

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Institut für Maschinen- und Fahrzeugtechnik – Lehrstuhl für Maschinenelemente

**Bewertung von Berechnungstiefe und Aussagegüte bei der  
Stirnradgetriebeberechnung**

**Sabrina Monic Bansemir**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Prof. Dr. Markus Zimmermann

Prüfer der Dissertation: 1. Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl  
2. Prof. Dr.-Ing. Johannes Fottner

Die Dissertation wurde am 16.12.2019 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 06.04.2020 angenommen.



## Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG) der Technischen Universität München. Grundlage dafür bilden die in dieser Zeit bearbeiteten Forschungsvorhaben, die im Auftrag der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) durchgeführt wurden.

Ich danke allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, insbesondere meinem Doktorvater, Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl, für seine Unterstützung zu dieser Arbeit und für das jahrelange Vertrauen, auch in Zeiten unseres zweimaligen Familienzuwachses mit aufstrebenden „FZG“-Buben.

Bei meinem Zweitprüfer, Prof. Dr.-Ing. Johannes Fottner, möchte ich mich für die Übernahme des Koreferats bedanken und insbesondere für seine vertrauensvolle Art in Diskussionen und während der Prüfung, kritisch die Inhalte zu betrachten.

Auch möchte ich mich bedanken bei Herrn Prof. Dr. Markus Zimmermann für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission und die Gestaltung eines angenehmen Prüfungsrahmens.

Prof. Dr.-Ing. Bernd-Robert Höhn gilt mein besonderer Dank, dass er als damaliger Leiter der FZG, mir das Vertrauen entgegenbrachte und mir die Möglichkeit gab, mich weiterzubilden und die Grundlagen für diese Promotion zu legen.

Herzlichen Dank an meinen Abteilungsleiter, Dr.-Ing. Michael Otto, für seine freundschaftliche und konstruktive Art, zusammen mit seiner fachlichen, inhaltlichen, sowie menschlichen Kompetenz und dafür, mit seinen hilfreichen Diskussionsbeiträgen, mich in der Erstellung dieser Arbeit unterstützt zu haben.

Den Mitgliedern/-innen des Arbeitskreises der FVA „Berechnung und Simulation“ und der Arbeitsgruppe „RIKOR“, die die Forschungsvorhaben begleitet und gefördert haben, gilt mein besonderer Dank, da ohne ihre Einträge aus der industriellen Praxis, mir nicht der Übertrag der Inhalte in die wissenschaftliche Darstellung gelungen wäre.

Großer Dank auch an die Mitarbeiter der FVA GmbH, insbesondere Mohammad Demeisi und Dr.-Ing. Ferdinand Wikidal, für die Integration der auch außerhalb dieser Arbeit liegenden Forschungsinhalte und der im Zusammenhang stehenden guten Zusammenarbeit.

In Hoffnung, mich immer wärmstens daran erinnern zu können, Dank an alle Kolleginnen und Kollegen für die schöne und lehrreiche Zeit an der FZG. Besonders hervorheben möchte ich Alexander Monz, Falko Thoma, Andreas Langheinrich (geb. Fröh), Jan Parlow, Markus Daffner, Maximilian Fromberger und Katharina Völkel für alle fachlichen und persönlichen Gespräche und die entstandenen Freundschaften, zudem der „Damenrunde“ der FZG, für das tolle Gemeinschaftsgefühl und auch das ein oder andere Gläschen Sekt.

Ich danke meinen Eltern für so Vieles, was ich hier nicht aufzählen kann.

Ich danke meinem Mann, für seinen Rückhalt, für seine Unterstützung dabei, diese Arbeit zum Abschluss zu führen, für unsere oft intensiven fachlichen Diskussionen und dafür, dass er mich liebt.

München, im September 2020

A handwritten signature in blue ink, reading "Sabina Jesenia". The signature is written in a cursive style with a large initial 'S'.

## Kurzfassung

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Berechnung der Lastverteilung auf der Zahnflanke von Stirnradverzahnungen und der daraus abgeleiteten Beanspruchung, welche für die Tragfähigkeitsberechnung nach ISO 6336 herangezogen wird.

Es werden die Grundlagen der Tragfähigkeitsberechnung nach Norm und erweiterte Berechnungsverfahren vorgestellt sowie das zweidimensionale und dreidimensionale Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Breitenlastverteilung und der topologischen Lastverteilung auf der Zahnflanke.

Des Weiteren werden die Auswirkungen verschiedener Einflüsse in der Berechnung (unterschiedliche Berechnungstiefen) auf die Lastverteilung und auf die daraus abgeleiteten Tragfähigkeitskennwerte untersucht. Als Berechnungstiefe wird hierin als Grad der Komplexität des Berechnungsverfahrens aufgrund der Anzahl und Detaillierung der berücksichtigten Einflussgrößen verstanden. Es wird ein Verfahren vorgestellt, welches Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung im Zahnkontakt und Einflüsse aus Gehäuseverformungen eines Getriebes auf die Lastverteilung im Zahnkontakt berücksichtigt. Ziel dieser Untersuchungen ist die Beurteilung des Einflusses verschiedener Berechnungstiefen auf die Aussagegüte der Tragfähigkeitskennwerte.

Abschließend werden auf Basis der vorangegangenen Untersuchungen der Aufwand und die Aussagegüte verschiedener Berechnungstiefen für die Lastverteilung verglichen und eine Beurteilungsmethode für die Wahl einer Berechnungstiefe, abhängig von anwendungsspezifischen Randbedingungen, erarbeitet und validiert.

## Abstract

The focus of this thesis is on the calculation of the load distribution on the tooth flank and the load carrying capacity parameters according to ISO 6336 derived therefrom.

First the basics of the load capacity calculation with the standard and with more detailed calculation procedures as well as the two-dimensional calculation method to calculate the longitudinal load distribution and the three-dimensional calculation method to calculate the topological load distribution are given.

Then the impact of some influences of the detail level of the calculation method on the load carrying capacity parameters are investigated. Therefore, a new calculation method will be presented to include crossover influences on longitudinal load distribution in the tooth contact and housing deformations in the calculation of the load distribution (longitudinal and topological). The objectives of that survey are a rating of the cost-benefit relationship of the detail level on the prediction quality of the load carrying capacity parameters.

Finally the relationship between the costs (the detail level) and the benefit (the prediction quality of the load carrying capacity parameters) are compared and an evaluation method on the choice of a detail level in consideration of application specific constraints are developed and validated.



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>1</b>
1.1	Problemstellung.....	1
1.2	Zielsetzung.....	2
1.3	Lösungsweg.....	3
<b>2</b>	<b>Stand des Wissens</b> .....	<b>5</b>
2.1	Grundlagen der Zahnradtragfähigkeitsberechnung.....	6
2.1.1	Tragfähigkeitsberechnungsverfahren nach ISO 6336.....	6
2.1.2	Erweiterte Tragfähigkeitsberechnungsverfahren, allgemein.....	8
2.1.3	Erweiterte Tragfähigkeitsberechnungsverfahren nach FVA.....	9
2.2	Einfluss der Lastverteilung auf die berechneten Tragfähigkeiten.....	11
2.2.1	Berechnung der Breitenlastverteilung - zweidimensionale Methode (Norm).....	13
2.2.2	Berechnung der Breitenlastverteilung - zweidimensionale Methode (RIKOR).....	15
2.2.3	Berechnung der topologischen Lastverteilung - dreidimensionale Methode (RIKOR).....	18
2.2.4	Kreuzeinflüsse in der Lastverteilungsberechnung.....	19
2.3	Berechnungsprogramme zur Lastverteilungs- und Tragfähigkeitsberechnung.....	21
2.3.1	Übersicht der Berechnungsprogramme im Betrachtungsumfang.....	21
2.3.2	Verformungs- und Lastverteilungsberechnung mit dem FVA-Programm RIKOR.....	24
2.4	Zur Berechnungstiefe und Aussagegüte von Berechnungsmethoden und deren Beurteilung im Umfeld der Produktentwicklung.....	26
2.5	Zusammenfassung und Fazit.....	28
<b>3</b>	<b>Sensitivitätsanalyse der Lastverteilungsberechnung hinsichtlich des Einflusses der Berechnungsparameter auf die Aussagegüte</b> .....	<b>31</b>
3.1	Vorstellung der zu untersuchenden Einflüsse.....	31
3.1.1	Berücksichtigung der Dimension der Matrix zur Beschreibung von Flankenmikrogeometrien.....	32
3.1.2	Berücksichtigung von Achsabstandsänderungen bei der Berechnung der Profilüberdeckung.....	34
3.1.3	Berücksichtigung von Flankenkrümmungsänderungen aufgrund von Profilkorrekturen in der Kontaktverformungsberechnung.....	35
3.1.4	Berücksichtigung der Zahnsteifigkeit an Randbereichen der Zahnflanke.....	35
3.2	Berechnungsstudie.....	36
3.2.1	Untersuchte Verzahnungsvarianten.....	36
3.2.2	Berechnungsvarianten.....	39
3.2.3	Zu vergleichende, maßgebliche Ergebnisgrößen.....	42
3.3	Auswertung und Diskussion der Ergebnisse.....	42
3.3.1	Einfluss der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie.....	43

3.3.2	Einfluss von Achsabstandsänderungen.....	44
3.3.3	Einfluss von Flankenkrümmungsänderungen.....	46
3.3.4	Einfluss der Zahnsteifigkeit an Randbereichen der Zahnflanke .....	47
3.3.5	Überlagerung der Einflussgrößen.....	49
3.4	Zusammenfassung und Fazit .....	49
<b>4</b>	<b>Implementierung einer Berechnungsmethode zur Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen in der Lastverteilungsberechnung.....</b>	<b>53</b>
4.1	Berechnungsmethode zur Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen - Ausgangssituation .....	53
4.2	Entwicklung eines iterativen Berechnungsansatzes für die zweidimensionale Lastverteilungsberechnung.....	54
4.2.1	Iterationssteuerung, Randbedingungen und Konvergenz .....	56
4.3	Untersuchung des Einflusses anhand von Beispielgetrieben.....	61
4.3.1	Untersuchte Getriebevarianten.....	61
4.3.2	Berechnungsvarianten und zu vergleichende Ergebnisgrößen.....	61
4.3.3	Auswertung und Diskussion der Ergebnisse .....	63
4.4	Zusammenfassung und Fazit .....	66
<b>5</b>	<b>Diskussion von Aussagegüte und Berechnungstiefe der Berechnungsmethoden</b>	<b>69</b>
5.1	Bewertung der Berechnungsmethoden hinsichtlich Aussagegüte und Berechnungstiefe .....	69
5.1.1	Lokale Berechnung .....	71
5.1.2	Zusammengesetzte Berechnung.....	72
5.1.3	Iterative Berechnung .....	74
5.1.4	Integrierte Berechnung.....	75
5.2	Bewertung der Chancen und Risiken der Anwenderunterstützung und Ergebnisdarstellung moderner Berechnungsprogramme.....	76
5.3	Entwicklung einer Bewertungsmethode für die Wahl einer sinnvollen Berechnungstiefe .....	78
5.3.1	Wahl der Bewertungskriterien .....	78
5.3.2	Bewertung mittels Punktesystem.....	79
5.4	Anwendung der Bewertungsmethode anhand von Fallbeispielen .....	79
5.4.1	Bewertungskriterium 1: Sicherheitsfaktoren .....	81
5.4.2	Bewertungskriterium 2: Ergebnisabsicherung .....	81
5.4.3	Bewertungskriterium 3: Gewicht des Getriebes .....	82
5.4.4	Punktesystem .....	82
5.4.5	Beispiel 1: Automobilgetriebe .....	83
5.4.6	Beispiel 2: Windkraftgetriebe.....	84
5.4.7	Beispiel 3: Mobile Antriebe .....	86
5.4.8	Beispiel 4: Industriegetriebe - Serienentwicklung .....	86



---

5.4.9	Beispiel 5: Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung .....	87
5.4.10	Auswertung und Diskussion der Ergebnisse .....	87
5.5	Weiterentwicklung der Bewertungsmethode .....	89
5.6	Zusammenfassung und Fazit .....	90
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>93</b>
6.1	Zusammenfassung.....	93
6.2	Ausblick.....	95
<b>7</b>	<b>Literatur .....</b>	<b>97</b>
	<b>Dissertationen der FZG.....</b>	<b>107</b>



## Nomenklatur

Zeichen	Einheit	Benennung
$a$	$mm$	Achsabstand
$b$	$mm$	Zahnbreite
$c_\gamma$	$\frac{N}{mm \cdot \mu m}$	mittlere Gesamt-Zahnfedersteifigkeit je Einheit Zahnbreite (kurz: Eingriffsfedersteifigkeit)
$c'_{th}$	-	theoretische Einzelfedersteifigkeit nach Schäfer [Sch71]
$d_1$	$mm$	Teilkreisdurchmesser des Ritzels
$d_b$	$mm$	Grundkreisdurchmesser
$d_f$	$mm$	Fußkreisdurchmesser
$d_{Na}$	$mm$	Kopfnutkreisdurchmesser
$f_{H\beta}$	-	wirksame Flankenlinienabweichung
$g_\alpha$	$mm$	Eingriffsstreckenlänge
$h$	$mm$	Zahnhöhe
$h_{aP0}^*$	-	Kopfhöhenfaktor Werkzeug
$i$	-	Übersetzung
$l$	$mm$	Länge der Berührlinie
$m_n$	$mm$	Normalmodul
$n$	$\frac{1}{min}$	Drehzahl am Ritzel
$n$	-	Anzahl der Berechnungstützpunkte entlang der Breite der Verzahnung
$p_{et}$	$mm$	Stirneingriffsteilung
$u$	-	Zähnezahlverhältnis
$z$	-	Zähnezahl
$A_{ae}$	$\mu m$	oberes Achsabstandsabmaß
$A_{ei}$	$\mu m$	unteres Achsabstandsabmaß
$\vec{B}$	$N, Nm$	Belastungsvektor
$C$	$\frac{N}{mm}, \frac{Nmm}{rad}$	Steifigkeit (Senk- und Drehsteifigkeit)
$E$	$\frac{N}{mm^2}$	Elastizitätsmodul
$F$	$N$	Kraft, Belastung
$F_{bn}$	$N$	Zahnnormalkraft am Grundkreis
$F_n$	$N$	Zahnnormalkraft
$F_t$	$N$	Nennumfangskraft am Teilkreis
$K_A$	-	Anwendungsfaktor

Zeichen	Einheit	Benennung
$K_{F\alpha}$	-	Stirnfaktor (Fuß)
$K_{F\beta}$	-	Breitenfaktor (Fuß)
$K_{H\alpha}$	-	Stirnfaktor (Flanke)
$K_{H\alpha-B}$	-	Stirnfaktor (Flanke) nach Norm Methode B
$K_{H\beta}$	-	Breitenfaktor (Flanke)
$K_T$	-	Lastfaktor nach Popov [Pop96]
$K_{H\beta-3D}$	-	Breitenlastfaktor nach Thoma [Tho12]
$K_{H\beta-C}$	-	Breitenlastfaktor nach Norm Methode C
$K_{H\beta-D}$	-	Breitenlastfaktor nach Norm Methode D
$K_{H\beta-FEM}$	-	Breitenlastfaktor nach Roda-Casanova et al. [Rod13]
$K_V$	-	Dynamikfaktor
$K_{V-B}$	-	Dynamikfaktor nach Norm Methode B
$K_Y$	-	Aufteilungsfaktor
$N_F$	-	Exponent für die rechnerische Bestimmung des Breitenfaktors (Fuß)
$P_{\dot{U}}$	-	Überlebenswahrscheinlichkeit
$S_F$	-	Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung
$S_H$	-	Sicherheitsfaktor für Flankenpressung
$S_{min}$	-	Mindestsicherheit
$T_{nenn}$	Nm	Nenn Drehmoment
$X$	$\frac{N}{mm}, \frac{Nmm}{rad}$	Steifigkeit (Senk- und Drehsteifigkeit)
$Y$	$\frac{N}{mm}, \frac{Nmm}{rad}$	Steifigkeit (Senk- und Drehsteifigkeit)
$Y_B$	-	Zahnkranzfaktor
$Y_{DT}$	-	Faktor für Hochverzahnung hoher Genauigkeit
$Y_F$	-	Formfaktor
$Y_S$	-	Spannungskorrekturfaktor
$Y_{\beta}$	-	Schrägenfaktor
$Z_B$	-	Ritzel-Einzeleingriffsfaktor
$Z_E$	-	Elastizitätsfaktor
$Z_H$	-	Zonenfaktor
$Z_{\beta}$	-	Schrägenfaktor
$Z_{\varepsilon}$	-	Überdeckungsfaktor
$\alpha_t$	°	Stirneingriffswinkel
$\alpha_{wt}$	°	Betriebseingriffswinkel
$\beta$	°	Schrägungswinkel

Zeichen	Einheit	Benennung
$\delta$	$mm$	Verformung
$\varepsilon$	-	Grenzwert
$\varepsilon_\alpha$	-	Profilüberdeckung
$\varepsilon_\beta$	-	Sprungüberdeckung
$\nu$	-	Querdehnzahl
$\varrho$	$mm$	Ersatzkrümmungsradius der Verzahnung
$\varrho_{1,2}$	$mm$	Krümmungsradius eines Zahnrades
$\varrho_{aP0}^*$	-	Kopfabrundungsfaktor Werkzeug
$\sigma_F$	$N/mm^2$	Zahnfußspannung
$\sigma_{FP}$	$N/mm^2$	zulässige Zahnfußspannung
$\sigma_{Fv}$	$N/mm^2$	schadensäquivalente Vergleichsspannung nach FVA 257/II [Sch02a]
$\sigma_{F0}$	$N/mm^2$	Zahnfußnennspannung
$\sigma_H$	$N/mm^2$	auftretende Flankenpressung
$\sigma_{HP}$	$N/mm^2$	zulässige Flankenpressung
$\sigma_{Hv}$	$N/mm^2$	schadensäquivalente Vergleichspressung nach FVA 284 [Sta00a]
$\sigma_{H0}$	$N/mm^2$	nominelle Flankenpressung

### Indizes

1	Ritzel	2	Rad
$ax$	Axialsteifigkeit	$diff$	Differenz
$ges$	Gesamt	$i$	Berechnungspunkt, Stützpunkt
$j$	Iterationsschritt	$s$	Senksteifigkeit
$u, v, w$	Koordinatenrichtungen	$D$	Drehsteifigkeit
<i>Kreuz</i>	Größe mit Kreuzeinflüssen		

### Abkürzungen

u	unkorrigiert
k	korrigiert
sym.	symmetrisch
ACHS	Untersuchter Einfluss aus Kap. 3: Achsabstandsänderung
AutomSHV	Beispielverzahnung in Kap. 3: automobilnahe Schräghochverzahnung
AutomSV	Beispielverzahnung in Kap. 3: automobilnahe Schrägverzahnung
DIM	Untersuchter Einfluss aus Kap. 3: Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie
DIN	Deutsches Institut für Normung

---

DZP	FVA-Programm zur Berechnung des Anregungsverhaltens von Stirnradstufen
EDV	Elektronische Datenverarbeitung
FE	Finite-Element
FR	Fußrücknahme
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.
FZ	Formelzeichen
IndGV	Beispielverzahnung in Kap. 3: industriennahe Geradverzahnung
IndSV	Beispielverzahnung in Kap. 3: industriennahe Schrägverzahnung
ISO	International Organization for Standardization
KR	Kopfrücknahme
LAGER	FVA-Programm zur Berechnung von Wälzlagern
RAND	Untersuchter Einfluss aus Kap. 3: Randbereich Verzahnung
RHO	Untersuchter Einfluss aus Kap. 3: Flankenkrümmung
Ri	Ritzel
RIKOR	FVA-Programm zur Verformungs- und Lastverteilungsberechnung einer Stirnradstufe
STplus	FVA-Programm zur Herstellsimulation und Normtragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern

## 1 Einleitung

Die Ziele in der Getriebeauslegung sind tragfähige Komponenten mit langer Lebensdauer bei niedrigem Gewicht und Preis. Ein großer Anteil heute entwickelter und produzierter Getriebe sind Stirnradgetriebe. Eine in der Auslegung maßgebliche Komponente ist die Verzahnung.

Die Berechnung der Tragfähigkeit einer Stirnradverzahnung ist z. B. nach ISO-Norm definiert. In ihr wird die Verteilung der Last auf der Zahnflanke berücksichtigt. Im idealisiert abweichungsfreien Zahnkontakt liegt eine gleichmäßige Lastverteilung vor. Daraus ergibt sich eine gleichmäßige Werkstoffausnutzung und so die theoretische maximale Tragfähigkeit. Im gesamten Getriebe sind jedoch elastische Verformungen und Herstellabweichungen vorhanden, die die Leistungsübertragung im Zahnkontakt beeinflussen. Es ergeben sich Lastüberhöhungen auf der Flanke und somit eine ungleichmäßige Lastverteilung. Dies verursacht eine niedrigere Tragfähigkeit.

In der Auslegungsberechnung einer Verzahnung werden auf Basis eines angegebenen Drehmomentes die Belastungen der einzelnen Getriebeelemente wie Verzahnungen, Wellen, Lager, Gehäuse und die daraus resultierenden Verformungen ermittelt. Unter Verwendung dieser Verformungen wird die Lastverteilung auf der Zahnflanke errechnet und die Tragfähigkeit der Verzahnung bestimmt.

Wie gut die berechneten Verformungen, Lastverteilung und Tragfähigkeit mit den Getriebeeigenschaften im Betrieb übereinstimmen, hängt von der Aussagegüte der Berechnungsergebnisse ab. Die Aussagegüte hängt wiederum von der Berechnungsmethode und der darin enthaltenen Modellbeschreibung, der vereinfachenden Annahmen und den Systemgrenzen ab, also der Anzahl und der Detaillierung der berücksichtigten Einflussfaktoren, kurz von der Berechnungstiefe.

So ist es in der Anwendung verbreitet, die Verformungen von Wellen und Lagern detailliert zu berücksichtigen, jedoch die des Gehäuses stark zu vereinfachen oder gar nicht zu berücksichtigen. Gründe hierfür sind der hohe Aufwand einer dazu notwendigen FE-Modellierung und Berechnung bzw. die vorhandene Erfahrung, wie die Gehäuseverformungen vereinfacht angesetzt werden können.

Aufgrund der Anforderungen an Gewicht, Kosten und Leistungsdichte werden Getriebe am Rande der Leistungsgrenze ausgelegt in immer kürzer werdender Entwicklungszeit. Für eine sichere Abschätzung der Tragfähigkeit im Betrieb bedarf es einer Auslegung mit einer hohen Aussagegüte bei minimalem Aufwand.

### 1.1 Problemstellung

Es gibt zahlreiche Berechnungsmethoden und zahlreiche Einflussfaktoren in unterschiedlicher Detaillierung und mit unterschiedlichen Systemgrenzen zur Berechnung der Lastverteilung der Verzahnung.

Eine hohe Berechnungstiefe bedeutet einen hohen Aufwand, z. B. aufgrund der Detailtiefe in der Modellierung oder der längeren Rechenzeit für die komplexere Berechnungsmethode. Der Zusammenhang zwischen dem Aufwand, der Berechnungstiefe, und dem Nutzen, der Aussagegüte, ist nicht direkt proportional, er ist vielmehr abhängig vom konkreten Anwendungsfall.

So werden mit der Abschätzung der Verformungen für einfache symmetrische, robust ausgelegte Gehäuse, für die lange Anwendererfahrungen vorliegen, zuverlässige Tragfähigkeitsergebnisse berechnet. Wird ein Gehäuse sehr filigran konstruiert und sollen Gewichtseinsparungen realisiert werden, ist eine detaillierte Berechnung mit hohem Aufwand lohnenswert.

Der erfahrene Anwender kennt für seinen Bereich die signifikanten Einflussgrößen. Gibt es eine Weiterentwicklung der Berechnungsmethode, kann er diese für seine Anwendung prüfen und den Aufwand gegenüber dem Nutzen abschätzen. Das ist zeitaufwändig und erfordert umfassende Kenntnis über das neue Berechnungsverfahren, die häufig nur durch Anwendungserfahrung zu erlangen ist.

Liegt eine signifikante Änderung in der Berechnungsmethode vor, durch einen Entwicklungssprung, ist der Aufwand größer die Einflüsse abzuschätzen, „alte“ Datensätze für die neue Methode anzupassen und die ggf. abweichenden Ergebnisse sicher zu interpretieren.

Es muss die Entscheidung getroffen werden, welche Einflussgrößen berücksichtigt werden müssen, welche Aussagegüte vorliegen muss und welcher Aufwand dafür betrieben werden darf. Es fehlt ein Vorgehen, die den Anwender für einen spezifischen Anwendungsfall bei der Wahl einer wirtschaftlich sinnvollen Berechnungstiefe unterstützt.

## 1.2 Zielsetzung

In dieser Arbeit soll für eine Auswahl an Einflussfaktoren deren Relevanz bei der Stirnradtragfähigkeitsberechnung in Abhängigkeit vom Anwendungsfall untersucht werden. Ziel ist es, für exemplarisch gewählte Einflussgrößen ein Verständnis und Gefühl für deren Wirkung in der Berechnung zu geben. Anwender können die Erkenntnisse auf ihre eigenen Anwendungsfälle übertragen.

Die Breitenlastverteilung findet Eingang in die Tragfähigkeitsberechnung nach Norm. Sie wird in der Industrie verbreitet mit Hilfe einer auf eine Stirnradstufe reduzierten Berechnungsmethode ermittelt. Die Erweiterung der Berechnungsmethode hin zur Berücksichtigung der Verformungen von allen vorhandenen Stirnradstufen, dem Einfluss des Gehäuses und aller wechselseitigen Kreuzeinflüsse der Getriebeelemente untereinander bedeutet eine signifikante Ausweitung der Systemgrenzen. Für die Anwendung bedeutet es einen größeren Aufwand bzw. ein größeres notwendiges Wissen für die Datenvorbereitung, Berechnungszeit und für das notwendige Verständnis, um die Plausibilität der Ergebnisse abzuschätzen. In dieser Arbeit soll eine solche Berechnungsmethode entwickelt und anhand von Beispielen die Wirkung dieser Einflüsse untersucht werden.

Die Einzeleinflüsse können verschiedenen Entwicklungsstufen der Berechnungsmethode, bzw. dem dahinterstehenden Programm, zugewiesen werden. Jede Weiterentwicklung kann als eigene Berechnungsmethode angesehen werden. Es verändern sich die Berechnungstiefe und die Aussagegüte. Ziel dieser Arbeit ist es, die verschiedenen Berechnungsmethoden in Bereiche zu gliedern und eine Bewertungsmethode zu entwickeln, die bei der Entscheidung für einen spezifischen Anwendungsfall die Wahl eines wirtschaftlich sinnvollen Bereiches unterstützt.



### 1.3 Lösungsweg

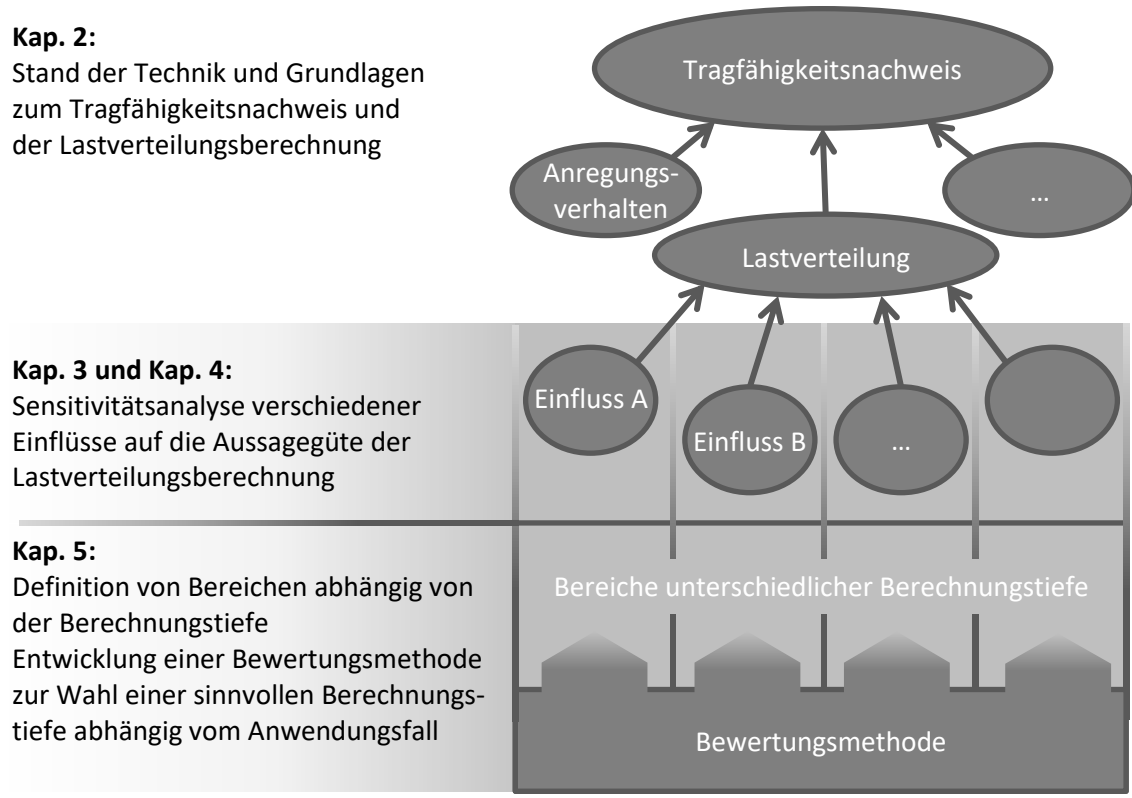
Zu Beginn dieser Arbeit werden in Kap. 2 die Grundlagen und der Stand der Technik erläutert. Es wird gezeigt, auf welche Art die Lastverteilung im Tragfähigkeitsnachweis Eingang findet. Anschließend werden die mechanischen Berechnungsmodelle der zwei für diese Arbeit grundlegenden Lastverteilungsberechnungsmethoden beschrieben. Alle im Weiteren untersuchten Einflussgrößen finden durch die Anpassung einzelner Elemente in den Modellen Eingang in die Berechnung.

In Kap. 3 wird mittels einer Berechnungsstudie eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, die den Einfluss von Erweiterungen in der Berechnungsmethode der Lastverteilung auf erweiterte Tragfähigkeitsberechnungsverfahren untersucht.

In Kap. 4 wird ein Berechnungsansatz zur Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen vorgestellt. Dieser basiert auf der etablierten stufenweisen Berechnung von Getrieben. Es werden die Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung im Zahnkontakt und aus den Gehäuseverformungen in die Berechnungsmethode integriert und deren Einfluss auf die Breitenlastverteilung anhand von Beispielgetrieben untersucht und diskutiert.

In Kap. 5 werden vier Bereiche für die Einordnung von Berechnungsmethoden abhängig vom Verhältnis der Berechnungstiefe zur Aussagegüte definiert und die beschriebenen und untersuchten Berechnungsmethoden einsortiert. Anschließend werden Bewertungskriterien entwickelt, welche für die Auswahl einer Berechnungstiefe und daraus abgeleitet einer Berechnungsmethode herangezogen werden können. In Verbindung mit einer Punktebewertung wird eine Bewertungsmethode entwickelt, welche anhand von verschiedenen Fallbeispielen validiert wird.

In **Bild 1.1** ist die Gliederung dieser Arbeit dargestellt.



**Bild 1.1:** Gliederung der Arbeit



## 2 Stand des Wissens

Ziel in der Stirnradtriebkonstruktion ist es, die Makrogeometrie (Zähnezahl, Verzahnungsbreite, Achsabstand usw.) und Mikrogeometrie (Zahnflankenmodifikationen durch Herstellabweichungen oder gezielten Verzahnungskorrekturen) einer Verzahnung tragfähig auszulegen. Dafür muss die rechnerische lastinduzierte Spannung auf der Zahnflanke, die Beanspruchung, mit ausreichendem Abstand, der Mindestsicherheit  $S_{min}$ , unter dem maßgebenden Festigkeitskennwert liegen [DIN87b, Nie19, Nie05]:

$$\frac{\text{Beanspruchung}}{\text{Festigkeitskennwert}} \leq S_{min} \quad (2.1)$$

Der Festigkeitskennwert wird in der Regel von Ergebnissen aus Laufversuchen mit Standard-Referenz-Prüfrädern abgeleitet. Hierzu wird der Prüfwert mit Einflussfaktoren auf die Abmessungen und Betriebsbedingungen des aktuellen Radpaares umgerechnet, wie es z. B. in der ISO 6336 [ISO06] für die Schadensarten Grübchen, Zahnfußbruch und Fressen angegeben wird.

Die Beanspruchung wird abhängig vom verwendeten Tragfähigkeitsberechnungsverfahren bestimmt. Das anliegende Nenndrehmoment wird unter Verwendung verschiedener von der Verzahnung und dem Anwendungsfall abgeleiteter Faktoren zu einem Beanspruchungswert umgewertet.

In **Kap. 2.1** werden die Grundlagen der Zahnradtragfähigkeitsberechnung von Stirnradverzahnungen vorgestellt. Hierbei werden die Verfahren nach Norm und erweiterte Verfahren erläutert. Der Fokus liegt auf der Bestimmung der Beanspruchung und auf der Berücksichtigung der Lastverteilung darin.

Im gesamten Getriebe sind elastische Verformungen und Herstellabweichungen vorhanden, aus denen Lastüberhöhungen auf der Zahnflanke und somit eine ungleichmäßige Lastverteilung resultieren. Die angewendete Methode zur Berechnung der Lastverteilung und die darin berücksichtigten Einflussfaktoren haben Einfluss auf die Aussagegüte der Lastverteilung.

In **Kap. 2.2** werden die in dieser Arbeit relevanten Lastverteilungsberechnungsmethoden vorgestellt. Es werden die zugrunde liegenden mechanischen Modelle und die Ableitung der Kennwerte für die Tragfähigkeitsberechnung aus Kap. 2.1 erläutert. Auf dieser Basis kann die Wirkung der im weiteren Verlauf untersuchten Einflussfaktoren erklärt werden.

In **Kap. 2.3** werden die relevanten Berechnungsprogramme (teils wissenschaftlich, teils kommerziell entwickelt) und die darin implementierten Berechnungsmethoden zur Ermittlung der Lastverteilung beschrieben. Der Fokus liegt auf Berechnungsprogramme, die das Verzahnungsumfeld wie Welle, Lager und Gehäuse detailliert betrachten.

Für eine Definition von Bereichen für die Einordnung von Berechnungsmethoden abhängig von der Berechnungstiefe und Aussagegüte und für die Entwicklung einer Bewertungsmethode wird in **Kap. 2.4** die Verwendung der Begriffe „Berechnungstiefe“ und „Aussagegüte“ allgemein in der Produktentwicklung vorgestellt und für diese Arbeit definiert.

In **Kap. 2.5** werden die Erkenntnisse zusammengefasst.

## 2.1 Grundlagen der Zahnradtragfähigkeitsberechnung

In der Auslegung von Stirnradverzahnungen sind die Schadensarten Grübchen, Graufleckigkeit, Zahnfußbruch, Fressen und Verschleiß zu berücksichtigen [Nie03].

In dieser Arbeit werden die Grübchen- und die Zahnfußbruchtragfähigkeit in den Fokus gestellt. Auf Basis dieser zwei Tragfähigkeiten werden Stirnradstufen dimensioniert, z. B. nach dem Verfahren von Linke [Lin10].

Im Folgenden werden die Grundlagen der Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeitsberechnung von Stirnradverzahnungen vorgestellt. Es werden die Verfahren nach Norm und erweiterte Verfahren erläutert. Es stehen die Berechnung der Beanspruchung und die Berücksichtigung der Lastverteilung auf der Zahnflanke in der Berechnung im Fokus.

### 2.1.1 Tragfähigkeitsberechnungsverfahren nach ISO 6336

Niemann und Winter [Nie03] beschreiben Tragfähigkeitsberechnungsverfahren für Evolventenstirnräder, die in der DIN 3990 [DIN87b] und später in der ISO 6336 [ISO06] umgesetzt wurden.

Die Normen bilden die Grundlage für eine einheitliche Tragfähigkeitsberechnung von Evolventenstirnrädern mit Außen- und Innenverzahnungen. Die darin beschriebenen Berechnungsverfahren ermöglichen die Bestimmung der Grübchensicherheit und der Zahnfußbruchsicherheit.

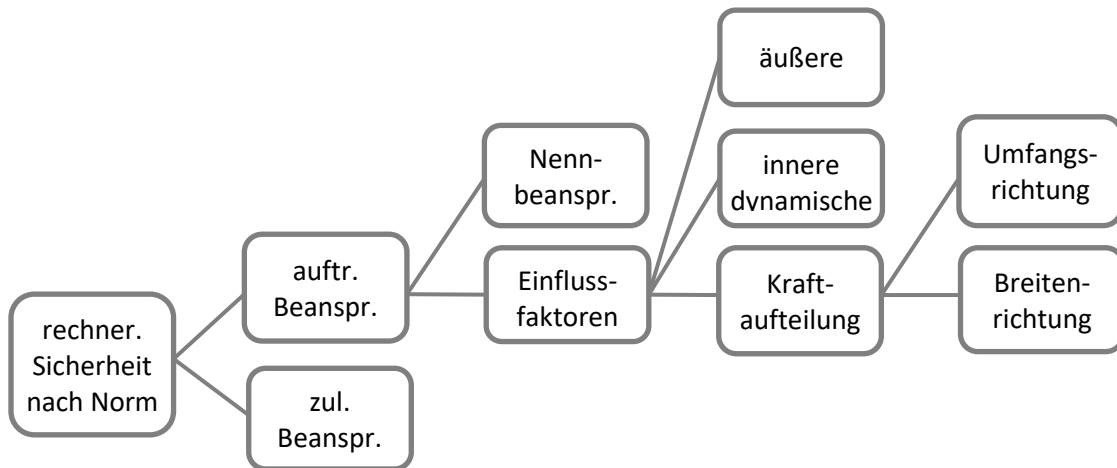
Der rechnerische Sicherheitsfaktor für die maßgebliche Beanspruchung wird als Verhältnis der auftretenden Beanspruchung und der zulässigen Beanspruchung (dem maßgebenden Festigkeitskennwert) gebildet (siehe Gleichung (2.1)). Die auftretende Beanspruchung wird auf Basis der Nennbeanspruchung, welche aus dem anliegenden Drehmoment abgeleitet wird, und Einflussfaktoren ermittelt. Die Einflussfaktoren berücksichtigen die Kraftüberhöhung aufgrund von äußeren Einwirkungen, inneren dynamischen Einwirkungen und ungleichmäßiger Kraftaufteilung über der Breite und in Umfangsrichtung.

Die Einflussfaktoren zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Kraftaufteilung über der Breite werden aus der Breitenlastverteilung abgeleitet. Diese wird mit einer ebenen (zweidimensionalen) Berechnungsmethode bestimmt (siehe Kap. 2.2.2), in der die Lastverteilung mit einer über den Eingriff gemittelten Steifigkeit entlang einer Breitenlinie berechnet wird. In **Bild 2.1** sind die Zusammenhänge dargestellt.

Für verschiedene Größen werden in der Norm mehrere Berechnungsmethoden angegeben. Methode A stellt hierbei die hochwertigste Methode dar, d.h. unter Berücksichtigung aller Einflüsse wird bei größtem Berechnungsaufwand die größte Aussagegüte erreicht. Entsprechend der alphabetischen Reihenfolge nimmt bei den Methoden B bis D die Anzahl an vereinfachenden Annahmen zu, der Berechnungsaufwand und die Aussagegüte ab.

#### Grübchentragfähigkeit

Nach ISO 6336 part 2 basiert die auftretende Flankenpressung  $\sigma_H$ , Gleichung (2.2), auf der nominellen Flankenpressung  $\sigma_{H0}$  im Wälzpunkt (bei Schrägverzahnungen) bzw. im inneren Einzeleingriffspunkt (bei Geradverzahnungen), Gleichung (2.3). Die nominelle Flankenpressung ist hierbei die bei Belastung einer fehlerfreien Verzahnung durch das statische Nennmoment auftretende Pressung. Sie berechnet sich aus der Nennumfangskraft  $F_t$  unter Verwendung verschiedener Faktoren, mit denen die Eigenschaften der vor liegenden Verzahnung berücksichtigt werden. Durch die Multiplikation der nominellen Flankenpressung



**Bild 2.1:** Tragfähigkeitsberechnung nach ISO 6336

mit der Quadratwurzel aus dem Produkt der lastüberhöhenden Kraffaktoren  $K_A$  (Anwendungsfaktor),  $K_V$  (Dynamikfaktor),  $K_{H\beta}$  (Breitenfaktor (Flanke)) und  $K_{H\alpha}$  (Stirnfaktor (Flanke)) nach ISO 6336 part 1 wird die auftretende Flankenpressung berechnet, Gleichung (2.2). Die Aussagegüte der auftretenden Flankenpressung kann durch die verwendeten Methoden bei der Bestimmung der Kraffaktoren beeinflusst werden.

$$\text{Auf tretende Flankenpressung (Ritzel):} \quad \sigma_H = Z_B \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \quad (2.2)$$

$$\text{Nominelle Flankenpressung:} \quad \sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (2.3)$$

$b$	in mm	Zahnbreite	$Z_E$	Elastizitätsfaktor
$d_1$	in mm	Teilkreis-Ø des Ritzels	$Z_H$	Zonenfaktor
$u$		Zähnezahlverhältnis	$Z_\beta$	Schrägenfaktor
$Z_B$		Ritzel-Einzeleingriffsfaktor	$Z_\varepsilon$	Überdeckungsfaktor

### Zahnfußtragfähigkeit

Die auftretende Zahnfußspannung  $\sigma_F$  kann nach ISO 6336 part 3 Methode A mit jedem geeigneten Berechnungsverfahren bestimmt werden. Es ist derjenige Kraftangriff zugrunde zu legen, der unter Berücksichtigung der Kraftaufteilung auf mehrere im Eingriff befindliche Zahnpaare die höchste Zahnfußspannung ergibt.

Nach Methode B wird die Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  aus der Verzahnungskraft im äußeren Einzeleingriffspunkt berechnet, Gleichung (2.5). Aus dieser wird mit dem Formfaktor  $Y_F$  die Zahnfußnennspannung im Zahnfußquerschnitt im Berührungspunkt der 30°-Tangente an die Zahnfußrundung ermittelt. Diese Nennspannung wird mittels des Spannungskorrekturfaktors  $Y_S$  in die maximale Zahnfußspannung auf der Zugseite umgerechnet. Die Besonderheiten einer Schrägverzahnungen werden mit dem Schrägenfaktor  $Y_\beta$  berücksichtigt. Ein dünner Zahnkranz, Faktor  $Y_B$ , sowie Hochverzahnungen mit hoher Genauigkeit, Faktor  $Y_{DT}$ , werden gesondert berücksichtigt.

Anschließend werden die Kraffaktoren  $K_A$ ,  $K_V$ ,  $K_{F\beta}$  (Breitenfaktor (Fuß)) und  $K_{F\alpha}$  (Stirnfaktor (Fuß)) nach ISO 6336 part 1 mit der Zahnfußnennspannung multipliziert, um die auftretende Zahnfußspannung  $\sigma_F$  zu erhalten, Gleichung (2.4). Auch hier wird die Aussagegüte

des Ergebnisses durch die verwendeten Methoden bei der Bestimmung der Krafftaktoren beeinflusst.

$$\text{Auf tretende Zahnfußspannung: } \sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \quad (2.4)$$

$$\text{Zahnfußnennspannung: } \sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_B \cdot Y_{DT} \quad (2.5)$$

$b$	in $mm$	Zahnbreite	$F_t$	in $N$	Nennumfangskraft
$m_n$	in $mm$	Normalmodul			

### 2.1.2 Erweiterte Tragfähigkeitsberechnungsverfahren, allgemein

Die in den folgenden zwei Kapiteln vorgestellten erweiterten Tragfähigkeitsberechnungsverfahren sind derart angelegt, dass sie in die Normberechnung mittels eines Berechnungsfaktors, in den Gleichungen (2.2) und (2.4), oder einer äquivalenten Beanspruchung in Gleichung (2.1) Eingang finden. Das Ziel ist stets, Einflüsse, welche in der Normberechnung vereinfacht angenommen werden, detaillierter zu berücksichtigen.

Gacka [Gac13] ermittelt mit dem Programm STIRAK [Ing14] aus der FE-basierten Zahnkontaktanalyse normkonforme Breitenlastfaktoren für Flanke und Fuß. Die Gesamtzahnfedersteifigkeit wird hierbei aus der FE-Berechnung bestimmt. Es wird zusätzlich die wirk-same Flankenlinienabweichung ermittelt. Hierbei können die statischen und elastischen Abweichungen des Verzahnungsumfeldes vorgegeben werden.

Popov [Pop96] untersucht Innenradpaarungen mit kleinen Zähnezahlnunterschieden, bei denen durch den Eingriff mehrerer Zahnpaare gleichzeitig eine lastabhängige Erhöhung des Überdeckungsgrades auftritt. Sein Fokus liegt auf der Erhöhung der Zahnfußtragfähigkeit aufgrund der Überdeckungserhöhung. Er entwickelt ein Kontaktmodell, bei dem er aus FE-Berechnungen Einflusszahlen ermittelt und untersucht damit rechnerisch die Überdeckungserhöhung unter Last. Als Ergebnis führt er den Lastfaktor  $K_T$  ein, mit dem eine reduzierte Nennumfangskraft „ $K_T \cdot F_t$ “ berechnet wird, die in die nominelle Beanspruchung (Gleichung (2.5)) eingeht. Somit kann die Lastaufteilung auf mehrere Zahnpaare bei einer Zahnfußtragfähigkeitsberechnung nach ISO 6336 berücksichtigt werden kann.

Thoma [Tho12, Tho10] schlägt einen Ansatz vor, aus einer dreidimensionalen Lastverteilung den Breitenlastfaktor  $K_{H\beta-3D}$  nach der Definition der ISO 6336 (siehe Gleichung (2.6) in Kap. 2.2.1) zu ermitteln. Jeder Berechnungspunkt auf der Flanke ist aufgrund seiner Breitenkoordinate, seiner Eingriffskoordinate und der berechneten Linienlast charakterisiert. Thoma gruppiert die Berechnungspunkte gleicher Breite und ermittelt aus ihnen die mittlere Zahnkraft pro Breite. Dieser Wert wird mit  $\varepsilon_\alpha$  multipliziert, um ihn auf eine Eingriffsteilung zu beziehen. Der über einer Eingriffsteilung gemittelte Wert der Linienlastverteilung entspricht der Verzahnungskraft pro Breite und ist die Summe der Linienlasten pro Breitenabschnitt bezogen auf die Anzahl der Werte einer Eingriffsteilung. Thoma setzt hierbei voraus, dass Berechnungspunkte einer Breitengruppe über der Eingriffsstrecke gleichmäßig verteilt sind. Aus der Verteilung der gemittelten Verzahnungskraft pro Breite können nun der Mittelwert und der Maximalwert bestimmt werden und der  $K_{H\beta}$  nach Norm errechnet werden. Weitere Untersuchungen und Vergleiche mit anderen Berechnungsverfahren sind nicht dokumentiert.

Roda-Casanova et al. [Rod13] beschreiben einen Breitenlastfaktor  $K_{H\beta-FEM}$  basierend auf einer FE-Analyse eines Zahnkontaktes. Es wird hierfür ein Zahnrad mit einem Zahn und einem festen Radkranz modelliert, welcher mit einer Welle, modelliert als Balken-FE-Model,

verbunden ist. Aus der Kontaktanalyse wird die Kontaktspannung eines Berechnungspunktes zur Lastintensität  $(F/b)_i$  umgerechnet. Es werden alle Lastintensitäten gleicher Breitenkoordinate aufsummiert. Das Integral der Funktion der Lastintensitäten über der Breite dividiert durch die Verzahnungsbreite  $b$  ergibt die mittlere Verzahnungslast. Die Maximallast entspricht dem Maximalwert der Funktion. Hieraus wird der  $K_{H\beta-FEM}$  nach Norm (siehe Gleichung (2.6) in Kap. 2.2.1) ermittelt. Mittels einer Parameterstudie werden die Ergebnisse mit dem Breitenlastfaktor nach ISO 6336 part 1 Methode C,  $K_{H\beta-C}$ , verglichen. Es werden hierbei die Verzahnungsbreite, Position des Zahnrades auf der Welle, Wellendurchmesser und Gesamtlänge der Welle variiert. Es wird ein weiterer Bereich ausgewiesen, in dem  $K_{H\beta-FEM}$  signifikant kleiner ist als  $K_{H\beta-C}$ , das bedeutet, dass die Normberechnung auf der sicheren Seite liegt. Es werden jedoch auch Bereiche ausgewiesen, in denen  $K_{H\beta-C}$  kleiner ist als  $K_{H\beta-FEM}$ . Eine detaillierte Begründung bzw. weitere Untersuchungen sind nicht dokumentiert.

Zuber [Zub06, Zub08] erstellt einen Berechnungsansatz, mit dem aus den mittels FE-Analyse berechneten Zahnfußspannungen und deren Ausdehnungen eine Tragfähigkeit ermittelt werden kann. Hierbei wird die Zahnfußtragfähigkeit als Kraft definiert, die von einem Zahnrad mit einer bestimmten Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{0}}$  ohne Zahnbruch dauerhaft ertragen wird. Hierfür wurde das Fehlstellenmodell nach Weibull [Wei39] um das Konzept der örtlichen Dauerfestigkeit von Winderlich [Win90] erweitert und in die Methode der Finiten Elemente integriert. Somit kann die beim Einsatzhärten ausgebildete Randschicht mit ihrer Verteilung und Wirkung sowie der technologische Größeneinfluss berücksichtigt werden. Das Berechnungsverfahren wurde für einsatzgehärtete Stirnräder entwickelt und mit Pulsatorversuchen sowie Berechnungen nach DIN 3990 Teil 3 abgeglichen. Die Abweichungen der experimentell ermittelten Tragfähigkeiten und der Ergebnisse aus dem Berechnungsmodell liegen bei ca. 2 %. Die errechneten Werte nach DIN 3990 Teil 3 weichen bis zu 14 % von den Ergebnissen des Berechnungsmodells ab.

### 2.1.3 Erweiterte Tragfähigkeitsberechnungsverfahren nach FVA

Die Tragfähigkeitsnachweise für Stirnradverzahnungen nach ISO 6336 ermitteln die maßgebende Beanspruchung auf Basis der Nennumfangskraft. Diese wird mithilfe von verschiedenen Faktoren, welche die geometrischen Eigenschaften der Verzahnung erfassen, zur nominellen Beanspruchung umgerechnet. Anschließend wird die maßgebende Beanspruchung unter Verwendung der Kraftfaktoren nach ISO 6336 part 1 ermittelt. Der Einfluss der Lastverteilung wird über den Breitenfaktor  $K_{H\beta}$  berücksichtigt. Dieser wird aus einer auf eine Breitenlinie reduzierten Lastverteilung errechnet. Es gehen durch diese Vereinfachungen viele Informationen verloren.

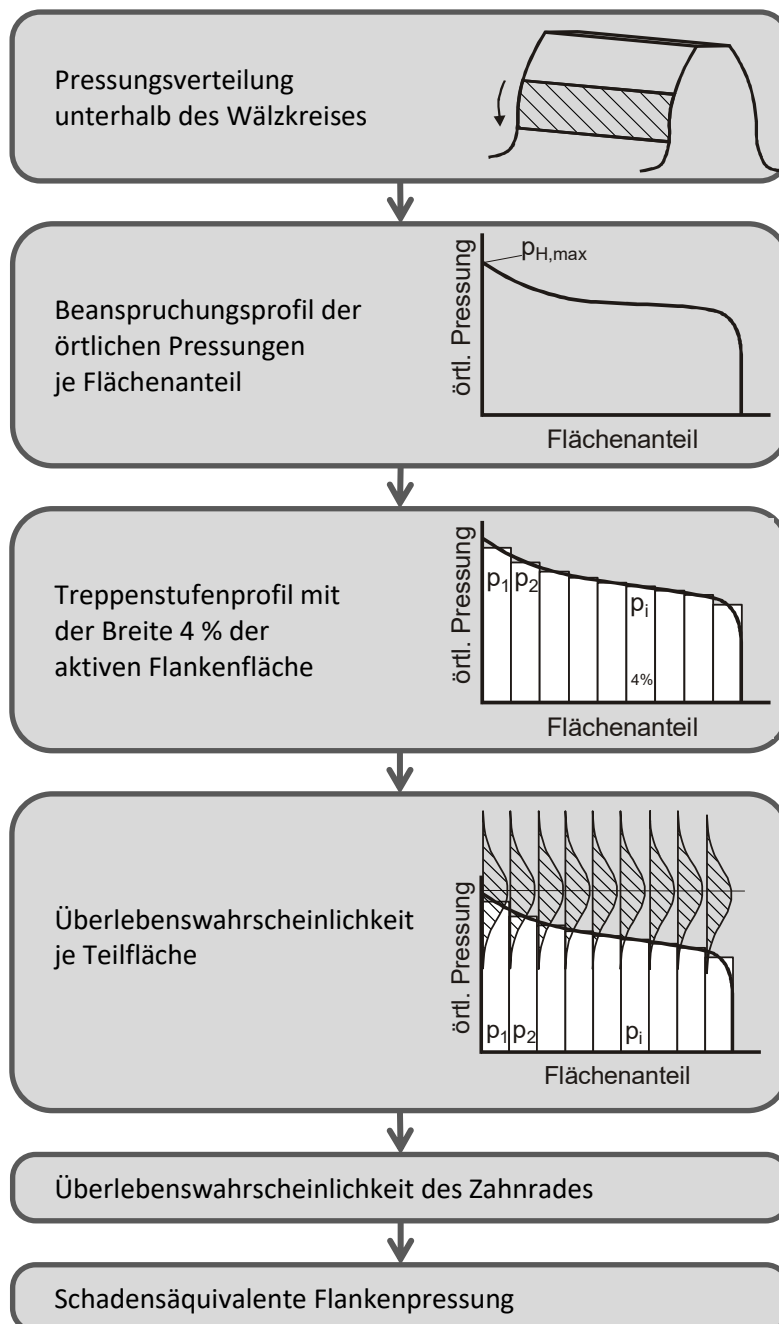
Im Rahmen von Projekten der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V. (kurz: FVA) wurden zwei erweiterte Tragfähigkeitsberechnungsverfahren entwickelt, die unter Verwendung der topologischen Lastverteilung aus Kap. 2.2.3 jeweils eine schadensäquivalente Beanspruchung ermitteln, welche als auftretende Beanspruchung in den Tragfähigkeitsnachweis nach Gleichung (2.1) eingesetzt werden können. Die Festigkeitskennwerte können nach ISO 6336 verwendet werden. Die Verfahren sind dabei so kalibriert, dass für Referenzverzahnungen die berechneten Beanspruchungen mit Versuchen übereinstimmen.

### Grübchentragfähigkeit

Stahl beschreibt in [Sta00a] einen erweiterten Tragfähigkeitsnachweis, mit dem eine Sicherheit gegen Grübchen auf Basis der topologischen Pressungsverteilung des Programms RIKOR Version G [Sch00] berechnet werden kann. Basis stellt das FVA-Forschungsvorhaben Nr. 284 I/II [Sta00b] dar.

Die Schadensart Grübchen tritt vorwiegend im Bereich negativen spezifischen Gleitens auf. Im Berechnungsverfahren wird daher die Pressungsverteilung auf der Flanke unterhalb des Wälzkreises als schadensrelevant angesehen und in der Berechnung berücksichtigt.

Es wird ein Beanspruchungsprofil abgeleitet, in dem den örtlichen Pressungswerten jeweils eine anteilige Flankenfläche zugeordnet wird. Nach FVA-Merkblatt 0/5 [Hös79] wird im Grübchentest eine Verzahnung mit einer Grübchenfläche von 4 % der Flankenfläche als



**Bild 2.2:** Prinzip der Grübchentragfähigkeitsberechnungsmethode, nach Stahl [Sta00a]



ausgefallen bewertet. Daran angelehnt wird das Beanspruchungsprofil einer Verzahnung in ein Treppenstufenprofil mit der Treppenstufenbreite von 4 % der aktiven Flankenfläche umgewertet. Stahl bestimmt auf Basis von Versuchsdaten eine Verteilungsfunktion der Überlebenswahrscheinlichkeit für eine Teilfläche. Über Multiplikation der einzelnen Überlebenswahrscheinlichkeiten kann eine Überlebenswahrscheinlichkeit der gesamten Zahnflanke und mittels Potenzierung mit der Zähnezahl die Überlebenswahrscheinlichkeit des Zahnrades berechnet werden. Unter Verwendung eines Faktors nach Niemann und Winter [Nie03] wird diese in eine schadensäquivalente Flankenpressung umgerechnet, welche mit einer Normfestigkeit nach ISO 6336 part 5 verglichen werden kann. Der Faktor wurde hierbei durch Auswertung zahlreicher Versuche gewonnen. Das Verfahren ist so abgestimmt, dass das Ergebnis für die Referenzgeradzahnung dem der ISO 6336 entspricht.

**Bild 2.2** veranschaulicht den Ablauf.

Anhand einer Vielzahl von Beispielen (Prüfstandsversuche in Kombination mit Berechnungen) wird gezeigt, dass die Schrägverzahnung damit zutreffender als nach DIN 3990 bewertet wird.

### **Zahnfußtragfähigkeit**

Schinagl entwickelt im Rahmen des FVA-Forschungsvorhabens Nr. 257/II [Sch02a] einen erweiterten Tragfähigkeitsnachweis, mit dem eine Sicherheit gegen Zahnfußbruch auf Basis der Zahnfußspannungsverteilung von RIKOR Version G [Sch00] berechnet werden kann. Die Zahnfußspannungsverteilung wird aus der topologischen Lastverteilung abgeleitet (siehe Bild 2.8 in Kap. 2.2.3).

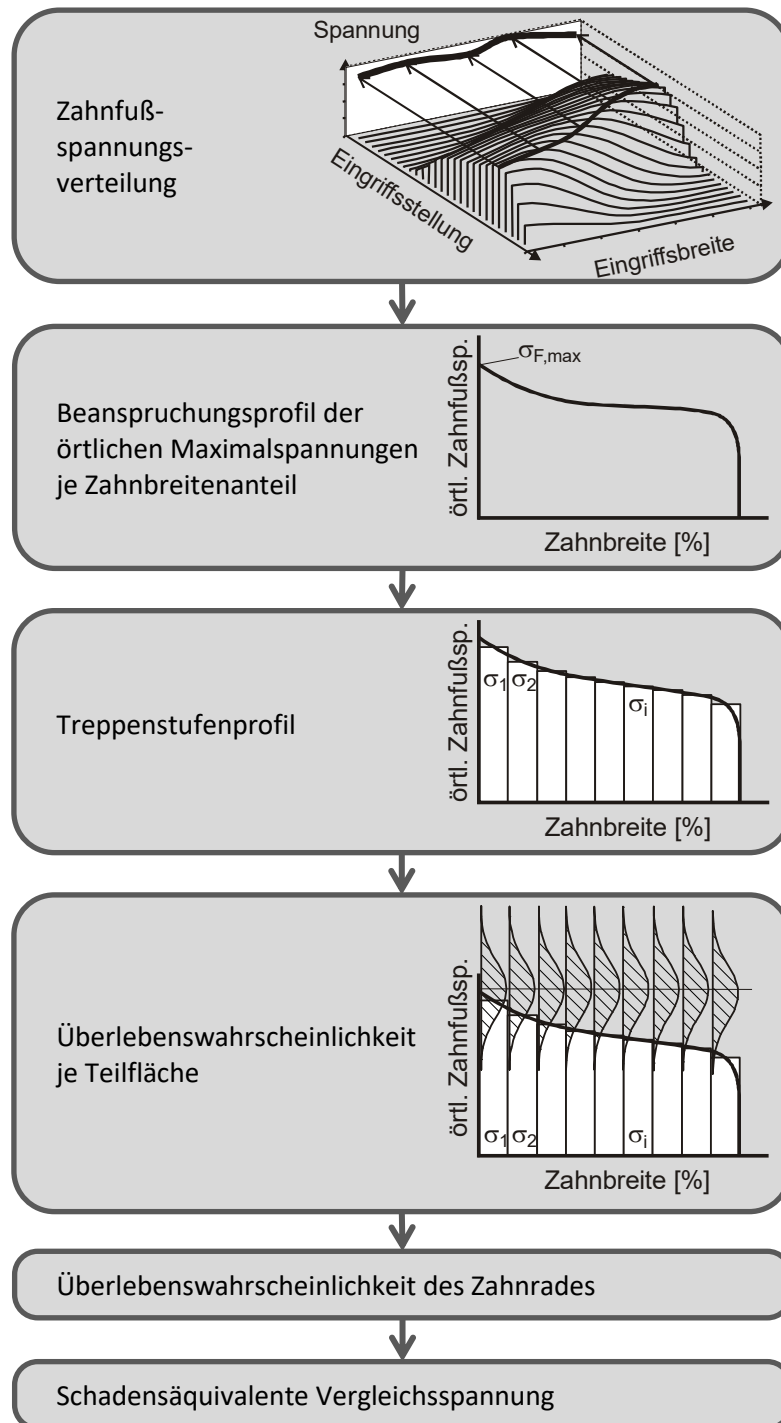
Aus einem vollständigen Abwälzen des Zahnradpaares wird eine Kurve der maximalen Zahnfußspannungen über der Zahnbreite ermittelt. Hieraus wird ein Beanspruchungsprofil gebildet, indem die örtlichen Maximalspannungen ihrer Größe nach geordnet werden. Dieses wird in 18 Segmente unterteilt und in ein Treppenstufenprofil umgerechnet. Jedem Segment wird eine Verteilungsfunktion der örtlichen Zahnfußfestigkeit zugewiesen, die Schinagl in [Sch02b] beschreibt. Auf dieser Basis kann für jedes Segment des gestuften Beanspruchungsprofils eine Überlebenswahrscheinlichkeit bestimmt werden. Das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten entspricht der Überlebenswahrscheinlichkeit des gesamten Zahnrades. Mithilfe von Umrechnungsfaktoren nach Niemann und Winter [Nie03] kann die schadensäquivalente Vergleichsspannung berechnet und mit den Normfestigkeiten nach ISO 6336 part 5 verglichen werden.

**Bild 2.3** veranschaulicht den Ablauf.

## **2.2 Einfluss der Lastverteilung auf die berechneten Tragfähigkeiten**

Beim Durchwälzen der Verzahnung ergibt sich eine Belastungsverteilung im Eingriffsfeld auf der Zahnflanke. Dieses wird begrenzt durch die gemeinsame Zahnbreite und die Kopf-Nutzkreisdurchmesser der beiden Zahnräder. Diese Lastverteilung wird in den Tragfähigkeitsberechnungsverfahren unterschiedlich ausgewertet und berücksichtigt.

Die Berechnung der Lastverteilung selbst kann wiederum mit unterschiedlichen Methoden erfolgen. Grundlage dafür ist stets ein Federmodell. Die Getriebekomponenten werden als Federn mit einer Steifigkeit, z. B. für den Zahnradkörper, oder als Keile mit einer festen Länge, z. B. für Abweichungen auf der Zahnflanke, abgebildet und entsprechend dem Getriebeaufbau miteinander gekoppelt.



**Bild 2.3:** Prinzip der Zahnfußtragfähigkeitsberechnungsmethode, nach Schinagl [Sch02b]

Die Berechnungsmethoden unterscheiden sich im Umfang und der Detailtiefe der berücksichtigten Einflüsse, dem Aufwand, und in der Aussagegüte der Ergebnisse, dem Nutzen. Die Zahnfedersteifigkeit eines Zahnpaars wird nach ISO 6336 part 1 definiert als Zahnnormalkraft im Stirnschnitt, die erforderlich ist, um ein oder mehrere gleichzeitig im Eingriff stehende Zahnpaare mit abweichungsfreier Verzahnung von  $1\text{ mm}$  Zahnbreite um  $1\text{ }\mu\text{m}$  normal zur Zahnevolvente im Stirnschnitt zu verformen. In den Doppeleingriffsgebieten, auf der Eingriffsstrecke zwischen den Punkten A und B bzw. D und E, addieren sich die Zahn-

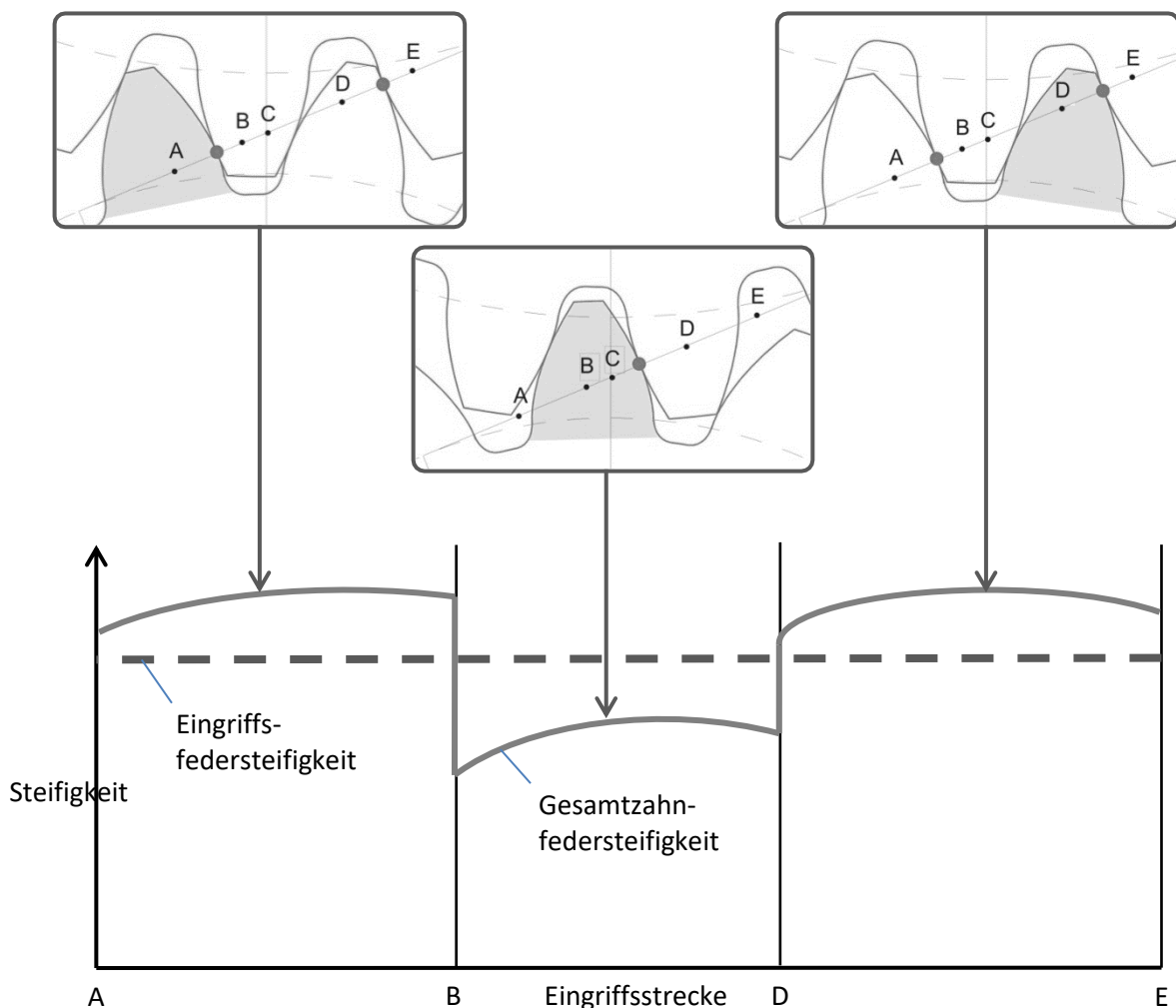
federsteifigkeiten der beiden im Eingriff stehenden Zahnpaare zur Gesamtzahnfedersteifigkeit. Im Einzeleingriffsgebiet, auf der Eingriffsstrecke zwischen den Punkten B und D, entspricht die Zahnsteifigkeit des einzelnen Zahnpaars der Gesamtzahnfedersteifigkeit. Für die Berechnung definiert die Norm das zeitliche Mittel der Gesamtzahnfedersteifigkeit als Eingriffsfedersteifigkeit  $c_{\gamma}$ .

In **Bild 2.4** sind die Verläufe der Gesamtzahnfedersteifigkeit und der Eingriffsfedersteifigkeit über der Eingriffsstrecke für eine Geradverzahnung dargestellt.

### 2.2.1 Berechnung der Breitenlastverteilung - zweidimensionale Methode (Norm)

Die Basis der Berechnung ist ein Federmodell, in der die Verzahnung mittels der Zahnfedersteifigkeit und die wirksamen Flankenlinienabweichungen als Keil berücksichtigt werden. In den Flankenlinienabweichungen sind die Verformungen des Gehäuses, Verlagerungen der Wellenzapfen sowie fertigungsbedingte Flankenlinienabweichungen der Zahnräder enthalten. Verformungen aus dem elastischen Verhalten der Wellen, Lager und des Zahnradkörpers werden ebenfalls als Flankenlinienabweichung ausgedrückt.

In der ISO 6336 part 1 wird nach Methode A die Zahnfedersteifigkeit durch eine umfassende Analyse aller Einflüsse bestimmt. Hierzu sind Berechnungen auf der Grundlage der Elastizitätstheorie oder der FE-Methode möglich.



**Bild 2.4:** Verlauf der Gesamtzahnfedersteifigkeit und der Eingriffsfedersteifigkeit über der Eingriffsstrecke einer Geradverzahnung

### Zahnfedersteifigkeit

Nach Methode B wird die gemittelte Eingriffsfedersteifigkeit nach einem Polynomansatz von Schäfer [Sch03] berechnet. Dieser entwickelte auf Basis der Elastizitätstheoretischen Untersuchungen von Weber und Banaschek [Web55] an Geradstirn-Vollscheibenrädern einen einfachen Ansatz für die Berechnung der theoretischen Einzelfedersteifigkeit  $c'_{th}$ , welche für Stirnräder mit einem Norm-Bezugsprofil nach DIN ISO 867 [DIN86] anwendbar ist [Sch71]. Unter Anwendung des Korrekturfaktors, um den Unterschied zwischen Messergebnissen von Winter und Podlesnik [Win83] mit Berechnungsergebnissen von Weber und Banaschek [Web55] auszugleichen, des Radkörperfaktors (Berücksichtigung von Stegräder), des Bezugsprofilfaktors (bei abweichenden Bezugsprofil vom Norm-Bezugsprofil nach DIN ISO 867), des Schrägstirnfaktors und der Profilüberdeckung wird daraus die Eingriffsfedersteifigkeit  $c_\gamma$  der vorliegenden Verzahnung berechnet.

### Lastverteilung in Breitenrichtung, Breitenfaktor $K_{H\beta}$ und $K_{F\beta}$

Aus der Lastverteilung in Breitenrichtung wird nach ISO 6336 part 1 der Breitenfaktor (Flanke)  $K_{H\beta}$  abgeleitet und für die Bestimmung der Tragfähigkeiten aus Kap. 2.1.1 verwendet. Er ist definiert als:

$$K_{H\beta} = \frac{\text{maximale Kraft je Zahnbreiteneinheit}}{\text{durchschnittliche Kraft je Zahnbreiteneinheit}} \quad (2.6)$$

$K_{H\beta}$  gleich 1 entspricht einer ideal gleichmäßigen Breitenlastverteilung. Je größer der Wert, desto ungleichmäßiger ist die Lastverteilung über der Breite bzw. desto größere Lastüberhöhungen sind vorhanden.

Der Breitenfaktor (Fuß)  $K_{F\beta}$  errechnet sich aus  $K_{H\beta}$  und dem Verhältnis von Zahnbreite  $b$  und Zahnhöhe  $h$  entsprechend den Gleichungen (2.7) und (2.8).

$$K_{F\beta} = K_{H\beta}^{N_F} \quad (2.7)$$

mit 
$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1+b/h+(b/h)^2} \quad (2.8)$$

Die Norm definiert drei Methoden zur Berechnung der Lastverteilung in Breitenrichtung.

Nach Methode A kann die Lastverteilung über der Zahnbreite durch eine umfassende Analyse aller Einflüsse bestimmt werden. Hier können die erweiterten Tragfähigkeitsberechnungsverfahren von Thoma [Tho12] und Roda-Casanova et al. [Rod13] aus Kap. 2.1.2 eingeordnet werden.

Nach Methode B werden die gemittelte Eingriffsfedersteifigkeit  $c_\gamma$  und die wirksame Flankenlinienabweichung  $f_{H\beta}$  zur Berechnung herangezogen. Es müssen alle wesentlichen Verformungen und Verlagerungen enthalten sein, sowie Herstellabweichungen und gezielte Verzahnungskorrekturen vorzeichenrichtig berücksichtigt werden. Dies entspricht dem Vorgehen der zweidimensionalen Methode (RIKOR), wie sie in Kap. 2.2.2 vorgestellt wird.

Für Methode C werden für einige Konstruktionen Näherungsformeln angegeben.

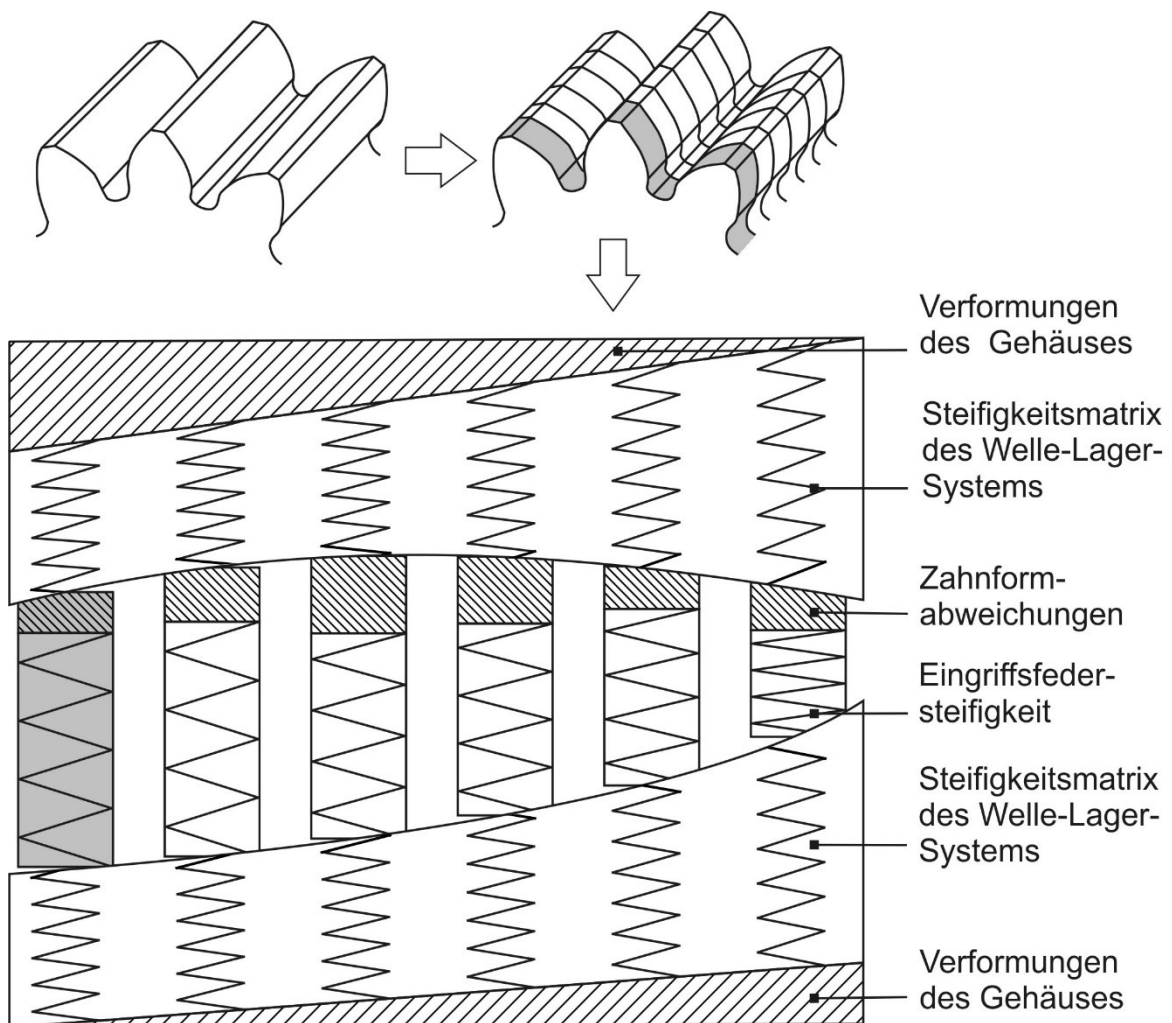
## 2.2.2 Berechnung der Breitenlastverteilung - zweidimensionale Methode (RIKOR)

Im Folgenden wird die bestehende und etablierte Berechnungsmethode zur Ermittlung der Breitenlastverteilung einer Stirnradstufe vorgestellt. Auf Basis dieser Breitenlastverteilung wird ein normkonformes  $K_{HB}$  ermittelt. Die Berechnungsmethode ist in einen Berechnungsablauf eingebunden, der eine stufenweise Betrachtung eines mehrstufigen Getriebes erlaubt. Das Vorgehen entspricht grundlegend der Methode B nach ISO 6336 zur Ermittlung des Breitenlastfaktors aus Kap. 2.2.1.

### Berechnung der Breitenlastverteilung

Für die Ermittlung der Breitenlastverteilung werden das Steifigkeitsverhalten der Verzahnung, die Abweichungen auf der Zahnflanke, die Verformungseigenschaften des Radkörpers und des Welle-Lager-System und die Verschiebungen aus Gehäuseverformungen berücksichtigt.

Alle Einflüsse werden in einem Ersatzfedermodell erfasst. Hierin sind die verschiedenen im Eingriff wirksamen Verformungsanteile als Steifigkeiten oder Abweichungen abgebildet, **Bild 2.5**.



**Bild 2.5:** Schematisches Federmodell zur Berechnung der ebenen Lastverteilung, nach Thoma [Tho12]

Die Verzahnung wird in mehrere Breitenabschnitte gleicher Breite unterteilt. Jeder Abschnitt wird als Feder mit der gemittelten Eingriffsfedersteifigkeit  $c_\gamma$  nach ISO 6336 Methode B aus Kap. 2.2.1 abgebildet. Diese Zahnscheiben sind im Federmodell unabhängig voneinander verformbar.

Zusätzlich wird die Zahnformabweichung jeder Zahnscheibe im Federmodell aufgenommen. Sie kann gezielten Verzahnungskorrekturen oder Abweichungen aus dem Herstellungsprozess abbilden.

Die Verformungseigenschaften der Welle und der sie abstützenden Lager, auf denen die Verzahnung sitzt, werden als geschlossenes Welle-Lager-System modelliert und mit dem Übertragungsmatrizenverfahren berechnet. Das oftmals nichtlineare und mehrdimensionale Steifigkeitsverhalten von Wälz- und Gleitlagern wird durch einen iterativen Ablauf in der Wellen-Lager-Berechnung umgesetzt, wie von Thoma in [Tho12] vorgestellt. Unter Vorgabe einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung entlang der Verzahnungen wird das Welle-Lager-System gelöst. Es liegen somit die Betriebspunkte der Lager und die Anteile der Wellenverformung, die von der Breitenlastverteilung unabhängig sind, vor. Auf Basis dieser Berechnung wird eine auf die Breitenabschnitte reduzierte Steifigkeitsmatrix bestimmt, welche im Ersatzfedermodell enthalten ist. Somit wird die von der Lastverteilung abhängige Wellenverformung entlang der Verzahnungsbreite in der Breitenlastverteilungsberechnung berücksichtigt.

Die Kräfte an den Lagerstellen können mit den Steifigkeiten des Gehäuses zu Gehäuseverformungen umgerechnet werden. Hierzu können an jeder Lagerstelle die Steifigkeit des Gehäuses in Form von drei Richtungssteifigkeiten und zwei Drehsteifigkeiten vorgegeben werden. Die Verformungen des Gehäuses an den Lagerstellen gehen als Abweichungen in das Federmodell ein.

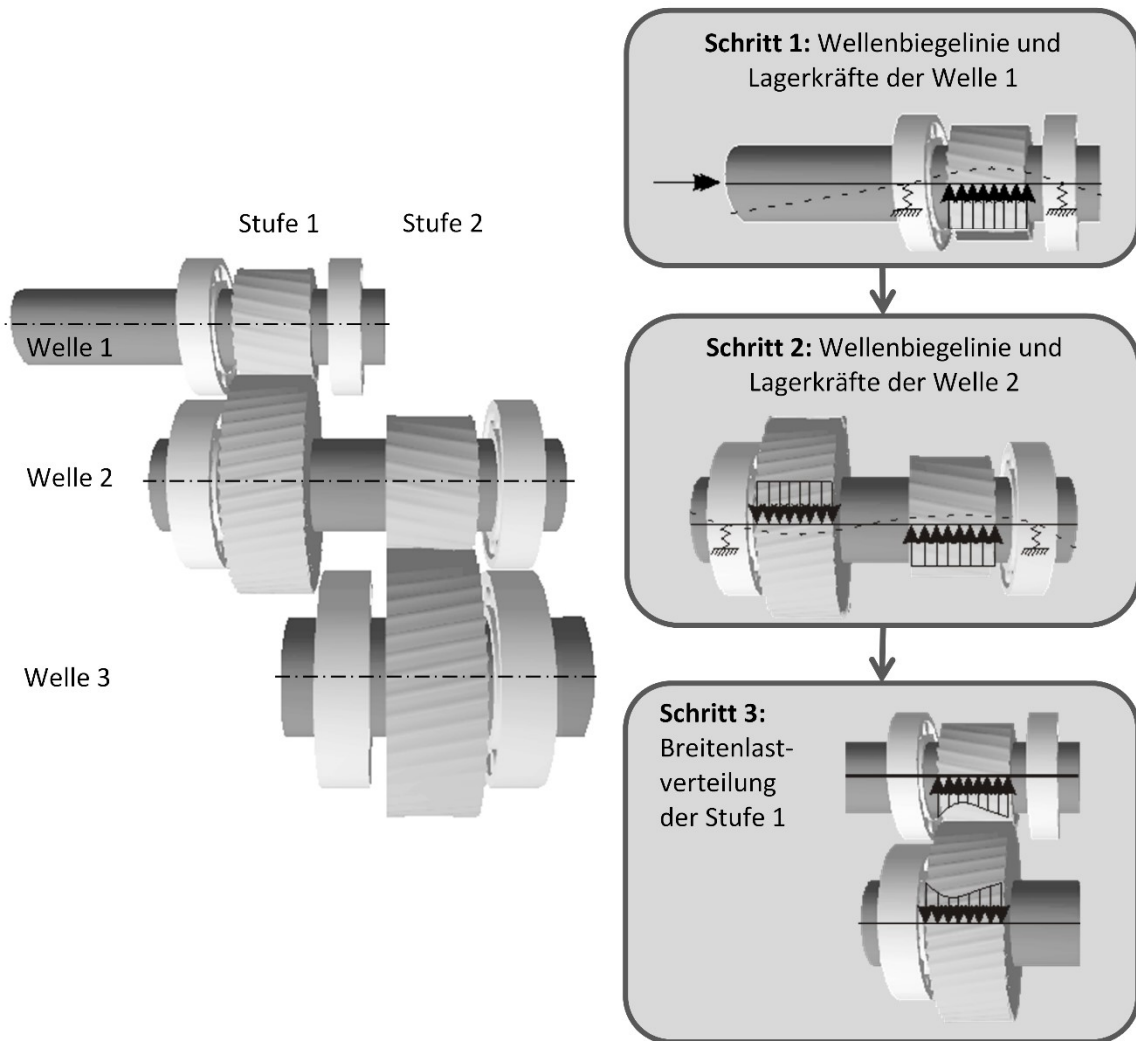
Das Ersatzfedermodell wird mit der Verzahnungskraft belastet und das sich ergebende Gleichungssystem gelöst. Die Verteilung der Verzahnungskraft auf die Breitenabschnitte entspricht der Breitenlastverteilung der Verzahnung.

Dieses Vorgehen ist in der Praxis etabliert. Die vereinfachende Annahme, weitere auf den betrachteten Wellen befindliche Verzahnungsstufen in der Welle-Lager-Berechnung mit einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung zu erfassen, führt zu hinreichend genauen Ergebnissen unter dem Gesamtziel, alle Stufen bei Nennlast zu gleichmäßigem Breitentragen hin zu korrigieren.

### **Berechnungsablauf der stufenweisen Berechnung**

Die Berechnungsmethode zur Ermittlung der Breitenlastverteilung von Stirnradstufen ist für eine Stirnradstufe anwendbar. Für die Berechnung der Breitenlastverteilungen eines mehrstufigen Getriebes muss diese Methode mehrfach, für jede vorliegende Stirnradstufe einzeln, angewendet werden.

In **Bild 2.6** ist der Berechnungsablauf zur Ermittlung der Breitenlastverteilung der ersten Stufe eines zweistufigen Stirnradgetriebes schematisch skizziert. Die Verzahnungskräfte sind vereinfacht in einer Belastungsebene dargestellt. Im ersten Berechnungsschritt werden die Wellenverformung und die Lagerkräfte der ersten Welle ermittelt. Hierzu wird das Teilsystem „Welle 1 mit Lager“ mechanisch freigeschnitten und alle äußeren Belastungen aufgebracht. Es werden das Eingangsdrehmoment und an der Stelle der Verzahnung die Umfangskraft als gleichmäßige Breitenlast entlang der Verzahnungsbreite vorgegeben.



**Bild 2.6:** Ablauf der stufenweisen Berechnung der Lastverteilung am Beispiel eines 2-stufigen Stirnradgetriebes

Die Lager werden als Steifigkeiten abgebildet. Das Welle-Lager-System wird berechnet (vgl. Thoma [Tho12]). Als Ergebnis liegen die Wellenverformung und die Lagerkräfte der Welle 1 sowie die Steifigkeitsmatrix des Welle-Lager-Systems reduziert auf die Verzahnungsbreite der Stufe 1 vor.

Im zweiten Berechnungsschritt wird das Teilsystem „Welle 2 mit Lager“ berechnet, wobei an beiden auf der Welle befindlichen Verzahnungen eine gleichmäßige Breitenlastverteilung vorgegeben wird. Anschließend erfolgt die Berechnung der Breitenlastverteilung der Stufe 1 unter Verwendung der ermittelten Steifigkeitsmatrizen der Welle-Lager-Systeme von Welle 1 und Welle 2.

Für die Stufe 2 wird die Berechnung neu gestartet. Es werden die Welle-Lager-Systeme von Welle 2 und 3 gelöst und die Breitenlastverteilung der Stufe 2 wird berechnet.

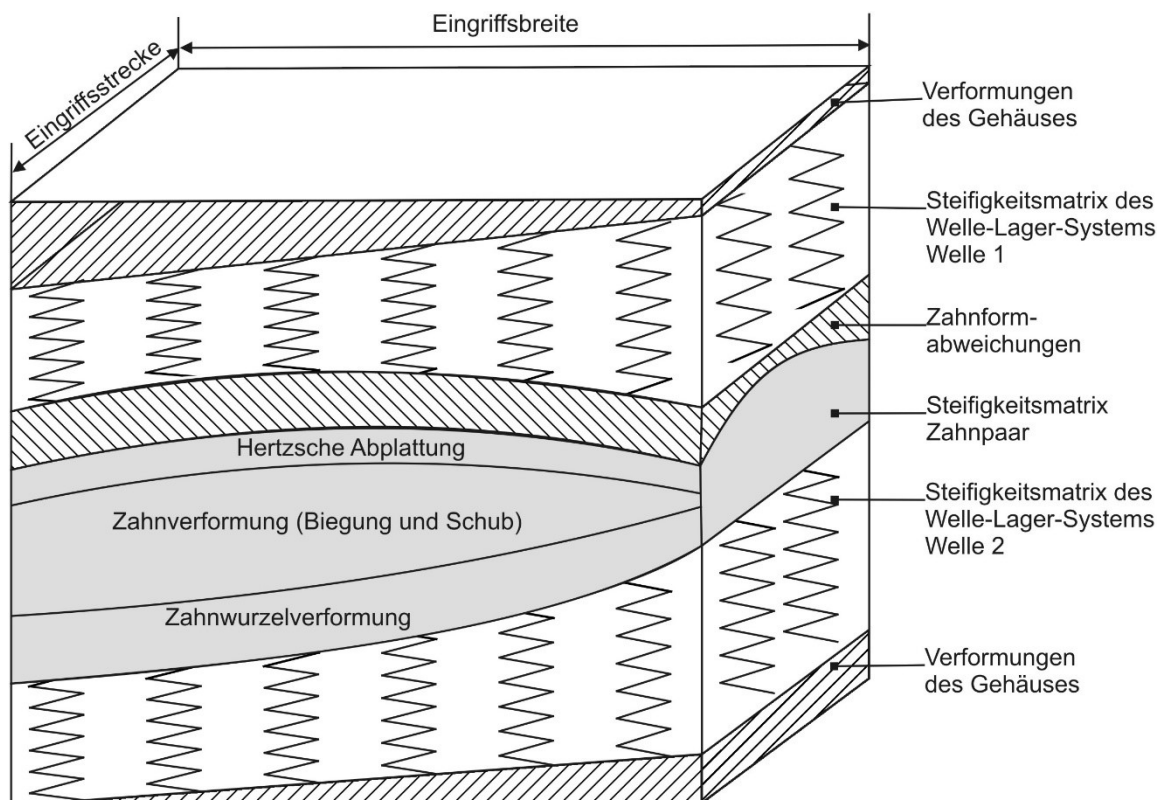
Diese Methode ist begrenzt auf die Berechnung einer Stirnradstufe. Es werden die beteiligten Wellen sowie die Lager und weitere auf den Wellen befindliche Verzahnungsstufen berücksichtigt. Die Breitenlastverteilung für die Berechnung der Wellen- und Lagerverformungen wird als gleichmäßig verteilt angenommen. Die Breitenlastverteilungen weiterer auf den Wellen befindlicher Verzahnungsstufen werden ebenfalls als gleichmäßig verteilt angenommen.

### 2.2.3 Berechnung der topologischen Lastverteilung - dreidimensionale Methode (RIKOR)

Im Folgenden wird die etablierte Berechnungsmethode zur Ermittlung der topologischen Lastverteilung einer Stirnradstufe vorgestellt. Die topologische Lastverteilung wird unter Verwendung eines Ersatzfedermodells ermittelt. Im Federmodell sind für die verschiedenen im Eingriff wirksamen Verformungsanteile Steifigkeiten bzw. Abweichungen vorgesehen. **Bild 2.7** zeigt schematisch das Federmodell.

Das Modell ist über der Verzahnungsbreite und der Eingriffsstrecke aufgespannt. Die Verformungen des Gehäuses und die Steifigkeitsmatrix der Welle-Lager-Systeme entsprechen denen aus dem ebenen Modell aus Kap. 2.2.2. In Richtung der Eingriffsstrecke verlaufen sie konstant, d.h. die Verformungen aus dem Welle-Lager-System und vom Gehäuse sind von der Profilkordinate des Berechnungspunktes unabhängig. Die Zahnsteifigkeit des Zahnpaars wird lokal für den berechneten Kontaktpunkt ermittelt. Die Steifigkeit ist abhängig von der Breiten- und der Profilkordinate des Kontaktpunktes. Zusätzlich wird die Flankenmikrogeometrie berücksichtigt. Sie kann gezielten Verzahnungskorrekturen entsprechen und/oder Abweichungen aus dem Herstellprozess darstellen.

Für die Ermittlung der topologischen Lastverteilung wird eine Abwälzsimulation durchgeführt. Hierbei wird der Kontaktdurchlauf eines Zahnpaars in diskrete Eingriffsstellungen unterteilt. Für jede Eingriffsstellung wird der Berührlinienverlauf ermittelt. Eine Verteilung auf mehrere im Zahneingriff befindliche Zahnpaare wird hierbei berücksichtigt. Für eine diskrete, äquidistant verteilte Anzahl an Stützpunkten über der gesamten Berührlinienlänge werden die örtlichen Steifigkeiten ermittelt und unter der Randbedingung, dass die



**Bild 2.7:** Schematisches Federmodell zur Berechnung der topologischen Lastverteilung, nach Thoma [Tho12]



Summe der Kräfte entlang der Berührlinie gleich der Zahnnormalkraft ist, die Lastverteilung auf der Berührlinie berechnet. Die Lastverteilungen entlang der Berührlinien aller Eingriffsstellungen ergeben die topologische Lastverteilung über dem Eingriffsfeld der Verzahnung. In Verbindung mit den Krümmungsradien der Zahnflanken wird die örtliche Pressungsverteilung errechnet. Zusätzlich kann für jede Eingriffsstellung die Zahnfußspannung entlang der Verzahnungsbreite ermittelt werden, **Bild 2.8**.

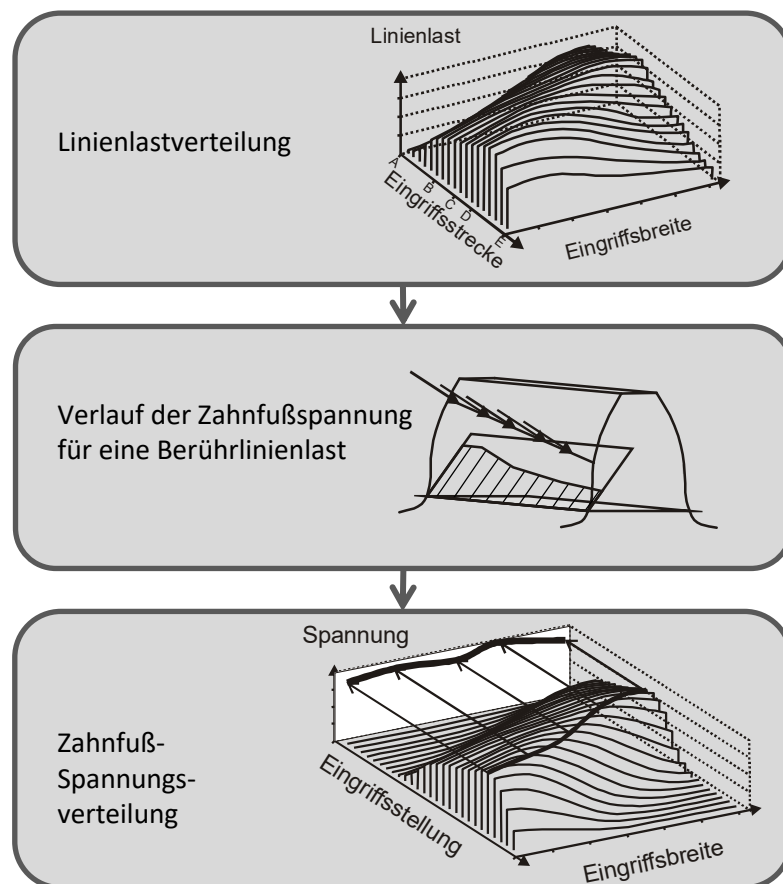
#### 2.2.4 Kreuzeinflüsse in der Lastverteilungsberechnung

In den vorgestellten Berechnungsmethoden zur Lastverteilungsberechnung (zweidimensionale Methode in Kap. 2.2.2 und dreidimensionale Methode in Kap. 2.2.3) fehlen der Einfluss einer ungleichmäßigen Breitenlastverteilung einer benachbarten Stirnradstufe auf die betrachtete und umgekehrt.

Des Weiteren besteht eine Koppelung aller Lagerstellen im Gehäuse über das Gehäuse selbst und somit ein Einfluss der Gehäuseverformungen an den Lagerstellen untereinander. Dieser ist ebenfalls nicht erfasst.

##### Einfluss der Breitenlastverteilung

Belastungen aus angrenzenden Verzahnungsstufen auf den betrachteten Wellen werden durch eine gleichmäßige Breitenlastverteilung erfasst. Diese vereinfachende Annahme ergibt unter Berücksichtigung des Gesamtziels, dass alle Stufen mittels Verzahnungskorrekturen zu einem gleichmäßigen Breitentragen (mit einem Breitenlastfaktor  $K_{H\beta}$  nahe 1) angepasst werden, für die Auslegung bei Nennlast hinreichend genaue Ergebnisse.



**Bild 2.8:** Ermittlung der Zahnfußspannungsverteilung aus der Linienlastverteilung

Dieses Vorgehen ist in der Praxis etabliert. Im Betrieb eines Getriebes werden auch Teil- und Überlasten gefahren. Bei diesen Lastbereichen wird in der Regel kein gleichmäßiges Breitentragen erreicht. Speziell bei Überlasten kann ein ungleichmäßiges Breitentragen, z. B. durch Kantenträger, entstehen. Dies kann einen negativen Einfluss auf die Tragfähigkeit haben.

Dieser Tatsache kann in der Korrekturauslegung Rechnung getragen werden, indem bei Nennlast Tragfähigkeitsreserven vorgehalten werden, z. B. durch eine stärkere ballige Ausführung der Zahnflanke. Dadurch werden bei Überlast Kantenträger vermieden. Bei Nennlast bedeutet dies ein  $K_{H\beta}$  der ggf. stärker von 1 abweicht.

### **Einfluss der Gehäuseverformung**

Ein Getriebe ist über Lagerstellen mit dem Gehäuse verbunden. Dieses stützt die Lagerkräfte ab. Je nach Ausführung des Gehäuses wird es den Belastungen aus den Lagerkräften stärker oder schwächer nachgeben. Diese Verformungen führen zu Verkippungen und Schiefstellungen der Lager. Diese beeinflussen die Wellenverformung und haben somit Einfluss auf die Lastverteilung im Zahnkontakt. Zusätzlich kann eine Belastung einer Lagerstelle Verformungen bei benachbarten Lagerstellen verursachen. Um die Verformungen eines komplex gestalteten, elastischen Getriebegehäuses zu erfassen, stellt die FE-Methode ein geeignetes Mittel dar. Der Einfluss der Verformungen des Gehäuses auf die im Zahnkontakt wirksamen Verformungen und somit auf die Tragfähigkeit ist abhängig von der Größe der aufgebrachten Lagerkräfte und der vorliegenden Gehäusestruktur und -material. Langhart und Zotos [Lan16, Lan17] weisen in Beispielrechnungen mit dem Programm KISSsoft (siehe Kap. 2.3.1) je nach Gehäusotyp durchaus bemerkenswerte Verschiebungen und Verkippungen aus. Sie kommen zu den Ergebnissen, dass der Einfluss der Gehäuseverformungen auf den Breitenlastfaktor  $K_{H\beta}$  bei symmetrischen Gehäusen und parallelen Wellen überraschend schwach sei, hingegen bei äußeren Lasten, komplexen Gehäusestrukturen oder Winkelgetrieben die Berücksichtigung der Einflüsse aus der Gehäusenachgiebigkeit dringend empfohlen wird.

### **Kreuzeinflüsse in der Lastverteilungsberechnung**

Diese Einflüsse von einzelnen Getriebekomponenten untereinander werden im Folgenden als Kreuzeinflüsse bezeichnet.

Für die Berücksichtigung der genannten Kreuzeinflüsse in der Berechnung der Lastverteilung ist ein signifikanter Aufwand in der Anpassung der Berechnungsmethode und in der Bereitstellung zusätzlicher Eingangsdaten notwendig.

Anforderungen an das Getriebe hinsichtlich niedriger Kosten, hoher Leistung, kleinem Bau- und niedrigem Gewicht führen dazu, dass Getriebe leichter und dünnwandiger konstruiert werden. Der Einfluss von Kreuzeinflüssen wächst und somit steigt die Notwendigkeit, diese in der Auslegung zu berücksichtigen.

Die Verwendung der analytischen Berechnungsmethode zur Lastverteilungsberechnung in Verbindung mit einer numerischen Gehäuseberechnung stellt gewisse Anforderungen an die Koppelung beider Systeme.

## **Anforderungen an eine Schnittstelle zur Koppelung von analytischer und numerischer Berechnung**

Neben den bekannten Herausforderungen einer FE-Berechnungen, nach [Kle15] z. B. Wahl der Detaillierung des Modells, Wahl der Elementarten, Kopplung der Elemente, Vernetzung, Prüfung der Netzqualität, Setzen von Randbedingungen usw., stellt die Schnittstelle zwischen numerischer und analytischer Berechnung eine zusätzliche Herausforderung dar. Die Koordinatensysteme beider Berechnungsmodelle müssen deckungsgleich sein. Zur Positionierung können die Lagermittelpunkte herangezogen werden.

Die Art der Ankopplung der Lagerpunkte im FE-Modell muss zu den Randbedingungen des analytischen Systems passen. Daffner [Daf17] vergleicht Gehäuseverformungen aus Berechnung und Messung und zeigt hier Potentiale für weitere notwendige Untersuchungen auf. Weinberger und Glenk [Wei17] vergleichen ebenfalls Messdaten mit Berechnungsergebnissen. Sie zeigen, dass die Art der Ankopplung des Lagersitzes auf den Lagermittelpunkt einen entscheidenden Einfluss auf die Berechnungsergebnisse hat.

### **2.3 Berechnungsprogramme zur Lastverteilungs- und Tragfähigkeitsberechnung**

Das folgende Kapitel gibt zunächst einen Überblick über verfügbare Programme (teils wissenschaftlich, teils kommerziell entwickelt) zur Ermittlung der Lastverteilung von Stirnradgetrieben und den dazugehörigen Berechnungsmethoden. Der Fokus liegt hierbei auf Berechnungsverfahren, die das Verzahnungsumfeld wie Welle, Lager und Gehäuse detailliert betrachten. Anschließend wird das FVA-Programm RIKOR und die darin implementierten Berechnungsmethoden zur Lastverteilungs- und Tragfähigkeitsberechnung beschrieben.

#### **2.3.1 Übersicht der Berechnungsprogramme im Betrachtungsumfang**

Die im Folgenden in alphabetischer Reihenfolge vorgestellten Berechnungsansätze (und die dazugehörigen Programme als Schnittstelle zum Anwender) stellen Berechnungssysteme dar, welche eine Lastverteilung im Zahnkontakt einer Stirnradverzahnung unter Berücksichtigung des Verzahnungsumfeldes Welle, Lager und Gehäuse ermitteln.

Die FVA-Workbench [FVA15] ist eine Berechnungs- und Simulationsplattform, welche auf den Forschungsergebnissen der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) basiert. Die FVA-Workbench verbindet eine Vielzahl von Expertenprogrammen und Berechnungsabläufe unter einer einheitlichen Oberfläche, organisiert die Datenhaltung, den Datenaustausch und erstellt den Bericht zur Berechnung. Die Eingabe wird geführt und direkt auf Vollständigkeit und Einhaltung der Systemgrenzen der Berechnungsmethoden geprüft. Es werden für einzelne Berechnungsschritte einer Getriebeauslegung (z. B. Leistungsflussberechnung, Verzahnungsauslegung, Verformungsberechnung, Wirkungsgradberechnung, Lagerberechnung usw.) verschiedene Berechnungsmethoden in Form von integrierten Modulen und eigenständigen FVA-Programmen angesteuert, die Ergebnisse gespeichert und an den folgenden Berechnungsschritt übergeben. Die FVA-Workbench kann im Getriebeentwicklungsprozess von der Detailkonstruktion bis zur Validierung eingesetzt werden [Höh10]. Es können Wellen, Verzahnung und Lager eines Radsatzes berechnet und optimiert werden [Wei14].

Das Programm KISSsoft [Mah11, KIS18] ermittelt das Steifigkeitsmodell für Zahneingriffe auf den Grundlagen von Weber und Banaschek [Web55] mit Anpassungen nach Petersen [Pet89] in Kombination mit einem Scheibchenmodell. Die Verformungen des Zahnpaars werden in der Eingriffsebene aus Anteilen der Biegung, der Radkörperverformung und der zur Kraft nichtlinearen Hertz'schen Zusammendrückung zusammengesetzt. Das Steifigkeitsmodell nach Petersen wurde erweitert, um eine Berechnung der Lastverteilung auf der Flanke zu ermöglichen. Es können über eine Kopplungssteifigkeit die Zahnbiegung und Radkörperverformungen der einzelnen Scheiben miteinander gekoppelt werden und mittels eines Gleichungssystems iterativ gelöst werden. Somit können Randeffekte, z. B. spitze und stumpfe Seite bei Schrägverzahnungen, erfasst werden. Für die Berücksichtigung des Verzahnungsumfelds in Form der Welle und deren Lager wird in einer separaten Wellenberechnung die Nachgiebigkeiten ermittelt und in der Lastverteilungsberechnung berücksichtigt. Die Gehäusenachgiebigkeiten können über eine reduzierte Steifigkeitsmatrix aus einem FE-System berücksichtigt werden.

Das Load Distribution Program (LDP) [Har07] wird vom GearLab an der Ohio State University entwickelt. Es erlaubt eine umfangreiche Berechnung der Lastverteilung, des Drehwegfehlers, der Flankenpressung und der Zahnfußspannungen einer Stirnradstufe. Die mathematischen Grundlagen der Verformungsberechnung der Verzahnungen basieren auf dem Ansatz von Conry und Seireg [Con73]. Die Zahnfußspannungen werden mit der Boundary-Element-Methode (BEM) berechnet. Das Welle-Lager-System wird mittels der Biegebalkentheorie berücksichtigt. Hierbei kann eine Welle mit zwei Lagern mittels der Vorgabe der radialen Steifigkeiten angegeben werden.

Das Programm MASTA [Lan15] der Firma Smart Manufacturing Technology Ltd. (SMT) stellt eine umfassende Softwarelösung für die Getriebeberechnung dar. Es können die Verformungen und Belastungen eines Getriebes ermittelt und die Tragfähigkeit auf Basis der ISO 6336 part 2 und part 3 ausgewiesen werden. Zusätzlich sind dynamische Analysen möglich. Mittels eines FE-Modells der Verzahnung werden die Steifigkeiten nach Conry und Seireg [Con73] ermittelt. Diese werden mit dem analytischen Modell der Hertz'schen Kontaktverformung überlagert. Die Wellen werden analytisch als Timoschenko-Balken abgebildet [Tim34] bzw. können als reduzierte Steifigkeitsmatrizen aus einem FE-Modell eingebunden werden. Die nichtlinearen Lagersteifigkeiten werden aus der detaillierten Lagergeometrie berechnet. Das Gehäuse kann ebenfalls als reduzierte Steifigkeitsmatrix aus einem FE-Modell eingebunden werden. Die Berechnung des Verzahnungsumfeldes findet mittels einer statischen Berechnung unter Annahme einer konstanten Belastung in der Verzahnung statt.

Das Programm MDESIGN-LVR der Firma DriveConcept basiert auf Entwicklungen am Lehrstuhl für Maschinenelemente der TU Dresden [Bör02, Sch09]. Es ermöglicht die Berechnung der Last- und Pressungsverteilung, der Zahnfußspannungs- und Kontakttemperaturverteilung von evolventischen Verzahnungen. Die Steifigkeitsmatrix der Verzahnung wird aus einem FE-Modell nach einem Ansatz von Hohrein und Senf [Hoh77] berechnet. Die Kontaktverformung wird nach der Beschreibung von Linke [Lin10] ermittelt. Die Nachgiebigkeitsverhalten am Verzahnungsrand wird mittels Näherungsfunktionen von Kunert [Kun99] in die Berechnung mit aufgenommen. Das Lasttragverhalten wird mittels Iteration ermittelt. Die Wellenverformungen sowie die Lagerung unter Vorgabe der radialen und axialen Steifigkeit können in der Berechnung berücksichtigt werden.

Das Programmsystem PLANKORR ([Bub09, Pou10, Sfa11, Vie01]) ermittelt die Lastverteilung und Verzahnungskorrekturen für Planetengetriebe mit bis zu drei Planetenstufen. Basis ist die dynamische Getriebesimulation mit dem Programm SIMPLEX ([Blü05]), welches Verlagerungen und Verdrehungen der einzelnen Getriebeelemente berechnet. Mittels Näherungsgleichungen von Lamparski [Lam95] und Naendorf [Nae92] können aus der dynamischen Getriebesimulation mit einem Berechnungsmodell nach Winkelmann [Win87] die Lastüberhöhungsfaktoren  $K_\gamma$ ,  $K_V$  und  $K_{H\beta}$  berechnet werden. Aus den Ergebnissen der SIMPLEX-Berechnung werden mittels eines Algorithmus von Viersen [Vie01] Einflusszahlenmatrizen mit Näherungsgleichungen aufgebaut und berechnet. Diese sind durch umfangreiche Parametervariationen von FE-Berechnungen ermittelt worden. Sfar [Sfa11] ergänzt PLANKORR um die Berücksichtigung der Gehäuseverformungen an den Lagerstellen sowie an den Stirnflächen gehäusefester Verzahnungselemente, z. B. gehäusefestes Hohlrad, über eine Schnittstelle zu FE-Berechnungsergebnissen. Die mittels FE berechneten Verschiebungen werden durch eine Ausgleichsrechnung in eine Mittelpunktsverschiebung der Lagerstellen bzw. eine Mittelpunktsverschiebung der Stirnflächen gehäusefester Verzahnungselemente, z. B. gehäusefeste Hohlräder, umgerechnet. Diese werden im Programm als Fertigungsabweichung an den Lagerstellen bzw. als umlaufend veränderliche Flankenlinienwinkelabweichung vorgegeben.

Das Programm Romax [Rom18] verwendet eine Kombination aus FE-Methode und analytischen Berechnungsansätzen zur Berechnung von Getriebesystemen [Pea05]. Es werden für Wellen, Gehäuse und bspw. Planetenträger FE-Modelle erstellt. Lager und Verzahnungen werden mittels eines Scheibchenmodells analytisch beschrieben. Die Verzahnung wird hierbei entlang der Breite in dünne Scheibchen unterteilt. Die Steifigkeit eines Scheibchens wird in Abhängigkeit der Profilkordinate berechnet. Das Programm ermöglicht die Berechnung des Gesamtsystems hinsichtlich der Verformungen und Spannungen. Es ermittelt auf Basis einer Zahnkontaktanalyse die Lastverteilung und Blitztemperaturverteilung. Es wird der Übertragungsfehler sowie der Wirkungsgrad ermittelt. Hierbei kann das Gesamtsystem oder eine Einzelkomponente des Getriebes unter Berücksichtigung angrenzender Bauteile betrachtet werden.

Das Programmsystem STIRAK ([Bon90a, Bon90b, Bon90c, Cao98, Cao02, Gac06, Gac10, Ing14, Neu83, Sch03]) wird zur Berechnung des Lauf- und Tragfähigkeitsverhaltens von Stirnradgetrieben verwendet sowie zur anforderungsgerechten Flankenkorrektur- und Toleranzfeldauslegung. Das Programm verwendet Struktureigenschaften aus einem FE-Modell und kombiniert diese mit einer günstigen und einfachen Berechnung des Kontaktproblems. Der Radkörper kann hierbei detailliert modelliert aus einem CAD-System in die Berechnung mit eingebunden werden. Aus der FE-Berechnung werden Einflusszahlen gewonnen, die für die Kontaktberechnung auf Basis eines mathematischen Federmodells nach Neupert [Neu83] verwendet werden. Die Verformungen des Welle-Lager-Systems werden mit dem Reduktionsverfahren von Falk [Fal56] berechnet. Gehäuseverformungen können als Wellenverkippen vorgegeben werden.

### 2.3.2 Verformungs- und Lastverteilungsberechnung mit dem FVA-Programm RIKOR

Das Programm RIKOR der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V. (kurz: FVA) erlaubt eine umfassende mathematische Analyse der Verformungen des Systems Lager-Welle-Zahnrad auf Basis analytischer Ansätze. Das Ergebnis ist eine topologische Lastverteilung über der Flanke der Stirnradverzahnung von der Tragfähigkeitskennwerte und Korrekturvorschläge abgeleitet werden. Im Laufe der Entwicklungen wurden Einflüsse aus dem Verzahnungsumfeld stets präziser in der Berechnung berücksichtigt.

Oster und Liebhardt geben in [Ost76, Ost79] eine erste Beschreibung des EDV-Programms „Ritzelkorrektur“ (kurz RIKOR). Dieses berechnet Breitenkorrekturen auf Basis der Lastverteilung im Zahnkontakt, welche mittels einer Iteration über den Ansatz von Dudley und Winter [Dud61] bestimmt werden. Das Verfahren erfasst die Biege- und Torsionsverformungen der Welle.

Placzek [Pla83, Pla86] führt den Berechnungsansatz nach Schmidt [Sch73] in das Programm ein (Version RIKOR E und F). Hiermit werden die örtlichen Nachgiebigkeiten für gerad- und schrägverzahnte Stirnräder auf Basis der Plattenmechanik gelöst. Die Zahnsteifigkeit wird nach der Methode von Weber und Banaschek [Web55] auf Basis der Zahngeometrie berechnet. Das Ergebnis ist die topologische Lastverteilung auf der Flanke. Weiterhin verwendet er das Reduktionsverfahren nach Falk [Fal56] für die Berechnung der Wellenbiegung und -torsion bei vorgegebenen Lagersteifigkeiten. Dies ermöglicht einen automatisierten Berechnungsablauf für mehrfach abgesetzt Wellen. Die Berücksichtigung von beliebigen Flankenkorrekturen ist möglich, sowie die Berechnung von Korrekturen zum Erreichen einer vorgegebenen Lastverteilung.

Breuer [Bre93] entwickelt das Programm LAGER. Es ermöglicht unter Vorgabe von Herstellerangaben sowie äußeren Lagerabmessungen und dem Betriebslagerspiel die Berechnung von Lagersteifigkeiten.

Wikidal [Wik96] integriert das Programm LAGER in RIKOR (Version F). Damit ist eine bessere Erfassung des Verzahnungsumfeldes möglich. Mittels einer Iteration wird die Welle-Lager-Berechnung durchgeführt. Hierbei wird der Verformungsanteil aus Querkraftschub nach einem Vorschlag von Fuhrke [Fuh55] berücksichtigt. Bei einem Abgleich von Messungen und Berechnungen erhalten Kunert, Trempler und Wikidal [Kun95] gute Übereinstimmungen. Zusätzlich erweitert Wikidal das Programm um die Betrachtung von Zahnradpaarungen mit unterschiedlichen Breiten und aufgeschnittenen Verzahnungen.

Schinagl ergänzt das Programm [Sch00] zur Version G um die Betrachtung von vollumgeschlossenen Gleitlager, die Berechnung der nominellen Lagerlebensdauer und integriert das von Freudenthal entwickelte Programm LOKI [Fre94] zur Berücksichtigung des Losradkippens. Er erweitert die Berechnung der Wellenverformungen um den Einfluss vom Querschub und führt die Berechnung der dreidimensionalen Zahnfußspannungsverteilung ein.

Hertter entwickelt das Programm LAGER2 [Her02]. Es berechnet die Steifigkeit eines Wälzlagers im Betriebspunkt unter Berücksichtigung der Lagerinnengeometrie sowie der Einbau- und Betriebsbedingungen. Er erweitert das Programm um die Berechnung der Lagerlebensdauer nach DIN ISO 281 [DIN10] und DIN ISO 281, Bbl. 4 [DIN03] und schließt es an RIKOR (Version H) an.

Otto erweitert RIKOR [Ott05] um die Übernahmemöglichkeit der Zahnfußgeometrie aus dem FVA-Programm STplus [Frö11] und ergänzt die Betrachtungen für Innenverzahnungen. Er implementiert die erweiterten Berechnungsverfahren zur Verzahnungsbeanspruchung nach FVA 259/I [Sch99] (Grauflecken), FVA 284/I+II [Sta00b] (Grübchen) und FVA 257/II [Sch02a] (Zahnfußbruch).

Weitl ergänzt das Programm LAGER2 [Wei08] um weitere Wälzlagerbauformen und erweitert die Angabe von Wälzlagern. Er integriert die Lebensdauerberechnung nach ISO 81400 part 4 [ISO05] und der Danish Energy Agency [Dan02] und ergänzt die Eingaben zur Bestimmung des Betriebslagerspiels.

Thoma [Tho09] schafft das Unterprogramm WELLAG, welches eine umfangreichere und detailliertere Berechnung des Welle-Lager-Systems ermöglicht. Zusätzlich erweitert er das Programm RIKOR (Version I) um die Berechnungsmöglichkeit des vor- und nachzeitigen Eingriffs, die Berücksichtigung von Achsabstandsänderungen sowie die Berechnung von axialen Radkörperverformungen von Vollscheibenrädern.

Neubauer entwickelt das Modul LAPLAS [Neu11] zur Berechnung von Planetenstufen unter Berücksichtigung der auftretenden Einflüsse der Zentralwellenverlagerung und der Lastaufteilung auf die Planeten und bindet es in RIKOR ein.

Stiller erweitert das Programm in der Version J um eine Iteration der Verformungs- und Belastungsberechnung [Sti13], welche im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt wird. Ziel ist es, die Kreuzeinflüsse zwischen der Breitenlastverteilung aller Stirnradverzahnungen des Getriebes untereinander und den Lagerbelastungen zu erfassen, sowie die abbildbaren Getriebebauarten auf Welle-in-Welle-Lagerungen sowie Kopplungen von Wellen zu erweitern. Zusätzlich werden Schnittstellen eingeführt, um Steifigkeitsmatrizen aus FE-Programmen in die Berechnung mit einzubinden, z. B. für den Zahnradkörper und das Getriebegehäuse. Es wird die Berechnung von Gleitlagern erweitert, die freie Definition der Gewichtskraft ermöglicht und eine Schnittstelle zur Vorgabe von Messtopologien der Zahnflanke geschaffen.

Neubauer [Neu16] führt im Rahmen der Forschungsarbeiten am Projekt LAPLAS II eine umfangreiche Umstrukturierung im Programm ein (Version K). Er löst das Unterprogramm WELLAG [Tho09] und die Iteration von Stiller [Sti13] durch ein Gleichungssystem zur Getriebegesamt Betrachtung ab. Dieses ermöglicht die Verformungs- und Belastungsberechnung komplexer Getriebebauformen durch die Verbindung von allgemeinen numerischen Ansätzen, die aus der Simulation großer Systeme bekannt sind, mit mechanischen Ansätzen, die zur schnellen und präzisen Beschreibung von Verzahnungen, Wellen und Wälzlagern etabliert sind. Hierfür wird der Umfang und die Struktur der Eingabedaten erhöht und angepasst.

Weinberger [Wei17] erweitert RIKOR um eine Schnittstelle zur Einbindung von Steifigkeitsmatrizen aus FE-Programmen, um z. B. das Getriebegehäuse detailliert in der Berechnung zu berücksichtigen. Im Rahmen dieser Arbeiten wird eine Rechenkette zwischen einem FE-Programm und RIKOR beschrieben.

Im Rahmen der Arbeiten von Fürstenberger [Für11] und Daffner [Daf17] werden mittels umfangreicher Messungen an einem statisch verspannten Prüfgetriebe sowie an einem Getriebe aus der Praxis die Berechnungen der Verformungen des Welle-Lager-Systems in RIKOR umfassend und mit guter Übereinstimmung validiert.

## 2.4 Zur Berechnungstiefe und Aussagegüte von Berechnungsmethoden und deren Beurteilung im Umfeld der Produktentwicklung

Die Entwicklung und Konstruktion von technischen Produkten ist im Wandel. Innovationszyklen verkürzen sich, der Kostendruck verstärkt sich. Zukünftige Produkteigenschaften können durch Berechnung und Simulation meist sehr viel kostengünstiger und weniger zeitaufwändig ermittelt werden, als mittels Versuchen und Prototypen. Um Versuchs- und Prototypenanzahl reduzieren (selten auch gänzlich einsparen) zu können, müssen die Berechnungsergebnisse das Verhalten der Getriebekomponenten in der späteren Anwendung sicher vorhersagen: Die Aussagegüte der Ergebnisse muss hoch sein [Ehr13]. Hierzu ist eine detaillierte Abbildung der Realität notwendig: Die Berechnungstiefe der eingesetzten Berechnungsmethoden muss hoch sein.

### Begriffsdefinitionen

Die in dieser Arbeit beschriebenen Berechnungsmethoden bestehen zumeist aus verschiedenen Einzelmethoden. Hierbei kann der Begriff Methode wie nach Lindemann [Lin09] verstanden werden: Der Begriff Methode kennzeichnet die Beschreibung eines regelbasierten und planmäßigen Vorgehens, nach dessen Vorgabe bestimmte Tätigkeiten auszuführen sind, um ein gewisses Ziel zu erreichen.

Die Berechnungstiefe wird von Großmann [Gro98] als der aktuelle Stand eines Berechnungsgebiets mit seinem gesamten Wissens- und Anwendungsumfang beschrieben.

Mertens [Mer98] verwendet den Begriff der Aussagegüte und beschreibt die Korrelation zwischen zunehmender Aussagegüte und gleichzeitig zunehmendem Zeitaufwand als Kriterium zur Auswahl von Berechnungsmethoden und Konstruktionsprozessen. Hierbei betrachtet er den Zeitaufwand für Vorbereitung, Durchführung und Dokumentation.

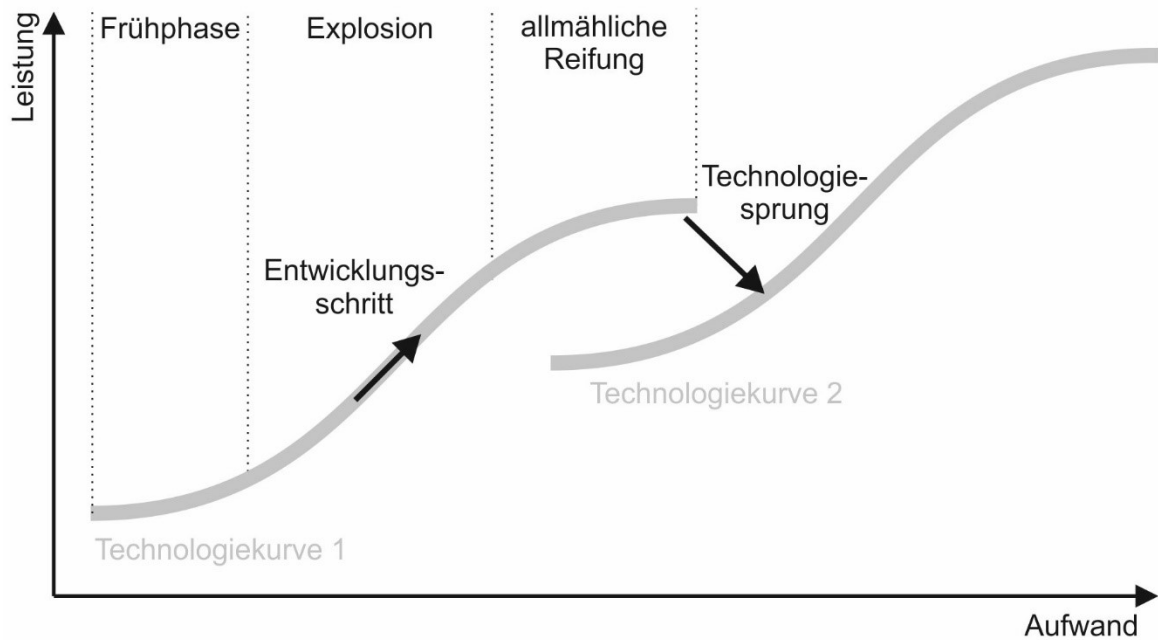
Für den Vergleich von Berechnungsmethoden innerhalb dieser Arbeit unterscheidet die Berechnungstiefe den Wissensumfang, der für die Berechnung berücksichtigt wird. Werden vereinfachende Annahmen durch eine detaillierte Berechnung ersetzt, steigt die Berechnungstiefe. Die Aussagegüte wird als Zuverlässigkeit der Ergebnisse verstanden, mit der die späteren Getriebeeigenschaften vorhergesagt werden.

### Technologieentwicklung

Die Entwicklung von Berechnungsmethoden kann in Analogie zur Technologieentwicklung mit der S-Kurve, wie es z. B. Foster [Fos86] darstellt, beschrieben werden, **Bild 2.9**. Er beschreibt den zumeist S-förmigen Verlauf von Entwicklungsaufwand zur Leistungsfähigkeit einer Technologie, dem Technologielebenszyklus. Hierbei unterscheidet er in Frühphase, in der mit hohem Aufwand ein kleiner technischer Fortschritt erzielt wird, der Explosionsphase, in der das entscheidende Wissen aus der Frühphase vorliegt und mit kleinem Aufwand viel erreicht wird, und in die Phase der allmählichen Reifung, in der der Aufwand größer ist als der erzielte Fortschritt. Die S-Kurve verläuft dabei zumeist von links unten nach rechts oben.

Eine Weiterentwicklung einer Technologie, ein Entwicklungsschritt oder auch Innovationsschritt nach Zerfaß [Zer09], bedeutet eine Bewegung auf der Technologiekurve „bergauf“. Die Neuerungen eine Technologie nach einem Technologieschritt können zumeist leicht mit dem vorherigen Technologiestand abgeglichen werden und ihre Anwendbarkeit bzw. die erreichte Verbesserung überprüft werden.





**Bild 2.9: S-Kurve nach Foster [Fos86]**

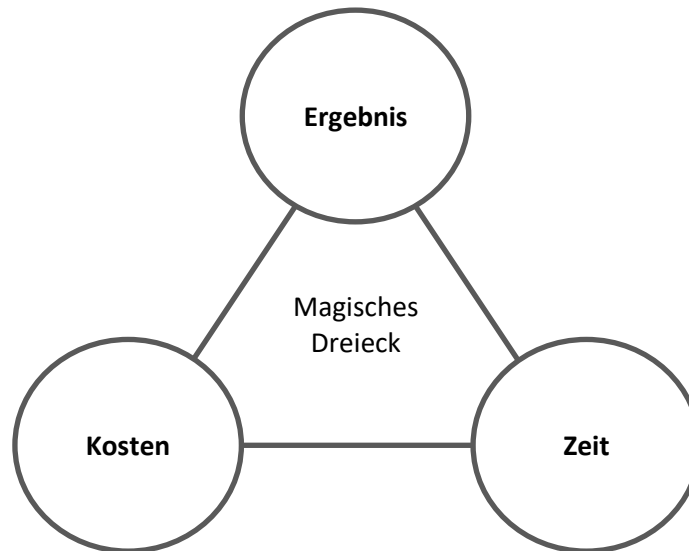
Der Wechsel von einer auf eine neue Technologiekurve bezeichnet Foster als Diskontinuität oder auch Technologiesprung. Dieser bedeutet zumeist eine grundlegende Änderung wie bspw. beim Wechsel von Kassettenrecordern zu CD-Plattenspielern. Der Wechsel ist mit Aufwand, z. B. Anschaffungskosten für das Abspielgerät und die Tonträger, verbunden. Ob sich der Nutzen lohnt, muss der Anwender für sich prüfen.

### Beurteilungsmethoden

Ehrlenspiel und Meerkamm [Ehr13] beschreiben Methoden zum Beurteilen und Entscheiden. Der Begriff „Beurteilung“ wird als Oberbegriff für „Analyse“ und „Bewertung“ verstanden. Beurteilungsmethoden helfen zur Entscheidungsvorbereitung. Sie unterscheiden Methoden für die Einfach-Auswahl und die Intensiv-Auswahl. Eine Einfach-Auswahl ist bspw. mit der Punktbewertung möglich. Es werden hierbei Bewertungskriterien gesucht und darauf aufbauend Punkte für die einzelnen Varianten vergeben. Diese Methode kann zur gewichteten Punktbewertung erweitert werden, bei der die Bewertungskriterien und analog die vergebenen Punkte gewichtet werden. Dies entspricht einer Methode für die Intensiv-Auswahl.

### Bewertungskriterien

Im Projektmanagement gibt es das „magische Dreieck“, welches die gegenseitige Abhängigkeit der Einflussfaktoren „Ergebnis“, „Kosten“ und „Zeit“ darstellt [Jak19, Kus19], **Bild 2.10**. Jedes Produkt, das entwickelt wird, soll gewünschte Eigenschaften und Qualität haben (Ergebnis) bei möglichst kleinem Ressourceneinsatz (Kosten) und in kürzester Entwicklungs-Zeit. Diese Faktoren stehen zumeist in Zielkonkurrenz zueinander, so wäre eine Erhöhung der Qualität des Ergebnisses sicher mit einer Steigerung der Kosten verbunden. Auf Basis dieser allgemeinen Einflussfaktoren können Zielkriterien in der Getriebeauslegung und daraus Bewertungskriterien für die Wahl von Berechnungsmethoden abgeleitet werden.



**Bild 2.10:** Magisches Dreieck im Projektmanagement als Grundlage für die Wahl von Bewertungskriterien

## 2.5 Zusammenfassung und Fazit

Ziele in der Verzahnungsauslegung sind, die Tragfähigkeit sicher zu bestimmen und ggf. durch gezielte Verzahnungskorrekturen zu beeinflussen. Für die Tragfähigkeitsaussagen werden hierfür Kennwerte aus der Lastverteilung auf der Zahnflanke abgeleitet.

Die Tragfähigkeitsberechnungen nach ISO 6336 ermitteln einen rechnerischen Sicherheitsfaktor für die maßgebliche Beanspruchung. Hierbei wird die auftretende mit der zulässigen Beanspruchung ins Verhältnis gesetzt. Die auftretende Beanspruchung wird auf Basis der Nennbeanspruchung, welche aus dem anliegenden Drehmoment berechnet wird, und Einflussfaktoren ermittelt.

Die Einflussfaktoren berücksichtigen die Kraftüberhöhung aufgrund von äußeren Einwirkungen, inneren dynamischen Einwirkungen und ungleichmäßiger Kraftaufteilung über der Breite und in Umfangsrichtung.

Die Einflussfaktoren zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Kraftaufteilung über der Breite werden aus der Breitenlastverteilung abgeleitet. Diese wird aus einer ebenen (zweidimensionalen) Berechnungsmethode abgeleitet, in der die Verzahnung mittels eines Federmodells abgebildet wird. Es werden die über dem Eingriff gemittelte Zahnfedersteifigkeit verwendet und eine wirksame Flankenlinienabweichung berücksichtigt.

Neben der Breitenlastverteilung und der Tragfähigkeitsberechnung nach Norm, ist für die Verzahnungsauslegung auch die topologische (dreidimensionale) Lastverteilung relevant. Sie ist die Basis für z. B. Korrekturauslegung, Tragbildbetrachtungen und erweiterte Tragfähigkeitsberechnungen. In den erweiterten Tragfähigkeitsberechnungsmethoden wird eines von zwei möglichen Zielen verfolgt: Entweder die Berechnung eines normkonformen Breitenlastfaktors, mit dem die auftretende Beanspruchung berechnet wird, oder die Berechnung einer schadensäquivalenten Vergleichsbeanspruchung, welche mit der maßgeblichen Beanspruchung nach Norm ins Verhältnis gesetzt werden kann.

Die Anzahl und Detaillierung der berücksichtigten Einflussfaktoren in der Berechnung der Lastverteilung entspricht der Berechnungstiefe. Sie hat Einfluss auf die Aussagegüte der daraus abgeleiteten Tragfähigkeitskennwerte.

Es gibt eine Vielzahl an Methoden, umgesetzt in Berechnungsprogrammen, mit teils ähnlichen und teils stark unterschiedlichen Ansätzen zur Berechnung der Lastverteilung im Zahnkontakt. Das FVA-Programm RIKOR stellt für die Weiterentwicklungen und Betrachtungen in dieser Arbeit die Grundlage dar. Es ermöglicht die Berechnung der zweidimensionalen Lastverteilung als Basis für die Tragfähigkeitsverfahren nach ISO 6336 und der topologischen Lastverteilung als Basis für die erweiterten Tragfähigkeitsverfahren.

Je größer die Berechnungstiefe der Lastverteilungsberechnung ist, desto aufwändiger wird in aller Regel die Anwendung der Berechnungsmethode. Es steigt die Aussagegüte der Ergebnisse. Dieser Zusammenhang ist jedoch nicht proportional. Zusätzlich kann eine Weiterentwicklung einer Berechnungsmethode eine (zumindest teilweise) grundlegende Änderung des dahinterliegenden Berechnungsmodells, -ansatzes oder -ablaufes sowie eine signifikante Änderung der Berechnungsergebnisse im Vergleich zur Berechnung mit der ursprünglichen Methode bedeuten.

Es fehlt eine umfassende Analyse über die Auswirkungen verschiedener Einflüsse und daraus abgeleitet eine Einschätzung, welcher Aufwand mit welchem Nutzen in der industriellen Anwendung sinnvoll ist.



### 3 Sensitivitätsanalyse der Lastverteilungsberechnung hinsichtlich des Einflusses der Berechnungsparameter auf die Aussagegüte

Die Methoden zur Berechnung der Lastverteilung entwickeln sich stetig weiter. Dank neuer Erkenntnisse aus der Anwendung und Forschung können immer mehr Einflüsse bei der Berechnung berücksichtigt werden. Die Methoden werden damit komplexer und zumeist in der Anwendung aufwändiger. Die Aussagegüte der Ergebnisse steigt. Jedoch ist die Wirkung eines Einflusses vom Anwendungsfall abhängig. Es gibt Anwendungsfälle, bei denen sich der steigende Aufwand der Berechnung gegenüber der Steigerung in der Aussagegüte nicht lohnt.

Aus der topologischen Lastverteilung (Kap. 2.2.3) wird mittels der Krümmungsradien und des Modells nach Hertz die topologische Pressung errechnet. Aus der Pressungsverteilung werden die schadensäquivalenten Beanspruchungen der erweiterten Tragfähigkeitsverfahren nach FVA (Kap. 2.1.3) abgeleitet. Diese können im Tragfähigkeitsnachweis nach ISO 6336 als auftretenden Beanspruchungen eingesetzt werden (siehe **Bild 3.1**).

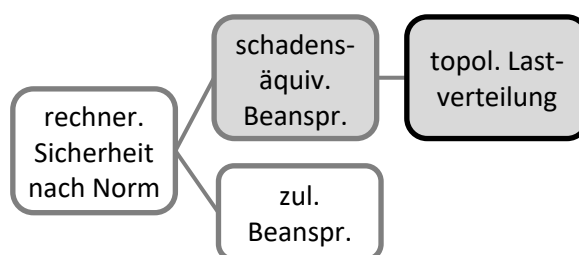
In der folgenden Sensitivitätsanalyse werden für eine Reihe von Einflüssen deren Auswirkungen auf die Last- und Pressungsverteilung anhand der daraus abgeleiteten Tragfähigkeitskennwerte für Grübchen und Zahnfußbelastung aus Kap. 2.1.3 untersucht. Ziel der Untersuchungen ist eine Einschätzung zum Aufwand und Nutzen der Einflüsse.

Die zu untersuchenden Einflüsse für die Sensitivitätsanalyse haben exemplarischen Charakter. Sie wurden im Rahmen des Forschungsprojektes FVA-Nr. 609/I [Sti11] von Vertretern aus der Industrie ausgewählt. Das angewendete Vorgehen kann grundlegend in der Praxis zur Untersuchung neuer Einflüsse angewandt werden:

- Verstehen der Wirkung des Einflusses auf die Lastverteilungsberechnung
- Abschätzen der Wirkung auf den relevanten Anwendungsbereich
- Überprüfen der Wirkung anhand von Beispielberechnungen mit Abgleich mit Ergebnissen aus Versuchen oder Felderfahrungen

#### 3.1 Vorstellung der zu untersuchenden Einflüsse

Im folgenden Kapitel werden die zu untersuchenden Einflüsse, die Art der Einbindung in das Berechnungsmodell und deren Wirkung auf die Ergebnisse der Last-, Pressungs- und Zahnfußspannungsverteilung nach Kap. 2.2.3 vorgestellt.



**Bild 3.1:** Einsortierung der Sensitivitätsanalyse in die Tragfähigkeitsberechnung nach ISO 6336 (siehe Bild 2.1)

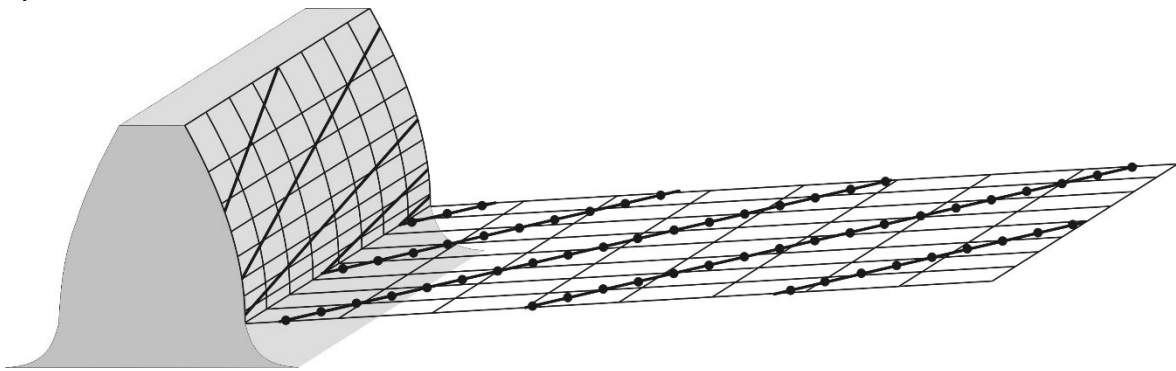
### 3.1.1 Berücksichtigung der Dimension der Matrix zur Beschreibung von Flankenmikrogeometrien

Für die Berechnung der topologischen Last- und Pressungsverteilung können Zahnformabweichungen berücksichtigt werden, siehe Bild 2.7. Diese können als Standardkorrekturen oder Flankenmessschriebe einer Ist-Flanke vorgegeben werden. Die Berechnungsmethode für die Standardkorrekturen erzeugt ein Gitter auf der Flanke, welches die Berechnungspunkte äquidistant über Breite und Höhe im Eingriffsfeld verteilt. Ein Messschrieb einer Ist-Flanke enthält in aller Regel ebenfalls ein Messgitter achsparallel zur Eingriffsstrecke und Eingriffsbreite.

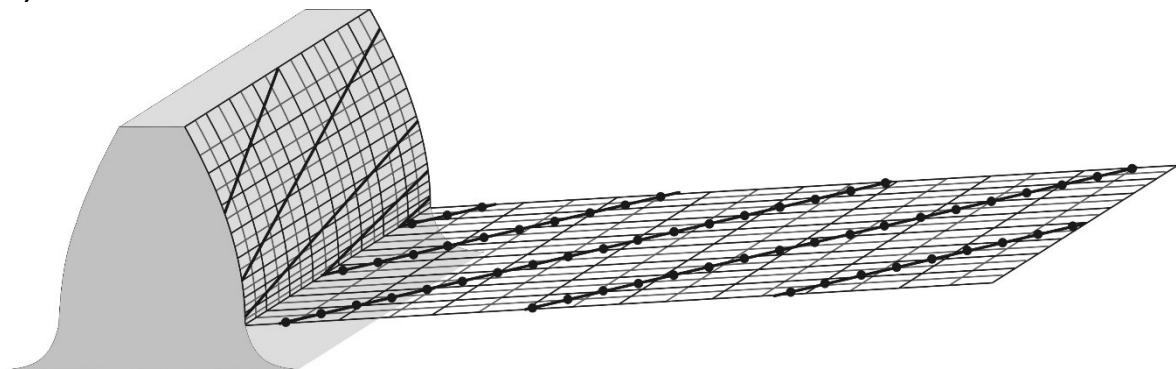
Die Berechnungspunkte für die topologische Last- und Pressungsverteilung liegen jedoch auf den Berührlinien der einzelnen Eingriffsstellungen. Um die Flankenabweichungen in der Berechnung zu berücksichtigen, werden die Berechnungspunkte der Standardkorrekturen mittels Interpolation auf die Berechnungspunkte entlang der Berührlinien umgerechnet. **Bild 3.2** zeigt die Lage der Berechnungspunkte der Standardkorrekturen und die Berechnungspunkte auf den Berührlinien einzelner Eingriffsstellungen auf der Flanke und im Eingriffsfeld im Vergleich. Die Teilabbildungen **a)** und **b)** zeigen ein Standardkorrekturgitter von  $9 \times 9$  bzw.  $18 \times 18$  Punkten bei gleichbleibender Berechnungspunkte- und Berührlinienverteilung für die Lastverteilung.

**Bild 3.3** zeigt am Beispiel einer Profillinie den Unterschied zwischen 9 und 18 Berechnungspunkten für die Standardkorrekturen. Es ist eine lineare Kopf- und Fußrücknahme mit jeweils tangentialer Übergangsrundung vorgegeben. Die gepunktete Profillinie ist mit 9 Stützpunkten über dem Profil berechnet worden, die durchgezogene Profillinie mit 18 Stützpunkten. Mit steigender Stützpunktzahl wird der Verlauf der Profillinie glatter.

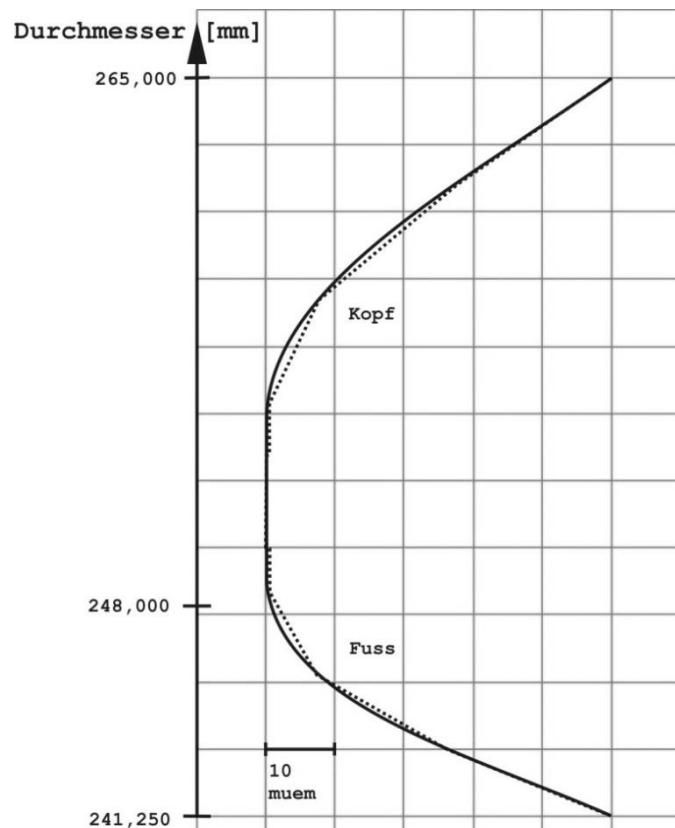
a)



b)



**Bild 3.2:** Vergleich der Berechnungspunkte auf den Berührlinien für die Lastverteilung und der Berechnungspunkte für die Korrektur äquidistant im Eingriffsfeld, a) Dimension  $9 \times 9$ , b) Dimension  $18 \times 18$



**Bild 3.3:** Vergleich des Verlaufs einer linearen Kopf- und Fußrücknahme mit Übergangsrundung bei unterschiedlicher Auflösung der Berechnungsmatrix, gepunktete Linie: Auflösung 9x9, durchgezogene Linie: Auflösung 18x18

Mit Erhöhung der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie wird der Interpolationsfehler verringert. Dies lässt eine höhere Aussagegüte in der berechneten topologischen Last- und Pressungsverteilung erwarten. So kann eine topologische Lastverteilung mit kleiner Matrixdimension aufgrund der linearen Interpolation bspw. Lastspitzen aufweisen, die bei einer feineren Dimension der Matrix nicht auftreten.

Des Weiteren entspricht die gleichmäßige Stützpunktverteilung über der Eingriffsstrecke des Standardkorrekturgitters einer ungleichmäßigen Verteilung über dem Durchmesser mit einer dichteren Auflösung im Zahnfuß und einer gröberen Auflösung im Zahnkopf (vgl. Bild 3.2). Somit ist bei einer Erhöhung der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie eine höhere Aussagegüte speziell für die Lastverteilung im Bereich des Zahnkopfs zu erwarten.

Die Änderung der Dimension der Matrix bedeutet keine Steigerung der Komplexität für den Anwender, eine unnötig große Dimensionierung, z. B. 1000x1000 Stützpunkte, kann aufgrund der hohen Speicherbedarfs die Rechenzeit negativ beeinflussen. Falls die Flankenmikrogeometrie aus einer Flankenmessung ermittelt wird, beeinflusst die Anzahl zu vermessender Flankenpunkte die Maschinenbelegungszeit. Es soll ein Bereich einer sinnvollen Matrixdimension ermittelt werden.

### 3.1.2 Berücksichtigung von Achsabstandsänderungen bei der Berechnung der Profilüberdeckung

Die Berechnung der Eingriffsstreckenlänge  $g_\alpha$ , der Profilüberdeckung  $\varepsilon_\alpha$  und des Achsabstandes  $a$  erfolgt nach DIN 3960 [DIN87a] mit den Gleichungen (3.1) bis (3.3).

$$g_\alpha = \frac{1}{2} \cdot \left( \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} + \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} - 2 \cdot a \cdot \sin \alpha_{wt} \right) \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_{et}} \quad (3.2)$$

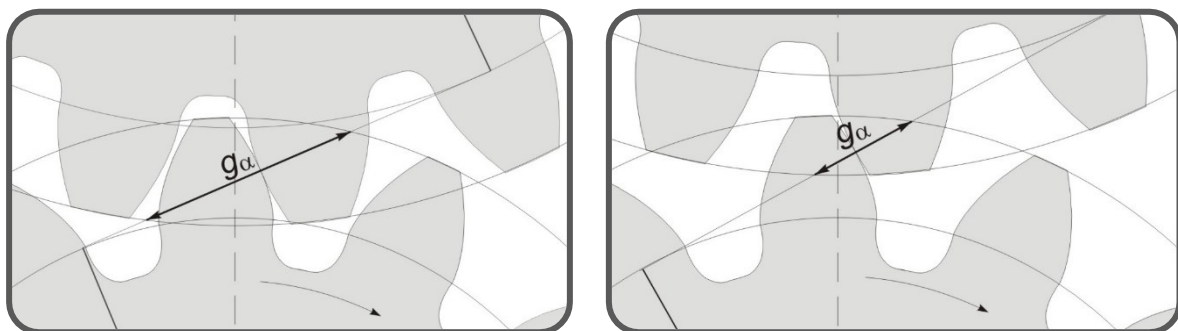
$$a = \frac{m_n \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \quad (3.3)$$

$d_{b1}$	in mm	Grundkreis-Ø des Ritzels	$z_1$	Zähnezahl des Ritzels
$d_{b2}$	in mm	Grundkreis-Ø des Rades	$z_2$	Zähnezahl des Rades
$d_{Na1}$	in mm	Kopfnutkreis-Ø des Ritzels	$\alpha_t$ in °	Stirneingriffswinkel
$d_{Na2}$	in mm	Kopfnutkreis-Ø des Rades	$\alpha_{wt}$ in °	Betriebseingriffswinkel
$m_n$	in mm	Normalmodul	$\beta$ in °	Schrägungswinkel
$p_{et}$	in mm	Stirneingriffsteilung		

Eine Änderung des Achsabstandes, aufgrund von z. B. Gehäusetoleranzen oder Lagerspielen, hat eine Veränderung der Eingriffsstreckenlänge zur Folge. Es stehen sich zusätzlich andere Flankenpunkte als bei Nennachsabstand gegenüber. Dies hat Einfluss auf die Krümmungsradien bei der Berechnung der Hertz'schen Pressungen.

Ein gegenüber der DIN-Berechnung größerer Achsabstand verursacht eine Verkürzung der Eingriffsstreckenlänge und somit eine Verringerung der Überdeckung. Die Belastung wird über einen kleineren Bereich der Flanke übertragen. Die Linienlasten sind im Vergleich zu den Lasten bei Nennachsabstand höher. Somit ist ein Anstieg der Pressungen zu erwarten. Bereiche der Flanke im Fuß mit kleinen Krümmungsradien kommen nicht mehr in Eingriff. Dies hat eine Verringerung der Pressung zur Folge. **Bild 3.4** verdeutlicht diesen Sachverhalt.

Ein gegenüber der DIN-Berechnung kleinerer Achsabstand ist im Rahmen des Flankenspiels möglich. Es ergibt sich eine Verlängerung der Eingriffsstreckenlänge und somit eine Erhöhung der Überdeckung. Die Belastung wird über einen größeren Bereich der Flanke übertragen. Die Linienlasten sind im Vergleich zum Nennachsabstand kleiner. Es kommen



**Bild 3.4:** Einfluss einer Achsabstandsänderung, links: Achsabstand nach DIN 3960, rechts: vergrößerter Achsabstand



Bereiche der Flanke im Fuß mit kleinen Krümmungsradien in Eingriff. Dies hat eine Vergrößerung der Pressung zur Folge.

Welcher Einfluss überwiegt ist abhängig von der konkreten Verzahnungsgeometrie.

### 3.1.3 Berücksichtigung von Flankenkrümmungsänderungen aufgrund von Profilkorrekturen in der Kontaktverformungsberechnung

Eine Profilkorrektur hat eine Veränderung der Flankenkrümmung zur Folge. Die Flankenkrümmung der Berührungspunkte werden für die Berechnung des Ersatzkrümmungsradius  $\varrho$  herangezogen. Der Ersatzkrümmungsradius geht wiederum in die Berechnung der Hertz'schen Pressung  $p_H$  ein, wie es in Gleichung (3.4) und (3.5) bspw. in [Nie03] beschrieben wird.

$$p_H = \sqrt{\frac{F_n}{l} \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (3.4)$$

$$\varrho = \frac{\varrho_1 \cdot \varrho_2}{\varrho_1 + \varrho_2} \quad (3.5)$$

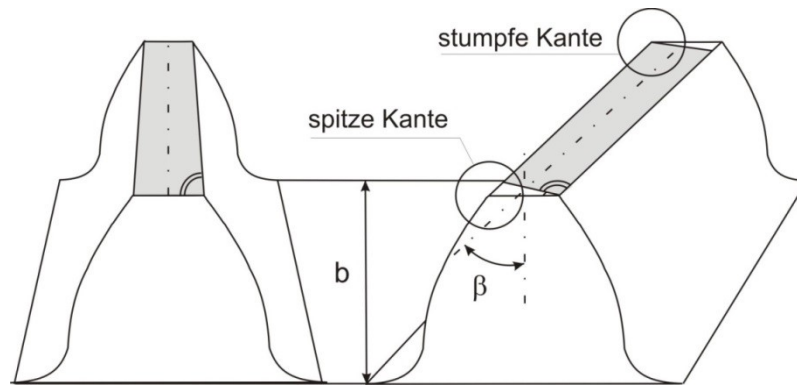
$l$	in $mm$	Länge der Berührlinie	$\nu_1$	Querdehnzahl des Ritzels
$E_1$	in $N/mm^2$	Elastizitätsmodul des Ritzels	$\nu_2$	Querdehnzahl des Rades
$E_2$	in $N/mm^2$	Elastizitätsmodul des Rades	$\varrho_1$	in $mm$ Krümmungsradius des Ritzels
$F_n$	in $N$	Zahnnormalkraft	$\varrho_2$	in $mm$ Krümmungsradius des Rades

Eine Verringerung der Krümmung einer der Zahnflanken hat eine Verringerung des Ersatzkrümmungsradius zur Folge und damit eine Vergrößerung der Hertz'schen Pressung. Der Übergang von korrigierter zu unkorrigierter Flanke stellt immer eine Änderung der Krümmung dar, unabhängig, welche Korrekturform (linear, kreisförmig etc.) vorliegt. Ein scharfer Korrekturübergang, ohne Übergangsrundung, verursacht eine größere Krümmungsänderung als ein Übergang mit Übergangsrundung. Eine Verringerung des Krümmungsradius auf der Flanke verursacht eine Verringerung des Ersatzkrümmungsradius und somit eine Vergrößerung der Pressung bei gleicher Belastung. Eine Vergrößerung des Krümmungsradius auf der Flanke verursacht eine Vergrößerung des Ersatzkrümmungsradius und somit eine Verringerung der Pressung bei gleicher Belastung.

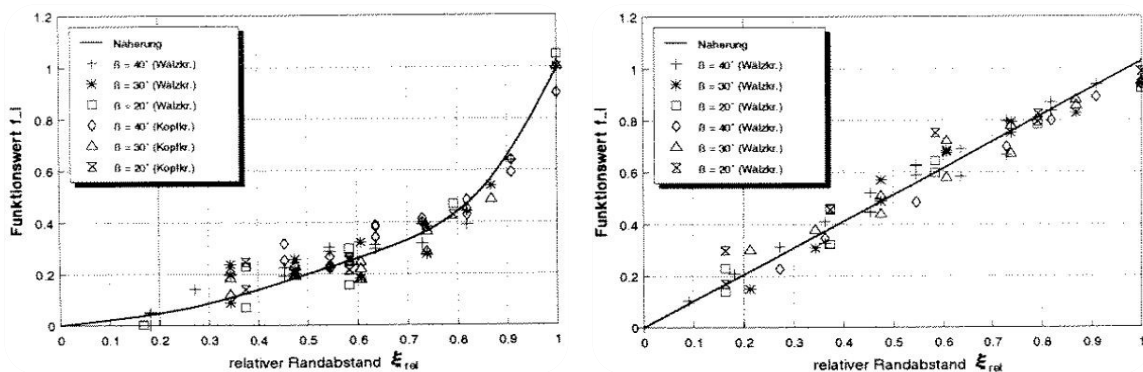
### 3.1.4 Berücksichtigung der Zahnsteifigkeit an Randbereichen der Zahnflanke

Am Verzahnungsrand nimmt die Steifigkeit der Verzahnung aufgrund der fehlenden Stützwirkung an den Stirnseiten ab. Bei einer Schrägverzahnung ist diese Steifigkeitsänderung bei beiden Stirnseiten unterschiedlich. Grund ist die unterschiedliche Materialanhäufung aufgrund der Windung des Zahnes um den Radkörper. Am stumpfen Zahnende ist eine größere Stützwirkung vorhanden als am spitzen Zahnende, **Bild 3.5**.

Kunert, Trempler und Wikidal haben diesen Effekt in [Kun95] untersucht und eine Korrekturfunktion formuliert, die in Abhängigkeit vom Schrägungswinkel und von der Position des Berechnungspunktes auf der Flanke die Zahnradsteifigkeit im Berechnungsmodell aus Bild 2.7 anpasst. **Bild 3.6** zeigt den qualitativen Verlauf der Korrekturfunktion für die spitze und stumpfe Stirnseite.



**Bild 3.5:** Veränderung der Zahndicke an den Verzahnungsrändern, links: geradverzahnt, rechts: schrägverzahnt.



**Bild 3.6:** Qualitativer Verlauf der Abklingfunktion aufgetragen über den relativen Randabstand, für die spitze Seite (links), für die stumpfe Seite (rechts), nach [Kun95]

Die Berücksichtigung dieses Effektes lässt einen Anstieg der Pressungen an der spitzen und eine Verringerung an der stumpfen Kante vermuten. Die Auswirkungen auf die schadensäquivalenten Beanspruchungen ist nicht trivial abzuschätzen.

### 3.2 Berechnungsstudie

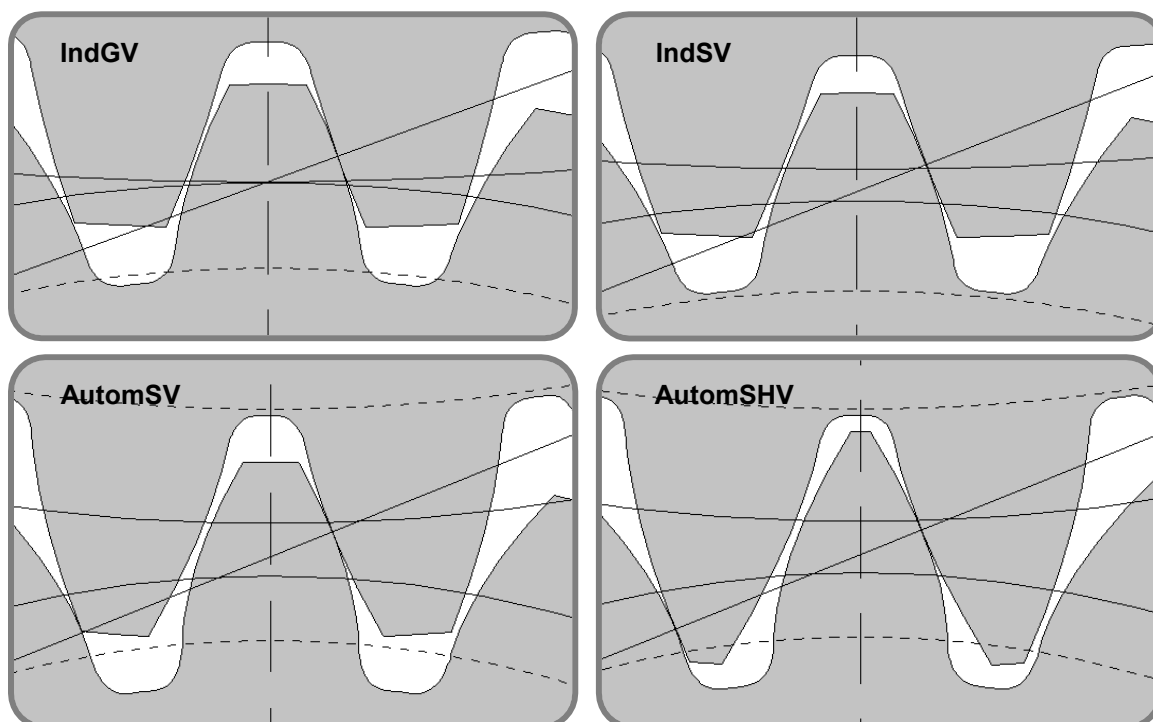
Mittels einer Berechnungsstudie werden die Auswirkungen der beschriebenen Einflüsse untersucht. Es werden vier verschiedene praxisnahe Beispielverzahnungen mit Verzahnungskorrekturen verwendet. Zur Beurteilung der Einflüsse werden die auftretenden Beanspruchungen nach ISO 6336 (Kap. 2.1.1) mit den schadensäquivalenten Beanspruchungen der erweiterten Tragfähigkeitsverfahren nach FVA (Kap. 2.1.3) mit und ohne Berücksichtigung der Einflüsse verglichen.

#### 3.2.1 Untersuchte Verzahnungsvarianten

Für die Berechnungsstudie werden vier praxisnahe Verzahnungen ausgelegt: Zwei industriennahe Verzahnungen mit einem Normalmodul von 8,00 mm und 7,75 mm, eine als Gerad- und eine als Schrägverzahnung, sowie zwei automobillnahe Verzahnungen mit einem Normalmodul von 2,00 mm, eine als Schräg- und eine als Schräghochverzahnung mit folgender Benennung:

- IndGV - Industriennahe Verzahnung geradverzahnt
- IndSV - Industriennahe Verzahnung schrägverzahnt
- AutomSV - Automobillnahe Verzahnung schrägverzahnt
- AutomSHV - Automobillnahe Verzahnung schräghochverzahnt

In **Bild 3.7** sind die Verzahnungsprofile dargestellt. In **Tabelle 3.1** sind die Verzahnungshauptdaten aufgelistet. In **Tabelle 3.2** die Tragfähigkeitskennwerte nach ISO 6336.



**Bild 3.7:** Verzahnungsprofile der Beispielverzahnungen

Verzahnungshauptdaten	FZ	Einheit	IndGV	IndSV	AutomSV	AutomSHV
Normalmodul	$m_n$	mm	8,00	7,75	2,00	2,00
Übersetzung	$i$	-	2,71	2,71	1,76	1,76
Profilüberdeckung	$\varepsilon_\alpha$	-	1,35	1,30	1,50	2,00
Schrägungswinkel	$\beta$	°	0	13	30	30
Sprungüberdeckung	$\varepsilon_\beta$	-	0	0,900	1,035	1,035
Achsabstand	$a$	mm	460	460	81	81
Eingriffswinkel	$\alpha_n$	°	20	20	17	17
Kopfhöhenfaktor Werkzeug	$h_{aP0}^*$	-	1,25	1,25	1,6/1,7	1,6/1,7
Kopfabrundungsfaktor Werkzeug	$\rho_{aP0}^*$	-	0,25	0,25	0,20	0,20
Breite	$b$	mm	100	100	13	13
Nenn Drehmoment	$T_{Nenn}$	Nm	12.000	12.000	220	220
Drehzahl am Ritzel	$n$	1/min	200	1.500	2.000	2.000

**Tabelle 3.1:** Verzahnungshauptdaten der Beispielverzahnungen

Tragfähigkeitskennwerte nach ISO 6336	FZ	Einheit	IndGV	IndSV	AutomSV	AutomSHV
Anwendungsfaktor (Vorgabe)	$K_A$	-	1,00	1,00	1,00	1,00
Stirnfaktor Methode B	$K_{H\alpha-B}$	-	1,00	1,00	1,00	1,02
Breitenfaktor Methode D	$K_{H\beta-D}$	-	1,17	1,17	1,07	1,07
Dynamikfaktor Methode B	$K_{V-B}$	-	1,08	1,06	1,03	1,03
Auftretende Flankenpressung Methode B am Ritzel	$\sigma_H$	$N/mm^2$	1191,7	1033,0	1339,1	1176,1
Zulässige Flankenpressung	$\sigma_{HP}$	$N/mm^2$	1448,4	1448,4	1340,5	1340,5
Sicherheitsfaktor für Flankenpressung am Ritzel	$S_H$	-	1,22	1,40	1,00	1,14
Auftretende Zahnfußspannung Methode B am Ritzel	$\sigma_F$	$N/mm^2$	495,4	459,7	773,9	666,1
Zulässige Zahnfußspannung	$\sigma_{FP}$	$N/mm^2$	923,5	928,4	858,8	858,8
Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung am Ritzel	$S_F$	-	1,90	2,00	1,10	1,30

**Tabelle 3.2: Tragfähigkeitskennwerte nach ISO 6336 der Beispielverzahnungen**

Die betrachteten Einflüsse wirken sich ausschließlich auf die Verzahnung aus. Das Welle-Lager-System ist sehr steif ausgeführt, so dass kein Einfluss auf die Lastverteilungsergebnisse vorliegt. Das Vorgehen in dieser Studie kann auf beliebige Verzahnungen angewendet werden. Die ausgewählten Verzahnungen repräsentieren einen weiten Anwendungsbereich.

Jede Verzahnung wird in der Ausführung „unkorrigiert“ und „korrigiert“ in der Studie verwendet. Die Korrekturauslegung der industrienahen Verzahnungen erfolgt bezüglich der Nennlast. Es werden lange Kopf- und Fußrücknahmen nach Sigg [Sig65] auf dem Ritzel vorgesehen. Diese sind mit einer Übergangsrundung ausgeführt. Ziel ist es, den vor- und nachzeitigen Eingriff bei Nennlast zu verhindern. Des Weiteren werden in der Praxis übliche Breitenkorrekturen vorgesehen, die ein Kantentragen bei Überlast verhindern sollen.

Die kleinmoduligen automobilnahen Verzahnungen sind für eine niedrigere Teillast korrigiert. Es werden Balligkeiten mit einem kleineren Betrag über der Breite und über dem Profil vorgesehen. Die Korrekturen der einzelnen Verzahnungen sind in **Tabelle 3.3** aufgeführt (Korrekturdefinition nach [Car11]).

Korrekturdaten	Einheit	IndGV	IndSV	AutomSV	AutomSHV
Kopfrücknahme		linear	linear	-	-
Betrag	$\mu m$	70	90	-	-
Länge	$mm$	8,27 (lang)	6,99 (lang)	-	-
Beginn/Ende Übergangsrundung	$mm$	4,13/12,4	3,5/10,5	-	-
Fußrücknahme		linear	linear	-	-
Betrag	$\mu m$	70	90	-	-
Länge	$mm$	8,27 (lang)	6,99 (lang)	-	-
Beginn/Ende Übergangsrundung	$mm$	4,13/12,4	3,5/10,5	-	-
Stirnprofilballigkeit		-	-	sym.	sym.
Betrag	$\mu m$	-	-	3	4
Endrücknahme		linear	linear	-	-
Betrag	$\mu m$	35	35	-	-
Länge	$mm$	15	15	-	-
Beginn/Ende Übergangsrundung	$mm$	4/40	4/40	-	-
Flankenlinienballigkeit		sym.	sym.	sym.	sym.
Betrag	$\mu m$	5	5	7	5

Tabelle 3.3: Korrekturdaten der Beispielverzahnungen

### 3.2.2 Berechnungsvarianten

Abhängig vom zu untersuchenden Einfluss werden verschiedene Varianten berechnet und verglichen. Für alle Varianten werden 3 Laststufen, 75 %, 100 % und 125 % der Nennlast, berechnet. Hiermit sollen mögliche Auswirkungen bei Teillast, Nennlast und Überlast mit-erfasst werden. In **Bild 3.8** sind die Berechnungsvarianten und die daraus abgeleiteten Benennungen dargestellt. In **Tabelle 3.4** ist der Berechnungsplan aufgelistet. Die zu vergleichenden Berechnungsgrößen werden für jeden zu untersuchenden Einfluss auf eine Referenzvariante normiert (siehe Erläuterungen in Kap. 3.2.3). Die Referenz wird im Folgenden für jeden zu untersuchenden Einfluss mit angegeben.

#### Dimension Matrix der Flankenmikrogeometrie (DIM)

Zur Untersuchung des Einflusses der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie wird die Matrixgröße variiert (9x9, 18x18, 50x50 und 100x100). Zusätzlich werden die unkorrigierten Ausführungen und die Ergebnisse der ISO-Berechnung herangezogen.

Die Dimension 9x9 ist die übliche Größe in der angewendeten Berechnungsmethode. Sie wird für den Vergleich als Referenzwert herangezogen.

4 Beispielverzahnungen	2 Ausführungen	3 Belastungen	4 Einflüsse
industrienahe Geradverzahnung (IndGV)	unkorrigiert (u)	75 % des Nenndrehmoments (75 % $T_{Nenn}$ )	Dimension Matrix der Flankenmikrogeometrie (DIM) 9x9 18x18 50x50 100x100
industrienahe Schrägverzahnung (IndSV)	korrigiert (k)	100 % des Nenndrehmoments (100 % $T_{Nenn}$ )	Achsabstandsänderung (ACHS) $\pm 1,0 \% mn$ $\pm 2,5 \% mn$ $\pm 5,0 \% mn$ $\pm 10,0 \% mn$
automobilnahe Schrägverzahnung (AutomSV)		125 % des Nenndrehmoments (125 % $T_{Nenn}$ )	Flankenkrümmung (RHO) Ritzel korrigiert Ritzel und Rad korr.
automobilnahe Schräghochverzahnung (AutomSHV)			Randbereich Schrägverzahnung (RAND)

Bild 3.8: Übersicht der Berechnungsvarianten

Untersuchte Einflüsse	IndGV		IndSV		AutomSV		AutomSHV	
	u	k	u	k	u	k	u	k
DIM		x		x		x		x
ACHS	x	x	x	x	x	x	x	x
RHO		x		x		x		x
RAND			x	x	x	x	x	x
Überlagerung der Einflüsse DIM, RHO, RAND	x	x	x	x	x	x	x	x

Tabelle 3.4: Berechnungsplan, Abkürzungen entsprechend Bild 3.8

### Achsabstandsänderung (ACHS)

Zur Untersuchung des Einflusses der Achsabstandsänderung wird ein vom Nennachsabstand nach DIN 3960 abweichender Achsabstand vorgegeben. In DIN 3964 [DIN80] sind Achsabstandstoleranzen abhängig vom Nennachsabstand und einer Genauigkeitsklasse beschrieben. In **Tabelle 3.5** sind die Toleranzwerte für alle vier Beispielverzahnungen für die größte Genauigkeitsklasse (Klasse 11) nach DIN 3964 dargestellt.

Für die industrienahen Verzahnungen mit 460 mm Nennachsabstand ergibt sich eine Toleranz von  $\pm 200 \mu m$ , für die automobilnahen Verzahnungen mit 81 mm Nennachsabstand eine Toleranz von  $\pm 110 \mu m$ . Dies entspricht  $0,025 \cdot m_n$  bzw.  $0,05 \cdot m_n$ . In dieser Studie wird die Achsabstandsänderung im Bereich von  $0,01 \cdot m_n$  bis  $0,1 \cdot m_n$  jeweils in positiver und negativer Abweichungsrichtung untersucht.

Es werden somit Achsabstandsabweichungen über die Vorgaben der Norm hinaus berücksichtigt. Für die Auswertung werden von allen vier Beispielverzahnungen jeweils beide Ausführungen (korrigiert und unkorrigiert) herangezogen.

Es wird in dieser Arbeit keine Kollisionsprüfung durchgeführt. Die fiktiven Achsabstandsänderungen sollen den rechnerischen Einfluss zeigen.

Als Referenz werden die Ergebnisse bei Nennachsabstand verwendet.

### Flankenkrümmung (RHO)

Zur Untersuchung des Einflusses der geänderten Flankenkrümmung aufgrund von Profilkorrekturen werden die korrigierten Ausführungen der Beispielverzahnungen herangezogen. Hierbei wird die Korrektur der industrienahen Verzahnung in zwei Varianten ausgeführt: als Kopf- und Fußrücknahme auf dem Ritzel sowie als Kopfrücknahmen auf Ritzel und Rad. Als Referenz werden die Ergebnisse ohne Berücksichtigung des Effektes verwendet.

### Randbereich Verzahnung (RAND)

Zur Untersuchung des Einflusses der Steifigkeitsänderungen der Randbereiche bei Schrägverzahnungen werden die korrigierten und unkorrigierten Ausführungen der drei schrägverzahnenden Beispielverzahnungen IndSV, AutomSV und AutomSHV zur Auswertung herangezogen. Als Referenz werden die Ergebnisse ohne Berücksichtigung des Effektes verwendet.

	FZ	Einheit	IndGV	IndSV	Autom SV	Autom SHV
Normalmodul	$m_n$	mm	8	7,75	2	2
Achsabstand nach DIN 3960	$a$	mm	460	460	81	81
Toleranz nach DIN 3964, Genauigkeitsklasse 11	$A_{ae}$ , $A_{ai}$	$\mu m$	$\pm 200$	$\pm 200$	$\pm 100$	$\pm 100$
Toleranz in % bezogen auf den Achsabstand $a$		%	$\pm 0,043$	$\pm 0,043$	$\pm 0,123$	$\pm 0,123$

**Tabelle 3.5: Achsabstandstoleranz nach DIN 3964, Genauigkeitsklasse 11**

### 3.2.3 Zu vergleichende, maßgebliche Ergebnisgrößen

Der Einfluss einzelner Faktoren auf die Lastverteilung ist durch den Vergleich der Lastverteilungen selbst schwer auszuwerten und für den Anwender nicht greifbar. Die erweiterten Tragfähigkeitsverfahren nach FVA (Kap. 2.1.3) leiten aus der Lastverteilung eine schadensäquivalente Beanspruchung ab. Diese fasst die Lastverteilung in einen Wert zusammen und erlaubt den Vergleich der Berechnungsvarianten. Die schadensäquivalenten Beanspruchungen sind zudem mit dem Ziel entwickelt worden, im Tragfähigkeitsnachweis nach Gleichung (2.1) als auftretende Beanspruchung eingesetzt zu werden. Es bietet sich somit ein Vergleich der schadensäquivalenten Beanspruchungen mit den auftretenden Beanspruchungen nach ISO 6336 an.

**Tabelle 3.6** gibt eine Übersicht über die berechneten Beanspruchungen.

Die berechneten schadensäquivalenten Beanspruchungen und die Beanspruchung nach ISO 6336 werden auf einen Referenzwert normiert, welcher für jeden Einfluss in Kap. 3.2.2 angegeben ist.

Es ergeben sich die folgenden zu vergleichenden Werte, welche für die entsprechenden Berechnungsvarianten ausgewertet werden:

- normierte schadensäquivalente Vergleichsflankenpressung nach FVA 284 für Ritzel und Rad
- normierte schadensäquivalente Vergleichszahnfußspannung nach FVA 257/II für Ritzel und Rad
- normierte auftretende Flankenpressung nach ISO 6336 für Ritzel und Rad
- normierte auftretende Zahnfußspannung nach ISO 6336 für Ritzel und Rad

Bei einer normierten Beanspruchung von 1 ist der Ergebniswert der betrachteten Varianten gleich dem Ergebniswert der Referenz, bei einem normierten Wert kleiner 1 wird mit der betrachteten Variante eine kleinere Beanspruchung errechnet, bei einem normierten Wert größer 1 eine größere.

### 3.3 Auswertung und Diskussion der Ergebnisse

Im Folgenden werden für jeden untersuchten Einfluss die relevanten Ergebnisse zusammengefasst.

Tragfähigkeit gegen	Grübchen	Zahnfußbruch
Beanspruchungsort	Flanke Ritzel und Rad	Fuß Ritzel und Rad
Beanspruchung nach Norm	auftretende Flankenpressung $\sigma_H$ nach ISO 6336 part 2 Gleichung (2.2)	auftretende Zahnfußspannung $\sigma_F$ nach ISO 6336 part 3 Gleichung (2.4)
Schadensäquivalente Beanspruchung	schadensäquivalente Vergleichspressung $\sigma_{Hv}$ nach FVA 284	schadensäquivalente Vergleichsspannung $\sigma_{Fv}$ nach FVA 257/II

**Tabelle 3.6: Zu vergleichende Ergebnisgrößen**



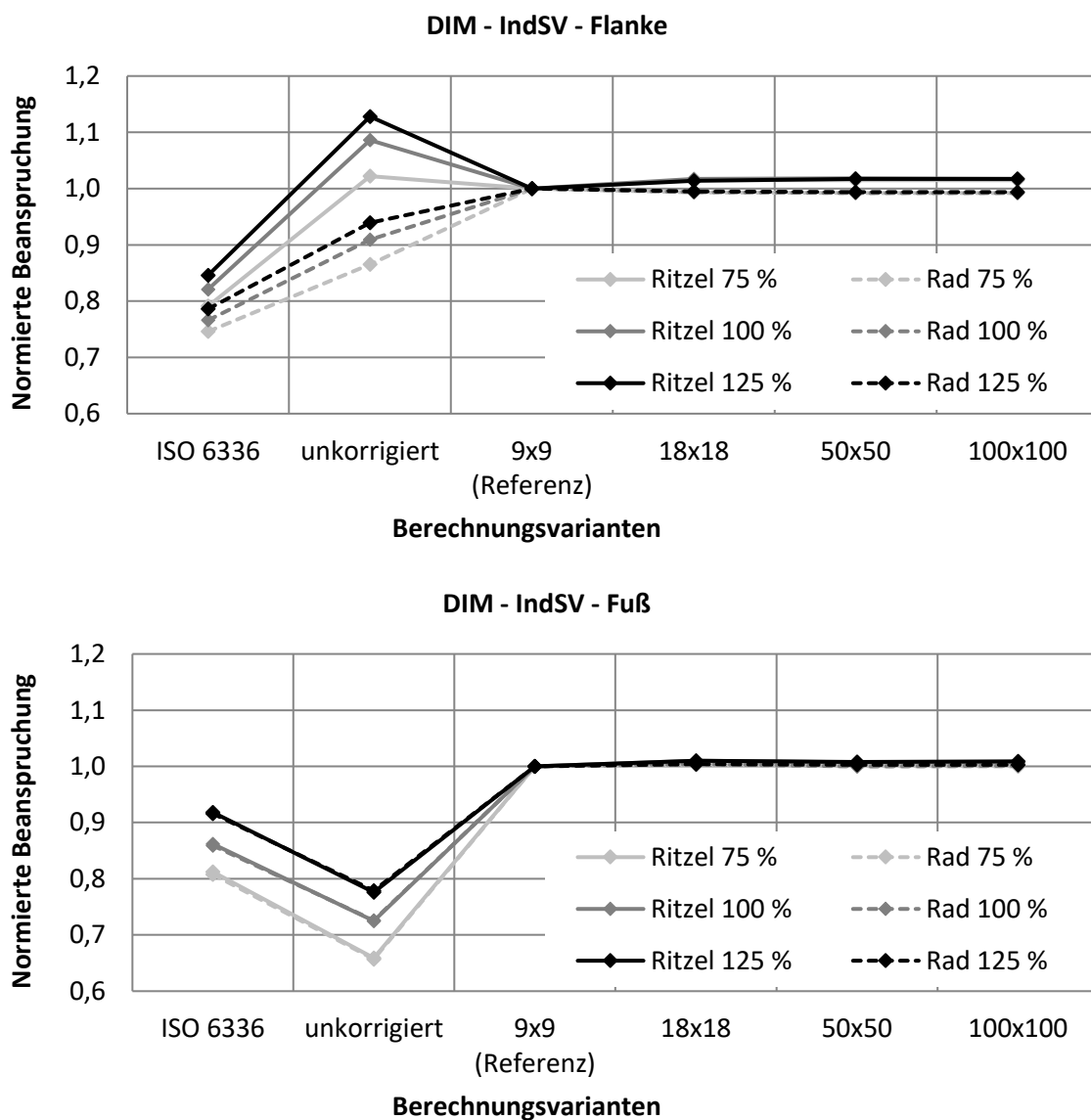
### 3.3.1 Einfluss der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie

Der Einfluss der höheren Auflösung der Matrix der Flankenmikrogeometrie wird anhand der Beanspruchungen von Flanke und Fuß für Ritzel und Rad für die unkorrigierten und korrigierten Ausführungen der vier Beispielverzahnungen ausgewertet. Es werden die schadensäquivalenten Beanspruchungen der Berechnungsvarianten mit den Dimensionen 9x9, 18x18, 50x50 und 100x100, der unkorrigierten Variante sowie die nach ISO 6336 berechnete auftretende Flankenbeanspruchung für jede Verzahnung miteinander verglichen.

Die Beanspruchungswerte werden auf die schadensäquivalente Beanspruchung der Variante mit der Dimension 9x9 (Referenz) normiert (3.6).

$$\text{Normierte Beanspruchung} = \frac{\sigma_{Hv}(\text{Last}, \text{DIM})}{\sigma_{Hv}(\text{Last}, 9 \times 9)} \quad (3.6)$$

In **Bild 3.9** sind die Ergebnisse beispielhaft für die industriennahe Schrägverzahnung für alle Laststufen für Flanke und Fuß dargestellt. Es sind jeweils die normierten Beanspruchungen über den Berechnungsvarianten aufgetragen.



**Bild 3.9:** Normierte schadensäquivalente Beanspruchungen unter Einfluss der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie für die industriennahe Schrägverzahnung (korrigiert) für alle Laststufen für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad

Nach ISO 6336 werden niedrigere Beanspruchungen ausgewiesen als mit den erweiterten Tragfähigkeitsberechnungsverfahren. Das kann mit zwei Unterschieden in der Berechnung begründet werden: Zum einen sind in der Berechnung nach ISO 6336 keine Korrekturen berücksichtigt. Die Lastverteilung wird mittels dem Breitenlastfaktor nach Methode D berücksichtigt ( $K_{H\beta-D} = 1,07$ ). Dieser ist niedriger als der Breitenlastfaktor mit den vorgegebenen Korrekturen ( $K_{H\beta} = 1,09$ ). Die vorliegende Breitenkorrektur entlastet den Verzahnungsrand stärker, so dass die Lauffähigkeit der Räder an den Rändern verbessert wird.

Zum anderen wertet das erweiterte Tragfähigkeitsverfahren hinsichtlich Grübchen die Pressungen unterhalb des Wälzkreises aus. Die Steifigkeit des unteren Teils des Zahnes ist größer als die gemittelte Zahnfedersteifigkeit  $c_\gamma$ , die der Berechnung nach ISO 6336 zugrunde liegt. Aufgrund dieser beiden Tatsachen werden nach ISO 6336 ca. 20 % niedrigere Beanspruchungen ausgewiesen als nach den erweiterten Verfahren.

Die Ergebnisse bei unterschiedlicher Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie zeigen über alle Varianten eine, wenn auch teils schwache, Änderung der Beanspruchung von der Dimension 9x9 zu 18x18. Im weiteren Verlauf bis zur Dimension 100x100 bleibt die errechnete Beanspruchung quasi konstant.

### Fazit

Die Berücksichtigung von Verzahnungskorrekturen ist uneingeschränkt empfehlenswert. Die Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie sollte im Bereich 50x50 oder 100x100 gewählt werden. So sind auch bei sehr großen Verzahnungen oder kleinen Korrekturlängen der volle Einfluss der Korrektur bei nahezu gleichbleibender Rechenzeit und Speicherbedarf erfasst. Eine weitere Steigerung bringt keinen Gewinn an Aussagegüte.

Wird die Flankenmikrogeometrie aus einer Messung verwendet, kann hinsichtlich der Maschinenbelegungszeiten eine kleinere Dimension der Matrix sinnvoll und ausreichend sein. Hierbei sollte das Verhältnis von Korrekturlänge zu Verzahnungsbreite (bei Flankenlinienkorrekturen) bzw. zu Eingriffsstreckenlänge (bei Stirnprofilkorrekturen) größer sein als das Verhältnis von Matrixdimension zu Verzahnungsbreite bzw. Eingriffsstreckenlänge.

Sind dagegen andere Auslegungsziele im Fokus, z. B. akustisches Verhalten, kann eine größere Dimension der Matrix notwendig sein.

### 3.3.2 Einfluss von Achsabstandsänderungen

Der Einfluss einer Achsabstandsänderung gegenüber dem Nennachsabstand nach Norm auf die Überdeckung wird anhand der schadensäquivalenten Beanspruchungen von Flanke und Fuß für Ritzel und Rad für die unkorrigierten und korrigierten Ausführungen der vier Beispielverzahnungen ausgewertet. Es werden die Berechnungsvarianten mit den Achsabstandsänderungen von  $-0,1 \cdot m_n$  bis  $+0,1 \cdot m_n$  miteinander verglichen. Der Einfluss wird somit über die Vorgaben der nach DIN 3964 angegebenen Achsabstandstoleranzen (siehe Tabelle 3.5) hinaus untersucht.

Die schadensäquivalenten Beanspruchungen werden auf die Berechnungsergebnisse ohne Achsabstandsabweichung („0 %  $m_n$ “) normiert (3.7).

$$\text{Normierte Beanspruchung} = \frac{\sigma_{Hv}(\text{Last,ACHS})}{\sigma_{Hv}(\text{Last,0\%m}_n)} \quad (3.7)$$

In **Bild 3.10** sind beispielhaft die normierten schadensäquivalenten Beanspruchungen für das Rad der automobilnahen Schräghochverzahnung (Laststufe 100 %  $T_{Nenn}$  der korrigierten Verzahnung) in Form von Liniendiagrammen über der Achsabstandsänderung darge-

stellt. Es zeigt die klare Tendenz, dass eine Verringerung des Achsabstandes im untersuchten Bereich eine Verringerung der Pressungen über der Flanke und somit eine Verringerung der schadensäquivalenten Beanspruchungen zur Folge hat. Der Verlauf ist dabei annähernd linear. Es wird deutlich, dass die Achsabstandsänderung einen größeren Einfluss auf die schadensäquivalenten Beanspruchungen im Fuß (graue Linien) als auf die Beanspruchung auf der Flanke (schwarze Linien) hat.

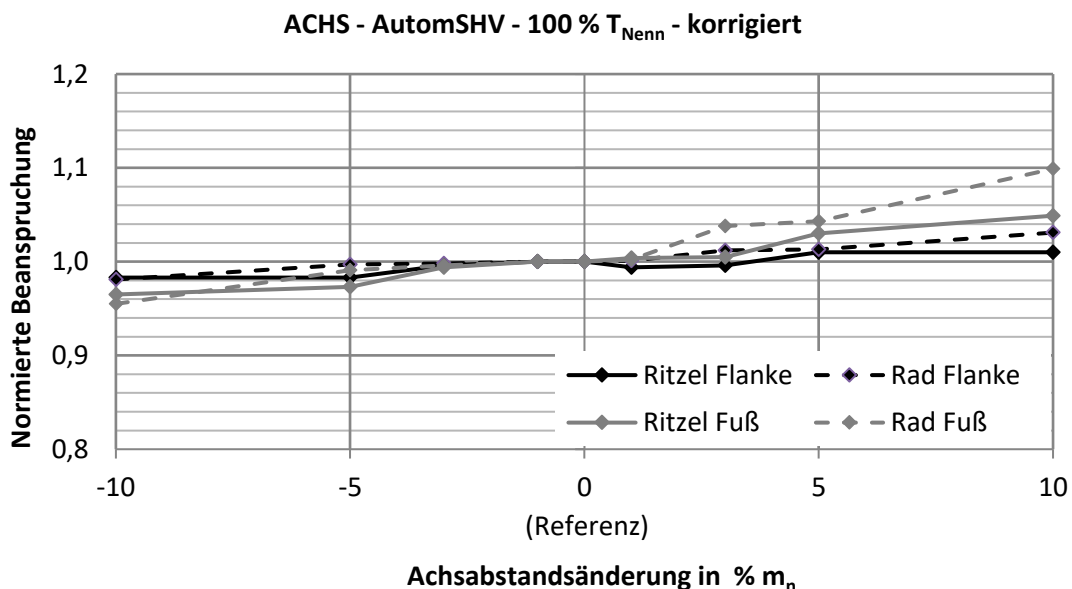
Die Abweichungen der normierten schadensäquivalenten Beanspruchungen liegen dabei in einem Bereich von  $\pm 3\%$  für die Belastung auf der Flanke und bis zu  $10\%$  im Fußbereich. Der Verlauf der Beanspruchungen über der Achsabstandsänderung ist bei allen Belastungsstufen identisch und somit von der Belastung unabhängig. Der Knick im Verlauf, in **Bild 3.10** bei den Beanspruchungen im Fuß deutlich zu erkennen, resultiert aus der Verteilung der Berührlinien auf der Flanke. Aufgrund der Überdeckungsänderung, ist die Berührlinienverteilung der Variante „Achsabstandsänderung =  $-2,5\% m_n$ “ derart, dass in den Bereichen des Ein- bzw. Auslaufs die Berührlinien günstiger bezüglich der Pressungen verteilt sind.

Für die automobilnahen Verzahnungen liegt ein nahezu konstanter Verlauf der schadensäquivalenten Beanspruchungen über der Achsabstandsänderung vor. Hier ist kein Einfluss der Achsabstandsänderung erkennbar.

### Fazit

Die Auswirkungen auf die ausgewiesenen Beanspruchungen sind bei Achsabstandsabweichungen von unter  $2,5\% m_n$  bei den untersuchten Berechnungsvarianten annähernd ohne Einfluss und werden für die Praxis als nicht zwingend zu berücksichtigen eingeschätzt.

Es sei darauf hingewiesen, dass keine Kollisionsprüfung für die verringerten Achsabstände durchgeführt wurde.



**Bild 3.10:** Normierte schadensäquivalente Beanspruchungen unter Einfluss von Achsabstandsänderungen für die automobilnahe Schräghochverzahnung (korrigiert) bei 100 % Nennlast für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad

### 3.3.3 Einfluss von Flankenkrümmungsänderungen

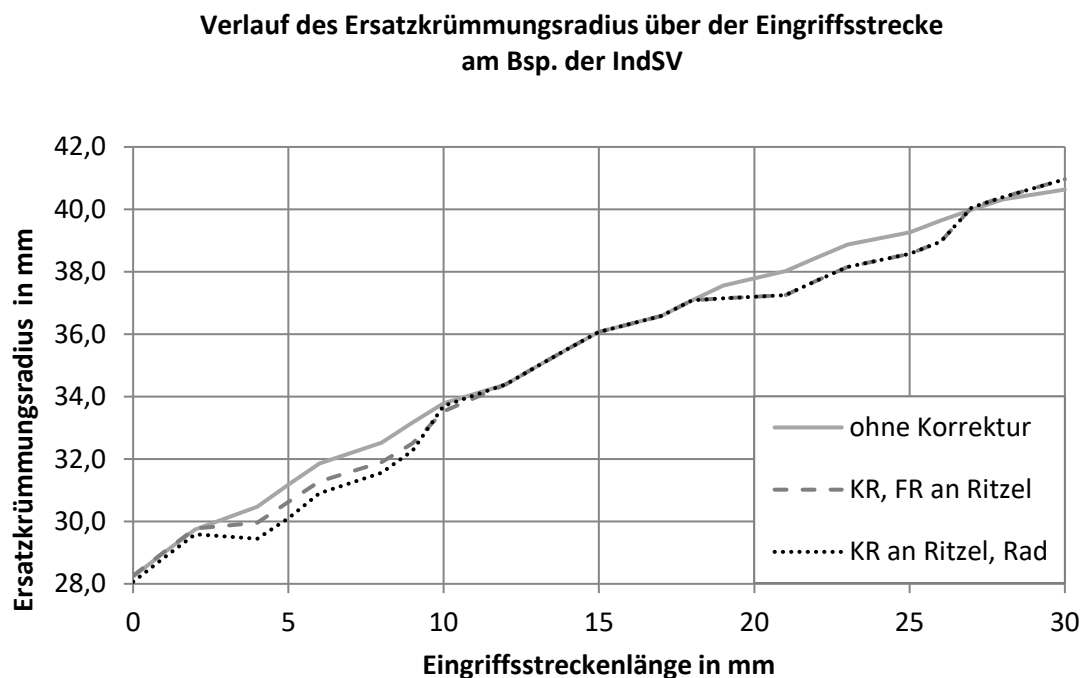
Der Einfluss der Profilkorrekturen auf die Flankenkrümmung wird anhand der schadensäquivalenten Beanspruchungen von Flanke und Fuß für Ritzel und Rad für die korrigierten Ausführungen der vier Beispielverzahnungen ausgewertet. Es werden die Berechnungsvarianten mit korrigiertem Ritzel sowie für die beiden industrienahen Verzahnungen zusätzlich mit aufgeteilter Profilkorrektur auf Ritzel und Rad für die Auswertung herangezogen.

Die schadensäquivalenten Beanspruchungen werden auf die Berechnungsergebnisse ohne Berücksichtigung der geänderten Flankenkrümmung aufgrund Profilkorrekturen normiert (3.8).

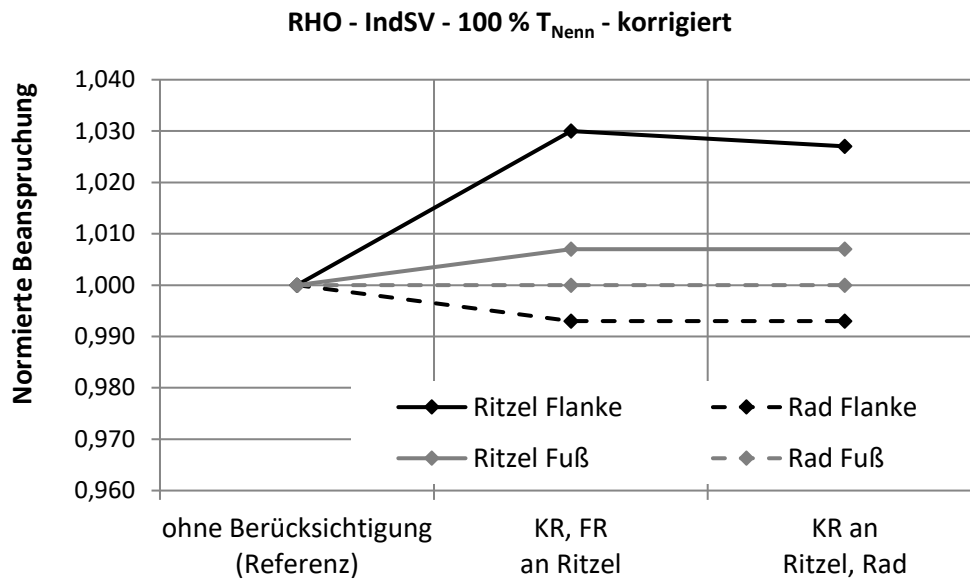
$$\text{Normierte Beanspruchung} = \frac{\sigma_{Hv}(Last, RHO)}{\sigma_{Hv}(Last)} \quad (3.8)$$

In **Bild 3.11** ist der Verlauf des Ersatzkrümmungsradius für die Berechnung der Hertz'schen Pressung im Kontaktpunkt am Beispiel der industrienahen Geradverzahnung über der Eingriffsstrecke aufgetragen. Die vorgesehenen Korrekturen bewirken eine Änderung der Krümmung im Bereich der Einzeleingriffspunkte B und D. Die Kopf- und Fußrücknahme am Ritzel („KR, FR an Ritzel“) hat hierbei eine kleinere Krümmungsänderung im Bereich von Punkt B zur Folge als die Ausführung als Kopfrücknahme an Ritzel und Rad („KR an Ritzel, Rad“).

In **Bild 3.12** sind beispielhaft die normierten schadensäquivalenten Beanspruchungen für die industrienaher Schrägverzahnung (Laststufe 100 %  $T_{Nenn}$  der korrigierten Verzahnung) in Form von Liniendiagrammen über den Berechnungsvarianten dargestellt. Der Einfluss der Flankenkrümmungsänderung auf die Beanspruchungen ist insgesamt sehr schwach. Der Einfluss auf die Beanspruchungen im Fuß ist mit weniger als 1 % zu vernachlässigen.



**Bild 3.11:** Verlauf des Ersatzkrümmungsradien über der Eingriffsstrecke am Beispiel der industrienahen Geradverzahnung



**Bild 3.12:** Normierte schadensäquivalente Beanspruchungen unter Einfluss der Flankenkrümmungsänderung für die industrienähe Schrägverzahnung, korrigierte Ausführung bei 100 % Nennlast für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad

Der Einfluss auf die Beanspruchungen auf der Flanke des Ritzels ist mit 3 % am größten. Die Beanspruchungen sind hierbei für alle drei Laststufen gleich. Die Aufteilung der Korrekturen auf Ritzel und Rad zeigt alleine bei der Beanspruchung auf der Flanke für das Ritzel einen sehr schwachen Einfluss.

Alle übrigen Verzahnungen zeigen für die Beanspruchungen am Rad und für den Fußbereich des Ritzels keinen Einfluss ( $\ll 1\%$ ), für die Flanke des Ritzels einen sehr schwachen Einfluss mit Änderungen um die 1 %.

### Fazit

Der Einfluss der Flankenkrümmungsänderung auf die berechneten Beanspruchungen ist im untersuchten Bereich sehr schwach. Je kleiner die Zahnhöhe, desto schwächer ist auch der Einfluss.

Eine geometrisch exakte Verzahnungskorrektur in der Berechnung wird in der Fertigung mit gewissen Toleranzen umgesetzt. Auf Basis dieser Ergebnisse wird der Einfluss einer betragsmäßig kleinen Fertigungsabweichung auf die Ergebnisse der Beanspruchungen bei Berücksichtigung der Änderung des Ersatzkrümmungsradius ebenfalls sehr schwach sein.

### 3.3.4 Einfluss der Zahnsteifigkeit an Randbereichen der Zahnflanke

Der Einfluss der Randbereiche der Zahnflanke auf die Zahnsteifigkeit an stumpfen und spitzen Rändern von Schrägverzahnungen wird anhand der schadensäquivalenten Beanspruchungen von Flanke und Fuß für Ritzel und Rad für die unkorrigierten und korrigierten Ausführungen der drei schrägverzahnenden Beispielverzahnungen ausgewertet.

Die schadensäquivalenten Beanspruchungen werden auf die Berechnungsergebnisse ohne Berücksichtigung der Zahnsteifigkeitsänderungen an den Randbereichen normiert (3.9).

$$\text{Normierte Beanspruchung} = \frac{\sigma_{Hv}(Last,RAND)}{\sigma_{Hv}(Last)} \quad (3.9)$$

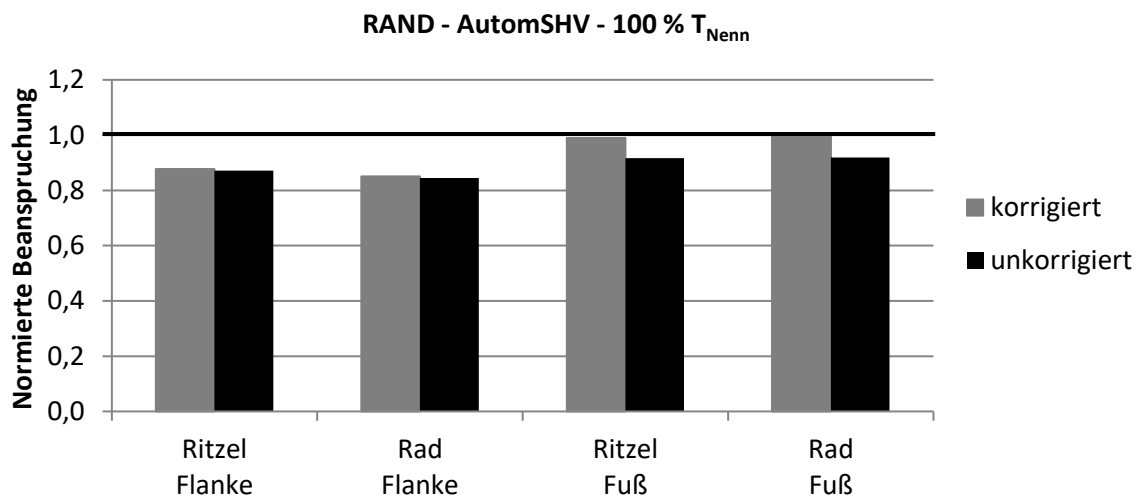
In **Bild 3.13** sind beispielhaft die normierten schadensäquivalenten Beanspruchungen für die automobilnahe Schrägverzahnung für die Belastung mit 100 %  $T_{Nenn}$  als Balkendiagramm für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad für die unkorrigierte und korrigierte Ausführung dargestellt. Der Einfluss der Randbereiche auf die Steifigkeit ist für die Beanspruchungen auf der Flanke mit bis zu 15 % größer als der Einfluss auf den Fuß mit maximal 9 %. Der Einfluss auf die korrigierte Ausführung ist schwächer als auf die unkorrigierte. Das ist auf die Entlastung der Randbereiche durch die Korrektur zurückzuführen. Für die Flanke werden durchweg niedrigere Beanspruchungen ausgewiesen. Für den Fuß ist bei den korrigierten Ausführungen kein Einfluss erkennbar. Hier führt die korrekturbedingte Entlastung der Verzahnungsänderungen in Verbindung mit der Stützpunktverteilung entlang eines Eingriffs zu einer Entlastung des für diesen Einfluss relevanten Randbereiches.

Für die automobilnahe Schrägverzahnung werden ähnliche Ergebnisse berechnet.

Die industrienaher Schrägverzahnung zeigt in der unkorrigierten Ausführung Beanspruchungsänderungen von max. 3 %. Dies ist mit dem signifikant kleineren Schrägungswinkel ( $13^\circ$  statt  $30^\circ$ ) zu erklären. Die korrigierte Ausführung zeigt keinen Einfluss, da die vorgesehene Korrektur den Randbereich vollkommen entlastet.

### Fazit

Der Einfluss der Steifigkeitsänderung an den Randbereichen der Verzahnung ist erheblich. Je größer der Schrägungswinkel, desto größer sind die Änderungen der schadensäquivalenten Beanspruchungen. Hierbei werden für die Flanke bei Berücksichtigung des Einflusses durchweg signifikant niedrigere Beanspruchungen als ohne Berücksichtigung des Einflusses ausgewiesen (bis zu 15 %). Für den Fuß werden für die unkorrigierten Ausführungen ebenfalls niedrigere Beanspruchungen ermittelt (bis zu 9 %). Für die korrigierten Ausführungen liegen die Änderungen der schadensäquivalenten Beanspruchungen bei  $\pm 2\%$ . Für Flanke und Fuß ist der Einfluss bei einer unkorrigierten Verzahnung stets größer als bei einer korrigierten. Hier kommt die entlastende Wirkung der Korrekturen auf die Randbereiche zum Tragen. Der Einfluss der Steifigkeitsänderung an den Randbereichen der Verzahnung sollte bei Verzahnungen mit großem Schrägungswinkel und stark belasteten Zahnflanken berücksichtigt werden.



**Bild 3.13:** Normierte schadensäquivalente Beanspruchungen unter Einfluss der Zahnsteifigkeit der Randbereiche für die automobilnahe Schräghochverzahnung, korrigierte und unkorrigierte Ausführung bei 100 % Nennlast für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad

### 3.3.5 Überlagerung der Einflussgrößen

Die Überlagerung aller Detaileinflüsse wird an den vier Beispielverzahnungen in unkorrigierter und korrigierter Ausführung ausgewertet. Die Auflösung der Matrix der Flankenmikrogeometrie wird auf 100x100 gesetzt, die Einflüsse der Randbereiche und der geänderten Flankenkrümmung infolge Profilkorrekturen werden berücksichtigt. Die schadensäquivalenten Beanspruchungen werden auf die Berechnungsergebnisse ohne Berücksichtigung dieser Einflüsse normiert (3.10).

$$\text{Normierte Beanspruchung} = \frac{\sigma_{Hv}(\text{Last, alle Einflüsse})}{\sigma_{Hv}(\text{Last})} \quad (3.10)$$

In **Bild 3.14** sind die normierten schadensäquivalenten Beanspruchungen für alle untersuchten Verzahnungen für die Belastung mit 100 %  $T_{Nenn}$  als Balkendiagramm für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad für die unkorrigierten und korrigierten Ausführungen dargestellt. Für die industrienahen Verzahnungen ist der Einfluss der untersuchten Merkmale sehr schwach (unter 3 %). Für die korrigierten Ausführungen werden unter Berücksichtigung der Einflüsse leicht größere schadensäquivalente Beanspruchungen berechnet. Hier ist der Einfluss der Korrekturauflösung und der Krümmungsänderung dominant, da die Breitenkorrekturen die Randbereiche so stark entlasten, dass die Steifigkeitsänderungen aufgrund der Schrägverzahnung nicht zum Tragen kommen.

Für die automobilnahen Verzahnungen ergeben sich Unterschiede in den Ergebnissen von bis zu 20 %. Aufgrund des großen Schrägungswinkels ist der Einfluss der Steifigkeitsänderungen am Rand dominierend. Für die korrigierten Ausführungen werden durchweg niedrigere schadensäquivalente Beanspruchungen ermittelt. Sie sind ausgewogener in der Belastungsverteilung über der Flanke und im Zahnfuß.

#### Fazit

Bei der Überlagerung der Einflüsse entsprechen die Änderungen der schadensäquivalenten Beanspruchungen etwa der Summe der Änderungen bei Berücksichtigung der Einzelnflüsse. Hier können annähernd keine Wechselwirkungen der Einflüsse untereinander festgestellt werden.

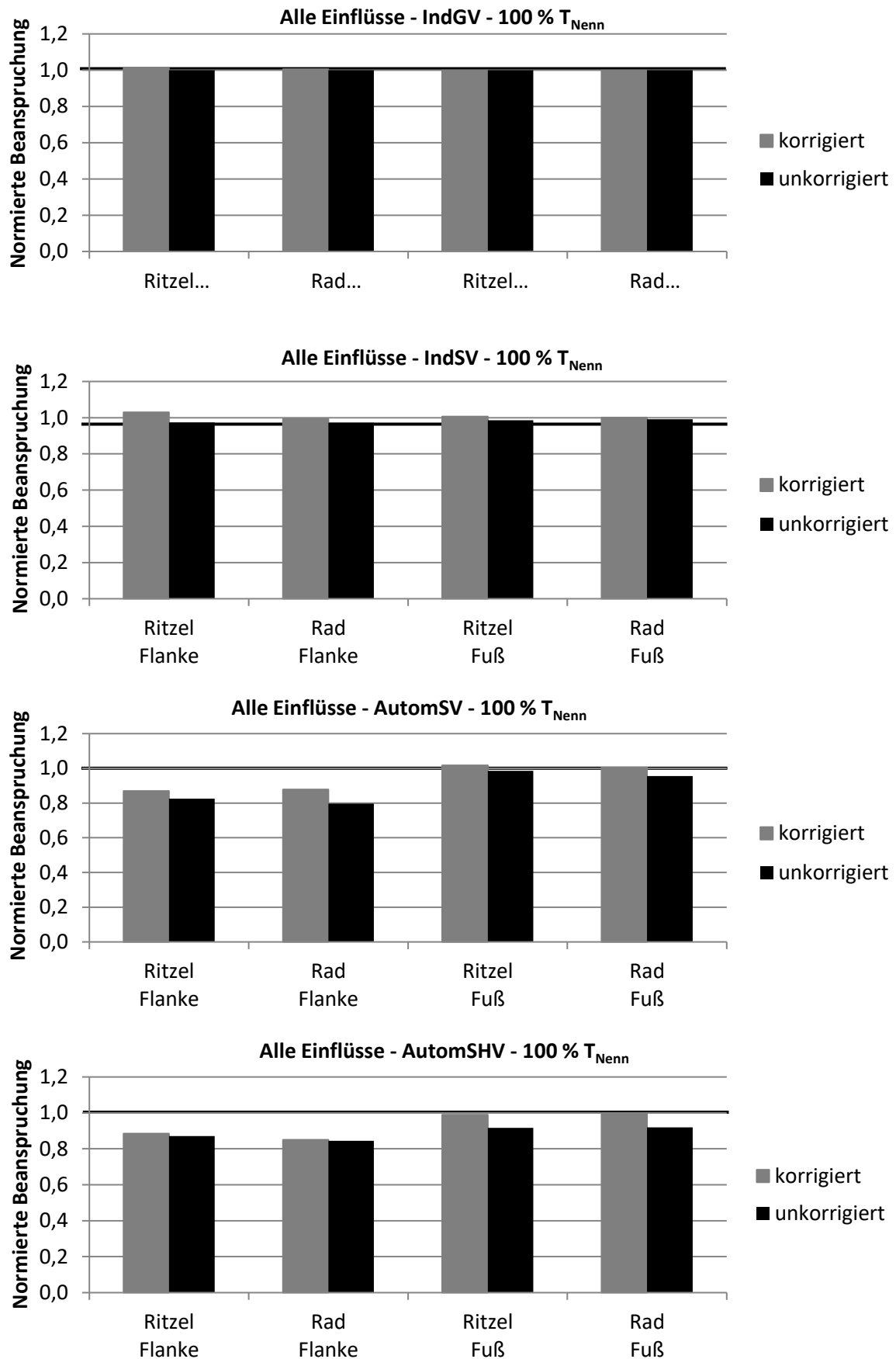
### 3.4 Zusammenfassung und Fazit

Das aktuelle Kapitel zeigt anhand von vier Beispielverzahnungen den Einfluss von Berechnungsdetaillierungen auf die schadensäquivalenten Beanspruchungen der erweiterten Tragfähigkeitsberechnungsverfahren nach FVA.

Hierzu werden zwei industrienahen und zwei automobilnahen Verzahnungen ausgelegt und jeweils als unkorrigierte und korrigierte Ausführung berechnet.

Es werden der Einfluss der Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie, der Einfluss einer Achsabstandsänderung abweichend zum Nennachsabstand, der Einfluss von Profilkorrekturen und die daraus resultierende Veränderung der Flankenkrümmung sowie der Einfluss der Steifigkeitsänderungen an stumpfen und spitzen Rändern von Schrägverzahnungen untersucht.

Ausgewertet werden die schadensäquivalenten Beanspruchungen, welche im Rahmen der erweiterten Grübchentrugfähigkeit und für die erweiterte Zahnfußbruchtragfähigkeit aus einer dreidimensionalen Lastverteilung errechnet werden.



**Bild 3.14:** Normierte schadensäquivalente Beanspruchungen unter Einfluss einer 100x100 Matrix der Flankenmikrogeometrie, Krümmungsänderung und Randeffekte für alle Beispielverzahnungen, korrigierte und unkorrigierte Ausführung bei 100 % Nennlast für Flanke und Fuß für Ritzel und Rad



Die Dimension der Matrix der Flankenmikrogeometrie zeigt bei den untersuchten Verzahnungen bei einer Größe von 18x18 eine maximale Aussagegüte in den Ergebnissen. Eine Steigerung über 100x100 scheint für den Großteil der in der Praxis relevanten Verzahnungen nicht notwendig.

Bei den nach DIN 3964 tolerierten Achsabstandsänderungen zeigt sich kein Einfluss auf die schadensäquivalenten Beanspruchungen.

Die Berücksichtigung der geänderten Flankenkrümmung durch Profilkorrekturen zeigt bei den untersuchten Verzahnungen einen sehr schwachen Einfluss. Hier kann bei großen Verzahnungen, bei spitzen Korrekturübergängen oder nichtevolventischen Korrekturen ein signifikanter Einfluss vorliegen.

Die Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung an den Randbereichen von Schrägverzahnungen ist bei großen Schrägungswinkel und stark belasteten Verzahnungsändern signifikant. Für die untersuchten Verzahnungen konnten unter Berücksichtigung des Einflusses niedrigere schadensäquivalente Beanspruchungen ausgewiesen werden als ohne Berücksichtigung des Einflusses.

Die Einzeleinflüsse der Matrixdimension der Flankenmikrogeometrie, der Achsabstandsänderungen und der Flankenkrümmung sind bei den untersuchten Verzahnungen sehr schwach, bei den industrienahen Verzahnungen maximal 3 %, bei den automobilnahen Verzahnungen maximal 1 %.

Der Einfluss der Steifigkeitsänderungen an den Randbereichen bei Schrägverzahnungen ist für die industrienaher Verzahnung wie die übrigen Einflüsse maximal 3 %. Bei den automobilnahen Verzahnungen ist der Einfluss, aufgrund des größeren Schrägungswinkels, mit bis zu 20 % signifikant.

Die Überlagerung aller Einflüsse ergibt annähernd die gleichen Ergebnisse wie die Summe der Einzeleinflüsse.

Generell zeigt sich ein größerer Einfluss auf die Beanspruchungen der Flanke als auf die Zahnfußbeanspruchung. Bei den automobilnahen Verzahnungen konnte ein Tragfähigkeitsgewinn bei der Berücksichtigung der Einflüsse ausgewiesen werden, bei den industrienahen Verzahnungen ein leichter Tragfähigkeitsverlust.



## 4 Implementierung einer Berechnungsmethode zur Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen in der Lastverteilungsberechnung

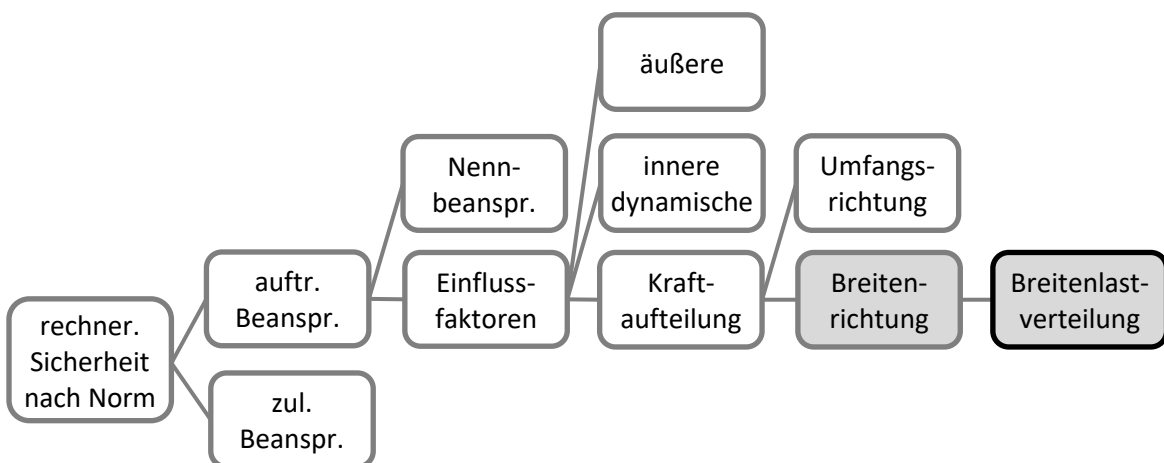
Forderungen nach niedrigen Kosten und Gewicht führen dazu, dass Getriebe immer mehr am Rande der Tragfähigkeit ausgelegt werden. Es müssen in der Auslegung die wichtigsten Einflüsse korrekt erfasst und in der Berechnung berücksichtigt werden. Hierzu zählen die Kreuzeinflüsse der einzelnen Getriebekomponenten untereinander (siehe Kap. 2.2.4). Je nach Umfang der berücksichtigten Kreuzeinflüsse bedeutet dies einen höheren Aufwand in der Bereitstellung der notwendigen Eingangsdaten und der Interpretation der Ergebnisse.

Im folgenden Kapitel wird eine Berechnungsmethode zur Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen in der Stirnradgetriebeberechnung vorgestellt und deren Einfluss auf die Breitenlastverteilung anhand von Beispielen untersucht. Der Fokus liegt auf der Ermittlung des Breitenlastfaktors  $K_{H\beta}$ , welcher in den Tragfähigkeitsverfahren nach ISO 6336 (siehe Kap. 2.1.1) Anwendung findet, **Bild 4.1**.

### 4.1 Berechnungsmethode zur Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen - Ausgangssituation

Ausgangspunkt ist die in Kap. 2.2.2 vorgestellte stufenweise Berechnung der Breitenlastverteilung mit der zweidimensionalen Methode. Diese Berechnungsmethode stellt ein anerkanntes Verfahren dar, welches in der Praxis im FVA-Programm RIKOR bis Version I eine breite Anwendung findet und dessen Ergebnisse ein hohes Maß an Vertrauen finden. Die Berechnung erfolgt schnell und führt zu hinreichend genauen Ergebnissen, wenn bei Nennlast für alle Stufen ein gleichmäßiges Breitentragen angestrebt wird.

Eine Anforderung an eine neue Berechnungsmethode ist, die Basis der etablierten zweidimensionalen Methode zu nutzen. Dies ermöglicht dem Anwender einen Abgleich mit bestehenden Ergebnissen und erleichtert die Verifikation der neuen Methode. Des Weiteren soll die Möglichkeit bestehen, auch weiterhin eine einzelne Stufe schnell berechnen zu können (bspw. für Variationsrechnungen).



**Bild 4.1:** Einteilung der Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen in die Tragfähigkeitsberechnung nach ISO 6336 (siehe Bild 2.1)

## 4.2 Entwicklung eines iterativen Berechnungsansatzes für die zweidimensionale Lastverteilungsberechnung

Im Folgenden wird eine iterative Lösung für die Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen in Stirnradgetrieben vorgestellt.

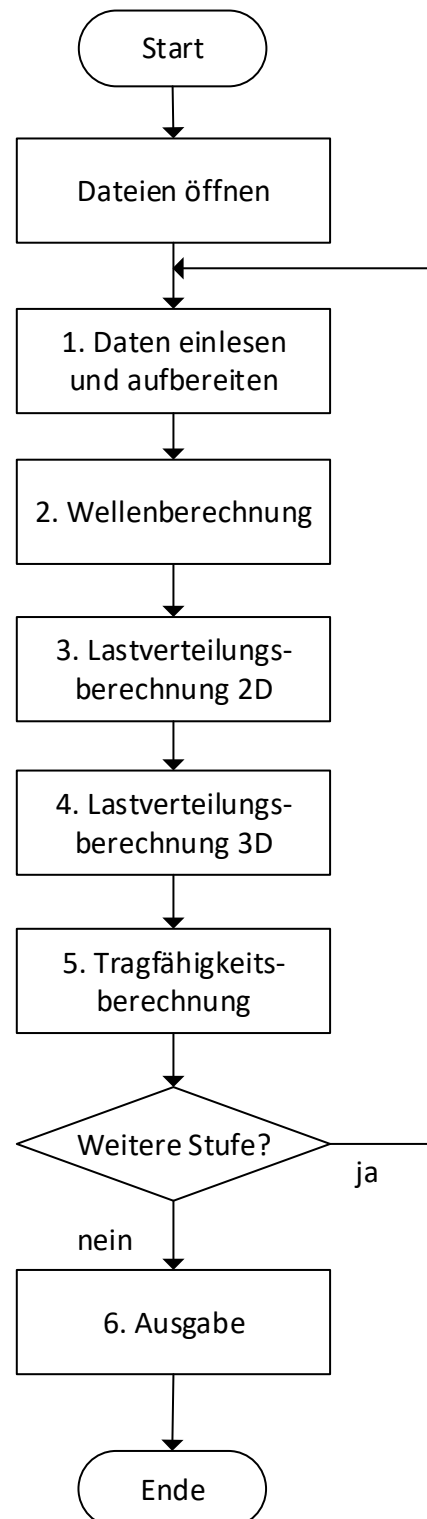
Ausgangspunkt ist ein stufenweiser Berechnungsablauf. Es wird jeweils eine Stirnradstufe des gesamten Getriebes mit ihren beteiligten Wellen und Lagerungen separat berechnet. Weitere auf den Wellen befindliche Stufen werden freigeschnitten und mit der Gesamtzahnkraft dieses Eingriffs als gleichmäßige Last über der Breite der Verzahnung in Eingriffsrichtung berücksichtigt. In **Bild 4.2** ist der Ablaufplan der Berechnung dargestellt. Dieser ist in 5 Schritte unterteilt, welche für jede zu berechnende Stufe durchgeführt werden:

- Schritt 1: Einlesen aller Eingabedaten und Berechnen der fehlenden Größen (Verzahnungsdaten, Belastungsgrößen aus der Verzahnung etc.)
- Schritt 2: Berechnen der Wellenverformungen und Lagerbelastungen für die beiden an der Stufe beteiligten Wellen
- Schritt 3: Berechnung der Breitenlastverteilung nach der zweidimensionalen Methode, Kap. 2.2.2
- Schritt 4: Berechnung der topologischen Last- und Pressungsverteilung nach der dreidimensionalen Methode, Kap. 2.2.3
- Schritt 5: Berechnung der erweiterten FVA-Tragfähigkeiten, Kap. 2.1.3

Mittels einer Iteration werden die Kreuzeinflüsse der Getriebekomponenten untereinander bei der Berechnung der Lastverteilung über der Breite und über der gesamten Flanke berücksichtigt.

Die Iteration umschließt die stufenweise Berechnung. Es bedarf einer ganzheitlichen Getriebebeurteilung, um die genannten Kreuzeinflüsse erfassen zu können. Für einen Iterationsschritt müssen daher alle Stirnradstufen des Getriebes berechnet und die erforderlichen Daten gespeichert werden. **Bild 4.3** zeigt den Ablaufplan der Iteration.

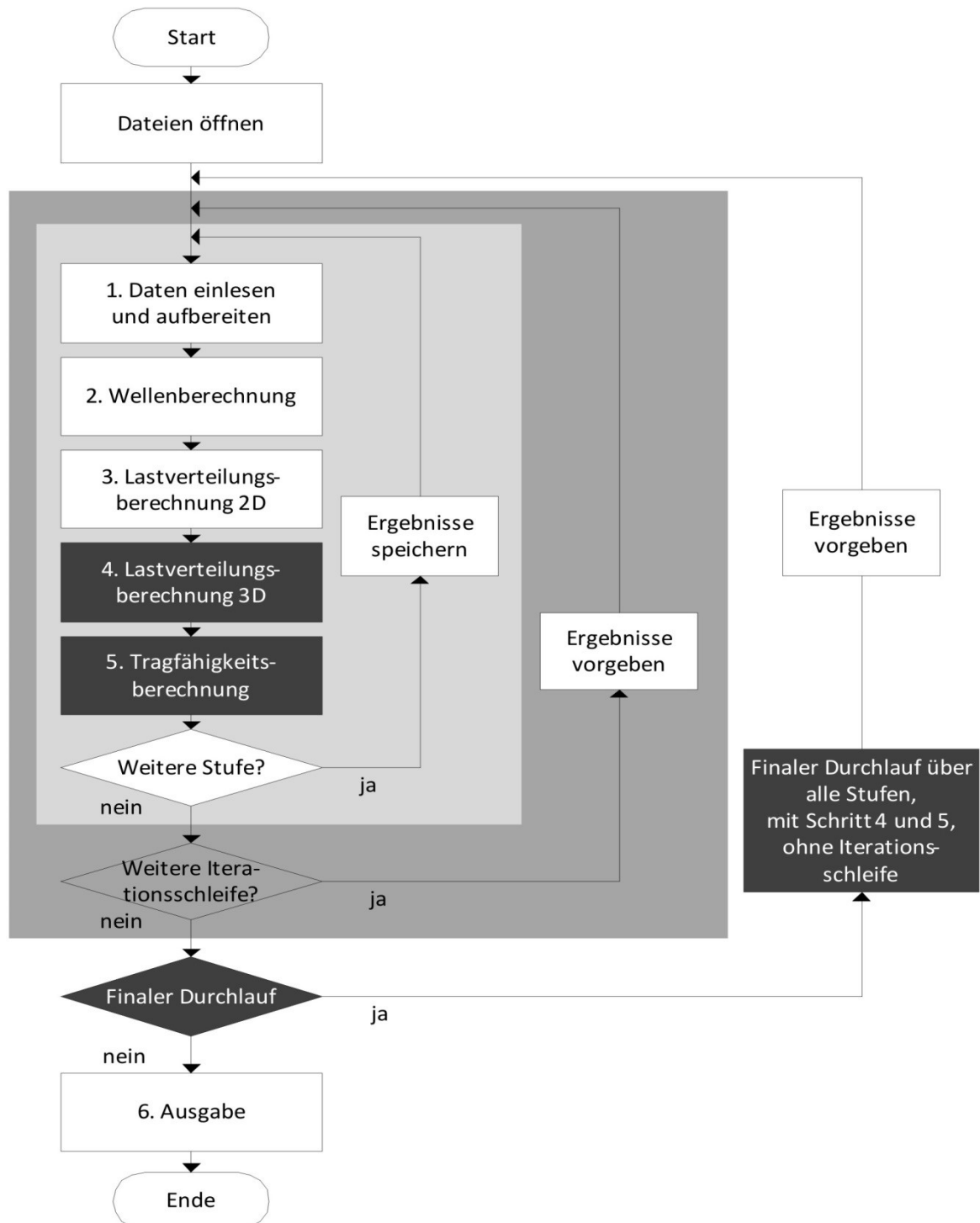
Um die Startwerte für die Iteration zu erhalten, wird eine Initialrechnung durchgeführt. Diese entspricht einem Durchlauf der stufenweisen Berechnungsmethode (ohne Schritt 4 und 5) unter Vorgabe einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung in den Verzahnungsstufen.



**Bild 4.2:** Berechnungsablaufplan für die stufenweise Berechnungsmethode

Die Startwerte der Iteration sind nach der Initialrechnung:

- die Breitenlastverteilung jeder Verzahnungsstufe unter Vorgabe einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung für alle weiteren auf der Welle befindlichen Verzahnungsstufen
- die Lagerbelastungen bei Vorgabe einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung aller Stufen auf der Welle
- die Gehäuseverformung bei der Lagerbelastung bei gleichmäßiger Breitenlastverteilung



**Bild 4.3:** Iterationsablauf für die Berücksichtigung von Kreuzeinflüssen

Es werden in jedem Iterationsschritt die Berechnungsschritte 1 bis 3 für alle Stirnradstufen des Getriebes durchgeführt. Es werden, abhängig vom Iterationsziel (siehe Kap. 4.2.1), die Ergebniswerte der Breitenlastverteilung, Lagerbelastung und Gehäuseverformung des letzten Iterationsschritts im aktuellen Iterationsschritt vorgegeben.

Die Berechnungsschritte 4 und 5 sind für die Iteration nicht relevant und werden während der Iteration nicht durchlaufen.

Nach einem Iterationsschritt wird die Iterationssteuerung durchlaufen. Hier wird die Differenz der relevanten Berechnungsergebnisse (abhängig vom Iterationsziel, Kap. 4.2.1) des letzten Iterationsschrittes und des aktuellen Iterationsschrittes ermittelt und mit einem Grenzwert verglichen. Ist die Differenz größer als der Grenzwert folgt ein weiterer Iterationsschritt. Ist sie kleiner als der Grenzwert, ist die Iteration beendet und es wird der finale Durchlauf gestartet. Im finalen Durchlauf werden die Ergebnisse des letzten Iterationsschrittes erneut in der Berechnung vorgegeben. Die Schritte 4, Lastverteilung 3D, und 5, Tragfähigkeitsberechnung, werden nun durchlaufen. Abschließend liegen als Ergebnisse, die Breitenlastverteilung, die topologische Lastverteilung sowie die Tragfähigkeitskennwerte nach FVA, unter Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse für jede Stirnradstufe im Getriebe vor.

#### 4.2.1 Iterationssteuerung, Randbedingungen und Konvergenz

Die Iterationssteuerung ist abhängig vom Iterationsziel. Es werden zwei Iterationsziele unterschieden:

- **Ziel 1:** Erfassen des Einflusses der ungleichmäßigen Breitenlastverteilung auf die restlichen Getriebekomponenten (Welle, Lager, weitere Stirnradstufen, Gehäuse)
- **Ziel 2:** Erfassen des Einflusses der Gehäuseverformung auf die Lagerstellen

Der Iterationsablauf ist für beide Ziele gleich. Es unterscheiden sich jedoch die verwendeten Berechnungsgrößen in der Iterationssteuerung. Die zwei Iterationsziele können sowohl einzeln als auch gemeinsam bei einer Berechnung verfolgt werden. Die Ziele werden dabei unabhängig voneinander in der Iterationssteuerung bearbeitet.

Werden beide Ziele verfolgt, können Kreuzeinflüsse zwischen den Breitenlastverteilungen und den Gehäuseverformungen zu einer größeren Iterationsschrittzahl führen. Die Iteration wird erst beendet, wenn beide Ziele oder eine maximale Iterationsschrittzahl erreicht sind.

Es liegen die mechanischen Größen Verformung  $\delta$ , Belastung  $F$  und Steifigkeit  $C$  als Eingangs- und Ausgangsgrößen der Berechnung vor.

##### 4.2.1.1 Einfluss der Breitenlastverteilung

Ausgangspunkt ist die zweidimensionale Methode aus Kap. 2.2.2. Sie wird für jede Stufe eines Getriebes angewendet. Befinden sich mehrere Zahnräder auf einer Welle, werden die nicht betrachteten Eingriffe vereinfacht mit einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung angenommen.

In der Initialrechnung werden die Breitenlastverteilungen jeder Stufe mit diesem Vorgehen ermittelt.

Im ersten Iterationsschritt wird für jede Stufe die Breitenlastverteilung aus der Initialrechnung vorgegeben. Es ergibt sich am Ende des ersten Iterationsschrittes für jede Stufe eine neue Breitenlastverteilung. In dieser Berechnung sind die Auswirkungen der ungleichmäßigen Breitenlastverteilungen alle übrigen Verzahnungen berücksichtigt.

In der Iterationssteuerung werden anschließend die Breitenlastverteilungen jeder Stufe des ersten Iterationsschrittes mit der entsprechenden Breitenlastverteilung der Initialrechnung verglichen.

Ist die Differenz zwischen den Breitenlastverteilungen größer als der Grenzwert, wird der zweite Iterationsschritt durchgeführt. Dabei werden die Breitenlastverteilungen des ersten Iterationsschrittes vorgegeben, die Berechnung erneut gestartet und anschließend die Breitenlastverteilung erneut verglichen.

Ist die Differenz der Lastverteilungen kleiner als der Grenzwert, wird die Iteration beendet und der finale Berechnungsdurchlauf gestartet, bei dem die aktuellen Breitenlastverteilungen vorgegeben werden.

Für den Vergleich der Breitenlastverteilungen werden zwei Differenzensummen gebildet und mit einem Grenzwert verglichen. Abgeleitet von Vergleichsrechnungen wurde ein Grenzwert 0,0001 gewählt. Dieser ergibt hinreichend genaue Ergebnisse bei angemessener Iterationsschrittzahl.

Sind beide Summen für jede Verzahnungsstufe kleiner als der Grenzwert, ist das Konvergenzkriterium des Iterationsziels erfüllt.

Summe 1: Summe der Abweichungsquadrate der Differenz der Breitenlasten ( $F$ ) des letzten Iterationsschrittes ( $j-1$ ) und des aktuellen Iterationsschrittes ( $j$ ) relativ zur anteiligen gleichmäßigen Breitenlastverteilung eines Stützpunktes ( $F_{bn}/n$ ) für jeden Stützpunkt ( $i$ ) entlang der Verzahnung.

$$Summe1 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{F_{i,j} - F_{i,j-1}}{\frac{F_{bn}}{n}} \right)^2 \quad (4.1)$$

Summe 2: Summe der Abweichungsquadrate der Differenz der Steigung zwischen zwei Stützpunkten ( $i$ ) und ( $i+1$ ) entlang der Verzahnung der Belastungen ( $F$ ) des letzten Iterationsschrittes ( $j-1$ ) und des aktuellen Iterationsschrittes ( $j$ ) relativ zur anteiligen gleichmäßigen Breitenlastverteilung eines Stützpunktes ( $F_{bn}/n$ ).

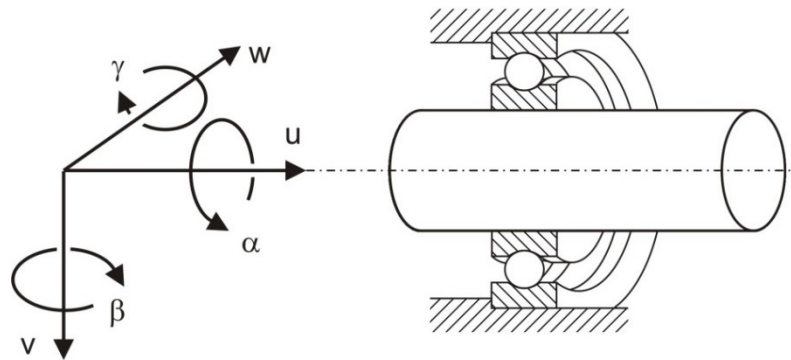
$$Summe2 = \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{(F_{i,j} - F_{i+1,j}) - (F_{i,j-1} - F_{i+1,j-1})}{\frac{F_{bn}}{n}} \right)^2 \quad (4.2)$$

#### 4.2.1.2 Einfluss der Gehäuseverformungen

Die Berechnung der Lagerstellen im Gehäuse lässt die Vorgabe von 5 Richtungssteifigkeiten pro Lagerstelle zur Abbildung eines Getriebegehäuses zu. Zur Beschreibung wird ein u-v-w-Koordinatensystem verwendet, wie in **Bild 4.4** dargestellt, bei dem die u-Achse der Wellenlängsachse entspricht. Die v- und w-Achse ergänzen das System zu einem rechtshändigen kartesischen Koordinatensystem.

Die 5 Gehäusesteifigkeiten an einer Lagerstelle ergeben sich mit folgender Notation:

- Zwei Senksteifigkeiten (in v- und w-Richtung):  $C_{sv}$ ,  $C_{sw}$
- Zwei Drehsteifigkeiten (um die v- und w-Achse):  $C_{Dv}$ ,  $C_{Dw}$
- Eine axiale Steifigkeit (in u-Richtung):  $C_{ax}$



**Bild 4.4:** Koordinatensystem für das Bezugssystem Welle, Lager und Gehäuse

Dem gegenüber steht die Gesamtsteifigkeitsmatrix des Gehäuses. Diese muss auf die Knotenpunkte der Lagermittelpunkte reduziert im u-v-w-Koordinatensystem vorliegen. In **Bild 4.5** ist eine Gehäusesteifigkeitsmatrix für zwei Lagerstellen beispielhaft notiert.

Die Steifigkeiten des ersten Quadranten (Q1) beschreiben den Zusammenhang zwischen den Belastungen an der Lagerstelle 1 auf die Gehäuseverformungen an der Lagerstelle 1. Sie sind mit dem Buchstaben „C“ angegeben. Die Einträge im Quadranten 4 (Q4) beschreiben diesen Zusammenhang für die Lagerstelle 2. Der Quadrant 2 (Q2) beschreibt den Zusammenhang zwischen den Belastungen an der Lagerstelle 2 und den daraus resultierenden Gehäuseverformungen an der Lagerstelle 1. Die Steifigkeiten sind mit „X“

	$F_{u1}$	$F_{v1}$	$F_{w1}$	$M_{w1}$	$M_{v1}$	$F_{u2}$	$F_{v2}$	$F_{w2}$	$M_{v2}$	$M_{w2}$
$u_1$	$C_{uu,1}$	$C_{uv,1}$	$C_{uw,1}$	$C_{uv',1}$	$C_{uw',1}$	$X_{uu}$	$X_{uv}$	$X_{uw}$	$X_{uv'}$	$X_{uw'}$
$v_1$	$C_{vu,1}$	$C_{vv,1}$	$C_{vw,1}$	$C_{wv',1}$	$C_{vw',1}$	$X_{vu}$	$X_{vv}$	$X_{vw}$	$X_{vv'}$	$X_{vw'}$
$w_1$	$C_{wu,1}$	$C_{wv,1}$	$C_{ww,1}$	$C_{wv',1}$	$C_{ww',1}$	$X_{wu}$	$X_{wv}$	$X_{ww}$	$X_{wv'}$	$X_{ww'}$
$v'_1$	$C_{v'u,1}$	$C_{v'v,1}$	$C_{v'w,1}$	$C_{v'v',1}$	$C_{v'w',1}$	$X_{v'u}$	$X_{v'v}$	$X_{v'w}$	$X_{v'v'}$	$X_{v'w'}$
$w'_1$	$C_{w'u,1}$	$C_{w'v,1}$	$C_{w'w,1}$	$C_{w'v',1}$	$C_{w'w',1}$	$X_{w'u}$	$X_{w'v}$	$X_{w'w}$	$X_{w'v'}$	$X_{w'w'}$
$u_2$	$Y_{uu}$	$Y_{uv}$	$Y_{uw}$	$Y_{uv'}$	$Y_{uw'}$	$C_{uu,2}$	$C_{uv,2}$	$C_{uw,2}$	$C_{uv',2}$	$C_{uw',2}$
$v_2$	$Y_{vu}$	$Y_{vv}$	$Y_{vw}$	$Y_{wv'}$	$Y_{vw'}$	$C_{vu,2}$	$C_{vv,2}$	$C_{vw,2}$	$C_{wv',2}$	$C_{vw',2}$
$w_2$	$Y_{wu}$	$Y_{wv}$	$Y_{ww}$	$Y_{wv'}$	$Y_{ww'}$	$C_{wu,2}$	$C_{wv,2}$	$C_{ww,2}$	$C_{wv',2}$	$C_{ww',2}$
$v'_2$	$Y_{v'u}$	$Y_{v'v}$	$Y_{v'w}$	$Y_{v'v'}$	$Y_{v'w'}$	$C_{v'u,2}$	$C_{v'v,2}$	$C_{v'w,2}$	$C_{v'v',2}$	$C_{v'w',2}$
$w'_2$	$Y_{w'u}$	$Y_{w'v}$	$Y_{w'w}$	$Y_{w'v'}$	$Y_{w'w'}$	$C_{w'u,2}$	$C_{w'v,2}$	$C_{w'w,2}$	$C_{w'v',2}$	$C_{w'w',2}$

**Bild 4.5:** Gesamtsteifigkeitsmatrix eines Gehäuses für zwei Lagerstellen im Gehäuse, Steifigkeiten an der Lagerstelle: C, Steifigkeiten der Kreuzeinflüsse: X und Y



angegeben. Der Quadrant 3 (Q3) beschreibt den Zusammenhang zwischen den Belastungen an der Lagerstelle 1 und den daraus resultierenden Gehäuseverformungen an der Lagerstelle 2. Sie sind mit „Y“ angegeben. Q2 und Q3 enthalten die Kreuzeinflüsse der Lagerstellen untereinander.

Die Einträge der Hauptdiagonalen der Gesamtsteifigkeitsmatrix entsprechen den Richtungssteifigkeiten, die in der Berechnungsmethode vorgegeben werden können, siehe Gleichungen (4.3) bis (4.7). Die Nebendiagonaleinträge von Q1 und Q4 beschreiben die Kreuzeinflüsse der Belastungsrichtungen an einer Lagerstelle.

$$C_{uu} = C_{ax} \quad (4.3)$$

$$C_{vv} = C_{sv} \quad (4.4)$$

$$C_{ww} = C_{sw} \quad (4.5)$$

$$C_{wrw} = C_{Dv} \quad (4.6)$$

$$C_{vrv} = C_{Dw} \quad (4.7)$$

$C$	in $N/mm^2$	Steifigkeit	$u, v, w$	Index: Koordinatenrichtung
$ax$		Index: Axialsteifigkeit	$D$	Index: Drehsteifigkeit
$s$		Index: Senksteifigkeit		

Nach einem Iterationsschritt stehen die Belastungen (Kräfte  $F$  und Momente  $M$ ) an jeder Lagerstelle in  $u$ -,  $v$ - und  $w$ -Richtung zur Verfügung. Diese können zu den folgenden zwei Belastungsvektoren zusammengefasst werden:

Belastungsvektor der Lagerstelle  $i$  des Iterationsschrittes  $j$ :

$$\vec{B}_{i,j} = \begin{pmatrix} F_{ui,j} \\ F_{vi,j} \\ F_{wi,j} \\ M_{wi,j} \\ M_{vi,j} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Belastungsvektor aller  $n$  Lagerstellen im Gehäuse zum Iterationsschritt  $j$ :

$$\vec{B}_{ges,j} = \begin{pmatrix} F_{u1,j} \\ F_{v1,j} \\ F_{wn,j} \\ \vdots \\ F_{wn,j} \\ M_{wn,j} \\ M_{vn,j} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

In der Iterationssteuerung wird die Differenz zwischen den Verformungen des Gehäuses an der Lagerstelle aus der zweidimensionalen Methode (unter Berücksichtigung der Hauptdiagonalsteifigkeiten) und der Verformungen des Gehäuses an der Lagerstelle unter Berücksichtigung der vollen Gehäusesteifigkeitsmatrix (mit Kreuzeinflüssen) berechnet. Ist diese Differenz größer als ein Grenzwert, wird die Differenz im folgenden Iterationsschritt als Lagerversatz in der Berechnung vorgegeben. Es ergeben sich daraus geänderte Lagerbelastungen.

Es werden die folgenden Berechnungsschritte durchgeführt:

**Schritt 1**

Berechnung des Vektors der Gehäuseverformungen der Lagerstelle  $i$ ,  $\overrightarrow{\delta_{i,j}}$ , aus der zweidimensionalen Methode unter Vorgabe der Hauptdiagonalsteifigkeiten der Lagerstelle  $i$ ,  $(C_i)^{-1}$ , sowie des Belastungsvektors der Lagerstelle  $i$ ,  $\overrightarrow{B_{i,j}}$ , des aktuellen Iterationsschritts  $j$ .

$$\overrightarrow{\delta_{i,j}} = (C_i)^{-1} * \overrightarrow{B_{i,j}} \quad (4-10)$$

	$F_{u1}$	$F_{v1}$	$F_{w1}$	$M_{v1}$	$M_{v1}$
$u_1$	$C_{ax,1}$	0	0	0	0
$v_1$	0	$C_{ax,1}$	0	0	0
$w_1$	0	0	$C_{yw,1}$	0	0
$v'_1$	0	0	0	$C_{Dw,1}$	0
$w'_1$	0	0	0	0	$C_{Dv,1}$

**Schritt 2**

Berechnung des Vektors der Gehäuseverformungen der Lagerstelle  $i$  mit Kreuzeinflüssen des aktuellen Iterationsschritts  $j$ ,  $\overrightarrow{\delta_{kreuz,i,j}}$ , aus den Belastungen aller Lagerstellen im Gehäuse des aktuellen Iterationsschritts  $j$ ,  $\overrightarrow{B_{ges,j}}$ , und der Steifigkeitsmatrix mit Kreuzeinflüssen der Lagerstelle  $i$  ( $C_{ges,i}$ ).

$$\overrightarrow{\delta_{kreuz,i,j}} = (C_{ges,i})^{-1} * \overrightarrow{B_{ges,j}} \quad (4-11)$$

	$F_{u1}$	$F_{v1}$	$F_{w1}$	$M_{v1}$	$M_{v1}$	$F_{u2}$	$F_{v2}$	$F_{w2}$	$M_{v2}$	$M_{v2}$
$u_1$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$
$v_1$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$
$w_1$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$
$v'_1$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$
$w'_1$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$C_{ax,1}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$	$X_{uv}$
$u_2$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$
$v_2$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$
$w_2$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$
$v'_2$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$
$w'_2$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$Y_{uv}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$	$C_{ax,2}$

**Schritt 3**

Bilden der Differenz der Verformungen an der Lagerstelle  $i$  zum Iterationsschritt  $j$  mit Hauptdiagonalsteifigkeiten  $\overrightarrow{\delta_{i,j}}$  (aus Schritt 1) und den Verformungen mit Kreuzeinflüssen  $\overrightarrow{\delta_{kreuz,i,j}}$  (aus Schritt 2).

$$\overrightarrow{\delta_{diff,i,j}} = \overrightarrow{\delta_{kreuz,i,j}} - \overrightarrow{\delta_{i,j}} \quad (4-12)$$

**Schritt 4**

Prüfen der Differenz der Verformungen der Lagerstelle  $i$  zum Iterationsschritt  $j$ ,  $\overrightarrow{\delta_{diff,i,j}}$ , gegen einen Grenzwert  $\varepsilon$ . Es wird hierbei jede Einzelverformung gegen den Grenzwert geprüft.

$$\delta_{u,diff,i,j} \leq \varepsilon \quad (4-13)$$

$$\delta_{v,diff,i,j} \leq \varepsilon \quad (4-14)$$

$$\delta_{w,diff,i,j} \leq \varepsilon \quad (4-15)$$

$$\delta_{v',diff,i,j} \leq \varepsilon \quad (4-16)$$

$$\delta_{w',diff,i,j} \leq \varepsilon \quad (4-17)$$

**Schritt 5**

Ist die Verformungsdifferenz  $\overrightarrow{\delta_{diff,i,j}}$  größer als der Grenzwert  $\varepsilon$  wird die Verformungsdifferenz als Lagerversatz an der Lagerstelle  $i$  für den folgenden Iterationsschritt ( $j+1$ ) vorgegeben. (Die Gehäusesteifigkeiten an den Lagerstellen bleiben unverändert bei den Einträgen der Hauptdiagonalen der Gehäusesteifigkeitsmatrix.)

Ist die Verformungsdifferenz  $\overrightarrow{\delta_{diff,i,j}}$  kleiner als der Grenzwert  $\varepsilon$  ist das Konvergenzkriterium erfüllt.

Abgeleitet von Vergleichsrechnungen wurde ein Grenzwert  $\varepsilon = 0,05$  gewählt. Dieser ergibt hinreichend genaue Ergebnisse bei angemessener Iterationsschrittzahl.

**4.3 Untersuchung des Einflusses anhand von Beispielgetrieben**

Mit der entwickelten Berechnungsmethode werden im Folgenden drei Beispielgetriebe berechnet und die Ergebnisse mit den Ergebnissen der Ausgangsmethode, ohne Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse, verglichen und diskutiert. Dieses Vorgehen dient zum einen zur Validierung der Berechnungsmethode und zeigt zum anderen den möglichen Einfluss der Kreuzeinflüsse auf die Breitenlastverteilung durch den Vergleich des daraus abgeleiteten Breitenlastfaktors  $K_{H\beta}$ .

**4.3.1 Untersuchte Getriebevarianten**

Das Beispielgetriebe 1 ist ein zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Schnelle. **Tabelle 4.1** enthält die Getriebeanordnung, die Verzahnungsdaten und die wirksamen Flankenlinienkorrekturen. (Korrekturen über das Stirnprofil werden in der betrachteten Berechnungsmethode nicht berücksichtigt). Das Beispielgetriebe 2 ist ein zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Langsame (**Tabelle 4.2**) und Beispielgetriebe 3 ist ein fünfstufiges Extrudergetriebe mit Leistungsverzweigung (**Tabelle 4.3**).

Die Getriebe 1 und 2 sind Basisbausteine beliebiger, komplex-aufgebauter Getriebe. Das Getriebe 1 ist mit betragsmäßig kleinen Korrekturen versehen, so dass sich Breitenlastfaktoren von 1,35 und 2,32 ohne Kreuzeinflüsse ergeben. Es dient als Beispiel, in dem der Einfluss einer ungleichmäßigen Breitenlastverteilung auf benachbarte Stufen vorliegt.

Das Getriebe 2 ist hinsichtlich eines Breitenlastfaktors nahe 1 korrigiert ( $K_{H\beta} = 1,02$  für beide Stufen). Hier wird quasi kein Einfluss der Breitenlastverteilung erwartet.

Das dritte Getriebe ist ein Extrudergetriebe mit Leistungsverzweigung. Es ist ebenfalls hinsichtlich eines Breitenlastfaktors nahe 1 korrigiert ( $K_{H\beta} = 1,08$  bzw. 1,07 bei allen Stufen). Es dient als Beispiel für eine komplexere Getriebeanordnung, in der die zu untersuchenden Kreuzeinflüsse nicht trivial abgeschätzt werden können.

**4.3.2 Berechnungsvarianten und zu vergleichende Ergebnisgrößen**

Die Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung werden durch den Vergleich des Breitenlastfaktors  $K_{H\beta}$  bewertet. Es werden für alle drei Beispielgetriebe die unkorrigierte und korrigierte Variante mit und ohne Kreuzeinflüsse berechnet und die Werte für alle Stufen verglichen. Ziel ist es, den Einfluss der Größe der Ungleichmäßigkeit zu untersuchen.

Die Kreuzeinflüsse aus der Gehäuseverformung werden ebenfalls durch den Vergleich des Breitenlastfaktors  $K_{H\beta}$  bewertet. Basis ist das Beispielgetriebe 2.

Beispielgetriebe 1: Zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Schnelle				
Verzahnungsdaten	Stufe 1		Stufe 2	
	Ritzel	Rad	Ritzel	Rad
$z$	85	21	81	20
$m_n$	6,5 mm		4 mm	
$\beta$	13°		20°	
$K_{H\beta}$ (unkorrigiert)	1,95		3,75	
$K_{H\beta}$ (korrigiert)	1,08		1,08	
Flankenlinienkorrekturen (Beträge in $\mu\text{m}$ )				
Winkelmodifikation	40	-	-180	-
Balligkeit	40	-	35	-

Tabelle 4.1: Beispielgetriebe 1: Zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Schnelle, Getriebeanordnung, Verzahnungsdaten, Flankenlinienkorrekturen

Beispielgetriebe 2: Zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Langsame				
Verzahnungsdaten	Stufe 1		Stufe 2	
	Ritzel	Rad	Ritzel	Rad
$z$	40	78	23	61
$m_n$	4 mm		6 mm	
$\beta$	21,7°		0°	
$K_{H\beta}$ (unkorrigiert)	1,66		1,77	
$K_{H\beta}$ (korrigiert)	1,07		1,07	
Flankenlinienkorrekturen (Beträge in $\mu\text{m}$ )				
Winkelmodifikation	-28	-	-35	-
Balligkeit	5	-	10	-

Tabelle 4.2: Beispielgetriebe 2: Zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Langsame, Getriebeanordnung, Verzahnungsdaten, Flankenlinienkorrekturen

Es werden 4 Varianten einer fiktiven Gehäusesteifigkeit vorgegeben:

- **Variante 1:** Ohne Vorgabe von Gehäusesteifigkeiten. Die Lageraußenringe werden nicht verschoben.
- **Variante 2:** Vorgabe fiktiver Richtungssteifigkeiten (zwei Senksteifigkeiten, eine axiale Steifigkeit und zwei Drehsteifigkeiten pro Lagerstelle)
- **Variante 3:** Vorgabe einer vollbesetzten Gehäusesteifigkeitsmatrix eines fiktiven, steifen Gehäuses mit den Richtungssteifigkeiten aus Variante 2
- **Variante 4:** Vorgabe einer vollbesetzten Gehäusesteifigkeitsmatrix eines fiktiven, weichen Gehäuses

<b>Beispielgetriebe 3: Fünfstufiges Extrudergetriebe</b>										
Verzahnungsdaten	Stufe 1		Stufe 2		Stufe 3		Stufe 4		Stufe 5	
	Ri	Rad	Ri	Rad	Ri	Rad	Ri	Rad	Ri	Rad
$z$	18	43	18	43	43	18	43	18	58	37
$m_n$	1,5 mm		1,5 mm		1,75 mm		1,75 mm		2,0 mm	
$\beta$	18°		18°		13°		13°		12°	
$K_{H\beta}$ (unkorrigiert)	3,18		8,13		2,04		7,76		2,76	
$K_{H\beta}$ (korrigiert)	1,08		1,10		1,73		1,72		1,07	
Flankenlinienkorrekturen (Beträge in $\mu\text{m}$ )										
Winkelmodifikation	-	204	-	31	546	-	433	-	33	-

**Tabelle 4.3: Beispielgetriebe 3: Fünfstufiges Extrudergetriebe, Getriebeanordnung, Verzahnungsdaten, Flankenlinienkorrekturen, (Ri = Ritzel)**

Die Überlagerung beider Einflüsse wird ebenfalls am Beispielgetriebe 2 untersucht. Hierzu wird eine vollbesetzte Gehäusesteifigkeitsmatrix eines fiktiven, steifen Gehäuses (Variante 3) vorgegeben.

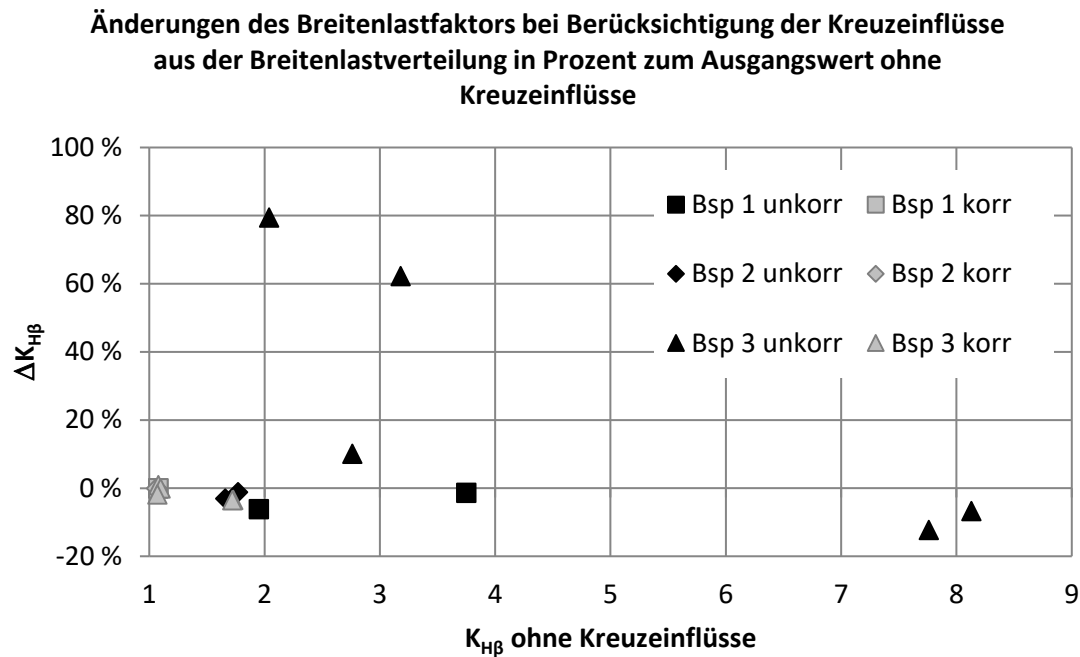
### 4.3.3 Auswertung und Diskussion der Ergebnisse

#### 4.3.3.1 Einfluss der Breitenlastverteilung

In **Bild 4.6** sind die Berechnungsergebnisse aller drei Beispielgetriebe zusammengefasst. Es sind für jede Stufe die Änderung des Breitenlastfaktors in Prozent bei Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse gegenüber dem Wert ohne Kreuzeinflüsse über dem  $K_{H\beta}$ -Wert ohne Kreuzeinflüsse aufgetragen.

#### Beispielgetriebe 1: Zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Schnelle

Der Breitenlastfaktor  $K_{H\beta}$  ohne Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung liegt für die unkorrigierte Variante für Stufe 1 bei 1,95, für Stufe 2 bei 3,75. Der Breitenlastfaktor ändern sich durch die Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung um -6,15 % für Stufe 1 bzw. -1,33 % für Stufe 2. Für die korrigierte Variante ( $K_{H\beta}(\text{Stufe1}) = 1,08$ ,  $K_{H\beta}(\text{Stufe2}) = 1,08$ ) werden keine Unterschiede im  $K_{H\beta}$ -Wert ausgewiesen.



**Bild 4.6:** Änderungen des Breitenlastfaktors bei Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung in Prozent zum Ausgangswert ohne Kreuzeinflüsse

Erwartungsgemäß liegt bei der unkorrigierten Variante mit einer ungleichmäßigen Breitenlastverteilung ein erkennbarer Kreuzeinfluss aus der Breitenlastverteilung vor. In diesem Fall verursachen die Kreuzeinflüsse eine Vergleichmäßigung der Breitenlastverteilung und wirken sich somit tragfähigkeitssteigernd in der Berechnung aus.

### Beispielgetriebe 2: Zweistufiges Getriebe mit Übersetzung ins Langsame

Der Breitenlastfaktor  $K_{H\beta}$  ohne Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung liegt für die unkorrigierte Variante für Stufe 1 bei 1,66, für Stufe 2 bei 1,77. Der Breitenlastfaktor ändert sich durch die Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung um -3,01 % für Stufe 1 bzw. -1,13 % für Stufe 2. Für die korrigierte Variante ( $K_{H\beta}(\text{Stufe1}) = 1,07$ ,  $K_{H\beta}(\text{Stufe2}) = 1,06$ ) werden keine Unterschiede im  $K_{H\beta}$ -Wert ausgewiesen.

Wie für das Beispielgetriebe 1 ist auch beim Beispielgetriebe 2 bei einer ungleichmäßigen Breitenlastverteilung der Kreuzeinfluss aus der Breitenlastverteilung erkennbar.

### Beispielgetriebe 3: Fünfstufiges Extrudergetriebe

Die unkorrigierte Variante weist Breitenlastfaktoren von bis zu 8 auf. Diese sind durch die starke Verwindung der Wellen zu erklären und nicht praxisrelevant. Sie dienen rein als Berechnungsbeispiel. Es werden starke Kreuzeinflüsse (bis zu 80 %) ausgewiesen. Die korrigierte Variante werden dagegen sehr schwache Kreuzeinflüsse (max. 4 %) ausgewiesen.

### Fazit

Der Kreuzeinfluss aus der Breitenlastverteilung ist bei den untersuchten Beispielen eindeutig vorhanden. Er kann zu einer gleichmäßigeren oder zu einer ungleichmäßigeren Breitenlastverteilung führen. Bei einfachen Getriebeschemata, wie bei Beispielgetriebe 1 und 2, scheint es im Vorhinein abschätzbar zu sein, dass eine ungleichmäßigere Breitenlastverteilung (unkorrigierte Variante mit größerem  $K_{H\beta}$ ) einen höheren Einfluss hat (bis zu 6 %

Änderung des Breitenlastfaktors) als eine gleichmäßigere Breitenlastverteilung (korrigierte Variante mit kleinerem  $K_{H\beta}$ , Änderung 0 %). Bei komplexeren Getriebestrukturen ist diese Abschätzung nicht möglich. Beispielgetriebe 3 zeigt in der korrigierten Variante ebenfalls Kreuzeinflüsse mit Änderungen des Breitenlastfaktors bis zu 4 %.

Bild 4.6 verdeutlicht, dass es keinen Zusammenhang zwischen dem Breitenlastfaktor ohne Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse und der Änderung durch Kreuzeinflüsse besteht. Vielmehr sind Wellengestaltung, Zahnradkörpergestaltung, Lagerwahl und vieles andere mehr entscheidend für die Größe des Kreuzeinflusses.

#### 4.3.3.2 Einfluss der Gehäuseverformungen

Anhand des korrigierten Beispielgetriebes 2 wird der Einfluss der Berücksichtigung der Gehäuseverformungen auf den Breitenlastfaktor untersucht.

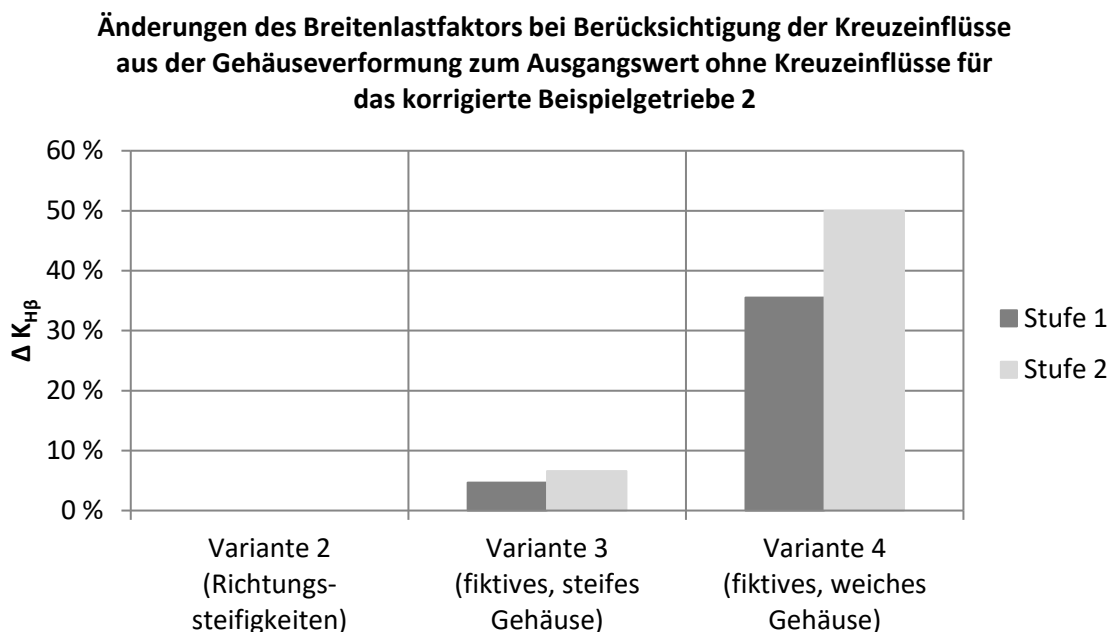
In **Bild 4.7** sind für jede Stufe die Änderungen des Breitenlastfaktors bei Berücksichtigung der Gehäuseverformungen in Prozent gegenüber dem Wert ohne Gehäuseverformungen über der Berechnungsvariante aufgetragen.

Die Ergebnisse zeigen einen deutlichen Einfluss der Gehäusesteifigkeiten auf die Breitenlastverteilung. Der Einfluss ist stark abhängig von der Steifigkeit des Gehäuses. Die Vorgabe der Richtungssteifigkeiten (Variante 2) zeigt keinen Einfluss auf den Breitenlastfaktor. Die Wellen werden hierbei achsparallel verschoben, so dass quasi keine Änderung in der Breitenlastverteilung vorliegt.

Die Anwendung ist sehr aufwändig, da eine Gehäuseanalyse mit einem Finite-Elemente-Programm notwendig ist und die Schnittstellen für die Koppelung der FE-Ergebnisse mit der Lastverteilungsberechnung berücksichtigt und korrekt bedient werden müssen.

#### Fazit

Das Steifigkeitsverhalten des Gehäuses (Geometrie, Material usw.) ist entscheidend für die Größe des Kreuzeinflusses aus der Gehäuseverformung.



**Bild 4.7:** Änderungen des Breitenlastfaktors bei Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Gehäuseverformung zum Ausgangswert ohne Kreuzeinflüsse für das Beispielgetriebe 2

### 4.3.3.3 Überlagerung der Einflüsse

Auf Basis des korrigierten Beispielgetriebes 2 wird die Überlagerung der Einflüsse aus der Breitenlastverteilung und der Gehäuseverformungen untersucht. Es wird hierzu beispielhaft die Variante 3 (Vorgabe einer vollbesetzten Gehäusesteifigkeitsmatrix eines fiktiven steifen Gehäuses) aus Kap. 4.3.3.2 verwendet.

In **Bild 4.8** sind für beide Stufen die Änderungen des Breitenlastfaktors bei Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse in Prozent gegenüber dem Wert ohne Kreuzeinflüsse über der jeweiligen Berechnungsvariante aufgetragen.

Der Einfluss der Breitenlastverteilung ist im Vergleich zum Einfluss der Gehäuseverformungen im betrachteten Beispiel schwach. Es zeigt sich jedoch, dass der Einfluss der Breitenlastverteilung mit zunehmender Ungleichmäßigkeit der Breitenlastverteilung zunimmt.

#### Fazit

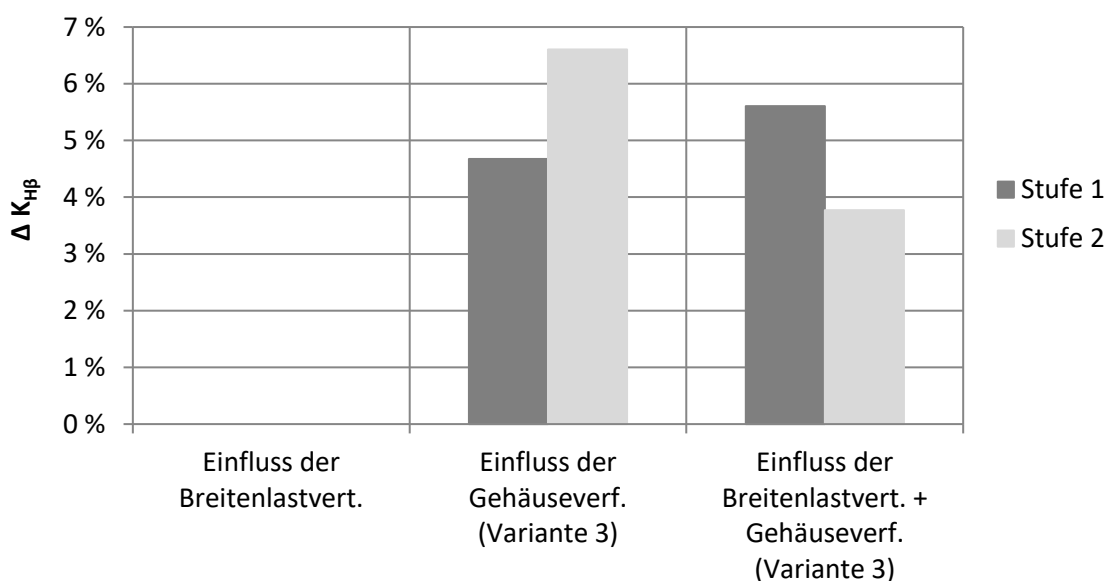
Kreuzeinflüsse zwischen der Breitenlastverteilung und der Gehäuseverformung werden miterfasst.

## 4.4 Zusammenfassung und Fazit

Im aktuellen Kapitel wird ein Berechnungsverfahren vorgestellt, welches Kreuzeinflüsse in Stirnradgetrieben erfasst. Als Kreuzeinfluss wird der Einfluss der Breitenlastverteilung auf die Wellenverformungen und die Lagerbelastungen und somit auf die Breitenlastverteilungen weiterer Stufen im Getriebe verstanden.

Des Weiteren wird der Einfluss der Gehäuseverformungen auf die Verlagerungen und Verkippen der Lagerstellen im Gehäuse als Kreuzeinfluss verstanden. Die Lagerstellen sind über das Gehäuse gekoppelt und beeinflussen sich so gegenseitig.

**Änderungen des Breitenlastfaktors bei Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung und der Gehäuseverformung zum Ausgangswert ohne Kreuzeinflüsse für das korrigierte Beispielgetriebe 2**



**Bild 4.8:** Änderungen des Breitenlastfaktors bei Berücksichtigung der Kreuzeinflüsse aus der Breitenlastverteilung und der Gehäuseverformung zum Ausgangswert ohne Kreuzeinflüsse für das Beispielgetriebe 2



Das entwickelte Verfahren basiert auf der stufenweisen Getriebeberechnung mit der zweidimensionalen Methode (siehe Kap. 2.2.2). Es wird eine Iteration um diese Berechnung implementiert, in der jeweils die Ergebnisse des letzten Iterationsschritts im neuen Iterationsschritt als Eingangsgrößen vorgegeben werden. Ist die Änderung der Ergebnisse des aktuellen Iterationsschritts gegenüber des Vorherigen kleiner als ein vorgegebener Grenzwert, wird die Iteration beendet.

Für die Berücksichtigung der Gehäuseverformungen wird eine Schnittstelle zur Einbindung einer reduzierten Gehäusesteifigkeitsmatrix aus einer FE-Berechnung definiert und implementiert. Diese Schnittstelle stellt eine sinnvolle Ergänzung in der Getriebeberechnung dar. Sie muss korrekt bedient und die Ergebnisse müssen mit Fachkenntnis auf Plausibilität geprüft werden.

Die Umsetzung einer iterativen Berechnung bietet den Vorteil, auf Basis eines anerkannten Verfahrens zu arbeiten. Die Berechnungen und deren Ergebnisse finden in der Praxis eine breite Anwendung und ein breites Vertrauen. Die Iteration erzielt nachvollziehbare Ergebnisse und ermöglicht einen Abgleich mit bestehenden Berechnungen.

Die Berechnungsbeispiele zeigen, dass das Verfahren plausible Ergebnisse liefert. Die Änderungen der Breitenlastfaktoren sind in den Beispielen in den erwarteten Größenordnungen und Richtungen.

Die Aussagegüte der Berechnungsergebnisse steigt teils signifikant an, der Zeitaufwand ebenfalls.

Die Berechnungsbeispiele zeigen, dass der Einfluss aus der Breitenlastverteilung auf den Breitenlastfaktor bei einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung schwach ist. Es wird für Getriebe mit biegeweichen Wellen und großen Lagerabständen ein stärkerer Einfluss erwartet. Der Einfluss der Gehäuseverformungen kann signifikant sein. Er ist maßgeblich von der Gehäusesteifigkeit (Gehäusestruktur, -konstruktion, -material usw.) abhängig.

Die Berücksichtigung der Einflüsse aus der Breitenlastverteilung kann ohne zusätzliche Eingabedaten oder externe Programme erfolgen. Es steigt (lediglich) die Rechenzeit des Programms. Die Anwendung wird als sinnvoll bewertet. Der Einfluss kann jedoch aufgrund des schwachen Einflusses in vielen Anwendungsfällen vernachlässigt werden. Der Aufwand in Form längerer Rechenzeiten ist dann höher als der Nutzen.

Die Berücksichtigung der Einflüsse aus Gehäuseverformungen ist sehr aufwändig, da eine Berechnung mit einem FE-Programm notwendig ist. Die Anwendung wird als sinnvoll bewertet, jedoch übersteigt der Aufwand in vielen Anwendungsfällen den Nutzen, siehe hierzu auch Kap. 2.2.4.



## 5 Diskussion von Aussagegüte und Berechnungstiefe der Berechnungsmethoden

Die bisherigen Ergebnisse aus Kap. 3 und Kap. 4 zeigen, dass ein hoher Berechnungsaufwand nicht automatisch einen hohen Nutzen bedeutet. Vielmehr ist der Einfluss verschiedener Berechnungsparameter abhängig vom konkreten Anwendungsfall.

Somit stellt sich die Frage nach der Wahl eines sinnvollen Aufwand-Nutzen-Verhältnisses für einen vorliegenden Anwendungsfall.

Im folgenden Kapitel werden die bestehenden Berechnungsmethoden hinsichtlich ihrer Aussagegüte und ihrer Berechnungstiefe in ein Schema einsortiert. Es werden Bewertungskriterien erarbeitet und ein Punktesystem vorgestellt, mit dessen Hilfe eine Empfehlung einer sinnvollen Berechnungstiefe für einen konkreten Anwendungsfall abgeleitet werden kann. Abschließend wird das Bewertungssystem anhand von Beispielen angewendet und validiert.

### 5.1 Bewertung der Berechnungsmethoden hinsichtlich Aussagegüte und Berechnungstiefe

Im Folgenden werden die Entwicklung der Berechnungstiefe und Aussagegüte in der Verzahnungsauslegung an dem für diese Arbeit relevanten Berechnungsprogramm RIKOR und der darum liegenden Landschaft an FVA-Programmen erläutert.

Die dadurch abgebildete Entwicklung der Berechnungsmethoden und dazugehörigen Programme kann auf annähernd alle Berechnungsprogramme, die im Stand der Technik (Kap. 2.3.1) aufgeführt sind, adaptiert werden.

RIKOR ist ein im Auftrag der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (kurz FVA) kontinuierlich weiterentwickeltes Berechnungsprogramm für die Korrekturauslegung von Stirnradverzahnungen auf Basis der Lastverteilung. In der FVA werden in Zusammenarbeit zwischen Forschung und Industrie neue Forschungsziele definiert und im Rahmen von Projekten von der Forschung erarbeitet. Diese werden anschließend als Funktionen in das Programm integriert und somit der Industrie zur Anwendung zugänglich gemacht. Die Forschungsergebnisse und die Umsetzung im Programm werden von der Industrie geprüft und abgenommen und im Verlauf der Anwendung weiter validiert und verbessert. Aus diesem Vorgehen heraus ist ein Programm entstanden, welches eine hohe Akzeptanz hinsichtlich seiner Ergebnissicherheit in der Industrie hat. Es besitzt eine hohe Aussagegüte. Die Absicherung der Forschungs- und Berechnungsergebnisse durch Prüfstandsversuche unterstützt die Zuverlässigkeit der enthaltenen Berechnungsansätze (siehe Kap. 2.3.2).

Die Entwicklungen der FVA-Programme im Bereich der Stirnradgetriebeauslegung um das Programm RIKOR werden in **Bild 5.1** im S-Kurven-Modell nach Foster [Fos86] aus Bild 2.9 dargestellt. Auf der horizontalen Achse wird die Berechnungstiefe aufgetragen. Sie spiegelt den Aufwand wieder. Zusätzlich ist die zeitliche Entwicklung der Berechnungsmethoden auf dieser Achse aufgetragen (nicht maßstäblich aufgetragen). Markante Punkte sind mit Jahreszahl und RIKOR-Version beschriftet (vgl. Kap. 2.3.2). Die Aussagegüte der Ergebnisse einer Berechnung entspricht der Leistungsfähigkeit in Fosters Modell und wird auf die vertikale Achse aufgetragen.

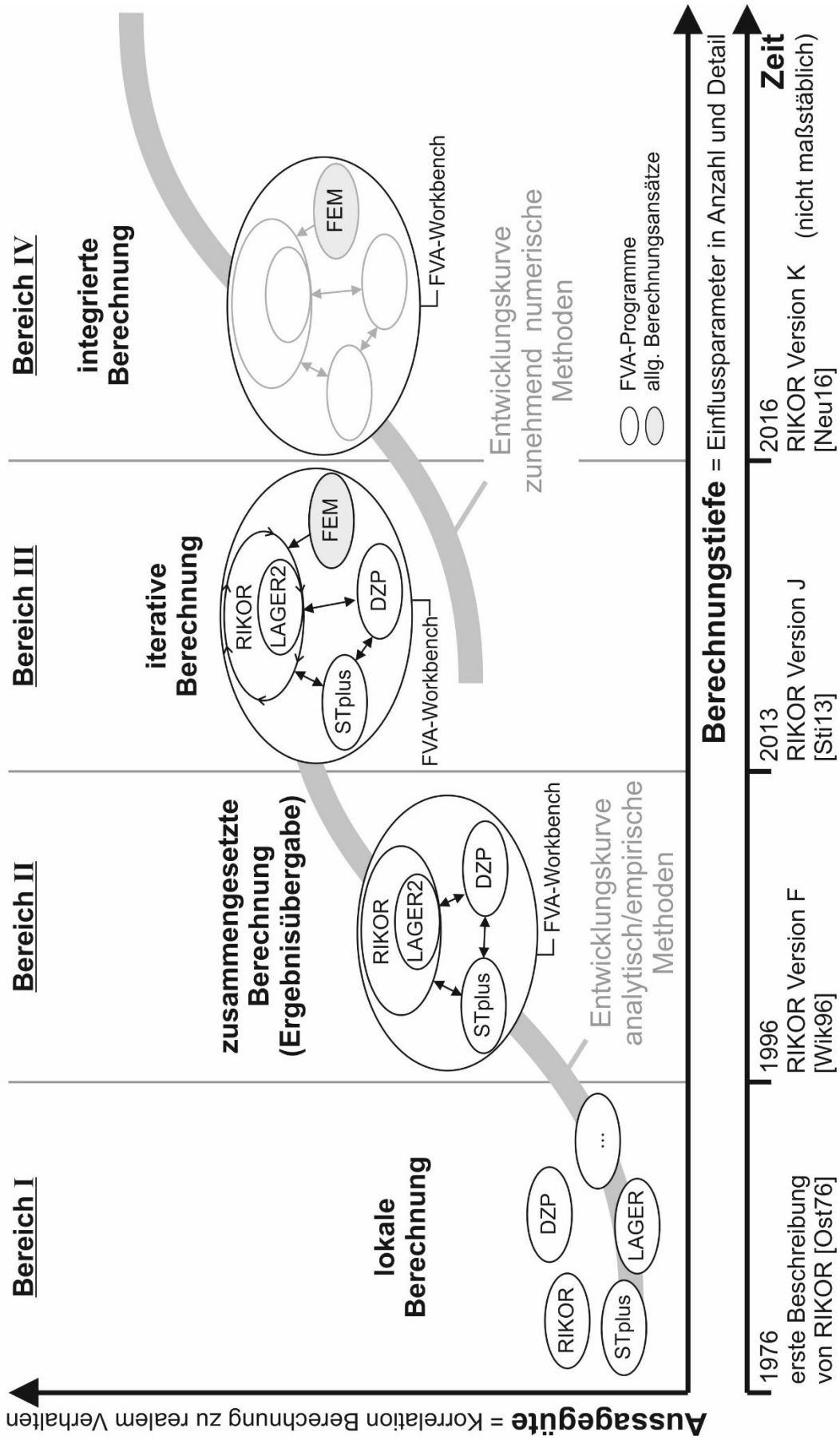


Bild 5.1: Darstellung der Berechnungsmethoden über der Berechnungstiefe und Aussagegüte

Die Entwicklungsschritte können in zeitlich aufsteigender Reihenfolge in die folgenden vier Bereiche unterteilt werden:

- **Bereich I:** Lokale Berechnung
- **Bereich II:** Zusammengesetzte Berechnung  
(ab diesem Bereich sind die Einflüsse aus Kap. 3 in der Berechnung enthalten)
- **Bereich III:** Iterative Berechnung  
(entspricht dem vorgestellten Verfahren aus Kap. 4)
- **Bereich IV:** Integrierte Berechnung

Jeder Entwicklungsschritt erhöht die in der Berechnung berücksichtigten Einflussparameter in ihrer Anzahl und in ihrem Detail. Die Berechnungstiefe wird mit jedem Entwicklungsschritt gesteigert. Die Bereiche I bis III liegen auf einer Entwicklungskurve und stellen einzelne Entwicklungsschritte dar. Sie basieren auf den gleichen mathematischen Ansätzen. Der Bereich IV stellt einen Entwicklungssprung dar. Es wird in einem grundlegenden Teil der Berechnungsmethode ein neuer Berechnungsansatz verwendet.

Die in Bild 5.1 aufgeführten FVA-Programme dienen der Auslegung von Stirnradgetrieben. Jedes Programm beinhaltet eine oder mehrere Berechnungsmethoden, welche mit den EDV-technischen Elementen der Dateneingabe, Datenaufbereitung, Datenhaltung und Datenausgabe ergänzt wurden. Das Programm STplus [Frö11] wird zur Geometrie- und Tragfähigkeitsberechnung von Evolventen-Stirnradpaarungen und der Paarung Stirnrad-Werkzeug verwendet. Das Programm LAGER [Wei08] ermittelt unter Vorgabe von Herstellerangaben und Lagergeometrie die Lagersteifigkeit im Betriebspunkt. Das Programm DZP [Gri10] berechnet das Anregungsverhalten einer Stirnradstufe. Übergeordnet steht die Simulationsplattform FVA-Workbench, die die Programme und Berechnungsmethoden unter einer einheitlichen Oberfläche bündelt und steuert.

Im Folgenden werden die einzelnen Bereiche mit Ihren Stärken und Schwächen sowie die dazugehörigen Entwicklungsstände des Programms RIKOR und der FVA-Workbench beschrieben.

### 5.1.1 Lokale Berechnung

#### Beschreibung

Der Bereich der lokalen Berechnung kann, zeitlich betrachtet, an den Beginn der Entwicklung der computerunterstützten Berechnung und Auslegung in der Praxis angesehen werden. Die analytisch-empirischen Berechnungsmethoden liegen, zum Teil erstmals, in EDV-verarbeitbaren Programmcode vor. Der Umfang der Programme ist durch die damalige Größe des Arbeitsspeichers und der zur Verfügung stehenden Prozessorleistung stark begrenzt. Es werden einzelne hinsichtlich des Umfangs überschaubare Problemstellungen, zumeist die Berechnung einzelner Getriebekomponenten, mit einzelnen Berechnungsprogrammen gelöst. Jedes Programm besitzt eine eigene Eingabe und Ausgabe, zumeist im Textformat. Der Anwender muss jedes Programm einzeln in seiner Bedienung kennen und für jedes ein eigenes Berechnungsmodell in der programmspezifischen Eingabe aufbereiten. Die Ergebnisse aller Einzelprogramme müssen interpretiert und zusammengetragen werden.

#### Stärken

Die auf analytischen Methoden basierenden Berechnungen sind schnell.

**Schwächen**

Es liegt eine stark isolierte Betrachtung von Problemstellungen vor. Die Modelle enthalten viele Vereinfachungen und Einschränkungen in ihrem Berechnungsumfang und -tiefe.

Der Bedienaufwand ist hoch, da zahlreiche programmspezifische Eingaben beherrscht und Ergebnisse selbstständig zusammengetragen werden müssen.

**FVA-Berechnungswelt**

Das Programm RIKOR bis zur Version E ([Pla86], Kap. 2.3.2) kann dem Bereich I zugeordnet werden. Es berechnet Breitenkorrekturen auf Basis der Lastverteilung im Zahnkontakt unter Berücksichtigung der Biege- und Torsionsverformungen der Welle.

Die Dateneingabe ist stark programmspezifisch und aufgrund der Eingabesyntax fehleranfällig. Die Ergebnisdarstellung ist rein in Textform und die Auswertung daher zeitintensiv. Dieser Bereich stellt nicht mehr den Stand der Technik dar.

**5.1.2 Zusammengesetzte Berechnung****Beschreibung**

Mit steigender Leistungsfähigkeit der Computer werden die Berechnungsmethoden erweitert, sowohl in der Anzahl als auch im Detail der berücksichtigten Einflussgrößen. Es werden Schnittstellen ergänzt, so dass zusammengesetzte Berechnungen, Berechnungsketten, mit Ergebnisübergabe möglich sind. Vereinzelt werden einzelne Berechnungsmethoden aus einem Programm in ein anderes Programm integriert und die Ergebnisübergabe somit programmintern gelöst, ohne Anwenderinteraktion. Dies erhöht die Komplexität der einzelnen Programme, reduziert jedoch den Aufwand und mögliche Fehler in der Anwendung.

Es können mit dem vorliegenden Programmumfang und der Verkettung der Programme im Berechnungsablauf zusammengesetzte Problemstellungen gelöst und so Teilsysteme eines Getriebes zusammenhängend analysiert werden. Dies bedeutet eine höhere Aussagegüte der Ergebnisse. Der Aufwand insgesamt steigt, da inhaltlich mehr Eingabedaten notwendig sind und die Schnittstellen überwiegend händisch bedient werden müssen. Die Berechnungen sind zumeist auf das Teilsystem „Verzahnungsstufe“ ausgelegt.

**Stärken**

Die Berechnung ist sehr schnell. Sie eignet sich, um Problemstellungen, z. B. mittels Variationsrechnung, zu lösen. Die Ergebnisse haben eine sehr gute Aussagegüte für Anwendungen, bei denen die Randbedingungen gut mit den vorliegenden Getriebeeigenschaften übereinstimmen. Bspw. werden bei der Berechnung einer Verzahnungsstufe weitere auf den Wellen befindliche Verzahnungsstufen mit einer gleichmäßigen Breitenlastverteilung angenommen. Für Getriebe, bei denen alle Verzahnungsstufen hinsichtlich eines gleichmäßigen Breitentragens hin korrigiert werden, ergibt die Berechnung unter dieser Annahme sehr gut zutreffende Ergebnisse.

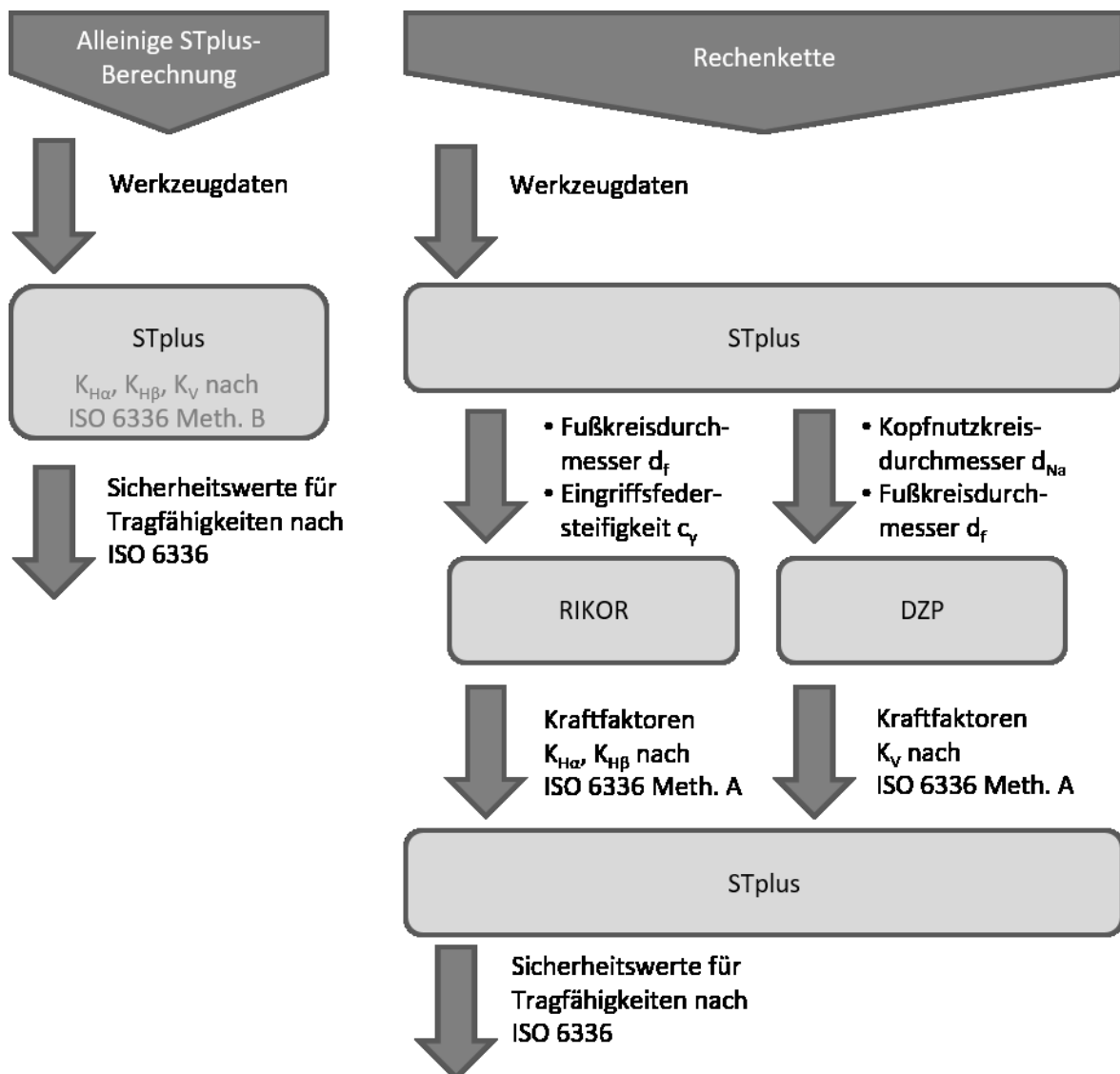
**Schwächen**

Es können keine Kreuzeinflüsse aus dem Gesamtgetriebe berücksichtigt werden (siehe Kap. 2.2.4). Die Berechnungsreihenfolge und Datenübergabe ist entscheidend und vom Anwender vorzugeben.

### FVA-Berechnungswelt

Dem Bereich II kann das Programm RIKOR ab der Version F [Wik96] zugeordnet werden. Hier ist das Programm LAGER in RIKOR integriert. Es werden Schnittstellen ergänzt. Ab der Version RIKOR I [Tho09] wird ein Gleichungssystem für das Teilsystem Welle-Lager-Verzahnung aufgestellt und gelöst.

In **Bild 5.2** (rechts) ist eine zusammengesetzte Berechnung dargestellt, wie sie in der Praxis für die Berechnung einer Verzahnungsstufe innerhalb der FVA-Programmwelt etabliert ist: Mit STplus wird mittels der Herstellsimulation unter Vorgabe der Werkzeugdaten die exakte Zahngeometrie ermittelt. Die exakten Durchmesser und die Eingriffsfedersteifigkeit der Paarung werden an RIKOR und DZP übergeben. Mit RIKOR können die Kraftfaktoren  $K_{H\beta}$  und  $K_{H\alpha}$  und mit DZP der Kraftfaktor  $K_V$  nach ISO 6336 part 1 mit der Berechnungsmethode A ermittelt werden. Diese können für die Tragfähigkeitsberechnung nach Norm an STplus übergeben werden. Die Ergebnisse der Tragfähigkeitsberechnung.



**Bild 5.2:** Berechnungsablauf bei der Berechnung der Sicherheitswerte für Verzahnungstragfähigkeiten nach Norm, links: mit einer alleinigen STplus-Berechnung, rechts: mittels einer Rechenkette verschiedener FVA-Programme

mit dieser Rechenkette haben eine höhere Aussagegüte als die einer alleinigen STplus-Berechnung (vgl. **Bild 5.2** (links)), in der die Kraftfaktoren nach ISO 6336 part 1 Methode B ermittelt werden. Ebenso wird die Aussagegüte aller weiteren Ergebnisse der RIKOR- und DZP-Berechnung gesteigert, da die Geometriedaten aus einer STplus-Berechnung mit vorliegenden Werkzeugdaten eine höhere Aussagegüte haben als die Berechnungen allein auf Basis der Verzahnungsgrunddaten.

Neben den Entwicklungen der Berechnungsmethoden selbst ist auch die Datenein- und -ausgabe weiterentwickelt worden. Die Eingabe ist teils oberflächenbasiert und damit anwenderfreundlicher und weniger (tipp-)fehleranfällig. Die Ausgabe ist um Grafiken ergänzt, welche während des Programmablaufs erstellt werden.

Parallel zu den Einzelprogrammen existiert eine Simulationsplattform, die FVA-Workbench [FVA15]. Sie bündelt die verschiedenen Programme unter einer Oberfläche. Damit ist die die Ansteuerung der Programme vereinheitlicht und die notwendigen Eingabedateien werden erstellt. Der Anwender gibt das vollständige Getriebe mit allen Komponenten (Wellen, Lager, Verzahnungsstufen usw.) vor und kann die Berechnung von einzelnen Komponenten oder Teilsysteme mit den verschiedenen Programmen ansteuern. Die Ergebnisübergabe und Berechnungsreihenfolge liegt in der Verantwortung des Anwenders. Die Oberfläche gibt eine grafische Rückmeldung zum Aufbau und der Struktur des eingegebenen Getriebes sowie eine grafische Aufbereitung einzelner Berechnungsergebnisse.

### 5.1.3 Iterative Berechnung

#### Beschreibung

Die Verzahnungsauslegungsberechnung entwickelt sich in Richtung Gesamtsystembetrachtung. Basierend auf den etablierten Berechnungsverfahren im Bereich II werden die Methoden weiterentwickelt, um Kreuzeinflüsse aus allen Verzahnungsstufen berücksichtigen zu können. Des Weiteren wird das Einbeziehen von FE-Berechnungsergebnissen ermöglicht. So können einzelne Komponenten (sinnvoll für unregelmäßige Komponenten, wie z. B. Gehäuse oder Zahnradkranz) in einem FE-Programm modelliert, die Steifigkeiten des Betriebspunktes ermittelt und in die analytische Berechnung integriert werden. Dies bedeutet einen deutlichen Anstieg der Aussagegüte und der Berechnungstiefe.

Die Berechnungsreihenfolge und die Ergebnisübergabe, wie im Bereich II, sind weiterhin zu beachten.

#### Stärken

Das Getriebe wird als Gesamtsystem betrachtet und Kreuzeinflüsse aller Getriebekomponenten untereinander berücksichtigt. Die detaillierte Abbildung bspw. des Gehäuses im FE-Programm und die Ergebnisübergabe in die analytische Berechnungsmethode, bietet ein großes Potenzial, z. B. hinsichtlich einer Gewichtsoptimierung. Eine geschickte Programmsteuerung lässt auch weiterhin die Berechnung einzelner Teilsysteme zu, wie im Bereich der zusammengesetzten Berechnung. Der Anwender kann zwischen der komplexen und aufwändigen Gesamtsystemberechnung und der etablierten Teilsystemberechnung ohne zusätzlichen Modellieraufwand wechseln und die Berechnungstiefe seinen Bedürfnissen anpassen.

#### Schwächen

Die Berechnung des Gesamtsystems erfolgt iterativ. Sie ist zeitaufwändig, sowohl für die Anwendung der Berechnungsmethode selbst, als auch für die Aufbereitung der Ergebnisse



aus der FE-Berechnung. Eine Massenrechnung unter Berücksichtigung aller Kreuzeinflüsse ist um ein Vielfaches zeitaufwändiger als ohne Kreuzeinflüsse.

### **FVA-Berechnungswelt**

Basierend auf den etablierten Berechnungsverfahren aus dem Bereich II wird die Teilsystemberechnung mittels eines iterativen Verfahrens mit Ergebnisübergabe zu einer Gesamtsystembetrachtung überführt (siehe Kap. 4). Die Berechnung einzelner Teilsysteme kann bei gleichbleibender Eingabedatei über eine einfache Schalterfunktion gewählt werden. Dies entspricht dem Programm RIKOR in der Version J [Sti13].

Die Anwenderoberfläche FVA-Workbench entwickelt sich im Bereich III weiter in Richtung Anwenderführung. Über die Wahl von Berechnungszielen werden voreingestellte Berechnungsketten mit angepasster Ergebnisübergabe durchgeführt. Der Anwender erhält einen zusammengefassten Ergebnisbericht. Die Verantwortung zum Berechnungsablauf und der Ergebnisübergabe liegt somit bei der FVA-Workbench. Die Anwendung wird erleichtert, gleichzeitig verliert der Anwender den Überblick, was im Detail berechnet wird.

## **5.1.4 Integrierte Berechnung**

### **Beschreibung**

Das Getriebe wird als Gesamtsystem betrachtet. Es werden alle Kreuzeinflüsse der Komponenten untereinander erfasst und berücksichtigt. Alle Getriebekomponenten werden mit ihren Eigenschaften und ihren Kopplungen zueinander durch eine Systemsteifigkeitsmatrix, einen Lastvektor und einen Verschiebungsvektor ausgedrückt. Die Lösung des entstehenden Gleichungssystems ergibt den Verformungs- und Belastungszustand aller Getriebekomponenten. Das System muss an nichtlinearen Stellen, z. B. Klaffen in der Verzahnung, angepasst und erneut gelöst werden. Es ist prinzipiell möglich, jede Getriebekomponente wahlweise mittels analytischen Gleichungen oder Steifigkeitsmatrizen aus FE-Berechnungen abzubilden.

Dieser Bereich stellt einen Sprung in der Entwicklung dar. Es wird die zweidimensionale Berechnungsmethode der Breitenlastverteilung unter Verwendung der stufenweisen Berechnung durch ein Gesamtgleichungssystem abgelöst.

### **Stärken**

Die Anwendung einer Systemsteifigkeitsmatrix ermöglicht eine beliebig tiefe Integration von FE-Berechnungselementen in die analytische Berechnung. Es kann eine individuelle, auf die Problemstellung angepasste Berechnungstiefe gewählt werden. Es wird ein großes Entwicklungspotenzial in dem Ansatz der Systemsteifigkeitsmatrix gesehen.

### **Schwächen**

Wie im Bereich der iterativen Berechnung ist die Berechnung unter Berücksichtigung der Einflüsse aller Getriebekomponenten zeitaufwändig und bei den aktuellen Berechnungszeiten nicht für eine Massenrechnung geeignet. Die Abbildung von Teilsystemen erfordert ein eigenständiges Modell.

### **FVA-Berechnungswelt**

Die Umsetzung der Gesamtsteifigkeitsmatrix ist mit dem Programm RIKOR K [Neu16] umgesetzt. Es können FE-Matrizen für das Gehäuse und den Zahnradkörper vorgegeben werden. Diese können im notwendigen Format bspw. mittels einer Schnittstelle aus dem Programm Z88 [Wei17] erstellt werden.

Die Berechnung eines Teilsystems des Getriebes, z. B. einer einzelnen Verzahnungsstufe, ist aktuell nur über die Anpassung der Eingabedatei möglich. Hierbei muss allein das entsprechende Teilsystem vorgegeben werden. Die Schnittkräfte an den Systemgrenzen, z. B. bei der Berechnung einer Verzahnungsstufe die Vorgabe der Breitenlastverteilung weiterer auf den Wellen befindlicher Verzahnungsstufen, müssen in der Eingabedatei explizit vorgegeben werden.

Die FVA-Workbench übernimmt stetig mehr Berechnungsaufgaben. Die Berechnungsmethoden liegen gelöst von ihren ursprünglichen FVA-Programmen, wie z. B. STplus, in Unterprogrammen der FVA-Workbench vor. Die bisher bekannte FVA-Programmwelt mit den etablierten Berechnungsketten und nachvollziehbaren Ein- und Ausgabedateien löst sich auf. Der Anwender verliert im Vergleich zum Bereich der iterativen Berechnung weiter den Überblick, welche Berechnungsmethoden mit welchen Einflussparametern zur Anwendung kommen. Die FVA-Workbench gewinnt im Gegenzug an Schnelligkeit in der Berechnung. Sie wandelt sich von einer reinen Anwenderoberfläche zu einem komplexen Berechnungssystem. Die Anwenderführung und die Ergebnisdarstellung sind professionell und interaktiv.

## **5.2 Bewertung der Chancen und Risiken der Anwenderunterstützung und Ergebnisdarstellung moderner Berechnungsprogramme**

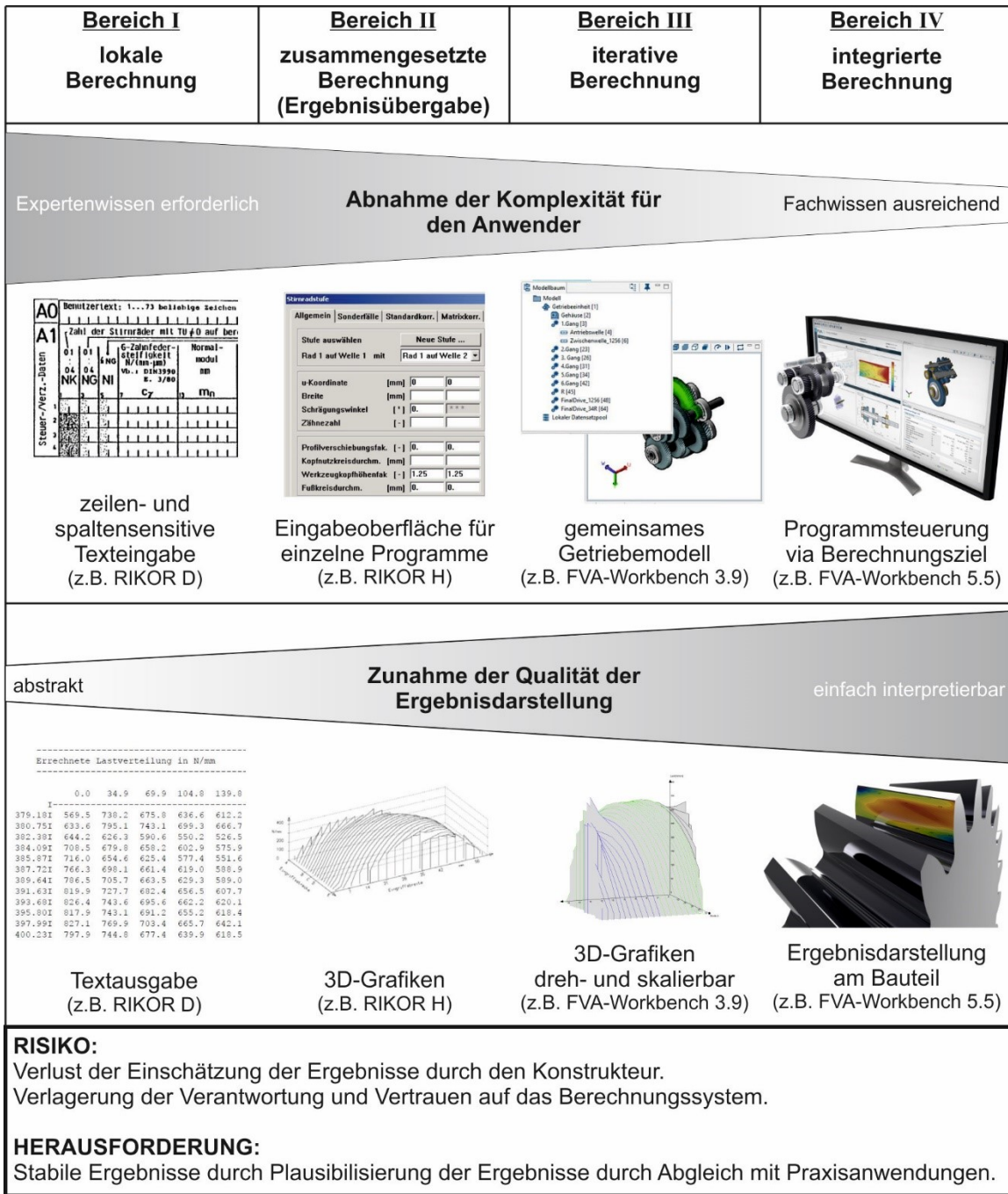
Die Anwenderunterstützung und die Ergebnisdarstellung der Programme der FVA, aber auch aller anderer vergleichbarer Programme, die im Stand der Technik (Kap. 2.3.1) aufgeführt sind, haben sich in den vergangenen Jahren stark gewandelt (siehe hierzu die Zeitachse in Bild 5.1).

Neben dem Umfang der Berechnung wurden auch die Anwenderunterstützung und die Ergebnisdarstellung weiterentwickelt. Die Programme haben sich vom Expertenprogramm, mit spärlicher Eingabeunterstützung und abstrakter Ergebnisdarstellung, zu handhabbaren Berechnungsprogrammen mit starker Anwenderführung und anschaulicher Ergebnisdarstellung gewandelt. Die Komplexität für den Anwender nimmt ab, die Qualität der Ergebnisdarstellung ermöglicht ein einfaches Interpretieren. Diese Entwicklung beinhaltet Chancen und Risiken zugleich.

**Bild 5.3** zeigt die Entwicklungen der Komplexität in der Bedienung der Berechnungsprogramme der FVA für den Anwender und der Qualität der Ergebnisdarstellung über die vier Bereiche der Berechnungstiefe aus Kap. 5.1.

Im Bereich I ist der Anwender voll verantwortlich für die Berechnung. Der Anwender erstellt die Eingabedatei eigenständig. Die Eingabe ist vielmals spalten- und zeilensensitiv und somit fehleranfällig. Die Ergebnisse werden rein textbasiert und somit sehr abstrakt dargestellt. Die Auswertung der Ergebnisse bedarf Erfahrung und ist zeitaufwändig. Es ist Expertenwissen erforderlich, um die Programme korrekt anzuwenden und die Ergebnisse sicher zu interpretieren.

Im Bereich II sind teilweise Eingabeoberflächen verfügbar, die vom Anwender befüllt werden und die die Eingabedateien anschließend automatisch erstellen. Werden Berechnungsketten durchgeführt, ist der Anwender voll verantwortlich für die Berechnungsreihenfolge und die Ergebnisübergabe. Die Darstellung der Ergebnisse als Grafik erleichtert die



**Bild 5.3:** Entwicklung der Anwenderunterstützung und der Ergebnisdarstellung am Beispiel der Lastverteilung auf der Flanke

Auswertung. Die Grafik ist jedoch statisch und kann nur über Vorgaben in der Eingabedatei und einen erneuten Berechnungsablauf angepasst werden. Die korrekte Anwendung der Programme ist durch die Eingabeoberflächen einerseits leichter, durch die Berechnungsketten andererseits komplexer geworden. Es ist weiterhin ein Experte für eine sichere und produktive Anwendung erforderlich.

Im Bereich III unterstützt die FVA-Workbench als gemeinsame Oberfläche und Datenhaltung für eine Vielzahl der FVA-Berechnungsprogramme den Anwender. Das Getriebemodell muss nur einmal aufgebaut werden. Aus dieser Datenbasis werden die einzelnen Eingabedateien für die verwendeten Programme durch die FVA-Workbench automatisch er-

stellt. Die Berechnungsreihenfolge und die Ergebnisübergabe müssen vom Anwender explizit vorgegeben werden. Zusätzlich muss der Umfang der berücksichtigten Kreuzeinflüsse berücksichtigt werden. Die Ergebnisse werden mit farbigen sowie dreh- und skalierbaren Grafiken dargestellt. Dies erleichtert die Auswertung. Die zunehmende Eingabeunterstützung ermöglicht einen produktiven Gebrauch bereits mit guten Fachkenntnissen.

Im Bereich IV übernimmt die FVA-Workbench weitere Aufgaben. Der Anwender gibt lediglich ein Berechnungsziel vor und startet einen automatischen Ablauf einer Berechnungskette mit Ergebnisübergaben. Dies vereinfacht die Anwendung sehr stark. Der Anwender kann durch seine Vorgaben steuern, in wie weit numerische Ergebnisse aus FE-Berechnungen integriert werden.

Die Ergebnisdarstellung wird teilweise direkt am Modell vorgenommen. Es verstärkt das Verständnis und hilft beim Interpretieren. Der Anwender braucht „nur noch“ das Fachwissen zur Getriebeauslegung und ein wenig Übung im Umgang mit der Eingabeoberfläche. Es ist kein Wissen über die dahinterliegenden Berechnungsketten notwendig.

Trotz der Zunahme der Berechnungsumfänge, von der Einzelkomponente hin zum Gesamtsystem, und der Zunahme der Komplexität in Anzahl und Detail der Einflussfaktoren, hat sich die Anwendung durch die Anwenderunterstützung stark vereinfacht.

Die Entwicklungen unterstützen den Anwender ohne Expertenwissen, eine zeitlich effiziente und qualitativ hochwertige Berechnung durchführen zu können und die Ergebnisse sicher zu interpretieren.

Diese Entwicklungen bergen jedoch auch Risiken, ähnlich wie sie Fröhlich [Frö05] für den Bereich der FE-Methoden beschreibt: Die perfekte Ergebnisdarstellung verleitet dazu, diese schnell als „wahr“ und „richtig“ anzusehen. Durch die Zunahme der Anwenderunterstützung können auch nicht sattelfesten Anwender das System einsetzen und „schöne“ Ergebnisse produzieren. Der Anwender verliert insgesamt den Überblick über die verwendeten Berechnungsmethoden, deren Reihenfolge und Ergebnisübergabe und die Einschätzung der Plausibilität der Ergebnisse. Die Verantwortung und auch das Vertrauen gehen auf das Berechnungssystem über.

Die Herausforderung besteht darin, eine stetige Plausibilisierung der Ergebnisse durch den Abgleich mit Praxisanwendungen durchzuführen, um stabile und sichere Auslegungsergebnisse zu erhalten.

### **5.3 Entwicklung einer Bewertungsmethode für die Wahl einer sinnvollen Berechnungstiefe**

Die Wahl einer sinnvollen Berechnungstiefe und Aussagegüte ist, wie die Beispiele in Kap. 3 und 4 verdeutlichen, vom Anwendungsfall abhängig.

Im folgenden Kapitel soll ein Vorgehen erläutert werden, anhand dessen eine Wahl einer sinnvollen Berechnungstiefe abhängig von der individuellen Anwendung möglich ist.

#### **5.3.1 Wahl der Bewertungskriterien**

Als Ausgangspunkt für die Ableitung von Bewertungskriterien werden die allgemeinen Einflussfaktoren aus Bild 2.10 in Kap. 2.4 verwendet: Ergebnis, Kosten und Zeit.

Der Einflussfaktor „Zeit“ kann als Entwicklungszeit verstanden, welche den Zeitaufwand für Berechnungen und Versuche enthält.

Zu den „Kosten“ können zum einen die späteren Kosten des Produktes sein, also Herstell- und Materialkosten, welchen direkt von der Konstruktion und den daraus abgeleiteten notwendigen Herstellverfahren abgeleitet werden. Des Weiteren können auch die Kosten für die Entwicklung, z. B. für Berechnungssoftware, Prototypen und Versuche enthalten sein.

Das „Ergebnis“ umfasst alle Eigenschaften des Getriebes (Tragfähigkeit, Anregungsverhalten, Wirkungsgrad, Gewicht, Zuverlässigkeit, Sicherheitsfaktoren u. v. m.) aber auch die Qualität in Form von bspw. Ergebnisabsicherung, Reproduzierbarkeit in der Fertigung (Materialqualität, Fertigungstoleranzen), Wiederholgenauigkeit der Auslegungsprozesse usw.

Zusätzlich spielt das Fachwissen und die Erfahrung des Anwenders eine Rolle, der relevante Einflussgrößen in seinem Arbeitsfeld kennt und mit geringerem Berechnungsaufwand die späteren Getriebeeigenschaften sicher abschätzen kann.

Des Weiteren können unternehmenspolitische Faktoren Einfluss nehmen (Welche Ziele hinsichtlich Marktpositionierung oder Innovationen werden angestrebt?) und weitere mehr.

**Bild 5.4** zeigt die Einflussfaktoren auf die Wahl einer sinnvollen Berechnungstiefe.

Die Einflussfaktoren sind eng miteinander verknüpft. So hat eine Verkürzung der Entwicklungszeit bei gleichbleibendem Ergebnis sicherlich eine Steigerung der Kosten zur Folge. In der Beschreibung der beispielhaft angewendeten Bewertungskriterien in Kap. 5.4 werden diese Verknüpfungen deutlich. So wird bspw. der Umfang der Ergebnisabsicherung von Kosten- und Zeitvorgaben beeinflusst aber auch vom Gewicht und von der produzierten Stückzahl.

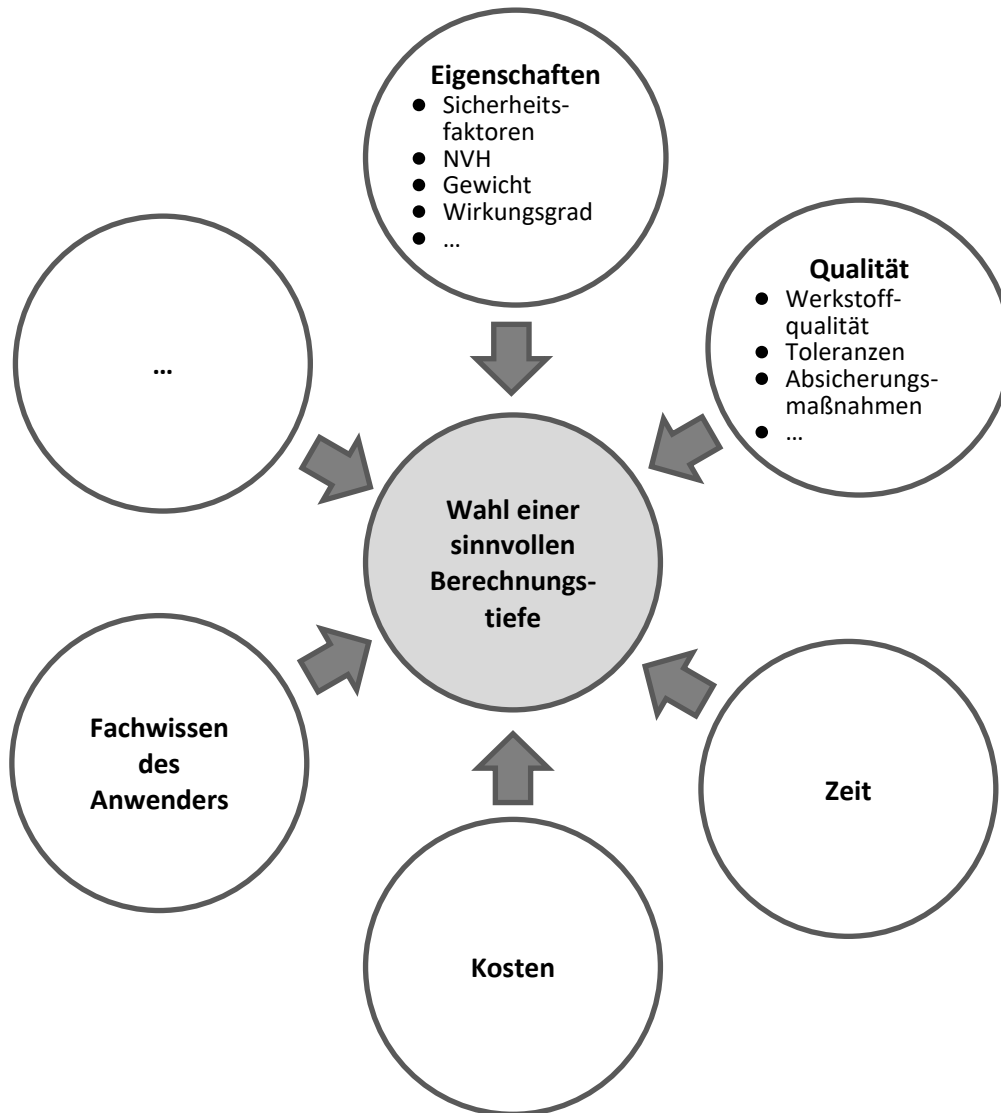
Die gewählten Bewertungskriterien müssen eindeutig beschrieben und definiert werden, so dass eine eindeutige Bewertung möglich ist.

### 5.3.2 Bewertung mittels Punktesystem

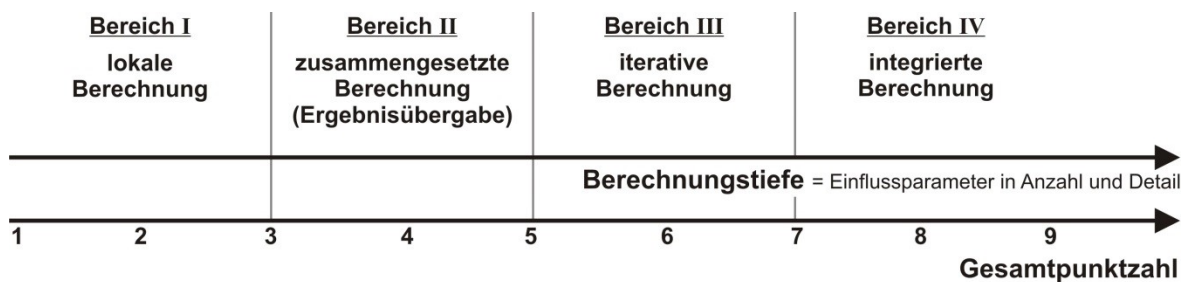
Für die Anwendung der Bewertungskriterien wird ein Punktesystem definiert. Jedes Kriterium wird anhand seiner Ausprägung mit 1, 2 oder 3 Punkten bewertet. Der Punktwert 1 steht für eine niedrige abgeleitete notwendige Berechnungstiefe, der Wert 2 für eine mittlere und der Wert 3 für eine hohe. Die Summe aller drei Kriterien ergibt eine Gesamtpunktzahl, von dem eine sinnvoll zu wählende Berechnungstiefe als Bereich aus Kap. 5.1 (siehe auch Bild 5.1) abgeleitet werden kann. Die kleinstmögliche Gesamtpunktzahl ist gleich der Anzahl der Bewertungskriterien und wird der unteren Grenze des Bereichs II (zusammengesetzte Berechnung) gesetzt. Die maximale Gesamtpunktzahl (Anzahl der Bewertungskriterien multipliziert mit 3) wird der oberen Grenze des Bereichs IV (integrierte Berechnung) gesetzt. Die Punkteskala wird dazwischen gleichmäßig aufgeteilt. **Bild 5.5** zeigt die Zuordnung am Beispiel einer Bewertung mit drei Bewertungskriterien und einer Punktbewertung mit 1 bis 3 Punkten.

## 5.4 Anwendung der Bewertungsmethode anhand von Fallbeispielen

Anhand von Fallbeispielen aus verschiedenen Branchen (Automobil, Windkraft, mobile Antriebe und Industrieanwendungen) wird die Bewertungsmethode angewendet. Im Folgenden werden drei konkrete Bewertungskriterien beschrieben und das Punktesystem definiert. Anschließend werden die Branchen kurz vorgestellt, hinsichtlich der einzelnen Bewertungskriterien erörtert und die Punkte vergeben. Abschließend werden die Punkte zusammengetragen und das Ergebnis, die Zuordnung der Fallbeispiele zu den Bereichen der Berechnungstiefe, diskutiert.



**Bild 5.4:** Einflussfaktoren auf die Wahl einer sinnvollen Berechnungstiefe



**Bild 5.5:** Zuordnung der Gesamtpunktzahl zu einer Berechnungstiefe am Beispiel von drei Bewertungskriterien und einer maximalen Punktzahl von 3

Die in dieser Arbeit betrachteten Berechnungsmethoden und Einflüsse werden hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Tragfähigkeit der Verzahnung ausgewertet, also der Eigenschaften eines Getriebes. Des Weiteren ist die Ergebnisabsicherung ein wichtiger Punkt. Je nach gewählten Systemgrenzen und Detaillierungsgrad können die Berechnungsergebnisse variieren. Eine Plausibilisierung der Berechnungsergebnisse ist daher stets zu empfehlen.

Daraus abgeleitet werden aus dem Bündel der möglichen Faktoren die folgenden drei Bewertungskriterien aus dem Bereich Eigenschaften und Qualität ausgewählt, im Folgenden näher erläutert und auf die Fallbeispiele angewendet:

- Sicherheitsfaktoren
- Ergebnisabsicherung
- Gewicht des Getriebes

#### 5.4.1 Bewertungskriterium 1: Sicherheitsfaktoren

Das Ergebnis der Auslegungsberechnung ist ein rechnerischer Sicherheitsfaktor gegen den Ausfall aufgrund eines Schadenkriteriums. Bestimmte Mindestwerte dürfen hierbei nicht unterschritten werden. Diese Mindestsicherheiten sind in Anwendungsnormen nach DIN 3990 [DIN87b] angegeben oder werden von Zertifizierern (z. B. Germanischer Lloyd [Ger10]) oder vom Kunden (aus Erfahrung) festgelegt.

Die Mindestsicherheiten haben Einfluss auf die sinnvoll zu wählende Berechnungstiefe und umgekehrt. Die ISO 6336 part 1 beschreibt den Zusammenhang zwischen Berechnungstiefe und Mindestsicherheit wie folgt: Je genauer alle Einflussgrößen erfasst werden, desto zuverlässiger ist das Berechnungsergebnis und desto kleiner dürfen die Mindestsicherheiten angesetzt werden. Im Umkehrschluss gilt: Je größer die Sicherheitsfaktoren gewählt sind, desto weniger wirtschaftlich ist eine aufwändige Berechnung unter Berücksichtigung aller Einflussgrößen.

Niemann et al. [Nie19] beschreiben Gesichtspunkte für die Wahl der Sicherheit für Maschinenelemente. So sind höhere Sicherheiten nötig, wenn bspw. im Schadensfall Mensch und Umwelt gefährdet sind oder, wenn Reparatur, Ein- und Ausbau schwierig sind.

In der Praxis werden teilweise auch für die Krafftaktoren der Tragfähigkeitsberechnung nach ISO 6336 (siehe Kap. 2.1.1) Mindestwerte vorgegeben. Diese können ebenfalls als eine Art Mindestsicherheit verstanden werden.

Einen besonderen Einfluss hat hierbei der Anwendungsfaktor  $K_A$ . Er berücksichtigt nach ISO 6336 part 1 alle Kräfte, die über die Nennumfangskraft  $F_t$  hinaus, welche als Basis für die Berechnung der Krafftaktoren und der vorhandenen Spannungen (für Grübchen und Zahnfußbruch) bzw. der vorhandenen Blitztemperatur (für Fressen) verwendet wird, von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Er beinhaltet die für die Berechnung zugrundeliegenden Lastannahmen. Er wird zumeist vom Kunden vorgegeben bzw. eng zwischen Kunde und Getriebeentwicklung abgestimmt.

Der Anwendungsfaktor kommt in der Tragfähigkeitsberechnung zweimal zum Tragen: Zum einen wird er direkt für die Berechnung der auftretenden Flankenpressung (Gleichung (2.2)) bzw. für die auftretende Zahnfußspannung (Gleichung (2.4)) verwendet, zum anderen wird für die Berechnung der weiteren Krafftaktoren ( $K_{H\beta}$ ,  $K_{H\alpha}$  usw.) das Getriebe mit der Gesamt-Umfangskraft und Axialkraft einschließlich der Erhöhung durch den Anwendungsfaktor belastet.

Wird der Anwendungsfaktor nur grob abgeschätzt, bspw. nach ISO 6336 part 1 Methode B, ist eine niedrige Berechnungstiefe ausreichend und umgekehrt.

#### 5.4.2 Bewertungskriterium 2: Ergebnisabsicherung

Jedes Berechnungsergebnis basiert auf einem abstrahierten Modell. Dieses ist zweckorientiert. Es sind meist mehrere Modelle im Laufe der Auslegung notwendig. Die Ergebnisse

geben demnach die Eigenschaften des Getriebes im Betrieb nur bedingt, mit einer gewissen Aussagegüte, wieder. Im Rahmen der Ergebnisabsicherung werden diese Berechnungsergebnisse mit Messdaten, bspw. von Prototypen vom Prüfstand oder aus dem Endprodukt, abgeglichen.

Werden vielfältige und aussagekräftige Absicherungsmaßnahmen im Verlauf des Entwicklungsprozesses durchgeführt, kann selbst mit niedriger Berechnungstiefe am Rande der Tragfähigkeitsgrenzen ausgelegt werden.

Werden im Umkehrschluss nur wenige Absicherungsmaßnahmen oder werden diese an vereinfachten Modellen durchgeführt, so sollten eine hohe Berechnungstiefe und Aussagegüte gewählt werden oder die Auslegung auf der sicheren Seite, also mit größeren Mindestsicherheiten, durchgeführt werden.

Die mögliche Ergebnisabsicherung ist z. B. über die Kosten mit der produzierten Stückzahl gekoppelt. Bei großen Stückzahlen sind die Kosten für Prototypen und seriennahe Absicherungsmaßnahmen, z. B. Versuche am Prüfstand und im späteren Produkt, im Verhältnis je Bauteil klein. Bei kleinen Stückzahlen sind die Kosten im Verhältnis zur Stückzahl hoch und teilweise nicht akzeptabel. Hier kann eine Getriebeauslegung mit hoher Berechnungstiefe sinnvoll vorgenommen werden, um trotz fehlender oder weniger Absicherungsmaßnahmen am realen Getriebe angemessene Sicherheiten für die Auslegung wählen zu können.

Eine ähnliche Koppelung ist mit dem Getriebegewicht vorhanden. Ist das Getriebe von seinen Abmessungen sehr groß (und hat somit ein hohes Gewicht), sind zumeist die Materialkosten und der Fertigungsaufwand groß. Eine umfangreiche Ergebnisabsicherung wird somit kostenintensiv und eine hohe Berechnungstiefe ist wiederum sinnvoll.

Neben der Ergebnisabsicherung im Auslegungsprozess können auch zusätzliche Daten aus dem Feld, also von Getrieben aus dem Betrieb bspw. bei Schadensfällen, oder mit ähnlicher Charakteristik, bspw. ein Nachfolgemodell, herangezogen werden.

### 5.4.3 Bewertungskriterium 3: Gewicht des Getriebes

Das Gewicht eines Getriebes kann für das Gesamtprodukt relevant sein, bspw. hinsichtlich der Belastungen für Fundament und Turm bei Windkraftanlagen oder Emissionsvorgaben beim Automobil. Das Getriebegehäuse hat hierbei einen großen Anteil am Gesamtgewicht des Getriebes. Mit Hilfe von ganzheitlichen Berechnungsansätzen verbunden mit einer detaillierten Betrachtung von Gehäuseelementen mit FE-Methoden, dies entspricht einer hohen Berechnungstiefe, lassen sich gewichtsoptimierte Auslegungsergebnisse erzielen.

### 5.4.4 Punktesystem

**Tabelle 5.1** beschreibt die Zuordnung von Ausprägung und Punktwert. Die Summe aller drei Kriterien ergibt eine Gesamtpunktzahl, von dem eine sinnvoll zu wählende Berechnungstiefe als Bereich aus Bild 5.1 nach **Tabelle 5.2** abgeleitet werden kann. Eine kleine Punktzahl bedeutet eine niedrige zu empfehlende Berechnungstiefe, eine hohe Punktzahl bedeutet eine hohe zu empfehlende Berechnungstiefe.



Bewertungskriterium und Ausprägung	Zu empfehlende Berechnungstiefe	Punkte
<b>Sicherheitsfaktoren</b>		
hohe Mindestsicherheiten und Anwendungsfaktoren, Auslegung auf der sicheren Seite	niedrig	1
	mittel	2
niedrige Mindestsicherheiten und Anwendungsfaktoren, Auslegung am Rande der Tragfähigkeit	hoch	3
<b>Ergebnisabsicherung</b>		
umfangreiche Absicherungsmaßnahmen	niedrig	1
	mittel	2
wenige/keine Absicherungsmaßnahmen	hoch	3
<b>Gewicht des Getriebes</b>		
Gewicht des Getriebes ist nicht relevant	niedrig	1
	mittel	2
Gewicht des Getriebes ist relevant	hoch	3

Tabelle 5.1: Punktesystem für die Anwendung der Bewertungskriterien

Gesamtpunktzahl	3-4	5-6	7-9
Empfohlener Bereich der Berechnungstiefe	Bereich II	Bereich III	Bereich IV

Tabelle 5.2: Zuordnung der Gesamtpunktzahl zur Berechnungstiefe

#### 5.4.5 Beispiel 1: Automobilgetriebe

Die Schwerpunkte in der Auslegung von Automobilgetrieben (Achsgetriebe und Schaltgetriebe) liegen in den Gebieten Tragfähigkeit, Akustikverhalten, Wirkungsgrad, Gewicht und Kosten. Die Gewichtung der einzelnen Gebiete ist abhängig vom Preissegment des Produktes. An Getriebe aus dem oberen Preissegment werden bspw. höhere Anforderungen hinsichtlich des Beschleunigungsvermögens (Tragfähigkeit) oder der wahrnehmbaren Geräusche (Akustik) gestellt, als an Getriebe im unteren Preissegment, wo Kostenaspekte im Vordergrund stehen.

#### Sicherheitsfaktoren

Nach Fischer et al. [Fis12] werden Automobilgetriebe für eine Lebensdauer von 150.000 km bis 180.000 km ausgelegt, das entspricht einer Betriebszeit von etwa 10 Jahren. Die Folgen eines frühzeitigen Getriebeausfalls können finanziell hoch sein, wenn bspw. aufgrund fehlerhafter Auslegung eine Rückrufaktion notwendig ist oder durch den Imageschaden beim Kunden.

Mit konventioneller Auslegung kann die Produktsicherheit durch einen erhöhten Sicherheitsfaktor in der Auslegung berücksichtigt werden. Dem gegenüber steht eine große Datenbasis an Belastungsverläufen (abhängig von Fahrer, Fahrzeug und Fahrstrecke), welche über Klassifizierungsmethoden zu Lastkollektiven überführt werden können und für die Auslegung zur Verfügung stehen [Fis12, Nau07]. Eine gesicherte umfangreiche Datenbasis ermöglicht eine Auslegung nahe der Tragfähigkeitsgrenze, da die späteren Belastungen in der Auslegung mit hoher Aussagegüte abgebildet werden können. Dies ermöglicht einen kleineren Sicherheitsfaktor.

Punktbewertung: 2

### **Ergebnisabsicherung**

Die Stückzahlen in der Automobilbranche sind sehr hoch (BMW hatte bspw. 2017 eine Jahresproduktion von ca. 2,4 Millionen Fahrzeugen [BMW17]). Die Kosten für zusätzliche Bauteile für die Erprobung sind, umgerechnet auf die Gesamtstückzahl, klein.

In der Automobilbranche sind umfangreiche Erprobungen üblich. Sie begleiten den Entwicklungsprozess bereits ab einem frühen Entwicklungsstand. Naunheimer et al. [Nau07] unterteilen bspw. in Komponentenerprobungen, Prototyp-Prüfstandsversuche und Fahrzeugerprobungen. In Verbindung mit der umfangreichen Datenbasis an Belastungsverläufen ist die Absicherung der Berechnungsergebnisse im Fahrzeug prinzipiell gut möglich.

Jedoch werden aktuell verstärkt die Entwicklungszeit gekürzt, Kosten reduziert und es erfolgt die Technologietransformation in Richtung Elektro-Mobilität im weltweiten Wettbewerb. In Expertengesprächen zeigt sich, dass eine starke Reduzierung der Erprobungen insbesondere in der frühen Phase der Entwicklung stattfindet. Es werden vielfach virtuelle Funktionstests durchgeführt. Zusätzlich nimmt die Integrationsbauweise zu, so dass einzelne Bauteile Funktionen für mehrere Baugruppen übernehmen. Konstruktive Änderungen können hier hohe Auswirkungen auf benachbarte Baugruppen haben. Zusätzlich sind aufgrund der hohen Stückzahlen die Folgekosten einer nicht optimalen Getriebeauslegung, die erst im Betrieb erkannt wird, mitunter hoch (z. B. durch eine Rückrufaktion oder den Imageschaden). Somit ist die Notwendigkeit einer detaillierten Berechnung gegeben.

Punktbewertung: 3

### **Gewicht des Getriebes**

Nach Naunheimer et al. [Nau07] sind die Ziele der Auslegung von Fahrzeuggetrieben kleine Bauvolumen, niedriges Gewicht und hoher Wirkungsgrad. Ein niedriges Gewicht des Getriebes ist relevant hinsichtlich der Fahrleistung und -dynamik, der Materialkosten sowie des Kraftstoffverbrauchs und Emissionen. Speziell durch politische Richtlinien hinsichtlich Emissionsgrenzen (Abgas- und akustische Emissionen) gewinnt das Gewicht zunehmend an Brisanz. Nach Fischer et al. [Fis12] resultieren dagegen aus sicherheitsrelevanten Crash-Anforderungen und komfortrelevanten Akustik-Anforderungen zumeist steifere und somit schwere Getriebekomponenten. Dieser Zielkonflikt gibt dem Gewicht des Getriebes eine hohe Relevanz in der Auslegung von Automobilgetrieben.

Punktbewertung: 3

### **5.4.6 Beispiel 2: Windkraftgetriebe**

Die Branche der Windkraftgetriebe ist mit knapp 30 Jahren vergleichsweise jung [Hau16]. Wirtschaftliche Rahmenbedingungen (Stromeinspeisungsgesetz 1990 [BGB90] und Erneuerbare-Energien-Gesetz 2001 [BGB18]) schafften in Deutschland ein Umfeld, in dem die

Nachfrage hinsichtlich Anzahl und höherer Leistung von Windkraftanlagen anstieg und somit die Entwicklung der Windkraftanlagenindustrie in Deutschland derartig ermöglichte. Langfristige Erfahrungen für die Getriebeentwicklung fehlen bzw. können erst allmählich gesammelt werden. Eine Windkraftanlage muss aus Sicherheitsgründen eine Vielzahl von Richtlinien erfüllen. Diese werden von unabhängigen Zertifizierern (z. B. Germanischer Lloyd [Ger10]) geprüft.

### **Sicherheitsfaktoren**

Der Zertifizierer Germanischer Lloyd [Ger10] setzt die Betriebszeit einer Windkraftanlage mit etwa 20 Jahren an. Die Auslegung der Komponenten ist demnach im Bereich der Dauerfestigkeit ( $10^9$  Lastwechsel).

Nach Hau [Hau16] ist das Getriebe eines der schwersten und teuersten Komponenten einer Windkraftanlage. Somit können nach Niemann et al. [Nie19] der hohe Wert des Bauteils und der schwierige Ein- und Ausbau bei einer Reparatur größere Sicherheitsfaktoren abgeleitet werden.

Die Mindestsicherheitsfaktoren für die verschiedenen Schadensmechanismen sind vorgegeben. Sie liegen zwischen 1,0 für die Sicherheit gegen Grübchen für Extremlast und 1,5 für die Sicherheit gegen Zahnfußbruch bei Nennlast. Zusätzlich wird der Festigkeitsnachweis mit Mindestwerten für die Kraftfaktoren gefordert (z. B.  $K_V \geq 1,05$  und  $K_{H\beta} \geq 1,15$  [Ger10]). Diese Vorgaben können als zusätzliche Sicherheitsfaktoren angesehen werden.

Die Höhe der geforderten Sicherheiten ist moderat, so dass eine Bewertung mit 2 Punkten abgeleitet wird.

Punktbewertung: 2

### **Ergebnisabsicherung**

Die Stückzahlen sind im Vergleich zur Automobilbranche klein, im Vergleich zur Einzelanfertigung groß (2017 wurden in Deutschland 1750 Anlagen errichtet [Bun18]). Die Größe und die Kosten, sowohl vom Gesamtsystem Rotor-Getriebe-Generator als auch einzelner Komponenten wie nur das Getriebe, stellen nur eine der Herausforderungen für Absicherungsmaßnahmen am Prüfstand dar. Die Belastungen von Windkraftanlagen sind stark abhängig von den Windverhältnissen und Umgebungsbedingungen des Standortes. Es gilt, die richtigen Belastungsannahmen zu wählen. Die Zertifizierer fordern einen Prototypentest auf einem geeigneten Prüfstand sowie einen Prototypentest auf einer Windenergieanlage [Ger10]. Diese Tests sind notwendig für die Freigabe des Getriebes durch den Zertifizierer. Sind im Nachhinein Konstruktionsänderungen notwendig, die die dynamischen Eigenschaften oder die Lastverteilung auf die einzelnen Bauteile des Getriebes wesentlich beeinflussen, ist ein erneuter Prototypentest erforderlich. Dies ist kosten- und zeitintensiv. Es sollte demnach bereits zum ersten Prototypentest eine belastbare Auslegung vorliegen. Eine detaillierte Berechnung ist somit notwendig.

Punktbewertung: 3

### **Gewicht des Getriebes**

Das Gewicht des Getriebes hat eine hohe Relevanz. Nach Hau [Hau16] ist es entscheidend für die Belastungen des Fundaments und des Turms, für die Aufbau- und Austauschkosten sowie für die Materialkosten.

Punktbewertung: 3

### 5.4.7 Beispiel 3: Mobile Antriebe

Nach Haberhauer und Kaczmarek [Hab14] werden mobile Arbeitsmaschinen wie Bau-, Land- und Kehrmaschinen als mobile Antriebe bezeichnet. Die folgende Bewertung wird für die Anwendung in Traktoren vorgenommen.

#### Sicherheitsfaktoren

Nach Fischer et al. [Fis12] werden Traktoren für 10.000 – 20.000 Gesamtarbeitsstunden ausgelegt. Es liegen raue und komplexe Betriebsbedingungen vor [Shi18]. Nach Griepentrog und Volz [Gri17] haben Unebenheiten von Fahrbahn- und Feldoberflächen Einfluss auf bspw. die Schwingbeanspruchungen der Fahrzeugkomponenten. Aus den vielfältigen Einsatzgebieten von Traktoren resultieren individuelle Einsatzprofile. Die Herausforderung besteht darin, passende Szenarien für die Betriebsfestigkeitsuntersuchungen anzunehmen.

Aus den genannten Rahmenbedingungen resultieren hohe Anwendungsfaktoren und hohe Sicherheitsfaktoren, um die Zuverlässigkeit und Lebensdauer während des sehr vielfältigen Einsatzes im Betrieb erreichen und gewährleisten zu können.

Punktebewertung: 1

#### Ergebnisabsicherung

Die Absicherung der Eigenschaften findet u. a. anhand von Vorseriengetrieben auf dem Prüfstand statt, sowohl als Einzelkomponente als auch im Gesamtsystem [Wil12]. Die Ergebnisabsicherung ist somit im mittleren Umfang vorhanden.

Punktebewertung: 2

#### Gewicht des Getriebes

Das Getriebe in Traktoren ist meist Teil der Tragstruktur. Somit muss das Getriebe in der Lage sein das Gewicht des Traktors und seine Lasten zu tragen [Fis12].

In der Feldbearbeitung ist das Gewicht in Kombination mit der Reifengröße hinsichtlich einer kleinstmöglichen Verdichtung des Bodens relevant [Ren16]. Diesem Aspekt wird vielfach über die Anpassung der Reifengröße (Durchmesser und Breite) Rechnung getragen. Jedoch ist diese durch bspw. eine höchstzulässige Gesamtbreite im öffentlichen Straßenverkehr nach § 32 StVZO [StV12] begrenzt (Ausnahmen sind möglich, bedürfen jedoch einer gesonderten Genehmigung).

Zusätzlich gewinnt das Thema Kraftstoffverbrauch aufgrund gesetzlicher Vorgaben zunehmend an Bedeutung [Ren16]. Dies hat Auswirkungen auf die Gewichts- und Wirkungsgradanforderungen.

Die Relevanz des Gewichtes des Getriebes wird daher mit „mittel“ eingestuft.

Punktebewertung: 2

### 5.4.8 Beispiel 4: Industriegetriebe - Serienentwicklung

Die Anwendungen von Industriegetrieben sind weit gefächert, so auch die Ausprägungen des Getriebes in Größe und Leistung [Lie18a]. Unter Industriegetriebe – Serienentwicklung werden im Weiteren Getriebe verstanden, die aus modularen Getriebebausteinen konfiguriert werden können und in Serie gefertigt werden [Lie18a, SEW18b].

#### Sicherheitsfaktoren

Die Getriebe einer Baureihe sind für spezielle Anforderungen entwickelt, z. B. robuste Getriebe mit hoher Zuverlässigkeit oder kleinbauende Getriebe für kleinere Drehmomente

usw. Diese Einschränkung auf definierte Anwendungen erlaubt eine moderate Wahl der Mindestsicherheiten bei hoher Zuverlässigkeit.

Punktbewertung: 2

#### **Ergebnisabsicherung**

Die Stückzahlen sind sehr hoch (bspw. beträgt sie bei der Firma Liebherr über alle Größen mehrere Zehntausend pro Jahr [Lie18b]). Eine umfangreiche Absicherung der Anforderungen ist davon abgeleitet gut möglich.

Punktbewertung: 1

#### **Gewicht des Getriebes**

Das Gewicht des Getriebes spielt eine untergeordnete Rolle. Vielfach werden bspw. robuste Gehäuse als Merkmal hervorgehoben (z. B. in [SEW18a]).

Punktbewertung: 1

### **5.4.9 Beispiel 5: Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung**

Unter Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung werden Getriebe außerhalb des Getriebekonstruktionssystems verstanden. Diese sind durch spezielle Kundenanforderungen teils abgewandelt zu Serienprodukten, teils auch komplette individuelle Neukonstruktionen. Für die Bewertung werden kundenindividuelle Entwicklungen im Großgetriebesegment betrachtet.

#### **Sicherheitsfaktoren**

Aufgrund der Größe der Projekte, sowohl kostentechnisch als auch von den Abmaßen der Getriebe, in Verbindung der niedrigen Stückzahlen (bis zu Einzelanfertigung), werden hohe Mindestsicherheiten bzw. hohe Anwendungsfaktoren angesetzt.

Punktbewertung: 1

#### **Ergebnisabsicherung**

Die Stückzahlen sind zumeist sehr klein bis hin zu eins. Eine Absicherung ist in der Regel nur bedingt bis gar nicht möglich [Fle19]. Es ist eine Abschätzung aufgrund von Erfahrungen ähnlicher Getriebe denkbar. Die (Weiter-)Entwicklung neuer Getriebe ist zeit- und kostenintensiv [Boi15].

Punktbewertung: 3

#### **Gewicht des Getriebes**

Das Gewicht des Getriebes spielt aus kostentechnischer Sicht eine wichtige Rolle. Zusätzlich müssen hohe akustische Anforderungen erfüllt werden [Kur17].

Punktbewertung: 3

### **5.4.10 Auswertung und Diskussion der Ergebnisse**

In **Tabelle 5.3** sind alle Punktbewertungen zusammengetragen und der daraus abgeleitete empfohlene Bereich der Berechnungstiefe angegeben. In **Bild 5.6** sind die Ergebnisse über der Berechnungstiefe und Aussagegüte in das Diagramm aus Bild 5.1 eingetragen.

Merkmal	Bsp. 1: Auto-mobil-ge-triebe	Bsp. 2: Wind-kraft-ge-triebe	Bsp. 3: Mobile Antriebe	Bsp. 4: Industrie-ge-triebe Serienent-wicklung	Bsp. 5: Industrie-ge-triebe kunden-indiv. Ent-wicklung
Sicherheitsfaktoren	2	2	1	2	1
Ergebnis-absiche-rung	3	3	2	1	3
Gewicht des Getriebes	3	3	2	1	3
Gesamtpunktzahl	8	8	5	4	7
Bereich	IV	IV	III	II	IV

Tabelle 5.3: Anwendung des Punktesystems

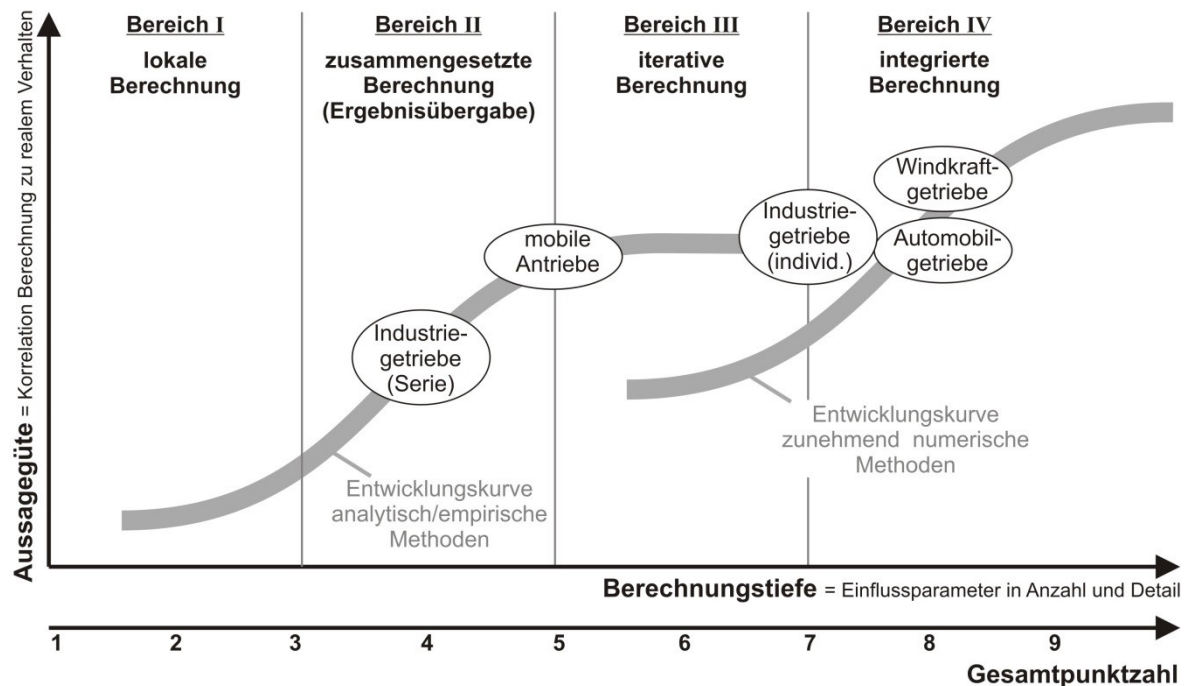


Bild 5.6: Einsortierung der Beispiele in die Grafik aus Bild 5.1

### Beispiel 1: Automobilgetriebe

Die Branche der Automobilgetriebe wird nach der Bewertung dem Bereich IV zugeordnet. In Expertengesprächen bestätigt sich, dass die Auslegung mit hoher bzw. höchster sinnvoll verfügbarer Berechnungstiefe erforderlich ist, um die vollen Potenziale für die Getriebe hinsichtlich Kosten, Gewicht und Funktionalität zu erzielen und die Sicherheit der Kunden bestmöglich gewährleisten zu können.

**Beispiel 2: Windkraftgetriebe**

Die Branche der Windkraftgetriebe wird nach der Bewertung dem Bereich IV zugeordnet. Insbesondere die wenigen Absicherungsmaßnahmen in Verbindung mit der Relevanz des Gewichtes des Getriebes geben hier den Ausschlag für eine hohe notwendige Berechnungstiefe.

Aus Expertengesprächen geht hervor, dass die Berechnung unter Berücksichtigung aller bekannten Einflüsse nach Stand der Technik und aktuellen Erkenntnissen aus der Forschung durchgeführt wird. Es werden über die Vorgaben der Zertifizierer hinaus Anstrengung zur Berechnung der Komponenten getätigt. Thoma beschreibt bspw. eine in der Praxis angewendete Zuverlässigkeitsanalyse [Tho15].

Die Zuordnung zum Bereich IV wird damit sinnvoll und richtig bestätigt.

**Beispiel 3: Mobile Antriebe**

Mobile Antriebe liegen am Rande von Bereich II und III. Es werden hier tendenziell hohe Mindestsicherheiten angesetzt bei sonst mittleren Bewertungen hinsichtlich Ergebnisabsicherung und Relevanz des Gewichts. Mit steigenden Anforderungen hinsichtlich der CO<sub>2</sub>-Emissionen ist die Tendenz zu Bereich III sinnvoll.

Im Expertengespräch wird diese Bewertung bekräftigt.

**Beispiel 4: Industriegetriebe - Serienentwicklung**

Die Bewertung ergibt, dass Industriegetriebe - Serienentwicklung mit der Berechnungstiefe des Bereichs II eine angemessene Aussagegüte erreichen. Das Gewicht des Getriebes spielt eine untergeordnete Rolle und es ist eine gute Absicherung möglich.

**Beispiel 5: Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung**

Die Branche Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung werden dem Bereich IV zugeordnet und liegen am Rande zu Bereich III. Die wenigen oder gänzlich fehlenden Absicherungsmaßnahmen in Verbindung mit der Relevanz des Gewichtes des Getriebes geben hier den Ausschlag für eine hohe notwendige Berechnungstiefe. Dagegen stehen die hohen Sicherheitsfaktoren. Eine detaillierte Berechnung im Bereich IV bietet das Potenzial, kleinere Sicherheitsfaktoren zu verwenden und somit kostengünstiger gegenüber dem Wettbewerb zu sein.

Im Gespräch mit Experten wird dieses Bewertungsergebnis bestätigt. Es wird sehr detailliert und umfangreich berechnet.

**5.5 Weiterentwicklung der Bewertungsmethode****Ergänzung von Bewertungskriterien**

Im vorgestellten Bewertungssystem können weitere Bewertungskriterien ergänzt werden. Jedes Kriterium kann mit der angewendeten Systematik (1 Punkt, wenn eine niedrige Berechnungstiefe abgeleitet werden kann und 3 Punkte für eine hohe Berechnungstiefe) bewertet werden. Entsprechend wird sich die Gesamtpunktzahl in Tabelle 5.2 für den empfohlenen Bereich um 1 je zusätzlichem Bewertungskriterium erhöhen. Hier sind Erweiterungen in die wirtschaftliche Richtung denkbar, Größe des Unternehmens, Marktposition usw., sowie Erweiterungen hinsichtlich technischer Parameter der Getriebe, von der Getriebestruktur bis hin zum Durchmesser-Breiten-Verhältnis der Verzahnung, oder der produktions-technischen Möglichkeiten wie Fertigungsgenauigkeiten.

### **Erhöhung der maximalen Punktezahl**

Die Anwendung der Bewertungsmethode zur Bewertung einer ganzen Branche ist mit einer Punktezahl von 1 bis 3 gut möglich. Innerhalb der Branche müsste diese Bewertung sicherlich feiner abgestuft vorgenommen werden. Es ist eine Erhöhung der Punktezahl, bspw. von 3 auf 5, möglich. Die Bedeutung der Gesamtpunktzahl kann hierbei erhalten bleiben, so dass die minimale Gesamtpunktzahl (gleich der Anzahl der Bewertungskriterien) an die untere Grenze des Bereichs der zusammengesetzten Berechnung gesetzt wird und die maximale Gesamtpunktzahl (Anzahl der Bewertungskriterien multipliziert mit bspw. 5) an die obere Grenze des Bereichs der integrierten Berechnung gesetzt wird. Die Skala wird dazwischen gleichmäßig verteilt.

### **Zuordnung der Gesamtpunktzahl zur Berechnungstiefe**

Die Positionierung der Skala der Gesamtpunktzahl in das Diagramm der Berechnungsmethoden über der Berechnungstiefe wird aktuell gleichmäßig zwischen dem oberen und dem unteren Wert verteilt (vgl. Bild 5.5). Es könnte eine Verschiebung dieser Skala möglich sein oder eine Anpassung der Verteilung (bspw. ein progressiver Verlauf anstelle eines linearen).

Für eine derartige Kalibrierung der Skala könnte der Einsatz der Berechnungsmethoden und die Auswahl an berücksichtigten Einflussgrößen in einzelnen Anwendungsgebieten zusammengetragen werden. Des Weiteren könnten daraus allgemeingültige Kriterien für die Empfehlung einer sinnvollen Berechnungstiefe abgeleitet werden.

## **5.6 Zusammenfassung und Fazit**

Im aktuellen Kapitel wird die Entwicklung der Verzahnungsauslegungsberechnung im Umfeld der FVA-Programme beschrieben. Es werden hierbei vier Bereiche unterschieden: Bereich I: lokale Berechnung, Bereich II: zusammengesetzte Berechnung, Bereich III: iterative Berechnung und Bereich IV: integrierte Berechnung. Die Berechnungsmethoden haben sich von einer lokalen Berechnung (Bereich I) mit geringer Berechnungstiefe und Aussagegüte hin zu einer integrierten Berechnung (Bereich IV) mit hoher Berechnungstiefe und Aussagegüte entwickelt. Der Wechsel zum Bereich der integrierten Berechnung stellt einen Entwicklungssprung dar, bei dem grundlegende Änderungen in der Berechnungsmethode vorliegen. Diese Entwicklung der Berechnungsmethoden kann auf annähernd alle Berechnungsprogramme, die im Stand der Technik (Kap. 2.3.1) aufgeführt sind, adaptiert werden.

Die Anwendung von Berechnungsmethoden wird durch übergeordnete Berechnungssysteme, z. B. der FVA-Workbench, ergänzt, die im heutigen Entwicklungsstand den Anwender führen und die Ansteuerung der Berechnungsmethoden, die Berechnungsreihenfolge und Ergebnisübergabe automatisiert durchführen. Die Ergebnisse werden interaktiv aufbereitet und teilweise direkt an einer realitätsnahen dreidimensionalen Darstellung der Getriebe-komponenten angezeigt. Dies unterstützt den Anwender bei der Interpretation der Ergebnisse. Die Verantwortung und das Vertrauen gehen hierbei auf das Berechnungssystem über. Auch nicht sattelfeste Anwender können „schöne“ Ergebnisse produzieren. Der Anwender verliert zunehmend den Überblick über die angewendeten Berechnungsmethoden. Abschließend wird eine Beurteilungsmethode entwickelt, mit der für einen konkreten Anwendungsfall eine Empfehlung für eine sinnvolle Berechnungstiefe abgeleitet werden kann.



Für die Auswahl der drei Kriterien „Sicherheitsfaktoren“, „Ergebnisabsicherung“ und „Gewicht des Getriebes“ wird eine Punktbewertung definiert und anhand von Fallbeispielen Automobilgetriebe, Windkraftgetriebe, mobile Antriebe, Industriegetriebe - Serienentwicklung und Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung angewendet. Als Ergebnis wird für Industriegetriebe – Serienentwicklung die zusammengesetzte Berechnung, Bereich II, empfohlen, für mobile Antriebe die iterative Berechnung, Bereich III, empfohlen. Für Automobilgetriebe, Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung und Windkraftgetriebe wird die integrierte Berechnung, Bereich IV, empfohlen. Die Ergebnisse der Beurteilung der Fallbeispiele wird durch Gespräche mit Experten der unterschiedlichen Branchen bestätigt und die Beurteilungsmethode damit validiert. Die vorgestellte Beurteilungsmethode kann verschieden erweitert werden.



## 6 Zusammenfassung und Ausblick

### 6.1 Zusammenfassung

In der Auslegung von Stirnradgetrieben spielt die Tragfähigkeit der Verzahnung eine entscheidende Rolle. Sie wird nach ISO 6336 auf Basis des anliegenden Drehmomentes unter Berücksichtigung verschiedener Einflussfaktoren, z. B. dem Breitenlastfaktor, bestimmt. Der Breitenlastfaktor berücksichtigt die ungleichmäßige Kraftaufteilung über der Breite der Verzahnung. Diese Ungleichmäßigkeiten sind begründet durch elastische Verformungen im Getriebe unter Last sowie Herstellabweichungen. Mit einer geeigneten Flankenmikrogeometrie können die Lastverteilung und die daraus abgeleiteten Tragfähigkeitskennwerte positiv beeinflusst werden. Neben der Tragfähigkeitsberechnung nach Norm stehen erweiterte Verfahren zur Verfügung, welche die Lastverteilung über der gesamten Zahnflanke, und nicht nur entlang der Breite der Verzahnung, berücksichtigen.

In der Verzahnungsauslegung wird die Lastverteilung auf der Zahnflanke unter Last berechnet. Hierfür stehen eine Vielzahl von Berechnungsmethoden zur Verfügung, welche unterschiedliche mathematische Ansätze verwenden und unterschiedliche Einflüsse in unterschiedlicher Ausprägung bei der Berechnung der Lastverteilung berücksichtigen. Dies wird als Berechnungstiefe bezeichnet. Zumeist erhöht sich mit der Berechnungstiefe auch der Aufwand für den Anwender, z. B. um die notwendigen Eingabegrößen entsprechend aufzubereiten.

Mit einer hohen Berechnungstiefe wird jedoch auch ein hoher Nutzen, eine hohe Aussagegüte erreicht, das heißt, die Ergebnisse sagen mit einer hohen Zuverlässigkeit die späteren Getriebeeigenschaften vorher. Der Zusammenhang zwischen Berechnungstiefe und Aussagegüte ist jedoch nicht direkt proportional.

Bei der Berechnung der Lastverteilung auf der Zahnflanke gibt es Einflüsse mit einem starken Einfluss auf die Lastverteilung und den daraus abgeleiteten Tragfähigkeitskennwerten und es gibt Einflüsse, die annähernd keinen Einfluss auf die Kennwerte haben. Die Größe des Einflusses ist vom konkreten Anwendungsfall abhängig.

Ziel dieser Arbeit ist es, einen Beitrag bei der Wahl einer Berechnungstiefe für einen spezifischen Anwendungsfall auf Basis des Zusammenhangs von Nutzen und Aufwand zu leisten.

Im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse wird im Kap. 3 der Einfluss der Berechnungstiefe auf die Lastverteilungsberechnung untersucht. Es werden im Einzelnen der Einfluss einer hochaufgelösten Matrix der Flankenmikrogeometrie in der internen Berechnung, der Einfluss einer Achsabstandsänderung abweichend vom Nennachsabstand, der Einfluss von Profilkorrekturen und der daraus folgenden Veränderung der Flankenkrümmung sowie der Einfluss der Steifigkeitsänderungen an stumpfen und spitzen Rändern von Schrägverzahnungen anhand von Beispielverzahnungen analysiert. Es werden die schadensäquivalenten Beanspruchungen der FVA-Tragfähigkeitsverfahren für Grübchen und Zahnfußbruch zur Bewertung des Einflusses herangezogen. Es zeigt sich, dass für industriennahe Verzahnungen (Modul 8 mm, gerad- und schrägverzahnt mit 13° Schrägungswinkel) mit Verzahnungskorrekturen hinsichtlich eines gleichmäßigen Breitentragens die untersuchten Einflüsse sehr schwach sind (maximal 3 %). Für automobilmnahe Verzahnungen (Modul 2 mm, Schrägungswinkel 30°) ist der Einfluss der Steifigkeitsänderung an den Randbereichen der

Schrägverzahnung mit bis zu 20 % signifikant. Die übrigen Einflüsse sind mit maximal 1 % sehr schwach.

Die Berücksichtigung der vorgestellten Einflüsse bedeutet für den Anwender keinen zusätzlichen Aufwand, da keine zusätzlichen Eingabegrößen benötigt werden und die Rechenzeit etwa gleichbleibt. Der Gewinn an Aussagegüte ist jedoch mitunter beträchtlich.

In Kap. 4 wird eine Erweiterung der Berechnungsmethode zur Lastverteilungsberechnung vorgestellt, welche einen erheblichen Anstieg der Berechnungstiefe bedeutet. Mittels einer Iteration um das etablierte Berechnungsverfahren der zweidimensionalen Lastverteilungsberechnung des FVA-Programms RIKOR herum, werden Kreuzeinflüsse der Breitenlastverteilungen untereinander sowie der Einfluss der Gehäuseverformungen auf die Verlagerungen der Lagerstellen im Gehäuse und somit über die Wellenverformungen auf die Breitenlastverteilungen erfasst. Die Gehäusesteifigkeit muss hierzu mittels einer FE-Berechnung ermittelt werden und entsprechend den Schnittstellenanforderungen aufbereitet und in der analytischen Lastverteilungsberechnung vorgegeben werden. Die Erweiterungen der Berechnungsmethode bedeuten einen Mehraufwand in der Berechnungszeit und bei der Berücksichtigung der Gehäusesteifigkeiten einen Mehraufwand für die Anfertigung des FE-Modells, der FE-Berechnung und der Extraktion der Steifigkeitsmatrix im korrekten Format für die Schnittstelle. Zusätzlich müssen die Ergebnisse auf Plausibilität geprüft werden. Anhand von Beispielberechnungen wird die neue Berechnungsmethode validiert. Die Ergebnisse geben zusätzlich Aufschluss darüber, dass der Kreuzeinfluss aus der Breitenlastverteilung bei gut breitenkorrigierten Verzahnungen schwach ist, in den Beispielen werde maximal 4 % Abweichung ermittelt. Der Einfluss der Gehäuseverformungen kann abhängig von der Gehäusesteifigkeit (und somit vom Material des Gehäuses, der Struktur usw.) signifikant sein, auch konnten Kreuzeinflüsse zwischen beiden Effekten festgestellt werden.

In Kap. 5 werden die Berechnungsmethoden hinsichtlich ihrer Berechnungstiefe und Aussagegüte bewertet und in ein Schema einsortiert. Es werden hierbei vier Bereiche unterschieden: Bereich I: lokale Berechnung, Bereich II: zusammengesetzte Berechnung, Bereich III: iterative Berechnung und Bereich IV: integrierte Berechnung. Die Berechnungstiefe und die Aussagegüte werden von Bereich I bis Bereich IV nicht proportional gesteigert sondern entsprechend dem S-Kurvenmodell. Der Bereich I wird der Frühphase und somit dem unteren flachen Teil der S-Kurve zugeordnet, Bereich II dem mittleren steilen Teil und Bereich III der allmählichen Reifungsphase, dem oberen flachen Teil. Der Bereich IV wird einer neuen S-Kurve zugeordnet. Hier findet ein Entwicklungssprung statt.

Neben den Umfängen der Berechnungsmethoden entwickelt sich auch die Anwenderseite, die Bedienung der Berechnungssysteme, stetig weiter. Der Anwender wird im Verlauf von Bereich I bis Bereich IV stärker bei der Berechnung geführt und die Ergebnisse werden immer anschaulicher dargestellt. Die Verantwortung und das Vertrauen gehen vom Anwender auf das Berechnungssystem über. Auch ungeübte Anwender können leicht „schöne“ Ergebnisse erzeugen. Es stellt sich die Herausforderung, eine stetige Plausibilisierung der Ergebnisse durch Abgleich mit der Praxisanwendung durchzuführen.

Die Einflüsse der Sensitivitätsanalyse in Kap. 3 können als Entwicklungsschritte angesehen und dem Bereich II zugeordnet werden. Sie können ohne zusätzliche Eingabegrößen oder Modellanpassungen angewendet werden.

Die Einflüsse, welche nach der Implementierung der Iteration in der Lastverteilungsberechnung in Kap. 4 erfasst werden können, können dem Bereich III zugeordnet werden. Sie

stellen ebenfalls einen Entwicklungsschritt dar. Ganz grundlegend wird die Aussagegüte erhöht und, speziell bei der Einbindung von FE-Ergebnissen, der Aufwand aber auch die Berechnungstiefe signifikant gesteigert. Abhängig vom Anwendungsfall kann der Nutzen jedoch sehr klein ausfallen.

Es zeigt sich, dass eine Anwendungsfall-abhängige Empfehlung einer Berechnungstiefe für die industrielle Anwendung notwendig ist. Hierfür werden in Kap. 5 Bewertungskriterien vorgestellt und anhand von drei ausgewählten Kriterien („Sicherheitsfaktoren“, „Ergebnisabsicherung“ und „Gewicht des Getriebes“) eine Punktbewertung entwickelt. Dieses Bewertungssystem wird auf die fünf Fallbeispiele Automobilgetriebe, Windkraftgetriebe, mobile Antriebe, Industriegetriebe - Serienentwicklung und Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung angewendet. Als Ergebnis wird für Industriegetriebe – Serienentwicklung die zusammengesetzte Berechnung, Bereich II, empfohlen, für mobile Antriebe die iterative Berechnung, Bereich III, empfohlen. Für Automobilgetriebe, Industriegetriebe – kundenindividuelle Entwicklung und Windkraftgetriebe wird die integrierte Berechnung, Bereich IV, empfohlen.

## 6.2 Ausblick

Im Rahmen der Bearbeitung dieser Arbeit sind eine Vielzahl von weiterführenden Fragestellungen aufgekommen:

- Der Trend geht in Richtung einer stetig besseren Anwenderunterstützung. Hierbei obliegt es der Programmintelligenz, den Anwender zu führen. Es werden schnelle Auslegungsberechnungen angeboten, welche auf Basis vereinfachter Modelle durchgeführt werden, und Detailauslegungen, um Optimierungen vorzunehmen. Vielfach wird aus Erfahrung ausgelegt. Der Experte in der Verzahnungsauslegung weiß, welche Einflussgrößen in seinem Umfeld ausschlaggebend sind und welche vernachlässigt werden können und somit Aufwand eingespart werden kann. Mit dem Wechsel der Berechnungsverantwortung und dem Vertrauen in ein Berechnungssystem, muss dieses befähigt werden, dieses Wissen in der Anwenderführung und Berechnungssteuerung einzusetzen. Hierzu muss dieses Wissen in Regeln gefasst werden, welche automatisiert angewendet werden können.
- Die grafische Darstellung der Ergebnisse, teilweise direkt an der Komponente, ist sehr realitätsnah und unterstützt den Anwender die Ergebnisse zu interpretieren. Es bleibt die Gefahr, dass die Detailtiefe der Berechnung nicht hinterfragt wird. Für eine hohe Berechnungstiefe ist weiterhin Expertenwissen für das verwendete Programm notwendig.
- Die Bewertungskriterien für die Empfehlung einer sinnvollen Berechnungstiefe sollten erweitert werden. Hier sind Erweiterungen in die wirtschaftliche Richtung denkbar, Größe des Unternehmens, Marktposition usw., sowie Erweiterungen hinsichtlich technischer Parameter der Getriebe, von der Getriebestruktur bis hin zum Durchmesser-Breiten-Verhältnis der Verzahnung, oder der produktionstechnischen Möglichkeiten wie Fertigungsgenauigkeiten. Es könnte andersherum auch der Einsatz der Berechnungsmethoden und die Auswahl an berücksichtigten Einflussgrößen in einzelnen Anwendungsgebieten gesammelt werden und daraus allgemeingültige Kriterien für die Empfehlung einer sinnvollen Berechnungstiefe abgeleitet werden.

- Die betrachteten Methoden zur Berechnung der Lastverteilung, auf deren Basis die Kennwerte für die Tragfähigkeitsberechnung nach Norm abgeleitet werden, können nach Norm der Methode A und B zugeordnet werden. Die Berechnungsmethoden im Bereich III und IV unterscheiden sich in der Berechnungstiefe und der Aussagegüte und doch können beide der Methode A zugeordnet werden. Hinsichtlich der Vergleichbarkeit von Ergebnissen und für die Kommunikation mit Dritten sollte eine erweiterte Klassifizierung der Berechnungsmethoden erfolgen. Die berücksichtigten Einflussfaktoren könnten hierfür z. B. nach Themengebieten sortiert werden und mit einer zusätzlichen Kennzeichnung der Ergebnisse angegeben werden.

Der aktuelle Entwicklungsstand der Verzahnungsauslegungsberechnung kann dem Bereich IV zugeordnet werden. Die Industrie muss die Entscheidung treffen, diesen Entwicklungssprung vom Bereich III zum Bereich IV mitzugehen oder (vorerst) abzuwarten. Ein Entwicklungssprung in den Berechnungsmethoden bedeutet einen hohen Aufwand, da die Ergebnisse der eigenen Anwendungsfälle aus einer grundlegend neuen Berechnungsmethode untersucht und ihre Plausibilisierung durchgeführt werden muss. Eine weitere neue Entwicklungskurve hinsichtlich geeigneterer mathematischer Ansätze ist derzeit nicht zu sehen.

Generell muss jede Erhöhung der Berechnungstiefe im Anwendungsumfeld geprüft werden. Es ergeben sich neue Anforderungen an:

- Beherrschung der unterschiedlichen Berechnungstiefen
- Klassifizierung der unterschiedlichen Berechnungstiefen
- Interpretation der Ergebnisse (Notwendigkeit des tiefen Verständnisses der Ergebnisse)

## 7 Literatur

### Normen, Richtlinien und Patente

- [Dan02] Danish Energy Agency: Recommendation to Comply with the Requirements in the Technical Criteria for the Danish Approval Scheme for Wind Turbine, Gearboxes, Section 3, Housings and Bearings. (2002).
- [DIN87a] DIN 3960:1987-03: Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder und Stirnradpaare mit Evolventenverzahnungen (1987).
- [DIN80] DIN 3964:1980-11: Achsabstandsabmaße und Achslagetoleranzen von Gehäusen für Stirnradgetriebe (1980).
- [DIN87b] DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – DIN 3990 Teil 1:1987-12 Einführung und allgemeine Einflußfaktoren – Teil 2:1987-12 Berechnung der Grübchentrugfähigkeit – Teil 3:1987-12 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit (1987).
- [DIN10] DIN ISO 281:2010-10: Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer (2010).
- [DIN03] DIN ISO 281 Beiblatt 4:2003-04: Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer - Verfahren zur Berechnung der modifizierten Referenz-Lebensdauer für allgemein belastete Wälzlager. Wurde ersetzt durch DIN 26281:2010-11 (2003).
- [DIN86] DIN ISO 867:1986-02: Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderrädern) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau (1986).
- [Ger10] Germanischer Lloyd: Vorschriften und Richtlinien IV: Industriedienste - Teil 1: Richtlinien für die Zertifizierung von Windenergieanlagen. Germanischer Lloyd, Hamburg (2010).
- [ISO06] ISO 6336: Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 1:2006-09 Basic principles, introduction and general influence factors – Part 2:2006-09 Calculation of surface durability (pitting) – Part 3:2006-09 Calculation of tooth bending strength – Part 5:2016-08 Strength and quality of materials (2006).
- [ISO05] ISO 81400-4:2005-10: Windkraftanlagen – Konstruktion und Festlegung von Getrieben. Wurde ersetzt durch IEC 61400-4:2012-12 (2005).

### Bücher, Zeitschriftenaufsätze, Dissertationen, Studienarbeiten

- [BGB90] BGBl. I: Gesetz über die Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien in das öffentliche Netz (Stromeinspeisungsgesetz) vom 01.12.1990, zuletzt geändert durch BGBl. I 1994 S. 1622, in: BGBl. I 1990 S. 2633 (1990).
- [BGB18] BGBl. I: Erneuerbare-Energien-Gesetz vom 21. Juli 2014 (BGBl. I S. 1066), das zuletzt durch Artikel 1 des Gesetzes vom 17. Dezember 2018 (BGBl. I S. 2549) geändert worden ist, in: BGBl. I S. 1066 (2018).
- [Blü05] Blümm, A.: FVA-Nr. 51/V - Heft 767 - SIMPLEX 1.1.1 - Programmdokumentation. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2005).
- [BMW17] BMW Group: BMW Geschäftsbericht 2017, München (2017).
- [Boi15] Boiger, P.: Development of the 4th generation vertical roller mill drives. 2015 IEEE-IAS/PCA Cement Industry Conference, Toronto, ON, Canada. IEEE (2015).

- [Bon90a] Bong, H. B.: Erweiterte Verfahren zur Berechnung von Stirnradgetrieben auf der Basis numerischer Simulationen und der Methode finiter Elemente, Dissertation, RWTH-Aachen (1990).
- [Bon90b] Bong, H. B.: FVA-Nr. 127/IIa+b - Heft 322 - FE-Stirnradkette - Berechnung der Beanspruchung und Sicherheiten von Stirnrädern mit der Methode finiter Elemente. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1990).
- [Bon90c] Bong, H. B.: FVA-Nr. 127/IIa+b - Heft 324 - FE-Stirnradkette - Benutzeranleitung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1990).
- [Bör02] Börner, J.; Kurz, N.; Joachim, F.: Effective Analysis of Gears with the Program LVR. International Conference on Gears - VDI-Bericht 1665, Garching bei München. VDI - Verein Deutscher Ingenieure (2002).
- [Bre93] Breuer, M.: FVA-Nr. 184/1 - Informationsblatt - LAGER - EDV-Programm zur Berechnung der Lagersteifigkeit. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1993).
- [Bub09] Bube, C.: FVA-Nr. 328/II+III - Heft 880 - PLANKORR II+III - Bestimmung der Verzahnungskorrekturen bei Planetengetrieben unter Berücksichtigung von Gehäuseverformungen und äußeren Kräften. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2009).
- [Cao98] Cao, J.: FVA-Nr. 127/IIc+d+e - Heft 534 - FE-Stirnradkette - Erweiterung des Softwaresystems "FE-Stirnradkette" (STIRAK) zur Berechnung von Stirnradgetrieben auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM). Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1998).
- [Cao02] Cao, J.: Anforderungs- und fertigungsgerechte Auslegung von Stirnradverzahnungen durch Zahnkontaktanalyse mit Hilfe der FEM, Dissertation, RWTH-Aachen (2002).
- [Car11] Carl, C.; Stiller, S.: FVA-Nr. 609/I - Heft 1079 - Korrektoreinfluss Lastverteilung - Programmanleitung zum Korrekturprogramm SEKOR. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2011).
- [Con73] Conry, T. F.; Seireg, A.: A Mathematical Programming technique for the Evaluation of Load Distribution and Optimal Modifications for Gear Systems. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 95 95. Heft: 4, S. 1115–1122 (1973).
- [Daf17] Daffner, M.: FVA-Nr. 592/II - Heft 1232 - Validierung RIKOR - Weiterführende Validierung der Verformungsberechnung in RIKOR - Detaillierte Betrachtung einzelner Getriebeelemente. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2017).
- [Dud61] Dudley, D. W.; Winter, H.: Zahnräder: Berechnung, Entwurf und Herstellung nach amerikanischen Erfahrungen. Springer, Berlin - Heidelberg - New York (1961).
- [Ehr13] Ehrlenspiel, K., Meerkamm, H.: Integrierte Produktentwicklung – Denkabläufe, Methodeneinsatz, Zusammenarbeit. Hanser, München Wien, 5. Auflage (2013).
- [Fal56] Falk, S.: Die Berechnung des beliebig gestützten Durchlaufträgers nach dem Reduktionsverfahren. Ingenieur-Archiv. Heft: 24, S. 216–232 (1956).
- [Fis12] Fischer, R.; Jürgens, G.; Küçükay, F.; Najork, R.; Pollak, B.: Das Getriebebuch - Der Fahrzeugantrieb. Springer, Wien New York (2012).



- [Fle19] Flender GmbH: Schiffe mit diversen Fahrmodi. URL: [https://www.flender.com/de/Applikationen/Schiffe-mit-diversen-Fahrmodi/p/CMS\\_2-Gang-Getriebe](https://www.flender.com/de/Applikationen/Schiffe-mit-diversen-Fahrmodi/p/CMS_2-Gang-Getriebe). Abrufdatum 13.03.2019.
- [Fos86] Foster, R.: Innovation – Die technologische Offensive. Gabler, Wiesbaden (1986).
- [Fre94] Freudenthal, P.: FVA-Nr. 206 - Heft 402 - Losradkippen - Programm zur Berechnung des Losradkippen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1994).
- [Frö11] Fröh, A.: FVA-Nr. 241/VIII - Heft 973 - Erweiterung STplus - Erweiterung FVA-Stirnradprogramm STplus. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2011).
- [Frö05] Fröhlich, P.: FEM-Anwendungspraxis. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden (2005).
- [Fuh55] Fuhrke, H.: Bestimmung von Balkenschwingungen mit Hilfe des Matrizenkalküls. Ingenieur-Archiv. Heft: 23, S. 329–348 (1955).
- [Für11] Fürstenberger, M.: FVA-Nr. 592/I - Heft 987 - Validierung RIKOR - Validierung und Untersuchung von Anwendungsgrenzen des FVA Getriebeprogramms RIKOR anhand von Verformungsmessungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2011).
- [FVA15] FVA GmbH: Wir machen Forschung serienreif - FVA GmbH bringt Software-Know-How in die Antriebstechnik. Antriebstechnik. Heft: 3/2015, S. 6 (2015).
- [Gac06] Gacka, A.: FVA-Nr. 127/III - Heft 723 - Neue Flankenkorrekturen FE-Stirnradkette - Berücksichtigung neuer Flankenkorrekturen im Programmsystem FE-Stirnradkette. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2006).
- [Gac10] Gacka, A.: FVA-Nr. 127/IV - Heft 942 - FE-basierte Tragfähigkeitsfaktoren - Anwendung der FE-basierten Zahnkontaktanalyse zur Berechnung von Lastverteilungsfaktoren für einen zertifizierten Tragfähigkeitsnachweis von Stirnradverzahnungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2010).
- [Gac13] Gacka, A.: Entwicklung einer Methode zur Abbildung der dynamischen Zahneingriffsverhältnisse von Stirn- und Kegelradsätzen, Dissertation, RWTH-Aachen (2013).
- [Gri17] Griepentrog, H. W.; Volz, F.: Mess- und Prüftechnik - Qualitätssicherung. Jahrbuch Agrartechnik 2016, Braunschweig: Institut für mobile Maschinen und Nutzfahrzeuge (2017).
- [Gri10] Griggel, T.; Heider, M.; Bihl, J.: FVA-Nr. 338/V - Heft 937 - DZP/DZPopt - DZP Version 5.0 und DZPopt Version 2.0. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2010).
- [Gro98] Großmann, T.: Künftige Ausrichtung des CAE-Einsatzes in der PKW-Entwicklung. Berechnung und Simulation im Fahrzeugbau - VDI-Bericht 1411, Würzburg. VDI - Verein Deutscher Ingenieure (1998).
- [Hab14] Haberhauer, H.; Kaczmarek, M.: Taschenbuch der Antriebstechnik. Carl Hanser Verlag, München (2014).
- [Har07] Harianto, J.; Houser, D.: A Methodology for Obtaining Optimum Gear Tooth Micro-Topographies for Noise and Stress Minimization Over a Broad Operating

- Torque Range. ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Volume 7: 10th International Power Transmission and Gearing Conference, Las Vegas, Nevada, USA. ASME (2007).
- [Hau16] Hau, E.: Windkraftanlagen - Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit. Springer, Kreiling Deutschland, 6. Auflage (2016).
- [Her02] Hertter, T.: FVA-Nr. 364/I - Informationsblatt 364 - Lebensdauer-Industrie-Wälzlager - Erweiterung der FVA-Programme RIKOR und LAGER zur Bestimmung der Lebensdauer von Wälzlagern in Industriegetriebenen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2002).
- [Höh10] Höhn, B. R.; Haefke, N.; Bansemir, G.; Stiller, S.: FVA-Berechnungswelt für einen effizienten Getriebeentwicklungsprozess. Mitteilungen des Berliner Kreises Ausgabe 2/2010, S. 21–22 (2010).
- [Hoh77] Hohrein, A.; Senf, M.: Untersuchungen zur Last- und Spannungsverteilung an schrägverzahnten Stirnrädern, Dissertation, TU Dresden (1977).
- [Hös79] Hösel, T.; Goebbelet, J.: FVA-Merkblatt Nr. 0/5 - Empfehlung zur Vereinheitlichung von Flankentragfähigkeitsversuchen an vergüteten und gehärteten Zylinderrädern. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1979).
- [Ing14] Ingeli, J.: FVA-Nr. 127/VIII - Heft 1091 - STIRAK/Innenverzahnung - Erweiterung der FE-basierten Zahnkontaktanalyse zur Berechnung von Innenverzahnungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2014).
- [Jak19] Jakoby, W.: Projektmanagement für Ingenieure - Ein praxisnahes Lehrbuch für den systematischen Projekterfolg. Springer Vieweg, Wiesbaden, 4. Auflage (2019).
- [Kle15] Klein, B.: FEM – Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. Springer, Wiesbaden, 10. Auflage (2015).
- [Kun99] Kunert, J.: Experimentell gestützte Untersuchungen zum Verformungs- und Spannungsverhalten an außenverzahnten Stirnrädern für eine verbesserte Beanspruchungsanalyse, Dissertation, TU Dresden (1999).
- [Kun95] Kunert, J.; Trempler, U.; Wikidal, F.: FVA-Nr. 224/I+II - Heft 458 - Lastverteilungsmessung - Weiterentwicklung der Grundlagen zur Ermittlung der Lastaufteilung und Lastverteilung bei außenverzahnten Gerad- und Schrägstirnrädern durch Verformungs- und Spannungsmessungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1995).
- [Kur17] Kurtze, L.; Heger, M.; Heider, M.; Pinnekamp, B.: Vibration Isolation of Large Machinery. MTZ industrial 7. Heft: 1, S. 58–63 (2017).
- [Kus19] Kuster, J.; Bachmann, C.; Huber, E.; Hubmann, M.; Lippmann, R.; Schneider, E.; Schneider, P.; Witschi Urs; Wüst, R.: Handbuch Projektmanagement - Agil - Klassisch - Hybrid. Springer Gabler, Berlin, 4. Auflage (2019).
- [Lam95] Lamparski, C.: Einfache Berechnungsgleichungen für Lastüberhöhungen in Leichtbauplanetengetrieben, Dissertation, Ruhr Universität Bochum (1995).
- [Lan16] Langhart, J.; Zotos, I.: Getriebebau – Next Generation. Antriebstechnik 3/2016 und 4/2016, S. 46-49 und S. 52-55 (2016).

- [Lan17] Langhart, J.; Zotos, I.: Einfluss der Gehäusesteifigkeit auf die Verzahnungslaufeigenschaften. Konstruktion März 2017, S.75-79, 87 (2017).
- [Lan15] Langlois, P.: The Importance of Integrated Software Solutions in Troubleshooting Gear Whine. Geartechnology May 2015 (2015).
- [Lin09] Lindemann, U.: Methodische Entwicklung technischer Produkte - Methoden flexibel und situationsgerecht anwenden. Springer, Berlin, Heidelberg, 3. Auflage (2009).
- [Lin10] Linke, H.: Stirnradverzahnungen - Berechnung, Werkstoffe, Fertigung. Hanser, München Wien Leipzig, 2. Auflage (2010).
- [Mah11] Mahr, B.: Kontaktanalyse mit KISSsoft. Antriebstechnik 12/2011 (2011).
- [Mer98] Mertens, H.: Aussagegüte und Zeitaufwand - Kriterien zur Auswahl von Berechnungsmethoden im Konstruktionsprozess. Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile - VDI-Bericht 1442, Fulda. VDI - Verein Deutscher Ingenieure (1998).
- [Nae92] Naendorf, H.: Näherungsgleichungen für Tragfähigkeitsnachweise von Industrieplanetengetrieben, Dissertation, Ruhr Universität Bochum (1992).
- [Nau07] Naunheimer, H.; Bertsche, B.; Lechner, G.: Fahrzeuggetriebe - Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion. Springer, Berlin Heidelberg, 2. Auflage (2007).
- [Neu11] Neubauer, B.: FVA-Nr. 571/I - Heft 992 - LAPLAS - Lastverteilung Planetenstufen in der FVA-Workbench. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2011).
- [Neu16] Neubauer, B.; Weinberger, U.: FVA-Nr. 571/I - Heft 1197 - LAPLASn - Berechnung der Lastverteilung in Getriebesystemen mit beliebig angeordneten PLANetenradStufen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2016).
- [Neu83] Neupert, B.: Berechnung der Zahnkräfte, Pressungen und Spannungen von Stirnrad- und Kegelradgetriebe, Dissertation, RWTH-Aachen (1983).
- [Nie03] Niemann, G.; Winter, H.: Maschinenelemente - Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe - Grundlagen, Stirnradgetriebe. Springer, Berlin, 2. Auflage (2003).
- [Nie19] Niemann, G.; Winter, H.; Höhn, B. R.; Stahl, K.: Maschinenelemente 1 - Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen. Springer Vieweg, 5. Auflage (2019).
- [Nie05] Niemann, G.; Winter, H.; Höhn, B.-R.: Maschinenelemente - Band 1: Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen. Springer, Berlin, 4., Auflage (2005).
- [Ost76] Oster, P.; Liebhardt, W.: FVA-Nr. 30/I - Heft 38 - EDV-Programm zu Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen am Ritzel zum Ausgleich der lastbedingten Zahnverformungen - Benutzeranleitung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1976).
- [Ost79] Oster, P.; Liebhardt, W.: EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen am Ritzel. Antriebstechnik 18. Heft: 1-2, S. 23–26 (1979).
- [Ott05] Otto, M.: FVA-Nr. 30/V - Heft 481 - Ritzelkorrektur (RIKOR H 2.0 mit LAGER2 2.0) - Einfluss der Lastverteilung auf die Methoden der Tragfähigkeitsberechnung

- von Stirnrädern. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2005).
- [Pea05] Pears, J.; Curtis, S.; Poon, A.; Smith, A.; Poon, D.; Palmer, D.: Investigation of Methods to Predict Parallel and Epicyclic Gear Transmission Error. SAE 2005 Transaction Journal of Passenger Car: Mechanical Systems Journal Section 6 - Volume 114, Beitrag-Nr. 2005-01-1818, S. 2188–2194 (2005).
- [Pet89] Petersen, D.: Auswirkung der Lastverteilung auf die Zahnfußtragfähigkeit von hochüberdeckenden Stirnradpaarungen, Dissertation, TU Braunschweig (1989).
- [Pla83] Placzek, T.: FVA-Nr. 30/I - Heft 160 - Ritzelkorrektur (RIKOR D) - EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen zum Ausgleich der lastbedingten Zahnverformungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1983).
- [Pla86] Placzek, T.: FVA-Nr. 30/II - Heft 240 - Ritzelkorrektur (RIKOR E) - EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen zum Ausgleich der lastbedingten Zahnverformungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1986).
- [Pop96] Popov, V.: Überdeckungsgrad und Tragfähigkeit von Exzentergetrieben mit Evolventenverzahnung, Dissertation, Universität Magdeburg (1996).
- [Pou10] Poullos, K.: FVA-Nr. 328/V - Heft 940 - PLANKORR V - Einfluss der Planetenradverformung auf die Lagerbelastung, Verzahnungskorrekturen und das dynamische Verhalten von Planetenradgetrieben. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2010).
- [Ren16] Renius, K. T.: Agricultural Mechanization and the Role of Tractors. The 25 Years of the Club of Bologna. Bodria, L.; Fiala, M. (2016).
- [Rod13] Roda-Casanova, V.; Sanchez-Marin, F. T.; Gonzalez-Perez, I.; Iserte, J.L.; Fuentes, A.: Determination of the ISO face load factor in spur gear drives by the finite element modeling of gear and shaft. Mechanism and Machine Theory Vol. 65 (2013).
- [Sch03] Schäfer, J.: FVA-Nr. 377 - Heft 723 - Kontaktmodell mehrfacher Zahneingriff - Berechnung von Stirnradpaarungen mit Mehrfacheingriffen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2003).
- [Sch71] Schäfer, W. F.: Ein Beitrag zur Ermittlung des wirksamen Flankenrichtungsfehlers bei Stirnradgetrieben und der Lastverteilung bei Geradverzahnung, Dissertation, TU Darmstadt (1971).
- [Sch00] Schinagl, S.: FVA-Nr. 30/IV - Heft 481 - Ritzelkorrektur (RIKOR G) - EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen zum Ausgleich der lastbedingten Zahnverformungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2000).
- [Sch02a] Schinagl, S.: FVA-Nr. 257/II - Heft 677 - Zahnfußtragfähigkeit von Hoch- und Schrägverzahnung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2002).
- [Sch02b] Schinagl, S.: Zahnfußtragfähigkeit schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung, Dissertation, TU München (2002).

- [Sch73] Schmidt, G.: Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung, Dissertation, TU München (1973).
- [Sch99] Schrade, U.: FVA-Nr. 259/I - Heft 245 - Graufleckentragfähigkeit - Einfluss von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1999).
- [Sch09] Schulze, T.; Gründer, W.; Hartmann-Gerlach, C.; Schlecht, B.; Senf, M.: Load Distribution in Planetary Gears under consideration of all relevant influences. JSME 2009 International Conference on Motion and Power Transmissions, Matsushima Isles Resort, Japan. JSME (2009).
- [SEW18a] SEW Eurodrive: Komplettre Antriebssysteme mit Industriegetrieben. SEW Eurodrive, Bruchsal (2018).
- [Sfa11] Sfar, M. Z.: Bestimmung der Verzahnungskorrekturen und Lagerkräften in Planetengetrieben für Lastkollektive, Dissertation, Ruhr Universität Bochum (2011).
- [Shi18] Shi, L.; Li, K.; Wang, H.; Liu, Y.: Fault response characteristics of tractor planetary gearbox based on dynamical simulation and its validation. Nongye Gongcheng Xuebao/Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering 34(7), S. 66–74 (2018).
- [Sig65] Sigg, H.: Profile and Longitudinal Corrections on Involute Gears. AGMA 1965 - American Gear Manufacturers Association Semi Annual Meeting, Chicago, Illinois. AGMA (1965).
- [Sta00a] Stahl, K.: Grübchentragsfähigkeit einsatzgehärteter Gerad- und Schrägverzahnungen, Dissertation, TU München (2000).
- [Sta00b] Stahl, K.; Hurasky-Schönwerth, O.: FVA-Nr. 284/II - Heft 608 - Schrägverzahnung. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2000).
- [Sti11] Stiller, S.: FVA-Nr. 609/I - Heft 1078 - Korrektoreinfluss Lastverteilung - Berücksichtigung des Einflusses von Flankenkorrekturen auf die Last-, Pressungs- und Zahnfußspannungsverteilung von Stirnradverzahnungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2011).
- [Sti13] Stiller, S.: FVA-Nr. 30/VII - Heft 1077 - Ritzelkorrektur (RIKOR J) - Erweiterung Ritzelkorrekturprogramm (RIKOR) zur Bestimmung der Lastverteilung von Stirnradgetrieben. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2013).
- [StV12] StVZO: Straßenverkehrs-Zulassungs-Ordnung vom 26. April 2012, zuletzt geändert durch Artikel 1 der Verordnung vom 13. März 2019 (BGBl. I S. 332), in: BGBl. I 2012 S. 679 (2012).
- [Tho09] Thoma, F.: FVA-Nr. 30/VI - Heft 914 - Ritzelkorrektur (RIKOR I) - EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen zum Ausgleich der lastbedingten Zahnverformungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2009).
- [Tho12] Thoma, F.: Lastübertragung im verformten System Lager-Welle-Zahnrad, Dissertation, TU München (2012).

- [Tho10] Thoma, F.; Otto, M.; Höhn, B. R.: Calculation of load distribution and load carrying capacity for spur and helical gears. International Conference on Gears - VDI-Bericht 2108, Garching bei München. VDI - Verein Deutscher Ingenieure (2010).
- [Tho15] Thoma, F.; Strasse, D.; Schmaltz, P.; Yükses, S.: Determination of the Reliability for a Multi-Megawatt-Wind Energy Gearbox - From a Safety Factor driven Concept to Reliability Rating. International Conference on Gears - VDI-Bericht, München. VDI - Verein Deutscher Ingenieure (2015).
- [Tim34] Timoshenko, S.: Theory of Elasticity. McGraw-Hill Book Company, New York (1934).
- [Vie01] Viersen, J.: Berechnung der Verzahnungskorrekturen von Planetengetrieben unter Berücksichtigung der Steg- und Hohlradsverformung, Dissertation, Ruhr Universität Bochum (2001).
- [Web55] Weber, C.; Banaschek, K.: Formänderung und Profilrücknahme bei gerad- und schrägverzahnten Rädern - Schriftenreihe Antriebstechnik Bd. 11. Vieweg-Verlag, Braunschweig (1955).
- [Wei39] Weibull, W.: A Statistical Theory of the Strength of Materials - Proceedings of the Royal Swedish Institute for Engineering Research, No. 151, Stockholm (1939).
- [Wei14] Weigand, M.: Möglichkeiten und Grenzen der Simulation in der Produktentwicklung von Luftfahrtgetrieben. SIMPEP 4. Kongress zu Simulationen in der Antriebstechnik, Koblenz/Lahnstein. FVA e.V. (2014).
- [Wei17] Weinberger, U.; Glenk, C.: FVA-Nr. 711/I - Heft 1250 - RIKORplusZ88 - Einbindung elastischer Gehäusestrukturen in die Getriebeauslegung mit RIKOR und Visualisierung des Getriebegesamt-systems in der FVA-Workbench. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2017).
- [Wei08] Weitzel, R.: FVA-Nr. 364/II - Heft 848 - Lebensdauer-Industrie-Wälzlager II - Erweiterung des EDV-Unterprogramms LAGER2 zur Berechnung der Steifigkeit und der Lebensdauer von Wälzlagern. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (2008).
- [Wik96] Wikidal, F.: FVA-Nr. 30/III - Heft 481 - Ritzelkorrektur (RIKOR F) - EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen zum Ausgleich der lastbedingten Zahnverformungen. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main (1996).
- [Wil12] Wilmer, H.: Generations-Wechsel - John Deere DirectDrive. Profi Magazin für professionelle Agrartechnik Sonderdruck aus 08/2012. Heft: 08 (2012).
- [Win90] Winderlich, B.: Das Konzept der lokalen Dauerfestigkeit und seine Anwendung auf martensitische Randschichten, insbesondere Laserhärtungsschichten. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik Bd. 21, S. 378–389 (1990).
- [Win87] Winkelmann, L.: Lastverteilung an Planetenradgetrieben, Dissertation, Ruhr Universität Bochum (1987).
- [Win83] Winter, H.; Podlesnik, B.: Zahnfedersteifigkeit von Stirnradpaaren - Teil 1: Grundlagen und bisherige Untersuchungen, Teil 2: Einfluss von Verzahnungsdaten, Radkörperform, Linienlast und Wellen-Naben-Verbindungen, Teil 3: Einfluss der Radkörperform auf die Verteilung der Einzelfedersteifigkeit und der Zahnkraft

längs der Zahnbreite. Antriebstechnik. Heft: 22/3, S. 39-42, Heft: 22/5, S. 51-58, Heft: 23/11, S. 43-49 (1983/84).

- [Zer09] Zerfaß, A.; Möslein, K. M.: Kommunikation als Erfolgsfaktor im Innovationsmanagement. Gabler GMW Fachverlage, Wiesbaden (2009).
- [Zub06] Zuber, D.: Optimierung der Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder unter Berücksichtigung von Fertigungsrandbedingungen. 1. Konferenz für Angewandte Optimierung in der virtuellen Produktentwicklung, Karlsruhe. FE-Design GmbH (2006).
- [Zub08] Zuber, D.: Fußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder unter Berücksichtigung lokaler Materialeigenschaften, Dissertation, RWTH-Aachen (2008).

### **Internetseiten und Benutzerhandbücher**

- [Fle19] Flender GmbH: Schiffe mit diversen Fahrmodi. URL: [https://www.flender.com/de/Applikationen/Schiffe-mit-diversen-Fahrmodi/p/CMS\\_2-Gang-Getriebe](https://www.flender.com/de/Applikationen/Schiffe-mit-diversen-Fahrmodi/p/CMS_2-Gang-Getriebe). Abrufdatum 13.03.2019.
- [Bun18] Bundesverband Windenergie: Ausbautzahlen für das Gesamtjahr 2017 in Deutschland Windenergie an Land: Starker Zubaupfad im Übergangsjahr, EEG reparieren und Klimaschutz stärken. URL: <https://www.wind-energie.de/presse/pressemitteilungen/detail/ausbauzahlen-fuer-das-gesamtjahr-2017-in-deutschland-windenergie-an-land-starker-zubaupfad-im-ueberga/>. Abrufdatum 06.12.2018.
- [KIS18] KISSsoft AG: KISSsoft, Bubikon (2018).
- [Lie18a] Liebherr-Components AG: Getriebe und Seilwinden von Liebherr - Hochwertig, zuverlässig und kompakt. URL: <https://www.liebherr.com/de/deu/produkte/komponenten/downloads/downloads.html>. Abrufdatum 18.12.2018.
- [Lie18b] Liebherr-International Deutschland GmbH: Getriebe und Seilwinden. URL: <https://www.liebherr.com/de/deu/produkte/komponenten/getriebe-seilwinden/getriebe-seilwinden.html>. Abrufdatum 18.12.2018.
- [Rom18] RomaxTechnology Ltd.: RomaxDESIGNER (2018).
- [SEW18b] SEW-EURODRIVE GmbH & Co. KG: Getriebe. URL: <https://www.sew-eurodrive.de/produkte/getriebe/getriebe.html>. Abrufdatum 20.12.2018.





**Dissertationen der FZG**

- 1 PERRET, H. Übertragung konstanter Leistung durch stufenlos mechanische Regeltriebe. TH Braunschweig (1935).
- 2 BELLMANN, H. Beiträge zur Prüfung von Bremsbelägen. TH Braunschweig (1939).
- 3 HIERSIG, H.M. Der Zusammenhang von Gestaltung und Beanspruchung bei Schneckengetrieben mit Evolventenverzahnung. TH Braunschweig (1943).
- 4 HELBIG, F. Walzenfestigkeit und Grübchenbildung von Zahnrad- und Wälzlagerwerkstoffen. TH Braunschweig (1943).
- 5 ARF, D. Pendelrollenlager mit symmetrischen und unsymmetrischen Rollen. TH Braunschweig (1944).
- 6 OESMANN, W. Entwicklung einer Stahlsand-Schalt- und Regelkupplung. TH Braunschweig (1945).
- 7 RUBO, E. Ermittlung der Achsfehler-Empfindlichkeit verschiedener Zylinder-Schneckengetriebe mit Hilfe des Einlauf-Ab-schliff volumens. TH Braunschweig (1948).
- 8 GLAUBITZ, H. Drehmomentmessungen zum Wendevorgang bei Rau-penfahrwerken. TH Braunschweig (1948).
- 9 TALKE, H. Beiträge zur hydrodynamischen Schmiertheorie des ebenen Gleitschuhes auf ebener Fläche. TH Braunschweig (1948).
- 10 CRAMER, H. Über die Reibung und Schmierung feinmechanischer Geräte. TH Braunschweig (1949).
- 11 THOMAS, W. Reibscheiben-Regelgetriebe mit Linienberührung. TH Braunschweig (1949).
- 12 MAUSHAKE, W. Theoretische Untersuchung von Schneckengetrieben mit Globoidschnecke und Stirnrad. TH Braunschweig (1950).
- 13 KRAUPNER, K.W. Das plastische Verhalten umlaufender Stahlrollen bei Punktberührung. TH Braunschweig (1951).
- 14 BANASCHEK, K. Die Gleitreibung geschmierter Flächen kleiner Schmie-gung. Einfluß von Werkstoffpaarung, Krümmung, Ober-fläche und Schmierstoff. TH Braunschweig (1951).
- 15 HEYER, E. Versuche mit Zylinderschneckenrieben. Einfluß von Zahnform, Modul, Durchmesser und Schmierstoff auf Verlustleistung und Tragfähigkeit. TH München (1952).
- 16 HENTSCHEL, G. Der Hochleistungswälztrieb. Entwicklungsstand und Ent-wicklungsmöglichkeiten. TH München (1952).
- 17 WINTER, H. Tragfähigste Evolventengeradverzahnung. TH München (1954).
- 18 ROY, A.K. Spannungsoptische Untersuchung eines schrägverzahn-ten Stirnrades. TH München (1957).
- 19 RETTIG, H. Dynamische Zahnkraft. TH München (1957).

- 
- |    |                 |   |
|----|-----------------|---|
| 20 | OHLENDORF, H.   | Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern. TH München (1958).   |
| 21 | UNTERBERGER, M. | Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Zahnradern. TH München (1958).  |
| 22 | LOOMAN, J.      | Das Abrichten von profilierten Schleifscheiben zum Schleifen von schrägverzahnten Stirnrädern. TH München (1959).                           |
| 23 | JARCHOW, F.     | Versuche an Stirnrad-Globoidschneckenrieben. TH München (1960).   |
| 24 | POPOVIC, L.     | Einfluß von Zahnform und Bearbeitung auf die Zahnfußfestigkeit. TH München (1960).  |
| 25 | EHRENSPIEL, K.  | Die Festkörperreibung von geschmierten und ungeschmierten Metallpaarungen mit Linienberührung. TH München (1962).                           |
| 26 | PITTROFF, H.    | Riffelbildung infolge Stillstandserschütterungen bei Wälzlagern. TH München (1962).   |
| 27 | SCHREIBER, H.   | Zur Auswertung von Lebensdauerversuchen an Wälzlagern. TH München (1962).   |
| 28 | ROTH, K.        | Untersuchungen über die Eignung der Evolventenzahnform für eine allgemein verwendbare feinwerktechnische Normverzahnung. TH München (1963). |
| 29 | NARUSE, Ch.     | Verschleiß, Tragfähigkeit und Verlustleistung bei Schraubenradgetrieben. TH München (1964).   |
| 30 | GARTNER, F.     | Die Mischreibung bei Linienberührung. TH München (1964).  |
| 31 | ASSMANN, H.     | Vergleichende Untersuchung von Getriebeölen im FZG-Stirnrad- und Esso-Hypoidprüfstand. TH München (1965).                                   |
| 32 | REISTER, D.     | Einseitiges Breitentragen bei Stirnrädern. TH München (1965).   |
| 33 | KORRENN, H.     | Gleitreibung in den Kontaktstellen zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen der Ringe von Wälzlagern. TH München (1965).                 |
| 34 | HÖSEL, Th.      | Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern mit Evolventenverzahnung. TH München (1965).   |
| 35 | LANGENBECK, K.  | Die Verschleiß- und Freßgrenzlast der Hypoidgetriebe. TH München (1966).  |
| 36 | MEMMEL, M.      | Untersuchungen über die Tragfähigkeit und Gebrauchsdauer von Gelenklagern. TH München (1966).   |
| 37 | BÖTSCH, H.      | Der Einfluß der Oberflächenbearbeitung und -behandlung auf die Flankenfestigkeit von Stirnrädern aus Vergütungsstahl. TH München (1966).    |

- 
- |    |                 |  |
|----|-----------------|--|
| 38 | A               | Die Freßlastgrenze bei Stirnrädern aus Stahl. TH München (1966).   |
| 39 | LANGE, S.       | Untersuchungen von Helicon- und Spiroidgetrieben mit abwickelbaren Schneckenflanken nach der hydrodynamischen und nach der Hertzschen Theorie. TH München (1967).                    |
| 40 | SCHWÄGERL, D.   | Untersuchung von Helicon- und Spiroidgetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil nach der Hertzschen und nach der hydrodynamischen Theorie. TH München (1967).                      |
| 41 | MICHELS, K.     | Schneckengetriebe mit Werkstoffpaarung Stahl/Grauguß. TH München (1968).   |
| 42 | GACKSTETTER, G. | Verlustarme Verzahnung. TH München (1968).   |
| 43 | GEUPEL, H.      | Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung. TH München (1969).   |
| 44 | GREKOUSSIS, R.  | Vergleichende Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Stirnrädern. TH München (1969).   |
| 45 | BAETHGE, J.     | Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München (1969).   |
| 46 | SCHULZ, H.D.    | Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München (1969).                           |
| 47 | STÖLZLE, K.     | Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München (1970).                                 |
| 48 | SEITZINGER, K.  | Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München (1971).  |
| 49 | STÖSSEL, K.     | Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München (1971).   |
| 50 | SCHMIDT, G.     | Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. TU München (1972).  |
| 51 | HIRT, M.        | Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Geradstirnrädern. TU München (1974).   |
| 52 | WILKESMANN, H.  | Berechnung von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahnprofilformen (Tragfähigkeits- und Verlustleistung für Hohlkreis-, Evolventen- und Geradlinienprofil). TU München (1974). |
| 53 | RICHTER, M.     | Der Verzahnungswirkungsgrad und die Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Schraubenradgetrieben - Versuchsergebnisse und Berechnungsmethoden. TU München (1976).                         |
| 54 | RÖSCH, H.       | Untersuchungen zur Wälzfestigkeit von Rollen - Einfluß von Werkstoff, Wärmebehandlung und Schlupf. TU München (1976).  |

- 55 GAGGERMEIER, H. Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung. TU München (1977).
- 56 KÄSER, W. Beitrag zur Grübchenbildung an gehärteten Zahnrädern. Einfluß von Härtetiefe und Schmierstoff auf die Flanken-tragfähigkeit. TU München (1977).
- 57 KNABEL, W. Geräusche und Schwingungen an Stirnradgetrieben. Untersuchungen geometrischer Einflüsse bei hohen Drehzahlen und Belastungen. TU München (1977).
- 58 WIRTH, X. Über den Einfluß von Schleifkerben auf die Zahnfußtragfähigkeit und das Schädigungsverhalten oberflächengehärteter Zahnräder. TU München (1977).
- 59 HUBER, G. Zylinderschneckengetriebe, ein Beitrag zur Berechnung von Grübchen- und Gleitverschleiß und Angaben zum Wirkungsgradverhalten aus Versuchen. TU München (1978).
- 60 BROSSMANN, U. Über den Einfluß der Zahnfußausrundung und des Schrägungswinkels auf Beanspruchung und Festigkeit schrägverzahnter Stirnräder. TU München (1979).
- 61 PLEWE, H.-J. Untersuchungen über den Abriebverschleiß von geschmierten, langsam laufenden Zahnrädern. TU München (1980).
- 62 FRESEN, G. Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelradgetrieben (Grübchen, Ridging, Rippling, Graufleckigkeit und Zahnbruch). TU München (1981).
- 63 OSTER, P. Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elastohydrodynamik. TU München (1982).
- 64 HORNING, K. Zahnräder aus Bainitischem Gusseisen mit Kugelgraphit. TU München (1983).
- 65 WEISS, T. Zum Festigkeits- und Verzugsverhalten von randschichtgehärteten Zahnrädern. TU München (1983).
- 66 VOJACEK, H. Das Reibungsverhalten von Fluiden unter elastohydrodynamischen Bedingungen. Einfluß der chem. Struktur des Fluides, der Werkstoffe und der Makro- und Mikrogeometrie der Gleit/Wälzkörper. TU München (1984).
- 67 SCHÖNNENBECK, G. Einfluß der Schmierstoffe auf die Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit und Grübchenbildung) hauptsächlich im Umfangsgeschwindigkeitsbereich 1...9 m/s. TU München (1984).
- 68 WIENER, H. Untersuchung der Rollenkinematik im Axial-Pendelrollenlager. TU München (1984).
- 69 MATHIAK, D. Untersuchungen über Flankentragfähigkeit, Zahnfußtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinderschneckengetrieben. TU München (1984).

- 70 STRASSER, H. Einflüsse von Verzahnungsgeometrie, Werkstoff und Wärmebehandlung auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München (1984).
- 71 JOACHIM, F.-J. Untersuchungen zur Grübchenbildung an vergüteten und normalisierten Zahnrädern (Einfluß von Werkstoffpaarung, Oberflächen- und Eigenspannungszustand). TU München 1984.
- 72 GERBER, H. Innere dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben - Modellbildung, innere Anregung und Dämpfung. TU München (1984).
- 73 SIMON, M. Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern und ihre Auswirkung auf die Grübchentragfähigkeit vergüteter Scheiben und Zahnräder. TU München (1984).
- 74 SCHMIDT, W. Untersuchungen zur Grübchen- und zur Zahnfußtragfähigkeit geradverzahnter evolventischer Innenstirnräder. TU München (1984).
- 75 FUNCK, G. Wärmeabführung bei Getrieben unter quasistationären Betriebsbedingungen. TU München (1985).
- 76 PAUL, M. Einfluß von Balligkeit und Lageabweichungen auf die Zahnfußbeanspruchung spiralverzahnter Kegelräder. TU München (1986).
- 77 HOPPE, F. Das Abschalt- und Betriebsverhalten von mechanischen Sicherheitskupplungen. TU München (1986).
- 78 MICHAELIS, K. Die Integraltemperatur zur Beurteilung der Freißtragfähigkeit von Stirnradgetrieben. TU München (1987).
- 79 WECH, L. Untersuchungen zum Wirkungsgrad von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (1987).
- 80 KNAUER, G. Zur Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur. TU München (1988).
- 81 PLACZEK, T. Lastverteilung und Flankenkorrektur in gerad- und schrägverzahnten Stirnradstufen. TU München (1988).
- 82 PFLAUM, H. Das Reibungsverhalten ölgeschmierter Kegelreibkupplungen in Synchronisationseinrichtungen von Kraftfahrzeug-Schaltgetrieben. TU München (1988).
- 83 BRINCK, P. Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Lastrichtungsumkehr. TU München (1989).
- 84 entfallen
- 85 NEUPERT, K. Verschleißtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinder-Schneckengetrieben. TU München (1990).
- 86 PREXLER, F. Einfluß der Wälzflächenrauheit auf die Grübchenbildung vergüteter Scheiben im EHD-Kontakt. TU München (1990).

- 
- |     |                   |  |
|-----|-------------------|--|
| 87  | SCHALLER, K.-V.   | Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Grübchenbildung an einsatzgehärteten Stirnradflanken. TU München (1990).   |
| 88  | COLLENBERG, H.-F. | Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit schnelllaufender Stirnradgetriebe. TU München (1991).   |
| 89  | MÜLLER, R.        | Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. TU München (1991).  |
| 90  | ANZINGER, M.      | Werkstoff- und Fertigungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, insbesondere im hohen Zeitfestigkeitsgebiet. TU München (1991).                             |
| 91  | KAGERER, E.       | Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern im hochbelasteten Scheiben- und Zahnkontakt. TU München (1991).   |
| 92  | HASLINGER, K.     | Untersuchungen zur Grübchentragfähigkeit profilkorrigierter Zahnräder. TU München (1991).  |
| 93  | VOLLHÜTER, F.     | Einfluß der Achsversetzung auf die Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit von spiralverzahnten Kegelrädern. TU München (1992).                                   |
| 94  | PINNEKAMP, B.     | Das Schaltverhalten von PKW-Getriebesynchronisierungen. TU München (1992).   |
| 95  | SCHUBERT, M.      | Einfluß der Befestigungsart und Radkranzdicke auf die Zahntragfähigkeit von Innenstirnradern. TU München (1993).   |
| 96  | STEINGRÖVER, K.   | Untersuchung zu Verschleiß, Verlustgrad und Fressen bei Zylinder-Schneckengetrieben. TU München (1993).  |
| 97  | ELSTORPFF, M.-G.  | Einflüsse auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder bis in das höchste Zeitfestigkeitsgebiet. TU München (1993).                             |
| 98  | EMMERT, S.        | Untersuchungen zur Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit, Grübchenbildung) schnelllaufender Stirnradgetriebe. TU München (1994).                              |
| 99  | SUCHANDT, Th.     | Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder und zur Bruchfestigkeit vergüteter Laschenkettens. TU München (1994). |
| 100 | HÄMMERL, B.       | Lebensdauer- und Temperaturverhalten ölgekühlter Lamellenkupplungen bei Lastkollektivbeanspruchung. TU München (1994).                                       |
| 101 | WEISS, R.         | Einfluß der Ölalterung auf die Zahnflankentragfähigkeit. TU München (1994).  |
| 102 | SCHLENK, L.       | Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Großzahnradern. TU München (1995).  |
| 103 | MANN, U.          | Schmierfilmbildung in elasto-hydrodynamischen Kontakten, Einfluß verschiedener Grundöle und Viskositäts-Index-Verbesserer. TU München (1995).                |

- 
- |     |                     |   |
|-----|---------------------|---|
| 104 | RUDZEWSKI, S.       | Systemtechnische Verknüpfung eingeführter Getriebeberechnungsprogramme. TU München (1995).  |
| 105 | RANK, R.            | Untersuchungen zur Lebensdauerprüfung von Synchronisierungen. TU München (1995).  |
| 106 | EBERSPÄCHER, C.     | Reihenfolgeeffekte bei der Grübchen-Betriebsfestigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (1995).  |
| 107 | RANK, B.            | Untersuchungen zur Grübchenbildung bei Zylinder-Schneckengetrieben. TU München (1996).  |
| 108 | SATTELBERGER, K.    | Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen Stirnradgetrieben. TU München (1997).   |
| 109 | HIRSCHMANN, V.      | Tragfähigkeitsuntersuchungen an stufenlosen Umschlingungsgetrieben. TU München (1997).  |
| 110 | THOMAS, J.          | Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hartfeinbearbeiteten Kegeln. TU München (1998).  |
| 111 | WIKIDAL, F.         | Berechnung der Flankenpressung gerad- und schrägverzahnter Stirnräder für last- und fertigungsbedingte Abweichungen. TU München (1998).       |
| 112 | PERPONCHER, V., CH. | Einflüsse von Reibflächentopographie und Beanspruchungen auf das Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen. TU München (1998). |
| 113 | SCHEDL, U.          | Einfluß des Schmierstoffs auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (1998).   |
| 114 | VOLLMER, T.         | Methodik zur Entwicklung einer Fahrstrategie für Fahrzeuge, ausgeführt am Beispiel des Autarken Hybrids. TU München (1998).                   |
| 115 | HEITMANN, A.        | Entwicklung des i <sup>2</sup> -Getriebes für den Autarken Hybrid-Antriebsstrang. TU München (1998).  |
| 116 | PFLEGER, F.         | Schalt- und Lebensdauerverhalten von Lamellenkupplungen. TU München (1998).   |
| 117 | KERSCHL, S.         | Der Autarke Hybrid - Optimierung des Antriebsstrangs hinsichtlich Energieverbrauch und Bestimmung des Einsparpotentials. TU München (1998).   |
| 118 | DÖBEREINER, R.      | Tragfähigkeit von Hochverzahnungen geringer Schwingungsanregung. TU München (1998).   |
| 119 | WEIGAND, U.         | Werkstoff- und Wärmebehandlungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München (1999).   |
| 120 | SCHRADE, U.         | Einfluß von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben. TU München (2000).            |
| 121 | KÖLL, J.            | Konstruktion des Getriebes für ein Pkw-Hybridantriebssystem. TU München (2000).   |
| 122 | FÖRSTER, W.         | Der Lastschaltvorgang beim stufenlosen i <sup>2</sup> -Getriebe des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs. TU München (1999).                       |

- 
- |      |                 |   |
|------|-----------------|---|
| 123  | LANGE, N.       | Hoch fresstragfähige Schneckengetriebe mit Rädern aus Sphaeroguß. TU München (2000).  |
| 124  | LUTZ, M.        | Methoden zur rechnerischen Ermittlung und Optimierung von Tragbildern an Schneckengetrieben. TU München (2000).                                     |
| 125  | KOPATSCH, F.    | Wirksamkeit von Viskositätsindex-Verbesserern im EHD-Zahnradkontakt. TU München (2000).   |
| 126  | BAYERDÖRFER, I. | Einfluß von betriebsbedingten Schmierstoffveränderungen auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München (2000).               |
| 126e | DOMIAN, H.-J.   | Systematische Synthese von Getriebestrukturen der Vorgelegebauart. TU München 2001.   |
| 127  | TOBIE, T.       | Zur Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (2001).  |
| 128  | STAHL, K.       | Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Gerad- und Schrägverzahnungen unter besonderer Berücksichtigung der Pressungsverteilung. TU München (2001). |
| 129  | NEUMÜLLER, M.   | Einfluß der Ölalterung auf Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen. TU München (2001).   |
| 130  | MOSBACH, C.     | Das Reibungs- und Reibschwing-Verhalten nasslaufender Lamellenkupplungen. TU München (2002).  |
| 131  | DYLA, A.        | Modell einer durchgängig rechnerbasierten Produktentwicklung. TU München (2002).  |
| 132  | GRASWALD, C.    | Reibung im elastohydrodynamischen Kontakt von Reibradgetrieben. TU München (2002).  |
| 133  | GEISER, H..     | Grundlagen zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrädern. TU München (2002).  |
| 134  | SCHINAGL, S.    | Zahnfußtragfähigkeit schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. TU München (2002).                                      |
| 135  | DOLESCHEL, A.   | Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhängigkeit vom Schmierstoff. TU München (2003).  |
| 136  | ANNAST, R.      | Kegelrad-Flankenbruch. TU München (2003)  |
| 137  | SÜSSMUTH, J.-F. | Eignungsbeurteilung von Schmierstoffen für stufenlose Umschlingungsgetriebe. TU München (2003).   |
| 138  | MATTEN, D.      | Methode zur Entwicklung ingenieurwissenschaftlicher Berechnungsprogramme. TU München (2003).  |
| 139  | GEIER, N.       | Untersuchung des Reibungs- und Verschleißverhaltens nasslaufender Kupplungen in Abhängigkeit ihrer Reibflächentopographie. TU München (2003).       |
| 140  | HERTTER, T.     | Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder. TU München (2003).                        |



- 
- |     |                  |   |
|-----|------------------|---|
| 141 | KRIEGER, H.      | Alterung von Schmierstoffen im Zahnradprüfstand und in Praxisgetrieben. TU München (2004).  |
| 142 | STEUTZGER, M.    | Einfluß der Baugröße auf die Zahnfußtragfähigkeit ein-satzgehärteter Stirnräder. TU München (2004).   |
| 143 | SCHMIDBAUER, T.  | Aufbau und Erprobung des Autarken Hybrid-Antriebs-strangs im Versuchsfahrzeug. TU München (2004).   |
| 144 | LIU, W.          | Einfluss verschiedener Fertigungsverfahren auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben. TU Mün-chen (2004).   |
| 145 | FEHLING, R.      | Höhere Tragfähigkeit bei Zahnradflanken durch eine nichtevolventische Profilmodifikation. TU München (2004).  |
| 146 | GUTTENBERG, P.   | Der autarke Hybrid am Prüfstand - Funktion, Kraftstoff-verbrauch und energetische Analyse. TU München (2004).   |
| 147 | WIMMER, T.       | Einflüsse auf das Lastübernahmeverhalten von nasslau-fenden Lamellenkupplungen. TU München (2004).  |
| 148 | RADEV, T.        | Einfluss des Schmierstoffes auf die Grübchentragfähig-keit einsatzgehärteter Zahnräder - Entwicklung des Pra-xisnahen Pittingtests. TU München (2005).          |
| 149 | KRASTEV, I.      | Optimierung des Lastschaltvorgangs im i <sup>2</sup> -Getriebe. TU München (2005).  |
| 150 | HEILEMANN, J.    | Tragfähigkeit und Wirkungsgrad bei unterschiedlichen Schnecken-Zahnflankenformen unter Berücksichtigung der Oberflächenhärte und Härtetiefe. TU München (2005). |
| 151 | HEIZENRÖTHER, M. | Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung im Ver-gleich zum Kegelraddifferenzial inklusive einer Sperr-wertanalyse. TU München (2005).                       |
| 152 | WIMMER, A.       | Lastverluste von Stirnradverzahnungen - Konstruktive Einflüsse, Wirkungsgradmaximierung, Tribologie. TU München (2006).   |
| 153 | BRUCKMEIER, S.   | Flankenbruch bei Stirnradgetrieben. TU München (2006).  |
| 154 | HAUSER, C.       | Einfluss der Ölalterung auf Reibcharakteristik und Reib-schwingverhalten von Lamellenkupplungen. TU München (2007).   |
| 155 | GROSSL, A.       | Einfluss von PVD-Beschichtungen auf die Flanken- und Fußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU Mün-chen (2007).   |
| 156 | STEINBERGER, G.  | Optimale Grübchentragfähigkeit von Schrägverzahnun-gen. TU München (2007).  |
| 157 | JAROS, M.        | Integration des STEP-Produktmodells in den Getriebe-entwicklungsprozess. TU München (2007).   |

- 
- |     |                   |  |
|-----|-------------------|--|
| 158 | RADEV, S.         | Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Stirnradpaarungen. TU München (2007).       |
| 159 | BRAYKOFF, C.      | Tragfähigkeit kleinmoduliger Zahnräder. TU München (2007).   |
| 160 | STANGL, M.        | Methodik zur kinematischen und kinetischen Berechnung mehrwelliger Planeten-Koppelgetriebe. TU München (2007).                     |
| 161 | STENICO, A.       | Werkstoffmechanische Untersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (2007).                       |
| 162 | SCHWIENBACHER, S. | Einfluss von Schleifbrand auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (2008).                             |
| 163 | WINKLER, J.       | Tribologischer Schichtaufbau bei Synchronisierungen und sein Einfluss auf Reibung und Verschleiß. TU München (2008).               |
| 164 | WIRTH, C.         | Zur Tragfähigkeit von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (2008).  |
| 165 | KREIL, O.         | Einfluss der Oberflächenstruktur auf Druckverteilung und Schmierfilmdicke im EHD-Kontakt. TU München (2009).                       |
| 166 | OTTO, H.-P.       | Flank load carrying capacity and power loss reduction by minimised lubrication. TU München (2009).                                 |
| 167 | OTTO, M.          | Lastverteilung und Zahnradtragfähigkeit von schrägverzahnten Stirnrädern. TU München (2009).                                       |
| 168 | TOMIC, D.         | Zum Verschleiß von Kegelreibkupplungen - Einflüsse von Belastung und Schmierstoff auf Reibschichteigenschaften. TU München (2009). |
| 169 | WEISEL, C.        | Schneckengetriebe mit lokal begrenztem Tragbild. TU München (2009).  |
| 170 | WEITL, R.         | Zur Tragfähigkeitsberechnung von Wälzlagern und Stirnrädern. TU München (2010).  |
| 171 | MULZER, F.        | Systematik hochübersetzender coaxialer Getriebe. TU München (2010).  |
| 172 | SCHUDY, J.        | Untersuchungen zur Flankentragfähigkeit von Außen- und Innenverzahnungen. TU München (2010).                                       |
| 173 | BRETL, N.         | Einflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder im Bereich hoher Lastspielzahlen. TU München (2010).            |
| 174 | GRIGGEL, T.       | Einfluss der Fertigungsqualität auf die Schwingungsanregung von Stirnrädern. TU München (2010).                                    |
| 175 | LAYHER, M.        | Einfluss der Schmierstoffadditivierung auf das Reibungsverhalten nasslaufender Reibschaltelemente. TU München (2011).              |

- 
- |     |                    |  |
|-----|--------------------|--|
| 176 | HOCHMANN, M.       | Zahnradtragfähigkeit bei Schmierung mit Getriebefließfetten. TU München (2011).  |
| 177 | DETZEL, J.         | Tribologische Untersuchungen an Achsgetrieben zur Verbesserung des Wirkungsgrads. TU München (2011).                                       |
| 178 | ZIEGLER, A.        | Zur verkürzten Systemlebensdauerprüfung von Zahnradgetrieben. TU München (2011).   |
| 179 | THOMA, F.          | Lastübertragung im verformten System Lager-Welle-Zahnrad. TU München (2012).   |
| 180 | FRÜHE, T.          | Berechnung und Minimierung der Zahnfußspannung von Standard- und LowLos-Verzahnungen. TU München (2012).                                   |
| 181 | WITZIG, J.         | Flankenbruch - Eine Grenze der Zahnradtragfähigkeit in der Werkstofftiefe. TU München (2012).  |
| 182 | KLEIN, M.          | Zur Fresstragfähigkeit von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (2012).   |
| 183 | KURTH, F.          | Efficiency Determination and Synthesis of Complex-Compound Planetary Gear Transmissions. TU München (2012).                                |
| 184 | WOHLLEBER, F.      | Thermischer Haushalt nasslaufender Lamellenkupplungen. TU München (2012).  |
| 185 | HEIDER, M.         | Schwingungsverhalten von Zahnradgetrieben. TU München (2012).  |
| 186 | MONZ, A.           | Tragfähigkeit und Wirkungsgrad von Schneckengetrieben bei Schmierung mit konsistenten Getriebefetten. TU München (2012).                   |
| 187 | WIRTH, M.          | Schleppmomente in Synchronisierungen von Fahrzeuggetrieben. TU München (2012).   |
| 188 | BANSEMIR, G.       | Konstruktionsleitsystem für den durchgängig rechnerbasierten Zahnradgetriebeentwurf. TU München (2012).                                    |
| 189 | HERGESELL, M.      | Grauflecken- und Grübchenbildung an einsatzgehärteten Zahnradern mittlerer und kleiner Baugröße. TU München (2013).                        |
| 190 | KOLLER, P.         | Steigerung der Zahnflankentragfähigkeit durch Optimierung von Eigenspannungs- und Oberflächenzustand. TU München (2013).                   |
| 191 | SCHLEICH, T.       | Temperatur- und Verlustleistungsverhalten von Wälzlagern in Getrieben. TU München (2013).  |
| 192 | STEMPLINGER, J.-P. | Tragfähigkeit und Wirkungsgrad von Stirnradgetrieben bei Schmierung mit hochviskosen Fluiden und Fetten NLGI 0,1 und 2. TU München (2013). |
| 193 | FÜRSTENBERGER, M.  | Betriebsverhalten verlustoptimierter Kunststoffzahnradern. TU München (2013).  |

- 
- |     |                    |   |
|-----|--------------------|---|
| 194 | HOMBAUER, M.       | Grauflecken an Kegelrad- und Hypoidverzahnungen und deren Einfluss auf die Grübchentragfähigkeit. TU München (2013).                                    |
| 195 | MAYER, J.          | Einfluss der Oberfläche und des Schmierstoffs auf das Reibungsverhalten im EHD-Kontakt. TU München (2013).  |
| 196 | BAUHOFFER, H.      | Kontakt- und Laufverhalten von Kronenrädern unter Montageabweichungen. TU München (2014).   |
| 197 | LECHNER, C.        | Energiebilanzierung des CVT-Hybrid. TU München (2014).  |
| 198 | HINTERSTOISSER, M. | Zur Optimierung des Wirkungsgrades von Stirnradgetrieben TU München (2014).   |
| 199 | LOMBARDO, S.       | Einfluss von verschiedenen Carbonitrierverfahren auf die Zahnfuß- sowie Zahnflankentragfähigkeit von Stirnrädern. TU München (2014).                    |
| 200 | IDLER, S.          | Die Fresstragfähigkeit stufenloser Umschlingungsgetriebe. TU München (2014).  |
| 201 | LANGHEINRICH, A.   | Geometrie, Beanspruchung und Verformung asymmetrischer Stirnradverzahnungen. TU München (2014).   |
| 202 | MATT, P.           | Einfluss der Stirnkanten auf die Tragfähigkeit von Verzahnungen. TU München (2014).   |
| 203 | HENSEL, M.         | Thermische Beanspruchbarkeit und Lebensdauerverhalten von nasslaufenden Lamellenkupplungen. TU München (2014).  |
| 204 | GEIGER, J.         | Wirkungsgrad und Wärmehaushalt von Zahnradgetrieben bei instationären Betriebszuständen. TU München (2015).   |
| 205 | SIGMUND, W.        | Untersuchung und Simulation des Verschleißverhaltens von Schneckengetrieben mit unvollständigem Tragbild. TU München (2015).                            |
| 206 | PARLOW, J.         | Erweiterter Verzahnungsentwurf im Anforderungs- und Gesamtsystemkontext. TU München (2016).   |
| 207 | NEUBAUER, B.       | Lastverteilung und Anregungsverhalten in Planetengetriebesystemen. TU München (2016).   |
| 208 | NITSCH, C.         | Dynamisches Betriebsverhalten von Werkstoffverbundzahnradern. TU München (2016).  |
| 209 | BIHR, J.           | Untersuchung des Schwingungsverhaltens von mehrstufigen Stirnradgetrieben unter besonderer Berücksichtigung des Welle-Lager-Systems. TU München (2016). |
| 210 | SCHURER, S.        | Einfluss nichtmetallischer Einschlüsse in hochreinen Werkstoffen auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München, (2016).                                      |

- 
- |     |                 |   |
|-----|-----------------|---|
| 211 | KADACH, D.      | Stillstandsmarkierungen an Zahnrädern und deren Auswirkungen auf die Flankentragfähigkeit. TU München, (2016).  |
| 212 | FELBERMAIER, M. | Untersuchungen zur Graufleckenbildung und deren Einfluss auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München, (2016).                  |
| 213 | ACUNER, R.      | Synchronisierungen mit Carbon-Reibwerkstoffen unter hohen und extremen Beanspruchungen. TU München, (2016).   |
| 214 | LOHNER, T.      | Berechnung von TEHD Kontakten und Einlaufverhalten von Verzahnungen. TU München, (2016).  |
| 215 | ZIMMER, M.      | Berechnung und Optimierung von Geometrie und Eingriffsverhalten von Verzahnungen beliebiger Achslage. TU München, (2017).                                 |
| 216 | GWINNER, P.     | Auslegung schwingungsarmer Stirnradverzahnungen für den automobilen Einsatz in hochdrehenden, elektrisch angetriebenen Achsgetrieben. TU München, (2017). |
| 217 | SCHULTHEISS, H. | Zum Verschleißverhalten einsatzgehärteter Zahnradpaarungen in Abhängigkeit des Schmierungsmechanismus bei Fettschmierung. TU München, (2017).             |
| 218 | MOSER, K.       | Methode zur Untersuchung des Betriebsverhaltens stufenloser Umschlingungsgetriebe. TU München, (2017).  |
| 219 | STREBEL, M.     | Spontanschäden an nasslaufenden Lamellenkupplungen. TU München, (2017).   |
| 220 | BAAR, M.        | Kennwerte zur Tragfähigkeit kleinmoduliger Kronenradverzahnungen unterschiedlicher Werkstoffpaarung. TU München, (2017).                                  |
| 221 | WICKBORN, C.    | Erweiterung der Flankentragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern in der Werkstofftiefe. TU München, (2017).  |
| 222 | MEINGASSNER, G. | Methodik zur Untersuchung des Reibungsverhaltens nasslaufender Lamellenkupplungen bei Langsamlauf- und Mikroschlupf. TU München, (2017).                  |
| 223 | ZORNEK, B.      | Untersuchungen zur Flankentragfähigkeit vergüteter und nitrierter Innen- und Außenverzahnungen. TU München, (2018).                                       |
| 224 | DOBLER, F.      | Einflüsse auf die Tragfähigkeit induktiv umlaufgehärteter Stirnräder. TU München, (2018).   |
| 225 | DAFFNER, M.     | Validierung von Verformungsberechnungen im System Zahnrad-Welle-Gehäuse. TU München, (2018).  |
| 226 | HEIN, M.        | Zur ganzheitlichen betriebsfesten Auslegung und Prüfung von Getriebezahnrädern. TU München, (2018)  |
| 227 | HASL, C.        | Zur Zahnfußtragfähigkeit von Kunststoffzahnradern. TU München, (2018).  |

- 
- |     |                |   |
|-----|----------------|---|
| 228 | KOHN, B.       | Topologische Flankenkorrektur zur Anregungsoptimierung von Stirnradgetrieben. TU München, (2019).                       |
| 229 | BOIADJIEV; I.  | Schadensentwicklung und Tragfähigkeit carbonitrierter Kegelradverzahnungen. TU München, (2019).                         |
| 230 | MAUTNER, E.-M. | Grübchentragfähigkeit von Schneckengetrieben großer Baugröße mit unvollständigem Tragbild. TU München, (2019).          |
| 231 | ENGELHARDT, C. | Einfluss von Wasser in Getriebeölen auf die Zahnflanken­tragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München, (2019). |
| 232 | VÖLKEL, K.     | Charakterisierung des Einlaufverhaltens nasslaufender Lamellenkupplungen. TU München (2020)                             |