

Berechnung von Zylinderschalen aus Holz und Holzwerkstoffen unter Berücksichtigung der Spannungsrelaxation

**AONDIO
PATRIK**

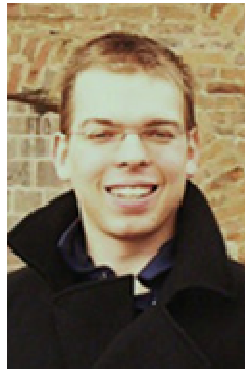
Dipl.-Ing.

**Lehrstuhl für Holzbau und
Baukonstruktion**

**Univ.-Prof. Dr.-Ing
Stefan Winter**

**Technische Universität
München**

aondio@tum.de



Jahrgang 1984

Studium
Bauingenieurwesen
an der TU München

Seit 2008
wissenschaftlicher
Assistent bei Prof. Winter

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag befasst sich mit dem Tragverhalten von zylinderförmigen Schalenträgwerken aus Holz und Holzwerkstoffen. Es wird die Möglichkeit untersucht, Zylinderschalen aus plan produzierten, großformatigen Holzwerkstoffplatten herzustellen. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die, durch die Krümmung induzierten Eigenspannungen und deren mögliche Erfassung in einer statischen Berechnung gelegt.

Da sich die durch die Zwangskrümmung induzierten Eigenspannungen, mit der Zeit abbauen, werden gesonderte Untersuchungen zur Relaxation angestellt. Zu diesem Zweck wurden Lamellen aus einem alten, gekrümmten Brettschichtholzträger gelöst und zusätzlich dreischichtige Fichtenholzplatten untersucht. Dabei werden Möglichkeiten der Vor- und Nachbehandlung der Dreischichtplatten betrachtet, durch welche das Maß der Relaxation beeinflusst werden kann.

Stichworte: Holz, Holzwerkstoffe, Zylinderschale, Eigenspannungen, Relaxation, zeitabhängiger E-Modul

1. Einleitung

Schalenträgwerke bilden hoch effiziente und leistungsfähige Systeme. Mit ihnen können sehr filigrane und weit gespannte Tragwerke bei minimalem Materialverbrauch realisiert werden. Der hohen Materialersparnis steht ein hoher Anspruch hinsichtlich mechanischem Wissen und materialgerechtem Planen entgegen. Durch die beschränkten, gewachsenen Abmessungen des Rohstoffes Holz, stellt das materialgerechte Planen und Entwerfen von Schalen, speziell im Holzbau, eine gewisse Schwierigkeit dar. Viele kleine Querschnitte müssen unter Verwendung von mechanischen Verbindungsmitteln zu Bögen, Rauten- oder Gitternetzen zusammengeführt werden.

Durch die umfangreichen Entwicklungen im Bereich der Holzwerkstoffindustrie hat sich in den letzten Jahren eine Vielzahl von neuen Plattenwerkstoffen auf dem Markt etabliert, die auch im Bereich des Schalenbaues gut eingesetzt werden können. Durch die mitunter große zweidimensionale Ausdehnung (bis zu 4,50 m Breite und über 60,0 m Länge [11]), bieten sie Vorteile gegenüber den eindimensionalen Abmessungen gewöhnlicher Holzstäbe. Diese Plattenwerkstoffe werden in der Regel plan hergestellt, da die Produktion gekrümmter Holzwerkstoffplatten einen erheblichen Produktions- und Kostenaufwand zur Folge hätte.

2. Zylinderschalen aus Holzwerkstoffplatten

2.1 Allgemeines

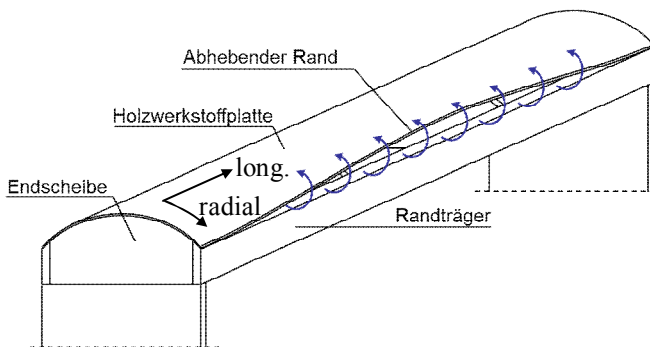


Abb. 1: Einfluss der Eigenspannungen

Es wird die Idee verfolgt, einfach gekrümmte Schalen durch große konventionell gefertigte Holzwerkstoffplatten herzustellen. Die Herstellung ist dabei vornehmlich von der Größe der Platten und dem möglichen Krümmungsradius abhängig. Durch die Krümmung werden Spannungen in radialer Richtung induziert und gleichzeitig eine hohe geometrische Steifigkeit in longitudinaler Richtung aktiviert. Um ein Aufatmen der Platten und Stabilitätsprobleme zu vermeiden müssen diese auf einer Unterkonstruktion befestigt werden (siehe Abb. 1).

2.2 Erfassung der Eigenspannungen

Eine erste Herausforderung bei der Berechnung zylinderförmiger Schalen bildet die Erfassung der inneren, gespeicherten Spannungen. Es werden zwei Möglichkeiten aufgezeigt, die durch eine Zwangskrümmung induzierten Spannungen zu berücksichtigen. Eine Möglichkeit besteht darin, ein Randmoment in Abhängigkeit der Biegesteifigkeit EI und des Krümmungsradius R zu ermitteln. Dabei wird von einem konstanten Krümmungsradius ausgegangen (siehe Gleichung (1); Abb. 2).

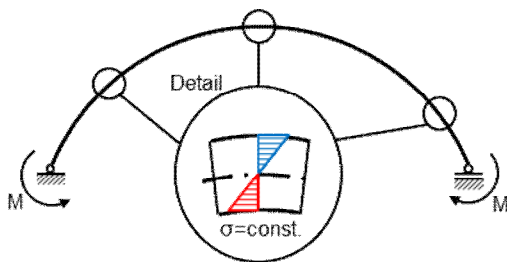


Abb. 2: Gekrümmter Stab mit Ersatzmoment

$$M = \frac{1}{R} \cdot EI \quad (1)$$

Diese Möglichkeit bietet sich an, wenn die betrachtete Schale einen freien Plattenrand besitzt. Wird die Deckplatte an einem längs der Traufe verlaufenden Träger befestigt, so wird das Moment fast ausschließlich von diesem aufgenommen und der Eigenspannungszustand falsch abgebildet.

Alternativ kann die aufgezwungene Krümmung durch eine ideelle Temperaturlast erfasst werden (siehe Abb. 3).

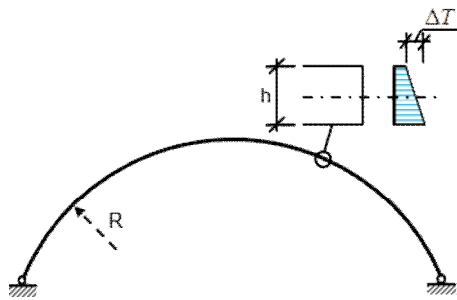


Abb. 3: Ideelle Temperaturlast

$$\Delta T = \frac{1}{R} \cdot \frac{h}{\alpha_T} \quad (2)$$

Diese ist vom erforderlichen Krümmungsradius R , der Bauteilhöhe h und dem Temperaturexpansionskoeffizienten α_T abhängig. Es können Eigenspannungszustände für alle Systemarten berechnet werden, gegebenenfalls auch Änderungen der Krümmung durch eine Anpassung des Temperaturgradienten.

Der Ansatz einer ideellen Temperaturlast hat sich als äußerst praktikabel erwiesen. Es konnten diverse Schalen nach dem Verfahren der Schubanalogie, mit entsprechenden Trägerrostmodellen in konventionellen Stabwerksprogrammen berechnet werden. Um mögliche Krümmungsradien der Platten zu erhalten, wurden diese in Anlehnung an die zulässigen Radien zur Produktion von gekrümmtem Brettschichtholz ermittelt. Es zeigte sich, dass bei der Verwendung dieser Grenzen bereits Biegeandspannungen oberhalb der charakteristischen Biegezugfestigkeit entstehen, wodurch die Nachweise der Tragfähigkeit in radialer Richtung nicht eingehalten werden können. Da ein Teil der Spannungen durch rheologische Prozesse abgebaut werden, werden in der Folge entsprechende Untersuchungen vorgestellt.

3. Erfassung der Relaxation

3.1 Experimentelle Untersuchungen zur Relaxation am Brettschichtholzträger

3.1.1 Material und Prüfkörpereigenschaften

Um möglichst realistische Ergebnisse zur Spannungsrelaxation nach langer Zeit zu erhalten, wurde ein 25 Jahre alter gekrümmter Brettschichtholzträger untersucht, der in Nutzungsklasse 1 gelagert war (siehe Abb. 4 und Abb. 5). Die in diesem Brettschichtholzträger verwendeten Fichtenholzlamellen sind 10 mm stark und 90 mm breit.



Abb. 4: Gekrümmter Brettschichtholzträger

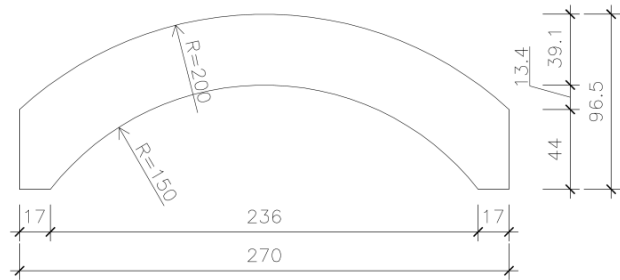


Abb. 5: Maße des untersuchten Trägers [cm]

3.1.2 Versuchsdurchführung

Um ein Maß für den Abbau der Eigenspannungen zu erhalten, wurden die beiden obersten Lamellen des Trägers aus dem Verbund gelöst (siehe Abb. 6). Aus der Änderung der Krümmung nach dem Lösen kann auf die Restspannungen zurückgerechnet werden und damit auch auf die Spannungsrelaxation.



Abb. 6: Lösen der Lamelle

3.1.3 Versuchsauswertung

Um die Krümmung der beiden Lamellen zu berechnen, wurden entsprechende mathematische Funktionen ermittelt. Die Differenz der Krümmung vor und nach dem Lösen gibt Auskunft über die verbliebene bzw. gespeicherte Spannung $\sigma_{t=25a}$. Es wird davon ausgegangen, dass die Lamellen vor dem Krümmen spannungslos waren und sich sowohl der E-Modul als auch der Querschnitt über den betrachteten Zeitraum nicht geändert haben. Wird die Restspannung $\sigma_{t=25a}$, mit dem Wert der Spannung zum Zeitpunkt des Krümmens $\sigma_{t=0}$ ins Verhältnis gesetzt, so kann ein prozentualer Anteil für die Restspannung ϑ ermittelt werden.

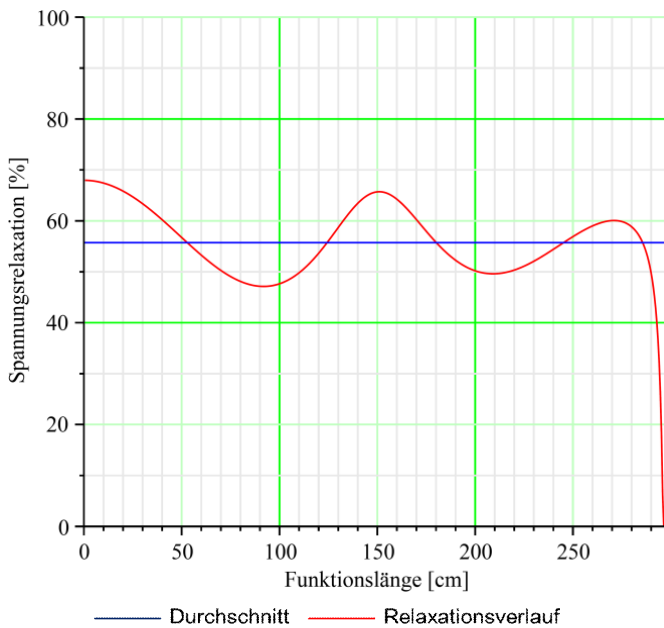
$$\vartheta = \frac{\sigma_{t=25a}}{\sigma_{t=0}} \cdot 100\% = \frac{|\Delta\kappa| \cdot E \cdot \frac{d}{2}}{|\kappa_1| \cdot E \cdot \frac{d}{2}} \cdot 100\% = \frac{|\kappa_1 - \kappa_2|}{|\kappa_1|} \cdot 100\% \quad (3)$$

κ_1 ... Krümmung vor dem Lösen

κ_2 ... Krümmung nach dem Lösen

Aus diesem Wert ermittelt sich anschließend die Spannungsrelaxation χ :

$$\chi = 100\% - \vartheta = \left(1 - \frac{|\kappa_1 - \kappa_2|}{|\kappa_1|} \right) \cdot 100\% \quad (4)$$



Für die beiden Lamellen wurde Gleichung (4) entlang der ermittelten Funktionslängen ausgewertet. Exemplarisch ist das Ergebnis der obersten Lamelle in Abb. 7 gegeben.

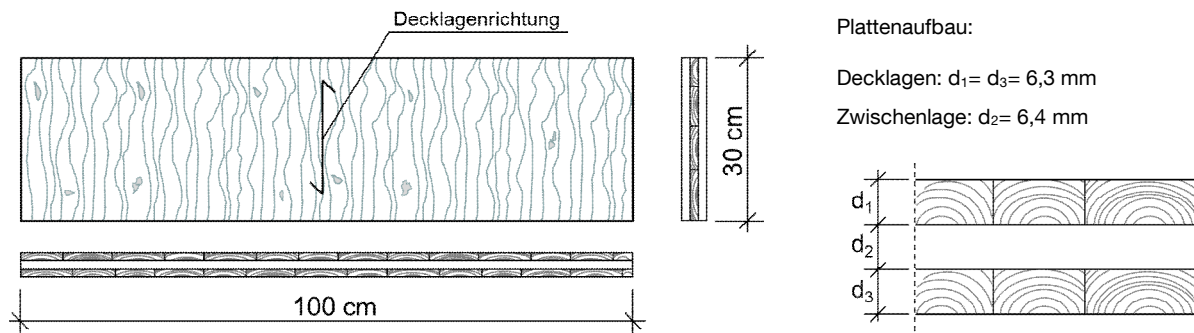
An den ausgewerteten Funktionen zeigt sich, dass in beiden Lamellen eine Spannungsrelaxation von rund 57 % auftritt. Eine einjährige Beobachtung der Lamellen ergab ein stark hygroskopisches Verhalten. Unter Berücksichtigung der beobachteten, feuchteabhängigen Effekte konnten Werte der Relaxation im Bereich von 46 % ÷ 55 % ermittelt werden. Diese Ergebnisse decken sich gut mit Angaben aus [3].

Abb. 7: Relaxationsverlauf

3.2 Experimentelle Untersuchungen zur Relaxation an Dreischichtplatten

3.2.1 Material und Prüfkörpereigenschaften

Da sich zur Herstellung zylinderförmiger Schalelemente aus Holzwerkstoffplatten besonders Dreischichtplatten eignen, wurden entsprechende Prüfkörper erstellt und Versuche durchgeführt (siehe Abb. 8 und Abb. 9).



Plattenaufbau:

Decklagen: $d_1 = d_3 = 6,3$ mm

Zwischenlage: $d_2 = 6,4$ mm

Abb. 8: Untersuchte Dreischichtplatte in Grundriss, Längs- und Seitenansicht

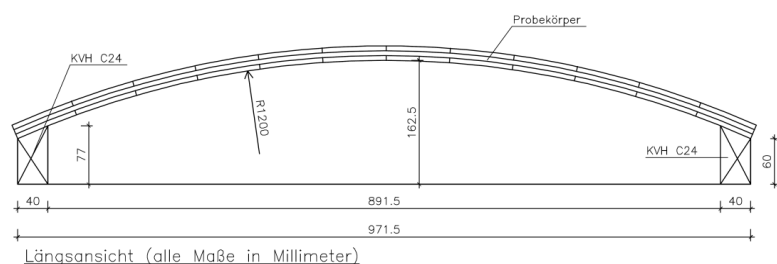


Abb. 9: Darstellung des Prüfkörpers in Längsansicht

Die Lagen der verwendeten Dreischichtplatten sind nicht seitenverklebt und besitzen die Festigkeitsklasse C24.

Um eine konstante Krümmung der Platten zu erhalten und diese rein auf Biegung zu beanspruchen, wurden Lehrgerüste mit einem Krümmungshalbmesser von 1,20 m gefertigt und die Platten darauf aufgespannt (siehe Abb. 9).

3.2.2 Versuchsdurchführung

Wie aus diversen Literaturquellen bekannt (siehe [1], [2], [4], [7], [9], [10]), ist das Relaxationsvermögen von Holz erheblich von der Holzfeuchte bzw. von der relativen Luftfeuchtigkeit abhängig. Zu diesem Zweck wurden drei Versuchsreihen unter verschiedenen Bedingungen, mit je 5 Prüfkörpern gefahren. In den ersten beiden Versuchsreihen wurden Dreischichtplatten auf eine Holzfeuchte von rund 8,5 % konditioniert, über die Lehrgerüste gebogen und für 90 Tage im Normklima gelagert. In Versuchsreihe 2 wurden die Platten zusätzlich, während des Versuchszeitraums, zyklisch auf der zugbeanspruchten Seite mit Wasser befeuchtet. In Versuchsreihe 3 wurden die Platten vor Versuchsbeginn für zwei Tage im Wasserbad gelagert um eine Holzfeuchte nahe dem Fasersättigungspunkt zu erreichen. Anschließend wurden die Platten gebogen und im Normklima gelagert. Die Platten der Versuchsreihe 3 wurden nach 10, 30 und 90 Tagen kurz vom Lehrgerüst gelöst um die bleibende Verformung zu erfassen.

3.2.3 Versuchsauswertung

Bei den ohne jegliche Behandlung gebogenen Platten (Versuchsreihe 1), lag der Spannungsabbau nach 90 Tagen zwischen 33 % und 42 %. Durch die Befeuchtung der Zugzone (Versuchsreihe 2) wurden nach 90 Tagen Spannungsrelaxationen von 50 % bis 57 % erreicht. Die Wässerung der untersuchten Dreischichtplatten hatte den größten Einfluss auf die Relaxation. Es wurden Werte von 68 % bis 71 % erreicht. Der größte Teil der Spannungen wird in den ersten 10 Tagen abgebaut, wie Ergebnisse der Versuchsreihe 3 zeigen (siehe Abb. 10).

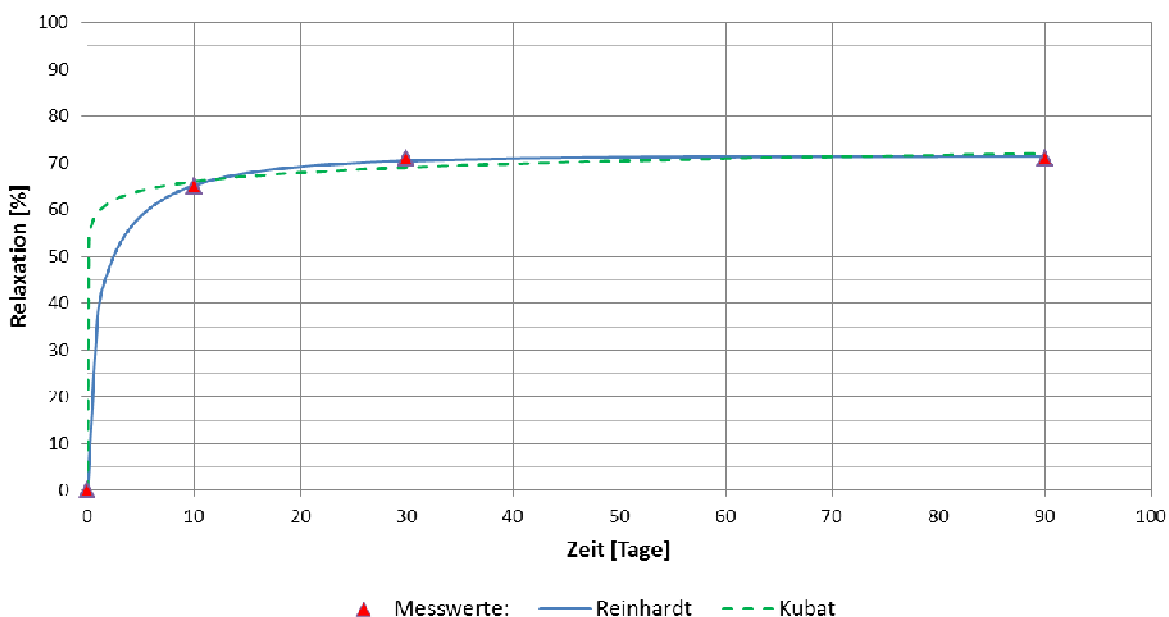


Abb.10: Relaxationsverlauf der Versuchsreihe 3 (Platten 11 und 12)

Der Verlauf der Spannungsrelaxation, lässt sich sehr gut mit Gleichung (5) beschreiben, welche auf Grundlage eines rheologischen Modells entwickelt wurde (siehe [5]).

$$\chi = \left[1 - \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}} \cdot \left(1 + \varphi_{\infty} \cdot e^{-k \cdot \sqrt{t}} \right) \right] \cdot 100\% \quad \varphi_{\infty} \dots \text{Kriechzahl} \quad (5)$$

Wird ein Endmaß der Relaxation zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ ermittelt, so kann obige Gleichung wie folgt geschrieben werden:

$$\chi = \left(1 - \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}}\right) \cdot 100\% \quad (6)$$

Wird der zweite Teil des Klammerausdruckes in Gleichung (6) betrachtet und die Kriechzahlen φ_{∞} durch den Werte k_{def} ersetzt, so kann eine Übereinstimmung mit [DIN 1052:2008-12] (Abminderung der Steifigkeiten für druckbeanspruchte Bauteile der Nutzungsklasse 2 und 3, bei einer Überschreitung des ständigen Lastanteils von 70% gegenüber der Gesamtlast) erkannt werden. Werden zudem entsprechende k_{def} -Werte für Sperrholz der Nutzungsklassen 1,2 und 3 in Gleichung (6) eingesetzt, können die Versuchsergebnisse mit einer sehr guten Genauigkeit reproduziert werden (siehe Tabelle 1).

Versuchsreihe	Relaxation nach 90 Tagen [%]	NKL	k_{def} nach DIN 1052:2008-12	Relaxation nach Gleichung (6) [%]
1	37-42	1	0,8	44
2	46-58	2	1,0	50
3	68-71	3	2,5	71

Tabelle 1: Gegenüberstellung: gemessene Relaxation und Berechnungen nach DIN 1052:2008-12

4. Statische Nachweise unter Berücksichtigung der Relaxation

4.1 Einwirkungen

Die durch die Krümmung induzierten Spannungen $\sigma_{m,k}$ sind vom Krümmungsradius R , dem E-Modul E und der Bauteilstärke d abhängig. Für den Radius R kann ein geometrischer Bemessungswert R_d in Abhängigkeit des Nennwertes des Radius R_{nom} und der zu erwartenden fertigungstechnischen Abweichung ΔR ermittelt werden (siehe Gleichung (7))

$$R_d = R_{nom} \mp \Delta R \quad (7)$$

Der Einfluss der Relaxation kann durch eine entsprechende Anpassung des E-Moduls erfasst werden. Zu diesem Zweck wird ein ideeller E-Modul E_{ideell} unter Verwendung von Gleichung (6) ermittelt.

$$E_{ideell} = E_{mean} \cdot \left(\frac{1}{1 + k_{def}}\right) \quad (8)$$

Da die Eigenspannungen einen negativen Einfluss auf die Tragfähigkeit besitzen, soll der 95%-Quantilwert des E-Moduls durch multiplizieren von E_{mean} mit 4/3 erhalten werden. Der Bemessungswert der Bauteilstärke d wird dem Nennwert gleichgesetzt, weshalb eine charakteristische Spannung in Folge des Krümmens berechnet werden kann:

$$\sigma_{m,k,k} = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot (R_{nom} - \Delta R)} \cdot E_{mean} \cdot \left(\frac{1}{1 + k_{def}}\right) \quad (9)$$

Um die ermittelten Einwirkungen auf Bemessungsniveau zu heben, wird eine Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 vorgeschlagen. Darin werden Einwirkungen aus Zwang, mit einem Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_{Zwang} = 1,00$ behaftet.

4.2 Widerstände

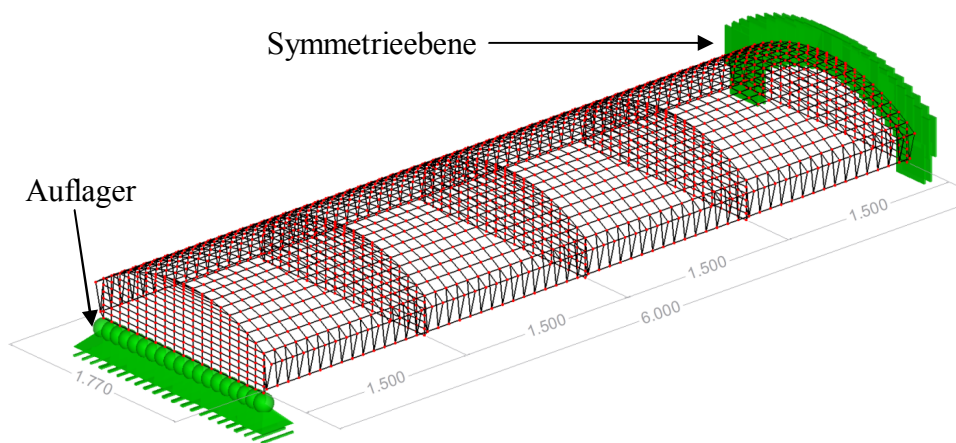
Prinzipiell gilt, dass der Bemessungswert der Tragfähigkeit R_d aus dem charakteristischen Wert der Tragfähigkeit R_k , einem materialabhängigen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1,3$ und einem Modifikationsbeiwert k_{mod} berechnet wird. Dabei berücksichtigt der Modifikationsbeiwert k_{mod} die Möglichkeit einer Kriechbrucherscheinung, welche von der Belastungsdauer und den umgebenden

klimatischen Bedingungen abhängig ist. Kann auf Grund der Randbedingungen ein möglicher Kriechbruch ausgeschlossen werden, so kann nach Meinung des Verfassers $k_{mod} = 1,0$ gesetzt werden. Im Fall der Zylinderschale wird eine weitere Verformung der Platte durch die Randträger, Zwischen-Endscheiben und durch die längslaufenden Lamellen der Platte verhindert. Daraus folgt:

$$R_d = \frac{R_k \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{R_k}{1,3} \quad (10)$$

5. Beispielrechnung

Betrachtet wird folgende Zylinderschale aus dreilagigem Sperrholz C24:



Belastung:

$$g_k = 1,00 \text{ kN/m}^2$$

$$q_k = 1,50 \text{ kN/m}^2$$

Geometrie:

$$L = 12,00 \text{ m}$$

$$B = 1,77 \text{ m}$$

$$R = 1,60 \text{ m}$$

Aufbau Deckplatte:

$$d_1 = d_3 = 6,7 \text{ mm}$$

$$d_2 = 6,6 \text{ mm}$$

Randträger GL24h:

$$b/h = 10/40 \text{ cm}$$

Abb.11: Trägerrostmodell und Randwerte

In radialer Richtung werden zu den oben gegebenen Lasten, die durch die Herstellung induzierten Spannungen, in Form einer ideellen Temperaturlast aufgebracht. Unter Berücksichtigung von Gleichung (2) und (9) kann diese wie folgt ermittelt werden:

$$\Delta T_{ideell} = \frac{4 \cdot d}{3 \cdot \alpha_T} \cdot \frac{1}{(R_{nom} - \Delta R)} \cdot \left(\frac{1}{1 + k_{def}} \right) \quad \text{Annahme: } \Delta R = 0 \quad (11)$$

Die Ergebnisse dieser statischen Berechnung zeigen, dass die Nachweise der Tragfähigkeit in Abhängigkeit des gewählten k_{def} -Wertes eingehalten werden können. Diese beziehen sich auf die verwendete Herstellungsmethode und Vor- bzw. Nachbehandlung der Platten. Für $k_{def} = 1,0$ (entspricht Versuchsreihe 2; NKL 2) können die Nachweise nicht eingehalten werden. Wird $k_{def} = 2,5$ (Versuchsreihe 3; NKL 3) gewählt, können die Nachweise in radialer Richtung mit einem Ausnutzungsgrad von 81 % eingehalten werden. In longitudinaler Richtung werden alle Nachweise nach DIN 1052:2008-12 und DIN EN 1995-1-1 eingehalten.

6. Diskussion, Schlussfolgerung

Die Herstellung zylinderförmiger Schalentragwerke aus dünnen, plan produzierten, großformatigen Plattenwerkstoffen ist möglich. Dabei müssen in einer statischen Berechnung die durch die Krümmung induzierten Eigenspannungen berücksichtigt werden. Untersuchungen an einem 25 Jahre alten gekrümmten Brettschichtholzträger haben gezeigt, dass rund 50% der Eigenspannungen durch rheologische Prozesse abgebaut werden. Weiterführende Untersuchungen an Dreischichtholzplatten zeigen, dass das Relaxationsniveau durch eine entsprechende Vor- bzw. Nachbehandlung mit Wasser

erheblich beeinflusst werden kann. Die Erfassung der Relaxation in statischen Berechnungen ist durch einen ideellen E-Modul möglich. Dieser kann unter Zuhilfenahme von aus der Norm bekannten Kriechzahlen sehr gut bestimmt werden. Wird davon ausgegangen, dass zusätzliche Verformungen der gekrümmten Platten unterbunden werden, so kann die Biegetragfähigkeit unter Verwendung eines Modifikationsbeiwertes $k_{mod}=1,0$ ermittelt werden.

Alle hier aufgeführten Aspekte unterstreichen die Möglichkeit, zylinderförmige Bauteile aus Holz bzw. Holzwerkstoffen zu berechnen und zu realisieren. Motivationsgrund könnte die hohe Materialersparnis sein, welche gegenüber konventionellen Bauarten bei rund 30 % liegt [6].

7. Literaturangaben

- [1] Fessel, F.: Probleme beim Holzbiegen. In: Holz als Roh- und Werkstoff, 2. Jahrgang, pp. 56-62. Springer-Verlag. 1951
- [2] Kollmann, F.: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, Band 1. Springer Verlag, Berlin Göttingen Heidelberg. 1951
- [3] Čížek, L.: Dauerfestigkeit und rheologische Eigenschaften von Holz und Holzwerkstoffen. In: Holz als Roh- und Werkstoff, 19. Jahrgang, Heft 3, pp. 83-85. Springer-Verlag. 1961
- [4] Gressel, P.: Untersuchungen über das Zeitstandbiegeverhalten von Holzwerkstoffen in Abhängigkeit von Klima und Belastung. Dissertation im Fachbereich Biologie der Universität Hamburg. 1971
- [5] Reinhardt, H.-W.: Zur Beschreibung des rheologischen Verhaltens von Holz. In: Holz als Roh- und Werkstoff 31, pp. 352-355. Springer-Verlag. 1973
- [6] v. Halász, R., Cziesielski, E.: Konstruktion und Berechnung hölzerner Zylinderschalen aus Furnierholz. Berichte aus der Bauforschung, Heft 90. Ernst & Sohn Verlag, Berlin. 1973
- [7] Gressel, P.: Erfassung, systematische Auswertung und Ergänzung bisheriger Untersuchungen über das rheologische Verhalten von Holz und Holzwerkstoffen – Ein Beitrag zur Verbesserung des Formänderungsnachweises nach DIN 1052 „Holzbauwerke“. Abschlussbericht zu den Forschungsvorhaben AIF Nr. 4289/5348 Band 1+2. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Fridericiana, Karlsruhe. 1983
- [8] Kubat, D. G.; Samuelsson, S.; Klason, C.: Stress relaxation in wood (Scots pine veneer). In: Journal of materials science 24, pp. 3541-3548. Chapman and Hall Ltd. 1989
- [9] Ranta-Maunus, A.: Creep and effects of moisture in timber. In: Informationsdienst Holz, Holzbauwerke, STEP 3, Grundlagen Entwicklungen Ergänzungen, pp. 4/1-4/21. Fachverlag Holz, Düsseldorf, 1995
- [10] Hartnack, R.: Langzeitverhalten von druckbeanspruchten Bauteilen aus Holz. Dissertation an der Fakultät für Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar. 2004
- [11] www.dieffenbacher.de, Download am 08.05.2013