# Schwingungsmodell zur Abbildung der dynamischen Beanspruchung von Gittermast-Fahrzeugkranen und Lkw-Ladekranen

Vibration model to describe the dynamic behaviour of lattice boom mobile cranes and loader cranes

Manuel Stölzner Michael Kleeberger Willibald A. Günthner Johannes Fottner

Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik Fakultät Maschinenwesen Technische Universität München

ie Auslegungsberechnung von Gittermast-Fahrzeugkranen und Lkw-Ladekranen erfolgt gemäß der gültigen europäischen Normen durch quasistatische Berechnungen. In zahlreichen Forschungsarbeiten konnte bereits gezeigt werden, dass die dynamischen Beanspruchungen der Krane nur näherungsweise mit den vorgeschriebenen Dynamikbeiwerten der aktuellen Berechnungsnormen abgebildet werden. Mit Hilfe eines neu entwickelten Schwingungsmodells können die dynamische Effekte genauer beschrieben werden als mit den bisherigen Ansätzen. Anhand einer repräsentativen Auswahl von Kranen unterschiedlicher Tragfähigkeitsklassen mit verschiedenen Rüstzuständen und Auslegerstellungen wird in diesem Beitrag die Anwendbarkeit des Modells für den Vorgang "Drehen" bewertet.

[Schlüsselwörter: Gittermast-Fahrzeugkran, Lkw-Ladekran, Schwingungsmodell, DIN EN 13001, DIN EN 12999]

A ccording to the valid European standards the stress calculation of lattice boom mobile cranes and loader cranes follows quasi-static calculations. Several research projects have shown, that the dynamic behaviour of cranes is described only approximately by the current standards of calculation. The dynamic effects can be characterized more accurately with a newly developed vibration model. This paper assesses the applicability of the vibration model for the process 'slewing' for a representative choice of cranes with various set-ups and different boom positions.

[Keywords: lattice boom mobile crane, loader crane, vibration model, DIN EN 13001, DIN EN 12999]

# 1 EINLEITUNG

Gittermast-Fahrzeugkrane bestehen aus langen, schlanken und elastischen Auslegersystemen mit oft spitzwinkeligen Seilabspannungen. Sie erreichen Traglasten von über 1000 Tonnen und können für Hubhöhen bis 250 Metern verwendet werden. Das Einsatzgebiet von Lkw-Ladekranen umfasst hingegen wesentlich geringere Traglasten (40 Tonnen) und Hubhöhen (40 Meter). Aufgrund ihrer vielgliedrigen und schlanken Ausleger weisen Lkw-Ladekrane hinsichtlich der Auslegungsberechnung jedoch ein ähnliches Tragverhalten wie Gittermast-Fahrzeugkrane auf. Da von Kranen ein hohes Gefährdungspotential für Mensch und Umgebung ausgeht, muss bei der Auslegungsberechnung eine realitätsnahe Abbildung der Beanspruchungen sichergestellt werden. Gemäß der aktuell gültigen Normen erfolgt die Auslegung mit quasistatischen Berechnungsansätzen. Die dynamischen Belastungen werden dabei durch Dynamikbeiwerte beschrieben. Diese Berechnungsmethode bildet die tatsächlich auftretenden dynamischen Beanspruchungen jedoch nur näherungsweise ab.

Eine wesentlich genauere Möglichkeit zur Abbildung der dynamischen Effekte bietet die nichtlineare dynamische Finite-Elemente-Berechnung (FE-Berechnung). Als entscheidender Nachteil dieser Berechnungsmethode gilt jedoch die Rechenzeit, die um ein Vielfaches höher liegt als die der quasistatischen Analyse. Im Rahmen eines aktuellen DFG-Forschungsprojekts werden daher Schwingungsmodelle entwickelt, welche die dynamischen Beanspruchungen genauer abbilden als die Berechnungsansätze der Normen. Um die Genauigkeit eines Schwingungsmodells zu beurteilen, zeigt der Beitrag einen systematischen Vergleich der erhaltenen Resultate mit den Ergebnissen der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung und der Berechnung nach Norm. Der Vergleich beinhaltet sowohl die Resultate für LKW-Ladekrane als auch die erzielten Ergebnisse für Gittermast-Fahrzeugkrane. Da der Vorgang "Drehen" die größten Tragwerksbelastungen hervorruft ([Kle-2014]), liegt der Fokus des Artikels auf diesem Vorgang. Im Folgenden werden zunächst die Grundlagen der Normberechnung und des entwickelten Schwingungsmodells vorgestellt, bevor im nächsten Abschnitt die vorgenommenen Ausfür Lkw-Ladekrane wertungen und Gittermast-Fahrzeugkrane gezeigt sind.

# 2 GRUNDLAGEN

Die Auslegungsberechnung von Kranen erfolgt gemäß der europäischen Norm DIN EN 13001. Diese übergeordnete Norm verweist zur Berechnung von Gittermast-Fahrzeugkranen auf die produktspezifische europäische Fahrzeugkrannorm DIN EN 13000, für LKW-Ladekrane ist die Norm DIN EN 12999 maßgebend. Um Unsicherheiten bei den Lastannahmen auszugleichen, schreiben alle Normen die Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten bei der Durchführung des Sicherheitsnachweises vor. Da in diesem Forschungsprojekt die Qualität der quasistatischen Lastannahmen beurteilt wird und nicht die Güte der Teilsicherheitsbeiwerte, werden bei den im Folgenden gezeigten Berechnungsergebnissen keine Sicherheitsbeiwerte verwendet. Im Gegensatz zur nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung wäre die Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte mit dem vorgestellten Schwingungsmodell jedoch problemlos möglich.

## 2.1 BERECHNUNG NACH DIN EN 12999

Die Norm DIN EN 12999 "legt die Mindestanforderungen für Gestaltung, Berechnung, Untersuchungen und Prüfungen von hydraulisch angetriebenen Ladekranen und ihre Montage auf Fahrzeuge oder ortsfeste Unterkonstruktion fest". Die wirkenden Kräfte werden in regelmäßige, nicht regelmäßige und außergewöhnliche Lasten eingeteilt. Die regelmäßigen Lasten umfassen Eigenlasten, die Hublast, dynamische Kräfte und Fliehkräfte. In der Berechnung müssen die Kräfte, die beim Beschleunigen und Abbremsen des Schwenkantriebs auftreten, durch horizontale Lasten berücksichtigt werden, die auf die Nutzlast oder einen Massenpunkt des Auslegers wirken. Die horizontalen Kräfte auf die Nutzlast und jeden weiteren Massenpunkt *i* berechnen sich mit der Gleichung

$$F_{hi} = m_i \cdot g \cdot \tan \alpha. \tag{1}$$

Der Winkel  $\alpha$  bezeichnet die maximal zulässige Schrägstellung des Krans und muss einen Mindestwert von 3° annehmen. Als Dynamikbeiwert für Hakenbetrieb schreibt die Norm außerdem den Faktor 1,05 vor. Die Fliehkräfte fließen ohne Berücksichtigung eines Dynamikbeiwerts in die Berechnung ein. Die Anwendbarkeit dieser Berechnungsnorm wird in dem Artikel anhand von mehreren Lkw-Ladekranen untersucht.

## 2.2 BERECHNUNG NACH DIN EN 13000

Die Norm DIN EN 13000 "ist anzuwenden für die Konstruktion und Fertigung, für den Einbau der Sicherheitseinrichtungen und für Informationen zum Gebrauch, zur Instandhaltung und zur Prüfung von Fahrzeugkranen". Bezüglich der Lasteinwirkungen verweist die Norm auf die Berechnungsrichtlinie FEM 5.004. Die dynamischen Wirkungen beim Vorgang "Drehen" werden in dieser Norm durch eine Seitenkraft von 2% der Hublast an der Kranspitze beschrieben. Dieser sehr einfache Ansatz wird in vorliegender Untersuchung jedoch nicht weiter betrachtet.

# 2.3 BERECHNUNG NACH DIN EN 13001

Die Norm DIN EN 13001 "spezifiziert die Bedingungen und Anforderungen an die Konstruktion zur Vermeidung von mechanischen Gefährdungen bei Kranen sowie eine Methode der Überprüfung dieser Anforderungen". In einem Forschungsprojekt konnte nachgewiesen werden, dass die Berechnung nach DIN EN 13001 ebenfalls Ungenauigkeiten aufweist ([Sch-2012]; [Kle-2014]). Die Norm DIN EN 13001 ist jedoch die modernste der genannten Berechnungsvorschriften, weshalb ihre Anwendbarkeit im Folgenden sowohl für die Berechnung der Lkw-Ladekrane als auch für die Analyse der Gittermast-Fahrzeugkrane überprüft wird. Analog zur DIN EN 12999 werden die Kräfte in regelmäßige, nicht regelmäßige und außergewöhnliche Belastungen eingeteilt. Die Berechnung beinhaltet sowohl Fliehkräfte als auch Trägheitskräfte. Zur Berücksichtigung der Fliehkräfte ist der Dynamikbeiwert  $\Phi_5$  mit 1,0 anzusetzen, bei den Trägheitskräften ist der Beiwert in einem Bereich von 1,0 bis 1,5 zu wählen. Da kein genauer Wert genannt ist, wird in Anlehnung an die DIN 15018 ein Dynamikbeiwert von 1,5 verwendet. Da diese Lastannahmen die dynamischen Kranbelastungen ebenfalls nur näherungsweise beschreiben, erlaubt die Norm auch die Verwendung von "fortschrittlicheren und anerkannten theoretischen oder experimentellen Methoden" ([EN 13001-2015]). Hierzu zählen beispielsweise die nichtlineare dynamische FE-Berechnung und das entwickelte Schwingungsmodell.

## 2.4 SCHWINGUNGSMODELL

Bei bisherigen Analysen des Bewegungsverhaltens von Kranen wurde davon ausgegangen, dass eine genaue Abbildung der Kranbeanspruchungen nur mit einer nichtlinearen dynamischen Berechnung möglich ist. Der folgende Abschnitt beschreibt hingegen ein Berechnungsverfahren, bei dem das dynamische Verhalten mit Hilfe linearisierter Ansätze mit einer hohen Genauigkeit abgebildet wird ([Kle-2015]).

#### 2.4.1 NICHTLINEARE BEWEGUNGSGLEICHUNG

Das Schwingungsmodell soll an die Stelle der nichtlinearen dynamischen Bewegungsgleichung der FE-Berechnung treten. Für den Übergang von einem bekannten Zustand zur Zeit t zum Zustand zur Zeit  $t + \Delta t$ lautet die Bewegungsgleichung ([Bat-1996])

$$\underline{\underline{M}} \cdot \underline{\underline{u}}(t + \Delta t) + \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{u}}(t + \Delta t) + \underline{\underline{K}}(t) \cdot \underline{\underline{u}}(t + \Delta t) = \underline{\underline{R}}(t),$$
  
mit  $\underline{\underline{u}}(t + \Delta t) = \underline{\underline{u}}(t) + \Delta \underline{\underline{u}}.$  (2)

Dabei ist  $\underline{\underline{M}}$  die diagonale Massenmatrix und  $\underline{\underline{K}}(t)$  die Tangentensteifigkeitsmatrix. Für die Dämpfungsmatrix  $\underline{\underline{D}}$  wird Rayleigh-Dämpfung angenommen, d.h. die Dämpfung berechnet sich mit

$$\underline{\underline{D}} = \alpha \cdot \underline{\underline{M}} + \beta \cdot \underline{\underline{K}} \ (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$$
(3)

Der zeitliche Verlauf der Wegkoordinate wird durch  $\underline{u}(t)$  beschrieben, die äußeren Kräfte sind mit  $\underline{R}(t)$  bezeichnet. Am Beginn der dynamischen FE-Analyse sind die Eigenlast und die Hublast bereits vollständig aufgebracht. Dieser Anfangszustand wird mit einer vorausgehenden statischen und geometrisch nichtlinearen Berechnung ermittelt.

## 2.4.2 LINEARISIERUNG UND TRANSFORMATION IN EIN ROTIERENDES KOORDINATENSYSTEM

Die Betrachtung der Bewegung erfolgt nun mit der linearisierten Bewegungsgleichung, in der die Steifigkeitsmatrix nur noch zum Zeitpunkt t = 0 s berechnet wird. Außerdem wird die Drehung des Krans in einem rotierenden Koordinatensystem K' betrachtet, wodurch sich die Bewegungsgleichung (Gl. 2) zu

$$\underline{\underline{M}} \cdot \underline{\ddot{x}}(t) + \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\dot{x}}(t) + \underline{\underline{M}} \cdot \underline{\dot{x}}(t) + \underline{\underline{K}}(0) \cdot \underline{x}(t) = -\underline{\underline{M}} \cdot \underline{a}_{F}(t)$$
(4)

verändert. Die Größe x(t) beschreibt den zeitlichen Verlauf der Auslenkung aus der statischen Gleichgewichtslage im System K'. Bei der Betrachtung im Koordinatensystem K' treten außerdem Coriolis- und Führungsbeschleunigungen auf. Da die Krane mit geringen Drehgeschwindigkeiten betrieben werden und die Verformungen gegenüber den Kranabmessungen klein sind, werden Massenkräfte aus der Coriolisbeschleunigung, die Kreiselkräfte sowie der Einfluss der Verformungen auf Fliehund Drehbeschleunigungen vernachlässigt. Die Führungsbeschleunigungen werden in Gl. 4 für alle k Knoten durch den Vektor  $\underline{a}_F = \left[ \left[ \underline{a}_{F1}^T \ \underline{\dot{\omega}}^T \right], \cdots, \left[ \underline{a}_{Fk}^T \ \underline{\dot{\omega}}^T \right] \right]^T$  berücksichtigt. Mit dem Vektor  $\underline{r}_i$  von der Drehmitte zum Knoten j und dem Vektor Winkelgeschwindigkeit der  $\omega(t) = [0,0,v(t)]$  berechnen sich die Führungsbeschleunigungen für jeden Knoten *j* durch die Gleichung

$$\underline{a}_{Fj}(t) = \underline{\dot{\omega}}(t) \times \underline{r}_j + \underline{\omega}(t) \times \left(\underline{\omega}(t) \times \underline{r}_j\right) (1 \le j \le k).$$
(5)

# 2.4.3 TRANSFORMATION AUF MODALKOORDINATEN UND LÖSUNG DER BEWEGUNGSGLEICHUNG

Im Folgenden wird eine Transformation der Bewegungsgleichung auf Modalkoordinaten durchgeführt (vgl. z.B. [Ewi-2000]). Da die Schwingungsformen durch die Annahme einer massen- und steifigkeitsproportionalen Dämpfung erhalten bleiben, werden nun die Eigenvektoren  $\underline{\varphi}_p$  (mit  $1 \le p \le 6k$ ) des zugrundeliegenden konservativen, autonomen Systems berechnet. Aufgrund der Symmetrie der Systemmatrizen  $\underline{M}, \underline{K}$  und  $\underline{D}$ , können diese mit Hilfe der Eigenvektoren diagonalisiert werden. Die Transformation der Verschiebungen  $\underline{x}$  auf die Modalkoordinaten  $q = [q_1, \dots, q_{6k}]$  erfolgt mit der Gleichung

$$\underline{x}(t) = \underline{\Phi} \cdot \underline{q}(t). \tag{6}$$

Die Spalten der Modalmatrix  $\underline{\Phi} = \left[\underline{\varphi}_1, \cdots, \underline{\varphi}_{6k}\right]$  bestehen dabei aus den massennormierten Eigenvektoren für alle 6k Moden. In massennormierter Darstellung ergibt sich als Bewegungsgleichung schließlich die Differentialgleichung

$$\underline{\ddot{q}}(t) + \underline{\underline{D}}_{\mathrm{mod}} \cdot \underline{\dot{q}}(t) + \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{q}(t) = -\underline{\underline{\Phi}}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{\underline{M}} \cdot \underline{a}_{F}(t).$$
(7)

Die Matrix  $\underline{\Omega} = \underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi}$  enthält die Quadrate der Eigenkreisfrequenzen  $\omega_p^2$  zu der entsprechenden Mode. Da die modale Dämpfungsmatrix  $\underline{D}_{mod} = \underline{\Phi}^T \underline{D} \underline{\Phi}$  und die Matrix  $\underline{\Omega}$  Diagonalgestalt aufweisen, sind die einzelnen Bewegungsgleichungen in Gl. 6 voneinander entkoppelt und lassen sich analytisch lösen. Die Lösungen der Differentialgleichungen können dadurch sehr schnell ermittelt werden. Da die Arbeitsbewegung des Krans Schwingungen hervorruft, die sich lediglich aus wenigen niederfrequenten Eigenfrequenzen zusammensetzen, kann als Näherungsverfahren die modale Reduktion angewendet werden. Dabei wird zur Lösung von Gl. 7 nur eine bestimmte Anzahl *n*, der insgesamt 6*k* Differentialgleichungen berücksichtigt, wodurch die Rechenzeit weiter absinkt. Mit Hilfe der Lösung in Modalkoordinaten wird im nächsten Abschnitt eine Näherungslösung für Gl. 4 berechnet.

## Anmerkung:

Wegen der Beziehung

$$-\underline{\underline{\Phi}}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{\underline{M}} = -\underline{\underline{\Phi}}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{\underline{M}} \cdot \underline{\underline{\Phi}} \cdot \underline{\underline{\Phi}}^{-1} = -\underline{\underline{\Phi}}^{-1}$$
(8)

kann die rechte Seite von Gl. 7 analytisch weiter vereinfacht werden. Im Vergleich zur Multiplikation der transponierten Modalmatrix mit der Massenmatrix ist eine Berechnung der inversen Matrix jedoch numerisch aufwändig. Da sich die Rechenzeit dadurch unnötig erhöhen würde, wird auf diese Umformung der Gleichung verzichtet.

#### 2.4.4 RÜCKTRANSFORMATION UND ERZEUGUNG DER QUASISTATISCHEN ERSATZLASTEN

Aus der Lösung für jede Modalkoordinate lassen sich die zugehörigen Schwingungen in physikalischen Koordinaten mit der Gleichung

$$\underline{x}_m(t) = \underline{\varphi}_m q_m(t) \tag{9}$$

berechnen. Die Superposition

$$\underline{x}(t) = \sum_{m=1}^{n} \underline{x}_{m}(t) \tag{10}$$

führt auf die Näherungslösung von Gl. 4.  $\underline{x}(t)$  enthält dabei den dynamischen Anteil der Knotenverschiebungen aller Freiheitsgrade des FE-Modells. Um die Auslegungsberechnung weiterhin in Anlehnung an die Normen mit einer quasistatischen, geometrisch nichtlinearen Berechnung durchzuführen, müssen im letzten Schritt geeignete quasistatische Ersatzlasten erzeugt werden. Diese Lasten sollen den ungünstigsten Verformungszustand in gleicher Weise abbilden, wie er in einer dynamischen Berechnung auftritt. Die grundlegende Annahme ist dabei, dass der Zeitpunkt  $t_{max}$  der maximalen seitlichen Auslenkung jeder Auslegerspitze mit dem Zeitpunkt der maximalen dynamischen Belastung des zugehörigen Auslegers jeweils übereinstimmt. Die quasistatischen Knotenkräfte <u> $R_Q$ </u> lassen sich für jeden Ausleger über die Beziehung

$$\underline{R}_{Q} = \underline{K}(0) \cdot \underline{x}(t_{\max})$$
(11)

berechnen. In einer anschließenden quasistatischen Berechnung kann mit den Lasten  $\underline{R}_Q$  der ungünstigste Verformungszustand besser abgebildet werden als mit den Lasten der Normberechnung. Je nach Komplexität des Kransystems können zur Erfassung der maximalen Beanspruchung aller Ausleger mehrere quasistatische Berechnungen notwendig sein.

#### **3** AUSWERTUNGEN DER BERECHNUNGEN

Um die Ergebnisse des Schwingungsmodells zu bewerten, werden die erhaltenen Resultate mit der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung verglichen, die als realitätsnah einzustufen ist. Den Berechnungen liegen dabei jeweils verschiedene Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zugrunde. Bei beiden Krantypen erfolgte die Analyse der dynamischen Beanspruchungen für die Vorgänge Anfahren-Beharrung-Bremsen (ABB) und Bremsen aus Beharrung (BAB). Es wurden jeweils lineare Zeitverläufe für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung angenommen (vgl. Abbildung 1). Die Modellierung des Vorgangs BAB erfolgte ebenfalls mit linearen Zeitverläufen, dabei entfällt jedoch die Beschleunigungsphase. Um die maximalen Beanspruchungen zu identifizieren, wurden beim Vorgang ABB 20 Beharrungszeiten berücksich-



Abbildung 1: Zeitlicher Verlauf von Geschwindigkeit, Beschleunigung und Drehwinkel für den Vorgang ABB

tigt, beim Vorgang BAB betrug die Beharrungszeit eine Sekunde. Da das Ziel des Projekts nicht darin besteht, den Einfluss der Dämpfung auf das dynamische Verhalten des Tragwerks zu untersuchen, lag den Analysen ein konservatives Systemverhalten zugrunde. Bei den Untersuchungen des Schwingungsverhaltens der Krane wurden außerdem lediglich n = 10 Modalkoordinaten berücksichtigt, da sich gezeigt hat, dass sich die entstehende Schwingung nur aus wenigen Eigenfrequenzen zusammensetzt. Zur Modellierung des Krantragwerks wurde die Methode der finiten Turmelemente verwendet ([Gün-1985]). Dabei werden regelmäßige Gittermastbauteile zu Einzelelementen zusammengefasst, die bezüglich der Massen- und Steifigkeitseigenschaften äquivalent sind. Bei den Auswertungen befand sich die Hublast jeweils an der Auslegerspitze. Diese Lastposition führt meist zu den größten Belastungen im Tragwerk [Sch-2012] und wird auch in der Norm DIN EN 13001 vorgeschrieben. Die folgenden Abschnitte zeigen für die Lkw-Ladekrane einen Vergleich der maximalen Auslenkungen, für die Gittermast-Fahrzeugkrane werden die Bauteilausnutzungen in den Eckstielen verglichen. Bei den Lkw-Ladekranen werden dabei Resultate für den Vorgang BAB gezeigt, während für die Gittermast-Fahrzeugkrane die Ergebnisse beim Vorgang ABB dargestellt sind.

#### 3.1 ERGEBNISSE FÜR LKW-LADEKRANE

Die Ergebnisse der Lkw-Ladekrane basieren auf zwei Kranen unterschiedlicher Tragfähigkeitsklassen. Die maximale Nutzlast des kleineren Krans beträgt 9 Tonnen, der größere Kran kann eine maximale Last von 30 Tonnen aufnehmen. Bei beiden Kranen wurde jeweils zwischen den Betriebsarten Kran-Betrieb und Flyjib-Betrieb unterschieden. Beim Kran-Betrieb besteht der Ladekran nur aus einem Knickarm, während beim Flyjib-Betrieb noch vorhanden zusätzlicher ein Ausleger ist (vgl. Abbildung 2). Die Berechnung erfolgte für verschiedene Winkelstellungen der Ausleger und für einen unterschiedlichen Hub der Schubarme. Im Kran-Betrieb wurde eine horizontalen Stellung des Auslegers ( $\gamma = 0^{\circ}$ ), eine Stellung von  $\gamma = 45^{\circ}$  und eine Steilstellung von  $\gamma = 70^{\circ}$ zur Horizontalen berücksichtigt. Zu jeder Auslegerstel-



Abbildung 2: Auslegerkonfigurationen von Lkw-Ladekranen, links: Kran-Betrieb, rechts: Flyjib-Betrieb (Quelle: Palfinger Europe GmbH)

lung erfolgte die Berechnung des Krans für drei Auslegerlängen  $l_h$  des Knickarms. Dabei wurden die Ergebnisse bei maximalem Hub der Schubarme ( $l_h = l_{max}$ ), bei mittlerem Hub  $(l_h = 0.5 \cdot l_{max})$  und im komplett eingefahrenen Zustand betrachtet. Die Auswertung des Kran-Betriebs umfasst somit 18 verschiedene Beladungszustände. Für die Auswertung des Flyjib-Betriebs stehen insgesamt 16 Beladungszustände zur Verfügung. Dabei wurden wiederum unterschiedliche Winkel der Ausleger analysiert und verschiedene Längen  $f_h$  des Flyjib-Auslegers untersucht. Die Berechnung erfolgte jeweils mit der maximal zulässigen Last. In den Abbildungen 3,4 und 5 werden die Ergebnisse der Auslenkung der Kranspitze beim Vorgang BAB für unterschiedliche Berechnungsmethoden gezeigt. Die Bremsbeschleunigung wurde dabei so gewählt, dass der Kran innerhalb einer Sekunde zum Stillstand abbremst.

Abbildung 3 zeigt die Berechnungsergebnisse für einen ausgewählten Beladungszustand des kleineren Krans. Für die dynamischen FE-Berechnung ist die Amplitude der entstehenden Schwingung aufgetragen. Bei den Verschiebungen des Schwingungsmodells ist die Schwingungsamplitude aufgetragen, die sich aus dem Zeitverlauf nach Gl. 10 und vor der quasistatischen Berechnung ergibt.



Abbildung 3: Vergleich zwischen FE-Berechnung und Schwingungsmodell für verschiedene Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, Betriebsart: Kran-Betrieb,  $\gamma = 45^{\circ}$ ,  $l_h = 15 \text{ m}$ 

Die Ergebnisse des Schwingungsmodells stimmen für alle betrachteten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in guter Näherung mit der jeweiligen Amplitude der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung überein. Die prozentuale Abweichung zwischen den beiden Berechnungsmethoden nimmt dabei jeweils einen Wert von deutlich unter 1% an.

In den folgenden Diagrammen ist eine Übersicht über alle analysierten Beladungszustände abgebildet. Bei der Berechnung mit der Norm DIN EN 12999 wurde für jeden Beladungszustand die maximal zulässige Schrägstellung des Krans verwendet. Die abgebildete Verschiebung der dynamischen FE-Berechnung ist weiterhin die Amplitude des Zeitverlaufs. Bei den Verschiebungen des Schwingungsmodells ist die resultierende Verschiebung aus der quasistatischen Ersatzrechnung gezeigt. Zur Berechnung wurde für jeden Beladungszustand die maximal zulässige Drehgeschwindigkeit des Krans verwendet, da die dynamische Berechnung hierfür die größten Schwingungsamplituden liefert. Falls die nichtlinearen Systemeigenschaften einen erkennbaren Einfluss auf das Endergebnis haben, müssten diese Effekte außerdem bei maximaler Geschwindigkeit und damit maximalem Energieeintrag am deutlichsten ausgeprägt sein. Für den kleineren Kran wurde dabei eine Geschwindigkeit 0.06 rad/s angenommen, die Berechnung des größeren Krans erfolgte mit einer Drehgeschwindigkeit von 0.042 rad/s. In Abbildung 4 ist für jeden berechneten Auslegerwinkel des Kran-Betriebs das Ergebnis bei maximalem Hub und bei



Abbildung 4: Vergleich von Auslenkungen (Kran-Betrieb), abgebildet sind die Ergebnisse jeweils bei maximalem und mittlerem Hub des Knickarms für den kleinen Kran (oben) und den großen Kran (unten)

mittlerem Hub gezeigt. Erwartungsgemäß ergaben sich für einen Knickarmhub von  $l_h = 0$  m nur sehr kleine Schwingungsamplituden. Der dynamische Anteil an der Gesamtverschiebung beträgt nur wenige Millimeter, weshalb er vernachlässigt werden kann und in dem Diagramm nicht gezeigt ist. Beim Vergleich der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung mit den Ergebnissen der Normen ist zu erkennen, dass beide Normberechnungen teilweise erhebliche Abweichungen zeigen. Insbesondere bei maximalem Hub wird die Auslenkung der Kranspitze tendenziell eher überschätzt. Die Ergebnisse der übergeordneten Norm DIN EN 13001 sind dabei ähnlich ungenau wie die Ergebnisse der produktspezifischen Norm DIN EN 12999. Abbildung 5 zeigt die Auslenkungen an der Spitze des Flyjib-Auslegers, wobei der erste Knickarm bei allen Berechnungen komplett ausgefahren war. Der zweite Knickarm war entweder ebenfalls komplett ausgefahren  $(f_h = f_{max})$  oder es wurde der komplett eingefahrene Zustand ( $f_h = 0$ ) betrachtet. Auch in diesem Diagramm sind große Unterschiede zwischen der Normberechnung und der dynamischen FE-Berechnung



Abbildung 5: Vergleich von Auslenkungen (Flyjib-Betrieb) ( $l_h = l_{max}$ ), abgebildet sind die Ergebnisse jeweils bei minimalem und maximalem Hub des zweiten Knickarms für den kleinen Kran (oben) und den großen Kran (unten)

erkennbar. Anhand der untersuchten Beladungszustände wird deutlich, dass die Lastannahmen der Normen nicht geeignet sind, um die dynamischen Beanspruchungen für alle Beladungszustände mit hoher Genauigkeit abzubilden. Das Schwingungsmodell liefert hingegen für alle Auslegerkonfigurationen eine Schwingungsamplitude, die sehr nahe an dem Ergebnis der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung liegt. Obwohl die Näherungslösung des Schwingungsmodells ebenfalls zu Abweichungen führt, sind die Ergebnisse dennoch wesentlich genauer als bei der Verwendung der Normen. Im Kran-Betrieb sind dabei fast keine Unterschiede zur dynamischen FE-Berechnung erkennbar. Im Vergleich zur FE-Berechnung sind die entstehenden Verschiebungen an der Kranspitze im Flyjib-Betrieb teilweise etwas kleiner. Es ist jedoch nicht überraschend, dass kleinere Abweichungen zur FE-Berechnung auftreten, da es sich bei dem Schwingungsmodell weiterhin um ein Näherungsverfahren zur Abbildung der dynamischen Berechnung handelt.

In Tabelle 1 ist der Einfluss der Hublastposition auf die Berechnungsergebnisse für zwei Beladungszustände im Kran-Betrieb gezeigt. Die Last wurde dabei als Lastpendel mit einer Länge von einem Meter modelliert. In der Tabelle werden die Ergebnisse mit den Resultaten der bisherigen Modellierung verglichen. Da eine Masse direkt an der Auslegerspitze in der Regel zu den größten Spannungen im Ausleger führt, ist es wenig überraschend, dass die Verwendung eines Lastpendels eine geringere Auslenkung der Kranspitze hervorruft. Bei den beiden gezeigten Beladungszuständen ist der Unterschied allerdings gering, da nur ein sehr kurzes Pendel verwendet wurde. Durch das zusätzliche Pendel liegt jedoch insgesamt ein komplexeres System vor, bei welchem sich die Eigenfrequenzen geändert haben. Dennoch ist anhand der gezeigten Verschiebungen zu erkennen, dass das Schwingungsmodell auch dieses Systemverhalten abbilden kann und eine Berücksichtigung von n = 10 Modalkoordinaten auch für das modifizierte Kransystem eine ausreichende Näherung darstellt.

Position Ausleger	Position Last	maximale Auslenkung	
		dynamisch	Schwin-
_		-	gungsmodell
$\gamma = 20^{\circ}$	Kranspitze	0.5377 m	0.5266 m
$l_h = 15 \text{ m}$	Lastpendel	0.5012 m	0.5022 m
$\gamma = 70^{\circ}$ $l_h = 15 \text{ m}$	Kranspitze	0.4929 m	0.4735 m
	Lastpendel	0.4874 m	0.4728 m

Tabelle 1: Einfluss der Hublastposition auf das Ergebnis

#### 3.2 ERGEBNISSE GITTERMAST-FAHRZEUGKRANE

Die Analyse der Gittermast-Fahrzeugkrane basiert ebenfalls auf zwei Kranen, deren maximale Traglasten im Bereich von 500 t und 1000 t liegen. Für die Untersuchungen wurde ein breites Spektrum verschiedener Rüstzustände und Auslegerstellungen verwendet. In Abbildung 6 sind die untersuchten Krankonfigurationen gezeigt.



Abbildung 6: analysierte Rüstzustände der Gittermast-Fahrzeugkrane: a) S-System (nur Hauptausleger), b) SD-System (Hauptausleger mit Zusatzgegengewicht am Derrickausleger), c) SW-System (Hauptausleger mit Hilfsausleger), d) SDWB-System (Haupt- und Hilfsausleger mit Zusatzgegengewicht am Derrickausleger)[[Kle-1996]]

Das dynamische Verhalten der Krane wurde für verschiedene Auslegerlängen und Ausladungen untersucht, sodass dem hier gezeigten Vergleich insgesamt 31 Rüstzustände zugrunde liegen. Die Hublast befindet sich bei allen Kranen fünf Meter unterhalb der Auslegerspitze. Für den Vergleich Drehgeschwindigkeiten wurden zwei (0.007 rad/s, 0.014 rad/s) sowie drei Beschleunigungen (0.0042 rad/s<sup>2</sup>, 0.00525 rad/s<sup>2</sup>, 0.007 rad/s<sup>2</sup>) verwendet. Um die maximale Beanspruchung zu erfassen wurden außerdem 11 Beharrungszeiten berücksichtigt. Die Beharrungszeit umfasste dabei verschiedene Werte zwischen 0 s und 20 s. In Abbildung 7 ist beispielhaft der zeitliche Verlauf bei der Verschiebung der Kranspitze für ein ausgewähltes S-System gezeigt. Der Zeitverlauf des Schwingungsmodells zeigt die Verschiebungslösung aus Gl. 10. Zur Bestimmung des Zeitpunkts  $t_{max}$  wurde immer ein Zeitintervall von 60 s verwendet. Das Schwingungsmodell bildet den Verlauf der dynamischen FE-Berechnung mit hoher Genauigkeit nach. Es stimmen dabei sowohl die Frequenz als auch die Amplitude nahezu exakt überein. Anhand der zugehörigen Fouriertransformation bestätigt sich diese Beobachtung auch bei einer Betrachtung im Frequenzbereich. Dabei wird deutlich, dass sich die Schwingung hauptsächlich aus der zweiten und vierten Eigenfrequenz zusammensetzt (vgl. Abbildung 7). Da die anderen Frequenzen keinen erkennbaren Anteil an dem Schwingungssignal haben, führt die Berücksichtigung von lediglich n = 10 modalen Gleichungen auf nahezu die exakte Nachbildung der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung.



Abbildung 7: oben: zeitlicher Verlauf der Auslenkung der Kranspitze für ein S-System mit 90 m Auslegerlänge und 72 m Ausladung, unten: Fouriertransformation zum oben gezeigten Signal

In den Abbildungen 8 und 9 beschränkt sich die Untersuchung der Gittermast-Fahrzeugkrane auf die Bauteilausnutzung in den Eckstielen eines jeden Gittermast-Zwischenstücks. Unter der Annahme einer Druckbelastung, ist die Bauteilausnutzung  $\varphi$  durch

$$\varphi = \frac{f_{ed}}{f_{rd}} \tag{11}$$

definiert.  $f_{ed}$  und  $f_{rd}$  beschreiben dabei die wirkende Eckstieldruckspannung und den Grenzwert der Bemessungsspannung für Druck. In den Abbildungen 8 und 9 ist eine Ubersicht für die beiden untersuchten Krane dargestellt. Die Abbildung 8 zeigt jeweils das Gittermast-Zwischenstück mit der maximalen Ausnutzung. Dabei sind nur die analysierten SD-Systeme des kleineren Krans dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Normberechnung für den Rüstzustand S36D30 (36 m Hauptausleger, 30 m Derrickausleger) gut mit der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung übereinstimmt. Mit steigender Auslegerlänge nehmen jedoch die Abweichungen zwischen der Berechnung nach Norm und der dynamischen FE-Berechnung erheblich zu. Die Ausnutzungen, die sich aus dem Schwingungsmodell ergeben, stimmen hingegen für alle Geschwindigkeits-Beschleunigungskombinationen und alle Auslegerlängen in guter Näherung mit der dynamischen FE-Berechnung überein. Außerdem ist erkennbar, dass die Unterschiede zwischen der Berechnung nach Norm und der dynamischen FE-Berechnung bei allen Ausladung auftreten. Dabei nimmt die Norm teilweise auch geringere Werte an als die dynamische



Abbildung 8: Bauteilausnutzungen von SD-Systemen, für verschiedene Drehgeschwindigkeiten und Drehbeschleunigungen und für jeweils drei verschiedene Ausladungen (Steil-, Mittel-, und Flachstellung)

FE-Berechnung. Ohne eine Berücksichtigung von Sicherheitsbeiwerten würde es somit zu einer Unterdimensionierung des Tragwerks kommen. Für die untersuchten Krane ist die Genauigkeit des Schwingungsmodells hingegen nicht von der Ausladung abhängig.

Die Übersicht in Abbildung 9 zeigt die prozentuale Abweichung zu der dynamischen FE-Berechnung für den größeren Kran. Im Diagramm wurde jeweils die Geschwindigkeit und Beschleunigung ausgewählt, bei der das Schwingungsmodell die größte Abweichung zur FE- Berechnung zeigt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden in dem Diagramm nur die Abweichungen für zwei Ausladungen gezeigt. Die prozentuale Abweichung lässt sich mit

$$\Delta \varphi = \left(\frac{\varphi_{Qstat}}{\varphi_{dyn}} - 1\right) \cdot 100\% \tag{12}$$

berechnen. Positive Abweichungen bedeuten, dass die Bauteilausnutzungen  $\varphi_{ostat}$  der quasistatischen Ersatzrechnung vom Schwingungsmodell oder der Norm über den Werten  $\varphi_{dyn}$  der dynamischen Rechnung liegen. Bei negativen Abweichungen ergeben sich aus der quasistatischen Berechnung geringere Bauteilausnutzungen als mit der dynamischen Rechnung. Anhand der Abbildung ist mit steigender Komplexität der Auslegersysteme eine zunehmende Ungenauigkeit der Berechnung nach Norm zu erkennen. Insbesondere bei den SDWB-Systemen mit langen Auslegern und großer Ausladung steigen die Abweichungen deutlich an. Bei komplexen Auslegersystemen führt die Berechnung mit der Norm meist zu größeren Bauteilausnutzungen als die dynamische FE-Berechnung, die Beanspruchung der Bauteile wird somit überschätzt. Das Schwingungsmodell liefert hingegen bei allen untersuchten Systemen ein deutlich genaueres Ergebnis als die Berechnung nach DIN EN 13001. Es lässt sich



Abbildung 9: prozentuale Abweichung der Bauteilausnutzung von der dynamischen FE-Berechnung für verschiedene Rüstzustände

keine eindeutige Tendenz erkennen, ob die Beanspruchung durch das Schwingungsmodell eher überschätzt oder unterschätzt wird. Auch bei den hier gezeigten langen und komplexen Auslegersystemen ermöglicht das Modell eine sehr genaue Nachbildung der Ergebnisse aus der dynamischen FE-Berechnung.

#### 4 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In diesem Artikel wurde ein Schwingungsmodell für den Vorgang "Drehen" vorgestellt, welches einfach handzuhaben ist und für Ausleger beliebiger Komplexität eine effektive Analyse der auftretenden Beanspruchungen ermöglicht. Es konnte gezeigt werden, dass das Modell sowohl auf Krane mit Teleskopausleger als auch für Gittermast-Fahrzeugkrane anwendbar ist. Durch die Linearisierung und das Verfahren der modalen Reduktion kann eine annähernd gleiche Rechenzeit erzielt werden wie mit den bisherigen Berechnungsansätzen. Gleichzeitig wird eine ähnliche Genauigkeit erreicht wie mit einer nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung. In dem Beitrag konnten außerdem die Schwächen bei den Berechnungsansätzen der Normen aufgezeigt werden. Insbesonlangen Auslegersystemen zeigen dere bei die Normberechnungen erhebliche Ungenauigkeiten. Dabei wurde deutlich, dass durch die Verwendung des vorgestellten Schwingungsmodells eine wesentlich genauere Abbildung der auftretenden dynamischen Beanspruchungen möglich ist. Die in den Normen vorgeschriebene Berücksichtigung von Teilsicherheitsbeiwerten ist außerdem problemlos möglich.

Im weiteren Verlauf des Projekts wird ein Schwingungsmodell für den Bewegungsvorgang "Lastheben" entwickelt. Eine Anwendung der Modelle in der Praxis, lässt eine erhöhte Sicherheit bei der Beurteilung der Kranbeanspruchungen erwarten. Um die Genauigkeit des Modells und der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung zu bewerten ist außerdem ein Vergleich mit Messungen geplant.

# 5 FÖRDERHINWEIS

Das Erkenntnistransferprojekt GU427/31-1 wird von der Deutschen Forschungsgesellschaft gefördert und im Zusammenwirken mit der Palfinger Europe GmbH und der Liebherr Werk Ehingen GmbH bearbeitet.

# LITERATUR

- [Bat-1996] Bathe, K.-J.: Finite Element Procedures: Prentice Hall, 1996
- [DIN 15018-1984] Norm DIN 15018 Teil 3 November 1984. Krane: Grundsätze für Stahltragwerke, Berechnung von Fahrzeugkranen
- [EN12999-2013] Norm DIN EN 12999:2013: Krane -Ladekrane. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [EN13000-2014] Norm DIN EN 13000:2014: Krane -Fahrzeugkrane. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [EN13001-2015] Norm DIN EN 13001-1:2015: Krane Konstruktion allgemein – Teil 1: Allgemeine Prinzipien und Anforderungen. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [EN13001-2014] Norm DIN EN 13001-2:2014: Krane Konstruktion allgemein – Teil 2: Lasteinwirkungen. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [Ewi-2000] Modal Testing theory, practice and application, second edition: Wiley, 2000
- [FEM5004-1994] Richtlinie FEM 5.004:1994: Regeln für die Berechnung von Stahltragwerken von Fahrzeugkranen für allgemeine Verwendung.
- [Gün-1985] Günthner, W.A.: Statische Berechnung von Gittermast-Auslegerkranen mit Hilfe finiter Turmelemente unter Berücksichtigung der Elastizität des Kranwagens und von Messungen. Dissertation. Technische Universität München. München, 1985
- [Kle-1996] Kleeberger, M.: Nichtlineare dynamische Berechnung von Gittermas-Fahrzeugkranen. Dissertation. Technische Universität München. München, 1996

- [Kle-2014] Kleeberger, M.; Schneidler, S.; Günthner, W. A.: Untersuchung der dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Fahrzeugkranen und Vergleich mit der quasistatischen Auslegung der Norm. In: Tagungsbericht Fachtagung Kranfachtagung 2014, Technische Universität Magdeburg; 12. - 13. März 2014; Magdeburg; ISBN-13: 978-3-930385-84-3
- [Kle-2015] Kleeberger, M.; Günthner W.A.: Abbildung der dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Fahrzeugkranen mit komplexen Auslegersystemen in quasistatischen Berechnungen. In: Prof. Dr.-Ing. habil. Thorsten Schmidt, Technische Universität Dresden, 23. Kranfachtagung, Selbstverlag der Technischen Universität Dresden, Dresden, 2015, S. 71-86, ISBN 978-3-86780-427-1
- [Sch-2012] Schneidler, S.; Kleeberger, M.; Günthner, W. A.: Vergleich der dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Fahrzeugkranen mit den Ergebnissen der quasistatischen Auslegung nach DIN En 13001. In: Tagungsbericht Fachtagung Kranfachtagung 2012, Technische Universität Dresden; 20. -21. März 2012; München; ISBN: 978-3-86780-270-3

Manuel Stölzner, M.Sc., Research assistant at the Chair for Materials Handling Material Flow Logistics at the Technical University of Munich.

**Dr.-Ing. Michael Kleeberger,** Senior research assistant at the Chair for Materials Handling Material Flow Logistics at the Technical University of Munich.

**Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Wi.-Ing. Willibald A. Günthner,** Professor and former head of the Chair for Materials Handling Material Flow Logistics at the Technical University of Munich.

**Prof. Dr.-Ing. Johannes Fottner,** Professor and head of the Chair for Materials Handling Material Flow Logistics at the Technical University of Munich.

Address:

Technische Universität München, Lehrstuhl fml, Boltzmannstr. 15, 85748 Garching, Deutschland Phone: +49 89 289 15952

E-Mail: manuel.stoelzner@tum.de