

**Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität München
Lehrstuhl für Technische Elektrophysik**

Charakterisierung und Optimierung piezoelektrischer MEMS-Mikrophone mittels physikalischer Modellierung und Simulation

Teresa Reutter

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Doris Schmitt-Landsiedel

Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Gerhard Wachutka
2. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Helmut Seidel
Universität des Saarlandes, Saarbrücken

Die Dissertation wurde am 09.01.2013 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 01.10.2014 angenommen.

Meinen Eltern

Kurzfassung

Seitdem namhafte Hersteller von modernen Smartphones immer öfter MEMS-Mikrophone in ihren Produkten einsetzen, ist sowohl die Bekanntheit wie auch der Absatz für diese relativ neuen Produkte im Vergleich zu den Vorjahren enorm angestiegen.

Bis vor kurzem wurden fast ausschließlich in konventioneller Feinwerktechnik gefertigte Mikrophone, vor allem Elektret-Mikrophone (ECM), verwendet. In den neu entstehenden und stetig wachsenden Anwendungsgebieten für Mikrophone, wie in Mobiltelefonen, Laptops, Digitalkameras oder auch in industriellen Anwendungen rücken aber immer mehr Anforderungen in den Vordergrund, die übliche Mikrophone nicht mehr erfüllen können. Kleinere Abmessungen, eine gute Reproduzierbarkeit, die Eignung zur automatischen Bestückung und eine geringere Empfindlichkeit gegenüber elektromagnetischen Interferenzen sind beispielsweise Eigenschaften, die durch die Verwendung von mikro-technologischen Verfahren besser realisiert werden können. Auf der anderen Seite treten aber aufgrund der sehr dünnen und filigranen Bauteilstrukturen Probleme durch herstellungsbedingte innere Spannungen auf, die zu einer starken Reduktion der Mikrophon-Sensitivität führen.

In dieser Arbeit wird ein neuartiger Ansatz für das Design eines MEMS-Mikrophons vorgestellt und im Hinblick auf einen kommerziellen Einsatz in der Unterhaltungselektronik evaluiert. Das Mikrophon basiert auf einer piezoelektrischen Schallwandlung, da dieser Ansatz einige Vorteile bietet und ein bestehender Prozess zur Erstellung der aktiven Schicht zur Verfügung steht. Das Konzept wird mittels physikalischer Modellbildung und Simulation charakterisiert, optimiert und im Vergleich zu existierenden kommerziellen kapazitiven Mikrophonen bewertet.

Die Charakterisierung der Membran auf Bauelementebene geschieht durch physikalische Modellierung und hierauf basierender Computersimulation mit Hilfe der Methode der finiten Elemente (FEM), die durch Messungen der realen intrinsischen Spannungen und Materialparameter an Testmustern kalibriert wird. Hierbei werden sowohl mechanische Verspannungen als auch die elektro-mechanische Kopplung über den piezoelektrischen Effekt vollständig in der Simulation abgebildet, da nur so der Frequenzgang der Mikrophonmembran zuverlässig und realitätsgetreu simuliert und für die nachfolgende gezielte Optimierung ausgewertet werden kann. Dazu wurde mittels statistischer Varianzanalyse ein reduzierter Satz an signifikanten Parametern bestimmt, mit dem die Sensitivität der Membran bei einer Resonanzfrequenz von 25 kHz auf 1,64 mV/Pa maximiert wurde.

Darüber hinaus wurde mittels eines Kirchhoffschen Netzwerkmodells die Gehäusedämpfung zu 4,6 dBV bestimmt, woraus sich mit einer Verstärkung eine maximale Sensitivität von -40,6 dBV für das Gesamtsystem errechnet. Damit konnte im Vergleich zu bisherigen piezoelektrischen MEMS-Mikrophonen die Empfindlichkeit deutlich gesteigert werden,

so dass sie knapp innerhalb der für die Unterhaltungselektronik geforderten Spezifikationen liegen. Trotzdem kann das demonstrierte Design nicht zur kommerziellen Herstellung empfohlen werden, da die geometrischen Abmessungen, die zum Erreichen der genannten Sensitivität notwendig sind, auf dem existierenden Markt nicht konkurrenzfähig wären.

Abstract

Since a steadily increasing number of nameable manufacturers of state of the art smart phones have switched to MEMS-microphones, the publicity and the distribution of this relatively new product grew rapidly over the last few years. New applications for microphones in for example mobile phones, laptops, digital cameras or industrial production enforce the need for characteristics conventionally manufactured devices cannot meet. MEMS devices, which are produced applying microtechnology, can fill this gap. These devices are very small, exhibit excellent reproducibility, can be integrated in automated mounting and are less sensitive to electromagnetic interference. As a drawback, process induced intrinsic stress can reduce the sensitivity of these microphones significantly.

This work presents a novel design for a multilayered piezoelectric membrane that can be used in a MEMS-microphone that is able to compensate intrinsic stress effects. The new design with aluminiumnitrid AlN as piezoelectric material is characterized and optimized applying physical modeling and simulation techniques.

A computational simulation model applying the finite element method was used to characterize the membrane on device level. The model was calibrated by measurements of material parameters and the intrinsic stress in the membrane layers. All intrinsic stress effects were then included in the simulation model along with the full piezoelectric coupling between the electrical and mechanical domain as these are inevitable prerequisites for a predictive simulation. To allow a fast and effective optimization, the parameters with a significant influence on the resonant frequency and the sensitivity of the membrane were determined via a statistical analysis of variance (ANOVA). The subsequent optimization resulted in a maximum sensitivity of 1.64 mV/Pa and a resonant frequency of 25 kHz.

Furthermore the damping of the package was determined applying a Kirchhoffian network model on system level. Adding the amplification of the ASIC allows a total system sensitivity of maximal -40.6 dBV. This is a considerable increase compared to previous publications and lies within the specifications for microphones in consumer electronics. Nevertheless the introduced MEMS-microphone cannot be recommended for commercial production as the dimensions that are necessary for the mentioned sensitivity would not be competitive on the market, which is dominated by capacitive microphones.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1 MEMS und deren Modellierung	1
1.2 Zielsetzung und Struktur der Arbeit	3
1.2.1 Zielsetzung	3
1.2.2 Gliederung der Arbeit	4
2. Mikrostrukturierte Mikrophone	7
2.1 Wichtige Kenngrößen	7
2.2 Konventionelle Mikrophone	12
2.3 MEMS-Mikrophone	15
2.3.1 Aufbau von MEMS-Mikrophonen	16
2.3.2 Wandlerprinzipien	16
2.3.3 Kommerzielle Mikrophone	18
3. Piezoelektrische MEMS-Mikrophone	21
3.1 Der piezoelektrische Effekt	21
3.1.1 Physikalische Modellierung	23
3.1.2 Piezoelektrische Materialien	36
3.2 Aufbau von piezoelektrischen MEMS-Mikrophonen	42
3.3 Designkonzept zur Reduktion von intrinsischen Spannungen	44
4. Experimentelle Charakterisierung	49
4.1 Innere Spannungen eines Schichtstapels	49
4.1.1 Entstehung und Messung von intrinsischen Spannungen	50
4.1.2 Auswertung	53

4.2	Materialeigenschaften von Parylene-Membranen	55
4.2.1	Bestimmung der Materialparameter	56
4.2.2	Interpretation der Ergebnisse	59
5.	Numerische Analyse von MEMS-Mikrofonmembranen	63
5.1	Verwendete Simulationsumgebungen	63
5.2	FEM-Modelle der Membranen	64
5.3	Modellierung von inneren Spannungen	67
5.3.1	Theoretischer Hintergrund	67
5.3.2	Implementation in speziellen Simulatoren	71
5.4	Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten	75
5.4.1	Knicken durch intrinsische Druckspannungen	75
5.4.2	Geometrische Nichtlinearitäten durch intrinsische Zugspannungen	77
6.	Optimierung von MEMS-Mikrofonmembranen	79
6.1	Bewertung der verschiedenen Mikrophondesigns	79
6.2	Identifikation der signifikanten Parameter	85
6.2.1	Varianzanalyse (ANOVA)	85
6.2.2	Auswertung	92
6.3	Optimierung des Frequenzgangs	98
6.4	Robustes Design	103
7.	Kritische Bewertung des Anwendungspotentials piezoelektrischer MEMS-Mikrophone	109
8.	Zusammenfassung	117
	Symbolverzeichnis	121
	Literaturverzeichnis	125
	Danksagung	133

1. Einleitung

1.1 MEMS und deren Modellierung

Mit der Abkürzung MEMS bezeichnet man mikroelektromechanische Systeme, also Bauteile mit Abmessungen in der Größenordnung von einigen zehn Mikrometern bis zu einigen Millimetern, die elektrische und mechanische Komponenten vereinigen. Die inneren Strukturgrößen wie z.B. Schichtdicken bewegen sich im Bereich von einigen zehn Nanometern bis einigen hundert Mikrometern

Die Funktionalität von MEMS-Bauteilen geht also über die der Mikroelektronik hinaus, bei der mit wenigen rein elektrischen Bauelementtypen, wie MOSFETs¹, Speicherzellen, Bipolardioden usw. komplexe integrierte elektrische Schaltungen, sogenannte ICs (*integrated circuits*) in CMOS-Verfahren² realisiert werden. Im Unterschied dazu werden bei MEMS-Bauteilen verschiedene Energieformen, wie fluidische, elektrische, mechanische, thermische, chemische oder magnetische Energie durch geeignete physikalische Koppel-effekte funktional genutzt, so dass diese bereits für sich komplexe funktionelle Strukturen darstellen. In der Regel wird die elektrische Komponente von MEMS-Bauteilen mit Hilfe einer angepassten Schaltung, eines ASIC (*application specific integrated circuit*), an die weiterverarbeitende Elektronik angebunden.

Der Durchbruch der mikroelektromechanischen Systeme wurde durch entsprechende Technologien möglich, die in den 1980er Jahren in den USA und Westeuropa entwickelt wurden. Heute werden MEMS-Bauteile auf Siliziumbasis mit Hilfe von Lithographie- und Dotierverfahren und verschiedenen Abscheide- und Ätzprozessen gefertigt. Diese Herstellungsverfahren sind mittlerweile sehr ausgereift und zuverlässig in vielen *wafer fabs* industriell verfügbar. Die am weitest verbreiteten Beispiele von mikroelektromechanischen Sensorsystemen, die kommerziell genutzt werden, sind in der Automobilindustrie als Druck-, Temperatur-, Beschleunigungs- und Drehratensensoren zu finden. Außerdem werden Matrizen aus Mikrospiegeln in der Optik, fluidische Mikropumpen und Mischer in *lab-on-a-chip* Anwendungen und Mikrophone in der Unterhaltungselektronik verwendet.

Einen guten Überblick über den historischen Fortschritt und die positive Entwicklung der Absatzmärkte von MEMS-Produkten innerhalb der letzten Jahre mit einem Ausblick in die Zukunft findet man bei Glück [1]. Eine weit gefasste Abhandlung zu MEMS im Allgemeinen mit Schwerpunkt auf den physikalischen Grundlagen, der Entwicklung und Produktion sowie mit verschiedenen Anwendungsbeispielen gibt das dreibändige Werk *The MEMS Handbook* [2], herausgegeben von Gad-el-Hak.

¹ MOSFET = *metal-oxide-semiconductor field-effect-transistor*

² CMOS = *complementary metal oxide semiconductor*

Im Bereich von mikrostrukturierten Bauelementen spielen physikalische Modellbildung und numerische Simulation eine große Rolle, da hier insbesondere aufgrund der Kopplung von verschiedenen Energiedomänen das zu erwartende Betriebsverhalten nicht durch analytische Überlegungen alleine berechnet werden kann. Durch die mehrstufigen Herstellungsprozesse entstehen zusätzlich oft lange Produktzyklen, so dass aufwändige Versuchsreihen zur Optimierung die knappe Entwicklungszeit verschlingen. Daher ist es zweckmäßig, in allen Stufen der Entwicklung prädiktive Computer-Simulation einzusetzen. So kann beispielsweise ein neues Designkonzept verifiziert oder die Optimierung eines vorhandenen Designs durch Parametervariation durchgeführt werden. Dabei unterscheidet man im Wesentlichen zwei verschiedene Ebenen der Modellierung, die entsprechend der jeweiligen Anforderung zur Anwendung kommen.

Modellierung auf Bauelementebene

Bei der Modellierung auf Bauelementebene wird das vorliegende Problem auf kontinuierlicher Feldebene unter Verwendung von partiellen Differentialgleichungen (*partial differential equation*, PDEs) beschrieben. Das Kontinuum wird dazu mit einem Rechengitter überdeckt und für die diskreten Knotenwerte an den entstehenden Elementen werden unter Berücksichtigung der Randbedingungen die Bestimmungsgleichungen aufgestellt. Hierfür gebräuchliche Methoden sind finite Elemente (FEM), finite Differenzen (FDM), finite Volumina oder finite Randlelemente (*boundary element method*, BEM), die in kommerziellen Softwareanwendungen zur Verfügung stehen, wie sie von wie ANSYS, COMSOL oder COVENTOR angeboten werden. Die größte Herausforderung bei der Modellierung von MEMS-Bauteilen ist die Kopplung von verschiedenen physikalischen Energiedomänen. In den letzten Jahren wurden dazu erstmals Module innerhalb der Softwareanwendungen bereit gestellt, die eine benutzerfreundliche gekoppelte Simulation ermöglichen sollen. Der Trend geht weiterhin dazu, dass es dem Benutzer mit wenigen Einstellungen und ohne die manuelle Verknüpfung von verschiedenen Simulatoren ermöglicht werden soll, gekoppelte Probleme, wie zum Beispiel die Fluid-Struktur-Wechselwirkung (*fluid structure interaction*, FSI), zu berechnen.

Allerdings weisen Modelle auf Bauelementebene eine hohe Anzahl an Freiheitsgraden auf. Einerseits sind für die räumliche Auflösung viele Knoten notwendig, um die komplexen Geometrien in 3D abbilden zu können. Andererseits entstehen durch die gekoppelte Berechnung zusätzliche Freiheitsgrade pro Knoten. Das führt insgesamt zu sehr speicher- und damit rechenzeitintensiven Simulationen.

Modellierung auf Systemebene

Soll nicht nur das MEMS-Bauteil für sich betrachtet werden, sondern das aus Chip, Verbindungselementen und Gehäuse bestehende Gesamtsystem unter dem Einfluss seiner Umwelt analysiert werden, ist eine Reduzierung des numerischen Simulationsaufwands notwendig. Die räumlich hochauflösende Diskretisierung wird zugunsten einer ordnungsreduzierten Beschreibung aufgegeben. In sogenannten Makromodellen werden Verhaltensmodelle auf Basis von wenigen physikalischen Modellparametern entworfen, die ei-

ne prädikative und physikalisch basierte Simulation erlauben. Man kann dazu sogenannte Kirchhoffsche Netzwerke heranziehen, in denen die Modellgleichungen mithilfe von Potentialen (*across quantities*) und Flüssen (*through quantities*) als dynamischen Variablen formuliert werden. Auch Kopplungen lassen sich durch geeignete Wandler-elemente verwirklichen. Eine detaillierte Beschreibung dieser Methode findet sich in [3, 4].

Eine Systemanalyse mit Hilfe von Makromodellen kann mit einem beliebigen Netzwerksimulator wie z. B. SPICE, pSPICE oder COVENTOR erfolgen. Können die Modelle durch physikalisch inspirierte Vereinfachungen weiter reduziert werden, ist auch eine analytische Berechnung mit Programmen wie MATLAB oder MATHEMATICA möglich.

1.2 Zielsetzung und Struktur der Arbeit

1.2.1 Zielsetzung

Seitdem namhafte Hersteller von modernen Smartphones immer öfter MEMS-Mikrophone in ihren Produkten einsetzen, ist sowohl die Bekanntheit wie auch der Absatz für diese relativ neuen Produkte im Vergleich zu den Vorjahren enorm angestiegen.

Bis vor kurzem wurden fast ausschließlich in konventioneller Feinwerktechnik gefertigte Mikrophone, vor allem Elektret-Mikrophone (ECM), verwendet. In den neu entstehenden und stetig wachsenden Anwendungsgebieten für Mikrophone, wie in Mobiltelefonen, Laptops, Digitalkameras oder auch generell in der Produktionstechnik, werden aber immer mehr Anforderungen gestellt, die übliche Mikrophone nicht mehr erfüllen können. Kleinere Abmessungen, eine gute Reproduzierbarkeit, die Eignung zur automatischen Bestückung und eine geringere Anfälligkeit gegenüber elektromagnetischen Interferenzen sind beispielsweise Eigenschaften, die durch die Verwendung von mikrotechnologischen Verfahren besser realisiert werden können. So sind die prognostizierten Absatzzahlen für MEMS-Mikrophone, die in Produkten der Unterhaltungselektronik eingesetzt werden, stetig steigend [5]. Dies bietet einen großen Anreiz für neue Entwicklungen in diesem Bereich.

In dieser Arbeit soll der Entwurf für ein neuartiges MEMS-Mikrophon vorgestellt werden und im Hinblick auf einen kommerziellen Einsatz in der Unterhaltungselektronik evaluiert werden. Das Mikrophon basiert auf dem Prinzip der piezoelektrischen Schallwandlung, da dieser Ansatz einige Vorteile, wie einen einfachen und energiesparenden Aufbau, bietet und ein bestehender Fertigungsprozess zur Erstellung der aktiven Schicht zur Verfügung steht. Das Konzept wird mittels physikalischer Modellbildung und numerischer Simulation erarbeitet, optimiert und im Vergleich zu existierenden kommerziellen kapazitiven Mikrophonen kritisch bewertet.

Die einzelnen Aspekte dieser Zielsetzung können wie folgt formuliert werden:

Membrandesign

Im Rahmen eines bestehenden Fertigungsprozesses sollen Membranen aus Aluminiumnitrid (AlN) als piezoelektrischem Material zur Verwendung in einem MEMS-Mikrophon entwickelt werden. Da diese Membranen aus mehreren Schichten aufgebaut sind, erge-

ben sich typische Probleme, die in der Mikromechanik wohl bekannt sind. Vor allem werden aufgrund von unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten der verschiedenen Materialien intrinsische Spannungen in den Schichten induziert. Diese führen zu einer Versteifung der Membran, die dadurch weniger sensitiv auf einfallenden Schall reagiert. Um Abhilfe zu schaffen wird ein neuartiges Konzept vorgestellt, das diese herstellungsbedingten Spannungen kompensieren kann, um somit die Flexibilität und die elektromechanische Sensitivität der Membran zu erhöhen.

Modellbildung und Simulation

Zur Validierung unterschiedlicher Entwurfskonzepte für die Membran wird auf Bauelementebene eine computergestützte Simulation basierend auf dem Prinzip von finiten Elementen eingesetzt. Das Modell soll durch Messungen der vorliegenden intrinsischen Spannungen und der tatsächlichen Materialparameter kalibriert werden.

Sowohl die intrinsischen Spannungen als auch die elektro-mechanische Kopplung des piezoelektrischen Effekts müssen vollständig in der Simulation abgebildet werden. Nur so kann der Frequenzgang der Mikrofonmembran zuverlässig und realitätsgetreu simuliert und für die folgende Optimierung ausgewertet werden.

Optimierung

Zur Optimierung der Geometrie ist zuerst die Identifikation derjenigen Parameter notwendig, die einen signifikanten Einfluss auf das Verhalten der Membran haben. Die statistische Methode der Varianzanalyse bietet dazu die benötigten Mittel.

Mit dem daraus resultierenden reduzierten Satz von Designparametern soll der Frequenzgang der Membran so angepasst werden, dass die Sensitivität bei einer Resonanzfrequenz über 20 kHz maximal ist.

Zusätzlich sollen Regeln für ein robustes Design aufgestellt werden, da die Membran möglichst unempfindlich gegenüber Umwelteinflüssen und Prozessschwankungen sein soll. Bei einer mehrschichtigen Membran, wie sie hier vorliegt, kommt es vor allem zu herstellungsbedingten Fluktuationen der inneren Spannungen, wohingegen die geometrischen Abmessungen gut kontrollierbar sind. Daher soll der Einfluss von unterschiedlichen inneren Spannungen auf das Verhalten von verschiedenen Membrandesigns untersucht werden.

Bewertung

Erweitert man die Modellierung von der Bauelement- auf die Systemebene, kann die Frage beantwortet werden, inwieweit das vorgeschlagene Konzept zur Herstellung von kommerziellen MEMS-Mikrofonen für Anwendungen in der Unterhaltungselektronik verwendbar ist.

1.2.2 Gliederung der Arbeit

Entsprechend der oben aufgeführten Zielsetzung ist die Arbeit in folgende Abschnitte unterteilt:

Nach der Einleitung werden in **Kapitel 2** verschiedene Realisierungsformen mikrostrukturierter Mikrofone vorgestellt. Dazu werden wichtige Kenngrößen erläutert, mit denen

das Verhalten und die Spezifikationen von Mikrofonen im Allgemeinen beschrieben werden. Die Beschreibung der verschiedenen Arten und Eigenschaften von Bauteilen, die in konventioneller Feinwerktechnik gefertigt werden, sind als Feststellung des Status quo und damit als Referenz für alle Neuerungen auf diesem Gebiet ein wesentlicher Bestandteil dieses Kapitels. Im Anschluss dazu werden der Aufbau, die Funktionsweise und die bereits kommerziell erhältlichen Versionen von mikrostrukturierten Mikrofonen beschrieben.

Das folgende **Kapitel 3** ist den piezoelektrischen MEMS-Mikrofonen gewidmet. Zuerst wird die physikalische Modellierung des piezoelektrischen Wandlerprinzips als zentraler Aspekt der folgenden Simulation erläutert. Dazu werden außerdem einige piezoelektrische Materialien, insbesondere Aluminiumnitrid vorgestellt.

Der generelle Aufbau von Piezo-Mikrofonen führt schließlich über die Betrachtung von einigen Beispielen aus der Literatur zur Darstellung des in dieser Arbeit vorgeschlagenen neuartigen Designkonzepts.

In **Kapitel 4** wird die experimentelle Charakterisierung der mehrschichtigen Mikrofonmembran beschrieben. Ein Aspekt davon ist die Bestimmung der inneren Spannungen der einzelnen Schichten mittels Krümmungsmessungen am Wafer. Andererseits werden die Materialparameter für das Polymer Parylene extrahiert, das ein essentieller Bestandteil des Membranaufbaus ist. Diese Daten bilden die Grundlage für ein zuverlässiges Simulationsmodell.

Die weiteren Voraussetzungen für die Modellbildung und Simulation werden anschließend in **Kapitel 5** beschrieben. Am Anfang werden die verwendeten Programme und die damit erstellten Modelle vorgestellt. Dann folgt eine theoretische Erklärung zu den Möglichkeiten der Integration von inneren Spannungen in eine piezoelektrische Simulation, die in den Softwaretools unterschiedlich umgesetzt ist.

Die Berücksichtigung von inneren Spannungen macht es außerdem notwendig, nichtlineare Effekte zu beachten, die am Ende dieses Abschnitts erklärt werden.

Die eigentliche Anwendung des erstellten Simulationsmodells erfolgt dann in **Kapitel 6**. Es wird benutzt, um eine Datenbasis für eine Varianzanalyse zur Bestimmung der signifikanten Parameter zu generieren. Außerdem werden hier die Optimierung des Frequenzgangs der Membran bezüglich Schallsensitivität und Resonanzfrequenz diskutiert und Regeln zur Erstellung eines robusten Designs entwickelt.

In **Kapitel 7** sollen im Sinne einer Gesamtsystemanalyse neben der Membran auch die Auswirkungen von Gehäuse und Verstärker auf die Gesamtsensitivität des Mikrophons betrachtet werden. Dies führt zu einer kritischen Bewertung des Anwendungspotentials des vorgestellten Konzepts.

Den Abschluss bildet **Kapitel 8** mit einer Zusammenfassung der Arbeit.

2. Mikrostrukturierte Mikrophone

Dieses Kapitel soll einen Überblick über den Aufbau und die Eigenschaften von Mikrofonen im Allgemeinen geben und dabei im Besonderen die Entwicklung und das Potential von mikrostrukturierten Mikrofonen hervorheben.

Am Anfang werden in Abs. 2.1 wichtige Kenngrößen erläutert, mit denen das Verhalten und die Spezifikationen von Mikrofonen beschrieben werden können. Für spezifische Anwendungen, z.B. für Hörgeräte oder in der Unterhaltungselektronik, werden die geforderten Spezifikationen für diese Parameter angegeben.

Im Anschluss werden in Abs. 2.2 in konventioneller Feinwerktechnik gefertigte Mikrophone beschrieben. Vor allem die etablierten und weit verbreiteten Elektret-Mikrophone werden ausführlicher behandelt, da diese den Stand der Technik darstellen, gegen die sich die neuen MEMS-Mikrophone durchsetzen müssen. Deren grundlegender Aufbau und die verwendeten Wandlerprinzipien werden in dem folgenden Abs. 2.3 dargelegt. Der Abschnitt endet mit einem Überblick über die bereits kommerziell erhältlichen mikrostrukturierten Mikrophone.

2.1 Wichtige Kenngrößen

Generell gibt es für Mikrophone Anforderungen, die unabhängig von Herstellungsmethode, verwendetem Wandlerprinzip oder Anwendungsgebiet sind. So sollen alle Mikrophone die ganze Bandbreite der menschlichen Stimme möglichst ohne Verzerrung und Resonanzüberhöhung übertragen können. Abb. 2.1 (entnommen aus [6]) zeigt das typische Empfangsspektrum des menschlichen Gehörs in Abhängigkeit von der Schallfrequenz und von dem des Schalldruckpegel für Sprache und Musik und die entsprechende Hörschwelle und Schmerzgrenze. Die Bandbreite erstreckt sich somit von 20 Hz bis 20 kHz bei einem mittleren Schalldruck von 60 dB bzw. 20 mPa.

Aus diesen Eigenschaften ergeben sich die technischen Eckdaten, die ein Mikrophon in jedem Fall erfüllen muss. Des weiteren sollten die Schwankungsbreite der Eigenschaften sowie die Sensitivität auf Umwelteinflüsse wie Feuchtigkeit, Temperaturschwankungen, Staub, Erschütterungen, Wind und elektromagnetische Interferenz möglichst gering sein. Ein niedriger Energieverbrauch und eine kleine Versorgungsspannung sind von Vorteil. Die Mikrophone sollten überdies in den Bestückungsprozess integrierbar, möglichst klein und preisgünstig sein.

Diese allgemeinen Anforderungen werden ergänzt durch konkrete Spezifikationen für Kennwerte, die das elektrische und akustische Verhalten von Mikrofonen beschreiben. Für spezifische Anwendungsgebiete gelten dabei unterschiedlich strenge Kriterien.

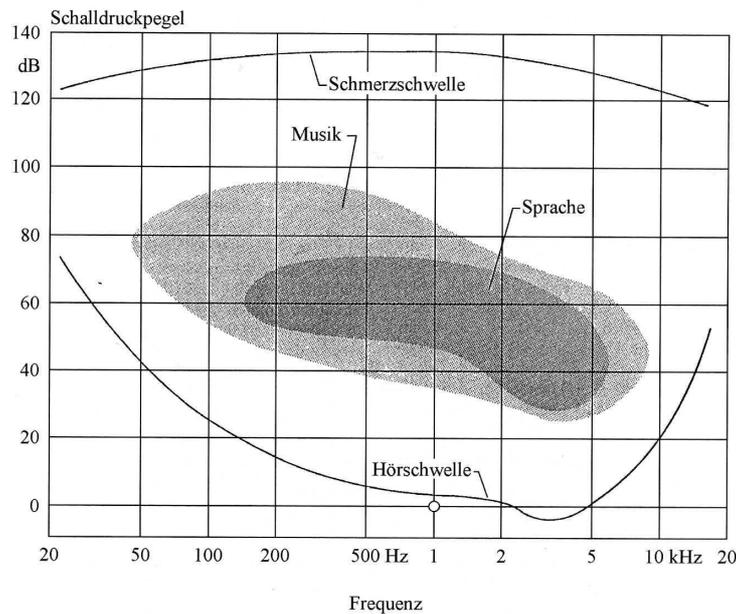


Abb. 2.1: Hörfläche eines normalhörenden Menschen für Sprache und Musik [6].

Sensitivität (*sensitivity*)

Die Sensitivität S eines Mikrophons bezeichnet definitionsgemäß das Verhältnis zwischen Ausgangsspannung V und Schalldruck p bei einer Schallfrequenz von 1 kHz. Sie wird in mV/Pa angegeben und auch als Übertragungsfaktor bezeichnet:

$$S = \frac{V}{p} \quad [mV/Pa].$$

Man muss dabei zwischen der Membransensitivität und der Mikrophonsensitivität unterscheiden. Bei der Membransensitivität oder der Druckübertragungsfunktion wird der an der Membran anliegende Druck und die vom MEMS-Chip abgegebene Spannung betrachtet. Bei der Mikrophonsensitivität oder dem Feldübertragungsfaktor werden das Gehäuse und der Verstärker mit berücksichtigt. Es wird das Verhältnis von Schalldruck am Gehäuseseeingang zur Ausgangsspannung nach Verstärkung ausgewertet. Dabei kann man den Feldleerlaufübertragungsfaktor angeben, bei dem während der Messung die Verstärkerschaltung kurzgeschlossen wird, und den Feldbetriebsübertragungsfaktor mit simulierter Betriebslast.

Für die Messtechnik wird die Sensitivität oft nicht in mV/Pa angegeben, sondern mit Hilfe des **Schalldruckpegels** (*sound pressure level*) in Dezibel (dB) umgerechnet. Mit dieser logarithmischen Umrechnung gelingt es, den weiten Bereich des menschlichen Gehörs, das Druckpegel von 20 μPa bis 20 Pa verarbeiten kann, auf eine lineare Skala zu projizieren. Außerdem folgt die Sinneswahrnehmung des Ohres dem Weber-Fechner-Gesetz, wonach die subjektiv empfundene Stärke proportional zum Logarithmus der objektiven Intensität des Reizes ist. Daher wird der Schallpegel L_{SPL} als der Logarithmus des Quotienten aus Schalldruck p und Referenzdruck p_0 angegeben. Als Referenzdruck wird die Hörschwelle des menschlichen Gehörs $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$ gewählt, bei der gerade noch ein

Ton wahrnehmbar ist:

$$L_{SPL} = 20 \cdot \log \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad [dB].$$

Ein Schalldruck von 1 Pa entspricht mit dieser Umrechnung 94 dB, ein mittlerer Druck von 20 mPa entspricht 60 dB. Der Schalldruck der menschlichen Sprache liegt frequenzabhängig zwischen 0 dB und 120 dB.

Für die Messung der Sensitivität wird das Mikrofon in einer Messkammer mit einem Schalldruckpegel von 94 dB bei einer Frequenz von 1 kHz beaufschlagt und die Ausgangsspannung V gemessen. Die Sensitivität berechnet sich dann zu

$$S = 20 \cdot \log \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad [dBV]$$

mit $V_0 = 1 V$. Typische Werte für konventionelle Mikrophone sind 2 mV/Pa bis 40 mV/Pa bzw. -54 dBV bis -28 dBV. Kommerziell erhältliche mikrostrukturierte Mikrophone haben eine Sensitivität von 8 mV/Pa bis 12 mV/Pa bzw. -42 dBV bis -38 dBV.

Die Sensitivität kann für bestimmte Mikrophone abhängig vom Schalleinfallswinkel sein. Dadurch ergibt sich die **Richtcharakteristik (polar pattern)** des Mikrophones. Bei Druckempfängern, bei denen die Membran von der einen Seite mit Schall beaufschlagt und von der anderen Seite mit einem Rückvolumen abgeschlossen ist, ergibt sich generell eine sogenannte Kugelcharakteristik. Die Sensitivität ist also nicht richtungsabhängig. Darüber hinaus gibt es Mikrophone mit Nieren-, Achter-, oder Halbnierencharakteristik, mit denen eine Richtwirkung erzielt werden kann.

Rauschschallpegel (noise pressure level)

Der Rauschschallpegel oder Ersatzgeräuschpegel bezeichnet denjenigen Schalldruck, der an ein ideales rauschfreies Mikrofon angelegt die gleiche Ausgangsspannung erzeugen würde, wie das reale rauschbehaftete Mikrofon ohne äußeren Schalldruck ausgibt.

Je niedriger er ist, desto geringer ist das Eigenrauschen des Mikrophones. Dieses Rauschen entsteht einerseits in den elektrischen Widerständen infolge der Brownschen Molekularbewegung als thermisches Rauschen. Kleinere Beiträge liefern in der elektrischen Schaltung auch die halbleiterspezifischen Mechanismen Schrotrauschen und Funkelrauschen (Generations- und Rekombinationsrauschen) [7]. Andererseits wird die Mikrofonmembran durch die thermische Bewegung der Luftmoleküle bei Raumtemperatur ausgelenkt, was zu einem kontinuierlichen elektrischen Signal auch ohne Schallanregung führt.

Der Rauschschallpegel wird als Geräuschspannung gemessen und meist über den Frequenzbereich gewichtet. Üblich ist die so genannte A-Bewertung, bei der die besondere Charakteristik des menschlichen Gehörs berücksichtigt wird. Jeder Ton, auch wenn er mit dem gleichen Druck auf das Ohr trifft, wird abhängig von der Frequenz unterschiedlich laut wahrgenommen. Das Verfahren ist in der Norm DIN-IEC 651 festgelegt. Wird der Rauschschallpegel nach dieser Norm gewichtet, wird er in der Einheit dB(A) angegeben. Daneben gibt es noch weitere Normen, die z. B. die Anforderungen in der Telekommunikation (CCITT) oder in der Radiokommunikation (CCIR) besonders berücksichtigen. Die Bewertungskurven für die A-bewertung und den CCIR-Standard sind in Abb. 2.2 gezeigt. Oft wird auch der Geräuschpegelabstand oder **Signal-Rausch-Abstand (signal-to-noise-**

ratio, *SNR*) angegeben. Er bezeichnet den Unterschied zwischen einem Bezugsschallpegel (= 94 dB) und dem Rauschschallpegel:

$$SNR = 94 \text{ dB} - \text{Rauschschallpegel.}$$

Typische Werte für den Rauschschallpegel sind 25 dB(A) bis 35 dB(A) bzw. für den Signal-Rausch-Abstand 59 dB(A) bis 69 dB(A).

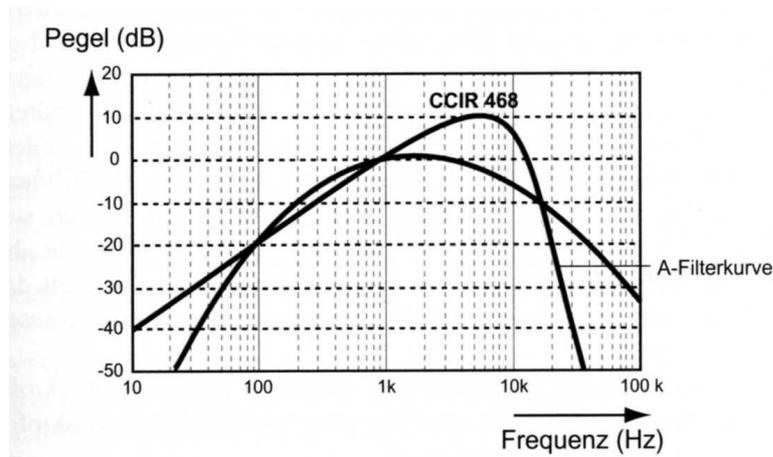


Abb. 2.2: Bewertungskurven für die A-Bewertung und den CCIR-Standard [8].

Frequenzgang (*frequency response*)

Der Frequenzgang beschreibt die Sensitivität eines Mikrophons über den Frequenzbereich des einfallenden Schalldrucks. Die menschliche Sprache reicht über einen Frequenzbereich von 20 Hz bis 20 kHz. Demzufolge muss die Charakteristik in diesem Bereich möglichst flach sein, d. h. zwei Töne mit gleichem Schalldruck aber unterschiedlicher Frequenz sollen die gleiche Signalstärke erzeugen. Um die Linearität des Frequenzganges festzustellen wird oft eine obere Grenzfrequenz angegeben, bei der die Sensitivität gegenüber einem Schallereignis mit einer Frequenz von 1 kHz um 3 dB (= 0,02 mV/Pa) reduziert ist. Die Frequenzgangmessung für ein Mikrophon ist in der Norm DIN EN 60268-4 beschrieben.

Grenzschalldruckpegel (*maximum sound pressure level*)

Der Grenzschalldruckpegel gibt an, bis zu welcher Lautstärke das Mikrophon belastet werden kann, d. h. ab welchem Schalldruckpegel (bei $f = 1 \text{ kHz}$) der Klirrfaktor größer als ein Referenzwert, meist 0,5% oder 1% ist. Typische Zahlenwerte sind 120 dB SPL bis 160 dB SPL.

Der **Klirrfaktor** (*total harmonic distortion, TDH*) beschreibt, wie viele unerwünschte harmonische Oberschwingungen in Bezug auf die Anregungsfrequenz durch die Messapparatur erzeugt werden [9]. Er ist also ein Maß für die nichtlineare Verzerrung bei lauten Geräuschen bzw. bei hohem Schalldruck. Zusammen mit dem Rauschschallpegel kann nun der **Dynamikbereich** (*dynamic range*) angegeben werden:

$$\text{Dynamikbereich} = \text{Grenzschalldruckpegel} - \text{Rauschschalldruckpegel}$$

Der Dynamikbereich liegt typischerweise zwischen 90 dB und 130 dB.

Des Weiteren können Kennwerte zur **linearen Verzerrung** bei Mehrtonanregung und zur **elektromagnetischen Störempfindlichkeit** z. B. gegenüber Antennen in Mobilfunkgeräten angegeben werden.

Die vorgestellten Kenngrößen müssen für spezifische Anwendungen unterschiedliche Kriterien erfüllen. So ist es für Hörgeräte notwendig, dass eine Sensitivität von 20 mV/Pa bis 25 mV/Pa bei einer Versorgungsspannung von maximal 1,3 V und einem Rauschschallpegel unter 25 dB(A) erreicht wird [10].

In der Unterhaltungselektronik, also für Mobiltelefone, Laptops, Spielekonsolen, Digitalkameras etc. wird eine Sensitivität von mindestens 8 mV/Pa, d. h. - 42 dBV bei einer maximalen Versorgungsspannung von 3 V und einem Rauschschallpegel von 30 dB(A) gefordert. Der Grenzschalldruckpegel muss bei mindestens 110 dB bis 120 dB liegen und der Frequenzgang bis 20 kHz linear sein.

Spezielle Anforderungen ergeben sich, wenn das Mikrofon nicht zum Übertragen von Sprache und Musik eingesetzt werden soll, sondern für Ultraschallanwendungen >20 kHz (z.B. Medizintechnik, Distanzmessung), in der Hydroakustik als Unterwassermikrofon (Hydrophon), oder für Messsysteme in der Aeroakustik Verwendung findet. In der Aeroakustik wird die Schallerzeugung durch Strömung, also beispielsweise das Entstehen von Lärm durch Luftströmung an technischen Anlagen oder bei Flugzeugen, untersucht. Dabei ist es wichtig, dass der Grenzschalldruckpegel mit 150 dB bis 160 dB sehr hoch sein muss, der Rauschschallpegel aber nur eine untergeordnete Rolle spielt (<45 dB(A)). Für diese Anwendungen werden hauptsächlich piezoelektrische Mikrophone eingesetzt [11].

2.2 Konventionelle Mikrophone

Die Entwicklung des Mikrophons ist eng verbunden mit der Erfindung des Telefons in den Jahren 1860-1876 durch Antonio Meucci, Philipp Reis und Alexander Graham Bell. Im Verlauf der Geschichte wurden Mikrophone kontinuierlich durch die Verwendung von verschiedenen Wandlermethoden verbessert.

1878 erfand Thomas Alva Edison das Kohlemikrofon (*carbon microphone*). Parallel dazu wurde das elektrodynamische Tauchspulenmikrofon (*moving coil microphone*) und später das ebenfalls auf Basis von Influenz arbeitende Bändchenmikrofon (*ribbon microphone*) entwickelt. Das erste Kondensatormikrofon wurde 1917 vorgestellt und in den 1930er Jahren zur Serienreife gebracht [8, 12]. Dieses wurde durch eine bahnbrechende Veröffentlichung von Gerhard Sessler und James Watt 1962 von Grund auf revolutioniert. Die Arbeit beschreibt ein Kondensator-Mikrofon auf Basis eines Elektret-Materials. Dabei wird das benötigte elektrische Feld des Kondensators nicht mehr mit einer Versorgungsspannung, also einer konstanten Spannung, sondern mit Hilfe einer dauerhaft polarisierten Folie, also mit einer konstanten Ladung, erzeugt [13].

Eine genaue historische Entwicklung von herkömmlichen und mikrostrukturierten Mikrofonen geben Elko und Harney in einem Artikel in *Acoustics Today*, in dem unter anderem viele historische Fotografien präsentiert werden [12].

Heute gibt es eine Vielzahl von Mikrofonen, die auf verschiedene Wandlerprinzipien beruhen und in den unterschiedlichsten Bereichen eingesetzt werden. Dazu gehören die Studio-, Aufnahme- und Beschallungstechnik, HIFI-Anlagen, die Telekommunikations- und Unterhaltungstechnik und die Anwendung in Hörgeräten. Die gängigsten Wandlerprinzipien bei diesen in konventioneller Feinwerktechnik gefertigten Mikrofonen sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden.

Wandlerprinzipien bei konventionellen Mikrofonen

Die Wandlung des akustischen in ein elektrisches Signal erfolgt bei Mikrofonen über die Auslenkung einer Membran durch den dynamischen Schalldruck. Genauer betrachtet verbirgt sich dahinter eine dreigliedrige Wandlung. Das akustische Signal wird zuerst in eine mechanische Schwingung umgesetzt. Dieser Schritt erfolgt durch eine Membran und bestimmt den Wirkungsgrad und die Richtcharakteristik des Mikrophons. Die mechanische Anregung wird dann in ein elektrisches Signal umgewandelt. Auch hier werden der Wirkungsgrad aber auch alle elektrischen Kenngrößen beeinflusst. Die mechanisch-elektrische Wandlung kann kapazitiv, induktiv, piezoelektrisch oder optisch erfolgen.

Kapazitive Energiewandlung

Kondensator-Mikrophone sind kapazitive Mikrophone, bei denen eine flexible Membran und eine starre Gegenelektrode einen Kondensator bilden, der mit einer Versorgungsspannung und einem hohen Ladewiderstand auf einer konstanten Ladung gehalten wird. Durch die Vibration der Membran ändert sich die Kapazität des Kondensators und umgekehrt proportional dazu die Spannung, die ausgelesen wird. Wegen des hohen Ladewiderstandes ist eine Vorverstärkung und Impedanzwandlung und somit eine erhöhte Versorgungs-

spannung nötig. Dieser Nachteil wird aber durch die hohe Sensitivität von 2 mV/Pa bis 40 mV/Pa, dem geringen Rauschschallpegel von 7 dB(A) bis 24 dB(A) und dem linearen Frequenzgang mehr als ausgeglichen.

Elektret Mikrophone (*electret condenser microphones*, ECMs) sind ebenfalls kapazitive Wandler. Das Prinzip beruht darauf, dass es bei bestimmten Materialien – analog zur Magnetisierung – möglich ist, durch ein äußeres elektrisches Feld eine Ausrichtung der elektrischen Dipole im Material zu erzielen. Nach Ausschalten des elektrischen Feldes bleibt die Polarisierung erhalten und erzeugt selbst ein elektrisches Feld [6, 14]. Hauptsächlich eignen sich dafür bestimmte Fluor-Polymere wie PTFE- und FEP-Schichten, die mit bestimmten Verfahren polarisiert werden [6]. Diese Folien werden entweder auf die flexible Mikrofon-Membran aufgeklebt oder auf die perforierte Gegenelektrode gespannt. Wegen der schlechten mechanischen Eigenschaften der Polymer-Folien wird für qualitativ hochwertige Mikrophone die letztere Methode verwendet, um die Flexibilität der Membran nicht zu verringern.

Zu Beginn der Elektret-Entwicklung bestand das Problem, dass die Ladung in den Folien nicht dauerhaft gespeichert werden konnte, sondern nach einigen Monaten degradiert war. Erst Sessler und West gelang es schließlich, stabile Folien zu produzieren, was den Siegeszug der Elektret-Mikrophone einläutete. Bis heute sind diese Mikrophone mit einem Anteil von 90% und zwei Milliarden verkauften Exemplaren pro Jahr der unumstrittene Marktführer [6]. Es gibt zahlreiche Anbieter, die Elektret-Mikrophone in verschiedenen Ausführungen und für unterschiedliche Einsatzgebiete anbieten. Ihre weite Verbreitung liegt an ihrer guten Empfindlichkeit, ihrer hohen Aufnahmequalität, ihrer Robustheit und dem niedrigen Preis. Außerdem können Elektret-Mikrophone mit nur einer Batterie für den Verstärker betrieben werden, da sie keine elektrische Vorspannung benötigen. Das macht sie prädestiniert für den Einsatz in Telefonen und Mobiltelefonen.

Der große Nachteil ist aber die hohe Hitze- und Feuchtigkeitsempfindlichkeit der Folien, die zu einer raschen Degeneration von Ladung bei Temperaturen über 80°C oder hoher Luftfeuchtigkeit führt. Im alltäglichen Gebrauch sind die Mikrophone davon nicht betroffen und zeigen nur einen minimalen Sensitivitätsverlust über mehrere Jahrzehnte hinweg. Problematisch wird dieser Umstand bei der automatischen Bestückung der Mikrophone, bei der die vorgegebenen Grenzwerte für die Temperatur überschritten werden. Daher müssen diese Mikrophone zu hohen Kosten manuell aufgelötet werden [10, 15]. Gegenüber anderen Kondensator-Mikrophonen hat man geringfügig schlechtere technische Daten, aber keine Verringerung der Lebensdauer [8].

Elektrodynamische bzw. induktive Energiewandlung

Elektrodynamische Mikrophone arbeiten auf der Basis von magnetischer Induktion. Die Membran bewegt eine Spule in einem permanenten Magnetfeld, wodurch Ladungen induziert werden. Als Bautypen gibt es Tauchspulenmikrophone und selten auch Bändchenmikrophone, bei denen die Spule nur aus einem langen, gefalteten Aluminiumbändchen besteht. Tauchmikrophone haben eine geringe Sensitivität von 1 mV/Pa bis 3 mV/Pa, sie sind recht erschütterungsempfindlich und aufwändig in der Konstruktion. Im Gegenzug sind sie relativ preiswert und benötigen keine Versorgungsspannung.

Piezoelektrische Energiewandlung

Piezoelektrische Mikrophone werden entweder als Dickenschwinger zur Messung von Körperschall, z. B. bei Gitarren, oder als Biegeschwinger eingesetzt. Bei Dickenschwingern wird der longitudinale, bei Biegeschwingern der transversale piezoelektrische Effekt ausgenutzt (siehe Abs. 3.1). Man erreicht dabei aber nur eine geringe Sensitivität, so dass piezoelektrische Wandler oft im Ultraschallbereich oder als Hydrophone benutzt werden, die in Resonanz arbeiten. Vorteilhaft sind allerdings die gute Temperaturstabilität, die hohe Robustheit und der hohe Schalldruckpegel. Außerdem wird keine Versorgungsspannung benötigt.

Optische Energiewandlung

Optische Mikrophone arbeiten mit Lichtwellen, wobei das Licht einer Leuchtdiode mit einem Lichtwellenleiter zum Mikrophon gebracht wird. Dort wird es auf die verspiegelte Membran gerichtet und je nach Stellung der Membran unterschiedlich stark reflektiert und an einen Sensor zurückgeleitet. Der Sensor (Fotodiode), der wie die Leuchtdiode räumlich vom Mikrophon getrennt sein kann, wandelt das optische in ein elektrisches Signal um. Wegen der aufwändigen Technik sind optische Mikrophone sehr teuer, aber für Spezialanwendungen, wie bei Explosionen oder in der Medizintechnik in Magnetresonanztomographen, bei denen der Einsatz von Metall nicht möglich ist, geeignet.

Irreversible Energiewandlung

Die Mikrophone, die bis 1980 in allen Telefonen verbaut und daher sehr verbreitet waren, sind Kohlemikrophone. Dabei wird Kohlegranulat zwischen zwei Platten gefüllt und dann verkapselt. Wird eine Platte, die Mikrophonmembran ausgelenkt, wird das Granulat zusammengedrückt und somit dessen Leitfähigkeit geändert. Da nur diese Widerstandsänderung detektiert, aber kein Schall aktiv erzeugt werden kann, gehören Kohlemikrophone zu den irreversiblen Mikrophenen. Kohlemikrophone haben eine begrenzte Bandbreite von 300 Hz bis 3 kHz und eine hohe Verzerrung. Bei der Übertragung im Telefon stört dies nicht, sondern ist eher von Vorteil, weil hohe Töne dadurch verstärkt werden. Mittlerweile wurden Kohlemikrophone weitgehend durch Elektret-Mikrophone verdrängt.

2.3 MEMS-Mikrophone

Mikrostrukturierte Mikrophone wurden aus den bereits seit den 1960er Jahren kommerziell genutzten mikromechanischen Drucksensoren entwickelt [12]. Gerhard Sessler und Dietmar Hohm reichten im Jahr 1983 ein erstes Patent für einen „kapazitiven Wandler auf Siliziumbasis mit Siliziumdioxid-Elektret“ ein, das die Grundlage für alle weiteren Entwicklungen legte. Für dieses erste MEMS-Mikrofon wurde ein Elektret verwendet, das bei konventionellen Mikrophonen damals und auch noch heute die größte Verbreitung hat. Mittlerweile ist aber die starke Hitzeempfindlichkeit der Elektrete, die bei Temperaturen über 80°C zu Ladungsdegeneration führt, bei modernen Bestückungsprozessen problematisch. Elektret-Mikrophone können daher nicht maschinell bestückt werden, sondern müssen zu hohen Kosten manuell aufgelötet werden [10, 15].

Dieser Umstand ist es, der die Entwicklung von mikrostrukturierten Mikrophonen vorantrieb, da diese problemlos in die automatisierte Bestückung integriert werden können. Darüber hinaus bietet die MEMS-Technologie einige weitere Vorteile. So sind die Möglichkeiten bei der Miniaturisierung sowohl beim Chip selbst auch als bei der Integration der ASIC-Schaltungen im Gehäuse [16] sehr groß, so dass immer kleinere Mikrophone entwickelt werden können. Durch die niedrigere Membranmasse und die hohe Materialsteifigkeit sind diese Mikrophone wiederum unempfindlicher gegenüber Vibrationen im Niederfrequenten Bereich. Die verwendeten Standardprozesse der Silizium-Halbleitertechnologie bieten eine hohe Reproduzierbarkeit hinsichtlich der Mikrophoneigenschaften, da man mit den Lithographieprozessen eine gute Kontrolle über die geometrischen Abmessungen erreicht [17]. Diese beiden Eigenschaften – kleine Abmessungen und niedrige Ausfallraten – sind wiederum die Voraussetzung für Mikrofon-Matrizen. Damit ist einerseits eine Filterung von Hintergrundgeräuschen und somit eine Steigerung der Qualität möglich, andererseits kann auch eine Richtwirkung erzielt werden.

Aus diesen Eigenschaften ergibt sich sowohl das Potential für einen gesteigerten Marktbedarf (durch die Verwendung von mehreren Mikrophonen pro Produkt in Matrizen) als auch für neue Anwendungsgebiete. Dazu zählen Freisprechanalgen in Automobilen, die extrem hitzebeständig sein müssen, oder sprachgesteuerte elektronische Spiele, wo in externen Controllern sehr wenig Platz zur Verfügung steht. So könnten mikrostrukturierte Mikrophone analog zu Beschleunigungssensoren innerhalb der nächsten Jahre konventionelle Mikrophone immer weiter vom Markt verdrängen. Laut einer Studie von iSuppli ist die Tendenz schon jetzt stetig steigend. Den Absatzzahlen von 441 Millionen verkauften Exemplaren im Jahr 2009 stehen circa 700 Millionen verkaufte Mikrophone im Jahr 2010 gegenüber [18]. Diese Steigerung um ca. 50% wird auch für die nächsten Jahre erwartet [5]. Da im Moment MEMS-Mikrophone im Vergleich zu konventionellen ECMs durch die aufwendige Gehäusung noch relativ teuer sind, ist in dieser Hinsicht noch ein gewisser Entwicklungsbedarf vorhanden.

Im Folgenden soll nun einerseits auf den Aufbau von MEMS-Mikrophonen im Allgemeinen und andererseits auf die verschiedenen Wandlerprinzipien in Forschung und kommerziellen Anwendungen eingegangen werden.

2.3.1 Aufbau von MEMS-Mikrofonen

Siliziummikrophone sind MEMS-Sensoren, da eine nichtelektrische Größe, nämlich die Variation des Schalls ausgelöst durch die menschliche Stimme, in ein elektrisches Signal umgewandelt wird. Der Aufbau des Sensors kann in drei Teile gegliedert werden: das MEMS-Bauteil oder MEMS-Chip, der ASIC und das Gehäuse. Kernstück des Sensors ist dabei das MEMS-Bauteil, das die Wandlung übernimmt. Dabei ist das Prinzip für alle Mikrophone gleich - egal in welcher Technologie sie hergestellt werden: Eine flexible Membran wird von der einen Seite mit dem dynamischen Schalldruck beaufschlagt, wobei die Rückseite davon akustisch isoliert ist. Die dadurch entstehende Druckdifferenz wird mit unterschiedlichen Methoden in ein elektrisches Signal umgewandelt. Die gängigsten Methoden zur Energiewandlung werden anschließend erläutert.

Der MEMS-Chip ist in ein Gehäuse eingebettet, das Schutz vor Schmutz, Feuchtigkeit und mechanischen Umwelteinflüssen bietet. Dadurch werden gleichzeitig Zwangsbedingungen für den Luftstrom innerhalb des Mikrophons gesetzt, so dass nicht mehr der Schalldruck, der im freien Raum transportiert wird, an dem MEMS-Chip angreift. Statt dessen wird das akustische Signal frequenzabhängig reduziert, das Gehäuse wirkt also wie eine Übertragungsfunktion für das akustische Signal.

Das Gehäuse kann sich nicht nur negativ auf die akustischen Eigenschaften von Mikrofonen auswirken, sondern auch stark die Kosten des Herstellungsprozesses beeinflussen. Wegen der empfindlichen mechanischen Membran können keine automatisierten Verfahren verwendet werden, sondern die Chips müssen aufwändig einzeln verklebt werden. Winter [16] zum Beispiel beschreibt den aktuellen Stand der Technik und die Entwicklung eines neuartigen Gehäuses für ein kapazitives MEMS-Mikrofon. Da das im MEMS-Chip erzeugte elektrische Signal sehr gering ist und ebenfalls eine Impedanzanpassung zur Weiterverarbeitung des Signals notwendig ist, wird ein ASIC, also eine angepasste elektrische Schaltung, eingesetzt. Im Folgenden wird der ASIC oft nur als Verstärker bezeichnet, da dies die vornehmliche Aufgabe dieser Schaltung beschreibt.

Der Sensor-Chip, das Gehäuse und der Verstärker bilden zusammen das MEMS-Mikrophon. In dieser Arbeit wird in den Kapiteln 4, 5 und 6 nur der MEMS-Chip betrachtet und, da es sich dabei im Kern um eine piezoelektrische Membran handelt, als Mikrofonmembran oder MEMS-Membran bezeichnet. In der Bewertung in Kap. 7 werden die Effekte von Verstärker und Gehäuse berücksichtigt und somit das gesamte Mikrophon.

2.3.2 Wandlerprinzipien

Bei MEMS-Mikrofonen werden hauptsächlich kapazitive, piezoelektrische und piezoresistive Wandlung eingesetzt, da sich die dafür notwendigen Geometrien in Siliziumtechnologie leicht realisieren lassen. Deshalb werden im Folgenden nur diese drei Wirkprinzipien mit ihren jeweiligen Vor- und Nachteilen in Bezug auf die mikromechanische Herstellung und Anwendung behandelt.

Kapazitive Energiewandlung

Die kapazitive Wandlung ist das Prinzip, das nicht nur bei den konventionellen Elektret-Mikrofonen, sondern auch bei MEMS-Mikrofonen am häufigsten verwendet wird. Einerseits werden auch hier Elektret-Folien verwendet, deren Polarisierungseigenschaften für die Anwendung in der Mikrotechnologie verbessert wurden [19]. Auch werden neue Elektrete mit piezoelektrischen, ferroelektrischen oder optischen Eigenschaften entwickelt, die erweiterte Anwendungsmöglichkeiten bieten [14].

Andererseits ist es durch die Methode des *wafer bonding* [20] und der Verwendung von Opferschichten für Ätzprozesse [21] nunmehr möglich, sehr kleine Spalt-Abmessungen im Kondensator zu verwirklichen. Dadurch kann die notwendige Ladung durch eine sehr geringe Versorgungsspannung bereit gestellt werden. So bestehen kapazitive Silizium-Mikrofone aus einer dünnen flexiblen Membran zur Schallaufnahme und einer festen Rückplatte, die zusammen die Platten des Kondensators bilden. Die Rückplatte ist zur Reduzierung des fluidischen Widerstands zwischen Kondensatorspalt und Rückvolumen stark perforiert. Ohne diese Maßnahme würde die hohe Reibung innerhalb des schmalen Spalts zu einer stark verringerten Sensitivität bei höheren Frequenzen führen [17]. Die Abmessungen der Membran betragen 0,5 mm bis 1 mm im Durchmesser und 0,2 μm bis 1 μm in der Dicke bei Sensitivitäten von 8 mV/Pa bis 17 mV/Pa und einem Rauschschallpegel von 30 dB(A) bis 50 dB(A) [22–26]. Sheepar et al. [27] gelang es ein Mikrofon mit einer Größe von 1/4 Zoll zu entwickeln, das die Rauschcharakteristik eines Mikrophons der Größe 1/2 Zoll aufweist. Sie verwendeten dazu eine Membran aus Siliziumnitrid mit einem Durchmesser von 4 mm und erreichten damit einen Rauschschallpegel von 23 dB(A). Eine neue Veröffentlichung von Huang et al. [28] beschreibt die Herstellung eines Mikrophons in einem laufenden Standard-CMOS-Prozess, wobei die Membran (Durchmesser 0,8 mm, Dicke 1,1 μm) in einer der Metallisierungsschichten mit Korruptionen realisiert wird. Die resultierende Sensitivität beträgt 7,9 mV/Pa, außerdem ist der Rauschschallpegel mit ca. 39 dB(A) gering.

Die kritische Größe beim Entwurf ist die Auslegung der Vorspannung am Kondensator. Je höher diese Spannung ist, desto höher ist die Sensitivität der Membran. Dadurch steigt aber wiederum das Risiko, dass diese schon bei einer Anregung, die nur geringfügig oberhalb der Spezifikation liegt, unerwünscht schnappt und an der Gegenelektrode haften bleibt (*pull-in*). Außerdem ist der Energiebedarf mit einer höheren Vorspannung größer. Ist dieser Zielkonflikt gelöst, kann mit kapazitiven MEMS-Mikrofonen eine hohe Sensitivität und eine große Bandbreite bei geringer Versorgungsspannung erreichen werden. Nachteilig dabei ist, dass es bei hoher Luftfeuchtigkeit an der Grenzschicht zwischen Luft und dem Dielektrikum des Kondensators zum Einschluss von unerwünschter Ladung und Feuchtigkeit, und somit zu einer Reduzierung der Sensitivität kommen kann [29]. Außerdem stellen parasitäre Kapazitäten und die hohe Ausgangsimpedanz einen Nachteil für die Verstärkung dar.

Piezoelektrische Energiewandlung

Bei Piezo-Mikrofonen wird durch die Dehnung eines piezoelektrischen Materials innerhalb der Membran, die durch den Schalldruck verformt wird, eine elektrische Spannung induziert, die detektiert werden kann. Der piezoelektrische Effekt ist in Abs. 3.1 beschrieben und der Aufbau dieser Mikrofone wird ausführlich in Abs. 3.2 behandelt. Im Allge-

meinen können piezoelektrische Mikrophone trotz ihrer geringen Sensitivität, des hohen Rauschschallpegels und der hohen Ausgangsimpedanz erfolgreich eingesetzt werden, da sie einen hohen Schalldruckpegel aufnehmen können und einen einfachen Aufbau aufweisen. Zusätzlich bieten sie den großen Vorteil, dass keine Versorgungsspannung benötigt wird und dadurch der Energieverbrauch sehr gering ist.

Piezoresistive Energiewandlung

Bei piezoresistiven Mikrophenen bewirkt die Membrandehnung, die durch den Schalldruck hervorgerufen wird, eine Widerstandsänderung in speziellen piezoresistiven Halbleitermaterialien, die in der Siliziummembran implantiert sind [30]. Meist werden vier piezoresistive Widerstände aufgebracht, die in einer vollen oder halben Wheatstone-Brücke verschaltet werden [31]. Um deren Sensitivität zu erhöhen werden die Widerstände so platziert, dass bei einer Auslenkung und somit Dehnung der Membran jeweils zwei Widerstände erhöht und zwei verringert werden. Dies erreicht man durch eine Drehung der Widerstände gegeneinander um 90° . Mit dieser Konfiguration erzielt man gleichzeitig eine geringe Ausgangsimpedanz, aber andererseits ist eine Versorgungsspannung zum Betrieb notwendig. Der große Nachteil von piezoresistiven Mikrophenen ist zusätzlich die starke Temperaturempfindlichkeit, die eine getrennte Temperaturkompensation nötig macht.

2.3.3 Kommerzielle Mikrophone

Auf dem Markt für kommerziell erhältliche mikrostrukturierte Mikrophone gibt es weltweit etwas ein Dutzend Anbieter (Stand 2011). Alle angebotenen Mikrophone arbeiten als kapazitive Wandler. Sie unterscheiden sich im MEMS-Chip, im Design der Größe und der Aufhängung der Membran, bezüglich der Auslegung, Integration und Art der ASIC-Schaltung (digital oder analog) und im Gehäusedesign (Abmessungen, Schalleintrittsloch oben oder unten). Dadurch ergeben sich unterschiedliche Baugrößen des gesamten Bauteils und unterschiedliche Werte für die Kenngrößen. Die benötigte Betriebsspannung liegt bei allen Anbietern im Bereich von 1,5 V bis 3,6 V, die Sensitivitäten betragen -42 dBV bis -38 dBV, der Signal-Rausch-Abstand wird mit 56 dB bis 62 dB angegeben. Diese MEMS-Mikrophone werden derzeit hauptsächlich in Mobiltelefonen, Laptops und Kopfhörern verbaut. Außerdem finden sie Anwendung in Tablet-PCs, digitalen Videokameras, Handheld-Spielekonsolen und mp3-Spielern. Im Automobil-, Telemedizin- und Industriebereich liegen weitere große Marktpotentiale. Allgemein wird eine Steigerung der Absatzzahlen um 50% für 2012 im Vergleich zum Vorjahr erwartet.

Diese guten Eigenschaften, ergänzt durch eine geringe Temperaturempfindlichkeit, haben maßgeblich dazu beigetragen, dass sich die kapazitive Wandlung durchgesetzt hat. Die führende Firma Knowles mit 80% Marktanteil hat 2003 das erste MEMS-Mikrophon auf den Markt gebracht und in größerem Umfang verkauft. Im Laufe der letzten Jahre kamen mehrere Anbieter dazu, die das Angebot erweiterten. Hier sollen kurz die wichtigsten Firmen mit ihren Produkten im Überblick vorgestellt werden. Einen detaillierten Marktbericht kann man über diverse Marktanalyse-Institute beziehen [5, 32–34].

- **Knowles** ist ein reiner Anbieter von MEMS-Produkten für Hörschallanwendungen. Seit der Markteinführung des *SiSonicTM* wurde das Portfolio für MEMS-Mikrophone für Hörgeräte, für die Unterhaltungselektronik und für militärische und industrielle Anwendungen kontinuierlich erweitert. Der hauseigene MEMS-Chip basiert auf einer fast schwebend aufgehängten Poly-Silizium Membran mit einem Durchmesser von ca. 0,5 mm [35]. Es wird eine Vielzahl von verschiedenen Verstärker- und Gehäusetypen (mind. $3,35 \times 2,5 \times 0,98 \text{ mm}^3$) angeboten [36].
- **Analog Devices** bietet als erfahrener Entwickler von MEMS-Produkten nur mikrostrukturierte Mikrophone aus eigener Entwicklung an. Die Mikrophonmembran aus Poly-Silizium hat einen Durchmesser von ca. 0,5 mm und wird von dünnen Mäanderaufhängungen getragen [37]. Das gesamte Bauteil hat eine minimale Größe von $3,35 \times 2,5 \times 0,88 \text{ mm}^3$.
- Die drei weiteren Anbieter unter den fünf Marktführern sind asiatische Hersteller von konventionellen Elektret-Mikrofonen: **AAC acoustics**, **Hosiden**, **BSE**. Neben diesen Elektret-Mikrofonen, die sie selbst herstellen, kaufen sie den von Infineon entwickelten Mikrophon-MEMS-Chip ein, statten diesen mit einem Verstärker aus und nutzen ihre etablierten Vertriebswege zur Vermarktung. Der Infineon-Chip besteht aus einer Poly-Silizium Membran mit einem Durchmesser von 1 mm, der mittels Brückenverbindungen aufgehängt ist [38].
- **Akustika**, seit 2009 von der Robert Bosch GmbH übernommen, produziert als einziger Hersteller ein MEMS-Mikrophon in einem reinen CMOS-Prozess. Die Membran wird in einer der Metallschichten mit einem mäanderartigen Muster realisiert [39]. Dadurch kann der Verstärker echt monolithisch in den Chip integriert und eine extrem kleine Baugröße von $2 \times 2 \times 1,25 \text{ mm}^3$ erreicht werden.
- **EPCOS/TDK** hat 2009 den Mikrophon-Hersteller **Sonion** übernommen und entwickelt eine neue Gehäusetechnologie für den vorhandenen MEMS-Chip, um die Bauteilgröße zu reduzieren. Das Konzept beruht auf einer Stapelung von MEMS-Chip und ASIC, wodurch eine Baugröße von $2,05 \times 2,05 \times 0,95 \text{ mm}^3$ erreicht werden kann [40].
- Mit **ST Microelectronics** sei noch ein relativ neuer Anbieter genannt, der seit April 2011 MEMS-Mikrophone vertreibt, deren MEMS-Chips bei OMRON entwickelt und gefertigt werden.

3. Piezoelektrische MEMS-Mikrophone

Nach dem allgemeinen Überblick über konventionelle und mikrostrukturierte Mikrophone im vorangegangenen Kapitel werden nun piezoelektrische MEMS-Mikrophone eingehend dargestellt, da diese ja Gegenstand dieser Arbeit sind.

Zu Beginn steht in *Abs. 3.1* eine Einführung in die vier Arten des Piezoeffekts.

Anschließend werden in *Abs. 3.1.1*, ausgehend von der mechanischen Elastizität und der elektrischen Polarisierung, die Grundgleichungen zur physikalischen Modellierung des piezoelektrischen Effekts hergeleitet. Daneben wird die Voigtsche Notation eingeführt, um zu einer einfachen und kompakten Matrixschreibweise zu gelangen. Die Betrachtung der thermodynamischen Zustandsgleichungen erleichtert diese Herleitung und bietet gleichzeitig eine konsistente Beschreibung für alle Wechselwirkungen zwischen der thermischen, elektrischen und mechanischen Domäne.

Der Piezoeffekt tritt nur in Materialien mit bestimmter kristallografischer Symmetrie auf, von denen eine Auswahl im anschließenden *Abs. 3.1.2* vorgestellt wird. Dabei wird insbesondere auf Aluminiumnitrid AlN eingegangen, da dieser Halbleiter in dem Mikrophon, das in dieser Arbeit untersucht wird, verwendet werden soll.

Der generelle Aufbau von derartigen Schallwandlern mit einer monomorphen oder bimorphen Membran ist im folgenden *Abs. 3.2* beschrieben. Es werden einige Beispiele aus der Literatur betrachtet, die charakteristische Kennwerte dieser Mikrophone illustrieren.

Die typische mehrlagige Schichtabfolge aus unterschiedlichen Materialien führt zwangsläufig zu Problemen mit herstellungsbedingten intrinsischen Spannungen, die die Sensitivität des Mikrophons stark herabsetzen können. Um diesem Problem entgegen zu wirken, wird in *Abs. 3.3* ein neues Membrandesign zur Kompensation von inneren Spannungen in derartigen Bauelementen vorgestellt.

3.1 Der piezoelektrische Effekt

Der piezoelektrische Effekt wurde erstmals 1880 von den Brüdern Curie entdeckt. Sie suchten gezielt nach diesem Effekt, nachdem er aufgrund von neuen Erkenntnissen auf dem Gebiet der Pyroelektrizität im Zusammenhang mit der Symmetrie von Kristallen bereits theoretisch vorhergesagt worden war. Bei Turmalinkristallen gelang ihnen schließlich die Beobachtung, dass eine mechanische Belastung des Kristalls in einer Raumrichtung zu einem elektrischen Feld in einer bestimmten anderen Raumrichtung führt. Die erzielte elektrische Klemmspannung war dabei direkt proportional zum aufgebrachten Druck. Auch den inversen Effekt, wobei eine elektrische Spannung zu einer Deformation des Kristalls führt, konnten sie wenig später nachweisen. Ihre Beobachtungen nannten sie

Polarelektrizität, später setzte sich aber die Bezeichnung Piezoelektrizität durch [41]. Zur technischen Anwendung kam sie erstmals im Ersten Weltkrieg, wo natürliche Quarzkristalle in Sonar-Geräten (*sound navigation and ranging*) verwendet wurden, um mit Hilfe von Ultraschallwellen U-Boote unter Wasser zu orten. Danach folgten weitere Entwicklungen getrieben durch den Zweiten Weltkrieg und die Entdeckung von ferroelektrischen Materialien mit hohen piezoelektrischen Koeffizienten im Bereich der Ultraschall- und Hochfrequenztechnik [42, 43]. Mittlerweile werden piezoelektrische Materialien auch in Sensoren zur Druck-, Kraft- und Beschleunigungsmessung und in Aktoren zur Präzisionspositionierung oder Schallwandlung verwendet [44]. Bei Verwendung des direkten piezoelektrischen Effekts in der Meßtechnik ist die Resonanzschwingung eine unerwünschte Erscheinung. Wird jedoch in der Ultraschall- und Hochfrequenztechnik der inverse Effekt ausgenutzt, werden die Bauteile in Resonanz betrieben.

Der piezoelektrische Effekt beschreibt im Allgemeinen eine lineare Wechselwirkung zwischen elektrischer und mechanischer Energie in Kristallen. Als direkten Effekt bezeichnet man die Polarisierung eines piezoelektrischen Kristalls einer bestimmten Klasse durch eine mechanische Deformation, wobei die Polarisierung proportional zur Deformation ist und mit ihr das Vorzeichen ändert [42]. Der inverse oder reziproke Effekt beschreibt die Entstehung einer inneren mechanischen Spannung in einem piezoelektrischen Körper hervorgerufen durch ein äußeres elektrisches Feld. Die Materialkoeffizienten, die den direkten und den inversen Effekt beschreiben, sind identisch, der Effekt ist umkehrbar.

Man unterscheidet außerdem den Längs- oder Longitudinaleffekt (L), bei dem eine mechanische Normalspannung eine dazu parallele elektrische Polarisierung hervorruft, und den Quer- oder Transversaleffekt (T), bei dem die erzeugte Polarisierung senkrecht dazu ist. Neben den Normalspannungen können auch Scherspannungen eine Polarisierung bewirken. Ist die induzierte elektrische Spannung parallel zur Schubspannungsachse, spricht man vom longitudinalen Schub- oder Schereffekt (S_L), ist sie senkrecht dazu, wird er als transversal (S_T) bezeichnet. Eine Skizze der vier Arten des piezoelektrischen Effekts zeigt Abb. 3.1. Darin ist auch für jeden Effekt angegeben, welcher der piezoelektrischen Koeffizienten d_{ij} jeweils der Proportionalitätsfaktor ist.

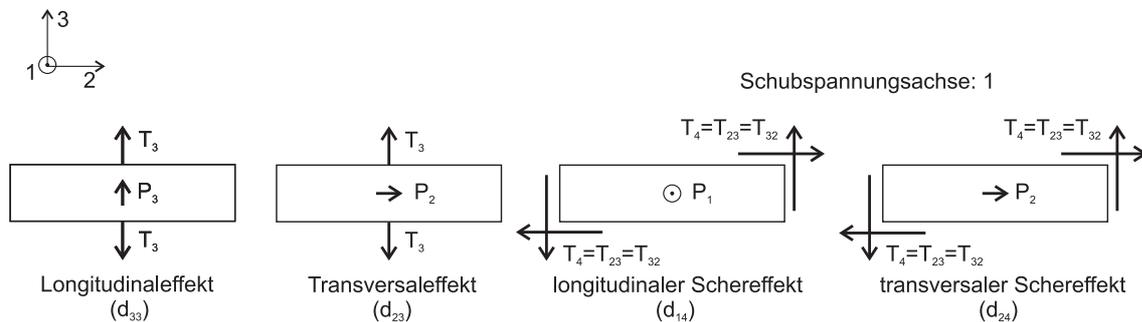


Abb. 3.1: Die vier Arten des piezoelektrischen Effekts. In Klammern ist der jeweils maßgebliche piezoelektrische Koeffizient angegeben.

3.1.1 Physikalische Modellierung

Die Beschreibung der mechanischen, elektrischen und piezoelektrischen Eigenschaften von Kristallen in den folgenden Abschnitten bezieht sich auf eine kartesische, positiv orientierte Orthonormalbasis mit den Vektoren e_1 , e_2 und e_3 . Alle notwendigen Größen werden als Tensoren eingeführt, wobei ein Tensor 0. Stufe einem Skalar, ein Tensor 1. Stufe einem Vektor mit 3 Komponenten bezüglich der Basis (e_1 , e_2 , e_3) und ein Tensor 2. Stufe (Dyade) einer 3×3 -Matrix entspricht. Hier sind zur Unterscheidung Skalare kursiv, Tensoren höherer Stufen fett und kursiv gesetzt.

Ein Tensor der Stufe n hat 3^n Komponenten, die aus Symmetriegründen nicht alle unabhängig sein müssen. Charakteristisch für Tensoren ist außerdem ihr Verhalten bei Koordinatentransformationen: für die 3^n Komponenten eines Tensors n -ter Stufe folgen bei Drehung des Koordinatensystems 3^n lineare Transformationsgleichungen. Bei Altenbach [45] können diese Grundlagen der Tensorrechnung in der Kontinuumsmechanik genauer nachgeschlagen werden.

Anstelle einer expliziten Vektorschreibweise wird in dieser Arbeit die Indexschreibweise mit $i, j = 1, 2, 3$ bevorzugt, wobei '1' die e_1 -Richtung, '2' die e_2 -Richtung und '3' die e_3 -Richtung bezeichnet. Damit lassen sich die Gleichungen in kompakter, aber doch aussagekräftiger Form darstellen. Außerdem wird die Einsteinsche Summenkonvention verwendet, nach der über doppelt vorkommende Indizes summiert wird.

Anschließend wird die Matrixschreibweise für symmetrische Tensoren höherer Stufe eingeführt, mit der nach der Voigtschen Notation Tensoren 3. und 4. Stufe als Matrizen geschrieben werden können. Die Indizes werden mit $\lambda, \mu = 1, 2, \dots, 6$ bezeichnet. In dieser Schreibweise geht die physikalische intuitive Zuordnung der Transformationseigenschaften verloren, dafür erhält man eine sehr einfache algebraische Darstellung zur Beschreibung der gekoppelten Gleichungen.

Beginnend mit der Definition von mechanischen Spannungen und Dehnungen werden die Gesetze der Elastizitätstheorie hergeleitet. Über die elektrische Polarisierung werden beide Energieformen in den Gleichungen für die piezoelektrische Polarisierung zusammengeführt. Im Anschluss an die Gleichgewichtsbetrachtungen folgt die Darstellung der gekoppelten elektromechanischen Gleichungen als thermodynamische Zustandsgleichungen. In dieser Betrachtungsweise können einige zuvor aufgestellte Behauptungen nachgewiesen werden.

Die anschließenden Ausführungen über den piezoelektrischen Effekt folgen hauptsächlich J. Tichý [41], wobei als zusätzliche Literatur [42, 43, 46–48] empfohlen sei.

Mechanische Spannungen und Verzerrungen, Elastizität

Wirken auf einen Körper äußere Einzellasten oder Flächenkräfte, so kann man seinen Zustand mit einem Spannungstensor beschreiben. Der Körper steht unter inneren Spannungen, die an Schnittflächen als Oberflächenkräften zu Tage treten. In der Kontinuumsmechanik wird der Vektor dieser äußeren Oberflächenkräfte auf einer differentiellen Schnittfläche $n da$ (n = äußere Flächennormale) mit t bezeichnet, der Tensor des Spannungs-

zustands mit \mathbf{T} . Es gilt dann der lineare Zusammenhang

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \quad \text{oder} \quad t_j = T_{jk} n_k, \quad (3.1)$$

wobei \cdot die Überschiebung des Tensors \mathbf{T} mit dem Vektor \mathbf{n} bezeichnet (Matrixmultiplikation in Komponentendarstellung).

Wird zum Beispiel die Schnittfläche mit der 1-Achse als Normale gewählt, so gilt mit $\mathbf{n} = \mathbf{e}_1 \hat{=} (1, 0, 0)^T$:

$$\begin{aligned} t_1 &= T_{11} \cdot 1 + T_{12} \cdot 0 + T_{13} \cdot 0 = T_{11} \\ t_2 &= T_{21} \cdot 1 + T_{22} \cdot 0 + T_{23} \cdot 0 = T_{21} \\ t_3 &= T_{31} \cdot 1 + T_{32} \cdot 0 + T_{33} \cdot 0 = T_{31}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Betrachtet man beliebige Schnittflächen muss eine Umrechnung gemäß $T_n = \mathbf{t} \mathbf{n}$ für die Normalspannung und $T_t = |\mathbf{t} - T_n \mathbf{n}|$ für die tangentielle Scherspannung erfolgen. Legt man die Schnittflächennormalen in die Koordinatenrichtungen ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$), so entsprechen die Spalten des Spannungstensors den drei Oberflächenkräften $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3$.

Der Spannungstensor \mathbf{T} ist ein Tensor 2. Stufe mit 9 Komponenten:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

wobei sich die Indizes für T_{ij} folgendermaßen deuten lassen:

i: Richtung der mechanischen Spannung.

j: Schnittufer mit Flächennormalen in j-Richtung

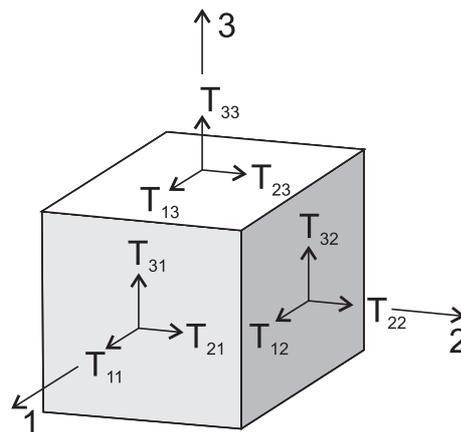


Abb. 3.2: Spannungen am Einheitswürfel.

Die Komponenten des Tensors sind in Abb. 3.2 an einem Einheitswürfel dargestellt. Aus dem Momentengleichgewicht am Würfel ergibt sich die Symmetriebedingung

$$T_{ij} = T_{ji}, \quad (3.4)$$

weshalb nur 6 Komponenten des Tensors unabhängig sind:

$$\begin{aligned} T_{11}, T_{22}, T_{33} &: \text{Normalspannungen} \\ T_{12}, T_{13}, T_{23} &: \text{Scherspannungen.} \end{aligned}$$

Außer den Spannungen \mathbf{t} bzw. \mathbf{T} können auch äußere Volumenkräfte (Kraftdichten) \mathbf{f} , wie die Gravitation, auf einen Körper wirken. Stellt man für diese Kräfte eine Gleichgewichtsbedingung an einem Volumen V mit der Oberflächennormalen \mathbf{n} auf, lassen sich mit dem Gaußschen Integralsatz die differentiellen Gleichgewichtsbedingungen für \mathbf{T} herleiten:

$$\begin{aligned} \int_V \mathbf{f} dV + \int_{\partial V} \mathbf{T} d\mathbf{a} &= 0 \\ \int_V \mathbf{f} dV + \int_V \text{Div } \mathbf{T} dV &= 0, \end{aligned} \quad (3.5)$$

wobei $\text{Div } \mathbf{T}$ die kartesischen Komponenten $(\text{Div } \mathbf{T})_k = \frac{\partial}{\partial x_j} T_{kj}$ besitzt. Da diese Beziehung für jedes Volumen V gültig ist, ergibt sich hieraus:

$$\text{Div } \mathbf{T} + \mathbf{f} = 0. \quad (3.6)$$

Analog zu den mechanischen Spannungen kann ein Tensor eingeführt werden, der den Verzerrungszustand eines Körpers beschreibt. Unter Verzerrung versteht man die Formänderung oder Deformation eines Körpers, die aus einer Dehnung (Änderung der Kantenlänge) und aus einer Scherung (Änderung des Winkels in einem Element) zusammengesetzt ist (siehe Abb. 3.3). Der Verzerrungstensor (oder kurz Dehnungstensor) \mathbf{S} berechnet sich aus dem Verschiebungsvektor \mathbf{u} für kleine Deformationen über folgende Gleichung:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T), \quad (3.7)$$

oder in kartesischen Koordinaten:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right). \quad (3.8)$$

Um nichtlineare Formänderungen mit großen Längen- oder Winkeländerungen berücksichtigen zu können, muss der Greensche-Verzerrungstensor betrachtet werden, der auch die Quadrate der differentiellen Verschiebungen $\nabla \mathbf{u}$ mit einschließt:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{u})^T), \quad (3.9)$$

oder in kartesischen Koordinaten:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \sum_k \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right). \quad (3.10)$$

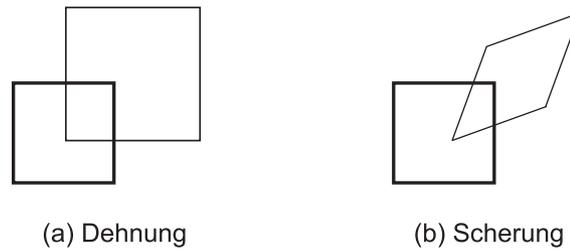


Abb. 3.3: Schematische Darstellung (a) der Dehnung eines Flächenelements und (b) der Scherung von Flächenelementkanten.

Diese Formulierung muss auch dann gewählt werden, wenn nur eins von beiden – große Änderungen im Winkel oder große Änderungen in der Länge – auftritt. Offenkundig gilt:

$$S_{ij} = S_{ji}. \quad (3.11)$$

Die bisher beschriebenen Gleichgewichtsbedingungen für Spannungen und Dehnungen gelten universell für alle Festkörper, Flüssigkeiten und Gase. Die materialspezifischen Eigenschaften werden durch die Gesetze der Elastizitätstheorie festgelegt, die im Folgenden speziell für Festkörper näher betrachtet werden sollen.

Wird ein einfacher eindimensionaler Zugstab mit einer Normalspannung $T = F/A$ ($F =$ Zugkraft, $A =$ Querschnittsfläche) beaufschlagt, erfährt er eine Dehnung in Zugrichtung (x-Richtung) mit dem Verschiebungsvektor $u(x) = \frac{\Delta l}{l}x$ mit $0 \leq x \leq l$, wobei Δl die Längenänderung und l die ursprüngliche Länge des Stabes bezeichnen. Hieraus ergibt sich die Dehnung (oder Verzerrung) $S = \frac{du}{dx} = \frac{\Delta l}{l}$. Der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung wird mit der materialspezifischen Konstante E , dem E-Modul (Elastizitätsmodul) im Hookeschen Gesetz für den eindimensionalen Fall beschrieben:

$$T = E S. \quad (3.12)$$

Diese Beziehung ist äquivalent zu der bekannten Formulierung

$$F = E \frac{A}{l} \Delta l =: k \Delta l \quad (3.13)$$

mit der (geometrieabhängigen) Federkonstanten k .

Die plausible Verallgemeinerung dieses Materialgesetzes auf dreidimensionale deformierbare elastomechanische anisotrope Festkörper ist das generalisierte Hookesche Gesetz:

$$\mathbf{T} = \mathbf{c} \mathbf{S} \quad \text{oder} \quad T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl}. \quad (3.14)$$

Dabei ist der Elastizitäts- oder Steifigkeitstensor \mathbf{c} ein Tensor 4. Stufe. Aus Symmetriegründen (siehe Gl. (3.4) und Gl. (3.11)) und thermodynamischen Überlegungen sind von den 81 Komponenten nur 21 unabhängig und damit zur vollständigen Beschreibung notwendig:

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{jilk} = c_{klij}. \quad (3.15)$$

Symbol	deutsche Bezeichnung	englische Bezeichnung	Tensorstufe	Einheit
\mathbf{T}	Spannung	<i>stress</i>	2	Pa = N/m ²
\mathbf{S}	Verzerrung Formänderung	<i>strain</i>	2	–
\mathbf{c}	Elastizitätstensor Steifigkeitstensor	<i>elastic stiffness</i>	4	Pa = N/m ²
c_{ij}	Elastizitätsmoduln	<i>elastic moduli</i>		
\mathbf{s}	Nachgiebigkeitstensor	<i>elastic compliance</i>	4	1/Pa = m ² /N
s_{ij}	Elastizitätskonstanten / Elastizitätskoeffizienten	<i>elastic constants</i>		

Tab. 3.1: Mechanische Größen in der Elastizitätstheorie.

Diese Zahl kann sich durch Symmetrien im Kristallgitter noch weiter stark reduzieren, so dass beispielsweise zur Beschreibung eines isotropen Werkstoffes nur 2 Konstanten, nämlich der E-Modul E und die Querkontraktionszahl ν notwendig sind.

Gleiches gilt für den Nachgiebigkeitstensor \mathbf{s} aus der invertierten Beziehung:

$$\mathbf{S} = \mathbf{s} \mathbf{T} \quad \text{oder} \quad S_{ij} = s_{ijkl} T_{kl}. \quad (3.16)$$

Eine Zusammenfassung aller wichtigen Größen der Elastizitätstheorie findet sich in Tabelle 3.1.

Elektrische Feldstärke, Polarisierung und dielektrische Verschiebung

Eine statische Ladungsträgerverteilung im Raum erzeugt ein elektrisches Kraftfeld, das als elektrische Feldstärke \mathbf{E} bezeichnet wird. Um eine Ladung q innerhalb dieses Feldes von Punkt P_1 nach Punkt P_2 zu bringen ist der Energieaufwand unabhängig vom gewählten Weg konstant. Elektrostatische Felder sind also konservativ. Daher existiert ein elektrisches Potential Φ mit der Eigenschaft:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi. \quad (3.17)$$

Die Ladungsverteilung erzeugt also ein Potentialfeld im Raum, dessen Gradient die messbare Größe „elektrisches Feld“ darstellt. Bringt man einen Körper, der aus einem nichtleitenden dielektrischen Material besteht, ins elektrische Feld \mathbf{E} , wird eine elektrische Polarisierung \mathbf{P} des Materials bewirkt, die über folgendes Materialgesetz beschrieben werden kann:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}. \quad (3.18)$$

Dabei sind \mathbf{P} und \mathbf{E} dreidimensionale Vektoren und χ ein Tensor 2. Stufe, der als elektrische Suszeptibilität bezeichnet wird. ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante ($\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$ C/Vm), auch absolute elektrische Permittivität genannt.

Das die Polarisation hervorrufende elektrische Feld \mathbf{E} ist die selbstkonsistente Überlagerung der Polarisation \mathbf{P} selbst und der dielektrischen Verschiebung \mathbf{D} :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}(\mathbf{D} - \mathbf{P}). \quad (3.19)$$

Dabei ist \mathbf{D} das von einer extern kontrollierten Raumladungsdichte ρ erzeugt Feld gemäß

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho. \quad (3.20)$$

Der Einfluss des Dielektrikums lässt sich in kompakter Schreibweise durch die elektrische Permittivität ϵ darstellen:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (3.21)$$

mit

$$\epsilon = \epsilon_0(\mathbf{I} + \chi) \quad \text{mit } \mathbf{I} : \text{Einheitsmatrix.} \quad (3.22)$$

In Komponentenschreibweise lauten diese Gleichungen:

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \quad \text{und} \quad P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j. \quad (3.23)$$

Für eine anschauliche Erklärung der elektrischen Polarisation betrachtet man einen Plattenkondensator im Vakuum mit konstanter Ladung $\pm Q$ auf den Platten, der angelegten Spannung U und der Kapazität $C = Q/U$. Die Kapazität ist außerdem über den Zusammenhang $C = \epsilon_0 \cdot A/d$ definiert, wobei A die Plattenfläche und d den Plattenabstand des Kondensators bezeichnet.

Wird ein Dielektrikum in den Kondensator eingebracht, beobachtet man eine Abnahme der anliegenden Spannung und kann daraus auf eine Zunahme der Kapazität schließen. Daher muss bei der Definition der Kapazität die relative Permittivität berücksichtigt werden: $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A/d$ mit $\epsilon_r \geq 1$.

Die Abnahme der elektrischen Spannung führt aber wegen $E = U/d$ auch zu einer Abnahme des elektrischen Feldes E innerhalb des Kondensators. Dies kann physikalisch so erklärt werden, dass in einem elektrisch polarisierbaren Material bei einem äußeren Feld Dipole induziert werden. In dem nichtleitenden Material werden auf einer atomaren Längenskala Ladungen verschoben oder bereits vorhandene Dipole gleich ausgerichtet. In Abb. 3.4 ist schematisch dargestellt wie Ladungen auf den Platten von induzierten Dipolen abgeschirmt werden, was zu einer Abschwächung des äußeren elektrischen Feldes führt. Man spricht von einer Polarisation des Mediums.

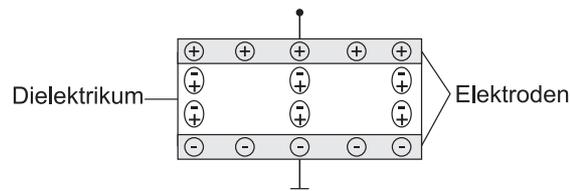


Abb. 3.4: Schematische Darstellung der elektrischen Polarisation eines Dielektrikums in einem Kondensator.

Piezelektrische Polarisation

In piezelektrischen Materialien kann eine Polarisation nicht nur durch ein äußeres elektrisches Feld, sondern auch durch eine äußere mechanische Deformation (Verzerrung) hervorgerufen werden. Voraussetzung ist eine Kristallstruktur mit spezieller räumlicher Gittersymmetrie, wodurch bei Dehnung oder Stauchung die Ladungsschwerpunkte der Atome innerhalb des Kristalls so verschoben werden, dass das Material polarisiert wird. Dieses Verhalten wird als direkter piezelektrischer Effekt bezeichnet. Die dielektrische Verschiebung ist bei $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ durch

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \mathbf{T} \quad \text{oder} \quad D_i = d_{ijk} T_{jk} \quad (3.24)$$

gegeben, wobei d_{ijk} die piezelektrischen Koeffizienten bezeichnen, die einen Tensor 3. Stufe bilden.¹ Von den 27 Komponenten des Tensors sind aus Symmetriegründen 18 unabhängig:

$$d_{ijk} = d_{jik} \quad \text{und} \quad d_{ijk} = d_{ikj}. \quad (3.25)$$

Aus thermodynamischen Überlegungen, die später in diesem Abschnitt näher erläutert werden (siehe Gl. 3.45), ergibt sich, dass der inverse piezelektrische Effekt auf den gleichen physikalischen Mechanismen beruht und deshalb durch dieselben Materialkoeffizienten beschrieben wird. Er erklärt die mechanische Ausdehnung eines Kristalls unter der Einwirkung eines äußeren elektrischen Feldes:

$$\mathbf{S} = \mathbf{d}^t \mathbf{E} \quad \text{oder} \quad S_{jk} = d_{ijk} E_i, \quad (3.26)$$

wobei \mathbf{d}^t den transponierten Tensor der piezelektrischen Koeffizienten bezeichnet.

Neben den piezelektrischen Koeffizienten sind auch die piezelektrischen Moduln e gebräuchlich. In der englischsprachigen Literatur [46] wird auch die genau umgekehrte Bezeichnung von piezelektrischen Moduln und Koeffizienten verwendet, so dass die Parameter mit der Einheit C/N als *moduli* und diejenigen mit der Einheit C/m² als *coefficients* bezeichnet werden (siehe Tabelle 3.2). In dieser Arbeit wird nach der deutschen Konvention [41] die Bezeichnung analog zu den mechanischen Gleichungen gewählt, so dass man in der gekoppelten Zustandsgleichung in Gl. (3.46) elastische und piezelektrische Koeffizienten hat und nicht Koeffizienten und Moduln gemischt sind.

Die Gleichungen für den direkten und inversen Effekt lauten dann:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{e} \mathbf{S} & \text{oder} & & D_i &= e_{ijk} S_{jk} \\ \mathbf{T} &= -\mathbf{e}^t \mathbf{E} & \text{oder} & & T_{jk} &= -e_{ijk} E_i. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Die piezelektrischen Koeffizienten können leicht mit Hilfe der Elastizitätstensoren in die piezelektrischen Moduln umgerechnet werden und umgekehrt. Mit $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{D} = \mathbf{d} \mathbf{T} = \mathbf{d} \mathbf{c} \mathbf{S} \stackrel{!}{=} \mathbf{e} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{P} = \mathbf{e} \mathbf{S} = \mathbf{e} \mathbf{s} \mathbf{T} \stackrel{!}{=} \mathbf{d} \mathbf{T} \end{aligned}$$

¹ Bei verschwindendem elektrischen Feld $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ gilt $\mathbf{D} = \mathbf{P}$, weswegen oft auch $\mathbf{P} = \mathbf{d} \mathbf{T}$ als Definitionsgleichung für die piezelektrischen Koeffizienten verwendet wird.

Symbol	deutsche Bezeichnung	englische Bezeichnung	Tensor- stufe	Einheit
E	elektr. Feldstärke	<i>electric field</i>	1	N/C
D	dielektr. Verschiebung	<i>dielectric displacement</i>	1	N/Vm = C/m ²
P	Polarisation	<i>polarization</i>	1	N/Vm = C/m ²
ϵ_0	absolute Permittivität	<i>absolute permittivity</i>	0	C/Vm
ϵ	Permittivität	<i>permittivity</i>	2	C/Vm
χ	Suszeptibilität	<i>suszeptibility</i>	2	Vm/C
d	piezoelektr. Koeffizient Ladungskonstante	<i>piezoelectr. coefficient</i>	3	C/N = m/V
e	piezoelektr. Modul	<i>piezoelectr. modulus</i>	3	C/m ² = As/m ²

Tab. 3.2: Elektrische Größen zur Beschreibung der Polarisation und des piezoelektrischen Effekts.

Daraus folgt für die Umrechnung:

$$e = d c \quad \text{und} \quad d = e s. \quad (3.28)$$

Alle wichtigen elektrischen Größen sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

Thermodynamische Zustandsgleichungen

Um nicht nur wie in den vorherigen Abschnitten die mechanischen und elektrischen Gleichgewichtsbedingungen und den reinen piezoelektrischen Effekt, sondern auch das Gesamtsystem beschreiben zu können, werden im Folgenden die thermodynamischen Zustandsgleichungen eingeführt. Damit lassen sich alle Wechselwirkungen zwischen dem mechanischen, elektrischen und thermischen Energiebereich konsistent zusammenfassen und für die Beschreibung von piezoelektrischen Elementen nutzen [41, 49]. Diese Darstellung ist auch für die Implementation in finiten Elementen erforderlich.

Dazu beginnt man mit dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik, wonach die Änderung der inneren Energie dU die Summe der Änderung der Arbeit δW und der Änderung der Wärme δQ ist

$$dU = \delta W + \delta Q. \quad (3.29)$$

Die Änderung der Arbeit kann dabei für kleine Deformationen als die auf eine Volumeneinheit bezogene Änderung der Deformationsenergie ausgedrückt werden:

$$dW = T_{ij} dS_{ij}. \quad (3.30)$$

Die Änderung der Wärme entspricht nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik einer Änderung der Entropiedichte σ multipliziert mit der Temperatur Θ :

$$dQ = \Theta d\sigma. \quad (3.31)$$

Energie	therm.	chem.	mag.	elektr.	mechan.	fluid.
intensive	Θ	μ	H	E	T	p
Variable	Temperatur	chem. Potential	magn. Feldstärke	elektr. Feldstärke	mechan. Spannung	Druck
extensive	σ	N	B	D	S	V
Variable	Entropie	Teilchen- zahl	magn. Induktion	dielekt. Verschiebung	mechan. Dehnung	Volumen

Tab. 3.3: Liste verschiedener Energiedomänen mit den dazugehörigen intensiven und extensiven Variablen.

Allgemein kann für jede Energieform ein Zusammenhang zwischen der Energieänderung und der dazugehörigen intensiven Variable Y und der konjugierten extensiven Variable X in der Form $dU = Y dX$ aufgestellt werden. In Tabelle 3.3 sind einige Beispiele für verschiedene Energieformen gegeben. Unter Einbeziehung der elektrischen Energie lässt sich die Änderung der inneren Energie mit den unabhängigen Größen S_{ij} , E_k und σ schreiben als

$$dU = T_{ij} dS_{ij} + E_k dD_k + \Theta d\sigma. \quad (3.32)$$

Zur Beschreibung des Piezoeffekts ist es zweckmäßig T_{ij} , E_k und Θ als unabhängige Größen zu wählen, da diese Wahl den experimentellen Bedingungen bei der Bestimmung der Materialparameter entspricht. Dazu transformiert man die innere Energie U mit Hilfe einer Legendre-Transformation in das Gibbs-Potential $G = U - T_{ij} S_{ij} - E_k D_k - \Theta \sigma$ und erhält

$$dG = -S_{ij} dT_{ij} - D_k dE_k - \sigma d\Theta. \quad (3.33)$$

Daraus lassen sich die abhängigen Variablen S_{ij} , D_k und σ als partielle Ableitungen des Gibbs-Potentials berechnen:

$$S_{ij} = \left(-\frac{\partial G}{\partial T_{ij}} \right)_{E,\Theta}, \quad D_k = \left(-\frac{\partial G}{\partial E_k} \right)_{T,\Theta}, \quad \sigma = \left(-\frac{\partial G}{\partial \Theta} \right)_{T,E}. \quad (3.34)$$

Die indizierten Größen außerhalb der Klammern sollen dabei konstant gehalten werden. Da aus diesen Gleichungen keine ausreichende Information zur Bestimmung der abhängigen Variablen gezogen werden kann, stellt man zusätzliche Bestimmungsgleichungen auf. Dabei geht man von einem linearen Zusammenhang zwischen den Variablen aus:

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial T_{kl}} \right)_{E,\Theta} T_{kl} + \left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial E_k} \right)_{T,\Theta} E_k + \left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial \Theta} \right)_{E,T} \Delta\Theta, \quad (3.35)$$

$$D_i = \left(\frac{\partial D_i}{\partial T_{kl}} \right)_{E,\Theta} T_{kl} + \left(\frac{\partial D_i}{\partial E_k} \right)_{T,\Theta} E_k + \left(\frac{\partial D_i}{\partial \Theta} \right)_{E,T} \Delta\Theta, \quad (3.36)$$

$$\Delta\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T_{kl}} \right)_{E,\Theta} T_{kl} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial E_k} \right)_{T,\Theta} E_k + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \Theta} \right)_{E,T} \Delta\Theta. \quad (3.37)$$

Die partiellen Ableitungen in diesen Gleichungen kann man nun als die Komponenten gewisser Tensoren auffassen, mit denen das Materialverhalten charakterisiert werden kann. So kann man erkennen, dass

$$\left(\frac{\partial D_i}{\partial T_{kl}} \right)_{E,\Theta} = d_{ikl}^{\Theta} \quad (3.38)$$

die direkten piezoelektrischen Koeffizienten bei konstanter Temperatur sind und somit den d_{ijk} aus Gl. (3.24) entsprechen. Analoge Zusammenhänge und Bezeichnungen für die elastischen, thermischen, elektrischen, pyroelektrischen und thermischen Effekte kann man für alle partiellen Ableitungen in (3.35), (3.36) und (3.37) einführen:

$$\left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial T_{kl}} \right)_{E,\Theta} = s_{ijkl}^{\Theta,E} \quad \text{Elastizitätskonstanten,} \quad (3.39)$$

$$\left(\frac{\partial D_i}{\partial E_k} \right)_{T,\Theta} = \epsilon_{ik}^{\Theta,T} \quad \text{Permittivitätskoeffizienten,} \quad (3.40)$$

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \Theta} \right)_{E,T} = \frac{\rho_m c^{T,E}}{\Theta} \quad c^{T,E} : \text{spezifische Wärmekapazität,} \quad (3.41)$$

ρ_m : Massendichte,

$$\left(\frac{\partial D_i}{\partial T_{kl}} \right)_{E,\Theta} = d_{ikl}^{\Theta,E} \quad \text{piezoelektrische Koeffizienten,} \quad (3.42)$$

$$\left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial \Theta} \right)_{E,T} = \alpha_{ij}^{T,E} \quad \text{thermische Ausdehnungskoeffizienten,} \quad (3.43)$$

$$\left(\frac{\partial D_i}{\partial \Theta} \right)_{E,T} = p_i^{T,E} \quad \text{pyroelektrische Koeffizienten.} \quad (3.44)$$

Die pyroelektrischen Koeffizienten beschreiben dabei die Änderung des elektrischen Potentials, die durch eine Änderung der Temperatur hervorgerufen wird (siehe Abs. 3.1.2).

Andererseits lassen sich diese Materialkonstanten auch als zweifache partielle Ableitung des Gibbsschen Potentials interpretieren. Damit lässt sich leicht zeigen, dass die partiellen Ableitungen, die sich in dem Gleichungssystem (3.35), (3.36) und (3.37) quasi unterhalb der Hauptdiagonalen befinden, identisch mit den partiellen Ableitungen oberhalb der Hauptdiagonalen sind. Das bedeutet, dass die Koeffizienten für den direkten und den inversen piezoelektrischen, pyroelektrischen und thermischen Effekt identisch sind. Das soll hier anhand der piezoelektrischen Koeffizienten gezeigt werden, wobei $d_{ikl}^{(d)}$ die Koeffizienten des direkten und $d_{ikl}^{(i)}$ des indirekten Piezoeffekts bezeichnen:

$$d_{ikl}^{(d)} = \frac{\partial D_i}{\partial T_{kl}} = - \frac{\partial}{\partial T_{kl}} \cdot \frac{\partial G}{\partial E_i} = - \frac{\partial}{\partial E_i} \cdot \frac{\partial G}{\partial T_{kl}} = \frac{\partial S_{kl}}{\partial E_i} = d_{ikl}^{(i)}. \quad (3.45)$$

Mit diesen Überlegungen lassen sich die Kopplungsparameter für elektro-thermo-mechanische Systeme kompakt und übersichtlich in einer Matrix zusammenfassen:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \\ \Delta\sigma \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^{\Theta,E} & (\mathbf{d}^{\Theta,E})^t & \boldsymbol{\alpha}^{T,E} \\ \mathbf{d}^{\Theta,E} & \boldsymbol{\epsilon}^{\Theta,T} & \mathbf{p}^{T,E} \\ (\boldsymbol{\alpha}^{T,E})^t & (\mathbf{p}^{T,E})^t & \frac{\rho_m c^{T,E}}{\Theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{E} \\ \Delta\Theta \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Voigtsche Notation

In den vorherigen Abschnitten wurden alle Größen in Tensor- und Indexschreibweise eingeführt. Diese Notation hat den Vorteil, dass die Symmetrieeigenschaften der Größen vor allem bei Koordinatentransformationen deutlich erkennbar sind. Andererseits kann durch eine Zusammenfassung von Indexpaaren zu Überindizes eine kompaktere und algebraisch einfachere Schreibweise mit Hilfe von Vektoren und Matrizen erreicht werden. Das ist vor allem für den Umgang mit piezoelektrischen Materialparametern von praktischem Nutzen. Daher wird an dieser Stelle die Schreibweise nach der Voigtschen Notation für alle bisher verwendeten Größen eingeführt.

Der mechanische Spannungstensor hat 6 unabhängige Komponenten, die als Elemente eines 6-stufigen Spaltenvektors \mathbf{T} aufgefasst werden können:

$$\mathbf{T} = (T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{23}, T_{13}, T_{12})^t. \quad (3.47)$$

Zur Vereinfachung können die Indizes neu vergeben werden:

$$\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6)^t. \quad (3.48)$$

Die Zuordnung der Indizes erfolgt allgemein nach der Voigtschen Notation anhand des folgenden Schemas:

Tensor Notation mit $i, j, k, l \in \{1, 2, 3\}$	Voigtsche Matrix Notation mit $\lambda, \mu \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
11	1
22	2
33	3
23, 32	4
13, 31	5
12, 21	6

Analog kann man für die mechanische Dehnung vorgehen. Dabei wählt man aber üblicherweise:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= S_\lambda & \text{wenn } \lambda &= 1, 2, 3 \\ 2S_{ij} &= S_\lambda & \text{wenn } \lambda &= 4, 5, 6 \end{aligned}$$

und erhält damit

$$\mathbf{S} = (S_{11}, S_{22}, S_{33}, 2S_{23}, 2S_{13}, 2S_{12})^t = (S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6)^t. \quad (3.49)$$

Die 21 unabhängigen elastischen Moduln c_{ijkl} des Steifigkeitstensors \mathbf{c} können mit der gleichen Vorgehensweise in eine 6×6 -Matrix umgewandelt werden. Dazu werden jeweils 2 Indizes zu einem Index nach oben stehender Tabelle zusammengefasst: $ij \rightarrow \lambda$ und $kl \rightarrow \mu$.

Für T_{11} ergibt sich mit $S_{12} = \frac{1}{2}S_6, \dots$ daraus beispielhaft folgende Umwandlung:

$$\begin{aligned}
 T_{11} &= c_{1111}S_{11} + c_{1112}S_{12} + c_{1113}S_{13} \\
 &\quad + c_{1121}S_{21} + c_{1122}S_{22} + c_{1123}S_{23} \\
 &\quad + c_{1131}S_{31} + c_{1132}S_{32} + c_{1133}S_{33}
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 T_1 &= c_{11}S_1 + \frac{1}{2}c_{16}S_6 + \frac{1}{2}c_{15}S_5 \\
 &\quad + \frac{1}{2}c_{16}S_6 + c_{12}S_2 + \frac{1}{2}c_{14}S_4 \\
 &\quad + \frac{1}{2}c_{15}S_5 + \frac{1}{2}c_{14}S_4 + c_{13}S_3 \\
 &= c_{1\mu}S_\mu
 \end{aligned}$$

oder generell in Einsteinscher Summenkonvention:

$$T_\lambda = c_{\lambda\mu} S_\mu \quad (3.50)$$

Die Nachgiebigkeitsmatrix s muss in Voigtscher Notation wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 s_{ijkl} &= s_{\lambda\mu} \quad \text{wenn } \lambda, \mu = 1, 2, 3 \\
 2s_{ijkl} &= s_{\lambda\mu} \quad \text{wenn } \lambda = 1, 2, 3 \text{ und } \mu = 4, 5, 6 \text{ oder umgekehrt} \\
 4s_{ijkl} &= s_{\lambda\mu} \quad \text{wenn } \lambda, \mu = 4, 5, 6.
 \end{aligned}$$

oder explizit:

$$(s_{\lambda\mu}) = \begin{pmatrix}
 s_{1111} & s_{1112} & s_{1113} & 2s_{1123} & 2s_{1113} & 2s_{1112} \\
 & s_{2222} & s_{2233} & 2s_{2223} & 2s_{2213} & 2s_{2212} \\
 & & s_{3333} & 2s_{3323} & 2s_{3313} & 2s_{3312} \\
 & & & 4s_{2323} & 4s_{2313} & 4s_{2312} \\
 & & & & 4s_{1313} & 4s_{1312} \\
 & & & & & 4s_{1212}
 \end{pmatrix}$$

Damit erreicht man die Gültigkeit der einfachen Beziehung:

$$S_\lambda = s_{\lambda\mu} T_\mu. \quad (3.51)$$

Dies kann leicht anhand des folgenden Beispiels für S_{12} nachvollzogen werden:

$$\begin{aligned}
 S_{12} &= s_{1211}T_{11} + s_{1212}T_{12} + s_{1213}T_{13} \\
 &\quad + s_{1221}T_{21} + s_{1222}T_{22} + s_{1223}T_{23} \\
 &\quad + s_{1231}T_{31} + s_{1232}T_{32} + s_{1233}T_{33}
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 \frac{1}{2}S_6 &= \frac{1}{2}s_{61}T_1 + \frac{1}{4}s_{66}T_6 + \frac{1}{4}s_{65}T_5 \\
 &\quad + \frac{1}{4}s_{66}T_6 + \frac{1}{2}s_{62}T_2 + \frac{1}{4}s_{64}T_4 \\
 &\quad + \frac{1}{4}s_{65}T_5 + \frac{1}{4}s_{64}T_4 + \frac{1}{2}s_{63}T_3 \\
 &= \frac{1}{2}s_{6\lambda}T_\lambda
 \end{aligned}$$

Die Nachgiebigkeitsmatrix s kann in dieser Schreibweise nach Gl. (3.50) und Gl. (3.51) durch eine einfache Inversion der Elastizitätsmatrix gemäß $s = c^{-1}$ berechnet werden. Umgekehrt gilt auch $c = s^{-1}$.

Auch der piezoelektrische Effekt kann sehr gut in dieser Notation beschrieben werden. Dazu wandelt man die 27 unabhängigen Komponenten der piezoelektrischen Koeffizienten d_{ijk} in eine 3×6 -Matrix um, wobei man die Zuordnungen $i \rightarrow i$ und $jk \rightarrow \mu$ nach der Voigtschen Notation verwendet.

Zusätzlich gelten folgende Regeln:

$$\begin{aligned} d_{ijk} &= d_{i\mu} & \text{wenn } \mu &= 1, 2, 3 \\ 2d_{ijk} &= d_{i\mu} & \text{wenn } \mu &= 4, 5, 6. \end{aligned}$$

Für die erste Komponente der dielektrischen Verschiebung D_1 ergibt sich damit beispielhaft folgende Umwandlung:

$$\begin{aligned} D_1 &= d_{111}T_{11} + d_{112}T_{12} + d_{113}T_{13} \\ &\quad + d_{121}T_{21} + d_{131}T_{31} + d_{132}T_{32} \\ &\quad + d_{122}T_{22} + d_{123}T_{23} + d_{133}T_{33} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} D_1 &= d_{11}T_1 + \frac{1}{2}d_{16}T_6 + \frac{1}{2}d_{15}T_5 \\ &\quad + \frac{1}{2}d_{16}T_6 + \frac{1}{2}d_{15}T_5 + \frac{1}{2}d_{14}T_4 \\ &\quad + d_{12}T_2 + \frac{1}{2}d_{14}T_4 + d_{13}T_3 \\ &= d_{1\mu} T_\mu \end{aligned}$$

Auch hier sieht man, dass der Faktor 2 bei obiger Umrechnung eingeführt wurde, um eine einfache Matrixmultiplikation von

$$(d_{i\mu}) = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

mit $\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6)^t$ zu erreichen.

Die konstituierenden Gleichungen für die piezoelektrischen Effekte lauten somit in Matrix-Schreibweise folgendermaßen:

$$D_i = d_{i\mu} T_\mu \quad \text{und} \quad S_\mu = d_{i\mu} E_i. \quad (3.53)$$

Zur Umwandlung der piezoelektrischen Moduln e sind wiederum keine numerischen Faktoren notwendig. Es gilt nur die Zuordnung $i \rightarrow i$ und $jk \rightarrow \mu$ und somit:

$$D_i = e_{i\mu} S_\mu \quad \text{und} \quad T_\mu = -e_{i\mu} E_i. \quad (3.54)$$

Die Indizes von $d_{i\mu}$ können auch anschaulich interpretiert werden, wobei i die Polarisationsrichtung und μ die Richtung der mechanischen Verzerrungen beschreibt.

So wird z.B. ein Material bei einer Dehnung in die '3'-Richtung mit der Proportionalitätskonstanten d_{33} ebenfalls in '3'-Richtung polarisiert, bei einer Scherung um die '1'-Achse, also bei $S_{23} = S_{32} = S_4$, mit d_{24} in '2'-Richtung polarisiert. Die Konstanten können also nach ihrer Position in der Matrix der piezoelektrischen Koeffizienten eindeutig einem Effekt zugeschrieben werden. Kennzeichnet man den Longitudinaleffekt mit L , den Transversaleffekt mit T , den longitudinalen und den transversalen Schereffekt je mit S_L und S_T (siehe Abb. 3.1), kann man die Positionen in der Matrix folgendermaßen zuordnen:

$$\text{Matrix der piezoelekt. Koeffizienten: } \begin{pmatrix} L & T & T & S_L & S_T & S_T \\ T & L & T & S_T & S_L & S_T \\ T & T & L & S_T & S_T & S_L \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

3.1.2 Piezoelektrische Materialien

Der Piezoeffekt steht im Zusammenhang mit der Kristallgeometrie eines Materials und kann nur auftreten, wenn ein Kristall kein Symmetriezentrum besitzt. Dann wird bei Einwirkung einer äußeren mechanischen Kraft der Schwerpunkt der positiven Dipol-Ladungen gegenüber den negativen Ladungen so verschoben, dass ein nach außen wirkendes elektrisches Feld entsteht. Von den insgesamt 32 verschiedenen Kristallstrukturen sind 21 nicht zentro-symmetrisch, also potentiell piezoelektrisch. Da bei einer dieser Konfigurationen alle piezoelektrischen Konstanten gleich Null sind, ergeben sich 20 unterschiedliche piezoelektrisch aktive Strukturen. Diese Kristalle kann man wiederum in 2 Kategorien einteilen: polar neutrale Kristalle und polare Kristalle. Die 10 polaren Gitterstrukturen (1, 2, 3, 4, 6, m, mm2, 3m, 4mm und 6mm) besitzen eine singuläre polare Richtung, die abhängig von der Temperatur spontan polarisiert werden kann. Sie sind also zusätzlich pyroelektrisch. Eine Untergruppe dieser Kristalle besitzt außerdem ferroelektrische Eigenschaften, d.h. ihre Polarisationsrichtung kann durch ein äußeres elektrisches Feld in die Gegenrichtung umgekehrt werden.

Darüber hinaus können piezoelektrische Materialien in Einkristalle, polykristalline Keramiken, piezoelektrische Polymere und piezoelektrische Halbleiter eingeteilt werden. Diese Untergruppen sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden. Dazugehörige Beispiele für entsprechende Materialeigenschaften finden sich in Tabelle 3.4.

- **Einkristalle**

Natürlich vorkommende Materialien mit piezoelektrischen Eigenschaften sind einkristalline Materialien wie Quarz (SiO_2), Turmalin und Rochelle-Salz.

Außerdem gibt es Bariumtitanat (BaTiO_3), Lithiumniobat (LiNbO_3) und Lithiumtantalat (LiTaO_3). Diese Kristalle werden künstlich gezüchtet und verlieren ihre piezoelektrischen Eigenschaften oberhalb einer bestimmten Temperatur, der sogenannten Curie-Temperatur T_{Curie} .

- **Keramiken**

Keramiken mit piezoelektrischen Eigenschaften werden aus ferroelektrischen Materialien gewonnen. Sie sind polykristallin mit zufällig orientierten Körnern, so dass sich makroskopisch ein isotropes Materialverhalten ergibt. Die einzelnen Domänen im Material müssen zuerst durch ein äußeres elektrisches Feld in gleicher Raumrichtung orientiert werden. Dazu wird das Material bis kurz unter die Curie-Temperatur erhitzt und einem elektrischen Gleichfeld ausgesetzt. Durch das Hystereseverhalten der Keramik bleibt die Polarisation auch ohne äußeres Feld erhalten (remanente Polarisation). Oberhalb der Curie-Temperatur durchläuft die Keramik eine Phasenumwandlung zu einem symmetrischen kubischen Raumgitter und ist daher nicht mehr piezoelektrisch.

Die Gruppe der Bleizirkonat-Titanat-Mischkristalle $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$, kurz PZT, ist wegen ihrer hohen Piezo-Konstanten weit verbreitet. Es gibt viele verschiedene Klassen dieses Materials für unterschiedliche Anwendungen. Das pulverförmige Material kann entweder in fast beliebiger Form gesintert oder als dünner Film verwendet werden.

	ρ_m 10 ³ [kg/m ³]	$\epsilon_{33,r}$ –	T_{Curie} [°C]	d_{31} 10 ⁻¹² [C/N]	d_{33} 10 ⁻¹² [C/N]	c_{33} 10 ⁹ [N/m ²]	
Quarz	2,6	4,63	–	$d_{14}=0,67$	$d_{11}=2$	105	[41]
LiNbO ₃	4,63	30	1210	-1	6	245	[41]
LiTaO ₃	7,45	40	665	-3	9	271	[41]
PZT-5A	7,75	1700	365	-171	374	111	[41]
AlN	3,3	10	–	-2,0	5,0	371	[50]
ZnO	5,7	8,5	–	-5,5	10,3	$E_1=98,6$	[51]

Tab. 3.4: Beispiele für Materialkonstanten von piezoelektrischen Materialien (Massendichte, relative Permittivität, Curie-Temperatur, piezoelektrische Koeffizienten und elastischer Koeffizient).

- **Polymere**

Polymere müssen ähnlich wie Keramiken polarisiert werden, um die Domänen der kristallinen Strukturen auszurichten. Dazu wird das Material mechanisch gedehnt und anschließend einem hohen elektrischen Feld ausgesetzt. Das am weitest verbreitete piezoelektrische Polymer ist PVDF (Polyvinylidene-Fluorid) mit einer Kristallinität von 40 - 50%.

- **Halbleiter**

Einige polykristalline Halbleiter wie Aluminium-Nitrid (AlN) oder Zink-Oxid (ZnO) weisen piezoelektrische Eigenschaften auf. Diese Materialien werden entweder durch Evaporation oder durch Sputtern als dünne Filme aufgetragen. Dadurch werden die Kristalle ausreichend gleichmäßig ausgerichtet und eine nachträgliche Polarisation ist nicht notwendig.

- **natürliche Materialien**

Organische Stoffe wie Holz, Wolle oder Haare weisen ebenfalls leichte piezoelektrische Eigenschaften auf. Auch in Knochen wird bei mechanischer Belastung die Wachstumsregulation über eine piezoelektrische Reaktion gesteuert.

Aluminium-Nitrid (AlN)

Aluminium-Nitrid ist hauptsächlich als keramischer Werkstoff bekannt. Der Halbleiter hat eine breite Bandlücke von 6,2 eV, so dass er bei Raumtemperatur nicht leitend ist. Wegen dieser guten elektrischen Isolation bei gleichzeitiger hoher Wärmeleitfähigkeit wird AlN als Wärmesenke, als elektrischer Isolator für Laser und Elektrodenröhren, als Resonatorwerkstoff in der Lasertechnik oder für Gehäuse und Kühlkörper verwendet [52, 53]. In der Siliziumtechnologie und Leistungselektronik wird AlN auch als Substratwerkstoff eingesetzt, da es einen ähnlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten wie Silizium besitzt und dadurch intrinsische Spannungen vermieden werden können [54].

Daneben findet AlN als III-Nitrid-Halbleiter wie Gallium-Nitrid GaN und Indium-Nitrid InN wegen der breiten Bandlücke Verwendung in LEDs [55, 56].

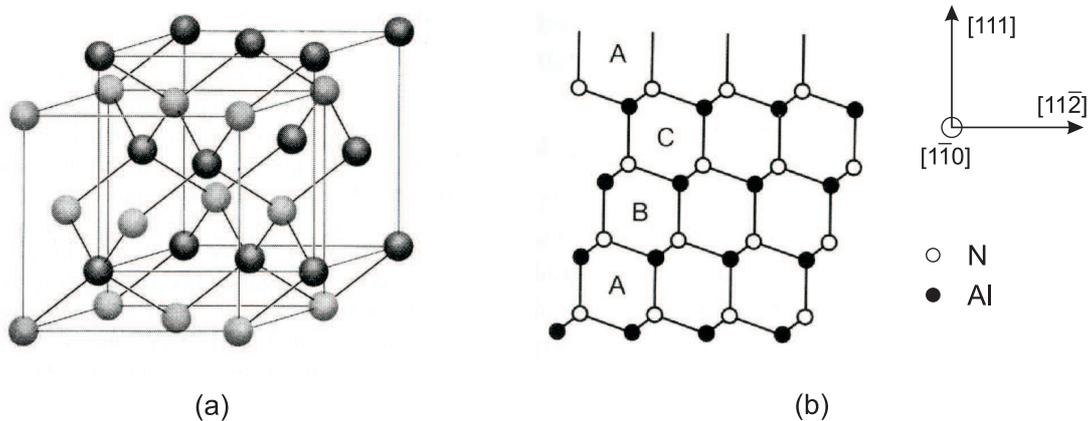


Abb. 3.5: Schematische Darstellung der Anordnung von Al- und N-Atomen in der kubischen Zinkblendenstruktur von AlN: (a) 3-dimensionaler Aufbau [57] und (b) Schichtabfolge der dichtest gepackten Ebene [58]

Die piezoelektrischen Eigenschaften von AlN werden vor allem in SAW-Anwendungen (*surface acoustic wave*) verwendet. Bei diesen Bauteilen wird eine dünne AlN-Schicht an der Oberfläche durch Elektroden zu Schwingungen angeregt, die mit Ausleselektroden in Interdigitalanordnung wieder in elektrische Signale umgewandelt werden. Die Rückwandlung erfolgt – gesteuert durch die Geometrie der Elektroden – frequenzabhängig, wodurch Frequenzfilter realisiert werden können. AlN ist für diese Anwendung besonders geeignet, da es eine hohe materialabhängige Schallgeschwindigkeit besitzt.

Außerdem ist die Herstellung vollständig CMOS-kompatibel, so dass eine Integration in Standardprozesse keine Schwierigkeit bereitet. Im Gegensatz zu anderen keramischen Werkstoffen ist auch keine Polarisierung des Materials notwendig, da durch die Sputter-Beschichtung ein gerichtetes Kristallgefüge entsteht. Daher sind Prozesse zur Herstellung von stabilen dünnen Schichten aus AlN mit konstanten piezoelektrischen Eigenschaften weit verbreitet und werden technologisch gut beherrscht. Auch in dieser Arbeit wird ein bestehender Prozess zur Produktion von SAW-Bauteilen aus diesem Werkstoff als Ausgangspunkt für den Entwurf eines MEMS-Mikrophons zugrunde gelegt. Der Vorteil dabei ist, dass ein vorhandener gut etablierter Prozess zur schnellen Produktion von Prototypen verwendet werden kann. PZT-Keramiken, die noch wesentlich höhere piezoelektrische Konstanten aufweisen, stellen in diesem Fall keine Alternative dar, da sie wegen ihres Bleianteils nicht CMOS-kompatibel sind.

Aluminium-Nitrid kann in zwei Kristallstrukturen vorkommen, entweder in Wurtzitstruktur oder in Zinkblendenstruktur.

Die Zinkblendenstruktur entsteht bei epitaktischem Wachstum auf einem kubischen Substrat und ist dem Diamantgitter sehr ähnlich. Es unterscheidet sich nur dadurch, dass die beiden kubisch flächenzentrierten (kfz, fcc) Einheitszellen, die ineinander verschoben sind, jeweils aus Aluminium- und Stickstoff-Atomen bestehen (Abb. 3.5). Wegen des symmetrischen Aufbaus weist diese Struktur keine piezoelektrischen Eigenschaften auf. Die Wurtzitstruktur dagegen besitzt ein hexagonales Gitter und gehört zur Klasse der sogenannten 6mm Kristalle. Damit wird ein dihexagonal-pyramidales Gitter bezeichnet,

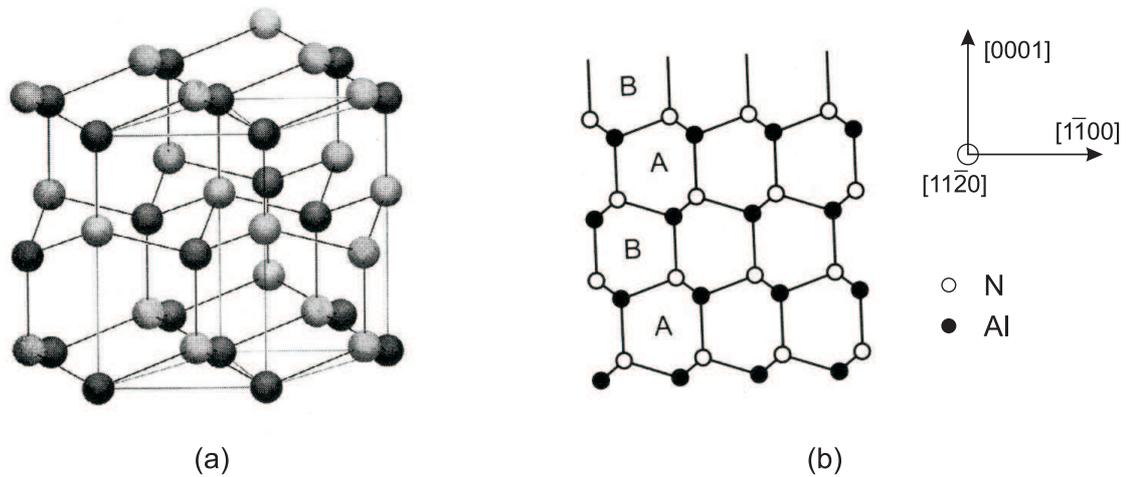


Abb. 3.6: Schematische Darstellung der Anordnung von Al- und N-Atomen in der hexagonalen Wurtzitstruktur von AlN: (a) 3-dimensionaler Aufbau [57] und (b) Schichtabfolge der dichtest gepackten Ebene [58]

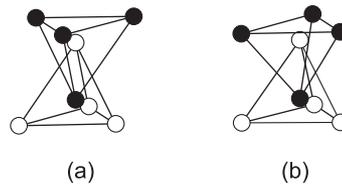


Abb. 3.7: Tetraederförmige Anordnung der Atome in der (a) Zinkblendestruktur und (b) Wurtzitstruktur

das neben piezoelektrischen auch pyroelektrische Eigenschaften aufweist [41, S. 14]. Die Struktur besteht bei AlN aus zwei gegeneinander verschobenen hexagonal dichtesten Packungen (hdp, hcp), deren Untergitter jeweils aus Aluminium- oder Stickstoff-Atomen aufgebaut sind (Abb. 3.6 (a)). Die Bindung der Atome einer Sorte ist tetraederförmig, wobei die Tetraeder der beiden Atomsorten ineinander verschränkt sind (Abb. 3.7).

Aus der Kristallstruktur lässt sich ableiten, dass AlN ein transversal-isotropes Materialverhalten aufweist. Es besitzt drei orthogonale Symmetrieebenen, wobei zusätzlich die Ebene senkrecht zur '3'-Richtung eine Isotropieebene darstellt. Dadurch sind die Materialeigenschaften invariant gegenüber einer Drehung um die '3'-Achse. Mit fünf unabhängigen Materialkonstanten kann das Verhalten vollständig beschrieben werden. So können die Elastizitätsmatrix c und die Nachgiebigkeitsmatrix s alternativ mit dem Elastizitäts-

modul E , dem Schubmodul G und der Querkontraktionszahl ν aufgestellt werden:

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \end{pmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix}.$$

Dabei muss zur Aufrechterhaltung der Symmetrie gelten:

$$E_1 = E_2, \quad G_{23} = G_{31}, \quad \frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}, \quad \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}, \quad G_{12} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_{12})}.$$

Neben den mechanischen können auch die elektrischen Eigenschaften des Kristalls aus dessen Struktur abgeleitet werden. Dazu sei in Abb. 3.6 (b) ein zweidimensionaler Schnitt durch das Gitter betrachtet. Da Stickstoff eine höhere Elektronegativität besitzt, zieht er die Valenzelektronen des Aluminiums an und ist etwas negativ geladen. Durch den schichtweisen Aufbau des Kristalls kann es daher zu einer spontanen Polarisation in der [0001]-Richtung senkrecht zur Basisfläche des hexagonalen Gitters kommen; AlN ist daher pyroelektrisch. Durch mechanische Belastung lässt sich dieser Effekt verstärken, da die Symmetriezentren der Ladungen weiter voneinander entfernt werden und somit das Dipol-Moment erhöht wird. Allgemein lassen sich die piezoelektrischen Eigenschaften eines Kristalls der Klasse 6mm durch die 3 unabhängigen Konstanten d_{33} , $d_{31} = d_{32}$ und $d_{15} = d_{24}$ beschreiben:

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.56)$$

Es existiert also ein Longitudinaleffekt bei mechanischer Spannung in '3'-Richtung mit Polarisation ebenfalls in '3'-Richtung, der durch den Koeffizienten d_{33} gesteuert wird. Ein Transversaleffekt bei Normalspannungen in der Isotropieebene entlang der '1'-Richtung oder '2'-Richtung mit Polarisation in '3'-Richtung ist wegen d_{31} zu erwarten und ein transversaler Schereffekt bei Torsion um die '1'-Richtung bzw. '2'-Richtung mit Polarisation in '2'-Richtung bzw. '1'-Richtung ist abhängig von d_{15} .

Die relative Permittivität eines Klasse 6mm Kristalls lautet allgemein:

$$\boldsymbol{\epsilon}_r = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.57)$$

In dieser Arbeit wurden experimentelle Werte für die mechanischen und piezoelektrischen Eigenschaften verwendet, die aus Teststrukturen extrahiert wurden, die mit dem gegebenen Herstellungsprozess gefertigt wurden. Sie stehen in guter Übereinstimmung

mit Werten aus der Literatur [51, 59–61].

Die Elastizitätsmatrix lautet:

$$\mathbf{e} = 10^{11} \times \begin{pmatrix} 3,90 & 1,49 & 0,99 & 0 & 0 & 0 \\ 1,49 & 3,90 & 0,99 & 0 & 0 & 0 \\ 0,99 & 0,99 & 3,71 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,21 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,205 \end{pmatrix} [N/m^2].$$

Daraus kann durch Matrixinversion die Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden:

$$\mathbf{s} = 10^{-11} \times \begin{pmatrix} 0,3103 & -0,1046 & -0,0549 & 0 & 0 & 0 \\ -0,1046 & 0,3103 & -0,0549 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0549 & -0,0549 & 0,2988 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8264 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8264 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8299 \end{pmatrix} [1/Pa].$$

Der Tensor der piezoelektrischen Moduln ergibt sich zu:

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0,48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,48 & 0 & 0 \\ -0,58 & -0,58 & 1,48 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} [C/m^2].$$

Mit der Nachgiebigkeitsmatrix kann auch die Matrix der piezoelektrischen Koeffizienten angegeben werden:

$$\mathbf{d} = \mathbf{e} \mathbf{s} = 10^{-12} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -3,976 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,976 & 0 & 0 \\ -2,005 & -2,005 & 5,059 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} [C/N].$$

Die Matrix der relativen Permittivität ist:

$$\epsilon_r = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

3.2 Aufbau von piezoelektrischen MEMS-Mikrofonen

Bei piezoelektrischen Mikrofonen wird eine dünne Membran aus piezoelektrischem Material durch den Schalldruck dynamisch ausgelenkt. Die dadurch erzeugte Dehnung im Material ruft eine Ladungstrennung innerhalb des piezoelektrischen Materials hervor, die über Elektroden als Spannungsschwankung ausgelesen wird. Eine detailliertere Beschreibung des Effekts wurde im vorhergehenden Abschnitt 3.1 gegeben.

Die Membran kann dabei unterschiedlich aufgebaut sein. Man unterscheidet zwischen bimorphem und monomorphem Aufbau, wobei ersterer aus zwei piezoelektrischen Schichten mit drei Elektroden und letzterer aus einer piezoelektrischen Schicht mit zwei Elektroden besteht. Abb. 3.8 zeigt den schematischen Aufbau für die beiden Varianten. Der Vorteil des bimorphen Aufbaus besteht in dessen Symmetrie bezüglich der neutralen Faser des Schichtstapels. Bei Biegung erfährt dieser Teil keine Dehnung, so dass in den Piezo-Schichten jeweils ein homogener Spannungszustand entsteht. Sind die beiden Schichten gleich gepolt, kann die gegengleiche Ladung mit der mittleren Elektrode abgegriffen werden (Parallelschaltung). Der Nachteil dabei ist, dass der Aufbau und vor allem der Zugang zur mittleren Elektrode aufwändiger ist. Sind die Schichten gegengleich gepolt, kann man auf einen Anschluss der Mittelelektrode verzichten, erhält aber auch nur die Hälfte der sonst möglichen Ladung (Serienschaltung).

Bei einem monomorphen Aufbau ist durch die Anpassung der Schichtdicken darauf zu achten, dass die neutrale Faser möglichst am Übergang von Piezo-Schicht zu unterer Elektrode oder aber sicher innerhalb der Metallschicht liegt. So wird verhindert, dass entlang der Höhe der piezoelektrischen Schicht unterschiedliche Spannungen (Zug/Druck) wirken, die gegengleiche Ladungen induzieren, die sich dann neutralisieren würden.

Zusätzlich muss die Form der oberen Elektrode so angepasst werden, dass sie nur Bereiche überdeckt, die entweder unter Zug oder unter Druck stehen. Man wählt dabei die Stellen der höchsten Dehnung und daher der höchsten Ladung, d. h. am Rand der Membran (Ringelektrode) und/oder in der Mitte der Membran (Kreiselektrode). Beide Konfigurationen sind in Abb. 3.9 skizziert.

Ein Vorteil von piezoelektrischen Mikrofonen ist ihre vergleichsweise einfache Her-

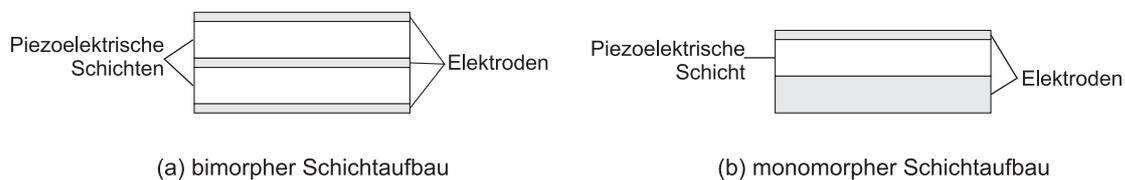


Abb. 3.8: Piezostapel in (a) bimorphem und (b) monomorphem Aufbau.

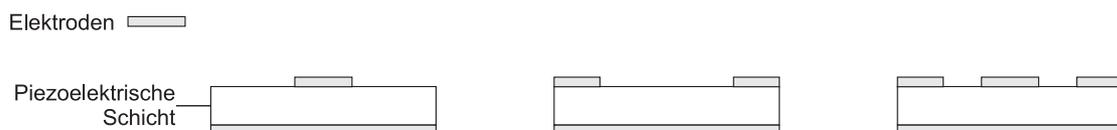


Abb. 3.9: Monomorpher Piezostapel mit der oberen Elektrode an verschiedenen Positionen.

	Membran- durchmesser [mm]	Sensitivität [$\mu\text{V}/\text{Pa}$]	Resonanz- frequenz [kHz]	Material	angestrebte Verwendung
[66]	0,7	1000 mit Ver- stärker	–	AlN	Consumer- Elektronik
[62]	quadratisch	500	8	ZnO	Consumer- Elektronik
[63]	2	39	55	ZnO	Consumer- Elektronik
[64]	0,5 – 2	0,92	–	PZT	Militär
[29]	1,8	0,75	50	PZT	Aeroakustik
[11]	0,5 – 0,9	27	176	AlN	Aeroakustik
[65]	0,7	4	ca. 20	PZT	Hydroakustik

Tab. 3.5: Piezoelektrische MEMS-Mikrophone.

stellung, da nur ein Schichtstapel als Membran gefertigt werden muss. Ein dünner Spalt wie bei kapazitiven Mikrofonen zwischen Membran und Rückplatte, der nur aufwändig realisiert werden kann, ist nicht notwendig. Dieser Schichtaufbau aus verschiedenen Materialien bringt jedoch andere Nachteile mit sich. Durch die unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten der Materialien werden intrinsische Spannungen in den einzelnen Schichten induziert. Diese können zu einer deutlichen Versteifung der Membran und im Extremfall auch zu einem Knicken der Struktur führen (siehe Abs. 5.4.1). Generell ist auch die geringe Sensitivität ein Nachteil von Piezo-Mikrofonen. Diese ist wegen der Versteifung durch innere Spannungen und hauptsächlich auch wegen der piezoelektrischen Koeffizienten begrenzt. In speziellen Anwendungen kann sich daraus aber wiederum ein Vorteil ergeben, da das Mikrofon bei sehr hohen Schalldrücken eingesetzt werden kann (siehe Beispiele unten).

Zusätzlich können nicht alle piezoelektrischen Materialien in einen standardisierten CMOS-Prozess integriert werden. Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) als bleihaltiger Stoff kann z. B. nicht verwendet werden, Aluminiumnitrid (AlN) ist jedoch vollständig CMOS-kompatibel.

Verschiedene Veröffentlichungen über piezoelektrische Mikrophone werden in Tabelle 3.5 miteinander verglichen. Auffällig ist die geringe Sensitivität von einigen $\mu\text{V}/\text{Pa}$, die bei kapazitiven Mikrofonen im Bereich von einigen mV/Pa liegt (siehe S.17). Bei Niu et al. [62] wird die höhere Sensitivität auf Kosten einer Verschiebung der Resonanzfrequenz in den hörbaren Bereich erreicht, Lee et al. [63] verwenden eine relativ große Membran mit 2 mm Durchmesser. Die geringe Sensitivität bietet aber andererseits den großen Vorteil, dass hohe Schalldrücke gemessen werden können. So ist das Mikrofon von Polcawich [64] zur Verwendung in sehr lautem militärischen Umfeld bei Kampfeinsätzen ausgelegt. Sheplak et al. [11, 29] zielen auf eine Verwendung zur aeroakustischen Messung von Schallgeräuschen bei Flugzeugen, wo Schalldruckpegel über 150 dB detektiert werden müssen. Das Mikrofon von Moon et al. [65] ist zur Verwendung als Hydrophon für Sonar im Bereich von einigen Hz bis einigen kHz ausgelegt.

3.3 Designkonzept zur Reduktion von intrinsischen Spannungen

Piezoelektrische Mikrophone werden typischerweise als Membran ausgelegt, die mit einem monomorphen oder bimorphen Schichtstapel gefertigt wird (siehe Abs. 3.2). Durch unterschiedliche thermische Ausdehnungskoeffizienten der Schichtmaterialien kann es bei der Herstellung der Stapel zu erheblichen inneren Spannungen kommen. Es entstehen intrinsische Druck- und Zugspannungen in den verschiedenen Schichten, die sich auch in ihrem Betrag stark unterscheiden können. Die Membran ist dadurch verspannt, verliert an Elastizität und die Sensitivität des Mikrophons wird massiv verringert. Teilweise kann es auch zu einem Knicken (*buckling*) der Membran kommen, wodurch die Funktionsfähigkeit vollkommen zerstört wird. Aus diesem Grund ist es unbedingt notwendig, Maßnahmen zur Reduktion dieser Effekte zu ergreifen. Im Folgenden wird daher ein neues Designkonzept für piezoelektrische Mikrofonmembranen vorgestellt, das die Auswirkungen von inneren Spannungen auf die elektrische Sensitivität reduzieren soll.

In der Literatur gibt es bereits Beispiele zur Spannungsreduktion bei kapazitiven Mikrofonen, bei denen dieser Effekt eine ebenso große Problematik darstellt. Zugspannungen führen zu Versteifungen der flexiblen Membran und damit zu einer Reduktion der Sensitivität. Dem kann mit Korrugationen am Rand der Membran [10] oder durch eine besondere Aufhängung der Membran [35, 37] entgegengewirkt werden. Diese Relaxationsmechanismen können aber nicht eins zu eins auf piezoelektrische Membranen übertragen werden. Sowohl Korrugationen, die nahe der Einspannung der Membran angebracht sind, als auch schmale Aufhängungen reduzieren den Bereich in der Nähe des Rands, in dem wegen der höchsten mechanischen Dehnung die höchste elektrische Ladung induziert wird. Außerdem bestehen Membranen für piezoelektrische Mikrophone aus mehreren einzelnen Schichten, was eine stärkere Kompensation für innere Spannungen notwendig macht. Daher wird zur Lösung dieses Problems ein neues Design vorgeschlagen. Die zentrale Idee dabei ist, die normalerweise geschlossene und an allen Seiten fest eingespannte mehrschichtige Membran sternförmig aufzuschneiden. Dadurch entstehen zunächst einzelne dreieckige Biegebalkenelemente, die am Rand fixiert sind. Liegen nun innere Spannungen in dem Schichtstapel vor, können diese durch eine Auslenkung der frei beweglichen Teile kompensiert werden. Die Balkenelemente sind im verformten Zustand also spannungsfrei.

Durch die Ausschnitte gibt es aber offensichtlich keine Membran mehr, die auf Schalldruck reagieren könnte. Daher muss in einem zweiten Schritt die Fläche mit einem Überzug geschlossen werden. Ist das dafür gewählte Material elastisch genug, wird der Mechanismus der Spannungsrelaxation dabei idealerweise nur gering verschlechtert.

In Abb. 3.10 ist das beschriebene Konzept schrittweise am Beispiel einer monomorphen Piezomembran bestehend aus unterer Elektrode, piezoelektrischer Schicht und oberer Ringelektrode illustriert. Die Teilabbildungen (a), (b) und (c) zeigen die verschiedenen Designs, in den Reihen sind jeweils die Draufsicht, ein Querschnitt entlang der Achse A und das Verhalten bei inneren Spannungen dargestellt, wenn Druck in der unteren Elektrode und Zug in der Piezoschicht vorliegt.

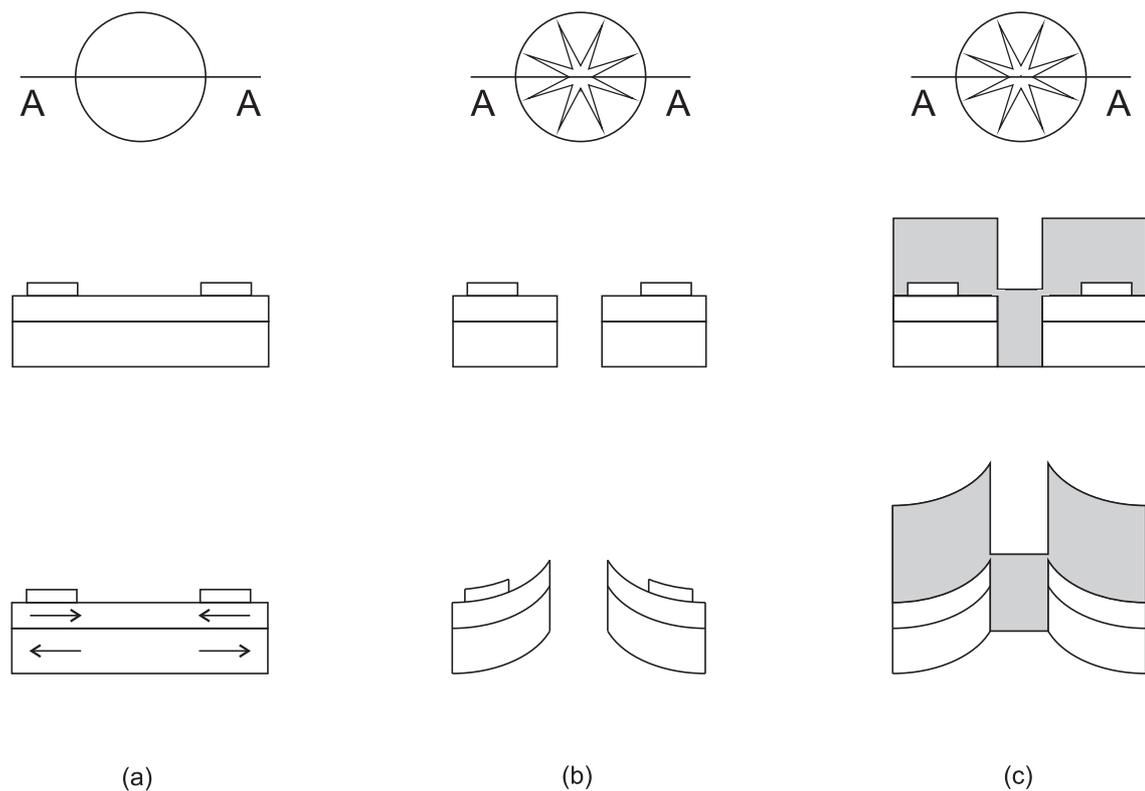


Abb. 3.10: Entwicklung eines neuen Designs zur Spannungsrelaxation in einer monomorphen Piezomembran bestehend aus unterer Elektrode, piezoelektrischer Schicht und oberer Ringelektrode: (a) geschlossene Membran, (b) Biegebalken und (c) Verbinden der Biegebalken zu einer geschlossenen Membran.

1. Reihe: Draufsicht (die Kontur der oberen Elektrode ist nicht eingezeichnet)
2. Reihe: Querschnitt entlang der in eingezeichneten Achse A
3. Reihe: Mechanismus der Spannungsreduktion im Querschnitt, Druckspannung in der unteren Elektrode, Zugspannung in der piezoelektrischen Schicht

Die erste Spalte (a) zeigt das konventionelle Design einer geschlossenen Membran. Liegen innere Spannungen vor, ist die Membran verspannt aber nicht ausgelenkt. Die mittlere Spalte (b) zeigt das Aufschneiden der Membran, wobei in der Mitte ein sternförmiger Teil des Schichtstapels entnommen wird. Die verbleibenden Teile sind einzelne dreieckige Biegebalkenelemente, deren Aufbau im Querschnitt gut erkennbar ist. In der Skizze sind 8 Dreiecksbalken angedeutet, der Winkelausschnitt für ein Element beträgt also 45° . Da die dreieckigen Balken nur am Rand eingespannt sind, verbiegen sie sich bei dem beschriebenen Spannungszustand. Um daraus wieder eine funktionsfähige Mikrofonmembran zu erzeugen, muss die Membran mit einem elastischen Material überzogen und dadurch wieder vollständig geschlossen werden (siehe Spalte (c)). Lediglich in der Mitte wird ein kleines Loch für den statischen Druckausgleich benötigt, das in der Skizze nicht sichtbar ist.

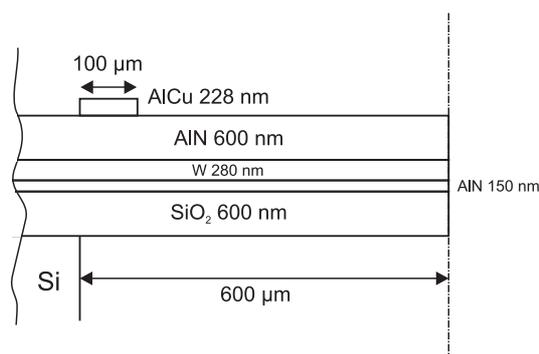


Abb. 3.11: Schichtabfolge mit Angaben zu Schichtdicken und Material für ein piezoelektrisches MEMS-Mikrophon (Design 1).

Dieser Ansatz für ein vollkommen neues Design von Mikrofonmembranen soll in Dünnschichttechnik auf Silizium-Basis mit Aluminiumnitrid als Piezomaterial verwirklicht werden. Aus den Rahmenbedingungen des vorhandenen Fertigungsprozesses ergibt sich ein mögliches Design, dessen Schichtabfolge mit Angabe zu Höhen und Material in Abb. 3.11 dargestellt ist. Eine Isolationsschicht aus Siliziumdioxid mit einer Höhe von 600 nm bildet die Grundlage, auf der eine dünne Aluminiumnitrid-Schicht von 150 nm aufgedampft wird. Darauf folgt der eigentliche funktionelle Teil der Membran, ein monomorpher Schichtstapel aus unterer Elektrode (Wolfram), piezoelektrischer Schicht (AlN) und oberer Ringelektrode (AlCu). Die Dicke der AlN-Schicht wurde mit 600 nm so ausgewählt, dass sie eine möglichst kleine mechanische Nachgiebigkeit aber immer noch gute piezoelektrische Eigenschaften besitzt. Passend dazu wurde die Dicke der unteren Elektrode so bestimmt, dass die neutrale Faser des Schichtstapels innerhalb des Wolfram liegt und bei statischer Belastung eine möglichst hohe Ausgangsspannung erreicht wird. Gleichzeitig wurde dabei die Breite der oberen Elektrode auf 150 µm festgelegt. Diese Zahlenwerte entstammen vorausgehenden einfachen FEM-Simulationen. Der Schichtstapel wird anschließend rückseitig frei geätzt, so dass eine Membran mit einem Radius von 600 µm entsteht. Die gesamte Dicke der Membran beträgt 1,85 µm.

Als Füllmaterial zum Verschließen der Mikrofonmembran und zum Verbinden der Biegebalkenstrukturen, wie es in Abb. 3.10 (c) skizziert ist, wurde das Polymer Parylene ausgewählt. Damit können in einem einfachen CVD-Verfahren (*chemical vapour deposition*) flexible Schichten mit einem niedrigen Elastizitätsmodul erzeugt werden. Eine Beschreibung der genaueren Materialeigenschaften dieses Polymers ist in Abs. 4.2 gegeben. Da der Überzug für den Zusammenhalt der Membran sorgt, muss er die gesamte Höhe des Schichtstapels überdecken und daher mindestens 2 µm dick sein. Um die Elastizität des Parylene zusätzlich zu erhöhen, kann eine Korrugation entlang der dreieckigen Balkenelemente eingefügt werden. Bei diesen Designs kann optional auf das piezoelektrische Material eine Schicht aus SiO₂ aufgebracht werden, um die Isolationsschicht für die Beschaltung außerhalb der Membran zu erhöhen. In das Oxid wird die obere Elektrode eingelassen, wobei beide Schichten ungefähr gleich dick sind. In Abb. 3.11 ist die Schichtabfolge dieser Designs skizziert.

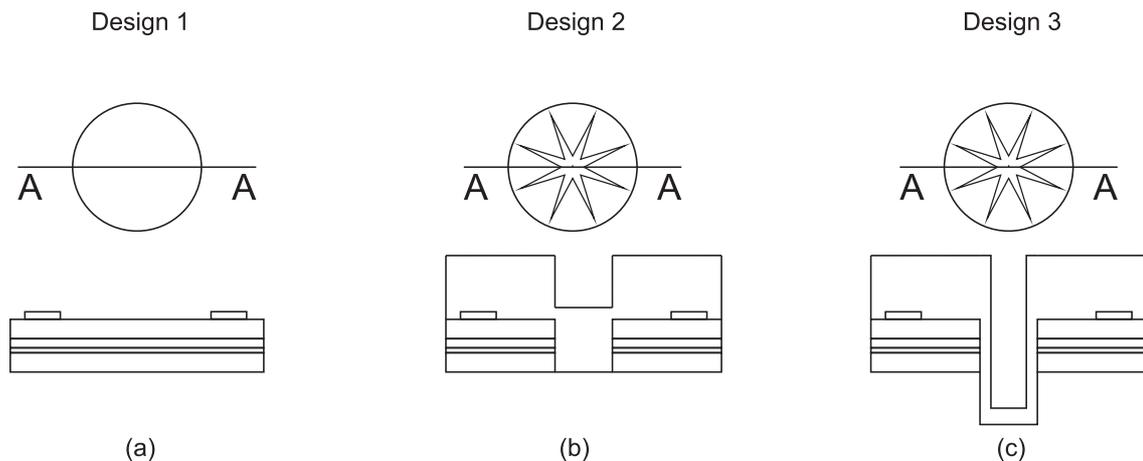


Abb. 3.12: Benennung der drei Designvariationen, wie sie hier betrachtet werden sollen:
 Draufsicht und Querschnitt entlang der Achse A
 (a) Design 1: geschlossene Membran
 (b) Design 2: Balkenstruktur mit Parylene
 (c) Design 3: Balkenstruktur mit Korrugation im Parylene entlang der Spitzen der Balkenelemente.

Zusammen mit der ursprünglichen Membran ergeben sich damit insgesamt drei unterschiedliche Designvariationen, die in dieser Arbeit hinsichtlich ihrer Tauglichkeit zur Verwendung in einem kommerziellen MEMS-Mikrophon untersucht werden sollen:

- **Design 1:** geschlossene Membran (ohne Parylene)
- **Design 2:** Balkenstruktur mit Parylene
- **Design 3:** Balkenstruktur mit Korrugation im Parylene entlang der Spitzen der Balkenelemente

Abb. 3.12 zeigt schematisch den Aufbau der Varianten jeweils in der Draufsicht und im Querschnitt mit allen beschriebenen Schichten. Eine genauere Zeichnung mit Bemaßungen ist in Abs. 5.2 in Abb. 5.1 gegeben, wenn die Erstellung des FEM-Modells für die Simulation beschrieben wird.

4. Experimentelle Charakterisierung

Die experimentelle Extraktion von Materialparametern aus Messungen ist eine essentielle Voraussetzung für eine verlässliche Modellierung des Bauteilverhaltens.

An mehreren Stellen wurde bereits erwähnt, dass es bei piezoelektrischen Membranen, die aus mehreren Schichten bestehen, zu Problemen mit herstellungsbedingten intrinsischen Spannungen kommt. Um qualifizierte Aussagen über das Mikrofonverhalten treffen zu können, müssen diese Spannungen bei allen Betrachtungen und Simulationen genau berücksichtigt werden. Daher ist es unumgänglich, die tatsächlich vorliegenden mechanischen Spannungen für jede Schicht experimentell zu bestimmen. Dazu wurden im laufenden Herstellungsprozess Krümmungsmessungen vorgenommen, deren Ablauf und die daraus gewonnenen Resultate in Abs. 4.1 beschrieben sind.

Die Materialeigenschaften von Parylene wurden darüber hinaus mit Hilfe von speziellen Teststrukturen ermittelt. Dies ist notwendig, da nach der Strukturierung der Membran die Voraussetzungen für eine Krümmungsmessung nicht mehr gegeben sind. Außerdem können in der ausführlichen Untersuchung der Testmembranen nicht nur die inneren Spannungen, sondern auch der Elastizitätsmodul für verschiedene Ätzmethoden zur Herstellung der freistehenden Membran bestimmt werden. Die dafür notwendige Vorgehensweise und die Ergebnisse werden in Abs. 4.2 vorgestellt.

In diesem Kapitel erfolgt die Notation für die mechanischen Spannungen und Dehnungen nach der in der Mechanik üblichen Konvention mit σ und ϵ , da hier keine Verwechslung mit elektrischen Größen möglich ist.

4.1 Innere Spannungen eines Schichtstapels

Bei der Herstellung von dünnen Schichten auf einem Substrat entstehen zwangsläufig Verspannungen zwischen Film und Untergrund. Diese bleibenden inneren Spannungen können zu verschiedenen Problemen wie Verwerfungen und Ablösen der Schicht, starke Versteifungen bzw. Änderungen der Materialeigenschaften oder Verformungen des Bauteils führen.

Im Folgenden wird in Abs. 4.1.1 kurz erläutert, welche Mechanismen zur Entstehung von intrinsischen Spannungen beitragen, wobei die Berechnung von thermischer Dehnung als Haupteinflussfaktor näher betrachtet wird. Die verschiedenen Meßmethoden, allen voran die hier verwendete Krümmungsmessung, sollen im Anschluss erläutert werden. In Abs. 4.1.2 erfolgt dann die Präsentation der Ergebnisse.

4.1.1 Entstehung und Messung von intrinsischen Spannungen

In der Mikrosystemtechnik werden dünne Schichten meist durch Abscheideprozesse aus der Gasphase erzeugt. Dabei wirken verschiedene Mechanismen, die zur Entstehung von inneren Spannungen beitragen. Im ersten Schritt der Beschichtung kann es vorkommen, dass sich beschleunigte Atome nicht an der Oberfläche des Substrats ablagern, sondern in das Material eindringen und dort wie bei der Implantation auf Zwischengitterplätzen oder Leerstellen eingelagert werden, wodurch Druckspannungen entstehen. Selbst wenn diese Atome letztendlich nicht eingelagert werden, kann alleine der Beschuss durch die hoch energetischen Teilchen (*atomic peening*) zu einer Verschiebung der Gitteratome und dadurch zu Druckspannungen führen [67].

Bei dem Wachstum von polykristallinen Schichten spielt ein weiterer Mechanismus eine Rolle. Es bilden sich zuerst Inseln aus den Atomen des Beschichtungsmaterials auf dem Substrat, die wachsen, miteinander in Kontakt kommen und sich schließlich zu größeren Bereichen zusammenschließen. Anschließend werden die noch freien Zwischenräume aufgefüllt. Dabei kommt es je nach Schichtdicke zu inneren Druck- oder Zugspannungen, deren Entstehungsmechanismen in [68] näher beschrieben werden.

Zusätzlich wird die Beschichtung bei einer erhöhten Temperatur durchgeführt, so dass bei Abkühlung auf Raumtemperatur thermische Verspannungen bedingt durch unterschiedliche Temperatúrausdehnungskoeffizienten α induziert werden.

Insgesamt haben die verwendeten Materialien, die Temperaturbedingungen, die Geschwindigkeit der Beschichtung und die Geometrie der Beschichtungskammer Einfluss auf die Entstehung von inneren Spannungen. Die Effekte durch die thermische Dehnung aufgrund von unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten haben dabei meist den größten Anteil. Dieser kann durch analytische Abschätzung quantifiziert werden. Dazu stellt man zuerst die thermomechanischen Dehnungen ϵ in den Raumrichtungen '1', '2' und '3' in Abhängigkeit der mechanischen Spannung σ bei einem Temperaturgradienten von ΔT in einem isotropen Material mit dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν auf:

$$\epsilon_1 = \alpha \Delta T + \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu(\sigma_2 + \sigma_3)}{E}, \quad (4.1a)$$

$$\epsilon_2 = \alpha \Delta T + \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu(\sigma_1 + \sigma_3)}{E}, \quad (4.1b)$$

$$\epsilon_3 = \alpha \Delta T + \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu(\sigma_1 + \sigma_2)}{E}. \quad (4.1c)$$

Für den ebenen Spannungszustand in dünnen Schichten vereinfachen sich die Gleichungen mit $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ und $\sigma_3 = 0$ zu:

$$\epsilon_1 = \alpha \Delta T + \frac{\sigma(1 - \nu)}{E}, \quad (4.2a)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1, \quad (4.2b)$$

$$\epsilon_3 = \alpha \Delta T - \frac{2\nu\sigma}{E}. \quad (4.2c)$$

Betrachtet man nun ein Substrat bei Raumtemperatur T , das bei einer Temperatur T_0 mit einem dünnen Film beschichtet wurde, kann man für die Dehnung im Film ϵ_f und die

Dehnung im Substrat ϵ_s folgende Beziehungen mit $\Delta T = T - T_0$ aufstellen [69]:

$$\epsilon_f = \alpha_f \Delta T + \frac{F_f(1 - \nu_f)}{t_f b E_f}, \quad (4.3a)$$

$$\epsilon_s = \alpha_s \Delta T + \frac{F_s(1 - \nu_s)}{t_s b E_s}. \quad (4.3b)$$

Dabei bezeichnen b die Breite des Substrats und F_f und F_s die Kräfte, die auf die Fläche $A_f = b \cdot t_f$ bzw. $A_s = b \cdot t_s$ wegen innerer Spannungen in Film bzw. Substrat wirken. Dabei gilt $F_f = -F_s$. Da beide Materialien miteinander verbunden sind, muss außerdem die gesamte Ausdehnung gleich sein:

$$\epsilon_f = \epsilon_s. \quad (4.4)$$

Daraus ergibt sich für die innere thermische Spannung in der Beschichtung $\sigma_f^{th} = F_f/A_f$ unter der Annahme $d_s E_s/(1 - \nu_s) \gg d_f E_f/(1 - \nu_f)$:

$$\sigma_f^{th} = \frac{E_f (\alpha_s - \alpha_f) \Delta T}{1 - \nu_f}. \quad (4.5)$$

Das Vorzeichen der Gleichung zeigt, dass beim Abkühlen der Materialien nach dem Beschichten ($\Delta T < 0$) Druckspannungen im Film erzeugt werden ($\sigma_f < 0$), wenn der Ausdehnungskoeffizient des Substrats größer ist als der Ausdehnungskoeffizient der Schicht ($\alpha_s > \alpha_f$). Das Substrat möchte sich also nach der Abkühlung weiter zusammenziehen als die Schicht, wodurch diese zusammengedrückt wird.

Spannungsmessung

Will man nicht nur die thermische Spannung berechnen sondern die gesamten inneren Spannungen durch Messung bestimmen, stehen hauptsächlich drei Verfahren zur Verfügung.

Einmal können spezielle Teststrukturen entworfen werden, bei denen die innere Spannung zu einer Auslenkung oder Rotation führt. Die gemessene Verformung kann analytisch in eine äquivalente Spannung umgerechnet werden [70]. Andererseits kann am gesamten Wafer entweder dessen Verformung, also Krümmung oder die veränderte Gitterkonstante infolge der Belastung im Beschichtungsmaterial bestimmt werden.

Für die Krümmung eines Substrats mit einer Beschichtung kann in Abhängigkeit der Filmspannung, ausgehend von oben genannten Überlegungen, eine analytische Formel hergeleitet werden [69]. Dieser Ansatz geht auf Stoney zurück, der in seiner Arbeit 1909 eine Methode zur Messung von Zugspannungen in metallischen Schichten mit Hilfe eines Biegebalken vorstellte [71]. Die heute verwendete Form unterscheidet sich zwar von der ursprünglichen Veröffentlichung u.a. durch die Berücksichtigung der Querkontraktionszahl, wird aber allgemein als Stoney-Formel bezeichnet:

$$\sigma_f = \frac{E_s}{6(1 - \nu_s)} \frac{t_s^2}{t_f} \kappa. \quad (4.6)$$

Dabei ist $\kappa = 1/R$ die Krümmung des Substrat-Film-Verbunds, t_s die Dicke des Substrats und t_f die Dicke des Films. Als Randbedingung muss gelten, dass die Beschichtung wesentlich dünner ist als das Substrat ($t_f \ll t_s$) und die Auslenkung sehr klein ist. Ist die beschichtete Seite des Verbunds konkav gebogen, wirken Zugspannungen im Film und die gemessene Krümmung ist positiv. Dies stimmt mit der Konvention für positive Zugspannungen überein. Wird der Film auseinander gedrückt, ist er konvex gebogen und die gemessene Krümmung ist negativ. Im Film wirken also Druckspannungen mit $\sigma_f < 0$. Da die Krümmung experimentell bestimmt wird, bezeichnet man dieses Verfahren allgemein als *wafer bow measurement* oder *wafer curvature measurement*.

Zur Messung stehen dabei optische, mechanische oder kapazitive Methoden zur Verfügung.

Bei mechanischen Verfahren wird die Oberfläche mit einer Nadel abgetastet und die resultierende Auslenkung $w(r)$ über den Zusammenhang

$$\kappa = \frac{d^2w(r)}{dr^2} \quad (4.7)$$

in die Krümmung umgerechnet [72].

Ähnlich funktionieren kapazitive Verfahren, bei denen die Auslenkung über die Änderung der Kapazität bestimmt wird. Die aufwändige Konstruktion und der erforderliche physikalische Kontakt machen einen Einsatz dieser Methoden im Verlauf des Herstellungsprozesses innerhalb einer Beschichtungskammer unmöglich.

Weitaus flexibler sind dagegen optische Messverfahren, zu denen die Krümmungsmessung mit einem einzelnen Laserstrahl, mit mehreren parallelen Lasern, mit der Gitter-Reflexionsmethode oder mit der interferometrischen Messung mittels eines CGS-Sensors gehören. Eine genaue Erläuterung des Verfahrens findet sich in [68], der aktuelle Einsatz zur Spannungsbestimmung ist z. B. in [70, 73, 74] beschrieben. Hier soll nur kurz auf das Verfahren mit einem einzelnen Laserstrahl eingegangen werden. Bei dieser *scanning laser* Methode wird ein Laserstrahl mit einem Spiegel auf die Probenoberfläche gelenkt und der Winkel Θ des reflektierten Strahls mit einem Detektor gemessen. Die Krümmung kann dann anhand der Beziehung

$$\kappa = \frac{d\Theta(r)}{dr} \quad (4.8)$$

abgeleitet werden.

Neben der Krümmungsmessung kann die innere Spannung in einem Film auch über die Veränderung der Gitterkonstanten im Vergleich zum nichtverspannten Zustand bestimmt werden [75, 76]. Dazu wird der Abstand d zwischen zwei gleichen kristallografischen Schichten senkrecht zum Film mittels Röntgenstrahlung (*X-ray diffraction*) gemessen und daraus mit der unverspannten Gitterkonstanten d_0 die Dehnung in '3'-Richtung berechnet:

$$\epsilon_3 = \frac{d_0 - d}{d_0}. \quad (4.9)$$

Über die Querkontraktion ν kann dann mit (Gl. (4.2c) ohne ΔT) die Spannung in der Filmebene berechnet werden:

$$\sigma_f = \sigma_1 = -\epsilon_3 \frac{E}{2\nu}. \quad (4.10)$$

Schicht	Wert	Art
unteres SiO ₂	-81 MPa	Druck
AlN	33 MPa	Zug
untere Elektrode W	40 MPa	Zug
piezoelekt. AlN	-4 MPa	Druck
oberes SiO ₂	47 MPa	Zug

Tab. 4.1: Durchschnittliche Messergebnisse der inneren Spannungen in den einzelnen Schichten der Membran (vgl. Abb. 5.1).

4.1.2 Auswertung

In dieser Arbeit wurden die inneren Spannungen in den einzelnen Schichten der Membran mit einer optischen Krümmungsmessung und der Stoney-Formel nach Gl. (4.6) bestimmt. In Tabelle 4.1 sind die resultierenden Durchschnittswerte von Messungen an 13 Wafern für die einzelnen Schichten angegeben.

Dabei wurde die Krümmungsmessung an dem unbehandelten Wafer und dann sukzessive nach jeder Beschichtung durchgeführt. Als maßgeblicher Wert wurde dabei jeweils die Differenz der Krümmungen vor und nach der Beschichtung verwendet. Eine Ausnahme bildet dabei lediglich die Zwischenschicht aus AlN (siehe Abb. 3.11), die zusammen mit der unteren Elektrode aus Wolfram vermessen wurde. Wie aus den kombinierten Messwerten die inneren Spannungen für die beiden Schichten berechnet wurden, wird im folgenden Abschnitt erläutert.

Betrachtet wird ein Schichtsystem aus zwei Schichten mit den Höhen t_1 und t_2 und den E-Moduln E_1 und E_2 , das auf der einen Seite fest eingespannt und auf der anderen Seite mit einer Kraft F belastet ist. Die gesamte Spannung σ_{ges} ist durch diese Kraft vorgegeben und daher bekannt, gesucht sind die Einzelwerte σ_1 und σ_2 innerhalb der beiden Schichten. Durch die Verspannung erfahren beide Schichten die gleiche Dehnung, also

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_{ges}.$$

Die innere Spannung läßt sich aus der äußeren Kraft berechnen:

$$\begin{aligned} F_{ges} &= F_1 + F_2, \\ \sigma_{ges}(t_1 + t_2) &= \sigma_1 t_1 + \sigma_2 t_2. \end{aligned}$$

Außerdem gilt für die innere Spannung in den Schichten:

$$\sigma_1 = \epsilon_1 \cdot E_1 \quad \sigma_2 = \epsilon_2 \cdot E_2.$$

Führt man diese Gleichungen zusammen, erhält man mit dem Hookeschen Gesetz:

$$\sigma_{ges} = \epsilon_{ges} \cdot \underbrace{\frac{E_1 t_1 + E_2 t_2}{t_1 + t_2}}_{E_{ges}}. \quad (4.11)$$

Die inneren Spannungen berechnen sich damit zu:

$$\sigma_1 = \frac{E_1}{E_{ges}} \sigma_{ges} \quad \sigma_2 = \frac{E_2}{E_{ges}} \sigma_{ges}. \quad (4.12)$$

Für Aluminiumnitrid und Wolfram ergeben sich mit $E_{ALN} = 322$ GPa und $E_W = 368$ GPa und dem Messwert $\sigma_{ges} = 37$ MPa, die Einzelwerte für die inneren Spannungen zu $\sigma_{ALN} = 33$ MPa und $\sigma_W = 40$ MPa (siehe Tabelle 4.1).

4.2 Materialeigenschaften von Parylene-Membranen

Parylene ist der Markenname für Xylylene-Polymere, die zur Klasse der polykristallinen Thermoplasten zählen. Sie haben gute dielektrische Eigenschaften, sind chemisch inert und biokompatibel. Außerdem kann der Werkstoff in einem CVD-Prozess (*chemical vapor deposition*) leicht in nahezu spannungsfreien homogenen Schichten auf beliebigen Oberflächen aufgebracht werden. In Abb. 4.1 sind die chemischen Formeln der verschiedenen kommerziell erhältlichen Varianten aufgeführt, wobei Parylene HT besonders für den Einsatz unter hohen Temperaturen geeignet ist. In dieser Arbeit werden Schichten aus Parylene C und Parylene HT betrachtet, die als mögliche Beschichtungsmaterialien für das MEMS-Mikrophon ausgewählt wurden. Die dazugehörigen Materialparameter laut Herstellerangaben sind in Tabelle 4.2 aufgelistet. Die tatsächlich vorliegenden Werte für den Elastizitätsmodul und die inneren Spannungen der beiden Materialien sollen im Folgenden anhand von Teststrukturen bestimmt werden.

	E-Modul	Ausdehnungs- koeffizient	Betriebs- temperatur	Schmelzpunkt
Parylene C	2,75 GPa	$3,5 \cdot 10^{-5}$ 1/K	80°C	290°C
Parylene HT	2,55 GPa	$3,6 \cdot 10^{-5}$ 1/K	350°C	>500°C

Tab. 4.2: Materialdaten von Parylene C und Parylene HT laut Herstellerangaben [77].

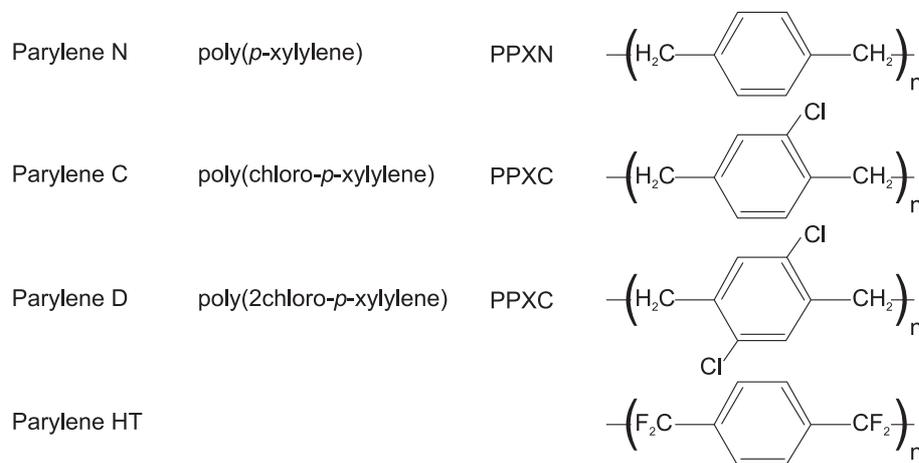


Abb. 4.1: Übersicht über kommerziell erhältliche Varianten von Parylene [77].

Dazu wurden runde Parylene Membranen mit einem Durchmesser von 1,2 mm und einer Dicke von 2,2 μm aus Parylene C und Parylene HT im selben Herstellungsprozess gefertigt, wie er auch bei den späteren Mikrophonen verwendet werden soll. Zuerst wurde dabei die Parylene-Schicht in einem dreistufigen CVD-Verfahren abgeschieden, das in [78] näher beschrieben ist. Anschließend wurden die Membranen strukturiert und die Rückseite mittels Plasmaätzen entfernt, um frei stehende Strukturen zu erhalten.

Zusätzlich wurden Strukturen gefertigt, bei denen der Trockenätzvorgang vor dem Erreichen der Parylene-Schicht gestoppt und die Membranen erst vollständig mit einem nasschemischen Verfahren mit der Ätzlösung Kaliumhydroxid (KOH) frei gelegt wurden. Während des Plasmaätzens entstehen Temperaturen von ca. 150°C, wohingegen die Höchsttemperatur bei KOH-Ätzen nur etwa 80°C beträgt. So soll verhindert werden, dass durch eine zu hohe Hitzebelastung innere Spannungen im Parylene entstehen.

4.2.1 Bestimmung der Materialparameter

Anhand dieser Teststrukturen wurden anschließend die zu bestimmenden Materialparameter mittels eines vierstufigen Prozesses extrahiert, der hier kurz beschrieben werden soll. Eine genauere Beschreibung der Methodik und der durchgeführten Messungen und Berechnungen findet sich in [78, 79].

In einem ersten Schritt wurde die Verformung der Membranen unter verschiedenen Drucklasten interferometrisch mit Hilfe einer Druckkammer gemessen (*load-deflection measurement*). Der prinzipielle Versuchsaufbau ist in Abb. 4.2 (a) schematisch dargestellt; ein Foto des Meßplatzes mit Interferometer und angeschlossener Druckkammer zeigt Abb. 4.2 (b). Ein Ausschnitt des Wafers mit den angefertigten Teststrukturen aus Parylene wird auf die Öffnung einer Vakuumkammer gelegt. Eine Fixierung ist nicht notwendig, da der Wafer durch den Unterdruck in der Kammer während der Messungen kontinuierlich angezogen wird. Anschließend wird die Kammer stufenweise mittels einer Turbopumpe und manueller Druckregelung über zwei Ventile evakuiert. Durch den Unterdruck wird die Parylene-Membran nach innen verformt. Diese Auslenkung wird über das angeschlossene Weißlichtinterferometer aufgenommen und ausgewertet.

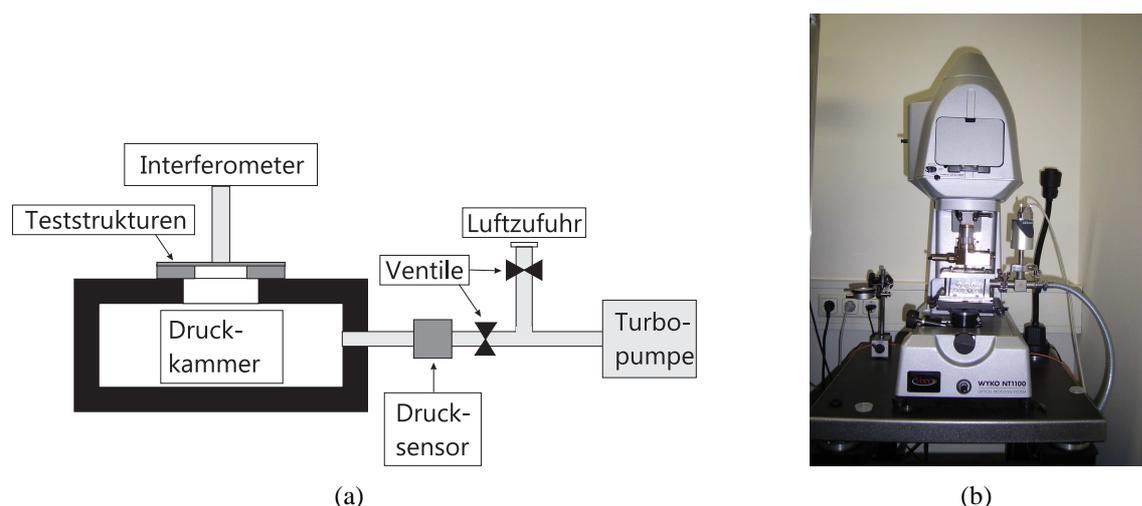


Abb. 4.2: Messaufbau zur Bestimmung der Materialparameter von Parylene-Membranen: (a) Prinzipskizze und (b) Fotografie des Meßplatzes bestehend aus Interferometer und angeschlossener Druckkammer.

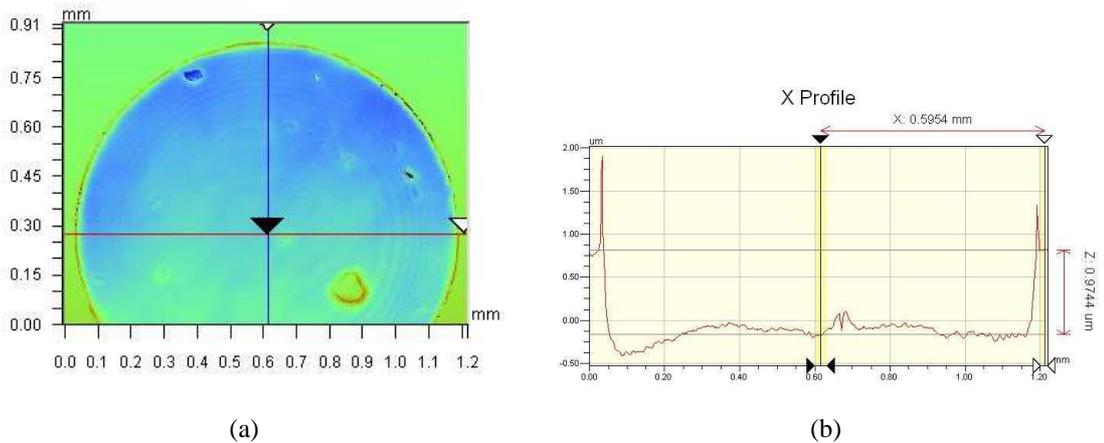


Abb. 4.3: (a) Interferometrische Aufnahme einer Parylene-Membran mit ca. 1,2 mm Durchmesser und (b) die dazugehörige Messung des Oberflächenprofils entlang der eingezeichneten Achse.

Aus der interferometrisch gemessenen Biegelinie wird in der Mitte der Membran der Betrag der maximalen Auslenkung bestimmt. In Abb. 4.3 ist die interferometrische Aufnahme einer Membran aus Parylene C und die dazugehörige Messkurve zu sehen.

Die Daten für unterschiedliche Drucklasten wurden verwendet, um den E-Modul und die inneren Spannungen bei einer Querkontraktionszahl von 0,4 mittels einer analytischen Formel zu berechnen [80]. Die verwendete Formel basiert auf der Plattentheorie von Timoshenko [81] und Suhir [82], wurde aber um die Auswirkung von inneren Spannungen und großen Auslenkungen nach [83] ergänzt. Für die Auslenkung w in Abhängigkeit des Abstands r vom Mittelpunkt einer runden Membran gilt demnach

$$w(r) = f \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^2, \quad (4.13)$$

wobei a den Membranradius und f die maximale Auslenkung der Membran bezeichnet, die anhand der folgenden Formeln bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned} f &= \sqrt[3]{-\frac{\beta}{2} + \gamma} + \sqrt[3]{-\frac{\beta}{2} - \gamma} & \gamma &= \sqrt{\frac{\alpha^3}{27} + \frac{\beta^2}{4}} \\ \alpha &= 14 \frac{4t^2 + 3a^2\epsilon_i(1+\nu)}{(1+\nu)(23-9\nu)} & \beta &= \frac{-7pa^4t^2}{8D(1+\nu)(23-9\nu)}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Dabei ist p die äußere Drucklast, t die Membrandicke, D die Biegesteifigkeit der Membran mit

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4.15)$$

und ϵ_i die vorliegende innere Dehnung der Membran.

Da der Vergleich der analytischen Ergebnisse mit FEM-Simulationen aber erhebliche Ungenauigkeiten aufzeigte, wurden die analytischen Ergebnisse nur als Ausgangspunkt für

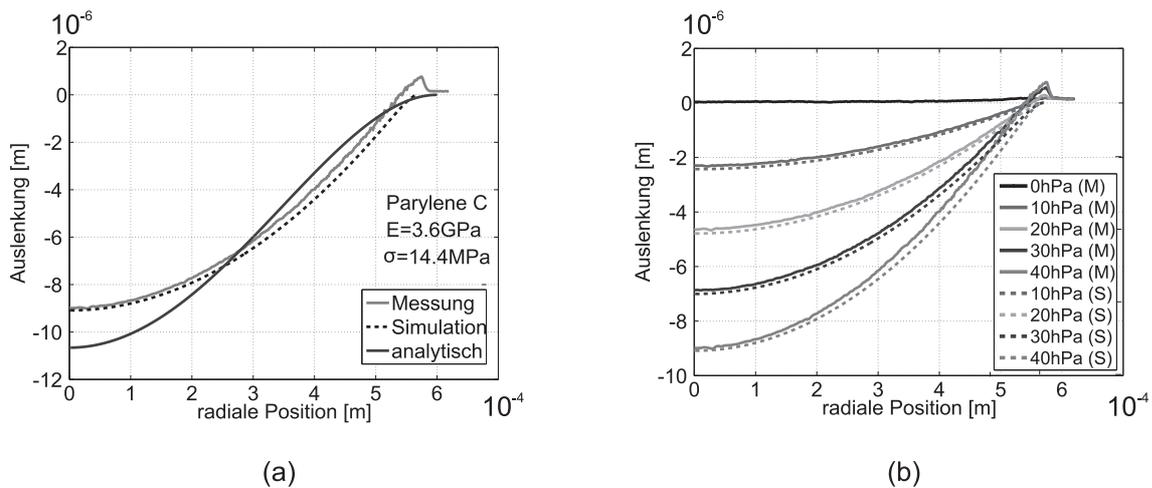


Abb. 4.4: (a) Bestimmung des E-Modul und der inneren Spannung durch Vergleich von Messkurve und Simulation. Außerdem wird gezeigt, wie stark die analytische Lösung von den Messwerten abweicht.
 (b) Verifikation der extrahierten Parameter durch einen Vergleich von Messung (M) und Simulation (S) bei unterschiedlichen Drücken bezüglich maximaler Auslenkung und Biegelinie.

exaktere FEM Simulationen verwendet. Dabei wurde die maximale Auslenkung für unterschiedliche Drücke mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate an die Messungen angepasst. Der direkte Vergleich zwischen Messung, Simulation und analytischer Berechnung ist in Abb. 4.4 (a) dargestellt. Die analytische Lösung zeigt deutliche Abweichungen sowohl in der gesamten Auslenkung als auch in der Form der Biegelung am Rand der Membran.

Anschließend wurden zur Verifikation der Ergebnisse die Simulationsergebnisse mit den Messdaten bei unterschiedlichen Drücken verglichen. Abb. 4.4 (b) zeigt exemplarisch den Vergleich von Messdaten über den gesamten Durchmesser der Membran mit Simulationsdaten unter Verwendung der extrahierten Materialdaten für eine plasmageätzte Membran aus Parylene C für verschiedene Drücke. Man kann deutlich erkennen, dass sowohl die maximale Auslenkung als auch die Form der Biegelinie über den gesamten Druckbereich sehr gut übereinstimmen.

Zusätzlich wurden Messungen durchgeführt, bei denen der Unterdruck auf die Gegenseite der Membran aufgebracht wurde. Aus dem Vergleich mit den vorherigen Daten kann auf den genaueren Zustand der inneren Spannungen entlang der Dicke der Membran geschlossen werden. Verhält sich die Auslenkung über die Druckdifferenz auf beiden Seiten unterschiedlich, ist der Spannungsverlauf über die Schichtdicke nicht konstant. In Abb. 4.5 ist das Ergebnis des Vergleichs für eine plasmageätzte Membran aus Parylene C abgebildet. Beide Graphen weisen keinen signifikanten Unterschied auf, weswegen ein konstanter Spannungsverlauf angenommen werden kann. Dasselbe wurde für die anderen Varianten von Parylene beobachtet.

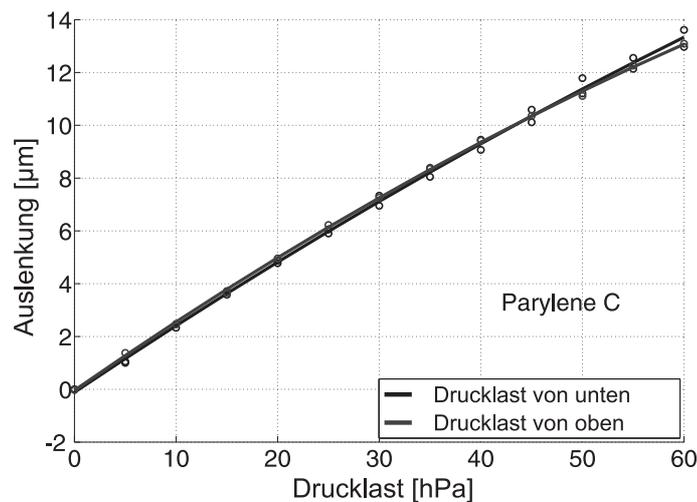


Abb. 4.5: Vergleich der maximalen Auslenkung über einen Bereich von 5 hPa bis 60 hPa Druckdifferenz bei Belastung der Membran aus plasmageätztem Parylene C von oben und von unten.

	Ätzmethode	E-Modul	intrin. Spannung
Parylene C	Plasma	3,6 GPa \pm 15%	14,4 MPa \pm 9%
Parylene C	KOH	2,7 GPa \pm 17%	0,4 MPa \pm 35%
Parylene HT	Plasma	3,1 GPa \pm 13%	1,0 MPa \pm 13%

Tab. 4.3: E-Modul und innere Spannungen für die drei hier untersuchten Varianten von Parylene bestimmt mittels der beschriebenen Methode.

4.2.2 Interpretation der Ergebnisse

Die so berechneten Werte für den E-Modul und die inneren Zugspannungen für Membranen aus Parylene HT und Parylene C, die vollständig oder teilweise plasmageätzt wurden, sind in Tabelle 4.3 aufgelistet. Dabei ist auch ein Fehlerbereich für die Ergebnisse angegeben, der Fluktuationen in der Dicke und dem Durchmesser der Membran von $\pm 0,1 \mu\text{m}$ bzw. $\pm 10 \mu\text{m}$ und einen Fehler bei der Druckmessung von 0,1 hPa berücksichtigt. Es fällt auf, dass der E-Modul für Parylene C, das im letzten Schritt mit KOH-Ätzen gelöst wurde, keine signifikante Änderung gegenüber den Herstellerangaben von 2,75 GPa aufweist und die inneren Spannungen mit maximal 0,5 MPa sehr gering sind.

Das zeigt, dass bei einem Herstellungsprozess mit einer Höchsttemperatur von 80°C , also einem maximalen Temperaturhub von 60°C , nur marginale intrinsische Spannungen induziert werden und die mechanischen Eigenschaften des Materials erhalten bleiben.

Im Gegensatz dazu zeigt Parylene C, das vollständig mit Plasma geätzt wurde und damit einer Temperatur von ca. 150°C ausgesetzt war, eine Erhöhung des E-Moduls um 30% und innere Spannungen von 15 MPa, die nicht vernachlässigt werden können. Bei Parylene HT, das ebenfalls nur trocken geätzt wurde, erhöht sich der E-Modul um 20%, die induzierten inneren Spannungen sind mit 1 MPa jedoch moderat.

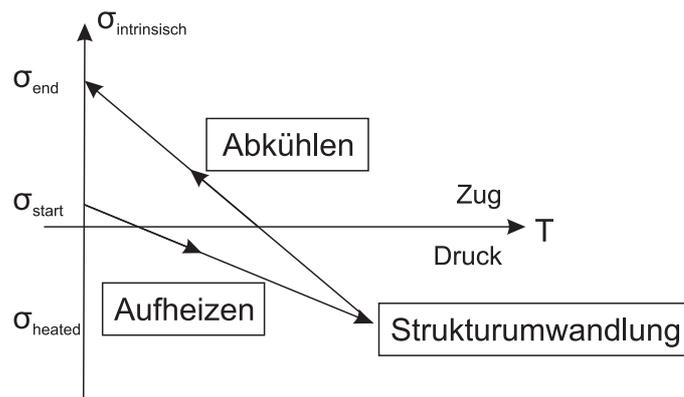


Abb. 4.6: Entstehung von inneren Spannungen in Parylene bedingt durch die Temperaturlast während des Ätzens.

Es wird allgemein vermutet, dass innere Spannungen in Parylene-Membranen durch die Temperaturbelastung während des Ätzprozess entstehen, da die Beschichtung bei nahezu Raumtemperatur durchgeführt wird [84, 85]. Meist werden die entstehenden Spannungen durch die stark unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Silizium ($\alpha_{Si} = 0,22 \cdot 10^{-5} 1/K$) und Parylene ($\alpha_{Pa} = 3,5 \cdot 10^{-5} 1/K$) erklärt und durch einen einfachen Zusammenhang zwischen Spannung und Temperaturhub berechnet [84]:

$$\sigma_i = \frac{E_{Pa}}{1 - \nu_{Pa}} (\alpha_{Si} - \alpha_{Pa}) \Delta T + \sigma_{start}. \quad (4.16)$$

Wendet man diese Formel jeweils für Parylene C und Parylene HT an, würde man eine nahezu gleiche innere Spannung von 19,3 MPa bzw. 17,9 MPa erhalten, da die Werte für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten und den E-Modul beider Materialien sehr ähnlich sind (siehe Tabelle 4.2).

Dies steht jedoch im Widerspruch zu den hier durchgeführten Messungen, nach denen in Parylene HT nahezu keine inneren Spannungen vorhanden sind (siehe Tabelle 4.3). Daher wird hier die These aufgestellt, dass die inneren Spannungen durch eine Erhöhung des Kristallinitätsgrades des Polymers ausgelöst durch die Temperaturlast beim Ätzen hervorgerufen wird. Das ist plausibel, da bei Parylene bekanntermaßen durch Tempern nach der Beschichtung der Kristallinitätsgrad und somit der E-Modul und auch der Ausdehnungskoeffizient erhöht werden kann [77, 86, 87].

In Abb. 4.6 ist die Entstehung der inneren Last im Parylene schematisch durch das Aufheizen und Abkühlen während des Ätzens dargestellt. Ausgehend von einer geringen inneren Zugspannung σ_{start} , die nach der Beschichtung vorliegen kann, werden Silizium und Parylene gleichmäßig durch das Plasma erhitzt. Wegen des höheren Ausdehnungskoeffizienten von Parylene entstehen dadurch Druckspannungen im Material. Am Punkt der höchsten Temperatur findet bei σ_{heated} eine Strukturumwandlung im Polymer statt, so dass der E-Modul und der thermische Koeffizient erhöht werden. Dadurch ändert sich die Steigung des linearen Zusammenhangs zwischen Spannung und Temperatur (siehe Gl. 4.16) und die resultierende innere Spannung σ_{end} ist wesentlich höher als der Ausgangswert.

Diese Hypothese stimmt sehr gut mit den gemachten Beobachtungen überein. Bei Parylene C, das mit KOH geätzt wurde, also einer maximalen Temperaturlast von 80°C

ausgesetzt wurde, entstehen keine zusätzlichen inneren Spannungen. Dieses Material ist für einen kontinuierlichen Einsatz in diesem Temperaturbereich geeignet und erfährt daher keine Strukturumwandlung. Im Gegensatz dazu treten beim Ätzen mit Plasma Temperaturen von mindestens 150°C auf, die durchaus die Wirkung eines Tempervorgangs und somit eine Änderung der Materialparameter zur Folge haben können. Dadurch werden wiederum hohe innere Zugspannungen induziert, wie sie auch tatsächlich beobachtet werden konnten (siehe Tabelle 4.3).

Die Erhöhung des E-Moduls für dieses Material um 30% war Ergebnis der experimentellen und numerischen Untersuchungen. Die Änderung des Ausdehnungskoeffizienten kann anhand von Abb. 4.6 abgeschätzt werden. Geht man von $\sigma_{start} = 0$ aus, erhält man für das Aufheizen mit den Materialdaten nach Herstellerangaben und einer Temperaturlast von $\Delta T = 130$ K anhand von Gl. (4.16) eine Druckspannung im aufgeheizten Zustand von $\sigma_{heated} = -19,3$ MPa. Das Verhalten beim Abkühlen kann wiederum mit Gl. (4.16) und dem gemessenen Wert $\sigma_{end} = 14,4$ MPa berechnet werden. Dafür setzt man den zuvor bestimmten geänderten Wert für den E-Modul aus Tabelle 4.3 ein und erhält einen neuen Ausdehnungskoeffizienten von $4,5 \cdot 10^{-5}$ 1/K. Dies entspricht einer Erhöhung um 28%, was sehr gut mit der Änderung des E-Moduls übereinstimmt, wenn man annimmt, dass sich beide Materialparameter bei einer Erhöhung der Kristallinität annähernd gleich stark ändern.

Die gleichen Berechnungen für Parylene HT ergeben eine Erhöhung des Ausdehnungskoeffizienten um 14% auf $3,07 \cdot 10^{-5}$ 1/K, was wiederum im selben Bereich liegt wie die Änderung des E-Moduls um 20%. Bei Parylene HT reicht es aber nicht aus, die Temperaturlast als alleinige Ursache für die Strukturumwandlung zu suchen, da dieses Material für einen dauerhaften Einsatz bei 350°C geeignet ist. Vielmehr muss daher angenommen werden, dass der Beschuss mit Plasmaionen selbst auch einen Einfluss auf das Material hat und – zumindest an der Oberfläche – eine Änderung in der Polymerstruktur hervorrufen kann.

5. Numerische Analyse von MEMS-Mikrofonmembranen

In diesem Kapitel wird die numerische Analyse der Mikrofonmembranen mit Hilfe von finite-Elemente(FE)-Simulationen dargestellt. Die Schallmembran ist der essentielle Bestandteil eines MEMS-Mikrophons, dessen genaue Funktion nun unter Einbeziehung der zuvor erlangten Kenntnisse über Materialparameter und intrinsischen Spannungszustand eingehend untersucht werden soll.

Nach einer kurzen Beschreibung der verwendeten Simulationsumgebungen ANSYS und COMSOL in Abs. 5.1 wird in Abs. 5.2 die Modellbildung für verschiedene Mikrofonmembranen gezeigt. Dazu wird in Abs. 5.3 zuerst generell auf die verschiedenen Möglichkeiten zur Integration von inneren Spannungen in ein FEM-Modell eingegangen, wobei dann speziell die Besonderheiten der beiden Simulatoren hervorgehoben werden.

Da innere Spannungen in den gemessenen Größenordnungen das elastische Materialverhalten der Membran drastisch beeinflussen, müssen alle daraus resultierenden Effekte in der Simulation berücksichtigt werden. Nur so ist es möglich ein verlässliches Modell zu entwickeln, das das Membranverhalten unter Druckbelastung durch Schall wirklichkeitsgetreu wiedergibt.

Innerhalb der Materialschichten liegen sowohl Druck- als auch Zugspannungen vor, deren unterschiedliche Effekte berücksichtigt werden müssen (Abs. 5.4). Aufgrund von hohen intrinsischen Druckspannungen kann es zum Knicken der Struktur kommen, was vor allem bei den geschlossenen fest eingespannten Membranen von Bedeutung ist. Dieses nichtlineare geometrische Verhalten wird in Abs. 5.4.1 zuerst anhand von einfachen Beispielen erläutert und dann auf die vorliegenden Strukturen übertragen. Hohe intrinsische Zugspannungen machen es notwendig, dass in der Simulation geometrische nichtlineare Verformungen vollständig berücksichtigt werden (Abs. 5.4.2).

5.1 Verwendete Simulationsumgebungen

Für die strukturmechanischen, elektromechanischen und thermisch gekoppelten Simulationen dieser Arbeit wurden die beiden kommerziellen Simulationswerkzeuge ANSYS Multiphysics Version 11 [88] und COMSOL Multiphysics Version 4.2 [89] verwendet, die auf Basis von Finiten Elementen (FEM) arbeiten. Bei der Modellierung wird das vorliegende Problem auf kontinuierlicher Feldebene unter Verwendung von partiellen Differentialgleichungen beschrieben. Das Kontinuum wird dazu diskretisiert und für die Knotenwerte der dynamischen Variablen an den dadurch entstehenden Elementen werden un-

ter Berücksichtigung der Randbedingungen die beschreibenden Gleichungen aufgestellt. Beide Programme bieten sowohl eine graphische Benutzeroberfläche als auch die Möglichkeit Simulationen mittels Skripten zu beschreiben. Das erlaubt eine problemlose Parametrisierung nahezu aller Größen, wie Vernetzung, Geometrie oder innerer und äußerer Lasten. ANSYS stellt dafür die eigene Makrosprache APDL (*Ansys Parametric Design Language*) zur Verfügung, bei COMSOL gibt es eine Anbindung an die höhere Programmiersprache und -umgebung MATLAB [90].

Der ausschlaggebende Unterschied beider Programme im Hinblick auf die gegebene Fragestellung liegt an der jeweiligen Möglichkeit, piezoelektrische Materialien unter dem Einfluss von inneren Spannungen zu simulieren. In diesem Bereich gab es innerhalb der letzten Jahre kontinuierliche Veränderungen und Verbesserungen bei den verwendeten Programmen.

5.2 FEM-Modelle der Membranen

Für alle drei Designvarianten, die in Abs. 3.3 beschrieben sind, wurden FEM-Modelle aufgestellt. In diesem Abschnitt sollen die verwendeten Geometrie- und Materialparameter sowie der strukturelle Aufbau der Modelle mit den jeweiligen Randbedingungen vorgestellt werden.

Der Ausgangszustand für alle Membranen ist die Schichtabfolge aus Abb. 5.1 (a). Die Werte für die Schichtdicken sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

In Abb. 5.1 (b) ist eine Skizze des dazugehörigen FEM-Modells zu sehen, in dem auch die Randbedingungen angedeutet werden. Im Bereich des Siliziumsubstrats ist die Membran unten fest eingespannt. Um numerische Singularitäten im Bereich des piezoelektrischen Materials nahe an der Einspannung zu vermeiden, wurde ein Rand von $50\ \mu\text{m}$ für die feste Einspannung an der Seite in das Modell mit einbezogen. Insgesamt wird unter Ausnutzung der Symmetrie nur ein Teil der vollständigen Membran modelliert, um den Rechenaufwand zu reduzieren. Ein Kreisabschnitt abhängig von der Geometrie ist ausreichend, wobei immer ein ganzes Balkenelement mit Parylene-Überzug modelliert werden muss. An den Schnittflächen müssen alle Verschiebungen in umlaufender Richtung und an der Mittellinie alle Verschiebungen in radialer Richtung unterbunden werden. Ein Bild des FEM-Modells von Design 1 in ANSYS ist in Abb. 5.2 (a) gezeigt. Die Höhen sind nicht maßstabsgerecht und der Übersichtlichkeit halber sind nur die Randbedingungen $u_r = 0$ entlang der Mittellinie eingezeichnet.

Analog zu der geschlossenen Membran wurden auch für Design 2 und Design 3 FEM-Modelle erstellt. Eine Skizze des Querschnitts mit den dafür notwendigen zusätzlichen Parametern ist in Abb. 5.1 (c) und (d) dargestellt. Die Randbedingungen müssen wie zuvor gewählt werden. Die Größe des Winkelausschnitts, der simuliert wird, hängt über den Parameter *angle* mit der Anzahl der Balkenelemente zusammen. Es wird immer ein einzelner dreieckiger Balken mit Parylene-Überzug modelliert, da so die Symmetrie am besten ausgenutzt werden kann. In der Ausgangskonfiguration wird die Membran in 12 Balken unterteilt, der Winkel beträgt also 30° . Eine 3D Grafik des Modells für Design 3 in COMSOL ist in Abb. 5.2 (b) zu sehen. Die Höhen sind vergrößert, um einen Eindruck

	Parameter	Ausgangswert
Höhe untere SiO ₂ -Schicht	$h_{traeger1}$	600 nm
Höhe AlN-Schicht	$h_{traeger2}$	150 nm
Höhe untere Elektrode	$h_{elec-unten}$	280 nm
Höhe piezoelekt. AlN-Schicht	h_{piezo}	600 nm
Höhe obere Elektrode	$h_{elec-oben}$	228 nm
Höhe Parylene	$h_{parylene}$	2 μ m
Membranradius	$r_{membran}$	600 μ m
Größe des Einzugs	r_{einzug}	150 μ m
Breite obere Elektrode	$b_{elec-oben}$	100 μ m
Winkelausschnitt für Balkenstruktur	$angle$	30°
Höhe der Korrugation	h_{korr}	6 μ m
Breite der Korrugation	b_{korr}	11 μ m

Tab. 5.1: Parameterbezeichnungen und Werte für die Ausgangskonfiguration der Mikro-phonedesigns.

Material	E-Modul [GPa]	Poisson-Zahl [-]	Dichte [kg/m ³]
SiO ₂	70	0,17	2200
W	368	0,303	19260
AlCu	67	0,35	2695
Parylene	3,6	0,4	1289
AlN	siehe Abs. 3.1.2		3300

Tab. 5.2: Materialparameter

der Schichtabfolge und der Korrugation zu erhalten.

Nähere Informationen zur Vernetzung und den verwendeten Elementtypen können der Beschreibung bei den beiden Simulatoren im folgenden Abschnitt entnommen werden.

In Tabelle 5.2 sind die dazugehörigen Materialparameter angegeben, wie sie in den Simulationen verwendet wurden. Die Werte für das Polymer sind Abs. 4.2 entnommen, nähere Informationen zu den Eigenschaften des piezoelektrischen Aluminiumnitrids finden sich in Abs. 3.1.2.

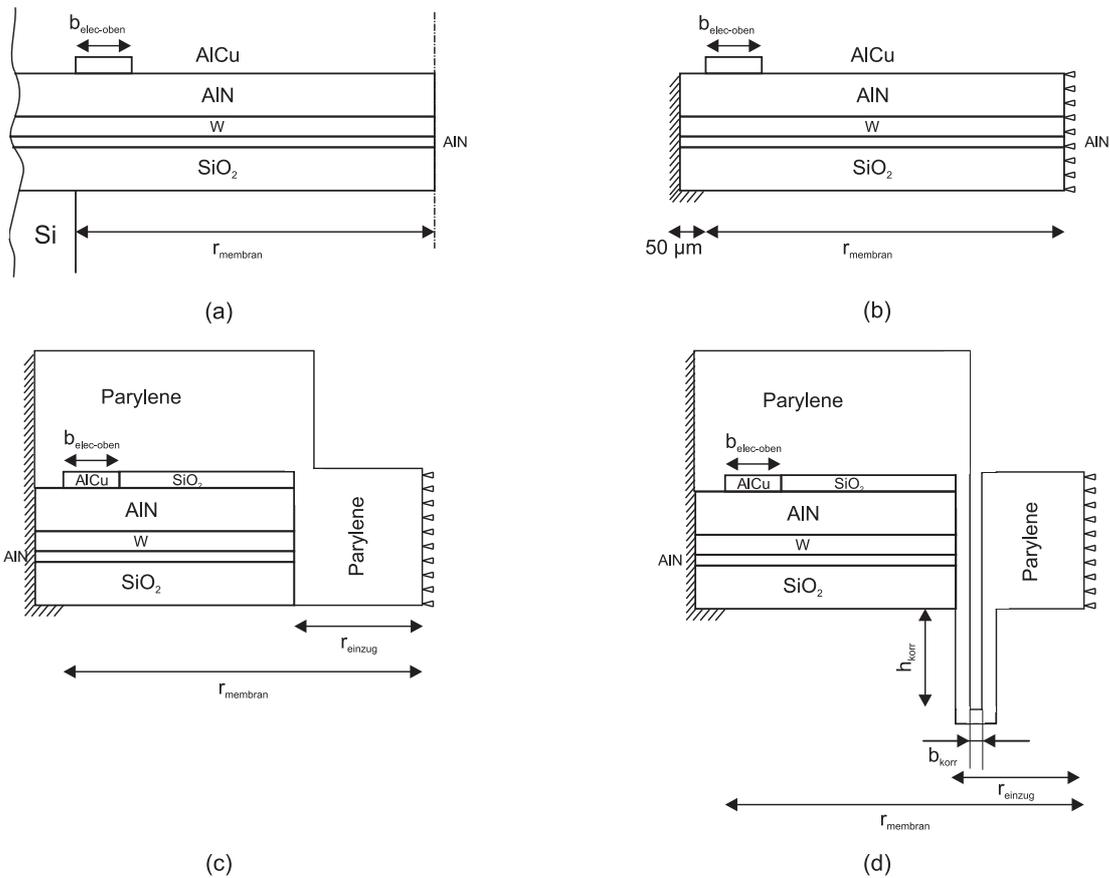


Abb. 5.1: Skizze der Designvarianten im Querschnitt: (a) struktureller Aufbau Design 1, und FEM-Modelle mit angedeuteten Randbedingungen für (b) Design 1, (c) Design 2 und (d) Design 3. Die Geometrieparameter können Tabelle 5.1 entnommen werden.

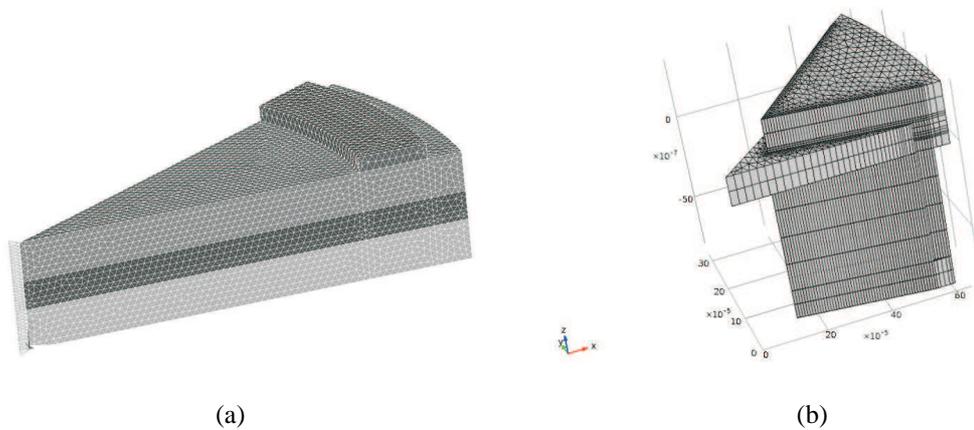


Abb. 5.2: 3D-Ansicht des Simulationsmodells von (a) Design 1 in ANSYS und (b) Design 3 in COMSOL (Höhen nicht maßstabsgerecht).

5.3 Modellierung von inneren Spannungen

5.3.1 Theoretischer Hintergrund

Piezoelektrische Zustandsgleichungen in Matrixschreibweise

Zur Herleitung der piezoelektrischen Bewegungsgleichungen für die FEM-Analyse wird an dieser Stelle die in Simulatoren gebräuchliche Matrixschreibweise mit Voigtscher Notation für die piezoelektrischen Zustandsgleichungen eingeführt. Diese Schreibweise wird auch zur Angabe von Materialparametern von piezoelektrischen Materialien verwendet.

Ausgehend von den zuvor in Abs. 3.1.1 aufgestellten thermodynamischen Zustandsgleichungen in Gl. (3.46) lassen sich die Beziehungen zur Beschreibung des piezoelektrischen Effekts leicht dadurch ableiten, dass alle rein thermischen Terme gestrichen werden. Mit Hilfe der Voigtschen Notation können die gekoppelten elektromechanischen Zustandsgleichungen in kompakter Matrixschreibweise aufgestellt werden. Dazu werden zur Verdeutlichung Matrizen mit eckigen Klammern, z.B. die Matrix der piezoelektrischen Koeffizienten $[d]$, und Vektoren mit geschweiften Klammern, z.B. der Vektor der mechanischen Spannungen $\{T\}$, gekennzeichnet. Die konstituierenden Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned}\{S\} &= [s^E]\{T\} + [d]^t\{E\} \\ \{D\} &= [d]\{T\} + [\epsilon^T]\{E\}.\end{aligned}\quad (5.1)$$

oder alternativ:

$$\begin{aligned}\{T\} &= [c^E]\{S\} - [e]^t\{E\} \\ \{D\} &= [e]\{S\} + [\epsilon^S]\{E\}\end{aligned}\quad (5.2)$$

Die hochgestellten Indizes innerhalb der Klammern zeigen, dass diese Größe bei der Messung konstant ist, d.h. $[\epsilon^S]$ ist die Permittivität bei konstanter Dehnung und $[s^E]$ die Nachgiebigkeitsmatrix gemessen ohne äußeres elektrisches Feld. Das hochgestellte t außerhalb der Klammern bedeutet, dass die Matrix transponiert ist.

Die Aufstellung der Gleichungen ist hier so vorgenommen, dass die erste Zeile in Gl. (5.2) und Gl. (5.1) jeweils den indirekten, die zweite Zeile jeweils den direkten piezoelektrischen Effekt beschreibt. In Simulatoren wird Gl. (5.2) auch mit *stress charge form* und Gl. (5.1) mit *strain charge form* bezeichnet.

Definiert man zusätzlich Inverse der piezoelektrischen Konstanten und der Dielektrizität, können weitere konstituierende Gleichungen für die Paare $\{E\}$ und $\{S\}$ bzw. $\{E\}$ und $\{T\}$ aufgestellt werden [41, 48].

In Tabelle 5.3 sind alle hier verwendeten Größen mit ihrer algebraische Darstellung zusammengefasst.

Symbol	deutsche Bezeichnung	englische Bezeichnung	algebraische Darstellung
$\{T\}$	mechan. Spannung	<i>stress</i>	6er Vektor
$\{S\}$	mechan. Dehnung	<i>strain</i>	6er Vektor
$[c]$	Elastizitätsmatrix	<i>elasticity stiffness</i>	6×6 Matrix
$[s]$	Nachgiebigkeitsmatrix	<i>compliance flexibility</i>	6×6 Matrix
$\{D\}$	dielekt. Verschiebung	<i>dielectr. displacement</i>	3er Vektor
$\{E\}$	elektr. Feld.	<i>electr. field</i>	3er Vektor
$[\epsilon]$	Permittivität	<i>permittivity</i>	3×3 Matrix
$[d]$	piezoelekt. Koeffizient	<i>piezoelectr. coefficient</i>	3×6 Matrix
$[e]$	piezoelekt. Modul	<i>piezoelectr. modulus</i>	3×6 Matrix

Tab. 5.3: Spezielle Schreibweise zur Darstellung der gekoppelten Gleichungen in Matrixschreibweise.

mechanische Größe		elektrische Größe
Verschiebung \mathbf{u}		Potential Φ
Kraft \mathbf{F}		Ladung Q
Volumenkraftdichte \mathbf{f}		Raumladungsdichte ρ
Spannung \mathbf{T}		dielekt. Verschiebung \mathbf{D}
Verzerrung \mathbf{S}		Feldstärke \mathbf{E}
$\mathbf{T} = \mathbf{c} \mathbf{S}$	Materialgesetz	$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$
Elastizität \mathbf{c}		Permittivität ϵ
$\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$		Grundgesetz der Elektrostatik $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$
$\text{div} \mathbf{T} = -\mathbf{f}$	differentielle Gleichgewichts- bedingung	$\text{div} \mathbf{D} = \rho$

Tab. 5.4: Analogie zwischen mechanischen und elektrischen Größen.

Analogie zwischen mechanischen und elektrischen Größen

Zur Modellierung eines piezoelektrischen Problems mit der finiten Element Methode ist es zweckmäßig, sich hier noch einmal die vorliegende Analogie zwischen mechanischen und elektrischen Größen vor Augen zu führen. Daraus ergibt sich für die folgende Herleitung der piezoelektrischen Bewegungsgleichungen und der Modellierung allgemein ein analoges Vorgehen für beide Domänen. In Tabelle 5.4 sind die entsprechenden Größen gegenübergestellt.

Herleitung der piezoelektrischen Bewegungsgleichungen

Die mechanischen und elektrischen Gleichgewichtsbedingungen für die mechanischen Spannungen $\{T\}$, Volumenkräfte $\{f\}$ und die dielektrische Verschiebung $\{D\}$ mit Raumladungsdichte $\rho = 0$ lauten analog zu Gl. (3.6) und Gl. (3.20):

$$\operatorname{div}\{T\} = -\{f\} \quad (5.3)$$

$$\operatorname{div}\{D\} = 0. \quad (5.4)$$

Die Dehnung $\{S\}$ und der elektrische Feldvektor $\{E\}$ sind durch die folgenden Gleichungen in Voigtscher Notation mit den mechanischen Verschiebungen $\{u\}$ und dem elektrischen Potential $\{\phi\}$ verknüpft:

$$\{S\} = [D]\{u\} \quad (5.5)$$

$$\{E\} = -\nabla\{\phi\} \quad (5.6)$$

in kartesischen Koordinaten

$$[D] = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Um die beschreibenden Bewegungsgleichungen zu erhalten, verwendet man das Hamiltonsche Prinzip der virtuellen Arbeit:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = 0, \quad (5.8)$$

wobei δ die erste Variation des Funktionals $(u, \Phi) \mapsto \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(u, \Phi) dt$ bezeichnet. Hierbei muss das Lagrange-Funktional \mathcal{L} nach [91, 92] so gewählt werden, dass alle relevanten energetischen Anteile berücksichtigt werden, also:

$$\mathcal{L} = E_{kin} - H - W \quad (5.9)$$

mit E_{kin} gleich der kinetischen Energie, H gleich der elektrischen Enthalpie und W gleich der Arbeit der äußeren mechanischen Kräfte und elektrischen Ladungen im Körper und am Rand.

Im nächsten Schritt führt man eine Finite-Element-Diskretisierung ein, indem man das Kontinuum in Teilelemente mit Knoten unterteilt und Ansatzfunktionen $[\mathcal{N}_u]$ und $[\mathcal{N}_\phi]$ festlegt (sog. *shape functions*). Diese Funktionen approximieren die exakten Lösungen für die mechanische Deformation $\{u\}$ und das elektrische Potential $\{\phi\}$ in den einzelnen Elementen mit Hilfe interpolierender Knotenwerte $\{u_i\}$ und $\{\phi_i\}$ als dynamische Freiheitsgrade:

$$\{u\}^e = [\mathcal{N}_u] \{u_i\} \quad (5.10a)$$

$$\{\phi\}^e = [\mathcal{N}_\phi] \{\phi_i\}. \quad (5.10b)$$

Die mechanische Dehnung $\{S\}$ und die elektrische Feldstärke $\{E\}$ können damit elementweise berechnet werden:

$$\{S\}^e = [D][N_u] \{u_i\} = [B_u]\{u_i\} \quad (5.11a)$$

$$\{E\}^e = -\nabla[N_\phi] \{\phi_i\} = -[B_\phi]\{\phi_i\}. \quad (5.11b)$$

Bindet man diese Gleichungen in die Variationsrechnung mit dem Lagrange-Funktional aus Gl. (5.8) ein, erhält man die Bewegungsgleichungen für das elektromechanisch gekoppelte System [48, 93, 94]:

$$[K]\{u\} + [K^p]\{\phi\} = \{F\} \quad (5.12a)$$

$$[K^p]^T\{u\} + [K^d]\{\phi\} = \{L\}. \quad (5.12b)$$

Dabei bezeichnet $\{u\}$ den Verschiebungsvektor, $\{\phi\}$ den Vektor des elektrischen Potentials, $\{F\}$ den Vektor der äußeren Lasten und $\{L\}$ den Vektor der äußeren Ladungen. Weiterhin ist $[K]$ die Systemsteifigkeitsmatrix, $[K^p]$ die piezoelektrische Koppelmatrix und $[K^d]$ die Permittivitätsmatrix. Gl. (5.12) ist also die diskrete Variante von Gl. (5.3) und Gl. (5.4).

Die Integration von inneren Spannungen in diese Bewegungsgleichungen, wie sie in der FEM-Simulation verwendet werden, kann auf drei verschiedene Arten erfolgen:

- **Methode (A):** Eine den inneren Spannungen äquivalente (fiktive) Temperatur wird als externe Körperlast verwendet.
- **Methode (B):** Eine den inneren Spannungen äquivalente (fiktive) Temperatur wird als Randbedingung in einer elektro-mechanisch-thermisch gekoppelten Simulation verwendet.
- **Methode (C):** Die intrinsische Spannung wird in der Systemsteifigkeitsmatrix explizit berücksichtigt.

Für Methode (A) ist es notwendig, eine Temperatur zu berechnen, die einen der inneren Spannung σ_i äquivalenten ebenen Spannungszustand hervorruft. Dazu kann für ein Material mit isotropen Eigenschaften in der Ebene senkrecht zur '3'-Richtung folgende analytische Formel verwendet werden:

$$\Delta\Theta = -\frac{\sigma_x(1 - \nu_x)}{E_x\alpha_x}, \quad (5.13)$$

wobei ν_x die Querkontraktionszahl, E_x den E-Modul und α_x den Wärmeausdehnungskoeffizienten des betreffenden Materials jeweils in '1' bzw. '2'-Richtung bezeichnet. Für Methode (A) wird mit

$$\{\epsilon_{th}\} = [\alpha]\{\Delta\Theta\} \quad (5.14)$$

die durch die Temperaturdifferenz ΔT induzierte mechanische Dehnung berechnet, die nach dem Variationsprinzip in einen thermischen Körperlastvektor $\{F_{th}\}$ umgewandelt

wird. Dieser Kraftvektor wird in Gl. (5.12a) auf der rechten Seite zu $\{F\}$ addiert und somit als äußere thermische Last in der Rechnung berücksichtigt.

Wird die Temperatur als eigener Freiheitsgrad eingeführt, wie es für Methode (B) notwendig ist, muss das Gleichungssystem (5.12) erweitert werden. Zusätzlich zur Kopplung zwischen mechanischer Spannung und Dehnung und zwischen dielektrischer Verschiebung und elektrischem Feld muss der Zusammenhang zwischen Entropie und dem Temperaturgradienten gemäß der vollständig gekoppelten Gleichung (3.46) berücksichtigt werden. In der Formulierung als Bewegungsgleichungen müssen der Temperaturvektor $\{\Theta\}$ und der Wärmevektor $\{Q\}$ eingeführt werden:

$$[K]\{u\} + [K^p]\{\phi\} + [K^{tu}]\{\Theta\} = \{F\} \quad (5.15a)$$

$$[K^p]^T\{u\} + [K^d]\{\phi\} + [K^{pt}]\{\Theta\} = \{L\} \quad (5.15b)$$

$$[K^{th}]\{\Theta\} = \{Q\} \quad (5.15c)$$

Dabei ist $[K^{tu}]$ die thermoelastische Steifigkeitsmatrix, $[K^{pt}]$ die pyroelektrische Koppelmatrix und $[K^{th}]$ die Matrix der thermischen Leitfähigkeit(en).

Die äquivalente Temperatur, berechnet nach Gl. (5.13), wird dann als Randbedingung in die Wärmeleitungsgleichung

$$\operatorname{div}(-\alpha\nabla\Theta) = H_q \quad (5.16)$$

mit der Heizleistung H_q eingesetzt und steuert damit die Lösung Θ in der diskretisierten Wärmeleitungsgleichung (5.15c).

Wird Methode (C) verwendet, wird aus dem vorliegenden inneren Spannungstensor $[\sigma_i]$ nach dem Variationsprinzip eine Steifigkeitsmatrix $[S]$ (*stress stiffening matrix*) bestimmt

$$[S] = \int_V [\mathcal{B}_u]^T [\sigma_i] [\mathcal{B}_u] dv, \quad (5.17)$$

die zur Systemsteifigkeitsmatrix $[K]$ addiert wird und diese in Gl. (5.12a) ersetzt:

$$[K]' = [K] + [S]. \quad (5.18)$$

5.3.2 Implementation in speziellen Simulatoren

Um das Verhalten einer Mikrofonmembran zu beschreiben, ist es notwendig, die piezoelektrische Ausgangsspannung bei dynamischem Schalldruck, also ihren Frequenzgang zu bestimmen. Dabei wird das Übertragungsverhalten der Membran über das gesamte Spektrum der menschlichen Sprache von 20 Hz bis 20 kHz bei einer Belastung von 20 mPa, dem mittleren Schalldruck bei normalem Sprachgebrauch, bestimmt. Da das mechanische Verhalten der Membran stark von den vorliegenden inneren Spannungen abhängt, ist eine Frequenzganganalyse unter Einbeziehung aller Effekte durch innere Spannungen und die piezoelektrische Kopplung unerlässlich.

Generell können alle drei zuvor beschriebenen Methoden verwendet werden, um innere Spannungen in eine piezoelektrischen FEM-Simulation zu integrieren. In kommerziell

erhältlichen Simulatoren gibt es jedoch Restriktionen, was die Kombination dieser Möglichkeiten entweder mit piezoelektrischen Elementen oder in einer Frequenzganganalyse betrifft.

In ANSYS v.11 ist es beispielsweise nicht implementiert, Methode (C), bei der die innere Spannung direkt in die Steifigkeitsmatrix integriert wird, zusammen mit piezoelektrischen Elementen zu benutzen. Andererseits kann eine Temperaturlast, die zur Emulation einer inneren Spannung benutzt wird (Methode A) nicht in Kombination mit einer Frequenzganganalyse verwendet werden. Die Temperaturlast würde auch als Kleinsignal interpretiert und zeitperiodisch variiert werden. Daher muss in diesem Fall elektro-thermo-mechanisch gerechnet werden wie es in Methode (B) beschrieben wurde.

In COMSOL 4.2 steht nur Methode (C) zur Verfügung, da hier die Kopplung zwischen der thermischen Domäne bei piezoelektrischen Elementen nicht implementiert ist.

Im Folgenden soll nun aufgezeigt werden, welche Voraussetzungen erfüllt sein müssen, um jeweils in den Simulationsprogrammen ANSYS und COMSOL eine piezoelektrische Frequenzganganalyse unter Berücksichtigung der intrinsischen Spannungen durchzuführen. Als Demonstrator wurde eine vollständig geschlossene Membran (Design 1) als einfachste Geometrie mit moderaten inneren Zugspannungen von 10 MPa in der SiO₂-Schicht simuliert.

ANSYS

Wie bereits oben erwähnt, ist in ANSYS v. 11 eine gekoppelte elektro-thermo-mechanische Simulation die einzige Möglichkeit eine vorgespannte harmonische Analyse mit piezoelektrischen Elementen durchzuführen. Dazu wurde der Elementtyp *solid 227* ausgewählt, der mechanische, elektrische und thermische Freiheitsgrade zur Verfügung stellt. Für die rein strukturmechanischen Bereiche wurde der Typ *solid 187* mit mechanischen und thermischen Freiheitsgraden verwendet. Diese Elemente sind tetraederförmig mit quadratischen Ansatzfunktionen.

Zur ersten Bewertung der Membran wird vor der harmonischen Analyse eine Analyse mit statischen Druck und inneren Spannungen durchgeführt. Diese besteht aus zwei Teilschritten. In einer ersten statischen Analyse wird der Effekt der inneren Spannungen berechnet, indem die Steifigkeitsmatrix $[S]$ (ausgelöst durch den Befehl *sstif*) iterativ so lange berechnet wird, bis die Auslenkung ein gegebenes Konvergenzkriterium erreicht. Diese Art der Belastung erzeugt Dehnungen in '3'-Richtung, die wiederum piezoelektrische Ladungen in der AlN-Schicht nach sich ziehen, die von den Elektroden aufgenommen werden. Diese elektrische Ausgangsspannung kann als Offset-Spannung betrachtet werden, da nur die dynamisch durch Schalldruck erzeugte Spannung von dem Mikrophon detektiert werden soll. Im nächsten Schritt wird ein äußerer statischer Druck auf die Membranoberfläche aufgegeben, und die Berechnung von nichtlinearen Verformungen wird über den Befehl *ngeom* (= nichtlineare Geometrie) ausgewählt, um die Versteifungseffekte richtig berücksichtigen zu können. Von dem errechneten Wert für die elektrische Spannung muss nun der statische Offset subtrahiert werden, um die absolute Sensitivität der Membran zu erhalten.

Angewandt auf die Mikrophonmembran erhält man mit inneren Spannungen eine Sensitivität von 1,24 μV bei statischem Druck. Dies stellt eine drastische Reduzierung im Vergleich zur Simulation ohne inneren Spannungen dar, bei der eine Sensitivität von 15,0 μV

erreicht wird.

Die Frequenzganganalyse für diese vorgespannte Membran besteht wiederum aus zwei hintereinander geschalteten Simulationen. Im ersten Schritt wird in einer statischen Analyse die Steifigkeitsmatrix $[S]$ zur Einbeziehung der inneren Spannungen berechnet, wobei hier allerdings der Befehl *pstres* verwendet werden muss. Mit diesem Kommando wird die Steifigkeitsmatrix in einem Schritt, also nicht iterativ, berechnet. In der darauffolgenden harmonischen Analyse wird $[S]$ zur Systemsteifigkeitsmatrix $[K]$ addiert und damit die dynamische Systemantwort berechnet. Das Ergebnis der harmonischen Analyse bei 1 kHz beträgt $1,27 \mu\text{V}$, was in sehr guter Übereinstimmung mit dem statischen Ergebnis steht.

Die Ergebnisse sowohl der statischen wie auch der harmonischen Analyse jeweils mit und ohne innere Spannungen sind in Abb. 5.3 dargestellt. Man sieht, dass die Ergebnisse sowohl für den Fall mit als auch ohne innere Spannungen konsistent sind, da sich der statische Wert jeweils als Grenzfall der dynamischen Analyse ergibt. Außerdem ist auffällig, wie stark die elektrische Ausgangsspannung durch die inneren Spannungen reduziert wird, obwohl in diesem Fall nur moderate Werte für die Spannungen verwendet worden sind. Außerdem wird die Eigenfrequenz aufgrund der vorliegenden Zugspannung auf einen Wert über 20 kHz erhöht.

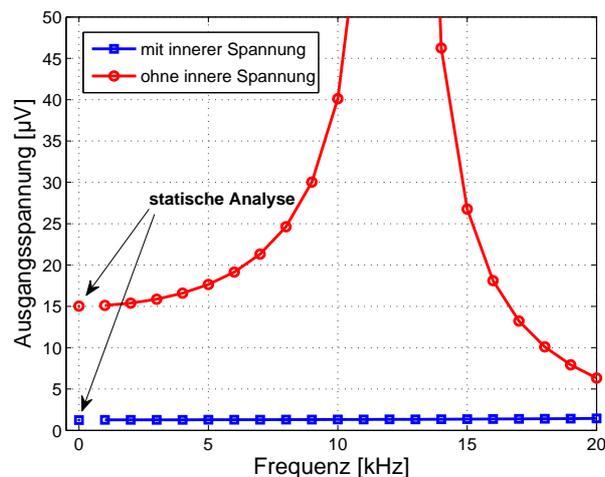


Abb. 5.3: Statische Simulation und Frequenzganganalyse in ANSYS: beide Simulationen zeigen konsistente Ergebnisse sowohl für den Fall mit als auch ohne innere Spannungen.

COMSOL

Für die Vernetzung des Modells wurden prismenförmige Elemente mit dreieckiger Grundfläche und quadratischen Ansatzfunktionen verwendet.

Die Durchführung einer harmonischen Simulation eines piezoelektrischen Problems mit Vorspannungen ist in COMSOL wesentlich einfacher als in ANSYS. Die inneren Spannungen können hier direkt im mechanischen Modell aufgebracht werden und müssen nicht über eine äquivalente Temperatur als zusätzlicher Freiheitsgrad emuliert werden.

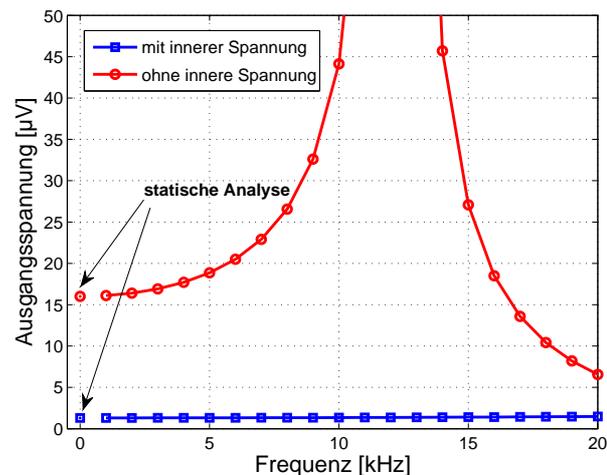


Abb. 5.4: Statische Simulation und Frequenzganganalyse in COMSOL: beide Simulationen zeigen konsistente Ergebnisse sowohl für den Fall mit als auch ohne innere Spannungen.

Da in einer derartigen Simulation keine Dehnungen in z-Richtungen entstehen, fällt keine Offset-Spannung in der statischen Simulation an, die später subtrahiert werden müsste. Eine Simulation der elektrischen Spannung bei statischem Druck und inneren Spannungen liefert ein Ergebnis von $1,30 \mu\text{V}$. Im Gegensatz dazu hat eine nicht vorgespannte Membran eine Sensitivität von $16,0 \mu\text{V}$.

Für die harmonische Analyse sind auch hier zwei Teilschritte notwendig, da in einer ersten statischen Simulation die Versteifung der Membran berechnet werden muss. Um generell innere Spannungen berücksichtigen zu können, wird die Einstellung *include geometric nonlinearities* benötigt. Sollen zudem tatsächliche geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt werden, muss explizit ein nichtlinearer Gleichungslöser (*solver*) ausgewählt werden. Die Ergebnisse der statischen und der harmonischen Simulationen stimmen für niedrige Frequenzen sehr gut überein, was aus Abb. 5.4 entnommen werden kann.

Die Graphen zeigen außerdem, dass beide Simulatoren im Rahmen einer gewissen Toleranz das gleiche Ergebnis liefern. Trotzdem wurde im Folgenden COMSOL als Simulationswerkzeug gewählt, da dort die Integration von inneren Spannungen in eine piezoelektrische Analyse wesentlich unkomplizierter und ohne den Umweg über die Temperatur als zusätzlichen Freiheitsgrad möglich ist.

5.4 Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten

5.4.1 Knicken durch intrinsische Druckspannungen

Wie in Abs. 4.1 beschrieben, treten in den verschiedenen Schichten der Mikrofonmembran innere Spannungen auf. Da es sich dabei teilweise um hohe Druckspannungen handelt, kann es zu einer unerwarteten Verformung allein aufgrund dieser inneren Last unabhängig von einem äußeren Druck kommen. Die allseitig eingespannte Membran ist nicht mehr eben, sondern verformt und dadurch extrem versteift und somit funktionsuntüchtig. Dieser Effekt ist abhängig von dem inneren Spannungszustand und der Geometrie der Membran und wird als Knicken (*buckling*) unter einer inneren Last bezeichnet.

Dieser Abschnitt gibt daher eine kurze allgemeine Einführung zum Thema Knicken bei Stäben und beschichteten Substraten, sowie analytische Formeln zur Bestimmung von kritischen Lasten. Da die vorliegenden Membranen nicht mehr analytisch berechnet werden können, wird die Methode der numerischen linearen Knickanalyse eingeführt.

Beispiele für Knickprobleme und deren Beschreibung

Das einfachste Beispiel für ein Knickproblem ist der Euler-Druckstab, ein elastischer, einseitig eingespannter Stab, der durch eine äußere Drucklast abrupt aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage gebracht wird (siehe Abb. 5.5 (a)). Es stellt sich eine zweite stabile Gleichgewichtslage mit einer seitlichen Auslenkung u ein. Im dazugehörigen Kraft-Weg-Diagramm (siehe Abb. 5.5 (b)) ist der Punkt der plötzlichen Verformung, der Verzweigungspunkt (*bifurcation point*), mit der kritischen Last F_{krit} verknüpft, bei der es zum Knicken kommt. Der Stab ändert also ab einer gewissen Last sein lineares mechanisches Verhalten und reagiert nichtlinear. Nach welcher Seite der Stab knickt, kann nicht vorhergesagt werden, da dies von Materialunreinheiten oder von einer unsymmetrischen Belastung abhängt.

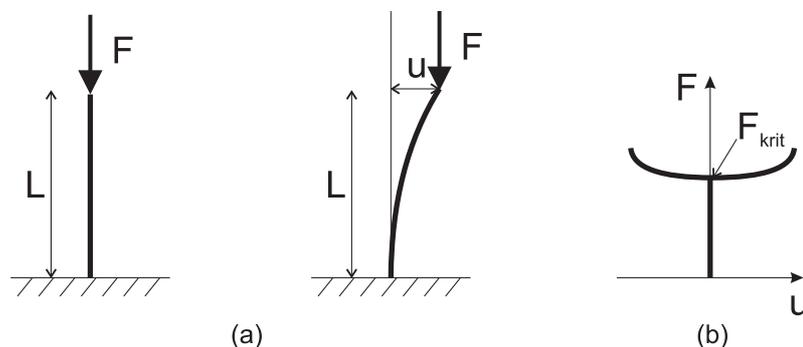


Abb. 5.5: (a) Euler Knickstab (b) Verzweigung der Last im Kraft-Weg-Diagramm

Die kritische Last, ab der ein Knicken auftritt, kann für verschiedene Einspannungen des

Stabes analytisch berechnet werden [95]. Für den gezeigten Stab beträgt sie

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}, \quad (5.19)$$

wobei L die Länge des Stabes, E den Elastizitätsmodul des Materials und I das kleinste Flächenträgheitsmoment des Querschnitts bezeichnet.

Betrachtet man anstelle eines Druckstabes ein nicht eingespanntes Substrat mit einer dünnen Beschichtung, kann das Verhalten bei Knicken analog beschrieben werden. Die Drucklast, die das Knicken verursacht, wird allerdings nicht von außen aufgebracht, sondern ist innerhalb des Films als intrinsische Spannung gespeichert.

Liegen moderate Spannungen innerhalb der Beschichtung vor, so verbiegt sich das Substrat im linearen Bereich kuppelförmig, also radialsymmetrisch. Bei größerer Belastung wird sich das Substrat ab einer kritischen Last zylinderförmig aufrollen. Die Entstehung dieser nicht punktsymmetrischen und geometrisch nichtlinearen Verformung beim Knicken resultiert aus einer Minimierung der Energie. Die Verformung wird vollständig in eine Biegung umgesetzt, was zu einer zylinderförmigen nichtlinearen Verformung führt. Für eine quadratische Platte der Seitenlänge L kann die kritische Dehnung innerhalb der Beschichtung, die ein Knicken verursacht, folgendermaßen angegeben werden [68]:

$$\epsilon_{krit} = \frac{4}{3(1+\nu)^{3/2}} \frac{h_s^2 \pi h_s}{L^2 h_f} \left(1 + \frac{h_f}{h_s}\right)^4. \quad (5.20)$$

Dabei muss gelten, dass Substrat und Film ungefähr die gleichen Materialparameter besitzen. h_f bezeichnet die Filmdicke, h_s die Substratdicke und ν die Poissonzahl. Die kritische Spannung lässt sich mit Hilfe des Elastizitätsmoduls daraus berechnen:

$$\sigma_{krit} = \epsilon_{krit} \frac{E}{1-\nu}. \quad (5.21)$$

Eine allseitig eingespannte mehrschichtige Membran, wie sie hier mit Design 1 vorliegt (vgl. Abs. 3.3), verhält sich ähnlich, wenn Druckspannungen innerhalb einer oder mehrerer Schichten vorhanden sind. Greifen keine äußeren Lasten an der Membran an, wird sie im linearen Bereich allein durch die inneren Spannungen nicht verformt, sondern bleibt durch die allseitige Einspannung planar. Nur durch eine äußere Drucklast kommt es zu einer punktsymmetrischen Verformung. Sind die inneren Druckspannungen aber größer als eine kritische Last, knickt die Struktur ohne äußere Einwirkung. Dabei kann sich die Membran stellenweise vom Rand lösen, um die in diesem Fall energetisch günstigste Verformung eines Zylinders zu erreichen. Um die Belastungsgrenze bei derartigen Strukturen zu bestimmen, bietet sich eine einfache numerische lineare Knickanalyse an.

Numerische lineare Knickanalyse

Zur Bestimmung von kritischen Knicklasten bei elastomechanischen Problemen kann eine numerische sogenannte lineare Knicksimulation verwendet werden. Dabei wird eine Eigenwertanalyse durchgeführt ohne die Verformung der Struktur nach dem Knicken

nichtlinear berechnen zu müssen. Eine derartige Analyse ist hier ausreichend, da lediglich festgestellt werden soll, ob bei einer bestimmten Geometrie und bei gegebenen inneren Spannungen Knicken auftritt oder nicht. Die genaue Verformung ist nicht von Interesse für weitere Untersuchungen, da diese Mikrophone ohnehin nicht funktionsfähig wären. Bei einer linearen Knickanalyse wird folgendes Gleichungssystem gelöst:

$$([K] + \lambda_i[S]) \{\psi\}_i = \{0\}, \quad (5.22)$$

wobei $[K]$ die Systemsteifigkeitsmatrix und $[S]$ die Steifigkeitsmatrix (*stress stiffening matrix*) bezeichnet. Weiterhin sind $\{\psi\}_i$ die Eigenvektoren der Verschiebung und λ_i die Eigenwerte des Systems, die als Multiplikator vor der Spannungsbelastung auftreten. So ist das Ergebnis der Simulation ein Faktor k , der das Verhältnis von kritischer Belastung σ_{krit} und gegebener innerer Spannung σ_{geg} angibt:

$$k = \frac{\sigma_{krit}}{\sigma_{geg}}. \quad (5.23)$$

Diese Analyse wird in Abs. 6.1 zur Untersuchung des Knickverhaltens von Design 1 verwendet.

5.4.2 Geometrische Nichtlinearitäten durch intrinsische Zugspannungen

Geometrisch nichtlineare Verformungen müssen im Allgemeinen dann berücksichtigt werden, wenn entweder große Auslenkungen oder starke Rotationen auftreten, wie es in der Skizze in Abb. 5.6 angedeutet ist. Dann wird zur Berechnung der Dehnung der nichtlineare Greensche-Verzerrungstensor aus Gl. (3.10) verwendet. In diesem Fall kommt es zu einer Dehnung der Mittelebene und damit zu Zugspannungen innerhalb der Membran, die mit der linearen Plattentheorie, die nur Biegung, Torsion und Scherung beinhaltet, nicht beschrieben werden können.



Abb. 5.6: Geometrisch nichtlineare Verformung eines Balkens in zwei Dimensionen.

Wird die Mikrofonmembran mit einem Schalldruck belastet, treten weder Auslenkungen auf, die größer sind als die Membrandicke, noch starke Rotationen. Daher wäre es primär ausreichend mit einem linearen Zusammenhang zwischen Dehnung und Auslenkung zu rechnen.

Durch die intrinsischen Zugspannungen kommt es jedoch zu einem ähnlichen Effekt wie durch hohe Auslenkung oder starke Rotation, der die Verwendung der nichtlinearen Gleichungen zur Berechnung der Dehnungen notwendig macht. Nur so kann sicher gestellt werden, dass die Spannungsversteifung, die durch die intrinsischen Zugspannungen in

das System eingebracht werden, in der Simulation berücksichtigt und die Verformung korrekt berechnet wird. In Gl. (3.10) ist der nichtlineare Ansatz zur Berechnung der Dehnung näher erläutert.

In Abb. 5.7 werden Graphen von verschiedenen harmonischen Simulationen von Design 3 miteinander verglichen. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis einer Simulation ohne innere Spannungen. Bei den beiden anderen Simulationen wurden innere Spannungen gemäß der gemessenen Werte in den einzelnen Schichten eingetragen. Die Simulation, bei der nichtlineare geometrische Verformungen berücksichtigt wurden, hier mit einer gestrichelten Linie gekennzeichnet, zeigt eine eindeutige Verschiebung der Resonanzfrequenz und eine Reduktion der Sensitivität. Das Ergebnis der linearen Simulation mit inneren Spannungen fällt dagegen vollständig mit der Simulation ohne innere Spannungen zusammen. Das zeigt eindeutig, dass eine nichtlineare Berechnung unbedingt notwendig ist. Die dafür in COMSOL benötigten Einstellungen sind *include geometric nonlinearities* und ein explizit nichtlinearer Löser in der statischen Analyse.

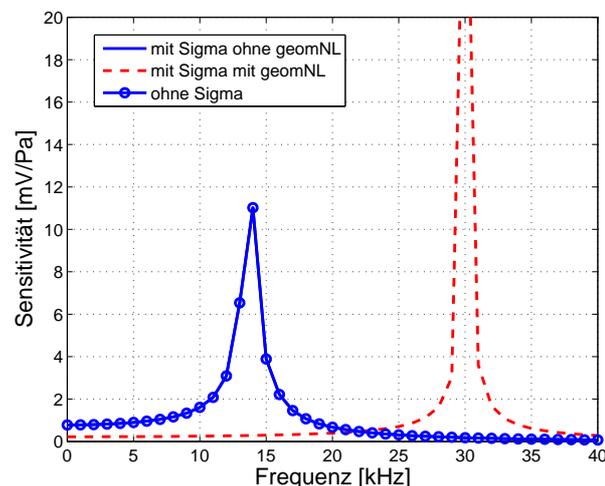


Abb. 5.7: Harmonische Analyse von Design 3 ohne und mit inneren Spannung für verschiedene Einstellungen zur Berücksichtigung von nichtlinearen geometrischen Verformungen in COMSOL.

6. Optimierung von MEMS-Mikrofonmembranen

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln die Methoden und Werkzeuge für eine verlässliche numerische Analyse dargestellt wurden, soll in diesem Kapitel die Optimierung der MEMS-Mikrofonmembranen mit Hilfe des erstellten FEM-Modells diskutiert werden.

Am Anfang steht dabei eine generelle Bewertung der drei vorgestellten Designs anhand von Frequenzgang- und Knickanalysen in Abs. 6.1. Für das auf der Basis dieser Ergebnisse ausgewählte Design werden anschließend diejenigen Geometrieparameter bestimmt, die einen signifikanten Einfluss auf die Membrancharakteristiken haben. Dazu wird die statistische Methode der Varianzanalyse benutzt, die zusammen mit der Auswertung in Abs. 6.2 beschrieben ist. Damit ist es möglich, die für bestimmte Zielgrößen signifikanten Parameter zu bestimmen. In diesem Fall sind das diejenigen Variablen, die einen signifikanten Einfluss auf die Resonanzfrequenz und die elektrische Ausgangsspannung besitzen. Mit diesem reduzierten Variablensatz ist es dann möglich, eine sinnvolle Optimierung des Designs durchzuführen, um einen möglichst ebenen Frequenzgang bei maximaler Sensitivität zu erhalten (Abs. 6.3). Zusätzlich wird eine weitere Methode zur Steigerung der Sensitivität durch ein alternatives Schaltungskonzept diskutiert.

Außerdem soll die Membran möglichst unempfindlich auf Prozessschwankungen und Umwelteinflüsse reagieren. Bei den vorliegenden mehrschichtigen Membranen sind dafür besonders die Auswirkung von Schwankungen der inneren Spannungen relevant. Dazu werden in Abs. 6.4 weitere Simulationen und statistische Auswertungen vorgestellt, aus denen sich Regeln zur Erstellung eines möglichst robusten Designs ableiten lassen.

6.1 Bewertung der verschiedenen Mikrophonedesigns

In diesem Abschnitt soll eine erste Bewertung der drei verschiedenen Designvarianten für eine piezoelektrische MEMS-Mikrofonmembran gegeben werden, wie sie in Abs. 3.3 vorgestellt wurden. Ziel ist es dabei, die Variante auszuwählen, die die höchste elektrische Ausgangsspannung bei einer Resonanzfrequenz von über 20 kHz liefert und dabei möglichst wenig sensitiv gegenüber Schwankungen der intrinsischen Spannungen ist. Dieser Aspekt ist besonders wichtig, da es in der Herstellung oft zu Fluktuationen bei den inneren Spannungen kommt, wohingegen die geometrischen Abmessungen gut kontrolliert werden können.

Zur Bewertung werden verschiedene numerische Analysen durchgeführt. Als erstes ist es

	σ_{krit}	σ_{geg}
piezoelektrische Schicht	-4,3 MPa	-4 MPa
SiO ₂ -Schicht	-4,4 MPa	-81 MPa

Tab. 6.1: Kritische Werte für intrinsische Druckspannungen σ_{krit} in der piezoelektrischen Schicht und im Siliziumdioxid der Mikrophonmembran bestimmt durch numerische lineare Knickanalyse im Vergleich zu den vorliegenden Spannungen σ_{geg} .

notwendig auszuschließen, dass die Membran aufgrund der vorliegenden Druckspannungen knickt und so funktionsuntauglich wird. Dazu werden numerischen Knickanalysen (siehe Abs. 5.4.1) durchgeführt und ausgewertet.

Anschließend wird der Frequenzgang der Mikrophonmembranen untersucht, um die Sensitivität und die Eigenfrequenzen zu bestimmen. Dazu werden harmonische Simulationen nach der in Abs. 5.3 beschriebenen Methode mit einem Referenzdruck von 20 mPa durchgeführt.

Diese erste Bewertung der drei verschiedenen Designs erfolgt auf Basis der Geometrie- und Materialparameter, wie sie in Abs. 5.2 beschrieben sind. Die inneren Spannungen in den einzelnen Schichten werden nach den Messergebnissen in Tabelle 4.1 verwendet. Für den Polymerüberzug werden die Daten von plasmageätztem Parylene C aus Tabelle 4.3 benutzt. Sowohl bei der Verwendung von Parylene HT als auch beim KOH-Ätzen traten technologische Schwierigkeiten auf, die eine Nutzung dieser weniger spannungsbehafteten Alternativen unmöglich machen.

Knickanalysen

Laut der Messergebnisse für die inneren Spannungen in den Mikrophonmembranen treten sowohl in der piezoelektrischen Schicht als auch im Siliziumdioxid innere Druckspannungen auf. Dies ist hauptsächlich bei einer vollständig geschlossenen Membran (Design 1, siehe Abb. 5.1(b)) problematisch, da es wegen der festen Einspannung zum Knicken (*buckling*) kommen kann. Bei den anderen Designs besteht durch die Strukturierung in Segmente genug Spielraum für eine Spannungsentlastung durch Verformung.

Daher wird im Folgenden die maximale Last für die Schichten mit Druckspannungen in Design 1 mittels Simulation bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Es zeigt sich, dass die durchschnittlich vorliegende Spannungsbelastung von -4 MPa Druck in der piezoelektrischen Schicht genau an der Grenze liegt. Durch sie würde es noch nicht zwangsläufig zu einem Knicken der Membran kommen. Die inneren Spannungen von -81 MPa Druck innerhalb der Siliziumdioxidschicht übersteigen den kritischen Wert von ca. -4 MPa jedoch um ein Vielfaches und führen somit in jedem Fall zu einem Knicken der Struktur.

Dies kann auch durch experimentelle Beobachtungen bestätigt werden. Abb. 6.1 zeigt eine interferometrische Aufnahme einer Mikrophonmembran eines Prototypen von Design 1, bei der es zum Knicken gekommen ist. Es ist dabei deutlich zu sehen, dass sich die Membran teilweise von der Einspannung gelöst hat und zylinderförmig aufgerollt ist.

Aus diesem Grund wird diese Designvariante in den nachfolgenden Simulationen nicht mehr berücksichtigt, da sie aufgrund der vorliegenden inneren Spannungen funktionsuntauglich ist.

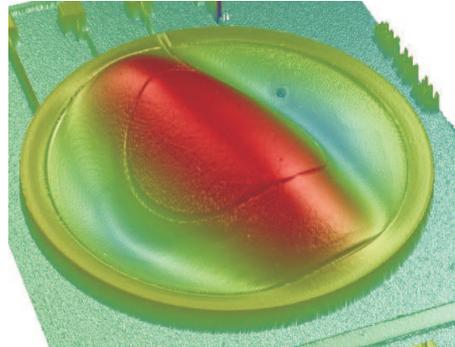


Abb. 6.1: Interferometrische Aufnahme einer Mikrofonmembran nach Design 1, bei der es durch intrinsische Druckspannungen zum Knicken gekommen ist.

Anmerkung

Einen Hinweis auf das Knicken einer Struktur erhält man auch in anderen Simulationen. Treten bei einer Modalanalyse imaginäre Eigenfrequenzen auf, deutet das auf ein Knickproblem hin. Durch die extreme Versteifung nach dem Knicken lässt sich die Membran nicht mehr auslenken, was einer starken Dämpfung entspricht, die sich in imaginären Eigenwerten zeigt.

Bei einer harmonischen Frequenzganganalyse spiegelt sich dieses Verhalten in einem hohen Wert des elektrischen Potentials bei sehr niedriger Frequenz wieder. In Abb. 6.2 ist der Frequenzgang des elektrischen Potentials einer Membran mit inneren Druckspannungen unterhalb und oberhalb des kritischen Wertes dargestellt. Bei niedrigen inneren Spannungen ist deutlich die Resonanzfrequenz im Bereich von 8 kHz zu erkennen (siehe Abb. 6.2 (a)), wohingegen der Graph in Abb. 6.2 (b) den beschriebenen untypischen Verlauf zeigt, der auf ein Knicken hindeutet.

Frequenzganganalyse und Robustheit

Da Design 1 bereits ausgeschlossen wurde, sollen im Folgenden die Designvarianten 2 und 3 näher betrachtet werden. In Abb. 5.1 ist jeweils eine Skizze des Aufbaus mit den verwendeten Parametern gezeigt, wie sie zur Erstellung des Simulationsmodells verwendet wurden. Die Parameterbezeichnung für die Höhen der Schichten und die Werte für alle geometrischen Abmessungen für die Ausgangskonfiguration ist in der dazugehörigen Tabelle 5.1 gegeben. Mit diesen beiden Simulationsmodellen wurde das Membranverhalten mit und ohne innere Spannungen in harmonischen Analysen bis 40 kHz untersucht.

Frequenzganganalyse

Der Vergleich der Frequenzgangkurven zeigt, dass sich Design 2 und Design 3 ohne die Wirkung von inneren Spannungen sehr ähnlich verhalten. Die elektrische Sensitivität und die Eigenfrequenzen liegen mit 0,77 mV/Pa und 13,1 kHz für Design 2 bzw. 0,70 mV/Pa

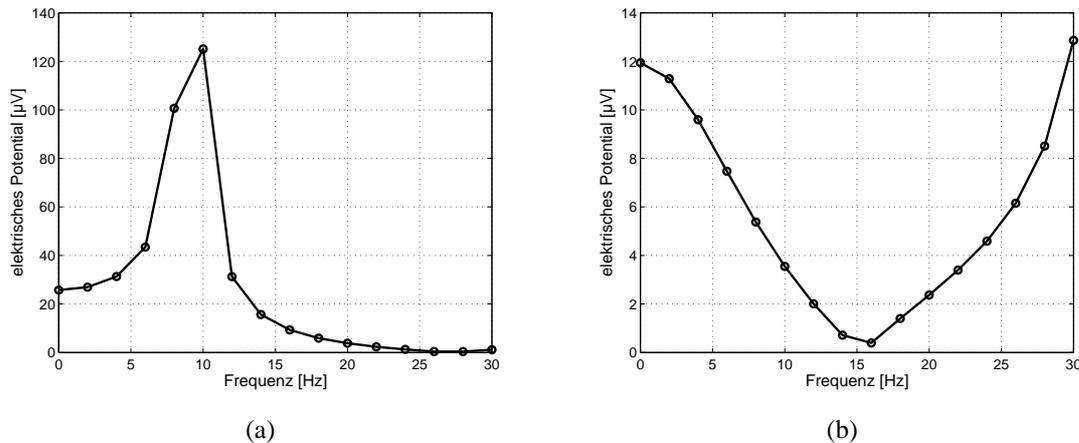


Abb. 6.2: Harmonische Frequenzganganalyse des elektrischen Potentials einer Mikrofonmembran nach Design 1 mit intrinsischen Druckspannungen in der piezoelektrischen Schicht von (a) -2 MPa und (b) -7 MPa. Bei (b) ist die Belastung über dem kritischen Punkt, daher tritt Knicken auf.

und 13,9 kHz für Design 3 sehr nahe zusammen. Der Frequenzgang der beiden Varianten dargestellt, in Abb. 6.3 (a), stimmt fast vollständig miteinander überein.

Das unterschiedliche Verhalten macht sich erst mit inneren Spannungen bemerkbar.

Abb. 6.3 (b) zeigt den Frequenzgang der beiden Strukturen mit inneren Spannungen. Design 3 mit Korrugationen ist weniger steif, was sich in einer geringeren Eigenfrequenz von 31,1 kHz im Gegensatz zu 46,3 kHz für Design 2 niederschlägt. Dadurch ist die elektrische Sensitivität mit 0,19 mV/Pa mehr als doppelt so hoch wie für die Struktur ohne Korrugationen.

Generell ist im Vergleich der Kurven mit und ohne innere Spannung gut zu erkennen, welchen drastischen Einfluss dieser parasitäre Effekt auf das Membranverhalten hat. Abb. 6.4 zeigt die Graphen getrennt für beide Designs. Einerseits wird die Eigenfrequenz erhöht, was in diesem Fall von Vorteil ist, da für Mikrophone ein lineares Verhalten bis mindestens 20 kHz angestrebt wird. Andererseits wird aber die elektrische Sensitivität dramatisch verringert. Bei Design 2 reduziert sich das Ausgangssignal um 89% auf 0,08 mV/Pa. Bei Design 3 beträgt der Verlust 73% und die elektrische Sensitivität damit 0,19 mV/Pa.

Robustheit

Im Herstellungsprozess kommt es durch unterschiedliche Umgebungsparameter oft zu Variationen der eingebrachten inneren Lasten. Des Weiteren kann sich der Spannungszustand im späteren Gebrauch durch Umwelteinflüsse (Temperatur, Feuchtigkeit, ...) ändern. Diese Schwankungen sollten von dem Membrandesign möglichst gut abgefangen werden können, so dass innerhalb einer gewissen Schwankungsbreite möglichst keine Änderung der Membrancharakteristik auftritt. Die Sensitivität des Designs auf Spannungsänderungen soll also möglichst gering sein. Man spricht dabei von einem robusten Design (siehe Abs. 6.4).

Für Design 2 und Design 3 wurde daher die Änderung der Resonanzfrequenz und des Ausgangssignals für unterschiedliche innere Belastungen ausgewertet. Die inneren Span-

nungen variieren dabei um $\pm 30\%$ um den durch Messung bestimmten Referenzwert. In Abb. 6.5 sind der Verlauf der Eigenfrequenz und das Verhalten der elektrischen Sensitivität für beide Designs dargestellt.

Die Eigenfrequenz ändert sich mit der Änderung der inneren Spannung um die 100% Marke in etwa linear um ca. $\pm 12\%$ für Design 2 und um ca. $\pm 9\%$ für Design 3. Generell führen weniger Spannungen zu geringeren Eigenfrequenzen, die aber im gesamten Bereich über den geforderten 20 kHz liegen.

In Bezug auf das elektrische Ausgangssignal ist die Sensitivität auf die Änderung der inneren Spannung bei Design 2 prozentual gesehen stärker, obwohl die Kurve in Abb. 6.5 (b) flacher abfällt. Für dieses Design verringert sich das elektrische Potential um 17%, wenn die inneren Spannungen auf 130% steigen, und sie erhöht sich um 28%, wenn die intrinsische Spannung geringer wird. Bei Design 3 fällt die Reaktion auf die Änderungen mit -13% und +19% weniger stark aus. Außerdem ist bei diesem Design mit Korrugationen der absolute Wert für die Ausgangsspannung über den ganzen Bereich deutlich höher.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Resonanzfrequenz aller bisher untersuchten Strukturen oberhalb der für ein Mikrofon notwendigen Schwelle von 20 kHz liegt.

Die Sensitivität auf ein akustisches Signal als zweites ausschlaggebendes Kriterium muss für das gesamte Mikrofon einschließlich Gehäuse und Verstärker mindestens 8 mV/Pa betragen. Für die Membran alleine wird unter Berücksichtigung der gemessenen inneren Spannungen für Design 2 ein Wert von 0,08 mV/Pa erreicht, für Design 3 beträgt die Sensitivität 0,19 mV/Pa. Die erzeugten elektrischen Spannungen sind somit zu gering, als dass sie mit einer Verstärkerschaltung ausreichend erhöht werden könnten, um die Spezifikationen zu erreichen.

Eine Optimierung der Geometrie zur Erhöhung der Ausgangsspannung ist daher unumgänglich. Eine Membran mit Korrugationen entlang der Biegebalkenelemente bietet dafür den besten Ausgangspunkt, da sie im Vergleich zu den anderen Varianten wesentlich empfindlicher ist. Die geringere Sensitivität auf Änderungen der inneren Spannung ist ein weiterer Vorteil. Daher werden alle folgenden Optimierungen auf Grundlage des Design 3 durchgeführt.

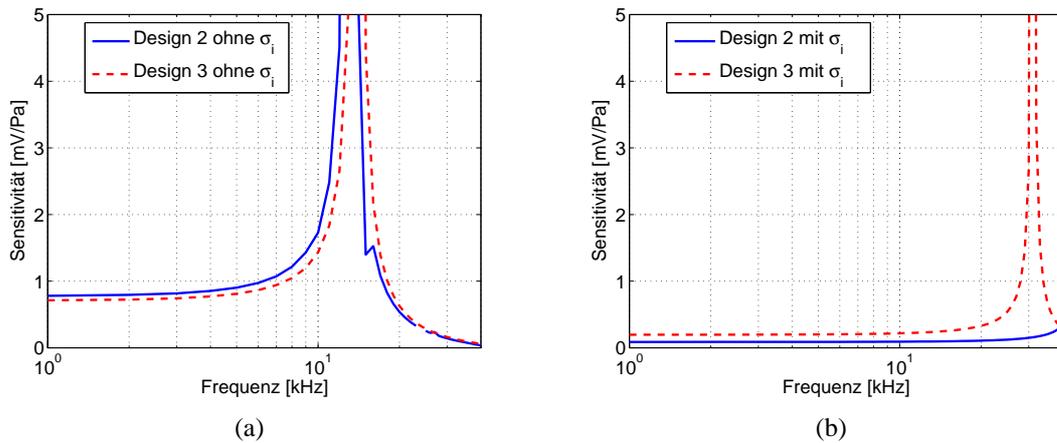


Abb. 6.3: Harmonische Frequenzganganalyse der elektrischen Sensitivität einer Mikrofonmembran nach Design 2 und Design 3: (a) ohne und (b) mit intrinsischen Spannungen σ_i .

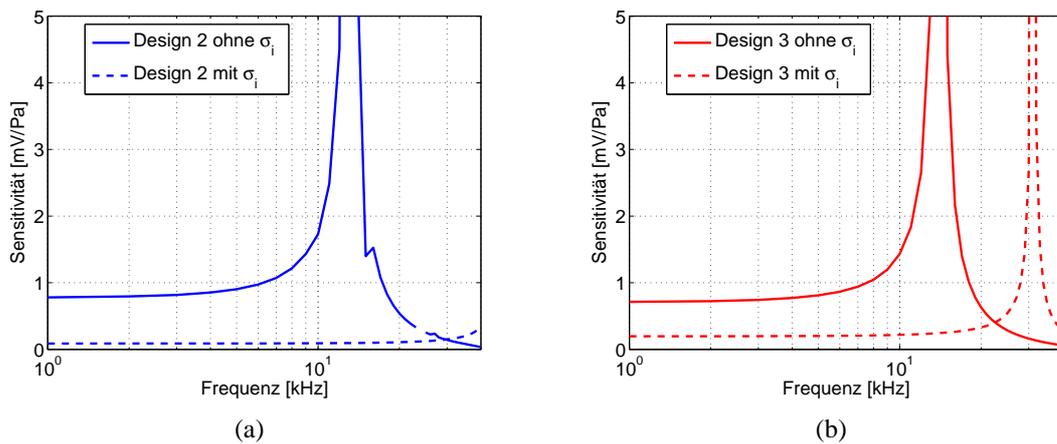


Abb. 6.4: Harmonische Frequenzganganalyse der elektrischen Sensitivität einer Mikrofonmembran mit und ohne intrinsische Spannungen σ_i : (a) Design 2 und (b) Design 3.

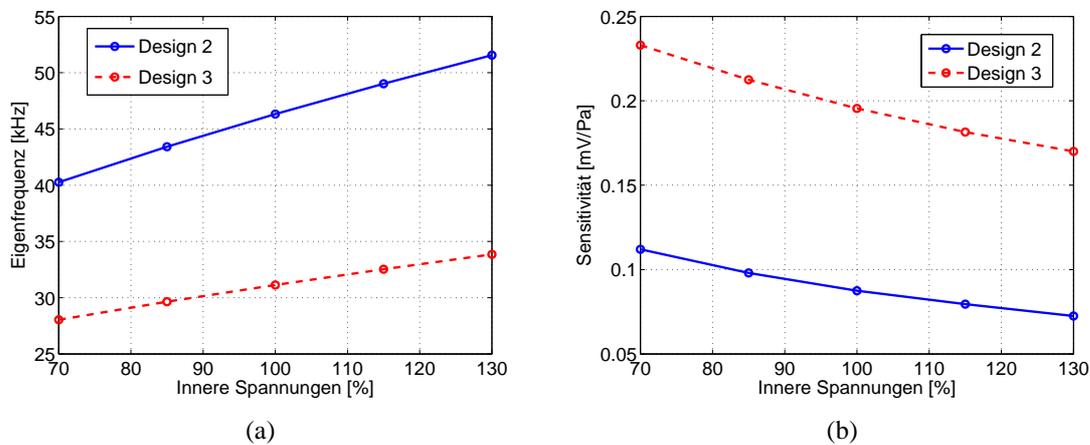


Abb. 6.5: Sensitivität von Design 2 und Design 3 auf Schwankungen der intrinsischen Spannungen: (a) Eigenfrequenz der Membran und (b) elektrische Sensitivität. 100% entspricht dabei den Messwerten für die inneren Spannungen.

6.2 Identifikation der signifikanten Parameter

Wie zum Abschluss von Abs. 6.1 angedeutet ist eine Optimierung der Mikrofonmembran hinsichtlich der piezoelektrischen Ausgangsspannung dringend erforderlich, um die Spezifikationen für ein MEMS-Mikrofon zu erfüllen. Es müssen also diejenigen Designparameter identifiziert werden, die einen signifikanten Einfluss auf die piezoelektrische Ausgangsspannung und die mechanische Resonanzfrequenz haben, um diese beiden Zielparameter durch systematische Variation der Designparameter zu steigern.

Dazu werden die statistischen Methoden der Varianzanalyse bzw. des Mittelwertvergleichs gewählt, die in Abs. 6.2.1 vorgestellt werden. Es wird sowohl das grundlegende Konzept als auch die spezielle Anwendung bei Simulationsdaten erläutert. Im anschließenden Abs. 6.2.2 werden die signifikanten Parameter konkret ermittelt und ihre Auswirkung auf Resonanzfrequenz und Ausgangsspannung diskutiert.

6.2.1 Varianzanalyse (ANOVA)

Die Varianzanalyse (*analysis of variance*), kurz ANOVA ist eine statistische Methode, mit der die Signifikanz von Faktoren A , B , ... auf das Ergebnis einer quantitativen Zielgröße Y untersucht werden kann. Die Faktoren oder Einflussgrößen sind im Allgemeinen qualitativ. Es können auch quantitative Größen verwendet werden, wenn die entsprechenden Zahlenwerte als Ausprägung einer qualitativen Größe behandelt werden [96, 97]. Jedem Faktor werden verschiedene Werte zugewiesen, die als Stufen bezeichnet werden. Eine bestimmte Konfiguration, bei der jedem Faktor eindeutig eine Stufe zugewiesen ist, nennt man Faktorstufenkombination.

Anwendung findet die Varianzanalyse hauptsächlich in der Auswertung von Experimenten zur Verbesserung von Prozessen und Herstellungsverfahren und zur Optimierung von Produkten [98–100]. Es soll also festgestellt werden, ob bestimmte Faktoren eine entscheidende Auswirkung auf die späteren Eigenschaften eines Produkts haben. Dabei wäre diese gewünschte Produkteigenschaft die Zielgröße.

Übertragen auf die Optimierung der Mikrofonmembranen bedeutet das, dass der Einfluss der verschiedenen Geometrieparameter auf die Resonanzfrequenz und die Ausgangsspannung bewertet werden soll. Es können folgende Zuordnungen vorgenommen werden:

- Zielgröße 1: Resonanzfrequenz
- Zielgröße 2: elektrische Ausgangsspannung
- Faktoren: alle Geometrieparameter, z. B. Membranradius, Schichtdicken, Breite der oberen Elektrode, ...
- Stufen der Faktoren: mögliche Werte für die Geometrieparameter aus dem Designraum, z.B. Membranradius 400 μm , 500 μm , ...

Als Ergebnis erhält man eine Aussage, welche der Geometrieparameter die Zielgröße jeweils signifikant beeinflusst. Bei den anderen Parametern hat eine Änderung ihres Werts

keinen signifikanten Einfluss auf die Zielgröße.

Hier treten mit den Geometrieparametern nur quantitative Faktoren auf. Beispiele für qualitative Faktoren für das Mikrophon wären die Verwendung von Parylene C oder Parylene HT, von Plasmaätzen oder KOH-Ätzen. Im Allgemeinen kann mit einer Varianzanalyse nur der qualitative Einfluss eines Faktor bestimmt werden, also ob er signifikant ist oder nicht. Quantitative Aussagen sind nicht möglich.

Grundkonzept

Im Folgenden soll das Grundkonzept einer einfachen balancierten Varianzanalyse beschrieben werden.

Dabei bezieht sich „einfach“ darauf, dass nur ein Faktor A mit a Stufen betrachtet wird. Bei einem „balancierten“ Experiment wird jeder Versuch n -mal durchgeführt. Das Ergebnis für die Zielgröße für jeden Versuch wird mit y bezeichnet, wobei y_{ij} das j -te der n Ergebnisse für den Faktor A auf der i -ten von a Stufen ist.

Als Voraussetzung muss gelten, dass die Versuchsergebnisse innerhalb jeder Stufe normalverteilt sind mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung s , die für alle Stufen gleich sein muss [96].

Der tatsächliche Mittelwert \bar{y}_i der Zielgröße für eine bestimmte Faktorstufe wird dann mit

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (6.1)$$

berechnet.

Daraus lassen sich die tatsächliche Varianz s_i^2

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (6.2)$$

und die tatsächliche Standardabweichung s_i für jede Stufe i ableiten.

Der Mittelwert der Varianzen *innerhalb* einer Faktorstufe ist damit jeweils:

$$s_I^2 = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a s_i^2. \quad (6.3)$$

Weiterhin benötigt man den Mittelwert aller Einzelwerte y_{ij}

$$\bar{y}_{tot} = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a \bar{y}_i = \frac{1}{an} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (6.4)$$

um die Varianz der Stufenmittelwerte gegenüber diesem Mittelwert der Einzelwerte zu berechnen. Das entspricht der mittleren Varianz *zwischen* den Faktorstufen:

$$s_y^2 = \frac{1}{a-1} \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y}_{tot})^2 = \frac{1}{n} s_{II}^2. \quad (6.5)$$

Als Nullhypothese H_0 wird angenommen, dass der Faktor A keinen Einfluss auf die Zielgröße Y hat.

Zur Bewertung von H_0 wird die Varianzanalyse als Zerlegung der Summe der quadrierten Abweichungen (S.d.q.A.) beschrieben [96].

Man zerlegt die Abweichung der Einzelwerte y_{ij} im Vergleich zum Mittelwert aller Einzelwerte \bar{y}_{tot} in einen Anteil, der die Differenz zwischen den Faktorstufen beschreibt (Q_A) und einen Anteil *innerhalb* der Faktorstufen (Q_{Rest}):

$$\underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{tot})^2}_{Q_{total}} = n \underbrace{\sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y}_{tot})^2}_{Q_A} + \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}_{Q_{Rest}}. \quad (6.6)$$

Dabei sind die Freiheitsgrade folgendermaßen verteilt:

$$an - 1 = a - 1 + a(n - 1). \quad (6.7)$$

Anschaulich können die Freiheitsgrade folgendermaßen erklärt werden: Zur Berechnung von Q_{total} stehen an Einzelversuche zur Verfügung. Von dieser Anzahl muss aber der Mittelwert \bar{y}_{tot} abgezogen werden. Daher ergibt sich ein Freiheitsgrad von $f = an - 1$. Diese Größen werden zusammen mit den Varianzen s_I^2 und s_{II}^2 in eine Prüftabelle eingetragen und es wird der Prüfwert

$$F_{test} = \frac{s_{II}^2}{s_I^2} \quad (6.8)$$

berechnet [96]. Aus Tabellen kann dann abhängig von den Freiheitsgraden des Systems ein kritischer Wert für F_{test} bestimmt werden. Ist die berechnete Prüfgröße größer als der kritische Wert, wird die Nullhypothese verworfen. Der Faktor A beeinflusst also die Zielgröße signifikant. Die Wahrscheinlichkeit, dass diese Vermutung zu unrecht angenommen wird, wird durch das Signifikanzniveau α bestimmt, das typischerweise bei 5%, 1% oder 0,1% gelegt wird.

Alternativ dazu kann die Prüfgröße auch ohne die Summenzerlegung aus Gl. (6.6) berechnet werden [101].

Die Nullhypothese H_0 kann so interpretiert werden, dass die Mittelwerte \bar{y}_i für alle Stufen gleich sind und es also keinen wahren Unterschied zwischen den Stufen gibt. Das ist gleichbedeutend damit, dass die Varianz s_y^2 der Stufenmittelwerte gleich $\frac{1}{n}$ der Varianz s_I^2 der Einzelwerte ist.

Man kann also die Prüfgröße F_{test} einführen, die sich nur zufällig von 1 unterscheidet:

$$F_{test} = \frac{n \cdot s_y^2}{s_I^2}. \quad (6.9)$$

Je größer der wahre Unterschied zwischen den Stufen, desto größer ist F_{test} . Mit

$$s_y^2 = \frac{1}{n} s_{II}^2 \quad (6.10)$$

ist sofort ersichtlich, dass die beiden Definitionen für die Prüfgröße übereinstimmen.

In Softwareprogrammen wird oft anstelle der Prüfgröße F_{test} ein p-Wert angegeben. Dieser gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass der berechnete F-Wert nur zufällig größer als der kritische Wert ist, obwohl der Faktor A keinen Effekt auf die Zielgröße hat. Mit den Signifikanzniveaus 5%, 1% und 0,1% erhält man folgende Bewertungen für den untersuchten Effekt:

	p-Wert $\geq 0,05$	Bewertung -	kein Hinweis auf Unterschied
0,05 >	p-Wert $\geq 0,01$	Bewertung *	indifferent
0,01 >	p-Wert $\geq 0,001$	Bewertung **	signifikanter Unterschied
0,001 >	p-Wert	Bewertung ***	hochsignifikanter Unterschied.

Für die Auswertung von Problemen mit mehreren Faktoren sei hier auf die Literatur verwiesen [96, 97].

Mittelwertvergleich

Für den Fall, dass (beliebig viele) Faktoren mit jeweils nur zwei Stufen betrachtet werden, kann anstelle der formalisierten Varianzanalyse ein direkter Mittelwertvergleich durchgeführt werden. Diese Methode liefert die gleichen Ergebnisse wie eine Varianzanalyse, ist jedoch manuell einfacher zu handhaben. Außerdem kann mit dieser Methode nicht nur bestimmt werden, ob ein Faktor signifikant ist, sondern es kann auch festgestellt werden, welche der beiden Stufen besser ist. Dabei ist aber nur eine qualitative Aussage auf die Frage „Welche Stufe eines Faktors ist besser bezüglich der Zielgröße?“ möglich. Die Frage „Um wie viel ist die eine Stufe des Faktors besser als die andere?“ kann nicht beantwortet werden. Der Mittelwertvergleich ist im Vergleich zur Varianzanalyse auch besser zur Auswertung von Simulationsdaten geeignet, da auch signifikante Wechselwirkungen zwischen Faktoren ausgewertet werden können (siehe unten). Daher wird die Auswertung in Abs. 6.2.2 und Abs. 6.4 hauptsächlich auf Basis der Ergebnisse des Mittelwertvergleichs durchgeführt, da diese Daten auch detaillierter dargestellt werden können.

Bei dem Mittelwertvergleich wird die Auswirkung der einzelnen Faktoren auf die Zielgröße durch die Berechnung sogenannter Effekte bestimmt. Der Mittelwert der Versuchsergebnisse wird für jeden Faktor für beide Stufen getrennt berechnet. Daraus erhält man für Stufe 1 den Mittelwert \bar{y}_1 und für Stufe 2 den Mittelwert \bar{y}_2 . Die Differenz $\bar{d} = \bar{y}_2 - \bar{y}_1$ dieser beiden Mittelwerte ist dann der Effekt dieses Faktors.

Als Nullhypothese wird nun angenommen, dass der Effekt gleich Null ist und es wird die Prüfgröße mit der Standardabweichung $s_{\bar{d}}$ des Effekts definiert:

$$F_{test} = \frac{|\bar{y}_2 - \bar{y}_1|}{s_{\bar{d}}} \quad \text{Prüfgröße} \quad (6.11)$$

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s \quad \text{Standardabweichung des Effekts} \quad (6.12)$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2} \quad \text{Varianz der Einzelwerte} \quad (6.13)$$

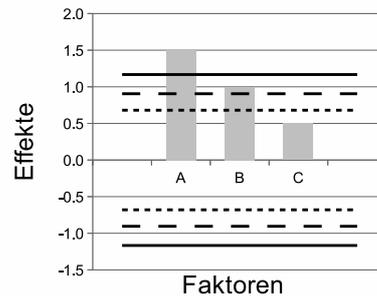


Abb. 6.6: Beispiel für die graphische Darstellung des Signifikanztests von Faktoren.

Diese Prüfgröße wird dann mit einem Wert t verglichen, der je nach Freiheitsgrad des Systems und Vertrauensniveau (Konfidenzniveau) $1-\alpha$ aus Tabellen zu entnehmen ist. Ist die Prüfgröße größer als der ermittelte Wert für t , wird die Nullhypothese verworfen. Es besteht also ein Unterschied zwischen den Stufen, der Effekt ist signifikant. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese zu recht abgelehnt wurde, liegt dabei bei dem gewählten Vertrauensniveau für t , das üblicherweise bei 95%, 99% oder 99,9% liegt.

Graphisch werden Effekte und die dazugehörigen Vertrauensbereiche oft wie in Abb. 6.6 dargestellt. Ein Effekt ist dann signifikant, wenn der dazugehörige Balken die jeweilige Linie des Vertrauensbereichs $t \cdot s_{\bar{d}}$ überragt. In dem Diagramm sind das die (gestrichelten) Linien, die je nach Vertrauensniveau unterschiedlich sind.

Anwendung bei Simulationen

In Experimenten erhält man aufgrund der Zufallsstreuung bei der mehrmaligen Durchführung von Tests unter gleichen Bedingungen unterschiedliche Ergebnisse. Diese Tatsache wird wie oben beschrieben ausgenutzt, um signifikante Effekte von zufälligen Streuungen, die innerhalb einer Faktorstufenkombination auftreten, zu unterscheiden.

Im Gegensatz dazu liefern Simulationen für dieselben Eingangsparameter immer dasselbe Ergebnis. Dies entspricht einem Experiment mit einer einzelnen Versuchsdurchführung pro Faktorstufenkombination, also $n = 1$. In diesem Fall kann die Varianz der Zufallsstreuung über die Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Faktoren abgeschätzt werden. Wenn angenommen werden kann, dass die einzelnen Faktoren voneinander unabhängig sind und es keine Wechselwirkungen zwischen ihnen gibt, kann die Varianz dieser Wechselwirkungen als zufällig gelten.

In der Aufstellung der Summe der quadratischen Abweichungen, die hier nur in der Form für einen Faktor angegeben ist (siehe Gl. (6.6)), wird die Summe innerhalb einer Faktorstufe Q_{Rest} durch die Abweichungen zwischen den verschiedenen Stufen ersetzt. Die für eine Varianzanalyse mit mehreren Faktoren aufgestellten Gleichungen können dann mit der Bedingung $n = 1$ weiter verwendet werden [96].

Verwendet man den manuellen Mittelwertvergleich [101], kann die Zufallsstreuung durch sogenanntes *Pooling* bestimmt werden. Dabei wird aus der Varianz der nicht relevanten

Wechselwirkungen und Faktoren die Zufallsstreuung berechnet. Welche Effekte als relevant eingestuft werden, kann durch den Eintrag der Effekte in ein Wahrscheinlichkeitsnetz bestimmt werden.

Dabei werden die Faktoren und ihre Wechselwirkungen nach der Größe ihres Effekts nach $1, 2, \dots, i, \dots, N$ sortiert und mit Hilfe einer Abschätzung in Prozentwerte abgebildet:

$$\text{Prozentwert des Effekts} \approx \frac{i - 0,5}{N} 100\%. \quad (6.14)$$

Normalverteilte Werte liegen in dieser Darstellung auf einer Geraden. Diese werden zur Abschätzung einer Standardabweichung verwendet, wohingegen Ausreißer, die auf einen signifikanten Effekt hindeuten, nicht berücksichtigt werden. Die Auswahl ist in einem gewissen Rahmen subjektiv und kann unter Umständen auch das Ergebnis der Analyse beeinflussen.

Da die Varianz nur aus der Streuung der nicht signifikanten Wechselwirkungen berechnet wird, können mit dieser Methode im Gegensatz zur standardisierten Varianzanalyse auch die signifikanten Abhängigkeiten der Faktoren untereinander bewertet werden.

Versuchspläne

Um eine geeignete Datenbasis zur Auswertung mittels Varianzanalyse zu erhalten, werden sogenannte Versuchspläne aufgestellt. Damit wird ein systematisches Vorgehen zur Durchführung der einzelnen Experimente festgelegt.

Untersucht man generell die Auswirkung von k Faktoren auf a Stufen, kann ein sogenannter vollständiger faktorieller Plan gewählt werden. Dabei werden alle $N = a^k$ Faktorstufenkombinationen berücksichtigt und dafür jeweils n Versuche durchgeführt.

Betrachtet man einen vollständigen Plan für die Faktoren A , B und C wird darin die Wirkung der einzelnen Faktoren berücksichtigt (A , B , C), die Wechselwirkung von je 2 Faktoren (AB , BC , AC) und die Wechselwirkung aller 3 Faktoren (ABC). Tabelle 6.2 zeigt den vollständigen Versuchsplan für 3 Faktoren auf 2 Stufen, die mit $+$ und $-$ gekennzeichnet sind. Bei den Wechselwirkungen berechnet man die Einträge in der Tabelle durch die Multiplikation der Vorzeichen der einzelnen Faktorstufen. Bei einem vollständigen Plan können also alle gegenseitigen Wechselwirkungen genau bestimmt werden.

Je mehr Stufen untersucht werden sollen, desto höher wird der Versuchsaufwand. Daher können vollständige Pläne nur bei kleinen Problemen verwendet werden, wenn nur wenige Faktoren berücksichtigt werden sollen.

Wenn dagegen mit möglichst geringem Aufwand festgestellt werden soll, welche von vielen möglichen Faktoren einen Einfluss auf die Zielgröße haben, wenn noch sehr wenig über die gegebene Problemstellung bekannt ist, kann ein *Screening*-Versuch mit k Faktoren auf 2 Stufen durchgeführt werden. Damit erhält man die für die Situation relevanten Faktoren, die im Anschluss weiter analysiert werden können.

Ein dafür geeigneter Versuchsplan ist ein fraktioneller faktorieller Plan. Dieser wird aus einem vollständigen Plan abgeleitet, indem mehrfache Wechselwirkungen zwischen Faktoren durch einen neuen Faktor ersetzt werden.

Nr	Faktoren						
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

Tab. 6.2: Die ersten drei Spalten der Tabelle bilden einen vollständigen faktoriellen Versuchsplan für die Faktoren A , B und C mit jeweils 2 Stufen (+ und -). In den folgenden Spalten wird gezeigt, welche Wechselwirkungen mit diesem Plan berücksichtigt werden können. Ersetzt man die Beschriftung für Spalte ABC durch den neuen Faktor D , bilden die ersten drei Spalten A , B , C und $ABC = D$ einen fraktionell faktoriellen Versuchsplan für vier Faktoren.

Bei dem obigen Beispiel mit drei Faktoren kann die Wechselwirkung aller 3 Faktoren durch einen vierten Faktor D ersetzt werden. Wenn in Tabelle 6.2 die Spalte für ABC mit D überschrieben wird, erhält man einen fraktionellen Plan der Auflösung III mit $2^{4-1} = 2^3$ Kombinationen.

Werden insgesamt p Faktoren hinzugenommen (hier $p = 1$), wird nur ein Anteil von $1/2^p$ der insgesamt 2^k Kombinationen des vollständigen Plans verwirklicht. Daher enthält der neue Plan 2^{k-p} Versuche.

Die Auflösung eines Plans gibt an, wie viele Wechselwirkungen getrennt werden können. Sie richtet sich nach der Länge der kürzesten Buchstabenfolge, die zum Ersetzen eines Faktors benutzt wird. In diesem Beispiel beträgt die Auflösung III, da $ABC = D$ gesetzt wird. Bei einem Plan der Auflösung III ist die Wirkung der einzelnen Faktoren mit den 2-fach Wechselwirkungen vermenget und kann in der Analyse nicht getrennt werden. Daher sind diese Pläne für eine Varianzanalyse nicht geeignet. Pläne höherer Auflösung vermenget nur mehrfache Wechselwirkungen, aber nicht die Wirkung der Faktoren selbst.

Für eine genauere Beschreibung zur Konstruktion und zu den Eigenschaften von fraktionellen faktoriellen Versuchsplänen sei auf die Literatur verwiesen [97, 101]. In der Praxis können diese Pläne mittels Software, z. B. Matlab leicht im gewünschten Umfang und der geforderten Auflösung erstellt werden.

Je nach Anwendungsgebiet gibt es noch weitere Verfahren um geeignete Versuchspläne zu erstellen, z. B. Box-Behnken-Pläne, Taguchi-Pläne, zentral zusammengesetzte Pläne oder optimale Pläne, die per Software für spezielle Probleme erzeugt werden können [90, 97–101].

6.2.2 Auswertung

Das Design der mehrlagigen Mikrofonmembran wird durch die Geometrieparamter aus Tabelle 5.1 bestimmt. Da aus dieser großen Anzahl von insgesamt 11 Faktoren die signifikanten Parameter extrahiert werden sollen, bietet sich ein *Screening*-Versuch an, bei dem alle Faktoren auf zwei Stufen untersucht werden. Ein fraktioneller faktorieller 2^{11-6} -Versuchsplan der Auflösung IV (siehe dazu S. 91) mit 32 Faktorkombinationen bietet sowohl einerseits eine ausreichende Datenbasis für das notwendige *Pooling* der zufälligen Effekte und eine genügend hohe Auflösung als auch andererseits einen überschaubaren Simulationsaufwand. Die Bezeichnung der Faktoren erfolgt mit *A, B, ...* nach Tabelle 6.3, in der auch die Werte für die beiden Faktorstufen angegeben sind. Diese wurden so gewählt, dass Stufe „-“ der bis dato besten Konfiguration entspricht und Stufe „+“ die jeweils größten oder kleinsten Werte im Designraum annimmt, je nachdem wofür eine Verbesserung erwartet wird. Dieser Wertebereich wird für einige Parameter durch technologische Begrenzungen vorgegeben und ist ebenfalls in der Tabelle angegeben.

	Faktor	Stufe „-“	Stufe „+“	Designraum
Höhe untere SiO ₂ -Schicht $h_{traeher1}$	<i>A</i>	600 nm	540 nm	[540;900]
Höhe AlN-Schicht $h_{traeher2}$	<i>B</i>	150 nm	60 nm	[60;150]
Höhe untere Elektrode $h_{elec-unten}$	<i>C</i>	520 nm	350 nm	[170;520]
Höhe piezoelekt. AlN-Schicht h_{piezo}	<i>D</i>	780 nm	400 nm	[360;780]
Höhe obere Elektrode $h_{elec-oben}$	<i>E</i>	137 nm	340 nm	[137;340]
Höhe Parylene $h_{parylene}$	<i>F</i>	2 μm	4 μm	
Membranradius $r_{membran}$	<i>G</i>	600 μm	700 μm	[300;700]
Breite obere Elektrode $b_{elec-oben}$	<i>H</i>	50 μm	150 μm	
Größe des Einzugs r_{einzug}	<i>I</i>	$\frac{1}{4} \cdot r_{membran}$	$\frac{1}{6} \cdot r_{membran}$	
Winkelausschnitt <i>angle</i>	<i>J</i>	30°	15°	
Höhe Korrugation h_{korr}	<i>K</i>	6 μm	9 μm	
Breite Korrugation b_{korr}		11 μm	16 μm	

Tab. 6.3: Faktorstufen der 11 Geometrieparameter, teilweise mit Werten für den Designraum.

Die Auswertung der Simulationsergebnisse erfolgt zuerst mit Hilfe des manuellen Mittelwertvergleichs.

Dafür wurden jeweils für die Ausgangsspannung und die Resonanzfrequenz als Zielgröße die Effekte der einzelnen Faktoren berechnet und in einem Wahrscheinlichkeitsnetz aufgetragen. Aus den nicht zufälligen Effekten, die in dieser Darstellung abseits der Geraden liegen, wurde die Standardabweichung abgeschätzt und der Vertrauensbereich berechnet. In Abb. 6.7 (a) sind die Effekte für die Resonanzfrequenz in ein Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen, daneben als Histogramm gezeigt. Die horizontalen Linien markieren den Vertrauensbereich für 95%, 99% und 99,9%, wenn die Faktoren *G*, *I*, *D*, *C* und *F* von der Berechnung der Standardabweichung ausgenommen werden. Ist der Balken eines Effekts höher als die 99,9%-Linie, kann dieser als hochsignifikant eingestuft werden. In der nächsten Abb. 6.8 sind die analogen Darstellungen für die Ausgangsspannung als Zielgröße dargestellt. Bei der Berechnung der Vertrauensbereiche wurden die Effekte *H*, *F*, *D*, *C*, *E* und *G* nicht berücksichtigt.

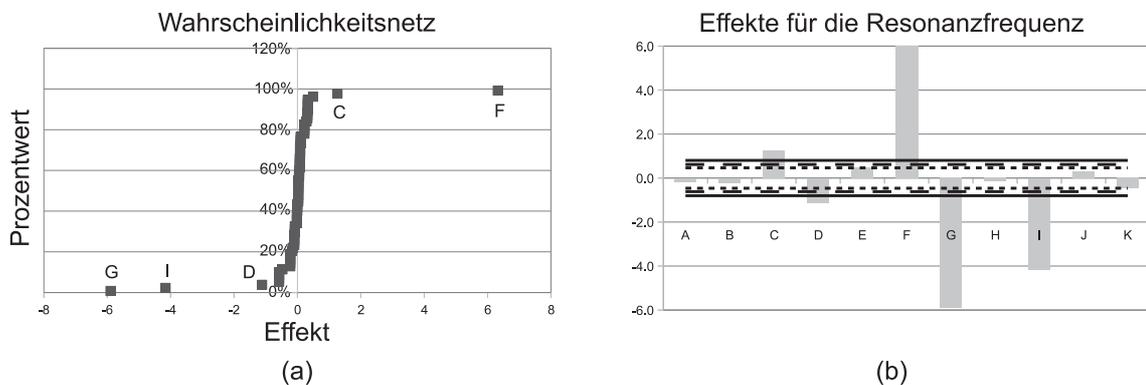


Abb. 6.7: Effekte für die Resonanzfrequenz als Zielgröße (a) eingetragen in ein Wahrscheinlichkeitsnetz und (b) aufgetragen als Histogramm mit den berechneten Vertrauensbereichen.

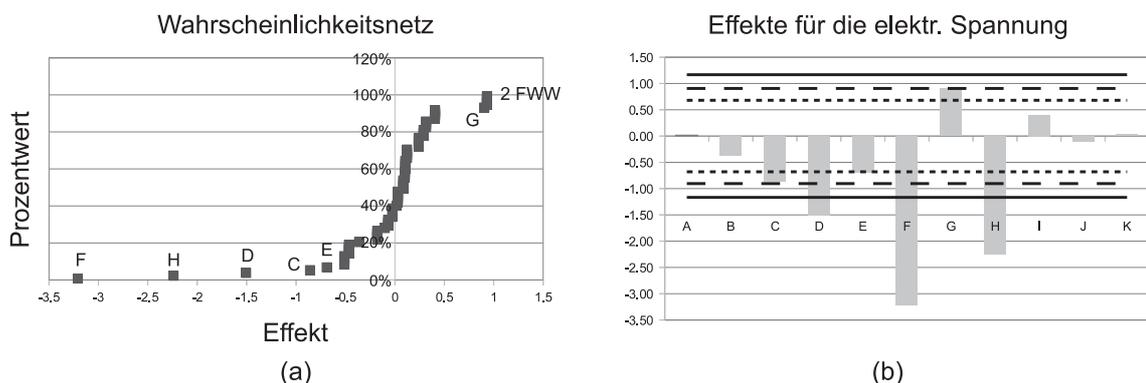


Abb. 6.8: Effekte für die piezoelektrische Ausgangsspannung als Zielgröße (a) eingetragen in ein Wahrscheinlichkeitsnetz und (b) aufgetragen als Histogramm mit den berechneten Vertrauensbereichen.

Verändert man die Auswahl der Effekte, die nicht *gepoolt* werden, leicht, ergibt sich eine

geringfügig andere Bewertung für indifferente und signifikante Faktoren. Die hochsignifikanten Faktoren bleiben jedoch gleich und stimmen auch für beide Zielgrößen mit den Ergebnissen der Varianzanalyse überein. Im Folgenden sollen die signifikanten und hochsignifikanten Faktoren betrachtet werden.

Für die Zielgrößen piezoelektrische Ausgangsspannung und Resonanzfrequenz sind laut Abb. 6.7 (b) und Abb. 6.8 (b) folgende Faktoren und 2-fach Wechselwirkungen signifikant ** bzw. hochsignifikant ***:

$$\begin{array}{ll}
 U_{\text{piezo}} & : \quad ** \quad r_{\text{membran}}, \text{2FWW: } h_{\text{parylene}} \text{ und } b_{\text{elec-oben}} \\
 & \quad \quad \quad *** \quad h_{\text{piezo}}, h_{\text{parylene}}, b_{\text{elec-oben}} \\
 f_{\text{res}} & : \quad *** \quad h_{\text{piezo}}, h_{\text{parylene}}, r_{\text{membran}}, h_{\text{elec-unten}}, r_{\text{einzug}}
 \end{array}$$

Die Breite der oberen Elektrode ist für die Ausgangsspannung ein hochsignifikanter Faktor, für die Resonanzfrequenz hingegen kann kein Hinweis auf eine Signifikanz festgestellt werden. Das Gleiche gilt umgekehrt für die Wirkung der Größe des Einzugs auf die Zielgrößen. Damit sind zwei Parameter identifiziert, mit denen man nach den Ergebnissen der Varianzanalyse die Zielgrößen jeweils isoliert regulieren kann.

Auffallend ist, dass die Abmessungen der Korrugation keine signifikanten Parameter sind. Die gewählten Maße der Vertiefung scheinen also bereits nahe am Optimum zu liegen, da diese Designvariante im Vergleich zur Membran ohne Korrugation auf jeden Fall eine erhebliche Erhöhung der elektrischen Spannung bewirkt (siehe Abs. 6.1).

Wechselwirkungen Zusätzlich zu den genannten Faktoren ist für die elektrische Ausgangsspannung auch eine 2-fach Wechselwirkung (2FWW) signifikant. Im Wahrscheinlichkeitsnetz in Abb. 6.8 (a) sind das die 4 Einträge mit dem größten Effekt, hinter denen sich die Wechselwirkungen *AC*, *EK*, *FH* und *GI* verbergen. Diese können aufgrund der Wahl des Versuchsplans der Auflösung IV nicht weiter durch statistische Methoden getrennt werden. Da die Faktoren *A*, *K* und *I* jedoch nicht signifikant sind, kann man davon ausgehen, dass die Wechselwirkung *FH*, also zwischen h_{parylene} und $b_{\text{elec-oben}}$, den signifikanten Anteil liefert.

Analyse der signifikanten Faktoren

Um die Auswirkung der zuvor bestimmten signifikanten Faktoren näher zu bestimmen, werden die Mittelwerte der Zielgrößen für die beiden Stufen jeweils getrennt betrachtet. In Abb. 6.9 ist ein Vergleich der insgesamt 6 relevanten Faktoren für die beiden Zielgrößen piezoelektrische Ausgangsspannung und Resonanzfrequenz dargestellt.

Resonanzfrequenz

Die Resonanzfrequenz eines mechanischen Feder-Masse-Systems ist durch

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_m M_m}} \quad (6.15)$$

bestimmt, wobei M_m die Masse und C_m die mechanische Nachgiebigkeit des Systems ist. Die Nachgiebigkeit ist der Kehrwert der Systemsteifigkeit und beschreibt die Auslenkung

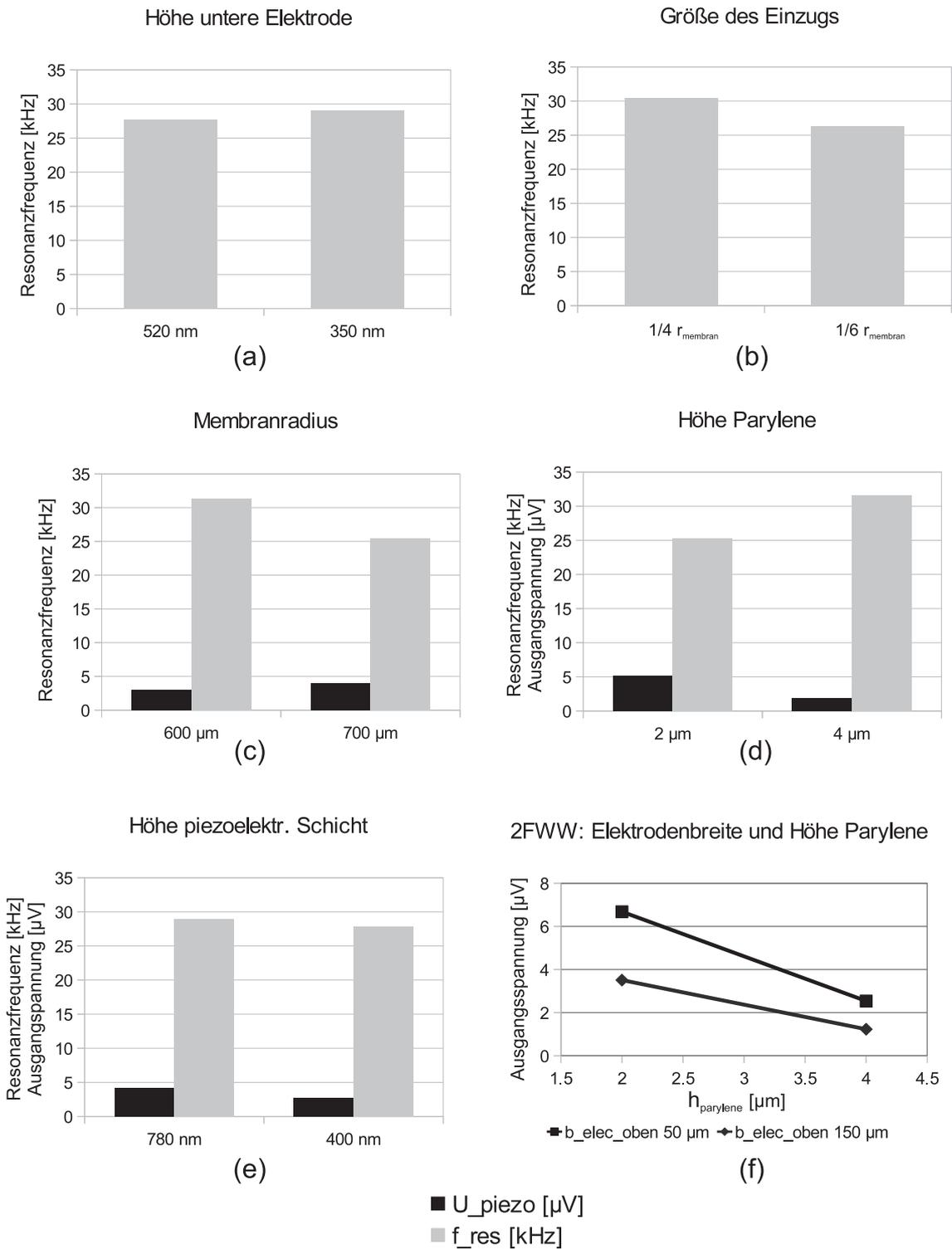


Abb. 6.9: Mittelwertvergleich der signifikanten Faktoren für die Zielgrößen piezoelektrische Ausgangsspannung (dunkle Balken) und mechanische Resonanzfrequenz (helle Balken).

bei einer äußeren Last. Für eine kreisförmige Membran kann dafür eine Näherungslösung angegeben werden [10]:

$$C_m \approx \frac{R^2}{8 \cdot h \cdot \sigma_i} \cdot \left(\frac{1}{\frac{2 \cdot E \cdot h^2}{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_i \cdot R^2} + 1} \right), \quad (6.16)$$

mit dem Membranradius R , der Membrandicke h , dem Elastizitätsmodul E , der Poissonzahl ν und der inneren mechanischen Spannung σ_i .

Betrachtet man die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Dicke, gilt:

$$M_m \sim h \quad \text{und} \quad C_m \sim \frac{1}{h^3} \quad \Rightarrow \quad f_{res} \sim h.$$

Es besteht also ein direkt proportionaler Zusammenhang, der in der Mittelwertanalyse für die Höhe der piezoelektrischen Schicht (siehe Abb. 6.9 (e)) und die Höhe des Parylene (siehe Abb. 6.9 (d)) gut zu sehen ist. Die jeweils höhere Schichtdicke bewirkt im Mittel eine höhere Resonanzfrequenz.

Bei der unteren Elektrode (siehe Abb. 6.9 (a)) ergibt sich allerdings ein umgekehrter Zusammenhang. Dazu muss beachtet werden, dass sich mit einer höheren Dicke eines sehr starren Materials analog zu Gl. (4.11) der E-Modul des gesamten Schichtsystems erhöht, da dieses stärker gewichtet wird. Offensichtlich bewirkt dieser Seiteneffekt für Wolfram, das innerhalb der Membran den höchsten E-Modul besitzt, eine derartige Verringerung der Nachgiebigkeit, dass die Resonanzfrequenz für die höhere Schichtdicke sinkt.

Die Resonanzfrequenz ist vom Membranradius R nach

$$M_m \sim R^2 \quad \text{und} \quad C_m \sim R^2 \quad \Rightarrow \quad f_{res} \sim \frac{1}{R^2}$$

indirekt quadratisch abhängig. Das erklärt die Wirkung des Membranradius in Abb. 6.9 (c) bei der Mittelwertanalyse. Die Resonanzfrequenz für einen Radius von 600 μm ist im Mittel um 5,9 kHz höher als bei einem Radius von 700 μm .

Den gleichen Wert hat der Effekt des Einzugs r_{einzug} , der die Größe des Biegebalkens bestimmt und damit den Anteil des Parylene an der Gesamtmembran. Je größer der Einzug, also je kleiner der Biegebalken im Vergleich zum Membranradius ist, desto höher ist die Resonanzfrequenz (siehe Abb. 6.9 (b)). Diese Reaktion kann durch mehrere ineinandergreifende Mechanismen hervorgerufen werden. Einerseits wird die Masse reduziert, da ein Teil des Schichtstapels durch das leichtere Parylene ersetzt wird. Andererseits verringert sich mit hoher Wahrscheinlichkeit die Nachgiebigkeit, da Parylene zwar einen geringen E-Modul hat aber dafür hohe intrinsische Zugspannungen berücksichtigt werden müssen.

Piezoelektrische Ausgangsspannung

Die piezoelektrische Ausgangsspannung U_{piezo} wird über die elektrische Ladung Q und die Kapazität C des Kondensators mit der Fläche A_{elec} bestimmt, der von den Elektroden gebildet wird:

$$U_{piezo} = \frac{Q}{C} = \frac{Q \cdot t_{piezo}}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A_{elec}}. \quad (6.17)$$

Die Ladung ist von der Nachgiebigkeit C_m insofern abhängig, als die Auslenkung (über die Dehnung) die Polarisation des piezoelektrischen Materials bestimmt. Je größer die Nachgiebigkeit ist, desto mehr Ladung wird erzeugt. Betrachtet man den Effekt des Membranradius in Abb. 6.9 (c), sieht man eine um durchschnittlich $0,9 \mu\text{V}$ höhere Ausgangsspannung bei der größeren und damit flexibleren Membran.

Diese Wechselwirkung scheint bei der Höhe der AlN-Schicht h_{piezo} durch einen weiteren Effekt überlagert zu werden. Die Verringerung der Nachgiebigkeit durch die dickere Membran führt nicht wie zunächst erwartet zu einer niedrigeren Ausgangsspannung (siehe Abb. 6.9 (e)), sondern zu einer Erhöhung. Der Kondensatorabstand, der durch diesen Parameter definiert wird, bestimmt nämlich die Kapazität, die mit der Schichtdicke abnimmt, was wiederum zu einer Zunahme der Spannung führt.

Die Höhe der Parylene-Schicht und der Membranradius müssen als Faktoren immer zusammen betrachtet werden, da ihre Wechselwirkung signifikant ist. Die Abhängigkeit der beiden Parameter ist in Abb. 6.9 (f) dargestellt. Ein dünneres Polymer hat durchschnittlich eine größere Ausgangsspannung zur Folge. Dieser Effekt beruht auf der höheren Nachgiebigkeit der dünneren und damit auch weniger mit inneren Zugspannungen belasteten Membran. Die Breite der oberen Elektrode beeinflusst die Zielgröße über die Kapazität. Die Simulationen mit der schmälere Elektrode zeigen im Mittel eine höhere Ausgangsspannung, da eine kleinere Kondensatorfläche zu einer kleineren Kapazität und damit zu einer höheren Spannung führt.

Ist die Kondensatorfläche kleiner, wird unter Umständen im Verhältnis zu wenig induzierte Ladung Q an den Platten gesammelt, so dass sich der Effekt umkehrt und die Ausgangsspannung sinkt. Eine nähere Betrachtung des Zusammenhangs zwischen Elektrodenbreite, Kapazität und Ladung findet sich im anschließenden Abs. 6.3.

Die Analyse der Wechselwirkung zeigt zusätzlich, dass der Einfluss der Elektrodenbreite für dünnere Polymerschichten stärker ist. Ist das Parylene dicker, überwiegt die versteifende Wirkung dieser stark verspannten Schicht und eine Reduktion der Kapazität kann die Ausgangsspannung nur gering steigern.

Zusammenfassung

Die Mittelwertanalyse der signifikanten Effekte zeigt, dass die Auswahl der Parameter bezüglich der Resonanzfrequenz nicht kritisch ist, da diese immer über dem geforderten Wert von 20 kHz liegt. Wenn möglich sollten aber diejenigen Werte gewählt werden, die eine höhere Frequenz versprechen. Daher wurde die Höhe der unteren Elektrode auf 350 nm und die Größe des Einzugs auf $\frac{1}{4}$ des Membranradius festgelegt.

Bei Parametern, die für beide Zielgrößen signifikant sind, muss immer der Wert gewählt werden, der eine höhere Ausgangsspannung bewirkt, da diese Größe zur Steigerung der Sensitivität noch drastisch erhöht werden muss.

Somit sollen der Membranradius $700 \mu\text{m}$ betragen, die Breite der oberen Elektrode $50 \mu\text{m}$, die Höhe der piezoelektrischen Schicht 780 nm und die Parylene-Schicht $2 \mu\text{m}$.

Die nicht signifikanten Parameter können auf den vorgegebenen Werten belassen werden, mit denen bisher die höchste Ausgangsspannung erreicht wurde: $h_{\text{traeger1}} = 600 \text{ nm}$, $h_{\text{traeger2}} = 150 \text{ nm}$, $h_{\text{elec-oben}} = 137 \text{ nm}$, $\text{angle} = 30^\circ$, $h_{\text{korrr}} = 6 \mu\text{m}$, $b_{\text{korrr}} = 11 \mu\text{m}$.

6.3 Optimierung des Frequenzgangs

Ausgangspunkt der Optimierung der Membran sind die Ergebnisse der Varianzanalyse aus dem vorherigen Abschnitt. Mit den dort ermittelten Parameterwerten wird eine Sensitivität von 0,47 mV/Pa bei einer Resonanzfrequenz von 25 kHz erreicht. Dabei wurden lediglich die größeren Werte für die Abmessung der Korrugationen gewählt, da diese Änderung bei einigen Testsimulationen den einzigen spürbaren Effekt auf die Zielgrößen gezeigt hat. Mit der Varianzanalyse konnte demnach für den vorgegebenen Parameterbereich die beste Konfiguration gefunden werden. Der dazugehörige Frequenzgang der Simulation, gekennzeichnet mit $b_{elec-oben} = 50 \mu\text{m}$, ist in Abb. 6.10 dargestellt.

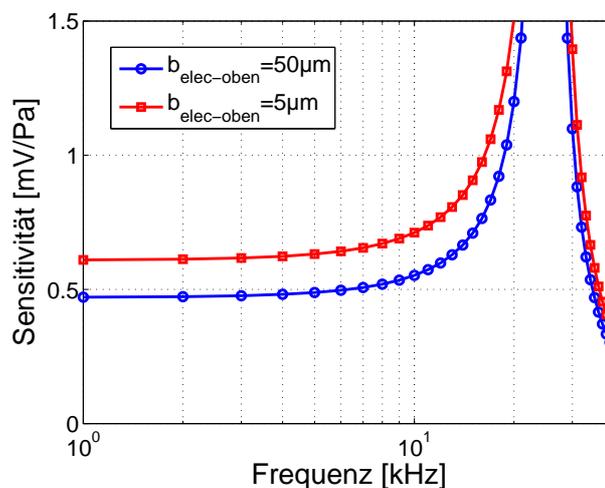


Abb. 6.10: Frequenzgang der Sensitivität von zwei Membranen mit unterschiedlich breiten Elektroden im Hörspektrum. Die Sensitivität ist für die schmalere Elektrode höher, die Resonanzfrequenz liegt bei beiden Geometrien bei 25 kHz.

Eine weitere Optimierung der Sensitivität ist mit den signifikanten Parametern nur eingeschränkt möglich. Die Mindesthöhe des Parylene ist durch die Dicke des funktionalen Schichtstapels vorgegebene, der durch das Polymer zu einer Membran geschlossen werden muss. Die dafür relevanten Parameter, die sonst keinen signifikanten Einfluss haben, sind die Schichthöhen für das untere SiO_2 , die zweite Trägerschicht aus AlN und die obere Elektrode. Diese wurden mit Ausnahme der AlN-Schicht, die wegen ihrer geringen Dicke keinen nennenswerten Einfluss hat, bereits auf den jeweils niedrigsten Wert gesetzt.

Die Höhe der piezoelektrischen Schicht wurde bereits auf das technologisch vorgegebene Maximum von 780 nm festgelegt und kann nicht weiter erhöht werden.

An ein konstruktives Maximum stößt man beim Membranradius, der die Bauteilgröße als wichtige Charakteristik maßgeblich beeinflusst und nicht größer als 700 μm sein darf.

Einfluss der Elektrodenbreite

Nach diesen Überlegungen bleibt noch die Breite der oberen Elektrode als signifikanter Parameter. Die untere Grenze von 50 μm wurde bisher willkürlich gewählt und kann bis

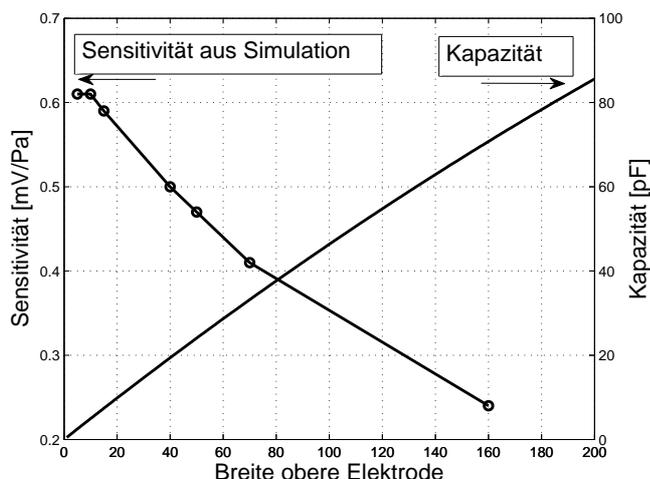


Abb. 6.11: Auswirkung der Breite der oberen Elektrode auf die Kapazität (berechnet) und die Sensitivität (simuliert).

zu einer Kapazität von minimal 2 pF verkleinert werden, was einer Elektrodenbreite von 5 µm entspräche. Wird die Kapazität des piezoelektrischen Materials kleiner als 2 pF, werden parasitäre Kapazitäten dominant, die zwischen den Kontaktpads der Ausselekttronik und dem Substrat auftreten.

In Abb. 6.11 ist die Beziehung der Elektrodenbreite zur Kapazität und zur Sensitivität gezeigt. Die Sensitivität steigt mit einer kleineren Elektrode, die eine geringere Kapazität bewirkt, kontinuierlich bis zu 0,61 mV/Pa für die kleinste Breite an. Die Resonanzfrequenz wird nicht beeinflusst und bleibt mit 25 kHz bei einem akzeptablen Wert. Der Frequenzgang dieser Konfiguration mit einer Elektrodenbreite von 5 µm ist ebenfalls in Abb. 6.10 dargestellt.

Der Graph in Abb. 6.11 legt bereits nahe, dass die Breite der oberen Elektrode nur durch die Änderung der Kapazität wahrnehmbare Auswirkungen auf die Sensitivität hat. Die Ladungsmenge, die durch die Elektrodenplatten abgegriffen wird, scheint sich bei einer kleineren Fläche in geringem Maß zu reduzieren.

Dies kann man in der Simulation auch im Verlauf des elektrischen Potentials am oberen Rand des piezoelektrischen Materials sehen. Daran schließt die Elektrode unmittelbar an. In Abb. 6.12 (a) ist die 3D-Geometrie des Simulationsmodells dargestellt, wobei der Übersichtlichkeit halber das Parylene ausgeblendet ist. Die Simulation wurde ohne die Randbedingungen für eine Elektrode durchgeführt, um den Verlauf des Potentials unabhängig von deren Breite bewerten zu können. In der Abbildung deutet der Streifen lediglich die Position der Elektrode an. Die Randbedingungen für feste Einspannungen sind in der Abbildung ebenfalls angedeutet.

Der Graph in Abb. 6.12 (b) zeigt den Verlauf von elektrischem Potential und mechanischer Dehnung entlang des gewählten Pfades, der in Abb. 6.12 (a) eingezeichnet ist. Diese beiden Größen haben ihr korrespondierendes Maximum innerhalb der ersten 50 µm von der Einspannung entfernt. Es ist daher ausreichend, die Elektrode in diesen Bereich zu positionieren.

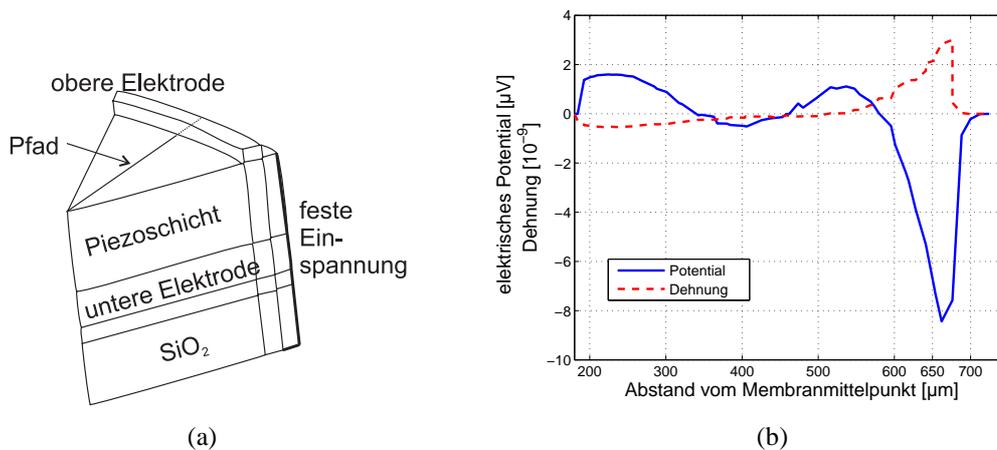


Abb. 6.12: (a) Ausschnitt aus dem 3D-FEM-Modell der Membran: Biegebalkenelement ohne Parylene. (b) Verlauf der Dehnung und des elektrischen Potentials entlang des Randes des piezoelektrischen Materials nach (a)

Alternativer Optimierungsansatz

Neben der Verkleinerung der Elektrodenbreite kann die Kapazität auch durch die elektrische Verschaltung verändert werden. Jedes Balkenelement, das durch das Aufschneiden der Membran entsteht (siehe Abb. 3.12 in Abs. 3.3), ist für sich gesehen ein Kondensator, der $\frac{1}{12}$ des Radius abdeckt.

Bis jetzt wurden sämtliche Betrachtungen unter der Annahme durchgeführt, dass alle Elemente parallel verschaltet werden. Da die Balken aber elektrisch gegeneinander isoliert sind, können die 12 einzelnen Kondensatoren beliebig parallel oder seriell miteinander verbunden werden. Durch eine Serienschaltung wird die Kapazität verringert, die Spannung und damit die Sensitivität jedoch erhöht. Die insgesamt im System gespeicherte elektrische Energie bleibt mit $E = \frac{1}{2}CU_{piezo}^2$ konstant.

In Tabelle 6.4 sind für eine Elektrodenbreite von 160 μm die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten aus Parallel- und Serienschaltung der 12 Kondensatoren aufgelistet. Die Kapazität beträgt für eine geschlossene Membran 70,7 pF und kann bis zu dem Minimum von 2 pF sukzessive verkleinert werden, indem man jeweils 2, 3, 4 oder 6 Blöcke aus 6, 4, 3 oder 2 Kondensatoren seriell verschaltet. Die Ausgangsspannung erhöht sich jeweils mit dem Anteil der Serienschaltung und schlägt sich direkt in einer höheren Sensitivität nieder. So wird die beste Sensitivität von 1,42 mV/Pa erreicht, wenn jeweils 2 parallele Kondensatoren seriell verschaltet werden. Eine Serienschaltung von allen Kondensatoren ist nicht möglich, da die daraus resultierende Kapazität selbst für eine Elektrode über die gesamte Länge des Biegebalkens unter dem Minimum liegt. Eine Graphik der Sensitivität in Abhängigkeit der Kapazität bei konstanter Elektrodenbreite von 160 μm ist in Abb. 6.13 dargestellt.

Im Vergleich zur Verringerung der Elektrodenbreite auf 5 μm mit $C_{ges} = 2$ pF kann die Sensitivität durch geeignete Verschaltung der Einzelkondensatoren mit $b_{elec-oben} = 160$ μm bei gleicher Gesamtkapazität von 0,61 mV/Pa auf 1,42 mV/Pa mehr als verdop-

Verschaltung parallel \times seriell	Kapazität [pF]	Sensitivität [mV/Pa]
2 \times 6	1,96	1,42
3 \times 4	4,42	0,95
4 \times 3	7,86	0,71
6 \times 2	17,68	0,47
12 \times 1	70,70	0,23

Tab. 6.4: Verschaltung der einzelnen Kondensatoren mit den Kapazitäten und Sensitivitäten, die sich daraus bei einer Elektrodenbreite von 160 μm ergeben.

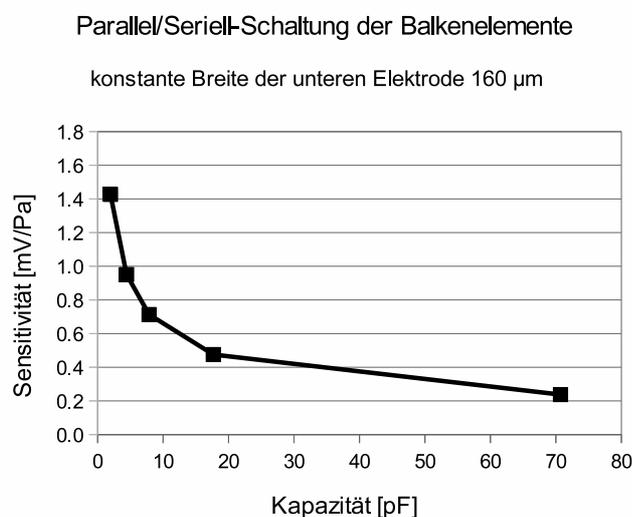


Abb. 6.13: Sensitivität einer Membran mit einer Elektrodenbreite von 160 μm . Die Variation der Kapazität wurde durch unterschiedliche Verschaltung der einzelnen Kondensatoren der 12 Balkenelemente erreicht (siehe Tabelle 6.4).

pelt werden.

Verfolgt man diesen Ansatz weiter, kann man für jede mögliche Verschaltung der Balkenelemente diejenige Elektrodenbreite analytisch berechnen, mit der die Kapazität des Gesamtsystems den minimalen Wert von 2 pF erreicht. In Tabelle 6.5 sind diese Werte aufgelistet. Simuliert man zu den ermittelten Konfigurationen die Sensitivität der Membran, erhält man die Kurve aus Abb. 6.14, die ein Maximum bei 70 μm besitzt.

Bei diesem Wert ist das Verhältnis von hoher Ausgangsspannung durch eine kleine Elektrode und kleiner Kapazität durch serielle Verschaltung optimal. Es wird eine Sensitivität von 1,64 mV/Pa bei 1 kHz Anregung und einer Resonanzfrequenz von 25 kHz erreicht. Der Frequenzgang dieser optimierten Membran findet sich in Abb. 6.15.

Verschaltung parallel \times seriell	Elektrodenbreite [μm]	Sensitivität [mV/Pa]
2 \times 6	160	1,43
3 \times 4	70	1,64
4 \times 3	40	1,51
6 \times 2	15	1,18
12 \times 1	5	0,61

Tab. 6.5: Verschaltungen mit ca. 2 pF Gesamtkapazität: Elektrodenbreite und Sensitivität.

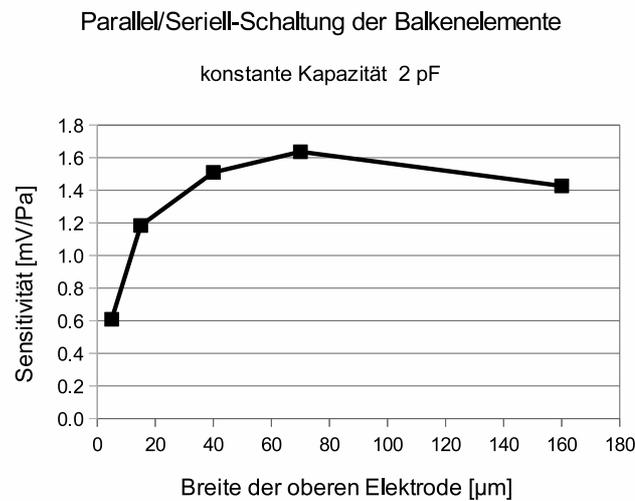


Abb. 6.14: Sensitivität abhängig von der Elektrodenbreite bei einer konstanten Gesamtkapazität von ca. 2 pF (siehe Tabelle 6.5).

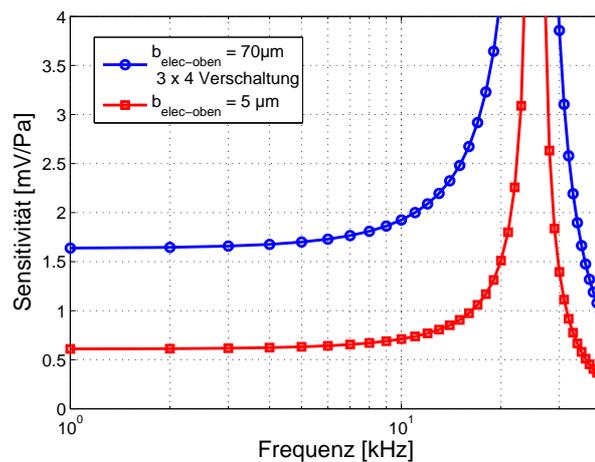


Abb. 6.15: Sensitivität im Hörspektrum: optimiertes Design mit $b_{elec-oben} = 70 \mu\text{m}$, Serienschaltungen von jeweils drei parallelen Kondensatoren und optimiertes Design ohne gesonderte Verschaltung ($b_{elec-oben} = 5 \mu\text{m}$).

6.4 Robustes Design

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Geometrieparameter der Mikrofonmembran in Bezug auf die Ausgangsspannung soweit wie möglich optimiert wurden, soll nun auf die Entwicklung eines möglichst robusten Designs eingegangen werden. Dabei wurde von den Geometrieparametern ausgegangen, wie sie in der Zusammenfassung auf Seite 97 beschrieben sind. Lediglich die Breite der oberen Elektrode wurde gemäß der Optimierung des Frequenzgangs auf 5 μm festgelegt.

Unter einem robusten Design versteht man eine Produktauslegung, bei der nicht nur die generelle Funktionstüchtigkeit gegeben ist, sondern alle Qualitätsmerkmale unabhängig von bestimmten Störgrößen konstant bleiben. Die Streuung der Produktmerkmale innerhalb der vorgeschriebenen Toleranzgrenzen soll minimal sein. Das bedeutet, dass die Spezifikationen nicht nur erfüllt werden müssen, sondern die Abweichungen vom Zielwert dabei möglichst klein sein soll.

Störungen können sowohl während des Herstellungsprozesses zum Beispiel in Folge von veränderter Temperatur oder einer neuen Produktionsanlage als auch in der späteren Anwendung durch den Benutzer auftreten.

Dieses Verständnis für qualitativ hochwertige Produkte wurde hauptsächlich von dem japanischen Ingenieur G. Taguchi in den 1960er Jahren geprägt. Ausgehend von der traditionellen Versuchsplanung hat er die „Taguchi-Methode“ zur Bewertung und Verbesserung von Prozessen und Designs entwickelt [98, 99]. Sein Vorgehen zur Qualitätssteigerung von Produkten ist weltweit bekannt und findet in vielen industriellen Produktionsprozessen ihre Anwendung.

Die Basis für diese Methode bilden fraktionell faktorielle Versuchspläne, die nach einem speziellen System bezeichnet werden. Ergänzt werden sie durch Pläne für Faktoren mit unterschiedlich vielen Stufen. Hier soll nicht näher auf dieses Vorgehen eingegangen werden, da man mit Methoden der konventionellen Versuchsplanung, die in Abs. 6.2.1 kurz eingeführt wurden, die gleichen Fragestellungen gut bearbeiten kann.

Vorgehensweise

In Bezug auf die MEMS-Mikrofonmembran bedeutet dies, dass ein Design gefunden werden soll, das möglichst invariant auf Änderungen der inneren Spannungen ist. Hierbei ist es irrelevant, ob die Schwankungen durch Variationen im Herstellungsprozess oder in der späteren Benutzung hervorgerufen werden. Auf dieses Problem wurde bereits in der Bewertung der verschiedenen Designansätze für die Membran in Abs. 6.1 eingegangen. Jetzt soll das bereits optimierte Design 3 weiter dahingehend untersucht werden, welche Geometrieparameter eine möglichst konstante Sensitivität im Hörspektrum bei unterschiedlichen inneren Spannungen garantieren können. Schwankungen der Resonanzfrequenz sind dabei nicht so ausschlaggebend, solange die untere Grenze von 20 kHz nicht unterschritten wird.

Als Ausgangskonfiguration für die folgenden Betrachtungen dient die optimale Geometrie aus Abs. 6.3 und die signifikanten Parameter für die Ausgangsspannung, wie sie in

	Stufe „-“	Stufe „+“
Höhe piezoelekt. AlN-Schicht	780 nm	600 nm
Höhe Parylene: Schichtstapel plus Stufe	0 μm	0,5 μm
Membranradius	600 μm	700 μm
Breite obere Elektrode	10 μm	20 μm
innere Spannungen	100%	120%

Tab. 6.6: Faktorstufen der 4 Geometrieparameter und der inneren Spannung zur Analyse der Wechselwirkungen.

Abs. 6.2.2 bestimmt wurden. Zu den vier signifikanten Geometrieparametern wird der Betrag der inneren Spannung als 5. Faktor hinzugenommen. Ausgangswert hierfür ist wiederum das Ergebnis der Messungen, deren Wert 100% entspricht. Die Faktoren und ihre zwei Stufenwerte sind in Tabelle 6.6 aufgelistet.

Um eine ausreichende Anzahl von Simulationen für die Auswertung zu erhalten wird ein vollständiger faktorieller Versuchsplan für alle 5 Faktoren aufgestellt. Die Ergebnisse werden in einem Mittelwertvergleich ausgewertet, wobei der Schätzwert für die mittlere Varianz durch *Pooling* der nicht signifikanten Wechselwirkungen bestimmt wird. Damit kann die Wechselwirkung zwischen den Faktoren auf Signifikanz überprüft und anschließend ausgewertet werden. Dies betrifft einerseits die Verknüpfung der Geometrieparameter untereinander als auch die der Geometrieparameter zu den inneren Spannungen. Aus diesen Daten können dann Richtlinien zur Erstellung eines robusten Designs für die Mikrofonmembran abgeleitet werden.

Auswertung

Der Mittelwertvergleich zeigt, dass alle betrachteten Faktoren für die Zielgröße der elektrischen Ausgangsspannung hochsignifikant sind, und bestätigt damit die Ergebnisse der vorausgegangenen Varianzanalyse. Darüber hinaus können jetzt vier 2-fach Wechselwirkungen als hochsignifikant eingestuft werden.

Zwei davon sind Wechselwirkungen zwischen den Geometrieparametern. Sowohl die Auswirkung der Breite der Elektrode als auch die der Höhe der piezoelektrischen Schicht hängen vom Membranradius ab. Ändert man den Radius, muss man diese Parameter ebenfalls betrachten. In Abb. 6.16 ist der Zusammenhang jeweils graphisch dargestellt. Für eine maximale Ausgangsspannung ist die Konfiguration mit dem größeren Radius, der kleineren Elektrode und der dickeren piezoelektrischen Schicht optimal, so wie sie zuvor in der Varianzanalyse bestimmt worden ist.

Die anderen beiden hochsignifikanten Wechselwirkungen betreffen Überlagerungen von Geometrieparametern mit der inneren Spannung. Dabei handelt es sich um dieselben Faktoren, die auch eine Wechselwirkung zum Membranradius aufweisen. Um eine Vermengung dieser beiden Effekte zu vermeiden, müssen die Simulationsdaten nach den Radien aufgespalten und getrennt ausgewertet werden. Im Folgenden werden nur die Werte für $r_{membran} = 700 \mu\text{m}$ betrachtet, da dafür die Sensitivität höher ist.

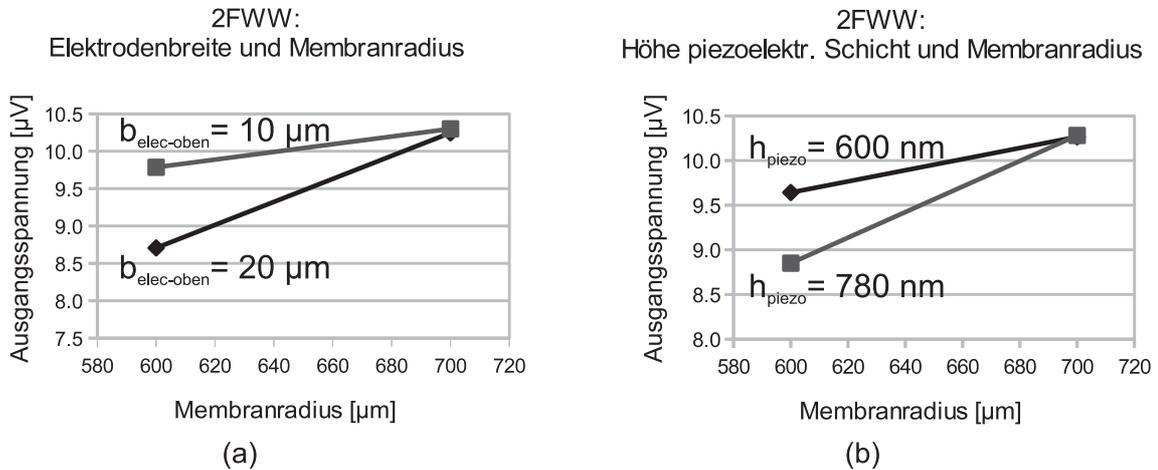


Abb. 6.16: Analyse der 2-fach Wechselwirkung zwischen Membranradius und (a) der Breite der oberen Elektrode und (b) der Höhe der piezoelektrischen Schicht. Aufgetragen ist die mittlere Ausgangsspannung pro Konfiguration.

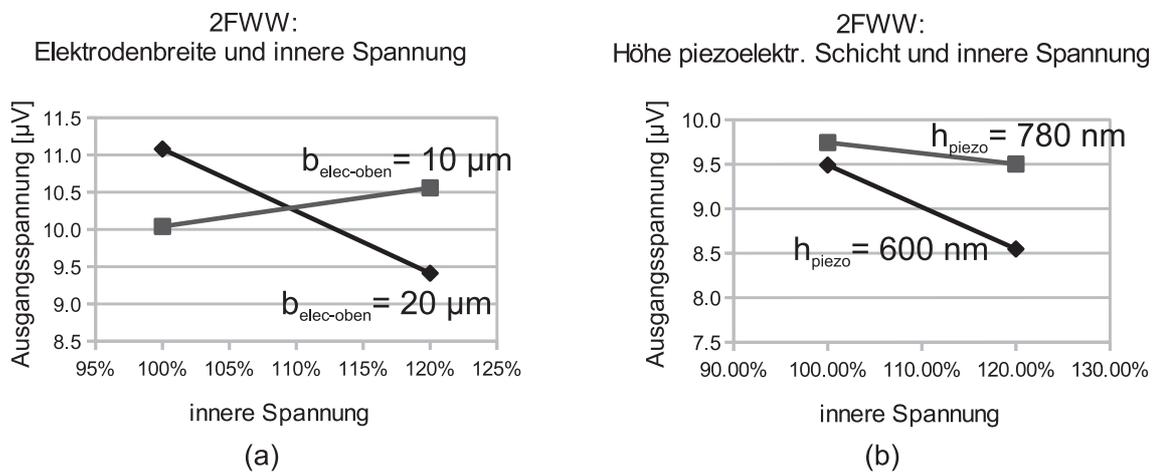


Abb. 6.17: Analyse der 2-fach Wechselwirkung zwischen der inneren Spannung und (a) der Breite der oberen Elektrode und (b) der Höhe der piezoelektrischen Schicht jeweils bei $r_{\text{membran}} = 700 \mu\text{m}$. Aufgetragen ist die mittlere Ausgangsspannung pro Konfiguration.

In Abb. 6.17 sind die Mittelwerte der elektrischen Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Elektrodenbreite und der Höhe der piezoelektrischen Schicht jeweils für die beiden Stufen der inneren Spannung graphisch gezeigt. Die Steigung der Verbindungslinien ist ein Maß für die Stärke der Abhängigkeit. Das Design mit $b_{elec-oben} = 10 \mu\text{m}$ ist gegenüber Schwankungen der inneren Spannung weniger empfindlich, da die Mittelwerte für beide Spannungsstufen nur um $0,5 \mu\text{V}$ voneinander abweichen. Für die breitere Elektrode ergibt sich hingegen eine Änderung von $1,6 \mu\text{V}$.

Die Höhe der piezoelektrischen Schicht wirkt sich bei unterschiedlich hohen inneren Spannungen ebenfalls hochsignifikant auf die elektrische Ausgangsspannung aus.

Ist $h_{piezo} = 600 \text{ nm}$, bewirkt eine Steigerung der inneren Spannung eine Änderung der Ausgangsspannung um $0,9 \mu\text{V}$. Bei der dickeren piezoelektrischen Schicht bleibt das Signal nahezu konstant.

Zusammenfassend sollte für ein Design, das möglichst robust gegen Änderungen des inneren Verspannungszustands ist, eine möglichst kleine Elektrodenbreite gewählt werden. Die Höhe der piezoelektrischen Schicht sollte auf 780 nm festgelegt werden.

Analyse des Frequenzgangs

Die Auswertung der Analyse ergibt also, dass genau bei dem Design, das die höchste Ausgangsspannung liefert, auch die geringste Sensitivität gegenüber Änderungen der inneren Spannungen zu erwarten ist. Daher soll der Frequenzgang dieser Konfiguration mit $b_{elec-oben} = 5 \mu\text{m}$, wie sie am Ende von Abs. 6.2.2 beschrieben ist, näher betrachtet werden.

Die Änderung der elektrischen Sensitivität für eine Frequenz von 1 kHz beträgt $+5,1\%$ bei 120% der inneren Spannungen und $-6,2\%$ bei 80% . Der Verlauf der Kurven ist in Abb. 6.18 gezeigt. Die Resonanzfrequenz verschiebt sich leicht, bleibt aber oberhalb von 20 kHz .

In Abs. 6.3 wurde erläutert, dass die elektrische Sensitivität über eine individuelle Verschaltung der Einzelkapazitäten der Balkenelemente weiter erhöht werden kann. Dazu ist aber die Verwendung einer breiteren Elektrode notwendig, da durch die Serienschaltung die Kapazität reduziert und somit der minimale Wert unterschritten würde. Aus den vorherigen Ergebnissen erwartet man, dass dadurch die Reaktion auf Änderungen der inneren Spannung erhöht wird.

Dies sieht man dann auch in den Simulationsergebnissen sehr deutlich, die in Abb. 6.19 dargestellt sind. Die elektrische Sensitivität schwankt nun mit $-7,6\%$ und $+9,4\%$ für die gleiche Änderung der inneren Spannung.

Für ein robustes Design ist es also besser, eine kleinere Elektrode zu verwenden. Da die elektrische Sensitivität bei der speziellen Verschaltung des Designs mit der breiteren Elektrode aber wesentlich höher ist, muss aus dieser Sicht diese Ausführung gewählt werden. Eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse, die alle Aspekte der Optimierung aufgreift, findet sich in Kap. 7.

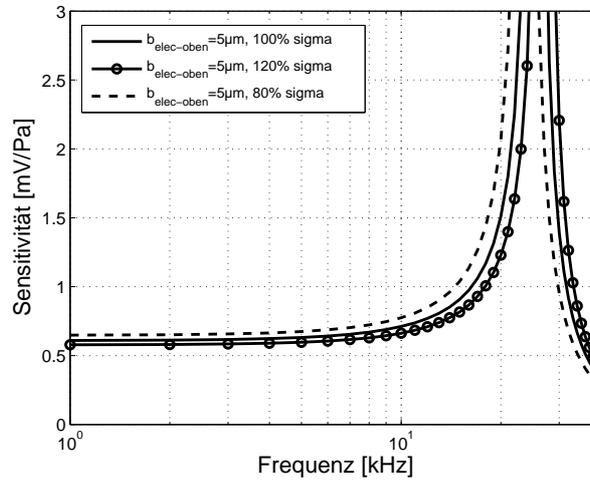


Abb. 6.18: Sensitivität im Frequenzgang auf Änderungen der inneren Spannung für die optimierte Geometrie mit einer Elektrodenbreite von $5 \mu\text{m}$. Alle Einzelkondensatoren der Balkenelemente sind parallel verschaltet.

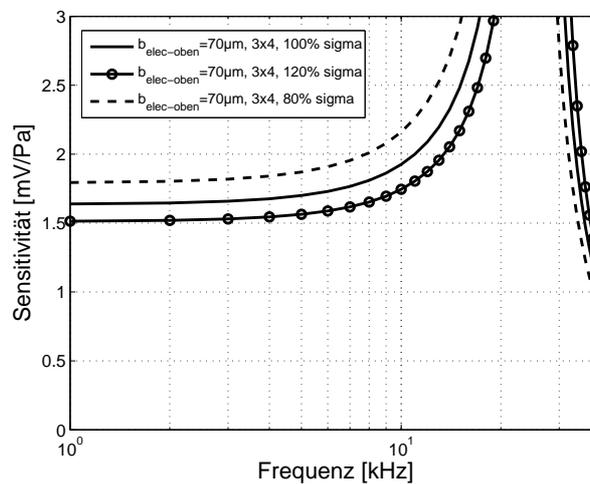


Abb. 6.19: Sensitivität im Frequenzgang auf Änderungen der inneren Spannung für die optimierte Geometrie mit einer Elektrodenbreite von $70 \mu\text{m}$. Jeweils 3 Einzelkondensatoren der Balkenelemente sind parallel, die 4 daraus resultierenden Blöcke seriell verschaltet.

7. Kritische Bewertung des Anwendungspotentials piezoelektrischer MEMS-Mikrophone

Wie bereits in der Einleitung bemerkt, ist es die Intention der Arbeit das Anwendungspotential des beschriebenen piezoelektrischen MEMS-Mikrophons in der Unterhaltungselektronik zu evaluieren.

Dazu ist neben einem linearen Frequenzgang von 20 Hz bis 20 kHz vor allem eine ausreichend hohe elektrische Sensitivität notwendig. Es müssen mindestens -42 dBV bzw. 8 mV/Pa als Ausgangssignal des gesamten Sensors erreicht werden. Daher wird in diesem Kapitel nicht mehr nur die piezoelektrische Membran, sondern das Gesamtsystem aus Sensor-Chip, Gehäuse und Verstärker betrachtet.

Die Simulationen haben gezeigt, dass eine optimierte Membran mit dem beschriebenen Design eine maximale Sensitivität von 0,605 mV/Pa aufweist. Verschaltet man die einzelnen Elemente teilweise seriell, ergibt sich für eine ebenfalls optimierte Geometrie eine Membransensitivität von 1,6 mV/Pa. Dieses Signal alleine ist für eine Bewertung noch nicht aussagekräftig, da zusätzlich die dämpfende Wirkung des Gehäuses und die Verstärkung durch die elektrische Verschaltung berücksichtigt werden müssen. Im Folgenden soll knapp auf diese beiden Effekte eingegangen werden, bevor eine abschließende Bewertung gegeben wird.

Dämpfung durch das Gehäuse

In diesem Abschnitt wird ein Modellierungsansatz auf Systemebene für die Ausbreitung von Schall vorgestellt, mit dem die Dämpfung durch das Mikrophonegehäuse abgeschätzt werden kann. Der Schalldruck trifft bei einem Mikrophon nie direkt auf die Wandlermembran auf, sondern wird immer durch das Gehäuse abgeschwächt. Um die auftretende Dämpfung zu berechnen, muss die Schallausbreitung betrachtet werden.

Aus der Grundgleichung der Fluidmechanik, der Navier-Stokes-Gleichung, gelangt man zur Bewegungsgleichung für Schallfelder [6, 102]

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \text{grad} p = 0, \quad (7.1)$$

wenn man die Reibung im Vergleich zur Trägheit und die konvektive Beschleunigung gegenüber der lokalen Beschleunigung vernachlässigt.

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt das Gleichgewicht zwischen Zufluss und Abfluss von Masse:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \cdot \operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (7.2)$$

Aus der Linearisierung der adiabatischen Zustandsgleichung ergibt sich:

$$p = c^2 \cdot \rho \quad (7.3)$$

mit c als der Schallgeschwindigkeit im Medium. Mit diesen drei Gleichungen können Schallfelder allgemein beschrieben werden. Die verwendeten Variablen Schallschnelle \mathbf{v} , Schalldruck p und Schalldichte ρ sind dabei folgendermaßen definiert:

$$\begin{array}{ll} \text{Geschwindigkeit} & \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v} \\ \text{Druck} & \tilde{p} = p_0 + p \\ \text{Dichte des Mediums} & \tilde{\rho} = \rho_0 + \rho \end{array}$$

Da die Änderungen des Drucks und der Dichte im Vergleich zum stationären Anteil ohne Schall (Index 0) wesentlich kleiner sind und nur kleine Geschwindigkeiten auftreten, ist die Betrachtung der reinen Änderungen in den beschriebenen Gleichungen zulässig [6]. Aus diesen Annahmen ergibt sich auch die Wirbelfreiheit des Schallfeldes $\operatorname{rot} \mathbf{v} = 0$ und die Existenz eines Potentialfelds Φ mit:

$$\mathbf{v} = -\operatorname{grad} \Phi. \quad (7.4)$$

Das Schallfeld kann also durch dieses Geschwindigkeits- oder Schnellepotential $\Phi(\mathbf{r}, t)$ beschrieben werden:

$$\mathbf{v} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{r}} \quad p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \rho = \frac{\rho_0}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (7.5)$$

Da es sehr aufwändig ist, diese fluidischen Gleichungen in Wechselwirkung mit der Mechanik der Membran in gekoppelten FEM-Simulationen zu berechnen, soll hier für eine pauschale Behandlung im Sinne der Kompaktmodellierung ein Modell auf Systemebene aufgestellt werden.

Dazu kann man die Form eines Kirchhoffschen Netzwerks wählen [3, 4], bei dem analog zu einem elektrischen Netzwerk eine flusserhaltende Modellierung mit einer Potentialgröße und einer Flussgröße als dynamische Variablen erfolgt. Diese beiden Größen werden über Kompaktmodelle oder Makromodelle, die die einzelnen Elemente des Netzwerks beschreiben, miteinander verbunden. Für elektrische Netzwerke ist die Flussgröße der elektrische Strom, die Potentialgröße die elektrische Spannung und die Kompaktmodelle sind z. B. das Ohmsche Gesetz für einen Widerstand und die Differentialgleichungen für Kapazitäten und Induktivitäten.

Will man das Verhalten eines Fluids innerhalb einer bestimmten Geometrie beschreiben, kann man als Elemente z. B. dünne Kanäle und Hohlräume verwenden. Aus diesen Bausteinen wird dann die tatsächliche Geometrie, die das Fluid durchströmt, angenähert. Als Potentialgröße kann der Druck p und als kontinuierliche Flussgröße die Teilchengeschwindigkeit \mathbf{v} bzw. der Schallfluss/Volumenstrom durch die Fläche S mit

$$q = \int_S \mathbf{v} da \quad (7.6)$$

als kompaktifizierter Zweigstrom verwendet werden.

Neben dem Fluid muss auch das Verhalten der Membran modelliert werden. Hierzu wird die auf die Membran wirkende flächenintegrierte Kraft F als Potentialgröße und die effektive flächengemittelte Geschwindigkeit v als Flussgröße verwendet.

Im Allgemeinen spricht man von einem akustischen Netzwerk, wenn p und q die Potential- und Flussgrößen sind, und von einem mechanischen Netzwerk, wenn F und v verwendet werden. Es sind die Indizes a (akustisch) und m (mechanisch) zur Kennzeichnung der komplexen Impedanzen gebräuchlich. Wenn mechanische und fluidische Elemente zusammen in einem Netzwerk berücksichtigt werden sollen, müssen die Impedanzen an die gewählten Fluss- und Potentialgrößen angepasst werden, indem sie ineinander umgerechnet werden. Die entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} p &= \underline{Z}_a \cdot q && \text{akustisches Netzwerk} \\ F &= \underline{Z}_m \cdot v && \text{mechanisches Netzwerk} \\ \underline{Z}_a &= \frac{1}{S^2} \cdot \underline{Z}_m && \text{Umrechnung der Impedanzen.} \end{aligned}$$

Für die einzelnen Elemente des gesamten Netzwerks (dünner Kanal, Hohlraum, Membran) muss jeweils ein Modell für die Impedanz gefunden werden, das analog zur elektrischen Konvention als Schaltung aus Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten dargestellt werden kann. Die vorgestellten Formeln sind jeweils grobe Näherungslösungen, die nur in sehr eingeschränkten Arbeitsbereichen gültig sind. Für eine erste Abschätzung sind die Modelle aber absolut tauglich.

Im Folgenden werden kurz die analytischen Kompaktmodelle für die Subsysteme „dünner Kanal“, „Hohlraum“ und „Membran“ hergeleitet. Weiterführende Literatur zu diesem Thema, das als Elektro-, Ingenieurs- oder Technische Akustik bezeichnet wird, findet sich in [6, 103–108].

Dünner Kanal

Die Reibungsverluste in einem dünnen runden Kanal der Länge l mit dem Radius r und der Fläche $S = r^2\pi$ kann mit der Gleichung nach Hagen-Poiseuille unter Verwendung der dynamischen Viskosität η bestimmt werden [108]:

$$p = \underbrace{\frac{l}{r^4} \frac{8\eta}{\pi}}_{R_a} \cdot q. \quad (7.7)$$

In diesem Fall ist die akustische/fluidische Impedanz mit $\underline{Z}_a = R_a$ rein reell und entspricht einem Widerstand.

Zusätzlich zur Reibung muss die in einem Kanal mitschwingende Masse des Fluids berücksichtigt werden. Dazu kann das dritte Newtonsche Gesetz zur Herleitung des folgenden Zusammenhangs verwendet werden:

$$p = \frac{\rho \cdot l}{r^2\pi} \cdot \dot{q} = \underbrace{\frac{m}{S^2}}_{L_a} \cdot \dot{q}. \quad (7.8)$$

Zur tatsächlichen Länge l des Kanals muss pro offener Seite eine Mündungskorrektur von $\pi/4 \cdot r$ addiert werden [103].

Die akustische Impedanz $\underline{Z}_a = j\omega L_a$ verhält sich wie eine Induktivität.

Hohlraum

In einem Hohlraum wird die darin eingeschlossene Luft durch den Schalldruck komprimiert. Da dieser Vorgang sehr schnell ist, findet kein Wärmeaustausch statt und die Adiabatangleichung

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\kappa \quad (7.9)$$

mit dem Adiabatenexponenten $\kappa = c_p/c_v$ kann verwendet werden. Durch eine Linearisierung erhält man

$$q = \underbrace{\frac{V}{c^2 \cdot \rho}}_{C_a} \cdot \dot{p} \quad (7.10)$$

mit dem Hohlraumvolumen V .

Die akustische Impedanz ergibt sich damit zu $\underline{Z}_a = \frac{1}{j\omega C_a}$ und ist äquivalent zu einer Kapazität.

Membran

Eine schwingende runde Membran mit dem Radius r und der Fläche S kann fluidodynamisch vereinfacht als Kolbenstrahler in einer ebenen Wand betrachtet werden. Dafür kann ausgehend von einem Kugelstrahler über die Eigenschaften eines Punktstrahlers die Wechselwirkung einer schwingenden Membran mit dem umgebenden Fluid berechnet werden [6].

Die Lösung für die komplexe mechanische Impedanz \underline{Z}_m ist:

$$\underline{Z}_m = \frac{1}{2c} \rho_0 \pi r^4 \omega^2 + j\omega \rho_0 \frac{8}{3} r^3. \quad (7.11)$$

Der Realteil der Impedanz kann als Abstrahlverlust ins Medium interpretiert werden. Der Imaginärteil kann als diejenige Fluidmasse verstanden werden, die mit der Membranbewegung zeitverzögert um $j\omega$ mitschwingt. Die Höhe dieser Fluidsäule kann dabei mit $\frac{8}{3} \frac{r}{\pi}$ angegeben werden.

Die mechanischen Eigenschaften der Membran selbst werden ebenfalls über eine Kolbenbewegung angenähert [10, 109]. Die tatsächliche Auslenkung $w(r, \varphi)$ bei einem äußeren Druck p wird dafür in eine konstante effektive Auslenkung x_{eff} umgerechnet:

$$x_{eff} = \frac{\int_S w(r, \varphi) da}{S}. \quad (7.12)$$

Daraus ergibt sich eine effektive Nachgiebigkeit der Membran C_{eff} , die als Inverses einer Federsteifigkeit betrachtet werden kann:

$$C_{eff} = \frac{x_{eff}}{p}. \quad (7.13)$$

Mit dem eindimensionalen Hookeschen Gesetz $F = \frac{1}{C_{eff}}x_{eff}$ zeigt sich, dass die Impedanz mit dem Potential F und dem Fluss v aus

$$v = \underbrace{C_{eff}}_{C_m} \dot{F} \quad (7.14)$$

zu $\underline{Z}_m = \frac{1}{j\omega C_m}$ berechnet werden kann. Die Nachgiebigkeit der Membran wird im Netzwerk also als Kapazität abgebildet.

Neben der Federsteifigkeit der Membran muss auch deren Masse berücksichtigt werden. Da hier ebenfalls die Kolbennäherung greift, wird die tatsächliche Masse in eine dynamisch wirksame Masse umgerechnet [10, 109]. Dazu wird die kinetische Energie der vorliegenden Schwingung der Energie einer Kolbenschwingung gleich gesetzt:

$$\frac{1}{2} \cdot m_{eff} \cdot x_{eff}^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \int_V w^2(r, \varphi) dm. \quad (7.15)$$

Sind die Dichte ρ und die Dicke t der Membran konstant, ergibt sich daraus:

$$m_{eff} = \underbrace{\rho \cdot t \cdot S}_m \cdot \underbrace{\frac{\int_S w^2(r, \varphi) da}{x_{eff} \cdot S}}_{f_{mass} > 1}. \quad (7.16)$$

Die dynamisch wirksame Masse ist somit um den Faktor f_{mass} größer als die tatsächliche Masse der Membran.

Analog zur Fluidmasse in einem Kanal kann die effektive Membranmasse als Induktivität im Netzwerk mit der Impedanz $\underline{Z}_m = j\omega m_{eff}$ abgebildet werden.

Netzwerkmodell

In Abb. 7.1 ist ein typischer Aufbau für einen MEMS-Chip gezeigt, der mittels Flip-Chip-Technologie mit dem Substrat verbunden ist. Die zugehörigen Abmessungen sind in Tabelle 7.1 aufgelistet.

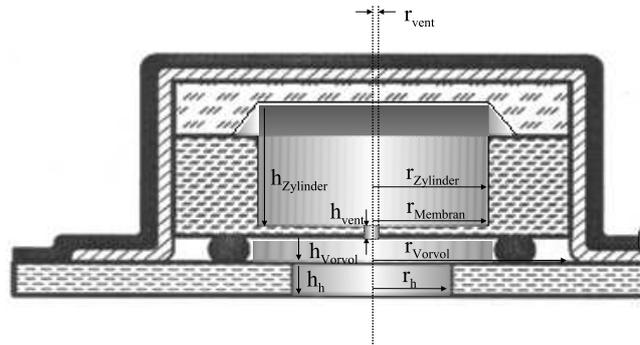


Abb. 7.1: Skizze eines typischen Gehäuses für MEMS-Mikrophone. Abmessungen siehe Tabelle 7.1.

Einlass	$r_h = 550 \mu\text{m}$	$h_h = 300 \mu\text{m}$
Vorvolumen	$r_{Vorvol} = 1600 \mu\text{m}$	$h_{Vorvol} = 50 \mu\text{m}$
Druckausgleichsloch	$r_{vent} = 1 \mu\text{m}$	$h_{Vent} = 2,017 \mu\text{m}$
Rückvolumen	$r_{Zylinder} = 700 \mu\text{m}$	$h_{Zylinder} = 600 \mu\text{m}$

Tab. 7.1: Abmessungen eines typischen Gehäuses für MEMS-Mikrophone (siehe Abb. 7.1).

Unterteilt man das Gehäuse analog der beschriebenen Analogien in Kanäle und Hohlräume, kann man ein Netzwerkmodell wie in Abb. 7.2 (a) für die Fluidik und die Membran aufstellen [10, 110]. Die Impedanzen der fluidischen Elemente lassen sich mit den gegebenen Formeln und Abmessungen berechnen. Die mechanischen Eigenschaften für eine optimierte Geometrie der Membran wurden aus FEM-Simulationen entnommen. So kann eine Übertragungsfunktion $v(f)$ für den Druck p_m , der an der Membran angreift, im Verhältnis zum Schalldruck p^\sim , der auf das Mikrophonegehäuse trifft berechnet werden:

$$v(f) = \frac{p_m}{p^\sim}. \quad (7.17)$$

Das Ergebnis für die Dämpfung in Abhängigkeit der Frequenz ist in Abb. 7.2 (b) dargestellt. Im Wesentlichen sieht man einen Verlauf mit zwei Resonanzfrequenzen, die einerseits durch die Membran und das Rückvolumen und andererseits durch den Einlassbereich und das Vorvolumen beeinflusst werden:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{M_m \cdot \frac{C_V \cdot C_a}{C_V + C_a}}}, \quad f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{M_{in} \cdot C_{in}}}. \quad (7.18)$$

Die Resonanzfrequenzen liegen mit $f_1 = 28 \text{ kHz}$ und $f_2 = 83 \text{ kHz}$ außerhalb des Hörspektrums. Die Dämpfung ist mit 4,6 dBV bei 1 kHz aber sehr hoch.

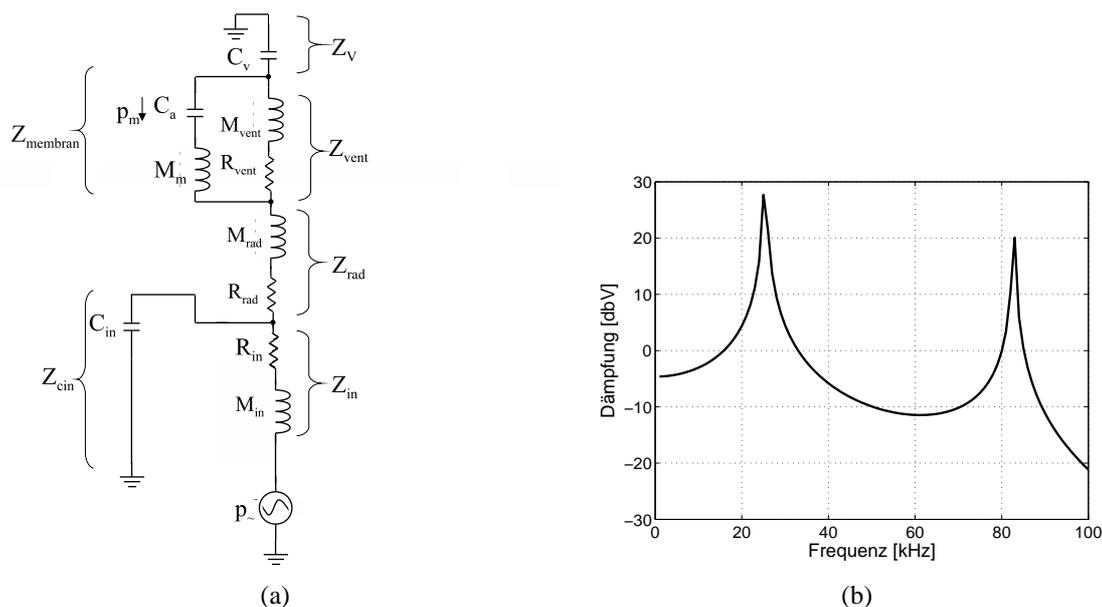


Abb. 7.2: (a) Netzwerkmodell für die Fluidik eines Gehäuses mit den Impedanzen für den Einlassbereich (Z_{in}), das Vorvolumen (Z_{cin}), die Membran ($Z_{membran}$ und Z_{rad}) mit Druckausgleichsloch (Z_{vent}) und das Rückvolumen (Z_V). (b) Die damit berechnete Übertragungsfunktion für die Dämpfung durch das Gehäuse.

Bewertung des Gesamtsystem

Zusammen mit den Ergebnissen für die Dämpfung durch das Gehäuse liefert die optimierte piezoelektrische Mikrofonmembran also eine Sensitivität von -68,6 dBV. Dieses Signal kann durch eine elektrische Schaltung um maximal ca. 20 dBV verstärkt werden [110]. Somit würde sich eine Gesamtsensitivität von -48,6 dBV ergeben, die weit unter dem geforderten Wert von -42 dBV liegt.

Mit der speziellen Verschaltung der einzelnen Kondensatorelemente, für die ebenfalls die Abmessungen optimiert wurden, würde sich ein Wert von -40,6 dBV ergeben. Diese Sensitivität liegt etwas oberhalb der geforderten Schwelle und würde die Spezifikation gerade noch so erfüllen.

Trotzdem kann dieses Konzept nicht zur Verwendung in kommerziellen MEMS-Mikrofonen empfohlen werden, auch wenn im Vergleich zu den in der Literatur beschriebenen mikrostrukturierten piezoelektrischen Mikrofonen die Sensitivität deutlich gesteigert werden konnte (siehe Tabelle 3.5) und die Resonanzfrequenz oberhalb von 20 kHz liegt.

Der verwendete Membranradius von 700 μm ist im Vergleich zu den bereits erhältlichen Mikrofonen zu groß, deren Durchmesser maximal 1 mm beträgt. Würde man den Radius reduzieren, würde sich dadurch einerseits wie gezeigt die Ausgangsspannung der Membran drastisch reduzieren. Andererseits verkleinert man dadurch auch das Rückvolumen, das die fluidische Dämpfung maßgeblich beeinflusst. In dieser Richtung besteht also kein Spielraum.

Außerdem wurden die Optimierungen vor allem bei der seriellen Verschaltung der Einzelkondensatoren im Hinblick auf eine minimale Kapazität bereits vollkommen ausgereizt. Hier besteht die Gefahr, dass parasitäre Kapazitäten dominant werden und das Ausgangssignal trotz gesteigerter elektrischer Spannung sogar verringert wird, wie es in [66] bei einem ähnlichen Vorgehen beschrieben wird.

8. Zusammenfassung

Die Produktion und die Vermarktung von mikrostrukturierten Mikrofonen hat innerhalb der letzten Jahre massiv zugenommen. Gegenüber konventionellen Mikrofonen, die in Feinwerktechnik gefertigt werden, ist ihr Marktanteil zwar noch gering aber stetig wachsend. Analysten sehen in neuen Märkten wie der Unterhaltungselektronik ein großes Anwendungspotential für MEMS-Bauteile, da diese durch ihre kleinen Abmessungen, der Reproduzierbarkeit und der guten elektromagnetischen Stabilität überzeugen. Zusätzlich können bei der Produktion durch automatisierte Bestückung Kosten eingespart werden, die bei konventionellen Elektret-Mikrofonen wegen der hohen Temperaturbelastung nicht einsetzbar ist. Bis jetzt gibt es auf dem Markt etwa ein Dutzend Anbieter für kommerzielle MEMS-Mikrofone, die zusammen mit den angebotenen Bauteilen in Abs. 2.3 vorgestellt wurden. Alle diese Komponenten nutzen die kapazitive Wandlung, um Schallwellen in ein elektrisches Signal zu transferieren.

Ziel dieser Arbeit war es, den Entwurf für ein piezoelektrisches MEMS-Mikrofon mit Hilfe von Finiter-Element-Simulation im Hinblick auf die Entwicklung eines markttauglichen Produkts zu bewerten. Das piezoelektrische Wandlerprinzip bietet im Gegensatz zu kapazitiven Mikrofonen den Vorteil, dass für die Membran selbst keine Versorgungsspannung notwendig ist und dadurch der Energiebedarf erheblich reduziert werden kann. Darüber hinaus ist der Aufbau des Sensor-Chips einfacher. Für die Herstellung der piezoelektrischen Schicht stand ein eingefahrener Prozess zur Produktion von SAW-Bauteilen zur Verfügung.

Das generelle Problem bei piezoelektrischen Mikrofonen, wie sie auch in der Literatur beschrieben werden, ist aber ihre geringe Sensitivität. Diese ist neben der piezoelektrischen Wandlerkonstanten hauptsächlich den massiv auftretenden Schichtspannungen geschuldet, die bei der Herstellung der mehrschichtigen Membran entstehen. Ein neuartiger Ansatz für ein Membrandesign sollte dieses Problem abmildern. Die Idee dabei war, die Membran in einzelne Balkenelemente aufzuteilen, die sich durch Verformung relaxieren können. Eine genauere Beschreibung des Aufbaus und des dahinter liegenden Mechanismus wurde in Abb. 3.12 in Abs. 3.3 gegeben.

Um die Effektivität des vorgeschlagenen Aufbaus zu bewerten und zu optimieren, wurden Modelle der verschiedenen Varianten auf Bauelementebene erstellt. Zur Kalibrierung dienten verschiedene Messungen. Einerseits wurden während des Beschichtungsprozesses Krümmungsmessungen am Wafer durchgeführt, um die intrinsische Spannung Schicht für Schicht zu bestimmen. Dies zeigte, dass sowohl Druckspannungen bis zu -80 MPa als auch Zugspannungen bis zu 50 MPa in den einzelnen Schichten vorhanden sind (siehe Tabelle 4.1). Auch in der piezoelektrischen Schicht treten Druckspannungen auf. Andererseits lieferten ausführliche Analysen an eigens hergestellten Teststrukturen aus

Parylene die für den verwendeten Beschichtungsprozess spezifischen Materialparameter dieses Polymers. Die Auslenkung der Parylene-Membranen wurde interferometrisch bei unterschiedlichen Drucklasten gemessen, woraus anschließend die unbekannt Parameter mit einem analytisch-numerischen Verfahren extrahiert wurden. So konnten die tatsächlich vorliegenden inneren Spannungen und Elastizitätsmodule von verschiedenen Materialtypen (Parylene C und Parylene HT) bei der Verwendung von Plasma- und nass-chemischem Ätzen bestimmt werden. Die Werte für den E-Modul liegen dabei bis zu 30% über den Herstellerangaben und es treten bis zu 14,4 MPa Zugspannungen auf. Die Analyse der so gewonnenen Daten legt den Schluss nahe, dass innere Spannungen hauptsächlich durch eine Änderung des Kristallinitätsgrads während der Temperaturbelastung beim Ätzen entstehen, mit denen die frei stehenden Membranen erzeugt werden. Verwendet man Parylene C zusammen mit einem KOH-Ätzverfahren, werden nur marginale innere Spannungen induziert und der E-Modul bleibt unverändert. Leider traten bei diesem Prozess technologische Schwierigkeiten auf, die die Verwendung der stärker verspannten Beschichtung unumgänglich machten.

Das FEM-Modell für die Membrandesigns wurde anschließend in Abs. 5.2 vorgestellt. Da sowohl generell wie auch speziell in der piezoelektrischen Schicht innere Spannungen berücksichtigt werden mussten, wurden verschiedene Möglichkeiten dafür diskutiert. Es stellte sich heraus, dass in kommerziell erhältlichen Simulatoren, wie z. B. ANSYS Multiphysics und COMSOL Multiphysics, jeweils nur spezielle Methoden zur Integration von inneren Spannungen in eine piezoelektrische Simulation möglich sind. So kann in ANSYS die innere Last nur durch die Einführung der Temperatur als gesonderter Freiheitsgrad emuliert werden, wenn eine Frequenzganganalyse durchgeführt werden soll, die zur Bewertung einer Mikrofonmembran unverzichtbar ist. In COMSOL kann die innere Spannung nur direkt in die Steifigkeitsmatrix eingerechnet werden. Da dieses Vorgehen wesentlich komfortabler und weniger fehleranfällig ist, wurde dieses Programm für alle weiteren Simulationen genutzt.

Die Berücksichtigung von inneren Spannungen machte auch das Einbeziehen von nicht-linearen Effekten notwendig, die ausführlich in Abs. 5.4 diskutiert wurden. Es konnte mit Hilfe einer numerischen linearen Knickanalyse (*buckling analysis*) nachgewiesen werden, dass die vorliegenden inneren Lasten bei einer geschlossenen Membran zum Knicken führen. Außerdem konnte gezeigt werden, dass bei der Simulation nichtlineare geometrische Verformungen berücksichtigt werden müssen, obwohl weder große Verformungen noch hohe Rotationen auftreten. Aufgrund der vorliegenden Zugspannungen kommt es zu Dehnungen innerhalb der Mittelebene, die mit dem Greenschen Verzerrungstensor berechnet werden müssen.

Das somit gewonnene prädiktive Simulationsmodell konnte anschließend für die Optimierung der Mikrofonmembranen eingesetzt werden. Nach einer ersten Bewertung der verschiedenen Designs, konnte der Aufbau mit Balkenelementen und Korrugationen als der vielversprechendste Ansatz identifiziert werden.

Mit Hilfe der statistischen Varianzanalyse und eines Mittelwertvergleichs wurden die für die elektrische Sensitivität und die Resonanzfrequenz signifikanten Parameter ermittelt. Für die Resonanz spielen die Höhen der piezoelektrischen Schicht, des Parylene und der unteren Elektrode sowie der Membranradius und die Größe des Einzugs für die Balken-

elemente eine entscheidende Rolle. Die Höhen der piezoelektrischen Schicht und des Parylene sowie der Membranradius und die Breite der oberen Elektrode beeinflussen die elektrische Ausgangsspannung signifikant. Dabei sind die Polymerhöhe und die Elektrodenbreite miteinander verknüpft.

Nach einer genaueren Untersuchung der Effekte dieser Parameter konnte in Abs. 6.3 die Breite der oberen Elektrode als der ausschlaggebende Parameter zur Steigerung der Sensitivität identifiziert werden. Die Ausgangsspannung steigt nahezu direkt proportional mit der Abnahme der Elektrodenbreite gekoppelt über die Kapazität. Die piezoelektrische Polarisation ist innerhalb von 30 μm vom Rand maximal und verringert sich dann sehr schnell. Daher ist es ausreichend, eine kleine Elektrode zu wählen, die die Ladung am Ort des Maximums des elektrischen Potentials abgreift und eine kleine Kapazität hat. Limitierend wirken dabei parasitäre Kapazitäten der Ausleseelektronik, so dass ein Wert von 2 pF nicht unterschritten werden darf. Mit diesen Randbedingungen konnte eine Membransensitivität von 0,61 mV/Pa und einer Resonanzfrequenz von 25 kHz erreicht werden.

Alternativ wurde auch eine gesonderte Verschaltung der Kapazitäten der Balkenelemente untersucht, die durch die elektrische Isolation der Einzelelemente möglich ist. Durch eine serielle Verschaltung kann wiederum die Kapazität verringert und die Spannung erhöht werden. Gleichzeitig muss aber die Elektrodenbreite so hoch sein, dass die minimale Kapazität nicht unterschritten wird. Durch Auswertung von Simulationen konnte dieser Zielkonflikt gelöst und eine optimale Konfiguration für die Geometrie und die Verschaltung gefunden werden. Die Sensitivität beträgt dabei 1,64 mV/Pa bei einer gleichbleibenden Resonanzfrequenz von 25 kHz.

Dem Gesichtspunkt „Robustes Design“ wurde dadurch Rechnung getragen, dass zusätzlich zur reinen Optimierung der Geometrie bezüglich der elektrischen Sensitivität die Robustheit gegenüber Schwankungen im Herstellungsprozess betrachtet wurde. Das Mikrofon sollte unabhängig von Fluktuationen in der Produktion immer dieselbe Ausgangscharakteristik aufweisen. Dabei stellen Schwankungen der inneren Spannungen die größte Unsicherheitsquelle dar, da die geometrischen Abmessungen gut kontrollierbar sind. Daher wurden diejenigen Geometrieparameter mittels Mittelwertvergleich identifiziert, die eine signifikante Wechselwirkung mit der inneren Spannung aufweisen. Dazu gehört die Höhe der piezoelektrischen Schicht und die Breite der oberen Elektrode. Daneben stellte sich heraus, dass dieselben Werte für diese Parameter sowohl eine maximale Ausgangsspannung liefern als auch eine minimale Sensitivität auf innere Spannungen haben. Die maximale elektrische Sensitivität dieses Designs schwankt mit ca. $\pm 5\%$, wenn die innere Spannung um $\pm 20\%$ geändert wird.

Dieses Verhalten verschlechtert sich auf ca. $\pm 8\%$, wenn eine breitere Elektrode mit der oben beschriebenen Verschaltung verwendet wird. Die elektrische Sensitivität ist dabei aber immer noch mehr als doppelt so hoch.

In der abschließenden kritischen Bewertung wurde das Anwendungspotential des beschriebenen Konzepts in der Unterhaltungselektronik überprüft. Dazu wurde ein einfaches Makromodell zur Modellierung der Fluidik innerhalb des Mikrophonehäuses genutzt. Für die Dämpfung des Gesamtaufbaus wurde damit ein Wert von 4,6 dBV ermittelt. Die beiden Resonanzfrequenzen der Übertragungsfunktion sind größer als 20 kHz. Berücksichtigt man außerdem eine maximal mögliche Verstärkung, muss man zu dem

Schluss gelangen, dass ein piezoelektrisches Mikrofon selbst mit den vorgeschlagenen Designverbesserungen nicht konkurrenzfähig ist. Die Sensitivität ist nur knapp ausreichend und die Abmessungen sind im Verhältnis zu existierenden Produkten zu groß.

Im Vergleich zu bisherigen Veröffentlichungen über piezoelektrische MEMS-Mikrophone konnte die Sensitivität durch den neuartigen Designansatz zur Spannungsreduktion aber deutlich gesteigert werden. Das beschriebene FEM-Modell machte es außerdem möglich, in kurzer Zeit verlässliche Informationen zu Sensitivität, Frequenzgang und Robustheit der Mikrofonmembran durch Simulationen unter Berücksichtigung aller Effekte durch innere Spannungen zu gewinnen.

Symbolverzeichnis

Um gebräuchliche Konventionen einhalten zu können, waren Doppelbelegungen von Symbolen nicht zu vermeiden. Daher werden im Symbolverzeichnis die verwendeten Größen für jedes Kapiteln getrennt aufgelistet.

Die Sortierung erfolgt alphabetisch, zuerst die lateinischen, dann die griechischen Buchstaben.

Kapitel 3

Symbol	Bedeutung
B	Vektor der magnetischen Induktion (B-Feld)
c	Elastizitäts- oder Steifigkeitstensor
c	Wärmekapazität
d	Tensor der piezoelektrischen Koeffizienten
D	Vektor der dielektrischen Verschiebung
e	Tensor der piezoelektrischen Moduln
E	Vektor der elektrischen Feldstärke
E	Elastizitätsmodul
f	äußere Volumenkräfte
F	Kraftvektor
G	Gibbssches Potential
G	Schubmodul
H	Vektor der magnetischen Feldstärke (H-Feld)
h	Membrandicke
N	Teilchendichte
p	hydrostatischer Druck
p	Tensor der pyroelektrischen Koeffizienten
P	Vektor der elektrischen Polarisation
Q	Wärme
Q	Ladung

Symbol	Bedeutung
s	Nachgiebigkeitstensor
S	Verzerrungstensor (Dehnungstensor)
T	Spannungstensor
u	Verschiebungsvektor
U	elektrische Spannung
U	innere Energie
V	Volumen
W	Arbeit
α	Tensor der Wärmeausdehnungskoeffizienten
ϵ_0	absolute Permittivität
ϵ	Tensor der Permittivität
ϵ_r	Tensor der relativen Permittivität
Θ	Temperatur
μ	chemisches Potential
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Raumladungsdichte
ρ_m	Massendichte
σ	Entropiedichte
χ	Tensor der Suszeptibilität
Φ	elektrisches Potential

Kapitel 4

Symbol	Bedeutung
a	Membranradius
d_0	Gitterkonstante
D	Biegesteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
p	äußerer Druck
R	Krümmungsradius
t	Schicht- oder Membrandicke
T	Temperatur
w	Auslenkung
α	thermischer Ausdehnungskoeffizient
ϵ	mechanische Dehnung
κ	Krümmung des Substrats
σ	mechanische Spannung
ν	Querkontraktionszahl

Kapitel 5

Symbol	Bedeutung
$[c]$	Elastizitätsmatrix
$[d]$	Matrix der piezoelektrischen Koeffizienten
$\{D\}$	Vektor der dielektrischen Verschiebung
$[e]$	Matrix der piezoelektrischen Moduln
E	Elastizitätsmodul
$\{E\}$	Vektor des elektrischen Felds.
E_{kin}	kinetische Energie
$\{f\}$	Volumenkräfte
$\{F\}$	Vektor der äußeren Lasten
$\{F_{th}\}$	Vektor der äußeren thermischen Lasten
H	elektrische Enthalpie
$[K]$	Systemsteifigkeitsmatrix
$[K^d]$	Permittivitätsmatrix
$[K^p]$	piezoelektrische Koppelmatrix
$[K^{pt}]$	pyroelektrische Koppelmatrix
$[K^{th}]$	Matrix der thermischen Konduktivitäten
$[K^{tu}]$	thermoelastische Steifigkeitsmatrix
$\{L\}$	Vektor der äußeren Ladungen
\mathcal{L}	Lagrange Funktional
\mathcal{N}	Ansatzfunktion für Finite-Element-Beschreibung
$\{Q\}$	Wärmevektor
$[s]$	Nachgiebigkeitsmatrix
$[S]$	Steifigkeitsmatrix (<i>stress stiffening matrix</i>)
$\{S\}$	Vektor der mechanischen Dehnung
t	Schichtdicke
$\{T\}$	Vektor der mechanischen Spannung
$\{u\}$	Verschiebungsvektor
W	äußere Arbeit
$[\alpha], \alpha$	Wärmeausdehnungskoeffizient
δ	Variation
$[\epsilon]$	Permittivitätsmatrix
$\{\Theta\}$	Temperaturvektor
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Raumladungsdichte
$[\sigma_i]$	Matrix der inneren Spannungen
$\{\phi\}$	elektrisches Potential

Kapitel 6

Symbol	Bedeutung
A, B, \dots	Faktoren
a, b, \dots	Faktorstufen
C_m	mechanische Nachgiebigkeit
E	Elastizitätsmodul
h	Membrandicke
M_m	Masse
n	Anzahl der Versuche pro Faktorstufenkombination
R	Membranradius
s_i	tatsächliche Standardabweichung der Zielgröße für die Stufe i
s_i^2	tatsächliche Varianz der Zielgröße für die Stufe i
s_I^2	mittlere Varianz <i>innerhalb</i> der Faktorstufen
s_y^2	mittlere Varianz <i>zwischen</i> den Faktorstufen
y_{ij}	j -ter Einzelwert der Zielgröße für die Stufe i
\bar{y}_i	tatsächlicher Mittelwert der Zielgröße für die Stufe i
\bar{y}_{tot}	tatsächlicher Mittelwert aller y_{ij}
α	Signifikanzniveau
$1-\alpha$	Vertrauensniveau (Konfidenzniveau)
μ	wahrer Erwartungswert (Mittelwert)
ν	Poissonzahl
σ	wahre Standardabweichung
σ_i	innere Spannung

Kapitel 7

Symbol	Bedeutung
c	Schallgeschwindigkeit
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_V	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
p	Schalldruck
q	Schallfluss oder Volumenstrom
S	Fläche
v	Schallschnelle
η	dynamische Viskosität
ρ	Schalldichte
ρ_0	Ruhedichte des Mediums
\underline{Z}	komplexe Impedanz
Φ	Schnellepotential

Literaturverzeichnis

- [1] M. Glück. *MEMS in der Mikrosystemtechnik: Aufbau, Wirkprinzipien, Herstellung und Praxiseinsatz mikroelektromechanischer Schaltungen und Sensorsysteme*. Teubner, Wiesbaden, 2005.
- [2] M. Gad-el Hak. *The MEMS handbook: Introduction and Fundamentals*. CRC Press, Boca Raton, Fla., 2006.
- [3] T. Bechtold, G. Schrag, und L. Feng. *System-level Modeling of MEMS (Advanced Micro and Nanosystems)*. Wiley-VCH, Weinheim, 2012.
- [4] P. Voigt. *Compact modeling of microsystems*. Shaker, Aachen, 2003.
- [5] iSuppli (16.1.2012). MEMS Microphones to Stay Loud and Clear with Solid Growth in 2012: <http://www.isuppli.com/MEMS-and-Sensors/MarketWatch/Pages/MEMS-Microphones-to-Stay-Loud-and-Clear-with-Solid-Growth-in-2012.aspx>, 5.3.2012.
- [6] R. Lerch, G. Sessler, und D. Wolf. *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*. Springer, Berlin, 2009.
- [7] R. Müller. *Rauschen*. Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [8] A. Ederhof. *Das Mikrofonbuch: Optimaler Einsatz im Studio und auf der Bühne*. Carstensen, München, 2006.
- [9] M. Ganesh. *Characterization of the settling behavior and failure analysis of capacitive MEMS microphones*. Technischer Report 2011/02. Lehrstuhl für Technische Elektrophysik, Technische Universität München, 2011.
- [10] M. Földner. *Modellierung und Herstellung kapazitiver Mikrofone in BiCMOS-Technologie*. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen-Nürnberg, 2004.
- [11] M. D. Williams, B. A. Griffin, J. Meloy, und M. Sheplak. A microelectromechanical systems-based piezoelectric microphone for aeroacoustic measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128:2444–2444, 2010.
- [12] G. W. Elko und K. P. Harney. A history of consumer microphones: The electret condenser microphone meets micro-electro-mechanical-systems. *Acoustics Today*, 5:4–13, 2009.

- [13] G. M. Sessler und J. E. West. Self-Biased Condenser Microphone with High Capacitance. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34:1787–1788, 1962.
- [14] G. M. Sessler. Electrets: recent developments. *Journal of Electrostatics*, 51:137–145, 2001.
- [15] Y. Yasuno und Y. Riko. A chronological review of production and applications of electret condenser microphone for consumer use. In *8th International Symposium on Electrets (ISE 8)*, pages 943–948, 1994.
- [16] M. Winter. *Integration kapazitiver Silizium-Mikrofone in ein Chip Scale Package*. Shaker, Aachen, 2011.
- [17] P. R. Scheeper, A. G. H. van der Donk, W. Olthuis, und P. Bergveld. A review of silicon microphones. *Sensors and Actuators A: Physical*, 44(1):1–11, 1994.
- [18] iSuppli (2010). MEMS Microphones Gain Volume in 2010 and Set to Make More Noise: <http://www.isuppli.com/MEMS-and-Sensors/Pages/MEMS-Microphones-Gain-Volume-in-2010-and-Set-to-Make-More-Noise.aspx>, 5.3.2012.
- [19] K. Hagiwara, M. Goto, Y. Iguchi, Y. Yasuno, H. Kodama, K. Kidokoro, und T. Tajima. Soft X-ray charging method for a silicon electret condenser microphone. *Applied physics express*, 3(9):091502– 1–3, 2010.
- [20] J. Bergqvist, F. Rudolf, J. Maisano, F. Parodi, und M. Ross. A silicon condenser microphone with a highly perforated backplate. In *Solid-State Sensors and Actuators, 1991. Digest of Technical Papers, TRANSDUCERS'91., 1991 International Conference on*, pages 266–269, 1991.
- [21] P. R. Scheeper, W. Olthuis, und P. Bergveld. Fabrication of a subminiature silicon condenser microphone using the sacrificial layer technique. In *Solid-State Sensors and Actuators, 1991. Digest of Technical Papers, TRANSDUCERS'91., 1991 International Conference on*, pages 408–411, 1991.
- [22] M. Földner, A. Dehé, und R. Lerch. Analytical analysis and finite element simulation of advanced membranes for silicon microphones. *Sensors Journal, IEEE*, 5(5):857–863, 2005.
- [23] J. Y. Chen, Y. C. Hsu, S. S. Lee, T. Mukherjee, und G. K. Fedder. Modeling and simulation of a condenser microphone. *Sensors and Actuators A: Physical*, 145:224–230, 2008.
- [24] R. Barham und M. Goldsmith. Performance of a new MEMS measurement microphone and its potential application. In Institute of Acoustics, editor, *Proceedings of the Institute of Acoustics Spring Conference 2008.*, volume 30 Pt.2, 2008.
- [25] J. Citakovic, P. F. Hoveston, G. Rocca, A. van Halteren, P. Rombach, L.J Stenberg, P. Andreani, und E. Bruun. A compact CMOS MEMS microphone with 66dB SNR. In *Solid-State Circuits Conference-Digest of Technical Papers, 2009. ISSCC 2009. IEEE International*, pages 350–351, 2009.

- [26] B. A. Ganji und B. Y. Majlis. Design and fabrication of a new MEMS capacitive microphone using a perforated aluminum diaphragm. *Sensors and Actuators A: Physical*, 149(1):29–37, 2009.
- [27] P. R. Scheeper, B. Nordstrand, J. O. Gulv, B. Liu, T. Clausen, L. Midjord, und T. Storgaard-Larsen. A new measurement microphone based on MEMS technology. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 12(6):880–891, 2003.
- [28] C. Huang, C. Lee, T. Hsieh, L. Tsao, S. Wu, J. Liou, M. Wang, L. Chen, M. Yip, und W. Fang. Implementation of the CMOS MEMS Condenser Microphone with Corrugated Metal Diaphragm and Silicon Back-Plate. *Sensors*, 11(6):6257–6269, 2011.
- [29] S. B. Horowitz, T. Nishida, L. N. Cattafesta, und M. Sheplak. Design and characterization of a micromachined piezoelectric microphone. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th Aeroacoustics Conference)*, pages 1–10, 2005.
- [30] Y. Kanda. Piezoresistance effect of silicon. *Sensors and Actuators A: Physical*, 28(2):83–91, 1991.
- [31] P. Martins, S. Beclin, S. Brida, S. Metivet, O. Stojanovic, und C. Malhaire. Design of bossed silicon membranes for high sensitivity microphone applications. *Microsystem Technologies*, 13(11):1495–1500, 2007.
- [32] The Information Network (2011). <http://www.theinformationnet.com/>.
- [33] Yole Développement (2011). <http://www.yole.fr/>.
- [34] Strategy News-EDN Europe (2011) Electronics Design. <http://www.edn-europe.com/>.
- [35] P. V. Loeppert und S. B. Lee. A commercialized MEMS microphone for high-volume consumer electronics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 116:2510–2510, 2004.
- [36] Knowles (2011). <http://www.knowles.com/>.
- [37] J. W. Weigold, T. J. Brosnihan, J. Bergeron, und X. Zhang. A MEMS condenser microphone for consumer applications. In *Micro Electro Mechanical Systems, 2006. MEMS 2006 Istanbul. 19th IEEE International Conference on*, pages 86–89, 2006.
- [38] A. Dehe. Silicon microphone development and application. *Sensors and Actuators A: Physical*, 133(2):283–287, 2007.
- [39] MEMS Investor Journal (24.8.2011). <http://www.memsjournal.com/>: <http://www.memsjournal.com/2011/03/overview-of-mems-microphone-technologies-for-consumer-applications.html>, 5.3.2012.

- [40] M. Winter, G. Feiertag, C. Siegel, A. Leidl, und H. Seidel. Chip scale package of a MEMS microphone and ASIC stack. In *IEEE 23rd International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2010*, pages 272–275.
- [41] J. Tichy und G. Gautschi. *Piezoelektrische Messtechnik: Physikalische Grundlagen, Kraft-, Druck- und Beschleunigungsaufnehmer, Verstärker*. Springer, Berlin, 1980.
- [42] W. Cady. *Piezoelectricity: an introduction to the theory and applications of electromechanical phenomena in crystals*. McGraw-Hill, New York, 1946.
- [43] T. Ikeda. *Fundamentals of piezoelectricity*. Oxford University Press, Oxford, 1996.
- [44] E. Ivers-Tiffée und W. Münch. *Werkstoffe der Elektrotechnik: Mit 40 Tabellen*. Teubner, Wiesbaden, 2007.
- [45] J. Altenbach und H. Altenbach. *Einführung in die Kontinuums-Mechanik: Mit 31 Übungsaufgaben mit Lösungen*. Teubner, Stuttgart, 1994.
- [46] J. F. Nye. *Physical properties of crystals: Their representation by tensors and matrices*. Clarendon Press, Oxford, 2008.
- [47] D. Damjanovic. Ferroelectric, dielectric and piezoelectric properties of ferroelectric thin films and ceramics. *Reports on Progress in Physics*, 61:1267–1324, 1998.
- [48] V. Piefort. *Finite element modelling of piezoelectric active structures*. Dissertation, Université Libre de Bruxelles, 2001.
- [49] G. Wachutka. Tailored modeling of miniaturized electrothermomechanical systems using thermodynamic methods. *Micromechanical Sensors, Actuators, and Systems*, pages 183–197, 1992.
- [50] A. Leidl. persönliche Mitteilung.
- [51] B. A. Griffin, M. D. Williams, C. S. Coffman, und M. Sheplak. Aluminum Nitride Ultrasonic Air-Coupled Actuator. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 20(2):476–486, 2011.
- [52] MICROCERTEC. <http://www.microcertec.com/>: <http://www.microcertec.com/fiche-materiaux-de-8-aluminiumnitrid-aln.html>, 5.3.2012.
- [53] Informationszentrum Technische Keramik. <http://www.keramverband.de/>: http://www.keramverband.de/brevier_dt/3/4/3/3_4_3_2.htm, 22.9.2011.
- [54] CeramTec – The Ceramic Experts. <http://www.ceramtec.com/>: <http://www.ceramtec.com/de/index/werkstoffe/nichtoxidkeramik/aluminiumnitrid/00110,001,0031,0419.php>, 22.9.2011.
- [55] H. Hirayama, S. Fujikawa, N. Noguchi, J. Norimatsu, T. Takano, K. Tsubaki, und N. Kamata. 222–282 nm AlGaIn and InAlGaIn-based deep-UV LEDs fabricated on high-quality AlN on sapphire. *physica status solidi (a)*, 206(6):1176–1182, 2009.

- [56] Y. Taniyasu und M. Kasu. Surface 210 nm light emission from an AlN p–n junction light-emitting diode enhanced by A-plane growth orientation. *Applied physics letters*, 96:221110–1 – 221110–3, 2010.
- [57] O. Madelung. *Semiconductors: Data handbook*. Springer, Berlin, 2004.
- [58] B. Gil. *Group III nitride semiconductor compounds: Physics and applications*. Clarendon Press and Oxford University Press, Oxford, New York, 1998.
- [59] L. Xinjiao, X. Zechuan, H. Ziyou, C. Huazhe, S. Wuda, C. Zhongcai, Z. Feng, und W. Enguang. On the properties of AlN thin films grown by low temperature reactive rf sputtering. *Thin Solid Films*, 139(3):261–274, 1986.
- [60] L. E. McNeil, M. Grimsditch, und R. H. French. Vibrational spectroscopy of aluminum nitride. *Journal of the American Ceramic Society*, 76(5):1132–1136, 1993.
- [61] A. F. Wright. Elastic properties of zinc-blende and wurtzite AlN, GaN, and InN. *Journal of applied physics*, 82:2833–2839, 1997.
- [62] M. N. Niu und E. S. Kim. Piezoelectric bimorph microphone built on micromachined parylene diaphragm. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 12(6):892–898, 2003.
- [63] W. S. Lee und S. S. Lee. Piezoelectric microphone built on circular diaphragm. *Sensors and Actuators A: Physical*, 144(2):367–373, 2008.
- [64] R. G. Polcawich. A Piezoelectric MEMS Microphone Based on Lead Zirconate Titanate (PZT) Thin Films. *DTIC Online Information of the Defense Community*, 2004.
- [65] S. Choi, H. Lee, und W. Moon. A micro-machined piezoelectric hydrophone with hydrostatically balanced air backing. *Sensors and Actuators A: Physical*, 158(1):60–71, 2010.
- [66] R. S. Fazio, T. Lamers, O. Buccafusca, A. Goel, und W. Dauksher. Design and Performance of Aluminum Nitride Piezoelectric Microphones. In *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, 2007. TRANSDUCERS 2007. International*, pages 1255–1258.
- [67] T. W. Clyne. Residual Stresses in Coated and Layered Systems. In *Encyclopedia of Materials: Science and Technology*, pages 8126–8134. Oxford, 2001.
- [68] L. B. Freund und S. Suresh. *Thin film materials: Stress, defect formation and surface evolution*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2006.
- [69] M. Ohring. *The materials science of thin films*. Academic Press, Boston, 1992.
- [70] L. Elbrecht, U. Storm, R. Catanescu, und J. Binder. Comparison of stress measurement techniques in surface micromachining. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 7:151–154, 1997.

- [71] G. G. Stoney. The tension of metallic films deposited by electrolysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 82(553):172–175, 1909.
- [72] H. Kupfer, T. Flügel, F. Richter, und P. Schlott. Intrinsic stress in dielectric thin films for micromechanical components. *Surface and coatings technology*, 116:116–120, 1999.
- [73] T. P. L. Pedersen, J. Kalb, W. K. Njoroge, D. Wamwangi, M. Wuttig, und F. Spaepen. Mechanical stresses upon crystallization in phase change materials. *Applied physics letters*, 79:3597–3599, 2001.
- [74] A. J. Rosakis, R. P. Singh, Y. Tsuji, E. Kolawa, und N. R. Moore Jr. Full field measurements of curvature using coherent gradient sensing: application to thin film characterization. *Thin Solid Films*, 325(1-2):42–54, 1998.
- [75] J. D. Kamminga, T. H. Keijser, E. J. Mittemeijer, und R. Delhez. New methods for diffraction stress measurement: a critical evaluation of new and existing methods. *Journal of applied crystallography*, 33(4):1059–1066, 2000.
- [76] B. Okolo, P. Lamparter, U. Welzel, und E. J. Mittemeijer. Stress, texture, and microstructure in niobium thin films sputter deposited onto amorphous substrates. *Journal of applied physics*, 95:466–475, 2004.
- [77] Speciality Coatings Systems (2011). <http://www.scscoatings.com/>.
- [78] T. Zöpfl, S. Klare, G. Wachutka, und G. Schrag. Characterisation of the intrinsic stress in micromachined parylene membranes. In *Proceedings of SPIE*, volume 7362, page 73621M, 2009.
- [79] S. Klare. *Bestimmung der Materialparameter und der inneren Spannungen einer Parylenmembran*. Technischer Report 2008/10. Lehrstuhl für Technische Elektrophysik, Technische Universität München, 2008.
- [80] W. P. Eaton, F. Bitsie, J. H. Smith, und D. W. Plummer. A new analytical solution for diaphragm deflection and its application to a surface-micromachined pressure sensor. In *International Conference on Modeling and Simulation of Microsystem*, 1999.
- [81] S. Timoshenko und Woinosky-Krieger S. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, New York, 1987.
- [82] E. Suhir. *Structural analysis in microelectronic and fiber-optic systems*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- [83] R. Schellin, G. Hess, W. Kuhnel, C. Thielemann, D. Trost, J. Wacker, und R. Steinmann. Measurements of the mechanical behaviour of micromachined silicon and silicon-nitride membranes for microphones, pressure sensors and gas flow meters. *Sensors and Actuators A: Physical*, 41(1-3):287–292, 1994.

- [84] W. Sim, B. Kim, B. Choi, and J. O. Park. Theoretical and experimental studies on the parylene diaphragms for microdevices. *Microsystem Technologies*, 11(1):11–15, 2005.
- [85] T. A. Harder, T. J. Yao, Q. He, C. Y. Shih, and Y. C. Tai. Residual stress in thin-film parylene-C. In *The Fifteenth IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, 2002.*, pages 435–438, 2002.
- [86] R. Kumar. Parylene as a Suppressant for Tin Whiskers Growth on Printed Circuit Boards. In *Proceedings Technical Conference, IPC Printed Circuits EXPO, APEX and the Design Summit, 2007.*
- [87] F. R. Schwarzl. *Polymermechanik: Struktur und mechanisches Verhalten von Polymeren*. Springer, Berlin, 1990.
- [88] ANSYS Inc. (2012). <http://www.ansys.com/>.
- [89] COMSOL Inc. (2012). <http://www.comsol.com/>.
- [90] MathWorks Inc. (2012). <http://www.mathworks.com/>.
- [91] H. F. Tiersten. Hamilton’s principle for linear piezoelectric media. *Proceedings of the IEEE*, 55(8):1523–1524, 1967.
- [92] A. Benjeddou. Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey. *Computers & Structures*, 76(1):347–363, 2000.
- [93] H. Allik und T. J. R. Hughes. Finite element method for piezoelectric vibration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2(2):151–157, 1970.
- [94] R. Lerch. Simulation of piezoelectric devices by two-and three-dimensional finite elements. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 37(3):233–247, 1990.
- [95] W. Schnell, D. Gross, and W. Hauger. *Technische Mechanik 2: Elastostatik*. Springer Lehrbuch, Heidelberg, 1995.
- [96] U. Graf, H.-J Henning, K. Stange, and P.-T Wilrich. *Formeln und Tabellen der angewandten mathematischen Statistik*. Springer, Berlin Heidelberg, 1998.
- [97] G. E. P. Box, J. S. Hunter, and W. G. Hunter. *Statistics for experimenters: Design, innovation, and discovery*. Wiley-Interscience, Hoboken N. J., 2005.
- [98] B. Klein. *Versuchsplanung DoE: Einführung in die Taguchi-Shainin-Methodik*. Oldenbourg, München, 2004.
- [99] P. J. Ross. *Taguchi techniques for quality engineering: Loss function, orthogonal experiments, parameter and tolerance design*. McGraw-Hill, New York, 1988.
- [100] D. Rasch, G. Herrendoerfer, and J. Bock. *Verfahrensbibliothek: Versuchsplanung und -auswertung*. Oldenbourg, München, 1996-1998.

- [101] W. Kleppmann. *Taschenbuch Versuchsplanung: Produkte und Prozesse optimieren*. Hanser, München, 2009.
- [102] L. D. Landau und E. M. Lifshitz. *Course of Theoretical Physics Vol. 6: Fluid Mechanics*. Pergamon Press, London, 1959.
- [103] I. Veit. *Technische Akustik: Grundlagen der physikalischen, physiologischen und Elektroakustik*. Vogel, Würzburg, 2005.
- [104] A. Lenk. *Elektromechanische Systeme: Mechanische und akustische Netzwerke, deren Wechselwirkungen und Anwendungen*. Springer, Berlin, 2001.
- [105] M. Zollner und E. Zwicker. *Elektroakustik*. Springer, Berlin, 1993.
- [106] H. Henn, G. R. Sinambari, und M. Fallen. *Ingenieurakustik: Grundlagen, Anwendungen, Verfahren ; mit 36 Tabellen*. Vieweg, Braunschweig, 2001.
- [107] P. M. Morse. *Vibration and sound*. American Institute of Physics for the Acoustical Society of America, New York, 1981.
- [108] M. Rossi. *Acoustics and electroacoustics*. Artech House, Boston, 1988.
- [109] S. Junge. *Entwicklung und Charakterisierung von Mikrofonen in Siliziumtechnologie mit Metallmembran*. Logos Berlin, Berlin, 2010.
- [110] P. Kruppa. *Charakterisierung des Signal-Rausch-Verhältnisses von Piezoelektrischen Mikrofonen*. Technischer Report 2007/03. Lehrstuhl für Technische Elektrophysik, Technische Universität München, 2007.

Danksagung

Mein Dank gilt in erster Linie meinem Doktorvater Prof. Dr. Gerhard Wachutka. Er hat diese Arbeit durch eine Anstellung am Lehrstuhl ermöglicht und durch ausführliche Diskussionen und fortwährendes Interesse fachlich stets äußerst kompetent begleitet.

Dr. Gabriele Schrag als Leiterin der MEMS-Gruppe und direkte Betreuerin der Arbeit möchte ich besonders erwähnen. Sie hat durch ihre stetige Motivation, den guten Ratschlägen und den anregenden Gesprächen maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Dr. Franz Wittmann möchte ich für die Unterstützung bei Messungen herzlich danken. Ohne diese beiden Mitarbeiter wäre meine Arbeit in dieser Form nicht gelungen.

An alle meine Mit-Doktoranden am TEP werde ich mich immer wieder gerne wegen der schönen Zeit am Lehrstuhl erinnern.

Bei meinen Eltern, meiner Schwester und meinem Ehemann bedanke ich mich für fleißiges Korrekturlesen und die stetige Unterstützung und Aufmunterung während der schriftlichen Ausarbeitung.