



TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN  
Lehrstuhl für Angewandte Mechanik

# Interdisziplinäre Simulation am Beispiel hydraulischer Nockenwellenversteller

**Dipl.-Ing. Univ. Markus Schneider**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Technischen Universität München zur Erlangung des  
akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)**

genehmigten Dissertation.

**Vorsitzender:** Univ.-Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl

**Prüfer der Dissertation:**

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich (i. R.)
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Georg Wachtmeister

Die Dissertation wurde am 27.06.2012 bei der Technischen Universität München  
eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 29.11.2012 angenommen.



## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand aus meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der Technischen Universität München von Mai 2007 bis Mai 2011 unter der Leitung meines Doktorvaters Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich (i. R.). Ihm gilt mein aufrichtiger Dank für das entgegengebrachte Vertrauen und die gewährten Freiheiten und Möglichkeiten, die meine Zeit am Lehrstuhl zwar fordernd, zugleich jedoch auch spannend und sehr lehrreich werden ließen.

Bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Georg Wachtmeister bedanke ich mich für das Interesse an meiner Arbeit und die Erstellung des Zweitgutachtens, bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl für die Übernahme des Vorsitzes in der Prüfungskommission.

Ein großer Teil der Arbeit wurde von der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V. (FVV) und der Forschungsvereinigung *Otto von Guericke* e. V. (AiF) finanziert. Beim projektbegleitenden Arbeitskreis unter der Leitung von Herrn Dr.-Ing. Christoph Brands bedanke ich mich für die allzeit gute und konstruktive Zusammenarbeit während des Forschungsvorhabens.

Bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls bedanke ich mich für das sehr angenehme Arbeitsklima und die stete Hilfs- und Diskussionsbereitschaft. Dieser Dank gilt insbesondere meinen langjährigen Zimmerkollegen Robert Huber, Markus Filippi und Karin Krüger. Bei Markus Friedrich und Jan Clauberg bedanke ich mich für die ausgezeichnete IT-Infrastruktur und bei Sebastian Lohmeier für die Bereitstellung der L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Klassen. Ein besonderer Dank gilt den MBSIM-Mitentwicklern Martin Förg, Thorsten Schindler, Robert Huber und Markus Friedrich (diesem auch für OPENMBV, MBSIMXML und MDPCOSIM). Für die kritische und gewissenhafte Durchsicht des Manuskripts bedanke ich mich bei Thorsten Schindler, Markus Friedrich, Karin Krüger und meiner Freundin Elisabeth Luber.

Zuletzt ist es mir ein besonderes Anliegen, meinen Eltern Barbara und Otto zu danken, die meinen bisherigen Werdegang ermöglicht und allezeit auf vielfältige Art und Weise unterstützt und gefördert haben. *Vergelt's Gott!*

München, Februar 2013

*Markus Schneider*





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Einführung und Problemstellung . . . . .	2
1.2	Stand der Forschung und Technik . . . . .	4
1.2.1	Modellierung und Berechnung strukturvarianter Mehrkörpersysteme	4
1.2.2	Untersuchung von Ventiltrieben . . . . .	5
1.2.3	Berechnung von Steuertrieben in Kettenbauweise . . . . .	6
1.2.4	Abbildung ölhydraulischer Systeme - Kettenspanner und Ventilspiel- ausgleichselemente . . . . .	8
1.3	Beschreibung des untersuchten Systems . . . . .	9
1.4	Ziel und Aufbau der Arbeit . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Dynamik starrer Mehrkörpersysteme mit Diskontinuitäten</b>	<b>17</b>
2.1	Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems . . . . .	17
2.1.1	Parametrisierung der kinematischen Größen . . . . .	18
2.1.2	Parametrisierung der kinetischen Größen . . . . .	20
2.1.3	Bewegungsgleichungen . . . . .	21
2.2	Kraftgesetze . . . . .	25
2.2.1	Zweiseitige Bindungen . . . . .	26
2.2.2	Einseitige Bindungen . . . . .	27
2.3	Diskontinuierliche Dynamik . . . . .	29
2.3.1	Maßdifferentialgleichung . . . . .	29
2.3.2	Stoßgesetze . . . . .	30
2.3.3	Mathematische Formulierung der Nebenbedingungen . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Erweiterung der Bewegungsgleichung zur Berechnung hydraulischer Systeme</b>	<b>33</b>
3.1	Modellbildung bei hydraulischen Systemen . . . . .	33
3.2	Bewegungsgleichungen starrer hydraulischer Systeme . . . . .	36
3.2.1	Leitungen . . . . .	36
3.2.2	Knoten . . . . .	40
3.2.3	Wechselwirkungen zwischen Mechanik und Hydraulik . . . . .	45
3.2.4	Kontinuierliche Leitungsmodelle . . . . .	47
3.3	Druckverluste in hydraulischen Systemen . . . . .	48
3.3.1	Strömungs- und Umlenkverluste . . . . .	49
3.3.2	Variable Druckverluste . . . . .	51
3.3.3	Komplexe Elemente . . . . .	53
3.4	Physikalische Eigenschaften des hydraulischen Mediums . . . . .	55
3.4.1	Kompressibilität . . . . .	55

3.4.2	Dichte . . . . .	58
3.4.3	Viskosität . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Numerische Simulation interdisziplinärer Systeme</b>	<b>61</b>
4.1	Umsetzung in ein Computer-Programm . . . . .	61
4.1.1	Anforderungen an ein Simulationsprogramm . . . . .	61
4.1.2	MBSIM . . . . .	62
4.1.3	MBSIMHYDRAULICS . . . . .	65
4.1.4	MBSIMXML . . . . .	67
4.2	Überblick über die Softwareumgebung . . . . .	67
4.3	Berechnung von Gesamtsystemen mittels Cosimulation . . . . .	69
4.3.1	Funktionen einer Cosimulationsschnittstelle . . . . .	70
4.3.2	MDPCOSIM . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Prüfstand zur Untersuchung hydraulischer Nockenwellenversteller</b>	<b>75</b>
5.1	Beschreibung des Prüfstands . . . . .	75
5.1.1	Aufbau . . . . .	76
5.1.2	Messtechnik . . . . .	76
5.2	Parameteridentifikation . . . . .	78
5.2.1	Fluiddaten . . . . .	79
5.2.2	Hydraulikaggregat . . . . .	80
5.2.3	Verlustbeiwerte des hydraulischen Systems . . . . .	81
5.3	Untersuchung des Proportionalventils . . . . .	86
5.3.1	Systemaufbau und Funktionsweise . . . . .	86
5.3.2	Modellierung der elektromagnetischen Kraftwandlung . . . . .	87
5.3.3	Identifikation des mechanischen Systems . . . . .	89
5.4	Verstellvorgang des Nockenwellenverstellers . . . . .	90
5.4.1	Modellierung des Nockenwellenverstellers . . . . .	91
5.4.2	Messaufbau und Messprogramm . . . . .	92
5.4.3	Verifikation des Simulationsmodells . . . . .	93
<b>6</b>	<b>Wechselwirkungen mit Ventil- und Steuertrieb</b>	<b>97</b>
6.1	Einfluss des Ventiltriebs . . . . .	97
6.1.1	Modellierung . . . . .	97
6.1.2	Rückwirkungen auf die Nockenwellenversteller . . . . .	99
6.2	Untersuchung des Gesamtsystems . . . . .	100
6.2.1	Aufbau der Cosimulation . . . . .	103
6.2.2	Initialisierung der Simulation . . . . .	107
6.2.3	Ergebnisse und Verifikation . . . . .	108
6.3	Einfluss hydraulischer Nockenwellenversteller . . . . .	113
6.3.1	Regelung der Verstelllage . . . . .	113
6.3.2	Übertragungsverhalten . . . . .	114
6.3.3	Verschiebung der Resonanzstellen . . . . .	118
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>123</b>
	<b>Literatur</b>	<b>127</b>

# 1 Einleitung

In vielen Bereichen des Maschinen- und Automobilbaus ist eine Entwicklungstendenz von rein mechanischen zu integrierten mechatronischen Lösungen erkennbar, welche durch immer umfangreicher werdende Anforderungen an Bauteile und Produkte getrieben wird. Bei Verbrennungsmotoren im automobilen Einsatz werden beispielsweise mechatronische Komponenten eingesetzt, um die Charakteristik des Motors bestmöglich an den vorliegenden Betriebspunkt anzupassen. Eine der dabei oft eingesetzten Lösungen stellen Nockenwellenverstellungssysteme dar, da diese mit einem relativ geringen Aufwand eine ausreichende Beeinflussung des Ladungswechsels ermöglichen. Für die Auslegung dieser zunehmend komplexer werdenden Systeme ist die Unterstützung durch numerische Methoden häufig erforderlich. Die Simulation muss daher die Entwicklungstendenz hin zu mechatronischen Lösungen widerspiegeln, indem sie eine Berücksichtigung der verschiedenen eingesetzten physikalischen Domänen ermöglicht und so eine optimale Unterstützung des gesamten Entwicklungsprozesses gewährleistet.

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen des von der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V. (FVV) und der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen *Otto von Guericke* e. V. (AiF) finanzierten Projekts *Dynamik von Nockenwellenverstellern unter Berücksichtigung von Hydraulik und Regelung* (Vorhaben Nr. 871) entstanden. Es wird der Einfluss hydraulisch aktiver Nockenwellenversteller auf das dynamische Verhalten des Steuer- und Ventiltriebs eines Verbrennungsmotors untersucht. Bei den dazu eingesetzten Simulationsmethoden ist es nicht ausreichend, lediglich das mechanische Problem darzustellen, da insbesondere die Hydraulik das Gesamtsystemverhalten deutlich beeinflusst. Somit ist auch bei diesem System der Einsatz einer Simulationsmethode notwendig, welche neben der Behandlung der Mechanik auch die gleichberechtigte Einbindung von Hydraulik und Regelung im Sinne einer Gesamtsystemsimulation ermöglicht.

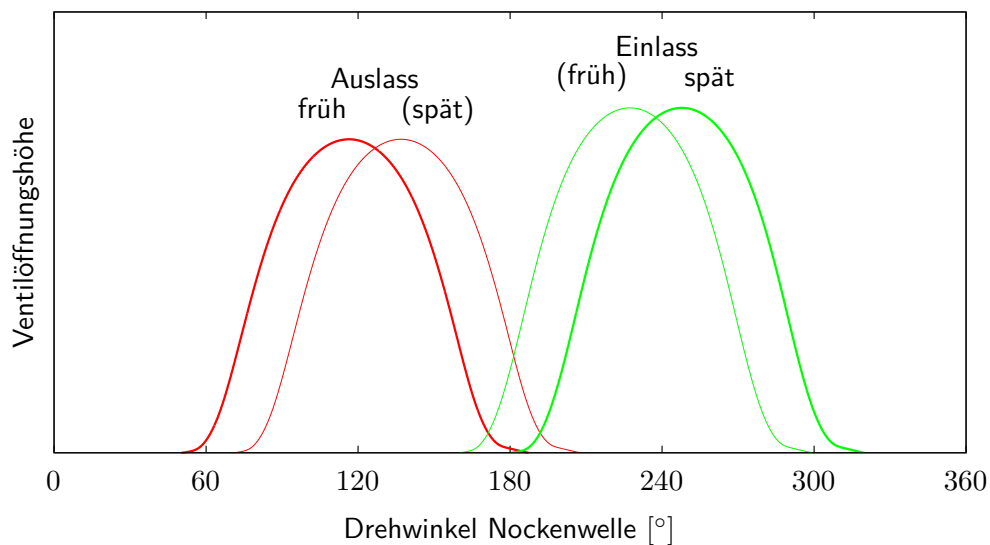
Einleitend wird auf das Themengebiet der Nockenwellenverstellung eingegangen und die auftretenden Problemstellungen werden charakterisiert. Die für die Abbildung dieser Systeme entwickelten Methoden und Modelle basieren auf der Theorie strukturvarianter Mehrkörpersysteme. In einem Überblick über den gegenwärtigen Stand der Forschung und Technik wird die mathematische Formulierung und numerische Behandlung solcher Systeme vorgestellt. Da Nockenwellenverstellungssysteme zwischen Steuer- und Ventiltrieb verbaut werden, werden Simulationsaktivitäten im Bereich

dieser Komponenten genauer betrachtet. Auch wird auf die Simulation ölhydraulischer Systeme im Umfeld der Verbrennungsmotoren eingegangen. Abschließend erfolgt eine Vorstellung des untersuchten Systems.

## 1.1 Einführung und Problemstellung

Die heutige Motorenentwicklung findet in einem vielschichtigen Spannungsfeld statt. Nach KIRSTEN ist das Marktszenario geprägt durch kürzer werdende Produktlebenszyklen, stärkere Segmentierung, hohen Kostendruck, anspruchsvolle Kundenerwartungen und hohe Gesellschaftserwartungen. Zusätzliche treibende Faktoren sind verschärfte gesetzliche Vorgaben, eine wachsende Wahrnehmung der Ressourcenknappheit in der Bevölkerung sowie unterschiedliche regionale und marktsegmentspezifische Anforderungen. Da bei Ottomotoren nur zirka 22 % der eingesetzten Energie in effektive Leistung umgesetzt wird, stellen thermodynamische Verbesserungen den effektivsten Ansatzpunkt zur Erhöhung des Wirkungsgrades dar. Dazu kann eine Variabilität im Ventiltrieb einen wesentlichen Beitrag leisten. Der alleinige Einsatz von Nockenwellenverstellern ermöglicht ein Verbrauchersparnis von etwa 4 %, in Kombination mit anderen Maßnahmen können bis zu 8 % erreicht werden [62]. Da diese Systeme mit relativ geringem Aufwand in die bestehenden Motorkonzepte integriert werden können, sind sie mittlerweile eine Standardkomponente in Otto-Verbrennungsmotoren, die zahlreiche namhafte Hersteller einsetzen [8, 23, 60, 63, 67, 103, 113]. Generell wird von PISCHINGER festgestellt, dass bei zukünftigen Motorkonzepten der variable Ventiltrieb einen entscheidenden Anteil an Kraftstoffeinsparung und Emissionsreduzierung besitzt [92]. JUNKER kommt durch den Vergleich mehrerer unabhängiger Studien zu dem Ergebnis, dass auch bei optimistischen Prognosen im Jahr 2030 der Marktanteil rein batteriebetriebener Fahrzeuge noch unter 10 % liegen wird [57]. Der Verbrennungsmotor wird demnach auch mittelfristig das vorherrschende Antriebskonzept bilden und Gegenstand fortlaufender Verbesserungen sein.

Den Einfluss einer Nockenwellenverstellung auf den innermotorischen Verbrennungsprozess beschreibt HANNIBAL [46]. Dazu zeigt Bild 1.1 zunächst die Auswirkung einer Phasenverschiebung auf die Ventilsteuerzeiten. In der Grundposition, welche beim Leerlauf des Motors vorliegt, wird das Auslassventil *früh* und das Einlassventil *spät* geöffnet, so dass der Überschneidungswinkel der Ventile gering ist. Dieser kann durch ein zunehmend späteres Öffnen des Auslassventils und ein früheres Öffnen des Einlassventils deutlich gesteigert werden. Der Ventilüberschneidung ist jedoch eine konstruktive Grenze gesetzt, da eine Kollision der Ventile vermieden werden muss. Bei diskreten Zweipunktverstellern kann durch ein spätes Schließen des Einlasses die Maximalleistung gesteigert werden und im leerlaufnahen Bereich die Laufruhe des Motors erhöht werden. Dies ermöglicht zudem eine Senkung der Leerlaufdrehzahl, wodurch die Abgasrohmissionen reduziert werden. Dagegen wird für ein maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen ein möglichst frühes Schließen des Einlassventils angestrebt. Maximalleistung und Drehmoment können bei kontinuierlichen Verstellern in einem breiten Drehzahlband gesteigert werden. Zudem wird die Leerlauf-



**Bild 1.1:** Auswirkung der Phasenverschiebung auf die Ventilsteuerzeiten

und Abgasqualität durch eine interne Abgasrückführung verbessert. LEONE, CHRISTENSON und STEIN [72] zeigen einen ausführlichen Vergleich von Steuerzeitstrategien im Teillastbereich bei verschiedenen Verstellkonfigurationen, STEIN, GALIETTI und LEONE [106] eine Strategie für eine gekoppelte Ein- und Auslassverstellung.

Aufgrund der sehr guten Beherrschbarkeit und Effizienz des Systems sind im Laufe der Zeit verschiedene Konzepte für die Nockenwellenverstellung entwickelt worden. Beispielsweise beschreiben WILKE und NEUBAUER eine Umsetzung auf Basis eines Taumelscheibengetriebes [117] oder PATH eine Umsetzung auf Basis eines Harmonic-Drive Getriebes [86]. Wie aus einer Analyse der in Großserie eingesetzten Verstellersysteme hervorgeht, hat sich heute aus der Vielzahl der möglichen Konzepte das hydraulische Verstellsystem auf Basis eines Schwenkmotors durchgesetzt. Von KNECHT, STEPHAN und HANNIBAL wird die Entwicklung der Nockenwellenversteller ausgehend von Zweipunktverstellern über stufenlose Versteller mit Gerad-/Schrägverzahnung bis zu heutigen Nockenwellenverstellern der dritten Generation beschrieben, welche sich durch stufenlose Verstellung und einfachen Aufbau auszeichnen [66]. Durch Gewichtsreduzierung [93] sowie Integration weiterer Funktionalitäten [65] werden sie stetig verbessert.

Hydraulische Nockenwellenversteller nach dem Schwenkmotorprinzip sind direkt in den Kraftfluss des Ventil- und Steuertriebs integriert, so dass eine Übertragung des Drehmoments zur Nockenwelle nicht mehr formschlüssig, sondern kraftschlüssig über die hydraulischen Volumina der Versteller erfolgt. Somit ist im Steuertrieb ein weiterer schwingungsfähiger Freiheitsgrad vorhanden, der die Dynamik des Gesamtsystems beeinflusst. Die bisher im Einsatz befindlichen Simulationsmodelle starrer oder flexibel gedämpfter Verbindungen von Steuer- und Ventiltrieb sind jedoch nicht in der Lage, zusätzliche Schwingungen in der Nockenwellenbewegung und Phasenverschiebungen der Ventilöffnung in Bezug zur Kurbelwellenposition abzubilden. Diese sind aus Messungen bekannt und dem Einfluss des Nockenwellenverstellersystems

zuzuordnen. Mangels dieser ganzheitlichen Betrachtung des Zusammenspiels von Mechanik, Hydraulik und Regelung sind simulationsbasierte Aussagen zur Gesamtdynamik nicht möglich. Zeit- und kostenintensive experimentelle Variantenuntersuchungen sowie konstruktive Änderungen stellen einen derzeit vorhandenen unnötigen wirtschaftlichen Mehraufwand in der Entwicklung dar.

## 1.2 Stand der Forschung und Technik

Der in der vorliegenden Arbeit untersuchte hydraulische Nockenwellenversteller ist in Verbrennungsmotoren die Verbindungskomponente zwischen dem Steuer- und Ventiltrieb, so dass auch die Eigenschaften des Verstellers nur unter Berücksichtigung dieser Komponenten charakterisiert werden können. Basis für die Berechnung dieser Systeme mit dem Ziel einer Beschreibung des Globalverhaltens bildet die Theorie strukturvarianter Mehrkörpersysteme. Ausgehend von der theoretischen und numerischen Behandlung strukturvarianter Mehrkörpersysteme soll ein Überblick über die gegenwärtigen Berechnungsmöglichkeiten im Bereich der Ventil- und Steuertriebe gegeben werden, wobei bei letzteren der Schwerpunkt auf Steuertriebe in Kettenbauweise gelegt wird. Da sowohl das in dieser Arbeit untersuchte Nockenwellenverstellungssystem hydraulisch aktuiert wird und auch in Ventil- und Steuertrieben hydraulische Komponenten das Systemverhalten entscheidend bestimmen, wird auch ein kurzer Überblick über die numerische Untersuchung ölhydraulischer Systeme gegeben.

### 1.2.1 Modellierung und Berechnung strukturvarianter Mehrkörpersysteme

Ein strukturvariantes Mehrkörpersystem stellt ein mechanisches System mehrerer starrer und elastischer Körper dar, welche untereinander durch verschiedene Kraftelemente in Beziehung stehen und somit Wechselwirkungen eingehen. Dabei können sich die Freiheitsgrade des Systems aufgrund von nur temporär aktiven Verbindungen oder nur einseitig wirkenden Kraftgesetzen ändern. Die grundsätzliche mathematische Beschreibung derartiger Systeme basiert mit der Kinetik und Kinematik auf den Methoden der technischen Mechanik, wie sie etwa von MAGNUS und MÜLLER-SLANY [75] einführend beschrieben werden. Damit wird eine Bestimmung der dynamischen Bewegungsgleichungen ermöglicht. Die dazu angewandten Verfahren gehen zurück auf die Arbeiten von NEWTON, EULER, D'ALAMBERT und LAGRANGE und werden beispielsweise von PFEIFFER [88] und BREMER [11] erläutert. Schwerpunkt bildet die Modellierung und das Bewegungsverhalten von Mechanismen aus starren Körpern. Die Berücksichtigung von elastischen Körpern beschreibt beispielsweise BREMER [12]. Während die bisher genannten Autoren eine möglichst allgemeine Darstellung der Bewegungsgleichungen anstreben, legt ULBRICH seinen Schwerpunkt auf die Maschinendynamik [115]. Weitere Standardwerke im Bereich der Dynamik von Mehrkörpersystemen sind unter anderem die Bücher von SHABANA [105], KANE und LEVINSON [59] sowie WITTENBURG [118].

Einen historischen Überblick zur Beschreibung und algorithmischen Behandlung von Mehrkörpersystemen gibt SCHIEHLEN [99]. Auch in [89, 121] wird deutlich, dass häufig erst durch Simulation und Rechneinsatz die Untersuchung großer und komplexer Systeme ermöglicht wird. Wesentliche Voraussetzung dafür ist jedoch eine korrekte Abbildung der Bewegungsgleichungen in einem Rechenprogramm. Bis etwa 1990 waren diese Rechenprogramme bedingt durch die Möglichkeiten der Programmiersprachen meist speziell auf eine konkrete Struktur eines Mehrkörpersystems angepasst, da eine allgemeine Implementierung sehr aufwändig war. Durch die Entwicklung der Objektorientierung in der Programmierung, wie sie beispielsweise durch C++ realisiert ist [109], kann die Strukturvarianz und somit eine Allgemeingültigkeit bei der Beschreibung mechanischer Systeme auch in Rechenprogrammen besser abgebildet werden.

In der Mehrkörpersimulation sind in den letzten Jahren wesentliche Fortschritte in der Behandlung nicht-glatte Systeme erzielt worden, die gerade durch den Rechneinsatz ermöglicht wurden. Wesentliche Beiträge dazu wurden unter anderem durch GLOCKER [39], PFEIFFER [90] und BROGLIATO [13] geleistet. STIEGELMEYR geht speziell auf die numerische Behandlung strukturvarianter Mehrkörpersysteme ein, wobei die auftretenden Diskontinuitäten auf Beschleunigungsebene formuliert und gelöst werden [108]. Zur Berechnung eindimensionaler Kontinua mit Unstetigkeiten wendet FUNK Time-Stepping-Verfahren auf Geschwindigkeitsebene an [35].

Die Vielfalt der Ansätze zur Behandlung von Mehrkörpersystemen mit Unstetigkeiten spiegelt sich auch in der Vielzahl der entwickelten Rechenprogramme wieder. STEWART und TRINKLE [107] beschreiben die Berechnung von Systemen mit inelastischen Stößen mit dem Programm DVC2D. FÖRG baut darauf auf und entwickelt verschiedene Strategien zur Lösung der Nebenbedingungen bei nicht-glatte Mehrkörpersystemen auf Basis von Projektionsmethoden [28], welche er im Simulationsprogramm MBSIM umsetzt. ACARY und BROGLIATO [1] stellen die Berechnung nicht-glatte Systeme mit dem Programm SICONOS vor. GLOCKER [40] stellt die Übertragung der nicht-glatte Methoden auf elektronische Systeme dar, wobei er auch teilweise auf dieses Programm zurückgreift. STUDER entwickelt ein Time-Stepping-Verfahren höherer Ordnung für nicht-glatte dynamische Systeme mit dem Programm DYNAMY [110]. ZANDER beschreibt die Anwendung der nicht-glatte Modellierung auf elastische Mehrkörpersysteme mit dem Programm MBSIM [120].

### 1.2.2 Untersuchung von Ventiltrieben

Ventiltriebe sind dynamisch hoch angeregte Systeme in einem Verbrennungsmotor, durch die der Ladungswechsel im Zylinder gesteuert wird. Im Entwicklungsprozess eines Verbrennungsmotors sind unter anderem Aussagen zu den in Abhängigkeit der Drehzahl resultierenden Öffnungszeiten und Phasenlagen sowie den auftretenden Belastungen von Interesse. Diese Fragestellungen sind ein klassisches Anwendungsgebiet der Mehrkörpersimulation, so dass zahlreiche kommerzielle Softwareanbieter in diesem Bereich entsprechende Erweiterungen und Module für ihre Programme anbieten.



DU und CHEN zeigen die Simulation eines Kipphebeltriebes eines V6-Motors, die sie mit dem Rechenprogramm DADS durchführen [21]. Sie berücksichtigen durch modale Ansätze Elastizitäten in den Nockenwellen, den Kipphebeln und den Ventilen. Für die Lagerung der Nockenwelle im Motorblock verwenden sie ein hydrodynamisches Modell. Detaillierte Untersuchungen zu den hydrodynamischen Effekten in der Nockenwellenlagerung zeigt BRANDS [10]. LIN, RAMACHANDRA ET AL. [73] erläutern die Abbildung eines Ventiltriebs in Rollenschlepphebelbauweise im Simulationsprogramm MSC ADAMS. Sie berücksichtigen die Dynamik der Ventilfeeder durch einen Mehrmassenansatz, das hydraulische Ventilspielausgleichselement sowie Elastizitäten im Schlepphebel. Durch den Vergleich mit Messungen bei verschiedenen Motordrehzahlen können sie die gewählten Modellansätze verifizieren. Die dynamische Berechnung einer vollständigen Motormechnik unter Berücksichtigung der Elastizitäten der Kurbelwelle, eines vereinfachten Modells des Steuerkettentriebs sowie verschiedener Nebenaggregate zeigen TAKAGISHI, SHIMOYAMA und ASARI [111]. Sie verwenden dazu das Rechenprogramm AVL TYCON. Auch ihnen gelingt durch den Vergleich mit Messungen die Verifikation des Vorgehens. HUBER, KLUMPP und ULBRICH stellen die dynamische Analyse eines Systems zur diskreten Ventilhubvariation durch die Umschaltung von Nockenkonturen vor, wozu sie das Rechenprogramm MBSIM verwenden [52]. KRÜGER untersucht den Einfluss hydraulischer Nockenwellenversteller auf die Dynamik von Ventil- und Steuertrieb experimentell [68]. ENGELHARDT beschreibt die Simulation von Ventiltrieben mit Kipphebeln und Tassenstößeln, wofür er detaillierte Modelle der Ventilfeeder auf Basis eines Mehrmassenmodells entwickelt [25].

Die detaillierte Berücksichtigung der Ventilfeeder ist eine besondere Herausforderung bei der Simulation von Ventiltrieben, da sie in sich ein massebehaftetes und damit schwingungsfähiges System darstellt. Bei höheren Motordrehzahlen wird ihr Anregungsspektrum immer breitbandiger und die einzelnen Federwindungen können aufeinander schlagen, so dass auch Kontakte zwischen den Windungen berücksichtigt werden müssen. Daher beschäftigen sich auch zahlreiche Veröffentlichungen detailliert mit diesem Bauteil. Von PHILIPS und FREUDENSTEIN [91] wird ein vereinfachtes, modal reduziertes Modell vorgestellt. Die Entwicklung eines effizienten Ventilfeedermodells zeigen FLENKER und UPHOFF [26]. Sie verwenden dazu einen reduzierten Mehrmassenansatz mit nicht-linearen Federkennlinien, den sie in MATLAB/SIMULINK umsetzen und durch Messungen bestätigen können. Eine Modellierung auf Basis der Methode der finiten Elemente zeigen HUBER, CLAUBERG und ULBRICH [51]. Für die Abbildung des Windungsschlagens benutzen sie mengenwertige Kraftgesetze. Durch umfangreiche Versuche an einem speziellen Prüfstand können sie das entwickelte Modell verifizieren.

### 1.2.3 Berechnung von Steuertrieben in Kettenbauweise

Beim Ladungswechsel im Verbrennungsmotor müssen die Ventile zum richtigen Zeitpunkt das Entleeren und Befüllen der einzelnen Zylinder ermöglichen. In Otto-Viertaktmotoren für den automobilen Einsatz hat sich dazu aus dynamischen Gründen größtenteils eine obenliegende Nockenwelle zur Ventilbetätigung durchgesetzt,



welche mit der halben Kurbelwellengeschwindigkeit rotiert. Zur Übertragung und Reduzierung der Drehbewegung der Kurbelwelle auf die Nockenwelle kommen Räder-, Riemen- und Kettentriebe zum Einsatz. Durch all diese Systeme werden zusätzliche Schwingungen erzeugt. Diese müssen bei der Auslegung und Dimensionierung des Gesamtsystems bereits in einer frühen Phase der Entwicklung berücksichtigt werden. Gerade die Berechnung von Kettentrieben stellt aufgrund der Vielzahl von Körpern und dem Variantenreichtum der eingesetzten Bauteile sowie der großen Anzahl von Kontaktkonfigurationen hohe Anforderungen an die Simulationsumgebung.

Die ersten Werke zur Berechnung und Dimensionierung von Kettentrieben stammen von WOROBJEW [119], RACHNER [94] und ZOLLNER [122], in denen die geometrischen und kinematischen Zusammenhänge von Rollen-, Hülsen- und Zahnkettentrieben detailliert behandelt werden. Durch eine quasistatische Betrachtung der Kettentriebe können grundlegende Aussagen zu Kettenkräften, Einlaufstößen und Wirkungsgraden getroffen werden. Zur Minderung von Tribschwingungen werden mechanische Kettenspannelemente vorgeschlagen. NAJI berechnet für einen quasistatischen Zustand die Lastverteilung im Zahneingriff bei Rollenkettentrieben und führt Versuche zum Abgleich der Berechnungsergebnisse durch [83]. KAMINSKY berücksichtigt die Dynamik des Kettentriebs für die Beschreibung der Beanspruchungen beim Zahneingriff in Rollenkettentrieben. Er analysiert den Einfluss von Zähnezahzahl, Zahnform, Kettengeschwindigkeit und -kraft auf den Kraftverlauf im Kontaktpunkt, wobei mit steigender Kettenkraft eine hohe Diskrepanz zwischen den Simulationsergebnissen und den experimentellen Untersuchungen auftritt [58].

Mit einem vereinfachten dynamischen Modell, bei dem die Kettenglieder als diskrete Einzelmassen abgebildet und außerhalb der Verzahnungen durch Feder-Dämpfer-Elemente verbunden sind, kann HEIDUK die dynamischen Effekte in Steuerkettentrieben qualitativ gut abbilden. Insbesondere hebt er den wesentlichen Einfluss der Steifigkeits- und Dämpfungscharakteristik des Spannelementes auf das dynamische Verhalten des gesamten Steuertriebs hervor [48]. Eine detaillierte Modellierung und Simulation von Steuertrieben in Rollen- und Hülsenkettenbauweise beschreibt FRITZ [34]. Er entwickelt dazu das Kettensimulationsprogramm KETSIM, das die vollständige Abbildung eines Kettentriebs durch eine ebene Mehrkörperbeschreibung ermöglicht. Die Ergebnisse von FRITZ können durch die experimentellen Arbeiten von KELL bestätigt werden [61]. FINK und HIRSCHMANN zeigen die Auslegung, Dimensionierung und Beurteilung von Ventilsteuertrieben in der industriellen Praxis. Sie verwenden dazu das Programm DYNAKET, das eine Weiterentwicklung des Programms KETSIM darstellt. HIPPMANN, ARNOLD und SCHITTENHELM erläutern die Umsetzung der Kettenberechnung im Programm SIMPACK [49]. Sie formulieren die Bewegungsgleichungen mit Hilfe von Relativkoordinaten relativ zur idealen Bahn des Kettentriebs. Eine Validierung ihres Vorgehens gelingt durch den Vergleich mit Messungen eines V6-Ventiltriebs, den sie im Berechnungsprogramm abbilden. Die Erweiterung des Rechenprogramms KETSIM um den Kettentyp *Zahnkette* sowie um die Möglichkeit einer elastischen Abbildung der Spann- und Führungsschienen zeigt HÖSL [50]. KLUMPP, SCHMIDT ET AL. beschreiben die Einbindung der Kettensimulation in den Entwicklungsprozess des Steuertriebs [64]. Durch die geeignete

Wahl von Randbedingungen und der isolierten Qualifizierung einzelner Baugruppen kann eine hohe Entwicklungsqualität sichergestellt werden. KUX und PARSCHE verwenden genetische Algorithmen zur Unterstützung bei der Auslegung von Kettentrieben, welche in das Programm VCD integriert sind. Neben einer quasistatischen Optimierung führen sie auch eine dynamische Optimierung durch, wozu sie auf das Programm KETSIM zurückgreifen [71]. Die Komplexität und die Wechselwirkungen der einzelnen Komponenten eines Steuertriebs zeigen SCHUSEIL, LEHMANN ET AL. [104].

Neben der rein mechanischen Auslegung von Steuerkettentrieben, wurde in den letzten Jahren auch eine akustische Verbesserung im Hinblick auf eine Komfortoptimierung wichtiger. FUNK sieht die Ursache für die Geräusche eines Kettentriebs in einem stoßartigen Aufschlagen der einlaufenden Kettenglieder auf die Kettenradzähne und in Schwingungsvorgängen im Kettentrieb. Er gibt analytische Formeln zur Abschätzung des Schalldruckpegels bei Rollenkettentrieben anhand der Größen *Kettenteilung*, *Drehzahl*, *Zähnezahl* und *Flankenwinkel* an [36]. SCHAFFNER, SOPOUCH ET AL. untersuchen den Einfluss des Spannelements auf die Körperschallanregung durch Steuerkettentriebe [98]. Eine detaillierte, auf Messung und Simulation gestützte Analyse und Optimierung der Schallausbreitung eines Rollenkettentriebs zeigt SCHMIDT [101]. Durch ihre experimentelle Arbeit bei Zahnketten können ISHIHAMA und WATANABE nachweisen, dass Stoßanregungen sowohl im Ketteneinlauf als auch im Kettenauslauf auftreten und somit die Hauptgeräuschquelle darstellen. Dies ist auf stehende Wellen zurückzuführen, die sich kurz vor dem Ein- und kurz nach dem Auslauf ausbilden und dafür sorgen, dass die Zähne der Kettenglieder schon vor dem eigentlichen Einlaufpunkt und noch nach dem Auslaufpunkt mit dem Kettenrad in Berührung kommen und dort zusätzliche Stöße verursachen [56].

#### 1.2.4 Abbildung ölhydraulischer Systeme - Kettenspanner und Ventilspielausgleichselemente

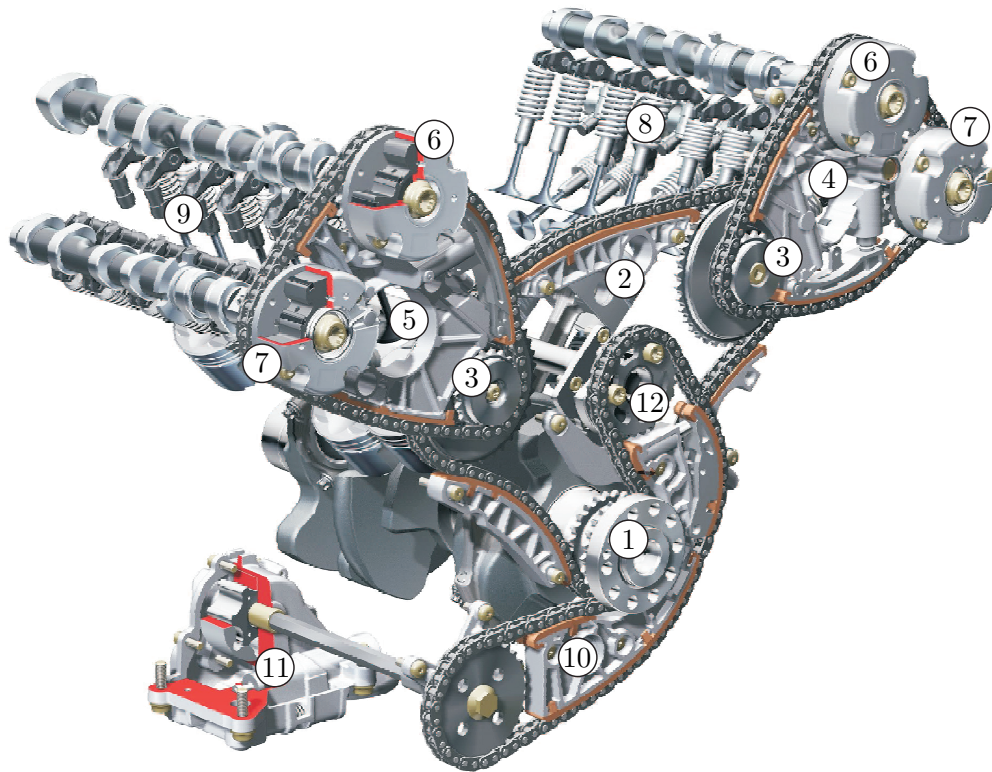
Durch hydraulische Kettenspanner wird der Kettentrieb während des Motorbetriebs vorgespannt und eine Dämpfung der auftretenden Schwingungen bewirkt. Kettenspanner beeinflussen somit das dynamische Verhalten des Ventiltriebs wesentlich, so dass SCHUSEIL, LEHMANN ET AL. einen hohen Bedarf zur Berücksichtigung dieses Bauteils bereits in der Auslegungsphase des Kettentriebs feststellen [104]. BORCHSENIUS zeigt die Anwendbarkeit der aus der Mechanik bekannten mengenwertigen Beschreibung von Bauteilkennlinien auf rein hydraulische Systeme. Zur Durchführung numerischer Simulationen entwickelt er das Programm HYSIM [9]. Von HÖSL wird dieses Programm um detaillierte Komponenten zur Abbildung hydraulischer Kettenspanner erweitert [50]. Durch eine Kopplung mit dem Kettensimulationsprogramm KETSIM ermöglicht FRIEDRICH eine Berechnung von Steuertrieben mit detaillierten hydraulischen Kettenspannermodellen [30]. Für die experimentelle Untersuchung hydraulischer Kettenspanner beschreibt ENGELHARDT einen speziellen, hochdynamischen Kettenspannerprüfstand [25]. Mit diesem können die dynamischen Parameter

eines Kettenspanners bei verschiedenen Anregungsamplituden und -frequenzen sowie verschiedenen Öltemperaturen und Versorgungsdrücken identifiziert werden. Die modellbasierte Parameteridentifikation mit dem Programm HYSIM auf Basis von Prüfstandsvermessungen bei verschiedenen Kettenspannern zeigen KRÜGER, ENGELHARDT ET. AL. [69]. Auch SAUER, NICOLA ET AL. beschreiben einen Prüfstand zur Ermittlung der Hysteresekurven eines Kettenspanners [97]. Den Vergleich von experimentell ermittelten Hysteresekurven mit numerischen Berechnungen zeigt NICOLA [84]. Einen Vergleich von Messung und Simulation im Zeitbereich sowie eine Sensitivitätsanalyse verschiedener Parameter eines Kettenspanners stellt KRÜGER [68] vor.

In Ventiltrieben werden hydraulische Elemente vor allem zum Ausgleich des Ventilspiels verbaut. Während diese bei Ventiltrieben in Rollenschlepphebelbauweise eigene Bauteile darstellen, sind sie bei Ventiltrieben in Tassenstößelbauweise direkt in den Mechanismus integriert. Generell weisen hydraulische Ventilspielausgleichselemente jedoch aufgrund der gestellten Funktionsanforderungen von ihrer Charakteristik her ein deutlich steiferes Verhalten als Kettenspanner auf. Ihre Nachgiebigkeit wird als zusätzliche Schwingung im Verlauf des Nockenwellenmoments sichtbar. ZOU berichtet von der dynamischen Analyse eines Ventiltriebs unter Berücksichtigung eines hydraulischen Ventilspielausgleichselements [123]. Auch DU und CHEN [21] modellieren das Ausgleichselement bei einem Rollenschlepphebeltrieb im Simulationsprogramm DADS. Mit ihren Berechnungen können sie zeigen, dass die Belastung aufgrund von Reibung asymmetrisch zur Anregung ist. TAKAGISHI, SHIMOYAMA und ASARI verwenden in ihrer Untersuchung der Steuerkettenkräfte bei einem aufgeladenen und direkt einspritzenden Dieselmotor mit dem Programm AVL TYCON ebenfalls ein detailliertes Modell des hydraulischen Ventilspielausgleichselements, da dieses einen hohen Einfluss auf die Anregungskräfte des Ventiltriebs besitzt [111]. Ebenso berichten LIN, RAMACHANDRA ET AL. von der Detailmodellierung eines hydraulischen Ventilspielausgleichselements im Programm MSC ADAMS, wobei sie ein vereinfachtes Ölverhalten annehmen [73]. Sie zeigen den Vergleich zwischen Messung und Rechnung anhand einer Hysteresekurve. Einen detaillierten Abgleich zwischen Messung und Rechnung bei einem hydraulischen Ventilspielausgleichselement im Zeitbereich zeigen HUBER und ULBRICH [54] auf Basis des Rechenprogramms MBSIM. Sie verwenden für die Modellierung des Rückschlagventils speziell angepasste Verfahren der nicht-glatten Mechanik.

## 1.3 Beschreibung des untersuchten Systems

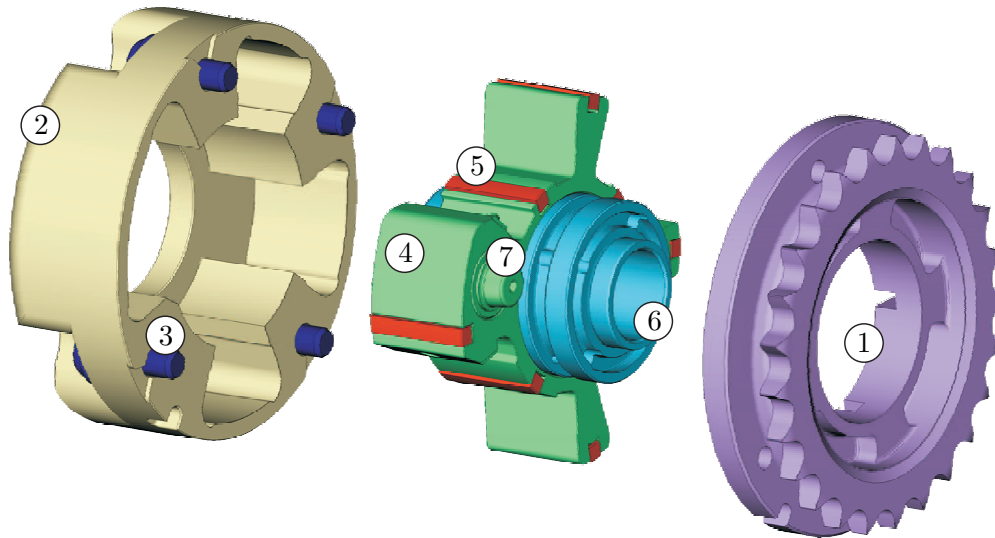
In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluss hydraulischer Nockenwellenversteller auf den Steuer- und Ventiltrieb des AUDI V6-3,2 l-4V-FSI-Motors untersucht, der in Bild 1.2 abgebildet ist. Dieser Otto-Saugmotor mit Direkteinspritzung besitzt eine spezifische Leistung von  $60,3 \text{ kW/l}$  und ein spezifisches Drehmoment von  $105,8 \text{ Nm/l}$  bei einer maximalen Drehzahl von  $7200 \text{ 1/min}$  [24]. Der Motor ist als V-Motor mit zwei Zylinderbänken zu je drei Zylindern ausgeführt. Diese werden durch jeweils zwei Ventile befüllt und entleert.



**Bild 1.2:** Steuertrieb des AUDI V6 3.2l FSI Motors [24] (1 Kurbelwelle, 2 Kettentrieb A, 3 Zwischenrad, 4 Kettentrieb B, 5 Kettentrieb C, 6 einlassseitiger Nockenwellenversteller, 7 auslassseitiger Nockenwellenversteller, 8 Ventilbank 1, 9 Ventilbank 2, 10 Kettentrieb D, 11 Motorölpumpe, 12 Ausgleichswelle)

Der Antrieb des Ventiltriebs erfolgt über einen dreistufigen Steuertrieb in Kettenbauweise. Von der Kurbelwelle (1) aus werden über einen großen Haupttrieb (2) zwei Zwischenräder (3) angetrieben. Durch die unterschiedlichen Zähnezahlen auf der Zwischenwelle erfolgt eine Drehzahlreduktion, so dass die Laufgeschwindigkeit des Kettentriebs in den kleinen Trieben (4) und (5) bereits reduziert ist. Die Ein- und Auslassnockenwelle werden über die hydraulischen Nockenwellenversteller (6 und 7) angetrieben, welche direkt in den Kraftfluss des Steuertriebs integriert sind. Durch eine entsprechende Druckbeaufschlagung der Nockenwellenversteller kann die Phasenlage der Ein- und Auslassnockenwelle zur Kurbelwelle unabhängig voneinander kontinuierlich verstellt werden. Damit steht ein zusätzlicher Freiheitsgrad zur Beeinflussung des Verbrennungsprozesses zur Verfügung. Für eine korrekte Funktionsweise des Steuertriebs werden alle Ketten über feste Führungs- und drehbar gelagerte Spannschienen geführt, so dass Transversalschwingungen in den Ketten reduziert werden. Die Spannschienen werden durch hydraulische Kettenspanner aktuiert, welche aus demselben Ölkreislauf versorgt werden wie die Nockenwellenversteller. Die Ölpumpe (11) des Motors wird direkt von der Kurbelwelle über einen weiteren Kettentrieb (10) angetrieben.

Den detaillierten Aufbau eines hydraulischen Nockenwellenverstellers zeigt Bild 1.3. Das System arbeitet nach dem Schwenkmotorprinzip und besteht mit dem Stator (1 und 2) und dem Rotor (4) im Wesentlichen aus zwei Baugruppen. Der Antrieb



**Bild 1.3:** Bauteile des Einlassnockenwellenverstellers (1 Statorboden mit Zahnrad, 2 Statordeckel, 3 Schrauben, 4 Rotor, 5 Dichtlippen, 6 Aufnahme Nockenwelle, 7 Verriegelungsbolzen)

des Stators erfolgt über das in den Statorboden (1) direkt integrierte Zahnrad vom Steuerkettentrieb aus. Der Rotor besitzt einen relativen Drehfreiheitsgrad zum Stator und ist durch eine zentrische Schraubenverbindung mit einer entsprechenden Aufnahme (6) kraftschlüssig mit der Nockenwelle verbunden. Durch den Statordeckel (2), welcher mit vier Schrauben (3) im Statorboden befestigt ist, entstehen vier parallele hydraulische Kammerpaare, die mit Drucköl beaufschlagt werden können. Entsprechend ihrer Lage werden sie als *Früh-* bzw. als *Spätverstellungskammern* bezeichnet. Der hydraulische Druck stützt sich am Stator ab und wirkt auf die vier Flügel des Rotors. Durch eine Druckdifferenz zwischen den beiden Kammern kann ein Verstellmoment erzeugt werden, wodurch eine Verdrehbewegung der Nockenwelle relativ zum Stator und somit auch zur Kurbelwelle entsteht. Durch eine Beaufschlagung der Frühverstellungskammern mit Drucköl wird der Rotor in Laufrichtung der Nockenwelle gedrückt, so dass die Ventile relativ zur Ausgangslage *früh* geöffnet werden. Die Ventile öffnen sich relativ *spät*, wenn durch die Druckbeaufschlagung der Spätverstellungskammern der Rotor gegen die Laufrichtung gedrückt wird.

Da beim Starten des Motors noch kein Öldruck vorhanden ist und somit kein Verstellwinkel eingeregelt werden kann, wird der Rotor gegen den Stator über einen Verriegelungsbolzen (7) arretiert, wozu im Statorboden eine entsprechende Raste integriert ist. Sobald ein gewisser Mindestöldruck vorhanden ist, wird der Bolzen aus der Raste gedrückt und eine freie Verstellung ermöglicht. Der Einlassnockenwellenversteller nimmt die korrekte *späte* Position für einen guten Motorstart allein aufgrund der Nockenwellenmomente ein. Für den Auslassversteller ist beim Motorstart jedoch eine *frühe* Position günstig. Da dazu eine Verstellung des Auslassverstellers gegen das Nockenwellenmoment in Drehrichtung notwendig ist, wird dieser mit Hilfe einer Drehfeder vorgespannt. Beim Abstellen des Motors und einem Abfallen des Versorgungsdruckes erfolgt aufgrund des Federmoments eine korrekte Positionierung des Auslassverstellers und eine Arretierung durch den Bolzen kann erfolgen.

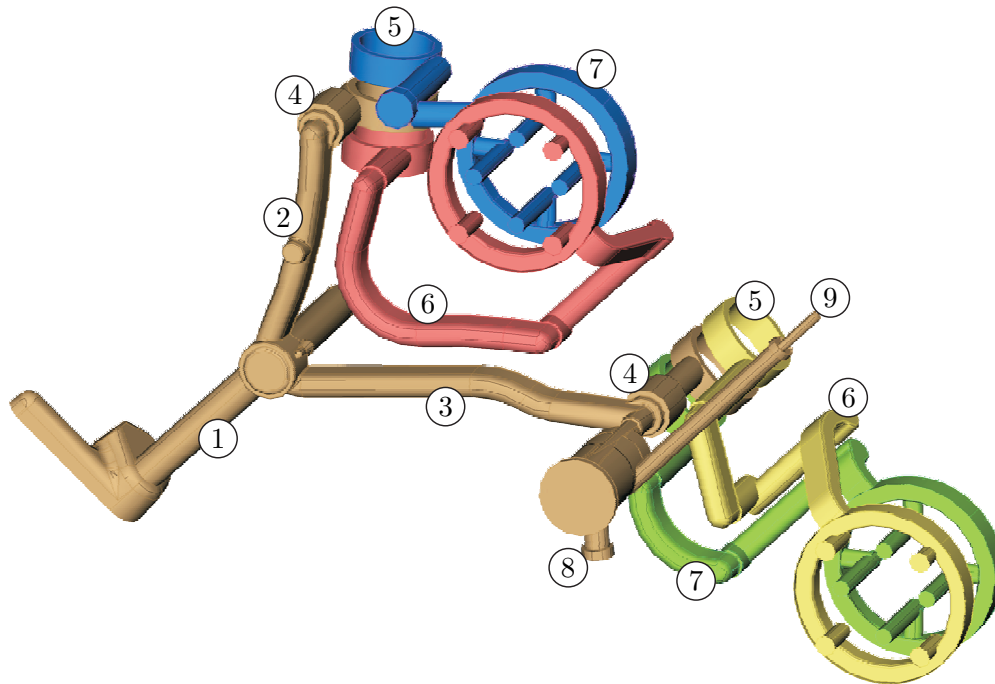


	Einlassversteller	Auslassversteller
Innenradius $r_I$	23 mm	24,5 mm
Außenradius $r_A$	38 mm	38 mm
Kammerhöhe $h$	22 mm	22 mm
Maximaler Verstellwinkel $\varphi_{\max}$	20,5 °NW	20,5 °NW
Anzahl Kammern	4	4
Spezifisches Drehmoment	4,03 Nm/bar	3,71 Nm/bar
Spezifisches Schluckvolumen $v_{\text{spez}}$	703 mm <sup>3</sup> /°NW	648 mm <sup>3</sup> /°NW
Maximales Schluckvolumen	14404 mm <sup>3</sup>	13283 mm <sup>3</sup>
Initiale Position	spät	früh
Federsteifigkeit	-	$58 \cdot 10^{-3}$ Nm/°NW

**Tabelle 1.1:** Kenngrößen des Ein- und Auslassverstellers

Wie aus Bild 1.3 ersichtlich ist, grenzen im Nockenwellenversteller Früh- und Spätverstellungskammern direkt aneinander. Im Betrieb liegt zwischen diesen stets eine Druckdifferenz an. Da der Rotor zum Stator drehbar gelagert ist, ist die Einhaltung entsprechender Formtoleranzen notwendig, um eine Verstellung zu ermöglichen und die Reibungsverluste zu minimieren. Daher treten an mehreren Stellen Leckageströme auf, welche in interne und externe Leckagen unterteilt werden können. Interne Leckagen sind Leckageflüsse zwischen den Kammern des Nockenwellenverstellers. Sie treten zum einen an den beiden Stirnflächen des Rotors am Statorboden und -deckel auf, als auch an den Seitenflächen. Zur Minderung der Leckage an den Seitenflächen sind Dichtungen (5) verbaut, die über Blattfedern gegen den Statordeckel gedrückt werden. Die externen Leckagen fließen direkt von den Druckkammern über die Lagerflächen in die Umgebung. Da heißes Öl sehr dünnflüssig ist, müssen die Leckagespalte durch entsprechende Passungen gering gehalten werden. Geometrische und physikalische Kenngrößen der beiden Nockenwellenversteller sind in Tabelle 1.1 aufgelistet.

Bild 1.4 zeigt die Versorgungsleitungen des hydraulischen Systems der rechten, hinteren Ventilbank (8) aus Bild 1.2. Die beiden Nockenwellenversteller, der hydraulische Kettenspanner sowie die Schmierung der Kette werden von einer einzigen gemeinsamen Leitung (1) mit Drucköl versorgt. Die Leitung teilt sich zunächst in zwei kleinere Leitungen auf. Die erste Leitung (2) versorgt den Einlassversteller. Hierbei wird über ein Proportionalventil (5) entweder die Früh- oder die Spätverstellungskammer an die Druckölversorgung angeschlossen. Aus dem stationären System des Motorblocks strömt das Drucköl über eine Drehdurchführung in das drehende System der Nockenwelle. Zur Minimierung der Rückwirkungen des Nockenwellenverstellers auf das restliche hydraulische System ist vor dem Steuerventil ein Rückschlagventil (4) verbaut, welches ein Rückströmen des Öls vom Nockenwellenversteller in den Hydraulikkreislauf verhindern soll. Die zweite Leitung (3) versorgt über einen analogen Aufbau den Auslassnockenwellenversteller. Vor dem Rückschlagventil zweigt sich jedoch hier eine weitere Versorgungsleitung ab, die in ein größeres hydraulisches Volumen führt. An dieses Volumen ist neben dem Kettenspanner (8) auch die Kettenschmierung (9) angebunden, bei der durch eine lange dünne Bohrung das Motoröl direkt in den freien Motorraum strömen kann und dabei die Kette überströmt und schmiert. Sämtliche Leitungen sind in den starren Zylinderkopf integriert. Das gesamte System ist



**Bild 1.4:** Ölversorgung der hydraulischen Bauteile (1 Zuleitung, 2 Versorgung Einlassversteller, 3 Versorgung Auslassversteller, 4 Rückschlagventil, 5 Proportionalventil, 6 Druckleitung früh, 7 Druckleitung spät, 8 Druckversorgung Kettenspanner, 9 Kettenschmierung)

durch die hydraulischen Leitungen sehr eng miteinander verknüpft. KRÜGER [68] zeigt durch Messungen, dass Wechselwirkungen nicht nur aufgrund der mechanischen Kopplungen, sondern auch aufgrund der hydraulischen Verbindung auftreten.

## 1.4 Ziel und Aufbau der Arbeit

Aus den zahlreichen Veröffentlichungen im Bereich der Simulation der Ventil- und Steuertriebe geht hervor, dass im heutigen industriellen Entwicklungsprozess ein hoher Bedarf an simulationsbasierten Aussagen besteht, wobei vor allem die Anforderung an die Qualität der Ergebnisse fortwährend zunimmt. Aus diesem Grund ist in den einzelnen Teilmodellen auch ein höher werdender Detaillierungsgrad festzustellen. Die eingesetzten kommerziellen Simulationsprogramme sind in der Lage, diese Anforderungen im Hinblick auf den gegenwärtigen Stand der Technik zu erfüllen.

Durch den zunehmenden Einsatz variabler und aktiv geregelter Komponenten in den Ventiltriebskonzepten nimmt jedoch der Bedarf an Gesamtsystembetrachtungen mit einer Berücksichtigung verschiedener physikalischer Domänen zu. Das Beispiel des hydraulischen Nockenwellenverstellers zeigt, dass aufgrund der hohen Anzahl von konstruktiven Umsetzungen eine Abbildung als spezielles Element, wie es gegenwärtig bei der Einbindung hydraulischer Kettenspanner oder Ventilspielausgleichselemente in kommerziellen Simulationsumgebungen der Fall ist, nicht mehr zielführend

ist. Vielmehr ergibt sich eine Anforderung hin zu einer variablen und integrierten Gesamtsystemsimulation, bei der verschiedene Domänen wie Mechanik, Hydraulik oder Regelungstechnik mit dem notwendigen Detaillierungsgrad gleichberechtigt nebeneinander behandelt werden können.

In der Starrkörpermechanik ist heutzutage mit der mengenwertigen Beschreibung von Elementkennlinien ein Verfahren etabliert, das eine effiziente Modellierung und numerische Behandlung dieser Systeme ermöglicht. Auch wurden diese Verfahren bereits erfolgreich isoliert auf andere physikalische Domänen übertragen. Die vorliegende Arbeit verfolgt daher zwei wesentliche Ziele:

- Anhand der Hydraulik soll der Weg von einer rein mechanischen hin zu einer generellen interdisziplinären Simulation aufgezeigt werden. Dies erfolgt durch eine konsistente Integration der dynamischen Gleichungen hydraulischer Systeme in die Bewegungsgleichungen mechanischer Systeme sowie durch die Anwendung der selben numerischen Verfahren innerhalb des geschlossenen Gleichungssystems.
- Die Anwendung der konsistenten Modellierung auf die Simulation hydraulischer Nockenwellenversteller soll die Verwendbarkeit des Verfahrens bei dieser Problemstellung zeigen und zudem das Systemverständnis für dieses Bauteil steigern.

Der Aufbau der Arbeit ergibt sich aus diesen beiden Zielsetzungen. Kapitel 2 zeigt die mathematische Modellierung starrer Mehrkörpersysteme, wobei das hier entwickelte Schema als Grundlage für die Einbindung weiterer physikalischer Domänen dient. Ausgehend von den Bewegungsgleichungen eines einzelnen Starrkörpers wird durch eine geeignete Parametrierung der kinetischen und kinematischen Größen eine allgemeine und in einem Rechenprogramm umsetzbare Formulierung dieser Systeme sowohl in Absolut- als auch in Relativkinematik vorgestellt. Anhand der mechanischen Kraftgesetze werden die Unterschiede zwischen der ein- und mengenwertigen Modellierung aufgezeigt. Zur Lösung der auftretenden Nebenbedingungen, welche sich aufgrund der mengenwertigen Formulierungen ergeben, wird eine geeignete Lösungsstrategie vorgestellt.

Die exemplarische Erweiterung der Bewegungsgleichungen um hydraulische Systeme zeigt Kapitel 3. Hierfür wird ein geeignetes Modellierungsschema entwickelt, welches auf Analogien zwischen Mechanik und Hydraulik basiert. Anschließend erfolgt die Vorstellung der grundlegenden Modellierungselemente hydraulischer Systeme, wobei ebenso wie in der Mechanik eine Modellierung in absoluten und relativen Koordinaten realisiert wird. Durch eine geeignete Kategorisierung hydraulischer Druckverluste, welche sich an der Mechanik orientiert, können auch diese durch ein- und mengenwertige Formulierungen ausgedrückt werden. Einen weiteren Schwerpunkt bildet die mathematische Modellierung der Eigenschaften hydraulischer Media, welche die Umgebungsvariablen in hydraulischen Systemen bilden.

Kapitel 4 behandelt die numerische Berechnung interdisziplinärer Systeme aus programmieretechnischer Sicht. Zu diesem Zweck wird zunächst die Implementierung



der entwickelten Bewegungsgleichungen im Rechenprogramm MBSIM beschrieben. Da für die Simulation des Gesamtsystems, das aus Steuertrieb, Kettenspanner, Ventiltrieb und Nockenwellenversteller besteht, teilweise hochspezialisierte Rechenprogramme verwendet werden, wird die eingesetzte Softwareumgebung vorgestellt. Für die Kopplung der verschiedenen Rechenprogramme kommt ein Verfahren zur parallelen Cosimulation dynamischer Systeme zum Einsatz.

Zur Untersuchung hydraulischer Nockenwellenversteller wird in Kapitel 5 ein spezieller Komponentenprüfstand vorgestellt. An diesem erfolgt eine Identifikation der stationären hydraulischen Verlustbeiwerte des Nockenwellenverstellers. Ebenso wird auf Basis von Messungen ein dynamisches Modell des elektromagnetisch aktuierten Proportionalventils erstellt, welches den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Strom und Magnetkraft berücksichtigt. Durch einen Vergleich mit Messungen erfolgt eine Verifikation des entwickelten Nockenwellenverstellermodells.

Abschließend geht Kapitel 6 auf Untersuchungen am Gesamtsystem ein, welche die Wechselwirkungen des Nockenwellenverstellers mit dem Ventil- und Steuertrieb sichtbar machen. Dafür wird anhand eines vereinfachten Ventiltriebmodells die Rückwirkung der Ventiltriebsmomente auf den Versteller gezeigt. Durch den Einsatz der Cosimulation kann ein umfassendes Modell des Ventil- und Steuertriebs entwickelt werden, welches durch Messungen verifiziert wird und die dynamischen Wechselwirkungen der einzelnen Teilsysteme berücksichtigt. Unter Verwendung einer Positionsregelung erfolgt eine Betrachtung des Übertragungsverhaltens der Nockenwellenversteller im Frequenzbereich. Abschließend wird die Verschiebung der Resonanzstellen des Steuertriebs in Abhängigkeit der Verstelllage untersucht.



## 2 Dynamik starrer Mehrkörpersysteme mit Diskontinuitäten

Für die Simulation der in dieser Arbeit behandelten physikalischen Systeme wird deren physikalisches Verhalten mittels einer geeigneten Modellbildung in mathematische Gleichungen überführt. Im Bereich der Mechanik erfolgt diese Abbildung durch Starrkörper in sogenannten strukturvarianten Mehrkörpersystemen. Die Wechselwirkung der Körper erfolgt aufgrund von Kopplungen und Kontakten, welche durch verschiedene Kraftgesetze ausgedrückt werden. An dieser Stelle werden zunächst die Bewegungsgleichungen mechanischer Systeme allgemein eingeführt und verschiedene Arten von Kraftgesetzen vorgestellt. Die Umsetzung der Gleichungen in einem Rechenprogramm wird durch eine geeignete Parametrisierung ermöglicht. Ferner werden die Grundzüge der diskontinuierlichen Dynamik dargestellt, durch die mit Hilfe von mengenwertigen Kraftgesetzen eine effiziente und robuste Behandlung dieser Systeme ermöglicht wird.

### 2.1 Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems

Für jeden einzelnen Körper in einem Mehrkörpersystem kann der Bewegungszustand ausgehend von Impuls- und Drallsatz durch die NEWTON-EULER-Gleichung

$$\begin{pmatrix} m \mathbf{E} & m \tilde{\mathbf{r}}_{SP} \\ -m \tilde{\mathbf{r}}_{SP} & \boldsymbol{\Theta}_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_P \\ \boldsymbol{\Psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -m \tilde{\boldsymbol{\Omega}}^2 \mathbf{r}_{SP} \\ \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{\Theta}_P \boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{n_L} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_i \\ \tilde{\mathbf{r}}_{PP_i} \mathbf{F}_i + \mathbf{M}_i \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

angegeben werden [88]. Die darin auftretenden Größen werden in Bild 2.1 verdeutlicht. Die Masse des Körpers wird mit  $m$  und der Trägheitstensor bezüglich eines körperfesten Punktes  $P$  mit  $\boldsymbol{\Theta}_P$  bezeichnet. Der Vektor  $\mathbf{r}_{SP}$  weist vom Schwerpunkt des Körpers  $S$  hin zum körperfesten Punkt  $P$ . Die Einheitsmatrix wird durch  $\mathbf{E}$  angegeben. Die Winkelgeschwindigkeit des Starrkörpers ist ortsunabhängig und wird durch  $\boldsymbol{\Omega}$  ausgedrückt. Die translatorische Beschleunigung des Körpers im Punkt  $P$  stellt  $\mathbf{a}_P$  und die ortsunabhängige rotatorische Beschleunigung  $\boldsymbol{\Psi}$  dar. Auf den Körper wirken  $n_L$  äußere Lasten ausgedrückt durch äußere Kräfte  $\mathbf{F}_i$ , welche am Kraftangriffspunkt  $P_i$  angreifen, und freie Momente  $\mathbf{M}_i$ . Der Vektor  $\mathbf{r}_{PP_i}$  weist vom körperfesten Bezugspunkt  $P$  hin zum Kraftangriffspunkt  $P_i$ . Der Tilde-Operator ( $\tilde{\cdot}$ )



ausgedrückt werden. Aus diesen Parametern kann die Translation und die Rotation des Körpers im Raum zu

$${}_I\mathbf{r}_{P^0P} = {}_I\mathbf{r}_{P^0P}(\mathbf{q}_T, t) \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_{K^0K} = \mathbf{A}_{K^0K}(\mathbf{q}_R, t)$$

bestimmt werden. Darin beschreibt  ${}_I\mathbf{r}_{P^0P}$  die Verschiebung des Punktes  $P$  gegenüber einer inertialen Referenzlage  $P^0$  in einem raumfesten Inertialsystem  $I$  und  $\mathbf{A}_{K^0K}$  die Verdrehung des Koordinatensystems  $K$  gegenüber einer Referenzorientierung  $K^0$ . Der Vektor  $\mathbf{q}$  stellt die generalisierten Lagekoordinaten des Körpers dar, welche sich aus einem translatorischen Anteil  $\mathbf{q}_T$  und einem rotatorischen Anteil  $\mathbf{q}_R$  zusammensetzen. Die konkrete Wahl der Koordinaten ist dabei problemspezifisch. Zusätzlich kann der Lage und Orientierung des Starrkörpers auch eine explizit zeitabhängige Führungsbewegung überlagert werden, so dass sich damit eine zusätzliche Zeitabhängigkeit ergibt.

Durch einen weiteren Satz von  $n_u$  Geschwindigkeitskoordinaten, welche analog zu (2.2) zu

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_T \\ \mathbf{u}_R \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_u}$$

gewählt werden, kann eine Beschreibung der translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeiten über den linearen Zusammenhang

$$\begin{pmatrix} {}_I\mathbf{v}_P \\ {}_K\boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_I\mathbf{J}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_K\mathbf{J}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_T \\ \mathbf{u}_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {}_I\hat{\boldsymbol{\iota}}_T \\ {}_K\hat{\boldsymbol{\iota}}_R \end{pmatrix} = \mathbf{J}\mathbf{u} + \hat{\boldsymbol{\iota}}, \quad \mathbf{J} \in \mathbb{R}^{6 \times n_u} \quad (2.3)$$

erfolgen. Darin bezeichnen  ${}_I\mathbf{v}_P$  die translatorische Geschwindigkeit des Punktes  $P$  ausgedrückt in einem Inertialsystem  $I$  und  ${}_K\boldsymbol{\Omega}$  die rotatorische Geschwindigkeit des Körpers ausgedrückt im körperfesten Koordinatensystem  $K$ .  ${}_I\mathbf{J}_T(\mathbf{q}, t)$  und  ${}_K\mathbf{J}_R(\mathbf{q}, t)$  sind die von den Lageparametern abhängigen JACOBI-Matrizen der Translation und der Rotation. Durch ihre Formulierung können einzelne Freiheitsgrade des Körpers gesperrt werden, indem diese aus der Bewegungsgleichung (2.1) heraus projiziert werden. Die Dimension der JACOBI-Matrizen ergibt sich entsprechend der Anzahl der Geschwindigkeitskoordinaten  $n_u$  des Körpers. Die Vektoren  ${}_I\hat{\boldsymbol{\iota}}_T$  und  ${}_K\hat{\boldsymbol{\iota}}_R$  können explizit zeitabhängige Führungsgeschwindigkeiten enthalten.

Die für die Auswertung der NEWTON-EULER-Gleichungen (2.1) noch fehlende Parametrisierung der Beschleunigungsgrößen  $\mathbf{a}_P$  und  $\boldsymbol{\Psi}$  kann durch eine absolute Differentiation von (2.3) nach der Zeit zu

$$\begin{pmatrix} {}_K\mathbf{a}_P \\ {}_K\boldsymbol{\Psi} \end{pmatrix} = {}_K\mathbf{J}\dot{\mathbf{u}} + {}_K\boldsymbol{\iota}$$

mit

$${}_K\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{KI}{}_I\mathbf{J}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_K\mathbf{J}_R \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad {}_K\boldsymbol{\iota} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{KI}{}_I\dot{\mathbf{J}}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_K\dot{\mathbf{J}}_R \end{pmatrix} \mathbf{u} + \dot{\hat{\boldsymbol{\iota}}}$$

angegeben werden. Darin beschreibt die Matrix  $\mathbf{A}_{KI}$  die Drehmatrix vom Inertialsystem  $I$  in das körperfeste System  $K$ . Bei analytischen Betrachtungen werden die JACOBI-Matrizen gewöhnlich zeitunabhängig gewählt, so dass dort meist  ${}_K\boldsymbol{\nu} = \mathbf{0}$  gilt.

Da die Winkelgeschwindigkeiten im räumlichen Fall nicht direkt integrierbar sind, ist ein direkter Zusammenhang zwischen den generalisierten Lage- und Geschwindigkeitskoordinaten gemäß  $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{u}$  nicht gegeben. Jedoch kann unter Verwendung der generalisierten Lagekoordinaten eine blockdiagonale Abbildungsmatrix  $\mathbf{T}$  angegeben werden, welche über den linearen Zusammenhang

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{T}(\mathbf{q}, t) \mathbf{u}, \quad \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{n_q \times n_u}$$

die Geschwindigkeitsparameter  $\mathbf{u}$  auf die zeitliche Änderung der Lageparameter  $\dot{\mathbf{q}}$  des Systems abbildet. Dadurch wird auch die Verwendung alternativer Winkelbeschreibungen wie etwa Quaternionen ermöglicht, bei denen  $n_q \neq n_u$  ist.

Der Zustandsvektor  $\mathbf{z}$  eines Körpers setzt sich aus den Lage- und Geschwindigkeitsparametern

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_q + n_u}.$$

zusammen, so dass der gesamte Bewegungszustand eines Körpers durch  $n_z = n_q + n_u$  Zustandsvariablen eindeutig definiert ist.

### 2.1.2 Parametrisierung der kinetischen Größen

Analog zur Parametrisierung der kinematischen Größen ist auch eine Parametrisierung der am Körper angreifenden Kräfte  $\mathbf{F}$  und Momente  $\mathbf{M}$  für eine Auswertung der Kraftgesetze notwendig, so dass Wechselwirkungen zwischen den Körpern oder zwischen Körper und Umgebung abgebildet werden können. Dazu wird für jede Last  $i$  ein Satz aus  $n_\lambda^{(i)}$  generalisierten Kraftparametern

$$\boldsymbol{\lambda}^{(i)} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda}_F \\ \boldsymbol{\lambda}_M \end{pmatrix}^{(i)} \in \mathbb{R}^{n_\lambda^{(i)}} \quad (2.4)$$

mit einem Kraftanteil  $\boldsymbol{\lambda}_F^{(i)}$  und einem Momentenanteil  $\boldsymbol{\lambda}_M^{(i)}$  definiert. Somit lässt sich die auf den Körper wirkende Last  $\mathbf{L}^{(i)}$  im Inertialsystem zu

$${}_I\mathbf{L}^{(i)} = \begin{pmatrix} {}_I\mathbf{F} \\ {}_I\mathbf{M} \end{pmatrix}^{(i)} = \begin{pmatrix} {}_I\mathbf{R}_F & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_I\mathbf{R}_M \end{pmatrix}^{(i)} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda}_F \\ \boldsymbol{\lambda}_M \end{pmatrix}^{(i)} = {}_I\mathbf{R}^{(i)} \boldsymbol{\lambda}^{(i)}$$

bestimmen. Die verallgemeinerte Krafttrichtungsmatrix  ${}_I\mathbf{R}^{(i)}(\mathbf{q}, t) \in \mathbb{R}^{6 \times n_\lambda^{(i)}}$  projiziert die generalisierten Kraftparameter (2.4) in den Raum der kartesischen Koordinaten. Ihre konkrete Wahl hängt von der physikalischen Ursache der zugrundeliegenden Last ab. Bei einer Gewichtskraft zeigt  ${}_I\mathbf{R}^{(i)}$  beispielsweise immer in Richtung

des Schwerfeldes. Bei Kontaktkräften ergibt sich die Kraftrichtungsmatrix aufgrund der Geometrie der Kontaktkonturen.

Bei Verbindungs- oder Kontaktkräften zwischen zwei Körpern  $i$  und  $j$  tritt die Last aufgrund des Wechselwirkungsprinzips paarweise und entgegengesetzt gerichtet auf. In diesem Fall gelten wegen  ${}_I\mathbf{L}^{(i)} = -{}_I\mathbf{L}^{(j)}$  die Zusammenhänge  ${}_I\mathbf{R}^{(i)} = -{}_I\mathbf{R}^{(j)}$  und  $\boldsymbol{\lambda}^{(i)} = \boldsymbol{\lambda}^{(j)}$ .

### Klassifizierung der Kräfte

Für eine effiziente und allgemeingültige Behandlung von Mehrkörpersystemen mit allgemeinen Kraftgesetzen ist eine Klassifizierung der Kräfte notwendig, da in Abhängigkeit der Problemstellung unterschiedliche Lösungsverfahren zur Bestimmung der Kräfte angewandt werden müssen. Aus numerischer Sicht hat sich hierfür die Unterscheidung hinsichtlich einwertiger und mengenwertiger Kräfte bewährt.

**Einwertige Kraftgesetze** Einwertige Kraftgesetze können über einen analytischen Zusammenhang aus den Größen des Zustandsvektors  $\mathbf{z}$  und der Zeit  $t$  bestimmt werden, was sich kurz durch

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{z}, t)$$

ausdrücken lässt. Diesen Kräften sind zum Beispiel die Gravitation, kinetische Anregungen oder Kräfte aus Federverbindungen zuzurechnen.

**Mengenwertige Kraftgesetze** Mengenwertige Kraftgesetze können dagegen nicht über eine analytische Beziehung direkt aus dem Zustandsvektor des Systems bestimmt werden. Stattdessen werden Bedingungen formuliert, denen der Zustandsvektor des Systems zu jedem Zeitpunkt  $t$  genügen muss. Diese werden in einem Satz von Nebenbedingungen

$$(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{z}, t) \in \mathcal{N}$$

zusammengefasst. Die Nebenbedingungen können dabei aus einer oder mehreren mathematischen Gleichungen und/oder Ungleichungen zusammengesetzt sein. Beispiele hierfür sind kinematische Anregungen, starre Verbindungen, starre Kontakte oder COULOMB-Reibung.

### 2.1.3 Bewegungsgleichungen

Somit lassen sich die allgemeinen Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems bestehend aus  $n_K$  Einzelkörpern angeben. Die Formulierung ist dabei nicht nur auf absolute kinematische Größen beschränkt, sondern kann auch auf baumstrukturierte

Systeme angewendet werden. Beide Formulierungen können gleichberechtigt nebeneinander verwendet werden.

### Absolute Kinematik

Mit der vorgestellten Parametrisierung lässt sich die NEWTON-EULER-Gleichung (2.1) eines einzelnen Starrkörpers  $j$  zu

$$\dot{\mathbf{q}}^{(j)} = \mathbf{T}^{(j)} \mathbf{u}^{(j)}, \quad \mathbf{M}^{(j)} \dot{\mathbf{u}}^{(j)} = \mathbf{h}^{(j)} + \mathbf{W}^{(j)} \boldsymbol{\lambda}, \quad (\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{z}, t) \in \mathcal{N}. \quad (2.5)$$

zusammenfassen [28]. Darin ist  $\mathbf{M}^{(j)}$  die generalisierte Massenmatrix des Körpers  $j$ , die sich unter Verwendung der JACOBI-Matrix  ${}_K \mathbf{J}^{(j)}$  durch

$$\mathbf{M}^{(j)} = ({}_K \mathbf{J}^{(j)})^T \begin{pmatrix} m \mathbf{E} & m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} \\ -m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} & {}_K \boldsymbol{\Theta}_P \end{pmatrix} ({}_K \mathbf{J}^{(j)}) \quad (2.6)$$

berechnen lässt. Der Vektor der generalisierten Kräfte

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{(j)} = & ({}_K \mathbf{J}^{(j)})^T \left[ \sum_{i=1}^{n_\lambda} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{A}_{KI} ({}_I \tilde{\mathbf{r}}_{PP_i} \mathbf{I} \mathbf{F}_i + {}_I \mathbf{M}_i) \end{pmatrix} (j) \right] - \\ & - ({}_K \mathbf{J}^{(j)})^T \left[ \begin{pmatrix} -m {}_K \tilde{\boldsymbol{\Omega}}^2 {}_K \mathbf{r}_{SP} \\ {}_K \tilde{\boldsymbol{\Omega}} {}_K \boldsymbol{\Theta}_P {}_K \boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix} (j) + \begin{pmatrix} m \mathbf{E} & m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} \\ -m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} & {}_K \boldsymbol{\Theta}_P \end{pmatrix} (j) {}_K \mathbf{j}^{(j)} \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

beinhaltet sämtliche am Körper angreifenden einwertigen Kräfte sowie die gyroskopischen Kräfte.

Zur Berücksichtigung der am Körper  $j$  angreifenden  $n_\lambda^{(j)}$  mengenwertigen Kräfte wird für jede einzelne Last  $k$  eine generalisierte Richtungsmatrix

$$\mathbf{W}_k^{(j)} = ({}_K \mathbf{J}^{(j)})^T \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \mathbf{R}_{F,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \tilde{\mathbf{r}}_{PP_k} \mathbf{I} \mathbf{R}_{F,k} & \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \mathbf{R}_{M,k} \end{pmatrix} (j) \quad (2.8)$$

bestimmt. Der Vektor  $\boldsymbol{\lambda}$  umfasst alle  $n_\lambda$  mengenwertigen Kraftparameter des gesamten Mehrkörpersystems

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \boldsymbol{\lambda}_k \\ \vdots \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_\lambda}. \quad (2.9)$$

Aufgrund der Einträge in der generalisierten Richtungsmatrix treten paarweise wirkende Kräfte darin nur einmal auf. Er wird durch die Matrix  $\mathbf{W}^{(j)}$

$$\mathbf{W}^{(j)} = (\dots \bar{\mathbf{W}}_k^{(j)} \dots)$$



in die Gleichung (2.5) multipliziert.  $\bar{\mathbf{W}}_k^{(j)}$  ist identisch mit  $\mathbf{W}_k^{(j)}$ , falls der entsprechende Eintrag von  $\boldsymbol{\lambda}$  auf den Körper  $j$  wirkt. Andernfalls gilt  $\bar{\mathbf{W}}_k^{(j)} = \mathbf{0}$ .

## Relative Koordinaten

In einem Mehrkörpersystem führen Körper oftmals eine definierte Bewegung gegenüber einem Bezugskörper aus. In einem solchen Fall sind absolute Koordinaten für die Beschreibung der kinematischen Zusammenhänge ungünstig, da die zusätzlichen Freiheitsgrade durch geeignete Kraftgesetze wieder eingeschränkt werden müssen. Stattdessen bietet sich eine Beschreibung über relative Koordinaten an. Dadurch kann die Größe des systembeschreibenden Zustandsvektors reduziert werden, da die gesperrten Freiheitsgrade, welche keine Arbeit im System verrichten, aus dem Gleichungssystem herausprojiziert werden. Durch die Beschreibung mit relativen Koordinaten ergeben sich sogenannte Baumstrukturen, in denen der Bezugskörper als Vorgängerkörper bezeichnet wird.

Die Darstellung (2.5) ist auch bei baumstrukturierten Systemen gültig. Diese Modellierung fasst alle  $n_K^{(j)}$  Einzelkörper der Baumstruktur zusammen und repräsentiert die Struktur gegenüber dem restlichen Mehrkörpersystem als einzelnen Körper  $j$ . Im Folgenden wird zur besseren Unterscheidung eines einzelnen Körpers der Baumstruktur von einem einzelnen Körper im gesamten Mehrkörpersystem der Körper in der Baumstruktur durch eckige Klammern  $[\cdot]$  gekennzeichnet.

Die kinematischen Zusammenhänge der Baumstruktur beeinflussen direkt die Gestalt der Gesamt-JACOBI-Matrix des Baumes. Sie kann in einem Rechenprogramm aufgrund der fest vorgegebenen Struktur analytisch ermittelt werden. Die Gesamt-JACOBI-Matrix eines Baumes setzt sich aus den JACOBI-Matrizen  $\mathbf{J}^{[k]}$  der einzelnen Körper im Baum entsprechend

$${}_K \mathbf{J}^{(j)} = \left( {}_K \mathbf{J}^{[1],T} \quad {}_K \mathbf{J}^{[2],T} \quad \dots \quad {}_K \mathbf{J}^{[n_K],T} \right)^T \in \mathbb{R}^{6n_K^{(j)} \times n_F^{(j)}}$$

zusammen, welche die Bewegungsfreiheitsgrade des Körpers  $k$  gegenüber dem Vorgängerkörper im Baum ausdrücken. Die Dimension der JACOBI-Matrix des Baumes ergibt sich entsprechend der Anzahl der Freiheitsgrade  $n_F^{(j)}$  der eingebundenen Einzelkörper. Sie verbindet sämtliche Elemente des Baumes, welche in einer abhängigen Beziehung zueinander stehen.

Ähnlich zu (2.6) erfolgt die Berechnung der generalisierten Massenmatrix nun durch eine Summation der generalisierten Massenmatrizen der einzelnen Körper gemäß

$$\mathbf{M}^{(j)} = \sum_{k=1}^{n_K^{(j)}} \left( {}_K \mathbf{J}^{[k]} \right)^T \begin{pmatrix} m \mathbf{E} & m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} \\ -m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} & {}_K \boldsymbol{\Theta}_S \end{pmatrix}^{[k]} {}_K \mathbf{J}^{[k]} \in \mathbb{R}^{n_F^{(j)} \times n_F^{(j)}}. \quad (2.10)$$

Die Dimension der Massenmatrix des Baumes ergibt sich aus der Anzahl der Freiheitsgrade des Baumes. Der Vektor der generalisierten Kräfte wird ähnlich zu (2.7)

aus der Summe der generalisierten Kräfte jedes einzelnen Körpers im Baum berechnet zu

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{(j)} = & \sum_{k=1}^{n_K^{(j)}} \left\{ \left( {}_K \mathbf{J}^{[k]} \right)^T \left[ \sum_{i=1}^{n_\lambda^{[k]}} \left( \begin{array}{c} \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{A}_{KI} \left( \mathbf{I} \tilde{\mathbf{r}}_{PP_i} \mathbf{I} \mathbf{F}_i + \mathbf{I} \mathbf{M}_i \right) \end{array} \right)^{[k]} \right] - \right. \\ & \left. - \left( {}_K \mathbf{J}^{[k]} \right)^T \left[ \left( \begin{array}{c} -m_K \tilde{\boldsymbol{\Omega}}^2 \quad {}_K \mathbf{r}_{SP} \\ {}_K \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \quad {}_K \boldsymbol{\Theta}_P \quad {}_K \boldsymbol{\Omega} \end{array} \right)^{[k]} + \left( \begin{array}{c} m \mathbf{E} \quad m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} \\ -m {}_K \tilde{\mathbf{r}}_{SP} \quad {}_K \boldsymbol{\Theta}_P \end{array} \right)^{[k]} \quad {}_K \mathbf{J}^{[k]} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Auch auf Systeme in Baumstruktur können mengenwertige Kräfte wirken. In Analogie zu (2.8) wird die Wirkung der einzelnen mengenwertigen Kraft  $\boldsymbol{\lambda}_k$  durch die generalisierte Richtungsmatrix

$$\mathbf{W}_k^{(j)} = \sum_{l=1}^{n_K^{(j)}} \left( {}_K \mathbf{J}^{[l]} \right)^T \left( \begin{array}{cc} \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \mathbf{R}_{F,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \tilde{\mathbf{r}}_{PP_k} \mathbf{I} \mathbf{R}_{F,k} & \mathbf{A}_{KI} \mathbf{I} \mathbf{R}_{M,k} \end{array} \right)^{[l]} = \sum_{l=1}^{n_K^{(j)}} \mathbf{W}_k^{[l]}.$$

bestimmt. Darin ist über die JACOBI-Matrizen die Wirkung einer mengenwertigen Kraft auf sämtliche Einzelkörper der Baumstruktur abgebildet.

Aufgrund der komplexen kinematischen Zusammenhänge sind die Matrizen einer Baumstruktur im Allgemeinen dichter besetzt als die Matrizen eines mit absoluten Koordinaten parametrisierten Systems. Dadurch ergibt sich bei der Berechnung des Mehrkörpersystems ein etwas höherer Aufwand zur Invertierung der Massenmatrix und zur Lösung der aus den mengenwertigen Kraftgesetzen resultierenden Nebenbedingungen. In der Praxis wird jedoch aufgrund der reduzierten Systemfreiheitsgrade in der Regel immer eine Verringerung der Rechenzeiten erreicht.

## Gesamtsystem

Durch ein Zusammenfassen der Vektoren der einzelnen Starrkörper und Baumstrukturen zu Gesamtvektoren

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{q}^{(n_K)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{u}^{(n_K)} \end{pmatrix} \text{ und} \quad \mathbf{h} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{h}^{(n_K)} \end{pmatrix}$$

sowie einem Zusammenfassen der einzelnen Matrizen zu Gesamtmatrizen

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{T}^{(n_K)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{M}^{(n_K)} \end{pmatrix} \text{ und} \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{W}^{(n_K)} \end{pmatrix}$$

lassen sich schließlich die Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems in kompakter Form zu

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{T} \mathbf{u}, \quad \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{h} + \mathbf{W} \boldsymbol{\lambda}, \quad (\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{z}, t) \in \mathcal{N} \quad (2.12)$$

angeben. Oftmals müssen in einem System noch weitere, rein integrative Größen berücksichtigt werden, so dass (2.12) um einen Satz von Differentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{u}, \mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^{n_x} \quad (2.13)$$

erweitert wird. Der Zustandsvektor des Gesamtsystems setzt sich damit aus den generalisierten Lage- und Geschwindigkeitsparametern der Einzelkörper sowie den zusätzlichen Integrationsgrößen zu

$$\mathbf{z} = \left( \mathbf{q}^T \quad \mathbf{u}^T \quad \mathbf{x}^T \right)^T \in \mathbb{R}^{\sum_{j=1}^{n_K} \left( n_q^{(j)} + n_u^{(j)} \right) + n_x}$$

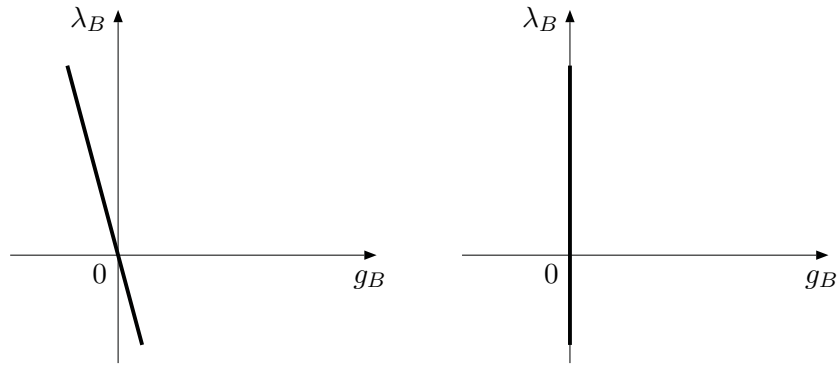
zusammen.

Sämtliche Größen der Gleichung (2.12) sind abgesehen von den Parametern der mengenwertigen Kraftgesetze explizit vom Zustand des Systems abhängig und können bei einem gegebenen Zustandsvektor  $\mathbf{z}$  direkt ausgewertet werden. Zur Bestimmung der restlichen  $n_\lambda$  Unbekannten  $\boldsymbol{\lambda}$  sind  $n_\lambda$  zusätzliche Gleichungen erforderlich, die sich aus den Nebenbedingungen  $\mathcal{N}$  aufgrund der mengenwertigen Kraftgesetze ergeben.

## 2.2 Kraftgesetze

Durch Kräfte werden die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Körpern eines Mehrkörpersystems abgebildet. Eine Möglichkeit zur Klassifikation dieser Kräfte besteht darin, diese nach ihrer Wirkweise zu unterscheiden. Bilateral oder zweiseitig wirkende Kräfte können sowohl in positiver als auch in negativer Richtung wirken. Durch diese Art der Kopplung können Zug- und Druckkräfte abgebildet werden. Somit sind sie beispielsweise zur Abbildung von Gelenkkraften geeignet. Dagegen können unilateral oder einseitig wirkende Kräfte nur in positiver Richtung wirken, so dass durch diese nur Druckkräfte dargestellt werden können. Durch diese Kraftart wird beispielsweise ein Kontakt zwischen zwei Körpern abgebildet. Während bei zweiseitigen Bindungen die Kraft permanent auf die verbundenen Körper wirkt, hängt deren Wirkung bei einseitigen Bindungen von der Konfiguration des Mehrkörpersystems ab, so dass bei diesen nur eine temporäre Kraftwirkung vorliegt.

Eine zweite Art der Klassifikation von Kraftgesetzen kann anhand der mathematischen Formulierung erfolgen. Können explizite Formeln zur Bestimmung der Kräfte angegeben werden, so spricht man von einwertigen Kraftgesetzen, können die Zusammenhänge dagegen nur durch Nebenbedingungen ausgedrückt werden, so werden die Kraftgesetze als mengenwertige bezeichnet.



**Bild 2.2:** Einwertiges (links) und mengenwertiges (rechts) Kraftgesetz zur Beschreibung zweiseitiger Bindungen

Neben den Bindungs- und Kontaktkraftgesetzen können auch Kraftgesetze aufgrund von Reibung in Tangentialrichtungen von Kontaktstellen angegeben werden. Da auf diese später nicht zurückgegriffen wird, werden sie nicht weiter vertieft.

### 2.2.1 Zweiseitige Bindungen

Zweiseitige oder *bilaterale* Bindungen stellen in einem Mehrkörpersystem dauerhaft wirkende Verbindungen dar und müssen somit zu jedem Zeitpunkt der Berechnung ausgewertet werden. Sie gehören zu den klassischen Kraftgesetzen in der Mehrkörpersimulation. Es können unterschiedlichste kinematische Kopplungen zwischen den Körpern des Mehrkörpersystems bzw. zwischen den Körpern und der Umgebung dargestellt werden, indem Freiheitsgrade der Körper durch entsprechende Kraftgesetze wieder eingeschränkt werden. Wie FÖRG [28] anmerkt, lässt sich die Verwendung bilateraler Kraftgesetze oftmals auch durch eine Modellierung des Systems als Baumstruktur mit relativen Freiheitsgraden vermeiden. Eine Unterscheidung zwischen der einwertigen und der mengenwertigen Formulierung kann anhand Bild 2.2 erfolgen.

Bei einer einwertigen Formulierung lässt sich die Verbindungskraft aus der relativen Lage  $g_B$  sowie einer relativen Geschwindigkeit  $\dot{g}_B$  aus

$$\lambda_B = \lambda_B(g_B, \dot{g}_B), \quad g_B = g_B(\mathbf{q}, t), \quad \dot{g}_B = \dot{g}_B(\mathbf{q}, \mathbf{u}, t)$$

bestimmen. Sämtliche Größen darin können explizit aus dem Zustandsvektor  $\mathbf{z}$  des Mehrkörpersystems berechnet werden. Die Charakteristik der Bindung wird durch das Kraftgesetz  $\lambda_B$  ausgedrückt. In Bild 2.2 ist beispielsweise ein linearer Zusammenhang zwischen der Kopplungskraft  $\lambda_B$  und der Verschiebung  $g_B$  gezeigt.

Die mengenwertige Formulierung fordert, dass der Abstand  $g_B$  gleich Null ist. Die Kopplungskraft  $\lambda_B$  ist entsprechend zu bestimmen, wobei sie keiner Einschränkung

unterliegt. Dies kann durch die Bedingung

$$g_B = 0, \quad \lambda_B \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \quad (2.14)$$

ausgedrückt werden, die auf Lageebene formuliert ist. Ist die Bedingung (2.14) zu Beginn der Berechnung erfüllt, so ist auch eine Formulierung auf Geschwindigkeitsebene gemäß

$$\dot{g}_B = 0, \quad \lambda_B \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \quad (2.15)$$

ausreichend, da durch (2.15) ausgedrückt wird, dass sich der Abstand  $g_B$  nicht ändern darf. Bei einer rechnerbasierten Auswertung der bilateralen Bedingung auf Geschwindigkeitsebene können sich jedoch numerische Drifteffekte in der Lage ergeben, welche durch zusätzliche Maßnahmen wie etwa einer Stabilisierung nach BAUMGARTE [6] oder nach GEAR, GUPPTA und LEIMKUHNER [37] ausgeglichen werden müssen. In praktischen Fällen kann die Abstandsgeschwindigkeit immer aus

$$\dot{g}_B = \frac{\partial g_B}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{T} \mathbf{u} + \frac{\partial g_B}{\partial t} = \mathbf{W}_B \mathbf{u} + w_B \quad (2.16)$$

berechnet werden, wobei die Matrix  $\mathbf{W}_B$  nach einer Normierung genau der Spalte der Matrix  $\mathbf{W}$  in (2.12) entspricht, die dem Kraftparameter  $\lambda_B$  zugeordnet ist. Für den zeitabhängigen Anteil gilt meist  $w_B = 0$ .

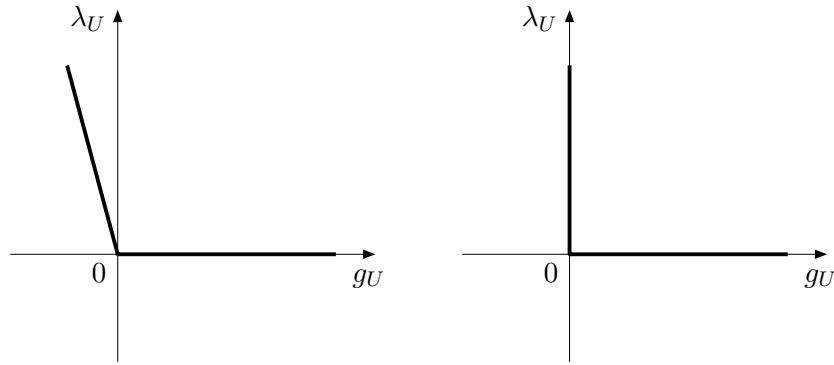
## 2.2.2 Einseitige Bindungen

Einseitige oder *unilaterale* Bindungen sind Verbindungen zwischen den Elementen des Mehrkörpersystems, welche nicht zu jedem Zeitpunkt der Berechnung eine Kraftwirkung in das System einbringen. Ein Beispiel einseitiger Bindungen sind Kontakte zwischen den Körpern oder zwischen den Körpern und der Umgebung des Mehrkörpersystems. Zur Auswertung der einseitigen Kraftgesetze muss daher zunächst geprüft werden, ob diese Kraftgesetze eine Kraftwirkung in das System einbringen. Eine graphische Darstellung einseitiger Bindungen zeigt Bild 2.3.

Bei einer einwertigen Formulierung erfolgt die Berechnung der Koppelkraft im Falle eines aktiven Kraftgesetzes ( $g_U \leq 0$ ) durch eine analytische Beziehung gemäß

$$\lambda_U = \begin{cases} \lambda_U(g_U, \dot{g}_U) & \text{falls } g_U \leq 0 \\ 0 & \text{falls } g_U > 0, \end{cases} \quad g_U = g_U(\mathbf{q}, t), \quad \dot{g}_U = \dot{g}_U(\mathbf{q}, \mathbf{u}, t).$$

Wie bei den bilateralen Kraftgesetzen kann die Koppelkraft  $\lambda_U$  auch hier direkt aus dem Zustandsvektor des Systems bestimmt werden. Dabei werden meist nicht nur



**Bild 2.3:** Einwertiges (links) und mengenwertiges (rechts) Kraftgesetz zur Beschreibung einseitiger Bindungen

Anteile aufgrund einer Durchdringung  $g_U$  verwendet, um die Steifigkeit einer einwertigen Kopplung auszudrücken, sondern oftmals auch Anteile, die von der Durchdringungsgeschwindigkeit  $\dot{g}_U$  abhängig sind, um einen Dämpfungseffekt abbilden zu können. Die Formulierung und Berechnung von Kontaktkräften nach HERTZ als komplexeres einwertiges und einseitiges Kraftgesetz zeigt ENGELHARDT [25]. Wie aus der graphischen Darstellung der einwertigen Kraftgesetze jedoch auch hervorgeht, erfolgt die Bestimmung der wirkenden Kraft  $\lambda_U$  anhand eines relativen Abstandes. Dies bedeutet, dass beispielsweise bei Kontakten Durchdringungen der Kontaktkonturen zugelassen werden müssen, um Kontaktkräfte bestimmen zu können.

Die mengenwertige Formulierung einer einseitigen Bindung verbietet einen negativen Abstand durch die SIGNORINI-FICHERA-Bedingung [2]

$$g_U \geq 0, \quad \lambda_U \geq 0, \quad g_U \lambda_U = 0. \quad (2.17)$$

Diese besagt, dass entweder ein nicht-negativer Abstand  $g_U$  vorliegt oder eine nicht-negative Zwangskraft  $\lambda_U$  wirkt.

Die Beziehung (2.17) ist wieder auf Lageebene angegeben. Um sie mittels Geschwindigkeiten ausdrücken zu können, muss unterschieden werden, ob die Bindung aktiv ist oder nicht. Somit lautet der äquivalente Ausdruck zu (2.17) auf Geschwindigkeitsebene

$$\begin{cases} \lambda_U = 0 & \text{falls } g_U > 0 \\ \dot{g}_U \geq 0, \quad \lambda_U \geq 0, \quad \dot{g}_U \lambda_U = 0 & \text{falls } g_U = 0. \end{cases} \quad (2.18)$$

Ist der Abstand der unilateralen Bindung gleich Null, dann ist eine nicht-negative Geschwindigkeit  $\dot{g}_U$  zulässig, womit der Kontakt entweder geschlossen bleibt ( $\dot{g}_U = 0$ ) oder sich öffnet ( $\dot{g}_U > 0$ ). Bleibt der Kontakt geschlossen, so kann eine nicht-negative Zwangskraft  $\lambda_U$  wirken. Die Bestimmung der relativen Bindungsgeschwindigkeit  $\dot{g}_U$  erfolgt analog zu (2.16) gemäß

$$\dot{g}_U = \frac{\partial g_U}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{T} \mathbf{u} + \frac{\partial g_U}{\partial t} = \mathbf{W}_U \mathbf{u} + w_U,$$

wobei  $\mathbf{W}_U$  nach einer Normierung genau der Spalte der Matrix  $\mathbf{W}$  in (2.12) entspricht, die dem Kraftparameter  $\lambda_U$  zugeordnet ist.

## 2.3 Diskontinuierliche Dynamik

In Mehrkörpersystemen treten häufig unstetige Bewegungsabläufe auf. Bei Kontakten, welche qualitativ nur mit unilateralen Kraftgesetzen nach Bild 2.3 abgebildet werden können, entstehen bereits in der einwertigen Formulierung (links) Sprünge im Beschleunigungsverlauf. In der mengenwertigen Formulierung (rechts) treten aufgrund des Stoßgesetzes zeitdiskrete Änderungen in den Beschleunigungen und Geschwindigkeiten auf. Sprünge in der Geschwindigkeit können durch (2.12) jedoch nicht ausgedrückt werden, da diese nicht durch eine Integration der Beschleunigungen berechnet werden können. Aus diesem Grund erfolgt ein Übergang von einer gewöhnlichen Differentialgleichung hin zu einer Maßdifferentialgleichung, der beispielsweise von MOREAU [81] oder GLOCKER [39] gezeigt wird. Für die Auswertung dieser Gleichung zu den Unstetigkeitsstellen sind entsprechende Stoßgesetze und numerische Verfahren erforderlich, die im Folgenden vorgestellt werden.

### 2.3.1 Maßdifferentialgleichung

Durch die Formulierung der Differentialgleichung (2.12) als Maßdifferentialgleichung kann eine Suche der Unstetigkeitsstellen und eine entsprechende Fallunterscheidung aufgrund von Strukturvarianzen im Mehrkörpersystem vermieden werden. Sowohl die kontinuierlichen als auch die diskontinuierlichen Phasen werden in einem einzigen Gleichungssystem beschrieben. Die Beschreibung der Systemdynamik erfolgt bei einer Maßdifferentialgleichung mittels

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{T} \mathbf{u}, \quad \mathbf{M} d\mathbf{u} = \mathbf{h} dt + \mathbf{W} d\Lambda, \quad (d\Lambda, \mathbf{z}, t) \in \mathcal{N}. \quad (2.19)$$

Das darin enthaltene Beschleunigungsmaß

$$d\mathbf{u} = \dot{\mathbf{u}} dt + (\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-) d\eta \quad (2.20)$$

setzt sich aus einem kontinuierlichen und einem diskreten Anteil zusammen. Der kontinuierliche Anteil besitzt eine Dichtefunktion  $\dot{\mathbf{u}}$ , die der Beschleunigung während der kontinuierlichen Bewegungsphase des Mehrkörpersystems entspricht. Der diskontinuierliche Term enthält mit

$$\mathbf{u}^+ = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \mathbf{u}(t + \varepsilon), \quad \mathbf{u}^- = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^-} \mathbf{u}(t + \varepsilon)$$

den links- und rechtsseitigen Grenzwert der Geschwindigkeiten  $\mathbf{u}$  gewichtet mit der Summe der Delta-Distributionen bezüglich der Diskontinuitätszeitpunkte  $t_i$

$$d\eta = \sum_i d\delta_i, \quad d\delta_i = d\delta_i(t - t_i) = \begin{cases} \infty & \text{falls } t = t_i \\ 0 & \text{falls } t \neq t_i. \end{cases}$$

Die Unstetigkeiten in den kinematischen Größen wirken sich auch auf die Zwangskräfte aus, da diese aufgrund der Nebenbedingungen  $(d\mathbf{A}, \mathbf{z}, t) \in \mathcal{N}$  zu bestimmen sind. Sie sind also direkt oder indirekt von den kinematischen Größen abhängig. Analog zu (2.20) ist deshalb auch eine Aufspaltung für  $d\mathbf{A}$  notwendig, so dass das Maß für die Zwangsimpulse in den Bindungen mit

$$d\mathbf{A} = \boldsymbol{\lambda} dt + \mathbf{A} d\eta_i \quad (2.21)$$

ebenso in einen stetigen und einen unstetigen Anteil aufgeteilt wird. Die Impulse  $\boldsymbol{\lambda} dt$  sind ausschließlich bei einer stoßfreien Bewegung des Mehrkörpersystems vorhanden. Der zweite Summand in (2.21) enthält alle Impulse  $\mathbf{A}$ , die zu den Stoßzeiten  $t_i$  auftreten.

Mit den Geschwindigkeits- und Kraftmaßen (2.20) und (2.21) sind somit in der Maßdifferentialgleichung (2.19) neben der kontinuierlichen Bewegung des Mehrkörpersystems gemäß (2.12) auch die Stoßgleichungen

$$\mathbf{q}^+ - \mathbf{q}^- = \mathbf{0}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-) = \mathbf{W} d\mathbf{A}$$

zu den Stoßzeitpunkten  $t_i$  enthalten. Für die Auswertung dieser Gleichung sind die zusätzlichen Nebenbedingungen

$$(d\mathbf{A}, \mathbf{u}^+, t) \in \mathcal{N}$$

erforderlich. Sie können physikalisch als Stoßgesetze interpretiert werden.

### 2.3.2 Stoßgesetze

Die Kraftgesetze in Abschnitt 2.2 sind auf Kraftebene definiert. Ereignisse, die zu Geschwindigkeitssprüngen in der Bewegung des Systems führen, laufen jedoch auf Impulsebene ab, so dass zusätzliche Stoßgesetze erforderlich sind. Der Begriff *Stoß* ist hier im weiteren Sinne als Geschwindigkeitssprung zu verstehen und nicht zwangsläufig auf die Kollision zweier Körper beschränkt.

Von einem Stoß sind nur die Geschwindigkeiten  $\mathbf{u}$  der Stoßkörper betroffen und nicht deren Lagen  $\mathbf{q}$ . Daher erfolgt eine Modellierung aller Stoßgesetze auf Geschwindigkeitsebene. Ferner werden die zeitkontinuierlichen Kräfte nun durch diskrete Impulse  $\mathbf{A}$  ersetzt, für welche die mengenwertigen Beziehungen formuliert werden. Neben den Betrachtungen der zweiseitigen und einseitigen Bindung ist auch eine Formulierung für Reibstöße möglich.



## Zweiseitige Bindungen

Bei einer Kopplung zweier Körper mittels einer zweiseitigen Bindung wird der Stoß aufgrund der kinematischen Abhängigkeit an den anderen Körper weitergegeben. Erfährt ein Körper zu einem diskreten Zeitpunkt  $t_i$  einen Geschwindigkeitssprung, so muss die kinematische Bedingung (2.15) auch nach der Diskontinuität erfüllt sein. Somit kann aus dieser Bedingung das Stoßgesetz

$$\dot{g}_B^+ = 0, \quad \Lambda_B \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0$$

abgeleitet werden. Darin ist  $\dot{g}_B^+ = \dot{g}_B^+(\mathbf{u}^+, \mathbf{q}, t)$  die Relativgeschwindigkeit der beiden Körper unmittelbar nach dem Stoß.

## Einseitige Bindungen

Bei einseitigen Bindungen können im Gegensatz zu zweiseitigen Bindungen Stöße nur in eine Richtung weitergegeben werden. Daraus leitet sich in Analogie zu (2.18) das Stoßgesetz auf Impulsebene

$$\begin{cases} \Lambda_U = 0 & \text{falls } g_U \geq 0 \\ \dot{g}_U^+ \geq 0, \quad \Lambda_U \geq 0, \quad \dot{g}_U^+ \lambda_U = 0 & \text{falls } g_U = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

ab. Mit einem derartigen Stoßgesetz kann auch ein Stoß im Sinne des klassischen Stoßgesetzes nach NEWTON formuliert werden. Dazu wird in (2.22) die relative Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoß gemäß

$$\dot{g}_U^+ = \varepsilon \dot{g}_U^-, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

durch eine Differenz einer relativen Geschwindigkeit unmittelbar vor ( $\dot{g}_U^-$ ) und nach ( $\dot{g}_U^+$ ) dem Stoß ersetzt, welche durch den Stoßkoeffizienten  $\varepsilon$  miteinander in Verbindung stehen. Durch  $\varepsilon = 0$  wird ein rein plastischer und durch  $\varepsilon = 1$  ein rein elastischer Stoß ausgedrückt.

### 2.3.3 Mathematische Formulierung der Nebenbedingungen

Eine Formulierung der Stoßgesetze durch Ungleichungen ermöglicht eine sehr anschaulich Interpretation der physikalischen Zusammenhänge und Wirkungen. Eine solche Darstellung ist für eine numerische Auswertung aber ungeeignet. Jedoch lassen sich die Ungleichungen mit Hilfe von Projektionsfunktionen als Projektionsgleichungen darstellen. Dazu wird eine Projektionsgleichungsdarstellung aus der konvexen Analysis nach ROCKAFELLAR [96] verwendet. Die Projektion des Vektors  $\mathbf{x}$  in

eine konvexe Menge  $\mathcal{C}$  ist durch

$$\mathbf{prox}_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{x}^* \in \mathcal{C}} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|$$

definiert, wobei  $\|\cdot\|$  eine geeignete Norm darstellt.

Eine mathematische Darstellung des Stoßgesetzes bei zweiseitigen Bindungen kann somit durch die kompakte Schreibweise

$$\Lambda_B = \mathbf{prox}_{\mathcal{C}_B}(\Lambda_B - r_B \dot{g}_B^+), \quad \mathcal{C}_B = \{x : x \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0\}$$

erfolgen. Das Stoßgesetz einer einseitigen Bindung kann mittels

$$\Lambda_U = \mathbf{prox}_{\mathcal{C}_U}(\Lambda_U - r_U \dot{g}_U^+), \quad \mathcal{C}_U = \{x : x \geq 0\}$$

ausgedrückt werden. Die Parameter  $(r_B, r_U) \in \mathbb{R}^+$  sind frei wählbare numerische Hilfsparameter, welche die Einheiten anpassen. FÖRG, GEIER ET AL. zeigen Strategien zur Wahl dieser Parameter, um eine möglichst rasche Konvergenz der Gleichungslösung zu erzielen [29].

Durch die Formulierung der Stoßgesetze mittels Projektionsfunktionen werden die Ungleichungsbeziehungen aufgelöst und in eine Gleichheitsbeziehung überführt. Dadurch können sie mit numerischen Methoden gelöst werden. Verfahren zur Lösung mengenwertiger Nebenbedingungen in Mehrkörpersystemen stellt FÖRG vor [28].

## 3 Erweiterung der Bewegungsgleichung zur Berechnung hydraulischer Systeme

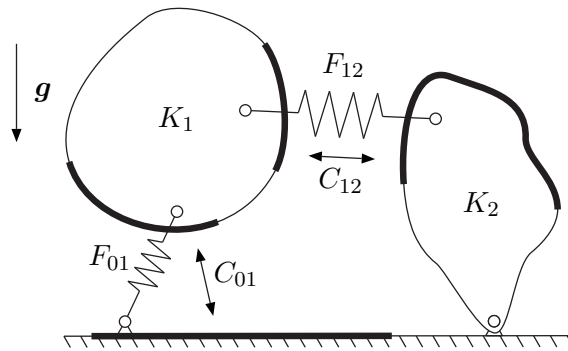
Reale technische Systeme sind nicht nur auf mechanische Wirkprinzipien beschränkt. Zur Erzeugung, Übertragung und Regelung von Bewegungen wird häufig auf andere physikalische Domänen zurückgegriffen. In Verbrennungsmotoren wird die Motorbewegung durch einen thermodynamischen Verbrennungsprozess erzeugt. In mobilen Arbeitsmaschinen wird die Energie häufig hydraulisch an den Arbeitspunkt übertragen und in elektrischen Motoren erfolgt eine Umwandlung von elektrischer Energie in mechanische Drehbewegungen mittels Magnetfelder. Für die numerische Abbildung von Gesamtsystemen wird daher zunehmend auf interdisziplinäre Simulationen zurückgegriffen.

In automobilen Verbrennungsmotoren werden aufgrund ihrer herausragenden Leistungsdichte verschiedenste hydraulische Systeme eingesetzt. Häufige Standardanwendungen sind hydraulische Ventilspielausgleichselemente oder Kettenspanner. Eine jüngere Anwendung ist die Verstellung der Phasenlage der Nockenwelle mit hydraulischen Aktoren. Da die Übertragung des Drehmoments bei hydraulischen Nockenwellenverstellern nicht formschlüssig, sondern kraftschlüssig über die Hydraulik erfolgt, können beide Domänen nicht mehr getrennt voneinander betrachtet werden, da das hydraulische System unmittelbar in den Kraftfluss integriert ist und die Phasenlage durch eine elektronische Regelung eingestellt wird.

In diesem Kapitel werden die beschreibenden Gleichungen hydraulischer Systeme vorgestellt. Sie sind formal mit den Bewegungsgleichungen des mechanischen Systems identisch. Beide Domänen sowie ihre Wechselwirkungen können in einem einzigen, konsistenten Gleichungssystem beschrieben werden und mit denselben numerischen Verfahren gelöst werden.

### 3.1 Modellbildung bei hydraulischen Systemen

Um ein passendes Modellierungsschema für hydraulische Elemente zu entwickeln, welches mit mechanischen Systemen konform ist, wird zunächst auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den beiden Domänen eingegangen. Dazu zeigt



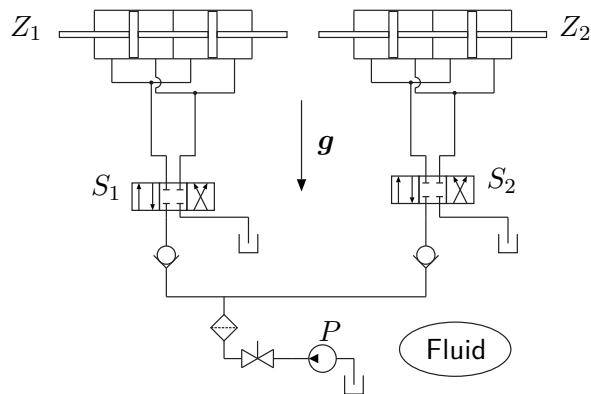
**Bild 3.1:** Beispiel eines mechanischen Systems

Bild 3.1 ein exemplarisches mechanisches System. Es besteht aus zwei starren Körpern. Während sich der Körper  $K_1$  frei in der Ebene bewegen kann, besitzt der Körper  $K_2$  aufgrund einer entsprechenden Lagerung nur einen Drehfreiheitsgrad. Die Körper sind durch eine beidseitig wirkende Federverbindung  $F_{12}$  sowie eine einseitig wirkende Kontaktverbindung  $C_{12}$  miteinander verknüpft. Der Körper  $K_1$  steht darüber hinaus noch durch eine Federverbindung  $F_{01}$  und eine Kontaktverbindung  $C_{01}$  mit der Umgebung in Wechselwirkung. Auf einen Körper können von außen also mehrere Kräfte wirken. Zur Beschreibung der einzelnen Verbindungen bzw. der wirkenden Kräfte können sowohl in der Umgebung als auch auf dem Körper verschiedene Punkte beziehungsweise Konturen definiert werden. Als Umgebungsrandbedingung unterliegt das ganze System dem Schwerkraftvektor  $g$ .

Bild 3.2 zeigt ein exemplarisches hydraulisches System. Es besteht aus mehreren Leitungen, welche durch die Stellglieder  $S_1$  und  $S_2$  miteinander verbunden sind, und zwei hydraulischen Zylindern  $Z_1$  und  $Z_2$ , welche die hydraulisch übertragene Energie in mechanische Arbeit wandeln. Durch die Pumpe  $P$  wird das System mit Drucköl versorgt. Verluste in den hydraulischen Drücken fallen sowohl als Strömungsverluste in den einzelnen Leitungen als auch als Umlenkverluste in den Funktionsbauteilen an. Für die Modellbildung wird für jede Leitung eine positive Strömungsrichtung definiert. Dadurch kann in jeder Leitung ein Einlauf und ein Auslauf benannt werden. Das hydraulische Netzwerk kann daher durch eine Verbindung der einzelnen Leitungsein- und -ausläufe beschrieben werden. Als Randbedingung unterliegt das hydraulische System neben der Schwerkraft auch den Eigenschaften des hydraulischen Mediums.

Die im mechanischen System enthaltene Energie setzt sich aus der kinetischen Energie der massebehafteten Körper sowie der potentiellen Energie aufgrund der Körperlagen im Schwerfeld und der in den Verbindungselementen gespeicherten Energie zusammen. Es treten mechanische Energieverluste beispielsweise durch Dämpfung oder Reibung auf, wodurch die mechanische Energie in Wärme gewandelt wird. Der Austausch zwischen potentieller und kinetischer Energie erfolgt aufgrund der Trägheit im System nicht augenblicklich, sondern verzögert.

Der selbe Sachverhalt ist auch bei hydraulischen Systemen festzustellen. Auch in diesen ist Energie gespeichert bzw. wird Energie übertragen. In den hydraulischen Leitungen wird das massebehaftete Fluid transportiert, so dass dort kinetische Energie



**Bild 3.2:** Beispiel eines hydraulischen Systems

vorhanden ist. Dagegen geht man in den hydraulischen Knoten davon aus, dass keine Fließbewegung des Fluids vorliegt. Stattdessen wird in diesen hydraulischen Knoten die Nachgiebigkeit des Fluids zusammengefasst, so dass auch hier ähnlich wie in den mechanischen Federn potentielle Energie gespeichert ist. Der Austausch zwischen mechanischer und potentieller Energie verläuft verzögert aufgrund der Trägheit in den hydraulischen Leitungen.

Vergleicht man auf diese Weise mechanische und hydraulische Systeme, so kann man für das dynamische Verhalten der beiden Systeme Ähnlichkeiten feststellen. Trägheiten treten in der Mechanik aufgrund der Masse der Körper und in der Hydraulik aufgrund der Masse des strömenden Fluids in den Leitungen auf. In der Mechanik wird potentielle Energie in Federn und in der Hydraulik in hydraulischen Knoten gespeichert.

Es ist anzumerken, dass diese Ähnlichkeiten auf idealisierten Modellannahmen beruhen. In der Mechanik werden die Elastizitäten der Körper sowie die Massen der Federn vernachlässigt. Solche Idealisierungen werden auch für die Hydraulik angenommen, indem die Kompressibilität des Fluids in den Leitungen auf die hydraulischen Knoten projiziert und die Bewegung des Fluids in den hydraulischen Knoten vernachlässigt wird. Jedoch stellen diese Vereinfachungen keine Beschränkungen dar, da auch die Berücksichtigung kontinuierlicher Modelle in beiden Domänen möglich ist.

Für die Modellierung hydraulischer Systeme können aus dieser Betrachtung dennoch wesentliche Schlussfolgerungen gezogen werden. Hydraulische Leitungen sind wie mechanische Körper jedoch ohne Zustandsgröße für ihre Lagebeschreibung zu behandeln, da diese Größe in der Hydraulik nicht von Interesse ist. Analog dazu sind hydraulische Knoten wie mechanische Federelemente zu modellieren, wobei mechanische Federn immer nur zwei Körper, hydraulische Knoten jedoch beliebig viele Leitungen miteinander verbinden können.

In hydraulischen Systemen kommt es aufgrund der Fluidströmung zu Druckverlusten. Aufgrund der obigen Annahme, dass eine Fluidströmung nur in den hydraulischen Leitungen anliegt, können diese Druckverluste auch eindeutig diesen Leitungen zugeordnet werden. Bei Druckverlusten handelt es sich also nicht um Krafterelemente,

welche verschiedene Leitungen miteinander verbinden, sondern um Kraftgesetze, welche nur auf eine einzige Leitung wirken.

## 3.2 Bewegungsgleichungen starrer hydraulischer Systeme

Ausgehend von oben beschriebenen Zusammenhängen sollen in diesem Abschnitt nun die Gleichungen zur Beschreibung der dynamischen Vorgänge in hydraulischen Systemen aufgestellt werden. Dazu wird zwischen drei grundsätzlichen Elementen unterschieden. In den Leitungen wird die kinetische Energie des Systems zusammengefasst. Die Knoten repräsentieren die potentiellen Energiespeicher im System. Die Strömungsverluste stellen die Energieverluste im System dar. Auf sie wird in Abschnitt 3.3 genauer eingegangen.

### 3.2.1 Leitungen

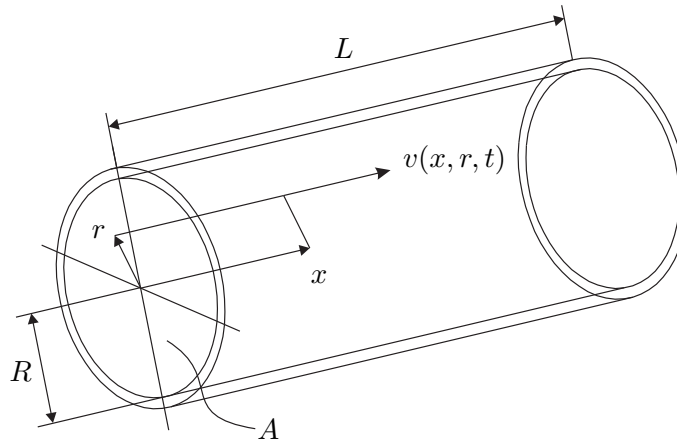
In hydraulischen Leitungen wird der Massenstrom des hydraulischen Mediums abgebildet. Die Dimension der Leitungslänge  $L$  ist deutlich größer als deren Querschnittsradius  $R$  ( $L \gg R$ ). Die Bewegungsgleichungen der Leitungen ergeben sich damit aus den entsprechenden Vereinfachungen der NAVIER-STOKES-Gleichungen, welche die internen Scherkräfte in Fluiden beschreiben, und der CAUCHY-Impuls-Gleichung, die den nicht-relativistischen Impulstransport in einem Kontinuum abbildet. Im Gegensatz zur Starrkörpermechanik wird eine Beschreibung gemäß EULER verwendet, welche den Bewegungszustand an einem bestimmten Ort und nicht die Bewegung eines einzelnen Partikels im Fluid zeigt. Aus diesem Unterschied ergibt sich eine wesentliche Eigenheit hydraulischer Systeme: In hydraulischen Systemen gibt es keine Zustandsgrößen, welche der Lage in mechanischen Systemen entsprechen.

Bild 3.3 zeigt eine hydraulische Leitung mit einem zylindrischen Koordinatensystem, das zur Beschreibung des Bewegungszustandes verwendet wird. Die Leitung besitzt die Länge  $L$  und einen über die Länge konstanten Radius  $R$  und damit eine konstanten Querschnittsfläche  $A$ . Geht man von einem rotations-symmetrischen Strömungszustand aus, so stellt die Geschwindigkeit darin gemäß

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, r, t)$$

ein Vektorfeld in Abhängigkeit von Ort  $(x, r)$  und Zeit  $t$  dar. Bei hydraulischen Systemen ist jedoch nicht die genaue Bestimmung des Strömungsfeldes von Interesse, sondern ausschließlich der durch die Leitung transportierte Volumen- oder Massenstrom, welcher zur Verrichtung von Arbeit verwendet werden kann. Dieser Volumenstrom ergibt sich in einer Ebene senkrecht zur Leitungslängsachse aus dem Integral über das Strömungsfeld zu

$$Q(x, t) = \int v(x, r, t) \, dA.$$



**Bild 3.3:** Hydraulische Leitung mit zylindrischem Koordinatensystem

Die Abhängigkeit von der Ortskoordinate  $x$  ergibt sich aus der Kompressibilität des Fluids. Für eine Formulierung analog zur Starrkörpermechanik wird diese im Folgenden vernachlässigt. Auf Modelle zur Abbildung der Kompressibilität wird in Abschnitt 3.2.4 eingegangen.

### Vernachlässigung der Fluidkompressibilität

Die Vernachlässigung der Fluidkompressibilität ist nach BEATER [7] gerechtfertigt, wenn die Länge der Leitung die Bedingung

$$L < \frac{a}{10 f_{\max}} \quad (3.1)$$

erfüllt. Darin stellt  $a$  die Schallgeschwindigkeit im Fluid und  $f_{\max}$  die höchste interessierende Frequenz dar. In langen, schlanken Körpern, wie sie auch eine Fluidsäule in einer Leitung darstellt, kann nach TRUCKENBRODT [114] die Schallgeschwindigkeit zu

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

bestimmt werden, wobei  $E$  die Kompressibilität des Materials und  $\rho$  dessen Dichte darstellen. Wenn diese Annahme zutreffend ist, so kann die Bewegungsgleichung einer hydraulischen Leitung direkt aus dem zweiten NEWTON'schen Axiom

$$m \ddot{x} = F$$

angegeben werden. Die bewegte Masse  $m$  entspricht der Fluidmasse in der Leitung, welche sich aus dem Leitungsvolumen  $AL$  sowie der Dichte des Fluids  $\rho$  bestimmen lässt. Die Beschleunigung kann mit  $\ddot{x} = \frac{\dot{Q}}{A}$  als zeitliche Änderung der mittleren Volumenflussrate angegeben werden. Die auf die Masse wirkenden Kräfte setzen sich zusammen aus der antreibenden Druckdifferenz zwischen dem Druck am Anfang der

Leitung  $p_a$  und dem Druck am Leitungsende  $p_e$  sowie einem zunächst allgemein angenommenen Druckverlust  $p_{\text{Verlust}}$ , der sich in Abhängigkeit der Volumenflussrate  $Q$  einstellt. Damit bestimmt sich die auf die Leitung wirkende Kraft zu

$$F = [p_a - p_e - p_{\text{Verlust}}(Q)] A,$$

so dass sich die Bewegungsdifferentialgleichung einer inkompressiblen hydraulischen Leitung zu

$$\frac{\rho L}{A} \dot{Q} = p_a - p_e - p_{\text{Verlust}}(Q) \quad (3.2)$$

ergibt. Die Trägheit der Leitung wird durch den Faktor  $\frac{\rho L}{A}$  beschrieben. Es ist auffällig, dass die Querschnittsfläche im Nenner des Ausdrucks steht, so dass eine Verringerung des Querschnitts auch ein trägeres Verhalten der Leitung bedeutet, obwohl (bei gleicher Leitungslänge) die Fluidmasse abnimmt. Jedoch nimmt bei einem kleineren Leitungsquerschnitt auch die Angriffsfläche der anliegenden Drücke  $p_a$  und  $p_e$  ab.

### Einfluss des Strömungszustandes auf die Trägheit hydraulischer Leitungen

Für die Herleitung von (3.2) wurde von einer mittleren Volumenflussrate ausgegangen. Diese Annahme ist jedoch idealisiert, denn aufgrund der inneren Scherkräfte im Fluid stellt sich nach HAGEN-POISEUILLE bei einer laminaren Strömung ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil gemäß

$$v(r) = v_{\text{max}} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad 0 \leq r \leq R \quad (3.3)$$

ein [114]. Erst bei einer voll ausgeprägten turbulenten Strömung kann von dem in (3.2) angenommenen gleichmäßig verteilten Geschwindigkeitsprofil ausgegangen werden. Mit dem parabolischen Geschwindigkeitsprofil ergibt sich die kinetische Energie einer starren Leitung zu

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho L A \frac{1}{A} \int_0^R v(r)^2 2 \pi r \, dr = \frac{1}{2} \frac{4}{3} \frac{\rho L}{A} Q^2.$$

Vergleicht man den hier auftretenden Trägheitsterm mit der Trägheit aus (3.2), so ist festzustellen, dass bei laminaren Strömungszuständen eine um den Faktor  $\frac{4}{3}$  höhere Fluidträgheit anzunehmen ist. Diese Betrachtung basiert jedoch wie bereits die Herleitung von (3.2) auf der Annahme eines kreisrunden Leitungsquerschnittes. In der Praxis kann nicht immer von dieser Idealisierung ausgegangen werden. Des Weiteren können zum Strömungsprofil nicht immer Aussagen getroffen werden, da beispielsweise an Ein- und Ausläufen sowie an Ecken und Kanten immer Verwirbelungen auftreten. Zudem beschreibt (3.2) auch die zeitliche Änderung der Volumenflussrate, während (3.3) das Geschwindigkeitsprofil in einem stationären Zustand



beschreibt. In dieser Arbeit wird daher das anfangs diskutierte Stopfenprofil als einfachste und allgemeinste Annahme zur Bestimmung der Trägheit von Fluidmassen in hydraulischen Leitungen verwendet.

### Vernachlässigung der Fluidmasse

Bei hydraulischen Funktionsteilen wie etwa Druckbegrenzungsventilen werden verschiedene Steuerkammern nur durch Bohrungen, also sehr kurzen Leitungen, mit einander verbunden. Dies führt zu geringen Trägheitswirkungen und zu einem sehr dynamischen Systemverhalten, so dass bei der Simulation solcher Systeme die Trägheit des Fluids vernachlässigt werden kann. Stattdessen wird von einem sich augenblicklich einstellenden Volumenfluss ausgegangen. Es gilt somit

$$\dot{Q} = 0,$$

womit aus (3.2) unmittelbar

$$p_a - p_e - p_{\text{Verlust}}(Q) = 0$$

folgt. Eine Bestimmung des Volumenflusses kann also durch die Auswertung der Umkehrfunktion des Druckverlusts in Abhängigkeit der anliegenden Druckdifferenz erfolgen:

$$Q = p_{\text{Verlust}}^{-1}(p_a - p_e). \quad (3.4)$$

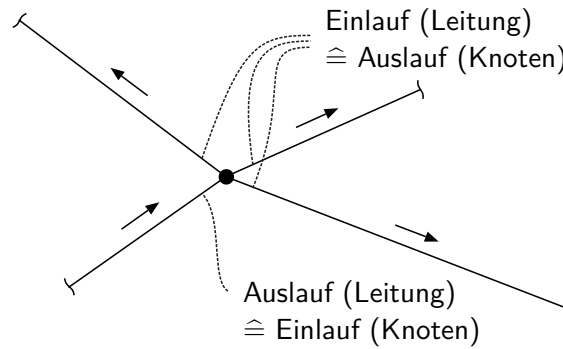
Aus numerischer Sicht bedeutet (3.4), dass die beiden Größen  $p_a$  und  $p_e$  als Zustandsgrößen im System vorhanden sein müssen. Wie der folgende Abschnitt zeigt, ist dies nur bei einer elastischen Formulierung der Druckknoten der Fall. Bei starren Druckknoten, welche diese Fluidkompressibilität vernachlässigen, ist diese Voraussetzung nicht erfüllt. HUBER und ULBRICH gelingt es jedoch durch eine Anpassung der Lösungsalgorithmen bei einfachen Strukturen auch solche Kombinationen numerisch zu lösen [54].

### Parametrisierung der kinematischen Größen

Für die Einbindung der hydraulischen Größen in eine Gesamtsimulation muss eine Parametrisierung der kinematischen Größen erfolgen. Gemäß den Analogien zur Mechanik und unter Berücksichtigung der Eigenschaft, dass in der Hydraulik keine der mechanischen Lage äquivalente Größe existiert, ergibt sich diese zu

$$Q = \mathbf{J} \mathbf{u}, \quad \mathbf{J}, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}.$$

Die Dimension der zugehörigen generalisierten Lagekoordinate ist gleich Null, die Dimension der Abbildungsmatrix resultiert damit zu  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{0 \times 1}$ .



**Bild 3.4:** Verbindung hydraulischer Leitungen

### 3.2.2 Knoten

Wie Bild 3.4 zeigt, werden die Ein- und Ausflüsse hydraulischer Leitungen durch hydraulische Knoten miteinander verbunden und können so zu einem komplexen Netzwerk zusammengeschlossen werden. Eine Beschreibung der Knoten erfolgt mittels des stets positiven Drucks

$$p \geq 0. \quad (3.5)$$

Durch die Druckdifferenz am Anfang und Ende einer Leitung wird ein entsprechendes Potential aufgebaut. Im Gegensatz zur Starrkörpermechanik, bei der Kräftelemente immer nur zwischen zwei Körpern wirken können, verbinden hydraulische Knoten eine beliebige Anzahl von Leitungen.

Zur Bestimmung der Koppelkräfte können drei verschiedene Formulierungen verwendet werden. Bei einer elastischen Formulierung wird die Kompressibilität des Fluids in den angebotenen Leitungen auf den Knoten projiziert, so dass ein einwertiges Kraftgesetz zur Berechnung des Drucks angegeben werden kann. Bei einer starren Formulierung wird die Kompressibilität des Fluids vernachlässigt und der Druck des Knotens ergibt sich aufgrund der Massen- bzw. Volumenerhaltung aus einer Nebenbedingung. Für die dritte Formulierung werden die Nebenbedingungen der starren Formulierung aufgelöst, so dass sich ein System in Minimalkoordinaten ergibt. Der Knotendruck erscheint nicht mehr explizit im Gleichungssystem. Er kann im Nachgang über die Auswertung der inversen Kinematik bestimmt werden.

### Parametrisierung der kinetischen Größen

Für die Auswertung der Kraftgesetze hydraulischer Knoten in einer Simulation ist eine entsprechende Parametrisierung notwendig. Da die Entsprechung zu den hydraulischen Drücken sowie auch zu den Druckverlusten in der Mechanik die kinetischen Größen darstellen, ergibt sich diese zu

$$\lambda = p \in \mathbb{R}^{1 \times 1}.$$

Zur Aufstellung und Lösung der Nebenbedingungen der mengenwertigen Kraftgesetze müssen auch die relativen kinematischen Größen im Knoten bestimmt werden. In der Mechanik erfolgt die Bestimmung des LAGRANGE-Multiplikators  $\lambda$  anhand des Bindungsabstands  $g$  bzw. der relativen Geschwindigkeit  $\dot{g}$  der beiden Koppelkörper. Da in der Hydraulik keine Lagegrößen vorhanden sind, kann aus den Zustandsgrößen zunächst lediglich der relative Bindungsvolumenstrom bestimmt werden, welcher der relativen Bindungsgeschwindigkeit in der Mechanik entspricht. Dieser ergibt sich entsprechend den in Kapitel 3.1 aufgestellten Analogien mit

$$\dot{g} = \sum_i Q_i \quad (3.6)$$

aus der Summe aller zu- und abfließenden Volumenströme der durch den Knoten verbundenen Leitungen. Durch die Zeitintegration dieser Größe kann mit

$$g = \int \dot{g} dt = V_{\text{Cav}}$$

auch das relative Bindungsvolumen bestimmt werden, welches aus physikalischer Sicht einem Kavitationsvolumen  $V_{\text{Cav}}$  entspricht. Abhängig davon, ob es sich bei der an den starren Knoten angeschlossenen Leitung um einen Zu- oder Ablauf des Knotens handelt, ergibt sich der Eintrag in der Kraftprojektionsmatrix zu

$$\mathbf{W}_{\text{hyd, Zulauf},i} = (-1), \quad \mathbf{W}_{\text{hyd, Ablauf},i} = (1). \quad (3.7)$$

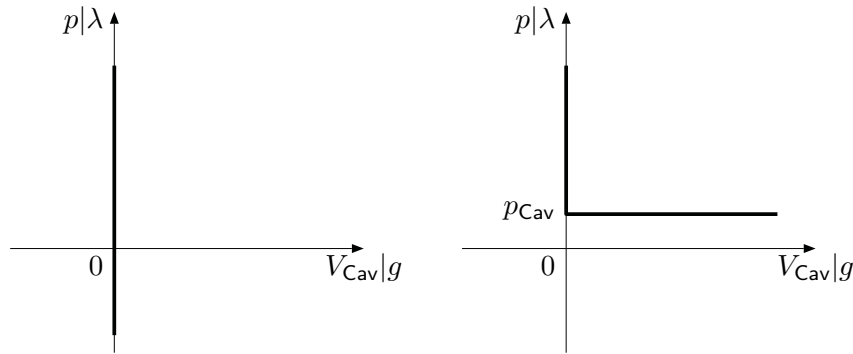
### Elastische Formulierung

Die elastische Formulierung der Knotengleichung stellt ein einwertiges Kraftgesetz dar. Aufgrund der fehlenden Lagegröße in der Hydraulik wird der Knotendruck in der differentiellen Form

$$\dot{p} = \frac{E(p)}{V} \sum_i Q_i \quad (3.8)$$

angegeben. Er stellt eine rein integrative Größe dar und wird in einer Berechnung entsprechend (2.13) berücksichtigt. Da nur die zeitliche Änderung des Knotendrucks berechnet werden kann, muss in der Simulation zur Bestimmung des Drucks ein initialer Anfangsdruck vorgegeben werden. Dabei ist  $E$  der druckabhängige Kompressionsmodul des hydraulischen Mediums und  $V$  das Volumen des Knotens. Der Term  $\frac{E}{V}$  beschreibt die hydraulische Steifigkeit des Knotens, also die Änderung des Knotendrucks in Abhängigkeit des gesamten zu- und abfließenden Volumenstroms  $\sum Q_i$ . Die Steifigkeit des Knotens ist umso größer, je kleiner sein Volumen ist.

Würde in der hydraulischen Domäne eine Größe äquivalent zur Lagegröße in der Mechanik existieren, so könnte (3.8) auch in nichtdifferentieller Form angegeben werden. Eine solche hydraulische Lagegröße würde das durch die Leitung geströmte Volumen darstellen. Aufgrund der Druckabhängigkeit des Kompressionsmoduls erhält man eine implizite Gleichung, die nur numerisch gelöst werden kann. Diese



**Bild 3.5:** Bilaterale (links) und unilaterale (rechts) Nebenbedingungen in der Hydraulik

Formulierung wird von FRIEDRICH, SCHNEIDER und ULBRICH für die Bildung eines nicht-linearen hydraulischen Cosimulationsknotens genutzt [32].

### Verbindung über Nebenbedingungen

Eine weitere Möglichkeit zur Verbindung mehrerer Leitungen ist die Verwendung von Nebenbedingungen. Diese Modellierung bietet sich an, wenn die Kompressibilität im Leitungssystem vernachlässigt werden kann oder die Steifigkeit des Knotens aufgrund kleiner Volumina sehr hoch ist. Mit der bilateralen und der unilateralen Formulierung können zwei unterschiedliche Charakteristiken abgebildet werden. Generell ist die Modellierung hydraulischer Bindungen über Nebenbedingungen weniger Anfällig für numerische Drifterscheinungen, da sie direkt auf der in den Gleichungen relevanten Geschwindigkeits- bzw. Volumenstromebene gelöst werden.

**Bilaterale Bindung** Eine bilaterale Bindung, die in Bild 3.5 graphisch dargestellt ist, fordert die Massen- bzw. die Volumenerhaltung im Knoten, indem auf Lageebene das Auftreten eines Kavitationsvolumens  $V_{Cav}$  verboten wird. Auf Geschwindigkeitsebene resultiert dies analog zu (2.15) in der Gleichungsnebenbedingung

$$\sum_i Q_i = 0, \quad p \gtrless 0. \quad (3.9)$$

Diese drückt aus, dass der Knotendruck vom Nebenbedingungs-löser so bestimmt werden kann, dass die Summe der zu- und abfließenden Volumenströme identisch ist. Das äquivalente Element in der Mechanik stellt hier eine bilaterale Zwangsbedingung in einem Lager dar. Bei einer solchen Formulierung der Koppelbedingung treten keine Sprünge in den Zustandsgrößen eines Systems auf. Sie kann daher in Kombination mit beliebigen Integratoren verwendet werden, jedoch müssen dazu am Knoten konsistente Anfangsbedingungen vorliegen.

Ein Nachteil dieser Formulierung ist, dass auch ein negativer Druck als Lösung der Nebenbedingung zulässig ist, was aufgrund von (3.5) in der Hydraulik keine physikalisch sinnvolle Lösung darstellt. Soll dies berücksichtigt werden, so kann die Kopplung als unilaterales Kraftgesetz modelliert werden.

**Unilaterale Kopplung** Bei der unilateralen Formulierung des Kraftgesetzes wird berücksichtigt, dass die Drücke in hydraulischen Medien nie unter einen bestimmten Kavitationsdruck  $p_{Cav}$  fallen. Bei diesem Druck beginnt nach GROLLIUS [43] die im Medium gelöste Luft Dampfblasen zu bilden. Steigt der Knotendruck wieder über den Kavitationsdruck, so implodieren diese Dampfblasen. Dabei treten deutliche Druckspitzen im System auf, so dass dieser Zustand unbedingt vermieden werden muss. Dieser Zusammenhang kann durch die im Vergleich zu (2.17) modifizierte SIGNORINI-FICHERA-Bedingung

$$V_{Cav} \geq 0, \quad p \geq p_{Cav}, \quad V_{Cav} (p - p_{Cav}) = 0 \quad (3.10)$$

ausgedrückt werden, welche in Bild 3.5 dargestellt ist. Zur Lösung dieser Bedingung auf Geschwindigkeitsebene erfolgt analog zu (2.18) eine Modifikation dieses Bindungsgesetzes zu

$$\begin{cases} p = p_{Cav} & \text{falls } V_{Cav} > 0 \\ \sum Q_i \geq 0, \quad p \geq p_{Cav}, \quad \sum Q_i (p - p_{Cav}) = 0 & \text{falls } V_{Cav} = 0. \end{cases}$$

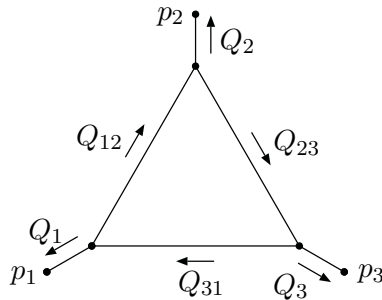
Im regulären Zustand wird die Nebenbedingung derart gelöst, dass sich ein zulässiger Druck  $p \geq p_{Cav}$  als Lösung ergibt. Dies entspricht in der Mechanik einem geschlossenen Kontakt. Der Druck kann jedoch nicht unter den Kavitationsdruck  $p_{Cav}$  fallen. In einem solchen Fall fließt mehr Volumen aus dem Knoten ab als zufließt. Dieses fehlende Volumen wird im Kavitationsvolumen  $V_{Cav}$  zusammengefasst, welches physikalisch interpretiert aus dem Phasenübergang bei der Kavitation stammt. Da kein negatives Kavitationsvolumen zulässig ist, kommt es beim Zusammenfallen des Kavitationsvolumens zu einem Druckimpuls.

Durch die Modellierung von Knoten über Nebenbedingungen können kleine Druckvolumina effizient modelliert werden. Das resultierende Gleichungssystem muss jedoch zu jedem Zeitschritt in der Simulation numerisch gelöst werden, woraus sich insbesondere bei komplexen Verschaltungen verschiedene Nachteile ergeben können. Um Nebenbedingungen in den Druckknoten zu vermeiden, bietet es sich daher an, die Systeme nicht in redundanten Koordinaten, sondern in Minimalkoordinaten zu berechnen.

### Systeme in Minimalkoordinaten

In Systemen mit Minimalkoordinaten werden die bilateralen Zwangsbedingungen (3.9) durch die Verwendung von JACOBI-Matrizen aus dem Gleichungssystem heraus projiziert. Dieses Vorgehen entspricht der Verwendung von relativen Koordinaten in der Starrkörpermechanik. Aus der Forderung der Volumengleichheit der zu- und abfließenden Volumenströme

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0,$$



**Bild 3.6:** Verschaltung hydraulischer Leitungen

kann der Volumenstrom in *einer* angeschlossenen Leitung durch die Volumenströme in den anderen  $n - 1$  Leitungen berechnet werden. Im Gegensatz zu Baumstrukturen in der Mechanik, bei denen jeder Körper im Baum nur einen Vorgänger und beliebig viele Nachfolgekörper besitzt, kann eine Leitung in der Hydraulik beliebig viele Vorgängerkörper besitzen.

Das Vorgehen bei der Verwendung von Minimalkoordinaten soll anhand eines einfachen Beispiels dargestellt werden. Dazu wird eine hydraulische Dreieckschaltung nach Bild 3.6 betrachtet. Das System besteht aus 6 Leitungen und es treten die Flüsse  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_{12}$ ,  $Q_{23}$  und  $Q_{31}$  auf, welche in den jeweils eingezeichneten Richtungen als positiv angenommen werden. Am Ende der äußeren Leitungen liegen die Drücke  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  an. Aufgrund der Verschaltung der Leitungen ist das System dreifach überbestimmt.

Zur Beschreibung des Systems in Minimalkoordinaten muss ein Satz von generalisierten Koordinaten gewählt werden, der eine Bestimmung aller hydraulischen Volumenflüsse ermöglicht. Wählt man beispielsweise die Größen  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_{12}$  als generalisierte Geschwindigkeitskoordinaten,

$$\mathbf{u} = (Q_1 \quad Q_2 \quad Q_{12})^T,$$

so können alle anderen Volumenflüsse in Abhängigkeit dieser Koordinaten über die Knotenregel zu

$$\begin{aligned} Q_{23} &= -Q_2 + Q_{12} \\ Q_{31} &= Q_1 + Q_{12} \\ Q_3 &= Q_{23} - Q_{31} = -Q_1 - Q_2 \end{aligned}$$

bestimmt werden. Daraus ergeben sich die JACOBI-Matrizen des Systems entsprechend  $\mathbf{J}_i = \frac{\partial Q_i}{\partial \mathbf{u}_i}$  gemäß [88] zu

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1^T &= (1 \quad 0 \quad 0) & \mathbf{J}_2^T &= (0 \quad 1 \quad 0) & \mathbf{J}_{12}^T &= (0 \quad 0 \quad 1) \\ \mathbf{J}_{31}^T &= (1 \quad 0 \quad 1) & \mathbf{J}_{23}^T &= (0 \quad -1 \quad 1) & \mathbf{J}_3^T &= (-1 \quad -1 \quad 0). \end{aligned}$$

Mit diesen Beziehungen kann nun die Berechnung der Massenmatrix mit

$$\mathbf{M} = \sum \mathbf{J}_i^T \frac{\rho L_i}{A_i} \mathbf{J}_i$$

analog zu (2.10) erfolgen. Die rechte Seite des Differentialgleichungssystems setzt sich aus den außen anliegenden Drücken sowie den Strömungsverlusten im System zusammen. Analog zu (2.11) ergibt sich die Wirkung dieser Kräfte auf die generalisierten Koordinaten durch eine Multiplikation mit der JACOBI-Matrix zu

$$\mathbf{h} = \sum \mathbf{J}_i^T (\Delta p_i - p_{\text{Verlust},i}) \quad \text{mit} \quad \Delta p_i = p_{a_i} - p_{e_i}.$$

Die Beschreibung von Systemen in Minimalkoordinaten ist dabei nicht nur auf einwertige Druckverluste beschränkt, sondern kann auch mit mengenwertigen Druckverlusten umgesetzt werden. Voraussetzung für die Beschreibung von Systemen in Minimalkoordinaten ist die Bestimmbarkeit der JACOBI-Matrizen. Wählt man beispielsweise die Volumenströme  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$  als beschreibende Koordinaten, so können die verbleibenden drei Volumenströme aufgrund einer algebraischen Schleife nicht bestimmt werden. Jedoch ist es möglich, verschiedene, in Minimalkoordinaten beschriebene Teilsysteme durch die Verwendung von kompressiblen oder starren Knoten miteinander zu koppeln, wodurch algebraische Schleifen aufgebrochen werden können.

### 3.2.3 Wechselwirkungen zwischen Mechanik und Hydraulik

Hydraulische Systeme werden oftmals zur Übertragung mechanischer Arbeit eingesetzt. Dabei wirkt aufgrund des hydraulischen Drucks  $p$  auf eine hydraulisch-mechanische Grenzfläche  $A_{\text{hmi},j}$  die wegen (3.5) stets positive Kraft

$$\mathbf{F}_j = p A_{\text{hmi},j} \mathbf{n}_j. \quad (3.11)$$

Die Druckkraft greift dabei immer im Flächenschwerpunkt der hydraulisch-mechanischen Grenzfläche  $A_{\text{hmi}}$  an und wirkt in Richtung der Flächennormalen  $\mathbf{n}_j$ . Die resultierende Druckkraft ist als Wirkung des hydraulischen Systems auf das mechanische System anzusehen. Die Rückwirkung des mechanischen Systems auf das hydraulische System stellt die Bewegung der hydraulisch-mechanischen Grenzfläche dar, durch die ein mechanischer Volumenstrom

$$Q_{\text{mec},j} = A_{\text{hmi},j} \mathbf{n}_j^T \dot{\mathbf{x}}_j \quad (3.12)$$

erzeugt wird. Darin beschreibt  $\dot{\mathbf{x}}_j$  die Geschwindigkeit des Flächenschwerpunktes von  $A_{\text{hmi},j}$ . Mit diesen Zusammenhängen lassen sich die im vorherigen Abschnitt erläuterten Möglichkeiten zur Verbindung hydraulischer Leitungen erweitern, so dass auch mechanisch-hydraulische Wechselwirkungen dargestellt werden können.

### Elastische Formulierung

Die einfachste Möglichkeit bildet der kompressibel angenommene hydraulische Knoten. Zur Berechnung des Knotendrucks wird (3.8) um den mechanischen Volumenstrom (3.12) erweitert

$$\dot{p} = \frac{E(p)}{V_{\text{hmi}}} \left( \sum_i Q_i + \sum_j A_{\text{hmi},j} \mathbf{n}_j^T \dot{\mathbf{x}}_j \right). \quad (3.13)$$

Da der Knotendruck direkt im Zustandsvektor des Systems enthalten ist, kann die auf die hydraulisch-mechanische Grenzfläche wirkende Kraft direkt nach (3.11) berechnet werden. Bei kompressiblen Knoten muss jedoch neben der Druckänderung des Knotens auch die Volumenänderung berücksichtigt werden, da die Steifigkeit des Knotens auch von diesem abhängt. Nachdem mit (3.12) bereits der mechanische Volumenstrom gegeben ist, kann das Knotenvolumen durch eine Zeitintegration zu

$$V_{\text{hmi}} = V_0 + \int \sum_j Q_{\text{mec},j} dt$$

bestimmt werden, wobei mit  $V_0$  das initiale Knotenvolumen berücksichtigt wird.

### Verbindung über Nebenbedingungen

Ähnlich wie in rein hydraulischen Anwendungen können auch mengenwertige Kraftgesetze verwendet werden, welche in Erweiterung zu (3.6) bei der Bestimmung des relativen hydraulischen Volumenstroms mit

$$\dot{g} = \sum_i Q_i + \sum_j A_{\text{hmi},j} \mathbf{n}_j^T \dot{\mathbf{x}}_j \quad (3.14)$$

die Bewegung der Grenzfläche miteinbeziehen. Zur Berücksichtigung der Wirkung auf das mechanische System erfolgt in Ergänzung zu (3.7) ein mit der Koppelfläche gewichteter Eintrag in die Kraftprojektionsmatrix

$$\mathbf{W}_{\text{mec},j} = \left( A_{\text{hmi},j} \mathbf{n}_j \right).$$

### Systeme in Minimalkoordinaten

Prinzipiell ist es auch möglich, Minimalkoordinaten über verschiedene physikalische Domänen hinweg zur Systembeschreibung zu verwenden. Ähnlich den rein mechanischen oder den rein hydraulischen Minimalssystemen erfolgt auch hier die Eingliederung der individuellen Elemente durch eine Projektion mit den JACOBI-Matrizen. Sehr häufig stellt jedoch die Schnittstelle zwischen den Domänen eine nicht zu vernachlässigende Nachgiebigkeit dar, deren Charakteristik im Modell berücksichtigt werden muss.



### 3.2.4 Kontinuierliche Leitungsmodelle

Die bisher vorgestellten Modelle für hydraulische Systeme entsprachen mit (3.1) der Annahme, dass die Kompressibilität des Fluids in den hydraulischen Leitungen vernachlässigt werden kann. Bei längeren Leitungen können diese Modelle das tatsächliche Systemverhalten nur bedingt abbilden. An dieser Stelle sollen daher kontinuierliche Modelle vorgestellt werden, welche die Kompressibilität des Fluids in den Leitungen berücksichtigen.

Die Berechnung von Druckwellen in Rohrleitungen ist schon seit über 100 Jahren Gegenstand wissenschaftlicher Forschung. In dieser Zeit wurden viele mathematische Modelle zur Lösung der beschreibenden partiellen Differentialgleichung entwickelt [9, 14, 20, 41, 76, 112, 116]. Dabei wurden die Möglichkeiten der numerischen Simulation zunehmend ausgenutzt. Heute werden im Wesentlichen fünf verschiedene Verfahren angewandt. Dies sind Modelle auf Basis von finiten Differenzen bzw. Modelle mit konzentrierten Parametern, Modelle auf Basis des Charakteristiken-Verfahrens mit ortsdiskretem Gitter, Methoden im Frequenzbereich, modale Modelle sowie Modelle auf Basis von finiten Elementen.

Die einzelnen Modelle haben verschiedene Vor- und Nachteile und stellen individuelle Anforderungen an die Berechnungsumgebung. Beispielsweise erlaubt die Methode der konzentrierten Parameter eine Berücksichtigung nicht-linearer Eigenschaften und einen einfachen Zugang zur Problemstellung, jedoch muss für eine gute Ergebnisqualität eine sehr feine Diskretisierung gewählt werden, welche mit einer hohen Rechenzeit einhergeht. Die Methode der Charakteristiken stellt ein geometrisches Verfahren dar, welches auf einer konstanten Schrittweite bei der Zeitintegration basiert. Es ist daher für moderne Integratoren mit variabler Schrittweitensteuerung nicht geeignet. Zudem weist das Verfahren eine Dämpfungscharakteristik auf, welche von der gewählten Integrationsschrittweite abhängig ist [9]. Methoden im Frequenzbereich und modale Modelle basieren auf einer Linearisierung der Bewegungsgleichungen. Eine Zeitintegration kann anders als bei der Methode der Charakteristiken mit modernen Integratoren erfolgen, so dass sich geringere Rechenzeiten ergeben. Mit der Methode der finiten Elemente können Strömungsverläufe in komplexen Leitungssystemen bestimmt sowie nichtlineare Eigenschaften des Fluids berücksichtigt werden. Aufgrund der notwendigen feinen Diskretisierung des Fluidvolumens ergeben sich jedoch auch bei diesem Verfahren hohe Rechenzeiten. Es ist daher für die Berechnung transienter Vorgänge nur eingeschränkt geeignet.

Für die Verwendung im Rahmen einer Multiphysiksimulation sind vor allem modale Modelle, wie sie etwa BORCHSENIUS [9] vorstellt, sowie Verfahren im Frequenzbereich, welche beispielsweise MÄKINEN, PICHE und ELLMAN [76] zeigen, geeignet. Beiden Verfahren ist eine Linearisierung der Bewegungsdifferentialgleichungen gemeinsam, so dass sich die resultierenden Gleichungen allgemein zu

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{D}^* \dot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{K}^* \mathbf{q}^* = \mathbf{W}^* \mathbf{p}, \quad \mathbf{W}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_a^* & \mathbf{w}_e^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_a & p_e \end{pmatrix}^T \quad (3.15)$$

angeben lassen. Darin stellen  $\mathbf{M}^*$  die generalisierte Massenmatrix,  $\mathbf{D}^*$  die generalisierte Dämpfungsmatrix und  $\mathbf{K}^*$  die generalisierte Steifigkeitsmatrix dar. Die Drücke  $p_a$  und  $p_e$  am Anfang und Ende der Leitung werden im Vektor  $\mathbf{p}$  zusammengefasst und durch die Kraftprojektionsmatrix  $\mathbf{W}^*$  auf die Freiheitsgrade des Leitungsmodells projiziert.

Beide Modelle basieren auf einer absoluten Kinematik. Um (3.15) in das Gesamtgleichungssystem (2.12) integrieren zu können, muss eine Parametrisierung in Analogie zur Parametrisierung eines Einzelkörpers (2.5) erfolgen. Daher ergeben sich die trivialen Zusammenhänge

$$\mathbf{q}^{(i)} = \mathbf{q}^*, \quad \mathbf{u}^{(i)} = \dot{\mathbf{q}}^* \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{u}}^{(i)} = \ddot{\mathbf{q}}^*.$$

Die Abbildungsmatrix und die generalisierte Massenmatrix erfüllen

$$\mathbf{T}^{(i)} = \mathbf{E} \quad \text{und} \quad \mathbf{M}^{(i)} = \mathbf{M}^*,$$

wobei  $\mathbf{E}$  die Einheitsmatrix darstellt. Aufgrund der linearen Zusammenhänge kann die rechte Seite des Gleichungssystems zu

$$\mathbf{h}^{(i)} = -\mathbf{D}^* \mathbf{u} - \mathbf{K}^* \mathbf{q} + \mathbf{W}^* \mathbf{p}$$

angegeben werden. Wird das Leitungsmodell an einen mengenwertigen Knoten angeschlossen, so entfällt der entsprechende Eintrag in  $\mathbf{W}^*$  sowie  $\mathbf{p}$  und es ergibt sich eine zusätzliche Spalte in der Kraftprojektionsmatrix

$$\mathbf{W} = (\mathbf{w}_x^*), \quad x \in (a, e).$$

Die Dimension der einzelnen Vektoren und Matrizen ergibt sich dabei aufgrund der Anzahl der gewählten Freiheitsgrade des Systems. Somit lassen sich kontinuierliche Modelle vollständig in das Gleichungssystem integrieren.

### 3.3 Druckverluste in hydraulischen Systemen

In diesem Abschnitt wird auf die Modellierung der Verluste in den Leitungssystemen eingegangen, die sich physikalisch durch einen hydraulischen Druckabfall äußern. Sie treten als Strömungsverluste, welche inneren Reibungskräften gleichzusetzen sind, sowie als Umlenkverluste auf, die sich aufgrund der Richtungsumlenkung der Strömung ergeben. Strömungsverluste dominieren dabei in langen hydraulischen Leitungen, wohingegen Umlenkverluste vor allem in Funktionsbauteilen, wie etwa hydraulischen Steuerventilen oder Rückschlagventilen auftreten. Die anfallenden Druckverluste resultieren dabei in realen Systemen in einer Erwärmung des Öls, welche eine Veränderung der Öleigenschaften zur Folge hat. Die Temperaturänderung des Öls soll jedoch nicht berücksichtigt werden. Stattdessen wird die Temperatur als Randbedingung für die Simulation vorgegeben. Die Erwärmung des Systems kann im Nachgang aufgrund der angefallenen Druckverluste abgeschätzt werden.

Zudem wird zwischen zeitlich konstanten Druckverlusten und variablen Elementen unterschieden, welche sich beispielsweise durch das Öffnen oder Schließen von Steuerkanten ergeben. Werden diese Druckverluste mit einwertigen Kraftgesetzen abgebildet, so muss bei nahezu geschlossenen Steuerkanten eine sehr steile Kennlinie des Elements abgebildet werden, um einen geringen Volumenstrom zu erhalten. Mit einwertigen Formulierungen ist ein vollständiges Schließen der Steuerkanten numerisch nicht möglich. Der auftretende Volumenstrom entspricht in Realität der Leckage des geschlossenen Ventils. Eine alternative Modellierung stellt die Abbildung über eine mengenwertige Kennlinie dar.

### 3.3.1 Strömungs- und Umlenkverluste

Druckverluste werden durch den dimensionslosen  $\zeta$ -Wert angegeben, welcher den Impulsverlust in einer Leitung beschreibt. Der Druckverlust bezogen auf den Volumenstrom ergibt sich damit zu

$$p_{\text{Verlust}} = \zeta \frac{\rho}{2} \frac{Q |Q|}{A^2}. \quad (3.16)$$

Strömungsverluste entstehen aufgrund der inneren Reibung des Fluids. Die Zähigkeit des Fluids wird dabei durch seine kinematische Viskosität beschrieben. Aufgrund der Zähigkeit bildet sich im stationären Zustand bei laminarer Strömung ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil aus. Der Widerstandsbeiwert bei Strömungsverlusten wird gemäß TRUCKENBRODT [114] mit

$$\zeta = \lambda \frac{L}{d} \quad (3.17)$$

berechnet. Er ist proportional zur Rohrwiderstandszahl  $\lambda$  und der Länge der Rohrleitung  $L$  und indirekt proportional zum Leitungsdurchmesser  $d$ . Im Falle einer laminaren Rohrströmung, welche sich bei REYNOLDS-Zahlen  $Re < 1440$  ausprägt, bestimmt sich der Beiwert zu

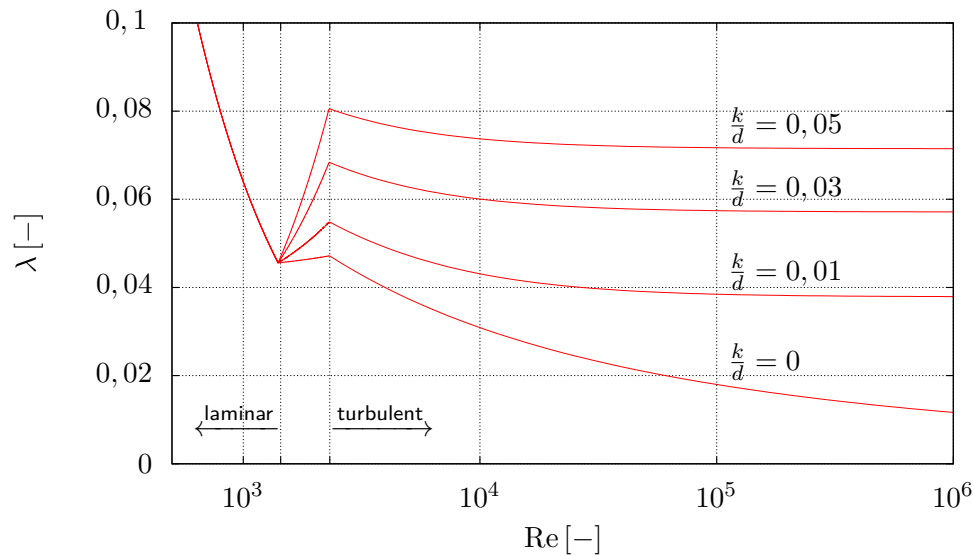
$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (3.18)$$

Die dimensionslose Re-Zahl wird bei langen kreisrunden Rohren in Abhängigkeit der kinematischen Viskosität  $\nu$  des hydraulischen Mediums gemäß

$$Re = \frac{4Q}{\nu d \pi} \quad (3.19)$$

berechnet. Im Falle einer vollständig turbulenten Rohrströmung mit  $Re > 2320$  ergibt sich der  $\lambda$ -Wert allgemein aus der impliziten Gleichung

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71 d} \right),$$



**Bild 3.7:** Abhängigkeit der Rohrreibungszahl von Re-Zahl und dem Verhältnis Wandrauigkeit  $k$  zu Leitungsdurchmesser  $d$

worin  $k$  die Höhe der Wandrauigkeit beschreibt. Da für diese Gleichung keine analytische Lösung angegeben werden kann, wurden im Laufe der Zeit für eine einfache Auswertung zahlreiche Näherungslösungen entwickelt. Mit numerischen Methoden kann der exakte  $\lambda$ -Wert in einem Berechnungsprogramm jedoch einfach bestimmt werden. Den sich somit ergebenden  $\lambda$ -Wert für verschiedene Verhältnisse von Wandrauigkeit  $k$  zu Durchmesser  $d$  zeigt Bild 3.7 über der logarithmisch angetragenen Re-Zahl. Für den Übergangsbereich  $1440 \leq Re \leq 2320$  erfolgt eine lineare Interpolation des  $\lambda$ -Wertes.

Wie aus (3.19) und (3.18) zu erkennen ist, gilt

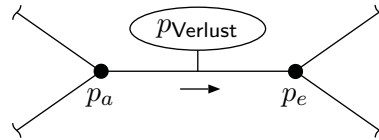
$$\lim_{Q \rightarrow 0} Re = 0 \quad \text{und somit} \quad \lim_{Q \rightarrow 0} \lambda = \infty$$

was bei einer ruhenden Strömung eine unendliche Rohrreibungszahl bedeutet. Durch das Einsetzen von (3.19), (3.18), (3.17) in (3.16) ergibt sich jedoch mit

$$p_{\text{Verlust}} = \frac{64}{\nu d \pi} \frac{L}{d} \frac{\rho}{2} \frac{Q}{A^2} |Q| = 32 \eta \frac{L}{d^2} \frac{Q}{A} \quad (3.20)$$

die kontinuierliche Beschreibung des Druckverlusts nach HAGEN-POISEUILLE mit einer linearen Abhängigkeit des Druckverlusts vom Volumenstrom und der dynamischen Viskosität  $\eta$ .

Umlenkverluste ergeben sich aus dem Energieverlust des Systems, der an hydraulischen Bauteilen anfällt. Sie werden direkt durch den  $\zeta$ -Wert beschrieben. Wie aus (3.16) ersichtlich ist, sind sie proportional zur quadratischen Strömungsgeschwindigkeit. Experimentell bestimmte  $\zeta$ -Werte für verschiedene hydraulische Bauteile gibt beispielsweise IDELCHICK [55] an.



**Bild 3.8:** Formale Behandlung von Druckverlusten

### Formale Einordnung in die globale Struktur

Druckverluste beeinflussen ähnlich wie die Druckknoten die rechte Seite des Gleichungssystems. Der wesentliche Unterschied zu den Druckknoten liegt darin, dass die Druckverluste nicht mehrere Leitungen miteinander verbinden, sondern genau einer Leitung zuzuordnen sind. Diesen Sachverhalt verdeutlicht Bild 3.8. Aus diesem Grund werden Druckverluste in der Struktur formal als Verbindungselement mit nur einer Verbindung betrachtet. Mit dieser Behandlung der Druckverluste als Verbindungselement können wiederum die Methoden der nicht-glatten Mechanik auch auf diese Elemente angewendet werden.

### 3.3.2 Variable Druckverluste

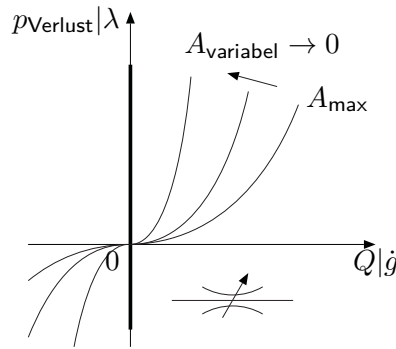
Zur Steuerung und Regelung von hydraulischen Systemen werden in diesen auch verstellbare Elemente verbaut, die Strömungsrichtung, Volumenstrom oder Druck beeinflussen. Im Wesentlichen lassen sich diese in zwei große Kategorien einteilen, nämlich die beidseitig und einseitig wirkenden Druckverluste. Aus diesen Grundelementen lassen sich verschiedene komplexe Bauteile und Schaltungen aufbauen.

#### Verschließbare Ventile

Ein sehr einfaches Beispiel eines vollständig verschließbaren Ventils ist ein Sperrhahn. Eine entsprechende Kennlinie zeigt Bild 3.9. Im geöffneten Zustand ( $A_{\text{variabel}} = A_{\text{max}}$ ) ist kaum ein Druckverlust festzustellen. Wird jedoch das Ventil geschlossen, so treten immer größere Druckverluste auf und der Fluss durch das Ventil wird geringer. Dabei spielt die Strömungsrichtung des Fluids keine Rolle. Im vollständig geschlossenen Zustand ( $A_{\text{variabel}} = 0$ ) tritt kein Volumenstrom auf und der Druckverlust am Ventil entspricht der an der Leitung anliegenden Druckdifferenz. Somit ist eine Bestimmung des Druckverlusts gemäß (3.16) nicht mehr möglich, da dazu einerseits ein Volumenstrom  $Q$  benötigt wird und andererseits für die Öffnungsfläche die Bedingung  $A > 0$  erfüllt werden muss.

Für verschließbare Ventile ergibt sich in Anlehnung an (3.16) die Berechnungsvorschrift

$$p_{\text{Verlust}} = \zeta \frac{\rho}{2} \frac{Q |Q|}{A_{\text{variabel}}^2}, \quad A_{\text{variabel}} \geq A_{\text{variabel, min}}, \quad (3.21)$$



**Bild 3.9:** Kennlinie eines verschließbaren Ventils

welche jedoch bedingt, dass immer ein gewisser Leckagestrom zugelassen werden muss. Durch die Wahl einer geringen Minimalfläche  $A_{\text{variabel, min}}$  kann dieser Restleckagestrom zwar gering gehalten werden, jedoch ergibt sich daraus eine sehr steile Kennlinie für das Ventil, welche einen hohen Aufwand für die numerische Integration bedeutet.

Wie aus Bild 3.9 jedoch hervorgeht, nähert sich mit reduzierter Querschnittsfläche  $A_{\text{variabel}}$  die Charakteristik des Ventils zunehmend einem bilateralen Kraftgesetz der Form

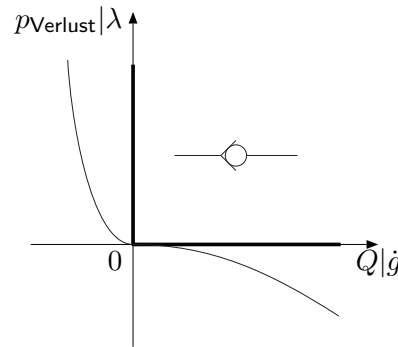
$$Q = 0, \quad p_{\text{Verlust}} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0 \quad (3.22)$$

an. Es bietet sich daher an, bei einem Unterschreiten der minimalen Öffnungsfläche  $A_{\text{variabel}} < A_{\text{variabel, min}}$  dieses bilaterale Kraftgesetz in der numerischen Behandlung zu aktivieren, so dass für den Durchfluss durch das Ventil  $Q = 0$  gilt. In der mechanischen Analogie stellt diese Formulierung eine Kombination aus Gelenk und Kontakt dar, wobei die Charakteristik des Elements aus einer Gelenkzwangsbedingung stammt, die Bedingung jedoch ähnlich wie bei einem Kontakt nur zu bestimmten Zeiträumen erfüllt werden muss. Ein analoges mechanisches Element zum verschließbaren Ventil ist daher in einer Kupplung zu sehen.

Da beim Schließen des Ventils und Aktivieren der Nebenbedingung (3.22) immer noch ein bestimmter Volumenstrom  $Q$  vorhanden ist, kommt es auch bei diesem Element ähnlich wie bei mechanischen Kontakten zu einem diskreten Sprung in der Volumenflussrate der hydraulischen Leitung. Aus diesem Grund kann diese bilaterale Formulierung nicht in Verbindung mit gewöhnlichen ODE-Integratoren verwendet werden. Stattdessen werden entweder ereignisgesteuerte Integratoren oder Time-Stepping-Verfahren benötigt.

### Stromrichtungsventile

Als zweites Element werden Stromrichtungsventile oder Rückschlagventile behandelt. Beschreibt man diese rein hydraulisch ohne Berücksichtigung der Trägheit der mechanischen Bauteile, so ergibt sich eine Charakteristik nach Bild 3.10, wobei der



**Bild 3.10:** Kennlinie eines (idealisierten) Rückschlagventils

Druckverlust in Sperrrichtung deutlich größer ist. In Analogie zu (3.16) kann diese Charakteristik durch einen richtungsabhängigen Verlustfaktor  $\zeta$  gemäß

$$p_{\text{Verlust}} = \begin{cases} \frac{\rho}{2} \zeta_{Q^+} \frac{Q|Q|^2}{A} & \text{falls } Q \geq 0 \\ \frac{\rho}{2} \zeta_{Q^-} \frac{Q|Q|^2}{A} & \text{falls } Q < 0 \end{cases}$$

ausgedrückt werden. Ähnlich wie bei den verschließbaren Ventilen ist auch hier ein Volumenstrom zur Bestimmung des Druckverlustes notwendig.

Jedoch ist aus Bild 3.10 auch zu erkennen, dass sich die Kennlinie eines Rückschlagventils an die Kennlinie eines unilateralen Kraftgesetzes annähert. Diese Kennlinie beschreibt durch den Satz von Nebenbedingungen

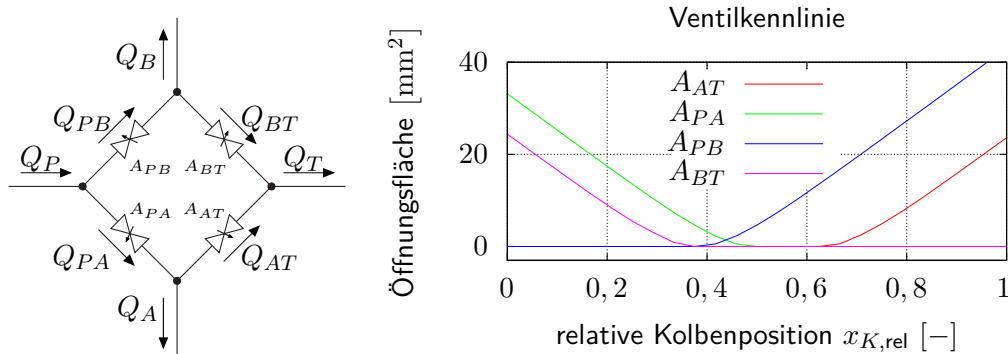
$$Q \geq 0, \quad p_{\text{Verlust}} \geq 0, \quad Q p_{\text{Verlust}} = 0$$

das Verhalten eines idealen Rückschlagventils, welches keinen rücklaufenden Volumenstrom zulässt. Der Druckverlust wird im geschlossenen Zustand anhand der an der Leitung anliegenden Druckdifferenz durch Lösung der Nebenbedingung bestimmt. Durch die Überlagerung mit einem Umlenkverlust nach (3.16) kann auch ein Druckverlust in Durchströmungsrichtung berücksichtigt werden.

Da auch bei diesem Element ein diskreter Sprung im Volumenstrom der Leitung auftritt, kann diese Formulierung nur in Verbindung mit ereignisgesteuerten Integratoren oder Time-Stepping-Verfahren eingesetzt werden.

### 3.3.3 Komplexe Elemente

Aus den zuvor erwähnten einfachen Elementen zum Aufbau hydraulischer Netzwerke und zur Beschreibung von Druckverlusten lassen sich komplexe Elemente aufbauen. Dieses Vorgehen soll exemplarisch anhand eines 4-3-Wegeventils beschrieben werden, das schematisch in Bild 3.11 gezeigt ist. Durch die Verstellung eines Kolbens können bei einem 4-3-Wegeventil verschiedene Steuerkanten geöffnet oder geschlossen werden, so dass beispielsweise an einem angeschlossenen Zylinder eine



**Bild 3.11:** Modellierung und positionsabhängige Kennlinie eines 4-3-Wegeventils

bestimmte Verstellposition eingeregelt werden kann. Aus der gezeigten Ventilkennlinie geht hervor, dass in der Grundstellung ( $x_{K,rel} = 0$ ) die Steuerkanten  $PA$  und  $BT$  vollständig geöffnet sind. Dadurch kann das Fluid von  $P$  über  $A$  in das angeschlossene Funktionsbauteil strömen. Gleichzeitig kann das verdrängte Volumen aus dem Funktionsbauteil von  $B$  über  $T$  zurückströmen. Mit zunehmender Verstellung des Kolbens nehmen beide Öffnungsflächen fortwährend ab, bis sich schließlich die rückströmende Steuerkante  $BT$  schließt. Stattdessen beginnt sich nun die Steuerkante  $PB$  zu öffnen, wodurch die Bewegung im Funktionsbauteil zum Stillstand kommt, da dort nun in beiden Arbeitskammern derselbe Druck anliegt. Schließlich wird auch die Steuerkante  $PA$  geschlossen. Da in dieser Stellung nur Fluid von  $P$  über  $B$  in das Funktionsbauteil strömen kann, jedoch kein Rückströmen möglich ist, wird das Funktionsbauteil vorgespannt. Erst mit zunehmendem Öffnen der Steuerkante  $AT$  wird ein Rückströmen des Fluids und damit eine rückwärtsgerichtete Verstellung ermöglicht.

Durch Stellventile sollen keine zusätzlichen Nachgiebigkeiten in das System eingebracht werden. Daher wird durch eine entsprechende konstruktive Gestaltung angestrebt, das darin enthaltene Fluidvolumen möglichst gering zu halten. Bei einer konventionellen Abbildung des Systems in einer numerischen Simulation mit Druckknoten und Leitungen müssen diese hohen Steifigkeiten berücksichtigt werden. Sie haben jedoch für die globale Dynamik des Systems keine größeren Auswirkungen, erfordern aber eine kleine Integrations Schritte des Zeitintegrators.

BORCHSENIUS [9] schlägt eine problemangepasste Formulierung vor, bei der durch das Auffinden von Schaltpunkten die Zustandsgrößen der geschlossenen Leitungen durch die Anpassung der JACOBI-Matrizen aus dem Gleichungssystem heraus projiziert werden. Dieses Vorgehen bedingt eine erneute Initialisierung des gesamten dynamischen Systems durch den Integrator, da sich dadurch die Größe des Zustandsvektors ändert. Zudem ist ein hoher Aufwand zur korrekten Neuinitialisierung des Zustandsvektors notwendig.

Eine weitere Möglichkeit zur Abbildung des Systemverhaltens ohne die Berücksichtigung der Steifigkeit der Druckknoten ist eine Kombination der beiden zuvor ge-



nannten Verfahren. Durch die Verwendung eines Minimalkoordinatensatzes

$$\mathbf{u} = \left( Q_{AT} \quad Q_{PA} \quad Q_{PB} \quad Q_{BT} \right)^T$$

werden die Steifigkeiten der Druckknoten aus dem System heraus projiziert. Die zu- und ablaufenden Volumenströme können dann durch diese vier Zustandsgrößen aus

$$\begin{aligned} Q_P &= Q_{PA} + Q_{PB} & Q_T &= Q_{AT} + Q_{BT} \\ Q_A &= Q_{PA} - Q_{AT} & Q_B &= Q_{PB} - Q_{BT} \end{aligned}$$

bestimmt werden. Die Berücksichtigung der geschlossenen Steuerkanten erfolgt durch die Auswertung von Zwangsbedingungen nach (3.22).

Mit Hilfe der beiden zuletzt genannten Verfahren können sehr effiziente Modelle von 4-3-Wege-Proportionalventilen aufgebaut werden, welche sehr gut für die Verwendung in dynamischen Simulationen geeignet sind. Ein Nachteil dieser Verfahren ist jedoch darin zu sehen, dass die Drücke in den Kammern der Stellventile nur mehr durch die Auswertung von inversen kinematischen Verfahren bestimmt werden können. In einer numerischen Simulation kann diese Auswertung jedoch nur nach Beendigung eines Integrationsschritts durchgeführt werden, so dass diese Größe nicht als Verarbeitungsgröße verwendet werden kann. Dadurch können auch die rückwirkenden Kräfte auf den Steuerkolben nicht mehr bestimmt werden. Resonanzerscheinungen, wie sie etwa MANRING [77] erwähnt und welche sich in einem Flattern des Steuerkolbens bemerkbar machen, können somit nicht abgebildet werden. Die Ursache hierfür ist jedoch nicht in den Drücken in den Steuerkammern, sondern vielmehr in den niedrigen statischen Drücken an den Steuerkanten zu sehen, welche sich aufgrund hoher Strömungsgeschwindigkeiten in kleinen Spaltöffnungen ergeben. Für die Abbildung dieses physikalischen Phänomens sind hochdetaillierte Strömungsmodelle notwendig.

## 3.4 Physikalische Eigenschaften des hydraulischen Mediums

Zum Abschluss dieses Kapitels wird auf die physikalischen Eigenschaften hydraulischer Media eingegangen. Wie aus den vorhergehenden Abschnitten hervorgeht, sind für die dynamische Simulation hydraulischer Systeme vor allem die druckabhängige Kompressibilität der Media  $E(p)$ , die Dichte  $\rho$ , sowie die Viskosität  $\nu$  entscheidende Größen. Bei den beiden letztgenannten physikalischen Eigenschaften ist vor allem eine Temperaturabhängigkeit festzustellen.

### 3.4.1 Kompressibilität

Die Kompressibilität des hydraulischen Mediums stellt die Nachgiebigkeit in hydraulischen Systemen dar und beeinflusst somit entscheidend die Steifigkeit des Gesamt-

systems. In realen technischen Systemen kommt das hydraulische Medium nie in Reinform vor, sondern enthält immer einen geringen Anteil an gelöster Luft, welcher die Kompressibilität des Öl-Luft-Gemisches wesentlich bestimmt.

Gemäß BAEHR und KABELAC [5] kann zur Bestimmung des Kompressionsmoduls des Gemisches von einer isentropen Zustandsänderung der Luft ausgegangen werden. Aus der Isentropengleichung

$$p_0 V_0^\kappa = p V^\kappa,$$

worin  $p_0$  den Anfangsdruck,  $V_0$  das Anfangsvolumen und  $\kappa$  den Isentropenindex des im Fluid gelösten Gases darstellen, kann damit das einem Druck zugeordnete Volumen bzw. der einem Volumen zugeordnete Druck bestimmt werden. Die Änderung des Knotenvolumens bei einer Änderung des Knotendrucks ergibt sich zu

$$\frac{\partial V}{\partial p} = -\frac{1}{\kappa p} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1}{\kappa}} V_0 = -\frac{V_0}{E_{\text{Luft}}(p)}.$$

Es ist zu erkennen, dass die Steifigkeit einer Luftfeder immer von dem bei einem Referenzdruck  $p_0$  eingenommenen Initialvolumen  $V_0$  abhängt. Der Kompressionsmodul der Luft ergibt sich damit bei isentroper Zustandsänderung zu

$$E_{\text{Luft}}(p) = \kappa p \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}}. \quad (3.23)$$

Er weist eine deutliche Druckabhängigkeit auf. Dagegen kann der Kompressionsmodul des hydraulischen Mediums  $E_{\text{Fluid}}$  im technisch relevanten Bereich als annähernd konstant angenommen werden.

In einem abgeschlossenen Volumen, in dem beide Stoffe zunächst getrennt vorkommen, ändert sich sowohl das Volumen der Luft  $V_{\text{Luft}}$  als auch das Volumen des Fluids  $V_{\text{Fluid}}$ , wenn auf das Volumen ein Druck ausgeübt wird. Führt man den Ersatzkompressionsmodul  $E_{\text{isentrop}}$  des Stoffgemisches ein, so lässt sich dieser Zusammenhang durch

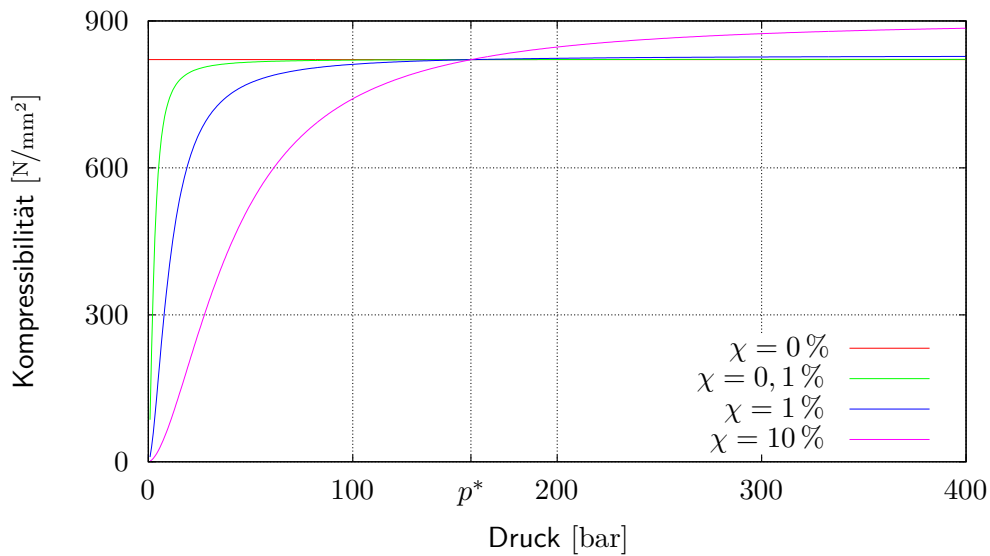
$$\frac{V_{\text{Fluid}} + V_{\text{Luft}}}{E_{\text{isentrop}}} = \frac{V_{\text{Fluid}}}{E_{\text{Fluid}}} + \frac{V_{\text{Luft}}}{E_{\text{Luft}}}$$

ausdrücken. Mit dem Verhältnis von Luftvolumen zu Fluidvolumen bei einem Referenzdruck  $p_0$

$$\chi = \frac{V_{\text{Luft}}}{V_{\text{Fluid}}} \quad (3.24)$$

lässt sich der Kompressionsmodul des Fluid-Luft-Gemisches zu

$$E_{\text{isentrop}} = E_{\text{Fluid}} \frac{1 + \chi}{1 + \chi \frac{E_{\text{Fluid}}}{E_{\text{Luft}}}}$$



**Bild 3.12:** Druckabhängigkeit des Kompressionsmoduls mit  $E_{\text{Fluid}} = 821 \text{ N/mm}^2$ ,  $\kappa = 1,4$  und  $p_0 = 1 \text{ bar}$

angeben. Ersetzt man darin schließlich noch den Kompressionsmodul der Luft  $E_{\text{Luft}}$  durch (3.23), so ergibt sich der Kompressionsmodul des Fluid-Luft-Gemisches zu

$$E_{\text{isentrop}}(p) = E_{\text{Fluid}} \frac{1 + \chi}{1 + E_{\text{Fluid}} \frac{\chi}{\kappa} p_0^{\frac{1}{\kappa}} p^{-1 - \frac{1}{\kappa}}}. \quad (3.25)$$

Dies stimmt mit der von BACKÉ und MURRENHOF [4] ohne Herleitung angegebenen Formulierung überein.

Ein exemplarisches Verhalten des isentropen Kompressionsmoduls nach (3.25) in Abhängigkeit von Luftanteil und Druck zeigt Bild 3.12. Es ist zu erkennen, dass bereits bei niedrigen Luftanteilen der Kompressionsmodul insbesondere im niedrigen Druckbereich ein sehr druckabhängiges Verhalten zeigt. Bei höheren Drücken nimmt die Druckabhängigkeit dagegen ab. Ab einem Druck von

$$p^* = \left( \frac{1}{\kappa} E_{\text{Fluid}} p_0^{\frac{1}{\kappa}} \right)^{\frac{\kappa}{1+\kappa}},$$

der sich aus einer Umformung von (3.23) ergibt, wird der Kompressionsmodul des Öl-Luft-Gemisches dagegen sogar höher werden als das des reinen Fluids. Dies ist damit zu begründen, dass im gewählten Ansatz der Kompressionsmodul des Fluids als druckunabhängig angenommen ist und damit ab einem Druck  $p^*$  der Kompressionsmodul der reinen Luft höher ist als der Kompressionsmodul des Fluids. Je höher der Anteil der im Fluid gelösten Luft ist, desto höher wird auch der Kompressionsmodul des Fluid-Luft-Gemisches. Bei hohen Drücken ist die getroffene Modellannahme daher ungültig und es muss auch eine Berücksichtigung der Fluidkompressibilität erfolgen.

### 3.4.2 Dichte

Die Trägheit des hydraulischen Systems wird durch die bewegte Fluidmasse bestimmt, welche sich unmittelbar aus der Dichte des Fluids ergibt. In realen technischen Systemen stellt die tatsächliche Dichte, also die Dichte des realen Fluid-Luft-Gemisches, keinen konstanten Wert dar. Sie wird von mehreren Faktoren beeinflusst, wobei im technisch relevanten Bereich vor allem die Temperatur und der Anteil der gelösten Luft die wesentlichen Einflussgrößen bilden.

Bei einer Temperaturerhöhung dehnt sich das von einer Flüssigkeit eingenommene Volumen aus. Dieses Verhalten kann nach MURRENHOF durch den thermischen Ausdehnungskoeffizienten

$$\gamma = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}$$

beschrieben werden, der bei Mineralölen in etwa  $\gamma \approx 7 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$  beträgt [82]. Dadurch ergibt sich die Volumenänderung  $\Delta V$  eines Ausgangsvolumens  $V_0$  bei einer Temperaturerhöhung  $\Delta T$  zu

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T.$$

Die Dichte eines Mediums ist als Verhältnis von Masse zu Volumen definiert

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0}.$$

Da sich die Masse des Fluids jedoch nicht ändert, lässt sich die Dichte allgemein zu

$$\rho(T) = \frac{m}{V_0 + \Delta V} = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \Delta T} \quad (3.26)$$

angeben. Detailliertere Modelle zur Berücksichtigung der temperaturabhängigen Dichte sowie eine Anleitung zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit von Mineralölen sind in [19] zu finden, jedoch scheint das vereinfachte Modell (3.26) in sehr vielen Fällen ausreichend zu sein.

Ein weiterer erheblicher Einflussfaktor auf die Dichte des Fluids stellt insbesondere bei niedrigen Drücken der Anteil der gelösten Luft dar. Die Dichte eines Fluid-Luft-Gemisches ergibt sich mit dem Volumenverhältnis  $\chi$  nach (3.24) zu

$$\rho_\Sigma = \rho_{\text{Fluid}} \frac{V_{\text{Fluid}}}{V_{\text{Fluid}} + V_{\text{Luft}}} + \rho_{\text{Luft}} \frac{V_{\text{Luft}}}{V_{\text{Fluid}} + V_{\text{Luft}}} = \frac{\rho_{\text{Fluid}} + \chi \rho_{\text{Luft}}}{1 + \chi}. \quad (3.27)$$

Somit lässt sich der relative Fehler der Dichte eines realen Fluid-Luft-Gemisches zur Dichte des reinen Fluids zu

$$\frac{\rho_{\text{Fluid}} - \rho_\Sigma}{\rho_{\text{Fluid}}} = \frac{\chi}{1 + \chi} \left( 1 - \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Fluid}}} \right)$$

bestimmen. Da die Dichte der Luft deutlich geringer ist als die Dichte hydraulischer Fluide ( $\rho_{\text{Luft}, T=15^\circ\text{C}} \approx 1,225 \text{ kg/m}^3 \ll \rho_{\text{Fluid}} \approx 800 \text{ kg/m}^3$ ), kann der relative Fehler zu

$$\frac{\rho_{\text{Fluid}} - \rho_{\Sigma}}{\rho_{\text{Fluid}}} \approx \frac{\chi}{1 + \chi}$$

abgeschätzt werden. Dies bedeutet, dass bei einem Luftanteil von ca. 3% auch die Dichte des Fluid-Luft-Gemisches um etwa 3% von der Dichte des reinen Fluids abweicht.

### 3.4.3 Viskosität

Die Viskosität beschreibt die innere Reibung von Flüssigkeiten, welche unter anderem bei laminaren und turbulenten Strömungen für die auftretenden Druckverluste verantwortlich ist. Nach [17] ist die Viskosität die Eigenschaft eines Stoffes, unter der Einwirkung von Spannungen zu fließen und irreversibel deformiert zu werden. Für eine quantitative Beschreibung wird zwischen der dynamischen und kinematischen Viskosität unterschieden. Die dynamische Viskosität  $\eta$  ist der bei NEWTON'schen Flüssigkeiten maßgebende Viskositätskoeffizient, der das Geschwindigkeitsgefälle bei einfachen Schubspannungen beschreibt. Die kinematische Viskosität  $\nu$  ist der Quotient aus dynamischer Viskosität zu Dichte.

Die Viskosität von Hydraulikölen zeigt ein sehr stark nichtlineares und temperaturabhängiges Verhalten. Zur Beschreibung des Viskosität-Temperatur-Verhaltens kann nach [18] mit

$$m = \frac{W_1 - W_2}{\lg T_2 [\text{K}] - \lg T_1 [\text{K}]}$$

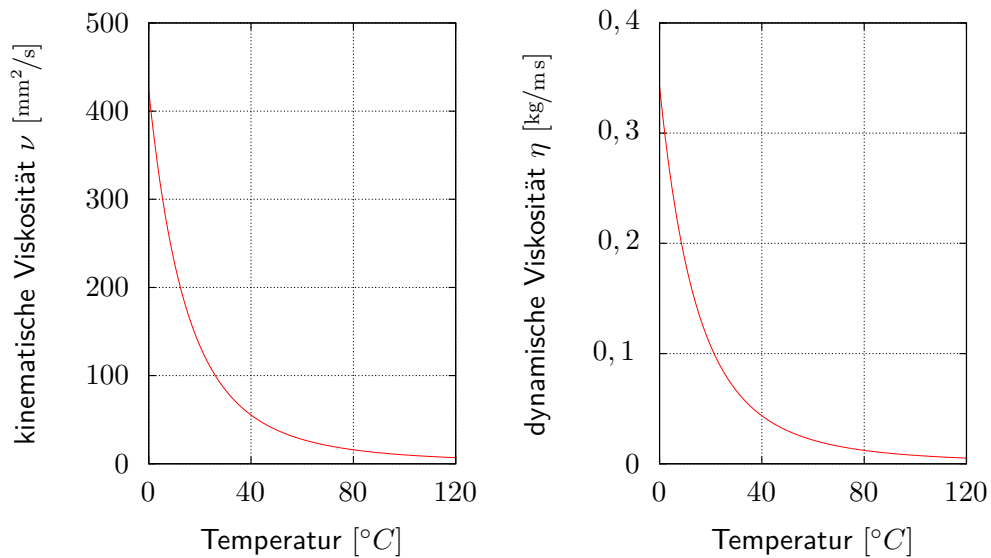
eine Änderungsrate der Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur angegeben werden. Dieser Zusammenhang lässt sich aus der empirisch gefundenen Viskositäts-Temperatur-Gleichung von UBBELOHDE und WALTHER ableiten. Darin beschreibt  $m$  die Richtungskonstante der Viskositäts-Temperatur-Geraden. Der Koeffizient  $W$  stellt mit

$$W_i = \lg \lg (\nu_i [\text{mm}^2/\text{s}] + 0,8) \quad i = 1, 2 \quad (3.28)$$

eine doppelt logarithmische Bewertung der kinematischen Viskosität bei der zugehörigen Prüftemperatur  $T_i$  dar.

Die kinematische Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur kann somit mit Hilfe von zwei experimentell bestimmten Stützwerten aus (3.28) zu

$$\nu(T) [\text{mm}^2/\text{s}] = 10^{10^{W(T)}} - 0,8 \quad \text{mit} \quad W(T) = m (\lg T_1 [\text{K}] - \lg T [\text{K}]) + W_1 \quad (3.29)$$



**Bild 3.13:** Temperaturabhängigkeit der kinematischen und dynamischen Viskosität für ein Hydrauliköl nach Tabelle 5.1

abgeschätzt werden. Daraus ergibt sich die dynamische Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur zu

$$\eta(T) = \nu(T) \rho(T). \quad (3.30)$$

Wie Bild 3.13 zeigt, weisen die kinematische und die dynamische Viskosität insbesondere im niedrigen Temperaturbereich eine sehr starke Temperaturabhängigkeit auf. Dies stellt vor allem bei experimentellen Untersuchungen von hydraulischen Systemen bei niedrigen Temperaturen eine große Herausforderung dar, da sichergestellt werden muss, dass sich das gesamte hydraulische System auf dem gewünschten Temperaturniveau befindet. Bereits eine kleine Abweichung von wenigen °C in der Fluidtemperatur kann eine sehr große Abweichung in der Viskosität bedeuten, so dass ein Abgleich von numerischen Modellen mit experimentellen Ergebnissen erschwert wird.

## 4 Numerische Simulation interdisziplinärer Systeme

In den beiden vorhergehenden Kapiteln wurden die Bewegungsgleichungen physikalischer Systeme vorgestellt. Die Grundlage dafür bilden mechanische Systeme mit einer Struktur in Absolut- und Relativkoordinaten. Durch die nicht-glatte Kraftgesetzgebung wird bei diesen eine effiziente Behandlung unstetiger Vorgänge ermöglicht. In Anlehnung an die Formulierungen in der Mechanik wurden die Bewegungsgleichungen für hydraulische Systeme aufgestellt. Beide Systeme können mit (2.12) und (2.13) in einem einzigen Gleichungssystem zusammengefasst werden. In diesem Kapitel wird auf die Umsetzung dieser Gleichungsstruktur in einem Programmcode eingegangen. Dazu werden die Anforderungen an ein Simulationsprogramm zusammengetragen. Daraus ergibt sich zum einen die Implementierung der mechanischen und hydraulischen Gleichungen in das Programm MBSIM und in das darin eingebundene Modul MBSIMHYDRAULICS sowie zum anderen die Funktionalität des Programms MBSIMXML. Für die Berechnung des Gesamtsystems werden verschiedene Programme verwendet, weswegen auch zu diesen ein Überblick gegeben wird. Zur Kopplung der verschiedenen Programme wird mit dem Programm MDPCOSIM ein Verfahren zur Cosimulation verschiedener dynamischer Systeme vorgestellt.

### 4.1 Umsetzung in ein Computer-Programm

Im gesamten Simulationsprozess entfällt nur ein geringer Anteil an der Gesamtzeit auf die reine Berechnung. Daher muss ein Programm zur effektiven und effizienten Simulation physikalischer Systeme neben der rein numerischen Auswertung der Bewegungsgleichungen noch weiteren Anforderungen genügen. Zu diesen zählen unter anderem Modellierung, Strukturierung, Parametrierung und Visualisierung.

#### 4.1.1 Anforderungen an ein Simulationsprogramm

Von einem Simulationsprogramm muss die Modellierung des Systems, also die geeignete Überführung des realen Systems in beschreibende Gleichungen, unterstützt werden. Hierzu ist es erforderlich, dass in einem Berechnungsprogramm geeignete

Bausteine vorhanden sind, die diese Abbildung möglichst allgemein gestatten. Bei der Modellierung eines Mechanismus zur Betätigung von Ventilen in Verbrennungsmotoren in Rollenschlepphebelbauweise stellen diese Bausteine die Starrkörper dar, die durch eine geeignete Parametrierung die entsprechenden kinematischen Bewegungsabläufe ermöglichen. Durch eine Modellierung der Kontaktkonturen an Nocke, Rolle, Schlepphebel und Ventil sowie durch geeignete Kraftgesetze für die Kontakte zwischen diesen Bauteilen und ein Kraftgesetz für die Ventilsfeder können die dynamischen Effekte während des Betriebes abgebildet werden. Die Modellierung soll so allgemein sein, dass ein hydraulisches Ventilspielausgleichselement berücksichtigt werden kann.

Zusätzlich ist auch eine Strukturierung des Systems durch einzelne Baugruppen von Bedeutung. Dadurch wird die Übersichtlichkeit, Handhabbarkeit und Wartung der Modelle erheblich verbessert und erleichtert. Der gesamte Ventiltrieb einer Zylinderbank aus Bild 1.2 besteht beispielsweise aus zwei Nockenwellen mit jeweils sechs identischen Ventilmechanismen, welche sich nur in ihrer Lage zueinander unterscheiden. Mit einer geeigneten Struktur des Simulationsprogramms muss eine Modellierung des Ventilmechanismus nur einmal erfolgen. Durch eine geeignete Parametrierung wird dieses eine Modell dann sechsmal an der jeweiligen Position in das Gesamtsystem des Ventiltriebs eingebunden.

Für eine Wiederverwertbarkeit der Modelle ist somit eine entsprechende Parametrierung unersetzlich. Häufig wird ein Parameter an mehreren Stellen im Modell verwendet, so dass durch eine Parametrierung von Modellen auch Fehler aufgrund von vergessenen Wertaktualisierungen vermieden werden. Durch das Sammeln der Modellparameter an einem zentralen Ort oder in einer separaten Datei kann zudem die Übersichtlichkeit eines Modells deutlich erhöht werden, da somit eine Unterscheidung zwischen Systemstruktur und Systembedatung erfolgt. Eine Modellparametrierung ermöglicht auch eine einfache Anwendung von Optimierungsstrategien auf das System.

Neben diesen Anforderungen, die sich speziell an das Pre-Processing richten, also den Vorgängen vor der eigentlichen Berechnung des Systems, ergeben sich auch Anforderungen an das Post-Processing, also den Vorgängen nach der Berechnung des Systems. In Ergänzung zur rein numerischen Auswertung der Simulationsergebnisse ist hier insbesondere bei Mehrkörpersystemen eine Animation und Visualisierung des Systems wünschenswert. Dadurch können die kinematischen Zusammenhänge in einem System intuitiv erfasst und die qualitative Korrektheit eines Modells schnell überprüft werden.

### 4.1.2 MBSim

Der Kern des Rechenprogramms MBSIM ist aus der Simulation von Mehrkörpersystemen mit mengenwertigen Kraftgesetzen entstanden [28, 78]. Das Rechenprogramm ist objektorientiert in der Sprache C++ [109] verfasst. Neben der generellen Infrastruktur zur Behandlung der generalisierten Simulationsgrößen ermöglicht der



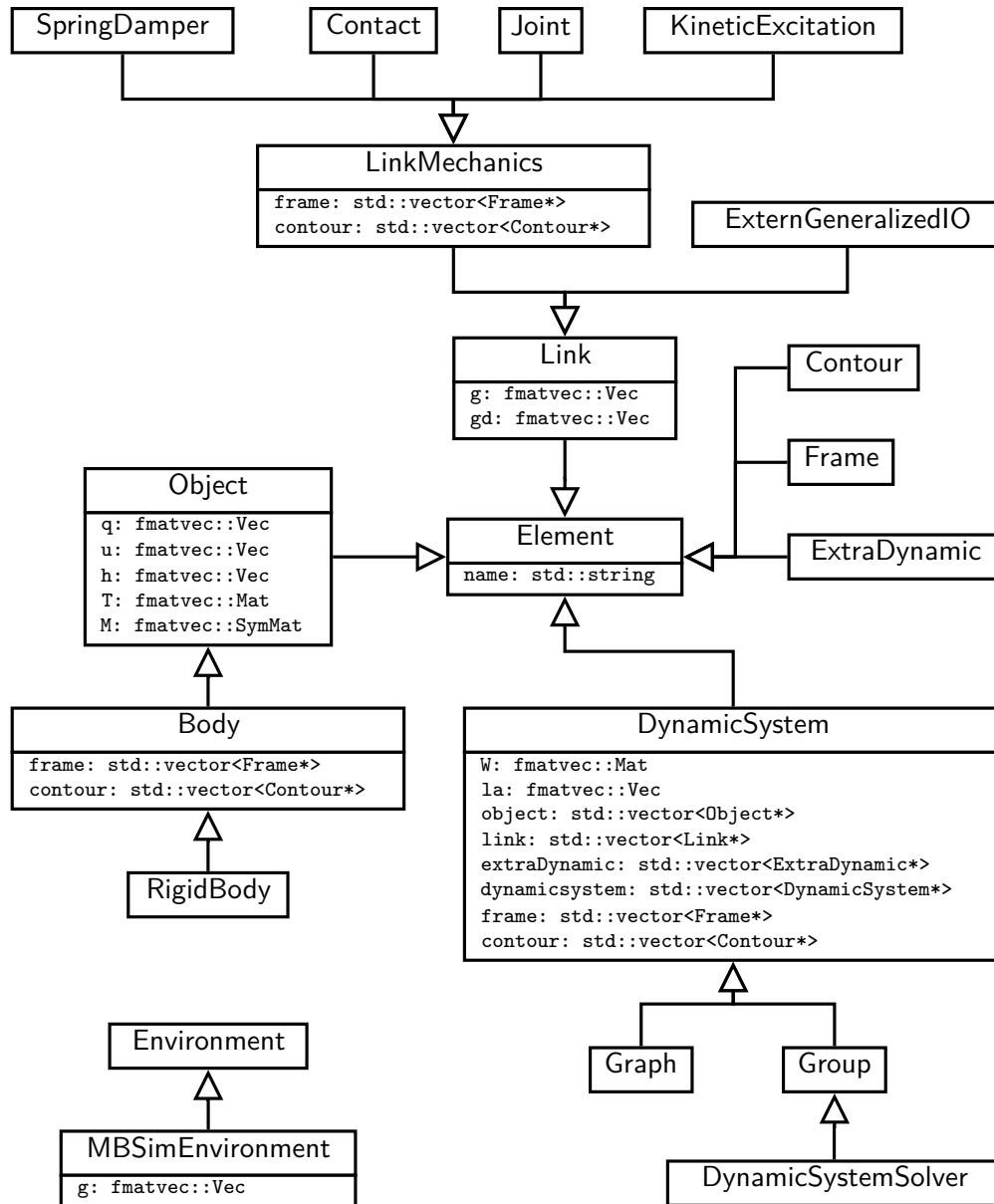


Bild 4.1: Klassenstruktur des MBSIM-Kerns (UML)

Kern die Simulation starrer Mehrkörpersysteme mit Absolut- und Relativkinematik. Die Grundelemente des Programms werden von SCHINDLER, FÖRG ET AL. vorgestellt [100]. Aus den zuvor erwähnten Anforderungen eines Simulationsprogrammes bezüglich Modellierung und Strukturierung hat sich daraus die in Bild 4.1 gezeigte Klassenstruktur entwickelt.

Alle Klassen in MBSIM sind von einem zentralen Klasse Element abgeleitet, das im Wesentlichen eine Benennung aller Objekte im System ermöglicht. Davon abgeleitet ist die Klasse DynamicSystem. Diese beinhaltet unter anderem Container der Klassen Object, Link, ExtraDynamic und der eigenen Klasse DynamicSystem. Davon abgeleitet sind die Klassen Graph und Group. Die Klasse Graph stellt eine Verallgemeinerung der Baumstruktur in Mehrkörpersystemen dar und bildet allgemeine hierarchische

Strukturen mit Relativkinematik ab. Sie steht dem Anwender für die Modellierung des Systems nicht zur Verfügung und wird bei der Initialisierung des Modells automatisch aufgebaut. Die Klasse `Group` ermöglicht eine logische Strukturierung des Mehrkörpersystems, indem durch diese Klasse eine Gruppierung einzelner Objekte ermöglicht wird. Von der Klasse `Group` ist mit der Klasse `DynamicSystemSolver` die höchste Spezifizierung abgeleitet, welche die Schnittstelle zu Integrationsalgorithmen bildet und die Lösung der Nebenbedingungen im System steuert. Im gesamten Mehrkörpersystem kann daher nur ein Objekt der Klasse `DynamicSystemSolver` vorhanden sein. Da sich aufgrund der Nebenbedingungen Zusammenhänge über Gruppengrenzen hinweg ergeben können, werden die Richtungsmatrix  $\mathbf{W}$  und der Vektor der generalisierten Kräfte  $\boldsymbol{\lambda}$  ebenfalls in der Klasse `DynamicSystem` verwaltet.

Als weitere Ableitung der Klasse `Element` ist die Klasse `Object` vorhanden. Diese beinhaltet mit den Vektoren  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{h}$  sowie der symmetrischen Trägheitsmatrix  $\mathbf{M}$  und der Abbildungsmatrix  $\mathbf{T}$  sämtliche generalisierten kinetischen und kinematischen Größen. In der Klasse `Link` werden die relativen Abstandsgrößen  $\mathbf{g}$  und Abstandsgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{g}}$  verwaltet. Von dieser Klasse ist zudem eine Klasse `ExternGeneralizedIO` abgeleitet, die einen lesenden Zugriff auf die Größen  $\mathbf{q}$  und  $\mathbf{u}$  sowie einen schreibenden Zugriff auf die Größe  $\mathbf{h}$  eines Objekts der Klasse `Object` ermöglicht. Dadurch kann bei einer Cosimulation der Zustand von Objekten von externen Programmen beeinflusst werden, die im Rahmen einer Cosimulation mit dem Programm `MBSIM` gekoppelt sind. Die Klasse `ExtraDynamic` ermöglicht die Zeitintegration einfacher zusätzlicher dynamischer Größen nach (2.13).

Zur Modellierung von mechanischen Systemen ist von der Klasse `Object` die Klasse `Body` abgeleitet, die Container der Klassen `Frame` und `Contour` beinhaltet. Diese beiden Klassen dienen zur Beschreibung der Topologie von mechanischen Systemen. Durch ein Objekt der Klasse `Contour` können Kontaktflächen und durch ein Objekt der Klasse `Frame` Punkte und Orientierungen beschrieben werden. Für die Beschreibung von Umgebungstopologien besitzt auch die Klasse `DynamicSystem` Container für diese beiden Klassen. Von der Klasse `Body` ist die Klasse `RigidBody` abgeleitet, welche die Kinematik von Starrkörpern abbildet.

Zur Darstellung der Wechselwirkungen in mechanischen Systemen existiert die Klasse `LinkMechanics`, welche eine Ausspezifizierung der Klasse `Link` darstellt. Durch sie werden jeweils zwei Objekte der Klassen `Frame` oder `Contour` miteinander verknüpft. Davon abgeleitet sind die Klassen `SpringDamper` zur Abbildung von Feder-Dämpfer-Verbindungen, `Contact` zur Abbildung von Kontakten, `Joint` zur Abbildung von Gelenken und die Klasse `KineticExcitation` zur Abbildung kinetischer Anregungen. Entsprechend der hinterlegten Kraftgesetze erfolgt eine Behandlung der durch die Klasse `Contact` beschriebenen Kontakte entweder als einwertiges oder mengenwertiges Kraftgesetz gemäß Abschnitt 2.2.2. Ebenso werden die Verbindungen der Klasse `Joint` entsprechend des hinterlegten Kraftgesetzes gemäß Abschnitt 2.2.1 ausgewertet.

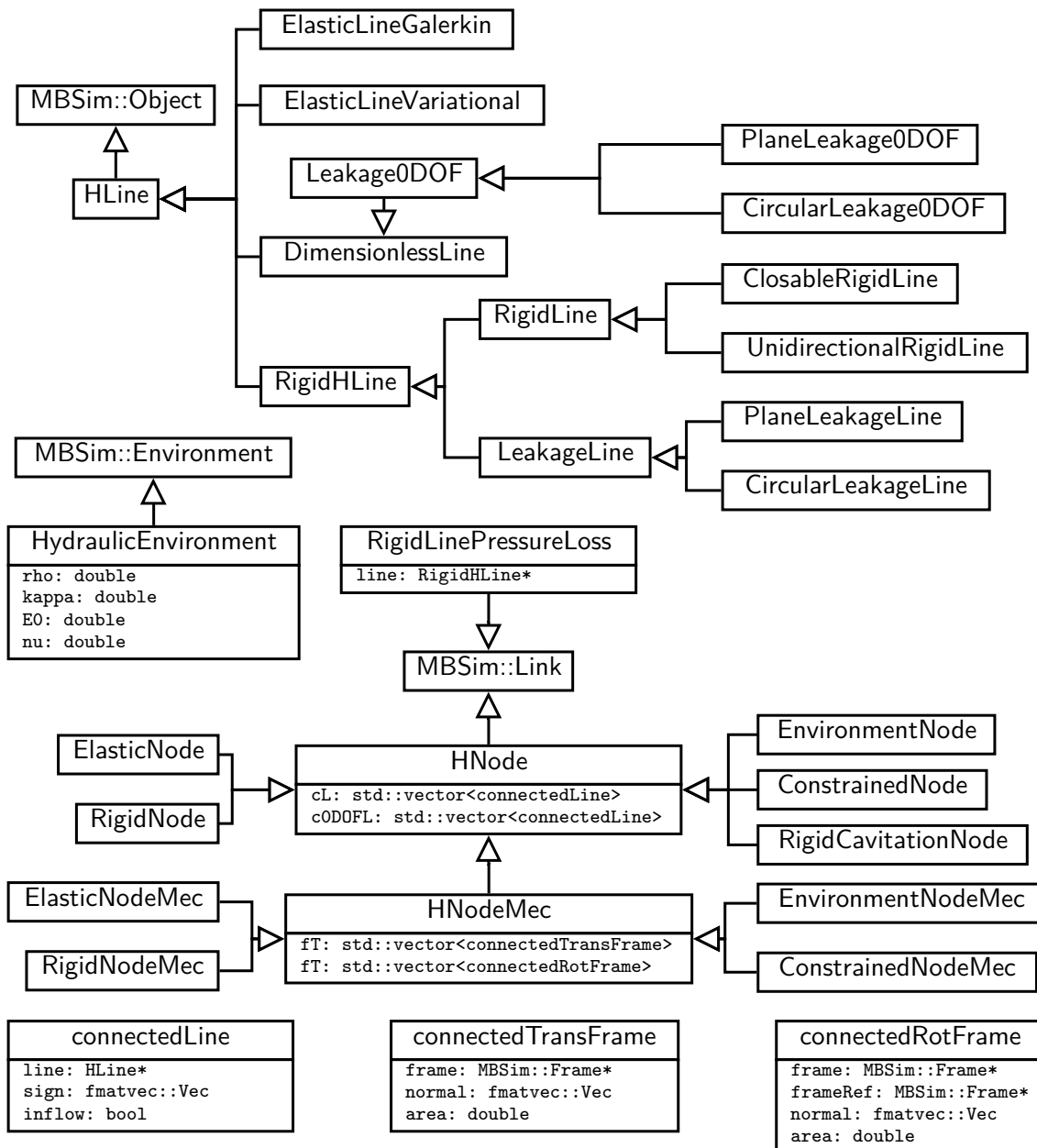


Bild 4.2: Klassenstruktur des MBSIMHYDRAULICS-Modules (UML)

### 4.1.3 MBSimHydraulics

Zur Abbildung hydraulischer Systeme ergibt sich eine ähnliche Strukturierung. Da in hydraulischen Systemen jedoch keine Objekte zur Beschreibung der Topologie vorhanden sind, ergibt sich eine größere Vielfalt, die in Bild 4.2 ersichtlich wird.

Es sind wieder die beiden wesentlichen Basisklassen `MBSim::Object` und `MBSim::Link` zu erkennen. Von der Klasse `MBSim::Object` ist als hydraulische Spezifikation die Klasse `HLine` abgeleitet. Davon wiederum sind mehrere Typen hydraulischer Leitungen abgeleitet. Die Klasse `RigidHLine` beschreibt Leitungen mit Vernachlässigung der Fluidkompressibilität, die Klasse `DimensionlessLine` masselose Leitungen. Auf beide

Klassen wird in Abschnitt 3.2.1 näher eingegangen. Kontinuierliche Modelle hydraulischer Leitungen finden sich in den Klassen `ElasticLineGalerkin` und `ElasticLineVariational`, deren Einbindung in das Gleichungssystem in Abschnitt 3.2.4 dargestellt ist. Neben den Klassen zur Beschreibung von Leckageflüssen (`PlaneLeakageLine` und `CircularLeakageLine` mit Berücksichtigung der Fluidmasse und `PlaneLeakage0DOF` und `CircularLeakage0DOF` mit Vernachlässigung der Fluidmasse) stellt die Klasse `RigidLine` das wesentliche Modellierungsobjekt der Hydraulikbibliothek dar. Davon abgeleitet sind die Klasse `ClosableRigidLine`, welche die Beschreibung von veränderlichen Druckverlusten gemäß Bild 3.9 ermöglicht, und die Klasse `UnidirectionalRigidLine`, die die Modellierung von Stromrichtungsventilen nach Bild 3.10 gestattet.

Von der Klasse `MBSim::Link` ist zunächst die Klasse `RigidLinePressureLoss` abgeleitet, welche den Druckverlust in hydraulischen Leitungen entsprechend des zugewiesenen Kraftgesetzes aus Abschnitt 3.3 berechnet und auf die Leitung aufbringt. Wie in Bild 3.8 gezeigt, ist dieser ein Objekt der Klasse `RigidHLine` zugeordnet.

Zur Verbindung der hydraulischen Leitungen ist ferner von der Klasse `MBSim::Link` die Klasse `HNode` abgeleitet. Diese verknüpft eine beliebige Anzahl von Leitungen miteinander. Dazu hält diese Klasse einen Container von Objekten der Klasse `connectedLine`, welche neben der angebotenen Leitung auch angibt, ob die Leitung am positiven oder negativen Ende mit dem Knoten verbunden ist. Von der Klasse `HNode` sind verschiedene Typen von Knoten abgeleitet, die jeweils eigene Kraftgesetze darstellen. Die Klasse `ElasticNode` beschreibt eine Kopplung gemäß (3.8), die Klasse `RigidNode` eine Kopplung gemäß (3.9) und die Klasse `RigidCavitationNode` eine Kopplung gemäß (3.10). Durch die Klassen `EnvironmentNode` und `ConstrainedNode` kann eine Druckvorgabe entweder aufgrund des Umgebungsdruckes oder einer beliebigen zeitabhängigen Funktion erfolgen.

Zur Abbildung der Wechselwirkungen mit mechanischen Systemen ist von der Klasse `HNode` eine weitere Klasse `HNodeMec` abgeleitet. Diese verknüpft den Druckknoten zusätzlich noch mit einer beliebigen Anzahl von hydraulisch-mechanischen Grenzflächen entsprechend der Darstellung in Abschnitt 3.2.3. Dazu hält die Klasse zwei Container mit Objekten der Klassen `connectedTransFrame` und `connectedRotFrame` zur Abbildung translatorischer oder rotatorischer Grenzflächen. Durch beide Objekte wird durch einen Verweis auf eine Klasse `MBSim::Frame` die Verknüpfung zur Mechanik hergestellt. Zusätzlich erfolgt die Angabe der Fläche sowie der Flächennormalen, so dass die auf das Koordinatensystem wirkende Kraft aus dem Knotendruck berechnet und entsprechend aufgebracht werden kann. Analog zu den Ausspezifizierungen der Klasse `HNode` sind verschiedene Kraftgesetze hinterlegt. In der Klasse `ElasticNodeMec` erfolgt die Berechnung des Knotendruckes entsprechend (3.13), die Klasse `RigidNodeMec` stellt ein Kraftgesetz entsprechend (3.14) dar. Die Vorgabe kinetischer Randbedingungen kann mittels der Klassen `EnvironmentNodeMec` und `ConstrainedNodeMec` erfolgen.

### 4.1.4 MBSimXML

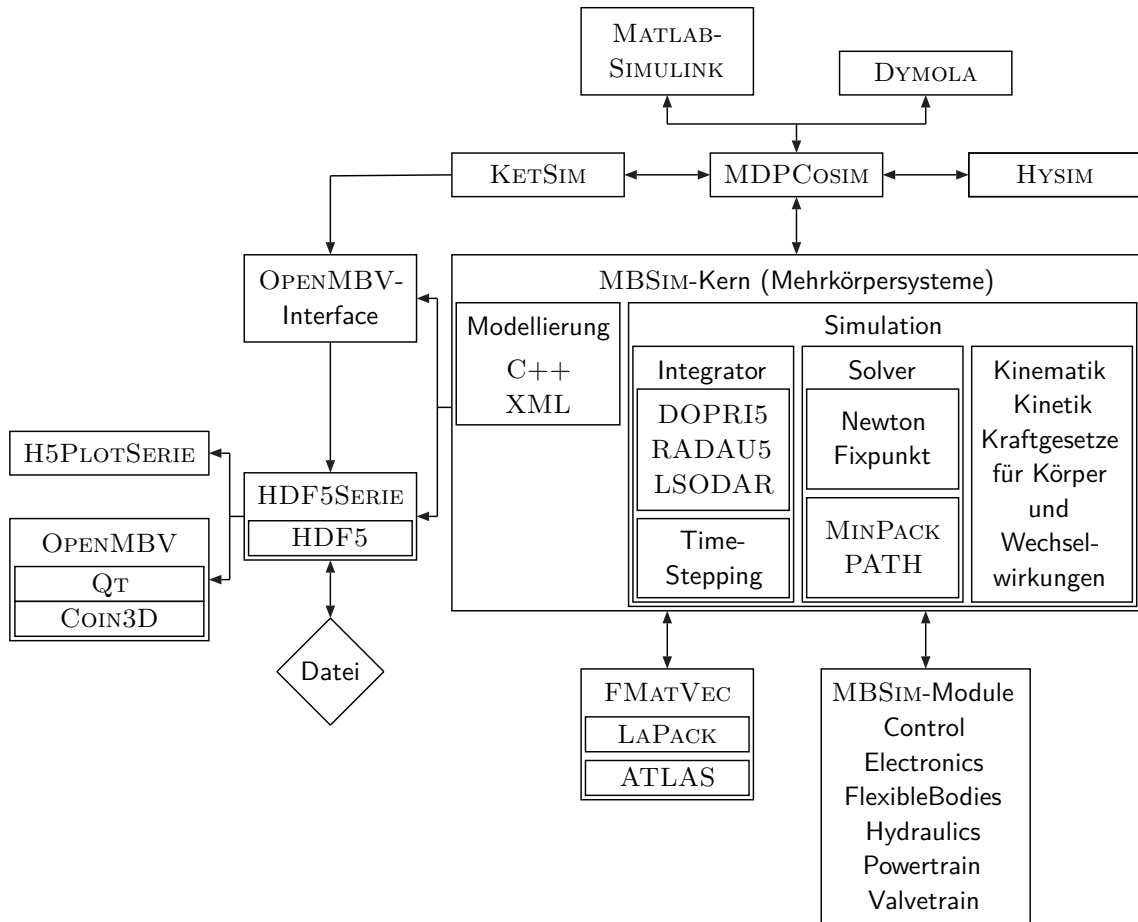
Bei MBSIM und dem Modul MBSIMHYDRAULICS handelt es sich zunächst um reine Berechnungsklassen, welche dem Benutzer nur eine Programmierschnittstelle zur Verfügung stellen. Die Modelle müssen daher zunächst problemangepasst in der Programmiersprache C++ aufgebaut und anschließend in ein lauffähiges Programm übersetzt werden. Dieses Vorgehen ist für eine allgemeine Verwendung des Programms nicht zweckmäßig.

Als Eingabeprogramm für den Benutzer wird daher das Programm MBSIMXML zur Verfügung gestellt, das die Schnittstelle zwischen Modellierung und Berechnung darstellt. Die Modellbeschreibung erfolgt dazu in der weitverbreiteten Sprache XML (Extensible Markup Language) [80]. Dabei handelt es sich zunächst um eine allgemeine Auszeichnungssprache zur Darstellung hierarchisch strukturierter Daten in Textform. Für diese können durch spezielle XML Schemata Regeln für die Dokumentstruktur entworfen werden, so dass diese Sprache gut zur Beschreibung physikalischer Systeme verwendet werden kann. Insbesondere kann durch XML Schemata die hierarchische Struktur der Berechnungsklassen von MBSIM in C++ nachgebildet werden, so dass dadurch ein flexibler Modellaufbau entsprechend den Möglichkeiten der Berechnungsklassen in MBSIM umgesetzt werden kann.

Durch die Verwendung eines XML basierten Preprocessors ergeben sich weitere Vorteile. Beispielsweise können Teilmodelle in eigenen Dateien aufgebaut werden, so dass die Hierarchie des Modells bereits in der reinen Dateistruktur sichtbar wird. Damit wird auch eine einfache Mehrfach- oder Wiederverwendung dieser Teilmodelle ermöglicht. Da in MBSIMXML sämtliche Parameter arithmetische Ausdrücke enthalten können, welche über eine Schnittstelle zu GNU OCTAVE [22] ausgewertet werden, wird eine sehr flexible und leistungsfähige Parametrierung der Modelle ermöglicht. Zusätzlich können geeignete Größen wie etwa Massen- oder Längenangaben in verschiedene Einheiten angegeben werden. Eine Umrechnung in die in MBSIM intern verwendeten SI-Einheiten erfolgt direkt im Programm, so dass insgesamt eine sehr intuitive Parametrierung der Modelle ermöglicht wird. Schließlich kann bereits vor der eigentlichen Berechnung eine Prüfung des Modells auf Gültigkeit aufgrund der XML Schemata mit herkömmlichen XML Validatoren erfolgen. Dies ermöglicht eine detaillierte Fehlerausgabe bereits vor dem eigentlichen Programmstart und der eigentliche Programmcode von MBSIM kann übersichtlicher gestaltet werden, da entsprechende Fehlerabfragen in diesem entfallen.

## 4.2 Überblick über die Softwareumgebung

Durch das Programm MBSIM bzw. MBSIMXML sind somit alle wesentlichen Anforderungen erfüllt, welche an ein Simulationsprogramm gestellt werden. Für einige Funktionalitäten wie Datenmanagement, Matrix-Vektor-Operationen, Zeitintegration und Visualisierung kommen verschiedene Drittprojekte zum Einsatz, welche im Folgenden kurz erläutert werden. Wie im Überblick über den Stand der Forschung



**Bild 4.3:** Überblick über die verwendete Softwareumgebung

und Technik gezeigt wurde, kommen im Bereich der Steuer- und Ventiltriebssimulation eine Vielzahl von Berechnungsprogrammen zur Anwendung. Insbesondere im Bereich der Steuerkettenberechnung werden aufgrund der Komplexität spezielle, sehr problemangepasste Formulierungen verwendet, so dass für eine Gesamtsystemsimulation noch weitere Programme in die Berechnung integriert werden müssen. Dazu zeigt Bild 4.3 einen Überblick über die Zusammenhänge des Programmsystems sowie die Möglichkeiten der Anbindung weiterer Berechnungsprogramme an MBSIM.

Den Kern der Berechnungsumgebung bildet das Programm MBSIM, in dem die Kinematik, die Kinetik sowie die Kraftgesetze und Wechselwirkungen bei Starrkörperberechnungen behandelt werden. Eine Modellierung erfolgt entweder direkt in der Programmiersprache C++ oder strukturiert in Form einer XML-Datei. Für die Zeitintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen können unter anderem die Integrationsalgorithmen DOPRI5 [44], RADAU5 [45] oder LSODAR [87] verwendet werden. Auch spezielle Time-Stepping-Verfahren stehen zur Verfügung, welche zur effizienten und robusten Behandlung von Mehrkörpersystemen mit vielen Diskontinuitäten geeignet sind [29, 53]. Zur Lösung der Nebenbedingungen, welche sich aufgrund der mengenwertigen Modellierung ergeben, sind das NEWTON-Verfahren sowie eine Fixpunktiteration direkt in den Programmcode integriert. Aufgrund der

allgemeingültigen Formulierung des Programmcodes existieren verschiedene Module, welche wie etwa das MBSIMHYDRAULICS-Modul das Programm um weitere physikalische Domänen erweitern oder wie das MBSIMVALVETRAIN-Modul effiziente Modellierungsverfahren für bestimmte Strukturen zur Verfügung stellen.

Für die Matrix-Vektor-Berechnungen, welche zur Lösung des Gleichungssystems notwendig sind, wird die Bibliothek FMATVEC verwendet [27]. Diese stellt ein Interface zu den Projekten LAPACK oder ATLAS zur Verfügung.

Die berechneten Lösungstrajektorien der Bewegungsgleichungen werden in einer Datei im HDF5-Formats abgespeichert, wobei die hierarchische Struktur des Mehrkörpersystems erhalten bleibt. Dazu wird das Drittprojekt HDF5SERIE verwendet [47]. Zur weiteren Auswertung kann dieses Format auch von kommerziellen Programmen wie etwa MATLAB direkt eingelesen werden. Mittels des Programm H5PLOTSERIE können die Ergebnisse direkt in zweidimensionalen Graphen visualisiert werden. Für die Animation des Mehrkörpersystems wird das Programm OPENMBV verwendet [85], das im Wesentlichen auf den Bibliotheken QT und COIN3D basiert. Eine Ausgabe der Daten vom MBSIM-Rechenkern in der für OPENMBV notwendigen Struktur erfolgt über das OPENMBV-Interface.

Im Bereich der Steuerkettenberechnung ist das Programm KETSIM weit verbreitet und etabliert [34, 50, 61]. Daher wird es auch in dieser Arbeit für die Berechnung des Steuertriebs in einer Gesamtsystemsimulation verwendet. Von KRÜGER wurde ein Modell des Kettenspanners im Programm HYSIM aufgebaut und durch Messungen bestätigt, so dass auch dieses Programm in der Gesamtsystemsimulation verwendet wird [68]. Da in KETSIM und HYSIM eine Behandlung der Nebenbedingungen auf Beschleunigungsebene erfolgt, diese in MBSIM aufgrund des verwendeten Time-Stepping-Verfahrens jedoch auf Geschwindigkeitsebene gelöst werden, können die Programme nicht direkt miteinander kombiniert werden. Daher wird das Programm MDPCOSIM [31] für eine Cosimulation aller Programme verwendet. Zusätzlich ergibt sich dadurch die Möglichkeit, Modelle in den kommerziellen Programmen MATLAB-SIMULINK oder DYMOLA in einer Gesamtsystemsimulation zu berücksichtigen.

## 4.3 Berechnung von Gesamtsystemen mittels Cosimulation

Wie auch im vorliegenden Fall erfolgt die Auslegung und Berechnung der einzelnen Komponenten von Gesamtsystemen häufig nicht im gleichen, sondern in speziellen, problemangepassten Simulationsprogrammen. Daher sind verschiedene Teilmodelle vorhanden, deren Überführung in ein einziges Berechnungsprogramm mit erheblichem Aufwand verbunden ist. Bei einer Cosimulation entfällt diese Überführung und die einzelnen Modelle werden in den verschiedenen Berechnungsprogrammen ausgewertet. Jedoch muss eine geeignete Abbildung der Wechselwirkungen zwischen



den einzelnen Teilmodellen erfolgen. Damit ergeben sich verschiedene Anforderungen an eine Cosimulation, die im Folgenden kurz erläutert werden. Anschließend wird das Programm MDP-COSIM vorgestellt, das zur Berechnung des vorliegenden Gesamtsystems bestehend aus Steuerkettentrieb, Kettenspanner, Nockenwellenversteller und Ventiltrieb verwendet wird.

### 4.3.1 Funktionen einer Cosimulationsschnittstelle

Eine wesentliche Anforderung an eine Cosimulation stellt die Ermittlung und Aufprägung der Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Berechnungsprogrammen dar. Da im Allgemeinen keine Integration der verschiedenen Bewegungsgleichungen in ein Gleichungssystem erfolgen kann, wie es etwa FRIEDRICH [30] für die Programme KETSIM und HYSIM vorstellt, wird die gesamte Simulationszeit mit sogenannten Makrozeitschritten in kleinere Abschnitte unterteilt, zu denen eine Synchronisation der Koppelgrößen vorgenommen wird. Zwischen den Synchronisationszeitpunkten erfolgt eine unabhängige Berechnung der verschiedenen Systeme. Eine Einteilung von Cosimulationsverfahren kann hinsichtlich der Kopplungsart und der algorithmischen Umsetzung erfolgen.

Durch die Kopplungsart wird das Verfahren zur Ermittlung der Wechselwirkungen beschrieben. Dazu sind aus der Literatur Verfahren der Weg-Weg-Kopplung und der Kraft-Weg-Kopplung bekannt [3, 15, 49, 70]. Ein neueres Verfahren stellt die Kraft-Kraft-Kopplung dar [31]. Die prinzipielle Vorgehensweise bei den verschiedenen Verfahren wird in Bild 4.4 anhand eines einfachen Systems aus zwei Körpern  $A$  und  $B$  gezeigt, welche mittels einer Feder  $c$  verbunden sind. Bei einer Cosimulation wird dieses System in zwei unabhängige Subsysteme  $A$  und  $B$  unterteilt. Bei der Weg-Weg-Kopplung wird die Feder  $c$  in beiden Subsystemen modelliert. Die Ausgangsgröße  $y_A$  des Systems  $A$  bildet die Position  $x_A$ , welche gleichzeitig die Eingangsgröße  $u_B$  des Systems  $B$  darstellt. Umgekehrt ist die Lage  $x_B$  des Systems  $B$  die Eingangsgröße des Systems  $A$ . Anhand dieser Daten kann dann in jedem System unabhängig voneinander die Federkraft bestimmt werden, welche auf den jeweiligen Körper wirkt. Bei der Kraft-Weg Kopplung erhält das System  $A$  als Eingang die Lage des Systems  $B$ , so dass die Federkraft berechnet werden kann. Diese stellt den Ausgang des System  $A$  dar, der im System  $B$  als kinetische Eingangsgröße direkt auf den Körper wirkt. Bei der Kraft-Kraft-Kopplung wird ein weiteres Subsystem als Master eingeführt, in dem die Koppelfeder  $c$  modelliert ist. Anhand der Ausgangsgrößen der Subsysteme  $A$  und  $B$  wird in diesem die Koppelkraft  $F_M$  berechnet, welche die kinetische Eingangsgröße der beiden Subsysteme bildet.

Durch die algorithmische Umsetzung wird der Ablauf der Zeitsynchronisation bei einer Cosimulation beschrieben, wobei grundsätzlich zwischen sequentiellen und parallelen Algorithmen unterschieden werden kann. Sequentielle Algorithmen werden vor allem bei der Weg-Weg-Kopplung und der Kraft-Weg-Kopplung zur Erhöhung



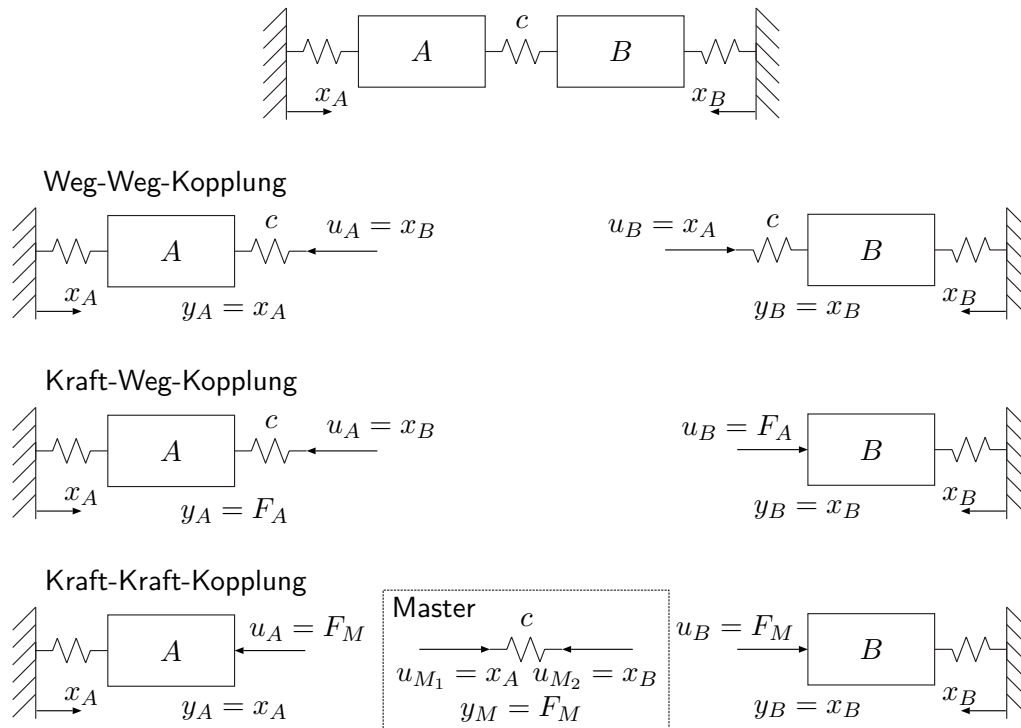
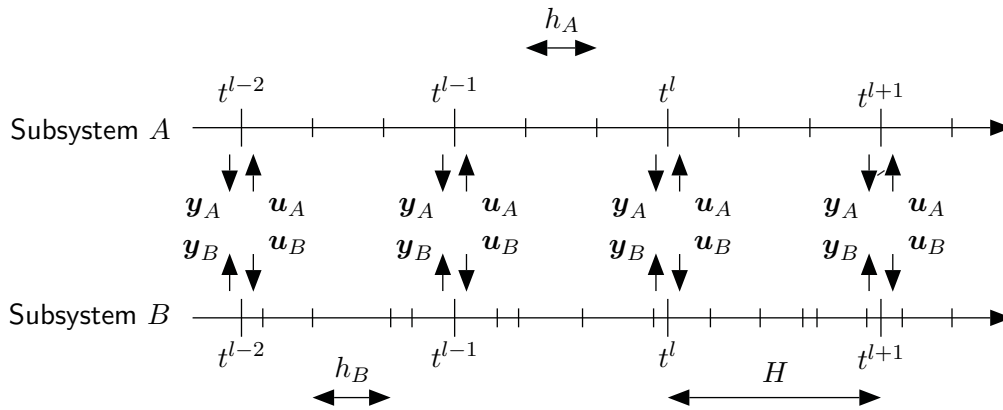


Bild 4.4: Verschiedene Kopplungsarten bei einer Cosimulation

der numerischen Stabilität verwendet. Dazu wird eine Hierarchisierung der Submodelle vorgenommen. Ein Teil der Subsysteme rechnet unter Verwendung einer Extrapolation der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  den Makrozeitschritt voraus. Anschließend wird die Berechnung der restlichen Subsysteme für den Makrozeitschritt mit einer Interpolation der Eingangsgrößen durchgeführt, welche anhand der Endwerte der extrapolierten Subsysteme erfolgt. Eine Kopplung unter Verwendung einer Extrapolation/Intrapolation ist aufgrund der notwendigen Einteilung in extrapolierende und intrapolierende Subsysteme immer problemspezifisch. Aufgrund des sequentiellen Ablaufs lässt sich keine Reduzierung der Rechenzeit erreichen.

Bei der Kraft-Kraft-Kopplung kann auch mit einem parallelen Algorithmus, bei dem die Berechnung des Makrozeitschritts in sämtlichen Subsystemen gleichzeitig erfolgt, eine hohe numerische Stabilität erzielt werden. Da die Wechselwirkungen zwischen den Subsystemen in einem eigenständigen Mastersystem ermittelt werden, sind alle Subsysteme nur von diesem Mastersystem abhängig und stehen gleichwertig nebeneinander. Den zeitlichen Ablauf zeigt Bild 4.5. Zu den äquidistanten Synchronisationszeitpunkten mit der Schrittweite  $H = t^l - t^{l-1}$ , wobei hier der hochgestellte Index den Synchronisationszeitpunkt markiert, erfolgt ein Austausch von Koppelgrößen zwischen den verschiedenen Subsystemen. Die Ausgangswerte der einzelnen Subsysteme sind mit  $\mathbf{y}_i$ , die neuen Eingangswerte mit  $\mathbf{u}_i$  bezeichnet. Zwischen den Synchronisationszeitpunkten kann somit eine unabhängige Berechnung der einzelnen Subsysteme mit den unterschiedlichen Zeitschrittweiten  $h_i$  erfolgen. Es muss jedoch sichergestellt werden, dass die einzelnen Subsysteme die Synchronisationszeitpunkte sicher anfahren und dort bis zum Abschluss des Datenaustausches verharren.



**Bild 4.5:** Zeitsynchronisation und Kraft-Kraft-Kopplung verschiedener Subsysteme [31]

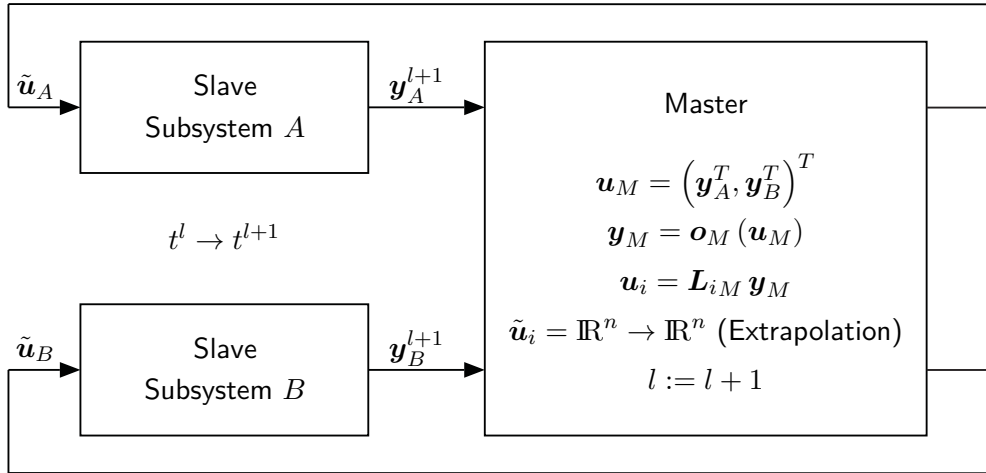
Insbesondere das Anfahren der Synchronisationszeitpunkte ist verhältnismäßig zeitaufwendig. Daher wird eine möglichst große Makroschrittweite angestrebt, welche jedoch die Qualität und die Stabilität des Verfahrens negativ beeinflusst. Auch können durch große Makroschrittweiten numerische Dämpfungseffekte in der Kopplung erzeugt und so das Langzeitverhalten des Simulationsergebnisses beeinflusst werden. Aus diesem Grund hat FRIEDRICH umfangreiche Untersuchungen zur Stabilität verschiedener Cosimulationsverfahren durchgeführt [31].

Neben der Geschwindigkeit des Cosimulationsverfahrens, welche auch durch die Interprozesskommunikation beeinflusst wird, stellt auch die Erweiterbarkeit des Verfahrens auf weitere Domänen eine wichtige Eigenschaft dar. Bei den in der Literatur vorgestellten Verfahren der Weg-Weg- und Kraft-Weg-Kopplung handelt es sich um zweiseitige mechanische Kopplungen [15, 70]. Bei hydraulischen Kopplungen, bei denen auch mehrere Leitungen verbunden werden können, scheint diese Art der Kopplung auch aufgrund der notwendigen Modellhierarchisierung nicht praktikabel.

### 4.3.2 MDPCosim

Beim Programm MDPCOSIM handelt es sich um eine Schnittstelle zur Cosimulation verschiedener dynamischer Systeme mit einer Kraft-Kraft-Kopplung, das von FRIEDRICH entwickelt wurde [31]. Aufgrund des darin umgesetzten Master-Slave-Konzeptes, das in Bild 4.6 dargestellt ist, ermöglicht es eine parallele Berechnung der angebotenen Subsysteme. Lediglich die Berechnung des Masters ist sequentiell. Da dessen Rechenzeit vernachlässigt werden kann, bestimmt der langsamste Slave-Prozess die Gesamtberechnungszeit des Verfahrens.

Zu Beginn eines Makrozeitschritts erhalten die Slave-Programme vom Master-Programm die geeignet approximierten Eingangswerte  $\tilde{u}_i$ , die im Slave-Programm als kinetische Randbedingung verwendet werden. Somit ist dieses Cosimulationsverfahren auch unabhängig vom Integrationsverfahren der Subsysteme und kann durch die Einbindung als externe Kraftanregung auf verschiedenste Programme angewendet



**Bild 4.6:** Signalfluss einer Cosimulation mit Master-Slave-Konzept [31]

werden. Nach der Übermittlung der Eingangswerte erfolgt für den Makrozeitschritt  $t^l \rightarrow t^{l+1}$  eine unabhängige Berechnung der einzelnen Subsysteme. Diese kann parallel erfolgen, so dass dieses Verfahren besonders an Mehrkernprozessoren anwendbar ist. Nachdem die Berechnung des Makrozeitschritts in allen Subsystemen erfolgt ist, übermitteln diese die zum Kopplungszeitpunkt  $t^{l+1}$  anliegenden Ausgangswerte  $\mathbf{y}_i^{l+1}$  an den Master und warten auf dessen erneute Übermittlung der neuen Eingangswerte. Der Systemeingang  $\mathbf{u}_M$  des Masters setzt sich aus allen Ausgangswerten der Subsysteme zusammen. Anhand von Kraftgesetzen  $\mathbf{o}_M$ , welche sich entsprechend der Kopplungsart ergeben, wird daraus der Systemausgang  $\mathbf{u}_M$  des Masters ermittelt. Mit der linearen Operation  $\mathbf{L}_{iM}$ , welche beispielsweise bei mechanischen Systemen die gegengleichen Kraftwirkungen der Kopplung in den Subsystemen ausdrückt, können die momentanen Kraftwirkungen  $\mathbf{u}_i$  auf die Kopplungsstellen in den Subsystemen bestimmt werden.

Im Fall eines über  $H$  konstant anliegenden Eingangswertes  $\tilde{\mathbf{u}}_i$  der einzelnen Subsysteme ergibt sich dieser als der Mittelwert über den (theoretisch) zeitkontinuierlichen Verlauf der Eingangsgröße  $\mathbf{u}_i$  zu

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \frac{1}{H} \int_{t^l}^{t^{l+1}} \mathbf{u}_i dt.$$

Da  $\mathbf{u}_i$  jedoch für Zeitpunkte  $t > t^l$  bei der Berechnung der nächsten Eingangsgröße  $\tilde{\mathbf{u}}_i^l$  unbekannt ist, muss eine geeignete Extrapolation der Größe  $\mathbf{u}_i$  erfolgen. Dazu wird für jedes Element  $j$  des Vektors  $\mathbf{u}_i$  ein Polynomansatz mit den Koeffizienten  $e_k^{(j)}$  gemäß

$$u_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{2N-1} e_k^{(j)} (t - t^l)^k$$

gewählt. Darin müssen die  $2N$  Koeffizienten  $e_k^{(j)}$  geeignet bestimmt werden. Als vorteilhaft hat sich dafür beispielsweise die HERMITE-Interpolation herausgestellt,

bei der für die Koeffizientenbestimmung nicht nur die zurückliegenden Koppelwerte  $\mathbf{u}_i^{l-n}$  ( $n = 0, \dots, N - 1$ ), sondern auch deren zeitliche Ableitungen  $\dot{\mathbf{u}}_i^{l-n}$  verwendet werden. Bei bestimmten Approximationsansätzen können einige der Parameter  $e_k^{(j)}$  frei gewählt werden, wodurch eine Beeinflussung der numerischen Stabilität des Verfahrens ermöglicht wird. Verfahren für eine möglichst große Makroschrittweite  $H$  und Stabilitätsuntersuchungen werden ebenfalls von FRIEDRICH [31] vorgestellt.

## 5 Prüfstand zur Untersuchung hydraulischer Nockenwellenversteller

Bei einer physikalisch motivierten Modellbildung des hydraulischen System zur Versorgung der beiden Nockenwellenversteller im Motorblock nach Bild 1.4 mit Drucköl müssen die Druckverlustbeiwerte in den einzelnen Leitungsabschnitten durch konkrete Zahlenwerte quantifiziert werden. Dadurch sind zahlreiche Parameter vorhanden, welche das dynamische Verhalten des Systems beeinflussen. Eine Abschätzung der Verlustbeiwerte aus Tabellenwerken ist nur sehr schwer möglich, da sich in den Leitungen aufgrund der komplexen Geometrien verschiedenste Strömungs- und Umlenkverluste überlagern. Eine experimentelle Ermittlung der Verlustbeiwerte direkt am Motorblock ist schwierig. Einerseits sind aussagekräftige Messpunkte um die Proportionalventile nicht zugänglich, andererseits können keine exakten Aussagen darüber getroffen werden, wie sich der einfließende Volumenstrom auf die einzelnen hydraulischen Leitungen aufteilt. Eine Bestimmung der Verlustbeiwerte mittels einer CFD-Simulation ist aufgrund der teilweise sehr geringen Leitungsquerschnitte vor allem im Proportionalventil und den während der Verstellung instationären Strömungszuständen sehr aufwändig und nur bedingt zielführend.

Zur Verringerung der Modellunsicherheit aufgrund der zahlreichen Parameter wurde ein eigener Prüfstand aufgebaut, der im Folgenden vorgestellt wird. Im Anschluss wird die Identifikation verschiedener physikalischer Parameter am Prüfstand gezeigt, wodurch die Modellierung des gesamten Nockenwellenverstellersystems unterstützt wird. Da für die virtuelle Abbildung eines Verstellvorgangs eine geeignete Randbedingung notwendig ist, wird in diesem Zusammenhang auch die Modellierung des Hydraulikaggregats vorgestellt. Für die Regelung des Verstellwinkels wird ein 4-3-Wege-Proportionalventil verwendet. Von diesem wird ein vereinfachtes, dennoch aber physikalisch motiviertes Modell erstellt. Zum Abschluss des Kapitels wird der Verstellvorgang eines Nockenwellenverstellers untersucht.

### 5.1 Beschreibung des Prüfstands

Das vorrangige Ziel des Prüfstandes ist es, die hohe Unsicherheit bei der Quantifizierung der Druckverlustkoeffizienten bei der Modellierung hydraulischer Nockenwellenversteller zu verringern. Aus diesem Grund ist der Prüfstand sehr einfach konzipiert.

Sämtliche Stellen, welche für eine aussagekräftige Messung hydraulischer Drücke notwendig sind, sind einfach zugänglich, so dass eine gute Bestimmung von Ort und Größe der Druckverluste möglich ist. Des Weiteren ist die thermische Trägheit des Systems sehr gering. Im Gegensatz zum realen System, bei dem der Motorblock eine große thermische Trägheit darstellt, entfallen lange Aufwärmzeiten. Die somit geringen Unterschiede der Öltemperaturen im System können bei der Bestimmung der Verlustkoeffizienten vernachlässigt werden.

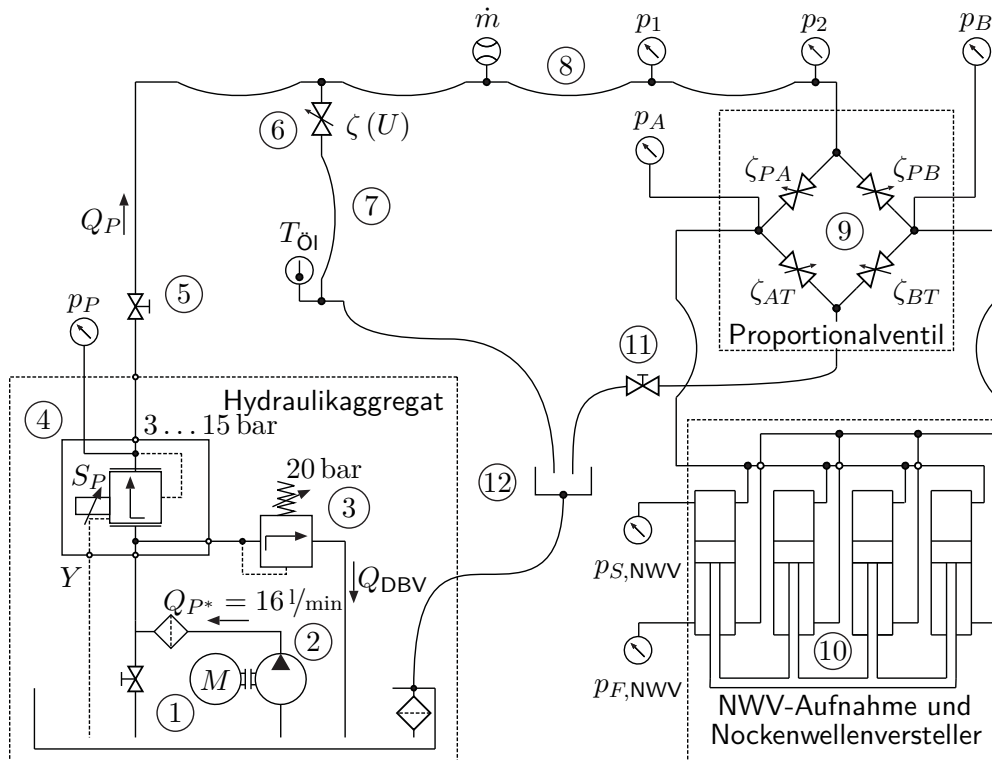
### 5.1.1 Aufbau

Den schematischen Aufbau des Prüfstands zeigt Bild 5.1. Die Versorgung des Prüfstands mit Drucköl erfolgt mittels eines separaten und leistungsfähigen Hydraulikaggregats (1 bis 4). Durch einen Absperrhahn (5) kann das hydraulische System des Prüfstands vom Hydraulikaggregat getrennt werden. In einem Nebenschluss (7) erfolgt die Messung der Öltemperatur. Der Volumenstrom durch diesen kann mittels einer verstellbaren Drossel (6) eingestellt werden. In der Zuleitung zum eigentlichen Prüfstand (8) erfolgen eine Druckmessung und die Erfassung des Massenstroms. Der Prüfstand selbst beinhaltet mit dem Proportionalventil (9) und dem Nockenwellenversteller (10) die beiden entscheidenden Komponenten des Systems. Das Proportionalventil wird von einem Block aufgenommen, an dem die Zu- und Rücklaufleitung sowie die Versorgungsleitungen des Nockenwellenverstellers angeschlossen werden. Länge und Durchmesser der Schlauchleitungen orientieren sich an den Abmessungen des realen Systems. Die maximalen Drücke im System sind mit bis zu 15 bar für hydraulische Verhältnisse sehr gering, so dass Elastizitäten in den Leitungen vernachlässigt werden können.

Bild 5.2 zeigt ein Foto des Prüfstands. Ein wesentlicher Teil der Druckverluste fällt im realen System in der Zuleitung zu den Kammern des Nockenwellenverstellers in der Nockenwelle an. Um diese möglichst genau messtechnisch erfassen zu können, ist auch die Konstruktion der Verstelleraufnahme im Prüfstand an diese angelehnt. Die Montage erfolgt wie im realen System kraftschlüssig über eine zentrale Schraube. Da die Aufnahme fest an der Bodenplatte des Prüfstands montiert ist, wird bei diesem Prüfstand der Stator gegen den Rotor verstellt. Um die Verzahnung des Stators kann eine Kette geschlungen werden, die durch zwei Bohrungen durch die Bodenplatte des Prüfstands geführt wird. Somit kann der Nockenwellenversteller durch ein Gewicht mit einem konstanten Moment beaufschlagt werden. Durch die Bodenplatte wird auch das aus dem Nockenwellenversteller ausströmende Leckageöl aufgefangen. Die Entlüftung des hydraulischen Systems erfolgt durch das Öffnen von Dichtschrauben in der Aufnahme des Nockenwellenverstellers.

### 5.1.2 Messtechnik

Zur Ermittlung der Parameter für die Quantifizierung der Druckverluste ist die Kenntnis des Druckabfalls und der Volumenströme in den einzelnen Abschnitten



**Bild 5.1:** Schematischer Messaufbau zur Untersuchung des Verstellverhaltens von Nockenwellenverstellern bestehend aus Hydraulikaggregat, Leitungssystem, Aufnahme Proportionalventil und Nockenwellenversteller (1 Elektromotor, 2 Radialkolbenpumpe, 3 Druckbegrenzungsventil, 4 vorgesteuertes Druckbegrenzungsventil, 5 Absperrhahn, 6 variable Blende, 7 Nebenschluss mit Temperaturmessung, 8 Zuleitung mit Massenstrom- und Druckmessung, 9 Proportionalventil mit Druckmessung, 10 Nockenwellenversteller mit Druckmessung, 11 Absperrhahn, 12 Sammelbehälter, Leckagestellen nicht dargestellt)

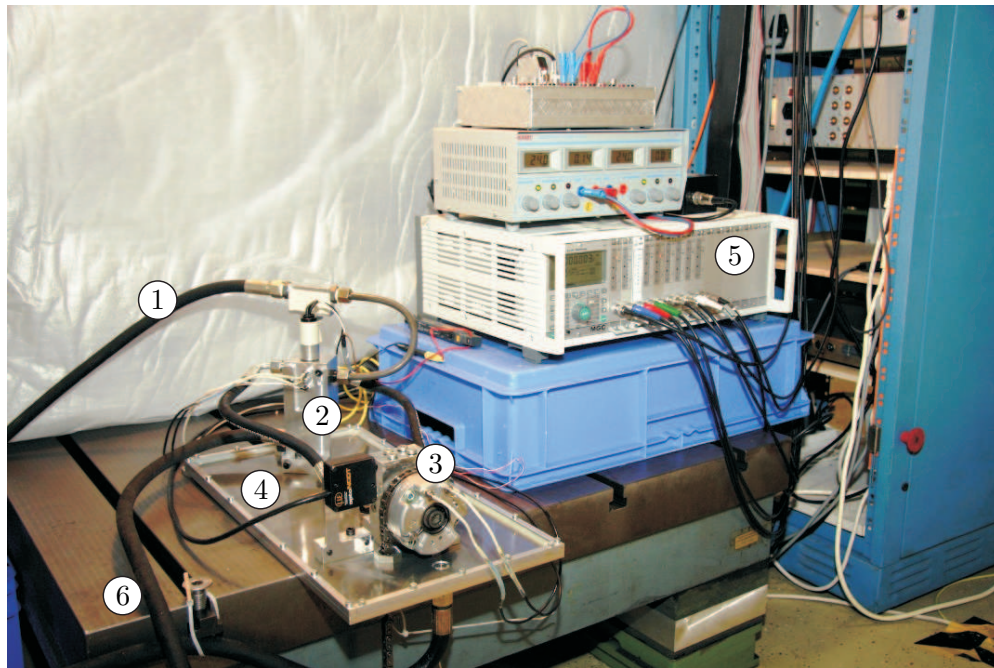
des Leitungssystems notwendig. In Bild 5.1 sind die Messstellen der Drucksensoren in der Zuleitung ( $p_1$  und  $p_2$ ), nach dem Proportionalventil ( $p_A$  und  $p_B$ ) sowie direkt in den Kammern des Nockenwellenverstellers ( $p_{S,NWV}$  und  $p_{F,NWV}$ ) eingetragen, so dass die kinetischen Zustände des hydraulischen Systems sehr gut erfasst werden können. Die Ermittlung des Volumenstroms erfolgt indirekt über den Massenstrom, der in der Zuleitung gemessen wird. Mit Kenntnis der Dichte des durchströmenden Mediums kann von diesem mittels der Beziehung

$$Q = \frac{1}{\rho} \dot{m} \quad (5.1)$$

auf den Volumenstrom zurückgerechnet werden. In Abschnitt 3.4.2 ist die Abhängigkeit der Fluidichte von Temperatur und Luftgehalt gezeigt, welche im Betriebsbereich somit keine konstante Größe darstellt. Da insbesondere die Viskosität eine deutliche Temperaturabhängigkeit zeigt, wird die Temperatur in einem Nebenschluss des hydraulischen Systems aufgezeichnet.

Die Verstellung des Stators wird mittels eines berührungslosen Laserwegensors erfasst. Da der Verstellwinkel durch die Konstruktion des Nockenwellenverstellers





**Bild 5.2:** Prüfstand zur Analyse eines hydraulischen Nockenwellenverstellers (1 Zuleitung, 2 Aufnahme mit Proportionalventil, 3 Aufnahme mit Nockenwellenversteller, 4 Bodenplatte, 5 Messverstärker, 6 Rücklauf Leckageöl)

durch Anschläge auf  $\varphi_{\max} = 20,5^\circ$  begrenzt ist, kann aus einer transienten Verschiebung auf die Rotation geschlossen werden. Bei konventionellen Winkelmesssystemen erfolgt eine inkrementelle Erfassung der Messgröße, bei der sich ein wertdiskretes Signal ergibt. Somit ist eine weitere Auswertung des Signals nur mehr bedingt möglich, da aufgrund der diskreten Werte keine direkte numerische Differentiation des gemessenen Signals mehr erfolgen kann. Das Signal des Laserwegensors ist hingegen kontinuierlich, was eine numerische Differentiation ermöglicht. An der Rückseite des Nockenwellenverstellers wird dazu über einen Spreizring, der in das Zahnrad des Stators geklemmt wird, eine Messebene angebracht, gegen die der Laserwegensor eine Abstandsverschiebung detektiert.

Als letzte Messgröße wird schließlich noch der am Proportionalventil anliegende Strom mittels einer Strommesszange aufgezeichnet, so dass auf die Stellung des Steuerventils geschlossen werden kann. Somit ist eine hohe Zahl von Messgrößen vorhanden, welche eine Identifikation der Verlustparameter am Prüfstand ermöglichen. Durch den einfachen Aufbau des Prüfstands können auch die Parameter der einzelnen Prüfstandskomponenten sehr einfach identifiziert werden.

## 5.2 Parameteridentifikation

An dieser Stelle sollen die Ergebnisse aus der Identifikation verschiedener Parameter am Prüfstand gezeigt werden. Zunächst wird die Dichte des verwendeten Hydrauliköls genauer untersucht, so dass später mit (5.1) aus der Massenstrommessung auf



Dichte $\rho_{T=15\text{ }^\circ\text{C}}$	842,7 kg/m <sup>3</sup>
kinematische Viskosität $\nu_{T=40\text{ }^\circ\text{C}}$	55,3 mm <sup>2</sup> /s
kinematische Viskosität $\nu_{T=100\text{ }^\circ\text{C}}$	10,1 mm <sup>2</sup> /s
Viskositätsindex	174

**Tabelle 5.1:** Physikalische Kenndaten des Motorenöls *Castrol LongLife 2 TOPUP* [16]

die Volumenströme geschlossen werden kann. Für einen simulativen Abgleich des Systems sind geeignete Randbedingungen notwendig. Aus diesem Grund wird auch das Hydraulikaggregat, welches zur Druckversorgung des Systems eingesetzt wird, einer genaueren Analyse unterworfen. Da dessen dynamisches Verhalten deutliche Auswirkungen auf den Druckverlauf im System zeigt, wird von diesem ein transientes Modell erstellt. Die Druckverlustkoeffizienten in den einzelnen Leitungsabschnitten werden quantifiziert.

### 5.2.1 Fluiddaten

Der Prüfstand wird wie der reale Motor mit dem Öl *Castrol LongLife 2 TOPUP* betrieben. Es handelt sich dabei um ein WIV Leichtlaufmotorenöl mit einem hohen Viskositätsindex, welches in die SAE-Klasse 0W-30 eingeordnet ist. Die vom Hersteller angegebenen relevanten Kenndaten sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

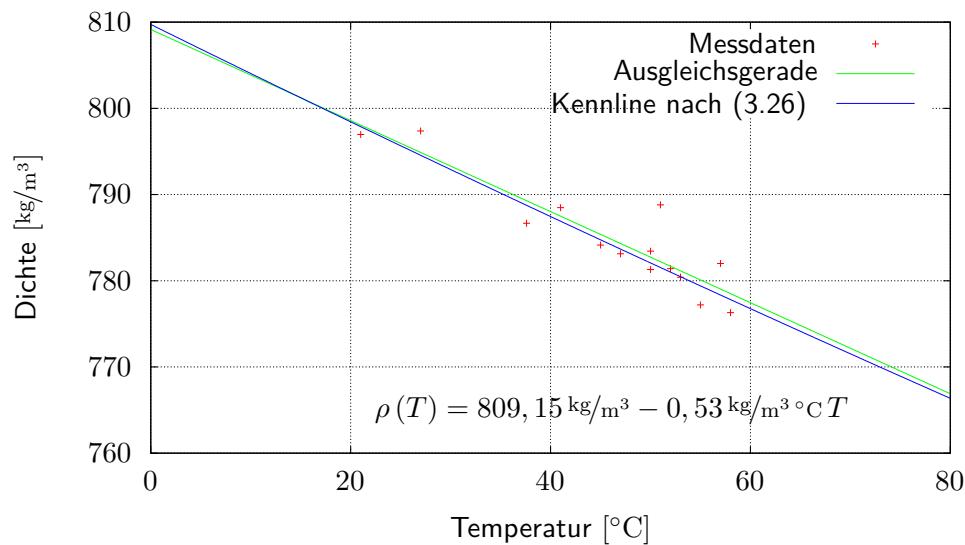
Mit diesen Daten kann über (3.29) ein temperaturabhängiger Verlauf der kinematischen Viskosität angegeben werden. Für die Bestimmung des Volumenstroms nach (5.1) ist jedoch die Dichte des Mediums notwendig. Bild 5.3 zeigt experimentell ermittelte Dichtewerte, die durch Messen und Wiegen des aus dem Prüfstand zurücklaufenden Öls gewonnen wurden. Diese weichen deutlich vom Tabellenwert ab. Zudem ist bei den Messwerten auch eine Temperaturabhängigkeit festzustellen. Die eingetragene lineare Kennlinie wurde durch eine Näherung über die Methode der kleinsten quadratischen Fehler ermittelt. Mit dieser Kennlinie ergibt sich eine tatsächliche Öldichte von

$$\rho_{T=15\text{ }^\circ\text{C},\text{Messung}} = 801,23 \text{ kg/m}^3.$$

Die Herstellerangabe bezieht sich auf das reine Fluid, im realen Experiment liegt dieses aber nie vor. Stattdessen ist im Hydrauliköl immer ein gewisser Anteil an gelöster Luft vorhanden, so dass sich die Fluiddichte reduziert. Daher lässt sich durch ein entsprechendes Umformen von (3.27) das Verhältnis des Luftanteils im Öl zum reinen Fluid abschätzen zu

$$\chi = \frac{\rho_{\text{Fluid}} - \rho_{\Sigma}}{\rho_{\Sigma} - \rho_{\text{Luft}}} = 5,18 \text{ \%}.$$

Zusätzlich zur linearen Ausgleichsgeraden ist in Bild 5.3 der Verlauf der Dichte in Abhängigkeit der Temperatur gemäß (3.26) eingetragen, wobei als Basiswert  $\rho_0 = \rho_{T=15\text{ }^\circ\text{C},\text{Messung}}$  verwendet wurde. Es ist zu erkennen, dass die lineare Ausgleichsgerade mit der Kennlinie nach (3.26) im relevanten Temperaturbereich bis



**Bild 5.3:** Temperaturabhängigkeit der Öldichte

80 °C in guter Näherung übereinstimmt. Somit ist die gewählte Approximation auch in Anbetracht der Messunsicherheit zulässig.

## 5.2.2 Hydraulikaggregat

Bei allen Messungen erfolgt die Versorgung des Systems mit Drucköl über ein separates und leistungsstarkes Hydraulikaggregat. Der dort anliegende Versorgungsdruck wird messtechnisch erfasst. Für die Simulation eines Verstellvorgangs des Nockenwellenverstellers müssen geeignete hydraulische Randbedingungen gesetzt werden. Die Vorgabe des gemessenen Versorgungsdrucks als kinetische Randbedingung in der Simulation ist jedoch nicht zweckmäßig, da diese dem System ein Zwangsverhalten aufprägt. Stattdessen ist die Vorgabe einer kinematischen Randbedingung besser geeignet, da sie eine freie Bewegung des Systems ermöglicht. Deshalb soll an dieser Stelle das Hydraulikaggregat näher betrachtet werden.

Der interne Aufbau des Hydraulikaggregats kann aus Bild 5.1 entnommen werden. Von einem Elektromotor (1) wird im Hydraulikaggregat eine Radialkolbenpumpe (2) angetrieben, welche einen konstanten Förderstrom  $Q_{P^*} = 16 \text{ l/min}$  erzeugt. Durch ein Druckbegrenzungsventil (3) wird der Druck in einem ersten internen Hydraulikkreis zunächst auf  $p = 20 \text{ bar}$  begrenzt. Durch ein weiteres vorgesteuertes Druckbegrenzungsventil (4), welches durch ein Handrad mit der Stellposition  $S_P$  eingestellt werden kann, wird ausgehend vom internen Druckniveau der Druck  $p_P$  vorgegeben, welcher dann als Pumpenausgangsdruck am System anliegt. Der maximale Pumpenausgangsdruck ist durch das Druckbegrenzungsventil auf  $p_{P,\text{max}} = 15 \text{ bar}$  beschränkt.

Der Elektromotor besitzt eine Nennleistung von  $P_{\text{Motor}} = 7,5 \text{ kW}$ . Die minimal erzielbare Verstellzeit für eine Vollverstellung ist aus Messungen bekannt und kann bei

$t_{\min} \approx 0,1$  s angesetzt werden. Mit dem spezifischen Schluckvolumen aus Tabelle 1.1 ergibt sich daraus ein maximaler Volumenstrom von

$$Q_{\max} = \omega_{\max} (v_{\text{spez, ENWV}} + v_{\text{spez, ANWV}}) \approx 23 \text{ l/min}$$

bei einer gleichzeitigen Verstellung von Ein- und Auslassversteller. Zusammen mit dem maximalen Pumpendruck ergibt sich die maximal übertragbare hydraulische Leistung zu

$$P_{\max} = p_{P,\max} Q_{\max} = 0,57 \text{ kW} \ll P_{\text{Motor}},$$

welche deutlich geringer ist als die zur Verfügung stehende Leistung der Pumpe. Eine Rückwirkung aus der Betätigung der Nockenwellenversteller auf die Pumpe ist daher auszuschließen, so dass von einem konstanten Förderstrom ausgegangen werden kann. Diese Größe kann daher in der Simulation als Randbedingung vorgegeben werden, was jedoch zur Folge hat, dass auch eine Modellierung der beiden Druckbegrenzungsventile erfolgen muss.

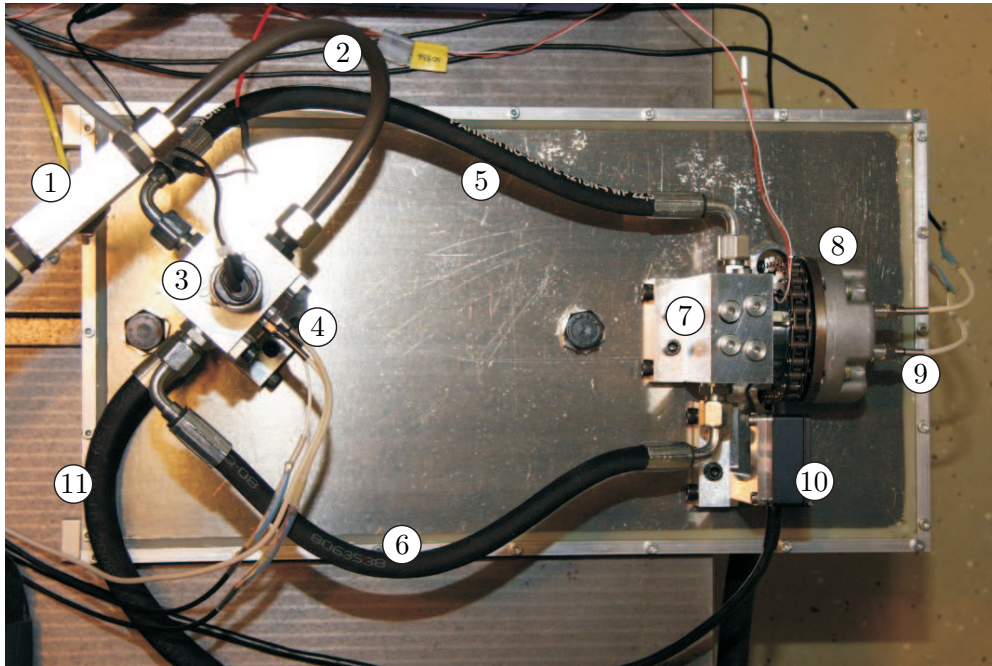
Durch Messungen wurde zunächst festgestellt, dass die stationäre Volumenstrom-Druck-Kennlinie des Aggregats keine Temperaturabhängigkeit aufweist. Das dynamische Verhalten des Aggregats wird durch die Druckbegrenzungsventile bestimmt. Deren Modellierung entspricht den physikalischen Gegebenheiten des realen Systems, wobei aufgrund der geringen bewegten Massen deren Trägheit vernachlässigt wird, so dass die Feder-Dämpfer-Systeme in den Ventilen vereinfacht als PT1-Systeme abgebildet werden. Die Vorgabe der Dämpfungseigenschaften erfolgt mittels der Eckfrequenz.

### 5.2.3 Verlustbeiwerte des hydraulischen Systems

Somit sind die Fluideigenschaften beschrieben und ein Modell für das Hydraulikaggregat steht als kinematische Randbedingung zur Verfügung. An dieser Stelle erfolgt die Bestimmung der Verlustkoeffizienten des Prüfstands im stationären Betrieb. Hierzu wird zunächst der gewählte Messaufbau beschrieben. Anschließend werden die Verlustbeiwerte quantitativ bestimmt.

#### Messaufbau

Zur messtechnischen Erfassung der Druckverluste im Leitungssystem wird der Komponentenprüfstand aus Bild 5.2 verwendet. Eine Detailaufnahme des Leitungssystems zeigt Bild 5.4. Die Zuleitung (2) vom Hydraulikaggregat ist mit dem Druckanschluss des 4-3-Wege-Proportionalventils (3) verbunden. Durch eine Verstellung von diesem wird entweder die Zuleitung zur Spätverstellungskammer des Nockenwellenverstellers (5) oder die Zuleitung zu den Frühverstellungskammern (6) mit der Druckversorgung verbunden. Die sich am Proportionalventil in den Zuleitungen



**Bild 5.4:** Leitungssystem und Messtechnik am Prüfstand (1 Drucksensor  $p_2$ , 2 Zuleitung vom Hydraulikaggregat, 3 Proportionalventil, 4 Drucksensoren  $p_A$  und  $p_B$ , 5 Leitung  $p_A \rightarrow p_{S,NWV}$ , 6 Zuleitung  $p_B \rightarrow p_{F,NWV}$ , 7 Aufnahme Nockenwellenversteller, 8 Nockenwellenversteller, 9 Drucksensoren  $p_{S,NWV}$  und  $p_{F,NWV}$ , 10 Laserwegsensor, 11 Rücklauf)

einstellenden Drücke  $p_A$  und  $p_B$  werden durch die Miniaturdrucksensoren (4) aufgezeichnet. Die Länge der Schlauchleitungen (5) und (6) orientiert sich an den tatsächlichen Leitungslängen im Motorblock. Das hydraulische Leitungssystem in der Aufnahme (7) sowie die Anflanschung des Nockenwellenverstellers an dieser durch eine zentrale Schraube entsprechen den Gegebenheiten an der realen Nockenwelle. Im Nockenwellenversteller (8) werden durch zwei weitere Miniaturdrucksensoren (9) die Drücke in der Früh- und Spätverstellungskammer aufgenommen. Durch die Schlauchleitung (11) fließt das Hydrauliköl in einen Auffangbehälter. Von dort aus wird es in den Tank des Hydraulikaggregats zurückgepumpt.

Das Proportionalventil wird nur als Schaltventil betrieben, so dass in der Grundstellung der gesamte Volumenstrom über  $\zeta_{PA}$  in das Nockenwellenverstellsystem und über  $\zeta_{BT}$  zurück in den Tank fließt. In der voll bestromten Stellung des Ventils strömt hingegen der vollständige Volumenstrom über  $\zeta_{PB}$  in das Nockenwellenverstellsystem und über  $\zeta_{AT}$  zurück.

Der hydraulische Druckverlust in jedem Leitungsabschnitt setzt sich bei einem stationären Zustand aus Strömungs- und Umlenkverlusten zusammen. Unter der Annahme eines laminaren Strömungszustandes ergibt sich der gesamte Druckverlust aus (3.16) und (3.20) zu

$$p_{\text{Verlust}} = 32\eta \frac{L}{d^2} \frac{Q}{A} + \zeta \frac{\rho}{2} \frac{Q}{A^2} |Q|. \quad (5.2)$$



**Bild 5.5:** Entfernung der Dichtungen zur Erhöhung des Volumenstroms (1 Stator, 2 Rotor, 3 Verriegelungsbolzen, 4 Zulauf Frühverstellungskammern, 5 Dichtlippe, 6 entfernte Dichtlippe)

Dabei ist der Anteil der Strömungsverluste linear vom Volumenstrom abhängig, der Anteil der Umlenkverluste quadratisch.

Um die in einem Leitungsabschnitt auftretenden Druckverluste in einem numerischen Modell abbilden zu können, muss der Druckabfall in einem stationären Zustand bei verschiedenen Volumenströmen ermittelt werden. Ein Volumenstrom durch den Nockenwellenversteller kann entweder durch eine Relativverstellung von Rotor und Stator oder durch einen Leakagestrom zwischen den Spät- und Frühverstellungskammern erreicht werden. Sowohl Verstellwinkel als auch Verstellzeit sind begrenzt. Damit kann durch eine Verstellung zwar ein relevanter Volumenstrom, jedoch aufgrund der hydraulischen und mechanischen Trägheiten kein stationärer Zustand erzielt werden. Da Leakageströme den hydraulischen Wirkungsgrad negativ beeinflussen, werden diese zwischen den Kammerpaaren des Nockenwellenverstellers durch spezielle Dichtlippen minimiert. Ein signifikanter Volumenstrom kann daher nur durch unzulässig hohe Druckunterschiede zwischen den Kammerpaaren erzeugt werden.

Um dennoch mit einfachen Mitteln einen Volumenstrom und somit einen Druckverlust in den einzelnen Leitungsabschnitten zu erzeugen, werden im Versteller mehrere Dichtlippen entfernt. Dadurch wird die Trennung zwischen den Früh- und Spätverstellungskammern aufgehoben und das hydraulische Medium kann nahezu ungehindert zwischen den Kammern und somit durch das gesamte Leitungssystem strömen. Einen derart modifizierten Versteller zeigt Bild 5.5. Mit der Entfernung der Dichtlippen (6) wird lediglich die Verbindung zwischen den Kammerpaaren des Nockenwellenverstellers verändert. Das restliche System bleibt von dieser Maßnahme unbeeinflusst. Aufgrund des nicht mehr vorhandenen Druckunterschiedes zwischen den Kammerpaaren kann in dieser Konfiguration keine Verstellung mehr erfolgen. Die Druckverluste können im restlichen System jedoch zuverlässig bestimmt werden, da sich nun ein stationärer Strömungszustand bei einem signifikanten Volumenstrom realisieren lässt.



**Messtechnische Erfassung der Leckage** Wie Bild 5.1 zeigt, ist in der rücklaufenden Leitung des Proportionalventils ein Sperrventil verbaut, welches manuell geschlossen werden kann. Bei geschlossenem Ventil kann kein Fluid mehr aus dem Nockenwellenverstellersystem über die Rücklaufleitung in den Tank zurückströmen. Dennoch ist bei geschlossenem Ventil besonders bei höheren Temperaturen ein Volumenstrom in das System festzustellen, der auf Leckage zurückzuführen ist. Da im gesamten System das selbe Druckniveau anliegt, können im Nockenwellenversteller selbst keine internen Leckageströme auftreten und der gesamte Volumenstrom ist der externen Leckage zuzuordnen. Somit kann aus dem Prüfstand auch ein Modell für die externe Leckage des Systems abgeleitet werden.

## Ergebnisse

Durch die Variation des Pumpendruckes können im System verschiedene Volumenströme eingestellt werden. Aufgrund der im System auftretenden Verluste erwärmt sich das Öl beim Betrieb des Prüfstands ohne zusätzliche Wärmezufuhr von Raumtemperatur auf eine maximale Temperatur von etwa  $T_{\text{Öl, max}} \approx 60^\circ\text{C}$ , so dass sich auch verschiedene Ölviskositäten ergeben. Aus Bild 3.13 ist zu erkennen, dass mit diesem Temperaturbereich eine große Spanne in den Viskositätswerten des Öls erfasst wird. Damit ist eine Extrapolation der ermittelten Druckverlustmodelle auch auf Temperaturen außerhalb des Messbereichs zulässig. Durch einen Betrieb des Proportionalventils in den beiden extremen Stellpositionen fließt das Fluid entweder von der Druckmessstelle  $p_A$  in die Spätverstellungskammer des Nockenwellenverstellers, von dort über die aufgrund der entfernten Dichtlippen geöffneten Flanken in die Frühverstellungskammer und über die Druckmessstelle  $p_B$  zurück in den Tank oder in die entgegengesetzte Richtung. Dadurch kann auch eine Richtungsabhängigkeit der Druckverluste im System geprüft werden. Aufgrund der Messergebnisse ist diese nicht feststellbar.

Die in den einzelnen Leitungsabschnitten auftretenden Druckverluste werden als eine Kombination von laminaren Strömungsverlusten und Umlenkverlusten nach (5.2) angenommen. Die Strömungsverluste sind von der temperaturabhängigen dynamischen Viskosität  $\eta$  und die Umlenkverluste vom Verlustbeiwert  $\zeta$  abhängig. Durch die Messung der Temperatur können mit der in Bild 5.3 gezeigten Ausgleichsgeraden die Dichte und damit mit (3.30) auch die Viskosität des Öls ausreichend genau bestimmt werden. Um den Anteil der Strömungsverluste am Gesamtverlust verändern zu können, verbleiben damit nur die Leitungslänge  $L$  sowie der Leitungsdurchmesser  $d$  als mögliche Parameter. Die Unsicherheit bei der Bestimmung des Leitungsdurchmessers ist jedoch deutlich höher, da dieser aufgrund der sich über der Leitungslänge verändernden Geometrie nur schwer genügend genau bestimmt werden kann. Aus diesem Grund werden der Leitungsdurchmesser  $d$  sowie der Verlustbeiwert  $\zeta$  zunächst als frei bestimmbare Parameter angenommen, so dass sich für den Druckverlust als allgemeiner Ansatz aus (5.2) die Funktion

$$p_{\text{Verlust}, T=T_i, Q=Q_i}(d, \zeta) = 32 \eta \frac{L}{d^2} \frac{Q}{\pi d^2} + \zeta \frac{\rho}{2} \frac{Q}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)^2} |Q| \quad (5.3)$$

ergibt. Für die Bestimmung der beiden Parameter kann mit

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n_M} (p_{\text{Verlust}, T=T_i, Q=Q_i}(\mathbf{x}) - \Delta p_i)^2 \stackrel{!}{=} \min, \quad \mathbf{x} = (d \quad \zeta)^T \quad (5.4)$$

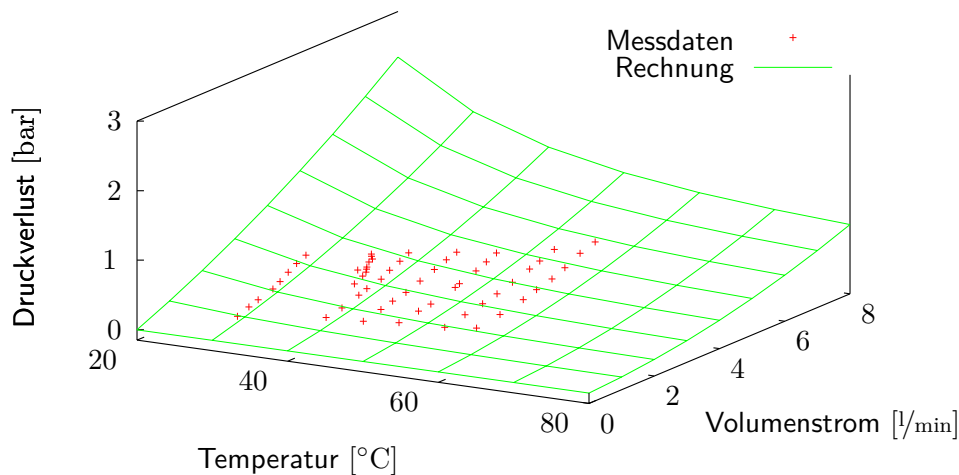
ein Optimierungsproblem formuliert werden. Das Zielfunktional ergibt sich aus der Summe des quadratischen Fehlers zwischen den rechnerischen Druckverlusten nach (5.3) und den messtechnisch erfassten Druckabfällen  $\Delta p_i$  in einem Leitungsabschnitt über die Anzahl der Messpunkte  $n_M$ . Durch die Minimierung des Funktionswerts in (5.4) lassen sich für einen Leitungsabschnitt der hydraulische Durchmesser  $d$  und der Verlustbeiwert  $\zeta$  bestimmen.

Bild 5.6 und Bild 5.7 zeigen dazu exemplarisch den Vergleich der auftretenden Druckverluste zwischen Messung und numerischem Modell. In beiden Fällen ist zu erkennen, dass ein numerischer Ansatz der Druckverluste nach (5.2) die Gegebenheiten am realen System sehr gut abbildet. Die ermittelten Leitungsdurchmesser entsprechen in sehr guter Näherung den tatsächlichen am Prüfstand. Die mit Hilfe dieses hydraulischen Ersatzdurchmessers bestimmten maximalen REYNOLDS-Zahlen der Messung zeigen, dass die Annahme eines laminaren Strömungszustandes gerechtfertigt ist.

Der Druckverlust zwischen den Messpunkten  $p_2$  und  $p_A$  beinhaltet den Druckverlust am Proportionalventil. Er ist in Bild 5.6 veranschaulicht. Da anzunehmen ist, dass im Proportionalventil vor allem Umlenkverluste auftreten, werden die Strömungsverluste vollständig der Rohrleitung vor dem Proportionalventil zugeschlagen. Die Umlenkverluste werden vollständig dem Proportionalventil zugerechnet. Bei einer Modellierung des Proportionalventils muss der so ermittelte Verlustbeiwert auf die Öffnungsfläche der Ventilsteuerkante bezogen werden. Er entspricht somit dem Druckverlustbeiwert  $\zeta_{PA}$  bei einem vollständig unverstellten Proportionalventil. Bei einer solchen Ventilstellung kann auch der Verlustbeiwert  $\zeta_{BT}$  bestimmt werden. Bei einem vollständig verstellten Ventil können die Verlustbeiwerte  $\zeta_{PB}$  und  $\zeta_{AT}$  ermittelt werden. Mit diesen vier grundlegenden Verlustbeiwerten des Ventils kann mit einer entsprechenden Kenntnis der Öffnungsfläche der Steuerkanten durch (3.21) eine vollständige Modellierung des Ventils erfolgen.

Den Druckabfall zwischen dem Ausgang des Proportionalventils mit der Druckmessstelle  $p_A$  und der Spätverstellungskammer des Nockenwellenverstellers mit der Druckmessstelle  $p_{S,NWV}$  zeigt Bild 5.7. Für die Verwendung in einem numerischen Ersatzmodell muss dieser Druckverlust auf vier Leitungen umgerechnet werden. Hierzu wird der laminare Strömungsverlust auf die einzelne Zuleitung bezogen und die Umlenkverluste auf die vier parallelen Zuleitungen in die Kammern des Nockenwellenverstellers.

Ebenso wie für diese beiden Leitungsabschnitte können die Druckverlustkoeffizienten auch für alle anderen Leitungsabschnitte im Prüfstand in gleicher Ergebnisqualität bestimmt werden. Somit kann eine virtuelle Abbildung des Prüfstands erfolgen.



---


$$l = 300 \text{ mm} \quad d = 5,696 \text{ mm} \quad \zeta = 6,295 \quad \text{Re}_{\text{max, Messung}} = 680$$


---

**Bild 5.6:** Druckverlust zwischen den Messpunkten  $p_2$  und  $p_A$

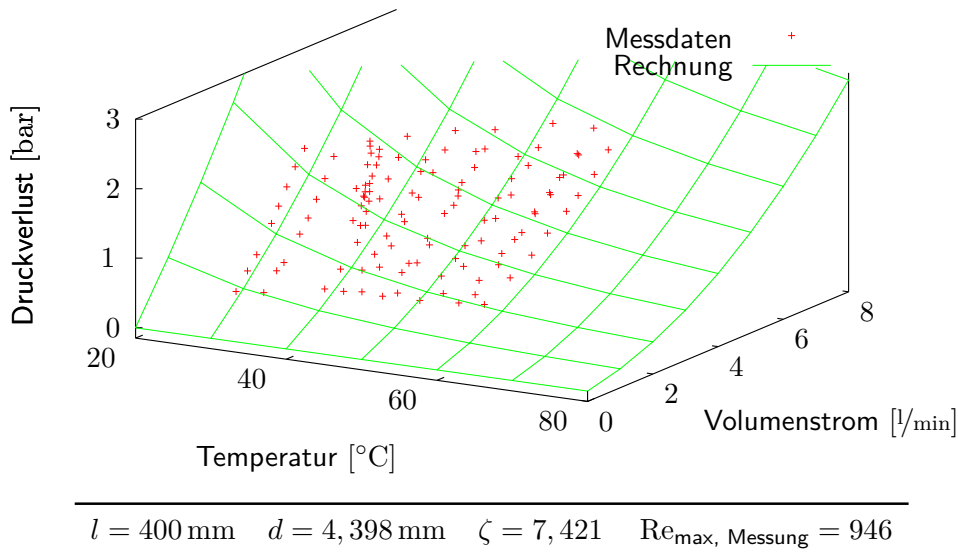
## 5.3 Untersuchung des Proportionalventils

Durch die Identifikation der Parameter am Prüfstand können die stationären Verlustbeiwerte des hydraulischen Systems ermittelt werden. Auch für das Proportionalventil können die grundlegenden Verlustbeiwerte identifiziert werden, indem das Ventil in seinen beiden extremen Verstellpositionen betrieben wird. Im realen Betriebszustand erfolgt jedoch eine Regelung der Phasenlage des Systems, so dass hier von keinem stationären Zustand mehr ausgegangen werden kann. Das Proportionalventil stellt dann das Stellglied dar, welches zur Regelung benötigt wird. Es wird an dieser Stelle genauer untersucht, da es somit Einfluss auf das dynamische Verhalten des Gesamtsystems besitzt.

### 5.3.1 Systemaufbau und Funktionsweise

Ein Schnitt des Systems ist in Bild 5.8 gezeigt. Die Ansteuerung des Proportionalventils erfolgt mittels eines pulsweitenmodulierten Steuerstroms, welcher durch die Spule (1) fließt. Dadurch wird ein Magnetfeld aufgebaut, welches durch das Gehäuse (2) geführt wird, in das gleichzeitig das Joch integriert ist. Aufgrund des Magnetfeldes wird der Anker (3) gegen den Pol (4) gezogen. Um ein möglichst proportionales Verhalten der Ankerkraft gegen den anliegenden Strom zu erzielen, ist der Pol mit einer geeigneten Konusgeometrie ausgeführt. Der Abstand des Ankers vom Pol wird mit  $x_A$  bezeichnet. Durch den Anker kann der Steuerkolben (5) gegen die Feder (6) gedrückt werden. Da durch den Elektromagneten nur Zugkräfte generiert werden können, ist die Feder zur Rückstellung des Steuerkolbens notwendig. Entsprechend der Position des Steuerkolbens werden die Steuerkanten des Ventils geöffnet und





**Bild 5.7:** Druckverlust zwischen den Messpunkten  $p_A$  und  $p_{S,NWV}$

geschlossen. Die geometrischen Zusammenhänge sind in Bild 3.11 gezeigt. In der unbestromten Grundposition kann das Fluid vom Pumpenanschluss  $P$  in den Ausgang  $A$  fließen. Gleichzeitig kann das Fluid vom Ausgang  $B$  in den Rücklaufanschluss  $T$  fließen. In der voll bestromten Stellung sind die Steuerkanten von  $P$  nach  $B$  und von  $A$  nach  $T$  geöffnet.

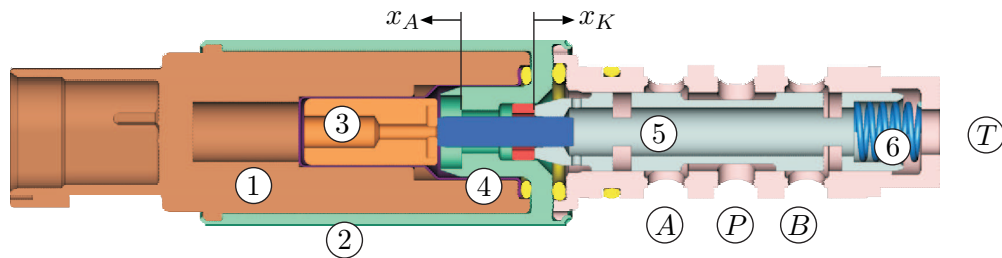
Zur Entwicklung von Regelungsstrategien der Nockenwellenversteller ist die Kenntnis über den Zusammenhang zwischen dem am Ventil anliegendem Strom und der resultierenden Kolbenposition erforderlich. Dabei muss auch die Dynamik des Proportionalventils berücksichtigt werden, da im magnetischen System die Kraft aufgrund der Induktivität der Spule nicht direkt mit dem Strom korreliert und magnetische Systeme stets Hystereseeffekten unterliegen. Des Weiteren dürfen die dynamischen Eigenschaften des mechanischen Systems mit Steuerkolben und Rückstellfeder sowie den einseitig wirkenden Kräften aufgrund des Elektromagneten und der Feder nicht unberücksichtigt bleiben.

### 5.3.2 Modellierung der elektromagnetischen Kraftwandlung

Für die Modellierung der elektromagnetischen Kraftwandlung wird zunächst das statische Verhalten des Magnetkreises untersucht. Anschließend wird auf Basis der stationären Eigenschaften ein dynamisches Modell erstellt.

#### Statisches Verhalten

Zur Untersuchung des statischen Verhaltens wird bei verschiedenen Positionen des Steuerkolbens ein Verlauf des elektrischen Stromes in Form einer Sägezahnfunktion



**Bild 5.8:** Schnitt durch das verwendete Proportionalventil. 1 Spule, 2 Gehäuse mit Joch, 3 Anker, 4 Pol mit Konus, 5 Steuerkolben, 6 Rückstellfeder, P, A, B, T hydraulische Anschlüsse,  $x_A$  Abstand Anker-Pol

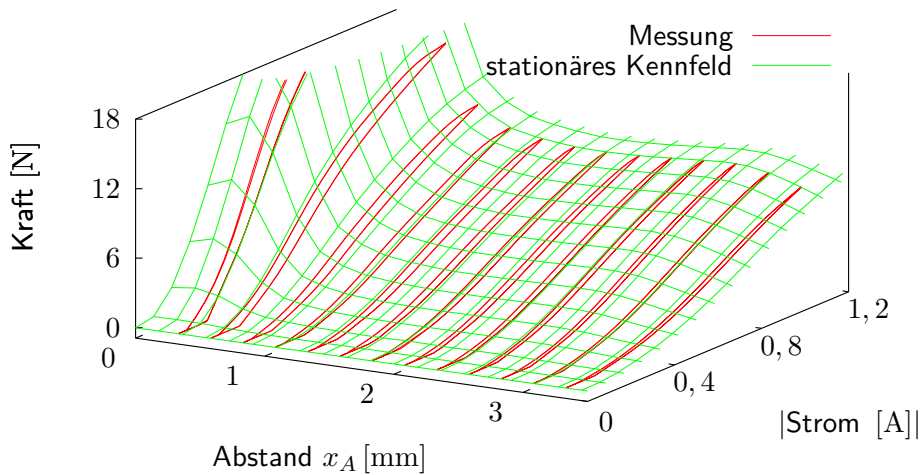
im Bereich von  $\pm 1$  A vorgegeben. Die Stromänderungsrate ist dabei sehr gering gewählt, so dass sich am System ein stationärer Zustand einstellen kann. Da durch die magnetischen Zugkräfte der Anker gegen die Spule gedrückt wird, kann von der Spulenposition auf die Ankerposition geschlossen werden. Den experimentell ermittelten Zusammenhang zwischen den verschiedenen Ankerabständen, dem Spulenstrom und der resultierenden Magnetkraft zeigt Bild 5.9. Es sind deutlich die Hystereseschleifen in der Kraft aufgrund des Beharrungsverhaltens des magnetischen Systems zu erkennen. Da in der Darstellung die Beträge des vorgegebenen Stromes dargestellt sind, ist auch zu erkennen, dass die magnetische Kraft von der Stromrichtung unabhängig ist. In einem Bereich von etwa  $1 \text{ mm} \leq x_A \leq 3 \text{ mm}$  ist zudem aufgrund der konstruktiven Gestaltung des Pols kein Einfluss des Ankerabstands auf die Magnetkraft festzustellen. Wird der Abstand geringer, so steigt die Magnetkraft überproportional an.

### Dynamisches Verhalten

Die bei den statischen Messungen identifizierte magnetische Hysterese wird über Dämpfungseffekte in einem entsprechenden dynamischen Modell abgebildet. Da kein exakt physikalisches Modell aufgebaut werden soll, erfolgt die mathematische Modellierung des Systems anhand von experimentellen Ergebnissen. Dazu kommt für die Parameteridentifikation ein Ersatzmodell zum Einsatz, bei dem anhand einer festen Ankerposition und eines vorgegebenen Stromes, der geeignet bewertet wird, anhand des statischen Kennfeldes aus Bild 5.9 die magnetische Kraft bestimmt wird. Zur Abbildung der induktiven und kapazitiven Eigenschaften des elektrischen und magnetischen Systems wird als grundlegendes Modell zur Bewertung des Stromes eine lineare zeitinvariante Übertragungsfunktion zweiter Ordnung gemäß

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dT s + 1}$$

verwendet. Darin bezeichnet  $K$  den Proportionalitäts- oder Verstärkungsfaktor der Übertragungsfunktion,  $d$  einen dimensionslosen Dämpfungsanteil und  $T$  die Zeitkonstante des Systems. Da das Kennfeld den statischen Verlauf der Magnetkraft bereits wiedergibt, wird der Verstärkungsanteil des Übertragungssystems zu  $K = 1$  gewählt. Somit muss mit geeigneten Mitteln eine Identifikation der Zeitkonstante  $T$  sowie des



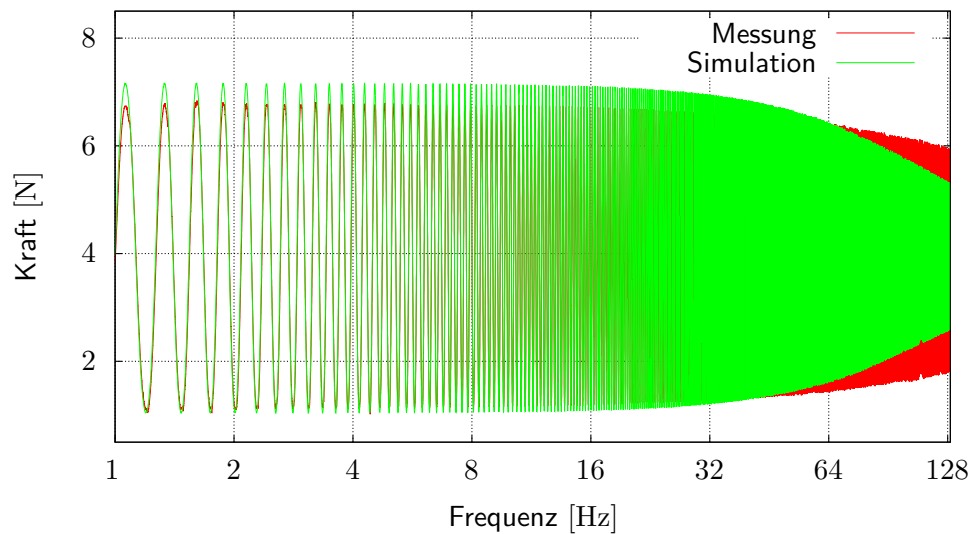
**Bild 5.9:** Statischer Zusammenhang zwischen Ankerabstand, Spulenstrom und Zugkraft des Elektromagneten

Dämpfungs-faktors  $d$  erfolgen, welche die Hystereseeigenschaften des elektromagnetischen Systems beschreiben.

Dazu wurde bei verschiedenen Ankerpositionen ein sinusförmiges Stromsignal mit einer zeitmodulierten Frequenz von  $f = 1 \dots 130$  Hz vorgegeben. Die messtechnisch erfassten Kräfte stellen die Systemantwort dar, welche mit dem Ergebnis des erstellten dynamischen Ersatzmodells verglichen werden können. Somit kann ein Optimierungsproblem formuliert werden, dessen Gütefunktion die Summe des über den Messzeitraum integrierten quadratischen Fehlers zwischen Messung und Simulation darstellt. Einen Vergleich des erstellten Ersatzmodells zeigt Bild 5.10. Besonders im niederfrequenten Bereich bis etwa  $f \approx 50$  Hz ist eine sehr gute Übereinstimmung des Ersatzmodells mit den Messergebnissen zu erkennen. Bei höheren Frequenzen ist das gewählte Modell mit den zwei freien Parametern nicht mehr ausreichend, um das dynamische Verhalten exakt wiederzugeben.

### 5.3.3 Identifikation des mechanischen Systems

Die Modellierung des mechanischen Systems erfolgt mittels zweier Körper mit je einem translatorischen Freiheitsgrad, welche den Anker und den Steuerkolben repräsentieren. Die Kräfte aus dem elektromagnetischen System werden auf den Anker aufgebracht. Eine Rückwirkung aus der Bewegung des Ankers auf das elektromagnetische System wird nicht berücksichtigt. Die Kopplung der beiden Körper erfolgt entsprechend den physikalischen Gegebenheiten mittels des Kontakts, der durch ein unilaterales Kraftgesetz abgebildet wird. Auf diese Weise ist keine Bestimmung des Steifigkeits- und Dämpfungsverhaltens der Kontaktstelle notwendig. Auch der maximale Stellweg der Spule wird durch ein solches Kontaktkraftgesetz begrenzt. Zur



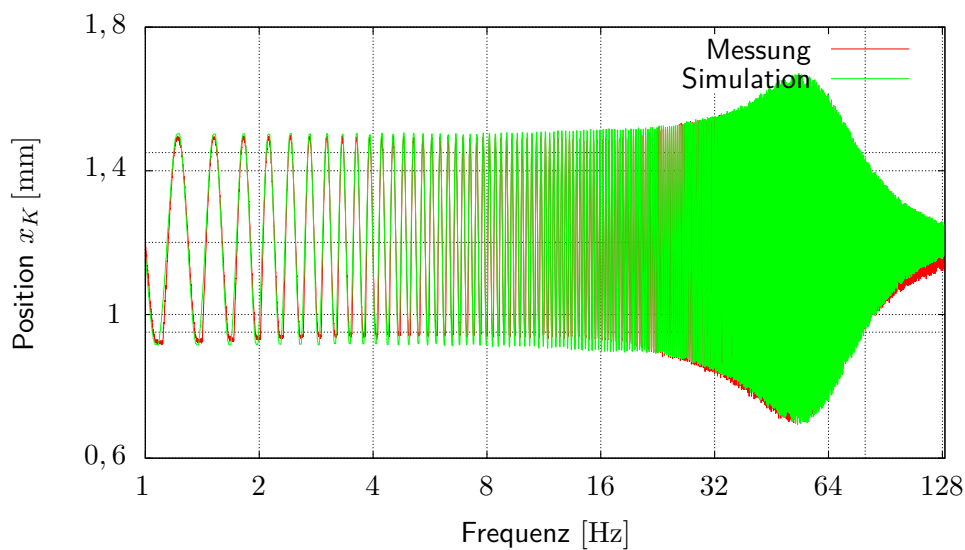
**Bild 5.10:** Magnetkraft bei einer Ankerposition von  $x_A = 2,33$  mm und einem frequenzveränderlichen Spulenstrom von  $I = -0,53$  A  $\pm$  0,27 A

Abbildung der Rückstellkraft aus der Feder wurde von dieser an einem Kraftmessprüfstand eine entsprechende statische Kennlinie aufgezeichnet. Die Massen der Körper werden durch Wiegen bestimmt. Als frei wählbare Parameter verbleiben somit nur mehr die Dämpfungscharakteristik der Rückstellfeder sowie ein Reibungskoeffizient, der sich aufgrund der Annahme einer COULOMB'schen Reibung zwischen den bewegten und unbewegten Teilen des Systems ergibt.

Diese drei Parameter werden durch einen Vergleich mit Messdaten bestimmt. Aus dem in Bild 5.11 exemplarisch gezeigten Vergleich zwischen Messung und Rechnung kann erkannt werden, dass das Modell gut mit den experimentellen Ergebnissen in Übereinstimmung gebracht werden kann. Besonders in den niederen Frequenzen ist das nichtlineare Übertragungsverhalten des Systems aufgrund der einseitigen Verstellkraft und der einseitig entgegenwirkenden Rückstellkraft gut zu erkennen.

## 5.4 Verstellvorgang des Nockenwellenverstellers

Abschließend wird der eigentliche Verstellvorgang eines Nockenwellenverstellers besprochen. Dabei überlagern sich die Eigenschaften der zuvor vorgestellten Komponenten Hydraulikaggregat, Leitungssystem und Proportionalventil. Zunächst erfolgt eine Erläuterung der Modellierung, wobei aufgrund der bereits beschriebenen Detailmodelle insbesondere auf den Versteller eingegangen wird und das Messprogramm zur Erfassung des Verstellvorgangs vorgestellt wird. Zur Verifikation des aufgestellten Simulationsmodells erfolgt ein Vergleich zwischen Experiment und Simulation.



**Bild 5.11:** Kolbenposition bei einem frequenzveränderlichen Spulenstrom von  $I = -0,53 \text{ A} \pm 0,09 \text{ A}$

### 5.4.1 Modellierung des Nockenwellenverstellers

Die Modellierung des Nockenwellenverstellers orientiert sich an den tatsächlichen physikalischen Gegebenheiten des Systems, wobei die logische Reihenfolge entgegen dem realen System ist. Während im Motor der Rotor eine Relativbewegung gegen den Stator ausführen kann, ist im Komponentenprüfstand der Rotor fest an der Aufnahme befestigt und der Stator verdreht sich gegen den Rotor. Somit besitzt das Modell auf mechanischer Seite mit dem drehbar gelagerten Stator einen rotatorischen Freiheitsgrad. Eine Beschränkung des Verstellwinkels in der Früh- und Spätposition erfolgt mittels mengenwertiger Kontaktkraftgesetze. Als Kontaktkonturen werden dazu einfache Punkt-Linien-Kontakte verwendet. Die Dichtlippen werden durch Blattfedern gegen die Wandung des Stators gedrückt, so dass eine Verstellung immer gegen ein Reibmoment erfolgt. Das gesamte Gehäuse ist im Betrieb mit Öl ausgefüllt. Daher wird der COULOMB'sche Reibanteil vernachlässigt und nur eine geschwindigkeitsproportionale Reibung nach STRIBECK zwischen Rotor und Stator berücksichtigt. Da die Verriegelung während des regulären Betriebs des Verstellers nicht im Eingriff ist, wird diese ebenfalls vernachlässigt.

Das hydraulische System besteht aus den Druckkammern, den verschiedenen Leckageströmen im Nockenwellenversteller sowie der Zuleitung aus dem Proportionalventil. Die jeweils vier Früh- und Spätverstellungskammern sind als elastische Knoten mit mechanischen Grenzflächen abgebildet. Aufgrund der Verdrehbewegung des Stators bzw. des Rotors ergibt sich eine Veränderung der Volumina der Kammern. Die Drehbewegung selbst wird durch die Druckkräfte verursacht, welche durch die Knoten auf die Flächenschwerpunkte der Grenzflächen ausgeübt werden. Gewichtet mit dem Abstand der Flächenschwerpunkte vom Drehzentrum ergibt sich aus deren Summe das anliegende Verstellmoment.

Prinzipbedingt sind zwischen der Ober- und Unterseite des Rotors und dem Stator immer Leckagespalte vorhanden, durch die Öl zwischen den Früh- und Spätverstellungskammern strömen kann. Aufgrund der geringen Masse des Fluids im Spalt wird die Trägheit der Leckagen vernachlässigt. Der Volumenfluss im Leckagespalt zwischen zwei Kammern kann somit direkt aus der Druckdifferenz bestimmt werden. Nach TRUCKENBRODT [114] ergibt sich dieser unter der Annahme einer ebenen Spaltströmung zu

$$Q_{12} = -\frac{b h^3}{12 \eta L} (p_2 - p_1).$$

Darin bezeichnen  $b$  die Breite und  $h$  die Höhe des Spalts. Diese beiden Größen ergeben die Querschnittsfläche senkrecht zur Strömungsrichtung. Der Strom durch den Spalt ist indirekt proportional zur Länge  $L$  des Spalts sowie zur dynamischen Viskosität  $\eta$  des Motoröls. Er ist proportional zur Differenz der Kammerdrücke  $p_2$  und  $p_1$  und verläuft in Richtung des niedrigeren Drucks. Die Länge wird über den Radius konstant als die mittlere Flügelbreite angenommen. Eine Schleppströmung, welche sich aus der Wandbewegung ergibt, wird vernachlässigt. Eine Berücksichtigung der externen Leckage von den Druckkammern gegen die Umgebung erfolgt analog.

Das kompressible Fluidvolumen in der Verbindungsleitung zwischen Proportionalventil und Nockenwellenversteller ist sehr gering. Damit kann dessen Kompressibilität vernachlässigt werden. Aus diesem Grund erfolgt die Modellierung des Leitungssystems, welches die Aufteilung des zu- bzw. abfließenden Volumenstroms auf die einzelnen Verstellerkammern abbildet, mittels relativer hydraulischer Koordinaten, so dass hier eine Abbildung in Minimalkoordinaten verwendet wird.

### 5.4.2 Messaufbau und Messprogramm

Für die Verifikation des Modells sind geeignete Messungen erforderlich. Dazu wird der in Bild 5.1 gezeigte Messaufbau verwendet, an dem auch die Bestimmung der stationären Verlustbeiwerte erfolgt ist. Lediglich der Nockenwellenversteller wird im Vergleich zu dieser Konfiguration verändert, indem er in der regulären Konfiguration mit allen Dichtlippen betrieben wird und sich so zwischen sämtlichen Früh- und Spätverstellungskammern eine Druckdifferenz einstellen kann.

Die experimentelle Untersuchung des Verstellvorgangs erfolgt bei jeweils drei verschiedenen Öltemperaturen mit je drei verschiedenen Versorgungsdrücken, so dass sich insgesamt neun Messkonfigurationen ergeben. Somit ist ein Vergleich der simulativen und experimentellen Ergebnisse in einem sehr breiten Parameterfeld möglich. Bei jeder Messkonfiguration erfolgt eine Vielzahl von vollständigen Hin- und Rückverstellungen. Diese zeigen untereinander alle eine sehr hohe Übereinstimmung in sämtlichen aufgezeichneten Messgrößen.

### 5.4.3 Verifikation des Simulationsmodells

Auf Basis der experimentellen Vermessung der transienten Größen während des Verstellvorgangs kann eine detaillierte und umfassende Verifikation des aufgebauten Simulationsmodells erfolgen. Bei einer Gegenüberstellung der experimentellen und rechnerischen Ergebnisse zeigt sich zunächst, dass die bei der Parameteridentifikation ermittelten Verlustbeiwerte zu gering sind. Sie bilden den Druckverlust im realen System nicht korrekt ab, so dass die berechnete Verstellung in allen neun Messkonfigurationen etwas zu schnell erfolgt.

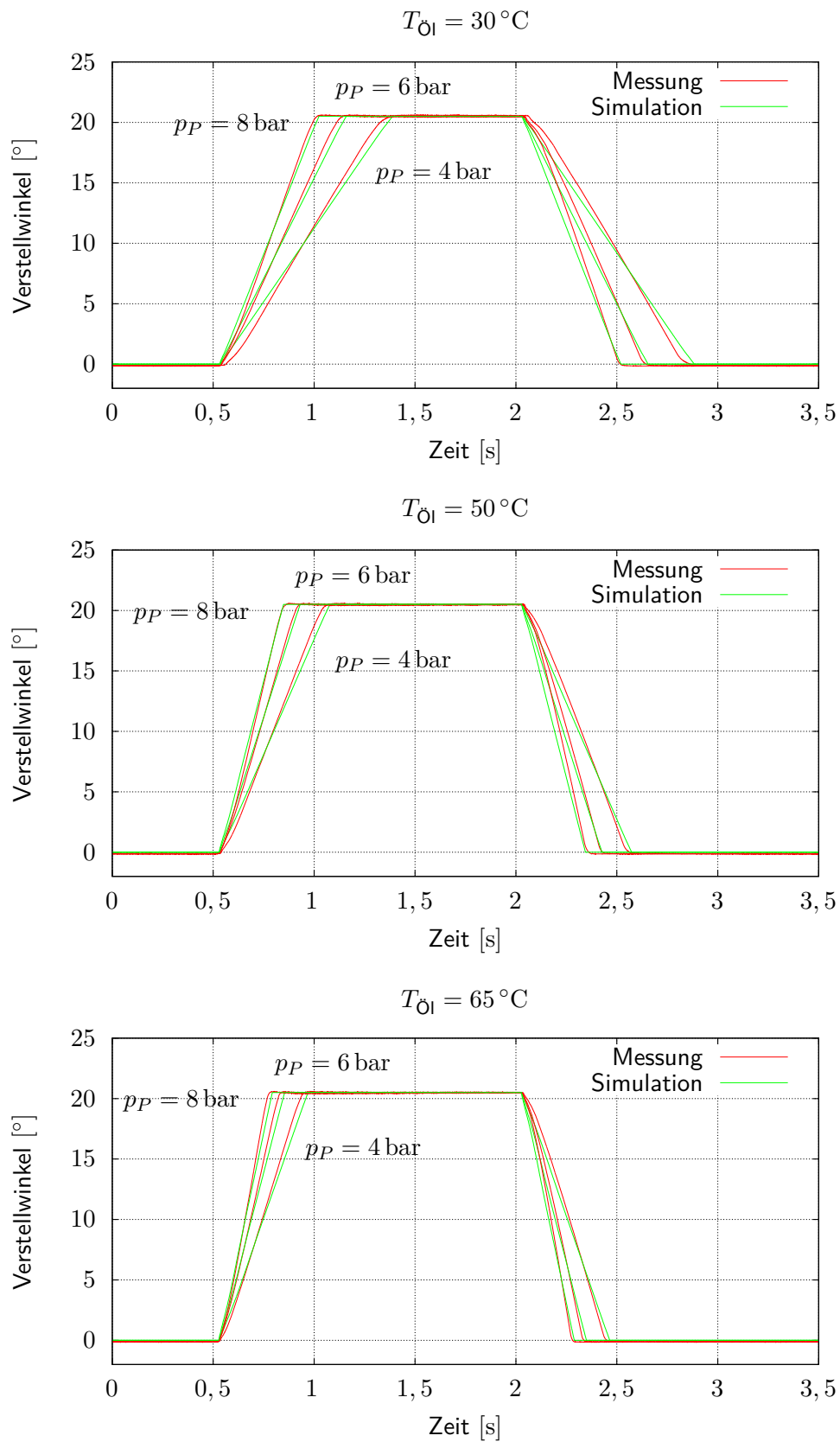
Jedoch muss berücksichtigt werden, dass die Verlustbeiwerte den stationären Zustand widerspiegeln. Bei einer realen Verstellung befindet sich das Fluid vor der Verstellung in Ruhe. Durch das nahezu zeitdiskrete Umschalten des Proportionalventils wird das Fluid ruckartig beschleunigt, so dass kein stationärer Strömungszustand vorliegt. Aufgrund dieser Verwirbelungen im Anlaufvorgang des Fluids liegen die tatsächlichen Verluste im System etwas höher. Diese Eigenschaft wird in der Simulation berücksichtigt, indem die Verlustbeiwerte aller Leitungen um 5 % erhöht werden. Zudem erfolgt auch eine leichte Verringerung aller hydraulischen Durchmesser um 3 %, um die Einschnürung der Strömungsfäden beim Strömungsanlauf abzubilden. Aufgrund der kurzen Verstelldauer ist auch davon auszugehen, dass sich der bei der Parameteridentifikation eingestellte stationäre Zustand im realen Betrieb des Systems niemals einstellen wird. Somit können die angepassten Verlustbeiwerte für alle Betriebszustände als gegeben angenommen werden.

Bild 5.12 zeigt den experimentell ermittelten und den mit dem Modell berechneten Verlauf des Verstellwinkels mit derart angepassten Verlustparametern bei verschiedenen Öltemperaturen und Versorgungsdrücken. Im Verstellwinkel ist die erwähnte Veränderung des hydraulischen Druckverlustes während des Verstellvorgangs zu erkennen. Im realen System ist der Druckverlust zu Beginn der Verstellung aufgrund der Verwirbelungen der Strömung etwas höher als der in der Simulation angenommene Wert, so dass sich in der Berechnung zunächst eine leicht höhere Verstellgeschwindigkeit einstellt. Da am Ende der Verstellung die realen Druckverluste dagegen tendenziell überschätzt werden und sich somit eine etwas niedrigere Verstellgeschwindigkeit als die tatsächlich gemessene einstellt, wird dieser Fehler kompensiert, so dass sich insgesamt eine gute Übereinstimmung der Verstellzeiten ergibt.

Einen exemplarischen detaillierteren Vergleich des Verstellvorgangs zeigt Bild 5.13. Dort sind neben dem Verstellwinkel noch der Ölvolumenstrom sowie verschiedene Druckverläufe sowohl im Versteller als auch in der Zuleitung abgebildet. Der Volumenstrom steigt in der Simulation aufgrund der zunächst geringen Strömungsverluste rasch an, während er in der Messung etwas langsamer anläuft, da sich im realen System der in der Simulation abgebildete laminare Strömungszustand noch ausprägen muss. Ferner ist zu erkennen, dass der Volumenstrom aufgrund von Leckageeffekten im System im Vergleich zum Volumenstrom während der Verstellung sehr gering ist.

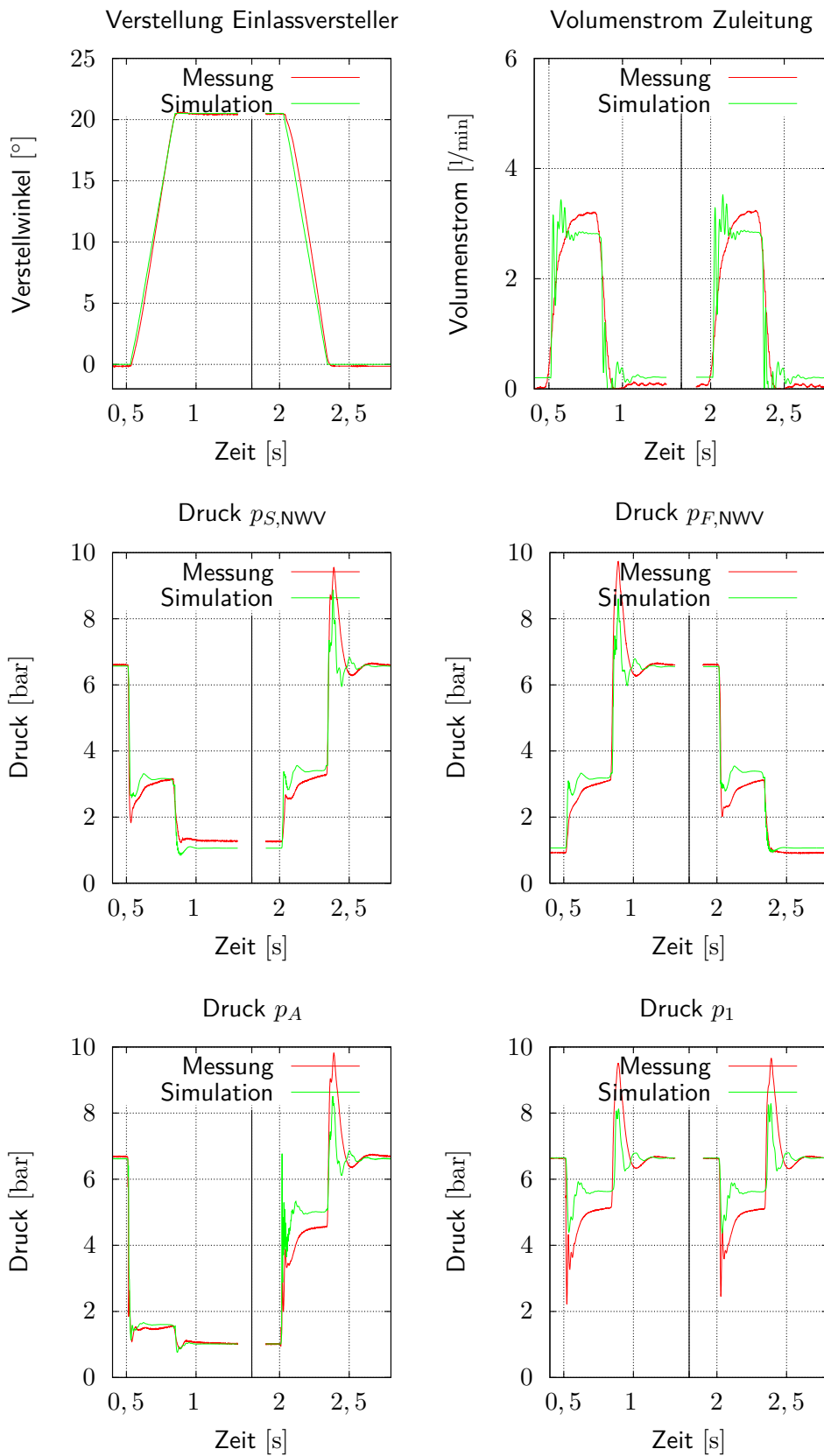
In den Verläufen der Kammerdrücke ist das komplexe Wechselspiel zwischen Mechanik und Hydraulik zu erkennen. Beim Beginn des Verstellvorgangs bricht der Druck





**Bild 5.12:** Vergleich des Verstellwinkels des Nockenwellenverstellers zwischen Messung und Rechnung bei verschiedenen Versorgungsdrücken und Ölttemperaturen





**Bild 5.13:** Detaillierter Vergleich zwischen Messung und Rechnung bei  $T_{O1} = 50^\circ\text{C}$  und  $p_P = 8\text{ bar}$

in der befüllten Kammer schlagartig ein, wohingegen er sich in der füllenden Kammer langsam auf etwa dasselbe Niveau aufbaut. Das Druckniveau ist während der Verstellung in beiden Kammern nahezu gleich hoch. Da während der Verstellung ein Volumenstrom im Leitungssystem anliegt, treten Druckverluste auf, so dass das Druckniveau deutlich unter dem stationären Zustand zu liegen kommt. In der sich leerenden Kammer wird das Fluid durch das Leitungssystem gegen den Umgebungsdruck geschoben, so dass sich hier ein Druckwiderstand aufbaut, gegen den die sich füllende Kammer arbeitet.

Der Verstellwinkel ist durch die Geometrie des Verstellersystems begrenzt. Am Ende der Verstellung kommt es zu einem Kontakt zwischen Stator und Rotor und die Bewegung wird gestoppt. Im hydraulischen System besitzt das Fluid jedoch noch kinetische Energie, so dass es am Ende der Verstellung noch in die Kammer nachschiebt. Dadurch ist in der füllenden Kammer eine deutliche Druckspitze am Ende der Verstellung zu erkennen. Andererseits saugt die bewegte Fluidsäule im Leitungssystem der sich leerenden Kammern noch Fluid nach, so dass dort nach Ende der Verstellung ein leichter Unterdruck zu erkennen ist.

Dasselbe Verhalten im Druck ist auch in den Druckaufnehmern am Proportionalventil und im Zuleitungssystem festzustellen. Die in der Simulation erkennbaren höherfrequenten Schwingungen entstehen aufgrund der Kompressibilität des Fluids. Diese sind im realen System vermutlich aufgrund von frequenzabhängigen Dämpfungseigenschaften des Motoröls nicht feststellbar. Insgesamt können sämtliche in der Messung identifizierten Eigenschaften durch das Simulationsmodell abgebildet werden.

## 6 Wechselwirkungen mit Ventil- und Steuertrieb

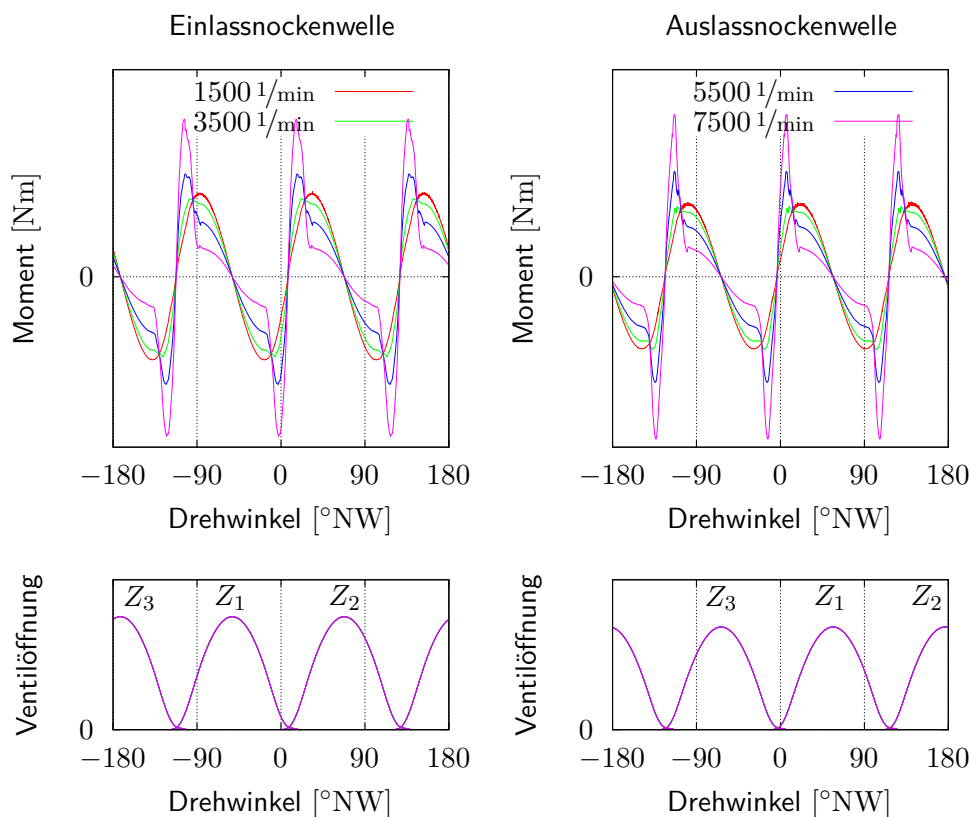
In diesem Kapitel werden die Auswirkungen hydraulischer Nockenwellenversteller auf das dynamische Verhalten des Steuer- und Ventiltriebs analysiert. Dazu wird zunächst der Einfluss des Ventiltriebs auf das Verhalten der Nockenwellenversteller erläutert. Das entwickelte Modell der Versteller wird anschließend in einer dynamischen Gesamtsystemsimulation mit dem Steuerkettentrieb und den beiden Nockenwellen verbunden, so dass die Wechselwirkungen zwischen den Systemen ermittelt werden können. Um den Einfluss verschiedener Verstelllagen der Nockenwellenversteller untersuchen zu können, muss die Phasenlage der Nockenwellenversteller eingeregelt werden, so dass eine geeignete Regelungsstrategie vorgestellt wird. Unter Einsatz der Regelung wird der Einfluss der Verstellerposition auf die Resonanzlagen des Steuer- und Ventiltriebs untersucht.

### 6.1 Einfluss des Ventiltriebs

Die wesentliche mechanische Anregung auf die Nockenwellenversteller stellt das Ventiltriebsmoment dar. Dieses ist periodisch mit der Drehlage der Nocken- bzw. Kurbelwelle des Motors. Bei 4-Takt-Motoren ist die Drehzahl der Nockenwelle  $n_{NW}$  halb so groß wie die Drehzahl der Kurbelwelle  $n_{KW}$ . Beim untersuchten V6-Motor werden pro Umdrehung der Nockenwelle die Ventile von drei Zylinderkammern betätigt, so dass im Ventiltriebsmoment Anregungen dritter Ordnung bezogen auf die Nockenwellendrehzahl bzw. 1,5. Ordnung bezogen auf die Kurbelwellendrehzahl dominierend sind. Die Last ist zudem wechselnd. Einerseits müssen die Ventile gegen die Vorspannung der Ventildfedern geöffnet werden, andererseits wird die notwendige Energie zur Betätigung der Ventile in den Ventildfedern zwischengespeichert. Beim Schließen der Ventile wird diese zurück in das Antriebssystem gespeist.

#### 6.1.1 Modellierung

Zur Ermittlung der dynamischen Eigenschaften des Ventiltriebs werden von der Ein- und Auslassseite des untersuchten Ventiltriebs jeweils eigene Mehrkörpermodelle aufgebaut. Diese bilden die Kinematik des verbauten Rollenschlepphebeltriebes ab. Da

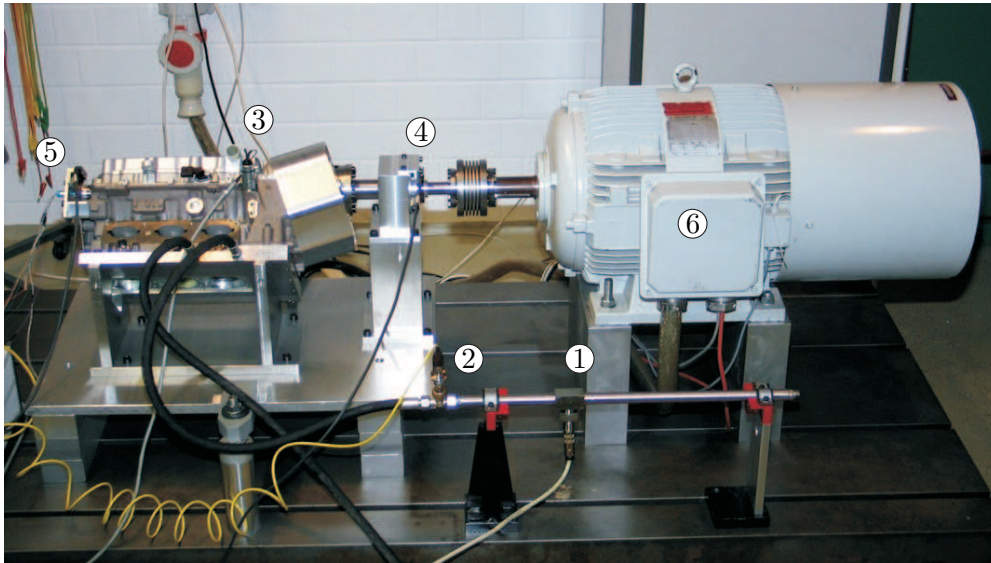


**Bild 6.1:** Momentanregung aus dem Ventiltrieb in Abhängigkeit von Drehlage und Drehzahl sowie Öffnungshöhe der Ventile mit Zylinderzuordnung

vor allem die Wechselwirkung des Ventiltriebs mit den peripheren Komponenten von Interesse ist, werden zusätzliche Elastizitäten der Körper wie etwa Torsionsschwingungen in den Nockenwellen vernachlässigt. Die Ventulfeder wird durch eine nicht-lineare Federkennlinie abgebildet. Die Lagerung der Rollschlepphebel wird idealisiert als starr angenommen. Die Kontakte zwischen Nockenwelle, Schlepphebel und Ventil werden vereinfacht als HERTZ'sche Linienpressung abgebildet, so dass hier einwertige Kraftgesetze Verwendung finden.

Die aufgrund der Nockenwellendrehung resultierenden Momente des Ein- und Auslassventiltriebs zeigt Bild 6.1. Während bei niedrigen Drehzahlen das notwendige Drehmoment wesentlich durch die Ventulfederkraft verursacht wird, sind bei hoher Drehzahl die Trägheitseffekte vorherrschend. Als weitere Größe ist in Bild 6.1 die Öffnungshöhe der Ventile mit einer Zuordnung zu den Zylindern  $Z_1$  bis  $Z_3$  eingetragen. Es ist zu erkennen, dass jeweils zur maximalen Ventilöffnung ein Nulldurchgang im Nockenwellenmoment stattfindet. Erwartungsgemäß verschiebt sich bei zunehmender Drehzahl das maximale Moment in Richtung Ventilöffnung, da zu diesem Zeitpunkt das ruhende Ventil stärker beschleunigt werden muss. Das maximale negative Moment tritt immer kürzer vor der Schließung der Ventile auf.

Aus den Berechnungsergebnissen des Mehrkörpermodells kann ein Kennfeld erstellt werden, welches als lage- und drehzahlabhängige Momentanregung auf den Rotor



**Bild 6.2:** Modularer Prüfstand zur Ermittlung des Einflusses hydraulischer Nockenwellenversteller auf die Dynamik von Ventil- und Steuertrieb [68] (1 Massenstromsensor Öl­zulauf, 2 Drucksensor Versorgung, 3 Proportionalventil, 4 Winkelsensor Antriebswelle, 5 Winkel­sensor Nockenwelle, 6 Elektromotor)

des Nockenwellenverstellers aufgebracht werden kann. Ferner kann das vollständige dynamische Modell direkt in der Berechnung verwendet werden. Bei der folgenden Untersuchung, welche die Rückwirkung der Anregung aus der Nockenwelle auf den Versteller verdeutlicht, wird das Kennfeld verwendet. Bei allen anderen Untersuchungen kommt das dynamische Mehrkörpersimulationsmodell zum Einsatz.

### 6.1.2 Rückwirkungen auf die Nockenwellenversteller

Zur Untersuchung der Rückwirkung des Ventiltriebs auf den Nockenwellenversteller wurde von KRÜGER [68] auf Basis einer Zylinderbank des in Kapitel 1.3 beschriebenen Verbrennungsmotors ein spezieller modularer Prüfstand aufgebaut, der in Bild 6.2 dargestellt ist. Dieser ermöglicht die messtechnische Erfassung der wesentlichen transienten Größen im Ventiltrieb. Bei einem Betrieb in der Konfiguration *direkt angetriebene Nockenwelle* kann der Einfluss des Ventiltriebs beispielsweise durch eine Vollverstellung des Nockenwellenverstellers sichtbar gemacht werden. Unter Verwendung des Kennfeldes für die Momentenanregung aus der Nockenwelle nach Bild 6.1 und dem in Kapitel 5.4 entwickelten Modells des Nockenwellenverstellers wird dieser Prüfstand im Simulationsprogramm MBSIM nachgebildet.

Eine Gegenüberstellung des Verstellwinkels zwischen Messung und Rechnung bei verschiedenen Öltemperaturen und Pumpendrü­cken zeigt Bild 6.3. Im Vergleich zu den Ergebnissen des Nockenwellenverstellerkomponentenprüfstands aus Kapitel 5 ist darin deutlich der Einfluss des Ventiltriebs zu erkennen. Den Verstellbewegungen sind Schwingungen aufgrund der Momentanregungen aus dem Ventiltrieb überlagert. Bei niedrigen Versorgungsdrücken sind im Verstellwinkel sogar Rückschwingungen

gegen die Verstellrichtung auszumachen, welche sich mit steigendem Versorgungsdruck reduzieren.

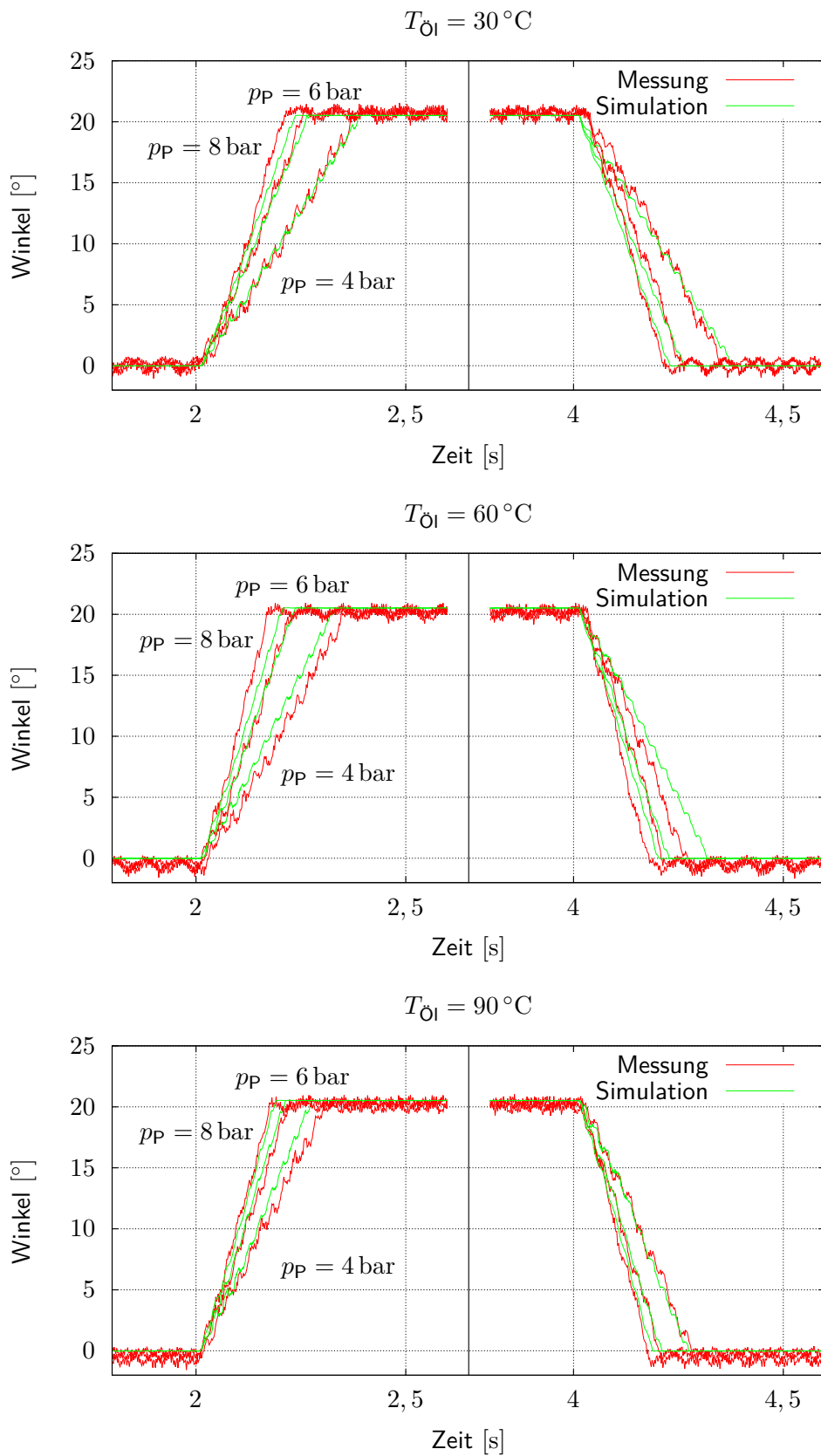
Einen detaillierten exemplarischen Vergleich zwischen Messung und Simulation zeigt Bild 6.4. Anhand der Schwingungsdauer im Verstellwinkel lassen sich die Schwingungen direkt einem Ventileingriff zuzuordnen. In den Kammern für die Früh- und Spätverstellung treten aufgrund der Anregung aus dem Ventiltrieb erhebliche Druckschwankungen auf. Diese sind sogar so groß, dass die einzelnen Kammerdrücke während der Verstellung teilweise deutlich unter den Umgebungsdruck abfallen.

Die Druckschwingungen sind dabei in Früh- und Spätverstellungskammer antizyklisch. Kommt eine Nocke in den Eingriff, so dass vom Ventiltrieb ein rotationshemmendes Drehmoment aufgebaut wird, so wird der Rotor des Nockenwellenverstellers in die Frühverstellungskammer gedrückt. Dadurch steigt in dieser der Druck solange an, bis der notwendige Druck aufgebaut ist, um dieses Moment zu überwinden. Gleichzeitig wird die Spätverstellungskammer durch diese Bewegung sozusagen leer gesaugt, so dass in dieser der Druck abfällt, da aus dem Leitungssystem das Motoröl nicht schnell genug in diese Kammer strömen kann. Beim Schließen der Ventile wird aufgrund der Ventildedern die Nockenwelle und damit auch der Rotor in Drehrichtung gedrückt. Daher steigt der Druck in der Spätverstellungskammer an und in der Frühverstellungskammer fällt der Druck ab. Im Schwingwinkel sowie im Verlauf der Kammerdrücke ist kein Unterschied zwischen der Frühverstellung und der nachfolgenden Spätverstellung auszumachen.

Das Simulationsmodell zeigt in einem breiten und in der Praxis relevanten Parameterbereich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen, so dass dieses als verifiziert angesehen werden kann. Damit kann nun die in Bild 6.5 gezeigte notwendige Zeit für eine vollständige Verstellung des Systems von der späten in die frühe Position ermittelt werden. Vor allem bei niedrigen Versorgungsdrücken besteht eine deutliche Abhängigkeit der Verstellzeit von Öltemperatur und auch Motordrehzahl. Bei höheren Versorgungsdrücken ab etwa  $p_V \approx 5$  bar kann die Verstellgeschwindigkeit nur mehr leicht gesteigert werden. Ebenso nimmt der Einfluss der Öltemperatur ab.

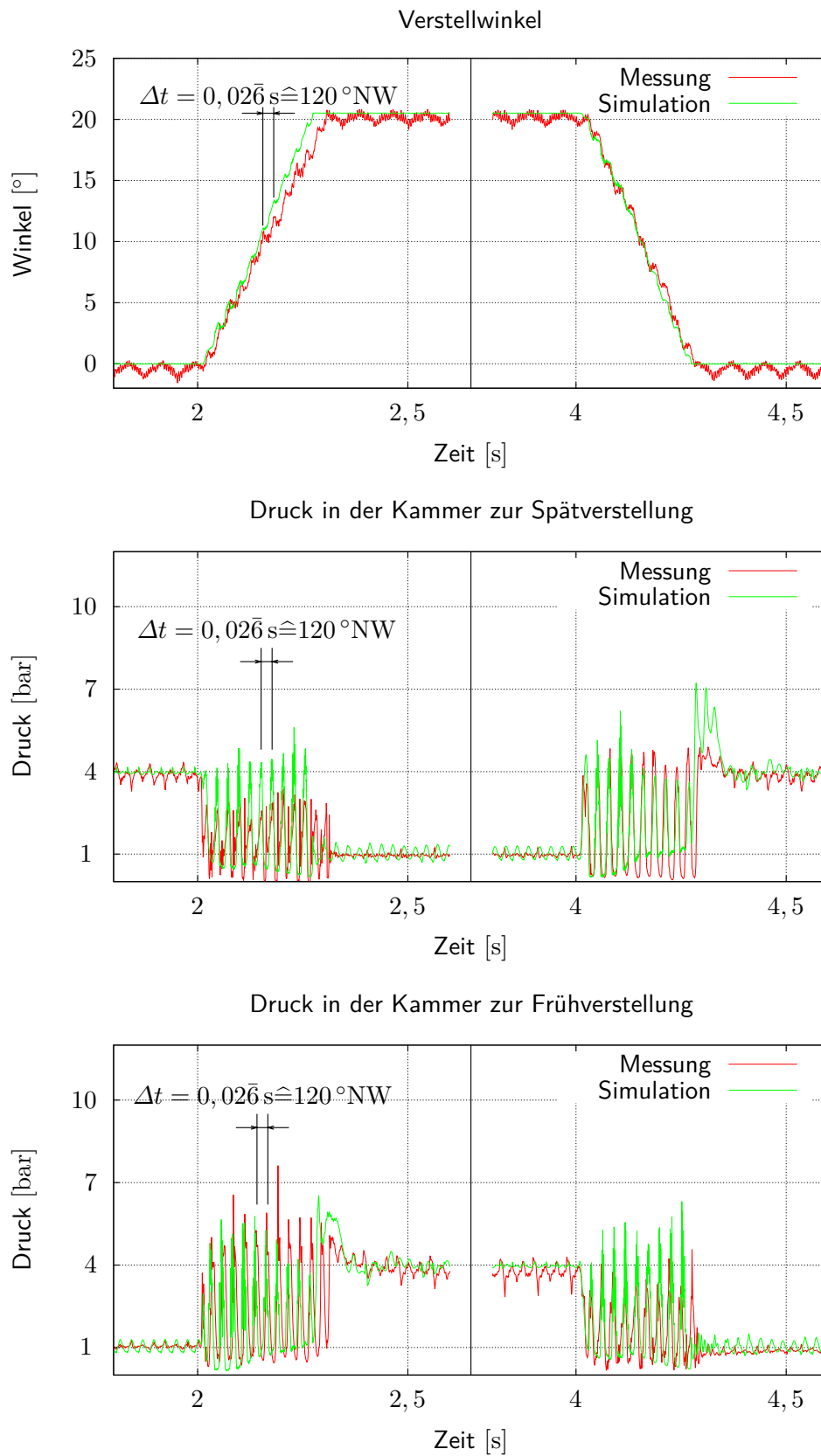
## 6.2 Untersuchung des Gesamtsystems

Die bisherigen Ergebnisse stellen für sich jeweils nur eine Verifikation eines Teilsystems dar. Die hydraulischen Nockenwellenversteller sind jedoch direkt in den Kraftfluss des Steuer- und Ventiltriebs integriert, so dass auch die dynamischen Wechselwirkungen mit den angebotenen Systemen Kette und Ventiltrieb von Interesse sind. Die notwendigen mechanischen Komponenten, welche bei einer Betrachtung des Gesamtsystems berücksichtigt werden müssen, zeigt Bild 6.6. Am Zwischenrad (1) erfolgt der Antrieb des Systems, indem dort die entsprechend des Übersetzungsverhältnisses umgerechnete Kurbelwellengeschwindigkeit vorgegeben wird. Durch die Steuerkette (2) wird dessen Bewegung auf die Statoren der beiden Nockenwellenversteller (3) und (4) übertragen und durch die Übersetzung entsprechend skaliert. Die

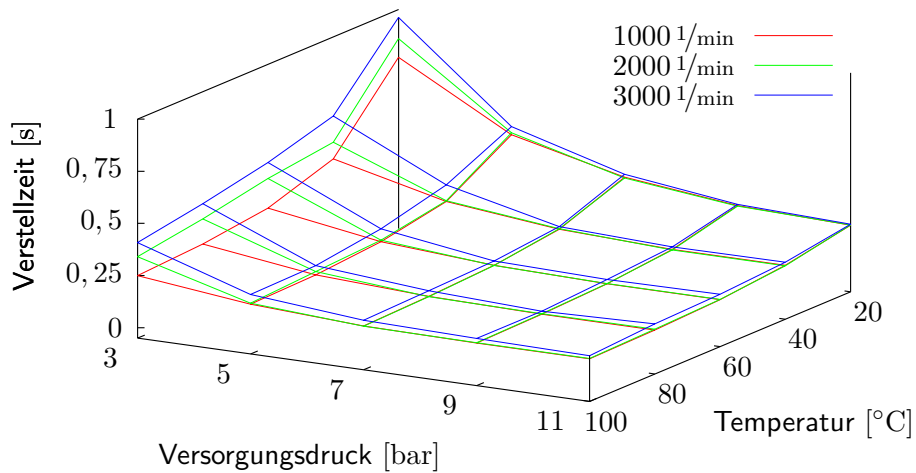


**Bild 6.3:** Vergleich zwischen Messung und Simulation des Verstellwinkels des Einlassnockenwellenverstellers mit direkt angetriebener Nockenwelle bei verschiedenen Öltemperaturen und Versorgungsdrücken





**Bild 6.4:** Detaillierter Vergleich zwischen Messung und Simulation bei der Verstellung des Einlassnockenwellenverstellers bei einer Öltemperatur von  $T_{\text{Öl}} = 90^\circ\text{C}$ , einem Versorgungsdruck von  $p_P = 4 \text{ bar}$  und einer Nockenwellendrehzahl von  $n_{\text{NW}} = 750 \text{ 1/min}$



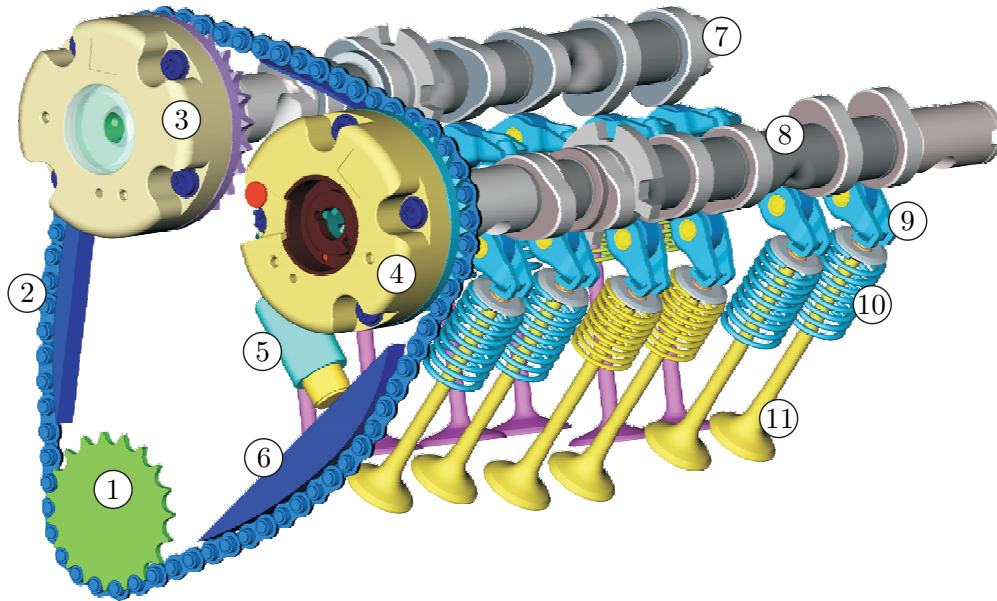
**Bild 6.5:** Abhängigkeit der Verstellzeit des Einlassnockenwellenverstellers von Versorgungsdruck, Öltemperatur und Nockenwellendrehzahl

Spannung der Steuerkette erfolgt mittels eines hydraulischen Kettenspanners (5) der auf die drehbare gelagerte Spannschiene (6) Druckkräfte ausüben kann. Die Nockenwellenversteller sind durch die Rotoren mit der Nockenwelle auf Einlassseite (7) und Auslassseite (8) verbunden. Durch die Nocken werden die Rollenschlepphebel (9) gegen die Ventilfeeder (10) gedrückt, so dass eine Öffnung des Ventils (11) erfolgt. Nicht dargestellt ist das hydraulische System, durch das eine Kopplung zwischen den Verstellern und dem Kettenspanner erfolgt.

Insbesondere die Steuerkette stellt hohe Anforderungen an ein Berechnungsprogramm, da das Bewegungsverhalten sehr vieler Einzelkörper mit vielen Kontakten abgebildet werden muss. Aus diesem Grund existieren für die Steuerkettenberechnung viele spezielle Programme, welche auf diese Anforderungen hin ausgelegt sind. Da diese Modelle nicht in ein Gesamtsystem integriert werden sollen, wird für die Untersuchung der Wechselwirkungen im Gesamtsystem eine Cosimulation verwendet. Im Folgenden wird der Aufbau dieser Cosimulation mit den zugehörigen Signalflüssen zwischen den einzelnen Programmen erläutert. Das Verfahren wird durch einen Vergleich mit experimentellen Ergebnissen verifiziert.

### 6.2.1 Aufbau der Cosimulation

Den Aufbau der Cosimulation zur Untersuchung der Wechselwirkungen zwischen Steuertrieb, Nockenwellenversteller und Ventiltrieb zeigt Bild 6.7. Zur Steuerung der Cosimulation und zur Berechnung der Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Teilsystemen wird das Programm MDPCOSIM verwendet, welches in Kapitel 4.3.2 beschrieben ist. Es werden drei verschiedene Programme miteinander gekoppelt, welche insgesamt sechs Teilsysteme darstellen. Zum einen wird durch das Programm KETSIM der Steuerkettentrieb abgebildet. Durch das Programm HYSIM erfolgt eine

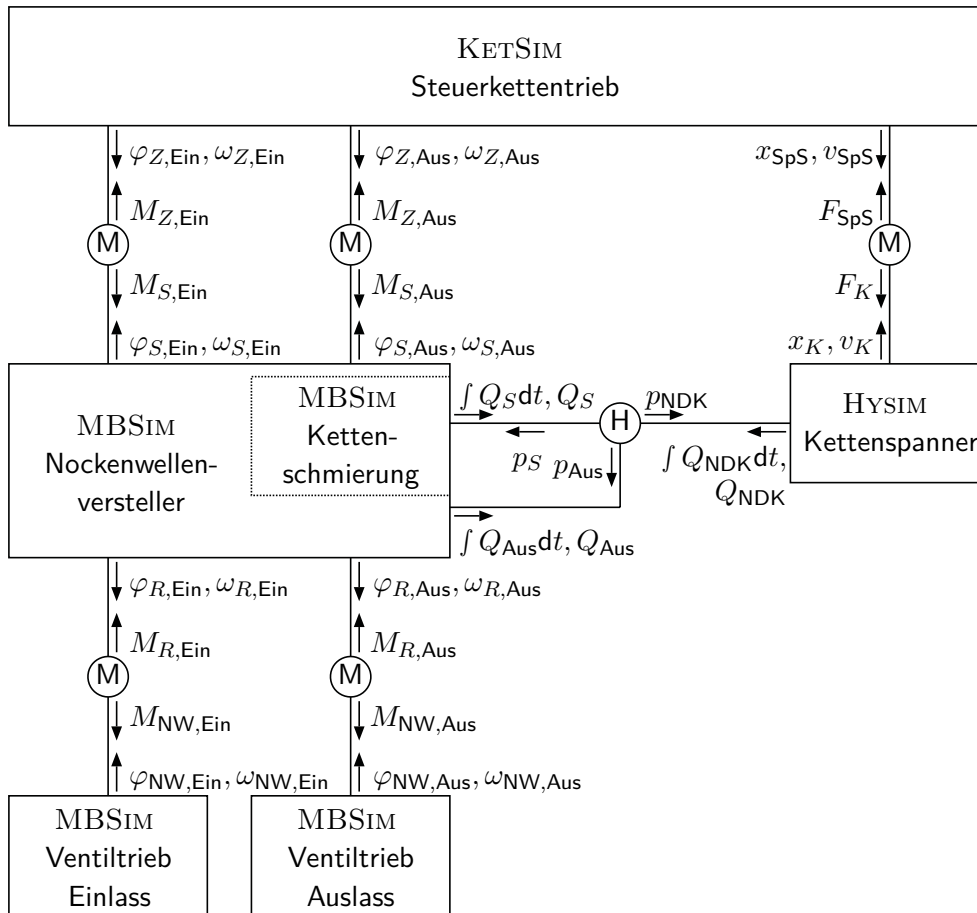


**Bild 6.6:** Mechanische Komponenten in der Cosimulation (1 Zwischenrad, 2 Steuerkette, 3 Einlassversteller, 4 Auslassversteller, 5 Kettenspanner, 6 Spannschiene, 7 Einlassnockenwelle, 8 Auslassnockenwelle, 9 Rollenschlepphebel, 10 Ventulfeder, 11 Ventil)

Abbildung des Kettenspanners. Für die Abbildung der beiden Nockenwellenversteller, welche durch das hydraulische Leitungssystem gekoppelt sind, sowie des Ventiltriebs auf Ein- und Auslassseite wird das Programm MBSIM verwendet, wobei diese drei Teilsysteme jeweils in eigenen Modellen berechnet werden. Die Schmierung der Kette wird aufgrund der Modellierungsanforderung in der hydraulischen Cosimulationsskopplung ebenso als eigenes Teilsystem betrachtet. Da dieses System jedoch nur aus einer hydraulischen Leitung besteht, wird es direkt zusammen mit den Nockenwellenverstellern berechnet.

Durch den Kraftfluss zwischen den Teilsystemen werden auch die Wechselwirkungen zwischen diesen ersichtlich. Der Steuerkettentrieb besitzt an den Kettenrädern eine mechanische Kopplung mit dem Stator der Nockenwellenversteller. Ebenso besteht durch die Spannschiene eine Wechselwirkung mit dem Kettenspanner. Zur Berechnung der Wechselwirkungen wird vom Steuerkettentrieb zu den Synchronisationszeitpunkten der Cosimulation die Drehlage  $\varphi_{Z,\text{Ein}}$  und Drehgeschwindigkeit  $\omega_{Z,\text{Ein}}$  des einlassseitigen Zahnrades und mit  $\varphi_{Z,\text{Aus}}$  und  $\omega_{Z,\text{Aus}}$  die entsprechenden Größen des auslassseitigen Zahnrades an das Master-Programm der Cosimulationsschnittstelle übergeben. Ebenso werden mit  $x_{\text{SPS}}$  und  $v_{\text{SPS}}$  die Lage und die Geschwindigkeit des Anlenkpunktes auf der Spannschiene übermittelt. Nach Berechnung der neuen kinetischen Eingangsgrößen durch das Master-Programm der Cosimulationsschnittstelle werden die Wirkmomente  $M_{Z,\text{Ein}}$  und  $M_{Z,\text{Aus}}$  an den ein- und auslassseitigen Zahnrädern sowie die Kraft am Anlenkpunkt der Spannschiene  $F_{\text{SPS}}$  an KETSIM zurückgegeben.

Das zentrale Element der Cosimulation stellt die Berechnung der hydraulischen Nockenwellenversteller dar. Dieses Teilsystem steht mit sämtlichen anderen Teilsystemen in Wechselwirkung. Zur Bestimmung der Koppelmomente an den Statoren der

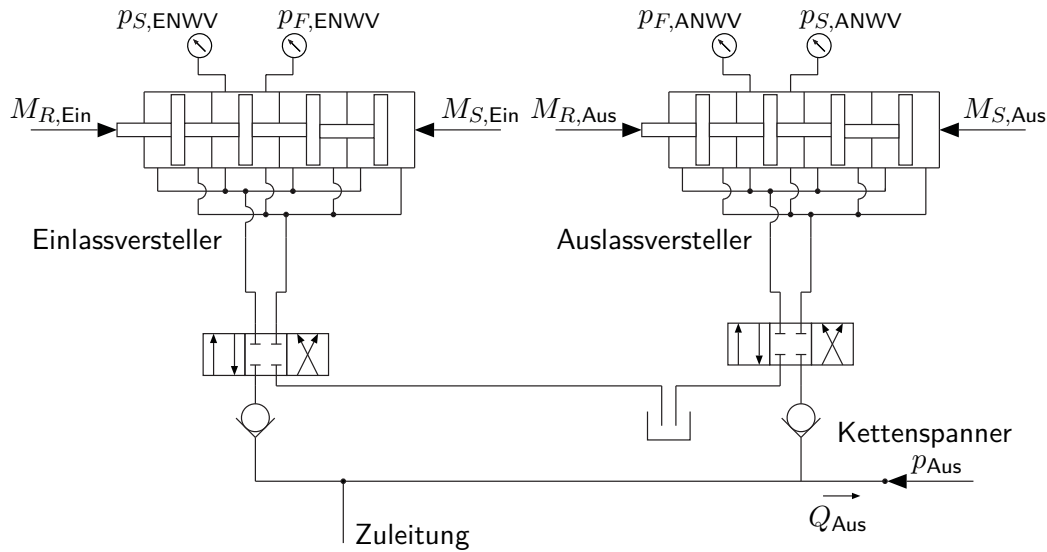


**Bild 6.7:** Übersicht über den Signalfluss der Kopplungsgrößen in der Cosimulation bei der Berechnung des Gesamtsystems (M - Mechanische Kopplung, H - Hydraulische Kopplung)

Nockenwellenversteller wird zum Synchronisationszeitpunkt mit  $\varphi_{S,Ein}$  und  $\omega_{S,Ein}$  die Drehlage und -geschwindigkeit des Stators auf Einlassseite und mit  $\varphi_{S,Aus}$  und  $\omega_{S,Aus}$  die analogen Größen des Stators auf Auslassseite an die Cosimulation übergeben. Als neue kinetische Randbedingungen werden vom Cosimulationsmaster die Koppelmomente  $M_{S,Ein}$  und  $M_{S,Aus}$  an den beiden Statorn an die Berechnung zurückgegeben, wobei auf Grund des Wechselwirkungsprinzips

$$M_{Z,Ein} = -M_{S,Ein} \qquad M_{Z,Aus} = -M_{S,Aus} \qquad (6.1)$$

gilt. Zur Abbildung der Wechselwirkungen mit dem Ventiltrieb wird zum Synchronisationszeitpunkt mit  $\varphi_{R,Ein}$  und  $\omega_{R,Ein}$  die Drehlage und -geschwindigkeit des Rotors auf Einlassseite und mit  $\varphi_{R,Aus}$  und  $\omega_{R,Aus}$  die analogen Größen des Rotors auf Auslassseite an die Cosimulation übergeben. Durch den Cosimulationsmaster werden die an den Rotoren wirkenden Momente  $M_{R,Ein}$  und  $M_{R,Aus}$  bestimmt und übergeben. Die Nockenwellenversteller stehen nicht nur in mechanischer Wechselwirkung zu Steuer- und Ventiltrieb, sondern sind durch das hydraulische System auch mit dem Kettenspanner verbunden. Diese Wechselwirkung wird durch einen hydraulischen Cosimulationsknoten abgebildet. Dieser erhält vom Berechnungsprogramm der Nockenwellenversteller mit  $\int Q_{Aus} dt$  und  $Q_{Aus}$  das in den Knoten geströmte hydraulische



**Bild 6.8:** Hydraulisches System der Nockenwellenversteller mit Leitungssystem und angreifenden Lasten (ohne Leckagen, Versteller vereinfacht als Hubzylinder dargestellt)

sche Volumen sowie den momentanen Volumenstrom. Als Rückgabegröße erhält das Berechnungsprogramm den Knotendruck  $p_{Aus}$ .

Die Modellierung des hydraulischen Systems der Nockenwellenversteller, welche das Leitungssystem aus Bild 1.4 nachbildet, zeigt Bild 6.8. Das gesamte System wird aus der gemeinsamen Zuleitung mit Drucköl versorgt. Am Stator des Einlassverstellers greift das Schnittmoment  $M_{S,Ein}$  aufgrund der Cosimulationskopplung mit dem Kettentrieb und am Rotor das Schnittmoment  $M_{R,Ein}$  aufgrund der Kopplung mit dem Ventiltrieb an. In einer Spätverstellungskammer des Einlassverstellers liegt der Druck  $p_{S,ENWV}$  an, in einer Frühverstellungskammer der Druck  $p_{F,ENWV}$ . Die gleichen Verhältnisse ergeben sich auch am Auslassversteller. In der Zuleitung zu jedem Versteller ist wie im realen System unmittelbar vor jedem Proportionalventil ein Rückschlagventil modelliert. Auf der Seite des Auslassverstellers wirkt als äußere Last der Druck  $p_{Aus}$ , welcher vom Cosimulationsmaster aufgrund der Wechselwirkung mit dem Kettenspanner berechnet wird. Im Leitungsabschnitt zum Angriffspunkt des Drucks wird der hydraulische Volumenstrom  $Q_{Aus}$  als Eingangsgröße der Cosimulationskopplung ermittelt.

Die Abbildung der Kettenschmierung erfolgt ebenfalls im Berechnungsprogramm der Nockenwellenversteller, obwohl die Schmierung mit den Verstellern nicht gekoppelt ist. Von der Kettenschmierung werden zum Synchronisationszeitpunkt das gesamte durch die Schmierleitung geströmte Volumen  $\int Q_S dt$  sowie der momentane Schmiervolumenstrom  $Q_S$  an die Cosimulation übergeben. Die Rückgabegröße der Cosimulationsschnittstelle stellt den Eingangsdruck der Schmierbohrung  $p_S$  dar.

Die beiden Ventiltriebe übergeben zum Synchronisationszeitpunkt mit  $\varphi_{NW, Ein}$  und  $\omega_{NW, Ein}$  die Drehlage und -geschwindigkeit der Einlassnockenwelle und mit  $\varphi_{NW, Aus}$  und  $\omega_{NW, Aus}$  die entsprechenden Größen der Auslassnockenwelle. Als neue Eingangsgrößen werden vom Cosimulationsmaster die an den Nockenwellen wirkenden Momente  $M_{NW, Ein}$  und  $M_{NW, Aus}$  übergeben. Aufgrund des Wechselwirkungsprinzips

gelten auch hier die Zusammenhänge

$$M_{R,\text{Ein}} = -M_{\text{NW, Ein}} \quad M_{R,\text{Aus}} = -M_{\text{NW, Aus}}. \quad (6.2)$$

Von HYSIM werden die Position  $x_K$  und die Geschwindigkeit  $v_K$  des Druckkolbens an die Cosimulation übergeben. Zur Abbildung der Wechselwirkungen mit den Kettenspannern wird das in die Niederdruckkammer des Kettenspanners geströmte Volumen  $\int Q_{\text{NDK}} dt$  sowie der Volumenstrom zum Synchronisationszeitpunkt  $Q_{\text{NDK}}$  an die Cosimulation übergeben. Als Rückwirkung der Spannschiene wird vom Master-Programm der Cosimulationsschnittstelle die Druckkraft auf den Spannerkolben  $F_K$  übergeben, für die wegen des Wechselwirkungsprinzips

$$F_K = -F_{\text{SpS}}$$

gilt. Zur Abbildung der hydraulischen Wechselwirkungen erhält der Kettenspanner den neuen Eingangsdruck  $p_{\text{NDK}}$ . Aufgrund des Druckpotentials gilt für diesen

$$p_S = p_{\text{Aus}} = p_{\text{NDK}}.$$

Die Cosimulation bildet somit sämtliche Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Teilsystemen ab.

## 6.2.2 Initialisierung der Simulation

Bei der Simulation des Gesamtsystems ist ein konsistenter Anfangszustand der einzelnen Teilsysteme notwendig. Dies stellt insbesondere bei Cosimulationen eine Herausforderung dar, da hier der Anfangszustand in mehreren Berechnungsprogrammen bestimmt werden muss, welche zunächst voneinander unabhängig sind.

Die Bestimmung der Anfangswerte des vorliegenden Systems erfolgt in mehreren Schritten. Zunächst wird ein stationärer Anfangszustand des Steuerkettentriebs bestimmt. Aus dieser Berechnung können die Drehlage und Geschwindigkeit der Statoren der Nockenwellenversteller bestimmt werden, da für diese in einem eingeschwungenen Zustand annähernd

$$\begin{aligned} \varphi_{Z,\text{Ein},0} &=: \varphi_{S,\text{Ein},0}, & \omega_{Z,\text{Ein},0} &=: \omega_{S,\text{Ein},0}, \\ \varphi_{Z,\text{Aus},0} &=: \varphi_{S,\text{Aus},0}, & \omega_{Z,\text{Aus},0} &=: \omega_{S,\text{Aus},0} \end{aligned}$$

gelten muss. Ebenso ergibt sich aus der Initialisierung der Steuerkette mit

$$x_{\text{SpS},0} =: x_{K,0}, \quad v_{\text{SpS},0} =: v_{K,0}$$

der Anfangszustand des Spannerkolbens.

Die Bestimmung des Anfangszustandes des Systems Nockenwellenversteller erfolgt durch eine Vorintegration des Teilsystems. Die Drehzahl der Statoren von Ein- und

Auslassversteller ist hierfür voneinander unabhängig und entspricht den Anfangsdrehzahlen  $\omega_{Z,\text{Ein},0}$  und  $\omega_{Z,\text{Aus},0}$  der Verzahnungen aus der Initialisierung der Steuerkette. Von der Vorintegration werden die Drehlagen  $\varphi_{Z,\text{Ein},0}$  und  $\varphi_{Z,\text{Aus},0}$  als Zielwerte angefahren. Die Anregungen aus dem Ventiltrieb werden dazu vereinfacht durch Drehmomentkennfelder abgebildet. Aus dieser Berechnung ergeben sich mit

$$\begin{aligned}\varphi_{R,\text{Ein},0} &=: \varphi_{\text{NW}, \text{Ein},0}, & \omega_{R,\text{Ein},0} &=: \omega_{\text{NW}, \text{Ein},0}, \\ \varphi_{R,\text{Aus},0} &=: \varphi_{\text{NW}, \text{Aus},0}, & \omega_{R,\text{Aus},0} &=: \omega_{\text{NW}, \text{Aus},0}\end{aligned}$$

die Anfangszustände der Nockenwellen. Aus diesen können über die Kinematik des Ventiltriebs die Anfangszustände der Rollenschlepphebel und Ventile bestimmt werden.

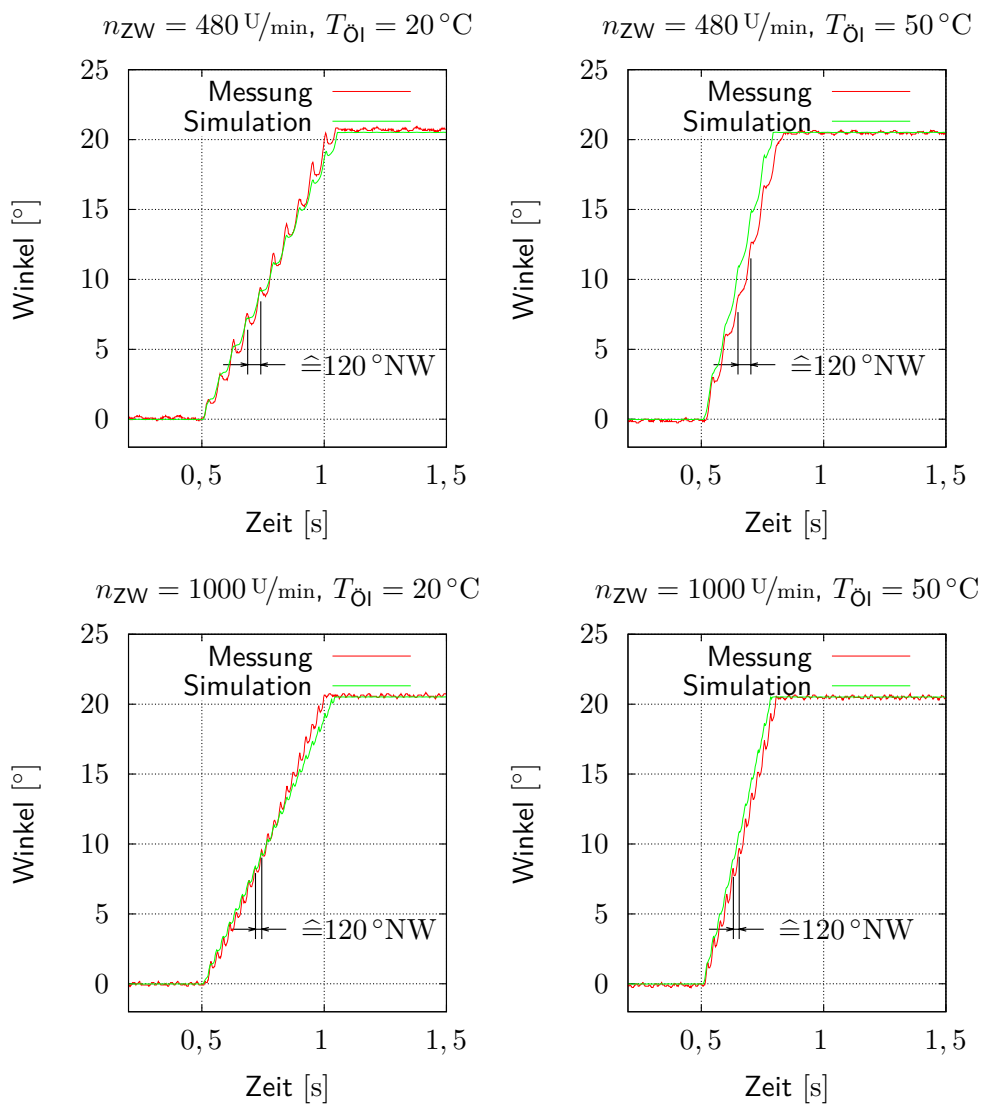
Aus dem Anfangszustand des Teilsystems Nockenwellenversteller kann auch ein Initialisierungsdruck für den hydraulischen Cosimulationsknoten bestimmt werden. Dieser wird auch als Anfangsdruck für die Niederdruckkammer des Kettenspanners verwendet, so dass somit sämtliche Anfangszustände des Systems bestimmt sind. Durch dieses Verfahren können die Einschwingzeiten des Systems signifikant reduziert werden.

### 6.2.3 Ergebnisse und Verifikation

Zum Vergleich der Berechnungsergebnisse mit realen Messungen zeigt Bild 6.9 zunächst den Verstellwinkel bei verschiedenen Drehzahlen und Öltemperaturen. Der berechnete Verlauf zeigt dieselben charakteristischen Schwingungen mit den etwa gleichen Amplituden wie die experimentell festgestellten. Die aus der Ventilbetätigung im Teilsystem des Einlassventiltriebs resultierenden Wechselmomente wirken als Momentanregung gemäß (6.2) auf den Nockenwellenversteller und werden durch die Cosimulationsschnittstelle auf diesen aufgebracht. Auch die gesamte Verstellzeit stimmt gut überein, wobei entsprechend den Ergebnissen aus Bild 6.5 die Abnahme der Verstellzeit mit zunehmender Öltemperatur beobachtet werden kann.

Bild 6.10 und Bild 6.11 zeigen Detailvergleiche bei zwei exemplarischen Betriebspunkten. Die charakteristische Anregung aus der Ventilbetätigung ist in sämtlichen Größen zu erkennen. Zur besseren Zuordnung der Vorgänge während der Verstellung ist zunächst die entsprechende Verstelllage des Einlassverstellers aus Bild 6.9 gezeigt. Für einen Vergleich des Massenstroms in der Zuleitung muss die interne Signalverarbeitung des verwendeten Messsystems berücksichtigt werden [95], da das originale Simulationsergebnis deutlich von der Messung abweicht. Zur Bestimmung des Massenstroms erfolgt bei diesem eine Zählung von Impulsen in einer sogenannten Omega-Schleife, durch die das Fluid strömt. Der Messwert ergibt sich aus einer Mittelung der Impulsanzahl über zeitdiskrete Messintervalle, wobei der anliegende Messwert immer den Zustand des zurückliegenden Intervalls wiedergibt. Um Messdaten und Simulationsergebnisse vergleichen zu können, wird der in der Simulation





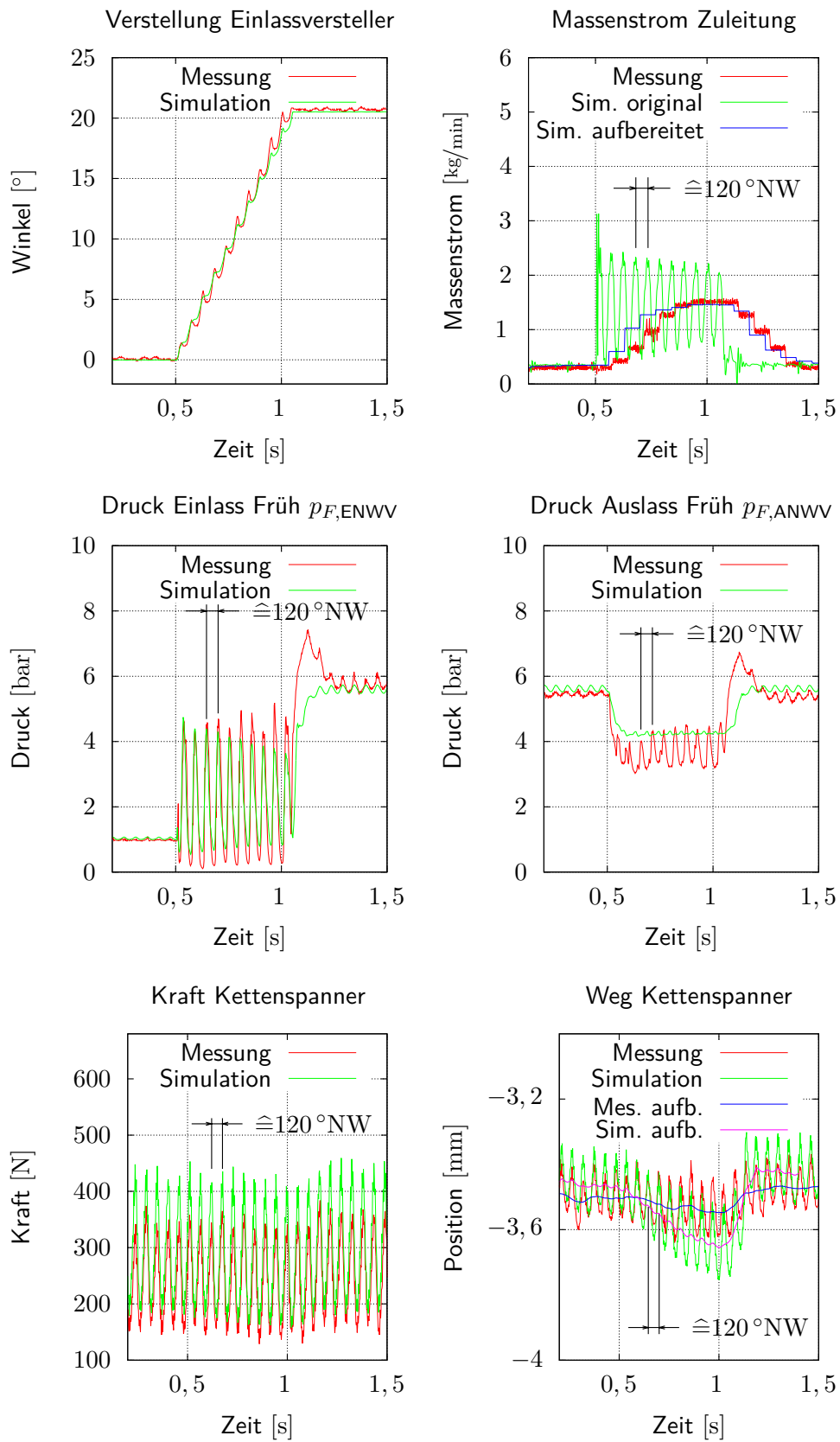
**Bild 6.9:** Vergleich des Verstellwinkels des Einlassverstellers zwischen Messung und Rechnung bei verschiedenen Zwischenwellendrehzahlen und Öltemperaturen bei einem Versorgungsdruck von 6 bar

ermittelte Massenstrom diesem Messverfahren entsprechend aufbereitet. Der im Intervall  $i$  anliegende Massenstrom  $\dot{m}_i$  ergibt sich gemäß

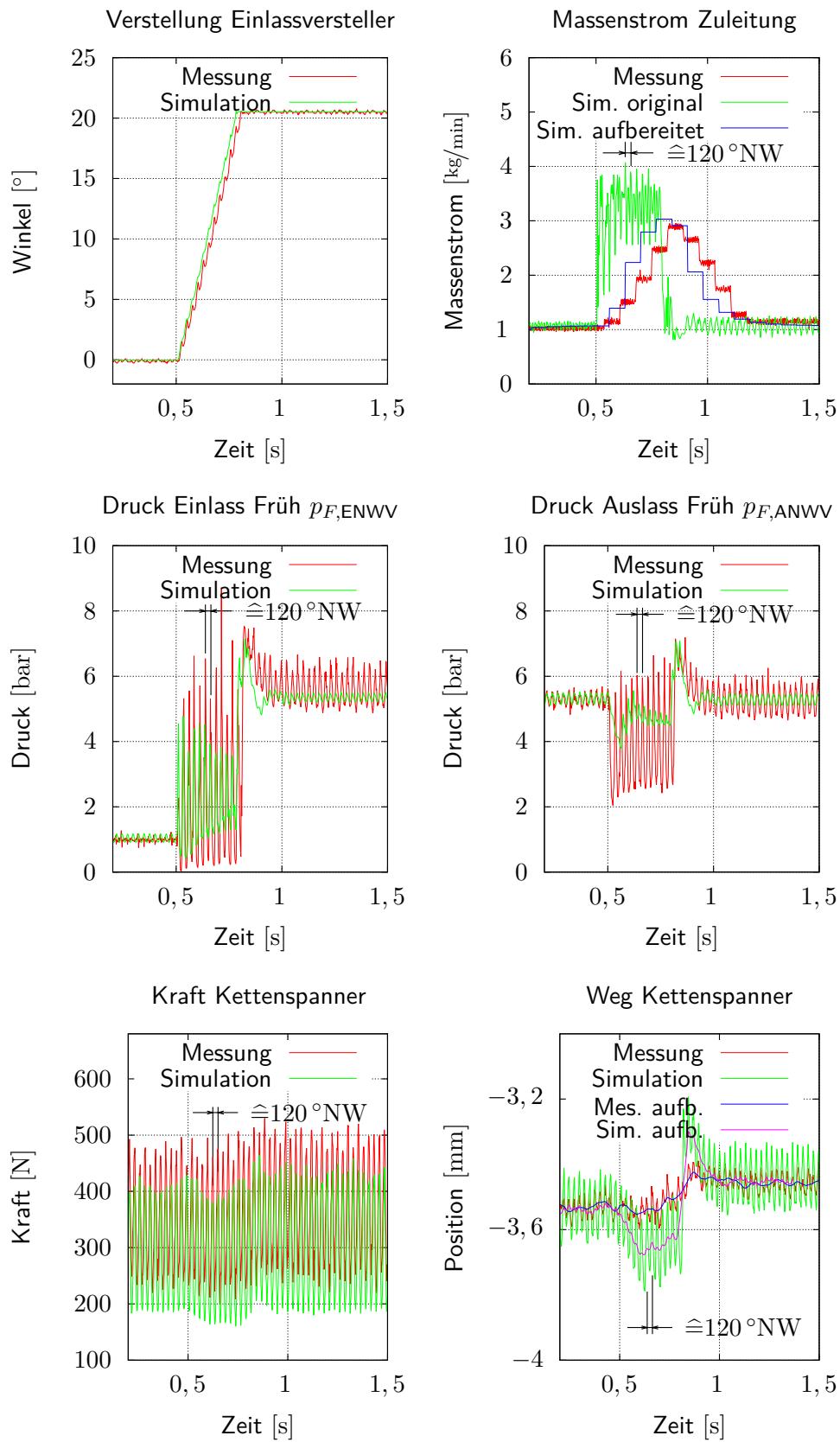
$$\dot{m}_i = \frac{1}{t^i - t^{i-1}} \int_{t^{i-1}}^{t^i} \dot{m}(t) dt$$

aus einer zeitlichen Mittelung des zurückliegenden Intervalls. Vergleicht man das so ermittelte Ergebnis mit den Messdaten, so ist im Massenstrom eine gute Übereinstimmung festzustellen.

Der Kammerdruck der sich füllenden Kammer des Einlassverstellers  $p_{F,ENWV}$  zeigt in Messung und Simulation die aus den Wechselmomenten des Ventiltriebs resul-



**Bild 6.10:** Detaillierter Vergleich zwischen Messung und Rechnung bei  $n_{ZW} = 480 \text{ U/min}$  ( $n_{NW} = 365 \text{ U/min}$ ) und  $T_{Öl} = 20 \text{ °C}$



**Bild 6.11:** Detaillierter Vergleich zwischen Messung und Rechnung bei  $n_{ZW} = 1000 \text{ U/min}$  ( $n_{NW} = 760 \text{ U/min}$ ) und  $T_{Öl} = 50 \text{ °C}$

tierenden Druckschwingungen. Auch in der Simulation ergeben sich Druckminima unterhalb des Umgebungsdrucks. Das Überschwingen des Kammerdrucks am Ende der Verstellung, welches aufgrund der Trägheit des nachströmenden Motoröls im Leitungssystem auftritt, ist nur bei warmem Öl in Bild 6.11 zu erkennen. Dies deutet darauf hin, dass die hydraulischen Strömungswiderstände bei kaltem Öl überschätzt werden. Aufgrund des Ölvolumenstroms zur Verstellung des Einlassverstellers bricht der an der Zuleitung des Motorblocks anliegende Versorgungsdruck ein, da sich entsprechend höhere Druckverluste im Leitungssystem ergeben. Die Rückwirkung des Stellvorgangs auf den Auslassversteller ist jedoch in beiden Fällen zu beobachten, da bei diesem der Kammerdruck  $p_{F,ANWV}$  der gefüllten Frühverstellungskammer deutlich einbricht. Auch entspricht der Druckverlauf am Ende der Verstellung dem Druckverlauf in der gefüllten Kammer des Einlassverstellers. Der Kammerdruck zeigt jedoch nur sehr geringe Druckschwankungen. Dies lässt darauf schließen, dass die schwingungsdämpfende Wirkung der Rückschlagventile in der Simulation zu stark abgebildet wird, da die aus dem Einlassversteller in das hydraulische System eingeleiteten Druckschwingungen in der gesamten Zuleitung festgestellt werden können.

Auch in der Druckkraft, welche der Kettenspanner auf die Spannschiene ausübt, sind wie im realen System Schwingungen zu beobachten, welche auf die Ventilbetätigung zurückzuführen sind. Hauptursache hierfür sind jedoch nicht die Druckschwingungen im hydraulischen System, sondern die aufgrund der Ventilbetätigungen schwellende Kettenlängskraft. Da die Spannschiene eine konkave Kontur besitzt, resultiert eine ansteigende Kettenlängskraft auch in einer höheren Kraft des Kettenspanners. Die Kraftamplituden zwischen Messung und Simulation stimmen sehr gut überein, jedoch sind Unterschiede im absoluten Niveau der Kräfte zu erkennen. Während sich in der Simulation ein von der Temperatur nahezu unabhängiges Kraftniveau von ca. 300 N ergibt, ist in der Messung eine deutliche Temperaturabhängigkeit festzustellen. Bei einer Öltemperatur von  $T_{\text{Öl}} = 20^\circ\text{C}$  ergibt sich ein mittleres Kraftniveau von ca. 250 N, bei  $T_{\text{Öl}} = 50^\circ\text{C}$  ein Kraftniveau von ca. 360 N. Dies lässt auf Temperatureinflüsse am realen System schließen, die im Modell nicht berücksichtigt sind. Da eine Schmierung der Kette mit dem Motoröl aus dem Hydraulikkreis erfolgt, können hier beispielsweise temperaturabhängige Reibungskräfte in den Kettengliedern und zwischen der Kette und den Spannschienen genannt werden.

Auch der Weg des Kettenspannerkolbens zeigt in der Simulation die Charakteristik der Messung. Entsprechend der Kraftanregung des Kettenspannerkolbens aus der Spannschiene und der Druckerregung aus dem Leitungssystem ergibt sich zunächst eine Schwingung, welche der Globalbewegung überlagert ist. Die berechnete Bewegung stimmt in ihrer Amplitude bei kaltem Öl mit der Messung überein. Bei warmem Öl zeigt die Simulation zu große Schwingungsamplituden. Um die Globalbewegung des Kolbens sichtbar zu machen, sind in die Grafik zum besseren Vergleich die gleitenden Mittelwert als aufbereitete Größen eingetragen. Die Simulation zeigt auch hier ein ähnliches Verhalten wie in der Messung. Aufgrund des bei der Verstellung reduzierten Versorgungsdrucks in der Zuleitung ergibt sich auch eine reduziertere Druckversorgung des Kettenspanners, so dass dessen Kolben weiter eingedrückt wird. Am Ende der Verstellung liegt wieder der volle Versorgungsdruck an, so dass der Spannerkolben wieder ausgedrückt wird. Als mögliche Ursache hierfür sind wie

auch beim Verlauf der Kolbenkraft Effekte zu nennen, welche im Modell nicht abgebildet sind. Bei warmem Öl ist analog zum Überschwinger im Druckverlauf in den Kammerdrücken auch ein Überschwingen der Kolbenposition zu erkennen, wobei allgemein auch die Globalbewegung des Kolbens in der Simulation größer ausfällt als experimentell festgestellt.

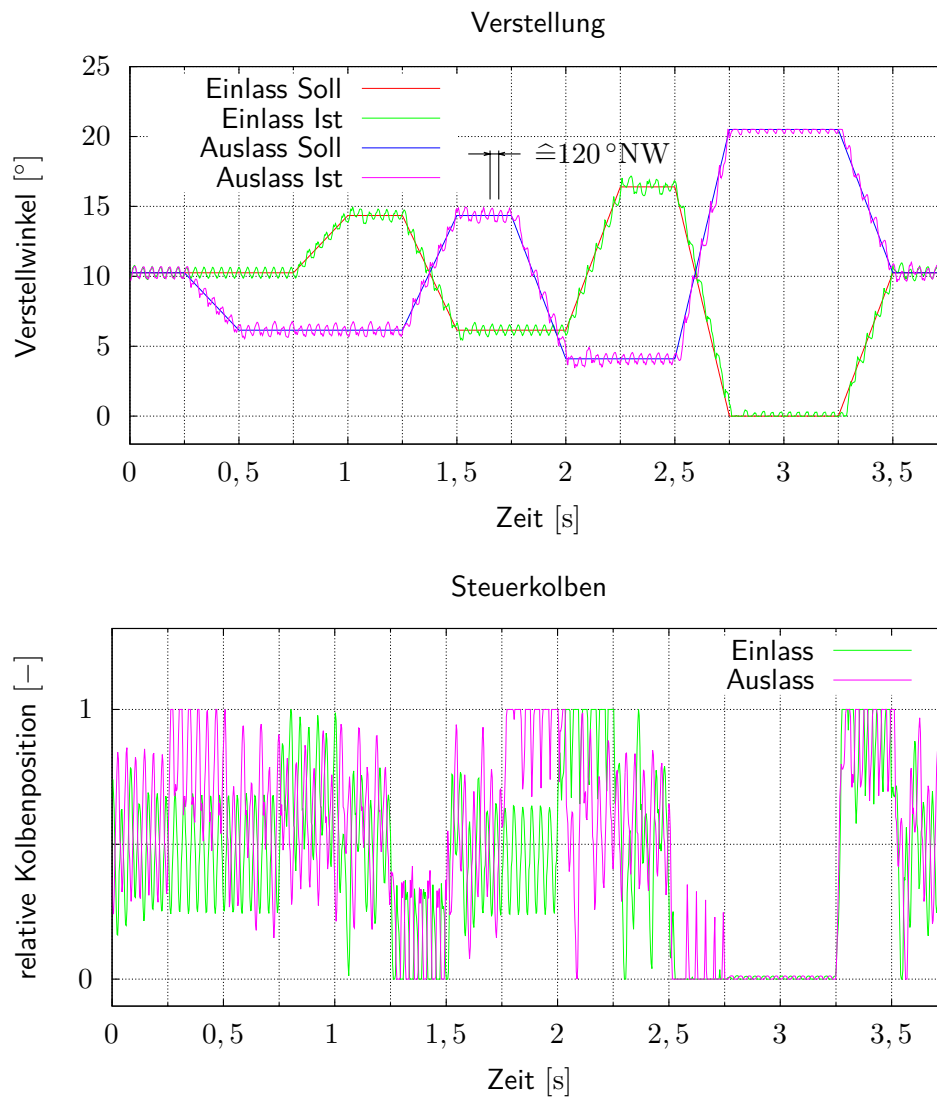
## 6.3 Einfluss hydraulischer Nockenwellenversteller

Die bisherigen Ergebnisse zeigen die transienten Vorgänge bei einer Vollverstellung. An dieser Stelle wird auf den Einfluss der Nockenwellenversteller auf die Dynamik des Steuer- und Ventiltriebs bei einer konstanten Verstelllage im realen Motorbetrieb eingegangen. Dazu wird eine Strategie zur Regelung des Verstellwinkels vorgestellt, da durch diesen die Phasenlagen der Anregungen aus dem Ventiltrieb verschoben werden. Bei einer eingeregelter Mittellage beider Versteller werden das Übertragungsverhalten der Nockenwellenversteller sowie charakteristische Größen des Kettentriebs untersucht. Schließlich erfolgt die Auswertung der Resonanzstellenlage des Steuertriebs in Abhängigkeit verschiedener Verstelllagen.

### 6.3.1 Regelung der Verstelllage

Das Gesamtsystem Nockenwellenversteller stellt aufgrund der komplexen Anregung aus dem Ventiltrieb, den druck- und temperaturabhängigen Fluideigenschaften sowie aufgrund der Charakteristik des Proportionalventils ein nichtlineares System dar. Für die Regelung der Verstelllage gibt es verschiedene Vorschläge, welche an die speziellen Eigenschaften bei Nockenwellenversteller angepasst sind und teilweise die innermotorischen Vorgänge beim Verbrennungsprozess berücksichtigen [38, 42, 74, 79]. Für die Untersuchung des Einflusses der Verstelllage auf die Dynamik des Gesamtsystems ist jedoch ein einfacher PI-Regler ausreichend. Zur Verbesserung der Regelgüte ist aufgrund der Trägheit des Systems der I-Anteil begrenzt. Die mit diesem Regler erzielbare Nachfahrgröße sowie die Position des Steuerkolbens in den beiden Proportionalventilen sind in Bild 6.12 gezeigt. Es ist zu erkennen, dass das System dem vorgegebenen Verstellungsverlauf sehr gut folgt. Die erkennbaren Schwingungen der Verstelllage um die Soll-Position werden durch die Anregung aus dem Ventiltrieb verursacht. Wird eine feste Regelposition gehalten, so befindet sich der Steuerkolben in einer Regelmittelstellung. Bei einer Verstellung wird der Kolben in eine extreme Position gefahren, um eine möglichst hohe Verstellgeschwindigkeit zu erzielen.

Da das hydraulische System zu träge ist, um die von den Nockenwellenmomenten hervorgerufenen Schwingungen zu reduzieren, wird in [102] eine Strategie zur Vorsteuerung des Systems vorgeschlagen. Diese nutzt die bekannte Anregung aus dem Ventiltrieb nach Bild 6.1, um daraus eine Grundbewegung des Steuerkolbens zu bestimmen. Aus Bild 3.11 ist zu erkennen, dass in der Regelmittelstellung in etwa 0,5 mm Kolbenweg notwendig sind, um sämtliche Steuerkanten im Proportionalventil zu öffnen oder zu schließen und so ein Verstellmoment im Nockenwellenversteller



**Bild 6.12:** Positionsregelung der Nockenwellenversteller und Position des Steuerkolbens (0 Basisposition, 1 Vollverstellung)

zu erzeugen. Bild 5.11 zeigt, dass dieser Weg vom Proportionalventil bis zu einer Frequenz von etwa 80 Hz realisiert werden kann. Dies entspricht einer Kurbelwellendrehzahl von  $n_{KW} = 3200 \text{ 1/min}$ , so dass bis zu dieser Motordrehzahl Winkelschwingungen durch eine Vorsteuerung reduziert werden können.

### 6.3.2 Übertragungsverhalten

Da somit ein geeignetes Verfahren zur Regelung der Verstelllage zur Verfügung steht, kann das Übertragungsverhalten der Nockenwellenversteller und deren Einfluss auf die Anregungen des Kettentriebs untersucht werden. Hier sind vor allem geregelte Mittelstellungen aussagekräftig, da in diesen der Rotor und die Nockenwelle frei schwingen können und somit die größten Effekte zu erwarten sind. Als hydraulische

Randbedingung wird für diese Analyse in der Simulation nicht mehr das Modell des Hydraulikaggregats und der Zuleitung am Prüfstand verwendet. Stattdessen wird am Beginn der Zuleitung des Zylinderblocks ein drehzahlabhängiger Druckverlauf der realen Motorölpumpe als Druckrandbedingung vorgegeben. Die Öltemperatur wird mit  $T_{\dot{O}l} = 120^\circ\text{C}$  so gewählt, dass sie einer realen Betriebstemperatur des Motors entspricht.

Bei Untersuchungen von Kettentrieben in KETSIM wird die Dynamik des Ventiltriebs vernachlässigt und dessen Anregung als Randbedingung in Form eines Drehmomentkennfeldes vorgegeben [34]. Dieser Anregung auf den Kettentrieb entsprechen in der hier verwendeten voll dynamischen Cosimulationsumgebung die Kopfmomente  $M_{Z,\text{Ein}}$  und  $M_{Z,\text{Aus}}$ . Für die Bestimmung des Übertragungsverhaltens der Nockenwellenversteller werden die an den Stator und Rotoren angreifenden Schnittmomente  $M_{S,\text{Ein}}$  und  $M_{R,\text{Ein}}$  am Einlassversteller sowie  $M_{S,\text{Aus}}$  und  $M_{R,\text{Aus}}$  am Auslassversteller verwendet. Aufgrund des Wechselwirkungsprinzips (6.1) ist in diesen Größen die direkte Anregung des Steuerkettentriebs enthalten. Zur besseren Beurteilung und Zuordnung der Schwingungen werden die Schnittmomente unter Verwendung einer schnellen Fouriertransformation [33] gemäß

$$\begin{array}{ll} M_{R,\text{Ein}}(t) \text{---}\bullet M_{R,\text{Ein}}(j\omega) & M_{S,\text{Ein}}(t) \text{---}\bullet M_{S,\text{Ein}}(j\omega) \\ M_{R,\text{Aus}}(t) \text{---}\bullet M_{R,\text{Aus}}(j\omega) & M_{S,\text{Aus}}(t) \text{---}\bullet M_{S,\text{Aus}}(j\omega) \end{array}$$

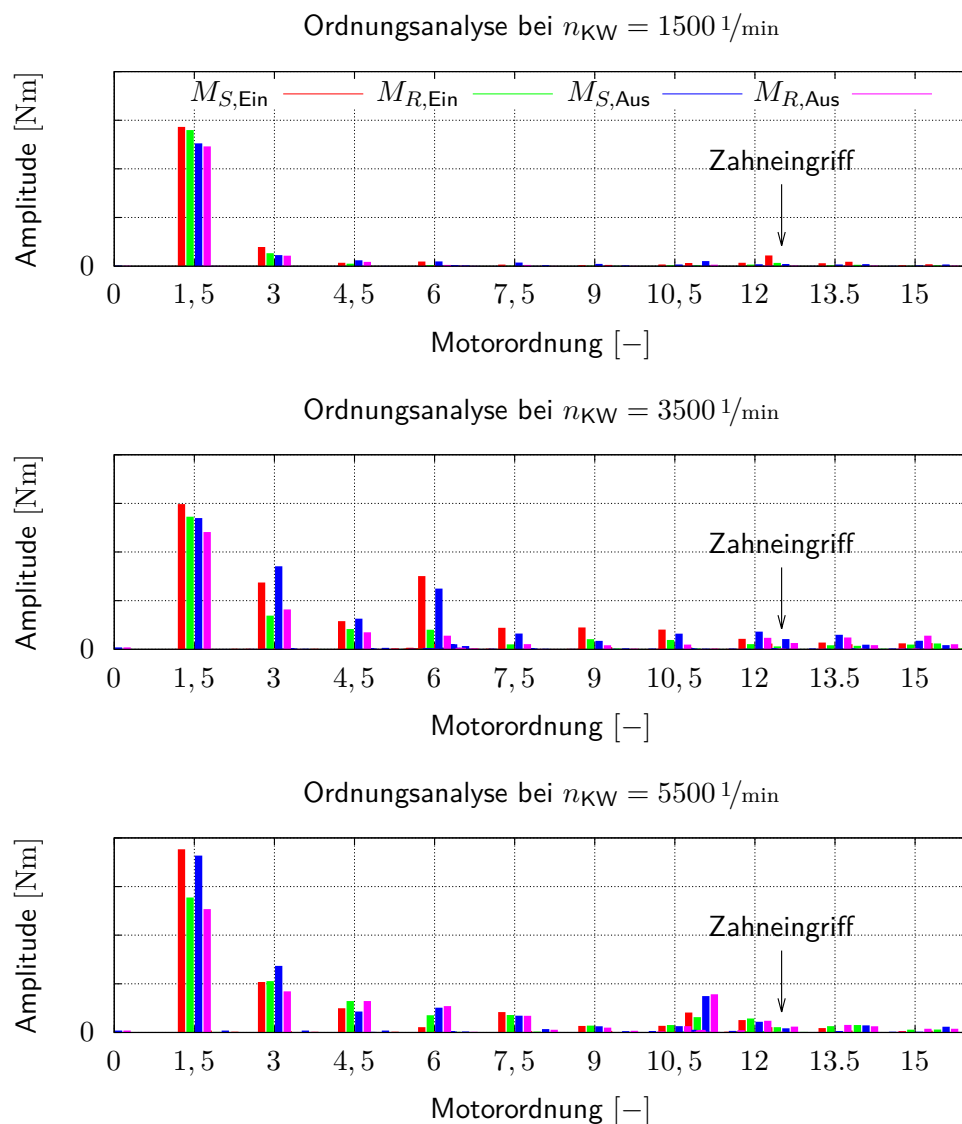
in den Frequenzbereich transformiert und dort analysiert. Die so festgestellten Schwingungsamplituden zeigt Bild 6.13 bei verschiedenen Drehzahlen.

Bei einer niedrigen Motordrehzahl von  $n_{\text{KW}} = 1500 \text{ 1/min}$  sind nur geringe Unterschiede in den Amplituden zwischen den am Stator und Rotor angreifenden Momenten zu erkennen. Es dominiert deutlich eine Schwingung in der 1,5. Motorordnung, welche der Ventilbetätigung zuzuordnen ist. Schwingungen in höheren Motorordnungen sind im Vergleich dazu sehr gering ausgeprägt. Auch können Anregungen in der Frequenz des Zahneingriffs der Kette (12,5. Motorordnung) festgestellt werden, welche in ihrer Ausprägung jedoch sehr gering sind.

Bei einer Motordrehzahl von  $n_{\text{KW}} = 3500 \text{ 1/min}$  nehmen die Schwingungsamplituden in den höheren Motorordnungen deutlich zu. Signifikante Unterschiede in den Amplituden zwischen Stator und Rotor ergeben sich auf Ein- und Auslassseite in der 3. und 6. Ordnung. Dabei sind die Schwingungsamplituden des Schnittmoments zwischen Kettenrad und Stator generell höher als die Amplituden zwischen Rotor und Ventiltrieb. Die Drehmomentanregungen des Kettentriebs werden durch die von den Nockenwellenverstellern zusätzlich eingebrachten Elastizitäten erhöht. Schwingungen aufgrund des Zahneingriffs nehmen nicht signifikant zu.

Ein etwas anderes Resultat ergibt sich bei einer Motordrehzahl von  $n_{\text{KW}} = 5500 \text{ 1/min}$ . Hier sind deutliche Amplitudenunterschiede besonders in der 1,5. Motorordnung auszumachen. Schwingungen in höheren Motorordnungen nehmen gegenüber  $n_{\text{KW}} = 3500 \text{ 1/min}$  nicht wesentlich zu. In der 3. Motorordnung sind die Amplituden am Einlassversteller nahezu gleich groß. Die Unterschiede am Auslassversteller sind geringer als bei  $n_{\text{KW}} = 3500 \text{ 1/min}$ . In der 4,5. und 6. Motorordnung ist das Verhältnis



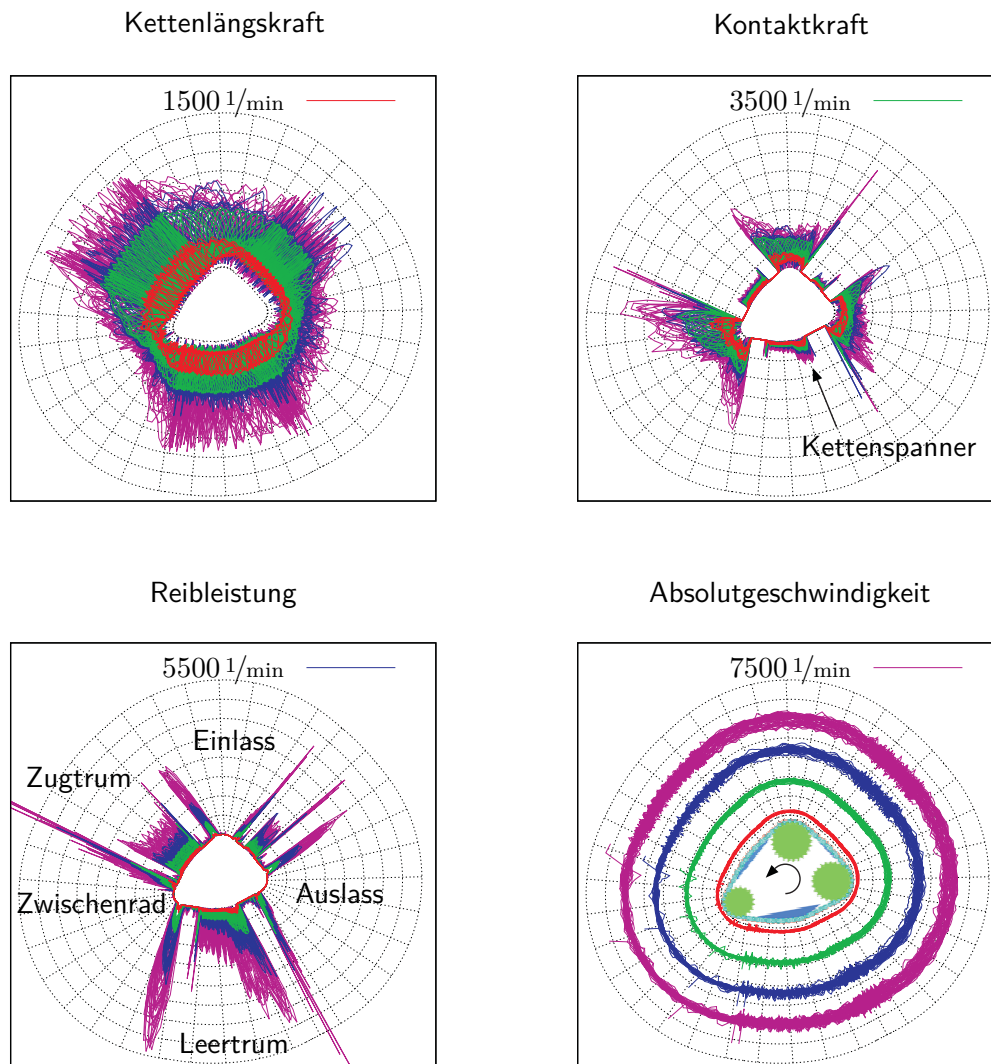


**Bild 6.13:** Ordnungsanalyse der Schnittmomente bei verschiedenen Drehzahlen der Kurbelwelle (Werte sind zur besseren Darstellung geringfügig entlang der Ordnungsachse verschoben)

zwischen Stator- und Rotorschnittmoment im Vergleich zu  $n_{KW} = 3500 \text{ 1/min}$  umgekehrt und die rotorseitigen Amplituden sind höher. Ein nennenswerter Einfluss des Zahneingriffs ist auch hier nicht festzustellen.

### Kettentrieb

Durch das an den Verstellern wirkende Moment wird auch das Verhalten des Steuerkettentriebs beeinflusst. In Bild 6.14 sind relevante dynamische Größen in Abhängigkeit ihres Wirkortes dargestellt. In der Kettenlängskraft ist eine deutliche Drehzahlabhängigkeit zu erkennen. Mit zunehmender Drehzahl steigen die Kräfte im Zugtrum im Vergleich zum Leertrum überproportional an.



**Bild 6.14:** Darstellung verschiedener Kennwerte der Kette über ihren Wirkort im Steuertrieb

Bemerkenswert ist insbesondere der deutliche Anstieg der Kettenlängskraft zwischen  $1500 \text{ 1/min}$  und  $3500 \text{ 1/min}$ , obwohl im Anregungsmoment der Nockenwelle aus Bild 6.1 nur ein geringer Anstieg des Drehmoments festzustellen ist. Dies zeigt den Einfluss der Nockenwellenversteller, die entsprechend den Ergebnissen aus Bild 6.13 durch eine erhöhte Momentanregung die Kette entsprechend stärker belasten. Der Unterschied zwischen  $3500 \text{ 1/min}$  und  $5500 \text{ 1/min}$  ist dagegen verhältnismäßig gering.

Die Kontaktkraft zeigt die an den Kontaktstellen der Kettenglieder wirkenden Kräfte. Hier ist eine deutliche Spitze beim Einlauf in die Zahnräder und Spannschienen festzustellen. Auch am Kraftangriffspunkt des Kettenspanners ist eine deutliche Erhöhung erkennbar. Insgesamt sind die Kontaktkräfte in den Zahnrädern jedoch deutlich größer als auf den Spannschienen.

Anders verhält es sich dagegen mit den Reibleistungen. Hier ist zu erkennen, dass der Energieverlust sowohl an den Kettenrädern als auch an den Führungsschienen in etwa gleich groß ist, wobei eine Skalierung mit der Drehgeschwindigkeit feststellbar

ist. An den Zahnrädern sind die Verluststellen insbesondere an Ein- und Auslauf zu finden. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass an dieser Stelle eine Drehbewegung in den Kettengliedern stattfindet, so dass sich die Kette dem Verzahnungsradius anpasst bzw. sich aus dieser Biegung heraus wieder der Kettenlaufrichtung nähert. Im Zahnrad selbst findet keine Relativbewegung zwischen den Kettengliedern statt, so dass hier auch keine Verluste anfallen. An den Führungsschienen entstehen die Verluste durch das Entlanggleiten der Kettenglieder am Reibbelag.

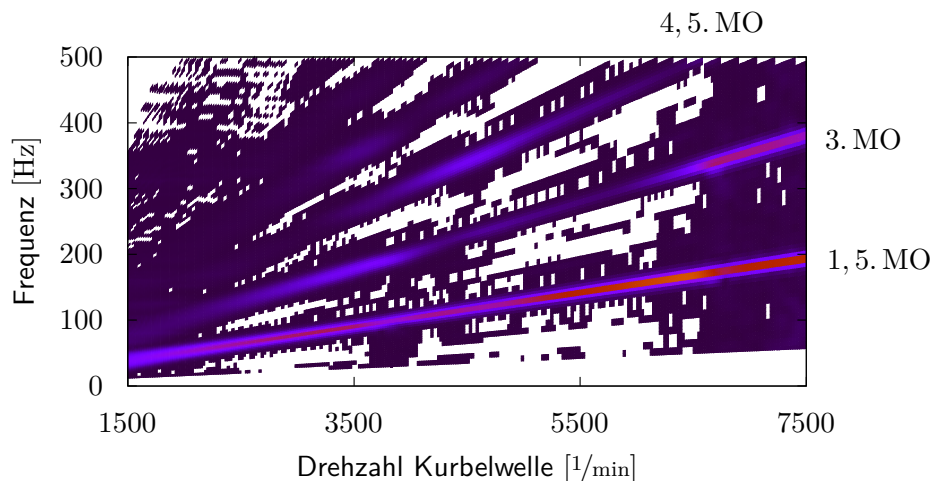
Als letzte Größe ist die Absolutgeschwindigkeit der Kettenglieder gezeigt. Hier ist vor allem die mit steigender Drehzahl zunehmende Schwankung erwähnenswert. Während bei niedrigen Drehzahlen die Geschwindigkeit der Kettenglieder noch an allen Orten nahezu konstant ist, ist bei hohen Drehzahlen eine hohe Schwankung der Geschwindigkeit festzustellen, welche auf einen insgesamt unruhigeren Lauf hindeutet.

### 6.3.3 Verschiebung der Resonanzstellen

Abschließend wird das drehzahlabhängige Übertragungsverhalten des gesamten Kettentriebs in Abhängigkeit der Verstellerposition untersucht. Dazu wird in der Simulation ein Hochlauf des Steuer- und Ventiltriebs von  $n_{KW} = 1500 \dots 7500 \text{ 1/min}$  in  $t_{\text{Sim}} = 3,75 \text{ s}$  abgebildet. Als Verstellerpositionen werden an beiden Verstellern jeweils die maximale Frühverstellungsposition mit Kontakt zwischen Rotor und Stator, eine in früher Randlage eingeregelter Position ohne Kontakt, eine Mittelposition, eine in später Randlage eingeregelter Position ohne Kontakt und die maximale Spätposition vorgegeben. Eine Auswertung erfolgt hinsichtlich mehrerer charakteristischer Größen des Kettentriebs, welche gewöhnlich zur Beurteilung seiner Güte herangezogen werden. Dies ist zunächst der Schwingwinkel der Nockenwellen, welcher die Abweichung der Drehlage der Nockenwellen von der aufgrund der Zwischenradstellung kinematisch vorgegebenen Drehlage darstellt. Mit dieser Größe können die Resonanzstellen des Kettentriebs identifiziert werden. Als zweite Größe wird die Kettenkraft betrachtet, da diese die Zugfestigkeit der Kette nicht überschreiten darf. Als dritte Komponente wird der Kettenspanner untersucht.

Zunächst zeigt Bild 6.15 exemplarisch eine Ordnungsanalyse des Schwingwinkels der Einlassnockenwelle bei einer in früher Lage eingeregelter Position des Einlassverstellers und einer in später Lage eingeregelter Position des Auslassverstellers jeweils ohne Kontakt zwischen Rotor und Stator. Im CAMPBELL-Diagramm sind deutlich die Resonanzstellen in der 1, 5., 3. und 4, 5. Motorordnung zu erkennen. Diese Schwingungen werden durch das Öffnen und Schließen der Ventile verursacht.

Zur besseren Auswertung zeigt Bild 6.16 die Amplitude des Schwingwinkels in verschiedenen Ordnungen entlang der Ordnungsgeraden. Zusätzlich ist dort auch der Verlauf in der Endposition mit Kontakt zwischen Rotor und Stator gezeigt. In den Schwingungsamplituden sind sowohl auf Einlass- als auch Auslassseite nur geringe Unterschiede zwischen der frei schwingenden Konfiguration und der Konfiguration in der Endposition festzustellen. Generell ist zu erkennen, dass vor allem die Grundschwingung in der 1, 5. Motorordnung dominierend ist. Die Schwingungen in



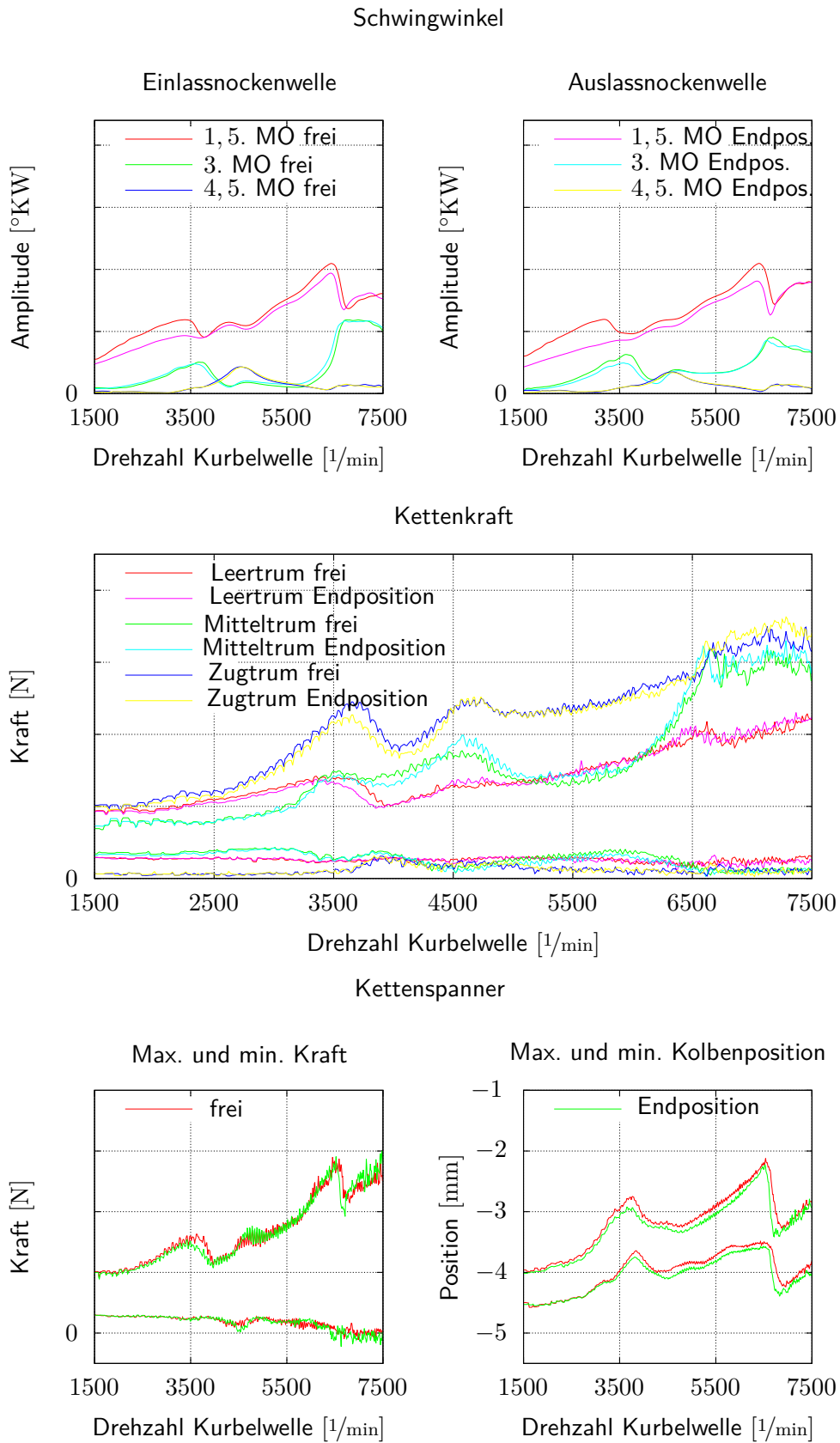
**Bild 6.15:** Ordnungsanalyse des Schwingwinkels der Einlassnockenwelle in der Konfiguration Einlass früh (frei) - Auslass spät (frei)

den höheren Motorordnungen sind in einem breiten Drehzahlband deutlich geringer. Ab einer Drehzahl von  $n_{KW} \approx 6500 \text{ 1/min}$  nehmen jedoch auch die Amplituden der Schwingungen in der 3. Motorordnung deutlich zu.

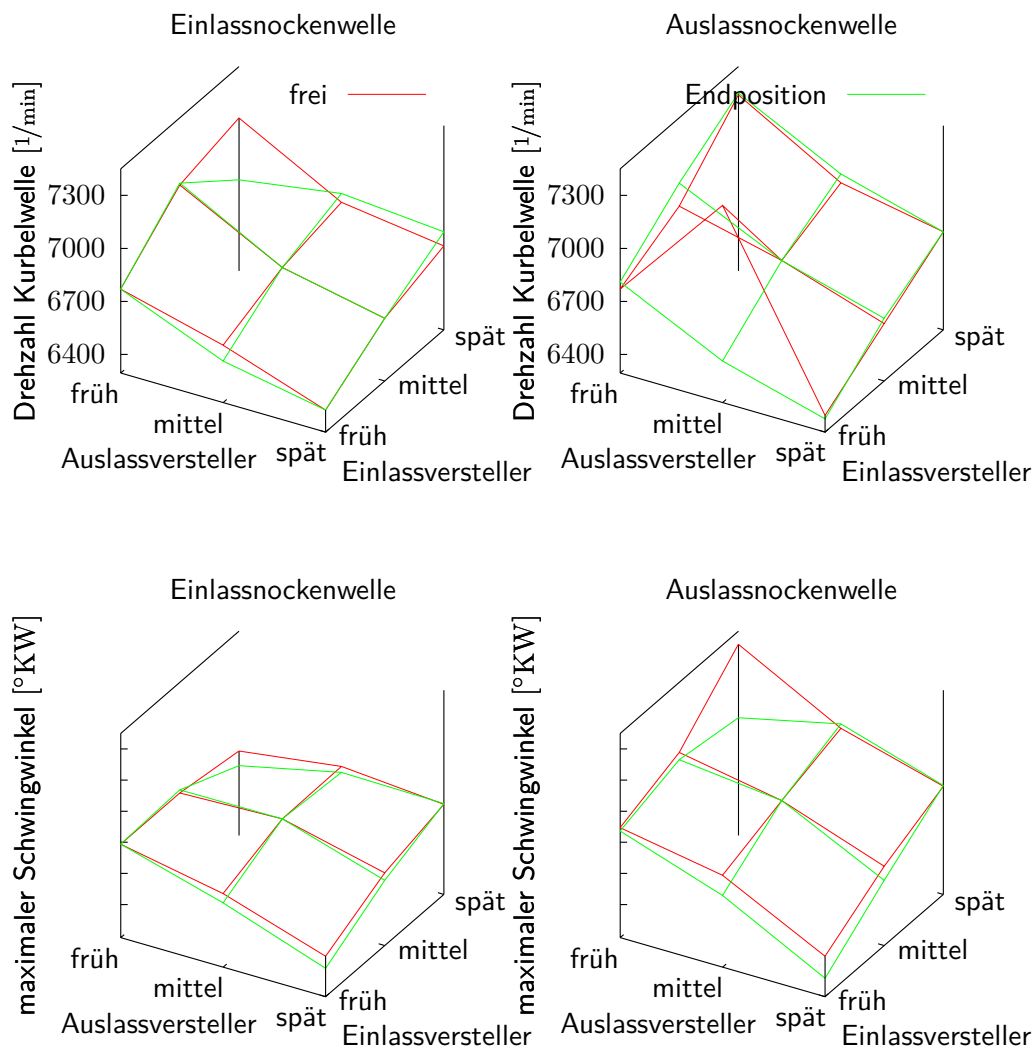
Der Verlauf der Kettenkraft zeigt jeweils den Maximal- und Minimalwerte während einer Periodendauer bezogen auf die Drehzahl der Kurbelwelle. Erwartungsgemäß sind die Kettenkräfte im Zugtrum am höchsten, welche in etwa den Verlauf des Schwingwinkels in der 1,5. Motorordnung widerspiegeln. Bemerkenswert ist, dass mit dem zunehmenden Schwingwinkel in der 3. Motorordnung auch die Kettenkräfte im Mitteltrum zwischen Ein- und Auslassnockenwelle deutlich zunehmen. Der Verlauf der minimalen Kettenkraft zeigt, dass die Kette stets einer Zuglast unterliegt und somit immer gespannt ist. Ebenso ist nur ein geringer Unterschied zwischen der frei schwingenden Konfiguration und der Konfiguration in Endposition festzustellen.

Auch im Verlauf der Kettenspannerkraft, welche auf die Spannschiene wirkt und somit für die Vorspannung der Kette sorgt, sind die Resonanzstellen des Triebes deutlich zu erkennen. Es ist aber auch festzustellen, dass ab einer Kurbelwellendrehzahl von  $n_{KW} \approx 6500 \text{ 1/min}$  auch negative Kontaktkräfte zwischen Kettenspanner und Spannschiene auftreten. Dies deutet darauf hin, dass es zu einem Abheben der Spannschiene kommen kann. Der Verlauf der maximalen und minimalen Position des Kolbens des Kettenspanners zeigt, dass mit zunehmender Drehzahl der Kolben immer weiter ausfährt.

Zusammenfassend zeigt Bild 6.17 die Lage der Resonanzdrehzahlen mit dem dazugehörigen maximalen Schwingwinkeln der Nockenwellen in Abhängigkeit der Position von Ein- und Auslassversteller. Die Resonanzdrehzahl wird sowohl mit zunehmender Spätverstellung des Einlassverstellers als auch mit zunehmender Frühverstellung des Auslassverstellers nach oben verschoben. Gleichzeitig ist wieder nur ein geringer Unterschied zwischen der frei schwingenden Konfiguration und der Konfiguration



**Bild 6.16:** Ermittlung der Resonanzstellen des Kettentriebs mit den Positionen Einlass früh (frei / Kontakt) - Auslass spät (frei / Kontakt)



**Bild 6.17:** Übersicht über Resonanzdrehzahl und Schwingwinkel von Ein- und Auslassnockenwelle in Abhängigkeit der Verstellerpositionen

in Endposition festzustellen. Von dieser Aussage gibt es jedoch zwei Ausnahmen. Einerseits ist die Resonanzdrehzahl der Einlassnockenwelle bei einer Verstellerecke in Endposition mit einer frühen Position des Auslassverstellers und einer späten Position des Einlassverstellers deutlich geringer als bei der frei schwingenden Konfiguration. Andererseits weist die Auslassnockenwelle in der frei schwingenden Konfiguration mit einer frühen Position des Einlassverstellers und einer mittleren Position des Auslassverstellers eine deutliche höhere Resonanzdrehzahl auf. Während die Schwingwinkel der Einlassnockenwelle in allen Fällen nahezu identisch sind, ist in den Schwingwinkeln der Auslassnockenwelle eine Zunahme bei zunehmender Spätposition des Einlassverstellers und zunehmender Frühposition des Auslassverstellers festzustellen.





## 7 Zusammenfassung

Hydraulische Nockenwellenversteller sind Systeme zur kontinuierlichen Phasenverschiebung der Ventilsteuerzeiten, welche bei Ottomotoren zum Einsatz kommen. Sie ermöglichen vor allem im niederen Drehzahlbereich und bei Teillast eine Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs sowie eine Optimierung des Verbrennungsvorgangs und erhöhen somit den thermodynamischen Wirkungsgrad des Motors. Kontinuierlich verstellbare hydraulische Nockenwellenversteller basieren auf dem Schwenkmotorprinzip und werden zwischen dem Steuer- und Ventiltrieb verbaut. An die Stelle der vormals formschlüssigen Drehmomentübertragung tritt durch die Kopplung über kompressible hydraulische Volumina eine kraftschlüssige Übertragung, womit im Steuer- und Ventiltrieb ein schwingungsfähiger Freiheitsgrad eingeführt wird. Für die Einstellung der Phasenlage ist wegen der Leckagen im Versteller und der Kraftanregungen eine permanente Regelung des Verstellwinkels notwendig.

Aufgrund des Schwenkmotorprinzips des Nockenwellenverstellers werden die Momentanregungen aus dem Ventiltrieb im gesamten hydraulischen System als Oszillationen im Druckverlauf sichtbar. Bei dem hier untersuchten System des AUDI V6-3,2 l-4V-FSI-Motors erfolgt die Druckölversorgung der Nockenwellenversteller an Ein- und Auslassnockenwelle sowie des Kettenspanners und der Kettenschmierung aus einer gemeinsamen Zuleitung, weshalb zusätzliche Wechselwirkungen aufgrund der hydraulischen Kopplung nicht nur zwischen den Verstellern, sondern auch mit dem Kettenspanner auftreten. Dies erfordert für die hier durchgeführte Abbildung des Systems in einem Simulationsmodell neben der Berücksichtigung der Mechanik auch die detaillierte Modellierung des hydraulischen Systems, welche hohe Steifigkeiten in das System einbringen können.

Als effiziente Methode zur Darstellung von steifen Kraftwirkungen haben sich heute bei mechanischen Systemen mengenwertige Kraftgesetze etabliert. Diese drücken die kinematischen Abhängigkeiten zwischen den Körpern bzw. zwischen Körper und Umgebung nicht mehr explizit als Formel, sondern mengenwertig in Form von impliziten Gleichungs- bzw. Ungleichungsnebenbedingungen aus. In dieser Arbeit wurden die dazu entwickelten Verfahren der nicht-glaten Mechanik auch auf die Bewegungsgleichungen hydraulischer Systeme übertragen, indem die Analogien zwischen den beiden physikalischen Domänen erarbeitet und konsequent genutzt wurden. Als Ergebnis der Arbeit wurden beide Domänen in einem einzigen, konsistenten Gleichungssystem zusammengefasst und eine Lösung der Nebenbedingungen konnte mit denselben numerischen Verfahren erfolgen.

Im Gegensatz zur Mechanik, bei der Kraftgesetze immer die Wechselwirkung zwischen zwei Körpern abbilden, werden diese in der Hydraulik verwendet, um sowohl die Kopplung zwischen einer beliebigen Anzahl hydraulischer Leitungen als auch den Druckverlust in den einzelnen Leitungen darzustellen. Im vorgeschlagenen Modellierungsschema erfolgt die Kopplung der Leitungen durch hydraulische Knoten. Diese können wahlweise als analytisches Kraftgesetz mit einer elastischen Formulierung (einwertig) oder durch eine bi- oder unilaterale Nebenbedingung (mengenwertig) ausgedrückt werden. Als eine weitere Möglichkeit wurde die Modellierung mittels relativer Koordinaten entwickelt. Dazu wurde die in der Mechanik verwendete Baumstruktur zu einer allgemeinen Graphstruktur erweitert, wobei auch bei dieser die zusätzlichen Freiheitsgrade durch die Verwendung von JACOBI-Matrizen aus dem Gleichungssystem heraus projiziert werden. Die Wechselwirkungen zwischen Mechanik und Hydraulik werden ebenfalls durch Kraftgesetze in Form von hydraulisch-mechanischen Knoten abgebildet. Aufgrund des hydraulischen Drucks wirken Druckkräfte in den Flächenschwerpunkten der hydraulisch-mechanischen Grenzflächen. Durch die Bewegung der Flächen ergibt sich durch die Volumenveränderung die Rückwirkung der Mechanik auf die Hydraulik. Neben der Darstellung der Kopplungen im hydraulischen System, können mengenwertige Kraftgesetze auch vorteilhaft für die Modellierung des Druckverlustes in verschleißbaren Leitungen eingesetzt werden, da sie die bei einer konventioneller Modellierung stets auftretende Leckageströme wirksam unterbinden.

Die entwickelten Bewegungsgleichungen hydraulischer Systeme wurden in einem Modul des freien Simulationsprogramms MBSIM implementiert, das ursprünglich für die Analyse rein mechanischer Systeme entwickelt worden ist. Dadurch ist es in der vorliegenden Arbeit gelungen, dieses um eine zusätzliche physikalische Domäne zu erweitern, so dass Systeme mit engen Wechselwirkungen zwischen Mechanik und Hydraulik untersucht werden können. Die Vorgehensweise in dieser Arbeit zeigt den Weg für eine Erweiterung des Simulationsprogramms um weitere Domänen auf, so dass mit MBSIM und den zugehörigen Modulen die Simulation interdisziplinärer Systeme ermöglicht wird.

Mit der implementierten Bibliothek hydraulischer Grundelemente wurde ein Modell des Nockenwellenverstellers entwickelt. Aufgrund der Vielzahl unsicherer Parameter des realen Systems ist es sehr schwierig, die hydraulischen Verluste am realen Motorblock exakt zu quantifizieren und zuzuordnen. Daher wurde ein eigener Komponentenprüfstand aufgebaut, der mit dem Versteller und dem Proportionalventil die beiden wesentlichen Komponenten des Systems enthielt. Mit zahlreichen Sensoren konnte der Zustand des hydraulischen Systems in den einzelnen Leitungen und im Versteller selbst erfasst werden. Durch die Ermittlung des Druckabfalls in den Leitungsabschnitten bei verschiedenen Öltemperaturen und Volumenströmen wurde die Erstellung präziser numerischer Modelle der Strömungs- und Umlenkverluste ermöglicht. Auch erfolgte eine detaillierte Untersuchung der mechanischen und elektromagnetischen Eigenschaften des verwendeten Proportionalventils, von dem auf Basis der Messergebnisse ebenfalls ein dynamisches Modell entwickelt wurde. Die durchgeführten Messungen des Stellvorgangs zeigten bei verschiedenen Versorgungsdrücken und Öltemperaturen aufgrund der fehlenden externen Anregungsme-

chanismen aus Steuer- und Ventiltrieb das isolierte Verhalten des Verstellers. Das entwickelte Modell des Nockenwellenverstellers und des Leitungssystems konnte anhand dieser Messungen in einem breiten Parameterbereich verifiziert werden. Dabei wurden die komplexen Vorgänge im Druckverlauf während der Verstellung sichtbar.

Da die Nockenwellenversteller direkt in den Kraftfluss des Steuer- und Ventiltriebs eingebunden sind, wurden in der vorliegenden Arbeit auch die Wechselwirkungen mit diesen Komponenten untersucht. Dazu erfolgte der Aufbau eines umfangreichen Gesamtmodells, das detaillierte dynamische Modelle der Steuerkette, des hydraulischen Kettenspanners sowie der beiden Nockenwellenversteller und Ventiltriebe beinhaltet. Das System wurde mittels einer Cosimulation berechnet, die eine Abbildung der einzelnen Teilsysteme in verschiedenen spezialisierten Berechnungsprogrammen ermöglichte. Insgesamt wurde das Gesamtsystem in sechs unabhängige Teilsysteme unterteilt, zu deren Berechnung drei verschiedene Simulationsprogramme Verwendung fanden. Die Verifikation des Modells gelang durch den Vergleich der Simulationsergebnisse mit Experimenten, welche die unregelmäßige Vollverstellung des Einlassverstellers bei verschiedenen Drehzahlen und Öltemperaturen zeigen. Eine Abbildung der Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Teilsystemen konnte durch die Cosimulation am gesamten System erfolgen. Unter Verwendung des abgeglichenen Simulationsmodells wurden die Auswirkungen hydraulischer Nockenwellenversteller auf das Gesamtsystem des Steuer- und Ventiltriebs ermittelt. Anhand einer Frequenzanalyse der Schnittmomente zwischen Kettentrieb, Nockenwellenversteller und Ventiltrieb wurde die erhöhte Belastung des Kettentriebs durch die Verwendung dieser Systeme verdeutlicht. Umfangreiche Simulationen zeigten die Abhängigkeit der Resonanzstellen des Kettentriebs von den Verstellerpositionen.

In der vorliegenden Arbeit wurden die dynamischen Bewegungsgleichungen hydraulischer Systeme mit den Bewegungsgleichungen mechanischer Systeme verknüpft und in ein einziges, konsistentes Gleichungssystem integriert. Durch die konsequente Ausnutzung der Analogien zwischen Mechanik und Hydraulik konnten die aus der Mechanik bekannten nicht-glatte Modellierungs- und Lösungsverfahren auch auf die Hydraulik übertragen werden. Mit der somit möglichen interdisziplinären Simulation wurde das dynamische Verhalten hydraulischer Nockenwellenversteller untersucht. Die dazu entwickelten Modelle wurden anhand von Messungen verifiziert. Unter Verwendung einer Cosimulation konnte der Einfluss hydraulischer Nockenwellenversteller auf Ventil- und Steuertrieb quantifiziert werden, so dass in Zukunft eine verbesserte simulationsbasierte Auslegung dieser Systeme möglich ist.



## Literatur

- [1] ACARY, Vincent ; BROGLIATO, Bernard: *Lecture notes in applied and computational mechanics*. Bd. 35: *Numerical methods for nonsmooth dynamical systems : applications in mechanics and electronics*. 1st edition. Berlin : Springer, 2008. – ISBN 3-540-75391-5
- [2] ANTES, Heinz ; PAPAIOANNOU, Panagiotis: *The boundary integral approach to static and dynamic contact problems : equality and inequality methods*. Basel : Birkhäuser, 1992 (International series of numerical mathematics ; 108). – ISBN 3-7643-2592-5 ; 0-8176-2592-5
- [3] ARNOLD, Martin ; CARRARINI, Antonio ; HECKMANN, Andreas ; HIPPMANN, Gerhard: Modular Dynamical Simulation of Mechatronic and Coupled Systems. In: *Proceedings of WCCM V, Fifth World Congress on Computational Mechanics*. Vienna, Austria, 2002
- [4] BACKÉ, Wolfgang ; MURRENHOF, Hubertus: *Grundlagen der Ölhydraulik*. 10. Auflage. Institut für fluidtechnische Antriebe und Steuerungen, 1994
- [5] BAEHR, Hans D. ; KABELAC, Stephan: *Thermodynamik : Grundlagen und technische Anwendungen*. 14., aktualis. Aufl. Dordrecht : Springer, 2009 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-642-00555-8
- [6] BAUMGARTE, Joachim: Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 1 (1972), S. 1-16
- [7] BEATER, Peter: *Entwurf hydraulischer Maschinen : Modellbildung, Stabilitätsanalyse und Simulation hydrostatischer Antriebe und Steuerungen*. Berlin : Springer, 1999 (VDI-Buch). – ISBN 3-540-65444-5
- [8] BÖHLER, Gunnar ; GREBE, Uwe D. ; LÖHNERT, Torsten ; PÖPPERL, Manfred ; STEFFENS, Klaus: Der neuen 1,8-l-Vierzylinder-Ottomotor für Opel-Automobile. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 66 (2005), S. 242-251
- [9] BORCHSENIUS, Fredrik: *Fortschrittberichte VDI : Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik*. Bd. 1005: *Simulation ölhydraulischer Systeme*. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2003. – ISBN 3-18-500508-2

- [10] BRANDS, Christoph ; KNOLL, Gunter (Hrsg.): *Mehrkörperdynamische Ventiltriebssimulation mit elastischen Körpern und Schmierfilminteraktion*. Kassel : Univ.-Bibliothek, 2001. – ISBN 3897920654
- [11] BREMER, Hartmut: *Dynamik und Regelung mechanischer Systeme*. Stuttgart : Teubner Verlag, 1988
- [12] BREMER, Hartmut ; PFEIFFER, Friedrich: *Elastische Mehrkörpersysteme*. Teubner Verlag, 1992 (Stuttgart)
- [13] BROGLIATO, Bernard: *Lecture notes in control and information sciences*. Bd. 220: *Nonsmooth impact mechanics : models, dynamics and control*. 1st edition. London : Springer, 1996. – ISBN 3-540-76079-2
- [14] BROWN, F. T.: The Transient Response of Fluid Lines. In: *Journal of Basic Engineering* December (1962), S. 547–553
- [15] BUSCH, Martin ; SCHWEIZER, Bernhard: Numerical stability and accuracy of different co-simulation techniques: Analytical investigations based on a 2-dof test model. In: *Proceedings of 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics*. Lappeenranta, 25th-27th May 2010
- [16] DEUTSCHE CASTROL VERTRIEBSGESELLSCHAFT MBH: *Castrol Longlife 2 Topup - Technisches Datenblatt*. 2009
- [17] Norm DIN 1342-1 11 2003. *Viskosität. Teil 1: Rheologische Begriffe*
- [18] Norm DIN 51563 12 1976. *Bestimmung des Viskosität-Temperatur-Verhaltens. Richtungskonstante m*
- [19] Norm DIN 51757 4 1994. *Prüfung von Mineralölen und verwandten Stoffen. Bestimmung der Dichte*
- [20] D’SOUZA, A. F. ; OLDENBURGER, R.: Dynamic Response of Fluid Lines. In: *Journal of Basic Engineering* September (1964), S. 589–598
- [21] DU, H. Y. I. ; CHEN, Jia-Shiun: Dynamic Analysis of a 3D Finger Follower Valve Train System Coupled with Flexible Camshafts. In: *SAE Technical Paper 2000-01-0909*, 2000
- [22] EATON, John W. ; BATEMAN, David ; HAUBERG, Soren: *GNU Octave Manual Version 3*. Network Theory Ltd., 2008. – ISBN 095461206X
- [23] EBEL, Bern ; METZNER, Frank T.: Die neuen V-Motoren von Volkswagen mit Doppelnockenwellenverstellung. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 61 (2000), S. 838–841
- [24] EISER, Axel ; HEIDUK, Thomas ; FITZEN, Michael ; GESSLER, Johann ; HATZ, Wolfgang: Der neue V6-FSI-Motor von Audi. In: *25. Internationales Wiener Motorensymposium* (2004)

- [25] ENGELHARDT, Thomas: *Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 12, Verkehrstechnik/ Fahrzeugtechnik*. Bd. 656: *Dynamik von Steuer- und Ventiltrieben*. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2007. – ISBN 978-3-18-365612-7
- [26] FLENKER, Christian ; UPHOFF, Ulrich: Effiziente Modellierung von Ventildfedern mit der MKS Ventiltriebsberechnung. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 66 (2005), S. 946–950
- [27] *fmatvec - Fast Matrix-Vector Library*. GNU Lesser General Public License <http://code.google.com/p/fmatvec/>,
- [28] FÖRG, Martin: *Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 20, Rechnerunterstützte Verfahren*. Bd. 411: *Mehrkörpersysteme mit mengenwertigen Kraftgesetzen : Theorie und Numerik*. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2007. – ISBN 978-3-18-341120-7
- [29] FÖRG, Martin ; GEIER, Thomas ; NEUMANN, Lutz ; ULBRICH, Heinz: R-factor strategies for the Augmented Lagrangian Approach in Multi-Body Contact Mechanics. In: *III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, 2006*
- [30] FRIEDRICH, Markus: *Entwicklung einer Software zur Cosimulation mechanischer Systeme*, Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, Diplomarbeit, 2004
- [31] FRIEDRICH, Markus: *Parallel Co-Simulation for Mechatronic Systems*. München : Verlag Dr. Hut, 2012
- [32] FRIEDRICH, Markus ; SCHNEIDER, Markus ; ULBRICH, Heinz: A Parallel Co-Simulation for Mechatronic Systems. In: *Proceedings of 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics*. Lappeenranta, 25th-27th May 2010
- [33] FRIGO, Matteo ; JOHNSON, Steven G.: The Design and Implementation of FFTW3. In: *Proceedings of the IEEE* Bd. 93, 2005, S. 216–231
- [34] FRITZ, Peter: *Dynamik schnellaufender Kettentriebe*. Bd. 253. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1998. – ISBN 3-18-325311-9
- [35] FUNK, Kilian: *Fortschrittberichte VDI : Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik*. Bd. 294: *Simulation eindimensionaler Kontinua mit Unstetigkeiten*. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2004. – ISBN 3-18-329418-4
- [36] FUNK, Wolfram: *Zugmittelgetriebe - Grundlagen, Aufbau, Funktion*. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag, 1995
- [37] GEAR, C. W. ; GUPPTA, G. K. ; LEIMKUHNER, Ben: Automatic integration of Euler-Lagrange equations with constraints. In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 12-13 (1985), S. 77–90



- [38] GENÇ, Ali U. ; GLOVER, Keith ; FORD, Richard: Nonlinear Control of Hydraulic Camshaft Actuators in Variable Cam Time Engines. In: *International Work Shop on Modeling, Emissions and Control in Automotive Engines, MECA '01*. University of Salerno, Italy, September 9-10 2001
- [39] GLOCKER, Christoph: *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Bd. 1: *Set-Valued Force Laws in Rigid Body Dynamics : Dynamics of Non-Smooth Systems*. 1st edition. Berlin : Springer Verlag, 2001. – ISBN 978-3-540-41436-0
- [40] GLOCKER, Christoph: Models of non-smooth switches in electrical systems. In: *International Journal of Circuit Theory and Applications* 33 (2005), S. 205–234
- [41] GOODSON, R. E. ; LEONARD, R. G.: A Survey of Modeling Techniques for Fluid Line Transients. In: *Transactions of the ASME* June (1972), S. 474–482
- [42] GORINEVSKY, Dimitry ; COOK, Jeffrey ; VUKOVICH, George: Nonlinear Predictive Control of Transients in Automotive VCT Engine using Nonlinear Parametric Approximation. In: *Transaction of ASME, Journal of Dynamical Systems Measurement and Control* 125 (2003), Nr. 3, S. 429–438
- [43] GROLLIUS, Horst-Walter: *Grundlagen der Hydraulik*. Hanser Verlag, 2008
- [44] HAIRER, Ernst ; NØRSETT, Syvert P. ; WANNER, Gerhard: *Springer Series in Computational Mathematics*. Bd. 8: *Solving Ordinary Differential Equations I - Nonstiff Problems*. Second revised edition 1993. Berlin : Springer, 1993
- [45] HAIRER, Ernst ; WANNER, Gerhard: *Springer series in computational mathematics*. Bd. 14: *Solving ordinary differential equations II - Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Corrected Second Printing. Berlin : Springer, 2002. – ISBN 3-540-60452-9
- [46] HANNIBAL, Wilhelm ; KNECHT, Andreas ; STEPHAN, Wolfgang: *Nockenwellenverstellungen für Ottomotoren - Anwendungen, Entwicklung, Herstellung*. Landsberg/Lech : Verlag Moderne Industrie, 2002
- [47] *HDF5Serie - A HDF5 Wrapper for Time Series*. GNU Lesser General Public License  
<http://code.google.com/p/hdf5serie/>,
- [48] HEIDUK, Thomas: *Methoden zur Analyse von Schwingungen und dynamischen Kräften in Steuerungsantrieben von Verbrennungsmotoren*, RWTH Aachen, Dissertation, 1995
- [49] HIPPMANN, Gerhard ; ARNOLD, Martin ; SCHITTENHELM, Marcus: Efficient Simulation of Bush and Roller Chain Drives. In: *Multibody Dynamics 2005, ECCOMAS Thematic Conference*. Madrid, Spain, 2005

- [50] HÖSL, Andreas: *Dynamiksimulation von Steuerkettentrieben*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2006 (Fortschritt-Berichte VDI Nr. 618)
- [51] HUBER, Robert ; CLAUBERG, Jan ; ULBRICH, Heinz: An Efficient Spring Model Based on a Curved Beam with Non-Smooth Contact-Mechanics for Valve Train Simulations. In: *SAE World Congress 2010* 3 (1) (2010), S. 28–34
- [52] HUBER, Robert ; KLUMPP, Peter ; ULBRICH, Heinz: Dynamic Analysis of the Audi Valvelift System. In: *SAE Int. J. Engines* 3(1) (2010), S. 839–849. <http://dx.doi.org/10.4271/2010-01-1195>. – DOI 10.4271/2010-01-1195
- [53] HUBER, Robert ; ULBRICH, Heinz: Integration of Non-Smooth Systems using Time-Stepping Based Extrapolation Methods and DAE Solver Combined with Time-Stepping. In: *SEECCM*, 2009
- [54] HUBER, Robert ; ULBRICH, Heinz: Simulation of a Valve Train Using Non-Smooth Mechanics. In: *SAE Int. J. Engines* 1 (2009), S. 208–217
- [55] IDELCHIK, I. E.: *Handbook of hydraulic resistance*. Mumbai : Jaico Publishing House, 2003
- [56] ISHIHAMA, Masao ; WATANABE, Hiroyuki: Motion Analysis and Control of Engine Valvetrain Chain Drive. In: *9th MOVIC*, 2008
- [57] JUNKER, Heinz: Die Zukunft des Verbrennungsmotors. In: *ATZ extra* (2011), S. 126–129
- [58] KAMINSKI, Wolfgang: *Beanspruchungsverhältnisse beim Eingriff in Rollenkettengetrieben*, Wilhelm-Pieck-Universität Rostock, Dissertation, 1985
- [59] KANE, Thomas R. ; LEVINSON, David A.: *Dynamics: Theory and Applications*. Mcgraw-Hill College, 1985. – ISBN 0070378460
- [60] KAUFELD, Harald ; KÖLSCH, Ulrich ; RECHS, Manfred ; RUHLAND, Helmut ; SPRINGER, Klaus M.: Der neue Ford-Duratec-1,6-l-Ti-VCT-Motor. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 66 (2005), S. 164–175
- [61] KELL, Thomas J.: *Experimentelle Schwingungsuntersuchungen an Kettentrieben*, Technische Universität München, Dissertation, 1999
- [62] KIRSTEN, Kurt: Der Motor - Verständnis für das Ganze. In: *Schaeffler Kolloquium* (2010), S. 204–213
- [63] KLAUS, Benedikt ; DREXLER, Gottfried ; EDER, Torsten ; EISENKÖLBL, Markus ; LUTTERMANN, Christoph ; SCHLEUSENER, Michael: Weiterentwicklung der vollvariablen Ventilsteuerung BMW-Valvetronic. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 66 (2005), S. 650–658

- [64] KLUMPP, Peter ; SCHMIDT, Alexander C. ; SCHÖN, Karsten ; HEIDUK, Thomas: Steuertriebsentwicklung mit Simulation und Versuch. In: SEIFFERT, U. (Hrsg.) ; RAINER, G. (Hrsg.): *Virtuelle Produktentstehung für Fahrzeug und Antrieb im Kfz - Prozesse, Komponenten, Beispiele aus der Praxis*, Vieweg + Teubner Verlag, 2008, S. 172–188
- [65] KNECHT, Andreas ; POHL, Dirk ; HANNIBAL, Wilhelm: Vane-Cam - Nockenwellenversteller mit neuen Funktionalitäten. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 68 (2007), S. 30–37
- [66] KNECHT, Andreas ; STEPHAN, Wolfgang ; HANNIBAL, Wilhelm: „VaneCAM“-Nockenwellenversteller der dritten Generation. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 63 (2002), S. 270–279
- [67] KNIRSCH, Stefan ; KERKAU, Martin ; WASSERBÄCH, Thomas ; NEUSSER, Heinz-Jakob: Die neuen V8-Motoren für den Porsche Cayenne. In: *24. Internationales Wiener Motorensymposium* (2003), S. 175–209
- [68] KRÜGER, Karin: *Einfluss hydraulischer Nockenwellenversteller auf die Dynamik von Ventil- und Steuertrieben*. München : Verlag Dr. Hut, 2010
- [69] KRÜGER, Karin ; ENGELHARDT, Thomas ; GINZINGER, Lucas ; ULBRICH, Heinz: Dynamical Analysis of Hydraulic Chain Tensioners - Experiment and Simulation. In: *SAE Technical Paper 2007-01-1461*, 2007
- [70] KÜBLER, Ralf ; SCHIEHLEN, Werner: Two methods of simulator coupling. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 6 (2002), S. 93–113
- [71] KUX, Steffen ; PARSCHE, Uwe: Effektive Optimierungsverfahren im Auslegungsprozess für Kettentriebe. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 70 (2009), S. 58–65
- [72] LEONE, T. ; CHRISTENSON, E. ; STEIN, R.: Comparison of Variable Camshaft Timing Strategies at Part Load. In: *SAE Technical Paper 960584*, 1996
- [73] LIN, Yeongching ; RAMACHANDRA, Prashant ; TANAKA, Yoshikazu ; TAWATA, Kiyoshi ; YANO, Yuichi ; SAWADA, Ryusaku: Valve Train Dynamic Analysis and Validation. In: *SAE Technical Paper 2004-01-1457*, 2004
- [74] MAEKAWA, Keiichi ; OHSAWA, Namiaki ; AKASAKA, Akio: *Development of a Valve Timing Control System*. SAE Technical Paper 890680, 1989
- [75] MAGNUS, Kurt ; MÜLLER-SLANY, Hans H.: *Grundlagen der Technischen Mechanik*. 7. Auflage. Vieweg + Teubner Verlag, 2005
- [76] MÄKINEN, Jari ; PICHE, Robert ; ELLMAN, Asko: Fluid Transmission Line Modeling Using a Variational Method. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* 122 (2000), S. 153–162

- [77] MANRING, Noah: *Hydraulic control systems*. John Wiley & Sons, 2005  
<http://books.google.de/books?id=yNQeAQAAIAAJ>. – ISBN 9780471693116
- [78] *MBSim - Multi-Body Simulation Software*. GNU Lesser General Public License  
<http://code.google.com/p/mbsim-env/>,
- [79] MIANZO, Lawrence ; PENG, Huei: Modeling and Control of a Variable Valve Timing Engine. In: *Proceedings of the American Control Conference* Chicago, Illinois, 2000
- [80] MINTERT, Stefan (Hrsg.): *XML & Co. Die W3C-Spezifikationen für Dokumenten- und Datenarchitektur*. Addison-Wesley, 2002. – ISBN 3827318440
- [81] MOREAU, Jean J.: Unilateral Contact and Dry Friction in Finite Freedom Dynamics. In: *Nonsmooth Mechanics and Applications*. Wien : Springer Verlag, 1988. – ISBN 3-211-82066-3, S. 1-82
- [82] MURRENHOF, Hubertus (Hrsg.): *Reihe Fluidtechnik ; 2. Bd. 1: Hydraulik: Grundlagen der Fluidtechnik*. 3., neu überarb. Aufl. Aachen : Shaker, 2001. – ISBN 3-8265-9446-0
- [83] NAJI, M. R.: Experimental Determination of the Roller Chain Load Distribution. In: *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design* 105 (1983), S. 331-338
- [84] NICOLA, Andreas ; SAUER, Bernd: Experimentelle Untersuchung und Dynamiksimulation des Betriebsverhaltens hydraulischer Spannelemente. In: *VDI-Tagung Schwingungsdämpfung*. Wiesloch bei Heidelberg, 16. und 17. Oktober 2007
- [85] *OpenMBV - Open Multi Body Viewer*. GNU General Public License  
<http://code.google.com/p/openmbv/>,
- [86] PATH, Siegbert: Vom Maschinenbau ins Automobil - Getriebemotor für die elektromechanische Nockenwellenverstellung in Verbrennungsmotoren. In: *antriebstechnik* 7 (2010)
- [87] PETZOLD, Linda R.: Automatic selection of methods for solving stiff and non-stiff systems of ordinary differential equations. In: *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* 4 (1983), S. 136-148
- [88] PFEIFFER, Friedrich ; HOTZ, Günter (Hrsg.) ; KALL, Peter (Hrsg.) ; MAGNUS, Kurt (Hrsg.) ; MEISTER, Erhard (Hrsg.): *Einführung in die Dynamik*. Stuttgart : Teubner Verlag, 1992
- [89] PFEIFFER, Friedrich ; PFEIFFER, Friedrich (Hrsg.) ; WRIGGERS, Peter (Hrsg.): *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Bd. 40: *Mechanical System Dynamics*. Corr. 2. print. Berlin : Springer, 2008. – ISBN 978-3-540-79435-6

- [90] PFEIFFER, Friedrich ; GLOCKER, Christoph: *Multibody Dynamics with Unilateral Contacts*. 1st edition. New York : John Wiley & Sons Inc., 1996 (Wiley series in nonlinear science). – ISBN 0-471-15565-9
- [91] PHILIPS, P. J. ; SCHAMEL, A. R. ; MEYER, J.: *An Efficient Model for Valve Train and Spring Dynamics*. SAE Technical Paper 890619, 1989
- [92] PISCHINGER, Stefan: Antriebsentwicklung der Zukunft. In: *ATZ extra* (2011), S. 136–141
- [93] POHL, Dirk ; KNECHT, Andreas ; ISENBERG, Karl-Heinz: Leichtbaulösungen für Nockenwellenversteller. In: *MTZ-Konferenz - Motor*. Nürtingen, 2. und 3. Dezember 2008
- [94] RACHNER, Hans-Günther: *Stahlgelenkketten und Kettentriebe*. Berlin : Springer-Verlag, 1962
- [95] RHEONIK: *RHM 04 - Universal Coriolis Mass Flowmeter with particular Fast Response*. : General Electric Company, 2008
- [96] ROCKAFELLAR, Ralph T.: Augmented Lagrangians and applications of the proximal point algorithm in convex programming. In: *Mathematics of Operations Research* 1 (1976), S. 97–116
- [97] SAUER, Bernd ; NICOLA, Andreas ; FLIERL, Rudolf ; WEISKE, Sascha: Eigenschaften von Steuerkettentrieben - Integration von Versuch und Dynamiksimulation. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 68 (2007), S. 1088–1095
- [98] SCHAFFNER, Thomas ; SOPOUCH, Martin ; HELLINGER, Wolfgang ; OVARI, Tamas ; PRIEBSCHE, Hans H.: Numerische Simulation des Einflusses verschiedener Spannelemente auf die Körperschallanregung durch Steuerkettentriebe. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 64 (2003), S. 568–575
- [99] SCHIEHLEN, Werner: Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives. In: *Multibody System Dynamics* 1 (1997), S. 149–188. – ISSN 1384-5640
- [100] SCHINDLER, Thorsten ; FÖRG, Martin ; FRIEDRICH, Markus ; SCHNEIDER, Markus ; ESEFELD, Bastian ; HUBER, Robert ; ZANDER, Roland ; ULBRICH, Heinz: Analysing Dynamical Phenomenons: Introduction to MBSim. In: *Proceedings of 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics*. Lappeenranta, 25th-27th May 2010
- [101] SCHMIDT, Alexander C.: *Rechnergestützte Optimierung des akustischen Verhaltens von Steuerkettentrieben*, TU München, Dissertation, 2006
- [102] SCHNEIDER, Markus ; ULBRICH, Heinz: Virtual Design of a Controller for a Hydraulic Cam Phasing System. In: *AIP Conference Proceedings* 1281, 2010
- [103] SCHOMMERS, Joachim ; KLEINECKE, Uwe ; MIROLL, Jörg ; WIRTH, Alfred: Der neue Mercedes-Benz Zwölfzylindermotor mit Zylinderabschaltung, Teil 2. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 61 (2000), S. 392–400

- [104] SCHUSEIL, Boko ; LEHMANN, Steffen ; WEHMEYER, Stefan ; LEHNE, Christopher: Das fehlende Glied - Vom einfachen Bauteil zum komplexen Kettentriebssystem. In: *Schaeffler Kolloquium* (2010), S. 278–287
- [105] SHABANA, Ahmed: *Dynamics of Multibody Systems*. 3. ed. New York : Cambridge University Press, 2005. – ISBN 0–521–85011–8
- [106] STEIN, R. ; GALIETTI, K. ; LEONE, T.: Dual Equal VCT - A Variable Camshaft Timing Strategy for Improved Fuel Economy and Emissions. In: *SAE Technical Paper 950975*, 1995
- [107] STEWART, David ; TRINKLE, Jeff: An implicit time-stepping scheme for rigid body dynamics with inelastic collisions and coulomb friction. In: *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 39 (1996), S. 2673–2691
- [108] STIEGELMEYR, Andreas: *Fortschrittberichte VDI : Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik*. Bd. 271: *Zur numerischen Berechnung strukturvarianter Mehrkörpersysteme*. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2001. – ISBN 3–18–327118–4
- [109] STROUSTRUP, Bjarne: *The C++ Programming Language*. Reading : Addison-Wesley, 2004
- [110] STUDER, Christian: *Augmented time-stepping integration of non-smooth dynamical systems*, ETH Zurich, Dissertation, 2008
- [111] TAKAGISHI, Hiroshi ; SHIMOYAMA, Kazuaki ; ASARI, Masaru: Prediction of Camshaft Torque and Timing Chain Load for Turbo Direct Injection Diesel Engine. In: *SAE Technical Paper 2004-01-0611*, 2004
- [112] THEISSEN, Heinrich: Simulation von hydraulischen Systemen mit langen Rohrleitungen. In: *o+p "öhydraulik und pneumatik"* 30 (1986), S. 209–216
- [113] TITOLO, A.: The Variable Valve Timing System - Application on a V8 Engine. In: *SAE Technical Paper 910009*, 1991
- [114] TRUCKENBRODT, Erich: *Fluidmechanik*. Bd. 1: Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide. 2., völlig neu bearb. u. erw. Aufl. Berlin : Springer, 1980. – ISBN 3–540–09499–7 ; 0–387–09499–7
- [115] ULBRICH, Heinz: *Maschinendynamik*. Stuttgart : Teubner-Verlag, 1996
- [116] VELDE, Oliver ; RÜDIGER, Frank ; HELDUSER, Siegfried: Neues Rohrleitungsmodell; Verbesserte Simulation der Druckwellenausbreitung in Rohren und Schläuchen. In: *O+P* 1-2 (2008), S. 33–36
- [117] WILKE, Markus ; NEUBAUER, Dirk: Taumelscheibengetriebe: Ein innovativer Ansatz für elektromotorische Nockenwellenversteller. In: PISCHINGER, S. (Hrsg.): *Variable Ventilsteuerung - Ein Verfahren zur Reduzierung von Kraftstoffverbrauch und Emissionen*, Expert-Verlag, 2002, S. 1–10



- [118] WITTENBURG, Jens: *Dynamics of Multibody Systems*. Springer, 2010. – ISBN 3642093140
- [119] WOROBJEW, N.W.: *Kettentriebe*. Berlin : VEB Verlag Technik, 1953
- [120] ZANDER, Roland: *Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 20, Rechnerunterstützte Verfahren*. Bd. 420: *Flexible multi-body systems with set-valued force laws*. Als Manuskript gedruckt. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2009. – ISBN 978-3-18-342020-9. – <http://mediatum2.ub.tum.de/node?id=654788>
- [121] ZANDER, Roland ; SCHINDLER, Thorsten ; FRIEDRICH, Markus ; HUBER, Robert ; FÖRG, Martin ; ULBRICH, Heinz: Non-smooth dynamics in academia and industry: recent work at TU München. In: *Acta Mech* 195 (2008), S. 167–183. – ISSN 0001-5970
- [122] ZOLLNER, Hermann: *Kettentriebe*. München : Carl Hanser Verlag, 1966
- [123] ZOU, Dequan ; MCCORMICK, Harold E.: *Dynamic Model and Computer Simulation of Valve Train Assemblies with Hydraulic Lash Adjusters*. SAE Technical Paper 960351, 1996