

## Zur Erklärung des "Tritonus-Paradoxons"

E. Terhardt und A. Grubert

Lehrstuhl für Elektroakustik der Technischen Universität München

## 1. Oktavklänge und Tritonus-Paradoxon

Ein harmonischer komplexer Ton, welcher ausschließlich Teiltöne in Oktavabständen enthält, so daß deren Frequenzen die Werte  $f_n = 2^n f_b$  ( $f_b$  Bezugsfrequenz, z. B. 440 Hz für den musikalischen Ton A;  $n = \pm 0, 1, 2, \dots$ ) aufweisen, ruft eine ganze Anzahl Tonhöhenempfindungen zugleich hervor; dieselben sind zueinander oktavverwandt [1, 2]. Dies gilt insbesondere dann, wenn dafür gesorgt wird, daß das Teiltontenspektrum sich über einen breiten Frequenzbereich erstreckt. Derartige komplexe Töne werden im folgenden der Kürze halber als *Oktavklänge* bezeichnet. In Fig.1 sind die Teiltontenspektren zweier Oktavklänge schematisch dargestellt, und zwar solche der musikalischen Tonkategorien A (volle Linien) und D<sup>#</sup> (gestrichelt).

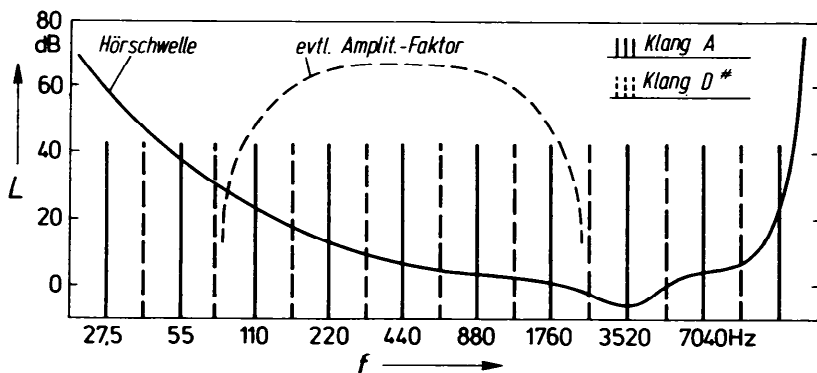


Fig.1. Teiltontenspektren der Oktavklänge A (Bezugsfreq. 440 Hz, volle Linien) und D<sup>#</sup> (311 Hz, gestrichelt) in der Hörfläche, bei einem Gesamtpegel von ca. 50 dB pro Klang (Beispiele). Der angegebene Amplitudenfaktor ist ein Beispiel der von Deutsch [3] verwendeten Teiltonten-Amplitudenverläufe.

Wenn man beispielsweise den Klang A sprunghaft um eine volle Oktav nach rechts oder links verschiebt, so ergibt sich innerhalb der Hörfläche das gleiche Bild wie zuvor. Es ist also selbstverständlich, daß man weder den Unterschied zwischen dem ursprünglichen und dem oktavversetzten Oktavklang noch gar die Richtung des Sprunges (auf- oder abwärts) wahrnehmen kann.

Wenn andererseits die Verschiebung genau eine halbe Oktav beträgt (was eine Multiplikation oder Division aller Teiltontenfrequenzen mit  $\sqrt{2}$  bedeutet), so hört man einen Tonhöhen sprung, welcher dem musikalischen Tritonusintervall entspricht; es ist jedoch in diesem Falle ebenfalls unmöglich, ein Kriterium dafür anzugeben, ob es sich um einen Aufwärts- oder Abwärtsprung handelt (vgl. Klänge A und D<sup>#</sup> in Fig.1). Wenn man aber Versuchspersonen die Aufgabe stellt, im Falle solcher Tritonus sprünge der Oktavklänge

zu entscheiden, ob es sich um aufsteigende oder absteigende Intervalle handelt, so stellt sich heraus, daß jene Entscheidung im allgemeinen nicht schwerfällt und daß überdies dabei in hohem Maße konsistente Aussagen zustandekommen, auch wenn dieselben individuell unterschiedliche Charakteristika aufweisen können [3].

Wie kürzlich von Deutsch [3] dargestellt, hängen jene Entscheidungen insbesondere systematisch von der Bezugsfrequenz  $f_b$  ab, was im Hinblick auf musikalische Töne auch als Abhängigkeit von der Tonkategorie (d.h. des "Chroma": C, D, E, F, etc.) beschrieben werden kann. Diese Tatsache, welche als eine Art Absoluterkennung der Tonkategorie gedeutet werden kann, wurde von Deutsch das *Tritonus-Paradoxon* genannt, da sie völlig unabhängig davon auftritt, ob die Versuchspersonen das "absolute Gehör" besitzen oder nicht.

Im vorliegenden Beitrag werden die Ergebnisse der Untersuchungen von Deutsch anhand bekannter Erkenntnisse über die Tonhöhenwahrnehmung diskutiert und weitgehend erklärt.

## 2. Ergebnisse

Fig.2 zeigt die Ergebnisse der Versuche von Deutsch [3] (Die Kreise sind die Mittelwerte der vier beteiligten Vpn) sowie die Ergebnisse entsprechender Aussagen der Theorie der Virtuellen Tonhöhe ([4], Punkte); letztere werden weiter unten erläutert. Die drei Diagramme beziehen sich auf unterschiedliche Positionen des aus 6 Teiltönen bestehenden Oktavklang-Spektrums (vgl. [3] und Fig.1).

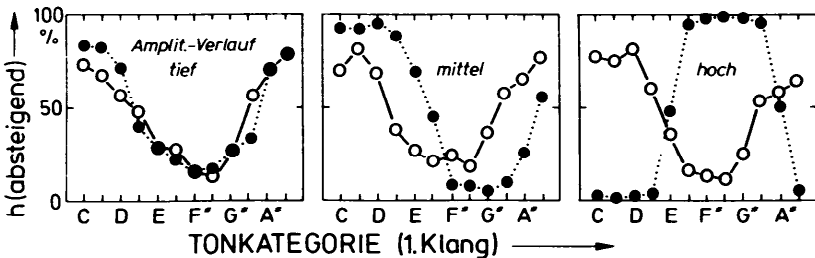


Fig.2. Häufigkeit  $h$ , mit welcher die einzelnen Sukzessivintervalle als *absteigend* bezeichnet werden (zweiter Klang tiefer als erster), in Abhängigkeit von der Tonkategorie (Bezugsfrequenz in Halbtönen) des ersten Testklanges jedes Paares. Kreise: Mittelwerte der 4 Vpn der Versuche von Deutsch [3]. Punkte: Nach Theorie der Virtuellen Tonhöhe berechnet (s. Abschnitt 4). Jedes Diagramm stellt die Mittelwerte der Daten aus je 4 Meßreihen dar, welche mit leicht gegeneinander verschobenen Amplitudenverläufen innerhalb ein- und derselben Frequenzregion (tief, mittel, hoch) gewonnen wurden (Einzelheiten in [3]).

Die von Deutsch erwähnten individuellen Unterschiede sind offensichtlich so gering, daß sich die systematische Abhängigkeit der Entscheidungen von der Tonkategorie auch in den interindividuellen Mittelwerten (Kreise) deutlich zeigt. Ferner zeigt sich, daß eine Abhängigkeit mit Hilfe der Theorie der Virtuellen Tonhöhe ebenfalls deutlich nachgewiesen werden kann (Punkte), wobei die experimentellen und theoretischen Verläufe als

solche im ersten Diagramm sehr gut, im zweiten noch befriedigend, im dritten dagegen nicht mehr übereinstimmen.

Damit deutet sich an, daß zur Erklärung des "Tritonus-Paradoxons" relativ einfache, grundlegende Charakteristika der Tonhöhenwahrnehmung komplexer Klänge im Prinzip auszureichen scheinen, wobei zunächst noch gewisse Diskrepanzen im Detail festzustellen sind.

### 3. Erklärung des Effekts

Die Erklärung des Effekts ergibt sich aus der Tatsache, daß die Tonhöhen, welche das Gehör einem einzelnen, isoliert dargebotenen, den ganzen Audiofrequenzbereich überdeckenden Oktavklang zuordnet, eine deutliche Bevorzugung des Bereiches um etwa 300-500 Hz zeigen [2]. Fig.3 gibt als durchgezogene Kurve die Häufigkeitsverteilung der Tonhöhenereinstellungen wieder, welche aus einer größeren Zahl von Tonhöhenvergleichen von Oktavklängen unterschiedlicher Bezugsfrequenzen mit einzelnen Sinustönen gewonnen wurde [2].

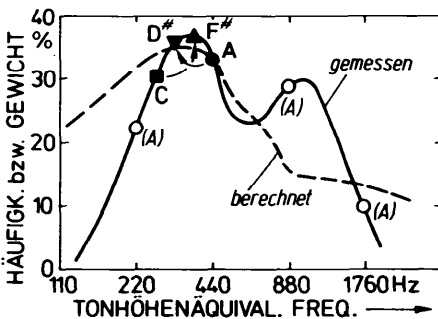


Fig.3. Häufigkeitsverteilung der tonhöhenäquivalenten Frequenzen von Oktavklängen verschiedener Bezugsfrequenzen. Kurve: Meßergebnis, gewonnen durch wiederholten Frequenzabgleich eines Sinustones auf die wahrgenommenen Tonhöhen von Oktavklängen der in Fig.1 dargestellten Art, nach [2]. Gestrichelt: Entsprechendes Ergebnis des Tonhöhenberechnungsverfahrens [4]; dieses liefert den Häufigkeiten entsprechende Tonhöhenwerte. Als Beispiel sind die Tonhöhen eines Oktavklangs mit 440 Hz Bezugsfrequenz angegeben (A, Kreise), sowie die jeweils häufigsten Tonhöhen (ausgefüllte Symbole) von Oktavklängen der Kategorien A, F#, D# und C.

Verfolgt man die Richtung, in welcher sich die jeweils häufigste Tonhöhe ändert, wenn ein Oktavklang um das Tritonusintervall verschoben wird (ausgefüllte Symbole), so zeigt sich, daß diese beispielsweise im Falle des Intervalls A-D# abwärts, bei C-F# dagegen aufwärts wandert (Pfeile in Fig.3). Ermittelt man sinngemäß die entsprechenden Beziehungen zwischen den Tritonusintervallen der übrigen Tonkategorien, so erhält man einen Verlauf, der im wesentlichen demjenigen der Punkte im dritten Diagramm ("hoch") von Fig.2 entspricht. Dieser ist zwar, wie gesagt, dem mittleren Ergebnis von [3] gerade entgegengesetzt; jedoch die Tatsache, daß eine systematische Abhängigkeit der Entscheidungen von der Tonkategorie existiert, offensichtlich auf diese Weise erklärt, und zwar insoweit unabhängig von theoretischen Modellvorstellungen.

Wie die gestrichelte Kurve in Fig.3 (ebenfalls übernommen aus [2]) zeigt, wird darüber hinaus die theoretische Berechnung der Häufigkeitsverteilung in Form von Tonhöhenwerten den empirischen Ergebnissen näherungsweise gerecht. Daher ist es möglich, das soeben angedeutete Verfahren unmittelbar auf die Tonhöhenwerte bzw. ihre Gewichte anzuwenden, welche aus den Klangsignalparametern mit Hilfe des Berechnungsverfahrens [4] ermittelt werden können. Dazu braucht lediglich aus den verschiedenen oktavver-

wandten Tonhöhenwerten einerseits des ersten Oktavklanges, andererseits des zugehörigen Tritonus-Oktavklanges, die jeweils gewichtigste Tonhöhe bestimmt zu werden. Die höher-tiefer-Relation jener beiden Tonhöhen stellt sodann die theoretische Aussage dar. Die in Fig.2 als Punkte eingezeichneten Werte wurden auf diese Weise gewonnen, und zwar unter Zugrundelegung der in [3] angegebenen Klangsignalparameter, insbesondere der dort verwendeten speziellen Teilton-Amplitudenverteilungen. Wie Fig.2 zeigt, ist im ersten Diagramm (Frequenzbereich der Teiltöne "tief", das heißt, ca. 50 Hz - 750 Hz) die Übereinstimmung hervorragend. Im zweiten Bereich (ca. 100 - 1500 Hz) wird eine gewisse horizontale Verschiebung sichtbar, welche im dritten Bereich (ca. 200 - 3000 Hz) noch größer ist und die erwähnte Gegenläufigkeit beider Ergebnisse zur Folge hat.

Die Ursache dieser Phasenverschiebung zwischen Deutsch's Versuchsergebnissen und den berechneten Daten konnten wir bisher nicht ermitteln. Trotzdem geht man kaum fehl mit der Annahme, daß das "Tritonus-Paradoxon" im Prinzip auf die geschilderte Weise erklärt werden kann. Darüber hinaus kann - wenn auch vorläufig mit Einschränkungen - die mittlere Häufigkeit, mit welcher zwei aufeinanderfolgende, im Tritonusabstand stehende Oktavklänge als auf- bzw. absteigender Tonschritt empfunden werden (vgl. Fig.2 und [3]), mit Hilfe der Theorie der Virtuellen Tonhöhe vorhergesagt werden.

#### 4. Anhang: Berechnung der Entscheidungsbahnlängigkeiten

Die Berechnung der in Fig.2 dargestellten Häufigkeiten  $h$  (absteigend) erfolgte nach der Formel

$$h = 100 \left\{ \frac{1}{\pi} \arctan \left[ (W_{11} - W_{12})(W_{21} - W_{22}) K \operatorname{sign}(H_{11} - H_{21}) \right] + 0.5 \right\} \%$$

wobei  $H_{11}$  bzw.  $H_{21}$  die nach [4] berechneten gewichtigsten Tonhöhen des ersten bzw. zweiten Oktavklanges sind,  $W_{11}$  und  $W_{21}$  die dazugehörigen, ebenfalls nach [4] berechneten Tonhöhen-gewichte, und  $W_{12}$  bzw.  $W_{22}$  die entsprechenden zweitgrößten Gewichte der beiden Oktavklänge. Die erste Indexziffer kennzeichnet also den ersten bzw. zweiten Oktavklang, während die zweite den jeweiligen Gewichts-rang bezeichnet; das zweitrangige Gewicht ist definitionsgemäß stets kleiner als das erst-rangige. Auf diese Weise wird der Tatsache Rechnung getragen, daß die Entscheidung über die Richtung des Tonhöhen-sprunges umso sicherer sein kann, je größer der Gewichtsunterschied zwischen erst- und zweitrangigem Gewicht jedes der beiden Oktavklänge ist. Falls umgekehrt das erste und zweite Gewicht bei einem oder gar beiden Oktavklängen gleich groß sind, ist keine Entscheidung möglich und obige Formel liefert dann  $h = 50\%$ . Mittels der willkürlichen Konstante  $K$  kann über die arctan-Funktion der Übergang zwischen den Endwerten 0 und 100% beeinflußt werden; die Konstante wurde durch Probieren den Versuchsergebnissen angepaßt und der Wert  $K = 250$  gewählt.

#### Literatur

- [1] Shepard, R. N., Circularity in judgements of relative pitch. J. Acoust. Soc. Am. 36, 2345-2353 (1964).
- [2] Terhardt, E., Stoll, G., Schermbach, R. und Parncutt, R., Tonhöhenmehrfachigkeit, Tonverwandtschaft und Identifikation von Sukzessivintervallen. Acustica 61, 57-66 (1986).
- [3] Deutsch, D., The tritone paradox: effects of spectral variables. Perception & Psychophysics 41, 563-575 (1987).
- [4] Terhardt, E., Stoll, G. und Seewann, M., Algorithm for extraction of pitch and pitch salience from complex signals. J. Acoust. Soc. Am. 71, 679-688 (1982).

*Die Untersuchung wurde durchgeführt im Sonderforschungsbereich 204 "Gehör", München, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft.*