

Seung Yong Oh

Modellierung und Entwicklung eines Flurförderzeugreifenmodells als Mehrkörpersystem



TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Fakultät für Maschinenwesen

Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik

Modellierung und Entwicklung eines Flurförderzeugreifenmodells als Mehrkörpersystem

Seung Yong Oh

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen

der Technischen Universität München

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Willibald A. Günthner
2. Prof. Dr.-Ing. Rainer Bruns,
Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg

Die Dissertation wurde am 30.06.2017 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 24.10.2017 angenommen.

Herausgegeben von:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Willibald A. Günthner

fml – Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik

Technische Universität München

Zugleich: Dissertation, München, Technische Universität München, 2017

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben – auch bei nur auszugsweiser Verwendung – dem Autor vorbehalten

Layout und Satz: Seung Yong Oh

Copyright © Seung Yong Oh, 2017

ISBN: 978-3-941702-89-9

Printed in Germany, 2017

Vorwort

Diese vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik (fml) der Technischen Universität München. Für die Unterstützung in dieser Zeit möchte ich mich bei mehreren Personen bedanken.

Die Grundlage der vorliegenden Arbeit bildet das von mir geleitete und bearbeitete Forschungsprojekt „Untersuchung und Modellierung der Schwingungsübertragung von Flurförderzeugreifen“. Ich bedanke mich bei allen Projektbeteiligten aus der Industrie und vom VDMA, die dieses Projekt sowohl zuerst ermöglicht, als auch mich mit ihrer Erfahrung und ihrem Wissen unterstützt haben. Bei der Forschungsgemeinschaft Intralogistik, Fördertechnik und Logistiksysteme (IFL) bedanke ich mich auch für die finanzielle Unterstützung des Forschungsprojekts.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Willibald A. Günthner, Leiter des Lehrstuhls für Fördertechnik Materialfluss Logistik, für das entgegengebrachte Vertrauen, seine Unterstützung und die gewährten Freiräume zur Bearbeitung dieses Forschungsthema. Zudem bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Rainer Bruns für die Übernahme des Koreferats. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer bedanke ich mich für die Übernahme des Vorsitzes des Prüfungsausschusses.

Bedanken möchte ich mich auch bei allen Mitarbeitern des Lehrstuhls und mitwirkenden Studenten für die gute Zusammenarbeit und eine stets angenehme Arbeitsatmosphäre. Ein ganz besonderer Dank gilt ist dabei Herrn Dr.-Ing. Gabriel Fischer, der mir in fachlichen Fragen stets ein kompetenter Berater war. Ich möchte mich auch bei Herrn Dr.-Ing. Michael Kleeberger für die Unterstützung in meiner Zeit am Lehrstuhl und die Mitwirkung bei der Korrektur der Arbeit bedanken, bei Herrn Matthias Amberger, Dr.-Ing. Rainer Ertl, Amin Lang für die stets freundschaftliche und anzutreffende Hilfsbereitschaft.

Der größte Dank gilt jedoch meiner Familie, die es mir durch ihre langjährige Unterstützung in allen Bereichen meines Lebensweges ermöglichte, diesen wichtigen Schritt in meinem beruflichen Werdegang nun abzuschließen.

München, im Dezember 2017

Seung Yong Oh

Kurzzusammenfassung

Bei der Entwicklung von Flurförderzeugen spielt die dynamische Simulation anhand von Mehrkörpermodellen eine zunehmende Rolle. Ein Schlüsselement sind dabei die Reifen, da sie durch die Übertragung von Kräften und Momenten zwischen Fahrzeug und Boden maßgeblich die Leistungsfähigkeit, die Sicherheit und den Komfort des Fahrzeugs beeinflussen. Zu diesem Zweck wird in der vorliegenden Forschungsarbeit ein neues Simulationsreifenmodell für Super-Elastik-Reifen (SE-Reifen) entwickelt. Dabei wird die SE-Reifenstruktur durch ein hinreichend genaues mechanisches Modell approximiert.

Nach dem Aufbau eines physikalischen SE-Reifenmodells wird das SE-Reifenmodell in der MKS-Software Adams/View abgebildet, wobei die Grundelemente, welche in Adams/View verfügbar sind, zur Modellierung ausreichen. Die inneren Gummischichten werden unter Verwendung von Feder-Dämpfer-Elementen in Adams/View modelliert. Als Randbedingung gilt, dass sich das Reifenmodell nur in einer Ebene bewegt. Querkräfte werden dabei durch dieses Modell nicht berücksichtigt.

Um das SE-Reifenmodell mit wenig Aufwand in eine Gesamtfahrzeugsimulation zu integrieren, wird der Modellansatz in Form von Bewegungsgleichungen in einer DLL-Datei hinterlegt. In der DLL-Datei stehen verschiedenen Routinen zur Verfügung, die unter Berücksichtigung von Eingangsparametern aus der Gesamtsimulation wie z. B der Felgenposition mit einem eigens implementierten numerischen Integrationsverfahren die Bewegungsgleichungen löst und die resultierenden Reifenkräfte und Momente an die Gesamtfahrzeugsimulation zurückgibt.

Zur Durchführung der Simulation in ADAMS/View werden die Kraft-Weg-Kennlinie, die dynamische Steifigkeits- und Dämpfungskennlinie für einzelne Feder-Dämpfer Element aus Messergebnissen bestimmt. Diese Kennlinie hängt von der Anzahl der Kontaktelemente und der Radlast sowie von der Fahrgeschwindigkeit ab und ist im SE-Reifenmodell als eine Funktion integriert.

Basierend auf den Ergebnissen der Simulationsstudie ist festzuhalten, dass das entwickelte SE-Reifenmodell in der Gesamtfahrzeugsimulation mit einem Gegengewichtsgabelstapler einsetzbar ist und die Eigenschaften des realen SE-Reifens hinreichend genau abbildet.

Modeling and Development of Industrial Truck Tire Model with Multi Body System

In the development of industrial trucks, the dynamic simulation based on the multi body system plays an increasing role. The tires here are essential elements, because they significantly influence the performance, safety and comfort of the vehicle by the transmission of forces and moments between the vehicle and the ground. For this reason, a new simulation model for super-elastic tires (SE-tires) is developed in this research work.

After building a geometric model of a SE-tire, it is displayed in Adams/View MBS software with the basic elements, which are available in Adams/View. To describe the deformation of the highly elastic inner layer, the spring-damper element is used. A boundary condition is applied to the model such that it can only move in one plane. The lateral forces are not considered in this model.

In order to integrate the SE-tire model into a complete vehicle simulation, the equation of motion of the SE-tire model is stored in a DLL File. In the DLL File, various routines, that solves the equation of motion of the SE-tire model taking into account the input parameters from vehicle simulation such as rim position, and returns the calculated tire forces and moments to the vehicle simulation, are available.

In order to perform the simulation in ADAMS/View, the force-displacement diagram, the dynamic stiffness and damping diagram for individual spring damper elements are determined from experimental results. These diagrams depend on the number of contact elements and the wheel load as well as on the vehicle speed, and they are integrated in the SE-tire model as a function.

Based on the results of this study, it can be stated that the developed SE-tire model can be used in the vehicle simulation of a fork lift truck, and accurately describe the characteristics of a real SE tire.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	I
Kurzzusammenfassung	III
Abstract	IV
Inhaltsverzeichnis	V
Formelzeichenverzeichnis	IX
1 Einleitung	1
1.1 Ausgangssituation und Problemstellung	1
1.1.1 Flurförderzeugreifen	2
1.1.2 Super-Elastik-Reifen	5
1.2 Zielsetzung	7
1.3 Vorgehensweise	8
1.4 Aufbau der Arbeit	10
2 Stand der Technik und Forschung	13
2.1 Reifenmodelle in der Simulation	13
2.2 Einteilung der Reifenmodelle nach Komplexität	14
2.3 Aktuelle Reifenmodellbeispiele nach Detaillierungsgrad	16
2.4 Reifenmodellierung	18
2.4.1 Theoretische Grundlage der Modellierung	18
2.4.2 Magic Formula Tire (MF-Tire)	25
2.4.3 MF-SWIFT Tire Modell	27
2.4.4 Fiala Tire Modell	30
2.4.5 UA Tire Modell	33
2.4.6 TMEASY Tire Modell	37
2.4.7 Flexible Ring Tire (FTire) Modell	39
3 Ableitung der Forschungsfragen	41
3.1 Forschungsfragen	41
3.2 Aufgabenstellung	43
4 SE-Reifenmodell als Mehrkörpersystem	45

4.1	Mehrkörpersysteme	45
4.1.1	Allgemeine Bewegungsgleichung für Mehrkörpersysteme	47
4.1.2	Linearisierung der Bewegungsgleichung	50
4.1.3	Darstellung dynamischer Systeme	52
4.1.4	Numerische Integrationsverfahren	52
4.2	Physikalischer Ansatz des SE-Reifenmodells	55
4.3	Mathematische Modellbildung	56
4.3.1	Bewegung der Felge und der Kontaktelemente	57
4.3.2	Die inneren Kräfte und Momente des SE-Reifenmodells	59
4.3.3	Kontaktvorgang	63
4.3.4	Formulierung einer Bewegungsgleichung zur Berechnung der radialen Einfederung	66
4.4	SE-Reifenkräfte und Momente	68
4.4.1	Kontaktkräfte	68
4.4.2	Longitudinale Kraft und Rollwiderstand	73
5	SE-Reifenmodell in ADAMS/View	75
5.1	Modellerstellung des SE-Reifenmodells	75
5.2	Einbindung des SE-Reifenmodells in ADAMS	77
5.2.1	Super Elastik Reifendatei	79
5.2.2	Straßendatei	81
5.2.3	Super Elastik Reifenfunktion	83
5.2.4	Numerische Simulation in ADAMS/View	88
6	Bestimmung der Modellparameter aus Messergebnissen	91
6.1	Experimentelle Untersuchung der vertikaldynamischen SE-Reifeneigenschaften	91
6.1.1	Hydropulserprüfstand	91
6.1.2	Trommelprüfstand	92
6.1.3	Durchführung der Fahrversuche	94
6.2	Statische Kennlinie des SE-Reifens	96
6.3	Dynamische Kennlinie des SE-Reifens	97
6.4	Bestimmung der Steifigkeit und Dämpfung für das SE-Reifenmodell	100
7	Verifikation und Validierung des SE-Reifenmodells	107
7.1	Verifikation des SE-Reifenmodells	107
7.2	Validierung des SE-Reifenmodells	108

7.2.1 Virtueller Hydropulserprüfstand	108
7.2.2 Virtueller Trommelprüfstand	112
7.3 Validierung mit Fahrversuchen	118
7.3.1 Beispielmodell mit Einbindung in ADAMS	118
7.3.2 Modellerstellung	128
7.3.3 Sensoraufbau	129
7.3.4 Ergebnisse	130
8 Zusammenfassung und Ausblick	137
Literaturverzeichnis	140
Abbildungsverzeichnis	147
Tabellenverzeichnis	153

Formelzeichenverzeichnis

Lateinische Buchstaben

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
C_α	$[N/mm]$	Schrägschlupfsteifigkeit
c_{ges}	$[N \cdot s/mm]$	Dämpfungskoeffizient in radialer Richtung
$c_r, c_{ce,n}$	$[N \cdot s/mm]$	radiale Dämpfung
C_γ	$[N/mm]$	Reifensturzsteifigkeit
C_s	$[N/mm]$	Reifenschlupfsteifigkeit
$c_{t,n}$	$[N \cdot s/mm]$	Dämpfungskoeffizient in Umfangsrichtung
$ct_{y,n}$	$[N \cdot mm \cdot s/rad]$	Torsionsdämpfungskoeffizient
C_x	$[N/mm]$	Reifenlängssteifigkeit
C_y	$[N/mm]$	Reifenquersteifigkeit
dp_i	$[MPa]$	Druckinkrement
f	$[Hz]$	Frequenz
f_R	$[-]$	Rollwiderstandsbeiwert
$f_{ce,n}^n$	$[N]$	radiale Feder-Dämpfer-Kraft
$f_{t,ce,n}^n$	$[N]$	Feder-Dämpfer-Kraft in Umfangsrichtung
f_N	$[N]$	Kontaktkraft
F_ξ	$[N]$	Längskraft auf Reifenaufstandsfläche
F_x	$[N]$	Längskraft
F_N	$[N]$	Radlast
F_r	$[N]$	Rollwiderstand
F_R	$[N]$	übertragbare Kraft
F_y	$[N]$	Seitenkraft
F_z	$[N]$	Vertikalkraft
k_{ges}	$[N/mm]$	Steifigkeitskoeffizient in radialer Richtung
$k_r, k_{ce,n}$	$[N/mm]$	radiale Steifigkeit
k_x	$[N/mm]$	Längssteifigkeit
$k_{t,n}$	$[N/mm]$	Steifigkeitskoeffizient in Umfangsrichtung
k_z	$[N/mm]$	vertikale Steifigkeit
$kt_{y,n}$	$[N \cdot mm/rad]$	Torsionssteifigkeitskoeffizient
l	$[mm]$	Länge der Aufstandsfläche
l_n	$[-]$	dimensionslose Länge der Reifenaufstandsfläche
M_y	$[N \cdot mm]$	Rollwiderstandsmoment
$M_{y,n}$	$[N \cdot mm]$	Biegemoment
M_z	$[N \cdot mm]$	Rückstellmoment
m	$[kg]$	Masse

n_T	[<i>mm</i>]	Reifennachlauf
P	[<i>MPa</i>]	Fülldruck
p_e	[<i>mm</i>]	Eindringtiefe
r_{dyn}	[<i>m</i>]	dynamischer Rollradius
R_0, r_0	[<i>mm</i>]	unbelasteter Radius
R_Ω	[<i>mm</i>]	freier Reifenradius
S_α	[–]	Querschlupf
S_n	[–]	Parameter für die Länge der Reifenaufstandsfläche
S_γ	[–]	Sturzschlupf
S_s	[–]	Längsschlupf
$S_{s\alpha}$	[–]	Gesamtschlupf (Längs- und Querschlupf)
S_{sc}	[–]	kritischer Längsschlupf
V_0	[<i>mm/s</i>]	Sollgeschwindigkeit
V_{sx}	[<i>mm/s</i>]	Schlupfgeschwindigkeit
v_x, V_x	[<i>mm/s</i>]	Längsgeschwindigkeit
w	[<i>mm</i>]	Breite der Aufstandsfläche

Griechische Buchstaben

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
α	[<i>rad</i>]	Schräglaufwinkel
α^*	[<i>rad</i>]	verzögerter Schräglaufwinkel
α_c	[<i>rad</i>]	kritischer Schräglaufwinkel
κ	[–]	Reifenlängsschlupf
κ^*	[–]	verzögertes Reifenlängsschlupf
Ω	[<i>rad/s</i>]	Drehgeschwindigkeit
σ_{max}	[<i>MPa</i>]	maximal übertragbare Schubspannung
σ_ξ	[<i>MPa</i>]	Längsspannung
ρ	[<i>mm</i>]	Einfederung
$\dot{\rho}$	[<i>mm/s</i>]	Geschwindigkeit der Einfederung
γ	[<i>rad</i>]	Sturzwinkel
τ_γ	[<i>MPa</i>]	Schubspannung
μ	[–]	Reibwert
μ_{Haft}	[–]	Haftreibwert
μ_{Gleit}	[–]	Gleitreibwert
μ_{max}	[–]	maximaler Reibwert
μ_{min}	[–]	minimaler Reibwert
μ_x	[–]	Reibkoeffizient in Längsrichtung
λ_α	[–]	Einlauflängen für Reifenlängskraft

λ_k	$[-]$	Einlaufängen für Reifenquerkraft
ω	$[rad/s]$	Rollgeschwindigkeit

Matrizen und Vektoren

Formelzeichen	Bedeutung
α	rotatorische Beschleunigung
a	translatorische Beschleunigung
A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
D	Dämpfungsmatrix
f	Kraftvektor
$G_{rim}, G_{ce,n}$	Gewichtskraft
h	Erregerkräfte
I	Trägheitstensor
J	Jacobimatrix
J_T	Jacobimatrix der Translation
J_R	Jacobimatrix der Rotation
k	verallgemeinerte Kreiselkräfte
K	Steifigkeitsmatrix
l	Momentenvektor
M	Massenmatrix
$N, N_{ce,i}$	Kontaktkräfte
P	geschwindigkeitsabhängige Kräfte
q	eingeprägte Kräfte
Q	lageabhängige Kräfte
$r_i, r_{ce,i}, r_{t,n}$	Ortsvektor
r_n	Abstand zwischen Felge und Kontaktelement
S_i	Drehtensor
v_x	Geschwindigkeitsvektor
\bar{v}_x	lokale Geschwindigkeit
ω, ω_i	Winkelgeschwindigkeit
$\bar{\omega}_i$	lokale Winkelgeschwindigkeit
y	verallgemeinerte Koordinaten

1 Einleitung

1.1 Ausgangssituation und Problemstellung

Als zentrales Bindeglied zwischen Fahrbahn und Fahrzeug hat der Reifen eine entscheidende Bedeutung für die Fahrdynamik und die Fahrsicherheit. Alle Kräfte, die das Fahrzeug auf einem vorgegebenen Kurs halten, werden über den Reifen-Fahrbahn-Kontakt übertragen. Aus diesem Grund befassen sich seit den Anfängen der Fahrzeugentwicklung eine große Anzahl von Forschungsarbeiten mit dieser Komponente [Ein-2010; Hol-2006; Chi-2012]. In der Fahrzeugentwicklung haben sich mittlerweile computergestützte Methoden etabliert [Mey-2007]. Das Ziel dabei ist, das spezifische Reifenverhalten unter den oft stark variierenden Randbedingungen wie Radlast, Schräglauf, Sturz, Geschwindigkeit, Fülldruck, Temperatur, Alterung, Fertigungstoleranz und Reibwertschwankung durch Reifenmodellansätze möglichst exakt vorherzusagen. Dadurch können aufwendige Versuche zur Ermittlung des Reifenverhaltens und die damit verbundenen Versuchskosten reduziert werden. Diese Zielsetzung wird bei der Entwicklung einer Vielzahl von Reifenmodellen verfolgt [Sch-2016, S. 5ff.]. Die Modelle bilden das Verhalten von Pkw-Luftreifen ab und werden bei der Untersuchung der Fahrdynamik eingesetzt (vgl. Abbildung 1-1 und Abbildung 1-2). Dabei werden die zur Durchführung von Simulationsrechnungen erforderlichen Fahrzeug- und Reifendaten in Versuchsreihen experimentell bestimmt.

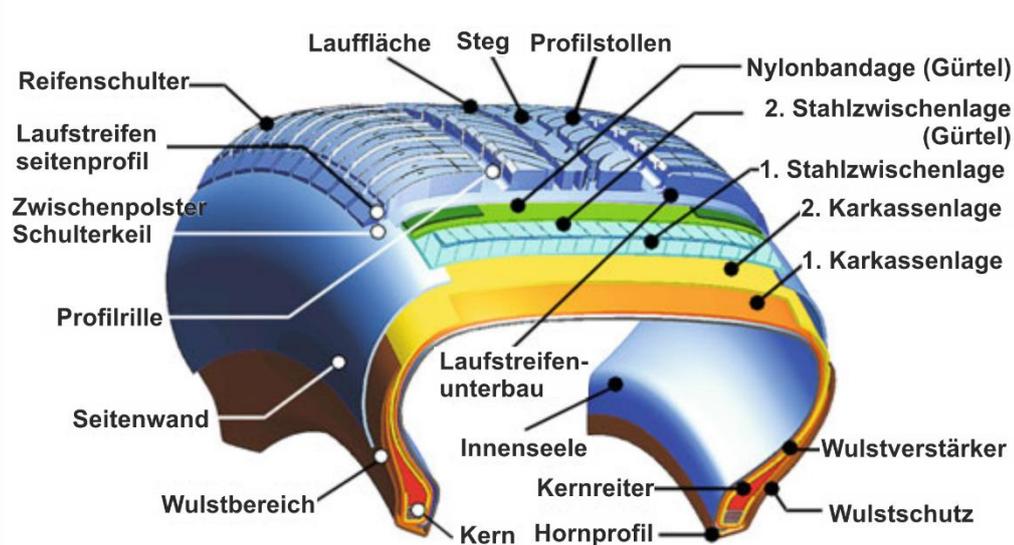


Abbildung 1-1: Konstruktionselemente eines Pkw-Luftreifens nach [Hol-2006]

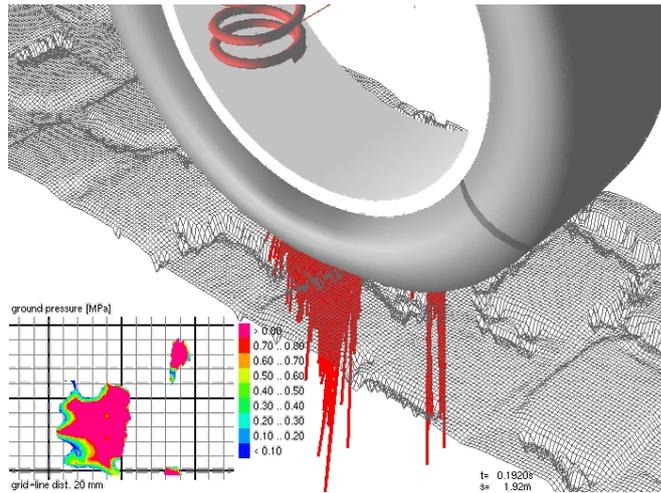


Abbildung 1-2: FTire Reifensimulation nach [Cos-2013]

1.1.1 Flurförderzeugreifen

Die Bereifung von Flurförderzeugen wird für eine Fahrgeschwindigkeit von nicht mehr als 25 km/h gebaut. Aufgrund der relativ hohen Raddrücke werden sie nur auf befestigten Böden eingesetzt. Flurförderzeugreifen werden nach [VDI2196] gemäß ihrer Bauart in Luftreifen, Solidreifen, Vollgummireifen und Polyurethanreifen (PU-Reifen) eingeteilt. Solidreifen werden auch als Super-Elastik-Reifen (SE-Reifen) bezeichnet. Beim Einsatz eines Reifens im Flurförderzeug werden folgende Reifeneigenschaften gefordert: hohe Tragfähigkeit, guter Fahrkomfort, geringer Rollwiderstand und starke Zugkraftübertragung [VDI2196].

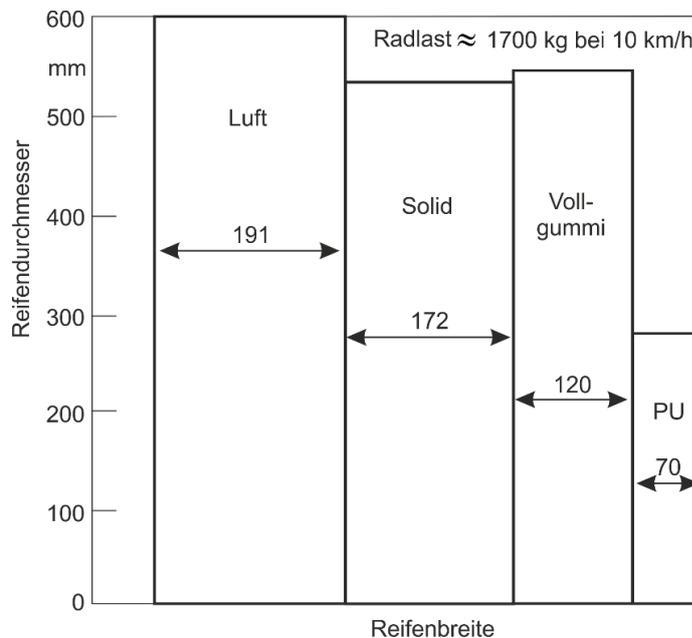


Abbildung 1-3: Verhältnis Breite zu Durchmesser bei verschiedenen Reifenbauarten [VDI2196]

Tragfähigkeit

Die Tragfähigkeit eines Reifens wird von der Reifenbauart beeinflusst. Allgemein steigt sie mit größeren Radabmessungen [VDI2196]. Bei Flurförderzeugen wird der SE-Reifen häufig eingesetzt, da die Tragfähigkeit mit kleinen Radabmessungen erhöht werden kann (vgl. Abbildung 1-3). Demzufolge lassen sich die Herstellungskosten reduzieren [VDI2196].

Federung

Abbildung 1-4 zeigt die Einfederungseigenschaft unterschiedlicher Reifen, die durch Eindrückung unter Einwirkung einer bestimmten Radlast an der Berührungsstelle mit der Fahrbahn auftreten [VDI2196].

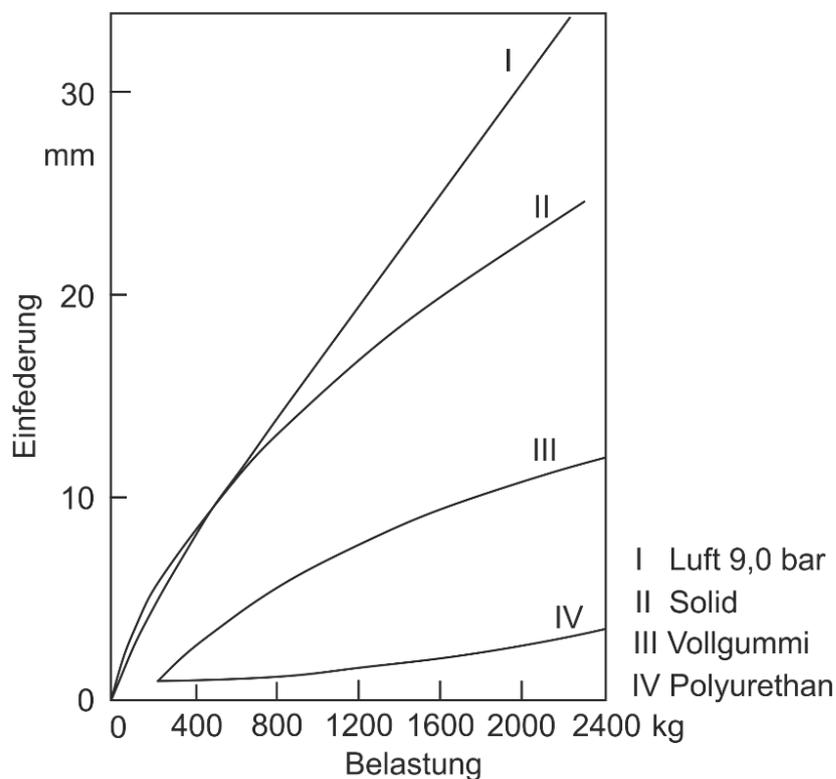


Abbildung 1-4: Verhältnis zwischen Einfederung und Belastung [VDI2196]

Im Allgemeinen beeinflusst die Einfederung den Fahrkomfort der Flurförderzeuge aufgrund von der Abrollweichheit des Reifens. Nach [VDI2196] ist der Fahrkomfort bei Vollreifen durch besonders große Einfederung zu verbessern. Die Verbesserung des Fahrkomforts bei Vollreifen wird durch eine Erhöhung des Absorptionsvermögens ermöglicht. Die starke Einfederung beeinflusst Geradeauslauf, Lenkexaktheit, Seitenführungskräfte, Standsicherheit und Querstabilität.

Rollwiderstand

Der Rollwiderstand ergibt sich aus der Umfangskraft des bereiften Rades und enthält die nicht wiedergewinnbare Verformungsarbeit infolge innerer Hystereseverluste. Der Rollwiderstand entsteht, wenn der Reifen beim Abrollen die Verformungszone an der Kontaktstelle auf der Fahrbahn durchläuft. Dabei wird der Reifen in mehreren Richtungen gestaucht und gedehnt. Die geleistete Arbeit aus innerer Reibung wird dabei in Wärme umgesetzt.

Der Rollwiderstand nimmt mit der Radlast, Radbreite, Unebenheit und Rauigkeit der Fahrbahn, der Masse des zu verformenden Elastomers sowie des Hystereseverlustes zu, ist aber von der Fahrgeschwindigkeit unabhängig. Demgegenüber wird der Rollwiderstand mit steigendem Raddurchmesser reduziert. Bei Reifen mit verstärkten Laufflächen und Seitenwänden entsteht ein etwas größerer Rollwiderstand und das Schadensrisiko durch thermische Belastung steigt [VDI2196].

Die Bestimmung des Rollwiderstands erfolgt mit dem Rollwiderstandsbeiwert f_R und der Radlast F_N zu:

$$F_r \leq f_R \cdot F_N \quad (1-1)$$

Dabei sollte der Rollwiderstandsbeiwert f_R folgende Werte nicht übersteigen [VDI2196; VDI2196-2]

- SE-Reifen: $f_R \leq 1,8\%$
- Luftreifen, diagonal: $f_R \leq 2,2\%$
- Luftreifen,radial: $f_R \leq 1,8\%$
- Elastik-Bandagen: $f_R \leq 2,2\%$
- PU-Reifen: $f_R \leq 1,2\%$

Abbildung 1-5 zeigt das Verhältnis der Umfangskraft zu Radlast für Flurförderzeugreifen. Die Umfangskraft für Solidreifen ist deutlich größer als für Luftreifen. Damit tritt ein höherer Rollwiderstand auf und damit einhergehend entstehen hohe Energieverluste. Zum Erzielen eines geringen Rollwiderstands wird ein Reifenelastomer mit großer Elastizität benötigt, mit dem eine geringe Dämpfung ermöglicht wird [VDI2196].

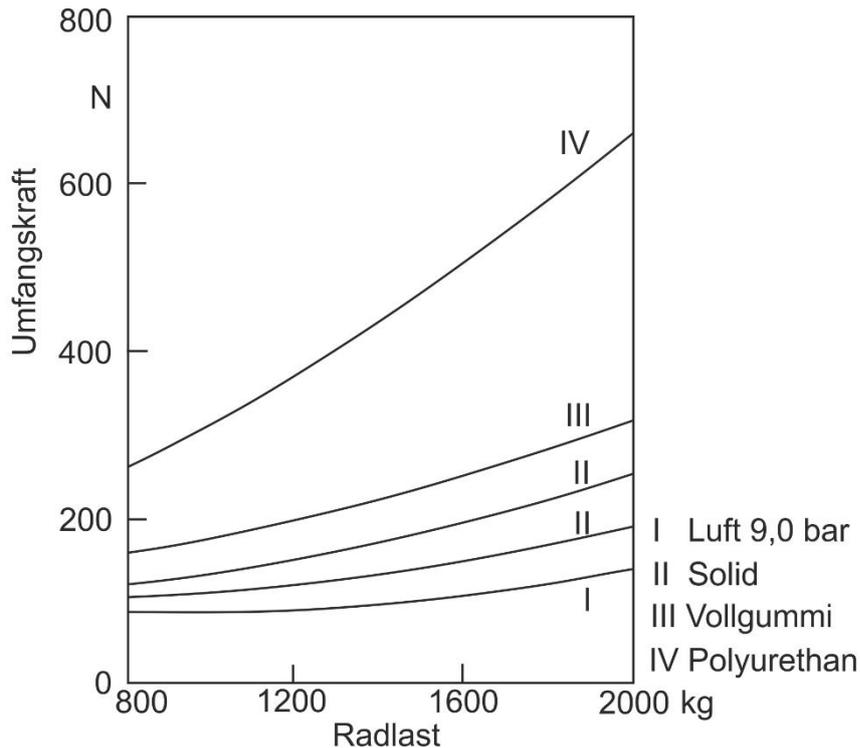


Abbildung 1-5: Verhältnis Umfangskraft zu Radlast [VDI2196]

Zugkraftübertragung

Die Antriebs- und Bremskräfte werden durch die Reibung zwischen Reifen und Straße am Reifen übertragen. Die Größe der übertragbaren Kraft F_R wird durch die Radlast F_N und den Reibungskoeffizienten μ bestimmt:

$$F_R \leq \mu \cdot F_N \quad (1-2)$$

Dabei hängt der Reibungskoeffizient μ vom Reifen und der Fahrbahn ab.

Im Allgemeinen erhöht das Profil den Kraftschluss zwischen Reifen und Fahrbahn bei Luftreifen von Straßenfahrzeugen durch eine formschlüssige Verzahnung. Eine Reifenprofilierung kommt nur bei Reifen zum Einsatz, die für größere Geschwindigkeiten und auf nicht befestigten sowie stark verschmutzten Fahrbahnen verwendet werden [VDI2196].

1.1.2 Super-Elastik-Reifen

Der SE-Reifen ist aus mehreren radialen Schichten unterschiedlicher Gummimischungen aufgebaut, welche zur Einstellung verschiedener Eigenschaften dienen (vgl. Abbildung 1-6). So sorgt die hochelastische Zwischenschicht im Reifen für einen geringen Rollwiderstand und damit für eine geringe Erwärmung [Con-2007, S. 30]. Gleichzeitig ist diese Schicht für den Schwingungskomfort verantwortlich, da sie Bodenuneben-

heiten ausgleicht und Stöße und Schläge, die auf das Fahrzeug und das Transportgut übertragen werden, minimiert.

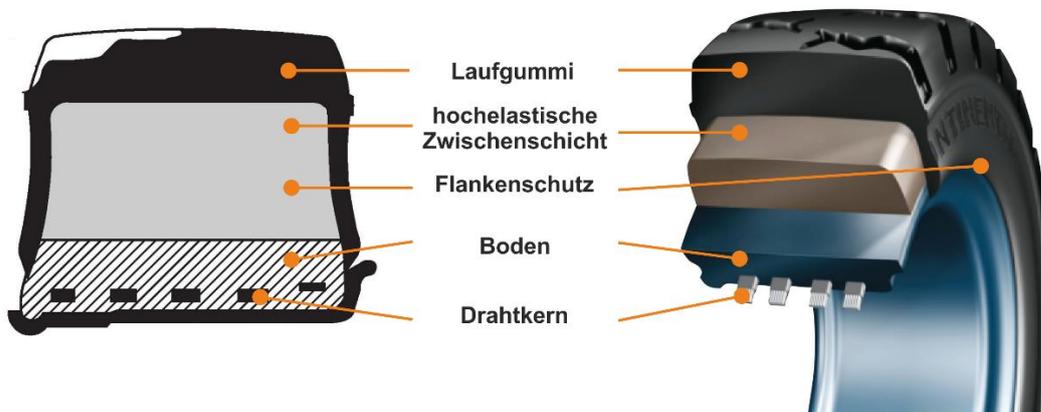


Abbildung 1-6: Aufbau von SE-Reifen nach [Con-2007]

Die Vorteile der SE-Reifen gegenüber Luftreifen liegen zu dem in der Pannensicherheit, der Wartungsfreiheit und der höheren Laufleistung. Sie eignen sich besonders für Anforderungen an erhöhte Standsicherheit. Darüber hinaus zeichnen sich die SE-Reifen durch eine sehr hohe Tragfähigkeit und Wirtschaftlichkeit aus. Deshalb werden sie in langsam fahrenden oder gezogenen Fahrzeugen, insbesondere bei Gabelstaplern, Flughafenfahrzeugen, Schwerlasttransportfahrzeugen, Plattformwagen und Industriefahrzeugen eingesetzt. In etwa 69% der in Europa betriebenen Gabelstaplern werden SE-Reifen aufgrund von Stabilität und Lebensdauer sowie der Pannensicherheit eingesetzt. In etwa 24% bzw. 7% werden Luft- und PU-Reifen verwendet [Egb-2009, S. 9ff.].

Bei der Auswahl der Bereifung von Gabelstaplern spielt die hohe Tragfähigkeit eine wichtige Rolle, wobei die Fahrgeschwindigkeit, das Einsatzgebiet und die Reifenkonstruktion weitere Einflussgrößen sind. Obwohl eine große Anzahl der SE-Reifen zum Einsatz kommt, wurden die SE-Reifen bisher sehr wenig untersucht. Die genaue Beschreibung des SE-Reifenverhaltens bzw. der SE-Reifeneigenschaften ist daher noch nicht möglich. Die verfügbare Literatur über das Verhalten von den SE-Reifen finden sich in [Rap-1988, Bus-2010; Bru-2012].

In der Flurförderzeugentwicklung erfordern ebenso steigende Anforderungen und Komplexität der Entwicklungsaufgaben sowie erheblicher Zeit- und Kostendruck den umfangreichen Einsatz von CAE-Werkzeugen zur effizienten Gestaltung des Entwicklungsprozesses. Dabei sind eine genaue Kenntnis der Reifeneigenschaften und die Auswahl geeigneter Reifenmodelle von wesentlicher Bedeutung [Sch-2006, S. 2]. In der Simulation des Gesamtsystems Gabelstapler, die sich zu einem nicht mehr wegzudenkenden Element der technischen Logistik entwickelt hat, werden bestehende

Pkw-Luftreifen Modelle eingesetzt. Diese Modelle spiegeln nur unzureichend das Verhalten von SE-Reifen wider. Insbesondere werden die Eigenschaften der hochelastischen Zwischenschicht überhaupt nicht in die Modelle überführt, da die Zwischenschicht in den Reifenmodellen nicht berücksichtigt wird.

1.2 Zielsetzung

Ziel des Forschungsvorhabens ist die Entwicklung eines Reifenmodells für die Mehrkörpersimulation. Dabei soll die SE-Reifenstruktur durch ein hinreichend genaues mechanisches Modell approximiert werden. Dieses Modell soll die linearen und nichtlinearen statischen und niederfrequenten dynamischen Eigenschaften des SE-Reifens so genau wie möglich widerspiegeln. Darüber hinaus soll das Modell ohne wesentliche Einschränkungen im Zeitbereich eingesetzt werden können, da das Reifenmodell zur Durchführung der Gesamtfahrzeugsimulation mit MKS-Software für die Entwicklung von Staplern genutzt werden soll. Im Rahmen des Forschungsvorhabens soll das vertikaldynamische Verhalten des bei Gabelstaplern verwendeten SE-Reifens abgebildet werden. Es wird daher angenommen, dass sich das Reifenmodell nur in einer Ebene bewegt.

Um das Forschungsziel zu erreichen, werden im ersten Schritt die theoretischen und praktischen Anforderungen an ein SE-Reifenmodell für Gabelstapler definiert:

- Das SE-Reifenmodell ist als nichtlineares Schwingungsmodell in vertikaler Richtung konzipiert.
- Die physikalische Modellbildung erfolgt nicht auf dem Weg einer empirischen Beschreibung, sondern durch die Abbildung der vorherrschenden mechanischen Zusammenhänge. Dabei werden Reifenkräfte und –momente, die ausreichend genau durch einen abstrakten mathematischen Ansatz beschrieben werden sollen, als Ergebnis einer physikalisch orientierten Modellierung berechnet.
- Bei der Modellierung eines SE-Reifens soll die hochelastische Zwischenschicht berücksichtigt werden.
- Aufgrund der hochelastischen Zwischenschicht ist davon auszugehen, dass die Radlast mit der Ermittlung der Reifenparameter berücksichtigt werden muss.
- Die Modellbildung des SE-Reifenmodells wird in einer Mehrkörpersimulationssoftware (MKS-Software) implementiert, da MKS-Software für die Entwicklung von Staplern oft genutzt werden.

Gemäß den Anforderungen soll das SE-Reifenmodell auf dem methodischen Ansatz eines Mehrkörpersystems beruhen, um das Reifenverhalten in Betriebspunkten vorherzusagen. Darüber hinaus soll das Reifenmodell umfassende Simulationen im Bereich der Vertikaldynamik ermöglichen. Die Anregung von Schwingungen und Stößen durch die Fahrbahn und deren Übertragung auf das Flurförderzeug sollen mithilfe des Reifenmodells nachgebildet werden. Neben der Erstellung eines numerischen Reifenmodells soll die Schaffung einer Datenbasis mit dynamischen Reifenkennwerten ermöglicht werden, welche im Reifenmodell Anwendung finden.

1.3 Vorgehensweise

Im Forschungsprojekt „Untersuchung und Modellierung der Schwingungsübertragung von Flurförderzeugreifen“ [Oh-2012] wurde bereits der Entwicklungsprozess eines SE-Reifenmodells dargestellt (vgl. Abbildung 1-7). Anhand dieses Prozesses wird das SE-Reifenmodell weiterentwickelt und verbessert. Insbesondere sollen die Validierung des SE-Reifenmodells und die Programmierung der Subroutine zur Erhöhung der Genauigkeit fokussiert werden, so dass eine Gesamtfahrzeugsimulation mit dem Reifenmodell mithilfe der Implementierung mit DLL-Datei durchgeführt werden kann.

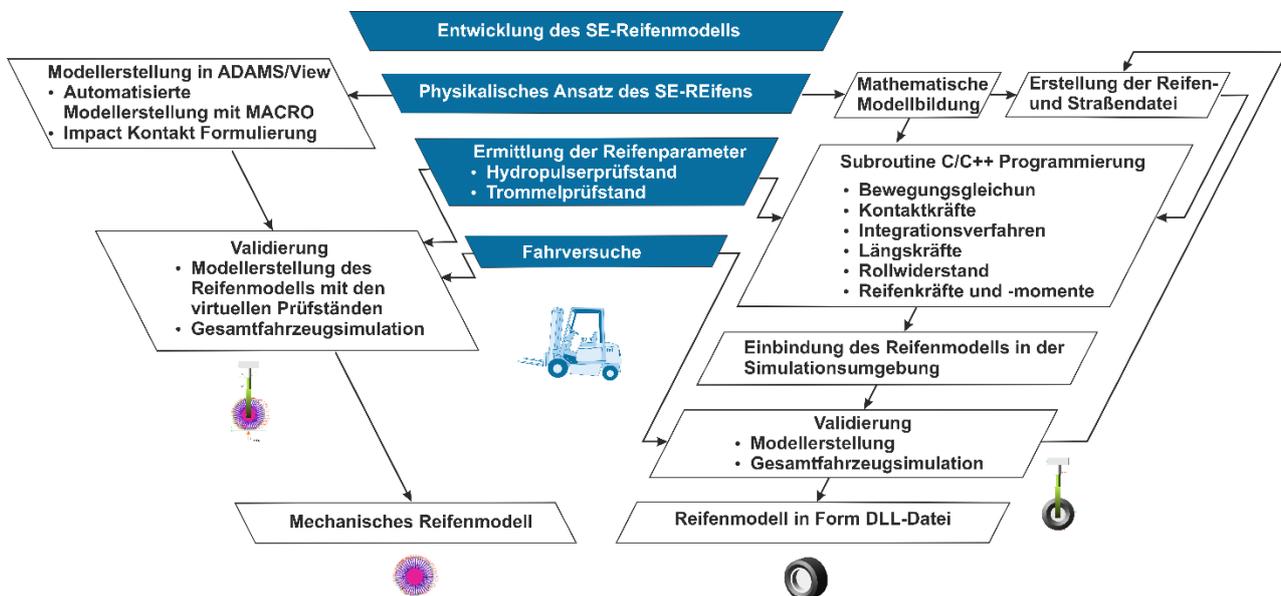


Abbildung 1-7: Vorgehensweise zur Entwicklung des SE-Reifenmodells

In diesem Kapitel wird ein kurzer Überblick über das methodische Vorgehen zur Erreichung des Forschungsziels dargestellt.

Das SE-Reifenmodell wird in der MKS-Software Adams/View abgebildet, wobei die Grundelemente, welche in Adams/View verfügbar sind, zur Modellierung verwendet

werden. Die inneren Gummischichten werden unter Verwendung von Feder-Dämpfer-Elementen in Adams/View modelliert. Als Randbedingung gilt, dass sich das Reifenmodell nur in einer Ebene bewegt. Somit besitzt jeder Körper drei Freiheitsgrade – zwei translatorische und einen rotatorischen. Querkräfte werden durch dieses Modell nicht berücksichtigt. Das Simulationsmodell wird unter Verwendung von Makros in Adams/View automatisch generiert, um dem Anwender den Aufbau des Modells zu erleichtern.

Als nächster Schritt wird der Modellansatz in Form von Bewegungsgleichungen in einer DLL-Datei hinterlegt, um das Reifenmodell mit wenig Aufwand in eine Gesamtfahrzeugsimulation zu integrieren. In der DLL-Datei stehen verschiedene Routinen zur Verfügung, wobei die Nutzung der DLL in der Mehrkörpersimulationsumgebung in folgenden Schritten erfolgt [MSC-2012a; MSC-2012b; MSC-2012c]:

- Einlesen der SE-Reifendatei und der Straßendatei, in denen die Reifen- und Straßeneigenschaften als ASCII Datei definiert werden.
- Berechnung der Kontaktkräfte und des Rollwiderstands.
- Berechnung der Deformation der inneren Gummischichten anhand der Bewegungsgleichungen.
- Rückgabe der resultierenden Reifenkräfte und Momente.

Im Rahmen der Validierung wird die hinreichende Übereinstimmung des Simulationsmodells mit dem zu Grunde liegenden technischen System geprüft. Dabei wird sichergestellt, dass das Modell das dynamische Verhalten des SE-Reifens realitätsnah und fehlerfrei widerspiegelt. Dies erfolgt durch den Vergleich mit Messergebnissen, wobei diese bereits von einem Hydropulser- sowie Trommelprüfstand zur Verfügung stehen. Während auf dem Hydropulser das stehende Rad hinsichtlich seiner Einfederung bei periodischer Kraftanregung untersucht wird und die Steifigkeit des Reifens im Vordergrund steht, erfährt das Rad auf dem Trommelprüfstand bei Schwellenüberfahrt einen Stoß, bei dem das Dämpfungsverhalten sowie die Hindernisüberfahrt in den Fokus genommen wird.

Abschließend wird im Zuge der Validierung das Reifenmodell innerhalb einer Gesamtfahrzeugsimulation eines Gegengewichtsgabelstaplers eingesetzt und die erzeugte DLL-Datei für SE-Reifenmodell in der Simulationsumgebung eingebunden.

1.4 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Forschungsarbeit orientiert sich an dem in Abbildung 1-8 dargestellten Aufbau der Arbeit. Im ersten Kapitel wird auf die aus der Ausgangssituation abgeleitete Problemstellung und die Zielsetzung sowie die Vorgehensweise zur Entwicklung eines SE-Reifenmodells eingegangen. Kapitel 2 widmet sich mit dem Stand der Technik und Forschung zuerst dem Thema der Pkw-Reifenmodelle und stellt damit die Einteilung der bisherigen Reifenmodelle dar, welche in der Fahrzeugsimulation eingesetzt werden. Zudem werden die bei Modellierung eines Reifens benötigten mathematischen Ansätze und die Modellbildung der bestehenden Reifenmodelle erläutert. Aus diesen Erkenntnissen werden in Kapitel 3 die Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit abgeleitet.

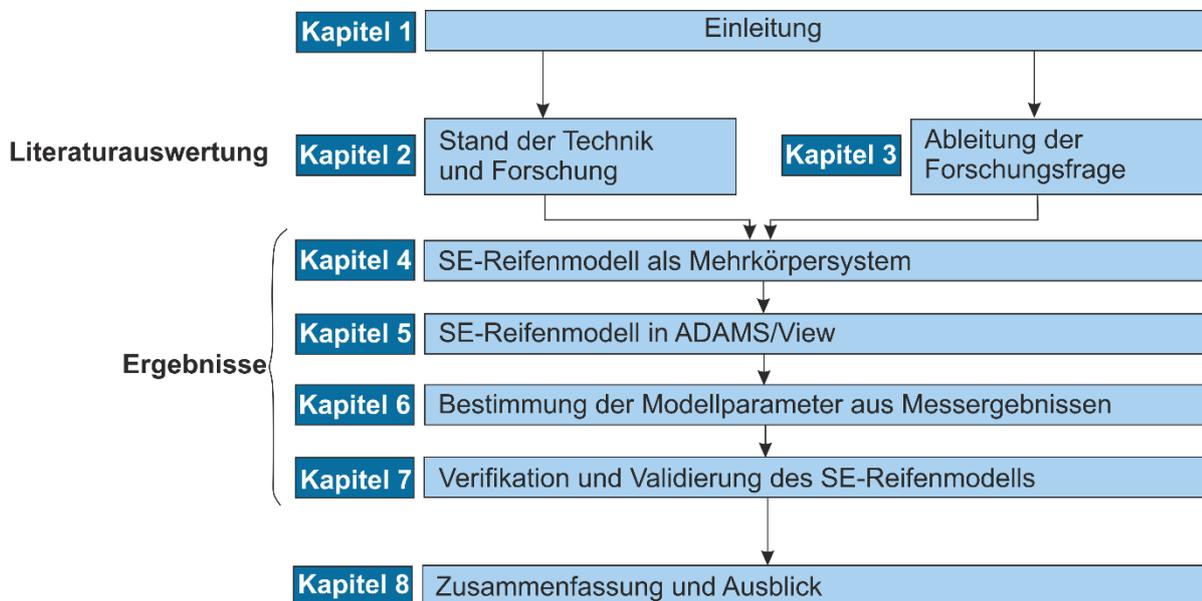


Abbildung 1-8: Aufbau der Arbeit

Die mathematische Modellierung des SE-Reifens findet in Kapitel 4 statt. Dabei wird ein physikalischer Ansatz für SE-Reifen anhand eines Mehrkörpersystems (MKS) vorgestellt und die Bewegungsgleichungen des SE-Reifenmodells hergeleitet. Dazu werden Gleichungen zur Berechnung der Reifenkräfte und –momente beschrieben. In Kapitel 5 folgt die Modellerstellung des SE-Reifenmodells in ADAMS/View und die Einbindung des SE-Reifenmodells mithilfe einer DLL-Datei in ADAMS, die von ADAMS/Solver während der Simulation aufgerufen wird. Dabei wird die entsprechende SE-Reifendatei und die SE-Reifenfunktion vorgestellt, in der die Bewegungsgleichungen des SE-Reifenmodells und die Routine zur Berechnung der Reifenkräfte und –momente mit der Programmiersprache C/C++ programmiert ist.

Im Rahmen der Untersuchung erfolgt die Bestimmung der Modellparameter aus Messergebnissen in Kapitel 6, wobei die Reifenkennlinie in der Abhängigkeit von der Radlast und der Geschwindigkeit sowie der Anzahl der Kontaktelemente ermittelt wird. Anschließend wird die Verifikation und Validierung des entstandenen SE-Reifenmodells mit den abgeleiteten Reifenparametern erläutert. Die Gegenüberstellung von Mess- und Simulationsergebnisse dienen der Validierung des Modells.

Abschließend enthält Kapitel 8 eine Zusammenfassung der Forschungsergebnisse und gibt einen Ausblick auf den weiteren Forschungsbedarf zu diesem Thema.

2 Stand der Technik und Forschung

Fahrzeugsimulationen werden in vielfältigen Anwendungen in Forschung und Entwicklung in den Bereichen Fahrdynamik oder Simulation von Akustik- und Komforteigenschaften eingesetzt. Die Interaktion zwischen Fahrzeug und Fahrbahn spielt dabei eine wichtige Rolle, weshalb auch dem Reifen als kraftübertragendem Element eine besondere Bedeutung zukommt.

Für die Modellierung von Reifen für die Verwendung im Rahmen der Mehrkörpersimulation (MKS) existieren je nach Anforderung der Anwendung verschiedene Arten von Modellen.

2.1 Reifenmodelle in der Simulation

Zur Untersuchung der Interaktion zwischen Fahrzeug und Fahrbahn ist in den meisten Modellen nicht erforderlich, genaue Kenntnis über die internen, physikalischen Vorgänge des Reifens zu haben. Vielmehr genügt es, wenn das Reifenmodell als „Black Box“ die benötigten Kräfte und Momente in Abhängigkeit bestimmter Eingangsgrößen berechnen kann. Dies gilt vor allem dann, wenn der Reifen selbst gar nicht im Fokus der Simulation steht.

Eine Beschreibung des Reifenverhaltens mit dem linearen Einspurmodell ist zwar für Grundsatzuntersuchungen ausreichend, lässt aber keine Aussagen im Grenzbereich der Fahrdynamik zu. Reifen-Kennfelder erfordern einen hohen Messaufwand und ermöglichen keine Extrapolation über die gemessenen Daten hinaus. Aus diesem Grund ist die detaillierte Abbildung des nichtlinearen Kraftübertragungsverhaltens von Fahrzeugreifen nur mit komplexen Rechenmodellen möglich.

Als Eingangsgrößen eines solchen Reifenmodells dienen, wie Abbildung 2-1 erkennen lässt, Position und Orientierung der Felgenmitte, sowie Translations- und Rotationsgeschwindigkeit der Felge. Darüber hinaus werden Informationen zur Straße benötigt, die meist von einem ebenfalls in die Simulation integrierten Straßenmodell geliefert werden. Die vom Reifenmodell an die Simulationsumgebung zurückgegebenen Größen sind die an der Felge wirkenden Kräfte und Momente. Weitere Reifenparameter, wie Schlupf und Schräglaufwerte spielen für querdynamische Reifenmodelle eine wichtige Rolle und werden nur als interne Zustandsgrößen innerhalb des Modells verwendet.

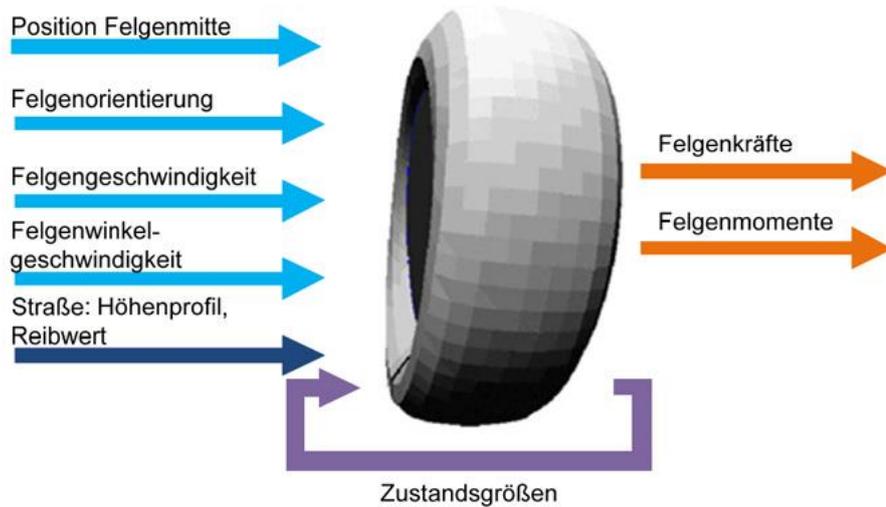


Abbildung 2-1: Eingangs- und Ausgangsgrößen beim Reifen nach [Gip-2010]

Aufgrund der vielfältigen Einsatzgebiete der Reifensimulationen wurde eine große Anzahl verschiedener Reifenmodelle entwickelt, die meist sehr speziell auf ihren Einsatzzweck zugeschnitten sind. Diese lassen sich hinsichtlich der Modellierung der physikalischen Effekte oder des verwendeten mathematischen Ansatzes unterscheiden.

2.2 Einteilung der Reifenmodelle nach Komplexität

Schramm et al. schlagen eine Einteilung in die drei Modellarten mathematische Modelle, physikalische Modelle und Mischformen vor [Sch-2010]. Die mathematischen Modelle sind hier der experimentellen Modellbildung zuzuordnen und die physikalischen Modelle der theoretischen Modellbildung.

Heißing teilt die Reifenmodelle in den Frequenzbereich ein, für den diese gültig sind sowie in die Komplexität und Dauer der Berechnung. Er teilt die Reifenmodelle MF-SWIFT [Oos-2000; TNO-2008; Bes-2006; Bes-2002; Bes-2010], RMOD-K [Oer-2001; Pac-2006, S. 512ff.] und FTire [Gip-2004] in die Gruppe der MKS-Modelle ein und sieht diese in Bezug auf Komplexität und Rechenzeit zwischen den FEM-Reifenmodellen und den mathematischen Modellen, für die er als Beispiel die Magic Formula nennt [Hei-2007].

Meywerk schlägt eine Einteilung hinsichtlich des verwendeten methodischen Ansatzes vor und setzt diesen in Bezug zu den unterschiedlichen Frequenzen, für die die Modelle Gültigkeit besitzen, wobei es aber kein allgemeingültiges Modell für jeden Frequenzbereich gibt (vgl. Abbildung 2-2). So besitzen komplexere Modelle mit über 100

Freiheitsgraden für kleine Frequenzen nur eine eingeschränkte Gültigkeit [Mey-2007, S. 245ff.].

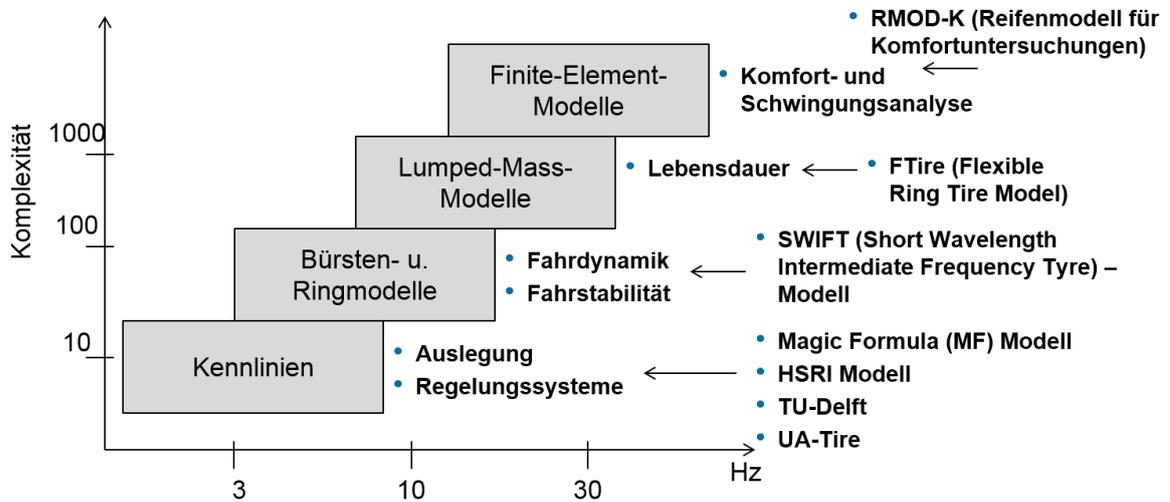


Abbildung 2-2: Einordnung der Modellierungsansätze nach Komplexität (Freiheitsgrade) und Dynamik nach [Mey-2007, S. 248]

Schorn schlägt eine Einteilung in vier Gruppen vor, welche in Abbildung 2-3 dargestellt ist [Ise-2006, S. 27ff.]

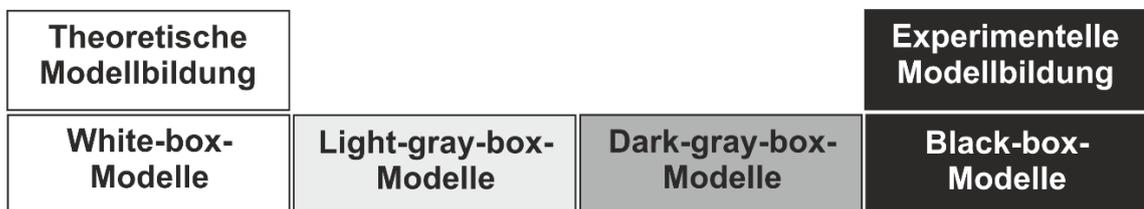


Abbildung 2-3: Einteilung der Reifenmodelle nach [Ise-2006, S. 27ff.]

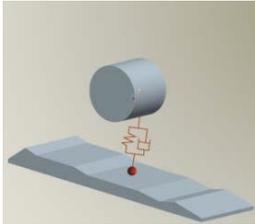
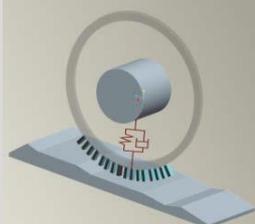
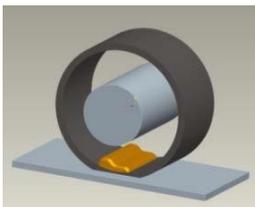
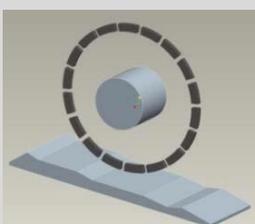
Diese Einteilung entspricht derjenigen von Pacejka, der ebenfalls ein Spektrum von experimenteller Modellbildung (Pacejka nennt dies empirical approach) über Zwischenstufen hin zur theoretischen Modellbildung (Pacejka: theoretical approach) beschreibt, wobei diese Kategorien fließend ineinander übergehen. Den einzelnen Kategorien ordnet Pacejka Eigenschaften wie z. B. Güte der Modellannäherung, Aufwand oder Einblick in das Reifenverhalten zu (vgl. Abbildung 2-3). Dabei sinkt die Güte der Annäherung von den Black-Box-Modellen (bei Pacejka sind dies die experimental data) über die Dark-gray-Box-Modelle (bei Pacejka: similarity method) hin zu den Light-gray-Box-Modellen (Pacejka: simple physical model). Die White-Box-Modelle (bei Pacejka: complex physical models) hingegen ermöglichen wiederum eine Güte der Modellannäherung vergleichbar mit der von Black-Box Modellen. Ähnlich verhält es sich mit dem Aufwand, welcher von den Black-Box Modellen hin zu den Light-gray Modellen geringer wird und zu den White-Box-Modellen hin wieder steigt. Hier sind die

Unterschiede jedoch ausgeprägter, der Rechenaufwand der White-Box-Modelle ist größer als der Black-Box Modelle.

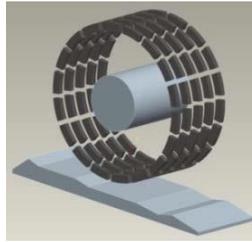
2.3 Aktuelle Reifenmodellbeispiele nach Detaillierungsgrad

In [Sch-2004a, S. 9ff.; Ein-2010, S. 37ff.] werden die Modelle nach Detaillierungsgrad vom einfachsten Modell, das aus einem parallelen Feder-Dämpferelement besteht (Punktkontaktmodell), bis hin zum komplexen Modell (Finite Element Modell) unterschieden, wobei näherungsweise der Rechenaufwand wider gespielt wird. Die ausführliche Darstellung ist in der Tabelle 2-1 zu finden.

Tabelle 2-1: Einteilung der Reifenmodelle nach Detaillierungsgrad [Ein-2010, S. 38]

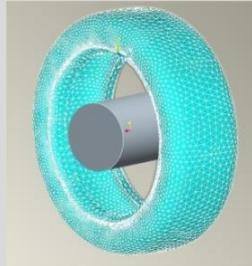
Gruppe	Schema	Beschreibung
Mathematisches Kennlinienmodell		Phänomenologisch, Punktkontakt, verschiedene Radialkraftmodellierungen mit teilweise physikalischem Ansatz, numerisch stabil, meist echtzeitfähig
Semi-physikalisches Bürstenmodell		Zwischenschritt zum physikalischen Modell, Approximation der Bodendruckverteilung, Borsten zur Kraftübertragung, oft kombiniert mit Starrgürtelring, teilweise Vernachlässigung der Rotationsbewegung
Schalen- bzw. Starrgürtelring-Modell		Kopplung über verschiedene, nichtlineare Kraftelemente, Filterwirkung durch Abrollen, Gürtelbewegung mit echtem Freiheitsgrad (Eigenwerte), teilweise echtzeitfähig
Flexibler Gürtelringmodell in Reifenmittenebene		Elastisches Mehrkörper-Gürtelring-Modell aus erweiterten Kelvin-Voigt-Elementen mit zwei echten Freiheitsgraden, vereinfachte laterale Kraftgesetze

**Flexibler Gürtelringmodell
in mehreren Ebenen**



Mehrschichtiges elastisches Mehrkörper-Gürtelring-Modell aus oft nichtlinearen Kraftelementen, laterale Kraftgesetze durch Gürtelmechanik

Finite-Elemente-Modell (FE-Modell)



Mehrere Lagen finiter Elemente, nichtlineare Materialgesetze, sehr lange Rechenzeiten, i.A. nur mit Kennlinien/-daten des Reifenherstellers möglich

Einfache Ansätze bzw. mathematische Ansätze wie die Magic Formula (MF) Tyre [Pac-2006, S. 172ff.] beruhen auf phänomenologischen Ansatzfunktionen. Das IPG-Tyre-Modell [Sch-1988] ist beispielsweise ein Dateninterpolationsmodell. Bürstenmodelle wie BRIT [Win-2002, S. 87ff.] verfolgen den Ansatz einen Kontaktbereich zu modellieren, wobei einzelne Borsten zwischen Reifengürtel und Untergrund die Kraftübertragung in Längs- und Querrichtung beschreiben. Die Borsten lassen sich verformen und erfahren eine Last, die durch eine Bodendruckverteilung beschrieben wird. Die Schalenmodelle wie SWIFT [TNO-2008; Oos-2000; Bes-2006; Bes-2002; Bes-2010] oder RMOD-K 20 [Oer-2001; Pac-2006, S. 512ff.] können auch näherungsweise ohne flexiblen Gürtel verwendet werden.

FTire (2D) [Gip-2004] und RMOD-K 30 sind Modelle mit flexiblem Gürtel, welche als Schwingerketten starrer Einzelmassen modelliert sind. Die nächste Stufe stellen die komprimierten Modelle FTire (3D) und RMOD-K 7.0 dar, die auf die Reifenmittenebene in lateraler Richtung erweitert wird, damit eine unterschiedliche Verformung in Querrichtung des Latsches abgebildet wird. Alle Steifigkeiten des Modells sind vom Innendruck des Luftreifens abhängig. Die genaue Parametrierung der Druckabhängigkeit setzt die Messung der Reifeneigenschaften bei mindestens zwei unterschiedlichen Fülldrücken voraus [Win-2002, S. 42ff.]. Die Ermittlung der mehr als 20 Reifenparameter ist mit großem Zeit- und Versuchsaufwand verbunden. Da der SE-Reifen ein Vollgummireifen ist und es keinen Innendruck im Reifen gibt, können bei diesem keine druckabhängigen Reifenparameter ermittelt werden. Damit kann die Gummieigenschaft der hochelastischen Zwischenschicht in SE-Reifen nicht in das FTire-Modell überführt werden.

Die Finite-Elemente-Modelle werden mit der höchsten Modellierungstiefe angegeben, da die Flexibilität eines Kontinuums über diskreten Einzelmassen in den meisten

Fällen erhöht. Die Modelle sind in der Lage, die Struktur des Reifens am besten nachzubilden und können dadurch lokale Verformungen der Lauffläche darstellen. Diese Modelle werden vor allem bei der Analyse von Konstruktions- und Materialeinflüssen auf die Reifendynamik verwendet. Aufgrund der enormen Anzahl der Freiheitsgrade und der komplexen Elemente, die die Nichtlinearitäten des Materials und der Geometrie abbilden, sind diese FE-Modelle extrem rechenzeitintensiv. Wesentliche Grundlagen dieser Art der Reifenmodellierung sind in [Nac-2000] zu finden. [Her-2008] stellt ein reduziertes FE-Reifenmodell vor. Aufgrund des hohen Berechnungsaufwands werden diese Modelle nur in Bereichen eingesetzt, wo ihre Verwendung unabdingbar ist oder die Rechenzeit eine untergeordnete Rolle spielt.

2.4 Reifenmodellierung

Im folgenden Kapitel werden die Grundlagen der Modellierung für Reifen und die benötigten Grundgleichungen zur Berechnung der Reifenkräfte und -momente erläutert. Anschließend werden ein Überblick und einige Details zur Modellierung der Reifenmodelle gegeben, die für Gesamtfahrzeugsimulation in der Fahrzeugindustrie vielfach eingesetzt werden.

2.4.1 Theoretische Grundlage der Modellierung

Reifenkoordinatensysteme

Um einheitliche Reifenmodelle in verschiedenen Simulationsumgebungen verwenden zu können und um den Austausch von Reifenmessdaten zu vereinheitlichen, ist von der TYDEX Arbeitsgruppe das „Tyre Date Exchange Format (TYDEX)“ erstellt worden [Unr-1997]. Daher stehen bei der Modellierung von Reifen die zwei Achsensysteme zur Verfügung, TYDEX-C und TYDEX-W (vgl. Abbildung 2-4). Deren Definition ist nötig und vor allem für die Einbindung in ein Fahrzeugmodell genau zu beachten. Auch die Berechnung der Reifenkräfte und –momente erfolgt in einem dieser Koordinatensysteme [Ein-2010, S. 14].

Beim Achsensystem TYDEX-C liegt der Ursprung in der Radmitte. Die x-Achse liegt parallel zur Straße in der Radebene. Die y-Achse steht senkrecht zur Radebene und parallel zur Drehachse des Rades. Die z-Achse liegt in der Radebene und senkrecht zur x- und y- Achse. Das Koordinatensystem schwenkt bei Sturz und Schräglauf mit. Beim TYDEX-W liegt der Koordinatenursprung im Aufstandspunkt des Reifens auf der Fahrbahn. Die x-Achse ergibt sich aus dem Schnitt der Radebene mit der Straße und zeigt damit in Reifenlängsrichtung. Die z-Achse steht senkrecht zur Straße und zeigt nach oben. Die y-Achse steht senkrecht auf den beiden anderen Achsen und liegt damit quer zum Reifen. Die x-Achse bildet mit der tatsächlichen Bewegungsrichtung

des Reifens den Schräglaufwinkel α . Der Winkel zwischen z-Achse und Reifenebene wird als Sturzwinkel γ bezeichnet. Er ist positiv definiert, wenn das Rad nach außen geneigt ist [Bec-2003].

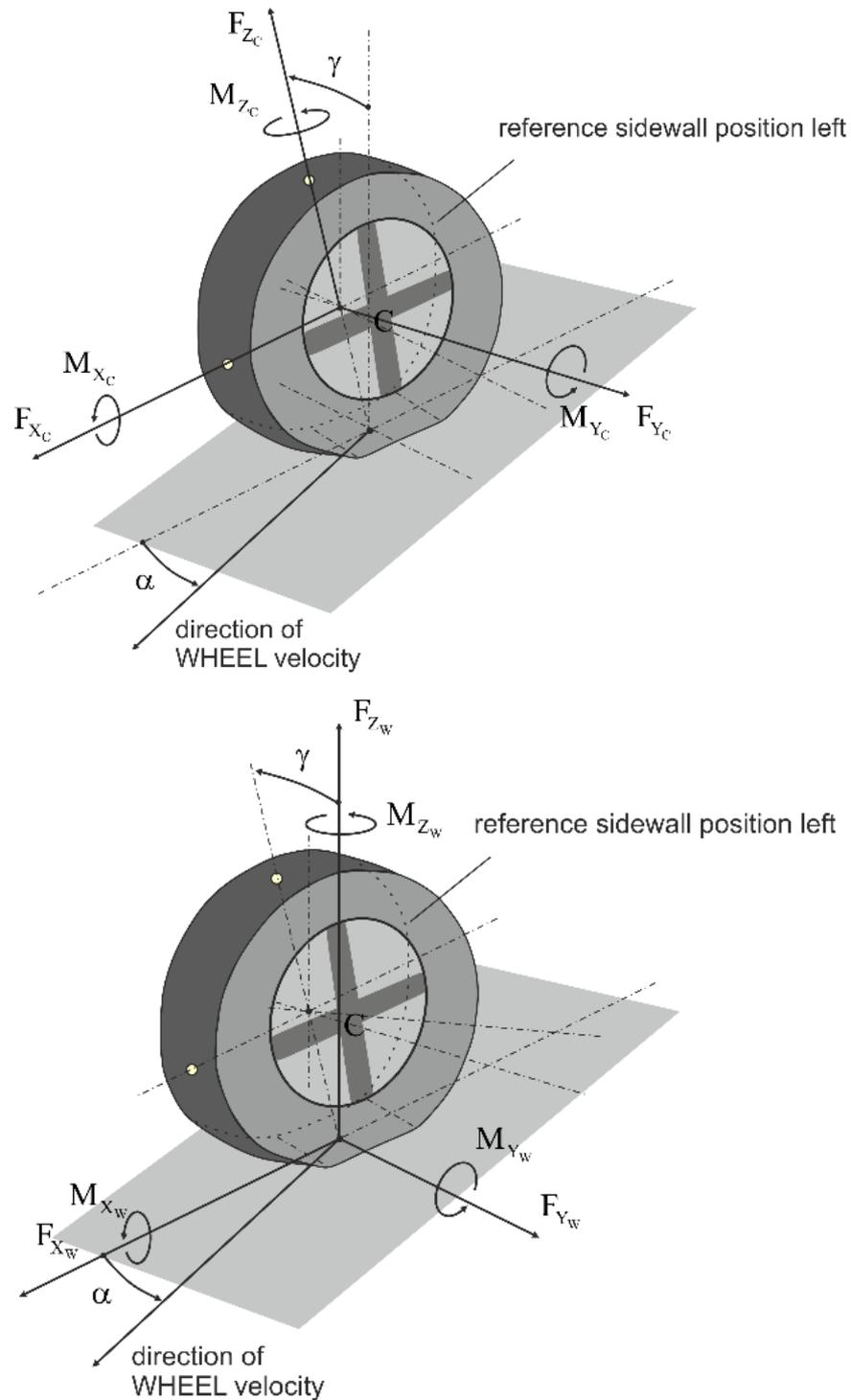


Abbildung 2-4: TYDEX-C (oben) und TYDEX-W (unten) Achsensystem [Unr-1997; MSC-2012b]

Kräfte und Momente

Die Reifenkräfte und -momente sind Ergebnisse, die sich aus einer Kombination mehrerer dynamischer Effekte ergeben. Diese Effekte entstehen aus unterschiedlichen Zuständen (z. B. stationär und transient) sowie in-plane (symmetrisch) und out-of plane (antisymmetrisch) Bewegungen. Die hauptsächlichen Anforderungen zur Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn in den drei senkrechten Richtungen (F_x , F_y , F_z) sind die laterale und longitudinale Verzerrung und der Schlupf des Reifens [Pac-2006, S. 62ff.]. Die Kraftübertragung findet reibschlüssig in der Reifenaufstandsfläche statt. Die dabei auftretenden Effekte werden stark von den Werkstoffeigenschaften des für die Lauffläche verwendeten Gummis und der Oberflächenbeschaffenheit des Straßenbelages beeinflusst [Hei-2013, S. 56ff.]. Abbildung 2-5 stellt die Ein- und Ausgangsgrößen für die Reifen dar. Dabei wird angenommen, dass sich der Reifen nur auf einer Ebene bewegt.

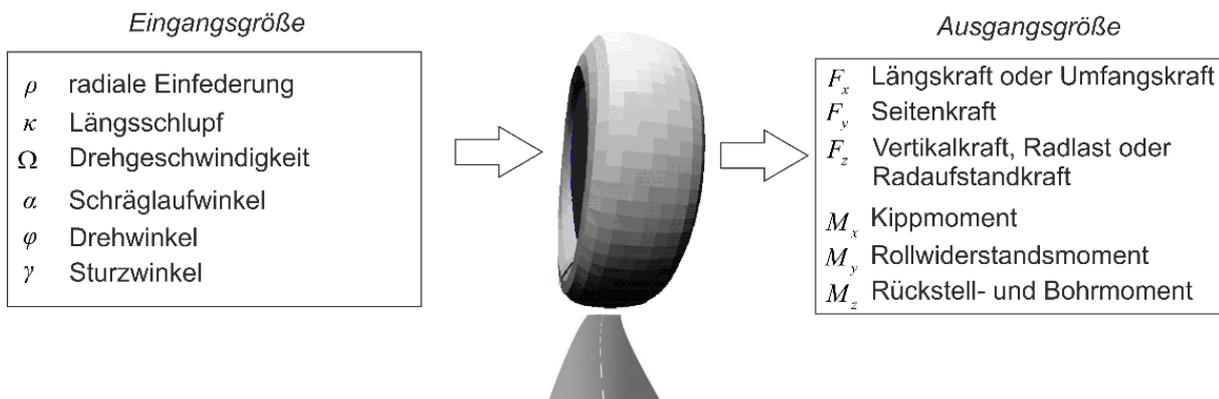


Abbildung 2-5: Ein- und Ausgangsgröße eines Reifenmodells für eine gerade Straße bzgl. dem TYDEX Koordinatensystem [Pac-2006, S. 62]

Beim freien Abrollen des Rades tritt Rollwiderstand auf und die Berechnung des Rollwiderstandsmoments M_y kann mithilfe der Radlast F_z des dynamischen Radius r_{dyn} und des konstanten Rollwiderstandsbeiwerts f_R nach (2-1) erfolgen:

$$M_y = f_R \cdot r_{dyn} \cdot F_z \quad (2-1)$$

Die Belastung des Reifens mit einer Vertikalkraft F_z führt zu einer Eindrückung ρ in z-Richtung. Der Reifen kann dabei als Feder mit der Steifigkeit k_z beschrieben werden. Neben der Radlast F_z hängt die Federsteifigkeit im Allgemeinen vom Fülldruck P , der Rollgeschwindigkeit ω , der Frequenz der Belastung f und einem konstruktiven Aufbau des Reifenmantels. Im linearen Fall wird die Reifensteifigkeit vereinfacht nach (2-2) berechnet:

$$k_z = \frac{F_z}{\rho} \quad (2-2)$$

Darüber hinaus verfügt der Reifen aufgrund des viskoelastischen Verhaltens seines Werkstoffes über Dämpfungseigenschaften, die durch den Dämpfungskoeffizienten c_z angenähert werden. Damit kann das Kraftübertragungsverhalten des Reifens in z-Richtung über ein lineares Feder-Dämpfer-Element beschrieben werden. Die Vertikal-kraft F_z errechnet sich mit der Geschwindigkeit der Einfederung $\dot{\rho}$ zu:

$$F_z = k_z \cdot \rho + c_z \cdot \dot{\rho} \quad (2-3)$$

Die Kraftübertragung in Längs- und Querrichtung findet durch Profilstollendeformationen in der Reifenaufstandsfläche statt. Wirken auf einen Profilstollen horizontale Kräfte, ändert sich seine Lage aufgrund der Reifenelastizität relativ zur Felge. Diese Deformation führt zu Schubspannungen σ im Reifengürtel, welche die einwirkende Kraft abstützen. Wird an einem Profilstollen die maximal übertragbare Schubspannung σ_{max} überschritten, führt dies zu Teilgleiten in der Reifenaufstandsfläche, die damit in einen Haftbereich und einen Gleitbereich unterteilt werden kann (vgl. Abbildung 2-6). Der Übergangspunkt zwischen den beiden Bereichen wird als Abrisspunkt bezeichnet [Hei-2013, S. 61].

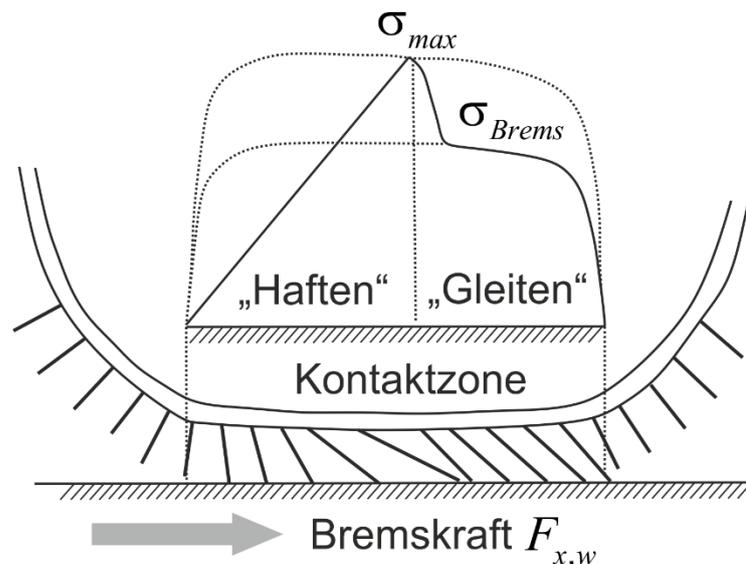


Abbildung 2-6: Schubspannungsverteilung unter Bremskraft [Hei-2013, S. 61]

Die Relativgeschwindigkeit zwischen Reifen und Fahrbahn, die bei der Übertragung von Längs- und Querkräften auftritt, wird als Schlupf bezeichnet. Dieser setzt sich aus Formschlupf aufgrund von Profilstollendeformationen bei haftendem Rad und Gleitschlupf bei lokalem Gleiten in der Reifenaufstandsfläche zusammen. In der Praxis bzw. bei fahrdynamischen Betrachtungen wird jedoch zwischen den beiden Schlupfarten nicht unterschieden, sondern jeweils ein globaler Reifenschlupf für Längs- und Querrichtung definiert. Ohne Schlupf sind keine Kräfte über den Reifen übertragbar [Hei-2013, S. 61; Lei-2009, S. 109].

Der Reifenlängsschlupf κ tritt bei der Übertragung einer Längskraft F_x in der Reifen-aufstandsfläche auf und die Berechnung erfolgt nach [Hei-2013, S. 62; Pac-2006, S. 61ff.] beim angetriebenem und gebremstem Rad zu:

$$\kappa = \begin{cases} -\frac{v_x - \Omega \cdot r_{dyn}}{\Omega \cdot r_{dyn}} & \text{beim Antreiben} \\ -\frac{v_x - \Omega \cdot r_{dyn}}{v_x} & \text{beim Bremsen} \end{cases} \quad (2-4)$$

Dabei wird Ω als Drehgeschwindigkeit des Rades bezeichnet und r_{dyn} stellt den dynamischen Rollradius dar, der den wirksamen Abrollradius des Rades beschreibt und sich aus dem Abrollumfang berechnet. Insbesondere ändert sich der dynamische Rollradius unter Radlast. Der Betrag des Längsschlupfes S_s wird dann nach Gleichung (2-5) definiert.

$$S_s = |\kappa| \quad (2-5)$$

Die gesamte vom Reifen übertragbare Längskraft F_x stimmt mit der Summe aller in der Reifen-aufstandsfläche wirkenden Schubspannungen σ_x überein und hängt damit vom Reifenschlupf κ ab. Der Quotient aus Reifenlängskraft F_x und Reifennormalkraft F_z wird als Kraftschlussbeiwert oder Reibwert μ nach (2-6) bezeichnet.

$$\mu(\kappa) = \frac{F_x(\kappa)}{F_z} \quad (2-6)$$

Abbildung 2-7 stellt den Zusammenhang zwischen Kraftschlussbeiwert μ und dem Reifenschlupf κ dar. Da lediglich Deformationsschlupf auftritt, nimmt der Reibwert μ für kleine Schupfwerte zunächst linear zu. Der Haftreibwert μ_{Haft} beschreibt den maximalen Reibwert. Mit zunehmendem Reifenschlupf κ steigen auch der Gleitanteil gegenüber den Deformationsschlupfanteilen an und der Reibwert wird als Gleitreibwert μ_{Gleit} bezeichnet.

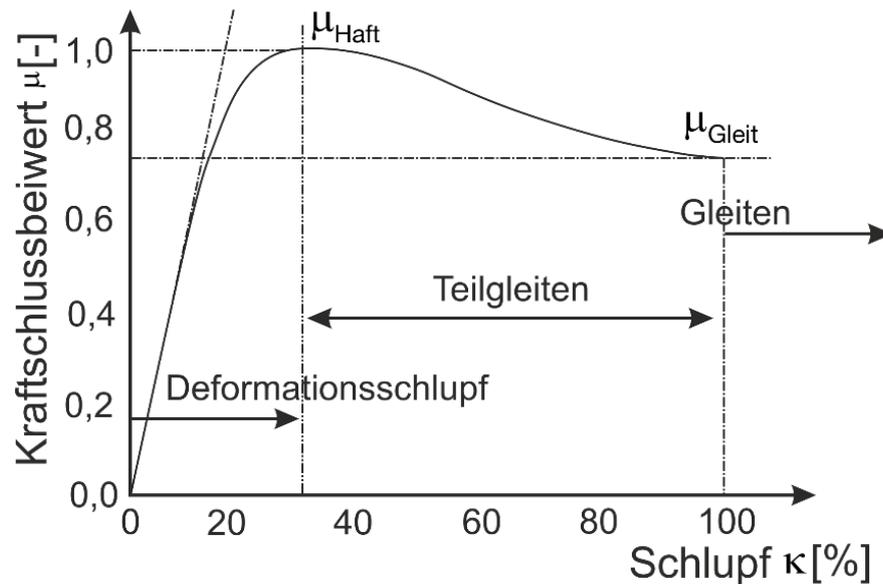


Abbildung 2-7: Verlauf des Kraftschlupfbeiwertes über dem Längsschlupf [Hei-2013, S. 62]

Im linearen Bereich des Kraftschlussbeiwertes μ kann die Reifenlängskraft F_x mit Hilfe der Reifenschlupfsteifigkeit C_s berechnet werden:

$$C_s = \left. \frac{dF_x}{ds_s} \right|_{s_s=0} \quad (2-7)$$

Die Übertragung einer Seitenkraft F_y in der Reifenaufstandsfläche führt zu Querschlupf S_α . Da das Rad unter Seitenkraft um den Winkel α schräg zur Fahrzeugrichtung läuft, ist der Querschlupf vom Schräglaufwinkel α abhängig. Hierbei kann der Querschlupf in Abhängigkeit vom Längsschlupf und dem Schräglaufwinkel nach (2-8) definiert werden:

$$S_\alpha = \begin{cases} (1 - S_s) \cdot |\tan\alpha| & \text{beim Antreiben} \\ |\tan\alpha| & \text{beim Bremsen} \end{cases} \quad (2-8)$$

Für sehr kleine Schräglaufwinkel α liegt reiner Deformationsschlupf vor, was zu einem linearen Anstieg der Seitenkraft F_y führt. Bei größerem Schräglauf wird in der Reifenaufstandsfläche der Abrisspunkt erreicht und es tritt Teilgleiten auf. Für den linearen Bereich kann die Seitenkraft F_y mit Hilfe der Schräglaufsteifigkeit C_α nach Gleichung (2-9) berechnet werden:

$$C_\alpha = \left. \frac{dF_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (2-9)$$

Da die Schubspannungsverteilung im Reifenlatsch zur Reifenquer- bzw. Drehachse asymmetrisch ist, ist der Angriffspunkt der Seitenkraft F_y nach hinten versetzt. Der Abstand zwischen Seitenkraft und Reifenhochachse wird als Reifennachlauf n_T bezeichnet. Dies verursacht ein Rückstellmoment M_z nach (2-10), welches das Bestreben hat,

den Schräglaufwinkel des Rades aufzuheben und das schräg laufende Rad wieder gerade in Fahrrichtung zu drehen:

$$M_z = F_y \cdot n_T \quad (2-10)$$

Die Seitenkräfte in der Reifenaufstandsfläche werden erzeugt, indem das rollende Rad in seiner Längsebene relativ zur Straße geneigt wird. Der dabei auftretende Schlupf ergibt sich aus dem Sturzwinkel γ nach (2-11):

$$S_\gamma = |\sin\gamma| \quad (2-11)$$

Da die Profilverformungen in der Reifenaufstandsfläche relativ klein sind und damit nur geringere Schubspannungen τ_γ auftreten, liegt bei kleinen Sturzwinkeln ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Seitenkraft F_y und Sturzwinkel γ vor. Dabei entsteht beim geradeaus rollenden, gestürzten Rad fast ausschließlich Deformationsschlupf und kein Gleiten. Die Berechnung der Seitenkraft F_y erfolgt hierbei über die Reifensturzsteifigkeit C_γ nach Gleichung (2-12) [Hei-2013, S. 58ff.]:

$$C_\gamma = \left. \frac{dF_y}{d\gamma} \right|_{\gamma=0} \quad (2-12)$$

Transientes Reifenverhalten

Die vorgestellten Betrachtungen zur Übertragung von Kräften und Momenten am Reifen gelten genau genommen nur für (quasi-)stationäre Belastung. Dabei bleiben die Größen Schräglauf, Sturz, Längsschlupf sowie Reifenkräfte und -momente zeitlich konstant bzw. werden nur mit geringer Geschwindigkeit verändert. Bei dynamischen Untersuchungen ändern sich Reifenparameter wie Längsschlupf κ und Schräglaufwinkel α als zeitabhängige Funktion aufgrund der Interaktion mit Straße und Fahrzeug ständig. Die Hystereseeigenschaften des Gummiwerkstoffs führen zu einem zeitlich verzögerten Aufbau der Reifenkräfte, der in den Berechnungen berücksichtigt werden muss [Hei-2013, S. 56ff.]. Dies kann durch einen Verzögerungsansatz erster Ordnung geschehen. Die entsprechenden Differentialgleichungen für den zeitlichen Aufbau von F_x und F_y lauten nach [Hei-2013, S. 56ff.]:

$$\frac{C_s}{C_x \cdot v_x} \cdot \frac{dF_x}{dt} + F_x = F_{x,stat} \quad (2-13)$$

$$\frac{C_\alpha}{C_y \cdot v_x} \cdot \frac{dF_y}{dt} + F_y = F_{y,stat} \quad (2-14)$$

Dabei werden neben den stationären Reifenkräften $F_{x,stat}$ und $F_{y,stat}$ die statische Reifenhängsteifigkeit C_x und die statische Reifenseitensteifigkeit C_y verwendet.

Der verzögerte Aufbau der Kräfte ist wegabhängig, was durch die Einlauflängen λ_κ für die Reifenlängskraft F_x und λ_α für die Reifenquerkraft F_y nach (2-15) gekennzeichnet wird:

$$\lambda_\kappa = \frac{c_\kappa}{c_x}, \quad \lambda_\alpha = \frac{c_\alpha}{c_y} \quad (2-15)$$

Die Einlauflängen entsprechen dabei jeweils dem Weg, nach dem der Reifen etwa 2/3 der geforderten Reifenkraft aufgebaut hat.

Für das SE-Reifenmodell wird ein Ansatz erster Ordnung verwendet, um das instationäre Reifenverhalten in einem verzögerten Längsschlupf κ^* und einem verzögerten Schräglaufwinkel α^* nach (2-16) und (2-17) abzubilden [MSC-2012c].

$$\frac{d\kappa^*}{dt} = \frac{v_x}{\lambda_\kappa} \cdot (\kappa - \kappa^*) \quad (2-16)$$

$$\frac{d\alpha^*}{dt} = \frac{v_x}{\lambda_\alpha} \cdot (\alpha - \alpha^*) \quad (2-17)$$

2.4.2 Magic Formula Tire (MF-Tire)

Das umfangreich verwendete semi-empirische Reifenmodell zur Berechnung der Reifenkräfte und –momente im stationären Zustand basiert auf den sogenannte Magic Formula. Das Modell wird in der Erforschung der Fahrdynamik häufig verwendet [Pac-2006, S. 172]. Die Magic Formula und SWIFT (Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre Model) bilden die Delft-Reifenmodelle. Die allgemeingültige „magische Formel“ ist eine rein mathematische und „phänomenologische“ Beschreibung des stationären Eigangs- bzw. Ausgangsverhaltens. Die ursprüngliche Beschreibung geht auf eine Zusammenarbeit von Volvo (Schweden) und der Delft University of Technology (Niederlande) zurück [Pac-2006, S. 172ff.]. Dieses ist nach [Gip-2010] jedoch nur unter ganz bestimmten Betriebsbedingungen gültig. Hinzu zählen eine ebene Fahrbahn (oder allenfalls langwellige Unebenheiten), konstante Geschwindigkeit der Felge in Längs- und Querrichtung (oder allenfalls kleine Beschleunigungen), langsame Änderung der Radlast und des Sturzwinkels, konstanter Innendruck sowie konstante Fahrbahn-Reibwerte.

Die Magic Formula verfügt zum einen über einen eigenen Algorithmus zur Kontakt- bzw. Vertikalkraftberechnung und verknüpft zum anderen Quer- und Längsschlupf sowie den Schräglauf- und Sturzwinkel und die Vertikalkraft als Eingangsgrößen mit den Längs- und Querkräften sowie den drei Momenten im Latsch. Dies geschieht im Normalfall in Form von einzelnen linearen oder nichtlinearen Verzögerungs-Differenzialgleichungen erster oder zweiter Ordnung. Diese Differenzialgleichungen ermöglichen

in erster Näherung die Beschreibung des verzögerten Auf- und Abbaus der Reifenkräfte bei schnellen Änderungen der Eingangsgrößen [Gip-2010; Pac-2000; Pac-2007; Pac-1996].

In vertikaler Richtung wird der Reifen als Feder-Dämpfer-Element modelliert, so dass sich die Vertikalkraft nach [MSC-2012b] wie folgt berechnet:

$$F_z = k_r \cdot \rho + c_r \cdot \dot{\rho} \quad (2-18)$$

wobei ρ die Einfederung des Reifens, $\dot{\rho}$ die Einfederungsgeschwindigkeit, k_r die Reifensteifigkeit und c_r die Dämpfungskonstante beschreiben. Anstatt einer konstanten Reifensteifigkeit k_r kann alternativ eine Einfederungs-Kraft-Kurve aus Messwerte definiert werden.

Die weiteren physikalischen Effekte lassen sich durch eine Gleichung aus phänomenologischen Ansatzfunktionen, der Magic Formula, beschreiben [Pac-2006, S. 173]:

$$y(x) = D \cdot \sin\{C \cdot \arctan\{B \cdot x - E \cdot (B \cdot x - \arctan(B \cdot x))\}\} \quad (2-19)$$

mit

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (2-20)$$

$$x = X + S_H \quad (2-21)$$

wobei y als Ausgangsgröße die Längs- und Seitenkräfte (F_x, F_y) beschreibt. Als Eingangsgröße für x dient z. B. $\tan\alpha$ bei der Modellierung der Seitenführungskraft und des Radrückstellmoments bzw. κ bei der Modellierung der Längskraft. Die Variable $\tan\alpha$ und κ werden als lateraler und longitudinaler Schlupf bezeichnet. Dazu erfolgt die Parametrierung der Formel auf Basis aufgenommener Messwerte mit Hilfe der verwendeten Faktoren B Steifigkeitsfaktor, C Formfaktor, D maximaler Wert und E Krümmungsfaktor (vgl. Abbildung 2-8).

Die Gleichungen (2-19), (2-20) und (2-21) zeigen die Einbeziehung der Nullpunktverschiebung der Kurven in horizontaler und vertikaler Richtung (S_H, S_v), um z. B. Nullseitenkräften aus Reifenkonizität (ply-steer) und Lageneffekt (conicity) zu beschreiben [Pac-2006, S. 173].

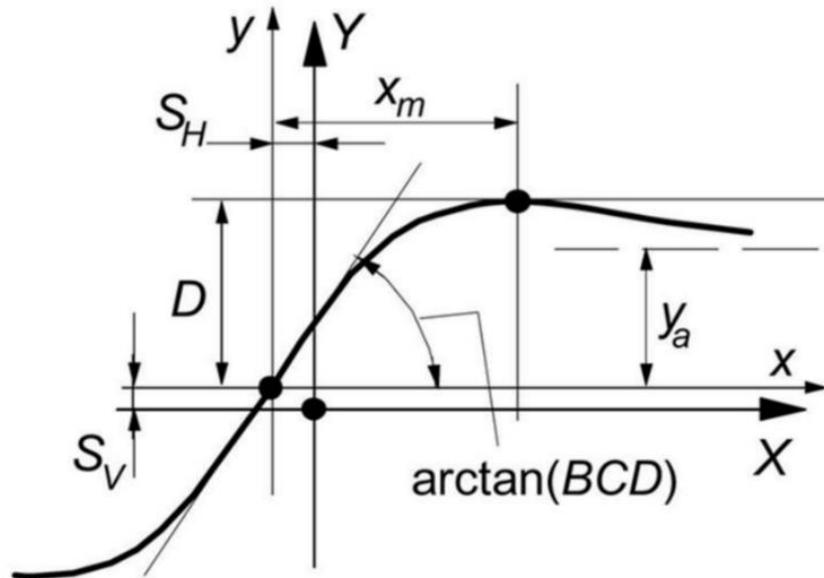


Abbildung 2-8: Plot der Magic Formula nach Pacejka [Pac-2006, S. 173]

Nach [Ein-2010, S. 40] sind die wichtigen Eigenschaften der Magic Formula folgendermaßen zusammengefasst:

- Der qualitative Verlauf aller Reifenkennlinien lässt sich abbilden.
- Der wesentliche Verlauf kann durch vier Parameter verändert werden, was zu einer stabilen Parametrisierung beiträgt.
- Die Einzelparameter beschreiben typische physikalische Reifenkenngrößen. Dadurch erhalten Parametervariationen einen physikalischen Bezug.
- Eine sehr hohe Abbildungsgenauigkeit wird ermöglicht, was vor allem auf eine weitere Aufspaltung der Parameter zur Beschreibung reifenspezifischer Abhängigkeiten, wie Sturz, Radlast, Geschwindigkeit und Fülldruck zurückzuführen ist.
- Die Funktionen sind stetig, was die numerische Stabilität in der Fahrdynamiksimulation gewährleistet.

2.4.3 MF-SWIFT Tire Modell

Das MF-SWIFT (Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre Model) kombiniert die rein empirische Magic Formula mit einer semi-physikalischen Modellvorstellung (vgl. Abbildung 2-9).

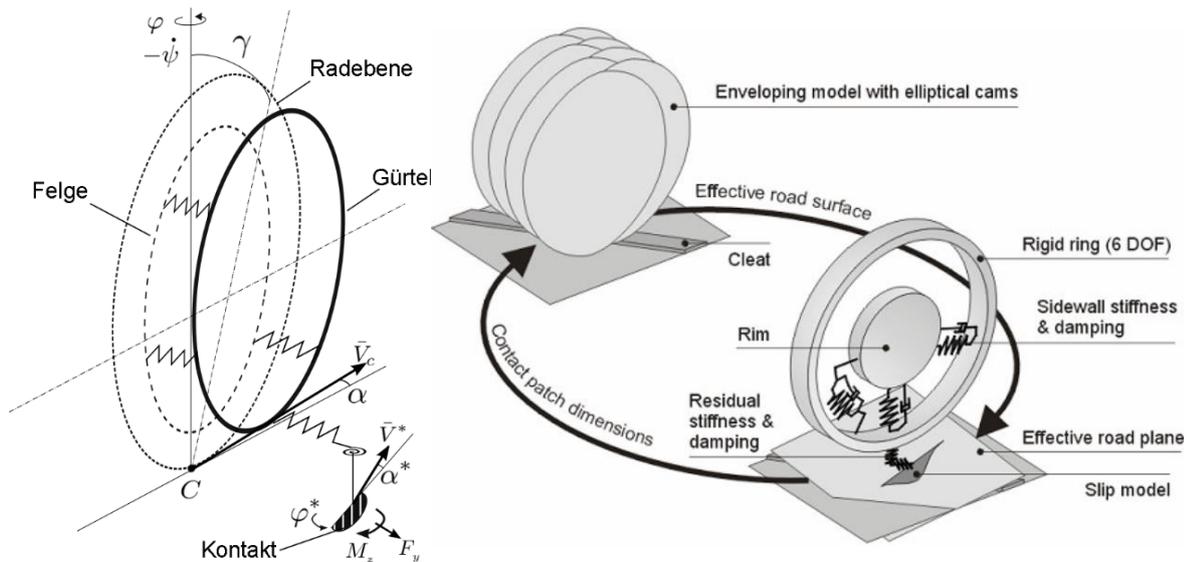


Abbildung 2-9: Modellvorstellung von MF-SWIFT [Pac-2006, S. 513; TNO-2008]

Das Modell beruht auf einem starren Ring, der den Reifen abbildet und über Feder-Dämpfer-Elemente mit der Straßenoberfläche und mit dem Rad verbunden ist. Dies ist vergleichbar mit der Modellvorstellung bei FTire, welches jedoch über einen flexiblen Ring verfügt. Die Berechnung der Kräfte und Momente erfolgt bei MF-SWIFT stärker auf rein empirischen Gleichungen (Magic Formula).

Die Erweiterung der Magic Formula um die dargestellte Modellvorstellung von MF-SWIFT dient laut Pacejka dazu, das Rollen des Reifens über Bodenunebenheiten und die damit verbundene Frequenzanregung des Reifengürtels abbilden zu können [Sch-2005]. Damit können Dauerlaufuntersuchungen und Untersuchungen des Reifenflatters durchgeführt werden. Weitere Anwendungsgebiete sind die Validierung von Fahrwerksregelsystemen und das Simulieren von Kurvenfahrten über unebene Straßen.

Die Reifenkräfte und –momente bei MF-SWIFT werden im Kontaktpunkt zwischen Reifen und Fahrbahn berechnet. Abbildung 2-10 stellt die Lage eines Kontaktpunkts in der Symmetrieebene des Reifens dar, wobei der Reifen als eine unendlich dünne Scheibe definiert wird.

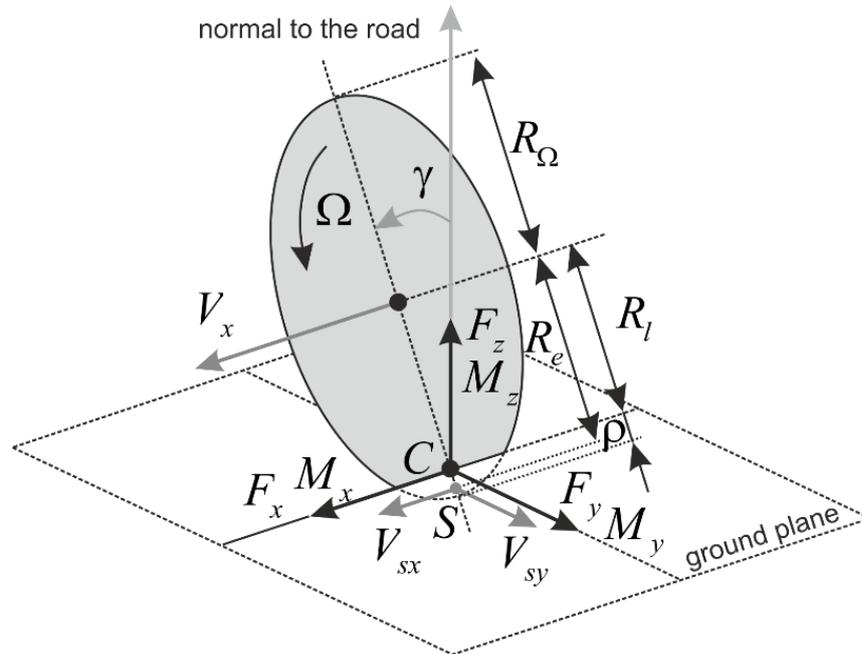


Abbildung 2-10: Kräfte, Momente und kinematische Größe zwischen Reifen und Fahrbahn [Bes-2010]

Nach [Bes-2010] erfolgt die Bestimmung des freien Reifenradius mit

$$R_{\Omega} = R_0 \cdot \left(q_{re0} + q_{v1} \cdot \left(\frac{\Omega \cdot R_0}{V_0} \right)^2 \right). \quad (2-22)$$

Dabei wird R_0 als unbelasteter Radius und $V_0 (= \sqrt{g \cdot R_0})$ als Sollgeschwindigkeit bezeichnet. Ω beschreibt die Raddrehgeschwindigkeit, q_{re0} und q_{v1} sind Modellparameter. Die Einfederung ρ ist die Differenz zwischen dem freien Reifenradius und dem unbelasteten Radius und wird in der Form ausgedrückt:

$$\rho = \max(R_{\Omega} - R_l, 0) \quad (2-23)$$

Die vertikale Reifenkraft F_z wird in der Formel (2-24) dargestellt:

$$F_z = \left(1 + q_{v2} \cdot \frac{R_0}{V_0} \cdot |\Omega| - \left(\frac{q_{Fcx} \cdot F_x}{F_{z0}} \right)^2 - \left(\frac{q_{Fcy} \cdot F_y}{F_{z0}} \right)^2 \right) \cdot \left(q_{Fz1} \cdot \frac{\rho}{R_0} + q_{Fz2} \cdot \left(\frac{\rho}{R_0} \right)^2 \right) \cdot (1 + p_{Fz1} \cdot dp_i) \cdot F_{z0} \quad (2-24)$$

In der Gleichung (2-24) sind mehrere Effekte eines Reifens vorhanden. Die Steifigkeit des Reifens nimmt mit der Geschwindigkeit q_{v2} zu. Demgegenüber nimmt die vertikale Reifenkraft aufgrund von longitudinaler und lateraler Kraft (q_{Fcx} , q_{Fcy}), Kraft-Weg-Verlauf (q_{Fz1} , q_{Fz2}) und Einfluss des Reifenfülldrucks p_{Fz1} ab. Dazu wird F_{z0} als nominierende

Belastung bezeichnet und dp_i beschreibt dimensionsloses Druckinkrement [Bes-2010].

Die vertikale Steifigkeit ergibt sich dann zu

$$k_z = k_{z0} \cdot (1 + p_{Fz1} \cdot dp_i) \quad (2-25)$$

Dabei lässt sich die vertikale Steifigkeit k_{z0} bei Nennbelastung, Nennreifenfülldruck und $V_x = 0$ bestimmen:

$$k_{z0} = \frac{F_{z0}}{R_0} \cdot \sqrt{q_{Fz1}^2 + 4 \cdot q_{Fz2}} \quad (2-26)$$

Die longitudinalen und lateralen Kräfte (F_x, F_y) und Momente (M_x, M_y, M_z) im Kontaktpunkt sind von der vertikalen Kraft, dem Schlupf, dem Sturzwinkel γ und der longitudinalen Geschwindigkeit V_x sowie dem Reifenfülldruck p_i abhängig. Der longitudinale Schlupf wird mit der longitudinalen Schlupfgeschwindigkeit V_{sx} und Geschwindigkeit V_x in der Formel (2-27) dargestellt:

$$\kappa = -\frac{V_{sx}}{V_x} = -\frac{V_x - \Omega \cdot R_e}{V_x} = -\frac{\Omega_{fr} - \Omega}{\Omega_{fr}} = \frac{\Omega}{\Omega_{fr}} - 1 \quad (2-27)$$

Dabei beschreibt Ω_{fr} die Drehgeschwindigkeit des frei rollenden Reifens. Daraus ergibt sich der effektive Rollradius R_e mit den Modellparametern B_{refff} , D_{refff} und F_{refff} zu:

$$R_e = R_\Omega - \frac{F_{z0}}{k_z} \cdot \left(D_{refff} \cdot \arctan \left(B_{refff} \cdot \frac{F_z}{F_{z0}} \right) + F_{refff} \cdot \frac{F_z}{F_{z0}} \right) \quad (2-28)$$

Der effektive Rollradius beschreibt den Schlupfpunkt S . Wenn die Koordinaten des Schlupfpunkts S und des Kontaktpunkts C unterschiedlich sind (vgl. Abbildung 2-10), wird der Schlupfpunkt S zur Berechnung des Schräglaufwinkels α unter Berücksichtigung der lateralen Schlupfgeschwindigkeit V_{sy} verwendet.

$$\alpha = \arctan \left(\frac{V_{sy}}{V_x} \right) \quad (2-29)$$

2.4.4 Fiala Tire Modell

Das Fiala Reifenmodell (vgl. Abbildung 2-11) stammt aus der Arbeit „Seitenführungskräfte am rollenden Reifen“ von Ernst Fiala [Fia-1954]. Es handelt sich dabei um ein Modell zur Berechnung des Verhaltens von Luftreifen an Kraftfahrzeugen, bei dem die

Lauffläche durch einen Balken dargestellt wird, der durch seitliche Federn elastisch an der Felge angebunden ist. Der Kontakt zur Straße wird mit elastischen Bürstenelementen modelliert. Darüber hinaus werden zur Berechnung der Reifenkräfte und Momente folgende Annahmen und Vereinfachungen getroffen:

- Die Kontaktfläche zwischen Reifen und Straße ist rechteckig.
- Die Druckverteilung ist über die gesamte Aufstandsfläche konstant.
- Entspannungseffekte am Reifen werden nicht berücksichtigt.
- Der Einfluss des Reifensturzes auf Kräfte und Momente wird vernachlässigt.

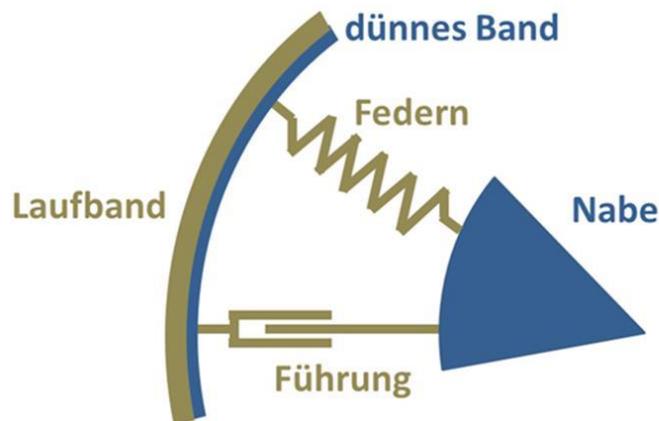


Abbildung 2-11: Fiala Modellvorstellung nach Fiala [Fia-1954]

Die Normalkraft F_z resultiert aus der elastischen Verformung des Reifens in der Reifenaufstandsfläche. Sie lässt sich aus Radialsteifigkeit k_r , Einfederung ρ Geschwindigkeit der Einfederung $\dot{\rho}$ und Dämpfungskonstante c_r errechnen.

$$F_z = k_r \cdot \rho + c_r \cdot \dot{\rho} \quad (2-30)$$

Nach Gleichung (2-31) erfolgt die Berechnung des Reibkoeffizienten μ über maximalen Reibwert μ_{max} , minimalen Reibwert μ_{min} und Gesamtschlupf des Reifens $S_{s\alpha}$.

$$\mu = \mu_{max} - (\mu_{max} - \mu_{min}) \cdot S_{s\alpha} \quad (2-31)$$

Da der Einfluss des Sturzes γ im Fiala Reifenmodell vernachlässigt wird, kann $S_\gamma = 0$ in der Gleichung (2-31) eingesetzt werden. Damit errechnet sich der Gesamtschlupf $S_{s\alpha}$ zu:

$$S_{s\alpha} = \sqrt{S_s^2 + S_\alpha^2}. \quad (2-32)$$

Der Längsschlupf S_s und Querschlupf S_α ergibt sich dann aus der Gleichung (2-33):

$$S_s = |\kappa|, \quad S_\alpha = \tan \alpha \quad (2-33)$$

Bei der Berechnung der Umfangskraft F_x muss unterschieden werden, ob der Reifen auf der Straße haftet oder gleitet. Dies erfolgt anhand eines Kritischen Wertes für den Längsschlupf S_{sc} :

$$S_{sc} = \left| \frac{\mu \cdot F_z}{2 \cdot C_s} \right| \quad (2-34)$$

Überschreitet der Längsschlupf S_s diesen Grenzwert, dann wird die Umfangskraft in der Form dargestellt:

Fall 1: $S_s \leq S_{sc}$ (Haften)

$$F_x = -C_s \cdot S_s \quad (2-35)$$

Fall 2: $S_s > S_{sc}$ (Gleiten)

$$F_x = -\text{sign}(\kappa) \cdot (F_{x1} - F_{x2}) \quad (2-36)$$

mit

$$F_{x1} = \mu \cdot F_z \quad (2-37)$$

$$F_{x2} = \left| \frac{(\mu \cdot F_z)^2}{4 \cdot S_s \cdot C_s} \right|$$

Bei der Berechnung der Querkraft F_y und des daraus resultierenden Reifenrückstellmoments M_z muss ebenfalls berücksichtigt werden, ob der Reifen auf der Fahrbahnoberfläche haftet oder gleitet. Dazu wird ein kritischer Schräglaufwinkel α_c nach (2-38) definiert.

$$\alpha_c = \arctan \left(\frac{3 \cdot \mu \cdot |F_z|}{C_\alpha} \right) \quad (2-38)$$

Die Querkraft und das Reifenrückstellmoment werden unter Berücksichtigung des Schräglaufwinkels in der Form ausgedrückt:

Fall 1: $|\alpha| \leq \alpha_c$ (Haften)

$$F_y = -\text{sign}(\alpha) \cdot \mu \cdot |F_z| \cdot (1 - H^3) \quad (2-39)$$

$$M_z = \text{sign}(\alpha) \cdot \mu \cdot |F_z| \cdot w \cdot (1 - H^3) \cdot H^3$$

mit

$$H = 1 - \frac{C_\alpha \cdot S_\alpha}{3 \cdot \mu \cdot |F_z|} \quad (2-40)$$

Fall 2: $|\alpha| > \alpha_c$ (Gleiten)

$$F_y = -\text{sign}(\alpha) \cdot \mu \cdot |F_z| \quad (2-41)$$

$$M_z = 0$$

Der Rollwiderstandsmoment M_y berechnet sich nach (2-42) aus der Radlast F_z und dem konstanten Rollwiderstandsbeiwert f_R .

$$M_y = -\text{sign}(\omega) \cdot f_R \cdot r_{\text{dyn}} \cdot F_z \quad (2-42)$$

2.4.5 UA Tire Modell

Das UA Tire Model entstand 1988 an der Universität von Arizona im Rahmen der Doktorarbeit, „Vehicle Dynamic Simulation with a Comprehensive Model for Pneumatic Tires“ von Gwanhun Gim [Gim-1988]. Es handelt sich dabei um eine analytische Betrachtung der dynamischen Eigenschaften von Luftreifen, in der die wesentlichen Formulierungen aus der Reifengeometrie abgeleitet werden. Dabei wird der Reifen als torusförmiges, dreidimensionales Feder-System betrachtet (vgl. Abbildung 2-12).

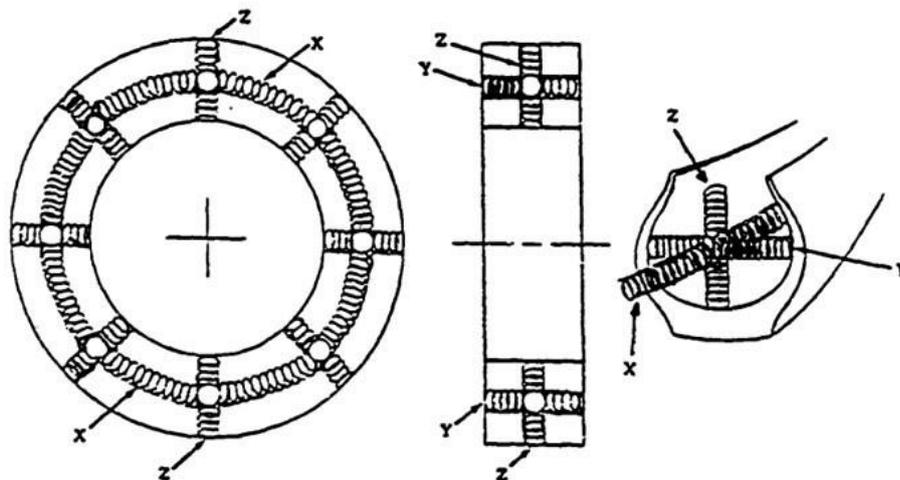


Abbildung 2-12: Reifen als dreidimensionales Federsystem [Gim-1988, S. 71]

Die Geometrie wurde so gewählt, dass möglichst auf experimentelle Versuche zur Bestimmung der Reifenparameter verzichtet werden kann. Das Modell eignet sich besonders zur Simulation von längs- und querdynamischen Fahrmanövern und kann dabei den Einfluss von Sturz und unebenem Untergrund abbilden.

Das UA Tire Model verwendet zur Beschreibung des kinematischen Zustands des Reifens als Eingangsgrößen den Längsschlupf κ , den Schräglaufwinkel α , den Sturz γ ,

die Einfederung ρ und die Geschwindigkeit der Einfederung $\dot{\rho}$. Daraus werden die in der Reifenaufstandsfläche übertragenen Kräfte und Momente (Längskraft F_x , Querkraft F_y , Normalkraft F_z , Rollwiderstandsmoment M_y und Rückstellmoment M_z) berechnet. Dafür werden zusätzlich einige Reifenparameter wie Steifigkeiten und Reibwerte benötigt. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2-13 dargestellt.

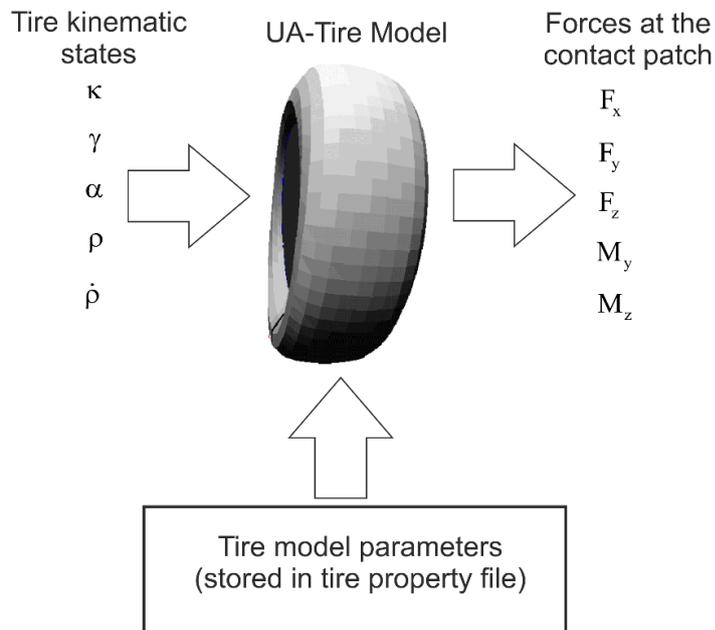


Abbildung 2-13: Eingangs- und Ausgangsgrößen des UA Tire Modells [MSC-2012b]

Im UA-Tire-Modell wird zur Berechnung der Reifenkräfte und –momente das in Abbildung 2-14 dargestellte Hilfskoordinatensystem $\xi\eta$ verwendet. Dessen Ursprung liegt mittig am Anfang der Reifenaufstandsfläche, die ξ -Achse liegt in der Radmittelebene und die η -Achse senkrecht dazu. Darüber hinaus wird die im weiteren Verlauf als rechteckig angenommene Reifenaufstandsfläche betrachtet.

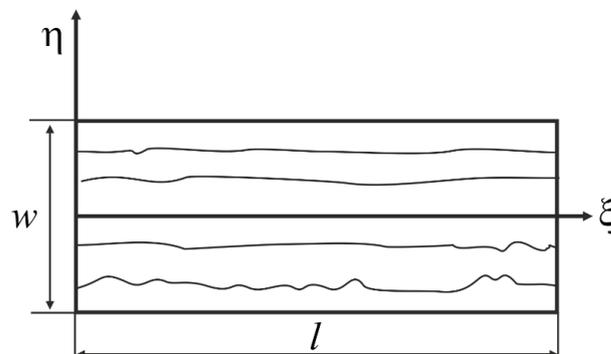


Abbildung 2-14: Hilfskoordinaten in der Reifenaufstandsfläche [Gim-1988, S. 81]

Vertikale Kraft

Die Normalkraft F_z im UA-Tire-Modell ergibt sich aus Integration der Druckverteilung P über die gesamte Aufstandsfläche:

$$F_z = \int_0^l P \cdot w \cdot d\xi = \int_0^l \frac{4 \cdot P_{max}}{l} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{l}\right) \cdot w \cdot d\xi = \frac{2 \cdot P_{max} \cdot w \cdot l}{3} \quad (2-43)$$

Dabei beschreibt l die Länge der Aufstandsfläche und w dessen Breite. Für die aus der radialen Reifenbelastung in der Aufstandsfläche resultierende Druckverteilung P wird in Umfangsrichtung ein parabolischer Ansatz mit Maximalwert P_{max} bei $\xi = 1/2$ angenommen. Der Druck bleibt über die Breite konstant.

Longitudinale Kraft

Zur Berechnung der Reifenlängskraft F_ξ im UA-Tire-Modell wird nur der Längsschlupf S_s betrachtet und kein Schräglauf oder Sturz berücksichtigt ($\alpha = 0, \gamma = 0$). Für die Verteilung der Längsspannung σ_ξ in der Reifenaufstandsfläche wird in Abbildung 2-15 gezeigter Verlauf angenommen, der über die Breite w konstant ist.

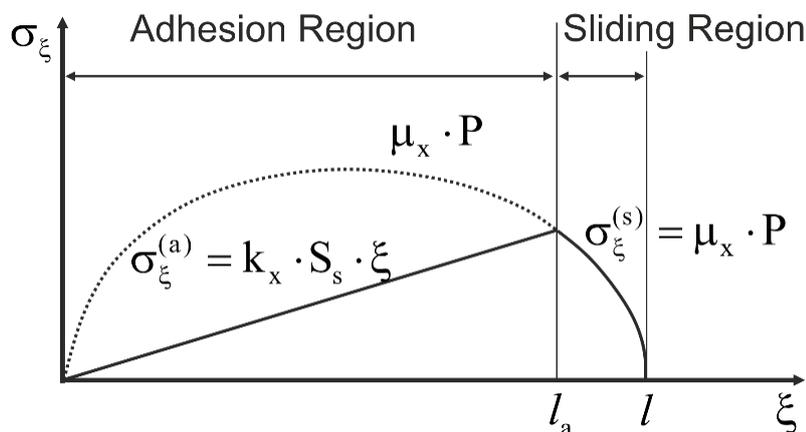


Abbildung 2-15: Längsspannungsverteilung in der Reifenaufstandsfläche bei Längsschlupf [Gim-1988, S. 96]

Im Haftbereich berechnet sich die Längsspannung σ_ξ aus der Längssteifigkeit k_x und der Längsdeformation $\Delta\xi$, im Gleitbereich aus dem Reifenaufstandsdruck P und dem Reibkoeffizient in Längsrichtung μ_x .

Bei der Berechnung der Längskraft F_ξ im UA-Tire-Modell wird zwischen einem Zustand mit elastischer Deformation ($S_s \leq S_{sc}$) und einem Zustand ohne elastische Deformation ($S_s > S_{sc}$) unterschieden:

$$0 \leq S_s \leq \underbrace{\frac{3 \cdot \mu_x \cdot F_z}{C_s}}_{S_{sc}} \quad (2-44)$$

Dabei beschreibt S_{sc} einen maximalen Wert für den Längsschlupf, für den noch eine elastische Deformation in der Reifenaufstandsfläche möglich ist. Wird dieser Wert überschritten, geht der Reifen ins vollständige Gleiten über. Damit gibt es für $S_s > S_{sc}$ in der Aufstandsfläche keinen Haftbereich mehr, sondern lediglich einen Gleitbereich.

Fall 1: $S_s \leq S_{sc}$ (Haften)

Die Längskräfte F_ξ berechnen sich durch Integration der Längsspannung über die Reifenaufstandsfläche. Da die Spannung σ_ξ als konstant über die Breite w angenommen wird, ergibt sich

$$F_\xi = \int_0^l \sigma_\xi \cdot w \cdot d\xi = \int_0^{l_a} \sigma_\xi^{(a)} \cdot w \cdot d\xi + \int_{l_a}^l \sigma_\xi^{(s)} \cdot w \cdot d\xi. \quad (2-45)$$

Die Längsspannung im Haftbereich und Gleitbereich berechnet sich im Abrisspunkt $\xi = l_a$ zu:

$$\sigma_\xi^{(a)} = \frac{2 \cdot C_s}{w \cdot l^2} \cdot S_s \cdot \xi \quad \text{für } 0 \leq \xi \leq l_a \quad (2-46)$$

$$\sigma_\xi^{(s)} = \mu_x \cdot P \quad (2-47)$$

$$= \frac{6 \cdot \mu_x \cdot F_z}{w \cdot l^2} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{l}\right) \quad \text{für } l_a \leq \xi \leq l$$

Dabei wird der Zusammenhang zwischen Reifenschlupfsteifigkeit C_s und Längssteifigkeit k_x in der Form (2-48) dargestellt.

$$C_s = \frac{k_x \cdot w \cdot l^2}{2} \quad (2-48)$$

Durch Integration berechnet sich die Längskraft F_ξ zu:

$$F_\xi = 3 \cdot \mu_x \cdot F_z \cdot S_n \cdot \left(1 - S_n + \frac{1}{3} \cdot S_n^2\right) \quad (2-49)$$

$$= C_s \cdot S_s \cdot l_n^2 + \mu_x \cdot F_z \cdot (1 - 3 \cdot l_n^2 + 2 \cdot l_n^3)$$

Dabei wird die dimensionslose Länge der Reifenaufstandsfläche l_n nach (2-50) festgelegt.

$$l_n = \frac{l_a}{l} \quad (2-50)$$

Die Variable l_a wird als die Länge des Haftbereichs bis zum Abrisspunkt bezeichnet, der den Übergangspunkt zwischen einem Haftbereich und einem Gleitbereich beschreibt. Außerdem wird der dimensionslose Parameter S_n nach (2-51) definiert.

$$S_n = 1 - l_n \quad (2-51)$$

Aus den physikalischen Randbedingungen für beide Größen folgt:

$$0 \leq l_n \leq 1 \quad (2-52)$$

$$0 \leq S_n \leq 1$$

Fall 2: $S_s > S_{sc}$ (Gleiten)

Wenn der Längsschlupf S_s den kritischen Wert S_{sc} überschritten hat, fängt der Reifen an, vollständig auf der Fahrbahn zu gleiten. Die Längskraft F_ξ kann damit als Reibkraft aus dem Reibwert μ_x nach (2-53) berechnet werden.

$$F_\xi = \mu_x \cdot F_z \quad (2-53)$$

Abschließend wird die Umrechnung der Reifenkräfte und Momente vom $\xi\eta$ -Koordinatensystem aus der Reifenaufstandsfläche in das kartesische Koordinatensystem des Reifens benötigt. Die vollständigen Gleichungen zur Berechnung der Reifenkräfte und -momente für das UA-Tire Modell befinden sich in [Gim-1988].

2.4.6 TMEASY Tire Modell

Das Modell basiert auf einem semi-physikalischen Ansatz, der von Rill entwickelt wurde [Hir-2003; Lug-2005, S. 101ff.]. Die Untersuchung der großen landwirtschaftlichen Traktorreifen war in der Industrie erforderlich. Dabei standen keine Reifenmessdaten zur Verfügung. Mit der zunehmenden Erfahrung wurde das Modell auf Pkw- und Lkw-Reifen erweitert. Bei der neuesten Version können Kontaktkräfte sowie alle Reifenkräfte und -momente unter Berücksichtigung von dreidimensionalem Schlupf berechnet werden, die im Reifenaufstand wirken. Im Modell ist ein einzelner Kontaktpunkt zwischen Reifen und Fahrbahn vorhanden und die Gürtel als starrer Ring modelliert. Dieses Modell eignet sich nur für stationäre oder quasistationäre Zustände, da sich keine dynamischen Elemente im Modell befindet. Eine Hindernisüberfahrt wird mit diesem Modell nicht ermöglicht [Fer-2009, S. 14].

Kontaktpunkterkennung

Die aktuellen Koordinaten der Felge bezüglich des lokalen Koordinatensystems x_0, y_0, z_0 auf der Straße wird von der Radmitte M und dem Einheitsvektor e_{yR} in der Richtung der Drehachse definiert (vgl. Abbildung 2-16).

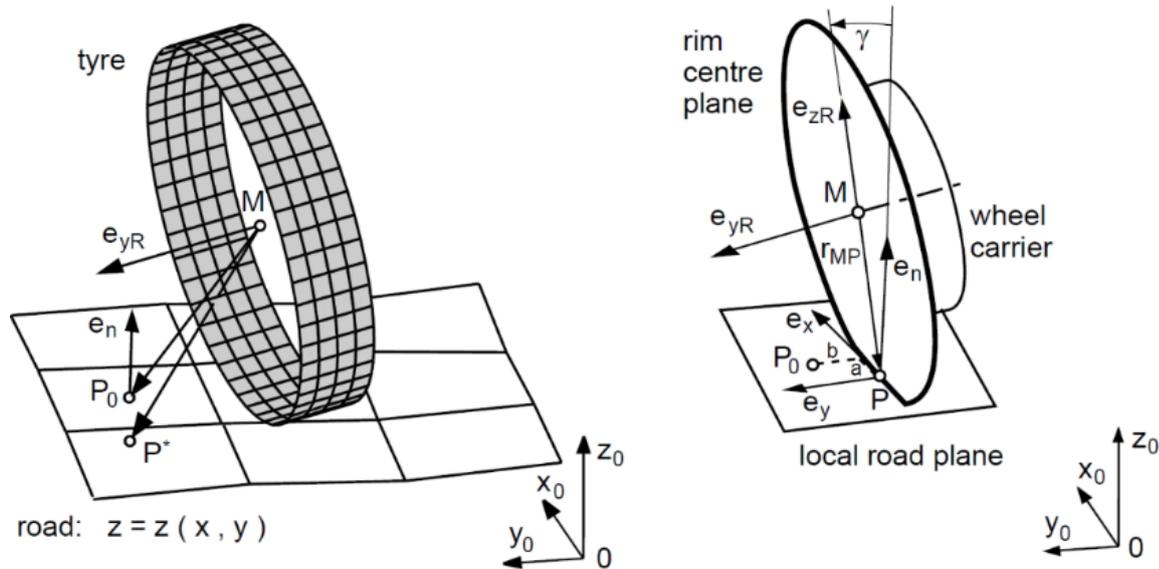


Abbildung 2-16: Kontaktgeometrie [Lug-2007, S. 103]

Bei Unebenheit der Straße ergibt sich der Kontaktpunkt zu:

$$\mathbf{r}_{MP_0} = \underbrace{-r_s \cdot \mathbf{e}_{zR}}_{\mathbf{r}_{MP}} + a \cdot \mathbf{e}_x + b \cdot \mathbf{e}_y \quad (2-54)$$

Dabei beschreibt r_s den statischen Reifenradius und a, b wird als Versetzung des Kontaktpunkts P in longitudinaler und lateraler Richtung bezeichnet. Der Vektor \mathbf{r}_{MP} beinhaltet die Koordinaten des Kontaktpunkts P bezüglich der Radmitte M . Der Einheitsvektor \mathbf{e}_{zR} ist senkrecht zu \mathbf{e}_x und \mathbf{e}_{yR} .

Vertikale Kraft

Beim Modell wird in vertikaler Richtung der Reifen als Feder-Dämpfer-Element modelliert, so dass sich die Vertikalkraft nach [Lug-2005, S. 101ff.] wie folgt berechnet:

$$F_z = \underbrace{k_{r1} \cdot \rho + k_{r2} \cdot \rho^2}_{F_z^S} + \underbrace{c_r \cdot \dot{\rho}}_{F_z^D} \quad (2-55)$$

Dabei wird die vertikale Kraft F_z in die statische und dynamische Kraft F_z^S und F_z^D aufgeteilt. Sie kann mit der Steifigkeit k_{r1} und k_{r2} sowie dem Dämpfungskoeffizienten c_r bestimmt werden.

Longitudinale Kraft

Im Modell wird die longitudinale Kraft beim allgemeinen Fahren nach Gleichung (2-56) berechnet.

$$F_x = F \cdot \cos \varphi = F \cdot \frac{s_x^N}{s} \quad (2-56)$$

Dabei beschreibt s_x^N den normalisierten longitudinalen Schlupf und die Berechnung erfolgt nach (2-57).

$$s_x^N = \frac{s_x}{\hat{s}_x} = \frac{-(v_x - r_{dyn} \cdot \Omega)}{r_{dyn} \cdot |\Omega| \cdot s_x} \quad (2-57)$$

Bei diesem Modell ist der Kontakt zwischen Reifen und Fahrbahn auf einen einzelnen Punkt reduziert [Sch-2016, S. 26].

2.4.7 Flexible Ring Tire (FTire) Modell

Das Flexible-Ring-Tire-Modell von Gipser [Gip-2001; Win-2002, S. 42ff.] ist derzeit eines der bekanntesten Komfortreifenmodelle. Beim Modell wird der Reifengürtel als flexible Schwingerkette einzelner starrer Massen abgebildet. Zwischen den im Durchschnitt 80 bis 140 Umfangsmassen pro Ebene sind verschiedene nichtlineare Feder-Dämpfer-Elemente vorhanden, die eine elastische Verformung des Reifengürtels zulassen (vgl. Abbildung 2-17 und Abbildung 2-18). Aufgrund dessen können die quasi-statischen Einbettungseffekte und die hochfrequenten elastischen Gürtelschwingungen durch die Fahrbahnanregung abgebildet werden [Ein-2010, S. 43ff.]. Vor allem ermöglicht die Steifigkeit in radialer Richtung die Beschreibung der dynamischen Verhärtung des Reifens bei größeren Rollgeschwindigkeiten [Win-2002, S. 48]. Zur Beschreibung der realen Bodendruckverteilung stehen die 20 bis 100 lokalen Kontakt- und Reibungselementen pro Gürtелеlement zur Verfügung.

Nach [Win-2002, S. 42ff.] sind die wesentlichen Eigenschaften des Modells

- Es wird einfach in der Mehrkörpersimulationsumgebung implementiert.
- Das Modell beschreibt das nichtlineare Reifenverhalten im Zeitbereich.
- Das Modell ist im Frequenzbereich bis mindestens 120 Hz gültig.
- Das Modell eignet sich für Anregungswellenlängen in Rollrichtung bis zur Hälfte der Länge der Aufstandsfläche.
- Reifenkräfte und –momente ergeben sich aus der physikalisch orientierten Modellierung.

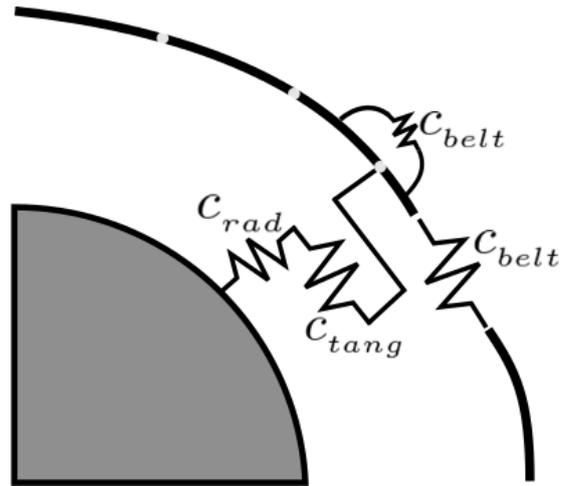


Abbildung 2-17: FTire Modellbildung nach Gipser [Gip-2001]

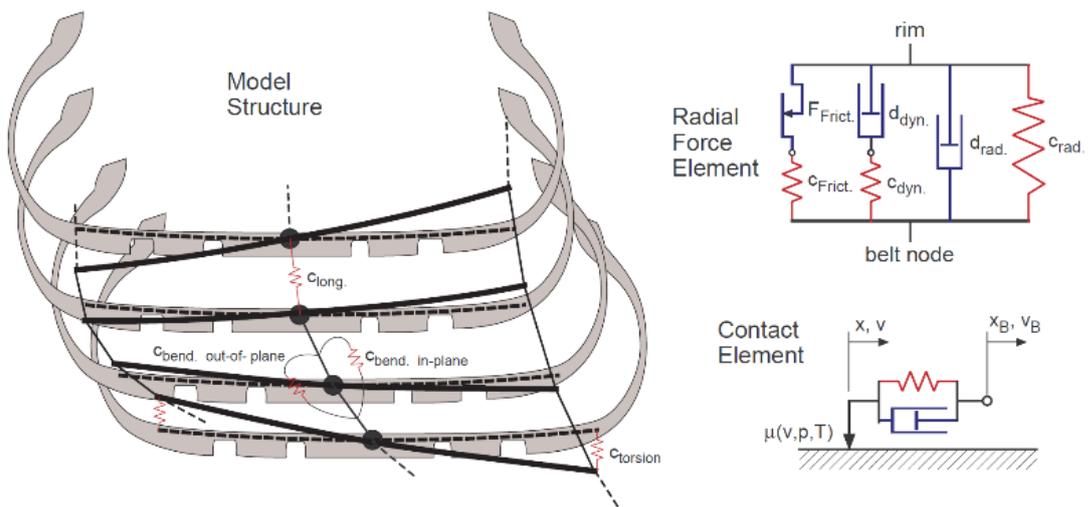


Abbildung 2-18: Nichtlineare Koppelkräfte zwischen Gürtel und Felge in FTire [Ril-2006, S. 23]

3 Ableitung der Forschungsfragen

Im Stand der Technik und Forschung sind bereits die bestehenden Reifenmodelle zusammengefasst. Aus diesen Erkenntnissen werden in diesem Kapitel die Forschungsfrage und somit die Aufgabestellung der vorliegenden Arbeit abgeleitet.

3.1 Forschungsfragen

Gerade Fahrer von Gabelstaplern sind durch die meist ungefederten Fahrzeuge einer hohen Belastung ausgesetzt. Für Hersteller von Flurförderzeugen tritt somit verstärkt die Untersuchung der Vertikaldynamik in den Vordergrund. Durch den Einsatz der Mehrkörpersimulation können bereits im Entwicklungsstadium Flurförderzeuge auf ihr durch Bodenunebenheiten verursachtes Schwingungsverhalten untersucht und optimiert werden. Hierzu werden bisher die bestehenden Reifenmodelle verwendet. Die verwendeten Reifenmodelle beeinflussen wesentlich das Fahrverhalten des Simulationsmodells. Da die Modelle aber meistens auf Luftreifen für Nutzfahrzeuge zugeschnitten sind und deren entsprechenden Modellparameter vom Luftdruck abhängig sind, spiegeln diese Modelle nur unzureichend das Verhalten von SE-Reifen wider. Insbesondere werden die Eigenschaften der hochelastischen Zwischenschicht nicht in die Modelle überführt, da diese Zwischenschicht in den Reifenmodellen nicht berücksichtigt wird. Dazu steht kein bekanntes Simulationsmodell für SE-Reifen zur Verfügung. Aus diesen Erkenntnissen stellen sich die folgenden Forschungsfragen als Ziel:

- Wie soll die Schwingungsübertragung von Flurförderzeugreifen unter Berücksichtigung der Eigenschaften von dem Laufgummi und der Zwischenschicht untersucht und mathematisch modelliert werden?
- Wie sollen die passenden Modellparameter aus den Messwerten des SE-Reifens ermittelt werden, die von der Radlast und der Radgeschwindigkeit sowie der Erregerfrequenz abhängig sind?
- Wie soll das entwickelte SE-Reifenmodell in die Gesamtfahrzeugsimulation integriert werden?

Das SE-Reifenmodell beruht nicht auf dem empirischen Ansatz wie MF-Tire und MF-SWIFT Tire Modell (vgl. Kapitel 2.4.2 und vgl. Kapitel 2.4.3), sondern auf dem methodischen Ansatz eines Mehrkörpersystems wie FTire (vgl. Kapitel 2.4.7). Das Reifenmodell bildet die Schnittstelle zwischen dem Bodenprofil und dem als Mehrkörpersystem aufgebauten Fahrzeug und ermittelt die an der Radnabe wirkenden Kräfte und

Momente auf das Fahrzeug als Ergebnis einer physikalisch orientierten Modellierung. Nach Abbildung 3-1 basiert die mathematische Beschreibung des SE-Reifenmodells auf theoretischen Modellen, wobei bis zu 20 Parameter zur Durchführung einer Fahrzeugsimulation mit dem Modell benötigt werden.

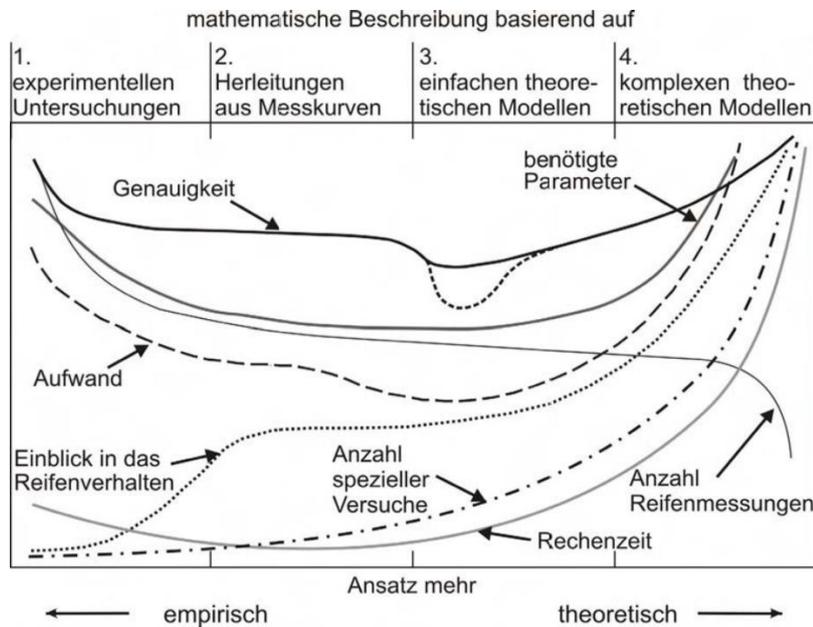


Abbildung 3-1: Reifenmodelleigenschaften nach [Pac-2006, S. 85; Fer-2009, S. 10]

Bei der mathematischen Modellbildung des SE-Reifens werden die verschiedenen Feder-Dämpfer-Elemente in radialer Richtung verwendet. Die Elemente beschreiben die elastische Verformung der Laufgummi und der hochelastischen Zwischenschicht, während die Steifigkeit in radialer Richtung beim FTire Modell die Beschreibung der dynamischen Verhärtung des Reifens bei größeren Rollgeschwindigkeiten ermöglicht (vgl. Kapitel 2.4.7). Im Gegensatz dazu beschreibt das UA-Tire eine analytische Betrachtung der dynamischen Eigenschaften von Luftreifen, in der die wesentlichen Formulierungen aus der Reifengeometrie abgeleitet werden. Das UA-Tire Modell eignet sich besonders zur Simulation von längs- und querdynamischen Fahrmanövern und kann dabei den Einfluss von Sturz und unebenem Untergrund abbilden (vgl. Kapitel 2.4.5).

Bei der Modellierung des SE-Reifenmodells wird der Laufgummi in einzelne Kontaktelemente diskretisiert, die als Hexaeder gestaltet sind. Auf jeweils einem Kontaktelement können die verschiedenen Kontaktpunkte erstellt werden, um die auf Boden resultierenden Kontaktkräfte zu berechnen. Die Anzahl der Kontaktelemente ist variabel und lässt sich beliebig durch den Nutzer auswählen. Im Gegensatz dazu wird beim Fiala Modell die Lauffläche durch einen Balken dargestellt, der durch seitliche Federn elastisch an der Felge angebunden ist. Der Kontakt zur Straße wird mit elastischen

Bürstenelementen modelliert (vgl. Kapitel 2.4.4). Im TMEASY Modell ist ein einzelner Kontaktpunkt zwischen Reifen und Fahrbahn vorhanden (vgl. Kapitel 2.4.6). Die ausführliche Darstellung der Reifenmodelleigenschaften findet sich in der Tabelle 3-1.

Tabelle 3-1: *Reifenmodelleigenschaften*

Reifenmodell	Eigenschaften	Benötigte Parameter	Frequenzbereich	Laufsteifen- oder Kontaktelement
SE	einfaches theoretisches Modell	bis zu 20	bis zu ca. 5 Hz	Flexible (>4)
MF	empirisches Modell	mehr als 15	bis zu ca. 15 Hz	1
MF-SWIFT	halbempirisches Modell	bis zu 180	Bis zu ca. 100 Hz	1
Fiala	empirisches Modell	mehr als 10	Niederfrequenz	1
UA-Tire	halbempirisches Modell	mehr als 10	Niederfrequenz	1
TMEASY	halbempirisches Modell	mehr als 10	Hochfrequenz	1
FTire	komplexes theoretisches Modell	mehr als 25	bis zu ca. 120 Hz	5 - 40

3.2 Aufgabenstellung

Am Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik der Technischen Universität München (fml) wurde im Rahmen eines Forschungsprojekts ein SE-Reifenmodell entwickelt, welches für hochfrequente Anregungen, wie sie z. B. bei der Überfahrt von Schwellen auftreten, Gültigkeit besitzt. Dies liegt im internen Modellaufbau begründet, der selbst ein Mehrkörpersystem auf Basis des physikalischen Aufbaus des Reifens darstellt. Auf Basis des entworfenen mathematischen Modells in Form von Kraftgesetzen und Bewegungsgleichungen wird in einer Mehrkörpersimulationsumgebung ein Simulationsmodell aufgebaut, welches anhand von Prüfstands- und Fahrversuchen validiert wird. Anschließend wurde das Modell in einen gekapselten Baustein für die einfache Integration in eine Gesamtfahrzeugsimulation in Form einer DLL-Datei überführt.

In der vorliegenden Arbeit wird das SE-Reifenmodell weiterentwickelt, um das Verhalten des SE-Reifens mit Hilfe mathematischer Gleichungen vollständig in einem Modell abzubilden. Dabei ist das SE-Reifenmodell als nichtlineares Schwingungsmodell konzipiert. Zuerst sollen die Bewegungsgleichungen des SE-Reifenmodells vollständig hergeleitet und somit die Einfederung des Feder-Dämpfer Systems in einer Routine berechnet werden. Um die Biegung zwischen den Kontaktelementen zu beschreiben, soll ein mathematischer Ansatz zur Berechnung der Biegemomente in das SE-Reifenmodell überführt werden. Die am SE-Reifenmodell resultierenden Kräfte und Momente sollen unter Beobachtung der Koordinaten der Kontaktpunkte auf den Kontaktelementen durch eine mathematische Gleichung in Echtzeit bestimmt werden. Damit das SE-

Reifenmodell bzw. die selbst programmierte Routine geprüft wird, soll das mechanische Reifenmodell und DLL-Reifenmodell mit den virtuellen Prüfständen (Hydropulser- und Trommelprüfstand in Adams/View) untersucht werden.

Im [Hom-2013, S. 143ff.; Oh-2013] wurden konstante Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Radlast und der Geschwindigkeit sowie der Erregerfrequenz aus Messwerten mit einem Optimierungsverfahren ermittelt. In der Forschungsarbeit sollen die Modellparameter, die von der Radlast und der Geschwindigkeit sowie von der Erregerfrequenz abhängen, aus den Messwerten mit dem Potenzansatz bestimmt werden. Die nicht direkt messbaren Parameter werden aus messbaren Daten der Statik und Dynamik abgeleitet.

Aufgrund der Genauigkeitsanforderung wird das Modell in Bezug auf eine Validierung noch intensiv geprüft, wobei die Messwerte aus dem Hydropulser- und Trommelprüfstand sowie der Fahrversuche verwendet werden. Hierfür erfolgen eine Untersuchung verschiedener Fahrbahnoberflächen und das Überrollen von Schlagleisten.

4 SE-Reifenmodell als Mehrkörpersystem

Das SE-Reifenmodell beruht auf einem Mehrkörpersystem, das mit Feder-Dämpfer Elementen miteinander gekoppelt ist. Dabei ist das SE-Reifenmodell als nichtlineares Schwingungsmodell konzipiert. Da die vertikalen Schwingungsübertragungen des bei Gabelstaplern verwendeten SE-Reifens abgebildet und Hindernisüberfahren erfasst werden sollen, ist die Bewegung des SE-Reifenmodells auf eine Ebene beschränkt. In diesem Kapitel wird das mechanische Reifenmodell bzw. die Modellierung des SE-Reifens dargestellt und die Dynamik des SE-Reifenmodells erläutert.

4.1 Mehrkörpersysteme

Ein Mehrkörpersystem (MKS) beschreibt physikalisch ein technisches System durch Körper und deren Verbindungen. Ein klassisches Mehrkörpersystem besteht aus einer endlichen Anzahl von massebehafteten starren Körpern, deren Bewegungen durch Bindungen geometrisch beschränkt sind und welches unter dem Einfluss von äußeren Kräften und Momenten steht (vgl. Abbildung 4-1).

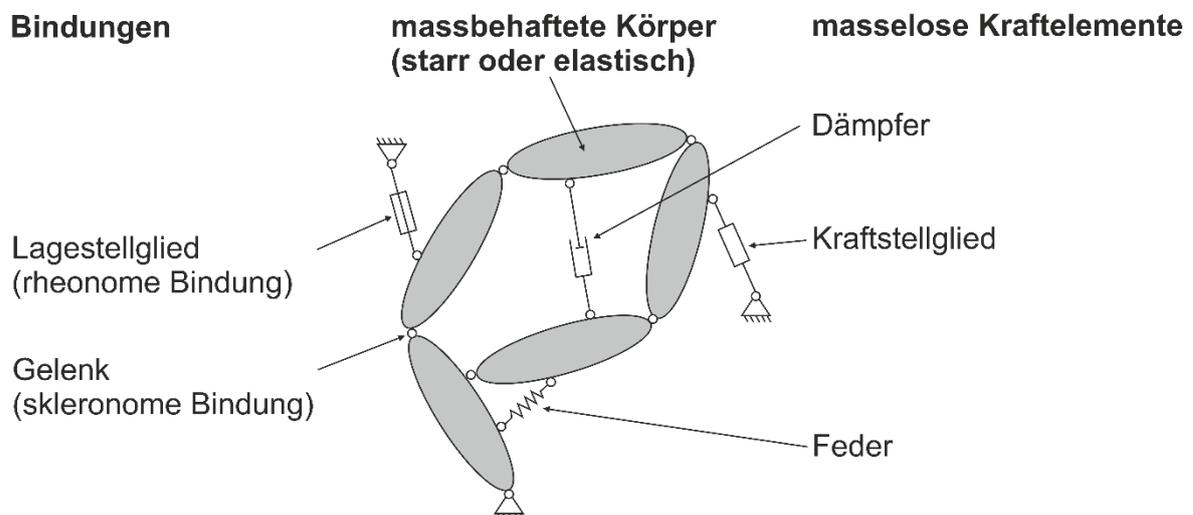


Abbildung 4-1: Modellelemente eines Mehrkörpersystems [Woe-2011, S. 2]

Gelenke verbinden die Körper miteinander und Lagerstellglieder prägen dem System zeitlich vorgegebene Bewegungen auf. Bei der mathematischen Modellbildung von Mehrkörpersystemen spielen die dazugehörigen Formulierungen als skleronome (nicht explizit von der Zeit abhängig) und rheonome (explizit von der Zeit abhängig) Bindungen eine wichtige Rolle, da sie den Aufbau der Bewegungsgleichungen der Systeme festlegen. Durch Kraftelemente wie masselose Federn, Dämpfer und

Antriebsmotoren werden die eingepprägten Kräfte und Momente hervorgerufen, welche auf die Körper einwirken. Darüber hinaus treten Reaktionskräfte und –momente als Schnittreaktionen an den Bindungen auf. Dabei sind die Richtungen der Reaktionskräfte und –momente von der Geometrie der Bindungen abhängig [Woe-2011, S. 2].

Durch mathematische Formalisierung lassen sich die nichtlinearen Newton-Eulerschen Bewegungsgleichungen des Systems auf Basis der lokalen Bewegungsgleichungen der freien starren Körper erstellen. Dabei werden elastische Effekte nicht berücksichtigt. Die Modellierung mit starren Körpern führt auf eine geringe Systemdimension und damit zu kurzen Rechenzeiten.

Ein elastisches Mehrkörpersystem besteht aus starren und flexiblen Körpern. Die Bewegung eines Körpers im elastischen Mehrkörpersystem (EMKS) setzt sich aus der Referenzbewegung und den elastischen Verformungen des Körpers zusammen. Die Referenzbewegung wird durch die Bewegung der Bezugssysteme des Körpers und die elastischen Verformungen durch Relativbewegungen der Punkte des Körpers bezüglich dieses Koordinatensystems erfasst. Die Konfiguration jedes einzelnen flexiblen Körpers in einem Mehrkörpersystem wird durch zwei Koordinatensätze beschrieben, die Referenzkoordinaten $\{\mathbf{O}^i, \mathbf{e}^i\}$ und die elastischen Koordinaten $\{\mathbf{O}^{k,i}, \mathbf{e}^{k,i}\}$. Mit den Referenzkoordinaten wird die Lage und Orientierung der Bezugssysteme des gewählten Körpers bezüglich eines Inertialkoordinatensystems $\{\mathbf{O}^l, \mathbf{e}^l\}$ beschrieben. Demgegenüber stellen die elastischen Koordinaten die Deformation der Körper bezüglich ihres Bezugssystems dar. Zur Bestimmung der globalen Position eines beliebigen Punktes auf einem elastischen Körper müssen diese Koordinaten kombiniert werden [Sha-2005, S. 15ff.].

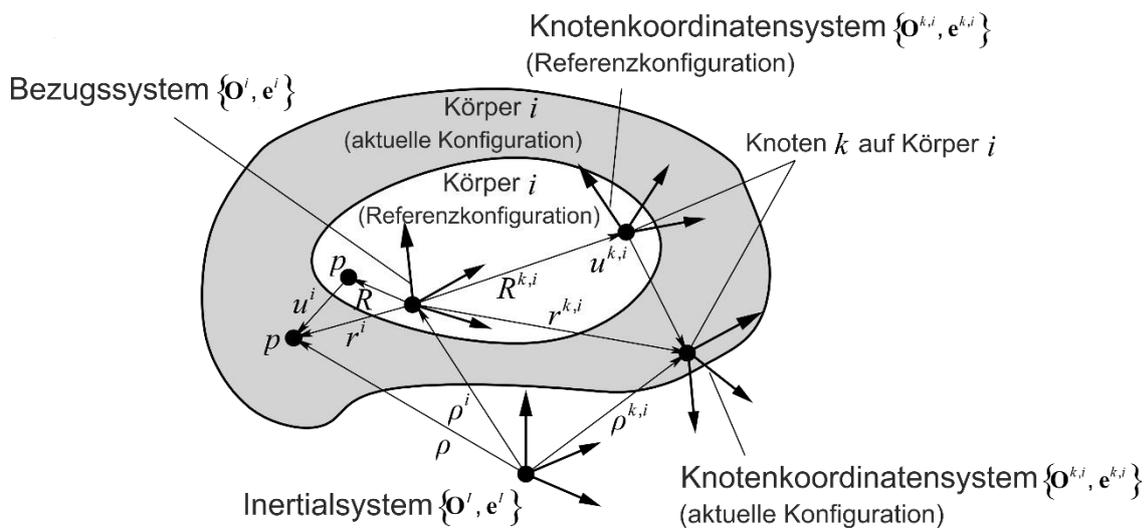


Abbildung 4-2: Kinematik des Körpers i in einem elastischen Mehrkörpersystem

Anwendung finden die MKS vor allem bei der Bewegungsanalyse von komplexen kinematischen Systemen in Bereichen wie Fahrdynamik oder Robotik. Auch die Simulation von Motoren und Getrieben oder schwimmenden Körpern ist möglich. Außerdem wird die MKS in Verbindung mit anderen rechnergestützten Entwicklungsverfahren eingesetzt, beispielsweise bei der Bereitstellung dynamischer Lastannahmen für die Finite-Elemente-Analyse [Sha-2014, S. 1ff.].

Durch die Simulation von Mehrkörpersystemen erfolgt die Bestimmung der Bewegung aller zum Mehrkörpersystem gehörenden Körper, bzw. die Berechnung der auf die Körper wirkenden Kräfte und Momente. Je nachdem, welche Größen unbekannt sind, handelt sich um eine Kinematikanalyse, ein inverses Problem der Dynamik, eine quasistatische Analyse oder eine Dynamikanalyse durch Integration. Bei der Kinematikanalyse wird die Bewegungsgröße aller Körper eines Mehrkörpersystems bei einer vorgegebenen Sollbewegung bestimmt. Bei inversen Problemen der Dynamik werden die erforderlichen Antriebskräfte oder –momente berechnet, die eine vorgeschriebene Bewegung erfordern. Die inverse Dynamik wird häufig in der Roboterdynamik verwendet. Bei der quasistatischen Analyse werden mögliche Gleichgewichtslagen eines Mehrkörpersystems gesucht, während der Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustand gegeben sind. Bei der Kinematikanalyse, der inversen Dynamik und der quasistatischen Analyse müssen rein algebraische, in der Regel starke nichtlineare Gleichungen gelöst werden. Bei einer Dynamikanalyse wird die resultierende Bewegung des Systems bei vorgegebenen Kräften mittels Integration der Bewegungsgleichungen berechnet, so dass der Zusammenhang zwischen den Kräften und der Bewegung untersucht werden kann. Zum Lösen der Bewegungsgleichungen des Systems werden numerische Integrationsverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen, z. B. Runge-Kutta-Verfahren, Adams-Bashfort-Verfahren, BDF-Verfahren oder Extrapolationsverfahren verwendet. Dabei spielt die Auswahl eines geeigneten Verfahrens eine wesentliche Rolle. [Lei-1992, S. 285ff.]

4.1.1 Allgemeine Bewegungsgleichung für Mehrkörpersysteme

Die globalen Newton-Eulerschen Gleichungen für Mehrkörpersysteme werden unter Verwendung von den lokalen Bewegungsgleichungen eines freien starren Körpers formuliert. Daraus ergeben sich die Bewegungsgleichungen für ideale Systeme ohne Reibungs- und Kontaktkräfte, die für gewöhnliche und allgemeine Mehrkörpersysteme eine unterschiedliche Form aufweisen. Dadurch hängen die eingepprägten Kräfte im System nicht von den Reaktionskräften ab [Sch-2004b, S. 121ff.].

Nach Leister werden die Bewegungen starrer Körper eines Mehrkörpersystems durch Kräfte und Momente bestimmt, die auf die Körpern wirken [Lei-1992, S. 285ff.]. Die

Grundgleichungen eines ungebundenen Körpers werden mit Hilfe des Impulssatzes (Newtonsche Gleichungen) und Drallsatz (Eulersche Gleichungen) in der Form ausgedrückt

$$\begin{aligned} m \cdot \mathbf{a}(t) &= \mathbf{f}(t), \\ \mathbf{I}(t) \cdot \boldsymbol{\alpha}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times (\mathbf{I}(t) \cdot \boldsymbol{\omega}(t)) &= \mathbf{l}(t). \end{aligned} \quad (4-1)$$

Dabei ist m die Masse des Körpers, \mathbf{I} kennzeichnet den 3×3 Trägheitstensor, $\boldsymbol{\omega}$ ist der 3×1 Vektor der Winkelgeschwindigkeit, \mathbf{a} und $\boldsymbol{\alpha}$ sind 3×1 Vektoren der translatorischen und rotatorischen Beschleunigung bezüglich des Massenschwerpunktes. Darüber hinaus stellen \mathbf{f} und \mathbf{l} die 3×1 Vektoren der am Körper angreifenden Kräfte und Momente dar.

Die Berechnung der Bewegungsgleichungen des Gesamtsystems wird ausgehend von der Mehrkörpersystembeschreibung mit Hilfe des Newton-Euler-Formalismus ermöglicht. Zur Beschreibung eines Mehrkörpersystems, in dem sich p starre Körper befinden, werden zunächst die Ortsvektoren \mathbf{r}_i und die Drehtensoren \mathbf{S}_i aller Körper in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten $\mathbf{y}(t)$ und der Zeit t dargestellt

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i &= \mathbf{r}_i(\mathbf{y}, t), \\ \mathbf{S}_i &= \mathbf{S}_i(\mathbf{y}, t), \quad i = 1(1)p. \end{aligned} \quad (4-2)$$

Die Geschwindigkeit \mathbf{v}_i und die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_i$ der Körper wird durch Ableiten der Lagegrößen nach Gleichung (4-2) bestimmt

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i &= \mathbf{J}_{Ti}(\mathbf{y}, t) \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_i(\mathbf{y}, t), \\ \boldsymbol{\omega}_i &= \mathbf{J}_{Ri}(\mathbf{y}, t) \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_i(\mathbf{y}, t). \end{aligned} \quad (4-3)$$

Dabei werden die Matrizen \mathbf{J}_{Ti} und \mathbf{J}_{Ri} als die Jacobimatrizen der Translation und Rotation bezeichnet. Die Vektoren $\bar{\mathbf{v}}_i$ und $\bar{\boldsymbol{\omega}}_i$, in denen die von $\dot{\mathbf{y}}$ unabhängigen Terme zusammengefasst sind, kennzeichnen den lokale Geschwindigkeits- und Drehgeschwindigkeitsvektor der Körper. Diese lokalen Vektoren können bei rheonomen Bindungen auftreten. Aus weiterem Ableiten ergeben sich die Beschleunigung \mathbf{a}_i und Drehbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_i$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= \mathbf{J}_{Ti}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t), \\ \boldsymbol{\alpha}_i &= \mathbf{J}_{Ri}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t). \end{aligned} \quad (4-4)$$

Dabei sind die Terme $\bar{\mathbf{a}}_i$ und $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$ von $\dot{\mathbf{y}}$ unabhängig.

Durch Freischneiden eines Mehrkörpersystems können die einzelnen Körper oder Teilkörper freigestellt werden, so dass der bereits bekannte Impuls- und Drallsatz

angewendet werden. Dies liefert bei räumlicher Betrachtung für jeden Körper sechs Gleichungen, bei ebener Betrachtung drei Gleichungen, die die unbekanntes Bewegungsgrößen sowie entsprechende Schnittkräfte und –momente enthalten. Damit können die Newtonschen und Eulerschen Gleichungen formuliert werden.

Nach Schiehlen und Shabana [Sch-2004b, S. 122ff.; Sha-2005, S. 224] wird die Newton-Eulersche Gleichung holonomer Mehrkörpersysteme mit dem $f \times 1$ -verallgemeinerten Koordinaten $\mathbf{y}(t)$ in der Form (4-5) ausgedrückt

$$\overline{\overline{\mathbf{M}}}(\mathbf{y}, t) \cdot \overline{\mathbf{J}}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \overline{\mathbf{q}}^c(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \overline{\mathbf{q}}^e(t) + \overline{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{g}(t) \quad , \quad (4-5)$$

wobei die Blockmatrix $\overline{\overline{\mathbf{M}}}$ ($6p \times 6p$) die Massen- und Trägheitstensoren der freien Körper p enthält. Die globale Jacobi-Matrix $\overline{\mathbf{J}}$ ($6p \times f$) und die globale Verteilungsmatrix $\overline{\mathbf{Q}}$ ($6p \times q$) ist in der Form zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{\mathbf{M}}} &= \text{diag} (m_1 \mathbf{E} \ m_2 \mathbf{E} \ \cdots \ m_p \mathbf{E} \ \mathbf{I}_1 \ \cdots \ \mathbf{I}_p) \\ \overline{\mathbf{J}} &= [\mathbf{J}_{T1}^T \ \mathbf{J}_{T2}^T \ \cdots \ \mathbf{J}_{Tp}^T \ \mathbf{J}_{R1}^T \ \cdots \ \mathbf{J}_{Rp}^T] \\ \overline{\mathbf{Q}} &= [\mathbf{F}_1^T \ \mathbf{F}_2^T \ \cdots \ \mathbf{F}_p^T \ \mathbf{L}_1^T \ \cdots \ \mathbf{L}_p^T]^T \end{aligned} \quad (4-6)$$

Darüber hinaus wird der $q \times 1$ -Vektor $\mathbf{g}(t)$ als Vektor der verallgemeinerten Zwangskräfte bezeichnet. Der globale $6p \times 1$ -Kraftvektor $\overline{\mathbf{q}}^c$ beschreibt die Coriolis- und Zentrifugalkräfte bzw. die Kreiselmomente. Der globale $6p \times 1$ -Kraftvektor $\overline{\mathbf{q}}^e$ enthält alle äußeren oder eingepprägten, auf den freien Körper p einwirkenden Kräfte \mathbf{f} und Momente \mathbf{I} , während Reaktionskräfte und –momente definitionsgemäß nicht auftreten. Für die Kraftvektoren gilt jeweils

$$\overline{\mathbf{q}} = [\mathbf{f}_1 \ \mathbf{f}_2 \ \cdots \ \mathbf{f}_p \ \mathbf{I}_1 \ \cdots \ \mathbf{I}_p]^T . \quad (4-7)$$

Die Gleichung (4-7) ist kein gewöhnliches Differentialgleichungssystem mehr, sondern ein gekoppeltes differential-algebraisches Gleichungssystem. Dies lässt sich direkt mit aufwendigen numerischen Verfahren lösen.

Durch die Multiplikation der globale $6p \times f$ -Jacobi-Matrix $\overline{\mathbf{J}}^T$ in der Gleichung (4-5) folgt die Bewegungsgleichung eines holonomen Mehrkörpersystems für ideale Systeme mit proportional-differentialen Kräften in der Form(4-8):

$$\mathbf{M}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) \quad (4-8)$$

Dabei ist

$$\mathbf{M} = \bar{\mathbf{J}}^T \cdot \overline{\mathbf{M}} \cdot \bar{\mathbf{J}} \quad (4-9)$$

$$\mathbf{k} = \bar{\mathbf{J}}^T \cdot \bar{\mathbf{q}}^c$$

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{J}}^T \cdot \bar{\mathbf{q}}^e$$

und der Freiheitsgrad des Systems wird damit von $6p$ auf f reduziert. Die Matrix \mathbf{M} wird als symmetrische $f \times f$ -Massenmatrix und der Vektor \mathbf{k} als verallgemeinerte $f \times 1$ -Kreiselkräfte sowie der Vektor \mathbf{q} als verallgemeinerte eingeprägte $f \times 1$ -Kräfte bezeichnet. Nach dem d'Alembertschen Prinzip entfallen die Reaktionskräfte entsprechend der Orthogonalitätsbeziehung

$$\bar{\mathbf{Q}}^T \cdot \bar{\mathbf{J}} = \bar{\mathbf{J}}^T \cdot \bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{0} \quad . \quad (4-10)$$

4.1.2 Linearisierung der Bewegungsgleichung

Die allgemeine nichtlineare Bewegungsgleichung (4-8) eines Mehrkörpersystems kann bezüglich einer Soll-Bewegung linearisiert werden [Sch-2004b, S. 122ff.]. Die charakteristischen Soll-Bewegungen eines Systems lassen sich in der Form (4-11) ausdrücken

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_s(t) + \tilde{\mathbf{y}}(t) \quad \|\tilde{\mathbf{y}}(t)\| \ll a \quad (4-11)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \dot{\mathbf{y}}_s(t) + \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) \quad \|\dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t)\| \ll b$$

$$\ddot{\mathbf{y}}(t) = \ddot{\mathbf{y}}_s(t) + \ddot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) \quad \|\ddot{\tilde{\mathbf{y}}}(t)\| \ll c \quad .$$

Dabei stellen a , b und c geeignete Bezugsgrößen dar. Der $f \times 1$ -Lagevektor $\mathbf{y}_s(t)$ beschreibt die Soll-Bewegung und der $f \times 1$ -Lagevektor $\tilde{\mathbf{y}}(t)$ wird als kleine Bewegung ausgeführt.

Wird die Gleichung (4-11) in die Gleichung (4-8) eingesetzt, so liefert eine Taylorsche Reihenentwicklung, jeweils bis zum ersten Glied:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}(\mathbf{y}, t) &= \mathbf{M}(\mathbf{y}_s, t) + \left. \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{y}} \right|_{\mathbf{y}_s} \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) \\
&= \mathbf{M}_o(t) + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{y}} \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) \\
\mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) &= \mathbf{k}(\mathbf{y}_s, \dot{\mathbf{y}}_s, t) + \left. \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{y}} \right|_{\mathbf{y}_s, \dot{\mathbf{y}}_s} \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) + \left. \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \right|_{\mathbf{y}_s, \dot{\mathbf{y}}_s} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) \\
&= \mathbf{k}_o(t) + \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{y}} \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) + \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) \\
\mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) &= \mathbf{q}(\mathbf{y}_s, \dot{\mathbf{y}}_s, t) + \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{y}} \right|_{\mathbf{y}_s, \dot{\mathbf{y}}_s} \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) + \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \right|_{\mathbf{y}_s, \dot{\mathbf{y}}_s} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) \\
&= \mathbf{q}_o(t) + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{y}} \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t).
\end{aligned} \tag{4-12}$$

Aus der Gleichung (4-9) ergibt sich dann unter Vernachlässigung aller Glieder zweiter Ordnung in $\tilde{\mathbf{y}}(t)$, $\dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t)$ und $\ddot{\tilde{\mathbf{y}}}(t)$ die linearisierte Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}(t) \cdot \ddot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) + \mathbf{P}(t) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) + \mathbf{Q}(t) \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{h}(t). \tag{4-13}$$

Für die Matrizen gelten

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}(t) &= \mathbf{M}_o(t), \\
\mathbf{P}(t) &= \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \dot{\mathbf{y}}} - \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \dot{\mathbf{y}}}, \\
\mathbf{Q}(t) &= \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{y}} \cdot \ddot{\mathbf{y}}_s(t) + \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{y}} - \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{y}}, \\
\mathbf{h}(t) &= \mathbf{q}_o(t) - \mathbf{k}_o(t) - \mathbf{M}_o(t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}_s(t),
\end{aligned} \tag{4-14}$$

wobei $\tilde{\mathbf{y}}(t) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t)$ aufgrund von quadratischer kleiner Größe vernachlässigt wird. Die $f \times f$ -Matrix $\mathbf{p}(t)$ wird als geschwindigkeitsabhängigen Kräfte und die $f \times f$ -Matrix $\mathbf{Q}(t)$ als lageabhängigen Kräfte sowie der $f \times 1$ -Vektor $\mathbf{h}(t)$ als die Erregerfunktion bezeichnet. Bei einem homogenen zeitvarianten System wird die Erregerfunktion verschwunden, $\mathbf{h}(t) \equiv 0$. Darüber hinaus sind bei zeitinvarianten Systemen die Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{P} und \mathbf{Q} zeitunabhängig und können daher in ihre symmetrischen und schief-symmetrischen Anteile aufgeteilt werden

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) + (\mathbf{D} + \mathbf{G}) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{N}) \cdot \tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{h}(t). \tag{4-15}$$

Dabei beschreiben die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und die Kreiselmatrix \mathbf{G} die Dämpfungskräfte und die gyroskopischen Kräfte. Zudem bestimmt die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} die konservativen Kräfte, während die Matrix \mathbf{N} die zirkulatorischen Kräfte bzw.

nichtkonservative Kräfte genannt. Die Eigenschaften der Matrizen sind $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T$, $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$ und $\mathbf{G} = -\mathbf{G}^T$, $\mathbf{N} = -\mathbf{N}^T$ [Sch-2004b, S. 136].

4.1.3 Darstellung dynamischer Systeme

Die Bewegungsgleichung (4-13) wird in Form einer Zustandsgleichung dargestellt, so dass die Gleichung mit einem numerischen Integrationsverfahren gelöst werden kann.

Nach [Sch-2004b, S. 210] lautet die lineare Zustandsgleichung für zeitinvariante Systeme

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t), & \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t) &= [\mathbf{y}(t) \quad \dot{\mathbf{y}}(t)].\end{aligned}\tag{4-16}$$

Dabei werden alle Zustandsgrößen, zu denen z. B. die verallgemeinerten Koordinaten gehören, zu einem $n \times 1$ -Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$ zusammengefasst. Bei der Gleichung (4-16) ist zu beachten, dass sich die Systemdimension auf $n = 2f$ verdoppelt. Die Zustandsgrößen mechanischer Systeme sind durch die Lagegrößen und Geschwindigkeitsgrößen sowie die Kraftgrößen gegeben. Darüber hinaus werden die r -Eingangsgroßen zu einem $r \times 1$ -Eingangsvektor $\mathbf{u}(t)$ mit der Bedingung $r \leq n$ zusammengefasst.

Für gewöhnliche Mehrkörpersysteme werden die Systemmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und die Eingangsmatrix $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ in der Form (4-17) ausgedrückt

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{Q} & -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{P} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}.\tag{4-17}$$

4.1.4 Numerische Integrationsverfahren

Die Differentialgleichung eines dynamischen Systems bzw. die Gleichung (4-17) kann unter Verwendung von verschiedenen numerischen Integrationsverfahren gelöst werden, wodurch Näherungswerte ermittelt werden. Das Ziel besteht dann darin, ausgehend von den Werten (t_k, x_k) die nachfolgenden Werte (t_{k+1}, x_{k+1}) zu berechnen. Hierbei ist zwei Verfahrensklassen verfügbar [Woe-2011, S. 182ff.]:

- Einschrittverfahren: der Werte (t_{k+1}, x_{k+1}) wird nur aus dem Wert (t_k, x_k) berechnet.
- Mehrschrittverfahren: die Werte (t_{k+1}, x_{k+1}) werden zusätzlich aus den zurückliegenden Werten $(t_{k-1}, x_{k-1}), (t_{k-2}, x_{k-2}), \dots, (t_{k-n}, x_{k-n})$ berechnet.

Als einfachstes Einschrittverfahren ist das explizite EULER-Verfahren sehr bekannt. Bei diesem Verfahren wird die unbekannte Lösung $x(t)$ im Zeitintervall $[t_k, t_{k+1}]$ linear mit der Steigung zum Zeitpunkt t_k approximiert. Mit konstanter Schrittweite h ergibt sich die Zahlenfolge der Näherungswerte

$$x_{k+1} = x_k + h \cdot f(x_k, t_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4-18)$$

In der Abbildung 4-3 ist dieses Verfahren für die skalare Differentialgleichung $\dot{x} = f(x, t)$ schematisch dargestellt.

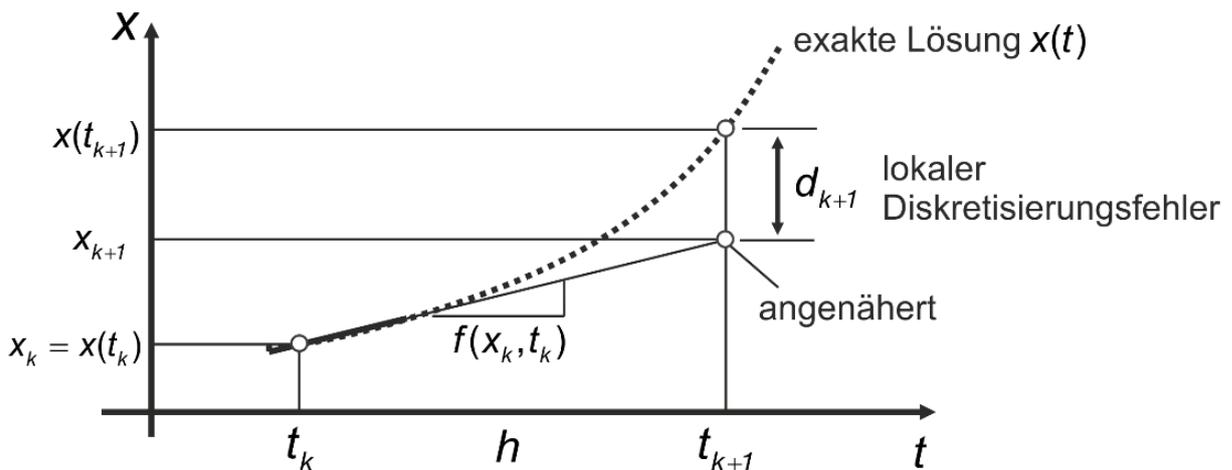


Abbildung 4-3: Schematische Darstellung für das EULER-Verfahren

Im Gegensatz dazu stehen numerische Integrationsverfahren nach Carl Runge und Martin Wilhelm Kutta [Str-2012, S. 32ff.] als moderne explizite Einschrittverfahren zur Verfügung. Um die Differentialgleichung des Reifenmodells zu lösen bzw. die Einfederung des SE-Reifens zu ermitteln, wird dieses Verfahren in dieser Arbeit verwendet. Der Vorteil gegenüber dem expliziten Euler-Verfahren ist, dass sich der Rechenaufwand verringert. Die expliziten m -stufigen Runge-Kutta-Verfahren gehören zur Klasse der Einschrittverfahren, die nur den Wert (t_k, x_k) zur Berechnung der Werte (t_{k+1}, x_{k+1}) mit $k = 0, 1, 2, \dots$ verwenden. Diese Verfahren sind durch folgende Gleichung definiert:

$$x_{neu} = x + h \sum_{j=1}^s b_j \cdot f^{(j)} \quad (4-19)$$

mit

$$f^{(j)} = f\left(t + c_j h, x + h \underbrace{\sum_{k=1}^{j-1} a_{jk} \cdot f^{(k)}}_{=: \tilde{x}^{(j)}}\right), \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (4-20)$$

Für die Wahl der Parameter a_{jk} , b_j und c_j , die häufig im Butcher-Block dargestellt werden, lassen sich die charakteristischen Koeffizienten im Tableau anordnen:

$$\begin{array}{c|cccc}
 0 & & & & \\
 c_2 & a_{2,1} & & & \\
 c_3 & a_{3,1} & a_{3,2} & & \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\
 c_s & a_{s,1} & \dots & \dots & a_{s,s-1} \\
 \hline
 & b_1 & \dots & b_{s-1} & b_s
 \end{array} \tag{4-21}$$

Häufig werden hierbei Verfahren 4. Ordnung mit Verfahren 5. Ordnung kombiniert. Vertreter sind das eingebettete Runge-Kutta-Fehlberg-4(5)-Verfahren und das Dormand-Prince-5(4)-Verfahren. In dieser Arbeit wird die Bewegungsgleichung mit dem Dormand-Prince-Verfahren 5. Ordnung (7-stufiges Verfahren: $s = 7$) gelöst, deren Parameter im Butcher-Diagramm in Formel (4-22) dargestellt sind. Die Schrittweite h bleibt konstant, während das Verfahren durchgeführt wird.

$$\begin{array}{c|cccccc}
 0 & & & & & \\
 1 & 1 & & & & \\
 \hline
 5 & 5 & & & & \\
 3 & 3 & 9 & & & \\
 \hline
 10 & 40 & 40 & & & \\
 4 & 44 & 56 & 32 & & \\
 5 & 45 & 15 & 9 & & \\
 8 & 19372 & 25360 & 64448 & 212 & \\
 9 & 6561 & 2187 & 6561 & 729 & \\
 1 & 9017 & 355 & 46732 & 49 & 5103 \\
 & 3168 & 33 & 5247 & 176 & 18656 \\
 1 & 35 & 0 & 500 & 125 & 2187 & 11 \\
 & 384 & & 1113 & 192 & 6784 & 84 \\
 \hline
 p = 4 & 5179 & 0 & 7571 & 393 & 92097 & 187 & 1 \\
 & 57600 & & 16695 & 640 & 339200 & 2100 & 40 \\
 p = 5 & 35 & 0 & 500 & 125 & 2187 & 11 \\
 & 384 & & 1113 & 192 & 6784 & 84
 \end{array} \tag{4-22}$$

Explizite Mehrschrittverfahren nutzen neben dem aktuellen Wert x_k zusätzlich zeitliche zurückliegende Werte x_{k-1} , x_{k-2}, \dots , um die folgenden Näherungswerte x_{k+1} zu berechnen. Da zum Start der Integration noch keine zurückliegenden Werte vorliegen, wird eine Anlaufrechnung mit einem Einschrittverfahren benötigt. Der Vorteil gegenüber Einschrittverfahren ist, dass die Anzahl der Auswertungen der rechten Seite und damit der gesamte Rechenaufwand verringert werden kann. Demgegenüber ist die

Implementierung komplexer. Bei Ausnutzung des Mehrschrittverfahrens wird angenommen, dass die Funktionen $f(x, t)$ hinreichend stetig sind [Woe-2011, S. 182ff.].

4.2 Physikalischer Ansatz des SE-Reifenmodells

Das im Rahmen der Arbeit entwickelte Reifenmodell für SE-Reifen beruht auf dem methodischen Ansatz eines Mehrkörpersystems mit dem Ziel, Hindernisüberfahrten zu erfassen und vertikale Schwingungsübertragungen abzubilden. Gemäß diesem Ansatz wird der SE-Reifen durch einzelne Elemente diskretisiert, die mit Hilfe von Bindungselementen und Kraftformulierungen gekoppelt werden und sich alle in einer Ebene befinden. Abbildung 4-4 zeigt den grundlegenden Aufbau des zweidimensionalen Reifenmodells.

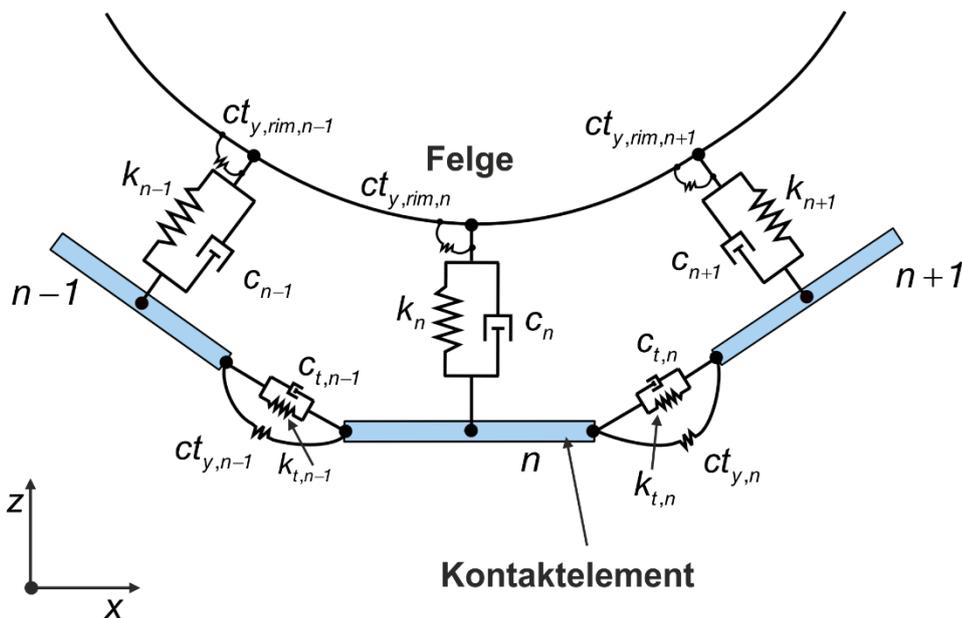


Abbildung 4-4: Physikalisches SE-Reifenmodell

Der Laufgummi wird durch N einzelne Kontaktelemente ersetzt, die als Hexaeder gestaltet sind und deren Dicke gegenüber der Länge und Breite klein ist. Die Anzahl der Kontaktelemente N ist variierbar und lässt sich durch den Nutzer auswählen. Auf jeweils einem Kontaktelement können verschiedene Kontaktpunkte erstellt werden, um die auf den Boden resultierenden Kontaktkräfte zu berechnen. Dabei spielt die Anzahl der Kontaktelemente und -punkte für die Genauigkeitsanforderung eine wesentliche Rolle, weshalb die optimale Anzahl der Elemente und Punkte bei der Validierung des Modells untersucht werden soll. Zur Beschreibung der Deformation der hochelastischen Zwischenschicht in radialer Richtung wird ein lineares Voigt-Kelvin Feder-Dämpfer-Element verwendet. Die Dehnung der Gummischicht in Umfangsrichtung lässt sich ebenfalls durch Feder-Dämpfer-Elemente beschreiben. Die Drehfedern

zwischen Felge und Kontaktelementen übertragen die Antriebs- und Bremsmomente vom Flurförderzeug in die Kontaktelemente. Um eine zu starke relative Drehung zwischen den Kontaktelementen zu vermeiden, werden diese zusätzlich durch eine Drehfeder verbunden. Das Reifenprofil wird in diesem ersten Entwurf für das Reifenmodell nicht berücksichtigt.

4.3 Mathematische Modellbildung

Für die mathematische Modellbildung des SE-Reifens werden verschiedene Koordinatensysteme festgelegt (vgl. Abbildung 4-5). Ein körperfestes Koordinatensystem K_{rim} steht im Schwerpunkt der Felge und ein Polarkoordinatensystem $K_{ce,n}$ zur Beschreibung der Einfederung des Reifens im Schwerpunkt des jeweiligen Kontaktelements. Dabei dreht sich das Koordinatensystem mit dem konstanten Winkel α um den Schwerpunkt des Kontaktelements und der Winkel hängt von der Anzahl der Kontaktelemente ab. Darüber hinaus ist ein Koordinatensystem K_R für das Straßenprofil verfügbar, so dass die Lage der Kontaktpunkte und die am Reifenmodell resultierenden Kontaktkräfte bestimmt werden können.

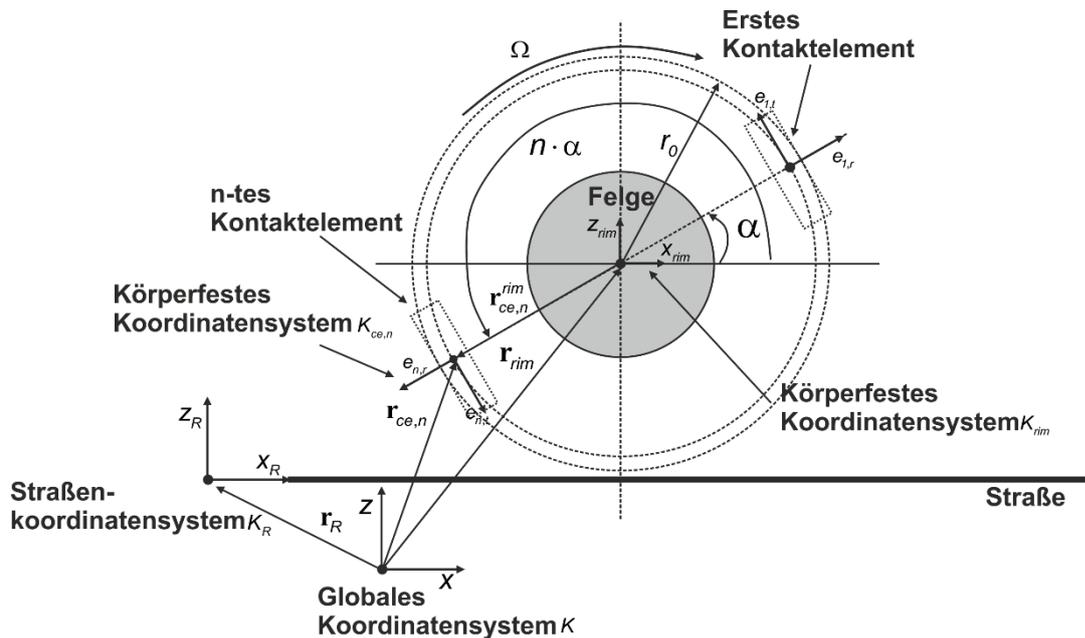


Abbildung 4-5: Modellierung der Felge und Kontaktelemente für das SE-Reifenmodell

Die Drehtensoren zwischen den Koordinatensystemen werden in folgender Form nach (4-23) ausgedrückt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{KK_{rim}} &= \begin{bmatrix} \cos \Omega t & 0 & \sin \Omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Omega t & 0 & \cos \Omega t \end{bmatrix} & (4-23) \\
\mathbf{S}_{K_{rim}K_{ce,n}} &= \begin{bmatrix} \cos(n \cdot \alpha) & 0 & -\sin(n \cdot \alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(n \cdot \alpha) & 0 & \cos(n \cdot \alpha) \end{bmatrix} \\
\mathbf{S}_{KK_{ce,n}} &= \begin{bmatrix} \cos(n \cdot \alpha - \Omega t) & 0 & -\sin(n \cdot \alpha - \Omega t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(n \cdot \alpha - \Omega t) & 0 & \cos(n \cdot \alpha - \Omega t) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Dabei ist die Winkelgeschwindigkeit Ω richtungsabhängig und der Index n wird als Nummer der Kontaktelemente bezeichnet. Die Anzahl der Kontaktelemente lässt sich durch den Anwender beliebig wählen. Darüber hinaus hängt der Winkel α von der Anzahl der Kontaktelemente ab und bleibt unabhängig von der Zeit. Bei der mathematischen Modellbildung des SE-Reifenmodells wird angenommen, dass das Antriebsmoment auf die Felge vollständig auf die Kontaktelemente übertragen wird und die Einfederung in Umfangsrichtung die Einfederung in Radialrichtung kaum beeinflusst. Im Rahmen dieser Arbeit wird nur die Bewegungsgleichung unter Berücksichtigung der Deformation des Reifens in Radialrichtung abgebildet. Dazu wird das Massenträgheitsmoment der Kontaktelemente nicht berücksichtigt, da die Dicke gegenüber der Länge und Breite klein ist.

4.3.1 Bewegung der Felge und der Kontaktelemente

Bei der Bewegung des Reifens mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit (vgl. Abbildung 4-6) wird die Lage der Kontaktelemente bezüglich des globalen Koordinatensystems in der Form nach (4-24) ausgedrückt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_{ce,n} &= \mathbf{r}_{rim} + \mathbf{S}_{KK_{ce,n}} \cdot \mathbf{r}_{ce,n}^n & (4-24) \\
&= \begin{bmatrix} x_{rim} + r_n \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega t) \\ 0 \\ z_{rim} + r_n \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega t) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

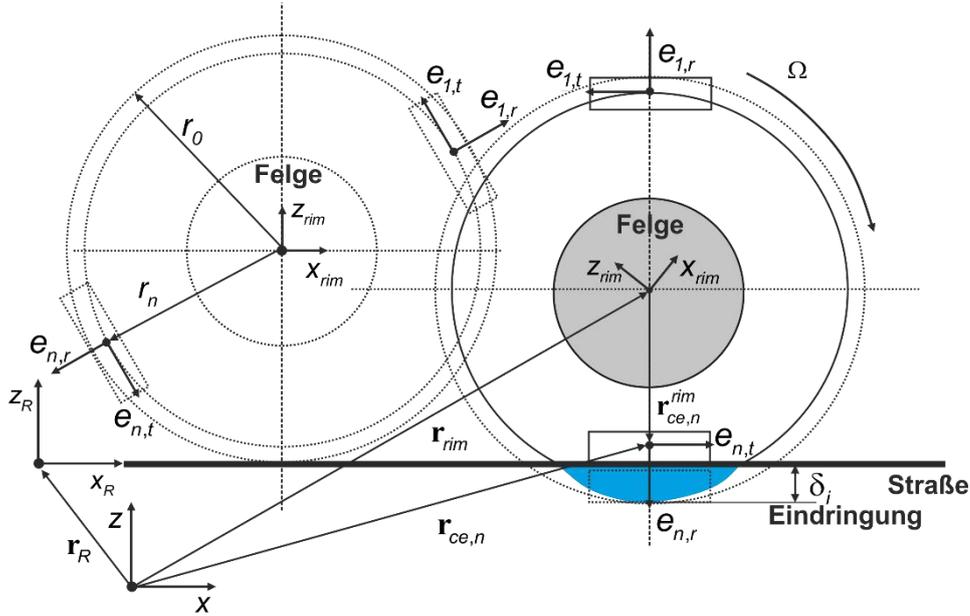


Abbildung 4-6: Bewegung der Felge und der Kontaktelemente

Dabei beschreibt r_n den Abstand zwischen Felge und Kontaktelement. Die Bewegung der Kontaktelemente in der Umfangsrichtung wird nicht berücksichtigt.

Aus der Ableitung der Lagegröße nach der Zeit ergibt sich die Geschwindigkeit der Kontaktelemente nach (4-25):

$$\mathbf{v}_{ce,n} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{rim} + \dot{r}_n \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 \\ \dot{z}_{rim} + \dot{r}_n \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} r_n \cdot \Omega \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 \\ -r_n \cdot \Omega \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{v}}_{ce,n}} \quad (4-25)$$

Dabei wird der Vektor $\bar{\mathbf{v}}_{ce,n}$ als relative Geschwindigkeit beschrieben. Werden die verallgemeinerten Koordinaten $y(t)$ nach (4-26) gewählt

$$\mathbf{y}^T(t) = [x_{rim} \quad z_{rim} \quad r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_{n-1} \quad r_n] \quad n = 1(1)k, \quad (4-26)$$

kann die Geschwindigkeit des Kontaktelements mit Hilfe der Jacobimatrix in die in Gleichung (4-27) dargestellte Form gebracht werden:

$$\mathbf{v}_{ce,n} = \mathbf{J}_{T,ce,n} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{r}_{ce,n}}{\partial t} = \mathbf{J}_{T,ce,n} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_{ce,n} \quad (4-27)$$

Dabei beschreibt k die Anzahl der Kontaktelemente und die translatorische Jacobimatrix $\mathbf{J}_{T,ce,n} \in \mathbb{R}^{3 \times f}$ eines n -ten Kontaktelements ergibt sich durch die partielle Ableitung des Lagevektors $\mathbf{r}_{ce,n}$:

$$\mathbf{J}_{T,ce,n} = \frac{\partial \mathbf{r}_{ce,n}}{\partial \mathbf{y}} \quad (4-28)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \end{bmatrix},$$

wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade des Reifenmodells beschreibt wird und die Anzahl der Freiheitsgrade mit der Anzahl der verallgemeinerten Koordinaten identisch ist.

Analog wird die Beschleunigung des Kontaktelements nach (4-29) dargestellt:

$$\mathbf{a}_{ce,n} = \mathbf{J}_{T,ce,n} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \dot{\mathbf{J}}_{T,ce,n} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \dot{\bar{\mathbf{v}}}_{ce,n} = \mathbf{J}_{T,ce,n} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_{ce,n} \quad (4-29)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_{ce,n} = \begin{bmatrix} 2 \cdot \dot{r}_n \cdot \Omega \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - r_n \cdot \Omega^2 \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 \\ -2 \cdot \dot{r}_n \cdot \Omega \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - r_n \cdot \Omega^2 \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \end{bmatrix}$$

4.3.2 Die inneren Kräfte und Momente des SE-Reifenmodells

Am Reifenmodell wirken verschiedene Kräfte und Momente während des Stillstands und der Bewegung des Modells. Die inneren Kräfte werden in die radialen Kräfte für die hochelastische Zwischenschicht und die tangentialen Kräfte für die Dehnung der Gummischicht verteilt. Darüber hinaus werden zusätzlich die Biegemomente zwischen Kontaktelementen für die Biegung der Gummischicht berücksichtigt.

Um alle am Reifen einwirkenden Kräfte und Momente zu beschreiben, wird das SE-Reifenmodell wie in Abbildung 4-7 freigeschnitten. Dabei wird der Index i als Nummer der Kontaktpunkte bezeichnet und hängt von der Anzahl der Kontaktpunkte ab, die auf jeweils einem Kontaktelement abgebildet werden können. Die Kräfte $f_{ce,n}^n$ und $f_{t,ce,n}^n$ werden als Feder-Dämpfer-Kräfte in der Radial- und Umfangsrichtung bezeichnet. Sie wirken auf dem n -ten Kontaktelement ein. G_{rim} und $G_{ce,n}$ sind die Gewichtskräfte der Felge und des n -ten Kontaktelements. Das Moment $M_{y,rim,n+1}$ entsteht aus der Drehfeder zwischen der Felge und dem n -ten Kontaktelement. Es überträgt vollständig das Antriebsmoment bzw. die Drehbewegung von der Felge in die Kontaktelemente. Darüber hinaus ergibt sich das Moment $M_{y,n}$ aus der Drehfeder zwischen den Kontaktelementen.

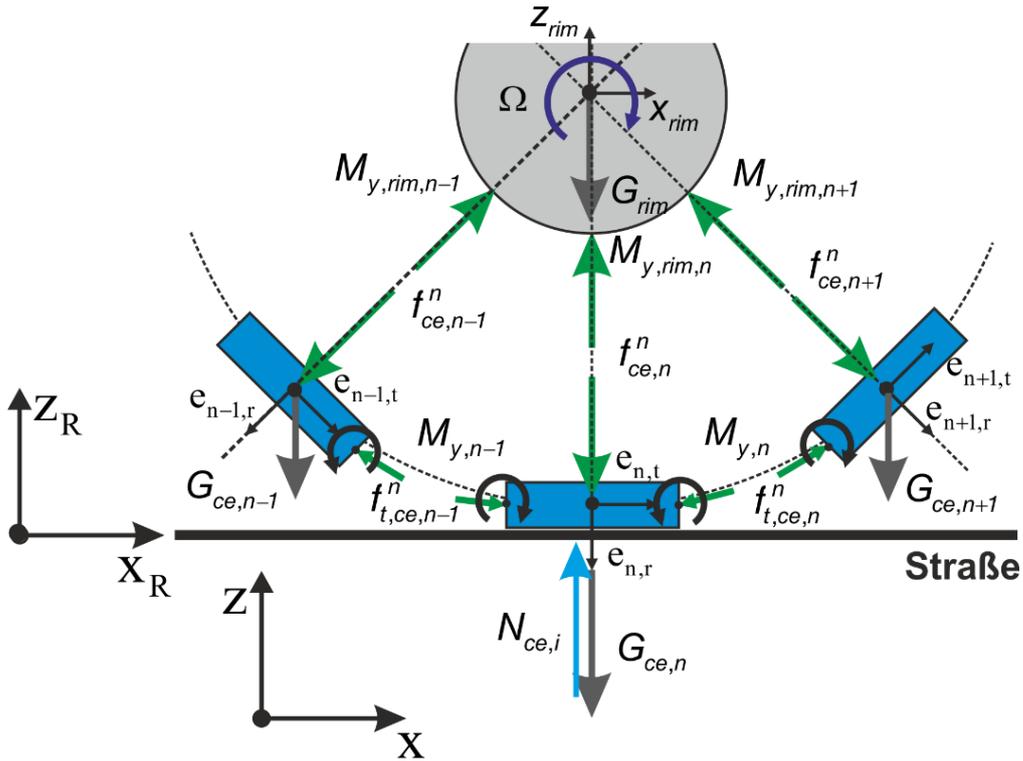


Abbildung 4-7: Freischneiden des physikalischen SE-Reifenmodells

Feder-Dämpfer-Kraft in Radialrichtung

Die radiale Feder-Dämpfer-Kraft $f_{ce,n}^n$ wird nach Gleichung (4-30) berechnet.

$$f_{ce,n}^n = k_{ce,n} \cdot (r_n - (r_0 - l_{ce} / 2)) + c_{ce,n} \cdot \dot{r}_n \quad (4-30)$$

Dabei wird $k_{ce,n}$ und $c_{ce,n}$ als Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizient für das Feder-Dämpfer-System in Radialrichtung bezeichnet. Die Koeffizienten sollen aus Messwerten bestimmt werden. Darüber hinaus beschreiben die Variablen r_0 und l_{ce} den unbelasteten Radius und die Dicke der Kontaktelemente.

Feder-Dämpfer-Kraft in Umfangsrichtung

Die Berechnung der Feder-Dämpfer-Kraft $f_{t,ce,n}^n$ in Umfangsrichtung erfolgt mit den entsprechenden Koeffizienten $k_{t,n}$ und $c_{t,n}$ zu:

$$f_{t,ce,n}^n = k_{t,n} \cdot r_{t,n} + c_{t,n} \cdot \dot{r}_{t,n} \quad (4-31)$$

Dabei beschreibt $r_{t,n}$ die Einfederung des Feder-Dämpfer-Elements in Umfangsrichtung, die der Dehnung der Laufgummi entspricht.

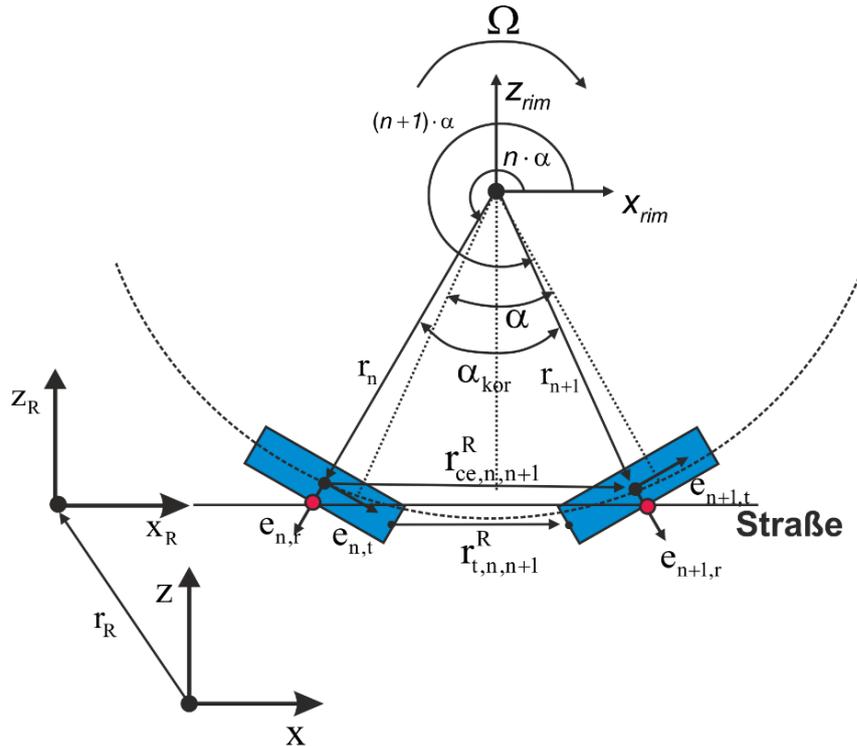


Abbildung 4-8: Berechnung der Einfederung in Umfangsrichtung

Bei der Modellierung des Reifens werden Kontaktelemente mit dem konstanten Winkel α erstellt, der von der Anzahl der Kontaktelemente abhängig ist (vgl. Abbildung 4-8). Ist der Winkel α klein, liegt der Lagevektor $\mathbf{r}_{ce,n,n+1}^R$ zwischen zwei Kontaktelementen parallel zu dem Vektor $\mathbf{r}_{t,n,n+1}^R$. Damit lässt sich die angenäherte Einfederung mit der Gleichung (4-32) und (4-33) bestimmen:

$$r_{t,n} = |\mathbf{r}_{t,n,n+1}^R| - |\mathbf{r}_{t,0}^R| = |\mathbf{r}_{ce,n,n+1}^R| - |\mathbf{r}_{ce,0}^R| \quad (4-32)$$

$$|\mathbf{r}_{ce,n,n+1}^R| = \sqrt{(r_n^2 + r_{n+1}^2 - 2 \cdot r_n \cdot r_{n+1} \cdot \cos \alpha_{kor})} \quad (4-33)$$

Dabei beschreibt $\mathbf{r}_{t,0}^R$ und $\mathbf{r}_{ce,0}^R$ den Lagevektor zwischen den Kontaktelementen beim Stillstand. Zur Berechnung der Vektorgrößen $\mathbf{r}_{ce,n,n+1}^R$ wird nun der geänderte Winkel α_{kor} zwischen Kontaktelementen betrachtet. Nach der geometrischen Betrachtung kann die Bestimmung des Winkels nach (4-34) erfolgen:

$$\sin \alpha_{kor} = \frac{|\mathbf{r}_n \times \mathbf{r}_{n+1}|}{|\mathbf{r}_n| \cdot |\mathbf{r}_{n+1}|} \quad (4-34)$$

Biegemoment zwischen Kontaktelementen

Die Berechnung des Biegemoments zwischen den Kontaktelementen erfolgt mit der Gleichung (4-35)

$$M_{y,n} = kt_{y,n} \cdot \theta_n + ct_{y,n} \cdot \dot{\theta}_n \quad (4-35)$$

Dabei beschreibt θ_n den richtungsabhängigen relativen Winkel zwischen benachbarten Kontaktelementen mit dem Zusammenhang $\theta_n = \varphi_n - \varphi_{n-1}$ (vgl. Abbildung 4-9). Der Ortsvektor \mathbf{r}_a^R beschreibt die Lage des Kontaktpunkts bezüglich des Straßenkoordinatensystems ohne Biegung des Kontaktelements. Der Ortsvektor \mathbf{r}_b^R ist der aktuelle Kontaktpunkt, wenn die Biegung zwischen den Kontaktelementen auftritt.

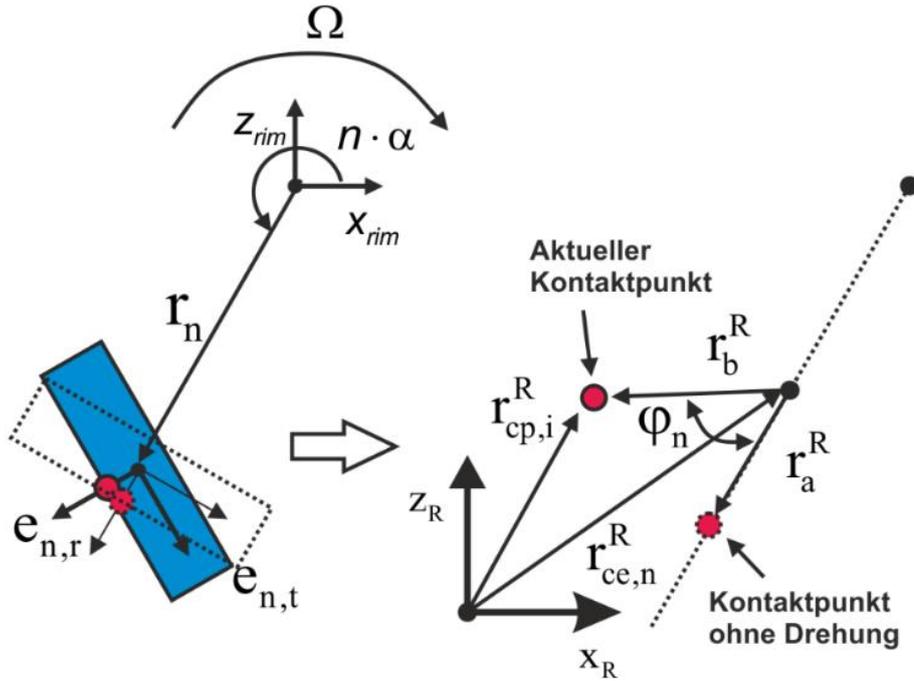


Abbildung 4-9: Berechnung der Biegemomente zwischen Kontaktelementen

Nach der Abbildung 4-9 werden die Ortsvektoren in der Form (4-36) ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_a^R &= \mathbf{S}_{K_{ce,n}K_R}^T \cdot \mathbf{r}_a^n \\ &= \mathbf{S}_{K_{ce,n}K_R}^T \cdot \begin{pmatrix} l_{ce} / 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{r}_b^R &= \mathbf{r}_{cp,i}^R - \mathbf{r}_{ce,n}^R \end{aligned} \quad (4-36)$$

Dabei beschreibt die Transformationsmatrix $\mathbf{S}_{K_{ce,n}K_R}$ den Zusammenhang zwischen dem Straßenkoordinatensystem und dem körperfesten Koordinatensystem auf dem Kontaktelement, bevor sich das Kontaktelement um seinen Schwerpunkt dreht. Aus der Gleichung (4-36) ergibt sich der Drehwinkel φ_n des Kontaktelements:

$$\sin \varphi_n = \frac{\mathbf{r}_a^R \times \mathbf{r}_b^R}{\left| \mathbf{r}_a^R \right| \cdot \left| \mathbf{r}_b^R \right|} \quad (4-37)$$

4.3.3 Kontaktvorgang

Zur Berechnung der Einfederung in Radialrichtung ist die im Kontaktpunkt resultierende Kontaktkraft nötig. Sie ist immer senkrecht zur Fahrbahn definiert und ihre Richtung immer positiv bezüglich des Straßenkoordinatensystems. Da beim Kontakt des Reifenmodells mit der Straße das Kontaktelement nicht immer senkrecht auf die Straße trifft, wird die Untersuchung des Kontaktvorgangs auf einer waagrechten Ebene und einer schiefen Ebene durchgeführt. Bei der Untersuchung wird angenommen, dass ein Kontaktpunkt auf einem Kontaktelement steht und der Punkt auf der Radialrichtung liegt, in der ein Feder-Dämpfer-Element zwischen Felge und Kontaktelement verfügbar ist.

Waagrechte Ebene

Der Kontaktvorgang auf der waagrechten Ebene lässt sich in drei Fälle unterscheiden (vgl. Abbildung 4-10).

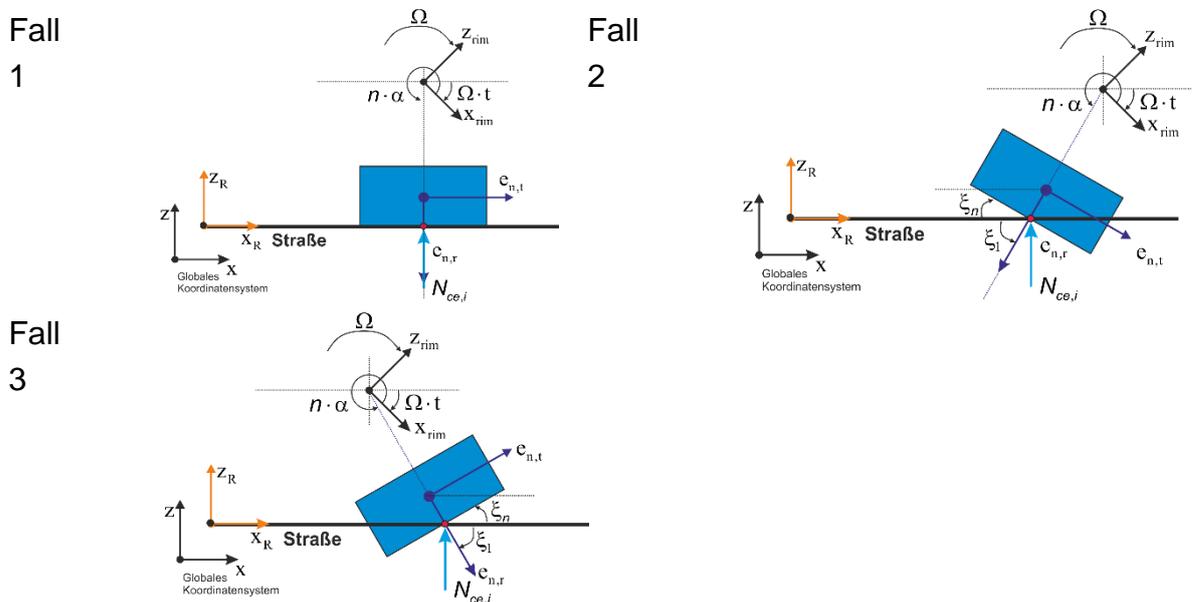


Abbildung 4-10: Kontaktvorgang auf waagrechter Ebene

Die resultierende Kontaktkraft $N_{ce,i}$ wird mit Hilfe der Transformationsmatrix in der Form (4-38) ausgedrückt:

$$\begin{aligned}\mathbf{N}_{ce,i} &= \mathbf{S}_{KK_{ce,n}} \cdot \mathbf{N}_{ce,n}^n \\ &= \mathbf{S}_{KK_{ce,n}} \cdot \mathbf{S}_{K_{ce,n}K_R} \cdot \mathbf{N}_{ce,i}^R\end{aligned}\quad (4-38)$$

Dabei erfolgt die Transformationsmatrix

$$\mathbf{S}_{KK_{ce,n}} = \begin{bmatrix} \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & 0 & -\sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & 0 & \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

$$\mathbf{S}_{K_{ce,n}K_R} = \begin{bmatrix} \cos(90 + \zeta_n) & 0 & -\sin(90 + \zeta_n) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(90 + \zeta_n) & 0 & \cos(90 + \zeta_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \zeta_n & 0 & -\cos \zeta_n \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \zeta_n & 0 & -\sin \zeta_n \end{bmatrix}. \quad (4-40)$$

Daraus ergibt sich die Kontaktkraft bezüglich des globalen Koordinatensystems zu

$$\begin{aligned}\mathbf{N}_{ce,i} &= \mathbf{S}_{KK_{ce,n}} \cdot \mathbf{N}_{ce,i}^n \\ &= \begin{bmatrix} \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & 0 & -\sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & 0 & \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -f_{N,i}^R \cdot \cos \zeta_n \\ 0 \\ -f_{N,i}^R \cdot \sin \zeta_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -f_{N,i}^R \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \\ 0 \\ -f_{N,i}^R \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (4-41)$$

Die Berechnung des Winkels ζ_n erfolgt unter der geometrischen Betrachtung:

$$\begin{aligned}\zeta_n &= \zeta_1 - \frac{\pi}{2} \\ &= (2 \cdot \pi - n \cdot \alpha + \Omega \cdot t) - \frac{\pi}{2} \\ &= \frac{3 \cdot \pi}{2} - n \cdot \alpha + \Omega \cdot t, \quad \alpha > 0, -\frac{\pi}{2} < \zeta_n < \frac{\pi}{2}\end{aligned}\quad (4-42)$$

Schiefe Ebene

Der Kontaktvorgang auf der schiefen Ebene wird in 6 Fälle unterschieden (vgl. Abbildung 4-11). Das lokale Straßenkoordinatensystem ist senkrecht zu einer schiefen Ebene mit dem Winkel β . Nach der geometrischen Betrachtung, wie die Bestimmung der Kontaktkraft auf der waagerechten Ebene erfolgt, wird die resultierende Kontaktkraft auf der schiefen Ebene ermittelt.

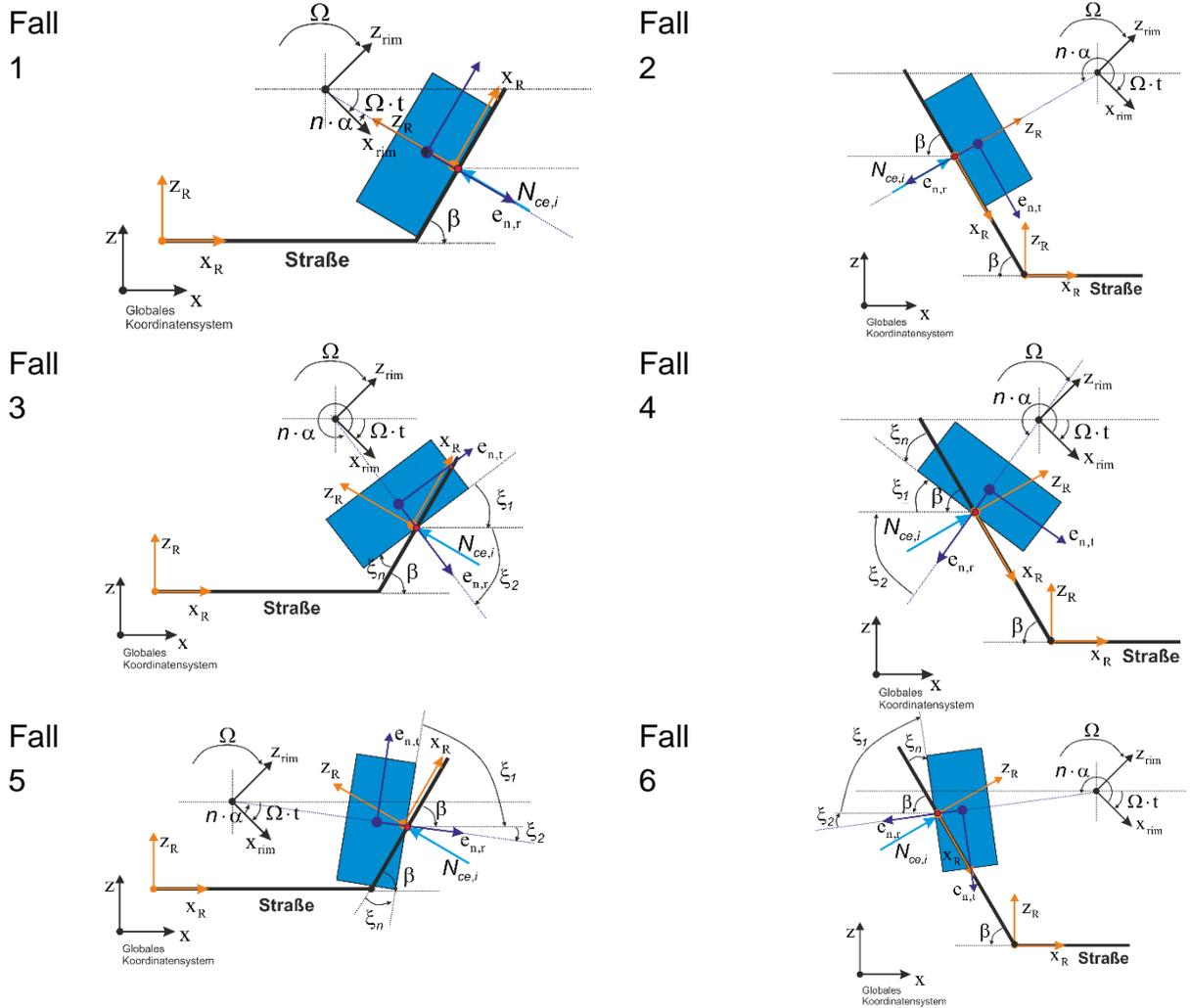


Abbildung 4-11: Kontaktvorgang auf schiefer Ebene

Analog ergibt sich aus der Gleichung (4-38) und (4-40) die Kontaktkraft auf die schiefe Ebene

$$\mathbf{N}_{ce,i} = \begin{bmatrix} -f_{N,i}^R \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \xi_n) \\ 0 \\ -f_{N,i}^R \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \xi_n) \end{bmatrix}, \quad (4-43)$$

wobei der Winkel ξ_n mit der Steigung der Straße bzw. dem richtungsabhängigen Winkel β nach (4-44) bestimmt wird:

$$\begin{aligned}
\xi_n &= \beta + \zeta_1 \\
&= \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \zeta_2\right) \\
&= \beta + \left\{ \frac{\pi}{2} - (n \cdot \alpha - \Omega \cdot t - \pi) \right\} \\
&= \beta + \frac{3 \cdot \pi}{2} - n \cdot \alpha + \Omega \cdot t, \quad \alpha > 0, -\frac{\pi}{2} < \zeta_n < \frac{\pi}{2}
\end{aligned} \tag{4-44}$$

4.3.4 Formulierung einer Bewegungsgleichung zur Berechnung der radialen Einfederung

Nach der Gleichung (4-8) wird eine Bewegungsgleichung des SE-Reifenmodells für die vertikale Bewegung aufgestellt. Unter geometrischer Betrachtung des physikalischen SE-Reifenmodells und Berücksichtigung der oben hergeleiteten Gleichungen wird die entsprechende Massenmatrix $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{f \times f}$ für das SE-Reifenmodell nach Gleichung (4-9) und (4-12) zusammengefasst:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{rim} + \sum_1^n m_n & 0 & m_1 \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & \cdots & m_n \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & m_{rim} + \sum_1^n m_n & m_1 \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & \cdots & m_n \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ m_1 \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & m_1 \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_n \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & m_n \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \tag{4-45}$$

wobei m_{rim} und m_n die Masse der Felge und die Masse der Kontaktelemente beschreiben. Die eingepprägten Kräfte, die an der Felge und der Kontaktelemente wirken, werden in der Gleichung (4-46) zusammengefasst.

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_{rim} &= \begin{bmatrix} f_{ce,1}^n \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) + \cdots + f_{ce,n}^n \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 \\ f_{ce,1}^n \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) + \cdots + f_{ce,n}^n \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - G_{rim} \end{bmatrix} \\
\mathbf{f}_{ce,1} &= \begin{bmatrix} -f_{ce,1}^n \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - f_{N,1}^R \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_1) \\ 0 \\ -f_{ce,1}^n \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - G_{ce,1} - f_{N,1}^R \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_1) \\ \vdots \end{bmatrix} \\
\mathbf{f}_{ce,n} &= \begin{bmatrix} -f_{ce,n}^n \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - f_{N,n}^R \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \\ 0 \\ -f_{ce,n}^n \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - G_n - f_{N,n}^R \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-46}$$

Die Feder-Dämpfer Kraft $f_{ce,n}^n$ in Gleichung (4-46) wird mit der Gleichung (4-30) bestimmt.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} -f_{N,1}^R \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_1) \cdots -f_{N,n}^R \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \\ -G_{rad} - f_{N,1}^R \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_1) \cdots -f_{N,n}^R \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \\ -f_{ce,1}^n - G_{ce,1} \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - f_{N,1}^R \cdot \cos \zeta_1 \\ \vdots \\ -f_{ce,n}^n - G_{ce,n} \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - f_{N,n}^R \cdot \cos \zeta_n \end{bmatrix} \quad (4-47)$$

Der Vektor $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{f \times 1}$ der verallgemeinerten Coriolis-Zentrifugal- und Kreiselkräfte wird durch die Multiplikation der globalen Jacobi-Matrix $\bar{\mathbf{J}}^T$ in der Gleichung (4-47) dargestellt. Darüber hinaus beschreibt die Gleichung (4-48) den Vektor $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^{f \times 1}$ der verallgemeinerten eingprägten Kräfte:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 \cdot \sum_{j=1}^n m_{ce,j} \cdot \dot{r}_{ce,j} \cdot \Omega \cdot \sin(j \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - \sum_{j=1}^n m_{ce,j} \cdot r_{ce,j} \cdot \Omega^2 \cdot \cos(j \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ -2 \cdot \sum_{j=1}^n m_{ce,j} \cdot \dot{r}_{ce,j} \cdot \Omega \cdot \cos(j \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - \sum_{j=1}^n m_{ce,j} \cdot r_{ce,j} \cdot \Omega^2 \cdot \sin(j \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ -m_{ce,1} \cdot r_{ce,1} \cdot \Omega^2 \\ \vdots \\ -m_{ce,n} \cdot r_{ce,n} \cdot \Omega^2 \end{bmatrix} \quad (4-48)$$

Nach Gleichung (4-13) wird die Bewegungsgleichung in Abhängigkeit von der Matrix $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{f \times f}$ für die geschwindigkeitsabhängigen Kräfte und $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{f \times f}$ für die lageabhängigen Kräfte sowie dem Vektor $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{f \times 1}$ für die Erregerkräfte dargestellt:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \cdot m_{ce,1} \cdot \Omega \cdot \sin(\alpha - \Omega \cdot t) & \cdots & 2 \cdot m_{ce,n} \cdot \Omega \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 0 & -2 \cdot m_{ce,1} \cdot \Omega \cdot \cos(\alpha - \Omega \cdot t) & \cdots & -2 \cdot m_{ce,n} \cdot \Omega \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 0 & c_{ce,1} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_{ce,n} \end{bmatrix} \quad (4-49)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_{ce,1} \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\alpha - \Omega \cdot t) & \cdots & -m_{ce,n} \cdot \Omega^2 \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 0 & -m_{ce,1} \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\alpha - \Omega \cdot t) & \cdots & -m_{ce,n} \cdot \Omega^2 \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \\ 0 & 0 & -m_{ce,1} \cdot \Omega^2 + k_{ce,1} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -m_{ce,n} \cdot \Omega^2 + k_{ce,n} \end{bmatrix} \quad (4-50)$$

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} -f_{N,1}^R \cdot \cos(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_1) \cdots - f_{N,n}^R \cdot \cos(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \\ -G_{rad} - f_{N,1}^R \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_1) \cdots - f_{N,n}^R \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t + \zeta_n) \\ k_{ce,1} \cdot (r_0 - l_{ce} / 2) - G_{ce,1} \cdot \sin(1 \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - f_{N,1}^R \cdot \cos \zeta_1 \\ \vdots \\ k_{ce,n} \cdot (r_0 - l_{ce} / 2) - G_{ce,n} \cdot \sin(n \cdot \alpha - \Omega \cdot t) - f_{N,n}^R \cdot \cos \zeta_n \end{bmatrix} \quad (4-51)$$

Dabei wird G_{rad} als die Gewichtskraft des Reifens beschrieben.

Die hergeleitete Bewegungsgleichung des SE-Reifenmodells für die vertikale Bewegung wird in der Form einer Zustandsgleichung (4-17) dargestellt, so dass die Gleichung mit einem numerischen Integrationsverfahren gelöst werden kann. Zur Berechnung der Einfederung in Radialrichtung wird im Rahmen dieser Arbeit ein numerisches Runge-Kutta-Verfahren verwendet (vgl. Kapitel 4.1.4).

4.4 SE-Reifenkräfte und Momente

4.4.1 Kontaktkräfte

Für die Berechnung der Kräfte und Momente sind mehrere Kontaktformulierungen verfügbar. Die Kontaktformulierungen beruhen meistens auf der Hertz-Kontakt-Theorie über kreisförmige Kontaktflächen und elastische Verformungen im Fall des Kontakts zwischen zwei sphärischen Körpern [Her-1882; Ada-2000]. Nach [Lan-1994] kann die Berechnung der Kontaktkraft zwischen den Kugeln mit der Berücksichtigung einer Hysteresedämpfung nach (4-52) erfolgen:

$$f_N = k_r \cdot \delta^n + c_r \cdot \dot{\delta} \quad (4-52)$$

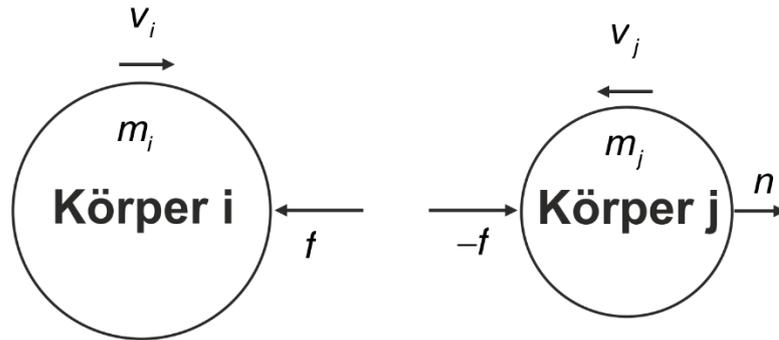


Abbildung 4-12: Direkte zentral Impact-Kontakt der zwei sphärischen Körper

Dabei werden f_N als die resultierende Kontaktkraft und n als ein positiver Kraftexponent bezeichnet. Darüber hinaus beschreibt δ die relative Eindringung zwischen der Oberfläche der zwei Sphären. Der Parameter k_r hängt von den Materialeigenschaften ab und wird nach (4-53) ausgedrückt

$$k_r = \frac{4}{3\pi(\varepsilon_i + \varepsilon_j)} \left[\frac{R_i \cdot R_j}{R_i + R_j} \right]^{1/2}, \quad (4-53)$$

wobei die Materialparameter ε_i und ε_j mit der folgenden Gleichung berechnet werden können

$$\varepsilon_q = \frac{1 - \nu_q^2}{\pi E_q}, \quad q = i, j. \quad (4-54)$$

Die Variablen E und ν sind das Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl des Werkstoffs. Die Hysteresedämpfung in der Gleichung (4-52) beschreibt die Energieumwandlung, die bei der Kollision zwischen den Sphären entsteht. Nach [Lan-1994] wird der Dämpfungskoeffizient in Hysterese-Form nach (4-55) dargestellt:

$$c_r = \frac{3c_r(1 - e_{res}^2)}{\underbrace{4\dot{\delta}}_{\gamma}} \cdot \delta^n \quad (4-55)$$

Dabei wird die Größe γ Hysterese-Dämpfungsfaktor genannt und hängt vom Restitutionskoeffizient e_{res} ab, der die Elastizität der Körper bei einer Kollision beschreibt.

Um den Kontaktvorgang zwischen dem Reifenmodell und der Straße abzubilden, ist eine Kontaktbedingung in der numerischen Simulation des Reifenmodells notwendig. In dieser Arbeit erfolgt der Kontakt zur Straße durch Definition einer Impact-Kontakt-Formulierung, bei der der Abstand zwischen einem Punkt auf dem Kontaktelement des Reifens und einer Linie, die das Straßenprofil repräsentiert, berücksichtigt wird. Dieses Oberflächenprofil der Straße wird durch Vorgabe von Höhenpunkten $(s, s + 1, \dots)$ mit

variablen Abstand festgelegt. Zwischen den diskreten Punkten wird die Höhenlinie durch eine Gerade durch die angrenzenden Punkte definiert. Zur Bestimmung der aktuellen Position der Kontaktpunkte werden relative Straßenkoordinatensysteme jeweils auf dem Straßenpunkt s erzeugt, deren Normalvektor senkrecht zur Oberfläche ist und deren Längsrichtung parallel zur Oberfläche liegt (vgl. Abbildung 4-13). Der Vorteil dieser Kontaktformulierung liegt darin, dass bei der numerischen Lösung keine zusätzlichen Unbekannten eingeführt werden müssen, da alle Gleichungen als Funktion der Verschiebungen formuliert sind.

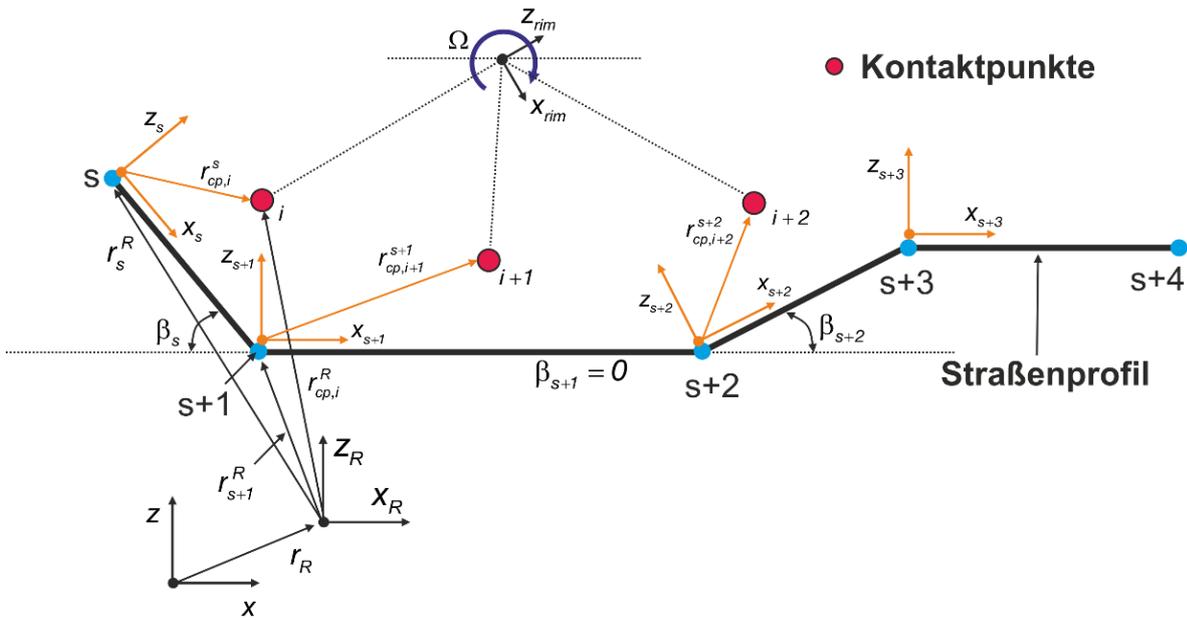


Abbildung 4-13: Abbildung von Straßenprofil und Suche der aktuellen Position der Kontaktpunkte

Die aktuellen Koordinaten der Kontaktpunkte werden mithilfe des Zusammenhangs zwischen den Straßenkoordinatensystemen nach (4-56) ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{cp,i}^R &= \mathbf{r}_s^R + \mathbf{s}_{K_R K_s} \cdot \mathbf{r}_{cp,i}^s & (4-56) \\ \mathbf{r}_{cp,i}^s &= \mathbf{s}_{K_R K_s}^T \cdot (\mathbf{r}_{cp,i}^R - \mathbf{r}_s^R), \quad x_s^R \leq x_i^R \leq x_{s+1}^R \end{aligned}$$

Dabei wird die Transformationsmatrix in Abhängigkeit von der Definition der Oberfläche mit dem richtungsabhängigen Winkel β_s nach (4-57) definiert:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{K_R K_s} &= \begin{pmatrix} \cos \beta_s & 0 & -\sin \beta_s \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta_s & 0 & \cos \beta_s \end{pmatrix} & (4-57) \\ \beta_s &= \arctan \left(\frac{z_{s+1}^R - z_s^R}{x_{s+1}^R - x_s^R} \right) \end{aligned}$$

Kontaktkraft auf waagerechter Ebene

Beim Aufbau des Straßenprofils wird ein Straßenkoordinatensystem auf der Oberfläche der Straße definiert, damit nur zwei Straßenpunkte (vgl. Abbildung 4-14) existieren.

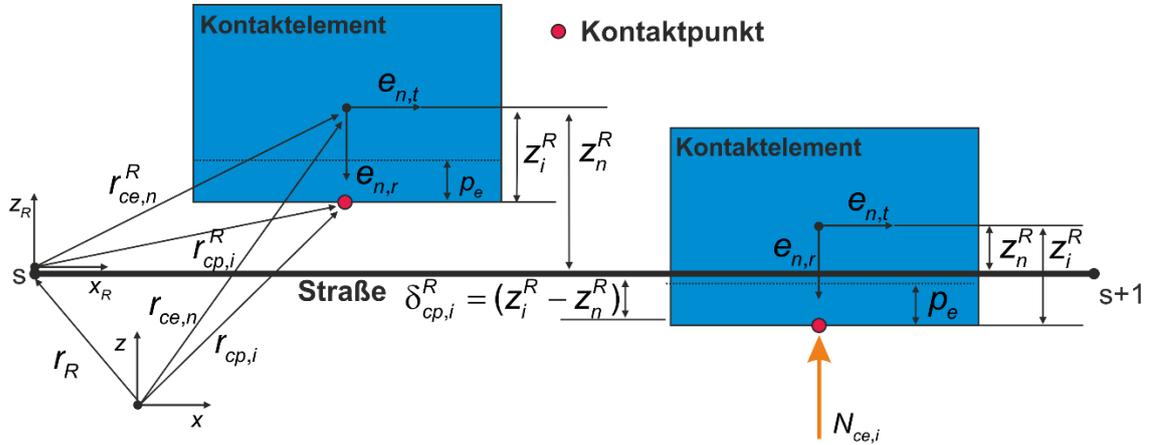


Abbildung 4-14: Impact-Kontakt-Formulierung auf waagerechte Ebene

Demzufolge wird der Lagevektor der Kontaktpunkte zur Bestimmung der Eindringung $\delta_{cp,i}^R$ in der Gleichung (4-58) zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{cp,i}^R &= \mathbf{s}_{KK_R}^T \cdot (\mathbf{r}_{cp,i} - \mathbf{r}_R) \quad \text{mit} \quad \mathbf{s}_{KK_R} = \mathbf{E} \\ \mathbf{r}_{ce,n}^R &= \mathbf{s}_{KK_R}^T \cdot (\mathbf{r}_{ce,n} - \mathbf{r}_R) \end{aligned} \quad (4-58)$$

Darüber hinaus wird gemäß der Impact-Kontakt-Formulierung die Kontaktkraft mit der Gleichung (4-59) und (4-60) berechnet:

$$\mathbf{N}_{ce,i}^R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{N,i}^R \end{bmatrix} \quad (4-59)$$

$$f_{N,i}^R = \begin{cases} \max(0, k_N \cdot (z_i^R - z_n^R)^e - \text{STEP}(z_n^R, z_i^R - p_e, d_{N,max}, 0) \cdot \dot{z}_n^R), & z_n^R < z_i^R \\ 0 & , \quad z_n^R \geq z_i^R \end{cases} \quad (4-60)$$

Dabei beschreibt k_N den konstanten Steifigkeitskoeffizienten beim Kontakt des Reifens auf der Straße. Um Unstetigkeiten in der Kraftformulierung beim Kontakt mit der Straße zu vermeiden, wird der Dämpfungskoeffizient abhängig von der Eindringung des Kontaktpunkts in die Straße formuliert. Beginnend bei Null wirkt erst ab einer selbst definierten Eindringtiefe p_e die volle Dämpfungskraft mit Dämpfungskoeffizient $d_{N,max}$. Dieses Verhalten sowie die zur Formulierung verwendete STEP-Funktion aus dem Programmpaket MSC/ADAMS verdeutlicht Abbildung 4-15.

Bei der (ADAMS-)STEP-Funktion handelt es sich nicht um die bekannte nicht stetige Heaviside-Funktion, sondern um eine stetig differenzierbare Funktion zur Vermeidung von sprunghaften Wertänderungen in der Simulation [Oh-2013; MSC-2012a]. Um das Impact-Kontakt-Modell aus Adams zu verwenden, müssen vier Variablen definiert werden – Steifigkeit, Kraftexponent und Dämpfung sowie Eindringtiefe.

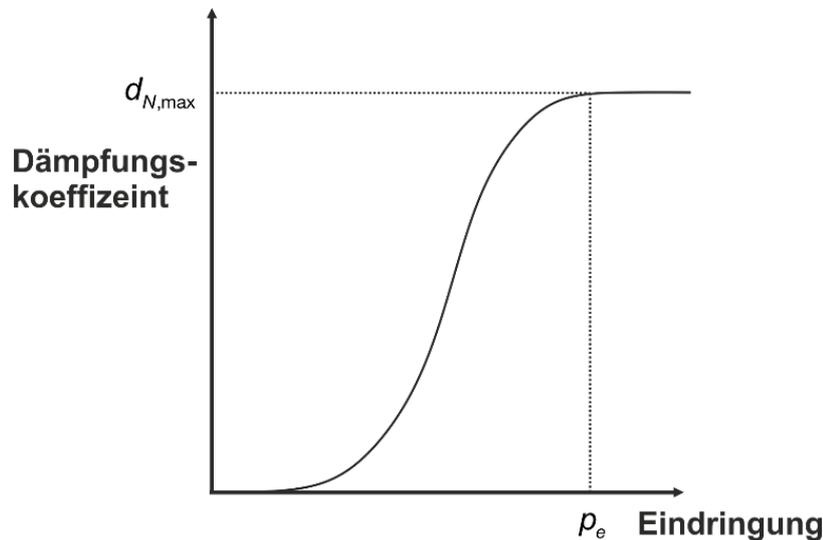


Abbildung 4-15: Dämpfungskoeffizienten in Abhängigkeit der Eindringung

Kontaktkraft auf schiefer Ebene

Zur Berechnung der resultierenden Kontaktkraft auf der schiefen Ebene wird die aktuelle Position eines Kontaktpunkts nach Gleichung (4-61) bestimmt:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{cp,i+1}^R &= \mathbf{r}_{s+1}^R + \mathbf{S}_{K_R K_{s+1}} \cdot \mathbf{r}_{cp,i+1}^{s+1} \\ \mathbf{r}_{cp,i+1}^{s+1} &= \mathbf{S}_{K_R K_{s+1}}^T \cdot (\mathbf{r}_{cp,i+1}^R - \mathbf{r}_{s+1}^R) \\ \mathbf{r}_{cp,i+1}^R &= \mathbf{S}_{KK_R}^T \cdot (\mathbf{r}_{cp,i+1} - \mathbf{r}_R), \quad x_{s+1}^R \leq x_{i+1}^R \leq x_{s+2}^R \end{aligned} \quad (4-61)$$

Dabei ergibt sich die Transformationsmatrix $\mathbf{S}_{K_R K_{s+1}}$ und der entsprechende Winkel β_{s+1} aus der Gleichung (4-57). Abbildung 4-16 verdeutlicht die verwendeten Größen der in der Gleichung (4-60) verwendeten Impact-Kontakt-Formulierung.

$$r_{dyn} = \frac{2 \cdot r_0}{3} + \frac{r_{rim}^R}{3} \quad (4-62)$$

Der Ansätze (2-49) und (2-53) für die longitudinale Kraft werden im SE-Reifenmodell integriert. Dabei wird die Summe der radialen Kräfte des SE-Reifenmodells in der Vertikalkraft F_z eingesetzt. Darüber hinaus wird die Längsschlupfsteifigkeit C_s aus dem SE-Tire Property File entnommen. Die dimensionslose Länge der Reifenaufstandsfläche l_n , die zur Berechnung der longitudinalen Kraft nötig ist, wird durch die aktuelle Position der Kontaktelemente ermittelt. Demzufolge ist sie von der Anzahl der Kontaktelemente abhängig. Nach MSC. Software Corporation [MSC-2012b] ist der Reibungskoeffizient μ_x vom Längsschlupf abhängig und wird mithilfe des Linear-Tire-Terrain-Friction-Modells abgebildet (vgl. Abbildung 4-17).

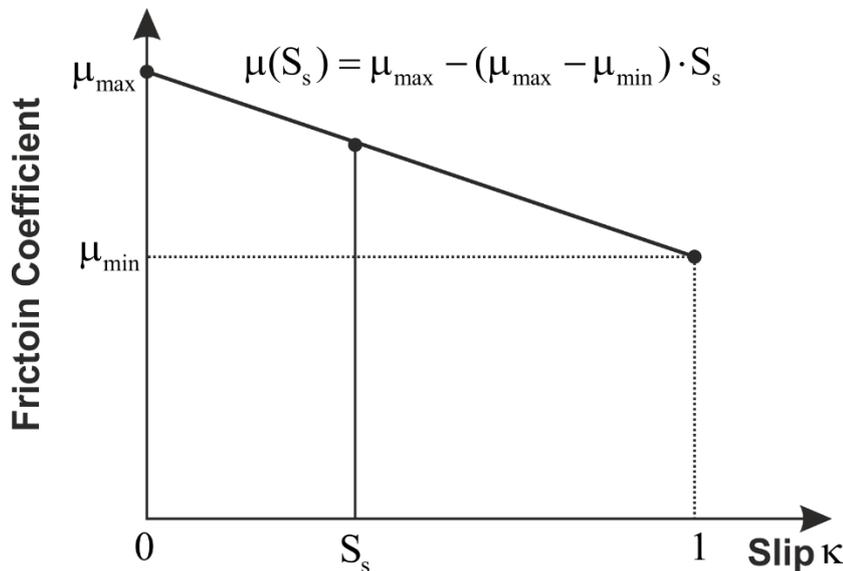


Abbildung 4-17: Linear Tire-Terrain Friction Model [MSC-2012b]

Die Bestimmung erfolgt für beliebige Schlupfwerte mit Gleichung (4-63).

$$\mu_x = \mu_{max} + S_s \cdot (\mu_{min} - \mu_{max}) \quad (4-63)$$

Der Rollwiderstand, der beim Rollen eines Rades auf der Fahrbahn auftritt, ist von einem Rollwiderstandsbeiwert f_R und der Normalkraft $f_{ce,n}^n$ auf der Fahrbahn abhängig. Nach Mitschke [Mit-2014, S. 9ff.] wird der resultierende Rollwiderstand mithilfe von Gleichung (4-64) bestimmt:

$$F_r = f_R \cdot \sum_{k=1}^N f_{ce,k}^n \cdot \sin(k \cdot \alpha - \Omega \cdot t) \quad (4-64)$$

5 SE-Reifenmodell in ADAMS/View

In diesem Kapitel wird die Erstellung des SE-Reifenmodells unter Verwendung des in Kapitel 4.2 beschriebenen physikalischen Ansatzes mit der Mehrkörpersimulationssoftware ADAMS/View der Firma MSC Software Corporation erläutert. Darüber hinaus wird der Modellansatz in Form von Bewegungsgleichungen in einer DLL-Datei hinterlegt, damit das SE-Reifenmodell aufwandsarm in eine Gesamtfahrzeugsimulation integriert werden kann. Dabei wird die entsprechende SE-Reifenfile und die Straßenfile erstellt. Dazu werden die in Kapitel 4.4 beschriebenen Ansätze in einer Routine mithilfe C/C++ Programmierung integriert, damit die tatsächlichen resultierenden Reifenkräfte und –momente berechnet werden können.

5.1 Modellerstellung des SE-Reifenmodells

Unter Verwendung des in Kapitel 4.2 beschriebenen Ansatzes wird das SE-Reifenmodell im Mehrkörpersimulationsprogramm ADAMS/View abgebildet, um die aus Messwerten bestimmten Reifenparameter zu prüfen. Für einen Reifen der Dimension 18x7-8¹ wird der Laufgummi durch Hexaeder (ADAMS-Element Box) als Kontaktelemente diskretisiert (vgl. Abbildung 5-1).

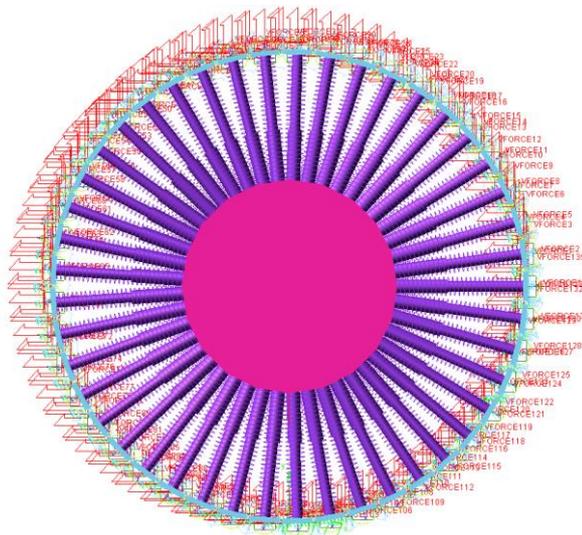


Abbildung 5-1: Simulationsmodell des SE-Reifenmodells in ADAMS/View

¹ Außendurchmesser: 453 mm, Reifenbreite: 152 mm

Um die Kontaktkräfte und die Reibungskräfte am Boden zu berechnen, werden verschiedene Kontaktpunkte auf jeweils einem Kontaktelement erstellt und das Coulombsche Reibungsgesetz, das in Adams/View verfügbar ist, im Modell verwendet. Die Anzahl der Kontaktelemente und Kontaktpunkte kann durch den Nutzer beliebig gewählt werden. Abbildung 5-1 zeigt beispielhaft das Simulationsmodell mit $N = 45$ Kontaktelementen.

Für die Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten werden die aus experimentellen Untersuchungen ermittelten Kennlinien als Spline [MSC-2012a] eingesetzt (vgl. Kapitel 6). Die benötigten Parameter des SE-Reifenmodells sind in Tabelle 5-1 dargestellt. Die Werte $(k_{t,y,rim,n}, c_{t,y,rim,n}, k_{t,y,n}, c_{t,y,n})$ werden aus einer Kennlinie des Torsionsmoments zu Torsionswinkel abgeschätzt. Diese Kennlinie wurde während des Forschungsprojekts von der Firma Continental angeboten. Da ein direkter Bezug zu den im Rahmen des Projekts durchgeführten Messungen nicht hergestellt werden kann, werden die Werte interaktiv bei der Validierung korrigiert. Die Größen sind als Standardwerte im Modell hinterlegt, können aber vom Anwender jederzeit in der SE-Reifen-datei (vgl. Kapitel 5.2.1) verändert werden.

Tabelle 5-1: *Benötigte Reifenparameter des SE-Reifenmodells und Parameter für Impact-Kontakt-Modell*

Bezeichnung	Beschreibung
$k_{ce,n}, c_{ce,n}$	Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizient in Radialrichtung
$k_{t,n}, c_{t,n}$	Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizient in Umfangsrichtung
$k_{t,y,rim,n}, c_{t,y,rim,n}$	Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizient für die Drehfeder zwischen Felge und Kontaktelementen
$k_{t,y,n}, c_{t,y,n}$	Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizient für die Drehfeder zwischen Kontaktelementen
$k_N, d_{N,max}$	Steifigkeits- und maximale Dämpfungskoeffizient für Impact-Kontakt-Modell
p_e	Eindringtiefe bei der vollen Dämpfungskraft mit Dämpfungskoeffizient $d_{N,max}$
μ_{max}, μ_{min}	Maximaler und Minimaler Reibungskoeffizient für Linear-Tire-Terrain-Friction Model

Als Randbedingung gilt, dass sich das Reifenmodell nur in einer Ebene bewegt bzw. die Bewegung in Querrichtung nicht berücksichtigt wird, da die vertikalen Schwingungsübertragungen des bei Gabelstaplern verwendeten SE-Reifens abgebildet und Hindernisüberfahren erfasst werden sollen. Somit besitzt jeder Körper drei

Freiheitsgrade - zwei translatorische und einen rotatorischen. Für die Modellerstellung in ADAMS/View werden Makros [MSC-2012a] in einer ADAMS-spezifischen Programmiersprache (ADAMS/View command language) erstellt, so dass sich automatisierte Simulationsmodelle mit z. B. unterschiedlichen Reifenradien oder einer unterschiedlichen Anzahl an Kontaktelementen erzeugen lassen.

5.2 Einbindung des SE-Reifenmodells in ADAMS

Das Softwaremodul Adams/Tire ermöglicht in ADAMS die Verwendung von Reifenmodellen bei der Modellierung von Fahrzeugen, Diese Modelle berechnen die auf das Fahrzeug wirkenden Kräfte anhand der Wechselwirkungen zwischen Reifen und Fahrbahnoberfläche. Somit können beispielsweise Fahrmanöver wie Bremsen und Kurvenfahrten simuliert werden. Die in Kapitel 2.3 vorgestellten Reifenmodelle sind im Programmumfang von ADAMS enthalten. Sie werden mit Hilfe einer DLL-Datei in den ADAMS/Solver eingebunden und vom ADAMS/Solver während der Simulation aufgerufen (vgl. Abbildung 5-2).

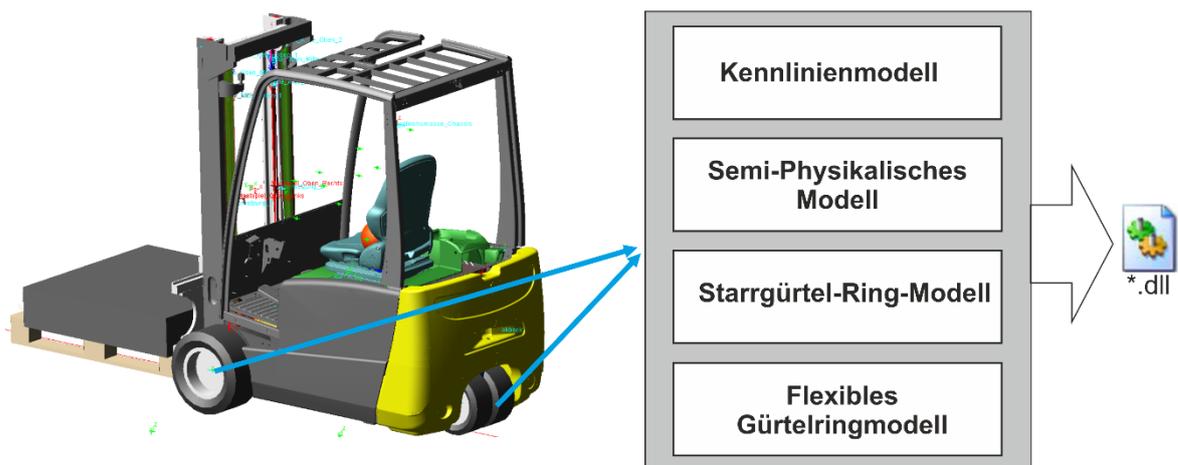


Abbildung 5-2: Wahl der Reifenmodelle in der Fahrzeugsimulation

Durch eine breite Auswahl unterschiedlicher Reifenmodelle können sowohl Handling- und Fahrkomfortsimulationen als auch Betriebsfestigkeitsanalysen an Gesamtfahrzeugen und einzelnen Bauteilen durchgeführt werden. Die für die Simulation erforderlichen Informationen über die Reifen- (z. B. Geometrie, Steifigkeit) und Straßeneigenschaften (z. B. Höhenprofil) werden voneinander getrennt in sog. Reifen- und Straßendateien gespeichert, welche während der Simulation aufgerufen werden. Für beide Bausteine wird in der Simulationsumgebung sowohl ein Element „Reifen“ als auch ein Element „Straße“ erstellt. Abbildung 5-3 zeigt die Vorgehensweise für den Anwender, wie die Reifen- und Straßenelemente bzw. -modelle bei einer Fahrzeugsimulation in der Umgebung ADAMS/View aufgebaut werden. Zuerst muss der Reifen mit seinen

grundlegenden Eigenschaften wie Masse, Massenträgheitsmoment und Position erstellt werden. Anschließend wird eine passende Reifendatei (Tire Property File) gewählt, in der die Reifeneigenschaften hinterlegt sind. Hierbei handelt es sich z. B. um die Reifengröße und Reifensteifigkeit.

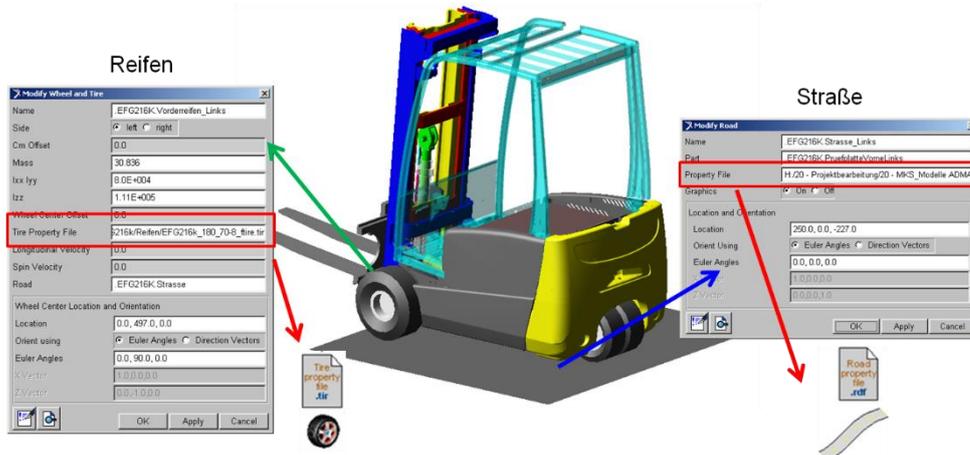


Abbildung 5-3: Integration von Reifen- und Straßenmodell in die Simulationsumgebung [Gün-2011]

Ebenso erfolgt die Festlegung, welches zu Grunde liegende Reifenmodell angewendet wird. Die Reifendatei ist eine ASCII-Datei mit der Endung „*.tir“. Die Simulationsparameter des jeweiligen Modells lassen sich durch den Nutzer in der Reifendatei leicht verändern. Analog dazu erfolgt die Auswahl des Straßenmodells und seiner Parameter über eine entsprechende Straßendatei (Road Property File) mit der Endung „.rdf“. Dabei kann eine Straße für mehrere Reifen verwendet werden. Das Vorgehen bei der Einbindung von Reifenmodellen und Straßen in ADAMS ist in Abbildung 5-4 dargestellt.

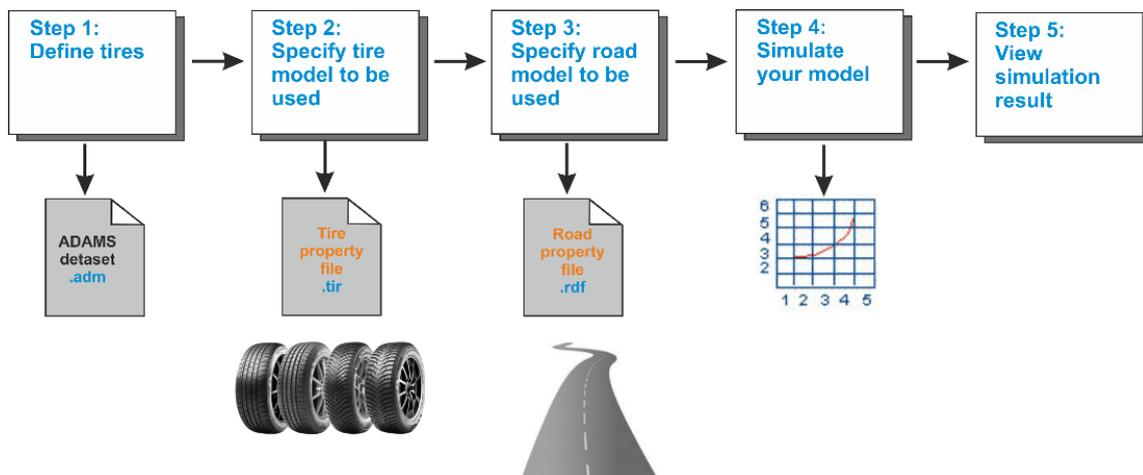


Abbildung 5-4: Vorgehen bei der Simulation mit ADAMS/Tire nach [MSC-2012b]

Abschließend wird der zeitliche Ablauf bei der Berechnung der Reifenkräfte in einzelnen Schritten erläutert.

1. Findet ADAMS/Solver während der Simulation in der ADAMS Datenbank einen Reifen, liest er den Pfad der zugehörigen Reifen- und Straßendatei aus und ruft damit ADAMS/Tire auf. Neben den beiden Pfaden werden außerdem die für die Berechnung relevanten Daten, wie Position und Geschwindigkeit des Reifens übergeben.
2. In ADAMS/Tire untersucht der sogenannte Tire Object Manager beide Dateien und erkennt das zu verwendende Reifen- und Straßenmodell. Anschließend ruft er das Reifenmodell zur Berechnung der Kräfte und Momente auf. Das Straßenmodell wird lediglich dem Reifenmodell als Eingabevariable übergeben.
3. Das Reifenmodell liest zuerst aus der Reifendatei alle hinterlegten Parameter aus und ruft dann das Straßenmodell auf.
4. Das Straßenmodell berechnet mit Hilfe der Straßendatei die Position des Reifens relativ zur Straße und die Eigenschaften der Fahrbahnoberfläche.
5. Daraus errechnet das Reifenmodell die Reifenkräfte und -momente. Diese werden dann zurück an den Solver gegeben.
6. ADAMS/Solver bringt die berechneten Kräfte an der passenden Stelle in das Fahrzeug ein und setzt anschließend seine Berechnungen fort.

In dieser Arbeit wird kein herkömmliches Reifenmodell bei der Gesamtfahrzeugsimulation verwendet, sondern das neu entwickelte vertikaldynamische Reifenmodell, welches als DLL-Datei in die Simulationsumgebung ADAMS eingebunden wird.

5.2.1 Super Elastik Reifendatei

In der SE-Reifendatei befinden sich viele verschiedene Blöcke, in denen die Reifeneigenschaften definiert werden (vgl. Abbildung 5-5).

Der erste Block [UNITS] beschreibt die Einheiten der Reifenparameter in der Reifendatei, aus denen die Umrechnungsfaktoren in das Einheitensystem des internen SE-Reifenmodells berechnet werden.

Im zweiten Block [MODEL] ist hinterlegt, welches Reifenmodell in die Simulationsumgebung integriert werden soll, indem ein bestimmter Formatierungsname im Feld PROPERTY_FILE_FORMAT angegeben wird, z. B. FTIRE für das FTire-Reifenmodell oder PAC_2002 für das Reifenmodell nach Pacejka. Bei der Verwendung des hier entwickelten SE-Reifenmodells ist die Angabe USER notwendig, da die

Berechnungsvorschrift außerhalb der ADAMS-Programmumgebung hinterlegt ist und somit durch einen Schlüsselnamen nicht aufgerufen werden kann. Die Zuordnung wird über das Feld FUNCTION_NAME ermöglicht, in der der Funktionsname mit der Berechnungsvorschrift hinterlegt ist (TYR501). Ebenso ist vorgesehen, das interne Integrationsverfahren über die Reifendatei auswählen zu können (NUM_INT_METHODE). In der gegenwärtigen Version ist ein Runge-Kutta-Verfahren mit Hilfe von Dormand-Prince Koeffizienten (DOPRI5) hinterlegt (vgl. Kapitel 4.1.4). Das Feld FREE_ROLL beschreibt, ob es sich bei dem betreffenden Rad um ein angetriebenes Rad (FREE_ROLL=0) oder ein frei rollendes Rad (FREE_ROLL=1) handelt.

<pre> \$-----MDI_HEADER [MDI_HEADER] FILE_TYPE = 'tir' FILE_VERSION = 2.0 FILE_FORMAT = 'ASCII' (COMMENTS) {comment_string} 'Tire - Vorderer Rad SE-Reifen_18x7-8' 'Pressure - Vollgummi' \$-----units [UNITS] LENGTH = 'mm' FORCE = 'newton' ANGLE = 'degree' MASS = 'kg' TIME = 'sec' \$-----model [MODEL] ! use mode 1 2 !----- ! smoothing X ! PROPERTY_FILE_FORMAT = 'USER' FUNCTION_NAME = 'TYR501' NUM_INT_METHODE = 'DOPRI5' SIM_TIME = 20.0 SIM_STEPSIZE = 0.0007 USE_MODE = 2.00 FREE_ROLL = 0.0 \$-----dimension [DIMENSION] UNLOADED_RADIUS = 226.5 WIDTH = 187.0 WEIGHT = 26.1 ASPECT_RATIO = 0.66 \$-----super elastik tyre - Rim [RIM] WEIGHT_RIM = 6.3 NUM_RIM = 1 RADIUS_RIM = 102.2 </pre>	<pre> \$-----super elastik tyre - CE [CONTACTELEMENT] NUM_CE = 45 LEN_CE = 5 ANG_INSIDE_CE = 1 DIS_LAYER = 10 NUM_LAYER = 1 \$-----parameter [PARAMETER] RADIAL_NONLINEAR = 'yes' RADIAL_STIFFNESS = 122 RADIAL_DAMPING = 0.28 ROLLING_RESISTANCE = 0.010 COR_FACTOR_RSTIFF = 2.1 CSLIP = 5 UMIN = 0.85 UMAX = 0.94 REL_LEN_LON = 10 \$-----contact patch parameters [CONTACT_COEFFICIENTS] CONTACT_MODEL = 'fml_imp' STIFFNESS = 35000.0 DAMPING = 0.7 MU = 0.9 PENETRATION = 0.1 EXPONENT = 1.9 </pre>
---	---

Abbildung 5-5: SE-Reifendatei (SE-Tire Property File)

Die Dimensionen des gesamten Reifens werden im Block [DIMENSION], die Eigenschaften der Felge und Kontaktelemente werden im Block [RIM] und [CONTACTELEMENT] definiert.

Die Simulationsparameter, wie z. B. die Steifigkeit und Dämpfung in radialer Richtung, die aus Messungen abgeleitet werden, finden sich in [PARAMETER]. Dazu kann die nicht konstante Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung bzw. die aus Messergebnissen abgeleiteten Reifenkennlinie direkt verwendet werden, indem im Feld RADIAL_NONLINEAR angegeben wird (vgl. Kapitel 6). Da ein SE-Reifen im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht wurde, kann im Feld COR_FACTOR_RSTIFF ein Korrekturfaktor für die Steifigkeit in Vertikalrichtung angegeben werden (vgl. Kapitel 7.2).

Damit können die ermittelten Reifenkennlinien (vgl. Kapitel 6) zwischen unterschiedlichen Herstellern variiert werden. Demzufolge kann die Einfederung des SE-Reifenmodells auch in der Realität genau angepasst werden. Darüber hinaus ist das Feld zur Angabe des maximalen und minimalen Reibungskoeffizienten zur Verwendung des Linear Tire-Terrain-Friction Modells zwischen dem SE-Reifenmodell und Fahrbahn verfügbar (vgl. Kapitel 4.4.2). Um die Größen der Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizient für die Drehfeder zu verändern, sollen die Felder ROT_RIM_STIFFNESS, ROT_RIM_DAMPING, ROT_CE_STIFFNESS und ROT_-CE_DAMPING in der SE-Reifendatei angegeben werden [Oh-2012]

Der Block [CONTACT_COEFFICIENTS] umfasst die Kennwerte in der Impact-Kontakt-Formulierung und die Anzahl der Kontaktelemente am SE-Reifenmodell (vgl. Kapitel 4.3.3). Tabelle 5-6 fasst nochmals die in der Reifendatei verwendeten Blöcke zusammen.

Tabelle 5-2: Beschreibung der Blöcke in der SE-Reifendatei

Block	Beschreibung
UNITS	in der Reifendatei verwendete Einheiten
MODEL	Auswahl eines Reifenmodells und Definition des Integrationsverfahrens
DIMENSION	Reifengröße und Geometrie
RIM	Felgengröße und Freiheitsgrade
CONTACTELEMENT	Anzahl der Kontaktelemente
PARAMETER	SE-Reifenparameter
CONTACT_COEFFICIENTS	Parameter für Impact-Kontakt-Verfahren

5.2.2 Straßendatei

Die in Abbildung 5-6 dargestellte Straßendatei ist eine zweidimensionale Straße mit einem Höhenprofil zur Schwellüberfahrt.

Im Block [MODEL] ist die Auswahl eines Straßenmodells möglich, indem ein entsprechender Name im Feld METHOD und deren Funktionsname in FUNCTION_NAME eingegeben wird. Mit der Angabe USER wird wiederum kein vordefiniertes Straßenmodell aus ADAMS verwendet, sondern ein selbst erstelltes Straßenmodell, welches sich jedoch stark an gängige Formulierungen anlehnt.

Im Block [GRAPHICS] befindet sich die Länge und Breite der Straße sowie die Anzahl der Knoten zur grafischen Darstellung in ADAMS. Dabei kann eine Straße mit/ohne

Schwelle erstellt werden, indem ein bestimmter Formatierungsname, CONSTANT oder FLEXIBLE, im Feld TYPE_STEPSIZE angegeben wird.

<pre> \$-----MDI_HEADER [MDI_HEADER] FILE_TYPE = 'rdf' FILE_VERSION = 5.00 FILE_FORMAT = 'ASCII' (COMMENTS) {comment_string} 'flat 2d contact road for testing purposes' \$-----UNITS [UNITS] LENGTH = 'mm' FORCE = 'newton' ANGLE = 'degree' MASS = 'kg' TIME = 'sec' \$-----MODEL [MODEL] METHOD = 'USER' FUNCTION_NAME = 'ARC501' ROAD_TYPE = 'flat' \$-----GRAPHICS [GRAPHICS] LENGTH = 160000.0 WIDTH = 80000.0 NUM_LENGTH_GRIDS = 16 NUM_WIDTH_GRIDS = 16 LENGTH_SHIFT = 160000.0 WIDTH_SHIFT = 0.0 TYPE_STEPSIZE = 'CONSTANT' \$-----ROAD PROFIL [PROFILE] {XZ} -80000 0.0 0.0 80000 0.0 0.0 \$-----OFFSET [OFFSET] X = 0.0 Y = 0.0 Z = 0.0 ALPHA = 0.0 BETHA = 0.0 GAMMA = 0.0 </pre>	<pre> \$-----MDI_HEADER [MDI_HEADER] FILE_TYPE = 'rdf' FILE_VERSION = 5.00 FILE_FORMAT = 'ASCII' (COMMENTS) {comment_string} 'Test zum Schwellenüberfahrt' \$-----UNITS [UNITS] LENGTH = 'mm' FORCE = 'newton' ANGLE = 'degree' MASS = 'kg' TIME = 'sec' \$-----MODEL [MODEL] METHOD = 'USER' FUNCTION_NAME = 'ARC501' ROAD_TYPE = 'poly' \$-----GRAPHICS [GRAPHICS] LENGTH = 160000.0 WIDTH = 80000.0 TYPE_STEPSIZE = 'FLEXIBLE' NUM_LENGTH_GRIDS = 16 NUM_WIDTH_GRIDS = 16 LENGTH_SHIFT = 160000.0 WIDTH_SHIFT = 0.0 \$-----ROAD PROFIL [PROFILE] {XZ} -80000 0.0 0.0 500 0.0 0.0 550 0.0 5.0 700 0.0 5.0 750 0.0 0.0 80000 0.0 0.0 \$-----OFFSET [OFFSET] X = 0.0 Y = 0.0 Z = 0.0 ALPHA = 0.0 BETHA = 0.0 GAMMA = 0.0 </pre>
---	---

Abbildung 5-6: Straßendatei für Gerade (links) und Schwelle (rechts) (Road Property File)

Der Block [PROFILE] beschreibt die Koordinaten der Straßenpunkte bzgl. des Road-Koordinatensystems, das bei Modellerstellung einer Straße im ADAMS/View auf der Fahrbahn erzeugt wird [MSC-2012b]. Falls die Koordinaten und Winkel des Road-Koordinatensystems verändert werden sollen, können diese Änderungen im Block [OFFSET] angegeben werden. Während der Simulation mit dem SE-Reifenmodell in ADAMS werden die kinematischen Größen bzgl. dieses Koordinatensystems berechnet und als Eingangsgröße im SE-Reifenmodell in der Form DLL-Datei übergeben.

Tabelle 5-3: Beschreibung der Blöcke in der Straßendatei

Block	Beschreibung
UNITS	in der Straßendatei verwendete Einheiten
MODEL	Auswahl eines Straßenmodells
GRAPHICS	grafische Darstellung in ADAMS/View
PROFILE	Straßenprofil (z. B. Schwellenüberfahrt) bzgl. Road-Koordinatensystem
OFFSET	Road Koordinatensystem

Das Straßenprofil wird nur entlang der Länge der Straße vorgegeben, der Verlauf quer zur Fahrtrichtung wird nicht berücksichtigt, da im vorliegenden Entwicklungsstadium nur eine Längs- und Vertikalbewegung des Reifens vorgesehen ist. Tabelle 5-3 stellt abschließend eine Übersicht über die Definitionsblöcke in der Straßendatei zur Verfügung.

5.2.3 Super Elastik Reifenfunktion

Die Reifenfunktion mit Namen TYR501() stellt die Umsetzung der entwickelten Ansätze für das vertikaldynamische Reifenmodell (vgl. Kapitel 4.2) zur Einbindung in eine Mehrkörpersimulationsumgebung am Beispiel von MSC.ADAMS dar. Sie wird in den Programmiersprachen C und C++ erstellt und als DLL-Datei in die Mehrkörpersimulationsumgebung eingebunden. In der Reifenfunktion müssen hierzu folgende Schritte durchgeführt werden:

- Einlesen der SE-Reifendatei und der Straßendatei
- Berechnung der Kontaktkräfte
- Berechnung der Deformation der inneren Gummischichten anhand der Bewegungsgleichungen
- Berechnung des longitudinalen Schlupfs und des Rollwiderstands
- Rückgabe der resultierenden Reifenkräfte und –momente

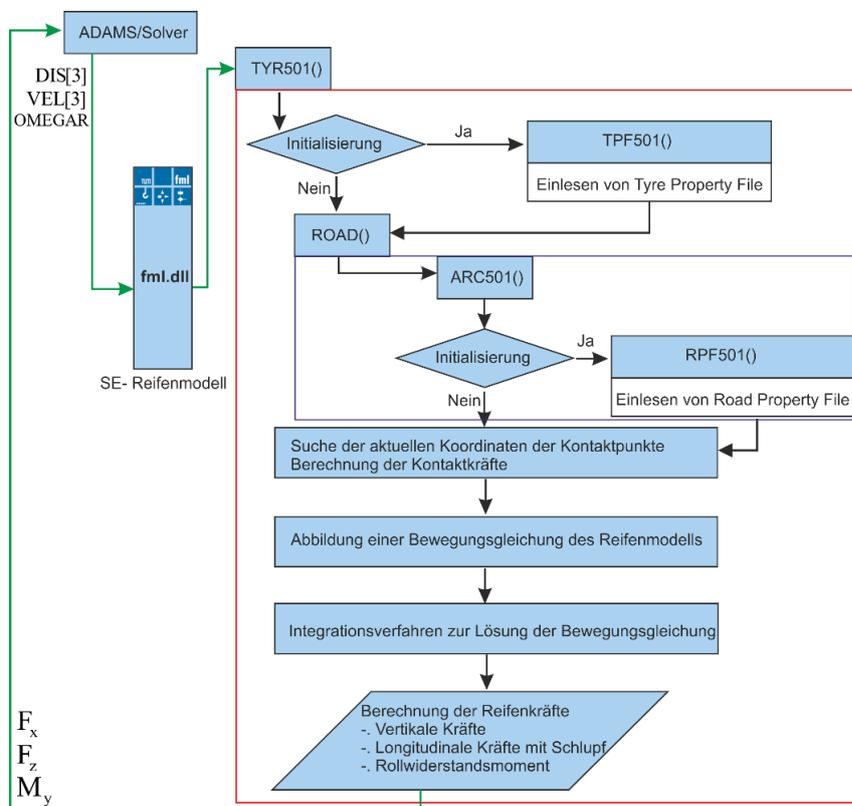


Abbildung 5-7: Ablaufdiagramm der in die DLL-Datei eingebettete Reifenfunktion TYR501()

Für die Berechnung der Reifenkräfte und -momente werden innerhalb der Funktion TYR501() mehrere aufeinanderfolgende Schritte abgearbeitet. Das zugehörige Ablaufdiagramm ist in Abbildung 5-7 dargestellt.

Funktionsaufruf

Zu Beginn der Simulation greift ADAMS/Solver auf die DLL-Datei des Reifenmodells zu und sucht die Subroutine mit dem Funktionsnamen TYR501(), die in der Reifendatei im Feld FUNKTION_NAME definiert ist (vgl. Abbildung 5-5).

Die übergebenen Funktionsparameter lassen sich in Ein- und Ausgabegrößen unterteilen. Auf der Seite der Eingabegrößen werden alle Simulationsparameter des Rades von ADAMS/Solver an die Funktion übergeben. Hier handelt es sich z. B. um Position und Geschwindigkeit sowie Drehwinkel und -geschwindigkeit der Felge oder um die Transformationsmatrix zwischen dem Inertialsystem und dem körperfesten Koordinatensystem der Felge um ihren Schwerpunkt. Die Ausgabegrößen werden genutzt, um die Berechnungsergebnisse wieder an ADAMS/Solver zurückzugeben. Eine umfangreiche Beschreibung der verwendeten Parameter findet sich in [MSC-2012b]. Einen Überblick über die wichtigsten Eingabegrößen gibt Tabelle 5-4.

Tabelle 5-4: Wichtigste Eingabegrößen der SE-Reifenfunktion TYR501()

Variable	Datentyp	Beschreibung
JOBFLG	Integer	steuert die Aufgaben der Reifenfunktion
TIME	double	aktuelle Simulationszeit
DIS	double[3]	Verschiebung der Radaufhängung zur Referenzmarkierung der Straße
TRAMAT	double[3][3]	Transformationsmatrix zwischen globalem und körperfestem Koordinatensystem der Felge
VEL	double[3]	Translationsgeschwindigkeit des Reifens
ANGTWC	double	Drehwinkel der Felge in Radian
OMEGA	double[3]	Rotationsgeschwindigkeit des Reifens
OMEGAR	double[3]	Drehgeschwindigkeit der Felge
DEQVAR	double[2]	berechnete Werte der Differenzialgleichungen
TYPARR	double[300]	Parameter des Reifenmodells
WARKARR	double[-]	Speicher der resultierenden Werte während Aufruf der Reifenfunktion
ROAD()	ARC501()	Unterfunktion zum Aufruf der Straße

Während der Simulation steuert ADAMS/Solver die Funktion TYR501() über die Variable JOBFLG und gibt dabei z. B. vor, wann die erforderlichen Parameter aus der Reifendatei ausgelesen werden und welche Daten an ADAMS/Solver zurückzugeben

sind. ADAMS/Tire arbeitet bei seinen Berechnungen nach dem „Standard Tire Interface version 1.4“ (STI) der TYDEX Working Group [MSC-2012b]. Auf die Bedeutung der einzelnen Werte der Variablen JOBFLG wird in Tabelle 5-5 eingegangen, an die sich eine kurze Erklärung anschließt.

Tabelle 5-5: Aufruf der Reifenfunktion TYR501() nach STI

Modus	Beschreibung	Werte JOBFLG
NORMAL	Normal Auswertung	0
INQUIRE	Abfrage Speicherbedarf	1
INIT	Initialisieren	2
RESET	Zurücksetzen	3
SSTEP	Erfolgreicher Integrationsschritt	4
DIFF	Abschätzung der Werte	5
ENDSIM	Ende der Simulation	99

- **NORMAL:** Gewöhnlicher Berechnungsmodus, bei dem aus den Eingabeparametern die Reifenkräfte und Momente berechnet und an ADAMS/Solver zurückgegeben werden.
- **INQUIRE:** Der benötigte Speicherplatz der Variablen TYPAR; DEQVAR; VARINF; WRKARR und IWRKAR soll an ADAMS/Solver zurückgegeben werden. Falls Differenzialgleichungen vom ADAMS/Solver gelöst werden sollen, sind die Anfangswerte in DEQINI abzulegen. Dieser wird von ADAMS derzeit noch nicht unterstützt.
- **INIT:** Alle Simulationsparameter werden aus der Reifen- und Straßendatei ausgelesen und für die folgenden Berechnungen in TYPARR und ROPAR gespeichert.
- **RESET:** Sollten sich während der Simulation die Reifenparameter ändern, ist im STI der Modus RESET zur erneuten Initialisierung vorgesehen. Dieser wird jedoch in ADAMS nicht verwendet.
- **SSTEP (SUCCESSFUL INTEGRATION STEP):** Dieser Aufruf soll laut STI nach jedem erfolgreichen Simulationsschritt erfolgen, wird von ADAMS aber derzeit noch nicht unterstützt.

- **DIFF (DERIVATIVE EVALUATION):** Die Aufgaben und Berechnungen der Reifenroutine entsprechen dem Modus NORMAL. Die berechneten Kräfte und Momenten werden auch an ADAMS/Solver zurückgegeben.
- **ENDSIM (END SIMULATION):** Letzter Aufruf der Reifenfunktion am Ende der Simulation. Dadurch können abschließende Aufgaben erledigt werden, wie beispielsweise nicht mehr verwendete Speicherplatz freizugeben oder offene Dateien zu schließen.

Einlesen der Reifendatei

Zuerst wird die Initialisierungsroutine zum Einlesen der Reifendatei ausgeführt. Dabei wird die selbst implementierte Subroutine TPF501() aufgerufen, die wiederum auf von ADAMS zur Verfügung gestellte Fortran-Funktionen zurückgreift. Ein Beispiel einer solchen Fortran-Funktion ist die nach folgend dargestellte Subroutine zum Einlesen von Zahlenwerten aus der Reifendatei:

Subroutine RTO_READ_REAL_F2C (BlockName, MaxBlockNameLen, BlockNameLen, AttributeName, MaxAttributeNameLen, AttributeNameLen, Value, Success)

Tabelle 5-6 erläutert im Detail die Funktionsparameter der Funktion RTO_READ_REAL_F2C()

Tabelle 5-6: Beschreibung der Funktionsparameter RTO_READ_REAL_F2C

Variable	Datentyp	Beschreibung
BlockName	char[256]	in der Reifendatei definierter Blockname
MaxBlockNameLen	Int	maximale Länge des Blocknamens
BlockNameLen	Int	Länge des Blocknamens
AttributeName	Char[256]	Feldname unter dem Blocknamen
MaxAttributeNameLen	Int	maximale Länge des Feldnamens
AttributeNameLen	Int	Länge des Feldnamens
Value	Double	in der Reifendatei definierte Werte
Success	Int	zur Bearbeitung der bei dem Einlesen aufgetretenen Fehlermeldung

Einlesen der Straßendatei

Nach dem Einlesen der Reifendatei durch die Funktion TPF501() wird die Straßenfunktion ROAD() aufgerufen. Dabei wird die in der Straßendatei definierte Subroutine ARC501() ausgeführt, um die bei der Berechnung der Kontaktkraft benötigten Parameter aus der Straßendatei einzulesen. Beim Initialisierungsmodus in ADAMS/Solver erfolgt dies durch den Aufruf der Subroutine TPF501().

Um die resultierende Kontaktkraft zwischen dem Reifenmodell und der Straße unter Berücksichtigung der Impact-Kontakt-Formulierung (vgl. Kapitel 4.4.1) zu berechnen, wird zuerst eine Routine in TYR501() zur Bestimmung der aktuellen Position der Kontaktpunkte durchgeführt, da deren Position von den Zustandsvariablen abhängt, die mit dem Integrationsverfahren während der Simulation jeweils neu errechnet werden.

Wesentliche Bestandteile der Reifenfunktion TYR501() sind neben der bereits vorgestellten Kontaktkraftberechnung der Aufbau der Bewegungsgleichungen samt Überführung in die Zustandsraumdarstellung sowie deren Lösung durch ein numerisches Integrationsverfahren. Beide Aspekte werden im Folgenden genauer beschrieben.

Aufbau der Bewegungsgleichungen und Zustandsraumdarstellung

Die in Kapitel 4.3.4 erläuterten Bewegungsgleichungen werden zur Berechnung der Deformation der Gummischicht des SE-Reifens, die als Feder-Dämpfer System modelliert ist, in der Programmiersprache C/C++ erstellt. Dabei werden die Dimensionen des Vektors für die verallgemeinerten Koordinaten und der Matrizen für die Massen- und Dämpfungsmatrix sowie die Steifigkeitsmatrix je nach Anzahl der Kontaktelemente in der Reifendatei verändert (vgl. Abbildung 5-5, NUM_CE). Darüber hinaus wird die Zustandsraumdarstellung der Bewegungsgleichung automatisch erstellt, um die Differenzialgleichungen zweiter Ordnung in ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung umzuformen, damit sie mit einem Integrationsverfahren gelöst werden können. Beim Aufbau des Vektors und der Matrizen wird die für lineare algebraische Gleichungen geeignete externe C++-Bibliothek „Armadillo 3.920.0“ des NICTA (Australia's Information Communications Technology Research Centre of Excellence) verwendet und in die DLL-Datei des SE-Reifenmodells eingebunden [NIC-2008].

Integrationsverfahren

Um die Differenzialgleichungen des Reifenmodells zu lösen bzw. die Einfederung des SE-Reifens zu ermitteln, wird das in Kapitel 4.1.4 erläuterte numerische Integrationsverfahren nach Carl Runge und Martin Wilhelm Kutta verwendet. Das Integrationsverfahren wird mittels der Programmiersprache C++ in die Reifenfunktion TYR501() integriert und löst die Zustandsgleichung, wobei Kontaktkraft und Gewichtskraft als Eingangsgrößen fungieren. Die neuen Werte für die Zustandsvariablen, die sich aus der

Lösung der Differenzialgleichungen ergeben, stellen die Verschiebungen (X-Z) der Kontaktelemente und die Winkel zwischen den Kontaktelementen zur Berechnung der Biegemomente dar. Die aktuelle Position in der Variable DIS und Geschwindigkeit in VEL sowie Drehwinkel und -geschwindigkeit in ANGTWC und OMEGAR werden im Rahmen der Integration als Anfangswerte für die Zustandsgrößen der Felge verwendet.

Rückgabe der berechneten Kräfte und Momente

Tabelle 5-7 zeigt die wichtigsten Ausgabeparameter, mit denen die berechneten Werte oder auch aufgetretene Fehlermeldungen wieder an ADAMS/Solver zurückgegeben werden. Die berechneten Kräfte und Momente werden mit TRAMAT in das globale Koordinatensystem transformiert und dann in den Vektoren FORCES und TORQUE gespeichert. Damit wird die Simulation eines ganzen Systems mit einem gewählten Integrationsverfahren in Adams/Solver zum nächsten Zeitpunkt weiter durchgeführt.

Tabelle 5-7: Wichtigste Ausgabegrößen der Reifenfunktion TYR501()

Variable	Datentyp	Beschreibung
FORCE	double[3]	berechnete Reifenkräfte
TORQUE	double[3]	berechnete Reifenmomente
DEQINI	double[2]	Anfangswerte der Differentialgleichungen
DEQDER	double[2]	zeitliche Ableitungen der Differentialgleichungen
TYRMOD	char[256]	Fehlermeldung
VARINF	double[40]	speichert weitere Daten & Ergebnisse
IERR	integer	Kategorie eines aufgetretenen Fehlers

5.2.4 Numerische Simulation in ADAMS/View

In MSC.ADAMS [MSC-2012a] stehen verschiedene Simulationsarten zur Verfügung:

- Dynamische Simulation
- Kinematische Simulation
- Statisches Gleichgewicht
- Simulation der Anfangsbedingungen
- Lineare Simulation

Bei der dynamischen Simulation wird der Verlauf aller im System auftretenden kinematischen Größen, z. B. Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen über die Zeit berechnet. Da es sich hierbei um sehr komplexe numerische Berechnungen handelt, muss darauf geachtet werden, den passenden Integrator zu verwenden. Im ADAMS/Solver sind verschiedene implizite und explizite Integrationsmethoden

verfügbar, die individuell angepasst werden können, um eine Differentialgleichung eines Systems zu lösen. Die wichtigsten in Adams/Solver verfügbaren Integrationsmethode werden im Folgenden zusammengefasst:

- GSTIFF
 - Zur numerischen Lösung von Anfangswertproblemen steifer Differentialgleichungen verwendet der Integrator das Gear-Verfahren, das auch als BDF-Verfahren (Backward Defferentiation Formulas) bezeichnet wird. Es handelt sich dabei um ein implizites Mehrschrittverfahren, das auf numerischer Differentiation durch sogenannte rückwärtige Differentiationsformeln beruht [Gea-1971]. Die Idee ist, dass zur Bestimmung von y_{n+1} nicht nur der zuletzt zurückliegende Werte y_n verwendet wird, sondern zusätzlich noch weiter zurückliegende Werte [Hai-1993, S. 377]. Der Integrator hat die maximale Integrationsordnung 6 ($k \leq 6$). Beim Verfahren wird der BDF-Parameter mit der konstanten Schrittweite berechnet.

$$\sum_{j=1}^k \frac{1}{j} \nabla^j y_{n+1} = hf_{n+1} \quad (5-1)$$

$$\nabla^j y_{n+1} = \nabla^{j-1} y_{n+1} - \nabla^{j-1} y_n$$

- WSTIFF
 - Der Integrator ist ähnlich wie GSTIFF. Der BDF-Parameter ist dabei von der Schrittweite abhängig, die sich im Integrator ändert, ohne an Genauigkeit zu verlieren. Weitere Information findet sich in [Bok-1975].
- HASTIFF
 - Das Verfahren beruht sich auf dem Hiller-Anantharaman-Verfahren. Im Verfahren erscheint der Lagrangesche Multiplikator in differenzierter Form. Zur Bestimmung y_{n+1} wird die Faktor $h\beta$ (h : Schrittweite, β : BDF-Parameter) und der lineare Zusammenhang y'_{n+1} zwischen y_{n+1} und \dot{y}_{n+1} in vorhergehenden Zeitschritten verwendet [Ana-1991]. Die Lösung durch die Integration gewährleistet alle kinematische Zwangsbedingungen.

$$y_{n+1} = h\beta \cdot \dot{y}_{n+1} + y'_{n+1} \quad (5-2)$$

- Newmark
 - Das Newmark-Verfahren ist ein implizites Integrationsverfahren und Einschrittverfahren. Damit sind nur die Bewegungsgrößen des

vorangegangenen Zeitschritts nötig, um die Bewegungsgrößen zur Zeit t_{n+1} zu berechnen. Dabei werden die Stabilität und die Genauigkeit des Verfahrens gesteuert, indem zwei Parameter β und γ eingeführt werden. Weitere Information findet sich in [Neg-2004; New-1959].

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + h \cdot \dot{y}_n + \frac{h^2}{2} \cdot [(1 - 2\beta) \cdot \ddot{y}_n + 2\beta \cdot \ddot{y}_{n+1}] \\ \dot{y}_{n+1} &= \dot{y}_n + h \cdot [(1 - \gamma) \cdot \ddot{y}_n + \gamma \cdot \ddot{y}_{n+1}] \end{aligned} \quad (5-3)$$

Mit der kinematischen Simulation kann die Bewegung der einzelnen Körper, unabhängig von den außen wirkenden Kräften bestimmt werden, wenn ein Modell keine Freiheitsgrade hat. Bei einem Modell mit mehreren Freiheitsgraden findet ADAMS/Solver die Lage des statischen Gleichgewichts, bei dem sich alle inneren und äußeren Kräfte gegenseitig ausgleichen. Diese Position kann als Startzustand für weitere Betrachtungen genutzt werden, um unerwünschte Einschwingeffekte zu Beginn einer Simulation zu vermeiden. Zudem kann ADAMS das Modell hinsichtlich der gewählten Anfangs- und Zwangsbedingungen auf seine Konsistenz untersuchen.

Das statische Gleichgewicht stellt den Zustand eines Modells dar, in dem alle internen und externen Kräfte ohne beliebige Bewegung und Trägheitskräfte des Modells ausgeglichen sind. Dabei werden alle Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Modells zu NULL gesetzt und damit die Trägheitskräfte nicht berücksichtigt. Eine statische Simulation ist mit Modellen verwendbar, die eine oder mehrere Freiheitsgrade haben. Dabei verschiebt ADAMS/Solver die Modellteile, um die Gleichgewichtslage aller auf die Modelle wirkenden Kräfte zu finden. Vor einer dynamischen Simulation kann ein statisches Gleichgewicht ausgeführt werden, um unausgeglichene Kräfte der Modelle zu Beginn der Simulation zu entfernen.

Die Simulation der Anfangsbedingungen garantiert die korrekte Modellbildung in ADAMS vor Durchführung der Simulation. Dabei wird geprüft, ob alle Rand- und Anfangsbedingungen zulässig und konsistent sind.

Bei der linearen Simulation werden nichtlineare dynamische Bewegungsgleichungen zu einem bestimmten Betriebspunkt linearisiert, um die Eigenfrequenzen und die entsprechenden Moden zu bestimmen.

Die Wahl eines Integrators in ADAMS und die Simulationsschrittweite können die Genauigkeit der Ergebnisse beeinflussen und zu numerischen Problemen bzw. instabilen Lösungen führen.

6 Bestimmung der Modellparameter aus Messergebnissen

In diesem Kapitel wird die Durchführung der experimentellen Untersuchung erläutert. Darüber hinaus wird die Bestimmung der Modellparameter bzw. der Reifenkennlinien aus den Messwerten, die von der Radlast und der Geschwindigkeit sowie der Erregerfrequenz abhängen, beschrieben.

6.1 Experimentelle Untersuchung der vertikaldynamischen SE-Reifeneigenschaften

Im Rahmen des Forschungsprojekts [Oh-2012] wurde am Lehrstuhl für Maschinenelemente und Technische Logistik der Helmut-Schmidt-Universität Hamburg (mtl) ein existierender Trommelprüfstand konstruktiv umgerüstet, um die dynamischen Eigenschaften des Reifens zu erforschen. Dabei konnten freie Vertikalschwingungen des Reifens bei unterschiedlichen Radlasten und Geschwindigkeiten vermessen werden. Darüber hinaus wurden dynamische Versuche an einem Hydropulserprüfstand durchgeführt. Anhand der gewonnenen Messdaten wurden Eigenschaften wie die Steifigkeit und Dämpfung des untersuchten Reifens ermittelt.

Bei der Durchführung der experimentellen Untersuchung am mtl war die Größe des zu untersuchenden SE-Reifens 18x7-8 der Firma Continental. Der Reifen war 152 mm breit und besaß einen Außendurchmesser von 453 mm sowie eine maximale Traglast von 21 kN bei einer Maximalgeschwindigkeit von 25 km/h. Die Auswahl stützte sich darauf, dass dieser Reifen sehr häufig bei Gegengewichtsgabelstaplern verwendet wird.

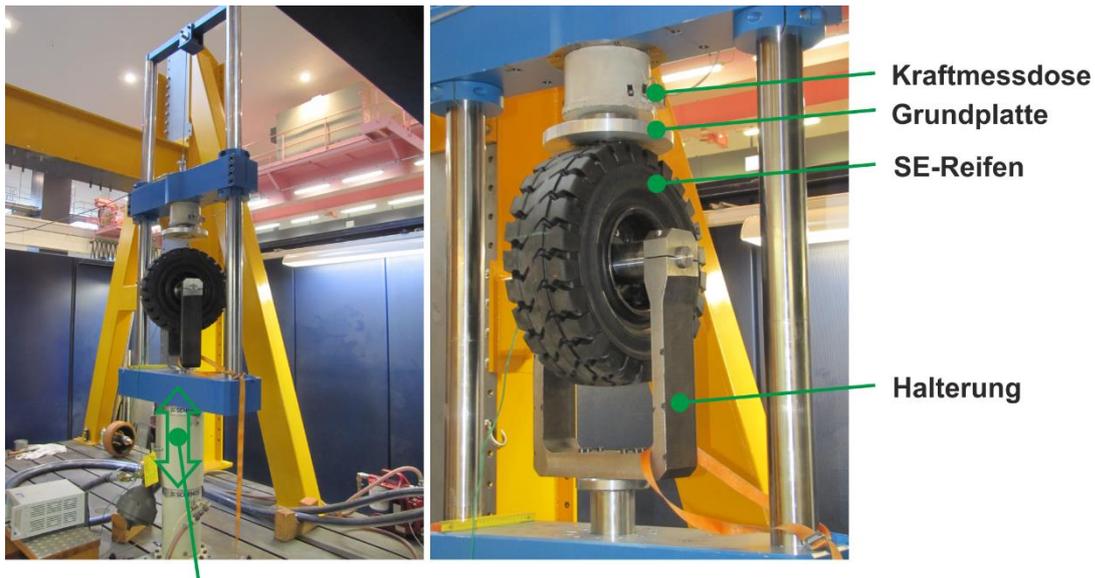
6.1.1 Hydropulserprüfstand

Zur Ermittlung der vertikaldynamischen Eigenschaften des stehenden Rades auf verschiedenen Untergründen wurde ein vorhandener Hydropuls-Schwingungs-Prüfstand angepasst (vgl. Abbildung 6-1). Das Rad steht derart auf dem Hydropulser, dass die Kraft auf die Achse wirkte. Oberhalb des Rades befindet sich eine Kraftmessdose, mit der die Radlast gemessen wurde.

Zur Erzeugung der geregelten Kraftverläufe auf das Rad wurde ein sog. Gleichlaufzylinder, ein doppeltwirkender Hydropulszylinder eingesetzt. Die durchgehende Kolbenstange wurde durch hydrostatische Lager vollkommen spielfrei geführt. Ein serien-

mäßig eingebauter Wegaufnehmer lieferte das erforderliche Messsignal der Kolbenposition.

Bei unterschiedlichen Frequenzen wurden die mittlere Kraft und die Amplitude variiert. Als Ergebnis der harmonischen Kraftanregung wurde der Wert der Einfederung des Rades ermittelt. Damit wurde die Steifigkeit in Abhängigkeit von der Belastung und der Erregungsfrequenz bestimmt.



Hydropulserlängszylinder - Vertikale Bewegung

Abbildung 6-1: Hydropulserprüfstand

6.1.2 Trommelprüfstand

Um die SE-Reifen im rollenden Zustand zu untersuchen, wurde die Konstruktion des bestehenden Trommelprüfstands [Bru-2009] durch eine Schwinde ergänzt, die eine freie Vertikalbewegung des Reifens ermöglicht (vgl. Abbildung 6-2). Die Radlast wurde durch eine Gewichtskraft aufgebracht. Auf der rotierenden Trommel konnten Schwel- len mit unterschiedlichen Höhen montiert werden, so dass Überfahrten simuliert werden können. Die Radlast wird bis zu ca. 15 kN mithilfe unterschiedlicher Gewichte variiert. Die minimale Radlast für das SE-Rad 18x7-8 betrug 6,57 kN.



Abbildung 6-2: Trommelprüfstand

Die Radlast konnte auch durch eine horizontale Verschiebung der Gewichtsplatten geändert werden. Die Module für die Radaufnahme waren versetzbar, damit verschiedene Räder untersucht werden können. Es können Räder mit einem Durchmesser von 280 mm bis 462 mm und einer maximalen Breite von 190 mm untersucht werden.

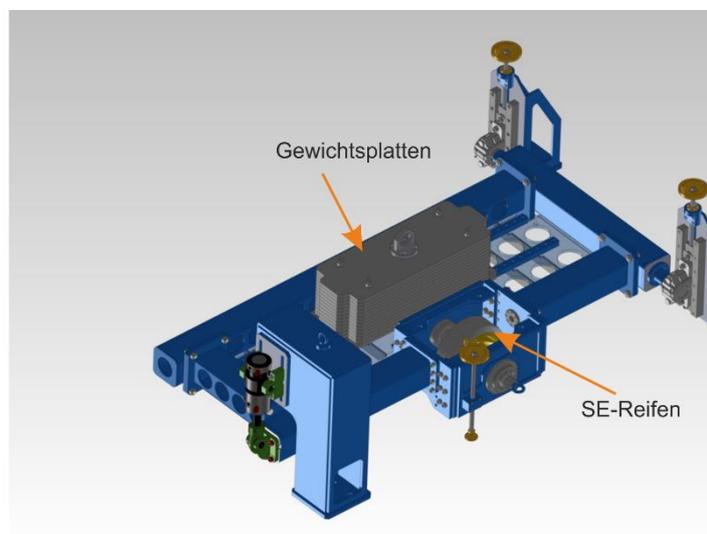


Abbildung 6-3: Schwinge

Die umfangreiche Messtechnik ermöglichte eine genaue Erfassung des dynamischen Reifenverhaltens bei der Schwellenüberfahrt. An den Punkten 1, 2 und 3 in Abbildung 6-4 waren jeweils eindimensional messende Beschleunigungsaufnehmer platziert. Zwei weitere Sensoren waren an den Punkten 5 und 6 montiert, die die Beschleunigungen in allen drei Raumrichtungen aufzeichnen. Zusätzlich wurde am Punkt 4 die Auslenkung des Reifens mit einem Wegsensor gemessen. Daraus ergab sich die

Abhängigkeit der Steifigkeit und Dämpfung des Rades von der Radgeschwindigkeit bei verschiedenen Radlasten.

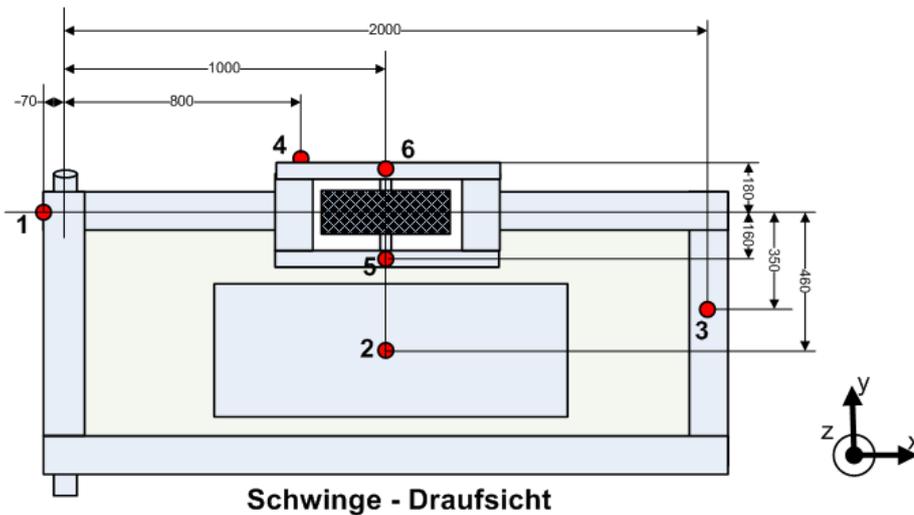


Abbildung 6-4: Position der Sensor

6.1.3 Durchführung der Fahrversuche

Anhand einer jährlich veröffentlichten Zusammenfassung der Flurförderzeugauslieferung in die jeweiligen Kontinente [FÉD-2015; Fis-2015, S. 20], welche in Abbildung 6-5 für das Jahr 2012 dargestellt wird, ist erkennbar, dass Elektrostapler in Europa deutlich mehr als Asien verwendet werden. Zur Durchführung der experimentellen Referenztests wurde daher der Elektro-Fahrersitzgabelstapler in Dreiradausführung EFG 216k von Jungheinrich ausgewählt.

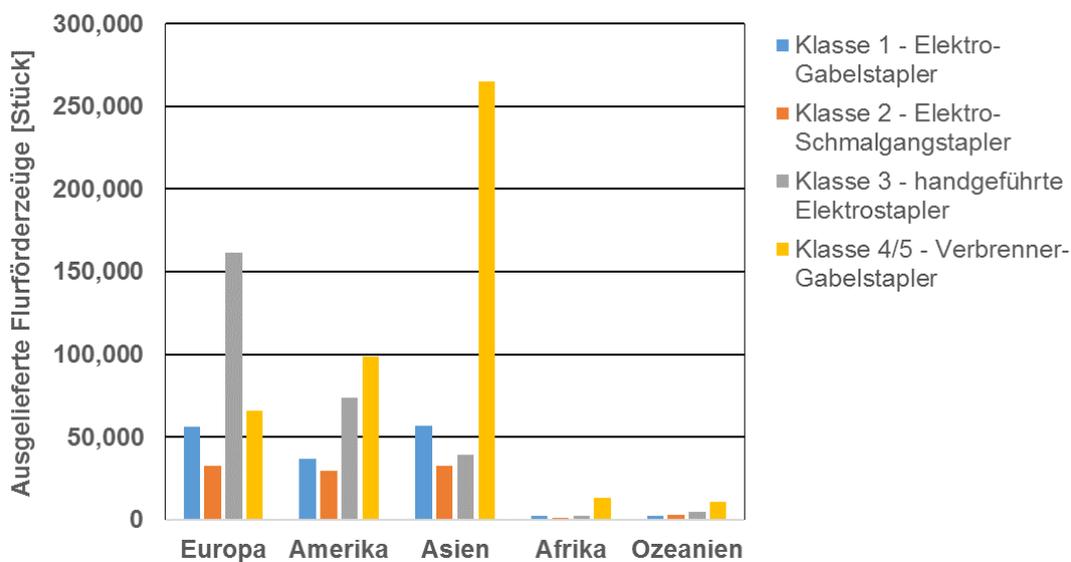


Abbildung 6-5: Flurförderzeugauslieferungen im Jahr 2012 nach [FÉD-2015]

Es ist ein freitragender Gegengewichtsstapler, der mit der vor dem Stapler angebrachten Lastgabel LKW entladen und die Last auf Rampen oder in Regalen absetzen kann. Die maximale Tragfähigkeit für dieses Fahrzeug beträgt 1600 kg. An der Vorderachse wird eine Bereifung der Dimension 18x7-8 verwendet an der Hinterachse - 15 x 5,5-9. Das Fahrzeug ist mit einem Geschwindigkeitsaufnehmer (4) und fünf Beschleunigungsaufnehmern ausgestattet (vgl. Abbildung 6-6). Die Radlast des vorderen Reifens wird mithilfe von Kraftmessdosen bestimmt.



Abbildung 6-6: Referenzfahrzeug mit den Beschleunigungssensoren auf der Radachse (1 und 2), am Lenkbock (3), in der Fahrrichtung am Dach (5) sowie rechts neben dem Sitz (6)

Um die dynamischen Eigenschaften des Staplers zu ermitteln, wurden Schwellenüberfahrten mit den Schwellenhöhen von 5 mm und 10 mm durchgeführt und die Beschleunigungen an den beschriebenen Stellen auf dem Fahrzeug aufgezeichnet. Für jede Radlast (ca. 8000 N und ca. 16000 N) wird die Geschwindigkeit zwischen 2 und 16 m/s variiert. Es wurden zwei Varianten der Versuche durchgeführt. In der ersten Variante wurde das gesamte Fahrzeug über die Schwelle gefahren und in der zweiten Variante nur mit einem Rad (vgl. Abbildung 6-7).



Abbildung 6-7: a) Ein Rad fährt über die Schwelle, b) Beide Räder fahren über die Schwelle

Beispielhaft ist in Abbildung 6-8 ein Zeit-Diagramm des Beschleunigungsaufnehmers auf der Radachse für einen Versuch dargestellt. Wenn das Rad die Schwelle trifft, kann ein deutlicher Ausschlag beobachtet werden.

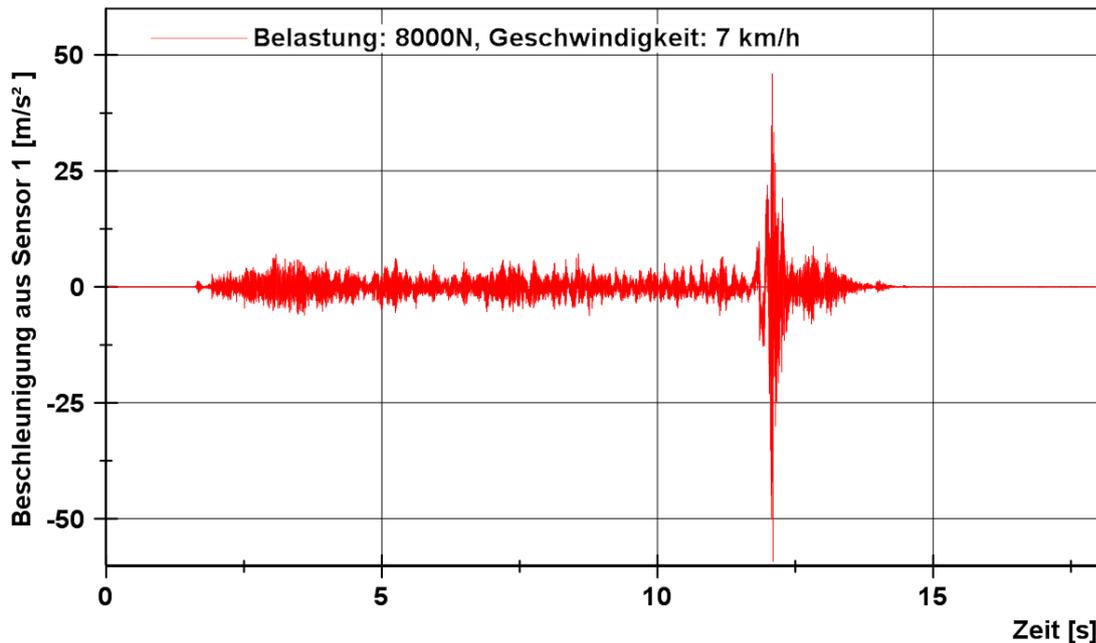


Abbildung 6-8: Messsignal des Beschleunigungsaufnehmers auf der Radachse. Der Stapler fährt über eine 10 mm hohe Schwelle mit einer Geschwindigkeit von 7 km/h und einer Radlast von 8000 N

6.2 Statische Kennlinie des SE-Reifens

Um die statischen Eigenschaften des SE-Reifens zu bestimmen, wurden die Messergebnisse aus dem Hydropulserprüfstand mit unterschiedlichen Radlasten und Amplituden sowie Frequenzen verwendet. Die Abbildung 6-9 zeigt eine nichtlineare Federkennlinie für die Federkraft in vertikaler Richtung. Dabei zeigt die Kurve ein Hystereseverhalten, das sich aus der Mittelkraft 10 kN und Amplitude 10 kN sowie Erregerfrequenz 1 Hz am Prüfstand ergibt. Der innere Bereich der Kurve beschreibt die partielle Transformation der Einfederung in Energie. Die Hysterese Kurve wird nun durch die eingezeichnete Hyperbel approximiert. Die ermittelte Funktion wird für die Kennlinie der Federkraft im SE-Reifenmodell integriert.

Aus den Ergebnissen des Forschungsprojekts [Oh-2012] ist erkennbar, dass die Radgeschwindigkeit nur einen geringen Einfluss auf die Steifigkeit hat. Dies bestätigt die Erkenntnisse der Schwingungsuntersuchungen mit stehendem Rad, bei denen die Anregungsfrequenz die Steifigkeit kaum beeinflusst [Oh-2012].

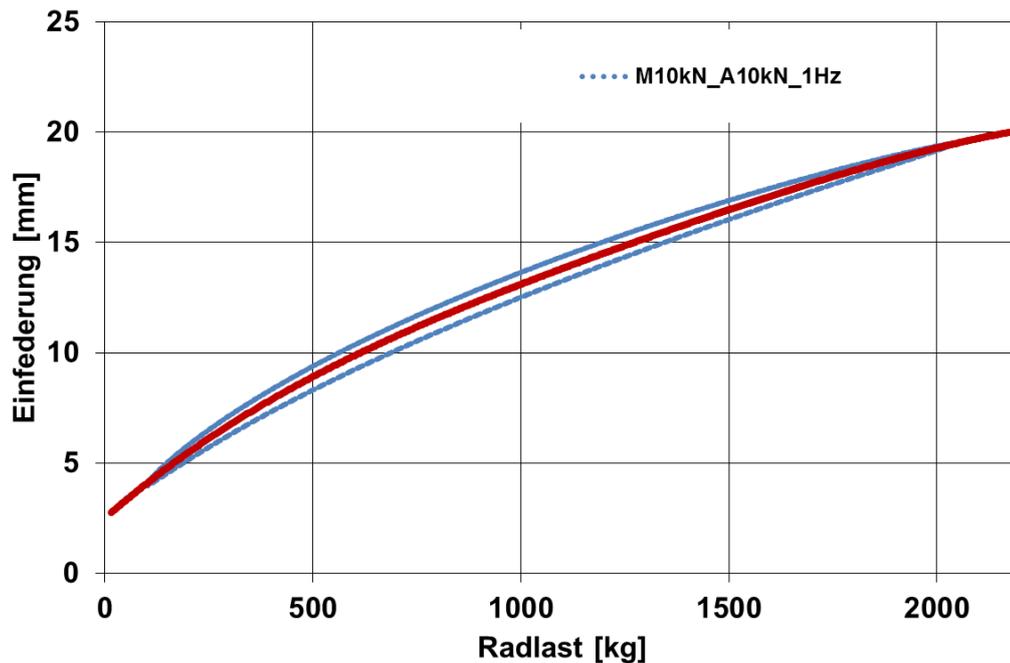


Abbildung 6-9: Einfederung des SE-Reifens mit Radlast aus dem Hydropulserprüfstand

6.3 Dynamische Kennlinie des SE-Reifens

Der SE-Reifen wurde neben den statischen Versuchen auch mit dem Trommelprüfstand untersucht, um eine Dämpfungskennlinie in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des Rades zu erhalten. Bei der Untersuchung überfährt der SE-Reifen eine Schwelle mit der Höhe 5 mm und 10 mm (vgl. Abbildung 6-10).

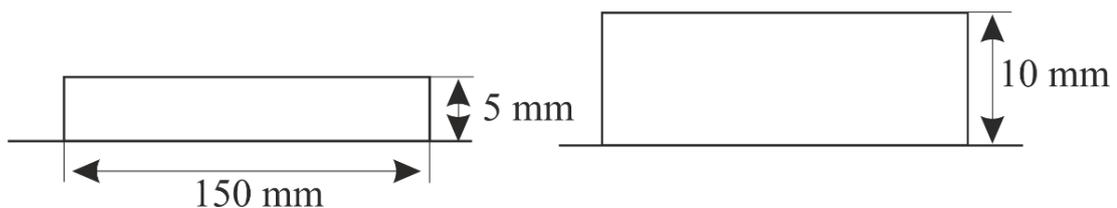


Abbildung 6-10: Schwelle auf der Trommel

Die Dämpfungskonstante mit der bestimmten Radlast und der Radgeschwindigkeit wird durch den Ansatz ermittelt:

$$\delta = \frac{c_{ges}}{2 \cdot m} \quad (6-1)$$

Dabei wird δ und m als der Abklingkoeffizient und die Radlast beschrieben. Zur Ermittlung des Abklingkoeffizienten werden zunächst jeweils die Zeitpunkte, an denen das

Rad auf die Schwelle trifft, ermittelt und die Periodendauer bestimmt (vgl. Abbildung 6-11).

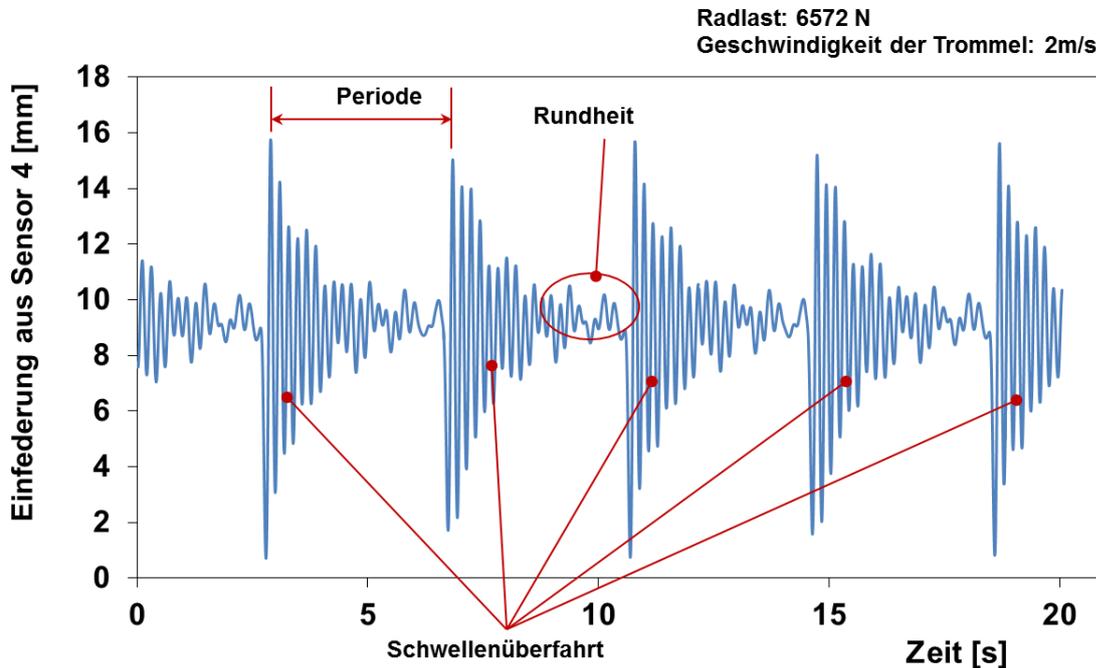


Abbildung 6-11: Einfederung aus Sensor 4 für die Schwinge mit der 5 mm Schwelle

Die fortlaufenden Schwingungsperioden werden zeitlich derart verschoben, dass das Rad immer zur gleichen Zeit die Schwelle trifft. Die Messergebnisse werden so synchronisiert. Nun können aus den getakteten Sensordaten der verschiedenen Schwellenüberfahrten Mittelwerte gebildet und Schwingungen abgeleitet werden, wobei der Nullpunkt der Schwingung mit dem Nullpunkt des Sensors 4 übereinstimmt. Unter der Annahme des logarithmischen Abklingverhaltens kann die Abklingkonstante δ aus den verlaufenden Hüllkurven berechnet werden, so dass die entsprechende Dämpfungskonstante bestimmt wird (vgl. Abbildung 6-12). Diese Verfahren werden wiederum mit der verschiedenen Umfangsgeschwindigkeit durchgeführt.

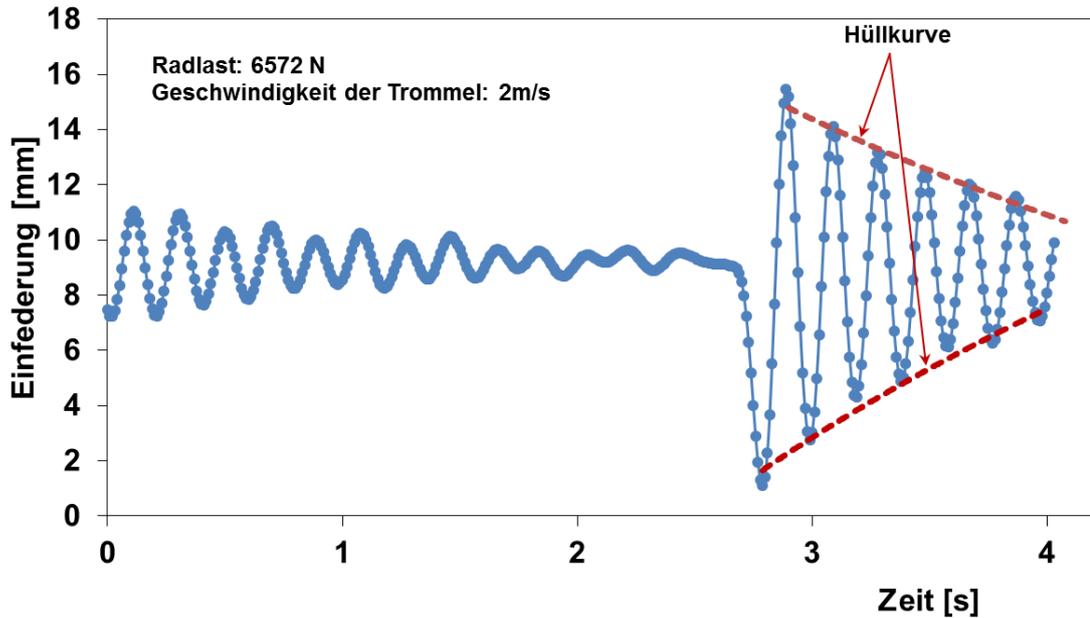


Abbildung 6-12: Gedämpfte Schwingungskurve des SE-Reifens mit 5 mm Schwelle

Die ermittelte Dämpfungskonstante in Abhängigkeit von der Radlast wird durch die eingezeichnete Hyperbel bzw. durch den Potenzansatz über die verschiedene Umfangsgeschwindigkeit approximiert, der in das SE-Reifenmodell integriert wird (vgl. Abbildung 6-13).

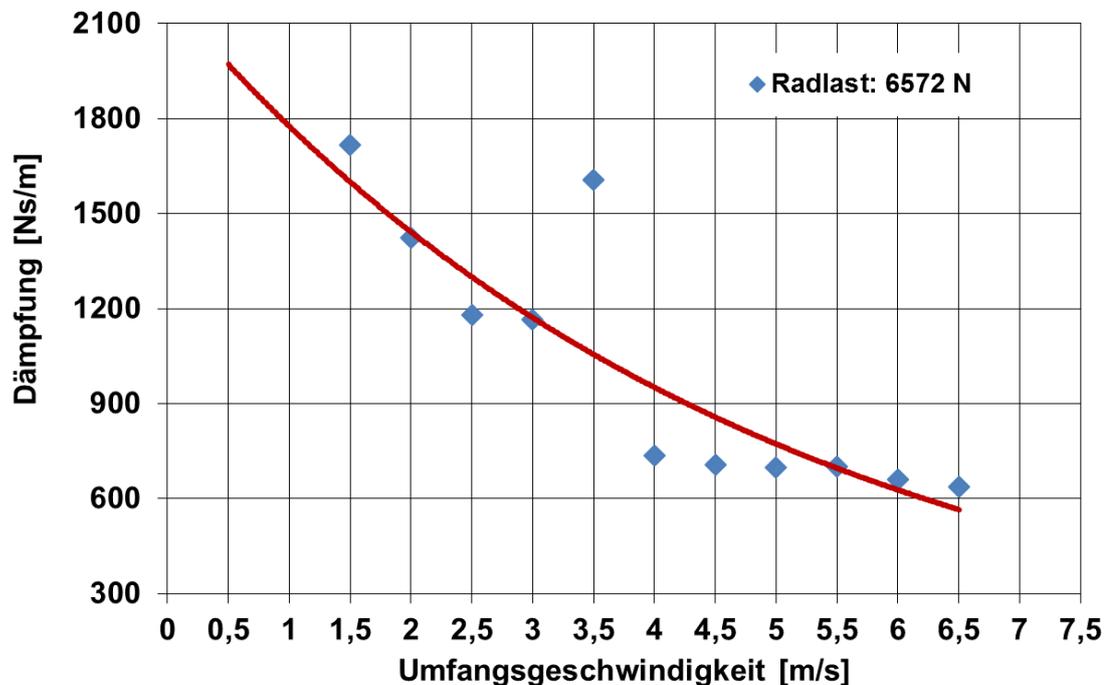


Abbildung 6-13: Die ermittelte Dämpfungskennlinie des SE-Reifens mit dem Radlast 6572 N

Analog dazu wird die Dämpfungskennlinie mit verschiedenen Radlasten ermittelt. In der Abbildung 6-14 wird die Dämpfungskennlinie in Abhängigkeit von der Radlast dargestellt. Daraus ist erkennbar, dass die Dämpfung des SE-Reifens abhängig von der Radgeschwindigkeit und der Radlast ist und mit höheren Geschwindigkeiten fast keine Unterschiede aufweist.

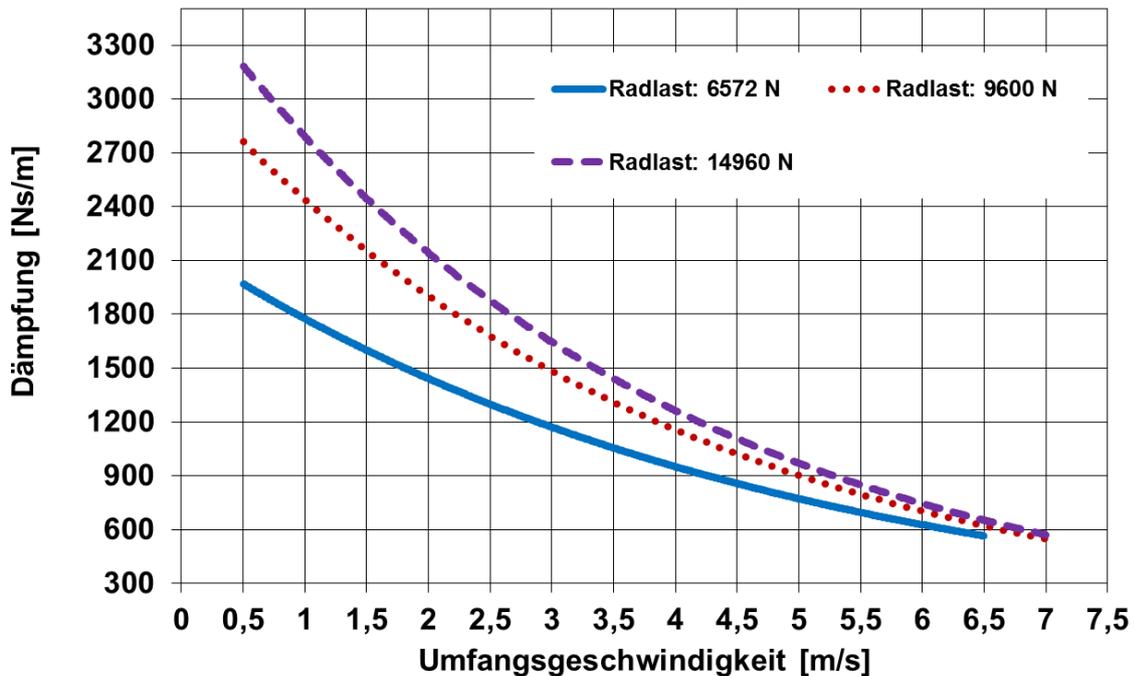


Abbildung 6-14: Die ermittelte Dämpfungskennlinie des SE-Reifens in Abhängigkeit von der Radlast

6.4 Bestimmung der Steifigkeit und Dämpfung für das SE-Reifenmodell

Mit den Versuchen an den Prüfständen können mit dem Dämpfungskoeffizienten c_{ges} und dem Steifigkeitskoeffizienten k_{ges} bei einer spezifischen konstanten Radlast F_{ges} ausschließlich Größen bestimmt werden, die sich auf den gesamten Reifen beziehen. Der Anwender kann auf Basis dieser Angaben keine Rückschlüsse ziehen, wie die modellinternen Größen zu wählen sind, damit das Reifenmodell den auf den Prüfstand vermessenen Reifen korrekt abbildet. Deswegen wird im Folgenden ein Näherungsverfahren vorgestellt, wie die gemessenen und internen Größen zueinander in Beziehung zu setzen sind.

Die Hauptstellgrößen des Modells sind die radialen Feder-Dämpfer-Elemente mit ihren Kenngrößen Steifigkeit $k_{ce,n}$ und Dämpfung $c_{ce,n}$. Durch eine Geometriebetrachtung am verformten Reifen kann gemäß Abbildung 6-15 ein Zusammenhang zwischen

diesen Größen hergeleitet werden. Der Reifen wird hierfür in einem eingefederten Zustand betrachtet, bei dem sich ein Kontaktelement mittig unter der Felge befindet.

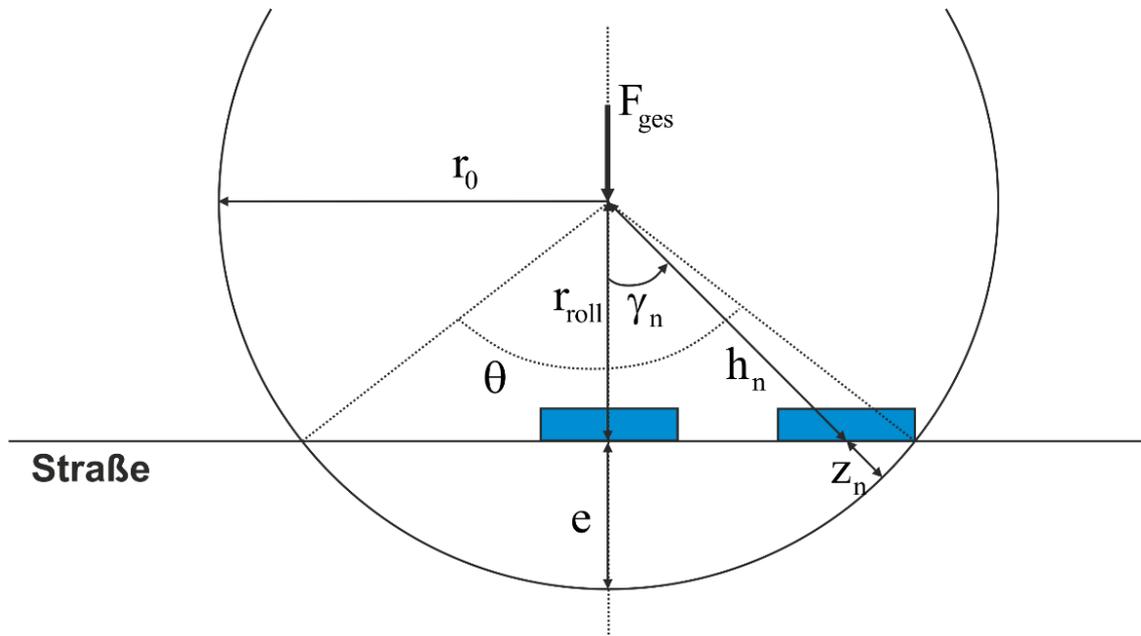


Abbildung 6-15: Kontaktelemente beim Einfedern des Reifens

Basis der Überlegung ist, dass die Radlast F_{ges} in der Gleichgewichtslage des eingefederten Reifens von den $M = \theta/\gamma_n + 1$ radialen Federn aufgenommen wird, die in Kontakt mit dem Boden treten. Dabei bildet $\gamma_0 = 2\pi/N$ den konstanten Winkel zwischen den N vom Anwender vorgegebenen Kontaktelementen und $\gamma_n = n \cdot \gamma_0$ den Winkel zwischen Vertikalachse und Kontaktelement.

$$F_{ges} = \sum_{n=1}^M F_n = k_{ce,n} \cdot \sum_{n=1}^M z_n \cdot \cos \gamma_n \quad (6-2)$$

Umgestellt nach der Steifigkeit $k_{ce,n}$ der einzelnen Kontaktelemente ergibt sich:

$$k_{ce,n} = \frac{F_{ges}}{\sum_{n=1}^M z_n \cdot \cos \gamma_n} \quad (6-3)$$

Nach der Geometriebetrachtung wird die einzelne Einfederung in der Abhängigkeit mit dem unbelasteten Radius r_0 umgeformt:

$$\begin{aligned}
z_n &= r_0 - h_n & (6-4) \\
&= r_0 - \frac{r_{roll}}{\cos \gamma_n} \\
&= r_0 - \frac{r_0 - e}{\cos \gamma_n}
\end{aligned}$$

Wird die Gesamteinfederung e , die sich über die Beziehung F_{ges}/k_{ges} bestimmen lässt, in Bezug zu den einzelnen Einfederungen z_n der Kontaktelemente eingesetzt, wird die Summe der einzelnen Einfederungen in der Form ausgedrückt:

$$\sum_{n=1}^M z_n = e + 2 \cdot \sum_{n=1}^{(M-1)/2} z_n \quad (6-5)$$

Demzufolge kann Formel (6-3) wegen der Achsensymmetrie bezüglich der Vertikalachse erweitert werden zu:

$$k_{ce} = \frac{F_{ges}}{e + 2 \cdot \sum_{n=1}^{(M-1)/2} \left(r_0 - \frac{r_0 - e}{\cos \gamma_n} \right) \cdot \cos \gamma_n} \quad (6-6)$$

Darüber hinaus wird der Winkel θ und die radialen Federn M in der Abhängigkeit der Gesamteinfederung e so dargestellt

$$\begin{aligned}
\theta &= 2 \cdot \arccos \left(1 - \frac{e}{r_0} \right) & (6-7) \\
M &= \frac{\theta}{\gamma_n} + 1 = \frac{2 \cdot \arccos \left(1 - \frac{e}{r_0} \right)}{\gamma_n} + 1
\end{aligned}$$

mit

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{r_{roll}}{r_0} = \frac{r_0 - e}{r_0} = 1 - \frac{e}{r_0} \quad (6-8)$$

Da sich auf den Kontaktelementen mit Ausdehnung in Umfangsrichtung (Breite b) mehrere Kontaktpunkte befinden können, ist es möglich, dass die zugehörige radiale Feder durch eine Berührung im Randbereich eingedrückt wird (vgl. Abbildung 6-16). Vereinfacht kann dieser Fall in erster Näherung in Formel (6-6) berücksichtigt werden, indem der Winkel γ_n um $\gamma_{kor} = \arcsin(b/2r)$ zu $\gamma_n = n \cdot \gamma_0 - \gamma_{kor}$ angepasst wird, falls der äußere Kontaktpunkt in die Straße eindringt.

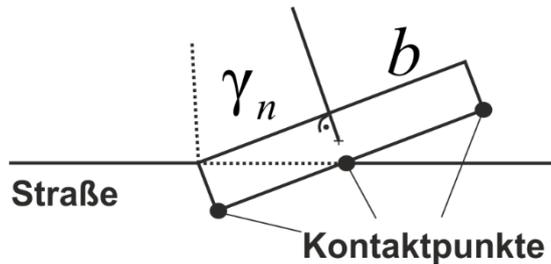


Abbildung 6-16: Zum Teil eingefedertes Kontaktelement mit drei Kontaktpunkten

Auch bei Betrachtung der wirkenden Dämpfungskraft $F_{d,ges}$ kann festgehalten werden, dass diese in Summe von M im Kontakt befindlichen Kontaktelementen aufgebracht wird.

$$F_{d,ges} = \sum_{n=1}^M F_{d,n} = c_{ce} \cdot \sum_{n=1}^M \dot{z}_n \cdot \cos \gamma_n = c_{ges} \cdot v_{reifen} \quad (6-9)$$

Analog zu der Geometriebetrachtung bezüglich der Steifigkeit kann die Geschwindigkeit der Längenänderung der einzelnen Federn $\dot{z}_n = v_{reifen} \cdot \cos \gamma_n$ in Abhängigkeit der vertikalen Reifengeschwindigkeit v_{reifen} ausgedrückt werden. Eingesetzt in Formel (6-9) errechnet sich die Dämpfungskonstante $c_{ce,n}$ einer einzelnen Feder zu:

$$c_{ce,n} = \frac{c_{ges}}{\sum_{n=1}^M (\cos \gamma_n)^2} \quad (6-10)$$

Mit dem vorgestellten Näherungsverfahren werden die Dämpfungskonstante $c_{ce,n}$ und Steifigkeit $k_{ce,n}$ der radialen Feder-Dämpfer-Elemente in Abhängigkeit von dem Radlast und Geschwindigkeit sowie der Anzahl der Kontaktelemente ermittelt.

Die Abbildung 6-17, Abbildung 6-18, Abbildung 6-19 und Abbildung 6-20 zeigen die mit dem beschriebenen Näherungsverfahren ermittelte Steifigkeit $k_{ce,n}$ und die Dämpfung $c_{ce,n}$ für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalrichtung, die für eine unterschiedliche Anzahl an Kontaktelementen auf Basis der gemessenen Eingangsgrößen bestimmt werden. Die ermittelten Kennlinien werden in das jeweilige SE-Simulationsmodell übernommen und die entsprechenden mathematischen Ansätze in der SE-Reifenfunktion integriert.

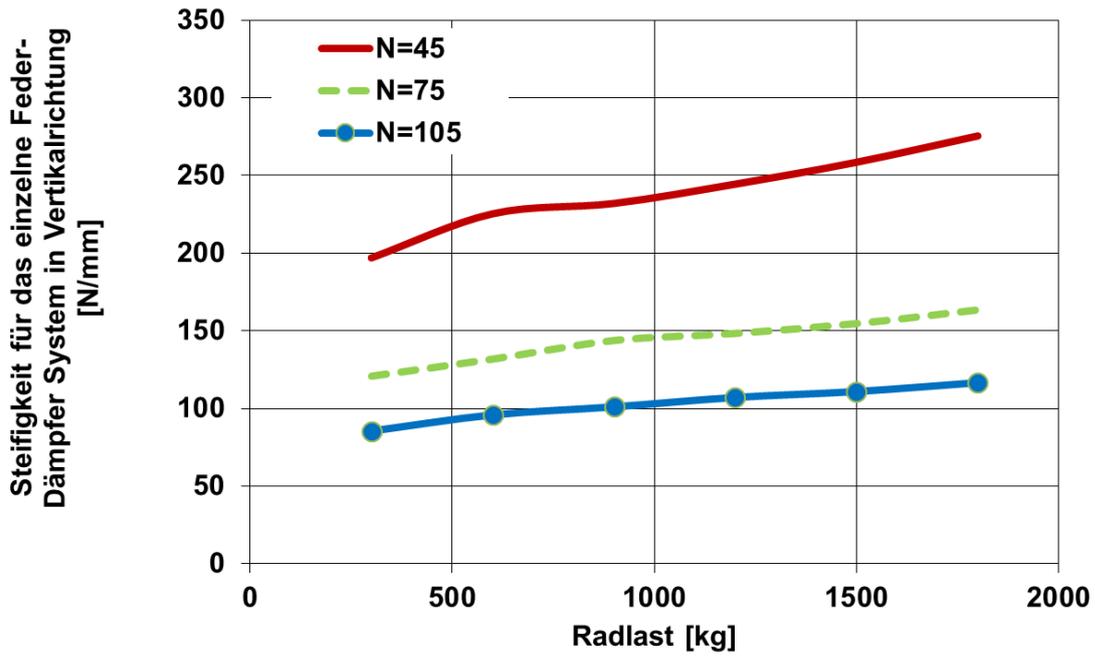


Abbildung 6-17: Steifigkeit für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalrichtung

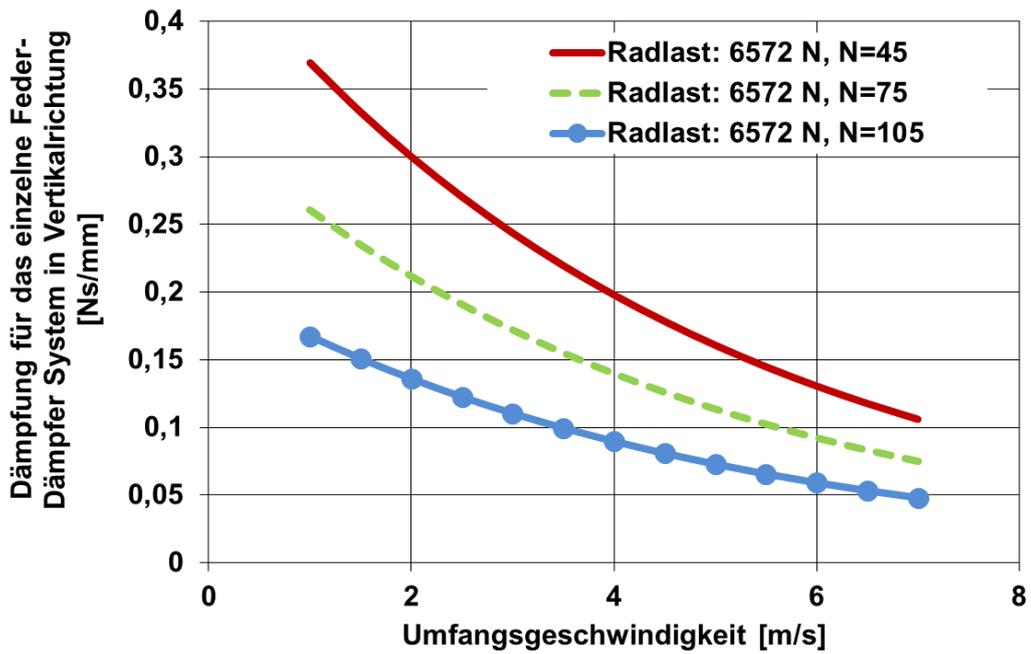


Abbildung 6-18: Dämpfung für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalrichtung mit der Radlast 6572 N

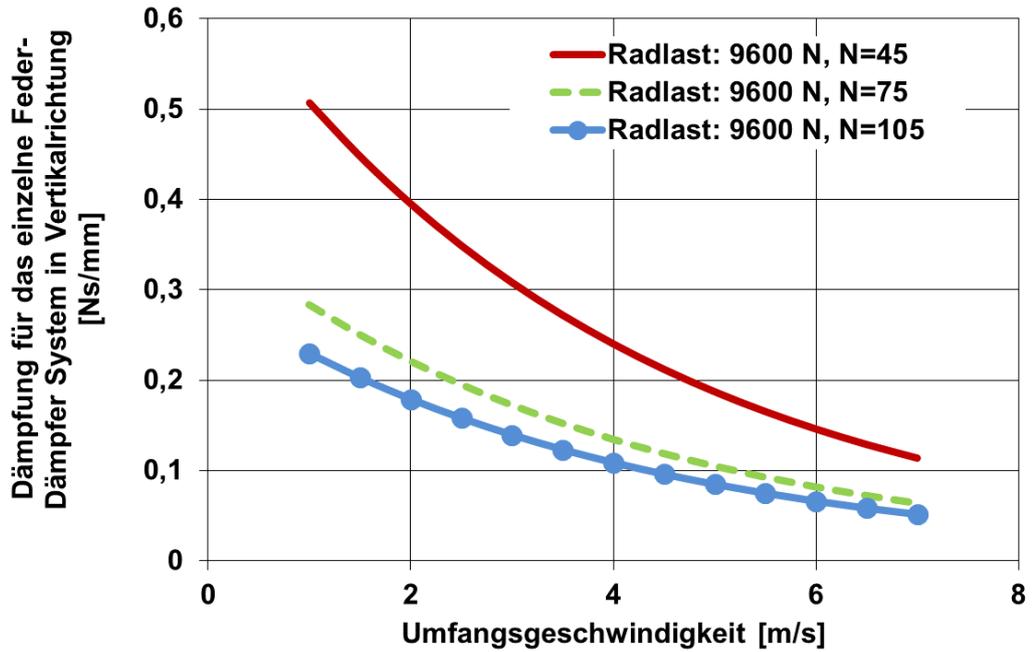


Abbildung 6-19: Dämpfung für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalrichtung mit der Radlast 9600 N

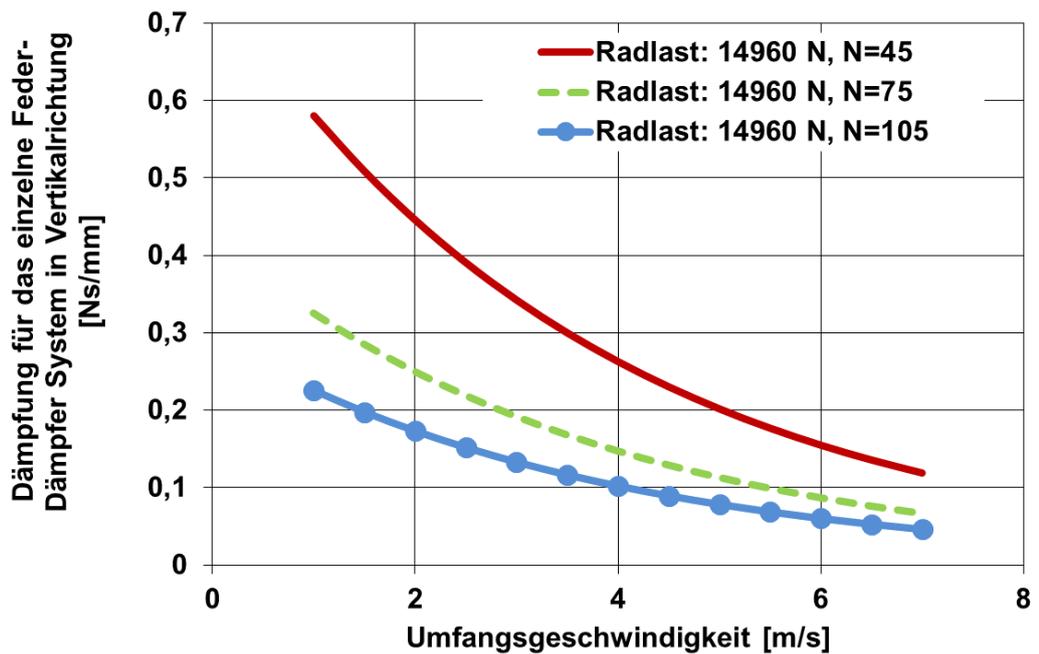


Abbildung 6-20: Dämpfung für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalrichtung mit der Radlast 14960 N

7 Verifikation und Validierung des SE-Reifenmodells

In der Produktion und Logistik wird die Simulation als wichtige Analysemethode eingesetzt, wenn Entscheidungen von erheblicher Tragweite gefällt werden müssen, und entweder die Ergebnisse dieser Entscheidung nicht unmittelbar ersichtlich sind oder keine geeigneten analytischen Hilfsmittel verfügbar sind. Daher werden Verifikation und Validierung in einer Simulationsstudie benötigt. Nur durch konsequente Verifikation und Validierung lässt sich die Gefahr von fehlerhaften Aussagen aus Simulationsstudien wirksam verringern und damit die Gefahr von Fehlentscheidungen begrenzen. Insbesondere ist festzustellen, dass die vollständige Korrektheit eines Modells formal nicht nachgewiesen werden kann, sondern eine subjektive Entscheidung getroffen werden muss, welche Schritte im Rahmen der Verifikation und Validierung nötig sind. Dementsprechend ist Ziel der Verifikation und Validierung nicht „der formale Nachweis der Validität eines Modells, sondern die Bestätigung seiner Glaubwürdigkeit“ [Rab-2008, S. 1ff.].

7.1 Verifikation des SE-Reifenmodells

Im Rahmen der Verifikation wird überprüft, ob der Modellansatz die zugrundeliegenden Anforderungen der Realität widerspiegelt. Hierfür wird das in Kapitel 5.1 vorgestellte Simulationsmodell verwendet, welches in ADAMS/View modelliert ist. An diesem Modell des Reifens kann untersucht werden, ob es das Verhalten eines realen Reifens bei Vertikalanregung besitzt. Hierunter ist zu verstehen, ob sich bei Kontakt mit der Straße ein Latsch aus mehreren Kontaktelementen bildet und ob sich die einzelnen Kontaktelemente der Annahme entsprechend zueinander bewegen. Diese Prüfung erfolgt vor allem optisch anhand animierter Simulationsergebnisse in ADAMS/View.

Besonderes Augenmerk wird den verwendeten Bindungselementen zuteil, die im Modell zum Einsatz kommen. Bei der Verbindung von Körpern durch die sog. Joints wird die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems festgelegt, wobei darauf zu achten ist, keine redundanten Verbindungen zu erzeugen. Es sollten deswegen nur die erforderlichen Freiheitsgrade durch ein Verbindungselement gesperrt werden. Durch die Ausgabe der Systemfreiheitsgrade nach dem Grübler-Kutzbach-Kriterium wird das Modell überprüft. Ebenso erfolgt durch die Software eine Überprüfung auf redundante Verbindungsgleichungen. Des Weiteren erfolgt eine Überprüfung, ob die Berechnungsergebnisse sinnvoll und plausibel erscheinen und keine offensichtlichen Fehler enthalten.

Die Verifikation der DLL-Datei für das SE-Reifenmodell erfolgt innerhalb der Simulationsumgebung ADAMS/View. Hier wird kontrolliert, ob der Reifenbaustein mit Hilfe eines Tire-Elements in eine Simulation integriert werden kann und ob das Zusammenspiel der Berechnungsfunktion mit ADAMS/Solver funktioniert, d. h. dass die berechneten Kräfte und Momente auf das Tire-Element beaufschlagt werden.

Neben den beschriebenen Verifikationsmaßnahmen für das Simulationsmodell ist durch die während der Simulationsphase durchgeführten zahlreichen reibungslosen Simulationsläufe sichergestellt, dass das Modell die Eigenschaften des realen Reifens hinreichend genau abbildet und dass durch den ADAMS/Solver auf die DLL-Datei zugegriffen wird, so dass die Anforderungen für die Verifikation erfüllt sind.

7.2 Validierung des SE-Reifenmodells

Im Rahmen der Validierung wird die hinreichende Übereinstimmung von Simulationsmodell und dem zu Grunde liegenden technischen System geprüft, indem sichergestellt wird, dass das Modell das Verhalten des SE-Reifens genau genug widerspiegelt. Dies erfolgt durch den Vergleich mit Messergebnissen, wobei mit den Versuchsständen Hydropulser und Trommelprüfstand zwei sich ergänzende Möglichkeiten zur Verfügung stehen. Während auf dem Hydropulser das stehende Rad hinsichtlich seiner Einfederung bei periodischer Kraftanregung untersucht wird und die Steifigkeit des Reifens im Vordergrund steht, erfährt das Rad auf dem Trommelprüfstand bei Schwellenüberfahrt einen Stoß, so dass das Dämpfungsverhalten sowie die Hindernisüberfahrt in den Fokus genommen werden.

7.2.1 Virtueller Hydropulserprüfstand

Der Fokus bei der Validierung anhand der Messergebnisse des Hydropulserprüfstands liegt auf der Einfederung des stehenden Rades, so dass die korrekte Einstellung der Steifigkeit überprüft werden kann. Um die Simulations- und Messergebnisse zu vergleichen, wird der reale Prüfstand in der Simulationsumgebung ADAMS/View abgebildet. Die Abbildung 7-1 und Abbildung 7-2 zeigen die Gegenüberstellung des realen und virtuellen Prüfstands.



Hydropulserlängszylinder - Vertikale Bewegung

Abbildung 7-1: Hydropulserprüfstand in Realität



Abbildung 7-2: Virtueller Hydropulserprüfstand mit dem mechanischen SE-Reifenmodell in ADAMS/View

Die Anregung des Reifens erfolgt durch Vorgabe einer definierten Kraft $F_a(t)$ entsprechend der realen Versuche mit:

$$F_a(t) = b + A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \quad (7-1)$$

Dabei beschreiben die Parameter b und A den Mittelwert und Amplitude der Anregungskraft, f wird als Frequenz bezeichnet.

Zum Abgleich erfolgt sowohl eine Gegenüberstellung der gemessenen Kraft F_{mess} mit der in der Simulation beaufschlagten Kraft $F_a(t)$ als auch der gemessenen und simulierten Einfederung des Reifens. Die Abbildung 7-3, Abbildung 7-4 und Abbildung 7-5 zeigen den Vergleich der Einfederung für eine mittlere Anregungskraft bei $b = 10kN$, einer Amplitude von $A = 10kN$ bei einer Frequenz von $f = 1Hz$. Dabei wird das hier verwendete Simulationsmodell je nach der Anzahl der Kontaktelemente erstellt. Aus der Ergebnissen ist erkennbar, dass eine akzeptable Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation festgestellt wird und die Abweichung ca. 2-3 mm beträgt.

Anhand des Hydropulserprüfstands mit dem mechanischen SE-Reifenmodell wird das in Kapitel 6.4 vorgestellte Näherungsverfahren zur Bestimmung der einzelnen Steifigkeiten und Dämpfungen validiert. Mithilfe des Näherungsverfahrens werden für eine unterschiedliche Anzahl an Kontaktelementen auf Basis der gemessenen Eingangsgrößen die Steifigkeitskennlinie und die Dämpfungskennlinie für das einzelne Kontaktelement bestimmt und in das jeweilige SE-Reifenmodell übernommen. Die Simulationsergebnisse in Abbildung 7-6 zeigen die Einfederung des SE-Reifens unter die Anregungskraft bei $b = 10kN$, die Amplitude von $A = 10kN$ und die Frequenz von $f = 1Hz$. Gut zu erkennen ist, dass die Gesamtsteifigkeit (gleiche Gesamteinfederung) in erster Näherung korrekt abgebildet wird.

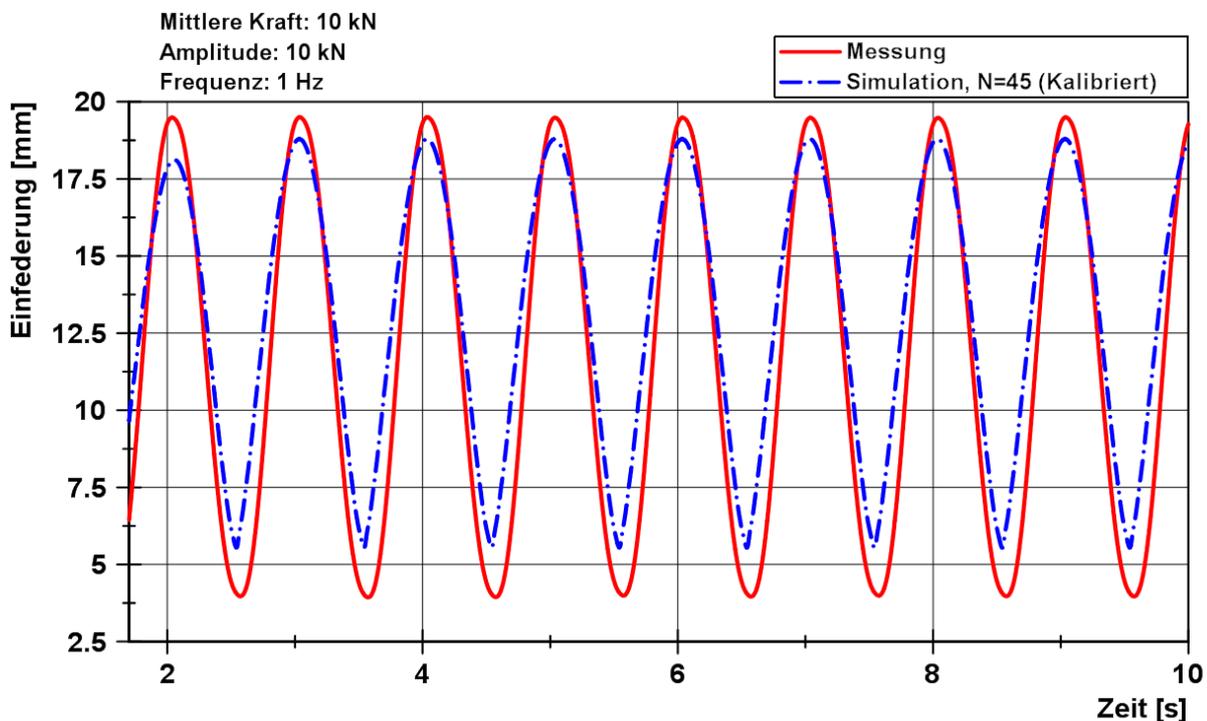
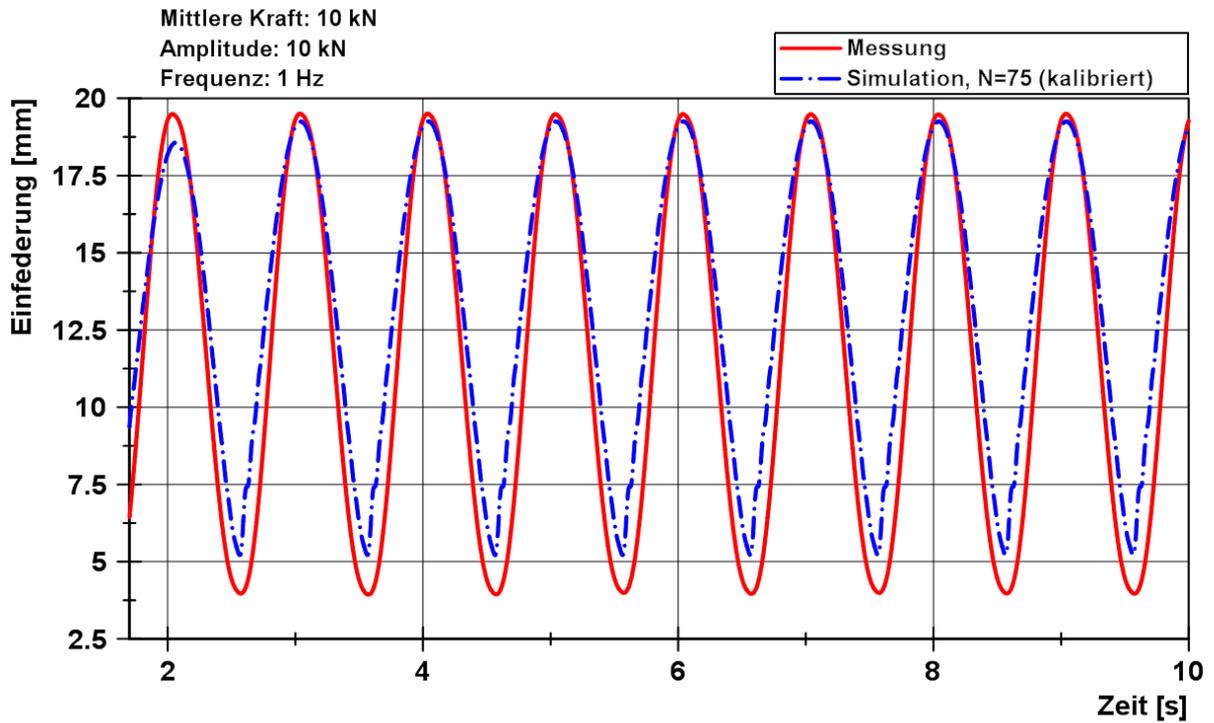
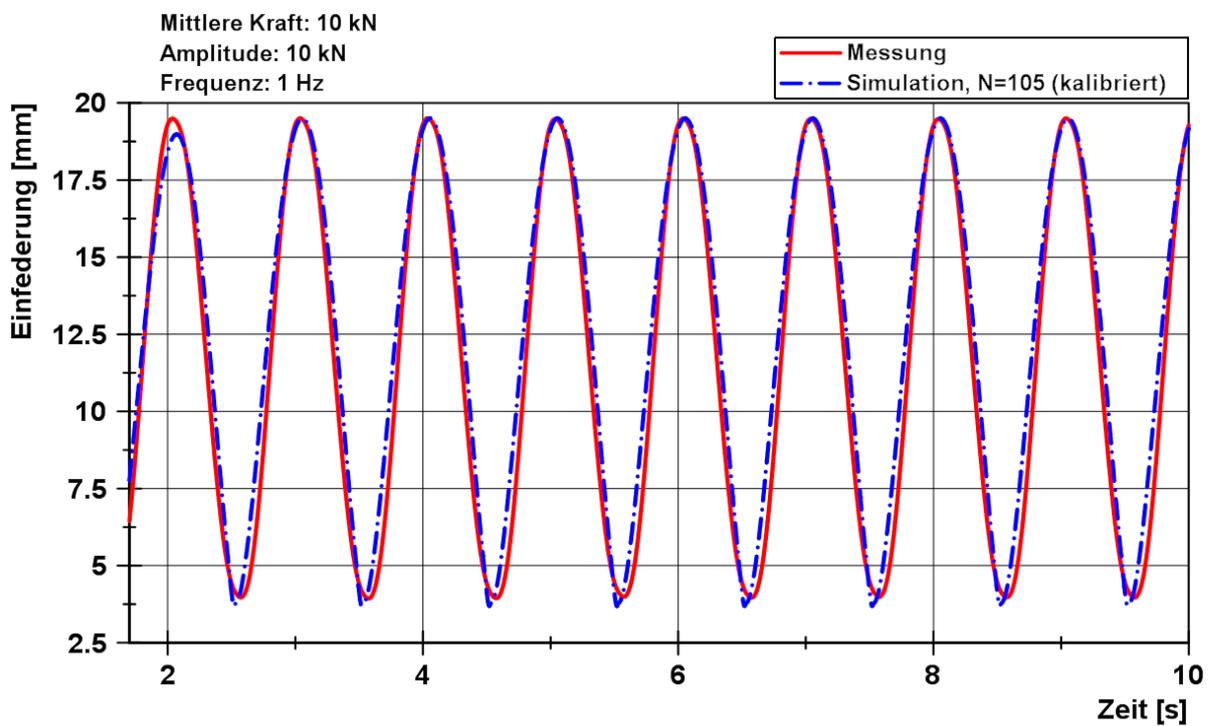


Abbildung 7-3: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodell mit $N = 45$

Abbildung 7-4: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodell mit $N = 75$ Abbildung 7-5: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodell mit $N = 105$

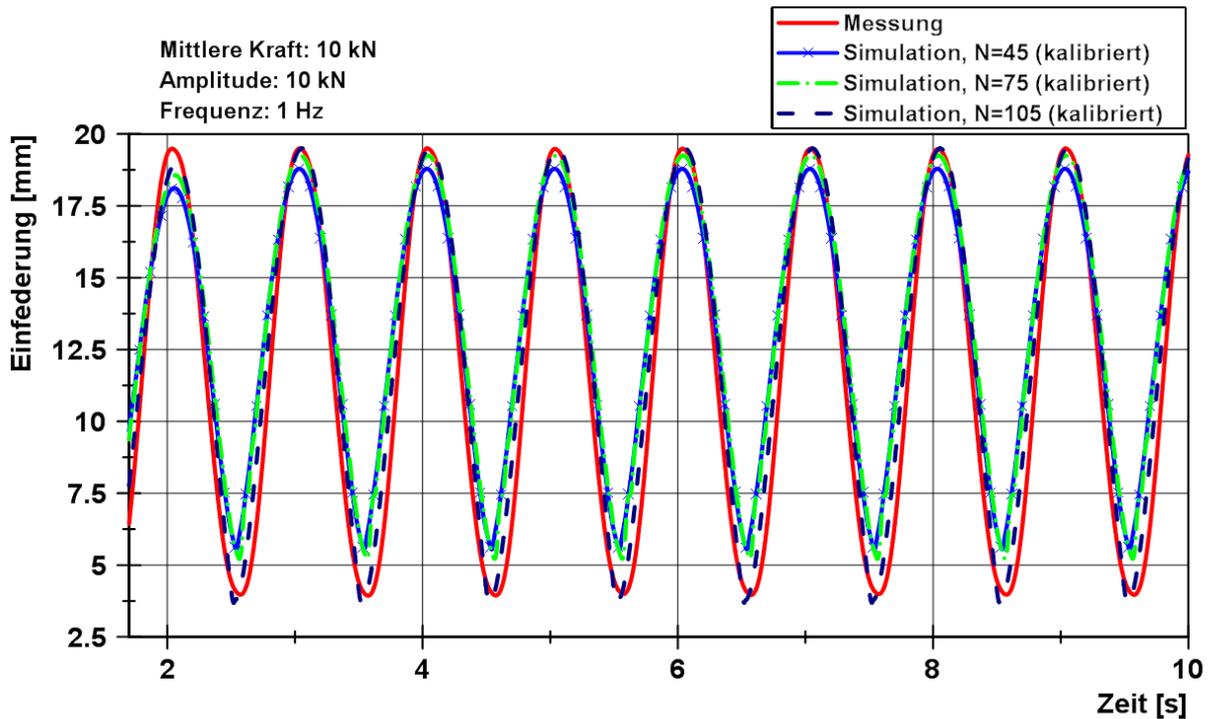


Abbildung 7-6: Gegenüberstellung der Ergebnisse für die Einfederung des SE-Reifenmodells mit verschiedenen Kontaktelementen

7.2.2 Virtueller Trommelprüfstand

Um auch für den Trommelprüfstand Simulations- und Messergebnisse gegenüberstellen zu können, wird der Versuchsaufbau in der Mehrkörpersimulationsumgebung abgebildet. Dies wird durch einen CAD-Import der Konstruktionsdaten erleichtert, wobei die korrekten Massen und Massenträgheitsmomente der resultierenden Körper im Simulationsmodell ergänzt werden.



Abbildung 7-7: Trommelprüfstand in Realität

Durch den Einsatz von Bindungselementen werden die Freiheitsgrade von Schwinge und Reifen festgelegt. Abbildung 7-7 und Abbildung 7-8 zeigen den Trommelprüfstand des SE-Reifens in Realität und das Simulationsmodell des virtuellen Trommelprüfstands mit dem mechanischen SE-Reifenmodell.

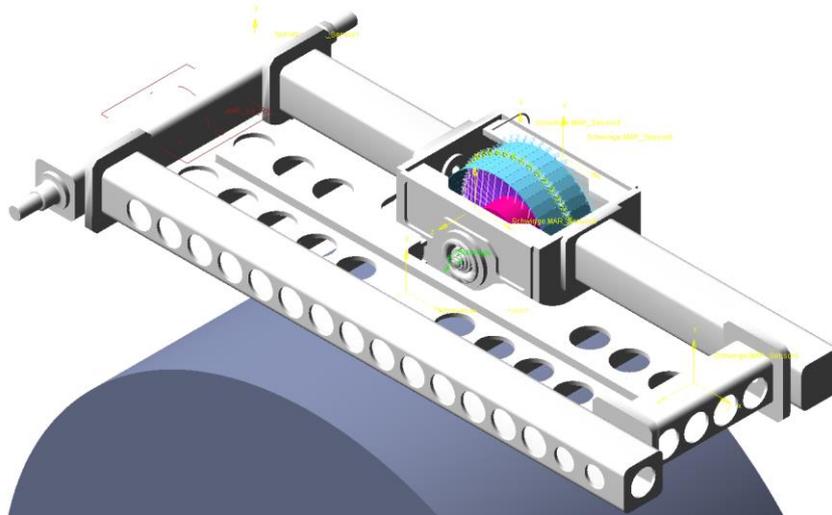


Abbildung 7-8: Virtueller Trommelprüfstand mit dem mechanischen SE-Reifenmodell in ADAMS/View

Zudem werden an den der Realität entsprechenden Positionen Sensoren definiert, die die korrespondierenden Berechnungsergebnisse zu den Messwerten bestimmen. Die Übersicht über den Sensoraufbau im Simulationsmodell ist in Abbildung 7-9 zu finden. Der Wegsensor 4 nimmt die vertikale Verschiebung der Schwinge auf, mit der die korrekte Einfederung des SE-Reifens kontrolliert werden kann. An den restlichen Positionen sind Beschleunigungsaufnehmer angebracht.

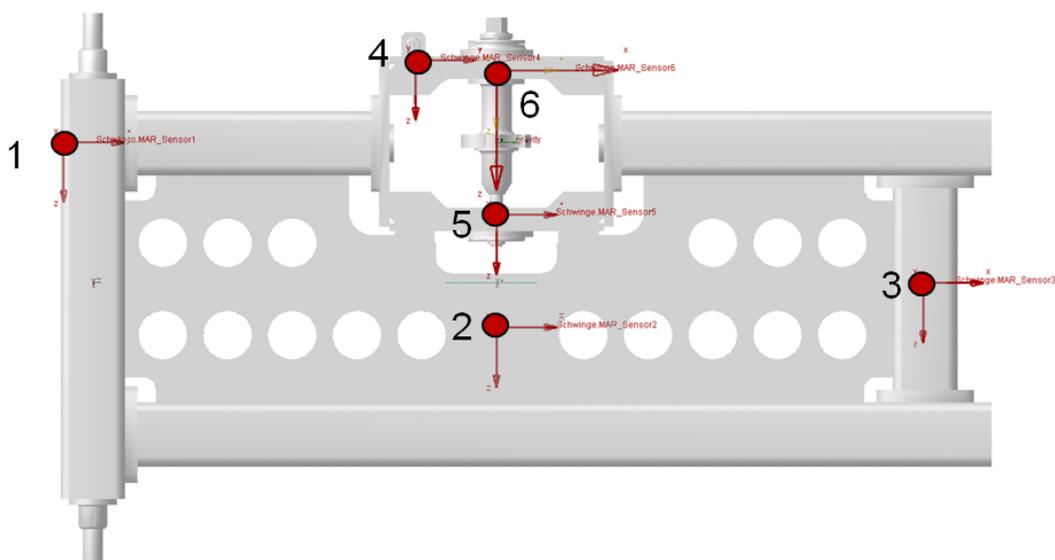


Abbildung 7-9: Sensorstellen im Simulationsmodell Trommelprüfstand

Für unterschiedliche Radlasten und Geschwindigkeiten wird mit dem Prüfstand untersucht, ob die resultierende Einfederung an Wegsensor 4 zwischen Messung und Simulation übereinstimmt. Bei der Versuchsdurchführung hat sich herausgestellt, dass bei höheren Geschwindigkeiten die Schwingung des Reifens bis zum erneuten Auftreffen auf die Schwelle nach einer Trommelumdrehung nicht genügend abgeklungen ist. Es ist somit nicht feststellbar, in welchem Schwingungszustand der Reifen auf die Schwelle getroffen ist, so dass die resultierende Schwingung nicht eindeutig reproduzierbar ist und für die Validierung nicht verwendet werden kann. Deswegen adressiert die Validierung nicht den vollen Geschwindigkeitsbereich in Bezug auf die Maximalgeschwindigkeit eines Flurförderzeugs. Dabei werden drei Radlasten von 6.572 N, 9.260 N und 12.270 N berücksichtigt. Die variable Radlast wird in der Simulation entsprechend dem Versuchsaufbau durch Zusatzgewichte auf der Schwinge realisiert.

Die radiale Steifigkeit $k_{ce,n}$ und Dämpfung $c_{ce,n}$ wird im Vorfeld der Simulation anhand der aus Messungen abgeleiteten Steifigkeit k_{ges} und Dämpfung c_{ges} gemäß den in Kapitel 6.4 dargelegten Formeln bestimmt und im Modell hinterlegt. Bei der Ermittlung der entsprechenden Reifenkennlinie mit dem Näherungsverfahren können die Messwertabweichungen bei der Ermittlung der entsprechenden Reifenkennlinie mit dem Näherungsverfahren beeinflusst werden.

In Abbildung 7-10 und Abbildung 7-11 werden für die Geschwindigkeiten von 2 m/s und 4 m/s Mess- und Simulationsergebnisse bei der Radlast 6572 N dargestellt. Dabei wird das SE-Reifenmodell mit der unterschiedlichen Anzahl an Kontaktelementen verwendet. Darüber hinaus werden in Abbildung 7-12 die Simulationsergebnisse unter verschiedenen Radlasten dargestellt. Es handelt sich stets um dasselbe Simulationsmodell des Reifens mit identischen modellinternen Größen. Es ist gut zu erkennen, dass das Simulationsmodell das Schwingungsverhalten des realen Reifens hinreichend genau abbildet. Es wird nicht nur der Verlauf der Amplitude, sondern auch die Periodendauer der realen Schwingung getroffen. Auch ist festzuhalten, dass auch die Einfederung des rollenden Reifens vor Auftritt auf die Schwelle korrekt abgebildet wird. Die weiteren Simulationsergebnisse sind im Anhang A dargestellt.

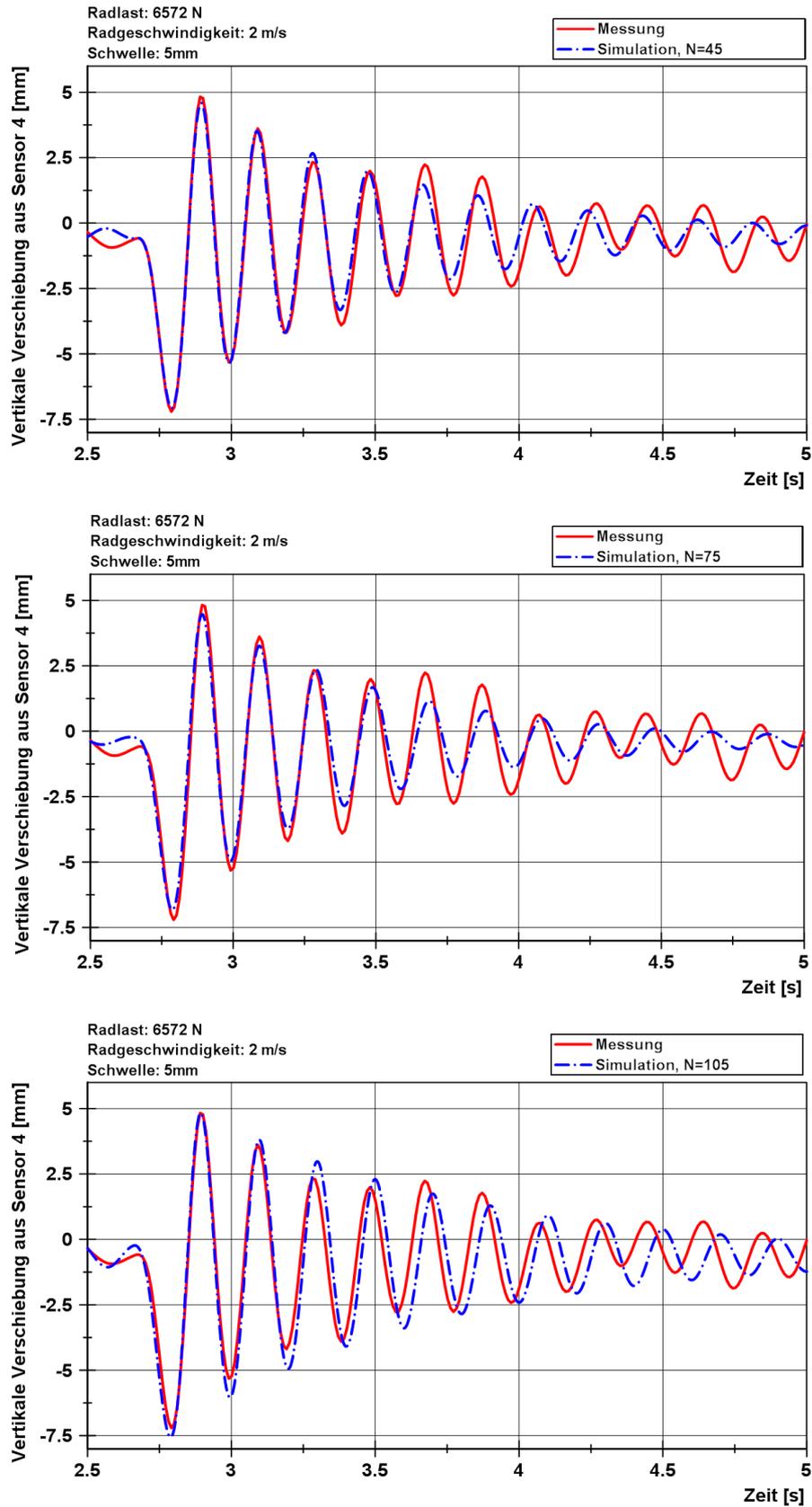


Abbildung 7-10: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 6572 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s

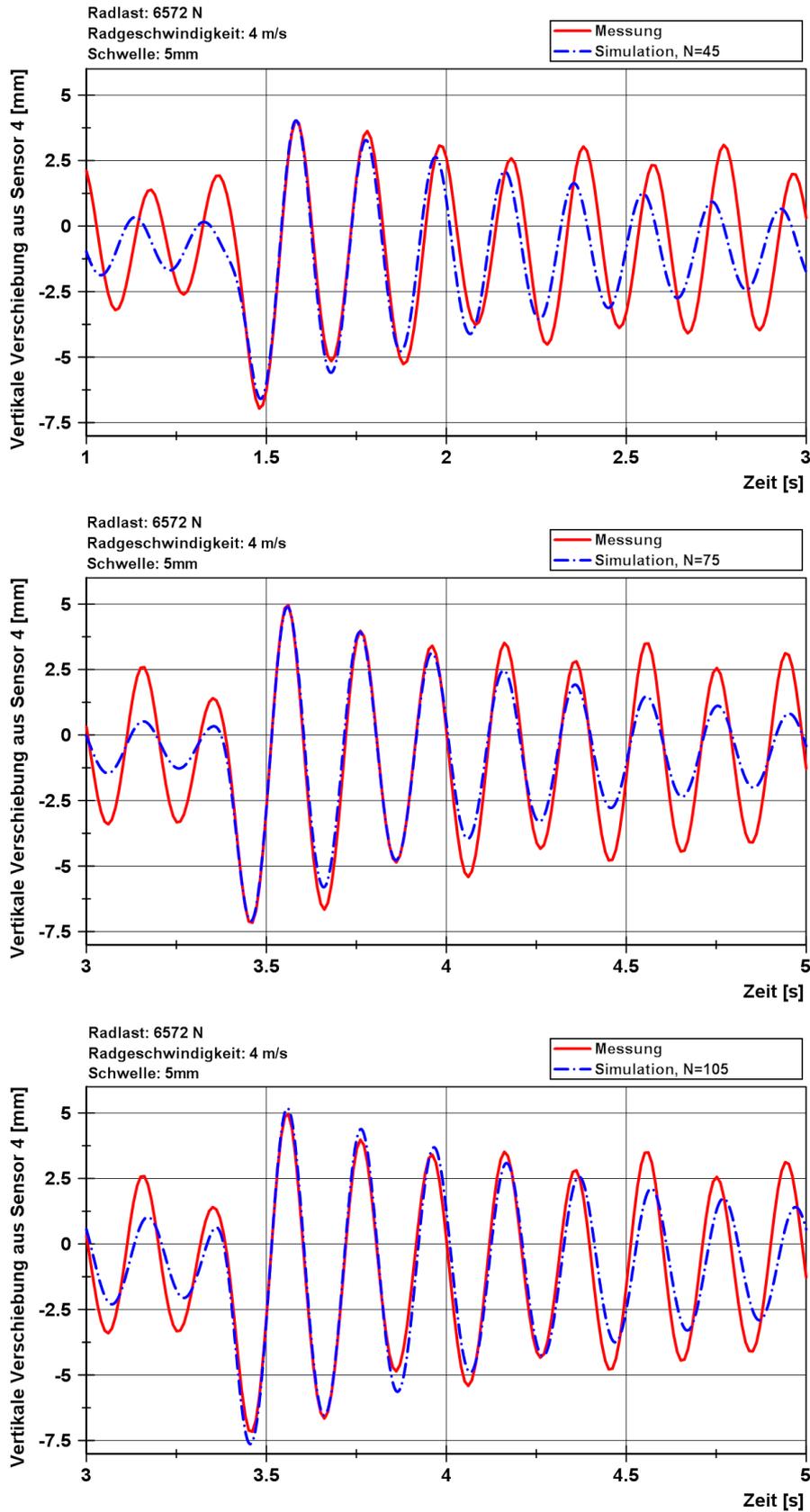


Abbildung 7-11: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 6572 N und der Radgeschwindigkeit 4 m/s

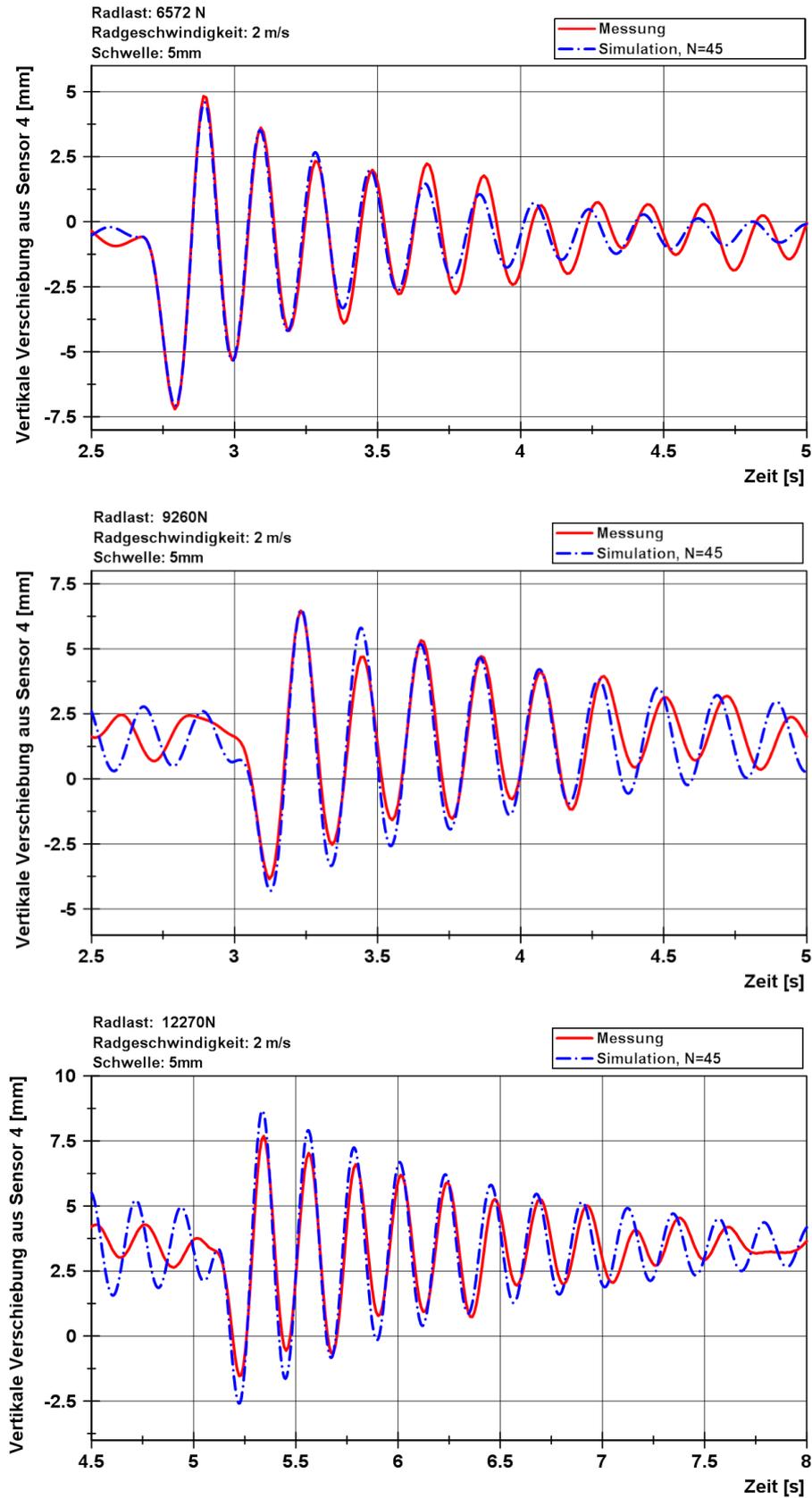


Abbildung 7-12: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der unterschiedlichen Radlast bei der Radgeschwindigkeit 2m/s

7.3 Validierung mit Fahrversuchen

Üblicherweise werden Reifenmodelle in fahrdynamischen Untersuchungen verwendet, um das Verhalten eines Fahrzeugs (z. B. PKW, Flurförderzeug) näher zu untersuchen. Dementsprechend wird auch im Zuge der Validierung das SE-Reifenmodell innerhalb einer Gesamtfahrzeugsimulation eines Gegengewichtsgabelstaplers eingesetzt. Als Referenzfahrzeug wird der Gegengewichtsgabelstapler EFG216k der Firma Jungheinrich verwendet. Im Folgenden werden die dazu nötigen Referenzmessungen, das Simulationsmodell des Gegengewichtsgabelstaplers sowie die Gegenüberstellung von Mess- und Simulationsergebnissen vorgestellt. Da Messrauschen und Schwingungen im Messsignal existieren, wird das Signal mithilfe eines Tiefpassfilters gefiltert. Damit kann Messrauschen unterdrückt und die durch die Schwellenüberfahrt verursachte Fahrzeugschwingung extrahiert werden.

7.3.1 Beispielmodell mit Einbindung in ADAMS

Bevor das entwickelte Reifenmodell, das als DLL-Datei erstellt wurde, in der Gesamtfahrzeugsimulation verwendet wird, wird zuerst beispielhaft ein SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene getestet (vgl. Abbildung 7-13).

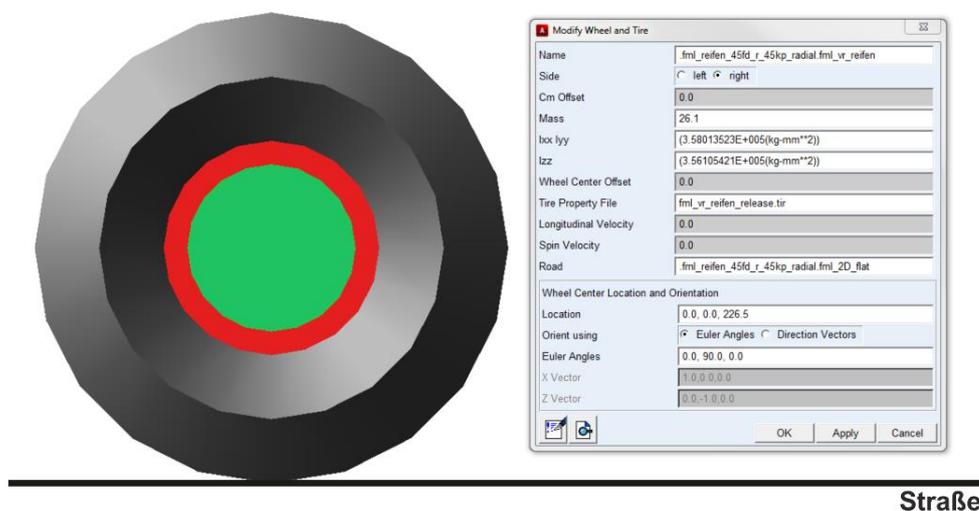


Abbildung 7-13: Beispiel des angetriebenen SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene im ADAMS/View

Dabei beschränkt sich das Modell nur auf eine Ebene und eine konstante Radlast, die in der Radmitte angelegt wird. Die dafür benötigten Modellparameter, die in der entsprechenden Tire Property File eingegeben werden, sind in Tabelle 7-1 zusammengefasst. Der Rollwiderstandsbeiwert für das SE-Reifenmodell wird in [VDI2196; VDI2196-2] entnommen.

Die Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten in der Radialrichtung hängen von der angelegten Radlast und der Anzahl der Kontaktelemente ab. Zudem beeinflusst die Radgeschwindigkeit den Dämpfungskoeffizienten während der Simulation.

Tabelle 7-1: Simulationsparameter für SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene

Beschreibung	Wert
Reifenradius	226,5 mm
Anzahl der Kontaktelemente	45
Konstante Radlast	663 kg
Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung	Aus Kennlinie
Rollwiderstandsbeiwert	0,015
Maximaler Antriebsmoment	50 Nm
Reibungskoeffizient μ_{max} und μ_{min}	0,94, 0,85
Simulationszeit	20 s
Schrittweite	0,001 s
Integrationsmethode in ADAMS	Newmark

Als Eingangsgröße wird ein Antriebsmoment mit dem maximalen Wert von 50 Nm an der Radmitte angelegt, so dass das SE-Reifenmodell, das in der Form einer DLL-Datei in der Simulationsumgebung eingebunden ist, angetrieben werden kann (vgl. Abbildung 7-14). Abbildung 7-15, Abbildung 7-16, Abbildung 7-17 und Abbildung 7-18 zeigen die kinematischen Größen des Reifenmodells, die bei jedem Zeitschritt im ADAMS/Solver berechnet werden. In Abbildung 7-19 ist der geschwindigkeitsabhängige Dämpfungskoeffizient zu finden.

Die Reifenkräfte und –momente, die in der DLL-Datei unter Verwendung der mathematischen Ansätze für das SE-Reifenmodell bestimmt werden, werden während der Simulation nach Adams zurückgegeben. Die longitudinale Kraft hängt vom Längsschlupf und vom Rollwiderstand ab.

Aus Abbildung 7-20 ist erkennbar, dass die Einfederung des Reifenmodells ca. 13 mm beträgt. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen erkennbar (vgl. Kapitel 7). Dazu wird die resultierende vertikale Reifenkraft in Abbildung 7-24 dargestellt. Der Längsschlupf (vgl. Abbildung 7-21) erreicht einen maximalen Wert von ca. 6,5% und Abbildung 7-22 beschreibt die resultierende longitudinale Kraft beim Schlupf. Darüber hinaus wird ein Rollwiderstand (vgl. Abbildung 7-23), der beim Rollen eines Rades auf der Fahrbahn entsteht und Energieverlust verursacht, im SE-Reifenmodell berücksichtigt und die Gleichung (4-64) in der DLL-Datei integriert.

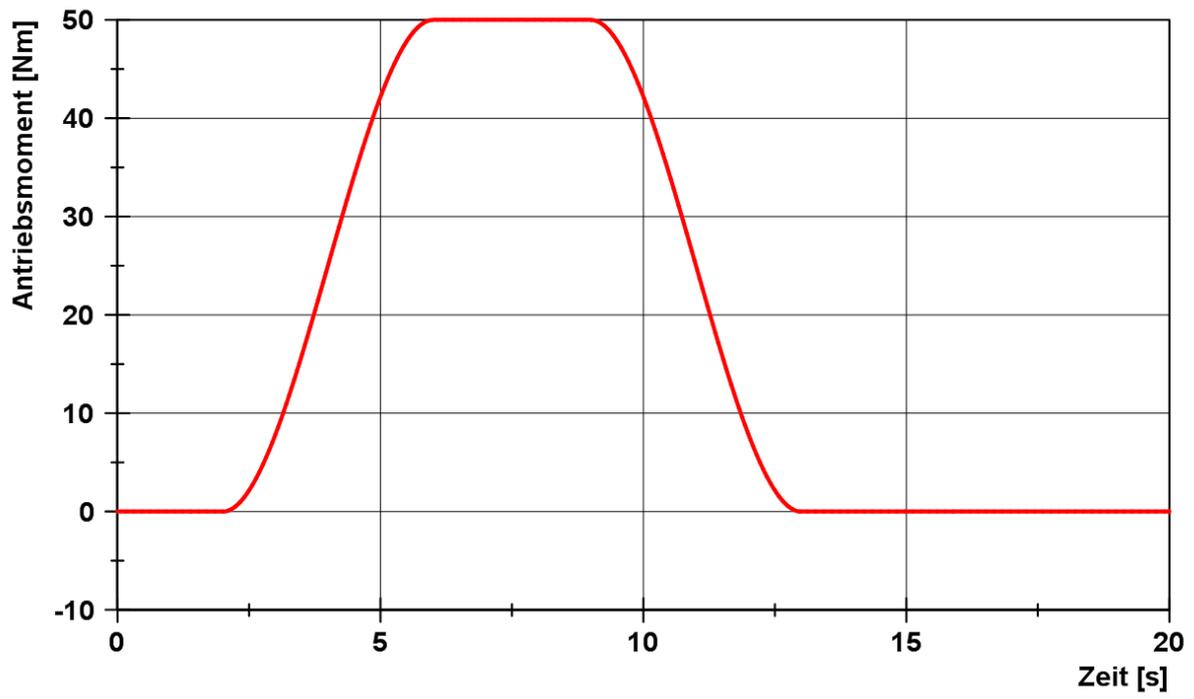


Abbildung 7-14: Antriebsmoment

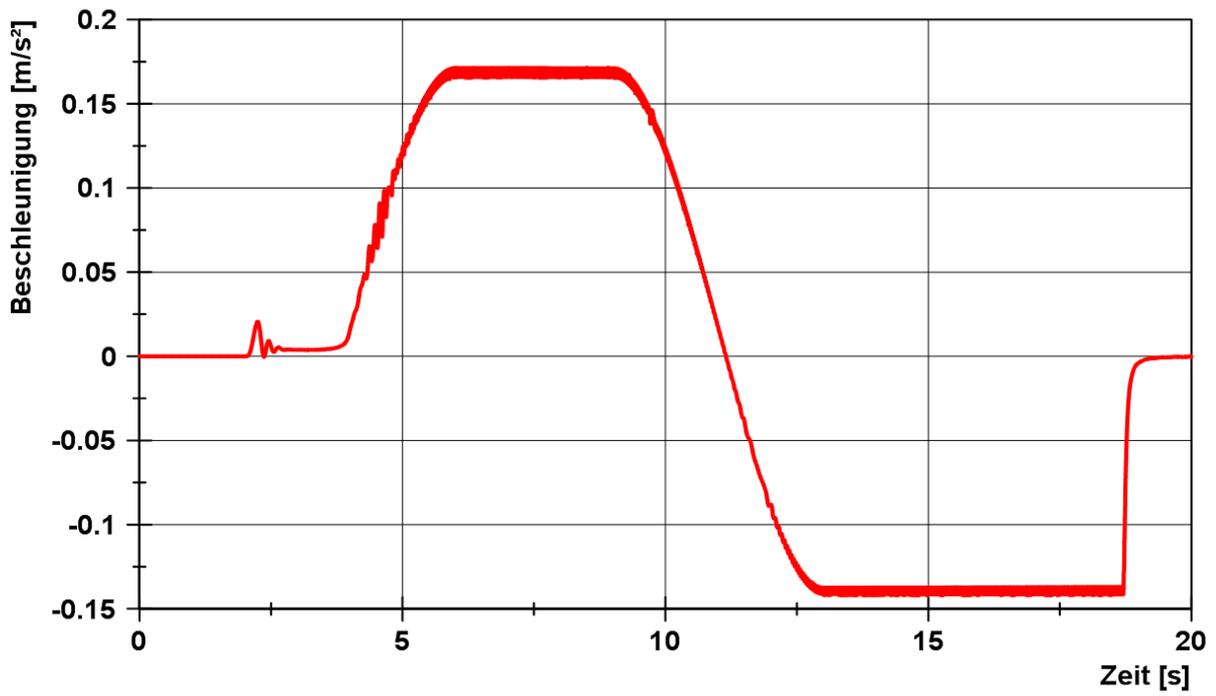


Abbildung 7-15: Longitudinale Beschleunigung



Abbildung 7-16: Longitudinale Geschwindigkeit

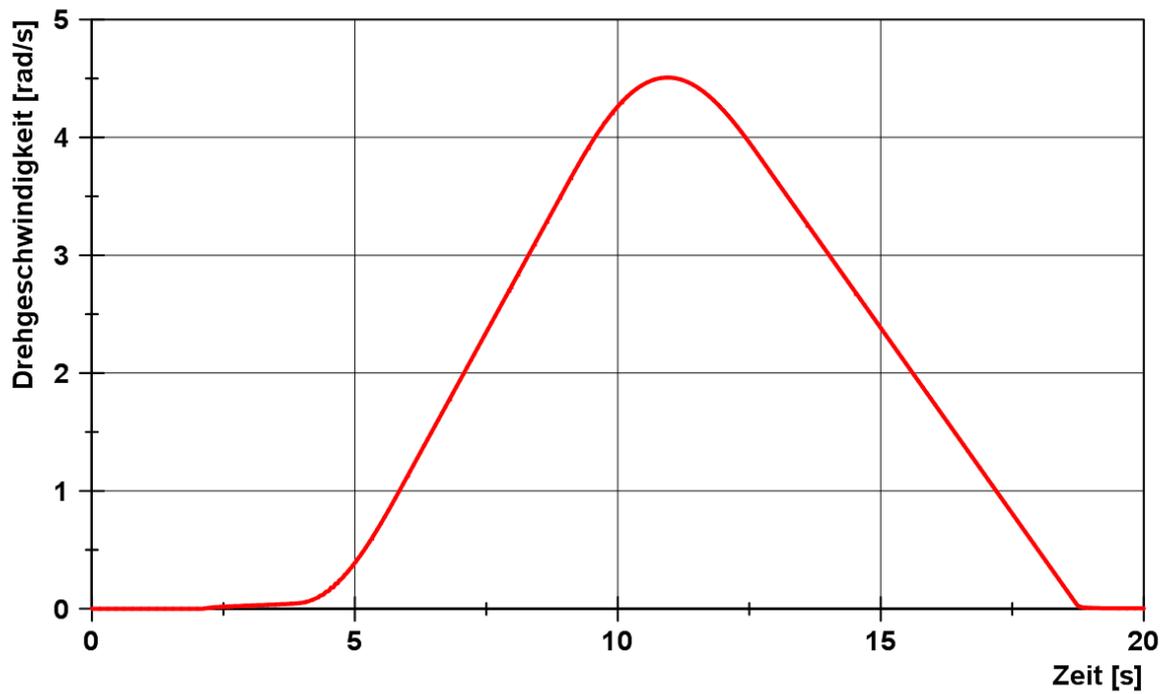


Abbildung 7-17: Drehgeschwindigkeit

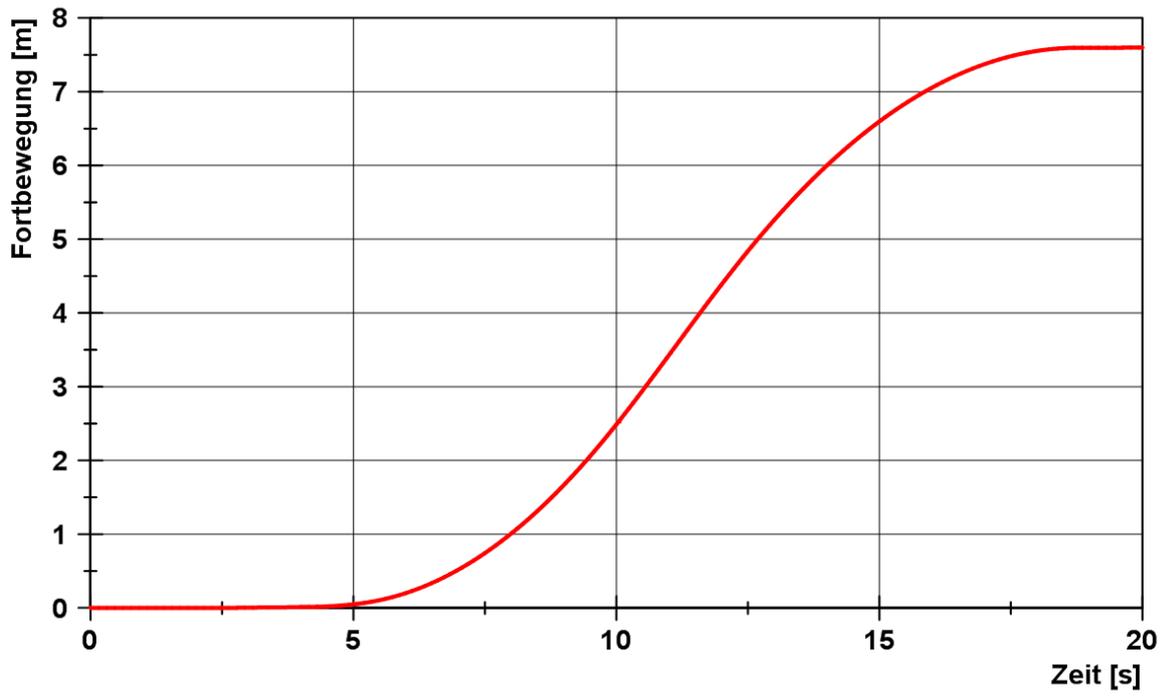


Abbildung 7-18: Fortbewegung

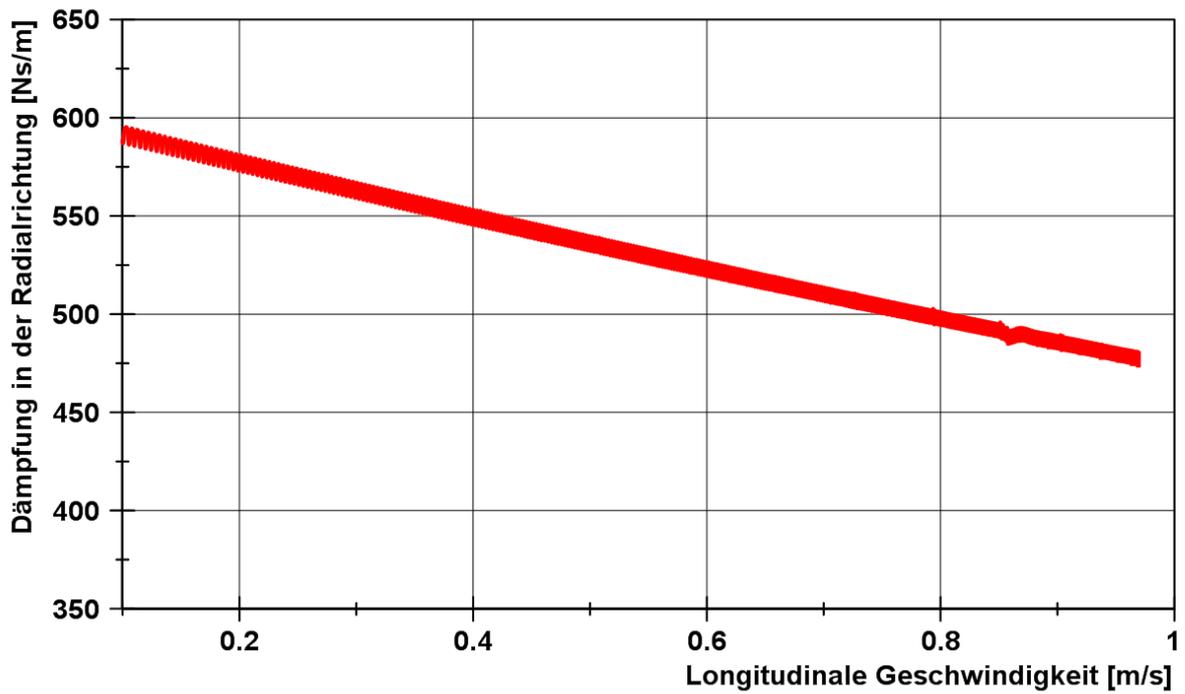


Abbildung 7-19: Dämpfungskoeffizient

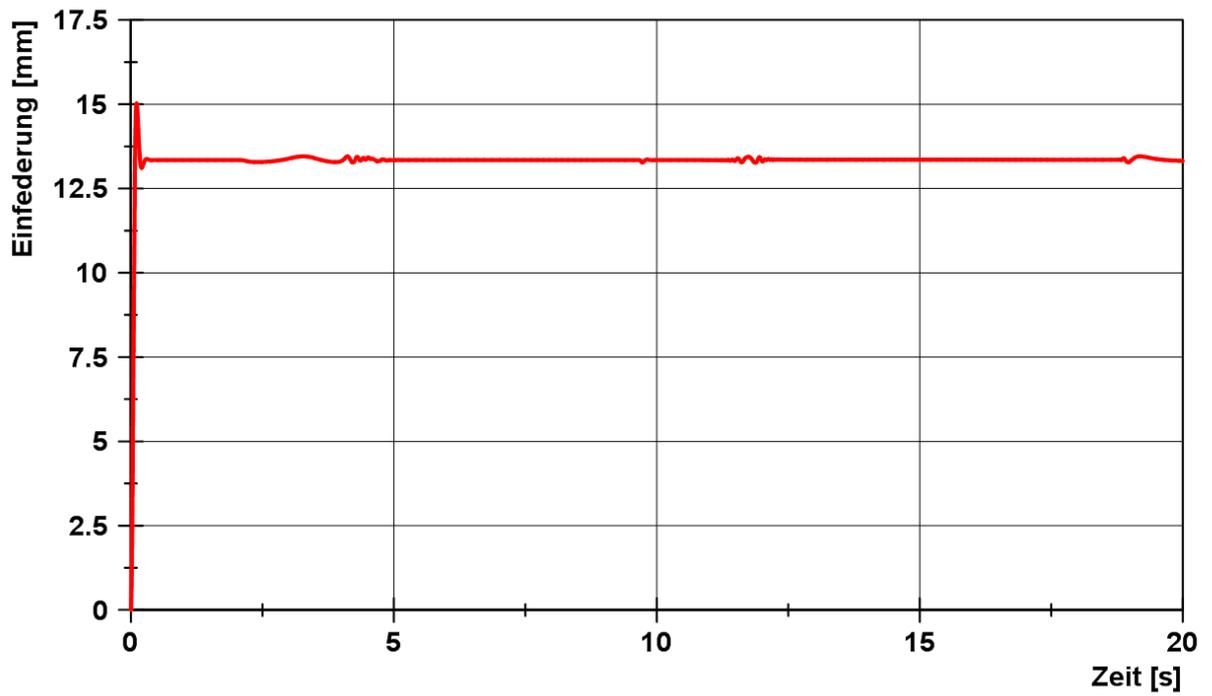


Abbildung 7-20: Einfederung

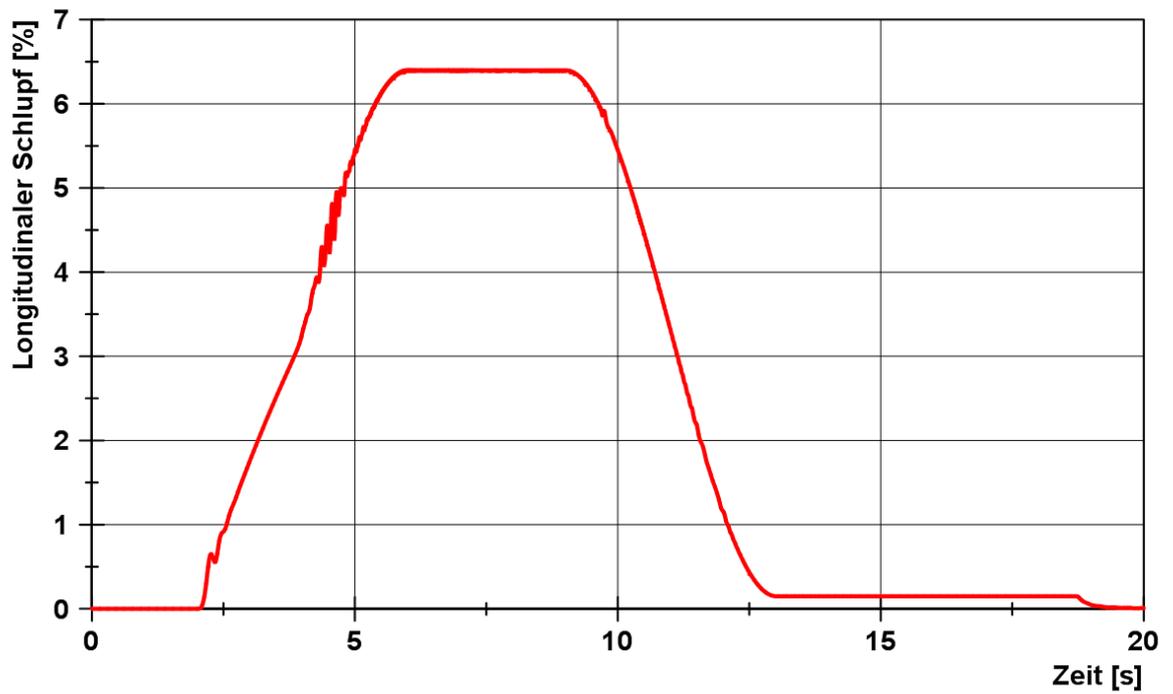


Abbildung 7-21: Longitudinale Schlupf

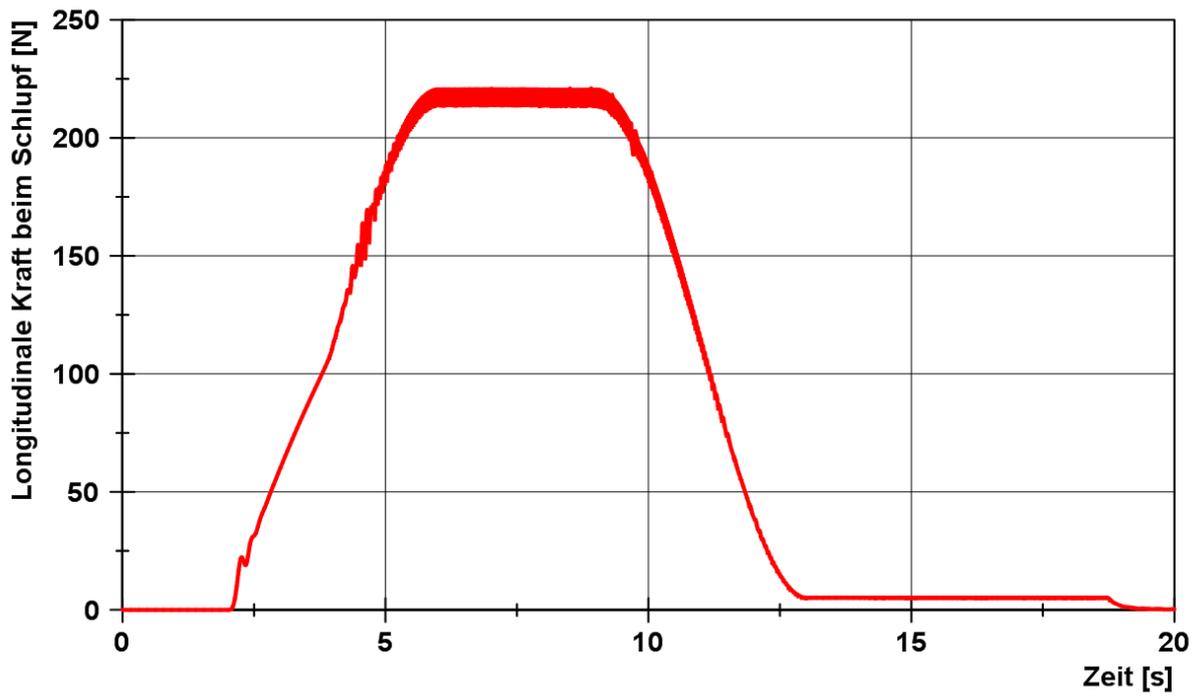


Abbildung 7-22: Longitudinale Kraft

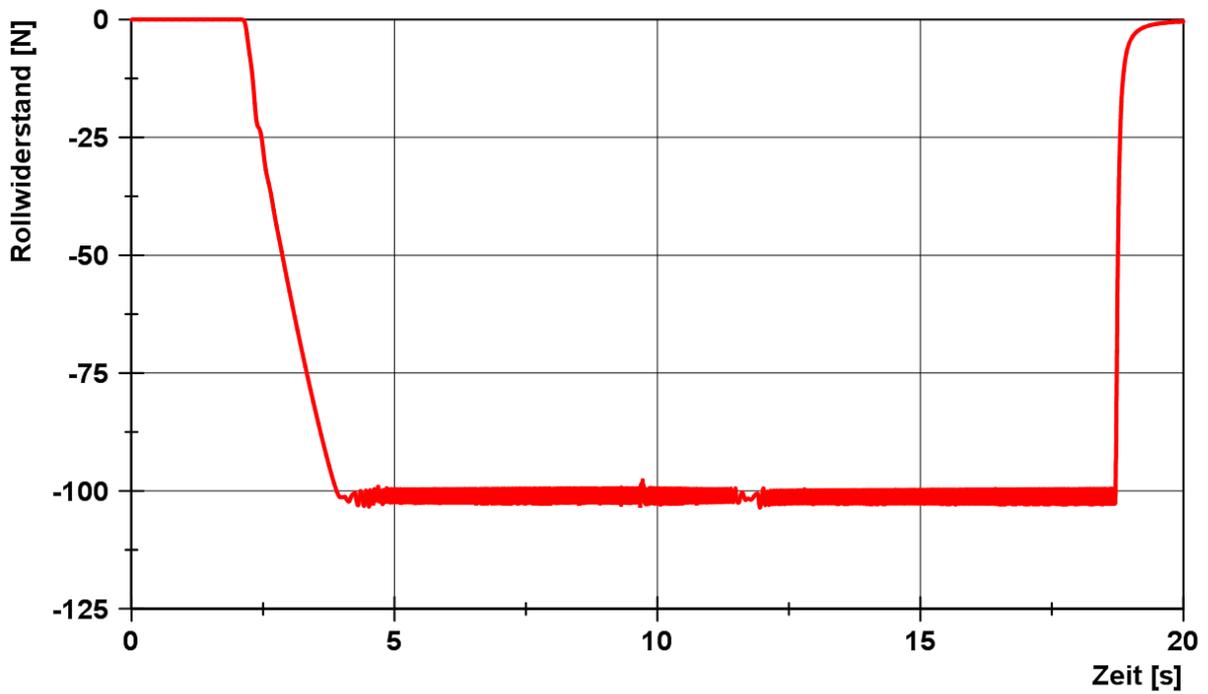


Abbildung 7-23: Rollwiderstand

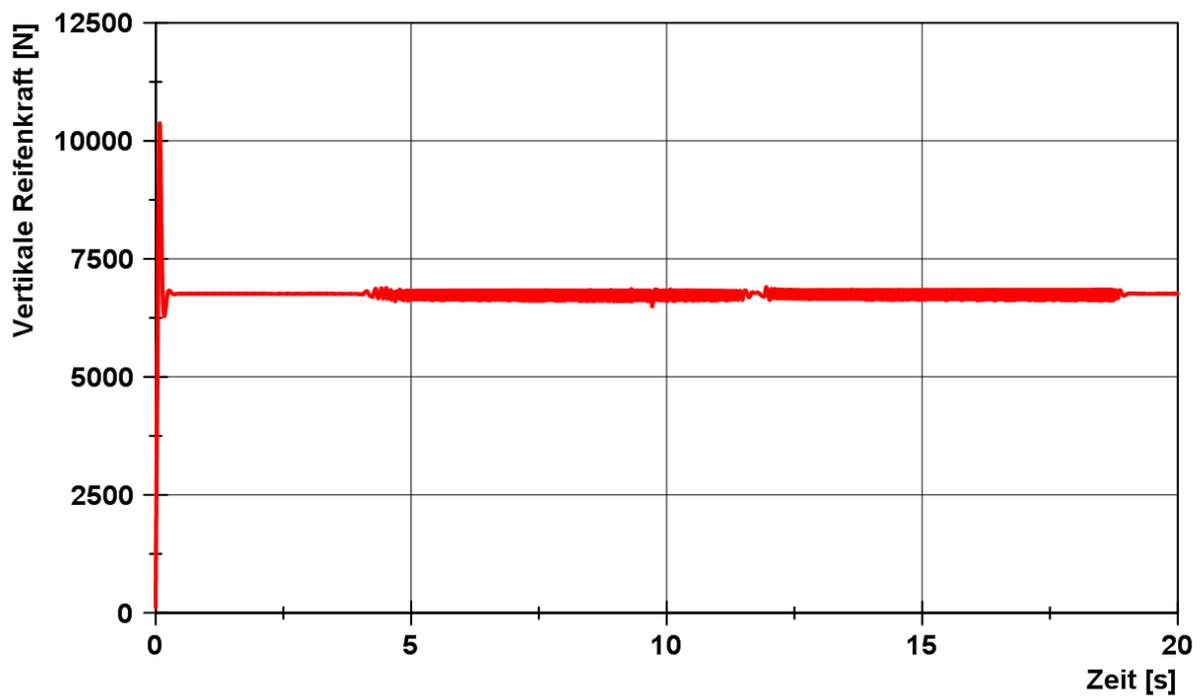


Abbildung 7-24: Vertikale Kraft

Um die Möglichkeit der Schwellenüberfahrt des Reifenmodells zu untersuchen, wird mit den gleichen Bedingungen eine Schwelle mit der Höhe 10mm und der Länge 150 mm auf der Straße abgebildet (vgl. Abbildung 7-25). Dabei werden die Koordinaten der Straßenprofile im Road-Property-File definiert.

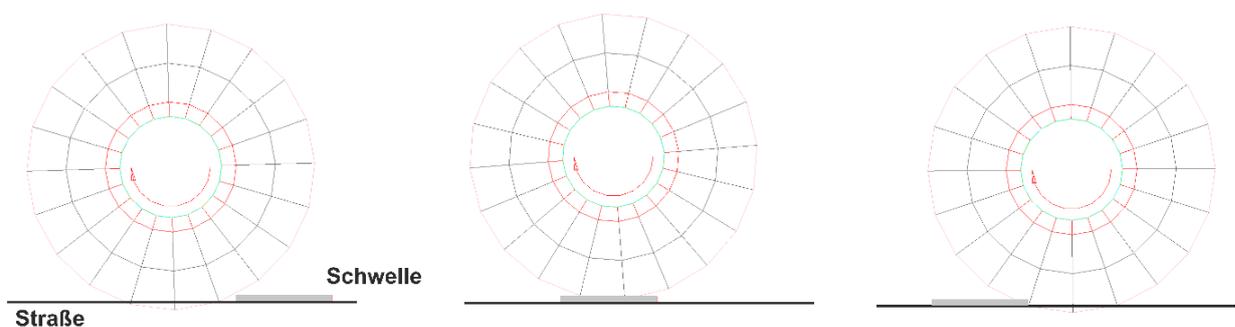


Abbildung 7-25: Schwellenüberfahrt

Die dafür benötigten Simulationsparameter sind in Tabelle 7-2 zu finden.

Tabelle 7-2: Simulationsparameter für Schwellenüberfahrt

Beschreibung	Wert
Reifenradius	226,5 mm
Anzahl der Kontaktelemente	45
Konstante Radlast	663 kg
Schwellenhöhe	10 mm
Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung	Aus Kennlinie
Rollwiderstandsbeiwert	0,015
Maximaler Antriebsmoment	50 Nm
Reibungskoeffizient μ_{\max} und μ_{\min}	0,94, 0,85
Simulationszeit	20 s
Schrittweite	0,0007 s
Integrationsmethode in ADAMS	Newmark

Die kinematischen Größen des Reifenmodells aus ADAMS und die in der DLL-Datei berechneten Reifenkräfte werden von Abbildung 7-26 bis Abbildung 7-28 dargestellt.

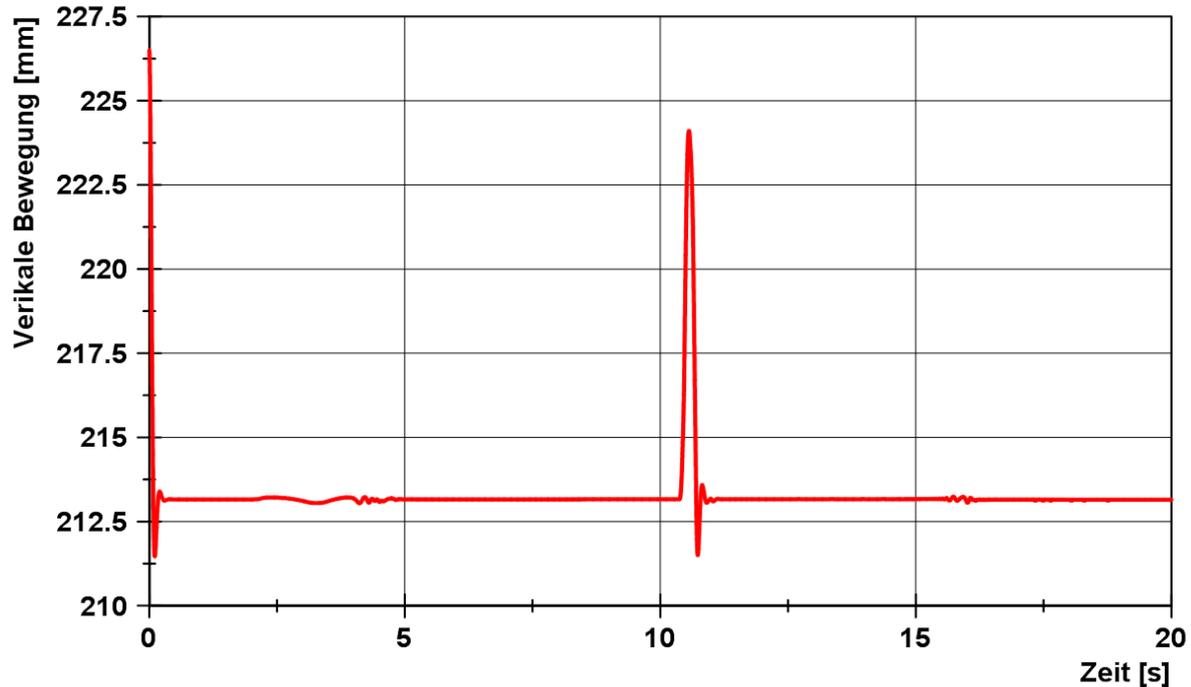


Abbildung 7-26: Vertikale Bewegung

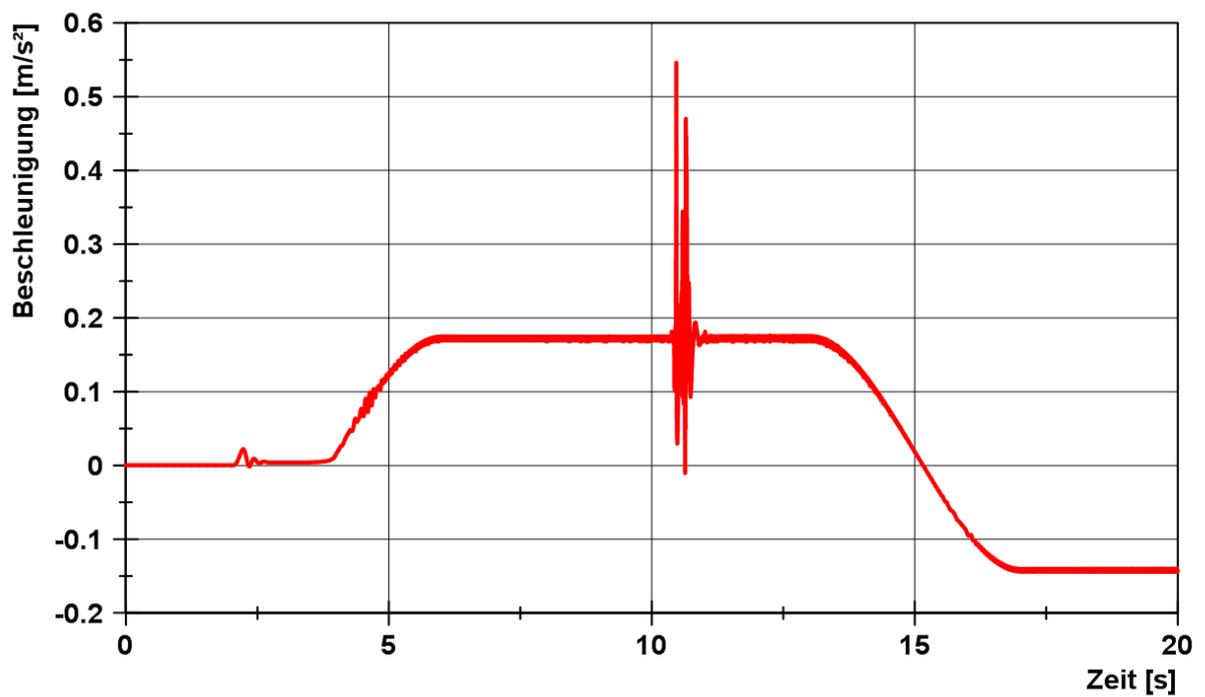


Abbildung 7-27: Longitudinale Beschleunigung

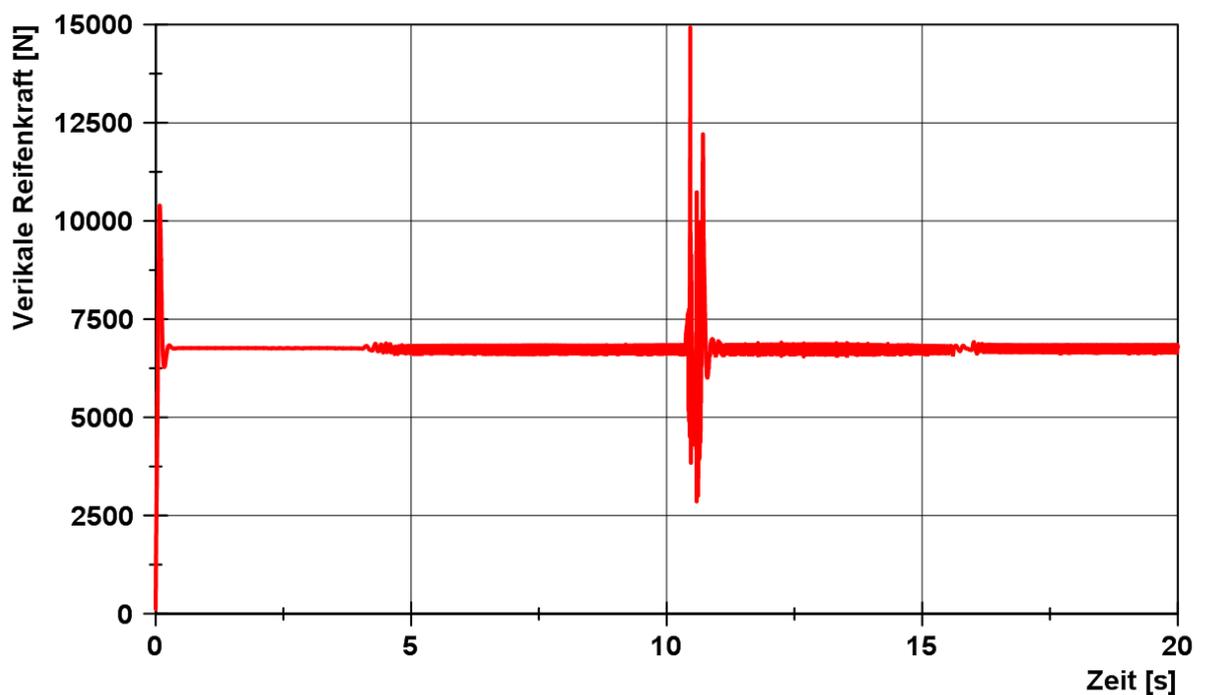


Abbildung 7-28: Vertikale Reifenkraft

Es ist dabei zu erkennen, dass das SE-Reifenmodell die Schwellenüberfahrt ermöglicht und das Modell in der Gesamtfahrzeugsimulation nutzbar ist. Darüber hinaus hängt der Rollwiderstand nach [VDI2196-2] von der Geschwindigkeit ab und die Größe

bei der Geschwindigkeit 6 km/h beträgt ca. 100N. Diese Größe stimmt gut mit dem im SE-Reifenmodell berechneten Rollwiderstand überein (vgl. Abbildung 7-29). Die weiteren Simulationsergebnisse der anderen Beispielmodelle sind noch im Anhang B.1 und B.2 dargestellt.

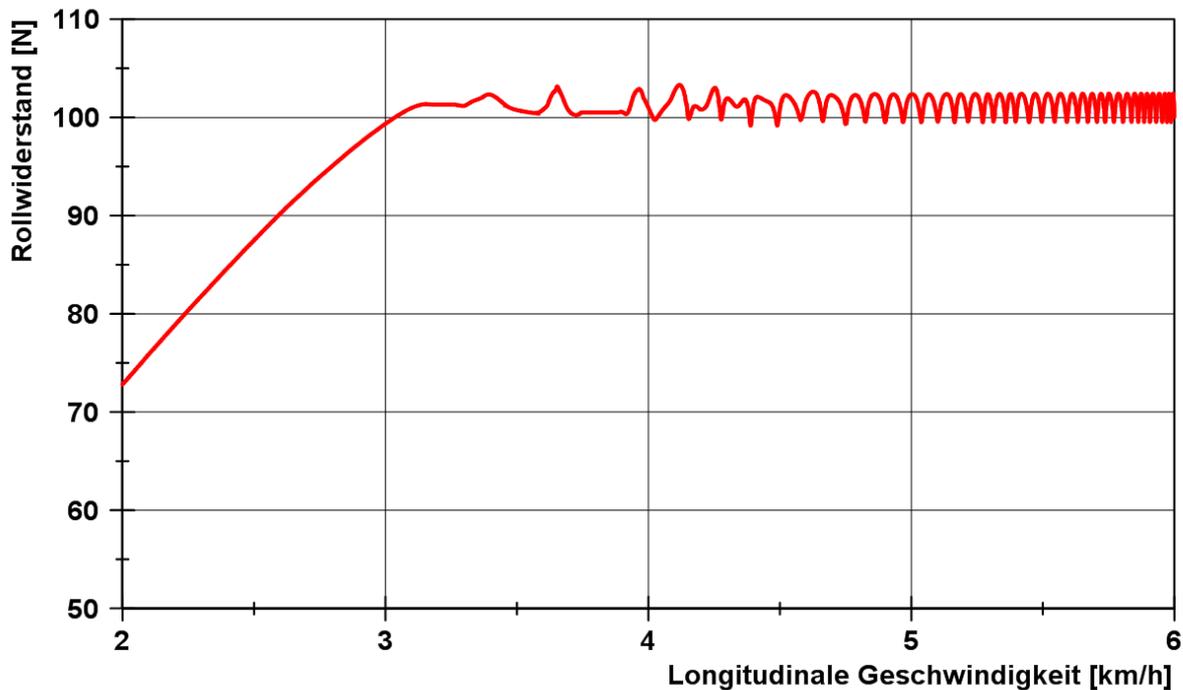


Abbildung 7-29: Geschwindigkeitsabhängiger Rollwiderstand

7.3.2 Modellerstellung

Das Mehrkörpermodell des Gegengewichtsgabelstaplers EFG216k stammt aus dem IGF-Forschungsprojekt „Untersuchung der Humanschwingungen beim Betrieb von Flurförderzeugen“. Für die ausführliche Beschreibung der Modellierung wird auf [Gün-2011] verwiesen.

Beim Gegengewichtsgabelstapler EFG216k sind die Antriebsachse, das Fahrzeugchassis und das Gegengewicht als eine Einheit anzusehen, auf welcher die Fahrerkabine elastisch gelagert ist. Die beiden Zwillingsreifen sind mittig über einen Lenkbock ans Fahrzeug angeschlossen. Das Spiel im Hubmast wird über Kontaktelemente abgebildet. Abbildung 7-30 zeigt das Mehrkörpermodell mit Sitz. Der Fahrer wird als Punktmasse berücksichtigt, da Fahrer und Sitz im Rahmen dieser Untersuchung im Modell eine untergeordnete Rolle spielen. Von Interesse sind die Beschleunigungen an der Fahrzeugstruktur und nicht die Belastung des Fahrers.



Abbildung 7-30: Mehrkörpermodell des Gegengewichtsgabelstaplers EFG216k

Das abgebildete Mehrkörpermodell des EFG16k verfügt bei 55 Starrkörpern und 71 Bindungselementen unterschiedlicher Wertigkeit nach dem Grübler-Kutzbach-Kriterium über 45 Freiheitsgrade. Das Modell kann als validiert vorausgesetzt werden, um die Schwingungen des Gesamtfahrzeugs hinreichend genau abzubilden. So ist sichergestellt, dass die Gesamtmasse und der Schwerpunkt des Fahrzeugmodells mit denen der Realität übereinstimmen, da in [Gün-2011] durch Messungen die notwendigen Größen bestimmt wurden. Im Gesamtfahrzeug werden die entwickelten SE-Reifenmodelle eingebunden.

7.3.3 Sensoraufbau

Um das Modell mit den Fahrversuchen zu validieren, werden die verschiedenen Sensoren analog zu Fahrversuchen am Gesamtfahrzeugmodell erstellt (vgl. Abbildung 7-31). Der Sensor 1 und 2 an der Antriebsachse (links, rechts) nehmen die Beschleunigung des Fahrzeugs in vertikaler Richtung auf, Sensor 4 ist ein Geschwindigkeitsaufnehmer. Die hier verwendeten Messergebnisse sind die Beschleunigung aus Sensor 1,2, da die Einfederung des SE-Reifens bei der Validierung eine wichtige Rolle spielt und Schwingungszustand des SE-Reifens auf die Schwelle beobachtet werden soll.



Abbildung 7-31: Sensoraufbau am Gesamtfahrzeugmodell

7.3.4 Ergebnisse

Der Vergleich von Simulationsergebnis und Messung erfolgt vornehmlich anhand der aufgezeichneten Beschleunigungssignale an der Antriebsachse (vgl. Abbildung 7-32). Die Validierung wird im mittleren Geschwindigkeitsbereich vollzogen, da vor allem am oberen Rand der durch das Fahrzeug abgedeckten Fahrgeschwindigkeiten Messrauschen sowie Schwingungen durch sonstige Bodenunebenheiten dominieren. Um Messrauschen zu unterdrücken und die durch die Schwellenüberfahrt verursachten Fahrzeugschwingungen zu extrahieren, wird ein Tiefpassfilter angewendet. Die Simulationsergebnisse werden nicht gefiltert.

Bevor eine zur Verfügung gestellte Messung für die Validierung herangezogen wird, erfolgt eine Überprüfung, dass es sich um repräsentative Werte handelt. Durch den Vergleich mehrerer Messungen bei gleicher Parametereinstellung wird sichergestellt, dass das Messergebnis reproduzierbar ist und keine momentanen Störgrößen dominieren. Beispielhaft zeigt Abbildung 7-32 die Gegenüberstellung von drei Einzelfahrten bei gleichen Parametereinstellungen mit einer Schwellenhöhe von 10mm, einer Fahrgeschwindigkeit von 7 km/h sowie einer transportierten Last von 875 kg, so dass ein Vorderrad mit 16.000 N belastet wird.

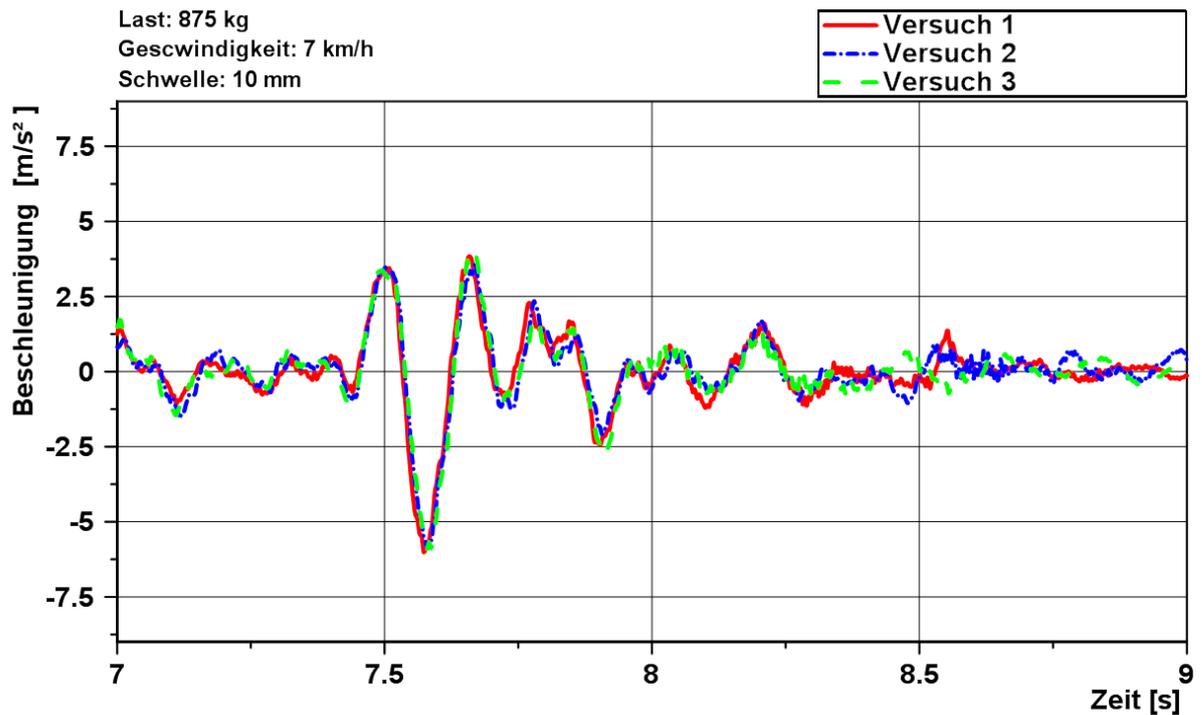


Abbildung 7-32: Vergleich von drei Messfahrten bei Schwellenüberfahrt 10 mm bei 7 km/h und 875 kg Last

Im Folgenden wird die Schwellenüberfahrt mit zwei Reifen bei einer Fahrgeschwindigkeit von 8 km/h und einer Schwellenhöhe von 10 mm ohne Last in den Fokus gerückt. Zuerst erfolgt eine optische Kontrolle am SE-Reifenmodell, dass das Überrollen der Reifen von Schlagleisten ermöglicht wird.

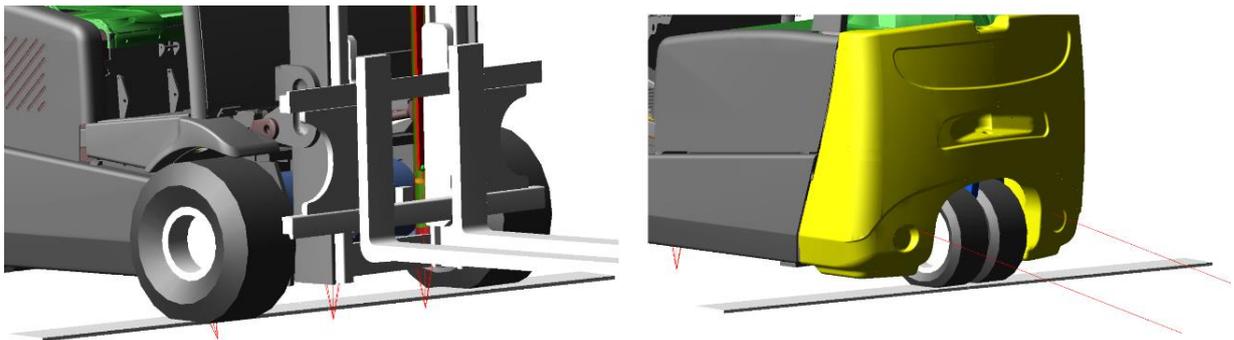


Abbildung 7-33: Schwellenüberfahrt der SE-Reifen

Die benötigten Simulationsparameter zur Durchführung der Gesamtfahrzeugsimulation finden sich in Tabelle 7-3.

Tabelle 7-3: *Simulationsparameter für Gesamtfahrzeugsimulation ohne Radlast und mit der Geschwindigkeit 8 km/h (Schwellenüberfahrt mit zwei Reifen)*

Beschreibung	Wert
Reifenradius (vorne, hinten)	226,5 mm, 172,5 mm
Anzahl der Kontaktelemente	45
Radlast	0 kg
Fahrgeschwindigkeit	8 km/h
Schwellehöhe	10 mm
Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung	Aus Kennlinie
Rollwiderstandsbeiwert	0,015
Reibungskoeffizient μ_{\max} und μ_{\min}	0,94, 0,85
Simulationszeit	15 s
Schrittweite	0,0007 s
Integrationsmethode in ADAMS	Newmark

Abbildung 7-34 zeigt die Antriebsdrehgeschwindigkeit des vorderen Rades im stationären Zustand als Eingangsgröße, wobei die Drehgeschwindigkeit des hinteren Rades in ADAMS/Solver unter Berücksichtigung der im SE-Reifenfunktion berechneten Reifenkräfte und -momente berechnet wird. Daraus ergibt sich im ADAMS/Solver die vertikale Verschiebung der beiden Räder (vgl. Abbildung 7-35 und Abbildung 7-36). Die resultierende Reifenkraft und Reifenmoment werden in Abbildung 7-37 und Abbildung 7-38 dargestellt. Dabei ist erkennbar, dass die Routinen zur Berechnung der Reifenkraft und des Reifenmomentes in der DLL-Datei des SE-Reifenmodells verfügbar sind und das SE-Reifenmodell bei der Durchführung der Gesamtfahrzeugsimulation nutzbar ist. Im Bereich der konstanten Geschwindigkeit des vorderen Rades liegt der Schlupf bei ca. 5 % (Abbildung 7-39). Anschließend werden gemessene und berechnete Beschleunigungen an der Sensorposition 2 gegenübergestellt (vgl. Abbildung 7-40).

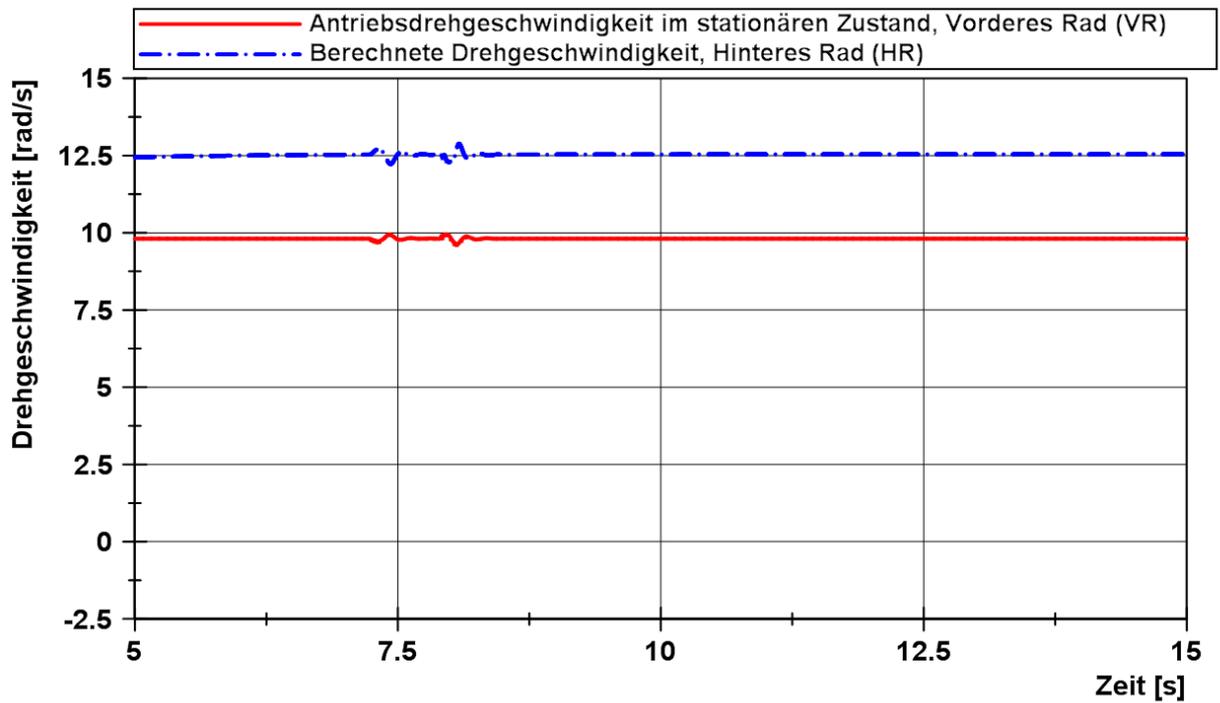


Abbildung 7-34: Antriebsdrehgeschwindigkeit in vorderem Rad und die resultierende Geschwindigkeit des hinteren Rades

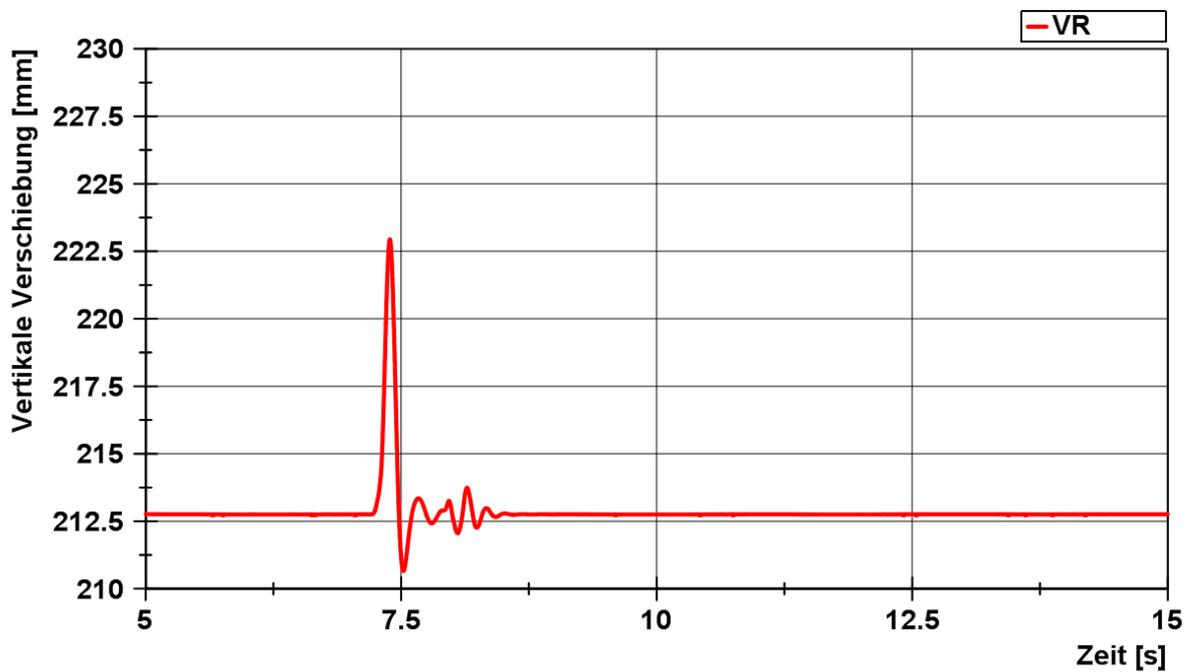


Abbildung 7-35: Vertikale Verschiebung des vorderen Rades

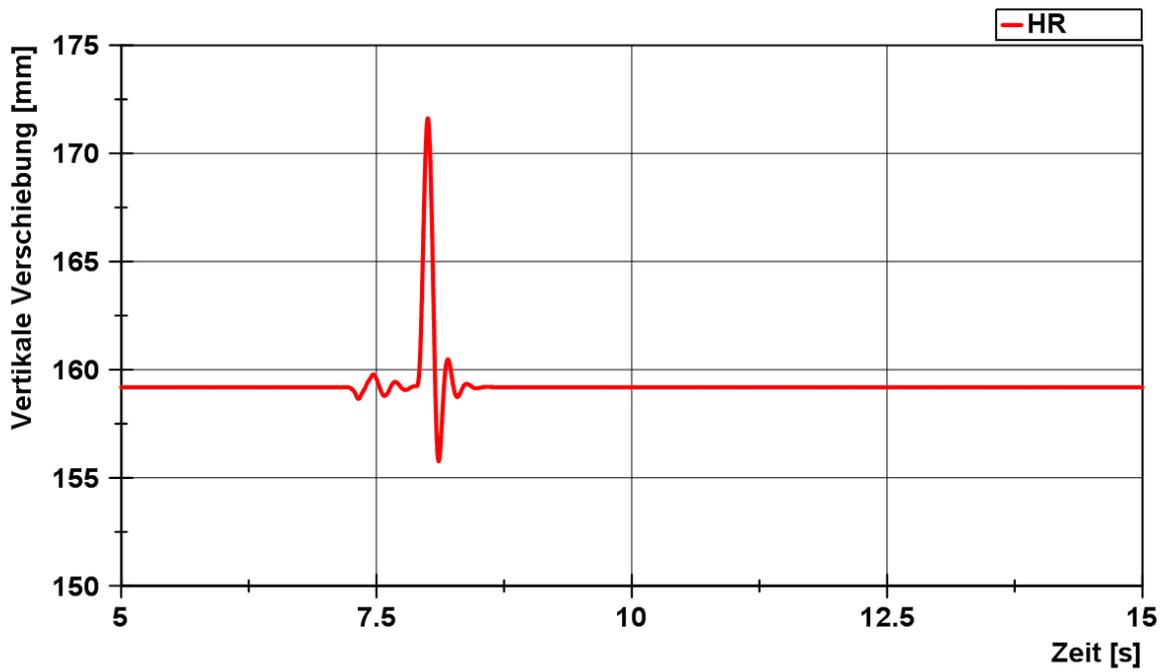


Abbildung 7-36: Vertikale Verschiebung des hinteren Rades

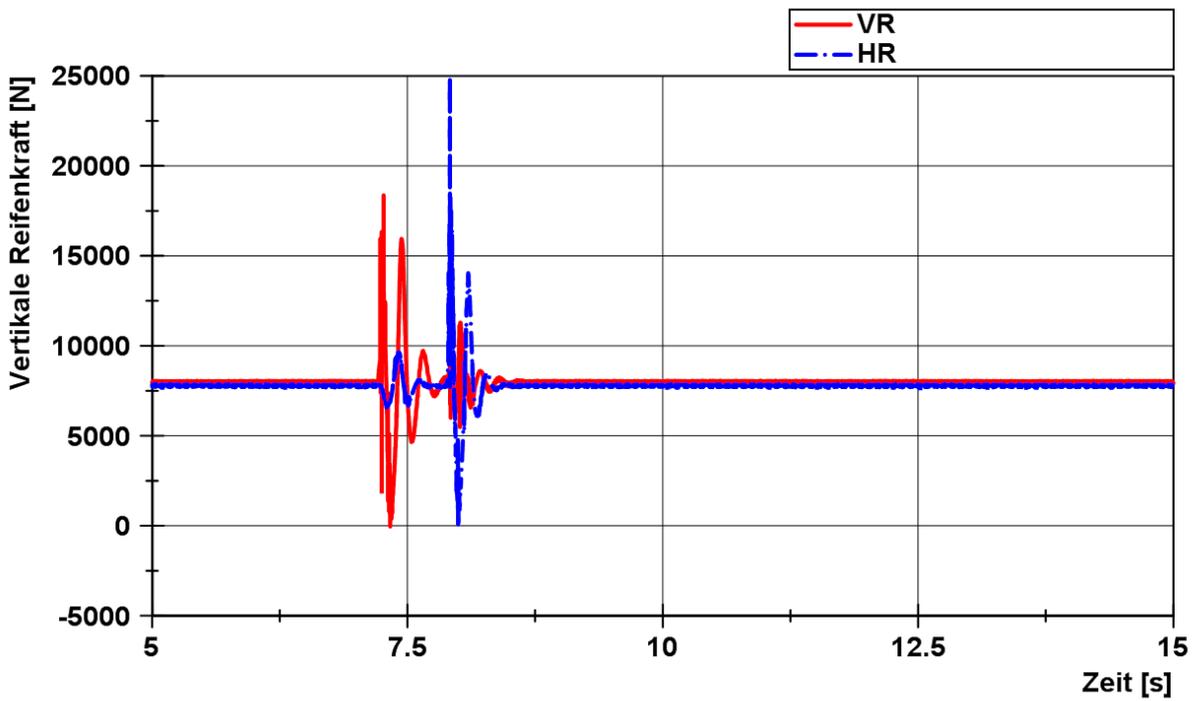


Abbildung 7-37: Vertikale Reifenkraft

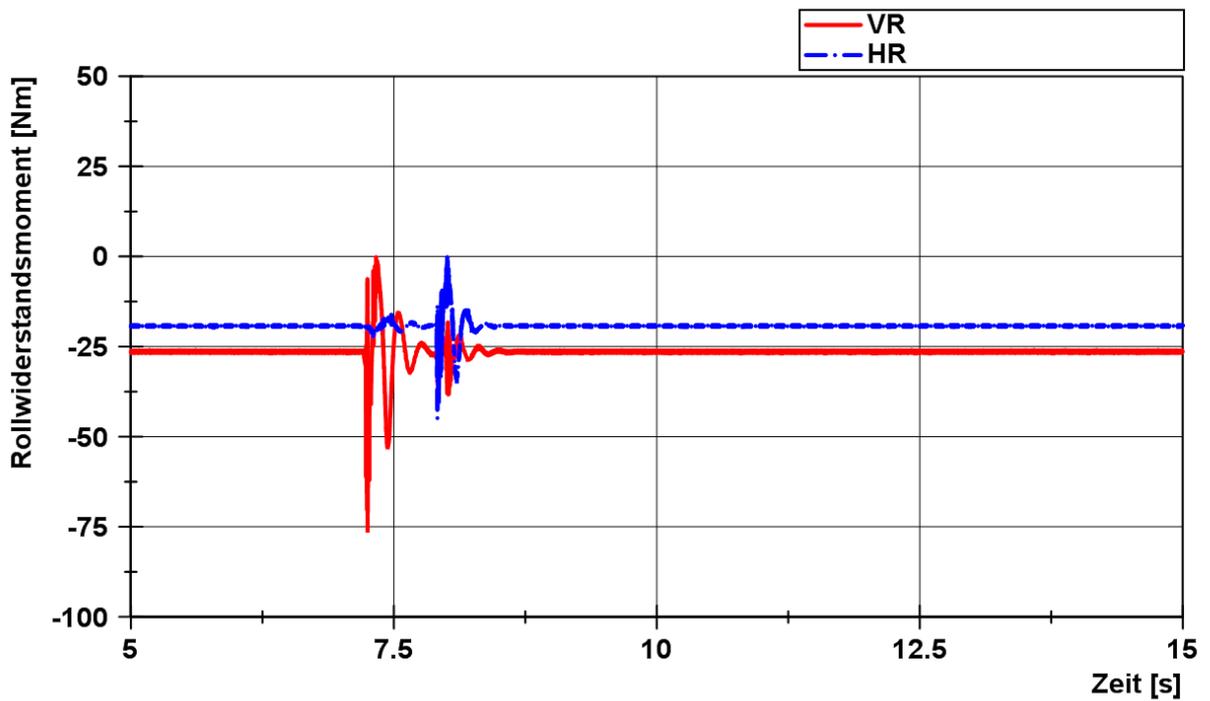


Abbildung 7-38: Rollwiderstandsmoment

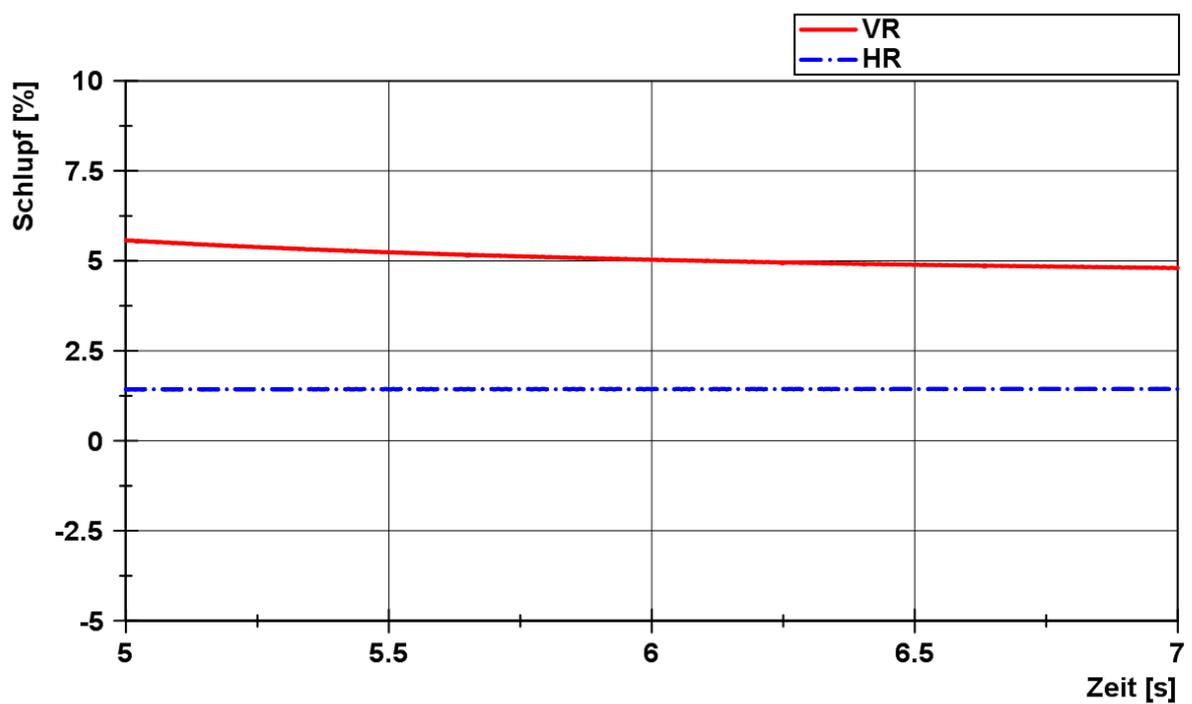


Abbildung 7-39: Longitudinaler Schlupf

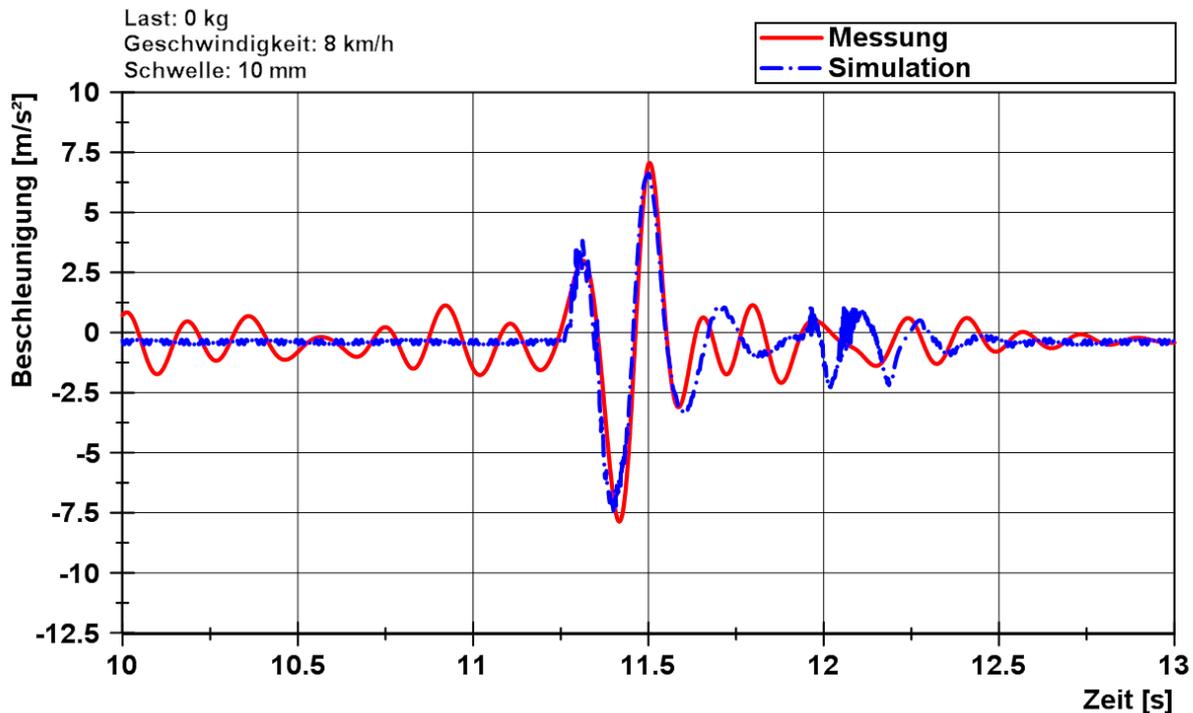


Abbildung 7-40: Validierung am Gesamtfahrzeug bei Schwellenüberfahrt 10 mm bei 8 km/h und 0 kg Last

Es wird eine akzeptable Übereinstimmung von Simulationsergebnis und korrespondierender Messung erreicht. Die ersten beiden Schwingungen, d. h. das Auftreffen und Überfahren der Schwelle werden hinreichend genau abgebildet. Nach der Schwellenüberfahrt kommen unterschiedliche Schwingungen zwischen Messung und Simulation vor. Der Grund dafür ist, dass die linearen Ansätze zur Beschreibung des SE-Reifenmodells verwendet und in der DLL-Datei integriert wurden. Ebenso wurden die Hystereseverluste im Modell nicht berücksichtigt. Hier hat vor allem das Hubgerüst einen größeren Einfluss auf das Schwingungsverhalten. Gerade bei unbeladenen Gabelzinken kommt es zu einem „Springen“ des Gabelträgers, so dass die Hauptschwingung beeinflusst werden kann. Diesem Aspekt wird in der Simulation durch die Modellierung von Spiel im Hubgerüst Rechnung getragen, ebenso werden Mastneigung und Hubhöhe an die Versuchsdurchführung angepasst. Die weiteren Simulationsergebnisse mit der Schwellehöhe 5 mm sind im Anhang B.3 dargestellt.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Entwicklungsprozess von Flurförderzeugen gewinnt die dynamische Simulation anhand von Mehrkörpermodellen (MKS) zunehmend an Bedeutung. Mit Mehrkörpermodellen werden kinetische und kinematische Berechnungen an mechanischen Systemen durchgeführt. Dabei wird ein System durch massebehaftete Körper und masselose Kopplungselemente als Modell abgebildet. Fahrdynamikuntersuchungen lassen sich hierbei in drei Bereiche unterteilen. Bei der Längsdynamik wird z. B. das Antriebs- und Bremsverhalten untersucht. Demgegenüber stehen bei der Querdynamik das Lenken, die Kurvenfahrt oder die Kippsicherheit im Vordergrund. Die Vertikaldynamik nimmt sich hingegen vor allem Komfortuntersuchungen an, wobei im Normalfall Fahrzeugschwingungen untersucht werden, die durch Bodenunebenheiten induziert werden.

In allen Fällen stellen die Reifen ein Schlüsselement dar, da sie durch die Übertragung von Kräften und Momenten zwischen Fahrzeug und Boden maßgeblich die Leistungsfähigkeit, die Sicherheit und den Komfort des Fahrzeugs beeinflussen. Dabei entstehen die Kräfte und Momente durch Beschleunigungen, Bremsen, Kurvenfahren, Eigen- und Lastgewicht sowie Bodenunebenheiten. Im Rahmen der Mehrkörpersimulation wird das Reifenverhalten in verschiedenen Reifenmodellen auf unterschiedlicher Abstraktionsebene beschrieben. Je nach Anforderung existieren hierfür bekannte Reifenmodelle, welche vor allem für Luftreifen für Pkw und Lkw entwickelt sind. Speziell für die bei Gegengewichtsgabelstaplern verbreiteten SE-Reifen ist ein Modell von Bruns aus dem Bereich der Querdynamik bekannt [Bus-2010; Bru-2012].

Für hochfrequente Anregungen und Schlupfvorgang, wie sie z. B. bei Schwellenüberfahrten und bei Antrieb und Bremsen sowie bei Fahrwiderstand von Reifen im Bereich der Vertikal- und Längsdynamik vorliegen, existiert kein Reifenmodell für SE-Reifen. Der Schwerpunkt der vorliegenden Forschungsarbeit im Anschluss von AiF-Forschungsprojekt bildet die Weiterentwicklung eines SE-Reifenmodells als Mehrkörpersystem. Die Entwicklung erfolgt prototypisch für einen Reifen der Dimension 18x7-8 der Firma Continental. Dabei wird angenommen, dass sich der Reifen in der Simulation nur in einer Ebene bewegt.

Zu diesem Zweck werden basierend auf der MKS ein physikalischer Ansatz des SE-Reifenmodells dargestellt. Dabei wird die Lauffläche durch eine bestimmte Anzahl an Kontaktelementen abgebildet, die in Kontakt mit der Straße treten. Hierfür wird ein Impact-Kontaktmodell programmiert, welches in Kombination mit einem in einer sog.

Straßendatei hinterlegten Höhenprofil die resultierenden Kontaktkräfte berechnet. Die hochelastische Zwischenschicht des SE-Reifens in Radialrichtung wird durch Voigt-Kelvin Feder-Dämpfer-Elemente berücksichtigt. Zusätzliche Krafftelemente in Umfangsrichtung sowie um die Drehachse zur Übertragung von Antriebskräften ergänzen den Modellaufbau. Nach erfolgter Modellbeschreibung als mathematisches Modell in Form von Bewegungsgleichungen wird in der Mehrkörpersimulationssoftware ADAMS/View ein Simulationsmodell des Reifens aus Einzelementen aufgebaut, die durch Kraft- und Bindungselemente in Bezug gesetzt werden.

Damit das Reifenmodell in eine Gesamtfahrzeugsimulation integriert werden kann, wird der Modellansatz unter Berücksichtigung der mathematischen Modellbildung in Form von Bewegungsgleichungen in einer DLL-Datei hinterlegt. In der DLL-Datei ist eine Berechnungsroutine hinterlegt, die unter Berücksichtigung von Eingangsparametern aus der Gesamtsimulation wie z. B. der Felgenposition mit einem eigens implementierten numerischen Integrationsverfahren die Bewegungsgleichungen löst und die resultierenden Reifenkräfte und Momente an die Gesamtfahrzeugsimulation zurückgibt. Dabei wird der Rollwiderstand und der Längsschlupf, der bei Antrieb und Bremsen sowie Fahrwiderstand von Reifen entsteht, im Modell berücksichtigt. Dafür werden die benötigten Reifenparameter bzw. die Reifeneigenschaften in der SE-Reifendatei definiert, die zur Durchführung der Berechnung in der DLL-Datei eingelesen werden sollen. Darüber hinaus wird die Straßendatei zur Verwendung eines eigenen Straßenmodells bzw. Definition der Höhenprofile für Schwellenüberfahrt erstellt. Diese Datei soll auch in der DLL-Datei eingelesen werden. Damit können die resultierenden Kontaktkräfte zwischen dem SE-Reifenmodell und der Straße mithilfe des Impact-Kontaktmodells berechnet werden. Je nach Angabe der Anzahl der Kontaktelemente in der SE-Reifendatei ändert sich der Freiheitsgrad des Reifenmodells und mit größerer Anzahl an Elementen steigt die Rechenzeit an.

Zur Durchführung der Simulation in ADAMS/View werden die Kraft-Weg-Kennlinie, die dynamische Steifigkeits- und Dämpfungskennlinie für einzelne Feder-Dämpfer Element aus Messergebnissen bestimmt. Diese Kennlinien hängen von der Anzahl der Kontaktelemente und der Radlast sowie der Fahrgeschwindigkeit ab und sind im SE-Reifenmodell als eine Funktion integriert.

Abschließend wird das entwickelte SE-Reifenmodell an den durchgeführten Prüfstandsversuchen verifiziert und validiert. Dadurch wird nachgewiesen, dass das SE-Reifenmodell in der Gesamtfahrzeugsimulation mit einem Gegengewichtsgabelstapler einsetzbar ist und das Modell die Eigenschaften des realen SE-Reifens hinreichend genau abbildet.

Weitere Untersuchungen sind auf dem Gebiet der Querdynamik erforderlich, damit das SE-Reifenmodell die Kurvenfahrt ermöglicht. Dabei soll das Modell auf drei Dimensionen erweitert und die dafür benötigten Reifenparameter ermittelt werden. Darüber hinaus wäre die Untersuchung sinnvoll, wie stark die Reifenkennlinien zwischen unterschiedlichen Herstellern variieren, da die hier ermittelte Reifenkennlinie nur durch die Vermessung eines SE-Reifens ermittelt wurde. Dazu nutzen sich die SE-Reifen bei ihrem Einsatz über die Zeit stark ab, bis sie ausgetauscht werden müssen. Dazu verändern sich die Reifeneigenschaften durch die Abnutzung der SE-Reifen. Daher wäre die weitere Untersuchung noch erforderlich, ob der Zusammenhang mit der Reifenkennlinie zwischen dem neuen Reifen und dem abgefahrenen Reifen vorhanden ist, und ob die Steifigkeit und Dämpfung des abgefahrenen Reifens aus der Steifigkeit und der Dämpfung des neuen Reifens abgeleitet werden kann.

Literaturverzeichnis

- [Ada-2000] Adams, G. G.; Nosonovsky, M.: Contact modeling — forces. In: Tribology International, 33 (2000) , 5-6, S. 431–442.
- [Ana-1991] Anantharaman, M.; Hiller, M.: Numerical simulation of mechanical systems using methods for differential-algebraic equations. In: International Journal for Numerical Methods in Engineering, 32 (1991) 8, S. 1531–1542.
- [Bec-2003] Beckman, M.; Andreasson, J.: Wheel model library for use in vehicle dynamics studies. In: 3rd International Modelica Conference, November 3-4, 2003, S. 385–392.
- [Bes-2002] Besselink, I.: Applications of SWIFT-Tyre:May 2002
- [Bes-2006] Besselink, I.: Vehicle dynamics analysis using SimMechanics and TNO Delft-Tyre, 2006.
- [Bes-2010] Besselink, I.; Schmeitz, A.; Pacejka, H. B.: An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes, 2010.
- [Bok-1975] van Bokhoven, W.: Linear implicit differentiation formulas of variable step and order. In: IEEE Transactions on Circuits and Systems, 22 (1975) 2, S. 109–115.
- [Bru-2009] Bruns, R.; Busch, N.; Höppner, O.: Entwicklung eines dynamischen Standsicherheitstests für Gegengewichtstapler bis 10t Tragkraft. Herausgegeben von: Professur für Maschinenelemente und Technische Logistik, Helmut-Schmidt-Universität, Hamburg, 2009.
- [Bru-2012] Bruns, R.; Busch, N.: Messung und Modellierung der Kennfelder von Gabelstaplerreifen. Herausgegeben von: Professur für Maschinenelemente und Technische Logistik, Helmut-Schmidt-Universität, Hamburg, 2012.
- [Bus-2010] Busch, N.; Bruns, R.: Simulation der Querdynamik - Optimierte Modellierung von Gabelstapler-Reifen. In: Hebezeuge, Fördermittel : Fachzeitschrift für technische Logistik, 50 (2010) 1, S. 34–36.

- [Chi-2012] Chiarello, R.: Ein physikalisch motiviertes Reifen-Fahrbahnmodell für die Gesamtfahrzeugsimulation. Hannover: IBNM, 2012.
- [Con-2007] Continental AG: Technischer Ratgeber. Herausgegeben von: Continental AG. Hannover, 2007. URL: http://www.continental-specialty-tires.com/www/download/industrie_de_de/general/downloads_media/3_technical_information/downloads/td_full_version_german_uv.pdf (Aufruf am 05.08.2015).
- [Cos-2013] Cosin scientific software: FTire Presentation 2013. Herausgegeben von: Cosin scientific software, 2013. URL: <https://www.cosin.eu/literature> (Aufruf am 05.08.2015).
- [Egb-2009] Egberts, T.: Getting to grips with tyres. In: eureka - THE MAGAZINE FOR THE MATERIALS HANDLING PROFESSIONAL (2009) , Issue 9, S. 8–11.
- [Ein-2010] Einsle, S.: Analyse und Modellierung des Reifenübertragungsverhaltens bei transienten und extremen Fahrmanövern. Dissertation; Institut für Automobiltechnik, Technische Universität Dresden. Dresden, 2010. Betreut durch Prof. Dr.-Ing. Michael Beitelschmidt.
- [FÉD-2015] FÉDÉRATION EUROPÉENNE DE LA MANUTENTION: World Industrial Truck Statistics (WITS) Information Sheet Q2 - 2015, Frankfurt am Main, 2015.
- [Fer-2009] Ferhadbegović, B.: Entwicklung und Applikation eines instationären Reifenmodells zur Fahrdynamiksimulation von Ackerschleppern. Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2008. Aachen: Shaker, 2009.
- [Fia-1954] Fiala, E.: Seitenkräfte am rollenden Luftreifen. In: Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, VDI-Verlag, Nr. 96 (1954), S. 973–979.
- [Fis-2015] Fischer, G. H. O.: Einflussfaktoren auf die Exposition von Flurförderzeugfahren gegenüber Ganzkörper-Vibrationen. München: fml - Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik, Technische Universität, 2015.
- [Gea-1971] Gear, C.: Simultaneous Numerical Solution of Differential-Algebraic Equations. In: IEEE Transactions on Circuit Theory, 18 (1971) 1, S. 89–95.

- [Gim-1988] Gim, G.: Vehicle dynamic simulation with a comprehensive model for pneumatic tires. Univ.of Arizona, Ph.D.Thesis--Tucson, 1988. Ann Arbor: UMI, 1988.
- [Gip-2001] Gipser, M.: Reifenmodelle in der Fahrzeugdynamik: eine einfache Formel genügt nicht mehr, auch wenn sie magisch ist. In: Tagungsband MKS-Simulation in der Automobilindustrie
- [Gip-2004] Gipser, M.: FTire - A physically based application-oriented tyre model for use with detailed MBS and finite-element suspension models, 2004.
- [Gip-2010] Gipser, M.: FTire - Flexible Ring Tire Model Documentation and User's GuideCosin Scientific software, 2010.
- [Gün-2011] Günthner, W. A.; Fischer, G.; Ebner, A.: Untersuchung der Humanschwingungen beim Betrieb von Flurförderzeugen. Herausgegeben von: Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik in Technische Universität München, 2011.
- [Hai-1993] Hairer, E.; Nørsett, S. P.; Wanner, G.: Solving ordinary differential equations. 2nd ed. Auflage. Berlin, New York: Springer-Verlag, 1993-.
- [Hei-2007] Heißing, B.; Ersoy, M.: Fahrwerkhandbuch - Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven. Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2007.
- [Hei-2013] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S.: Fahrwerkhandbuch - Grundlagen, fahrdynamik, komponenten, systeme. [Place of publication not identified]: Morgan Kaufmann, 2013.
- [Her-1882] Hertz, H.: Ueber die Berührung fester elastischer Körper. In: Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal), 1882 (1882) 92
- [Her-2008] Herkt, S.: Model Reduction of Nonlinear Problems in Structural Mechanics: Towards a Finite Element Tyre Model for Multibody Simulation. Dissertation; Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, Universität Kaiserslautern. Kaiserslautern, 2008. Betreut durch Prof. Dr. Rene Pinnau.

- [Hir-2003] Hirschberg, W.; Rill, G.; Weinfurter, H.: User-Appropriate Tyre-Modelling for Vehicle Dynamics in Standard and Limit Situations. In: Vehicle System Dynamics, 38 (2003) 2, S. 103–125.
- [Hol-2006] Holtschulze, J.: Analyse der Reifenverformung für eine Identifikation des Reibwerts und weiterer Betriebsgrößen zur Unterstützung von Fahrdynamikregelsystemen. Aachen: Ika, 2006.
- [Hom-2013] Hompel, M. t.: 9. Fachkolloquium Logistik der Wissenschaftlichen Gesellschaft für Technische Logistik (WGTL) - Dokumentation zum Kolloquium am 17. und 18. September 2013 in der TU Dortmund. Dortmund: Praxiswissen Service, 2013.
- [Ise-2006] Isermann, R.: Fahrdynamik-Regelung. Wiesbaden: Vieweg, 2006.
- [Lan-1994] Lankarani, H. M.; Nikravesh, P. E.: Continuous contact force models for impact analysis in multibody systems. In: Nonlinear Dynamics (1994) , Volume 5, Issue 2, S. 193–207.
- [Lei-1992] Leister, G.; Schiehlen, W.: Werkzeuge zur Simulation von Mehrkörpersystemen. [S.l.: s.n.], 1992.
- [Lei-2009] Leister, G.: Fahrzeugreifen und Fahrwerkentwicklung - Strategie, Methoden, Tools. 1. Aufl Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage, Wiesbaden, 2009.
- [Lug-2005] Lugner, P.: Tyre models for vehicle dynamic analysis - Proceedings of the 3rd International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamic Analysis (TMVDA), held in University of Technology, Vienna, Austria, August 29-31, 2004. Glasgow: Taylor & Francis, 2005.
- [Lug-2007] Lugner, P.; Plöchl, M.: Tire model performance test (TMPT). [London, England]: Taylor & Francis, 2007.
- [Mey-2007] Meywerk, M.: CAE-Methoden in der Fahrzeugtechnik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [Mit-2014] Mitschke, M.; Wallentowitz, H.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. 5., überarb. u. erg. Aufl. 2014 Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- [MSC-2012a] MSC. Software Corporation: Adams - Welcome to ADAMS/Solver Subroutines. California: Santa Ana, 2012.

- [MSC-2012b] MSC. Software Corporation: ADAMS/Tire. California: Santa Ana, 2012.
- [MSC-2012c] MSC. Software Corporation: User Written Tire/Road Models. California: Santa Ana, 2012.
- [Nac-2000] Nackenhorst, U.: Rollkontaktdynamik - Numerische Analyse der Dynamik rollender Körper mit der Finite-Element-Methode. Hamburg: Inst. für Mechanik, 2000.
- [Neg-2004] Negrut, D.; Rampalli, R.; Sajdak, T.: On the implementation of the alpha-method in MSC.ADAMS. Herausgegeben von: MSC. Software Corporation, 2004.
- [New-1959] Newmark, M.: A Method of Computation for Structural Dynamics. In: Journal of the Engineering Mechanics Division (1959) , Vol. 85, Issue 3, S. 67–94.
- [NIC-2008] NICTA: Armadillo - C++ linear algebra libraryNICTA, 2008.
- [Oer-2001] Oertel, C.; Fandre, A.: Das Reifenmodellsystem RMOD-K. In: ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift, 103 (2001) 11, S. 1074–1079.
- [Oh-2012] Oh, S.; Danilov, E.: Untersuchung und Modellierung der Schwingungsübertragung von Flurförderzeugreifen [Projektbeschreibung]. In: Tagungsband // 9. Hamburger Staplertagung : 19. Juni 2012, Helmut Schmidt Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg : Tagungsband // 9. Hamburger Staplertagung, 2012, S. 9–10.
- [Oh-2013] Oh, S.; Fischer, G.; Günthner, W. A.; Danilov, E.; Bruns, R.: Untersuchung und Modellierung der Schwingungsübertragung von Flurförderzeugreifen, 2013.
- [Oos-2000] van Oosten, Jan J.M.; Pacejka, H. B.: SWIFT-Tyre: an accurate tyre model for ride and handling studies also at higher frequencies and short road wavelengths, 2000.
- [Pac-1996] Pacejka, H. B.: Wielen - Wheels. Delft: Technische Universiteit Delft, Faculteit Werktuigbouwkunde en Maritieme Techniek, 1996.
- [Pac-2000] Pacejka, H. B.: Modelling of Tyre Force and Moment Generation. In: Jacobson, B.; Kalker, J. J. (Hrsg): Rolling Contact Phenomena. Vienna: Springer Vienna, 2000, S. 277–327.

- [Pac-2006] Pacejka, H. B.: Tyre and vehicle dynamics. Amsterdam: Elsevier BH, 2006.
- [Pac-2007] Pacejka, H. B.: In-Plane and Out-of-Plane Dynamics of Pneumatic Tyres. In: Vehicle System Dynamics, 10 (2007) , 4-5, S. 221–251.
- [Rab-2008] Rabe, M.: Verifikation und Validierung für die Simulation in Produktion und Logistik - Vorgehensmodelle und Techniken. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008.
- [Rap-1988] Rappen, J.: Eigenschaften kleiner Industriereifen insbesondere im Hinblick auf Kipp- und Fahrstabilität von Gabelstaplern. Bremerhaven: Wirtschaftsverl. NW, 1988.
- [Ril-2006] Rill, G.: Vehicle dynamics. Lecture Notes Fachhochschule Regensburg. Regensburg, 2006.
- [Sch-1988] Schieschke, R.; Wurster, U.: IPG-TIRE Ein flexibles, umfassendes, Reifenmodell fuer den Einsatz in Simulationsumgebungen, 1988.
- [Sch-2004a] Schmeitz, A.: A Semi-Empirical Three-Dimensional Model of the Pneumatic Tyre Rolling over Arbitrarily Uneven Road Surfaces. In: Technische Universiteit Delft. Netherlands, 2004. Betreut durch Prof. dr. ir. G. Lodewijks.
- [Sch-2004b] Schiehlen, W.; Eberhard, P.: Technische Dynamik - Modelle für Regelung und Simulation ; mit 4 Tabellen. 2., neubearb. und erw. Aufl Auflage. Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden: Teubner, 2004.
- [Sch-2005] Schmeitz, A.; Besselink, I.; Hoogh, J. D.; Nijmeijer, H.: Extending the Magic Formula and SWIFT tyre models for inflation pressure changes. In: s.n, 2005.
- [Sch-2006] Schlotter, V.: Einfluss dynamischer Radlastschwankungen und Schräglaufwinkeländerungen auf die horizontale Kraftübertragung von Ackerschlepperreifen. Aachen: Shaker, 2006.
- [Sch-2010] Schramm, D.; Hiller, M.; Bardini, R.: Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

- [Sch-2016] Schmidt, A.: Modellierung von Fahrzeugantrieben anhand von Messdaten aus dem Koppelbetrieb zwischen Fahrsimulator und Antriebsstrangprüfstand. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.
- [Sha-2005] Shabana, A. A.: Dynamics of multibody systems. 3rd ed Auflage. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2005.
- [Sha-2014] Shabana, A. A.: Dynamics of multibody systems. Fourth edition Auflage. New York: Cambridge University Press, 2014.
- [Str-2012] Strehmel, K.; Weiner, R.; Podhaisky, H.: Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen - Nichtsteife, steife und differential-algebraische Gleichungen. 2., überarb. und erw. Aufl. Auflage. Wiesbaden: Vieweg & Teubner, 2012.
- [TNO-2008] TNO Automotive: MF-Tyre & MF-Swift 6.1. Netherlands, 2008. URL: <https://www1.ethz.ch/biomed.ee/intranet/support/madymo/Tyremodels.pdf> (Aufruf am 31.05.2016).
- [Unr-1997] Unrau, H. J.; Zamow, J.: TYDEX-format: Description and Reference Manual. Release 1.3, 1997.
- [VDI2196] VDI2196:1985-07: Bereifung für Flurförderzeuge. VDI Gesellschaft Fördertechnik Materialfluss Logistik.
- [VDI2196-2] VDI2196-2:1998-04: Bereifung für Flurförderzeuge - Ermittlung und Beurteile des Rollwiderstands von Industriereifen. VDI Gesellschaft Fördertechnik Materialfluss Logistik.
- [Win-2002] Winner, H.: 4. Darmstädter Reifenkolloquium - 17. Oktober 2002. Düsseldorf: VDI-Verl., 2002.
- [Woe-2011] Woernle, C.: Mehrkörpersysteme - Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper. Berlin, New York: Springer, 2011.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Konstruktionselemente eines Pkw-Luftreifens nach [Hol-2006]	1
Abbildung 1-2: FTire Reifensimulation nach [Cos-2013]	2
Abbildung 1-3: Verhältnis Breite zu Durchmesser bei verschiedenen Reifenbauarten [VDI2196]	2
Abbildung 1-4: Verhältnis zwischen Einfederung und Belastung [VDI2196]	3
Abbildung 1-5: Verhältnis Umfangskraft zu Radlast [VDI2196]	5
Abbildung 1-6: Aufbau von SE-Reifen nach [Con-2007]	6
Abbildung 1-7: Vorgehensweise zur Entwicklung des SE-Reifenmodells	8
Abbildung 1-8: Aufbau der Arbeit	10
Abbildung 2-1: Eingangs- und Ausgangsgrößen beim Reifen nach [Gip-2010]	14
Abbildung 2-2: Einordnung der Modellierungsansätze nach Komplexität (Freiheitsgrade) und Dynamik nach [Mey-2007, S. 248]	15
Abbildung 2-3: Einteilung der Reifenmodelle nach [Ise-2006, S. 27ff.]	15
Abbildung 2-4: TYDEX-C (oben) und TYDEX-W (unten) Achsensystem [Unr-1997; MSC-2012b]	19
Abbildung 2-5: Ein- und Ausgangsgröße eines Reifenmodells für eine gerade Straße bzgl. dem TYDEX Koordinatensystem [Pac-2006, S. 62]	20
Abbildung 2-6: Schubspannungsverteilung unter Bremskraft [Hei-2013, S. 61]	21
Abbildung 2-7: Verlauf des Kraftschlupfbeiwertes über dem Längsschlupf [Hei-2013, S. 62]	23
Abbildung 2-8: Plot der Magic Formula nach Pacejka [Pac-2006, S. 173]	27
Abbildung 2-9: Modellvorstellung von MF-SWIFT [Pac-2006, S. 513; TNO-2008]	28
Abbildung 2-10: Kräfte, Momente und kinematische Größe zwischen Reifen und Fahrbahn [Bes-2010]	29
Abbildung 2-11: Fiala Modellvorstellung nach Fiala [Fia-1954]	31
Abbildung 2-12: Reifen als dreidimensionales Federsystem [Gim-1988, S. 71]	33
Abbildung 2-13: Eingangs- und Ausgangsgrößen des UA Tire Modells [MSC-2012b]	34
Abbildung 2-14: Hilfskoordinaten in der Reifenaufstandsfläche [Gim-1988, S. 81]	34
Abbildung 2-15: Längsspannungsverteilung in der Reifenaufstandsfläche bei Längsschlupf [Gim-1988, S. 96]	35
Abbildung 2-16: Kontaktgeometrie [Lug-2007, S. 103]	38

Abbildung 2-17: FTire Modellbildung nach Gipser [Gip-2001]	40
Abbildung 2-18: Nichtlineare Koppelkräfte zwischen Gürtel und Felge in FTire [Ril-2006, S. 23]	40
Abbildung 3-1: Reifenmodelleigenschaften nach [Pac-2006, S. 85; Fer-2009, S. 10]	42
Abbildung 4-1: Modellelemente eines Mehrkörpersystems [Woe-2011, S. 2]	45
Abbildung 4-2: Kinematik des Körpers i in einem elastischen Mehrkörpersystem	46
Abbildung 4-3: Schematische Darstellung für das EULER-Verfahren	53
Abbildung 4-4: Physikalisches SE-Reifenmodell	55
Abbildung 4-5: Modellierung der Felge und Kontaktelemente für das SE-Reifenmodell	56
Abbildung 4-6: Bewegung der Felge und der Kontaktelemente	58
Abbildung 4-7: Freischneiden des physikalischen SE-Reifenmodells	60
Abbildung 4-8: Berechnung der Einfederung in Umfangsrichtung	61
Abbildung 4-9: Berechnung der Biegemomente zwischen Kontaktelementen	62
Abbildung 4-10: Kontaktvorgang auf waagrechter Ebene	63
Abbildung 4-11: Kontaktvorgang auf schiefer Ebene	65
Abbildung 4-12: Direkte zentral Impact-Kontakt der zwei sphärischen Körper	69
Abbildung 4-13: Abbildung von Straßenprofil und Suche der aktuellen Position der Kontaktpunkte	70
Abbildung 4-14: Impact-Kontakt-Formulierung auf waagerechte Ebene	71
Abbildung 4-15: Dämpfungskoeffizienten in Abhängigkeit der Eindringung	72
Abbildung 4-16: Impact-Kontakt-Formulierung auf schiefer Ebene	73
Abbildung 4-17: Linear Tire-Terrain Friction Model [MSC-2012b]	74
Abbildung 5-1: Simulationsmodell des SE-Reifenmodells in ADAMS/View	75
Abbildung 5-2: Wahl der Reifenmodelle in der Fahrzeugsimulation	77
Abbildung 5-3: Integration von Reifen- und Straßenmodell in die Simulationsumgebung [Gün-2011]	78
Abbildung 5-4: Vorgehen bei der Simulation mit ADAMS/Tire nach [MSC-2012b]	78
Abbildung 5-5: SE-Reifendatei (SE-Tire Property File)	80
Abbildung 5-6: Straßendatei für Gerade (links) und Schwelle (rechts) (Road Property File)	82
Abbildung 5-7: Ablaufdiagramm der in die DLL-Datei eingebettete Reifenfunktion TYR501()	83
Abbildung 6-1: Hydropulserprüfstand	92

Abbildung 6-2: Trommelprüfstand	93
Abbildung 6-3: Schwinge	93
Abbildung 6-4: Position der Sensor	94
Abbildung 6-5: Flurförderzeugauslieferungen im Jahr 2012 nach [FÉD-2015]	94
Abbildung 6-6: Referenzfahrzeug mit den Beschleunigungssensoren auf der Radachse (1 und 2), am Lenkbock (3), in der Fahrriehtung am Dach (5) sowie rechts neben dem Sitz (6)	95
Abbildung 6-7: a) Ein Rad fährt über die Schwelle, b) Beide Räder fahren über die Schwelle	95
Abbildung 6-8: Messsignal des Beschleunigungsaufnehmers auf der Radachse. Der Stapler fährt über eine 10 mm hohe Schwelle mit einer Geschwindigkeit von 7 km/h und einer Radlast von 8000 N	96
Abbildung 6-9: Einfederung des SE-Reifens mit Radlast aus dem Hydropulserprüfstand	97
Abbildung 6-10: Schwelle auf der Trommel	97
Abbildung 6-11: Einfederung aus Sensor 4 für die Schwinge mit der 5 mm Schwelle	98
Abbildung 6-12: Gedämpfte Schwingungskurve des SE-Reifens mit 5 mm Schwelle	99
Abbildung 6-13: Die ermittelte Dämpfungskennlinie des SE-Reifens mit dem Radlast 6572 N	99
Abbildung 6-14: Die ermittelte Dämpfungskennlinie des SE-Reifens in Abhängigkeit von der Radlast	100
Abbildung 6-15: Kontaktelemente beim Einfederung des Reifens	101
Abbildung 6-16: Zum Teil eingefedertes Kontaktelement mit drei Kontaktpunkten	103
Abbildung 6-17: Steifigkeit für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalriehtung	104
Abbildung 6-18: Dämpfung für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalriehtung mit der Radlast 6572 N	104
Abbildung 6-19: Dämpfung für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalriehtung mit der Radlast 9600 N	105
Abbildung 6-20: Dämpfung für das einzelne Feder-Dämpfer System in Vertikalriehtung mit der Radlast 14960 N	105
Abbildung 7-1: Hydropulserprüfstand in Realität	109
Abbildung 7-2: Virtueller Hydropulserprüfstand mit dem mechanischen SE-Reifenmodell in ADAMS/View	109
Abbildung 7-3: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodell mit N = 45	110

Abbildung 7-4: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodell mit N = 75	111
Abbildung 7-5: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodell mit N = 105	111
Abbildung 7-6: Gegenüberstellung der Ergebnisse für die Einfederung des SE-Reifenmodells mit verschiedenen Kontaktelementen	112
Abbildung 7-7: Trommelprüfstand in Realität	112
Abbildung 7-8: Virtueller Trommelprüfstand mit dem mechanischen SE-Reifenmodell in ADAMS/View	113
Abbildung 7-9: Sensorstellen im Simulationsmodell Trommelprüfstand	113
Abbildung 7-10: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 6572 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s	115
Abbildung 7-11: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 6572 N und der Radgeschwindigkeit 4 m/s	116
Abbildung 7-12: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der unterschiedlichen Radlast bei der Radgeschwindigkeit 2m/s	117
Abbildung 7-13: Beispiel des angetriebenen SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene im ADAMS/View	118
Abbildung 7-14: Antriebsmoment	120
Abbildung 7-15: Longitudinale Beschleunigung	120
Abbildung 7-16: Longitudinale Geschwindigkeit	121
Abbildung 7-17: Drehgeschwindigkeit	121
Abbildung 7-18: Fortbewegung	122
Abbildung 7-19: Dämpfungskoeffizient	122
Abbildung 7-20: Einfederung	123
Abbildung 7-21: Longitudinale Schlupf	123
Abbildung 7-22: Longitudinale Kraft	124
Abbildung 7-23: Rollwiderstand	124
Abbildung 7-24: Vertikale Kraft	125
Abbildung 7-25: Schwellenüberfahrt	125
Abbildung 7-26: Vertikale Bewegung	126
Abbildung 7-27: Longitudinale Beschleunigung	127
Abbildung 7-28: Vertikale Reifenkraft	127
Abbildung 7-29: Geschwindigkeitsabhängiger Rollwiderstand	128
Abbildung 7-30: Mehrkörpermodell des Gegengewichtsgabelstaplers EFG216k	129
Abbildung 7-31: Sensoraufbau am Gesamtfahrzeugmodell	130

Abbildung 7-32: Vergleich von drei Messfahrten bei Schwellenüberfahrt 10 mm bei 7 km/h und 875 kg Last	131
Abbildung 7-33: Schwellenüberfahrt der SE-Reifen	131
Abbildung 7-34: Antriebsdrehgeschwindigkeit in vorderem Rad und die resultierende Geschwindigkeit des hinteren Rades	133
Abbildung 7-35: Vertikale Verschiebung des vorderen Rades	133
Abbildung 7-36: Vertikale Verschiebung des hinteren Rades	134
Abbildung 7-37: Vertikale Reifenkraft	134
Abbildung 7-38: Rollwiderstandsmoment	135
Abbildung 7-39: Longitudinaler Schlupf	135
Abbildung 7-40: Validierung am Gesamtfahrzeug bei Schwellenüberfahrt 10 mm bei 8 km/h und 0 kg Last	136
Abbildung A-1: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 9260 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellhöhe: 5 mm)	A-1
Abbildung A-2: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 12270 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 5 mm)	A-1
Abbildung A-3: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 9260 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 5 mm)	A-2
Abbildung A-4: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 12270 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 5 mm)	A-2
Abbildung A-5: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 6572 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 10 mm)	A-3
Abbildung A-6: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 12270 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 10 mm)	A-3
Abbildung B-1: Angetriebenes SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene	B-1
Abbildung B-2: Antriebsgeschwindigkeit	B-2
Abbildung B-3: Longitudinale Geschwindigkeit	B-2
Abbildung B-4: Fortbewegung	B-2
Abbildung B-5: Einfederung	B-3
Abbildung B-6: Longitudinaler Schlupf	B-3
Abbildung B-7: Longitudinale Reifenkraft	B-3

Abbildung B-8: Vertikale Reifenkraft	B-4
Abbildung B-9: Longitudinale Kraft (Schlupf)	B-4
Abbildung B-10: Rollwiderstand	B-4
Abbildung B-11: Reifenmoment	B-5
Abbildung B-12: Frei rollendes SE-Reifenmodell auf schiefen Ebene	B-5
Abbildung B-13: Horizontale Bewegung der Felge	B-6
Abbildung B-14: Horizontale Geschwindigkeit der Felge	B-6
Abbildung B-15: Vertikale Bewegung der Felge	B-6
Abbildung B-16: Drehgeschwindigkeit	B-7
Abbildung B-17: Longitudinaler Schlupf	B-7
Abbildung B-18: Longitudinale Reifenkraft	B-7
Abbildung B-19: Vertikale Reifenkraft	B-8
Abbildung B-20: Reifenmoment	B-8
Abbildung B-21: Rollwiderstandsmoment	B-8
Abbildung B-22: Dämpfungskennlinie in Radialrichtung über Geschwindigkeit B-9	
Abbildung B-23: Drehgeschwindigkeit	B-10
Abbildung B-24: Vertikale Verschiebung des vorderen Rades	B-10
Abbildung B-25: Vertikale Verschiebung des hinteren Rades	B-10
Abbildung B-26: Vertikale Reifenkraft	B-11
Abbildung B-27: Validierung am Gesamtfahrzeug bei Schwellenüberfahrt 5 mm bei 8 km/h und 0 kg Last	B-11

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1:	Einteilung der Reifenmodelle nach Detaillierungsgrad [Ein-2010, S. 38]	16
Tabelle 3-1:	Reifenmodelleigenschaften	43
Tabelle 5-1:	Benötigte Reifenparameter des SE-Reifenmodells und Parameter für Impact-Kontakt-Modell	76
Tabelle 5-2:	Beschreibung der Blöcke in der SE-Reifendatei	81
Tabelle 5-3:	Beschreibung der Blöcke in der Straßendatei	82
Tabelle 5-4:	Wichtigste Eingabegrößen der SE-Reifenfunktion TYR501()	84
Tabelle 5-5:	Aufruf der Reifenfunktion TYR501() nach STI	85
Tabelle 5-6:	Beschreibung der Funktionsparameter RTO_REAC_REAL_F2C	86
Tabelle 5-7:	Wichtigste Ausgabegrößen der Reifenfunktion TYR501()	88
Tabelle 7-1:	Simulationsparameter für SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene	119
Tabelle 7-2:	Simulationsparameter für Schwellenüberfahrt	126
Tabelle 7-3:	Simulationsparameter für Gesamtfahrzeugsimulation ohne Radlast und mit der Geschwindigkeit 8 km/h (Schwellenüberfahrt mit zwei Reifen)	132
Tabelle B-1:	Simulationsparameter	B-1
Tabelle B-2:	Simulationsparameter	B-5
Tabelle B-3:	Simulationsparameter	B-9

Anhang A Ergänzung zur Validierung der Modellparameter mit Trommelprüfstand

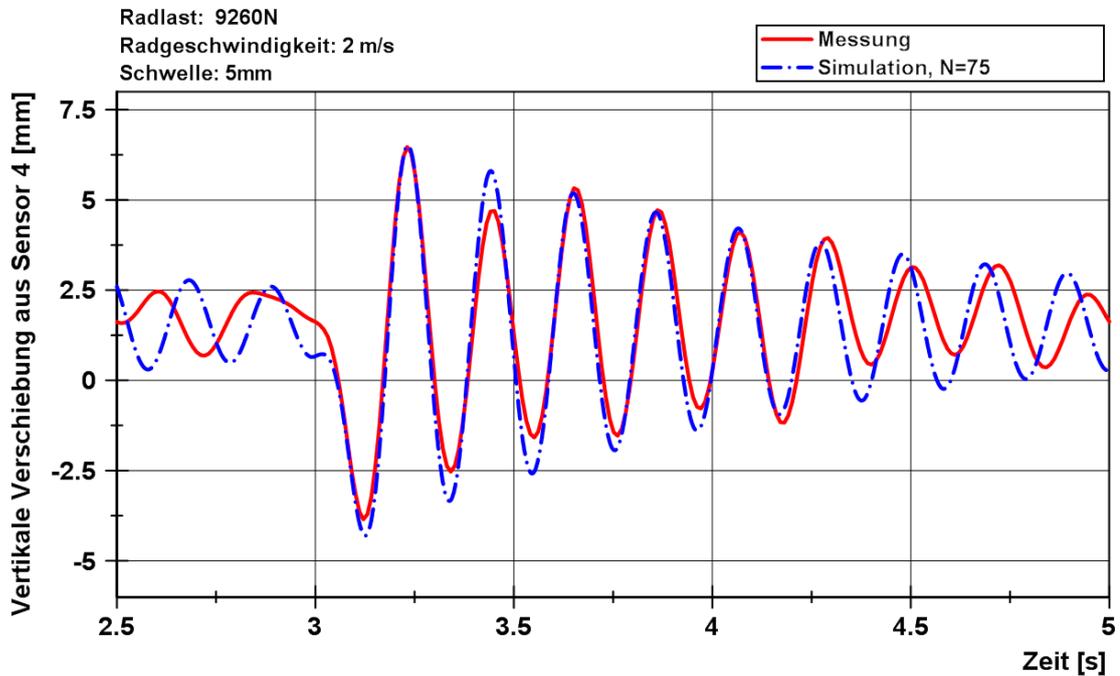


Abbildung A-1: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 9260 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellhöhe: 5 mm)

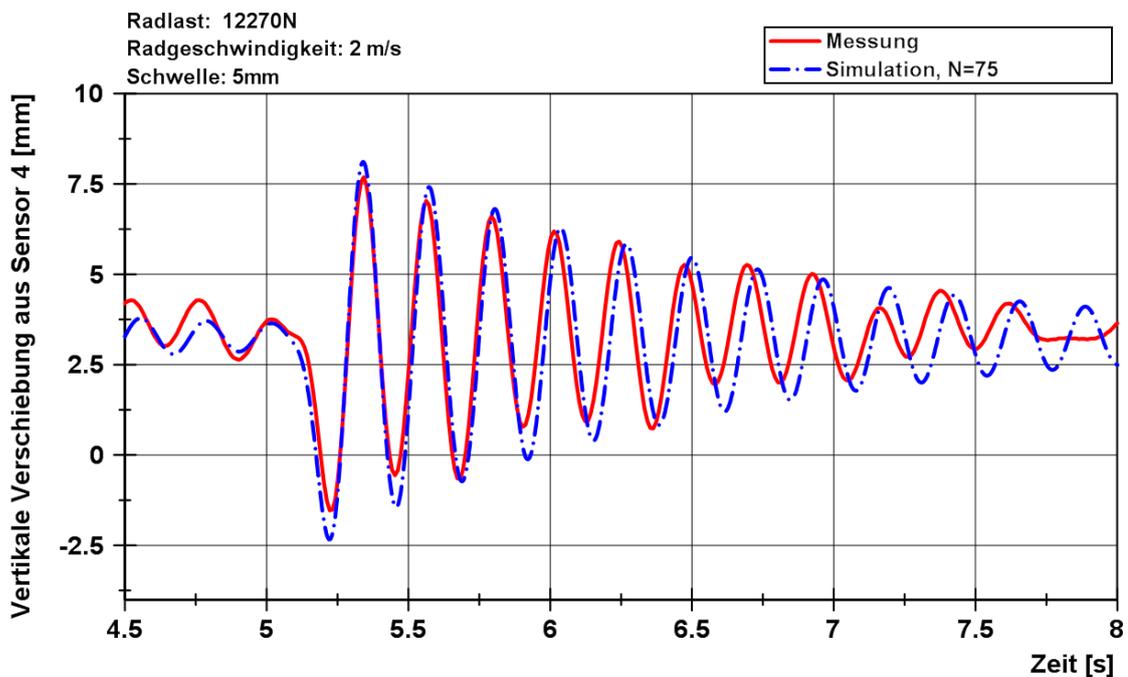


Abbildung A-2: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 12270 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellhöhe: 5 mm)

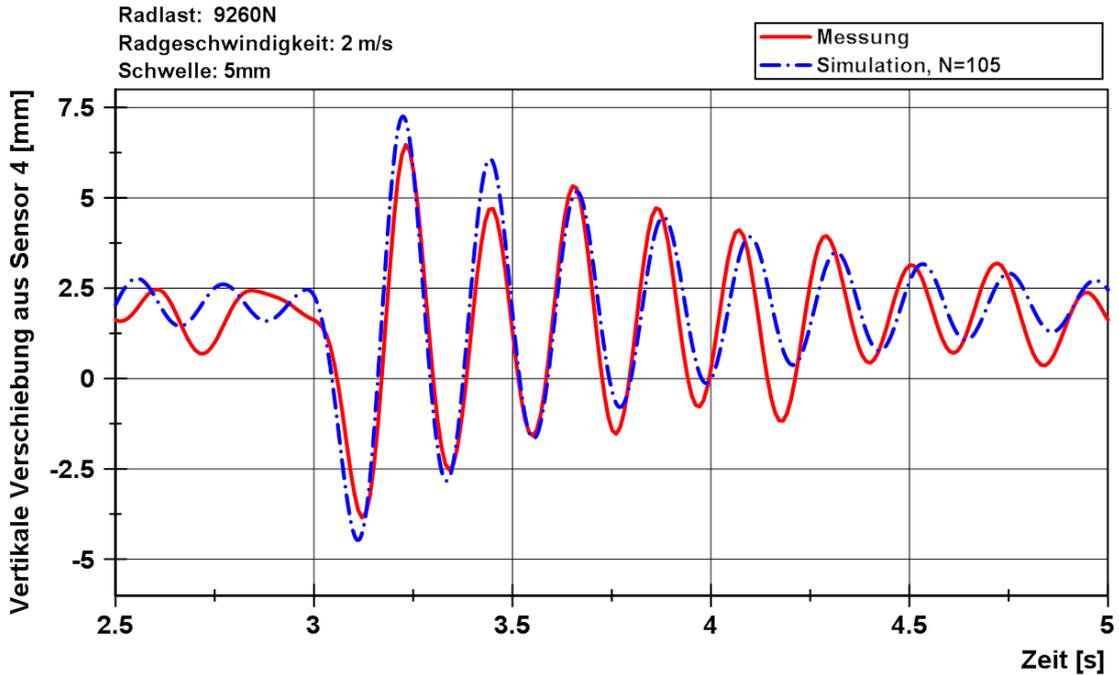


Abbildung A-3: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 9260 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 5 mm)

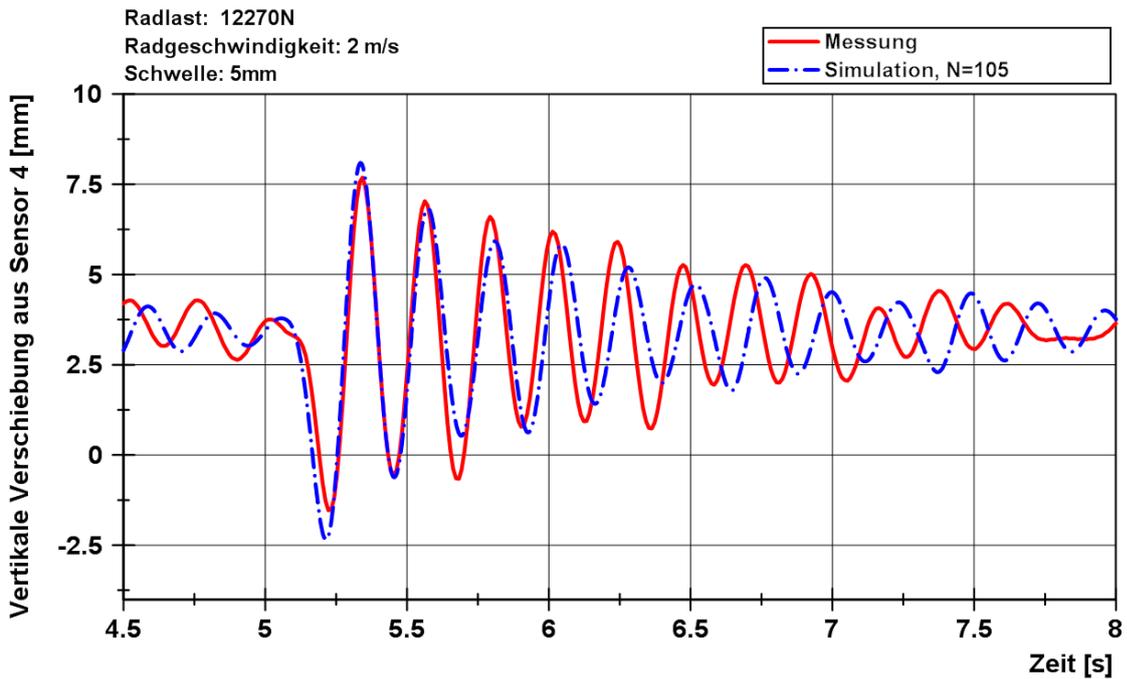


Abbildung A-4: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 12270 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 5 mm)

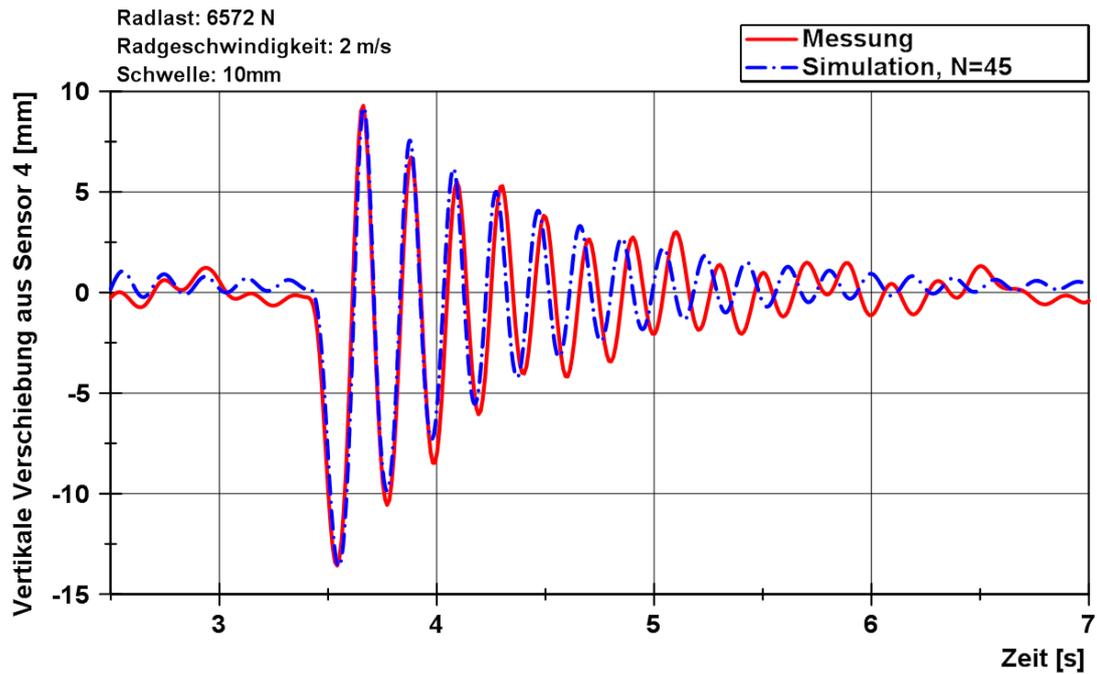


Abbildung A-5: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 6572 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 10 mm)

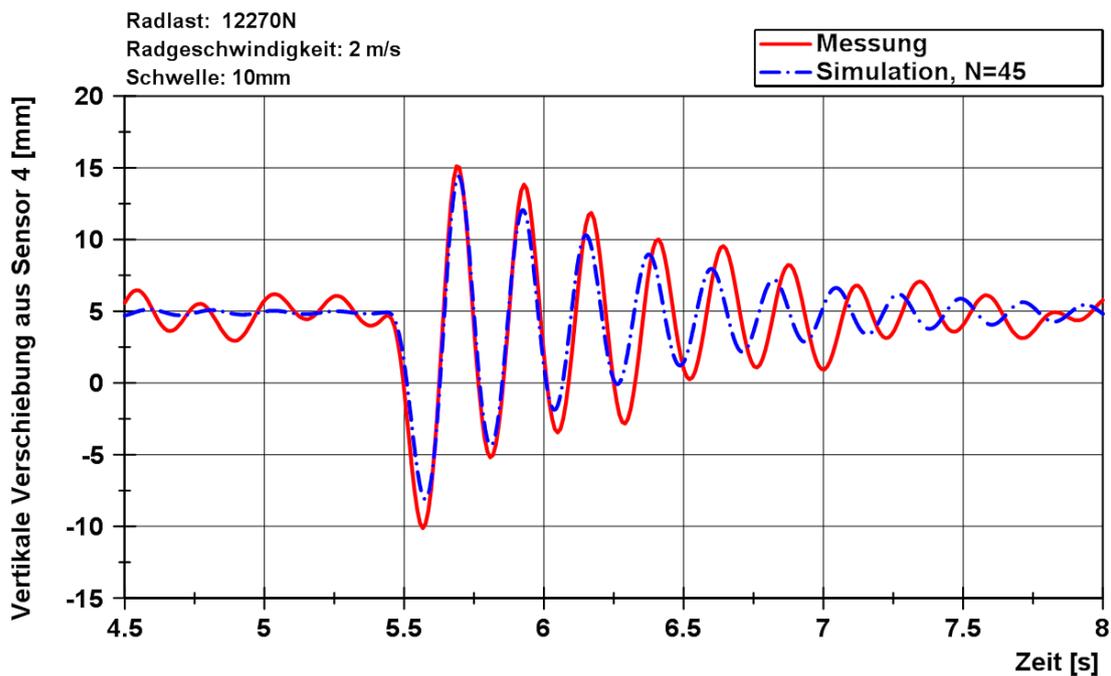


Abbildung A-6: Validierung der Modellparameter für das SE-Reifenmodells mit der Radlast 12270 N und der Radgeschwindigkeit 2 m/s (Schwellehöhe: 10 mm)

Anhang B Ergänzung zu Simulationsergebnisse für SE-Reifenmodell

B.1 Angetriebenes SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene mit Antriebsgeschwindigkeit

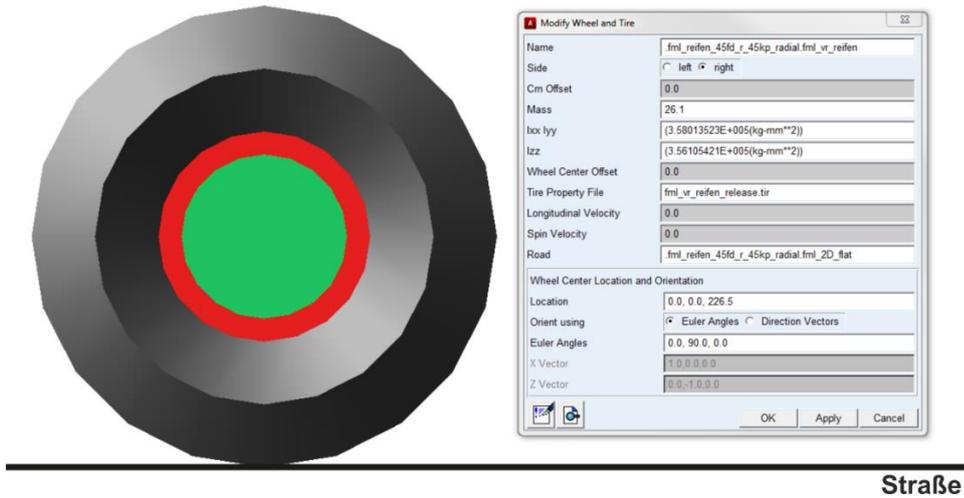


Abbildung B-1: Angetriebenes SE-Reifenmodell auf einer waagerechten Ebene

Tabelle B-1: Simulationsparameter

Beschreibung	Wert
Reifenradius	226,5 mm
Anzahl der Kontaktelemente	45
Konstante Radlast	663 kg
Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung	Aus Kennlinie
Rollwiderstandsbeiwert	0,015
Reibungskoeffizient μ_{\max} und μ_{\min}	0,94, 0,85
Simulationszeit	20 s
Schrittweite	0,0007 s
Integrationsmethode in ADAMS	GSTIFF

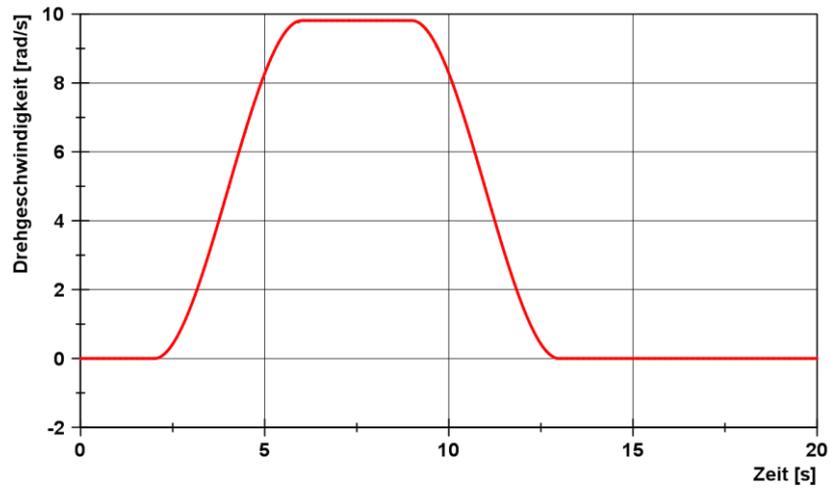


Abbildung B-2: *Antriebsgeschwindigkeit*

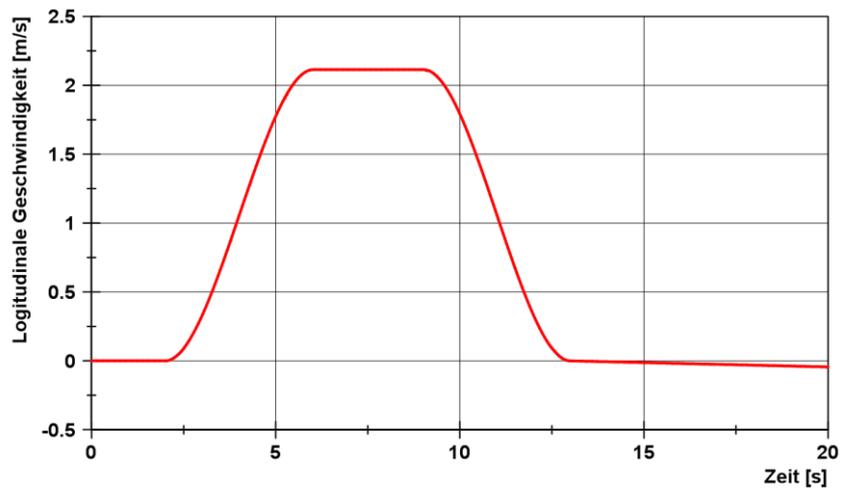


Abbildung B-3: *Longitudinale Geschwindigkeit*

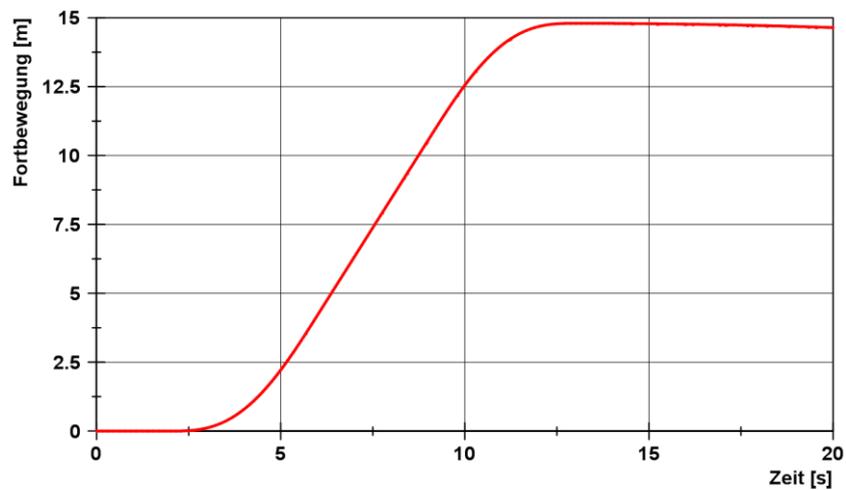


Abbildung B-4: *Fortbewegung*

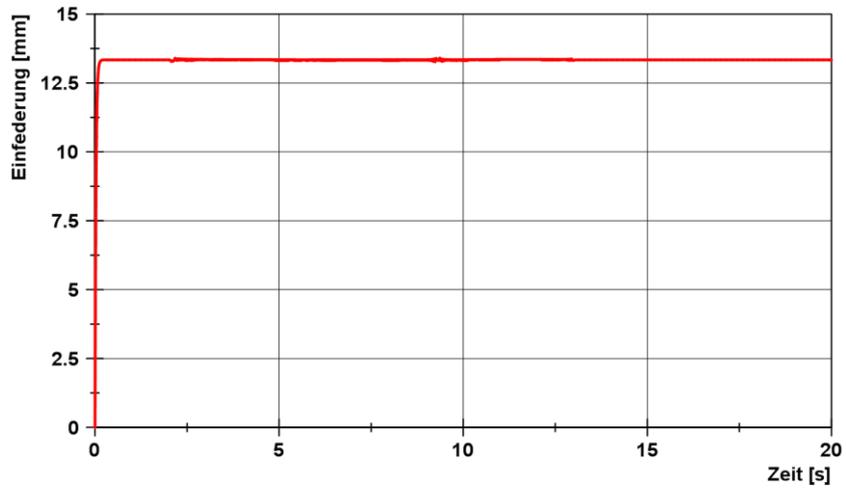


Abbildung B-5: Einfederung

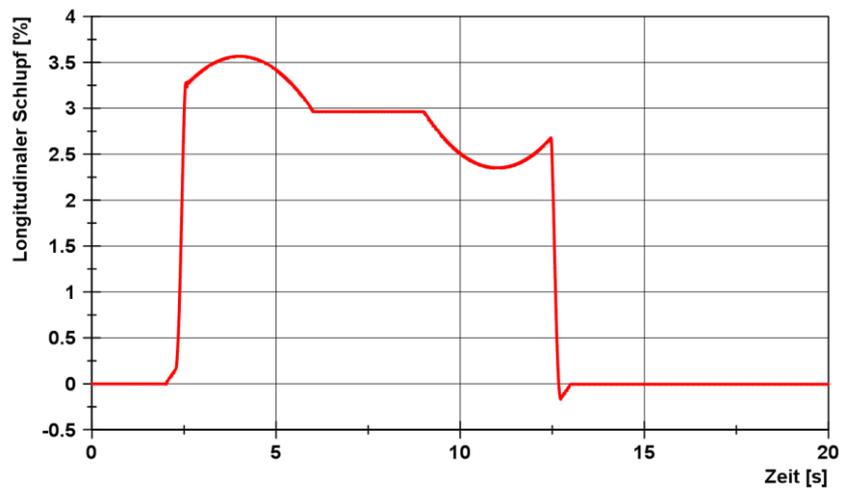


Abbildung B-6: Longitudinaler Schlupf

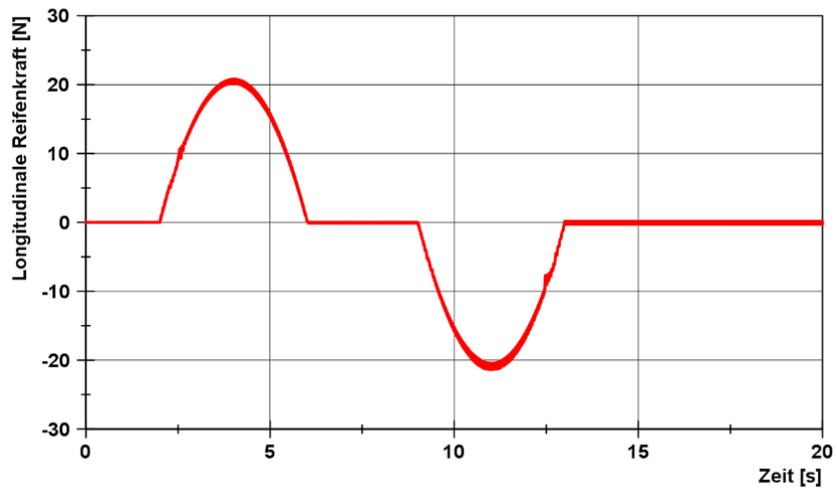


Abbildung B-7: Longitudinale Reifenkraft

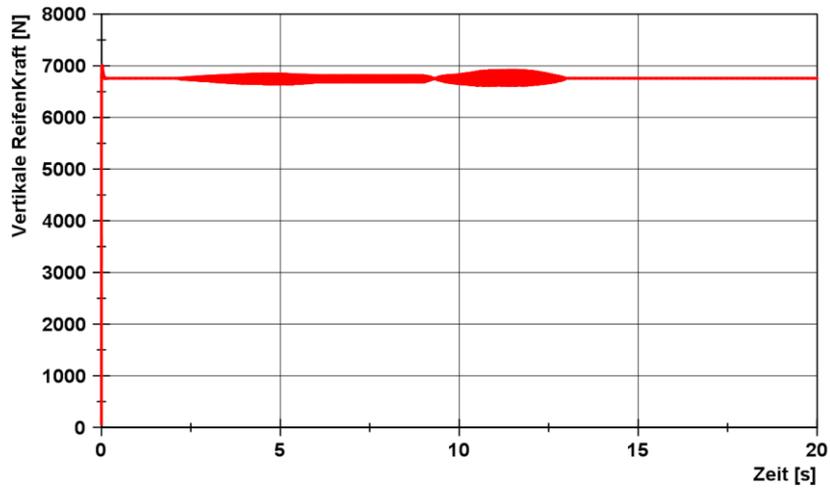


Abbildung B-8: Vertikale Reifenkraft

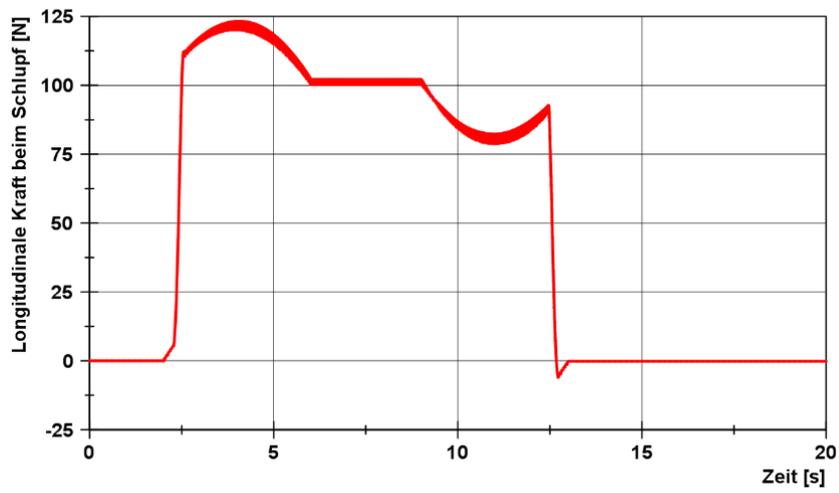


Abbildung B-9: Longitudinale Kraft (Schlupf)

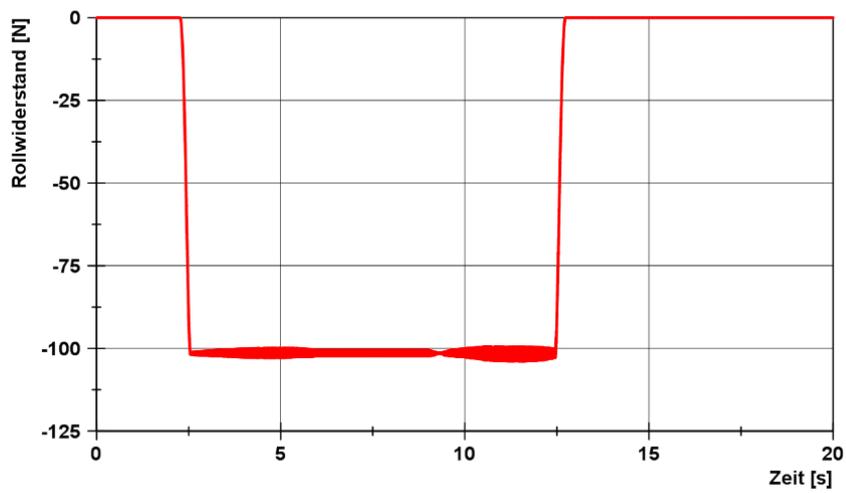


Abbildung B-10: Rollwiderstand

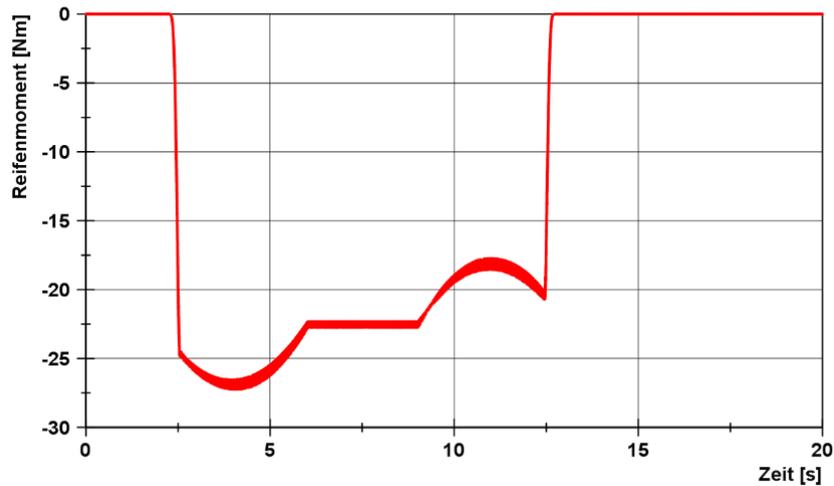


Abbildung B-11: Reifenmoment

B.2 Frei rollendes SE-Reifenmodell auf einer schiefen Ebene

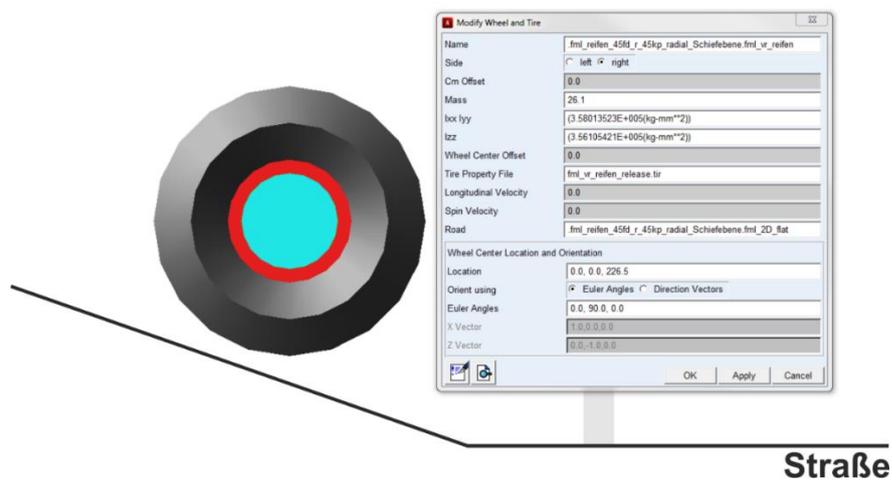


Abbildung B-12: Frei rollendes SE-Reifenmodell auf schiefen Ebene

Tabelle B-2: Simulationsparameter

Beschreibung	Wert
Reifenradius	226,5 mm
Anzahl der Kontaktelemente	45
Konstante Radlast	663 kg
Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung	Aus Kennlinie
Rollwiderstandsbeiwert	0,02
Reibungskoeffizient μ_{\max} und μ_{\min}	0,94, 0,85
Simulationszeit	10 s
Schrittweite	0,001 s
Integrationsmethode in ADAMS	Newmark

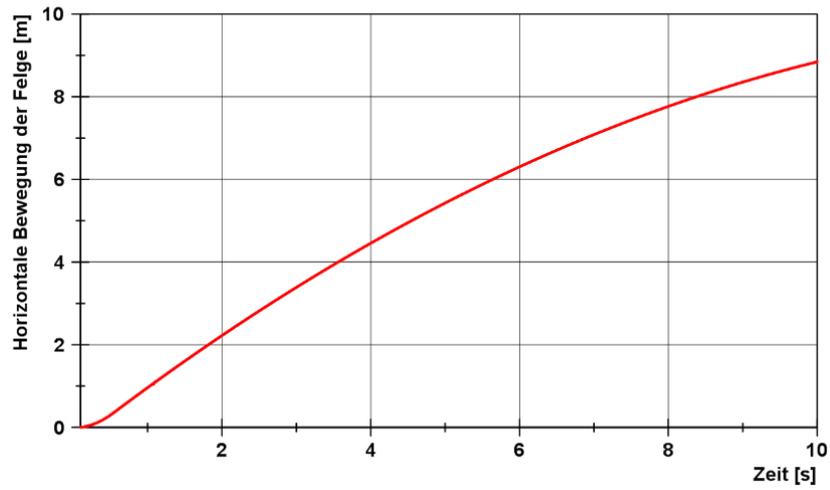


Abbildung B-13: Horizontale Bewegung der Felge

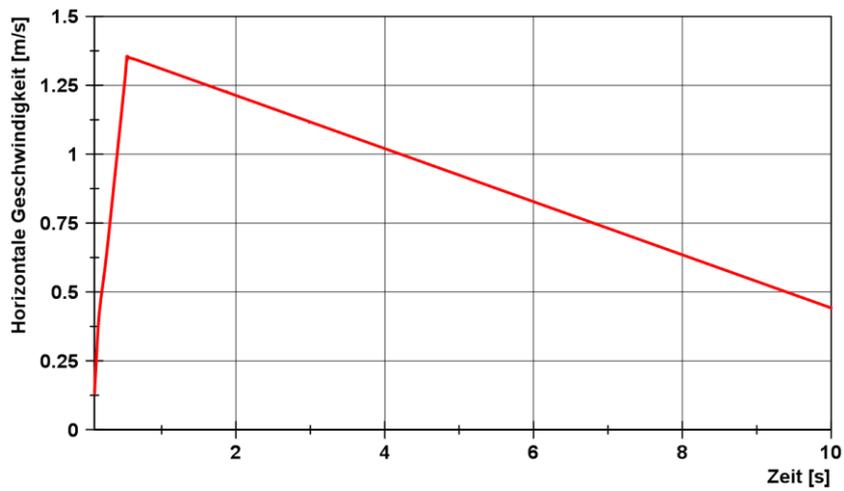


Abbildung B-14: Horizontale Geschwindigkeit der Felge

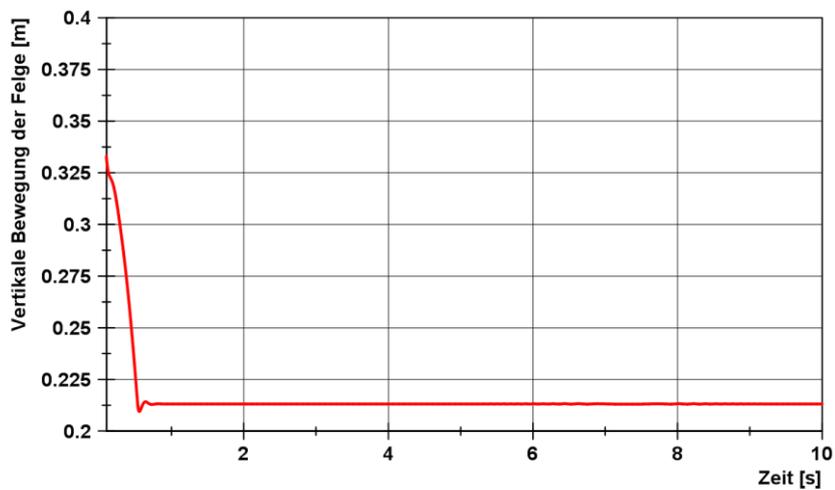


Abbildung B-15: Vertikale Bewegung der Felge

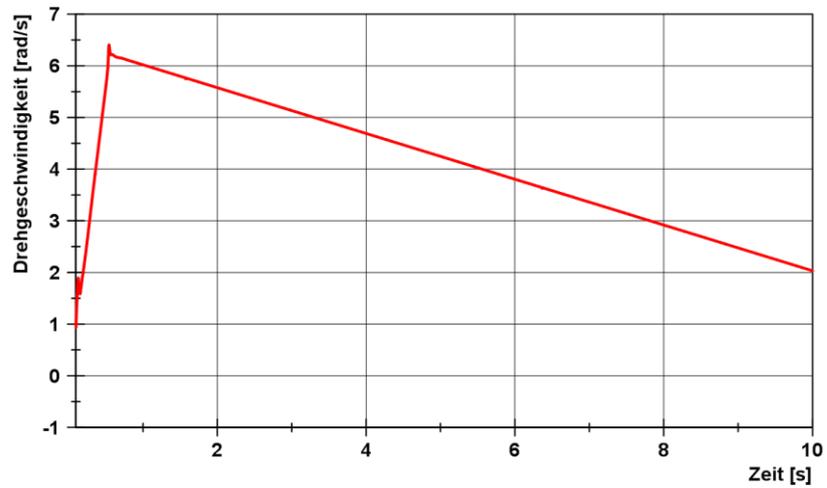


Abbildung B-16: Drehgeschwindigkeit

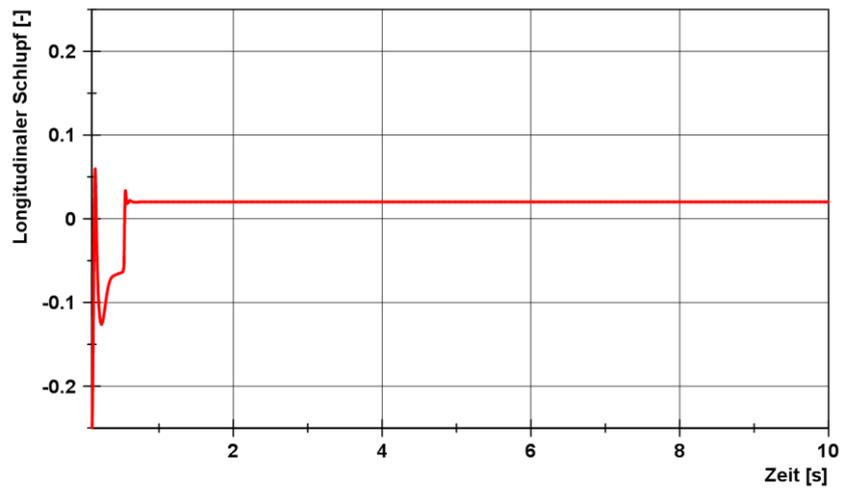


Abbildung B-17: Longitudinaler Schlupf

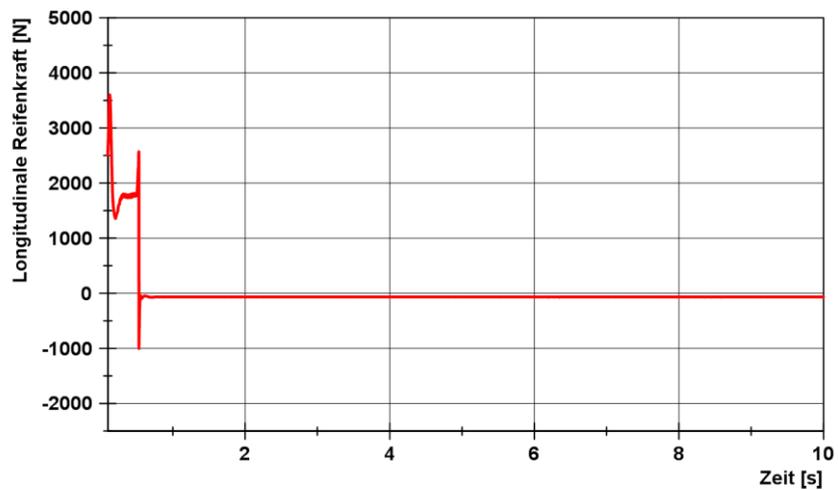


Abbildung B-18: Longitudinale Reifenkraft

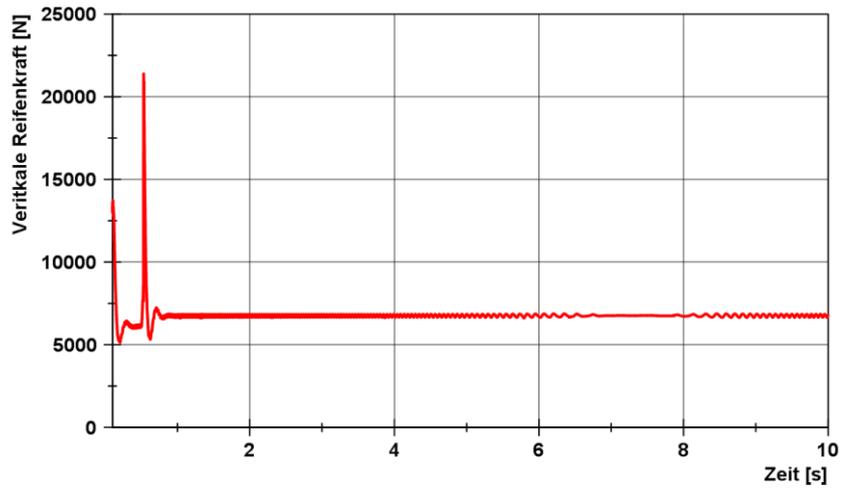


Abbildung B-19: Vertikale Reifenkraft

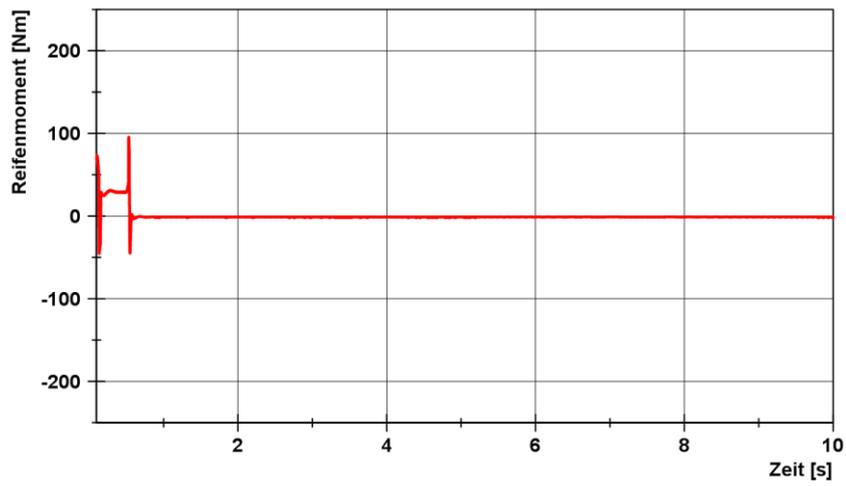


Abbildung B-20: Reifenmoment

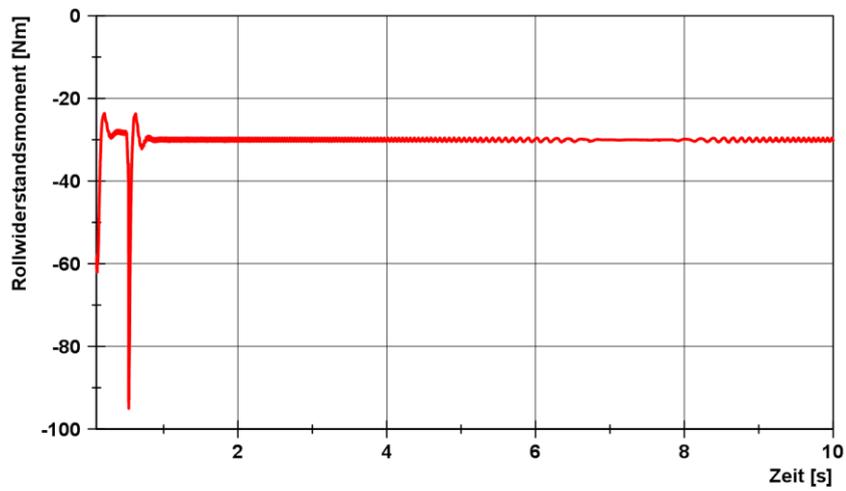


Abbildung B-21: Rollwiderstandsmoment

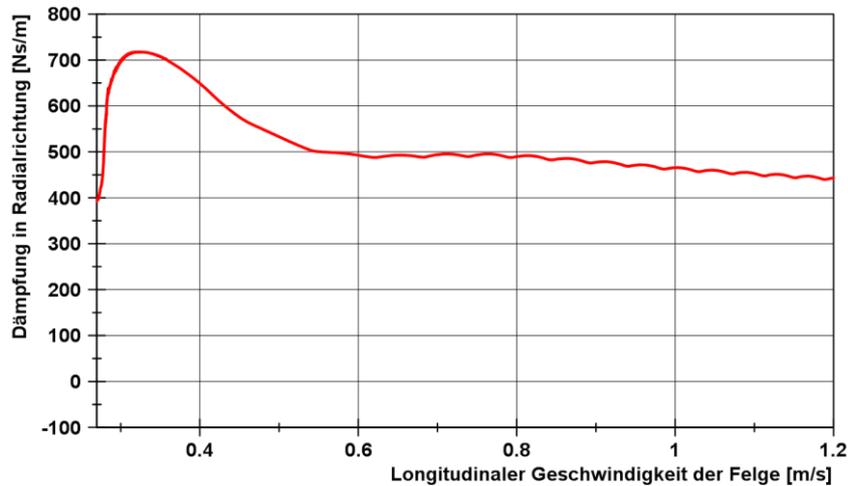


Abbildung B-22: Dämpfungskennlinie in Radialrichtung über Geschwindigkeit

B.3 Gesamtfahrzeugsimulation mit der Schwellenhöhe 5 mm

Tabelle B-3: Simulationsparameter

Beschreibung	Wert
Reifenradius (vorne, hinten)	226,5 mm, 172,5 mm
Anzahl der Kontaktelemente	45
Radlast	0 kg
Fahrgeschwindigkeit	8 km/h
Schwellenhöhe	5 mm
Steifigkeit und Dämpfung in Radialrichtung	Aus Kennlinie
Rollwiderstandsbeiwert	0,015
Reibungskoeffizient μ_{\max} und μ_{\min}	0,94, 0,85
Simulationszeit	15 s
Schrittweite	0,0007 s
Integrationsmethode in ADAMS	Newmark

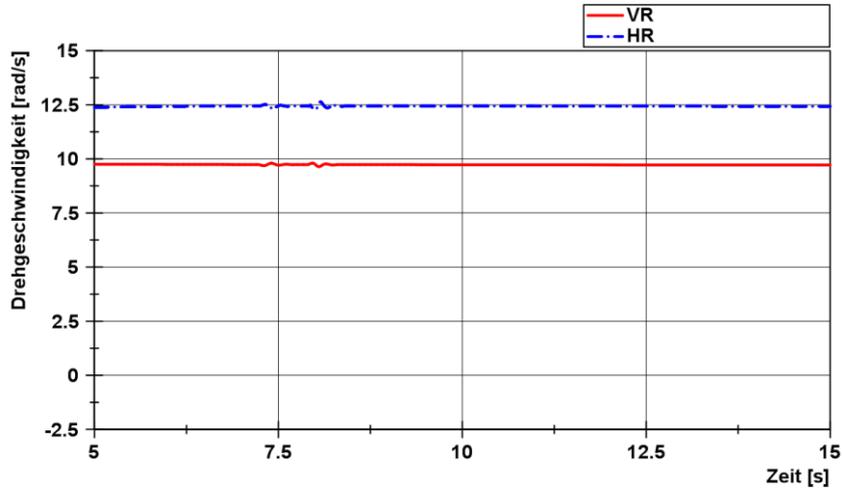


Abbildung B-23: Drehgeschwindigkeit

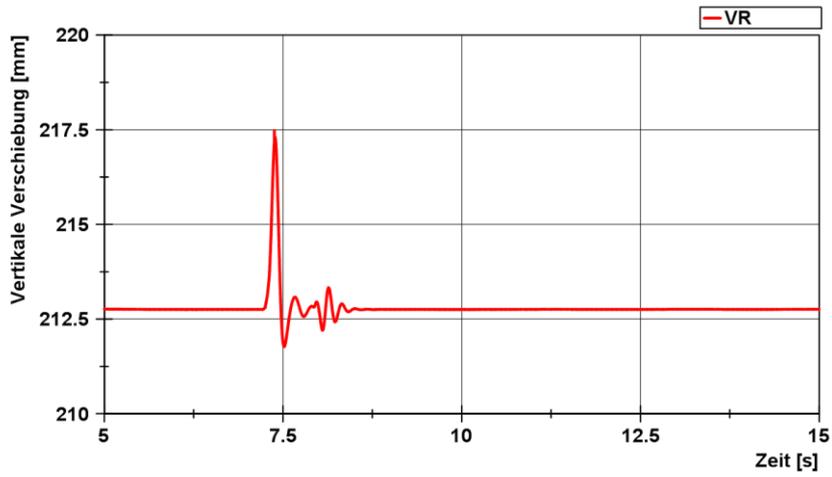


Abbildung B-24: Vertikale Verschiebung des vorderen Rades

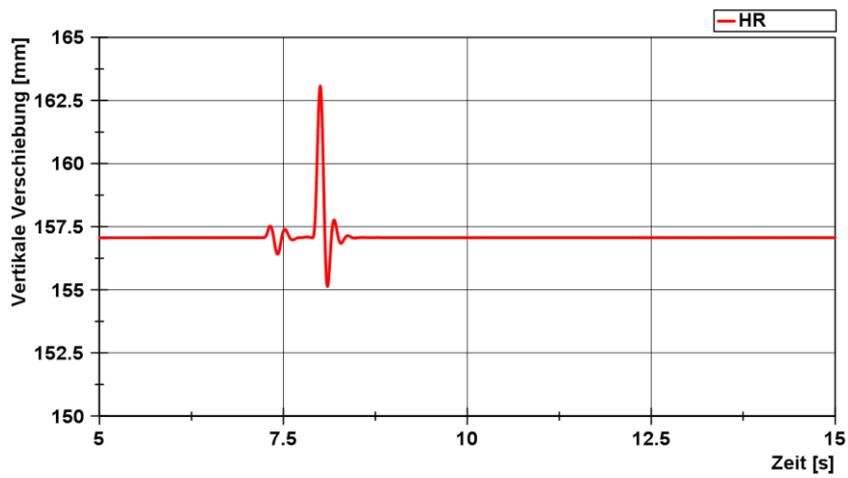


Abbildung B-25: Vertikale Verschiebung des hinteren Rades

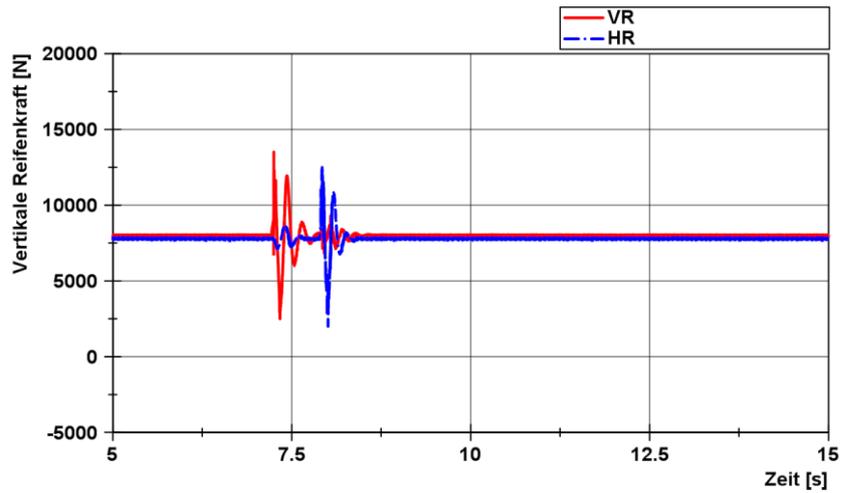


Abbildung B-26: Vertikale Reifenkraft

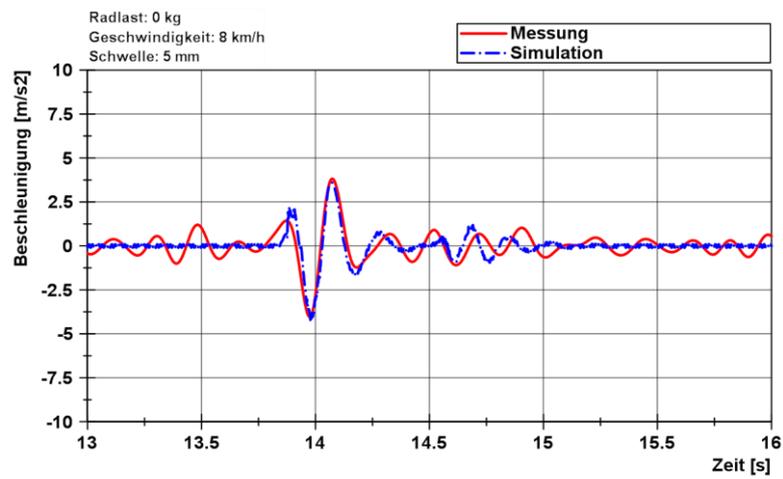


Abbildung B-27: Validierung am Gesamtfahrzeug bei Schwellenüberfahrt 5 mm bei 8 km/h und 0 kg Last