

Ein Beitrag zur Analyse Origami-Inspirierter, Sphärisch Zwangsgeführter RR-Ketten

Kassim Abdul-Sater; Simon K. Laudahn; Manuel M. Winkler;
Tim C. Lueth; Franz Irlinger

TU München, Lehrstuhl für Mikrotechnik und Medizingerätetechnik
kassim.abdul-sater@tum.de

Kurzfassung

Der Beitrag behandelt die Analyse einer kinematisch überbestimmten Gelenkstruktur, die auch aus einer Sub-Struktur des Miura-Ori origami Faltmusters ableitbar ist und wesentlich aus zwei gekoppelten sphärischen 4-Gelenken besteht. Neben einer kinematischen Analyse ist auch die kinetostatische Analyse Gegenstand der Betrachtungen, die jedoch überbestimmt ist. Unter Einbeziehung einer linien-basierten Singularitätsbetrachtung ist jedoch eine Modellierung sphärischer 4-Gelenke als RCCC-Getriebe möglich und liefert eine statisch bestimmte Analyse. Praktischer Bezug ist durch die Betrachtung einer räumlichen Automotive-Bewegungsaufgabe gegeben.

Abstract

This paper provides an analysis of an overconstrained linkage, which may also be found as a mechanism equivalent of a sub-structure of the Miura-ori origami folding pattern and which essentially represents two specifically coupled spherical four-bars. In addition to kinematics also the kinetostatic analysis is considered, which is overdetermined. However, considering

line-based singularity aspects allows it to model spherical 4-bars as specific RCCC linkages, which yields a statically determined analysis. Practical relation is given in terms of a spatial motion task from automotive engineering.

1 Einführung

Die japanische Papierfaltkunst *origami* ist bekannt für zahlreiche 2- und 3-dimensionale gefaltete Objekte wie geometrische Körper, Tiere oder Pflanzen, die auf Basis eines spezifischen Faltmusters entstehen. Neben künstlerischen Objekten werden im Rahmen des technischen origami allerdings auch technische Problemstellungen mit den Methoden des Faltens gelöst. Entsprechende Problemstellungen liegen vor, wenn etwa Rekonfigurierbarkeit und Faltbarkeit essentielle Anforderungen einer technischen Aufgabe bilden. Beispiele hierzu finden sich bei Weltraumanwendungen wie faltbaren Solarpanelen [1], in der Medizintechnik bei faltbaren stents [2], in der Architektur bei wandelbaren Dachkonstruktionen [3]. Die Erarbeitung von Prinzipien und Lösungsansätzen für solche Probleme mittels origami ist derzeit ein reges Forschungsfeld, vgl. [4], [5] und [6].

Eine weitere Unterkategorie des technischen origami bildet das sog. *starre origami*, vgl. [7]. Gegenstand der Betrachtung sind dabei kinematisch überbestimmte Starrkörpermechanismen, die durch Austauschen von Papiersegmenten und Faltlinien durch starre Glieder und Drehgelenke entstehen. Beweglichkeit von solchen, räumlichen Gelenkstrukturen ist dabei durch einen hohen Grad an Symmetrie des zugrundeliegenden Faltmusters gegeben. Abbildung 1 zeigt hierzu entsprechende Beispiele. Abbildung a) zeigt ein radialsymmetrisches Faltmuster mit zugehörigem Mechanismen-Äquivalent. Besonderes Charakteristikum der Struktur ist dabei, dass sich je vier der symmetrisch zueinander angeordneten Faltlinien bzw. Drehgelenke stets in bestimmten Punkten schneiden und somit, im Falle des Starrkörpermechanismus, ein Netzwerk gekoppelter, symmetrischer, sphärischer 4-Gelenke bilden.

Ein weiteres bekanntes, starr faltbares origami ist das Miura-ori Faltmuster [8] (Abb. 1b)), welches aus kinematischer Sicht ebenfalls ein Netzwerk gekoppelter, symmetrischer sphärischer 4-Gelenke darstellt. Das Baustein-4-Gelenk vollführt bezüglich der Symmetrieebene eine spiegelsymmetrische

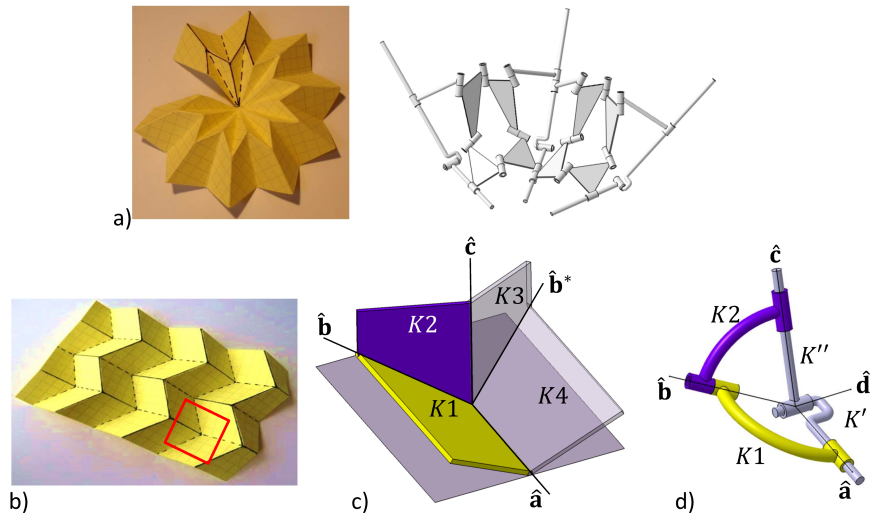


Abb. 1: Beispiele des starr faltbaren origami. a) Ein radialsymmetrisches Faltmuster mit zugehörigem Mechanismen-Äquivalent. b) Das Miura-ori Faltmuster. c) Sphärisches Baustein-4-Gelenk des Miura-ori Musters. d) Kinematisch äquivalentes sphärisches 4-Gelenk zum Miura-ori Baustein-4-Gelenk

Faltbewegung, wenn, wie in Abb. c) gezeigt, die Glieder $K1$ und $K4$ in gleicher Weise bezüglich dem verbindenden Drehgelenk \hat{a} verdreht werden. Ein kinematisch äquivalentes sphärisches 4-Gelenk lässt sich finden, wenn die Glieder $K3$ und $K4$ sowie die Gelenkachse \hat{b}^* durch zwei andere Glieder K' und K'' sowie die Achse \hat{d} ersetzt werden, Abb. 1d). K' und K'' sind dabei durch \hat{d} derart verbunden werden, dass gilt $\hat{a} \perp \hat{d}$ und $\hat{c} \perp \hat{d}$ und somit $K1$ und $K2$ die gleiche Bewegung ausführen, wie im ursprünglichen Baustein-4-Gelenk aus Abb. c).

Während die Kollegen Wei und Dai das kinematisch äquivalente sphärische 4-Gelenk des Miura-ori-Bausteins auch als Substruktur einer Karton-Faltung ableiten, [9], wurde in eigenen Vorarbeiten gezeigt wie durch die in Abb. 2a) veranschaulichte Kopplung zweier solcher 4-Gelenke längs der Achse \hat{c} eine Gelenkstruktur mit $n = 6$ Gliedern und $g = 7$ Drehgelenken entsteht. Mit $b_i = 1$ Gelenkfreiheiten im i -ten Drehgelenk liefert die räumliche Größ-

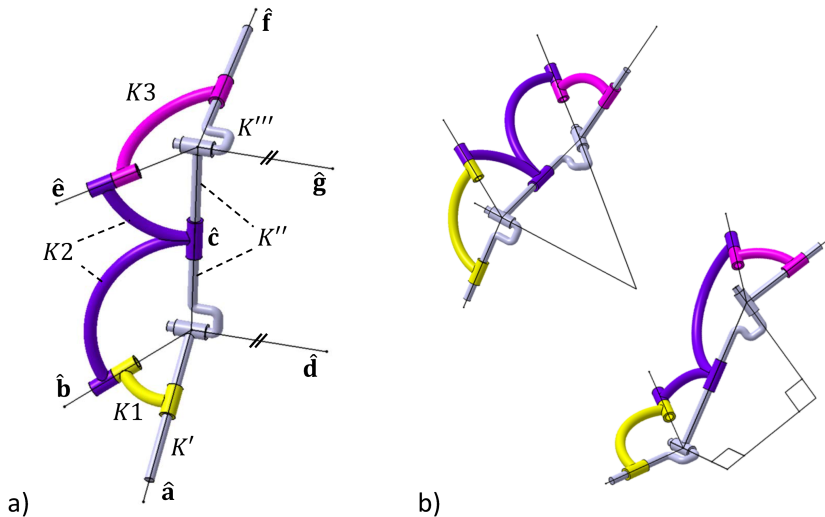


Abb. 2: Origami-inspirierte, sphärisch zwangsgeführte RR-Ketten. a) Die sphärisch zwangsgeführte, ebene RR-Kette. b) Die Mechanismen-Familie der sphärisch zwangsgeführten ebenen, sphärischen und räumlichen RR-Ketten.

ler'sche Freiheitsgradformel allerdings kinematische Überbestimmtheit:

$$F = 6 \cdot (n - 1 - g) + \sum_{i=1}^g b_i = 6 \cdot (6 - 1 - 7) + 7 = -5. \quad (1)$$

Da durch die Kopplung längs \hat{c} jedoch die Achsschnittpunkte der beiden sphärischen 4-Gelenke erhalten bleiben liegt tatsächlich Beweglichkeit $F = 1$ vor.

In Abbildung 2a) ist weiterhin zu erkennen, dass die Glieder K' , K'' und K''' zusammen mit den parallelen Drehachsen \hat{d} und \hat{g} eine eben bewegliche Drei-Gliederkette oder auch ebene RR-Kette (revolute-revolute) bilden. Die Bewegung dieser RR-Kette wird durch die übrigen sphärischen Glieder $K1$, $K2$ und $K3$ zwangsgeführt, sodass wir daher die Bezeichnung *sphärisch zwangsgeführte ebene RR-Kette* für diesen Mechanismus wählen.

Bei genauerer Betrachtung der sphärisch zwangsgeführten ebenen RR-

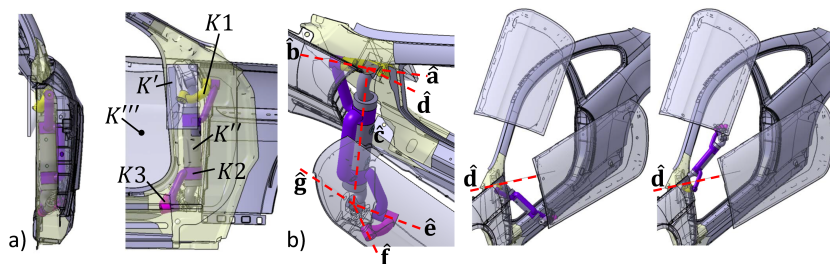


Abb. 3: Eine sphärisch zwangsgeführte, räumliche RR-Kette zur Erzeugung räumlicher Fahrzeug-Türbewegungen.

Kette wird deutlich, dass dessen Beweglichkeit stets erhalten bleibt, sofern \hat{c} die Achsschnittpunkte der beiden sphärischen 4-Gelenke erhält. Unter Berücksichtigung dieser Bedingung besteht daher die Möglichkeit, die kinematischen Abmessung auch derart zu verändern, dass auch sphärische und räumliche RR-Ketten integriert werden können. Das Ergebnis ist die Mechanismen-Klasse *sphärisch zwangsgeführter ebener, sphärischer und räumlicher RR-Ketten*, die Bewegungsfreiheitsgrad 1 besitzen (Abb. 2b)). Diese Klassifizierung folgt der klassischen Einteilung von Gelenkgetrieben und bekommt insbesondere dann praktische Bedeutung, wenn die zwangsgeführten RR-Ketten zur Lösung ebener, sphärischer oder räumlicher Bewegungsaufgaben verwendet werden sollen.

2 Eine Sphärisch Zwangsgeführte, Räumliche RR-Kette zur Erzeugung Räumlicher Fahrzeug-Türbewegungen

Im Rahmen der eigenen Vorarbeit [10] wurde die räumliche 3-Lagen-Maßsynthese für sphärisch zwangsgeführte räumliche RR-Ketten auf Grundlage algebraischer Maßsyntheseverfahren erarbeitet. Als praktisches Anwendungsbeispiel für eine solche Maßsynthese lag dabei als Bewegungsaufgabe die Erzeugung einer räumlichen Bewegung einer Fahrzeugtür vor.

Abbildung 3a) zeigt als Ergebnis der räumlichen 3-Lagen-Synthese eine sphärisch zwangsgeführte, räumliche RR-Kette in einer Referenzkonfigu-

ration ('Tür geschlossen'; mit freundlicher Genehmigung der BMW AG zur Bereitstellung von Fahrzeug-CAD-Bauteilen). Glied K' ist dabei Fahrzeugseitig befestigter Gestellkörper. Gegenüber diesem wird K'' durch Aktuierung von Achse \mathbf{d} angetrieben. Eine Realisierung dieses Antriebsszenarios ist beispielsweise durch eine zwischen K' und K'' integrierte Gasdruckfeder möglich. Das räumlich zu führende Glied - die Fahrzeugtür - ist K''' . Die geschilderte räumliche Bewegungsaufgabe ist insbesondere durch hohe Bau- und Bewegungsraumanforderungen gekennzeichnet, da sämtliche Glieder des Getriebes kollisionsfrei zwischen die gegebenen Fahrzeugteile integriert werden müssen. Dabei zeigt sich, dass die, den sphärisch zwangsgeführten RR-Ketten in gewisser Weise immanente Eigenschaft einer 'schlanken' Bauform solche gegebenen Bau- und Bewegungsraumanforderungen hinreichend erfüllen kann, da die zwangsführenden Glieder $K1$, $K2$ und $K3$ kompakt 'um die serielle RR-Kette herum' konstruiert werden können. Auf diese Weise konnte ein räumliches Getriebe zur kollisionsfreien Erzeugung der in Abb. 3b) gezeigten Tür-Öffnungsbewegung realisiert werden. Durch kinematische Simulation konnte weiterhin gezeigt werden, dass die Öffnungsbewegung in einem, zusammenhängenden Bewegungsbereich des Getriebes liegt.

Zur Bewertung der Bewegungsgüte sowie der Kräfteverhältnisse des Tür-Öffnungsmechanismus sind neben einer kollisionsfreien kinematischen Simulation allerdings auch eine kinematische sowie kinetostatische Analyse erforderlich. Daher wird nachfolgend die allgemeine kinematische und kinetostatische Analyse sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten erarbeitet.

3 Kinematische und Kinetostatische Analyse Sphärisch Zwangsgeführter RR-Ketten

Zur Ermittlung von Zwangs- und Antriebskraftgrößen bei bekanntem kinematischem Verhalten ist bekanntermaßen die kinetostatische Analyse einer Getriebestruktur durchzuführen. Einen gängigen Ansatz bildet hierzu die synthetische Methode unter Verwendung des Freikörperbildes sämtlicher Getriebeglieder, [11]. Gelenk- und Antriebskräfte erscheinen dabei als unbekannte Kraftgrößen in den allgemein räumlichen Impuls- und Drallgleichungen sämtlicher bewegter Glieder und repräsentieren, unter Einbezie-

hung der Newton'schen Axiome, die unbekanntes Größen eines linearen Gleichungssystems.

Infolge dessen, dass sphärisch zwangsgeführte, räumliche RR-Ketten wesentlich zwei gekoppelte sphärische 4-Gelenke repräsentieren basiert die kinematische Analyse hier auf der Schleifengleichung sphärischer 4-Gelenke. Tatsächlich erfolgt die Analyse nachfolgend auf Basis des allgemein räumlichen RCCC-Getriebes, welches, im Falle von gliedweise sich schneidenden Gelenkachsen das sphärische 4-Gelenk repräsentiert. Damit werden (neben weiteren) die Vorarbeiten [12], [13] und [14] aufgegriffen und für die Analyse sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten verfügbar gemacht.

3.1 Kinematische Analyse von RCCC-Strukturen

Ziel der kinematischen Analyse sphärischer 4-Gelenke auf Lage-Ebene ist die Bestimmung der Winkelzusammenhänge zur Beschreibung der Getriebekonfiguration. Ein möglicher Ansatz hierzu ist die Lösung einer Schleifengleichung des sphärischen 4-Gelenks. Ein interessanter Sachverhalt ist dabei, dass diese in der Schleifengleichung eines 'allgemeineren', räumlichen RCCC-Getriebes enthalten ist. Um dies zu erkennen, wird ein RCCC-Getriebe entsprechend Abb. 4 betrachtet.

Zur Analyse der Struktur werden Gelenkwinkel ϕ_a, \dots, ϕ_d , konstante Winkel $\alpha_{ab}, \dots, \alpha_{ad}$ sowie konstante Längen l_{ab}, \dots, l_{ad} zwischen den gegenseitig windschiefen Gelenkachsen $\hat{\mathbf{a}}, \dots, \hat{\mathbf{d}}$ eingeführt. Bei allgemeinen geometrischen Abmessungen treten in den C-Gelenken $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}$ und $\hat{\mathbf{c}}$ außerdem auch die Schiebungen s_a, s_b und s_c auf. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass in allgemeinen RCCC-Getrieben auch noch ein konstanter Abstand zwischen den Normalen $\hat{\mathbf{n}}_{cd}$ und $\hat{\mathbf{n}}_{ad}$ existiert (in Abb. 4 jene Achsen, die längs l_{cd} und l_{ad} zeigen, jedoch der Übersichtlichkeit halber nicht eingezeichnet sind). Für die nachfolgende Betrachtung ist jedoch ein RCCC-Getriebe zu analysieren, bei dem dieser Abstand gleich Null gesetzt ist.

Ein geeignetes Koordinatensystem (KOSY) zur Durchführung der nachfolgenden Analyseberechnungen ist W welches starr mit dem Gestellglied K' verbunden sei. Der Ursprung von W liege im Achsschnittpunkt von $\hat{\mathbf{d}}$ mit den Normalen $\hat{\mathbf{n}}_{cd}$ und $\hat{\mathbf{n}}_{ad}$. Die z -Achse zeige längs der Richtung von $\hat{\mathbf{d}}$, d.h. dem Richtungsvektor $\hat{\mathbf{d}}$. Die x -Achse zeige in Richtung von $\hat{\mathbf{n}}_{ad}$.

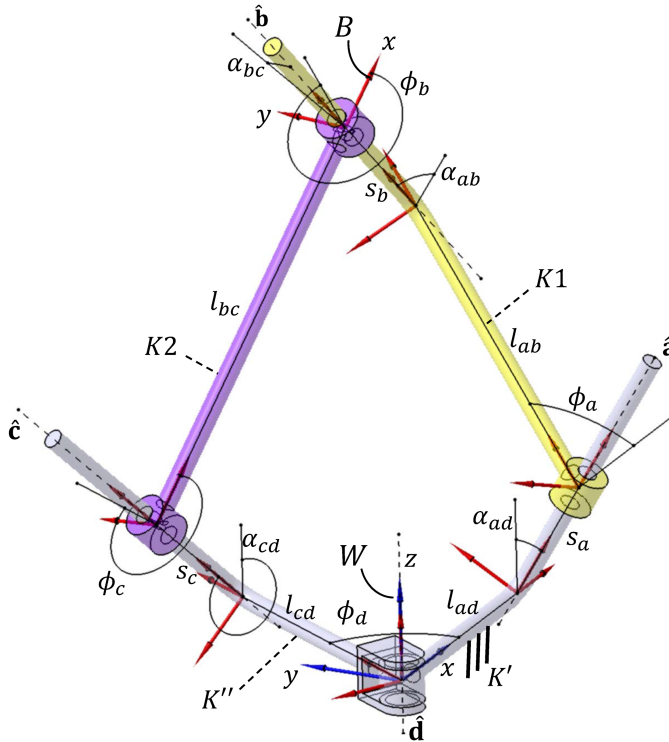


Abb. 4: Längen, Winkel und Koordinatensysteme zur kinematischen Analyse des RCCC-Getriebes aus Lage-Ebene

Die Schleifengleichung der RCCC-Struktur kann durch zweierlei Beschreibungen der Lage des KOSY B gegenüber W erfolgen. Der Ursprung von B liege im Achsschnittpunkt von $\hat{\mathbf{b}}$ mit der Normalen $\hat{\mathbf{n}}_{bc}$. Die z -Achse zeige längs dem Richtungsvektor \mathbf{b} und die x -Achse von B zeige in Richtung der Normalen $\hat{\mathbf{n}}_{bc}$. Unter Verwendung der kinematischen Gleichungen nach Denavit und Hartenberg [15], d.h. also unter Verwendung von Koordinatenschraubungen $\mathbf{T}_x(\alpha, l)$ und $\mathbf{T}_z(\phi, s)$ bezüglich der x - und z -Achsen von entlang der kinematischen Schleife angeordneten KOSY, lassen sich Schleife Position und Orientierung von B gegenüber W dann als homogene 4×4 -

Transformationsmatrix angeben als:

$${}^W\mathbf{T}_B = \mathbf{T}_z(\phi_d, 0) \cdot \mathbf{T}_x(\alpha_{cd}, l_{cd}) \cdot \mathbf{T}_z(\phi_c, s_c) \cdot \mathbf{T}_x(\alpha_{bc}, l_{bc}). \quad (2)$$

Die Koordinatenschraubungen gehören zur Menge der homogene Transformationen, enthalten 3×3 Drehmatrizen \mathbf{R} sowie 3×1 -Translationsvektoren \mathbf{t} und besitzen die Form

$$\mathbf{T}_x(\alpha, l) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_x & \mathbf{t}_x \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & c\alpha & -s\alpha & 0 \\ 0 & s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

und

$$\mathbf{T}_z(\phi, s) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_z & \mathbf{t}_z \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\phi & -s\phi & 0 & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

worin c und s cosinus und sinus bezeichnen. Anzumerken hierbei ist, dass \mathbf{T}_x ausschließlich zur Beschreibung von kinematischen Abmessungen verwendet wird, während \mathbf{T}_z ausschließlich zur Beschreibung von variablen Gelenkparametern dient.

Neben Gleichung (2) sind Position und Orientierung von B gegenüber W auch beschreibbar als

$${}^W\mathbf{T}_B = \mathbf{T}_x(\alpha_{ad}, l_{ad}) \cdot \mathbf{T}_z(\phi_a, s_a) \cdot \mathbf{T}_x(\alpha_{ab}, l_{ab}) \cdot \mathbf{T}_z(\phi_b, s_b). \quad (5)$$

Gleichsetzten von (2) und (5) und anschließende Äquivalenzumformung liefert dann die Schleifengleichung allgemeiner RCCC-Strukturen in Matrixform:

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_z(\phi_d, 0) \cdot \mathbf{T}_x(\alpha_{cd}, l_{cd}) \cdot \mathbf{T}_z(\phi_c, s_c) \cdot \mathbf{T}_x(\alpha_{bc}, l_{bc}) \cdot \\ & \cdot (\mathbf{T}_z(\phi_b, s_b))^{-1} \cdot (\mathbf{T}_x(\alpha_{ab}, l_{ab}))^{-1} \cdot (\mathbf{T}_z(\phi_a, s_a))^{-1} \cdot \\ & \cdot (\mathbf{T}_x(\alpha_{ad}, l_{ad}))^{-1} = \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (6)$$

wobei \mathbf{I} die 4×4 -Einheitsmatrix ist.

Die Menge der homogenen Transformationsmatrizen bildet zusammen mit der Matrizenmultiplikation die spezielle Euklidische Gruppe $SE(3)$ mit

semi-direktem Produkt. Dies bedeutet, dass im Zuge einer Multiplikation zweier Transformationen \mathbf{T}_1 und \mathbf{T}_2 lediglich Rotationen auf translatorische Bewegungen wirken, jedoch nicht umgekehrt:

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{T}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{t}_1 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{R}_2 & \mathbf{t}_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 & \mathbf{t}_1 + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{t}_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Weiterhin gilt für die Invertierung homogener Transformationen, d.h. inverse Bewegungen:

$$(\mathbf{T})^{-1} = \begin{pmatrix} (\mathbf{R})^{-1} & (\mathbf{R})^{-1} \cdot \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{R})^T & (\mathbf{R})^T \cdot \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

(Detaillierte Herleitungen hierzu finden sich z.B. in [16], S. 282). Unter Einbeziehungen dieser Zusammenhänge liefert die Auflösung von Gleichung (6) daher zum einen die rotatorische Schleifengleichung:

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}_z(\phi_d) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha_{cd}) \cdot \mathbf{R}_z(\phi_c) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha_{bc}) \cdot (\mathbf{R}_z(\phi_b))^T \cdot \\ & (\mathbf{R}_x(\alpha_{ab}))^T \cdot (\mathbf{R}_z(\phi_a))^T \cdot (\mathbf{R}_x(\alpha_{ad}))^T = \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (9)$$

wobei \mathbf{E} eine 3×3 -Einheitsmatrix ist. In der Tat repräsentiert Gleichung (9) nichts anderes als die Schleifengleichung des sphärischen 4-Gelenks und wird daher auch als sphärisches Bild des RCCC-Getriebes bezeichnet. Bei gegebener Antriebskoordinate (z.B. ϕ_d) und kinematischen Abmessungen lassen sich hieraus durch Lösung der einzelnen nichtlinearen, skalaren Matrixeinträge die Winkelzusammenhänge $\phi_a(\phi_d)$, $\phi_b(\phi_d)$ und $\phi_c(\phi_d)$ ermitteln. Daneben existieren zur Bestimmung der Winkelzusammenhänge im sphärischen 4-Gelenk auch noch weitere Techniken, auf die der Übersichtlichkeit halber hier jedoch nicht eingegangen wird. Siehe hierzu z.B. [16], S. 159-163, oder [17].

Neben der rotatorischen Schleifengleichung (9) liefert die Auflösung von (6) auch die translatorische Schleifengleichung zur Ermittlung der Schie-

bungen. Diese lässt sich schreiben als

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} l_{cd}c\phi_d + l_{bc}(c\phi_c c\phi_d - s\phi_c s\phi_d c\alpha_{cd}) \\ l_{cd}s\phi_d + l_{bc}(c\phi_c s\phi_d + c\phi_d s\phi_c c\alpha_{cd}) \\ l_{bc}s\alpha_{cd}s\phi_c \end{pmatrix} + s_c \underbrace{\begin{pmatrix} s\phi_d s\alpha_{cd} \\ -c\phi_d s\alpha_{cd} \\ c\alpha_{cd} \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}_c} + \\
 & + \begin{pmatrix} -l_{ad} - l_{ab}c\phi_a \\ -l_{ab}s\phi_a c\alpha_{ad} \\ -l_{ab}s\phi_a s\alpha_{ad} \end{pmatrix} + s_a \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ s\alpha_{ad} \\ -c\alpha_{ad} \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}_a} + \\
 & + s_b \underbrace{\begin{pmatrix} -s\phi_a s\alpha_{ab} \\ c\phi_a s\alpha_{ab} c\alpha_{ad} + c\alpha_{ab} s\alpha_{ad} \\ c\phi_a s\alpha_{ab} s\alpha_{ad} - c\alpha_{ab} c\alpha_{ad} \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}_b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (10)
 \end{aligned}$$

worin \mathbf{w}_a , \mathbf{w}_b und \mathbf{w}_c die Richtungsvektoren der Achsen $\hat{\mathbf{a}}$, $\hat{\mathbf{b}}$ und $\hat{\mathbf{c}}$ mit Koordinatendarstellung in \mathcal{W} sind. Nach Lösung von Gleichung (9) sind sämtliche Winkelzusammenhänge bekannt, sodass sich (10) auch in Form eines inhomogenen linearen Gleichungssystems in den unbekanntem Schiebungen schreiben lässt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_b \\ \mathbf{w}_c \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{abc}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{pmatrix}}_{\mathbf{s}} = \mathbf{r} \quad (11)$$

(Hierin beinhalte \mathbf{r} sämtliche übrige bekannte Vektoren aus (10)).

Im Falle einer allgemein räumlichen RCCC-Struktur mit windschiefen Gelenkachsen lässt sich Gleichung (11) stets dann einfach lösen, wenn die 3×3 -Matrix \mathbf{J}_{abc} der Achsrichtungen nicht singular ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Richtungsvektoren der Gelenkachsen nicht linear abhängig sind, da \mathbf{J}_{abc} dann vollen Rang besitzt.

Die geschilderte Situation kehrt sich hingegen um, wenn gilt $\mathbf{r} = \mathbf{0}$. Dabei ist wichtig zu erkennen, dass dieser Fall gerade dann auftritt, wenn gilt $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$, d.h. wenn ein RCCC-Getriebe mit sich

gliedweise schneidenden Gelenkachsen vorliegt. Um $\mathbf{s} \neq \mathbf{0}$ zu erhalten muss dann gelten: $Rg(\mathbf{J}_{abc}) < 3$ bzw. $\det(\mathbf{J}_{abc}) = 0$. Entsprechend gilt bei $Rg(\mathbf{J}_{abc}) = 3$, d.h. bei linear unabhängigen Achsrichtungen: $\mathbf{s} = \mathbf{0}$. Damit wird deutlich, dass in RCCC-Getrieben mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$ nur dann Schiebungen $\mathbf{s} \neq \mathbf{0}$ auftreten, wenn die Richtungsvektoren der Gelenkachsen linear abhängig sind. In allen anderen Konfigurationen gilt $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ und das RCCC-Getriebe verhält sich identisch zum sphärischen 4-Gelenk mit vier Drehgelenken.

3.2 Singulär-Konfigurationen des Sphärischen 4-Gelenks

Die zuvor geschilderte Getriebekonfiguration mit $\det(\mathbf{J}_{abc}) = 0$ korrespondiert zu einer Situation in der die drei Richtungsvektoren \mathbf{a} , \mathbf{b} und \mathbf{c} eines RCCC-Getriebes mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$ in einer Ebene liegen. Diese Konfigurationen sind allerdings als Strecklagen, bzw. Grenz-Antriebswinkelstellungen bekannt. Dann lässt das 4-Gelenk unabhängig von Betrag und Richtung eines statischen Antriebsmoments weiterhin kleine Abtriebsbewegungen zu und es ist von einer Singulärkonfiguration zu sprechen. Aus dieser Perspektive zeigt sich, dass die vorangegangene Analyse auf Basis von Achsrichtungen zur Identifikation von Singulärkonfigurationen von RCCC-Getrieben mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$ dient und daher \mathbf{J}_{abc} hier als eine linien-basierte Jakobimatrix solcher Getriebe bezeichnet werden soll.

Abbildung 5 zeigt Simulationsergebnisse zur vorangegangenen Analyse anhand eines Beispiel-RCCC-Getriebes mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$. Dabei sei angemerkt, dass die Glieder aufgrund von sich schneidenden Achsen nicht wie in Abb. 4 entlang von Normalabständen zwischen benachbarten Achsen konstruiert wurden. Abbildungen a1) und a2) zeigen dabei zwei beliebige Antriebsstellungen des Antriebswinkels ϕ_d in denen die Richtungsvektoren der Achsen linear unabhängig sind. Entsprechend der vorangegangenen Analyse sind bei Variation von ϕ_d aufgrund sich schneidender Achsen keine Schubbewegungen längs $\hat{\mathbf{a}}$, $\hat{\mathbf{b}}$ und $\hat{\mathbf{c}}$ zu beobachten und das Getriebe verhält sich identisch zum sphärischen 4-Gelenk mit vier Drehgelenken. Demgegenüber zeigt Abb. b1) eine Grenzwinkelstellung für ϕ_d , in der die Richtungsvektoren von $\hat{\mathbf{a}}$, $\hat{\mathbf{b}}$ und $\hat{\mathbf{c}}$ in einer Ebene liegen und Schubbewegungen möglich sind (Abb. b2)). Eine analoge Situation zeigen

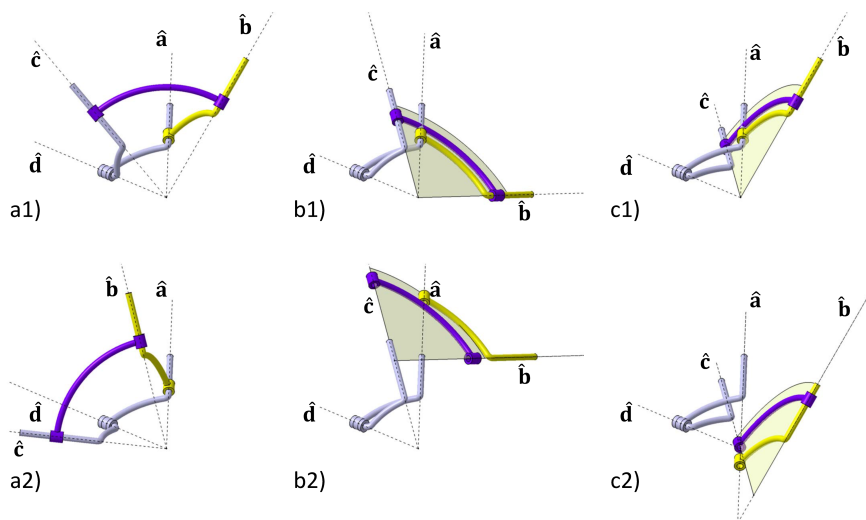


Abb. 5: Beispielsimulation eines RCCC-Getriebes mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$.
 a) Reguläre Konfiguration in der sich das Getriebe identisch zum sphärischen 4-Gelenk mit vier Drehgelenken verhält. b) Erste Singulärkonfiguration bzw. Grenz-Antriebswinkelstellung von ϕ_d in der Schubbewegungen längs $\hat{\mathbf{a}}$, $\hat{\mathbf{b}}$ und $\hat{\mathbf{c}}$ möglich sind. c) Zweite Grenz-Antriebswinkelstellung von ϕ_d .

Abb. c1) und c2) in der zweiten Grenzwinkelstellung von ϕ_d .

Die bisherigen Betrachtungen liefern zwei wichtige Erkenntnisse, die insbesondere für die kinetostatische Analyse origami-inspirierter, sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten in Abschnitt 3.4 wesentlich sind. Zum einen zeigt sich, dass sich RCCC-Getriebe mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$ und sphärische 4-Gelenke mit vier Drehgelenken in regulären Getriebekonfigurationen kinematisch identisch verhalten. Zum anderen wird deutlich, dass eine Modellierung sphärischer 4-Gelenke als RCCC-Getriebe nur in Grenz-Antriebswinkelstellungen nicht mehr zulässig ist, da dann Schiebungen in den C-Gelenken auftreten können. Solche Getriebekonfigurationen sind jedoch in praktischen Anwendungen ohnehin aufgrund des Stabilitätsverlusts des Getriebes zu vermeiden, sodass für praktische Anwendungen nur

die Betrachtung von Getrieben mit Bewegungsbereichen relevant sind, die 'hinreichend weit entfernt' von den beiden Grenz-Antriebswinkelstellungen sind.

3.3 Singulär-Konfigurationen Sphärisch Zwangsgeführter RR-Ketten

Zur Übertragung und Erweiterung der vorangegangenen Diskussion auf sphärisch zwangsgeführte RR-Ketten, die ja im wesentlichen zwei gekoppelte sphärische 4-Gelenke sind, ist es wichtig das Übertragungsprinzip von Antriebs- zu Abtriebsbewegungen zu verstehen. Als Referenzgetriebe soll hierzu die in Abb. 2a) dargestellte sphärisch zwangsgeführte ebene RR-Kette dienen. Entsprechend dem Antriebsszenario des Tür-Öffnungsmechanismus (Abb. 3) werde dabei Glied K'' gegenüber dem Gestellglied K' aktuiert, sodass ϕ_d als Antriebswinkel des 'ersten' sphärischen 4-Gelenks vorliegt. Nach Lösung der sphärischen Schleifengleichungen (9) dieses 4-Gelenks liegen die Abtriebsgrößen $\phi_a(\phi_d)$, $\phi_b(\phi_d)$ und $\phi_c(\phi_d)$ vor, wobei gerade $\phi_c(\phi_d)$ die Antriebscharakteristik für das 'zweite' 4-Gelenk repräsentiert. Auf dieser Grundlage lassen sich dann auch sphärische Schleifengleichungen analog zu Gleichung (9) für das zweite 4-Gelenk notieren und liefern nach Lösung die Winkelzusammenhänge $\phi_e(\phi_c(\phi_d))$, $\phi_f(\phi_c(\phi_d))$ und $\phi_g(\phi_c(\phi_d))$ bezüglich der Achsen $\hat{\mathbf{e}}$, $\hat{\mathbf{f}}$ und $\hat{\mathbf{g}}$.

Wenn keine Grenzwinkelstellungen im Antriebsbereich von ϕ_d enthalten sind, liegen bei Modellierung des ersten sphärischen 4-Gelenks als RCCC-Getriebe mit $l_{ab} = l_{bc} = l_{cd} = l_{ad} = 0$ keine Schiebungen s_a , s_b und s_c vor und insbesondere Achse $\hat{\mathbf{c}}$ verhält sich kinematisch identisch zu einem Drehgelenk. Wenn daneben auch keine Grenzwinkelstellungen im Antriebsbereich von $\phi_c(\phi_d)$ des zweiten 4-Gelenks enthalten sind, liegen auch hier keine Singulärkonfigurationen vor und die sphärisch zwangsgeführte RR-Kette besitzt einen zusammenhängenden Bewegungsbereich für den Antrieb ϕ_d . Die Bedingungen die hierzu erfüllt sein müssen lauten dann entsprechend Abschnitt 3.1: $\det(\mathbf{J}_{abc}) \neq 0$ und $\det(\mathbf{J}_{efg}) \neq 0$ und bilden auch die Grundlage für eine kinetostatische Analyse sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten in Abschnitt 3.4.

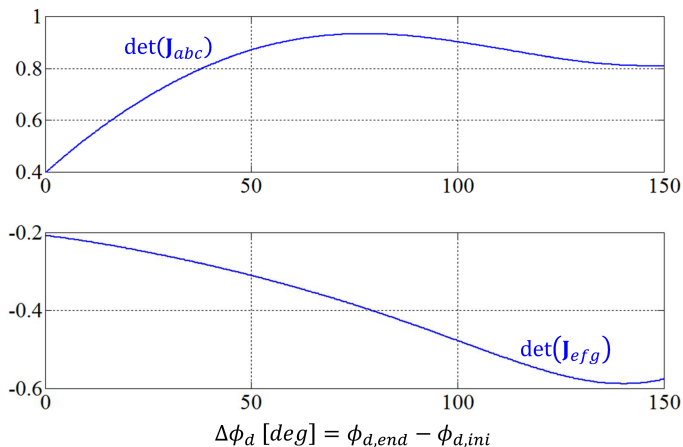


Abb. 6: Funktionsverläufe von $\det(\mathbf{J}_{abc})$ und $\det(\mathbf{J}_{efg})$ über den Antriebswinkelbereich von ϕ_d der sphärisch zwangsgeführte RR-Kette der Fahrzeugtür (vgl. Abb. 3)

Abbildung 6 zeigt für die sphärisch zwangsgeführte räumliche RR-Kette der Fahrzeugtür die Funktionsverläufe von $\det(\mathbf{J}_{abc})$ und $\det(\mathbf{J}_{efg})$ über den Antriebswinkelbereich von ϕ_d , d.h. zwischen den Konfigurationen 'Tür geschlossen' und 'Tür geöffnet' (s. auch Abb. 3). Dabei ist zu erkennen, dass stets $\det(\mathbf{J}_{abc}) \neq 0$ und $\det(\mathbf{J}_{efg}) \neq 0$ erfüllt ist und somit für das Anwendungsszenario keine Singulärkonfigurationen vorliegen.

3.4 Kinetostatische Analyse Sphärisch Zwangsgeführter RR-Ketten

Die umfassende, vorangegangene Diskussion zur Modellierung sphärischer 4-Gelenke als RCCC-Getriebe mit gliedweise sich schneidenden Gelenkachsen hat neben den Erkenntnissen zu Grenz-Antriebswinkelstellungen und Singulärkonfigurationen insbesondere auch entscheidende Bedeutung für den nachfolgenden Ansatz der kinetostatischen Analyse von Zwangs- und Antriebskraftgrößen in sphärischen 4-Gelenken und insbesondere auch sphärisch zwangsgeführten RR-Ketten. Da nämlich in RCCC-Getrieben

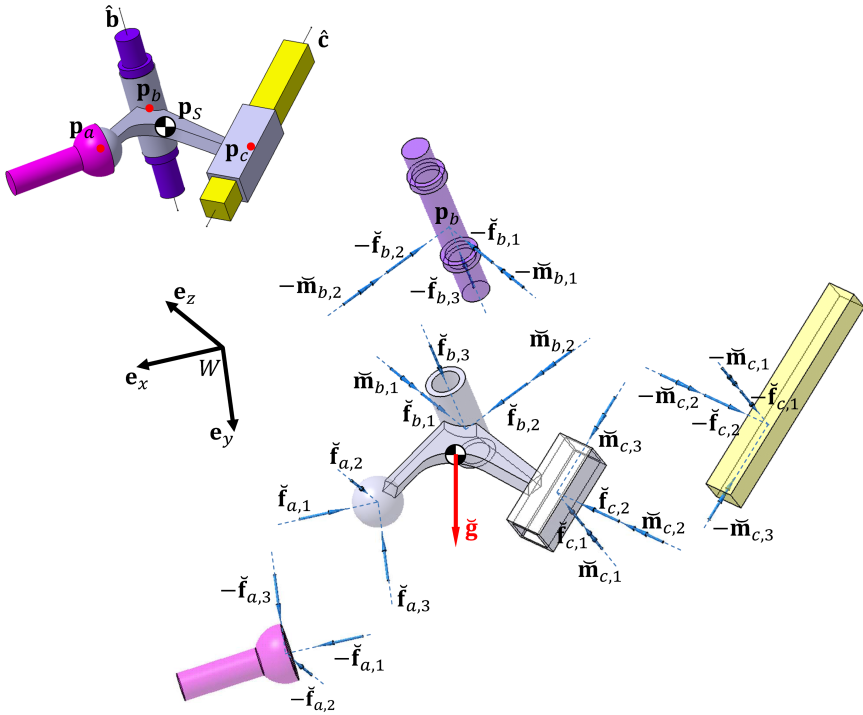


Abb. 7: Beispiel eines ternären räumlichen Getriebegliedes zur Erläuterung des hier verfolgten einfachen Modellierungsansatzes für die kinetostatische Analyse räumlicher Getriebestrukturen

mit gliedweise sich schneidenden Gelenkachsen in nicht-singulären Konfigurationen¹ sämtliche Schubbewegungen in den C-Gelenken kinematisch unterbunden werden und damit ein dem sphärischen 4-Gelenk mit vier Drehgelenken identisches Bewegungsverhalten vorliegt, kann auch eine kinetostatische Analyse sphärischer 4-Gelenke durch Betrachtung von RCCC-Getrieben erfolgen. In der tat liegt der entscheidende Vorteil dabei in einer statisch bestimmten Analyse. Aus physikalischer Sicht ist dieser

¹ hiermit sind die hier in Abschnitt 3.1, 3.2 und 3.3 definierten und diskutierten Singularitäten gemeint.

Modellierungsansatz auch im Sinne eines 'worst-case Szenarios' interpretierbar, da einzig axiale Kraftwirkungen im Drehgelenk die Unterbindung der Schubbewegungen in den C-Gelenken erhalten kann, [14].

Ein geeignetes einführendes Beispiel des hier verfolgten einfachen Modellierungsansatzes für die kinetostatische Analyse räumlicher Getriebestrukturen ist das räumliche, ternäre Getriebeglied nach Abb. 7 mit einem Kugelgelenk, einem Drehgelenk und einem Schubgelenk. Im Freikörperbild wird angenommen, dass die unbekanntes Zwangskraftgrößen (Zwangskräfte und -momente $\check{\mathbf{f}}$ und $\check{\mathbf{m}}$) in ausgewiesenen Punkten, d.h. im Kugelmittelpunkt, im Mittelpunkt des Drehgelenks oder im Mittelpunkt des Schubgelenks angreifen. Die entsprechenden Punkte werden dabei durch Vektoren \mathbf{p}_a , \mathbf{p}_b und \mathbf{p}_c vom Ursprung eines unbewegten KOSY W zum entsprechenden Punkt beschrieben. Der Vektor \mathbf{p}_S beschreibt dabei die Lage des Schwerpunktes, in dem die Gewichtskraft $\check{\mathbf{g}}$ des ternären Gliedes angreift. Entsprechend dem zweiten Newton'schen Axiom gilt in den Gelenkstellen 'actio = reactio', sodass die entgegengesetzt gleich großen Zwangskraftgrößen auf die Kontaktkörper wirken.

Die Aufspaltung der Zwangskraft $\check{\mathbf{f}}_a$ kann aufgrund einer unbekanntes, jedoch prinzipiell allgemein räumlichen Orientierung entlang der Achsen eines beliebigen KOSY erfolgen (wie hier längs der Achsen von W). Obwohl beim Drehgelenk ebenfalls eine prinzipiell allgemein räumlich orientierte Zwangskraft $\check{\mathbf{f}}_b$ wirkt, ist hier eine Zerlegung bezüglich dreier orthonormaler Komponenten $\check{\mathbf{f}}_{b,1}$, $\check{\mathbf{f}}_{b,2}$ und $\check{\mathbf{f}}_{b,3}$ zweckmäßig, sodass $\check{\mathbf{f}}_{b,1}$ und $\check{\mathbf{f}}_{b,2}$ zusammen eine radiale Zwangskraft bilden und $\check{\mathbf{f}}_{b,3}$ die axiale Kraftwirkung im Gelenk repräsentiert. Da im Drehgelenk ein resultierendes Zwangsmoment $\check{\mathbf{m}}_b$ stets ausschließlich senkrecht zur Achse $\hat{\mathbf{b}}$ auftreten kann, ist es ebenfalls zweckmäßig, dieses analog zu $\check{\mathbf{f}}_{b,1}$ und $\check{\mathbf{f}}_{b,2}$ in zwei Komponenten $\check{\mathbf{m}}_{b,1}$ und $\check{\mathbf{m}}_{b,2}$ zu zerlegen. Die Richtungen von $\check{\mathbf{f}}_{b,1}$ und $\check{\mathbf{f}}_{b,2}$ bzw. $\check{\mathbf{m}}_{b,1}$ und $\check{\mathbf{m}}_{b,2}$ spannen dabei zwei Achsen eines lokalen KOSY Bb auf, dessen dritte Achse längs $\hat{\mathbf{b}}$ zeigt. Zur Verrechnung von z.B. ${}^{Bb}\check{\mathbf{f}}_{b,1} = (f_{b,1}, 0, 0)^T$ (Vektor $\check{\mathbf{f}}_{b,1}$ mit Koordinatendarstellung in Bb) mit anderen Vektoren gemessen in W ist dann die Transformation von Vektorkoordinaten ${}^W\check{\mathbf{f}}_{b,1} = {}^W\mathbf{R}_{Bb} \cdot {}^{Bb}\check{\mathbf{f}}_{b,1}$ mit der Drehmatrix ${}^W\mathbf{R}_{Bb}$ erforderlich.

Analog ist mit dem Schubgelenk zu verfahren, bei dem eine resultierende Zwangskraft $\check{\mathbf{f}}_c$ stets ausschließlich senkrecht zur Achse $\hat{\mathbf{c}}$ auftreten

kann. Dann ist es ebenfalls zweckmäßig, diese zunächst bezüglich zweier Komponenten $\check{\mathbf{f}}_{c,1}$ und $\check{\mathbf{f}}_{c,2}$ längs zweier Achsen eines lokalen KOSY B_c aufzuspalten, dessen dritte Achse längs $\hat{\mathbf{c}}$ zeigt. Ein Zwangsmoment $\check{\mathbf{m}}_c$ wirkt demgegenüber prinzipiell allgemein räumlich, wird aber zweckmäßiger Weise ebenfalls in B_c gemessen um eine Unterscheidung zwischen Biege- und Torsionswirkungen im Gelenk zu ermöglichen. Zur Verrechnung von beispielsweise ${}^{Bc}\check{\mathbf{f}}_{c,1}$ mit anderen Vektoren gemessen in W ist dann die Transformation von Vektorkoordinaten ${}^W\check{\mathbf{f}}_{c,1} = {}^W\mathbf{R}_{Bc} \cdot {}^{Bc}\check{\mathbf{f}}_{c,1}$ erforderlich. Ein zylindrisches bzw. C-Gelenk verknüpft die verschiedenen Eigenschaften von Dreh- und Schubgelenk und resultiert entsprechend in vier unbekanntem Zwangskraftgrößen - je zwei unbekanntem Kräften und Momenten.

Entsprechend der Newton'schen Mechanik gelten der räumliche Impuls- und Drallsatz für das ternäre Getriebeglied, welche sich, bei Wahl von beispielsweise \mathbf{p}_S als Bezugspunkt des Drallsatz, in W schreiben lassen als:

$$\sum {}^W\check{\mathbf{f}} = {}^W\check{\mathbf{f}}_a + {}^W\mathbf{R}_{Bb} \cdot {}^{Bb}\check{\mathbf{f}}_b + {}^W\mathbf{R}_{Bc} \cdot {}^{Bc}\check{\mathbf{f}}_c + {}^W\check{\mathbf{g}} = m \cdot {}^W\check{\mathbf{p}}_S \quad (12)$$

und

$$\begin{aligned} \sum {}^W\check{\mathbf{m}}^S &= {}^W\mathbf{R}_{Bb} \cdot {}^{Bb}\check{\mathbf{m}}_b + {}^W\mathbf{R}_{Bc} \cdot {}^{Bc}\check{\mathbf{m}}_c + \\ &+ ({}^W\mathbf{p}_a - {}^W\mathbf{p}_S) \times {}^W\check{\mathbf{f}}_a + ({}^W\mathbf{p}_b - {}^W\mathbf{p}_S) \times {}^W\mathbf{R}_{Bb} \cdot {}^{Bb}\check{\mathbf{f}}_b + \\ &+ ({}^W\mathbf{p}_c - {}^W\mathbf{p}_S) \times {}^W\mathbf{R}_{Bc} \cdot {}^{Bc}\check{\mathbf{f}}_c = {}^W\check{\mathbf{L}}^S, \end{aligned} \quad (13)$$

worin $\check{\mathbf{L}}^S$ die auf den Schwerpunkt bezogene zeitliche Dralländerung ist, s. hierzu z.B. auch [18].

Bei bekannter Bewegung des Getriebegliedes (d.h. bekannten Größen Bb , Bc , ${}^W\mathbf{p}_S$, ${}^W\check{\mathbf{p}}_S$, ${}^W\mathbf{p}_a, \dots, {}^W\mathbf{p}_c$, ${}^W\check{\mathbf{L}}^S$) liegen mit Gleichung (12) und (13) sechs Gleichungen vor, die linear in den dreizehn unbekanntem Gelenkkraftgrößen sind. Bei statisch bestimmten Gelenkgetrieben² bilden diese Gleichungen und Unbekanntem, zusammen mit unbekanntem Gelenk- und auch Antriebskraftgrößen weiterer Gelenke und Gleichungen weiterer Glieder ein bestimmtes lineares Gleichungssystem, dessen Lösung die Gelenkkraftgrößen liefert.

²Dies sind solche, für die auch das Grübler'sche Freiheitsgradkriterium (1) $F \geq 0$ liefert.

Kinetostatische Analyse sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten als RCC-C-CCC-Getriebe

Im Falle von allgemeinen RCCC-Getrieben liegen drei bewegte binäre Getriebeglieder und somit $3 \cdot 6 = 18$ Kraft- und Momentengleichungen vor. Entsprechend einem Drehgelenk und drei zylindrischen Gelenken liegen $1 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 17$ unbekannte Zwangskraftgrößen vor. Aufgrund dessen, dass unter Verwendung der Denavit-Hartenberg Konvention nach Abschnitt 3.1 die Bewegung des Getriebes bestimmt wurde, existieren auch bereits geeignete KOSY (sowie auch deren Bewegung) in ausgewiesenen Gelenkpunkten zur Aufspaltung der Zwangskraftgrößen. Zusammen mit einem (ebenfalls unbekanntem) Antriebsdrehmoment im Drehgelenk liegen insgesamt auch 18 unbekannte Größen und damit eine statisch bestimmte Analyse vor. Dieser Sachverhalt ändert sich auch dann nicht, wenn ein RCCC-Getriebe mit gliedweise sich schneidenden Gelenkachsen vorliegt, dessen Antriebswinkelbereich keine Grenzen im Sinne der Singulärkonfigurationen nach Abschnitt 3.2 enthält. Dann ist auch eine einfache, statisch bestimmte Analyse sphärischer 4-Gelenke als RCCC-Getriebe möglich. Demgegenüber ist die kinetostatische Analyse sphärischer 4-Gelenke mit vier Drehgelenken ein statisch überbestimmtes Problem, da zu den 18 Kraft- und Momentengleichungen $4 \cdot 5 = 20$ unbekannte Zwangskraftgrößen und ein unbekanntes Antriebsdrehmoment vorliegt.

Im Falle sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten liegen zwei gekoppelte sphärische 4-Gelenke vor, für die eine kinetostatische Analyse in Form von zwei gekoppelten RCCC-Getrieben ebenfalls möglich ist. Grundvoraussetzung ist dabei entsprechend den Ausführungen von Abschnitt 3.3, dass keine Grenzwinkelstellungen im Antriebsbereich des Antriebswinkels des ersten 4-Gelenks enthalten sind und daneben auch keine Grenzwinkelstellungen im Antriebsbereich des zweiten 4-Gelenks enthalten sind. Da nach der Grübler'schen Freiheitsgradberechnung (1) allerdings nur sieben Gelenke enthalten sind, ist die sphärisch zwangsgeführte RR-Kette für die kinetostatische Analyse als RCC-C-CCC-Getriebe zu modellieren. Mit fünf bewegten Gliedern liegen dann $5 \cdot 6 = 30$ Kraft- und Momentengleichungen vor. Das Drehgelenk und die sechs C-Gelenke liefern $1 \cdot 5 + 6 \cdot 4 = 29$ unbekannte Zwangskraftgrößen, die zusammen mit einem Antriebsmoment im Drehgelenk eine statisch bestimmte Analyse liefern.

Kinetostatische Analyse des Tür-Öffnungsmechanismus

Unter Verwendung des MATLAB[®]-integrierten Mehrkörpersimulationsprogramms SimMechanicsTM 2nd Generation wurde die sphärisch zwangsgeführte RR-Kette zur Erzeugung der Fahrzeugtürbewegung (Abb. 3) als RCC-C-CCC-Getriebe modelliert um eine anwendungsbezogene Kraftrechnung exemplarisch durchzuführen. Die Achse \mathbf{d} gehöre dabei zum Drehgelenk, alle übrigen Achsen entsprechend zu den C-Gelenken. Neben den, aus der Maßsynthese erhaltenen kinematischen Abmessungen, d.h. Winkel zwischen den Gelenkachsen sowie dem Abstand zwischen den beiden Achsschnittpunkten der sphärischen 4-Gelenke wurden im CAD-System auch die Trägheitskenngrößen (Körperschwerpunkte und Trägheitstensoren) der Einzelkörper bestimmt. Zusammen mit einer Bauteildichte für Stahl ergaben sich die in Tabelle 1 angegebenen Bauteilmassen der Einzelkörper. Dabei ist anzumerken, dass insbesondere die Masse der Fahrzeugtür qualitativ abgeschätzt wurde.

Tab. 1: Bauteilmassen (Stahl) der (bewegten) der Einzelkörper der sphärisch zwangsgeführten, räumlichen RR-Kette zur Erzeugung der Fahrzeugtürbewegung

$m_{K''}$	$m_{K'''}$	m_{K1}	m_{K2}	m_{K3}
≈ 8.3 [kg]	≈ 30 [kg] (Tür)	≈ 1 [kg]	≈ 4.5 [kg]	≈ 0.75 [kg]

Zur Erzeugung des Antriebswinkelbereiches $\Delta\phi_d$ (s. auch Abb. 6) wurde eine einfache lineare, sehr schwach progressive Antriebswinkelcharacteristik $\phi_d(t)$ definiert, um die dynamischen Trägheitswirkungen gering zu halten. Entsprechend handelt es sich bei der hier exemplarisch geschilderten Analyse tatsächlich eher um eine statische Analyse.

Abbildung 8 zeigt die ermittelten Gelenkkraftkurven des Tür-Öffnungsmechanismus³. Insbesondere im zweiten Diagramm ('Biegemomente') sind dabei zu Beginn der Bewegung aufgrund des verhältnismäßig hohen Türgewichts massive resultierende, betragsmäßige Momentenwirkungen $|\mathbf{m}_d|$,

³Dabei sei angemerkt das die ermittelten Gelenkkraftverläufe idealer Weise auch noch mit einem weiteren MKS-Programm wie etwa AdamsTM oder SIMPACK nachzuweisen sind.

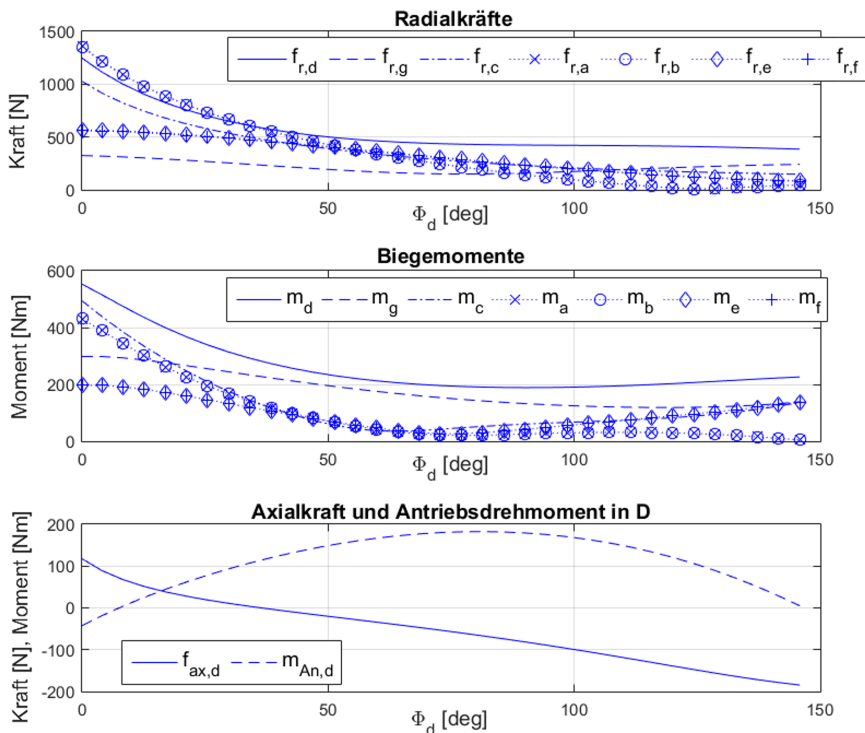


Abb. 8: Kinetostatisch ermittelte Zwangs- und Antriebskraftgrößen im Türöffnungsmechanismus

$|\check{\mathbf{m}}_c|$, $|\check{\mathbf{m}}_d|$ und $|\check{\mathbf{m}}_b|$ zu erkennen. Diese werden eine Realisierung entsprechend der CAD-Konstruktion nach Abb. 3 vermutlich nicht zulassen, da ein entsprechend für hinreichend tragfähige Lager vorzusehender Platzbedarf nicht im gegebenen Bauraum des Fahrzeugs zur Verfügung steht. Ein erster Ansatz zur Verbesserung der Gelenkkraft-Situation im Türöffnungsmechanismus könnte daher eine konstruktive Realisierung der Bauteile bzw. Gelenke in einem größeren Abstand zu den beiden Achsschnittpunkten der sphärisch zwangsgeführten RR-Kette sein. Daneben bietet allerdings auch die in [10] erarbeitete räumliche 3-Lagen-Maßsynthese sphärisch zwangsgeführter RR-Ketten verschiedene frei wählbare Maßparameter, die

im Rahmen eines Optimierungsansatzes evaluiert werden können. Dies ist Gegenstand weiterer Forschungsaktivitäten, die den Aufbau eines Maßstäblichen Funktionsprototypen zum Ziel haben.

Literatur

- [1] Miura, K. und Natori, M. „2-D Array Experiment on Board a Space Flyer Unit“. In: *Space Solar Power Rev.* 5 (1985), S. 345–356.
- [2] You, Z. und Kuribayashi, K. „A Novel Origami Stent“. In: *Proceedings of the 2003 Summer Bioengineering Conference.* 2003, S. 257–258.
- [3] Stavric, M. und Wiltsche, A. „Investigations on Quadrilateral Patterns for Rigid Folding Structures“. In: *Proc 18 Int Conf on Computer-Aided Architectural Design Research in Asia (CAADRIA 2013).* Hrsg. von R. Stouffs et al. 2013, S. 893–902.
- [4] Morgan, J. et al. „A Preliminary Process for Origami-Adapted Design“. In: *ASME Design Engineering Technical Conferences IDETC15.* ASME, 2015, S. 11.
- [5] Suh, H.-S. et al. „The Kinematic Principle for Designing DNA Origami Mechanisms: Challenges and Opportunities“. In: *ASME Design Engineering Technical Conferences IDETC15.* ASME, 2015, S. 8.
- [6] Saito, K. und Okabe, Y. „Elastic Wing Deployments in Beetles and Their Folding Mechanisms“. In: *ASME Design Engineering Technical Conferences IDETC15.* ASME, 2015, S. 7.
- [7] Tachi, T. „Generalization of Rigid Foldable Quadrilateral Mesh Origami“. In: *Proc. of the int. assoc. for shell and spatial struct.* Hrsg. von A. Domingo und C. Lazaro. Sep. 2009.
- [8] Miura, K. *Method of packaging and deployment of large membranes in space.* science report No. 618. Institute of space und astronomical science, Dez. 1985.
- [9] Wei, G. und Dai, J. S. „Geometry and Kinematic Analysis of an Origami-Evolved Mechanism Based on Artmimetics“. In: *ASME/IFTOMM Int. Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots.* Hrsg. von J.S. Dai, M. Zoppi und X. Kong. IEEE, 2009, S. 450–455.

- [10] Abdul-Sater, K. et al. „Three-Position Synthesis of Origami-Evolved, Spherically Constrained Spatial RR Chains“. In: *ASME Journal of Mechanisms and Robotics* 8.1 (Aug. 2015), S. 11.
- [11] Kerle, H., Pittschellis, R. und Corves, B. *Einführung in die Getriebelehre*. Wiesbaden: Teubner, 2007.
- [12] Yang, A. T. „Static Force Analysis of Spherical Four-Bar Mechanisms“. In: *ASME Journal of Engineering for Industry* 85 (1965), S. 221–227.
- [13] Larochelle, P. und McCarthy, J. M. „Static Analysis of Spherical nR Kinematic Chains with Joint Friction“. In: *ASME Proceedings of the ASME Mechanisms Conference, Scodale Arizona*. Bd. 47. ASME, 1992, S. 173–177.
- [14] Perkins, D. A., Turner, M. L. und Murray, A. P. „Static Analysis of Torque and Coupler Driven Spherical Four-Bar Mechanisms with an Applied Load“. In: *ASME Design Engineering Technical Conferences IDETC07*. ASME, 2007, S. 8.
- [15] Denavit, J. und Hartenberg, R. S. *Kinematic Synthesis of Linkages*. New York: McGraw Hill, 1965.
- [16] McCarthy, J. M. und Soh, G. S. *Geometric design of linkages, 2nd edition*. New York: Springer Interdisciplinary Applied Mathematics, 2010.
- [17] Chiang, C. H. *Kinematics of Spherical Mechanisms*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1988.
- [18] Pfeiffer, F. und Schindler, T. *Einführung in die Dynamik*. Berlin Heidelberg: Springer Science Business Media, 2014.