

# Durchmesserverteilungen in Eichenjungbeständen

Aus dem Lehrstuhl für Waldbau und Forsteinrichtung der Universität München

(Mit 6 Abbildungen und 3 Tabellen)

Von A. VAN LAAR und R. MOSANDL

(Angenommen November 1988)

## SCHLAGWÖRTER

*Durchmesserverteilungen; Eiche.*

## 1. EINLEITUNG

Die Durchmesserverteilung eines Bestandes ist eine Information, die für ertragskundliche, waldbauliche, betriebswirtschaftliche und

verfahrenstechnische Untersuchungen von grundlegender Bedeutung ist. Jede Durchmesserverteilung kann mit Hilfe einer Verteilungsfunktion beschrieben werden, deren Parameter aus Bestandesaufnahmen geschätzt werden. Werden diese Parameterwerte regressionsanalytisch ausgeglichen, mit Bestandeskennzahlen als erklärenden Variablen, so ermöglicht dies die Herleitung der erwarteten Durchmesserverteilung des einzelnen Bestandes.

Unter der Annahme, daß die Brusthöhendurchmesser innerhalb eines Bestandes normalverteilt sind, genügen der Mittelwert und die Streuung zur Beschreibung der Verteilung. Diese Annahme trifft allerdings nur annähernd zu für gleichaltrige Reinbestände vor der ersten Durchforstung (KRAMER und AKÇA, 1987). In älteren Beständen weisen die Verteilungen vielfach eine Schiefe auf, die auf eine Niederdurchforstung zurückzuführen sein kann, oder daraus resultiert, daß die Wirkung von Zufallsfaktoren multiplikativ anstatt additiv ist. Die Zwei- und Dreiparameter lognormale Verteilung wird in dem Fall eine bessere Anpassung erzielen (BLISS, 1964). ZÖHRER (1969) empfahl die Zweiparameter-Beta-Verteilung, deren Dichtefunktion wie folgt lautet:

$$f(X) = c \cdot (X-a)^\alpha \cdot (b-X)^\gamma$$

wobei: c = multiplikative Konstante,  
a, b = untere und obere Grenze der Verteilung,  
 $\alpha, \gamma$  = Parameter der Verteilung.

Diese Verteilungsfunktion wurde u. a. zur Beschreibung von Durchmesser-Verteilungen in Buchenbeständen verwendet (KENNEL, 1972). Die Größen a und b sind keine zu schätzenden Parameter, sondern werden der empirischen Verteilung entnommen. Die Verteilung weist eine positive Schiefe auf, wenn  $\alpha/\gamma < 1$ , eine negative Schiefe, wenn  $\alpha/\gamma > 1$ , und ist annähernd normal, wenn  $\alpha = \gamma$ .

In den letzten Jahrzehnten wird die Weibull-Verteilung, die zur Beschreibung von Materialmüdeerscheinungen entwickelt wurde (WEIBULL, 1939), zunehmend zur Modellierung von Durchmesser-Verteilungen gleichaltriger Reinbestände verwendet, obwohl keine biologische Begründung für ihre Anwendung gegeben werden kann (BAILEY and DELL, 1973; VON GADOW, 1987). Die Dichtefunktion der Zweiparameter-Weibull-Verteilung lautet:

$$f(X) = (C/B) (X/B)^{C-1} \exp(-(X/B)^C)$$

mit  $X > 0, B > 0, C > 0$

und die Dreiparameter-Verteilung lautet:

$$f(X) = (C/B) ((X-A)/B)^{C-1} \exp(-((X-A)/B)^C)$$

wobei: A = Lageparameter, B = Maßstabparameter,  
C = Formparameter.

MENON (1963) hat eine Transformation vorgeschlagen, welche die Ermittlung von Kleinste-Quadrate-Schätzwerten für die Parameter B und C der Zweiparameter-Verteilung ermöglicht. DUBEY (1967) hat gezeigt, daß die 17. und die 97. Perzentile für die Schätzung des Parameters C verwendet werden können. HARTER und MOORE (1965) und SINGHMIN (1981) haben iterative Algorithmen entwickelt für die Berechnung von Maximum-Likelihood-Schätzwerten der Parameter A, B und C.

Zur Beschreibung von Durchmesser-Verteilungen stehen also eine Reihe von Verteilungsfunktionen zur Verfügung. In dieser Untersuchung war zu prüfen, welche Verteilungsfunktion die Durchmesser-Verteilungen verschieden alter und unterschiedlich durchforsteter Bestände am besten wiedergeben kann. Im einzelnen wurden in der vorliegenden Untersuchung folgende Fragestellungen formuliert:

- Unterscheidet sich die Anpassungsgüte der Zweiparameter-Weibull-Verteilung signifikant von derjenigen der Zweiparameter-Beta-Verteilung?
- Bewirkt die Einführung eines Lageparameters als zusätzlicher dritter Parameter eine signifikant bessere Anpassung als die Zweiparameter-Weibull-Verteilung?
- Wie wirkt sich das Alter der Bestände und die Durchforstungsart auf die Parameter dieser Verteilungen aus?

Tab. 1

**Stammzahlen und Brusthöhendurchmesser der 5 Versuchsbestände (aus MOSANDL et al., 1988, ver.)**  
**Number of trees and d.b.h. of five experimental stands (by MOSANDL et al., 1988)**

Altersstufe		Dickung		Stangenholz		geringes Baumholz	
Alter (Jahre)		13	13	18	25	49	
Forstamt		Rohrbrunn	Würzburg	Rohrbrunn	Würzburg	Rohrbrunn	
Abteilung		Jockel*)	Rindshügel*)	Hehler	Ochsenau*)	Stinkgräben	
Stammzahl Tsd./ha	Sa. (%)	Eiche	43,0 (96)	68,1 (94)	12,0 (68)	11,7 (70)	3,0 (48)
			13,7 + 29,3	19,4 + 48,7	0,1 + 11,9	0,1 + 11,6	0 + 3,0
< 1,3 m + > 1,3 m		Buche	1,9 (4)	4,6 (6)	5,5 (32)	4,8 (30)	3,3 (52)
			0,9 + 1,0	2,3 + 2,3	2,9 + 2,6	0,6 + 4,2	0,3 + 3,0
BHD (cm)	Eiche	$\bar{x}$	1,6	1,6	4,4	4,2	9,9
		Min - Max	0,1 - 8,0	0,1 - 15,0	0,5 - 13,5	0,3 - 15,9	1,0 - 23,5
	Buche	$\bar{x}$	0,9	1,7	1,1	2,8	3,0
		Min - Max	0,1 - 3,3	0,2 - 5,5	0,2 - 6,2	0,1 - 18,9	0,2 - 22,3
Grundfläche m <sup>2</sup> /ha		Eiche	9,0	12,2	22,1	20,0	26,1
		Buche	0,1	0,8	0,4	4,1	3,0

Sa. (%) Summe aller Bäume Tsd./ha (Prozentanteil)  
< 1,3 + > 1,3 Bäume kleiner 1,3 m + Bäume größer 1,3 m  
 $\bar{x}$  mittlerer Brusthöhendurchmesser  
V Variationskoeffizient (%)  
) in den Beständen dieser Abteilungen kommen vereinzelt Birken und Weiden vor, die hier nicht aufgeführt sind

## 2. MATERIAL UND METHODEN

Zur Beantwortung der oben aufgeführten Fragen standen die exakt erhobenen Durchmesser-Verteilungen aus Eichenjungbeständen zur Verfügung. Im Jahr 1984 war in Eichenjungbeständen auf 2 Standorten, Buntsandstein im Forstamtsbereich Rohrbrunn und Muschelkalk im Forstamtsbereich Würzburg (MOSANDL, BURSCHEL und SLIWA, 1988), ein Pflegeversuch angelegt worden. Der Versuch enthält Flächen der Altersstufen Dickung, Stangenholz und geringes Baumholz. Die letztgenannte Altersstufe fehlt jedoch im Flächenkollektiv Würzburg. In Tabelle 1 werden die Stammzahlen und Brusthöhendurchmesser der 5 Versuchsbestände wiedergegeben.

In diesen 5 Beständen waren zu Versuchsbeginn jeweils 4 unterschiedliche Pflegeeingriffe vorgenommen worden (siehe Tab. 2).

Tab. 2  
**Beschreibung der Pflegeeingebe**  
**Description of thinning**

Variante	Dickung	Stangenholz	geringes Baumholz
Kontrolle (kein Eingriff)	Aushieb unerwünschter herrschender Mischbaumarten.		
Praxisüblicher Eingriff	Aushieb unerwünschter herrschender Mischbaumarten. Köpfung bzw. Entnahme herrschender Buchen. Entnahme von qualitativ schlechten herrschenden Eichen.		
mäßiger eingriff	Aushieb unerwünschter herrschender Mischbaumarten. Köpfung bzw. Entnahme herrschender Buchen.		
	Förderung von 7000 Auslese-bäumen pro Hektar durch Entnahme der 1-(2) stärksten Bedränger	Förderung von 1000 Auslese-bäumen pro Hektar durch Entnahme der 1-(2) stärksten Bedränger	Förderung von 500 Auslese-bäumen pro Hektar durch Entnahme der 1-(2) stärksten Bedränger
starker Eingriff	Aushieb unerwünschter herrschender Mischbaumarten. Köpfung bzw. Entnahme herrschender Buchen.		
	Förderung von 7000 Auslese-bäumen pro Hektar durch Entnahme aller restlichen Eichen	Förderung von 500 Auslese-bäumen pro Hektar durch Entnahme der 2-(3) stärksten Bedränger	Förderung von 100 Auslese-bäumen pro Hektar durch Entnahme der 2-(3) stärksten Bedränger

Pro Pflegeeingriff waren 2 Parzellen angelegt worden, auf denen die Brusthöhendurchmesser erhoben worden waren. Von insgesamt 40 Parzellen lagen also die Durchmesser-Verteilungen vor, und zwar vor und nach den Pflegeeingriffen.

Dieses Datenmaterial, mit Hilfe dessen die oben aufgeführten Fragen beantwortet werden sollten, begrenzte von vornherein die Aussagefähigkeit der in der vorliegenden Untersuchung gewonnenen Ergebnisse:

- die Ergebnisse können zunächst einmal nur für Eichenjungbestände Gültigkeit beanspruchen;
- sie gelten außerdem nur für frisch durchforstete Bestände. Folgerungen über die langjährige Auswirkung unterschiedlicher Durchforstungsstärken auf die Durchmesser-Verteilungen sind nicht möglich.

Trotz dieser Einschränkungen war das Datenmaterial umfangreich genug, um grundlegende Untersuchungen über die Anpassungsgüte der getesteten Verteilungsfunktionen anstellen zu können.

Die Anpassungsgüte wurde mit der  $\chi^2$ -verteilten Kennzahl

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_i - F_i)^2}{F_i}$$

gemessen. Eine alternative Kennzahl wäre allerdings die ebenfalls  $\chi^2$ -verteilte Prüfwahl G gewesen. Beide Prüfwahlen werden häufig verwendet zur Testung der Hypothese, daß die Stichprobe einer Population mit einer bestimmten Verteilungsfunktion entnommen wurde. Im vorliegenden Fall wurde die Kennzahl  $\chi^2$  verwendet als eine Maßzahl für die Güte der Anpassung. Bei der Berechnung von  $\chi^2$  wurde die Restriktion eingeführt, daß eine Erwartungshäufigkeit größer als 1 sein sollte. War dies nicht der Fall, so wurden angrenzende Klassen zusammengefaßt.

## 3. ERGEBNISSE

Tabelle 3 gibt die Pearsonschen Korrelationskoeffizienten zwischen Mittelwert, Standardabweichung und Stichprobenparametern der Beta- bzw. der Dreiparameter-Weibull-Verteilung wieder.

Tab. 3  
**Korrelationsmatrizen**  
**Correlation matrices**

(a) Beta-Verteilung

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>
X <sub>1</sub>	1	0,979**	0,407**	-0,346*	0,094
X <sub>2</sub>	—	1	0,385*	-0,263	0,174
X <sub>3</sub>	—	—	1	0,049	0,424*
X <sub>4</sub>	—	—	—	1	0,197

(b) Dreiparameter-Weibull-Verteilung

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>
X <sub>1</sub>	1	0,979**	0,794**	0,952**	0,549**	0,119
X <sub>2</sub>	—	1	0,729**	0,955**	0,490**	0,197
X <sub>6</sub>	—	—	1	0,601**	0,107	-0,184
X <sub>7</sub>	—	—	—	1	0,650**	0,249
X <sub>8</sub>	—	—	—	—	—	0,339**

X<sub>1</sub> = Mittelwert  
X<sub>2</sub> = Standardabweichung  
X<sub>3</sub> = Parameter  $\alpha$  der Beta-Verteilung  
X<sub>4</sub> = Parameter  $\gamma$  der Beta-Verteilung  
X<sub>5</sub> =  $\Sigma(f_i F_i)/F_i$ , Beta-Verteilung  
X<sub>6</sub> = Parameter A der Weibull-Verteilung  
X<sub>7</sub> = Parameter B der Weibull-Verteilung  
X<sub>8</sub> = Parameter C der Weibull-Verteilung  
X<sub>9</sub> =  $\Sigma(f_i F_i)/F_i$ , Weibull-Verteilung

Der Mittelwert und folglich auch die Standardabweichung der Verteilungen sind signifikant und positiv mit dem Parameter  $\alpha$  der Beta-Verteilung korreliert. Die Variablen Mittelwert und  $\gamma$  sind signifikant negativ korreliert. Die Güte der Anpassung, welche als die Chi-Quadratverteilte Kennzahl  $\chi^2$  erfaßt wird, ist signifikant positiv mit dem Parameter  $\alpha$  korreliert. Der Mittelwert ist signifikant positiv mit den Parametern A, B und C der Dreiparameter-Weibull-Verteilung korreliert. Die Parameter A und B dieser Verteilung sind positiv korreliert, dies gilt ebenfalls für die Parameter B und C. Die Anpassungsgüte der Weibull-Verteilung nimmt ab mit zunehmendem Wert des Parameters C.

Die Korrelationsmatrix erfaßt die Straffheit der Beziehung zwischen stetigen, normalverteilten Variablen. Es wird dabei angenom-

men, daß die Beziehung linear ist. In der Regressionsanalyse ist die Annahme der Linearität eine statistisch prüfbare Hypothese. Deshalb wurde zur Berechnung der Parameter grundsätzlich von einem Polynom des zweiten Grades ausgegangen, wobei der lineare und der quadratische Term dann beibehalten wurden, wenn die Überschreitungswahrscheinlichkeit geringer als 0,05 war.

#### Der Zusammenhang zwischen den Parametern der Verteilung und dem Mitteldurchmesser

Die Beziehung zwischen dem Parameter  $\alpha$  und dem Mitteldurchmesser wurde mit einem Polynom zweiten Grades wiedergegeben. Der lineare sowie auch der quadratische Term war gesichert ( $F = 64,0$  bzw.  $F = 52,9$ ). Die Gleichung lautet:

$$\alpha = -0,699 + 0,804 d_g - 0,0623 d_g^2, \\ R^2 = 0,638.$$

Die Beziehung zwischen dem Parameter B der Zweiparameter-Weibullverteilung und  $d_g$  war ebenfalls kurvilinear ( $F_{\text{linear}} = 705$ ,  $F_{\text{quadratisch}} = 16$ ):

$$B = -0,378 + 1,412 d_g - 0,0506 d_g^2, \\ R^2 = 0,948.$$

Auch für die Beziehung zwischen dem Parameter C der Zweiparameter-Weibullverteilung und  $d_g$  konnte Kurvilinearität nachgewiesen werden ( $F = 28,5$  bzw.  $F = 29,0$ ):

$$C = 1,008 + 0,429 d_g - 0,0308 d_g^2, \\ R^2 = 0,587.$$

Varianzanalysen für jede der 5 Versuchsflächen wurden durchgeführt mit dem Ziel, den Einfluß der Durchforstung auf die Parame-

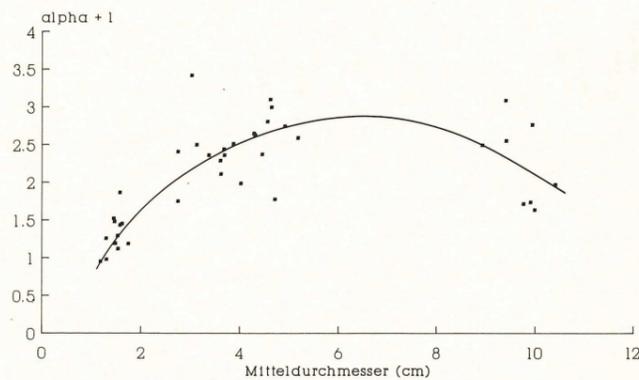


Abb. 1  
Zusammenhang zwischen  $\alpha$  und  $d_g$   
Relationship between  $\alpha$  and  $d_g$

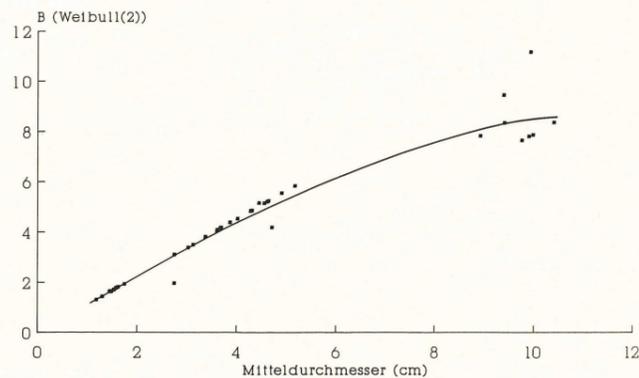


Abb. 2  
Zusammenhang zwischen B und  $d_g$   
Relationship between B and  $d_g$

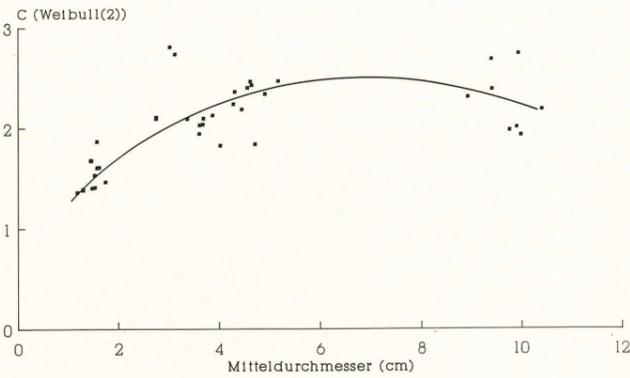


Abb. 3  
Zusammenhang zwischen C und  $d_g$   
Relationship between C and  $d_g$

ter der Weibullverteilung und auf das Verhältnis  $\alpha/\gamma$  der Betaverteilung zu erfassen. Ein Einfluß der Durchforstung auf diese Kennzahlen konnte nicht nachgewiesen werden. Der Mittelwert der Größe  $\alpha/\gamma$  war 0,178 und deutet auf eine Schiefe nach rechts. Die Standardabweichung dieser Größe war 0,114.

#### Der Zusammenhang zwischen den Bestandeskennzahlen und die Güte der Anpassung

Die Beziehungen zwischen Chi-Quadrat für die Betaverteilung bzw. für die Dreiparameter-Weibullverteilung und dem Mittelwert sind kurvilinear. Die relevanten Regressionsgleichungen lauten:

$$\chi^2_{\text{Beta}} = -44,04 + 42,471 d_g - 3,585 d_g^2, \\ R^2 = 0,354.$$

$$\chi^2_{\text{Weib(3)}} = -48,270 + 41,001 d_g - 3,459 d_g^2, \\ R^2 = 0,356.$$

Die Standardfehler des partiellen Regressionskoeffizienten  $b_1$  sind 8,796 bzw. 8,464 und des Regressionskoeffizienten  $b_2$  0,750 bzw. 0,721. Dies läßt auf Parallelität der 2 Kurven schließen. Auch der Unterschied zwischen den Interzepten ist nicht gesichert, die Regressionskurven überlagern sich. Dies wurde in einer zweiten Regressionsanalyse bestätigt mit „Verteilungsfunktion“ als erklärende Dummy-Variable, Mittelwert und dessen Quadrat als zweite und dritte erklärende Variable. Der Einfluß der Dummy-Variablen und deren Wechselwirkung mit der Variablen „Mittelwert“ war nicht gesichert.

In einer dritten Regressionsanalyse wurden die 5 Durchforstungsflächen mit Hilfe von 4 Dummy-Variablen in das Regressionsmodell eingeführt. In der schrittweisen Lösung der Normalgleichungen war der Anteil des Kollektives der Dummy-Variablen hochsignifikant, Mittelwert und dessen Quadrat waren dagegen nicht gesichert. Die  $R^2$ -Werte waren 0,676 für die Betaverteilung und 0,621 für die Dreiparameter-Weibullverteilung. Dies deutet darauf, daß nicht nur der Mittelwert sondern auch andere Faktoren Einfluß hatten.

Obwohl  $\chi^2$  positiv mit dem Mitteldurchmesser korreliert ist, kann daraus nicht abgeleitet werden, daß die Güte der Anpassung mit zunehmendem Alter abnimmt, weil  $\chi^2$  bei vorgegebener Anpassungsgüte proportional zum Stichprobenumfang ist. Die erheblichen Unterschiede in der Anzahl der Bäume innerhalb der Versuchsflächen verschleiern damit eine mögliche Beziehung zwischen Alter und Anpassungsgüte. Es wäre denkbar, eine gewichtete Regressionsanalyse durchzuführen, wobei  $\chi^2$  mit dem Reziprokwert der Parzellenbaumzahl gewichtet wird. Die daraus resultierenden Regressionsgleichungen lauten:

$$\chi^2_{\text{Beta}}/N = -0,037 + 0,0532 d_g - 0,003954 d_g^2;$$

$$\chi^2_{\text{Weib(2)}}/N = -0,043 + 0,0471 d_g - 0,003516 d_g^2.$$

Für beide Verteilungsfunktionen nimmt die transformierte abhängige Variable mit dem Mitteldurchmesser zu, erreicht ein Maximum bei einem Mitteldurchmesser zwischen 6 cm und 7 cm und nimmt nachher ab. Dies ist ein Hinweis darauf, daß beide Verteilungsfunktionen die beste Anpassung ergeben in den beiden Dicken und im geringen Baumholzalter, und die schlechteste Anpassung in den beiden Stangenholzern.

#### Beziehungen zwischen den $\chi^2$ -Werten

Die Kennzahlen der Parameter der Zweiparameter-Weibullverteilung werden mit  $B_{\text{Weib(2)}}$  bzw.  $C_{\text{Weib(2)}}$ , diejenigen der Dreiparameter-Weibullverteilung mit  $A_{\text{Weib(3)}}$ ,  $B_{\text{Weib(3)}}$  und  $C_{\text{Weib(3)}}$  bezeichnet. Die  $\chi^2$ -Werte, welche sich für die Betaverteilung, die Zweiparameter- und die Dreiparameter-Weibullverteilung errechnen, werden mit  $\chi^2_{\text{Beta}}$ ,  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  und  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  bezeichnet. Die Regressionsanalysen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Der Zusammenhang zwischen  $\chi^2_{\text{Beta}}$  und  $\alpha$ , zwischen  $\chi^2_{\text{Beta}}$  und  $\gamma$ , zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  und  $B_{\text{Weib(2)}}$ , zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  und  $B_{\text{Weib(3)}}$ , und zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  und  $C_{\text{Weib(3)}}$  ist nicht gesichert.

2. Die Beziehung zwischen  $\chi^2_{\text{Beta}}$  und  $\alpha$  ist linear und lautet:

$$\chi^2_{\text{Beta}} = 11,96 + 27,79 \alpha, \\ s_{(b1)} = 9,63; t = 2,84; R^2 = 0,158.$$

3. Die Beziehung zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  und  $B_{\text{Weib(2)}}$  ist kurvilinear und lautet wie folgt:

$$\chi^2_{\text{Weib(2)}} = -33,11 + 29,204 B_{\text{Weib(2)}} - 2,453 B_{\text{Weib(2)}}^2, \\ R^2 = 0,283.$$

4. Die Beziehungen zwischen  $\chi^2$  und dem Parameter C, für die Zweiparameter- und für die Dreiparameter-Verteilung sind linear und lauten:

$$\chi^2_{\text{Weib(2)}} = -26,14 + 28,70 C_{\text{Weib(2)}}, \\ s_{(b1)} = 12,93; t = 2,8; P = 0,032.$$

$$\chi^2_{\text{Weib(3)}} = -34,44 + 34,20 C_{\text{Weib(3)}}, \\ s_{(b1)} = 12,18; t = 2,85; P = 0,0078.$$

5. Die Beziehungen zwischen den Chi-Quadratwerten, welche sich für die 3 Verteilungsfunktionen errechnen, sind wie folgt:

$$\chi^2_{\text{Weib(2)}} = -0,809 + 0,779 \chi^2_{\text{Beta}}, \\ s_{(b1)} = 0,035; t = 22,5; P < 0,0001.$$

$$\chi^2_{\text{Weib(3)}} = -3,084 + 0,904 \chi^2_{\text{Beta}}, \\ s_{(b1)} = 0,054; t = 16,7; P < 0,0000.$$

$$\chi^2_{\text{Weib(3)}} = -2,156 + 1,16 \chi^2_{\text{Weib(2)}}, \\ s_{(b1)} = 0,045; t = 26,0; P < 0,0001.$$

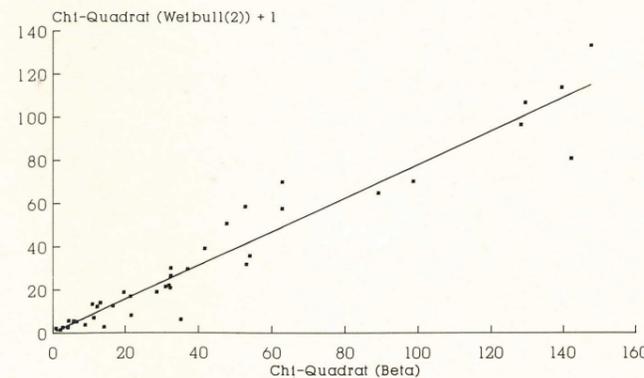


Abb. 4  
Beziehung zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  und  $\chi^2_{\text{Beta}}$   
Relationship between  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  and  $\chi^2_{\text{Beta}}$

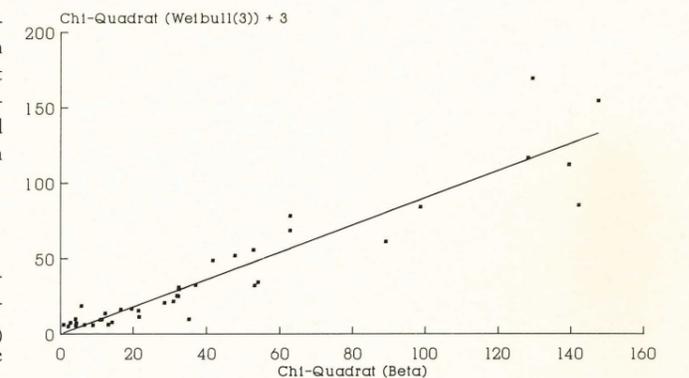


Abb. 5  
Beziehung zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  und  $\chi^2_{\text{Beta}}$   
Relationship between  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  and  $\chi^2_{\text{Beta}}$

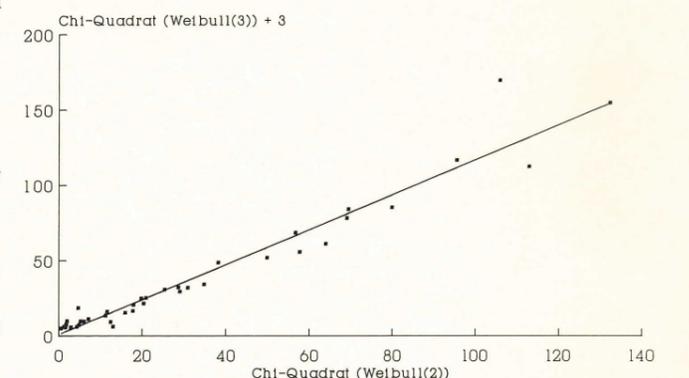


Abb. 6  
Beziehung zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  und  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$   
Relationship between  $\chi^2_{\text{Weib(3)}}$  und  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$

Die  $\chi^2$ -Werte, welche sich für die Zwei- und die Dreiparameter-Weibullverteilung errechnen, liegen unter den diesbezüglichen Schätzwerten der Betaverteilung. Beide Weibullverteilungen ergeben eine deutlich bessere Anpassung der beobachteten an die theoretischen Häufigkeiten. Die Dreiparameter-Weibullverteilung ergibt keine bessere Anpassung als die Zweiparameter-Weibullverteilung. Die Maximum-Likelihood-Schätzung der 3 Parameter der diesbezüglichen Weibullverteilung braucht erheblich mehr CPU-Zeit als das iterative Schätzverfahren, das für die Berechnungen der Zweiparameter-Verteilung benötigt wird. Weiterhin sollte auch die Anzahl von Parametern im allgemeinen möglichst niedrig gehalten werden. Für die Beschreibung der Durchmesserverteilungen von Eichenbeständen sollte deswegen die Zweiparameter-Weibullverteilung verwendet werden.

Die BHD-Verteilung des ausscheidenden Bestandes wurde getrennt untersucht und zwar für die Eingriffsvarianten mäßig und stark. Dabei wurde die Beziehung zwischen dem Mitteldurchmesser des verbleibenden Bestandes und  $\chi^2_{\text{Beta}}$  bzw.  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  regressionsanalytisch untersucht. Die Kennzahl  $\chi^2_{\text{Beta}}$  war nicht signifikant mit dem Mitteldurchmesser korreliert. Der Mittelwert und die Standardabweichung waren gleich 4,68 bzw. 3,68. Die Beziehung zwischen  $\chi^2_{\text{Weib(2)}}$  und  $d_g$  war linear und hochsignifikant ( $t = 2,89$ , 25 Freiheitsgrade). Die Regressionsgleichung lautet:

$$\chi^2_{\text{Weib(2)}} = 1,116 + 0,412 d_g.$$

Daraus errechnen sich die Schätzwerte  $\chi^2 = 3,2$  für  $d_g = 5$  cm, und  $\chi^2 = 6,1$  für  $d_g = 12$  cm. Beide Verteilungsfunktionen erzielen eine etwa gleich gute und durchaus befriedigende Güte der Anpassung.

## 4. ZUSAMMENFASSUNG

Es war das Ziel der vorliegenden Untersuchung, die Güte der Anpassung der Betaverteilung, der Zweiparameter- und der Dreiparameter-Weibullverteilung zur Beschreibung von Durchmesserverteilungen in Eichenjungbeständen zu vergleichen und die dabei vorkommenden Unterschiede statistisch zu prüfen. Das Datenmaterial stammte aus vom Lehrstuhl für Waldbau und Forsteinrichtung angelegten und betreuten Pflegeversuchen in zwei Dickungen, einem Stangenholz und einem geringen Baumholz.

Die Datenauswertung zeigte eine statistisch gesicherte Beziehung zwischen dem Mitteldurchmesser und sämtlichen Parametern. Die Weibullverteilung weist eine signifikant bessere Anpassung als die Betaverteilung auf. Die Dreiparameter-Weibullverteilung ist der Zweiparameter-Weibullverteilung nicht überlegen.

Die Kennzahl  $\chi^2$ , die Aufschluß über ungenügende Anpassung gibt, ist ebenfalls vom Mitteldurchmesser abhängig. Diese Variable ist jedoch mit der Parzellenstammzahl korreliert. Bei vorgegebener Güte der Anpassung ist  $\chi^2$  proportional dem Stichprobenumfang. Deswegen sollten die Schätzwerte für  $\chi^2$  berichtigt werden, z. B. indem  $\chi^2$  mit dem Reziprokwert des Stichprobenumfanges gewichtet wird.

## 5. Summary

Title of the paper: *Diameter distributions in young oak stands.*

The present study was undertaken to compare the goodness of fit of the Beta distribution, the two parameter and the three parameter Weibull distribution for the description of the diameter distributions of young oak stands. Sample plots from thinning experiments in the Chair of Silviculture were used as study material.

The data analysis indicated a relationship between mean diameter and the parameters of all three distributions. The Weibull distribution produced a better fit, but there was no statistically significant difference between the goodness of fit of the two parameter and the three parameter Weibull distribution.

The test statistic  $\chi^2$  which is a chi-square variate is also related to mean diameter, but the estimated  $\chi^2$ -values should be adjusted because for a given goodness of fit, this statistic is proportional to sample size.

## 6. Résumé

Titre de l'article: *Répartitions des diamètres dans de jeunes peuplements de chêne.*

L'objectif des recherches présentées ici était de comparer la valeur de la »répartition beta« d'une part et d'autre part e la »répartition

Weibull« – soit à 2, soit à 3 paramètres –, pour rendre compte des répartitions des diamètres dans de jeunes peuplements de chêne et pour prouver statistiquement les différences pouvant apparaître. Les données de base proviennent d'expériences sur les soins culturaux installées et conduites par la Chaire de sylviculture et d'aménagement dans deux fourrés, un perchés et une jeune futaie.

L'exploitation des données a montré une corrélation statistiquement certaine entre le diamètre moyen et la totalité des paramètres. La »répartition Weibull« convient mieux et d'une manière significative que la »répartition beta«; cependant la »répartition Weibull« à trois paramètres n'est pas supérieure à celle à deux paramètres.

La valeur du  $\chi^2$ , qui donne des indications sur une adaptation insuffisante, est également liée au diamètre moyen. Cette variable est toutefois corrélée avec le nombre de tiges dans les parcelles. Lorsque les procédés sont bien adaptés le  $\chi^2$  est proportionnel aux dimensions de la parcelle échantillon. Pour cette raison les valeurs estimées pour le  $\chi^2$  doivent être ajustées; par exemple le  $\chi^2$  sera pondéré en prenant comme valeur réciproque les dimensions de la parcelle échantillon.

J. M.

## 7. Literatur

- BAILEY, R. L. and DELL, T. R.: Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *Forest Science* **19** (2), 97–104, 1973
- BLISS, C. I. and REINKER, K. A.: A lognormal approach to diameter distributions. *Forest Science* **10**, 350–360, 1964
- DUBAY, S. D.: Some percentile estimators for Weibull parameters. *Technometrics* **9**, 119–129, 1967
- GADOW, K. VON: Untersuchungen zur Konstruktion von Wachstumsmodellen für schnellwüchsige Plantagenbaumarten. *Forstliche Forschungsberichte München* **77**, 147 S., 1987
- HARTER, H. L. and MOORE, A. H.: Maximum likelihood estimation of the parameters of gamma and Weibull populations from complete and from censored samples. *Technometrics* **7**, 639–643, 1965
- KENNEL, R.: Die Bayerischen Buchendurchforstungsversuche von 1870 bis 1970. *Forstliche Forschungsberichte München* **7**, 264 S., 1972
- KRAMER, H. and AKÇA, A.: Leitfaden für Dendrometrie und Bestandesinventur. Sauerländer's Verlag, Frankfurt. 287 S., 1987
- MENON, M. V.: Estimation of the shape and scale parameters of the Weibull distribution. *Technometrics* **5**, 175–182, 1963
- MOSANDL, R., BURSCHEL, P. und SLIWA, J.: Die Qualität von Ausleseebäumen in Eichenjungbeständen. *Forst und Holz* **2**, 37–41, 1988
- SINGHMIN: Persönliche Mitteilung, 1981
- ZÖHRER, F.: The beta-distribution for best fit of stem diameter distributions. IUFRO, 3rd Conf. Adv. Group For. Statisticians, France, 1970

## WALDBAU

**Kronenentwicklung und Vitalitätsbeurteilung ausgewählter Baumarten der gemäßigten Breiten**

Von Dr. A. Roloff. 258 Seiten mit 120 Abb. und 14 Tab. Kart. DM 25,—

**Ausländeranbau in Niedersachsen und den angrenzenden Gebieten**

Inventur und waldbaulich-ertragskundliche Untersuchungen

Von Dr. J. Stratmann. 131 Seiten mit 20 Abb. und 1 Tab. Kart. DM 19,—

**Die Waldstandorte in Hessen und ihre Bestockung**

Von Dr. H. Zimmermann. 235 Seiten mit 52 Abb., 14 Fotos und 10 Tab. Kart. DM 26,80.

**Wind- und Sturmschäden im Wald**

Von Dr. M. Rottmann. 128 Seiten mit 62 Abb. und 49 Tab. Kart. DM 16,80.

**Schnebruchschäden in Nadelholzbeständen**

Von Dr. M. Rottmann. 159 Seiten mit 62 Abb. und 37 Tab. Kart. DM 16,80.

**Ergebnisse des 4. Tannen-Symposiums**

Von Forstdirektor W. Kramer. 289 Seiten mit 69 Abb. und 54 Tab. Kart. DM 27,80.

**Stecklingsvermehrung von Stiel- und Traubeneiche (Quercus robur L. und Quercus petraea (Matt.) Liebl.)**

Von Dr. W. Spethmann. 99 Seiten mit 9 Abb. und 39 Tab. Kart. DM 15,—

**Versuche zur Einbringung von Lärche und Eiche in Buchenbeständen**

Von Dr. B. von Lüpke. 123 Seiten mit 14 Abb. und 41 Tab. Kart. DM 27,60.

**Untersuchungen über die Wirkung von Brand, Mahd und Beweidung auf die Entwicklung von Heide-Gesellschaften**

Von Dipl.-Forstwirt O. Muhle und Prof. Dr. E. Röhrig. 72 Seiten mit 14 Abb. und 20 Tab. Kart. DM 7,50.

**Die natürliche Verjüngung der Buche**

Von Doz. Dr. P. Burschel, Doz. Dr. J. Huss, Doz. Dr. R. Kalbhenn. 188 Seiten mit 37 Abb. und 63 Tab. Kart. DM 24,80.

**Züchterische Möglichkeiten zur Verbesserung quantitativer und qualitativer Eigenschaften bei europäischer Lärche**

Von Dr. W. Dietze. 109 Seiten mit 37 Abb. und 14 Tab. Kart. DM 26,50.

**Jungwuchspflege und Lüftung mit synthetischen Wuchsstoffen**

Von Prof. Dr. H.-J. Fröhlich. 56 Seiten mit 11 Abb., 9 graph. Darst., 11 Tab. Kart. DM 6,80.

**Züchtung, Anbau und Leistung der Pappeln**

Von Prof. Dr. H.-J. Fröhlich und Dr. W. Grosscurth. 268 Seiten mit 96 Abb., 36 Tab. und 1 Ausschlagtafel. Kart. DM 49,60.

**Fortschritte des forstlichen Saatgutwesens**

Band 1: 117 Seiten mit 35 Abb. und 46 Tab. Kart. DM 12,10.

Band 2: 166 Seiten mit 73 Abb. und 18 Tab. Leinen DM 32,—

Band 3: 108 Seiten mit 51 Abb. und 28 Tab. Kart. DM 26,80.

**Wald, Wachstum und Umwelt**

Eine Einführung in die ökologischen Grundlagen des Waldwachstums.

Von Prof. Dr. G. Mitscherlich.

Band 1: Form und Wachstum von Baum und Bestand. (zur Zeit vergriffen).

Band 2: Waldklima und Wasserhaushalt. 2. Auflage. 402 Seiten mit 118 Abb. und 147 Tab. Geb. DM 92,—

**Beiträge zum Problem der Kiefernaturverjüngung**

Von Prof. Dr. A. Olberg. 96 Seiten mit 7 Abb. und 13 Tab. Kart. DM 13,—

**Waldbauliche Untersuchungen über die Weißtanne im nördlichen und mittleren Westdeutschland**

Von Prof. Dr. A. Olberg und Prof. Dr. E. Röhrig. 102 Seiten mit 22 Abb. und mehreren Tab. Kart. DM 10,40.

**Untersuchungen zur Bestandesbegründung der Douglasie**

Von Dr. J. B. Larsen, O. Muhle und H. Lohbeck. 332 Seiten mit 28 Abb. und 137 Tab. Kart. DM 18,80.

**Die Anzucht von Forstpflanzen in Nadelstreubeeten**

Von Prof. Dr. E. Röhrig. 49 Seiten mit 2 Abb. und 36 Tab. Kart. DM 7,20.

**Neuere Grundlagen für den Anbau von Abies grandis**

Von Prof. Dr. E. Röhrig. 155 Seiten mit 26 Abb. und 30 Tab. Kart. DM 17,70.

**Der Adlerfarn und seine Bekämpfung mit Aminotriazol**

Von Doz. Dr. Chr. Volger. 104 Seiten mit 26 Abb. Kart. DM 13,40.

## BODENKUNDE, STANDORTSLEHRE

**Der Wasserumsatz eines Buchen- u. eines Fichtenwaldökosystems im Hochsolling**

Von Dr. P. Benecke. 158 Seiten mit 46 Abb. und 35 Tab. Kart. DM 25,80.

**Forstlich-hydrologische Untersuchungen im Kaufunger Wald**

Von Dr. P. Benecke, Dr. H. J. Liebscher und Forstamtmann E. Meyer. 333 Seiten mit 144 Abb. und 80 Tab. Kart. DM 52,—

**Die Bewertung des Windwurftrisikos der Fichte auf verschiedenen Standortstypen**

Von Dr. D. Germann. 104 Seiten mit 16 Abb., 64 Tab. im Text und 8seitigem Tab.-Anhang. Kart. DM 21,40.

**Über forstliche Düngungsversuche mit spezieller Zielsetzung für den Waldbau des nordwestdeutschen Flachlandes**

Von Doz. Dr. H. A. Gussone. 127 Seiten mit 23 Abb. und 31 Tab. Kart. DM 35,80.

**Ergebnisse langfristiger Düngungsversuche im Gebiet des nordwestdeutschen Diluviums und ihre Folgerungen für die Praxis**

Von Oberforstmeister Dr. G. Seibt und Prof. Dr. W. Wittich. 156 Seiten mit 16 Abb. und 45 Tab. Kart. DM 24,—

**Ertragskundliche und bodenkundliche Ergebnisse langfristiger Kalkdüngungsversuche**

Von Dr. G. Seibt, Prof. Dr. W. Wittich und Dr. J. B. Reemtsma. 300 Seiten mit 43 Abb. und 105 Tab. Kart. DM 42,80.

**Das Fruchten der Waldbäume als Grundlage der Forstamengewinnung**

I. Koniferen

Von Landforstmeister Dr. H. Messer. 108 Seiten mit 24 Abb. und 37 Tab. Kart. DM 12,80.

**Der heutige Stand unseres Wissens vom Humus und neue Wege zur Lösung des Rohhumusproblems im Walde**

Von Prof. Dr. W. Wittich. 2. Auflage. IV und 106 Seiten mit 4 Abb. und 23 Tab. Kart. DM 9,80.

**Bedeutung einer leistungsfähigen Regenwurmfauuna unter Nadelwald für Streuzersetzung, Humusbildung und allgemeine Bodendynamik. – Grundlagen der forstlichen Standortskartierung und Grundzüge ihrer Durchführung**

Von Prof. Dr. W. Wittich. 96 Seiten mit 2 Abb. und 10 Tab. Kart. DM 15,40.

**Die mineralische Eigenart der Böden des nordwestdeutschen Tieflandes mit ihren langzeitlichen Veränderungen und ihre Bedeutung für den Wald**

Von Prof. Dr. W. Wittich. 94 Seiten mit 13 Tab. Kart. DM 32,—

**Die Buchen- und Fichtenbestände der Probeflächen des Sollingprojektes der Deutschen Forschungsgemeinschaft**

Von Dr. G. Seibt. 109 Seiten mit 24 Abb. Kart. DM 18,90.

**ERTRAGSKUNDE**

**Beiträge zur Beurteilung der Jugendentwicklung von Fichtenprovenienzen**

Von Dr. E. J. Gärtner. 114 Seiten mit 28 Abb. und 46 Tab. Kart. DM 36,60.

**Über Höhenwuchsleistung und Wachstumsoptimum der Schwarzerle auf vergleichbaren Standorten in Nord-, Mittel- und Südeuropa**

Von Prof. Dr. V. Glavac. 64 Seiten mit 27 Abb. und 17 Tab. Kart. DM 15,—

**Untersuchungen über die Jugendentwicklung von Douglasienprovenienzen in Hessen**

Von Dr. M. Jestaedt. 105 Seiten mit 31 Abb. und 35 Tab. Kart. DM 31,20.

**Wachstum und Behandlung der Douglasie im pazifischen Nordwesten von Amerika**

Von Prof. Dr. H. Kramer. 114 Seiten mit 18 Abb., 22 Tab. und 4 Tafeln. Kart. DM 16,50.

**Nadelanalytische Untersuchungen an Fichte (Picea abies) nach Grünästung und Düngung**

Von Dr. J. B. Reemtsma. 100 Seiten mit 29 Abb. und 6 Tab. Kart. DM 9,—

**Beitrag zur Ästung und Naturverjüngung der Douglasie**

Von Oberforstmeister E. Eckstein. 45 Seiten mit 6 Fotos, 12 graph. Darst. und 8 Tab. Kart. DM 14,20.

**Inventur und Wachstum in erkrankten Fichtenbeständen**

Von Prof. Dr. H. Kramer, Dr. S. Athari, Prof. Dr. A. Akça und Dr. P. H. Dong. 114 Seiten mit 52 Abb. und 14 Tab. Kart. DM 19,80.

**Biologische, technische und wirtschaftliche Aspekte der Jungbestandspflege**

Von Prof. Dr. H. Kramer. 347 Seiten mit 93 Abb. und 50 Tab. Kart. DM 34,20.

**Beiträge zur Bestandesbegründung der Fichte**

Von Prof. Dr. H. Kramer und Forstrat Dr. H. Spellmann. 103 Seiten mit 18 Abb. und 19 Tab. Kart. DM 10,80.

**Biologische Aspekte zur Jungbestandspflege der Fichte**

Von Prof. Dr. H. Kramer und N. Bjerg. 121 Seiten mit 16 Abb. und 27 Tab. Kart. DM 8,80.

**Der Einfluß von Großklima und Standort auf die Entwicklung von Waldbeständen**

Von Prof. Dr. H. Kramer. 140 Seiten mit 64 Abb. und 10 Tab. Kart. DM 20,20.

**Ertragsstufen wichtiger Baumarten bei verschiedener Durchforstung**

Neubearbeitet von Prof. Dr. R. Schober. 166 Seiten, hiervon 138 Seiten Tab. und 23 Abb. PVC-Einband DM 30,—

**Die japanische Lärche**

Eine biologisch-ertragskundliche Untersuchung

Von Prof. Dr. R. Schober. 224 Seiten mit 82 Abb. und 91 Tab. Kart. DM 16,80.

**Die Sitka-Fichte**

Eine biologisch-ertragskundliche Untersuchung

Von Prof. Dr. R. Schober. 242 Seiten mit 80 Abb. und 47 Tab. Leinen DM 31,—; Kart. DM 27,30.

**Neue Ergebnisse des II. Internationalen Lärchenprovenienzversuches von 1958/59 nach Aufnahmen von Teilversuchen in 11 europäischen Ländern und den USA**

Von Prof. Dr. R. Schober. 164 Seiten mit 45 Abb. und 24 Tab. Kart. DM 27,—

**Vom II. Internationalen Lärchen-Provenienzversuch 1958/59**

Von Prof. Dr. R. Schober. 358 Seiten mit 68 Abb. und 35 Tab. Kart. DM 49,—

**Der Gahrenberger Lärchen-Provenienzversuch**

Von Prof. Dr. R. Schober und Landforstmeister Dr. H.-J. Fröhlich. 206 Seiten mit 77 Abb. und 38 Tab. Kart. DM 39,80.

**Die Rotbuche 1971**

Von Prof. Dr. R. Schober. 443 Seiten mit 110 Abb. und Fotos, 156 Tab. Kart. DM 85,60; Leinen DM 92,—

**Ertragskundliche und waldbauliche Grundlagen der Forstwirtschaft**

Von Prof. Dr. E. Wiedemann. 3. Auflage. 346 Seiten mit 74 graph. Darst. und 47 Tab. Leinen DM 24,—

**FORSTGENETIK, FORSTPFLANZENZÜCHTUNG, FORSTLICHE BIOMETRIE UND INFORMATIK**

**Einführung in die Genetik für Studierende der Forstwissenschaft**

Von H. H. Hatterer und F. Bergmann. 268 Seiten mit 86 Abb. und 59 Tab. Kart. DM 22,80.

**Biometric Models and Simulation Techniques for Processes of Research and Applications in Forestry**

Zusammengestellt von Prof. Dr. B. Sloboda. 163 Seiten mit 51 Abb. und 28 Tab. Kart. DM 29,—

**Beiträge zur biometrischen Modellbildung in der Forstwirtschaft**

Von Prof. Dr. T. Suzuki unter Mitwirkung von Prof. Dr. B. Sloboda und Dr. J. Saborowski. 105 Seiten mit 6 Abb. Kart. DM 19,50.