kang, S.-J. Heo, und M.-S. Kim, "Robust design optimization of the McPherson suspension system with consideration of a bush compliance uncertainty," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 224, Rn. 6, S. 705–716, 2010.
- [115] J. S. Kang, J. R. Yun, J. M. Lee, und T. O. Tak, "Elastokinematic Analysis and Optimization of Suspension Compliance Characteristics," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 1997.
- [116] A. Caputo, M. Spina, und E. Guglielmino, "Sensitivity of Suspension System Performance to Bushing Stiffness Variation - An Evaluation Methodology," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2003.
- [117] Y.-S. Yi, J. Park, und K.-J. Hong, "Design Optimization of Suspension Kinematic and Compliance Characteristics," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2014.
- [118] E. Rocca und R. Russo, "A feasibility study on elastokinematic parameter identification for a multilink suspension," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 216, Rn. 2, S. 153–160, 2002.
- [119] J. Meissonnier, P. Metz, J.-C. Fauroux, G. Gogu, und C. Montezin, "Iterative identification of stiffness parameters in a car suspension elastokinematic model," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 220, Rn. 11, S. 1477–1489, 2006.
- [120] L. Tang, W.-B. Shangguan, und L. Dai, "A calculation method of joint forces for a suspension considering nonlinear elasticity of bushings," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Bd. 226, Rn. 4, S. 281–297, 2012.
- [121] M. Mitschke und H. Wallentowitz, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.

- [122] E. Schultz, *Analyse und Synthese elastokinematisch optimierter Verbundlenkerachsen: Entwicklung einer Verbundlenkerachse mit entkoppeltem Radträger*. Zugl.: Paderborn, Univ, Diss, 2013. Aachen: Shaker, 2013.
- [123] T. Maulick, *Ein neues Verfahren zur Berechnung von Reifenkennfeldern*. Zugl.: Stuttgart, Univ, Diss, 2000. Renningen-Malmsheim: expert-Verlag, 2001.
- [124] C. Bittner, "Reduzierung des Bremsrubbels bei Kraftfahrzeugen durch Optimierung der Fahrwerkslagerung," Dissertation, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2006.
- [125] R. Hudler, W. Leitner, H. Krome, A. Steigerwald, und S. Fischer, "Die Achsen des neuen Audi A4," *ATZ Extra*, Bd. 12, Rn. 1, S. 104–113, 2007.
- [126] S. Einsle, *Analyse und Modellierung des Reifenübertragungsverhaltens bei transienten und extremen Fahrmanövern*. Zugl.: Dresden, Techn. Univ, Diss, 2010. Dresden: TUDpress, 2011.
- [127] P. Zandbergen, W. David, und E. Knoy, "The New Rear Suspension for Ford's Global CD Platform," in *21st Aachen Colloquium Automobile and Engine Technology 2012*, Aachen, 2012, S. 1503–1524.
- [128] J. K. Lee, S. P. Kim, und Y. H. Oh, "The Compliance Screw Axis of a Suspension and its Effect on Vehicle Behavior," in *Proceedings of the 13th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC)*, 2010.
- [129] D. Banholzer, "Kraftfahrzeug-Hinterachse," Patentschrift DE 3205783 A1, 25. Aug. 1983.
- [130] B. Jakob, "Gegenlenkende Fahrzeug-Hinterachse," Patentschrift DE 10 2008 001 030 A1, 08. Okt. 2009.
- [131] G. Goppelt, "Der Weissach-Effekt: Evolution einer Revolution," *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, Bd. 120, Rn. 1, S. 10–15, 2018.
- [132] M. Bürger *et al*, "Kraftfahrzeugachse mit virtueller Lenkachse," Patentschrift DE 10 2011 013 265 A1, 13. Sep. 2012.
- [133] G. Bitz, E. Döhrer, und J. Siebeneick, "Verbundlenkerachse mit elastisch aufgehängtem Radträger," Patentschrift DE 10 2007 043 121 A1, 12. Mrz. 2009.
- [134] E. Fiala, "Gummimetall-Lager, insbesondere für die schwenkbare Anlenkung eines Führungslenkers oder eines Achsverbundes am Aufbau eines Kraftfahrzeugs," Patentschrift DE 27 48 193, 03. Mai. 1979.
- [135] H. Horntrich und O. Kwasny, "Gummimetall-Lager, insbesondere für die schwenkbare Anlenkung eines Radführungslenkers oder eines Achsverbundes am Aufbau eines Kraftfahrzeuges," Patentschrift DE 28 38 391, 20. Mrz. 1980.
- [136] E. Schultz und W. Linnig, "Benteler-Toe-Correcting-Twistbeam (BTCT) – extended usage of twistbeam axles," in *Proceedings, 7th International Munich Chassis Symposium 2016*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, S. 159–177.
- [137] K. Nishimura und T. Nozawa, "Development of Suspension Design Technology Applying Principal Elastic Axes," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2007.
- [138] W. Dau, "Verbund- oder Koppellenker-Hinterachse für Kraftfahrzeuge," Patentschrift DE 3521361 A1, 23. Jan. 1986.

- [139] J. Bortz *et al*, "Souveränes Fahrverhalten unter allen Bedingungen," *ATZ Extra*, Bd. 13, Rn. 7, S. 20–26, 2008.
- [140] C. Früh *et al*, "Komfort bei erlebbarer Dynamik und Agilität," *ATZ Extra*, Bd. 14, Rn. 1, S. 128–143, 2009.
- [141] H. Stoll und J. Reimpell, Hrsg, *Fahrwerktechnik: Lenkanlagen und Hilfskraftlenkungen*, 1. Aufl. Würzburg: Vogel, 1992.
- [142] A. Bindauf, C. Angrick, und G. Prokop, "Fahrwerkscharakterisierung an einem hochdynamischen Achsprüfstand," *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, Bd. 116, Rn. 12, S. 76–81, 2014.
- [143] M. G. Reisner, R. Clauß, und G. Prokop, "Influence of rotating wheels on the vehicle dynamics of passenger cars," in *Proceedings, 8th International Munich Chassis Symposium 2017*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, S. 813–834.
- [144] H. B. Pacejka und I. Besselink, *Tire and Vehicle Dynamics*, 3. Aufl. Oxford, U.K, Waltham, Mass.: Butterworth-Heinemann, 2012.
- [145] G. Klose und C. Kopp, "Suspension Design based on DoE Studies Using a Virtual Roller Test Rig," in *2016 Vehicle Dynamics Conference*, München, 2016.
- [146] M. Muenster und R. Bosbach, "Virtual Roller Test Rig for Dynamic Suspension Analysis," in *2016 Vehicle Dynamics Conference*, München, 2016.
- [147] J. Bukovics, E. C. Roca, W. Gerschütz, H. Kolm, und A. Schneider, "Auslegung von Akustik und Schwingungskomfort," *ATZ Extra*, Bd. 13, Rn. 2, S. 100–107, 2008.
- [148] S. Haberzettl, W. Stein, N. Weijenberg, und F. Gauterin, "Comparability of dynamic chassis measurements with full vehicle tests using the example of a sports car," in *Proceedings, 5th International Munich Chassis Symposium 2014*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014, S. 259–280.
- [149] S. Haberzettl, A. K. Zschocke, und F. Gauterin, "A new method for studying the longitudinal dynamic behaviour of a suspension on a test rig," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 230, Rn. 8, S. 1027–1039, 2016.
- [150] M. DeLeeuw, G. Jung, und W. Treusch, "Dynamic Suspension Test Rig Using Virtual Modeling," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2008.
- [151] T. Ditges, M. Klein, B. Queckenstedt, und L. Eckstein, "Untersuchungen der Vertikalbeschleunigungen von ungefederten und gefederten Massen bei stehendem und rollendem Rad bei verschiedenen Anregungen," in *14. Internationale VDI-Tagung Reifen, Fahrwerk, Fahrbahn*, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2013, S. 287–304.
- [152] A. Schlecht, "Minimierung der Schwingungsempfindlichkeit von Kraftfahrzeugvorderachsen," Dissertation, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2012.
- [153] B. Chen, Z. Chen, und G. Lei, "Analysis of Impact of Suspension Rubber Mounts on Ride Comfort," in *Seventh International Conference on Electronics and Information Engineering*: SPIE, 2017.

- [154] B. S. Kim, J. H. Kim, und S. I. Kim, "Vehicle Drift Investigation during Straight Line Accelerating and Braking," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2008.
- [155] J. Klaps und A. J. Day, "Steering drift and wheel movement during braking: Parameter sensitivity studies," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 217, Rn. 12, S. 1107–1115, 2003.
- [156] J. Park und P. E. Nikraves, "Effect of Steering-Housing Rubber Bushings on the Handling Responses of a Vehicle," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 1997.
- [157] E. D. Morales, "Sensitivity study of front suspension parameters in elastokinematics and handling behavior of a vehicle," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2016.
- [158] Y. G. Cho, "Static and dynamic wheel alignment analysis of steering drift under straight braking," *International Journal of Vehicle Design*, Bd. 56, Rn. 1/2/3/4, S. 4–18, 2011.
- [159] A. von Eichhorn, "Anforderungen an die Achse für gute Lenkungsrückmeldung unter Berücksichtigung elektromechanischer Lenkungen," Diplomarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2010.
- [160] M. Jonasson und M. Thor, "Steering redundancy for self-driving vehicles using differential braking," *Vehicle System Dynamics*, Bd. 56, Rn. 5, S. 791–809, 2017.
- [161] F. E. Kracht, M. Unterreiner, und D. Schramm, "Einfluss von Elastizitäten in Fahrwerken auf die Fahrdynamik," in *Fachtagung Mechatronik 2015: Dortmund*, T. Bertram, B. Corves, und K. Janschek, Hrsg, Aachen: Inst. für Getriebetechnik und Maschinendynamik, 2015, S. 155–160.
- [162] R. Ledesma und S. Shih, "The Effect of Kingpin Inclination Angle and Wheel Offset on Medium-Duty Truck Handling," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2001.
- [163] J.-H. Lee, J. W. Lee, und I. C. Sung, "Road Crown, Tire, and Suspension Effects on Vehicle Straight-Ahead Motion," *International Journal of Automotive Technology*, Bd. 6, Rn. 2, S. 183–190, 2005.
- [164] N. Mirza, K. Hussain, A. J. Day, und J. Klaps, "Investigation of the dynamic characteristics of suspension parameters on a vehicle experiencing steering drift during braking," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Bd. 219, Rn. 12, S. 1429–1441, 2005.
- [165] S. Thiyya Kkandiyil, M. M. H. Gowda, und H. K. Venna, "Influence of Steering Axis Inclination and Scrub Radius on Steering Effort of Passenger Car," in *SAE Technical Paper Series*, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2016.
- [166] F. Wiborg, "The relationship of complete vehicle dynamics characteristics to suspension kinematics and compliance data," Masterarbeit, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Schweden, 2014.
- [167] G. Rill und T. Schaeffer, *Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation: Vertieft in Matlab-Beispielen, Übungen und Anwendungen*, 3. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.

- [168] J. Wittenburg, *Dynamics of Multibody Systems*, 2. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2008.
- [169] W. Schiehlen und P. Eberhard, *Technische Dynamik*, 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.
- [170] M. Gipser, "FTire: a physically based application-oriented tyre model for use with detailed MBS and finite-element suspension models," *Vehicle System Dynamics*, Bd. 43, Rn. S1, S. 76–91, 2005.
- [171] M. Gipser, "Reifenmodelle in der Fahrzeugdynamik: eine einfache Formel genügt nicht mehr, auch wenn sie magisch ist," in *MKS-Simulation in der Automobilindustrie*, Graz, 2001.
- [172] F. Kracht, M. Baum, und D. Schramm, "Einfluss der Radaufhängungskomponenten auf die Energieeffizienz des Gesamtfahrzeugs," in *Nationale und internationale Trends in der Mobilität*, H. Proff und T. Fojcik, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2016, S. 243–263.
- [173] MSC Software, *Adams/Chassis help: Adams 2015*.
- [174] S. Huang und J. M. Schimmels, "Synthesis of Spatial Compliances with Simple Serial Elastic Mechanisms," in *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation.*: IEEE, 2000, S. 3328–3333.
- [175] H. Lipkin und T. Patterson, "Generalized center of compliance and stiffness," in *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*: IEEE Comput. Soc. Press, 1992, S. 1251–1256.
- [176] H.-J. Su, H. Shi, und J. Yu, "A Symbolic Formulation for Analytical Compliance Analysis and Synthesis of Flexure Mechanisms," *Journal of Mechanical Design*, Bd. 134, Rn. 5, S. 1–9, 2012.
- [177] T. Patterson und H. Lipkin, "Structure of Robot Compliance," *Journal of Mechanical Design*, Bd. 115, Rn. 3, S. 576–580, 1993.
- [178] G. Chen, H. Wang, Z. Lin, und X. Lai, "The Principal Axes Decomposition of Spatial Stiffness Matrices," *IEEE Transactions on Robotics*, Bd. 31, Rn. 1, S. 191–207, 2015.
- [179] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, und J. Z. Zhu, *The finite element method: Its basis and fundamentals*, 7. Aufl. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2013.
- [180] K. Knothe und H. Wessels, *Finite Elemente: Eine Einführung für Ingenieure*, 5. Aufl. Berlin: Springer Vieweg, 2017.
- [181] M. M. Chatillon, L. Jezequel, P. Coutant, und P. Baggio, "Hierarchical optimisation of the design parameters of a vehicle suspension system," *Vehicle System Dynamics*, Bd. 44, Rn. 11, S. 817–839, 2006.
- [182] L.L. Howell, S.P. Magleby, und B.M. Olsen, Hrsg, *Handbook of compliant mechanisms*. Chichester, U.K.: Wiley, 2013.
- [183] R. G. Roberts, "The normal form of a positive semi-definite spatial stiffness matrix," in *Proceedings of the 5th Biannual World Automation Congress*: IEEE, 2002, S. 231–236.
- [184] S. Grollius, "Analyse des gekoppelten Systems Reifen-Hohlraum-Rad-Radführung im Rollzustand und Entwicklung eines Rollgeräuschmodells," Dissertation, Institut für Fahrzeugsystemtechnik, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, 2013.

- [185] R. G. Roberts, "Minimal Realization of an Arbitrary Spatial Stiffness Matrix with a Parallel Connection of Simple and Complex Springs," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Bd. 16, Rn. 5, S. 603–608, 2000.
- [186] J. Kövecses und J. Angeles, "The stiffness matrix in elastically articulated rigid-body systems," *Multibody System Dynamics*, Bd. 18, Rn. 2, S. 169–184, 2007.
- [187] J. Knapczyk und S. Dzierżek, "Elastokinematic Analysis of Five-rod Suspension with Flexible Joints, Including Effects of Shock Absorber," *Vehicle System Dynamics*, Bd. 29, Rn. S1, S. 270–279, 1998.
- [188] G.-f. Yao, J. Hou, und P. Zhao, "A new methodology to calculate the equivalent stiffness matrix of the suspension structure with flexible linkages," *Advances in Mechanical Engineering*, Bd. 9, Rn. 7, S. 1–8, 2017.
- [189] MSC Software, *Adams Solver Help: Adams 2017*. About Adams Solver.
- [190] M. Glanzer, "Reduzierung des Leistungsbedarfes an den Spurstangen der Vorderachse bei Einsatz querdynamischer Regelsysteme," Diplomarbeit, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2003.
- [191] M. Rabe, S. Spieckermann, und S. Wenzel, *Verifikation und Validierung für die Simulation in Produktion und Logistik: Vorgehensmodelle und Techniken*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008.
- [192] K. H. Deppermann, *Fahrversuche und Berechnungen zum Geradeauslauf von Personenkraftwagen*. Zugl.: Braunschweig, Techn. Univ, Diss, 1989. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1989.
- [193] F. Dettki, "Methoden zur objektiven Bewertung des Geradeauslaufs von Personenkraftwagen," Dissertation, Institut A für Mechanik, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2005.
- [194] MSC Software, *Adams/Tire help: Adams 2014*. Using the PAC2002 Tire Model.





# Vorveröffentlichungsliste

Während der Anfertigung dieser Dissertation entstanden Veröffentlichungen und Studienarbeiten, in denen Teilaspekte dieser Arbeit vorgestellt wurden.

## **Zeitschriften; Scopus/ Web of Science gelistet (peer-reviewed)**

- [34] S. Buechner und M. Lienkamp, "Compliance Matrix Based Analysis and Design of Suspension Systems for Chassis Development," *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, Bd. 8, Rn. 6, S. 873–879, 2019.

## **Konferenzen, Magazine, etc.; Scopus/ Web of Science gelistet (peer-reviewed)**

- [33] S. Buechner und M. Lienkamp, "Compliance Matrix Based Design and Analysis of Suspension Toe Behavior for Virtual Chassis Development," in *2019 IEEE 10th International Conference on Mechanical and Intelligent Manufacturing Technologies (ICMIMT)*, 2019.

## **Patente**

## **Zeitschriften, Konferenzen, Magazine, Berichte, Konferenzvorträge und -poster, etc.; nicht Scopus/ Web of Science gelistet**

- [32] S. Büchner, P. Streubel, N. Deixler, R. Stroph, U. Ochner, und M. Lienkamp, "Potential of elastodynamic analysis for robust suspension design in the early development stage," in *Proceedings, 9th International Munich Chassis Symposium 2018*, P. Pfeffer, Hrsg, Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019, S. 367–386.

## **Nicht-dissertationsrelevante Veröffentlichungen; Scopus/ Web of Science gelistet (peer-reviewed)**

C. Angerer, B. Mößner, M. Lüst, S. Büchner, F. Sträußl, und M. Lienkamp, "Parameter-adaption for a vehicle dynamics model for the evaluation of powertrain concept designs," *MATEC Web of Conferences*, Bd. 272, Nr. 01022, 2019.

F. Kohlhuber, S. Buechner, und M. Lienkamp, "Trip-synchronous parameter estimation of vehicle and tire model parameters as virtual sensor for load-sensitive lightweight vehicles," in *2014 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety: IEEE*, 2014, S. 88–93.

## Betreute Studienarbeiten

- [35] P. Streubel, "Erweitertes Vorgehen zur Analyse und Bewertung elastokinematischer Eigenschaften von Radaufhängungen," *Masterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [36] K. Pöllath, "Weiterentwicklung und Anwendung einer Methodik zur Achsanalyse mittels Nachgiebigkeitsmatrix in der Mehrkörpersimulation," *Masterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.
- [37] R. Buchmann, "Entwicklung eines Vorgehens zur Analyse und Bewertung elastodynamischer Eigenschaften von Radaufhängungen," *Masterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [38] G. Würsching, "Anwendung der Nachgiebigkeitsmatrix zur Untersuchung des Geradeauslaufverhaltens auf Basis von Sensitivitätsanalysen," *Semesterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2018.
- [39] P. Grilli, "Anwendung der Nachgiebigkeitsmatrix zur Analyse des Einflusses von Achskennwerten auf Lenkrückmeldung und Radführung mittels Sensitivitätsanalysen," *Masterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.
- [40] M. Böhme, "Analyse und Bewertung des Einflusses von Radaufhängung und Reifen auf die Lenkrückmeldung," *Semesterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.
- [41] M. Hallweger, "Konstruktion und Auslegung einer Hinterachse auf Basis der Nachgiebigkeitsmatrix," *Masterarbeit*, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Technische Universität München, München, 2019.

# Anhang

Anhang A	Koordinatensysteme .....	xxiv
Anhang B	Randbedingungen für Kennwerte bei der Achsanalyse .....	xxvi
Anhang C	Umsetzung in Adams/Car .....	xxviii
Anhang D	Berechnung Achskennwerte wirksame Lenkachse .....	xxix
Anhang E	Berechnung Lenkübersetzungen .....	xxxii
Anhang F	Berechnung Achskennwerte elastokinematische Lenkachse .....	xxxiv
Anhang G	Berechnung neuer Achskennwerte .....	xxxvi
Anhang H	Berechnung Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten .....	xxxvii
Anhang I	Berechnung Momentanpole und Abstützwinkel .....	xli
Anhang J	Berechnung Übersetzungen .....	xlili
Anhang K	Vorgehen zur Verifikation .....	xliv
Anhang L	Verifikation der Kennwerte .....	xlvi
Anhang M	Abweichungen Elastokinematik gegenüber Kinematik .....	xlix
Anhang N	Wirksame und elastokinematische Lenkachse .....	lvi
Anhang O	Einfluss der Lenkung auf Achskennwerte .....	lxi
Anhang P	Kennwerte der Radführung .....	lxiii
Anhang Q	Dynamische Einflüsse .....	lxvi
Anhang R	Gesamtfahrzeuguntersuchungen .....	lxvii

# Anhang A Koordinatensysteme

Abbildung A.1 zeigt das Konstruktionskoordinatensystem, wie es in ADAMS/CAR 2015.1 verwendet wird. Es liegt auf Höhe der Radmitte in der Fahrzeugmittelebene. Die x-Achse weist nach hinten, die y-Achse nach rechts und die z-Achse nach oben. Außerdem ist das Koordinatensystem für die Reifenkräfte (hier in Radmitte angreifend) des linken Rades in ADAMS/CAR 2015.1 dargestellt, das für die Achsanalysen gilt. Eine positive Längskraft weist nach vorne, eine positive Seitenkraft nach außen und eine positive Vertikalkraft nach oben. Daraus ergeben sich die entsprechenden Momente. Dieses Koordinatensystem gilt ebenso für Reifenkräfte, die im Radaufstandspunkt angreifen. Bei diesen werden die entsprechenden Momente berücksichtigt. Diese Ausrichtung des Koordinatensystems gilt auch für die Reifenkräfte des rechten Rades.

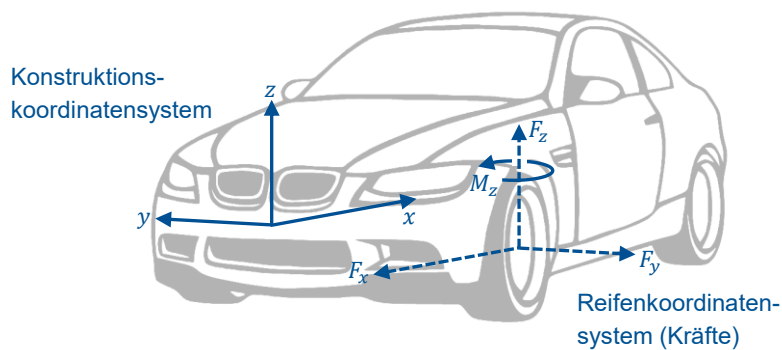


Abbildung A.1: Konstruktions- und Reifenkoordinatensystem

Abbildung A.2 zeigt die Koordinatensysteme, in denen die Nachgiebigkeitsmatrix für das linke und rechte Rad ermittelt wird. Die Nachgiebigkeitsmatrix wird jeweils im Radmittelpunkt bestimmt. Die Nachgiebigkeitsmatrizen für die anderen Körper werden an den zuvor genannten Positionen ermittelt. Die Nachgiebigkeiten, Lasten und Bewegungen in Abschnitt 4.4.3 beziehen sich jeweils auf diese Koordinatensysteme, die entsprechend des Konstruktionskoordinatensystems in ADAMS/CAR 2015.1 orientiert sind.

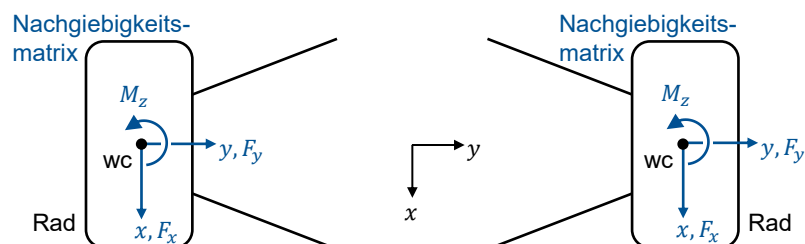


Abbildung A.2: Koordinatensysteme für Nachgiebigkeitsmatrix (Draufsicht, Fahrtrichtung nach oben)

Abbildung A.3 zeigt die Umrechnung eines Punktes  $(x_p, y_p)$  vom Konstruktionskoordinatensystem  $(x, y)$  in das Radkoordinatensystem  $(x', y')$ . Das Radkoordinatensystem ist gegenüber dem Konstruktionskoordinatensystem um den positiven Vorspurwinkel  $\delta$  verdreht.

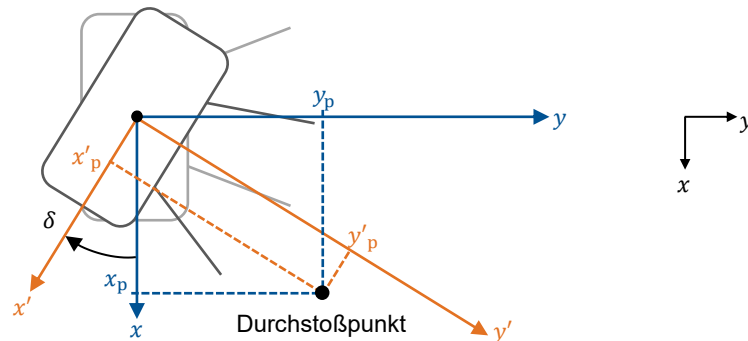


Abbildung A.3: Umrechnung vom Konstruktionskoordinatensystem in das Radkoordinatensystem

Die Umrechnung für das linke Rad erfolgt mit der Rotationsmatrix

$$R = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Damit kann ein Punkt vom Konstruktionskoordinatensystem in das Radkoordinatensystem umgerechnet werden:

$$\begin{pmatrix} x'_p \\ y'_p \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Der Radaufstandspunkt sowie der Lenkmomentneutrale Punkt und der Vorspurneutrale Punkt werden zunächst im Konstruktionskoordinatensystem berechnet und dann in das Radkoordinatensystem umgerechnet.

## Anhang B Randbedingungen für Kennwerte bei der Achsanalyse

Wie bereits erwähnt sind die Randbedingungen bei der Berechnung der Achskennwerte von Bedeutung. Bei den Achsanalysen ist es entscheidend, ob in vertikaler Richtung der Radhub oder die Radlast vorgegeben wird.

Bei der Vorgabe des Radhubs ändert sich dieser infolge von Längs-, Seiten- und Vertikalkräften nicht. Dies führt allerdings dazu, dass bei der Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix die vertikale Nachgiebigkeit der Achse näherungsweise zu null wird, wenn das Rad starr ist. Durch die Vorgabe des Radhubs und das starre Rad wird gleichzeitig die Position der Radmitte, bezüglich der die Nachgiebigkeitsmatrix bestimmt wird, vorgegeben und der vertikale Freiheitsgrad sozusagen gesperrt. Dies führt zu unplausiblen Werten bei denjenigen Achskennwerten, bei denen die Vertikalnachgiebigkeiten von Bedeutung sind.

Um dieses Problem zu vermeiden, wird bei diesen Achskennwerten die Radlast vorgegeben, sodass sich die Radmitte gegenüber der Achse in Vertikalrichtung bewegen kann und die Nachgiebigkeitsmatrix die Vertikalnachgiebigkeiten der Achse korrekt abbildet. Der Nachteil bei der Vorgabe der Radlast besteht darin, dass sich das Rad infolge von Längs- und Seitenkräften in Vertikalrichtung bewegen kann, sodass die Achskennwerte dann auch von der Kinematik der Achse beeinflusst werden, obwohl das Federn nicht betrachtet werden sollte.

Tabelle B.1 zeigt die Übersicht über die Randbedingungen bei der Achsanalyse, die für die jeweiligen Achskennwerte gelten.

Tabelle B.1: Randbedingungen für Kennwerte bei der Achsanalyse

Zuordnung	Achskennwert	Randbedingung in vertikaler Richtung
Wirksame Lenkachse	Lenkrollradius	Radhub
	Nachlaufstrecke	Radhub
	Triebkrafthebelarm	Radhub
	Spreizungsversatz	Radhub
	Nachlaufversatz	Radhub
	Radlasthebelarm	Radlast
Lenkübersetzungen	Lenkgestängeübersetzung	Radhub
	Gesamtlenkübersetzung	Radhub
Elastokinematische Lenkachse	Längskraftneutrale Punkte	Radhub
	Seitenkraftneutrale Punkte	Radhub
	Radlastneutraler Punkt	Radlast

Translatorische Steifigkeiten	Längssteifigkeiten	Radhub
	Quersteifigkeiten	Radhub
	Vertikalsteifigkeiten	Radlast
Rotatorische Nachgiebigkeiten	Vorspurnachgiebigkeiten bzgl. Längs- und Querkräften	Radhub
	Vorspurnachgiebigkeiten bzgl. Vertikalkräften	Radlast
	Sturznachgiebigkeiten bzgl. Längs- und Querkräften	Radhub
	Sturznachgiebigkeiten bzgl. Vertikalkräften	Radlast
	Aufziehnachgiebigkeiten bzgl. Längs- und Querkräften	Radhub
	Aufziehnachgiebigkeiten bzgl. Vertikalkraft	Radlast
Rotatorische Steifigkeiten	Vorspursteifigkeit	Radhub
	Sturzsteifigkeit	Radhub
	Aufziehsteifigkeit	Radhub
Momentanpole und Abstützwinkel	Längspol	Radlast (wegen x-Koordinate)
	Schrägfederungswinkel	Radlast
	Bremsabstützwinkel	Radlast
	Querpol	Radlast (wegen y-Koordinate)
	Seitenkraftabstützwinkel	Radlast
	Wankzentrumshöhe	Radlast
Übersetzungen	Federübersetzung	Radlast
	Dämpferübersetzung	Radlast
	Stabilisatorübersetzung	Radlast

## Anhang C Umsetzung in Adams/Car

Die Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix erfolgt in ADAMS/CAR 2015.1 mit Hilfe der user-written subroutine *calcSuspChar*. Diese ist vom Typ REQSUB und kann in Requests aufgerufen werden. Damit ist es möglich, benutzerdefinierte Ausgangsgrößen im Postprocessing bereitzustellen. Die user-written subroutine *calcSuspChar* ist in Fortran implementiert und wird im Folgenden näher erläutert.

Beim Erstellen der Requests werden Übergabeparameter festgelegt, die die Eingangsparameter der user-written subroutine *calcSuspChar* darstellen:

- ID der user-written subroutine *calcSuspChar*
- Marker der Körper, für die die Nachgiebigkeitsmatrix ermittelt wird
- Marker zur Berechnung der Radstellung und des Radaufstandspunkts
- Reifenradius zur Berechnung des Radaufstandspunkts

Nachfolgend wird der Aufbau der user-written subroutine *calcSuspChar* skizziert:

- Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix für die Körper, die mit Hilfe der übergebenen Marker definiert wurden, mittels utility subroutine GTCMAT
- Ermittlung des Abstands zwischen Radmitte und Hilfsmarker auf Radachse mittels utility subroutine SYSFNC
- Ermittlung des Abstands zwischen linker und rechter Radmitte zur Berechnung der Spurweite mittels utility subroutine SYSFNC
- Berechnung des Vorspur- und Sturzwinkels
- Berechnung des Radaufstandspunkts
- Berechnung der Achskennwerte aus den Einträgen der Nachgiebigkeitsmatrix mittels der in dieser Arbeit hergeleiteten und erläuterten Formeln

Eine user-written subroutine vom Typ REQSUB kann bis zu acht Ergebniswerte zurückgeben. Daher muss die user-written subroutine *calcSuspChar* zu jedem Simulationsschritt mehrmals aufgerufen werden, damit alle Ergebnisgrößen im Postprocessing zur Verfügung stehen. Es werden folgende Ergebnisgrößen zurückgegeben:

- Alle Einträge der Nachgiebigkeitsmatrix
- Hilfsgrößen (Radstellung und Lage des Radaufstandspunkts)
- Alle in dieser Arbeit erläuterten Achskennwerte



## Anhang D Berechnung Achskennwerte wirksame Lenkachse

Im Folgenden finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der Achskennwerte der wirksamen Lenkachse.

Zunächst werden die Lasten aufgeführt, die zur Berechnung der verbleibenden Achskennwerte der wirksamen Lenkachse verwendet werden. Zur Berechnung der Nachlaufstrecke  $n_k$  wird eine einseitige Querkraft am linken Rad auf Fahrbahnhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,y,cp} = (0, F, 0, -z_{wc,cp} F, 0, x_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (D.1)$$

Zur Berechnung des Spreizungsversatzes  $r_{\sigma,k}$  wird eine einseitige Längskraft am linken Rad auf Radmittenhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, 0, -y_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (D.2)$$

Zur Berechnung des Nachlaufversatzes  $n_{\tau,k}$  wird eine einseitige Querkraft am linken Rad auf Radmittenhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,y,wc} = (0, F, 0, 0, 0, x_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (D.3)$$

Der Spreizungswinkel  $\sigma_k$  und der Nachlaufwinkel  $\tau_k$  werden geometrisch aus den beiden Lenkmomentneutralen Punkten bzw. aus der wirksamen Lenkachse berechnet. Dies wird am Beispiel des Spreizungswinkels skizziert. Der Abstand  $y_{wc}$  zwischen Radmitte und Lenkachse auf Radmittenhöhe wird bereits bei der Ermittlung des Spreizungsversatzes berechnet:

$$y_{wc} = \frac{c_{14,1}}{c_{14,6}}. \quad (D.4)$$

Der Abstand  $y_{wc}$  zwischen Radmitte und Lenkachse auf Fahrbahnhöhe wird bereits bei der Ermittlung des Lenkrollradius berechnet:

$$y_{wc} = \frac{c_{14,1} + c_{14,5} z_{wc,cp}}{c_{14,6}}. \quad (D.5)$$

Aus der Differenz  $\Delta y$  dieser beiden Abstände sowie dem Abstand  $z_{wc,cp}$  zwischen Radmitte und Radaufstandspunkt in z-Richtung ergibt sich der Zusammenhang für den Spreizungswinkel:

$$\tan \sigma_k = \frac{\Delta y}{-z_{wc,cp}}. \quad (D.6)$$

Der Nachlaufwinkel wird analog aus der Differenz  $\Delta x$ , die sich aus den Abständen  $x_{wc}$  der wirksamen Lenkachse und der Radmitte auf Fahrbahn- und Radmittenhöhe ergibt, und dem Abstand  $z_{wc,cp}$  berechnet:

$$\tan \tau_k = \frac{\Delta x}{-z_{wc,cp}}. \quad (D.7)$$

Das Vorgehen zur Berechnung des Spreizungswinkels  $\sigma_e$  und des Nachlaufwinkels  $\tau_e$  der elastokinematischen Lenkachse ist analog dazu.

Die wirksame Lenkachse kann alternativ aus der Momentanschraubachse beim Lenken ermittelt werden, wie es auf ähnliche Weise in ADAMS/CAR 2015.1 umgesetzt wird [104, S. 389]. Dazu wird eine auf die Zahnstange wirkende Kraft  $F$  in y-Richtung vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{rack,y} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, F, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (D.8)$$

Mit der Nachgiebigkeitsmatrix wird die resultierende Bewegung des Rades berechnet. Daraus werden anschließend die Momentanschraubachse sowie die Durchstoßpunkte auf Radmitten- und Fahrbahnebene berechnet [29, S. 42-44]. Die Momentanpole in einer bestimmten Ebene liegen bei einer Momentanschraubung nicht auf der Momentanschraubachse. Ihr Abstand von der Momentanschraubachse hängt von der Schraubensteigung ab. Die Momentanpole in der Fahrbahn- und Radmittenebene entsprechen den Lenkmomentneutralen Punkten in diesen beiden Ebenen. Daraus werden die Hebelarme aus der wirksamen Lenkachse abgeleitet:

$$r_k = \frac{c_{1,14} + c_{5,14} z_{wc,cp}}{c_{6,14}} - y_{wc,cp}, \quad (D.9)$$

$$n_k = \frac{c_{2,14} - c_{4,14} z_{wc,cp}}{c_{6,14}}, \quad (D.10)$$

$$r_{\sigma,k} = \frac{c_{1,14}}{c_{6,14}} \text{ und} \quad (D.11)$$

$$n_{\tau,k} = \frac{c_{2,14}}{c_{6,14}}. \quad (D.12)$$

Dies entspricht den Formeln zur Berechnung des Lenkrollradius, der Nachlaufstrecke, des Spreizungsversatzes und des Nachlaufversatzes in Abschnitt 4.4.3, weil die Nachgiebigkeitsmatrix symmetrisch ist und  $c_{i,j} = c_{j,i}$  gilt.

Der Radlasthebelarm kann alternativ aus der Ableitung der Vertikalbewegung des Rades nach dem Radlenkwinkel berechnet werden. Bei Vorgabe der Radlast und damit freiem Radhub sowie festgehaltenem Aufbau entspricht die Vertikalbewegung des Rades der Hubbewegung des Fahrzeugs. Dazu wird eine auf die Zahnstange wirkende Kraft  $F$  in y-Richtung vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{rack,y} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, F, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (D.13)$$

Der Radlenkwinkel entspricht der Rotation um die z-Achse  $d_{wl,rz}$ . Die gesamte Verschiebung  $\mathbf{d}_{wl,t,cp}$  des Radaufstandspunkts in z-Richtung ergibt sich aus der Verschiebung  $\mathbf{d}_{wl,t}$  der Radmitte in Vertikalrichtung und aus der zusätzlichen Verschiebung durch die Verdrehung  $\mathbf{d}_{wl,r}$  um die x- und y-Achse, die wegen des Abstands  $r_{wc,cp}$  des Radaufstandspunkts zur Radmitte resultiert, zu

---

$$\mathbf{d}_{wl,t,cp} = \mathbf{d}_{wl,t} + \mathbf{d}_{wl,r} \times \mathbf{r}_{wc,cp}. \quad (\text{D.14})$$

Aus dem Verhältnis der gesamten Verschiebung  $\mathbf{d}_{wl,t,cp}$  des Radaufstandspunkts in z-Richtung und der Rotation um die z-Achse  $d_{wl,rz}$  ergibt sich der Radlasthebelarm  $p_k$  zu

$$p_k = - \frac{c_{3,14} - c_{5,14} x_{wc,cp} + c_{4,14} y_{wc,cp}}{c_{6,14}}. \quad (\text{D.15})$$

Dies entspricht der Formel zur Berechnung des Radlasthebelarms in Abschnitt 4.4.3, weil die Nachgiebigkeitsmatrix symmetrisch ist und  $c_{i,j} = c_{j,i}$  gilt.

# Anhang E Berechnung Lenkübersetzungen

Zur Berechnung der Gesamtlenkübersetzung wird die Lenkradwinkel- und Radlenkwinkeländerung benötigt, die aus einem Lenkradmoment  $M$  resultieren. Während das Lenkradmoment  $M$  und die Lenkradwinkeländerung im Lenkradkoordinatensystem ( $x'z'$ ) vorgegeben und ausgewertet werden, beziehen sich die Lasten und Bewegungen aus der Nachgiebigkeitsmatrix auf das Konstruktionskoordinatensystem ( $xz$ ). Das Lenkrad ist gegenüber der  $x$ -Achse um den Winkel  $\theta$  angestellt (Abbildung E.1). Daher muss das Lenkradmoment  $M$  in das Konstruktionskoordinatensystem umgerechnet und die resultierende Bewegung wieder in das Lenkradkoordinatensystem zurückgerechnet werden.

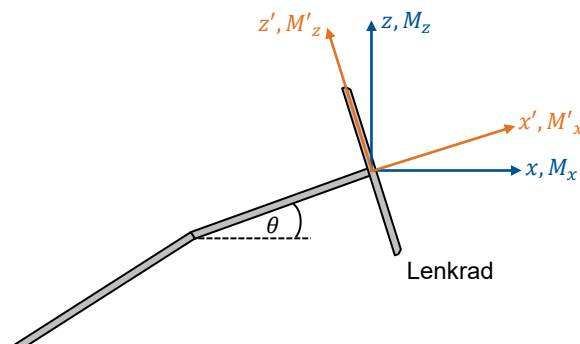


Abbildung E.1: Umrechnung vom Lenkradkoordinatensystem in das Konstruktionskoordinatensystem

Hinsichtlich der Lenkgetriebeübersetzung  $i_{\text{trans}}$  sollte alternativ untersucht werden, ob diese direkt aus der Nachgiebigkeitsmatrix ermittelt werden kann. Dazu muss das Gleichungssystem zur Berechnung der Lenkgetriebeübersetzung die Bewegung des Lenkrads und der Zahnstange über die Nachgiebigkeitsmatrix abbilden:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d}_{\text{steerWhl}} \\ \mathbf{d}_{\text{rack}} \\ \mathbf{d}_{\text{chass}} \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{\text{steerWhl}} \\ \mathbf{F}_{\text{rack}} \\ \mathbf{F}_{\text{chass}} \end{pmatrix}. \quad (\text{E.1})$$

Zur Berechnung der Änderung des Lenkradwinkels und der des Zahnstangenhubes wird ein Lenkradmoment  $M$  vorgegeben, das in das Konstruktionskoordinatensystem umgerechnet wird:

$$\mathbf{F}_{\text{steerWhl},M} = (0, 0, 0, M \cos \theta, 0, M \sin \theta, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{E.2})$$

Damit ergibt sich die resultierende Lenkradwinkeländerung  $d_{\text{steerWhl},r}$  im Lenkradkoordinatensystem zu

$$\begin{aligned} d_{\text{steerWhl},r} &= \cos \theta (c_{4,4} \cos \theta + c_{4,6} \sin \theta) \\ &\quad + \sin \theta (c_{6,4} \cos \theta + c_{6,6} \sin \theta). \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

---

Die Änderung des Zahnstangenhubs entspricht der Verschiebung der Zahnstange in y-Richtung  $d_{\text{rack,ty}}$ . Damit ergibt sich die Lenkgetriebeübersetzung  $i_{\text{trans}}$  zu

$$i_{\text{trans}} = \left| \frac{d_{\text{steerWhl,r}}}{d_{\text{rack,ty}}} \right|. \quad (\text{E.4})$$

Das skizzierte Vorgehen entspricht weitestgehend dem zur Berechnung der Gesamtlenkübersetzung. Die Umsetzung und die zu wählenden Randbedingungen bei der Simulation wurden jedoch nicht genauer untersucht, weil die Lenkgetriebeübersetzung bereits anderweitig ermittelt werden kann.

# Anhang F Berechnung Achskennwerte elastokinematische Lenkachse

Tabelle F.1 zeigt die vollständige Übersicht der Kennwerte aus der Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse. Die beidseitigen Lastfälle umfassen sowohl parallel als auch gegensinnig angreifende Kräfte.

Tabelle F.1: Berechnete Achskennwerte aus der Lage und Orientierung der elastokinematischen Lenkachse

Zuordnung	Achskennwert	Ermittlung
Vorspurneutraler Punkt Fahrbahn	Längskraftneutraler Punkt	einseitige Längskraft Radaufstandspunkt
	Längskraftneutraler Punkt	beidseitige Längskraft Radaufstandspunkt
	Seitenkraftneutraler Punkt	einseitige Querkraft Radaufstandspunkt
	Seitenkraftneutraler Punkt	beidseitige Querkraft Radaufstandspunkt
Vorspurneutraler Punkt Radmitte	Längskraftneutraler Punkt	einseitige Längskraft Radmitte
	Längskraftneutraler Punkt	beidseitige Längskraft Radmitte
	Seitenkraftneutraler Punkt	einseitige Querkraft Radmitte
	Seitenkraftneutraler Punkt	beidseitige Querkraft Radmitte
Vorspurneutraler Punkt	Radlastneutraler Punkt	einseitige Vertikalkraft Radaufstandspunkt
Weitere	Spreizungswinkel	geometrisch aus Vorspurneutralen Punkten
	Nachlaufwinkel	geometrisch aus Vorspurneutralen Punkten

Im Folgenden finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der Achskennwerte der elastokinematischen Lenkachse.

Zunächst werden die Lasten aufgeführt, die zur Berechnung der verbleibenden Achskennwerte der elastokinematischen Lenkachse verwendet werden. Zur Berechnung des Längskraftneutralen Punkts  $r_e$  auf Fahrbahnhöhe (elastokinematischer Lenkrollradius) wird eine einseitige Längskraft am linken Rad auf Fahrbahnhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,cp} = (F, 0, 0, 0, z_{wc,cp} F, -y_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.1})$$

Zur Berechnung des Längskraftneutralen Punkts  $r_{\sigma,e}$  auf Radmittenhöhe (elastokinematischer Spreizungsversatz) wird eine einseitige Längskraft am linken Rad auf Radmittenhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, 0, -y_{wc} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.2})$$

Zur Berechnung des Seitenkraftneutralen Punkts  $n_{\sigma,e}$  auf Radmittenhöhe (elastokinematischer Nachlaufversatz) wird eine einseitige Querkraft am linken Rad auf Radmittenhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,y,wc} = (0, F, 0, 0, 0, x_{wc} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.3})$$

Nachfolgend werden die Lasten aufgeführt, die zur Berechnung der Achskennwerte für den beidseitigen Lastfall verwendet werden. Es wird nur der parallele Lastfall dargestellt, weil sich der gegensinnige Lastfall mit den entsprechenden Vorzeichen für die Kräfte und Momente analog ergibt. Die Abstände  $x_{wc}$ ,  $y_{wc}$  und  $z_{wc,cp}$  zwischen Radmitte und elastokinematischer Lenkachse bzw. Radaufstandspunkt beziehen sich auf das jeweilige Rad.

Zur Berechnung des Längskraftneutralen Punkts  $r_e$  auf Fahrbahnhöhe wird eine beidseitige Längskraft am linken Rad auf Fahrbahnhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,cp} = (F, 0, 0, 0, z_{wc,cp} F, -y_{wc} F, \quad F, 0, 0, 0, z_{wc,cp} F, y_{wc} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.4})$$

Zur Berechnung des Seitenkraftneutralen Punkts  $n_e$  auf Fahrbahnhöhe wird eine beidseitige Querkraft am linken Rad auf Fahrbahnhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,y,cp} = (0, F, 0, -z_{wc,cp} F, 0, x_{wc} F, \quad 0, F, 0, -z_{wc,cp} F, 0, x_{wc} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.5})$$

Zur Berechnung des Längskraftneutralen Punkts  $r_{\sigma,e}$  auf Radmittenhöhe wird eine beidseitige Längskraft am linken Rad auf Radmittenhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, 0, -y_{wc} F, \quad F, 0, 0, 0, 0, y_{wc} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.6})$$

Zur Berechnung des Seitenkraftneutralen Punkts  $n_{\sigma,e}$  auf Radmittenhöhe wird eine beidseitige Querkraft am linken Rad auf Radmittenhöhe vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,y,wc} = (0, F, 0, 0, 0, x_{wc} F, \quad 0, F, 0, 0, 0, x_{wc} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{F.7})$$

## Anhang G Berechnung neuer Achskennwerte

Der folgende Abschnitt befasst sich nochmals mit der Berechnung „neuer“ Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix. Die elastokinematische Lenkachse und der Radlastneutrale Punkt wurden bereits ausführlich erläutert. Zu letzterem sei noch hinsichtlich des Vorzeichens angemerkt, dass ein positiver Radlastneutraler Punkt für das linke Rad bei einer Radlasterrhöhung zu einer positiven Vorspuränderung führt.

Das Prinzip und das Vorgehen zur Berechnung der elastokinematischen Lenkachse kann analog auf die Charakterisierung der Sturzänderung und des Aufziehens unter angreifenden Kräften angewendet werden. Es können dann „Sturz- und Aufziehneutrale Punkte“ abgeleitet werden, die von der Bedeutung dem Vorspurneutralen Punkt entsprechen. Dies wird am Aufziehen der Radaufhängung unter Längskräften skizziert.

Der Aufziehneutrale Punkt bezüglich einer Längskraft ist der Punkt auf einer Vertikalen durch den Radmittelpunkt, an dem eine Längskraft zu keinem Aufziehen der Radaufhängung führt. Um diesen aus der Nachgiebigkeitsmatrix zu berechnen, wird eine einseitige Längskraft  $F$  am linken Rad auf einer Vertikalen durch den Radmittelpunkt mit dem Abstand  $z_{wc}$  zur Radmitte in  $z$ -Richtung vorgegeben. Die Längskraft erzeugt mit dem Hebelarm  $z_{wc}$  ein Moment um die  $y$ -Achse:

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, z_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{G.1})$$

Wenn die Wirkrichtung der Längskraft durch den Aufziehneutralen Punkt geht, ist die resultierende Aufziehinkeländerung und damit die Drehung des Rades um die  $y$ -Achse  $d_{wl,ry}$  null:

$$d_{wl,ry} \stackrel{!}{=} 0. \quad (\text{G.2})$$

Damit ergibt sich der Abstand  $z_{wc}$  als Abstand in  $z$ -Richtung zwischen dem Aufziehneutralen Punkt und der Radmitte zu

$$z_{wc} = -\frac{c_{5,1}}{c_{5,5}}. \quad (\text{G.3})$$

Weitere mögliche Achskennwerte, die aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden können, sind ein „Dämpferhebelarm“ und ein „Stabilisatorhebelarm“. Beide können jeweils sowohl bezüglich des Lenkmoments als auch bezüglich der Vorspuränderung ermittelt werden. Dadurch besteht die Möglichkeit, den Einfluss von Dämpferkräften und Stabilisatormomenten auf die Lenkrückmeldung und auf die Radführung zu charakterisieren.



# Anhang H Berechnung Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten

Tabelle H.1 zeigt die vollständige Übersicht der berechneten translatorischen Steifigkeiten. Die beidseitigen Lastfälle umfassen sowohl parallel als auch gegensinnig angreifende Kräfte.

Tabelle H.1: Berechnete translatorische Steifigkeiten

Achskennwert	Lastfall	Referenz	Ermittlung
Längssteifigkeit	Längskraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Längskraft	Radmitte	beidseitiger Lastfall
	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Längskraft	Radaufstandspunkt	beidseitiger Lastfall
Quersteifigkeit	Querkraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radmitte	beidseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	beidseitiger Lastfall
Vertikalsteifigkeit	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	beidseitiger Lastfall

Im Folgenden finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der translatorischen Steifigkeiten. Zur Berechnung der Längssteifigkeit in Radmitte wird eine einseitige Längskraft  $F$  in Radmitte vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{H.1})$$

Die Längssteifigkeit  $K_{x,wc}$  in Radmitte ergibt sich aus dem Verhältnis der dort wirkenden Längskraft und der daraus resultierenden Verschiebung in x-Richtung zu

$$K_{x,wc} = \frac{1}{c_{1,1}}. \quad (\text{H.2})$$

Zur Berechnung der Quersteifigkeit im Radaufstandspunkt wird eine einseitige Querkraft  $F$  im Radaufstandspunkt vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,y,cp} = (0, F, 0, -z_{wc,cp} F, 0, x_{wc,cp} F, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (\text{H.3})$$

Die Quersteifigkeit  $K_{y,cp}$  im Radaufstandspunkt ergibt sich aus dem Verhältnis der dort wirkenden Querkraft und der daraus resultierenden Verschiebung in y-Richtung zu

$$K_{y,cp} = \left( c_{2,2} - z_{wc,cp} (c_{4,2} - c_{4,4} z_{wc,cp} + c_{4,6} x_{wc,cp}) + x_{wc,cp} (c_{6,2} - c_{6,4} z_{wc,cp} + c_{6,6} x_{wc,cp}) - (c_{2,4} z_{wc,cp} - c_{2,6} x_{wc,cp}) \right)^{-1} \quad (H.4)$$

Zur Berechnung der Vertikalsteifigkeit im Radaufstandspunkt wird eine einseitige Vertikalkraft  $F$  im Radaufstandspunkt vorgegeben:

$$F_{wl,z,cp} = (0, 0, F, y_{wc,cp} F, -x_{wc,cp} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (H.5)$$

Die Vertikalsteifigkeit  $K_z$  im Radaufstandspunkt ergibt sich aus dem Verhältnis der dort wirkenden Vertikalkraft und der daraus resultierenden Verschiebung in z-Richtung zu

$$K_z = \left( c_{3,3} - x_{wc,cp} (c_{5,3} - c_{5,5} x_{wc,cp} + c_{5,4} y_{wc,cp}) + y_{wc,cp} (c_{4,3} - c_{4,5} x_{wc,cp} + c_{4,4} y_{wc,cp}) - (c_{3,5} x_{wc,cp} - c_{3,4} y_{wc,cp}) \right)^{-1} \quad (H.6)$$

Zur Berechnung der Steifigkeiten für die beidseitigen Lastfälle werden die genannten Kräfte entsprechend ihrer Wirkrichtung (parallel oder gegensinnig) auch am rechten Rad aufgebracht.

Tabelle H.2 zeigt die vollständige Übersicht der berechneten Nachgiebigkeiten und rotatorischen Steifigkeiten. Diese ergeben sich ebenso für die beidseitigen Lastfälle (nicht aufgeführt), die sowohl parallel als auch gegensinnig angreifende Kräfte bzw. Momente umfassen.

Tabelle H.2: Berechnete Nachgiebigkeiten und rotatorische Steifigkeiten

Achskennwert	Lastfall	Kraftangriffspunkt	Ermittlung
Vorspurnachgiebigkeit	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Längskraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Vorspursteifigkeit	Moment um z-Achse	-	einseitiger Lastfall
Sturznachgiebigkeit	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Längskraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Querkraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Sturzsteifigkeit	Moment um x-Achse	-	einseitiger Lastfall

Aufziehnachgiebigkeit	Längskraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
	Längskraft	Radmitte	einseitiger Lastfall
	Vertikalkraft	Radaufstandspunkt	einseitiger Lastfall
Aufziehsteifigkeit	Moment um y-Achse	-	einseitiger Lastfall

Im Folgenden finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der Nachgiebigkeiten. Zur Berechnung der Sturznachgiebigkeit  $C_{rx,Fy,cp}$  bezüglich der Seitenkraft im Radaufstandspunkt wird eine einseitige Seitenkraft  $F$  im Radaufstandspunkt vorgegeben (Gl. (H.3)). Die Sturznachgiebigkeit  $C_{rx,Fy,cp}$  bezüglich der Seitenkraft im Radaufstandspunkt ergibt sich aus der resultierenden Verdrehung um die x-Achse infolge der dort aufgebracht Kraft zu

$$C_{rx,Fy,cp} = -c_{4,2} + c_{4,4} z_{wc,cp} - c_{4,6} x_{wc,cp}. \quad (H.7)$$

Zur Berechnung der Sturznachgiebigkeit  $C_{rx,Fz}$  bezüglich der Vertikalkraft im Radaufstandspunkt wird eine einseitige Vertikalkraft  $F$  im Radaufstandspunkt vorgegeben (Gl. (H.5)). Die Sturznachgiebigkeit  $C_{rx,Fz}$  bezüglich der Vertikalkraft im Radaufstandspunkt ergibt sich aus der resultierenden Verdrehung um die x-Achse infolge der dort aufgebracht Kraft zu

$$C_{rx,Fz} = c_{4,3} + c_{4,4} y_{wc,cp} - c_{4,5} x_{wc,cp}. \quad (H.8)$$

Zur Berechnung der Aufziehnachgiebigkeit  $C_{ry,Fx,cp}$  bezüglich der Längskraft im Radaufstandspunkt wird eine einseitige Längskraft  $F$  im Radaufstandspunkt vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,x,cp} = (F, 0, 0, 0, z_{wc,cp} F, -y_{wc,cp} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (H.9)$$

Die Aufziehnachgiebigkeit  $C_{ry,Fx,cp}$  bezüglich der Längskraft im Radaufstandspunkt ergibt sich aus der resultierenden Verdrehung um die y-Achse infolge der dort aufgebracht Kraft zu

$$C_{ry,Fx,cp} = c_{5,1} + c_{5,5} z_{wc,cp} - c_{5,6} y_{wc,cp}. \quad (H.10)$$

Die verbleibenden Nachgiebigkeiten ergeben sich analog aus den resultierenden Verdrehungen infolge der dort aufgebracht Kräfte. Die Vorzeichen der Nachgiebigkeiten werden so gewählt, dass sie konsistent zu den Reifenkräften in ADAMS/CAR 2015.1 sind. Zur Berechnung der Nachgiebigkeiten für die beidseitigen Lastfälle werden die genannten Kräfte entsprechend ihrer Wirkrichtung auch am rechten Rad aufgebracht.

Nachfolgend finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der rotatorischen Steifigkeiten. Zur Berechnung der Vorspursteifigkeit wird ein einseitiges Moment  $M$  um die z-Achse vorgegeben:

$$\mathbf{F}_{wl,rz} = (0, 0, 0, 0, 0, M, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (H.11)$$

Die Vorspursteifigkeit  $K_{rz}$  ergibt sich aus dem Verhältnis des Moments um die z-Achse und der daraus resultierenden Verdrehung um die z-Achse zu

$$K_{rz} = \frac{1}{c_{6,6}}. \quad (\text{H.12})$$

Die Sturzsteifigkeit  $K_{rx}$  und die Aufziehsteifigkeit  $K_{ry}$  ergeben sich mit dem entsprechenden Moment um die x- bzw. y-Achse und der daraus resultierenden Verdrehung um die x- bzw. y-Achse zu

$$K_{rx} = \frac{1}{c_{4,4}}, \quad (\text{H.13})$$

$$K_{ry} = \frac{1}{c_{5,5}}. \quad (\text{H.14})$$

# Anhang I Berechnung Momentanpole und Abstützwinkel

Im Folgenden finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der Momentanpole und Abstützwinkel sowie des Wankzentrums.

Zur Berechnung der Lage des Längspols  $IC_{xz}$  wird eine Längs- und Vertikalkraft in der durch die Radmitte verlaufenden xz-Ebene aufgebracht:

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, z_{wc} F, 0, F, 0, 0, 0, z_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T, \quad (I.1)$$

$$\mathbf{F}_{wl,z,wc} = (0, 0, F, 0, -x_{wc} F, 0, 0, 0, F, 0, -x_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (I.2)$$

Des Weiteren wurde erwähnt, dass statt der zuvor dargestellten beidseitigen Lastfälle auch die einseitigen Lastfälle zur Berechnung der Momentanpole und Abstützwinkel verwendet werden können:

$$\mathbf{F}_{wl,y,wc} = (0, F, 0, -z_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T, \quad (I.3)$$

$$\mathbf{F}_{wl,z,wc} = (0, 0, F, y_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T, \quad (I.4)$$

$$\mathbf{F}_{wl,x,wc} = (F, 0, 0, 0, z_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \text{ und} \quad (I.5)$$

$$\mathbf{F}_{wl,z,wc} = (0, 0, F, 0, -x_{wc} F, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (I.6)$$

Damit ergibt sich die Lage des Querpols  $IC_{yz}$  und die Lage des Längspols  $IC_{xz}$  zu

$$z_{IC_{yz}} = \frac{c_{3,2}}{c_{3,4}}, \quad (I.7)$$

$$y_{IC_{yz}} = -\frac{c_{3,3}}{c_{3,4}}, \quad (I.8)$$

$$z_{IC_{xz}} = -\frac{c_{3,1}}{c_{3,5}} \text{ und} \quad (I.9)$$

$$x_{IC_{xz}} = \frac{c_{3,3}}{c_{3,5}}. \quad (I.10)$$

Aus der Lage des Längspols  $IC_{xz}$  werden der Schrägfederungswinkel  $\varepsilon_{x,wc}$  und der Bremsabstützwinkel  $\varepsilon_{x,cp}$  berechnet zu

$$\varepsilon_{x,wc} = \tan^{-1} \left( \frac{c_{3,1}}{c_{3,3}} \right), \quad (I.11)$$

$$\varepsilon_{x,cp} = \mp \tan^{-1} \left( \frac{c_{3,1} + c_{3,5} z_{wc,cp}}{c_{3,3}} \right). \quad (I.12)$$

Aus der Lage des Querpols  $IC_{yz}$  werden der Seitenkraftabstützwinkel  $\varepsilon_{y,cp}$  und die Wankzentrumshöhe  $z_{RC}$  berechnet zu

$$\varepsilon_{y,cp} = \tan^{-1} \left( \left( z_{wc,cp} - \frac{c_{3,2}}{c_{3,4}} \right) / \left( y_{wc,cp} + \frac{c_{3,3}}{c_{3,4}} \right) \right), \quad (I.13)$$

$$z_{RC} = \left( \left( \frac{1}{2} s - y_{wc,cp} \right) \left( z_{wc,cp} - \frac{c_{3,2}}{c_{3,4}} \right) \right) / \left( y_{wc,cp} + \frac{c_{3,3}}{c_{3,4}} \right). \quad (I.14)$$

Die Unterschiede zu den Achskennwerten aus den beidseitigen Lastfällen fallen verhältnismäßig gering aus, sollten aber bedacht werden.

---

# Anhang J Berechnung Übersetzungen

Im Folgenden finden sich ergänzende Anmerkungen zur Berechnung der Feder-, Dämpfer- und Stabilisatorübersetzung.

Bei der Feder- bzw. Dämpferübersetzung wurde vereinfacht angenommen, dass der resultierende Verschiebungsvektor des unteren Feder- bzw. Dämpferpunkts annähernd parallel zur Feder bzw. zum Dämpfer ist. Korrekterweise muss der Verschiebungsvektor jedoch noch in Feder- bzw. Dämpferrichtung projiziert werden.

Außerdem wurde vereinfacht angenommen, dass die Verschiebung des unteren Feder- bzw. Dämpferpunkts der Änderung des Feder- bzw. Dämpferwegs entspricht, weil sich der obere Feder- bzw. Dämpferpunkt nur geringfügig verschiebt. Dies gilt jedoch nur bei einem ausreichend steifen Stützlager. Eine Möglichkeit, um die Bewegung des oberen Feder- bzw. Dämpferpunkts bei der Berechnung der Feder- bzw. Dämpferübersetzung zu berücksichtigen, besteht darin, die Nachgiebigkeitsmatrix zusätzlich für den oberen Feder- bzw. Dämpferpunkt zu ermitteln. Die Änderung des Feder- bzw. Dämpferwegs ergibt sich dann aus der Änderung des Abstands zwischen dem unteren und oberen Feder- bzw. Dämpferpunkt.

Die Berücksichtigung der beiden genannten Aspekte führt allerdings dazu, dass der user-written subroutine *calcSuspChar* weitere Marker übergeben werden müssen.

Bei der Berechnung der Stabilisatorübersetzung wurde vereinfacht angenommen, dass sich der Stabilisatorbogenweg näherungsweise aus der Verschiebung des Anbindungspunkts der Pendelstütze an den Stabilisatorschenkel in der Seitenansicht ergibt. Korrekterweise sollte der Stabilisatorbogenweg aus dem Verdrehwinkel des Stabilisators und der Schenkellänge ermittelt werden. Dies führt allerdings dazu, dass der user-written subroutine *calcSuspChar* weitere Marker übergeben werden müssen.

## Anhang K Vorgehen zur Verifikation

Eine weitere Möglichkeit zur Verifikation der berechneten Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix besteht darin, die in dieser Arbeit hergeleiteten Berechnungsvorschriften den in der Literatur etablierten Berechnungsvorschriften gegenüberzustellen. Dies wird im Folgenden am Beispiel des Spreizungsversatzes und des Schrägfederungswinkels gezeigt, wie es bereits in den Masterarbeiten von STREUBEL [35, S. 34-35] und PÖLLATH [36, S. 37-38] erläutert wurde.

Für den Spreizungsversatz  $r_{\sigma,k}$  gilt unter Berücksichtigung des gelenkten Rades mit dem Vordrehwinkel  $\delta$

$$r_{\sigma,k} = \frac{c_{14,1} \cos \delta - c_{14,2} \sin \delta}{c_{14,6}}. \quad (\text{K.1})$$

Wenn die Nachgiebigkeitsmatrix symmetrisch ist, gilt  $c_{i,j} = c_{j,i}$  und die Berechnungsvorschrift für den Spreizungsversatz kann entsprechend umgeformt werden:

$$r_{\sigma,k} = \frac{c_{1,14} \cos \delta - c_{2,14} \sin \delta}{c_{6,14}}. \quad (\text{K.2})$$

Die Nachgiebigkeiten  $c_{1,14}$  und  $c_{2,14}$  entsprechen den Verschiebungen  $d_{tx}$  und  $d_{ty}$  der Radmitte in x- bzw. y-Richtung aufgrund einer aufgetragenen Zahnstangenkraft. Die Nachgiebigkeit  $c_{6,14}$  entspricht der Verdrehung  $d_{rz}$  des Rades um die z-Achse. Somit ergibt sich für den Spreizungsversatz

$$r_{\sigma,k} = \frac{d_{tx} \cos \delta - d_{ty} \sin \delta}{d_{rz}}. \quad (\text{K.3})$$

Durch die Erweiterung mit  $\frac{dt}{dt}$  ergibt sich schließlich der Spreizungsversatz aus den Geschwindigkeiten zu

$$r_{\sigma,k} = \frac{v_x \cos \delta - v_y \sin \delta}{\omega_z}. \quad (\text{K.4})$$

Dies stimmt mit der Berechnungsvorschrift von MATSCHINSKY [29, S. 243] für den Spreizungsversatz überein. Die abweichenden Vorzeichen ergeben sich durch die verschiedenen Koordinatensysteme.

Für den Schrägfederungswinkel  $\varepsilon_{x,wc}$  gilt bei der Ermittlung aus den einseitigen Lastfällen

$$\varepsilon_{x,wc} = \tan^{-1} \left( \frac{c_{3,1}}{c_{3,3}} \right). \quad (\text{K.5})$$

Wenn die Nachgiebigkeitsmatrix symmetrisch ist, gilt  $c_{i,j} = c_{j,i}$  und die Berechnungsvorschrift für den Schrägfederungswinkel kann entsprechend umgeformt werden:

$$\varepsilon_{x,wc} = \tan^{-1} \left( \frac{c_{1,3}}{c_{3,3}} \right). \quad (\text{K.6})$$



---

Die Nachgiebigkeiten  $c_{1,3}$  und  $c_{3,3}$  entsprechen den Verschiebungen  $d_{tx}$  und  $d_{tz}$  der Radmitte in x- bzw. z-Richtung aufgrund einer aufgebrachten Vertikalkraft. Somit ergibt sich für den Schrägfederungswinkel

$$\varepsilon_{x,wc} = \tan^{-1} \left( \frac{d_{tx}}{d_{tz}} \right). \quad (\text{K.7})$$

Durch die Erweiterung mit  $\frac{dt}{dt}$  ergibt sich schließlich der Schrägfederungswinkel aus den Geschwindigkeiten zu

$$\varepsilon_{x,wc} = \tan^{-1} \left( \frac{v_x}{v_z} \right). \quad (\text{K.8})$$

Dies stimmt mit der Berechnungsvorschrift von MATSCHINSKY [29, S. 129] für den Schrägfederungswinkel überein. Das abweichende Vorzeichen ergibt sich durch die verschiedenen Koordinatensysteme.

## Anhang L Verifikation der Kennwerte

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse und ergänzende Anmerkungen zur Verifikation der berechneten Achskennwerte (Abschnitt 5.1.1 und Abschnitt 5.1.2).

Abbildung L.1 zeigt die Übereinstimmung weiterer Achskennwerte beim Federn für das kinematische Modell (*kin*) und das elastokinematische Modell (*com\_chass\_eps80*) von Fahrzeug *veh1*. Ähnlich wie bei den bereits gezeigten Achskennwerten weichen die elastokinematischen Achskennwerte teilweise deutlich von den kinematischen ab. Dagegen stimmen die Achskennwerte des steifen Modells (*com\_susp\_rigid*) gut mit den kinematischen Achskennwerten überein.

Abbildung L.2 und Abbildung L.3 zeigen, dass die Achskennwerte, die aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden, konsistent zum elastokinematischen Modell (*com\_chass\_epsOff*) von Fahrzeug *veh1* sind und die physikalischen Wirkzusammenhänge richtig abbilden.

In Abbildung L.2 wird der Zusammenhang zwischen der Nachlaufstrecke (NLS) mit dem Lenkmoment und zwischen dem Seitenkraftneutralen Punkt (SNP) mit der Vorspuränderung dargestellt. Es zeigt sich, dass die Nachlaufstrecke aus dem elastokinematischen Modell das Lenkmoment aus der Mehrkörpersimulation (MKS) richtig abbildet, während die kinematische Nachlaufstrecke aus dem kinematischen Modell zu einer geringen Abweichung beim berechneten Lenkmoment führt. Allerdings ist die Abweichung deutlich geringer als zuvor beim Lenkrollradius, weil sich die Nachlaufstrecke unter der Seitenkraft nur geringfügig ändert. Außerdem bestimmt der Seitenkraftneutrale Punkt das entsprechende Vorspurverhalten unter Seitenkraft. Die Abweichung bei der Vorspuränderung gegenüber der Mehrkörpersimulation resultiert lediglich aus dem eingestellten statischen Vorspurwinkel.

In Abbildung L.3 wird nochmals auf die Feder-, Dämpfer und Stabilisatorübersetzung eingegangen. Die Übersetzungen für das elastokinematische Modell (*com\_chass\_epsOff*) können beim Radhub direkt aus den Ausgangsgrößen der Simulation berechnet werden. Die Feder- bzw. Dämpferübersetzung ergibt sich aus der Ableitung des Feder- bzw. Dämpferwegs nach dem Radhub. Die Stabilisatorübersetzung ergibt sich aus der Ableitung des Stabilisatorbogenwegs (wird durch die Bewegung in x- und z-Richtung angenähert) nach dem Radhub. Die Feder- und Stabilisatorübersetzung, die aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden, stimmen gut mit den berechneten Übersetzungen aus den Ausgangsgrößen der Simulation überein. Bei der Dämpferübersetzung trifft dies für den größten Teil des Radhubs ebenfalls zu. Lediglich beim Ausfedern ergeben sich nach dem Eingriff der Zuganschlagsfeder deutliche Abweichungen. Dies liegt daran, dass unter den dabei auftretenden Kräften die Vereinfachung nicht mehr gilt, dass sich der obere Dämpferpunkt nur geringfügig verschiebt. Wird das Stützlager durch ein Kugelgelenk ersetzt, zeigt sich wieder eine gute Übereinstimmung über dem kompletten Radhub.

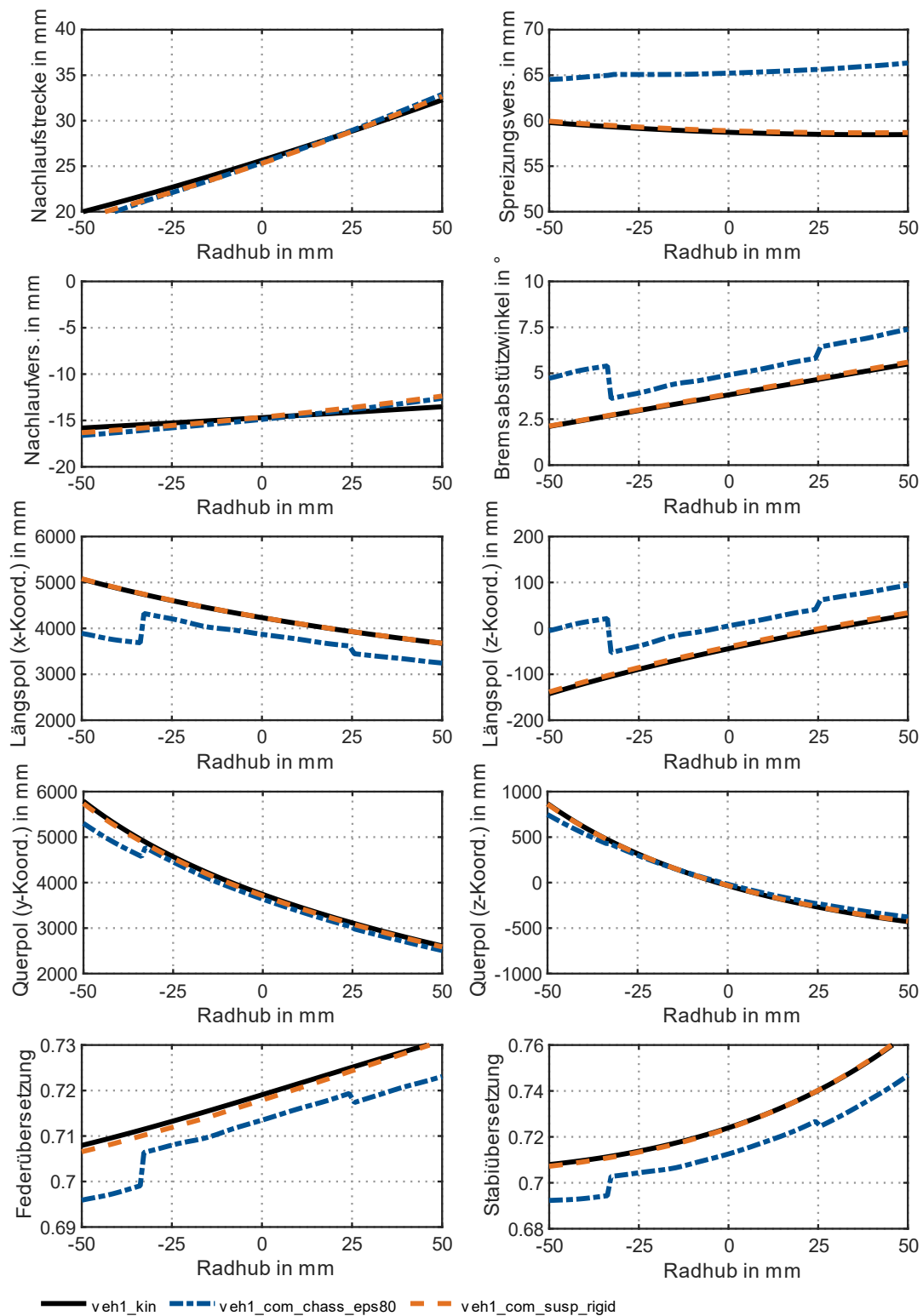


Abbildung L.1: Übereinstimmung kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte beim Federn

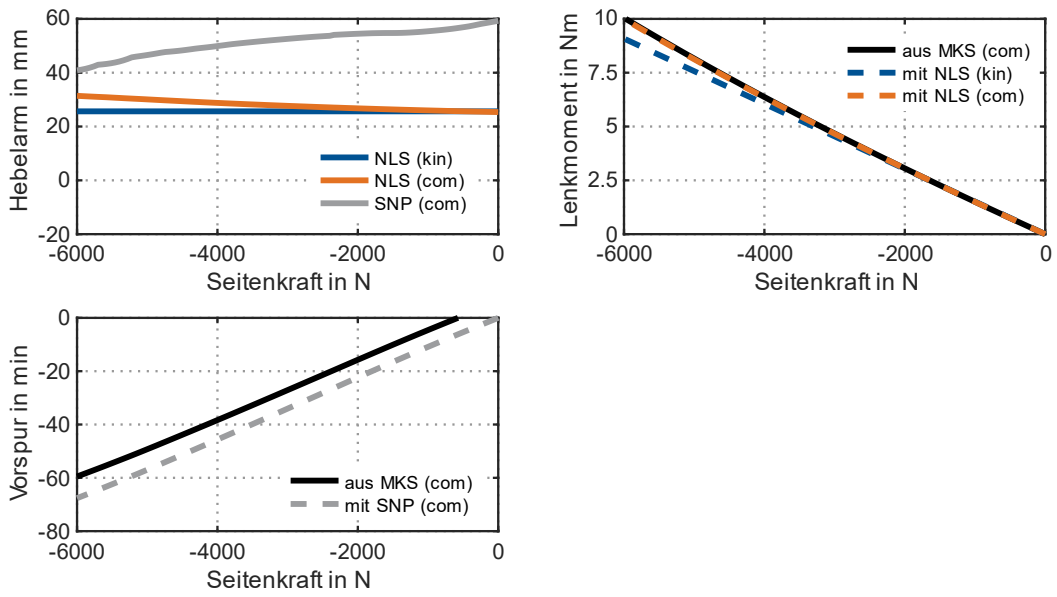


Abbildung L.2: Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen

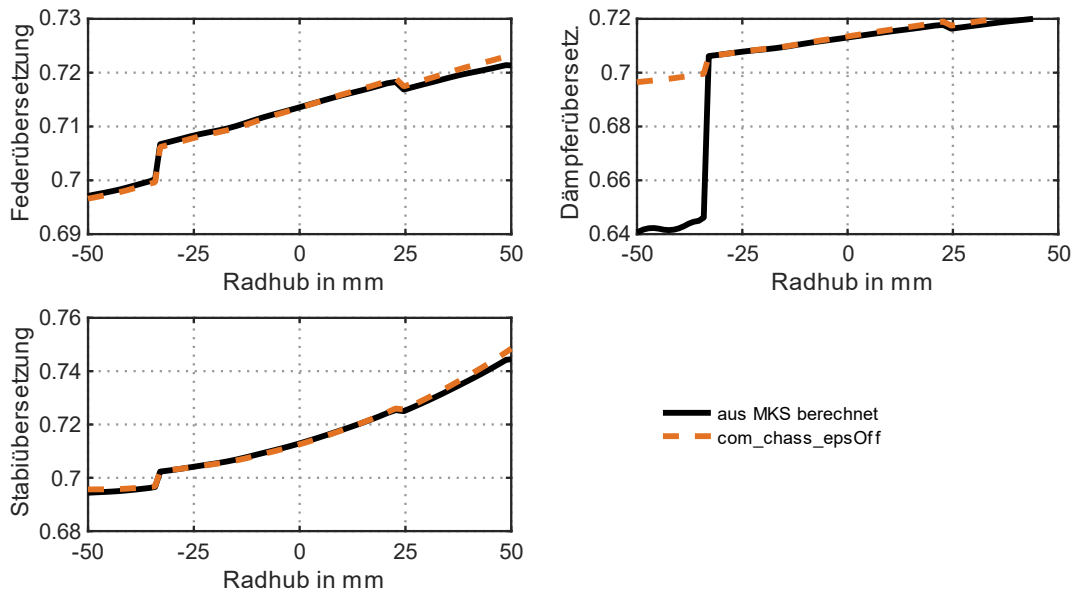


Abbildung L.3: Plausibilisierung von Achskennwerten und Ausgangsgrößen

# Anhang M Abweichungen Elastokinematik gegenüber Kinematik

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse zu den Abweichungen zwischen den kinematischen und den elastokinematischen Achskennwerten, die sich durch den Einfluss der Nachgiebigkeiten ergeben (Abschnitt 5.2.1 und Abschnitt 5.2.2).

In Tabelle M.1 sind die betrachteten Fahrzeuge mit ihren jeweiligen Achs- und Lenkungskonzepten dargestellt.

Tabelle M.1: Übersicht über Achs- und Lenkungskonzepte der Modellvarianten

Variante	Achskonzept	Lenkung und Anbindung Lenkgetriebe	Ausprägung
veh1	Doppelquerlenker, unten aufgelöst	Vor Radmitte, Lenkgetriebe starr	Komfort
veh2	Federbein, unten Sichellenker	Hinter Radmitte, Lenkgetriebe starr	Sportlich
veh3	Doppelquerlenker, unten aufgelöst	Vor Radmitte, Lenkgetriebe starr	Komfort
veh4	Doppelquerlenker, unten zweiteilig	Hinter Radmitte, Lenkgetriebe elastisch gelagert	Komfort
veh5	Doppelquerlenker, unten zweiteilig	Vor Radmitte, Lenkgetriebe starr	Komfort

Nachfolgende Abbildungen zeigen den Vergleich der kinematischen und elastokinematischen Achskennwerte für verschiedene Lastfälle von Fahrzeug *veh3*, *veh4* und *veh5*.

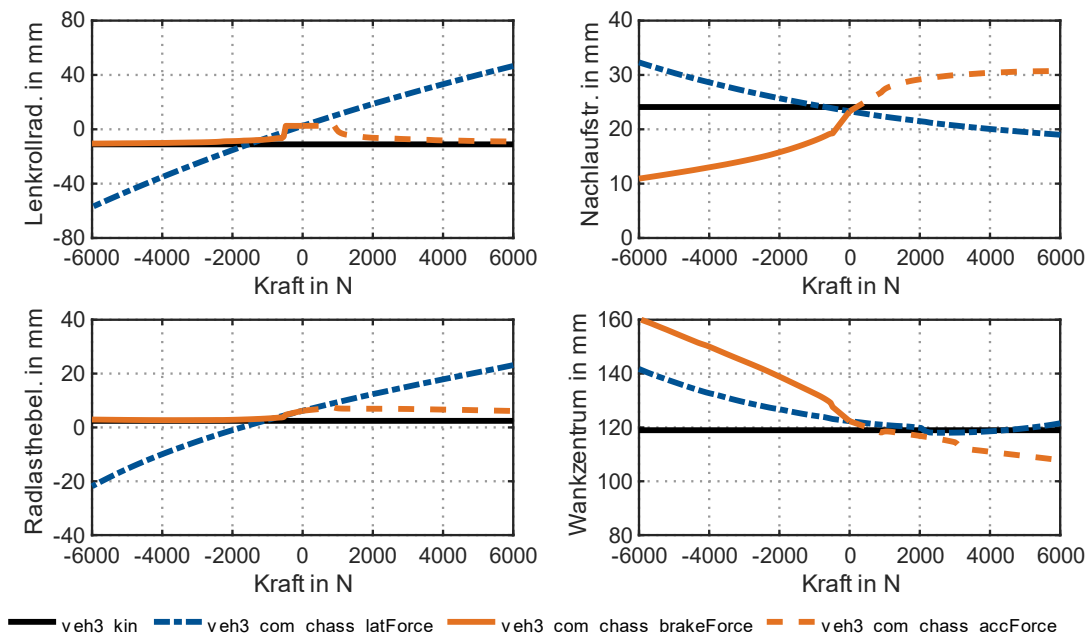


Abbildung M.1: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh3)

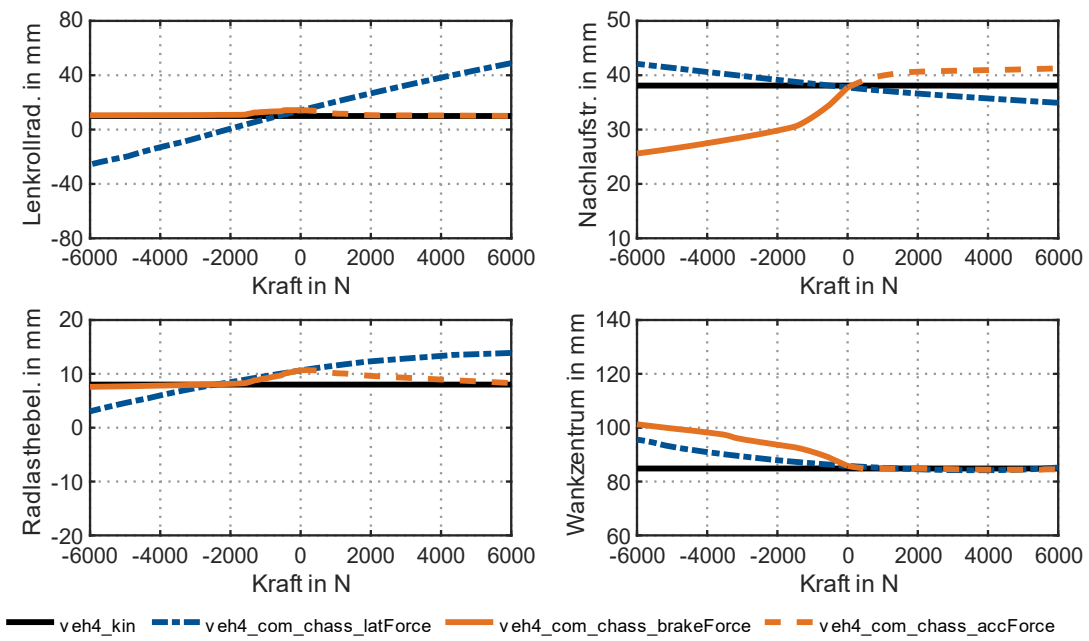


Abbildung M.2: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh4)

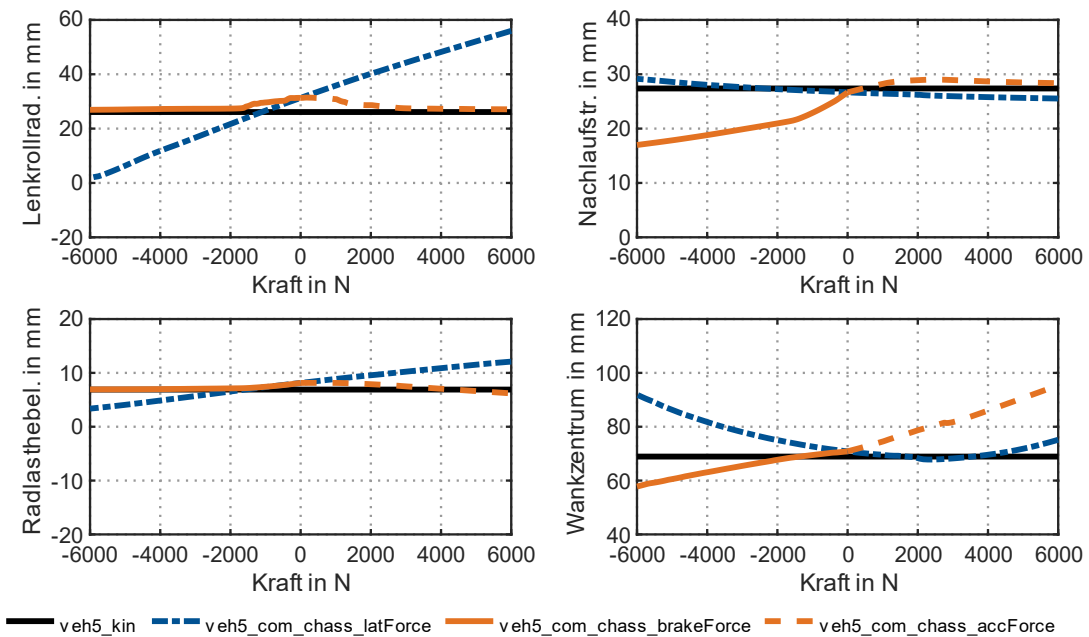


Abbildung M.3: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh5)

Die folgenden Abbildungen zeigen den Vergleich weiterer kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte für verschiedene Lastfälle für alle Fahrzeuge (*veh1*, *veh2*, *veh3*, *veh4* und *veh5*).

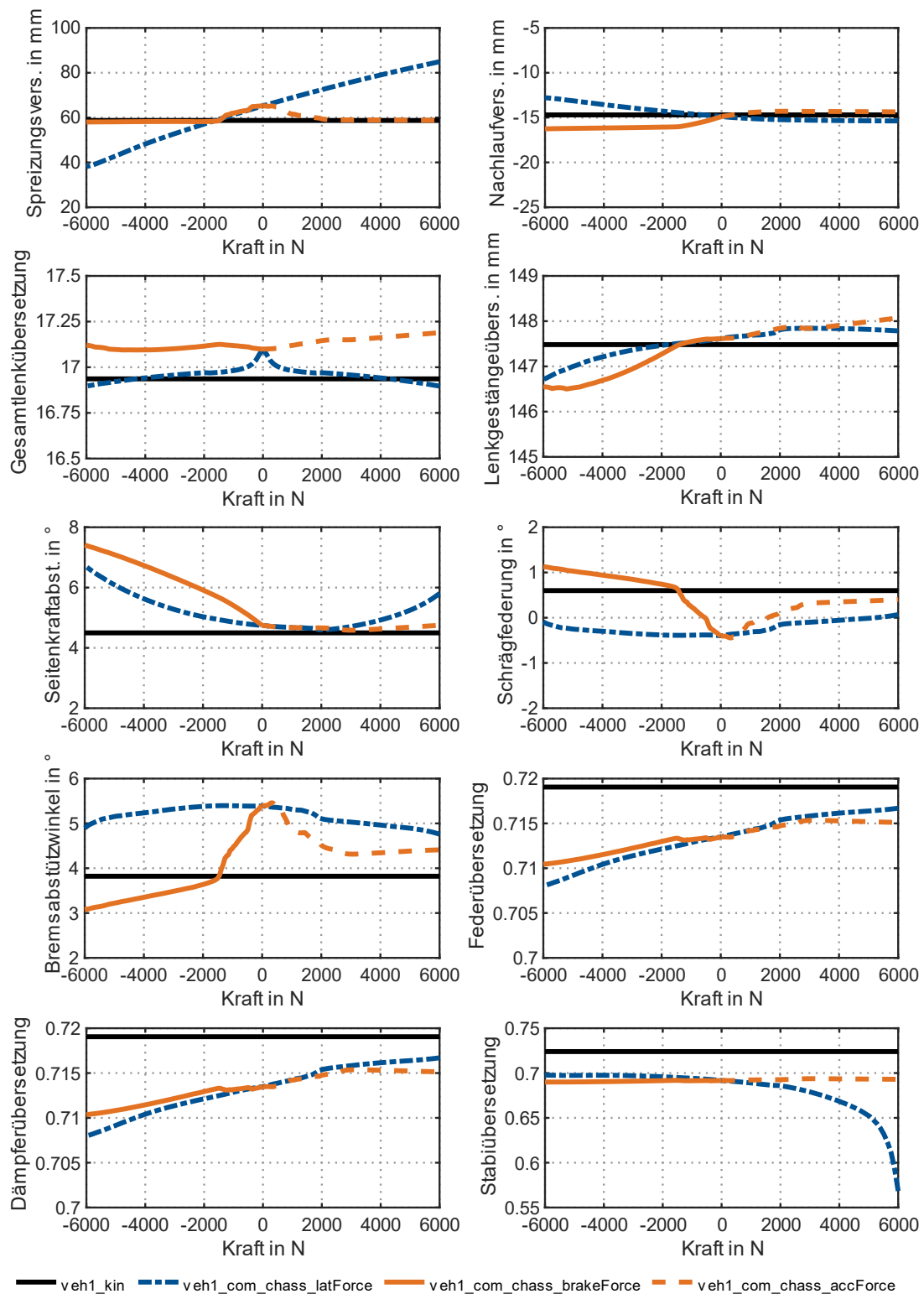


Abbildung M.4: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (*veh1*)

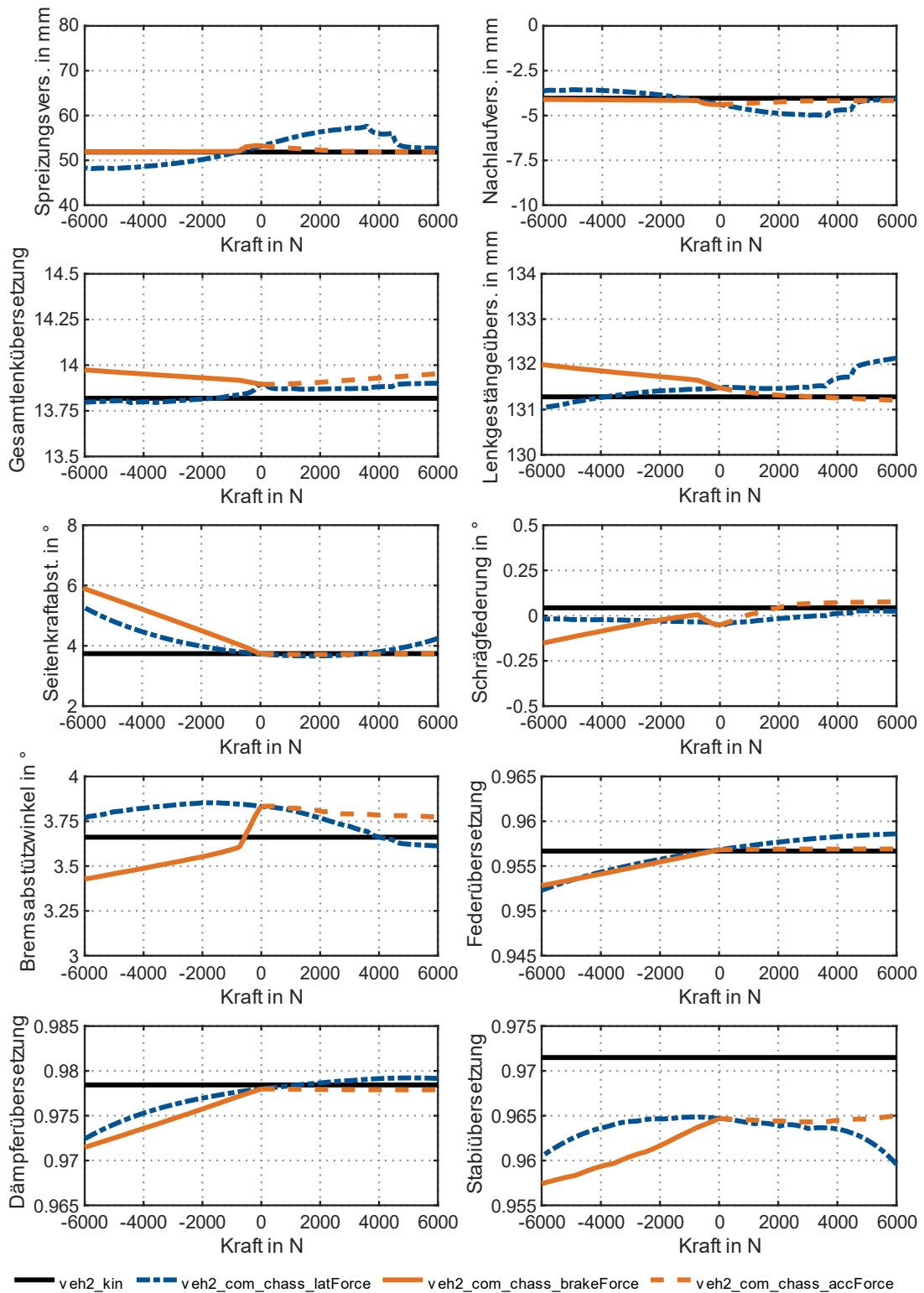


Abbildung M.5: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh2)



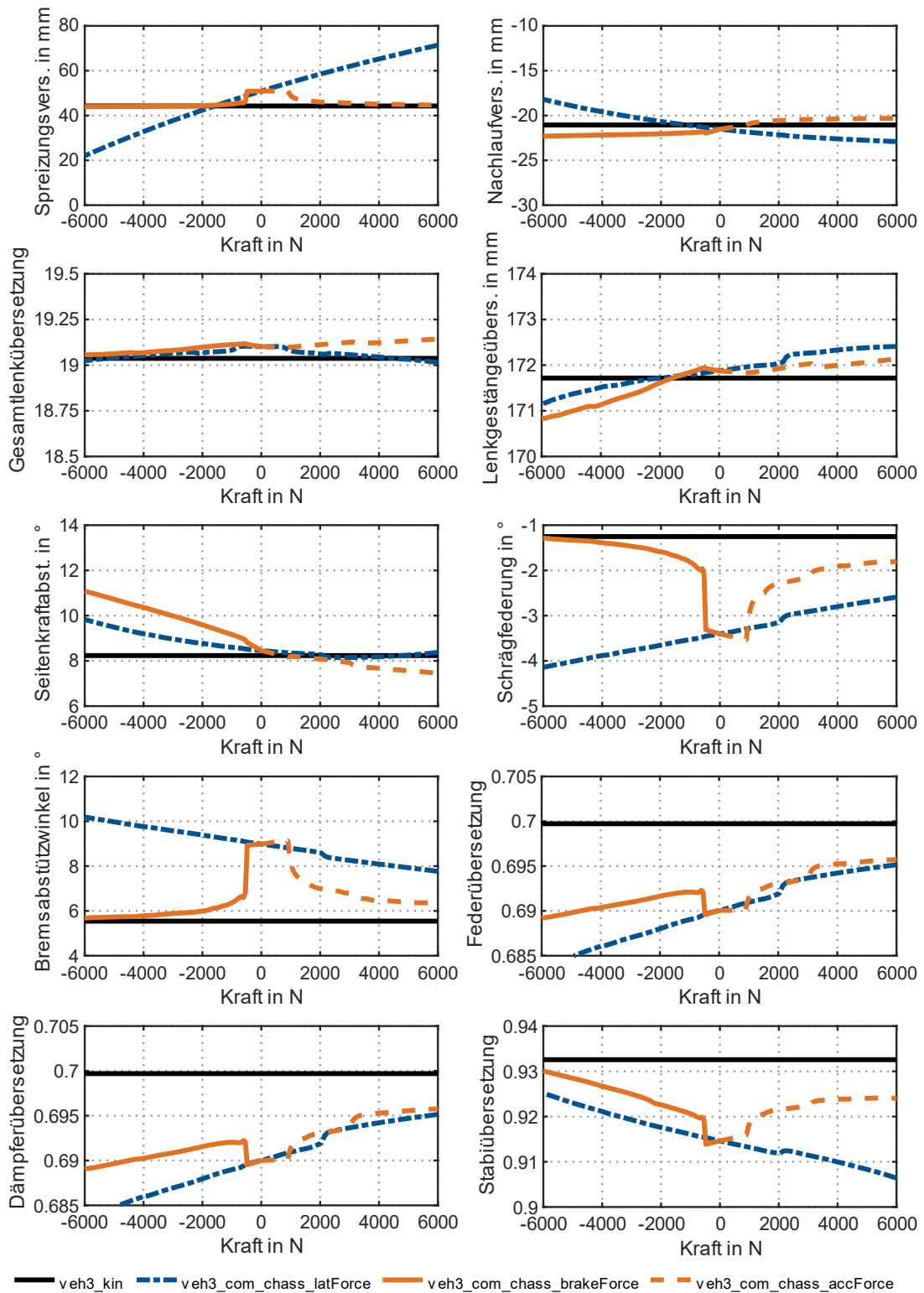


Abbildung M.6: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh3)

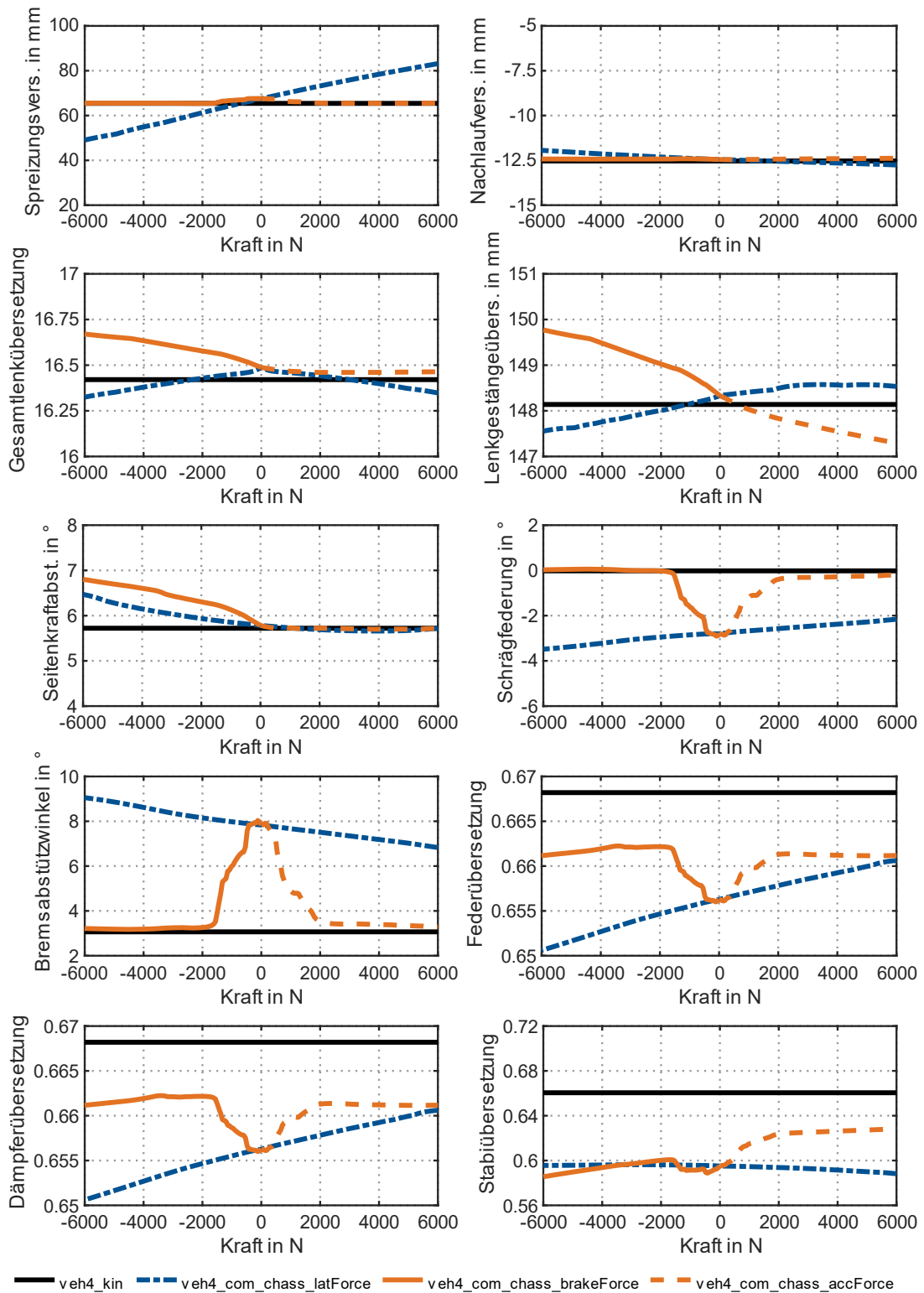


Abbildung M.7: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh4)

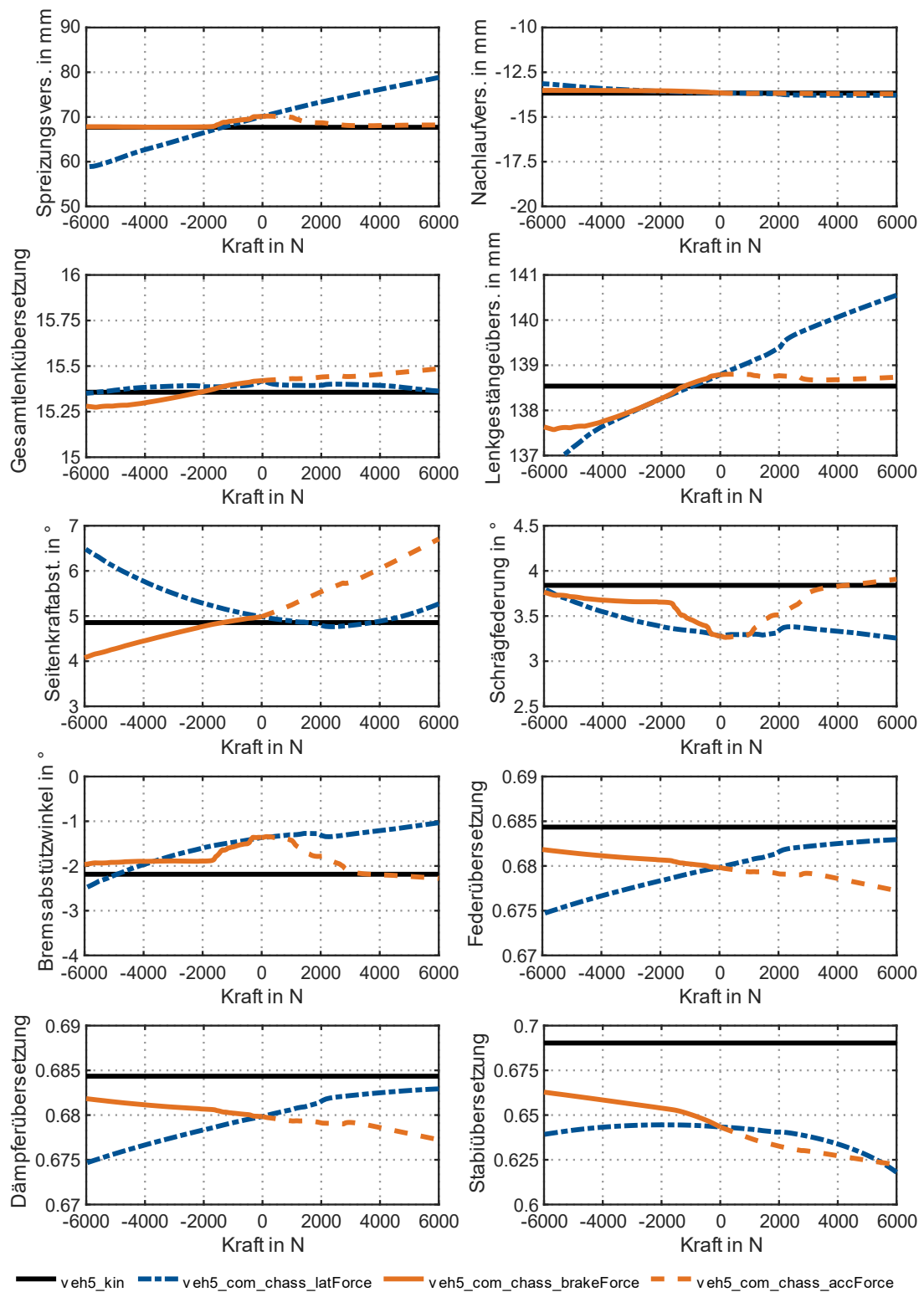


Abbildung M.8: Vergleich kinematischer und elastokinematischer Achskennwerte (veh5)

# Anhang N Wirksame und elastokinematische Lenkachse

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse zum Vergleich der wirksamen und elastokinematischen Lenkachse (Abschnitt 5.3.1).

Nachfolgende Abbildungen zeigen den Vergleich der wirksamen und elastokinematischen Lenkachse beim Federn für Fahrzeug *veh1*, *veh2* und *veh5*.

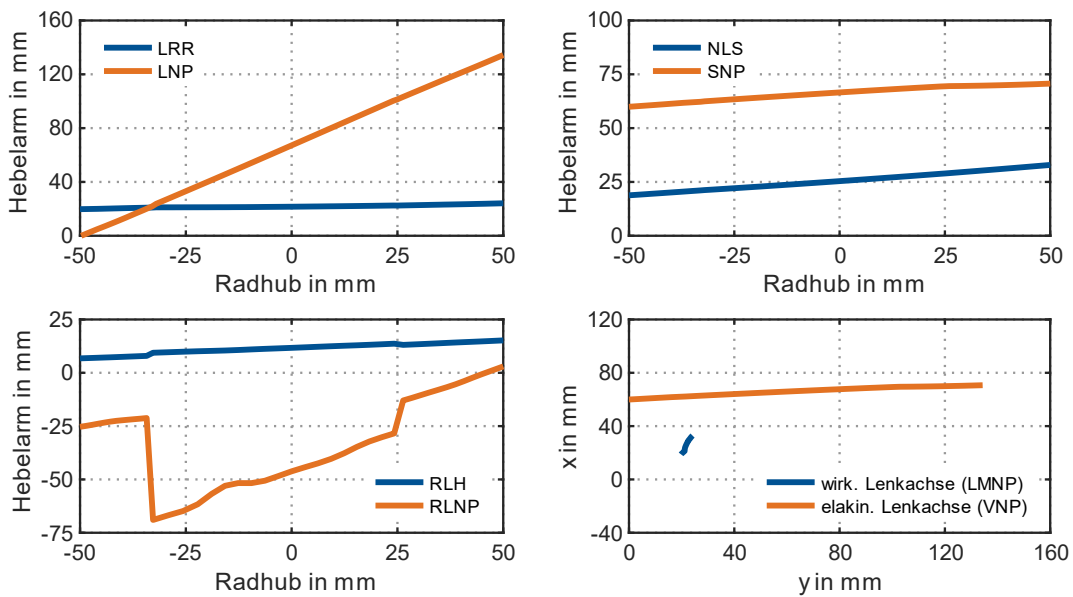


Abbildung N.1: Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (*veh1*)

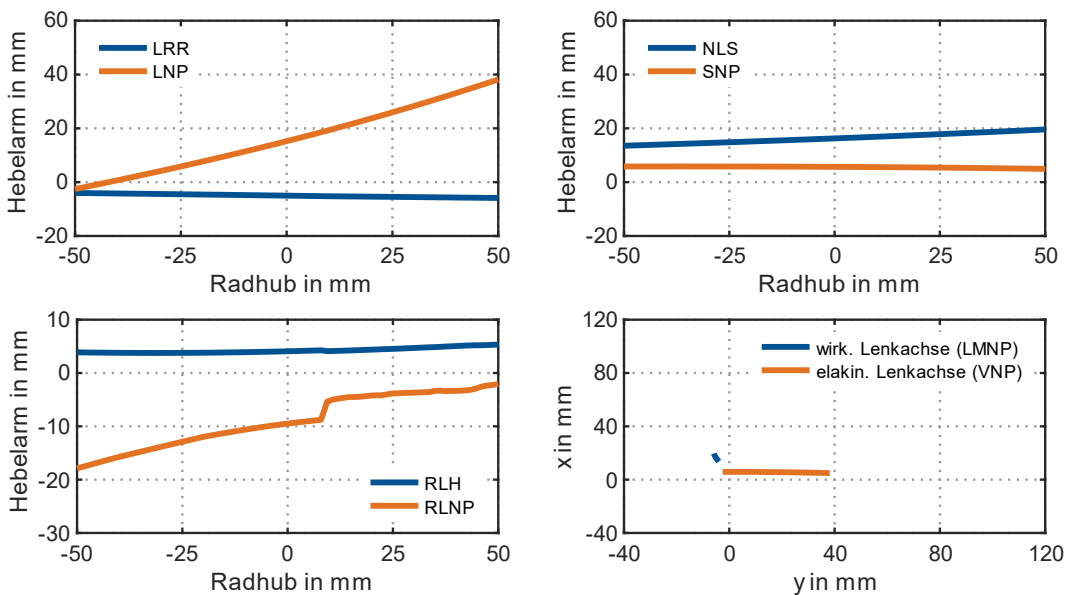


Abbildung N.2: Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (*veh2*)

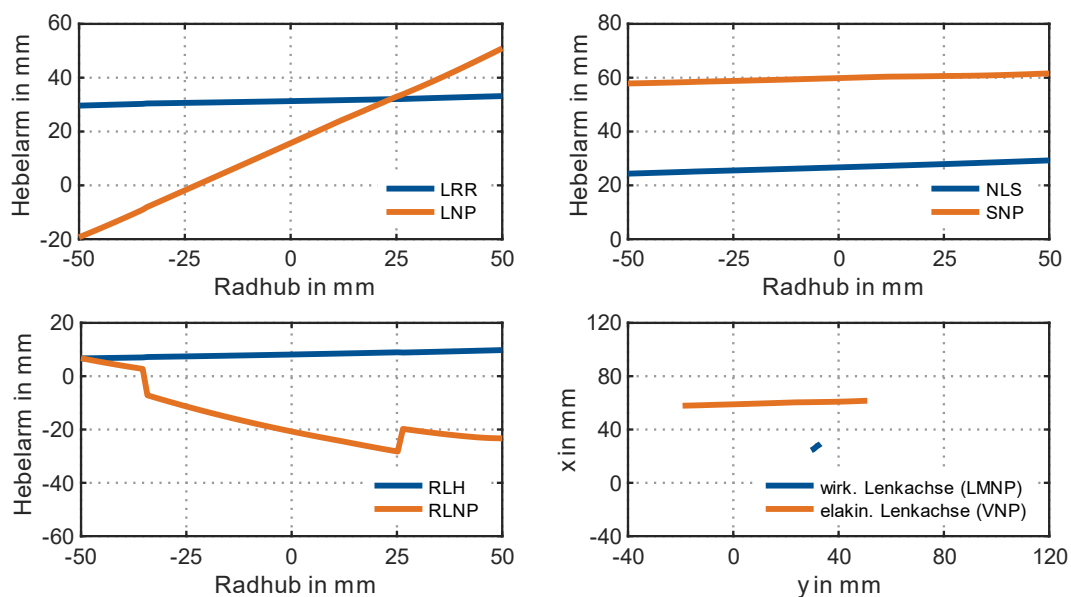


Abbildung N.3: Vergleich von wirksamer Lenkachse und elastokinematischer Lenkachse (veh5)

Abbildung N.4 zeigt den Vergleich der elastokinematischen Lenkachse (Vorspurneutraler Punkt auf Fahrbahn und Rastlastneutraler Punkt) beim Federn für alle Fahrzeuge (*veh1*, *veh2*, *veh3*, *veh4* und *veh5*).

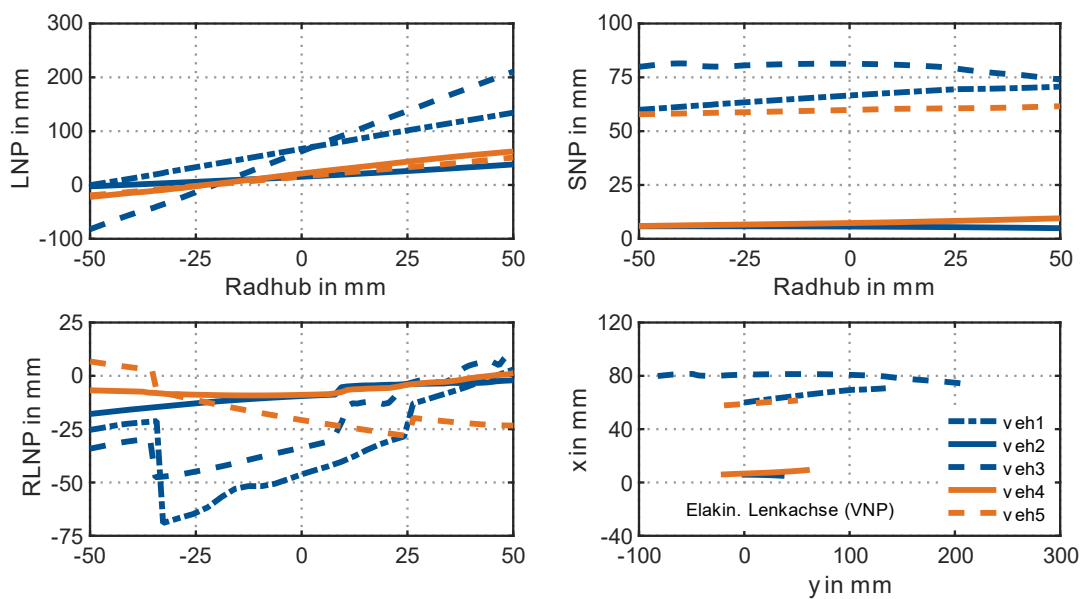


Abbildung N.4: Vergleich der elastokinematischen Lenkachse (alle Fahrzeuge)

Die folgenden Abbildungen zeigen das Verhalten der elastokinematischen Lenkachse für verschiedene Lastfälle für alle Fahrzeuge (*veh1*, *veh2*, *veh3*, *veh4* und *veh5*).

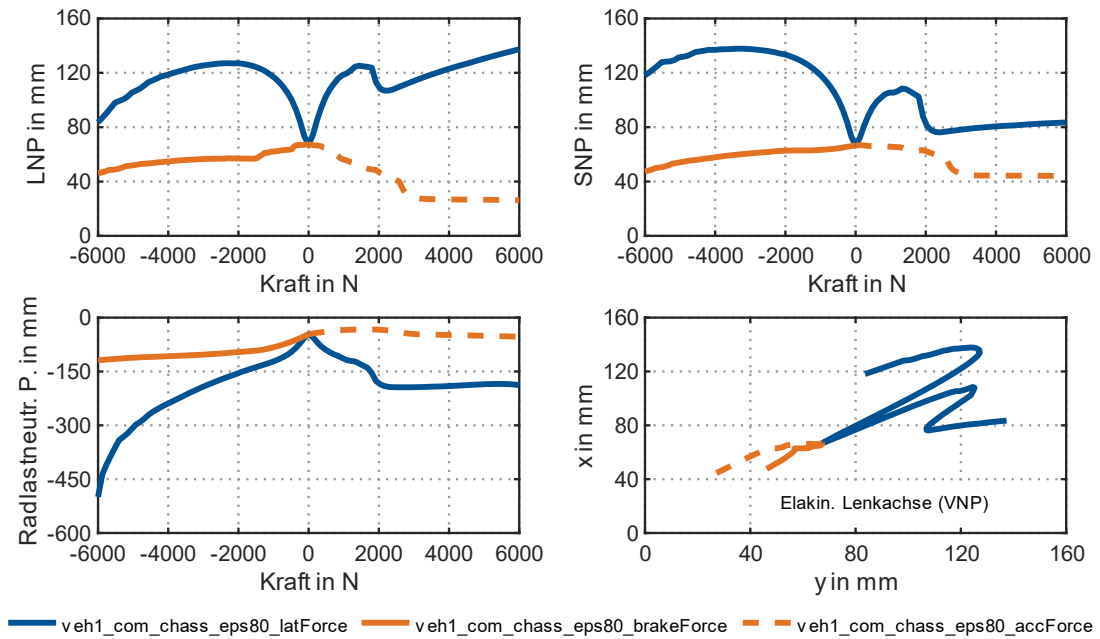


Abbildung N.5: Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (*veh1*)

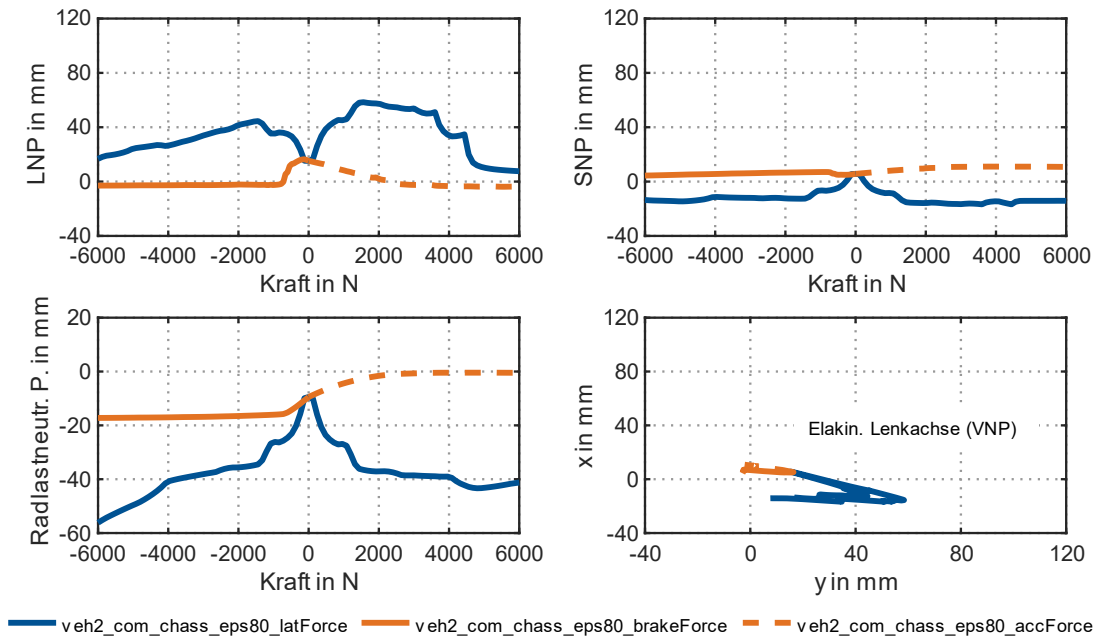


Abbildung N.6: Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (*veh2*)

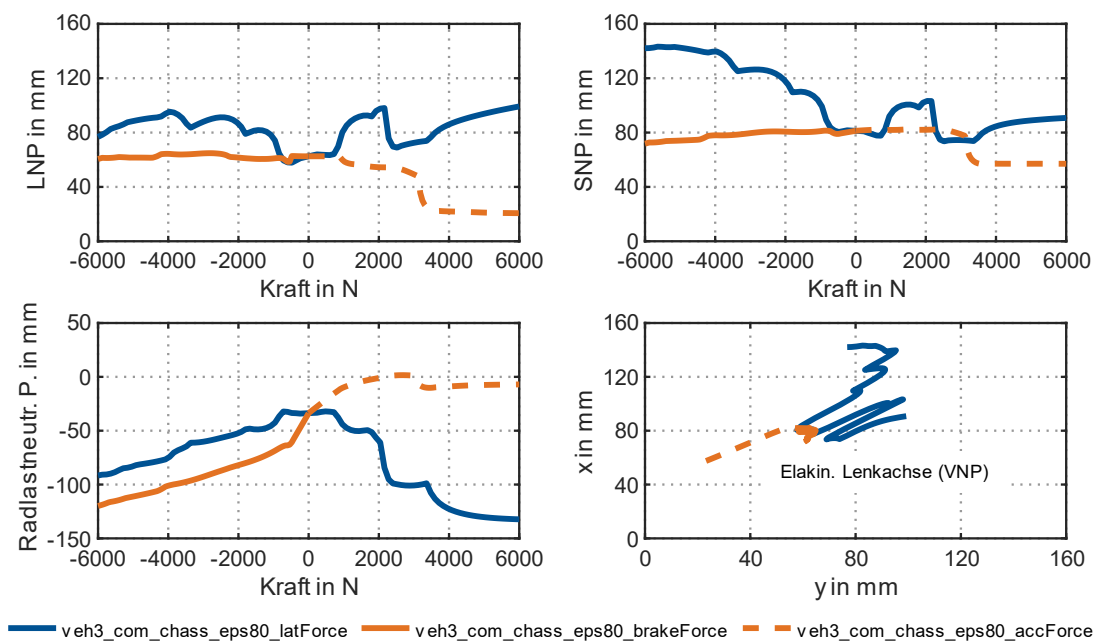


Abbildung N.7: Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh3)

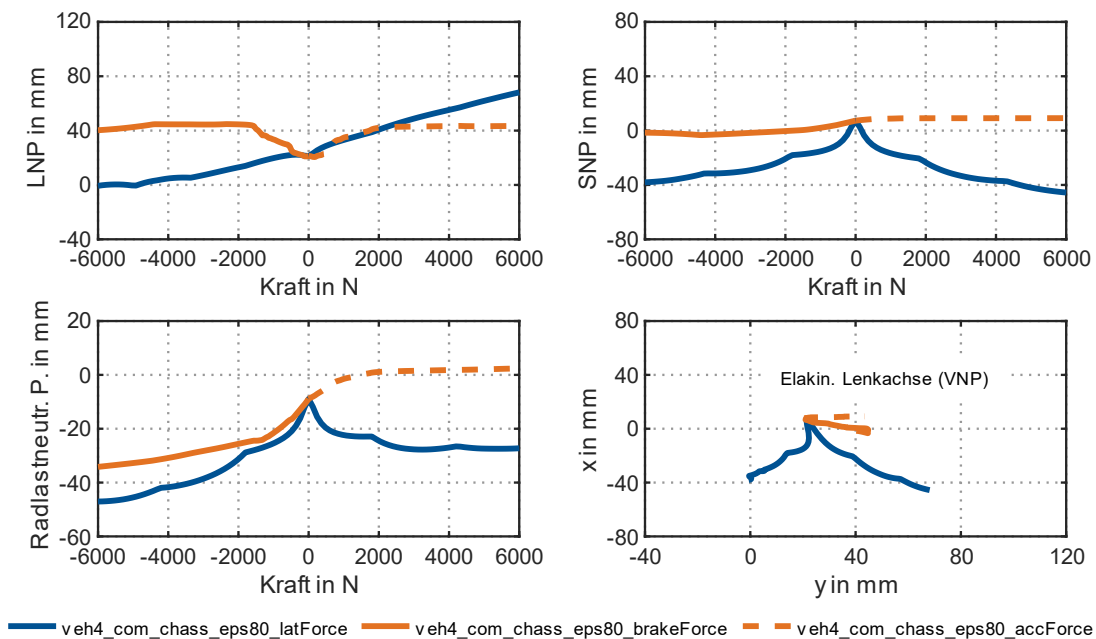


Abbildung N.8: Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh4)

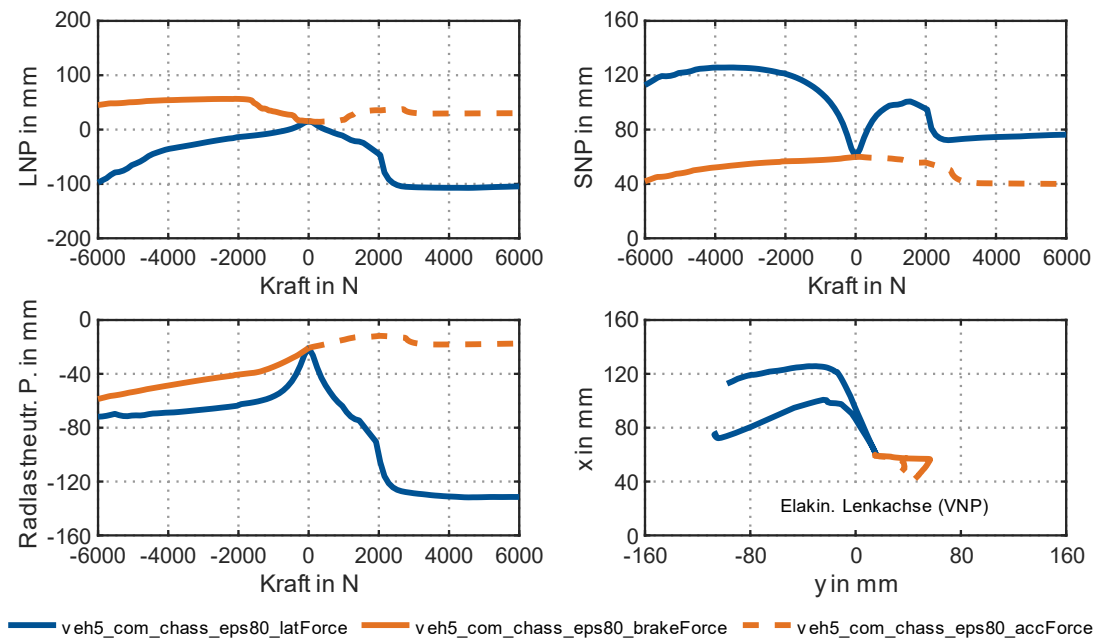


Abbildung N.9: Elastokinematische Lenkachse für verschiedene Lastfälle (veh5)



# Anhang O Einfluss der Lenkung auf Achskennwerte

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse und ergänzende Anmerkungen zum Einfluss der Lenkung auf die Achskennwerte (Abschnitt 5.3.2).

Nachfolgende Abbildungen (Abbildung O.1 und Abbildung O.2) zeigen den Einfluss der Lenkelastizität auf das Vorspurverhalten unter Brems- und Seitenkräften für die Fahrzeuge *veh3* und *veh4*.

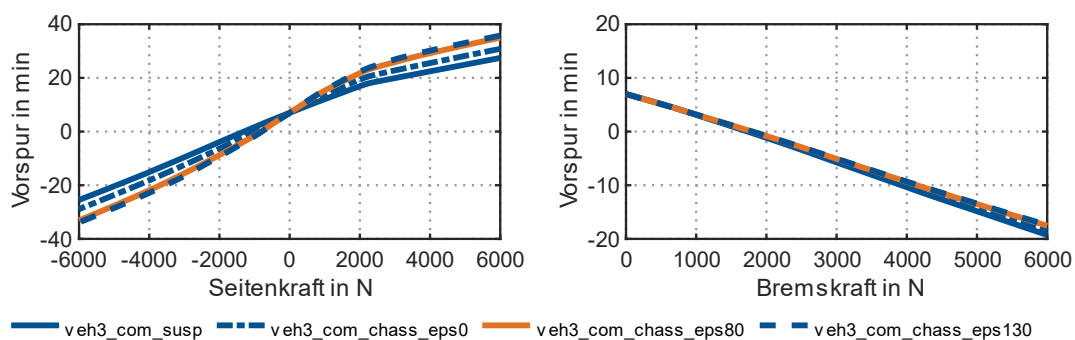


Abbildung O.1: Einfluss der Lenkelastizität auf Vorspurverhalten (*veh3*)

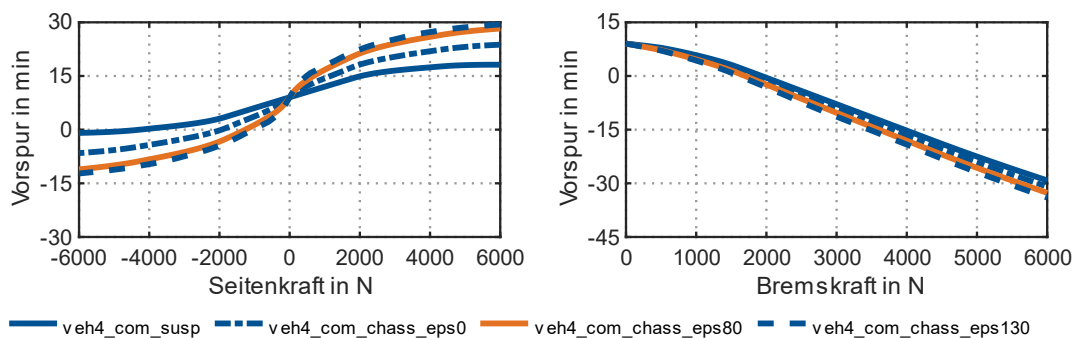


Abbildung O.2: Einfluss der Lenkelastizität auf Vorspurverhalten (*veh4*)

Der Einfluss der Lenkelastizität auf das Vorspurverhalten unter Seitenkräften zeigt sich auch auf dem K&C-Prüfstand (Abbildung O.3). Dabei wurde die Vorspur unter Seitenkraft für verschiedene EPS-Kennungen gemessen. Neben der standardmäßigen Lenkunterstützung (*eps\_std*) wurde das Unterstützungskennfeld für die anderen EPS-Kennungen (*epsOff\_4Nm*, *epsOff\_6Nm*, *epsOff\_8Nm*) so angepasst, dass unterhalb eines bestimmten Lenkmoments keine Lenkunterstützung wirkt.

Ohne Lenkunterstützung zeigt sich eine deutlich ausgeprägtere Änderung der Vorspurkurve, weil sich der Lenkstrang weiter verdrehen kann. Dies entspricht einer höheren Lenkelastizität. Die Lenkunterstützung erhöht also die Steifigkeit der Achse. Die Achse wird unter Seitenkraft

ohne Lenkunterstützung zunehmend untersteuernder. Dies deckt sich mit den Ergebnissen aus der Simulation.

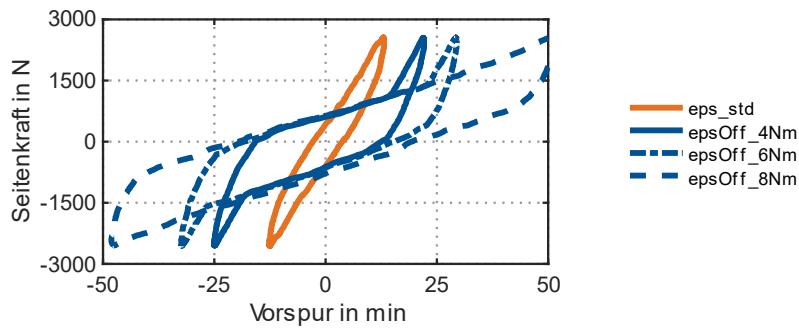


Abbildung O.3: Vorspuränderung unter Seitenkraft auf K&C-Prüfstand mit Variation der EPS-Kennung (Messung)

Abbildung O.4 zeigt den Einfluss der Lenkelastizität auf die Vorspursteifigkeit, die Vorspurnachgiebigkeit bezüglich Längskräften in Radmitte und Seitenkräften im Radaufstandspunkt sowie auf die Quersteifigkeit im Radaufstandspunkt. Während die Lenkelastizität auf die Achskennwerte, die sich auf die Vorspur beziehen, einen relevanten Einfluss aufweist, wirkt sie sich auf die Quersteifigkeit vernachlässigbar gering aus.

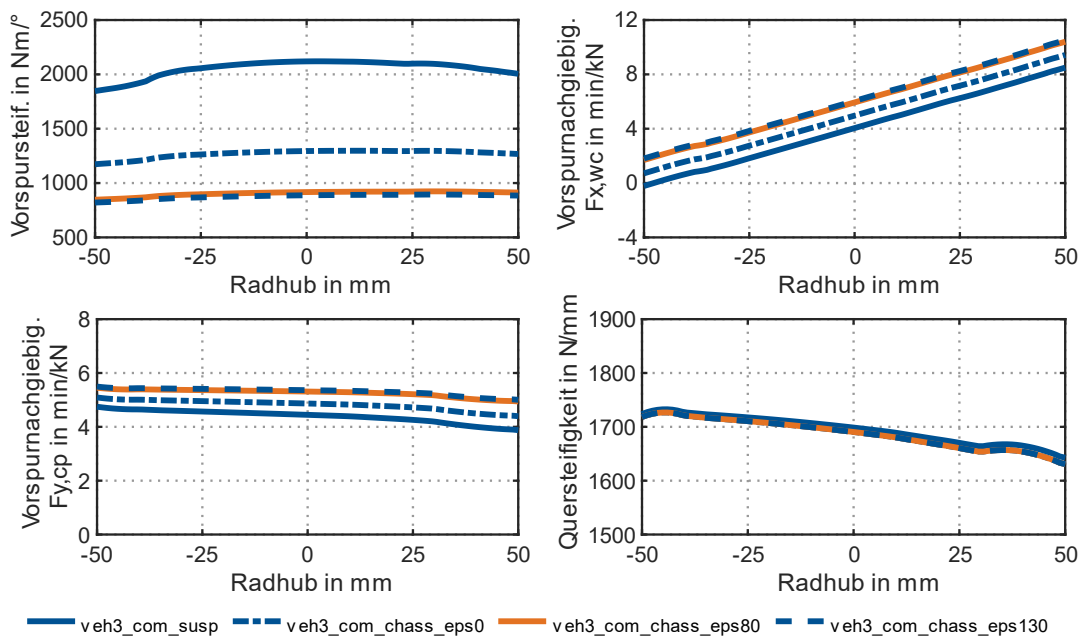


Abbildung O.4: Einfluss der Lenkelastizität auf Achskennwerte (veh3)

# Anhang P Kennwerte der Radführung

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse und ergänzende Anmerkungen zu den Kennwerten der Radführung (Unterkapitel 5.3).

Bei der Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix wurde bereits darauf eingegangen, dass die Kennwerte der Radführung sowohl für den einseitigen (*einseit.*) als auch für den beidseitigen Lastfall ermittelt werden können. Der beidseitige Lastfall umfasst parallel (*parall.*) und gegensinnig (*gegensinn.*) angreifende Lasten.

Es zeigt sich, dass Abweichungen zwischen den einseitigen und beidseitigen Lastfällen für einige Achskennwerte in Längs-, Quer- und Vertikalrichtung auftreten (Abbildung P.1). Im Gegensatz zu einer einseitig wirkenden Längskraft hat bei einer beidseitig (symmetrisch) angreifenden Längskraft die Lenkelastizität keinen Einfluss. Der Unterschied zwischen einer einseitig und beidseitig (parallel) angreifenden Seitenkraft besteht darin, wie stark sich der Torsionsstab verdreht und wie stark sich die Lenkelastizität auswirkt. Durch eine gegensinnig angreifende Seitenkraft kann beispielsweise die Lenkelastizität oder die Steifigkeit eines Hinterachsträgers eliminiert werden. Im Falle einer Vertikalkraft hängt vor allem die Wirkung des Stabilisators davon ab, ob die Kraft bzw. die Kräfte einseitig, parallel oder gegensinnig aufgebracht werden. Auf die übrigen Kennwerte der Radführung ist der Einfluss des Lastfalls geringer.

Einen Vorteil bei der Berechnung der Achskennwerte aus der Nachgiebigkeitsmatrix stellt die Möglichkeit dar, die Achskennwerte für alle auftretenden Lastfälle zu ermitteln. Abbildung P.2 und Abbildung P.3 zeigen den Einfluss von Seiten- und Längskräften auf die Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten.

Die Seitenkraft wirkt sich nicht nur auf die Achskennwerte in Querrichtung aus, sondern auch auf die Achskennwerte in Längs- und Vertikalrichtung (Abbildung P.2). Letzteres kann durch den Radhub erklärt werden, der sich infolge der Seitenkraft ergibt, wenn in vertikaler Richtung die Radlast vorgegeben wird. Sturz- und Aufziehsteifigkeit, Längssteifigkeit im Radaufstandspunkt sowie Vorspur-, Sturz- und Aufziehnachgiebigkeiten hängen ebenfalls von der Seitenkraft ab.

Die Längskraft wirkt sich nicht nur auf die Achskennwerte in Längsrichtung aus, sondern auch auf die Achskennwerte in Quer- und Vertikalrichtung (Abbildung P.3). Der Einfluss unterscheidet sich teilweise zwischen dem gebremsten und dem angetriebenen Fall. Längssteifigkeit im Radaufstandspunkt, Sturzsteifigkeit und Aufziehnachgiebigkeiten hängen ebenfalls von der Längskraft ab.

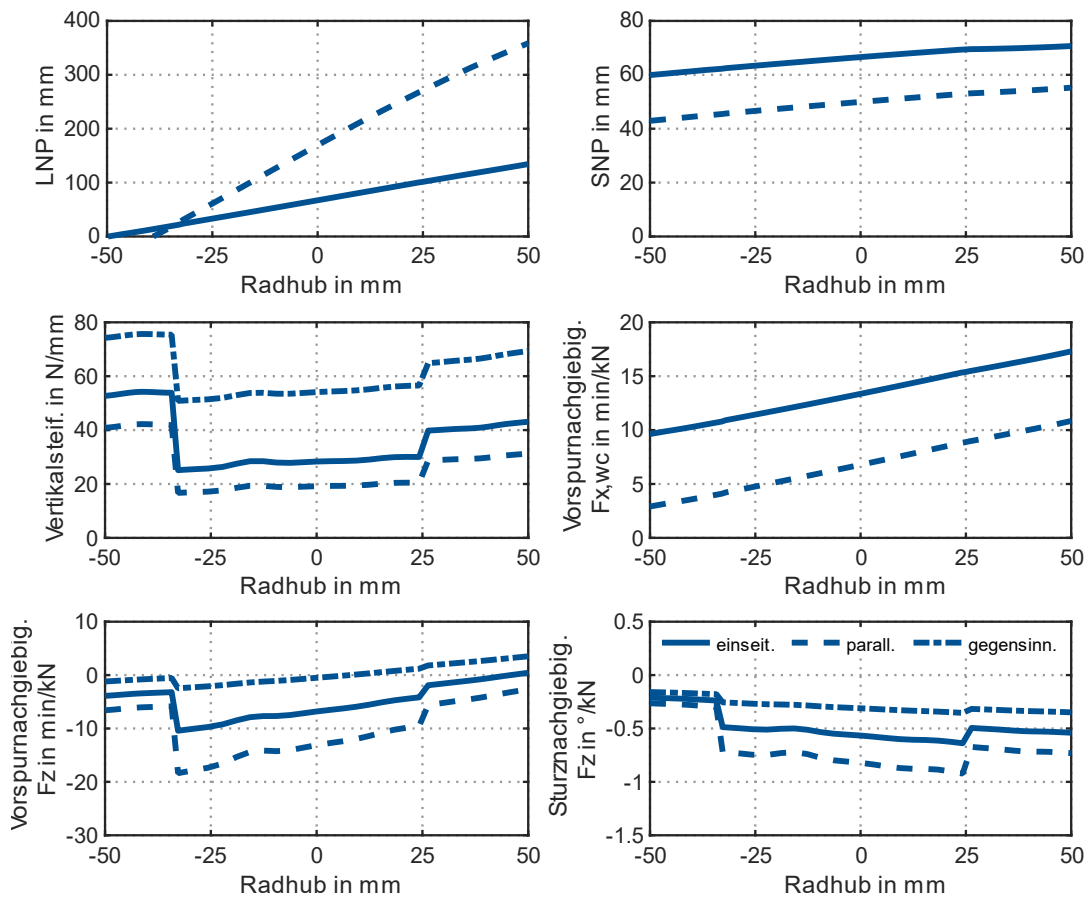


Abbildung P.1: Achskennwerte für ein- und beidseitige Lastfälle (veh1)

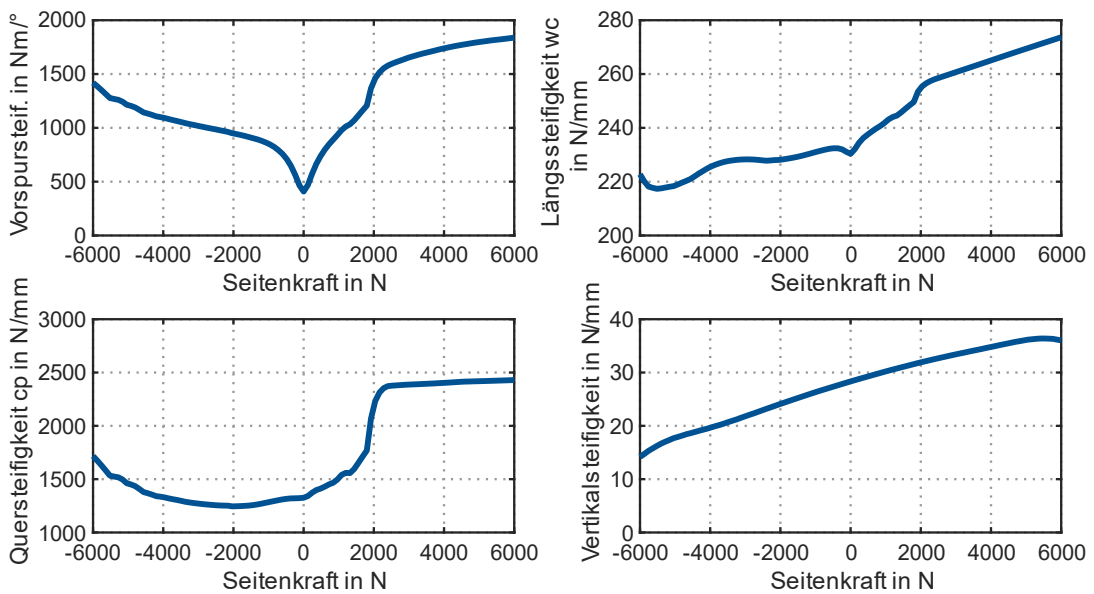


Abbildung P.2: Steifigkeiten unter Seitenkraft (veh1)

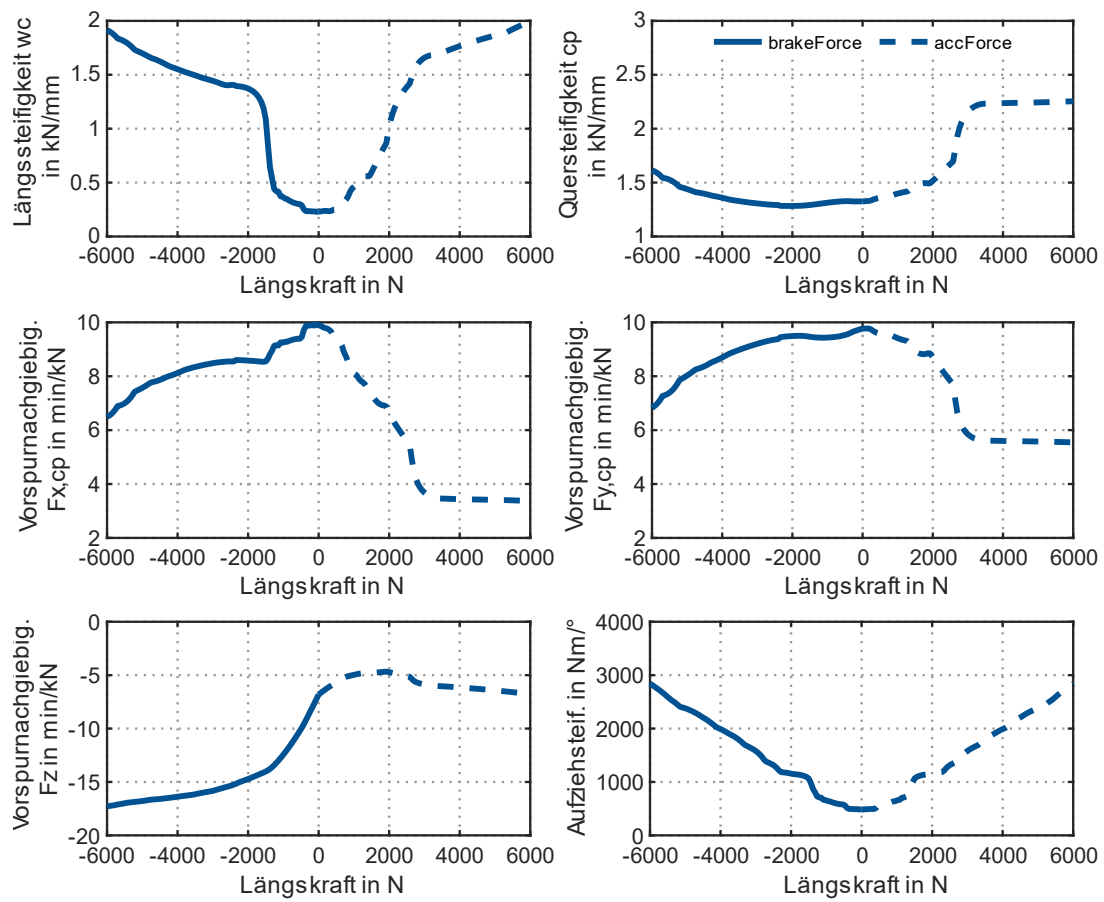


Abbildung P.3: Steifigkeiten und Nachgiebigkeiten unter Längskräften (veh1)

## Anhang Q Dynamische Einflüsse

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse und ergänzende Anmerkungen zu den dynamischen Einflüssen auf die Achskennwerte (Unterkapitel 5.4).

Nachfolgende Abbildung zeigt den Einfluss des dynamischen Reifenverhaltens auf die Achskennwerte unter Bremskraft. Dazu wird für Fahrzeug *veh1* der Lastfall Bremskraft (*dynBrake Force*) dynamisch (*dyn*) simuliert, indem über den Bremsdruck ein ansteigendes Bremsmoment vorgegeben wird. Die Reifenkräfte und -momente ergeben sich aus dem Reifenmodell. Der statische (*com*) Lastfall der Bremskraft (*brakeForce*) dient als Referenz. Außerdem wird die Achsanalyse mit den aus dem dynamischen Lastfall ermittelten Reifenkräften und -momenten (*tire Forces*) elastokinematisch simuliert.

Im Vergleich zum Lastfall der Seitenkraft zeigen sich hier jedoch für alle Achskennwerte größere Abweichungen. Diese Abweichungen resultieren aus dem Reifenmodell, weil die Nachgiebigkeiten des Reifens in der Nachgiebigkeitsmatrix enthalten sind, woraus dann die Achskennwerte berechnet werden. Der statische Lastfall der Bremskraft ohne Reifenmodell bildet die Arbeitspunkte gut ab und ist als Näherung geeignet, um das Verhalten der Achse unter Bremskraft zu analysieren. Einzig beim Seitenkraftneutralen Punkt ergibt sich eine Differenz.

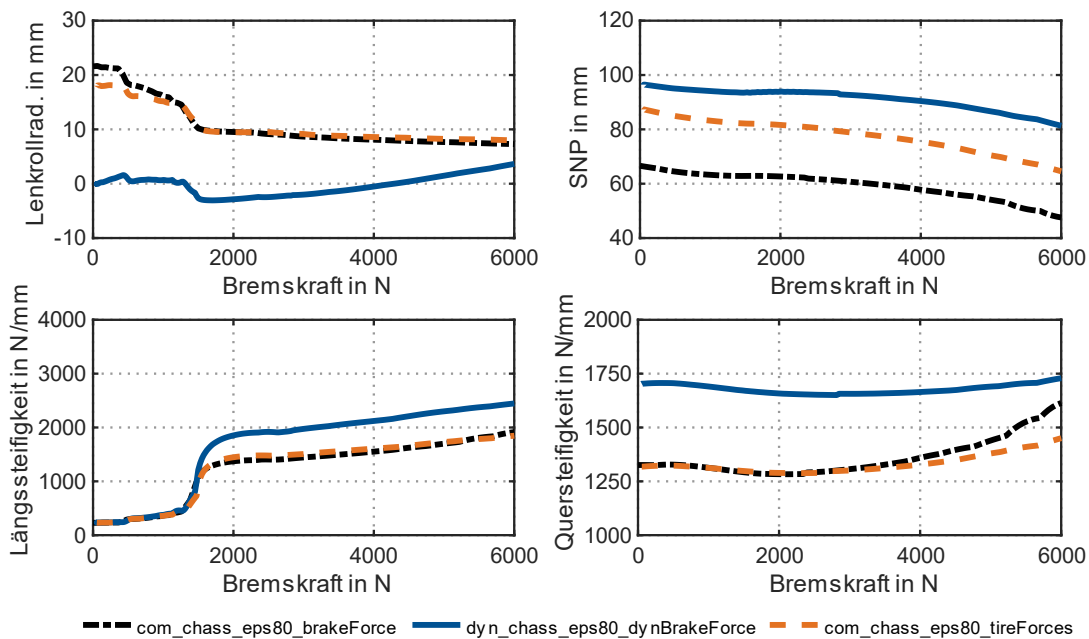


Abbildung Q.1: Einfluss der Dynamik und des Reifens auf Achskennwerte unter Bremskraft (veh1)

# Anhang R Gesamtfahrzeuguntersuchungen

Im Folgenden finden sich weitere Ergebnisse und ergänzende Anmerkungen zu der Betrachtung der Achskennwerte im Gesamtfahrzeugkontext und zu der durchgeführten DoE (Unterkapitel 5.5).

Die Achskennwerte werden im Kontext des Gesamtfahrzeugs am Beispiel des Geradeauslaufs auf unebener Fahrbahn untersucht, weil dabei die Auswirkungen von Störungen auf die Lenkrückmeldung und auf die Radführung betrachtet werden können. Das Manöver findet mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h statt. Zu Beginn des Manövers wird der Lenkradwinkel so geregelt, dass das Fahrzeug geradeaus fährt. Anschließend wird das Lenkrad festgehalten (fixed-control). Durch das Fahrbahnprofil für das linke und rechte Rad werden Störungen eingebracht. Abbildung R.1 zeigt das Fahrbahnprofil für das linke Rad. Die Anregung führt zu Radlastschwankungen und zu einer Seitenkraft.

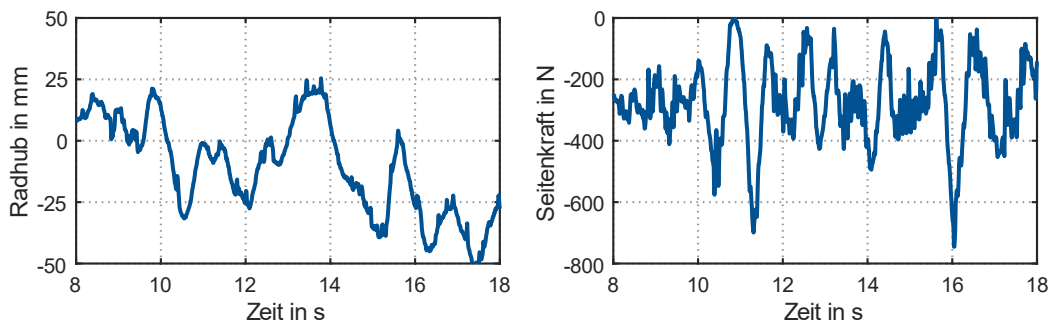


Abbildung R.1: Fahrbahnprofil und resultierende Seitenkraft beim Geradeauslaufmanöver

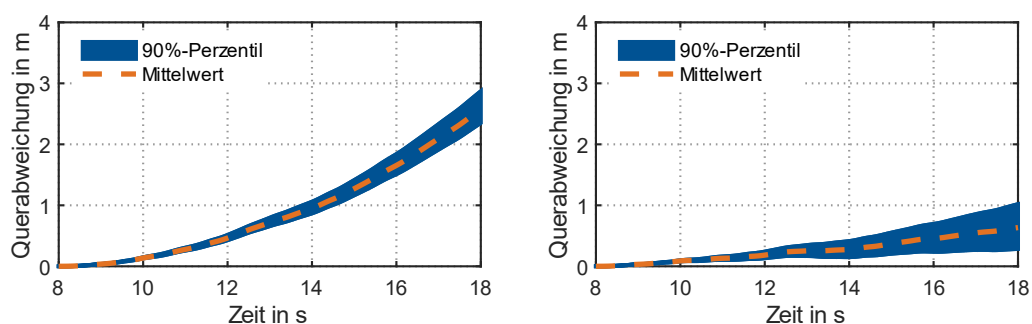
Ziel bei der DoE ist eine Variation aller Achskennwerte. Dazu werden vor allem Steifigkeiten in der Radaufhängung und Lenkung variiert, indem die Gummilagerkennlinien (Kraft) skaliert werden (Tabelle R.1). Die Skalierung der Gummilager der Radaufhängung erfolgt für alle drei translatorischen Freiheitsgrade. Bei der Hardy-Scheibe wird die Torsionssteifigkeit variiert. Bei der Radlagersteifigkeit werden die kardanischen Steifigkeiten variiert. Daneben werden Kinematikpunkte variiert, um die Achskennwerte der Lenkachse zu variieren. Durch die Einpresstiefe wird die Lenkachse relativ zum Rad in y-Richtung verschoben. Durch die Änderung der Radmitte wird die Lenkachse relativ zum Rad in x-Richtung verschoben.

Zunächst findet eine DoE-Untersuchung mit der Morris-Methode statt, bei der alle genannten Parameter variiert werden und die 272 Simulationen umfasst. Im Anschluss werden die Parameter identifiziert, die am meisten Einfluss auf die Achskennwerte und auf die Fahrzeugzielgrößen aufweisen. Dies sind die Steifigkeit des unteren Querlenkerlagers (in Lenkerrichtung) und des Zug- bzw. Druckstrebenlagers (in Lenkerrichtung), die Steifigkeiten der Hardy-Scheibe und des Radlagers sowie die Einpresstiefe und der Radmittelpunkt. Mit diesen Parametern wird dann eine DoE mit der Sobol-Methode durchgeführt, die 8000 Simulationen umfasst.

Tabelle R.1: Eingangsparameter und Variationsbereiche der Parameter

Parameter	Nominalwert	Unterer Grenzwert	Oberer Grenzwert
Gummilager zwischen Karosserie und Zug- bzw. Druckstrebe	1	0,5	10
Gummilager zwischen Karosserie und oberen hinteren Querlenker	1	0,5	6
Gummilager zwischen Karosserie und oberen vorderen Querlenker	1	0,5	6
Gummilager zwischen Karosserie und unteren Querlenker	1	0,5	6
Hardy-Scheibe	1	0,5	5
Radlagersteifigkeit	8,5 kN m/°	4,25 kN m/°	12,75 kN m/°
Einpresstiefe	25 mm	5 mm	45 mm
Position Radmitte (Längsrichtung)	-63 mm	-83 mm	-43 mm

Abbildung R.2 zeigt den Vergleich der Querabweichung bei der Geradeauslaufuntersuchung für Fahrzeug *veh3* und Fahrzeug *veh4*. Die Streuung der Querabweichung durch die Variation der Modellparameter ist vergleichbar. Die Querabweichung von Fahrzeug *veh3* ist ähnlich groß wie die von Fahrzeug *veh1* (Abbildung 5.20). Im Gegensatz dazu fällt die Querabweichung von Fahrzeug *veh4* deutlich geringer aus. Ob dies mit dem Achskonzept von *veh4* und der daraus resultierenden elastokinematischen Lenkachse (Vorspurneutraler Punkt) nahe des Radaufstandspunkts zusammenhängt, muss noch genauer zu analysieren.

Abbildung R.2: Querabweichung für *veh3* (links) und *veh4* (rechts)