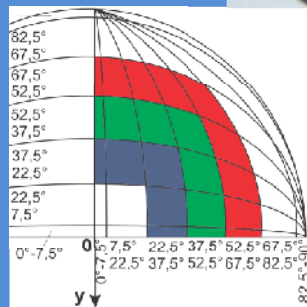
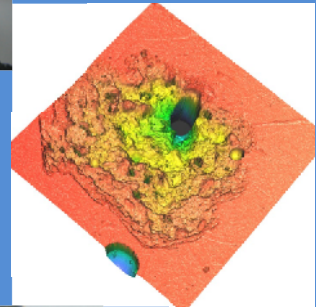
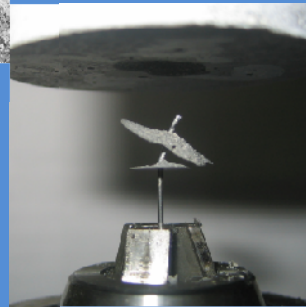


Verbundverhalten und mechanische Leistungsfähigkeit von Stahlfasern in ultrahochfestem Beton



TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lehrstuhl für Baustoffkunde und Werkstoffprüfung

**Verbundverhalten und mechanische
Leistungsfähigkeit von Stahlfasern in
ultrahochfestem Beton**

Thorsten Stengel

Vollständiger Abdruck der von der Ingenieurfacultät Bau Geo Umwelt der Technischen
Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor - Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Detlef Heinz

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Peter Schießl (i.R.)
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christoph Gehlen
3. Prof. dr. ir. Dr.-Ing. E.h. Joost C. Walraven, TU Delft (Niederlande)

Die Dissertation wurde am 29.05.2013 bei der Technischen Universität München eingereicht und
durch die Ingenieurfacultät Bau Geo Umwelt am 27.11.2013 angenommen.

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Baustoffkunde und Werkstoffprüfung der TU München sowie in den zweieinhalb darauffolgenden Jahren. Grundlagen für die Arbeit bildeten zwei DFG-Forschungsprojekte im Rahmen des Schwerpunktprogramms „Nachhaltiges Bauen mit ultra-hochfestem Beton“ sowie ein BMBF-Forschungsprojekt im Rahmen des WING-Rahmenprogramms, welches gemeinsam mit der BAUER Spezialtiefbau GmbH bearbeitet wurde. Allen Beteiligten der drei genannten Institutionen sei herzlich für die Förderung und die gute Zusammenarbeit gedankt.

Im Rahmen der genannten Forschungsprojekte wurden eine Reihe von Diplom- und Masterarbeiten angefertigt, von denen insbesondere die Arbeiten von Christoph Porzelt und Xiaochen Lin hervorzuheben sind. Beide leisteten mit ihren Ideen und ihrem außergewöhnlichen Engagement einen wichtigen Beitrag für den Grundstein dieser Arbeit.

Den Kollegen am Centrum Baustoffe und Materialprüfung der TU München, insbesondere den Kollegen der Arbeitsgruppe Betontechnologie, möchte ich an dieser Stelle besonderen Dank für das allzeit kollegiale Umfeld, die Unterstützung bei der Durchführung der Versuche sowie die wertvollen Diskussionen aussprechen.

Herzlicher Dank gilt auch den Lektoren Dagmar Böhm, Andreas Müller und Doris Strehlein. Ihre Anregungen und Hinweise trugen maßgeblich zum Gelingen der Arbeit bei.

Prof. Dr.-Ing. Detlef Heinz danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission und die angenehme Zusammenarbeit am Lehrstuhl.

Prof. dr. ir. Joost C. Walraven und Prof. Dr.-Ing. Christoph Gehlen danke ich für die Übernahme des Korreferats und die damit verbundene fruchtbare und angenehme Diskussion sowie für die wertvollen Hinweise zur Arbeit.

Dem Betreuer der Arbeit, Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Peter Schießl, gilt herzlicher Dank für das über viele Jahre entgegengebrachte Vertrauen, die wertvollen Hinweise und Anregungen, die angenehme Atmosphäre während der gesamten Zeit sowie für die Unterstützung während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter. Ohne sein Engagement und seine Förderung wäre die Anfertigung dieser Arbeit nicht möglich gewesen.

Besonderer Dank für viele Jahre Geduld und Verständnis gilt vor allem meiner Frau Cinzia und meiner Familie, die mich auch in schwierigen Zeiten immer unterstützt und aufgemuntert haben.

München im Mai 2013, Thorsten Stengel

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Ziel der Arbeit	2
1.3. Aufbau der Arbeit	4
2. Kraftübertragung bei geradem Faserauszug	6
2.1. Durchgeführte Untersuchungen	6
2.2. Verschieblicher Verbund - Differentialgleichung und Verbundgrundgesetze	10
2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix	18
2.4. Mechanismen der Kraftübertragung: Mikroverzahnung, Adhäsion und Reibung	37
2.5. Partikelpackung und Gefüge an der Grenzfläche Faser/UHPC	39
2.6. FEM-Analyse zur Abschätzung der Radialspannungen an der Faseroberfläche	45
2.7. Mikroverzahnung zwischen Faser und UHPC	49
2.8. Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC	60
2.9. Zusammenfassung zur Kraftübertragung bei geradem Faserauszug	65
3. Kraftübertragung bei gewinkeltm Faserauszug	69
3.1. Vorbemerkungen und Versuchsergebnisse	69
3.2. Verformung der Faser am Austrittsort	72
3.3. Bildung von Ausbruchkegeln	75
3.4. Einfluss der Oberflächenrauigkeit	77
3.5. Zusammenfassung zur Kraftübertragung bei gewinkeltm Faserauszug	78
4. Beurteilung des Einzelfaser-Verbundverhaltens hinsichtlich der Fasereffektivität im Werkstoff	80
4.1. Vorbemerkungen	80
4.2. Modelle zur Berücksichtigung der Faserorientierung und der Faserwirksamkeit	81
4.3. Eigener Ansatz zur Faserorientierung und Faserwirksamkeit	84
4.4. Eigener Ansatz zur effektiven Verbundlänge	87
4.5. Berechnung einer Faserleistungskennzahl für glatte Stahlfasern	88
4.6. Orientierende Untersuchung und Beurteilung von Fasern mit Verankerungsmitteln	90
4.7. Beurteilung des Biegetragverhaltens von faserbewehrtem UHPC - Anwendung der Faserleistungskennzahl	91
5. Ökonomische und ökologische Aspekte von faserbewehrtem UHPC - Analyse von Beispielbauteilen	95
5.1. Vorbemerkungen	95
5.2. Ökonomische Aspekte faserbewehrter UHPCs	95
5.3. Ökologische Aspekte faserbewehrter UHPCs	96
5.4. Analyse von Beispielbauteilen	98
6. Zusammenfassung und Ausblick	104

Literaturverzeichnis	109
Anhangverzeichnis	124
A. Charakterisierung der verwendeten Ausgangsstoffe und der untersuchten Betonzusammensetzungen	125
B. Shear-lag-Theorie - Herleitung der Spannungsverläufe im Einzelfaserausziehversuch	130
C. Reibungskoeffizient zwischen Stahlfaser und zementgebundener Matrix	134
D. Herleitung des Zusammenhangs zwischen Radialdruckspannung und radialer Schwindverformung	138
E. Packungsdichte von Korngemischen und Untersuchungen zum Gefüge im Verbundbereich	143
F. Reife, thermische Eigenschaften und Entwicklung des statischen E-Moduls von UHPC	159
G. Schwinden von UHPC - Literaturstudie zu Schwindversuchen und Ableitung von Modellgleichungen	169
H. Viskoelastizität von UHPC - Literaturstudie zu Kriechversuchen und Ableitung von Relaxationsspektren	185
I. FEM-Berechnungen zur Abschätzung der Radialdruckspannung an der Faseroberfläche	217
J. Zur Oberflächenenergie von relevanten Stoffen für die Modellierung der Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC	221
K. Ergebnisse der eigenen Faserausziehversuche	229
L. Ergebnisse der eigenen Biegezugversuche am faserbewehrten UHPC M1	232

Symbolverzeichnis

Griechische Buchstaben

α_b	[°]	Neigung der Bruchfläche eines Ausbruchkegels gegenüber der Betonoberfläche
α_i	[-]	Hydratationsgrad des Stoffs i , bestimmt mit Hilfe ^{29}Si -NMR
β_i	[-]	maximale Packungsdichte einer einzelnen Kornfraktion i
Δ	[mm]	Differenz der Stahl- und Betonverschiebung (Schlupf)
ε_c	[-]	Betondehnung
ε_s	[-]	Stahldehnung
γ	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenenergie
γ_1	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenenergie Stoff 1
γ_2	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenenergie Stoff 2
γ_{12}	[mJ/m ²]	spezifische Grenzflächenenergie der Stoffe 1 und 2
γ_1^d	[mJ/m ²]	dispersionsabh. Anteil der spezifischen Oberflächenenergie Stoff 1
γ_2^d	[mJ/m ²]	dispersionsabh. Anteil der spezifischen Oberflächenenergie Stoff 2
γ_i	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenenergie Stoff i
γ_i^d	[mJ/m ²]	dispersionsabh. Anteil der spezifischen Oberflächenenergie Stoff i
γ_i^p	[mJ/m ²]	polarer Anteil der spezifischen Oberflächenenergie Stoff i
γ_i^*	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenenergie Stoff i bezogen auf seinen Anteil am betrachteten Gesamtvolumen
$\gamma_{lv,m}^*$	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenspannung eines Metalls am Schmelzpunkt
γ_m	[-]	maximale Packungsdichte eines Korngemenges
$\gamma_{m,m. Sand}$	[-]	maximale Packungsdichte der gesamten UHPC-Körnung
$\gamma_{m,o. Sand}$	[-]	maximale Packungsdichte der Feinststoffe bis 100 μm
$\gamma_{s,m}$	[mJ/m ²]	spezifische Oberflächenenergie eines Metalls im festen Zustand
λ_f	[-]	Schlankheit einer Faser, Verhältnis aus Faserlänge und Faserdurchmesser
σ_0	[N/mm ²]	am belasteten Ende auf die Faser wirkende Zugspannung
$\sigma_{rr}(r=r_f) = p_{ITZ}$	[N/mm ²]	an der Faseroberfläche wirkende Radialspannung
$\sigma_{rz,m}(r=r_f,z)$	[N/mm ²]	Schubspannung in der Kontaktfläche zwischen Faser und Matrix in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\sigma_{zz,f}(z)$	[N/mm ²]	Spannung in einem Faserquerschnitt in z-Richtung in Abhängigkeit der z-Koordinate

μ_G^*	[-]	querdruckabhängiger Gleitreibungskoeffizient
μ_H^*	[-]	querdruckabhängiger Haftreibungskoeffizient
ν_f	[-]	Querdehnzahl der Faser
τ_{au}	[N/mm ²]	Verbundfestigkeit, meist berechnet aus dem Ende des linear-elastischen Verhaltens im pull-out-Versuch
τ_{cr}	[N/mm ²]	Scherfestigkeit des Betons bei reiner Scherung
τ_{cr}^*	[N/mm ²]	effektive Scherfestigkeit des Betons bei Scherung und zusätzlich wirkender Normalspannung
$\tau_{cr,ad}$	[N/mm ²]	adhäsionsabhängige Scherfestigkeit
τ_{fu}	[N/mm ²]	maximal übertragbare Reibungsspannung

Lateinische Buchstaben

a	[mm]	Rippenhöhe eines Bewehrungsstahls
A_{abk}	[mm ²]	Bruchfläche eines Ausbruchkegels
A_b	[m ²]	nominelle Verbundfläche einer Faser
$A_{b, ges}$	[m ²]	gesamte Faserverbundfläche im Werkstoff
$A_{c, n}$	[m ²]	normale Kontaktfläche zwischen Faser und Matrix
$A_{c, t}$	[m ²]	tangentiale Kontaktfläche zwischen Faser und Matrix
a_{mv}	[-]	Anteil der mit Matrix gefüllten Riefen an der gesamten Faseroberfläche
A_{unit}	[m ²]	Fläche einer Zelle, die bei dichter Packung einer Lage monodisperser Kugeln von einer Kugel belegt wird
c	[mm]	Rippenabstand eines Bewehrungsstahls
c_m	[-]	Kompatibilitätsindex zweier Metalle
c_n	[-]	Kompatibilitätsindex zweier Nichtmetalle
d_v^*	[µm]	Durchmesser einer Kugel, die gerade in die Hohlräume einer dichten Packung größerer monodisperser Kugeln passt
d_v	[µm]	Durchmesser einer Kugel, die gerade in die Hohlräume an einer Behälterwand einer dichten Packung größerer monodisperser Kugeln passt
$E_{ax, f}$	[N/mm ²]	statischer E-Modul einer Faser in Längsrichtung
$E_{ax, m}$	[N/mm ²]	statischer E-Modul der Matrix parallel zur Längsrichtung der eingebetteten Fasern
E_f	[N/mm ²]	statischer E-Modul der anisotropen Faser
E_{fc}	[N/mm ²]	äquivalenter E-Modul eines faserbewehrten Werkstoffs: $E_{fc} = E_m \cdot V_m + E_f \cdot V_f$
E_m	[N/mm ²]	statischer E-Modul der anisotropen Matrix
F_{ad}	[N]	Adhäsionskraft
$F_{ad, K-K}$	[N]	Adhäsionskraft zwischen zwei idealen Kugeln
$F_{ad, E-K}$	[N]	Adhäsionskraft zwischen einer Ebene und einer Kugel
f_c	[N/mm ²]	einaxiale Druckfestigkeit des Betons
$F_{f, \mu}$	[N]	Faserzugkraft infolge Reibung
$F_{f, abk}$	[N]	Faserzugkraft, die zur Bildung eines Betonausbruchkegels führt
$F_{f, ad}$	[N]	Faserzugkraft infolge Adhäsion
$F_{f, bu}$	[N]	maximale Faserausziehungskraft
$F_{f, cr}$	[N]	Faserzugkraft, die zur Bildung eines Kontaktzonenrisses führt
$F_{f, mv}$	[N]	Faserzugkraft infolge Mikroverzahnung
$F_{f, verf}$	[N]	Faserzugkraft infolge Verformung der Faser
F_f	[N]	Faserzugkraft
f_{sp}	[N/mm ²]	Spaltzugfestigkeit des Betons
f_y	[N/mm ²]	Fließgrenze der Stahlfaser

F_{\parallel}	[N]	Kraft, die zur lateralen Verschiebung zweier ideal glatter Körper notwendig ist
$G_{2,cr}$	[J/m ²]	kritische Energiefreisetzungsrate, die bei reiner Längsscherung zur Bildung eines Kontaktzonenrisses führt
G_i	[N/mm ²]	Schubmodul der ITZ
G_m	[N/mm ²]	Schubmodul der Matrix: $G_m = E_m / (2 + 2 \cdot \nu_m)$
$h_{abk,eq}$	[mm]	äquivalente Höhe eines Ausbruchkegels
HV_m	[N/mm ²]	Vickers-Härte der Matrix
l_b	[mm]	Verbundlänge einer Faser
L_f	[mm]	Länge einer Faser
n_f	[-]	gesamte Anzahl an Fasern in einer Volumeneinheit des faserbewehrten Werkstoffs
$p_{ITZ} = \sigma_{rr}(r=r_f)$	[N/mm ²]	an der Faseroberfläche wirkende Radialspannung
R^*	[mm]	Radius des Zylinders der Matrix um eine Faser, der sich an der Lastabtragung beteiligt
r_f	[mm]	Radius der Faser
r_m	[mm]	Radius eines zylindrischen pull-out-Probekörpers
R_p	[µm]	mittlere Glättungstiefe nach ISO 4287
R_z	[µm]	gemittelte Rautiefe nach ISO 4287
R_v	[µm]	mittlere Riefentiefe nach ISO 4287
t_i	[µm]	radiale Ausdehnung der ITZ
W_{ad}	[mJ/m ²]	spezifische Adhäsionsarbeit
W_{12}	[mJ/m ²]	spezifische Grenzflächenarbeit zwischen Stoff 1 und 2
W_1^d	[mJ/m ²]	dispersionsabh. Anteil der spezifische Adhäsionsarbeit Stoff 1
W_2^d	[mJ/m ²]	dispersionsabh. Anteil der spezifische Adhäsionsarbeit Stoff 2
V_f	[-]	Volumenanteil der Fasern in einem faserbewehrten Werkstoff
\widehat{V}_f	[-]	äquivalenter Volumenanteil der Fasern: $\widehat{V}_f = V_f \cdot (1 + t_i/r_f)^2$

Sonstige Zeichen

\varnothing_f	[mm]	Durchmesser einer Faser
\varnothing_s	[mm]	Durchmesser eines Bewehrungsstabes
$\varnothing_{s,k}$	[mm]	Kerndurchmesser eines gerippten Bewehrungsstabes

1. Einführung

Inhalt

1.1. Motivation	1
1.2. Ziel der Arbeit	2
1.3. Aufbau der Arbeit	4

1.1. Motivation

Ultrahochfester Beton (UHPC) wurde in den letzten zehn Jahren nur vereinzelt in einigen Bereichen des Ingenieurbaus, u.a. beim Neubau von mehreren Straßenbrücken aus Fertigteilträgern^{1, 2}, bei Instandsetzungs- und Verstärkungsmaßnahmen an Straßenbrücken als Ortbeton^{3, 4} sowie bei Fertigteilen für den Spezialtiefbau^{5, 6} eingesetzt. Fast allen bisherigen Anwendungen ist gemein, dass der Baustoff unter Einsatz einer großen Menge an den beiden energieintensivsten Ausgangsstoffen, dem Portlandzement und den Mikrostauffasern, zur Verwendung kam. Dies spiegelt sich auch in den Ergebnissen einer Sichtung der über zehn Jahre veröffentlichten Literatur zur Forschung und Anwendung von UHPC wieder; die Studie ergab, dass für die Herstellung von UHPC im Mittel ein Zementgehalt von rd. 750 kg/m³ sowie ein mittlerer Gehalt an Mikrostauffasern in Höhe von rd. 240 kg/m³ (entspricht 3 Vol.-%) üblich ist.⁷ In

¹ Portland Cement Association: Ultra-High Performance Concrete.

² Toutlemonde u. Resplendino (Hrsgb.): Designing and building with UHPFRC.

³ Bräuwiler u. Denarié: Rehabilitation of concrete structures using UHPFRC.

⁴ Šajna et al.: Assessment of a UHPFRC based bridge rehabilitation in Slovenia.

⁵ Walraven u. Schumacher: Anwendungen für Ultra-Hochleistungsbetone.

⁶ Ibuk u. Beckhaus: UHPC for drill bits in special foundation engineering.

⁷ Stengel u. Schießl: Sustainable construction with UHPC.

Deutschland kann im Moment als Stand der Technik der im Rahmen des abgeschlossenen DFG-Schwerpunktprogramms zum UHPC verwendete Beton mit rd. 830 kg/m³ Portlandzement und rd. 190 kg/m³ Mikrostauffasern bezeichnet werden, siehe z.B. Burkart und Müller⁸.

Die Mikrostauffasern weisen einen Durchmesser von 0,15 mm bis 0,25 mm sowie eine Länge von rd. 6 mm bis 15 mm auf und dienen der Vermeidung eines explosionsartigen Versagens des spröden Werkstoffs sowie zur Übertragung von Spannungen im gerissenen Zustand. Die hohe Zugfestigkeit der Mikrostauffasern (rd. 3.400 N/mm²) resultiert u.a. aus der starken, herstellbedingten Kaltverformung bei den sogenannten Teilprozessen des Trocken- und Nassziehens von einem Ausgangsdurchmesser von rd. 5 mm auf den Enddurchmesser. Das Nassziehen weist innerhalb der Drahtherstellung (inklusive der Stahlgewinnung hauptsächlich sogenanntes Elektrostahlverfahren) den höchsten Energiebedarf auf.⁷ Die damit verbundenen Kosten und klimarelevanten Wirkungskategorien wie z.B. das Treibhauspotenzial sind nicht nur auf der Werkstoffebene dominierend, sondern auch im Bauteil bzw. im gesamten Bauwerk signifikant.^{9,10,11,12} Die gegenüber konventionellen Baustoffen grundsätzlich auf der Hand liegenden ökologischen Vorteile des Werkstoffs, welche aus einer schlanken und daher Ressourcen schonenden Bauweise resultieren, werden deshalb zum Teil wieder kompensiert.

⁸ Burkart u. Müller: Creep and shrinkage characteristics of UHPC (2008).

⁹ Stengel u. Schießl: Life Cycle Assessment of UHPC bridge constructions.

¹⁰ Stengel et al.: Sustainable building with UHPC.

¹¹ Stengel: Sustainability aspects of traffic bridges made from UHPFRC.

¹² Stengel et al.: Nachhaltigkeitsaspekte von Bauteilen aus UHPC.

Darin liegt u.a. die Tatsache begründet, dass in der Baupraxis bisher nur selten auf den Werkstoff UHPC zurückgegriffen wird.

Die vorgenannten Aspekte lassen daher die Beschäftigung mit dem Thema der Wirkungsweise von Stahlfasern in UHPC lohnenswert erscheinen. Gelingt es, den Gehalt an Mikrostauffasern z.B. durch Erhöhung der Fasereffektivität oder durch einen Austausch mit kostengünstigeren, aber ansonsten gleichwertigen Fasern zu reduzieren, so würde sich dies sowohl in ökonomischer als auch ökologischer Hinsicht auf Werkstoff- und Bauteilebene positiv bemerkbar machen. Dadurch wäre zumindest ein Teil der bislang noch vorhandenen Argumente gegen den Einsatz von UHPC aus dem Weg geräumt.

1.2. Ziel der Arbeit

Die Reduzierung des Gehalts an Mikrostauffasern kann grundsätzlich durch die Verfolgung dreier Konzepte erreicht werden:

- Steigerung der Fasereffektivität durch Anpassung der Faserverteilung und -orientierung an den Kraftfluss im Bauteil; Stichwort: Gradierung des Bauteils.
- Steigerung der Fasereffektivität durch Verbesserung des Verbundes, so dass mit einem geringeren Gehalt an Fasern die gleiche Wirkung erzielt werden kann.
- Ersatz von Mikrostauffasern durch günstigere Fasern bei ansonsten gleichbleibender Wirksamkeit der Fasern.

Die Optimierung der Faserverteilung und der Faserorientierung im Sinne gradierter Bauteile ist im Wesentlichen eine Aufgabe der Herstelltechnologie im Werk oder auf der Baustelle in Kombination mit den statischen Betrachtungen eines Tragwerks und soll nicht Gegenstand dieser Arbeit sein.

Der Ersatz von Mikrostauffasern durch günstigere Fasern, d.h. durch Fasern mit größerem Durchmesser, ist aufgrund der bei UHPC i.d.R. anzutreffenden filigranen Bauweise und der

damit nach oben begrenzten Faserlänge bzw. Faserschlankheit nur eingeschränkt möglich. Hinzu kommt, dass die für die Wirkung der Fasern im Werkstoff maßgebende Anzahl an Fasern bei gleichem volumetrischen Fasergehalt proportional zu $1/r_f^2$ ist; bereits die Erhöhung des Faserdurchmessers von 0,15 mm auf 0,21 mm geht mit einer Halbierung der Faseranzahl im Werkstoff einher (Voraussetzung: Länge und Rohdichte der Fasern bleiben konstant). Die gesamte Faserverbundfläche im Werkstoff ($A_{b,ges} = n_f \cdot A_b$) nimmt hingegen proportional zu $1/r_f$ ab, siehe relative Darstellung in Bild 1.1. Werden

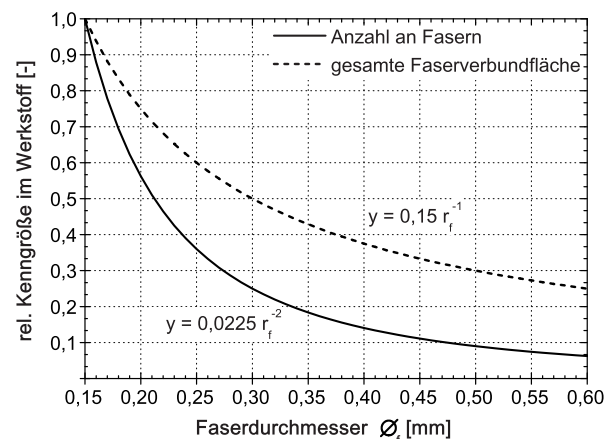


Bild 1.1: Relative Anzahl an Fasern und relative gesamte Faserverbundfläche im Werkstoff in Abhängigkeit des Faserdurchmessers

Stahlfasern mit einem Durchmesser deutlich größer als 0,15 mm bei gleichem Fasergehalt im UHPC eingesetzt, so muss die resultierende geringere Faserverbundfläche im Werkstoff durch eine Optimierung der Verbundeigenschaften ausgeglichen werden. Um eine gezielte Optimierung des Verbundverhaltens zu ermöglichen, sind Kenntnisse zu den Mechanismen der Kraftübertragung zwischen Fasern und UHPC notwendig.

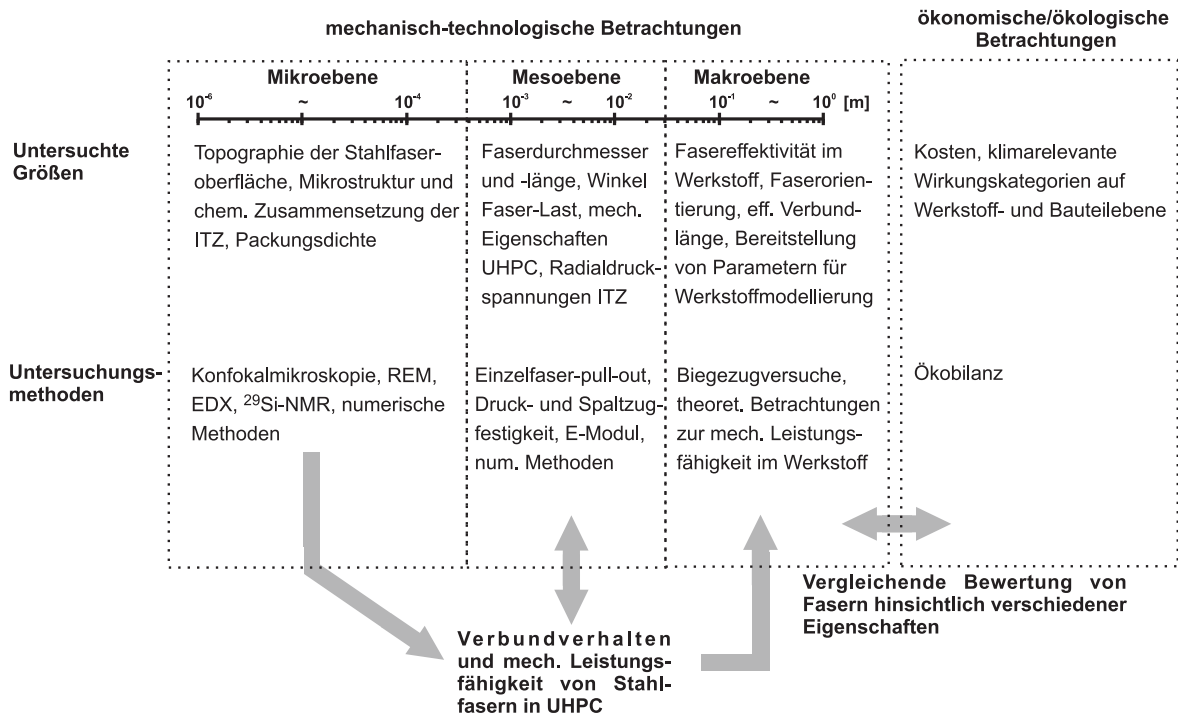


Bild 1.2: Schematische Übersicht zu den untersuchten Größen und Untersuchungsmethoden im Rahmen dieser Arbeit

Die theoretischen Betrachtungen und experimentellen Analysen dieser Arbeit haben daher zum Ziel,

- die Mechanismen der Verbundwirkung versuchstechnisch zu erforschen und mit Hilfe geeigneter Modellansätze theoretisch zu erklären,
- das Verbundverhalten der Fasern mit Hilfe des vorgenannten Modellansatzes einer Optimierung zugänglich zu machen,
- Kenngrößen des Verbundverhaltens einer einzelnen Faser für die Modellierung des Werkstoffverhaltens bereitzustellen und
- Kennzahlen zur vergleichenden Bewertung verschiedener Stahlfasern zu entwickeln, so dass eine Bewertung im mechanischen, ökonomischen und ökologischen Sinn möglich ist.

Das Verbundverhalten der Fasern wurde nicht auf Werkstoffebene untersucht, sondern anhand der Kraftübertragung zwischen einer einzelnen Faser und der Matrix, d.h. basierend

auf Einzelfaserausziehversuchen (sogenannte pull-out-Versuche). Um die Mechanismen der Kraftübertragung aufzudecken, wurden Untersuchungen und theoretische Betrachtungen auch auf der Mikroebene durchgeführt. Eine schematische Übersicht der untersuchten Größen sowie der im Rahmen der Arbeit zum Einsatz kommenden Untersuchungsmethoden ist in Bild 1.2 gegeben. Die dort genannten Untersuchungen wurden an einer Reihe von Variationen hinsichtlich der Betonzusammensetzung und der Fasereigenschaften (u.a. Durchmesser, Topographie) durchgeführt, so dass die maßgebenden Einflussgrößen herausgearbeitet werden konnten. Neben der Erforschung der Mechanismen der Kraftübertragung wurden die daraus resultierenden Möglichkeiten der Reduzierung des Gehalts an Mikrostauffasern auch hinsichtlich monetärer und ökologischer Aspekte bewertet. Dazu wurden Betrachtungen zur mechanischen Leistungsfähigkeit der Fasern im Werkstoff angestellt und eine sogenannte Faserleistungskennzahl erarbeitet, die eine vergleichende Beurteilung verschiedener Fasern zulässt. Die Aussagekraft der Faserleistungskennzahl

wurde anhand von Versuchen zum Biegetragverhalten von faserbewehrten UHPC-Balken überprüft. Mit Hilfe der Faserleistungskennzahl können beliebige Fasern und auch Faser gemische hinsichtlich ihrer mechanischen Wirkung im Werkstoff beurteilt werden. Die Faserleistungskennzahl ermöglicht darüber hinaus auch eine Bewertung im Hinblick auf monetäre und ökologische Kosten.

1.3. Aufbau der Arbeit

Der Fokus wurde im Rahmen dieser Arbeit auf das Verbundverhalten von Stahlfasern bei geradem, d.h. bei lastparallelem Faserauszug gerichtet. Das gesamte Kapitel 2 beschäftigt sich mit verschiedenen Aspekten dieses Themas. Zu Beginn wird zunächst die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes mit den entsprechenden Verbundgrundgesetzen auf das Verbundverhalten von Stahlfasern in UHPC angewendet. Im Anschluss daran werden einige werkstoffwissenschaftliche Modelle aus der Literatur, welche sich im Wesentlichen mit der Erklärung und Modellierung des Zusammenhangs zwischen Verbundfestigkeit und Faserdurchmesser bzw. Verbundlänge beschäftigen, erläutert. Die Modelle werden auch auf die Ergebnisse der eigenen Versuche übertragen. Darauf aufbauend wird eine Arbeitshypothese für die an der Kraftübertragung beteiligten Mechanismen in Form einer einfachen Summengleichung aufgestellt. Die Summanden stehen für die jeweiligen Mechanismen und werden im Weiteren in einzelnen Absätzen im Detail erörtert, so dass schließlich eine Quantifizierung möglich wird. Die Modellierung der Mechanismen gründet - außer auf den physikalischen und mechanischen Grundlagen - auch auf den Untersuchungen der Grenzfläche und des Verbundbereichs (interfacial transition zone = ITZ) sowie einer FEM-Studie der untersuchten Betone hinsichtlich der aus Schwinden resultierenden Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche.

Um die Effektivität verschiedener Fasern bei dreidimensionaler Orientierung im Werk-

stoff beurteilen zu können, reichen Kenntnisse über das Verbundverhalten bei geradem Faserauszug alleine nicht aus. Aus diesem Grund wurden Faserausziehversuche unter verschiedenen Winkeln zwischen Faser und Last durchgeführt. Die dabei gewonnenen Ergebnisse werden mit Bezug zu vorhandenen Modellen aus der Literatur in Kapitel 3 diskutiert und so aufbereitet, dass in Kapitel 4 die Effektivität im Werkstoff vereinfachend mit Hilfe einer entwickelten Faserleistungskennzahl abgeschätzt werden kann.

Zuletzt wird in Kapitel 5 mit Hilfe der Faserleistungskennzahl eine mögliche Reduzierung des Gehalts an Mikrostauffasern hinsichtlich ökonomischer und ökologischer Aspekte auf Werkstoff- und Bauteilebene - auch im Vergleich zu konventionellen Baustoffen - diskutiert und somit weitere Optimierungsmöglichkeiten für den Einsatz von faserbewehrtem UHPC aufgezeigt.

Kennst Du das Alte, wird Dir das Neue klar.
(Julius Graf zu Hardegg)

2. Kraftübertragung bei geradem Faserauszug

Inhalt

2.1. Durchgeführte Untersuchungen	6
2.2. Verschieblicher Verbund - Differentialgleichung und Verbundgrundgesetze	10
2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix	18
2.4. Mechanismen der Kraftübertragung: Mikroverzahnung, Adhäsion und Reibung	37
2.5. Partikelpackung und Gefüge an der Grenzfläche Faser/UHPC	39
2.6. FEM-Analyse zur Abschätzung der Radialspannungen an der Faseroberfläche	45
2.7. Mikroverzahnung zwischen Faser und UHPC	49
2.8. Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC	60
2.9. Zusammenfassung zur Kraftübertragung bei geradem Faserauszug	65

2.1. Durchgeführte Untersuchungen

2.1.1. Vorbemerkungen

Die Untersuchung der Kraftübertragung zwischen Stahlfasern und UHPC erfolgte im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe von Ausziehversuchen an einzelnen Fasern. Die untersuchten Variationen sowie die angewandten Untersuchungsmethoden werden im Folgenden erläutert. Dies geschieht bewusst zu Beginn der Arbeit, da bereits bei der Sichtung der vorhandenen Modelle zur Kraftübertragung eine Anwendung auf die eigenen Faser- und Betonvarianten, d.h. auf die Ergebnisse der eigenen Untersuchungen, erfolgen soll.

2.1.2. Untersuchte Betone

Herstellung und Nachbehandlung

Die Betone wurden in einem Intensivmischer (Fa. Eirich, Typ „R02-Vac“) hergestellt. Zunächst wurden die trockenen Ausgangsstoffe für 60 s homogenisiert. Anschließend wurde das Anmachwasser mit 40% des Fließmittels innerhalb von 10 s zugegeben und für 80 s untergemischt. Danach wurde der Rest des Fließmittels innerhalb von 10 s zugegeben und für 80 s unter Vakuum (50 mbar) gemischt. Unmittelbar nach Mischende wurde das Ausbreitfließmaß bestimmt und die Proben hergestellt. Die Proben wurden bei 20 °C und 98% r.F. für 5 d gelagert. Diese Lagerung wurde nur kurz zum Ausschalen im Alter von 1 d unterbrochen. Im Alter von 5 d wurden alle Proben einer Wärmebehandlung bei 90 °C (über Wasser lagernd) für 48 h (inkl. jeweils 2 h Aufheizen und Abkühlen) unterzogen.

Betonzusammensetzungen

Um die maßgebenden Einflussgrößen auf die Kraftübertragung zwischen Stahlfasern und UHPC aufdecken zu können, wurden auf Seiten der Betonzusammensetzung eine Reihe von Variationen untersucht. Ausgehend von dem Referenzbeton *M1* (Zement *Z1*, grobes Quarzmehl *Q1*) wurden zunächst die Art und Feinheit des Zusatzstoffs (Betone *M3* bis *M7* mit Zement *Z1*; grobes und feines Quarzmehl *Q1* und *Q2*; Hüttensandmehl *HSM*; grobes *K1*, feines *K2*, sehr feines *K3* Kalksteinmehl) variiert. Neben der Variation des Zusatzstoffs wurde ein im Zementgehalt stark reduzierter Beton (*M8*, Zement *Z2*) sowie der Referenzbeton des DFG-Schwerpunktprogramms SPP 1182 (Beton *M2* mit Zement *Z3*, Benennung des Betons im SPP: *M2Q*) in die Untersuchungen einbezogen. Außer der chemischen Zusammensetzung wurde auch die Korngrößenverteilung (Lasergranulometrie) eines jeden Betonausgangsstoffs und die spezifische

Tabelle 2.1: Untersuchte Mischungsvarianten [kg/m³], w/z-Wert und Gesamtoberfläche OF (N₂-BET) [10³m²/m³]

Stoff	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
Z1	680	0	680	680	680	680	680	0
Z2	0	0	0	0	0	0	0	220
Z3	0	852	0	0	0	0	0	0
S1	138	0	138	138	138	138	138	100
S2	0	138	0	0	0	0	0	0
Q1	360	211	0	0	0	0	0	0
Q2	0	0	0	0	0	0	360	0
K1	0	0	0	371	0	0	0	0
K2	0	0	0	0	371	0	0	0
K3	0	0	0	0	0	371	0	485
HSM	0	0	391	0	0	0	0	350
QS	990	995	990	989	990	990	990	991
H ₂ O	166	160	177	165	171	165	170	187
FM	35	45	24	37	30	36	31	12
w/z ¹⁾	0,28	0,22	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,89
w/b ²⁾	0,23	0,19	0,16	0,23	0,23	0,23	0,23	0,29
OF	3920	3500	3930	4180	4100	5260	5030	4850

¹⁾ w: inkl. Wasseranteil des Fließmittels

²⁾ b: Zement, Silikastaub, Hüttensand

Oberfläche (N₂-BET) bestimmt. Die Ergebnisse der Analysen sind in Anhang A detailliert dargestellt. Eine Übersicht der untersuchten Betone ist in Tabelle 2.1 gegeben. Dort ist neben der Zusammensetzung auch der w/z-Wert des Betons (inkl. Wasseranteil des Fließmittels) sowie die Gesamtoberfläche OF (N₂-BET) des Mineralstoffgemischs (Zemente Z1 bis Z3, Silikastäube S1 und S2, Quarzsand QS, Zusatzstoffe) angegeben. Der Gehalt an Fließmittel FM (Polycarboxylat) wurde im Rahmen von Vorversuchen jeweils so eingestellt, dass ein Ausbreitfließmaß (Hägerrmann-Trichter ohne Schocken) von 285 mm ± 15 mm erreicht wurde.

Festbetoneigenschaften und Hydratationsgrade

Um die Betone hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften zu charakterisieren, wurden parallel zu den Ausziehversuchen jeweils die Druckfestigkeit f_c und die Spaltzugfestigkeit f_{sp} an Zylindern des Durchmessers

Tabelle 2.2: Druckfestigkeit f_c und Spaltzugfestigkeit f_{sp} der untersuchten Betone nach der Wärmebehandlung, Prüfalter 7 d

Beton	f_c			f_{sp}		
	MW ¹⁾	VK ²⁾	n ³⁾	MW ¹⁾	VK ²⁾	n ³⁾
[-]	[N/mm ²]	[%]	[-]	[N/mm ²]	[%]	[-]
M1	213	7	23	11,4	19	22
M2	232	5	3	16,5	12	3
M3	222	9	11	10,4	14	11
M4	222	1	3	10,3	16	3
M5	198	12	21	9,9	21	20
M6	226	3	3	8,2	11	3
M7	254	4	9	14,4	8	3
M8	176	1	3	10,9	7	3

¹⁾ MW: Mittelwert

²⁾ VK: Variationskoeffizient

³⁾ n: Anzahl an Proben

$D = 50$ mm ($H/D = 1$ und $H/D = 2$) bestimmt. Außerdem wurde von den Betonen M1, M3, M5 und M8 der statische E-Modul E_c an Zylindern des Durchmessers $D = 50$ mm ($H/D = 2$) ermittelt. Alle Ergebnisse wurden dem Ausreißertest nach Rosner¹³ unterzogen und sind in Tabelle 2.2 und Tabelle 2.3 zusammengefasst.

Das Spektrum der ermittelten Druckfestigkeiten reichte von rd. 175 N/mm² bis rd. 255 N/mm². Die Differenz zwischen den E-Moduln der Betone M1, M3 und M5 entsprach maximal rd. 4%. Der E-Modul dieser Betone kann daher als Mittelwert zu rd. 49.300 N/mm² angenommen werden. Für den E-Modul des Betons M2 kann nach Burkart und Müller¹⁴ rd. 55.000 N/mm² angesetzt werden. Der E-Modul des Betons M8 betrug 42.700 N/mm². Neben den mechanischen Eigenschaften wurde der Hydratationsgrad der C₃S- und C₂S-Phasen (C), des Silikastaubs (SF) und des Hüttensandmehls (HSM) mit

¹³ Rosner: Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure.

¹⁴ Burkart u. Müller: Creep and shrinkage characteristics of UHPC (2008).

Tabelle 2.3: E-Moduln E_c der untersuchten Betone nach der Wärmebehandlung, Prüfalalter 7 d

Beton	E-Modul E_c		
	MW ¹⁾ [N/mm ²]	VK ²⁾ [%]	n ³⁾ [-]
M1	49.800	3	3
M3	50.000	3	3
M5	48.000	3	3
M8	42.700	5	3

1) MW: Mittelwert

2) VK: Variationskoeffizient

3) n: Anzahl an Proben

Tabelle 2.4: Hydratationsgrade α_i [%] der reaktiven Bestandteile der untersuchten Betone

Beton	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
α_C ¹⁾	45	44	33	42	43	33	55	32
α_{SF} ²⁾	81	54	73	76	76	79	76	83
α_{HSM} ³⁾	-	-	31	-	-	-	-	16

1) C: C₃S- und C₂S-Phasen

2) SF: Silikastaub

3) HSM: Hüttensandmehl

Hilfe der ²⁹Si-NMR-Spektroskopie bestimmt. Für Erläuterungen zur Mess- und Auswertemethodik sei z.B. auf Schachinger et al.¹⁵ verwiesen. Die Ergebnisse der Analysen sind in Tabelle 2.4 zusammengefasst.

2.1.3. Untersuchte Faservarianten

Neben den für UHPC üblicherweise verwendeten geraden Mikrostahtfasern (vermessingt, $\varnothing_f = 0,15$ mm) wurden auch gerade Mikrostahtfasern des Durchmessers $\varnothing_f = 0,20$ mm (sowohl blanker als auch vermessingter Draht) und gerade Stahtfasern der Durchmesser $\varnothing_f = 0,29$ mm, $\varnothing_f = 0,48$ mm und $\varnothing_f = 0,97$ mm (jeweils blanker Draht) untersucht. Die Drähte, welche das Grundmaterial für die Herstellung

¹⁵ Schachinger et al.: Effect of curing temperature at an early age on the long-term strength development of UHPC.

Tabelle 2.5: Zugfestigkeit der verwendeten Stahtfasern

\varnothing_f [mm]	Zugfestigkeit [N/mm ²]	Variationskoeffizient [%]	Anzahl Proben [-]
0,97	2.590	2	3
0,48	2.610	1	4
0,48g ¹⁾	1.210	4	15
0,39g ¹⁾	1.090	4	3
0,29	2.725	4	6
0,15m ²⁾	3.225	9	9

1) g: gewellter Draht

2) m: galvanisch vermessingt

der Fasern bilden, wurden von verschiedenen Faserherstellern bezogen. Orientierend wurden auch gewellte Stahtfasern mit einem Durchmesser von $\varnothing_f = 0,39$ mm und $\varnothing_f = 0,48$ mm (jeweils blanker Draht) verwendet, siehe auch Bild A.4 in Anhang A. Die Wellenform der Fasern wies jeweils eine Wellenlänge von 4 mm und eine Amplitude von 1,5 mm auf. Der entsprechende gewellte Draht wurde ebenfalls von einem Faserhersteller zur Verfügung gestellt.

Die Zugfestigkeit der Stahtdrähte bzw. -fasern wurde im weggeregelten Versuch ohne Dehnungsmessung bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2.5 zusammengefasst. Die Topographie der Stahtfaseroberfläche wurde sowohl qualitativ mit Hilfe von REM-Aufnahmen als auch quantitativ mit Hilfe eines Konfokalmikroskops untersucht. Um den Einfluss der Topographie der Faseroberfläche auf das Verbundverhalten zu untersuchen, wurde ein Teil der Fasern per Hand aufgeraut, siehe Bild A.5 in Anhang A.

2.1.4. Durchführung und Auswertung der Ausziehversuche

Die Fasern (Drahtstücke) wurden in zylindrische Probekörper mit unterschiedlichen Verbundlängen (rd. 2,5 mm bis rd. 35 mm, Referenzvariante: 5 mm) eingebettet. Dazu

wurden Schalungen aus Teflon entwickelt, deren Böden mit Präzisionsbohrungen für die Aufnahme der Fasern versehen wurden. Die Schalungen hatten einen Durchmesser von 35 mm und eine Höhe - je nach Verbundlänge - von 15 mm bis 45 mm. Orientierend wurden zwei weitere Durchmesser - 10 mm und 20 mm - untersucht. Die Proben wurden demnach so hergestellt, dass die Einfüllseite der Verbundlänge gegenüberlag. Dadurch sollte verhindert werden, dass sich Luftporen im frischen Zustand während des Entlüftens an der Grenzfläche Faser/UHPC anlagern.

Die Ausziehversuche wurden als reine Zugversuche durchgeführt. Dazu wurden die zylindrischen Proben mit der Einfüllseite auf eine Stahlplatte geklebt und in einen dafür entwickelten Prüfrahmen eingebaut. Um auch Fasern mit Durchmessern unter 0,5 mm in der Prüfmaschine einspannen zu können, wurde eine Vorrichtung, bestehend aus einem Fein-Bohrfutter verwendet, siehe Bild K.1 links in Anhang K. Der Prüfrahmen war so aufgebaut, dass eine Stahlplatte, auf die die pull-out-Probekörper geklebt wurden (siehe Bild K.1 rechts in Anhang K), oberhalb des Fein-Bohrfutters fixiert werden konnte. Die Belastung der Proben erfolgte weggeregelt (1,8 mm/min) bis die Drähte vollständig aus dem Probekörper herausgezogen waren. Dabei wurden der Maschinenweg sowie die Kraft kontinuierlich aufgezeichnet. Für die Durchführung der Ausziehversuche kam eine spindelgetriebene Universalprüfmaschine mit einer 500 N-Kraftmessdose zum Einsatz, siehe Bild K.2 in Anhang K.

Im Rahmen von Vorversuchen wurde mit Hilfe eines Laserdistanzmessers (Auflösung der Messeinrichtung: 0,001 mm) die Verformung der Prüfmaschine, des Prüfrahmens sowie der Schlupf in der Einspannung unter Last ermittelt. In guter Näherung ergab sich für den Zusammenhang zwischen Zugkraft F_z ([N]) und Verformung inkl. Schlupf in der Einspannung $\Delta\delta$ ([mm]) ein Polynom zweiten Grades. Die Gleichung zur Abschätzung der Maschinen- und Prüfrahmenverformung und des Schlupfes in der Einspannung lautet

$\Delta\delta \approx 1,045 \cdot 10^{-5} \cdot F_z^2 + 1,292 \cdot 10^{-4} \cdot F_z$. Für alle weiteren Betrachtungen, bei denen der Faserschlupf am belasteten Ende der Faser von Interesse ist, wurde der gemessene Maschinenweg in Abhängigkeit der Zugkraft um die Maschinenverformung und den Schlupf in der Einspannung nach o.g. Gleichung korrigiert. Die freie Länge der Fasern zwischen Fasereinspannung und Probekörperoberfläche betrug rd. 5 mm. Für die Darstellung und Auswertung der Last-Maschinenwegkurven wurde die elastische Verformung der Fasern in der freien Länge (Annahme: $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$) herausgerechnet. In Bild 2.1 sind beispielhaft die Last-Maschinenweg-Kurven der Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm mit einer Verbundlänge von 5 mm in Kombination mit dem Beton M1 dargestellt (Winkel zwischen Faserachse und Last: 0°). Die Mittelwerte

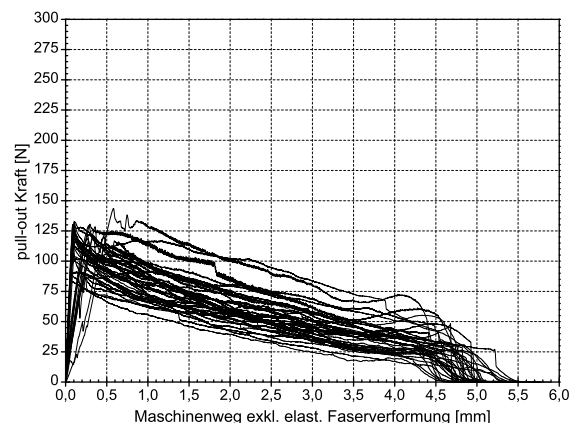


Bild 2.1: Last-Maschinenweg-Kurven für Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm im Beton M1, gerader Faserauszug

der maximalen Ausziehkräfte $F_{f, bu}$ der Referenzvarianten ($l_b = 5 \text{ mm}$, $\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$, gerader Faserauszug) sind in Tabelle 2.6 zusammengefasst. Alle Ergebnisse wurden dem Ausreißertest nach Rosner¹⁶ unterzogen. Die höchsten Ausziehkräfte wurden bei dem Beton M8, welcher die geringste Druckfestigkeit aufweist, festgestellt. Somit kann bereits an dieser Stelle festgehalten werden, dass die vom Stahlbeton bekannte Proportionalität zwischen Verbundverhalten und Betondruckfestigkeit beim geraden Auszug von glatten

¹⁶ Rosner: Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure.

Tabelle 2.6: Mittelwerte der maximalen Ausziehkräfte $F_{f, bu}$, Anzahl der Proben n und Variationskoeffizient VK der untersuchten Varianten, Verbundlänge $l_b = 5 \text{ mm}$, $\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$, gerader Faserauszug

Beton [-]	$F_{f, bu}$ [N]	n [-]	VK [%]
M1	110,3	69	14
M2	128,9	4	4
M3	116,8	12	10
M4	109,2	4	9
M5	79,2	16	23
M6	111,5	4	7
M7	135,2	4	3
M8	200,7	4	13

Stahlfasern offensichtlich nicht gilt. Welche Kraftübertragungsmechanismen beim Faserauszug maßgebend sind, soll im Rahmen der Arbeit geklärt werden. Zunächst werden in Kapitel 2.2 und in Kapitel 2.3 Modelle zur Beschreibung der Kraftübertragung aus der Literatur erläutert und versucht, die Modelle auf die eigenen Ergebnisse zu übertragen.

2.2. Verschieblicher Verbund - Differentialgleichung und Verbundgrundgesetze

2.2.1. Vorbemerkungen

Die Kombination verschiedener Werkstoffe zu einem Verbundwerkstoff hat zum Ziel, nachteilige Aspekte des einzelnen Werkstoffs weitestgehend zu kompensieren und so die mechanische Leistungsfähigkeit von Bauteilen zu verbessern. Im Falle des Verbundwerkstoffs Stahlbeton werden die geringe Zugfestigkeit und Zugbruchdehnung des Betons durch die Kombination mit Betonstahl ausgeglichen. Eine im mechanischen Sinn nennenswerte Verbesserung des Verhaltens von Stahlbetonbauteilen (Biege- oder Zugtragbauteile) ergibt sich jedoch erst im gerissenen Zustand. Bleibt das

Bauteil ungerissen, so trägt die Bewehrung nicht nennenswert zur Querschnittstragfähigkeit bei, siehe z.B. Zilch und Zehetmaier¹⁷. Dies lässt sich sehr einfach anhand der mechanischen Kennwerte der beiden Werkstoffe veranschaulichen. Im ungerissenen Zustand sind die Dehnungen der einzelnen Komponenten des Verbundwerkstoffs gleich (Dehnungskompatibilität), es herrscht starrer Verbund. Nimmt man an, dass im Querschnitt gerade die Zugbruchdehnung des Betons (rd. 0,1‰) erreicht wird, so betragen die Stahlspannungen $\sigma_s = E_s / E_c \cdot f_{ctm} = 200/31,9 \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2 \approx 18 \text{ N/mm}^2$ (Beton C30/37). Üblicher Betonstahl wird somit im ungerissenen Zustand mechanisch gesehen nur zu einem Bruchteil ausgenutzt. Stahlbetonbauteile werden daher unter Begrenzung der Rissbreite für den gerissenen Zustand bemessen. Die Bildung von Rissen ist mit einer Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton verbunden, so dass spätestens bei Rissbildung nicht mehr von starrem, sondern von verschieblichem Verbund ausgegangen werden muss.

2.2.2. Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes

Die Änderung der Differenz zwischen der Stahl- und der Betonverschiebung $d\Delta$ bezogen auf einen Stababschnitt der Breite dx entspricht der Differenz der Stahl- und Betondehnungen, siehe z.B. Rehm¹⁸:

$$\frac{d\Delta}{dx} = \varepsilon_s - \varepsilon_c \quad (2.1)$$

mit:

Δ [mm]: Differenz der Stahl- und Betonverschiebung

ε_s [-] : Stahldehnung

ε_c [-] : Betondehnung

Häufig wird die Betondehnung in o.g. Differentialbeziehung vernachlässigt, da sie etwa eine Größenordnung kleiner ist als die

¹⁷ Zilch u. Zehetmaier: Bemessung im konstruktiven Betonbau (s. Seite 193 f.).

¹⁸ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton.

Stahldehnung.¹⁸ Außerdem gilt für die Änderung der Stahlzugkraft an einem Stababschnitt infinitesimal kleiner Breite dx :

$$d\sigma_{s,x} \cdot A_s = \tau_b \cdot \varnothing_s \cdot \pi \cdot dx \quad (2.2)$$

mit:

$\sigma_{s,x}$ [N/mm²]: Stahlspannung an der Stelle x

A_s [mm²]: Stahlquerschnitt

τ_b [N/mm²]: Verbundspannung im Stababschnitt der Breite dx

\varnothing_s [mm]: Durchmesser des Stahlstabes

Nach Rehm¹⁹ ist es für die Betrachtung des Verbundproblems unerheblich, ob die tatsächlichen Mechanismen der Kraftübertragung an und zwischen den Rippen („Pressung“ und „Gleitwiderstand“) getrennt modelliert werden oder ob die Beschreibung der Kraftübertragung „insgesamt durch eine fiktive Verbundspannung“ erfolgt. Im letzteren Fall muss sichergestellt werden, dass die Breite des betrachteten Stababschnitts dx dem Mittenabstand der Rippen entspricht. Dies bedeutet im Umkehrschluss, dass zur Ermittlung der Verbundgrundgesetze mit Hilfe von Ausziehversuchen generell sehr kurze Verbundlängen eingestellt werden müssen. Beispielsweise liegen die Rippenabstände c heutzutage üblicher Betonstähle je nach Durchmesser bei rd. $0,60 \cdot \varnothing_s$ bis rd. $0,85 \cdot \varnothing_s$. Martin²⁰ nennt für Verbundgrundgesetzversuche an gerippten Betonstählen Verbundlängen von maximal $2 \cdot \varnothing_s$.

In Gleichung (2.2) ist grundsätzlich die Verbundspannung τ_b in Abhängigkeit des Schlupfes Δ an der Stelle x einzusetzen. Differenziert man Gleichung (2.1) nach d/dx und setzt sodann Gleichung (2.2) ein, so ergibt sich die Differentialgleichung (DGL) des

verschieblichen Verbundes:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta_x}{dx^2} &= \frac{d\sigma_{s,x}}{dx \cdot E_s} - \frac{d\varepsilon_{c,x}}{dx} = \\ &= \tau_b(\Delta) \cdot \frac{\varnothing_s \cdot \pi}{A_s \cdot E_s} - \frac{d\varepsilon_{c,x}}{dx} \end{aligned} \quad (2.3)$$

mit:

Δ_x [mm]: Schlupf an der Stelle x

$\sigma_{s,x}$ [N/mm²]: Stahlspannung an der Stelle x

E_s [N/mm²]: E-Modul des Stahls

$\varepsilon_{c,x}$ [-]: Betondehnung an der Stelle x

$\tau_b(\Delta)$ [N/mm²]: Verbundspannung im Stababschnitt der Breite dx

\varnothing_s [mm]: Durchmesser des Stahlstabes

A_s [mm²]: Stahlquerschnitt

Gleichung (2.3) ist die allgemeine Formulierung der DGL des verschieblichen Verbundes. Setzt man für $\tau_b(\Delta)$ ein entsprechendes Verbundgrundgesetz ein, so kann die allgemeine Lösung der DGL angegeben werden. Erst durch Berücksichtigung der Randbedingungen des betrachteten Falls ergibt sich die spezielle Lösung der DGL. Die DGL des verschieblichen Verbundes (Gleichung (2.3)) ist im mathematischen Sinn eine explizite gewöhnliche DGL 2. Ordnung, welche mit den entsprechenden Randbedingungen entweder durch Integration oder durch Diskretisieren (schrittweise Lösung) gelöst werden kann. Da die allgemeine Lösung vom Zusammenhang $\tau_b(\Delta)$, d.h. vom Verbundgrundgesetz abhängig ist, werden im folgenden Abschnitt zunächst übliche Verbundgrundgesetze diskutiert.

2.2.3. Verbundgrundgesetze

Eine Übersicht gängiger Verbundgrundgesetze ist z.B. in der Dissertation von Schober²¹ und dem fib bulletin 10²² enthalten. Die am weitest verbreiteten Ansätze für Verbundgrundgesetze

¹⁹ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton.

²⁰ Martin: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung.

²¹ Schober: Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbetonbau.

²² fib bulletin 10: Bond of reinforcement in concrete.

ze sind demnach jene von Rehm²³, Martin²⁴ und dem Model Code 1990²⁵.

Ansatz nach Rehm

Rehm²³ formuliert zunächst die Verbundgrundgesetze $\tau_b(\Delta)$ allgemein in der Form:

$$\tau_b(\Delta) = x_R(\Delta) \cdot \frac{a}{c} \cdot W \quad (2.4)$$

mit:

$\tau_b(\Delta)$ [N/mm²]: Verbundspannung im Stababschnitt der Breite dx

Δ [mm] : Schlupf

$x_R(\Delta)$ [-] : Auf die Würfeldruckfestigkeit bez. Pressung unter einer Rippe der Bewehrung

a [mm] : Rippenhöhe

c [mm] : Mittlerer Rippenabstand

W [N/mm²]: Würfeldruckfestigkeit zum Zeitpunkt des Ausziehversuchs, Lagerung unter feuchten Tüchern, Würfelgröße wie Ausziehkörper

Die Funktionen $x_R(\Delta)$ bezeichnet Rehm²³ als Grundgesetze und gibt dafür generell den Zusammenhang $x_R = \varphi \cdot \Delta^\alpha \pm \psi \cdot \Delta$ mit $0 \leq \alpha \leq 1$ an. Die Parameter zur Beschreibung der Funktionen $x_R(\Delta)$ leitet Rehm²³ aus Ausziehversuchen mit kurzen Verbundlängen ab.

Damit ergibt sich für das Verbundgrundgesetz folgender Zusammenhang:

$$\tau_b(\Delta) = (\varphi \cdot \Delta^\alpha + \psi \cdot \Delta) \cdot \frac{a}{c} \cdot W \quad (2.5)$$

mit:

$\tau_b(\Delta)$ [N/mm²]: Verbundspannung im Stababschnitt der Breite dx

φ [-] : Faktor experim. bestimmt

Δ [mm] : Schlupf

α [-] : Exponent experim. bestimmt

ψ [-] : Faktor experim. bestimmt

a [mm] : Rippenhöhe

c [mm] : Mittlerer Rippenabstand

W [N/mm²]: Würfeldruckfestigkeit zum Zeitpunkt des Ausziehversuchs, Lagerung unter feuchten Tüchern, Würfelgröße wie Ausziehkörper

Eine Parallele zur x-Achse, d.h. $\varphi = 0$ und $\psi = 0$ ist charakteristisch für Stäbe mit geringem Rippenabstand oder geringer Rippenhöhe und beispielsweise glatte Stäbe. Somit ergibt sich für das Verbundgrundgesetz (unabhängig vom Schlupf Δ) $\tau_b = \varphi \cdot a/c \cdot W$.

Eine Zusammenstellung der Parameter für die Grundgesetze nach Rehm²³ für Stäbe mit ringförmigen Rippen kann Tabelle 2.7 entnommen werden.

Die von Rehm²³ mitgeteilten Zusammenhänge zur Abbildung der Verbundgrundgesetze beschränken sich zunächst auf den ansteigenden bzw. horizontalen Ast. Werden z.B. große Verbundlängen betrachtet (max. Scherwiderstand bereits an einigen Stellen überwunden, bevor Endschlupf auftritt), so ist der gesamte Bereich der Verbundgrundgesetze von Interesse. Die Verbundgrundgesetze können für diesen Fall abschnittsweise z.B. aus Geraden, Potenzfunktionen oder konstanten Bereichen zusammengesetzt werden.²³

Ansatz nach Martin

Martin²⁴ leitete invers anhand von Ausziehversuchen aus der Literatur mit Verbundlängen von $l_b = 7 \cdot \varnothing_s$ Verbundgrundgesetze ab. Die beste Übereinstimmung zwischen Nachrechnung und Versuch erzielte er mit einem

²³ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton.

²⁴ Martin: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung.

²⁵ CEB-FIP: Model Code 1990.

Tabelle 2.7: Parameter für die Grundgesetze für Stäbe mit unterschiedlichen ringförmigen Rippen nach Rehm²³

$c^{1)}$ [mm]	$a^{2)}$ [mm]	$\varnothing_{s,k}^{3)}$ [mm]	φ [-]	α [-]	ψ [-]
8	0,5	14	7,2	0,2	5,7
8	1	14	9,3	1/3	-2
15	1	24	15,8	0,5	-10
15	1	24	10	0,5	0
15	2	24	10	0,5	-2
15	4	24	7,1	0,5	-3

1) Rippenabstand

2) Rippenhöhe

3) Kerndurchmesser

Ansatz der Form:

$$\tau_b(\Delta) = (a_0 + b_0 \cdot \Delta^\alpha) \cdot \beta_W \quad (2.6)$$

mit:

$\tau_b(\Delta)$ [N/mm²]: Verbundspannung im Stababschnitt der Breite dx

Δ [cm] : Schlupf

a_0 [-] : Summand experim. bestimmt

b_0 [-] : Faktor experim. bestimmt

α [-] : Exponent experim. bestimmt

β_W [N/mm²]: Würfeldruckfestigkeit zum Zeitpunkt des Ausziehversuchs, Lagerung unter feuchten Tüchern, Würfelgröße wie Ausziehkörper

Die von Martin²⁶ aus Versuchen abgeleiteten Parameter a_0 , b_0 und α sind in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche f_R in Tabelle 2.8 zusammengefasst. Martin²⁶ kommt anhand der ausgewerteten Ausziehversuche zu dem Schluss, dass die Beschreibung der Verbundgrundgesetze mit Hilfe von Gleichung (2.6)

²⁶ Martin: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung.

Tabelle 2.8: Parameter für die Verbundgrundgesetze gerippter und profilierter Stäbe mit unterschiedlichen bezogenen Rippenflächen nach Martin²⁶

f_R [-]	a_0 [-]	b_0 [-]	α [-]
0,005	0,0320	0,129	0,427
0,010	0,0320	0,300	0,500
0,025	0,0317	0,680	0,541
0,050	0,0314	0,872	0,476
0,100	0,0315	1,135	0,433
0,200	0,0322	1,353	0,395
0,400	0,0316	1,308	0,351

1) bezogene Rippenfläche

auch für sehr unterschiedliche Profilierungen möglich ist. Für die betrachteten bezogenen Rippenflächen von 0,005 bis 0,400 kann $a_0 = 0,032$ angenommen werden. Dieser Wert entspricht der bezogenen Verbundfestigkeit eines glatten Bewehrungsstahls.²⁶

Ansatz nach Model Code 1990

Ein weiterer Ansatz zur Modellierung von Verbundgrundgesetzen ist im Model Code 1990²⁷ enthalten. Dort wird der Zusammenhang zwischen lokaler Verbundspannung und Schlupf abschnittsweise mit Hilfe einer Parabel, eines konstanten Bereichs sowie eines linear abfallenden Astes abgebildet. Der zugehörige Formelapparat lautet:²⁷

$$\tau_b(\Delta) = \tau_{max} \cdot \left(\frac{\Delta}{\Delta_1} \right)^\alpha \quad (2.7)$$

für: $0 \leq \Delta \leq \Delta_1$

$$\tau_b(\Delta) = \tau_{max} \quad (2.8)$$

für: $\Delta_1 \leq \Delta \leq \Delta_2$

²⁷ CEB-FIP: Model Code 1990.

$$\tau_b(\Delta) = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \cdot \left(\frac{\Delta - \Delta_2}{\Delta_3 - \Delta_2} \right) \quad (2.9)$$

für: $\Delta_2 \leq \Delta \leq \Delta_3$

mit:

$\tau_b(\Delta)$ [N/mm²]: Verbundspannung im Stababschnitt der Breite dx

Δ [mm] : Schlupf

τ_{max} [N/mm²]: Verbundfestigkeit

τ_f [N/mm²]: Verbundspannung bei max. Schlupf

Δ_1 [mm] : Schlupf bei Erreichen τ_{max}

Δ_2 [mm] : Schlupf am Ende τ_{max}

Δ_3 [mm] : max. Schlupf bei τ_f

α [-] : Exponent

Die Parameter τ_{max} , τ_f , α sowie Δ_1 bis Δ_3 werden im Model Code 1990²⁸ in Abhängigkeit des Umschnürungsgrads der betrachteten Bewehrung und der Verbundqualität für gerippten Betonstahl und glatten Betonstahl unterschieden. In Tabelle 2.9 sind exemplarisch die Parameter für umschnürte Bedingungen (Abscheren der Betonkonsolen, kein Absprengen der Betondeckung) aus dem Model Code 1990²⁸ zusammengefasst.

Verbundgrundgesetze für Betonstahl und Fasern in UHPC

Leutbecher²⁹ sichtet Literatur zu Ausziehversuchen an Betonstahl aus UHPC und führt selbst einige Versuche an Beton- und Spannstählen durch. Das Verbundverhalten von Betonstahl ist nach Erreichen der maximalen Verbundspannung grundsätzlich ähnlich dem Verbundverhalten von Normalbeton. Die maximale Verbundspannung (Verbundlänge: $1,5 \cdot \varnothing_s$ bis $2,0 \cdot \varnothing_s$) liegt bei ausreichender Betondeckung (rd. $4 \cdot \varnothing_s$ bis $4,5 \cdot \varnothing_s$) bei rd. 40 N/mm^2 (hochfester gerippter Spannstahldraht) bis rd. 60 N/mm^2 (gerippter

²⁸ CEB-FIP: Model Code 1990.

²⁹ Leutbecher: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC).

Tabelle 2.9: Parameter für die Verbundgrundgesetze gerippter und glatter Stäbe nach Model Code 1990²⁸

Parameter	Gerippter Stahl ^{1),2)}	Glatter Stahl ^{2),3)}
τ_{max} [N/mm ²]	$2,5 \cdot \sqrt{f_{ck}}$	$0,3 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
Δ_1 [mm]	1,0	0,1
Δ_2 [mm]	3,0	0,1
τ_f [N/mm ²]	$0,4 \cdot \tau_{max}$	$\tau_f = \tau_{max}$
Δ_3 [mm]	$\Delta_3 = c$	0,1
α [-]	0,40	0,50

1) Abscheren d. Betonkonsolen

2) Guter Verbund

3) Warmgewalzt

Tabelle 2.10: Parameter für den parabelförmigen Teil der Grundgesetze von Beton- und Spannstählen in UHPC nach Leutbecher²⁹

Parameter	Betonstahl	Hochfester Stahl ¹⁾
τ_{max} [N/mm ²]	55	40
Δ_1 [mm]	0,1	0,2
α [-]	0,40	0,30

1) gerippter Spannstahldraht

Betonstahl).²⁹ Für das Verbundgrundgesetz nach Gleichung (2.7) gibt Leutbecher²⁹ die in Tabelle 2.10 zusammengefassten Parameter an. Für Schlupfwerte größer als rd. 0,10 mm bis rd. 0,15 mm kann das Verbundverhalten nicht mehr durch die Potenzfunktion (Gleichung (2.7)) allein beschrieben werden.²⁹ Leutbecher²⁹ empfiehlt die Verwendung eines Verbundgrundgesetzes entsprechend dem Model Code 1990²⁸.

Basierend auf einer Literatursichtung zum Verbundverhalten von Stahlfasern schlägt Leutbecher²⁹ für glatte Mikrostaalfasern in UHPC ein starr-plastisches Verbundgrundgesetz vor. Die Verbundspannung ist für glatte Mikrostaalfasern demnach unabhängig vom

Schlupf und liegt in der Größenordnung von rd. 11 N/mm^2 .³⁰

Verbundgrundgesetz für Fasern in UHPC - eigene Versuche

Anhand der eigenen Versuche mit Verbundlängen von rd. 2,5 mm bis rd. 35 mm ($\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$, Beton M1) kann unter Zuhilfenahme der Erkenntnisse aus der Literatur das Verbundgrundgesetz abgeschätzt werden.

Zur Abschätzung der Verbundgrundgesetze wurde die Verbund-DGL durch Diskretisierung mit einer Elementlänge dx von 0,001 mm gelöst. Der Einfluss des vorab festzulegenden Endschlupfes (am unbelasteten Ende der Faser) und der wirksamen Betonfläche (zur Berücksichtigung der Betondehnungen) wurde im Rahmen von Parameterstudien untersucht. Die Berücksichtigung der Betondehnungen, d.h. auch die Größe der wirksamen Betonfläche, hat keinen Einfluss auf die Abbildung der Ausziehversuche und die Abschätzung des Verbundgrundgesetzes. Für den Endschlupf Δ_0 wurden Werte von 0,01 mm, 0,005 mm und 0,001 mm angesetzt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Ansätze für das Verbundgrundgesetz in Betracht gezogen. Zum einen wurde nach der Empfehlung von Leutbecher³⁰ für Betonstahl bzw. Stahlfasern in UHPC ein Ansatz nach Model Code 1990³¹, zum anderen ein zweistufig starrplastischer Ansatz mit einem linearen Übergang zwischen den beiden Stufen verfolgt. Der Ansatz nach Model Code 1990³¹ wird charakterisiert durch die maximale Verbundspannung $\tau_{max} = 12,86 \text{ N/mm}^2$ ($\Delta_1 = 0,005 \text{ mm}$, $\Delta_2 = 0,018 \text{ mm}$) und durch eine Verbundspannung am Ende des linear abfallenden Astes $\tau_f = 1,67 \text{ N/mm}^2$ ($\Delta_3 = 0,090 \text{ mm}$). Das zweistufig starrplastische Verbundgrundgesetz kann als Vereinfachung des Ansatzes nach Model Code 1990³¹ betrachtet werden, da der parabelförmige

Teil entfällt. Die Verbundspannungen der beiden Stufen entsprechen dem Ansatz nach Model Code 1990³¹, der Beginn des linear abfallenden Astes liegt bei einem Schlupf von $\Delta_a = 0,018 \text{ mm}$, das Ende des linear abfallenden Astes liegt bei einem Schlupf von $\Delta_b = 0,080 \text{ mm}$. Die beiden vorgenannten Verbundgrundgesetze sind in Bild 2.2 auf eine charakteristische Zylinderdruckfestigkeit $f_{ck} = 150 \text{ N/mm}^2$ (Beton M1) skaliert dargestellt. Die verankerbaren rechnerisch und

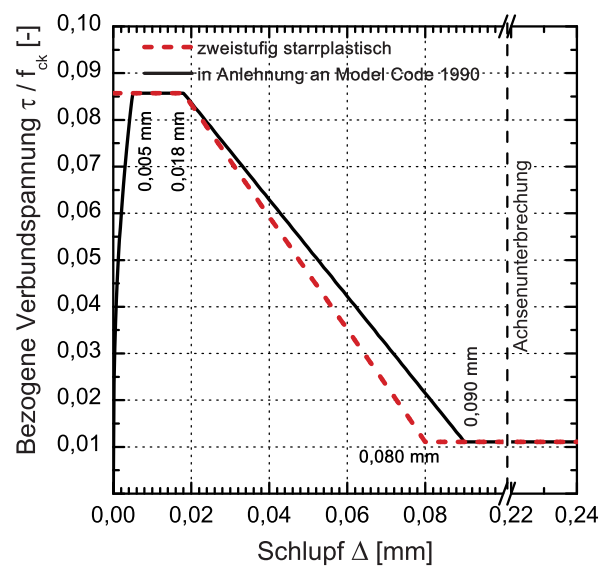


Bild 2.2: Verbundgrundgesetze für Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm im Beton M1, gerader Faserauszug

experimentell bestimmten Faserzugkräfte sind in Abhängigkeit der Verbundlänge in Bild 2.3 und Bild 2.4 dargestellt. Mit beiden Verbundgrundgesetzen wurde eine gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und den rechnerischen Ergebnissen über den gesamten Bereich der untersuchten Verbundlängen (rd. $5 \cdot \varnothing_f$ bis rd. $73 \cdot \varnothing_f$) erzielt. Die maximale bzw. obere Verbundspannung liegt mit rd. $\tau_{max} = 12,9 \text{ N/mm}^2$ in der gleichen Größenordnung wie von Leutbecher³⁰ vorgeschlagen ($\tau = 11 \text{ N/mm}^2$). Bei einer Verbundlänge von 34 mm ergibt sich ein rechnerischer Schlupf am belasteten Ende der Faser von rd. 0,15 mm bis rd. 0,22 mm. Die Definition der Verbundgrundgesetze bis zu einem Schlupf von 0,24 mm reicht

³⁰ Leutbecher: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC).

³¹ CEB-FIP: Model Code 1990.

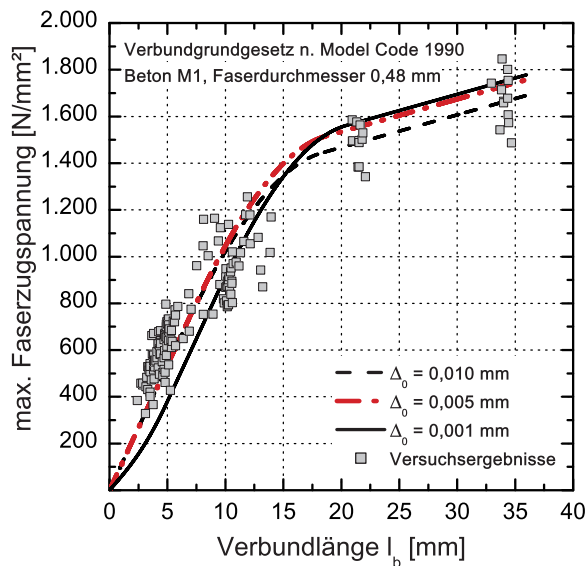


Bild 2.3: Maximale Faserzugspannung in Abhängigkeit der Verbundlänge, Stahlfasern $\varnothing_f = 0,48$ mm, Beton M1, gerader Faserauszug; rechnerische Ergebnisse mit Model Code 1990-Ansatz und Versuchsergebnisse

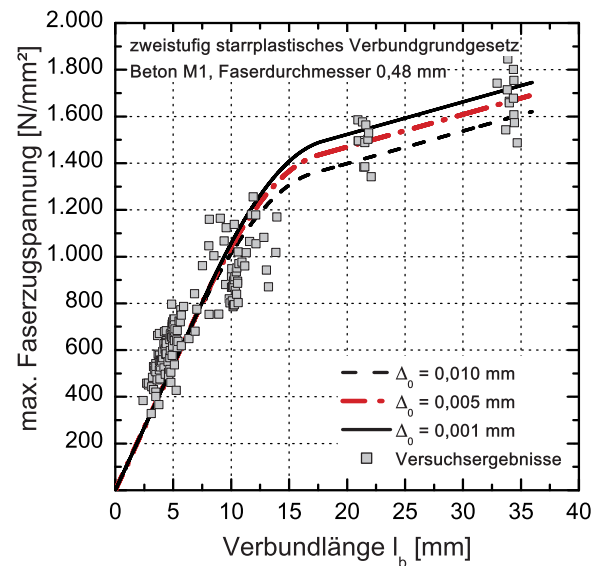


Bild 2.4: Maximale Faserzugspannung in Abhängigkeit der Verbundlänge, Stahlfasern $\varnothing_f = 0,48$ mm, Beton M1, gerader Faserauszug; rechnerische Ergebnisse mit zweistufig starrplastischem Ansatz und Versuchsergebnisse

demnach für die Modellierung der eigenen Versuche bei dem angesetzten Schlupf am eingebetteten Ende der Faser völlig aus. Eine Gegenüberstellung des rechnerischen Schlupfes am belasteten Ende der Faser mit dem korrigierten Maschinenweg ist in Bild 2.5 und Bild 2.6 dargestellt. Der um Maschinen- und Prüfrahmeverformungen korrigierte Maschinenweg liegt in der selben Größenordnung wie der rechnerisch ermittelte Schlupf.

Die Verbundgrundgesetze sind gekennzeichnet durch eine Verbundspannung von $\tau_f = 1,67 \text{ N/mm}^2$ bei einem Schlupf von rd. 0,09 mm bis 0,24 mm. Im Vorgriff auf die im Weiteren noch zu quantifizierenden Mechanismen der Kraftübertragung wird vereinfachend angenommen, dass bei den zuletzt genannten Schlupfwerten und der dazugehörigen Verbundspannung im Wesentlichen nur noch eine Gleitreibung infolge Radialdruck und zum Teil eine chemische Adhäsion zwischen der Faser und der umgebenden Matrix wirksam ist. Geht man der Einfachheit halber von reiner Gleitreibung infolge Radialdruck

und einem Reibungskoeffizienten von z.B. $\mu_G = 0,5$ aus, so ergibt sich rechnerisch ein dazugehöriger Radialdruck an der Faseroberfläche von rd. $p_{ITZ} = 3,3 \text{ N/mm}^2$. In wieweit dies in einer realistischen Größenordnung liegt, wird an späterer Stelle in einem eigenen Kapitel erörtert.

2.2.4. Zusammenfassung zum verschieblichen Verbund

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den rechnerischen Analysen und der Versuchsergebnisse hat gezeigt, dass mit Hilfe üblicher Ansätze für Verbundgrundgesetze und der DGL des verschieblichen Verbundes das Verbundverhalten von glatten Stahlfasern in UHPC beschrieben werden kann. Hierzu genügt jedoch nicht das für glatten Betonstahl üblicherweise angesetzte starrplastische Verbundgrundgesetz. Zur Abbildung des Verbundverhaltens muss ein modifizierter Ansatz für gerippten Betonstahl nach dem Model Code 1990³² oder ein zweistu-

³² CEB-FIP: Model Code 1990.

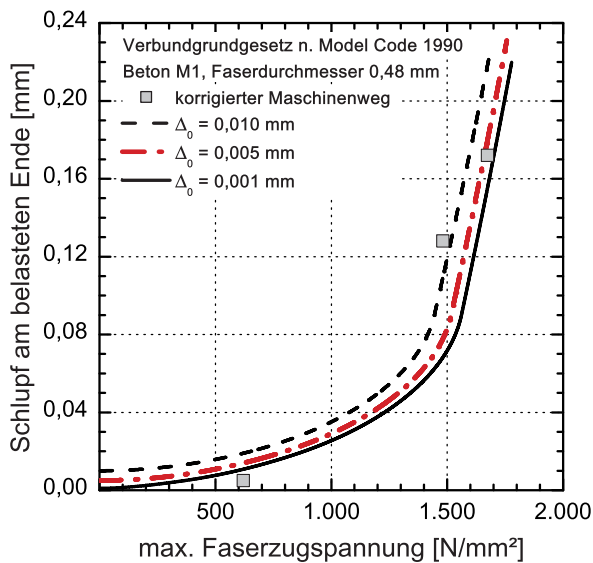


Bild 2.5: Schlupf am belasteten Ende der Faser, Stahlfasern $\varnothing_f = 0,48$ mm, Beton M1, gerader Faserauszug; rechnerische Ergebnisse mit Model Code 1990-Ansatz und Versuchsergebnisse

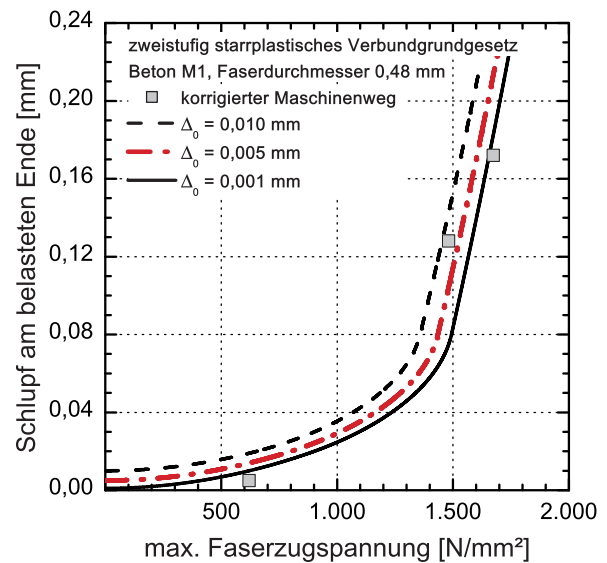


Bild 2.6: Schlupf am belasteten Ende der Faser, Stahlfasern $\varnothing_f = 0,48$ mm, Beton M1, gerader Faserauszug; rechnerische Ergebnisse mit zweistufig starrplastischem Ansatz und Versuchsergebnisse

fig starrplastisches Verbundgrundgesetz verwendet werden. Die lokal maximal übertragbare Verbundspannung liegt in der Größenordnung von $\tau_{max} = 0,086 \cdot f_{ck}$ bzw. $\tau_{max} = 1,05 \cdot \sqrt{f_{ck}}$; sie wird bereits bei einem sehr geringen Schlupf in der Größenordnung von 0,01 mm erreicht. Ab einem Schlupf von rd. 0,1 mm wird eine Verbundspannung von rd. $1,7 \text{ N/mm}^2$, d.h. rd. $0,13 \cdot \tau_{max}$ übertragen. Die Tatsache, dass die maximal übertragbaren Verbundspannungen zwischen den Werten für glatten und gerippten Betonstahl des Ansatzes nach Model Code 1990³³ liegen, legen die Schlussfolgerung nahe, dass eine gewisse Verzahnung zwischen der Faseroberfläche und der Matrix stattfindet. Ursache hierfür könnten die Feinststoffe unter den Ausgangsstoffen des UHPCs sein, die selbst kleinste Defekte in der Oberfläche der Stahlfaser - zumindest zum Teil - ausfüllen können. Darauf wird in Kapitel 2.7 gesondert eingegangen.

Welche betontechnologischen Einflussgrößen jedoch ursächlich für die bereits angedeuteten je nach Beton stark unterschiedlichen maxi-

malen Faserzugkräfte sind (siehe Tabelle 2.6), kann anhand der bislang erfolgten Betrachtungen noch nicht beantwortet werden. Vermutlich spielt die Gleitreibung infolge Radialdruck an der Faseroberfläche nur eine untergeordnete Rolle an der gesamten Kraftübertragung. Diese Fragen sind Gegenstand der weiteren Analysen und Betrachtungen. Zunächst wird jedoch auf eine Reihe werkstoffwissenschaftlicher Modelle, die häufig im Zusammenhang mit dem Verbundverhalten von Fasern Anwendung finden, eingegangen.

³³ CEB-FIP: Model Code 1990.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix

2.3.1. Vorbemerkungen

Das vorliegende Unterkapitel soll die wesentlichen werkstoffwissenschaftlichen Modelle und Mechanismen der Spannungsübertragung zwischen Faser und Matrix aus der Literatur zusammenfassen und im Hinblick auf die weitere Modellierung zunächst einführenden Charakter haben. Neben den mechanischen und physikalischen Grundlagen werden dabei auch experimentelle Arbeiten aus der Literatur gesichtet und versucht, die eigenen Ergebnisse mit den bekannten Mechanismen und Modellen in Einklang zu bringen.

In den darauffolgenden beiden Unterkapiteln werden dann die für die eigene Modellierung maßgebenden Aspekte vertieft diskutiert; die maßgebenden Mechanismen werden hier zwar z.T. erneut aufgegriffen, jedoch dann auf mikromechanischer Ebene betrachtet und so aufbereitet, dass eine Interpretation der eigenen Versuche nicht nur qualitativ sondern auch quantitativ möglich wird.

Für die Kraftübertragung zwischen einer Faser und der umgebenden Matrix werden drei Mechanismen verantwortlich gemacht, siehe Bentur et al.³⁴, DiFrancia et al.³⁵ sowie Bentur und Mindess³⁶:

1. physikalische und chemische Adhäsion
2. Reibung
3. mechanische Verankerung, d.h. Formschluss, z.B. infolge makroskopischer Verankerungsmittel (z.B. Endhaken, Wellung).

Adhäsion und Reibung spielen im Hinblick auf das Verbundverhalten v.a. bei sehr feinen

³⁴ Bentur et al.: Fiber-matrix interfaces (Seite 149 ff.).

³⁵ Di Francia et al.: Single-fibre pull-out test - Part 1 (Seite 601).

³⁶ Bentur u. Mindess: Fibre reinforced cementitious composites (s. Seite 31 ff.).

Fasern mit Durchmessern $< 10 \mu\text{m}$, d.h. bei sehr großen spezifischen Faserflächen (z.B. Carbonfasern) oder bei einer Matrix mit einem w/b -Wert $\ll 0,30$ und einem hohen Anteil an Feinstoffen eine Rolle, siehe z.B. Bentur und Mindess³⁶. Eine Trennung der vorgenannten Mechanismen - Adhäsion und Reibung - ist ohne Weiteres meist nicht möglich, da sie i.d.R. gemeinsam auftreten. Aus diesem Grund findet man in der Literatur keine Quantifizierung der Mechanismen; üblicherweise wird die Kraftübertragung mit dem Sammelbegriff der Haftung oder Reibung erklärt.

Von der Kraftübertragung zwischen der Matrix und einer geraden makroskopisch glatten Faser ist nur ein verhältnismäßig kleines Matrix-Volumen um die Faser herum betroffen.³⁶ Um das Verbundverhalten adäquat zu beschreiben, genügen daher u.U. die makroskopischen Eigenschaften der Matrix nicht. Vielmehr müssen mikromechanische Eigenschaften der Grenzfläche und eines evt. Übergangsbereichs Faser/Matrix (ITZ) bekannt sein.³⁶

Eine im makroskopischen Sinn mechanische Verankerung findet z.B. bei Fasern mit Endhaken oder gewellten Fasern statt. Die Anteile der Adhäsion und der Reibung an der Kraftübertragung sind bei letztgenannten Faserarten i.d.R. vernachlässigbar klein; die makroskopischen Eigenschaften der Matrix und der Faser spielen dann hingegen eine wichtige Rolle.³⁶

Im Falle von Faserverbundwerkstoffen mit spröder Matrix muss die Verbundwirkung der Fasern getrennt für den ungerissenen und den gerissenen Zustand des Werkstoffs betrachtet werden.³⁶ Im ungerissenen Zustand wird i.d.R. angenommen, die Verformungen zwischen Faser und Matrix seien kompatibel (starrer Verbund) und die Kraftübertragung im Wesentlichen elastischer Natur. Die Verbundspannungen sind entlang der Faser in diesem Fall nicht konstant. Im gerissenen Zustand kommt es zum Faserauszug (verschieblicher Verbund) und die mit dem

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 19

Schlupf verbundene Gleitreibung bestimmt die übertragbaren Kräfte. Häufig wird für diesen Fall vereinfachend eine konstante Verbundspannungsverteilung entlang der Faser angenommen. Der Übergang vom starren Verbund, d.h. der rein elastischen Kraftübertragung zum verschieblichen Verbund ist kontinuierlich und beginnt, sobald die Verbundfestigkeit an einer Stelle überschritten wird. Als Verbundfestigkeit wird v.a. für normalfeste Matrices die Adhäsions- oder Schubfestigkeit τ_{au} definiert, welche vereinfachend meist aus der Last am Ende des elastischen Verhaltens im pull-out-Versuch berechnet wird. Die maximal übertragbare Reibungsspannung wird mit τ_{fu} bezeichnet. Die Werte für τ_{au} und τ_{fu} müssen nicht unbedingt übereinstimmen. Bereits sehr geringe Spannungen senkrecht zur Faserlängsachse beeinflussen die Reibungsspannung τ_{fu} deutlich. Derartige Spannungen und Verformungen können z.B. infolge unterschiedlicher Querdehnzahlen, Schwinden oder mehraxialen Spannungszuständen im Werkstoff entstehen.³⁷ In den meisten Fällen wird während des Herausziehens der Faser vereinfachend eine entlang der Faserlängsachse konstante Gleitreibungsspannung angenommen. Tatsächlich kann sich jedoch mit zunehmendem Schlupf die Gleitreibungsspannung unter gewissen Umständen sowohl verringern (schlupfentfestigend) als auch vergrößern (schlupfverfestigend).^{37,38}

Im Weiteren wird auf die Folgenden - z.T. bereits erwähnten, grundlegenden Aspekte - und entsprechende Modellansätze eingegangen:

1. ideal-elastische Übertragung von Spannungen (shear-lag Ansatz), d.h. starrer Verbund
2. Bildung eines Kontakzonenrisses
3. Gleitreibung.

³⁷ Bentur u. Mindess: Fibre reinforced cementitious composites (s. Seite 31 ff.).

³⁸ Bentur et al.: Fiber-matrix interfaces (Seite 149 ff.).

2.3.2. Shear-lag Ansatz: Ideal-elastische Spannungsübertragung

Die Beschreibung der ideal-elastischen Spannungsübertragung zwischen Fasern und Matrix geht auf die Arbeit von Cox³⁹ aus den 60er Jahren zurück. Gegenstand seiner Betrachtungen sowie einiger weiterer darauf aufbauender Studien, siehe z.B. Piggott⁴⁰ und Nairn⁴¹, sind faserbewehrte Werkstoffe wie z.B. Laminate o.Ä.; dabei sind z.B. Carbon- oder Glasfasern in einem mehr oder weniger regelmäßigen Raster sowie parallel zueinander in eine Polymermatrix eingebettet. Kennzeichnend für derartige Werkstoffe ist das hohe Verhältnis der E-Moduln in Axialrichtung von $E_{ax,f} / E_{ax,m} \geq 10$, der hohe Fasergehalt von $V_f \gg 1\%$ bis $V_f = 70\%$ sowie eine Faserschlankheit von $\lambda_f = L_f / \varnothing_f \gg 10$, siehe z.B. Nairn⁴¹. Neben diesen werkstoffseitigen Restriktionen wurden in den o.g. Abhandlungen folgende Annahmen getroffen bzw. Vereinfachungen eingeführt:^{42, 43}

- Am Ende der Verbundlänge ist das Verhältnis aus Faserzug- und Matrixzugspannung gleich dem Verhältnis der jeweiligen E-Moduln
- Die Verformungen der Matrix und der Faser sind in der Grenzfläche gleich (Verformungskompatibilität)
- Die Schubspannungen in der Matrix sind unabhängig von der Zylinderkoordinate r

Die Grundformeln, d.h. die Formulierung der DGL aus dem Gleichgewicht am differentiellen Volumenelement, sind zwar zunächst gleich, jedoch unterscheiden sich die Form der Lösungen für die DGL sowie auch die konstanten Glieder aufgrund der angenommenen

³⁹ Cox: The elasticity and strength of paper and other fibrous materials.

⁴⁰ Piggott: Load bearing fibre composites.

⁴¹ Nairn: On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites.

⁴² Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

⁴³ Leroy: On analytical approaches to the three-dimensional stress state in a single fibre pull-out specimen.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 20

Randbedingungen. Im Folgenden Abschnitt werden die Zusammenhänge zwischen der auf die Faser im Ausziehversuch aufgebrauchten Kraft F_f bzw. der Faserspannung σ_0 und den resultierenden Verläufen der Faserzug- sowie Schubspannungen in der Kontaktfläche entlang der Faser zusammengefasst und auf die eigenen Versuche angewendet. Die im Weiteren dargestellten Zusammenhänge basieren im Wesentlichen auf den Aufsätzen von Hsueh^{44, 45}, Leroy⁴⁶, Lawrence⁴⁷ sowie Chua und Piggott⁴⁸. Betrachtet wird eine Faser (Radius r_f), welche konzentrisch über die Verbundlänge l_b in eine Matrix (Radius r_m) eingebettet ist, siehe Bild 2.7. Grundlage für die Beschrei-

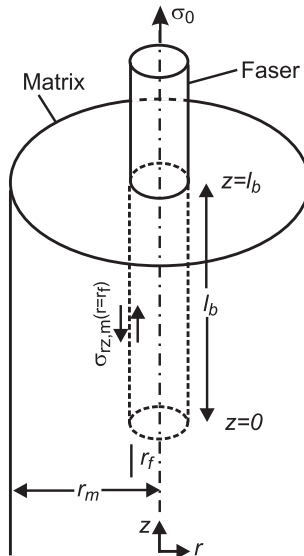


Bild 2.7: Konzentrisch in eine Matrix eingebettete Faser, z -Koordinate parallel zur Faserachse, r -Koordinate in radialer Richtung

bung der formalen Zusammenhänge der Spannungsübertragung zwischen der Matrix und der darin eingebetteten Faser ist im elastischen Zustand zunächst die Betrachtung der Gleich-

⁴⁴ Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

⁴⁵ Hsueh: Analytical evaluation of interfacial shear strength for fiber-reinforced ceramic composites.

⁴⁶ Leroy: On analytical approaches to the three-dimensional stress state in a single fibre pull-out specimen.

⁴⁷ Lawrence: Some theoretical considerations of fibre pull-out from an elastic matrix.

⁴⁸ Chua u. Piggott: The glass fibre-polymer interface - Part I: Theoretical consideration for single fibre pull-out tests.

gewichtsbedingungen für die Spannung an einem infinitesimalen Werkstoffvolumen in den Zylinderkoordinaten z , r und ϕ (Elastizitätstheorie), siehe Bild 2.8. Die Herleitung der fol-

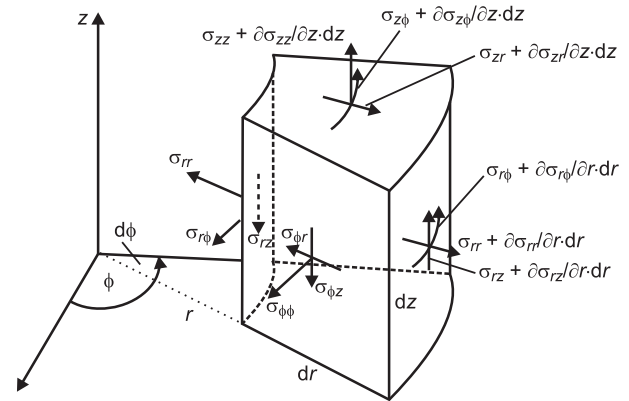


Bild 2.8: Infinitesimal kleines Volumenelement in Zylinderkoordinaten mit den entsprechenden Spannungskomponenten (in 4 von 6 Flächen dargestellt)

genden beiden Gleichungen kann Anhang B entnommen werden. Der Verlauf der Faserzugspannung $\sigma_{zz, f}(z)$ entlang der z -Achse ergibt sich aus Gleichung (2.10):^{44, 45}

$$\frac{\sigma_{zz, f}(z)}{\sigma_0} = \frac{1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} \cdot \frac{\sinh(m \cdot z)}{\sinh(m \cdot l_b)}}{1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f}} \quad (2.10)$$

Für den Verlauf der Schubspannung $\sigma_{rz, m}(r=r_f, z)$ an der Kontaktfläche zwischen Faser und Matrix (= Verbundspannung) gilt:^{44, 45}

$$\frac{\sigma_{rz, m}(r=r_f, z)}{\sigma_0} = -\frac{r_f}{2} \cdot \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} \cdot \left\{ (1 + \nu_m) \cdot \left[1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} \right] \cdot \left[r_m^2 \cdot \ln(r_m/r_f) - \frac{r_m^2 - r_f^2}{2} \right]^{-1/2} \cdot \frac{\cosh(m \cdot z)}{\sinh(m \cdot l_b)} \right\} \quad (2.11)$$

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 21

mit:

$\sigma_{zz, f}(z)$	[N/mm ²]: Faserzugspannung in Abhängigkeit von z
$\sigma_{rz, m}(r=r_f, z)$	[N/mm ²]: Verbundspannung in Abhängigkeit von z
ν_m	[-] : Querdehnzahl der Matrix
σ_0	[N/mm ²]: Faserzugspannung am freien Ende
E_f	[N/mm ²]: E-Modul der Faser
E_m	[N/mm ²]: E-Modul der Matrix
l_b	[mm] : Faserverbundlänge
r_f	[mm] : Radius der Faser
r_m	[mm] : Radius der Matrix

Der Faktor m kann nach Gleichung (B.19), siehe Anhang B, berechnet werden.

Zwischen o.g. Spannungsverläufen und den Ergebnissen einer exakten kontinuumsmechanischen Betrachtung, siehe Muki und Sternberg⁴⁹, besteht eine sehr gute Übereinstimmung, so dass die u.a. von Hsueh⁵⁰ getroffenen Annahmen und Vereinfachungen gerechtfertigt erscheinen. Ebenfalls gute Übereinstimmungen weisen die vereinfachten Zusammenhänge von Hsueh⁵⁰ mit einer Herleitung der Spannungsverläufe auf Basis einer Variationsanalyse bzw. mit der Modellierung durch Finite Elemente auf, siehe Aufsatz von Leroy⁵¹. Sowohl Lawrence⁵² als auch Chua und Piggott⁵³ und Laws et al.⁵⁴ kommen zu zunächst ähnlich scheinenden Zusammenhän-

gen wie Hsueh^{50, 55}; bei ihnen ist jedoch im Gegensatz zu dem Ansatz von Hsueh^{50, 55} die Faserzugspannung am Ende der Verbundlänge als Randbedingung für die Lösung der Differentialgleichung auf „0“ gesetzt. Diese Ansätze stellen daher Lösungen für einen theoretischen Sonderfall für Faserwerkstoffe mit $l_f \rightarrow \infty$ bzw. für den pull-out-Versuch dar. Die Analyse der Spannungsübertragung mit Hilfe der shear-lag-Theorie bietet eine Möglichkeit, die tatsächlichen Zusammenhänge bei starrem Verbund und wenn ausreichend schlanke Fasern betrachtet werden, zu modellieren. Letztere Randbedingung dürfte bei den in dieser Arbeit betrachteten Faser/Matrix-Konfigurationen immer gegeben sein.

Die vorgenannten Zusammenhänge gelten nur für die ideal-elastische Spannungsübertragung ohne Dehnungsdifferenz, d.h. ohne Schlupf zwischen Faser und Matrix bzw. in Bereichen, in denen sich noch kein Riss entlang der Kontaktfläche gebildet hat.

Die shear-lag-Theorie erlaubt somit, ausgehend von einer an der Faser angelegten äußeren Kraft, die Form der Spannungsübertragung entlang einer Faser bei starrem Verbund zu beschreiben. Eine Abschätzung der maximal übertragbaren Kräfte bzw. das Aufstellen einer Last-Schlupf-Beziehung kann damit jedoch nicht erfolgen. In den Formelapparat finden lediglich makroskopische Faser- und Matrixeigenschaften Eingang. Die Frage, in welchem Maß die bereits genannten Mechanismen (Adhäsion, Reibung) und ggf. weitere zu den Verbundkräften beitragen und wie dieser Beitrag ggf. beeinflusst werden kann, lässt sich mit Hilfe der shear-lag-Theorie nicht beantworten. Im Hinblick auf die Modellierung der ideal-elastischen Spannungsübertragung bei den eigenen Versuchen kann somit an dieser Stelle bereits festgehalten werden, dass die shear-lag-Theorie nur als Hilfsmittel zur Interpretation dienen kann. Im Folgenden wird die shear-lag-Theorie exemplarisch auf die Ergebnisse der eigenen Versuche an Fasern

⁴⁹ Muki u. Sternberg: Elastostatic load-transfer to a half-space from a partially embedded axially loaded rod.

⁵⁰ Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

⁵¹ Leroy: On analytical approaches to the three-dimensional stress state in a single fibre pull-out specimen.

⁵² Lawrence: Some theoretical considerations of fibre pull-out from an elastic matrix.

⁵³ Chua u. Piggott: The glass fibre-polymer interface - Part I: Theoretical consideration for single fibre pull-out tests.

⁵⁴ Laws et al.: Reinforcement of brittle matrices by glass fibres.

⁵⁵ Hsueh: Analytical evaluation of interfacial shear strength for fiber-reinforced ceramic composites.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 22

mit einem Durchmesser von $\varnothing_f = 0,48$ mm und einer Verbundlänge von $l_b = 5$ mm angewendet. Als angreifende Kraft wurde dabei die in den Versuchen ermittelte maximale Faserausziehkraft $F_{f, bu}$, siehe Übersicht in Bild 2.9, angesetzt. Außerdem wurde der E-Modul der Faser zu $E_s = 210.000$ N/mm², der E-Modul der Matrix zu $E_m = 50.000$ N/mm², die Querdehnzahl der Matrix zu $\nu_m = 0,20$ und der Radius der Matrix zu $r_m = 17,5$ mm (entspricht Radius der Probekörper) angenommen. Bei den Berechnungen wurde außerdem angenommen, die gesamte Verbundlänge befinde sich im starren Verbund. In Bild 2.10 sind die

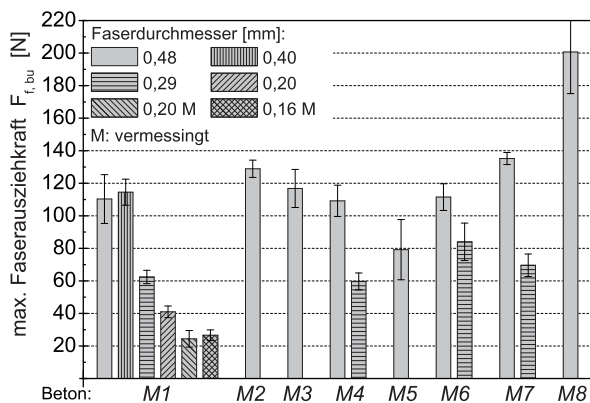


Bild 2.9: Maximale Faserausziehkraft für die unbehandelten geraden Fasern in Abhängigkeit des Betons und des Faserdurchmessers bei einer Verbundlänge von 5 mm

rechnerischen Verläufe der Verbundspannung an der Faseroberfläche (linke y-Achse) für die Betone M5 und M8 (dies sind die Betone mit geringster und höchster Faserausziehkraft) dargestellt; in dem Diagramm ist auch die jeweils rechnerische mittlere Verbundspannung (maximale Faserzugkraft bezogen auf die gesamte Verbundfläche, rechte y-Achse) als horizontale Linie eingetragen. Die aus den shear-lag-Berechnungen resultierenden Verbundspannungen am belasteten Ende der Faser liegen - bei maximaler Faserausziehkraft - für alle untersuchten Betone in Kombination mit den unbehandelten geraden Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm zwischen rd. 50 N/mm² und 120 N/mm². Derart hohe Verbundspannungen führen zumindest in

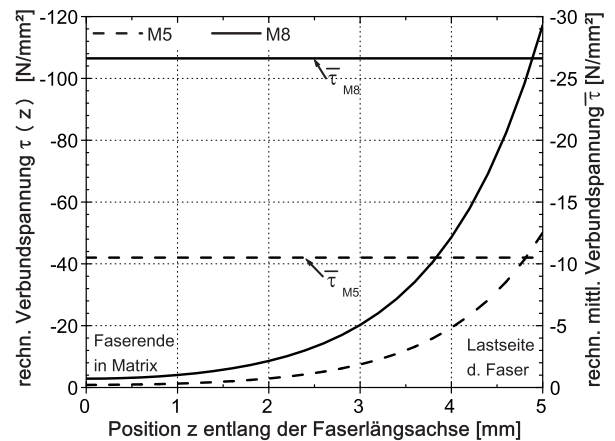


Bild 2.10: Rechnerischer Verlauf der Verbundspannung (linke y-Achse) und mittlere Verbundspannung (rechte y-Achse) in Abhängigkeit der Position z entlang der Faser für die Betone M5 und M8 bei maximaler Faserausziehkraft; $\varnothing_f = 0,48$ mm; $l_b = 5$ mm

Teilbereichen der Kontaktfläche bereits zur Bildung eines Kontaktzonenrisses und zu einem Schlupf, d.h. einer Relativverschiebung zwischen Faser und Matrix. In diesem Fall würden sich die shear-lag-Kurven im Diagramm nach links in Richtung des unbelasteten Endes der Faser in der Matrix verschieben. Am Beginn der shear-lag-Kurve würde z.B. die Reibungsspannung τ_{fu} bis hin zum belasteten Ende der Faser herrschen. Verschieben sich die shear-lag-Kurven in Richtung des Endes der Faser in der Matrix, so bedeutet dies, dass sich ein größerer Teil der Kontaktfläche nennenswert an der Spannungsübertragung beteiligt.

Im Falle der untersuchten Betone mit Fasern des Durchmessers 0,29 mm ergibt sich eine rechnerische Verbundspannung bei maximaler Faserausziehkraft von rd. 100 N/mm² bis 140 N/mm². Bei den Mikrostauffasern (Faserdurchmesser 0,16 mm und 0,20 mm) liegen die rechnerischen maximalen Verbundspannungen in ähnlicher Größenordnung. Auch bei diesen Varianten dürfte sich bereits ein Kontaktzonenriss am Beginn der Verbundlänge gebildet haben.

Bei welcher Ausziehlust mit der Bildung

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 23

eines Kontaktzonenrisses gerechnet werden muss, wird im folgenden Absatz diskutiert.

2.3.3. Bildung eines Kontaktzonenrisses

Modellansätze

Ab einer kritischen Belastung der Faser $F_{f,cr}$ bildet sich am lastzugewandten Beginn der Fasereinbindelänge ein Kontaktzonenriss. Für das Kriterium, ab dem ein Riss entsteht, existieren in der Literatur im Wesentlichen ein vereinfachter spannungsabhängiger sowie ein bruchmechanischer Ansatz.^{56, 57}

Beim spannungsabhängigen Ansatz geht man davon aus, dass sich bei Erreichen der Verbundfestigkeit τ_{au} in der Kontaktfläche ein Riss bildet, der sich mit voranschreitender Belastung weiter entlang der Faser ausbreitet. Im Bereich des Risses wird i.d.R. angenommen, es herrsche unabhängig von der Länge des Risses die Reibungsschubspannung τ_{fu} .^{58, 59} Am Ende des Gleitreibungsbereichs befindet sich der scharfe Übergang zum ungerissenen Bereich, bei dem der Verbundspannungsverlauf $\sigma_{rz}(z)$ Gleichung (2.11) gehorcht. Ob sich ein Kontaktzonenriss bildet, ist bei vorgenannten vereinfachten Betrachtungen allein von der aufgetragenen Belastung und der Verbundfestigkeit τ_{au} abhängig. Wells und Beaumont⁵⁶ zeigten jedoch auf Basis von Einzelfaserausziehversuchen an in Epoxidharz eingebetteten Stahldrähten, dass die kritische Faserzugkraft $F_{f,cr}$, welche für die Bildung eines Kontaktzonenrisses aufgebracht werden muss, nur mit unzureichender Genauigkeit allein aus der Verbundfestigkeit τ_{au} abgeleitet werden kann. Vielmehr sollte eine bruchmechanische Beschreibung der Rissbildung erfolgen, bei der die kritische Energiefreisetzungsrates der Verbundfuge $G_{2,cr}$ (Bruchmodus 2) für die Bildung des Kontaktzonenrisses als maßgebender Parameter

in Betracht gezogen wird. Die Simulation der Ergebnisse des Betons M1 (Annahme: Beginn der Bildung eines Kontaktzonenrisses bei max. Faserausziehungskraft) mit Hilfe des Ansatzes von Wells und Beaumont⁵⁶ und mit Hilfe der Ermittlung von $G_{2,cr}$ durch Minimierung der Fehlerquadratsumme ($G_{2,cr} = 157 \text{ J/m}^2 = 0,157 \text{ N/mm}$) ergab eine befriedigende Übereinstimmung.

Ein ähnlicher energiebasierter Ansatz wurde von Leung⁶⁰ für faserbewehrte Werkstoffe entwickelt. Hierbei wird angenommen, die Faserzugspannung $\sigma_{zz,cr}$, bei der Kontaktzonenrissbildung beginnt, sei im Wesentlichen von zwei Materialkenngrößen, der Gleitreibungsspannung τ_{fu} und der kritischen Energiefreisetzungsrates der Verbundfuge $G_{2,cr}$, abhängig:

$$\sigma_{zz,cr} = \frac{\left[\frac{2 \cdot \tau_{fu}}{\rho} + \sqrt{\frac{4 \cdot E_f \cdot G_{2,cr} \cdot (1 - \alpha)}{r_f}} \right] \cdot \sinh(A)}{(1 - \alpha) \cdot \cosh(A) + \alpha} \quad (2.12)$$

mit:

$\sigma_{zz,cr}$ [N/mm²] : Faserzugspannung bei Kontaktzonenrissbildung

τ_{fu} [N/mm] : Gleitreibungsspannung

E_f [N/mm²] : E-Modul der Faser

α [-] = $E_f \cdot V_f / E_{fc}$

$G_{2,cr}$ [N/mm] : krit. Energiefreisetzungsrates der Verbundfuge

A [-] = $\rho \cdot l_b / r_f$

E_{fc} [N/mm²] = $E_m \cdot V_m + E_f \cdot V_f$

V_f [-] : Volumenanteil der Faser

V_m [-] : Volumenanteil der Matrix

E_f [N/mm²] : E-Modul der Matrix

r_f [mm] : Faserradius

⁵⁶ Wells u. Beaumont: Debonding and pull-out processes in fibrous composites.

⁵⁷ Shah et al.: Modelling of constitutive relationship of steel fiber-concrete interface.

⁵⁸ Bentur et al.: Fiber-matrix interfaces (Seite 149 ff.).

⁵⁹ Bentur u. Mindess: Fibre reinforced cementitious composites (Seite 31 ff.).

⁶⁰ Leung: Fracture-based two-way debonding model for discontinuous fibers in elastic matrix.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 24

Der Faktor ρ ([-]) berechnet sich zu:

$$\rho^2 = \frac{2 \cdot G_m \cdot E_{fc} \cdot (E_f \cdot V_m \cdot E_m)^{-1}}{\ln\left(\frac{R^*}{r_f + t_i}\right) + \frac{G_m}{G_i} \cdot \ln\left(1 + \frac{t_i}{r_f}\right)} \quad (2.13)$$

mit:

- ρ [-] : Faktor
- G_i [N/mm²] : Schubmodul der ITZ
- G_m [N/mm²] : Schubmodul der Matrix
- r_f [mm] : Faserradius
- t_i [mm] : Ausdehnung der ITZ in radialer Richtung
- E_{fc} [N/mm²] = $E_m \cdot V_m + E_f \cdot V_f$
- E_f [N/mm²] : E-Modul der Faser
- E_m [N/mm²] : E-Modul der Matrix
- V_m [-] : Volumenanteil der Matrix ($V_m = 1 - V_f$)

Der Schubmodul G kann über den bekannten Zusammenhang $G = E/(2 + 2 \cdot \nu)$ berechnet werden. R^* gibt hierbei den Radius eines Zylinders an, auf den sich die Lastabtragung in der Matrix beschränkt. Dieser Radius kann nach Leung und Geng⁶¹ vereinfachend aus dem äquivalenten Volumenanteil der Fasern \widehat{V}_f abgeschätzt werden:

$$\ln\left(\frac{R^*}{r_f + t_i}\right) = \frac{-2 \cdot \ln(\widehat{V}_f) - (1 - \widehat{V}_f) \cdot (3 - \widehat{V}_f)}{4 \cdot (1 - \widehat{V}_f)^2} \quad (2.14)$$

mit:

- R^* [mm] : Radius des Faserzylinders, der sich an der Lastabtragung beteiligt
- \widehat{V}_f [-] = $V_f \cdot (1 + t_i/r_f)^2$
- r_f [mm] : Faserradius
- t_i [mm] : Ausdehnung der ITZ in radialer Richtung

Tabelle 2.11: Eingangsparameter für die Berechnung von $\sigma_{zz,cr,cal}$

	Faser	Matrix
E-Modul [10 ³ N/mm ²]	210	50
Querdehnzahl [-]	0,30	0,20

Der Faktor ρ wird als Parameter zur Beschreibung der Spannungsübertragung in Abhängigkeit der E-Moduln und der Volumenanteile der Faser und der Matrix verstanden.

Den Volumenanteil V_f einer Faser in einem pull-out-Probekörper schätzen Leung und Geng⁶¹ vereinfachend aus der Dicke H der rechteckigen Probe zu $V_f \approx \pi \cdot r_f^2/H^2$ ab. Bei einer Probendicke von 9,2 mm und einem Faserdurchmesser von 0,5 mm ergibt sich somit ein Volumenanteil von $V_f = 0,23\%$. Im Falle einer zylindrischen Probe ergibt sich für den Volumenanteil: $V_f \approx r_f^2/r_m^2$.

Obwohl für die eigenen Untersuchungen - der besseren Handhabbarkeit wegen - Probekörper mit einem Durchmesser von 35 mm verwendet wurden, wird zur Abschätzung des Volumenanteils V_f ein Durchmesser r_m in Abhängigkeit des Faserdurchmessers r_f angesetzt. Im Rahmen einer zusätzlichen Serie des Betons M1 zur Untersuchung des Einflusses der Probekörperabmessungen hat sich bei Fasern mit einem Durchmesser von 0,48 mm gezeigt, dass zwischen Varianten mit Probekörperdurchmessern von 35 mm, 20 mm und 10 mm kein nennenswerter Unterschied hinsichtlich des Verbundverhaltens besteht. Daher wird vereinfachend als Obergrenze für den Radius des lastabtragenden Matrixzylinders $r_m \approx 20 \cdot r_f$ angenommen. Somit gilt für alle Varianten $V_f = 1/20^2$. Die weiteren Eingangsgrößen für die Berechnung von $\sigma_{zz,cr}$ nach Gleichung (2.12) sind in Tabelle 2.11 zusammengestellt. Die Verbundlänge betrug in allen Versuchen 5 mm, eine evtl. vorhandene ITZ wurde bei den Berechnungen nicht berücksichtigt ($t_i = 0$ mm). Die kritische Faserzugspannung $\sigma_{zz,cr,exp}$ wurde vereinfachend

⁶¹Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 25

aus der maximalen Faserausziehlast berechnet. Mit Hilfe der Methode der Minimierung der Fehlerquadratsumme wurde $G_{2,cr}$ iterativ bestimmt (Annahme: $\tau_{fu} = 1,7 \text{ N/mm}^2$, siehe Kapitel 2.2); die geringste Fehlerquadratsumme ergab sich bei $G_{2,cr} = 0,152 \text{ N/mm}$. Die Versuchsergebnisse und die Ergebnisse der Berechnungen sind in Bild 2.11 für den Beton M1 dargestellt. Die Versuchsergebnisse kön-

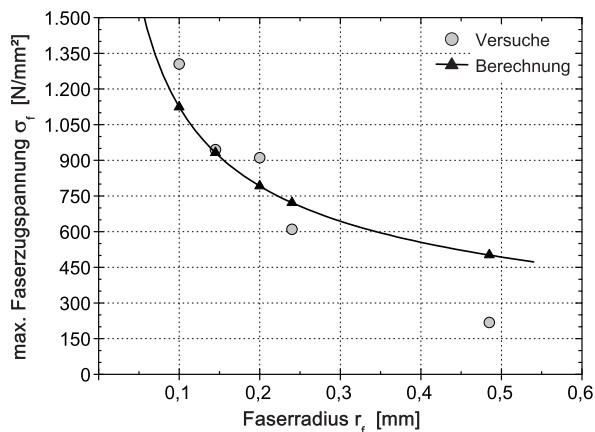


Bild 2.11: Experimentell ermittelte und rechnerische maximale Faserzugspannung für den Beton M1 (Verbundlänge: 5 mm)

nen mit einer akzeptablen Übereinstimmung durch den Ansatz von Leung und Geng⁶² bzw. Leung⁶³ simuliert werden. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass damit die Annahme, der Kontaktzonenriss bilde sich bei der im Versuch ermittelten maximalen Faserzugspannung, nicht bewiesen ist. In wieweit die berechnete kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr}$ für den Beton M1 als plausibel zu beurteilen ist, wird im folgenden Abschnitt erörtert.

Kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr}$

Zur Simulation der Ergebnisse der Ausziehversuche von Wells und Beaumont⁶⁴

⁶² Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

⁶³ Leung: Fracture-based two-way debonding model for discontinuous fibers in elastic matrix.

⁶⁴ Wells u. Beaumont: Debonding and pull-out processes in fibrous composites.

(Stahldrähte in Epoxidharz) nahm Leung⁶³ eine kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge von $G_{2,cr} = 0,200 \text{ N/mm}$ und eine Reibungsspannung von $\tau_{fu} = 2 \text{ N/mm}^2$ an.

Für die Simulation der Ergebnisse aus den von Naaman und Shah⁶⁵ durchgeführten Ausziehversuchen an Stahldrähten in Zementmörtel nahm Leung⁶³ eine kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge von $G_{2,cr} = 0,001 \text{ N/mm}$ und eine Reibungsspannung von $\tau_{fu} = 2 \text{ N/mm}^2$ an. Der von Naaman und Shah⁶⁵ verwendete Zementmörtel hatte einen w/z -Wert von 0,55 und ein Sand/Zement-Verhältnis von 2,5. Die Stahlfasern wiesen einen Durchmesser von 0,4 mm auf. Leung⁶³ setzte für die Berechnungen außerdem - ohne weiteren Bezug zu dem von Naaman und Shah⁶⁵ verwendeten Mörtel - eine ITZ mit einer Dicke von $t_i = 50 \mu\text{m}$ und einem Schubmodul von $G_i = 0,05 \cdot G_m$ an. Da Naaman und Shah⁶⁵ keinerlei mechanische Eigenschaften des Mörtels angeben, wählt Leung⁶³ für den E-Modul des Mörtels ohne weitere Begründung $E_m = 21.000 \text{ N/mm}^2$. Leung⁶³ gibt allerdings zu bedenken, dass aufgrund der geringen Anzahl an Versuchsvariationen nicht sichergestellt ist, dass der Berechnungsansatz (Gleichung (2.12) bis Gleichung (2.14)) und die ermittelten Verbundkenngrößen für diesen Mörtel grundsätzlich gültig sind.

Die für den Beton M1 iterativ abgeschätzte kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr} = 0,152 \text{ N/mm}$ erscheint im Vergleich zu dem für Zementmörtel in der Literatur genannten Wert zunächst hoch. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass bei UHPC wegen des vergleichsweise starken autogenen Schwindens mit höheren Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche als bei Normalbeton oder -mörtel zu rechnen ist; diese wirken günstig im Hinblick auf den Verbund. Außerdem dürfte sich an der Stahlfaser - im Gegensatz zu Normalbeton -

⁶⁵ Naaman u. Shah: Pull-out mechanism in steel fiber reinforced concrete.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 26

keine ITZ in Form von Portlanditkristallen ausbilden. Der üblicherweise hohe Anteil an feinen Partikeln in UHPC kann darüber hinaus dazu führen, dass die Kontaktzone eine höhere Partikelpackung als im Falle von Normalbeton und unter Umständen eine gewisse Mikroverzahnung aufweist. Letztgenannte Aspekte können nach Ansicht des Verfassers durchaus zu der ermittelten hohen kritischen Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr}$ führen. Im Weiteren werden die Studien aus der Literatur, welche sich mit der Ermittlung der kritischen Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr}$ beschäftigen, zusammenfassend diskutiert.

Stang und Shah⁶⁶ führten Einzelfaserausziehversuche an Stahlfasern des Durchmessers 0,6 mm durch (Mörtel mit $w/b = 0,43$, Bindemittel aus Zement und Silikastaub, Sand mit Größtkorn 2 mm). Für die Verbundfuge geben sie eine kritische Energiefreisetzungsrate von rd. $G_{2,cr} = 0,033 \text{ N/mm}$ an.

Stang und Shah⁶⁷ geben einen Überblick über experimentell ermittelte kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr}$ (Zementmörtel-Stahlfaser) aus der Literatur. Die zusammengetragenen Werte gelten für Stahlfasern in Zementmörteln mit w/z -Werten zwischen 0,3 und 0,6. Die zugehörigen kritischen Energiefreisetzungsrate $G_{2,cr}$ liegen zwischen rd. $G_{2,cr} = 0,011 \text{ N/mm}$ und $G_{2,cr} = 0,043 \text{ N/mm}$.

Zum Vergleich zu den vorgenannten Werten sei an dieser Stelle die kritische Energiefreisetzungsrate $G_{2c,cr}$ von Beton genannt, welche in der Größenordnung von rd. $G_{2c,cr} = 0,10 \text{ N/mm}$ (Druckfestigkeit 25 N/mm^2) bis rd. $G_{2c,cr} = 0,65 \text{ N/mm}$ (Druckfestigkeit 105 N/mm^2) liegt.⁶⁸ Die kritische Energiefreisetzungsrate der Ver-

bundfuge $G_{2,cr}$ ist somit um einen Faktor von rd. 9 bis maximal rd. 15 kleiner als die kritische Energiefreisetzungsrate $G_{2c,cr}$ des Betons. Der Zusammenhang zwischen der kritischen Energiefreisetzungsrate $G_{2c,cr}$ des Betons und der Druckfestigkeit des Betons kann in guter Näherung durch eine Gerade abgebildet werden.⁶⁸ Für den Beton M1 mit einer rechnerischen mittleren Würfeldruckfestigkeit von 172 N/mm^2 ergibt sich eine rechnerische kritische Energiefreisetzungsrate von $G_{2c,cr} \approx 1,1 \text{ N/mm}$. Die kritische Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge $G_{2,cr}$ des Betons M1 dürfte somit in der Größenordnung von rd. $G_{2,cr} = 0,07 \text{ N/mm}$ bis $G_{2,cr} = 0,12 \text{ N/mm}$ liegen. Die aus den eigenen pull-out-Versuchen iterativ abgeleitete kritische Energiefreisetzungsrate $G_{2,cr}$ der Verbundfuge UHPC-Stahlfaser liegt somit in einer plausiblen Größenordnung. Da weder in der Literatur weitere Ergebnisse vorliegen, noch eigene Versuche zur kritischen Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge durchgeführt wurden, ist eine weiterführende Beurteilung der rechnerisch ermittelten Werte jedoch nicht möglich.

Schlussfolgerungen

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass in der Literatur Ansätze zur Beschreibung der Bildung eines Kontaktzonenrisses vorhanden sind, die auch bei Stahlfasern in UHPC angewendet werden können. Die Ansätze enthalten als Eingangsgrößen die E-Moduln der Faser und der Matrix sowie Bruchkenngrößen der Verbundfuge. Bestenfalls kann eine ITZ vereinfachend berücksichtigt werden. Mikromechanische Kenngrößen der Matrix bzw. der ITZ oder Topographiekennwerte der Faseroberfläche finden keine Berücksichtigung. Die notwendigen Eingangsgrößen $G_{2,cr}$ und τ_{fu} können nicht vorab anhand z.B. der Zusammensetzung der Matrix angegeben werden. Sie müssen aus Ergebnissen von Versuchsreihen mit unterschiedlichen Faserdurchmessern für jede Betonzusammensetzung mit Hilfe numerischer Methoden abgeschätzt werden. Welche der mikromechanischen Mechanismen im Hinblick auf die maxi-

⁶⁶ Stang und Shah: Fracture mechanical interpretation of the fibre/matrix debonding process in cementitious composites.

⁶⁷ Stang und Shah: Micromechanics of the interface in fibre-reinforced cement materials.

⁶⁸ Reinhardt und Xu: Experimental determination of K_{1c} of normal strength concrete.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 27

mal übertragbaren Faserzugspannungen eine Rolle spielen, kann ebenfalls nicht beantwortet werden. Die vorgenannten Ansätze werden daher im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

2.3.4. Reibung während des Faserauszugs

Allgemeines

Hat sich der Kontaktzonenriss bis zum Ende der Verbundlänge fortgepflanzt, so wird i.d.R. angenommen, dass eine Spannungsübertragung nur noch über die querdruckabhängige Reibung stattfinden kann. Die übertragbare Reibungsspannung zwischen der Faser und der Matrix ist physikalisch gesehen abhängig vom Reibungskoeffizienten und der wirkenden Radialdruckspannung an der Faseroberfläche.⁶⁹ Daher werden im Folgenden die wesentlichen Erkenntnisse aus der Literatur zum querdruckabhängigen Reibungskoeffizienten und der Radialspannung zusammengefasst und, wenn möglich, auf die eigenen Untersuchungen übertragen. Der querdruckabhängige Reibungskoeffizient wird im Rahmen dieser Arbeit mit μ^* bezeichnet und ist nicht mit den üblichen, nach Ansicht des Verfassers auf Effekte auf makroskopischer Ebene zurückzuführenden Reibungskoeffizienten μ , zu vergleichen.

Querdruckabhängiger Reibungskoeffizient

Im Hinblick auf den querdruckabhängigen Haft- und Gleitreibungskoeffizienten zwischen Stahlfaser und Matrix und die darauf aufbauende Beschreibung des Verbundverhaltens werden in der Literatur sehr unterschiedliche Annahmen getroffen. Die Bandbreite der Annahmen reicht vom konstanten Gleitreibungskoeffizienten über schlupfentfestigend bis zu schlupfverfestigend; i.d.R. wird jedoch vereinfachend ein schlupfunabhängiger, konstanter Gleitreibungskoeffizient μ angesetzt.⁶⁹

Um den querdruckabhängigen Haft- und Gleitreibungskoeffizienten anhand von Versuchsergebnissen abzuleiten, müssen

Faserausziehversuche bei unterschiedlichem Radialdruck durchgeführt werden. Entsprechende Ergebnisse liegen nach Kenntnis des Verfassers nur mit den Arbeiten von Pinchin und Tabor⁷⁰ sowie Leung und Geng⁷¹ vor. Das Spektrum des untersuchten zusätzlichen Radialdrucks reichte von 0 N/mm^2 bis -30 N/mm^2 .⁷¹ Eine Zusammenfassung der beiden Studien kann Anhang C entnommen werden.

Die beiden Arbeiten aus der Literatur, die eine Abschätzung des querdruckabhängigen Haft- und Gleitreibungsbeiwerts zulassen, gehen bei ihren Betrachtungen davon aus, dass der querdruckabhängige Haft- bzw. Gleitreibungskoeffizient über die gesamte Verbundlänge konstant ist. Aufgrund dieser Vereinfachung ist nach Ansicht des Verfassers die Berechnung des querdruckabhängigen Haft- und Gleitreibungskoeffizienten nur als Näherung zu betrachten.

Für die weiteren Betrachtungen wird auf Basis der Literatursichtung, siehe Anhang C und Bild 2.12, vereinfachend ein querdruckabhängiger Haft- und Gleitreibungskoeffizient in Abhängigkeit des Schlupfes wie folgt angenommen:

1. der Haftreibungskoeffizient (Schlupf = „0“) beträgt $\mu_H^* = 0,15$
2. der Gleitreibungskoeffizient ist abhängig vom Schlupf s :
 - $\mu_G^*(s = 0) = \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s = 0,25 \text{ mm}) = 0,50 \cdot \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s = 0,50 \text{ mm}) = 0,40 \cdot \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s = 2,5 \text{ mm}) = 0,15 \cdot \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s > 2,5 \text{ mm}) = 0,15 \cdot \mu_H^*$
3. der Gleitreibungskoeffizient wird zwischen einem Schlupf von 0 und 2,5 mm linear interpoliert

⁷⁰ Pinchin u. Tabor: Inelastic behaviour in steel wire pull-out from Portland cement mortar.

⁷¹ Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

⁶⁹ Bentur et al.: Fiber-matrix interfaces (Seite 149 ff.).

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 28

4. der Haft- und Gleitreibungskoeffizient ist unabhängig vom betrachteten Beton.

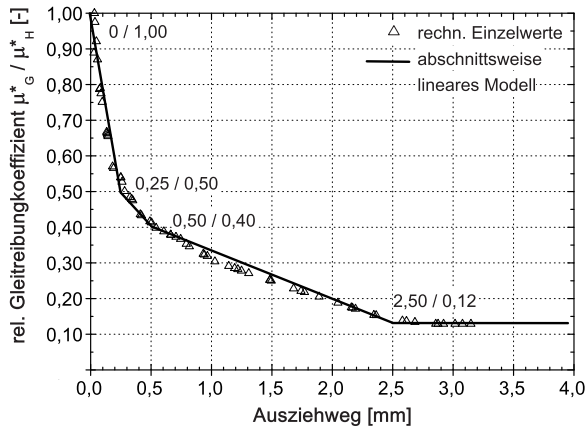


Bild 2.12: relativer Gleitreibungsbeiwert in Abhängigkeit des Ausziehwegs, berechnet aus Versuchskurven von Leung und Geng⁷¹

Anhand der von Pinchin und Tabor⁷² durchgeführten Versuche kann außerdem festgehalten werden, dass bei gegebener Zusammensetzung der Matrix der Gleitreibungskoeffizient μ_G^* mit steigender Mittenrauigkeit der Faseroberfläche signifikant abfällt. Vermutlich wurde bei den Versuchen die Matrix im Verbundbereich wegen der mit größerer Rauigkeit verbundenen, stärkeren Mikroverzahnung bereits bei sehr geringem Schlupf derart geschädigt, dass im weiteren Verlauf der Versuche nur noch vergleichsweise geringe Kräfte übertragen werden konnten. Denkbar ist auch, dass aufgrund der intensiveren Verzahnung die Topographie der Faseroberfläche bereits bei sehr geringem Schlupf abradiert wird. Ein systematischer Zusammenhang kann jedoch auf Basis der Arbeit von Pinchin und Tabor⁷² nicht formuliert werden. Der querdruckabhängige Haft- und Gleitreibungskoeffizient liegt am unteren Ende der üblicherweise angesetzten Reibungskoeffizienten zwischen Stahl und Beton (0,2 bis 0,4), siehe z.B. Schneider Bautabellen für Ingenieure⁷³.

⁷² Pinchin u. Tabor: Inelastic behaviour in steel wire pull-out from Portland cement mortar.

⁷³ Schneider: Bautabellen für Ingenieure.

Normalspannungen

Die Normalspannungen senkrecht zur Mantelfläche der Faser (Radialspannungen) beeinflussen das Verbundverhalten v.a. im Gleitreibungsbereich.⁷⁴ Drei Ursachen sind im Wesentlichen für das Entstehen von Radialspannungen verantwortlich:

- lastunabhängige Verformungen: (teilweise) behinderte Schwindverformungen und/oder Temperaturdehnungen
- Querkontraktion der Faser aufgrund der Axialzugspannung bzw. Querschnittseinschnürung bei Erreichen der Fließspannung
- Kräfte quer zur Faserlängsachse infolge äußerer Belastung.

Die Zusammenhänge zur Berechnung der Radialdruckspannungen $\sigma_{rr}(r=r_f)$, welche z.B. infolge einer (teilweise) behinderten radialen Verformung der Matrix an der Mantelfläche der Faser entstehen, wurden erstmals von Dugdale⁷⁵ (siehe Anhang D) hergeleitet:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r=r_f) &= p_{ITZ} = \\ &= \frac{\delta_{shr,eff}/r_f}{\frac{1}{E_m(1-a)} [(1-\nu_m) \cdot a + (1+\nu_m)] + \frac{1-\nu_f}{E_f}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

⁷⁴ Bentur et al.: Fiber-matrix interfaces (Seite 149 ff.).

⁷⁵ Dugdale: Elements of elasticity.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 29

mit:

$\sigma_{rr}(r=r_f)$ [N/mm ²]	:	Radialspannung an der Faseroberfläche
$\delta_{shr,eff}$ [mm]	:	mech. wirks. Matrixverformung in radialer Richtung
a [-]	=	r_f^2/r_m^2
r_f [mm]	:	Faserradius
r_m [mm]	:	Radius der Matrix
E_f [N/mm ²]	:	E-Modul der Faser
E_m [N/mm ²]	:	E-Modul der Matrix
ν_f [-]	:	Querdehnzahl der Faser
ν_m [-]	:	Querdehnzahl der Matrix

$\delta_{shr,eff}$ ist die mechanisch wirksame Matrixkontraktion in Radialrichtung infolge des Schwindens:⁷⁶

$$\begin{aligned} \delta_{shr,eff} &= r_f - r_m^* = r_f - \frac{r_f}{1 + \varepsilon_{shr,eff}} = \\ &= r_f \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \varepsilon_{shr,eff}} \right) = r_f \cdot \frac{\varepsilon_{shr,eff}}{1 + \varepsilon_{shr,eff}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

mit:

$\delta_{shr,eff}$ [mm]	:	mech. wirks. Matrixverformung
r_f [mm]	:	Faserradius
$\varepsilon_{shr,eff}$ [-]	:	mech. wirks. Schwinddehnung

Zu beachten ist hierbei, dass im Falle von zementgebundenen Matrices sowohl für die Schwindverformungen als auch für den E-Modul die jeweiligen zeitlichen Entwicklungen in Gleichung (2.15) und Gleichung (2.16) einzusetzen und die entsprechenden Ausdrücke über den betrachteten Zeitraum zu integrieren sind. Die radialen Druckspannungen sind nur in einem Bereich von $1 < r_m/r_f < 13,5$ spürbar vom Verhältnis r_m/r_f abhängig; ab rd. $r_m/r_f > 13,5$ ändert sich die Radialdruckspannung mit steigendem r_m/r_f -Verhältnis weniger als 1%, siehe Bild D.2 in Anhang D.

Harris⁷⁷ gibt für in Epoxidharz eingebettete Glasfasern auf Basis der von Dugdale⁷⁶ hergeleiteten o.g. Zusammenhänge Normalspannungen in Höhe von bis zu rd. 22 N/mm² an. Diese resultieren im von Harris⁷⁷ betrachteten Beispiel aus unterschiedlichen Wärmedehnzahlen der Materialien und einer Abkühlung um 80 K auf Raumtemperatur nach einer Wärmebehandlung der Proben.

Im Falle einer zementgebundenen Matrix kann nicht die freie autogene Schwindverformung zur Berechnung der Radialdruckspannungen herangezogen werden, vielmehr muss die „mechanisch wirksame“ Kontraktion, welche sowohl den Zeitpunkt des Beginns der Entwicklung des E-Moduls als auch die Kriech- und Relaxationsvorgänge berücksichtigt, angesetzt werden. Zur ersten vereinfachten Abschätzung einer Größenordnung der Radialdruckspannungen können Schwind- und Kriech- bzw. Relaxationseigenschaften von UHPC aus der Literatur dienen. Untersuchungen zu der freien autogenen Schwindverformung und zu den Zwangspannungen im UHPC infolge behinderter autogener Verformung wurden u.a. von Habel⁷⁸ und Schachinger⁷⁹ durchgeführt. Daneben geben Eppers und Müller⁸⁰ einen Überblick der aktuellen Literatur zur freien autogenen Schwindverformung von UHPC. Die wesentlichen Ergebnisse der Studien von Habel⁷⁸ und Schachinger⁷⁹ sind in Tabelle D.1 in Anhang D zusammengefasst. Bei allen zuvor genannten Studien wurden lineare Schwindverformungen, d.h. Verformungen in nur einer Richtung betrachtet.

Habel⁷⁸ ermittelte in ihren Versuchen freie autogene Schwindverformungen im Alter von 7 d von etwa 0,300‰. Der Zeitpunkt t_0 wurde auf den Beginn der Zwangspan-

⁷⁷ Harris: Shrinkage stresses in glass/resin composites.

⁷⁸ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete (Seite 46 f.).

⁷⁹ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität (Seite 128 f.).

⁸⁰ Eppers u. Müller: Autogenous shrinkage strain of UHPC (Seite 433 ff. im zugehörigen Tagungsband).

⁷⁶ Dugdale: Elements of elasticity.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 30

nungsentwicklung gelegt ($t_0 = 31$ h). Der aus der Zwangspannungsentwicklung (Behinderungsgrad: 100%) und dem Verlauf des freien autogenen Schwindens berechnete Kriechanteil betrug nach 7 d rd. 60%, d.h. etwa 0,180‰. Die mechanisch wirksame Schwindverformung lag somit bei rd. 0,120‰.

Schachinger⁸¹ untersuchte den Einfluss einer Reihe betontechnologischer Parameter auf die Gefahr der Rissbildung infolge Zwang im starren Reißrahmen. Der Zeitpunkt t_0 wurde von ihm auf das Ende des Erstarrens, das er mit Hilfe des Vicat-Versuchs bestimmte, festgelegt. Das Erstarrungsende stimmte in seinen Studien mit dem Beginn der sogenannten Beschleunigungsphase der Zementhydratation überein und lag je nach Betonvariante bei rd. 6 h bis 9 h nach Wasserzugabe. Erste Zwangspannungen entwickelten sich i.d.R. rd. 2 h nach dem Zeitpunkt t_0 . In dieser Zeitspanne vergrößerten sich die freien autogenen Schwindverformungen je nach Beton um rd. 0,100‰ bis 0,400‰. Darin liegt z.T. die Diskrepanz zu den um den Faktor vier bis fünf geringeren wirksamen Schwindverformungen von Habel⁸² begründet. Nach 14 d lag die freie autogene Schwindverformung bei rd. 1,250‰ bis 1,500‰. Für diesen Zeitpunkt gibt Schachinger⁸¹ einen Kriech- bzw. Relaxationsanteil von 80% für einen CEM I-Beton bzw. 70% für einen CEM III/B-Beton an. Die rechnerisch wirksame Schwindverformung lag damit bei rd. 0,300‰ bzw. 0,375‰.

Im Rahmen ihrer Versuche (600 kg/m^3 bis 800 kg/m^3 CEM I, w/z-Wert 0,264 bis 0,300, Silikastaubgehalt 16% bis 20% bez. a. Zement) ermittelten Eppers und Müller⁸³ freie autogene Schwindverformungen von rd. 0,600‰ bis 0,900‰ im Alter von 28 d.

Die von Schachinger⁸¹ angegebenen freien

Schwindverformungen liegen somit signifikant über jenen der anderen Autoren. Jedoch müssen im Hinblick auf die vergleichende Beurteilung der genannten freien autogenen Schwindverformungen und der Ableitung einer effektiven Schwindverformung für die vereinfachte Abschätzung der sich bildenden Radialdruckspannungen in der Kontaktfläche Faser/Matrix u.a. folgende Aspekte beachtet werden:

- Art des Versuchsaufbaus für die Bestimmung des freien autogenen Schwindens
- Messbeginn bzw. Definition von t_0
- Art des Versuchsaufbaus für die Bestimmung der Zwangspannungsentwicklung, d.h. Verlauf des Behinderungsgrads
- Zeitpunkt der Betrachtung der Zwangspannungen
- Zusammensetzung des Betons.

Im Hinblick auf diese Aspekte können die vorgenannten Schwindverformungen nur für eine erste Abschätzung der Größenordnung der Radialdruckspannungen dienen. Zunächst wird jedoch auf eine versuchs-technische Möglichkeit zur Ermittlung der Radialdruckspannungen eingegangen.

Stang⁸⁴ entwickelte einen Versuch, bei dem er nach Kalibrierung direkt den sich aufbauenden Druck in einem Quecksilberreservoir aus Glas, welches in Zementleim eingebettet ist, in Abhängigkeit der Zeit messen konnte. Unter konservierenden Bedingungen untersuchte er zwei Zementleime (Weißzement) ohne und mit Mikrosilika (10% bez. a. Zement). Der Zementleim ohne Mikrosilika enthielt 1.606 kg/m^3 Zement, der w/z-Wert betrug in beiden Fällen 0,30. Aus den Messergebnissen, den geometrischen und mechanischen Konstanten des Glasbehälters sowie Fitkurven für die zeitliche Entwicklung

⁸¹ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität (Seite 128 f.).

⁸² Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete (Seite 46 f.).

⁸³ Eppers u. Müller: Autogenous shrinkage strain of UHPC (Seite 433 ff. im zugehörigen Tagungsband).

⁸⁴ Stang: Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 31

Tabelle 2.12: Resultierende Radialdruckspannungen hochfester Zementleime in Kombination mit verschiedenen Fasern nach Stang⁸⁵ im Alter von rd. 500 h

Faserart [-]	E [N/mm ²]	ν [-]	$\sigma_{r,MS}^{1)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{r,MS}^{2)}$ [N/mm ²]
Stahl	210	0,3	-6,4	-19,0
C	240	0,2	-5,9	-17,0
PP	1	0,4	-1,1	-3,1

1) Zementleim ohne Mikrosilika

2) Zementleim mit 10% Mikrosilika

des E-Moduls der beiden Leime berechnete Stang⁸⁵ die zeitlichen Verläufe der Radialdruckspannungen für verschiedene Fasern, siehe Tabelle 2.12 für Werte zum Zeitpunkt $t = 500$ h. Stang⁸⁵ gibt auch die rechnerischen effektiven Schwindverformungen $\varepsilon_{shr,cal,eff}^*$ an, die zu den Radialdruckspannungen führen. Im Falle des Zementleims ohne Mikrosilika betrug $\varepsilon_{shr,cal,eff}^*$ rd. 0,25‰, hingegen rd. 0,70‰ beim Zementleim mit Mikrosilika. Die zugehörige freie autogene Schwindverformung betrug rd. 2‰ bzw. rd. 6‰. Die von Stang⁸⁵ verwendeten Zusammenhänge für die Berechnung der Radialdruckspannung gelten für eine unendlich ausgedehnte Matrix und sind unabhängig vom Radius der eingebetteten Faser. Stang⁸⁵ beurteilt dies nur hinsichtlich von Maßstabeffekten als problematisch, wenn z.B. der Durchmesser der Fasern kleiner als die typischen Abmessungen der Mikrostruktur des Zementsteingefüges ist. Er gibt allerdings zu bedenken, dass die mit Hilfe eines Glasbehälters gemessenen Druckspannungen bei der Betrachtung von Fasern aus anderen Materialien wegen der ggf. anders ausgebildeten Kontaktzone abweichen können. Die Übertragung seiner Ergebnisse auf Hochleistungsbeton oder UHPC sind darüber hinaus nicht ohne Weiteres möglich, da Gesteinskörnung und Fasern grundsätzlich sowohl das autogene Schwindverhalten als auch

den E-Modul beeinflussen. Die von Stang⁸⁵ angegebene Berechnungsmethode gilt nur für seinen Versuchsaufbau und in Kombination mit den von ihm verwendeten Zementleimen. Aus Dugdales⁸⁶ Zusammenhang zwischen Materialkennwerten, Schwindverformung und Radialdruckspannung (Gleichung (2.15)) ergibt sich mit den wirksamen Schwindverformungen von Stang⁸⁵ für den mikrosilikahaltigen Zementleim eine radiale Druckspannung von rd. -14 N/mm². Diese liegt zumindest in der gleichen Größenordnung wie die von Stang⁸⁵ experimentell ermittelte Radialdruckspannung in Höhe von -19,0 N/mm² für Stahlfasern.

Für die folgende vereinfachte Abschätzung der Größenordnung der Radialdruckspannungen an der Stahlfaseroberfläche wurde in Anlehnung an Habel⁸⁷ eine freie autogene Schwindverformung in Höhe von 0,30‰ sowie ein kumulierter Kriech- bzw. Relaxationsanteil von 60% für UHPC angenommen. Somit ergibt sich vereinfachend eine effektive Schwindverformung von 0,12‰. Die weiteren für Gleichung (2.15) benötigten Eingangsparameter sind in Tabelle 2.11 zusammengefasst. Aus Gleichung (2.15) ergibt sich somit für eine Stahlfaser des Durchmessers 0,48 mm eine rechnerische maximale Radialdruckspannung von $p_{ITZ} = -4,4$ N/mm². Setzt man dagegen die von Stang⁸⁵ ermittelte effektive Schwindverformung in Höhe von 0,70‰ an, so erhält man eine rechnerische Radialdruckspannung von $p_{ITZ} = -25,6$ N/mm². Die vorgenannten Ergebnisse stellen jedoch nur Anhaltswerte dar; sie können nicht ohne Weiteres auf die verschiedenen Betone der eigenen Versuche übertragen werden. Auf die Ermittlung der Radialdruckspannungen für die eigenen Betone wird im Rahmen des Kapitels zum mikromechanischen Modell (s. Kapitel 2.6) im Detail eingegangen. Bei einer angenommenen Radialdruckspannung von -4,4 N/mm², einem Haftreibungsbeiwert von $\mu_H^* = 0,15$, einem Faserdurchmesser von

⁸⁵ Stang: Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials.

⁸⁶ Dugdale: Elements of elasticity.

⁸⁷ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete (Seite 46 f.).

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 32

0,48 mm und einer Verbundlänge $l_b = 5$ mm ergibt sich eine zu überwindende Haftkraft von rd. 5 N. Damit wird bereits an dieser Stelle klar, dass unter den getroffenen Annahmen der Mechanismus „Reibung aus Querdruck“ nur einen geringen Anteil an der Kraftübertragung zwischen Stahlfaser und Matrix hat. Setzt man hingegen die für das starrplastische Verbundgrundgesetz ermittelte Verbundspannung des zweiten Plateaus (siehe Bild 2.2) ins Verhältnis zu der abgeschätzten Radialdruckspannung von $p_{ITZ} = -4,4 \text{ N/mm}^2$, so ergibt sich ein querdruckabhängiger Reibungskoeffizient von rd. $\mu_H^* \approx -1,67 \text{ N/mm}^2 / -4,40 \text{ N/mm}^2 \approx 0,38$. Die zu überwindende Haftkraft beträgt dann rd. 12 N, d.h. im Falle von Beton M1 rd. 11% der im Versuch ermittelten maximalen Faserausziehkraft.

Schub- und Faserzugspannung im Gleitreibungsbereich

Der am häufigsten verwendete und einfachste Ansatz zur Berechnung der übertragbaren Faserzugspannung im Gleitreibungsbereich basiert auf der Annahme eines konstanten Reibungskoeffizienten, einer konstanten Radialdruckspannung sowie einer unendlich steifen Faser.⁸⁸ Die übertragbare Faserzugspannung ist dann nur von der verbleibenden Einbindelänge abhängig:

$$\sigma_{zz, f, fric} = 2 \cdot \frac{\mu \cdot p_{ITZ} \cdot l_b}{r_f} \quad (2.17)$$

mit:

$\sigma_{zz, f, fric}$ [N/mm²]: Faserzugspannung infolge Reibung

p_{ITZ} [N/mm²]: Radialspannung an der Faseroberfläche

l_b [mm] : verbleibende Einbindelänge

r_f [mm] : Faserradius

Hierbei bleibt der Effekt der Querkontraktion der Faser unberücksichtigt. Zur

Berücksichtigung dieses Aspekts geben Wells und Beaumont⁸⁸ ohne weitere Herleitung bzw. physikalische Begründung einen Zusammenhang an. Dieser soll im Folgenden jedoch nicht weiter betrachtet werden.

Leung und Geng⁸⁹ stellten im Rahmen ihrer Untersuchungen fest, dass selbst bis zu einaxialen Querdruckspannungen in Höhe von 30 N/mm^2 im Faserausziehversuch noch kein Faserversagen, sondern ein Herausziehen der Faser auftritt. Die maximalen Ausziehlasten waren erwartungsgemäß proportional zur aufgetragenen Querdruckspannung. Mit steigender Querdruckspannung war allerdings ein steilerer Abfall der Ausziehlast nach Erreichen des Maximums zu erkennen. Dies führen Leung und Geng⁸⁹ auf eine stärkere mechanische Beanspruchung, d.h. ein Abscheren der Matrix im Bereich von Mikroverzahnungen in der Kontaktfläche zurück. REM-Aufnahmen von Fasern und des Verbundbereichs bei unterschiedlichem Schlupf deuten auf das Vorhandensein einer größeren Menge feinerer Abriebpartikel mit steigendem Querdruck hin; diese Partikel wirken wie ein Rollenlager und bedingen daher den beobachteten schnelleren Lastabfall während des Faserauszugs.⁸⁹ Darüber hinaus war mit steigendem Querdruck erwartungsgemäß auch ein häufiger und stärker ausgeprägter, sogenannter Haft/Gleit-Effekt (sägezahnförmiger Kurvenverlauf) im Gleitreibungsbereich festzustellen.

Setzt man die im vorhergehenden Abschnitt abgeschätzte Radialdruckspannung von $p_{ITZ} = -4,4 \text{ N/mm}^2$ an der Faseroberfläche und vereinfachend einen anfänglichen Gleitreibungskoeffizienten für eine glatte Stahlfaser in einer Mörtelmatrix von $\mu^* \approx 0,15$ an, so ergibt sich eine rechnerische Reibungsspannung von $0,66 \text{ N/mm}^2$. Im Falle einer Mikrostaalfaser mit einem Durchmesser von $0,15 \text{ mm}$ und einer Einbindelänge von $l_b = 5 \text{ mm}$ könnte somit anfänglich eine rechnerische Reibungskraft von rd. $1,56 \text{ N}$ übertragen werden. Eigene Versuche mit vermessigten

⁸⁸ Wells u. Beaumont: Debonding and pull-out processes in fibrous composites.

⁸⁹ Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 33

Mikrostahlfasern ergaben jedoch am Beginn des Gleitreibungsbereichs im Mittel der Versuche übertragbare Kräfte von rd. 18 N, siehe Bild K.3 im Anhang K.

Auch bei den Fasern des Durchmessers 0,48 mm ergeben sich deutlich zu geringe rechnerische Reibungsspannungen als im Versuch (s. Bild K.6) festgestellt. Selbst nach einem Faserauszug von rd. 3 mm - wenn also zunächst von reiner Gleitreibung ausgegangen werden kann - liegt die Faserkraft mit im Mittel rd. 50 N deutlich über der rechnerischen Kraft von rd. 2 N. Die Theorie der Reibung scheint demnach auch für den Bereich großer Ausziehwege nicht zur Beschreibung der tatsächlichen Kraftübertragung zu genügen. Der Gleitreibungskoeffizient müsste bei den vorgenannten Annahmen um den Faktor 10 bis 25 größer gewählt werden, damit sich die im Versuch festgestellten Faserzugspannungen ergeben.

Aus Last-Schlupf-Kurven, welche Shannag et al.⁹⁰ bei Faserdurchziehversuchen an Mörteln mit Druckfestigkeiten von 40 N/mm² (w/z-Wert = 0,45) bzw. 150 N/mm² (w/z-Wert = 0,20) ermittelten, folgerten sie, dass sich bei ultrahochfesten Mörteln in Verbindung mit Mikrostahlfasern (Durchmesser: 0,19 mm) auch bei großem Schlupf (bis 1,4 mm) die Gleitreibungsspannung im Laufe des Versuchs im Gegensatz zum normalfesten Mörtel nur unwesentlich verringert. Grund hierfür ist nach Ansicht des Verfassers u.a. die dichtere und höherfestere Kontaktzone Faser/Matrix und des angrenzenden Übergangsbereichs bei UHPC. Dies führt vermutlich zu einer geringeren Schädigung und Abrasion während des Faserauszugs. Shannag et al.⁹⁰ geben im Rahmen ihrer Arbeit Gleitreibungsspannungen τ_f für Stahlfasern im normalfesten Mörtel im Bereich von 1,4 N/mm² bis 4,6 N/mm² an. Für den von Shannag et al.⁹⁰ untersuchten ultrahochfesten Mörtel lagen die Gleitreibungsspannungen im Bereich von 3,4 N/mm² bis 6,6 N/mm². Die rechnerische Gleitrei-

bungsspannung der eigenen Versuche mit Mikrostahlfasern liegt mit rd. 7,2 N/mm² in einer ähnlichen Größenordnung. Bei den letztgenannten Betrachtungen wurde vereinfachend angenommen, die Kraftübertragung erfolge nur über konstante Gleitreibung in der verbleibenden Verbundfläche.

Die der berechneten Haft- und Gleitreibungsspannung entsprechende Faserzugkraft beträgt in den beiden vorgenannten Berechnungsbeispielen nur rd. 5% bis 10% der experimentell bestimmten maximalen Ausziehkräfte. Hinzu kommt, dass angenommen wurde, bereits bei Beginn des Lastabfalls würde über die gesamte Verbundlänge die Haft- bzw. Gleitreibungsspannung wirken. Tatsächlich dürfte nur in einem Teil der Verbundlänge der Haftverbund völlig gelöst sein. Ungeachtet der getroffenen, vereinfachenden Annahmen ist demnach davon auszugehen, dass die stattfindende Kraftübertragung sowohl im Haft- als auch im Gleitreibungsbereich maßgeblich durch eine Adhäsion und - trotz der makroskopisch glatten Faseroberfläche - durch eine gewisse Mikroverzahnung beeinflusst wird. Darauf deutet auch der qualitativ festgestellte Abrieb der Matrix im Verbundbereich in der von Leung und Geng⁹¹ veröffentlichten Studie hin. Auf die letztgenannten beiden Mechanismen der Kraftübertragung wird an späterer Stelle im eigenen Modell näher eingegangen.

2.3.5. Zum Einfluss der Verbundlänge auf das Verbundverhalten

Zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Verbundlänge und Verbundverhalten von Fasern liegen in der Literatur mehrere Modelle vor. Nach Ansicht des Verfassers stammen die maßgebenden Arbeiten von Gao

⁹⁰ Shannag et al.: Pullout behavior of steel fibers from cement-based composites.

⁹¹ Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 34

et al.⁹², Hsueh^{93, 94} sowie von Kim et al.^{95, 96} und Zhou et al.⁹⁷.

Gao et al.⁹² betrachten einen pull-out-Probekörper unter bruchmechanischen Gesichtspunkten. Sie gehen davon aus, dass sich in der Kontaktzone grundsätzlich ein Riss bzw. eine Fehlstelle am belasteten Ende der Faser befindet. Von diesem Riss geht das weitere Risswachstum aus. Am lastabgewandten Ende des Risses wirkt die Faserzugspannung σ_0 , welche für das Fortschreiten des Risses verantwortlich ist. Sie ist im Wesentlichen von der kritischen Energiefreisetzungsrate der Kontaktzone abhängig. Die im Riss wirkende Verbundspannung wird vom gerade wirkenden Radialdruck und dem konstanten Reibungskoeffizienten bestimmt.

Hsuehs^{93, 94} Modell führt zu einem ähnlichen Formelapparat, allerdings setzt er ein spannungsabhängiges Kriterium für das Risswachstum an. Am lastabgewandten Ende des Risses wirkt die Faserzugspannung σ_0 , welche für das Fortschreiten des Risses verantwortlich ist. Sie ist im Wesentlichen von der Verbundfestigkeit τ_b abhängig.

Beiden Modelle ist gemein, dass sich - solange der Kontaktzonenriss noch nicht bis an das Ende der Verbundlänge reicht - die Faserzugspannung aus zwei Komponenten zusammensetzt. Ein Teil wird bestimmt durch die Spannung, welche für das Risswachstum notwendig ist (spannungsabhängig oder abhängig von der kritischen Energiefreisetzungsrate der Kontaktzone); der zweite Teil ist abhängig von der Reibung im Kontaktzonenriss.

⁹² Gao et al.: Fracture of fiber-reinforced materials.

⁹³ Hsueh: Interfacial debonding and fiber pull-out stresses of fiber-reinforced composites.

⁹⁴ Hsueh: Theoretical comparison of two loading methods in fiber pull-out tests.

⁹⁵ Kim et al.: Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part I.

⁹⁶ Kim et al.: Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part III.

⁹⁷ Zhou et al.: Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part II.

Die beiden Modelle von Gao et al.⁹² und Hsueh^{93, 94} wurden hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit bei verschiedenen Kombinationen aus Faser und Matrix (u.a. Stahlfaser/Zementmörtel, Glasfaser/Zementmörtel) von Kim et al.⁹⁵ und Zhou et al.⁹⁷ analysiert. Kim et al.⁹⁵ und Zhou et al.⁹⁷ stellten dabei fest, dass der Berechnungsansatz von Gao et al.⁹² eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen bei großen Verbundlängen der Fasern aufweist; bei kurzen Verbundlängen werden die maximal übertragbaren Faserzugspannungen hingegen deutlich überschätzt. Das Modell von Hsueh^{93, 94} erbringt hingegen genau gegenteilige Ergebnisse.

Die Anwendung der beiden vorgenannten Modelle auf die eigenen Versuche bestätigte die Feststellungen von Kim et al.⁹⁵ und Zhou et al.⁹⁷. Beide Modelle sind demnach ungeeignet, den Zusammenhang zwischen Verbundlänge und Verbundverhalten über einen größeren Bereich der Verbundlänge befriedigend abzubilden. Die Gründe für die genannten Diskrepanzen sehen Zhou et al.⁹⁷ bei beiden Modellen im Wesentlichen in

1. der Annahme eines stabilen Wachstums des Kontaktzonenrisses, d.h. kein abrupter Lastabfall,
2. der Vernachlässigung der elastischen Verformungsenergie in Bereichen ohne Kontaktzonenriss,
3. der Vernachlässigung der gespeicherten Energie aus Schubverformung,
4. der Vernachlässigung des Effekts der Faserquerdehnung sowie in
5. einer Unterschätzung der Faserzugspannung, die zur Bildung eines Kontaktzonenrisses notwendig ist.

Mit diesen Erkenntnissen entwickelten Kim et al.^{95, 96} und Zhou et al.⁹⁷ ein verbessertes Modell zur Interpretation des Verbundverhaltens von einzelnen Fasern in Abhängigkeit der Verbundlänge l_b . Kern des Modells sind neben den geometrischen Randbedingungen und den mechanischen Eigenschaften der Faser

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 35

und der Matrix mehrere Verbundparameter sowie die Annahme, dass das Last-Schlupf-Verhalten hinsichtlich des Auftretens eines unkontrollierten Lastabfalls kategorisiert werden kann. Daneben wird die Kraftübertragung von der sogenannten reziproken Länge λ der Schubspannungsübertragung und der Faserzugspannung $\bar{\sigma}$ bei Lösen des sogenannten „Haftverbunds“ und großen Verbundlängen beeinflusst. Ist der Haftverbund gelöst, so findet eine Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix nur aufgrund der Coulombschen Reibung unter Berücksichtigung der Faserquerdehnung statt. Die Reibungsspannung ist abhängig vom Reibungskoeffizienten μ und der wirkenden Radialspannung p_{ITZ} .

Um die Ergebnisse von Faserausziehversuchen verschiedener Autoren (Stahlfasern in Zementmörtel mit $0,30 \leq w/z \leq 0,55$) mit akzeptabler Übereinstimmung abzubilden, setzten Kim et al.⁹⁸ ohne weitere Herleitung eine Radialdruckspannung an der Faseroberfläche von $-50,3 \text{ N/mm}^2$ sowie einen Reibungskoeffizienten von 0,082 an. Unter den entsprechenden mechanischen und geometrischen Randbedingungen der Versuche würde die genannte Radialdruckspannung einer mechanisch effektiven Schwindverformung $\varepsilon_{shr,eff}$ von $-3,2\%$ entsprechen. Die tatsächliche freie Schwindverformung läge bei z.B. einem durchaus üblichen Relaxationsanteil von 50% bei mehr als -6% . Zum Zeitpunkt des pull-out-Versuchs hätten in der Matrix zumindest im Bereich von rd. 0,4 mm in radialer Richtung von der Faseroberfläche aus gesehen tangentielle Zugspannungen von deutlich über 5 N/mm^2 wirken müssen.

Sowohl die genannte mechanisch effektive Schwindverformung als auch die resultierenden Zugspannungen in der Matrix sind für die untersuchten Zementmörtel nach Ansicht des Verfassers unrealistisch. Die Annahme derart hoher Radialdruckspannungen liegt nach Meinung des Verfassers darin begründet, dass in den vorhandenen Modellen i.d.R. von

reiner Coulombscher Reibung nach Lösen des „Haftverbunds“ ausgegangen wird. Da weitere Mechanismen der Kraftübertragung nicht berücksichtigt werden, müssen unter Ansatz der üblichen Reibungskoeffizienten die Radialdruckspannungen entsprechend hoch gewählt werden. Außerdem erscheint der gewählte Reibungskoeffizient gering.

Aus den genannten Gründen kommt der Verfasser zu dem Schluss, dass die vorhandenen Modelle zur Beschreibung des Verbundverhaltens, im Speziellen für den Zusammenhang zwischen Verbundlänge und maximaler Faserzugkraft, die tatsächlichen Mechanismen der Kraftübertragung nicht adäquat abbilden. Vor allem für den Fall, dass der Haftverbund in Teilbereichen der Verbundlänge bereits zerstört ist, kann das Verbundverhalten nur mit vergleichsweise unrealistischen Annahmen abgebildet werden. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird daher nicht mehr auf die genannten Modelle eingegangen. Abgesehen von der bereits erfolgten Analyse mit Hilfe der DGL des verschieblichen Verbunds wird der Zusammenhang zwischen Verbundlänge und maximaler Faserzugkraft an dieser Stelle anhand der eigenen Versuche nur qualitativ diskutiert und bewertet. Die maximale Faserzugspannung in Abhängigkeit der Verbundlänge ist für den Beton M1 und Fasern des Durchmessers 0,48 mm in Bild 2.13 dargestellt. Bis zu einer

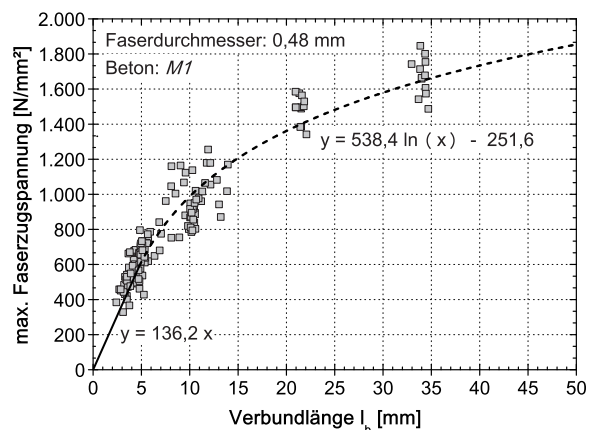


Bild 2.13: Maximale Faserzugspannung in Abhängigkeit der Verbundlänge für den Beton M1

⁹⁸ Kim et al.: Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part III.

2.3. Werkstoffwissenschaftliche Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix 36

Verbundlänge von rd. $10 \cdot \varnothing_f$, dies entspricht im vorliegenden Fall einer Faserzugspannung von rd. 600 N/mm^2 , kann der Zusammenhang mit akzeptabler Genauigkeit durch eine Ursprungsgerade abgebildet werden. Bei größeren Verbundlängen wurde die beste Übereinstimmung mit einer logarithmischen Gleichung erreicht. Die abnehmende Zuwachsrates der maximalen Faserzugspannung liegt vermutlich im Wesentlichen in der größer werdenden Querdehnung der Faser begründet. Eine Faserzugspannung von 600 N/mm^2 entspricht einer radialen Querverformung, d.h. einer Verjüngung der Faser von rd. $-0,2 \mu\text{m}$ bezogen auf den Radius der Faser. Würde die umgebende Matrix dieser radialen Verformung vollständig folgen, müsste unter Annahme der Randbedingungen aus den eigenen Versuchen zuvor eine Radialdruckspannung an der Faseroberfläche von rd. -35 N/mm^2 gewirkt haben. Mit anderen Worten resultiert die vorgenannte Querverformung der Faser in einem vollständigen Abbau der normalerweise zu erwartenden Radialdruckspannungen (z.B. $-4,4 \text{ N/mm}^2$).

Die Diskussion der Modelle zum Verbundverhalten zeigt, dass die tatsächlich maßgebenden Mechanismen der Kraftübertragung offensichtlich noch nicht in ausreichender Weise verstanden werden. An einigen Stellen in der Literatur fällt zwar der Begriff Adhäsion oder Abrasion, eine detaillierte Diskussion oder quantitative Abschätzung dieser Mechanismen fand nach Kenntnis des Verfassers jedoch bislang nicht statt. Diese Diskussion und die quantitative Ermittlung der einzelnen Komponenten der Kraftübertragung sollen in den folgenden Abschnitten erfolgen. Im Weiteren wird nur noch auf die Versuche mit einer Verbundlänge von 5 mm eingegangen; der Einfachheit halber wird angenommen, dass bis zu dieser Verbundlänge der Zusammenhang zwischen maximal übertragbarer Faserzugspannung und Verbundlänge linear ist.

2.4. Mechanismen der Kraftübertragung: Mikroverzahnung, Adhäsion und querdruckinduzierte Reibung

2.4.1. Vorbemerkungen

Verbund zwischen einer Faser und der umgebenden Matrix kann grundsätzlich als mechanischer Kontakt der beiden Werkstoffoberflächen und der damit verbundenen Übertragung von Tangentialkräften interpretiert werden. Das Kraftübertragungsverhalten ist u.a. abhängig von den geometrischen und mechanischen Eigenschaften der beteiligten Oberflächen. Für die Betrachtung des Kontakts müssen somit neben den wirkenden Kräften entsprechende Kenntnisse über die beiden Oberflächen bzw. die sogenannte „Verbundtopographie“ vorliegen.

Kontakt bedeutet Berührung zweier Oberflächen willkürlicher Topographie. Die Topographie einer Oberfläche besteht aus lokalen Topographiehochpunkten (sogenannte Asperiten), Topographietiefpunkten und, im idealisierten Fall, aus entsprechend geneigten Flanken. Als normale Kontaktfläche $A_{c,n}$ zwischen zwei Körpern wird die Summe der vertikalen Projektion der Kontaktflächen aller Berührungspunkte bezeichnet. Berührungspunkte müssen dabei nicht zwangsläufig nur die Topographiehochpunkte sein; bei einer (Mikro-)Verzahnung der Oberflächen kann sich eine Berührung auch zwischen Hochpunkt und Flankenpunkt oder zwischen zwei Flankenpunkten ergeben. Die tangentielle Kontaktfläche $A_{c,t}$ entspricht der Summe der horizontalen Projektion der Kontaktflächen aller Berührungspunkte. Mit dem Begriff Kontakt werden somit im Wesentlichen die geometrischen und mechanischen Eigenschaften der Berührungspunkte - sowohl im Hinblick auf normale als auch auf tangentielle Verformungen und Spannungen - verbunden.

Unter einer Mikroverzahnung wird im Rahmen dieser Arbeit das formschlüssige Ineinandergreifen von UHPC-Matrix und

Stahlfaser auf der Mikrometer- und Submikrometerebene verstanden. Die mit einer Mikroverzahnung verbundene Ausbildung von „Betonrippen“ kann analog zu den Gegebenheiten beim Bewehrungsstahl betrachtet werden. Unter Umständen führen die geometrischen Randbedingungen, welche eine Mikroverzahnung charakterisieren, zu etwas anderen Spannungsverhältnissen in den Betonrippen als bei üblichem Betonstahl.

Adhäsionskräfte resultieren grundsätzlich aus chemischen und physikalischen Wechselwirkungen zwischen Atomen oder Molekülen an der Oberfläche der in Kontakt stehenden Körper. Diese Wechselwirkungen können in Abhängigkeit des Abstandes der Körper zueinander anziehend oder abstoßend sein. Im vorliegenden Fall des Kontakts zwischen Stahlfaser und UHPC-Matrix wird angenommen, es bestünde kein Abstand zwischen den Kontaktstellen und die Wechselwirkungen seien rein anziehender Natur.

Reibung steht als Sammelbegriff für die bei tangentialer Relativverschiebung aufgrund der wirkenden Normalspannung resultierende Reibungskraft (= Tangentialkraft) zwischen zwei Körpern in Kontakt. Bei kleinen Relativverschiebungen - Größenordnung wenige bis mehrere hundert Mikrometer, v.a. abhängig von der Werkstoffpaarung und den geometrischen Eigenschaften der Oberfläche - besteht i.d.R. ein linearer Zusammenhang zwischen Verschiebung und resultierender Kraft. Der Bereich kleiner Verschiebungen wird hier als Haftreibungsbereich bezeichnet und reicht bis zum Ende des linearen Verhaltens. Im sogenannten Gleitreibungsbereich, d.h. bei größeren Verschiebungen, ist das Verhalten abhängig von weiteren Faktoren wie z.B. der Veränderung der Topographie (Verschleiß).

Im Folgenden wird zunächst eine Arbeitshypothese formuliert, welche die bereits angesprochenen Mechanismen umfasst und die Berechnung der Verbundkraft erlaubt. Im Anschluss daran findet eine detaillierte Betrachtung zur Verbundtopographie und zu den genannten Mechanismen statt.

2.4.2. Arbeitshypothese für den Verbund zwischen Faser und Matrix

Der Verbund zwischen Faser und Matrix, d.h. die Übertragung von Tangentialkräften in Abhängigkeit der gegenseitigen Verschiebung wird im Rahmen dieser Arbeit unter mikromechanischen Gesichtspunkten betrachtet. Zur Beschreibung der Kraftübertragung werden - a priori - mehrere Mechanismen, namentlich die Mikroverzahnung, die Adhäsion, die Haftreibung und, bei großen gegenseitigen Verschiebungen, die Gleitreibung herangezogen. Die genannten Mechanismen laufen z.T. parallel ab, ihr Anteil an der Kraftübertragung wird außerdem von der Verbundtopographie bestimmt. Die Verbundtopographie wird im Rahmen dieser Arbeit als integrale Eigenschaft verstanden, welche neben einer ggf. vorhandenen Mikroverzahnung auch die Anzahl sowie die mechanischen und geometrischen Eigenschaften der Kontaktstellen umfasst.

Die schlupfabhängige übertragbare Faserzugkraft $F_f(\Delta)$ ist die Summe aus den Einzelkräften, die aufgrund der vorgenannten Mechanismen zwischen den beiden Oberflächen herrschen:

$$F_f(\Delta) = F_{f,mv}(\Delta) + F_{f,ad}(\Delta) + F_{f,\mu}(\Delta) \quad (2.18)$$

mit:

$F_f(\Delta)$ [N]: Faserzugkraft

$F_{f,mv}(\Delta)$ [N]: Faserzugkraft infolge Mikroverzahnung

$F_{f,ad}(\Delta)$ [N]: Faserzugkraft infolge chem. und physik. Adhäsion

$F_{f,\mu}(\Delta)$ [N]: Faserzugkraft infolge Reibung

Eine schematische Darstellung der in der Kontaktzone wirkenden Mechanismen ist in Bild 2.14 enthalten. Eine Kraftübertragung infolge Mikroverzahnung findet überall dort statt, wo die UHPC-Matrix Unebenheiten der Stahlfaseroberfläche ausfüllt. Adhäsionskräfte wirken nur bei den tatsächlichen Kontaktstellen zwischen Faseroberfläche und der Matrix. Die Reibungskraft ist - vereinfachend betrachtet - unabhängig von der wahren

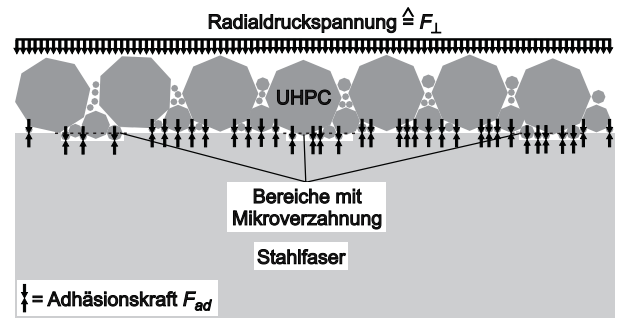


Bild 2.14: Schematische Darstellung der wirkenden Mechanismen bei der tangentialen Kraftübertragung im Bereich kleiner Verschiebungen

Kontaktfläche und wird somit nur von der Radialdruckspannung und dem Reibungskoeffizienten bestimmt.

Im Folgenden wird zunächst das Thema der Verbundtopographie in einem separaten Kapitel erörtert. In den darauffolgenden Kapiteln werden die Grundlagen zur Abschätzung der drei Komponenten aus Gleichung (2.18) für den Bereich kleiner gegenseitiger Verschiebungen zusammengefasst und auf die eigenen Versuche angewendet.

2.5. Partikelpackung und Gefüge an der Grenzfläche Faser/UHPC

2.5.1. Vorbemerkungen

Im Falle des kontaktmechanischen Systems Stahlfaser/UHPC kann die Verbundtopographie nicht auf Basis zweier vorab bekannter Oberflächentopographien, welche unter Normal- und Tangentialkontakt stehen, beschrieben werden. Vielmehr bildet sich die für das Verbundverhalten maßgebende Verbundtopographie infolge der Partikelanlagerung (d.h. Partikelpackung) und der stattfindenden Hydratationsreaktion an der Oberfläche der Stahlfaser erst im Laufe der Zeit aus. Neben der Gefügeausbildung spielen demnach u.a. auch die granulometrischen Charakteristika der Ausgangsstoffe eine Rolle hinsichtlich der Eigenschaften der Verbundtopographie.

Aus diesem Grund werden im Folgenden zur Charakterisierung des Verbundbereichs der betrachteten Betone M1 bis M8 zunächst die Partikelpackungen berechnet und diese im Anschluss im Zusammenhang mit den im Verbundbereich durchgeführten Untersuchungen diskutiert. Die wesentlichen Grundlagen zur Packung von Partikeln und zu den verwendeten Berechnungsalgorithmen können Anhang E entnommen werden.

Im Anschluss an den Absatz zur Partikelpackung werden die Ergebnisse der Untersuchungen des Verbundbereichs, d.h. der ITZ (interfacial transition zone) zusammengefasst und in Zusammenhang mit den berechneten Packungsdichten gebracht.

Die Ausbildung des Gefüges an der Grenzfläche Faser/UHPC ist nach Ansicht des Verfassers unabhängig von der Topographie der Stahlfaser. Die Verbundtopographie, welche letztlich die Kraftübertragung beeinflusst, ist jedoch sowohl von der Topographie der Stahlfaseroberfläche, als auch vom Gefüge um die Kontaktzone herum abhängig.

2.5.2. Maximale Packungsdichte

Nach Stroeve und Stroeve⁹⁹ kann angenommen werden, dass sich an der Oberfläche von Störkörpern im Korngerüst, wie z.B. Stahlfasern, v.a. die feineren Bestandteile des Korngemenges anlagern. Aus diesem Grund werden zur Charakterisierung der untersuchten Betone sowohl die maximalen Packungsdichten des gesamten Korngemisches $\gamma_{m,m.Sand}$ als auch des Korngemisches bis zu einem maximalen Partikeldurchmesser von $100\ \mu\text{m}$ ($\gamma_{m,o.Sand}$) nach dem „linear packing model“ von de Larrard¹⁰⁰ berechnet.

Die maximale Packungsdichte γ_m ist eine Kenngröße für die Packung der Partikel, die in einem Korngemenge oder einer Suspension erreicht wird, wenn alle kolloidalen oder anderen Wechselwirkungen ausgeschaltet werden und sich auf den Partikeloberflächen kein Wasserfilm befindet; dieser Zustand kann z.B. mit Hilfe einer infiniten Verdichtung erreicht werden, vorausgesetzt, dabei werden die Partikel nicht geschädigt. Die maximale Packungsdichte ist demnach eine theoretische Größe für eine ungestörte Partikelpackung, die in den meisten Fällen im tatsächlichen Korngemisch nicht erreicht wird. Dennoch kann sie v.a. zur vergleichenden Charakterisierung von Korngemengen herangezogen werden.

Der Formelapparat zur Berechnung von γ_m ist in Anhang E erläutert. Einzige Eingangsgrößen für das „linear packing model“ sind die maximalen (residuellen) Packungsdichte β_i , der Volumenanteil V_i und der zugehörige Partikeldurchmesser d_i einer jeden Kornfraktion i .

Anhand der von Sedran¹⁰¹ sowie von Lowke et al.¹⁰² angegebenen Packungsdichten

⁹⁹ Stroeve u. Stroeve: SPACE approach to concrete's space structure and its mechanical properties.

¹⁰⁰ de Larrard: Concrete mixture proportioning.

¹⁰¹ Sedran: Rheologie et rhéométrie des bétons. Application aux bétons autonivelants.

¹⁰² Lowke et al.: Control of rheology, strength and fibre bonding of UHPC with additions.

β_i der Ausgangsstoffe von UHPC kann für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Betone die maximale Packungsdichte γ_m berechnet werden. Hierbei wurde für alle eigenen Ausgangsstoffe angenommen, die maximale Packungsdichte β_i einer Kornfraktion i mit einem Partikeldurchmesser $d_i \leq 125 \mu\text{m}$ betrage 0,440. Die verbleibenden Kornfraktionen, welche ausschließlich aus dem Sand stammen, weisen eine Packungsdichte β_i von 0,550 auf. Die Korngrößenverteilungen der Ausgangsstoffe und Betone können dem Anhang A entnommen werden.

Die Berechnung von γ_m erfolgte nach Gleichung (E.15) bis Gleichung (E.17); dabei wurden für die Berücksichtigung der geometrischen Interaktionen der Partikel die Funktionen nach Gleichung (E.20) und Gleichung (E.21) angesetzt.

Die resultierenden rechnerischen maximalen Packungsdichten γ_m sind in Tabelle 2.13 zusammengefasst. Neben den Packungsdichten für das gesamte Korngemisch ($\gamma_{m,m.Sand}$) wurden auch jeweils die Packungsdichte der mehlfeinen Stoffe ohne Sand ($\gamma_{m,o.Sand}$) und der die Partikelpackung dominierende Partikeldurchmesser ($d_{d,o.Sand}$) berechnet. Der dominierende Partikeldurchmesser entspricht dem Korndurchmesser derjenigen Fraktion i , deren maximale Packungsdichte β_i gemeinsam mit den Einflüssen der anderen Kornfraktionen zur maximalen Packungsdichte des Korngemisches führt. Hintergrund für die Betrachtung der drei Packungskenngrößen ist das bereits genannte Phänomen, dass sich an Grenzflächen bevorzugt die feinen Bestandteile eines Korngemenges anlagern. Zwischen den beiden Packungsdichten besteht ein tendenzieller Zusammenhang. Dennoch wird im Weiteren nur noch auf die Packungsdichte der Feinststoffe eingegangen. Inwieweit dies für die Interpretation der eigenen Versuche dienlich ist, wird an späterer Stelle beurteilt.

Tabelle 2.13: Ergebnisse der Packungsdichteberechnungen für die untersuchten Betone

Beton	$\gamma_{m,m.Sand}$ [-]	$\gamma_{m,o.Sand}$	$d_{d,o.Sand}$ [μm]
M1	0,796	0,692	11,0
M2	0,815	0,713	7,8
M3	0,790	0,680	11,0
M4	0,806	0,696	5,5
M5	0,810	0,701	4,6
M6	0,804	0,685	2,0
M7	0,799	0,685	4,6
M8	0,775	0,646	2,0

2.5.3. Untersuchungen zum Gefüge im Verbundbereich

Das Gefüge des Verbundbereichs der pull-out-Proben wurde mit Hilfe von energiedisperser Röntgenspektroskopie (EDX) und anhand von Aufnahmen mit dem Rasterelektronenmikroskop (REM) untersucht. Dazu wurden die pull-out-Probekörper nach dem kompletten Faserauszug mit Hilfe einer Diamantsäge bis etwa 1 mm vor den Verbundbereich eingesägt und anschließend per Hand vorsichtig in zwei Teile gebrochen, siehe Bild E.6 in Anhang E. Orientierend wurden einige Proben auch ohne eine Belastung der Faser in gleicher Weise für die EDX- und REM-Analysen vorbereitet. Bild 2.15 zeigt exemplarisch den Verbundbereich um eine noch eingebettete Stahlfaser. Aus den durchgeführten REM-Aufnahmen kann zunächst geschlussfolgert werden, dass bei den untersuchten UHPCs - im Gegensatz zu Normalbetonen, siehe hierzu z.B. Scrivener und Pratt¹⁰³ sowie Bentur und Odler¹⁰⁴ - im Bereich um die Faser keine Übergangszone bestehend aus Portlanditkristallen vorhanden ist. Das Gefüge der UHPC-Matrix ist augenscheinlich auch unmittelbar an der

¹⁰³ Scrivener u. Pratt: Characterisation of interfacial microstructure.

¹⁰⁴ Bentur u. Odler: Development and nature of interfacial microstructure.

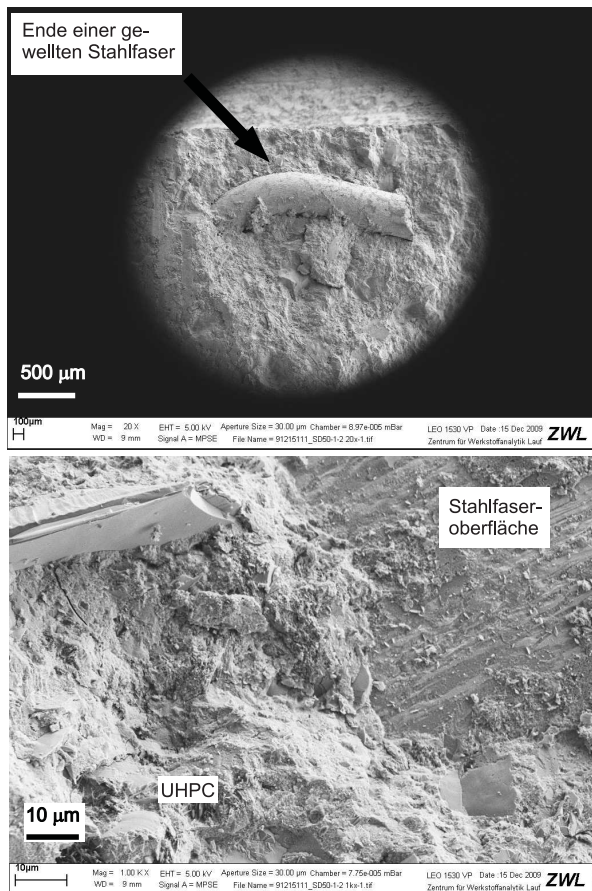


Bild 2.15: REM-Aufnahmen (oben: 50-fach, unten: 1.000-fach) einer in UHPC eingebetteten Stahlfaser

Faser dicht. Diese Feststellungen stimmen mit den Erkenntnissen von Orgass und Klug¹⁰⁵ überein, die orientierende REM-Aufnahmen des Gefüges eines stahlfaserbewehrten UHPCs anfertigten.

Um das Gefüge an der Grenzfläche auch quantitativ zu charakterisieren, wurden EDX-Analysen im Faserauszug und in der ungestörten Matrix rd. 1 mm bis 2 mm entfernt durchgeführt. Im Folgenden werden zunächst die Ca/Si -Verhältnisse der Betone mit Kalksteinmehl bzw. die Si/Ca -Verhältnisse der Betone mit Quarzmehl diskutiert. Die Ergebnisse der EDX-Analysen sind in Anhang E in Tabelle E.5 und Tabelle E.6 zusammengefasst; neben den Ca - und Si -Gehalten in der Grenzfläche (Index

„b“) und in der ungestörten Matrix (Index „m“) ist auch die Anzahl n der Messungen angegeben. Für die Betone M1, M2 und M7 (Betone mit Quarzmehl QM oder Hüttensandmehl HSM) wurde jeweils das Si_b/Ca_b -Verhältnis in der Grenzfläche, das Si_m/Ca_m -Verhältnis der ungestörten Matrix sowie daraus die Differenz $\Delta Si/Ca = Si_b/Ca_b - Si_m/Ca_m$ berechnet. Ergibt sich $\Delta Si/Ca > 0$, so bedeutet dies, dass in der Grenzfläche mehr Silizium- oder weniger Calciumionen vorhanden sind als in der ungestörten Matrix. Für die Betone M4 bis M6 und M8 mit Kalksteinmehl (KSM) wurde anstelle des Si/Ca -Verhältnisses das Ca/Si -Verhältnis und die entsprechende Differenz berechnet. Eine Differenz $\Delta Ca/Si > 0$ bedeutet in diesem Fall einen höheren Gehalt an Calcium- bzw. einen niedrigeren Gehalt an Siliziumionen in der Grenzfläche.

Differenzen $\Delta Si/Ca$ bzw. $\Delta Ca/Si$, welche signifikant größer als Null sind, wurden bei den Betonen M3 und M6 bis M8 festgestellt. Bei diesen vier Betonen wurden - im Gegensatz zu den verbleibenden Betonen - besonders feine Zusatzstoffe verwendet. Daher liegt die Schlussfolgerung nahe, dass die Verwendung der besonders feinen Zusatzstoffe bei den vier genannten Betonen zu einer Anreicherung von feinen Partikeln in der Grenzfläche geführt hat. Im Falle der Betone M3 und M7 haben sich somit feine Quarzmehlpartikel, im Falle der Betone M6 und M8 feine Kalksteinmehlpartikel in der Grenzfläche angereichert.

Um weitere Erkenntnisse über die Ursachen der offensichtlich unterschiedlich ausgebildeten Grenzfläche zu erlangen, werden im Folgenden die EDX-Ergebnisse den maximalen Packungsdichten $\gamma_{m,o.Sand}$ der Feinstanteile der Betone gegenübergestellt, siehe Bild 2.16. Zwischen den Differenzen $\Delta Si/Ca$ bzw. $\Delta Ca/Si$ und den maximalen Packungsdichten $\gamma_{m,o.Sand}$ besteht - mit akzeptabler Übereinstimmung - ein linearer Zusammenhang. Mit geringer werdender maximaler Packungsdichte steigen die Differenzen $\Delta Si/Ca$ bzw. $\Delta Ca/Si$ an; dies bedeutet, dass eine Verringerung der maximalen Pa-

¹⁰⁵ Orgass u. Klug: Steel fibre reinforced UHSC.

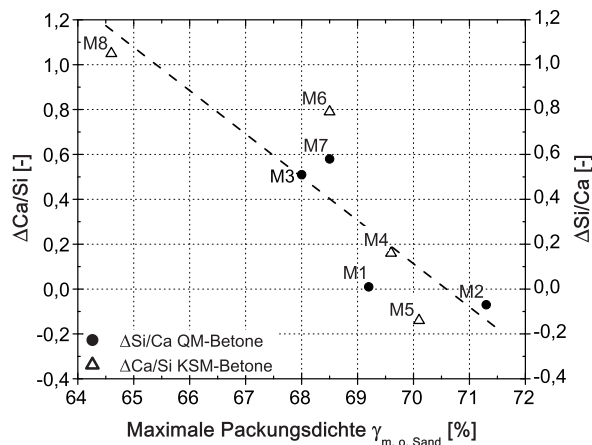


Bild 2.16: Differenzen $\Delta Ca/Si$ bzw. $\Delta Si/Ca$ in Abhängigkeit der maximalen Packungsdichte $\gamma_{m,o,Sand}$

ckungsdichte offensichtlich verbunden ist mit einer Anreicherung feiner Partikel in der Grenzfläche.

Die vergleichsweise geringen maximalen Packungsdichten $\gamma_{m,o,Sand}$ der Betone M6 bis M8 resultieren vermutlich aus einem „loosening-effect“, d.h. einem Auseinanderdrücken der größeren Partikel (hauptsächlich Zement) durch die besonders feinen Zusatzstoffpartikel. Die Packungsdichte der größeren Partikel und die Packungsdichte des gesamten Korngemisches wird dadurch verringert. Die größeren Partikel „schwimmen“ in einem Gemenge aus sehr feinen Partikeln. Diese Feststellungen gelten zunächst nur für die ungestörte Matrix, d.h. nicht für die Partikelpackung an der Faseroberfläche.

Die unterschiedlichen Partikelpackungen der Betone, gekennzeichnet durch die unterschiedlichen maximalen Packungsdichten $\gamma_{m,o,Sand}$, weisen an der Faseroberfläche, d.h. im durch die Faser gestörten Bereich der Packung, vermutlich Hohlräume auf. Diese Hohlräume können durch feine Partikel in unterschiedlicher Weise gefüllt werden. Der Durchmesser d_v^* von Partikeln, die gerade in den Hohlraum einer dichten Packung monodisperser größerer Partikel des Durchmessers

D passen, kann nach Kessler¹⁰⁶ berechnet werden:

$$d_v^* = 0,315 \cdot D \quad (2.19)$$

Um die Verkleinerung des Hohlräume im durch die Faser gestörten Bereich zu berücksichtigen, kann nach de Larrard¹⁰⁷ der zuvor angegebene Partikeldurchmesser d_v^* vereinfachend halbiert werden: $d_v \approx 0,5 \cdot d_v^*$.

Betrachtet man im Falle der Betone M6 und M7 (feines Kalksteinmehl K3 bzw. feines Quarzmehl Q2) in der Grenzfläche vereinfachend den mittleren Durchmesser des Zements Z1 (mengenmäßig dominierender Stoff) als maßgebenden Partikeldurchmesser der Feinstanteile, so ergibt sich ein Durchmesser d_v von rd. $15,0 \mu\text{m} \cdot 0,315 \cdot 0,5 \approx 2,4 \mu\text{m}$ für Partikel, die den Hohlraum an der Faser gerade noch füllen können. Der mittlere Durchmesser des feinen Kalksteinmehls K3 liegt mit rd. $2,0 \mu\text{m}$ (siehe Bild A.1 in Anhang A) nahe am berechneten Durchmesser d_v . Die erhöhten Ca/Si -Verhältnisse sind daher auf ein Füllen der Hohlräume zwischen den Zementpartikeln durch die feinen Kalksteinmehlpartikel mit Durchmessern bis rd. $2,4 \mu\text{m}$ zurückzuführen. Dies hat vermutlich auch eine Vergrößerung der tatsächlichen Kontaktfläche zwischen Stahlfaser und UHPC zur Folge.

Bei den Betonen M1 bis M5 weisen die Hohlräume an der Faseroberfläche Abmessungen in einer ähnlichen Größenordnung wie bei den Betonen M6 und M7 auf; allerdings verfügen die entsprechenden Zusatzstoffe über deutlich geringere Anteile an Partikeln mit einem Durchmesser kleiner als $2,0 \mu\text{m}$.

Für die Feinstanteile des Betons M8 kann vereinfachend das Gemisch aus Zement Z3 und Hüttensandmehl HSM mit einem mittleren Durchmesser zwischen $10,0 \mu\text{m}$ und $13,0 \mu\text{m}$ als maßgebend angesehen werden. Hierfür ergeben sich Hohlraumdurchmesser

¹⁰⁶ Kessler: Spheres model for gab gradings of dense concrete.

¹⁰⁷ de Larrard: Concrete mixture proportioning.

d_v von 1,6 μm bis 2,0 μm . Diese Hohlräume können wiederum durch die feinen Partikel des Kalksteinmehls *K3*, welches im Beton *M8* in ausreichender Menge vorhanden ist, ausgefüllt werden.

In der ungestörten Partikelpackung können die - je nach Beton - 3,2 μm bis 4,8 μm großen Hohlräume auch durch Partikel der größeren Zusatzstoffe gefüllt werden. Die bei den Betonen *M6* und *M8* vorhandenen feinen Anteile des Kalksteinmehls *K3* füllen dort die kleinsten Zwickel und führen offensichtlich sogar zu einem loosening-effect.

In die Hohlräume zwischen den Partikeln - sowohl im ungestörten Korngerüst als auch an der Faseroberfläche - können grundsätzlich CSH-Kristalle hineinwachsen. Die CSH-Kristalle im UHPC weisen eine Länge in der Größenordnung von rd. 5 nm bis maximal 200 nm, siehe z.B. Ulm und Acker¹⁰⁸ sowie Möser und Pfeifer¹⁰⁹. Hohlräume an der Faseroberfläche, in die eine Kugel des Durchmessers $d_v = 200$ nm passen würde, ergäben sich bei einer Packung aus monodispersen Kugeln des Durchmesser $D \approx 1,3 \mu\text{m}$. Für die Betone mit sehr feinen Zusatzstoffen (Beton *M6*, *M7* und *M8*), bei denen die Hohlräume an der Faseroberfläche bereits durch entsprechend feine Partikel „vorgefüllt“ sind, dürften die CSH-Phasen die verbleibenden Zwickel in jedem Fall überbrücken und ausfüllen. Bei den Betonen *M1* bis *M5* ist dies nicht bzw. nicht überall der Fall.

2.5.4. Zusammenfassung

Zusammenfassend kann zur Partikelpackung an der Grenzfläche Faser/UHPC Folgendes festgehalten werden:

1. Die REM-Aufnahmen deuten bei keinem der acht untersuchten Betone auf einen Duplexfilm, bestehend aus Portlanditkristallen im Verbundbereich,

¹⁰⁸ Ulm und Acker: Nanoengineering UHPC materials and structures.

¹⁰⁹ Möser und Pfeifer: Microstructure and durability of ultra-high performance concrete.

- hin.
2. Die Verwendung des feinen Kalksteinmehls *K3*, des feinen Quarzmehls *Q2* bzw. des Hüttensandmehls *HSM* führt zu einer vergleichsweise geringen Packungsdichte des Korngemenges mit Partikeldurchmessern bis 100 μm .
3. Die an der Faseroberfläche bei allen untersuchten Betonen vorhandenen Hohlräume in der Packung (Wandeffekt) können durch Partikel mit einem Durchmesser bis etwa 2,4 μm gefüllt werden.
4. Nennenswerte Anteile an Partikeln mit Durchmessern unterhalb von 2,0 μm sind nur in den Silikstäuben und im feinen Kalksteinmehl *K3* enthalten.
5. Bei den Betonen mit Kalksteinmehl *K3* deuten die EDX-Analysen auf eine Anreicherung der feinen Kalksteinmehlpartikel in der Grenzfläche hin. Der Grad der Anreicherung steigt mit dem Gehalt an Kalksteinmehl *K3* im Beton.
6. Die feinen Anteile des Kalksteinmehls *K3* führen demnach zu einer Reduzierung der Packungsdichte (loosening-effect) in der ungestörten Matrix und zu einer Erhöhung der Packungsdichte an der Faseroberfläche.
7. Das feine Quarzmehl *Q2* bringt ebenfalls eine Anreicherung feinsten Partikel mit sich, die ebenfalls mit Hilfe der EDX-Analysen nachgewiesen werden konnte.
8. Die verbleibenden Hohlräume im Korngerüst an der Faseroberfläche dürften bei Vorhandensein von sehr feinen Partikeln von den CSH-Kristallen überbrückt und ausgefüllt werden (Beton *M6*, *M7* und *M8*).
9. Bei den Betonen *M1* bis *M5* dürften die Hohlräume an der Faseroberfläche nicht

bzw. nicht überall von CSH-Kristallen überbrückt werden.

Vor allem die Anlagerung von feinen Partikeln und damit die Erhöhung der Packungsdichte an der Faseroberfläche dürfte positive Auswirkungen auf eine Mikroverzahnung und Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC-Matrix haben. Bestätigt sich diese Vermutung, so könnte allein durch die Zugabe von Partikeln „passender“ Feinheit die Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix - zumindest beim geraden Faserauszug - beeinflusst werden.

Im Hinblick auf die Interpretation der EDX-Analysen und die Schlussfolgerungen zur Grenzfläche sei erwähnt, dass der Elektronenstrahl im REM im Falle von UHPC eine Eindringtiefe von rd. 2 μm bis 5 μm hat, siehe z.B. Larbi und de Rooij¹¹⁰. Dies entspricht in etwa den rechnerischen maximalen Abmessungen der Hohlräume an der Faseroberfläche; die EDX-Analysen sind somit zur Untersuchung der Grenzfläche bei den hier verwendeten Betonen als geeignet zu beurteilen.

¹¹⁰ Larbi u. de Rooij: Concrete microscopy course 2005 - The electron microscope.

2.6. FEM-Analyse zur Abschätzung der Radialspannungen an der Faseroberfläche

2.6.1. Vorbemerkungen

Lastunabhängige Radialspannungen entstehen an der Faseroberfläche aufgrund einer Behinderung des Schwindens des UHPCs oder ggf. aufgrund eines eingepprägten Nullspannungstemperaturgradienten in Verbindung mit Temperaturänderungen. Bei den Schwindverformungen sind grundsätzlich Volumenverminderungen infolge des Austrocknens sowie infolge chemischer Prozesse und einer Selbst austrocknung (autogenes Schwinden) zu unterscheiden.

Neben den Schwindverformungen weist Beton auch last- und zeitabhängige (viskose) Dehnungsanteile auf, welche auf die Viskoelastizität, d.h. das Kriech- und Relaxationsvermögen zurückzuführen sind. Sie treten demnach erst auf, wenn im Bauteil eine Spannung vorhanden ist. Die zu Grunde liegenden Mechanismen sind beim Kriechen und Relaxieren identisch. Die Relaxation, d.h. der zeitabhängige Abbau der Zwangsspannungen, muss bei der Abschätzung der Radialspannungen berücksichtigt werden. Wie bereits in Kapitel 2.3 angedeutet, können die rechnerischen Relaxationsanteile bei früher Belastung des UHPCs mit bis zu rd. 70% bis 80% der gesamten freien Schwindverformung vergleichsweise hoch sein. Basierend auf den genannten Werten aus der Literatur erfolgte in o.g. Kapitel eine orientierende rechnerische Abschätzung der Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche. Die angegebenen resultierenden Radialdruckspannungen infolge behinderter Schwindverformung können allerdings nur als grober Anhaltswert verstanden werden, da ihre Größe von einer Reihe von Faktoren, u.a. vom zeitlichen Verlauf

- des Behinderungsgrads (d.h. im Wesentlichen vom zeitabhängigen Verhältnis der Steifigkeit UHPC zu Stahlfaser),

- der Schwindverformung und
- des Kriech- und Relaxationsvermögens, d.h. den viskoelastischen Eigenschaften

abhängig ist. Da alle drei aufgezählten, zeitabhängigen Betoneigenschaften grundsätzlich von der Zusammensetzung des UHPC beeinflusst werden, können die Radialspannungen für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten UHPC-Varianten nicht pauschal angegeben werden. Die Durchführung von entsprechenden Versuchen zur Bestimmung der Radialspannungen erfolgte im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht. Aus diesem Grund werden die Radialspannungen für die Modellierung des Verbundverhaltens der Stahlfasern mit Hilfe der FEM-Software FEMMASSE® rechnerisch abgeschätzt. Für die benötigten Eingangsgrößen, d.h. im Wesentlichen für den zeitlichen Verlauf der freien autogenen Schwindverformungen und das Kriech- bzw. Relaxationsverhalten, wurden anhand von Ergebnissen aus der Literatur entsprechende Ansätze für die eigenen Betone abgeleitet, siehe Anhang G und Anhang H. Die zeitlichen Verläufe des statischen E-Moduls der Betone wurden mit Hilfe von gängigen Modellansätzen und Ergebnissen aus eigenen Versuchen abgeleitet, siehe Anhang F. Die in den genannten Anhängen ausführlich dargestellte Vorgehensweise zur Ermittlung der jeweiligen Eingangsgröße wird in den folgenden Abschnitten kurz zusammengefasst.

2.6.2. Ermittlung der Eingangsgrößen für die FEM-Analysen, Reifeansatz

Bei den folgenden Betrachtungen zu den eigenen Betonen wird grundsätzlich angenommen, das Schwind- und Relaxationsverhalten sowie die Entwicklung des E-Moduls sei nur von der Art und Menge der reaktiven Bestandteile abhängig. Reaktive Bestandteile sind in diesem Sinne Zement, Silikastaub und Hüttensandmehl. Demnach dürften sich die resultierenden Radialspannungen an der Faseroberfläche bei den Betonen M1 und M4 bis M7 nicht unterscheiden; bei den genannten Mischungen wurde lediglich die Feinheit des inerten Zusatzstoffs (Quarzmehl

oder Kalksteinmehl) variiert. Beton M2 entspricht dem faserfreien Referenzbeton des DFG-Schwerpunktprogramms SPP 1182; zu diesem Beton liegen einige Kennwerte aus der Literatur vor. Bei Beton M3 wurde - im Vergleich zu Beton M1 - der inerte Zusatzstoff volumetrisch durch Hüttensandmehl ausgetauscht. Der Beton M8 zeichnet sich durch einen stark reduzierten Gehalt an Portlandzement und die Verwendung von Hüttensandmehl aus. Somit ergeben sich nach Ansicht des Verfassers vier Varianten an Betonen bzw. Betongruppen, für die eine FEM-Analyse durchgeführt werden muss.

Die Wärmebehandlung der Proben (Lagerung über Wasserbad) wurde unabhängig von der Betonzusammensetzung im Alter von 5 d für 48 h bei 90 °C durchgeführt. Bis zum Beginn der Wärmebehandlung wurden die Proben bei 20 °C und 100% r.F. gelagert. Der Einfluss der Wärmebehandlung auf die zeitliche Entwicklung des Schwindens, der Viskoelastizität und des E-Moduls wurde mit Hilfe eines Reifekonzepts, d.h. der Abschätzung des wirksamen Alters, berücksichtigt. Zur Abschätzung der Reife wurde das Konzept der Aktivierungsenergie E_A (siehe Anhang F) auf die vier vorgenannten Betonvarianten angewendet und das wirksame Alter zum Zeitpunkt der Durchführung der pull-out-Versuche berechnet. Die FEM-Analysen, d.h. die Berechnung der zeitlichen Entwicklung der Radialspannungen, wurde bis zu diesem wirksamen Alter durchgeführt. Für die Betone M1 und M3 bis M7 ergibt sich ein wirksames Alter von 35,5 d; der Beton M2 weist ein wirksames Alter von 31,9 d und Beton M8 von 57,5 d auf, siehe Anhang F.

Die Sichtung der Literatur zur Entwicklung von Zwangspannungen im UHPC infolge behinderter autogener Schwindverformung ergab, dass die ersten Zwangspannungen ab Beginn bzw. während des Erstarrens des Betons entstehen. Aus diesem Grund wurden alle vorgenannten Eingangsgrößen für die FEM-Berechnungen ab Beginn des Erstarrens der Betone modelliert. Für die Abschätzung des Erstarrungsbeginns wurde anhand von Er-

gebnissen aus der Literatur ein vereinfachter Zusammenhang zur Betonzusammensetzung hergestellt. Für die Betone M1 und M3 bis M7 ergibt sich ein Erstarrungsbeginn von 0,379 d; der Beton M2 weist einen rechnerischen Erstarrungsbeginn von 0,328 d und Beton M8 von 1,763 d auf, siehe Anhang F.

2.6.3. Zeitliche Entwicklung des E-Moduls

Im Rahmen der Versuche wurde der statische E-Modul nur zum Zeitpunkt der Durchführung der pull-out-Versuche und nur an den Betonen M1, M3, M5 und M8 ermittelt. Da der Beton M2 dem Referenzbeton des DFG-Schwerpunktprogramms SPP 1182 entspricht, konnte der E-Modul direkt aus der entsprechenden Literatur übernommen werden.

Im Rahmen der durchgeführten Literaturrecherche hat sich gezeigt, dass die zeitliche Entwicklung des E-Moduls im Falle von Betonen mit einem Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnis $\leq 0,27$ ab einem realen Alter von rd. 24 h (Bezugstemperatur: 20 °C) befriedigend mit dem Ansatz aus dem Model Code 1990 abgebildet werden kann. Im Falle eines Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnisses $\geq 0,70$ ist eine akzeptable Beschreibung mit dem Model Code 1990 erst ab rd. 3,5 d möglich. Der Zeitraum zwischen Erstarrungsbeginn und den vorgenannten Zeitpunkten wurde in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe von s-förmigen Funktionen numerisch gefittet, siehe Anhang F. Für die FEM-Berechnungen wurden dann die resultierenden E-Moduln zu diskreten Zeitpunkten in die Materialdatenbank der Software FEMMASSE® implementiert. Für die Berechnung der Relaxationsspektren wurden die Funktionen zur Beschreibung der jeweiligen zeitlichen Entwicklung des E-Moduls (Model Code 1990-Kurve und s-förmige Kurve) in den eigenen MATLAB-Programmcode integriert.

2.6.4. Zeitliche Entwicklung der freien autogenen Schwindverformung

Da im experimentellen Teil der Arbeit keine Schwindversuche durchgeführt wurden, musste das Schwindverhalten der untersuchten Betone anhand von Vorhersageformeln aus der Literatur abgeschätzt werden; die Vorhersageformeln wurden hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit für die Anwendung bei den untersuchten Betonen im Rahmen der Literaturstudie zum Schwinden von UHPC überprüft, siehe Anhang G.

Grundsätzlich wird für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Einzelfaser- ausziehversuche angenommen, dass ein Trocknungsschwinden weder während der Lagerung der Proben in der Feuchte- kammer, noch während der im Alter von 120 h beginnenden Wärmebehandlung stattfindet. Außerdem wird angenommen, in den Proben läge kein Nullspannungstemperaturgradient vor. Demnach muss hinsichtlich der radial zur Faser wirkenden Spannungen nur das chemische bzw. autogene Schwinden berücksichtigt werden.

Die für UHPC brauchbaren Vorhersage- formeln erlauben eine Modellierung der Schwindverformungen ab rd. 24 h nach Erstarrungsbeginn. Für die verbleibende Zeit wurde, wie bereits beim E-Modul, das Schwindver- halten durch eine s-förmige Funktion numerisch gefittet. Die resultierenden Schwindver- formungen für die vier Varianten an Betonen bzw. Betongruppen können Anhang G entnommen werden.

2.6.5. Altersabhängiges Relaxationsvermögen von UHPC

Die Berücksichtigung der Viskoelastizität für numerische Analysen der Spannungen in Bauteilen erfolgt in FEMMASSE® basie- rend auf rheologischen Grundkörpern, die zu einer Maxwell-Kette oder zum Burgers- Modell kombiniert werden. Die jeweiligen Eigenschaften der rheologischen Grundkörper werden aus Relaxationskurven abgeleitet. Im

experimentellen Teil dieser Arbeit wurden keine Untersuchungen zur Viskoelastizität durchgeführt. Daher wurden im Rahmen einer Literaturstudie Kriechversuche zusam- mengetragen und diese numerisch in Relaxa- tionskurven umgerechnet, siehe Anhang H. Die Relaxationskurven wurden sodann durch Maxwell-Ketten (6 Elemente je Kette), d.h. mit Hilfe der Fehlerquadratmethode, als Fit einer sogenannten Dirichlet-Reihe abgebildet. Da im sehr jungen Alter des Betons von einer starken Relaxation auszugehen ist, wurde die Relaxationszeit des ersten Maxwell-Elements konstant auf 0,1 h gesetzt; die verbleibenden Relaxationszeiten sind jeweils um den Faktor 10 größer. Für die FEM-Berechnungen können die resultierenden altersabhängigen Relaxati- onsspektren direkt in die Materialdatenbank von FEMMASSE® implementiert werden. Die Altersabhängigkeit der Viskoelastizität wurde im vorliegenden Fall durch insgesamt 13 Belastungszeitpunkte abgebildet, siehe Anhang H.

Das zuvor erläuterte Vorgehen zur Ablei- tung der Relaxationsspektren konnte erst ab einem wirksamen Alter von 24 h umgesetzt werden, da Versuche zur direkten Ableitung der Viskoelastizität von UHPC (Kriech- oder Relaxationsversuche) in der Literatur zu früheren Zeitpunkten nicht vorliegen. Für das Zeitintervall von Erstarrungsbeginn bis 24 h (CEM-I-Beton) bzw. bis 70 h (CEM- III/B-Beton) wurden die Relaxationsspektren anhand von Validierungsberechnungen „per Hand“ ermittelt. Im Rahmen der Validie- rungsberechnungen wurde die zeitliche Entwicklung der Zwangspannungen eines Ringrissversuchs und zweier Reißrahmenver- suche aus der Literatur numerisch simuliert. Die resultierenden altersabhängigen Relaxati- onsspektren können Anhang H entnommen werden.

2.6.6. Ergebnisse der FEM-Berech- nungen, resultierende Reibungs- kraft

Die FEM-Analysen wurde für die Haupt- varianten der pull-out-Versuche, d.h. für

Tabelle 2.14: Rechnerische Radialdruckspannung an der Faseroberfläche und Faserzugkraft infolge Reibung der untersuchten Betone ($\mu^* = 0,15$), Faserdurchmesser 0,48 mm, Probendurchmesser 35 mm

Beton	Wirksames Alter ¹⁾	p_{ITZ}	$F_{f,\mu}$
[-]	[h]	[N/mm ²]	[N]
M1, M3 bis M7	847	-3,5	4,0
M2	766	-4,4	5,0
M8	1.380	-2,7	3,1

¹⁾ zum Zeitpunkt des pull-out-Versuchs

einen Faserdurchmesser von 0,48 mm und die Betone M1 bis M8 durchgeführt. Aus den FEM-Analysen resultieren zum Zeitpunkt des pull-out-Versuchs die in Tabelle 2.14 zusammengefassten rechnerischen Radialdruckspannungen p_{ITZ} an der Faseroberfläche. Die entsprechenden Faserzugkräfte infolge Reibung $F_{f,\mu}$ sind für einen querdruckabhängigen Reibungskoeffizienten von $\mu^* = 0,15$ ebenfalls in Tabelle 2.14 angegeben. Beton M2 weist mit rd. $-4,4 \text{ N/mm}^2$ erwartungsgemäß - wegen des geringsten w/b-Werts und den damit höchsten Schwindverformungen - die größten Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche auf. Die Betone M1 und M3 bis M7 sind hinsichtlich ihrer Radialdruckspannungen mit rd. $-3,5 \text{ N/mm}^2$ identisch. Die geringste Radialdruckspannung weist Beton M8 mit $-2,7 \text{ N/mm}^2$ auf.

In Bezug auf die genannten Ergebnisse der FEM-Analysen sei darauf hingewiesen, dass alle zeitlichen Verläufe der Betoneigenschaften für die Berechnungen auf Literaturstudien basieren. Sie wurden zwar im Rahmen von Validierungsberechnungen auf Plausibilität geprüft, dennoch geben die Ergebnisse der FEM-Analysen nur eine Orientierung hinsichtlich der Größenordnung der Radialspannungen für die untersuchten Betone.

Im Hinblick auf die bereits erwähnte ex-

perimentelle Studie¹¹¹ zu den Radialdruckspannungen und die eigene vereinfachte rechnerische Abschätzung der Radialdruckspannungen (siehe Kapitel 2.3) erscheinen die Ergebnisse der FEM-Analysen plausibel. Die Ergebnisse werden daher zur weiteren Interpretation in den folgenden Kapiteln herangezogen.

Anhand der rechnerisch ermittelten Faserzugkräfte infolge Reibung $F_{f,\mu}$ kann bereits an dieser Stelle festgehalten werden, dass der maßgebende Beitrag zur Kraftübertragung zwischen Stahlfaser und UHPC, d.h. im Hinblick auf die maximal übertragbaren Faserzugkräfte, auf andere Mechanismen zurückzuführen ist. Die rechnerisch ermittelten Faserzugkräfte $F_{f,\mu}$ entsprechen je nach Beton nur rd. 2% bis 5% der experimentell bestimmten, maximal übertragbaren Faserzugkräfte. Selbst wenn der querdruckabhängige Reibungskoeffizient 0,4 betragen sollte, entspricht der Anteil aus Reibung an der maximal übertragbaren Faserzugkraft nur rd. 4% bis 10%.

¹¹¹ Stang: Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials.

2.7. Mikroverzahnung zwischen Faser und UHPC

2.7.1. Vorbemerkungen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der Fokus auf gerade und makroskopisch glatte Stahlfasern gerichtet. Bei derartigen Fasern kann es bestenfalls zu einer Mikroverzahnung kommen. Die Beurteilung des Verzahnungsgrades in Abhängigkeit der Topographie der Faseroberfläche und der Zusammensetzung des UHPCs sowie die Abschätzung der daraus resultierenden Kraftübertragung ist Gegenstand der folgenden Abschnitte.

Fasern mit Endhaken bzw. gewellte oder schraubenförmig tordierte Fasern wurden in der vorliegenden Arbeit nur am Rande betrachtet. Ihnen wird ein separater Abschnitt in Kapitel 3 gewidmet.

Im folgenden Abschnitt werden zunächst die für die eigene Arbeit relevanten Grundlagen zur Wirkung und Beschreibung einer Verzahnung zwischen Bewehrung und Beton erläutert. Im Anschluss daran werden REM-Bilder von Oberflächen glatter, unbehandelter Stahlfasern vor und nach dem Faserausziehversuch hinsichtlich einer Mikroverzahnung ausgewertet. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse werden zur Abschätzung des Anteils der Mikroverzahnung an der maximalen Verbundkraft herangezogen.

2.7.2. Analogiebetrachtung: Verzahnung zwischen Beton und Betonstahl

Der Bereich des Betons um eine Rippe eines Bewehrungsstahls, d.h. die sogenannte Betonkonsole, ist unmittelbar von der Verzahnungswirkung betroffen. Nach Martin¹¹² herrscht aufgrund der Querdehnungsbehinderung, hervorgerufen durch die Betondeckung und den Stahl, in Teilen der Betonkonsole ein dreiachsiger Spannungszustand. Aus

diesem Grund können die Druckspannungen in Teilbereichen der Betonkonsole ein Vielfaches der Druckfestigkeit des Betons betragen. Rehm¹¹³ berichtet von rechnerisch ermittelten Pressungen in der Aufstandsfläche einer Betonkonsole in der Größenordnung der 12- bis 16-fachen Würfeldruckfestigkeit des Betons. Die festgestellten hohen Pressungen erklärt Rehm¹¹³ damit, dass das betroffene Betonvolumen im Verhältnis zum gesamten Probekörper sehr klein und daher stark querdehnungsbehindert ist. Die rechnerisch ermittelten maximalen Scherspannungen τ_{max} in den Scherflächen der Betonkonsolen können auf bis zur 1,25-fachen Würfeldruckfestigkeit ansteigen. Wird die Schub- bzw. Scherfestigkeit τ_{cr} des Betons überschritten, so beginnen die Betonkonsolen in der Scherfläche zu brechen und das weitere Last-Schlupf-Verhalten hängt im Wesentlichen von der Verzahnung des Betons in der Bruchfläche ab. Rehm¹¹³ untersuchte Rippenhöhen a von 0,5 mm bis 4 mm und Rippenabstände c von 2 mm bis 15 mm. Der mittlere Durchmesser der Ausgangsstoffe D_{50} des Betons betrug rd. 4 mm, die Druckfestigkeit des Betons lag bei rd. 21,5 N/mm².

Trotz einer Rissbildung bei Erreichen der Scherfestigkeit bleibt in der Scherfläche aufgrund des unregelmäßigen Verlaufs der Bruchflächen laut Rehm¹¹³ eine gewisse Verzahnung erhalten. Diese Annahme gründet im Wesentlichen auf den Feststellungen und Interpretationen von Mörsch¹¹⁴, der den Widerstand von Beton gegenüber Abscheren experimentell untersuchte und eine Theorie zur Berechnung der Scherfestigkeit aufstellte. Rehm¹¹³ übernimmt somit das Gedankenmodell von Mörsch¹¹⁴, welches das Abscheren des Betons als einen Prozess, bestehend aus abwechselnd auf Druck und Zug versagende unendlich kleine Flächen, interpretiert.

Mörsch¹¹⁴ gibt als Scherfestigkeit τ_{cr} von Beton das geometrische Mittel aus Druck- und

¹¹² Martin: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung (s. S. 18 bis 21).

¹¹³ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton (s. S. 5 ff.).

¹¹⁴ Mörsch: Schub- und Scherfestigkeit des Betons.

Zugfestigkeit, also im Falle von Normalbeton $\tau_{cr} = \sqrt{f_c \cdot f_{ct}} \approx \sqrt{0,1 \cdot f_c^2} \approx 0,32 \cdot f_c$ an. Die Differenz zu der von Rehm¹¹⁵ vermuteten ersten Mikrorissbildung in der Scherfläche bei rd. $0,4 \cdot f_c$ bis $0,6 \cdot f_c$ resultiert wahrscheinlich aus dem genannten Einfluss der Querdehnungsbehinderung. Aufgrund der starken Querdehnungsbehinderung erhöht sich somit die rechnerisch ermittelte Scherfestigkeit um etwa den Faktor $0,5/0,32 \approx 1,6$. Ein gewisser Teil dieser Erhöhung resultiert in der Tatsache, dass vergleichsweise kleine Betonvolumen betrachtet werden; die Zug- und Druckfestigkeit des Betons, welche üblicherweise an Probekörpern mit Abmessungen von mehr als 10 cm ermittelt wird, kann daher nur in grober Näherung zur rechnerischen Abschätzung eines Bruchkriteriums für die Betonkonsole unter einer Stahlrippe herangezogen werden.

Bei einer weiteren Laststeigerung mit resultierenden Scherspannungen oberhalb des genannten Grenzwerts geht Rehm¹¹⁵ von einer Verfeinerung der Verzahnung und damit verbunden von stärker zunehmenden Verformungen aus. Die vorgenannten Feststellungen zur Scherfestigkeit gelten nach Rehm¹¹⁵ nur, wenn kurze Rippenabstände mit einem Verhältnis von Rippenabstand zu Rippenhöhe $c/a \leq 7$ betrachtet werden. Bei Verhältnissen $c/a > 7$ werden die Betonkonsolen nicht mehr über ihre gesamte Höhe (= Rippenbreite) beansprucht und versagen daher - analog zu randbelasteten und nach unten starr abgestützten Körpern - in Richtung der Hauptschubspannungen.

Zur Klärung der Abnahme des Scherwiderstands mit kleiner werdenden Abmessungen der Betonkonsole führte Rehm¹¹⁵ gesonderte Versuche mit besonders kleinen Rippenhöhen von 0,12 mm, 0,24 mm und 0,50 mm und Abständen von 0,12 mm bis 2,0 mm durch, siehe Bild 2.17. Anhand der Ergebnisse kommt er zu der Erkenntnis, dass die maximal übertragbare Scherspannung unabhängig von der Geometrie der Profilierung der Stäbe ist, so-

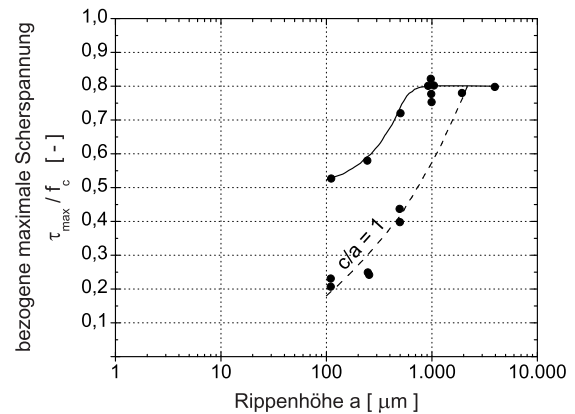


Bild 2.17: Einfluss der Höhe a von rechteckigen und senkrecht zur Stabachse verlaufenden Rippen auf die maximal übertragbare Scherspannung (bezogen auf die Druckfestigkeit) nach Rehm¹¹⁵

lange die Rippenhöhe mindestens rd. 0,5 mm und der lichte Rippenabstand mindestens rd. 2 mm beträgt. Der Scherwiderstand von Stäben mit Rippenabständen größer als 2 mm liegt oberhalb der durchgezogenen Kurve in Bild 2.17. Werden die beiden genannten Grenzen der Rippengeometrie nicht unterschritten, so ist die maximal übertragbare Scherspannung (bezogen auf die Druckfestigkeit) immer größer als rd. 0,8. Unterhalb der Grenzen der Rippengeometrie fällt die maximal übertragbare Scherspannung (bezogen auf die Druckfestigkeit) bei $c/a = 1$ und einer Rippenhöhe von 0,12 mm bis auf etwa 0,22 ab, siehe Bild 2.17. Dies liegt unterhalb der nach Mörsch¹¹⁶ berechneten Scherfestigkeit (bezogen auf die Druckfestigkeit) von rd. 0,32.

Die gesetzte Grenze des Rippenabstands von 2 mm gilt zunächst nur für die von Rehm¹¹⁵ gewählte Zusammensetzung des Betons und kann nach Meinung des Verfassers nicht ohne Weiteres auf eine evtl. Mikroverzahnung zwischen UHPC und Stahlfaser übertragen werden. Aus der Sicht des Verfassers spielt bei der Beurteilung der Mikroverzahnung v.a. die Korngrößenverteilung der Ausgangsstoffe des Betons im Verhältnis zu den Abmessungen der Vertiefungen in der Stahlfaser Oberfläche eine wichtige Rolle. Dieser Aspekt soll ver-

¹¹⁵ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton (S. 5 ff.).

¹¹⁶ Mörsch: Schub- und Scherfestigkeit des Betons.

einfachend in Bild 2.18 a) bis d) anhand der Anlagerung monodisperser Kugeln an der Stahlfaseroberfläche veranschaulicht werden. Die Kugeln stellen in vereinfachter Weise die Partikel der Ausgangsstoffe von UHPC dar. In Bild 2.18 a) bis d) ist jeweils nur die erste Lage der Partikel an der Faseroberfläche abgebildet. Einige Lagen hinter den ersten Partikeln beginnt die regelmäßige Partikelanordnung der umgebenden, ungestörten Matrix. Sind

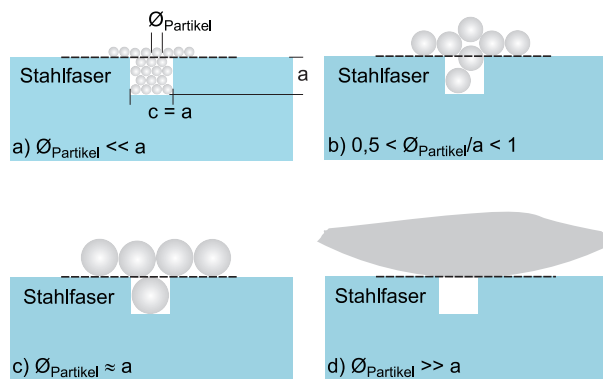


Bild 2.18: Schematische Darstellung der Verzahnung zwischen Beton und Stahlfaseroberfläche bei unterschiedlichen Durchmessern der angelagerten Partikel

die Partikel wie im Fall a) deutlich kleiner als die Abmessungen der Vertiefungen, so kommt es nur zu einer schwachen, d.h. mechanisch gesehen wenig effektiven Verzahnung in der Scherfläche. Passen die an der Stahloberfläche angelagerten Partikel des Betons wie im Fall b) gut in die Vertiefungen hinein und führen zu einer innigen Verzahnung mit der umgebenden Matrix, so ist auch der Widerstand gegenüber einer Scherung groß. Eine innige Verzahnung ist nicht nur durch eine große Scherfläche in der „Rippe“, d.h. einen großen Anteil an Matrix bzw. Partikeln bezogen auf die Grundfläche der Rippe, sondern auch durch eine gute Verankerung, d.h. eine große Einbindetiefe des Partikels in die Matrix hinein gekennzeichnet. Partikel, deren Durchmesser den Abmessungen der Vertiefungen entsprechen oder deutlich über den Abmessungen der Vertiefungen liegen, siehe Fall c) und d), tragen nur unwesentlich zu einer Verzahnung bei. Liegt der Partikeldurchmesser nur etwas über der Breite der Vertiefung (im

Bild nicht dargestellt), so kommt es ebenfalls zu einer guten Verzahnung.

Die in Bild 2.18 gezeigten Zusammenhänge sind natürlich stark vereinfacht dargestellt; in Wirklichkeit wird die Matrix an der Stahlfaseroberfläche nicht nur aus angelagerten monodispersen Partikeln bestehen, sondern aus einem Gemisch aus feinen Partikeln. In den Hohlräumen zwischen den Partikeln kommt es darüber hinaus wie bereits erwähnt auch zur Bildung von CSH-Kristallen. Die Länge der CSH-Kristalle bewegt sich im UHPC in der Größenordnung von rd. 5 nm bis maximal 200 nm, siehe z.B. Ulm und Acker¹¹⁷ sowie Möser und Pfeifer¹¹⁸. Hohlräume an der Faseroberfläche, in die eine Kugel des Durchmessers $d_v = 200$ nm passen würde, ergäben sich bei einer Packung aus monodispersen Kugeln des Durchmesser $D \approx 1,3 \mu\text{m}$. Dies bedeutet, nur wenn sich sehr feine Partikel mit Durchmessern kleiner als rd. $1,3 \mu\text{m}$ an der Faseroberfläche anlagern oder eine sehr dichte Packung an der Faseroberfläche vorliegt, können die CSH-Kristalle die Hohlräume der ansonsten gestörten Partikelpackung an der Faseroberfläche überbrücken und ausfüllen.

Der Widerstand der Betonkonsolen gegenüber Abscheren ist somit nicht nur von den makroskopischen mechanischen Eigenschaften des UHPCs abhängig, sondern v.a. auch vom Grad der Verzahnung zwischen den Partikeln und der Faseroberfläche und der Packungsdichte an der Faseroberfläche. Rehms¹¹⁹ Untersuchungen an gerippten Betonstählen können hinsichtlich der vorgenannten Aspekte nicht interpretiert werden, da die Verteilung der Korngrößen seiner Ausgangsstoffe im Bereich bis $100 \mu\text{m}$ nicht bekannt ist und bei den gewählten w/z -Werten von 0,57 bis 0,90 davon ausgegangen werden muss, dass sich an der Stahloberfläche, wie für Normalbetone üblich, ein sogenannter

¹¹⁷ Ulm und Acker: Nanoengineering UHPC materials and structures.

¹¹⁸ Möser und Pfeifer: Microstructure and durability of ultra-high performance concrete.

¹¹⁹ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton (s. S. 5 ff.).

Duplexfilm bestehend aus Portlanditkristallen gebildet hat. Außerdem ist die Geometrie der Vertiefungen/Rippen der Stahloberfläche nicht ohne Weiteres vergleichbar mit Oberfläche einer Stahlfaser. Zur Topographie der Faseroberfläche erfolgt an späterer Stelle eine separate Diskussion. Die von Rehm¹²⁰ angegebenen bezogenen Scherwiderstände geben trotz der vorgenannten Aspekte einen groben Hinweis auf die von der Verzahnung übertragbaren Kräfte, da die Dicke des Duplexfilms i.d.R. deutlich unterhalb von 50 μm liegt, siehe hierzu Scrivener und Pratt¹²¹ sowie Bentur und Odler¹²². Alle vorgenannten Aspekte der Verzahnung zwischen Stahlrippen und Beton gelten für senkrecht zur Stabachse verlaufende Rippen mit rechteckigem Querschnitt. Eine Neigung der Rippenflanke gegenüber der Senkrechten zur Stabachse führt wegen des zusätzlich Querdrucks zu einer Erhöhung des Scherwiderstands. Der bezogene Scherwiderstand betrug im Falle einer Neigung von rd. 42° bzw. 76° 1,35 bzw. 1,80. Derartig hohe Scherwiderstände bis nahezu dem Doppelten der Betondruckfestigkeit können nur bei starker Querdehnungsbehinderung und damit verbundener mehraxialer Beanspruchung erreicht werden.¹²⁰

Rehm¹²⁰ untersuchte darüber hinaus auch makroskopisch glatte Betonstähle. Mit Hilfe des Tastschnittverfahrens ermittelte Rehm¹²⁰ an glatt gezogenen Stäben Unebenheiten mit Vertiefungen von im Mittel 5 μm . Im Falle von stark vernarbten Oberflächen stellte Rehm¹²⁰ Vertiefungen von bis zu 300 μm fest. Die Betondruckfestigkeit (von Rehm¹²⁰ untersuchter Bereich: rd. 7,8 bis rd. 42,2 N/mm²) hatte einen vernachlässigbaren Einfluss auf die maximalen bezogenen Scherspannungen. Die maximale bezogene Scherspannung - ausgedrückt als auf die Druckfestigkeit f_c bezogene mittlere Verbundspannung $\bar{\tau}$ - lag im Bereich von rd. 0,04 bis 0,08 für Stäbe mit

Walzhaut und geringer Vernarbung sowie 0,11 bis 0,16 für Stäbe mit Walzhaut und starker Vernarbung. Da die wirkliche Größe der Scherfläche nicht bekannt ist, stellen die beiden letztgenannten Bereiche nach Ansicht des Verfassers eine grobe Näherung der tatsächlich wirkenden Scherspannungen dar. In Anbetracht des mittleren Durchmessers der Gesteinskörnung des Betons ($D_{50} \approx 4\text{mm}$) und aufgrund des vermutlich vorhandenen Duplexfilms geht der Verfasser davon aus, dass die geringen bezogenen Scherfestigkeiten v.a. bei den Stäben mit geringer Vernarbung für die Betrachtungen der eigenen Faserverbundversuche nicht relevant sind. Geht man vereinfachend von einem pauschalen Anteil der „Rippenfläche“ bei den Stäben mit starker Vernarbung von z.B. 50% aus, so ergäbe sich eine bezogene Scherfestigkeit von etwa 0,22 bis 0,32.

2.7.3. Zur Scherfestigkeit von Beton

Im vorhergehenden Abschnitt wurden die von Rehm¹²⁰ aus Versuchen abgeleiteten maximalen bezogenen Scherspannungen einer rechnerischen Scherfestigkeit von Beton gegenübergestellt. Da zur Abschätzung des Anteils einer Mikroverzahnung an der Verbundkraft die Scherfestigkeit der untersuchten UHPCs benötigt wird, wird im Folgenden der Ansatz zur Berechnung der Scherfestigkeit etwas ausführlicher diskutiert und im Hinblick auf die Anwendbarkeit bei UHPC erörtert.

Da die Scherfestigkeit unter anderem von den wirkenden Normalspannungen beeinflusst wird, wird vereinfachend das Mohrsche Bruchkriterium für den ebenen Spannungszustand betrachtet, siehe Mohr¹²³.

Die Festigkeitseigenschaften eines spröden Werkstoffs können durch eine Bruch- bzw. Fließgrenze beschrieben werden, welche nach der Theorie von Mohr¹²³ der „Einhüllenden“ der Spannungskreise im σ - τ -Diagramm entspricht. Die Einhüllende kann vereinfachend

¹²⁰ Rehm: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton (s. S. 5 ff.).

¹²¹ Scrivener u. Pratt: Characterisation of interfacial microstructure.

¹²² Bentur u. Odler: Development and nature of interfacial microstructure.

¹²³ Mohr: Die Scherfestigkeit des Betons.

durch eine Gerade¹²⁴ oder in guter Näherung mit Hilfe einer liegenden Parabel approximiert werden, siehe Leon¹²⁵, Niedenhoff¹²⁶ oder Godycki-Ćwirko¹²⁷. Die Öffnung der Parabel wird vom Verhältnis aus einaxialer Druckfestigkeit zu einaxialer Zugfestigkeit $c = f_c / f_{ct}$, d.h. vom Durchmesser der entsprechenden Spannungskreise bestimmt. Für Verhältnisse $c > 3$ beträgt nach Leon¹²⁵ die Festigkeit bei reiner Scherbeanspruchung τ_{cr} :

$$\tau_{cr} = (\sqrt{c+1} - 1) \cdot f_{ct} \quad (2.20)$$

Mohr¹²⁴ nimmt zu den von Mörsch¹²⁸ durchgeführten und im vorhergehenden Absatz bereits erwähnten Versuchen und der daraus abgeleiteten Formel für die Scherfestigkeit Stellung; er kommt zu dem Schluss, dass bei den Scherversuchen von Mörsch¹²⁸ vermutlich eine Druckspannung in der Bruchfläche von rd. 15 N/mm^2 geherrscht haben dürfte. Aufgrund der nicht berücksichtigten Druckspannung leitete Mörsch¹²⁸ irrtümlicherweise eine Scherfestigkeit des Betons von $\tau_{cr} = \sqrt{f_c \cdot f_{ct}}$ ab.¹²⁴

Von den im Rahmen der eigenen Untersuchungen verwendeten Betonen M1 bis M8 wurden die Druck- und Spaltzugfestigkeit an Zylindern des Durchmessers 50 mm und mit einer Höhe von 50 mm bzw. 100 mm ermittelt. Alle Prüfergebnisse wurden dem Ausreißertest nach Rosner¹²⁹ unterzogen. Die resultierenden Ergebnisse werden ohne Umrechnungsfaktor für die Probekörperabmessungen in den weiteren Betrachtungen verwendet. Die Spaltzugfestigkeit wurde nach Model Code 90 mit einem Faktor von 0,9 in die Zugfestigkeit umgerechnet. Für jeden der untersuchten Betone wurden die Parameter der Hüllparabel der Mohrschen Spannungskreise mit Hilfe der von Leon¹²⁵ dargestellten

Zusammenhänge bestimmt und unter Annahme der in Abschnitt 2.6 angegebenen Radialdruckspannungen σ_r die resultierenden effektiven Scherfestigkeiten τ_{cr}^* berechnet. Die Spannungskreise sowie die resultierende Einhüllende (Bruchgrenze) sind exemplarisch für den Beton M1 in Bild 2.19 dargestellt. Die zu Grunde gelegten Festigkeitswerte, die Radialdruckspannungen sowie die Scherfestigkeit τ_{cr} und die effektive Scherfestigkeit τ_{cr}^* sind für die untersuchten Betone in Tabelle 2.15 zusammengefasst. Die effektiven Scherfestigkeiten

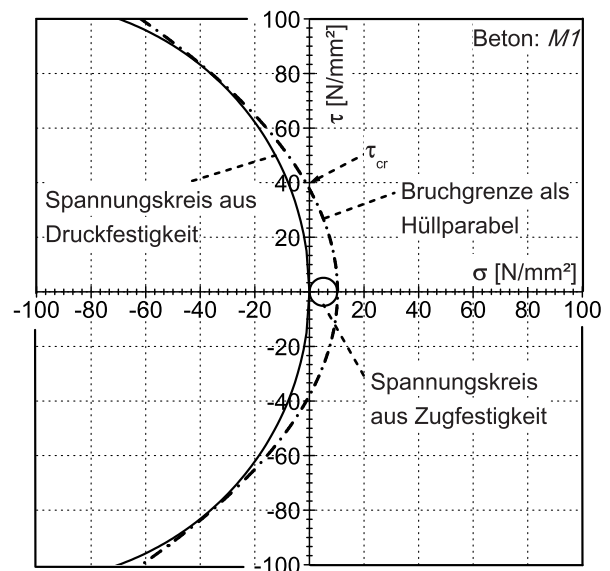


Bild 2.19: Bruchgrenze (Hüllparabel) und Spannungskreise nach der Mohrschen Theorie für den Beton M1

τ_{cr}^* werden zur vereinfachten Abschätzung des Anteils der Mikroverzahnung an der Verbundkraft herangezogen. Dabei bleiben evtl. wirkende zusätzlich Spannungen in der „UHPC-Mikrorippe“ der Einfachheit halber unberücksichtigt. Außerdem wird somit vereinfachend angenommen, die mikromechanischen Eigenschaften der Grenzfläche bzw. des Übergangsbereichs können aus den makroskopischen mechanischen Eigenschaften der Betone abgeleitet werden.

¹²⁴ Mohr: Die Scherfestigkeit des Betons.

¹²⁵ Leon: Über das Maß der Anstrengung bei Beton.

¹²⁶ Niedenhoff: Untersuchungen über das Tragverhalten von Konsolen und kurzen Kragarmen (s. S. 10 f.).

¹²⁷ Godycki-Ćwirko: Schubprobleme im Stahlbetonbau (s. S. 14 ff.).

¹²⁸ Mörsch: Schub- und Scherfestigkeit des Betons.

¹²⁹ Rosner: Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure.

Tabelle 2.15: Festigkeitskennwerte (Druck-, Spaltzug- und Zugfestigkeit) sowie effektive Scherfestigkeit der untersuchten UHPCs

Beton	f_c	f_{sp}	$f_{ct}^{1)}$	$-\sigma_r^{2)}$	$\tau_{cr}^{3)}$	$\tau_{cr}^{*3)}$
[-]	[N/mm ²]					
M1	213	11,4	10,4	3,5	37,6	43,6
M2	232	16,5	14,9	4,4	45,7	52,1
M3	222	10,4	9,4	3,5	37,2	43,5
M4	222	10,3	9,3	3,5	37,0	43,6
M5	198	9,9	8,9	3,5	34,0	40,1
M6	226	8,2	7,4	3,5	34,1	41,5
M7	254	14,4	13,0	3,5	45,9	51,5
M8	176	10,9	9,8	2,7	32,9	37,1

1) berechnet aus f_{sp}

2) berechnet im Rahmen der FEM-Studie

3) berechnet n. Mohrscher Theorie unter Ansatz einer Hüllparabel nach Leon¹²⁵

2.7.4. Untersuchungen zur Mikroverzahnung der verwendeten Stahlfasern

Einführung

Im Rahmen der eigenen Faserausziehversuche wurden gerade, makroskopisch glatte Stahlfasern unterschiedlichen Durchmessers verwendet. Daneben wurde durch mechanische Bearbeitung die Oberfläche der Stahlfasern mit unterschiedlichen Rauigkeiten im Mikrometerbereich versehen und der Einfluss der Rauigkeit im Faserausziehversuch ermittelt. Die Topographie der untersuchten Fasern des Durchmessers 0,48 mm wurde mit Hilfe eines Konfokalmikroskops charakterisiert. Aus den Messungen wurden die drei Topographiekennwerte gemittelte Rautiefe R_z (Mittelwert der maximalen Höhendifferenz von je 5 Messstrecken eines Oberflächenprofils), mittlere Glättungstiefe R_p (Mittlerer Abstand zwischen der Profilmittellinie und den Profilhochpunkten) und mittlere Riefentiefe R_v (Mittlerer Abstand zwischen der Profilmittellinie und den Profiltiefpunkten) nach ISO 4287 berechnet.

Außerdem wurden REM-Aufnahmen der Faseroberflächen im Vorfeld der Versuche sowie nach dem vollständigen Faserauszug angefertigt.

Die im Folgenden zusammengefassten Untersuchungen und Ausführungen zur Mikroverzahnung beziehen sich auf die Hauptvariante der pull-out-Versuche mit glatten Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm.

Unbehandelte Stahlfasern

Die Topographie der Oberfläche der unbehandelten Fasern wurde als Mittel von 21 Messstrecken à 190 μm bestimmt; hierbei ergab sich eine gemittelte Rautiefe R_z von 0,25 μm , eine mittlere Glättungstiefe R_p von 0,11 μm und eine mittlere Riefentiefe von 0,15 μm . Die Variationskoeffizienten der vorgenannten Topographiekennwerte liegen bei rd. 46% bis 57%; sie sind jedoch im Falle der unbehandelten Fasern zur Beurteilung der Oberflächentopographie nicht von Bedeutung, da letztlich nur der Flächenanteil sowie die mittleren Abmessungen der meist parallel zur Faserlängsachse verlaufenden Riefen für die Beurteilung der Mikroverzahnung von Interesse sind.

Die pulverförmigen Bestandteile der eigenen Betone mit Partikeldurchmessern bis 100 μm weisen mittlere Partikeldurchmesser $D_{50,f}$ von rd. 3 μm bis 10 μm auf, siehe Korngrößenverteilungen im Anhang A, Bild A.3. Das Verhältnis aus mittlerem Durchmesser der Partikel bis 100 μm und der gemittelten Rautiefe R_z beträgt somit $D_{50,f}/R_z \approx 3 \dots 10/0,254 = 11,8 \dots 39,4$. Die Riefen weisen eine Breite von rd. 1 μm bis 3 μm auf. Je nach tatsächlicher Breite der Riefen dürften somit Partikel mit einem Durchmesser von rd. 1 μm bis 5 μm zu einer guten Verzahnung führen. Einen optischen Eindruck der Oberfläche einer unbehandelten Faser vor und nach dem Faserauszug gibt Bild 2.20. Die deutlich zu erkennenden farblichen Unterschiede zwischen den Riefen bzw. zwischen den mit Matrix gefüllten Riefen und der restlichen Oberfläche gaben dem Verfasser Anlass,

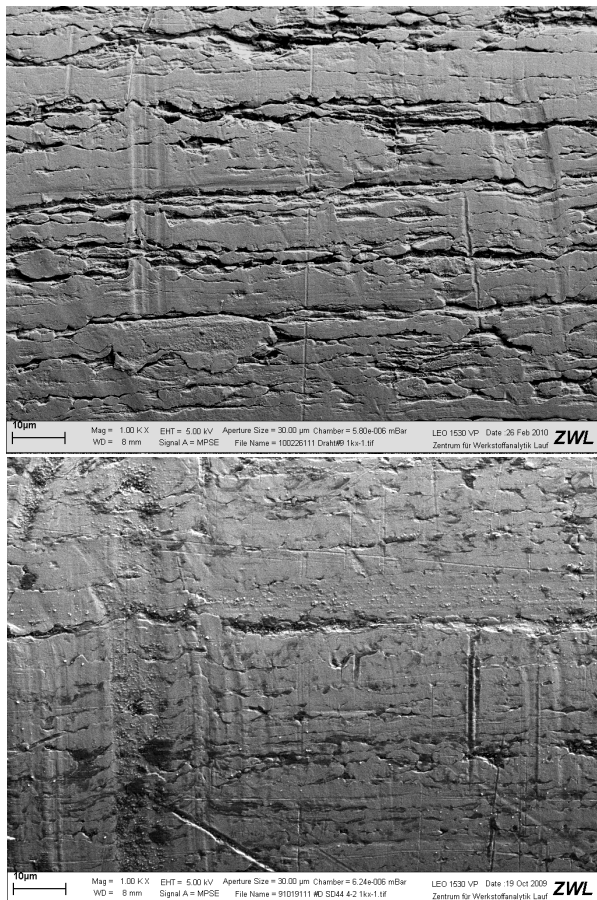


Bild 2.20: REM-Aufnahme einer unbehandelten Stahlfaser vor Versuch (oben) und nach dem Faserauszug (unten), Vergrößerung 1.000-fach

mit Hilfe einer Bildanalysesoftware (GSA ImageAnalyzer) die REM-Aufnahmen näher zu untersuchen. Das Ergebnis einer Bildanalyse ist beispielhaft für die unbehandelte Faser vor dem Versuch in Bild 2.21 wiedergegeben. Hierbei entsprechen die schwarzen Bereiche den Riefen in der Faseroberfläche. Der Anteil der Riefen an der gesamten Oberfläche beträgt etwa 35% bis 40%.

Das Bildanalyseverfahren kann auch zur vereinfachten Abschätzung des tatsächlichen Anteils der mit Matrix ausgefüllten Riefen herangezogen werden. Dazu wurden REM-Aufnahmen der Stahlfaseroberfläche nach dem Faserauszug mit o.g. Software analysiert. Mit Matrix gefüllte Riefen sind deutlich dunkler als die restliche Faseroberfläche. Die aus der Bildanalyse resultierenden Anteile an

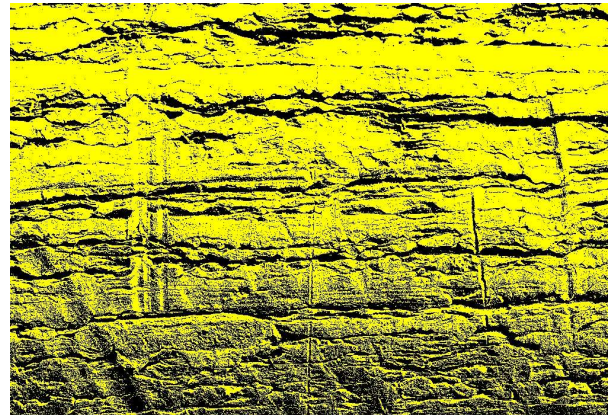


Bild 2.21: REM-Aufnahme einer unbehandelten Stahlfaser vor pull-out-Versuch nach Bearbeitung mit Bildanalysesoftware

Tabelle 2.16: Flächenanteil a_{mv} [%] der Matrix auf der Stahlfaseroberfläche nach dem Faserauszug, ermittelt anhand von REM-Aufnahmen mit Hilfe einer Bildanalysesoftware

Beton	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
a_{mv}	26	30	n.b.	30	18	25	25	38

Matrix bezogen auf die gesamte Bildfläche $a_{mv} = A_{\text{Riefe, gefüllt}} / A_{\text{Bild}} = A_{\text{schwarz}} / A_{\text{Bild}}$ sind in Tabelle 2.16 zusammengefasst. Pro Beton stand lediglich eine REM-Aufnahme zur Auswertung zur Verfügung. Die Flächenanteile der Matrix auf der Faseroberfläche sind zwar auf 1% genau angegeben, ein Variationskoeffizient von 20% dürfte jedoch für diese Auswertung realistisch sein. Die angegebenen Flächenanteile sind daher als grobe Näherung für die tatsächlichen Scherflächen zu verstehen. Zu bedenken ist außerdem, dass Matrix u.U. auch nach dem Faserauszug außerhalb von Riefen an der Faseroberfläche anhaftet. Daneben ist auch denkbar, dass Matrix während des Faserauszugs aus den Riefen herausgerissen wurde und somit nicht mehr durch die Bildanalyse erfasst werden kann. Dies würde zu einer Verfälschung der ermittelten Scherflächen führen. Die in Tabelle 2.16 genannten Werte werden dennoch für die weitere Interpretation der Faserausziehversuche herangezogen. Für den Beton M3 wird der Flächenanteil des Betons M1

übernommen; dies scheint gerechtfertigt, da sich die Korngrößenverteilung und die Packungsdichten der beiden Betone nur unwesentlich unterscheiden.

Zur vereinfachten Abschätzung des Anteils der Mikroverzahnung an der Verbundkraft wird im Weiteren davon ausgegangen, dass alle „UHPC-Mikrorippen“ gleichzeitig abgeschert werden. Die resultierende Scherkraft ist dann:

$$F_{f,mv} = a_{mv} \cdot A_b \cdot \tau_{cr}^* \quad (2.21)$$

mit:

$F_{f,mv}$ [N] : Faserzugkraft, die zur Abscherung der Rippen notwendig ist

τ_{cr}^* [N/mm²]: effektive Scherfestigkeit des Betons

a_{mv} [-] : Anteil der mit Matrix gefüllten Riefen auf der Faseroberfläche

A_b [mm²] : nominelle Verbundfläche einer Faser

Tabelle 2.17 gibt die rechnerischen Scherkräfte $F_{f,mv}$ für die acht untersuchten Betone wieder. In der Tabelle sind zur Orientierung auch die Mittelwerte der im Versuch ermittelten maximalen Verbundkräfte $F_{f,bu}$, die Anzahl n der Proben, die zugehörigen Standardabweichungen SA sowie die Variationskoeffizienten VK angegeben. Die Ergebnisse eines jeden Betons wurden dem Ausreißertest nach Rosner¹³⁰ unterzogen; keine der insgesamt 117 Proben konnte als Ausreißer identifiziert werden. Stellt man die rechnerischen Scherkräfte $F_{f,mv}$ den maximalen Verbundkräften $F_{f,bu}$ gegenüber, so ergibt sich, dass die Mikroverzahnung bei den Betonen M1 bis M7 rd. 70% bis 90% zur Verbundwirkung beiträgt. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass die makroskopischen Festigkeitskennwerte für die Beurteilung der Scherfestigkeit der „UHPC-Mikrorippen“ angewendet werden können. Die maximalen

Tabelle 2.17: Rechnerische Faserzugkräfte $F_{f,mv}$ und Mittelwerte der maximalen Verbundkräfte $F_{f,bu}$, Anzahl der Proben n , Standardabweichung SA und Variationskoeffizient VK

Beton	$F_{f,mv}$ [-]	$F_{f,bu}$ [N]	n [-]	SA [N]	VK [%]
M1	85,5	110,3	69	15,0	14
M2	117,7	128,9	4	5,3	4
M3	85,3	116,8	12	11,7	10
M4	98,5	109,2	4	9,6	9
M5	54,4	79,2	16	18,5	23
M6	78,2	111,5	4	8,2	7
M7	97,0	135,2	4	3,7	3
M8	106,3	200,7	4	25,6	13

Verbundkräfte werden demnach maßgebend von der Mikroverzahnung beeinflusst. Im Falle des Betons M8 liegt der Anteil der Mikroverzahnung bei 53%.

Neben dem Abscheren der „UHPC-Mikrorippen“ ist auch eine Abrasion evt. vorhandener Profilsitzen der Stahlfaser während des Faserauszugs denkbar. Das Abscheren von vereinzelt Profilsitzen kann vereinfachend als Versagen eines „Mikro-Kragarms“ betrachtet werden. Eine vereinzelt und lokal begrenzte Profilsitze, welche in die UHPC-Matrix hineinragt, wird während des Faserauszugs auf Biegung und Scherung beansprucht. Bei entsprechend hoher Beanspruchung reißt die Profilsitze ab und verbleibt zum Teil in der Matrix. Um diesen Aspekt zu untersuchen, wurden die Ergebnisse der EDX-Analysen hinsichtlich des Eisengehalts in der ungestörten Matrix (Fe_{bulk}) und in der Grenzfläche (Fe_{ITZ}) sowie die Differenz daraus ($\Delta Fe = Fe_{ITZ} - Fe_{bulk}$) ausgewertet. Nennenswerte Mengen an Eisen sind in den Ausgangsstoffen der UHPCs im Zement (rd. 4 M.-%) sowie in den Quarzmehlen (rd. 1 M.-%) enthalten. Der Eisengehalt des Hüttensands betrug rd. 0,4 M.-%, der der Silikastäube rd. 0,3 M.-%. Eine Differenz des

¹³⁰ Rosner: Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure.

Tabelle 2.18: Ergebnisse der EDX-Analysen: Eisengehalte (Medianwerte) in der ungestörten Matrix (bulk) und im Verbundbereich (ITZ); Faserdurchmesser: 0,48 mm; Verbundlänge: 5 mm

Beton [-]	Fe_{bulk}	Fe_{ITZ} [M.-%]	ΔFe
M1	1,4	2,2	+0,8
M2	2,2	2,5	+0,4
M3	1,8	n.b.	-
M4	1,6	2,0	+0,4
M5	1,2	1,1	-0,2
M6	1,3	1,5	+0,2
M7	1,8	1,9	+0,1
M8	1,4	1,2	-0,2

Eisengehalts zwischen dem Verbundbereich und der ungestörten Matrix kann demnach auch in einem unterschiedlichen Gehalt der eisenhaltigen Ausgangsstoffe begründet sein. Mit Ausnahme des Betons M8 stammten bei allen anderen Betonen 80% des Eisens in der Matrix aus dem Zement; bei dem Beton M8 trug der Zement rd. 70% zum Gesamteisengehalt bei. Die Ergebnisse der EDX-Analysen sind in Tabelle 2.18 zusammengefasst. Anhand der Eisengehalte Fe_{bulk} der beiden Betone mit Quarzmehl (Betone M1 und M7) sowie der drei Betone mit Kalksteinmehl (Betone M4 bis M6) als Zusatzstoff kann zunächst festgehalten werden, dass Differenzen im Eisengehalt von bis zu $\pm 0,4$ M.-% nicht als signifikant zu beurteilen sind. Daher kann anhand der EDX-Analysen bestenfalls für den Beton M1 ein geringfügiger Abrieb von vereinzelt Profilspitzen oder die Konzentration von eisenhaltigen Stoffen im Verbundbereich geschlussfolgert werden. Die Differenzen im Eisengehalt liegen bei den verbleibenden Betonen nicht signifikant über der abgeleiteten Grenze von $\pm 0,4$ M.-%.

Bei den unbehandelten Stahlfasern kommt es somit zu keinem bzw. nur zu einem sehr geringfügigen Verschleiß der Faseroberfläche

während des Faserauszugs.

Mechanisch aufgeraute Stahlfasern

Um den Einfluss der Oberflächentopographie der Stahlfasern auf das Verbundverhalten zu untersuchen, wurden unbehandelte Stahlfasern per Hand mit Hilfe von Schmirgelleinen unterschiedlicher Körnung (K40, K80 und K180) aufgeraut. Um eine möglichst vergleichbare Aufrauung zu erzielen, wurde jede untersuchte Faser vor dem Einbau in die Schalung mit einem eigenen Stück Schmirgelleinen, welches eine Breite von 2 cm aufwies, 10 Mal entlang der Faserachse bearbeitet, siehe auch Bild A.5 im Anhang A. Einen Eindruck der resultierenden Oberflächentopographie bei Verwendung eines Schmirgelleinens der Körnung K180 gibt exemplarisch Bild 2.22. In

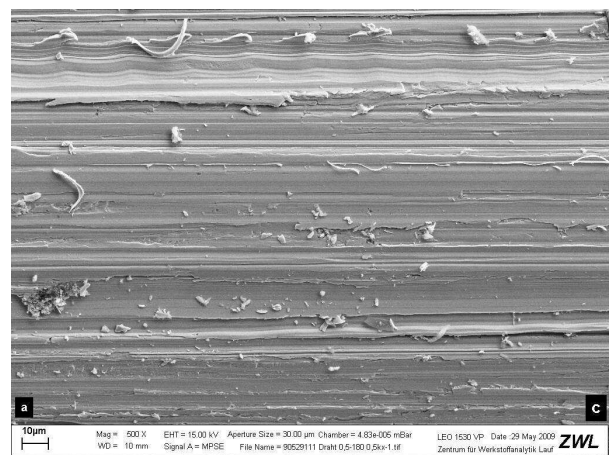


Bild 2.22: REM-Aufnahme einer aufgerauten Stahlfaser vor dem Versuch, Vergrößerung 500-fach

der REM-Aufnahme sind die Riefen parallel zur Faserachse, welche durch das Entlangziehen des Schmirgelleinens entstehen, deutlich zu erkennen. Auf der Faseroberfläche verbleiben auch einige „Mikrospäne“, welche zum Teil noch mit der Faser verbunden sind. Die resultierende Oberflächentopographie wurde mit Hilfe eines Konfokalmikroskops untersucht. Je Variante der Körnung wurden 45 Messstrecken à 233 µm Länge parallel zur Faserachse aufgenommen. Die arithmetischen Mittelwerte der gemittelten Rautiefe R_z , der mittleren Glättungstiefe R_p und der mittleren Riefentiefe R_v können Tabelle 2.19 entnom-

Tabelle 2.19: Mittlere Topographiekennwerte [μm] in Faserlängsrichtung in Abhängigkeit der Körnung des Schmirgelleinens

Körnung	R_z	R_p	R_v
K40	3,17	1,30	1,87
K80	2,65	0,72	1,93
K180	3,20	1,47	1,73

men werden. Ausreißer wurden mit Hilfe des Verfahrens von Rosner¹³¹ ermittelt und bei der Berechnung der Mittelwerte nicht berücksichtigt. Trotz einer sorgfältigen mechanischen Bearbeitung und des Herausfilterns von Ausreißern weisen die Topographiekennwerte Variationskoeffizienten von rd. 25 bis 60% auf. Die Unterschiede zwischen den berechneten Kennwerten der drei Körnungen können daher nicht als signifikant bezeichnet werden. Ein Zusammenhang zwischen Körnung und Variationskoeffizienten der Topographiekennwerte konnte nicht festgestellt werden.

In Faserquerrichtung wurden die Topographiekennwerte orientierend nur bei der Körnung K40 ermittelt. Die gemittelte Rautiefe R_z liegt bei rd. 12,1 μm , die mittlere Glättungstiefe R_p und die mittlere Riefentiefe R_v liegen bei je rd. 6,0 μm . Die Variationskoeffizienten bewegen sich in einer ähnlichen Größenordnung wie bei den Kennwerten in Faserlängsrichtung.

Die starken Streuungen der Topographiekennwerte lassen nach Meinung des Verfassers keine weitergehenden Interpretationen der Ausziehversuche mit aufgerauten Fasern - wie z.B. in Form eines Zusammenhangs zwischen gemittelter Rautiefe und Verbundfestigkeit - zu. Dennoch wurden von den Faseroberflächen nach dem pull-out-Versuch REM-Bilder angefertigt. Bild 2.23 zeigt die REM-Aufnahme eines ursprünglich eingebetteten Endes einer Faser (Durchmesser 0,48 mm, Beton M1, Schmirgelleinens der Körnung K40) nach dem pull-out-Versuch.

¹³¹ Rosner: Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure.

Neben den z.T. noch vorhandenen Riefen

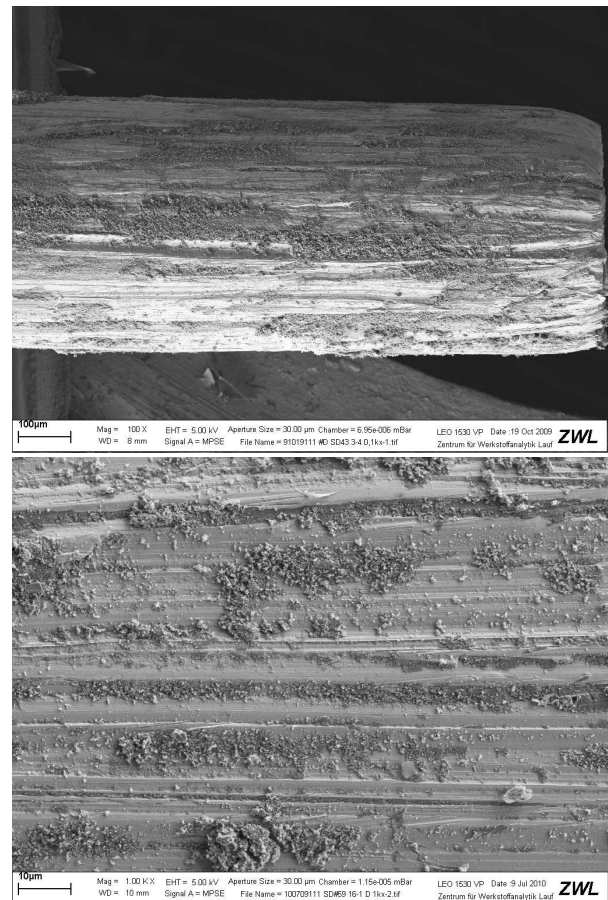


Bild 2.23: REM-Aufnahme einer aufgerauten Stahlfaser (K40) nach dem pull-out-Versuch, oben: Vergrößerung 100-fach; unten: Vergrößerung 1.000-fach

in der Faseroberfläche ist an vielen Stellen anhaftende, d.h. vermutlich abgescherte Matrix in Form von einzelnen Partikeln oder Partikelagglomeraten sowohl auf den glatten Bereichen der Oberfläche als auch in den Riefen zu erkennen. Die Frage, inwieweit die einzelnen Partikel und Partikelagglomerate Teil einer Verzahnung sind, kann anhand der REM-Aufnahmen nicht beantwortet werden. Darüber hinaus kann bestenfalls im Rückstreu-elektronenmodus festgestellt werden, welche der auf der Faseroberfläche anhaftenden Partikel auf einen Abrieb von Profilspitzen zurückzuführen sind, siehe exemplarisch Bild 2.24 eines Faserkanals nach dem pull-out-Versuch. Die hellen Bereiche entsprechen Eisenpartikeln, die während des Faserauszugs von der Faseroberfläche abgerieben wurden

und an der Matrix des Faserkanals anhaften. Die Eisenpartikel können entweder von den „Mikrospänen“ oder von abradierten Profilspitzen herrühren. Rückstreuелеktronenaufnahmen wurden jedoch von den Faseroberflächen nicht angefertigt. Aus den oben genannten Gründen wurde eine Auswertung der REM-Aufnahmen von den aufgerauten Fasern mit Hilfe der Bildanalysesoftware nicht durchgeführt. Die Kanäle der Fasern in

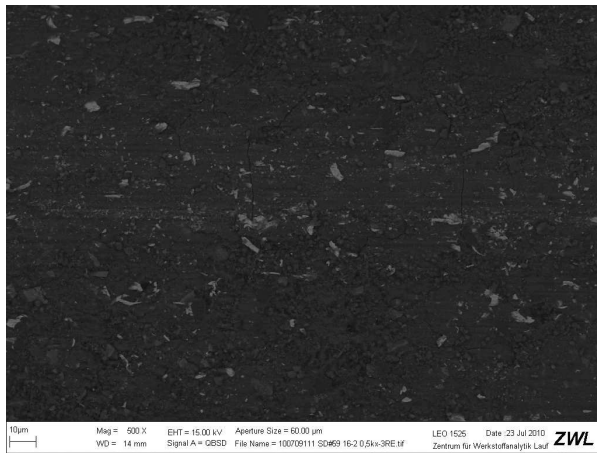


Bild 2.24: REM-Aufnahme im Rückstreuелеktronenmodus eines Faserkanals nach dem pull-out-Versuch; Beton M1, aufgeraute Stahlfaser (K40), Vergrößerung 500-fach

der Matrix wurden jedoch orientierend mit Hilfe der EDX-Analysen auch hinsichtlich des Eisengehalts untersucht. Bild 2.25 zeigt die Differenz des Eisengehalts zwischen Grenzfläche (ITZ) und ungestörter Matrix (bulk) in Abhängigkeit der festgestellten maximalen Faserausziehkraft (Faserdurchmesser: 0,48 mm, Verbundlänge: 5 mm). In dem Diagramm sind jeweils die höchsten und niedrigsten Werte zu einer Grenzlinie verbunden. Außerhalb der unteren Grenzlinie liegt lediglich die Variante des Betons M8 mit unbehauelter, d.h. glatter Faser; darauf wird an späterer Stelle im Detail eingegangen. Dem Verfasser ist bewusst, dass in Bild 2.25 Betone mit z.T. völlig unterschiedlicher Ausbildung der Kontaktzone Faser/Matrix und unterschiedlichen Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche in einem Diagramm dargestellt werden. Eine Vergleichbarkeit der Betone im Hinblick auf den

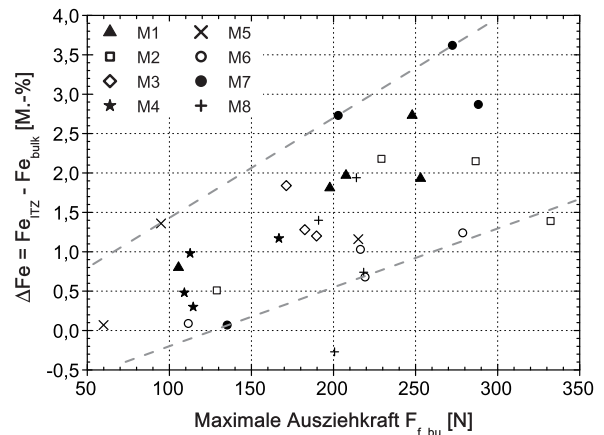


Bild 2.25: Differenz aus Eisengehalt im Verbundbereich (ITZ) und der ungestörten Matrix (bulk) in Abhängigkeit der festgestellten maximalen Faserkraft im pull-out-Versuch

Einfluss der Topographie der Faseroberfläche und des resultierenden Verschleißes auf die übertragbaren Verbundkräfte ist daher nicht gegeben. Dennoch kann grundsätzlich ein tendenzieller Zusammenhang zwischen der Differenz des Eisengehalts und der maximalen Faserausziehkraft festgestellt werden. Bei den Betonen M1 bis M7 entspricht die jeweils niedrigste Ausziehkraft der Variante mit unbehauelter glatter Faser. Die zugehörigen Ausziehkraften liegen im Bereich von rd. 80 N bis 135 N, vgl. auch Bild 2.9. Die festgestellten maximalen Ausziehkraften von rd. 200 N bis 350 N, d.h. die z.T. stattfindende Verdopplung der maximalen Ausziehkraften, sind vermutlich auf die Vergrößerung der Verbundfläche sowie auf eine bessere Verzahnung zwischen Matrix und Faseroberfläche zurückzuführen. Die bessere Verzahnung kann qualitativ anhand des höheren Anteils an Matrixresten auf der Faseroberfläche nach dem Faserauszug belegt werden. Daher erscheinen weiterführende Untersuchungen mit optimierten Fasertopographien zur gezielten Einstellung einer Mikroverzahnung in Abhängigkeit der Partikelpackung in der Grenzfläche als sinnvoll.

2.8. Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC

2.8.1. Vorbemerkungen

Betrachtet man zwei in Kontakt stehende Körper, so wird unter Adhäsion im allgemeinen die Kraft (senkrecht zu den Oberflächen) verstanden, welche zur Separierung der beiden Körper notwendig ist. Die mit dieser Kraft verbundenen anziehenden Wechselwirkungen werden auf die sogenannte mechanische und spezifische Adhäsion zurückgeführt.^{132, 133} Die spezifische Adhäsion kann nochmals in die chemische (abhängig von den Hauptvalenzbindungen) und die physikalische (abhängig von den Nebenvalezenbindungen) Adhäsion unterteilt werden. Zur physikalischen Adhäsion zählen u.a. die van-der-Waals-Wechselwirkungen sowie Säure-Base-Interaktionen.¹³² Eine „mechanische Adhäsion“ entsteht z.B. durch das Füllen von Poren in einer Oberfläche mit einem flüssigen Klebstoff und der damit verbundenen mechanischen Verankerung (entspricht im Wesentlichen einer Verzahnung).

Zur gegenseitigen lateralen Verschiebung zweier ideal glatter Körper im Kontakt wird eine Kraft F_{\parallel} benötigt, die i.d.R. mit dem Überbegriff „statische Reibungskraft“ bezeichnet wird. Die statische Reibungskraft resultiert nach heutigem Verständnis aus der lastunabhängigen Adhäsion und der lastabhängigen Haftreibung, siehe z.B. Israelachvili¹³⁴. Für zwei ideal glatte Oberflächen im Kontakt ergibt sich für die statische Reibungskraft F_{\parallel} demnach:¹³⁴

$$F_{\parallel} = F_{\mu} + F_{ad} = \mu_H^* \cdot F_{\perp} + \tau_{cr,ad} \cdot A_{c,n} \quad (2.22)$$

mit:

F_{\parallel} [N]	: „statische Reibungskraft“
μ_H^* [-]	: querdruckabhängiger Haftreibungskoeffizient
$\tau_{cr,ad}$ [N/mm ²]	: adhäsionsabh. Scherfestigkeit
$A_{c,n}$ [mm ²]	: tats. Kontaktfläche
F_{μ} [N]	: querdruckabhängige Reibungskraft
F_{ad} [N]	: Adhäsionskraft
F_{\perp} [N]	: Kraft normal zur Kontaktfläche

Der in Gleichung (2.22) enthaltene adhäsionsabhängige Term wird demnach im Wesentlichen durch die Topographie der Oberflächen, d.h. durch die resultierende tatsächliche Kontaktfläche sowie durch die interatomaren bzw. -molekularen Wechselwirkungen (chemische und physikalische Adhäsion) kontrolliert.¹³⁴ Der für die Haftreibung stehende erste lastabhängige Term in Gleichung (2.22) kann mit den in Kapitel 2.3.4 und in Kapitel 2.6 erläuterten Eingangsgrößen berechnet werden.

Im Folgenden wird eine vereinfachte Möglichkeit zur Abschätzung der Adhäsionskraft erläutert. Hierzu wird zunächst auf die physikalische Größe der Oberflächenenergie γ und der Adhäsionsarbeit W_{ad} eingegangen; beide sind direkt mit den interatomaren und -molekularen Wechselwirkungen verbunden.

Die Differenz aus den tatsächlich gemessenen Verbundkräften und den bisher ermittelten Kräften (Haftreibung und Mikroverzahnung) wird im Rahmen dieser Arbeit vereinfachend der Adhäsion zwischen Faser und Matrix zugeschrieben.

2.8.2. Oberflächenenergie und Adhäsionsarbeit

Berühren sich zwei Körper, bestehend aus Material 1 und 2, an ihren ideal glatten ebenen Grenzflächen unter anziehenden Wech-

¹³² Park u. Seo: Solid-solid interfaces.

¹³³ Müller u. Rath: Formulierung von Kleb- und Dichtstoffen. Das komplette Lehrbuch für Studium und Praxis (s. Kapitel 2, S. 25 ff.).

¹³⁴ Israelachvili: Intermolecular and surface forces (Kapitel 18, S. 473 ff.).

selwirkungen, so wird die Arbeit zur Separierung der beiden Körper als Adhäsionsarbeit W_{ad} bezeichnet. Sie kann bei vorwiegend dispersionsabhängiger Wechselwirkung, d.h. bei induzierter-Dipol-induzierter-Dipol-Kräften, wie sie bei polarisierbaren Molekülen auftreten, vereinfachend aus dem Dispersionsanteil der spezifischen Oberflächenenergien γ_i^d der beiden Stoffe abgeschätzt werden:^{135, 136}

$$W_{ad} = W_{12} = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12} \approx \sqrt{W_1^d \cdot W_2^d} \approx 2\sqrt{\gamma_1^d \cdot \gamma_2^d} \quad (2.23)$$

mit:

W_{ad} [mJ/m²]: Adhäsionsarbeit

γ_1 [mJ/m²]: spez. Oberflächenenergie Stoff 1

γ_2 [mJ/m²]: spez. Oberflächenenergie Stoff 2

γ_{12} [mJ/m²]: spez. Grenzflächenenergie der Stoffe 1 und 2

γ_1^d [mJ/m²]: dispersionsabh. Anteil von γ_1

γ_2^d [mJ/m²]: dispersionsabh. Anteil von γ_2

W_{12} [mJ/m²]: spez. Grenzflächenarbeit der Stoffe 1 und 2

W_1^d [mJ/m²]: dispersionsabh. Anteil der spez. Oberflächenarbeit Stoff 1

W_2^d [mJ/m²]: dispersionsabh. Anteil der spez. Oberflächenarbeit Stoff 2

Inwieweit im vorliegenden Fall einer Stahlfaser - ggf. mit Galvanisierung - in Kontakt mit der UHPC-Matrix davon ausgegangen werden kann, dass der Dispersionsanteil γ_i^d die Wechselwirkungen bestimmt, kann nicht ohne Weiteres beantwortet werden. Dennoch wird

Gleichung (2.23) zur vereinfachten Abschätzung der Adhäsionsarbeit im Rahmen dieser Arbeit herangezogen. Weitere Ansätze zur Abschätzung von W_{ad} sowie eine Diskussion dieser Ansätze können Anhang J entnommen werden.

Zur Abschätzung der spezifischen Adhäsionsarbeit zwischen der Stahlfaseroberfläche und der UHPC-Matrix werden basierend auf den Ausführungen in Anhang J folgende vereinfachenden Annahmen getroffen:

- Alle Oberflächen im UHPC-Gefüge sind mit einer einmolekularen Wasserschicht belegt.
- Die anziehende Wechselwirkung basiert im Wesentlichen auf der Dispersionswirkung, d.h. es gilt Gleichung (2.23).
- $\gamma_{Stahlfaser} \approx 780$ mJ/m²
- $\gamma_{UHPC} \propto$ Volumenanteil V_i der Ausgangsstoffe und Hydratationsgrad α_i .

Die spezifische Oberflächenenergie der UHPC-Matrix γ_{UHPC} wird vereinfachend als Mittelwert aus den Volumenanteilen der Feinststoffe mit einem Korndurchmesser bis 100 μ m (d.h. ohne Quarzsand) unter Berücksichtigung der Anteile der reagierten Bestandteile (CSH) des Zements, des Silikastaubs und des Hütten sandmehls berechnet:

$$\gamma_{UHPC} \approx \gamma_{CSH}^* + \gamma_{CEM}^* + \gamma_{SF}^* + \gamma_{HSM}^* + \gamma_{QM}^* + \gamma_{KSM}^* \quad (2.24)$$

mit:

γ_{UHPC} [mJ/m²]: mittlere spez. Oberflächenenergie von UHPC

γ_i^* [mJ/m²]: spez. Oberflächenenergie Stoff i bezogen auf seinen Anteil am betrachteten Gesamtvolumen

Hierbei bezeichnet γ_i^* die auf den Anteil am betrachteten Gesamtvolumen V_i/V_{ges} bezogene spezifische Oberflächenenergie des

¹³⁵ Kinloch: Adhesion and adhesives. Science and technology (Seite 29).

¹³⁶ Israelachvili: Intermolecular and surface forces (s. Kapitel 17, S. 417).

Stoffs i ; im Falle einer inerten Komponente (hier: Quarz- und Kalksteinmehl) ergibt sich:

$$\gamma_{i,\text{inert}}^* = \frac{V_i}{V_{\text{ges}}} \cdot \gamma_i \quad (2.25)$$

Für die reaktiven Komponenten (Zement, Silikastaub, Hüttensandmehl) ergeben sich unter Berücksichtigung des Hydratationsgrads α_i , der vereinfachend mit Hilfe von ^{29}Si -NMR-Analysen bestimmt wurde, folgende Gleichungen:

$$\gamma_{i,\text{nicht reagiert}}^* = \frac{V_i}{V_{\text{ges}}} \cdot \gamma_i \cdot (1 - \alpha_i) \quad (2.26)$$

bzw.

$$\gamma_{i,\text{reagiert}}^* = \frac{V_i}{V_{\text{ges}}} \cdot \gamma_{\text{CSH}} \cdot \alpha_i \quad (2.27)$$

Der gewählte volumetrische Ansatz muss als starke Vereinfachung betrachtet werden. Nach Ansicht des Verfassers sollten die tatsächlichen Adhäsionsanteile der einzelnen Komponenten der Matrix anhand des jeweiligen Flächenanteils in der Grenzfläche Faser/Matrix berücksichtigt werden. Dazu müssten jedoch die Größen der jeweiligen Kontaktflächen bekannt sein. Da eine Abschätzung der Kontaktflächen nicht ohne Weiteres möglich ist, wird im Folgenden der volumetrische Ansatz weiterverfolgt. Zur Berechnung von γ_{UHPC} wurden folgende Oberflächenenergien γ_i angesetzt, zur Erläuterung siehe Literatursichtung in Anhang J:

- Zement: $\gamma_{\text{CEM}} \approx 60 \text{ mJ/m}^2$
- Hüttensandmehl: $\gamma_{\text{HSM}} \approx 60 \text{ mJ/m}^2$
- Silikastaub: $\gamma_{\text{SF}} \approx 130 \text{ mJ/m}^2$
- Quarzmehl: $\gamma_{\text{QM}} \approx 60 \text{ mJ/m}^2$
- Kalksteinmehl: $\gamma_{\text{KSM}} \approx 160 \text{ mJ/m}^2$
- CSH: $\gamma_{\text{CSH}} \approx 450 \text{ mJ/m}^2$.

Der Hydratationsgrad des Zements, des Hüttensandmehls und des Silikastaubs wurde mit Hilfe von ^{29}Si -NMR-Messungen ermittelt. Die Ergebnisse können Tabelle 2.20 entnommen werden. Die mittlere Oberflächenenergie

Tabelle 2.20: Hydratationsgrade α_i [%] der reaktiven Bestandteile (Z, SF, HSM), rechnerisch ermittelte spezifische Oberflächenenergie γ_i^* [mJ/m²] und spezifische Adhäsionsarbeit W_{ad} [mJ/m²] der untersuchten Betone

Beton	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
$\alpha_Z^{1)}$	45	44	33	42	43	33	55	32
$\alpha_{\text{SF}}^{2)}$	81	54	73	76	76	79	76	83
$\alpha_{\text{HSM}}^{3)}$	-	-	31	-	-	-	-	16
γ_{CSH}^*	238	242	249	231	234	218	252	195
γ_{CEM}^*	11	14	14	12	12	14	9	4
γ_{SF}^*	2	6	3	3	3	3	3	2
γ_{HSM}^*	0	0	9	0	0	0	0	10
γ_{QM}^*	13	8	0	0	0	0	13	0
γ_{KSM}^*	0	0	0	34	34	34	0	45
γ_{UHPC}	265	269	275	280	283	269	277	255
W_{ad}	909	916	926	935	940	917	930	893

1) Z: Zement

2) SF: Silikastaub

3) HSM: Hüttensandmehl

γ_{UHPC} kann somit für den jeweiligen Beton nach Gleichung (2.24) bis Gleichung (2.27) berechnet werden. Die resultierende rechnerische spezifische Oberflächenenergie γ_{UHPC} sowie die spezifische Adhäsionsarbeit W_{ad} zwischen der Stahlfaser und der UHPC-Matrix sind für jeden der acht untersuchten Betone ebenfalls in Tabelle 2.20 zusammengefasst. Die in Tabelle 2.20 genannten Adhäsionsarbeiten W_{ad} gelten für ideale ebene Flächen unendlicher Ausdehnung und ohne jede Mikrorauigkeit. Werden z.B. kugelförmige Partikel betrachtet, so müssen die resultierenden Adhäsionskräfte $F_{ad,K-K}$ aus der Adhäsionsarbeit W_{ad} unter Anwendung entsprechender Modelle abgeleitet werden; die Abschätzung derartiger Adhäsionskräfte ist Gegenstand des folgenden Abschnitts.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die vereinfachend berechneten Ad-

häsionsarbeiten zwischen Stahlfaser und UHPC als ingenieurmäßige Abschätzung der thermodynamischen Wechselwirkungsmechanismen zu verstehen sind. Eine starke Vereinfachung bei der Berechnung der spezifischen Oberflächenenergie der UHPCs stellt u.a. die Annahme dar, dass reagierte und unreaktierte Anteile der reaktiven Bestandteile der UHPC-Matrix im Kontakt mit der Stahlfaser stünden. In Realität befindet sich vermutlich der Großteil der unreaktierten Anteile im Kern der Zement-, Silikastaub- oder Hüttensandmehlpartikel, umgeben von einem Reaktionssaum aus CSH-Phasen. Die Kernbereiche der reaktiven Partikel dürften daher nur selten Kontakt mit der Stahlfaser haben. Die zusammengetragenen Oberflächenenergien zeigen, dass der maßgebende Anteil der Adhäsion offenbar von den CSH-Phasen herrührt. In Ermangelung genauerer Kenntnisse zu den tatsächlich mit der Stahlfaser in Kontakt stehenden Partikeln werden die vorgenannten Adhäsionsarbeiten W_{ad} jedoch im Weiteren zur vereinfachten Abschätzung der Adhäsionskräfte herangezogen.

2.8.3. Berechnung von Adhäsionskräften

Die Adhäsionskraft zwischen der Stahlfaser und der UHPC-Matrix wird vereinfachend nach der sogenannten JKR-Theorie berechnet, siehe Erläuterungen in Anhang J. Dies bedeutet, dass ein Kontaktsystem bestehend aus einer ebenen Fläche (Stahlfaseroberfläche) und einer Kugel (d.h. einem Partikel der Ausgangsstoffe oder einem „CSH-Partikel“), beide mit ideal glatter Oberfläche, betrachtet wird. Eine Mikrorauigkeit auf der Oberfläche wird somit vernachlässigt. Die Adhäsionskraft $F_{ad,E-K}$ wird entsprechend der JKR-Theorie aus dem Radius r_k der betrachteten Kugel und der spezifischen Adhäsionsarbeit W_{ad} berechnet, siehe z.B. Johnson¹³⁷:

$$F_{ad,E-K} = -3/2 \cdot \pi \cdot W_{ad} \cdot r_k \quad (2.28)$$

Zur ersten Abschätzung der gesamten Adhäsionskraft zwischen Stahlfaser und UHPC $F_{f,ad}$

wird vereinfachend von einer dichten Packung monodisperser Kugeln auf der im Verbund stehenden Oberfläche der Stahlfaser A_b ausgegangen. Die Anzahl an Kugeln n_k kann in Abhängigkeit des Kugelradius r_k anhand von geometrischen Überlegungen berechnet werden; hierzu wird die Fläche einer Zelle A_{unit} , die von einer Kugel belegt wird, berechnet. Die Anzahl an Kugeln n_k entspricht dann dem Verhältnis aus der nominellen Verbundfläche der Stahlfaser und der Fläche der Zelle: $n_k = A_b/A_{unit} = A_b/(4 \cdot r_k^2 - 2 \cdot r_k^2 \cdot (2 - \sqrt{3}))$. Für die gesamte Adhäsionskraft ergibt sich dann:

$$F_{f,ad} = -n_k \cdot 3/2 \cdot \pi \cdot W_{ad} \cdot r_k = -\frac{3 \cdot l_b \cdot r_f \cdot \pi^2}{r_k \cdot \sqrt{12}} \cdot W_{ad} \quad (2.29)$$

mit:

- $F_{f,ad}$ [mN] : Adhäsionskraft zwischen Stahlfaser und UHPC
- l_b [mm] : Verbundlänge der Faser
- r_f [mm] : Radius der Faser
- r_k [µm] : Radius der Partikel an der Faseroberfläche
- W_{ad} [mJ/m²] : spezifische Adhäsionsarbeit

Die gesamte Adhäsionskraft ist somit proportional zum inversen Radius der Partikel, die im Kontakt mit der Stahlfaser stehen. Beträgt der Radius der Kugeln beispielsweise $r_k = 5$ nm, so ergibt sich bei einer spezifischen Adhäsionsarbeit von $W_{ad} = 920$ mJ/m² eine gesamte rechnerische Adhäsionskraft von rd. $F_{f,ad} = 3.775$ N (Faserdurchmesser: 0,48 mm; Verbundlänge: 5 mm). Bei Kugeln des Durchmessers $r_k = 200$ nm würde die rechnerische Adhäsionskraft hingegen rd. $F_{f,ad} = 94$ N betragen.

Aus den experimentell bestimmten, maximalen Faserausziehkräften $F_{f,bu}$ der untersuchten Betone sowie den rechnerischen Faserzugkräften infolge Reibung $F_{f,\mu}$ und

¹³⁷ Johnson: Contact mechanics (s. Kapitel 5.5, S. 125 ff.).

Tabelle 2.21: Experimentell bestimmte maximale Verbundkraft $F_{f, bu}$, rechn. Faserkraft infolge Reibung $F_{f, \mu}$, rechn. Faserkraft infolge Mikroverzahnung $F_{f, mv}$ sowie resultierende rechn. Faserkraft infolge Adhäsion $F_{f, ad}$ und zugehöriger Kugeldurchmesser D_k

Beton	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
[N]								
$F_{f, bu}$	110	129	117	110	79	112	135	201
$F_{f, \mu}$	4	5	4	4	4	4	4	3
$F_{f, mv}$	86	118	85	99	54	78	97	106
$F_{f, ad}$	20	6	28	7	21	29	34	92
[μm]								
D_k	0,9	3,1	0,7	2,7	0,9	0,6	0,6	0,2

Mikroverzahnung $F_{f, mv}$ können die rechnerisch notwendigen Faserzugkräfte infolge Adhäsion $F_{f, ad}$ sowie die korrespondierenden Durchmesser D_k der in Kontakt stehenden monodispersen Kugeln abgeschätzt werden. Die Ergebnisse dieser Abschätzung sind in Tabelle 2.21 zusammengefasst. Die unter den getroffenen Annahmen rechnerisch notwendigen Kugeldurchmesser D_k liegen zwischen rd. 0,2 μm und 3,1 μm . Trägt man die rechnerisch erforderlichen Adhäsionskräfte $F_{f, ad}$ in Abhängigkeit der rechnerischen Packungsdichte $\gamma_{m, o. Sand}$ der Betone auf, so ergibt sich ein tendenzieller Zusammenhang, siehe Bild 2.26. Trotz z.T. völlig verschiedener Betonzusammensetzungen und der Berücksichtigung unterschiedlicher Anteile der Mechanismen Mikroverzahnung und Reibung kann zwischen der erforderlichen Adhäsionskraft und der Packungsdichte der Feinstanteile der Ausgangsstoffe ein tendenzieller Zusammenhang aufgestellt werden. Mit geringer werdender geometrisch maximaler Packungsdichte $\gamma_{m, o. Sand}$ steigt die rechnerisch erforderliche Adhäsionskraft $F_{f, ad}$ einer parabolischen Fitkurve folgend an.

Eine weitergehende Interpretation zur Adhäsion erfolgt im Rahmen der Arbeit nicht;

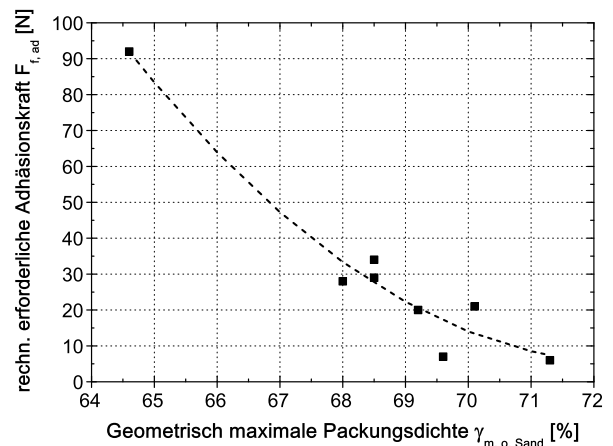


Bild 2.26: Rechnerisch erforderliche Adhäsionskraft $F_{f, ad}$ in Abhängigkeit der geometrisch maximalen Packungsdichte $\gamma_{m, o. Sand}$ der Feinstanteile der untersuchten Betone

wegen der bereits bei der Reibung und Mikroverzahnung an mehreren Stellen getroffenen Annahmen kann letztlich die Plausibilität der rechnerisch erforderlichen Adhäsionskräfte nicht mit Sicherheit beurteilt werden. Die Ausführungen zeigen jedoch, dass die Adhäsion unter den getroffenen Annahmen zur Oberflächenenergie und der Partikelgeometrie durchaus einen nennenswerten Beitrag zur Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix leisten kann. Weist die Oberfläche der Stahlfasern eine ausgeprägte Mikrorauigkeit auf, so ist die Adhäsion abhängig von dem „Zusammenpassen“ der Partikel und der Topographie der Faseroberfläche. Eine rechnerische Abschätzung der Adhäsion ist in einem derartigen Fall mit einer Reihe weiterer Fragestellungen verbunden, die nicht ohne Weiteres beantwortet werden können.

2.9. Zusammenfassung zur Kraftübertragung bei geradem Faserauszug

Die Kraftübertragung zwischen Stahlfasern und UHPC kann auf die drei Mechanismen Adhäsion, Mikroverzahnung und Reibung zurückgeführt werden. Für glatte, unbehandelte Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm mit einer Verbundlänge von 5 mm sind die rechnerisch abgeschätzten Anteile der drei o.g. Mechanismen an der experimentell bestimmten maximalen Faserzugkraft in Bild 2.27 dargestellt. Eine auf die jeweilige

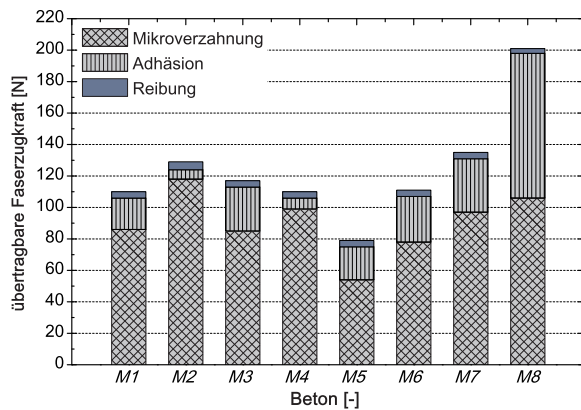


Bild 2.27: Aufteilung der maximal übertragbaren Faserzugkraft auf die drei Mechanismen Adhäsion, Mikroverzahnung und Reibung, Fasern $\varnothing_f = 0,48$ mm, Verbundlänge $l_b = 5$ mm

maximale Faserzugkraft normierte Darstellung enthält Bild 2.28. Der Mechanismus der Reibung, welcher nur die Wirkung von Radialdruckspannungen an der Faser Oberfläche widerspiegelt, trägt, unabhängig vom untersuchten Beton, unter 5% zu den maximal übertragbaren Faserzugkräften bei. Der Reibungsanteil lässt sich nur erhöhen, wenn höhere Radialdruckspannungen z.B. infolge behinderter Schwindverformung oder ein höherer querdruckabhängiger Reibungskoeffizient erreicht werden. Eine größere Schwindverformung bzw. damit verbunden größere Zwangspannungen sind in den meisten baupraktischen Anwendungsfällen jedoch nicht erwünscht. Höhere Radialdruckspannungen können darüber hinaus nur

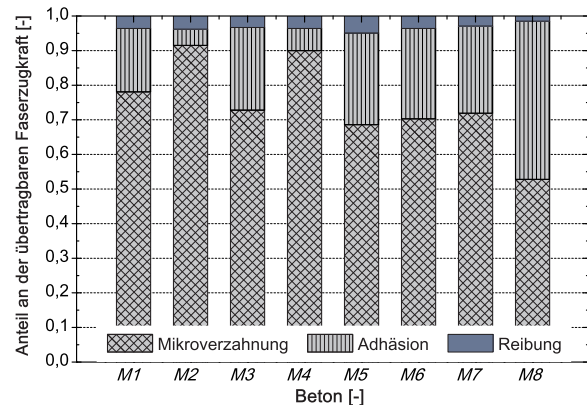


Bild 2.28: Aufteilung der maximal übertragbaren Faserzugkraft auf die drei Mechanismen Adhäsion, Mikroverzahnung und Reibung, normiert dargestellt, Fasern $\varnothing_f = 0,48$ mm, Verbundlänge $l_b = 5$ mm

durch die Verwendung von Fasern mit einer stark unterschiedlichen Wärmedehnzahl im Vergleich zur Matrix und entsprechender Wärmebehandlung erzielt werden. Der querdruckabhängige Reibungskoeffizient kann als Werkstoffkenngröße bezeichnet werden, die nach Ansicht des Verfassers nur in einem sehr engen Spektrum verändert werden kann. Die von einigen Autoren genannten, rechnerisch ermittelten hohen Radialdruckspannungen von mehr als 50 N/mm^2 für normalfeste Mörtel sind nach Meinung des Verfassers auf unvollständige Modelle der Kraftübertragung zurückzuführen.

Adhäsionskräfte, d.h. anziehende Wechselwirkungen auf molekularer und atomarer Ebene, tragen bei den in dieser Arbeit untersuchten Variationen rechnerisch zwischen rd. 5% und 46% zu den maximal übertragbaren Faserzugkräften bei. Zwischen den rechnerisch abgeschätzten Adhäsionskräften und der maximalen Packungsdichte der Feinstoffe konnte ein tendenzieller Zusammenhang hergestellt werden. Mit geringerer maximaler Packungsdichte nehmen die rechnerisch abgeschätzten Adhäsionskräfte zwischen Stahlfaser und UHPC-Matrix zu. Eine Verringerung der Packungsdichte kann entweder auf einen sogenannten loosening-effect, d.h. einen zu großen Anteil sehr feiner Partikel,

oder auf deutlich zu wenig feine Partikel zur Füllung der Zwickel zurückgeführt werden. Kommt es wie bei den untersuchten Betonen M6 bis M8 zu einem loosening-effect, so stehen für die Anlagerung an der Störfläche der Faseroberfläche automatisch feine Partikel bereit; in diesem Fall werden somit die Hohlräume im Korngerüst unmittelbar an der Faseroberfläche gefüllt. Damit erhöht sich die Packungsdichte in der Grenzfläche, so dass über eine größere Anzahl von tatsächlichen Kontaktstellen anziehende Wechselwirkungen stattfinden können. Die Anreicherung sehr feiner Partikel in der Grenzfläche bei geringer maximaler Packungsdichte wurde im Rahmen der Arbeit experimentell mit Hilfe von EDX-Analysen indirekt nachgewiesen.

Die Untersuchung der Oberfläche der Stahlfasern mit Hilfe von REM-Aufnahmen zeigte unregelmäßige Vertiefungen, welche offensichtlich aus dem Drahtziehprozess, d.h. der Herstellung des Stahldrahtes herrühren. Weitere Analysen der Faseroberflächen nach dem pull-out-Versuch ließen je nach Beton unterschiedliche Füllgrade der Vertiefungen mit Partikeln bzw. UHPC-Matrix vermuten. Die gefüllten Bereiche können als „UHPC-Mikrorippe“ interpretiert werden, die einen gewissen Formschluss mit der umgebenden Matrix gewährleistet. Zu Beginn der Faserbelastung dürften sich die Rippen zunächst elastisch verformen; bei Erreichen der maximal übertragbaren Faserzugkraft kann davon ausgegangen werden, dass die Rippen gerade abgeschert wurden. Die Scherfläche ist - in Analogie zu der von Mörsch aufgestellten Theorie der Scherfestigkeit von Beton - nicht glatt, so dass weitere Scherkräfte über die nun feinere Verzahnung übertragen werden können. Die Scherfestigkeit der Rippen wird von den mechanischen Eigenschaften des UHPC und dem Spannungszustand um die Rippen herum beeinflusst. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Scherfestigkeit der „UHPC-Mikrorippen“ vereinfachend basierend auf der Theorie von Mohr aus einer parabelförmigen Bruchgrenze als Einhüllende der Spannungskreise (ebener Spannungszustand) abgeschätzt. Die wirkenden Radialdruck-

spannungen wurden hierbei berücksichtigt und führen zu einer effektiv höheren Scherfestigkeit. Eine Vergrößerung der mechanisch wirksamen Schwindverformungen würde somit nicht nur den Anteil der Reibung, sondern indirekt auch den Anteil der Mikroverzahnung an der gesamten Kraftübertragung erhöhen; dies gilt selbstverständlich nur so lange, bis die Verzahnung auf Seiten der Stahlfaser versagt. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Varianten wurde ein Anteil der Mikroverzahnung an der maximal übertragbaren Faserzugkraft von rd. 50% bis 90% abgeschätzt. Die Mikroverzahnung zwischen der Faser und der Matrix ist damit der wichtigste Mechanismus im Hinblick auf die Kraftübertragung. Ein Zusammenhang zwischen der Partikelpackung und den Faserzugkräften infolge Mikroverzahnung konnte nicht hergestellt werden. Der Grad der Verzahnung ist nach Ansicht des Verfassers u.a. von der Kompatibilität der Partikel mit den Abmessungen der Vertiefungen abhängig.

Zusammenfassend kann zum Verbund und zur Kraftübertragung zwischen Stahlfasern und UHPC bei geradem Faserauszug Folgendes festgehalten werden:

1. Bestehende Modelle der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix berücksichtigen i.d.R. nur den Mechanismus der Reibung; sie sind nicht in der Lage, die Kraftübertragung mit realistischen Parametern zu beschreiben.
2. Das Konzept der kritischen Energiefreisetzungsrate der Verbundfuge ist in der Lage, das Verbundverhalten in Abhängigkeit des Faserdurchmessers auch bei UHPC abzubilden; welche Mechanismen für die Kraftübertragung jedoch verantwortlich sind, kann mit diesem Konzept nicht beantwortet werden.
3. Wenn möglich bzw. vorhanden, lagern sich sehr feine Partikel an der Faseroberfläche an; ein hoher Anteil sehr feiner Partikel begünstigt damit das Gefüge in der Grenzfläche; die

- Anreicherung sehr feiner Partikel kann experimentell indirekt mit Hilfe von EDX-Analysen nachgewiesen werden; zwischen dem Grad der Partikelanreicherung und der maximalen Packungsdichte der Feinstoffe besteht ein tendenzieller Zusammenhang.
4. Die Radialdruckspannung an der Faseroberfläche infolge teilweise behinderter Schwindverformung liegt je nach Beton in der Größenordnung von rd. 3 N/mm^2 bis 5 N/mm^2 .
 5. Der querdruckabhängige Haftreibungskoeffizient μ_H^* kann aus der Literatur zu rd. 0,15 abgeschätzt werden; die resultierenden Reibungskräfte tragen damit weniger als 5% zu den maximal übertragbaren Faserzugkräften bei.
 6. Die Größe der Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC-Matrix ist abhängig von der Anzahl der Kontaktstellen und damit von der Partikelpackung und der Gefügeausbildung in der Grenzfläche; die Adhäsionskräfte korrelieren mit der maximalen Packungsdichte der Feinstoffe; der rechnerisch abgeschätzte Anteil der Adhäsion an den maximal übertragbaren Faserzugkräften liegt je nach Variation des Betons bei rd. 5% bis 46%.
 7. Den größten Anteil an den maximal übertragbaren Faserzugkräften liefert die Mikroverzahnung zwischen UHPC und Stahlfaser mit rd. 50% bis 90%; der Grad der Mikroverzahnung wurde mit Hilfe einer Bildanalysesoftware anhand von REM-Aufnahmen der Faseroberflächen nach dem pull-out-Versuch abgeschätzt; die Scherfestigkeit der sich ausbildenden „UHPC-Mikrorippen“ wurde vereinfachend basierend auf einem Bruchkriterium für die Mohrsche Spannungstheorie unter Berücksichtigung der wirkenden Radialdruckspannungen ermittelt.
 8. Die Verwendung von Stahlfasern mit unregelmäßig aufgerauter Oberfläche führt zu bis zu 2-fach höheren übertragbaren Faserzugkräften; dies kann auf eine ausgeprägtere Mikroverzahnung zwischen Faseroberfläche und Matrix zurückgeführt werden.
- Eine Optimierung der Kraftübertragung der Stahlfasern kann somit hauptsächlich durch eine Verbesserung der Mikroverzahnung, sowohl auf Seiten der UHPC-Matrix durch die Verwendung adäquater Partikel als auch auf Seiten der Stahlfasern durch eine Aufrauung der Oberfläche, erreicht werden. Weiterhin lohnenswert erscheint die Erhöhung der Anzahl an Kontaktstellen und damit der Adhäsionskräfte bei Verwendung sehr feiner Partikel, d.h. bei sehr dichter Partikelpackung an der Faseroberfläche.

*Phantasie ist wichtiger als Wissen,
denn Wissen ist begrenzt.*
(Albert Einstein)

3. Kraftübertragung bei gewinkeltm Faserauszug

Inhalt

3.1. Vorbemerkungen und Versuchsergebnisse	69
3.2. Verformung der Faser am Austrittsort	72
3.3. Bildung von Ausbruchkegeln	75
3.4. Einfluss der Oberflächenrauigkeit . . .	77
3.5. Zusammenfassung zur Kraftübertragung bei gewinkeltm Faserauszug .	78

3.1. Vorbemerkungen und Versuchsergebnisse

Die normalerweise zufällige Ausrichtung von kurzen Fasern in einem Werkstoff macht es notwendig, auch das Kraftübertragungsverhalten bei einem gewinkeltem Faserauszug zu betrachten. Neben den bereits dargestellten Versuchen zum geraden Faserauszug wurden im Rahmen dieser Arbeit auch Einzelfaserausziehversuche mit Winkeln von 15° , 30° , 45° und 60° zwischen dem eingebetteten Teil der Faser und der Lastrichtung durchgeführt. Eine unter dem Winkel θ einen Riss überbrückende Faser sowie ein entsprechender pull-out-Probekörper sind schematisch in Bild 3.1 dargestellt. Neben den bereits erläuterten Mechanismen Adhäsion, Mikroverzahnung und Reibung treten beim gewinkeltem Faserauszug weitere Phänomene auf, welche die Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix beeinflussen. Eine schräg zur Ausziehrichtung (entspricht Senkrechte zur Rissfläche im faserbewehrten Werkstoff) liegende Faser wird am belasteten Ende der Verbundlänge (Austrittort) verbogen und ggf. plastisch verformt. Dadurch entstehen Umlenkkräfte, welche die Reibung am Austrittsort lokal erhöhen. Die Umlenkung der Faser beim Auszug kann darüber

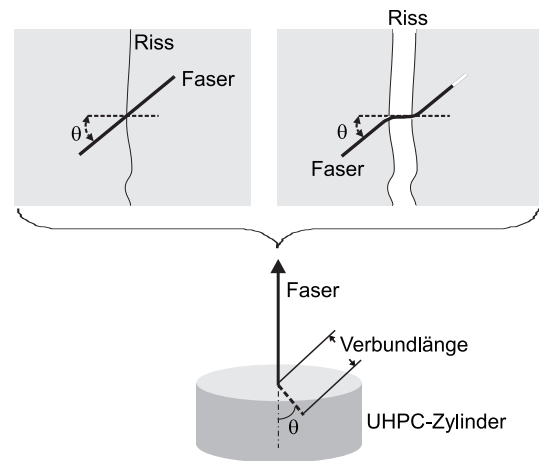


Bild 3.1: Oben: Risskreuzende Faser bei gewinkeltm Auszug; unten: Simulation im Einzelfaserausziehversuch

hinaus zur Bildung von Abplatzungen der Matrix und damit zur Verringerung der Verbundlänge führen. Somit können im Wesentlichen drei zusätzliche Mechanismen bei gewinkeltm Faserauszug die Kraftübertragung beeinflussen:

1. Verformung der Stahlfaser am Austrittsort.
2. Erhöhung der Reibung nahe des Austrittsorts aufgrund von Umlenkkräften.
3. Entstehung von Abplatzungen in der Matrix aufgrund der Umlenkkräfte.

In den folgenden Abschnitten werden die maßgebenden Modelle zu den Mechanismen der Faserverformung und der Entstehung von Abplatzungen (Ausbruchkegeln) aus der Literatur zusammengefasst und auf die Ergebnisse der eigenen Versuche übertragen. Der Einfluss der Umlenkkräfte auf den Anteil der Reibung an der Kraftübertragung wird der Einfachheit halber vernachlässigt.

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Faserausziehversuche:
Maximale Faserausziehungskraft (Mittelwert aus jeweils mind. 4 Einzelwerten) bei unterschiedlichen Winkeln zwischen Faser und Last, $\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$, $0^\circ \hat{=} 100\%$

Beton	0°	15°	30°	45°	60°
[-]	[N]	[N]	[%]	[N]	[%]
M1	110	144	130	191	173
M3	117	135	116	183	156
M4	109	155	142	175	161
M5	79	143	181	189	238
M6	112	-	-	190	171
M8	201	198	99	217	108

Zuvor sollen jedoch die Ergebnisse der Versuche im Überblick dargestellt werden. Von jeder untersuchten Variante wurden mindestens vier Einzelproben geprüft, wobei die Betone M2 und M7 nicht untersucht wurden. Die Ergebnisse jeder Variante wurden dem Ausreißertest nach Rosner¹³⁸ unterzogen und sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Eine relative Darstellung der Ergebnisse kann Bild 3.2 entnommen werden. Zunächst ist zu

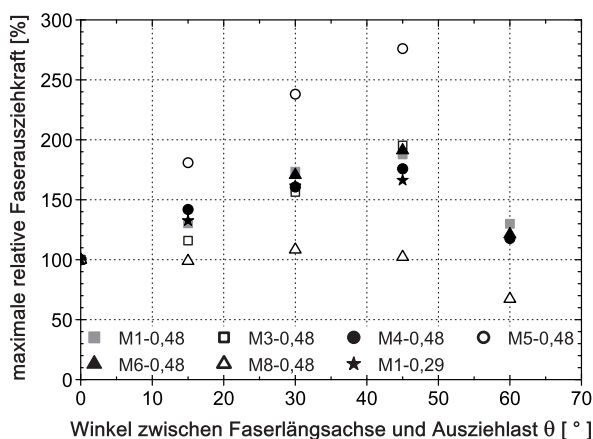


Bild 3.2: Ergebnisse der Faserausziehversuche:
Maximale Faserausziehungskraft [%] in Abhängigkeit des Winkels zwischen Faser und Last, $0^\circ \hat{=} 100\%$

erkennen, dass die maximale Faserausziehungskraft - mit Ausnahme des Betons M8 - bei Winkeln von 15° , 30° und 45° im Vergleich zum geraden Faserauszug deutlich ansteigt. Die Faserausziehungskräfte betragen im Vergleich zum geraden Faserauszug das etwa 1,1- bis 2,8-fache. Dabei bilden sich Ausbruchkegel mit einer Tiefe von rd. 2 mm bis 4 mm.

Bei einem Winkel von 60° wurden bei allen untersuchten Betonen geringere maximale Faserausziehungskräfte als im Vergleich zu Winkeln zwischen 15° und 45° festgestellt. Die maximalen Faserausziehungskräfte bei einem Winkel von 60° lagen jedoch noch oberhalb der Kräfte des geraden Auszugs.

Der Beton M8, welcher die höchsten Kräfte beim geraden Faserauszug aufwies, zeigte hingegen ein anderes Verhalten. Bei Winkeln zwischen 15° und 45° wurden etwa die gleichen Faserausziehungskräfte wie beim geraden Auszug festgestellt. Die Beanspruchung der Matrix war beim geraden Faserauszug bereits derart hoch, dass ein Winkel zwischen Faserlängsachse und Last nicht mehr zu einer Steigerung der Ausziehungskräfte führen konnte. Die übertragbaren Faserzugkräfte lagen bei einem Winkel von 60° sowohl deutlich unter den Kräften der verbleibenden Winkel als auch unter den Kräften des geraden Faserauszugs.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die übertragbaren Faserzugkräfte (Fasern $\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$) bei Winkeln von 45° bzw. 60° mit rd. 190 N bis 230 N bzw. rd. 130 N bis 140 N in einem vergleichsweise engen Spektrum lagen. Die bei den untersuchten Betonen z.T. stark unterschiedlich ausgeprägten Mechanismen der Kraftübertragung des geraden Faserauszugs scheinen somit beim gewinkelten Faserauszug eine geringere Rolle zu spielen. Erwartungsgemäß gleicht sich damit das Verhalten der unterschiedlichen Betone wegen der ähnlichen makroskopischen Eigenschaften etwas an.

Das Last-Weg-Verhalten unterscheidet sich bei gewinkeltem Faserauszug deutlich vom

¹³⁸ Rosner: Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure.

Verhalten bei geradem Faserauszug. In Bild 3.3 und Bild 3.4 sind exemplarisch die Last-Maschinenweg-Kurven des gewinkelten Faserauszugs beim Beton M1 in Kombination mit den Fasern des Durchmessers 0,48 mm dargestellt (Verbundlänge: 5 mm). Mit größer

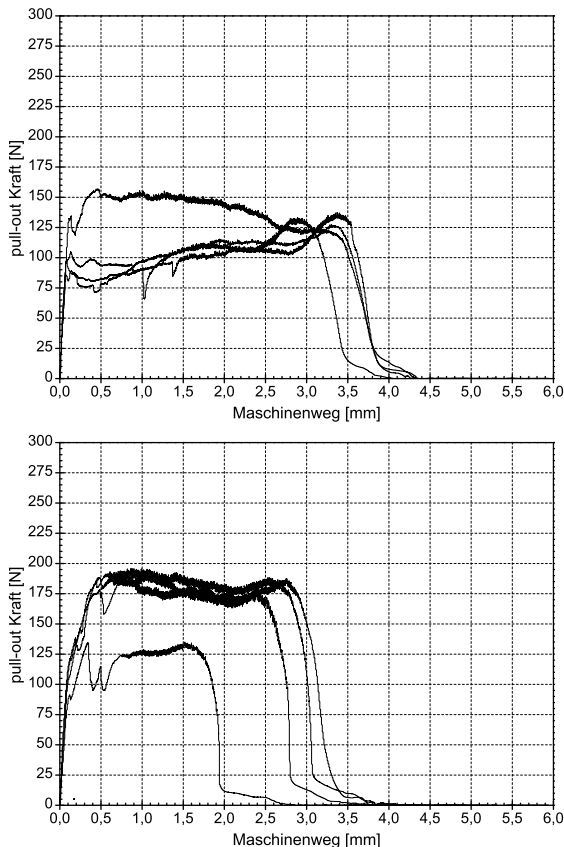


Bild 3.3: Last-Maschinenweg-Kurve für Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm im Beton M1; oben: Winkel Last/Faserachse 15°; unten: Winkel Last/Faserachse 30°

werdendem Winkel zwischen Faserachse und Last nimmt der maximale Maschinenweg, d.h. die Verformungsfähigkeit des Systems Faser/Matrix ab. Dies liegt an der Bildung von Ausbruchkegeln, welche die Einbindetiefe der Faser in der Matrix reduzieren. Der Abfall der Faserzugkraft ist im Vergleich zum geraden Faserauszug deutlich steiler und erfolgt i.d.R. erst innerhalb des letzten Millimeters des pull-out-Versuchs. Dieses Verhalten muss ggf. bei der Beurteilung der Faserwirkung im Werkstoff berücksichtigt werden. Bei den Fasern des Durchmessers 0,29 mm (siehe Bild K.4 und Bild K.5 in Anhang K) ergab sich

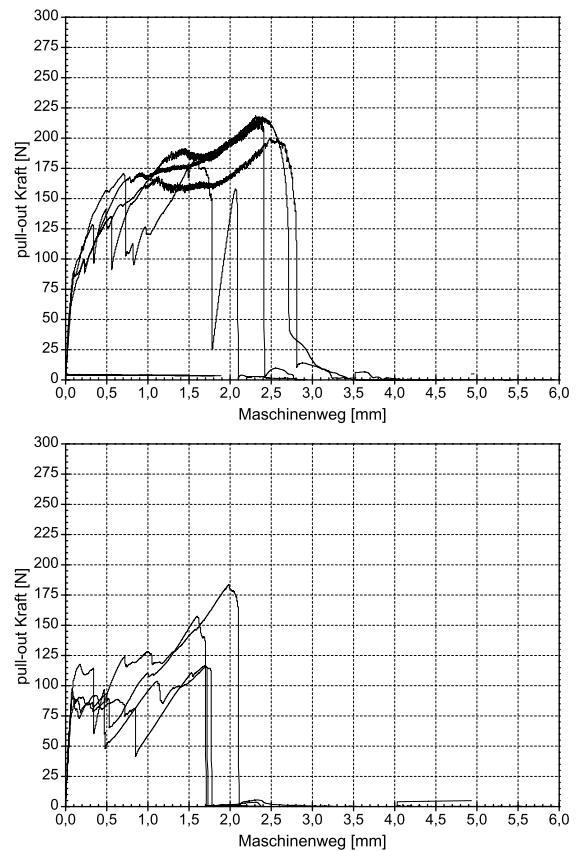


Bild 3.4: Last-Maschinenweg-Kurve für Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm im Beton M1; oben: Winkel Last/Faserachse 45°; unten: Winkel Last/Faserachse 60°

ein ähnliches Verhalten wie bei den Fasern des Durchmessers 0,48 mm. Allerdings ist beim gewinkelten Faserauszug ein deutlich geringerer Abfall der Verformungsfähigkeit festzustellen als bei den Fasern des Durchmessers 0,48 mm. Die Ausbruchkegel verursachende Beanspruchung der Matrix findet offensichtlich erst bei größeren Verformungen und bei den untersuchten Winkeln in gleichem Maße statt. Der mittlere maximale Maschinenweg des gewinkelten Faserauszugs am Beton M1 in Kombination mit den Fasern des Durchmessers 0,29 mm und 0,48 mm kann Tabelle 3.2 entnommen werden.

Tabelle 3.2: Mittlerer maximaler Maschinenweg beim gewinkelten Faserauszug, Beton M1, Verbundlänge 5 mm

\varnothing_f	Winkel	MW ¹⁾	SA ²⁾	n ³⁾
[mm]	[°]	[mm]	[mm]	[-]
0,29	15	4,70	0,12	5
0,29	30	4,38	0,26	5
0,29	45	4,07	0,30	8
0,48	15	4,15	0,14	4
0,48	30	2,80	0,62	4
0,48	45	2,65	0,52	4
0,48	60	1,83	0,18	4

1) Mittelwert

2) Standardabweichung

3) Anzahl Proben

3.2. Verformung der Faser am Austrittsort

Die Berücksichtigung und rechnerische Abschätzung des Anteils der Faserverformung an der Lastübertragung beim gewinkelten Faserauszug erfolgte erstmals durch Morton und Groves¹³⁹. Animiert durch Erkenntnisse aus spannungsoptischen Untersuchungen des gewinkelten Faserauszugs, entwickelten Morton und Groves¹³⁹ die Idee, die Verformung der Faser am Austrittsort und die zugehörigen Faserzugkräfte basierend auf der Balkentheorie zu beschreiben. Die zu Grunde liegenden geometrischen Randbedingungen der rissüberbrückenden Faser sowie eines entsprechenden Balkenabschnitts sind in Bild 3.5 dargestellt. Die Herleitung des Zusammenhangs zwischen der Kraft F und der Rissbreite h kann Morton und Groves¹³⁹ entnommen werden. Für die Faser wird angenommen, es herrsche an der Stelle des maximalen Moments das plastische Biegemoment. Außerdem sei die Matrix am Austrittsort der Faser auf der Innenseite der Umlenkung über eine Länge q plasti-

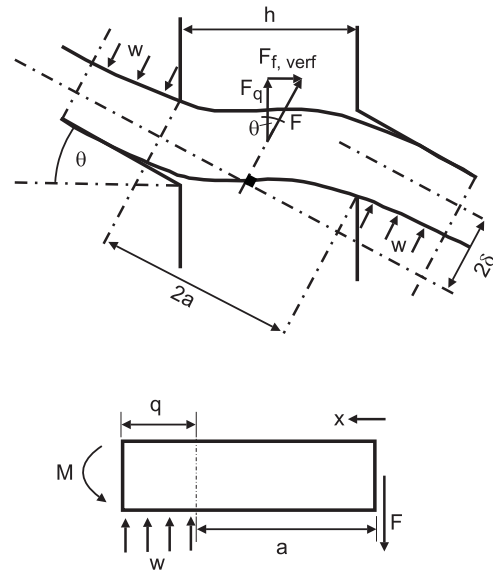


Bild 3.5: Oben: Idealisierte Situation einer risskreuzenden Faser bei gewinkeltem Auszug; unten: Modellierung der Faserverformung mit Hilfe der Balkentheorie, beide Darstellungen nach Morton und Groves¹³⁹

fiziert, dort wirke die Linienlast w . Am Ende der Plastifizierung der Matrix wird die Faser als starr eingespannt betrachtet. Auf der Außenseite der Umlenkung sei die Faser auf einer Länge von $0,5 \cdot \varnothing_f \cdot \tan(\theta)$ von der Matrix gelöst. Die Kraft F (Resultierende aus Faserlängskraft $F_{f,verf}$ und Faserquerkraft F_q im verformten Zustand) ergibt sich zu:¹³⁹

$$F = -w \cdot a + \sqrt{(w \cdot a)^2 - f_y \cdot \varnothing_f^3 \cdot w / 3} \quad (3.1)$$

mit:

F [N] : Resultierende aus Faserlängskraft $F_{f,verf}$ und Faserquerkraft F_q

w [N/mm] = $HV_m \cdot \varnothing_f$

HV_m [N/mm²] : Vickers-Härte der Matrix

\varnothing_f [mm] : Faserdurchmesser

a [mm] = $1/2 \cdot (h \cdot \cos(\theta) + \varnothing_f \cdot \tan(\theta))$

θ [°] : Winkel zw. Faserachse und Last

h [mm] : Breite des überbrückten Risses

f_y [N/mm²] : Fließgrenze der Stahlfaser

¹³⁹ Morton und Groves: The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix - effect of fibre orientation.

Die rissüberbrückende Faserzugkraft infolge Faserverformung entspricht der Faserlängskraft $F_{f,verf}$ und ergibt sich zu:

$$F_{f,verf} = F \cdot \sin(\theta) \quad (3.2)$$

Zur Simulation ihrer Versuche setzten Morton und Groves¹⁴⁰ eine Breite des überbrückten Risses von $0,64 \cdot \varnothing_f$ an (untersuchte Faserdurchmesser: 0,45 mm bis 1,11 mm).

Da die Vickers-Härte HV_m der untersuchten Betone im Rahmen der Arbeit nicht bestimmt wurde, wird für die Abschätzung der Faserzugkraft infolge Faserverformung auf Härtewerte aus der Literatur zurückgegriffen. Untersuchungen zur Vickers-Härte finden sich in der Literatur meist im Zusammenhang mit der Untersuchung der ITZ oder der Randzone an der Schalung bei normalfesten Mörteln und Betonen. Die Vickers-Härte wird dabei in Abhängigkeit des w/z-Werts ermittelt, siehe z.B. Strehlein¹⁴¹, Wei et al.¹⁴² sowie Pinchin und Tabor¹⁴³. Da ein w/z-Wert-abhängiger Ansatz zur Abschätzung der Vickers-Härte für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Betone nicht zielführend ist, können die Ergebnisse der vorgenannten Autoren nicht herangezogen werden. Für die Modellierung der rissüberbrückenden Kraft wird versucht, einen von der Druckfestigkeit abhängigen Ansatz für die Abschätzung der Vickers-Härte aufzustellen. Nach Kenntnis des Verfassers wurden Studien zur Aufstellung eines Zusammenhangs zwischen Druckfestigkeit und Vickers-Härte an Zementleimen und Mörteln von Beaudoin und Feldman¹⁴⁴ sowie von Feldman und Cheng-Yi¹⁴⁵ veröffentlicht.

¹⁴⁰ Morton und Groves: The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix - effect of fibre orientation.

¹⁴¹ Strehlein: Fleckige Dunkelverfärbungen an Sichtbetonflächen - Charakterisierung - Entstehung - Vermeidung.

¹⁴² Wei et al.: Study of the interface strength in steel fiber-reinforced cement-based composites.

¹⁴³ Pinchin u. Tabor: Interfacial phenomena in steel fibre reinforced cement - Part I.

¹⁴⁴ Beaudoin u. Feldman: A study of mechanical properties of autoclaved calcium silicate systems.

¹⁴⁵ Feldman u. Cheng-Yi: Properties of portland cement-silica fume pastes II.

Außerdem untersuchten Sorelli et al.¹⁴⁶ die Härte eines 3 a alten UHPCs basierend auf dem Ductal®-Premix mit Hilfe eines Berkovic-Indenters. Die Druckfestigkeit des Betons wurde zwar nicht explizit angegeben, kann jedoch anhand eines Berichts¹⁴⁷ zu den mechanischen Eigenschaften von Ductal® und unter Berücksichtigung der von Schachinger et al.¹⁴⁸ festgestellten typischen Nacherhärtung zu etwa 220 N/mm^2 angenommen werden. Die mittlere Härte des Betons beträgt rd. 1.490 N/mm^2 . An einer faserhaltigen Variante des Betons M1 wurde im Rahmen einer Diplomarbeit¹⁴⁹ die Härte ebenfalls mit Hilfe eines Berkovic-Indenters bestimmt. Die entsprechende Last-Maschinenweg-Kurve ist in Bild 3.6 dargestellt. Zur Abschätzung der

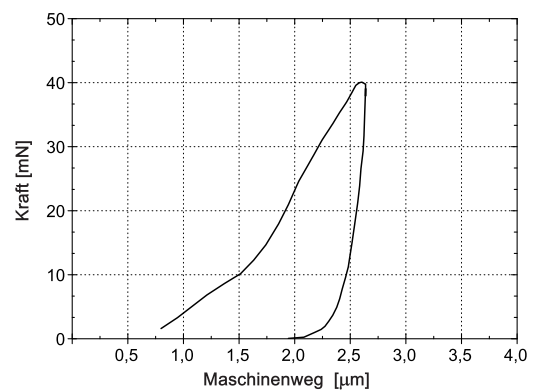


Bild 3.6: Last-Maschinenweg-Kurve während einer Härtemessung mit Hilfe eines Berkovic-Indenters nach Weigl und Schmid¹⁴⁹ an einer faserhaltigen Variante des Betons M1

Härte aus einer Last-Maschinenweg-Kurve wird neben der Maximallast die Größe der projizierten Kontaktfläche benötigt. Die Berechnung der Projektion der Kontaktfläche erfolgte hier aus dem Maschinenweg nach

¹⁴⁶ Sorelli et al.: The nano-mechanical signature of ultra high performance concrete by statistical nanoindentation techniques.

¹⁴⁷ Graybeal: Material property characterization of ultra-high performance concrete.

¹⁴⁸ Schachinger et al.: Effect of curing temperature at an early age on the long-term strength development of UHPC.

¹⁴⁹ Weigl und Schmid: Einfluss unterschiedlicher Rezepturen und Herstellbedingungen von ultrahochfesten Betonbauteilen auf die Eigenschaften der Randzone.

dem Ansatz von Oliver und Pharr¹⁵⁰. Aus der maximalen Last während des Versuchs und der Projektion der Kontaktfläche ergibt sich die Härte des Betons zu rd. 1.020 N/mm^2 (Druckfestigkeit: 190 N/mm^2).

Fasst man die Ergebnisse aller vorgenannten Autoren zusammen, so lässt sich in guter Näherung ein linearer Zusammenhang als Ursprungsgerade zwischen der Druckfestigkeit f_c und der Vickers- bzw. Berkovic-Härte HV_m aufstellen, siehe Bild 3.7. Die Gleichung

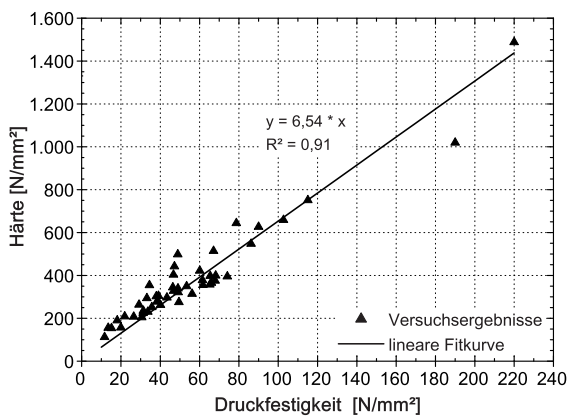


Bild 3.7: Zusammenhang zwischen Härte (Vickers bzw. Berkovic) und Druckfestigkeit von Zementleimen und Zementmörteln, Daten zusammengetragen von verschiedenen Autoren

der Ausgleichsgeraden zur Abschätzung der Härte lautet:

$$HV_m = 6,5351 \cdot f_c \quad (3.3)$$

mit:

$$HV_m \text{ [N/mm}^2\text{] : Vickers-Härte der Matrix}$$

$$f_c \text{ [N/mm}^2\text{] : Betondruckfestigkeit}$$

Daraus ergeben sich für die untersuchten Betone die in Tabelle 3.3 zusammengestellten Härte-Werte. Im Weiteren sei exemplarisch der Referenzbeton M1 betrachtet. Unter Ansatz der rechnerischen Härte für den Beton M1 und einer rechnerischen Streckgrenze (angenommen als 90% der Zugfestigkeit) der Stahlfaser von 2.340 N/mm^2 ($\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$) bzw.

Tabelle 3.3: Nach Gleichung (3.3) abgeschätzte Härte HV_m der untersuchten Betone

Beton	Härte
[-]	[N/mm ²]
M1	1.390
M2	1.520
M3	1.450
M4	1.450
M5	1.330
M6	1.480
M7	1.660
M8	1.150

2.450 N/mm^2 ($\varnothing_f = 0,29 \text{ mm}$) kann der Anteil der Faserverformung an der Faserausziehlast abgeschätzt und den Ergebnissen der Versuche gegenübergestellt werden, siehe Bild 3.8 und Bild 3.9. Hierbei zeigte sich bei den Versuchen mit Fasern des Durchmessers $0,48 \text{ mm}$, dass die übertragbare Faserzugkraft infolge Faserverformung bei einem Winkel von 60° durch Gleichung (3.1) und Gleichung (3.2) deutlich überschätzt wird. Für die verbleibenden drei untersuchten Winkel wurde die beste Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und der rechnerischen Abschätzung erreicht, wenn die Breite des überbrückten Risses mit $h = 0,1 \cdot \varnothing_f$ ($\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$) bzw. mit $h = 0,01 \cdot \varnothing_f$ ($\varnothing_f = 0,29 \text{ mm}$) angesetzt wurde.

Das Spektrum der Breite h des überbrückten Risses erweitert sich bei Betrachtung der Betone M3, M4, M5 und M6 in Kombination mit den Fasern des Durchmessers $\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$ auf bis zu $h = 0,30 \cdot \varnothing_f$. Ausnahmen hinsichtlich der Anwendung des Modells machte der Beton M8, bei dem die Versuchsergebnisse mit Hilfe des Ansatzes von Morton und Groves¹⁵¹ nicht abgebildet werden konnten. Eine nennenswerte Steigerung der maximal übertragbaren Faserzugkräfte aufgrund eines

¹⁵⁰ Oliver und Pharr: An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments.

¹⁵¹ Morton und Groves: The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix - effect of fibre orientation.

gewinkelten Faserauszugs wurde beim Beton M8 in Kombination mit den unbehandelten Fasern des Durchmessers 0,48 mm nicht festgestellt. Die bei geradem Faserauszug übertragbaren Kräfte waren aufgrund des guten Verbunds zwischen der Faser und der Matrix offensichtlich bereits so hoch, dass eine Abwinkelung der Faser nicht mehr zu einer Steigerung der Faserzugkräfte, sondern lediglich zu einer anderen Art des Versagens führte. Die Diskrepanz zwischen Modell und

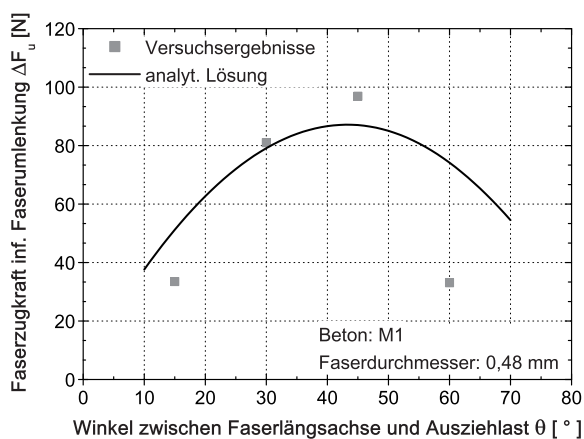


Bild 3.8: Zusätzliche Faserausziehlast infolge Faserbiegung in Abhängigkeit des Winkels zwischen Faserlängsachse und Last, $\varnothing_f = 0,48$ mm, Verbundlänge: 5 mm, unbehandelte Faser, Beton M1

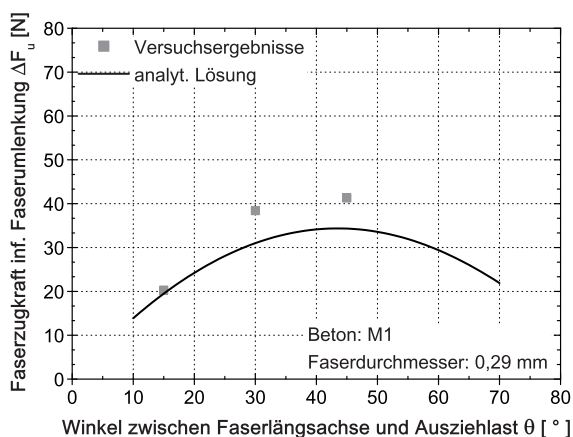


Bild 3.9: Zusätzliche Faserausziehlast infolge Faserbiegung in Abhängigkeit des Winkels zwischen Faserlängsachse und Last, $\varnothing_f = 0,29$ mm, Verbundlänge: 5 mm, unbehandelte Faser, Beton M1

Versuchsergebnis bei einem Winkel von 60°

ist mit der festgestellten und ausgeprägten Bildung von Ausbruchkegeln zu erklären. Die Bildung von ausgeprägten Ausbruchkegeln wurde zwar bereits bei einem Winkel von 30° festgestellt, siehe exemplarisch Bild 3.10, eine Plastifizierung der Faser entsprechend dem Modell von Morton und Groves¹⁵² in Kombination mit einem Faserauszug scheint dennoch stattgefunden zu haben. Die maximal

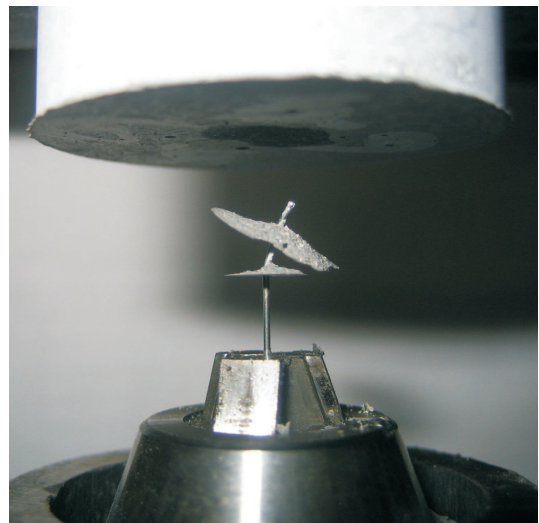


Bild 3.10: Doppelter Ausbruchkegel beim gewinkelten Faserauszug: Winkel 30°, $\varnothing_f = 0,48$ mm, Verbundlänge: 5 mm, unbehandelte Faser, Beton M5

übertragbare Faserzugkraft dürfte jedoch bei einem Winkel von 30° auch mit einer Theorie zur Bildung von Ausbruchkegeln beschrieben werden können. Die Berechnungen mit Hilfe des Modells von Morton und Groves¹⁵² zeigen, dass erst bei einem Winkel von 60° die Beanspruchung der Matrix derart ungünstig ist, dass sich in der Matrix ein Ausbruchkegel weit vor der Plastifizierung der Faser bildet. Die Bildung von Ausbruchkegeln wird im folgenden Abschnitt betrachtet.

3.3. Bildung von Ausbruchkegeln

Die Bildung von rotationssymmetrischen Ausbruchkegeln ist eine von vier Versagensarten bei auf Zug beanspruchten Befestigungen mit

¹⁵² Morton und Groves: The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix - effect of fibre orientation.

ausreichend Randabstand in Betonbauteilen. Daher liegen aus der Befestigungstechnik Bemessungsansätze zur Abschätzung der mit der Bildung von Ausbruchkegeln verbundenen Zugkräfte vor. Der Widerstand gegenüber Betonausbruch ist abhängig von der Verankerungstiefe h_{ef} und der Betongüte. Die Neigung α_b der Bruchflanken des rotationssymmetrischen Ausbruchkegels beträgt nach Eligehausen et al.¹⁵³ zwischen 30° und 40° in Bezug zur Betonoberfläche. Sell^{154,155}, Mészáros¹⁵⁶ sowie Pregartner¹⁵⁷ geben mit 33° bis 35° ein engeres Spektrum für die Neigung der Bruchflanken an. Der Winkel der Lastausbreitung in der Matrix beträgt somit 50° bis 60°. Im Falle einer gewinkelten Faser unter Zugbeanspruchung findet zwar keine rotationssymmetrische Lasteinleitung in die Matrix statt, die sich bildenden Ausbruchkegel ähneln dennoch einem rotationssymmetrischen Kegelstumpf, siehe Bild 3.10. Trotz der exzentrischen Lasteinleitung in den Kegel wird im Weiteren vereinfachend von rotationssymmetrischen Bedingungen ausgegangen. Das beanspruchte Volumen der Matrix sowie die Größe der zugehörigen Bruchfläche kann daher vereinfachend unter Annahme einer Lastausbreitung wie in der Befestigungstechnik (gewählte Neigung des Ausbruchkegels: 30°) aus geometrischen Überlegungen heraus berechnet werden. Die mit den verschiedenen Winkeln zwischen Faser und Last variierende Größe der Ausbruchkegel wird im Rahmen dieser Arbeit vereinfachend über eine äquivalente Höhe $h_{abk,eq}$ des Ausbruchkegels (entspricht effektive Verankerungstiefe der Faser) berücksichtigt. Die Größe der Bruchfläche A_{abk} ergibt

sich somit aus Gleichung (3.4).

$$A_{abk} = \left(\frac{\pi \cdot h_{abk,eq}^2}{\tan(\alpha_b)} + \pi \cdot \varnothing_f \cdot h_{abk,eq} \right) \cdot \sqrt{\frac{1 + \tan^2(\alpha_b)}{\tan^2(\alpha_b)}} \quad (3.4)$$

mit:

A_{abk} [mm²]: Bruchfläche des Ausbruchkegels

$h_{abk,eq}$ [mm]: äquivalente Höhe des Ausbruchkegels

α_b [°]: Neigung der Bruchflanken

\varnothing_f [mm]: Durchmesser der Faser

Entlang der Bruchflanken wird nur in einem kleinen Teilbereich die Zugfestigkeit der Matrix erreicht. Das Versagen muss wegen der stattfindenden Spannungskonzentration streng genommen mit Hilfe bruchmechanischer Ansätze beschrieben werden.¹⁵³ Eligehausen et al.¹⁵³ ermittelten versuchs-technisch den Verlauf der Zugspannungen senkrecht zur Bruchfläche des Ausbruchkegels eines Spreizdübels. Wertet man ihre Ergebnisse bei 90% der Bruchlast aus, so ergibt sich im Vergleich zum konstanten Spannungsbereich eine Völligkeit von rd. 0,35. Für die weiteren Betrachtungen wird vereinfachend eine Völligkeit von 1/3 (entspricht parabolischer Spannungsverlauf) sowie Versagen bei Erreichen der Zugfestigkeit des Betons angenommen.

Die Faserzugkraft $F_{f,abk}$, welche zur Bildung eines Ausbruchkegels führt, kann damit in Abhängigkeit der Zugfestigkeit des Betons f_{ct} und der äquivalenten Höhe $h_{abk,eq}$ des Ausbruchkegels berechnet werden:

$$F_{f,abk} = 1/3 \cdot f_{ct} \cdot A_{abk} \quad (3.5)$$

¹⁵³ Eligehausen et al.: Befestigungstechnik.

¹⁵⁴ Sell: Tragfähigkeit von mit Reaktionsharzmörteln versetzten Betonankern und deren Berechnung.

¹⁵⁵ Sell: Über die Festigkeit und Verformung mit Reaktionsharzmörteln versetzter Betonanker.

¹⁵⁶ Mészáros: Tragverhalten von Einzelverbunddübeln unter zentrischer Kurzzeitbelastung (s. S. 19).

¹⁵⁷ Pregartner: Bemessung von Befestigungen in Beton (s. S. 38 ff.).

mit:

- $F_{f,abk}$ [N] : Faserzugkraft bei Bildung eines Ausbruchkegels
- A_{abk} [mm²] : Bruchfläche des Ausbruchkegels
- f_{ct} [N/mm²] : Zugfestigkeit des Betons

Aus Gleichung (3.5) und Gleichung (3.4) kann unter Ansatz der maximalen Faserausziehkräfte aus den Versuchen die jeweilige äquivalente Höhe des Ausbruchkegels abgeschätzt werden, siehe Bild 3.11. Die äquivalente Höhe

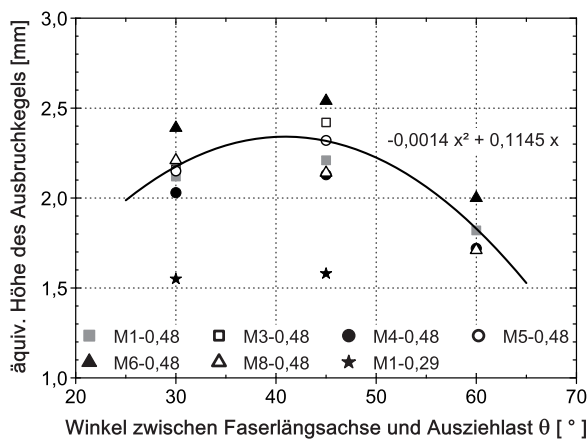


Bild 3.11: Rechnerische äquivalente Höhe des Ausbruchkegels in Abhängigkeit des Winkels zwischen Faser und Last; angenommene Neigung der Bruchflächen: 30°

$h_{abk,eq}$ des Ausbruchkegels, d.h. die effektive Verankerungstiefe der Faser, liegt bei Verwendung von Fasern des Durchmessers $\varnothing_f = 0,48$ mm und einer Neigung der Bruchfläche von 30° zwischen rd. 1,7 mm und 2,5 mm. Beträgt die Neigung der Bruchfläche 40°, so ergibt sich eine äquivalente Höhe $h_{abk,eq}$ des Ausbruchkegels von rd. 2,3 mm bis 3,5 mm. Die genannten rechnerischen Werte stimmen gut mit den in Versuchen festgestellten Tiefen der Ausbruchkegel von rd. 2 mm bis 4 mm überein. Die rechnerischen effektiven Verankerungstiefen liegen für alle Betone, bei denen der gewinkelte Faserauszug untersucht wurde, wie auch die Zugfestigkeiten der Betone (siehe Kapitel 2.7.3), in einem engen Bereich.

Die rechnerische effektive Verankerungs-

tiefe von Fasern mit einem Durchmesser von $\varnothing_f = 0,29$ mm liegt bei den untersuchten Winkeln von 30° und 45° zwischen Faserlängsachse und Ausziehlast bei rd. 1,5 mm (Beton M1). Weitere Varianten wurden bei den Fasern des Durchmessers $\varnothing_f = 0,29$ mm nicht untersucht.

Die Bildung von Ausbruchkegeln führt zu einer Reduzierung der ursprünglichen Verbundlänge. In erster Näherung kann die äquivalente Höhe $h_{abk,eq}$ des Ausbruchkegels zur Abschätzung der Reduzierung der Verbundlänge herangezogen werden. Aus den Last-Maschinenweg-Kurven kann die Reduzierung der Verbundlänge wegen des unbekanntem Anteils der irreversiblen Faser- und Matrixverformung am Maschinenweg nicht abgeschätzt werden.

3.4. Einfluss der Oberflächenrauigkeit

An einer Variante des gewinkelten Faserauszugs (Beton M1, $\varnothing_f = 0,48$ mm) wurde orientierend der Einfluss einer Oberflächenrauigkeit der Faser (Aufrauung mit Schmirgelleinen der Körnung K40) bei unterschiedlichen Winkeln (15° und 45°) untersucht. Die Ergebnisse sind in Bild 3.12 dargestellt. Bei einem Winkel von

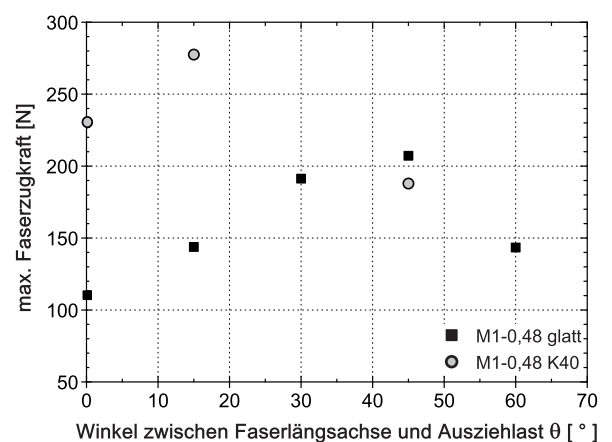


Bild 3.12: Einfluss einer Oberflächenrauigkeit auf die übertragbaren Faserzugkräfte bei unterschiedlichen Winkeln zwischen Faserlängsachse und Last

15° ist der Effekt der Aufrauung in gleichem Maße wie beim geraden Faserauszug zu erkennen. Beträgt der Winkel zwischen Faser und Last 45°, so hat eine Aufrauung keinen Einfluss mehr auf die maximal übertragbare Faserzugkraft. Dieses Ergebnis bestätigt die bereits gewonnene Erkenntnis, dass die Adhäsion, die Mikroverzahnung und die Reibung spätestens bei einem Winkel von 45° nicht mehr die maßgebenden Mechanismen der Kraftübertragung sind. Weitere Aussagen zum Einfluss der Rauigkeit können wegen des begrenzten Versuchsumfangs nicht getroffen werden.

3.5. Zusammenfassung zur Kraftübertragung bei gewinkeltem Faserauszug

Die maximal übertragbaren Faserzugkräfte werden beim gewinkelten Faserauszug im Wesentlichen von den beiden Mechanismen der Verformung der Faser am Austrittsort und der Bildung von Ausbruchkegeln bestimmt. Beide Mechanismen können auch bei UHPC mit Hilfe von Modellen aus der Literatur beschrieben werden. Inwieweit die beim geraden Faserauszug maßgeblich wirkenden Mechanismen (Adhäsion, Mikroverzahnung und Reibung) noch eine Rolle spielen, kann jedoch weder anhand der Modelle, noch anhand der durchgeführten Versuche beantwortet werden. Im Vergleich zum geraden Faserauszug können wegen der Faserverformung an der Umlenkstelle und der Bildung von Ausbruchkegeln i.d.R. deutlich größere Zugkräfte von der Faser übertragen werden. Allerdings führt die Bildung von Ausbruchkegeln, die bereits bei einem Winkel von 15° zwischen Faser und Last stattfindet, zu einer z.T. deutlichen Verringerung der Verformungsfähigkeit des Systems Faser/Matrix. Die Faserzugkraft fällt i.d.R. bei der Bildung von Ausbruchkegeln schlagartig ab. Nach der Bildung eines Ausbruchkegels kann i.d.R. keine Kraft mehr von der Faser übertragen werden. Die Bildung von Ausbruchkegeln in der Rissfläche eines faserbewehrten Werkstoffs ist auch im Hinblick auf das Kraftübertragungsverhalten benachbarter

Fasern von Bedeutung. Diese Aspekte sollten v.a. bei der Beurteilung der Effektivität der Fasern im Werkstoff berücksichtigt werden.

Auffällig im Hinblick auf die Steigerung der maximal übertragbaren Faserzugkraft bei gewinkeltem Faserauszug ist Beton M5. Die Faserzugkräfte stiegen im Vergleich zu den anderen Betonen deutlich stärker, und zwar um das rd. 1,8- bis 2,7-fache bezogen auf den geraden Faserauszug. Dies liegt darin begründet, dass die maximale Faserzugkraft beim geraden Faserauszug wegen der bereits erörterten ungünstigen Ausbildung der Grenzfläche im Vergleich zu den anderen Betonen deutlich geringer war. Bei einer Abwinkelung der Faser spielt jedoch die Ausbildung der Grenzfläche eine nur noch untergeordnete Rolle.

Hinsichtlich der übertragbaren Faserzugkräfte bei verschiedenen Winkeln zwischen Faser und Last zeigte nur der Beton M8 ein anderes Verhalten. Bei Winkeln zwischen 0° und 45° wurden beinahe konstante maximale Faserzugkräfte zwischen rd. 200 N und rd. 220 N festgestellt. Die Faserzugkräfte waren beim geraden Faserauszug bereits derart hoch, dass aufgrund einer Abwinkelung keine nennenswerte Laststeigerung mehr möglich war. In der Tat wiesen die Proben des Betons M8 beim geraden Faserauszug im Vergleich zu allen anderen Betonen mit etwa 400 µm fast doppelt so tiefe Ausbruchkegel auf. Bei einem Winkel von 60° lagen die maximalen Faserzugkräfte jedoch in einer mit den anderen Betonen vergleichbaren Größenordnung.

*Das Ziel der Wissenschaft ist es immer gewesen, die
Komplexität der Welt auf simple Regeln zu reduzieren.
(Benoit Mandelbrot)*

4. Beurteilung des Einzelfaser-Verbundverhaltens hinsichtlich der Fasereffektivität im Werkstoff

Inhalt

4.1. Vorbemerkungen	80
4.2. Modelle zur Berücksichtigung der Faserorientierung und der Faserwirksamkeit	81
4.3. Eigener Ansatz zur Faserorientierung und Faserwirksamkeit	84
4.4. Eigener Ansatz zur effektiven Verbundlänge	87
4.5. Berechnung einer Faserleistungskennzahl für glatte Stahlfasern	88
4.6. Orientierende Untersuchung und Beurteilung von Fasern mit Verankerungsmitteln	90
4.7. Beurteilung des Biegetragverhaltens von faserbewehrtem UHPC - Anwendung der Faserleistungskennzahl	91

Begrenzungsflächen eines Faser-Ausziehkörpers.

- Die im Werkstoff vorhandenen Fasern beeinflussen sich ggf. gegenseitig, u.a. aufgrund der Bildung von Ausbruchkegeln.
- Im Werkstoff (gerissen und ungerissen) können mehraxiale Spannungszustände vorliegen, die das Verbundverhalten beeinflussen.
- Der wall-effect an den (geschalteten) Begrenzungsflächen eines Bauteils beeinflusst die Orientierung der Fasern.
- Die Herstellung eines Bauteils, d.h. v.a. der Befüll- und Verdichtungsvorgang, kann die Verteilung und Orientierung der Fasern beeinflussen.
- Die Frischbetoneigenschaften, d.h. die rheologischen Eigenschaften, können die Verteilung und Orientierung der Fasern beeinflussen.

4.1. Vorbemerkungen

Fasern liegen im Beton i.d.R. in einer beliebigen Lage, d.h. mit beliebigen Verbundlängen und beliebiger Orientierung z.B. in Bezug auf eine Rissfläche vor. Daher lassen die in Kapitel 2 und Kapitel 3 dargestellten Versuchsergebnisse noch keine Rückschlüsse auf die Effektivität z.B. hinsichtlich der rissüberbrückenden Wirkung im Werkstoff zu.

Die Übertragung von Erkenntnissen aus Einzelfaserausziehversuchen auf das Verhalten des Faserverbundwerkstoffs ist außerdem aus folgenden Gründen nicht ohne Weiteres möglich:

- Die sich im Werkstoff bildenden Rissflächen sind immer unregelmäßiger Natur im Gegensatz zu den

Die aufgezählten Aspekte werden für die Modellierung von Faserverbundwerkstoffen in der Literatur häufig vernachlässigt. Meist werden bei der Modellierung des Werkstoffverhaltens (z.B. bei der Nachrechnung von Zug- oder Biegezugversuchen) die Faserorientierung und die effektive Verbundlänge über entsprechende Beiwerte berücksichtigt. Die in der Literatur gängigen Ansätze zur Ermittlung der Beiwerte werden im folgenden Abschnitt zusammengefasst und im Hinblick auf die Anwendbarkeit auf die eigenen Versuche beurteilt. Darauf aufbauend wird ein eigener Ansatz zur Beurteilung der Effektivität der Fasern entwickelt.

4.2. Modelle zur Berücksichtigung der Faserorientierung und der Faserwirksamkeit

Ein umfassender Beitrag zur Berechnung eines Beiwerts η_θ für die Faserorientierung wurde von Laranjeira et al.¹⁵⁸ veröffentlicht. Der Beiwert wird grundsätzlich als Verhältnis aus der Projektion der Faser auf jede der drei Achsen x , y , und z im Raum und der Faserlänge gebildet. Die Lage einer Faser ist eindeutig über die beiden Raumwinkel φ (Winkel zwischen $x-z$ -Ebene und Faser) und β (Winkel in der $x-z$ -Ebene) definiert, so dass sich die drei Beiwerte wie folgt ergeben:¹⁵⁸

$$\eta_{\theta,x} = \cos(\varphi) \cdot \cos(\beta) \quad (4.1)$$

$$\eta_{\theta,y} = \sin(\varphi) \quad (4.2)$$

$$\eta_{\theta,z} = \cos(\varphi) \cdot \sin(\beta) \quad (4.3)$$

Zur Beurteilung der Faserorientierung in zwei oder drei Dimensionen werden die Beiwerte der jeweiligen Achse addiert:¹⁵⁸

$$\eta_{\theta,xz} = \eta_{\theta,x} + \eta_{\theta,z} \leq \sqrt{2} \quad (4.4)$$

$$\eta_{\theta,xyz} = \eta_{\theta,x} + \eta_{\theta,y} + \eta_{\theta,z} \leq \sqrt{3} \quad (4.5)$$

Als Einflussfaktoren auf die Orientierung der Fasern werden von Laranjeira et al.¹⁵⁸

- die Frischbetoneigenschaften,
- die Befüllmethode,
- die Verdichtung des Betons,
- ein evtl. stattfindendes Fließen des Betons in der Schalung sowie
- die Geometrie der Schalung

genannt. Die fünf vorgenannten Einflussgrößen werden - getrennt für jede der drei Raumrichtungen - mit Hilfe von vier Teilbeiwerten

für die Frischbetoneigenschaften nach dem Mischen η_M , für die Befüllmethode $\Delta\eta_C$, für die Verdichtungsmethode und evtl. stattfindende Fließprozesse $\Delta\eta_D$ sowie für die Schalungsgeometrie $\Delta\eta_{FW}$ berücksichtigt.¹⁵⁸ η_M wird dabei als Basis-Teilbeiwert verstanden und durch die drei verbleibenden Teilbeiwerte additiv korrigiert:¹⁵⁸

$$\eta_{\theta,i} = \eta_{M,i} + \Delta\eta_{C,i} + \Delta\eta_{D,i} + \Delta\eta_{FW,i} \quad (4.6)$$

Laranjeira et al.¹⁵⁸ fanden eine gute Übereinstimmung zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Beiwerten in Bezug auf die x -Achse (Längsachse) von balkenförmigen Proben. Der von Laranjeira et al.¹⁵⁸ veröffentlichte Ansatz lässt jedoch eine Berücksichtigung der ggf. unterschiedlichen mechanischen Wirksamkeit der Fasern in Abhängigkeit der Orientierung, d.h. in Abhängigkeit des Winkels zwischen Faser und Last, nicht zu. Der Ansatz liefert ein mittleres Verhältnis aus der Projektion der Faser und der Faserlänge und ist somit als rein geometrischer Beiwert zu verstehen. Bei der Berechnung des Beiwerts fließen zwar u.a. betontechnologische Kenngrößen ein, die Berücksichtigung einer winkelabhängigen Kraftübertragung der einzelnen Fasern ist jedoch nicht möglich. Der Ansatz ist daher nach Meinung des Verfassers für die Beurteilung der mechanischen Effektivität von Fasern im Werkstoff nur bedingt geeignet.

Marković¹⁵⁹ verwendete in seiner Arbeit zur Berücksichtigung der Faserorientierung ebenfalls einen auf geometrischen Betrachtungen basierenden Beiwert η_θ . Er ermittelte versuchstechnisch einen Orientierungsbeiwert von rd. 0,864 bis 0,869 für Fasern mit Endhaken und einem Durchmesser von $\varnothing_f = 0,7$ mm (entspricht einem mittleren Winkel zwischen Faserlängsachse und Schnitt Ebene von rd. 30°). Marković¹⁵⁹ führte auch einige Faserausziehversuche mit Winkeln von 15° und 30° durch und stellte eine Steigerung der maximalen Faserkraft um rd. 15% bis 120% fest. Um das Biegetragverhalten von

¹⁵⁸ Laranjeira et al.: Framework to predict the orientation of fibers in FRC: A novel philosophy.

¹⁵⁹ Marković: High-performance hybrid-fibre concrete - Development and utilisation.

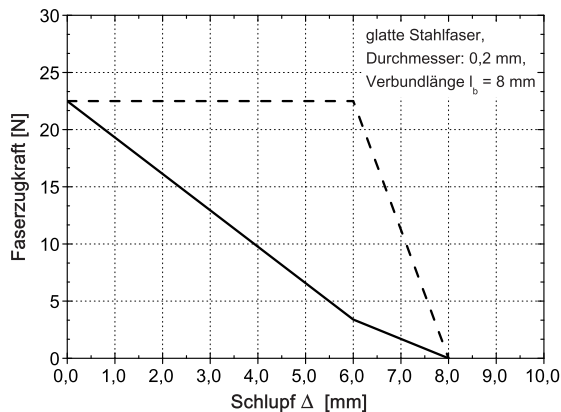


Bild 4.1: Ansätze für das Ausziehlast-Schlupf-Verhalten von geraden Stahlfasern des Durchmesser 0,2 mm zur Modellierung des Biegetragverhaltens nach Marković¹⁶⁰

stahlfaserbewehrten Balken zu modellieren, setzte er neben dem geraden Faserauszug das Verbundverhalten von Fasern mit einem Winkel von 30° an. Das Verbundverhalten bei diesem Winkel formulierte er vereinfachend aus dem geraden Faserauszug durch Multiplikation der maximalen Faserzugkraft mit einem Faktor von 1,35. Im Rahmen einer Parameterstudie untersuchte Marković¹⁶⁰ für die Modellierung des Biegetragverhaltens auch zwei unterschiedliche Ansätze für das Ausziehlast-Schlupf-Verhalten von geraden Stahlfasern des Durchmessers 0,2 mm. Neben einem Ansatz mit konstanter Ausziehlast bis zu einem Schlupf von $\Delta = l_b - 2$ mm (Verbundlänge $l_b = 8$ mm) nahm er auch eine bilinear abfallende Ausziehlast an, siehe Bild 4.1. Um den gewinkelten Faserauszug zu modellieren, multiplizierte Marković¹⁶⁰ wie bereits erwähnt die maximale Faserzugkraft mit einem Faktor von 1,35, die Schlupfkennwerte beließ er jedoch gleich. Nach Ansicht des Verfassers ist dies eine starke Vereinfachung des tatsächlichen Verhaltens und wird daher für die eigenen Versuche nicht weiterverfolgt.

Grünewald¹⁶¹ führte eine Reihe von pull-

out-Versuchen an Stahlfasern mit Endhaken durch. Das Verbundverhalten beim gewinkelten Faserauszug untersuchte er jedoch nicht. Um eine Orientierung der Fasern im Werkstoff dennoch zu berücksichtigen, berechnete Grünewald¹⁶¹ mit Hilfe eines geometrischen Beiwerts η_θ (Verhältnis aus Projektion der Fasern und Faserlänge) eine effektive Faserlänge.

Kooiman¹⁶² setzte für die Modellierung eines stahlfaserbewehrten Betons ebenfalls einen rein geometrisch bedingten Beiwert (auf Basis der Länge der Projektionen) für die Berücksichtigung der Faserorientierung an. In Anlehnung an Ergebnisse einer Literatursichtung ($\eta_{\theta,2D} = 0,637$, $\eta_{\theta,3D} = 0,405$ bzw. $\eta_{\theta,3D} = 0,500$) wählte Kooiman¹⁶² für Fasern mit Endhaken $\eta_{\theta,3D} = 0,660$ ($l_f = 30$ mm, $\varnothing_f = 0,5$ mm) bzw. $\eta_{\theta,3D} = 0,700$ ($l_f = 60$ mm, $\varnothing_f = 0,75$ mm). Das vom Winkel abhängige Verbundverhalten lies Kooiman¹⁶² jedoch außer Acht. Im Rahmen seiner Modellierung berücksichtigte er letztlich - wie auch Grünewald¹⁶¹ - eine effektive Faserlänge, die sich aus den vorgenannten Beiwerten und der tatsächlichen Länge der Fasern ergibt.

Zu den Studien der Autoren Grünewald¹⁶¹ und Kooiman¹⁶² sei angemerkt, dass bei Fasern mit Endhaken ein gewinkelter Faserauszug bis zu einem gewissen Grad der Abwinkelung keinen nennenswerten Einfluss auf das Verbundverhalten haben dürfte. Der aufgrund des Endhakens vorhandene Formschluss führt auch bei keiner oder nur geringer Abwinkelung zu sehr hohen übertragbaren Faserzugkräften. Eine Abwinkelung dürfte erst bei großen Winkeln wegen der Bildung von Ausbruchkegeln zu einer signifikanten Beeinflussung der Kraftübertragung führen. Insofern kann bei der Modellierung des Zug- und Biegetragverhaltens von Beton mit Stahlfasern mit Endhaken auf die Berücksichtigung des gewinkelten Faserauszugs vermutlich verzichtet werden. Dies gilt jedoch - wie die eigenen Versuche gezeigt haben - nicht für glatte Stahlfasern.

¹⁶⁰ Marković: High-performance hybrid-fibre concrete - Development and utilisation.

¹⁶¹ Grünewald: Performance-based design of self-compacting fibre reinforced concrete.

¹⁶² Kooiman: Modelling steel fibre reinforced concrete for structural design.

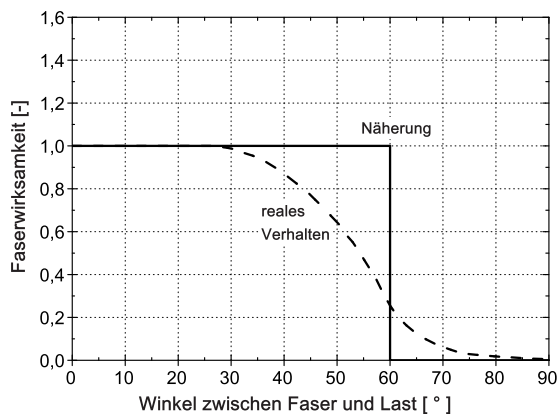


Bild 4.2: Ansätze zur Modellierung der Faserwirksamkeit in Abhängigkeit des Winkels zwischen Faser und Last nach Jungwirth¹⁶³

Jungwirth¹⁶³ beschäftigte sich im Rahmen seiner Dissertation mit der Modellierung des Zugtragverhaltens von faserbewehrtem UHPC. Im Vergleich zu den bisher genannten Autoren setzte er jedoch einen geometrisch begründeten Beiwert $\eta_{\theta,2D} = 0,500$ bzw. $\eta_{\theta,3D} = 2/\pi$ multipliziert mit einem Einflussfaktor $g_{\theta,2D}$ bzw. $g_{\theta,3D}$ für die Wirksamkeit der Fasern an.¹⁶³ Der Einflussfaktor beträgt im zweidimensionalen Fall $g_{\theta,2D} = 3/4$ und im dreidimensionalen Fall $g_{\theta,3D} = \sqrt{3}/4$.¹⁶³ Jungwirth¹⁶³ stellt zwar in einem Diagramm einen Ansatz zur winkelabhängigen Faserwirksamkeit dar, siehe Bild 4.2, die Ableitung der vorgenannten beiden Einflussfaktoren wird jedoch nicht erläutert. Jungwirths¹⁶³ Ausführungen basieren z.T. auf einer Veröffentlichung von Foster¹⁶⁴ zur Wirkung von Fasern mit Endhaken in Stützen aus hochfestem Beton. Die Annahmen von Foster¹⁶⁴ gehen auf pull-out-Versuche aus der Literatur zurück. Eigene pull-out-Versuche an dem hochfesten Beton führte Foster¹⁶⁴ nicht durch. Jungwirth¹⁶³ begründet seine Annahmen mit der Tatsache, dass zum damaligen Zeitpunkt keine Erkenntnisse zum Verbundverhalten einzelner Fasern in UHPC

vorlagen. Nach Ansicht des Verfassers ist der Ansatz von Jungwirth¹⁶³ nur bedingt zur Beschreibung von glatten Fasern unter gewinkelter Faserauszug in UHPC geeignet.

Leutbecher¹⁶⁵ modellierte das Zugtragverhalten von UHPC mit einer Bewehrung aus Betonstahl (Bewehrungsgrad: 3,0%) und Mikrostahtfasern ($l_f = 17$ mm, $\varnothing_f = 0,15$ mm, Fasergehalt: 0,9 Vol.-%, 1,45 Vol.-%, 2,0 Vol.-%). Zur Berücksichtigung des gewinkelten Faserauszugs setzte er, wie auch Jungwirth¹⁶³, einen Orientierungsbeiwert η_{θ} multipliziert mit einem Faktor g_{θ} für die Faserwirksamkeit an. Bei der Nachrechnung seiner zentrischen Zugversuche implementierte Leutbecher¹⁶⁵ jedoch auf Seiten des Orientierungsbeiwerts eine statistische Verteilung mit einem mittleren Beiwert von 0,75. Die Standardabweichung des Beiwerts sowie den Faktor für die Faserwirksamkeit formulierte er in Abhängigkeit des Fasergehalts. Für die drei o.g. Fasergehalte fand Leutbecher¹⁶⁵ die beste Übereinstimmung zwischen Versuchen und Berechnung bei Ansatz von $g_{\theta} = 1,13$, $g_{\theta} = 0,85$ und $g_{\theta} = 0,76$. Die genannten Faktoren basieren zwar nicht auf dem Verbundverhalten einer einzelnen Faser, berücksichtigen aber laut Leutbecher¹⁶⁵ indirekt auch eine gegenseitige Beeinflussung der Fasern.

Zusammenfassend kann zur Berücksichtigung der Faserorientierung und der Faserwirksamkeit festgehalten werden, dass in der Literatur meist nur eine mittlere Orientierung, d.h. ein mittlerer Winkel sowie eine mittlere Wirksamkeit Eingang in die Modellierung finden. Eine Unterscheidung des Verbundverhaltens in Abhängigkeit der Orientierung der Fasern findet nicht statt. Außerdem stehen die angesetzten Faktoren z.T. im Widerspruch. Nach Ansicht des Verfassers sind alle erläuterten Ansätze daher für die Beurteilung der Effektivität der Fasern im Werkstoff nur bedingt, d.h. nur für die jeweils zu beschreibenden Zug- oder Biegezugversuche geeignet. Aus diesem

¹⁶³ Jungwirth: Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton.

¹⁶⁴ Foster: On behavior of high-strength concrete columns: cover spalling, steel fibers, and ductility.

¹⁶⁵ Leutbecher: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC).

Grund wird ein eigener Ansatz zur Beurteilung der Wirkung der Fasern im Hinblick auf eine Orientierung und die damit verbundene Kraftübertragung entwickelt.

4.3. Eigener Ansatz zur Faserorientierung und Faserwirksamkeit

4.3.1. Konzept

In der vorliegenden Arbeit soll ein vereinfachter Ansatz erarbeitet werden, der es erlaubt, die aus den Einzelfaserausziehversuchen gewonnenen Erkenntnisse direkt in einen Effektivitätsbeiwert $\eta_{F,\theta}$ einfließen zu lassen. Der Effektivitätsbeiwert setzt sich aus einem winkelabhängigen Teilbeiwert η_θ für die Orientierung und einem winkelabhängigen Teilbeiwert für die „Wirksamkeit“ der Kraftübertragung η_F zusammen:

$$\eta_{F,\theta} = \sum_{i=1}^n \eta_{\theta,i} \cdot \eta_{F,i} \quad (4.7)$$

mit:

$\eta_{F,\theta} [-]$: Effektivitätsbeiwert für Faserorientierung und gewinkelte Kraftübertragung

$\eta_{\theta,i} [-]$: Teilbeiwert für die Wahrscheinlichkeit der Orientierung der Fasern unter einem Winkel i

$\eta_{F,i} [-]$: Teilbeiwert für die Kraftübertragung der Fasern bei einem Winkel i

Der Effektivitätsbeiwert $\eta_{F,\theta}$ wird der Einfachheit halber als Summe über n betrachtete Winkelbereiche definiert. Grundlage des Ansatzes ist die Annahme, die Fasern seien in alle Raumrichtungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit orientiert. Der Effekt von Diskontinuitäten und eine damit verbundene bevorzugte Faserausrichtung, wie sie z.B. an geschalteten Flächen oder Einbauten im Querschnitt (Bewehrungsstahl, Spannglieder, etc.) auftreten, wird nicht berücksichtigt. Somit wird ein ungestörtes Volumen des Werkstoffkontinuums betrachtet. Effekte, welche aus

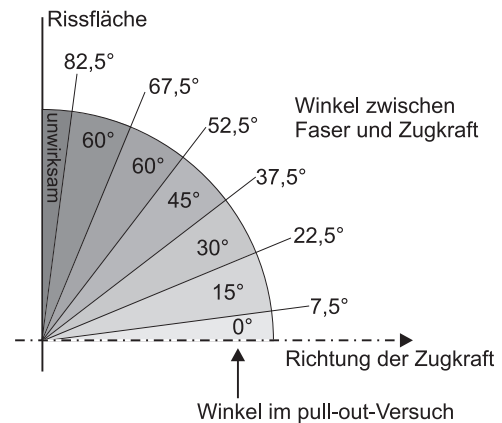


Bild 4.3: Zuordnung der pull-out-Ergebnisse des gewinkelten Faserauszugs zu Winkelbereichen im ersten Quadranten

der gegenseitigen Beeinflussung der Fasern sowie der Bildung von Ausbruchkegeln herrühren, werden ebenfalls vernachlässigt.

4.3.2. Orientierungsteilbeiwert

Die Ableitung des Orientierungsteilbeiwerts $\eta_{\theta,i}$ erfolgt vereinfachend durch die Zuordnung der Versuchsergebnisse für die Winkel 0° , 15° , 30° , 45° und 60° zu sieben im ersten Quadranten liegenden Winkelbereichen, siehe Bild 4.3. Der erste Quadrant im kartesischen Koordinatensystem wird zunächst gedanklich in 12 gleiche Winkelsektoren unterteilt. Ab $7,5^\circ$ bis $82,5^\circ$ wurden je zwei Sektoren zu Winkelbereichen zusammengefasst, so dass sich die in Bild 4.3 grau hinterlegten sieben Teilflächen ergeben. Jeder dieser Teilflächen wurde eine Winkelvariante der Einzelfaserausziehversuche zugeordnet. Die Ergebnisse der 0° -Varianten repräsentieren demnach den Winkelbereich $0^\circ - 7,5^\circ$. Fasern, die einen Winkel zwischen $82,5^\circ$ und 90° aufweisen, wurden als unwirksam hinsichtlich der rissüberbrückenden Wirkung angenommen. Die Wahrscheinlichkeit $p(\theta_i) = \eta_{\theta,i}$, dass eine Faser in einem der sieben Winkelbereiche liegt, wurde anhand der Oberfläche der jeweiligen Kugelvierecke berechnet. Zur Erläuterung soll zunächst Bild 4.4 betrachtet werden. Eine Faser schneide eine Rissebene im Punkt 0. Über dem Punkt 0 wird eine Halbkugel auf der Rissebene aufgespannt. Die

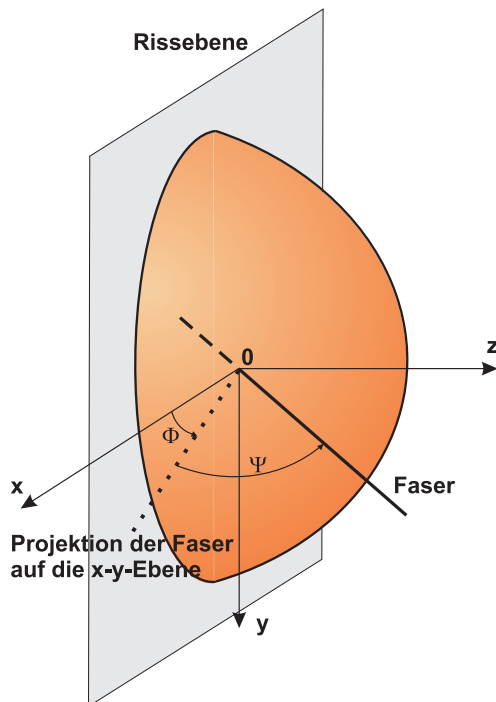


Bild 4.4: Halbkugel mit Mittelpunkt 0 über einer Rissebene. Die Faser schneidet die Rissebene im Kugelmittelpunkt

Lage der Faser in Bezug auf die Rissebene wird exakt durch die beiden Raumwinkel Φ und Ψ beschrieben. Für die Zuordnung zu einem Winkel θ aus den gewinkelten pull-out-Versuchen wird immer der größere Winkel als maßgebend angesetzt. Beträgt z.B. der Raumwinkel $\Phi = 12^\circ$ und der Raumwinkel $\Psi = 35^\circ$, so ist für die Zuordnung, d.h. für die Beurteilung des Kraftübertragungsverhalten der Winkel Ψ maßgebend. Von der auf der Rissebene aufgespannten Kugel wird im Weiteren aus Symmetriegründen nur noch ein Achtel betrachtet, siehe rechte Hälfte in Bild 4.5. Die Oberfläche der Achtelkugel wird durch Längen- und Breitengrade mit Öffnungswinkeln von $7,5^\circ$ bzw. 15° in regelmäßige Kugelvierecke untergliedert. Die Idee der Betrachtung der Kugeloberfläche geht grundsätzlich auf die Arbeit von Aveston und Kelly¹⁶⁶ zurück und wurde auch von anderen Autoren zur Abschätzung der Wahrscheinlichkeit einer räumlichen Faserori-

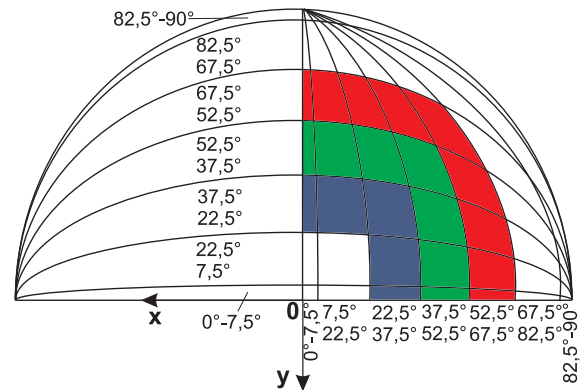


Bild 4.5: Draufsicht auf eine Rissfläche: Achtelkugel (rechter Bereich des Bildes) mit Unterteilung in Winkelbereiche und farblicher Zuordnung zu Winkelvarianten der pull-out-Versuche

entierung verwendet, siehe Li et al.¹⁶⁷ sowie Dupont und Vandewalle¹⁶⁸.

Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch der in Bild 4.5 beispielhaft durch drei unterschiedliche Farben dargestellte Ansatz gewählt. Beispielsweise werden dem Winkel 30° im pull-out-Versuch die blau gefüllten Kugelvierecke zugeordnet. Dies bedeutet, dass alle Fasern, die durch den Mittelpunkt der Kugel verlaufen und den blau gekennzeichneten Oberflächenbereich der Achtelkugel durchstoßen, der Winkelvariante 30° zugeordnet werden. Mit dem nächstgrößeren Winkel kommen jeweils zwei Kugelvierecke auf der Oberfläche der Achtelkugel hinzu (siehe z.B. grün gefüllte Kugelvierecke für 45°). Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Winkelbereichs entspricht dem Verhältnis aus der Oberfläche der jeweiligen Kugelvierecke zu der Oberfläche der Achtelkugel. Die Oberfläche einer Achtelkugel (Radius der Kugel: r) beträgt $O_{AK} = 4/8 \cdot \pi \cdot r^2$. Die Oberfläche eines einzelnen Kugelvierecks beträgt bei einem Winkelraaster von $7,5^\circ$ $O_{KV7,5} = 1/144 \cdot 4/8 \cdot \pi \cdot r^2$. Bei einem Winkelraaster von 15° beträgt die Oberfläche eines einzelnen Kugelvierecks $O_{KV15} = 1/36 \cdot 4/8 \cdot \pi \cdot r^2$. Die sich daraus erge-

¹⁶⁶ Aveston und Kelly: Theory of multiple fracture of fibrous composites.

¹⁶⁷ Li et al.: A micromechanical model of tension-softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites.

¹⁶⁸ Dupont und Vandewalle: Distribution of steel fibres in rectangular sections.

Tabelle 4.1: Teilbeiwert $\eta_{\theta,i}$ der Faserorientierung im jeweiligen Winkelbereich

	Winkelbereich					
von	0°	7,5°	22,5°	37,5°	52,5°	67,5°
bis	7,5°	22,5°	37,5°	52,5°	67,5°	82,5°
$\eta_{\theta,i}$	0,007	0,056	0,111	0,167	0,222	0,278

benden rechnerischen Wahrscheinlichkeiten für den jeweiligen Winkelbereich, die den Teilbeiwerten $\eta_{\theta,i}$ entsprechen, sind in Tabelle 4.1 enthalten.

4.3.3. Wirksamkeitsteilbeiwert

Die Wirksamkeitsteilbeiwerte $\eta_{F,i}$ variieren in Abhängigkeit des betrachteten Betons und werden als Verhältnis der maximal übertragbaren Faserzugkraft bei gewinkeltem Faserauszug und der maximal übertragbaren Faserzugkraft bei geradem Faserauszug angegeben:

$$\eta_{F,i} = F_{max,\theta_i} / F_{max,\theta=0^\circ} \quad (4.8)$$

mit:

$\eta_{F,i}$ [-] : Wirksamkeitsteilbeiwert für die Kraftübertragung der Fasern bei einem Winkel i

F_{max,θ_i} [N] : max. Faserzugkraft unter einem Winkel i

$F_{max,\theta=0^\circ}$ [N] : max. Faserzugkraft bei geradem Faserauszug

Der resultierende Effektivitätsbeiwert $\eta_{F,\theta}$ ist somit auf die maximal übertragbare Faserzugkraft bei geradem Faserauszug anzuwenden. Die Teilbeiwerte $\eta_{F,i}$ sind in Abhängigkeit der Betone und der Winkelbereiche für die Fasern des Durchmessers $\varnothing_f = 0,48$ mm in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Für alle untersuchten Fasern mit Durchmessern unter 0,48 mm wurden vereinfachend die Teilbeiwerte der Fasern des Durchmessers 0,29 mm, d.h. $\eta_{F,0-7,5} = 1,00$, $\eta_{F,7,5-22,5} = 1,33$, $\eta_{F,22,5-37,5} = 1,62$, und $\eta_{F,37,5-52,5} = 1,66$ herangezogen. Für die beiden nicht untersuchten Winkelbereiche von 52,5° bis 67,5° und 67,5° bis 82,5° wurde in Anlehnung an die Versuchsergebnisse mit einem Winkel von 60° (Beton

Tabelle 4.2: Teilbeiwerte $\eta_{F,i}$ in Abhängigkeit des Betons und des Winkelbereichs, $\varnothing_f = 0,48$ mm

	Winkelbereich					
von	0°	7,5°	22,5°	37,5°	52,5°	67,5°
bis	7,5°	22,5°	37,5°	52,5°	67,5°	82,5°
	[-]					
M1	1,00	1,30	1,73	1,88	1,30	1,30
M3	1,00	1,16	1,56	1,95	1,16 ¹⁾	1,16
M4	1,00	1,42	1,61	1,76	1,18	1,18
M5	1,00	1,81	2,38	2,76	1,72 ¹⁾	1,72
M6	1,00	1,30 ²⁾	1,71	1,91	1,21	1,21
M8	1,00	0,99	1,08	1,02	0,67	0,67

¹⁾ berechnet aus mittlerer Maximalkraft der verbleibenden Betone

²⁾ wie M1

M1, M4, M6, Faserdurchmesser 0,48 mm) ein Teilbeiwert von 1,25 angesetzt.

4.3.4. Resultierende Effektivitätsbeiwerte für Faserorientierung und gewinkelte Kraftübertragung

Für die Fasern des Durchmessers 0,48 mm ergeben sich mit den vorgenannten Teilbeiwerten die in Tabelle 4.3 zusammengefassten Effektivitätsbeiwerte $\eta_{F,\theta}$. Der Effektivitätsbeiwert $\eta_{F,\theta}$ beträgt für alle Fasern mit einem Durchmesser unter 0,48 mm und ohne Galvanisierung in Kombination mit dem Beton M1 1,39.

Bei den galvanisierten Faservarianten ($\varnothing_f = 0,20$ mm und $\varnothing_f = 0,16$ mm) wurde zur Berechnung der Faserzugkräfte beim gewinkelten Faserauszug ein Faktor von 1,69 berücksichtigt. Der Faktor ergibt sich aus dem Verhältnis der maximal übertragbaren Faserzugkräfte beim geraden Faserauszug für die Fasern des Durchmessers $\varnothing_f = 0,20$ mm mit und ohne Messingüberzug. Der Messingüber-

Tabelle 4.3: Effektivitätsbeiwerte $\eta_{F,\theta}$ der untersuchten Betonvarianten in Kombination mit den Fasern des Durchmessers 0,48 mm

Beton	M1	M3	M4	M5	M6	M8
$\eta_{F,\theta}$	1,23	1,15	1,15	1,69	1,19	0,69

zug verringerte die maximal übertragbare Faserzugkraft beim geraden Faserauszug deutlich. Der Effektivitätsbeiwert $\eta_{F,\theta}$ beträgt für die beiden Varianten mit Messingüberzug somit 1,95. Demnach wird für die galvanisierten Fasern vereinfachend davon ausgegangen, der negative Einfluss des Messingüberzugs spiele nur beim geraden Faserauszug eine Rolle.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Effektivitätsbeiwerte nicht untereinander verglichen werden können, da sie sich auf die maximal übertragbare Faserzugkraft bei geradem Faserauszug des jeweiligen Betons (Verbundlänge: 5 mm) beziehen.

4.4. Eigener Ansatz zur effektiven Verbundlänge

Betrachtet man die einen Riss überbrückenden Fasern, so kann die wirksame Verbundlänge $l_{b,eff}$ Werte von $0 \leq l_{b,eff} \leq l_f/2$ annehmen. Bei der Modellierung des Zug- oder Biegetragverhaltens werden i.d.R. Faserzugkraft-Schlupf-Kurven für verschiedene Verbundlängen zur Berücksichtigung der tatsächlichen Verbundlängen der Riss überbrückenden Fasern angesetzt. Marković¹⁶⁹ setzte beispielsweise der Einfachheit halber einen linearen Zusammenhang zwischen der maximalen Faserzugkraft und der Verbundlänge an. Sollen jedoch unterschiedliche Fasern oder Faser/Beton-Kombinationen anhand eines einfachen Kennwerts hinsichtlich ihrer mechanischen Effektivität verglichen werden, so ist o.g. Vorgehensweise nicht zielführend. Um

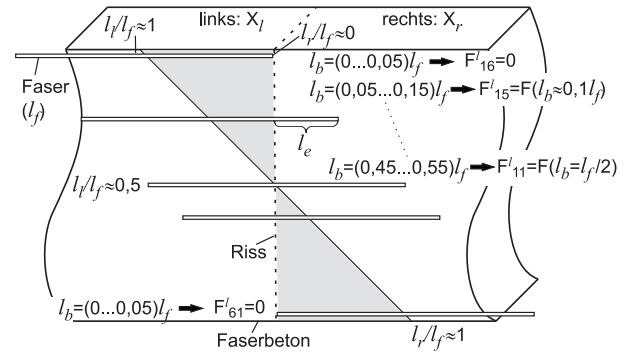


Bild 4.6: Ausschnitt eines gerissenen Werkstoffvolumens mit parallel ausgerichteten, rissüberbrückenden Fasern unterschiedlicher wirksamer Verbundlängen $l_{b,eff}$

den Effekt der wirksamen Verbundlänge bei der Beurteilung der Faserwirkung im Werkstoff berücksichtigen zu können, wurde daher im Rahmen dieser Arbeit ein Effektivitätsbeiwert η_l anhand von vereinfachten geometrischen Betrachtungen hergeleitet. Hierzu stelle man sich zunächst einen streifenförmigen Ausschnitt eines faserbewehrten Werkstoffvolumens vor, welches durch einen Riss in zwei Hälften geteilt wird, siehe Bild 4.6. Die Länge $l_{b,li}$ der Faserteilstücke, welche die Rissfläche gerade berühren oder kreuzen und sich in der linken Hälfte befinden, reicht von $0 \leq l_{b,li} \leq l_f$; gleiches gilt für die Hälfte rechts des Risses. Die Schwerpunkte der im Kontakt mit dem Riss stehenden Fasern können $\pm l_f/2$ von der Rissfläche entfernt sein. Für die weitere Herleitung wird die Annahme getroffen, alle möglichen Faserpositionen seien in Bezug auf die Lage zur Rissfläche gleich verteilt. Der somit zu betrachtende Bereich $\pm l_f/2$ ($\hat{=}$ mögliche wirksame Verbundlänge der Fasern) wird gedanklich zunächst in 20 Intervalle $I_{\zeta,i}$ der relativen Breite 0,05 (bezogen auf die Faserlänge) unterteilt. Ab $0,05 \cdot l_f$ bis $0,95 \cdot l_f$ werden, wie in Bild 4.6 zu erkennen, jeweils zwei Intervalle zusammengefasst. Das Anfangs- und Endintervall ($0 \cdot l_f$ bis $0,05 \cdot l_f$ und $0,95 \cdot l_f$ bis $1,00 \cdot l_f$) wird aufgrund der geringen Verbundlänge vereinfachend als unwirksam hinsichtlich der Kraftübertragung angesehen. Den verbleibenden Intervallen wird jeweils eine relative mittlere Verbundlänge

¹⁶⁹ Marković: High-performance hybrid-fibre concrete - Development and utilisation.

Tabelle 4.4: Zuordnung von Intervallen I_{ζ_i} der relativen Verbundlänge zu relativen mittleren Verbundlängen ζ_i im Faserausziehversuch und Wahrscheinlichkeit $p(\zeta_i)$ des jeweiligen Intervalls

I_{ζ_i}	0,05– 0,15	0,15– 0,25	0,25– 0,35	0,35– 0,45	0,45– 0,55
ζ_i	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
$p(\zeta_i)$	0,20	0,20	0,20	0,20	0,10

$\zeta_i = l_b/l_f$ aus den Faserausziehversuchen zugeordnet, siehe Tabelle 4.4. Das Intervall von $0,85 \cdot l_f$ bis $0,95 \cdot l_f$ mit einer relativen mittleren Verbundlänge von 0,90 wird beispielsweise der relativen Verbundlänge $\zeta = 0,10$ zugeordnet. In Tabelle 4.4 sind auch die resultierenden Wahrscheinlichkeiten $p(\zeta_i)$ des Auftretens der jeweiligen relativen mittleren Verbundlänge angegeben. Auf Basis des in Kapitel 2.3.5 geschilderten Zusammenhangs zwischen maximaler Faserausziehkraft $F_{f, bu}$ und der Verbundlänge l_b für die Fasern des Durchmessers 0,48 mm kann für die o.g. relativen Verbundlängen die zugehörige relative maximale Faserausziehkraft $F'_i = F(l_b, i)/F(l_b = l_f/2)$ bezogen auf die Kraft bei einer Verbundlänge entsprechend der halben Faserlänge angegeben werden. Der Einfachheit halber wurde angenommen, der in Kapitel 2.3.5 geschilderte Zusammenhang für die Fasern des Durchmessers 0,48 mm - jedoch in relativer Darstellung - gelte auch für alle anderen Faserdurchmesser. Die relativen maximalen Faserausziehkräfte F'_i können für typische Faserlängen Tabelle 4.5 entnommen werden. Aus den in Tabelle 4.5 zusammengefassten relativen Faserausziehkräften F'_i (bezogen auf eine Verbundlänge von $l_b = l_f/2$) kann nun mit den in Tabelle 4.4 genannten Wahrscheinlichkeiten $p(\zeta_i)$ der Effektivitätsbeiwert η_l für die Verbundlänge berechnet werden:

$$\eta_l = \sum_{i=1}^n p(\zeta_i) \cdot F'_i \quad (4.9)$$

Tabelle 4.5: Relative maximale Faserausziehkräfte F'_i in Abhängigkeit der relativen Verbundlänge ζ_i für verschiedene Faserlängen l_f

ζ_i	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
l_f [mm]	F'_i [-]				
20	0,28	0,55	0,72	0,88	1,00
13	0,23	0,47	0,70	0,84	1,00
10	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00

Tabelle 4.6: Effektivitätsbeiwerte η_l in Abhängigkeit der Faserlänge l_f

l_f [mm]	20	13	10	6
η_l [-]	0,59	0,55	0,50	0,50

mit:

η_l [-]: Effektivitätsbeiwert für die Verbundlänge

$p(\zeta_i)$ [-]: Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der relativen Verbundlänge ζ_i

F'_i [-]: Relative Verbundkraft bei der relativen Verbundlänge ζ_i

Die daraus resultierenden Effektivitätsbeiwerte η_l sind in Abhängigkeit der Faserlänge l_f in Tabelle 4.6 zusammengefasst. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die vorgenannten Effektivitätsbeiwerte η_l auf die Faserausziehkraft bei einer Verbundlänge von $l_b = l_f/2$ und bei geradem Faserauszug anzuwenden sind.

4.5. Berechnung einer Faserleistungskennzahl für glatte Stahlfasern

Mit Hilfe der Beiwerte $\eta_{F, \theta}$ und η_l kann der Einfluss einer Faserorientierung und der tatsächlichen Verbundlänge mit Bezug auf eine Rissfläche abgeschätzt werden. Die tatsächliche Anzahl der Fasern, die einen Riss kreuzen, wird damit jedoch noch nicht erfasst. Eine vergleichende Beurteilung von Fasern unter-

schiedlichen Durchmessers und Länge kann vereinfachend unter Berücksichtigung des Volumens einer einzelnen Faser mit Hilfe einer Faserleistungskennzahl FLK_f erfolgen:

$$FLK_f = F_{f,bu} \cdot \eta_l \cdot \eta_{F,\theta} \cdot (l_f \cdot r_f^2 \cdot \pi)^{-1} \quad (4.10)$$

mit:

FLK_f [N/mm³]: Faserleistungskennzahl einer einzelnen Faser

$F_{f,bu}$ [N] : max. Faserausziehungskraft bei $l_b = l_f/2$ und $\theta = 0^\circ$

η_l [-] : Beiwert für die tatsächliche Verbundlänge in Abh. von l_f

$\eta_{F,\theta}$ [-] : Beiwert für die Faserorientierung

l_f [mm] : Faserlänge

r_f [mm] : Faserradius

Die Faserleistungskennzahl FLK_f entspricht somit einer mittleren Faserausziehungskraft bezogen auf das Volumen einer einzelnen Faser. Der Bezug auf das Volumen einer einzelnen Faser erlaubt später, die Faserwirkung auf Werkstoffebene anhand des Volumengehalts im Werkstoff zu beurteilen. In Tabelle 4.7 und Tabelle 4.8 sind die Faserleistungskennzahlen für alle untersuchten Faser/Beton-Varianten zusammengefasst. Für den Beton M1 ist die Faserleistungskennzahl in Abhängigkeit des Durchmessers in relativer Darstellung ($\varnothing_f = 0,15 \text{ mm} \hat{=} 1,0$) in Bild 4.7 dargestellt. In Bild 4.7 sind außerdem die relative Anzahl an Fasern sowie die relative gesamte Verbundfläche in Abhängigkeit des Faserdurchmessers wiedergegeben. Bei der Beurteilung der Faserwirkung anhand der o.g. Faserleistungskennzahlen ist neben den bereits erwähnten Einschränkungen Folgendes zu beachten: Alle Fasern mit einem Durchmesser $< 0,29 \text{ mm}$ werden hinsichtlich des gewinkelten Faserauszugs wie Fasern des Durchmessers $0,29 \text{ mm}$ behandelt. Die Kraftübertragung beim gewinkelten Faserauszug wird bei Fasern mit Messingüberzug ($\varnothing_f = 0,20 \text{ mm}$ und $\varnothing_f = 0,15 \text{ mm}$) vereinfachend durch einen Faktor korrigiert. Der Einfluss einer Galvanisierung beim geraden Faserauszug findet sich

Tabelle 4.7: Faserleistungskennzahl FLK_f für die untersuchten Betone in Kombination mit den Fasern des Durchmessers $0,48 \text{ mm}$

l_f [mm]	6	10	13	20
Beton	FLK_f [N/mm ³]			
M1	37,6	37,6	35,3	32,0
M3	37,1	37,1	34,8	31,5
M4	34,6	34,6	32,5	29,4
M5	37,0	37,0	34,7	31,5
M6	36,8	36,8	34,5	31,2
M8	38,1	38,1	35,7	32,4

Tabelle 4.8: Faserleistungskennzahl FLK_f für den Beton M1 in Kombination mit Fasern unterschiedlichen Durchmessers und Länge

l_f [mm]	6	10	13	20
\varnothing_f [mm]	FLK_f [N/mm ³]			
0,48	37,6	37,6	35,3	32,0
0,40	53,0	53,0	49,7	45,0
0,29	54,9	54,9	51,5	46,6
0,20M ¹⁾	75,8	75,8	71,1	64,3
0,20	75,9	75,9	71,2	64,5
0,15M ¹⁾	129,4	129,4	121,4	109,9

¹⁾ M: vermessingt

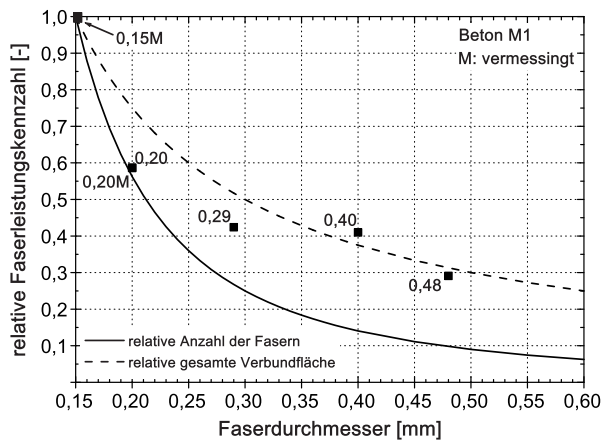


Bild 4.7: Relative Faserleistungskennzahlen für den Beton M1 in Abhängigkeit des Faserdurchmessers, Faserlänge $l_f = 10\text{ mm}$

somit beim gewinkelten Faserauszug nicht wieder. Die Fasern beeinflussen sich gegenseitig nicht, sind im Werkstoff gleich verteilt und weisen keine bevorzugte Orientierung auf.

Die in Bild 4.7 dargestellten Faserleistungskennzahlen FLK_f bestätigen den Einfluss des Faserdurchmessers, der bereits in Kapitel 1.2 in Bild 1.1 theoretisch erläutert wurde. Die rechnerisch ermittelten Faserleistungskennzahlen FLK_f liegen in etwa zwischen den beiden Kurven für die relative Faseranzahl und die relative gesamte Verbundfläche. Mit Hilfe der Faserleistungskennzahlen ist es nun möglich, die untersuchten Faservarianten im Hinblick auf ihre Effektivität im Werkstoff zu beurteilen. Außerdem können damit unterschiedliche Fasern auch hinsichtlich z.B. der Kosten oder der ökologischen Aspekte bewertet werden.

Der Einfluss einer Oberflächenrauigkeit auf die Faserleistungskennzahl soll orientierend anhand der Variante Beton M1 in Kombination mit den aufgerauten geraden Fasern des Durchmessers 0,48 mm veranschaulicht werden. Die maximal übertragbaren Faserzugkräfte wurden bereits in Kapitel 2.7.4 und Kapitel 3.4 erläutert. Für einen Winkel von 30° wurde vereinfachend angenommen, die übertragbare Faserzugkraft entspräche dem Mittelwert aus der 15° - und der 45° -Variante.

Für alle Winkel $> 45^\circ$ wurden die Ergebnisse der unbehandelten Fasern angesetzt. Damit ergibt sich ein Effektivitätsbeiwert $\eta_{F,\theta}$ von 0,63 sowie ein Effektivitätsbeiwert η_l von 0,50 (Faserlänge: 10 mm). Die Faserleistungskennzahl FLK_f beträgt somit $40,3\text{ N/mm}^3$ (maximale Faserzugkraft: 230,3 N für den geraden Faserauszug und eine Verbundlänge von 5 mm). Die aufgerauten Fasern des Durchmessers 0,48 mm erreichen die Leistungsfähigkeit der nächstdünnere Fasern nicht. Um die Mikrostahtfasern völlig zu ersetzen, müsste das Volumen an aufgerauten Fasern des Durchmessers 0,48 mm das 3,2-fache ($129,4/40,3$) der Mikrostahtfasern im Werkstoff betragen. Dies bedeutet z.B., dass 1,0 Vol.-% Mikrostahtfasern durch 3,2 Vol.-% der aufgerauten Fasern des Durchmessers 0,48 mm ausgetauscht werden können.

4.6. Orientierende Untersuchung und Beurteilung von Fasern mit Verankerungsmitteln

Neben den geraden Fasern mit und ohne Oberflächenbehandlung wurden orientierend auch gewellte Fasern des Durchmessers 0,39 mm und 0,48 mm (siehe Bild A.4) in Kombination mit dem Beton M1 untersucht (nur gerader Faserauszug). Die Verbundlänge betrug 5 mm. Bei allen Versuchen bildeten sich ausgeprägte Ausbruchkegel gefolgt von einem Zugversagen (Reißen) der Faser. Die Last-Maschinenweg-Kurven der Variante mit Fasern des Durchmessers 0,48 mm sind in Bild 4.8 dargestellt.

Die maximale Faserzugkraft entsprach jeweils der Faserbruchkraft und betrug im Mittel 130,4 N ($\varnothing_f = 0,29\text{ mm}$) bzw. 218,6 N ($\varnothing_f = 0,48\text{ mm}$). Der in Bild 4.8 erkennbare Maschinenweg beinhaltet u.a. eine Verformung der gewellten Faser („Geradeziehen“) in der freien Länge (rd. 5 mm). Die Tiefe der Ausbruchkegel betrug etwa 1 mm. Für die weitere Beurteilung der Effektivität der gewellten Fasern geht der Verfasser davon aus, dass bei einer Rissbildung im Werkstoff

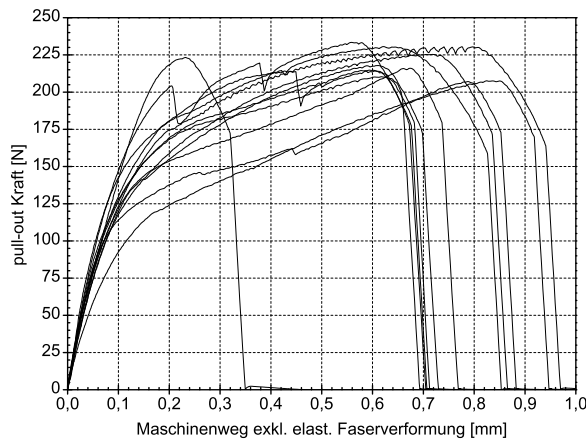


Bild 4.8: Last-Maschinenweg-Kurven der pull-out-Versuche mit gewellten Fasern, Beton M1, Verbundlänge $l_b = 5 \text{ mm}$, $\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$

die Faserbruchkraft bei deutlich geringerer Verformung bzw. Rissöffnung erreicht wird. Somit kann für den geraden Faserauszug die Faserbruchkraft als maximal übertragbare Kraft angesetzt werden. Für den gewinkelten Auszug der gewellten Fasern wird angenommen, es komme wie bei den geraden Fasern zur Bildung von Ausbruchkegeln und die Faserbruchkraft könne nicht immer ausgenutzt werden. Vereinfachend werden daher für die gewellten Fasern des Durchmessers 0,48 mm ab einem Winkel von 60° die Faserzugkräfte des gewinkelten Faserauszugs der geraden Fasern angesetzt. Für die Winkel 15° , 30° und 45° wird angenommen, die Faserbruchkraft der gewellten Fasern werde erreicht. Die gewellten Fasern des Durchmessers 0,48 mm wurden im Rahmen von Balkenversuchen mit einer Faserlänge von 6 mm, d.h. mit 1,5-facher Wellenlänge, verwendet. Vereinfachend wird angenommen, zwischen der Verbundlänge und der Faserzugkraft bestünde bis zu einer Verbundlänge von 5 mm (im Einzelfaserausziehversuch untersuchte Verbundlänge) ein linearer Zusammenhang.

Aus den getroffenen Annahmen ergibt sich somit ein Effektivitätsbeiwert für die Faserorientierung von $\eta_{F,\theta} = 0,92$ und für die Verbundlänge von $\eta_l = 0,50$. Die Faserleistungskennzahl FLK_f für die gewellten Fasern des Durchmessers 0,48 mm (Volumen einer Fa-

ser der Länge 6 mm: $1,22 \text{ mm}^3$) beträgt damit $49,5 \text{ N/mm}^3$. Bei einer Faserlänge von 10 mm würde vermutlich bei jedem Winkel zwischen Faser und Last die Faserbruchkraft erreicht. In diesem Fall würde die Faserleistungskennzahl $FLK_f = 59,7 \text{ N/mm}^3$ betragen. Die gewellten Fasern des Durchmessers 0,48 mm erreichen somit nicht die Leistungsfähigkeit der glatten Fasern des Durchmessers 0,40 mm.

4.7. Beurteilung des Biegetragverhaltens von faserbewehrtem UHPC - Anwendung der Faserleistungskennzahl

Um die Aussagekraft der ermittelten Faserleistungskennzahlen zu beurteilen, wurden orientierend einige Biegezugversuche (3-Punkt-Belastung) an Balken aus dem Beton M1 mit unterschiedlichen Faservarianten durchgeführt. Die gekerbten Balken (Kerbtiefe $1/3$ der Höhe) hatten eine Höhe von 150 mm, eine Breite von 75 mm und eine Stützweite von 600 mm. Sie wurden wie die pull-out-Probekörper wärmebehandelt, jedoch in einem Alter von 180 d geprüft. Während des wegeregulierten Versuchs wurden die Durchbiegung sowie die Rissöffnung synchron zur Last aufgezeichnet. Die untersuchten Varianten sind in Tabelle 4.9 zusammengefasst.

Um das Volumen der Fasern in der Stoffraumrechnung zu integrieren, wurde das Volumen der restlichen Betonausgangsstoffe anteilig reduziert. Somit blieb das Verhältnis der einzelnen Betonausgangsstoffe untereinander konstant. Die Last-Durchbiegungs-Kurven der untersuchten Balken sind für eine Durchbiegung bis 0,5 mm im Anhang L in Bild L.1 bis Bild L.5 dargestellt. Die gemessene Durchbiegung entsprach aufgrund der gewählten Balkengeometrie bei allen untersuchten Varianten in etwa der Rissöffnung. Zur Beurteilung der Biegezugversuche wurde das mittlere Last-Durchbiegungs-Integral $I_{0-0,5}$ der Kurven berechnet, siehe Tabelle 4.10. In der Tabelle sind auch die Faserleistungskennzahlen für den Werkstoff FLK_W angegeben. Diese

Tabelle 4.9: Untersuchte Faserbetonvarianten

Beton- variante	Faservariante ¹⁾		
	0,15 – 6 gerade M	0,40 – 10 gerade	0,48 – 6 gewellt
[–]	Vol.-%		
M1 – 15A	1,5	0	0
M1 – 30A	3,0	0	0
M1 – 15B	0,5	0,5	0,5
M1 – 30B	1,0	1,0	1,0
M1 – 15C	0,5	0	1,0

¹⁾ erste Zahl: Faserdurchmesser [mm]
 zweite Zahl: Faserlänge [mm]
 M: vermessingt

Tabelle 4.10: Integrale der Last-Durchbiegungs-Kurven $I_{0-0,5}$ und rechn. Faserleistungskennzahlen FLK_W

Betonvariante [–]	$I_{0-0,5}$ [Nmm]	FLK_W [N/mm ³]
M1 – 15A	4.000	194
M1 – 30A	7.402	388
M1 – 15B	2.587	109
M1 – 30B	4.858	218
M1 – 15C	2.915	100

wurden anhand der Faserleistungskennzahl FLK_f einer einzelnen Faser, multipliziert mit deren Volumengehalt [Vol.-%] im Werkstoff berechnet. Bei Verwendung eines Fasergemisches aus i Fasertypen wurde FLK_W als Summe der einzelnen Faserleistungskennzahlen $FLK_{W,i}$ ermittelt. Der Zusammenhang zwischen den Faserleistungskennzahlen des Werkstoffs FLK_W und den Integralen $I_{0-0,5}$ der Biegezugversuche ist in Bild 4.9 dargestellt. Zwischen den beiden Kennwerten der untersuchten Faserbetonvarianten kann in guter Näherung ein linearer Zusammenhang aufgestellt werden. Die Ergebnisse der orientierend durchgeführten Biegezugversuche an Betonen mit unterschiedlichen Fasergemischen zeigen, dass eine Beurteilung der

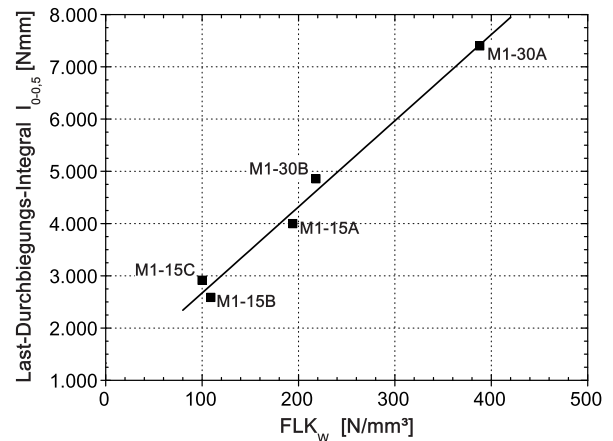


Bild 4.9: Zusammenhang zwischen Faserleistungskennzahl des Werkstoffs FLK_W und Integral der Last-Durchbiegungs-Kurven $I_{0-0,5}$

Fasereffektivität im Werkstoff anhand der Faserleistungskennzahlen möglich ist. Mit Hilfe der ermittelten Faserleistungskennzahlen kann nun - im Hinblick auf die mechanische Wirksamkeit - gezielt nach Alternativen zu den Mikrostauffasern gesucht werden. Die Faserleistungskennzahlen können darüber hinaus auch zur Beurteilung der Fasern hinsichtlich ökonomischer oder ökologischer Aspekte herangezogen werden. Dazu werden im folgenden Kapitel entsprechende Kennwerte für die untersuchten Fasern erörtert und anschließend eine Bewertung vorgenommen. Trotz des gefundenen klaren Zusammenhangs zwischen den beiden Kennwerten $I_{0-0,5}$ und FLK_W sei darauf hingewiesen, dass die Faserleistungskennzahlen - sowohl für die einzelne Faser, als auch für den Werkstoff - eine Reihe von Vereinfachungen enthalten, die bei der Anwendung bedacht werden müssen. Vor allem eine bevorzugte Orientierung von Fasern aufgrund z.B. der Probekörperbegrenzungen kann das Werkstoffverhalten deutlich beeinflussen. Im vorliegenden Fall wurden kurze Fasern mit einer Länge von 6 mm und 10 mm in Balken mit einer Breite von 75 mm verwendet. Eine evt. ungleichmäßige Orientierung der Fasern hatte offensichtlich nur einen geringen Einfluss auf das Werkstoffverhalten. Bei der Verwendung von längeren Fasern und gleichen Balkenabmessungen

wäre der Einfluss der Faserorientierung u.U. größer gewesen und hätte bei der Berechnung der Faserleistungskennzahlen für den Werkstoff berücksichtigt werden müssen. Die Berücksichtigung einer ungleichmäßigen Faserorientierung kann ohne Weiteres auf Seiten des Effektivitätsbeiwerts $\eta_{F,\theta}$ erfolgen.

Das Biegetragverhalten der Faserbetone wurde bewusst anhand von Integralen der Last-Durchbiegungs-Kurven bis 0,5 mm Durchbiegung bewertet. Sollen andere Kenngrößen oder größere Durchbiegungen bzw. Rissbreiten bewertet werden, so müssen ggf. die Faserleistungskennzahlen FLK_f , welche derzeit auf der maximal übertragbaren Faserzugkraft basieren, angepasst werden.

*Am Ende ist alles gut - und wenn nicht alles gut ist,
dann ist es nicht das Ende!*

(altes indisches Sprichwort)

5. Ökonomische und ökologische Aspekte von faserbewehrtem UHPC - Analyse von Beispielbauteilen

Inhalt

5.1. Vorbemerkungen	95
5.2. Ökonomische Aspekte faserbewehrter UHPCs	95
5.3. Ökologische Aspekte faserbewehrter UHPCs	96
5.4. Analyse von Beispielbauteilen	98

5.1. Vorbemerkungen

Mit Hilfe der Faserleistungskennzahlen ist ein Vergleich unterschiedlicher Fasern im Hinblick auf ihre mechanische Effektivität im Werkstoff möglich. Die Faserleistungskennzahlen können jedoch auch zum Vergleich hinsichtlich weiterer Kenngrößen wie z.B. Kosten oder Umweltwirkungen auf der Werkstoffebene herangezogen werden. Dies wird im vorliegenden Kapitel für einige der untersuchten Faservarianten durchgeführt. Damit wird der Leser und Anwender in die Lage versetzt, die untersuchten Fasern bzw. Faserbetonvarianten unter verschiedenen Gesichtspunkten (mechanische Leistungsfähigkeit, Kosten, Umweltwirkungen) im Sinne einer „multiple attribute decision aid“ (mada) zu beurteilen.

In den folgenden beiden Absätzen werden zunächst die Kosten und Umweltwirkungen auf Werkstoffebene betrachtet. Im letzten Absatz werden dann die gewonnenen Erkenntnisse vom Werkstoff auf Beispielbauteile übertragen und daraus Empfehlungen für den Praxiseinsatz von Stahlfasern in UHPC abgeleitet.

5.2. Ökonomische Aspekte faserbewehrter UHPCs

Um verschiedene Fasern bzw. faserbewehrten UHPC mit unterschiedlichen Fasergemischen, jedoch gleicher mechanischer Leistungsfähigkeit hinsichtlich ökonomischer Aspekte zu bewerten, können anhand der Faserleistungskennzahlen FLK_W die erforderlichen Fasermengen abgeschätzt und mit den entsprechenden Kosten verknüpft werden. Die Kosten der unterschiedlichen Fasern bzw. der mineralischen Ausgangsstoffe des UHPCs wurden im Rahmen eines Forschungsprojekts, bei dem Bauteile des Spezialtiefbaus in einem Werk hergestellt wurden, ermittelt, siehe Tabelle 5.1. Die in Tabelle 5.1 genannten Preise können als Marktpreise im Jahr 2010 verstanden werden. Für die Stahlfasern des Durchmessers 0,20 mm, 0,29 mm und 0,48 mm wurden die Preise vereinfachend linear interpoliert.

Betrachtet man beispielsweise die Variante M1 – 15A (1,5 Vol.-% Mikrostaalfasern $FLK_W = 223 \text{ N/mm}^3$), so betragen die Kosten für alle Ausgangsstoffe rd. 520 €/m^3 . Soll die gleiche Leistungsfähigkeit des Werkstoffs mit beispielsweise nur 1,0 Vol.-% der Mikrostaalfasern (Durchmesser 0,15 mm, Bezeichnung des Faserbetons wäre: M1 – 23AB) erreicht werden, so erhöhen sich die Kosten auf rd. 600 €/m^3 . Neben den Mikrostaalfasern (Durchmesser 0,15 mm) müssten außerdem je 0,66 Vol.-% der glatten Stahlfasern des Durchmessers 0,40 mm und der gewellten Stahlfasern ($\varnothing_f = 0,48 \text{ mm}$) zugegeben werden. Der Gesamtfasergehalt beträgt somit 2,32 Vol.-%. Die Anteile der Ausgangsstoffe

Tabelle 5.1: Kosten der Ausgangsstoffe für UHPC

Stoff [-]	Preis [€/t]
Zement Z1	110
Zement Z2 und Z3	70
Silikastaub S1	500
Quarzmehl Q1	55
Quarzmehl Q2	75
Kalksteinmehl K1	30
Kalksteinmehl K3	40
Quarzsand QS	26
Fließmittel FM	1.500
MSF ¹⁾	2.500
SF ²⁾	1.800

¹⁾ MSF: Stahlfasern $\varnothing_f = 0,15$ mm

²⁾ SF: Stahlfasern $\varnothing_f = 0,40$ mm

an den Gesamtkosten sind für den Faserbeton M1 – 15A in Bild 5.1 dargestellt. Im Falle des Faserbetons M1 – 23AB mit reduziertem Gehalt an Mikrostauffasern beträgt der Anteil aller Fasern an den Gesamtkosten rd. 62 %.

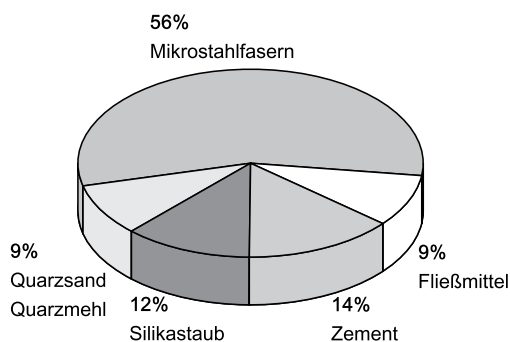


Bild 5.1: Anteile der Ausgangsstoffe an den Gesamtkosten des Faserbetons M1 – 15A

5.3. Ökologische Aspekte faserbewehrter UHPCs

5.3.1. Vorbemerkung

Für die Bewertung faserbewehrter UHPCs und entsprechender Bauteile wurde die Methode der Sach- und Wirkungsbilanz als Teile der Ökobilanz gewählt. Andere umweltbezogene Bewertungsmethoden wie beispielsweise die reine Ermittlung des kumulierten Energieaufwandes (KEA), des Primärenergieinhaltes (PI) oder der sog. MIPS (material input per service unit) lassen zwar tendenziell eine vergleichende Bewertung von Baustoffen und Bauteilen zu, eine umfassende Ermittlung mehrerer Umweltwirkungen (Wirkungskategorien) ist jedoch v.a. bei sehr unterschiedlichen Stoffsystemen wegen der verschiedenen Einflüsse der enthaltenen Stoffe auf die Umweltwirkungen sinnvoll.

Ökobilanzen werden i.d.R. aufgrund des großen Datenaufkommens computergestützt mit Hilfe von Prozessdatenbanken, in denen alle umweltrelevanten Informationen und die zu berücksichtigenden Vorketten festgehalten sind, durchgeführt. Prozessdatenbanken werden von Softwareherstellern für Ökobilanzierungssoftware aber auch von kommerziellen und nichtkommerziellen Organisationen bereitgestellt. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Analysen wurden ausschließlich Prozessdaten der Schweizer ecoinvent-Datenbank verwendet. Die Prozessdaten wurden mit Hilfe der Ökobilanzierungssoftware „SimaPro“ verarbeitet und ausgewertet. Lagen für die Herstellung eines Ausgangsstoffs (z.B. Fließmittel, Stahlfasern) keine Prozessdaten in der Datenbank vor, so wurde zunächst eine Recherche zum jeweiligen Herstellprozess durchgeführt. Anschließend wurde die Herstellung in SimaPro mit Hilfe vorhandener ecoinvent-Datensätze modelliert, siehe Porzelt¹⁷⁰ und Stengel und

¹⁷⁰ Porzelt: Ökobilanz von UHPC: Erarbeitung von Rohdaten ausgewählter Mischungsbestandteile als Grundlage für die Ökobilanzierung von UHPC.

Schießl¹⁷¹.

In der Wirkungsabschätzung werden die potentiellen Umweltwirkungen des betrachteten Werkstoffs oder Bauteils auf Basis der Ergebnisse der Sachbilanz abgeschätzt. Dies wird durch eine Zuordnung von Sachbilanzdaten aus der Prozessdatenbank zu spezifischen Umweltwirkungen, den sog. Wirkungskategorien, realisiert. Wirkungskategorien können beispielsweise die Erderwärmung (Treibhauseffekt), die Versauerung der Böden oder der Abbau der stratosphärischen Ozonschicht sein. Jede Wirkungskategorie wird durch einen Wirkungs(kategorie)indikator quantitativ beschrieben. Im Falle der Erderwärmung (Treibhauseffekt) ist dies z.B. das sog. Treibhauspotential (Global Warming Potential: GWP). Für jeden Wirkungsindikator wird ein Charakterisierungs- bzw. Äquivalenzstoff definiert. Bei dem Wirkungsindikator Treibhauspotential ist dies das CO₂, welchem in Bezug auf das Treibhauspotential der Äquivalenzfaktor 1 zugeschrieben wird. Alle weiteren Stoffe, welche einen Beitrag zum betrachteten Wirkungsindikator leisten, werden über Äquivalenzfaktoren relativ zum Äquivalenzstoff berücksichtigt. Für die Wirkungsabschätzung liegen unterschiedliche Methoden vor. Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Wirkungsabschätzung eine Auswahl der Kategorien der sog. CML-Methode (CML: Centrum voor Milieukunde der Universität Leiden) angewendet. Als Wirkungskategorien wurden die Klimaänderung (Erderwärmung, GWP), der Abbau der stratosphärischen Ozonschicht (ODP), die Bildung von bodennahen Photooxidantien (POCP), die Versauerung (AP) und die Eutrophierung (NP) zur Charakterisierung der Umweltwirkungen ausgewählt. Die vorgenannten Kategorien gehören zu den Standardwirkungskategorien der CML-Methode.

5.3.2. Wirkungsabschätzung der Ausgangsstoffe für UHPC

Die Herstellung der Stahlfasern des Durchmessers 0,15 mm wurde, wie in Stengel und Schießl¹⁷¹ beschrieben, mit Hilfe von ecoinvent-Datensätzen modelliert. Für die Modellierung der Fasern mit größerem Durchmesser wurde angenommen, der Teilprozess des Nassziehens werde ab einem Durchmesser des fertigen Drahts von $\varnothing_f \leq 1,6$ mm benötigt. Für alle Drahtdurchmesser zwischen 0,15 mm und 1,6 mm wurde der Anteil des Nassziehens an den Umweltwirkungen der gesamten Drahtherstellung linear interpoliert.

Die Umweltwirkungen der Fließmittelherstellung wurden ebenfalls, wie in Stengel und Schießl¹⁷¹ beschrieben, mit Hilfe von ecoinvent-Datensätzen modelliert.

Für alle Zusatzstoffe (S1, Q, K) wurden vereinfachend einheitliche Umweltwirkungen eines Kalksteinmehls aus der ecoinvent-Datenbank angesetzt. Ebenso wurden für Zement und Quarzsand bestehende ecoinvent-Datensätze verwendet.

Tabelle 5.2 enthält die Ergebnisse der Wirkungsabschätzung für die Ausgangsstoffe von UHPC (bezogen auf 1 kg des jeweiligen Ausgangsstoffs). Mit Hilfe der in Tabelle 5.2 zusammengefassten Ergebnisse können nun die Umweltwirkungen beliebiger Faserbetone ermittelt werden. Für die Variante M1 – 15A sind die Umweltwirkungen in Form eines sogenannten ökologischen Fingerabdrucks in Bild 5.2 dargestellt. Die Umweltwirkungen des Faserbetons M1 – 23AB mit reduziertem Gehalt an Mikrostauffasern liegen je nach Wirkungskategorie rd. 5% bis 30% über der Variante M1 – 15A. Der Ersatz der Mikrostauffasern durch Fasern des Durchmessers 0,40 mm bzw. 0,48 mm ist somit weder aus ökonomischen noch aus ökologischen Gesichtspunkten empfehlenswert. Inwieweit UHPC mit seinem hohen Gehalt an energieintensiven Ausgangsstoffen mit herkömmlichen Baustoffen konkurrieren kann, wird im folgenden Abschnitt anhand der Analyse von

¹⁷¹ Stengel u. Schießl: Sustainable construction with UHPC.

Tabelle 5.2: Umweltwirkungen der Ausgangsstoffe für UHPC bezogen auf jeweils 1 kg

Stoff	GWP	ODP	POCP	AP	NP
[$-$]	[kg]	[10^{-7} kg]	[10^{-4} kg]	[10^{-3} kg]	[10^{-4} kg]
	CO ₂ - äqu.	CFC11- äqu.	C ₂ H ₂ - äqu.	SO ₂ - äqu.	PO ₄ ³⁻ - äqu.
Z	0,85	0,23	0,43	1,16	1,74
S1	0,01	0,02	0,02	0,06	0,11
Q	0,01	0,02	0,02	0,06	0,11
K	0,01	0,02	0,02	0,06	0,11
QS	0,02	0,03	0,03	0,06	0,07
FM	1,10	0,60	194,43	4,76	17,26
MSF ¹⁾	2,68	1,40	6,83	14,10	10,09
SF1 ²⁾	2,44	1,29	6,29	12,78	9,43
SF2 ³⁾	2,37	1,26	6,13	12,37	9,23

1) MSF: Stahlfasern $\varnothing_f = 0,15$ mm

2) SF1: Stahlfasern $\varnothing_f = 0,40$ mm

3) SF2: gewellte Stahlfasern $\varnothing_f = 0,48$ mm

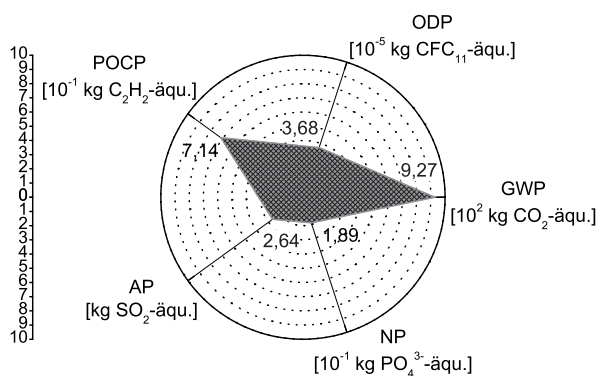


Bild 5.2: Ökologischer Fingerabdruck des Faserbetons M1 – 15A

Beispielbauteilen erörtert.

5.4. Analyse von Beispielbauteilen

5.4.1. Vorbemerkung

Ziel der Analyse von Beispielbauteilen ist es, den Werkstoff UHPC mit konventionellen Baustoffen auf Bauteilebene zu vergleichen. Der Vergleich auf Werkstoffebene, d.h. z.B. der Vergleich einer Masse- oder Volumeneinheit verschiedener Baustoffe, macht wegen der unterschiedlichen Leistungsfähigkeit keinen Sinn. Daher wird im Folgenden die Verwendung unterschiedlicher Baustoffe bei einigen Beispielbauteilen untersucht. Die Bauteile wurden so ausgesucht, dass die Verwendung von UHPC entweder bereits realisiert oder rechnerisch nachgewiesen wurde.

5.4.2. Hochbeanspruchte Stützen eines Hochhauses

Stützen hoher Tragfähigkeit und Schlankheit kommen zum Beispiel zur vertikalen Lastabtragung in Hochhäusern mit transparenter Außenhülle zum Einsatz.¹⁷² Für Anwendungen dieser Art sind insbesondere Stahl- oder Stahlverbundstützen geeignet.¹⁷² Der Post Tower in Bonn weist eine derartige transparente Außenhülle auf. Die Aufnahme der Vertikallasten erfolgt über Stahlverbundstützen, welche im Foyerbereich (Erdgeschoss) eine Höhe von bis zu 15,6 m und einen Durchmesser von 762 mm haben sowie auf eine Normalkraft von etwa 30 MN bemessen sind.^{172, 173, 174, 175} Die Stahlverbundstützen bestehen aus einem ausbetonierten Stahlrohr, in welches ein HEA 500 und zwei HEM 240 Walzprofile eingestellt sind, siehe Bild 5.3.¹⁷⁴ Damit ergibt sich ein Stahlquerschnitt von etwa 835 cm² und eine

¹⁷² Sobek et al.: Tragwerke für transparente Hochhäuser.

¹⁷³ Sobek et al.: Der Post Tower in Bonn - eine detaillierte Betrachtung der Tragwerke für Rohbau und Fassaden.

¹⁷⁴ Stahl-Informations-Zentrum (Hrsg.): Stahl und Form - Deutsche Post AG Verwaltungshochhaus Bonn.

¹⁷⁵ Empelmann et al.: Expanding the application range of RC-columns by the use of UHPC.

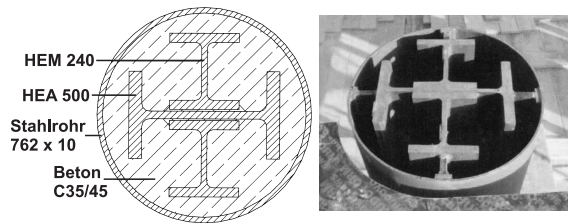


Bild 5.3: Querschnitt der Stützen im Post Tower nach Stahl-Informations-Zentrum¹⁷⁴ (links) bzw. Sobek et al.¹⁷⁶ (rechts)

zugehörige Stahlmasse pro lfd. Meter der Stützen von rd. 655 kg/m. Für die Abschätzung der Umweltwirkungen wurde eine Stahlgüte S355 für die Walzprofile angenommen. Der Beton übernimmt im Wesentlichen die Aufgabe des Brandschutzes der innenliegenden Walzprofile.¹⁷⁶ Das Ausbetonieren der Stützen erfolgte mit einem Beton der Festigkeitsklasse B45 (\approx C35/45).¹⁷⁷

Für diesen Beton wurde im Rahmen dieser Studie nach Stengel et al.¹⁷⁸ ein Zementgehalt von 340 kg/m³ (CEM I 42,5), ein Flugaschegehalt von 145 kg/m³, ein Wassergehalt von 175 kg/m³ sowie ein Kiesgehalt von 1.750 kg/m³ angenommen. Als Vergleich zu der beim Post Tower ausgeführten Stahlverbundstütze analysierten Empelmann et al.¹⁷⁹ eine weitere Stahlverbundstütze mit einem C100/115 und eine Stahlbetonstütze mit einem faserbewehrten UHPC der Festigkeit UHPC160/190, siehe Bild 5.4. Die notwendigen Stahl- und Betonstahlmengen wurden Empelmann et al.¹⁷⁹ entnommen. In der Stahlverbundstütze C100/115 kommen 32 Stäbe $\varnothing = 32$ mm BSt 500 S sowie ein Stahlkern $\varnothing = 250$ mm S355 zum Einsatz.¹⁷⁹ Außerdem wurde angenommen, der hochfeste Beton (HFB) C100/115 enthalte 470 kg/m³ CEM I 52,5 R, 60 kg/m³ Silikastaub, 80 kg/m³ Steinkohlenflugasche, 720 kg/m³ Sand,

¹⁷⁶ Sobek et al.: Der Post Tower in Bonn - eine detaillierte Betrachtung der Tragwerke für Rohbau und Fassaden.

¹⁷⁷ Krüger: Der Post-Tower - Das höchste Bürogebäude Nordrhein-Westfalens. Baubeschreibung und Biontechnologie.

¹⁷⁸ Stengel et al.: Sustainable building with UHPC.

¹⁷⁹ Empelmann et al.: Expanding the application range of RC-columns by the use of UHPC.

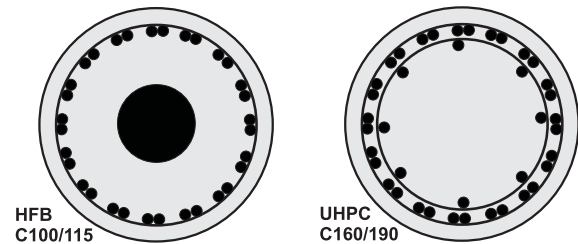


Bild 5.4: Querschnitt der alternativen Stützen für den Post Tower nach Empelmann et al.¹⁷⁹

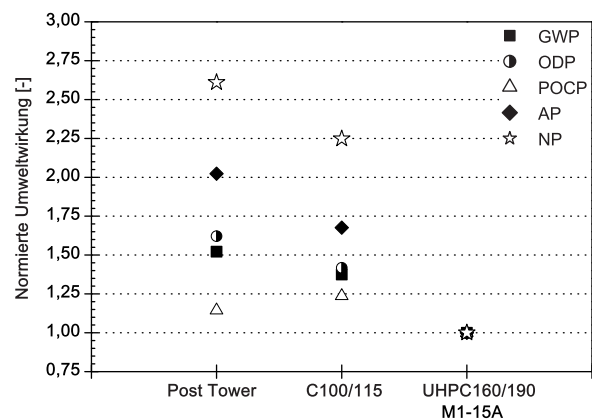


Bild 5.5: Umweltwirkungen der drei untersuchten Stützenvarianten relativ zur UHPC-Stütze

1.150 kg/m³ Splitt, 125 kg/m³ Anmachwasser sowie 15 kg/m³ Fließmittel auf PCE-Basis.

Die UHPC-Stütze ist mit 40 Stäben $\varnothing = 32$ mm BSt 500 S bewehrt.¹⁷⁹ Die Zusammensetzung des UHPC wurde vom Beton M1-15A übernommen. Um den Anforderungen des Brandschutzes gerecht zu werden, wurde ein Gehalt von 0,7 Vol.-% PP-Fasern für den C100/115 und den UHPC160/190 angenommen. Schalungen für die Herstellung der Stützen wurden bei der Analyse vereinfachend nicht berücksichtigt. Ebenso wurden konstruktive Details der Lasteinleitung der Einfachheit halber bei keiner der hier vorgestellten Stützen betrachtet.

In Bild 5.5 sind die Ergebnisse der Analyse relativ zur UHPC-Stütze dargestellt. Der Anteil der Mikrostauffasern an den Umweltwirkungen der UHPC-Stütze liegt je nach Wirkungskategorie zwischen rd. 7% und rd. 30%. Die Ergebnisse der Analyse zeigen, dass trotz der hohen Gehalte an energieintensiv-

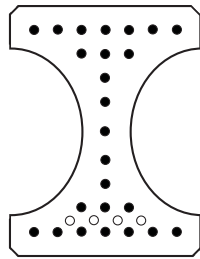


Bild 5.6: Querschnitt des untersuchten UHPC-Trägers mit Lage der Spannglieder

ven Ausgangsstoffen die Verwendung eines faserbewehrten UHPCs für die Stützen des Post Towers erhebliche Vorteile hinsichtlich der Umweltwirkungen mit sich gebracht hätte. Der Ersatz von Stahl durch faser- und betonstahlbewehrten UHPC ist somit aus ökologischer Sicht lohnenswert. Auch die Verwendung eines hochfesten Betons wäre - mit Ausnahme der Wirkungskategorie POCP - mit geringeren Umweltwirkungen verbunden gewesen.

5.4.3. Einfeldträger

Im Rahmen eines Forschungsprojekts zur Verwendung von UHPC im Spezialtiefbau wurde ein vorgespannter UHPC-Träger (Stützweite: 6 m) als Ersatz für gewalzte Stahlträger untersucht. Der UHPC-Träger hat einen I-förmigen Querschnitt mit einer Höhe von 420 mm und einer Breite von 320 mm, siehe Bild 5.6. Die Querschnittsfläche des Trägers betrug 820 cm². Der Träger wurde im Spannbett mit sofortigem Verbund hergestellt. Insgesamt wurden 25 Spannlitzen der Klasse 1570/1770 (Querschnittsfläche je 140 mm²) verwendet. Die gesamte Vorspannkraft betrug rd. 4.950 kN. Vier weitere Litzen wurden schlaff zwischen die beiden unteren Spannlitzenlagen eingelegt. Daraus resultiert eine Masse des Trägers von insgesamt 236 kg/m. Die Vorspannung wurde im Alter von 5 d auf den Beton übertragen (Druckfestigkeit rd. 100 N/mm²). Nach der anschließenden 48-stündigen Wärmebehandlung bei 90 °C lag die Druckfestigkeit des Betons bei etwa 160 N/mm². Im Vier-Punkt-Biegeversuch wies der Träger bei einem Biegemoment von

470 kNm (ohne Eigengewicht) eine Durchbiegung von 20 mm auf. Daraus ergibt sich mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit ein resultierendes Trägheitsmoment für einen Stahlträger von rd. 43.000 cm⁴ (Annahmen: E-Modul des Stahls: 210.000 N/mm², keine Verformungen aus Schub).

Für die Berechnung der Umweltwirkungen des UHPC-Trägers wurden die ecoinvent-Datensätze wie in Stengel und Schießl¹⁸⁰ und Stengel et al.¹⁸¹ beschrieben verwendet. Die Zusammensetzung des Betons wurde von der Variante M1 – 15A übernommen.

Als Vergleich zu dem UHPC-Träger wurden die Umweltwirkungen von vier Walzprofilträgern (IPBv320, IPB360, IPB400, I450), welche ein Trägheitsmoment von etwa 43.000 cm⁴ ± 3.000 cm⁴ aufweisen, berechnet. Für die Berechnung der Umweltwirkungen wurde angenommen, die Walzprofilträger würden im Mittel aus 66% Oxygenstahl und 34% Elektro Stahl hergestellt; dies entspricht der weltweiten Verteilung der Stahlherstellung im Jahr 2008.¹⁸² Die Herstellung der Walzprofile wurde durch die ecoinvent-Datensätze „Steel, electric, unalloyed and low-alloyed, at plant“, „Steel, converter, unalloyed, at plant“ und „Hot rolling, steel“ abgebildet. Außer der Herstellung wurde für jeden Träger eine Transportentfernung vom Werk zur Baustelle von 30 km angenommen. Dafür wurde der ecoinvent-Datensatz „Transport, lorry 28t“ verwendet.

Die Ergebnisse der Analyse sind in Bild 5.7 relativ auf den UHPC-Träger bezogen dargestellt. Der Anteil der Mikrostaalfasern an den Umweltwirkungen des UHPC-Trägers liegt je nach Wirkungskategorie zwischen rd. 7,5% und rd. 20%. Die Ergebnisse der Analyse zeigen, dass der vorgespannte Träger aus faserbewehrtem UHPC deutlich geringere Umweltwirkungen aufweist als alle unter-

¹⁸⁰ Stengel u. Schießl: Sustainable construction with UHPC.

¹⁸¹ Stengel et al.: Sustainable building with UHPC.

¹⁸² World-Steel-Association (Hrsg.) World Steel in Figures 2008.

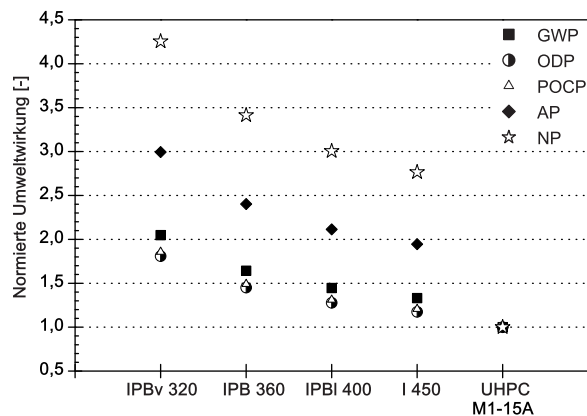


Bild 5.7: Umweltwirkungen der Walzprofilträger relativ zum untersuchten UHPC-Träger

suchten Walzprofilträger. Das deutlich höhere Eigengewicht des UHPC-Trägers wurde beim Transport zur Baustelle berücksichtigt. Außerdem ist in den Umweltwirkungen des UHPC-Trägers auch der Einfluss einer Wärmebehandlung im Werk enthalten. Dennoch liegen die Umweltwirkungen z.T. um ein Vielfaches unter denen der Walzprofilträger.

5.4.4. Vorgespannte Träger einer Straßenbrücke

Almansour und Lounis¹⁸³ entwarfen, basierend auf den Richtlinien für Kanadische Autobahnbrücken, zwei Einfeldbrücken aus vorgespannten Fertigteilträgern (Normalbeton und UHPC) mit einer Ortbetonergänzung. Die Spannweite der Brücken beträgt 45 m. Die Bemessung der Fertigteilträger wurde für einen Normalbeton mit einer Druckfestigkeit von 40 N/mm² bzw. einen UHPC mit einer Druckfestigkeit von 175 N/mm² durchgeführt. Die Ortbetonergänzung hat in beiden Fällen eine Druckfestigkeit von 30 N/mm² und eine Dicke von 17,5 cm.

Für die Normalbetonvariante wurden fünf sog. PCI-1600-Träger mit einer Höhe von 1,60 m und einer Querschnittsfläche von jeweils 0,50 m² ausgewählt. Jeder Träger weist einen Spannstahlgehalt in Trägerlängsrichtung von 11,5‰ auf. Für die Fertigteilträger wurde eine

¹⁸³ Almansour u. Lounis: Structural performance of precast bridge girders built with UHPC.

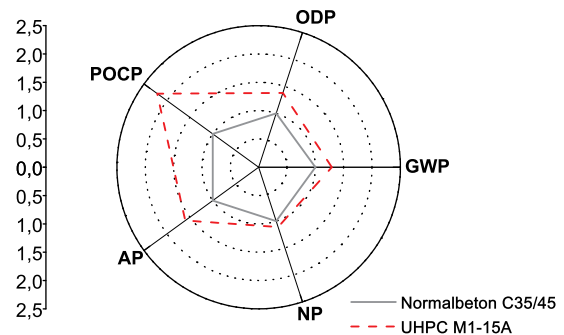


Bild 5.8: Ökologischer Fingerabdruck der analysierten Straßenbrückenvarianten relativ zur Normalbetonvariante

Betonzusammensetzung sowie Transportentfernungen für die Ausgangsstoffe und den Weg zur Baustelle mit den dazugehörigen ecoinvent-Datensätzen wie in Stengel et al.¹⁸⁴ beschrieben angesetzt.

Im Falle der UHPC-Variante genügten vier PCI-1200-Träger. Jeder dieser Träger hat eine Höhe von 1,20 m und eine Querschnittsfläche von 0,32 m². Die Träger enthalten in Längsrichtung je 24,5‰ Spannstahl. Für den UHPC wurde die Zusammensetzung der Betonvariante M1 – 15A sowie eine Wärmebehandlung bei 90 °C wie in Stengel et al.¹⁸⁴ angesetzt. Die Modellierung der UHPC-Träger erfolgte mit Hilfe von ecoinvent-Datensätzen für die Ausgangsstoffe des UHPC und den Transport zum Werk bzw. zur Baustelle wie in Stengel et al.¹⁸⁴. Für die Ortbetonergänzung wurde in beiden Varianten ein fertiger Datensatz für Normalbeton bis C30/37 aus der ecoinvent-Datenbank verwendet.

Die Ergebnisse der Analysen sind als sog. ökologischer Fingerabdruck bezogen auf den Normalbeton-Brückenentwurf in Bild 5.8 dargestellt. Der UHPC-Brückenentwurf mit dem Faserbeton M1 – 15A weist rd. 1,1-fach bis 2,2-fach höhere Umweltwirkungen als der Normalbeton-Brückenentwurf auf. Die bisherigen Analysen beinhalten jedoch nur die Herstellung der Ausgangsstoffe, ggf. eine Wärmebehandlung sowie den Transport zur

¹⁸⁴ Stengel et al.: Sustainable building with UHPC.

Baustelle. Eine evtl. höhere Lebensdauer bzw. ein geringerer Instandhaltungs- und Instandsetzungsaufwand während der Nutzungsdauer der Bauwerke wurde auf Seiten der UHPC-Varianten bislang nicht berücksichtigt. Darüber hinaus reduzieren sich die Umweltwirkungen bereits bei Verwendung optimierter Betonzusammensetzungen (z.B. Beton M8 aus den eigenen pull-out-Versuchen mit reduziertem Zement- und Fließmittelgehalt und 1,5 Vol.-% Mikrostahlfasern) auf rd. 50% bis 80% des Normalbeton-Brückenentwurfs. Bei einer moderaten Reduzierung der energiereichen Ausgangsstoffe können somit zur Normalbetonvariante vergleichbare Umweltwirkungen erreicht werden. Berücksichtigt man eine höhere Lebensdauer (z.B. Faktor 1,5) und einen geringeren Erhaltungsaufwand, so resultiert dies in deutlich geringeren Umweltwirkungen der UHPC-Variante über die Nutzungsdauer.

*Was nicht auf einer einzigen Manuskriptseite zusammengefasst werden kann,
ist weder durchdacht noch entscheidungsreif.*

(Dwight D. Eisenhower)

6. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Arbeit

Die wenigen, bisher verwirklichten Bauwerke aus ultrahochfestem Beton (UHPC) enthalten meist 2 Vol.-% bis 3 Vol.-% Mikrostaalfasern ($\varnothing_f = 0,15 \dots 0,20$ mm). Die Mikrostaalfasern dominieren bei diesen Fasergehalten den Werkstoff sowohl in ökonomischer als auch in ökologischer Hinsicht. Aus diesen Gründen ist der zumindest teilweise Ersatz der Mikrostaalfasern wünschenswert. Da jedoch die Anzahl der Fasern im Werkstoff proportional zu r_f^{-2} ist, macht sich die Wahl von kostengünstigeren Fasern eines größeren Durchmessers im Hinblick auf die Performance des Faserbetons besonders deutlich bemerkbar. Sollen die Mikrostaalfasern durch Fasern eines größeren Durchmessers ersetzt werden, so muss das Verbundverhalten der einzelnen Faser optimiert werden. Um dies gezielt zu bewerkstelligen, müssen die Mechanismen der Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix bekannt sein. An dieser Stelle setzt die vorliegende Arbeit an und hat somit zum Ziel, die Mechanismen der Kraftübertragung zu identifizieren und einer quantitativen Beschreibung zugänglich zu machen.

Die Mechanismen wurden getrennt für den geraden und gewinkelten Faserauszug untersucht und ihr Anteil an der Kraftübertragung mit Hilfe entsprechender Modelle rechnerisch abgeschätzt. Insgesamt wurden fünf unabhängig voneinander wirkende Mechanismen betrachtet. Im Falle des geraden Faserauszugs sind dies

1. eine Adhäsion,
2. eine Mikroverzahnung sowie
3. die aufgrund von Radialdruckspannungen wirkende Reibung.

Beim gewinkelten Faserauszug wird die Kraftübertragung im Wesentlichen von einer Verformung der Fasern an der Umlenkstelle sowie der Bildung von Ausbruchkegeln am Austrittsort der Faser beeinflusst. Alle fünf vorgenannten Mechanismen wurden für die untersuchten Beton- und Faservarianten rechnerisch abgeschätzt und die maßgebenden Stellschrauben im Falle des geraden Faserauszugs mit Hilfe von FEM-Analysen, Packungsdichteberechnungen und Untersuchungen des Gefüges aufgezeigt.

Da mit Hilfe der gewonnenen Kenntnisse zwar die Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix erklärt, nicht jedoch die Effektivität der Fasern im faserbewehrten Werkstoff beurteilt werden kann, wurden Betrachtungen zur Faserorientierung und zur effektiven Verbundlänge im Werkstoff angestellt. Darauf aufbauend lässt sich eine vereinfachte Faserleistungskennzahl formulieren, die es ermöglicht, unterschiedliche Faservarianten und Fasergemische hinsichtlich der Effektivität im Werkstoff zu bewerten. Die Aussagekraft der Faserleistungskennzahl wurde anhand einer Reihe von Biegezugversuchen an UHPC mit verschiedenen Fasergemischen bestätigt.

Um die bereits eingangs erwähnten ökonomischen und v.a. ökologischen Aspekte einer Verwendung von faserbewehrtem UHPC zu bewerten, wurde eine Kostenanalyse sowie eine Ökobilanzierung sowohl auf Werkstoff- als auch auf Bauteilebene durchgeführt. Die Ökobilanzierung auf Werkstoffebene erfolgte vergleichend mit konventionellen Baustoffen. Somit können die betrachteten faserbewehrten UHPCs auch im Vergleich zu Normalbeton oder Stahl beurteilt werden.

Die im Rahmen der Arbeit durchgeführten Analysen und Bewertungen versetzen

den Leser in die Lage, unterschiedliche Stahlfasern bzw. Fasergemische im Hinblick auf ihre mechanische Leistungsfähigkeit, ihre Kosten sowie ihre Umweltwirkungen hin zu beurteilen. Damit stellt diese Arbeit Bausteine für die Bewertung von UHPC im Sinne einer „multiple attribute decision aid“ (mada) zur Verfügung.

Zur Ausbildung des Gefüges in der Grenzfläche

Umfangreiche REM-Analysen der Grenzfläche haben gezeigt, dass sich an der Faseroberfläche bei den untersuchten UHPCs kein sog. Duplexfilm in Form einer Schicht aus Portlanditkristallen ausgebildet. Das Gefüge in der Grenzfläche ist augenscheinlich dicht und unterscheidet sich zumindest optisch nicht von der ungestörten Matrix.

Im Rahmen von EDX-Analysen der Grenzfläche wurde jedoch festgestellt, dass sich je nach untersuchter Betonvariante offensichtlich ein hinsichtlich der chemischen Zusammensetzung unterschiedliches Gefüge im Vergleich zur ungestörten Matrix ausgebildet. Die Ergebnisse zeigen, dass sich bei Anwesenheit von ausreichend feinen Partikeln in den Ausgangsstoffen je nach Packungsdichte des Korngemisches die feinen Partikel in der Grenzfläche (Ausdehnung von der Faseroberfläche aus in die Matrix: $\approx 5 \mu\text{m}$) anreichern. Dies führt zu einer Erhöhung der Packungsdichte in der Grenzfläche und damit auch zu einer Erhöhung der Anzahl an Kontaktstellen zwischen Faser und Matrix. Dies hat - wie später gezeigt wird - direkten Einfluss auf zwei der drei Mechanismen beim geraden Faserauszug.

Mechanismen der Kraftübertragung beim geraden Faserauszug

Die drei bereits eingangs erwähnten Mechanismen des geraden Faserauszugs wurden im Rahmen dieser Arbeit eingehend untersucht.

Die Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche, welche sich u.a. aus der teilweise behinderten Schwindverformung ergeben, wurden mit Hilfe von FEM-Analysen abgeschätzt. Dabei wurde auch die Viskoelastizität der untersuchten Betone berücksichtigt. Die FEM-Analysen gründen auf einer umfangreichen Literaturrecherche zur Reife, zum Schwindverhalten, zur zeitlichen Entwicklung des E-Moduls sowie zur Abschätzung der Relaxation von UHPC. Alle Berechnungen wurden mit der Software FEMMASSE[®] durchgeführt. Die Berechnungen zeigen, dass die Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche für die untersuchten Betone zwischen rd. $-2,7 \text{ N/mm}^2$ und rd. $-4,4 \text{ N/mm}^2$ liegen. Die rechnerischen Spannungen wurden sowohl durch Überschlagsrechnung als auch anhand von Versuchsergebnissen aus der Literatur plausibilisiert. Bei einem üblichen querdruckabhängigen Reibungskoeffizient von 0,15 ist somit der Anteil der Reibung an der gesamten Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix bei allen Varianten unter 5%.

Die durchgeführten REM-Analysen von Fasern vor und nach dem Faserauszug zeigen, dass die Faseroberfläche bedingt durch den Drahtziehprozess Riefen und Mulden aufweist, welche in unterschiedlichem Grad je nach Beton mit Matrix gefüllt sein können. Die Füllung der Riefen und Mulden mit Matrix wirkt wie eine Mikroverzahnung und trägt damit zur Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix bei. Die REM-Aufnahmen der Faseroberfläche wurde daher vor und nach dem Faserauszug mit Hilfe einer Bildanalyse-Software untersucht. Der Anteil an Riefen an der gesamten Faseroberfläche wurde dabei zu 35% bis 40% bestimmt. Diese sind je nach Beton unterschiedlich gefüllt, so dass sich mit Bezug zur gesamten Verbundfläche je nach Beton eine Scherfläche von rd. 18% bis rd. 38% ausgebildet. Während des Faserauszugs müssen die Mikrobetonrippen abgeschert werden. Als Bruchkriterium für die Rippen wurde vereinfachend eine kritische Scherspannung in Anlehnung an die Mohrsche Spannungstheorie abgeschätzt. Je nach betrachtetem Beton beträgt der Anteil der Mikroverzahnung

nung an der Kraftübertragung rd. 50% bis 90%. Beim Beton mit dem höchsten Gehalt an sehr feinem Kalksteinmehl liegt der Anteil der Mikroverzahnung an der Kraftübertragung - trotz der größten Scherfläche von 38% der Verbundfläche - bei nur 53%. Der verbleibende Kraftanteil ist der Adhäsion zwischen Faser und Matrix zuzuschreiben.

Um die infolge Adhäsion übertragenen Faserzugkräfte abzuschätzen, wurde die spezifische Oberflächenenergie der Matrix und der Stahlfaser abgeschätzt und mit Hilfe der JKR-Theorie in Adhäsionskräfte umgerechnet. Auf Seiten der Matrix flossen dabei auch Ergebnisse aus der Bestimmung der Hydratationsgrade der reaktiven Komponenten in die Berechnungen ein. Aus den maximalen Faserzugkräften der Versuche, der rechnerischen Reibungskraft und der Kraft infolge Mikroverzahnung können die erforderlichen Adhäsionskräfte angegeben werden. Zwischen den rechnerisch erforderlichen Adhäsionskräften und der rechnerischen Packungsdichte, d.h. in diesem Fall dem Grad der Anreicherung feiner Partikel, wurde ein tendenzieller Zusammenhang festgestellt. Mit geringerer Packungsdichte, d.h. stärkerer Anreicherung feiner Partikel im Verbundbereich, nimmt die Verbundkraft infolge Adhäsion zu. Dies entspricht der eingangs aufgestellten Theorie, dass eine Anreicherung feiner Partikel im Verbundbereich die Anzahl der Kontaktstellen erhöht und damit die Kraftübertragung günstig beeinflusst.

Mechanismen der Kraftübertragung beim gewinkelten Faserauszug

Werden Fasern unter einem Winkel aus der Matrix herausgezogen, so spielen zwei weitere Mechanismen eine zentrale Rolle. Bis zu einem Winkel von etwa 45° können die übertragbaren Faserzugkräfte mit Hilfe eines Modells zur Faserverformung an der Umlenkstelle beschrieben werden. Ab einem Winkel von 30° entstehen beim gewinkelten Faserauszug aus-

geprägte Ausbruchkegel. Die mit der Bildung von Ausbruchkegeln verbundenen Faserzugkräfte können mit Hilfe von Überlegungen, die auf Ansätze aus der Befestigungstechnik gründen, abgeschätzt werden. Hierfür ist die vom Winkel abhängige effektive Verankerungstiefe notwendig. Diese kann invers aus den Versuchsergebnissen berechnet werden. Für die untersuchten Varianten zeigte sich, dass die rechnerische effektive Verankerungstiefe gut mit den in den Versuchen festgestellten Tiefen der Ausbruchkegel übereinstimmt. Die rechnerischen Ansätze aus der Befestigungstechnik zur Bildung von Ausbruchkegeln können somit auf den gewinkelten Faserauszug übertragen werden.

Beurteilung der Fasereffektivität im Werkstoff - Faserleistungskennzahl

Mit Hilfe der Untersuchungen und Analysen des Verbundverhaltens einzelner Fasern können die maßgebenden Mechanismen und damit Ansätze zur Optimierung der Kraftübertragung abgeleitet werden. Eine Aussage zur Wirkung der Fasern im Werkstoff ist damit jedoch noch nicht möglich. Dies liegt u.a. an der zufälligen Orientierung der Fasern und der zufälligen effektiven Verbundlänge mit Bezug auf z.B. eine Rissebene begründet. Daher wurden im Rahmen dieser Arbeit Effektivitätsbeiwerte zur Berücksichtigung der Faserorientierung und effektiven Verbundlänge, die eine Beurteilung der Fasereffektivität im Werkstoff auf Basis der Einzelfaserverbundversuche erlauben, definiert. Um Fasern unterschiedlichen Durchmessers vergleichend zu bewerten, wurde darauf aufbauend eine Faserleistungskennzahl formuliert, die das Volumen einer einzelnen Faser berücksichtigt.

Anhand von Biegezugversuchen an faserbewehrten UHPCs mit unterschiedlichen Gemischen der untersuchten Fasern wurde die Aussagekraft der auf den Werkstoff bezogenen Faserleistungskennzahlen überprüft. Den Faserleistungskennzahlen für die

Fasergemische wurden dabei die jeweiligen Last-Durchbiegungs-Integrale der Faserbetone gegenübergestellt. Zwischen beiden Kenngrößen besteht ein linearer Zusammenhang. Die auf den Werkstoff bezogene Faserleistungskennzahl kann somit zur Beurteilung der Effektivität der Fasern im Werkstoff verwendet werden.

Die mechanische Effektivität der Mikrostauffasern ($\varnothing_f = 0,15 \text{ mm}$) kann mit Fasern (unbehandelt, glatt oder gewellt) des Durchmessers 0,40 mm bzw. 0,48 mm nur unter einer deutlichen Erhöhung des Fasergehalts (rd. 3,4-fach im Falle der 0,48 mm-Fasern) erreicht werden. Werden aufgeraute Fasern des Durchmessers 0,48 mm verwendet, genügt eine Erhöhung des Fasergehalts um das rd. 3,2-fache. Rechnerisch betrachtet sind selbst aufgeraute Fasern des Durchmessers 0,29 mm nicht in der Lage, die Mikrostauffasern bei gleicher Leistungsfähigkeit und gleichem Fasergehalt zu ersetzen.

Ökonomische und ökologische Aspekte von faserbewehrtem UHPC - Vergleich mit anderen Baustoffen

Bei üblichen Betonzusammensetzungen (Fasergehalt $> 1,5 \text{ Vol.-%}$) dominieren die Mikrostauffasern sowohl die ökonomischen als auch die ökologischen Aspekte von faserbewehrtem UHPC auf der Werkstoffebene. In ökonomischer und ökologischer Hinsicht günstigere Fasern größeren Durchmessers ändern wegen ihrer deutlich geringeren mechanischen Leistungsfähigkeit diesen Sachverhalt nicht. Für die praktische Anwendung von UHPC bedeutet dies schließlich, dass in jedem Fall die tatsächlich erforderliche Leistungsfähigkeit des Werkstoffs bekannt sein sollte. Die notwendige Art und Menge an Stauffasern kann dann - z.B. mit Hilfe der in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse - zielgerichtet abgeleitet werden.

Vergleicht man einen üblichen mikrostauffa-

serbewehrten UHPC (Fasergehalt $\approx 1,5 \text{ Vol.-%}$) mit konventionellen Baustoffen (Stahl, Stahl-Beton-Verbundbauweise) auf Bauteilebene, so ergeben sich für den UHPC bereits allein bei Betrachtung der Herstellphase deutliche Vorteile im Hinblick auf die Umweltwirkungen. Im Vergleich zu Spannbeton (Normalbeton) schneidet UHPC zunächst schlechter ab. Durch z.B. eine Reduzierung des Zementgehalts können die Umweltwirkungen jedoch bereits auf das Niveau der Normalbetonvariante verringert werden. Wird die vermutlich höhere Lebensdauer der UHPC-Konstruktionen in die Betrachtungen einbezogen, ergeben sich deutlich geringere Umweltwirkungen. Die Verwendung von UHPC ist somit aus ökologischer Hinsicht - ggf. unter Reduzierung des Zement- und Fasergehalts - als Alternative zu Stahlbauteilen, zu Stahl-Beton-Verbundbauteilen und zu Spannbetonbauteilen aus normal- oder hochfestem Beton auf jeden Fall empfehlenswert. Die zu erwartende hohe Lebensdauer dürfte auch die höheren Kosten bei der Herstellung von UHPC-Konstruktionen zu einem Großteil egalalisieren.

Weiterführende Forschungsansätze und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Untersuchungen und Analysen von der Mikroebene bis hin zur Werkstoff- und Bauteilebene durchgeführt. Einige der dabei betrachteten Aspekte wurden nicht im Rahmen eigener Versuchsreihen untersucht, sondern mit Hilfe von Erkenntnissen aus der Literatur bearbeitet. Dies gilt insbesondere für die Eingangsgrößen zur FEM-Analyse (Reifeansatz, Schwindverhalten, zeitliche Entwicklung des E-Moduls, Kriech- und Relaxationsverhalten), die Scherfestigkeit der betrachteten Betone sowie für die Adhäsion zwischen UHPC und Stauffaser. Die vorgenannten Eigenschaften sind nicht nur im Zusammenhang mit dem Verbundverhalten von Stauffasern in UHPC von Interesse und sollten daher im Rahmen von weiterführenden Studien in die Untersuchungen mit einbezogen werden.

Der im Rahmen von orientierenden Biegezugversuchen festgestellte Zusammenhang zwischen der Faserleistungskennzahl und den jeweiligen Last-Durchbiegungs-Integralen sollte durch weitere Faserbetonvarianten untermauert werden. Dabei sollten auch aufgeraute Fasern, die bisher nur anhand von Einzelfaserausziehversuchen getestet wurden, in die Untersuchungen aufgenommen werden.

Um dem Anwender (z.B. Betontechnologe, Tragwerksplaner) bei der Auswahl der optimalen Faserart und -menge eine Hilfestellung zu geben, erscheint es dem Verfasser zweckmäßig, die hier gewonnenen Erkenntnisse, insbesondere die Faserleistungskennzahlen, in Zusammenhang mit Bemessungskennwerten für Faserbetone zu bringen. Hier bietet sich z.B. die Erstellung eines Zusammenhangs zwischen der Faserleistungskennzahl und der Leistungsklasse des Faserbetons gemäß der Faserbeton-Richtlinie des DAfStb an.

Die vergleichende Analyse verschiedener Werkstoffe auf Bauteilebene hat gezeigt, dass UHPC hinsichtlich der herstellbedingten Umweltwirkungen mit Stahlbauteilen, Stahl-Beton-Verbundbauteilen und auch Spannbetonbauteilen aus normal- oder hochfestem Beton konkurrenzfähig ist. Wird die Dauerhaftigkeit von UHPC-Konstruktionen im Rahmen von life-cycle-costing-Analysen und Ökobilanzen über die gesamte Lebensdauer mit in Betracht gezogen, so dürften die Vorteile von UHPC noch deutlicher erkennbar sein. Derartige Analysen und Betrachtungsweisen sollten nach Ansicht des Verfassers bei der Wahl der Bauweise zukünftig grundsätzlich berücksichtigt werden.

Literaturverzeichnis

- Almansour, H.; Lounis, Z.:** Structural performance of precast bridge girders built with UHPC. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 823–830.
- Arnold, D.:** Fitting a logistic curve to data. Februar 2002, <http://home2.fvcc.edu/dhicketh/DiffEqns/Activities/logistic.pdf>.
- Atrushi, D.S.:** Tensile and compressive creep of early age concrete: testing and modeling. Dissertation, The Norwegian University of Science and Technology, 2003.
- Aveston, J.; Kelly, A.:** Theory of multiple fracture of fibrous composites. In: Journal of Materials Science, 8 1973 Nr. 3, 352–362 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00550155>), 10.1007/BF00550155, ISSN 0022–2461.
- Bažant, Z.:** Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete. In: Materials and Structures, 5 1972 Nr. 3, 135–141 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02539255>), ISSN 1359–5997.
- Bažant, Z.:** Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method. In: ACI Journal Proceedings, 69 1972 Nr. 4, 212–219.
- Bažant, Z.:** Creep and shrinkage of concrete: Mathematical modeling. 1986.
- Bažant, Z.; Ashgari, A.:** Computation of age-dependent relaxation spectra. In: Cement and Concrete Research, 4 1974, 567–579, ISSN 1359–5997.
- Bažant, Z.; Najjar, L.:** Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete. In: Materials and Structures, 5 1972 Nr. 25, 3–20.
- Bažant, Z.; Wu, S.:** Rate-type creep law of aging concrete based on maxwell chain. In: Materials and Structures, 7 1974 Nr. 1, 45–60 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02482679>), 10.1007/BF02482679, ISSN 1359–5997.
- Beaudoin, J.J.; Feldman, R.F.:** A study of mechanical properties of autoclaved calcium silicate systems. In: Cement and Concrete Research, 5 1975 Nr. 2, 103 – 118 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884675900691>), ISSN 0008–8846.
- Benenati, R.F.; Brosilow, C.B.:** Void fraction distribution in beds of spheres. In: A.I.Ch.E. Journal, 8 1962 Nr. 3, 359–361.
- Bentur, A.; Mindess, S.:** Fibre reinforced cementitious composites. 2. Auflage. Taylor & Francis, 2007, ISBN-10: 0-415-25048-X.
- Bentur, A.; Odler, I.:** Development and nature of interfacial microstructure. In: **Maso, J.C. (Hrsg.):** Interfacial transition zone in concrete. E FN SPON, 1996, RILEM report 11, 18 – 44.

- Bentur, A. et al.:** Fiber-matrix interfaces. In: **Naaman, A.E.; Reinhardt, H.W. (Hrsg.):** High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 2 (HPFRCC 2). RILEM E & FN Spon, 1996, RILEM Proceedings 31, ISBN-10: 0-419-21180-2, 149–192.
- Benz, M. et al.:** The deformation and adhesion of randomly rough and patterned surfaces. In: *The Journal of Physical Chemistry B*, 110 2006 Nr. 24, 11884–11893 (URL: <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/jp0602880>).
- Bissonnette, B.; Pigeon, M.; Vaysburd, A.M.:** Tensile creep of concrete: Study of its sensitivity to basic parameters. In: *ACI Materials Journal*, 104 2007 Nr. 4, 360–368, Document 104-M40.
- Bondi, A.:** The spreading of liquid metals on solid surfaces - surface chemistry of high-energy substances. In: *Chemical Reviews*, 52 1953 Nr. 2, 417–458 (URL: <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/cr60162a002>).
- Brunauer, S.:** Surface energy of a calcium silicate hydrate. In: *Journal of Colloid and Interface Science*, 59 1977 Nr. 3, 433 – 437 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021979777900376>), ISSN 0021–9797.
- Brunauer, S.; Kantro, D.L.; Weise, C.H.:** The surface energies of amorphous silica and hydrous amorphous silica. In: *Canadian Journal of Chemistry*, 34 1956 Nr. 10, 1483–1496 (URL: <http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/v56-190>).
- Brunauer, S.; Kantro, D.L.; Weise, C.H.:** The surface energy of tobermorite. In: *Canadian Journal of Chemistry*, 37 1959 Nr. 4, 714–724 (URL: <http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/v59-097>).
- Brüwiler, E.; Denarié, E.:** Rehabilitation of concrete structures using Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 895–902.
- Burkart, I.; Müller, H.:** Creep and shrinkage characteristics of ultra high strength concrete (UHPC). In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 469–476.
- Burkart, I.; Müller, H.:** Creep and shrinkage characteristics of ultra high strength concrete (UHPC). In: **Tanabe, T. et al. (Hrsg.):** Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and concrete structures - Proceedings of the CONCREEP 8 conference. Band 1, 2009, ISBN-13: 978-0-415-47-586-0, 689–694.
- Carino, N.; Tank, R.:** Maturity functions for concrete made with various cements and admixtures. In: *ACI Materials Journal*, 89 1992 Nr. 2, 188–196, Document 89-M21.
- Cheyrezy, M.; Behloul, M.:** Creep and shrinkage of Ultra-High Performance Concrete. In: **Ulm, F.-J.; Bazant, Z.P.; Wittmann, F.H. (Hrsg.):** Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and other quasi-brittle materials - Proceedings of the CONCREEP 6 conference. Elsevier, 2001, ISBN-10: 0-08-044002-9, 527–538.

- Chua, P.S.; Piggott, M.R.:** The glass fibre–polymer interface - Part I: Theoretical consideration for single fibre pull-out tests. In: *Composites Science and Technology*, 22 1985 Nr. 1, 33 – 42 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TWT-47SVFM4-5/2/ea2013b34a64d984b1e3d2a23b1f0e65>), ISSN 0266–3538.
- Coffin, L.F.:** A fundamental study of synthetic sapphire as a bearing material. In: *ASLE Transactions*, 1 1958 Nr. 1, 108–114 (URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/05698195808972321>).
- Comité Euro-International du Béton (Hrsg.):** CEB-FIP Model Code 1990. Thomas Telford, 1993, ISBN-10: 0-7277-1696-4.
- Counto, U.J.:** The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete. In: *Magazine of Concrete Research*, 16 1964 Nr. 48, 129–138.
- Cox, H.L.:** The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. In: *British Journal of Applied Physics*, 3 1952 Nr. 3, 72–79 (URL: <http://iopscience.iop.org/0508-3443/3/3/302>).
- DiFrancia, C.; Ward, T.C.; Claus, R.O.:** Single-fibre pull-out test - Part 1: Review and interpretation. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 27 1996 Nr. 8, 597 – 612 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TWN-3VSPX0K-2/2/693d90224a6c73009c1ad1476efd2825>), ISSN 1359–835X.
- Dugdale, D.S.:** *Elements of elasticity*. Pergamon Press, 1968, ISBN-13: 978-0080126333.
- Dupont, D.; Vandewalle, L.:** Distribution of steel fibres in rectangular sections. In: *Cement and Concrete Composites*, 27 2005 Nr. 3, 391 – 398 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0958946504001295>), ISSN 0958–9465.
- Eligehausen, R.; Mällée, R.; Rehm, G.; Eibl, J. (Hrsg.):** Kap. Befestigungstechnik. In: *Betonkalender 1997, Teil II*. Ernst und Sohn, 1996, 609–753, ISBN-13: 978-3433014189.
- Empelmann, M.; Teutsch, M.; Steven, G.:** Expanding the application range of RC-columns by the use of UHPC. In: **Walraven, J.C.; Stoelhorst, D. (Hrsg.):** *Tailor Made Concrete Structures*. Taylor and Francis Group, 2008, ISBN-13: 978-0-415-47535-8.
- Eppers, S.:** Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2011.
- Eppers, S.; Müller, C.:** Autogenous shrinkage strain of ultra-high-performance concrete (UHPC). In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** *Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete*. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 433–441.
- Ewert, J.; Krauß, M.; Budelmann, H.:** Heat of hydration and hardening of ultra high performance concrete (UHPC). In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** *Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete*. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 409–416.

- Fehling, E. et al.:** Entwicklung, Dauerhaftigkeit und Berechnung Ultrahochfester Betone (UHPC). kassel university press GmbH, 2005, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 1, ISBN-10: 3-89958-108-3.
- Feldman, R.F.; Cheng-Yi, Huang:** Properties of portland cement-silica fume pastes II. Mechanical properties. In: *Cement and Concrete Research*, 15 1985 Nr. 6, 943 – 952 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884685900833>), ISSN 0008–8846.
- Fennis, S.:** Design of ecological concrete by particle packing optimization. Dissertation, TU Delft, 2011, ISBN-13: 978-94-6108-109-4.
- Fennis, S.A.A.M.; Walraven, J.C.; Uijl, J.A. den:** The use of geometry-based particle packing models with fine particles. In: **Schlangen, E.; Schutter, G. de (Hrsg.):** Concrete Modelling CONMOD 08. RILEM Publications S.A.R.L., 2008, RILEM Proceedings 58, ISBN-13: 978-2-35158-060-8, 471–478.
- Feylessoufi, A. et al.:** Early ages shrinkage mechanisms of ultra-high-performance cement-based materials. In: *Cement and Concrete Research*, 31 2001 Nr. 11, 1573 – 1579 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884601006020>), ISSN 0008–8846.
- fib:** Bond of reinforcement in concrete. *fib*, 2000 – bulletin 10, ISBN-10: 2-88394-050-9.
- Flatt, R.J.; Bowen, P.:** Yodel: A yield stress model for suspensions. In: *Journal of the American Ceramic Society*, 89 2006 Nr. 4, 1244–1256 (URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1551-2916.2005.00888.x>), ISSN 1551–2916.
- Foster, S.J.:** On behavior of high-strength concrete columns: cover spalling, steel fibers, and ductility. In: *ACI Structural Journal*, 98 2001 Nr. 4, 583–589.
- Fowkes, F.M.:** Calculation of work of adhesion by pair potential summation. In: *Journal of Colloid and Interface Science*, 28 1968 Nr. 3-4, 493 – 505 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021979768900829>), ISSN 0021–9797.
- Gao, Y.-C.; Mai, Y.-W.; Cotterell, B.:** Fracture of fiber-reinforced materials. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, 39 1988 Nr. 4, 550–572 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00948962>), 10.1007/BF00948962, ISSN 0044–2275.
- Garas, V.Y. et al.:** Micro- and nanoscale characterization of effect of interfacial transition zone on tensile creep of ultra-high-performance concrete. In: *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2010 Nr. 2141, 82–88.
- Garas, V.Y.; Kahn, L.F.; Kurtis, K.E.:** Short-term tensile creep and shrinkage of ultra-high performance concrete. In: *Cement and Concrete Composites*, 31 2009 Nr. 3, 147 – 152 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0958946509000055>), ISSN 0958–9465.
- Gerlicher, T.; Urbonas, L.; Heinz, D.:** Effect of finely ground blast furnace slag on the properties of fresh and hardened UHPC. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance

- Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 367–374.
- German, R.M.:** Particle Packing Characteristics. Metal Powder Industries Federation, 1989, ISBN-10: 0-918404-83-5.
- Godycki-Ćwirko, T.:** Schubprobleme im Stahlbetonbau. VDI-Verlag, 1973, ISBN-10: 3-18-40-0252-7.
- Götzinger, M.; Peukert, W.:** Haftkraftverteilungen von rauen Haftsystemen am Beispiel Kugel-Platte. In: Chemie Ingenieur Technik, 75 2003 Nr. 12, 1848–1852 (URL: <http://dx.doi.org/10.1002/cite.200303255>), ISSN 1522–2640.
- Graybeal, B.A.:** Material property characterization of ultra-high performance concrete. Office of Infrastructure Research and Development - Federal Highway Administration, 2006 – Technischer Bericht, Report No.: FHWA-HRT-06-103.
- Grübl, P.; Weigler, H.; Karl, S.; Kupfer, H. (Hrsg.):** Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften. Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH, 2001, ISBN-10: 3-433-01340-3.
- Grünewald, S.:** Performance-based design of self-compacting fibre reinforced concrete. Dissertation, Technische Universiteit Delft, 2004, ISBN-10: 90-407-2487-3.
- Habel, K.:** Structural behaviour of elements combining ultra-high performance fibre reinforced concretes (UHPC) and reinforced concrete. Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2004, Thèse No. 3036.
- Harris, B.:** Shrinkage stresses in glass/resin composites. In: Journal of Materials Science, 13 1978 Nr. 1, 173–177 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00739288>), 10.1007/BF00739288, ISSN 0022–2461.
- He, H. et al.:** Computer simulation of arbitrary-shaped grains and application to aggregate packing in concrete. In: **Schlangen, E.; Schutter, G. de (Hrsg.):** Concrete Modelling CONMOD 08. RILEM Publications S.A.R.L., 2008, RILEM Proceedings 58, ISBN-13: 978-2-35158-060-8, 479–486.
- Hertz, H.:** Ueber die Berührung fester elastischer Körper. In: Journal für die reine und angewandte Mathematik, 92 1882, 156–171.
- Hobbs, D.W.:** Influence of aggregate restraint on the shrinkage of concretes. In: ACI Journal Proceedings, 71 1974 Nr. 9, 445–450.
- Howe, J.M.:** Interfaces in materials. John Wiley & Sons, 1997, ISBN-10: 0-471-13830-4.
- Hsueh, C.-H.:** Analytical evaluation of interfacial shear strength for fiber-reinforced ceramic composites. In: Journal of the American Ceramic Society, 71 1988 Nr. 6, 490–493 (URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1151-2916.1988.tb05899.x>), ISSN 1551–2916.
- Hsueh, C.-H.:** Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix. In: Journal of Materials Science Letters, 7 1988 Nr. 5, 497–500 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01730704>), 10.1007/BF01730704, ISSN 0261–8028.

- Hsueh, C.-H.:** Interfacial debonding and fiber pull-out stresses of fiber-reinforced composites. In: *Materials Science and Engineering: A*, 123 1990 Nr. 1, 1 – 11 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/092150939090203F>), ISSN 0921–5093.
- Hsueh, C.-H.:** Theoretical comparison of two loading methods in fiber pull-out tests. In: *Materials Science and Engineering: A*, 130 1990 Nr. 2, L11 – L15 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/092150939090070J>), ISSN 0921–5093.
- Ibuk, H.; Beckhaus, K.:** Ultra-High Performance Concrete for drill bits in special foundation engineering. In: **Schmidt, M. et al. (Hrsg.):** *Proceedings of HiPerMat 2012*. 2012, ISBN-13: 978-3-86219-264-9.
- Ilschner, B.; Singer, R.F.:** *Werkstoffwissenschaften und Fertigungstechnik*. 5. Auflage. Springer, 2010, ISBN-13: 978-3-642-01733-9.
- Israelachvili, J.N.:** *Intermolecular and surface forces*. 3. Auflage. Elsevier Academic Press, 2011, ISBN-13: 978-0-12-375182-9.
- Johnson, K.L.:** *Contact mechanics*. 9. Auflage. Cambridge University Press, 2003.
- Juhart, J.:** Adhäsion von UHPC an Stahl und Glas - Ein Beitrag zu Adhäsion und Haftfestigkeit von Hochleistungs- und Ultra-Hochleistungs-Feinkornbeton an Stahl und Glas unterschiedlicher Rauheit. Dissertation, TU Graz, 2011.
- Jungwirth, J.:** Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton. Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2006, Thèse No. 3429.
- Kamen, A.:** Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques. Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2007, Thèse No. 3827.
- Kessler, H.-G.:** Spheres model for gradings of dense concrete. In: *Concrete plant and precast technology*, 60 1994 Nr. 10, 63–76.
- Kim, J.-K.; Baillie, C.; Mai, Y.-W.:** Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part I: Critical comparison of existing theories with experiment. In: *Journal of Materials Science*, 27 1992 Nr. 12, 3143–3154 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01116004>), 10.1007/BF01116004, ISSN 0022–2461.
- Kim, J.-K.; Zhou, L.-M.; Mai, Y.-W.:** Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part III: Interfacial properties of cement matrix composites. In: *Journal of Materials Science*, 28 1993 Nr. 14, 3923–3930 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00353200>), ISSN 0022–2461.
- Kinloch, A.J.:** *Adhesion and adhesives. Science and technology*. Chapman and Hall, 1987, ISBN-10: 0-412-27440-X.
- Koenders, E.A.B.:** Simulation of volume changes in hardening cement-based materials. Dissertation, TU Delft, 1997.
- Kollo, H.; Lang, E.:** *Massenbeton - Feuerbeton*. Verlag Bau und Technik, 2001, Schriftenreihe Spezialbetone Band 4, ISBN-13: 978-3764004026.

- Kooiman, A.G.:** Modelling steel fibre reinforced concrete for structural design. Dissertation, Technische Universiteit Delft, 2000, ISBN-10: 90-73235-60-X.
- Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U.:** Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. Beuth Verlag GmbH, 2000, DAfStb Heft 498, ISBN-10: 3-410-65698-7.
- Krüger, G.:** Der Post-Tower - Das höchste Bürogebäude Nordrhein-Westfalens. Baubeschreibung und Betontechnologie. In: beton, 52 2002 Nr. 11, 524–529, ISSN: 0005-9846.
- Laranjeira, F. et al.:** Framework to predict the orientation of fibers in FRC: A novel philosophy. In: Cement and Concrete Research, 42 2012 Nr. 6, 752 – 768 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884612000415>), ISSN 0008–8846.
- Larbi, J.A.; Rooij, M.R. de:** Concrete microscopy course 2005 - The electron microscope., 1st International Concrete Microscopy Course, Delft, Niederlande, Mai 2005.
- Larrard, F. de:** A general model for the prediction of voids content in high-performance concrete mix-design. In: **Malhotra, V.M. (Hrsg.):** Proceedings of the International ACI/CANMET Conference on Advances in Concrete Technology. 1992.
- Larrard, F. de:** Concrete mixture proportioning. FN Spon, 1999.
- Larrard, F. de; Sedran, T.:** Optimization of ultra-high-performance concrete by the use of a packing model. In: Cement and Concrete Research, 24 1994 Nr. 6, 997 – 1009 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884694900221>), ISSN 0008–8846.
- Lawrence, P.:** Some theoretical considerations of fibre pull-out from an elastic matrix. In: Journal of Materials Science, 7 1972 Nr. 1, 1–6 (URL: <http://www.springerlink.com/content/g77636pq825mw3q3/>), 10.1007/BF00549541, ISSN 0022–2461.
- Laws, V.; Lawrence, P.; Nurse, R.W.:** Reinforcement of brittle matrices by glass fibres. In: Journal of Physics D: Applied Physics, 6 1973 Nr. 5, 523 (URL: <http://stacks.iop.org/0022-3727/6/i=5/a=309>).
- Lawson, C.L.; Hanson, R.J.:** Solving least squares problems. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995, ISBN-10: 0-89871-356-0.
- Lee, K.M. et al.:** Autogenous shrinkage of concrete containing granulated blast-furnace slag. In: Cement and Concrete Research, 36 2006 Nr. 7, 1279 – 1285 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884606000081>), ISSN 0008–8846.
- Leeuw, N.H. de; Parker, S.C.:** Surface structure and morphology of calcium carbonate polymorphs calcite, aragonite and vaterite: An atomistic approach. In: The Journal of Physical Chemistry B, 102 1998 Nr. 16, 2914–2922 (URL: <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/jp973210f>).
- Leon, A.:** Über das Maß der Anstrengung bei Beton. In: Archive of Applied Mechanics, 4 1933, 421–431 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02079963>), 10.1007/BF02079963, ISSN 0939–1533.

- Leroy, F. H.:** On analytical approaches to the three-dimensional stress state in a single fibre pull-out specimen. In: *Journal of Materials Science Letters*, 15 1996 Nr. 22, 1945–1948 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00274345>), 10.1007/BF00274345, ISSN 0261–8028.
- Leung, C.K.Y.:** Fracture-based two-way debonding model for discontinuous fibers in elastic matrix. In: *Journal of Engineering Mechanics*, 118 1992 Nr. 11, 2298–2318 (URL: <http://link.aip.org/link/?QEM/118/2298/1>).
- Leung, C.K.Y.; Geng, Y.:** Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out. In: *Composites Engineering*, 5 1995 Nr. 10-11, 1331 – 1348 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B7CWF-4CPF7YH-C/2/5898c0ae228263b179ac79ce60b04b90>), ISSN 0961–9526.
- Leutbecher, T.:** Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC). Dissertation, Universität Kassel, 2007, ISBN-13: 978-3-89958-374-8.
- Li, V.C.; Wang, Y.; Backer, S.:** A micromechanical model of tension-softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39 1991 Nr. 5, 607 – 625 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002250969190043N>), ISSN 0022–5096.
- Lim, S.N.; Wee, T.H.:** Autogenous shrinkage of ground-granulated blast-furnace slag concrete. In: *ACI Materials Journal*, 97 2000 Nr. 5, 587–593, Document 97-M67.
- Linford, R.G.:** Surface energy of solids. In: *Chem. Soc. Rev.* 1 1972 Nr. 4, 445–464 (URL: <http://dx.doi.org/10.1039/CS9720100445>).
- Lipkin, D.M.; Israelachvili, J.N.; Clarke, D.R.:** Estimating the metal-ceramic van der Waals adhesion energy. In: *Philosophical Magazine A*, 76 1997 Nr. 4, 715–728 (URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01418619708214205>).
- Lively, D.T.; Murray, P.:** Surface energies of solid oxides and carbides. In: *Journal of the American Ceramic Society*, 39 1956 Nr. 11, 363–372 (URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1151-2916.1956.tb15606.x>), ISSN 1551–2916.
- Loukili, A.; Khelidj, A.; Richard, P.:** Hydration kinetics, change of relative humidity, and autogenous shrinkage of ultra-high-strength concrete. In: *Cement and Concrete Research*, 29 1999 Nr. 4, 577 – 584 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884699000228>), ISSN 0008–8846.
- Loukili, A.; Richard, P.:** Creep and shrinkage of ultra high-performance steel fibre reinforced concrete. In: **Sakai, K.; Banthia, N.; Gjorv, O.E. (Hrsg.):** *Proceedings of the International Conference on Concrete under Severe Conditions CONSEC 95. Band 2, E & FN Spon, 1995, ISBN-10: 0-419-19860-1, 1553–1559.*
- Loukili, A.; Richard, P.; Lamirault, J.:** A study on delayed deformations of an ultra high strength cementitious material. In: **Malhotra, V. M. (Hrsg.):** *Proceedings of the Fourth CANMET/ACI/JCI Conference: Advances in Concrete Technology. Band 179, 1998, 929–950.*

- Lowke, D. et al.:** Control of rheology, strength and fibre bonding of UHPC with additions - effect of packing density and addition type. In: Proceedings of the 3rd International Symposium on Ultra-High Performance Concrete. 2012.
- Lura, P.; Breugel, K. van; Maruyama, I.:** Effect of curing temperature and type of cement on early-age shrinkage of high-performance concrete. In: Cement and Concrete Research, 31 2001 Nr. 12, 1867 – 1872 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884601006019>), ISSN 0008–8846.
- Ma, W. et al.:** Calorimetric study of cement blends containing fly ash, silica fume, and slag at elevated temperatures. In: Cement, Concrete, and Aggregates, 16 1994 Nr. 2, 93–99.
- Machlin, E.S.; Yankee, W.R.:** Friction of clean metals and oxides with special reference to titanium. In: Journal of Applied Physics, 25 1954 Nr. 5, 576–581 (URL: <http://link.aip.org/link/?JAP/25/576/1>).
- Marković, I.:** High-performance hybrid-fibre concrete - Development and utilisation. Dissertation, Technische Universiteit Delft, 2006, ISBN-10: 90-407-2621-3.
- Martin, H.:** Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. Berlin: DAfStb Heft 228, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 1973.
- Matsuda, T.; Kawakami, H.; Nishimoto, Y.:** Influence of loading condition on creep properties of ultra-high strength concrete. In: **Tanabe, T. et al. (Hrsg.):** Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and concrete structures - Proceedings of the CONCREEP 8 conference. Band 2, 2009, ISBN-13: 978-0-415-48-509-8, 1397–1403.
- McLean, D.:** Grain boundaries in metals. Clarendon Press, 1957.
- Mészáros, J.:** Tragverhalten von Einzelverbunddübeln unter zentrischer Kurzzeitbelastung. Dissertation, Universität Stuttgart, 2002.
- Miyazawa, S.; Tazawa, E.:** Prediction model for autogenous shrinkage of concrete with different type of cement. In: **Persson, B.; Bentz, D.; Nilsson, L.-O. (Hrsg.):** Self-desiccation and its importance in concrete technology - Proceedings of the fourth international research seminar. 2005, Report TVBM-3126.
- Mohr, O.:** Die Scherfestigkeit des Betons. In: Armierter Beton, 4 1911 Nr. 7, 247–250 (URL: <http://opus.kobv.de/btu/volltexte/2010/1952/>).
- Mollet, H.; Grubenmann, A.:** Formulierungstechnik: Emulsionen, Suspensionen, Feste Formen. Wiley VCH, 2000, ISBN-13: 978-3527298501.
- Mooney, M.:** The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles. In: Journal of Colloid Science, 6 1951 Nr. 2, 162 – 170 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0095852251900360>), ISSN 0095–8522.
- Mörsch, E.:** Schub- und Scherfestigkeit des Betons. In: Schweizerische Bauzeitung, 43/44 1904, 295–297.

- Morton, J.; Groves, G.W.:** The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix - effect of fibre orientation. In: *Journal of Materials Science*, 9 1974 Nr. 9, 1436–1445 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00552929>), 10.1007/BF00552929, ISSN 0022–2461.
- Möser, B.; Pfeifer, C.:** Microstructure and durability of ultra-high performance concrete. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 417–424.
- Muki, R.; Sternberg, E.:** Elastostatic load-transfer to a half-space from a partially embedded axially loaded rod. In: *International Journal of Solids and Structures*, 6 1970 Nr. 1, 69 – 90 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6VJS-47YHRMC-91/2/4743fac1e0bdd8f23dd3a7266ede00bb>), ISSN 0020–7683.
- Müller, B.; Rath, W.:** Formulierung von Kleb- und Dichtstoffen. Das komplette Lehrbuch für Studium und Praxis. Vincentz Network, 2004, ISBN-13: 978-3878707912.
- Naaman, A.E.; Shah, S.P.:** Pull-out mechanism in steel fiber reinforced concrete. In: *ASCE Journal of the Structural Division*, 102 1976 Nr. 8, 1537–1548.
- Nairn, J.A.:** On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites. In: *Mechanics of Materials*, 26 1997 Nr. 2, 63–80.
- Niedenhoff, H.:** Untersuchungen über das Tragverhalten von Konsolen und kurzen Kragarmen. Dissertation, Technische Hochschule Karlsruhe, 1961.
- Oliver, W.C.; Pharr, G.M.:** An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. In: *Journal of Materials Research*, 7 1992 Nr. 6, 1564–1583 (URL: <http://dx.doi.org/10.1557/JMR.1992.1564>).
- Orgass, M.; Klug, Y.:** Steel fibre reinforced ultra-high strength concretes. In: *LACER* 9 2004.
- Park, S.-J.; Seo, M.-K.:** Solid-solid interfaces. Elsevier, 2011 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123750495000049>), ISSN 1573–4285, 253 – 331.
- Paulini, P.:** A weighing method for cement hydration. In: *Proc. of the 9th Int. Congress on the Chemistry of Cement*. Band Vol. IV, National Council for Cement and Building Materials New Delhi, 1992, 248–254.
- Pepper, S.V.:** Effect of adsorbed films on friction of Al_2O_3 -metal systems. In: *Journal of Applied Physics*, 47 1976 Nr. 6, 2579–2583 (URL: <http://link.aip.org/link/?JAP/47/2579/1>).
- Piggott, M.R.:** Load bearing fibre composites. 2. Auflage. Springer Verlag, 2002, ISBN-10: 0-792-37665-X.
- Pinchin, D.J.; Tabor, D.:** Inelastic behaviour in steel wire pull-out from Portland cement mortar. In: *Journal of Materials Science*, 13 1978 Nr. 6, 1261–1266 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00544732>), 10.1007/BF00544732, ISSN 0022–2461.

- Pinchin, D.J.; Tabor, D.:** Interfacial phenomena in steel fibre reinforced cement - Part I: Structure and strength of interfacial region. In: Cement and Concrete Research, 8 1978 Nr. 1, 15 – 24 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884678900546>), ISSN 0008–8846.
- Portland-Cement-Association:** Ultra-High Performance Concrete., 07.05.2012 (URL: http://www.cement.org/bridges/br_uhpc.asp) – Zugriff am 07.05.2012.
- Porzelt, C.:** Ökobilanz von UHPC: Erarbeitung von Rohdaten ausgewählter Mischungsbestandteile als Grundlage für die Ökobilanzierung von UHPC. Diplomarbeit, Technische Universität München, 2006.
- Pregartner, T.:** Bemessung von Befestigungen in Beton. Ernst und Sohn, 2009, ISBN-13: 978-3-433-02930-5.
- Rabinowicz, E.:** Friction and wear of materials. John Wiley & Sons, 1995, ISBN-13: 978-0471-8308-49.
- Rehm, G.:** Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Berlin: DAfStb Heft 138, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 1961.
- Reinhardt, H.-W.; Xu, S.:** Experimental determination of KIIC of normal strength concrete. In: Materials and Structures, 31 1998 Nr. 5, 296–302 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02480670>), ISSN 1359–5997.
- Reschke, T.:** Der Einfluss der Granulometrie der Feinstoffe auf die Gefügeentwicklung und die Festigkeit von Beton. Verlag Bau und Technik GmbH, 2001, Schriftenreihe der Zementindustrie 62, ISBN-13: 978-3-7640-0406-4.
- Ridgway, K.; Tarbuck, K.J.:** Voidage fluctuations in randomly-packed beds of spheres adjacent to a containing wall. In: Chemical Engineering Science, 23 1968 Nr. 9, 1147 – 1155 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000925096887099x>), ISSN 0009–2509.
- Rinder, T.:** Hochfester Beton unter Dauerzuglast. Beuth Verlag GmbH, 2003, DAfStb Heft 544, ISBN-10: 3-410-65744-4.
- Roblee, L.H.S.; Baird, R.M.; Tierney, J.W.:** Radial porosity variations in packed beds. In: A.I.Ch.E. Journal, 4 1958 Nr. 4, 460–464.
- Rosner, B.:** Percentage points for a generalized ESD many-outlier procedure. In: Technometrics, 25 1983 Nr. 2, 165–172 (URL: <http://www.jstor.org/stable/1268549>), ISSN 00401706.
- Šajna, A.; Denarié, E.; Bras, V.:** Assessment of a UHPFRC based bridge rehabilitation in Slovenia, two years after application. In: Schmidt, M. et al. (Hrsg.): Proceedings of HiPerMat 2012. 2012, ISBN-13: 978-3-86219-264-9.
- Saric-Coric, M.; Aitcin, P.C.:** Influence of curing conditions on shrinkage of blended cements containing various amounts of slag. In: ACI Materials Journal, 100 2003 Nr. 6, 477–484, Document 100-M55.
- Schachinger, A.I.:** Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität. Dissertation, Technische Universität München, 2007.

- Schachinger, I.; Hilbig, H.; Stengel, T.:** Effect of curing temperature at an early age on the long-term strength development of UHPC. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2.
- Schachinger, I. et al.:** Early-age cracking risk and relaxation by restrained autogenous deformation of ultra high performance concrete. In: Proceedings of the 6th International Symposium on Utilization of HS/HPC. Band 2, 2002, 1341–1354.
- Schneider; Goris, A. (Hrsg.):** Bautabellen für Ingenieure. Bücher Werner Verlag, 2012, ISBN-13: 978-3-8041-5251-9.
- Schober, H.:** Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbetonbau. Dissertation, Universität Stuttgart, 1984.
- Schwanda, F.:** Das rechnerische Verfahren zur Bestimmung des Hohlraums und Zementleimanspruchs von Zuschlägen und seine Bedeutung für den Spannbetonbau. In: Zement und Beton, 37 1966, 8–17.
- Scrivener, K.L.; Pratt, P.L.:** Characterisation of interfacial microstructure. In: **Maso, J.C. (Hrsg.):** Interfacial transition zone in concrete. E FN SPON, 1996, RILEM report 11, 3 – 17.
- Sedran, T.:** Rheologie et rheometrie des betons. Application aux betons autonivelants. Dissertation, L'ecole nationale des ponts et chaussees, 1999.
- Sedran, T.; Larrard, F. de; Angot, D.:** Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide I - Fondements théoriques et étalonnage du modèle. In: Bulletin Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 194 1994, Ref. 3862.
- Sell, R.:** Tragfähigkeit von mit Reaktionsharzmörteln versetzten Betonankern und deren Berechnung. In: Bautechnik, 50 1973 Nr. 10, 333–340.
- Sell, R.:** Über die Festigkeit und Verformung mit Reaktionsharzmörteln versetzter Betonanker. In: Verbindungstechnik, 5 1973 Nr. 8, 11–16.
- Shah, S.P.; Li, Z.; Shao, Y.:** Modelling of constitutive relationship of steel fiber-concrete interface. In: **Selvadurai, A.P.S.; Boulon, M.J. (Hrsg.):** Mechanics of Geomaterial Interfaces. Band 42, Elsevier, 1995 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B8GXV-4NR646C-F/2/2f7734f3b8a77aae7d67301ef5695cd2>), ISSN 0922–5382, 227 – 254.
- Shannag, M.J.; Brincker, R.; Hansen, W.:** Pullout behavior of steel fibers from cement-based composites. In: Cement and Concrete Research, 27 1997 Nr. 6, 925 – 936 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TWG-3SR4072-H/2/4a38fbc97d1b8a9e8a2c39049875c23>), ISSN 0008–8846.
- Sobek, W. et al.:** Tragwerke für transparente Hochhäuser. In: Bauingenieur, 76 2001 Nr. 7/8, 326–335, ISSN: 0005-6650.
- Sobek, W.; Sundermann, W.; Reinke, H.G.:** Der Post Tower in Bonn - eine detaillierte Betrachtung der Tragwerke für Rohbau und Fassaden. In: Bauingenieur, 80 2005 Nr. 4, 179–187.

- Sorelli, L. et al.:** The nano-mechanical signature of ultra high performance concrete by statistical nanoindentation techniques. In: *Cement and Concrete Research*, 38 2008 Nr. 12, 1447 – 1456 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S00088884608001567>), ISSN 0008–8846.
- Stahl-Informations-Zentrum (Hrsg.):** Stahl und Form - Deutsche Post AG Verwaltungshochhaus Bonn. 2003 (URL: <http://www.stahl-info.de/schriftenverzeichnis/shop.php?c=5>).
- Stang, H.:** Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials. In: *Advanced Cement Based Materials*, 4 1996 Nr. 3-4, 106 – 115 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TW6-47PFRRJ-3/2/8e45cc6d8aca905b76a0d404e1431590>), ISSN 1065–7355.
- Stang, H.; Shah, S.P.:** Fracture mechanical interpretation of the fibre/matrix debonding process in cementitious composites. In: **Wittmann, F.H. (Hrsg.):** Fracture Toughness and fracture energy of concrete. Elsevier science publishers B.V., 1986, ISBN-10: 0-444-42733-3.
- Stang, H.; Shah, S.P.:** Micromechanics of the interface in fibre-reinforced cement materials. In: **Maso, J.C. (Hrsg.):** Interfacial transition zone in concrete. 1996, RILEM report 11, ISBN-10: 0-419-20010-X.
- Stark, J.; Wicht, B.:** Zement und Kalk - Der Baustoff als Werkstoff. Birkhäuser Verlag, 2000.
- Stengel, T.:** Sustainability aspects of traffic bridges made from UHPFRC - State-of-the-art and challenges for concrete technology. In: International workshop on Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC). Marseille (Frankreich), 2009.
- Stengel, T.; Beckhaus, K.; Schießl, P.:** Sustainable building with UHPC - Challenges and limits. In: **Gilbert, R.I. (Hrsg.):** Proceedings of the 24th Biennial Conference of the Concrete Institute of Australia. 2009, 108–109.
- Stengel, T.; Gehlen, C.; Schießl, P.:** Nachhaltigkeitsaspekte von Bauteilen aus UHPC. In: **Gehlen, C.; Heinz, D.; Zilch, K. (Hrsg.):** Beiträge zum 50. Forschungskolloquium des DAfStb. München, 2009.
- Stengel, T.; Schießl, P.:** Life Cycle Assessment of UHPC bridge constructions: Sherbrooke Footbridge, Kassel Gärtnerplatz Footbridge and Wapello Road Bridge. In: **Kotynia, R.; Gawin, D. (Hrsg.):** Proceedings of 6th Int. Conference Analytical Models and new concepts in Concrete and Masonry Structures AMCM 2008. 2008, ISBN-13: 978-83-7283-263-4.
- Stengel, T.; Schießl, P.:** Sustainable construction with UHPC - from Life Cycle Inventory data collection to environmental impact assessment. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 461–468.
- Stockhausen, N.:** Die Dilatation hochporöser Festkörper bei Wasseraufnahme und Eisbildung. Dissertation, Technische Universität München, 1981.
- Stokes, R.J.; Evans, D.F.:** Fundamentals of interfacial engineering. 1. Auflage. John Wiley & Sons, 1997, ISBN-10: 0-471-18647-3.

- Stovall, T.; Larrard, F. de; Buil, M.:** Linear packing density model of grain mixtures. In: Powder Technology, 48 1986 Nr. 1, 1 – 12 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0032591086800584>), ISSN 0032-5910.
- Strehlein, D.:** Fleckige Dunkelverfärbungen an Sichtbetonflächen - Charakterisierung - Entstehung - Vermeidung. Dissertation, Technische Universität München, 2012.
- Stroeven, P.; Stroeven, M.:** SPACE approach to concrete's space structure and its mechanical properties. In: HERON, 46 2001 Nr. 4, 265–289, ISSN: 0046-7316.
- Suzuki, M. et al.:** Study of the wall effect on particle packing structure using X-ray micro computed tomography. In: Advanced Powder Technology, 19 2008, 183–195.
- Switek, A.E.:** Time-dependent response of Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC) under low to high tensile stresses. Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2011, Thèse No. 4899.
- Szabo, I.:** Höhere technische Mechanik. 6. Auflage. Springer-Verlag, 2001, Klassiker der Technik, ISBN-13: 978-3-540-67653-9.
- Tazawa, E.; Miyazawa, S.:** Autogenous shrinkage of concrete and its importance in concrete technology. In: **Bažant, Z.; Carol, I. (Hrsg.):** Creep and shrinkage of concrete - Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium. E & FN Spon, 1993, ISBN-10: 0-419-18630-1, 159–168.
- Tazawa, E.; Miyazawa, S.:** Influence of cement and admixture on autogenous shrinkage of cement paste. In: Cement and Concrete Research, 25 1995 Nr. 2, 281 – 287 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884695000100>), ISSN 0008-8846.
- Tazawa, E.; Miyazawa, S.:** Effect of constituents and curing condition on autogenous shrinkage of concrete. In: **Tazawa, E. (Hrsg.):** Autogenous shrinkage of concrete - Proceedings of the international workshop. E & FN Spon, 1999, ISBN-10: 0-419-23890-5.
- Thadani, M.C.; Peebles, F.N.:** Variation of local void fraction in randomly packed beds of equal spheres. In: I&EC process design and development, 5 1966 Nr. 3, 265–268.
- Toutlemonde, F.; Resplendino, J. (Hrsg.):** Designing and building with UHPFRC. ISTE Ltd., 2011, ISBN-13: 978-1-84821-271-8.
- Tue, V.N. et al.:** Kriechen von Ultrahochfestem Beton (UHFB). In: Bautechnik, 83 2006 Nr. 2, 119–124 (URL: <http://dx.doi.org/10.1002/bate.200610012>), ISSN 1437-0999.
- Ulm, F.J.; Acker, P.:** Nanoengineering UHPC materials and structures. In: **Fehling, E.; Schmidt, M.; Stürwald, S. (Hrsg.):** Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete. kassel university press GmbH, 2008, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 10, ISBN-13: 978-3-89958-376-2, 3–9.
- Walraven, J.C.; Schumacher, P.:** Anwendungen für Ultra-Hochleistungsbetone. In: Tiefbau, 117 2005 Nr. 4, 230–234, ISSN: 0944-8780.
- Wei, S.; Mandel, J.A.; Said, S.:** Study of the interface strength in steel fiber-reinforced cement-based composites. In: ACI Materials Journal, 83 1986 Nr. 2, 597–605.

- Wei, Y. et al.:** Unified shrinkage model for concrete from autogenous shrinkage test on paste with and without ground-granulated blast-furnace slag. In: ACI Materials Journal, 108 2011 Nr. 1, 13–20, Document 108-M02.
- Weigl, S.; Schmid, D.:** Einfluss unterschiedlicher Rezepturen und Herstellbedingungen von ultrahochfesten Betonbauteilen auf die Eigenschaften der Randzone. Diplomarbeit, Hochschule Regensburg, 2010.
- Weisstein, E.W.:** Logistic equation., From MathWorld - A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/LogisticEquation.html>.
- Wells, J.K.; Beaumont, P.W.R.:** Debonding and pull-out processes in fibrous composites. In: Journal of Materials Science, 20 1985 Nr. 4, 1275–1284 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01026323>), 10.1007/BF01026323, ISSN 0022–2461.
- World-Steel-Association (Hrsg.):** World Steel in Figures 2008. (URL: www.worldsteel.com).
- Zdziennicka, A.; Szymczyk, K.; Jańczuk, B.:** Correlation between surface free energy of quartz and its wettability by aqueous solutions of nonionic, anionic and cationic surfactants. In: Journal of Colloid and Interface Science, 340 2009 Nr. 2, 243 – 248 (URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979709011436>), ISSN 0021–9797.
- Zhou, L.M.; Kim, J.K.; Mai, Y.W.:** Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part II: A new model based on the fracture mechanics approach. In: Journal of Materials Science, 27 1992, 3155–3166 (URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01116005>), 10.1007/BF01116005, ISSN 0022–2461.
- Zilch, K.; Zehetmaier, G.:** Bemessung im konstruktiven Betonbau. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, ISBN-13: 978-3-540-70637-3.

Anhangverzeichnis

A. Charakterisierung der verwendeten Ausgangsstoffe und der untersuchten Betonzusammensetzungen	125
B. Shear-lag-Theorie - Herleitung der Spannungsverläufe im Einzelfaserausziehversuch	130
C. Reibungskoeffizient zwischen Stahlfaser und zementgebundener Matrix	134
D. Herleitung des Zusammenhangs zwischen Radialdruckspannung und radialer Schwindverformung	138
E. Packungsdichte von Korngemischen und Untersuchungen zum Gefüge im Verbundbereich	143
F. Reife, thermische Eigenschaften und Entwicklung des statischen E-Moduls von UHPC	159
G. Schwinden von UHPC - Literaturstudie zu Schwindversuchen und Ableitung von Modellgleichungen	169
H. Viskoelastizität von UHPC - Literaturstudie zu Kriechversuchen und Ableitung von Relaxationsspektren	185
I. FEM-Berechnungen zur Abschätzung der Radialdruckspannung an der Faseroberfläche	217
J. Zur Oberflächenenergie von relevanten Stoffen für die Modellierung der Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC	221
K. Ergebnisse der eigenen Faserausziehversuche	229
L. Ergebnisse der eigenen Biegezugversuche am faserbewehrten UHPC M1	232

A. Charakterisierung der verwendeten Ausgangsstoffe und der untersuchten Betonzusammensetzungen

Chemische Zusammensetzung der Betonausgangsstoffe

Die chemische Zusammensetzung der verwendeten Stoffe ist in Tabelle A.1 zusammengefasst. Als Referenzzement (Z1) kam ein Tiefbohrzement (API Specification 10A: „Class G Grade HSR“), der hinsichtlich seiner chemischen, mineralogischen und physikalischen Eigenschaften in etwa einem CEM I 42,5 N-HS gleich kommt, zum Einsatz. Tiefbohrzemente zeichnen sich im Hinblick auf die Verwendung in UHPC wegen ihres üblicherweise geringen Wasser- und Fließmittelanpruchs aus. Daneben wurden zwei handelsübliche Portlandzemente CEM I 42,5 R-HS (Z2) und CEM I 52,5 R-HS/NA (Z3) verwendet (letztenannter entspricht dem Referenzzement (gleiche Charge) des DFG-Schwerpunktprogramms SPP1182 „Nachhaltiges Bauen mit ultrahochfestem Beton“). Die klinkermineralogische Zusammensetzung der drei Zemente wurde nach Bogue, siehe z.B. Stark und Wicht¹⁸⁵ berechnet. Der CaO-Gehalt in Tabelle A.1 wurde nach Stark und Wicht¹⁸⁵ für die Berechnung nach Bogue um $0,70 \cdot SO_3$ reduziert. Die resultierenden rechnerischen Anteile der Klinkerphasen sind für die drei Zemente in Tabelle A.2 angegeben.

Spezifische Oberfläche und Korngrößenverteilungen der Ausgangsstoffe

In Tabelle A.3 sind die spezifischen Oberflächen (N_2 -BET) sowie die mittleren Korndurchmesser (\varnothing_{50}) der verwendeten Ausgangsstoffe zusammengefasst. Die Korngrößenverteilungen der Ausgangsstoffe sind in Bild A.1 dargestellt.

Zusammensetzung und Korngrößenverteilungen der Betone

Tabelle A.4 gibt einen Überblick über die untersuchten Mischungsvarianten. Die resultierenden Korngrößenverteilungen der Betone können Bild A.2 entnommen werden. Darüber hinaus sind in Bild A.3 die Korngrößenverteilungen der Betone bis 100 μm dargestellt.

Zugfestigkeit der verwendeten Stahlfasern

Die Zugfestigkeit der Stahldrähte bzw. -fasern wurde im weggeregelten Versuch ohne Dehnungsmessung bestimmt. Die Ergebnisse der makroskopisch geraden Drähte bzw. Fasern sind in Tabelle A.5 zusammengefasst. Neben den geraden Stahlfasern wurden orientierend auch gewellte Stahlfasern der Durchmesser 0,39 mm bzw. 0,48 mm untersucht, siehe gewellter Stahldraht in Bild A.4. Die Wellenform der Fasern wies jeweils eine Wellenlänge von 4 mm und eine

¹⁸⁵ Stark u. Wicht: Zement und Kalk - Der Baustoff als Werkstoff (Kapitel 2.2.5, S. 33ff.).

Tabelle A.1: Glühverlust und chemische Zusammensetzung der verwendeten Ausgangsstoffe [M.-%]

Kennwert	Z1	Z2	Z3	S1	Q1 und Q2	K1 bis K3	H	QS
GV ¹⁾	1,43	2,35	1,19	1,81	0,06	42,93	0	0,02
Na ₂ O	0,15	0,13	0,19	0,18	0,02	0	0,30	0,02
K ₂ O	0,79	0,92	0,38	0,56	0,03	0	0,40	0,03
Na ₂ O-Ä. ²⁾	0,67	0,74	0,44	0,56	0,04	0	0,56	0,03
CaO	62,92	62,40	66,40	0,41	0,16	56,16	37,14	0,02
MgO	0,79	1,70	0,79	0,23	0,03	0,19	10,48	0
Fe ₂ O ₃	5,65	5,88	5,23	0,40	1,43	0,05	0,58	0,24
Al ₂ O ₃	4,34	3,81	3,42	0,18	0,40	0,04	10,51	0,02
SiO ₂	21,03	20,15	21,10	95,80	97,84	0	37,85	99,76
P ₂ O ₅	0,07	0	0	0,03	0	0	0,22	0
SO ₃	2,16	2,85	1,93	0,14	0,03	0,11	0,09	0,03
MO ³⁾	0,63	0	0,23	0,10	0,19	0	1,32	0,03

1) GV = Glühverlust

2) Natriumäquivalent: $Na_2O = 0,65 \cdot K_2O + Na_2O$

3) MO = Summe der verbleibenden Metalloxide

Tabelle A.2: Rechnerische Anteile der Klinkerphasen der drei verwendeten Zemente [M.-%]

Mineral	Z1	Z2	Z3
C ₃ S	52,9	58,7	73,9
C ₂ S	20,4	13,5	4,7
C ₃ A	2,0	0,2	0,2
C ₄ AF	17,2	17,9	15,9

Tabelle A.3: Spezifische Oberflächen und \varnothing_{50} der verwendeten Ausgangsstoffe

Stoff	N ₂ -BET	\varnothing_{50}
[-]	[m ² /g]	[μ m]
Z1	1,0	14,5
Z2	1,2	10,0
Z3	1,3	9,0
S1	20,0	0,15
Q1	0,8	14,5
Q2	3,9	4,0
K1	1,5	8,5
K2	1,3	4,5
K3	4,2	2,0
H	0,8	14,5
QS	0,1	≈ 280

Tabelle A.4: Untersuchte Mischungsvarianten mit Zusammensetzungen [kg/m^3], w/z-Wert und Gesamtoberfläche N_2 -BET [$10^3 \text{m}^2/\text{m}^3$]

Stoff	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
Z1	680	0	680	680	680	680	680	0
Z2	0	0	0	0	0	0	0	220
Z3	0	852	0	0	0	0	0	0
S1	138	0	138	138	138	138	138	100
S2	0	138	0	0	0	0	0	0
Q1	360	211	0	0	0	0	0	0
Q2	0	0	0	0	0	0	360	0
K1	0	0	0	371	0	0	0	0
K2	0	0	0	0	371	0	0	0
K3	0	0	0	0	0	371	0	485
H	0	0	391	0	0	0	0	350
QS	990	995	990	989	990	990	990	991
H_2O	166	160	177	165	171	165	170	187
FM	35	45	24	37	30	36	31	12
w/z-Wert ¹⁾	0,28	0,22			0,28			0,89
N_2 -BET	3.920	3.500	3.930	4.180	4.100	5.260	5.030	4.850

¹⁾ inkl. Wasser aus Fließmittel

Tabelle A.5: Zugfestigkeit der verwendeten Stahlfasern

Faser- durchmesser [mm]	Zug- festigkeit [N/mm ²]	Standard- abweichung	Variations- koeffizient [-]	Anzahl Proben
0,97	2.590	53	0,02	3
0,48	2.610	26	0,01	4
0,48g ¹⁾	1.210	46	0,04	15
0,39g ¹⁾	1.090	48	0,04	3
0,29	2.725	122	0,04	6
0,15m ²⁾	3.225	296	0,09	9

¹⁾ g: gewellter Draht

²⁾ m: galvanisch vermessingt

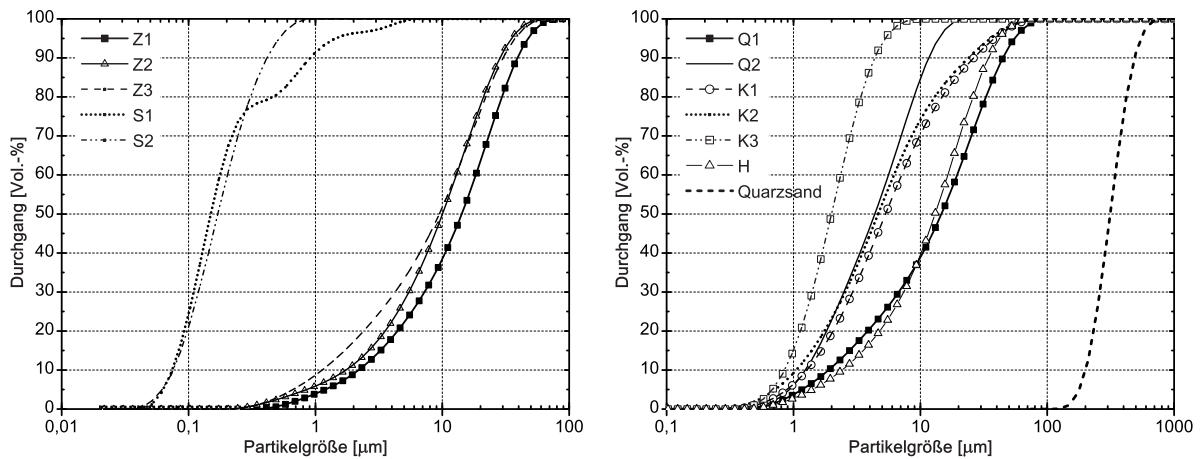


Bild A.1: Korngrößenverteilungen der verwendeten Ausgangsstoffe; links: Zemente und Silikastäube; rechts: Zusatzstoffe und Quarzsand

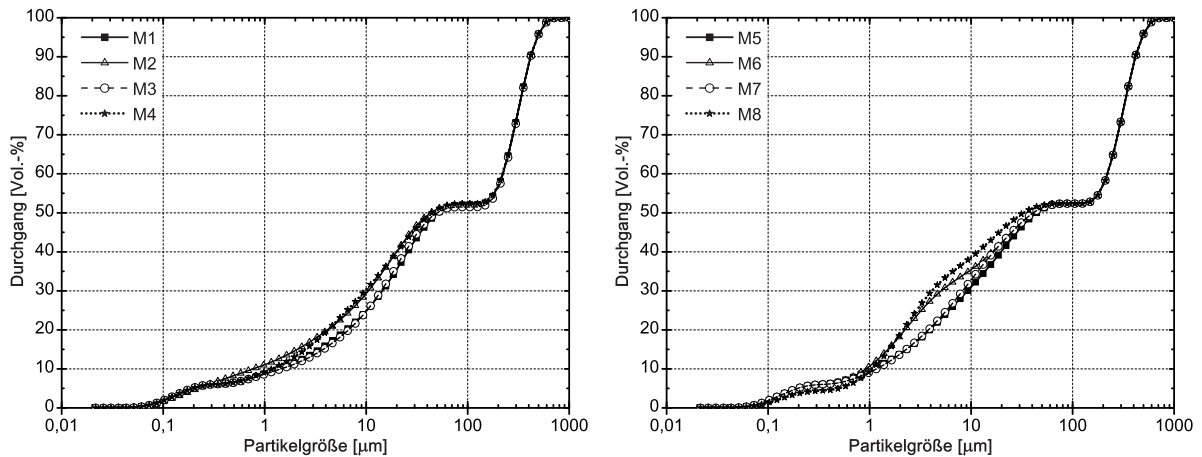


Bild A.2: Korngrößenverteilungen der untersuchten Betone; links: M1 bis M4; rechts: M5 bis M8

Amplitude von 1,5 mm auf. Die Zugfestigkeit der gewellten Fasern betrug 1.090 N/mm^2 bzw. 1.210 N/mm^2 .

Aufrauung der Stahlfaseroberfläche

Die Aufrauung der Stahlfaseroberfläche erfolgte per Hand mit Schmirgelleinen unterschiedlicher Körnung (K40, K80 und K180). Jede untersuchte Faser wurde mit einem eigenen 2 cm breiten Stück des jeweiligen Schmirgelleinens 10 Mal per Hand bearbeitet, siehe Bild A.5.

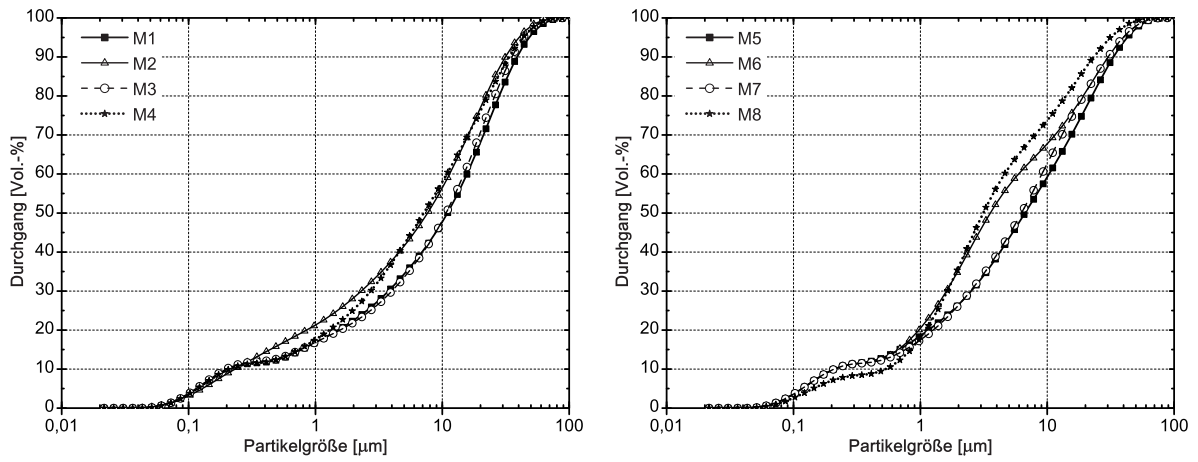


Bild A.3: Korngrößenverteilungen der untersuchten Betone bis zu einem Partikeldurchmesser von 100 µm; links: M1 bis M4; rechts: M5 bis M8

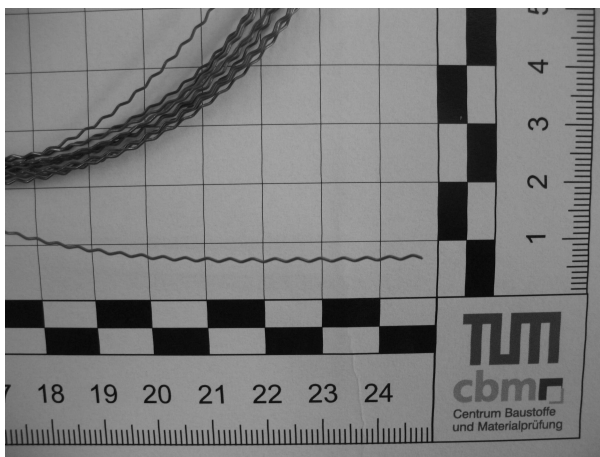


Bild A.4: Gewellter Stahldraht, Durchmesser 0,48 mm

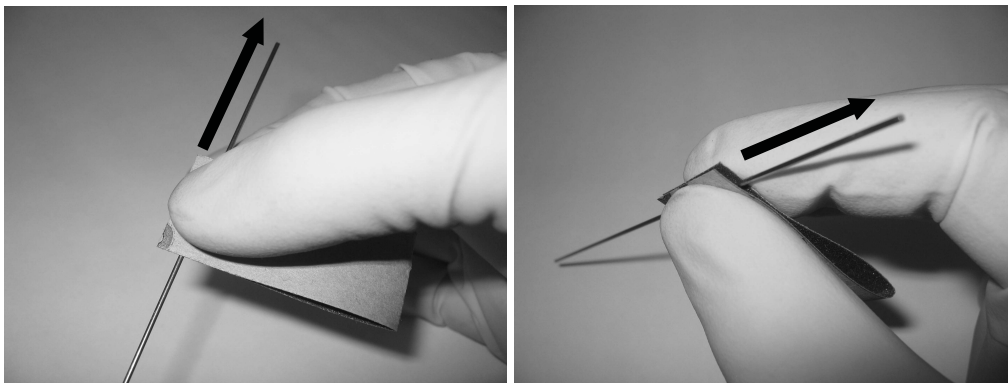


Bild A.5: Prozess der Aufrauung der Stahlfaseroberflächen mit Hilfe eines Schmirgelleinens per Hand

B. Shear-lag-Theorie - Herleitung der Spannungsverläufe im Einzelfaserausziehversuch

Grundlage für die Beschreibung der formalen Zusammenhänge der Spannungsübertragung zwischen der Matrix und der darin eingebetteten Faser ist im elastischen Zustand zunächst die Betrachtung der Gleichgewichtsbedingungen für die Spannung an einem infinitesimalen Werkstoffvolumen in den Zylinderkoordinaten z , r und θ .

Im rotationssymmetrischen Spannungszustand ohne Volumenkräfte reduziert sich die Gleichgewichtsbedingung für die Spannungen in z -Richtung um die Tangentialspannungen auf Gleichung (B.1):¹⁸⁶

$$\frac{d}{dr} \cdot \sigma_{rz} + \frac{d}{dz} \cdot \sigma_{zz} = 0 \quad (\text{B.1})$$

Nach Multiplikation der Gleichung (B.1) mit r und darauffolgendem Integrieren nach dr von $r = 0$ bis $r = r_f$ erhält man:

$$\frac{d}{dz} \cdot \sigma_{zz, f} = -\frac{2 \cdot \sigma_{rz, m}(r=r_f)}{r_f} \quad (\text{B.2})$$

Die Verbundspannung $\sigma_{rz, m}$ in der Matrix kann exakt mit Hilfe der Elastizitätstheorie durch

$$\sigma_{rz, m} = G_m \cdot \gamma_{rz} = G_m \cdot \left(\frac{du_{z, m}}{dr} + \frac{du_{r, m}}{dz} \right) \approx G_m \cdot \frac{du_{z, m}}{dr} \quad (\text{B.3})$$

dargestellt werden.¹⁸⁷ Dabei ist γ_{rz} die Scherung oder Gleitung, $u_{z, m}$ die Axialverformung der Matrix und $u_{r, m}$ die Radialverformung der Matrix.

Sowohl in Abhandlungen zu Faserverbundwerkstoffen^{188, 189} als auch in Arbeiten zum Einzelfaserverbund^{187, 190} wird der zweite Term auf der rechten Seite der Gleichung (B.3) vereinfachend vernachlässigt (d.h. $du_r/dz = 0$ bzw. $du_r/dz \ll du_z/dr$).

Darüber hinaus wird üblicherweise angenommen, zwischen der Schubspannung an der Faseroberfläche $\sigma_{rz}(r=r_f)$ und der Schubspannung in der Matrix $\sigma_{rz, m}$ bestehe der folgende Zusammenhang:^{187, 190, 191}

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma_{rz, m}(r > r_f) \cdot dz = 2 \cdot \pi \cdot r_f \cdot \sigma_{rz}(r=r_f) \cdot dz \quad (\text{B.4})$$

¹⁸⁶ Szabo: Höhere technische Mechanik (s. Kapitel 11, Seite 162 ff.).

¹⁸⁷ Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

¹⁸⁸ Cox: The elasticity and strength of paper and other fibrous materials.

¹⁸⁹ Nairn: On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites.

¹⁹⁰ Lawrence: Some theoretical considerations of fibre pull-out from an elastic matrix.

¹⁹¹ Piggott: Load bearing fibre composites (s. Kapitel 5).

Daraus erhält man für die Schubspannung in der Matrix:

$$\sigma_{rz,m}(r>r_f) = r_f \cdot \sigma_{rz}(r=r_f)/r \quad (\text{B.5})$$

Durch Kombination der vereinfachten Gleichung (B.3) mit vorgenanntem Zusammenhang sowie Integration über du_z von u_f bis u_m bzw. über dr von r_f bis r_m ergibt sich zunächst:¹⁹²

$$\int_{u_f}^{u_m} du_z = \frac{\sigma_{rz}(r=r_f) \cdot r_f}{G_m} \cdot \int_{r_f}^{r_m} \frac{dr}{r} \quad (\text{B.6})$$

Nach Durchführung der Integration und Umformulierung erhält man:

$$\sigma_{rz}(r=r_f) = \frac{E_m}{2 + 2 \cdot \nu} \cdot \frac{u_z(r=r_m) - u_z(r=r_f)}{r_f \cdot \ln(r_m/r_f)} \quad (\text{B.7})$$

In gleicher Weise kann für die Schubspannung in der Matrix geschrieben werden:

$$\sigma_{rz}(r>r_f) = \frac{E_m}{2 + 2 \cdot \nu} \cdot \frac{u_z(r=r_m) - u_z(r=r_f)}{r \cdot \ln(r_m/r_f)} \quad (\text{B.8})$$

Nach Gleichsetzen der vereinfachten Gleichung (B.3) mit Gleichung (B.8) erhält man

$$du_{z,m} = dr/r \cdot \frac{u_z(r=r_m) - u_z(r=r_f)}{\ln(r_m/r_f)} \quad (\text{B.9})$$

Integration von Gleichung (B.9) über $du_{z,m}$ von $u_{z,m}(r=r_f)$ bis $u_{z,m}(r=r_m)$ bzw. über dr von r_f bis r ergibt:

$$u_{z,m} = u_{z,m}(r=r_f) + \frac{(u_{z,m}(r=r_m) - u_{z,m}(r=r_f)) \cdot \ln(r/r_f)}{\ln(r_m/r_f)} \quad (\text{B.10})$$

Durch Einsetzen des Ausdrucks für $u_{z,m}$ in $\sigma_{zz,m} = E_m \cdot du_{z,m}/dz$ kann der Verlauf der Zugspannung in der Matrix in Abhängigkeit der Koordinate r , der Zugspannung in der Faser und der Zugspannung an der äußeren Mantelfläche der Matrix angegeben werden:

$$\sigma_{zz,m} = \frac{E_m}{E_f} \cdot \sigma_{zz,f} + \left(\sigma_{zz,m}(r=r_m) - \frac{E_m}{E_f} \cdot \sigma_{zz,f} \right) \cdot \frac{\ln(r/r_f)}{\ln(r_m/r_f)} \quad (\text{B.11})$$

Dabei ist $\sigma_{zz,m} = E_m \cdot \frac{du_{z,m}(r=r_m)}{dz}$.¹⁹³

Aus der Gleichgewichtsbedingung zwischen äußeren und inneren Kräften $F_0 = F_m + F_f$ kann folgender Zusammenhang hergestellt werden:

$$\sigma_0 = \sigma_{zz,f} + \frac{2}{r_f^2} \cdot \int_{r_f}^{r_m} r \cdot \sigma_{rz,m} \cdot dr \quad (\text{B.12})$$

¹⁹² Piggott: Load bearing fibre composites (s. Kapitel 5).

¹⁹³ Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

Somit kann aus Gleichung (B.11) und Gleichung (B.12) nun ein Ausdruck für $\sigma_{zz, m(r=r_m)}$ hergeleitet werden:

$$\sigma_{zz, m(r=r_m)} = \frac{r_f^2 \cdot \sigma_0 + \left[\left(r_f^2 - \frac{r_m^2 - r_f^2}{2 \cdot \ln(r_m/r_f)} \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} - r_f^2 \right]}{r_m^2 - \frac{r_m^2 - r_f^2}{2 \cdot \ln(r_m/r_f)}} \quad (\text{B.13})$$

Verknüpft man nun die Gleichung (B.2) mit Gleichung (B.8), Gleichung (B.11) und Gleichung (B.13), so erhält man nach Differentiation nach z eine DGL zweiter Ordnung:

$$\frac{d^2 \sigma_{zz, f}}{dz^2} = c_1 \cdot (\sigma_{zz, f} - \sigma_{zz, f0}) \quad (\text{B.14})$$

Eine derartige DGL weist bei zwei gegebenen Randbedingungen ($\sigma_{zz, f(z=0)} = \sigma_{zz, f0}$ und $\sigma_{zz, f(z=l_f)} = \sigma_{zz, 0}$) grundsätzlich eine Lösung der Form

$$\sigma_{zz, f} = \sigma_{zz, f0} + \frac{\sinh(\sqrt{c_1} \cdot z) \cdot (\sigma_0 - \sigma_{zz, f0})}{\sinh(\sqrt{c_1} \cdot l_f)} \quad (\text{B.15})$$

auf. Hierbei ist $\sigma_{zz, f0}$ die Zugspannung in der Faser bei $z = 0$; sie ergibt sich nach Hsueh¹⁹⁴ aus der Kontinuitätsbedingung

$$\varepsilon_f(z=0) = \frac{\sigma_{zz, f0}}{E_f} = \frac{\sigma_{zz, m0}}{E_m} = \varepsilon_m(z=0) \quad (\text{B.16})$$

und dem Kräftegleichgewicht

$$r_f^2 \cdot \sigma_{zz, f0} + (r_m^2 - r_f^2) \cdot \sigma_{zz, m0} = r_f^2 \cdot \sigma_0 \quad (\text{B.17})$$

zu:

$$\sigma_{zz, f0} = \frac{\sigma_0}{1 + \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f}} \quad (\text{B.18})$$

Der Faktor $m = c_1$ berechnet sich aus:

$$m = \left[\frac{1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f}}{(1 + \nu_m) \cdot \left(r_m^2 \cdot \ln(r_m/r_f) - \frac{r_m^2 - r_f^2}{2} \right)} \right]^{1/2} \quad (\text{B.19})$$

Der Verlauf der Zugspannung in der Faser ergibt sich somit zu:

$$\frac{\sigma_{zz, f}}{\sigma_0} = \frac{1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} \cdot \frac{\sinh(m \cdot z)}{\sinh(m \cdot l)}}{1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f}} \quad (\text{B.20})$$

¹⁹⁴ Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

Der Verlauf der Schubspannung in der Kontaktfläche (= Verbundspannung) kann durch folgenden Zusammenhang charakterisiert werden:¹⁹⁵

$$\frac{\sigma_{rz,m(r=r_f)}}{\sigma_0} = -\frac{r_f}{2} \cdot \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} \cdot \left\{ (1 + \nu_m) \cdot \left[1 + \left(\frac{r_m^2}{r_f^2} - 1 \right) \cdot \frac{E_m}{E_f} \right] \cdot \left[r_m^2 \cdot \ln(r_m/r_f) - \frac{r_m^2 - r_f^2}{2} \right] \right\}^{-1/2} \cdot \frac{\cosh(m \cdot z)}{\sinh(m \cdot l)} \quad (\text{B.21})$$

Durch Einsetzen von Gleichung (B.13) in Gleichung (B.11) und Ersetzen von $\sigma_{zz,f}$ mit dem Ausdruck aus Gleichung (B.20) kann ebenso die Verbundspannung in Abhängigkeit von z und r dargestellt werden.

¹⁹⁵ Hsueh: Elastic load transfer from partially embedded axially loaded fibre to matrix.

C. Reibungskoeffizient zwischen Stahlfaser und zementgebundener Matrix

Literatursichtung

Pinchin und Tabor¹⁹⁶ führten Faserausziehversuche an Stahldrähten des Durchmessers 0,87 mm in einer dafür entwickelten Druckzelle durch. Während der Faserausziehversuche brachten sie stufenweise eine Radialdruckspannung von 7,5 bis 28,5 N/mm² auf die zylindrischen Probekörper auf. Neben dem Zeitpunkt des Aufbringens des Radialdrucks variierten sie auch die mittlere Rauigkeit R_a der Drahtoberfläche (Aufrauen durch Strahlen mit Quarzsand). Der Radialdruck wurde entweder am Ende des ersten linearen Lastanstiegs, d.h. zu Beginn der Gleitreibung (s. erstgenannter Reibungskoeffizient in Tabelle C.1) oder nach einem weiteren Millimeter Schlupf aufgebracht. Die Drähte (Verbundlänge: 3,06 mm) waren in einem Mörtel mit Portlandzement ($w/z = 0,35$) als Bindemittel eingebettet. Das Zement-zu-Sand-Verhältnis betrug 0,565; als Gesteinskörnung wurde ein feinkristalliner Quarzbrechsand mit einem Größtkorndurchmesser von 1,2 mm verwendet. Die feinste Kornfraktion bestand aus feinem Quarzbrechsand mit Partikeldurchmessern zwischen 0,15 mm und 0,30 mm.

Aus den angegebenen Ausziehkräften und dem entsprechenden Radialdruck kann der Gleitreibungskoeffizient μ_G unter Annahme eines konstanten Verlaufs der Reibungsspannung entlang der Faser abgeschätzt werden, siehe Tabelle C.1. Der Gleitreibungskoeffizient ist bei gegebener Rauigkeit der Faseroberfläche im untersuchten Spektrum erwartungsgemäß unabhängig von der Höhe der aufgetragenen Radialdruckspannung. Der Zeitpunkt des Aufbringens des Radialdrucks beeinflusste bei allen Oberflächenrauigkeiten die übertragbaren Gleitreibungskräfte, und zwar in einer Größenordnung von rd. 8% bis 25%. Nach Meinung des Verfassers ist dieser Einfluss im vorliegenden Fall aufgrund der üblichen Versuchsstreuungen bestenfalls bei einer Mittenrauigkeit von 1,06 μm signifikant. Bei dieser Variante verringerte sich der rechnerische Gleitreibungsbeiwert bei Aufbringen des Querdrucks nach 1 mm Schlupf um rd. 25% im Vergleich zum Aufbringen des Querdrucks bei Beginn der Gleitreibung. Grund hierfür dürfte die mit dem Herausziehen der Faser bis 1 mm Schlupf verbundene Schädigung des Kontaktbereichs sein; eine Schädigung - abhängig vom Schlupf - ist nach Meinung des Verfassers umso größer, je ausgeprägter die mikromechanische Verzahnung im ursprünglichen Zustand vorhanden ist. Im Folgenden wird die Kraftübertragung während des letzten Millimeters Schlupf, d.h. am Ende der Versuche, zur Beurteilung des Einflusses der Rauigkeit betrachtet. Der Radialdruck wurde während dieser Phase nicht mehr erhöht und betrug 28,5 N/mm². Bei den Varianten mit $R_a = 0,19 \dots 1,06 \mu\text{m}$ ergab sich ein ähnlicher Endwert der Ausziehkraft. Dies deutet auf einen ähnlich Zustand der Kontaktzone am Ende des Versuchs hin; ab einer gewissen Mikroverzahnung, d.h. ab einer gewissen Rauigkeit, ergibt sich somit bei großen Verschiebungen (hier: 1 mm bis 2 mm) eine integral betrachtet ähnliche und von der Rauigkeit unabhängige Schädigung des Kontaktbereichs. Bei der Faser mit $R_a = 0,08 \mu\text{m}$ lag der Endwert der Ausziehkraft etwa um den Faktor 3 höher (Abfall im Verlauf des Versuchs um das 1,7-fache) als bei den verbleibenden drei Varianten. In diesem Fall war die Schädigung

¹⁹⁶ Pinchin u. Tabor: Inelastic behaviour in steel wire pull-out from Portland cement mortar.

Tabelle C.1: Gleitreibungskoeffizient μ_G , berechnet aus den Versuchsergebnissen von Pinchin und Tabor¹⁹⁷

Mittenrauigkeit R_a [μm]	Gleitreibungskoeffizient μ_G ¹⁾ [-]
0,08	0,157/0,145
0,19	0,075/0,087
0,44	0,056/0,065
1,06	0,050/0,040

¹⁾ Anmerkung:

erste Zahl: Querdruck ab Beginn Gleitreibung

zweite Zahl: Querdruck nach 1 mm Schlupf

Tabelle C.2: Gleitreibungskoeffizient μ_G , berechnet aus den Versuchsergebnissen von Pinchin und Tabor¹⁹⁷ nach einem Ausziehweg von 2 mm

Mittenrauigkeit R_a [μm]	Gleitreibungskoeffizient μ_G ¹⁾ [-]
0,08	0,092/0,115
0,19	0,042/0,040
0,44	0,026/0,030
1,06	0,028/0,017

¹⁾ Anmerkung:

erste Zahl: Querdruck ab Beginn Gleitreibung

zweite Zahl: Querdruck nach 1 mm Schlupf

gung des Kontaktbereichs offensichtlich deutlich weniger stark ausgeprägt. Der Grenzwert der Rauigkeit, ab dem es unter den vorliegenden Randbedingungen zu einer signifikanten Schädigung der Matrix kommt, liegt bei einer Mittenrauigkeit der Faseroberfläche zwischen 0,08 μm und 0,19 μm . Diese Schlussfolgerungen gelten zunächst jedoch nur für den von Pinchin und Tabor¹⁹⁷ verwendeten Mörtel und eine Radialdruckspannung von mindestens 28,5 N/mm².

Betrachtet man die Ausziehlast am Ende der Versuche (Ausziehweg rd. 2 mm), so ergeben sich die in Tabelle C.2 genannten Gleitreibungskoeffizienten. Anhand der Ergebnisse von Pinchin und Tabor¹⁹⁷ wird deutlich, dass der Gleitreibungskoeffizient als abhängig vom Schlupf, d.h. vermutlich abhängig von einem irreversiblen Verschleiß des Verbundbereichs, betrachtet werden muss. Der Verschleiß, d.h. die Verringerung des Gleitreibungskoeffizienten ist - über den gesamten Ausziehweg betrachtet - umso größer, je besser die ursprüngliche Mikroverzahnung zwischen Faser und Matrix. Anhand der von Leung und Geng¹⁹⁸ veröffentlichten Studie, die den Einfluss von einaxialen Querkzug- und Querdruckspannungen (1 N/mm², 0 N/mm², -5 N/mm², -10 N/mm², -20 N/mm² und -30 N/mm²) auf das Verbundverhalten von Stahlfasern ($r_f = 0,25$ mm, Mörtel mit $w/z = 0,5$, $f_c = 42$ N/mm², $f_{sp} = 3,6$ N/mm²) untersuchten, kann der Haftreibungsbeiwert zu $\mu_H \approx 0,12$ bestimmt werden, siehe Bild C.1. Der für die Versuche verwendete Mörtel wies ein Größtkorn von rd. 2,4 mm und einen w/z -Wert von 0,5 (Port-

¹⁹⁷ Pinchin u. Tabor: Inelastic behaviour in steel wire pull-out from Portland cement mortar.

¹⁹⁸ Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

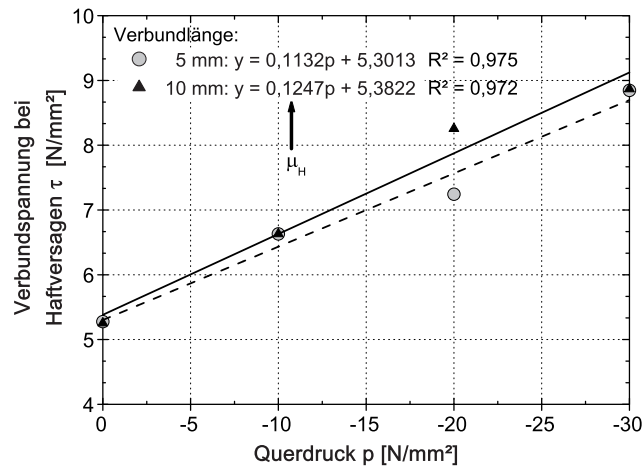


Bild C.1: Verbundspannung bei Haftversagen in Abhängigkeit des aufgetragenen Querdrucks nach Leung und Geng²⁰⁰ und Regression der Versuchsergebnisse mit Haftreibungskoeffizient μ_H als Steigung der Geraden

landzement Typ III nach ASTM: Portlandzement mit schneller Festigkeitsentwicklung) auf. Vorgenannter Haftreibungsbeiwert stellt allerdings nur eine näherungsweise Abschätzung dar, da dabei angenommen wird, unmittelbar nach Erreichen der maximalen Ausziehlast sei der Haftverbund gerade gelöst und es herrsche konstante Reibungsspannung entlang der gesamten Verbundlänge. Außerdem bedingt die einaxial aufgetragene Querdruckspannung einen über den Faserumfang verteilten, asymmetrischen Druckspannungsverlauf. Der Reibungsbeiwert liegt jedoch in einer ähnlichen Größenordnung wie zuvor anhand der Ergebnisse von Pinchin und Tabor¹⁹⁹ für den Stahldraht mit geringer Mittenrauigkeit berechnet.

Aus den Verbundspannungen, die Leung und Geng²⁰⁰ in Abhängigkeit des Schlupfes und der Querdruckspannung angeben, kann die Veränderung des Gleitreibungsbeiwerts abgeschätzt werden, siehe Bild C.2 links. Bereits bei einem Ausziehweg von 0,25 mm (entspricht 5% der Verbundlänge) fällt der Gleitreibungsbeiwert um rd. 50% ab. Bei einem Ausziehweg von 2,5 mm beträgt der Gleitreibungsbeiwert nur noch etwa 12% seines Anfangswerts. Mit weiter steigendem Ausziehweg ändert sich der Gleitreibungsbeiwert nicht mehr. Die Abhängigkeit des Gleitreibungsbeiwerts vom Ausziehweg kann mit hoher Übereinstimmung durch einen logarithmischen Ansatz approximiert werden, siehe Bild C.2 links. Eine fast ebenso gute Abbildung des Zusammenhangs kann mit Hilfe von drei linearen und einem konstanten Abschnitt erreicht werden, siehe Bild C.2 rechts.

Im Vergleich zu den Ergebnissen von Pinchin und Tabor¹⁹⁹ zeigt die Auswertung der Versuche von Leung und Geng²⁰⁰ einen deutlich stärkeren Abfall des Gleitreibungsbeiwerts mit zunehmendem Schlupf. Dies liegt vermutlich darin begründet, dass die Matrix im Verbundbereich im Falle von Leung und Geng²⁰⁰ hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften deutlich schwächer ($w/z = 0,50$) ist als bei den Versuchen von Pinchin und Tabor¹⁹⁹ ($w/z = 0,35$).

Kim et al.²⁰¹ geben für Stahlfasern in Mörtel ohne weitere Herleitung oder Begründung einen Reibungsbeiwert von $\mu = 0,082$ an.

¹⁹⁹ Pinchin u. Tabor: Inelastic behaviour in steel wire pull-out from Portland cement mortar.

²⁰⁰ Leung u. Geng: Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out.

²⁰¹ Kim et al.: Interfacial debonding and fibre pull-out stresses - Part III.

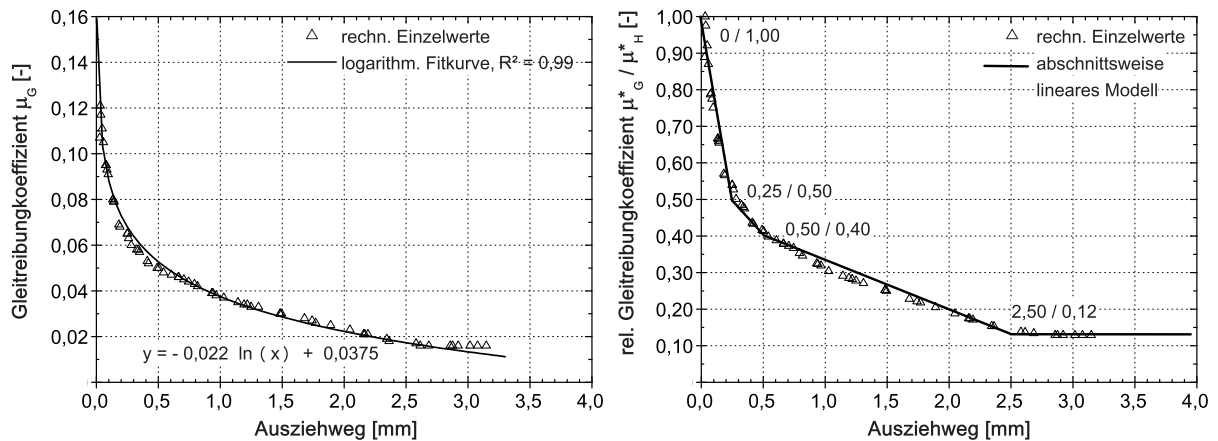


Bild C.2: Gleitreibungsbeiwert μ_G und relativer Gleitreibungsbeiwert in Abhängigkeit des Ausziehwegs, berechnet aus Versuchskurven von Leung und Geng²⁰⁰

Schlussfolgerungen für die eigenen Analysen

Aus den beiden Literaturstellen, die den Einfluss von Druckspannungen an der Faseroberfläche auf das Verbundverhalten untersucht haben und somit Aussagen zum Haft- und Gleitreibungskoeffizienten zulassen, werden folgende Schlussfolgerungen gezogen:

1. der Haftreibungskoeffizient (Schlupf = „0“) beträgt $\mu_H^* = 0,15$
2. der Gleitreibungskoeffizient ist abhängig vom Schlupf s :
 - $\mu_G^*(s = 0) = \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s = 0,25 \text{ mm}) = 0,50 \cdot \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s = 0,50 \text{ mm}) = 0,40 \cdot \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s = 2,5 \text{ mm}) = 0,15 \cdot \mu_H^*$
 - $\mu_G^*(s > 2,5 \text{ mm}) = 0,15 \cdot \mu_H^*$.
3. der Gleitreibungskoeffizient wird zwischen einem Schlupf von 0 und 2,5 mm linear interpoliert
4. der Haft- und Gleitreibungskoeffizient ist unabhängig vom betrachteten Beton.

Ein Zusammenhang zwischen der Topographie der Faseroberfläche und dem Gleitreibungsbeiwert kann auf Basis der Literatur für die untersuchten Betone nicht abgeleitet werden. Daher wird vereinfachend der vorgenannte Zusammenhang zwischen Gleitreibungsbeiwert und Schlupf angesetzt.

D. Herleitung des Zusammenhangs zwischen Radialdruckspannung und radialer Schwindverformung

Vorbemerkungen

Dugdale²⁰² leitete anhand von Betrachtungen an einer rotierenden Scheibe das Spannungs- und Verformungsverhalten von Zylindern und Pressverbänden her. Die wesentlichen Annahmen seiner Betrachtungen sowie die Herleitung der für diese Arbeit benötigten Zusammenhänge werden im Folgenden wiedergegeben.

Zunächst sei ein infinitesimal kleines Volumenelement einer Scheibe der Dicke „1“ betrachtet, siehe Bild D.1. Die Scheibe übe eine rotierende Bewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω aus. Der Werkstoff der Scheibe habe eine Rohdichte ρ , so dass sich folgende Kräftebilanz ergibt:²⁰²

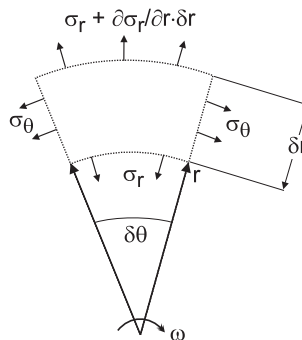


Bild D.1: Schematische Draufsicht auf ein Volumenelement einer rotierenden Scheibe nach Dugdale²⁰²

$$\rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \delta r \cdot \delta \theta + \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot \delta r \right) \cdot (r + \delta r) \cdot \delta \theta - \sigma_\theta \cdot \delta r \cdot \delta \theta / 2 - \sigma_r \cdot r \cdot \delta r \cdot \delta \theta - \sigma_\theta \cdot \delta r \cdot \delta \theta / 2 = 0 \quad (\text{D.1})$$

Nach Vereinfachung ergibt sich:

$$\frac{\partial}{\partial r} \cdot r \cdot \sigma_r - \sigma_\theta + \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 = 0 \quad (\text{D.2})$$

Da ein rotationssymmetrischer Spannungszustand betrachtet wird, ergeben sich die Dehnungen aufgrund einer radialen Verformung um du wie folgt:²⁰²

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_{r\theta} = 0 \quad (\text{D.3})$$

²⁰² Dugdale: Elements of elasticity (Kapitel 7, S. 88 ff.).

Unter der Annahme eines ebenen Spannungszustands ist die Spannung σ_z in der gesamten Scheibe „0“; die Radial- bzw. Tangentialspannungen können durch die vorgenannten Dehnungen ausgedrückt werden:²⁰³

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_\theta) \quad (\text{D.4})$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_\theta + \nu \cdot \varepsilon_r) \quad (\text{D.5})$$

Setzt man vorgenannte Gleichungen für die Spannungen in Kombination mit den in Gleichung D.3 genannten Ausdrücken in die formulierte Kräftebilanz (Gleichung (D.2)) ein, so ergibt sich die Differentialgleichung für u :²⁰³

$$r \cdot \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} - \frac{u}{r} + \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 = 0 \quad (\text{D.6})$$

Die Lösung der vorgenannten DGL lautet mit den beiden Konstanten M und N :²⁰³

$$u = M \cdot r + N/r - \frac{1-\nu^2}{8 \cdot E} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^3 \quad (\text{D.7})$$

Nun können die Spannungen aus Gleichung (D.4) und Gleichung (D.5) sowie die radiale Verformung u unter Einführung der neuen Konstanten A und B angegeben werden:²⁰³

$$\sigma_r = A - B/r^2 - \frac{3+\nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 \quad (\text{D.8})$$

$$\sigma_\theta = A + B/r^2 - \frac{1+3 \cdot \nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 \quad (\text{D.9})$$

$$E \cdot u = (1-\nu) \cdot A \cdot r + (1+\nu) \cdot B/r - \frac{1-\nu^2}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^3 \quad (\text{D.10})$$

Werden nun Zylinder (Innenradius a , Außenradius b) unter Innendruck p_1 und Außendruck p_2 betrachtet, so gelten die beiden Randbedingungen:²⁰³

$$\sigma_{r(r=a)} = A - B/a^2 = -p_1 \quad (\text{D.11})$$

und

$$\sigma_{r(r=b)} = A - B/b^2 = -p_2 \quad (\text{D.12})$$

Damit sind die beiden Konstanten A und B definiert und für die Spannungen bzw. die radiale Verformung ergibt sich somit in Abhängigkeit von r :²⁰³

$$\sigma_r = \frac{1}{1-a^2/b^2} \cdot \left[p_1 \cdot \left(a^2/b^2 - a^2/r^2 \right) - p_2 \cdot \left(1 - a^2/r^2 \right) \right] \quad (\text{D.13})$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{1-a^2/b^2} \cdot \left[p_1 \cdot \left(a^2/b^2 + a^2/r^2 \right) - p_2 \cdot \left(1 + a^2/r^2 \right) \right] \quad (\text{D.14})$$

²⁰³ Dugdale: Elements of elasticity (Kapitel 7, S. 88 ff.).

$$E \cdot u = \frac{1}{1 - a^2/b^2} \cdot \left\{ p_1 \cdot \left[(1 - \nu) \frac{a^2 \cdot r}{b^2} + (1 + \nu) \frac{a^2}{r} \right] - p_2 \cdot \left[(1 - \nu)r + (1 + \nu) \frac{a^2}{r} \right] \right\} \quad (\text{D.15})$$

Betrachtet werden nun zwei konzentrische Zylinder mit Radius c der gemeinsamen Kontaktfläche und dem Druck p , welcher auf diese Kontaktfläche wirke; der innere Zylinder habe den Innenradius a , der äußere Zylinder den Außenradius b . Die Radialverformung des inneren Zylinders bei $r = c$ lautet demnach:

$$u_1 = \frac{-p}{E_1 \cdot (1 - a^2/c^2)} \cdot \left[(1 - \nu_1)c + (1 + \nu_1) \frac{a^2}{c} \right] \quad (\text{D.16})$$

Für die Radialverformung des äußeren Zylinders gilt:

$$u_2 = \frac{p}{E_2 \cdot (1 - c^2/b^2)} \cdot \left[(1 - \nu_2) \frac{c^3}{b^2} + (1 + \nu_2)c \right] \quad (\text{D.17})$$

Bildet man die Differenz aus u_2 und u_1 , lässt sich ein Zusammenhang zwischen der tatsächlichen radialen Dehnung und dem resultierenden Druck in der Kontaktfläche herstellen. Damit kann die z.B. aus Schwindverformungen resultierende Radialdruckspannung berechnet werden. Zunächst lautet die Differenz der Verformungen:

$$u_2 - u_1 = \frac{p}{E_2 \cdot (1 - c^2/b^2)} \cdot \left[(1 - \nu_2) \frac{c^3}{b^2} + (1 + \nu_2)c \right] - \frac{-p}{E_1 \cdot (1 - a^2/c^2)} \cdot \left[(1 - \nu_1)c + (1 + \nu_1) \frac{a^2}{c} \right] \quad (\text{D.18})$$

Im Falle einer Faser (Index f) in einer Matrix (Index m) muss $a = 0$, $c = r_f$ und $b = r_m$ gesetzt werden; für $(u_2 - u_1)/c$ schreibt man $\delta_{shr,eff}/r_f$. Nach Vereinfachung kann Gleichung (D.18) nach dem Radialdruck in der Kontaktfläche p_{ITZ} aufgelöst werden:

$$p_{ITZ} = \frac{\delta_{shr,eff}/r_f}{\frac{1}{E_m(1 - r_f^2/r_m^2)} \left[(1 - \nu_m) \frac{r_f^2}{r_m^2} + (1 + \nu_m) \right] + \frac{1 - \nu_f}{E_f}} \quad (\text{D.19})$$

Tabelle D.1: Kennwerte zur Schwindverformung von UHPC aus der Literatur

Zement	Silika- staub	Wasser	Schwind- verformung ¹⁾	Anteil Kriechen	Mess- zeitraum ²⁾	Quelle
[kg/m ³] bzw. [M.-%]			[‰]	[%]		[-]
CEM I 52,5 N						
1.050	273	190	0,30	60	31 h - 7 d	Habel ²⁰⁴
100	26	18				
CEM I 42,5 R HS						
683	205	186	1,50	80	6 h - 14 d	Schachinger ²⁰⁵
100	30	27				
CEM III/B 42,5 NW-HS						
981	118	235	1,25	70	9 h - 14 d	Schachinger ²⁰⁵
100	12	24				

1) gemeint ist die Schwindverformung ab $t = t_0$

2) der Messzeitraum wird ab $t = t_0$ angegeben

Vereinfachte Abschätzung der Radialdruckspannung - Literatursichtung zu den maßgebenden Eingangsgrößen

Um nach Gleichung (D.19) die Größenordnung der Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche abzuschätzen, werden im Folgenden Arbeiten aus der Literatur aufgelistet, bei denen sich anhand von Versuchsergebnissen unter Berücksichtigung der Viskoelastizität effektive Schwindverformungen angeben lassen. Derartige Arbeiten sind nach Kenntnis des Verfassers für faserfreie UHPCs bislang nur von Habel²⁰⁴ und Schachinger²⁰⁵ veröffentlicht worden, siehe Tabelle D.1. Die dort zusammengetragenen Ergebnisse können für die vereinfachte Abschätzung der Größenordnung der Radialdruckspannungen angesetzt werden. Aus den ermittelten freien Schwindverformungen und dem jeweiligen Kriechanteil ergeben sich effektive Schwindverformungen $\varepsilon_{shr,eff}$ für die Spannungsberechnung von 0,120‰, 0,300‰ und 0,375‰. Die zugehörigen rechnerischen Radialdruckspannungen sind in Abhängigkeit des Verhältnisses r_m/r_f in Bild D.2 dargestellt. Die eigenen pull-out-Proben liegen in einem Bereich von $r_m/r_f = 5,0/0,240 = 20,8$ bis $r_m/r_f = 35,0/0,075 = 233,3$; in diesem Bereich dürfte das Verhältnis r_m/r_f keinen spürbaren Einfluss auf die Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche haben. Je nach angesetztem effektiven Schwinden liegen die resultierenden Radialdruckspannungen bei maximal rd. $-4,4 \text{ N/mm}^2$ bis $-13,7 \text{ N/mm}^2$. Diese Größenordnung liegt zwar um den Faktor 2 bis 3 unterhalb der von Stang²⁰⁶ im Versuch ermittelten Spannungen; Grund hierfür dürften jedoch die von Stang²⁰⁶ verwendeten Zementleime mit den entsprechend hohen Schwindverformungen sein.

²⁰⁴ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete.

²⁰⁵ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

²⁰⁶ Stang: Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials.

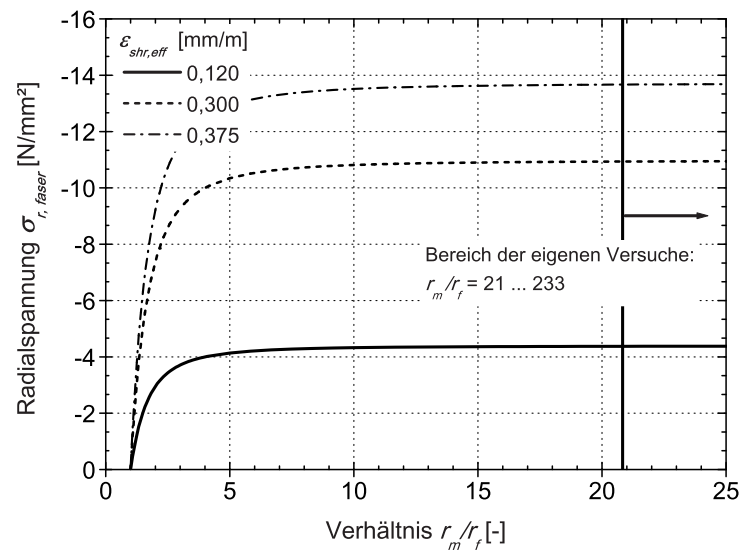


Bild D.2: Verlauf der Radialdruckspannung in Abhängigkeit des Verhältnisses r_m/r_f

E. Packungsdichte von Korngemischen und Untersuchungen zum Gefüge im Verbundbereich

Einführung

Bei der Betrachtung und Modellierung der Packung von Partikeln in einem Volumen unterscheidet man grundsätzlich zwischen geordneter bzw. regelmäßiger und zufälliger bzw. regelloser Partikelanordnung. Eine geordnete bzw. regelmäßige Partikelanordnung ist für die meisten praktischen Anwendungsfälle nicht von Interesse, da derartige Partikelanordnungen nur durch Platzieren der einzelnen Kugeln im Volumen erreicht werden können. Im Falle der zufälligen bzw. regellosen Partikelanordnung können je nach Randbedingungen bzw. modellierten physikalischen Mechanismen und interpartikulären Wechselwirkungen sog. lose oder dichte Packungen erzielt werden. Als interpartikuläre Wechselwirkungen werden i.d.R. sog. Kapillarkräfte aufgrund von Wasserbrücken, elektrostatische Kräfte und van-der-Waals-Kräfte verstanden.

Die Packungsdichte von granularen Materialien ist im Wesentlichen von der Partikelgröße und -form, der Partikelgrößenverteilung, der Oberflächentopographie, einer evtl. stattfindenden Partikelagglomeration, evtl. vorhandenen oberflächenaktiven Stoffen und der Größe und Art des mit Partikeln gefüllten Volumens abhängig.²⁰⁷ Die vorgenannten Einflussgrößen werden im Folgenden nicht weiter diskutiert, sondern es wird sofort ein Überblick relevanter Versuchsergebnisse und Modellansätze für die Partikelpackung gegeben und die maßgebenden Aspekte für die eigenen Betrachtungen extrahiert.

Anlagerung und Packungsdichte von Partikeln an Grenzflächen

Die Beeinflussung der Partikelpackung durch z.B. Behälterwände reicht - je nach Größe und Form der Partikel sowie Form des Behälters - vom rd. Einfachen bis Zehnfachen des Partikeldurchmessers von der Behälterwand in das Korngerüst hinein.^{207,208} Der Einfluss der Behälterwand ist umso größer, je höher die Packungsdichte des ungestörten Korngemisches.²⁰⁷ Stellt man die Packungsdichte von Kugeln gleicher Geometrie in Abhängigkeit des relativen Abstandes von der Behälterwand dar, so ergibt sich ein Verlauf entsprechend einer gedämpften Oszillation, bis nach mehreren Partikeldurchmessern eine konstante Packungsdichte erreicht wird. Dies gilt sowohl für konkav als auch konvex gekrümmte Behälterwände.²⁰⁹ Der o.g. Verlauf der Packungsdichte $\varphi(d)$ in Abhängigkeit des Abstands d von der Behälterwand kann z.B. mit Hilfe

²⁰⁷ German: Particle Packing Characteristics (s. Kapitel 3).

²⁰⁸ Thadani u. Peebles: Variation of local void fraction in randomly packed beds of equal spheres.

²⁰⁹ Benenati u. Brosilow: Void fraction distribution in beds of spheres.

der Funktion

$$\varphi(d) = 1 - \varepsilon = 1 - \left\{ A \cdot \exp \left[-b \cdot \left(\frac{d}{D_p} \right)^\alpha \right] \cdot \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{d}{D_p} \right)^\beta \right] + \varepsilon_r \right\} \quad (\text{E.1})$$

approximiert werden.²¹⁰ Hierbei sind A bzw. b Faktoren zur Anpassung der Amplitude bzw. Dämpfung; d ist der Abstand von der Behälterwand und D_p der Durchmesser der Kugeln. Die mittlere Packungsdichte $1 - \varepsilon_r$ der Körnung wird aus dem Verhältnis des Feststoffvolumens zum Behältervolumen berechnet. Für die Faktoren A und b gibt Suzuki²¹⁰ basierend auf der Auswertung von Experimenten folgende empirische Zusammenhänge an:

$$A = 0,018 \cdot \ln \left(\frac{D}{D_p} \right) + 0,483 \quad (\text{E.2})$$

bzw.

$$b = 0,312 \cdot \ln \left(\frac{D}{D_p} \right) + 0,580 \quad (\text{E.3})$$

Dabei steht D für den Durchmesser des begrenzenden Zylinders. Die beiden Exponenten α und β werden ebenso anhand empirisch gefundener Zusammenhänge berechnet:

$$\alpha = 0,2061 \cdot \ln \left(\frac{D}{D_p} \right) + 0,128 \quad (\text{E.4})$$

bzw.

$$\beta = -0,033 \cdot \ln \left(\frac{D}{D_p} \right) + 1,177 \quad (\text{E.5})$$

Die o.g. Zusammenhänge weisen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen im Bereich von $5,5 < D/D_p < 15,5$ auf.

Das Verhalten von zylindrischen Partikeln mit einer Schlankheit von 1 ist dem von Packungen aus Kugeln eines Durchmessers vergleichbar.²¹¹

Der wall-effect reicht für Kugeln eines Durchmessers bei zylindrischen Behälterwänden grundsätzlich weiter in das Korngerüst hinein als bei geraden Behälterwänden.²¹² Der Einfluss der Behälterwand ist bei nichtkugeligen Partikeln mit zufälliger Partikelanordnung bereits nach geringeren Abständen von der Behälterwand abgeklungen.²¹³ Ebenso verringert eine breitere Partikelgrößenverteilung den störenden Effekt der Behälterwand auf die Partikelanordnung. Gleiches gilt auch, wenn der begrenzende Behälter unebene oder raue Wände aufweist.²¹³

Häufig wird die Packungsdichte mit Hilfe vereinfachter, rein geometrisch basierter Berechnungsmodelle für unendlich weit ausgedehnte Volumina oder begrenzte Volumenelemente mit periodischen Randbedingungen berechnet. Dabei wird der Einfluss einer Behälterwand, d.h. einer begrenzenden Fläche, auf die Partikelpackung (sog. wall-effect) meist vernachlässigt. Die folgenden beiden Berechnungsmodelle von de Larrard²¹⁴ bzw. Stroeven und Stroeven²¹⁵ bilden

²¹⁰ Suzuki et al.: Study of the wall effect on particle packing structure using X-ray micro computed tomography.

²¹¹ Roblee et al.: Radial porosity variations in packed beds.

²¹² Ridgway u. Tarbuck: Voidage fluctuations in randomly-packed beds of spheres adjacent to a containing wall.

²¹³ German: Particle Packing Characteristics (s. Kapitel 3).

²¹⁴ de Larrard: Concrete mixture proportioning (s. Kapitel 1.3).

²¹⁵ Stroeven u. Stroeven: SPACE approach to concrete's space structure and its mechanical properties.

jedoch den wall-effect zumindest vereinfachend ab.

De Larrard²¹⁶ berücksichtigte in seinem Packungsdichtemodell „compressible packing model“ (CPM) für trockene Korngemische den wall-effect basierend auf der Annahme, entlang einer Behälterwand befindet sich eine Zone mit gestörter Partikelanordnung, die eine Breite eines halben Partikeldurchmessers aufweist. Die Größe des gestörten Volumens beträgt somit $d/2 \cdot A_{wall}$. In dem gestörten Volumen wird die Packungsdichte vereinfachend durch Multiplikation mit einem Faktor k_w in Abhängigkeit der Partikelart aus der Partikelpackung des ungestörten Bereichs berechnet. Für runde Gesteinskörner beliebiger Geometrie ergibt sich aus Versuchen abgeleitet ein Faktor von $k_w = 0,880$, für gebrochene Gesteinskörner $k_w = 0,730$. Ideale Kugeln weisen einen Faktor von 0,687 auf. Die niedrigere Partikelpackung runder Gesteinskörner beliebiger Geometrie an einer glatten Grenzfläche begründet de Larrard²¹⁶ mit der Vermutung, dass sich flachere, plattige Gesteinskörner vorzugsweise parallel zur Grenzfläche ausrichten und somit zu einer höheren Partikeldichte in der Störzone als kugelförmige Körner führen. Eine Berücksichtigung interpartikulärer Wechselwirkungen oder Wechselwirkungen zwischen Partikeln und Behälterwand finden in den o.g. Faktoren keine Berücksichtigung. Der wall-effect findet in de Larrards²¹⁶ Modell nur im Hinblick auf die mittlere Packungsdichte im betrachteten Volumen Eingang.

Stroeven und Stroeven²¹⁷ untersuchten mit Hilfe numerischer Methoden (Software SPACE) die Packung von Zementpartikeln an einer starren Behälterwand. Das Kornband des Zements wurde aus Gründen der Numerik im unteren Bereich limitiert und reichte daher nur von 1,9 bis 50 μm . Die Packungsdichte des Korngemisches zeigt in Abhängigkeit des Abstands von der Behälterwand das zu erwartende Verhalten, siehe oberste Kurve im Diagramm in Bild E.1. Neben dieser Kurve sind auch die Verläufe der Volumenanteile einzelner Kornfraktionen des Zements angegeben. Dabei stellten Stroeven und Stroeven²¹⁷ fest, dass mit geringer werdendem Abstand zur Wand des starren Behälters immer mehr die feineren Fraktionen des Zements die Packung dominieren. Mit anderen Worten kommt es an starren Behälterwänden offensichtlich zu einer bevorzugten Anlagerung feiner Partikel.

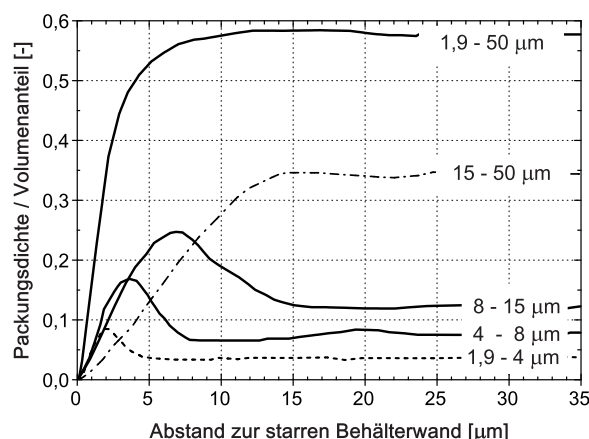


Bild E.1: Packungsdichte eines Zements sowie Volumenanteile einzelner Fraktionen des Zements in Abhängigkeit des Abstands zu einer starren Behälterwand nach Stroeven und Stroeven²¹⁷

²¹⁶ de Larrard: Concrete mixture proportioning (s. Kapitel 1.3).

²¹⁷ Stroeven u. Stroeven: SPACE approach to concrete's space structure and its mechanical properties.

Modelle für die Berechnung der Packungsdichte - die Arbeiten von de Larrard

Linear packing density model

Das im vorgenannten Abschnitt bereits erwähnte CPM ist das Ergebnis einer mehrstufigen Entwicklung von Packungsdichtemodellen. Ausgangspunkt war das sog. „linear packing density model“ (LPDM), welches von Stovall, de Larrard und Buil²¹⁸ erarbeitet wurde. Die hinter dem LPDM steckende Idee basiert grundsätzlich auf einer Arbeit von Mooney²¹⁹, der ein Modell zur Vorhersage der Viskosität von multimodalen Suspensionen inerter Partikel entwickelte. Stovall et al.²¹⁸ wandelten das Modell von Mooney²¹⁹ ab, indem sie annahmen, die Viskosität der flüssigen Phase der Suspension wäre unendlich hoch und das Korngemenge weise die dichteste zufällige Packung ρ auf.

Betrachtet wird grundsätzlich ein Behälter des Volumens „1“; das relative Feststoffvolumen einer Kornfraktion i betrage in dem Behälter $\eta_i = \Phi_i / \Phi = \Phi_i / \rho$. Die Berechnung der Packungsdichte ρ einer beliebigen Partikelmischung aus i Körnungen leiten Stovall et al.²¹⁸ aus der Betrachtung eines binären Korngemisches her. Für die beiden Kornfraktionen gelte $r_1 \gg r_2$; zwischen den beiden Kornfraktionen gebe es keinerlei Interaktion, so dass es für die Packungsdichte des Gemisches zwei Fälle gibt: $\rho_1 = \alpha_1 + \Phi_2$ bzw. $\rho_2 = \alpha_2 \cdot (1 - \Phi_1) + \Phi_1$. In entsprechender Weise werden vorgenannte Überlegungen für Korngemenge mit beliebig vielen Kornfraktionen i abgeleitet. Dabei ergeben sich i rechnerische Packungsdichten. Die wahre Packungsdichte ρ einer derartigen Mischung aus beliebig vielen Kornfraktionen ist dann das Minimum der i Berechnungsschritte. Jeder Berechnungsschritt resultiert aus dem Postulat, dass mindestens eine der i Körnungen die betrachtete Partikelmischung dominiert und somit zunächst in seiner ungestörten zufälligen Packungsdichte α_i vorliegt.

Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Kornfraktionen werden im LPDM anhand von Interaktionsfunktionen berücksichtigt, welche die Packungsdichte der dominierenden Kornklasse α_i in Abhängigkeit der Partialvolumen der verbleibenden Kornklassen reduzieren. Im Falle einer binären Mischung lauten die Packungsdichten: $\rho_1 = \alpha_1 + f(1,2) \cdot \Phi_2$ bzw. $\rho_2 = \alpha_2 + (1 - \alpha_2) \cdot g(2,1) \cdot \Phi_1$. Das Minimum der i berechneten Packungsdichten entspricht auch in diesem Fall der wahren Packungsdichte ρ des Korngemisches.

Die Eigenpackungsdichten α_i einzelner Kornfraktionen liegen typischerweise im Bereich von 0,55 (z.B. Sande) bis 0,64 (zufällig angeordnete Kugeln); im Rahmen der Validierung des LPDM setzen Stovall et al.²¹⁸ je nach betrachtetem Korngemisch α_i von 0,55 bis 0,62 an.

Die Interaktionsfunktion $g(i, j)$ berücksichtigt den wall-effect kleiner Partikel i an der Oberfläche größerer Partikel j . Die Funktion wird über einen linearen Zusammenhang zur Gesamtoberfläche des Partikelgemisches für Kugeln hergeleitet und lautet:

$$g(j, i) = 1 - \frac{r_i}{r_j} \quad (\text{E.6})$$

mit $r_j \geq r_i$.

Ist der mittlere Durchmesser der größten Kornfraktion D und der mittlere Durchmesser

²¹⁸ Stovall et al.: Linear packing density model of grain mixtures.

²¹⁹ Mooney: The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles.

der gerade dominierenden Kornfraktion t mit $t \leq D$, so wird die Interaktionsfunktion $g(j, i)$ auf alle Kornfraktionen von t bis D angewendet.

Die Interaktionsfunktion $f(i, j)$ beschreibt den sogenannten loosening-effect, d.h. die Verringerung der tatsächlichen Packungsdichte einer Kornfraktion (r_1) durch eine entsprechende Menge kleinerer Partikel (r_2); die großen Partikel werden durch die kleineren Partikel „auseinandergerückt“. Für den vorgenannten Fall und einen mittleren Durchmesser der kleinsten Kornfraktion von d wird die Funktion $f(i, j)$ demnach auf alle Kornfraktionen von d bis t angewendet. Ohne weitere Begründung nehmen Stovall et al.²²⁰ an, dass ein loosening-effect ab einem Verhältnis von $r_2 \geq \mu \cdot r_1 = 0,2 \cdot r_1$ stattfindet. Tritt kein loosening-effect auf, so gilt $f(i, j) = 1$. Ansonsten gilt bei Annahme von $\mu = 0,2$:

$$f(r_1, r_2) = 1 - \frac{\alpha_1}{\alpha/r_1 \cdot [a \cdot (1 - \alpha) - b] \cdot (r_1 - r_2) + \alpha \cdot a} \cdot \left(1 - \frac{0,008 \cdot r_1^3}{r_2^3}\right) \quad (\text{E.7})$$

mit $a = 0,992$ und $b = 0,024$.

Zur Wahl von μ geben Stovall et al.²²⁰ keine weiteren Hinweise. Tendenziell liefert das LPDM etwas höhere Packungsdichten als im Versuch ermittelt; eine evtl. Verbesserung der Übereinstimmung mit Versuchen sehen Stovall et al.²²⁰ hauptsächlich durch die Verwendung optimierter Interaktionsfunktionen.

De Larrard und Sedran²²¹ fassen mit Bezug auf de Larrard²²² die anhand von Versuchen präzisierten Interaktionsfunktionen wie folgt zusammen:

$$g(j, i) = \left(1 - \frac{r_i}{r_j}\right)^{1,3} \quad (\text{E.8})$$

mit $r_j \geq r_i$ und

$$f(j, i) = 0,7 \left(1 - \frac{r_j}{r_i}\right) + 0,3 \left(1 - \frac{r_j}{r_i}\right)^{1,2} \quad (\text{E.9})$$

mit $r_j \leq r_i$. Die Packungsdichte ρ wird unter Ansatz der vorgenannten Funktionen gemäß Gleichung (E.10) bis Gleichung (E.12) berechnet.

$$\rho = \min(\rho_i) = \frac{\alpha_i}{1 - A - B} \quad (\text{E.10})$$

mit dem Term für den wall-effect

$$A = (1 - \alpha_i) \cdot \sum_{j=1}^{i-1} g(i, j) \cdot \eta_j \quad (\text{E.11})$$

und dem Term für den loosening-effect

$$B = \sum_{j=i+1}^n f(i, j) \cdot \eta_j \quad (\text{E.12})$$

²²⁰ Stovall et al.: Linear packing density model of grain mixtures.

²²¹ de Larrard u. Sedran: Optimization of UHPC by the use of a packing model.

²²² de Larrard: A general model for the prediction of voids content in high-performance concrete mix-design.

Solid suspension model

Das LPDM zeigte bei Mischungen von Partikeln verschiedener Größe v.a. im Bereich nahe der maximalen Packungsdichte, d.h. bei optimalem Mischungsverhältnis der Körnungen, deutliche Abweichungen von den experimentell bestimmten Packungsdichten, siehe de Larrard und Sedran²²³. Dies führen sie im Wesentlichen auf die Verwendung der Eigenpackungsdichten α_i , welche einer zufälligen Anordnung der Partikel entsprechen, die Herleitung des Modells anhand binärer Partikel mit $r_1 \gg r_2$ sowie auf die Verwendung der genannten Interaktionsfunktionen zurück.²²³ Aus den vorgenannten Gründen überarbeiteten de Larrard und Sedran²²³ das LPDM hin zum sogenannten „solid suspension model“ (SSM). Grundlegende Änderung besteht in der Verwendung der virtuellen (maximalen) Packungsdichte β_i einer Kornfraktion, anstelle der Packungsdichte α_i , welche mit einer zufälligen Anordnung der Partikel korrespondiert. Außerdem werden zur Herleitung der Gleichungen zwei Kornfraktionen mit völliger Interaktion, d.h. $r_1 = r_2$ und $\beta_1 \neq \beta_2$ betrachtet.

Für Kugeln beträgt die virtuelle Packungsdichte 0,74; dies entspricht einer exakten hexagonal geordneten Platzierung der Kugeln in einem Volumen (ideale Packung). Aus einer experimentell bestimmten zufälligen Packung von Partikeln einer Kornfraktion kann die virtuelle Packungsdichte über den Zusammenhang

$$\eta_r^{ref} = 1,36 \cdot 10^5 = \exp\left(\frac{2,5}{1/\alpha_i - 1/\beta_i}\right) \quad (\text{E.13})$$

abgeschätzt werden.²²³ Daraus ergibt sich nach Umformung:

$$\beta_i = (1/\alpha_i - 0,2115)^{-1} \quad (\text{E.14})$$

Die virtuelle Packungsdichte γ eines beliebigen Korngemisches aus n Kornfraktionen ist das Minimum der Funktion

$$\gamma_i = \frac{\beta_i}{1 - A - B} \quad (\text{E.15})$$

mit dem Term für den wall-effect

$$A = \sum_{j=1}^{i-1} \left[1 - \beta_i + b_{ij} \cdot \beta_i \left(1 - \frac{1}{\beta_j} \right) \right] y_j \quad (\text{E.16})$$

und dem Term für den loosening-effect

$$B = \sum_{j=i+1}^n \left[1 - \frac{a_{ij} \cdot \beta_i}{\beta_j} \right] y_j \quad (\text{E.17})$$

Die Interaktionsfunktionen a_{ij} und b_{ij} leiteten de Larrard und Sedran²²³ anhand von Kalibrierversuchen mit Kies und Schotter ab. Die beiden Gesteinskörnungen enthielten Partikel mit einem Durchmesser von rd. 80 μm bis 10 mm, siehe Sedran et al.²²³. Die resultierenden Interaktionsfunktionen lauten $a_{ij} = \sqrt{d_j/d_i}$ und $b_{ij} = d_i/d_j$.²²⁴

²²³ de Larrard u. Sedran: Optimization of UHPC by the use of a packing model.

²²⁴ Sedran et al.: Prédiction de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide I.

De Larrard und Sedran²²⁵ wenden das SSM auf die Ausgangsstoffe von UHPC an. Die Ausgangsstoffe umfassten drei Sande (Größtkorndurchmesser 400 μm), Zement und Silikastaub. Die Korngrößenverteilungen der Sande wurden durch Siebanalyse, die Korngrößenverteilung des Zements mit Hilfe eines Lasergranulometers und die Korngrößenverteilung des Silikastaubs im Bereich von 0,25 μm bis 10 μm mit Hilfe eines auf der Sedimentation basierenden Messsystems (sogenannter Sedigraph) bestimmt. Da ein Großteil der Silikastaubpartikel einen Durchmesser unter 0,25 μm aufweist, nahmen de Larrard und Sedran²²⁵ vereinfachend einen im logarithmischen Maßstab aufgetragenen, bilinearen Verlauf der Korngrößenverteilung mit einem Knickpunkt bei 0,25 μm an. Den minimalen Korndurchmesser der Silikastaubpartikel setzten sie ohne weitere Begründung auf 0,1 μm . Anhand der drei Randbedingungen $p(10 \mu\text{m}) = 1$, $p(0,25 \mu\text{m}) = 0,76$ und $p(0,1 \mu\text{m}) = 0$ sowie der spezifischen Oberfläche (N-BET) des Silikastaubs leiteten sie die vier Parameter für die beiden Gleichungen her.

Zur Ableitung der Packungsdichten $\alpha_{i,Sande}$ der einzelnen Kornfraktionen der Sande führten de Larrard und Sedran²²⁵ Verdichtungsversuche durch (Bestimmung von γ_{exp}). Anhand der Ergebnisse berechneten sie für alle Kornfraktionen ein einheitliches $\alpha_{i,Sande}$ von 0,565.

Die Packungsdichte des Zements und des Silikastaubs ermittelten sie über die Bestimmung des Wasseranspruchs für eine gerade nicht mehr erdfeuchte Konsistenz eines Zement- bzw. Silikastableims mit Hochleistungsfließmittel. Im Falle des Zements ergab sich ein $\gamma_{exp,CEM}$ von 0,650; der Silikastaub wies ein $\gamma_{exp,SF}$ von 0,740 auf.

Für die Partikel des Silikastaubs mit Durchmessern größer als 1 μm wurde außerdem angenommen, $\alpha_{i,SF \geq 1 \mu\text{m}}$ betrage in Anlehnung an die Packung von zufällig angeordneten monodispersen Kugeln 0,640.

Für Partikel mit einem Durchmesser kleiner als 1 μm (d.h. kolloidale Partikel, sowohl Zement als auch Silikastaub) setzen de Larrard und Sedran²²⁵ aufgrund der zu erwartenden, zunehmenden interpartikulären Wechselwirkungen ein $\alpha_{i,kolloid}(\varnothing_{kolloid})$ in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers $\varnothing_{kolloid}$ an. Die Berechnung der Packungsdichte $\alpha_{i,kolloid}(\varnothing_{kolloid})$ der kolloidalen Partikel erfolgt - ohne weitere Begründung oder Herleitung - nach dem Zusammenhang:²²⁵

$$\alpha_{i,kolloid}(\varnothing_{kolloid}) = p \cdot \ln(\varnothing_{kolloid}) + q \quad (\text{E.18})$$

mit $q = 0,640$ für den Silikastaub; aus der o.g. maximalen experimentellen Packungsdichte $\gamma_{exp,SF}$ resultiert damit ein Parameter p von 0,015 für den Silikastaub.²²⁵ Diesen wendeten de Larrard und Sedran²²⁵ ohne weitere Diskussion auch auf die kolloidalen Partikel des Zements an, so dass sich $\alpha_{i,CEM \geq 1 \mu\text{m}}$ zu 0,445 ergibt. Alle vorgenannten experimentellen und rechnerischen Ergebnisse der Ausgangsstoffe für den UHPC sind in Tabelle E.1 nochmals zusammengefasst. Die damit nach Gleichung (E.14) resultierenden virtuellen Packungsdichten β_i der Kornfraktionen der Ausgangsstoffe sind in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers in Bild E.2 dargestellt. De Larrard und Sedran²²⁵ geben zwar die virtuellen Packungsdichten β_i der Kornfraktionen der einzelnen Ausgangsstoffe an, wenden das SSM jedoch im Weiteren nicht auf die untersuchten UHPCs an. Grundsätzlich ist nach Meinung des Verfassers zu der von de Larrard und Sedran²²⁵ veröffentlichten Arbeit anzumerken, dass die abgeleiteten virtuellen Packungsdichten im Falle des Zements und des Silikastaubs nur als erste Näherung angesehen werden können. Die Ermittlung der Packungsdichte γ_{exp} des Zements und des Silikastaubs erfolgte anhand der Bestimmung des notwendigen Wassergehalts entsprechender

²²⁵ de Larrard u. Sedran: Optimization of UHPC by the use of a packing model.

Tabelle E.1: Kennwerte von Ausgangsstoffen für UHPC für das „solid suspension model“ nach de Larrard u. Sedran²²⁶

	$S_1^{1)}$	$S_2^{2)}$	$S_3^{3)}$	CEM	SF
	[-]				
γ_{exp}	0,599	0,603	0,615	0,650	0,720
q bzw. $\alpha_i^{4)}$	0,565			0,445	0,640
p	-			0,015	0,015

1) Sandfraktion 80 μm – 125 μm

2) Sandfraktion 125 μm – 250 μm

3) Sandfraktion 250 μm – 400 μm

4) $\varnothing_{partikel} \geq 1 \mu\text{m}$

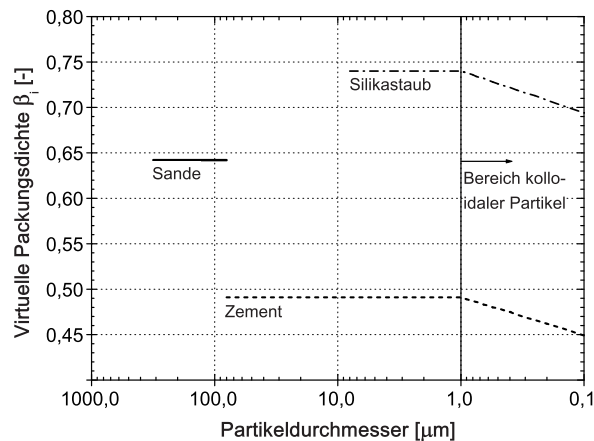


Bild E.2: Virtuelle Packungsdichte β_i der einzelnen Kornfraktionen von Sand, Zement und Silikastaub in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers nach de Larrard u. Sedran²²⁶

Leime für eine gerade nicht mehr erdfeuchte Konsistenz; die Beurteilung der Konsistenz unterliegt in diesem Fall einer subjektiven Einschätzung. Außerdem dürfte die Betrachtung eines Leims aus Silikastaub, Wasser und Fließmittel nicht die tatsächlichen Bedingungen in einem zementbasierten Bindemittelleim wiedergeben. Bekannterweise führt der aus dem Zement stammende hohe Gehalt an Ca -Ionen zu einer elektrischen Umladung der Oberflächen der Silikastaubpartikel. Dadurch können die üblicherweise negativ geladenen Fließmittelmoleküle erst in nennenswertem Maße auf den dann positiv geladenen Silikastaubpartikeln adsorbieren. Die Silikastaubpartikel liegen vermutlich erst nach der Adsorption der Fließmittelmoleküle dispergiert vor. Demnach muss davon ausgegangen werden, dass der Silikastaub in de Larrards und Sedrans²²⁶ Leimversuch zum Großteil agglomeriert war; die vom Anmachwasser effektive zu benetzende Partikeloberfläche war somit deutlich geringer als im Falle von dispergierten Silikastaubpartikeln. Somit dürfte die aus dem Wasserbedarf abgeleitete Packungsdichte ($\gamma_{exp} = 0,720$) deutlich zu hoch liegen.

Im Falle des Zements wird die experimentell ermittelte Packungsdichte γ_{exp} ggf. nur durch die subjektive Beurteilung der Leimkonsistenz verfälscht; dennoch ist auch dieses Versuchsergebnis zu hinterfragen. Im Hinblick auf die resultierende Packungsdichte α_i der Kornfraktionen des

²²⁶ de Larrard u. Sedran: Optimization of UHPC by the use of a packing model.

Tabelle E.2: Kompaktionsindex K für das „compressible packing model“ nach de Larrard²²⁷

Art der Verdichtung [-]	K
loses Einfüllen	4,10
Stochern	4,50
Vibration	4,75
Vibration unter 10 kPa Druck	9,00
Nassmischen ¹⁾	6,70

¹⁾ Konsistenz gerade nicht mehr erdfeucht

Zements sei angemerkt, dass für die Zementpartikel mit Durchmessern $\leq 1 \mu\text{m}$ die rechnerischen Ergebnisse des Silikastaubs angesetzt wurden; dies führt wegen der o.g. Problematik auch zu einer Verfälschung der Packungsdichten der Kornfraktionen des Zements. Zu den für Zement und Silikastaub veröffentlichten Werten kann somit geschlussfolgert werden, dass ihre Verwendung bzw. Übertragung auf die in dieser Arbeit eingesetzten Ausgangsstoffe nicht ohne Weiteres erfolgen kann.

Compressible packing model

Die letzte Ergänzung des SSM hin zum sogenannten „compressible packing model“ (CPM) fand durch die Berücksichtigung der Verdichtungswirkung statt, siehe de Larrard²²⁷. Die mit Hilfe von Gleichung (E.15) bis Gleichung (E.17) berechnete virtuelle Packungsdichte γ eines Korngemisches wird über einen Parameter K (Kompaktionsindex) in Abhängigkeit der Kompaktionsart in die aktuelle Packungsdichte Φ des Korngemisches umgerechnet, siehe Gleichung (E.19).

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n \frac{y_i/\beta_i}{1/\Phi - 1/\gamma_i} \quad (\text{E.19})$$

Damit trägt das CPM der Art des Platzierens der Partikel in einem Volumen und ggf. weiteren interpartikulären Wechselwirkungen indirekt Rechnung. De Larrard²²⁷ nennt für den Parameter K ein praxisrelevantes Spektrum von 4,10 bis 9,00, siehe Tabelle E.2. Der dort zuletzt genannte Wert für das Nassmischen basiert auf den Versuchen aus der Dissertation von Sedran²²⁸. Im Rahmen weiterer umfangreicher Versuche passt de Larrard²²⁷ auch die Interaktionsfunktionen an:

$$a_{ij} = \sqrt{1 - (1 - d_j/d_i)^{1,02}} \quad (\text{E.20})$$

$$b_{ij} = 1 - (1 - d_i/d_j)^{1,50} \quad (\text{E.21})$$

Die vorgenannten Funktionen zur Berücksichtigung der Interaktion zwischen zwei Partikelfraktionen i und j wurden von de Larrard²²⁷ anhand von Kalibrierversuchen (Verdichtungsversuche an Sanden und Kiesen, $K = 9$) abgeschätzt. Eine physikalische Begründung bzw. interpartikuläre Wechselwirkungen finden bei der Ableitung der Faktoren keine Berücksichtigung. Die

²²⁷ de Larrard: Concrete mixture proportioning.

²²⁸ Sedran: Rheologie et rheometrie des betons. Application aux betons autonivelants.

Tabelle E.3: Kennwerte von Ausgangsstoffen für UHPC für das „compressible packing model“ nach Sedran²³⁰

Ausgangsstoff	Φ_{exp} [-]	β_i
CEM I 52,5 ¹⁾	0,6267	0,4626
Silikastaub „grau“ ²⁾	0,4900	0,3233
Silikastaub „weiß“ ²⁾	0,6250	0,4968
Kalksteinmehl ³⁾	0,5950	0,4385
Feinstflugasche ⁴⁾	0,5400	0,4289
Quarzsand ⁵⁾	0,6201	0,5757

1) Feststoffg. Verfl.: 2 M. – %

2) BET: 21 m²/g, Feststoffg. Verfl.: 5 M. – %

3) Feststoffg. Verfl.: 2 M. – %

4) BET: 5,2 m²/g, Feststoffg. Verfl.: 2 M. – %

5) Feststoffg. Verfl.: 2 M. – %

von de Larrard²²⁹ für die Kalibrierung verwendete feinste Körnung ist ein Sand mit einer engen Korngrößenverteilung zwischen 0,50 mm und 0,63 mm. Aus diesem Grund ist davon auszugehen, dass mit Hilfe des CPM die Packungsdichte der trockenen UHPC-Ausgangsstoffen, welche bei den typischen feinkörnigen Mischungen Größtkorndurchmesser von rd. 0,5 mm aufweisen, nicht ohne Weiteres bestimmt werden kann. Außerdem ist davon auszugehen, dass aufgrund der bei UHPC äußerst geringen Wasservolumen-Feststoffoberfläche-Verhältnisse V_W/O_S die Kapillarkräfte ebenso wie sterische Abstoßung infolge der üblicherweise hohen Fließmitteldosierung eine wichtige Rolle spielen. Beide vorgenannten Mechanismen sind im CPM und in der von de Larrard²²⁹ durchgeführten Kalibrierung zunächst nicht berücksichtigt.

Sedran²³⁰ wendet hingegen das CPM auch auf mehlfeine Ausgangsstoffe und Quarzsand an. Die Bestimmung der experimentellen Packungsdichte Φ_{exp} der mehlfeinen Stoffe führt Sedran²³⁰ analog zu de Larrard und Sedran²³¹ an Leimen durch; allerdings verwendete Sedran²³⁰ für die Herstellung der Leime anstelle von Anmachwasser eine gesättigte Calciumhydroxid-Lösung und Hochleistungsfließmittel. Dadurch soll das wahre Adsorptionsverhalten des Fließmittels auf den Partikeln besser simuliert werden. Nach Meinung des Verfassers dürften bei diesem Versuch die mehlfeinen Stoffe gut dispergiert und die Wechselwirkungen zwischen den kolloidalen Partikeln weitestgehend ausgeschaltet sein. Die experimentell bestimmten Packungsdichten Φ_{exp} aus den Leimversuchen wurden am besten bei Ansatz eines Kompaktionsindex von 6,7 durch das CPM abgebildet.²³⁰

Für die Bestimmung der experimentellen Packungsdichte Φ_{exp} des Quarzsandes wendete Sedran²³⁰ den Kompaktionsversuch nach de Larrard²²⁹ an ($K = 9$). Die Ergebnisse aus den Versuchen sowie die resultierenden virtuellen Packungsdichten β_i sind in Tabelle E.3 zusammengefasst. Die Korngrößenverteilungen der dort genannten mehlfeinen Stoffe können Bild E.3 entnommen werden. Sedran²³⁰ unterzog die genannten Werte der Eigenpackungsdichten β_i auch einer Validierung, indem er verschiedene mehlfeine Stoffe in verschiedenen Verhältnissen

²²⁹ de Larrard: Concrete mixture proportioning.

²³⁰ Sedran: Rheologie et rhéométrie des bétons. Application aux bétons autonivelants.

²³¹ de Larrard u. Sedran: Optimization of UHPC by the use of a packing model.

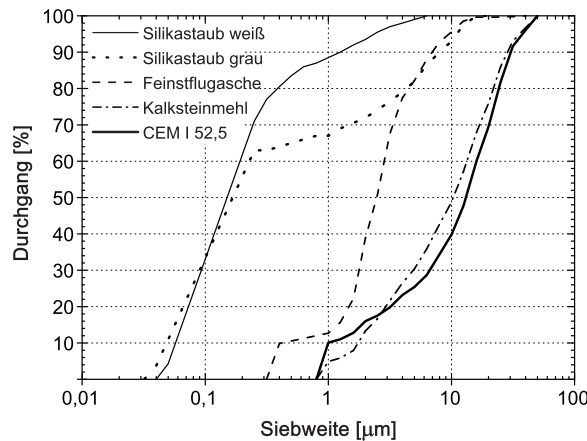


Bild E.3: Korngrößenverteilungen der mehlfeinen Stoffe nach Sedran²³²

mischte, die Packungsdichte Φ_{exp} der Korngemische experimentell bestimmte und der jeweiligen rechnerischen Packungsdichte Φ gegenüberstellte. Den Kompaktionsindex K setzte er für alle Berechnungen auf 6,7 (Nassmischen). Die resultierenden Diagramme für ein Gemisch aus Zement und Silikastaub, Zement und Kalksteinmehl, Zement und Feinstflugasche sowie Zement und Quarzsand können Bild E.4 und Bild E.5 entnommen werden. Die Ergebnisse

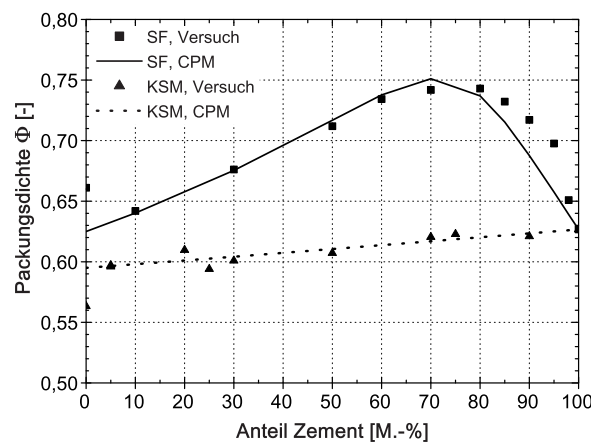


Bild E.4: Packungsdichte eines Gemisches aus Zement und Silikastaub bzw. Zement und Kalksteinmehl nach Sedran²³²

von Sedran²³² zeigen grundsätzlich eine gute Übereinstimmung zwischen der experimentell bestimmten und mit dem CPM berechneten Packungsdichten Φ . Lediglich beim Gemisch aus Zement und Silikastaub mit Mischungsverhältnissen von 85/15 bis 95/5 liegen die experimentellen Packungsdichten deutlich über den berechneten Packungsdichten. Umgekehrt verhält es sich beim Gemisch aus Zement und Quarzsand mit Mischungsverhältnissen von rd. 15/85 bis 25/75. Da die letztgenannten Mischungsverhältnisse nur bedingt praktische Relevanz haben dürften, können für das CPM sowie die von Sedran²³² angegebenen virtuellen Packungsdichten β_i folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

1. Das CPM ist auch auf mehlfeine Stoffe und Korngemenge, welche mehlfeine Stoffe enthalten, anwendbar; dies gilt jedoch nur, wenn sichergestellt ist, dass die Partikel zum

²³² Sedran: Rheologie et rheometrie des betons. Application aux betons autonivelants.

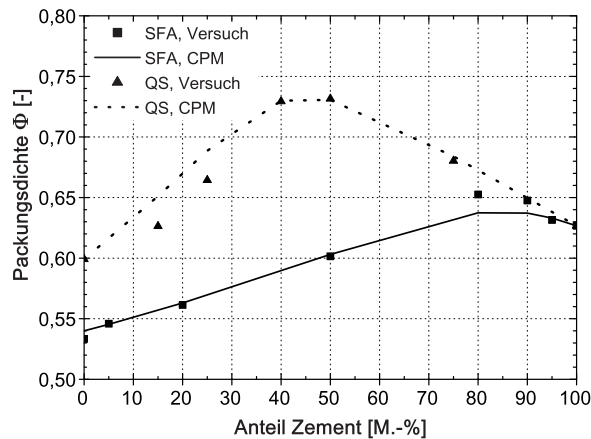


Bild E.5: Packungsdichte eines Gemisches aus Zement und Feinstflugasche bzw. Zement und Quarzsand nach Sedran²³²

Großteil dispergiert sind, d.h. interpartikuläre Wechselwirkungen z.B. durch die Verwendung von Hochleistungsfließmitteln weitestgehend ausgeschaltet sind.

- Die von Sedran²⁰³ angegebenen virtuellen Packungsdichten der Kornfraktionen der mehlfeinen Stoffe können für die Berechnung der Packungsdichte von UHPC herangezogen werden.
- Das Mischen in einem Mörtelmischer resultiert bei Verwendung einer realistischen Porenlösung anstelle von Anmachwasser und ausreichender Dispergierung in einem Kompaktionsindex von 6,7.

Fennis et al.²³³ untersuchten die Packungsdichte von Bindemittelleimen aus Zement (CEM I 32,5 R bzw. CEM III/B 42,5 N) und Flugasche mit variierenden Mengenverhältnissen (jeweils 0 bis 100%) und stellten die Versuchsergebnisse der mit dem CPM rechnerisch ermittelten Packungsdichte gegenüber. Die experimentelle Bestimmung der Packungsdichte erfolgte an den Zementleimen mit Hilfe einer Zentrifuge. Das nach dem Zentrifugieren überschüssige Porenwasser wurde entfernt, die wirkende Beschleunigung betrug rd. das 6.800-fache der Erdbeschleunigung. Dies bedeutet beispielsweise für ein kugelförmiges Zementpartikel mit einem Durchmesser von 100 μm eine Zentrifugalkraft von rd. 0,1 mN. Trotz der hohen Beschleunigung lagen die experimentell bestimmten Packungsdichten - zumindest für die Bindemittelleime aus CEM III/B - erstaunlich nahe an den rechnerisch ermittelten. Bei den CEM I-Leimen war die Übereinstimmung etwas schlechter. Die experimentell ermittelten Packungsdichten Φ_{exp} lagen je nach Variante im Bereich von 0,54 bis 0,59; die zugehörigen virtuellen Packungsdichten der einzelnen Kornfraktionen β_i und den angesetzten Kompaktionsindex K geben Fennis et al.²³³ nicht an. Das CPM scheint jedoch für Suspensionen mit dispersen Phasen mit Feinheiten im Zementbereich akzeptable Packungsdichten zu liefern, wenn eine vergleichsweise hohe Kompaktion wirksam ist. Der Verfasser ist der Ansicht, dass dies die Gegebenheiten in Zementleimen oder Suspensionen mit noch feinerer disperser Phase wie z.B. UHPC und ansonsten atmosphärischen Bedingungen nicht befriedigend abbildet.

Um den Einfluss interpartikulärer Wechselwirkungen wie van-der-Waals oder elektrostatischer Kräfte zu untersuchen, schlägt Fennis et al.²³³ die Implementierung entsprechender

²³³ Fennis et al.: The use of geometry-based particle packing models with fine particles.

Ansätze in das Partikelpackungsprogramm „HADES“, siehe z.B. He et al.²³⁴, vor. Mit den dabei gewonnenen Erkenntnissen können dann die für das CPM benötigten Interaktionsfaktoren ggf. angepasst werden.²³⁵

Vorgenannte Aspekte deuten zunächst darauf hin, dass die auf CPM beruhende Berechnung der Packungsdichte nicht ohne Weiteres auf UHPC übertragen werden kann. Gerade für die feinen Zusatzstoffe wie z.B. Gesteinsmehle oder Silikastaub müssen neben ggf. angepassten Interaktionsfaktoren auch die entsprechenden Eigenpackungsdichten β_i bestimmt werden. Letztgenannte Eingangsgröße kann für mehlfeine Stoffe nicht mehr mit Hilfe üblicher Kompaktionsversuche ermittelt werden. Die Schlussfolgerungen von Fennis et al.²³⁵ stehen jedoch auch im Widerspruch zu den von Sedran²³⁶ im Rahmen seiner Dissertation durchgeführten Versuchen. Eine abschließende Beurteilung ist somit an dieser Stelle noch nicht möglich.

Die im vorhergehenden Abschnitt bereits erwähnte, von Fennis et al.²³⁵ vorgeschlagene Erweiterung des CPM führt Fennis²³⁷ im Rahmen ihrer Dissertation durch. Das weiterentwickelte Modell bezeichnet sie als „compaction-interaction packing model“ (CIPM). Notwendigkeit für eine Weiterentwicklung des CPM besteht nach Fennis²³⁷ im Wesentlichen in der Tatsache, dass bei Verwendung von nennenswerten Mengen an Partikeln mit Durchmessern kleiner als 125 μm neben geometrischen Aspekten (wall-effect und loosening-effect) die interpartikulären Wechselwirkungen im Korngemisch eine immer größere Rolle spielen. Da de Larrard²³⁸ die Kalibrierung des CPM, d.h. die Ableitung der Interaktionsfunktionen anhand von Kompaktionsversuchen, mit Sanden, Kiesen und Schotter vornimmt, werden vorgenannte Aspekte vom CPM laut Fennis²³⁷ nur in unzureichendem Maße berücksichtigt. Außerdem stellt Fennis fest, dass die von de Larrard²³⁸ abgeleiteten Interaktionsfunktionen unter gewissen Randbedingungen zu widersprüchlichen Ergebnissen führen, siehe Kapitel 5.1, Seite 91 in der Dissertation von Fennis²³⁷. Aus den genannten Gründen formuliert Fennis²³⁷, basierend auf der Idee von Schwanda²³⁹, neue Grundgleichungen für die Berücksichtigung der Partikelinteraktionen im CPM. Die in den neuen Interaktionsgleichungen enthaltenen Parameter $w_{0,a}$ und $w_{0,b}$ leitet sie anhand der numerischen Modellierung der Partikelinteraktionen unter Ansatz der sogenannten DLVO-Theorie her.

Basis für die von Fennis²³⁷ genannten Argumente zur Notwendigkeit einer Überarbeitung des CPM sind Packungsdichteveruche mit Quarzmehlen. Fennis²³⁷ leitet die Packungsdichte der Quarzmehle anhand des Wasseranspruchs eines Korngemenges ab, wenn im Mischversuch die maximale elektrische Leistungsaufnahme erreicht ist. Fennis²³⁷ setzt für die Mischversuche zwar Fließmittel ein (Naphthalin-Sulphonate, Polycarboxylate), als Dispersionsmittel verwendete sie jedoch Wasser. Aus diesem Grund ist nach Meinung des Verfassers auch bei den Quarzmehlen davon auszugehen, dass die tatsächlichen Gegebenheiten im Frischbeton, d.h. im Wesentlichen das wahre Adsorptionsverhalten des Fließmittels auf den Partikeloberflächen, nicht wiedergegeben werden. Die Versuche und das neue Modell von Fennis eignen sich demnach nur für Suspensionen, bei denen davon auszugehen ist, dass die mehlfeinen Stoffe weitgehend nicht dispergiert sind. Die Ansätze des CIPM werden daher im Rahmen dieser Arbeit für UHPC nicht weiter verfolgt.

²³⁴ He et al.: Computer simulation of arbitrary-shaped grains and application to aggregate packing in concrete.

²³⁵ Fennis et al.: The use of geometry-based particle packing models with fine particles.

²³⁶ Sedran: Rheologie et rhéométrie des bétons. Application aux bétons autonivelants.

²³⁷ Fennis: Design of ecological concrete by particle packing optimization.

²³⁸ de Larrard: Concrete mixture proportioning.

²³⁹ Schwanda: Das rechnerische Verfahren zur Bestimmung des Hohlraums und Zementleimanspruchs von Zuschlägen und seine Bedeutung für den Spannbetonbau.

Tabelle E.4: Ergebnisse der Packungsdichteveruche aus Gemischen und mehlfeinen Stoffen bzw. Sand, nach Lowke et al.²⁴¹

Ausgangsstoff	γ_{exp} [-]	β_i
Z1	0,601	0,437
Z1 + QM1	0,612	0,437
Z1 + KSM3	0,638	0,442
QS	0,602	0,550

Aufbauend auf einer Idee von Flatt und Bowen²⁴⁰ wurde von Lowke et al.²⁴¹ ein Versuch entwickelt, der es erlaubt, die Eigenpackungsdichten mehlfeiner Stoffe unter für UHPC realistischen Bedingungen (u.a. Einsatz von Hochleistungsfließmitteln) ohne die inverse Ermittlung des Kompaktionsindex K abzuschätzen. Die Versuche ergaben für Gemische aus mehlfeinen Stoffen, welche im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, die in Tabelle E.4 angegebenen Ergebnisse. Die von Lowke et al.²⁴¹ genannten Werte der Eigenpackungsdichten β_i sind zwar mit Hilfe der Interaktionsfunktionen des CPM abgeleitet, eine Validierung, d.h. die Überprüfung der Gültigkeit des Modells und der o.g. Werte anhand von Mischungen mit verschiedenen Mischungsverhältnissen, führten Lowke et al.²⁴¹ jedoch nicht durch; dies ist allerdings auch nicht notwendig, da mit dem von Lowke et al.²⁴¹ entwickelten Versuch die maximale Packungsdichte γ_{exp} eines Korngemisches bestimmt wird. Die inverse Ermittlung eines Kompaktionsindex K anhand von Versuchen zur Packungsdichte verschiedener Mischungen der betrachteten Korngemenge kann somit entfallen.

Wechselwirkungen der kolloidalen Partikel (i.W. van-der-Waals-Kräfte und elektrostatische Kräfte), wie sie z.B. in trockenen Korngemischen oder auch in Suspensionen mit Wasser als Dispersionsmittel auftreten würden, sind aufgrund der Verwendung von Hochleistungsfließmittel in entsprechender Menge und dem hohen Ca -Ionengehalt aus dem Zement stammend weitgehend ausgeschaltet. Die im Versuch stattfindenden Wechselwirkungen (im Wesentlichen sterische und elektrostatische Abstoßung infolge der Fließmittelmoleküle) dürften die wahren Verhältnisse in der UHPC-Suspension adäquat widerspiegeln. Demnach kann von einer beinahe völligen Dispergierung aller Partikel ausgegangen werden. Letztgenannte These wurde von Lowke et al.²⁴¹ durch die experimentelle Bestimmung der Korngrößenverteilung einer UHPC-Suspension belegt.

Die ermittelten Packungsdichten γ_{exp} entsprechen einer maximalen Packungsdichte des jeweiligen betrachteten Korngemisches. Die im Frischbeton nach dem Mischen und während der Erhärtung vorliegende Packungsdichte unterscheidet sich vermutlich von γ_{exp} . Dennoch dürften die maximalen Packungsdichten γ zur Interpretationszwecken geeignet sein.

Die von Lowke et al.²⁴¹ genannten maximalen Packungsdichten β_i der einzelnen Kornfraktionen stimmen überaus gut mit den von Sedran²⁴² ermittelten Ergebnissen überein. Dies ist ein

²⁴⁰ Flatt u. Bowen: Yodel: A yield stress model for suspensions..

²⁴¹ Lowke et al.: Control of rheology, strength and fibre bonding of UHPC with additions.

²⁴² Sedran: Rheologie et rheometrie des betons. Application aux betons autonivelants.

Hinweis dafür, dass mit Hilfe des Versuchs von Lowke et al.²⁴³ die maximale Packungsdichte γ_m bestimmt sowie daraus die maximalen Packungsdichten β_i abgeleitet werden können. Die von Lowke et al.²⁴³ getroffene Annahme einer maximalen Packungsdichte $\beta_i \approx 0,437$ für Silikastaub liegt ebenfalls in einer ähnlichen Größenordnung wie von Sedran²⁴⁴ ($\beta_i \approx 0,4968$) angegeben. Die maximalen Packungsdichten β_i von monodispersen Partikeln mit Durchmessern unter rd. $125 \mu\text{m}$ liegen - vollständige Dispergierung vorausgesetzt - demnach im Bereich von rd. 0,440 bis 0,500.

Untersuchungen zum Gefüge im Verbundbereich mit Hilfe von EDX und REM

Um den Faserkanal nach dem Faserausziehversuch für die EDX- und REM-Analysen zugänglich zu machen, wurden die pull-out-Probekörper nach dem Versuch eingesägt und per Hand vorsichtig in zwei Teile gebrochen. Bild E.6 zeigt exemplarisch eine EDX-/REM-Probe nach der Vorbereitung. Die EDX-Analysen wurden in der Bruchfläche der ungestörten Matrix und

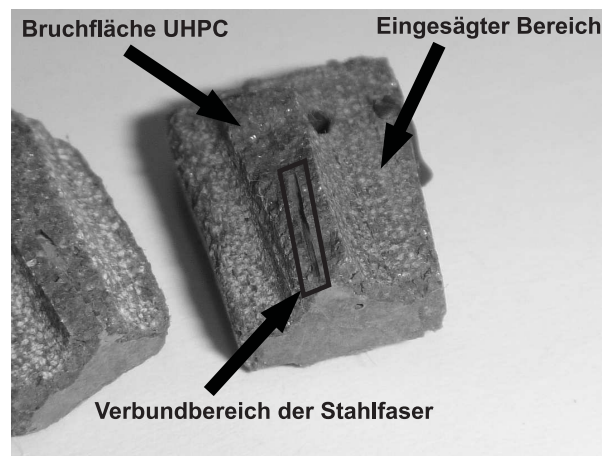


Bild E.6: pull-out-Probekörper nach der Vorbereitung für die EDX-/REM-Analysen

im Verbundbereich im Rückstreuelektronenmodus bei einer Beschleunigungsspannung von 15 kV und 500-facher Vergrößerung durchgeführt. Die Größe eines Messfelds betrug somit rd. $230 \times 160 \mu\text{m}^2$.

Tabelle E.5 und Tabelle E.6 geben die Ergebnisse der EDX-Analysen hinsichtlich der Gehalte an Calcium- und Siliziumionen wieder.

²⁴³ Lowke et al.: Control of rheology, strength and fibre bonding of UHPC with additions.

²⁴⁴ Sedran: Rheologie et reometrie des betons. Application aux betons autonivelants.

Tabelle E.5: Ca- und Si-Gehalte aus den EDX-Analysen für die Betone mit Quarz- bzw. Hüttensandmehl und Anzahl der gemessenen Einzelwerte n_i

Beton	M1	M2	M3	M7
$Ca_b^{1)}$	18,4	27,1	24,4	15,8
$Si_b^{1)}$	24,3	19,6	17,8	28,6
$Si_b/Ca_b^{1)}$	1,32	0,72	1,37	1,81
$n_b^{1)}$	60	24	30	57
$Ca_m^{2)}$	19,0	26,5	23,9	21,7
$Si_m^{2)}$	25,9	21,6	22,5	27,3
$Si_m/Ca_m^{2)}$	1,30	0,79	0,86	1,23
$n_m^{2)}$	25	8	10	11
$\Delta^{3)}$	0,01	-0,07	0,51	0,58

1) im Faserkanal, d.h. im Verbundbereich

2) in der ungestörten Matrix

3) $\Delta = Si_b/Ca_b - Si_m/Ca_m$

Tabelle E.6: Ca- und Si-Gehalte aus den EDX-Analysen für die Betone mit Kalksteinmehl und Anzahl der gemessenen Einzelwerte n_i

Beton	M4	M5	M6	M8
$Ca_b^{1)}$	27,9	21,6	31,1	33,6
$Si_b^{1)}$	15,0	14,0	12,2	10,5
$Ca_b/Si_b^{1)}$	1,86	1,55	2,56	3,19
$n_b^{1)}$	24	24	23	30
$Ca_m^{2)}$	29,0	25,9	27,1	27,7
$Si_m^{2)}$	17,9	15,7	17,8	15,7
$Ca_m/Si_m^{2)}$	1,70	1,69	1,77	2,14
$n_m^{2)}$	8	8	8	10
$\Delta^{3)}$	0,16	-0,14	0,79	1,05

1) im Faserkanal, d.h. im Verbundbereich

2) in der ungestörten Matrix

3) $\Delta = Ca_b/Si_b - Ca_m/Si_m$

F. Reife, thermische Eigenschaften und Entwicklung des statischen E-Moduls von UHPC

Vorbemerkungen

Die rechnerische Abschätzung der Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche erfordert neben der Abbildung des verformungsverursachenden Schwindverhaltens und der Viskoelastizität der Betone auch die Berücksichtigung des Einflusses der durchgeführten Wärmebehandlung und der Entwicklung des statischen E-Moduls. Außerdem werden die thermischen Eigenschaften (Wärmeausdehnkoeffizient α_T , Wärmeleitfähigkeit λ , Wärmespeicherkapazität c_T) als Eingangsgrößen benötigt. Keine der vorgenannten Eigenschaften wurde im Rahmen von Versuchen für die betrachteten Betone ermittelt. Aus diesem Grund werden im Folgenden entsprechende Ansätze zur Modellierung der vorgenannten Eigenschaften erläutert und auf die untersuchten Betone übertragen.

Entwicklung der Reife

Im Alter von 5 Tagen wurden die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben unabhängig von der Betonzusammensetzung für 48 h bei 90 °C über Wasser wärmebehandelt. Der Wärmebehandlung wird hinsichtlich des Einflusses auf die zeitliche Entwicklung der mechanischen Eigenschaften und der Schwindverformungen über einen gängigen Reifeansatz Rechnung getragen. In Anlehnung an Habel²⁴⁵ und Kamen²⁴⁶ wurde zur Berechnung der Reife $R(t)$ ein in der FE-Software FEMMASSE© implementierter und ursprünglich von Bažant und Najjar²⁴⁷ bzw. von Bažant²⁴⁸ entwickelter Ansatz (sogenanntes E_a - bzw. Aktivierungsenergie-Konzept) verwendet, siehe Gleichung (F.1).

$$R(t) = \int_{t_0}^t \exp \left[\frac{E_a}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_{ref} + 273} - \frac{1}{T(t) + 273} \right) \right] \cdot \frac{1}{1 + (a_c - a_c \cdot h)^{b_c}} \cdot dt \quad (F.1)$$

Der exponentielle Term in Gleichung (F.1) geht auf Modellierung des Temperatureinflusses auf Basis der Arrhenius-Gleichung zurück; der zweite Term berücksichtigt einen evtl. vorhandenen Einfluss des Feuchtepotenzials h .^{247,248} Hierbei sind a_c und b_c Faktoren, die von der Betonzusammensetzung abhängen. Der Einfluss des Feuchtepotenzials bleibt für die FEMMASSE-Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit - wie auch bei Habel²⁴⁵ und Kamen²⁴⁶ - vereinfachend unberücksichtigt. Die zeitliche Entwicklung der Reife $R(t)$ ist somit von der Aktivierungsenergie E_a ($R = 8,3144 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, universelle Gaskonstante), der Referenztemperatur T_{ref} (i.d.R. 20 °C) und dem zeitlichen Verlauf der tatsächlichen Temperatur $T(t)$ abhängig. Die

²⁴⁵ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete.

²⁴⁶ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

²⁴⁷ Bažant u. Najjar: Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete.

²⁴⁸ Bažant: Creep and shrinkage of concrete: Mathematical modeling.

Aktivierungsenergie E_a ist ein von der Beton- bzw. Bindemittelzusammensetzung abhängiger Parameter, der den Einfluss der Temperatur auf die Reaktionskinetik der reaktiven Komponenten beschreibt.

Für das Verhältnis von E_a/R setzt Habel²⁴⁹ ohne weitere Begründung einen Wert von 4.000 K an.

Kamen²⁵⁰ nennt für Silikastaub eine Aktivierungsenergie E_a von etwa 80,0 kJ/mol und für Zement typischerweise rd. 33,5 kJ/mol. Für ihren untersuchten UHPC setzt Kamen²⁵⁰ - basierend auf einer Abschätzung von E_a anhand der Druckfestigkeitsentwicklung bei unterschiedlichen Temperaturen - eine Aktivierungsenergie von 33,3 kJ/mol (entspricht $E_a/R = 4.005$ K) an (Zusammensetzung des Bindemittels: 1.410 kg/m³ CEM I 52,5 R, 367 kg/m³ Silikastaub, w/z-Wert 0,165). In die FEMMASSE-Berechnungen von Kamen findet dann jedoch ohne weitere Begründung ein E_a/R -Wert von 4.400 K Eingang.

Carino und Tank²⁵¹ geben für Betone und Mörtel mit verschiedenen Portlandzementen je nach w/z-Wert (0,60 und 0,45) E_a -Werte von rd. 40 kJ/mol bis 64 kJ/mol an. Für fein aufgemahlene Portlandzemente des Typs III nach ASTM stellten sie jedoch keinen nennenswerten Einfluss des w/z-Werts fest; die ermittelten Aktivierungsenergien lagen zwischen rd. 40,1 kJ/mol und 44,0 kJ/mol. Dies ergäbe ein Verhältnis E_a/R von rd. 4.820 K bis 5.290 K. Der Austausch von Portlandzement (ASTM-Typ I) durch Hüttensandmehl (Austauschrate 50 M.-%) resultierte beim niedrigen w/z-Wert (0,45) in einer Verringerung der Aktivierungsenergie um rd. 42% auf Werte zwischen 42,7 kJ/mol und 44,7 kJ/mol. Beim hohen w/z-Wert (0,60) erhöhte sich der E_a -Wert hingegen um rd. 15%.

Ma et al.²⁵² untersuchten Bindemittelleime aus Portlandzement und verschiedenen reaktiven Zusatzstoffen hinsichtlich ihrer Wärmefreisetzung bei unterschiedlichen Starttemperaturen. Daraus leiteten sie unter Ansatz der Arrhenius-Gleichung die Aktivierungsenergie E_a ab. Für den Bindemittelleim aus Portlandzement ergab sich ein E_a -Wert von 39,0 kJ/mol. Der Austausch von 65 M.-% des Zements durch Hüttensandmehl führte zu einem etwa 20% höheren E_a -Wert. Dies liegt in einer ähnlichen Größenordnung wie von Carino und Tank²⁵¹ für Betone und Mörtel bei w/z = 0,60 festgestellt. Der Ersatz von 7,5 M.-% des Zements durch Silikastaub resultierte in einem rd. 28% geringeren E_a -Wert.

Ewert et al.²⁵³ überprüften anhand von adiabatischen Kalorimetrieversuchen bei unterschiedlichen Starttemperaturen und daraus abgeleiteten Hydratationsgraden die Gültigkeit des E_a -Konzepts für die Reife von UHPC. Der untersuchte UHPC entsprach dem faserbewehrten Referenz-UHPC des DFG-Schwerpunktprogramms SPP 1182, welcher als fasernfreie Variante im Rahmen der eigenen Arbeit (M2) zur Verwendung kam. Zur Abschätzung der E_a/R -Werte wählten sie einen Ansatz von Freiesleben, Hansen und Pedersen; hierbei wird für Temperaturen ab 20 °C und darüber von einem konstanten Wert $E_a/R = 4.030$ K ausgegangen. Unterhalb von 20 °C steigt der E_a/R -Werte linear abhängig von der Temperatur. Die über das rechnerisch ermittelte wirksame Alter aufgetragenen Hydratationsgrade waren für die untersuchten Starttemperaturen beinahe identisch, so dass von einer Gültigkeit des E_a -Konzepts und dem gewählten Ansatz ausgegangen werden kann. Der Ansatz eines konstanten bzw. von der Art

²⁴⁹ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete.

²⁵⁰ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

²⁵¹ Carino u. Tank: Maturity functions for concrete made with various cements and admixtures.

²⁵² Ma et al.: Calorimetric study of cement blends containing fly ash, silica fume, and slag at elevated temperatures.

²⁵³ Ewert et al.: Heat of hydration and hardening of UHPC.

Tabelle F.1: E_a/R -Werte für die untersuchten Betone zur Modellierung der Reife

Mischung	w/z-Wert [-]	w/b-Wert ¹⁾	E_a [kJ/mol]	E_a/R [K]
M1, M4 bis M7	0,282	0,233	35,0	4.210
M2	0,225	0,193	33,5	4.030
M3	0,282	0,160	35,0	4.210
M8	0,887	0,291	42,0	5.050

¹⁾ w/b: Wasser/(Zement + Silikastaub + ggf. Hüttensandmehl)

und Zusammensetzung des Bindemittels unabhängigen E_a/R -Werts wird hier trotz der von Ewert et al.²⁵⁴ gefundenen Zusammenhänge nur als erste Näherung für die Modellierung der Reife von UHPC interpretiert.

In Anbetracht der vorgenannten Aspekte zur Aktivierungsenergie wird für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Betone mit Portlandzement der Festigkeitsklasse 42,5 und Silikastaub als Bindemittel sowie Quarz- oder Kalksteinmehl als inerter Zusatzstoff vereinfachend unabhängig von der Temperatur ein E_a -Wert von 35,0 kJ/mol angesetzt. Gleiches gilt vereinfachend für die Mischung M3 mit Hüttensandmehl anstelle des Quarzmehls und ansonsten gleicher Menge und Art des Bindemittels. In Anlehnung an Ma et al.²⁵⁵ wird für die Mischung M8 (220 kg/m³ CEM I 42,5 R-HS, 350 kg/m³ Hüttensandmehl und 100 kg/m³ Silikastaub) ein E_a -Wert von $1,20 \cdot 35,0 = 42,0$ kJ/mol angenommen. Der E_a -Wert für die Mischung M2 (entspricht Referenzrezeptur des DFG-Schwerpunktprogramms SPP 1182) wird von Ewert et al.²⁵⁴ ($T = 20$ °C) übernommen. Somit ergeben sich die in Tabelle F.1 zusammengefassten Verhältnisse E_a/R für die untersuchten Betone. Für die durchgeführte Wärmebehandlung (Dauer: 2 d) ergibt sich somit eine Reife $R(t)$ von rd. 30,3 ($E_a/R = 4.210$ K), 26,9 ($E_a/R = 4.030$ K) bzw. 52,5 ($E_a/R = 5.050$ K) Tagen. Zum Zeitpunkt der Prüfung liegt das wirksame Alter der Betone demnach bei rd. 32 d bis 57 d. Alle zeitabhängigen Eingangswerte für die FEMMASSE-Berechnungen müssen demnach bis mindestens 57 d vorliegen.

Wärmeleitfähigkeit, Wärmespeicherkapazität, Wärmeausdehnungskoeffizient

Für alle untersuchten Betone wird nach Habel²⁵⁶ und Kamen²⁵⁷ eine Wärmeleitfähigkeit $\lambda_T = 2,4$ W/mK und eine Wärmespeicherkapazität $c_T = 2.800$ kJ/m³K angenommen. Der Wärmeausdehnungskoeffizient α_T wird ebenfalls in Anlehnung an Habel²⁵⁶ in Abhängigkeit der Zeit definiert. Bis zum Erstarrungsbeginn beträgt er $4,0 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹; von Erstarrungsbeginn bis 1 d nach Erstarrungsende wird α_T zwischen $4,0 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹ und $1,2 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹ linear interpoliert. Ab Erstarrungsende bleibt α_T konstant bei $1,2 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹.

²⁵⁴ Ewert et al.: Heat of hydration and hardening of UHPC.

²⁵⁵ Ma et al.: Calorimetric study of cement blends containing fly ash, silica fume, and slag at elevated temperatures.

²⁵⁶ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete.

²⁵⁷ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

Tabelle F.2: Übersicht zum experimentell ermittelten Erstarrungsbeginn bzw. -ende von UHPC aus der Literatur

Autor	Zementart [-]	w/z-Wert	w/b-Wert ¹	Beginn	Erstarren	
					Ende [d]	Δt
Eppers	CEM I 52,5 R-HS	0,230	0,198	0,250	k.A.	k.A.
Gerlicher et al.	CEM I 52,5 R-HS	0,227	0,195	0,389	0,403	0,014
	CEM I 52,5 R-HS	0,349	0,200	0,750	0,771	0,021
	CEM I 52,5 R-HS	0,907	0,206	1,729	1,806	0,077
Schachinger	CEM I 42,5 R-HS	0,270	0,208	0,267	0,275	0,008

¹⁾ Bindemittel: alle reaktiven Stoffe: Zement, Silikastaub und ggf. Hüttensandmehl

Erstarrungsbeginn und -ende von UHPC ohne Faserbewehrung

Zur Modellierung der thermischen und mechanischen Eigenschaften sowie der Schwindverformung von UHPC wird der Zeitpunkt des Erstarrungsbeginns und -endes benötigt. Daher wird im Folgenden eine Übersicht zum experimentell ermittelten Erstarrungsbeginn bzw. -ende aus der Literatur gegeben. Angaben zum Erstarrungsbeginn bzw. -ende liegen in der Literatur in den Arbeiten von Eppers²⁵⁸, Gerlicher et al.²⁵⁹ und Schachinger²⁶⁰ (siehe auch Schachinger et al.²⁶¹) vor, siehe Tabelle F.2. Die beiden letztgenannten Betone von Gerlicher et al.²⁵⁹ wiesen einen Austausch des Zements durch Hüttensandmehl in Höhe von 35 Vol.-% bzw. 75 Vol.-% im Vergleich zum erstgenannten Beton auf. Die anderen in Tabelle F.2 genannten Betone sind Portlandzementbetone, welche neben dem Zement nur Silikastaub als weitere Bindemittelkomponente enthalten. Nach einhelliger Meinung der im Absatz „Zum Einfluss von Hüttensandmehl auf das Schwindverhalten“ (siehe Kapitel G) genannten Autoren ist für das sehr frühe Verhalten von Betonen - v.a. wenn latent hydraulische und/oder puzzolanische Bindemittelkomponenten verwendet werden - im Wesentlichen der Zement verantwortlich. Die in Tabelle F.2 zusammengestellten Ergebnisse aus der Literatur lassen einen tendenziellen Zusammenhang zwischen dem w/z-Wert und dem Erstarren der Betone vermuten; aus diesem Grund sind in den beiden Diagrammen in Bild F.1 die Zeitpunkte des Erstarrungsbeginns (links) bzw. die Dauer des Erstarrens (rechts) gegen den w/z-Wert aufgetragen. In den Diagrammen sind jeweils auch vereinfachte exponentielle Fitfunktionen dargestellt. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die dargestellten vereinfachten Zusammenhänge nur für die o.g. Zemente, d.h. Zemente mit geringem C₃A-Gehalt und entsprechender Mahlfineinheit gelten. Da im Rahmen der eigenen Versuche ebenfalls C₃A-arme Zemente verwendet wurden, werden für die weitere Modellierung des Erstarrens der Betone vereinfachend die in Bild F.1 genannten Fitkurven herangezogen. Damit ergeben sich die in Tabelle F.3 zusammengefassten Kennwerte zum Erstarren der untersuchten Betone.

²⁵⁸ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

²⁵⁹ Gerlicher et al.: Effect of finely ground blast furnace slag on the properties of fresh and hardened UHPC.

²⁶⁰ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

²⁶¹ Schachinger et al.: Early-age cracking risk and relaxation by restrained autogenous deformation of UHPC.

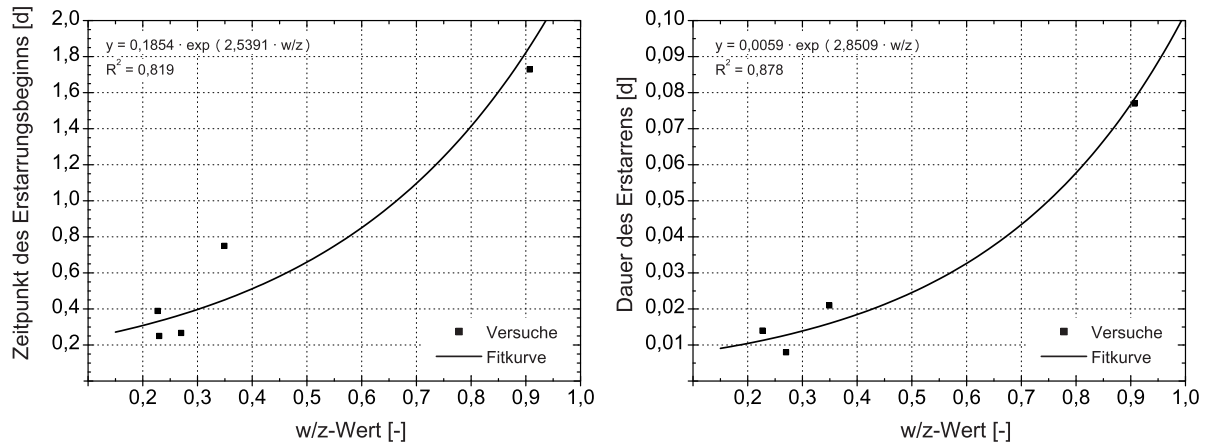


Bild F.1: Zeitpunkt des Erstarrungsbeginns (links) bzw. Dauer des Erstarrens (rechts) in Abhängigkeit des w/z-Werts für verschiedene UHPCs aus der Literatur

Tabelle F.3: Rechnerisch abgeschätzter Zeitpunkt des Erstarrungsbeginns bzw. Dauer des Erstarrens für die untersuchten Betone

Mischung	w/z-Wert	w/b-Wert ¹⁾	Erstarren	
			Beginn	Δt
[-]	[-]	[-]	[d]	[d]
M1, M4 bis M7	0,282	0,233	0,379	0,0013
M2	0,225	0,193	0,328	0,0011
M3	0,282	0,160	0,379	0,0013
M8	0,887	0,291	1,763	0,0740

¹⁾ w/b: w/(Zement + Silikastaub + ggf. Hüttensandmehl)

Tabelle F.4: E-Moduln der untersuchten Betone nach der Wärmebehandlung, Prüfalter 7 d

Mischung	w/z-Wert [-]	w/b-Wert ¹⁾	E-Modul E [N/mm ²]	wirks. Alter ²⁾ [d]
M1	0,282	0,233	49.800	35,3
M3	0,225	0,193	50.000	35,3
M5	0,282	0,160	48.000	35,3
M8	0,887	0,291	42.700	57,5

¹⁾ w/b: Wasser/(Zement + Silikastaub + ggf. Hüttensandmehl)

²⁾ zum Zeitpunkt der Prüfung

Entwicklung des statischen E-Moduls

Der statische E-Modul wurde im Rahmen der eigenen Untersuchungen an den Mischungen M1, M3, M5 und M8 nach der Wärmebehandlung im Alter von 7 d ermittelt, siehe Tabelle F.4.

Die im Rahmen einer Recherche in der Literatur gefundenen zeitlichen Entwicklungen des statischen E-Moduls von UHPCs mit Portlandzement ($w/z \leq 0,27$) und Silikastaub als Bindemittel sind in Bild F.2 zusammengefasst. Burkart und Müller²⁶² veröffentlichten Ergebnisse für den Referenzbeton M2Q des DFG-Schwerpunktprogramms SPP 1182 (Mischung M2 dieser Arbeit) ab einem Alter von 1 d bis rd. 180 d. Mit Hilfe des exponentiellen Ansatzes aus dem Model Code 1990²⁶³ (Gleichung 2.1-57 und 2.1-58, Faktor für Zement: 0,20) gelingt jedoch eine akzeptable Näherung der zeitlichen Entwicklung nur zwischen rd. 1 d und 28 d. Die von Schachinger²⁶⁴ (mittlere Werte für CEM I-Betone) bzw. Eppers²⁶⁵ veröffentlichten E-Modul-Kurven werden im Zeitraum von 1 d bis 56 d mit ausreichender Genauigkeit durch vorgenannten Ansatz wiedergegeben. Die statischen E-Moduln des Betons von Eppers²⁶⁵ wurden aus der zeitlichen Entwicklung des dynamischen E-Moduls über einen Faktor von 0,84 berechnet, siehe Eppers²⁶⁵. Inwieweit ein konstanter Umrechnungsfaktor über den gesamten betrachteten Zeitbereich gültig ist, kann an dieser Stelle nicht beurteilt werden. Für UHPCs mit einem nennenswerten Austausch des Portlandzementklinkers durch Hüttensandmehl und Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnissen größer als 0,7 liegen nur die Ergebnisse von Schachinger²⁶⁴ und Eppers²⁶⁵ vor, siehe Bild F.3. Eine akzeptable Näherung der Verläufe durch den Ansatz aus dem Model Code 1990 ergibt sich lediglich für den Zeitraum zwischen rd. 3 d bis 4 d und 56 d. Im Hinblick auf die Abbildung der zeitlichen Entwicklung des statischen E-Moduls durch den Ansatz des Model Code 1990 kann Folgendes festgehalten werden: Im Falle von UHPC mit Bindemitteln aus Portlandzement (w/z -Wert $\leq 0,27$) und Silikastaub ist eine akzeptable Näherung für den Zeitraum von etwa 1 d, d.h. rd. 0,7 d bis 0,8 d nach Erstarrungsbeginn, bis rd. 56 d möglich. Wird ein Großteil des Portlandzementklinkers durch Hüttensandmehl ausgetauscht, so gelingt die Abbildung durch den Model Code 1990-Ansatz nur für den Zeitraum von rd. 3 d bis 56 d. Der Beginn der Gültigkeit des Model Code 1990-Ansatzes entspricht bei Betrachtung des Betons M8 rd. 1,2 d nach dem rechnerischen Erstarrungsbeginn. Der jeweils vor o.g. Zeiträumen stattfindende starke Anstieg des E-Moduls kann durch den Model Code

²⁶² Burkart u. Müller: Creep and shrinkage characteristics of UHPC (2008).

²⁶³ CEB-FIP: Model Code 1990.

²⁶⁴ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

²⁶⁵ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

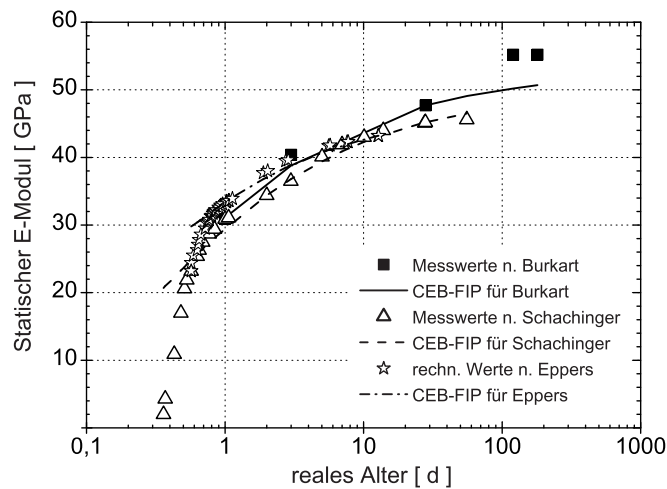


Bild E.2: Zeitliche Entwicklung des statischen E-Moduls für UHPC mit Portlandzement und Silikastaub aus der Literatur und Fitkurven nach Model Code 1990

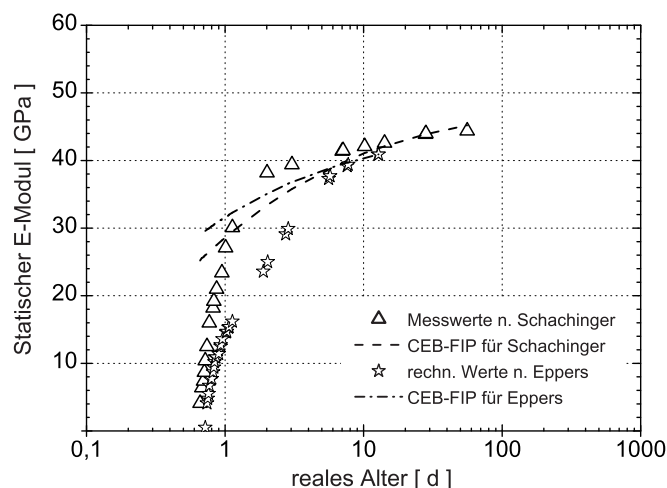


Bild E.3: Zeitliche Entwicklung des statischen E-Moduls für UHPC mit Portlandzement, Hüttensandmehl und Silikastaub aus der Literatur und Fitkurven nach Model Code 1990

1990 nicht dargestellt werden.

Schachinger²⁶⁶ wählte zur Abbildung der zeitlichen Entwicklung des statischen E-Moduls für seine beiden untersuchten UHPCs einen Summenansatz, wobei die beiden Summanden jeweils aus einer Exponentialfunktion bestehen. Hierfür werden insgesamt sechs Fitfaktoren benötigt. Die E-Moduln der untersuchten CEM I- und CEM III/B-Betone waren mit rd. 45.000 N/mm^2 im Alter von 56 d nahezu identisch. Der E-Modul des Hochofenzementbetons entwickelte sich bis zu einem Alter von 7 d schneller als der des Portlandzementbetons. Allerdings waren die Betone hinsichtlich ihres Bindemittelgehalts und der Zusammensetzung des Bindemittels in keiner Weise vergleichbar.

²⁶⁶ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

Eppers²⁶⁷ verwendete zur Modellierung der zeitlichen Entwicklung des statischen E-Moduls (abgeleitet aus dem dyn. E-Modul) seiner drei untersuchten UHPCs ohne genaue Angabe des Formelapparats und des Fitalgorithmus Sigmoidkurven für die ersten 24 h nach Wasserzugabe. Über 24 h hinaus liegen von Eppers²⁶⁷ Betonen keinerlei E-Modul-Werte vor.

Für die Modellierung der zeitlichen Entwicklung des statischen E-Moduls der untersuchten Betone wird folgendermaßen vorgegangen: Die zeitliche Entwicklung des statischen E-Moduls wird grundsätzlich in zwei Zeitbereiche unterteilt, deren Grenze abhängig ist vom Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnis.

Für Betone mit einem Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnis $\leq 0,30$ (hier: M1 bis M7) wird die Grenze zwischen erstem und zweiten Bereich bei Erstarrungsbeginn zuzüglich 0,75 d gewählt; dies entspricht somit rd. 1,1 d. Der zeitliche Verlauf im ersten Bereich wird durch eine s-förmige Kurve abgebildet. Der darauf folgende Zeitbereich bis zu einem Alter von 56 d wird durch den Ansatz des Model Code 1990 dargestellt.

Für Betone mit einem Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnis $\geq 0,70$ (hier: M8) wird die Grenze zwischen erstem und zweitem Bereich bei Erstarrungsbeginn zuzüglich 1,2 d gewählt; dies entspricht rd. 3,0 d. Die Modellierung der beiden Bereiche erfolgt ansonsten wie bereits erläutert.

S-förmige Kurvenverläufe können durch die Klasse der sog. Sigmoidkurven abgebildet werden. Ein Vertreter dieser Klasse und eine z.B. für Wachstumsprozesse häufig angewendete Funktionenart sind die logistischen Funktionen (auch logistische Verteilung genannt). Logistische Funktionen haben grundsätzlich die Form:^{268, 269}

$$y(t) = \frac{K}{1 + C \cdot \exp(-r \cdot t)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{x_0 - 1} \cdot \exp(-r \cdot t)} \quad (\text{F.2})$$

Zur Veranschaulichung von Gleichung (F.2) sind in Bild F.4, obere vier Diagramme, die Kurvenverläufe für $x_0 = 0,01 \dots 0,08$ und $r = 1,5$ (links oben), 3,0 (rechts oben) und 5,0 (links unten) gezeigt. Logistische Funktionen sind durch zwei horizontale Asymptoten geprägt. Im rechts unten dargestellten Diagramm ist die Vorgehensweise der Skalierung o.g. Funktion auf die gewünschten y- und x-Endwerte für die Modellierung der E-Modul-Entwicklung exemplarisch gezeigt. Für die Modellierung der zeitlichen Entwicklung des statischen E-Moduls der untersuchten Betone wird in einem ersten Schritt x_0 auf 0,01 h und der Faktor r auf 5 gesetzt. Die somit erzeugte logistische Ausgangskurve wird dann, wie in Bild F.4 unten rechts dargestellt, manuell auf den E-Modul und zum entsprechenden Zeitpunkt nach dem Erstarrungsbeginn skaliert. Der E-Modul bei Erstarrungsbeginn wurde vereinfachend zu 100 N/mm^2 angenommen. Aus den daraus resultierenden Wertepaaren werden mit Hilfe der in Arnold²⁶⁹ erläuterten Minimierungsmethode die Parameter der zugehörigen logistischen Kurve gefittet. Die damit eindeutig definierte logistische Funktion dient nun zur Berechnung der E-Moduln zu beliebigen Zeitpunkten im jeweiligen ersten Zeitbereich. An das Ende der logistischen Funktion schließt, wie bereits erwähnt, die Exponentialfunktion des Model Code 1990 an. Die beiden unteren Diagramme in Bild F.4 zeigen beispielhaft in zeitlich linearer bzw. logarithmischer Skalierung eine resultierende Modellkurve für den statischen E-Modul.

²⁶⁷ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

²⁶⁸ Weisstein: Logistic equation.

²⁶⁹ Arnold: Fitting a logistic curve to data.

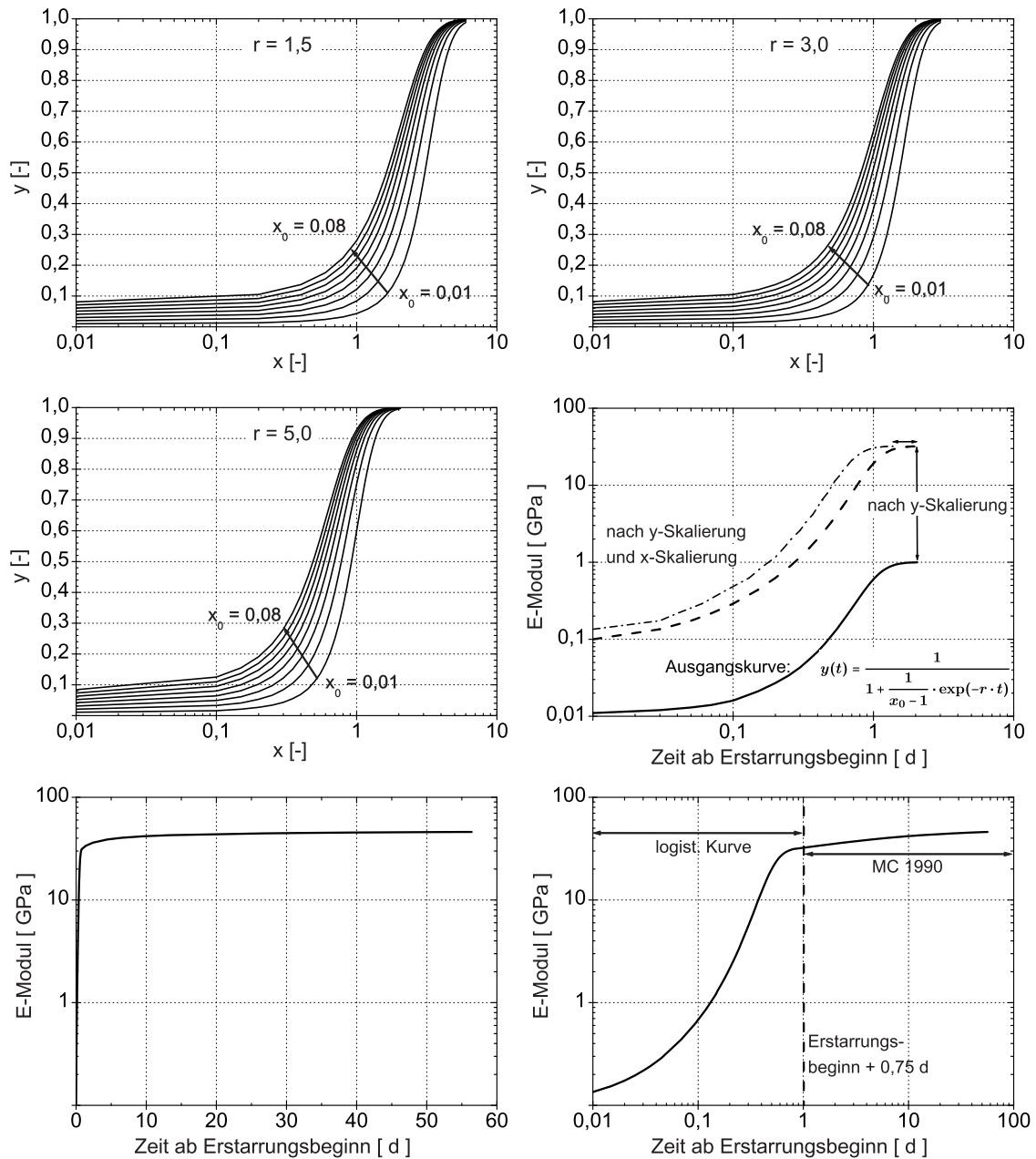


Bild F.4: Obere vier Diagramme: Beispielfhafte Darstellung des Verlaufs der logistischen Funktion für verschiedene Funktionsparameter; untere Diagramme: Beispielfhafte Modellkurve der zeitlichen Entwicklung des stat. E-Moduls in linearer (links) und logarithmischer (rechts) Skalierung

Tabelle F.5: Rechnerische E-Modul-Entwicklung der Betone M1, M3 bis M7 und M2

Wahres Alter [h]	E-Modul [N/mm ²]	
	M1, M3 bis M7	M2
8,0	220	410
14,0	4.740	7.850
24,0	32.102	31.479
38,0	35.425	34.626
60,3	38.623	37.753
95,5	41.369	40.436
151,4	43.688	42.703
240,0	45.622	44.594
380,4	47.220	46.155
602,9	48.528	47.435
955,5	49.594	48.476
1.514,3	50.457	49.319
2.400,0	51.153	50.000

Tabelle F.6: Rechnerische E-Modul-Entwicklung des Betons M8

Wahres Alter [h]	E-Modul M8 [N/mm ²]
	10,6
32,9	20
70,0	33.564
110,9	35.772
175,8	37.629
278,7	39.173
441,7	40.445
700,0	41.484
1.109,4	42.328
1.758,3	43.011
2.786,8	43.562
4.416,7	44.004
7.000,0	44.358

Für die E-Modul-Entwicklung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Betone ergeben sich die in Tabelle F.5 und Tabelle F.6 zusammengestellten Werte; diese wurden für die FE-Berechnungen in FEMMASSE[®] implementiert. Die diskreten Zeitpunkte wurden so gewählt, dass sie den Anforderungen aus der in Anhang H erläuterten Modellierung der Viskoelastizität an die Intervalle der Belastungszeitpunkte genügen.

G. Schwinden von UHPC - Literaturstudie zu Schwindversuchen und Ableitung von Modellgleichungen

Vorbemerkungen

Die Entstehung der auf der Faseroberfläche wirkenden Radialdruckspannungen geht grundsätzlich auf ggf. vorhandene Differenzen zwischen den Nullspannungstemperaturen der Matrix und der Faser, unterschiedliche Wärmedehnzahlen der Matrix und der Faser sowie auf die zum Teil behinderte Schwindverformung der Matrix zurück. Die last- und temperaturunabhängigen Verformungen von Beton unter konservierenden Bedingungen werden üblicherweise in das chemische Schrumpfen bzw. Schwinden und das autogene Schwinden unterteilt, siehe z.B. Grübl et al.²⁷⁰. Das chemische Schrumpfen bzw. Schwinden resultiert aus der Volumenänderung, welche die Hydratationsreaktion der einzelnen Klinkerphasen mit sich bringt. Diese Volumenänderung kann anhand der stöchiometrischen Gleichungen der Hydratationsreaktion berechnet werden, siehe z.B. Paulini²⁷¹ für die Phasen des Portlandzementklinkers sowie Reschke²⁷² für Silikastaub. Solange der Beton noch als flüssige Phase betrachtet werden kann, führt die o.g. Volumenänderung auch im gleichen Maß zu einer messbaren Verformung des Betons. Etwa ab Beginn der Erstarrung, d.h. ab der Ausbildung eines Gefüges und der mechanischen Eigenschaften, resultiert die Volumenänderung zu einem erheblichen Teil in der Bildung der Gelporen im Zementstein;²⁷⁰ nur ein kleiner Teil der Volumenänderung ist als Verformung messbar. Bei Betonen mit w/z -Werten unterhalb von rd. 0,38 kommt es mit fortschreitender Hydratationsreaktion zudem zu einer sogenannten inneren Selbst austrocknung. Diese führt zur Bildung eines Unterdrucks im Gefüge und somit zu einer zusätzlichen Verformung des Betons, dem sogenannten autogenen Schwinden. Eine quantitative Trennung der vorgenannten Anteile der Schwindverformung kann aufgrund der Überlagerung der Gefügeausbildung mit den beiden Mechanismen nicht durchgeführt werden.²⁷⁰

Neben den vorgenannten Mechanismen kann es in Abhängigkeit der Umgebungsbedingungen auch zum sog. Trocknungsschwinden kommen. Dies spielt jedoch für die Betrachtungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine Rolle.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Probekörper für die Einzelfaser-pull-out-Versuche (Zylinder mit einem Durchmesser von 35 mm und einer Höhe von 15 mm) haben im Vergleich zu üblichen Bauteilen sehr kleine Abmessungen. Unmittelbar nach der Herstellung bis zum Beginn der Wärmebehandlung wurden sie in einem Feuchteschrank bei 20 °C und 100 % r.F. gelagert. Die Frischbetontemperatur lag zwischen 28 °C und 30 °C. Aufgrund der geringen Abmessungen der Proben und der Lagerung im temperierten Feuchteschrank wird vereinfachend von isothermen Verhältnissen bis zum Beginn der Wärmebehandlung im Alter von 120 h ausgegangen. Weiterhin wird vereinfachend angenommen, dass sich die Wärmedehnzahl

²⁷⁰ Grübl et al.: Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften.

²⁷¹ Paulini: A weighing method for cement hydration.

²⁷² Reschke: Der Einfluss der Granulometrie der Feinstoffe auf die Gefügeentwicklung und die Festigkeit von Beton.

während der Wärmebehandlung der Proben nicht mehr verändert. Zu der hier durchgeführten, vereinfachten rechnerischen Abschätzung der Radialdruckspannungen werden somit die Schwindverformungen und das viskoelastische Verhalten in Kombination mit der zeitlichen Entwicklung des E-Moduls benötigt. Da im Rahmen des experimentellen Teils der Arbeit keine Schwindversuche durchgeführt wurden, werden entsprechende Versuchsergebnisse und Modellgleichungen für das autogene Schwinden aus der Literatur zusammengetragen und für die betrachteten Betone aufbereitet. Entsprechend der vorgenannten Lagerung der Proben wird vereinfachend von konservierenden Bedingungen bis zur Prüfung ausgegangen. Eine Austrocknung der Probekörper und ein damit verbundenes Trocknungsschwinden wird somit ausgeschlossen. Daher muss für die FE-Berechnungen zur Entwicklung der Radialdruckspannungen nur das chemische und autogene Schwinden berücksichtigt werden.

Übersicht relevanter Berechnungsansätze zur Vorhersage und Beschreibung des freien autogenen Schwindens

Einführung

Die folgenden Abschnitte sollen einen Überblick zu gängigen Vorhersageformeln für das autogene Schwinden geben. Nach Kenntnis des Verfassers liegen für UHPC keine derartigen Arbeiten in der Literatur vor. Von einigen Autoren wurden Untersuchungen an Zementleimen mit für UHPC typischen w/z -Werten durchgeführt und anhand der Ergebnisse Fitfunktionen abgeleitet. Da das Schwindverhalten von Zementleimen sich wegen der verformungsbehindernden Wirkung der inerten Stoffe signifikant von entsprechenden Betonen unterscheidet, wird im Folgenden zunächst auf eine vereinfachende Umrechnungsmöglichkeit eingegangen. Im Anschluss daran werden Fitfunktionen für Betone unterschiedlicher Bindemittelzusammensetzungen zusammengefasst. Die im Folgenden zusammengetragenen Berechnungsansätze werden im weiteren Verlauf dieses Kapitels auf die Ergebnisse von Schwindversuchen aus der Literatur angewendet. Damit sollen schließlich für die untersuchten Betone anwendbare Berechnungsansätze zur Vorhersage des freien autogenen Schwindens abgeleitet werden.

Zusammenhang zwischen dem Schwindverhalten von Zementleim und Beton

Für die Übertragung der gemessenen Schwindverformungen eines Zementleims auf einen entsprechenden Mörtel oder Beton stehen mehrere Ansätze zur Verfügung, siehe z.B. Dissertation Koenders²⁷³. Eine naheliegende und einfache Möglichkeit ist nach Koenders²⁷³ die Betrachtung des Mörtels oder Betons als Zweiphasensystem, bestehend aus zwei parallel-seriell geschalteten Phasen; eine der beiden Phasen umfasst das Volumen des Bindemittels, welches im Verlauf der Hydratation mit dem Wasser reagiert. Die zweite Phase besteht aus der schwindbehindernden inerten Gesteinskörnung und dem unreaktierten Anteil des Bindemittels. Bei einem derartigen Zweiphasenansatz werden zwar Effekte wie die Ausbildung einer ITZ und einer Mikrorissbildung um die Gesteinskörner nicht berücksichtigt, für eine erste Näherung dürfte der Ansatz dennoch brauchbar sein. Für das Verhältnis aus Schwindverformung des Betons $\varepsilon_{as,c}$ und Schwindverformung des reagierten Anteils des Bindemittels $\varepsilon_{as,p}$ gilt nach Koenders²⁷³ folgender

²⁷³ Koenders: Simulation of volume changes in hardening cement-based materials.

Zusammenhang:

$$\frac{\varepsilon_{as,c}}{\varepsilon_{as,p}} = (1 - x) + \frac{x}{1 + \frac{E_a}{E_p} \cdot \frac{x}{1-x}} \quad (\text{G.1})$$

Die sogenannte „verschmierte Bindemittelleimschichtdicke“ x wird aus dem Zusammenhang $V_a = x^2$ vereinfachend abgeschätzt.²⁷⁴ Dies basiert auf einem Ansatz von Counto²⁷⁵ zur Abschätzung des E-Moduls von Zweiphasensystemen. In Gleichung (G.1) bezeichnet E_a den E-Modul der inertten schwindbehindernden Stoffe (im Wesentlichen Gesteinskörnung), V_a entspricht dem zugehörigen Volumenanteil. Da sich der E-Modul des Bindemittels im Laufe der Zeit nach der Wasserzugabe verändert, kann Gleichung (G.1) nur als Näherung angesehen werden. Um eine exakte Lösung zu erhalten, müsste in Gleichung (G.1) für E_p die zeitliche Entwicklung $E_p(t)$ eingesetzt werden und über den jeweils betrachteten Zeitraum integriert werden. Dies wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit der Einfachheit halber nicht weiter verfolgt.

Für o.g. Gleichung (G.1) wird demnach der E-Modul des Zementleims E_p benötigt. Da im Rahmen von Versuchsprogrammen i.d.R. jedoch nur der E-Modul des UHPC E_c ermittelt wird, muss E_p anhand von E_c über ein entsprechendes Modell abgeschätzt werden. Diese Abschätzung kann über den bereits erwähnten Ansatz von Counto²⁷⁵ (Gleichung (G.2)) oder z.B. über einen ähnlichen, von Hobbs²⁷⁶ veröffentlichten Zusammenhang erfolgen, siehe Gleichung (G.3).

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1 - \sqrt{V_a}}{E_p} + \frac{1}{\left(\frac{1 - \sqrt{V_a}}{\sqrt{V_a}}\right) \cdot E_p + E_a} \quad (\text{G.2})$$

$$E_c = \left[\frac{(E_a - E_p) \cdot V_a + E_p + E_a}{(E_p - E_a) \cdot V_a + E_p + E_a} \right] \cdot E_p \quad (\text{G.3})$$

Die Auflösung der vorgenannten Gleichungen nach E_p ergibt jeweils eine Wurzelfunktion. Eine Analyse der resultierenden E-Moduln E_p des Zementleims (Annahmen für die Berechnungen: $E_a = 60.000 \text{ N/mm}^2$, $V_a = 0,70$, $E_c = 100 \dots 60.000 \text{ N/mm}^2$) ergab, dass sich die beiden Rechenansätze bis zu einem E-Modul $E_c = 20.000 \text{ N/mm}^2$ um rd. 8% unterscheiden. Diese Differenz nimmt mit steigendem E-Modul E_c weiter ab und beträgt bei $E_c = 50.000 \text{ N/mm}^2$ rd. 1%. Die beiden Ansätze ergeben demnach vergleichbare rechnerische E-Moduln. Für die folgende Studie wird der von Counto²⁷⁵ (Gleichung (G.2)) hergeleitete Zusammenhang weiterverfolgt.

Fitfunktionen zur Abschätzung des autogenen Schwindens unter konservierenden Bedingungen von Portlandzementleim ab 1 Tag

Tazawa und Miyazawa²⁷⁷ führten Versuche zum Einfluss der Zement- und Zusatzstoffart auf das Schwinden von Zementleimen mit w/z -Werten von 0,17, 0,30 und 0,40 durch. Darauf aufbauend leiteten sie für den Einfluss der klinkermineralogischen Zusammensetzung des Zements (Berechnung nach Bogue) eine Vorhersageformel für das Schwinden von Zementleim bei einem w/z -Wert von 0,30 ab, Gleichung (G.4).

$$\varepsilon_{as}(t) = -0,012 \cdot \alpha_{C_3S}(t) \cdot C_3S - 0,070 \cdot \alpha_{C_2S}(t) \cdot C_2S + 2,256 \cdot \alpha_{C_3A}(t) \cdot C_3A + 0,859 \cdot \alpha_{C_4AF}(t) \cdot C_4AF \quad (\text{G.4})$$

²⁷⁴ Koenders: Simulation of volume changes in hardening cement-based materials.

²⁷⁵ Counto: The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete.

²⁷⁶ Hobbs: Influence of aggregate restraint on the shrinkage of concretes.

²⁷⁷ Tazawa u. Miyazawa: Autogenous shrinkage of concrete and its importance in concrete technology.

Hierbei entspricht $\alpha_i(t)$ dem Hydratationsgrad in [%] des jeweiligen Klinkerminerals zum Zeitpunkt t ; der Hydratationsgrad wird in Gleichung (G.4) mit dem entsprechenden Gehalt in [M.-%] des Minerals multipliziert. Die enthaltenen Vorfaktoren sind so gewählt, dass für die Betrachtungszeitpunkte 7 d, 14 d, 28 d und 70 d nach Beginn der Schwindmessung die resultierenden, experimentell ermittelten Schwindverformungen (Beginn der Messung: 24 h nach Wasserzugabe) mit minimalem Fehler abgebildet werden. Tazawa und Miyazawa²⁷⁸ untersuchten sieben verschiedene Zemente mit einem w/z -Wert von 0,30. Für das gesamte Spektrum an untersuchten Zementleimen war die Übereinstimmung zwischen den berechneten und den gemessenen Schwindwerten gut. Vorgenannte Vorhersageformel wurde in Tazawa und Miyazawa²⁷⁹ nochmals veröffentlicht.

Miyazawa und Tazawa²⁸⁰ erweiterten o.g. Vorhersageformel für einen w/z -Wert von 0,30 um den Einfluss der Feinheit des Zements, siehe Gleichung (G.5); sie erarbeiteten auch eine zweite Formel für einen w/z -Wert von 0,20, Gleichung (G.6).

$$\varepsilon_{as}(t) = -0,069 \cdot \alpha_{C_3S}(t) \cdot C_3S - 0,114 \cdot \alpha_{C_2S}(t) \cdot C_2S + 1,566 \cdot \alpha_{C_3A}(t) \cdot C_3A + 1,558 \cdot \alpha_{C_4AF}(t) \cdot C_4AF + 0,224 \cdot BLAINE - 1.606 \quad (G.5)$$

$$\varepsilon_{as}(t) = -0,051 \cdot \alpha_{C_3S}(t) \cdot C_3S - 0,025 \cdot \alpha_{C_2S}(t) \cdot C_2S + 2,016 \cdot \alpha_{C_3A}(t) \cdot C_3A + 1,106 \cdot \alpha_{C_4AF}(t) \cdot C_4AF + 0,195 \cdot BLAINE - 960 \quad (G.6)$$

Dabei wird der Blaine-Wert in cm^2/g eingesetzt.

Vorhersageformel für das autogene Schwinden von Portlandzementbeton ab Erstarrungsbeginn

Tazawa und Miyazawa²⁸¹, siehe auch Miyazawa und Tazawa²⁸⁰, entwickelten neben dem o.g. Zusammenhang zwischen der Zusammensetzung und der Feinheit des Zements und dem Zuwachs der Schwindverformung von Zementleimen ab 1 d auch eine Vorhersageformel für den zeitlichen Verlauf und die Größe der Schwindverformung von Beton, siehe Gleichung (G.7).

$$\varepsilon_{as}(t) = \gamma \cdot 3,070 \cdot \exp(-7,2 \cdot w/z) \cdot \left[1 - \exp(-a \cdot (t - t_0)^b) \right] \quad (G.7)$$

Hierbei beschreibt der Beiwert γ den Einfluss der Zementart, a und b sind Fitfaktoren in Abhängigkeit des Zements und t_0 der Zeitpunkt des Erstarrungsbeginns. Die Fitfaktoren ergeben sich in Abhängigkeit des w/z -Werts aus:

$$a = 3,27 \cdot \exp(-6,83 \cdot w/z) \quad (G.8)$$

$$b = 0,25 \cdot \exp(2,49 \cdot w/z) \quad (G.9)$$

Tazawa und Miyazawa²⁸¹ ermittelten die vorgenannten Zusammenhänge aus Experimenten an Betonen mit vier verschiedenen Zementen und w/z -Werten von 0,18 bis 0,65. Der zeitliche Verlauf der Schwindverformung wird allerdings v.a. bei Betonen mit w/z -Werten unterhalb von 0,30 und bis zu einem Alter von 10 Tagen nur sehr unbefriedigend abgebildet. Die Schwindwerte ab etwa 10 d nach Erstarrungsbeginn werden hingegen mit guter Übereinstimmung vorausgesagt. Die klinkermineralogische Zusammensetzung der vier Zement ist zusammen mit dem Blaine-Wert in Tabelle G.1 angegeben. Für die Modellierung des Schwindverhaltens be-

²⁷⁸ Tazawa u. Miyazawa: Autogenous shrinkage of concrete and its importance in concrete technology.

²⁷⁹ Tazawa u. Miyazawa: Influence of cement and admixture on autogenous shrinkage of cement paste.

²⁸⁰ Miyazawa u. Tazawa: Prediction model for autogenous shrinkage of concrete with different type of cement.

²⁸¹ Tazawa u. Miyazawa: Effect of constituents and curing condition on autogenous shrinkage of concrete.

Tabelle G.1: Eigenschaften der von Tazawa und Miyazawa²⁸² verwendeten Zemente und Faktor γ für die Berechnung der Schwindverformung

Zement	Blaine	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF	γ
[-]	[cm ² /g]	[M. - %]				[-]
1	3.280	54	21	8	8	1,00
2	4.420	63	11	8	8	1,20
3	3.240	44	34	4	12	0,85
4	3.350	30	52	3	9	0,40

liebiger Betone mit Portlandzement als Hauptkomponente des Bindemittels wird der vorgenannte Formelapparat von Tazawa und Miyazawa²⁸² durch eigene Überlegungen erweitert. Aus den in Tabelle G.1 zusammengestellten Werten kann mit Hilfe der Fehlerquadratmethode eine vereinfachte lineare Korrelation zwischen der klinkermineralogischen Zusammensetzung und dem Faktor γ hergestellt werden. Die Durchführung der Fehlerquadratmethode wurde in MATLAB® realisiert. Das Ergebnis dieser Korrelationsrechnung ist in Gleichung (G.10) wiedergegeben:

$$\gamma = 0,0140 \cdot C_3S - 0,0074 \cdot C_2S + 0,0141 \cdot C_3A + 0,0356 \cdot C_4AF \quad (\text{G.10})$$

Letztgenannter Zusammenhang wird für die im Rahmen der eigenen Versuche verwendeten Zemente angewendet.

Vorhersageformel für das autogene Schwinden von Portlandzementbeton mit Hüttensandmehl ab Erstarrungsbeginn

Die bisher vorgestellten Vorhersageformeln von Tazawa und Miyazawa²⁸² gelten für Betone mit Portlandzementen. Streng genommen ist der Effekt von Zusatzstoffen in den Zusammenhängen nicht enthalten. Für Silikastaub wird im Rahmen dieser Arbeit vereinfachend angenommen, dass der Ansatz des w/b-Werts anstelle des w/z-Werts die Wirkung des Silikastaubs indirekt und mit ausreichender Näherung berücksichtigt. Kommen Hüttensandmehle im UHPC zum Einsatz, so wird i.d.R. der Zementgehalt so stark reduziert, dass der Ablauf der Gefügeentwicklung, die Entwicklung der mechanischen Eigenschaften sowie auch das Schwindverhalten nicht mehr vergleichbar ist mit den üblichen Portlandzementbetonen. Aus diesem Grund werden im Folgenden vereinfachte Ansätze auf Basis der Literatur zur Abschätzung des Schwindverhaltens hüttensandhaltiger UHPCs erarbeitet. Dazu werden zunächst die wichtigsten Erkenntnisse der wenigen Literaturstellen zu UHPCs mit Hüttensandmehl zusammengefasst.

Eppers²⁸³ führte Untersuchungen an einem Beton mit reduziertem Gehalt an Portlandzementklinker, Hüttensandmehl und Silikastaub als Bindemittel durch (Beton 1A BFS: 200 kg/m³ CEM I 52,5 R-HS, 600 kg/m³ Hüttensandmehl, 130 kg/m³ Silikastaub, w/z = 0,92). Die Schwindmessungen wurden jedoch nur ab Beginn der Spannungsentwicklung im Ringrissversuch bis zu einem Alter von 24 h dargestellt. Somit liegen nur 9 h der zeitlichen Entwicklung der Schwindverformung vor. Nach 9 h betrug die Schwindverformung des Betons 1A BFS mit Hüttensandmehl rd. 0,503‰. Im Vergleich zum Beton 1A wurden beim Beton 1A BFS 600 kg/m³ des Zements durch Hüttensandmehl ausgetauscht. Bis auf den Fließmittelgehalt

²⁸² Tazawa u. Miyazawa: Effect of constituents and curing condition on autogenous shrinkage of concrete.

²⁸³ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

wurden die Anteile aller weiteren Bestandteile der Mischung konstant gehalten. Der Beton 1A (800 kg/m^3 CEM I 52,5 R-HS, 130 kg/m^3 Silikastaub, $w/z = 0,23$) wies 9 h nach Beginn der Spannungsentwicklung eine Schwindverformung von rd. $0,708\%$ auf; ein Großteil der gesamten Schwindverformungen war beim Beton 1A zu diesem Zeitpunkt bereits abgeklungen. Aufgrund der nur fragmentarisch vorliegenden Schwindkurve des Betons 1A BFS können jedoch aus der Dissertation von Eppers²⁸⁴ keine weiteren Rückschlüsse zum Einfluss von Hüttensandmehl auf das Schwindverhalten gezogen werden.

Schachinger²⁸⁵ untersuchte im Rahmen seiner Dissertation u.a. das Schwindverhalten eines UHPCs mit 981 kg/m^3 CEM III B 42,5 NW/HS und 118 kg/m^3 Silikastaub als Bindemittel. Der Hochofenzement enthielt 68,8 M.-% Hüttensand. Der Beton enthielt somit rd. 306 kg/m^3 Portlandzementklinker und 675 kg/m^3 Hüttensandmehl. Das Verhältnis aus Gesamtwasser zu Portlandzementklinker betrug 0,76. Der Silikastaubgehalt betrug 118 kg/m^3 . Da sich die Zusammensetzung des Hochofenzementbetons in mehreren Punkten von den von Schachinger²⁸⁵ untersuchten Portlandzementbetonen unterscheidet, können ein direkter Vergleich sowie Rückschlüsse zum Einfluss des Hüttensands nicht gezogen werden. Weder der Gehalt an inerten Bestandteilen, noch das Verhältnis von Zementklinker zu Silikastaub, wurden konstant belassen. Dennoch können einige qualitative Feststellungen für die Schwindverformungen ab Erstarrungsende notiert werden. Der Hochofenzementbeton zeigte nach einem Schwinden innerhalb der ersten 20 h ein geringes Quellen. Schachinger²⁸⁵ vermutet die Ursache hierfür in dem etwas erhöhten Verhältnis von $\text{SO}_3/\text{K}_2\text{O}$. Nach der etwa 10 h andauernden Phase des Quellens (Quellverformung etwa 0,05 bis $0,10\%$) setzten sich die Schwindverformungen fort und waren auch im Alter von 56 d noch nicht abgeschlossen.

Lee et al.²⁸⁶ stellten mit steigendem Anteil an Hüttensandmehl - unabhängig vom w/b -Wert - eine Zunahme des autogenen Schwindens von Beton fest. Gleiches wurde auch von einer Reihe weiterer Autoren berichtet, siehe Tazawa und Miyazawa²⁸⁷, Lim und Wee²⁸⁸, Lura et al.²⁸⁹ und Saric-Coric und Aitcin²⁹⁰. Lee et al.²⁸⁶ machen hierfür im Wesentlichen das durch den Einsatz von Hüttensandmehl resultierende „feinporigere“ Gefüge und die damit verbundenen höheren Unterdrücke in den Gelporen verantwortlich. Wei et al.²⁹¹ interpretieren den zeitlichen Verlauf der Schwindverformungen von Betonen mit unterschiedlichen Gehalten an Hüttensandmehl in etwas detaillierterer Weise. Das festgestellte geringere Schwinden in den ersten zehn Tagen der Betone mit Hüttensand führen sie auf die im Vergleich zum Portlandzement deutlich langsamere Hydratation des Hüttensands und den infolge des Zementaustauschs höheren w/z -Wert zurück. Ab etwa zehn Tagen klingt die Hydratationsreaktion des Zements deutlich ab, während die Reaktion des Hüttensands stetig weiterläuft; bereits nach wenigen Tagen weisen die Betone mit Hüttensandmehl dann größere Schwindverformungen als reine Portlandzementbetone auf. Auch nach 90 d war noch keine Verringerung der Schwindrate bei den Betonen mit Hüttensandmehl erkennbar. Eine höhere Feinheit des Hüttensandmehls ist mit größeren anfänglichen

²⁸⁴ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

²⁸⁵ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

²⁸⁶ Lee et al.: Autogenous shrinkage of concrete containing GBFS.

²⁸⁷ Tazawa u. Miyazawa: Influence of cement and admixture on autogenous shrinkage of cement paste.

²⁸⁸ Lim u. Wee: Autogenous shrinkage of ground GBFS concrete.

²⁸⁹ Lura et al.: Effect of curing temperature and type of cement on early-age shrinkage of HPC.

²⁹⁰ Saric-Coric u. Aitcin: Influence of curing conditions on shrinkage of blended cements containing various amounts of slag.

²⁹¹ Wei et al.: Unified shrinkage model for concrete from autogenous shrinkage test on paste with and without ground GBFS.

Tabelle G.2: Fitparameter γ_{cm} , a und b für die Berechnung der Schwindverformung von hüttensandhaltigen Betonen nach Lee et al.²⁹³

Zement/HSM [M.-%/M.-%]	w/b-Wert	γ_{cm} [-]	a	b
100/0	0,27	1,00	1,121	0,185
70/30	0,27	1,20	0,516	0,358
50/50	0,27	1,27	0,466	0,344

Schwindverformungen verbunden; im hohen Alter (Größenordnung 1 a) vereinheitlichen sich die Schwindverformungen der Betone mit Hüttensandmehl unterschiedlicher Feinheit.²⁹²

Anhand der vorgenannten Aspekte kann zunächst Folgendes qualitativ zusammengefasst werden: Im Falle des Betons M3 ist im Vergleich zu den Betonen M1 und M4 bis M7 - auch im sehr jungen Alter - von größeren Schwindverformungen auszugehen. Beim Beton M3 wurde der Anteil an Zement und Wasser konstant gehalten und im Vergleich zu den anderen Mischungen das Quarzmehl volumetrisch durch Hüttensandmehl ausgetauscht. Demnach wurde der Gehalt an reaktiven und schwindfähigen Bestandteilen erhöht. Die durchgeführte Wärmebehandlung dürfte die Reaktion des Hüttensandmehls stark beschleunigt und somit zu einem vergleichsweise höheren Schwinden geführt haben.

Beim Beton M8 mit extrem reduziertem Zementgehalt (220 kg/m^3 , w/z-Wert = 0,89) ist von einer stark verzögerten Entwicklung der Schwindverformungen auszugehen. Da der Gehalt an Bindemittel mit rd. 670 kg/m^3 etwas geringer ist als bei den Mischungen M1 und M4 bis M7 (Bindemittelgehalt: 818 kg/m^3), jedoch von einem größeren Beitrag des Hüttensandmehls auszugehen ist, kann zu der Mischung M8 zunächst keine Prognose zur Schwindverformung gegeben werden.

Lee et al.²⁹³ führten, wie bereits erwähnt, eine Reihe von Versuchen zum Einfluss des w/z-Werts (0,27, 0,32, 0,37 und 0,42) und des Anteils des Hüttensandmehls bezogen auf den Bindemittelgehalt (0%, 30% und 50%) auf das Schwinden von Beton durch. Darauf aufbauend und in Anlehnung an Tazawa und Miyazawa²⁹⁴ entwickelten sie Fitformeln für die Abbildung der zeitlichen Entwicklung der Schwindverformung, siehe Gleichung (G.11).

$$\varepsilon_{as}(t) = \gamma_{cm} \cdot 2,080 \cdot \exp(-7,4 \cdot w/b) \cdot \exp \left\{ a \cdot \left[1 - \left(\frac{28 - t_0}{t - t_0} \right)^b \right] \right\} \quad (\text{G.11})$$

Hierbei wird der w/b-Wert aus dem Verhältnis der Menge des Anmachwassers zur Summe aus Portlandzement und Hüttensandmehl gebildet. Silikastaub wurde im Rahmen der Untersuchungen von Lee et al.²⁹³ nicht verwendet. Für den Faktor γ_{cm} geben Lee et al.²⁹³ in Abhängigkeit des w/b-Werts und der Austauschrate des Hüttensandmehls tabellarisch Werte an. Die aus deren Versuchen resultierenden Parameter für o.g. Fitkurve sind in Tabelle G.2 für einen w/b-Wert von 0,27 wiedergegeben. Um für die in dieser Arbeit untersuchten, hüttensandmehlhaltigen Betone die entsprechenden Werte für γ_{cm} abschätzen zu können, wird auf Basis der von

²⁹² Saric-Coric u. Aitcin: Influence of curing conditions on shrinkage of blended cements containing various amounts of slag.

²⁹³ Lee et al.: Autogenous shrinkage of concrete containing GBFS.

²⁹⁴ Tazawa u. Miyazawa: Effect of constituents and curing condition on autogenous shrinkage of concrete.

Tabelle G.3: Verwendete Algorithmen und Qualität der Ergebnisse der Fehlerquadratmethode für Faktoren und Konstanten zur Abschätzung des Schwindens von hüttensandmehlhaltigen Betonen

Größe	Algorithmus	Verhältnis Fit/Original	
		Min	Max
γ_{cm}	non negative lin. least square	0,94	1,09
a	non negative lin. least square	0,92	2,12
b	non negative lin. least square	0,85	1,11

Lee et al.²⁹⁵ angegebenen Betonzusammensetzungen und den entsprechenden Parametern für Gleichung (G.11) eine vereinfachte Fitfunktion mit Hilfe der Fehlerquadratmethode entwickelt. Gleiches wird auch für die Konstanten a und b aus Gleichung (G.11) durchgeführt. Die Fitfunktion hat zunächst die allgemeine Form:

$$\text{Konstante} = A \cdot C_3S + B \cdot C_2S + C \cdot C_3A + D \cdot C_4AF + E \cdot w/b + F \cdot HSM \quad (\text{G.12})$$

Hierbei wird der w/b -Wert als Verhältnis aus Gesamtwasser zu der Summe aus Zement, Hüttensandmehl und Silikastaub ermittelt, der Gehalt an Klinkermineralien wird auf den Beton bezogen (kg/m^3) und HSM ($[-]$) entspricht dem Anteil an Hüttensandmehl in Bezug auf den Bindemittelgehalt (Bindemittel: Zement + HSM + SF). Reine Portlandzementbetone wurden für die Ermittlung der Fitfunktionen außer Acht gelassen. Für den Faktor γ_{cm} bzw. die Konstanten a und b ergeben sich schließlich folgende Fitfunktionen:

$$\gamma_{cm} = 3,0199 \cdot w/b + 1,0581 \cdot HSM \quad (\text{G.13})$$

$$a = 0,0062 \cdot C_3A + 3,1139 \cdot w/b \quad (\text{G.14})$$

$$b = 0,0062 \cdot C_3A + 0,4280 \cdot HSM \quad (\text{G.15})$$

Tabelle G.3 gibt einen Überblick zu den verwendeten Lösungsalgorithmen und der erzielten Qualität der Vorhersage anhand der Daten von Lee et al.²⁹⁵; bei der Vorhersage des Faktors γ_{cm} durch Gleichung (G.13) müssen Fehler von -6% bis $+9\%$ in Kauf genommen werden, bei den Konstanten a und b liegen die Abweichungen der rechnerischen von den von Lee et al.²⁹⁵ veröffentlichten Werten mit rd. -15% bis zu $+112\%$ deutlich ungünstiger. Die angegebenen Fitkurven werden dennoch für die weitere Modellierung des Schwindverhaltens angesetzt.

²⁹⁵ Lee et al.: Autogenous shrinkage of concrete containing GBFS.

Versuche zum freien autogenen Schwinden von UHPC - zusammenfassende Beurteilung der Literatursichtung

Übersicht

Versuche zum freien autogenen Schwinden von UHPC wurden nach Kenntnis des Verfassers bislang von folgenden Autoren publiziert:

1. Eppers²⁹⁶ (Veröffentlichung von Schwindkurven z.T. ab 1 h nach Wasserzugabe)
2. Burkart und Müller²⁹⁷ (Beginn der Messung: 1 d nach Wasserzugabe)
3. Eppers und Müller²⁹⁸ (Veröffentlichung von Schwindkurven ab Erstarrungsbeginn)
4. Schachinger²⁹⁹ (Veröffentlichung von Schwindkurven ab Erstarrungsende)
5. Habel³⁰⁰ (Beginn der Messung: 2 h nach Wasserzugabe; zusätzlich Messung der internen relativen Feuchte)
6. Cheyrezy und Behloul³⁰¹ (Veröffentlichung einer Schwindkurve ab Wasserzugabe)
7. Loukili et al.³⁰² (Beginn der Messung: 1 d nach Wasserzugabe; zusätzlich Messung der internen relativen Feuchte)
8. Loukili et al.³⁰³ (Beginn der Messung: 1 d nach Wasserzugabe).

Die Auswertung der Veröffentlichungen aller o.g. Autoren lies trotz der großen Anzahl an Versuchen die Herleitung von Zusammenhängen zwischen der Betonzusammensetzung und dem Schwindverhalten nicht zu. Dies liegt im Wesentlichen darin begründet, dass hinsichtlich der chemischen Zusammensetzungen der Ausgangsstoffe und hinsichtlich der Betonzusammensetzungen zu viele Unterschiede zwischen den einzelnen Autoren bestehen. Hinzu kommt, dass meist mit verschiedenen Messaufbauten gearbeitet und die Schwindverformungen ab unterschiedlichen Zeitpunkten erfasst wurden. Für die weitere Ableitung von Vorhersageformeln können daher nur allgemeine Tendenzen hinsichtlich des Schwindverhaltens von UHPC aus der Literatur verwendet werden.

Die bereits erläuterten Vorhersageformeln werden im Folgenden - wo möglich - anhand der Ergebnisse aus der Literatur überprüft.

Anwendung von Vorhersageformeln auf Schwindversuche aus der Literatur

Auf den Beton 1A (800 kg/m³ CEM I 52,5 R-HS, 130 kg/m³ Silikastaub, w/z-Wert = 0,230, w/b-Wert = 0,198) aus Eppers²⁹⁶ bzw. aus Eppers und Müller²⁹⁸ wird im Folgenden die Gleichung (G.6) angewendet. Die gemessene Schwindverformung zwischen 1 d und 28 d betrug rd. 0,21‰. Eppers²⁹⁶ nimmt im Rahmen seiner Interpretation der zeitlichen Entwicklung der

²⁹⁶ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

²⁹⁷ Burkart u. Müller: Creep and shrinkage characteristics of UHPC (2009).

²⁹⁸ Eppers u. Müller: Autogenous shrinkage strain of UHPC.

²⁹⁹ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

³⁰⁰ Habel: Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced concrete.

³⁰¹ Cheyrezy u. Behloul: Creep and shrinkage of UHPC.

³⁰² Loukili et al.: Hydration kinetics, change of relative humidity, and autogenous shrinkage of UHSC.

³⁰³ Loukili et al.: A study on delayed deformations of an ultra high strength cementitious material.

zentrischen Zugfestigkeit des Betons 1A ohne weitere Begründung einen maximalen Hydratationsgrad (erreicht im Alter von rd. 140 h bei Normallagerung) von 0,55 an. Dies ist nach Meinung des Verfassers zu hoch angesetzt. Feylessoufi et al.³⁰⁴ geben für einen UHPC mit einem w/z-Wert von 0,16 einen Hydratationsgrad nach 60 h von rd. 0,21 an (kalorimetrische Bestimmung). Schachinger et al.³⁰⁵ ermittelten nach Wärmebehandlung und rd. 8 Jahren Lagerung unter Wasser mit Hilfe von ²⁹Si-NMR-Messungen einen Hydratationsgrad von rd. 0,31; der w/z-Wert betrug in diesem Fall 0,23 (CEM I 42,4 R). Der Hydratationsgrad veränderte sich nach der Wärmebehandlung kaum. Eigene ²⁹Si-NMR-Messungen am Zement ZA (w/z-Wert 0,23) ergaben im Alter von 7 d einen Hydratationsgrad von rd. 0,25. Für die weitere Abschätzung der Schwindverformung des Betons 1A wird vereinfachend und einheitlich für alle Klinkerphasen ein Hydratationsgrad im Alter von 1 d bzw. 28 d von 0,30 herangezogen. Darüber hinaus wurde in Anlehnung an Schachinger et al.³⁰⁵ ein Hydratationsgrad des Silikastaubs von 0,10 im Alter von 1 d und 0,50 im Alter von 28 d angesetzt.

Mit der in Eppers³⁰⁶ angegebenen klinkermineralogischen Zusammensetzung ergibt sich eine rechnerische Schwindverformung von $\varepsilon_{as}(t) = -30 \cdot (-0,051 \cdot 60,3 - 0,025 \cdot 17,4 + 2,016 \cdot 2,0 + 1,106 \cdot 14,3 + 0,195 \cdot 4650 - 960)/1000 = 1,11\%$ für einen Zementleim entsprechend dem Beton 1A. Dieses Berechnungsergebnis für den Zementleim muss nun noch auf den UHPC (Gehalt an reagiertem Bindemittel: 26,4 Vol.-% im Alter von 1 d, 28,6 Vol.-% im Alter von 28 d) übertragen werden. Hierfür wird der bereits erwähnte Ansatz von Koenders³⁰⁷ in Verbindung mit den Ausführungen von Counto³⁰⁸ herangezogen.

Für den Beton 1A aus Eppers und Müller³⁰⁹ ergibt sich bei einer angenommenen maximalen Bandbreite der E-Modul-Verhältnisse von 0,01 bis 1 ein Verhältnis der Schwindverformungen $v_{as} = \varepsilon_{as,c} / \varepsilon_{as,p}$ von rd. 0,15 bis 0,30. Zur genaueren Berechnung des E-Modul-Verhältnisses wird für die inerten quarzitäen Bestandteile des Betons (hier: Quarzsand und Quarzmehl) nach Kollo³¹⁰ ein E-Modul von $E_q = 60.000 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Für die unreaktierten Bestandteile des Zements und des Silikastaubs wurde vereinfachend ebenfalls ein E-Modul von 60.000 N/mm^2 angenommen. Der E-Modul des Betons 1A betrug im Alter von 24 h rd. $E_c = 32.300 \text{ N/mm}^2$. Unter Ansatz der von Counto³⁰⁸ vorgeschlagenen Methode (siehe Gleichung (G.2)) ergibt sich ein rechnerischer E-Modul für den reagierten Anteil des Bindemittels im Alter von 24 h von rd. 9.700 N/mm^2 . Setzt man den von Schachinger³¹¹ angegebenen Zusammenhang für die zeitliche Entwicklung des E-Moduls von UHPC mit Portlandzement an, so würde der Beton 1A von Eppers³⁰⁶ einen 28-Tage-E-Modul von rd. 47.900 N/mm^2 aufweisen; in diesem Fall hätte der reagierte Anteil des Bindemittels einen E-Modul von 28.100 N/mm^2 . Die resultierenden Verhältnisse $\varepsilon_{as,c} / \varepsilon_{as,p}$ sind mit den getroffenen Rechenannahmen in Tabelle G.4 zusammengefasst. Für die Schwindverformung des von Eppers³⁰⁶ untersuchten Betons 1A ergibt sich mit den in Tabelle G.4 genannten Ergebnissen je nach Betrachtungszeitpunkt (bzw. E-Modul) $0,178\%$ bzw. $0,244\%$. Setzt man ein mittleres Verhältnis von $\varepsilon_{as,c} / \varepsilon_{as,p} = (0,16 + 0,22) / 2 = 0,19$ an, so beträgt die resultierende rechnerische Schwind-

³⁰⁴ Feylessoufi et al.: Early ages shrinkage mechanisms of ultra-high-performance cement-based materials.

³⁰⁵ Schachinger et al.: Effect of curing temperature at an early age on the long-term strength development of UHPC.

³⁰⁶ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

³⁰⁷ Koenders: Simulation of volume changes in hardening cement-based materials.

³⁰⁸ Counto: The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete.

³⁰⁹ Eppers u. Müller: Autogenous shrinkage strain of UHPC.

³¹⁰ Kollo u. Lang: Massenbeton - Feuerbeton.

³¹¹ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

Tabelle G.4: Eingangswerte und resultierendes rechnerisches Verhältnis von $\varepsilon_{as,c}/\varepsilon_{as,p}$ zur Korrektur der rechnerischen Schwindwerte nach der Miyazawa-Tazawa-Formel für Beton 1A aus Eppers³⁰⁶

Betonalter Tage [d]	Volumen reag. Bindemittel [Vol.-%]	E-Modul			Verhältnis	
		$E_c^{1)}$ [10 ³ N/mm ²]	$E_a^{2)}$	$E_p^{3)}$	E_p/E_a	$\varepsilon_{as,c}/\varepsilon_{as,p}$ [-]
1	26,4	32,3	60,0 ⁴⁾	9,7 ⁵⁾	0,16	0,16
28	28,6	47,9 ⁶⁾	60,0 ⁴⁾	28,1 ⁵⁾	0,47	0,22

1) UHPC

2) Gesteinskörnung, hier: Quarzsand und Quarzmehl

3) Bindemittelleim, hier: Zement, Silikastaub, Wasser, Fließmittel

4) Annahme für Quarzmehl und Quarzsand

5) gemäß rechnerischer Abschätzung nach Counto

6) gemäß rechnerischer Abschätzung aus 1-Tagewert

verformung zwischen 1 d und 28 d rd. $\varepsilon_{as,c} = 0,19 \cdot 1,11\text{‰} = 0,211\text{‰}$. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass die vorgenannten Vorhersageformeln an Zementleimen ohne Silikastaub kalibriert wurden. Letztgenannter Schwindwert des Betons 1A liegt im Hinblick auf die vorgenannten Aspekte und die getroffenen Annahmen nahe am gemessenen Wert von 0,205‰. Die Differenz zwischen den beiden Werten entspricht rd. 3%. Der hier verwendete Ansatz (siehe Gleichung (G.6)) nach Miyazawa und Tazawa³¹² liefert somit für den Beton 1A akzeptable Ergebnisse für den Zuwachs der Schwindverformung zwischen 1 d und 28 d nach Wasserzugabe.

Für den Zeitraum zwischen Erstarrungsbeginn und 28 d beträgt die experimentell ermittelte Schwindverformung rd. 1,12‰. Nach Gleichung (G.10) ergibt sich für den Zement des Betons 1A ein Faktor γ von 1,570. Hieraus resultiert für den Beton 1A unter Ansatz des w/b-Werts und dem Zusammenhang in Gleichung (G.7) eine rechnerische Schwindverformung für den o.g. Zeitraum von 1,116‰. Der rechnerisch abgeschätzte Wert stimmt hervorragend mit der gemessenen Schwindverformung überein. Die Berücksichtigung des w/b-Werts anstelle des w/z-Werts scheint die Wirkung des Silikastaubs (u.a. Beitrag zur Selbsttrocknung) hinsichtlich des Schwindverhaltens indirekt abzubilden. Da der Berechnungsansatz für Betone (Gleichung (G.7)) weniger Annahmen als jener für Zementleime und die zugehörige Übertragung auf Betone enthält, wird er für die weitere Modellierung bevorzugt.

Ableitung von Vorhersageformeln für die eigenen Betone

Allgemeines Vorgehen

Auf Basis der Literatursichtung kann zusammenfassend zum Schwindverhalten von UHPC Folgendes festgehalten werden: Die Schwindkurven von Betonen mit Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnissen unter rd. 0,3 weisen im Zeitbereich von Erstarrungsbeginn bis rd. 24 h danach bei allen Autoren einen typischen s-förmigen Verlauf auf. Bei CEM III-Zementen bzw. bei Bindemitteln aus Portlandzement und Hüttensandmehl und Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnissen größer als rd. 0,7 erstreckt sich der Zeitbereich ebenfalls bis rd. 24 Stunden nach Erstarrungsbeginn; der Beginn des Erstarrens erfolgt i.d.R.

³¹² Miyazawa u. Tazawa: Prediction model for autogenous shrinkage of concrete with different type of cement.

erst in einem Alter von rd. 1,5 d bis 2 d. Im Anschluss an den s-förmigen Verlauf steigen die Schwindverformungen im zeitlich logarithmisch-skalierten Diagramm in guter Näherung bis mindestens zu einem Alter von 56 d linear an.

Aus diesem Grund wird für die Modellierung der zeitlichen Entwicklung der Schwindverformungen folgende Vorgehensweise gewählt:

1. Modellierung der Schwindverformung ab dem rechn. Erstarrungsbeginn plus 24 h bis in ein Alter von 56 d mit Hilfe von Gleichung (G.7) („Tazawa-Funktion“) bzw. Gleichung (G.11) („Lee-Funktion“).
2. Fit einer s-förmigen Funktion für die zeitliche Entwicklung der Schwindverformung zwischen Erstarrungsbeginn und 24 h nach Erstarrungsbeginn.

Der s-förmige Kurvenverlauf wird durch die bereits in Kapitel F erläuterten logistischen Funktionen generiert. Für die Modellierung des Schwindverhaltens der untersuchten Betone wird x_0 auf 0,01 Stunden, der Faktor r wird auf 5 gesetzt. Die beiden Diagramme in Bild G.1 zeigen beispielhaft eine resultierende Modellkurve.

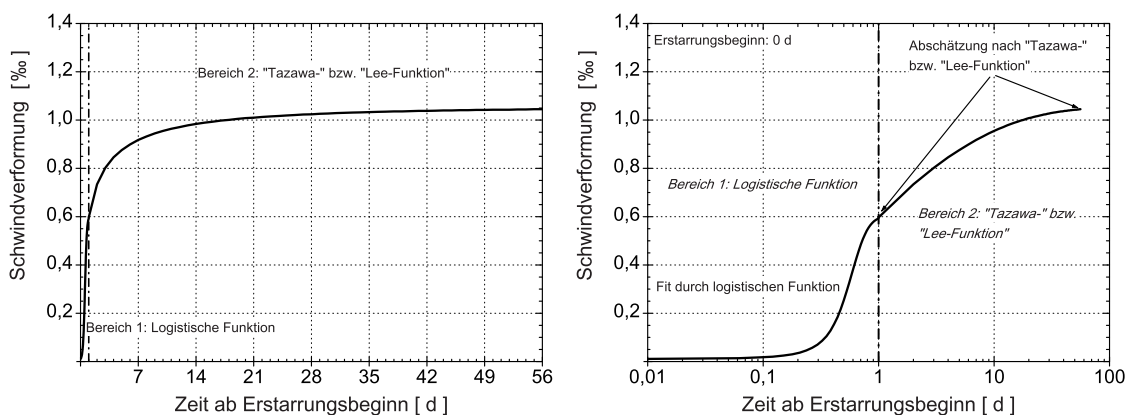


Bild G.1: Beispielhafte Darstellung einer modellierten Schwindkurve im linearen (links) und logarithmischen (rechts) Zeitmaßstab

Schwindverformung der Betone mit $w/z \leq 0,30$

Für die im Rahmen der eigenen Versuche verwendeten Zemente ergeben sich aus Gleichung (G.10) die in Tabelle G.5 genannten Faktoren γ ; in der Tabelle sind auch die rechnerischen Schwindverformungen im Alter von 28 d bzw. 56 d nach Gleichung (G.7) unter Ansatz des w/b -Werts der Betone M1, M2, M4 bis M7 angegeben. Für die FEMMASSE-Berechnungen ergeben sich als Kombination der logistischen Fitfunktion und der Tazawa-Funktion die in Tabelle G.6 bis Tabelle G.8 zusammengefassten Eingangswerte. In Tabelle G.8 sind die Schwindverformungen des hüttensandmehlhaltigen Betons M3 angegeben; inwiefern für diesen Beton die Tazawa-Funktion praktikabel ist, wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

Table G.5: Faktor γ in Anlehnung an Tazawa und Miyazawa für die Zemente der eigenen Untersuchungen sowie resultierende rechnerische Schwindverformungen der Betone mit Portlandzement und Silikastaub

Zement	γ	Betone	28 d	56 d
[-]	[-]	[-]	$\epsilon_{as, calc, w/b}$ [‰]	$\epsilon_{as, calc, w/b}$ [‰]
Z1	1,229	M1, M4 bis M7, M9	0,683	0,708
Z3	1,570	M2	1,186	1,213

Table G.6: Rechnerische zeitliche Entwicklung der Schwindverformung der Betone M1, M4 bis M7

Wahres Alter [d]	Schwindverformung [‰]
0	0
0,379	0
0,389	0,0034
0,395	0,0036
0,404	0,0040
0,419	0,0047
0,442	0,0059
0,479	0,0087
0,537	0,0158
0,630	0,0394
0,777	0,1319
1,010	0,3106
1,379	0,3542
1,964	0,4073
2,891	0,4612
4,360	0,5147
6,689	0,5655
10,379	0,6110
16,228	0,6490
25,498	0,6781
40,190	0,6981
63,475	0,7102
100,379	0,7164

Table G.7: Rechnerische zeitliche Entwicklung der Schwindverformung des Betons M2

Wahres Alter [d]	Schwindverformung [‰]
0	0
0,328	0
0,338	0,0069
0,344	0,0074
0,353	0,0081
0,368	0,0095
0,391	0,0121
0,428	0,0178
0,486	0,0323
0,579	0,0803
0,726	0,2691
0,959	0,6337
1,328	0,7227
1,913	0,8082
2,840	0,8903
4,309	0,9680
6,638	1,0382
10,328	1,0979
16,177	1,1453
25,447	1,1799
40,139	1,2028
63,424	1,2162
100,328	1,2230

Table G.8: Rechnerische zeitliche Entwicklung der Schwindverformung des Betons M3

Wahres Alter [d]	Schwindverformung [‰]
0	0
0,379	0
0,389	0,0076
0,395	0,0081
0,404	0,0089
0,419	0,0104
0,442	0,0133
0,479	0,0194
0,537	0,0354
0,630	0,0879
0,777	0,2948
1,010	0,6941
1,379	0,7916
1,964	0,8678
2,891	0,9379
4,360	1,0018
6,689	1,0571
10,379	1,1023
16,228	1,1368
25,498	1,1610
40,190	1,1765
63,475	1,1852
100,379	1,1896

Tabelle G.9: Faktor γ_{cm} und Konstanten a und b der Betone M3 und M8 zur Abschätzung des Schwindens

Beton	C_3A kg/m ³	w/b	HSM-Anteil	γ_{cm}	a [-]	b	$\varepsilon_{as, calc, w/b, 28d}$	$\varepsilon_{as, calc, w/b, 56d}$ [‰]
M3 (Z1)	13,6	0,159	0,32	0,82	0,580	0,223	0,526	0,572
M8 (Z2)	0,4	0,290	0,52	1,43	0,907	0,226	0,348	0,399

Schwindverformung der Betone mit Hüttensandmehl

Für die beiden hüttensandmehlhaltigen Betone (M3 und M8) ergeben sich aus Gleichung (G.13) bis Gleichung (G.15) die in Tabelle G.9 zusammengefassten Faktoren γ_{cm} und Konstanten a und b . Damit kann anhand der Gleichung (G.11) und den vorgenannten Faktoren γ_{cm} bzw. Konstanten a und b und unter Kenntnis des Erstarrungsbeginns (siehe Kapitel F) die zeitliche Entwicklung der Schwindverformungen abgeschätzt werden. Für ein Alter von 28 d bzw. 56 d sind die resultierenden rechnerischen Schwindverformungen in Tabelle G.9 angegeben. Zur Berechnung der w/b-Werte wurde der Silikastaub berücksichtigt. Bei Betrachtung der Ergebnisse fällt auf, dass trotz gleichem Zement- und Silikastaubgehalt die nach vorgenannter Methode berechneten Schwindverformungen für den Beton M3 je nach Betrachtungszeitpunkt etwa 0,136‰ bis 0,157‰ geringer sind als die der Betone M1, M4 bis M7 und M9 (s. vorhergehender Absatz). Nach Meinung des Verfassers hätte die Schwindverformung des Betons M3 größer oder zumindest gleich groß wie jene der vorgenannten Betone sein müssen. Aus diesem Grund wird für den Beton M3 vereinfachend die im vorhergehenden Absatz erläuterte Vorhersageformel (Gleichung (G.7)) angewendet und die entsprechenden Werte für die FE-Berechnungen angesetzt. Für den Beton M8 ergeben sich somit für die FEMMASSE-Berechnungen die in Tabelle G.10 zusammengefassten Eingangswerte.

Table G.10: Rechnerische zeitliche Entwicklung der Schwindverformung des Betons M8

Wahres Alter [d]	Schwindverformung [‰]
0	0
1,763	0
1,773	0,0012
1,779	0,0013
1,788	0,0014
1,803	0,0017
1,826	0,0021
1,863	0,0031
1,921	0,0056
2,014	0,0140
2,161	0,0469
2,394	0,1104
2,763	0,1259
3,348	0,1558
4,275	0,1845
5,744	0,2148
8,073	0,2464
11,763	0,2789
17,612	0,3118
26,882	0,3448
41,574	0,3774
64,859	0,4095
101,763	0,4408

H. Viskoelastizität von UHPC - Literaturstudie zu Kriechversuchen und Ableitung von Relaxationsspektren

Vorbemerkungen

Da im Rahmen dieser Arbeit weder Kriech- noch Relaxationsversuche an den verwendeten UHP-Cs durchgeführt wurden, wird das viskoelastische Verhalten anhand von in der Literatur verfügbaren Versuchsergebnissen abgeleitet. Dazu wurde folgendermaßen vorgegangen:

1. Literaturstudie zu Kriech- und Relaxationsversuchen an UHPC sowie Digitalisierung der veröffentlichten Kurven.
2. Fit der Kriechkurven mit Hilfe einer Modellfunktion nach Bažant³¹³, Abbildung der Funktionsparameter in Abhängigkeit der Zeit für faserfreie UHPCs.
3. Überführung der Modellfunktionen für Kriechen in Relaxationsfunktionen.
4. Bestimmung der Eigenschaften der rheologischen Grundkörper einer Maxwell-Kette auf Basis der Relaxationsfunktionen mit Hilfe der Fehlerquadratmethode als Fit einer Dirichlet-Reihe (= Relaxationsspektrum).
5. Validierung der Relaxationsspektren anhand von Ringriss- und Reißrahmen-Versuchen aus der Literatur.

Da für das Zugkriechen nur eine begrenzte Anzahl an Untersuchungen in der Literatur vorhanden ist, wurde o.g. Vorgehen zunächst für das Druckkriechverhalten von UHPC durchgeführt. Darauf aufbauend wurde dann versucht, einen Zusammenhang zu den wenigen Zugkriechergebnissen aus der Literatur herzustellen, um so geeignete Relaxationsspektren für das viskoelastische Verhalten von UHPC unter Zugbeanspruchung abzuleiten.

Kriechen von UHPC unter Druckbeanspruchung

Ergebnisse von Druckkriechversuchen an UHPC wurden nach Kenntnis des Verfassers bislang von folgenden Autoren veröffentlicht:

- Switek³¹⁴
- Burkart und Müller³¹⁵
- Matsuda et al.³¹⁶

³¹³ Bažant: Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete.

³¹⁴ Switek: Time-dependent response of UHPFRC under low to high tensile stresses.

³¹⁵ Burkart u. Müller: Creep and shrinkage characteristics of UHPC (2009).

³¹⁶ Matsuda et al.: Influence of loading condition on creep properties of UHSC.

- Kamen³¹⁷
- Tue et al.³¹⁸
- Fehling et al.³¹⁹
- Cheyrezy und Behloul³²⁰
- Loukili et al.³²¹
- Loukili und Richard³²².

Die in o.g. Veröffentlichungen enthaltenen Kriechkurven wurden im Rahmen dieser Arbeit so digitalisiert, dass eine Weiterverarbeitung im Sinne einer einheitlichen Darstellung und ein numerischer Fit aller Kurven möglich wurde. Dabei hat sich gezeigt, dass die Ergebnisse der Autoren Switek³²³ und Kamen³¹⁷ (beide Arbeiten stammen von der EPFL) deutlich von allen anderen Autoren abweichen. Dies ist nach Meinung des Verfassers der von beiden verwendeten ähnlichen Zusammensetzung des UHPCs mit einem Zementgehalt von rd. 1.400 kg/m³ (w/z-Wert \approx 0,16, w/b-Wert \approx 0,13) und einem Stahlfasergehalt von rd. 9 Vol.-% geschuldet. Die Fotos von Ausbreitkuchen (siehe z.B. Switek³²³ S. 53) deuten auf eine erhebliche Igelbildung der Stahlfasern hin. Die Arbeiten von Switek³²³ und Kamen³¹⁷ werden in einem gesonderten Abschnitt hinsichtlich des Vergleichs des viskoelastischen Verhaltens unter Druck- bzw. Zugbeanspruchung behandelt.

Die Zusammensetzungen der untersuchten UHPCs der verbleibenden Autoren sind in Tabelle H.1 angegeben. Eine Zusammenfassung der maßgebenden Betoneigenschaften sowie der Randbedingungen der Kriechversuche kann Tabelle H.2 entnommen werden. Die Kriechkurven sind mit zeitlich logarithmischer Skalierung in Bild H.1 bis Bild H.5 dargestellt.

³¹⁷ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

³¹⁸ Tue et al.: Kriechen von UHFB.

³¹⁹ Fehling et al.: Entwicklung, Dauerhaftigkeit und Berechnung Ultrahochfester Betone.

³²⁰ Cheyrezy u. Behloul: Creep and shrinkage of UHPC.

³²¹ Loukili et al.: A study on delayed deformations of an ultra high strength cementitious material.

³²² Loukili u. Richard: Creep and shrinkage of UHPFRC.

³²³ Switek: Time-dependent response of UHPFRC under low to high tensile stresses.

Tabelle H.1: Zusammensetzungen der im Rahmen von Druckkriechversuchen verwendeten UHPCs aus der Literatur

Zement	Silika- staub	Wasser ¹⁾	FM	Quarz- mehl	Sand	Gesteins- körnung	Stahl- fasern	Quelle
[kg/m ³] bzw. Masseanteil bez. auf Zement							[Vol.-%]	[-]
CEM I 52,5 R-HS/NA								
832	135	166	33	207	975 ²⁾	0	192	Burkart 2009
1,00	0,16	0,20	0,04	0,25	1,17	0	2,45	
LH OPC								
900	100	150	n.a. ³⁾	0	524	811	0	Matsuda 2009
1,00	0,11	0,17		0	0,58	0,90	0	
CEM I 42,5 R-HS								
550	166	166	n.a. ³⁾	252	446	1.007 ⁴⁾	0	Tue 2006
1,00	0,30	0,30		0,46	0,81	1,83	0	
CEM I 52,5 R-HS/NA ⁵⁾								
733	230	161	28,6	183	1.008 ²⁾	0	192	Fehling 2005
1,00	0,31	0,22	0,04	0,25	1,38	0	2,45	
CEM I 52,5 R-HS/NA ⁶⁾								
580	177	141	30,4	456	354	711 ⁷⁾	194	Fehling 2005
1,00	0,31	0,24	0,05	0,79	0,61	1,23	2,47	
OPC								
690	224	170	14,5	207	987	0	151,5	Cheyrezy 2001
1,00	0,32	0,25	0,02	0,30	1,43	0	1,93	
CEM I 52,5 R								
693	225	159	14,4 ⁸⁾	208	991	0	151	Loukili 1998
1,00	0,32	0,23	0,02	0,30	1,43	0	1,92	
Zementart nicht angegeben								
909	29	148	0,27 ⁹⁾	0	1.171 ¹⁰⁾	0	471	Loukili 1995
1,00	0,03	0,16	< 0,01	0	1,29	0	6,00	

1) ohne Wasseranteil des Fließmittels (FM)

2) Größtkorndurchmesser: 0,5 mm

3) n.a.: nicht angegeben

4) Basaltsplitt, Größtkorndurchmesser 5 mm

5) Mischungsbezeichnung: M1Q; Gleiches Zementwerk wie bei Burkart 2009

6) Mischungsbezeichnung: B3Q; Gleiches Zementwerk wie bei Burkart 2009

7) Basaltsplitt, Größtkorndurchmesser: 8 mm

8) trockener Wirkstoff, Polyacrylat basiert

9) trockener Wirkstoff, Sulfonat basiert

10) Größtkorndurchmesser: 4 mm

Tabelle H.2: Betoneigenschaften sowie Randbedingungen der im Rahmen von Druckkriechversuchen untersuchten UHPCs aus der Literatur

Druckfestigkeit	E-Modul	w/b-Wert ¹⁾	Volumen BM ²⁾	Lastniveau	Belastungsbeginn	Quelle
[N/mm ²]	[-]	[-]	[1/m ³]	[-]	[d]	[-]
166	47.700	0,19	523	0,30	1, 3, 28	Burkart 2009 ³⁾
161	44.300	0,15	484	0,30 – 0,40	7, 28	Matsuda 2009 ⁴⁾
160	58.000	0,23	416	0,28 – 0,70	28	Tue 2006 ⁵⁾
150	55.000	0,19	523	0,30 – 0,45	n.WB	Fehling 2005 ⁶⁾
178	55.000	0,21	433	0,30 – 0,45	28, n.WB	Fehling 2005 ⁷⁾
150 – 200	46.000	0,19	503	0,18/0,24	1 – 180	Cheyrezy 2001 ⁸⁾
158	48.300	0,17	493	0,20	1 – 28	Loukili 1998 ⁸⁾
140	56.400	0,16	454	0,20	2 – 28	Loukili 1995 ⁸⁾

1) inkl. angenommener Wasseranteil des Fließmittels von 60%

2) BM: Bindemittel; Summe des Volumens aus Zement ($\rho = 3,1$), Silikastaub ($\rho = 2,3$), Wasser und FM ($\rho = 1,1$)

3) konserv. Lagerung/Prüfung; Zyl. $\varnothing/H = 100/300$ mm

4) konserv. Lagerung/Prüfung; Zyl. $\varnothing/H = 100/200$ mm

5) konserv. Lagerung/Prüfung; Zyl. $\varnothing/H = 100/300$ mm

6) n. Wärmebeh.; Prüfung bei 20 °C / 55 %r.F.; Zyl. $\varnothing/H = 70/140$ mm

7) Mischung B3Q; Lagerung u. Wasser; Prüfung b. 20 °C / 55 %r.F.; Zyl. $\varnothing/H = 70/140$ mm

8) konserv. Lagerung/Prüfung; Zyl. $\varnothing/H = 90/600$ mm

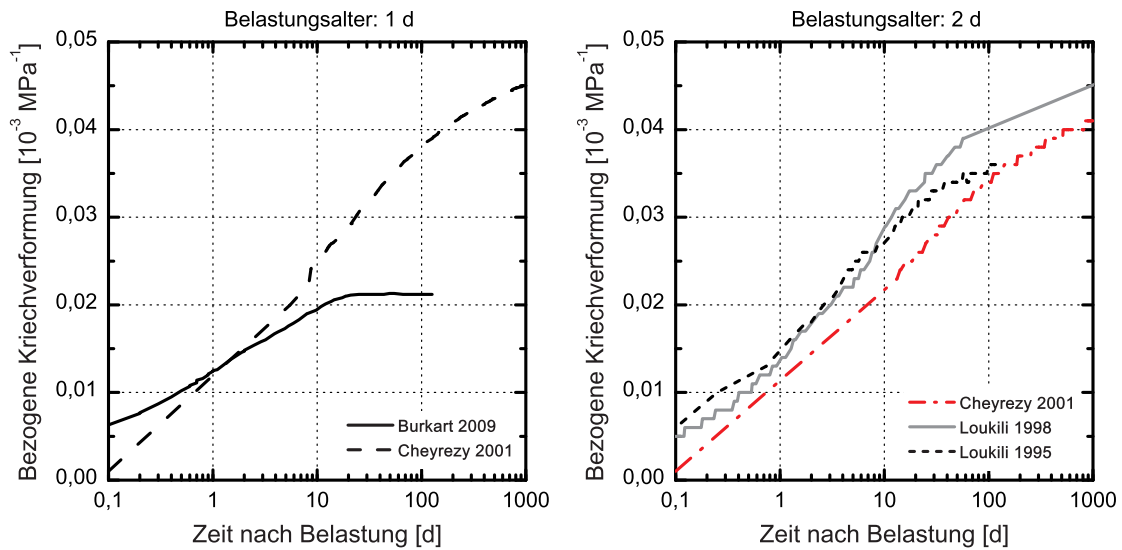


Bild H.1: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 1 d (links) und 2 d (rechts)

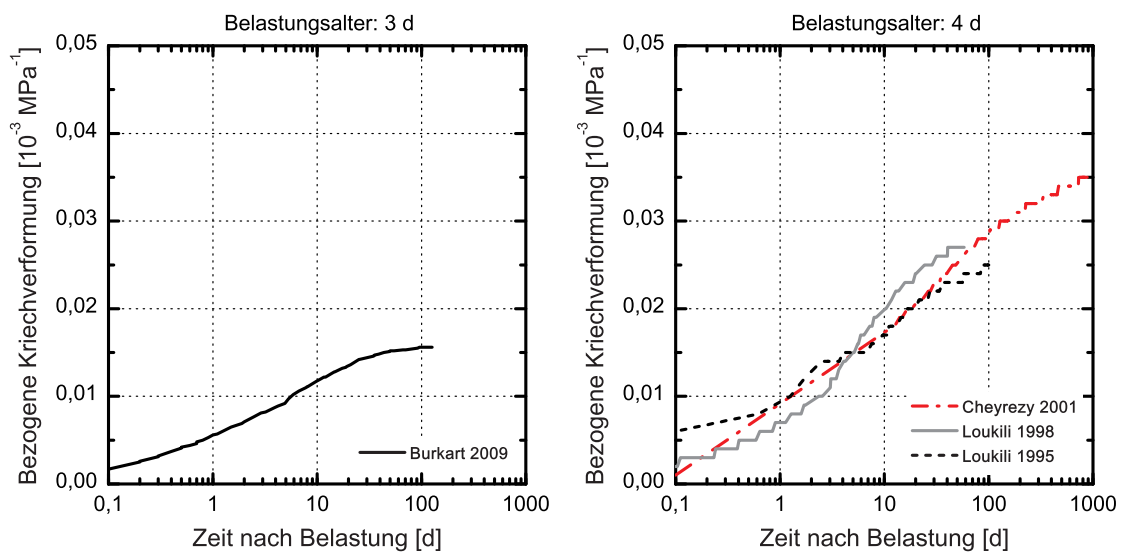


Bild H.2: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 3 d (links) und 4 d (rechts)

Der zeitliche Verlauf der auf die Einheitsspannung bezogenen Gesamtverformung $\varepsilon'_{tot}(t, t')$ bzw. $J(t, t')$ (sog. Kriech-Compliance oder Kriechfunktion, Summe aus elastischer Verformung und Kriechverformung) kann z.B. mit Hilfe des Ansatzes

$$\varepsilon'_{tot}(t, : t') = J(t, t') = \frac{1}{E(t')} \cdot \left[1 + \varphi^* \cdot 1,25 \cdot t'^a \cdot \frac{(t - t')^b}{10 + (t - t')^b} \right] \quad (\text{H.1})$$

mit Zeit t und Belastungszeitpunkt t' in Tagen beschrieben werden, siehe u.a. Bažant³²⁴ oder Bažant und Wu³²⁵. Bažant³²⁴ setzt beispielsweise für einen Normalbeton $\varphi^* = 2,35$, $a = -0,118$ und $b = 0,60$ an.

³²⁴ Bažant: Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method.

³²⁵ Bažant u. Wu: Rate-type creep law of aging concrete based on maxwell chain.

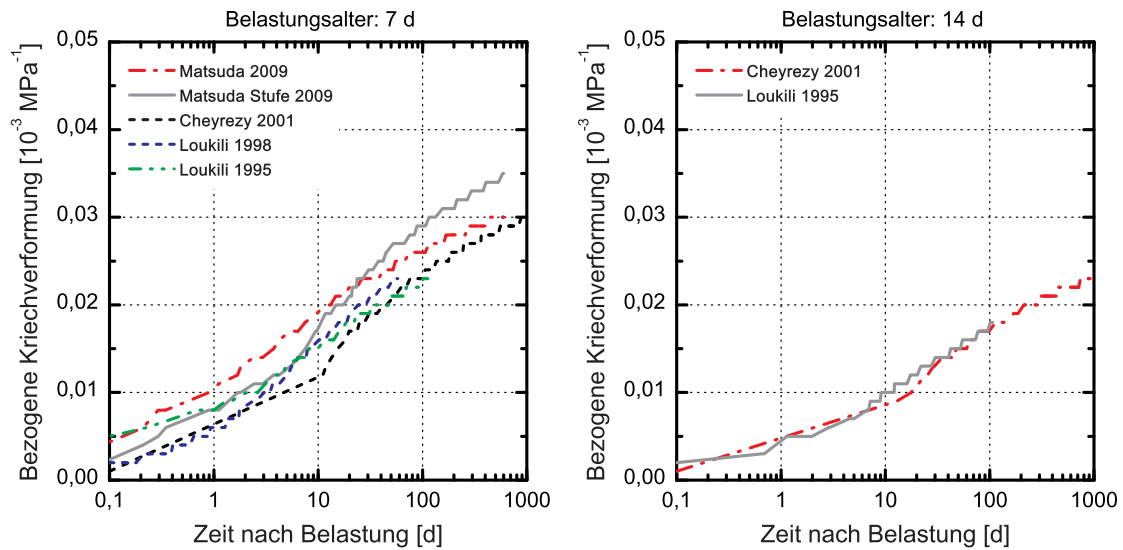


Bild H.3: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 7 d (links) und 14 d (rechts)

Für die aus der Literatur entnommenen Kriechkurven wurden jeweils die Parameter φ^* , a und b aus Gleichung (H.1) bestimmt, so dass der Fehler zwischen gemessener und rechnerischer Gesamtverformung minimal wird. Die beste Übereinstimmung wurde erreicht, wenn der Exponent a zu $-0,076$, $\varphi^* = 2,41$ und $b = 0,31$ gesetzt wird. Insgesamt wurden 30 Versuchskurven mit Belastungszeitpunkten von 1 d bis 90 d ausgewertet. Mit den o.g. für UHPC gewonnenen Zusammenhängen ergab sich ein Fehler zwischen rechnerischen und gemessenen Kriechverformungen von rd. $\pm 4\%$ bis maximal $\pm 10\%$. Die größte Differenz zwischen dem mit Hilfe von Gleichung (H.1) berechneten Kriechkurven und den Versuchskurven ergab sich bei dem UHPC von Kamen³²⁶. Die experimentell von Kamen³²⁶ ermittelten Kriechkurven (Belastungszeitpunkte 3 d und 7 d) liegen deutlich unter jenen der anderen Autoren. Dies liegt vermutlich in dem vergleichsweise hohen Fasergehalt (9 Vol.-%) begründet. Grundsätzlich sei daran erinnert, dass ein Großteil der in der Literatur gefundenen Versuche zum Kriechen von UHPC an faserhaltigen Betonen durchgeführt wurde. Stahlfasern dürften grundsätzlich in Abhängigkeit ihres Volumenanteils und ihrer Geometrie wie auch beim Schwinden verformungs-, d.h. kriechreduzierend wirken. Faserfreie Betone können demnach u.U. ein etwas stärkeres Kriechverhalten aufweisen.

Auf Basis der vorgenannten Parameter und dem resultierenden Kriechgesetz (Gleichung (H.1)) wurde in den folgenden Abschnitten ein Relaxationsspektrum abgeleitet, welches als erste Näherung für die FE-Simulation von Ringriss- und Reißrahmenversuchen aus der Literatur herangezogen wurde.

³²⁶ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

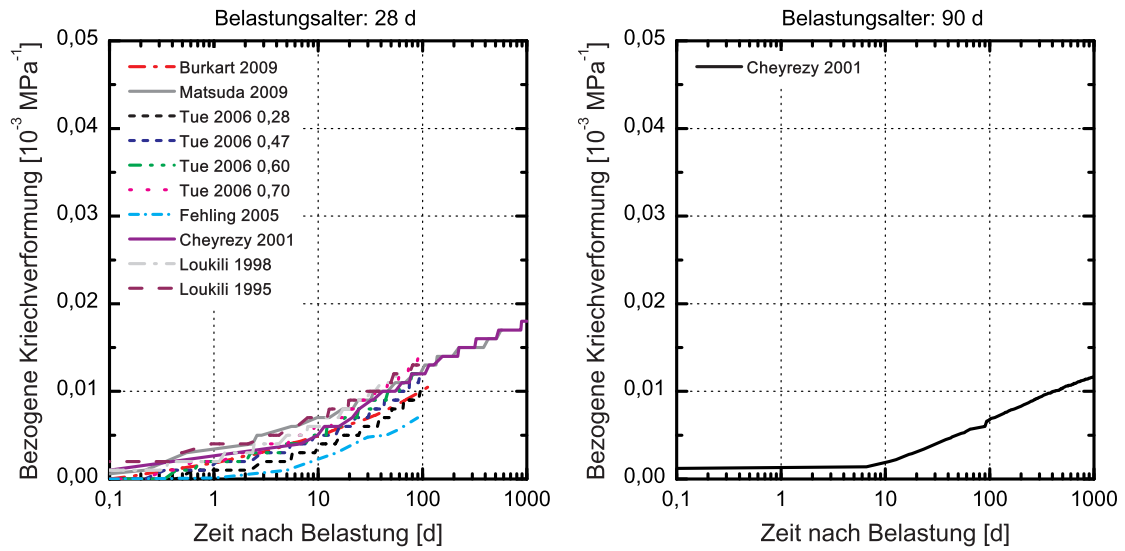


Bild H.4: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 28 d (links) und 90 d (rechts)

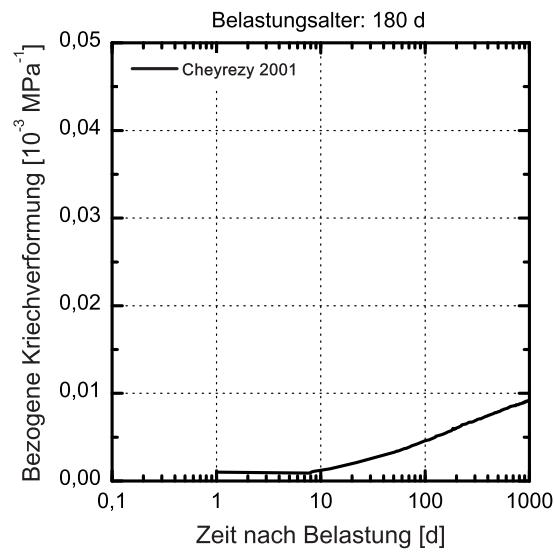


Bild H.5: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 180 d

Kriechen von UHPC unter Zugbeanspruchung

Ergebnisse von Zugkriechversuchen an UHPC wurden nach Kenntnis des Verfassers bislang von folgenden Autoren veröffentlicht:

- Switek³²⁷
- Garas et al.³²⁸
- Garas et al.³²⁹
- Kamen³³⁰
- zum Vergleich: Bissonnette et al. (C50/60)³³¹
- zum Vergleich: Rinder (C55/67 bis C90/105)³³².

Die in o.g. Veröffentlichungen enthaltenen Kriechkurven wurden analog zu den Druckkriechergebnissen aufbereitet und ausgewertet. Switek³²⁷ und Kamen³³⁰ verwendeten beide den bereits erwähnten, besonders zementreichen und stark faserbewehrten UHPC. Aufgrund des hohen Gehalts an Stahlfasern (9 Vol.-%) ist nach Meinung des Verfassers nicht auszuschließen, dass v.a. das viskoelastische Verhalten unter Zugbeanspruchung hin zu geringeren Verformungen beeinflusst wird. Die Ergebnisse von Switek³²⁷ und Kamen³³⁰ werden hier dennoch der Vollständigkeit halber aufgeführt.

Aus den Arbeiten von Bissonnette et al.³³¹ und Rinder³³² werden zum qualitativen Vergleich nur die spezifischen Kriechverformungen bei Versuchsende mitgeteilt.

Die Zusammensetzungen der untersuchten UHPCs sind in Tabelle H.3 angegeben. Eine Zusammenfassung der maßgebenden Betoneigenschaften sowie der Randbedingungen der Kriechversuche kann Tabelle H.4 entnommen werden. Die Kriechkurven sind mit zeitlich logarithmischer Skalierung in Bild H.6 bis Bild H.9 dargestellt.

³²⁷ Switek: Time-dependent response of UHPFRC under low to high tensile stresses.

³²⁸ Garas et al.: Micro- and nanoscale characterization of effect of ITZ on tensile creep of UHPC.

³²⁹ Garas et al.: Short-term tensile creep and shrinkage of UHPC.

³³⁰ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

³³¹ Bissonnette et al.: Tensile creep of concrete: Study of its sensitivity to basic parameters.

³³² Rinder: Hochfester Beton unter Dauerzuglast.

Tabelle H.3: Zusammensetzungen der im Rahmen von Zugkriechversuchen verwendeten UHPCs und HPCs aus der Literatur

Zement	Silika- staub	Wasser ¹⁾	FM	Quarz- mehl	Sand	Gesteins- körnung	Stahl- fasern	Quelle
[kg/m ³] bzw. Masseanteil bez. auf Zement							[Vol.-%]	[-]
CEM I 52,5 N								
1.392	80,4	204	35	0	362 ²⁾	0	707	Switek 2011
1,00	0,06	0,15	0,03	0	0,26	0	9,0	
Ductal [®] premix								
2.194	n.a. ³⁾	109	31 + 30 ⁴⁾	n.a.	n.a.	n.a.	156	Garas 2010
1,00	-	-	-	-	-	-	2,0	
Ductal [®] premix								
2.194	n.a.	109	31 + 30 ⁴⁾	n.a.	n.a.	n.a.	156	Garas 2009
1,00	-	-	-	-	-	-	2,0	
Ductal [®] premix								
2.194	n.a.	109	31 + 30 ⁴⁾	n.a.	n.a.	n.a.	0	Garas 2009
1,00	-	-	-	-	-	-	00	
CEM I 52,5 N								
1.410	367	200	46,5	0	80 ²⁾	0	707	Kamen 2007
1,00	0,26	0,14	0,03	0	0,06	0	9,0	
CEM I 52,5 R-HS/NA								
447	0	179	4,5	0	716	1.074 ⁵⁾	0	Bissonnette 2007
1,00	0	0,41	0,01	0	1,60	2,40	0	
CEM I 42,5 R (Beton I)								
375	19	168	6,0	0	824	988	0	Rinder 2003
1,00	0,05	0,45	0,02	0	2,20	2,63	0	
CEM I 42,5 R (Beton II)								
445	40	148	13,5	0	803	962	0	Rinder 2003
1,00	0,09	0,33	0,03	0	1,80	2,15	0	
CEM I 52,5 R (Beton III)								
450	45	134	33,5	0	788	1.012	0	Rinder 2003
1,00	0,10	0,30	0,07	0	1,75	2,25	0	

1) ohne Wasseranteil des Fließmittels (FM)

2) Größtkorndurchmesser: 0,5 mm

3) n.a.: nicht angegeben

4) zweite Zahl: Beschleuniger BE

5) Quarzschotter, Größtkorndurchmesser 10 mm

Table H.4: Betoneigenschaften sowie Randbedingungen der im Rahmen von Zugkriechversuchen untersuchten UHPCs und HPCs aus der Literatur

Druckfestigkeit	E-Modul	w/b-Wert ¹⁾	Volumen BM ²⁾	Proben-geometrie	Last-niveau	Belastungsbeginn	Quelle
[N/mm ²]		[-]	[l/m ³]	[mm]	[-]	[d]	[-]
208 ³⁾	n.a. ⁴⁾	0,14	686	40 · 100	0,27 – 0,81	7	Switek 2011
7,5 – 10,3 ⁵⁾	n.a.	n.a.	n.a.	75 · 75	0,40	7	Garas 2010 ⁶⁾
6,0 – 6,5 ⁷⁾	n.a.	n.a.	n.a.	100/380 ⁸⁾	0,40 – 0,60	7	Garas 2009 ⁶⁾
208 ⁹⁾	47.200 ⁹⁾	0,13	802	TSTM ¹⁰⁾	0,32, 0,63	1,5, 3	Kamen 2007
57 ¹¹⁾	35.300	0,41	323	70 · 70	0,29, 0,48	7	Bissonnette 2007
80 ¹²⁾	36.300 ¹³⁾	0,43	297	80 · 100	0,80 bis 0,95	28	Rinder 2003
95 ¹²⁾	38.900 ¹³⁾	0,31	308	80 · 100	0,80 bis 0,95	28	Rinder 2003
107 ¹²⁾	43.900 ¹³⁾	0,27	297	80 · 100	0,80 bis 0,95	28	Rinder 2003

1) inkl. angenommener Wasseranteil des Fließmittels von 60%

2) BM: Bindemittel; Summe des Volumens aus Zement ($\rho = 3,1$), Silikastaub ($\rho = 2,3$), Wasser und FM ($\rho = 1,1$)

3) Prüfalter: 7 d, keine Angaben zu Lagerung, Prisma 40 · 40 mm²

4) n.a.: nicht angegeben

5) zentrische Zugfestigkeit am knochenförmigen Prisma, Kantenlänge 50 mm

6) Lagerung bei 20 °C / 95 % r.F. bzw. wärmebehandelt zu versch. Zeitpunkten

7) zentrische Zugfestigkeit, keine Angabe zur Probengeometrie

8) Zylinder $\varnothing/H = 100/380$ mm

9) Zylinder $\varnothing/H = 110/220$ mm

10) TSTM: Zugkriechversuche mit Hilfe Temperaturspannungsprüfmaschine, 50 · 100 mm²

11) Lagerung bei 20 °C / 95 % r.F., Zylinder $\varnothing/H = 100/200$ mm

12) Lagerung 7 d u.W., dann bei 20 °C / 65 % r.F., Würfel $a = 200$ mm

13) Sekantenmodul unter Zugbelastung

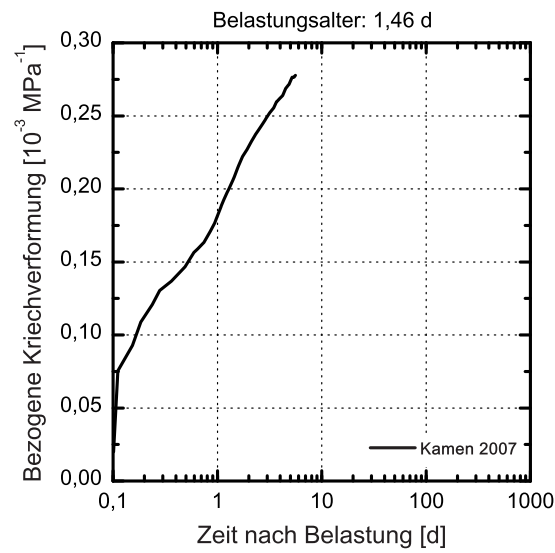


Bild H.6: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 1,46 d

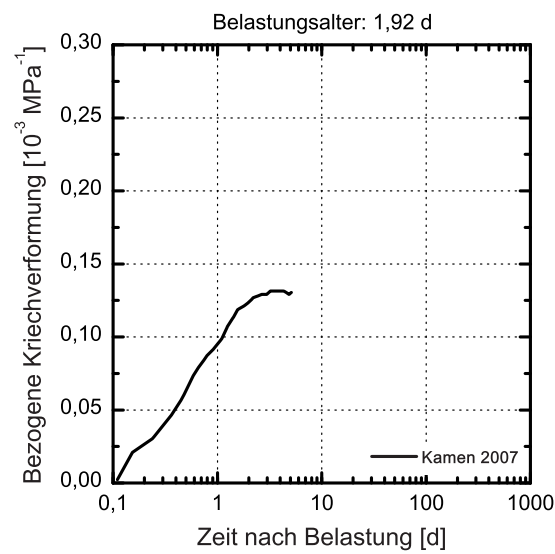


Bild H.7: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 1,92 d

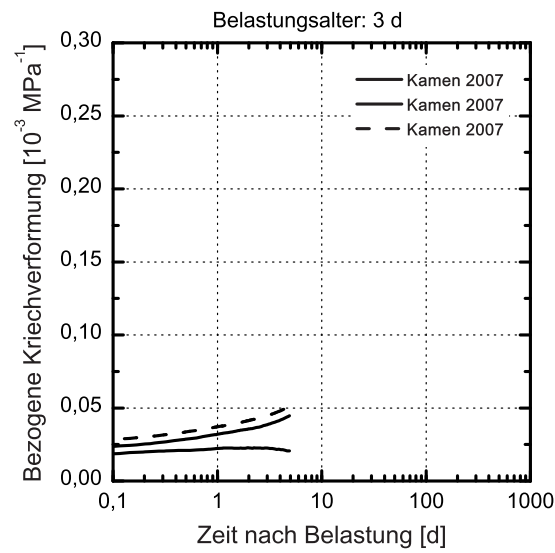


Bild H.8: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 3 d

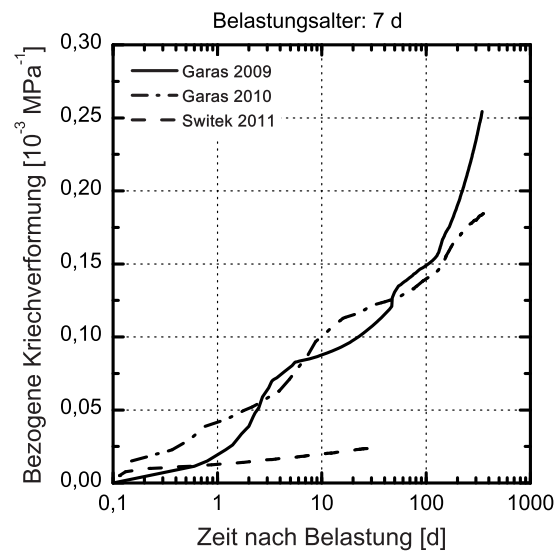


Bild H.9: Bezogene Kriechverformung von UHPC bei Belastung im Alter von 7 d

Zum Vergleich und wegen der geringen Anzahl an verfügbaren Versuchsergebnissen werden im Folgenden einige Ergebnisse von Zugkriechversuchen an hochfesten Betonen erwähnt.

Bissonnette et al.³³³ fanden für einen Beton der Festigkeitsklasse C50/60 nach rd. 50 d Versuchsdauer eine spezifische Kriechverformung von rd. 0,460 bis 0,520 mm/(m · N/mm²) (Belastungszeitpunkt: 7 d, Lastniveau rd. 0,30 bis 0,50). Die spezifischen Zugkriechverformungen des C50/60 liegen somit deutlich über den recherchierten spezifischen Druckkriechverformungen von UHPC.

Rinder³³⁴ ermittelte im Rahmen seiner Versuche zum Dauerstandverhalten von hochfestem Beton spezifische Kriechverformungen nach rd. 2 a Versuchsdauer von rd. 0,020 bis 0,025 mm/(m · N/mm²) für einen Beton C90/105 bzw. rd. 0,035 mm/(m · N/mm²) für einen C70/85 (Belastungszeitpunkt: 28 d, Lastniveau rd. 0,80 bis 0,85). Trotz des vergleichsweise hohen Lastniveaus liegen die spezifischen Zugkriechverformungen im Gegensatz zu den von Bissonnette et al.³³³ gefundenen Ergebnissen deutlich unter den spezifischen Druckkriechverformungen von UHPC.

Die recherchierten spezifischen Zugkriechverformungen von UHPC liegen grundsätzlich deutlich über den spezifischen Druckkriechverformungen. Die wenigen vorhandenen Ergebnisse in der Literatur zum Zugkriechen von UHPC lassen allerdings eine adäquate Auswertung und die Ableitung von Funktionsparametern wie im Falle des Druckkriechens nicht zu. Aus diesem Grund wird im folgenden Absatz die Vergleichbarkeit des viskoelastischen Verhaltens unter Druck- und Zugbeanspruchung separat diskutiert und Schlussfolgerungen für das weitere Vorgehen gezogen.

Vergleich Kriechen unter Druck- und Zugbeanspruchung

Kordina et al.³³⁵ führten Zugkriechversuche an Normalbetonen (Druckfestigkeit im Alter von 28 d: 43 N/mm², 50 N/mm² bzw. 53 N/mm² am Würfel) im Alter von 3, 8 und 13 Monaten und Lastniveaus von 40%, 60% und 70% durch. Nach einer Versuchsdauer von 360 d lag die spezifische Kriechverformung unabhängig vom Belastungsalter und dem Lastniveau zwischen rd. 0,05 mm/(m · N/mm²) und 0,08 mm/(m · N/mm²). Für die spezifische Kriechverformung ähnlicher Betone unter Druckbeanspruchung nennen Kordina et al.³³⁵ aus der Literatur eine Größenordnung von 0,11 mm/(m · N/mm²) bis 0,12 mm/(m · N/mm²). Kordina et al.³³⁵ kommen daher zu dem Schluss, dass das Kriechen unter Druckbeanspruchung zu geringfügig größeren viskoelastischen Verformungen als unter Zugbeanspruchung führt.

Dies konnte Rinder³³⁴ in seiner Arbeit für hochfeste Betone hingegen nicht bestätigen. Das Zugkriechen war im untersuchten Spektrum von C55/67 bis C90/105 ähnlich oder nur etwas geringer als in der Literatur gefundene Ergebnisse zum Druckkriechen vergleichbarer Betone.

Die Versuche von Atrushi³³⁶ an Betonen mit 0, 5, 10 bzw. 15 M.-% Silikastaub bezogen auf den Zementgehalt (Würfelldruckfestigkeit im Alter von 28 d: 71,5 N/mm² bis 85,0 N/mm², w/(z + s) = 0,40) erlauben keine allgemein gültigen Aussagen zum Verhältnis zwischen Zug- und Druckkriechen. Atrushi³³⁶ fand heraus, dass das Zugkriechen v.a. im jungen Alter geringer

³³³ Bissonnette et al.: Tensile creep of concrete: Study of its sensitivity to basic parameters.

³³⁴ Rinder: Hochfester Beton unter Dauerzuglast.

³³⁵ Kordina et al.: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung.

³³⁶ Atrushi: Tensile and compressive creep of early age concrete.

ist als das Druckkriechen. Die Kriechrate ändert sich allerdings im Laufe der Zeit, so dass sich einige Stunden bis Tage nach Beginn der Belastung die Kriechkurven - selbst bei Berücksichtigung des zeitabhängigen Verlaufs der Belastungsgrade - kreuzen. Im höheren Alter ist daher das Zugkriechen größer als das Druckkriechen. In diesem Zusammenhang sei ebenfalls erwähnt, dass der Zug-E-Modul je nach Beton um rd. 10% bis 17% über dem Druck-E-Modul lag. Die Zugabe des Silikastaubes hatte grundsätzlich eine Reduzierung des Zugkriechens zur Folge; allerdings zeigte der Beton mit 15 M.-% Silikastaub die höchsten Zugkriechverformungen der drei Silikastaubbetone. Die verbleibenden beiden Silikastaubbetone wiesen in etwa gleiche Zugkriechverformungen auf. Linearität zwischen Kriechverformung und Belastungsgrad (Zug) war bei allen von Atrushi³³⁷ durchgeführten Untersuchungen bis zu einem Belastungsgrad von 60% gegeben. Als weitere wichtige Erkenntnis fand Atrushi³³⁷ heraus, dass das Konzept der Reife bzw. des wirksamen Alters auch auf das viskoelastische Verhalten unter erhöhter Temperatur (untersuchter Bereich: 20 °C bis 60 °C, wirksames Alter ab 3 d) angewendet werden kann.

Kamen³³⁸ führte sowohl Versuche zum Druckkriechen als auch zum Zugkriechen (mit Hilfe einer Temperaturspannungsprüfmaschine: TSTM) von UHPC durch. Die Zusammensetzung des untersuchten UHPCs weicht aufgrund des hohen Zement- und Fasergehalts sowohl von den faserfreien Betonen dieser Arbeit, als auch von den faserhaltigen Betonen anderer Forscher, deutlich ab. Dennoch werden die wesentlichen Erkenntnisse aus der Arbeit von Kamen³³⁸ hier diskutiert, da ansonsten vergleichende Untersuchungen zum Druck- und Zugkriechen von UHPC nach Kenntnis des Verfassers bislang nicht veröffentlicht wurden. Die Auswertung der Zug- und Druckkriechversuche (Belastungsalter: 7 d, Versuchsdauer rd. 100 d) ergab, dass bei vergleichbaren Lastniveaus die spezifischen Kriechverformungen im Rahmen der üblichen Versuchsstreuungen gleich sind. Bei einem Lastniveau zwischen 25% und 32% lagen die spezifischen Druck- und Zugkriechverformungen bei rd. 0,030 mm/(m · N/mm²) und 0,021 mm/(m · N/mm²). Bei einem Lastniveau zwischen 55% und 63% lagen die spezifischen Zug- und Druckkriechverformungen bei rd. 0,046 mm/(m · N/mm²) und 0,047 mm/(m · N/mm²).

Eine abschließende Aussage zum viskoelastischen Verhalten von Beton unter Zug- oder Druckbeanspruchung kann anhand der gesichteten Literatur nicht gegeben werden. Der Großteil der Arbeiten deutet darauf hin, dass die viskoelastischen Eigenschaften unter Zug- und Druckbeanspruchung in etwa gleich sind. Aus diesem Grund wird für die weiteren Analysen vereinfachend zunächst das Druckkriechverhalten für die grundsätzliche Abbildung der Viskoelastizität herangezogen.

Beurteilung der zusammengetragenen Ergebnisse und Ableitung von Parametern für das weitere Vorgehen

Die Ableitung von gesicherten Zusammenhängen zwischen Mischungszusammensetzung und viskoelastischem Verhalten ist anhand der gesichteten Literatur weder für Druck-, noch für Zugbeanspruchungen möglich. Bestenfalls kann eine mittlere spezifische Kriechverformung in Abhängigkeit des Belastungsalters, d.h. ein mittleres Kriechgesetz für UHPC unter Druckbeanspruchung, angegeben werden.

Die gesichteten Arbeiten zum viskoelastischen Verhalten ergeben darüber hinaus kein einver-

³³⁷ Atrushi: Tensile and compressive creep of early age concrete.

³³⁸ Kamen: Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques.

nehmliches Bild hinsichtlich eines Zusammenhangs zwischen Zug- und Druckbeanspruchung. Die Mehrzahl der Ergebnisse deutet darauf hin, dass Zug- und Druckkriechverformungen in etwa gleich sind. Dies wird im Weiteren auch zunächst angenommen.

Neben den genannten Aspekten für die Modellierung des Kriechverhaltens wird im Rahmen dieser Arbeit außerdem vereinfachend angenommen, dass

1. grundsätzlich von einer Linearität zwischen Kriechverformung und verursachender Belastung ausgegangen werden kann,
2. dass das Konzept der Reife angewendet werden kann und
3. dass das einaxiale, viskoelastische Verhalten die Verhältnisse im Werkstoff ausreichend genau beschreibt.

Die Anwendung des Reifekonzepts betrifft neben dem viskoelastischen Verhalten auch alle anderen Betoneigenschaften.

Die in der Literatur gefundenen Kriechversuche an UHPC wurden ab einem Alter des Betons von 24 h durchgeführt. Spannungsverursachende Schwindverformungen treten allerdings i.d.R. bereits ab Erstarrungsbeginn, d.h. deutlich früher als 24 h auf. Im Zeitraum von Erstarrungsbeginn bis 24 h ist mit einer ausgeprägten Zeitabhängigkeit der Relaxation von Zwangsspannungen zu rechnen. Dieses Relaxationsverhalten muss bei der Modellierung der Radialdruckspannungen mit Hilfe von FEMMASSE berücksichtigt werden. Zur Abschätzung des Relaxationsverhaltens für den vorgenannten Zeitraum wird auf die Ergebnisse der Ringrissversuche von Eppers³³⁹ zurückgegriffen, siehe folgender Absatz. Für das viskoelastische Verhalten ab 24 h kann als erste Näherung ein Relaxationsspektrum anhand des bereits genannten Kriechgesetzes für UHPC abgeleitet werden. Das weitere Vorgehen für Betone mit Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnissen $\leq 0,30$ kann demnach in 3 Schritte gegliedert werden:

1. Ermittlung eines Relaxationsspektrums für die ersten 24 h anhand der Ringrissversuche von Eppers³¹⁰.
2. Ermittlung eines Relaxationsspektrums ab einem Betonalter von 24 h anhand der recherchierten Kriechkurven.
3. Validierung des gesamten Relaxationsspektrums anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger³¹¹, ggf. Anpassung des Relaxationsspektrums.

In den folgenden beiden Abschnitten wird zunächst die Umrechnung von Kriech- in Relaxationskurven und die Ableitung eines Relaxationsspektrums erläutert. Daraufhin wird eine Abschätzung des Relaxationsspektrums bis zu einem Alter von 24 h anhand der Ringrissversuche von Eppers³³⁹ durchgeführt. Ergebnis der entsprechenden Absätze wird ein als erste Näherung zu betrachtendes Relaxationsspektrum sein. Das resultierende Gesamtspektrum wird dann anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger³⁴⁰ validiert. Ergeben sich dabei nennenswerte Diskrepanzen zu den Versuchen, so wird das Spektrum „per Hand“ angepasst, bis eine akzeptable Simulation der Versuche erreicht wird.

³³⁹ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

³⁴⁰ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

Für Betone mit Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnissen $\geq 0,70$ wird das Relaxationsverhalten ab 24 h auf Basis des Kriechgesetzes mit der E-Modul-Entwicklung ab einem Zeitpunkt von 70 h verknüpft. Es wird also davon ausgegangen, dass vorgenanntes Relaxationsverhalten, welches auf dem Kriechgesetz von UHPC mit Wasser/Portlandzementklinker-Verhältnissen $\leq 0,30$ basiert, ab einem Zeitpunkt von 70 h bzw. rd. 3 d gültig ist; dieser Zeitpunkt entspricht dem Beginn der Gültigkeit des Model Code 1990-Ansatzes für den statischen E-Modul. Die Ermittlung eines Spektrums vor diesem Zeitpunkt kann nur „per Hand“ anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger³⁴¹ erfolgen, da Eppers³⁴² im Rahmen seiner Ringriss-Versuche für den entsprechenden Beton nur wenige Stunden der Zwangspannungsentwicklung erfasste.

Algorithmus zur Umrechnung von Kriech- in Relaxationskurven

Bažant³⁴³ bzw. Bažant und Ashgari³⁴⁴ veröffentlichten die Umsetzung eines Algorithmus zur Umrechnung von Kriechkurven in Relaxationskurven in der Programmiersprache *FORTRAN IV*. Im Folgenden werden die grundlegenden Zusammenhänge des Algorithmus erläutert.

Das Kriechgesetz kann grundsätzlich als sogenanntes Steltjes-Integral formuliert werden:

$$\varepsilon(t, t')_{cr} = \varepsilon(t, t') - \varepsilon_{shr}(t, t') = \int_0^t J(t, t') d\sigma(t') \quad (\text{H.2})$$

mit Kriechdehnung $\varepsilon(t, t')_{cr}$, Gesamtdehnung $\varepsilon(t, t')$ und Schwinddehnung $\varepsilon_{shr}(t, t')$ in Abhängigkeit der Zeit t ab Belastungsbeginn t' . Wird die Dehnungsgeschichte betrachtet, so stellt Gleichung (H.2) eine sogenannte lineare Volterra-Integralgleichung dar.³⁴³ Zur numerischen Lösung der Gleichung (H.2) liegt es nahe, das Steltjes-Integral durch eine finite Summe zu ersetzen. Dazu wird die Dehnung zu diskreten Zeiten $t_0, t_1 \dots t_N$ mit den nicht äquidistanten Zeitintervallen $\Delta t = t_r - t_{r-1}$ ($r = 1, 2, \dots N$) betrachtet. Unter Anwendung der Trapezregel ergibt sich dann:

$$\varepsilon(t_r, t_s)_{cr} = \varepsilon(t_r, t_s) - \varepsilon_{shr}(t_r, t_s) = \sum_{s=1}^r 0,5 \cdot (J(t_r, t_s) + J(t_r, t_{s-1})) \cdot \Delta\sigma_s \quad (\text{H.3})$$

mit $\Delta\sigma_s = \sigma_s - \sigma_{s-1}$. Für $\varepsilon(t_{r-1}, t_s)_{cr}$ lautet Gleichung (H.3):

$$\varepsilon(t_{r-1}, t_s)_{cr} = \varepsilon(t_{r-1}, t_s) - \varepsilon_{shr}(t_{r-1}, t_s) = \sum_{s=1}^{r-1} 0,5 \cdot (J(t_{r-1}, t_s) + J(t_{r-1}, t_{s-1})) \cdot \Delta\sigma_s \quad (\text{H.4})$$

Die Differenz aus $\varepsilon(t_r, t_s)_{cr}$ und $\varepsilon(t_{r-1}, t_s)_{cr}$ ergibt:

$$\Delta\sigma_r = E_r^* \cdot (\Delta\varepsilon_r - \Delta\varepsilon_r^*) \quad (\text{H.5})$$

mit

$$E_r^* = 2 / (J(t_r, t_r) + J(t_r, t_{r-1})) \quad (\text{H.6})$$

und

$$\Delta\varepsilon_r^* = \sum_s^{r-1} \Delta\sigma_s \cdot 0,5 \cdot (J(t_r, t_s) + J(t_r, t_{s-1}) - J(t_{r-1}, t_s) - J(t_{r-1}, t_{s-1})) + \Delta\varepsilon_{shr, r} \quad (\text{H.7})$$

³⁴¹ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

³⁴² Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

³⁴³ Bažant: Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete.

³⁴⁴ Bažant u. Ashgari: Computation of age-dependent relaxation spectra.

für $r > 1$ bzw.

$$\Delta \varepsilon_r^* = \Delta \varepsilon_{shr,r} = \varepsilon_{shr,r} - \varepsilon_{shr,r-1} \quad (\text{H.8})$$

für $r = 1$.³⁴⁵ Das auf Gleichung (H.2) bis Gleichung (H.8) basierende FORTRAN IV-Programm wurde im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe der Programmiersprache MATLAB® neu programmiert und das recherchierte Kriechgesetz (siehe Gleichung (H.1)) implementiert. Die resultierenden Relaxationskurven ab einen Belastungszeitpunkt von 24 h bis 100 d sind für den Beton M1 beispielhaft in Bild H.10 dargestellt.

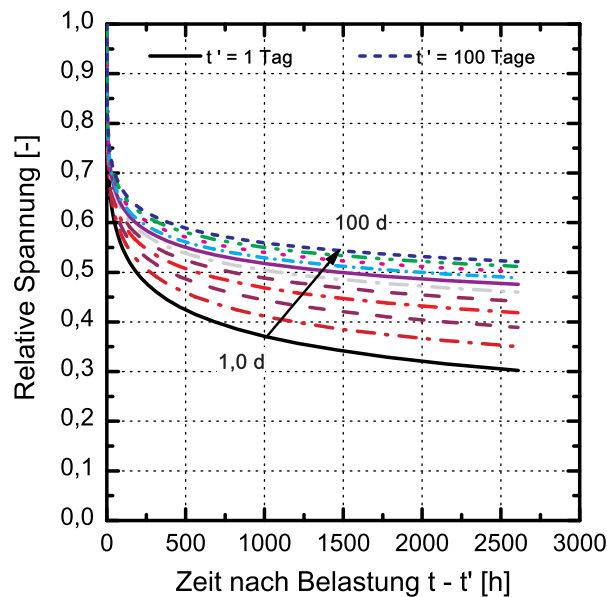


Bild H.10: Berechnete Relaxationskurven unter Ansatz von φ^ und b aus dem Fit der gesichteten Kriechkurven für den Beton M1*

Algorithmus zur Ableitung von Relaxationsspektren anhand von Relaxationskurven

Das Kriechverhalten von Beton lässt sich unter Annahme der Linearität zwischen Kriechverformung und kriechverursachender Spannung und in Abhängigkeit des Betonalters bei Belastung mit Hilfe eines ausreichend groß gewählten Systems von linearen DGLs erster Ordnung beschreiben. Dieses DGL-System kann mit fast beliebiger Genauigkeit durch eine Maxwell-Kette abgebildet werden. Bild H.11 zeigt beispielhaft eine Maxwell-Kette sowie schematisch das zugehörige Relaxationsspektrum. Die Form des schematisch dargestellten Relaxationsspektrums (E_i in Abhängigkeit von τ_i) ist vom Belastungszeitpunkt t' abhängig. Das Spannungs-Dehnungsverhalten einer Maxwell-Kette wird durch

$$\sigma_{Maxwell} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (\text{H.9})$$

und

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}_i + \sigma_i / \tau_i}{E_i(t)} \quad (\text{H.10})$$

³⁴⁵ Bažant: Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete.

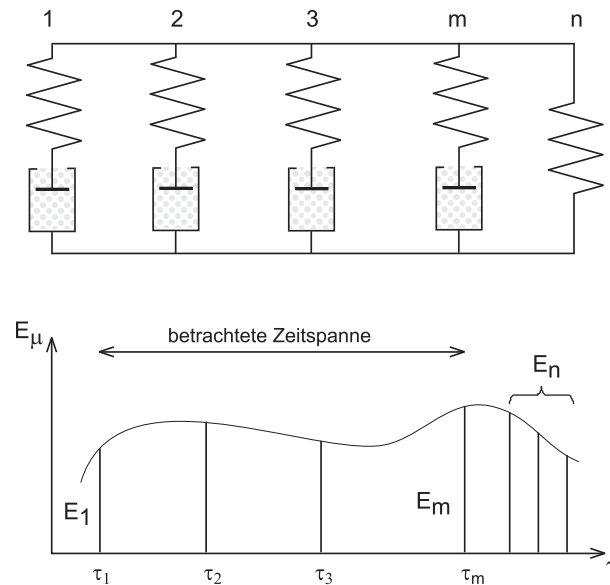


Bild H.11: Maxwell-Kette (oben) und schematische Darstellung des zugehörigen Relaxationsspektrums (unten) in Anlehnung an Bažant und Ashgari³⁴⁶

Tabelle H.5: Gewählte Relaxationszeiten der Elemente aus der Maxwell-Kette für die Modellierung des viskoelastischen Verhaltens von UHPC

i [-]	1	2	3	4	5	6
τ_i [h]	0,1	1	10	100	1.000	10^5

mit $i = 1 \dots n$ definiert. σ_i wird dabei häufig als interne Variable oder versteckte Spannung bezeichnet; τ_i ist die Relaxationszeit, welche zu der i -ten Feder gehört; E_i ist der zeitabhängige E-Modul der i -ten Feder.

Ein gegebenes, kontinuierliches Relaxationsspektrum kann i.d.R. durch Maxwell-Ketten mit beliebigen Serien von Relaxationszeiten τ_i abgebildet werden. Voraussetzung ist, dass die Relaxationszeiten τ_i auf der logarithmischen Zeitskala mit ausreichend geringem Abstand verteilt sind.³⁴⁶ Aus diesem Grund ist es nicht sinnvoll, die τ_i anhand der Ergebnisse aus Kriechversuchen abzuleiten, sondern von vornherein in geeigneter Weise festzulegen:

$$\tau_{i \dots n-1} = \tau_1 \cdot 10^{i-1} \quad (\text{H.11})$$

mit $i = 1 \dots (n - 1)$ und $\tau_n = \infty$. Für die Modellierung des viskoelastischen Verhaltens wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Maxwell-Kette mit 6 Elementen und den in Tabelle H.5 zusammengefassten Relaxationszeiten verwendet. Ist die spannungsverursachende Dehnung $\varepsilon(t)$ (hier: autogene Schwindverformung) eine Stufenfunktion, so kann Gleichung (H.10) ohne Weiteres integriert werden; der zugehörige Spannungsverlauf entspricht dann der Relaxationsfunktion $R(t, t')$:³⁴⁶

$$R(t, t') = \sum_{i=1}^n E_i(t') \cdot \exp(-(t - t')/\tau_i) \quad (\text{H.12})$$

mit t' als Alter des Betons bei Belastung. Die Berücksichtigung des viskoelastischen Verhaltens erfolgt in FEMMASSE[®] analog zu Gleichung (H.12) unter Einbeziehung des E-Moduls $E_c(t')$

³⁴⁶ Bažant u. Ashgari: Computation of age-dependent relaxation spectra.

des Betons:

$$R(t, t')/E_c(t') = \sum_{i=1}^n \beta_i(t') \cdot \exp(-(t - t')/\tau_i) \quad (\text{H.13})$$

Der Beiwert β_i entspricht dabei dem Verhältnis aus $E_i(t')$ und $E_c(t')$. Die in Gleichung (H.12) und Gleichung (H.13) enthaltenen realen Exponentialreihen werden auch als Dirichlet- oder Pronyreihen bezeichnet. Die Ermittlung der Beiwerte β_i kann z.B. als Regression mit Hilfe der Methode der Minimierung der Summe der Fehlerquadrate erfolgen. Da im vorliegenden Fall das Relaxationsverhalten aus Fitkurven und nicht aus streuungsbehafteten Einzelmesswerten abgeleitet wird, können die von Bažant und Ashgari³⁴⁷ angegebenen Wichtungsfaktoren w_1 und w_2 auf 0 gesetzt werden. Die Lösung der resultierenden Minimierungsaufgabe $\min_x \| \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{d} \|$ mit $x \geq 0$ wurde in MATLAB ® mit Hilfe der Funktion *lsqnonneg* realisiert. Eine Schritt-für-Schritt-Erläuterung der Funktion des zugehörigen Algorithmus kann Lawson und Hanson³⁴⁸ entnommen werden.

Abschätzung eines Relaxationsspektrums für die Zeit von 0 bis 24 Stunden ab Wasserzugabe - Simulation der Ringrissversuche von Eppers

Eppers³⁴⁹ untersuchte im Rahmen seiner Dissertation die Rissgefährdung von UHPC in den ersten 24 h ab Wasserzugabe anhand von Ringrissversuchen unter isothermen Bedingungen. Der verwendete Stahlring hatte einen Innendurchmesser von $R_{i, st} = 79,3$ mm und einen Außendurchmesser von $R_{a, st} = 95$ mm (Höhe des Rings: 25 mm; E-Modul: 200.000 N/mm²). Der Betonring wies eine Breite von 24 mm und eine Höhe von 25 mm auf. Eppers³⁴⁹ gibt in seiner Arbeit explizit die gemessenen Dehnungen auf der Innenseite des Stahlrings an. Daraus kann direkt die Radialdruckspannung in der Fuge Stahl/Beton sowie die Tangentialzugspannung im Betonring berechnet werden. Die Berechnung der Tangentialzugspannung im Betonring muss grundsätzlich nach der Theorie für dickwandige zylindrische Rohre erfolgen. Da jedoch im jungen Beton von einer Spannungsumlagerung vom Innenradius in Richtung des Außenradius auszugehen ist, kann vereinfachend die Kesselformel für dünnwandige zylindrische Rohre angewendet werden.

Neben der Zwangspannung ermittelte Eppers³⁴⁹ auch das freie autogene Schwinden ab Wasserzugabe sowie die Entwicklung des dynamischen E-Moduls ab einem Alter von 14 h. Einen Umrechnungsfaktor zwischen dynamischem und statischem E-Modul bestimmte Eppers³⁴⁹ für einen der vier untersuchten Betone im Alter von 21 h, 24 h und 48 h. Im Mittel ergab sich ein Verhältnis von $E_{stat} / E_{dyn} = 0,84$.

Die Modellierung des Ringriss-Versuchs erfolgte im Rahmen dieser Arbeit in FEMMASSE ® mit Hilfe eines Viertels eines Kreisrings, welcher ansonsten der Geometrie des Betonrings entsprach. Der Viertelring wurde aus 5°-Elementen (18 Elemente) zusammengesetzt. Um die radiale Behinderung durch den Stahlring zu simulieren, wurde jedes Element am Innenradius federnd gelagert. An den beiden Stirnseiten wurde jeweils ein radial verschiebliches Auflager angebracht, siehe Bild H.12. Die Steifigkeiten der 18 Flächenfederlager wurden so gewählt, dass die Verformungseigenschaften des Stahlrings in FEMMASSE ® korrekt abgebildet wurden.

³⁴⁷ Bažant u. Ashgari: Computation of age-dependent relaxation spectra.

³⁴⁸ Lawson u. Hanson: Solving least squares problems (Kapitel 23, Seite 160 f.).

³⁴⁹ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

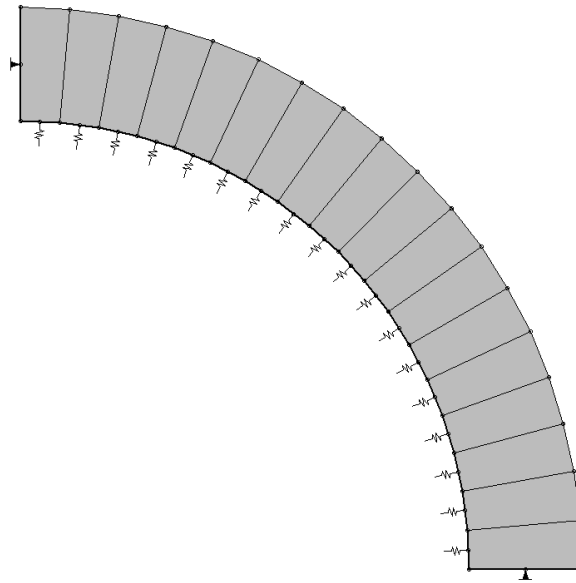


Bild H.12: Schematische Darstellung mit Lagerbedingungen des Viertelkreisrings für die Modellierung der Ringrissversuche

Tabelle H.6: Erste Schätzung für die relativen E-Moduln $[-]$ der Elemente aus der Maxwell-Kette für die Simulation des Ringrissversuchs von Eppers³⁵⁰ (Beton 1A)

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
8,0	1,00	0	0	0	0	0
14,0	0,85	0,10	0,05	0	0	0
24,0	0,70	0,20	0,10	0	0	0

Für die FEMMASSE-Simulation wurden die Originaldaten zum freien autogenen Schwinden des Betons 1A nach Eppers³⁵⁰ in die Materialdatenbank implementiert. In einer ersten Reihe von Simulationsrechnungen wurde versucht, die 24 h der Ringriss-Versuche von Eppers³⁵⁰ mit Hilfe eines Relaxationsspektrums basierend auf sechs Feder-Dämpfer-Elementen und drei Belastungszeitpunkten zu modellieren. Die Belastungszeitpunkte wurden zu 8 h, 14 h und 24 h gewählt. Die ersten beiden Zeitpunkte entsprachen in etwa dem Beginn und dem Maximum der Zwangspannungsentwicklung. Zu den vorgenannten Belastungszeitpunkten wurden außerdem die von Eppers³⁵⁰ angegebenen statischen E-Moduln des Betons in FEMMASSE[®] vorgegeben. Das Relaxationsspektrum wurde im Laufe der Simulationen so lange variiert, bis eine akzeptable Übereinstimmung zum Versuch gefunden wurde. Das im Rahmen der iterativen Vorgehensweise als erstes verwendete Spektrum ist für die drei Belastungszeitpunkte und das jeweilige Feder-Dämpfer-Element der Maxwell-Kette (s. Relaxationszeiten in der zweiten Zeile) in Tabelle H.6 angegeben. Unter Ansatz des in Tabelle H.6 genannten Relaxationsspektrums ergibt sich der in Bild H.13 dargestellte rechnerische Verlauf der mittleren Ringzugspannung. Die im Versuch gemessene maximale Ringzugspannung betrug rd. $1,65 \text{ N/mm}^2$. Die aus dem

³⁵⁰ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

Tabelle H.7: Relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für die Simulation des Ringriss-Versuchs von Eppers³⁵¹ (Beton 1A)

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
8,0	0,868	0,070	0,050	0,010	0,001	0,001
14,0	0,080	0,100	0,180	0,310	0,160	0,170
24,0	0,051	0,225	0,311	0,166	0,071	0,175

gewählten Relaxationsspektrum resultierende Relaxation ist über den gesamten Zeitraum so stark, dass die Ringzugspannungen nicht über $0,01 \text{ N/mm}^2$ steigen. Eine akzeptable Über-

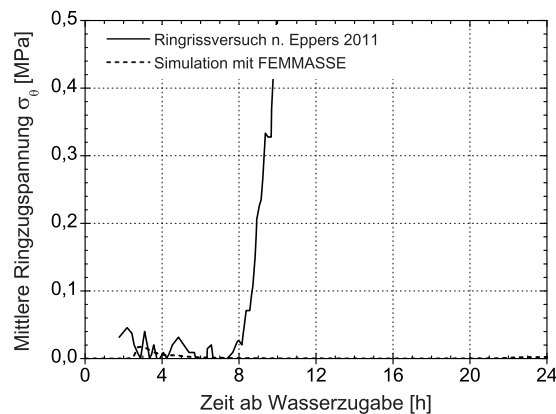


Bild H.13: Zeitliche Entwicklung der Ringzugspannung, dargestellt bis $0,5 \text{ N/mm}^2$ - Versuchsergebnis nach Eppers³⁵¹ und erste FE-Simulation

einstimmung zwischen dem Versuchsergebnis von Eppers³⁵¹ und der eigenen FE-Simulation wurde - nach trial-and-error-Anpassung des Spektrums - mit dem in Tabelle H.7 zusammengefassten Relaxationsspektrum erzielt. Der resultierende Verlauf der mittleren Ringzugspannung sowie der Verlauf der Radialdruckspannung an der äußeren Mantelfläche des Stahlrings ist in Bild H.14 dargestellt. Die Entwicklung der Ringzugspannung beginnt bei der FE-Simulation knapp 1 h nach dem tatsächlich gemessenen Beginn. Sowohl der Anstieg auf das Maximum der Ringzugspannung im Alter von rd. 14 Stunden als auch der anschließende Abfall um rd. 25% werden jedoch von der Simulation unter Ansatz des vorgenannten Relaxationsspektrums gut abgebildet. Das Relaxationsspektrum spiegelt die starke Änderung der Eigenschaften des UHPC während der ersten 24 h wieder. Zum Zeitpunkt des Entstehens der ersten Ringzugspannung (etwa bei Erstarrungsbeginn) wird das viskoelastische Verhalten zu rd. 87% von dem ersten Element der Maxwell-Kette bestimmt, siehe Tabelle H.7. Dies ändert sich in den folgenden 6 h signifikant hin zu einer etwas gleichmäßigeren Verteilung auf alle sechs Maxwell-Elemente. Im Alter von 24 h verschiebt sich das Spektrum weiter in Richtung des zweiten, dritten und letzten Maxwell-Elements.

Das in den folgenden beiden Absätzen auf den Kriechkurven basierend ermittelte Relaxations-

³⁵¹ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

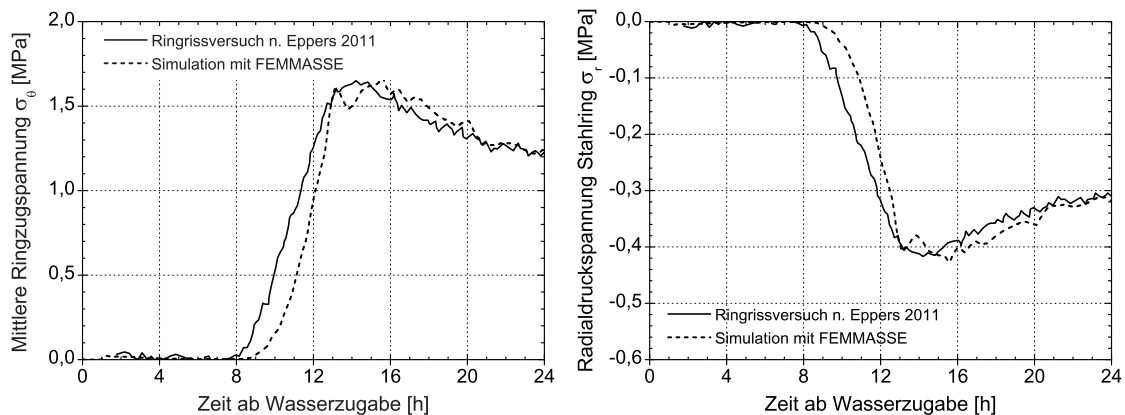


Bild H.14: Zeitliche Entwicklung der Ringzugspannung (links) bzw. der Radialdruckspannung am Stahrling (rechts) - Versuchsergebnis nach Eppers³⁵³ und eigene FE-Simulation

spektrum wird für die Validierung anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger³⁵² um das o.g. Spektrum für die ersten 24 h ergänzt.

Die Simulation des Ringrissversuchs mit dem Beton mit nennenswertem Anteil von Hütten- sandmehl 1A BFS macht keinen Sinn, da nur die ersten 8 h (d.h. 16 h bis 24 h ab Wasserzugabe) der Spannungsentwicklung von Eppers³⁵³ erfasst wurden.

Validierung der Relaxationsspektren anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger

Allgemeines

Der im vorgenannten Absatz dargestellte Ansatz zur Berücksichtigung der Viskoelastizität wird hinsichtlich der Brauchbarkeit für faserfreie UHPCs unter Zugspannung anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger³⁵² beurteilt. Dazu wird der Betonquerschnitt des Reißrahmens mit seinen Originalabmessungen und einer entsprechenden Feder als Auflager in FEMMASSE modelliert und die zeitliche Entwicklung der Spannung berechnet. Schachinger³⁵² führte für CEM I- und CEM III-Betone Versuche mit dem starren Reißrahmen unter konservierenden und isothermen Bedingungen durch. Der Betonquerschnitt hatte Abmessungen von $50 \times 35 \text{ mm}^2$. Die Stahlholme des Reißrahmens wiesen eine Querschnittsfläche von insgesamt $2 \times 1.206,9 \text{ mm}^2$ auf ($E\text{-Modul } E_s = 135.000 \text{ N/mm}^2$). Die Länge des Betonquerschnitts betrug 420 mm; die Stahlholme wiesen eine Länge von rd. 700 mm auf. Damit ergibt sich eine Federsteifigkeit c_{RR} von $2.413,8 \times 135.000 / 700 \text{ N/m} = 465,5086 \text{ kN/mm}$. Die Stahlholme werden in FEMMASSE durch eine Feder, welche über die gesamte Fläche des o.g. Betonquerschnitts wirkt, modelliert. Um das Last-Verformungsverhalten der Stahlholme abzubilden, muss die Feder in FEMMASSE eine Steifigkeit von $c'_{FEMMASSE} = 266,01 \text{ N/mm}^2/\text{mm}$ aufweisen.

CEM-I-Beton (CEM-I-30-0,27)

Die anhand der Kriechgesetze mit Hilfe der vorgenannten numerischen Methoden ermittelten diskreten Relaxationsspektren sind für den Portlandzementbeton von Schachinger³⁵² in

³⁵² Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

³⁵³ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

Tabelle H.8: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für die erste Simulation des Betons CEM-I-30-0,27 von Schachinger³⁵⁴

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
24,0	0,1323	0,0668	0,1246	0,1605	0,2020	0,3138
38,0	0,1271	0,0661	0,1199	0,1504	0,1808	0,3557
60,3	0,1237	0,0632	0,1205	0,1439	0,1644	0,3845
95,5	0,1191	0,0621	0,1187	0,1341	0,1450	0,4210
151,4	0,1147	0,0611	0,1166	0,1278	0,1315	0,4482
240,0	0,1105	0,0600	0,1144	0,1244	0,1229	0,4677
380,4	0,1065	0,0590	0,1121	0,1224	0,1172	0,4828
602,9	0,1025	0,0580	0,1097	0,1209	0,1133	0,4955
955,5	0,0986	0,0571	0,1073	0,1197	0,1106	0,5068
1.514,3	0,0949	0,0561	0,1048	0,1184	0,1086	0,5172
2.400,0	0,0914	0,0551	0,1024	0,1171	0,1070	0,5271

Tabelle H.8 zusammengefasst. Sie sind als erste Näherung für die Validierung anhand der Reißrahmenversuche von Schachinger³⁵⁴ zu sehen. Das Relaxationsspektrum wurde für eine erste Validierung zur Simulation der Reißrahmenversuche von Schachinger³⁵⁴ angesetzt. Die Spektren der beiden Belastungszeitpunkte 8 h und 14 h wurden von dem Spektrum aus der Simulation des Ringrissversuchs von Eppers³⁵⁵ übernommen. Aus der FE-Simulation ergibt sich der in Bild H.15 dargestellte zeitliche Verlauf der Zugspannung. Die rechnerische Zugspannung im

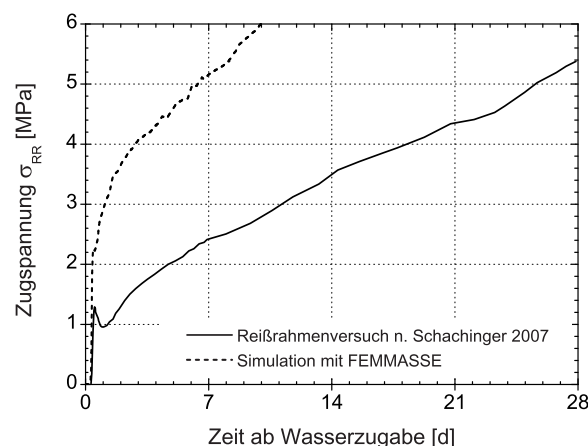


Bild H.15: Zeitliche Entwicklung der Zugspannung im Reißrahmen - Ergebnisse der ersten FE-Simulation und des Reißrahmenversuchs für den Beton CEM-I-30-0,27 von Schachinger³⁵⁴

³⁵⁴ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

³⁵⁵ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

Reißrahmen liegt - v.a. ab rd. 24 h - deutlich über der tatsächlich im Versuch ermittelten Spannung. Die anhand der Druckkriechversuche abgeleiteten viskoelastischen Eigenschaften können demnach den tatsächlichen Zugspannungsabbau infolge Relaxation nicht abbilden. Grund hierfür ist u.a. vermutlich die Tatsache, dass ein Großteil der recherchierten Betone Stahlfasern enthielten. Um die tatsächlichen viskoelastischen Eigenschaften des UHPC abzubilden, muss daher das Kriechgesetz angepasst werden. Anhaltspunkt für die empirische Anpassung ist das Spektrum des Belastungszeitpunkts 24 h aus der eigenen Simulation des Ringrissversuchs von Eppers³⁵⁶. Das aus diesem Vorgehen resultierende Kriechgesetz ergibt sich zu:

$$\varepsilon'_{tot}(t, t') = J(t, t') = \frac{1}{E(t')} \cdot \left[1 + 2,90 \cdot 1,25 \cdot t'^{-0,070} \cdot \frac{(t - t')^{0,650}}{10 + (t - t')^{0,650}} \right] \quad (\text{H.14})$$

Auf Basis dieses angepassten Kriechgesetzes wurde ein neues Relaxationsspektrum berechnet, welches ebenfalls um die beiden Spektren zum Belastungszeitpunkt 8 h und 14 h aus der Modellierung des Ringrissversuchs von Eppers³⁵⁶ ergänzt wurde. Das neue Gesamtspektrum ergibt sich somit wie in Tabelle H.9 zusammengefasst. Der resultierende Zugspannungsverlauf ist in Bild H.16 dargestellt. Der von Schachinger³⁵⁷ gemessene Zugspannungsverlauf wird - bis auf

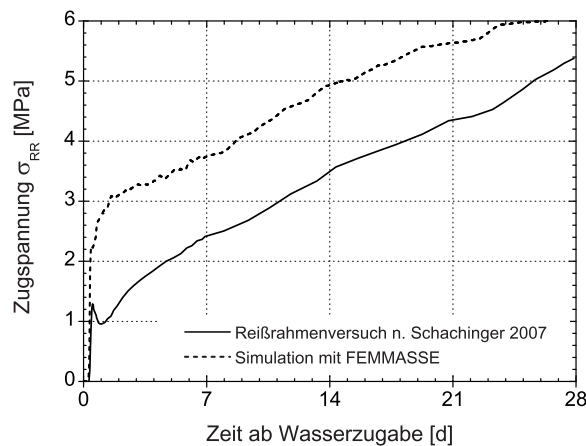


Bild H.16: Zeitliche Entwicklung der Zugspannung im Reißrahmen - Ergebnisse der zweiten FE-Simulation und des Reißrahmenversuchs für den Beton CEM-I-30-0,27 von Schachinger³⁵⁷

den Bereich um 14 h - deutlich besser abgebildet. Da jedoch gerade das frühe Verhalten, welches durch das rein empirisch ermittelte Relaxationsspektrum aus dem Ringrissversuch von Eppers³⁵⁶ abgeleitet wurde, einen deutlichen Einfluss auf die gesamte Modellierung hat, wird das 14 h-Relaxationsspektrum „per Hand“ angepasst. Resultat wird dann ein Gesamtspektrum sein, welches zum Zeitpunkt 8 h und 24 h dem Spektrum aus der Modellierung des Ringrissversuchs entspricht. Ab 24 h entspricht es dem Spektrum aus dem modifizierten Kriechgesetz. Die Betone von Eppers³⁵⁶ und Schachinger³⁵⁷ unterscheidet in den ersten 24 h somit nur das 14 h-Spektrum. Das für die Modellierung des CEM-I-Betons im Reißrahmenversuch abschließend eingesetzte Gesamtspektrum kann Tabelle H.10 entnommen werden. Die Ergebnisse der Simulation sind in Bild H.17 dargestellt. Das Verhalten des Betons innerhalb der ersten 24 h wird nun deutlich besser abgebildet. Der Fehler zur tatsächlichen gemessenen Zugspannung beträgt im mittleren Teil der Versuchsdauer etwa 11%. Am Ende des Versuchs liegt die rechnerisch ermittelte rd. 6% über der tatsächlich gemessenen Zugspannung. Im Hinblick auf die umfangreichen

³⁵⁶ Eppers: Assessing the autogenous shrinkage cracking propensity of concrete by means of the restrained ring test.

³⁵⁷ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

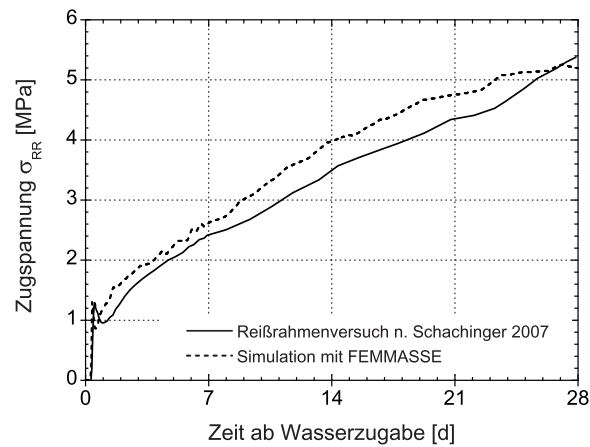


Bild H.17: Zeitliche Entwicklung der Zugspannung im Reißrahmen - Ergebnisse der abschließenden FE-Simulation und des Reißrahmenversuchs für den Beton CEM-I-30-0,27 von Schachinger³⁵⁷

Annahmen, die zur Modellierung des Betons getroffen werden mussten, wird das erzielte Ergebnis als akzeptabel beurteilt. Der gewählte Ansatz zur Ableitung des Relaxationsspektrums wird daher für die eigenen Betone mit 680 kg/m^3 Portlandzement verwendet.

Tabelle H.9: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für die zweite Simulation des Betons CEM-I-30-0,27 von Schachinger³⁵⁷

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
8,0	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
14,0	0,0800	0,1000	0,1800	0,3100	0,1600	0,1700
24,0	0,0516	0,2247	0,3111	0,1660	0,0713	0,1752
38,0	0,0467	0,2234	0,2958	0,1524	0,0618	0,2198
60,3	0,0456	0,2160	0,2948	0,1492	0,0560	0,2385
95,5	0,0430	0,2110	0,2936	0,1417	0,0492	0,2615
151,4	0,0405	0,2062	0,2907	0,1362	0,0438	0,2826
240,0	0,0385	0,2008	0,2885	0,1342	0,0403	0,2976
380,4	0,0367	0,1953	0,2866	0,1342	0,0381	0,3091
602,9	0,0351	0,1897	0,2846	0,1352	0,0366	0,3188
955,5	0,0337	0,1842	0,2824	0,1365	0,0358	0,3275
1.514,3	0,0323	0,1787	0,2801	0,1380	0,0352	0,3357
2.400,0	0,0311	0,1732	0,2776	0,1396	0,0349	0,3436

Tabelle H.10: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für die abschließende Simulation des Betons CEM-I-30-0,27 von Schachinger³⁵⁷

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
8,0	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
14,0	0,2600	0,4000	0,2800	0,0500	0,0050	0,0050
24,0	0,0516	0,2247	0,3111	0,1660	0,0713	0,1752
38,0	0,0467	0,2234	0,2958	0,1524	0,0618	0,2198
60,3	0,0456	0,2160	0,2948	0,1492	0,0560	0,2385
95,5	0,0430	0,2110	0,2936	0,1417	0,0492	0,2615
151,4	0,0405	0,2062	0,2907	0,1362	0,0438	0,2826
240,0	0,0385	0,2008	0,2885	0,1342	0,0403	0,2976
380,4	0,0367	0,1953	0,2866	0,1342	0,0381	0,3091
602,9	0,0351	0,1897	0,2846	0,1352	0,0366	0,3188
955,5	0,0337	0,1842	0,2824	0,1365	0,0358	0,3275
1.514,3	0,0323	0,1787	0,2801	0,1380	0,0352	0,3357
2.400,0	0,0311	0,1732	0,2776	0,1396	0,0349	0,3436

CEM-III-B-Beton (CEM-III-B-12-0,24)

Das für den CEM-I-Beton gefundene Kriechgesetz sowie das entsprechende Relaxationsspektrum wird im Folgenden auf den von Schachinger³⁵⁸ untersuchten CEM-III-B-Beton angewendet und der resultierende Spannungsverlauf berechnet. Hierfür wurde die zeitliche Entwicklung des freien Schwindens und des E-Moduls aus der Arbeit von Schachinger³⁵⁸ in die FEMMASSE-Datenbank übernommen. Die Belastungszeitpunkte, zu denen ein Relaxationsspektrum für den CEM-III-B-Beton bestimmt wurde, wurden entsprechend dem abweichenden Erstarrungsverhalten angepasst.

Beim CEM-I-Beton entsprach der erste Belastungszeitpunkt in etwa dem Erstarrungsbeginn, der dritte Belastungszeitpunkt wurde zu 24 h gewählt. Letztgenannter Zeitpunkt entspricht dem in der Literatur gefundenen frühesten Start für Kriechversuche und dem Beginn der Gültigkeit des Model Code 1990-Gesetzes für die Berechnung des statischen E-Moduls. Der zweite Belastungszeitpunkt wurde so gewählt, dass sich die Zeitintervalle zwischen erstem und zweitem sowie zweitem und drittem Belastungszeitpunkt wie 6/10 verhalten; selbes Verhältnis wurde für den CEM-III-B-Beton angesetzt.

Somit ergeben sich die ersten drei Belastungszeitpunkte zu 10,6 h, 32,9 h und 70 h. Die Relaxationsspektren des CEM-III-B-Betons ab 24 h wurden aus dem Kriechgesetz der CEM-I-Betone aus der Literatur ab 24 h und dem rechnerischen E-Modul ermittelt. Das 10,6 h und 32,9 h-Stunden-Spektrum wird in erster Näherung vom CEM-I-Beton übernommen. Das resultierende Relaxationsspektrum ist in Tabelle H.11 wiedergegeben, der rechnerische Verlauf der Zugspannungen ist zusammen mit den Versuchsergebnissen von Schachinger³⁵⁸ in Bild H.18 dargestellt. Der Vergleich zwischen den Versuchsergebnissen und der FE-Simulation zeigt,

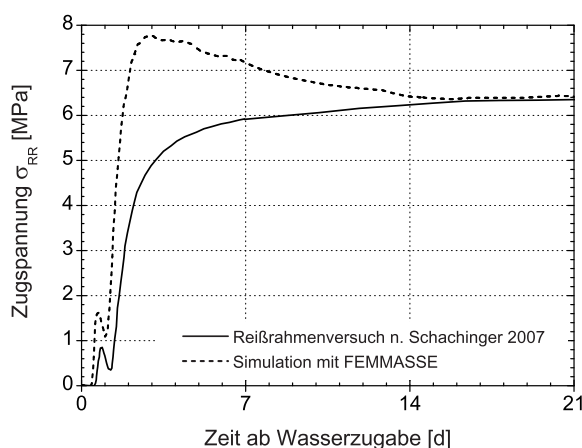


Bild H.18: Zeitliche Entwicklung der Zugspannung im Reißrahmen - Ergebnisse der ersten FE-Simulation und des Reißrahmenversuchs für den Beton CEM-III-B-12-0,24 von Schachinger³⁵⁸

dass o.g. Relaxationsspektrum das Verhalten des Betons sowohl im sehr jungen Alter bis etwa 24 h, als auch zwischen rd. 1 d und 14 d nicht befriedigend abbilden kann. Zwar wird der frühe Spannungsaufbau sowie der darauffolgende Spannungsabbau infolge Quellen qualitativ wiedergegeben, das berechnete Niveau der Zugspannungen liegt im vorgenannten Zeitraum jedoch deutlich über dem im Versuch ermittelten. Die Entwicklung der Zugspannung wird ab einem Alter von rd. 14 d vergleichsweise exakt wiedergegeben. Wegen der Diskrepanz im sehr

³⁵⁸ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

jungen Alter wurde das Relaxationsspektrum des zweiten Belastungszeitpunkts „per Hand“ angepasst, bis eine bessere Übereinstimmung erreicht wurde. Das abschließend angesetzte Gesamtspektrum kann Tabelle H.12 entnommen werden. Der dazugehörige rechnerische Verlauf der Zugspannungen ist in Bild H.19 veranschaulicht. Im sehr jungen Alter und bis etwa

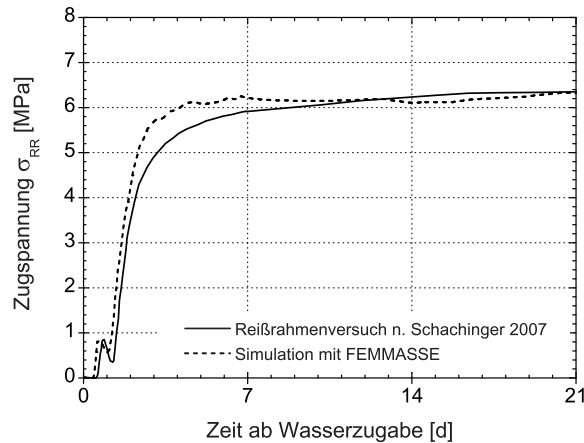


Bild H.19: Zeitliche Entwicklung der Zugspannung im Reißrahmen - Ergebnisse der abschließenden FE-Simulation und des Reißrahmenversuchs für den Beton CEM-III-B-12-0,24 von Schachinger³⁵⁹

9 d konnte eine deutliche Verbesserung der Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen von Schachinger³⁵⁹ erreicht werden. Das Verhalten zwischen 9 d und 15 d wurde durch die Anpassung des Spektrums nur leicht beeinflusst. Ab etwa 15 d ist keine signifikante Auswirkung des angepassten Spektrums mehr zu erkennen; die Zugspannungsentwicklung wird in diesem Zeitraum weiterhin exakt abgebildet. Das abschließend ermittelte Gesamtspektrum bildet den tatsächlich gemessenen Zugspannungsverlauf mit sehr guter Übereinstimmung ab und wird daher für den Beton M8 angewendet.

³⁵⁹ Schachinger: Maßnahmen zur Herstellung von rissefreien Bauteilen aus ultrahochfestem Beton mit hoher Duktilität.

Tabelle H.11: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für den Beton CEM-III-B-12-0,24 von Schachinger³⁵⁹ - erster Iterationsschritt

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
10,6	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
32,9	0,0800	0,1000	0,1800	0,3100	0,1600	0,1700
70,0	0,0507	0,2268	0,2979	0,1362	0,0504	0,2379
84,0	0,0475	0,2223	0,2954	0,1341	0,0482	0,2525
106,3	0,0447	0,2175	0,2932	0,1328	0,0461	0,2657
141,5	0,0424	0,2121	0,2915	0,1326	0,0442	0,2773
197,4	0,0403	0,2065	0,2900	0,1329	0,0421	0,2881
286,0	0,0384	0,2009	0,2884	0,1334	0,0401	0,2988
426,4	0,0367	0,1953	0,2866	0,1341	0,0383	0,3090
648,9	0,0351	0,1897	0,2846	0,1352	0,0369	0,3185
1.001,5	0,0337	0,1842	0,2824	0,1366	0,0359	0,3273
1.560,3	0,0323	0,1787	0,2801	0,1380	0,0353	0,3356
2.446,0	0,0311	0,1732	0,2776	0,1396	0,0350	0,3435

Tabelle H.12: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für den Beton CEM-III-B-12-0,24 von Schachinger³⁵⁹ - abschließender Iterationsschritt

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
10,6	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
32,9	0,6000	0,0900	0,0100	0,0100	0,0400	0,2500
70,0	0,0507	0,2268	0,2979	0,1362	0,0504	0,2379
84,0	0,0475	0,2223	0,2954	0,1341	0,0482	0,2525
106,3	0,0447	0,2175	0,2932	0,1328	0,0461	0,2657
141,5	0,0424	0,2121	0,2915	0,1326	0,0442	0,2773
197,4	0,0403	0,2065	0,2900	0,1329	0,0421	0,2881
286,0	0,0384	0,2009	0,2884	0,1334	0,0401	0,2988
426,4	0,0367	0,1953	0,2866	0,1341	0,0383	0,3090
648,9	0,0351	0,1897	0,2846	0,1352	0,0369	0,3185
1.001,5	0,0337	0,1842	0,2824	0,1366	0,0359	0,3273
1.560,3	0,0323	0,1787	0,2801	0,1380	0,0353	0,3356
2.446,0	0,0311	0,1732	0,2776	0,1396	0,0350	0,3435

Vorgehen bei der Ableitung der Relaxationsspektren für die Modellierung der eigenen Betone

Die Gültigkeit des Kriechgesetz-basierten Spektrums wird grundsätzlich zu dem Zeitpunkt unterstellt, ab dem auch das E-Modulgesetz des Model Code 1990 anwendbar ist. Vor diesem Zeitpunkt verändern sich das viskoelastische Verhalten und die mechanischen Eigenschaften von UHPC in Abhängigkeit der Zusammensetzung in kurzer Zeit, so dass auf die bereits erwähnte Anpassung der Relaxationsspektren „per Hand“ zurückgegriffen werden musste.

Auf Basis der in den vorgenannten Abschnitten gewonnenen Erkenntnisse wird hinsichtlich der Relaxationsspektren für die eigenen Betone somit wie folgt vorgegangen:

1. Die Betone mit 680 kg/m^3 Portlandzement, Silikastaub und Hüttensandmehl als Bindemittel (w/z-Wert: 0,28; M1, M3 bis M7) werden wie der CEM I-Beton (CEM-I-30-0,27) von Schachinger behandelt, d.h., das Relaxationsspektrum besteht aus einer Kombination aus „händisch“ angepasstem Spektrum für die ersten beiden Belastungszeitpunkte und dem Spektrum auf Basis des modifizierten Kriechgesetzes.
2. Der Beton M2 wird hinsichtlich der ersten beiden Belastungszeitpunkte wie der Beton 1A von Eppers behandelt (gleicher Zement, ähnliche Zusammensetzung des Betons), die Spektren der verbleibenden Belastungszeitpunkte werden analog zu den vorgenannten Betonen ermittelt.
3. Der Beton M8 wird wie der CEM III/B-Beton (CEM-III-B-12-0,27) von Schachinger behandelt, d.h., das Relaxationsspektrum besteht aus einer Kombination aus „händisch“ angepasstem Spektrum für die ersten beiden Belastungszeitpunkte und dem Spektrum auf Basis des modifizierten Kriechgesetzes mit angepassten Belastungszeitpunkten.

Bei der Berechnung der Gesamtspektren findet die in Kapitel F ermittelte zeitliche Entwicklung des E-Moduls Eingang. Somit ergeben sich für die erste Gruppe an Betonen, den Beton M2 und den Beton M8, die in Tabelle H.13 bis Tabelle H.15 zusammengefassten Relaxationsspektren.

Tabelle H.13: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für die Betone M1, M3 bis M7

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
8,0	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
14,0	0,2600	0,4000	0,2800	0,0500	0,0050	0,0050
24,0	0,0550	0,2201	0,3098	0,1719	0,0737	0,1696
38,0	0,0495	0,2189	0,3023	0,1563	0,0642	0,2088
60,3	0,0457	0,2158	0,2963	0,1455	0,0565	0,2403
95,5	0,0428	0,2114	0,2928	0,1391	0,0505	0,2634
151,4	0,0404	0,2063	0,2905	0,1358	0,0459	0,2811
240,0	0,0385	0,2008	0,2885	0,1345	0,0424	0,2952
380,4	0,0367	0,1953	0,2866	0,1346	0,0398	0,3070
602,9	0,0351	0,1897	0,2846	0,1354	0,0379	0,3173
955,5	0,0337	0,1841	0,2825	0,1367	0,0366	0,3265
1.514,3	0,0323	0,1786	0,2801	0,1381	0,0358	0,3351
2.400,0	0,0311	0,1732	0,2776	0,1396	0,0353	0,3433

Tabelle H.14: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für den Beton M2

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
8,0	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
14,0	0,0800	0,1000	0,1800	0,3100	0,1600	0,1700
24,0	0,0560	0,2179	0,3088	0,1714	0,0733	0,1726
38,0	0,0495	0,2189	0,3023	0,1563	0,0642	0,2088
60,3	0,0457	0,2158	0,2963	0,1455	0,0565	0,2403
95,5	0,0428	0,2114	0,2928	0,1391	0,0505	0,2634
151,4	0,0404	0,2063	0,2905	0,1358	0,0459	0,2811
240,0	0,0385	0,2008	0,2885	0,1345	0,0424	0,2952
380,4	0,0367	0,1953	0,2866	0,1346	0,0398	0,3070
602,9	0,0351	0,1897	0,2846	0,1354	0,0379	0,3173
955,5	0,0337	0,1841	0,2825	0,1367	0,0366	0,3265
1.514,3	0,0323	0,1786	0,2801	0,1381	0,0358	0,3351
2.400,0	0,0311	0,1732	0,2776	0,1396	0,0353	0,3433

Table H.15: Resultierende relative E-Moduln [-] der Elemente aus der Maxwell-Kette für den Beton M8

t' [h]	τ_i [h]					
	0,1	1	10	100	1.000	10^5
10,6	0,8680	0,0700	0,0500	0,0100	0,0010	0,0010
32,9	0,6000	0,0900	0,0100	0,0100	0,0400	0,2500
70,0	0,0446	0,2145	0,2950	0,1430	0,0544	0,2486
110,9	0,0420	0,2098	0,2920	0,1377	0,0489	0,2697
175,8	0,0398	0,2045	0,2898	0,1352	0,0447	0,2860
278,7	0,0379	0,1990	0,2879	0,1344	0,0415	0,2993
441,7	0,0362	0,1934	0,2860	0,1348	0,0391	0,3105
700,0	0,0347	0,1879	0,2839	0,1358	0,0374	0,3203
1.109,4	0,0332	0,1823	0,2817	0,1371	0,0363	0,3293
1.758,3	0,0319	0,1769	0,2793	0,1386	0,0356	0,3378
2.786,8	0,0307	0,1715	0,2768	0,1401	0,0351	0,3459
4.416,7	0,0296	0,1661	0,2741	0,1415	0,0349	0,3538
7.000,0	0,0286	0,1609	0,2713	0,1429	0,0349	0,3616

I. FEM-Berechnungen zur Abschätzung der Radialdruckspannung an der Faseroberfläche

Vorbemerkungen

Die FEM-Berechnungen der zeitlichen Entwicklung des Radialdrucks an der Faseroberfläche werden für die Proben mit einem Faserdurchmesser von 0,48 mm durchgeführt. Der statische E-Modul der Faser wird zu 210.000 N/mm^2 angenommen. Die Modellierung erfolgt analog zur Ringriss-Modellierung an einem Viertelkreis. Der Außenradius des Betonzylinders beträgt 17,5 mm, der Innenradius entspricht dem Faserradius. Eine schematische Skizze des Modells ist in Bild I.1 dargestellt. Die Berechnung der zeitlichen Entwicklung der Radialdruckspannung er-

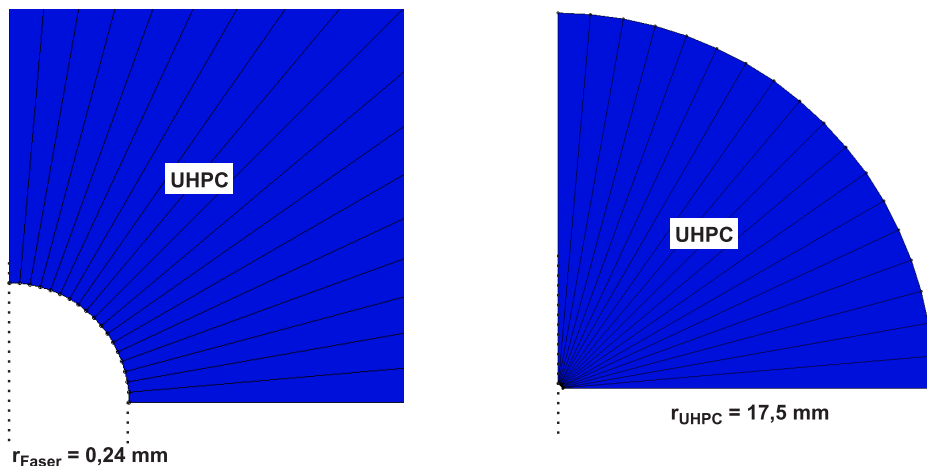


Bild I.1: Schematische Darstellung des Modells für die FE-Berechnung, links: Detail des Bereichs um die Faser, rechts: Gesamtübersicht

folgt bis zum wirksamen Alter der Betone zum Zeitpunkt des pull-out-Versuchs (s. Anhang F).

Ergebnisse der FEM-Analysen

Die rechnerischen Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche zum Zeitpunkt des pull-out-Versuchs sind in Tabelle I.1 zusammengefasst; die Entwicklung der rechnerischen Radialdruckspannungen in Abhängigkeit des wirksamen Alters ist in Bild I.2 dargestellt. Die höchste rechnerische Radialdruckspannung an der Faseroberfläche entsteht beim Beton M2 mit $-4,418 \text{ N/mm}^2$. Dies ist nicht verwunderlich, da der Beton M2 den höchsten Zementgehalt sowie den niedrigsten w/b -Wert aufweist; die Schwindverformungen sind bei diesem Beton demnach am größten. Vom Maximum der Radialdruckspannung im Alter von rd. 400 Stunden werden bis zum Zeitpunkt der Durchführung des pull-out-Versuchs noch rd. 14% infolge Relaxation abgebaut.

Ein ähnlicher Abfall der Radialdruckspannungen ist beim Beton M3 festzustellen. Die

Table I.1: Rechnerische Radialdruckspannung an der Faseroberfläche der untersuchten Betone, Faserdurchmesser 0,48 mm, Probendurchmesser 35 mm

Beton [-]	Wirksames Alter ¹⁾ [h]	Rechn. Radialdruckspannung $\sigma_{r, faser}$ [N/mm ²]
M1, M4 bis M7	847	-3,484
M2	766	-4,418
M3	847	-3,535
M8	1.380	-2,700

¹⁾ zum Zeitpunkt der Durchführung des pull-out-Versuchs

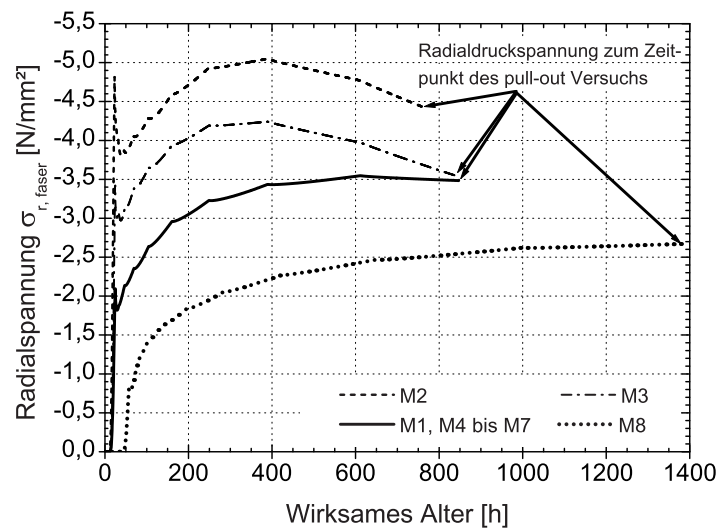


Bild I.2: Rechnerischer Verlauf der Radialdruckspannung $\sigma_{r, faser}$ an der Faseroberfläche für die untersuchten Betone über dem jeweiligen wirksamen Alter

zum Zeitpunkt der Durchführung des pull-out-Versuchs noch wirksame Radialdruckspannung beträgt -3,535 N/mm².

Beton M1 und M4 bis M7 liegen hinsichtlich ihrer Radialdruckspannung in Höhe von -3,484 N/mm² geringfügig unter dem Beton M3. Die Differenz beträgt unter 10%, so dass im Rahmen der pull-out-Versuche aufgrund der zu erwartenden Versuchsstreuung vermutlich kein Unterschied festzustellen sein wird. Ein Abfall der Radialdruckspannung findet in deutlich geringerem Ausmaß innerhalb der letzten rd. 200 h statt. Einziger Unterschied zwischen den vorgenannten Betonen und dem Beton M3 ist das rechnerische Schwindverhalten. Beton M3 weist zum Zeitpunkt des rechnerischen Erstarrungsendes, welches mit dem Beton M1 und M4 bis M7 übereinstimmt, aufgrund des geringeren w/b-Werts eine größere Schwindverformung auf. Auch Beton M2 weist aufgrund des geringen w/b-Werts eine größere Schwindverformung bei geringfügig früherem Erstarren auf. Grund für den bei den letztgenannten beiden Betonen festgestellten Abfall der Radialdruckspannung ist offensichtlich die v.a. im sehr jungen Alter vergleichsweise hohe Schwindrate. Ein kleiner Teil der damit verbundenen Spannungen relaxiert über einen größeren Zeitraum von mehreren hundert Stunden und führt somit zu dem entsprechenden Verhalten.

Der zeitliche Verlauf der Radialdruckspannungen des Betons M1 und M4 bis M7 weist im Alter von rd. 600 h bis 847 h nur geringfügige Veränderungen auf; somit ist davon auszugehen, dass zwischen den wärmebehandelten Proben und Proben aus der 28-tägigen Normallagerung (20°C/100% r.F.) kein Unterschied im Verbundverhalten festzustellen sein dürfte.

Die geringsten Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche entstehen beim Beton M8 mit rd. -2,700 N/mm². Grund hierfür dürfte in erster Linie die günstige Zusammensetzung des Bindemittels, d.h. ein geringer Zementgehalt und ein vergleichsweise moderater w/b-Wert von 0,29 sein.

Neben den FE-Analysen an den vorgenannten Betonen wurde für den Beton M1 eine Studie zum Einfluss des Probendurchmessers durchgeführt. Die zeitliche Entwicklung der Radialdruckspannungen wurden für Probendurchmesser von 35 mm, 20 mm und 10 mm berechnet, siehe Bild I.3. Mit größer werdendem Probendurchmesser steigen erwartungsgemäß die Radial-

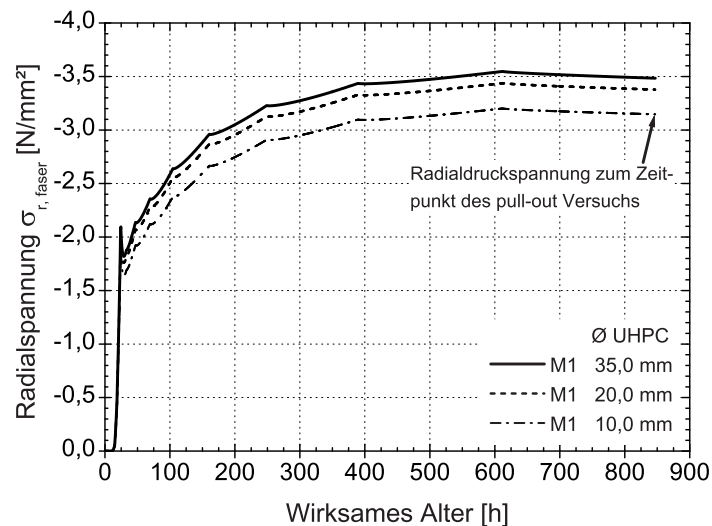


Bild I.3: Rechnerischer Verlauf der Radialdruckspannung $\sigma_{r, faser}$ an der Faseroberfläche für den untersuchten Beton M1 über dem jeweiligen wirksamen Alter und für drei verschiedene Probendurchmesser

druckspannungen an der Faseroberfläche. Bei den Proben mit einem Durchmesser von 10 mm beträgt die Radialdruckspannung -3,147 N/mm²; eine Vergrößerung des Probendurchmessers auf 35 mm resultiert in der bereits genannten Radialdruckspannung von -3,484 N/mm². Für die analysierten Probengeometrien beträgt der Unterschied in der Radialdruckspannung demnach unter 10%; dieser Einfluss des Probendurchmessers dürfte im Rahmen der Versuche wegen der zu erwartenden Versuchsstreuung demnach nicht erkennbar sein.

Dem Verfasser ist zu den Radialdruckspannungen an der Oberfläche von Fasern in einer zementgebundenen Matrix nur die bereits erwähnte Studie von Stang³⁶⁰ bekannt. Stang³⁶⁰ ermittelte die Radialdruckspannungen an der Faseroberfläche auf Basis eines Modellversuchs und der anschließenden Umrechnung der Ergebnisse auf die tatsächliche Geometrie der Fasern. Für die Versuche verwendete er Zementleime mit einem w/z-Wert von 0,30 (mit und ohne Silikastaub). Die freien autogenen Schwindverformungen betragen im Alter von 500 h rd. 6‰ für den Zementleim mit 10% Mikrosilika und rd. 2‰ für den reinen Zementleim. Die zugehörigen rech-

³⁶⁰ Stang: Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials.

nerischen Radialdruckspannungen betragen rd. -19 N/mm^2 bzw. $-6,4 \text{ N/mm}^2$. Letztgenannte Spannung liegt etwa um den Faktor 1,8 über der rechnerischen Radialdruckspannung der Betone *M1* und *M4* bis *M7*. In Anbetracht der hohen freien autogenen Schwindverformung des Zementleims (Faktor 2,8 im Vergleich zu den angesetzten Schwindverformungen der betrachteten Betone in dieser Arbeit) und der vermutlich ausgeprägteren viskoelastischen Eigenschaften, d.h. stärkeren Relaxation des Zementleims von Stang³⁶¹, erscheinen die eigenen rechnerischen Ergebnisse plausibel.

Die in Kapitel 2.3 durchgeführte, vereinfachte rechnerische Abschätzung der Größenordnung für Radialdruckspannungen an der Oberfläche von Stahlfasern in UHPC ergab $-4,4 \text{ N/mm}^2$; dieser Wert plausibilisiert ebenfalls die vorgenannten, rechnerischen Radialdruckspannungen der untersuchten Betone. Für die weitere Modellierung des Verbundverhaltens von Stahlfasern unter geradem Faserauszug und die Interpretation der eigenen Versuche können daher nach Meinung des Verfassers die in Tabelle I.1 genannten Ergebnisse herangezogen werden.

³⁶¹ Stang: Significance of shrinkage-induced clamping pressure in fiber-matrix bonding in cementitious composite materials.

J. Zur Oberflächenenergie von relevanten Stoffen für die Modellierung der Adhäsion zwischen Stahlfaser und UHPC

Wesentliche Grundlagen

Die spezifische freie Oberflächenenergie γ_i ist eine thermodynamische Größe und als Maß für die Energie zu sehen, die zum Aufbrechen von chemischen Bindungen eines Stoffes „i“ benötigt wird. Wird ein Körper der Querschnittsfläche $1/2$ geteilt, so entspricht die dafür benötigte Energie der Oberflächenenergie γ_i . An den Oberflächen eines Körpers liegt i.d.R. eine Störung des ansonsten (idealerweise) regelmäßigen atomaren oder molekularen Aufbaus vor. Dies hat zur Folge, dass ein Teil der Atome oder Moleküle nicht die maximale Zahl an Bindungen eingehen kann, die äußersten Bindungen weisen in den „leeren Raum“. In der Oberfläche fällt die spezifische Bindungsenergie γ_i weg, was ein Zusammenziehen der Ränder des Flächenelements bewirkt.³⁶² Die spezifische freie Oberflächenenergie γ_i kann in einen polaren Anteil γ_i^p und einen unpolaren bzw. i.d.R. dispersionsabhängigen Anteil γ_i^d unterteilt werden.³⁶³

Kommen nun zwei Körper in Kontakt (d.h. ihr Abstand beträgt in etwa einen Atom- oder Moleküldurchmesser), so können die an der Kontaktfläche sitzenden Atome oder Moleküle eine Bindung eingehen. Durch derartige Bindungen wird die Oberflächenenergie γ_i herabgesetzt; Stoffe, welche die Oberflächenenergie γ_i besonders stark herabsetzen, werden grenzflächenaktiv genannt. Dies sind z.B. Sauerstoff, Schwefel oder Tenside in Waschmitteln.³⁶²

Thermodynamisch gesehen ist der stabile Zustand eines Systems derjenige mit der geringsten (freien) Energie. Aus diesem Grund hat jedes System das Bestreben, Oberflächen hoher Oberflächenenergie zu vermeiden oder die Oberflächenenergie zu minimieren. Eine Minimierung der Oberflächenenergie kann immer durch das Anlagern von Materialien geringerer Oberflächenenergie geschehen.

Rabinowicz³⁶⁴ geht basierend auf Daten von McLean³⁶⁵ davon aus, dass die Grenzflächenenergie γ_{12} grundsätzlich in der Größenordnung von $1/4 \cdot (\gamma_1 + \gamma_2)$ bis $1/2 \cdot (\gamma_1 + \gamma_2)$ liegt. Darauf aufbauend gibt Rabinowicz³⁶⁴ die Adhäsionsarbeit in Abhängigkeit des sogenannten Kompatibilitätsindex c_m für Metalle bzw. c_n für Nichtmetalle an:

$$\begin{aligned} W_{ad,metalle} &\approx c_m \cdot (\gamma_1 + \gamma_2) \\ W_{ad,nichtmetalle} &\approx c_n \cdot (\gamma_1 + \gamma_2) \end{aligned} \tag{J.1}$$

Im Falle zweier Metalle ist c_m im Wesentlichen von der Legierbarkeit der beiden betrachteten Metalle abhängig. Je nach betrachteter Metallpaarung reicht c_m von 1,00 für identische Me-

³⁶² Ilschner u. Singer: Werkstoffwissenschaften und Fertigungstechnik (s. Kapitel 8, S. 165 ff.).

³⁶³ Mollet u. Grubenmann: Formulierungstechnik: Emulsionen, Suspensionen, Feste Formen (s. Kapitel 1.6 und 1.7, S. 34 ff.).

³⁶⁴ Rabinowicz: Friction and wear of materials (s. Seite 33 ff.).

³⁶⁵ McLean: Grain boundaries in metals.

talle über 0,50 für sogenannte kompatible Metalle und 0,32 für teilweise kompatible Metalle bis 0,20 für teilweise inkompatible Metalle und 0,12 für inkompatible Metalle.³⁶⁶ Werden zwei Nichtmetalle betrachtet, so beträgt c_n gleich 1,00 bei identischen Nichtmetallen, 0,60 bei kompatiblen Nichtmetallen und 0,36 bei inkompatiblen Nichtmetallen. Des Weiteren gibt Rabinowicz³⁶⁶ für Nichtmetalle mit schichtartiger Kristallstruktur (z.B. Graphit) im Kontakt mit einem anderen Feststoff einen c_n -Wert von 0,22 an. Zum Ursprung der c_m - bzw. c_n -Werte und zur Kombination von Metall mit Nichtmetall äußert sich Rabinowicz³⁶⁶ nicht. Daher kann der Ansatz von Rabinowicz³⁶⁶ nach Meinung des Verfassers bestenfalls zur groben Abschätzung der Größenordnung der Adhäsion herangezogen werden.

Nach Howe³⁶⁷ kann die Größenordnung der spezifischen Grenzflächenenergie γ_{12} zweier Feststoffe im Kontakt grundsätzlich in drei Gruppen unterteilt werden. Im Falle der sogenannten kohärenten Grenzflächen liegt γ_{12} im Bereich von 5 mJ/m^2 bis 200 mJ/m^2 ; bei nur zum Teil vorliegender Kohärenz der Grenzflächen reicht der Bereich von 200 mJ/m^2 bis 800 mJ/m^2 . Inkohärente Grenzflächen weisen hingegen spezifische Grenzflächenenergien von 800 mJ/m^2 bis 2.500 mJ/m^2 auf. Welchem der drei genannten Bereiche eine Grenzfläche zuzuordnen ist, hängt im Wesentlichen von den Strukturparametern des jeweiligen Atomgitters und der Lage zueinander, d.h. dem Versatz in der Grenzfläche, ab. Die Grenzfläche zwischen UHPC-Matrix und Stahlfaser dürfte nach Ansicht des Verfassers im Bereich inkohärenter bis zum Teil kohärenter Grenzflächen liegen.

Die Oberflächenenergie der Stahlfasern und des UHPC

Metalle und nichtmetallische anorganische Feststoffe weisen Oberflächenenergien von üblicherweise einigen Hundert bis Tausend mJ/m^2 auf. Diese Werte gelten i.d.R. im gerade geschmolzenen Zustand und im Vakuum;^{366, 368} sie können nicht ohne Weiteres für Betrachtungen unter normalem Raumklima verwendet werden. Hinzu kommt, dass vorgenannte Stoffgruppen dazu tendieren, ihre hohen Oberflächenenergien durch Adsorption oder Oxidation zu reduzieren. Sogar frisch gebildete Oberflächen adsorbieren sofort Sauerstoff oder Wassermoleküle aus der Umgebungsluft. Dies führt unweigerlich zu einer Reduzierung der Oberflächenenergie und somit i.d.R. auch zu einer Verringerung der Adhäsion.^{368, 369} Die vorgenannten Phänomene können z.B. im Zusammenhang mit der Applikation von Farben oder Anstrichen auf metallische Oberflächen festgestellt werden.

Coffin³⁷⁰ und Pepper³⁷¹ berichten hingegen von einer qualitativ höheren Adhäsion zwischen oxidiertem Eisen, oxidiertem Kupfer oder oxidiertem Nickel im Vergleich zum reinen Metall im Kontakt mit Saphir. Dies gilt auch, wenn die Metalloberflächen mit einer nur einmolekularen Schicht aus Oxiden belegt sind. Coffin³⁷⁰ führte seine Experimente jedoch auch am Schmelzpunkt des Metalls durch; für Eisen im Kontakt mit Saphir fand er bei einer Temperatur von $1.550 \text{ }^\circ\text{C}$ eine Adhäsionsarbeit von 695 mJ/m^2 .

Zur Interpretation der Reibungskräfte zwischen Kupfer und Quarz nahmen Machlin und

³⁶⁶ Rabinowicz: Friction and wear of materials (s. Seite 33 ff.).

³⁶⁷ Howe: Interfaces in materials.

³⁶⁸ Müller u. Rath: Formulierung von Kleb- und Dichtstoffen. Das komplette Lehrbuch für Studium und Praxis (s. Kapitel 2, S. 25 ff.).

³⁶⁹ Stokes u. Evans: Fundamentals of interfacial engineering (s. Seite 487).

³⁷⁰ Coffin: A fundamental study of synthetic sapphire as a bearing material.

³⁷¹ Pepper: Effect of adsorbed films on friction of Al_2O_3 -metal systems.

Yankee³⁷² eine Adhäsionsarbeit von 325 mJ/m² für flüssiges Kupfer auf Quarz an.

Zur vereinfachten Abschätzung der spezifischen Oberflächenenergie eines Metalls im festen Zustand $\gamma_{s,m}$ anhand der Oberflächenspannung $\gamma_{lv,m}^*$ des flüssigen Metalls am Schmelzpunkt schlägt Linford³⁷³ folgenden Zusammenhang vor:

$$\gamma_{s,m} \approx \frac{4}{3} \cdot \gamma_{lv,m}^* \quad (J.2)$$

Setzt man in Gleichung (J.2) die Oberflächenspannungen für Eisen, Stahl, Al_2O_3 , FeO und SiO_2 von Bondi³⁷⁴ ein, so ergeben sich spezifische Oberflächenenergien von 2.300 mJ/m², 1.500 mJ/m², 770 mJ/m², 780 mJ/m² bzw. 310 mJ/m².

Livey und Murray³⁷⁵ geben spezifische Oberflächenenergien einer Reihe von Oxiden am absoluten Nullpunkt der Temperatur an. Für die (100)-Kristallfläche von FeO nennen sie eine spezifische Oberflächenenergie von 1.060 mJ/m². Angesichts der üblichen Temperaturabhängigkeit ($d\gamma/dT \approx -0,1$ mJ/m²/K) und des Einflusses der betrachteten Kristallflächen auf die spezifische Oberflächenenergie kann der zuvor angegebene Wert für FeO als brauchbar beurteilt werden.

Eine Zusammenstellung der Oberflächenenergie von mineralischen Werkstoffen im festen Zustand unter üblichen atmosphärischen Bedingungen ist in Tabelle J.1 enthalten; die dort genannten Werte beziehen sich - wenn nicht anders angegeben - auf den Oberflächenzustand unter Laboratmosphäre. Die Werte sind de Leeuw und Parker³⁷⁶, Kinloch³⁷⁷, Fowkes³⁷⁸, Zdziennicka et al.³⁷⁹, Brunauer et al.^{380, 381}, Brunauer³⁸² und Stockhausen³⁸³ entnommen. Nach de Leeuw und Parker³⁷⁶ wird die spezifische Oberflächenenergie von Calcit von der {10 $\bar{1}$ 4}-Kristallfläche dominiert. Die Mittelwertbildung (s. Tabelle J.1) ergibt somit zu hohe spezifische Oberflächenenergien. Aus diesem Grund wird für die weiteren Betrachtungen die spezifische Oberflächenenergie der {10 $\bar{1}$ 4}-Kristallfläche ($\gamma = 160$ mJ/m²) verwendet.

Juhart³⁸⁴ berechnete anhand von Ergebnissen aus Versuchen zur Bestimmung des Kontaktwinkels verschiedener Flüssigkeiten die spezifische Oberflächenenergie von UHPC. Sein Fokus lag auf der Adhäsion zwischen UHPC und Glas bzw. Stahl. Aus diesem Grund betonierte er den UHPC zunächst gegen eine Glas- bzw. Stahlschalung und spaltete die Probe nach dem Aushärten ab. Genauere Angaben über die Probenkonditionierung bis zur Durchführung der Versuche gab Juhart³⁸⁴ nicht an. An den abgelösten und augenscheinlich „glatten“ UHPC-Flächen führte er sodann die Benetzungsversuche und Bestimmung der Kontaktwinkel durch. Im Mittel erhielt er eine spezifische Oberflächenenergie von 65,2 mJ/m². Dieses Ergebnis steht in

³⁷² Machlin u. Yankee: Friction of clean metals and oxides with special reference to titanium.

³⁷³ Linford: Surface energy of solids.

³⁷⁴ Bondi: The spreading of liquid metals on solid surfaces.

³⁷⁵ Livey u. Murray: Surface energies of solid oxides and carbides.

³⁷⁶ de Leeuw u. Parker: Surface structure and morphology of calcium carbonate polymorphs calcite, aragonite and vaterite: An atomistic approach.

³⁷⁷ Kinloch: Adhesion and adhesives. Science and technology (Seite 33).

³⁷⁸ Fowkes: Calculation of work of adhesion by pair potential summation.

³⁷⁹ Zdziennicka et al.: Correlation between surface free energy of quartz and its wettability.

³⁸⁰ Brunauer et al.: The surface energies of amorphous silica and hydrous amorphous silica.

³⁸¹ Brunauer et al.: The surface energy of tobermorite.

³⁸² Brunauer: Surface energy of a calcium silicate hydrate.

³⁸³ Stockhausen: Die Dilatation hochporöser Festkörper bei Wasseraufnahme und Eisbildung.

³⁸⁴ Juhart: Adhäsion von UHPC an Stahl und Glas - Ein Beitrag zu Adhäsion und Haftfestigkeit von Hochleistungs- und Ultra-Hochleistungs-Feinkornbeton an Stahl und Glas unterschiedlicher Rauheit.

starkem Widerspruch zu den von Brunauer³⁸⁵, Brunauer et al.³⁸⁶ und Stockhausen³⁸⁷ genannten spezifischen Oberflächenenergien von *CSH*. Die beiden letztgenannten Autoren ermittelten die spezifische Oberflächenenergie mit Hilfe von Versuchen zur Lösungswärme des *CSH* bzw. mit Hilfe von Adsorptionsmessungen. Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen liegt nach Meinung des Verfassers u.a. in der chemisch gesehen starken Heterogenität des UHPC begründet. Wegen des unterschiedlichen Benetzungsverhaltens der verwendeten Flüssigkeiten auf den unterschiedlichen Komponenten des UHPC kann die spezifische Oberflächenenergie nicht anhand von Kontaktwinkelmessungen unter Anwendung der Young-Dupré-Gleichung abgeschätzt werden. Juhart³⁸⁸ hätte den vorgenannten Aspekt z.B. mit Hilfe einer modifizierten Young-Dupré-Gleichung, wie in Israelachvili³⁸⁹ erläutert, berücksichtigen müssen. Darüber hinaus ist davon auszugehen, dass selbst eine augenscheinlich glatte Fläche eine starke Mikrorauigkeit aufweist. Dies beeinflusst das Benetzungsverhalten vermutlich in noch stärkerem Maße als die chemische Heterogenität. Die von Juhart³⁸⁸ genannten Werte entsprechen daher nach Meinung des Verfassers nicht der üblicherweise im thermodynamischen Sinne angegebenen spezifischen Oberflächenenergie.

Abgesehen vom Konzept der spezifischen Oberflächenenergie kann die von der Dispersionswirkung bzw. den van-der-Waalschen Wechselwirkungen abhängige Adhäsionsarbeit $W_{ad,vdW}$ alternativ auch aus der Hamaker-Konstante abgeschätzt werden, siehe hierzu z.B. Göttinger und Peukert.³⁹⁰ Das Konzept von Hamaker erlaubt zwar die Berechnung der Wechselwirkungen in Abhängigkeit des Abstandes, zur Berechnung der Hamaker-Konstante einer Werkstoffpaarung müssen allerdings die Refraktionsindizes sowie die Absorptionsfrequenzen der Stoffe bekannt sein.³⁹¹ Die resultierende Adhäsionsarbeit gilt dann jedoch nur unter Vakuum bzw. inerter Atmosphäre; die Wirkung von Oxid- oder Adsorbatschichten aus Wasser wird dabei nicht berücksichtigt. Daher wird das Konzept der Hamaker-Konstante im Rahmen dieser Arbeit nicht weiterverfolgt.

³⁸⁵ Brunauer et al.: The surface energy of tobermorite.

³⁸⁶ Brunauer: Surface energy of a calcium silicate hydrate.

³⁸⁷ Stockhausen: Die Dilatation hochporöser Festkörper bei Wasseraufnahme und Eisbildung.

³⁸⁸ Juhart: Adhäsion von UHPC an Stahl und Glas - Ein Beitrag zu Adhäsion und Haftfestigkeit von Hochleistungs- und Ultra-Hochleistungs-Feinkornbeton an Stahl und Glas unterschiedlicher Rauheit.

³⁸⁹ Israelachvili: Intermolecular and surface forces (s. Kapitel 17, S. 435).

³⁹⁰ Göttinger u. Peukert: Haftkraftverteilungen von rauen Haftsystemen am Beispiel Kugel-Platte.

³⁹¹ Lipkin et al.: Estimating the metal-ceramic van der Waals adhesion energy.

Tabelle J.1: Oberflächenenergie einiger Minerale

Mineral	γ [mJ/m ²]
Calcit hydr. ¹⁾	550
Calcit ¹⁾	1.040
Vaterit hydr. ¹⁾	600
Vaterit ¹⁾	1.160
Aragonit hydr. ¹⁾	770
Aragonit ¹⁾	1.070
Quarz DA ²⁾	78
Quarz PA ²⁾	209
Quarz ²⁾	287
Quarz DA ³⁾	76
Quarz DA ⁴⁾	30
Quarz DA ⁵⁾	41,3
Quarz PA ⁵⁾	17,8
Quarz ⁵⁾	59,1
Quarz ⁶⁾	176 – 206
SiO _{2am} ⁷⁾	259
SiO _{2am} hydr. ⁷⁾	129
CSH ⁸⁾	386
CSH ⁹⁾	450
CSH ¹⁰⁾	452

hydr.: hydratisiert; am: amorph

MW: arithm. Mittel

DA: Dispersionsanteil; PA: polarer Anteil

1) MW aller Kristallfl., de Leeuw/Parker

2) Kinloch

3) Fowkes

4) mit einmol. Wasserschicht, Fowkes

5) z.T. hydr., Zdziennicka et al.

6) Zdziennicka et al.

7) Brunauer et al. 1956

8) Brunauer et al. 1959

9) Brunauer 1977

10) Stockhausen

Adhäsionskraft zwischen Feststoffpartikeln: Hertz-Theorie und JKR-Theorie

Ideal glatte, unendlich steife Körper

Die Verknüpfung der vom Abstand D abhängigen Adhäsionsarbeit $W(D)_{Ebene}$ ideal glatter, ebener Oberflächen mit der Adhäsionskraft $F_{ad,K-E}$ zwischen einer ideal glatten (makroskopischen) Kugel im Kontakt mit einer ideal glatten, ebenen Oberfläche kann anhand der sogenannten Derjaguin-Approximation angegeben werden:³⁹²

$$F_{ad,K-E} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot W(D)_{Ebene} \quad (J.3)$$

Stehen zwei Kugeln im Kontakt, so ergibt sich die Adhäsionskraft $F_{ad,K-K}$ zu:³⁹²

$$F_{ad,K-K} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot W(D)_{Ebene} \quad (J.4)$$

Die vorgenannten Zusammenhänge können unabhängig von der Art der Kraft-Abstand-Beziehung (anziehend, abstoßend, oszillierend) angewendet werden. Voraussetzung ist lediglich, dass der Abstand D sowie die Reichweite der Interaktion sehr viel kleiner ist als die Abmessungen der betrachteten Kugeln.

Stehen die Kugeln im Kontakt, so dass der Abstand der beiden Kugeln einen Atomdurchmesser D_0 beträgt, kann die Adhäsionsarbeit $W(D_0)_{Ebene}$ durch die Oberflächenenergie γ ausgedrückt werden:

$$W(D_0)_{Ebene} = -2\gamma \quad (J.5)$$

Eine evtl. elastische Verformung der beiden Körper berücksichtigte Derjaguin bei der Herleitung der vorgenannten Zusammenhänge nicht. Er nahm somit an, die in Kontakt stehenden Körper seien unendlich steif und verformen sich aufgrund der wirkenden Adhäsionskraft nicht.

Ideal glatte Körper mit finiter Steifigkeit

Hertz³⁹³ leitete für den Normalkontakt fester, elastischer, ideal glatter Körper die Zusammenhänge zwischen der wirkenden Druckkraft und der resultierenden Größe der Kontaktfläche sowie der Verformung der Körper und der Spannungsverteilung in den Körpern her. Eine Adhäsion, d.h. die Übertragung von Zugkräften normal zur Oberfläche der Kugeln, sah Hertz³⁹³ in seiner Theorie allerdings nicht vor. Eine Erweiterung der Hertzschen-Theorie sowie die Übertragung auf anziehende Kräfte erfolgte erst 1971 durch Johnson, Kendall und Roberts (JKR-Theorie), siehe z.B. Johnson³⁹⁴. Die Adhäsionskraft zwischen einer elastischen Kugel und einer unendlich steifen Oberfläche lautet demnach:

$$F_{ad,E-K} = -3/2 \cdot \pi \cdot 2\gamma \cdot R \quad (J.6)$$

Die Adhäsionskraft ist $1/4$ geringer als im Falle unendlich steifer Körper, jedoch unabhängig von der Steifigkeit der Kugel. Das zugehörige JKR-Potential V_{JKR} unterscheidet sich z.B. vom Lennard-Jones-Potential $V_{LJ12,6}$ dadurch, dass sich der Gleichgewichtszustand $V_{JKR} = 0$ bei

³⁹² Israelachvili: Intermolecular and surface forces (Kapitel 11.5, S. 215 ff.).

³⁹³ Hertz: Ueber die Berührung fester elastischer Körper.

³⁹⁴ Johnson: Contact mechanics (s. Kapitel 5.5, S. 125 ff.).

einem negativen Abstand einstellt; dies liegt in der elastischen Verformung und der dabei gespeicherten Energie der beteiligten Körper begründet. Eine schematische Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem Abstand D der betrachteten Körper und der relativ zur Adhäsionskraft wirkenden Kraft F/F_{ad} ist in Bild J.1 dargestellt. Der Abstand bzw. die Verformung D wird hierbei von der ehemaligen Oberfläche der Kugel gemessen. Mit der ersten Berührung zwi-

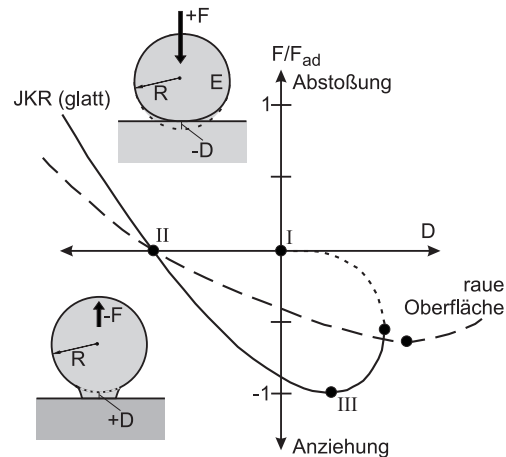


Bild J.1: Schematischer Verlauf der relativ zur Adhäsionskraft wirkenden äußeren Kraft F/F_{ad} zwischen zwei Körpern in Abhängigkeit des Abstands D nach Israelachvili³⁹⁵

schen Kugel und Oberfläche im Ursprung des Koordinatenkreuzes (Punkt I) findet eine spontane Anziehung aufgrund der Adhäsion und eine elastische Verformung der Kugel statt (Punkt II). Wird von diesem Punkt aus nun eine Zugkraft auf die Kugel aufgebracht, so stellt sich eine Verformung D entlang des nach unten verlaufenden Pfads bis zum Punkt III ein. Am Punkt III ist die maximal übertragbare Zugkraft, die Adhäsionskraft F_{ad} erreicht.

Körper mit finiter Steifigkeit und rauer Oberfläche

Die bisher genannten Zusammenhänge zur Abschätzung der Adhäsionskraft zwischen elastischen Körpern basieren auf der Annahme, die sich berührenden Oberflächen seien ideal glatt. Reale Oberflächen weisen jedoch - wie bereits erwähnt auch wenn sie makroskopisch glatt erscheinen - gewisse Rauigkeiten bis in den Nanometerbereich auf. Bereits geringe Oberflächenrauigkeiten von 1 nm bis 2 nm können die vorgenannten Adhäsionskräfte signifikant reduzieren. Dies gilt v.a. dann, wenn Stoffe mit hohem E-Modul im Kontakt stehen. Neuere Studien lassen auf einen exponentiellen Abfall der Adhäsionskräfte mit steigendem quadratischen Mittenrauwert R_q schließen:³⁹⁵

$$F_{ad}(R_q) = F_{ad}(R_q = 0) \cdot \exp(-R_q/R_{q0}) = -3/2 \cdot \pi \cdot 2\gamma \cdot R \cdot \exp(-R_q/R_{q0}) \quad (J.7)$$

Hierbei ist R_{q0} eine Konstante, die für periodische Oberflächentopographien vereinfachend aus der Oberflächenenergie γ und dem E-Modul E abgeschätzt werden kann:³⁹⁶

$$R_{q0} \approx 2\gamma/E \quad (J.8)$$

Für ein Polymer (PS-PVP) mit periodischer Oberflächentopographie geben Benz et al.³⁹⁶ ein rechnerisches R_{q0} von rd. 0,1 nm an; aus der Regression von Versuchen zur Adhäsionskraft ermittelten sie $R_{q0} \approx 1,4$ nm.

³⁹⁵ Israelachvili: Intermolecular and surface forces (Kapitel 17.9, S. 452).

³⁹⁶ Benz et al.: The deformation and adhesion of randomly rough and patterned surfaces.

Im Falle einer Oberfläche mit zufälliger, d.h. unregelmäßiger Topographie, besteht laut Benz et al.³⁹⁷ zwischen dem quadratischem Mittenrauwert R_q und R_{q0} ein tendenzieller Zusammenhang; mit steigendem Mittenrauwert R_q nimmt auch R_{q0} zu. Im Mittel lag R_{q0} zwischen rd. 2 bis 25 nm bei einem quadratischen Mittenrauwert R_q zwischen rd. 5 bis 80 nm.³⁹⁷

Im Rahmen der eigenen Untersuchungen wurden für die Oberflächen der verwendeten Stahlfasern zwar Topographiekennwerte bestimmt, für die Partikeloberflächen der UHPC-Ausgangsstoffe können jedoch keine Rauigkeiten angegeben werden. Aus diesem Grund ist die Berücksichtigung der Oberflächenrauigkeit bei der Abschätzung der Adhäsionskräfte nicht möglich. Die Adhäsionskräfte werden daher vereinfachend nach Gleichung (J.6) berechnet.

³⁹⁷ Benz et al.: The deformation and adhesion of randomly rough and patterned surfaces.

K. Ergebnisse der eigenen Faserausziehversuche

Versuchsdurchführung

Um Fasern mit Durchmessern unter 0,5 mm in der Prüfmaschine einspannen zu können, wurde eine Vorrichtung, bestehend aus einem Fein-Bohrfutter und einem Prüfrahmen entwickelt, siehe Bild K.1 links. Der Prüfrahmen war so aufgebaut, dass eine Stahlplatte, auf die die pull-out-Probekörper geklebt wurden (siehe Bild K.1 rechts), oberhalb des Fein-Bohrfutters fixiert werden konnte. Die Faserausziehversuche wurden in einer spindelgetriebenen Universalprüf-

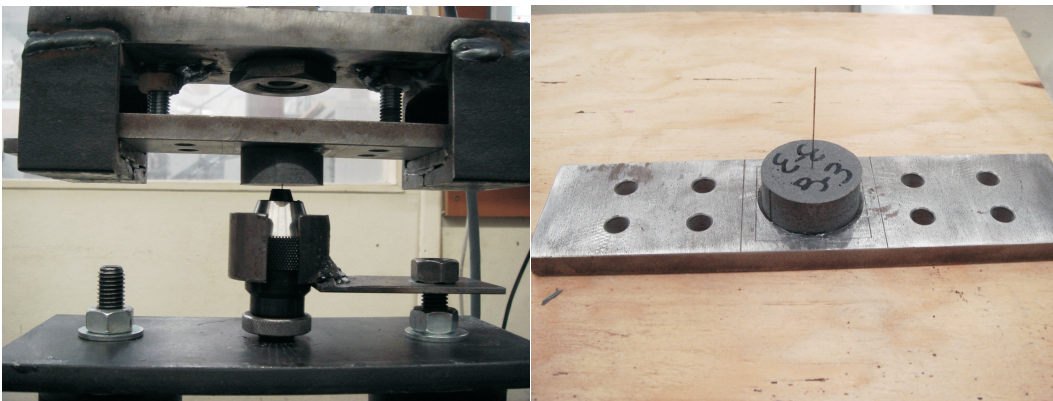


Bild K.1: Links: Speziell für die pull-out-Versuche entwickelter Prüfrahmen; rechts: Probekörper, aufgeklebt auf Probenhalterplatte

maschine, ausgestattet mit einer 500 N-Kraftmessdose durchgeführt, siehe Bild K.2. Die Belas-



Bild K.2: Spindelgetriebene Universalprüfmaschine für die Durchführung der pull-out-Versuche

tungsgeschwindigkeit betrug bei allen Versuchen 1,8 mm/min. Die Drähte wurden vollständig aus dem Probekörper herausgezogen und dabei der Maschinenweg sowie die Kraft kontinuierlich aufgezeichnet.

Beton M1

Faserdurchmesser 0,16 mm

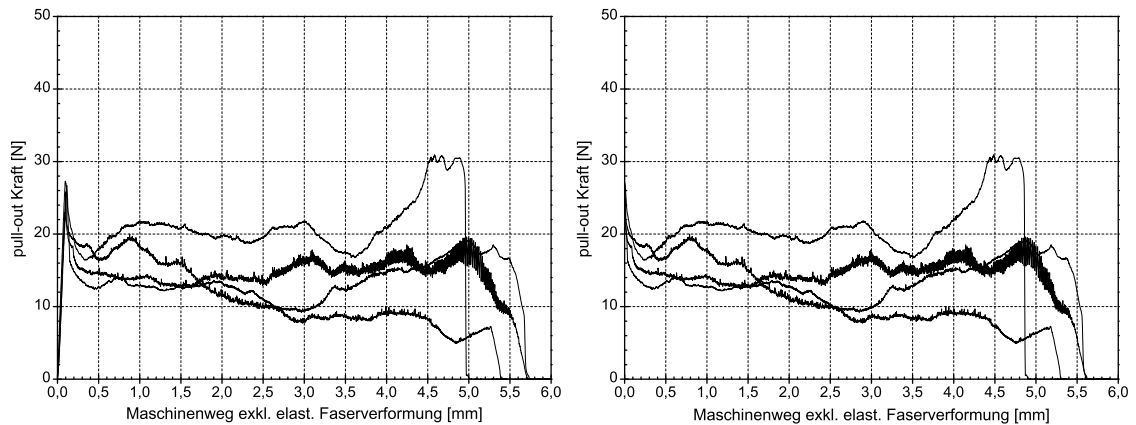


Bild K.3: Last-Maschinenweg-Kurven für Stahlfasern des Durchmessers 0,16 mm im Beton M1; links: ab Beginn Belastung; rechts: ab Maximallast

Faserdurchmesser 0,29 mm

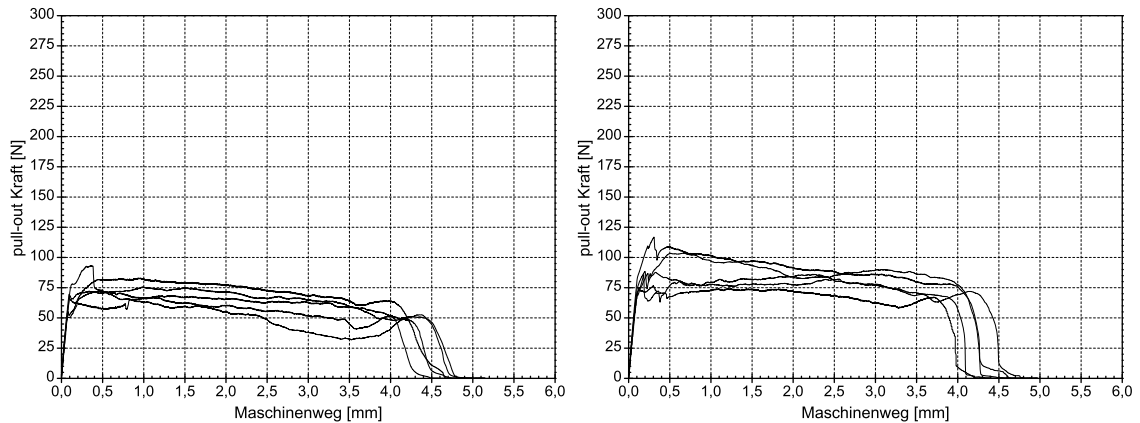


Bild K.4: Last-Maschinenweg-Kurven für Stahlfasern des Durchmessers 0,29 mm im Beton M1; links: Winkel Last/Faserachse 15°; rechts: Winkel Last/Faserachse 30°

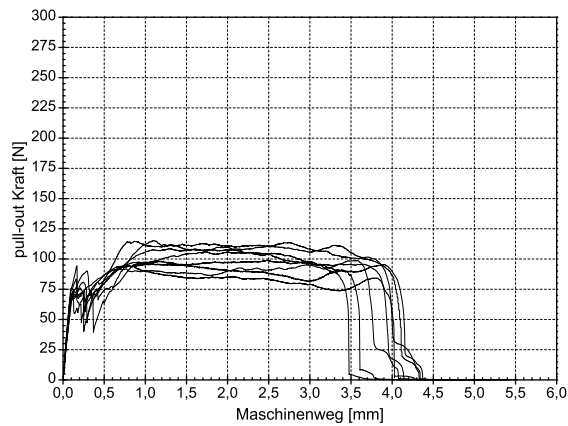


Bild K.5: Last-Maschinenweg-Kurven für Stahlfasern des Durchmessers 0,29 mm im Beton M1; Winkel Last/Faserachse 45°

Faserdurchmesser 0,48 mm

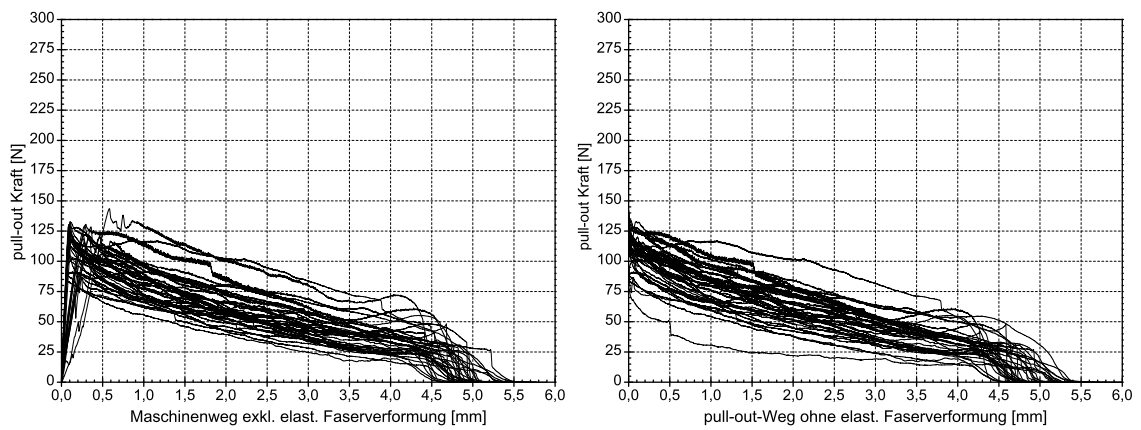


Bild K.6: Last-Maschinenweg-Kurven für Stahlfasern des Durchmessers 0,48 mm im Beton M1; links: ab Beginn Belastung; rechts: ab Maximallast, gerader Faserauszug

L. Ergebnisse der eigenen Biegezugversuche am faserbewehrten UHPC M1

Versuchsdurchführung

Die Biegezugversuche (3-Punkt-Belastung) wurden in einer Universalprüfmaschine durchgeführt. Die Durchbiegung sowie die Rissöffnung im gekerbten Bereich der Balken wurden mit Hilfe von potentiometrischen Wegrastern synchron zur Last kontinuierlich aufgezeichnet. Die gekerbten Balken (Kerbtiefe $\frac{1}{3}$ der Höhe) hatten eine Höhe von 150 mm, eine Breite von 75 mm und eine Stützweite von 600 mm. Sie wurden wie die pull-out-Probekörper wärmebehandelt, jedoch in einem Alter von 180 d geprüft. Je Variante wurden vier Balken geprüft. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Darstellung der Ergebnisse auf die Last-Durchbiegungs-Kurven bis 0,5 mm beschränkt. Eine Übersicht der untersuchten Faserbetonvarianten ist in Tabelle L.1 gegeben.

Table L.1: Untersuchte Faserbetonvarianten

Beton- variante	Faservariante ¹⁾		
	0,15 – 6 gerade M	0,40 – 10 gerade	0,48 – 6 gewellt
[-]	Vol.-%		
M1 – 15A	1,5	0	0
M1 – 30A	3,0	0	0
M1 – 15B	0,5	0,5	0,5
M1 – 30B	1,0	1,0	1,0
M1 – 15C	0,5	0	1,0

¹⁾ erste Zahl: Faserdurchmesser [mm]

zweite Zahl: Faserlänge [mm]

M: vermessingt

Last-Durchbiegungs-Kurven

In Bild L.1 bis Bild L.5 sind die Last-Durchbiegungs-Kurven der untersuchten Faserbetonvarianten dargestellt. Die jeweils schwarz eingetragenen Kurven wurden durch Mittelung der vier Versuchskurven berechnet.

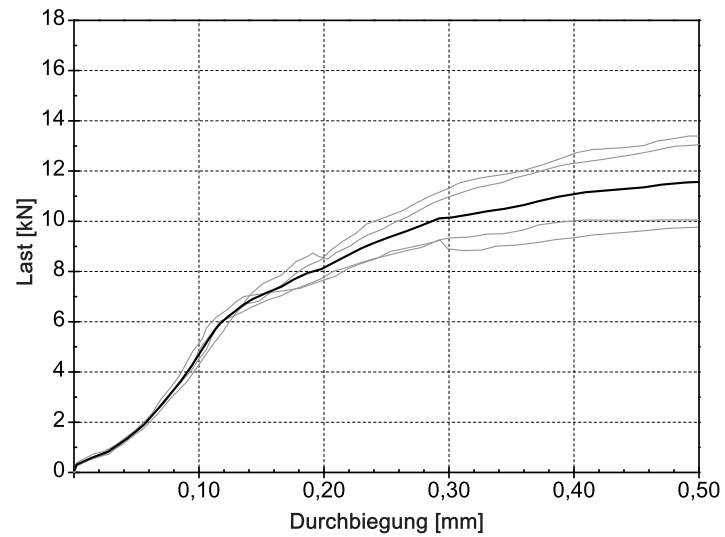


Bild L.1: Last-Durchbiegungs-Kurven der Biegezugversuche, Variante M1 – 15A

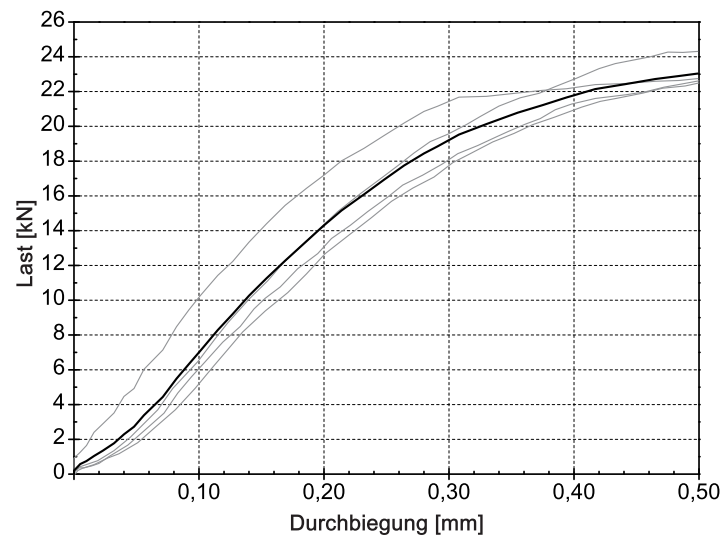


Bild L.2: Last-Durchbiegungs-Kurven der Biegezugversuche, Variante M1 – 30A

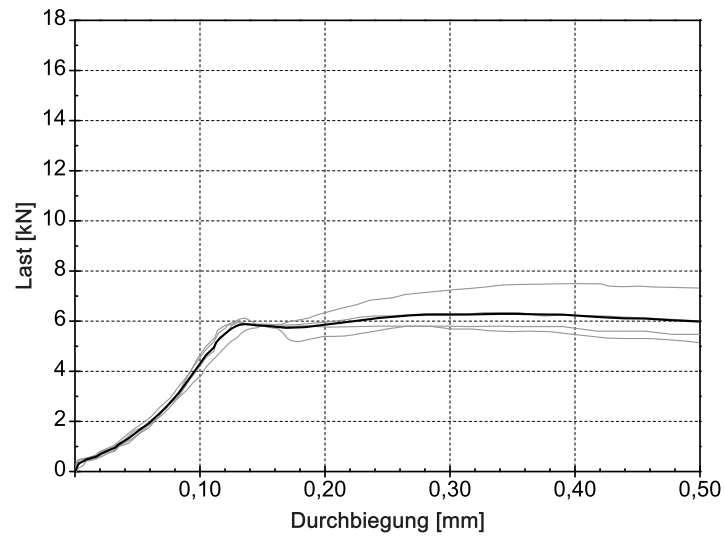


Bild L.3: Last-Durchbiegungs-Kurven der Biegezugversuche, Variante M1 – 15B

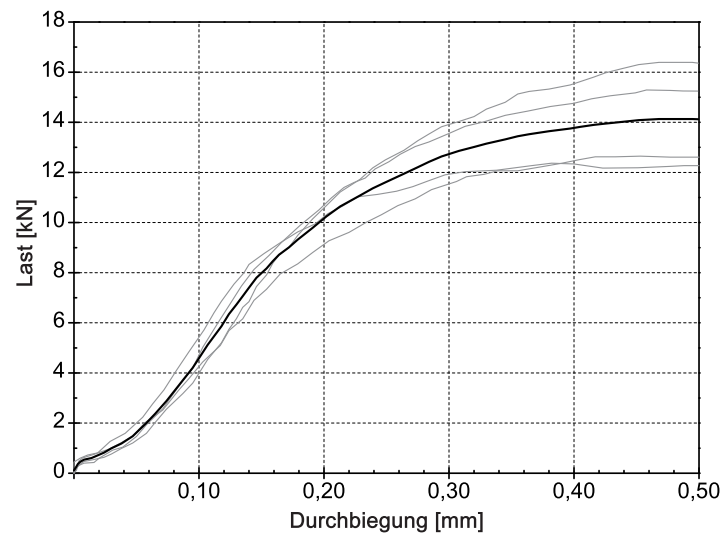


Bild L.4: Last-Durchbiegungs-Kurven der Biegezugversuche, Variante M1 – 30B

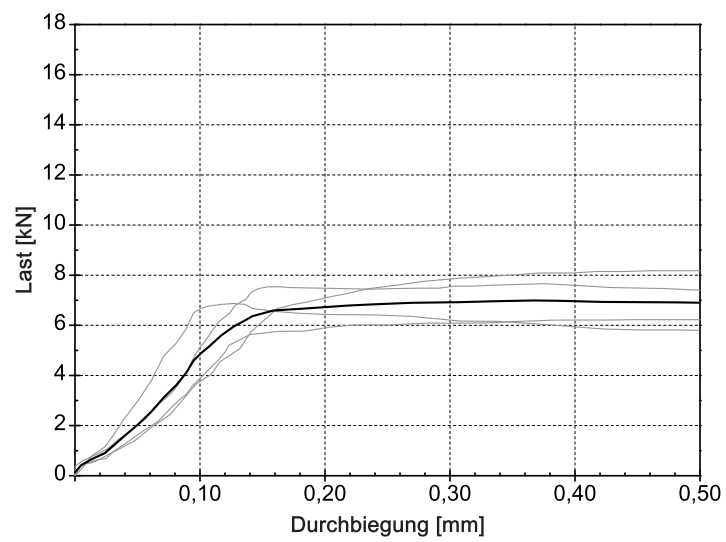


Bild L.5: Last-Durchbiegungs-Kurven der Biegezugversuche, Variante M1 – 15C