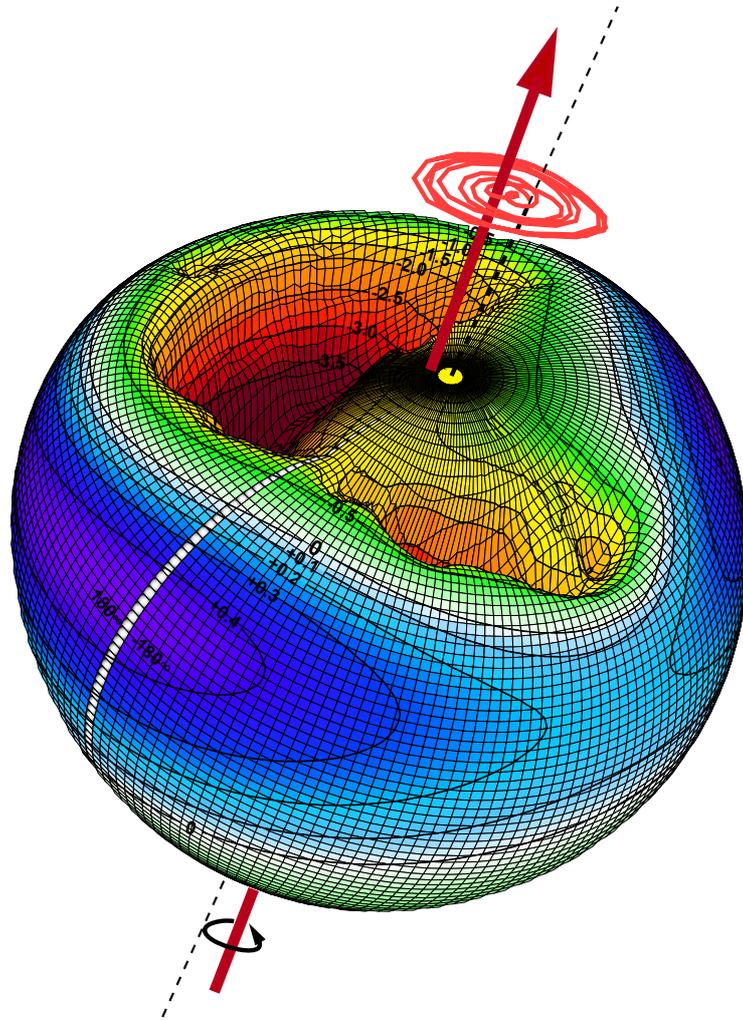


Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde



Robert Dill

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen

Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde

Robert Dill

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor Ingenieurs
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr. phil.nat. M. Rothacher
2. Hon.-Prof. Dr.-Ing. H. Drewes
3. Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schuh
Technische Universität Wien, Österreich

Die Dissertation wurde am bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
am angenommen.

*Die
eigentliche Weisheit steigt nicht
mit dem Springbrunnen
des Intellekts hervor,
sie ruht im Grundwasser der Seele.*

Carl Zuckmayer

Abstract

Exogenous and endogenous forces lead to mass redistributions of the Earth, what causes variations of Earth rotation. With respect to the terrestrial reference frame, the changes of the direction of the rotational axis can be viewed as polar motion, the changes of the rotational speed can be observed as variation of the length of day. Today, such changes can be measured very accurately by space geodetic techniques. Therefore, more exact models of the Earth rotation are needed, if we want to compare the modelled variations of Earth rotation with the observed ones. The effects of mass redistributions in the atmosphere and ocean are often investigated whereas this study focusses on the smaller, so-called secondary effects. The influence of groundwater storage or surface load deformations are counted among. In order to estimate these secondary effect the linearization of the Liouville equations was tested regarding the small mass redistributions and an adequate gyroscopic model for the simulation of polar motion and changes in length of day was developed. By this model the influence of mass redistribution and of mass movement itself on the tensor of inertia and on the rotational vector of the Earth could be studied. This is called the direct effect.

Additionally, the deformation due to mass loads also causes small changes of the tensor of inertia. Thus, mass redistribution can have an indirect influence on Earth rotation by loading the Earth's surface. At first it is necessary to calculate the surface deformation due to the mass load itself using Greens functions. In a second step a three dimensional deformation model was developed to extrapolate from the surface deformation into the Earth's crust and mantle. Assuming a plate flexure of the lithosphere, which displaces the more viscous asthenosphere under it, the changes in the tensor of inertia could be derived.

With these models for the direct and the indirect effect the influence of various secondary effects on Earth rotation could be simulated. The biggest influence is supposed to be due to large hydrological masses. Therefore the influences of groundwater storage, snow coverage, the drying up of the Lake Aral and the Three Gorges Dam, which is under construction right now, were estimated. Considerations of biological mass distributions such as the growth of plants and the carbon cycle were added.

From these calculations the magnitude of each secondary effect was estimated. However, a detailed discussion of each single effect shows for the future, that we need a more accurate description of the mass redistributions. Until now the available hydrological data are very inhomogeneous. The primary effects, i.e. atmospheric and oceanic excitations cannot be modelled precisely enough. Finally, the different primary and secondary effects were combined and compared with the observed Earth rotation parameters. This

allows first conclusions about the quality of a special model.

In future, new satellite missions will provide much more accurate data of mass redistributions. Then the whole hydrological cycle will become more and more important to close the gap between observed and modelled variations of Earth rotation. The establishment of the new Global Geophysical Fluids Center (GGFC) within the International Earth Rotation Service (IERS) in 1999 demonstrates the necessity to provide a consistent data base and to collect all data about fluid masses in system Earth. Within the last two years seven special bureaus for atmosphere, ocean, tides, hydrology, Earth mantle, Earth core and gravity/geocenter were formed. Henceforth, much more detailed predications of the influence of secondary effects on Earth rotation will be possible in the future. This thesis should serve as an initial project in this context.

Along with a better knowledge of the direct effects the indirect effects will gain importance. The results of the indirect influence of snow and ocean loading show some essential differences between the traditional calculation by means of load Love numbers and the calculation of the deformation using Greens functions the approach developed in this work. The comparison of both methods indicates, that the simple correction with the load Love number is insufficient in most cases. The new approach used in this thesis seems to be more appropriate.

Zusammenfassung

Exogene und endogene Kräfte führen zu Massenbewegungen auf und in der Erde. Diese verursachen Rotationsschwankungen der Erde. Im terrestrischen Bezugssystem ist die Richtungsänderung der Rotationsachse als Polbewegung und die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit als Tageslängenschwankung zu beobachten. Durch geodätische Raumverfahren sind solche Änderungen des Rotationsvektors mittlerweile sehr genau zu messen. Angestrebt ist daher auch eine immer genauere Modellbildung für das Rotationsverhalten der Erde. Neben den bisher schon vielfach untersuchten Auswirkungen der Massenbewegungen von Atmosphäre und Ozean liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit in der Abschätzung der zahlreichen kleineren Effekte, der sogenannten Sekundäreffekte. Dazu zählen Einflüsse wie Grundwasserspiegelschwankungen und Auflastdeformationen. Für deren Abschätzung wurde die Linearisierung der Liouvilleschen Bewegungsgleichungen der Erde eingehend auf ihre Anwendbarkeit auf Sekundäreffekte geprüft und ein passendes Kreiselmodell zur Simulation von Polbewegung und Tageslängenänderung entwickelt. Mit diesem Kreiselmodell der Erde ließ sich untersuchen, wie sich Massenverlagerungen über eine Änderung des Trägheitstensors und über die Bewegung von Massen relativ zum terrestrischen Bezugssystem auf den Rotationsvektor der Erde auswirken. Dieser Einfluss wird als direkter Effekt bezeichnet.

Daneben kommt es durch die Deformationswirkung von Massenaufasten zu weiteren kleinen Änderungen des Trägheitstensors. Massenverlagerungen wirken sich daher zusätzlich zum direkten Effekt auch indirekt über eine Deformation der Erde auf deren Rotation aus. Zur Bestimmung des indirekten Effekts wurden zunächst die Auswirkungen von Massenaufasten auf die Deformation der Erdoberfläche mittels Greenscher Funktionen berechnet. Damit man aus diesen Oberflächendeformationen auf Massenverlagerungen im Erdinneren schließen kann, war es notwendig, ein dreidimensionales Deformationsmodell zu entwickeln. Angenommen wurde eine Durchbiegung der Lithosphärenplatte, die auf der viskoserer Asthenosphäre aufliegt und diese verdrängt.

Mit den Modellen für den direkten und den indirekten Effekt konnten anschließend die Rotationsschwankungen verschiedener Sekundäreffekte simuliert werden. Aufgrund der großen beteiligten Massen werden die weitaus größten Einflüsse von den hydrologischen Sekundäreffekten erwartet. Abgeschätzt wurden daher die Einflüsse von Grundwasserspiegelschwankungen, Schneebedeckungen, der Austrocknung des Aralsees sowie des Baus des 3-Schluchten-Staudamms. Hinzu kommen Überlegungen zu biologisch angetriebenen Massenverlagerungen wie Pflanzenwachstum und Kohlenstoffkreislauf.

Aus den Ergebnissen der Simulationsrechnungen lassen sich die zu erwartenden Größenordnungen abschätzen. Eine eingehende Diskussion der einzelnen Auswirkungen zeigt

jedoch, wie wichtig in Zukunft eine bessere Erfassung der wirklich ursächlichen Massen ist. Bislang sind die zur Verfügung stehenden Daten über Massenverlagerungen für hydrologische Effekte noch zu unterschiedlich. Da die Modelle für die Primäreffekte wie Atmosphäre und Ozean ebenfalls noch fehlerbehaftet sind und direkte Messungen von Massenverlagerungen nicht global vorhanden sind, ist durch die Einführung von Sekundäreffekten in die Erdrotationsmodelle momentan keine wesentliche Verbesserung der Gesamtbilanz zu erwarten. Die Kombination von verschiedenen Modellbetrachtungen der Primär- und Sekundäreffekte und deren Vergleich mit beobachteten Erdrotationsschwankungen gibt allerdings erste Anhaltspunkte über die Güte einzelner Modelle. So lassen sich durchaus Kombinationen von Atmosphären-, Ozean- und Grundwassermodellen finden, deren gemeinsame Anregung nahe an die aus Messungen abgeleitete Gesamtanregung der Polbewegung kommt. Es fällt jedoch schwer, daraus verlässliche Aussagen über die Richtigkeit des einen oder anderen Modells zu treffen.

Zukünftige Satellitenmissionen geben Hoffnung auf wesentlich genauere und räumlich wie zeitlich höher aufgelöste Daten von Massenverlagerungen. Neben Atmosphäre und Ozean wird dann vor allem der gesamte hydrologische Massenkreislauf an Bedeutung gewinnen. Der Notwendigkeit zur Bereitstellung einer einheitlichen Datenbasis trägt auch die Einrichtung des neuen Global Geophysical Fluids Centers (GGFC) Rechnung. Geplant ist die Sammlung aller Daten über die verschiedenen beweglichen (flüssigen) Massen im System Erde. Hierfür wurden sieben sogenannte Special Bureaus für Atmosphäre, Ozean, Gezeiten, Hydrologie, Erdmantel, Erdkern und Gravitation/Geozentrum gebildet. Mit den dort gesammelten Datensätzen werden künftig sehr viel detailliertere Aussagen über die Auswirkungen von Sekundäreffekten und deren Einordnung in den Gesamteffekt möglich. In diesem Sinne ist die Arbeit als Einstieg in die Untersuchung von Sekundäreffekten einzuordnen.

Mit einer verbesserten Erfassung der direkten Effekte werden auch die indirekten Effekte an Bedeutung gewinnen. Die Ergebnisse zu den indirekten Effekten von Schnee- und Ozeanauflasten weisen einige Differenzen zwischen der bisher üblichen Berechnung mittels der Loveschen Auflastzahl und den in dieser Arbeit neu entwickelten Deformationsrechnungen auf. Aus einer vergleichenden Betrachtung beider Verfahren folgt, dass die Korrektur mit der Loveschen Auflastzahl meist nicht ausreichend ist. Der hier vorgestellte globale Ansatz scheint dagegen geeigneter zu sein.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Abstract | 1 |
| Zusammenfassung | 3 |
| 1 Einleitung | 7 |
| 2 Erdrotationsschwankungen | 11 |
| 2.1 Die Polbewegung | 11 |
| 2.2 Die Tageslängenänderung | 12 |
| 2.3 Die wichtigsten Perioden | 13 |
| 3 Die Anregung durch physikalische Prozesse | 15 |
| 3.1 Primäreffekte | 18 |
| 3.2 Sekundäreffekte | 18 |
| 3.3 Indirekte Effekte | 19 |
| 4 Mathematische Grundlagen | 21 |
| 4.1 Drehimpulsansatz | 21 |
| 4.2 Linearisierte Liouvillesche Gleichung | 24 |
| 4.2.1 Linearisierung | 24 |
| 4.2.2 Transformation in Koordinaten des CEP | 27 |
| 4.2.3 Anpassung an eine realistische Erde | 28 |
| 4.3 Lösung der Bewegungsgleichung | 31 |
| 4.3.1 Polbewegung | 31 |
| 4.3.2 Tageslängenänderung | 34 |
| 4.3.3 Formulierung der Anregungsfunktion | 35 |
| 4.4 Berechnung von Deformationen | 36 |
| 4.4.1 Lovesche Auflastzahlen | 36 |
| 4.4.2 Greensche Funktionen | 37 |
| 4.5 Berechnung der Anregungsfunktion | 43 |
| 4.6 Anfangsbedingungen | 47 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 5 | Untersuchung einzelner Sekundäreffekte | 49 |
| 5.1 | Der hydrologische Kreislauf | 49 |
| 5.1.1 | Bilanzgleichung für das Grundwasser | 49 |
| 5.1.2 | Die wichtigsten Perioden | 51 |
| 5.1.3 | Schwierigkeiten in der Bestimmung globaler Parameter | 52 |
| 5.2 | Grundwasser | 53 |
| 5.2.1 | Einfluss der einzelnen Parameter p, e, r | 54 |
| 5.2.2 | Einfluss des gesamten Grundwassers, $\Delta G=p-e-r$ | 57 |
| 5.2.3 | Bodenfeuchte (soil moisture) | 59 |
| 5.3 | Schnee | 63 |
| 5.3.1 | Satellitendaten von SMMR (DAAC) | 63 |
| 5.3.2 | Klimamodell ECHAM 3 | 69 |
| 5.4 | Seen | 74 |
| 5.4.1 | Aralsee | 74 |
| 5.4.2 | 3-Schluchten-Staudamm | 78 |
| 5.5 | Biologischer Kreislauf | 81 |
| 5.6 | Erdbeben, Vulkanausbrüche | 83 |
| 6 | Zusammenstellung der hydrologischen Sekundäreffekte | 85 |
| 6.1 | Jährliche und halbjährliche Anteile | 85 |
| 6.2 | Vergleich mit früheren Ergebnissen | 90 |
| 6.3 | Vergleich mit der beobachteten Polbewegung | 93 |
| 7 | Ergebnisse | 95 |
| 8. | Schlussbemerkung | 100 |
| | Abbildungsverzeichnis | 101 |
| | Tabellenverzeichnis | 103 |
| | Literaturverzeichnis | 105 |
| A | Mathematische Ergänzungen | 111 |
| B | Tabellierte Greensche Funktionen | 117 |
| C | Verzeichnis der Abkürzungen, Symbole und Konstanten | 119 |

1 Einleitung

Den Astronomen ist schon vor langer Zeit aufgefallen, dass sich die Erde nicht völlig gleichmäßig dreht. Vielmehr ist sie periodischen und aperiodischen Rotationschwankungen unterworfen. Diese werden durch verschiedenartige endogene und exogene Prozesse, die Drehmomente und Drehimpulsänderungen auf die Erde ausüben, hervorgerufen. Durch die Gravitationskräfte von Sonne und Mond zum Beispiel erfährt die Rotationsachse periodische Schwankungen im Raum. Sie werden als Präzession und Nutation bezeichnet. Astronomen, Geodäten, Mathematiker und Geophysiker beschäftigen sich aber auch schon seit über 200 Jahren mit den Schwankungen der Rotationsachse bezüglich des rotierenden, erdfesten Bezugssystems. In diesem sogenannten terrestrischen Referenzsystem werden die Änderungen des Rotationsvektors größtenteils durch Prozesse in und auf der Erde verursacht (THOMSON, 1876). Damit sind die Erdrotationschwankungen nicht ausschließlich ein Gebiet der Himmelsmechanik, sondern auch die Geophysik spielt bei der Beschreibung der Ursachen zunehmend eine bedeutende Rolle. Glaubte man noch Anfang des 19. Jahrhunderts, dass die meisten Probleme der Erdrotation bereits gelöst seien, so muss man nun mit verbesserten Beobachtungstechniken erkennen, dass es hier noch sehr viele Unklarheiten zu lösen gibt (CAZENAVE, 1986). In den letzten Jahrzehnten ist man deshalb dazu übergegangen, die Vielzahl von Effekten und Einflüssen in kleinere Gruppen zu unterteilen und diese erst einmal getrennt voneinander zu untersuchen. Dadurch kann die Komplexität der Aufgabenstellung deutlich verringert werden. Für jeden Einzeleffekt kann zunächst die Modellbildung soweit verbessert werden, bis sie der gewünschten Genauigkeit gerecht wird. Anschließend besteht jedoch die Schwierigkeit in der richtigen Kombination dieser Einzelmodelle, um am Ende ein möglichst umfassendes, integriertes Modell der Erdrotation und ihrer Schwankungen zu erhalten.

Immer genauere Zeitmessungen und Bestimmungen des Rotationsvektors in Verbindung mit der wachsenden Satelliten- und Computertechnologie auf der Beobachtungseite stellen immer höhere Anforderungen an die Genauigkeit der Modellierungsseite. Die Bestimmung der Erdrotationsparameter durch geodätische Raumverfahren hat heute eine Genauigkeit von besser als $0''0002$ (Bogensekunden [as]) erreicht. Bei einem mittleren Erdradius von 6370 km entspricht dies einer Schwankung des Rotationsvektors um nur 0,6 mm. Es wird daher zukünftig notwendig sein, auch kleinere und nichtperiodische Erdrotationschwankungen in den Modellen zu berücksichtigen.

Erste geophysikalische Studien zu den Wechselwirkungen zwischen Massenverlagerungen auf der Erde und ihrem beobachteten Rotationsverhalten gehen auf die Arbeiten von Lord Kelvin, Sir George Howard Darwin und Sir Harold Jeffreys (JEFFREYS, 1962)

zurück. 1955 wurde mit der Atomzeit ein neuer Standard in der Zeitmessung eingeführt. Damit wurde eine exakte zeitliche Korrelation von gleichzeitigen Messungen an weit voneinander entfernten Stationen möglich. Walter H. Munk und Gordon J. F. MacDonald (MUNK und MACDONALD, 1960) brachten 1960 ihr Grundlagenwerk *The Rotation of the Earth; a geophysical discussion* heraus. Es umfasste erstmals fast jeden Bereich der Erdrotation, von den dynamischen Grundlagen über die mathematischen Formulierungen bis zur Beschreibung der einzelnen physikalischen Prozesse wie der Gezeiten, der Grundwasserschwankungen, der Dissipation oder der Paleorotation. Inzwischen stehen sehr viel mehr Informationen und Daten aus den verschiedenen Geowissenschaften zur Verfügung. In vielen Teilbereichen wurden weitere neue Erkenntnisse gewonnen. 1980 veröffentlichte Kurt Lambeck dazu sein Werk *The Earth's Variable Rotation* (LAMBECK, 1980), das er 1988 nochmals überarbeitete (LAMBECK, 1988). In den genaueren Tageslängenmessungen lassen sich nun auch höherfrequente Anteile erkennen und Datensätze von längeren Zeitreihen erlauben erstmals das Studium von jährlichen oder dekadischen Fluktuationen (SCHMITZ-HÜBSCH und SCHUH, 1999; KOLACZEK ET AL., 2000). Moderne Satellitenmessungen liefern mittlerweile unzählige Daten über die Bewegungen und Veränderungen von Atmosphäre und Ozean. Physiker, Meteorologen und Ozeanographen entwickelten gemeinsam komplexe Klimamodelle, um das atmosphärische und ozeanische Konvektionsverhalten und auftretende Wechselwirkungen zu beschreiben. Daneben leistete die Geophysik ihren Beitrag zur Erforschung des Aufbaus der Erde und deren rheologischer Eigenschaften. In Verbindung mit den Beobachtungen der Geodäsie können daraus neue Erkenntnisse über Massenverlagerungen und Deformationsprozesse der Erde gewonnen werden.

Neben den großen Einflüssen von Atmosphäre und Ozean, den Primäreffekten, sollen nun auch die kleineren Einflüsse durch Grundwasser, Schnee oder durch Auflastdeformationen, als Sekundäreffekte bezeichnet, untersucht werden. Dabei muss jedoch immer beachtet werden, dass kleine Einflüsse auf den Rotationsvektor erst dann an Bedeutung gewinnen, wenn die größeren Effekte genau genug bekannt sind. Ein Fehler in der Modellierung der Einflüsse von Atmosphäre und Ozean von einem Prozent ist immer noch größer als die Auswirkungen vieler kleiner Effekte zusammen. Die Sekundäreffekte sind daher in Bezug auf die Messgenauigkeit oft nur theoretisch zu beschreiben.

Diese Arbeit liefert in Kapitel 2 einen ersten Überblick zu den wichtigsten und bekanntesten Einflüssen auf die Schwankungen der Rotationsachse im terrestrischen Bezugssystem mit ihren Größenordnungen und Perioden. Dadurch lassen sich diese Einflüsse klassifizieren. In Kapitel 3 findet eine Einteilung nach ihrer Größe in Primäreffekte und Sekundäreffekte statt. Dabei wird auch zwischen den direkten Effekten aufgrund von Massenverlagerungen und den indirekten Effekten, verursacht durch Auflastdeformationen, unterschieden. Neben den deformationsbedingten Sekundäreffekten sind aufgrund der erwarteten großen Einflüsse hier die hydrologisch bedingten Sekundäreffekte Hauptuntersuchungsgegenstand. Für deren qualitative und quantitative Abschätzung werden in Kapitel 4 zunächst die mathematischen Grundlagen zur Dynamik der Erdrotation erarbeitet. Dabei wird, ausgehend vom Drehimpulserhaltungssatz, die Bewegungsgleichung für die rotierende, elastische Erde linearisiert. Als Lösung gewinnt man die Bewegung des Rotationspols und unabhängig davon die Variation der Tageslänge. Aus-

schlaggebend in der Lösung ist der veränderliche Trägheitstensor der Erde. Er wird bestimmt durch die Anordnung der Massen in und auf der Erde. Änderungen der Massenverteilung können mittels der sogenannten Anregungsfunktionen beschrieben werden. Gleichzeitig können auch die Trägheitstensoränderungen durch Auflastdeformationen in separaten Anregungsfunktionen formuliert werden. In Kapitel 5 werden dann die Auswirkungen der einzelnen hydrologischen und deformationsbedingten Sekundäreffekte auf die Erdrotation in Simulationsrechnungen bestimmt und untersucht. Zusätzlich werden weitere Sekundäreffekte aus dem biologischen Kreislauf und episodische Ereignisse in ihrer Relation zu den hydrologischen Effekten abgeschätzt. Diese Einzelergebnisse werden schließlich in Kapitel 6 zusammengeführt, analysiert und mit empirischen Erdrotationsdaten verglichen. Es zeigt sich, dass die verschiedenen Modelle für ein und dieselbe Ursache größtenteils noch sehr unterschiedliche Ergebnisse liefern. Dies gilt nicht nur für die hier untersuchten Sekundäreffekte, sondern insbesondere für die Modellierung der Primäreffekte. In der Zusammenschau wird deutlich, wie groß vor allem die Differenzen für die Massenverlagerungen der Ozeane sind. Geht man davon aus, dass die Primäreffekte den allergrößten Anteil an der Anregung der terrestrisch bedingten Erdrotationsschwankungen liefern, so lassen sich aber Kombinationen einzelner Modelle für Atmosphäre und Ozean finden, die über 90 % der gesuchten Gesamtanregung erklären. Der verbleibende Rest kann durch die hier vorgestellten Modellrechnungen für die hydrologischen Sekundäreffekte gut erklärt werden. Weitere konkrete Anhaltspunkte für die Auswahl und die Beurteilung des einen oder anderen Modells liegen jedoch bislang nicht vor. Die gewonnenen Erkenntnisse dienen daher eher einer qualitativen wie einer quantitativen Beurteilung. Die entwickelten Grundlagen und die gesammelten Erfahrungen im Umgang mit hydrologischen und deformationsbedingten Sekundäreffekten sind eine wertvolle Basis, und eröffnen die Perspektive, künftig mit immer genaueren Daten aus Modellierungen und Messungen der Massenverlagerungen die beobachteten Erdrotationsschwankungen besser erklären zu können.

2 Erdrotationsschwankungen

Die Erde ist kein völlig gleichmäßig rotierender Körper. Stellt man sich die Durchstoßpunkte der Erdrotationsachse an Nord- und Südpol bildlich vor, so könnte man feststellen, dass sich diese Punkte im Monat um einige 10 cm verlagern. Dies kann mittels Sternbeobachtungen und der Bestimmung der geographischen Breite einer Station auch exakt gemessen werden. Heutzutage gelingt diese Messung durch die Beobachtung von quasi festen Radioquellen mit dem Verfahren der VLBI (Very Long Baseline Interferometry) oder mit anderen geodätischen Weltraumverfahren wesentlich genauer. In ungefähr einem Jahr beschreibt der Rotationspol eine nahezu geschlossene Ellipse mit einem mittleren Durchmesser von 15 m. Würde man die Erde aus dem Weltraum betrachten, so könnte man neben den erdgebundenen Rotationsschwankungen der Polbewegung auch erkennen, dass sich die Rotationsachse durch Präzession und Nutation im Raum bewegt. Diese Arbeit beschränkt sich jedoch auf die erdgebundene Polbewegung. Neben der Lageänderung der Rotationsachse im terrestrischen Bezugssystem ändert sich auch der Betrag des Rotationsvektors. Diese Geschwindigkeitsschwankungen wirken sich auf der Erde als Variation der Tageslänge aus.

2.1 Die Polbewegung

Die Rotation der Erde kann durch einen Rotationsvektor dargestellt werden, der parallel zur Rotationsachse liegt und den Betrag der Rotationsgeschwindigkeit hat. Die Abweichung der Richtung des Rotationsvektors bezüglich der x_3 -Achse eines terrestrisch vereinbarten Bezugssystems ist die Polbewegung. Sie wird meist als linearer Verschiebungsvektor auf der Erdoberfläche in x_1, x_2 -Koordinaten angegeben. Durch die Beobachtung der Deklination eines Sternes und der geographischen Breite kann die Polbewegung grundsätzlich an jedem Ort der Erde gemessen werden. Nach der Theorie von Euler sagte Lord Kelvin schon 1865 die Existenz einer Polbewegung voraus. Die Suche danach war jedoch lange erfolglos, da sie im falschen Periodenbereich stattfand. Ende des 19. Jahrhunderts lagen dann erste Messungen der Polbewegung vor. Sie wiesen eine nahezu jährliche Periode mit relativ großer Amplitude auf. Chandler (CHANDLER, 1891a) entdeckte neben der Jahresperiode ein weiteres Maximum bei etwa 428 Tagen, um 40 % länger als die von Euler ursprünglich vorhergesagte Periode von 305 Tagen. Newcomb (NEWCOMB, 1892) erklärte diese nach Chandler benannte Periode durch die Elastizität der Erde und der Bewegung der Ozeane. Um genauere Daten über die Polbewegung zu erhalten, wurde der ILS (International Latitude Service) eingerichtet, der später vom IPMS (International Polar Motion Service) abgelöst wurde. Heute wird die

Polbewegung aus den geodätischen Raumverfahren wie VLBI , SLR (Satellite Laser Ranging), LLR (Lunar Laser Ranging) und GPS (Global Positioning System) gewonnen. Diese Daten werden seit 1990 vom IERS (International Earth Rotation Service), der Nachfolgeorganisation des IPMS, gesammelt und publiziert.

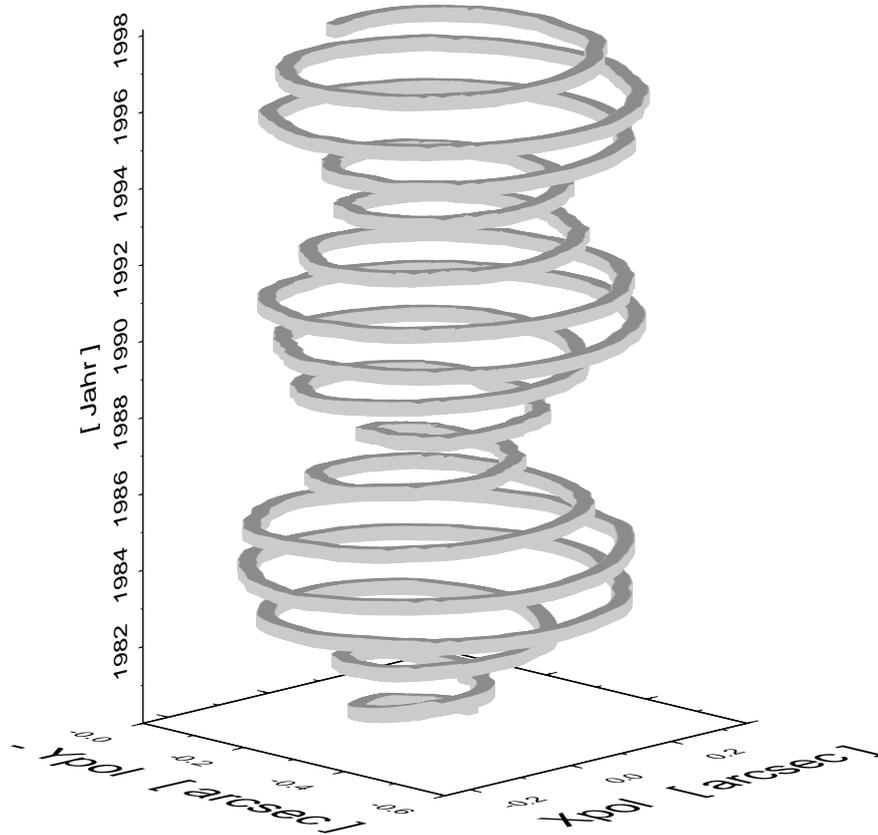


Abbildung 2.1: **Polbewegung**, dreidimensionale Darstellung der Polkoordinaten x und $-y$ von 1980 - 1998, publiziert vom IERS.
Einheiten in Bogensekunden (arcsec) und Jahren.

2.2 Die Tageslängenänderung

Die Tageslängenänderung ergibt sich aus der Änderung des Betrags des Rotationsvektors. Abweichungen der Tageslänge, kurz ΔLOD , von einer mittleren Tageslänge LOD (engl. Length Of Day) können durch Beobachtung eines Sternes mit Hilfe einer präzisen Uhr gemessen werden. Im Frühjahr dreht sich die Erde pro Tag etwa 3 Millisekunden (msec) schneller und im Spätsommer 2 msec langsamer. Neben diesen starken saisonalen Schwankungen lassen sich mit heutigen Atomuhren auch kurzperiodische und sehr langperiodische Variationen messen. Die Schwankungen der Erdrotationsgeschwindigkeit wurde seit 1956 vom BIH (Bureau International de l'Heure) ermittelt, das 1990 ebenfalls in des IERS aufgegangen ist.

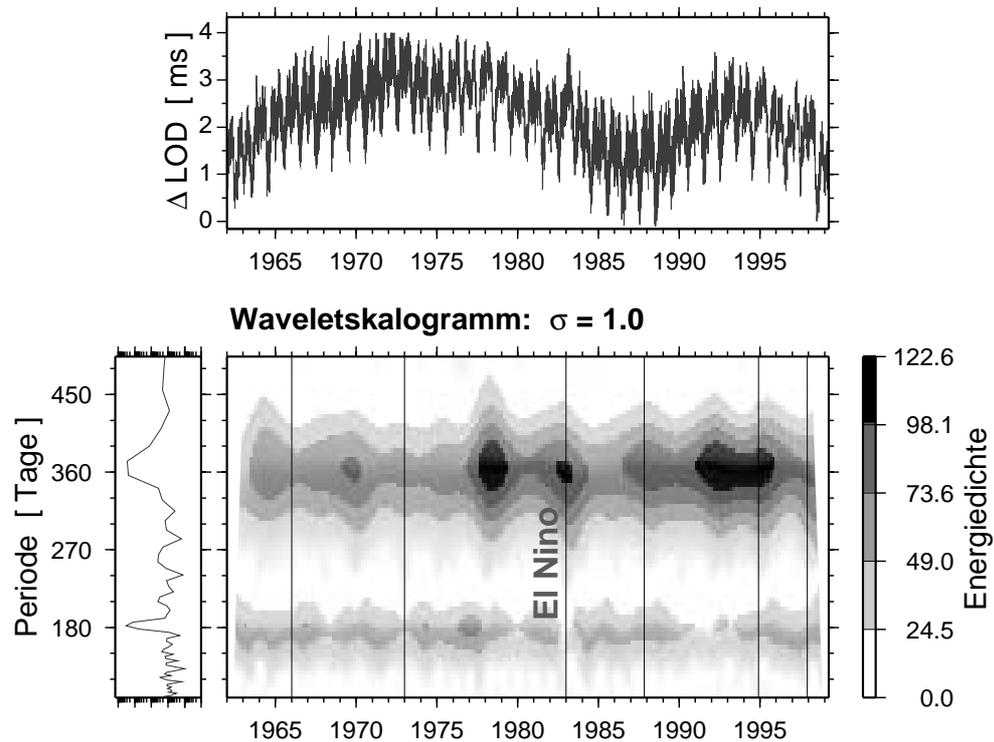


Abbildung 2.2: **Tageslängenänderung** (ΔLOD) von 1980 - 1998, publiziert vom IERS. Darunter das Fourierspektrum (links) und das Waveletskalogramm (Mitte).

Quelle: SCHMITZ-HÜBSCH und DILL (2000)

2.3 Die wichtigsten Perioden

Einige Perioden der Polbewegung und der Tageslängenvariation sind schon lange bekannt, andere nicht so dominante Perioden kamen erst durch die moderne Messtechnik und neue Auswerteverfahren zu Tage. Abbildung 2.1 zeigt eine perspektivische Darstellung der vom IERS ermittelten Polkoordinaten als Funktion der Zeit für die Jahre 1980 bis 1998. Am auffälligsten ist die charakteristische Kreisbewegung entgegen dem Uhrzeigersinn (prograd) mit einer maximalen Amplitude von 300 Millibogensekunden (mas). Analysen haben für diese sogenannte Chandlerbewegung eine mittlere Periode von 433 Tagen ergeben. Diese Periode beruht auf den Kreiseigenschaften der Erde und ist eine freie, jedoch gedämpfte Eigenschwingung. Angeregt wird sie durch Resonanzkopplung von Prozessen, deren Perioden nahe dieser Eigenperiode liegen. Eine genaue Frequenzanalyse zeigt noch eine zweite starke Periode, die Jahresperiode mit 365,25 Tagen. Ihr liegt die Anregung durch jahresperiodische Prozesse zugrunde. Die Jahreschwingung zeigt im zeitlichen Verlauf eine wesentlich stärker variierende Amplitude als die Chandlerbewegung. Durch die Überlagerung von Jahresperiode und Chandlerperiode kommt es zu einer Schwebung. Die Amplitude der Chandlerbewegung wird daher mit einer Periode von ungefähr 6,35 Jahren moduliert. Es kommt zu einer periodischen

Verringerung der Amplitude der Chandlerbewegung auf 40 % der Maximalamplitude. Kurzperiodische Anregungen oder aperiodische Ereignisse führen in der Polbewegung zu einem unregelmäßigen Auftreten hochfrequenter Schwingungen mit meist geringen Amplituden. Daneben findet auch eine langsame Drift des mittleren Pols in Richtung Kanada statt. Dies deutet sich in der leichten Schiefelage der Spirale an.

Die selben physikalischen Ereignisse führen auch in der Tageslänge zu Schwankungen, wie in Abbildung 2.2 dargestellt. Die Rotationsgeschwindigkeit besitzt keine Eigenperiode wie die Polbewegung. Jede Massenverlagerung wirkt sich unmittelbar mit ihrer Anregungsperiode auf die Tageslängenänderung aus. Dominant sind daher Jahresperiode, Halbjahresperiode und saisonale Schwankungen wie sie in der Atmosphäre und den Ozeanen vorherrschen. Zudem lassen sich im Waveletspektrum stark variierende Amplituden der einzelnen Perioden erkennen. Ein solches Waveletskalogramm kann auch dem Vergleich von modellierten und beobachteten Vorgängen einzelner Massenverlagerungen dienen. Daraus lassen sich erste Hinweise auf mögliche Anregungsprozesse für Erdrotationsschwankungen ableiten. Zu sehen ist, dass sich zum Beispiel auch das Klimaphänomen des El Niño-Ereignisses von 1983 als starke positive Schwankung in der Tageslängenänderung niederschlägt, die Erdrotationsgeschwindigkeit erfuhr also eine aperiodischen Verringerung.

3 Die Anregung durch physikalische Prozesse

Durch zahlreiche exogene oder endogene physikalische Prozesse kommt es zu periodischen, quasi-periodischen oder aperiodischen Massenverlagerungen auf und innerhalb der Erde. Sie können auf verschiedene Art die Orientierung der Erde beeinflussen; siehe dazu Abbildung 3.1. Massenverlagerungen in Atmosphäre und Ozean werden durch die Ge-

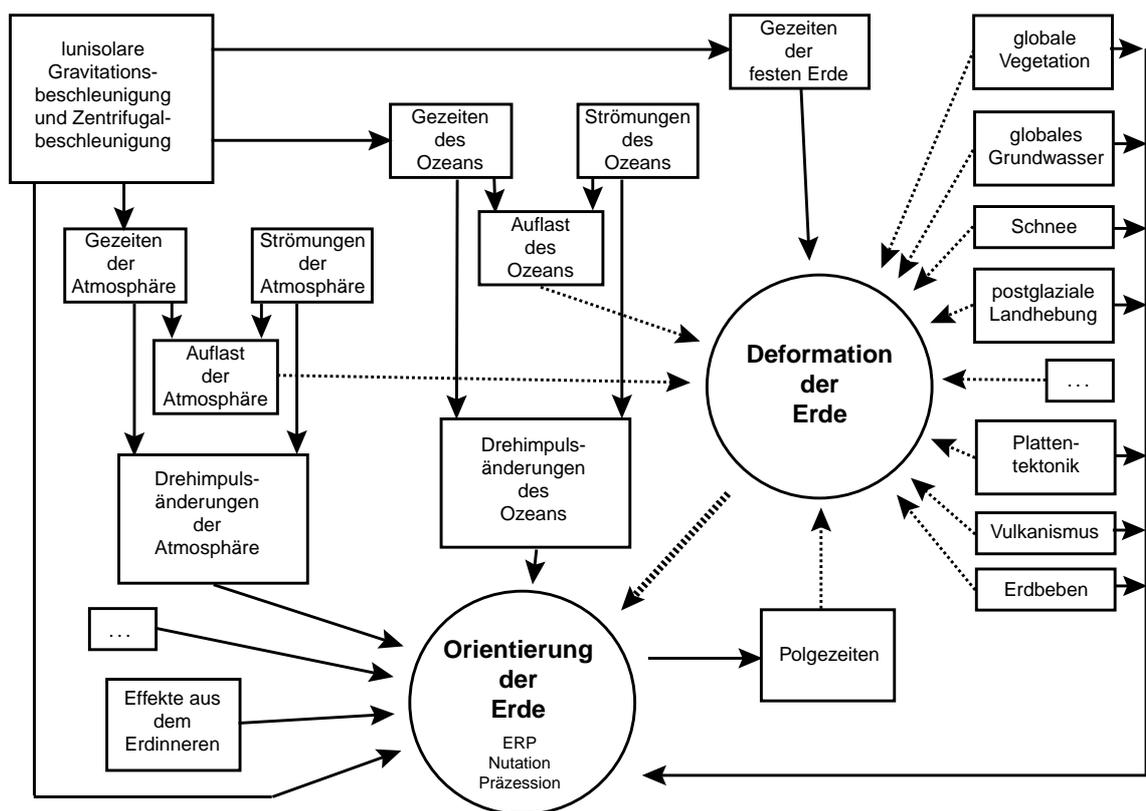


Abbildung 3.1: **Einflüsse auf die Rotation der Erde.** Durchgezogene Linien repräsentieren Effekte, die sich direkt auf die Orientierung der Erde auswirken, punktierte Linien sind Effekte, die indirekt über eine Deformation der Erde auf ihre Orientierung wirken.

Quelle: private Mitteilung H. SCHUH UND R. HAAS, 1995.

zeitenwirkungen von Sonne und Mond sowie durch das globale Klima verursacht. Diese Massenverlagerungen führen zu Änderungen des Trägheitstensors der Erde. Zusammen mit der Rotationsgeschwindigkeit bestimmt er den Drehimpuls der Erde. Bewegungen von Massen innerhalb des betrachteten Systems Erde relativ zu ihrer Eigendrehung erzeugen zusätzlich sogenannte relative Drehimpulsanteile. Da der Gesamtdrehimpuls der Erde ohne Einwirkung durch Kräfte von außen eine physikalische Erhaltungsgröße ist, reagiert die Erde auf Massenverlagerungen mit Veränderungen des Rotationsvektors in Lage und Betrag (SCHMITZ-HÜBSCH und DILL, 2000). Drehimpulsänderungen von Atmosphäre und Ozean wirken also direkt auf die Orientierung der Erde. Mit einer veränderten Massenverteilung ist auch eine Variation der Auflasten auf die Erdoberfläche verbunden. Durch gravitative Kräfte erfährt die quasi elastisch reagierende Erde sogenannte Auflastdeformationen. Durch diese Deformationen beeinflussen Massenverlagerungen indirekt den Trägheitstensor und damit wiederum den Rotationsvektor der Erde, was in Abbildung 3.1 durch punktierte Linien dargestellt ist.

Messtechnisch bedingt sind die größten Effekte schon am längsten und besten bekannt. Mit steigender Messgenauigkeit wuchs das Interesse an immer kleineren Effekten. Wie sich später herausstellen wird, lassen sich viele der physikalischen Prozesse und deren Auswirkungen auf die Rotation der Erde zunächst getrennt voneinander betrachten. Hierzu soll folgende Grobeinteilung vorgenommen werden: Die meist bekannteren und mit größeren Massen verbundenen Prozesse werden als Primäreffekte, die unbekannteren und noch teilweise unerforschten Anregungen werden als Sekundäreffekte bezeichnet. Konsequenter wäre eine strikte Einteilung der Massenverlagerungen und ihrer Auswirkungen auf die Rotation der Erde nach ihrer Größe. Historisch bedingt gibt es aber einige Abweichungen davon. Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über die wichtigsten Anregungen der Polbewegung und der Tageslängenänderung.

Die Aufstellung zeigt die Einteilung in Primär- und Sekundäreffekte mit deren größeren und kleineren Ursachen. Die Unterscheidung ist oft nicht ganz eindeutig. So werden die Gezeiten der festen Erde üblicherweise zu den Primäreffekten gezählt, obwohl ihre Auswirkungen auf die Polbewegung kleiner als $0,1 \text{ mas}$ sind. Eis, Schnee und Grundwasser werden dagegen zu den Sekundäreffekten genommen, auch wenn deren Größenordnungen mehr als $0,1 \text{ mas}$ betragen können. Die Tabelle weist noch eine zweite Untergliederung auf. Neben dem direkten Effekt, der durch die Umverteilung der veränderlichen Massen und deren Bewegungen zustande kommt, gibt es noch den indirekten Effekt durch die Auflastdeformation der neuen Massenverteilung. Der indirekte Effekt beträgt weniger als 30 % des direkten Effektes, wirkt diesem aber entgegen. Auf Grund der geringen Größe werden die indirekten Auswirkungen ebenfalls zu den Sekundäreffekten gezählt.

| Ursache | direkter Effekt | indirekter Effekt |
|---|-------------------------------------|---------------------------------------|
| | Drehimpulsänderung durch | Deformation der Erde durch |
| atmosphärische - Druckschwankungen - Strömungen | atmosphärische Massenverlagerung | Luftdruck |
| ozeanische - Gezeiten - Strömungen | ozeanische Massenverlagerung | ozeanische Auflasten |
| Gezeitenpotential | | Gezeiten der festen Erde |
| Polbewegung | | Polgezeiten |
| Eis | Wasser/Eis Umlagerung | Eisauflast postglaziale Landhebung |
| Schnee | Wasser/Schnee Umlagerung | Schneeauflast |
| Grundwasser | Wassermassen- verlagerungen | Wasserauflast |
| Vegetation | Biomassen- verlagerungen | Auflast ? |
| Plattentektonik | Krusten und Mantel Verlagerungen | Massenauflast |
| Vulkanismus | vertikale Massenverlagerungen | Auflast ? |
| Erdbeben | Krustenbewegungen | Auflast ? |

Tabelle 3.1: **Primäreffekte, Sekundäreffekte, direkter und indirekter Effekt**, deren Ursachen und deren Einflüsse auf die Rotation der Erde.

Primäreffekte (meist $> 0,1$ mas) hinterlegt

Sekundäreffekte (meist $< 0,1$ mas) hinterlegt.

Die hell umrandeten Primäreffekte sind kleiner, die dunkel umrandeten Sekundäreffekte sind größer als $0,1$ mas.

3.1 Primäreffekte

Die größten, bekannten Beiträge kommen von der Atmosphäre, den Ozeanen und den Gezeiten der festen und flüssigen Erde. Atmosphärische Massenverlagerungen tragen den größten Anteil bei. Angetrieben durch das globale Klimageschehen entstehen in der Atmosphäre Luftmassenbewegungen. Es bilden sich Hoch- und Tiefdruckgebiete mit ihren dazugehörigen Windfeldern aus. Trotz der geringen Dichte der Atmosphäre werden dabei gewaltige Massen verlagert. Zusätzlich bewirken die Luftdruckschwankungen durch ihre Auflastwirkung eine Deformation der Erdoberfläche. Aus globalen Messungen des Luftdrucks und des Windfeldes in verschiedenen Höhenschichten lassen sich die Einflüsse der Atmosphäre auf die Rotation der Erde recht genau modellieren. Sie machen etwa 80 % der Gesamtanregung aus (DICKY, 1992; BRZEZINSKI und CAPITAINE, 1993; VOLLAND, 1996). Den zweitgrößten Beitrag liefern die Weltozeane. Durch die großen Ozeanströmungen, den Wind an der Wasseroberfläche und die Gezeiten sind die Wassermassen ständig in Bewegung. Auch hier bewirkt das Gewicht des Wassers auf den Ozeanboden eine Deformation der Erdkruste. Aus der Satellitenaltimetrie und aus Pegelmessungen ist die Variabilität der Meeresoberfläche mittlerweile gut zu bestimmen. Ozeanströmungen versucht man mittels globaler Ozean- und Klimamodelle zu simulieren. Unsicherheiten gibt es noch bei der Abschätzung des sterischen Effekts. Dieser bezeichnet eine Dichteänderung des Wassers durch Temperaturschwankungen. Die beobachtete Volumenänderung entspricht nicht einer reinen Massenänderung. Alle ozeanischen Einflüsse zusammen genommen dürften etwa weitere 18 % der Gesamtanregung ausmachen (BROSCHÉ ET AL., 1988; BROSCHÉ und WÜNSCH, 1993). Die Gezeitenwirkungen von Sonne und Mond sowie weiterer erdnaheer Planeten bewirken sowohl Gezeiten der festen Erde als auch ozeanische Gezeiten (DICKMANN, 1993; CHAO ET AL., 1996). Ebenso wird die Erde durch Erdrotationsschwankungen und den Auswirkungen der Zentrifugalkräfte verschieden stark deformiert. Beide Einflüsse auf die Massenverteilung der Erde sind aber relativ gering, jedoch schon lange bekannt und durch ihre Periodizität auch einigermaßen genau modellierbar.

3.2 Sekundäreffekte

Alle weiteren Einflüsse, vor allem die noch unberücksichtigten, werden zu den Sekundäreffekten gezählt. Am größten dürften wohl die Auswirkungen des hydrologischen Kreislaufs sein. Hierzu gehören veränderliche Eis- und Schneebedeckungen der Kontinente und die Schwankungen des kontinentalen Grundwasserhaushalts. Wie erste Untersuchungen ergeben haben, können hier auch recht beachtliche Massen umverteilt werden (CHAO und O'CONNOR, 1988; TRUPIN, 1993; PELTIER, 1994; ABARCA DEL RIO, 1997). Heute wird angenommen, dass Grundwasserschwankungen bis zu 0,25 mas in der Polbewegung ausmachen können. Der Einfluss ist auch deshalb so groß, da die Perioden der Anregung nahe der Eigenperiode der Erde liegen. Während sich bei kurzfristigen Schnee- und Eisauflasten der indirekte Effekt durch elastische Deformationen bemerkbar macht,

führen die sich langsam ändernden Eismassen zu sehr langperiodischen isostatischen Hebungen und Senkungen. Je genauer die Modellrechnungen werden sollen, desto interessanter werden in Zukunft auch kleinere Massenbewegungen, wie sie zum Beispiel im Kohlenstoffkreislauf vorkommen. Durch den Aufbau und die Vernichtung von Vegetation wird Biomasse umverteilt und sowohl im Boden als auch im Wasser gespeichert. Zudem bewirkt das saisonale Wachstum vieler Pflanzen und Bäume einen variierenden Wasserhaushalt in den Blättern und Stämmen. Neben all diesen meist periodisch ablaufenden Prozessen gibt es noch zeitlich eng begrenzte Massenverlagerungen, wie sie durch die Plattentektonik, durch Erdbeben und durch Vulkanausbrüche entstehen. Auch der Mensch verlagert größere Massen, zum Beispiel durch den Bau von Stauseen oder durch Umleitungen von Flüssen.

3.3 Indirekte Effekte

Massen auf der Erdoberfläche bewirken durch ihr Gewicht eine Belastung der Erdkruste. Massenverlagerungen verursachen eine Veränderung der Belastung und es kommt zu einer Verformung der Erde. Messungen zeigen Verschiebungen sowohl in radialer Richtung wie auch in geringerem Maße in horizontaler Richtung. Es stellt sich die Frage, inwiefern sich dadurch der Trägheitstensor der Erde verändert. Abhängig sind solche Deformationen von den rheologischen Eigenschaften der Erde. In erster Näherung nimmt man an, dass die Erde völlig elastisch in linearer Abhängigkeit von dem Gewicht der aufliegenden Masse verformt wird. Man kann sich eine Art Durchbiegung der Lithosphärenplatte vorstellen. Dichteunterschiede im Aufbau des Erdinneren führen bei einem Eintauchen der Lithosphäre in die darunterliegende Asthenosphäre zu Massenverlagerungen im Bereich zwischen Erdkruste und -mantel. Die daraus resultierenden Änderungen im Trägheitstensor schlagen sich dann als zusätzlicher Effekt auf die Erdrotation nieder. Horizontale Massenverlagerungen beeinflussen also neben dem direkten Effekt auch indirekt über eine Deformation der Erde deren Rotationseigenschaften. Man geht davon aus, daß der indirekte Effekt bis zu etwa -30 % des direkten Effektes ausmacht. In der Addition von direktem und indirektem Effekt verringert sich folglich die Gesamtwirkung einer Massenverlagerung auf nur mehr 70 %.

In dieser Arbeit sollen exemplarisch einige der oben beschriebenen Sekundäreffekte in ihrer Größenordnung und Wirkung näher untersucht werden. Neben einer physikalischen Beschreibung der Massenverteilung sind hierzu vor allem die Wechselwirkungen zwischen Trägheitstensor und Rotation der Erde von großer Bedeutung. Im folgendem Kapitel werden die mathematischen Grundlagen zur Dynamik der Erdrotation und zur Beschreibung von Auflastdeformationen hergeleitet.

4 Mathematische Grundlagen

Um den Einfluss von Massenverlagerungen und Deformationen auf die Rotation der Erde im terrestrischen Referenzsystem zu bestimmen, gibt es zunächst aus physikalischer Sicht zwei Wege: den Drehimpulsansatz und den Drehmomentansatz. Entweder betrachtet man den Gesamtdrehimpuls der Erde und bestimmt aus der Änderung der Massenverteilung in und auf der Erde deren Rotationsvektor unter Berücksichtigung der Drehimpulserhaltung, oder man versucht, aus den physikalischen Prozessen die am System Erde angreifenden Drehmomente zu berechnen und deren Wirkung auf die Rotation abzuleiten. Der Zugang über die Drehmomente ist zwar direkter, die Schwierigkeit besteht jedoch in der genauen mathematischen Behandlung der einzelnen physikalisch wirkenden Kräfte wie Gravitation, Druck und Reibung. Diese Schwierigkeiten werden mit dem ersten Ansatz elegant umgangen. Unabhängig von den tatsächlich wirkenden Kräften kann aus der Kenntnis der Massenverteilung und der Bewegung von Massen bezüglich des vereinbarten Referenzsystems die Gesamtbilanz für den Drehimpuls der Erde aufgestellt werden. Der Körper Erde umfasst dann die feste Erde und alle beweglichen Massen, wie Atmosphäre, Ozean oder Wasser. Der Drehimpulserhaltungssatz liefert die gewünschte Beziehung zwischen Drehimpulsachse, Figurenachse und Rotationsachse. Für die Aufgabenstellung dieser Arbeit erwies sich der Drehimpulsansatz als das geeignete Mittel.

4.1 Drehimpulsansatz

Mathematische Grundlage aller Betrachtungen der Rotation der Erde ist zunächst die Kreiselgleichung für den starren Körper, auch Eulersche Gleichung genannt (HEITZ, 1983).

Drehimpulsbilanz

Die Eulersche Gleichung beschreibt die Drehimpulsbilanz im Inertialsystem für einen starren, rotierenden Körper.

$$\frac{d}{dt}\vec{H}(t) = \vec{L}(t) \quad (4.1)$$

Die zeitliche Änderung des Drehimpulses \vec{H} erfolgt durch die von außen auf den rotierenden Körper angreifenden Drehmomente \vec{L} . Der Drehimpuls \vec{H} eines starren, rotierenden Körpers läßt sich aus seinem Trägheitstensor Θ und seinem Rotationsvektor $\vec{\omega}$ durch

$$\vec{H}(t) = \Theta \cdot \vec{\omega}(t)$$

berechnen. Dieser Trägheitstensor ist ein symmetrischer Tensor 2. Stufe; siehe auch Anhang. Er beschreibt die Massenverteilung der Erde und definiert durch seine Hauptträgheitsmomente ihre sogenannte Figurenachse. Da die Rotation der Erde im terrestrischen Referenzsystem beschrieben werden soll, muss für die folgenden Betrachtungen in ein erdgebundenes, rotierendes geozentrisches Bezugssystem mit den orthogonalen Achsen x_1, x_2, x_3 transformiert werden. Dabei soll die x_3 -Achse mit der Richtung der Figurenachse zusammenfallen. Durch den Wechsel des Bezugssystems geht Gleichung (4.1) über in

$$\frac{d}{dt}\vec{H}(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{H}(t) = \vec{L}(t) \quad (4.2)$$

Die Komponenten H_i des Drehimpulsvektors, L_i des Drehmomentenvektors und ω_i des Rotationsvektors beziehen sich nun auf das rotierende Bezugssystem.

Die Erde als deformierbarer Körper

Durch Massenverlagerungen wird in erster Linie der Trägheitstensor der Erde verändert. Man führt deshalb einen zeitabhängigen Trägheitstensor ein. Zusätzlich lässt man weitere Drehimpulsanteile \vec{h} aufgrund von Bewegungen der Massen relativ zum erdgebundenen Bezugssystem zu. Der Gesamtdrehimpuls der Erde $\vec{H}(t)$ ergibt sich dann aus der Summe des zeitabhängigen Trägheitstensors multipliziert mit dem Rotationsvektor und dem Drehimpuls der bewegten Massen.

$$\vec{H}(t) = \Theta(t)\vec{\omega}(t) + \vec{h}(t) \quad (4.3)$$

Der Gesamtdrehimpuls setzt sich also zusammen aus einem Term, der über den Trägheitstensor nur die instantane Lage der Massen berücksichtigt (*Massenterm*) und einem Term, der die Bewegungen der Massen (*Bewegungsterm*) enthält. Diese Gleichung verknüpft wieder, wie auch im Falle des starren Körpers den Rotationsvektor $\vec{\omega}(t)$ mit dem Trägheitstensor $\Theta(t)$. Der Drehimpulsvektor für eine nicht starre Erde nach (4.3) lässt sich nun in die für jeden Körper allgemeingültige Drehimpulserhaltung (4.2) einsetzen. Es folgt für die Beziehung zwischen Drehimpulsachse, Rotationsachse und dem vereinbarten Bezugssystem der Erde die Liouvillesche Bewegungsgleichung (MUNK und MACDONALD, 1960; LAMBECK, 1980, 1988).

$$\frac{d}{dt}[\Theta(t)\vec{\omega}(t) + \vec{h}(t)] + \vec{\omega}(t) \times [\Theta(t)\vec{\omega}(t) + \vec{h}(t)] = \vec{L}(t) \quad (4.4)$$

Unter Berücksichtigung der Drehimpulserhaltung sind damit die Massenverlagerungen in der Regel mit Rotationsschwankungen verbunden.

Der Trägheitstensor Θ

Der Trägheitstensor wird durch eine 3×3 Matrix dargestellt. Die Koordinatenachsen können so ausgerichtet werden, dass sie für den Zeitpunkt $t = 0$ mit den Hauptträgheitsachsen zusammenfallen. Der Tensor lässt sich dadurch auf eine Diagonalmatrix reduzieren, für die gilt: $\Theta_{ij}(t = 0) = 0$ für $i \neq j$. Für die rotationselliptische Erde lassen sich die äquatorialen Hauptträgheitsmomente mit $\Theta_{11} = \Theta_{22} = A$ angeben, und das axiale Hauptträgheitsmoment wird als $\Theta_{33} = C$ bezeichnet. Treten nun zum Zeitpunkt $t > 0$ Massenverlagerungen durch atmosphärische, ozeanische oder hydrologische Störungen auf, so ergeben sich kleine Zuschläge sowohl in den Haupt- als auch in den Nebendiagonalelementen des Trägheitstensors.

$$\Theta_{ij}(t) = \Theta_{ij} + \delta\Theta_{ij}(t)$$

Relative Drehimpulsanteile \vec{h}

Zusätzlich zu den Änderungen des Trägheitstensors treten durch Massenverlagerungen noch weitere Drehimpulsanteile \vec{h} durch die Bewegung der Massen relativ zum terrestrisch fixierten Bezugssystem auf. Sie ergeben sich aus einer Integration über alle bewegten Massenelemente dM mit ihren dazugehörigen Lagekoordinaten \vec{x} und ihren Geschwindigkeitsvektoren \vec{u} .

$$\vec{h}(t) = \int_M (\vec{x} \times \vec{u}) dM$$

Auf der Kugeloberfläche der Erde werden die horizontalen Geschwindigkeiten meist angegeben als zweidimensionaler Vektor $\vec{u} = (u, v)$ mit den Geschwindigkeiten u in zentraler und v in meridionaler Richtung.

Der Rotationsvektor $\vec{\omega}$

Geht man für den Zeitpunkt $t = 0$ von einer gleichmäßigen Rotation um die x_3 -Achse mit der Winkelgeschwindigkeit Ω aus, so kann man die Rotationsschwankungen zum Zeitpunkt $t > 0$ darstellen in kleinen Abweichungen m_i gegenüber der Ausgangslage als

$$\vec{\omega}(t) = [m_1(t), m_2(t), 1 + m_3(t)]^T \Omega$$

Die m_i sind dabei dimensionslose Faktoren. Sie lassen sich auch als Richtungskosinus der Rotationsschwankungen auffassen.

Diese oben angegebenen mathematischen Darstellungen von Trägheitstensor, relativen Drehimpulsanteilen und Rotationsvektor eignen sich für eine Linearisierung der Liouvilleschen Gleichung (4.4).

4.2 Linearisierte Liouvillesche Gleichung

Um eine analytische Lösung der Liouvilleschen Bewegungsgleichung abzuleiten, kann sie linearisiert werden. Neben diesem zentralen Schritt in Richtung Lösung der Rotationsgleichungen werden im Folgendem auch noch die kompaktere komplexe Notation sowie die Transformation in Koordinaten des zälestischen Ephemeridenpols (CEP) und die Berücksichtigung der Rotationsdeformation, einer Dämpfung und einer teilweisen Entkopplung von Erdkern und -mantel eingeführt.

4.2.1 Linearisierung

Um die Liouvillesche Bewegungsgleichung zu linearisieren, werden folgende Annahmen getroffen: Die Veränderungen $\delta\Theta_{ij}(t)$ der Elemente des Trägheitstensors $\Theta(t)$ aufgrund von Massenverlagerungen sind relativ klein gegenüber den konstanten Anteilen A und C . Weiter wird davon ausgegangen, dass auch die relativen Drehimpulsanteile $\vec{h}(t)$ klein gegenüber dem Gesamtdrehimpuls der Erde sind. Man kann nun annehmen, dass die daraus resultierenden Rotationsschwankungen auch sehr klein werden, die Faktoren m_i also sehr viel kleiner als 1 werden. Diese Annahmen lassen sich wie folgt zusammenstellen:

$$\begin{aligned} |\delta\Theta_{ij}(t)| &\ll \Theta_{33} = C \\ |h_i(t)| &\ll H(t) \\ |m_i(t)| &\ll 1 \end{aligned}$$

Setzt man diese kleinen Größen in die Liouvillesche Bewegungsgleichung (4.4) ein, so erhält man neben den Termen 1. Ordnung auch Terme 2. und 3. Ordnung, die Produkte dieser kleinen Größen enthalten. Die linke Seite lautet dann:

Terme 1. Ordnung (linearisierte Gleichung):

$$\Omega\Theta_{11}\dot{m}_1 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{13} - \Omega^2\delta\Theta_{23} + \Omega^2(\Theta_{33} - \Theta_{22})m_2 + \dot{h}_1 - \Omega h_2$$

$$\Omega\Theta_{22}\dot{m}_2 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{23} + \Omega^2\delta\Theta_{13} + \Omega^2(\Theta_{11} - \Theta_{33})m_1 + \dot{h}_2 - \Omega h_1$$

$$\Omega\Theta_{33}\dot{m}_3 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{33} + \dot{h}_3$$

Terme 2. Ordnung:

$$\Omega\delta\Theta_{11}\dot{m}_1 + \Omega\delta\Theta_{12}\dot{m}_2 + \Omega\delta\Theta_{13}\dot{m}_3 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{11}m_1 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{12}m_2 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{13}m_3 + \Omega h_3 m_2 - \Omega h_2 m_3 - \Omega^2\delta\Theta_{21}m_1 - 2\Omega^2\delta\Theta_{23}m_3 + \Omega^2(\Theta_{33} - \Theta_{22})m_2m_3 + \Omega^2(\delta\Theta_{33} - \delta\Theta_{22})m_2$$

$$\Omega\delta\Theta_{22}\dot{m}_2 + \Omega\delta\Theta_{12}\dot{m}_1 + \Omega\delta\Theta_{23}\dot{m}_3 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{22}m_2 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{12}m_1 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{23}m_3 - \Omega h_3 m_1 + \Omega h_1 m_3 - \Omega^2\delta\Theta_{12}m_2 + 2\Omega^2\delta\Theta_{13}m_3 + \Omega^2(\Theta_{11} - \Theta_{33})m_1m_3 + \Omega^2(\delta\Theta_{11} - \delta\Theta_{33})m_1$$

$$\Omega\delta\dot{\Theta}_{33}m_3 + \Omega\delta\Theta_{23}\dot{m}_3 + \Omega\delta\Theta_{13}\dot{m}_1 + \Omega^2(\Theta_{22} - \Theta_{11})m_1m_2 + \Omega h_2 m_1 - \Omega h_1 m_2$$

Terme 3. Ordnung:

$$\Omega^2\delta\Theta_{31}m_2m_1 + \Omega^2\delta\Theta_{32}m_2^2 - \Omega^2\delta\Theta_{21}m_1m_3 - \Omega^2\delta\Theta_{23}m_3^2 + \Omega^2(\delta\Theta_{33} - \delta\Theta_{22})m_2m_3$$

.....

Zur Abschätzung der Größenordnung der Terme höherer Ordnung wurden in einer Simulation alle Elemente der Trägheitstensoränderung $\delta\Theta_{ij}$ für eine Testmasse in fünf verschiedenen extremalen Lagen bestimmt. Diese Positionen ergeben sich aus der Darstellung des Trägheitstensors in Kugelkoordinaten, siehe dazu auch Anhang A. Anschließend wurden für jede dieser Lagen die Änderungen des Trägheitstensors berechnet. Eingesetzt in die Terme 2. Ordnung läßt sich deren prozentualer Einfluss gegenüber den linearen Termen 1. Ordnung in der Differentialgleichung abschätzen, indem die lineare Gleichung unter Hinzunahme jeweils eines Terms höherer Ordnung gelöst wird. Dasselbe Verfahren wurde analog für die Untersuchung der Bewegungsterme angewandt. Unter folgenden Voraussetzungen können alle diese Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden, d.h. ihr Einfluss liegt unter 0,05 %:

- Die veränderliche Masse bleibt kleiner $10^{18} kg$, dem $6 \cdot 10^{-6}$ - fachen der Erdmasse.
- Größere Massen als $10^{18} kg$ sollten global möglichst gleichmäßig verteilt sein.
- Die Perioden der Massenverlagerungen sollten nicht unter 0,05 Tagen liegen.
- Aus diesen Forderungen ergibt sich automatisch die zusätzliche Bedingung, daß die resultierenden Rotationschwankungen m_i klein genug bleiben. Dasselbe gilt für die Bewegungsterme h_i , die gegenüber der Rotationsgeschwindigkeit Ω der Erde klein bleiben müssen.

In den Termen 3. Ordnung treten jeweils Produkte der kleinen Rotationsschwankungen m_i auf. Sie werden dadurch verschwindend gering und wurden nicht weiter separat analysiert.

Für das Untersuchen von Sekundäreffekten mit relativ kleinen Massenverlagerungen kann die Liouvillesche Bewegungsgleichung folglich reduziert werden auf die Terme 1. Ordnung. In linearisierter Form lauten ihre drei Komponenten

$$\begin{aligned} m_1(t) - \frac{1}{\sigma_r} \dot{m}_2(t) &= \psi_1(t) \\ m_2(t) + \frac{1}{\sigma_r} \dot{m}_1(t) &= \psi_2(t) \\ \dot{m}_3(t) &= \dot{\psi}_3(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

wobei die Funktionen ψ_i Abkürzungen darstellen für

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= \frac{1}{\Omega^2(C-A)} [\Omega^2 \delta\Theta_{13}(t) + \Omega \delta\dot{\Theta}_{23}(t) + \Omega h_1(t) + \dot{h}_2(t) - L_2(t)] \\ \psi_2(t) &= \frac{1}{\Omega^2(C-A)} [\Omega^2 \delta\Theta_{23}(t) - \Omega \delta\dot{\Theta}_{13}(t) + \Omega h_2(t) - \dot{h}_1(t) + L_1(t)] \\ \psi_3(t) &= \frac{1}{\Omega^2 C} [-\Omega^2 \delta\Theta_{33}(t) - \Omega h_3(t) + \Omega \int_0^t L_3(t) dt] \end{aligned} \quad (4.6)$$

und σ_e die Kurzschreibweise für

$$\sigma_e = \frac{(C-A)}{A} \Omega$$

ist. Weichen die Gegebenheiten für die Massenverlagerungen von den oben aufgestellten Forderungen einer korrekten Linearisierung ab, so kann es in bestimmten Fällen notwendig werden einzelne Terme höherer Ordnung wieder in das Gleichungssystem mit aufzunehmen.

Neben der analytischen Lösbarkeit dieser linearisierten Differentialgleichung (4.5) liegt der entscheidende Vorteil in der Trennung der ersten beiden Teilgleichungen von der Gleichung für die dritte Komponente. Nur die beiden ersten äquatorialen Komponenten $m_1(t)$ und $m_2(t)$ sind miteinander gekoppelt. Die dritte Komponente $m_3(t)$ läßt sich unabhängig von diesen lösen. $m_1(t)$ und $m_2(t)$ liefern die Koordinaten für die Polbewegung, also die Lage der Rotationsachse bezüglich des oben definierten, rotierenden Bezugssystems. $m_3(t)$ ist ein Maß für die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit, die sich im terrestrischen Bezugssystem als Tageslängenänderung bemerkbar macht.

Komplexe Notation der Polbewegung

Die ersten beiden gekoppelten Komponenten können auch kompakt in komplexer Notation zusammengefaßt werden. Hierfür werden die folgenden komplexen Größen definiert:

$$\begin{aligned} m(t) &= m_1(t) + im_2(t) \\ \psi(t) &= \psi_1(t) + i\psi_2(t) \\ \delta\Theta(t) &= \delta\Theta_{13}(t) + i\delta\Theta_{23}(t) \\ h(t) &= h_1(t) + ih_2(t) \\ L(t) &= L_1(t) + iL_2(t) \end{aligned}$$

Die Polbewegung aus (4.6) genügt dann der Gleichung

$$m(t) + i \frac{\dot{m}(t)}{\sigma_e} = \psi(t)$$

4.2.2 Transformation in Koordinaten des CEP

Die bisher abgeleitete Polbewegung gibt die Koordinaten der Rotationsachse bezüglich eines definierten, nur ursprünglich fest mit der Erde verbundenen, rotierenden Bezugssystems wieder. Zum Zeitpunkt $t = 0$ fiel die x_3 -Achse dieses Bezugssystems mit der Figurenachse der Erde zusammen. Massenumverteilungen führen durch eine Änderung der Trägheitsmomente zu einer Verlagerung der Figurenachse. Zugleich wirken sich neben der Polbewegung auch die Effekte von Präzession und Nutation im terrestrischen Bezugssystem auf den Rotationsvektor der Erde aus. Erd feste Observatorien sind mit der Erdoberfläche verbunden. Durch die Beobachtungsstationen kann ein vereinbartes terrestrisches Referenzsystem definiert werden. Die Observatorien können nun Schwankungen des Rotationsvektors gegenüber diesem vereinbarten terrestrischen Bezugssystem messen. Die x_3 -Achse dieses Bezugssystems entspricht aber nicht der Figurenachse und fällt im Inertialsystem auch nicht mit dem Rotations- oder Drehimpulsvektor zusammen. Aus diesem Grund wurde von der IAU (International Astronomical Union) der zälestische Ephemeridenpol (CEP=celestial ephemeris pole) eingeführt (SEIDELMANN, 1982). Die Effekte durch Präzession, Nutation und Erdzeiten werden dadurch weitgehend eliminiert. Polbewegungen, wie sie vom internationalen Erdrotationsdienst (IERS) publiziert werden, geben die Lage des CEPs in Bezug auf das vereinbarte terrestrische Referenzsystem wieder. Auf der 24. Generalversammlung der IAU wurde beschlossen am 1. Januar 2003 einen neuen Referenzpol, den CIP (celestial intermediate pole) einzuführen (Resolution B1.7, Definition of Cel. Int. Pole). Bis dahin bleibt jedoch der CEP gültig. Um nun vergleichbare Werte aus den theoretischen Abschätzungen und den beobachteten Polbewegungen zu erhalten, muß die Liouvillesche Bewegungsgleichung von den Koordinaten des Rotationsvektors $m(t)$ in die neuen Koordinaten des CEP $p(t)$ transformiert werden. Dazu wird die beobachtete Bewegung des CEP nach Beachtung von Präzession und Nutation im Inertialsystem durch eine gleichmäßige Rotation und kleine Schwankungen durch die Polbewegung dargestellt (GROSS, 1992). Aus dem Vergleich von gleichmäßiger Rotation und Polbewegung erhält man eine infinitesimale Transformationsmatrix mit den drei Koordinaten p_i des CEP. Vergleicht man nun die Darstellung des Rotationsvektors im gleichmäßig rotierenden Bezugssystem, ausgedrückt in den Koordinaten m_i mit der Darstellung des Rotationsvektors im Inertialsystem abzüglich einer gleichmäßigen Rotation, ausgedrückt in den Koordinaten p_i , so erhält man für die Koordinatentransformation

$$m(t) = p(t) - \frac{i}{\Omega} \dot{p}(t)$$

Ebenfalls zu transformieren sind die Funktionen $\psi(t)$. Sie gehen über in die neuen Funktionen $\chi(t)$ durch die Beziehung

$$\psi(t) = \chi(t) - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi}(t) \quad (4.7)$$

wobei wieder die komplexe Notation $\chi(t) = \chi_1(t) + i\chi_2(t)$ Anwendung findet. Die linearisierte Liouvillesche Bewegungsgleichung in komplexen Koordinaten für den CEP lautet dann

$$p(t) + \frac{i}{\sigma_e} \dot{p}(t) = \chi(t) \quad (4.8)$$

Gegenüber Gleichung (4.6) tauchen in diesem Bezugssystem keine Zeitableitungen $\dot{\chi}(t)$ mehr auf. Die Funktionen $\chi(t)$ werden in diesem Zusammenhang auch als *effektive* Drehimpulsfunktionen bezeichnet. Da die dritte Koordinate $m_3(t)$ nur die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit bestimmt, ist es unerheblich, auf welche der beiden Achsen sie sich bezieht. Die Terme der Funktionen $\chi_i(t)$ sind in den weiter unten stehenden Gleichungen (4.18) nochmals detailliert zusammengestellt.

Neben der Berücksichtigung der Bezugssysteme von Beobachtung und Theorie kann die linearisierte Form der Bewegungsgleichung noch durch einige einfache Zusätze besser an die Realität der wahren Erde angepasst werden.

4.2.3 Anpassung an eine realistische Erde

Die Behandlung der Erde als nicht starrer Körper bringt es mit sich, dass sie sich unter dem Einfluss der Rotation durch die Zentrifugalkräfte deformiert. Außerdem unterliegt die Polbewegung einer Dämpfung und zusätzlich sind Wechselwirkungen zwischen Erdkern und Erdmantel zu berücksichtigen.

Rotationsdeformation der elastischen Erde

Aufgrund der elastischen Eigenschaften der Erde kommt es bei Rotationsschwankungen durch Massenverlagerungen zu einer positiven Rückkopplung. Ändert sich der Rotationsvektor unter dem Einfluss von Massenverlagerungen, so ist eine elastische Reaktion der Erde auf die damit verbundene Änderung des breitenabhängigen Zentrifugalpotentials zuzulassen. Die elastische Erde passt sich den neuen Bedingungen durch die Rotationsdeformation an, so dass in jedem Massenpunkt die Summe aus Zentrifugalkraft, Gravitationskraft und elastischen Kräften wieder ausgeglichen ist. Um die Veränderung der Gleichgewichtsform zu berücksichtigen, werden kleine Zuschläge für die Komponenten des Trägheitstensors bestimmt. Quantitativ können die Deformationen durch die Störung des Zentrifugalpotentials beschrieben werden mit den Loveschen Zahlen k_2 für die kurzperiodischen elastischen Änderungen und k_f für den Grenzfall einer völlig flüssigen Erde im hydrostatischen Gleichgewicht. In die linearisierte Liouvillesche Gleichung sind daher

folgende Zuschläge aufzunehmen:

$$\begin{aligned}
 \delta A &= -\frac{2}{3} \frac{k_2}{k_f} (C - A) m_3 \\
 \delta C &= +\frac{4}{3} \frac{k_2}{k_f} (C - A) m_3 \\
 \delta \Theta_{13} &= \frac{k_2}{k_f} (C - A) m_1 \\
 \delta \Theta_{23} &= \frac{k_2}{k_f} (C - A) m_2
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Nach der Transformation in die Koordinaten des CEP lassen sich die Änderungen durch die Rotationsdeformation in den Funktionen χ und in σ_e als Faktoren schreiben:

$$\begin{aligned}
 \chi_{1,2}(t) &\rightarrow \frac{1}{1 - \frac{k_2}{k_f}} \cdot \chi_{1,2}(t) \\
 \chi_3(t) &\rightarrow \frac{1}{1 + \frac{4}{3} \frac{k_2}{k_f} \frac{C-A}{C}} \cdot \chi_3 \\
 \sigma_e &\rightarrow \sigma_c = \left(1 - \frac{k_2}{k_f}\right) \sigma_e
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Für die ersten beiden Komponenten erhält man also einen Faktor von 1,43. Den entsprechenden Kehrwert setzt man für σ_c an. Für die dritte Komponente ergibt sich ein Faktor von 0,998, der aber von 1,0 vernachlässigbar verschieden ist.

Chandlerfrequenz

Wie sich später in der Lösung herausstellen wird, beschreibt σ_c die Frequenz der freien Polbewegung einer elastischen Erde. Sie wird nach dem Entdecker dieser freien Kreisbewegung auch Chandlerfrequenz genannt. Gleichung (4.10) verlängert die Chandlerperiode $1/\sigma_c$ für die deformierbare elastische Erde gegenüber der Eulerperiode $1/\sigma_e$ einer starren Erde von 305 Tagen auf 435 Tage. Dieser theoretische Wert kommt dem aus Beobachtungen gemittelten Wert von 433 Tagen sehr nahe. Die Differenzen erklären sich aus der vereinfachten Annahme der Rotationssymmetrie und den vernachlässigten Effekten der ozeanischen Gezeiten.

Dämpfung

Da die Erde kein vollständig elastischer Körper ist, treten bei den rotationsbedingten Deformationsprozessen vorwiegend im Erdmantel geringe Energiedissipationen auf. Dies wirkt sich als Dämpfung der freien Chandlerbewegung aus. Mit der Einführung einer komplexen Chandlerfrequenz, die neben dem Realteil noch einen kleinen Imaginärteil

aufweist, wird eine lineare Dämpfung mit zunehmender Zeit berücksichtigt. Die Chandlerfrequenz wird dazu angesetzt als

$$\sigma = \frac{2\pi}{T_c} \left(1 + \frac{i}{2Q}\right) \quad (4.11)$$

mit T_c als Periode der Chandlerbewegung und Q als Qualitätsfaktor. Dieser läßt sich aus dem Verhältnis des Energieverlustes zur Gesamtenergie einer Schwingungsperiode herleiten.

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{2\pi E^*} \oint \frac{dE}{dt} dt$$

E^* ist die im System maximal gespeicherte Energie während einer Periode. Man versucht, die Dissipationsrate $\frac{dE}{dt}$ aus seismologischen Daten wie Wellengeschwindigkeiten und Eigenschwingungen der Erde abzuleiten. Noch ist ungeklärt, inwiefern dieser seismologische Q-Faktor übertragbar ist auf den Q-Faktor der Chandlerbewegung. Die Angaben über den Qualitätsfaktor schwanken daher zwischen 50 und 1000.

Kopplung von Erdkern und Erdmantel

Der Schalenbau der Erde bringt es mit sich, dass sich die Erde nicht wie ein einzelner homogener Körper behandeln lässt. Vielmehr besteht sie aus einem gekoppeltem System von Erdkern und Erdmantel. Wie frei sich Erdkern und Erdmantel relativ zueinander bewegen können, ist dabei noch ungeklärt. Obwohl in diesem Bereich sehr viel Forschung betrieben wird, existieren noch keine gesicherten Erkenntnisse über die wahren Kopplungsmechanismen. Es stellt sich daher die Frage, ob die bisher verwendeten Hauptträgheitsmomente A, B und C der Erde auch den effektiv wirksamen Trägheitsmomenten entsprechen. Zunächst gibt es die beiden extremen Hypothesen einer festen Kopplung von Kern und Mantel und einer völligen Entkopplung beider Teilschalen. Im ersten Fall wären die Hauptträgheitsmomente A, B und C gültig, im zweiten Fall dürften nur die Hauptträgheitsmomente des Mantels A_m, B_m herangezogen werden. Die Realität liegt sicherlich zwischen diesen beiden Vorstellungen und ist zudem von den Frequenzen der verschiedenen Bewegungsanteile abhängig.

In dieser Arbeit wird hierfür ein sehr vereinfachter Ansatz angenommen (private Mitteilung, H. JOCHMANN, 1997). Erdkern und -mantel sollen rotationselliptische Schalen bilden und es wird keine elektromagnetische oder gravitative Kopplung zugelassen. Hingegen wird nur eine topographische Kopplung angenommen, die in dem betrachteten Periodenbereich von Monaten, Jahren oder größer als vollständig anzusehen ist. Dies hat zur Folge, dass für Richtungsschwankungen der Rotationachse von den Hauptträgheitsmomenten A, B und C ausgegangen werden kann, der Erdkern wird also mitbewegt. Die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit ist dagegen unabhängig von der Eigenrotation des Erdkerns. Hier wird nur das reduzierte Hauptträgheitsmoment C_m des Mantels angesetzt. Die Gleichung für ψ_3 in (4.6) ist mit dem Faktor 1,129 zu multiplizieren.

Setzt man nun (4.11) für die Dämpfung und (4.10) für die Rotationsdeformation in (4.8) ein und berücksichtigt die Entkopplung von Erdkern und Erdmantel für die dritte

Komponente, so erhält man die Bewegungsgleichungen für die Rotationsschwankungen einer fast elastischen, deformierbaren und rotationselliptischen Erde. Die Lösung dieses Differentialgleichungssystems bildet nun den hier vorgestellten mathematischen Zugang zur Berechnung der Rotationsschwankungen aufgrund von Massenverlagerungen.

4.3 Lösung der Bewegungsgleichung

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung von Rotationsschwankungen aufgrund von Massenverlagerungen auf und in der Erde. Dabei sollen keine äußeren Einflüsse, wie die von Sonne und Mond berücksichtigt werden. Die äußeren Drehmomente werden daher nicht weiter in den Gleichungen aufgeführt. Es kann also $\vec{L} = 0$ gesetzt werden. Die dann homogene Liouvillesche Bewegungsgleichung lässt sich durch Integration von (4.8) lösen.

4.3.1 Polbewegung

Aus den ersten beiden Komponenten in komplexer Notation ergibt sich die Polbewegung zu

$$p(t) = e^{i\sigma t} \left[p_0 - i\sigma \int_{-\infty}^t \chi(\tau) \cdot e^{-i\sigma\tau} d\tau \right] \quad (4.12)$$

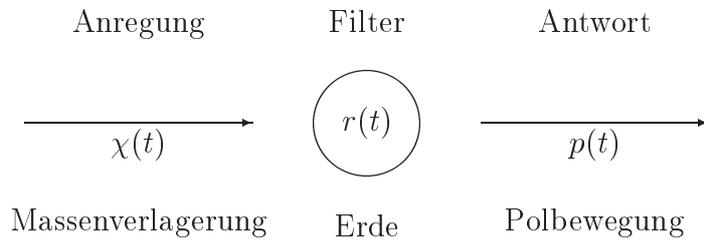
Nimmt man an, dass für alle Zeiten $t \leq 0$ keine Massenverlagerungen stattfinden, so lassen sich die Integrationsgrenzen auf den positiven Halbraum einschränken. Gleichung (4.12) kann dann umgeschrieben werden in ein Faltungsintegral der Form

$$p(t) = p_0 e^{i\sigma t} - i\sigma \int_0^t \chi(t - \tau) \cdot e^{i\sigma\tau} d\tau \quad (4.13)$$

siehe auch Anhang A. Mit der Integrationskonstante $p_0 = p(t = 0)$ wird die Ausgangslage des Pols als Anfangswert festgelegt. Das Integral selbst stellt eine Faltung

$$(\chi * r)(t)$$

der Anregungsfunktion $\chi(t)$ mit der Übertragungsfunktion $r(t) = e^{i\sigma t}$ dar. Die Erde wirkt wie ein physikalisches Filter.



Eine Massenverlagerung, beschrieben durch eine noch zu bestimmende Anregungsfunktion $\chi(t)$, wirkt auf das physikalische Filter Erde. Dieses besitzt eine charakteristische Übertragungsfunktion $r(t) = e^{i\sigma t}$, welche durch die Figur der Erde bestimmt wird. Die Erde antwortet auf eine solche Anregung mit der Polbewegung. Die Charakteristik der Erde ergibt sich hier vereinfacht mit einer einzigen Eigenperiode, der Chandlerperiode. Betrachtet man (4.13) im Frequenzbereich, so wird die Beziehung zwischen Anregungsfrequenz und Chandlerfrequenz noch deutlicher. Aus der Faltung in (4.13) im Zeitbereich wird eine einfache Multiplikation im Frequenzbereich. Für die Polbewegung $P(\omega)$ gilt dann.

$$P(\omega) = \frac{\sigma}{\sigma - \omega} \cdot X(\omega) \quad (4.14)$$

X ist die Fouriertransformierte der Anregungsfunktion χ . Die Übertragungsfunktion reduziert sich im Frequenzbereich auf das Verhältnis der Chandlerfrequenz σ zum Abstand der Anregungsfrequenz ω von dieser Eigenfrequenz. Sehr große Anregungsperioden wirken sich direkt und ohne Erregung der Chandlerbewegung auf die Polbewegung aus, während wesentlich kleinere Anregungsperioden unterdrückt werden. Eine Anregung nahe der Chandlerperiode führt allerdings durch die Resonanzkopplung zu sehr großen Amplituden in der Polbewegung.

In Abbildung 4.1 wurde die Antwort der Erde auf spezifische Anregungsperioden simuliert. In der resultierenden Polbewegung findet sich die Anregungsperiode mit einer Amplitude entsprechend der Stärke der Anregung wieder. Daneben dominiert die mitangeregte Chandlerperiode das Spektrum der Polbewegung. Je näher die Anregungsperiode an der Eigenperiode liegt, desto stärker wird diese mitangeregt. Da in dem Simulationsbeispiel keine Dämpfung eingeführt wurde, führt die Anregung mit der Chandlerperiode zu einer "Resonanzkatastrophe".

Im Frequenzbereich lassen sich relativ einfach weitere Eigenfrequenzen der Erde in die Polbewegung mit einbauen. So ist für kurze (tägliche) Perioden eine Kopplung zwischen Erdmantel und Erdkern zu beobachten. Der Erdkern vollführt eine freie Nutationsbewegung, "Free Core Nutation" (FCN) genannt. Diese hat im terrestrischen Referenzsystem eine beobachtete Frequenz von $\sigma_f = \frac{2\pi}{-1,00506} \left(1 + \frac{i}{2Q_f}\right)$. Sie besitzt also eine fast tägliche Periode mit einer sehr kleinen Dämpfung von $Q_f = 5722$ (BRZEZINSKI, 1994). Die Polbewegung der Erde regt durch verschiedene Kopplungsmechanismen zwischen Erd-

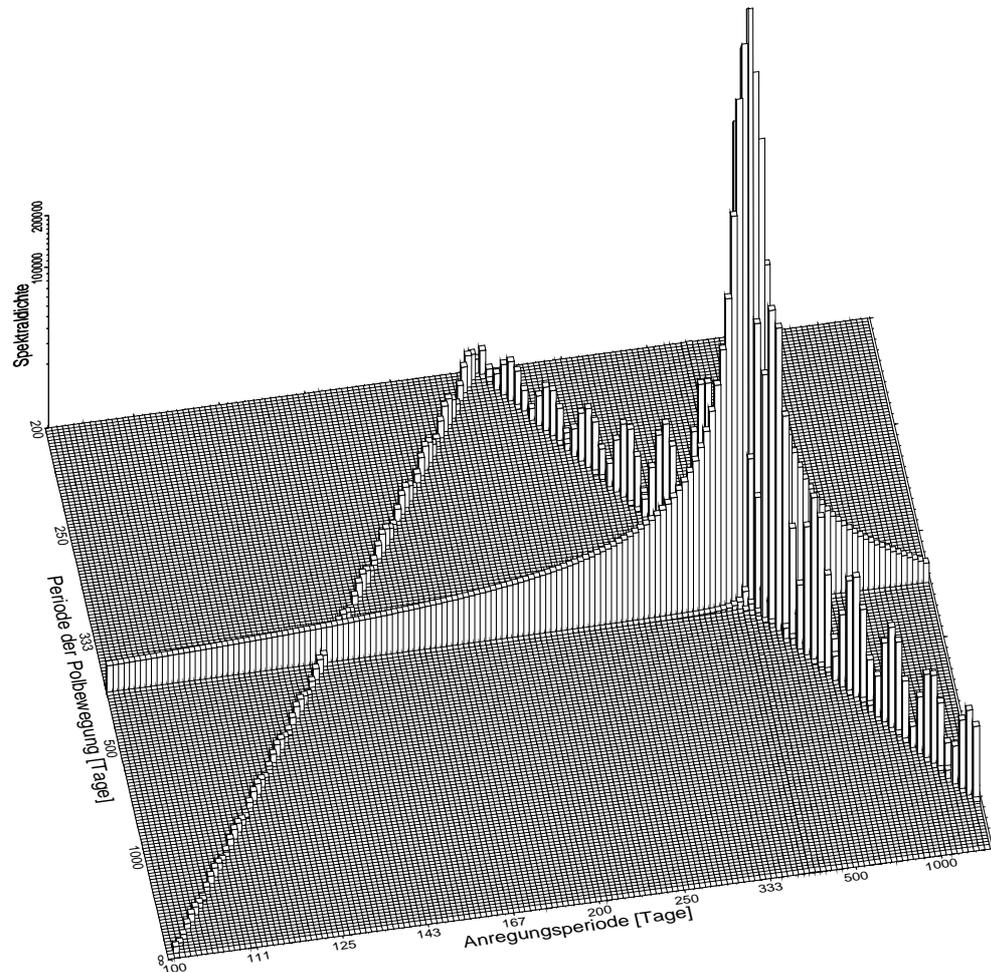


Abbildung 4.1: **Perspektivisches Spektrum der Polbewegung** als Antwort auf eine bestimmte Anregungsperiode. Die Spektraldichten für Anregungsperioden unterhalb von 200 Tagen bis 0 sind abbildungstechnisch horizontal gespiegelt aufgetragen. Desweiteren sind durch die Wahl einer relativ großen Schrittweite Schwankungen in den Spektraldichten aufgetreten, die nicht durch die Übertragungsfunktion sondern nur durch die Numerik bestimmt sind.

mantel und Erdkern die FCN mit an. Befinden sich in der Anregungsfunktion tägliche oder kürzere Perioden, so ist die FCN-Resonanz zu berücksichtigen. Die Anregungen der Polbewegung durch Massenterm und Bewegungsterm wirken sich verschieden stark auf die FCN-Resonanz des Erdkerns aus. Brzezinski formulierte die Polbewegung im Frequenzbereich daher folgendermaßen:

$$P(\omega) = \frac{\sigma_c}{\sigma_c - \omega} \cdot [X^P(\omega) + X^W(\omega)] + \frac{\sigma_c}{\sigma_f - \omega} \cdot [a_P X^P(\omega) + a_W X^W(\omega)] \quad (4.15)$$

Hierbei kennzeichnet P (pressure) den Massenterm und W (wind) den Bewegungsterm. Die unterschiedliche Kopplung dieser beiden Anregungsterme mit der FCN wird durch die Kopplungskonstanten a_P und a_W wiedergegeben. Sie ergeben sich aus den elastischen Parametern η, τ, μ eines Modells der festen Erde unter Hinzunahme von Gezeiten, Auflastdeformationen, Kern-Mantelkopplung und dem Trägheitsmoment A_f des flüssigen Kerns durch

$$\begin{aligned} a_P &= \frac{A_f}{A} \frac{\eta}{\tau - \mu} = 9,202 \cdot 10^{-2} \\ a_W &= -\frac{A_f}{A} \frac{\sigma_f + \Omega}{\Omega} = 5,489 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

Diese im Frequenzbereich um die FCN-Resonanz erweiterte Polbewegung (4.15) kann nun wieder in den Zeitbereich zurücktransformiert werden. Man erhält eine Summe aus mehreren Faltungsintegralen (ZHARKOV ET AL., 1996).

$$p(t) = \sum_{k=1}^2 \left[p_k(t_0) e^{i\sigma_k(t-t_0)} - i\sigma_0 \int_{t_0}^t [a_{P,k} \chi^P(\tau) + a_{W,k} \chi^W(\tau)] e^{i\sigma_k(t-\tau)} d\tau \right] \quad (4.16)$$

mit

$$\begin{aligned} k = 1: & \quad \text{Chandlerbewegung} \quad a_{P,1} = a_{W,1} = 1 \quad \sigma_1 = \sigma_0, \\ k = 2: & \quad \text{FCN-Resonanz} \quad a_{P,2} = a_P, \quad a_{W,2} = a_W \quad \sigma_2 = \sigma_f. \end{aligned}$$

Neben der FCN-Resonanz wird noch die Existenz einer "Free Inner Core Nutation" (FICN) vermutet. Aus theoretischen Berechnungen für die Bewegung von innerem Erdkern gegenüber dem äußerem Erdkern wird eine sehr schwache Resonanz im retrograden täglichen Periodenbereich erwartet. Hinzunehmen könnte man auch noch die Resonanz der "Tilt-Over-Mode" (TOM) mit einer Periode von exakt einem Tag im terrestrischen Bezugssystem (DEHANT und CAPITAIN, 1997).

Das Schema des physikalischen Filters würde es auch erlauben, den umgekehrten Weg zu verfolgen. Durch eine inverse Faltung (Dekonvolution) ließe sich aus einer bekannten Polbewegung deren Anregungsfunktion ermitteln. Kennt man beides, die Anregung und die daraus resultierende Polbewegung, könnte man Rückschlüsse auf die Übertragungsfunktion ziehen (JOCHMANN, 1998). Damit könnten die Veränderungen der Trägheitsmomente, die Loveschen Zahlen k_2 und k_f und der Qualitätsfaktor Q sowie die Eigenfrequenzen der Erde überprüft werden.

4.3.2 Tageslängenänderung

Durch die Linearisierung der Liouvilleschen Differentialgleichung (4.5) kann die dritte Komponente völlig unabhängig von der Polbewegung behandelt werden. Aus der Äquivalenz

$$\frac{\Omega \delta \Theta_{33} + h_3}{\Omega C} = -m_3 = \frac{\Omega - \omega_3}{\Omega} = \frac{\Delta LOD}{LOD}$$

und der Anregungsfunktion (4.6) erhält man die Tageslängenänderung (LOD = Length Of Day) zu

$$\Delta LOD(t) = -LOD \cdot \chi_3(t) \quad (4.17)$$

wobei im Zuge einer einheitlichen Notation $\chi_3(t) = \psi_3(t)$ gesetzt wurde.

Damit steht die vollständige analytische Lösung der linearisierten Liouvilleschen Bewegungsgleichung zur Verfügung. Die Gleichungen (4.13) und (4.17) enthalten als wesentliche noch zu bestimmende Terme die Anregungsfunktionen $\chi_i(t)$.

4.3.3 Formulierung der Anregungsfunktion

Die Anregungsfunktion ist die mathematische Formulierung der physikalischen Ursachen von Rotationsschwankungen aufgrund von Massenverlagerungen und -bewegungen. In die Anregungsfunktion gehen Drehimpulsvariationen über Änderungen der Komponenten des Trägheitstensors sowie über relative Drehimpulsanteile, die durch bewegte Massen verursacht werden, ein. Die Anregungsfunktionen werden zunächst aus der Definition in (4.6) abgeleitet. Hinzu kommt für die ersten beiden Komponenten die Transformation in Koordinaten des CEP nach (4.7) und die Berücksichtigung der Rotationsdeformation der Erde über (4.10). Es ergeben sich für die ersten beiden Komponenten in komplexer Schreibweise χ und separat für die dritte Komponente χ_3 folgende Anregungsfunktionen:

$$\begin{aligned} \chi(t) &= \frac{1}{\Omega(C - A)} \frac{1}{1 - \frac{k_2}{k_f}} \left[\Omega \delta \Theta(t) + h(t) \right] \\ \chi_3(t) &= \frac{1}{\Omega C_m} \left[-\Omega \delta \Theta_{33}(t) - h_3(t) \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

In den Gleichungen (4.18) treten weiterhin der Massenterm $\Omega \delta \Theta_{ij}$, der sich aus den Änderungen der Trägheitstensoranteile $\delta \Theta_{12}$, $\delta \Theta_{23}$ und $\delta \Theta_{33}$ ergibt, sowie der Bewegungsterm h_i , den man über die Geschwindigkeiten der bewegten Massen erhält, getrennt voneinander auf. In dieser Form berücksichtigt die Anregungsfunktion allerdings nur die unmittelbaren Auswirkungen einer Massenverlagerung, also den direkten Effekt. Um indirekte Einflüsse wie die Deformation der Erde durch die Auflastwirkungen mit einzubeziehen, kann die Anregungsfunktion durch einen globalen Auflastparameter ergänzt werden. Alternativ lassen sich die indirekten Einflüsse getrennt als eigene Anregung formulieren und addieren.

4.4 Berechnung von Deformationen

Jede Massenverlagerung bewirkt zunächst eine Störung des Gravitationsfeldes der Erde. Die Erde passt sich diesen neuen Verhältnissen durch Deformationen an, die ihrerseits mit Veränderungen des Trägheitstensors der Erde verbunden sind. Damit bewirken Deformationen eine zusätzliche Anregung. Massenverlagerungen können daher indirekt über ihre Auflast auf die Rotation der Erde wirken. Im folgenden werden zwei Wege vorgestellt, solche indirekten Effekte zu bestimmen und zu berücksichtigen.

4.4.1 Lovesche Auflastzahlen

Betrachten wir eine veränderte Massenverteilung als Oberflächenaflast $q(\varphi, \lambda, t)$ und entwickeln diese in harmonischen Kugelflächenfunktionen, so ergibt sich

$$q(\varphi, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_{nm}(t) \cos m\lambda + S_{nm}(t) \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi)$$

Hierin sind n und m der Grad und die Ordnung der Entwicklung, P_{nm} die Legendre-Polynome und C_{nm} und S_{nm} die Stokeschen Koeffizienten. Diese Masse erzeugt ein zusätzliches Gravitationspotential U . Entwickelt in Kugelflächenfunktionen ergibt sich für den Grad n von U daraus

$$U_n = \frac{4\pi G q_n a}{2n + 1} \left(\frac{r}{a}\right)^n$$

mit der Gravitationskonstanten G und dem Erdradius a . Die Erdanziehung auf diese Masse verursacht mit der Erdbeschleunigung g einen Normaldruck p von

$$p_n = -gq_n$$

der die Erdoberfläche radial deformiert. Die Änderung des Gravitationsfelds, kann für den Grad n als Summe von U_n und einem für kleine Störungen linear von diesem Potential abhängigen Störpotential

$$k'_n U_n$$

geschrieben werden zu

$$U_n + k'_n U_n = (1 + k'_n) U_n \quad (4.19)$$

Die linearen Parameter k'_n werden als Lovesche Auflastzahlen bezeichnet (Load Love Numbers). Über die Stokeschen Koeffizienten C_{nm}, S_{nm} der Kugelflächenfunktionsdarstellung des Gravitationspotentials der Erde lässt sich der Trägheitstensor mit dem Gravitationspotential verknüpfen, siehe auch Anhang A. Verwendet man nun anstelle des ursprünglichen Gravitationspotentials der Masse das durch den indirekten Effekt geänderte Potential aus (4.19), so lässt sich schon bei der Berechnung des Trägheitstensors für die Anregungsfunktionen der Auflasteffekt berücksichtigen. Da die Trägheitstensorkomponenten Θ_{33}, Θ_{13} und Θ_{23} nur mit den Koeffizienten C_{20}, C_{21} und S_{21} verbunden sind, genügt es, die Lovesche Auflastzahl zweiten Grades k'_2 in die Anregungsfunktion

einzuführen. Auflastdeformationen werden nur durch statische Massen verursacht. Entsprechend erhalten alle Massenterme nach (4.19) den zusätzlichen Faktor $(1 + k_2')$. Die Bewegungsterme bleiben unverändert.

Die Lovesche Auflastzahl kann für verschiedene Erdmodelle numerisch bestimmt werden oder sie wird aus Beobachtungen der Erdgezeiten und Eigenschwingungen der Erde abgeleitet. In jedem Fall wird meist ein globaler Wert verwendet. Dies impliziert, dass sich Auflasten immer gleich auf die Erdoberfläche auswirken, unabhängig davon, welche tatsächliche regionale Rheologien der Erdkruste und des Erdmantels zugrunde liegen. Dies kann natürlich nur eine erste Näherung des indirekten Effektes sein. In Zukunft wäre daher anzustreben, regionale Lovesche Auflastzahlen zu ermitteln.

Anstatt über die Stokeschen Koeffizienten die Wirkung des Gravitationspotentials zu berücksichtigen, soll im folgenden Ansatz aus den Oberflächendeformationen die Geometrie der Massenvariationen im Erdinneren und damit die zusätzlichen Trägheitstensoränderungen abgeleitet werden.

4.4.2 Greensche Funktionen

Will man die Änderungen des Trägheitstensors aufgrund von Auflastdeformationen berechnen, so ist vor allem eine genaue Kenntnis des Deformationsprozesses nötig. Zu Grunde gelegt wird, dass die Perioden der Anregung, hier größer als einige Tage, weit über den elastischen Eigenperioden der Erde liegen und keine quasi-statischen Auflasten mit Zeiträumen über 1000 Jahren existieren (Isostasie), die viskoses Fließen im Mantel verursachen würden. Weiter wird angenommen, dass die gravitativen Kräfte aufgrund der Massenaufasten wesentlich geringer bleiben als die ihnen entgegenwirkenden elastischen Kräfte. Die Erde reagiert unter diesen Voraussetzungen annähernd wie ein perfekt elastischer Körper (RANALLI, 1995). Es stellt sich nun die Frage, mit welcher Verformung die Erde auf eine Massenaufast reagiert. Gemessen werden kann die radiale Deformation an der Erdoberfläche. Sie lässt sich auch für verschiedene Erdmodelle über den Ansatz der Greenschen Funktionen berechnen. Welche Massenverschiebungen die Deformation aber im Erdinneren hervorruft ist nicht zu messen. Nur die Auswirkung dieser Massenverschiebungen auf die Erdrotation kann wieder beobachtet werden. Ein globales Maß dafür ist die schon erläuterte Lovesche Zahl k_2' . Mit diesen zwei Randbedingungen lassen sich hypothetische Modellannahmen für die Deformation der Erde verifizieren. Angenommen wurden zunächst die beiden gegensätzlichen Modelle einer reinen Kompression und einer reinen Durchbiegung der Lithosphäre.

Kompressionsmodell

Die Kompression wurde so modelliert, dass sich die obere Kruste bis zu einer Kompensationstiefe von 100 m bzw. 1000 m komprimiert, darunter jedoch keine Massenverlagerungen mehr stattfinden. Angesetzt wurde eine Auflast auf allen Kontinenten der

Nordhemisphäre von 0,5 m Schnee mit einer Dichte von 300 kg/m^3 . Für die resultierende radiale Oberflächendeformation wurden Werte von 0 (=keine Auflastwirkung) bis 10 cm (=maximale Auflastwirkung) angenommen. Anschließend wurde für jedes dieser Modelle die Anregungsfunktion für die entstandenen Massenverlagerungen berechnet. Es zeigte sich in allen Berechnungen keine nennenswerte Auswirkung auf die Anregungsfunktion, ausser einer minimalen Änderung der dritten Komponente. Geht man davon aus, dass die übliche Berechnung des indirekten Effektes mittels der Loveschen Zahl k_2' annähernd der vermuteten Realität entspricht, so kann das Kompressionsmodell die Erwartungen nicht erfüllen. Eine reine Kompression der Erdoberfläche hat auf die Erdrotation keine wesentlichen Auswirkungen.

Modell einer Plattenbiegung

Im zweiten Modell wird eine Plattenbiegung angesetzt. Die starre Lithosphärenplatte wird durch die Mohorovičić-Diskontinuität (Moho) von der viskoserer Asthenosphäre getrennt. Wirkt nun eine Kraft senkrecht auf die Lithosphäre so biegt sie sich durch und verdrängt die Asthenosphäre, Abbildung 4.2 (WALCOTT, 1970).

Durch den großen Dichteunterschied von 300 kg/m^3 zwischen diesen beiden Schichten

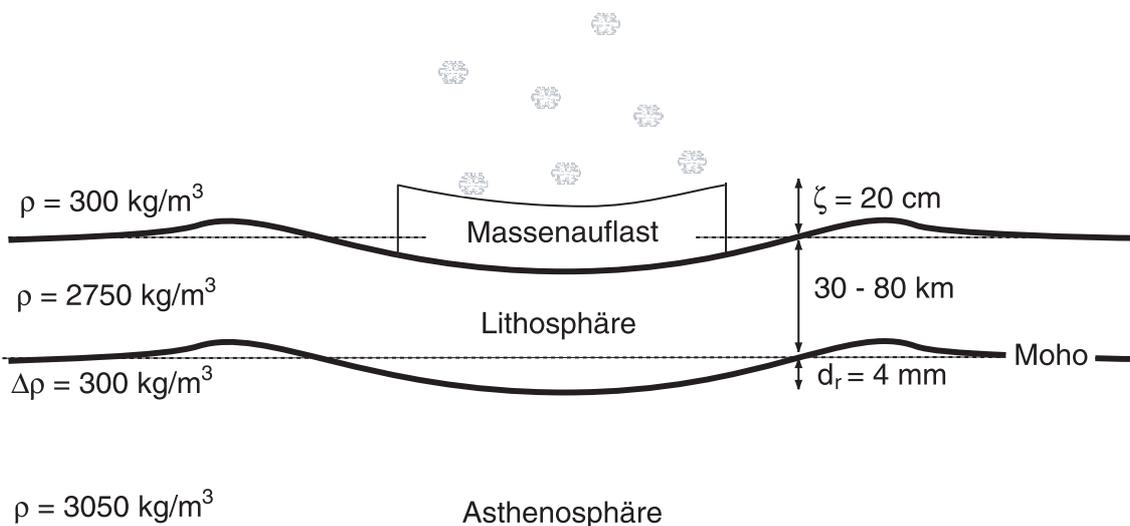


Abbildung 4.2: **Deformationsmodell der Erdkruste.** Angenommen wird eine Plattenbiegung der Lithosphäre. Maßgeblich bestimmt wird die Massenänderung durch den Dichteunterschied $\Delta\rho$ zwischen Lithosphäre und Asthenosphäre.

führt das Eintauchen der Lithosphäre in die Asthenosphäre effektiv zu einer Massenverlagerung. Im Modell wurde die Grenzschicht der Moho in 35 km Tiefe angesetzt. Für die Durchbiegung wurden Werte zwischen 1 cm und 10 cm angenommen. Für alle diese Deformationswerte wurde nun die Anregungsfunktion in ihren drei Komponenten berechnet. In Abbildung 4.3 ist die Deformation gegen die Anregungsfunktion aufgetragen. Zum Vergleich sind auch die errechneten Werte für das Kompressionsmodell aufgeführt. Als Orientierung wurde zusätzlich der nur von der Auflastmasse abhängige Wert für die Berücksichtigung des indirekten Effekts mittels Lovescher Zahl (loading) eingetragen.

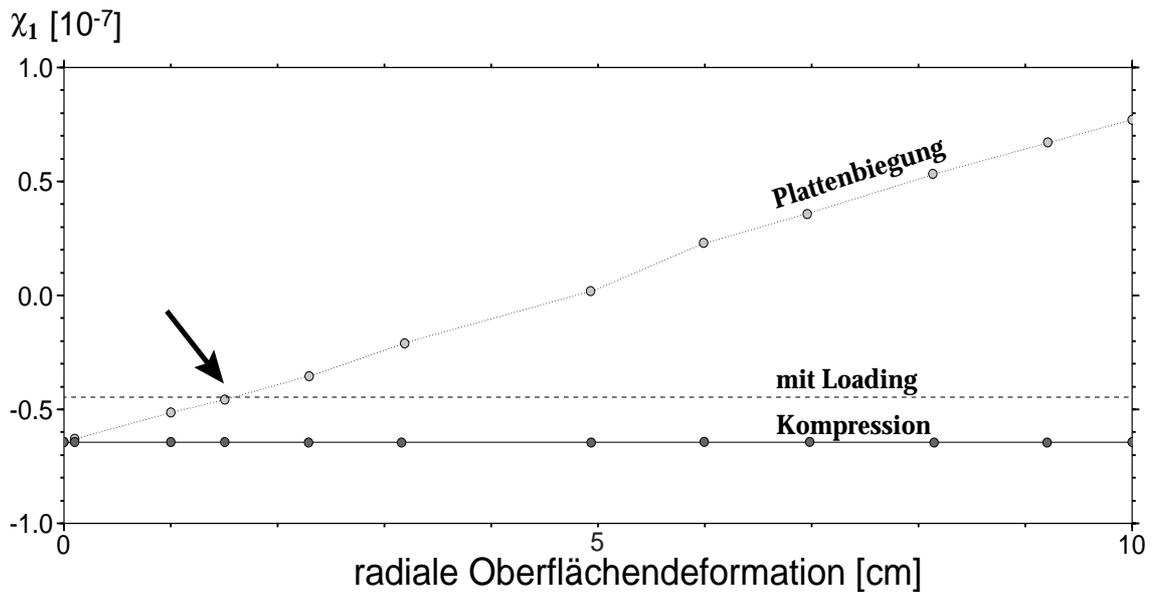


Abbildung 4.3: **Vergleich zweier Deformationsmodelle.** Anregungsfunktion χ_1 aufgrund einer Kompression und einer Plattenbiegung der Lithosphäre durch eine Schneeauflast auf der Nordhalbkugel, $\rho = 300 \text{ kg/m}^3$, $\zeta = 0,5 \text{ m}$. Kompression bis 100 m Tiefe, Dicke der Platte 35 km, indirekter Effekt (loading) mit $k'_2 = -0.3075$

Dieser Vergleich kann nun auch für die beiden weiteren Komponenten der Anregungsfunktion gezogen werden. In allen drei Fällen erweist sich eine Plattenbiegung um etwa 1,5 cm, siehe Pfeil in Abbildung 4.3, als beste Übereinstimmung mit dem Ergebnis des erwarteten Loading-Effekts aus der Loveschen Auflastzahl.

Das Modell der Plattenbiegung wurde daher weiterverfolgt und mit unterschiedlichen Schneebedeckungen zwischen 0 cm und 100 cm berechnet. Abbildung 4.4 zeigt die theoretisch notwendige Plattenbiegung durch eine Schneeauflast, um in der Anregungsfunktion dasselbe Ergebnis zu erhalten, wie es sich durch eine Berechnung des indirekten Effekts mittels Lovescher Auflastzahl ergibt.

Vergleicht man diese Werte mit tatsächlich gemessenen Werten, so erscheint ein solches Modell einer Plattenbiegung durchaus realistisch. Es wird daher im weiteren ein der

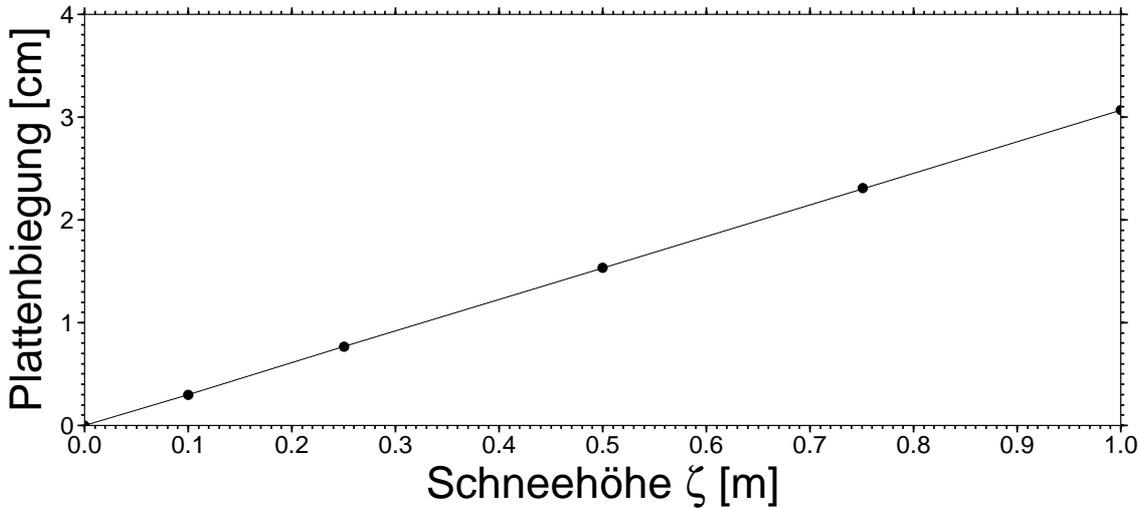


Abbildung 4.4: **Vergleich der Plattenbiegung mit Lovescher Auflastzahl.** Theoretisch nötige Plattendurchbiegung durch eine Schneeauflast auf der Nordhalbkugel, um dieselbe Anregungsfunktion wie aus einer Berechnung des indirekten Effektes mittels Lovescher Auflastzahl zu erhalten.

jeweiligen Mohotiefe angepasstes Plattenmodell eingeführt. Ist die Oberflächen deformation nicht aus Beobachtungen bekannt, so muss diese zuerst modelliert und berechnet werden.

Bestimmung von Oberflächen deformationen

Unter einer relativ niederfrequenten Oberflächenbelastung biegt sich die Erdkruste elastisch durch. Diese Durchbiegung ist im wesentlichen von der Masse und von den rheologischen Eigenschaften der Kruste und dem oberen Mantel abhängig. W.E. Farrell beschreibt in seinem Artikel *Deformation of the Earth by Surface Loads* (FARRELL, 1972) die nötigen Grundlagen. Ausgegangen wird von der Wirkung einer Punktauflast auf einen elastischen Halbraum (Boussinesq's Problem). Die Gleichgewichtsbedingung für die Deformation s lautet

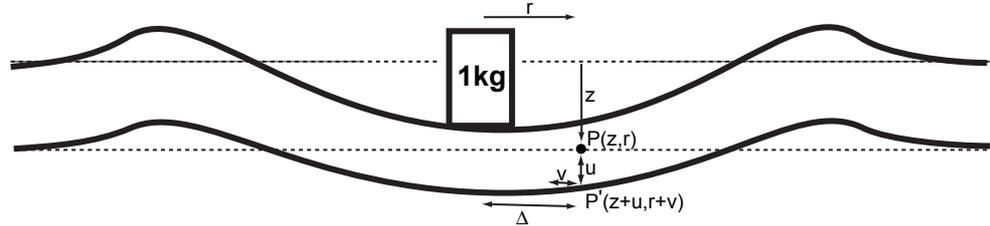
$$\sigma \nabla \nabla s - \mu \nabla \times \nabla \times s = 0$$

mit den elastischen Parametern $\sigma = \lambda + 2\mu$, $\eta = \lambda + \mu$, wobei sich λ und μ aus dem Elastizitäts-, Scher- und Kompressionsmodul ableiten lassen. Die Deformation durch eine Punktauflast im Koordinatenursprung führt damit auf folgende Lösung der Differentialgleichung in Zylinderkoordinaten (r, z) :

$$v(z, r) = -\frac{1}{4\pi\mu R} \left(\frac{\sigma}{\eta} + \frac{z^2}{R^2} \right)$$

$$u(z, r) = -\frac{1}{4\pi\eta r} \left(1 + \frac{z}{R} + \frac{\eta r^2 z}{\mu R^3} \right)$$

$v(z, r)$ ist die Deformation in z -Richtung, $u(z, r)$ die Deformation in radialer Richtung, P_n sind die Legendre-Polynome und $R^2 = r^2 + z^2$ ist der Abstand zur Punktauftlast.



Auflastdeformation der Erde. Der Punkt P wird durch die Auflast in der horizontalen Entfernung Δ verschoben in den Punkt P' . u ist die radiale Verschiebung, v die horizontale Verschiebung.

Die Deformationsgleichung lässt sich an der Erdoberfläche auch noch in einem erweiterten Ansatz für diskusförmige Auflasten mit einem gewissen Radius lösen. Der realen Erde entspricht aber am ehesten ein radialsymmetrisch geschichteter Untergrund mit den vom Radius r abhängigen elastischen Parametern $\lambda(r)$ und $\mu(r)$. Da in diesem Fall keine analytische Lösung mehr angegeben werden kann, bedient man sich der Hilfe von sogenannten Greenschen Funktionen. Die Verschiebungsbeträge der Erdoberfläche durch eine Massenauftlast können mit $r = a$ mittels der unendlichen Summen der Loveschen Auflastparameter für die vertikale und horizontale Deformation gemäß

$$v(\Delta) = \frac{a}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \Delta)$$

$$u(\Delta) = \frac{a}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} l'_n \frac{\partial P_n(\cos \Delta)}{\partial \Delta}$$

bestimmt werden (SCHERNECK, 1991). $v(\Delta)$ ist die vertikale oder radiale Verschiebungskomponente, $u(\Delta)$ die horizontale Komponente. Außerdem ist Δ der sphärische Abstand zur Punktauftlast, a der Erdradius an der Oberfläche, m_e die Masse der Erde und h'_n, l'_n sind die Loveschen Auflastzahlen vom Grad n . In diesen Gleichungen werden die unendlichen Summen als Greensche Funktionen bezeichnet. Für die praktische Berechnung setzt man anstelle von Punktmassen Massenelemente in den Gitterzellen ein und verwendet tabellierte Greensche Funktionen $g(\Delta)$ für verschiedene Erdkrustenmodelle (SCHERNECK, 1990). Die Greenschen Funktionen stellen Gewichtungsfunktionen dar, die die Deformationswirkung einer Einheitsmasse in Abhängigkeit von der Rheologie und dem Abstand beschreiben. Abbildung 4.5 zeigt die nach Farrell normierten Greenschen Funktionen für drei verschiedene Erdkrustenmodelle. Ausgegangen wurde vom Gutenberg-Bullen-Erdmodell. Abweichend von diesem mittleren Modell wurden einmal die Kruste und der oberer Mantel durch eine typische kontinentale Lithosphäre und einmal durch eine typische ozeanische Lithosphäre ersetzt. Die wichtigsten Unterschiede liegen dabei in der jeweiligen Mächtigkeit und Dichte von Kruste und Lithosphäre. Sie liegen dann auf der wesentlich viskosereren und weniger dichten Asthenosphäre auf. Die Greenschen Funktionen unterscheiden sich für die unterschiedlichen Modelle hauptsächlich im Bereich unter

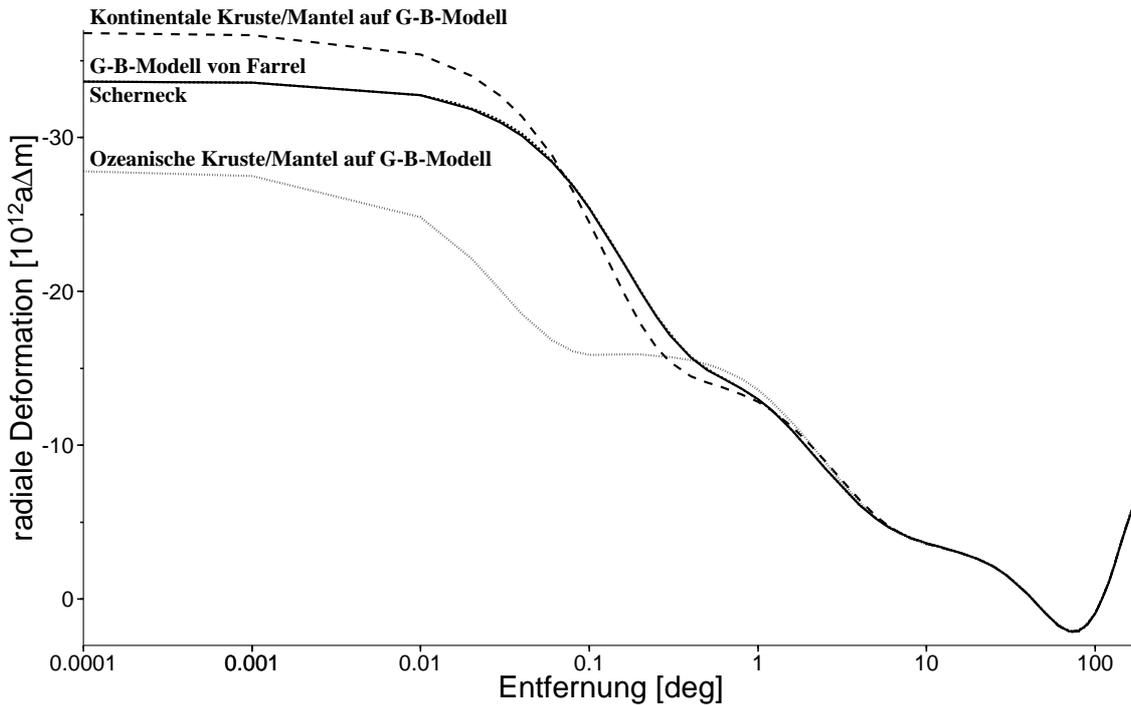


Abbildung 4.5: **Normierte Greensche Funktionen** für drei unterschiedliche Erdkrustenmodelle nach Farrel (1972) und ein Modell nach Scherneck (1990).

einem Grad Entfernung. Ab einer Entfernung von 10 Grad werden die Werte ohnehin sehr klein, der Einfluss der Massenauflast also sehr gering. Für eine erste Abschätzung der Deformation kann man sich auf eine Integration über einen Umkreis von ca. 300 km beschränken. Dies spart erheblich an Rechenaufwand. In größerer Entfernung knapp unter 100 km bilden sich jedoch auch kleine Erhebungen als Volumenausgleich zur Durchbiegung aus. Eine Einschränkung auf einen kleineren Bereich vernachlässigt daher diese positiven Ausgleichsdeformationen. Je nach geographischer Lage dieser positiven Deformationen können sie in der globalen Summe einen genauso großen Einfluß auf den indirekten Effekt haben wie die Deformationen unter der Auflast selber. Eine globale Betrachtung aller Deformationswirkungen ist somit unumgänglich um alle indirekten Auswirkungen auf die Erdrotation vollständig zu beschreiben.

Entsprechend der rheologischen Beschaffenheit des Untergrundes kann man nun mittels der passenden Greenschen Funktionen $g(\Delta)$ die Oberflächendeformation für ein Massenelement der Masse M berechnen über

$$u_r(\Delta) = M \frac{G}{ag} \cdot g(\Delta)$$

Bestimmen wir die Masse M für eine Massenschicht wieder aus ihrer Dichte ρ und der Dicke ζ über dem Flächenelement dA , so ergibt sich für einen Punkt in der Entfernung

Δ zur Massenauflast eine Deformationswirkung von

$$u_r(\Delta) = \frac{G\rho a}{g} \int_A \zeta \cos \varphi d\varphi d\lambda \cdot g(\Delta) \quad (4.20)$$

Anschließend sind die Beiträge eines jeden Massenelements für eine Gitterzelle aufzusummieren. Wendet man dieses Verfahren auf jeden Punkt der Erdoberfläche an, so gelangt man schließlich zu einem Gesamtbild für die Oberflächendeformation.

Um nun die Änderungen des Trägheitstensors aufgrund der Deformation zu ermitteln, wird das zuvor abgeleitete Plattendeformationsmodell angenommen. Die Erdkruste biegt sich also entsprechend der berechneten radialen Oberflächendeformation durch und verdrängt die weichere Asthenosphäre. Der Dichteunterschied zwischen Lithosphäre und Asthenosphäre stellt den wesentlichen indirekten Effekt dar. Die gleichzeitig auftretende Höhenänderung der Erdkruste ist so gering, dass sie auf den Trägheitstensor einen vernachlässigbaren Einfluss ausübt.

Frequenzabhängigkeit

Bislang wurden nur frequenzunabhängige rheologische Parameter verwendet. Tatsächlich variieren die elastischen Eigenschaften der Erde aber mit der Belastungsfrequenz. Aus geodätischen Ausgleichsrechnungen für Gezeitendeformationen wurden schon frequenzabhängige Lovesche Zahlen bestimmt (IERS, 1997). Da der Einfluss einer Frequenzabhängigkeit auf das Deformationsverhalten der Erde aber sehr gering ist und den ohnehin schon kleinen indirekten Effekt kaum verändern dürfte, soll im Folgenden die Frequenzabhängigkeit unberücksichtigt bleiben.

4.5 Berechnung der Anregungsfunktion

Um die Polbewegung oder die Tageslängenänderung aufgrund von Massenverlagerungen über die Lösung der Liouvilleschen Bewegungsgleichung zu berechnen, ist neben einer möglichst genauen Kenntnis der Übertragungsfunktion der Erde die Bestimmung der Anregungsfunktionen notwendig. Über die Anregungsfunktionen gehen alle Veränderungen des Trägheitstensors aufgrund von Massenverlagerungen in die Bewegungsgleichungen ein. Einzelne Auswirkungen wie direkter und indirekter Effekt lassen sich getrennt in eigenen Anregungsfunktionen formulieren. Die gesamte Anregung ergibt sich dann aus der Summe der einzelnen Effekte.

Die drei Komponenten der Anregungsfunktion (4.18) können aus der Geometrie einer Massenverlagerung berechnet werden. Dazu geht man zu Kugelkoordinaten (r, φ, λ) über, wobei r der geozentrische Abstand, φ die nördliche Breite und λ die östliche Länge ist. Die in komplexer Schreibweise zusammengefassten Terme können mit Hilfe der Eulerformel $e^{i\sigma t} = \cos \sigma t + i \sin \sigma t$ getrennt notiert werden. Die Trägheitstensorkomponenten

und die Bewegungsterme werden in Kugelkoordinaten entwickelt. Zur besseren Übersicht kann der Massenterm separat vom Bewegungsterm notiert werden, so dass gilt:

$$\chi_i = \chi_i^P + \chi_i^W \quad (4.21)$$

Die Indizes P, W beziehen sich auf die Darstellung der Anregungsfunktion für atmosphärische Massenverlagerungen. Gemeint ist mit P der Massenterm (=pressure term) und mit W der Bewegungsterm (=wind term). Für den Massenterm genügt meist eine Integration über die Kugeloberfläche A mit $r = a$.

$$\begin{aligned} \chi_1^P &= -\frac{a^2(1+k_2')}{(C-A)(1-\frac{k_2}{k_f})} \int_A \rho \zeta \cos \varphi \sin \varphi \cos \lambda dA, \\ \chi_1^W &= -\frac{1}{\Omega(C-A)(1-\frac{k_2}{k_f})} \int_V \rho r (u \sin \varphi \cos \lambda - v \sin \lambda) dV, \\ \chi_2^P &= -\frac{a^2(1+k_2')}{(C-A)(1-\frac{k_2}{k_f})} \int_A \rho \zeta \cos \varphi \sin \varphi \sin \lambda dA, \\ \chi_2^W &= -\frac{1}{\Omega(C-A)(1-\frac{k_2}{k_f})} \int_V \rho r (u \sin \varphi \sin \lambda + v \cos \lambda) dV, \\ \chi_3^P &= -\frac{a^2(1+k_2')}{C_m} \int_A \rho \zeta \cos^2 \varphi dA, \\ \chi_3^W &= -\frac{1}{\Omega C_m} \int_V \rho u r \cos \varphi dV \end{aligned} \quad (4.22)$$

mit

- r, φ, λ =: geozentrischer Abstand, geographische Breite und Länge,
- a =: konstanter Radius der Erdoberfläche,
- ρ, ζ =: Dichte und Mächtigkeit der Massenelemente,
- u, v =: zonale und meridionale Geschwindigkeit.

Für den Einfluss der rein statischen Massenverteilung (Massenterm) wird über die Erdoberfläche A mit den Flächenelementen $dA = a^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda$ integriert. Bei Massenbewegungen (Bewegungsterm) muss meist über mehrere Massenschichten mit unterschiedlicher Geschwindigkeit, also über ein geschichtetes Volumen V mit den Volumenelementen $dV = r^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda dr$ integriert werden. Je nach Aufgabenstellung können aber auch andere Integrationsbereiche sinnvoll sein. Zum Beispiel muss für die Berechnung des indirekten Effekts nach dem Ansatz der Greenschen Funktionen über Massenverlagerungen in verschiedenen Tiefen im Erdinneren integriert werden. Den indirekten Massenterm erhält man dann aus einer Summation der Terme für jede einzelne Schicht k gleicher

Dichtedifferenzen mit

$$dA \rightarrow \sum_k \zeta_k \cdot dA_k$$

wobei $dA_k = r_k^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda$ das Flächenelement einer Schicht im Abstand r_k vom Erdmittelpunkt bezeichnet. Es muss insgesamt das ganze Volumen der verlagerten Massen berücksichtigt werden. In den Massentermen kann zusätzlich mit k'_2 die Deformation der Erde auf Grund von Massenauflasten (z.B. Schneebedeckungen) berücksichtigt werden (FARRELL, 1972; DZIEWONSKI und ANDERSON, 1981), sofern diese nicht in einer separaten Berechnung über die Greenschen Funktionen bestimmt wird. Ist in den folgenden Simulationen keine weitere Angabe über den indirekten Effekt genannt, so ist immer nur der direkte Effekt gemeint und berechnet.

Alternativ zu dieser geometrischen Berechnung der Anregungsfunktion aus der Variation des Trägheitstensors können auch die Stokesschen Koeffizienten des Gravitationspotentials herangezogen werden. Ein Vergleich der Stokesschen Koeffizienten C_{nm} und S_{nm} mit den Elementen des Trägheitstensors liefert die hierfür notwendigen Beziehungen, siehe dazu Anhang A. Allerdings lassen sich aus den Stokesschen Koeffizienten 2. Grades nur die Massenterme der Anregungsfunktionen ableiten. Vorausgesetzt die Schwerefeldvariation ist hinreichend genau bekannt und die Gesamtanregung ergibt sich aus einer Dekonvolution der beobachteten Polbewegung, lassen sich dann wertvolle Rückschlüsse über den Bewegungsterm ziehen.

Betrachtung der trigonometrischen Terme

Die Anregungsfunktionen enthalten die trigonometrischen Terme aus der Kugelkoordinatendarstellung des Trägheitstensors. Daraus ergibt sich eine Abhängigkeit der Anregungsfunktion von der geographischen Lage. Dieselbe Massenverlagerung hat an verschiedenen Punkten auf der Erde unterschiedliche Auswirkungen auf Polbewegung und Tageslängenänderung.

Für den geographischen Überblick in Abbildung 4.6 wurde die Erdoberfläche in verschiedene Kontinentalbereiche gegliedert und die Landmassen exemplarisch jeweils separat mit einer 20 cm dicken Schicht der Dichte 300 kg/m^3 (z.B. Schnee) bedeckt. Anschließend wurde für jedes Landsegment die Anregungsfunktion in ihren drei Komponenten χ_1, χ_2, χ_3 berechnet. In Abbildung 4.6 wurde der Betrag des Anregungsvektors umgerechnet in entsprechende Größenordnungen einer jahresperiodisch angeregten Polbewegung. Die Längen der Vektoren (χ_1, χ_2) sind daher in Millibogensekunden auf der Skala aufgetragen. Zusätzlich wurde noch der Summenvektor für die Nordhalbkugel und die Südhalbkugel bestimmt. Will man noch die Massenerhaltung für die Erde berücksichtigen, so kann man sich die Schneeschicht als angelagerte Wassermasse vorstellen und bilanziert diese im einfachsten Fall durch eine globale Meeresspiegelsenkung.

Man erkennt, dass der Einfluss einer Massenverlagerung auf die Polbewegung in den mittleren Breiten um 45° am größten ist, zum Pol und zum Äquator hin aber bis auf

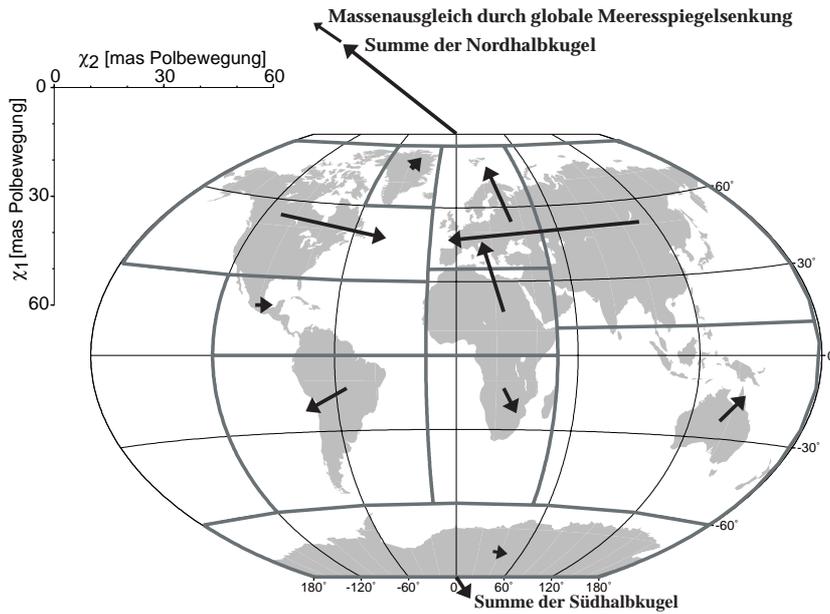


Abbildung 4.6: **Geographischer Einfluss auf die Anregungsfunktion** χ_1, χ_2 . Direkter Effekt je Bereich (grau umrahmt) aus Zusatzmasse $\rho = 300 \text{ kgm}^{-3}$ und $\zeta = 20 \text{ cm}$. Der Betrag des jeweiligen Anregungsvektors wurde in die Auswirkung auf die Polbewegung [mas] umgerechnet.

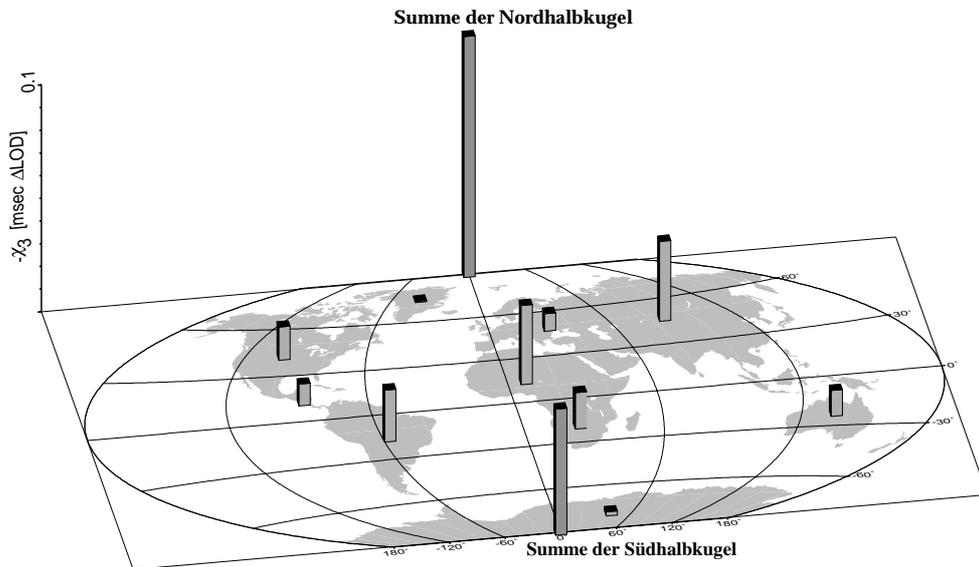


Abbildung 4.7: **Geographischer Einfluss auf die Anregungsfunktion** χ_3 . Direkter Effekt je Bereich (siehe Abb. 4.6) aus Zusatzmasse $\rho = 300 \text{ kgm}^{-3}$ und $\zeta = 20 \text{ cm}$. Der Betrag der Anregung wurde umgerechnet in ΔLOD .

Null abfällt. Hinzu kommt eine Richtungsabhängigkeit der Anregung von der geographischen Länge. Da die großen Landmassen Nordamerika und Asien/Sibirien längenmäßig in etwa gegenüberliegen, hebt sich die Wirkung einer geschlossenen Schneeschicht auf der Nordhalbkugel fast auf. Bedeutend werden dann die nordwärtsgerichteten Anteile aus Europa, wie es sich in der Summe zeigt. Da die großen Ozeane vorwiegend auf der Südhalbkugel liegen, verstärkt eine globale Meeresspiegelsenkung die Wirkung von Schnee auf den Nordkontinenten. Massenverlagerungen auf der großen Landmasse der Antarktis beeinflussen wegen ihrer Nähe zum Pol die Polbewegung dagegen kaum.

Abbildung 4.7 zeigt die analoge Berechnung für die dritte Komponente der Anregungsfunktion χ_3 . Hier wurde der Einfluss der Tageslängenschwankung in Millisekunden umgerechnet. Die Abhängigkeit von der geographischen Lage besteht hier nur im Abstand zur Rotationsachse, also in der geographischen Breite. Ausgehend vom Äquator nimmt die Anregung zu den Polen hin ab, wo sie verschwindet.

4.6 Anfangsbedingungen

Die Lösungsgleichung der Polbewegung, (4.12) oder (4.13), enthält mit p_0 eine Integrationskonstante, die die Ausgangslage des Pols festlegt. Sie wird bestimmt durch die Amplitude und die Phase. Um den Einfluss von Sekundäreffekten auf die Erdrotation abzuschätzen, genügt zunächst einmal die Berechnung der Polbewegung mit $p_0 = 0$, also keinerlei Polbewegung zum Zeitpunkt $t = 0$. Nachträglich kann additiv eine schon vorhandene Polbewegung in Form einer abnehmenden Kreisbewegung entsprechend p_0 und einer Dämpfung hinzugefügt werden. Man erhält jedoch nur die Polbewegung aufgrund der simulierten Anregung. Will man dagegen von einem bekannten Zeitpunkt an eine realistische Polbewegung extrapolieren, so müssen die größten Einflüsse auf die Polbewegung bekannt sein. Periodische Anteile in der Polbewegung so wie auch die Ausgangslage können gemessenen Datenreihen entnommen werden. Die Polbewegung der letzten 30 Jahre kann durch eine harmonische Analyse aus ihrer Chandler-, Jahres-, Halbjahresperiode und einem linearen Term approximiert werden (VONDRAK, 1989). Diese mittlere Polbewegung dient dann als Basis, um nichtperiodische Abweichungen durch Sekundäreffekte zu addieren.

5 Untersuchung einzelner Sekundäreffekte

Mit der oben aufgeführten linearisierten Liouvilleschen Gleichung und den Greenschen Funktionen ist es möglich, die Auswirkungen von verschiedenen Sekundäreffekten zu simulieren und deren Einfluss auf die Erdrotation abzuschätzen. Dazu werden in diesem Kapitel exemplarisch einige Prozesse untersucht. Neben dem direkten Effekt wird auch der indirekte Effekt über den Ansatz der Greenschen Funktionen für die Oberflächendeformationen bestimmt. Hierbei spielt vor allem die geographische Verteilung der Massenänderungen, die sich sowohl in den trigonometrischen Termen der Anregungsfunktionen als auch in der globalen Deformationswirkung widerspiegelt, eine entscheidende Rolle. Die größten Auswirkungen sind von den hydrologischen Sekundäreffekten zu erwarten. Deren Ursachen sind in den kontinentalen Wassermassenverlagerungen des hydrologischen Kreislaufs zu suchen.

5.1 Der hydrologische Kreislauf

Der globale hydrologische Kreislauf beinhaltet sämtliche Wasserbewegungen auf der Erde. Ein Großteil der Massenverlagerungen von Wasser ist in den Anregungsfunktionen von Ozean (OAM, Oceanic Angular Momentum) und Atmosphäre (AAM, Atmospheric Angular Momentum) schon enthalten. Es fehlen jedoch diejenigen Wassermassen auf den kontinentalen Landmassen, wie das Grundwasser, die Binnenseen und die Flüsse sowie Schnee und Eis. Sämtliche Wasserbewegungen sind über den hydrologischen Kreislauf miteinander verbunden.

5.1.1 Bilanzgleichung für das Grundwasser

Hydrologische Kreisläufe können regional sehr komplexe Formen annehmen. In einem globalen Kreislaufmodell interessieren zunächst jedoch nur jene Parameter, die auch global messbar sind. In Abbildung 5.1 sind die drei großen Reservoirs Atmosphäre, Land und Ozeane über Niederschlag p , Verdunstung e und den Abfluss über die großen Flusssysteme r miteinander verbunden. Innerhalb eines Reservoirs lassen sich Bilanzgleichungen

Hydrologischer Kreislauf

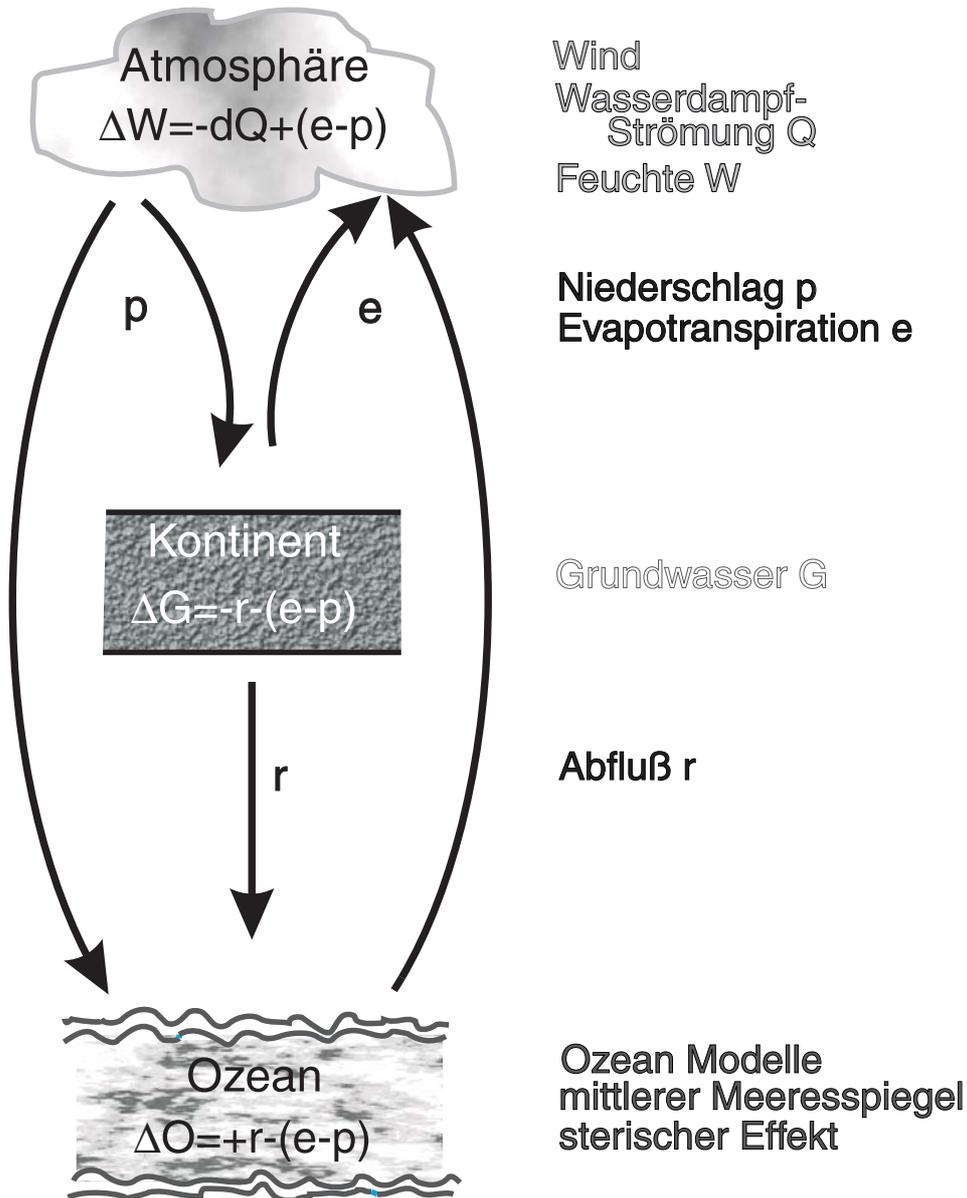


Abbildung 5.1: **Der globale hydrologische Kreislauf.** p ist der Niederschlag (precipitation), e ist die Verdunstung (evapotranspiration) und r der Abfluss (runoff) über die Flüsse.

sowohl global als auch lokal für jede einzelne Gitterzelle der Erdoberfläche aufstellen.

Eine beobachtungstechnisch schwer zugängliche Größe in diesem Kreislaufmodell ist die kontinentale Wassermasse G . Darunter versteht man die gesamte auf dem Festland gespeicherte Wassermenge. Sie setzt sich zusammen aus dem Grundwasser, dem Oberflächenwasser, der Bodenfeuchte, den Schnee- und Eisbedeckungen und dem Wasser in den Pflanzen. Im Folgenden wird die Summe dieser Wassermassen vereinfacht als Grundwasser G und deren Schwankungen als ΔG bezeichnet. Diese Größe ist jedoch experimentell sehr schlecht zugänglich. Grundwasserstandsmessungen werden nur vereinzelt lokal durchgeführt, Oberflächenwasser und die Feuchtigkeit in den Pflanzen werden höchstens in regionalen hydrologischen Modellen mitgeschätzt. Nur für die Bodenfeuchte und die Schneebedeckung gibt es globale Datensätze aus Satellitenmessungen. Man kann daher versuchen, die Änderungen der Grundwassermenge über den hydrologischen Kreislauf zu ermitteln. Aus der Bilanzgleichung für das Land ergeben sich die Schwankungen der kontinental gespeicherten Wassermenge aus der Differenz von Niederschlag p und der Summe aus Verdunstung e und Abfluss r :

$$\Delta G = p - e - r \quad (5.1)$$

Diese Gleichung lässt sich auch anwenden auf einzelne Regionen. Sind Niederschlag, Verdunstung und Abfluss an jedem Punkt eines globalen Gitters bekannt, so kann die Wassermassenänderung innerhalb jeder Gitterzelle berechnet werden. Im Rahmen verschiedener globaler Klimamodelle wird in Kombination mit lokalen Beobachtungen versucht möglichst realistische Daten für den Niederschlag und die Verdunstung zu entwickeln. Es werden auch Versuche unternommen, den kontinentalen Niederschlag zusätzlich aus einer atmosphärischen Bilanz zu gewinnen. Hier sind durch Satellitenmessungen die notwendigen Größen Wasserdampfströmung $\nabla_H \vec{Q}$ und die zeitliche Änderung des Wassergehaltes $\frac{\partial W}{\partial t}$ besser bekannt. In jedem Fall fehlt neben dem Niederschlag und der Verdunstung noch der dritte Parameter, der Abfluss r . Die Abflussmengen sind aber im Moment nur für die großen Flusssysteme der Erde in regionalen Studien abgeschätzt worden und nicht auf einem globalen Gitter verfügbar. Zudem liegen noch keine Daten über einen längeren Zeitraum vor. Einfacher ist es daher, ein hydrologisches Kreislaufmodell auf ein regional abgegrenztes Gebiet zu beschränken, da hier alle notwendigen Größen vor Ort gemessen werden können. Für solche regionalen Prozesse lassen sich die hydrologischen Einflüsse auf die Erdrotation leichter abschätzen. Die Größenordnungen liegen aber um ein Vielfaches unter den Einflüssen von Atmosphäre, Ozean oder dem globalen Grundwasser, da der Massenumsatz entsprechend geringer ausfällt. Hier lohnt sich nur eine Betrachtung von Gebieten, die sich durch die trigonometrischen Terme in der Anregungsfunktion besonders effektiv auf die Erdrotation auswirken.

5.1.2 Die wichtigsten Perioden

Da der hydrologische Kreislauf hauptsächlich durch das globale Klimageschehen angetrieben wird, ist es nicht verwunderlich, dass die Anregung durch Wassermassenverlagerungen hauptsächlich jährliche und halbjährliche Perioden aufweist. Von Menschen

verursachte Wasserverlagerungen, wie der Bau von Staudämmen, sind davon teilweise ausgeschlossen. Die Amplitude der jährlichen Anteile ist in der Regel etwa zehnmal so hoch wie die der halbjährlichen. Schwankungen mit den restlichen Perioden liegen noch einmal um die Hälfte darunter. Der Bau von Staudämmen und großen Wasserreservoirs enthält demgegenüber meist auch eine aperiodische Anregung. Dient der Staudamm später neben der Stromerzeugung auch der Flutkontrolle, so können wieder jahreszeitliche Schwankungen entstehen. Der hydrologische Kreislauf beinhaltet aber auch lineare Vorgänge, wie sie durch das Abschmelzen der polaren Eiskappen oder das langsame Austrocknen des Aralsees verursacht werden. Auf die Rotation der Erde haben die jährlichen Anteile durch Grundwasser und Schneebedeckung den größten Einfluss, da die Periode hier relativ nahe der Eigenperiode der Erde liegt und somit durch Resonanzeffekte die Polbewegung am stärksten angeregt wird.

5.1.3 Schwierigkeiten in der Bestimmung globaler Parameter

Da es für die kontinentalen Wassermassenverlagerungen bislang keine verlässlichen Daten aus Messungen oder aus Modellrechnungen gibt, kann man versuchen, die gewünschten Grundwasserdaten aus einer Betrachtung der Bilanzgleichungen des hydrologischen Kreislauf abzuschätzen. Die Schwierigkeit besteht hier aber ebenfalls im Mangel an realistischen global verfügbaren Daten. Beobachtungen werden meist nur punktuell ausgeführt und in globalen Klimamodellen fallen die hydrologischen Parameter meist nur als Nebenprodukte an. Um vernünftige Simulationen des Weltklimas zu erhalten, liegt der Schwerpunkt solcher Modelle häufig nicht auf einer exakten Darstellung der räumlichen Verteilung von Niederschlag und Verdunstung. Hier werden Fehler zu Gunsten anderer Parameter toleriert. Größen wie der Abfluss werden dann als Puffer eingeführt, deren Plausibilität wird aber nicht überprüft. Entsprechend ungenau sind solche Werte modelliert. Betrachtet man zum Beispiel die Wassermassenbilanz in Atmosphäre oder Ozean über mehrere Jahre hinweg, so ist diese nicht ausgeglichen. Es wurde daher der Versuch unternommen, die im Ozean als größtes Wasserreservoir gespeicherten Massen mit aus der Altimetrie bekannten Meeresspiegelschwankungen zu vergleichen. Qualitätsangaben klimatologischer Modelle liefern meist schon einen Hinweis auf Regionen mit überhöhten Niederschlagswerten oder zu großen Verdunstungsraten. Anhand der Meeresspiegelschwankungen wurden die Werte in diesen Regionen so umskaliert, dass in der Summe die verbleibenden Wassermassen im Ozean übereinstimmen. Eine weitere Unsicherheit besteht jedoch noch in der Korrektur der Meereshöhen um den sterischen Effekt. Dies bedeutet, dass die Meereshöhenschwankungen nicht alleine durch Massenschwankungen zustandekommen müssen, sondern auch aufgrund von Dichteänderungen durch die Temperatur des Wassers entstehen. Ist nur ein Teil der Parameter aus den Bilanzgleichungen bekannt, so kann wie im Falle von Schneebedeckungen das Wasser, das als Schnee gebunden ist, dem Ozean entzogen werden, damit im Modell die Massenbilanz ausgeglichen bleibt. Desweiteren können regionale Fehler, die sich in der Summe über die ganze Erde jedoch zu Null mitteln, nicht aufgedeckt werden. Über mehrere Jahre hinweg können kleine Fehlbeträge dann zu großen Wasserverlagerungen zwischen

bestimmten Regionen führen. In der globalen Abschätzung der Anregungsfunktionen machen sich solche fehlerhaften Massenverlagerung als linearer Trend bemerkbar. Die große Hoffnung liegt zukünftig in der Kombination von gemessenen Daten mit verbesserten globalen Klimamodellen, um räumlich und zeitlich höher aufgelöste Niederschlags- und Verdunstungsraten zu erhalten. Hinzu muss eine genauere Modellierung der kontinentalen Wasserbewegungen in Flüssen kommen.

5.2 Grundwasser

Das Grundwasser stellt neben Ozean und Atmosphäre die drittgrößte Wasseransammlung dar. Die Auswirkungen von Grundwasserspiegelschwankungen auf die Erdrotation fallen zwar aufgrund der sehr viel kleineren Massenbewegungen wesentlich geringer aus als diejenigen von Atmosphäre und Ozean, sind in ihrer Größenordnung aber dennoch weit vor den anderen Sekundäreffekten oder den indirekten Effekten einzuordnen.

Zunächst wurde entsprechend Gleichung (5.1) versucht, die Grundwassermenge aus den Daten von Niederschlag, Verdunstung und Abfluss zu rekonstruieren. Hierfür wurden folgende Datensätze für die hydrologischen Parameter herangezogen:

Für Niederschlag und Verdunstung wurden Datensätze aus dem 'Global Change Program' verwendet. Sie werden vom Distributed Active Archive Center (DAAC) am NASA Goddard Space Flight Center (GSFC) frei zur Verfügung gestellt. Diese Datensätze enthalten monatliche Mittelwerte von 25 der wichtigsten klimatologischen Parameter in einer einheitlichen Darstellungform für den Zeitraum von März 1980 bis November 1993 auf einem globalen 2x2 Grad - Gitter. Diese interdisziplinären Daten beruhen auf einem globalen Assimilationsmodell (SCHUBERT ET AL., 1995) für die Atmosphäre. Angetrieben wird es durch meteorologische Beobachtungen wie Luftfeuchtigkeit, Windgeschwindigkeit und Meeresoberflächentemperatur. Über die mathematische Simulation des globalen Klimas werden daraus Parameter wie Niederschlag und Verdunstung gewonnen. Ihre Werte wurden anschließend vom Data Assimilation Office, DAO, mit lokal gemessenen Daten kombiniert und ausgeglichen. Dabei zeigt sich, dass die größten Abweichungen durch systematische Fehler in der Bestimmung von Feuchtigkeit und Wolkenfeldern verursacht werden. Die Berechnung der örtlichen Niederschlagsmengen ist davon am meisten betroffen. Gerade über den Kontinenten resultiert daraus ein beträchtlicher Fehler im hydrologischen Jahresmittel. Laut Qualitätsangaben des DAAC sind die Niederschlagsmengen im Sommer über dem östlichen Nordamerika, Europa und Nordasien zu hoch und im Winter im Mittelmeerraum zu gering. Dies führt in der Summe zu einer allmählichen Verlagerung der Wassermassen in die nördlichen Breiten. In Zukunft soll dies durch die Einführung eines Landoberflächenmodells vermieden werden. Über die Qualität der Verdunstungsraten konnte dagegen noch nichts in Erfahrung gebracht werden.

Für den Abfluss von Grundwasser über die Erdoberfläche und über die großen Flußsysteme stellt das Global Runoff Data Centre (GRDC), in Koblenz, die Daten zusammen.

Globale Datensätze sind gerade erst im Aufbau, und bis zum Abschluss dieser Arbeit standen noch keine fertigen Datenreihen zur Verfügung. Lediglich ein exemplarischer Testdatensatz für das Jahr 1988 wurde freundlicherweise von T. Oki vom Institute of Industrial Science an der Universität in Tokyo bereitgestellt.

Um nun das Grundwasser für einige weitere Jahre entsprechend der Bilanzgleichung (5.1) zu bestimmen, mussten die Abflussraten aus einem Vergleich der aktuellen Differenz von Niederschlagsmenge und Verdunstung mit den Referenzwerten aus dem Jahr 1988 geschätzt werden:

$$r = \frac{p - e}{p_{88} - e_{88}} \cdot r_{88} \quad (5.2)$$

Zur Prüfung der erhaltenen Variation wurden die Wassermassen in den großen Reservoiren Ozean, Atmosphäre und Kontinent monatlich und räumlich aufsummiert. Zumindest für die ozeanischen Massen kann aus den Schwankungen des mittleren globalen Meeresspiegels eine weitere Randbedingung abgeleitet werden. Aus den altimetrischen Meereshöhenmessungen der TOPEX/POSEIDON Satellitenmissionen wurde die mittlere Höhe der Meeresoberfläche bestimmt, allerdings erst ab dem Jahre 1992. Um Werte für den Zeitraum 1988 -1993 zu erhalten, wurde durch eine harmonische Analyse der beobachteten Meereshöhen eine synthetische Meeresspiegelschwankung mit Jahres-, Halbjahres- und Vierteljahresperiode an die gemessenen Werte angeglichen und für die Jahre vor 1992 extrapoliert. Führt man nun die zu hohen Niederschlagsraten auf der Nordhalbkugel in den Sommermonaten zu einem größeren Meeresspiegelanstieg als mit Altimetrie beobachtet, so wurden die Niederschlagswerte verringert, bis die berechneten Summen in den Ozeanen mit den mittleren Meeresspiegelschwankungen übereinstimmen. Der sterische Effekt blieb jedoch ohne Berücksichtigung. Trotz der korrigierten Daten von Niederschlag und Verdunstung verblieb immer noch eine allmählich zunehmende Konzentration der Wassermassen in den mittleren Breiten.

Die mit diesem Ansatz berechneten Grundwasserschwankungen wurden als monatliche Mittelwerte auf einem 2x2 Grad-Gitternetz für Januar 1988 bis November 1993 abgelegt. Ebenso wurden die Ausgangsdaten von Niederschlag und Verdunstung, sowie die extrapolierten Abflussraten im selben Format für den gleichen Zeitraum separat zusammengestellt. Diese Datensätze gehen nun in die Berechnung der Anregungsfunktion nach Gleichung (4.22) ein.

Um das Gesamtergebnis für die Anregung durch die variable Grundwassermenge und deren Auswirkung auf die Rotation der Erde besser zu verstehen, sollen vorerst noch die Teileffekte der drei Ausgangsgrößen in der Bilanzgleichung getrennt betrachtet werden.

5.2.1 Einfluss der einzelnen Parameter p , e , r

Den größten Einfluss auf die Grundwasservariationen hat die lokale Niederschlagsmenge p . Aus den vom DAAC bezogenen Daten wurden die Trägheitstensoränderungen aus der Variation der Niederschlagsmenge über Land gegenüber ihrem zeitlichen Mittelwert

in die globalen Anregungsfunktionen χ_1, χ_2 für die Polbewegung und χ_3 für die Tageslängenvariation umgerechnet. Abbildung 5.2 zeigt in allen drei Komponenten eine

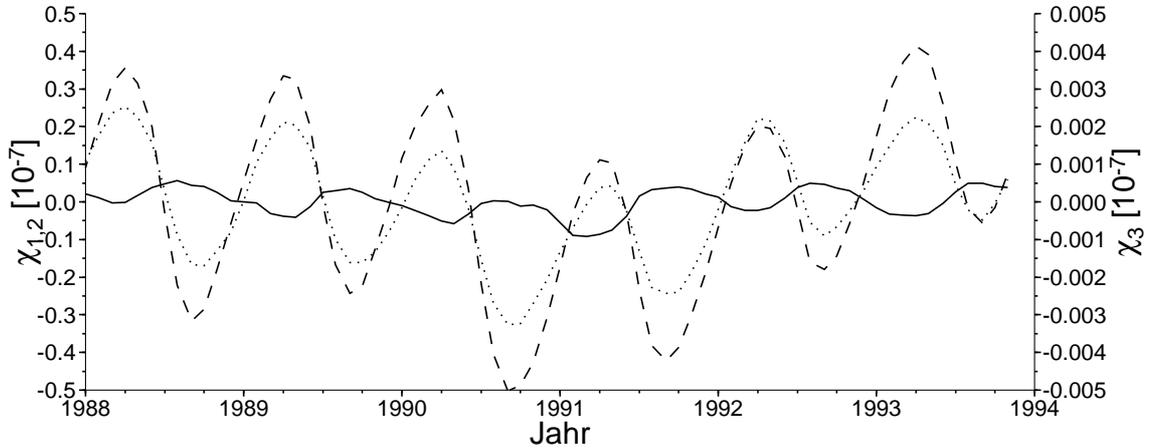


Abbildung 5.2: **Anregungsfunktion durch Niederschlag** aus globalen Daten des Niederschlags (precipitation) vom DAAC. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

überwiegende Jahresperiode. Die y-Komponente, welche die Auslenkung der Polbewegung in West - Ost-Richtung angibt, ist um ein Mehrfaches größer als die x-Komponente, welche den Pol in Süd - Nordrichtung anregt. Dies spiegelt die Dominanz der beiden großen Kontinentalbereiche Nordamerika und Asien wider. Entsprechend Abbildung 4.6 lässt sich die Anregungsfunktion interpretieren. Nordamerika und Asien liegen in Bezug auf die Anregung der Polbewegung günstig in den mittleren Breiten und bilden die größten Landmassen. Zu Beginn eines Jahres bis zum Ende des Winters auf der Nordhalbkugel sinken die Niederschläge dort auf ihr Minimum. Mit Beginn des Frühjahrs steigen die Niederschläge bis auf das Maximum Ende August. Trotz der entgegengesetzten Richtung der Anregungsvektoren von Nordamerika und Asien bleiben in der Summe die Niederschläge in Asien vorherrschend. Im Sommer spielen auch die Niederschläge auf der Südhalbkugel die größte Rolle und verstärken den Effekt der Nordhemisphäre.

Den Wassermassen des Niederschlags entgegen wirkt die Verdunstung e von der Erdoberfläche und über die Vegetation. Auch hier wurde analog zum Niederschlag die Anregungsfunktion aus den DAAC-Daten in Bezug auf einen zeitlichen Mittelwert berechnet. Die Verdunstungsraten sind etwas geringer als die Niederschlagsmengen und verursachen daher eine leicht kleinere Anregung, siehe Abbildung 5.3. Auch hier zeigt sich in der Anregungsfunktion die deutliche Dominanz der y-Komponente. Die Auswirkungen der Verdunstung sind jedoch in etwa entgegengesetzt zur Wirkung des Niederschlags. Dies spiegelt den zeitlichen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen wider. Zum Zeitpunkt der größten Niederschlagsmengen wird auch die Verdunstungsrate maximal. In Bezug auf den Grundwasserhaushalt wirkt die Verdunstung dem Niederschlag also unmittelbar entgegen.

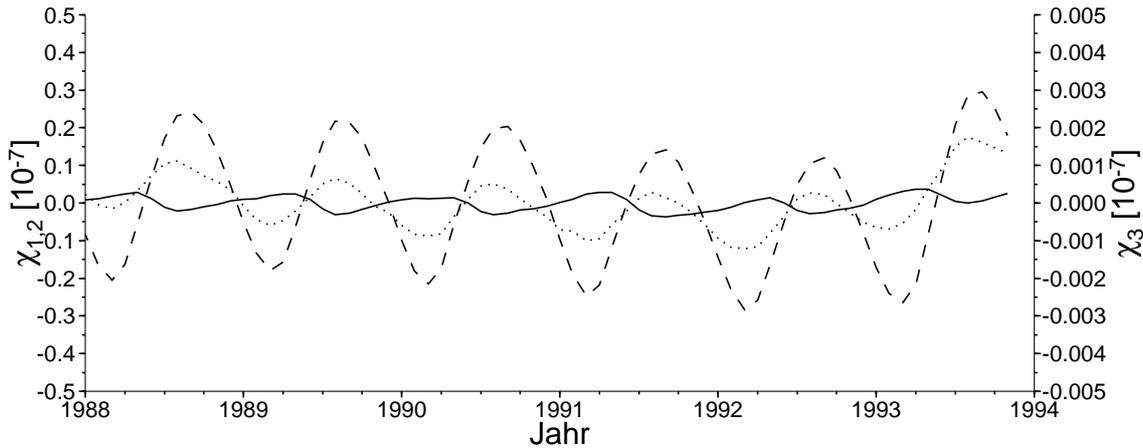


Abbildung 5.3: **Anregungsfunktion durch Verdunstung** aus globalen Daten der Verdunstung (evaporation) vom DAAC. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

Abbildung 5.4 zeigt die Anregungsfunktion für die Wassermassenänderungen durch den Abfluss. Auch hier wurde wieder die Variation gegenüber einem zeitlichen Mittelwert herangezogen. Durch die Skalierung des Abflusses nach Gleichung (5.2) kommt es anscheinend zu deutlichen Fluktuationen in den Sommermonaten. Die Minima in der Anregung stehen mit den maximalen Abflussraten in Verbindung und sind zeitlich mit den stärksten Niederschlägen korreliert. Die Gegenläufigkeit der Auswirkungen von Niederschlag und Verdunstung führt dazu, dass der Abfluss über die Oberfläche als dritter

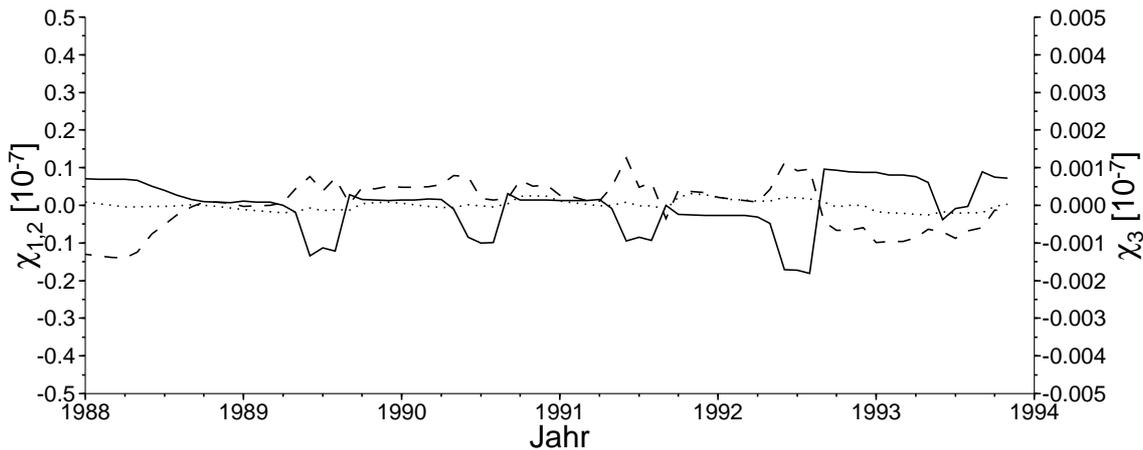


Abbildung 5.4: **Anregungsfunktion durch Abfluss** aus global geschätzten Daten für den Abfluss (runoff), skaliert mit den DAAC-Daten für Niederschlag und Verdunstung. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

Parameter in der Bilanzgleichung wesentlich an Bedeutung gewinnt. Damit kommen aber auch alle Unsicherheiten in dessen Bestimmung stärker zum Tragen. Wieviel diese Unregelmäßigkeiten in der Bestimmung des Grundwassers ausmachen, zeigt sich in der Summation dieser drei Einzelparameter.

5.2.2 Einfluss des gesamten Grundwassers, $\Delta G = p - e - r$

In der Bilanzgleichung (5.1) folgen die Grundwasserschwankungen unmittelbar aus der Differenz von Niederschlag und der Summe aus Verdunstung und Abfluss. Abbildung 5.5 zeigt die daraus berechnete Anregungsfunktion. Aus den Komponenten der Anregungs-

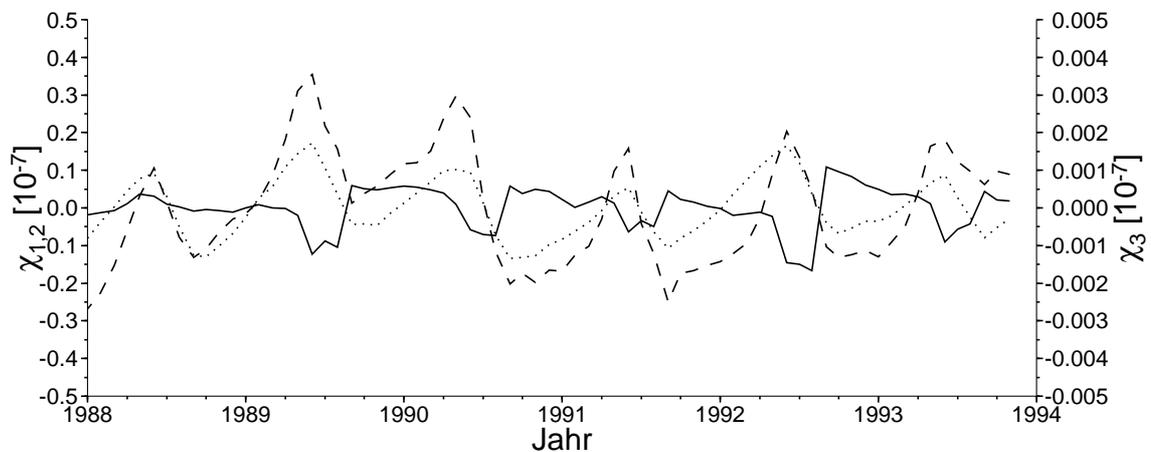


Abbildung 5.5: **Anregungsfunktion durch Grundwasserspiegelschwankungen**, berechnet aus globalen Daten für Niederschlag, Verdunstung und Abfluss. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie

funktion wurde schon jeweils ein linearer Trend eliminiert. Dies erscheint gerechtfertigt, wenn man annimmt, dass sich die kontinentalen Wassermassen im Jahresmittel ausgeglichen verhalten. Der lineare Trend entsteht dann vor allem durch Fehler in der Modellierung, die zu einem unausgeglichenen Jahreszyklus zwischen den drei Parametern Niederschlag, Verdunstung und Abfluss und damit zu einer scheinbaren allmählichen Verlagerung des globalen Wassers auf den ostasiatischen Kontinent führen.

Nach Gleichung (4.13) kann die Anregung in die Auswirkungen auf die Polbewegung umgerechnet werden. Abbildung 5.6 zeigt die simulierte Polbewegung, dargestellt in der komplexen Ebene mit der x-Achse in Richtung des 0° -Meridians und der y-Achse in Richtung des positiven 90° -Meridians. Ohne das Bild der Polbewegung zu verändern, kann diese Darstellung in einem Rechtssystem durch Multiplikation der y-Achse mit -1 in ein in der Geodäsie übliches Linkssystem mit der y-Achse in Richtung des -90° -Meridians übertragen werden. Im wesentlichen wird durch die in der Anregung vorhandene Jahresperiode die Chandlerperiode in der Polbewegung erregt. Die Berechnungen für die

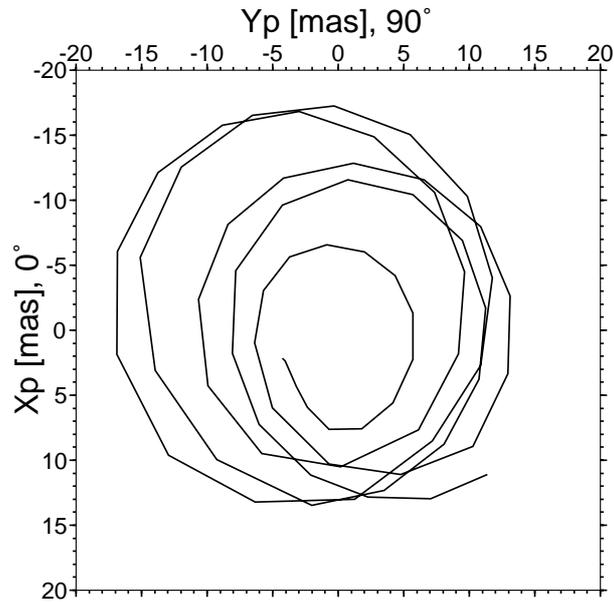


Abbildung 5.6: Polbewegung durch Grundwasserspiegelschwankungen

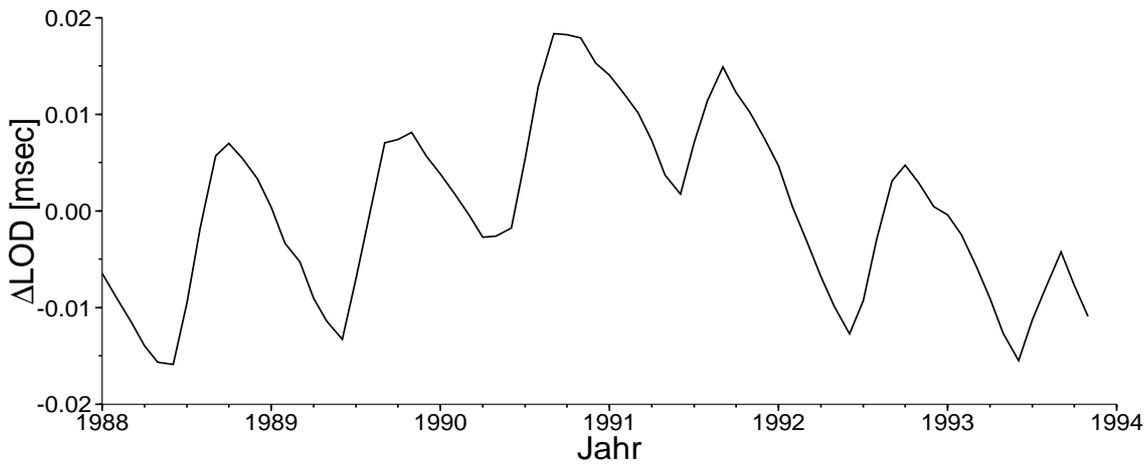


Abbildung 5.7: Tageslängenänderung durch Grundwasserspiegelschwankungen

Polbewegung sind in dieser Arbeit jeweils so zu verstehen, dass nur der durch die Massenverlagerung angeregte Anteil simuliert wurde. Als Ausgangslage des Pols wurde also der Ursprung angenommen. Die durch Resonanz angeregte Chandlerbewegung benötigt daher zwischen zwei und drei Jahre bis sie sich auf die volle Amplitude eingeschwungen hat. Sie beträgt dann zwischen 10 und maximal 15 Millibogensekunden (mas). Saisonale und aperiodische Schwankungen verursachen leichte Abweichungen von einer gleichbleibenden Amplitude. Über Gleichung (4.17) kann aus der dritten Komponente der Anregung die Variation der Tageslänge bestimmt werden.

In Abbildung 5.7 zeigt sich deutlich wieder die Jahresperiode. Die Schwankungen der Tageslänge ΔLOD betragen etwa 0,01 Millisekunden (msec).

Damit könnte das Grundwasser einen Anteil von 5 % an der Anregung der beobachteten Polbewegung haben. Nach der Atmosphäre und dem Ozean wäre demnach das Grundwasser als drittgrößte Antriebskraft zu werten. Diese Aussage wird dadurch unterstützt, dass die zu Grunde gelegten Ausgangsdaten so korrigiert wurden, dass die Massenbilanz im Ozean ausgeglichen ist. Mangelnde Angaben über den Abfluss und den Feuchtehaushalt der Atmosphäre führen zudem zu einer Unterschätzung des kontinentalen Niederschlags. Diese Berechnungen sind daher als untere Grenze anzusehen. Eine Simulation ohne Berücksichtigung der Massenbilanz im Ozean mit den tatsächlich aus den Zeitreihen entnommenen Niederschlagswerten ergibt eine bis zu viermal größere Anregung der Erdrotation. Damit lassen sich die Einflüsse der Grundwasserschwankungen eingrenzen auf einen Bereich von 10 mas bis 40 mas für die Polbewegung und Variationen zwischen 0.01 msec und 0.04 msec für die Tageslänge.

Die oben angesprochenen Schwierigkeiten bei der Bestimmung der globalen hydrologischen Parameter Niederschlag, Verdunstung und Abfluss machen weitere Überlegungen erforderlich, wie die Grundwasserschwankungen aus anderen verfügbaren Daten zu gewinnen sind. Hierfür bieten sich die Zeitreihen über Bodenfeuchte und Schneebedeckungen an. Die Summe aus Bodenfeuchte und Schneebedeckung kann ebenfalls als Annäherung an die wahre Grundwassermenge gesehen werden. Zunächst werden die Massenverlagerungen von Bodenfeuchte und Schnee jedoch getrennt ausgewertet. Die Addition beider Effekte und deren Vergleich mit den bisher erzielten Ergebnissen der Grundwasserschwankungen folgt schließlich in Kapitel 6.

5.2.3 Bodenfeuchte (soil moisture)

Das Data Assimilation Office (DAO) stellte einen unveröffentlichten Datensatz über Bodenfeuchtwerte aus drei verschiedenen Tiefenschichten zur Verfügung (M. G. BOSILOVICH, PRIVATE MITTEILUNG, 2000). Die Daten entstammen der Off-line Land-surface Simulation mit einem atmosphärischen Antrieb aus GEOS-1 DAS (OLGA). Die Bodenfeuchtwerte liegen für den Zeitraum 1981 - 1995 vor, jedoch wurden für den Vergleich zu den oben ermittelten Grundwasserwerten nur die Jahre 1988 - 1993 herangezogen. Die dem Modell entnommene Bodenfeuchte bezieht sich auf eine monatliche Wasserkonzentrationsangabe auf einem globalem $2 \times 2,5$ Grad-Gitter der Erdoberfläche (SMAV, soil moisture average). Diese Dichtewerte wurden umgerechnet in Massenangaben auf einem 2×2 Grad-Gitter. Für jeden Gitterpunkt wurde noch der zeitliche Mittelwert subtrahiert, um nur die tatsächlich wirksamen Schwankungen zu bekommen. Der daraus in monatlichen Schritten berechnete Trägheitstensor führt zu der in Abbildung 5.8 dargestellten Anregung der Erdrotation. Die drei Komponenten der Anregungsfunktion zeigen wesentlich differenziertere Perioden als die der Niederschlags- oder der Verdunstungsdaten. Oberflächlich ist nicht mehr so leicht zu erkennen, dass die Jahresperiode immer noch die mit Abstand stärkste Periode in der Anregung ist. Eine Frequenzanalyse

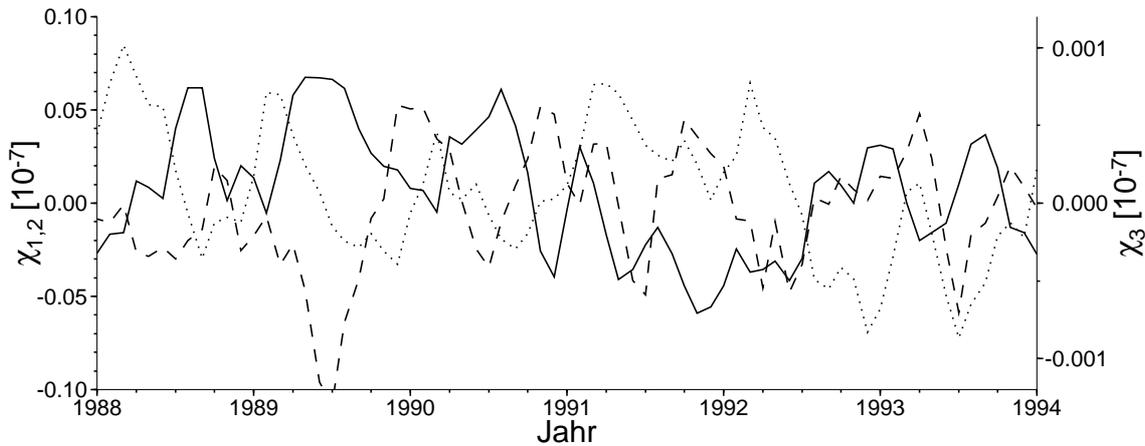


Abbildung 5.8: **Anregungsfunktion durch Bodenfeuchte** (soil moisture) aus GEOS-1 Daten. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

zeigt, dass die Halbjahresperiode etwa eine Größenordnung kleiner ist und alle anderen Perioden in ihrer Stärke noch darunter liegen. Man sieht, dass in der Anregung selbst von Jahr zu Jahr erhebliche Amplitudenschwankungen auftreten. Meist sind die Maxima und Minima der ersten beiden Komponenten gegenläufig. Dies deutet auf eine periodische Massenverlagerung von Asien nach Südamerika hin. Im Frühjahr häuft sich das Grundwasser auf dem asiatischen Kontinent, im Herbst dagegen herrscht dort Grundwassermangel beziehungsweise in Südamerika ein kleiner Überschuss. Um den jahreszeitlichen Wechsel zwischen Nord- und Südhalbkugel besser interpretieren zu können, bietet sich die getrennte Betrachtung beider Hemisphären an. In Abbildung 5.9 sind nur

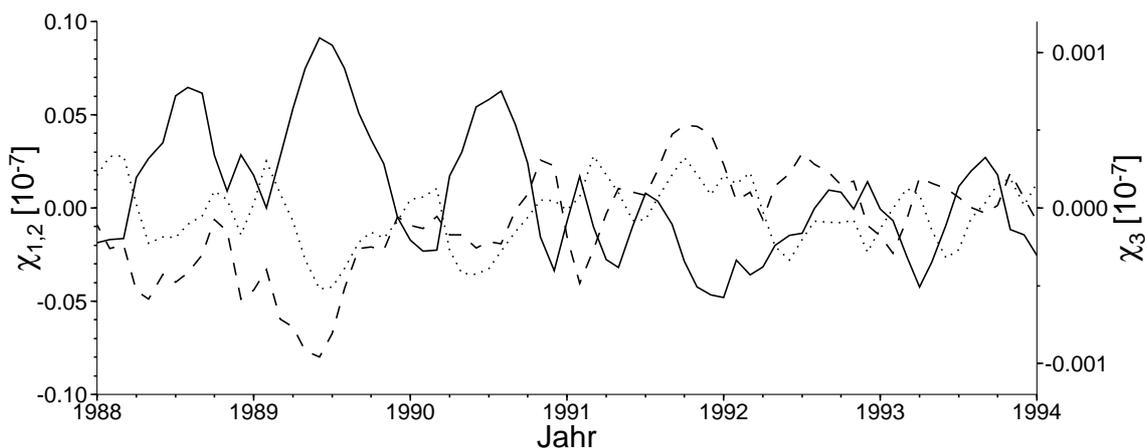


Abbildung 5.9: **Anregungsfunktion durch Bodenfeuchte auf der Nordhalbkugel** aus GEOS-1 Daten. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

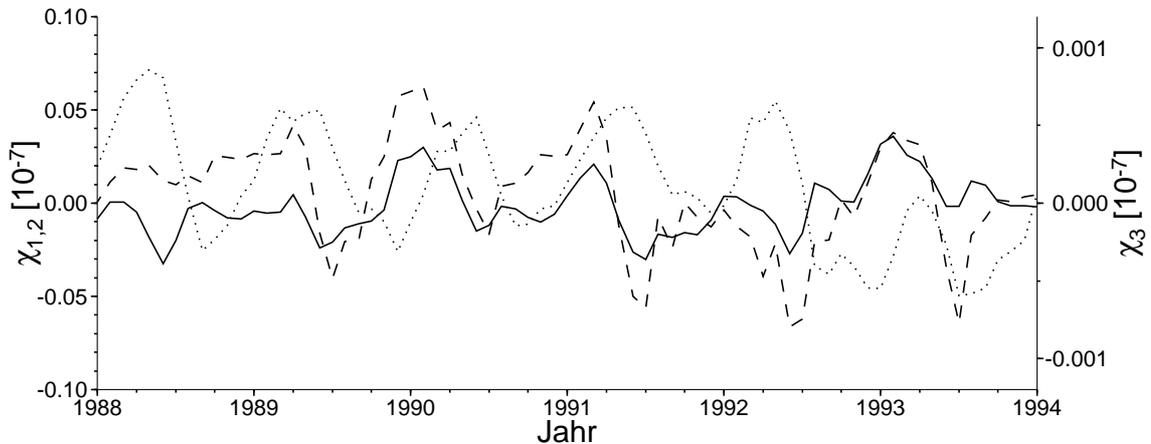


Abbildung 5.10: **Anregungsfunktion durch Bodenfeuchte auf der Südhalbkugel** aus GEOS-1 Daten. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

die Grundwasseränderungen auf der Nordhalbkugel, in Abbildung 5.10 nur diejenigen der Südhalbkugel in die Berechnung der Anregungsfunktion eingegangen. Die einzelnen Kurven für die Nordhalbkugel ähneln sehr der Gesamtanregung beider Hemisphären. Die Phasenlagen der Minima und Maxima, vor allem in den ersten beiden Komponenten χ_1 , χ_2 sind etwa identisch, die Amplituden sind in der Regel ein wenig geringer als die von Nord- und Südhalbkugel zusammen. Dies bedeutet, dass der Grundwasserhaushalt auf den Nordkontinenten wesentlich die gesamte durch Bodenfeuchte entstehenden Polbewegung prägt. Der Grund hierfür ist die unterschiedliche Verteilung der Landflächen auf Nord- und Südhalbkugel. Im Gegensatz zur Nordhemisphäre, liegen auf der Südhalbkugel die größten Landmassen nicht in den mittleren Breiten, sondern näher am Äquator. Daher sind die Auswirkungen der Südhalbkugel auf die Polbewegung geringer. Die Tatsache, dass die Anregung auf der Südhalbkugel zeitweise der Anregung auf Nordhalbkugel entgegenwirkt, lässt sich nicht mit einer Verlagerung der Wassermassen von den Nordkontinenten auf die Südkontinente erklären, sondern mit einer der Jahreszeit entsprechenden Umverteilung zwischen Festland und Ozean oder Atmosphäre. Auf Grund der geographischen Lage von Landmassen in Äquatornähe ist der Einfluss der Südhalbkugel auf die Tageslängenvariation größer.

Im Vergleich zu den Abschätzungen über die Niederschlagsdaten und der Bilanzgleichung fällt zuerst die wesentlich kleinere Anregungsamplitude der Bodenfeuchtedaten auf. Ursache hierfür sind geringere Massenumsätze. Die Bodenfeuchtedaten enthalten offensichtlich geringere Anteile des gesamten Grundwassers als sie in der vorangegangenen Berechnung über die Bilanzgleichung erfasst wurden. Es ist derzeit noch nicht aufzuklären, welche Wassermassen die Modellsimulationen für die Bodenfeuchte genau umfassen. Zum einen bleibt offen, inwieweit als Schnee gefallener Niederschlag auf die Bodenfeuchte Einfluss nimmt, zum anderen werden möglicherweise Variationen in tieferen Grundwasserhorizonten nicht erfasst. Offen bleibt auch die Frage, wie die Oberflächen-

gewässer simuliert wurden. Die Zukunft wird aber immer bessere Modelldaten liefern, kombiniert mit immer mehr Beobachtungen, so dass diese Abschätzungen hier nur als erster Ansatz dienen kann. Genauere Berechnungen und Untersuchungen können darauf aufbauen.

Unabhängig von der Unsicherheit der zugrunde liegenden Daten soll für die folgende Zusammenstellung der wichtigsten hydrologischen Einflussgrößen nun auch die Anregung durch die Bodenfeuchte in die Polbewegung und Tageslängenänderung umgerechnet werden. Aufgrund der geringeren Anregung erreicht die Polbewegung hier nur etwa die halbe

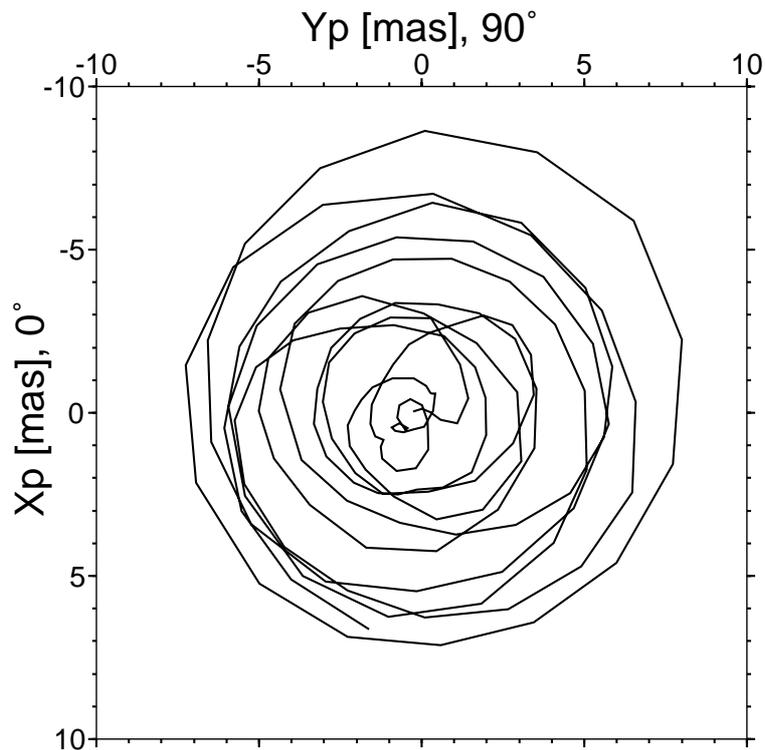


Abbildung 5.11: **Polbewegung durch Bodenfeuchte**, SMAV.

Amplitude der zuvor in Kapitel 5.2.2 berechneten Polbewegung aus den Grundwasserspiegelschwankungen. Auch hier herrscht die Jahresperiode vor. Die Schwankungen der Amplituden sind jedoch größer. Dies spiegelt die unruhigere Anregung wider. Die Polbewegung kann sich in der Folge nicht auf eine bestimmte Größenordnung einschwingen. Zusammenfassend verursachen die Änderungen der Bodenfeuchte Erdrotationsschwankungen bis zu 8 mas in der Polbewegung und eine Variation von 0.005 msec in der Tageslänge.

Damit erreichen die Einflüsse der Bodenfeuchte maximal die Hälfte der Auswirkungen der Grundwasserschwankungen und würden bis zu 2,7 % der beobachteten Polbewegung ausmachen. In der Tageslängenänderung beträgt der Anteil gegenüber der beobachteten Variation nur 0,5 %. Vermutet wird, dass die Massen der Schneebedeckung die

Bodenfeuchte soweit ergänzen, dass deren Summe den gesamten kontinentalen Grundwasseränderungen nahe kommt.

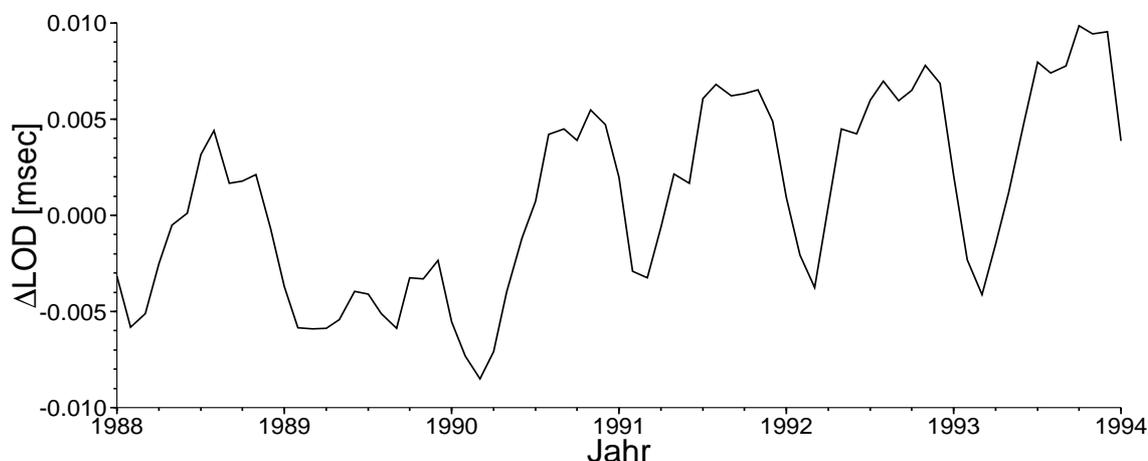


Abbildung 5.12: Tageslängenänderung durch Bodenfeuchte, SMAV.

5.3 Schnee

Der bisher am besten zugängliche Anteil des gesamten Grundwasserhaushaltes ist der als Schnee gefallene Niederschlag. Hierfür existieren bereits schon relativ lange globale Datensätze aus Satellitenmessungen, wie Nimbus-7 Scanning Multichannel Microwave Radiometer (SMMR). In jüngster Zeit kamen auch noch zahlreiche Schneehöhen aus Klimamodellen, wie das Modell ECHAM 3 des Deutschen Klimarechenzentrums in Hamburg, hinzu. Für beide Typen von Schneehöhen wurden Simulationsrechnungen durchgeführt. Neben dem Hauptanteil des direkten Effektes wurde für die Schneebedeckungen auch exemplarisch der indirekte Effekt durch die Auflastdeformationen über den Ansatz der Greenschen Funktionen berechnet.

5.3.1 Satellitendaten von SMMR (DAAC)

Als erstes wurden die aus SMMR-Satellitenmessungen vom Distributed Active Archive Center (DAAC) veröffentlichten Daten verwendet. Die Daten enthalten global die Schneehöhen über Land von 1978 bis 1988. Entsprechend einer mittleren Schneedichte von 300 kg/m^3 wurde daraus die Massenverteilung in monatlichen Mitteln bestimmt. Nicht berücksichtigt wurde der hydrologische Massenausgleich. Der als Schnee gefallene Niederschlag stellt also einen effektiven Massenzuwachs im System Erde dar, der nach dem Abschmelzen der Schneebedeckung wieder verschwindet. Eine solche Betrachtungsweise ist sinnvoll, wenn man zu einem späteren Zeitpunkt die Summe aus den

hydrologischen Parametern Schnee und Bodenfeuchte bilden, oder alle hydrologischen Effekte zusammenführen will. Man vermeidet dadurch Überschneidungen zwischen den einzelnen simulierten Einflüssen. Im ozeanischen Anteil der Anregung (OAM) sind neben den Gezeiten und Ozeanströmungen auch sämtliche Meeresspiegelschwankungen aufgrund von Massenverschiebungen zwischen Festland und Ozean enthalten. Will man jedoch nur den Einfluss von Schnee alleine korrekt interpretieren, so sollte eine Massenbilanz in Form einer globalen Meeresspiegelsenkung eingeführt werden. Eine erste Abschätzung für die Auswirkungen einer Meeresspiegelsenkung auf die Polbewegung ergab sich bei den Untersuchungen in Kapitel 4. Aus Abbildung 4.6 lässt sich für Schneeauflasten auf den Nordkontinenten eine Verstärkung des Effektes um etwa 20 % ablesen. Da der Schnee überwiegend auf der Nordhalbkugel fällt, kann diese Abschätzung auch auf die gesamte Erde übertragen werden. Abbildung 5.13 zeigt die Anregung durch die

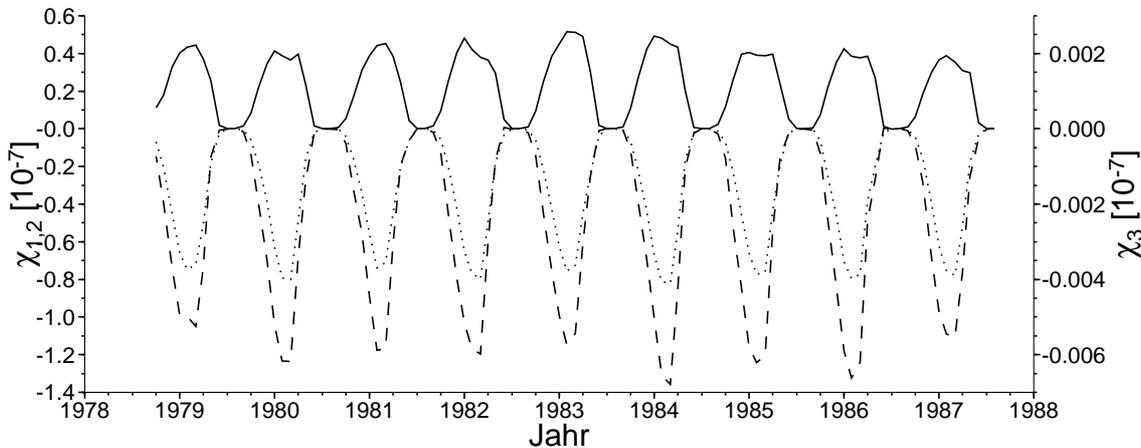


Abbildung 5.13: **Anregungsfunktion durch Schnee.** Berechnet aus globalen Schneehöhen der SMMR-Satellitenmessung (DAAC). χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

Schneebedeckung ohne einen solchen entsprechenden Massenausgleich. Man erhält ein für Schneeauflasten typisches Bild der Anregungsfunktion mit großen negativen Amplituden der χ_2 -Komponente und kleineren positiven Amplituden der χ_1 -Komponente. Dies entspricht im wesentlichen der Summe der Einflüsse der beiden großen Kontinentalbereiche Nordamerika und Eurasien, wobei, wie auch im Falle des Grundwassers, die größere eurasische Landoberfläche überwiegt. Auffallend sind zunächst die unerwartet großen Amplituden im Vergleich zu den Simulationen für die Grundwasserschwankungen. Nachdem die Ergebnisse aller Einzeluntersuchungen berechnet wurden, wird dieser Aspekt näher untersucht.

Wie in der Einleitung erwähnt und in Kapitel 4 mathematisch beschrieben, beeinflussen Massenverlagerungen durch ihre Auflastwirkung auch indirekt über eine Deformation der Erde deren Rotation. Die größten Auswirkungen haben hierbei die radialen Deformationsanteile, weshalb die Untersuchungen auf diese beschränkt bleiben. Die Deformationswirkung wurde an der Erdoberfläche mittels der Greenschen Funktionen auf einem

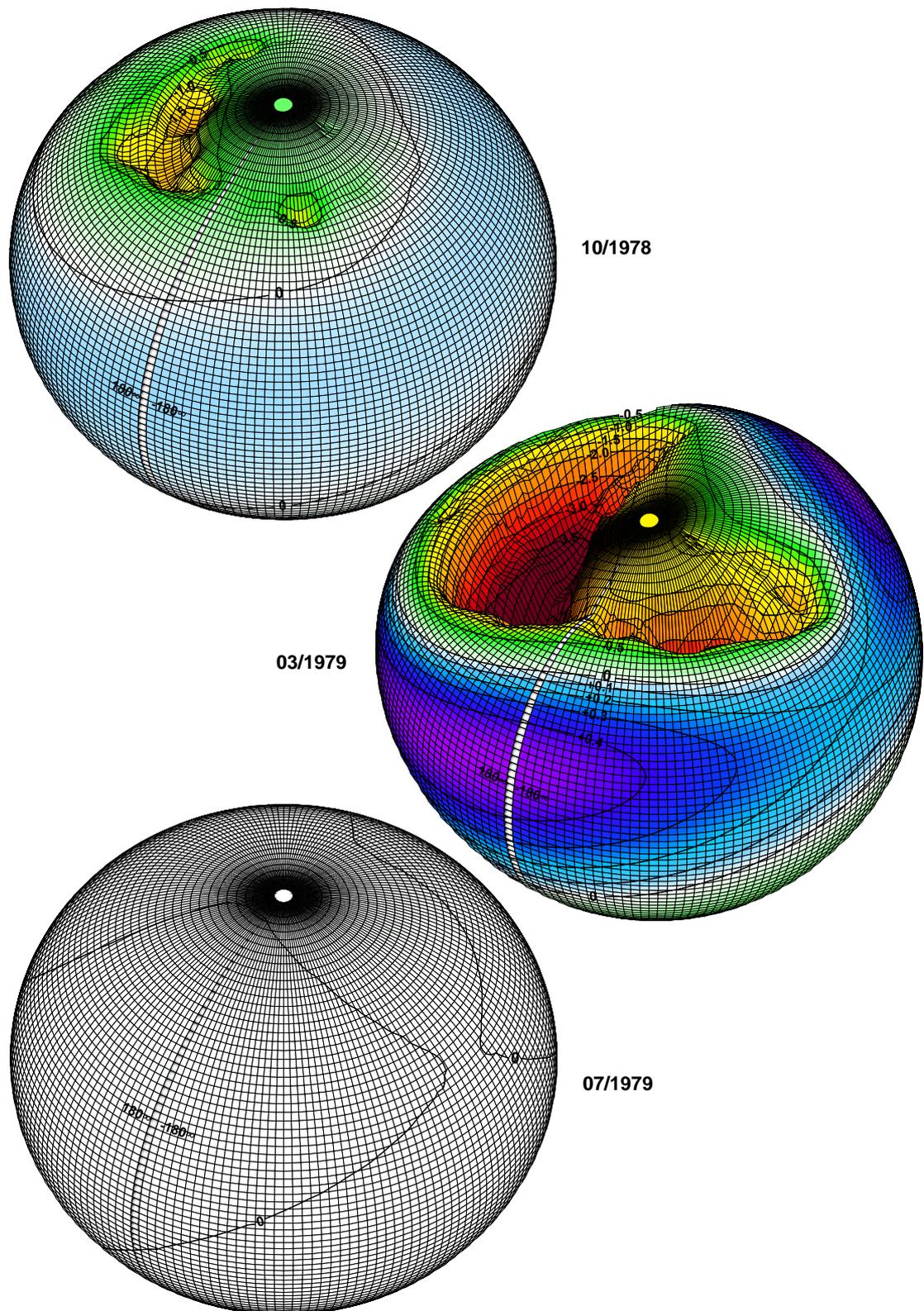


Abbildung 5.14: **Oberflächendeformationen durch Schneeaufasten (DAAC)**, stark überhöhte Darstellung der radialen Komponente in Millimetern für Oktober 1978, März und Juli 1979.

globalen 2x2 Grad Gitter berechnet. Abbildung 5.14 zeigt die radialen Oberflächendeformationen aufgrund von Schneeauflasten für die Monate Oktober 1978, März und Juli 1979. Entsprechend den Schneehöhen erhält man, wie erwartet, die größten Deformationen im März auf den Nordkontinenten. Schneehöhen von bis zu 100 cm führen zu Deformationen von bis zu 4 mm. Die verdrängte Masse im Erdmantel verursacht in den unbelasteten Regionen der Ozeane und der Südhalbkugel eine leichte Aufwölbung. Diese erreicht im Atlantik knapp 0,4 mm, im Pazifik etwas über 0,4 mm. Verfolgt man den in Abschnitt 4.4.2 vorgestellten Weg zur Berechnung des indirekten Effektes weiter, so können über das Modell der Plattenbiegung aus den Deformationen die Änderungen des Trägheitstensors ermittelt werden. Daraus lässt sich, analog zur Berechnung des direkten Effekts, die Anregungsfunktion des indirekten Effekts bestimmen.

Abbildung 5.15 zeigt das Verhältnis des indirekten Effekts zum vorhin berechneten direkten Effekt. Aufgetragen ist für jeden Monat jeweils der indirekte Effekt, angegeben in Prozent des direkten Effekts. Für die ersten beiden Komponenten der Anregungsfunk-

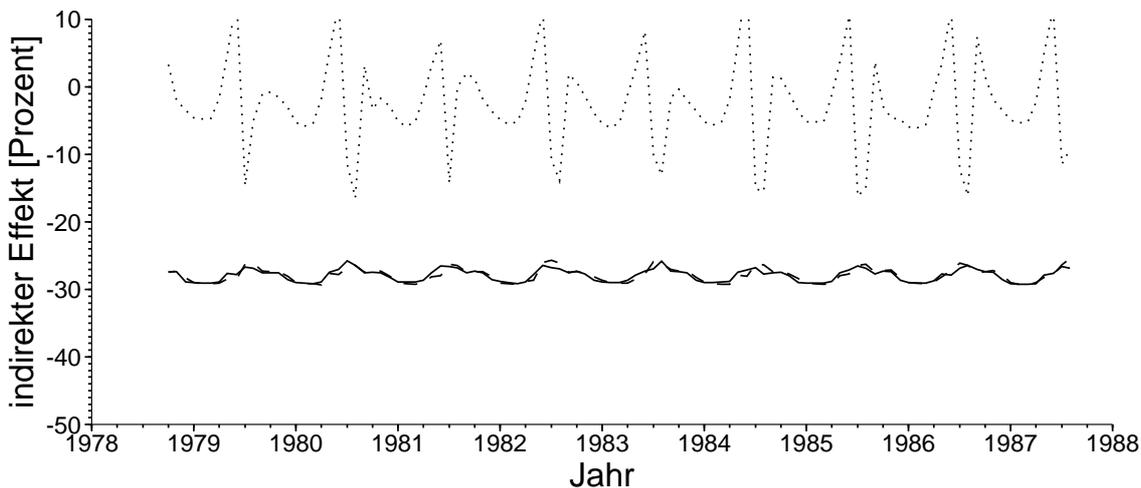


Abbildung 5.15: **Indirekter Effekt aufgrund von Schneeauflasten (DAAC)**, im Verhältnis zum direkten Effekt für χ_1 durchgezogen, χ_2 gestrichelt und χ_3 punktiert. Angaben in Prozent zum direkten Effekt.

tion schwankt der indirekte Effekt zwischen -26 und -30 Prozent des direkten Effekts. Im Mittel liegt dieser ziemlich konstante Wert mit -28 % nahe den -30 %, wie man ihn aus der Berechnung des indirekten Effekts durch die Lovesche Auflastzahl k'_2 erhalten würde. So wie sich durch die Lovesche Auflastzahl die hier betrachteten Massenterme um 30 % verringern würden, erhält man durch die Addition von direktem und indirektem Effekt in der Summe eine Verringerung der Gesamtanregung für die Polbewegung. In der dritten Komponente ergeben sich jedoch große Unterschiede zwischen den beiden Verfahren zur Bestimmung des indirekten Effekts. Die Berechnung über die Lovesche Auflastzahl ergäbe auch hier konstant -30 %. Bei der Berechnung über die Greenschen Funktionen erreicht der indirekte Effekt jedoch gegen Ende der Wintermonate +10 %,

springt dann im Sommer auf -15 % und schwankt ansonsten um -5 %. Obwohl vor allem die positiven Werte im ersten Moment relativ groß erscheinen, zeigt sich im Vergleich mit dem zugrunde liegendem direkten Effekt, dass gerade die positiven Werte eigentlich keine Rolle spielen. Die Maxima und Minima fallen jeweils genau in den Bereich von sehr kleinen Werten der Anregungsfunktion χ_3 . Die Prozentsätze sind daher eher numerischer Natur. Wie gering die effektiven Auswirkungen des indirekten Effekts auf die Gesamtanregung der dritten Komponente sind, zeigt sich besonders in der Umrechnung von χ_3 in ΔLOD , siehe Abbildung 5.17. Im Winter, zu Zeiten der größten Schneeauflasten, erhält man für den indirekten Effekt eine maximale Abweichung von -6 %. Effektiv schwankt also der indirekte Effekt zwischen 0 % und -6 %. Diese Diskrepanz zu den aus der Loveschen Auflastzahl erwarteten konstanten -30 % erklärt sich, wenn man die Deformationen der Erdoberfläche aufgrund der Schneeauflasten genauer betrachtet. Wie in Abbildung 5.14 zu sehen ist, erfährt die Erdoberfläche durch die Schneeauflasten nicht nur eine lokale Depression, sondern es kommt an anderer Stelle auch zu einer leichten Aufwölbung. Diese positiven Deformationen summieren sich vor allem in den unbelasteten Regionen der Ozeane zu einer nicht vernachlässigbaren Massenverlagerung. Es bildet sich ein annähernd gleichmäßiger Massengürtel im Bereich des Äquators aus, der durch seine Lage in niederen Breiten jedoch kaum einen Einfluss auf die Polbewegung hat. Die Deformationsanteile auf den Nordkontinenten dominieren somit die indirekte Anregung. Für die Tageslängenvariation ist aber der Abstand der Massen zur Rotationsachse entscheidend. Offenbar gleicht der Massengürtel am Äquator die Deformationen unter den Schneeauflasten auf den Nordkontinenten annähernd wieder aus. Es kommt nur zu kleineren Abweichungen vom direkten Effekt, die insbesondere von der Größe der Schneeauflast abhängen. Im Ansatz mit der Loveschen Auflastzahl fehlt diese globale Betrachtungsweise. Es werden nur diejenigen Gitterpunkte betrachtet, an denen sich direkt durch die Schneeauflasten Massenveränderungen ergeben. Die ozeanischen Gebiete gehen nicht in die Anregungsfunktion mit ein. In der Polbewegung ist diese Vernachlässigung mit einer Abweichung von wenigen Prozent vertretbar. Bei der Berechnung der Tageslängenvariation lässt sich die Ausbildung des Massengürtels aber nicht mehr vernachlässigen. Will man nicht den aufwendigen Weg über eine Berechnung des indirekten Effekts aus der Deformation gehen, so sollte auf eine konstante Berücksichtigung des indirekten Effekts durch die Lovesche Auflastzahl völlig verzichtet werden.

Abbildung 5.16 zeigt die simulierte Polbewegung für die direkte Anregung durch Schneebedeckungen entsprechend den DAAC-Daten. Da in der Anregung fast ausschließlich eine Jahresperiode steckt, ergibt sich in der Polbewegung eine Schwebung aus Jahresperiode und Chandlerperiode. Im Falle eines simulierten Jahres mit 365,25 Tagen erhält man für diese Schwebungsperiode einen Wert von 6,4 Jahren. Diese Amplitudenmodulation ist deutlich in der resultierenden Polbewegung zu sehen. Nach einer gewissen Einschwingphase pendelt die Amplitude der Polbewegung zwischen 25 mas und maximal 50 mas. Würde man den indirekten Effekt der Schneeauflasten ebenfalls berücksichtigen, so wäre der Radius der Polbewegung um den entsprechenden Prozentsatz zu verringern.

Die Tageslänge variiert entsprechend Abbildung 5.17. Zum Zeitpunkt der größten Schneebedeckung dreht sich die Erde um etwa 0,03 msec langsamer. Die indirekten Einflüsse

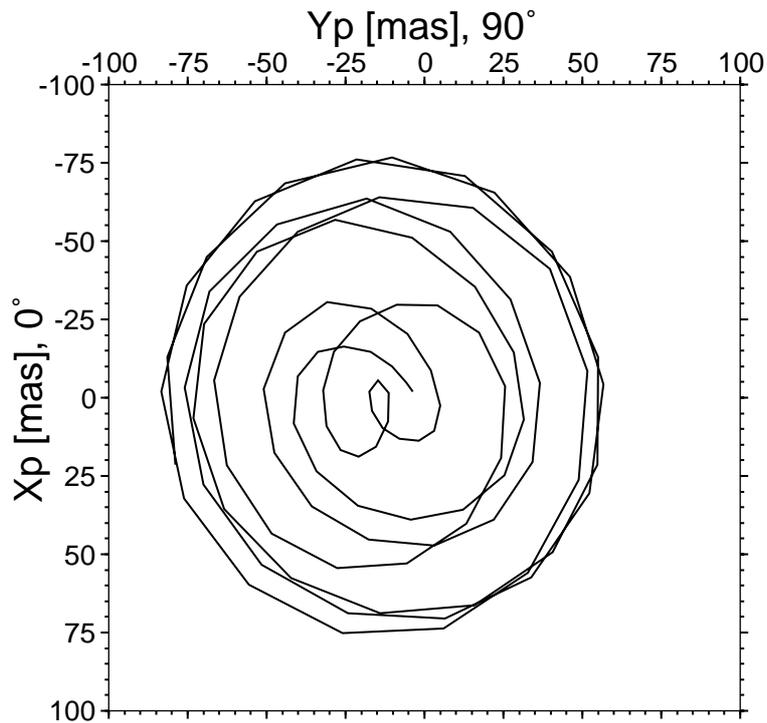


Abbildung 5.16: Polbewegung durch Schnee (DAAC).

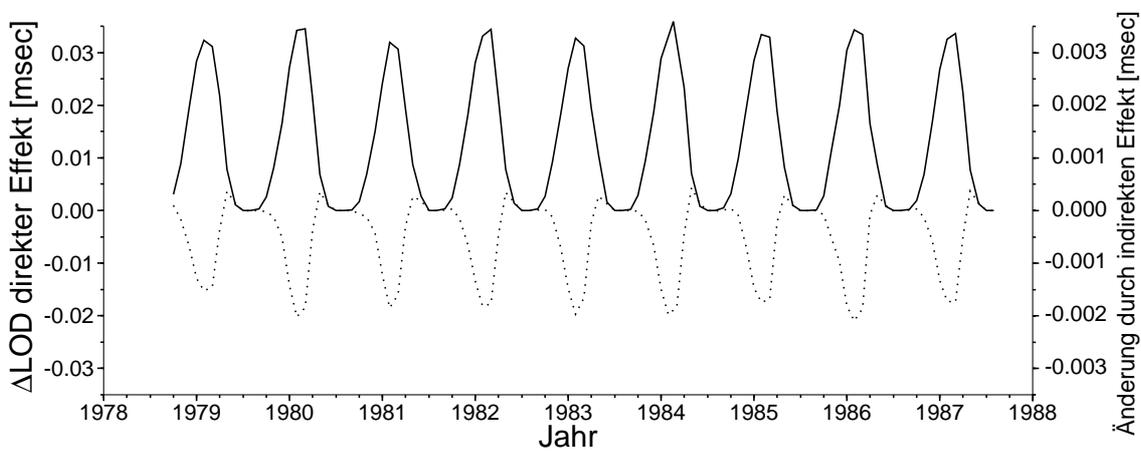


Abbildung 5.17: Tageslängenänderung durch Schnee (DAAC), durchgezogene Linie direkter Effekt, gepunktete Linie Änderung durch Berücksichtigung des indirekten Effektes.

durch Auflastdeformationen würden kleine Änderungen entsprechend der gepunkteten Linie ergeben. Diese Zuschläge sind um eine Größenordnung kleiner als der direkte Effekt (siehe rechte Skala) und verringern diesen um maximal 5 %.

5.3.2 Klimamodell ECHAM 3

Analoge Simulationsrechnungen wurden auch mit den Schneehöhen aus dem Klimamodell ECHAM 3 (ROECKNER ET AL., 1996) durchgeführt. Dieses globale Klimamodell wird vom Institut für Meteorologie der Universität in Bonn verwendet, um die Atmosphäre zu simulieren. Es wird nur durch beobachtete Meeresoberflächentemperaturen angetrieben. Als Nebenprodukt der atmosphärischen Massenverlagerungen können die Schneehöhen ausgegeben werden. Aus den 6-stündigen Werten wurden monatliche Mittel auf einem 1x1 Grad Gitter bestimmt. Konstant hohe Schneewerte von über 25 m auf manchen Teilen Grönlands und der Antarktis wurden eliminiert, da sie vermutlich auf unveränderlichen Eismassen beruhen. Betrachtet man die Schneehöhen im Vergleich zu den oben verwendeten Werten aus den Satellitendaten, so fällt auf, dass die Schneehöhen zwar in der selben Größenordnung variieren, ihre Verteilung aber auf kleinere Bereiche, vorwiegend die großen Gebirgsregionen der Nordhalbkugel, konzentriert ist. Dies wirkt

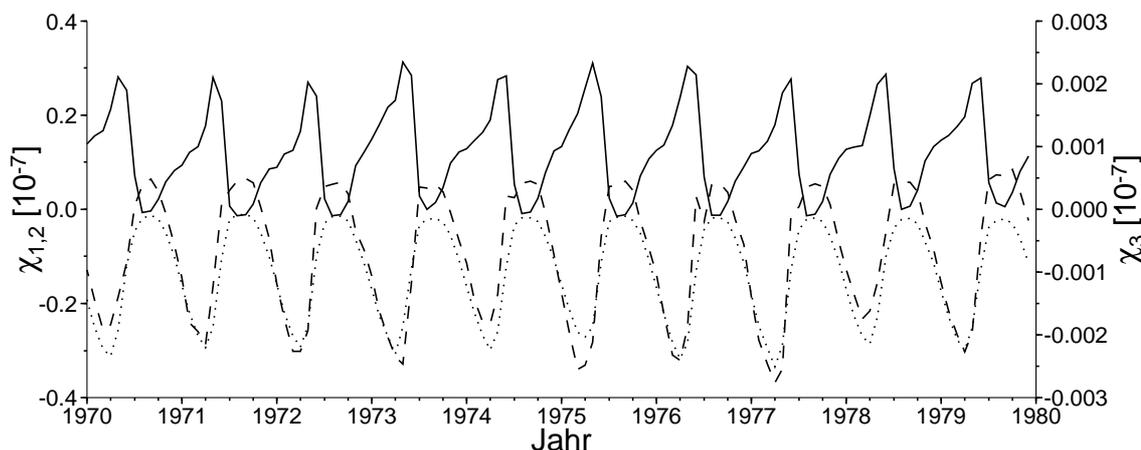


Abbildung 5.18: **Anregungsfunktion durch Schnee (ECHAM)**, berechnet mit globalen Schneehöhen aus dem ECHAM 3 Klimamodell. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie

sich in den Anregungsfunktionen auf die Erdrotation mit einer kleineren Amplitude aus (siehe Abbildung 5.18). Im Durchschnitt sind die Werte nur etwa halb so groß wie für die DAAC-Schneehöhen. Vor allem die darin so dominierende χ_2 -Komponente fällt hier wesentlich kleiner aus. Die Anregungsperiode ist wieder fast ausschließlich im jährlichen Bereich zu finden.

Auch hier kommen neben dem direkten Effekt noch die indirekten Einflüsse durch die Oberflächendeformationen hinzu. Wie für den vorherigen Datensatz wurden die Deformationen mittels der Greenschen Funktionen global bestimmt. Abbildung 5.19 zeigt die radiale Oberflächendeformation aufgrund der Schneeauflasten aus dem ECHAM 3 - Modell. Wie in Abbildung 5.14 ergeben sich auch hier die größten Deformationen im März auf den Nordkontinenten. Die etwas kleineren Schneehöhen von maximal 50 cm

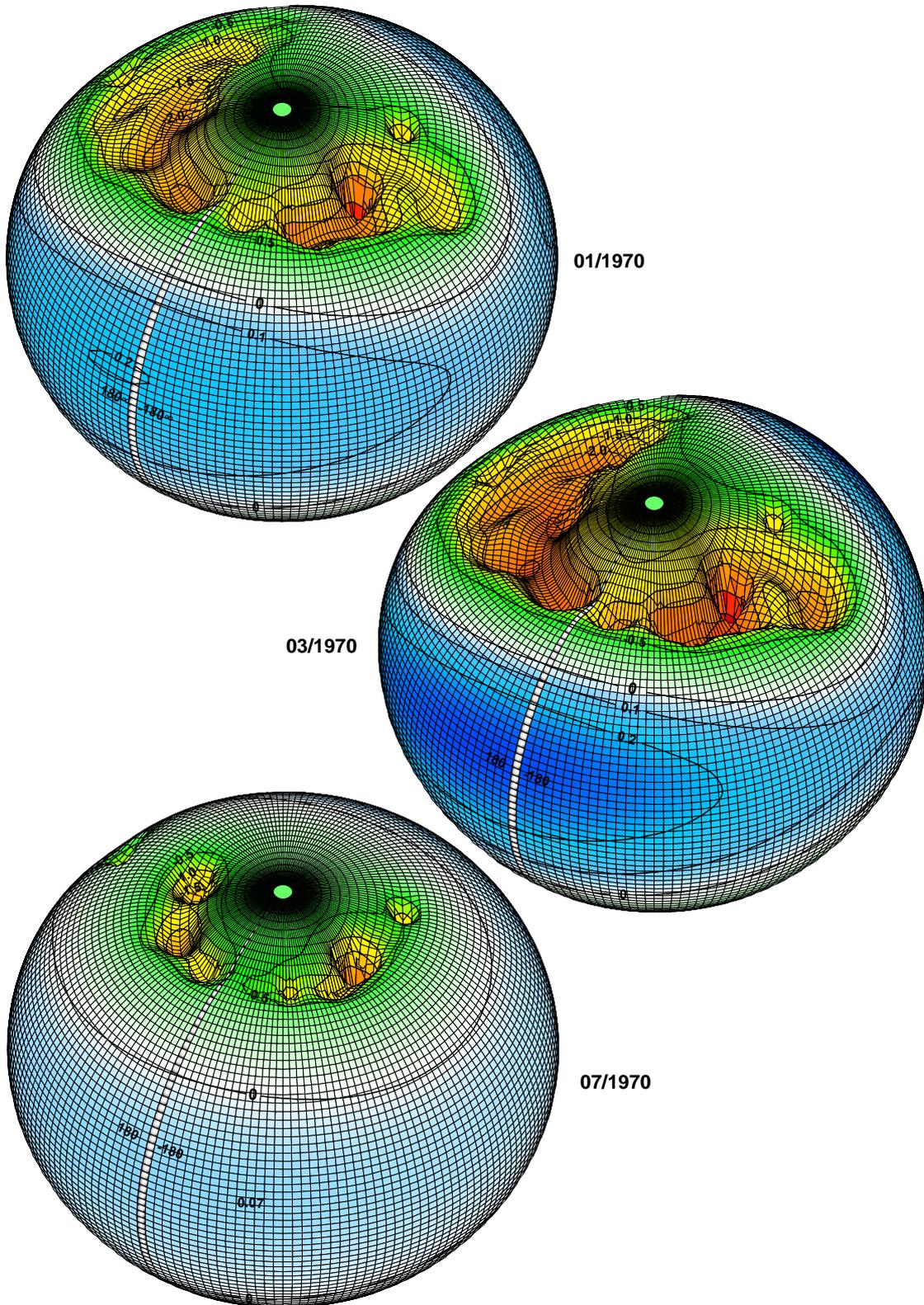


Abbildung 5.19: **Oberflächendeformation durch Schneeauflasten (ECHAM)**, stark überhöhte Darstellung der radialen Komponente in Millimetern für Januar, März und Juli 1970.

und deren geringere räumliche Ausdehnung führen zu Deformationen von bis zu 3 mm. Durch die verdrängte Masse im Erdmantel ergeben sich ebenfalls leichte Hebungen in den unbelasteten Regionen der Ozeane und der Südhalbkugel mit Werten von knapp 0,2 mm im Atlantik und fast 0,3 mm im Pazifik. Im Gegensatz zu den DAAC-Daten verschwinden die Deformationen im Sommer nicht vollständig, da eine kleine konstante Restschneebedeckung über das ganze Jahr hinweg bestehen bleibt. Aus diesen Deformationen lässt sich wieder unter Verwendung des Plattenmodells der indirekte Effekt berechnen. Abbildung 5.20 zeigt das Verhältnis des indirekten Effekts zum berechneten direkten Effekt in Prozent des direkten Anteils. Die ersten beiden Komponenten der Anregungsfunktion zeigen, ähnlich der Abbildung 5.15, eine kleine jährliche Schwankung zwischen -25 und -29 Prozent. Vermutlich werden die kleinen Ausreißer durch eine unkorrekte Beschreibung der konstanten Eismassen in Nordostkanada und Südgrönland verursacht. In den ECHAM-Schneedaten sind dort irrtümlich Eismächtigkeiten auch als Schneehöhen eingetragen. Trotz der Eliminierung konstanter Eismassen verblieben an den Küsten noch einige Werte in den Schneedaten. Vor allem in den Sommermonaten, wenn kaum eine Schneebedeckung vorhanden ist, wirken sich diese Fehler deutlich sichtbar aus. Davon abgesehen ergibt sich ein recht einheitlicher Wert von -27 %. In der

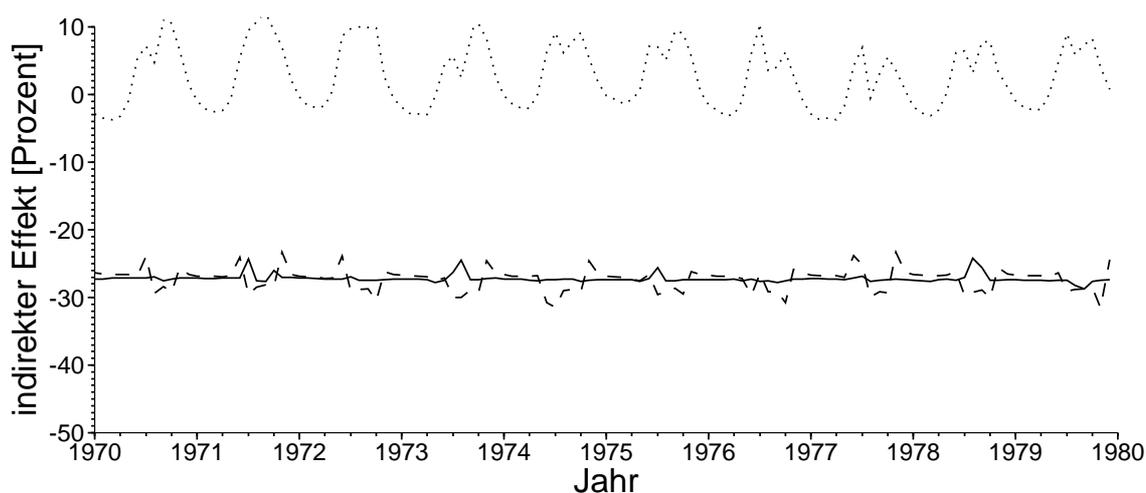


Abbildung 5.20: **Indirekter Effekt aufgrund von Schneeauflasten (ECHAM)** im Verhältnis zum direkten Effekt für χ_1 durchgezogen, χ_2 gestrichelt und χ_3 punktiert. Angaben in Prozent zum direkten Effekt.

dritten Komponente tauchen, wie auch im Falle der DAAC-Daten, große Abweichungen von den üblicherweise angenommenen -30 % auf. In den Wintermonaten erreicht der indirekte Effekt -4 %, in den Sommermonaten erhöht der indirekte Effekt die Gesamtwirkung um +10 %. Auch hier müssen die Maximalwerte wieder im Zusammenhang mit der zugrunde liegenden Anregungsfunktion χ_3 gesehen werden (siehe Abbildung 5.22). Die Erklärung ist ebenfalls dieselbe wie im Beispiel des DAAC-Datensatzes.

Diese Ergebnisse für den indirekten Effekt von Schneeauflasten können sinngemäß auf

viele der anderen hier diskutierten hydrologischen Effekte übertragen werden, da diese alle auf der asymmetrischen Verteilung der Kontinental- und Ozeanregionen beruhen. Für kontinentale Massenverlagerungen sind die größten Deformationen jeweils auf der Nordhalbkugel zu erwarten. Damit verbunden ist in der Regel eine Ausbildung des angesprochenen Massengürtels am Äquator mit den erläuterten Unterschieden in seiner Auswirkung auf Polbewegung und Tageslänge.

Anders sieht die Situation für ozeanische Auflastdeformationen aus. Erste Modellrechnungen zeigen, dass die durch Deformationen verdrängte Masse zu Aufwölbungen überwiegend im Bereich des Nordpols führen. Änderungen der auf dem Ozeanboden auflastenden Wassersäulen in der Größenordnung von Metern verursachen dort Deformationen bis zu 5 mm. Dagegen kommt es in der nördlichen Polarregion zu Hebungen bis zu 8 mm. Es ist anzunehmen, dass diese Ausgleichhebungen jedoch aufgrund ihrer Lage kaum einen Einfluss sowohl auf die Polbewegung wie auch auf die Tageslängenänderung haben. Für den indirekten Effekt wäre es folglich unerheblich, wenn die Regionen der Ausgleichhebungen vernachlässigt werden. Zu erwarten wäre dann, dass der über die Greenschen Funktionen berechnete indirekte Effekt nur leicht geringer als die üblicherweise angenommenen -30 % ausfällt. Genauere Untersuchungen hierzu sind in Vorbereitung, die notwendigen Simulationsrechnungen für einen längeren Zeitraum sind jedoch noch nicht abgeschlossen.

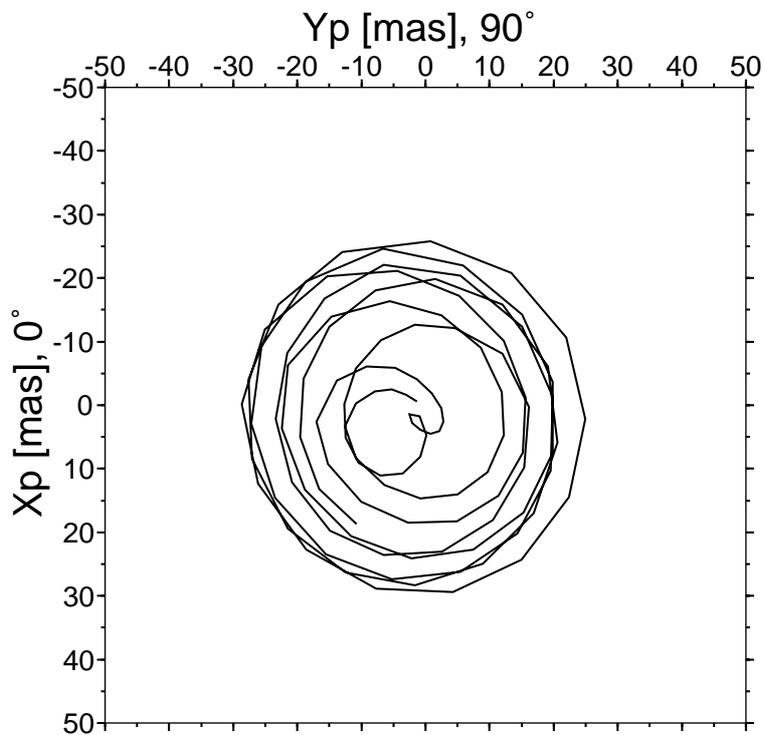


Abbildung 5.21: Polbewegung durch Schnee (ECHAM).

Für die weitere Abschätzung der Erdrotationsschwankungen wird aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse wieder nur der direkte Effekt herangezogen. Etwas weniger deutlich als im vorherigen Fall der SMMR-Satellitendaten (DAAC) zeigt die Amplitude der Polbewegung aufgrund der ECHAM 3 Schneehöhen nach einer gewissen Einschwingdauer eine Schwebung (Abbildung 5.21), verursacht durch die jährliche Anregungsperiode in Verbindung mit der durch Resonanz induzierten Chandlerperiode. Die Amplituden liegen entsprechend der in diesem Modell geringeren Schneemengen gegenüber den gemessenen SMMR-Daten und der damit verbundenen niedrigeren Anregungsenergie bei maximal 25 mas.

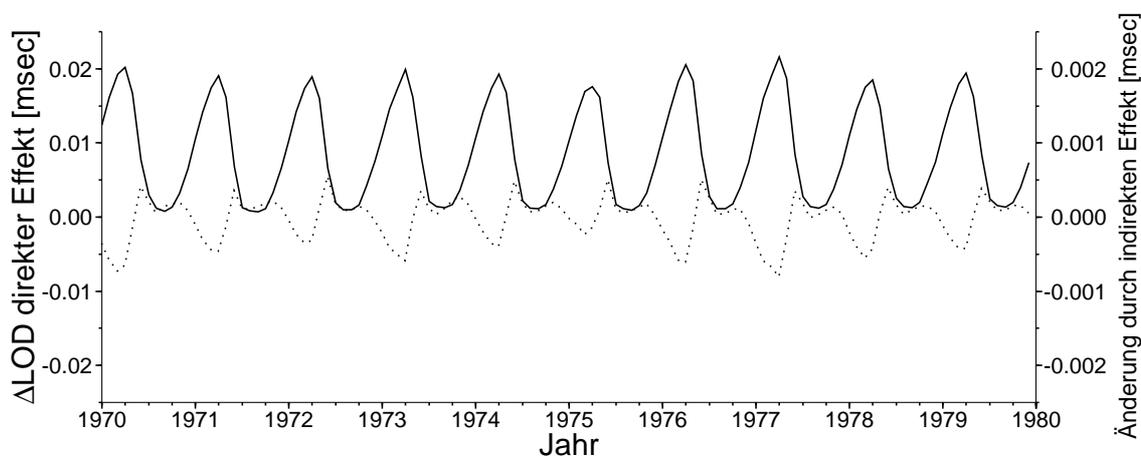


Abbildung 5.22: **Tageslängenänderung durch Schnee (ECHAM)**, durchgezogene Linie direkter Effekt, punktierte Linie Änderungen durch den indirekten Effekt.

Auch die Tageslängenänderung für die ECHAM-Daten (Abbildung 5.22) weist einen ähnlichen Verlauf wie diejenige der DAAC-Daten auf (siehe Abbildung 5.17). Die Amplituden liegen bei maximal 0,02 msec in der Tageslänge. Berücksichtigt man zusätzlich die indirekten Einflüsse der Auflastdeformationen, so würden sich die Maximalamplituden jeweils um etwa 3 % verringern.

Wie schon aus den Anregungsfunktionen der vier bisher untersuchten hydrologischen Parameter ersichtlich, dominiert für saisonale klimatologische Prozesse meist die Jahresperiode. In Kapitel 6 folgt eine weiterführende Zusammenschau aller abgeschätzten direkten Effekte speziell unter dem Gesichtspunkt der herausragenden jährlichen und halbjährlichen Perioden. Die Bestimmung des indirekten Effektes konnte bisher nur für die Einflüsse des Schnees durchgeführt werden, da die Berechnungen der Deformationen mittels der Greenschen Funktionen sehr zeitaufwendig sind. Im Gegensatz zu den bisher analysierten globalen hydrologischen Massenverlagerungen sollen zuvor noch zwei regional begrenzte Effekte betrachtet werden.

5.4 Seen

Neben den Ozeanen dienen hauptsächlich die Binnenseen als Puffer zwischen Niederschlag und Abfluss oder Verdunstung. Je nach klimatischer Lage und Größe kann es zu beträchtlichen Wasserstandsschwankungen kommen. Interessant für den Einfluss auf die Rotation der Erde sind vorwiegend Seen in den mittleren Breiten oder in Äquatornähe. Neben den natürlichen durch das Klima und die Jahreszeiten verursachten Fluktuationen, nimmt auch der Mensch große Eingriffe in den Wasserhaushalt von Seen vor. Exemplarisch wurden der Aralsee und der sich im Bau befindliche weltgrößte Staudamm in China untersucht.

5.4.1 Aralsee

Der Aralsee liegt an der Grenze zwischen Kasachstan und Usbekistan. Geographisch befindet er sich auf dem 45. nördlichen Breitengrad und dem 60. östlichen Längengrad. Diese Lage lässt erwarten, dass Massenveränderungen eine relativ große Wirkung auf die Polbewegung haben. 1950 bedeckte der Aralsee eine Fläche von 66900 km² und war



Abbildung 5.23: Lage des Aralsees.

damit der viertgrößte Binnensee der Erde. Zur Bewässerung der im Ferghana Tal liegenden Baumwollplantagen wurde seitdem immer mehr Wasser über Kanäle aus den zwei großen Zuläufen des Aralsees Amu Darya und Sir Darya entnommen. Dieses Wasser geht durch die Atmung der Vegetation und durch die Verdunstung in den künstlichen Bewässerungsanlagen dem Zustrom des Aralsees verloren. Die Küstenlinie des Aralsees

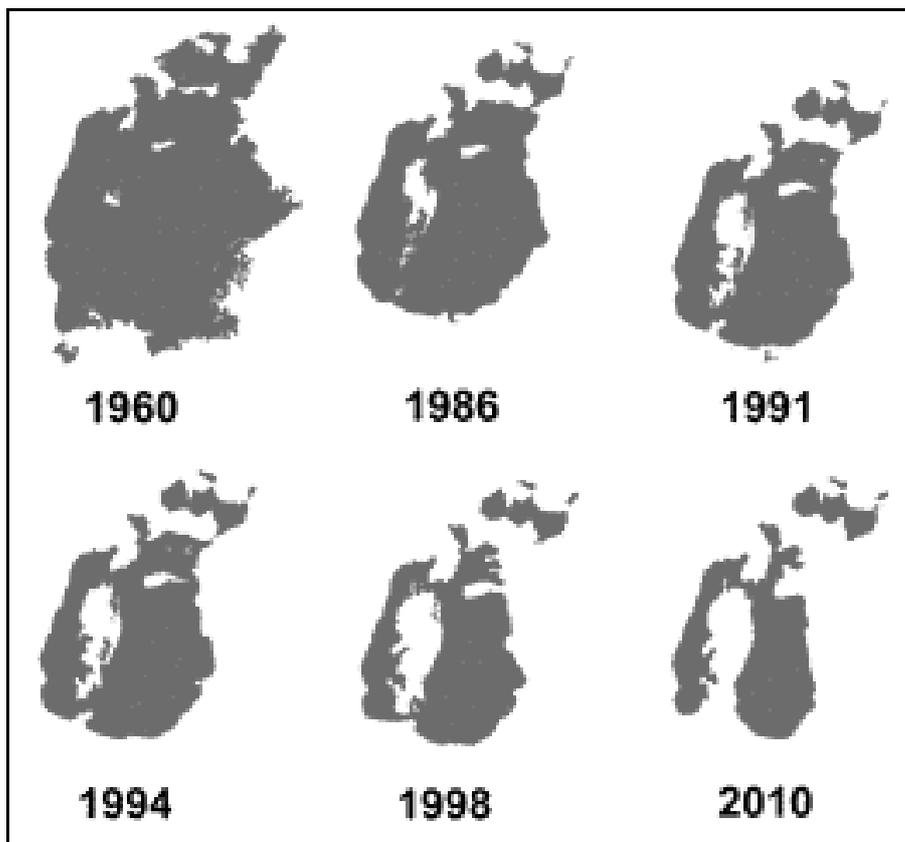


Abbildung 5.24: **Austrocknung des Aralsees** von 1960 bis 2010. Dargestellt ist die Abnahme der Seeoberfläche durch den verminderten Zustrom aufgrund von Wasserableitungen für die Baumwollplantagen.

ging dadurch um 100-150 km zurück und legte 36000 km² des Seebodens frei. Der Wasserspiegel sank bis 1995 um mehr als 19 m gegenüber 1950. In der Summe verlor der See bis heute die Hälfte seiner Fläche und fast 3/4 seines Wasservolumens, siehe dazu Abbildung 5.24. In weiteren 15 Jahren könnte der See völlig ausgetrocknet sein.

Berücksichtigt man die Topographie des Seebodens, so ergibt sich für das Wasservolumen von 1950 ein Wert von $1669,6 \cdot 10^9 \text{ m}^3$. Im Jahre 1995 waren es nur noch $507,1 \cdot 10^9 \text{ m}^3$. Daraus resultiert ein Volumenverlust an Wasser in 45 Jahren von

$$\Delta V(45a) = -1162,5 \cdot 10^9 \text{ m}^3$$

Inwieweit sich dieser Massenverlust auf die Erdrotation auswirkt, kann vereinfacht mit einem Modellsee simuliert werden. Angenommen wird ein rechteckiger See mit 3x3 Grad Ausdehnung an derselben geographischen Position wie der Aralsee. Der Volumenverlust wird dann durch eine lineare Abnahme der Füllhöhe über 45 Jahre angenähert. Für das Modell erhält man eine Absenkung des Wasserspiegels um monatlich 2,71 cm. Um ein

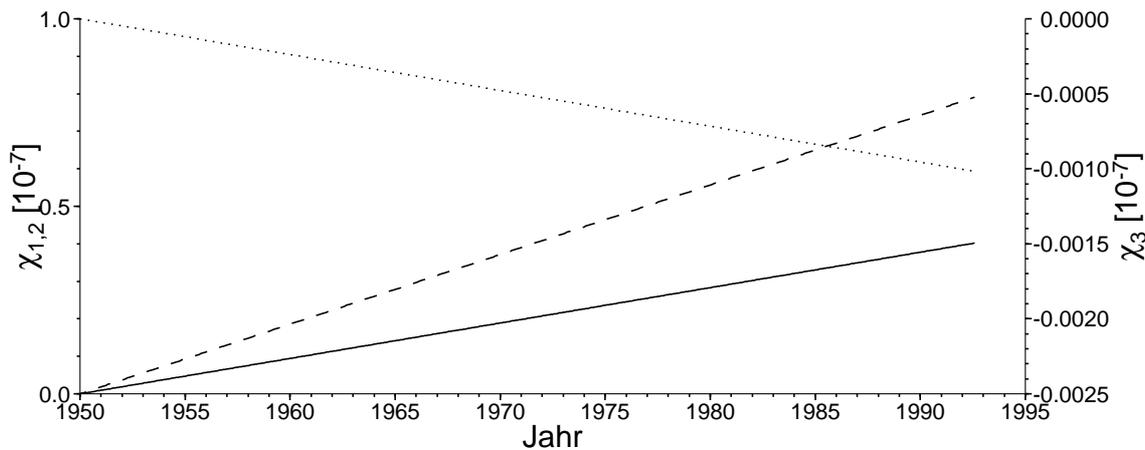


Abbildung 5.25: **Anregungsfunktion durch Austrocknung des Aralsees.** χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie

physikalisch sinnvoll zu interpretierendes Ergebniss zu erhalten, sollte eine ausgeglichene Massenbilanz aufgestellt werden. Dazu wird angenommen, dass sich das verdunstete Wasser gleichmäßig auf die Weltozeane verteilt. Insgesamt führt dies zu einem Meeresspiegelanstieg von 3,2 mm. Zusätzlich zu diesen direkten Effekten durch eine Massen-

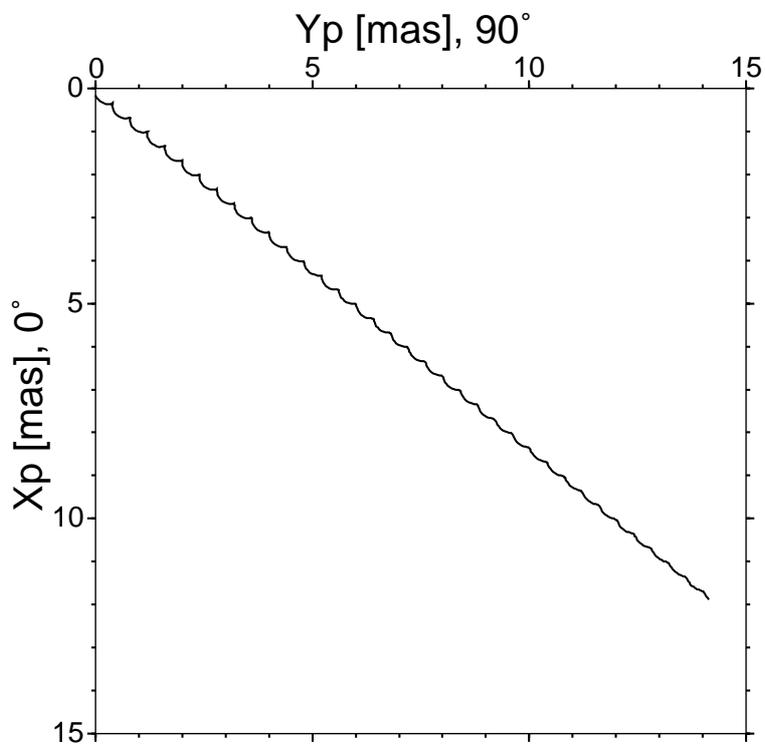


Abbildung 5.26: **Polbewegung durch Austrocknung des Aralsses.**

verlagerung wird durch die Austrocknung des Aralsees die Erdkruste entlastet. Für den indirekten Effekt wurde über den Ansatz der Greenschen Funktionen mit einer negativen Belastung die Deformation der Erdoberfläche berechnet. Im Zentrum des Sees hebt sich die Erdoberfläche um bis zu 10 cm an, am Ufer sind es immer noch 1 cm und in 500 km Entfernung sind es nur mehr 5 mm. Die für die Hebung benötigte Masse verändert den Rest der Erde kaum merklich. Aus dieser radialen Oberflächendeformation wird mittels des Plattenbiegungsmodells der indirekte Effekt bestimmt. Für eine solche regional eng begrenzte Massenverlagerung weicht der indirekte Effekt nicht signifikant von den -30 % der Loveschen Auflastzahl ab. Die Summe aus direkten und indirekten Effekts führt auf die in Abbildung 5.25 dargestellte Anregungsfunktion.

Die ersten beiden Komponenten χ_1, χ_2 folgen einem linearen Anstieg, wobei die zweite Komponente, durch die geographische Lage begünstigt, doppelt so stark zunimmt. In der dritten Komponente χ_3 ergibt sich eine sehr schwache negative Tendenz. Da diese Anregungsfunktion nur lineare Anteile hat, also mit Perioden sehr viel größer als die Chandlerperiode auf die Erdrotation einwirkt, ist zu erwarten, dass die Chandlerperiode kaum angeregt wird. Der Rotationspol driftet wie in Abbildung 5.26 gezeigt. Die Richtung der mittleren Erdrotationsachse wird durch die Verschiebung der Wassermassen vom Aralsee in die Weltozeane in Richtung des Aralsee geführt. Die sehr kleinen Wellenbewegungen rühren von der schwach angeregten Chandlerbewegung her. In den letzten 15 Jahren ist der Rotationspol also um fast 20 mas in Richtung des Aralsees gedriftet. Geht der Umgang mit den Wasserressourcen der Region so weiter, so sind noch einmal mehr als 5 mas in den nächsten 15 Jahren zu erwarten. Überlagerung wird diese Drift jedoch von der weitaus stärkeren Drift des Rotationspols in Richtung Kanada aufgrund von postglazialen Landhebungen. Weniger Einfluss hat das Geschehen auf die Änderung der Tageslänge. Abbildung 5.27 zeigt mit einem Anstieg in ΔLOD

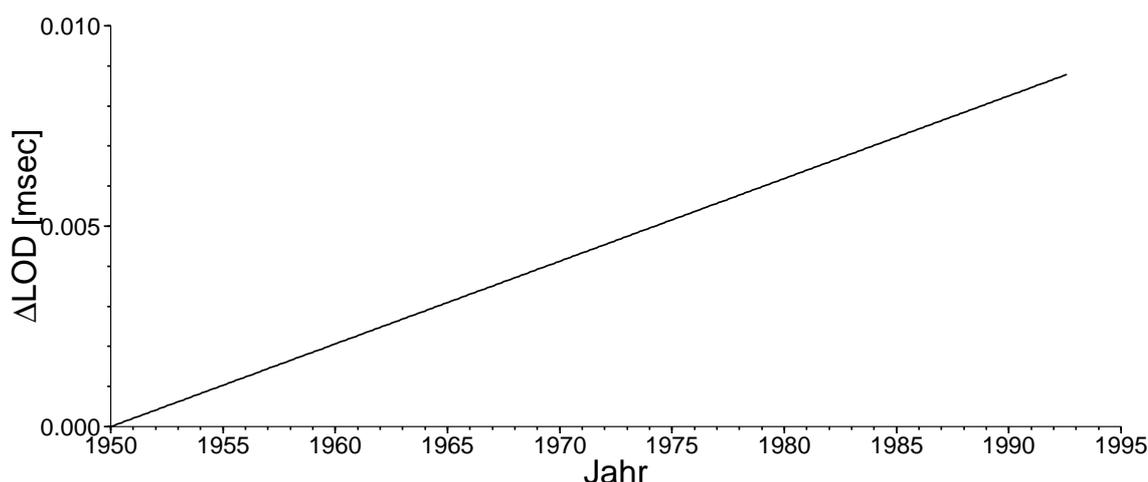


Abbildung 5.27: **Tageslängenänderung durch Austrocknung des Aralsees.**

eine sehr langsame Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit um 0,0005 msec pro Jahr. Zurückzuführen ist dies auf eine Verlagerung des Wassers vom mittleren Breitengrad in

die mehr am Äquator liegenden Ozeane. Damit wandern die Massen im Mittel etwas weiter weg von der Rotationsachse. Dieser Effekt ist aber so gering, dass er kaum nachweisbar sein wird. Die Zunahme der Tageslänge von jährlich 0,014 msec wird durch den Effekt der Gezeitenreibung dominiert.

5.4.2 3-Schluchten-Staudamm

Schon in den frühen 80er Jahren plante die Volksrepublik China, nach der Fertigstellung zahlreicher kleinerer Staudambauten, die Nutzung des Yangtze Flusses für ein Staudammprojekt gigantischen Ausmaßes. Trotz heftiger nationaler und internationaler Kritik wurde 1994 mit dem Bau des 3-Schluchten-Staudamms begonnen. Seit 1997 ist der Mittellauf des Yangtze bei Sandouping etwas oberhalb von Wuhan abgesperrt. Der Fluss

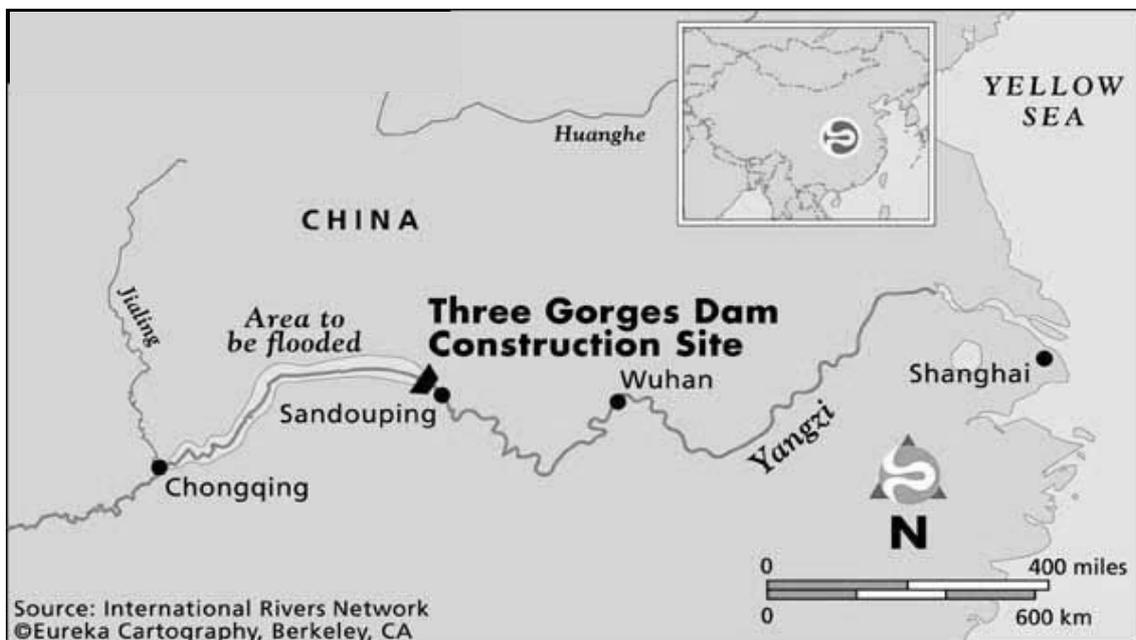


Abbildung 5.28: Lage des 3-Schluchten-Staudamms.

entspringt dem tibetischen Hochplateau und transportiert jedes Jahr durchschnittlich $979,4 \cdot 10^9 m^3$ Wasser ostwärts in das Chinesische Meer. Das weltgrößte Staudammprojekt befindet sich am Ende der berühmten 3-Schluchten, eine natürliche Engstelle mit 195 km Länge und maximal 200 Metern Breite. Der Staudamm soll die jährlichen auftretenden Fluten des Yangtze regulieren, saubere Energie aus Wasserkraft liefern und die Schiffbarkeit verbessern. Je höher die Dammkrone, desto mehr wirtschaftlichen Nutzen verspricht man sich. Dagegen stehen jedoch irreparable Schäden an Natur und Ökologie. Diskutiert werden daher zwei unterschiedliche Höhen für das Projekt: zum einen eine 150 m, zum anderen eine 180 m hohe Dammkrone.

Für die Abschätzung der Auswirkungen dieses gigantischen Staudammprojekts auf die Erdrotation wurde von der größeren der beiden geplanten Stauhöhen ausgegangen. Demnach soll der Fluß auf 135 m im Jahr 2003 und nach Fertigstellung im Jahr 2009 auf 175 m aufgestaut werden. Dies wird durch einen 2000 m breiten und 185 m hohen Damm erreicht werden. Das Wasser wird sich dann in den 3-Schluchten 600 km weit zurückstauen. Ein Stausee diese Ausmaßes hätte Schätzungen zufolge ein Volumen von

$$V = (44,6 - 24,9) \cdot 10^9 \text{ m}^3$$

In der Angabe enthalten sind die geplanten Volumenreserven zur Regulierung der jährlichen Fluten während der Regenzeit. Die Regenzeit in den westlich gelegenen Bergregionen setzt jedes Jahr gegen Ende des Sommers ein und erreicht ihren Höhepunkt Mitte November.

Für die Modellierung der Massenveränderungen wird ein keilförmiger Modellsee in der entsprechenden geographischen Lage angesetzt. Von Anfang 2001 bis Mitte 2003 wird

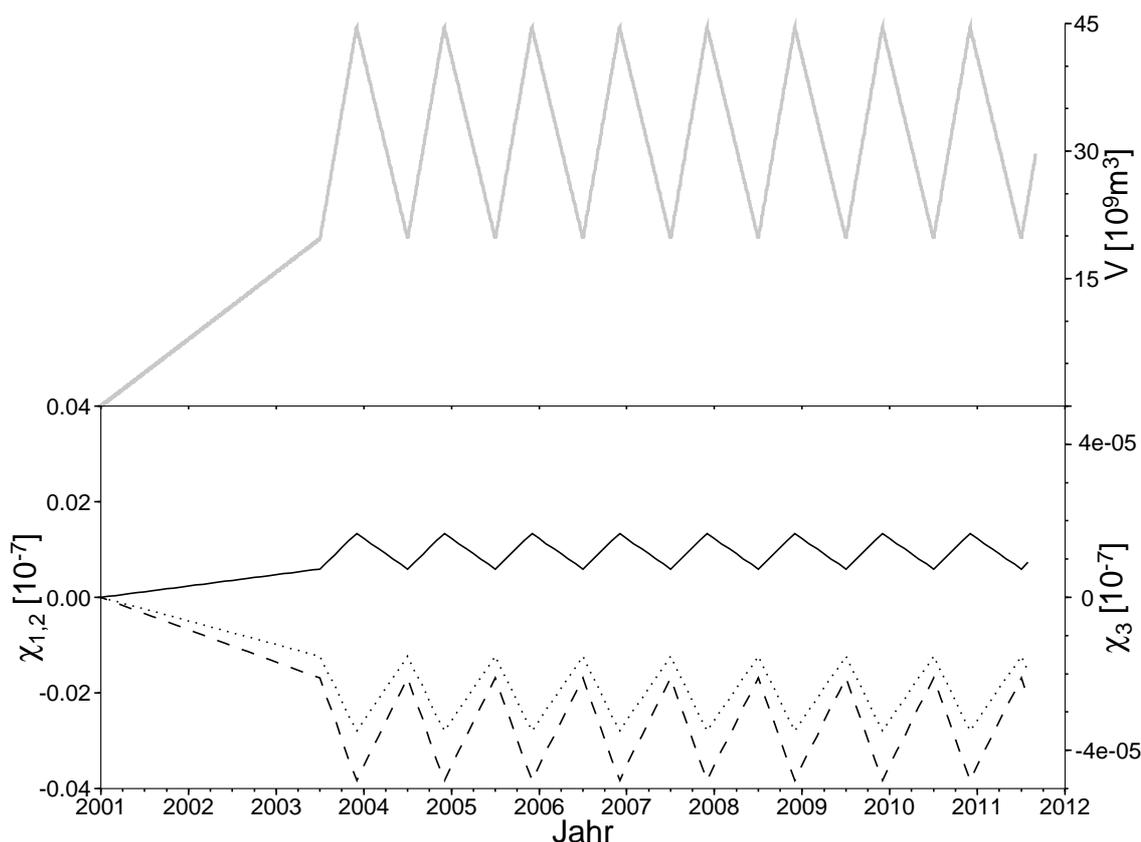


Abbildung 5.29: **Anregungsfunktion durch 3-Schluchten-Staudamm.**

Oben: Simulierte Volumenschwankungen im Stausee. Unten: Anregungsfunktion χ durch den 3-Schluchten-Staudamm. χ_1 durchgezogene Linie, χ_2 gestrichelte Linie und χ_3 gepunktete Linie.

das Modell bis zu seinem Arbeitsvolumen aufgefüllt. Anschließend werden die Volumenschwankungen für die Flutregulierung durch eine gleichmäßige Sägezahnfunktion mit jährlicher Periode approximiert, siehe obere Kurve in Abbildung 5.29. Wie im vorangegangenen Beispiel wird zum Erhalt der Massenbilanz der Ozean als Pufferreservoir verwendet. Volumenschwankungen des Stausees werden durch globale Meeresspiegelschwankungen ausgeglichen. Der indirekte Effekt für die wechselnde Auflastwirkung des Wassers wird nicht berechnet, da er in diesem Fall sehr gering ausfällt, und für eine genaue Berechnung sehr detaillierte Angaben über die geographischen Gegebenheiten nötig wären. H. Wang (WANG, 2000) gibt nach eigenen Berechnungen eine radiale Deformation von 1,0 - 48,3 mm in Abhängigkeit von der Tiefe des Stausees an.

Die drei unteren Kurven in Abbildung 5.29 geben die drei Komponenten der Anregungsfunktion aufgrund der modellierten Volumenschwankungen wieder. Aufgrund der geographischen Lage reagiert die χ_2 -Komponente mit einer doppelt so großen negativen Amplitude wie die χ_1 -Komponente. Entsprechend den jährlichen Volumenschwankungen erhält man eine rein jährliche Anregungsperiode. Der langsame Auffüllvorgang des

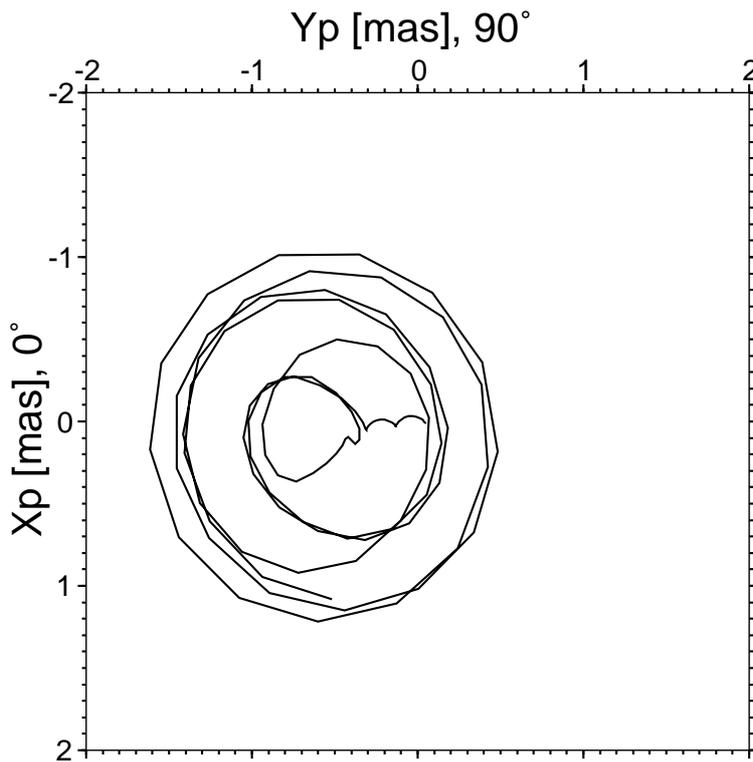


Abbildung 5.30: **Polbewegung durch 3-Schluchten-Staudamm.**

Stausees führt zu einer kleinen Verschiebung des Rotationspols um 0,4 mas in Richtung Alaska, siehe Abbildung 5.30. Anschließend wird durch die jährliche Flutregulierung die Chandlerbewegung mit einer Amplitude von etwas mehr als 1 mas angeregt. Die Verlagerung des Wassers zwischen Stausee und Ozean verändert den mittleren Abstand der

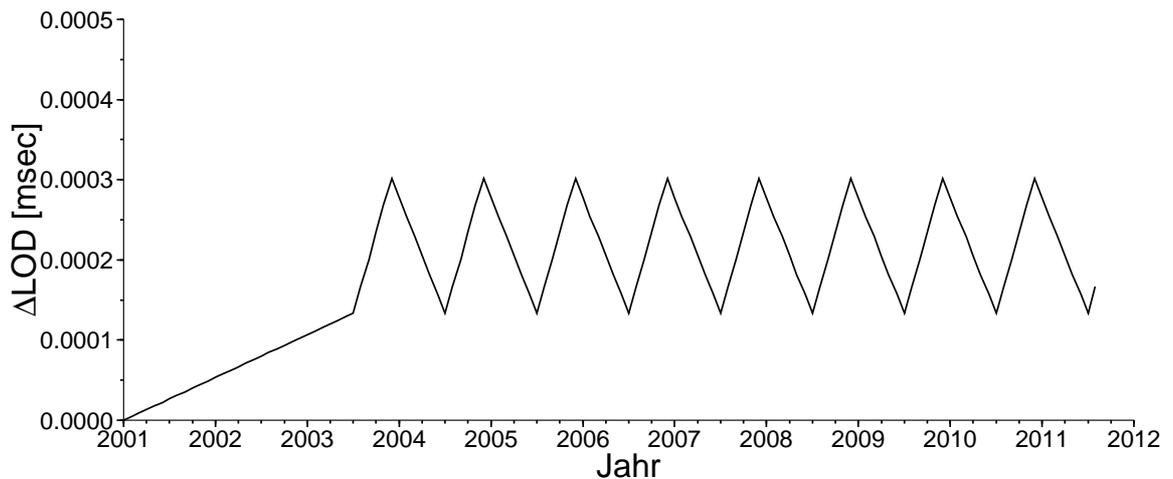


Abbildung 5.31: Tageslängenänderung durch 3-Schluchten-Staudamm.

Massen zur Rotationsachse kaum. In der Tageslänge ergeben sich daher nur minimale Schwankungen unter 0,0002 msec (siehe Abbildung 5.31).

5.5 Biologischer Kreislauf

Der biologische Kreislauf umfasst alle organischen Massenverlagerungen, wie sie zum Beispiel durch die Vegetation oder den Kohlenstoffkreislauf verursacht werden. Durch den jährlichen Wechsel des Feuchtegehaltes in den Pflanzen und insbesondere in den Bäumen wird im Frühjahr Wasser aus dem Boden in die Stiele und Stämme transportiert und damit von der Rotationsachse entfernt. Umgekehrt fallen im Herbst die Blätter zu Boden und die Pflanzen trocknen aus. Die Biomasse nähert sich wieder der Rotationsachse. Aus der Reflexion von grünem Licht lassen sich vom Satelliten aus zwar globale Karten für den Vegetationsindex erstellen, die Schwierigkeiten bestehen jedoch in der Umrechnung des Vegetationsindexes in reale Massenangaben.

Kohlenstoff-Kreislauf

Kohlenstoff ist das am häufigsten zu findende organische Element nach Wasser. Ähnlich dem hydrologischen Kreislauf, besteht der Kohlenstoffkreislauf aus terrestrischen, ozeanischen und atmosphärischen Teilbereichen. Der Kohlenstoffkreislauf hat großen Einfluss auf sämtliche Prozesse in der Biosphäre. In der Atmosphäre kommt Kohlenstoff hauptsächlich als Gas in Form von Kohlendioxid CO_2 und Methan CH_4 vor.

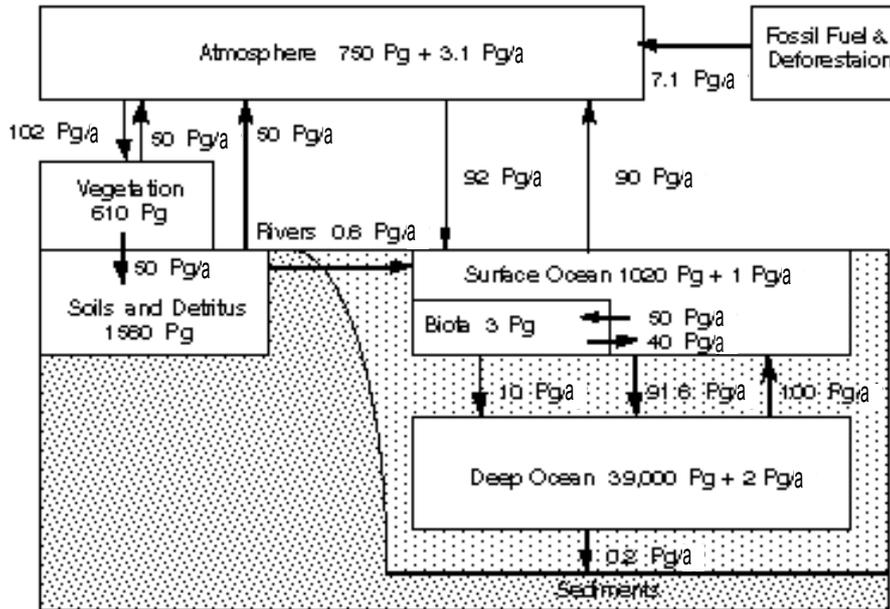


Abbildung 5.32: **Kohlenstoff-Kreislauf.** Angaben in Petagramm ($Pg = 10^{15}g$). (G.L. Holian, Report Nr. 39, Massachusetts Institute of Technology, Oktober 1998)

Durch die Photosynthese wird Kohlenstoff aus der Atmosphäre in der Biosphäre gebunden. Die Ozeane speichern ebenfalls große Mengen an Kohlenstoff, abhängig von ihrer Wassertemperatur. Abbildung 5.32 zeigt den gespeicherten Kohlenstoff und den Austausch zwischen den Reservoiren. Insgesamt befinden sich von $42943 \cdot 10^{12} kg$ Kohlenstoff $743,5 \cdot 10^{12} kg$ in ständigem Umlauf. Das entspricht mehr als dem 30-fachen der Masse des durch den 3-Schluchten-Staudamm aufgestauten Wassers. Noch gibt es wenige globale Modellansätze, um diese Massenverlagerungen zu simulieren. Jeder der Austauschpfeile im Kreislauf müsste mit einem geeigneten Einzelmodell realisiert werden, bevor ein zusammenhängendes System aufgestellt werden könnte. Allein an der Größe der umgesetzten Massen lässt sich erkennen, dass von diesen Massentransporten eine durchaus nicht zu vernachlässigende Auswirkung auf die Rotation der Erde zu erwarten ist. Überträgt man überschlagsmäßig das Verhältnis der beteiligten Massen vom Schneemodell auf den Kohlenstoffzyklus und berücksichtigt eine bessere Verteilung der Massen über die gesamte Erde, so sind Änderungen in der Polbewegung in der Größenordnung von 2 - 10 mas realistisch. In der Tageslänge sind kleinere Variationen bis maximal 0.01 msec zu erwarten. Eubanks (EUBANKS, 1998) prognostizierte im Herbst 1998 in einer eigenen Abschätzung eine jährliche Anregung der Polbewegung von 1 mas. Zudem geht er davon aus, dass die von Menschen hervorgerufene Zunahme an Kohlendioxid in der At-

mosphäre zu einer säkularen Polbewegung von 10 mas in den letzten 100 Jahren geführt hat. Damit wäre die Anregung der Polbewegung durch biologische Prozesse, BAM (Biologic Angular Momentum), bei einer genauen Modellierung der Erdrotation im Rahmen der anderen großen Sekundäreffekte wie die hydrologischen Einflüsse, HAM (Hydrologic Angular Momentum), mit zu berücksichtigen.

5.6 Erdbeben, Vulkanausbrüche

Neben den klimatisch bedingten Prozessen gibt es noch zahlreiche episodische geophysikalische Ereignisse, bei denen große Massen verlagert und umverteilt werden. Oft handelt es sich um Prozesse wie Erdbeben und Vulkanausbrüche, die auf einen sehr kurzen Zeitraum beschränkt sind. Die Rotationsachse der Erde erfährt daher durch solche Einwirkungen nur eine kurzfristige Lageänderung. Die Chandlerbewegung wird kaum angeregt. Diese einmalig auftretenden Impulse auf die Rotationsachse der Erde sind somit auch kaum nachzuweisen. Im Folgenden werden einige solcher Ursachen beispielhaft skizziert und deren ungefähre Massenumsätze abgeschätzt.

Am 19. August 1977 fand das starke Sumba Erdbeben in Indonesien statt. Das Erdbeben wurde durch eine slap-pull-Kraft entlang der unter 45° abtauchenden Subduktionszone ausgelöst. Dem Hauptbeben folgte ein langsam kriechendes Abtauchen der subduzierten Platte. Alfonsi et al. (ALFONSI ET AL., 1997) untersuchten die möglichen Auswirkungen dieses Erdbebens auf die Chandlerbewegung und verglichen ihre Ergebnisse mit beobachteten Lageos-Polreihen. Sie gingen von einer Verschiebung einer 200 km breiten und 100 km dicken Lithosphärenplatte entlang der Subduktionszone um ca. 10 m aus. Dies verursachte eine Anregung in Form einer Stufenfunktion mit anschließendem kleinem linearen Trend. Für den Rotationspol ergibt sich im wesentlichen eine sehr kleine säkulare Drift. Im Falle des Sumba Erdbebens ergab sich durch das Beben selbst eine theoretische Verschiebung um 0,3 mas in Richtung des $143.$ östlichen Längengrades und anschließend eine Drift in der Größenordnung von 1-2 mas insgesamt. Der Bewegungsterm erwies sich gegenüber dem Massenterm als vernachlässigbar klein. Weitere Studien zur Erregung der Chandlerbewegung durch Erdbeben finden sich bei Preisig (PREISIG, 1992) und Dahlen (DAHLEN, 1971, 1973).

Am 18. Mai 1980 explodierte der Mount St. Helens, gelegen in den Rocky Mountains südöstlich von Seattle. Über die Nordflanke ergossen sich damals $2,3 \cdot 10^9 m^3$ Gestein als Lawine. Die Asche wurde über ein Gebiet von $390 km^2$ nach Norden und Osten verteilt. In die obere Atmosphäre gelangten $540 \cdot 10^6 t$ Staub. Nach dem unmittelbaren Impuls auf die Rotationsachse durch die Explosion fand in relativ kurzer Zeit eine gewaltige Massenverlagerung statt. Neben der horizontalen Verteilung ist vor allem die vertikale Verschiebung der Massen zu berücksichtigen. Solche regional eng begrenzten Massenverlagerung wirken sich überwiegend auf die Tageslängenvariationen aus, der Einfluss auf die Polbewegung fällt geringer aus.



Abbildung 5.33.: Ausbruch des Mount St. Helens am 18.5.1980

6 Zusammenstellung der hydrologischen Sekundäreffekte

Um zukünftig eine möglichst realistische Modellierung der Erdrotationsschwankungen zu erreichen, müssen alle bekannten Massenverlagerungen mit deren Einflüssen auf die Rotation der Erde kombiniert werden. Neben den primären Einflüssen von Atmosphäre und Ozean sind vor allem die durch Grundwasserschwankungen verursachten Effekte miteinzubeziehen. Sind die größten Effekte genau genug bekannt, so können nach und nach die kleineren Sekundäreffekte hinzugenommen werden. Die Qualität eines solchen integrierten Simulationsmodells der Erdrotation kann durch einen Vergleich der modellierten mit den tatsächlich beobachteten Erdrotationsschwankungen geprüft werden. Im Falle der Polbewegung ist dieser Vergleich einfach und anschaulich, wenn anstatt der Polbewegung die ihr zugrundeliegenden Anregungsfunktionen verglichen werden. Da die Anregungsfunktionen nicht die dominierende Chandlerbewegung enthalten, sind die Perioden der Sekundäreffekte deutlicher zu erkennen als in der Polbewegung. Bei den hydrologischen Einflüssen gilt dies in besonderem Maße für die Jahresperiode. Ausserdem umgeht man die Schwierigkeiten einer korrekten Bestimmung der Anfangswerte. Allerdings wird die Gesamtanregung der gemessenen Polbewegung benötigt. Man erhält sie relativ einfach aus einer Dekonvolution der IERS-Polreihen. Die Kombination der untersuchten Sekundäreffekte und deren Einordnung in eine Gesamtübersicht erfolgt daher auf der Zwischenebene der Anregungsfunktionen. Die dritte Komponente der Gesamtanregung kann einfach aus den Tageslängenänderungen gewonnen werden, da ΔLOD in einem linearen Zusammenhang zur Summe der Einzelanregungen steht. Für den Vergleich genügt also eine Umskalierung.

6.1 Jährliche und halbjährliche Anteile

Einzelne Perioden, sowohl in den Anregungsfunktionen der Polbewegung, als auch von ΔLOD , lassen sich durch geeignete Filterverfahren separieren und können gesondert analysiert werden. Für die hydrologischen Sekundäreffekte sind vorwiegend die jährlichen und halbjährlichen Perioden von Interesse. Hierzu können entweder die gesuchten Frequenzen aus den einzelnen Komponenten der Anregungsfunktion herausgefiltert werden oder man versucht, die Anregungsfunktionen in einer harmonischen Analyse durch

eine synthetische Kurve mit den gesuchten Frequenzen zu approximieren. Je nachdem, ob das Signal neben der Jahresperiode auch noch eine signifikante Halbjahresperiode enthält, wurde eine entsprechende Ausgleichung mit einer Jahresperiode oder mit einer Kombination von Jahres- und Halbjahresperiode angesetzt.

$$\chi_{fit} = p_1 + p_2 \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{365.25}t + p_3\right) + p_4 \cdot \sin\left(2\pi \frac{2}{365.25}t + p_5\right) \quad (6.1)$$

Neben den Amplituden p_2 und p_4 werden noch die Phasenverschiebungen p_3 und p_5 sowie ein vertikaler Versatz p_1 geschätzt. Dieser Ansatz wird nun getrennt auf jede einzelne Komponente der Anregung angewendet. Abbildung 6.1 zeigt eine Ausgleichung für die einzelnen Komponenten der Anregungsfunktion des Grundwassers. Es überwiegt die Jahresschwingung. Die Amplitude der Halbjahresschwingung beträgt etwa 20 % der jährlichen Amplitude. Typisch für alle Effekte, die sich nur auf den Landoberflächen der Erde abspielen, ist die größere Amplitude der χ_2 -Komponente. Diese ist zudem um etwas mehr als eine halbe Jahresperiode gegenüber der χ_1 -Komponente phasenverschoben. Die jährlichen oder halbjährlichen Anteile in den ersten beiden Komponenten der Anregung lassen sich jeweils wieder in komplexer Schreibweise zusammenfassen. Daraus ergibt sich ein zeitabhängiger Vektor, dessen Endpunkt die Bahn einer Ellipse beschreibt. Für den Anteil einer bestimmten Periode in der Anregungsfunktion gilt

$$e(t) = A_x \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{T_{Jahr}}t + \varphi_x\right) + i \cdot A_y \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{T_{Jahr}}t + \varphi_y\right) \quad (6.2)$$

Eingesetzt werden die in der harmonischen Analyse geschätzten Parameter $A_x = p_2$ und $\varphi_x = p_3$ der x-Komponente, $A_y = p_4$ und $\varphi_y = p_5$ der y-Komponente. Aus den Parametern p_4 und p_5 erhält man die Ellipse für die Halbjahresperiode. In Abbildung 6.2 sind im Vergleich zur Anregungsfunktion χ_1 , χ_2 der hydrologischen Sekundäreffekte die ermittelten Ellipsen für die Jahresperiode sowie für Grundwasser und Bodenfeuchte die Kombination aus Jahresperiode und Halbjahresperiode aufgetragen. Da die Schneebedeckung hauptsächlich durch die jahreszeitlich bedingten Temperaturschwankungen erzeugt wird, ist in der Anregungsfunktion neben der Jahresperiode keine signifikante Halbjahresperiode zu finden. In diesem Fall wurde die Ausgleichung nur mit einer Periode angesetzt. Dasselbe gilt für die rein jährlich simulierten Volumenschwankungen des 3-Schluchten-Staudamms. In der Anregung durch Grundwasser und Bodenfeuchte ist dagegen auch eine Halbjahresperiode im Frequenzspektrum zu identifizieren. Sie wird vermutlich durch die unterschiedliche Verteilung der Kontinentalmassen auf Nord- und Südhalbkugel induziert. Hier ist es sinnvoll, durch Hinzunahme dieser weiteren Periode die Anpassung der Ausgleichung an die Ausgangsdaten zu verbessern. Zu beachten ist jedoch, dass sich die Anregungsfunktionen meist nicht aus der Überlagerung von reinen Sinusschwingungen ergeben, sondern vielmehr Signale in Form von Rampen- und Stufenfunktionen enthalten. Diese lassen sich nur durch unendlich viele Sinusterme entwickeln, so dass die Anregungsfunktionen in einer Fourieranalyse noch zahlreiche, wenn auch sehr schwache, weitere Perioden aufweisen. Die Zerlegung in Fourierkomponenten hat jedoch den Vorteil der einfachen Darstellung der Anregungsvektoren in Bahnellipsen. Für den Vergleich und die Kombination der jährlichen bzw. halbjährlichen Anteile kann in eine andere Wahl der Parameterisierung dieser Ellipsen gewechselt werden.

In allgemeiner Form kann jede Ellipse aus der Summe zweier Kreisbewegungen mit gleicher Kreisfrequenz aber gegenläufigem Umlaufsinn dargestellt werden:

$$e(t) = (X_{pro} + iY_{pro})e^{i\sigma t} + (X_{retro} + iY_{retro})e^{-i\sigma t} \quad (6.3)$$

Hierin ist σ die Kreisfrequenz entsprechend dem Kehrwert der untersuchten Periode. Die Kreisbewegung gegen den Uhrzeigersinn wird prograde Anteil genannt. Er besitzt die komplexe Amplitude $X_{pro} + iY_{pro}$. Diejenige im Uhrzeigersinn ist der retrograde Anteil mit der Amplitude $X_{retro} + iY_{retro}$. Ein Vergleich der Ellipsenparametrisierung von (6.2)

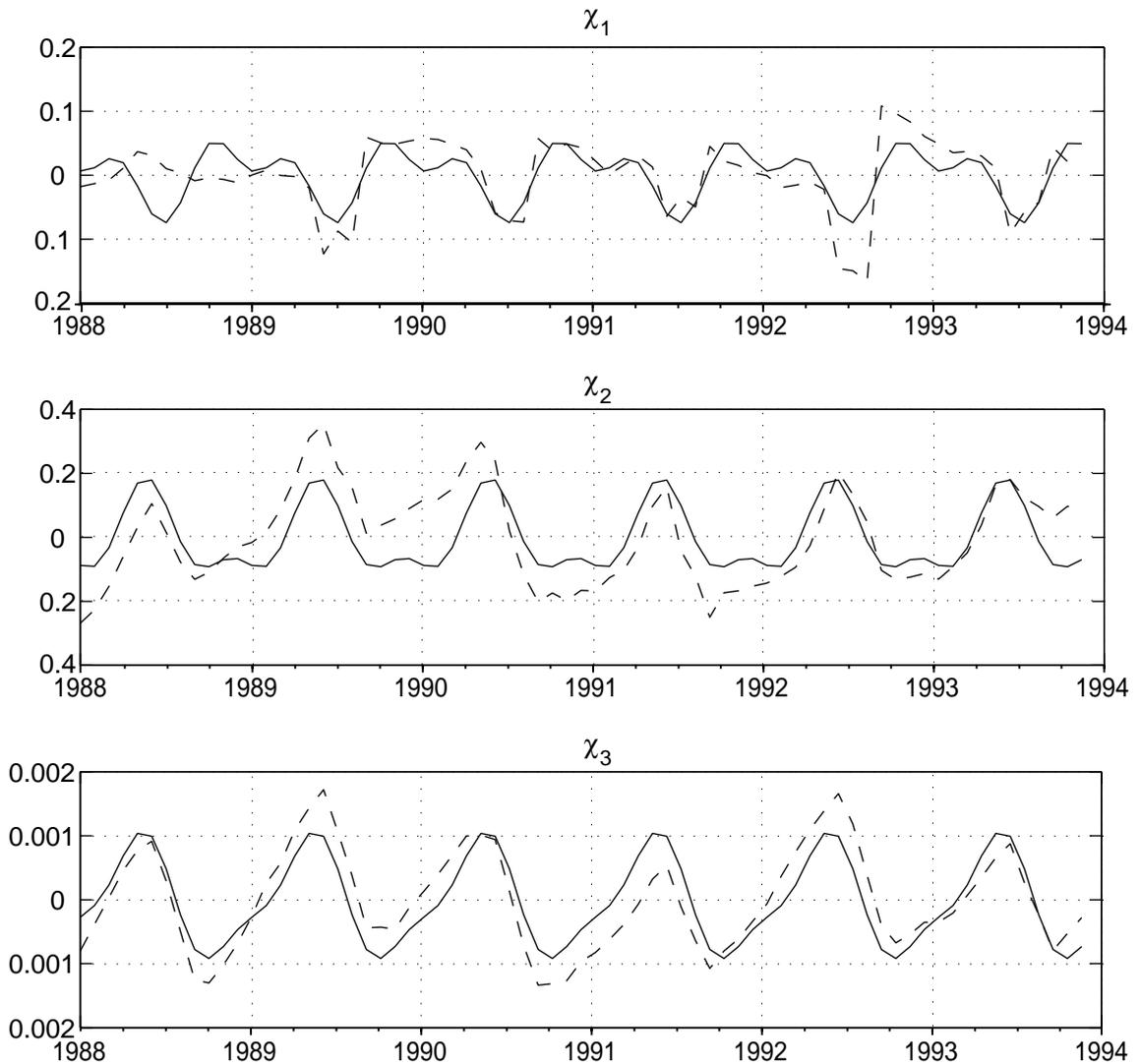


Abbildung 6.1: **Saisonale Anteile in der Anregung durch Grundwasser.** Ausgleichung der Anregungsfunktion des Grundwassers (gestrichelt) durch eine Kombination ihrer jährlichen und halbjährlichen Anteile (durchgezogen), aufgetragen in χ_1, χ_2 und χ_3 . Einheiten in Jahren und 10^{-7} .

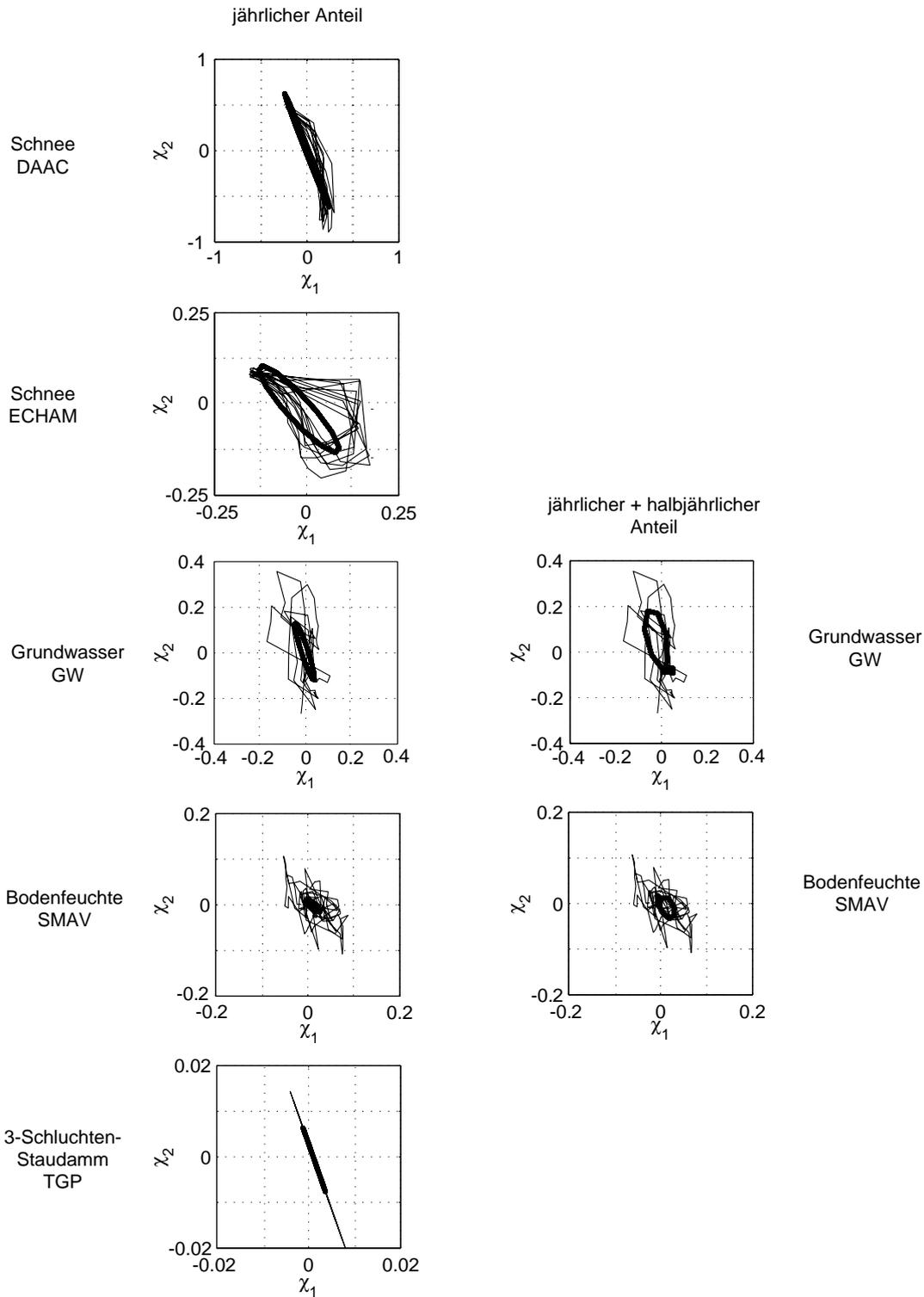


Abbildung 6.2: **Jährliche und halbjährliche Anteile** (schwarz) in den hydrologischen Anregungsfunktionen (grau), aufgetragen in χ_1, χ_2 . Einheiten in 10^{-7} .

mit (6.3) liefert die Beziehungen

$$\begin{aligned}
 X_{pro} &= 1/2(A_x \sin \varphi_x + A_y \cos \varphi_y) \\
 Y_{pro} &= 1/2(A_x \cos \varphi_x + A_y \sin \varphi_y) \\
 X_{retro} &= 1/2(A_x \sin \varphi_x - A_y \cos \varphi_y) \\
 Y_{retro} &= 1/2(-A_x \cos \varphi_x + A_y \sin \varphi_y)
 \end{aligned}
 \tag{6.4}$$

Die einzelnen Perioden in den Komponenten der Anregungsfunktion lassen sich also durch je einen Vektor für ihren prograden und ihren retrograden Anteil darstellen. Die Beträge der Vektoren entsprechen der prograden, beziehungsweise retrograden Anregungsamplitude. In Abbildung 6.3 sind solche Vektoren für die untersuchten hydrologischen Effekte zusammengestellt. Das Verhältnis der Längen der Vektoren spiegelt ähn-

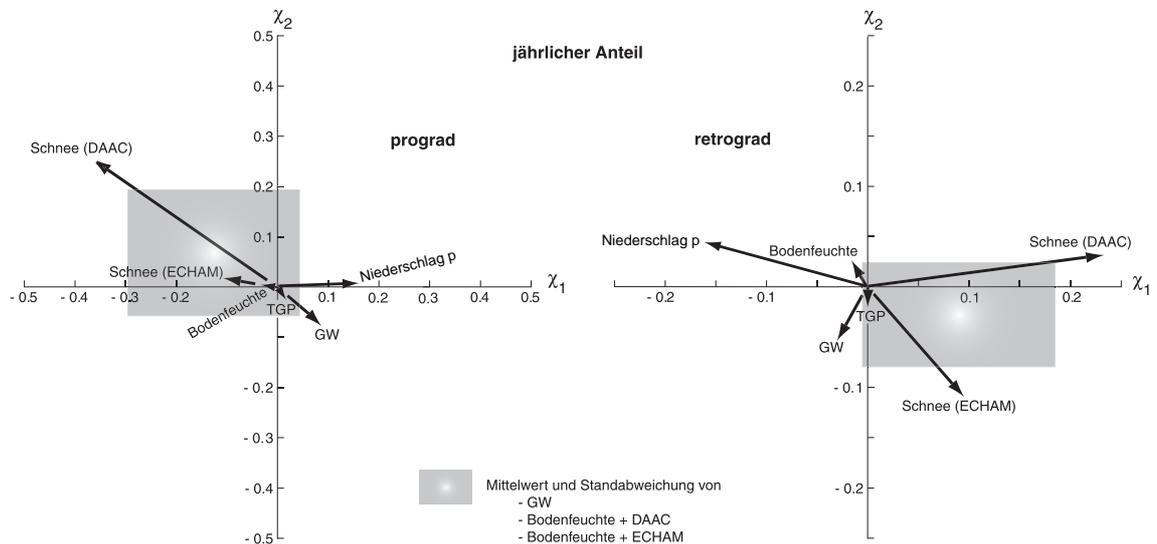


Abbildung 6.3: **Vektordarstellung der jährliche Anteile** in den Komponenten χ_1 und χ_2 der hydrologischen Anregungsfunktionen. Einheiten in 10^{-7} . Links die prograden und rechts die retrograden Anteile. Im grauen Rahmen liegt der Erwartungswert aus drei Grundwassermodellen.

liche Größenverhältnisse wie die Maximalamplituden der Anregungsfunktionen wider. Dies verdeutlicht die Tatsache, dass in allen hier untersuchten Beispielen die jährlichen Anteile überwiegen. Deren retrograden Anteile sind im Mittel nur halb so groß wie die prograden Anteile. Die Einflüsse der Schneebedeckung (DAAC, ECHAM) nehmen die überragende Rolle ein, gefolgt vom Grundwasser (GW). Theoretisch sollten die Massenverlagerungen durch Schnee in denen des Grundwassers enthalten sein. Die jeweilige Summe aus den Vektoren für Schnee und eines unbekanntes Rests müsste also den Vektor des Grundwassers ergeben. Vielfach wird in erster Näherung für den fehlenden Rest die Bodenfeuchte verwendet. Als Alternative zu der hier vorgestellten Grundwasserbilanz $\Delta G = p - e - r$ kann versucht werden, die kontinentalen Grundwasserschwankungen aus der

Summe von Bodenfeuchte und Schnee zu gewinnen. Damit erhält man drei unterschiedliche Grundwassermodellierungen. Der graue Rahmen gibt für diese drei Modelle die Standardabweichung um ihren Mittelwert an. Die große Standardabweichung zeigt, wie stark die Differenzen zwischen den einzelnen Modellen noch sind. Dafür kommen zwei Ursachen in Betracht. Erstens weisen die Vektoren der Auswirkungen des kontinentalen Niederschlags p und des Schnees oder der Bodenfeuchte in fast entgegengesetzte Richtungen und zweitens sind die Massenverlagerungen durch den Abfluss r sehr schlecht bestimmt. Solange jedoch keine besseren Qualitätsangaben zu den einzelnen hydrologischen Parametern vorliegen, bleibt die Summe der hydrologischen Anregungen (HAM) nur eine erste Schätzung. Ergänzend zu diesen jährlichen Anteilen sind die halbjährli-

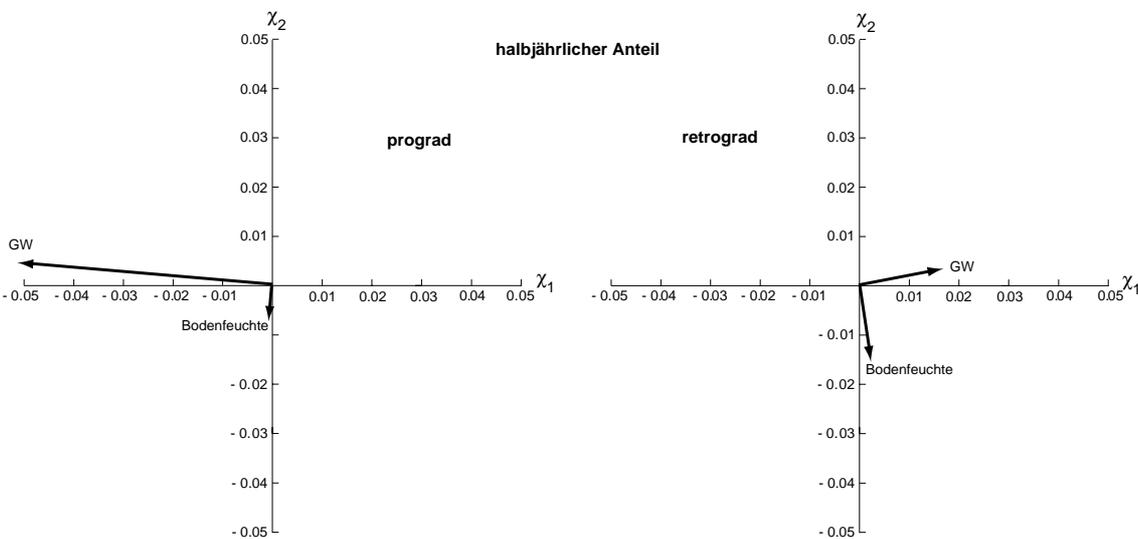


Abbildung 6.4: **Vektordarstellung der halbjährliche Anteile** in den Komponenten χ_1 und χ_2 der hydrologischen Anregungsfunktionen. Einheiten in 10^{-7} . Links die prograden und rechts die retrograden Anteile.

chen Anteile in den Anregungsfunktionen für Grundwasser und Bodenfeuchte in Abbildung 6.4 dargestellt. Der Maßstab der Abbildung wurde um eine Größenordnung kleiner gewählt als für die jährlichen Anteile. Das Verhältnis von jährlicher zu halbjährlicher Anregung beträgt etwa 5:1.

6.2 Vergleich mit früheren Ergebnissen

Gerade in der Simulation der Grundwasserschwankungen zeigt sich, mit welchen Unsicherheiten die Berechnungen von Sekundäreffekten verbunden sind. Dabei ist die mathematische Beschreibung durchaus exakt genug. Der Hauptgrund ist in den unzulänglichen Modellen zu finden. Allein die beiden verwendeten Datensätze über globale Schneehöhen weisen schon erhebliche Differenzen auf. Werden, wie im Falle des Grundwassers, mehrere

solcher schlecht bestimmter Parameter verwendet, so summieren sich die Modellierungsfehler.

Wie unterschiedlich die Resultate aus verschiedenen Ausgangsdatensätzen sind, zeigt Tabelle 6.1. Zum Vergleich wurden die Berechnungen anderer Autoren für die jährlichen Anteile einzelner Primär- und Sekundäreffekte den eigenen Ergebnissen gegenübergestellt. Dunkel unterlegt sind die Primäreffekte von Atmosphäre und Ozean, sowie die aus den gemessenen Polbewegungsdaten (IERS) durch Dekonvolution ermittelte Gesamtanregung der Polbewegung. Hell unterlegt sind die hydrologischen Sekundäreffekte von Grundwasser, Schnee, Bodenfeuchte und Sonstige. Ebenfalls aufgeführt ist die mit den Sekundäreffekten zu vergleichende Differenz aus beobachteter Polanregung und den Primäreffekten AAM und OAM. Die Amplituden lassen sich durch Multiplikation mit 20,626 mas in die entsprechenden Werte anderer Autoren umrechnen. Die Anregungsfunktion der Atmosphäre liefert erwartungsgemäß den größten Beitrag zur jährlichen Polbewegung. Sie wird vom NCEP/NCAR (National Centers for Environmental Prediction und National Center of Atmospheric Research) zur Verfügung gestellt (KALNAY, 1991) und berechnet sich aus global gemessenen Druck- und Windfeldern. Den zweitgrößten Beitrag liefern die Massenverlagerungen der Ozeane. Hier sind die Ergebnisse der drei Ozeanmodelle OMCT, Ponte und POCM aufgeführt. OMCT ist das Ozeanzirkulationsmodell des Deutschen Klimarechenzentrums (DKRZ) in Hamburg (THOMAS und SÜNDERMANN, 1998). Ponte bezeichnet das von Ponte am MIT verwendete Ozeanmodell (PONTE ET AL., 1998) und POCM ist das Parallel Ocean Climate Model des CSR in Austin, Texas. Eine graphische Darstellung der Kombination von beobachteter Anregung und Anregung durch Atmosphäre und Ozean findet sich im nächsten Abschnitt. Mit fallender Größenordnung folgen auf die Primäreffekte die Einzelergebnisse hydrologischer Sekundäreffekte. Neben den eigenen Ansätzen für den Grundwasserhaushalt wurde noch der Ansatz von Kikuchi (WÜNSCH, 2000) und die Abschätzungen von Chao (CHAO und O'CONNOR, 1988) für die Summe von Niederschlag p minus Verdunstung e und Schnee (snow) aufgeführt. Zumindest für den prograden Anteil stimmen die Größenordnungen einigermaßen überein. Die Phasenwinkel liegen mehrheitlich im vierten Quadranten. In den retrograden Anteilen lässt sich dagegen keine Gemeinsamkeit feststellen. Ein Großteil des kontinentalen Grundwassers dürfte der als Schnee gespeicherte Niederschlag sein. Den beiden in dieser Arbeit verwendeten Schneedaten DAAC und ECHAM wurden noch die Ergebnisse von Chao (CHAO, 1987) gegenübergestellt. Ein weiterer Teil des Niederschlags verändert die Bodenfeuchte. Hier stellt das NCEP einen Reanalyse-Datensatz zur Verfügung. Die Werte für deren jährliche Anregung wurden einer Berechnung von Wunsch entnommen, ebenso die Abschätzungen von Huang und Chao (WÜNSCH, 2000). Weder die Ergebnisse für Schnee, noch diejenigen für Bodenfeuchte lassen eine detaillierte Aussage über die zu erwartenden Amplituden oder deren Vorzugsrichtungen zu. Die verschiedenen Angaben variieren zu stark. Unter *Sonstige* sind in der Tabelle die Einzelauswertungen für den Niederschlag p und die Verdunstung e über Land, sowie die Berechnungen für den 3-Schluchten-Staudamm eingetragen.

Diese Aufstellung verdeutlicht, wie unterschiedlich die Ergebnisse einzelner Abschätzungen, sowohl für die Primäreffekte, wie auch für die Sekundäreffekte sind. Für die meisten

| Datensatz | jährliche Anregung ($\chi_1 + i \cdot \chi_2$) | | | |
|--|--|-----------|---------------|-----------|
| | prograd | | retrograd | |
| | [10^{-7}] | φ | [10^{-7}] | φ |
| Polbewegung (Pol) | | | | |
| IERS | 0,631 | -63,1° | 0,235 | -113,4° |
| Atmosphäre (AAM) | | | | |
| NCEP | 0,804 | -93,0° | 0,693 | -99,5° |
| Ozean (OAM) | | | | |
| OMCT | 0,416 | -44,8° | 0,509 | 80,8° |
| Ponte | 0,329 | 38,0° | 0,331 | 110,7° |
| POCM (CSR) | 0,071 | 49,7° | 0,123 | 80,3° |
| Sekundäreffekte (Pol - Primäreffekte) | | | | |
| Pol-AAM | 0,406 | 36,3° | 0,469 | 87,4° |
| Pol-AAM-OAM (OMCT) | 0,534 | 86,6° | 0,0685 | -150,7° |
| Pol-AAM-OAM (Ponte) | 0,078 | 29,1° | 0,210 | 48,9° |
| Grundwasser | | | | |
| GW=p-e-r (Dill) | 0,083 | -41,0° | 0,045 | -119,3° |
| SMAV+Schnee,ECHAM (Dill) | 0,080 | 170,1° | 0,115 | -47,8° |
| p-e+Schnee,ECHAM (Dill) | 0,159 | 25,9° | 0,153 | 174,4° |
| Kikuchi-Ansatz (Wünsch) | 0,147 | -8,4° | 0,219 | -15,4° |
| p-e+Schnee (Chao) | 0,092 | 286,0° | 0,160 | 29,0° |
| Schnee | | | | |
| SMMR (DAAC) | 0,416 | 144,9° | 0,220 | 7,8° |
| ECHAM 3 | 0,076 | 170,1° | 0,128 | -49,1° |
| Chao (1987) | 0,236 | -109,2° | 0,232 | -28,7° |
| Bodenfeuchte | | | | |
| SMAV (Bodenfeuchte) | 0,004 | 170,0° | 0,014 | 119,5° |
| NCEP Reanalysis | 0,551 | -122,8° | 0,439 | -27,6° |
| Huang et al. | 0,286 | -3,8° | 0,298 | 172,8° |
| p-e (Chao) | 0,175 | 54,0° | 0,204 | 110,0° |
| Sonstige | | | | |
| nur Niederschlag p (DAAC) | 0,132 | 2,0° | 0,152 | 164,7° |
| nur Verdunstung e (DAAC) | 0,100 | -148,8° | 0,117 | -38,0° |
| 3-Schluchten-Damm (TGP) | 0,004 | -57,5° | 0,003 | -91,3° |

Tabelle 6.1: **Übersicht über jährliche Anteile** in der Anregungsfunktionen der Polbewegung. Primäreffekte sind , Sekundäreffekte sind hinterlegt. Amplituden in 10^{-7} , der Phasenwinkel φ bezieht sich auf den 1. Januar.

Effekte lässt sich in der Zusammenschau nur die ungefähre Größenordnung eingrenzen. Einen Hinweis auf die Güte einer Modellierung könnte deren Einordnung in die Gesamtbilanz der Polanregung liefern.

6.3 Vergleich mit der beobachteten Polbewegung

Aus der beobachteten Polbewegung erhält man durch eine Dekonvolution die Gesamtanregung. Sie bildet die gesuchte Summe aller durch Massenverlagerungen verursachten Einzeleffekte. Geht man auch hier wieder in der Reihenfolge der Größenordnungen vor, so können ausgehend von der Atmosphäre über den Ozean und das Grundwasser alle Einzelanregungen addiert und mit der Gesamtanregung verglichen werden. Ein möglichst geringer Rest könnte ein Indiz für eine insgesamt passende Beschreibung der Einzeleffekte sein. Abbildung 6.5 zeigt die jährlichen Anregungsvektoren der Polbewegung (Pol)

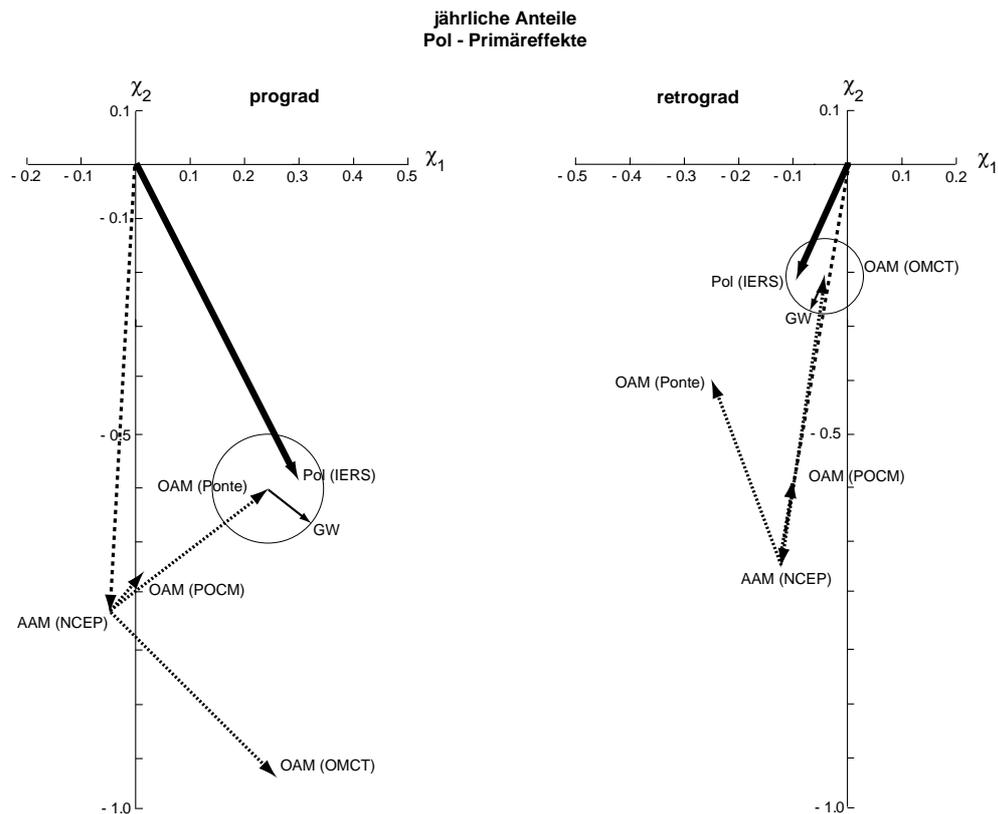


Abbildung 6.5: **Kombination der Primäreffekte in Vektordarstellung.** Jährliche Anteile der Anregungsfunktionen χ_1 , χ_2 von beobachteter Polbewegung (IERS), der Summe der Primäreffekte Atmosphäre (AAM) und Ozean (OAM) und der eigenen Grundwasserabschätzung (GW). Einheiten in 10^{-7} . Links die prograden, rechts die retrograden Anteile.

im Verhältnis zur Summe aus der atmosphärischen Anregung (AAM) und der ozeanischen Anregung (OAM) für die drei Ozeanmodelle OMCT, POCM und Ponte. Die Differenz zwischen diesen Primäreffekten und der gemessenen Polbewegung wäre nun durch Sekundäreffekte zu erklären. Vermutet wird, dass die hydrologischen Sekundäreffekte (HAM) den größten Teil dieser Differenzen abdecken. Zunächst wird jedoch deutlich, wie unterschiedlich selbst die Abschätzungen für die Primäreffekte sind. Je nachdem, welchem Ozeanmodell man den Vorzug gibt, erhält man einen relativ großen oder ziemlich kleinen Rest für die Sekundäreffekte. Einen Hinweis auf die Güte für die Modellierung der hydrologischen Sekundäreffekte erhält man aus dieser Betrachtung erst, wenn die Identifizierung der Primäreffekte weiter vorangeschritten ist. Trotz dieser Unklarheiten sind die Anregungsvektoren für die Grundwasservariation (GW) aus der eigenen Simulation an die jeweils am besten passende Kombination der Primäreffekte angetragen. Für den prograden Anteil erklären sie den Rest zwischen AAM, OAM des Ponte Ozeanmodells und den IERS Daten zumindest in der Größenordnung recht gut (siehe Kreis). Die Phasenlage weicht jedoch leicht ab. Betrachtet man den retrograden Anteil, so passt die Bilanzierung besser für das OMCT-Ozeanmodell. Auch hier wird die Größenordnung besser als die Phasenlage wiedergegeben. Es lässt sich aber keine Kombination eines Ozeanmodells mit einem Grundwassermodell finden, die in der Summe mit den atmosphärischen Anregungen die gesuchte Gesamtanregung repräsentiert. Anzumerken ist, dass kleine Abweichungen der Primäreffekte aufgrund der Größenverhältnisse zu völlig veränderten Phasenbeziehungen für die Sekundäreffekte führen können. In dieser Kombinationsdarstellung der jährlichen Anregungsvektoren wird schließlich auch deutlich, dass eine reine Betrachtung der Beträge nicht ausreichend ist. Verschiedene Einflüsse auf die Erdrotation haben durchaus entgegengesetzt wirkende Anregungsvektoren. Daher können einzelne Effekte, wie atmosphärische Massenverlagerungen, größere Anregungsamplituden aufweisen als der gesuchte Gesamteffekt selbst.

Einfacher ist die Situation bei der Betrachtung der dritten Komponente in der Anregungsfunktion. Aus der beobachteten Änderung der Tageslänge erhält man durch die lineare Beziehung sofort durch eine Umskalierung die gesuchte Anregungsfunktion χ_3 . Die Aufspaltung in prograde und retrograde Anteile entfällt, da es sich um eine realwertige Funktion handelt. Untersuchungen haben ergeben, dass sich die Massenverlagerungen der Atmosphäre noch stärker als alle anderen Effekte auf die Tageslänge auswirken, als dies bei der Polbewegung der Fall war. Alle weiteren Einflüsse sind im jahresperiodischen Bereich dagegen ziemlich gering. Da die einzelnen Ozeanmodelle auch in der dritten Komponente der Anregung sehr unterschiedliche Angaben liefern, treten bei der Einordnung der Sekundäreffekte in den Gesamtzusammenhang dieselben Schwierigkeiten auf, wie bei der Polbewegung geschildert. Weitere Ausführungen und Ergebnisse zur Tageslängenänderung finden sich in folgenden Arbeiten: BARNES ET AL. (1983); HIDE ET AL. (1997); ABARCA DEL RIO (1999); SCHMITZ-HÜBSCH und SCHUH (1999).

7 Ergebnisse

Einleitend wurden die grundlegenden physikalischen Ursachen für Schwankungen des Rotationsvektors im terrestrischen Bezugssystem vorgestellt. Maßgebend sind sämtliche endogenen und exogenen Prozesse, die zu Massenverlagerungen und Massenbewegungen in und auf der Erde führen. Je nach Stärke ihrer Auswirkung auf die Erdrotation können sie unterschieden werden in Primäreffekte und Sekundäreffekte. Unter die Primäreffekte fallen die großen Massenverlagerungen in der Atmosphäre und in den Ozeanen. Sie werden hauptsächlich klimatologisch angetrieben, jedoch beeinflusst zusätzlich die Gezeitenwirkung von Sonne und Mond in geringerem Maße die atmosphärischen und ozeanischen Bewegungen. So gehören die gezeitenbedingten Effekte eher zu den Sekundäreffekten. Der drittgrößte Einfluss auf die Erdrotationsparameter wird von Schwankungen des kontinentalen Grundwasserhaushalts erwartet. Dieser setzt sich zusammen aus dem Oberflächenwasser, den Schnee- und Eisbedeckungen sowie dem eigentlichen Grundwasser. Weitere sekundäre Massenverlagerungen entstehen zum Beispiel durch Erdbeben, Vulkanausbrüche, den Bau von Stauseen sowie durch die Veränderungen der Biomasse, wie zum Beispiel im Kohlenstoffkreislauf oder der Vegetation. Gemeinsam ist all diesen Massenverlagerungen, dass sie eine Änderung des Trägheitstensors der Erde bewirken. Setzt man für das gesamte System Erde inklusive Atmosphäre und Ozean die Drehimpulserhaltung an, so sind mit diesen Trägheitstensoränderungen auch Änderungen des Rotationsvektors verbunden. Neben diesen als direkten Effekt bezeichneten Auswirkungen können Massenverlagerungen durch ihre Auflastwirkung auch zu einer Deformation der Erde führen. Solche Deformationen verändern ihrerseits durch Massenverlagerungen im Erdinneren zusätzlich den Trägheitstensor und damit wiederum den Rotationsvektor der Erde. Massenverlagerungen führen also auch indirekt über Auflastdeformationen zu Rotationsschwankungen. Diese, als indirekter Effekt bezeichneten, Auswirkungen betragen in der Regel nur einen Bruchteil des direkten Effekts und werden ebenfalls zu den Sekundäreffekten gezählt.

Um direkte und indirekte Sekundäreffekte quantitativ abzuschätzen, wurde der bekannte Drehimpulsansatz auf seine Anwendbarkeit hin untersucht. Die Größenordnung eines jeden in der Liouvilleschen Bewegungsgleichung auftretenden Terms höherer Ordnung wurde in mehreren Simulationen abgeschätzt und mit den Termen erster Ordnung verglichen. Es zeigte sich, dass auch für Sekundäreffekte die übliche Linearisierung der Liouvilleschen Gleichung eine ausreichende Genauigkeit liefert, sofern die Massenverlagerungen bestimmte Grenzbedingungen einhalten. Die in der Linearisierung vernachlässigten Terme höherer Ordnung liefern dann nur Beiträge kleiner als 0,05 %. Die untersuchten Mas-

senverlagerungen erfüllen die geforderten Voraussetzungen. Die Linearisierung bringt eine Trennung der ersten beiden Komponenten der Liouvilleschen Differentialgleichung von ihrer dritten Komponente mit sich. Damit lässt sich die Lage des Rotationspols unabhängig von dem Betrag der Rotationsgeschwindigkeit untersuchen. Anschließend wurden die Bewegungsgleichungen durch einige Substitutionen besser an die Verhältnisse der realen Erde angepasst. So wurden die Koordinaten für die Lage des Rotationsvektors in Koordinaten des zälestischen Ephemeridenpols transformiert, um die Ergebnisse der Simulationsrechnungen mit den Zeitreihen der tatsächlich beobachteten Polbewegung vergleichen zu können. Zusätzlich muss die Rotationsdeformation der Erde aufgrund ihrer Elastizität berücksichtigt werden. Dies führt zu einer theoretischen Chandlerperiode in der Polbewegung, die der beobachteten sehr nahe kommt. Die Chandlerperiode wurde durch die Einführung einer energetischen Dämpfung ergänzt. Schwierigkeiten bereitet noch die Behandlung der Kopplung von Erdkern und Erdmantel. Hier wurde vereinfacht von einer reinen topographischen Kopplung einer rotationselliptischen Erde ausgegangen. Aus dem so modifizierten Differentialgleichungssystem erhält man schließlich eine Gleichung für die Polbewegung in komplexer Notation und eine für die Tageslängenänderung. In diesen Gleichungen spielen die sogenannten Anregungsfunktionen eine entscheidende Rolle. Sämtliche durch Massenverlagerungen hervorgerufenen Effekte lassen sich als Drehimpulsanteile in den Anregungsfunktionen formulieren. In der Aufstellung dieser Anregungsfunktionen liegt die Hauptaufgabe der Simulationsrechnung.

Für die Abschätzung von Erdrotationsschwankungen wurden die Massenverlagerungen folgender hydrologischer Sekundäreffekte herangezogen. Kontinentale Grundwasserspiegelschwankungen wurden in einem eigenem Bilanzmodell aus der Differenz von Niederschlag und der Summe aus Verdunstung und Abfluss gewonnen, wobei besonders die Bereitstellung globaler Daten für den Abfluss noch Schwierigkeiten bereitet hat. Fehlende oder offensichtlich falsch geschätzte Werte wurden im Vergleich mit mittleren ozeanischen Meeresspiegelschwankungen angepasst. Einen Teil des Grundwassereffekts kann man alternativ zum Bilanzmodell durch die Verwendung globaler Bodenfeuchtedaten erfassen. Ein weiterer Anteil wird aus der Schneebedeckung gewonnen. Die Effekte durch globale Schneeauflasten wurden aus zwei unterschiedlichen Schneehöhenmodellen ermittelt und verglichen. Neben diesen globalen Massenverlagerungen wurden zwei regionale Effekte betrachtet. Zum einen die Abnahme des Wasservolumens im Aralsee, bedingt durch Austrocknung und zum anderen der Bau und Betrieb des weltgrößten Stausees, dem 3-Schluchten-Staudamm in China.

Für die Bestimmung des indirekten Effekts aufgrund von Auflastdeformationen wurde neben dem üblichen Ansatz über die Lovesche Auflastzahl k'_2 eine Berechnung mittels der Greenschen Funktionen durchgeführt. Um aus den berechneten Oberflächendeformationen die indirekt verursachten Massenverlagerungen im Erdinneren abzuleiten, wurde ein geeignetes Deformationsmodell entwickelt. Es beschreibt die Durchbiegung der Lithosphärenplatte unter dem Gewicht einer Massenauflast. Umgerechnet in Veränderungen des Trägheitstensors konnten daraus die indirekten Auswirkungen auf die Erdrotation bestimmt werden. Da diese Vorgehensweise ziemlich rechenintensiv ist, wurden bislang nur die indirekten Effekte der beiden Schneemodellierungen ausgewertet. Die De-

formationsrechnungen für veränderliche Ozeanauflasten waren noch nicht abgeschlossen, erste Abschätzungen wurden jedoch vorgestellt.

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen für die direkten und indirekten Effekte sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst. Neben den Einzelergebnissen aus den Simulationen der hydrologischer Effekte sind Abschätzungen für die Summe aller hydrologischen Einflüsse, HAM, der Einflüsse biologischer Massenbewegungen, BAM, und geophysikalischer Prozesse wie Erdbeben und Vulkanausbrüche angegeben. Der größte Sekundäreffekt wird von den kontinentalen Grundwasserspiegelschwankungen erwartet. Entgegen diesen Vermutungen wurden die grössten Auswirkungen von den beiden Schneemodellen erzielt. Wahrscheinlich liegt dies an der bisher noch unzureichenden Modellierung des Grundwasserhaushaltes, vor allem für den Parameter Abfluss. Eine Alternative zur Bilanzgleichung aus Niederschlag, Verdunstung und Abfluss ergibt sich aus der Summation von Schneebedeckung und Bodenfeuchte, wobei das jeweilige Schneemodell die Auswirkungen stark dominiert. Zusammengenommen dürften die hydrologischen Einflüsse zwischen 10 und 75 Millibogensekunden (mas) in der Polbewegung betragen, was immerhin bis zu 25 % der gesamten Polbewegung wären. Ein bloßer Vergleich der Amplituden berücksichtigt jedoch nicht die Phasenlage der einzelnen Effekte. In einer vektoriellen Summe mit den Primäreffekten machen die hydrologischen Sekundäreffekte maximal 8% der Gesamtanregung der Polbewegung aus. Wesentlich kleiner fallen die weiteren Sekundäreffekte aus. Der Kohlenstoffkreislauf als größter biologischer Effekt dürfte sich mit 2-10 mas in der Polbewegung auswirken, Erdbeben und Vulkanausbrüche mit 1-2 mas. Die selben Abstufungen in den Größenordnungen erhält man auch für die Tageslängenänderung. Aperiodische Effekte, wie das Austrocknen des Aralsees verursachen dagegen eine Drift in der Richtung der Rotationsachse, hier 0,33 mas pro Jahr in Richtung des Aralsees. In der Tageslänge zeigt sich fast keine Auswirkung, lediglich eine minimale Zunahme der Rotationsgeschwindigkeit um 0,0005 Millisekunden pro Jahr.

Interessant sind die Ergebnisse für den indirekten Effekt. Würde man diesen durch die Einführung der Loveschen Auflastzahl berücksichtigen, so würde man in der Summe von direktem und indirektem Effekt einen um etwa 30 % geringeren Gesamteffekt gegenüber dem reinen direkten Effekt erhalten. Berechnet man jedoch den indirekten Effekt mittels der Greenschen Funktionen und einem Plattenbiegungsmodell, so ergeben sich nur für die ersten beiden Komponenten annähernd konstant -30 %, für die dritte Komponente erhält man kleinere, stark schwankende Prozentsätze. Die Tageslängenänderung verringert sich um bis zu -5 %. Die Abweichungen gegenüber dem Ansatz der Loveschen Auflastzahl lassen sich aus einer globalen Betrachtung der Auflastdeformationen erklären. Wird die Erdoberfläche durch Schneeauflasten auf den Kontinentalbereichen nach innen gedrückt, so ergeben sich an anderer Stelle ausgleichende Erhebungen, da das Volumen der Erde annähernd konstant bleiben muss, sofern keine Kompression zugelassen wird. Im Falle von kontinentalen Auflasten haben die Berechnungen ergeben, dass sich ein Massenüberschuss als Wulst am Äquator ausbildet. Bestimmt man den indirekten Effekt mit der Loveschen Auflastzahl, so werden nur Deformationen an den Orten der Massenauflast selbst berücksichtigt. Der angesprochene Massenwulst wird jedoch vernachlässigt. In einer globalen Deformationsberechnung über die Greenschen Funk-

| Ursache | Auswirkung auf die | | | |
|--|--------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| | Polbewegung | | Δ LOD | |
| | direkt [mas] | indirekt [%] | direkt [msec] | indirekt [%] |
| Schnee | | | | |
| DAAC (SMMR) | 50-70 | 27-30 | 0,035 | 0-5 |
| ECHAM 3 | 10-27 | 26-29 | 0,020 | 0-3 |
| Grundwasser | | | | |
| Niederschlag p | 7-12 | | 0,010 | |
| Verdunstung e | 3-8 | | 0,0025 | |
| Abfluss r | 2-3 | | 0,001 | |
| Bodenfeuchte (SMAV) | 1-8 | 25-30 | 0,006 | ± 2 |
| $\Delta G = p - e - r$ (DAAC) | 9-14 | 25-30 | 0,012 | ± 2 |
| Aralsee | | | | |
| lineare Drift / Jahr | 0,33 | | -0,0005 | |
| 3-Schluchten-Staudamm | | | | |
| $\Delta V = \pm 24,9 \cdot m^3$ | 1-1,3 | | 0 - 0,0002 | |
| Summe der hydrologischen Effekte | | | | |
| HAM | 10-80 | 25-30 | 0,04 | ± 5 |
| Biologischer Kreislauf | | | | |
| BAM | 2-10 | | 0 - 0,01 | |
| Erdbeben, Vulkanausbrüche | | | | |
| instantan | 0,3 | | | |
| säkular | 1-2 | | | |
| indirekte Effekte aufgrund von Auflastdeformationen | | | | |
| kontinentale Massenverlagerungen | | 25-30 | | ± 5 |
| ozeanische Massenverlagerungen | | 27-30 | | 27-30 |

Tabelle 7.1: **Ergebnisse der Simulationsrechnungen.** Auswirkungen der simulierten Sekundäreffekte auf die Polbewegung und die Tageslängenänderung. Hydrologische Einzeleffekte sind hinterlegt, die geschätzten Summen der Sekundäreffekte von HAM, BAM, Erdbeben und Vulkanausbrüchen sind hinterlegt. Maximal zu erwartende Amplituden für die Polbewegung sind in [mas] angegeben, die Auswirkungen auf Δ LOD sind in [msec] angegeben. Aufgelistet ist jeweils der Hauptanteil durch den direkten Effekt und dessen prozentuale Verringerung durch die Berücksichtigung des indirekten Effektes aufgrund von Auflastdeformationen.

tionen wird auch der Massenwulst integriert. Massenveränderung in der Äquatorregion haben nur einen sehr geringen Einfluss auf die Polbewegung, daher kommt für die Hinzunahme oder Vernachlässigung dieses Massenwulstes fast das gleiche Ergebnis heraus. Anders verhält es sich für die Tageslängenschwankungen. Gerade am Äquator haben Massenverlagerungen große Auswirkungen auf die Rotationsgeschwindigkeit. Durch den Massenwulst wird die Wirkung der kontinentalen Depression annähernd aufgehoben und es kommt insgesamt nur zu sehr kleinen, stark schwankenden Auswirkungen auf die Tageslänge. Diese Aussagen für den indirekten Effekt von den Schneeauflasten lassen sich im Prinzip auf alle kontinentalen Massenauflasten, wie Grundwasser oder Bodenfeuchte übertragen. Hat man es jedoch mit ozeanischen Auflasten zu tun, so zeigen erste Simulationen, dass die durch die Plattenbiegung verdrängten Massen fast ausschließlich am Nordpol durch eine stärkere Erhebung kompensiert werden. Dieser Massenüberschuss hat aufgrund seiner geographischen Lage, weder auf die Polbewegung, noch auf die Tageslängenänderung einen spürbaren Einfluss. Abweichungen zwischen dem Ansatz mit der Loveschen Auflastzahl und einer Berechnung mittels Greenscher Funktionen ergeben sich dann vor allem aus dem Deformationsverhalten zwischen den Ozeanen über die Kontinentalbereiche hinweg.

Betrachtet man das Frequenzspektrum einer Anregung durch hydrologische Effekte, so fällt die dominante Jahresperiode auf. Die Halbjahresperiode ist meist eine Größenordnung kleiner. Trägt man die komplexe Anregung der Polbewegung für eine bestimmte Periode als zweidimensionalen Vektor auf, so beschreibt dessen Spitze die Bahn einer Ellipse. Sie lässt sich zusammensetzen aus der Überlagerung einer prograden und einer retrograden Kreisbewegung mit gleicher Winkelgeschwindigkeit aber unterschiedlichen Amplituden und Phasen. In einer Vektordarstellung lassen sich so Betrag und Phase bestimmter Perioden von Sekundäreffekten miteinander vergleichen. Wendet man diese Darstellungsform auf die ermittelten Anregungsfunktionen von Atmosphäre und Ozean sowie auf die gemessene Gesamtanregung der Polbewegung an, so gelingt eine anschauliche Zusammenstellung der einzelnen Effekte. Die Summe von Primär- und Sekundäreffekten kann mit der gesuchten Gesamtanregung verglichen werden. Aus der Größe der verbleibenden Differenz lässt sich die Güte der Modellierung der Einzeleffekte beurteilen. Die Abweichungen zwischen den einzelnen Modellen für die ozeanischen Massenverlagerungen sind noch so groß, dass sich kaum verlässliche Aussagen über die Güte der hydrologischen Abschätzungen gemacht werden können. Lediglich die Größenordnungen sind relativ gut einzugrenzen. Wählt man für den prograden wie für den retrograden Anteil jeweils ein geeignetes Ozeanmodell, dass die Differenz zwischen Gesamtanregung und den Primäreffekten möglichst gering ist, so decken die hydrologischen Anregungen durch Grundwasser den verbleibenden Rest ziemlich gut ab.

8. Schlussbemerkung

Abschließend bleibt festzuhalten, dass die mathematische Formulierung der Sekundäreffekte einschließlich der indirekten Effekte hinreichend genau möglich ist, die notwendige Modellierung der einzelnen Massenverlagerungen jedoch noch einer wesentlichen Verbesserung bedarf. Dies gilt nicht nur für den Bereich der hydrologischen Sekundäreffekte sondern auch für die Modellierung ozeanischer Massenveränderungen. In Zukunft ist auf eine verbesserte Beobachtung wie auch auf eine Weiterentwicklung der klimatologischen Modelle zu hoffen. Künftige hochaufgelöste Schweredaten neuerer Satellitenmissionen werden dabei eine große Hilfe sein. Sind diese Hürden überwunden, wird das Interesse an der Untersuchung immer kleinerer Sekundäreffekte zunehmen. Auch eine noch detailliertere Vorgehensweise bei der Berechnung von indirekten Effekten wird unumgänglich. Der hier vorgestellte Ansatz scheint dafür geeignet und weiter ausbaufähig.

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Polbewegung | 12 |
| 2.2 | Tageslängenänderung | 13 |
| 3.1 | Einflüsse auf die Rotation der Erde | 15 |
| 4.1 | Perspektivisches Spektrum der Polbewegung | 33 |
| 4.2 | Deformationsmodell der Erdkruste | 38 |
| 4.3 | Vergleich zweier Deformationsmodelle | 39 |
| 4.4 | Vergleich der Plattenbiegung mit Lovescher Auflastzahl | 40 |
| 4.5 | Normierte Greensche Funktionen | 42 |
| 4.6 | Geographischer Einfluss auf die Anregungsfunktion χ_1, χ_2 | 46 |
| 4.7 | Geographischer Einfluss auf die Anregungsfunktion χ_3 | 46 |
| 5.1 | Der globale hydrologische Kreislauf | 50 |
| 5.2 | Anregungsfunktion durch Niederschlag | 55 |
| 5.3 | Anregungsfunktion durch Verdunstung | 56 |
| 5.4 | Anregungsfunktion durch Abfluss | 56 |
| 5.5 | Anregungsfunktion durch Grundwasserspiegelschwankungen | 57 |
| 5.6 | Polbewegung durch Grundwasserspiegelschwankungen | 58 |
| 5.7 | Tageslängenänderung durch Grundwasserspiegelschwankungen | 58 |
| 5.8 | Anregungsfunktion durch Bodenfeuchte | 60 |
| 5.9 | Anregungsfunktion durch Bodenfeuchte auf der Nordhalbkugel | 60 |
| 5.10 | Anregungsfunktion durch Bodenfeuchte auf der Südhalbkugel | 61 |
| 5.11 | Polbewegung durch Bodenfeuchte | 62 |
| 5.12 | Tageslängenänderung durch Bodenfeuchte | 63 |
| 5.13 | Anregungsfunktion durch Schnee (DAAC) | 64 |
| 5.14 | Oberflächendeformation durch Schneeauflasten (DAAC) | 65 |
| 5.15 | Indirekter Effekt aufgrund von Schneeauflasten (DAAC) | 66 |
| 5.16 | Polbewegung durch Schnee (DAAC) | 68 |
| 5.17 | Tageslängenänderung durch Schnee (DAAC) | 68 |
| 5.18 | Anregungsfunktion durch Schnee (ECHAM) | 69 |
| 5.19 | Oberflächendeformation durch Schneeauflasten (ECHAM) | 70 |
| 5.20 | Indirekter Effekt aufgrund von Schneeauflasten (ECHAM) | 71 |
| 5.21 | Polbewegung durch Schnee (ECHAM) | 72 |
| 5.22 | Tageslängenänderung durch Schnee (ECHAM) | 73 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.23 | Lage des Aralsees | 74 |
| 5.24 | Austrocknung des Aralsees | 75 |
| 5.25 | Anregungsfunktion durch Austrocknung des Aralsee | 76 |
| 5.26 | Polbewegung durch Austrocknung des Aralsee | 76 |
| 5.27 | Tageslängenänderung durch Austrocknung des Aralsee | 77 |
| 5.28 | Lage des 3-Schluchten-Staudamms | 78 |
| 5.29 | Anregungsfunktion durch 3-Schluchten-Staudamm | 79 |
| 5.30 | Polbewegung durch 3-Schluchten-Staudamm | 80 |
| 5.31 | Tageslängenänderung durch 3-Schluchten-Staudamm | 81 |
| 5.32 | Kohlenstoff-Kreislauf | 82 |
| 6.1 | Saisonale Anteile in der Anregung durch Grundwasser | 87 |
| 6.2 | Jährliche und halbjährliche Anteile | 88 |
| 6.3 | Vektordarstellung der jährlichen Anteile | 89 |
| 6.4 | Vektordarstellung der halbjährlichen Anteile, Vektordarstellung | 90 |
| 6.5 | Kombination der Primäreffekte in Vektordarstellung | 93 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|--|-----|
| 3.1 | Primäreffekte, Sekundäreffekte, direkter und indirekter Effekt | 17 |
| 6.1 | Übersicht über jährliche Anteile | 92 |
| 7.1 | Ergebnisse der Simulationsrechnungen | 98 |
| B.1 | Greensche Funktionen | 117 |

Literaturverzeichnis

- ALFONSI L., PIERSANTI A., SPADA G. (1997): Did the 1977 Sumba earthquake excite the Chandler wobble? *Earth and Planetary Science Express*.
- BARNES R., HIDE R., WHITE A., WILSON C. (1983): Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion. *Proc. R. London, A* 387, 31–73.
- BRONSTEIN I., SEMENDJAJEW K. (1991): *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Nauka, Moskau.
- BROSCHÉ P., WÜNSCH J. (1993): On the rotational angular momentum of the oceans and the corresponding polar motion. *Astron. Nachr.*, 315, 181–188.
- BROSCHÉ P., WÜNSCH J., MAIER-REIMER E., SEGSCHNEIDER J., SÜNDERMANN J. (1988): The axial angular momentum of the general circulation of the oceans. *Astron. Nachr.*, 318, 193–199.
- BRZEZINSKI A. (1994): Atmospheric excitation of nutation estimated from the 4-times daily effective angular momentum data. 22nd General Assembly of the IAU, Den Haag, Niederlande.
- BRZEZINSKI A., CAPITAINE N. (1993): The Use of the Precise Observations of the Celestial Ephemeris Pole in the Analysis of Geophysical Excitation of Earth Rotation. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*, 98 B4, 6667–6675.
- CAZENAVE A. (1986): Earth Rotation. Solved and Unsolved Problems, Band 187 von *Series C: Mathematical and Physical Sciences*. Nato ASI Series.
- CHANDLER S. (1891a): On the variation of latitude. *Astronomical Journal*, 11, 83.
- CHAO B. (1987): Snow Load Effects on the Earth's Rotation and Gravitational Field. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*, 92, 9415–9422.
- CHAO B., NAITO I. (1995): Wavelet analysis provides a new tool for studying Earth's rotation. *EOS, Trans. AGU*, 76, 161–165.
- CHAO B., RAY R., GIPSON J., EGBERT G., MA C. (1996): Diurnal/semidiurnal polar motion excited by oceanic tidal angular momentum. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*, 101, 20151–20163.

- CHAO B.F., O'CONNOR W.P. (1988): Global surface-water-induced seasonal variations in the Earth's rotation and gravitational field. *Geophysical Journal*, 94, 263–270.
- DAHLEN F.A. (1971): The excitation of the Chandler wobble by earthquakes. *Geophysical Journal*, 25, 157–206.
- DAHLEN F.A. (1973): A correction to the excitation of the Chandler wobble by earthquakes. *Geophysical Journal*, 32, 203–217.
- DEHANT V., CAPITAINE N. (1997): On the precession constant: values and constraints on the dynamical ellipticity: link with Oppolzer terms and Tilt-Over-Mode. *Celest. Mech. Dynamical Astron.*, 65, 439–458.
- DICKEY J. (1992): Atmospheric excitation of the Earth's Rotation: Progress and prospects via space geodesy. JPL geodesy and geophysics preprint 225, Jet Propulsion Laboratory, California Institut of Technology.
- DICKMANN S.R. (1993): Dynamic ocean-tide effects on Earth's rotation. *Geophys. J. Int.*, 112, 448–470.
- DZIEWONSKI A.M., ANDERSON D. (1981): Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25, 297–356.
- EUBANKS T.M. (1998): The Biological Excitation of the Polar Motion. AGU, 1998 Fall Meeting, San Franzisko.
- FARRELL W. (1972): Deformation of the Earth by Surface loads. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 10, 761–797.
- GOAD C.C. (1980): Gravimetric Tidal Loading Computed From Integrated Green's Functions. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*, 85, 2679–2683.
- GREINER-MAI H., JOCHMANN H. (1997): Corrections to Climate variations and the Earth rotation. *J. Geodynamics*, 25, 1–4.
- GROSS R. (1992): Correspondence between theory and observations of polar motion. *Geophys. J. Int.*, 109, 162–170.
- HEITZ S. (1983): *Mechanik fester Körper. Band 2: Dynamik elastischer Körper, mechanische Grundlagen der Geodäsie.* Dümmler, Bonn.
- HIDE R., DICKEY J.O., MARCUS S.L., ROSEN R.D., SALSTEIN D.A. (1997): Atmospheric angular momentum fluctuations during 1979-1988 simulated by global circulation models. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*
- IERS (1997): 1996 IERS annual report. Technischer Bericht, International Earth Rotation Service, Observatoire de Paris.
- JEFFREYS S.H. (1962): *The Earth.* Cambridge University Press, Oxford.

- JOCHMANN H. (1998): The influence of continental water storage on the annual wobble of polar motion, estimated by inverse solution. *J. Geodynamics*, 27 2, 147–160.
- KALNAY E.E.A. (1991): The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 77, 437–471.
- KOLACZEK B., KOSEK W., SCHUH H. (2000): Short-period oscillations of Earth rotation. In S. Dick (Herausgeber), *Proc. of the IAU collegium 178 Polar Motion: Historical and scientific problems*. Cagliari, Sept. 1999, Astronomical Society of the Pacific. In press.
- LAMBECK K. (1980): *The Earth Variable Rotation*. Cambridge University Press, New York.
- LAMBECK K. (1988): *Geophysical Geodesy*. Oxford University Press, New York.
- MUNK W.H., MACDONALD G.J.F. (1960): *The Rotation of the Earth*. Cambridge University Press, New York.
- NEWCOMB S. (1892): Remarks on Mr. Chandler's law of variation of terrestrial latitudes. *Astronomical Journal*, 12, 49.
- PELTIER W.R. (1994): Ice Age Paleotopography. *Science*, 265, 195–201.
- PONTE R., STAMMER D., MARSHALL J. (1998): Oceanic signals in observed motions of the Earth's pole of rotation. *Nature*, 391, 476–479.
- PREISIG J.R. (1992): Polar motion, atmospheric angular momentum excitation and earthquakes - correlations and significance. *Geophys. J. Int.*, 108, 161–178.
- RANALLI G. (1995): *Rheology of the Earth*, S. 225–235. Chapman and Hall, London.
- ABARCA DEL RIO R. (1997): *La rotation de la terre*. Dissertation, Academie de Toulouse.
- ABARCA DEL RIO R. (1999): The influence of global warming in Earth rotation speed. *Ann. Geophysicae*, 17, 806–811.
- ROECKNER E., ARPE K., BENGTSSON L., CHRISTOPH M., CLAUSSEN M., DÜMENIL L., ESCH M., GIORGETTA M., SCLESE U., SCHULZWEIDA U. (1996): *The Atmospheric General Circulation Model ECHAM-4: Model description and simulation of the present-day climate*. MPI Report. Technischer Bericht 218, Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg, Germany.
- SCHERNECK H.G. (1990): Loading Green's functions for a continental shield with a Q-structure for the mantle and density constraints from the geoid. *Bulletin d'Information Mareées Terrestres (BIM)*, 108, 7757–7792.

- SCHERNECK H.G. (1991): Aparametrized solid earth tide model and ocean tide loading effects for global geodetic baseline measurements. *Geophys. J. Int.*, 106, 677–694.
- SCHMITZ-HÜBSCH H., DILL R. (2000): Atmosphärische, ozeanische und hydrologische Einflüsse auf die Erdrotation. *Zeitschr. für Verm.*
- SCHMITZ-HÜBSCH H., SCHUH H. (1999): Seasonal and short-period fluctuations of Earth Rotation investigated by Wavelet Analysis. In F. Krumm, V. Schwarze (Herausgeber), Festschrift for Erik W. Grafarend, Kapitel Report Nr. 1999.6-2, S. 421–431. Univ. Stuttgart. Technical Reports Dep. of Geodesy and Geoinformatics.
- SCHUBERT S., PARK C.K., WU C.Y., HIGGINS W., Y. K., MOLOD A., TAKACS L., SEABLOM M., ROOD R. (1995): A multiyear assimilation with the GEOS-1 system: Overview and results. *NASA Tech. Memo.* 104606, 6, 207 ff.
- SCHUH H., JOCHMANN H., ENGELS J. (1997): Erdrotationsschwankungen in verschiedenen Zeitbereichen und Gezeitendeformationen. In A. Gilbert, E. Grafarend (Herausgeber), Erste Geodätische Woche Stuttgart Okt. 1996, Schriftenreihe der Institute des Fachbereichs Vermessungswesen, Rep Nr. 1997.1, S. 3–5. Univ. Stuttgart.
- SEIDELMANN P.K. (1982): IAU theory of nutation: The final report of the IAU working group on nutation. *Celestial Mechanics*, 27, 79–106.
- THOMAS M., SÜNDERMANN J. (1998): Zur simultanen Modellierung von allgemeiner Zirkulation und Gezeiten im Ozean und Auswirkungen auf bestimmte Erdrotationsparameter. In W. Freeden (Herausgeber), *Progress in Geodetic Science*, S. 144–151. Aachen.
- THOMSON S.W. (1876): Presidential Address, British Association. Nummer 3. Cambridge University Press.
- TRUPIN A.S. (1993): Effects of polar ice on the Earth's rotation and gravitational potential. *Geophys. J. Int.*, 113, 273–283.
- VOLLAND H. (1996): Atmosphere and Earth's Rotation. *Surveys in Geophysics*, 17, 101–144.
- VONDRAK J. (1989): Prediction of polar motion from air and water excitations. Technischer Bericht 402, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio 43210-1247.
- WAHR J. (1981): Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless earth. *Royal Astron. Soc. Geophys. Jour.*, 64, 677–703.
- WAHR J.M. (1982): The effects of the atmosphere and oceans on the Earth's wobble - I. Theory. *Geophysical Journal*, 70, 349–372.
- WALCOTT R.I. (1970): Flexural Rigidity, Thickness and Viscosity of the Lithosphere. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*, 75, 3941–3954.

- WANG H. (2000): Surface vertical displacements and level plane changes in front reservoir area caused by filling the Three Gorges Reservoir. *Journal of Geophys. Res.*, 105 No B6, 13,211.
- WOLF D. (1985): Thick-plate flexure re-examined. *Geophys. J. Res.*, 80, 265–273.
- WÜNSCH J. (2000): Oceanic influence on the polar motion. *J. Geodynamics*, 30, 389–399.
- WÜNSCH J., SEILER U. (1992): Theoretical amplitudes and phases of the periodic polar motion terms caused by ocean tides. *Astron. Nachr.*, 266, 581–587.
- YODER C., WILLIAMS J., PARKE M. (1981): Tidal variations of Earth rotation. *J. Geophys. Res. astr. Soc.*, 86, 881–891.
- ZHARKOV V.N., MOLODENSKY S.M., BRZEZINSKI A., GROTEN E., VARGA P. (1996): *The Earth and its Rotation*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- ZIEGLER F. (1985): *Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper*.

A Mathematische Ergänzungen

Der Trägheitstensor Θ

Der Trägheitstensor Θ eines beliebigen Körpers kann in Matrixschreibweise mit 9 Elementen dargestellt werden als

$$\Theta_{ij} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}$$

In der Diagonalen stehen die Hauptträgheitsmomente mit

$$\begin{aligned} A &= \int_M (x_2^2 + x_3^2) dm \\ B &= \int_M (x_3^2 + x_1^2) dm \\ C &= \int_M (x_1^2 + x_2^2) dm \end{aligned}$$

wobei x_i die Koordinate des Massenelements dm bezüglich der i -ten Koordinatenachse in einem kartesischen Koordinatensystem ist. Sie sind ein Maß für die Trägheit des Körpers gegenüber Drehbewegungen. Wird der Trägheitstensor durch eine Hauptachsentransformation so aufgestellt, dass die Nebendiagonalelemente alle verschwinden, so definieren die drei Koordinatenachsen das Figurenachsensystem des Körpers. In den Nebendiagonalen stehen die Deviationsmomente mit

$$\begin{aligned} D &= \int_M (x_2 x_3) dm \\ E &= \int_M (x_3 x_1) dm \\ F &= \int_M (x_1 x_2) dm \end{aligned}$$

Sie sind ein Maß für die Unwuchten des Körpers und charakterisieren unsymmetrische Massenverteilungen.

Der Trägheitstensor lässt sich in Kugelkoordinaten (r, φ, λ) transformieren durch

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Die einzelnen Komponenten des Trägheitstensors ergeben sich aus den Integralen

$$\Theta_{ij} = \int_V \rho T_{ij} dV$$

mit

$$\begin{aligned} T_{11} &= r^2(1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \lambda) \\ T_{22} &= r^2(1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \lambda) \\ T_{33} &= r^2 \cos^2 \varphi \\ T_{12} &= r^2 \left(-\frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\lambda\right) \\ T_{13} &= r^2(-\sin \varphi \cos \varphi \cos \lambda) \\ T_{23} &= r^2(-\sin \varphi \cos \varphi \sin \lambda) \end{aligned}$$

Beziehungen zwischen dem Trägheitstensor und den Stokesschen Koeffizienten des Gravitationspotentials

Das Gravitationspotential U der Erde lässt sich in Kugelflächenfunktionen entwickeln nach

$$U(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_e}{r}\right)^n \cdot (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right]$$

Darin sind die Stokesschen Koeffizienten C_{nm} und S_{nm} mit den Legendre-Polynomen P_{nm} definiert über

$$\left. \begin{matrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{MR_e^n} \frac{2(n-m)!}{(1+\delta_{m,0})(n+m)!} \int_M r^n P_{nm}(\sin \varphi) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} dM$$

Die Legendre-Polynome erhält man aus der Gleichung

$$P_{nm}(\sin \varphi) = \left[(1 - \sin^2 \varphi)^{m/2} / 2^n n! \right] \frac{d^{n+m}}{d \sin \varphi^{n+m}} (\sin^2 \varphi - 1)^n$$

Setzt man diese Legendre-Polynome in die Gleichung für die Stokeschen Koeffizienten ein und vergleicht sie mit den Komponenten des Trägheitstensors in Kugelkoordinaten, so lassen sich folgende Beziehungen zwischen dem Trägheitstensor und den Stokeschen Koeffizienten finden:

$$\begin{aligned}
C_{20} &= - \left[\Theta_{33} - \frac{1}{2}(\Theta_{11} + \Theta_{22}) \right] / (MR_e^2) \\
C_{21} &= -\Theta_{13} / (MR_e^2) \\
S_{21} &= -\Theta_{23} / (MR_e^2) \\
C_{22} &= -(\Theta_{11} - \Theta_{22}) / (4MR_e^2) \\
S_{22} &= -\Theta_{12} / (2MR_e^2)
\end{aligned}$$

Mit diesen Beziehungen können die Anregungsfunktionen χ auch aus den Stokeschen Koeffizienten 2. Grades abgeleitet werden unter der zusätzlichen Annahme der Masseerhaltung mit $\delta\Theta_{11} + \delta\Theta_{22} + \delta\Theta_{33} = 0$:

$$\begin{aligned}
\chi &= -\frac{MR^2}{C-A}(\delta C_{21} + i\delta S_{21}) \\
\chi_3 &= -\frac{2}{3} \frac{MR^2}{C_m} \delta C_{20}
\end{aligned}$$

Abschätzung der Massenterme 2. Ordnung in der Liouvilleschen Gleichung

Üblicherweise wird die Liouvillesche Gleichung (4.4) für kleine Änderungen des Trägheitstensors $\delta\Theta_{ij}$, kleine relative Drehimpulsanteile h_i sowie kleine Rotationsschwankungen m_i entwickelt. Neben den Termen 1. Ordnung, die nur von einer dieser kleinen Größen abhängen, treten noch Terme 2. und 3. Ordnung auf, die von Produkten kleiner Größen abhängen.

Die Terme 2. Ordnung sind:

$$\begin{aligned}
&\Omega\delta\Theta_{11}\dot{m}_1 + \Omega\delta\Theta_{12}\dot{m}_2 + \Omega\delta\Theta_{13}\dot{m}_3 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{11}m_1 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{12}m_2 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{13}m_3 + \Omega h_3 m_2 - \\
&\quad \Omega h_2 m_3 - \Omega^2\delta\Theta_{21}m_1 - 2\Omega^2\delta\Theta_{23}m_3 + \Omega^2(\Theta_{33} - \Theta_{22})m_2m_3 + \Omega^2(\delta\Theta_{33} - \delta\Theta_{22})m_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Omega\delta\Theta_{22}\dot{m}_2 + \Omega\delta\Theta_{12}\dot{m}_1 + \Omega\delta\Theta_{23}\dot{m}_3 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{22}m_2 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{12}m_1 + \Omega\delta\dot{\Theta}_{23}m_3 - \Omega h_3 m_1 + \\
&\quad \Omega h_1 m_3 - \Omega^2\delta\Theta_{12}m_2 + 2\Omega^2\delta\Theta_{13}m_3 + \Omega^2(\Theta_{11} - \Theta_{33})m_1m_3 + \Omega^2(\delta\Theta_{11} - \delta\Theta_{33})m_1
\end{aligned}$$

$$\Omega\delta\dot{\Theta}_{33}m_3 + \Omega\delta\Theta_{23}\dot{m}_3 + \Omega\delta\Theta_{13}\dot{m}_1 + \Omega^2(\Theta_{22} - \Theta_{11})m_1m_2 + \Omega h_2 m_1 - \Omega h_1 m_2$$

Die Größenordnung dieser Terme im Vergleich zu den linearen Termen wurde in Simulationsrechnungen abgeschätzt. Für die Massenterme wurden dazu die Änderungen aller Trägheitstensorkomponenten $\delta\Theta_{ij}$ für eine bestimmte Massenverlagerung berechnet. Die Massenverlagerung wurde realisiert durch eine Zusatzmasse mit $dA = 1000km \cdot 1000km$, $\rho = 1000kg/m^3$, $\zeta = 0,5m$ an den folgenden fünf verschiedenen geographischen Positionen. In diesen fünf Positionen sind jeweils einzelne Komponenten des Trägheitstensors aufgrund der trigonometrischen Terme extremal.

| Pos. | östl. Länge | nördl. Breite. | extremal für |
|------|-------------|----------------|---|
| 1 | 90° | 0° | $\delta\Theta_{11}$ $\delta\Theta_{33}$ |
| 2 | 0° | 0° | $\delta\Theta_{22}$ $\delta\Theta_{33}$ |
| 3 | 45° | 0° | $\delta\Theta_{12}$ $\delta\Theta_{33}$ |
| 4 | 0° | 45° | $\delta\Theta_{13}$ |
| 5 | 90° | 45° | $\delta\Theta_{23}$ |

Durch die Zusatzmasse ergeben sich folgende Trägheitstensoränderungen in $[kg m^2]$:

| Pos. | $\delta\Theta_{11}$ | $\delta\Theta_{22}$ | $\delta\Theta_{33}$ | $\delta\Theta_{12}$ | $\delta\Theta_{12}$ | $\delta\Theta_{23}$ |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | $0.47 \cdot 10^{32}$ | $0.20 \cdot 10^{30}$ | $0.47 \cdot 10^{32}$ | $-0.17 \cdot 10^{30}$ | $-0.63 \cdot 10^{27}$ | $-0.17 \cdot 10^{30}$ |
| 2 | $0.20 \cdot 10^{30}$ | $0.47 \cdot 10^{32}$ | $0.47 \cdot 10^{32}$ | $0.17 \cdot 10^{30}$ | $-0.17 \cdot 10^{30}$ | $-0.63 \cdot 10^{27}$ |
| 3 | $0.24 \cdot 10^{32}$ | $0.24 \cdot 10^{32}$ | $0.47 \cdot 10^{32}$ | $-0.24 \cdot 10^{32}$ | $-0.12 \cdot 10^{30}$ | $-0.12 \cdot 10^{30}$ |
| 4 | $0.23 \cdot 10^{32}$ | $0.44 \cdot 10^{32}$ | $0.22 \cdot 10^{32}$ | $-0.16 \cdot 10^{29}$ | $-0.22 \cdot 10^{32}$ | $-0.16 \cdot 10^{29}$ |
| 5 | $0.44 \cdot 10^{32}$ | $0.23 \cdot 10^{32}$ | $0.22 \cdot 10^{32}$ | $-0.16 \cdot 10^{29}$ | $0.16 \cdot 10^{29}$ | $-0.22 \cdot 10^{32}$ |

Eingesetzt in die Massenterme 2. Ordnung lässt sich deren prozentualer Einfluss gegenüber den linearen Termen 1. Ordnung in der Differentialgleichung abschätzen, indem die lineare Liouvillesche Gleichung unter Hinzunahme jeweils eines weiteren Terms 2. Ordnung gelöst wird. Analog wurden Simulationsrechnungen mit verschiedenen Massenströmungen für die Bewegungsterme 2. Ordnung durchgeführt.

Unter folgenden Voraussetzungen können alle diese Terme 2. Ordnung vernachlässigt werden, d.h. ihr Einfluss gegenüber der Lösung der linearisierten Gleichung liegt unter 0,05 %:

- Die veränderliche Masse ist kleiner $10^{18}kg$.
Ansonsten müsste eine Verringerung der Chandlerfrequenz entsprechend $\sigma_c = [(C - A)/(A + \delta\Theta_{11})]\Omega$ berücksichtigt werden. Die Amplitude der Polbewegung bleibt jedoch unbeeinflusst.

-
- Größere Massen sollten global möglichst gleichmäßig verteilt sein, um dennoch $\delta\Theta_{23}$ klein zu halten.
 - Bei sehr kurzen Anregungsperioden in den Funktionen χ , unter 0,05 Tagen ist eine Kopplung von Polbewegung und Tageslängenänderung nicht mehr zu vernachlässigen, da hier der Term $\Omega\delta\Theta_{13}\dot{m}_3$ in der 2. Komponente zu groß wird.
 - Treffen vorstehende Forderungen zu, so ergibt sich automatisch die zusätzliche Bedingung, dass die resultierenden Rotationschwankungen m_i klein genug bleiben. Desgleichen gilt für die Bewegungsterme h_i . Die zugrundeliegenden Relativgeschwindigkeiten der Massen müssen klein gegenüber der Rotationsgeschwindigkeit Ω bleiben.

Umwandlung der Lösung für die Polbewegung in ein Faltungsintegral

Die Lösung der Liouvilleschen Bewegungsgleichung enthält das Integral

$$\int_{-\infty}^t \chi(\tau) e^{-i\sigma\tau} d\tau \cdot e^{i\sigma t} =$$

Geht man davon aus, dass für alle Zeitpunkte $t < 0$ keine Massenverlagerungen stattfinden, also $\chi(t < 0) = 0$ ist,

$$= \int_0^t \chi(\tau) e^{i\sigma(t-\tau)} d\tau$$

so lässt sich dieses Integral durch Verschiebung der Zeitachse um $-t$

$$= \int_{-t}^0 \chi(\tau - t) e^{-i\sigma\tau} d\tau$$

und Spiegelung an der y-Achse

$$= \int_0^t \chi(t - \tau) e^{i\sigma\tau} d\tau$$

in ein Faltungsintegral umschreiben. Dies entspricht einer Faltung der Funktion $\chi(t)$ mit der Übertragungsfunktion $e^{i\sigma t}$

$$= \chi(t) * e^{i\sigma t}$$

B Tabellierte Greensche Funktionen

Tabelle B.1: Greensche Funktionen $g(\Delta)$ in Abhängigkeit von der Entfernung Δ für das Gutenberg-Bullen Erdmodell.

| $\Delta[^\circ]$ | $g(\Delta)$ |
|------------------------|----------------------|
| $1.0000 \cdot 10^{-4}$ | $-2.8345 \cdot 10^6$ |
| $1.0000 \cdot 10^{-3}$ | $-2.8278 \cdot 10^5$ |
| $1.0000 \cdot 10^{-2}$ | $-2.7593 \cdot 10^4$ |
| $1.1659 \cdot 10^{-2}$ | $-2.3558 \cdot 10^4$ |
| $1.3594 \cdot 10^{-2}$ | $-2.0100 \cdot 10^4$ |
| $1.5849 \cdot 10^{-2}$ | $-1.7137 \cdot 10^4$ |
| $1.8478 \cdot 10^{-2}$ | $-1.4598 \cdot 10^4$ |
| $2.1544 \cdot 10^{-2}$ | $-1.2423 \cdot 10^4$ |
| $2.5119 \cdot 10^{-2}$ | $-1.0558 \cdot 10^4$ |
| $2.9286 \cdot 10^{-2}$ | $-8.9581 \cdot 10^3$ |
| $3.4146 \cdot 10^{-2}$ | $-7.5826 \cdot 10^3$ |
| $3.9811 \cdot 10^{-2}$ | $-6.3986 \cdot 10^3$ |
| $4.6416 \cdot 10^{-2}$ | $-5.3804 \cdot 10^3$ |
| $5.4117 \cdot 10^{-2}$ | $-4.5089 \cdot 10^3$ |
| $6.3096 \cdot 10^{-2}$ | $-3.7676 \cdot 10^3$ |
| $7.3564 \cdot 10^{-2}$ | $-3.1368 \cdot 10^3$ |
| $8.5769 \cdot 10^{-2}$ | $-2.5981 \cdot 10^3$ |
| $1.0000 \cdot 10^{-1}$ | $-2.1419 \cdot 10^3$ |
| $1.1659 \cdot 10^{-1}$ | $-1.7574 \cdot 10^3$ |
| $1.3594 \cdot 10^{-1}$ | $-1.4340 \cdot 10^3$ |
| $1.5849 \cdot 10^{-1}$ | $-1.1650 \cdot 10^3$ |
| $1.8478 \cdot 10^{-1}$ | $-9.4321 \cdot 10^2$ |
| $2.1544 \cdot 10^{-1}$ | $-7.6236 \cdot 10^2$ |
| $2.5119 \cdot 10^{-1}$ | $-6.1687 \cdot 10^2$ |
| $2.9286 \cdot 10^{-1}$ | $-5.0063 \cdot 10^2$ |
| $3.4146 \cdot 10^{-1}$ | $-4.0800 \cdot 10^2$ |
| $3.9811 \cdot 10^{-1}$ | $-3.3427 \cdot 10^2$ |
| $4.6416 \cdot 10^{-1}$ | $-2.7588 \cdot 10^2$ |
| $5.4117 \cdot 10^{-1}$ | $-2.2922 \cdot 10^2$ |
| $6.3096 \cdot 10^{-1}$ | $-1.9116 \cdot 10^2$ |
| $7.3564 \cdot 10^{-1}$ | $-1.5949 \cdot 10^2$ |
| $8.5770 \cdot 10^{-1}$ | $-1.3233 \cdot 10^2$ |
| 1.0000 | $-1.0919 \cdot 10^2$ |
| 1.1659 | $-8.9675 \cdot 10^1$ |
| 1.3594 | $-7.3000 \cdot 10^1$ |
| 1.5849 | $-5.8557 \cdot 10^1$ |

| $\Delta[^\circ]$ | $g(\Delta)$ |
|---------------------|-------------------------|
| 1.8478 | $-4.6453 \cdot 10^1$ |
| 2.1544 | $-3.6525 \cdot 10^1$ |
| 2.5119 | $-2.8512 \cdot 10^1$ |
| 2.9286 | $-2.2148 \cdot 10^1$ |
| 3.4146 | $-1.7059 \cdot 10^1$ |
| 3.9811 | $-1.3038 \cdot 10^1$ |
| 4.6416 | $-1.0033 \cdot 10^1$ |
| 5.4117 | -7.7986 |
| 6.3096 | -6.0695 |
| 7.3564 | -4.7922 |
| 8.5770 | -3.8068 |
| $1.0000 \cdot 10^1$ | -3.0599 |
| $1.1659 \cdot 10^1$ | -2.4843 |
| $1.3594 \cdot 10^1$ | -2.0129 |
| $1.5849 \cdot 10^1$ | -1.6017 |
| $1.8479 \cdot 10^1$ | -1.2601 |
| $2.1544 \cdot 10^1$ | $-9.6921 \cdot 10^{-1}$ |
| $2.5119 \cdot 10^1$ | $-7.0680 \cdot 10^{-1}$ |
| $2.9286 \cdot 10^1$ | $-4.6599 \cdot 10^{-1}$ |
| $3.4146 \cdot 10^1$ | $-2.5433 \cdot 10^{-1}$ |
| $3.9811 \cdot 10^1$ | $-6.6561 \cdot 10^{-2}$ |
| $4.6416 \cdot 10^1$ | $8.3688 \cdot 10^{-2}$ |
| $5.4117 \cdot 10^1$ | $1.9182 \cdot 10^{-1}$ |
| $6.3096 \cdot 10^1$ | $2.4689 \cdot 10^{-1}$ |
| $7.3564 \cdot 10^1$ | $2.4306 \cdot 10^{-1}$ |
| $8.5770 \cdot 10^1$ | $1.8241 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.0000 \cdot 10^2$ | $7.6883 \cdot 10^{-2}$ |
| $1.1000 \cdot 10^2$ | $-2.9020 \cdot 10^{-3}$ |
| $1.2000 \cdot 10^2$ | $-7.9282 \cdot 10^{-2}$ |
| $1.3000 \cdot 10^2$ | $-1.4847 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.4000 \cdot 10^2$ | $-2.0730 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.5000 \cdot 10^2$ | $-2.5406 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.6000 \cdot 10^2$ | $-2.8757 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.7000 \cdot 10^2$ | $-3.0755 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.7300 \cdot 10^2$ | $-3.1080 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.7600 \cdot 10^2$ | $-3.1290 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.7700 \cdot 10^2$ | $-3.1351 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.7800 \cdot 10^2$ | $-3.1405 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.7900 \cdot 10^2$ | $-3.1437 \cdot 10^{-1}$ |
| $1.8000 \cdot 10^2$ | $-3.1446 \cdot 10^{-1}$ |

Quelle: private Mitteilung H.G. SCHERNECK, 1997

C Verzeichnis der Abkürzungen, Symbole und Konstanten

Abkürzungen

| | |
|--------|--|
| AAM | Atmospheric Angular Momentum |
| BAM | Biologic Angular Momentum |
| CEP | Celestial Ephemeris Pole, zälestischer Ephemeriden Pol |
| CSR | Center for Space Research in Austin, Texas |
| DAAC | Distributed Active Archive Center (NASA Goddard Space Flight Center) |
| DAO | Goddard Data Assimilation Office |
| DGFI | Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, München |
| DKRZ | Deutsches Klima Rechenzentrum, Hamburg |
| ECHAM | ECHAM 3/T21, Klimamodell des DKRZ in Hamburg |
| FCN | Free Core Nutation |
| FICN | Free Inner Core Nutation |
| GEOS-1 | Goddard Earth Observing System, Version 1, (DAO) |
| GPS | Global Positioning System |
| GW | Grundwasser, eigene Berechnung |
| HAM | Hydrologic Angular Momentum |
| IAU | International Astronomical Union |
| IERS | International Earth Rotation Service |
| ILS | International Latitude Service |
| LLR | Lunar Laser Ranging |
| MIT | Masachusetts Institute of Technology |
| NCAR | National Center for Atmospheric Research, Boulder (Colorado) |
| NCEP | National Centers for Environmental Prediction |
| OAM | Oceanic Angular Momentum |
| OMCT | Ocean Model for Circulation and Tides |
| OLGA | Off-line Land-surface GEOS Analysis |
| POCM | Parallel Ocean Climate Model |
| pro | prograd, Bewegung entgegen dem Uhrzeigersinn |
| retro | retrograd, Bewegung im Uhrzeigersinn |
| SLR | Satellite Laser Ranging |
| SMAV | soil moisture avarage, Bodenfeuchtedaten |

| | |
|------|---|
| SMMR | Nimbus-7 Scanning Multichannel Microwave Radiometer |
| TAI | Temps Atomic Internationale, Atomzeit |
| TOM | Tilt-Over Mode |
| TGP | Three Gorges Project, 3-Schluchten-Staudamm, China |
| UT1 | Universal Time 1, Weltzeit |
| VLBI | Very Long Baseline Interferometry |

Funktionen

| | |
|-------------------------|---|
| $\chi(t)$ | Anregungsfunktion in Koordinaten des CEP |
| $\psi(t)$ | Anregungsfunktion in einem starr rotierendem Bezugssystem |
| $r(t) = e^{-i\sigma t}$ | Übertragungsfunktion der Erde |
| $m(t)$ | Rotationsschwankungen in einem starr rotierendem Bezugssystem |
| $p(t)$ | Polbewegung in Koordinaten des CEP |
| $P(\omega)$ | Fouriertransformierte von $p(t)$ |
| $X(\omega)$ | Fouriertransformierte von $\chi(t)$ |
| $g(\Delta)$ | tabellierte Greensche Funktion für den Abstand Δ |

Symbole

| | |
|--------------------|--|
| A, B, C | Hauptträgheitsmomente der Erde |
| A_m, B_m, C_m | Hauptträgheitsmomente des Erdmantels |
| a | Erdradius |
| C_{nm}, S_{nm} | Stokesche Koeffizienten, Grad n , Ordnung m |
| dA | Kugelflächenelement |
| dV | Kugelvolumenelement |
| E^* | Gesamtenergie der Chandlerbewegung |
| e | Verdunstung, evapotranspiration |
| G | Gravitationskonstante |
| g | Erdbeschleunigung |
| ΔG | Änderung des Grundwasserhaushalts |
| \vec{H} | Gesamtdrehimpuls der Erde |
| \vec{h} | relative Drehimpulsanteile |
| i | imaginäre Zahl |
| k_2 | Lovesche Zahl für elastische Deformationen |
| k_f | $\approx k_s$, Lovesche Zahl einer flüssigen Erde |
| k'_n | Lovesche Auflastzahl für den Grad n |
| \vec{L} | von aussen an der Erde angreifende Drehmomente |
| LOD | Length of Day, konstante mittlere Tageslänge |
| ΔLOD | Tageslängenänderung |
| m_i | Polkoordinaten in einem starr rotierenden Bezugssystem |
| ΔO | Änderung des Wassergehaltes in den Ozeanen |

| | |
|---------------------|---|
| p | Niederschlag, precipitation |
| p_i | Polkoordinaten des zälestischen Ephemeridenpols |
| Q | Qualitätsfaktor für die Dämpfung |
| r | Abfluss, runoff |
| ρ | Dichte eines Massenelements |
| σ | beobachtete Chandlerfrequenz, inklusive Dämpfung |
| σ_e | Eulerfrequenz eines starren Körpers |
| σ_c | Chandlerfrequenz einer elastischen Erde |
| T_c | beobachtete Chandlerperiode |
| Θ | Trägheitstensor der Erde |
| $\delta\Theta_{ij}$ | Änderungen der Trägheitstensorkomponenten |
| U_n | Gravitationspotential für den Grad n |
| \vec{u} | Geschwindigkeit eines Massenelements im terrestrischen Bezugssystem |
| φ, λ | geographische Breite und Länge |
| ΔW | Änderung des Wasserdampfgehaltes (Feuchte) in der Atmosphäre |
| Ω | konstante mittlere Winkelgeschwindigkeit der Erde |
| $\vec{\omega}$ | Rotationsvektor der Erde |
| \vec{x} | Lagekoordinaten eines Massenelements im terrestrischen Bezugssystem |
| ζ | Dicke einer Massenschicht (z.B.: Schneehöhe, Meeresspiegel) |

Konstanten

| | |
|-------------------------|--|
| A | $= 8,0139 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ |
| C | $= 8,04 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ |
| C_m | $= 7,17 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ |
| a | $= \sqrt{(a_A \cos \varphi)^2 + (a_P \sin \varphi)^2}$ |
| a_P | $= 6356,752 \cdot 10^3 \text{ m}$ |
| a_A | $= 6378,132 \cdot 10^3 \text{ m}$ |
| G | $= 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ |
| g | $= 9,81 \text{ m s}^{-2}$ |
| k_2 | $= 0,29801$ |
| k_f | $= 0,94$ |
| k_2' | $= -0,3075$ |
| LOD | $= 86400 \text{ s}$ |
| Q | $= 100$ |
| ρ_{Schnee} | $= 300 \text{ kg m}^{-3}$ |
| ρ_{Litho} | $= 2750 \text{ kg m}^{-3}$ |
| ρ_{Astheno} | $= 3050 \text{ kg m}^{-3}$ |
| T_c | $= 433 \text{ Tage}$ |
| Ω | $= 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ |

Danksagung

Als Absolvent der Geophysik war ich in besonderem Maße auf die fachliche Hilfe in geodätischen Fragestellungen angewiesen. Die gute kollegiale Arbeitsatmosphäre am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut und die zuverlässige Unterstützung in Hard- und Softwareproblemen trugen ebenso zur Motivation und zum Gelingen dieser Arbeit bei, wie die vielen fachlichen Anregungen in zahlreichen Gesprächen. Ich möchte mich besonders bei meinem Betreuer Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schuh bedanken, der die Idee zu dieser Arbeit hatte und bei Dr.-Ing. B. Richter, von dem ich auf jede Frage eine exakte Antwort erwarten durfte.

Mein herzlicher Dank gilt ausserdem dem Institutsdirektor Hon.-Prof. Dr.-Ing. H. Drewes, den Mitarbeitern Dipl.-Ing. H. Schmitz-Hübsch, Dr.-Ing. habil. M. Schmidt, Dr.-Ing. W. Bosch, Dr.-Ing. M. Gerstl, Dipl.-Ing. H. Müller und meinen Mitstreitern Dr.-Ing. M. Baumgartner, Dr. rer.nat. O. Heidbach, Dipl.-Ing. V. Tesmer und Dipl.-Ing. F. Seitz.

Herrn Univ.-Prof. Dr. phil.nat. M. Rothacher vom Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie an der TU München, danke ich recht herzlich für die freundliche Übernahme der Arbeit als Doktorvater.

Für die Bereitstellung der Daten gilt mein Dank dem Data Assimilation Office am Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, 20771 und dem Goddard Distributed Active Archive Center. Ihre Aktivitäten werden als Teil des NASA Mission to Planet Earth Programms gesponsert.

Finanziell gefördert und unterstützt wurde diese Arbeit durch Projektmittel der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Forschungsvorhaben Dr 143/6-4) im Rahmen des Bündels *Rotation der Erde*.

Lebenslauf

Robert Dill

- 26.07.1969 geboren in München
Eltern: Peter und Burghild Dill
Familienstand: verheiratet
- 1975-1979 Grundschule in München / Fasangarten
1979-1989 mathematisch-naturwissenschaftliches Gymnasium Ottobrunn
1989-1990 15 Monate Grundwehrdienst
- 1990-1996 Studium der Geophysik, Ludwigs-Maximilians Universität München
1995 August: 10-wöchige Expedition des Deutschen Alpenvereins in die
boliv. Anden. Geowissenschaftliche Leitung und Gletschervermessung
1995-1996 Diplomarbeit, Thema: Perigramme und Möglichkeiten ihrer
Verwendung in der Migration mit Anwendung auf reflexionsseismische
Daten aus dem Umfeld der Kontinentalen Tiefbohrung KTB.
- 1996 Juli: Diplom der Geophysik
1996-1997: wissenschaftliche Mitarbeit im ANCORP-Projekt am
Geoforschungszentrum Potsdam
6-wöchige Reflexions- und Refraktionsseismik in Nordchile Bolivien
- 1997-2001 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut in München
Promotion im Rahmen des DFG-Forschungsvorhabens "Sekundäreffekte
Erdrotation" innerhalb des Bündels *Rotation der Erde*.

Index

- Übertragungsfunktion, 31
- 3-Schluchten-Staudamm, 76
 - Anregung durch, 77
 - LOD durch, 78
 - Polbewegung durch, 78
- Abfluss, 51, 54
- Anregung
 - indirekter Effekt, 19
 - physikalische Prozesse, 15
 - Primäreffekte, 18
 - Sekundäreffekte, 18
- Anregungsfunktion, 31, 34
 - χ - Funktion, 28
 - ψ - Funktion, 26
 - Berechnung, 42
 - Frequenzabhängigkeit, 42
 - Rotationsdeformation, 29
 - Stokesche Koeffizienten, 105
 - trigonometrische Terme, 44
- Aralsee, 72
 - Anregung durch, 75
 - LOD durch, 75
 - Polbewegung durch, 75
- Bewegungsgleichung
 - Eulersche, 21
 - Lösung, 31
 - Linearisierung, 24, 105
 - Liouvillesche, 22
- Bewegungsterm, 22
- Bezugssystem
 - Figurenachse, 22
 - terrestrisches, 22
- Biologischer Kreislauf, 79
- Bodenfeuchte, 57
 - Anregung durch, 57
 - LOD durch, 61
 - Polbewegung durch, 60
- CEP, 27
- Chandlerperiode, 29
- Dämpfung, 29
- Deformationen
 - Greensche Funktionen, 36, 109
 - indirekter Effekt, 35
 - Lovesche Auflastzahl, 35
 - Plattenbiegung, 37
- Drehimpuls
 - Ansatz, 21
 - Bilanz, 21
 - relative Anteile, 22, 23
- Drehmomentansatz, 21
- elastische Parameter, 39
- Entkopplung, 94
 - Mantelträgheitsmomente, 30
- Erdbeben, 81
- Erdrotationsschwankungen, 11
- Eulerperiode, 26
- Figurenachse, 22, 27
- Free Core Nutation, 33
- Greensche Funktionen, 36, 109
- Grundwasser, 51
 - Anregung durch, 55
 - Anregungsperioden, 49
 - LOD durch, 57
 - Polbewegung durch, 55
- Hauptträgheitsmomente, 30
- Hydrologie
 - Anregungsperioden, 49

- Bilanzierung, 47
- Grundwasserbilanz, 49
- Kreislauf, 47
- indirekter Effekt, 19, 95
 - Auflastdeformationen, 35
 - durch 3-Schluchten-Staudamm, 78
 - durch Aralsee, 75
 - durch Ozeanauflasten, 70
 - durch Schnee, 62, 67
 - Greensche Funktionen, 36
 - Lovesche Auflastzahl, 35
 - Oberflächendeformation, 36
 - Plattenbiegung, 37
- Kohlenstoffkreislauf, 79
 - Anregung durch, 80
- Kombination der Effekte, 91, 97
- Legendre-Polynome, 105
- Liouville
 - Bewegungsgleichung, 22
 - Linearisierte Bewegungsgleichung, 24, 105
 - Terme höherer Ordnung, 24
- LOD
 - siehe Tageslängenänderung, 12
- Massenerhaltung, 105
- Massenterm, 22
- Niederschlag, 51, 52
- Plattenbiegung, 37
- Polbewegung, 11, 107
 - Übertragungsfunktion, 31
 - Anfangsbedingungen, 46
 - Anregungsfunktion, 31
 - Anregungsspektrum, 32
 - CEP-Koordinaten, 27
 - Chandlerfrequenz, 29
 - Dämpfung, 29
 - Faltungsintegral, 107
 - Frequenzabhängigkeit, 42
 - Frequenzbereich, 32
 - komplexe Notation, 26
 - Lösung, 31
 - physikalisches Filter, 31
 - wichtige Perioden, 13
- Primäreffekte, 18, 91
- prograd, 85
- Qualitätsfaktor, 29
- retrograd, 85
- Rotationsdeformation, 28
- Rotationsvektor, 23
- Schnee, 61
 - Anregung durch, 61, 67
 - indirekter Effekt, 62, 67
 - LOD durch, 66, 71
 - Polbewegung durch, 65, 71
- Seen, 72
 - 3-Schluchten-Staudamm, 76
 - Aralsee, 72
- Sekundäreffekte, 18, 47
 - Ergebnisse, 88, 93, 95
 - jährliche und halbjährliche Anteile, 83
 - Zeigerdarstellung, 87
- soil moisture
 - siehe Bodenfeuchte, 57
- Stokesche Koeffizienten, 35
- Stokessche Koeffizienten, 104
- Tageslängenänderung, 12, 34
 - wichtige Perioden, 13
- Trägheitstensor, 22, 103
 - A,B,C, 23
 - in Kugelkoordinaten, 104
 - zeitabhängiger, 23
- Vektordiagramm, 87, 91
- Verdunstung, 51, 53
- Vulkanausbrüche, 81