

FAKULTÄT FÜR BAUINGENIEUR-
UND VERMESSUNGSWESEN

**Kombination geodätischer Raumbereobachtungen
zur Bestimmung von geophysikalischen
Anregungsmechanismen der Polbewegung**

**Dissertation
von**

Franziska Göttl



TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

Kombination geodätischer Raumbereobachtungen zur Bestimmung von geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung

Franziska Göttl

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor – Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Schilcher

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr. phil. nat. U. Hugentobler
2. apl. Prof. Dr.-Ing. habil. M. Schmidt
3. o. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. H. Schuh,
Technische Universität Wien, Österreich
(schriftliche Beurteilung)

Die Dissertation wurde am 07.05.2012 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 31.07.2012 angenommen.

Kurzfassung

Durch Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde werden Variationen der Erdrotation bezüglich eines erdgebundenen rotierenden Bezugssystems (Polbewegung und Tageslängenvariationen) hervorgerufen. Bisher wurden die einzelnen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation hauptsächlich mit Hilfe von geophysikalischen Modellen bestimmt. Die Modellierung von Massenverlagerungen und -bewegungen in den einzelnen Subsystemen der Erde ist schwierig, da die zahlreichen Zustandsgrößen der Atmosphäre, Ozeane, kontinentalen Hydrosphäre, usw. nicht mit ausreichender Genauigkeit sowie räumlicher und zeitlicher Auflösung global beobachtet werden können. In dieser Arbeit werden verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung mit Hilfe von präzisen geodätischen Raumberechnungen berechnet. Die Polbewegung und der zugrundeliegende integrale Anregungsmechanismus kann seit Anfang der 90er Jahre mit Hilfe von geometrischen Raumverfahren (Laserentfernungsmessung zu Satelliten, Radiointerferometrie auf langen Basislinien, globales Navigationssatellitensystem und Dopplermessungen zu Satelliten) sehr genau bestimmt werden. Die Trennung des integralen Anregungsmechanismus der Erdrotation in die einzelnen Beiträge der Subsysteme der Erde ist erst seit der Bestimmung des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde mit Hilfe der Satellitenmission GRACE (engl.: *Gravity Recovery and Climate Experiment*) möglich. Durch Verwendung von geeigneten Filtertechniken und Land-Ozean-Masken können Massenverlagerungen sowohl in den Ozeanen als auch in der kontinentalen Hydrosphäre identifiziert werden. Alternativ hierzu können Massenvariationen in den Ozeanen auch von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen abgeleitet werden. Da die Meereshöhenänderungen nicht nur von Massenverlagerungen sondern auch von Volumenänderungen (sterischer Effekt) des Meerwassers hervorgerufen werden, müssen die sterischen Meereshöhenänderungen reduziert werden. Dank des internationalen ozeanographischen Beobachtungssystems Argo kann der sterische Effekt mit steigender räumlicher und zeitlicher Auflösung und Genauigkeit bestimmt werden. Die Entwicklung eines Kombinationsmodells zur Berechnung der atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie des integralen Bewegungseffektes umfasst neben der Bestimmung der verschiedenen geophysikalischen Anregungsmechanismen (integraler Gesamteffekt, integraler Masseneffekt, ozeanischer Masseneffekt, hydrologischer Masseneffekt) mit Hilfe von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumberechnungen auch die Berechnung der Varianzen, Kovarianzen und Autokovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen. Je besser die Kofaktormatrix der Beobachtungen bekannt ist, desto genauer können die unbekannt Parameter von den Beobachtungen abgeleitet werden, und desto realistischer kann die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ausgleichungsergebnisse geschätzt werden. Es wird gezeigt, dass durch die Kombination der geodätischen Raumberechnungen die Schwächen in der Prozessierung ausgeglichen und die verfahrensspezifischen Stärken optimal genutzt werden können. Vergleiche mit geophysikalischen Modelllösungen weisen darauf hin, dass die verschiedenen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung mit Hilfe von geodätischen Raumberechnungen wesentlich genauer bestimmt werden können als mit Hilfe von geophysikalischen Modellen. Die neuen verbesserten Erkenntnisse über die einzelnen Beiträge der Subsysteme der Erde zu Erdrotationsschwankungen können genutzt werden, um ein besseres Verständnis von geophysikalischen Prozessen und Zusammenhängen zu erreichen.

Abstract

Redistribution and motion of masses in the Earth System cause Earth rotation variations with respect to an Earth-fixed rotating reference frame (polar motion and length-of-day variations). Up to now, individual geophysical excitation mechanisms of the Earth rotation are mainly determined from geophysical models. The modeling of mass variations and motions within and between the individual subsystems of the Earth is afflicted with large uncertainties, due to the fact that numerous state variables of the atmosphere, oceans, continental hydrosphere, etc. cannot be observed with adequate accuracy and adequate temporal and spatial resolution. In this thesis, several polar motion excitation mechanisms are determined from precise geodetic space observations. Since the beginning of the nineties, geometric space techniques (Satellite Laser Ranging, Very Long Baseline Interferometry, Global Navigation Satellite Systems, Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite) allow to observe polar motion and the underlying integral excitation mechanism with high accuracy. The separation of the integral excitation mechanism of the Earth rotation into the individual contributions from the subsystems of the Earth becomes possible due to the determination of the time variable gravity field of the Earth with the satellite mission GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment). By applying suitable filter techniques and land-ocean-masks mass changes in the oceans and the continental hydrosphere can be identified. Furthermore, mass variations in the oceans can be determined from sea level anomalies observed by altimeter satellite missions. Due to the fact that sea level anomalies are not only caused by mass variations but also by volume changes (steric effect), the steric sea level anomalies have to be reduced. The international oceanographic observation system Argo allows to determine the steric effect with rising spatial and temporal resolution and rising accuracy. The development of a combination model to estimate atmospheric, oceanic and hydrological mass effects as well as the integral motion effect includes beside the determination of several geophysical polar motion excitation mechanisms (integral effect, integral mass effect, oceanic mass effect, hydrological mass effect) from geometric, gravimetric and altimetric space observations, the determination of the variances, covariances and autocovariances of the geodetic estimated angular momentum functions. The more precise the cofactor matrix of the observations, the more precise the unknown parameters can be estimated from the observations and the more realistic is the accuracy and reliability of the adjusted results. It will be shown, that due to combination of geodetic space observations the weaknesses of the individual processing strategies can be compensated and the technique specific strengths can be optimal accounted. Comparisons with geophysical model solutions signify, that several geophysical polar motion excitation mechanisms can be determined more precise with geodetic space observations than with geophysical models. The new improved findings about the individual contributions of the subsystems of the Earth to Earth rotation variations can be used to improve the understanding of geophysical processes and interactions.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 1. Einleitung | 7 |
| 1.1. Geschichtlicher Hintergrund | 7 |
| 1.2. Motivation, Zielsetzung und Gliederung dieser Arbeit | 7 |
| 2. Grundlagen | 10 |
| 2.1. Kreiseltheorie | 10 |
| 2.1.1. Drehbewegung starrer Körper | 11 |
| 2.1.2. Drehbewegung nicht starrer Körper | 12 |
| 2.2. Referenzsysteme | 14 |
| 2.2.1. Raumfeste Referenzsysteme | 14 |
| 2.2.2. Erdgebundene Referenzsysteme | 15 |
| 2.2.3. Transformation zwischen raumfestem und erdgebundenem Referenzsystem | 15 |
| 2.3. Mathematische Beschreibung geophysikalischer Anregungsmechanismen der Erdrotation | 18 |
| 2.3.1. Linearisierung der Euler-Liouville-Gleichung | 18 |
| 2.3.2. Berücksichtigung der Elastizität der Erde | 21 |
| 3. Geodätische Raumbeobachtungen | 27 |
| 3.1. Erdrotationsschwankungen | 27 |
| 3.1.1. Geometrische Raumbeobachtungsverfahren | 27 |
| 3.1.2. Überblick über verwendete Datensätze | 29 |
| 3.1.3. Drehimpulsfunktionen - Integraler Effekt | 32 |
| 3.2. Gravitationsfeldvariationen der Erde | 34 |
| 3.2.1. Satellitenmission GRACE und LAGEOS | 34 |
| 3.2.2. Überblick über verwendete Datensätze | 35 |
| 3.2.3. Modellierung des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde | 41 |
| 3.2.4. Drehimpulsfunktionen - Integraler, ozeanischer und hydrologischer Masseneffekt | 46 |
| 3.3. Meereshöhenänderungen des Weltozeans | 48 |
| 3.3.1. Satellitenaltimetrie | 48 |
| 3.3.2. Überblick über verwendete Datensätze | 48 |
| 3.3.3. Bestimmung von Massenverlagerungen im Weltozean | 51 |
| 3.3.4. Drehimpulsfunktionen - Ozeanischer Masseneffekt | 52 |
| 4. Kombination geodätischer Raumbeobachtungen | 53 |
| 4.1. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate | 53 |
| 4.2. Kofaktormatrix der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen | 54 |
| 4.2.1. Varianzen | 54 |
| 4.2.2. Kovarianzen | 59 |
| 4.2.3. Autokovarianzen | 60 |
| 4.3. Kombinationsmodelle zur Bestimmung einzelner geophysikalischer Anregungsmechanismen der Polbewegung | 62 |
| 4.3.1. Integraler Effekt | 62 |
| 4.3.2. Integraler Masseneffekt | 64 |
| 4.3.3. Ozeanischer Masseneffekt | 65 |
| 4.3.4. Hydrologischer Masseneffekt | 69 |
| 4.4. Kombinationsmodell zur Bestimmung verschiedener geophysikalischer Anregungsmechanismen der Polbewegung | 71 |
| 5. Vergleich der geodätischen Ergebnisse mit Modelllösungen | 74 |
| 5.1. Äquatoriale Drehimpulsfunktionen abgeleitet von geophysikalischen Modellen | 74 |
| 5.1.1. Atmosphärischer Massen- und Bewegungseffekt | 74 |
| 5.1.2. Ozeanischer Massen- und Bewegungseffekt | 76 |
| 5.1.3. Hydrologischer Masseneffekt | 78 |

| | |
|--|------------|
| 5.2. Geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung: Geodätische Ergebnisse versus Modelllösungen | 81 |
| 5.2.1. Integraler Effekt | 81 |
| 5.2.2. Integraler Masseneffekt | 82 |
| 5.2.3. Ozeanischer Masseneffekt | 84 |
| 5.2.4. Hydrologischer Masseneffekt | 86 |
| 5.2.5. Atmosphärischer, ozeanischer und hydrologischer Masseneffekt und integraler Bewegungseffekt | 88 |
| 6. Zusammenfassung und Ausblick | 93 |
| A. Geschichte der Erforschung der Erdrotation | 100 |
| B. Transformation vom raumfesten in das erdgebundene Referenzsystem | 103 |
| B.1. Transformationsansatz basierend auf den Äquinoktien | 103 |
| B.2. Transformationsansatz basierend auf dem CIO | 104 |
| C. DGFI Multi-Mission Meereshöhenänderungen: Entfernungskorrekturen und Modelle | 106 |
| D. Abkürzungsverzeichnis | 107 |
| Literatur | 108 |

1. Einleitung

1.1. Geschichtlicher Hintergrund

Die Geschichte der Erforschung der Erdrotation reicht bis in die Zeit vor Christus zurück; schon damals erkannte Eratosthenes von Kyrene, dass die Erde sich um ihre Polachse dreht. Erst sehr viel später, 1619, bewies Vincentino Viviani die Existenz der Erdrotation mit Hilfe eines Pendelversuches. Die Veröffentlichung dieses Beweises erfolgte allerdings erst später durch Jean Bernard Léon Foucault im Jahr 1851. Dank Leonhard Paul Euler gelang es im Jahr 1758 Bewegungen von starren, rotierenden Körpern mit Hilfe der Eulerschen Kreisgleichungen zu beschreiben. Er nahm an, dass die Rotationsachse der Erde eine Kreiselbewegung mit der 10 monatigen Eulerperiode um die Symmetrieachse der festen, rotationssymmetrischen, ellipsoidischen Erde macht. Erst 1885 konnte die Polbewegung von Karl Friedrich Küstner mit Hilfe von astronomischen Breitenvariationen am Observatorium Königsberg nachgewiesen werden. Simon Newcomb fand 1892 heraus, dass die Erde elastisch ist und deshalb die Rotationsachse der Erde eine Kreiselbewegung um ihre Symmetrieachse mit der 14 monatigen Chandlerperiode beschreibt. Im Jahr 1895 wurde die Polbewegung von astronomischen Breiten abgeleitet, die mit optischen Zenitteleskopen beobachtet wurden. Die Beobachtung der Änderung der Rotationsgeschwindigkeit gelang erst 1955 mit Danjon's Astrolab. Im Jahr 1960 veröffentlichten Walter Munk und Gordon MacDonald ihr Werk *The Rotation of the Earth; a geophysical discussion*, in dem die dynamischen Grundlagen der Erdrotation, ihre mathematische Formulierungen und Erklärungen einzelner zugrundeliegender geodynamischer Prozesse enthalten sind. Ende der 60er Jahre konnte die Polbewegung mit einer Genauigkeit von 0.02 as bestimmt werden und die Tageslängenschwankung mit einer Genauigkeit von 0.001 s . Im Jahr 1975 wurden die Polbewegung und UT1 erstmals mit Hilfe des geometrischen Raumbenachrichtungsverfahrens SLR (Laserentfernungsmessung zu Satelliten, engl.: *Satellite Laser Ranging*) beobachtet. Von nun an konnte die Erdrotation immer genauer bestimmt werden. Im Jahr 1980 publizierte Kurt Lambeck in seinem Buch *The Earth's Variable Rotation; geophysical causes and consequences* neue Erkenntnisse zum Rotationsverhalten der Erde. Der IPMS (engl.: *International Polar Motion Service*) begann 1983 tägliche Erdrotationsparameter mit einer Genauigkeit von 0.002 as und 0.0002 s zu veröffentlichen. Seit 1984 kann die Erdrotation zusätzlich mit Hilfe der Radiointerferometrie auf langen Basislinien (engl.: *Very Long Baseline Interferometry*, VLBI) beobachtet werden. Im Jahr 1987 wurde der IERS (engl.: *International Earth Rotation Service*) gegründet. Seit 1990 werden Beobachtungen des globalen Positionierungssystems (engl.: *Global Positioning System*, GPS) zur Bestimmung der Erdrotationsparameter eingesetzt und seit 1994 können auch Messungen des Dopplersystems DORIS (engl.: *Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite*) verwendet werden. Seit 1998 stellt das GGFC (engl.: *Global Geophysical Fluids Centrum*) absolute und relative Drehimpulszeitreihen zur Verfügung, die von modellierten Massenverlagerungen und -bewegungen abgeleitet werden. Mit Hilfe dieser Drehimpulszeitreihen werden bis heute die Beiträge der Atmosphäre, der Ozeane und der kontinentalen Hydrosphäre zu Erdrotationsschwankungen untersucht. Seit 2002 kann mit der Schwerefeldmission GRACE (engl.: *Gravity Recovery And Climate Experiment*) das zeitvariable Gravitationsfeld der Erde bestimmt werden. Die Gravitationsfeldlösungen von GRACE wurden zunächst zur Bestimmung des integralen Masseneffektes auf die Erdrotation genutzt. Im Jahr 2008 konnte der ozeanische Masseneffekt der Polbewegung von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen adäquat abgeleitet werden. Seit 2010 wurden auch die gravimetrischen Raumbenachrichtigungen zur Berechnung der ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte eingesetzt. Während der integrale Anregungsmechanismus der Erdrotation mit Hilfe der geometrischen Raumbenachrichtungsverfahren heute präzise bestimmt werden kann, ist die Identifizierung der einzelnen Beiträge der Subsysteme der Erde noch mit großen Unsicherheiten behaftet.

Für interessierte Leser ist im Anhang A die Entdeckung der Erdrotation und die geschichtliche Entwicklung der Beobachtungsverfahren ausführlicher beschrieben. Dieser fragmentarische Überblick dient zum besseren Verständnis der Theorie der Erdrotation und der Motivation, die diese Arbeit hervorgebracht hat.

1.2. Motivation, Zielsetzung und Gliederung dieser Arbeit

Die Variationen der Erdrotation bezüglich eines erdgebundenen Bezugssystems (Polbewegung und Tageslängensvariationen) sind das Ergebnis der integralen Wirkung aller Massenverlagerungen und -bewegungen im System

Erde. Das System Erde umfasst die feste Erde (Kruste, Mantel, Kern), Atmosphäre, Ozeane, kontinentale Hydrosphäre, Kryosphäre und Biosphäre und deren Wechselwirkungen. Die Erdrotation wird primär von geophysikalischen Prozessen in der festen Erde, der Atmosphäre und den Ozeanen beeinflusst, die anderen genannten Subsysteme der Erde sind von sekundärer Bedeutung. Neben den direkten Einflüssen auf die Erdrotation durch unmittelbare Drehimpulsänderungen, gibt es auch indirekte Einflüsse durch Gezeiten-, Rotations- und Auflastdeformationen des Erdkörpers. Bisher wurden die einzelnen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation hauptsächlich mit Hilfe von geophysikalischen Modellen bestimmt. Die Modellierung von Massenverlagerungen und -bewegungen in den einzelnen Subsystemen der Erde ist schwierig, da die zahlreichen Zustandsgrößen nicht mit ausreichender Genauigkeit sowie räumlicher und zeitlicher Auflösung global beobachtet werden können. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, durch Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbeobachtungen geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung genauer zu bestimmen als dies mit Hilfe von geophysikalischen Modellen möglich ist. Die Kombination der geodätischen Raumbeobachtungsverfahren ermöglicht es, die Schwächen in der Prozessierung auszugleichen und die verfahrensspezifischen Stärken optimal zu nutzen. Auf diese Weise kann die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der geschätzten Parameter gesteigert werden. Die neuen verbesserten Erkenntnisse über verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Erdrotation können genutzt werden, um ein besseres Verständnis von geophysikalischen Prozessen und Zusammenhängen zu erreichen. Diese Arbeit trägt zur Erdsystemforschung bei und korrespondiert mit Zielen des globalen geodätischen Beobachtungssystems GGOS (engl.: *Global Geodetic Observing System*) der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) (RUMMEL *et al.* 2005; PLAG und PEARLMAN 2009). Abbildung 1.1 dient zur Veranschaulichung des Beweggründe die diese Arbeit hervorgebracht haben.

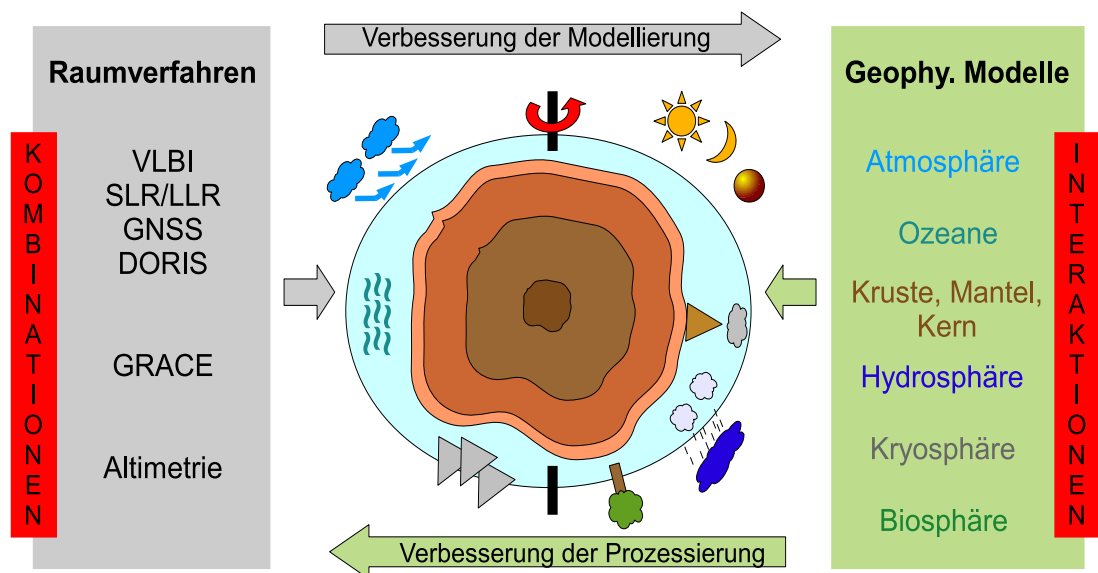


Abbildung 1.1: Beobachtung und Modellierung von geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation.

Polbewegungen und Tageslängenänderungen sind auf Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde zurück zu führen. Mit Hilfe von geometrischen Raumverfahren können die Erdrotationsschwankungen sowie der zugrundeliegende integrale Anregungsmechanismus der Erdrotation heutzutage sehr genau bestimmt werden. Die Satellitenmission GRACE ermöglicht erstmals die Bestimmung des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde. Mit Hilfe dieser gravimetrischen Raumbeobachtungen können nicht nur die integralen Massenverlagerungen im System Erde identifiziert werden, sondern auch die Massenverlagerungen in den einzelnen Systemkomponenten (z.B. Ozeane und kontinentale Hydrosphäre). Die Gravitationsfeldänderungen der Erde erlauben somit einen Rückschluss auf den integralen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt der Erdrotation. Durch die stetige Verbesserung der zeitvariablen Gravitationsfeldbestimmung können die Anregungsmechanismen der Polbewegung mit steigender Genauigkeit bestimmt werden. Trotz allem weisen die gravimetrisch bestimmten äquatorialen Drehimpulsfunktionen, die auf verschiedenen Gravitationsfeldlösungen beruhen, derzeit noch große Unterschiede auf (Kapitel 3.2.4). Mit Hilfe der Satellitenaltimetrie können die Meereshöhenänderungen der Ozeane immer genauer bestimmt werden. Sie sind auf Massen- und Volumenschwankungen (sterischer Effekt) in den Ozeanen zurückzuführen. Durch Reduktion des sterischen Effektes kann der ozeanische Masseneffekt der Erdrotation berechnet werden. Die sterischen Meereshöhenänderungen können dank des internationalen ozeanographischen Beobachtungssystems Argo (siehe Webseite <http://www.argo.ucsd.edu>) mit steigender räumlicher und zeitlicher Auflösung und Genauigkeit bestimmt werden.

Ein Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Kombination von geodätischen Raubeobachtungen. In Kapitel 3 werden die geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raubeobachtungsverfahren vorgestellt, mit deren Hilfe verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung bestimmt werden können. Es wird genau erläutert welche Datensätze für die Erdorientierungsparameter, das zeitvariable Gravitationsfeld der Erde und die Meereshöhenänderungen der Ozeane verwendet werden und wie diese Datensätze berechnet werden. Im Zuge dessen wird überprüft, ob bei der Berechnung der geodätischen Produkte einheitliche Standards und Konventionen eingesetzt wurden. Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Erarbeitung eines geeigneten linearen Gauß-Markoff-Ausgleichsmodells zur Bestimmung von verschiedenen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung. Ein zentraler Punkt ist die Aufstellung der Kofaktormatrix der Beobachtungen, mit deren Hilfe die Gewichtung der Beobachtungen für die Ausgleichung festgelegt wird. Je besser die Kofaktormatrix der Beobachtungen bekannt ist, desto genauer können die unbekannt Parameter aus den Beobachtungen abgeleitet werden, und desto realistischer kann die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ausgleichungsergebnisse geschätzt werden. Deshalb wird in dieser Arbeit untersucht, mit Hilfe welcher empirischen Methoden die Varianzen, Kovarianzen und Autokovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen am genauesten bestimmt werden können.

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Trennung der integralen geodätischen Messgrößen in die Beiträge der einzelnen Geofluide. International wird derzeit intensiv an der Separation von Massenverlagerungen im System Erde, die mit Hilfe der Satellitenmission GRACE beobachtet werden können, gearbeitet. In Kapitel 3 werden Massenvariationen in den Ozeanen und der kontinentalen Hydrosphäre von zeitvariablen Gravitationsfeldänderungen der Erde abgeleitet. Dabei wird untersucht, welche Filtertechnik sich am besten zur Reduktion der Störfaktoren der Gravitationsfeldbestimmung eignet und mit Hilfe welcher Land-Ozean-Masken die Gebiete am realistischsten getrennt werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wird zum ersten Mal untersucht, ob durch Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raubeobachtungen der integrale Anregungsmechanismus der Polbewegung in die einzelnen Beiträge verschiedener Subsysteme der Erde aufgespalten werden kann. In Kapitel 4.4 wird ein Kombinationsmodell zur Bestimmung der atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie des integralen Bewegungseffektes vorgestellt. Es beruht auf der Verknüpfung von vier Kombinationsmodellen, die zur Bestimmung des integralen Effektes, des integralen Masseneffektes, des ozeanischen Masseneffektes und des hydrologischen Masseneffektes entwickelt wurden (Kapitel 4.3).

Vergleiche mit geophysikalischen Modelllösungen weisen darauf hin, dass die verschiedenen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung durch Kombination von geodätischen Raubeobachtungen wesentlich genauer bestimmt werden können als mit Hilfe von geophysikalischen Modellen (Kapitel 5). Die neuen verbesserten Erkenntnisse über die einzelnen Beiträge der Subsysteme der Erde zu Erdrotationsschwankungen können genutzt werden, um ein besseres Verständnis von geophysikalischen Prozessen und Zusammenhängen zu erreichen.

2. Grundlagen

In der Geodäsie versteht man unter Erdrotation die Lageänderung der Erdrotationsachse im Raum und in Bezug auf den Erdkörper sowie die Änderung der Rotationsperiode. Mit anderen Worten die Erdrotation ist die zeitliche Änderung der Erdorientierung. In dieser Arbeit werden Erdrotationsschwankungen bezüglich eines erdgebundenen Referenzsystems untersucht, die von geodynamisch und klimatologisch angetriebenen Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde verursacht werden. Das Studieren geophysikalischer Anregungsmechanismen der Erdrotation setzt physikalische, geometrische und mathematische Grundkenntnisse voraus, die in diesem Kapitel vermittelt werden. Die Kreiseltheorie beschreibt den physikalischen Hintergrund der Erdrotation und ihrer Eigenarten. Die Geodäsie erlaubt durch die Definition und Realisierung von raumfesten und erdgebundenen Referenzsystemen eine eindeutige konventionelle geometrische Interpretation der Erdrotation und liefert die Grundlagen für die mathematische Formulierung aller Beobachtungen der geodätischen Raumverfahren. Auf diesen Erkenntnissen aufbauend lässt sich die mathematische Beschreibung der geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation unter Berücksichtigung der Elastizität der Erde ableiten.

2.1. Kreiseltheorie

Die Kreiseltheorie beschreibt das Drehverhalten von rotierenden Körpern und liefert somit die physikalischen Grundlagen zur Beschreibung der Rotation der Erde. Die Kreiseltheorie ist ein Spezialgebiet der Mechanik, die sowohl die Kinematik als auch die Dynamik starrer und nicht-starrer Körper umfasst. Während die Kinematik die Bewegungen von Körpern untersucht, befasst sich die Dynamik auch mit den zugrundeliegenden Ursachen der Bewegungen, sprich den wirkenden Kräften. Die Bewegung starrer Körper setzt sich aus translatorischen und rotatorischen Bewegungen zusammen, bei nicht-starren Körper treten zusätzlich auch noch Deformationsbewegungen auf. Die Translation und Rotation der Erde darf getrennt von einander betrachtet werden, da erstens die Entfernungen der Kräfte erzeugenden Himmelskörper im Verhältnis zu ihren Durchmessern sehr groß sind (HEITZ 1980) und zweitens die Bewegungen in der Geodäsie in geozentrischen Koordinatensystemen beschrieben werden (MORITZ und MÜLLER 1987). Die Bewegung der Erde um die Sonne ist eine translatorische Bewegung, die laut dem Schwerpunktsatz mit Hilfe der Bewegungsgleichungen des Schwerpunktes beschrieben werden kann. Aufgrund der großen Masse der Sonne kann die Erdbahn näherungsweise durch Lösung des Zweikörperproblems (Keplerproblems) bestimmt werden. Die Bewegung der Erde um ihre körpereigene Rotationsachse, die den Schwerpunkt der Erde enthält, ist eine rotatorische Bewegung (siehe Abbildung 2.1). Die Rotation der Erde kann mit Hilfe des Drehimpulssatzes dargestellt werden. In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen der Erdrotation vermittelt, ausgehend von der Dynamik der Drehbewegung starrer Körper. Idealisierte starre Körper stellen meistens eine gute Näherung der Realität dar und ermöglichen eine vereinfachte Darstellung der dynamischen Bewegung. Darauf aufbauend werden die Besonderheiten, die sich aufgrund der Deformierbarkeit eines Körpers ergeben, erklärt.

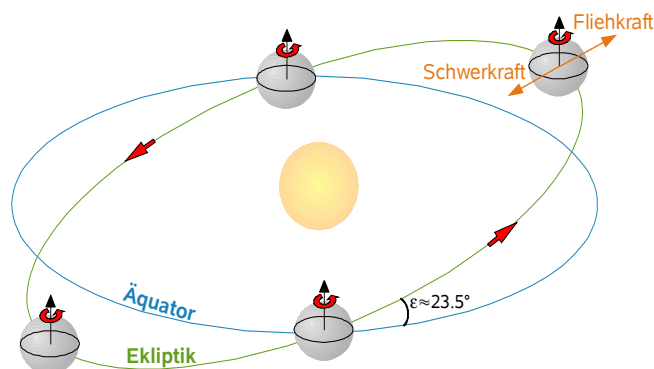


Abbildung 2.1: Translation: Das Massenzentrum der Erde bewegt sich näherungsweise entlang einer Keplerbahn um die Sonne. Die Fliehkraft (Trägheitskraft) wirkt der Schwerkraft entgegen, da die Erde bestrebt ist ihren Bewegungszustand beizubehalten. Rotation: Externe und interne Kräfte sind verantwortlich dafür, dass die Erde sich um ihre Rotationsachse dreht.

2.1.1. Drehbewegung starrer Körper

Die Drehbewegung um einen körpereigenen Punkt oder eine Achse bezeichnet man als Rotation. Die Massenteilchen entlang der Rotationsachse befinden sich in Bezug auf den Körper in Ruhe (MAGNUS 1971). In der Regel verläuft die Rotationsachse durch den Schwerpunkt des Körpers. Die Rotationsgeschwindigkeit eines Körpers hängt von seiner Massenverteilung ab. Ein Eiskunstläufer mit zur Seite ausgestreckten Armen dreht sich beim Ausführen einer Pirouette langsamer, als ein Eiskunstläufer mit nach oben ausgestreckten Armen. Dieser Effekt wird verstärkt, wenn der Eiskunstläufer Gewichte in seinen Händen hält. Es gilt je näher sich die Arme (Massen) des Eiskunstläufers am Körper (Rotationsachse) befinden, desto schneller ist die Drehung.

Die Massenverteilung eines Körpers kann mit Hilfe des Trägheitstensors

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

mathematisch beschreiben werden. Der Trägheitstensor ist unabhängig von der Wahl des Bezugssystems, da er eine physikalische Eigenschaft des Körpers repräsentiert. Die einzelnen Komponenten des Trägheitstensor sind jedoch abhängig vom Bezugssystem, wie später gezeigt wird (MAGNUS 1971). Entlang der Hauptdiagonalen befinden sich die drei Trägheitsmomente A , B und C . Sie repräsentieren die Trägheit des Körpers, das heißt das Beharrungsvermögen des rotierenden starren Körpers seine gleichförmige Drehbewegung beizubehalten (SOMMERFELD 1943). Die Nebendiagonalelemente D , E und F sind Deviationsmomente, sie reflektieren die Unwuchten des Körpers aufgrund der unsymmetrischen Massenverteilung (MAGNUS 1971). Für jeden Körper kann mit Hilfe der Eigenwertzerlegung ein Koordinatensystem gefunden werden, bezüglich dem keine Unwuchten auftreten, das heißt $D = E = F = 0$. Die Achsen solcher Koordinatensysteme nennt man Hauptträgheitsachsen und die entsprechenden Trägheitsmomente A , B und C nennt man Hauptträgheitsmomente (HEITZ 1980). Die Berechnung der Trägheitsmomente basiert auf der Integration über das Produkt aller Massenelemente dm (oder Volumenelemente dV multipliziert mit ihrer Dichte ρ) und dem Quadrat ihrer vertikalen Distanzen zur jeweiligen Koordinatenachse, wobei die vertikalen Distanzen mit Hilfe von kartesischen Koordinaten x_1 , x_2 und x_3 oder sphärischen Koordinaten r , ϕ und λ beschrieben werden (DILL 2002):

$$A = \int_M (x_2^2 + x_3^2) dm \quad \text{bzw.} \quad A = \int_V \rho r^2 (1 - \cos^2 \phi \cos^2 \lambda) dV, \quad (2.2)$$

$$B = \int_M (x_1^2 + x_3^2) dm \quad \text{bzw.} \quad B = \int_V \rho r^2 (1 - \cos^2 \phi \sin^2 \lambda) dV \quad \text{und} \quad (2.3)$$

$$C = \int_M (x_1^2 + x_2^2) dm \quad \text{bzw.} \quad C = \int_V \rho r^2 \cos^2 \phi dV. \quad (2.4)$$

Die Bestimmung der Deviationsmomente erfolgt analog dazu über:

$$D = \int_M (x_2 \cdot x_3) dm \quad \text{bzw.} \quad D = \int_V \rho r^2 (\sin \phi \cos \phi \sin \lambda) dV, \quad (2.5)$$

$$E = \int_M (x_1 \cdot x_3) dm \quad \text{bzw.} \quad E = \int_V \rho r^2 (\sin \phi \cos \phi \cos \lambda) dV \quad \text{und} \quad (2.6)$$

$$F = \int_M (x_1 \cdot x_2) dm \quad \text{bzw.} \quad F = \int_V \rho r^2 \left(\frac{1}{2} \cos^2 \phi \sin 2\lambda\right) dV. \quad (2.7)$$

Die Drehbewegung eines rotierenden Körpers wird mit Hilfe des Drehimpulses

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{I}(t)\boldsymbol{\omega}(t) \quad (2.8)$$

beschreiben. $\boldsymbol{\omega}$ ist die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Körpers. Der Trägheitstensor eines starren Körpers ist in einem körperfesten Bezugssystem konstant. Im Gegensatz dazu ist der Trägheitstensor in einem raumfesten Bezugssystem abhängig von der Zeit. Für abgeschlossene Systeme gilt der Drehimpulserhaltungssatz ($\mathbf{H} = \text{const}$), da diese Systeme keine Wechselwirkungen mit ihrer Umgebung aufweisen und somit keine Drehmomente \mathbf{L} auf sie einwirken. Der Gesamtdrehimpuls eines abgeschlossenen Systems ändert sich weder im Betrag, noch in seiner Richtung. Das wichtigste Grundgesetz der Kreiseltheorie ist der Drehimpulssatz, der von Leonhard Euler formuliert wurde. Er stellt eine Verallgemeinerung des zweiten Newtonschen Axioms für Drehbewegungen dar. Demnach bewirken äußere Kräfte (z.B. Gravitation) eine zeitliche Änderung des Drehimpulses. In einem

Inertialsystem wird der Drehimpulssatz über

$$\dot{\mathbf{H}}(t) = \mathbf{L}(t) \quad (2.9)$$

beschrieben. Der Punkt über \mathbf{H} steht für die erste Ableitung des Drehimpulses nach der Zeit. Mit Hilfe dieser Gleichung kann zum Beispiel die Bewegung der Erdrotationsachse im Raum beschrieben werden. Die Bewegung der Rotationsachse in Bezug auf den Körper wird mit der dynamischen Eulerschen Bewegungsgleichung

$$\dot{\mathbf{H}}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{H}(t) = \mathbf{L}(t) \quad (2.10)$$

mathematisch dargestellt. Hierbei beschreibt das Vektorprodukt $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}$ die Bewegung des rotierenden Bezugssystems. Die Beschreibung von Bewegungen ist folglich abhängig vom Standpunkt des Betrachters beziehungsweise von dem Bezugssystem in dem die Bewegungsgleichungen formuliert werden. Am Beispiel eines starren Erdmodells werden die Bewegungen der Figuren-, Drehimpuls- und Rotationsachse gegenüber einem erdfesten Bezugssystem geometrisch gedeutet. In dieser Arbeit wird die Achse mit maximalen Hauptträgheitsmoment, die durch den Schwerpunkt des Körpers läuft, als Figurenachse bezeichnet. HEITZ (1980) bezeichnet ein Hauptachsensystem mit Ursprung im Massenzentrum des Körpers als Figurenachsensystem.

Polbewegung einer starren Erde

Die Erde entspricht einem symmetrischen Kreisel, da zwei ihrer Hauptträgheitsmomente als gleich groß angesehen werden dürfen. Symmetrische Kreisel besitzen den Vorteil, dass ihre Bewegungsgleichungen analytisch gelöst werden können (MAGNUS 1971). Die Bewegungen der Rotations- und Drehimpulsachse bezüglich der erdfesten Figurenachse sind in Abbildung 2.2 als Projektion in die Zeichenebene dargestellt. Die Bewegungen der Achsen setzen sich aus drehmomentenfreien und erzwungenen Bewegungen zusammen. Die freie Bewegung ist auf das Bestreben der Erde zurückzuführen ihre Gleichgewichtslage, in der die Rotationsachse mit der Figurenachse koinzidiert, wieder zu erlangen. Infolgedessen kreist die Rotationsachse $\boldsymbol{\omega}$ in 304 Tagen (Eulerperiode) auf einem Kreis, auch Eulersche Polbahn genannt, mit etwa 6 m Radius auf der Erdoberfläche um die Figurenachse \mathbf{F} . Die Drehimpulsachse \mathbf{H} bewegt sich auf einer Eulerschen Polbahn mit zirka 5.98 m Radius um die Figurenachse. Aufgrund der gravitativen Drehmomente von Sonne und Mond sind die Eulerschen Polbahnen überlagert von täglich erzwungenen Bewegungen der Rotations- bzw. der Drehimpulsachse. Dabei schwanken die Radien der täglichen Polbahnen zwischen 0 und 60 cm (MORITZ und MÜLLER 1987). Die Bewegungen der Rotations- und Drehimpulsachse um die Figurenachse entsprechen deshalb spiralartigen Bewegungen entlang der entsprechenden Eulerschen Polbahn (Epizykelbewegungen) mit einem Wiederholungszyklus von etwa 14 Tagen.

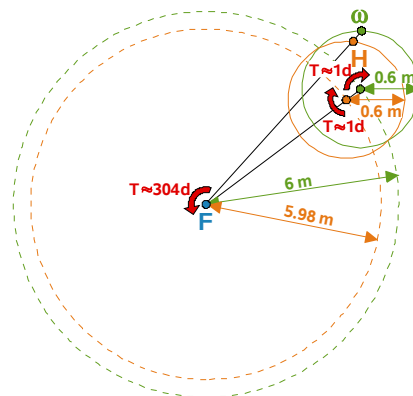


Abbildung 2.2: Projektion der Bewegung der Rotations- $\boldsymbol{\omega}$ (grün) und Drehimpulsachse \mathbf{H} (orange) in die Zeichenebene. Die momentenfreien Bewegungen um die Figurenachse \mathbf{F} sind gestrichelt dargestellt wohingegen die überlagerten erzwungenen Bewegungen mit durchgezogenen Kreisen abgebildet sind.

2.1.2. Drehbewegung nicht starrer Körper

Das Rotationsverhalten nicht starrer Körper ist komplexer als das Rotationsverhalten starrer Körper. Das liegt zum Einen daran, dass sich der Trägheitstensor im Laufe der Zeit aufgrund von Deformationen verändert und

zum Anderen treten in nicht starren Körpern Massenbewegungen relativ zu einem mitrotierenden Bezugssystem auf. Sie bewirken Relativdrehimpulse \mathbf{h} , die einen Einfluss auf das Rotationsverhalten des Körpers haben. Es handelt sich dabei um einen sogenannten sekundären Effekt (DILL 2002). Der Relativdrehimpuls eines Körpers bezüglich eines rotierenden Bezugssystems wird bestimmt durch Lösen des Integrales aller bewegten Massenteilchen über das Vektorprodukt ihrer Positionen \mathbf{x} und Geschwindigkeiten \mathbf{u} :

$$\mathbf{h} = \int_M (\mathbf{x} \times \mathbf{u}) dm . \quad (2.11)$$

Der Gesamtdrehimpuls für einen nicht starren Körper ist die Summe aus Drehimpuls und Relativdrehimpuls ($\mathbf{H} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}$). Das Rotationsverhalten deformierbarer Körper wird im mitrotierenden Bezugssystem allgemein durch die Euler-Liouville-Gleichung

$$\dot{\mathbf{I}}(t)\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{I}(t)\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) + \dot{\mathbf{h}}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{I}(t)\boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{h}(t) = \mathbf{L}(t) \quad (2.12)$$

beschrieben (ROUTH 1905; MUNK und MACDONALD 1960). Für den Fall, dass es sich bei dem körpergebundenen Bezugssystem um ein Tisserandsystem handelt, treten keine Relativdrehimpulse auf, die in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt werden müssen. Tisserandsysteme sind so definiert, dass die Deformationsbewegungen bezüglich dieses Koordinatensystems minimal sind oder verschwinden. Ein Vorteil von Tisserandsystemen ist, dass die drei Bewegungsarten nicht starrer Körper: Translation, Rotation und Deformation getrennt von einander betrachtet werden können (MORITZ und MÜLLER 1987). Die geometrische Interpretation der Bewegungen der Figuren-, Drehimpuls- und Rotationsachse eines nicht starren Körpers gegenüber einem körpergebundenem Bezugssystem wird im Folgenden exemplarisch für ein nicht starres Erdmodell veranschaulicht.

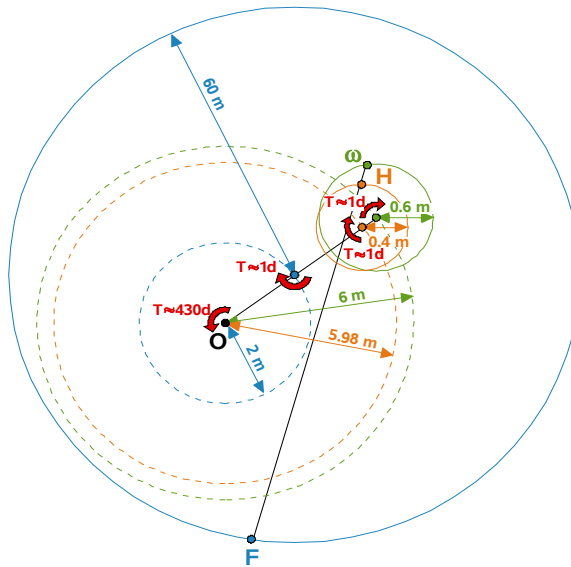


Abbildung 2.3: Projektion der Bewegung der Figurenachse \mathbf{F} (blau), Rotationsachse $\boldsymbol{\omega}$ (grün) und Drehimpulsachse \mathbf{H} (orange) in die Zeichenebene. Die momentenfreien Bewegungen um die Figurenachse im ungestörten Zustand der Erde \mathbf{O} sind gestrichelt dargestellt, wohingegen die überlagerten erzwungenen Bewegungen mit durchgezogenen Kreisen abgebildet sind.

Polbewegung einer nicht starren Erde

Da sich bei einem nicht starren Erdmodell die Massenverteilung im Laufe der Zeit aufgrund von Deformationen verändert, ändert sich auch die Lage der Figurenachse. Die Bewegungen der Figuren-, Rotations- und Drehimpulsachse werden deshalb bezüglich der Figurenachse im ungestörten Zustand der Erde \mathbf{O} veranschaulicht (Abbildung 2.3). Die Bewegungen der Achsen setzen sich wie bei dem starren Erdmodell aus drehmomentenfreien und erzwungenen Bewegungen zusammen. Für den Fall, dass keine äußeren Drehmomente wirken, bewegt sich die Figurenachse in 430 Tagen (Chandlerperiode), entlang eines Kreises mit etwa 2 m Radius auf der Erdoberfläche, ein mal um \mathbf{O} . Die Verlagerung der Hauptträgheitsachse mit maximalem Trägheitsmoment ist darauf zurückzuführen, dass die Rotationsachse nicht mit der Figurenachse zusammenfällt und unsymmetrische Deformationen hervorruft (MORITZ und MÜLLER 1987). Die Perioden der freien Bewegungen der Rotations- und Drehimpulsachse um \mathbf{O} betragen ebenfalls 430 Tage. Die Chandlersche Polbahn der Rotationsachse entspricht

einem Kreis mit zirka 6 m Radius, der Radius der Chandlerschen Polbahn der Drehimpulsachse ist ungefähr 2 cm kleiner. Wie bei der starren Erde sind die freien Polbahnen von täglichen erzwungenen Bewegungen der Figuren-, Rotations- und Drehimpulsachse überlagert. Die Radien der täglichen Kreisbahnen der Rotations- und Drehimpulsachse unterscheiden sich bei der nicht starren Erde in ihrem Maximum um etwa 20 cm. Die tägliche Polbahn der Figurenachse weist im Vergleich dazu einen sehr viel größeren Radius von etwa 60 m auf. Das ist ein Hinweis darauf, dass die Figurenachse sehr instabil gegenüber externen Störungen ist.

2.2. Referenzsysteme

Die Bewegung eines Körpers kann nur bezüglich einer Referenz beschrieben werden. Am besten lassen sich Bewegungsvorgänge in dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystemen darstellen, die durch ihren Koordinatenursprung, drei orthogonale Basisvektoren und ihren Maßstab festgelegt sind. Zur vollständigen Beschreibung der Lageänderungen der Erdrotationsachse im Raum und in Bezug auf den Erdkörper benötigt man sowohl ein raumfestes als auch ein erdgebundenes Referenzsystem (siehe Abbildung 2.4). Die Definition und Realisierung von Referenzsystemen ist eine zentrale Aufgabe der Geodäsie. In diesem Kapitel wird ein international anerkanntes raumfestes und ein erdgebundenes Bezugssystem vorgestellt sowie die Transformation zwischen den beiden Systemen. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Transformation, da sie durch die zeitliche Änderung der Erdorientierung festgelegt ist und somit eine eindeutige geometrische Beschreibung der Erdrotationschwankungen liefert. Ferner sind die Grundlagen, die in diesem Kapitel vermittelt werden, wichtig für die mathematische Formulierung aller Beobachtungen der geodätischen Raumverfahren. Während die Bewegungsgleichungen von Satelliten in einem raumfesten Referenzsystem formuliert werden, werden die Positionen der Beobachtungsstationen in einem erdgebundenen Referenzsystem beschrieben.

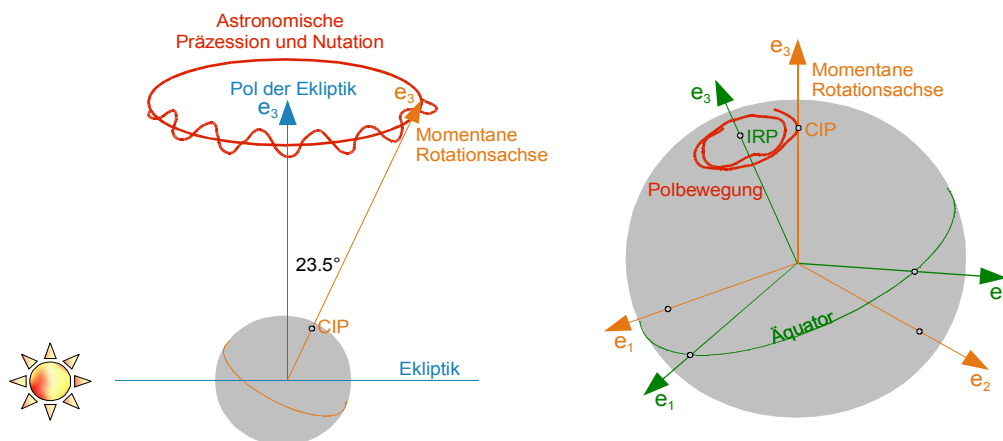


Abbildung 2.4: Auf der linken Seite ist die Orientierung der Erdrotationsachse im Raum dargestellt. Auf der rechten Seite ist die Lageänderung der Rotationsachse in Bezug auf den Erdkörper veranschaulicht.

2.2.1. Raumfeste Referenzsysteme

Strenggenommen sind raumfeste Referenzsysteme nicht beschleunigte Koordinatensysteme (Inertialsysteme). In Inertialsystemen bewegen sich gemäß dem Newtonschen Trägheitsgesetz kräftefreie Körper geradlinig und gleichförmig. Physikalische Gesetzmäßigkeiten besitzen in Inertialsystemen ihre einfachste Form. Sie eignen sich deshalb zur Beschreibung von Bewegungen von Himmelskörpern, Satelliten und beschleunigten Referenzsystemen im Raum (SCHOEDLBAUER 2000). Die Festlegung und Realisierung eines Inertialsystems ist schwierig, da sich nicht nur die Sonne sondern auch unsere Galaxie bewegt. Demzufolge sind raumfeste Referenzsysteme nur näherungsweise Inertialsysteme, sogenannte Quasi-Inertialsysteme. Der IERS stellt das international anerkannte konventionelle raumfeste Referenzsystem (engl.: *International Celestial Reference System*, ICRS) und seine Realisierung (engl.: *International Celestial Reference Frame*, ICRF) zur Verfügung. In MCCARTHY und PETIT (2004) ist die Definition für das ICRS enthalten. Der Ursprung dieses Koordinatensystems befindet sich im Baryzentrum des Sonnensystems und die Richtungen seiner Achsen beziehen sich auf den Äquator. Sie werden über die Positionen ausgewählter extragalaktischer Radioquellen (Quasare), die keine identifizierbare

Eigenbewegung besitzen, festgelegt. Das ICRS ist folglich ein Äquatorsystem mit einer epochenunabhängigen Orientierung. Die Achsen des ICRS stimmen bis auf etwa $0.02''$ mit dem mittleren Himmelsäquator und dem mittleren Frühlingspunkt der Epoche J2000 (01.01.2000, 12:00 Uhr UT1) des konventionellen dynamischen Systems überein (KAPLAN 2005b). Die Realisierung des ICRS erfolgt mit Hilfe des geodätischen Raumbeobachtungsverfahrens VLBI, das in Kapitel 3.1.1 beschrieben ist, über die Positionsbestimmungen von Quasaren. Es handelt sich folglich um ein kinematisches Referenzsystem und nicht um ein dynamisches Referenzsystem, da keine Verbindungen zu den Planeten, dem Mond oder den Satelliten bestehen (SCHUH *et al.* 2003). In der Resolution B1.3 des Jahres 2000 der Internationalen Astronomischen Union (IAU) ist neben dem baryzentrischen zälestrischen Referenzsystem (engl.: *Barycentric Celestial Reference System*, BCRS) auch das geozentrische zälestrische Referenzsystem (engl.: *Geocentric Celestial Reference System*, GCRS) definiert sowie die 4-dimensionale Transformation zwischen den beiden Koordinatensystemen. Wie die Namen bereits mitteilen, befindet sich der Ursprung des GCRS nicht im Baryzentrum des Sonnensystems wie beim BCRS, sondern im Massenzentrum der Erde einschließlich der Atmosphäre und der Ozeane, auch Geozentrum genannt. In der Geodäsie wird das GCRS eingesetzt zur Darstellung von erdgebundenen Beobachtungen zu Satelliten und ihren Bewegungsgleichungen sowie zur Beschreibung der Bewegung des zälestrischen Pols im raumfesten Referenzsystem (KAPLAN 2005b). Das ICRF-Ext.1 (engl.: *International Celestial Reference Frame Extension 1*) stellt die aktuelle Realisierung des ICRS dar, die auf VLBI-Beobachtungen zu 667 Radioquellen beruht (GONTIER *et al.* 2006).

2.2.2. Erdgebundene Referenzsysteme

Erdgebundene Referenzsysteme sind beschleunigte Koordinatensysteme, die so fest wie möglich mit der Erde verbunden sind. Sie eignen sich deshalb zur Beschreibung von Positionen und Bewegungen erdgebundener Objekte, die die Rotation der Erde mitmachen. Voraussetzung für eine eindeutige Formulierung der Bewegungsgleichungen ist eine präzise Modellierung der zeitlichen Veränderungen der Positionen aufgrund von Deformationen des Erdkörpers. Aus diesem Grund sind in den IERS Konventionen (engl.: *IERS Conventions*) physikalische Modelle festgelegt, die den Zusammenhang zwischen dem erdgebundenen Koordinatensystem und den Koordinaten beschreiben. Der IERS bietet das international anerkannte konventionelle erdgebundene Referenzsystem (engl.: *International Terrestrial Reference System*, ITRS) und seine Realisierung (engl.: *International Terrestrial Reference Frame*, ITRF) an. Die Definition des ITRS ist ebenfalls Bestandteil der IERS Konventionen, die derzeit in MCCARTHY und PETIT (2004) wiedergegeben werden. Der Ursprung dieses Koordinatensystems befindet sich im Geozentrum. Die Orientierung der Achsen ist konsistent mit der des terrestrischen Referenzsystems des *Bureau International de l'Heure* (BIH) zur Epoche 1984.0. Die z-Achse verläuft durch den IERS Referenzpol (IRP) und die x-Achse zeigt in Richtung des konventionellen Meridians von Greenwich. Zur Gewährleistung eines quasi ruhenden geozentrischen Referenzsystems unterliegen die Achsen der Bedingung, dass sie im Mittel bezüglich der Erdkruste keine Drehungen aufweisen (engl.: *No-Net-Rotation*, NNR). Auf diese Weise ist auch die zeitliche Entwicklung der Orientierung definiert. Zur Realisierung des ITRS wird ein Satz von Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten berechnet, durch Ausgleich zahlreicher Entfernungsbeobachtungen zwischen Bodenstationen und extra-terrestrischen Objekten mit geodätischen Raumverfahren, die in Kapitel 3.1.1 beschrieben sind. Jede Beobachtungstechnik besitzt ihre Stärken und Schwächen, die durch die Kombination optimal genutzt bzw. kompensiert werden sollen. VLBI und SLR sind zum Beispiel maßgebend für die Langzeitstabilität, und GNSS trägt im Wesentlichen zur Verdichtung des globalen Netzes bei (ROTHACHER 2000). Ferner ist SLR wichtig für die Realisierung der geozentrischen Lagerung des terrestrischen Referenzsystems. Im Gegensatz zum ICRF muss der ITRF regelmäßig neu bestimmt werden, da sich die Positionen der Stationen im Laufe der Zeit aufgrund von tektonischen Prozessen bis zu mehreren Zentimetern pro Jahr verändern. Der aktuelle ITRF ist der ITRF2008, er basiert auf einer neuen Kombinationsstrategie, die in Kapitel 3.1.2 beschrieben ist (ALTAMIMI *et al.* 2007).

2.2.3. Transformation zwischen raumfestem und erdgebundenem Referenzsystem

Der IERS ist nicht nur zuständig für die Definition, Realisierung und den Unterhalt des vereinbarten raumfesten und erdgebundenen Referenzsystems und Referenzrahmens, sondern auch für die Bereitstellung genauer Erdorientierungsparameter (EOP), die eine Transformation zwischen den Bezugssystemen erlauben. Die Transformation zwischen dem raumfesten Äquatorsystem ICRS und dem erdfesten Äquatorsystem ITRS ist in den IERS Konventionen MCCARTHY und PETIT (2004) konsistent zu den IAU 2000 Resolutionen über mehrere räumliche Drehungen definiert. Die Drehungen sind jeweils durch Rotationsmatrizen mathematisch festgelegt. Dank der IAU 2000 Resolutionen kann die Nutationsbewegung klar von der Polbewegung getrennt werden, und die Transformation kann nicht nur basierend auf den Äquinoktien, sondern auch basierend auf dem neu

definierten intermediären raumfesten Ursprung (engl.: *Celestial Intermediate Origin*, CIO¹) beschrieben werden (KAPLAN 2005b). Im Folgenden werden die beide Transformationsansätze inklusive ihrer Besonderheiten vorgestellt.

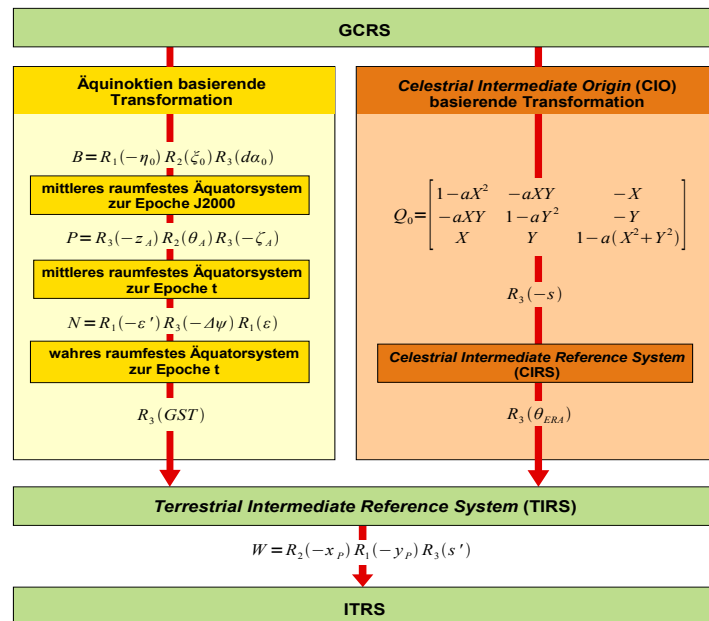


Abbildung 2.5: Transformation des raumfesten Referenzsystems GCRS in das erdgebundene Referenzsystem ITRS. Die Rotationsmatrizen sowie die Drehwinkel sind mit Hilfe von Graphiken im Anhang B beschrieben.

Transformationsansatz basierend auf den Äquinoktien

Der auf den Äquinoktien basierende Transformationsansatz ist aufgrund seiner Anschaulichkeit immer noch weit verbreitet. In Abbildung 2.5 sind die einzelnen Schritte der Transformation vom GCRS in das ITRS in Form von Rotationsmatrizen $\mathbf{R}_i(\alpha)$ dargestellt, die in diesem Abschnitt erläutert werden. Die Orientierung der Rotationsachse der Erde im Raum ist über die astronomische Präzession und Nutation definiert. Verursacht werden diese beiden Bewegungen von gravitativen Drehmomenten von Sonne, Mond und Planeten.

Die **Präzession** ist die langwellige Bewegung der Erdrotationsachse entlang eines Kegels mit einem Öffnungswinkel von 23.5° um den Pol der Ekliptik (Abbildung 2.4). Ein Umlauf dauert etwa 25780 Jahre. Hauptursache dieses Phänomens ist das lunisolare Bestreben, die Äquatorebene in die Ekliptik zu zwingen. Mit Hilfe der „Frame-Bias“-Matrix \mathbf{B} und der Präzessionsmatrix \mathbf{P} kann die Transformation vom GCRS in das mittlere raumfeste Äquatorsystem zur Beobachtungsepoche t dargestellt werden (KAPLAN 2005b). Im Anhang B werden die einzelnen Drehungen der Rotationsmatrizen mit Hilfe von Graphiken veranschaulicht. Die „Frame-Bias“-Matrix beschreibt den konstanten Unterschied zwischen dem GCRS und dem mittleren raumfesten Äquatorsystem zur Epoche J2000, auf das sich das Präzessionsmodell IAU2000 bezieht. Die Präzession wird von der kurzperiodischen Nutationsbewegung überlagert (Abbildung 2.4).

Die **Nutation** ist auf periodische Schwankungen der gravitativen Drehmomente aufgrund der sich verändernden relativen Lage von Sonne und Mond bezüglich der Erde zurückzuführen. Die Nutationsmatrix \mathbf{N} stellt den Übergang vom mittleren raumfesten Äquatorsystem zur Beobachtungsepoche t in das wahre raumfeste Äquatorsystem zur Beobachtungsepoche t dar. Die z-Achse des wahren raumfesten Äquatorsystems ist gemäß den IAU 2000 Resolutionen durch den *Conventional Intermediate Pole* (CIP) festgelegt. Der CIP weist per Definition im raumfesten System keine Bewegungen mit Perioden kleiner als zwei Tage auf. Bezüglich des erdgebundenen Systems besitzt der CIP keine retrograden tagesperiodischen Schwankungen. Auf diese Weise kann die Nutationsbewegung klar von der Polbewegung getrennt werden. Vor den IAU 2000 Resolutionen war die z-Achse des wahren raumfesten Äquatorsystems durch den zälestrischen Ephemeridenpol (engl.: *Celestial Eph-*

¹Die Abkürzung CIO wurde bis 1967 auch für den *Conventional International Origin* verwendet, der zur Festlegung der z-Achse des ITRS diente. Der *Celestial Intermediate Origin* wurde in den IAU 2000 Resolutionen *Celestial Ephemeris Origin* (CEO) genannt in Anlehnung an den *Celestial Ephemeris Pole* (CEP). Da der CEP durch den *Conventional Intermediate Pole* (CIP) ersetzt wurde, wurde die Nomenklatur angepasst (CEO=CIO).

emeris Pole, CEP) festgelegt, der per Definition sowohl im raumfesten als auch im erdgebundenen System keine tagesperiodischen Bewegungen besaß. Das IAU 2000 Präzessions-Nutations-Modell (MATHEWS *et al.* 2002) beschreibt beide Effekte basierend auf den Ephemeriden von Sonne, Mond und Planeten. Die Modellierung der freien Nutation des Erdkerns (engl.: *Free Core Nutation*, FCN), die vom Richtungsunterschied der Rotationsachse des inneren Erdkerns und des Erdmantels hervorgerufen wird, ist noch zu ungenau, als dass sie in dem Präzessions-Nutations-Modell berücksichtigt werden kann. Der IERS bietet implizit tägliche Korrekturterme für die Nutationsparameter $\Delta\psi$ und $\Delta\epsilon$ an, die primär den Effekt der FCN enthalten (KAPLAN 2005b).

Die Transformation vom wahren raumfesten Äquatorsystem in das intermediäre terrestrische Referenzsystem (engl.: *Terrestrial Intermediate Reference System*, TIRS) wird beschrieben über eine Drehung um die z-Achse um den Winkel der Sternzeit Greenwich (engl.: *Greenwich Sidereal Time*, GST) in Bezug auf den Frühlingspunkt. In MCCARTHY und PETIT (2004) sind, in Anlehnung an die IAU 2000 Resolutionen, die Formeln zur Berechnung von GST gegeben. Bis auf die Weltzeit UT1 kann GST durch das IAU 2000 Präzessions-Nutations-Modell beschrieben werden. Mit Hilfe von geodätischen Raumverfahren wird der Unterschied zwischen der von der **Erdrotation** abhängigen Weltzeit UT1 und der von präzisen Atomuhren abgeleiteten Zeit UTC ($\Delta UT1 = UT1 - UTC$) bestimmt. Der IERS bietet tägliche Werte für $\Delta UT1$ an. Zusätzlich werden auch tägliche Werte für die zeitliche Änderung von $\Delta UT1$, die die Länge eines Sonnentages (engl.: *Length Of Day*, LOD) beschreiben, bereitgestellt. Gemäß MORITZ und MÜLLER (1987) gilt: $LOD = -\Delta UT1$.

Die Transformation vom TIRS in das ITRS ist über die **Polbewegung** durch die Matrix **W** festgelegt. Die Lage der x-Achse des TIRS, die über den intermediären terrestrischen Ursprung (engl.: *Terrestrial Intermediate Origin*, TIO²) definiert ist, weicht nur geringfügig um den kleinen Winkel s' von dem konventionellen Meridian von Greenwich, der x-Achse des ITRS, ab. Die z-Achse erhält ihre endgültige Position über die Koordinaten x_P und y_P des CIP in Bezug auf den IRP. Die Bewegung der momentanen Erdrotationsachse im terrestrischen Referenzsystem ist allgemein bekannt als Polbewegung (Abbildung 2.4). Im Gegensatz zur astronomischen Präzession und Nutation kann die Polbewegung aufgrund ihrer Komplexität nicht mit Modellen beschrieben werden. Der IERS stellt deshalb tägliche Zeitreihen für die Polkoordinaten x_P und y_P zur Verfügung, die mit Hilfe von geodätischen Raumverfahren bestimmt werden. Gemäß MCCARTHY und PETIT (2004) beinhalten diese Polkoordinaten keine täglichen und subtäglichen Variationen aufgrund der Ozeangezeiten, ebenso wie keine täglichen Variationen aufgrund der halbtäglichen Nutationsbewegung. Die Größen $\Delta UT1$, x_P und y_P werden häufig als Erdrotationsparameter (ERP) bezeichnet (SCHUH *et al.* 2003). Diese Bezeichnung ist irreführend, da die Erdrotation strenggenommen auch Lageänderungen der Erdrotationsachse im Raum beinhaltet.

Transformationsansatz basierend auf dem CIO

Der auf dem CIO basierende Transformationsansatz besitzt den Vorteil, dass der CIO besser realisiert werden kann als der Frühlingspunkt, da er unabhängig von der mittleren Ekliptik ist, die mit geodätischen Beobachtungen schlecht bestimmt werden kann. Hinzukommt, dass der CIO wesentlich kleinere Richtungsänderungen aufweist als der Frühlingspunkt, da er keine Richtungsänderung entlang des Äquators besitzt, und sich deshalb besser zur Festlegung der x-Achse des CIRS eignet. Die einzelnen Schritte dieser Transformation vom GCRS in das ITRS sind ebenfalls in Abbildung 2.5 in Form von Rotationsmatrizen dargestellt und werden im Folgenden näher erläutert.

Die zeitvariable Orientierung der Erdrotationsachse im Raum aufgrund der astronomischen Präzessions- und Nutationsbewegung wird über die Position des CIP im GCRS mit den kartesischen Koordinaten X und Y beschrieben. Die von den äußeren Kräften verursachten Erdorientierungsänderungen werden bei diesem Transformationsansatz nicht mehr getrennt von einander betrachtet, sondern gemeinsam mit Hilfe der Matrix **Q₀**. Im Anhang B werden die einzelnen Drehungen der Rotationsmatrizen mit Hilfe von Graphiken veranschaulicht. Die Koordinaten X und Y des CIP sind in dem IAU 2000 Präzessions-Nutations-Modell in Abhängigkeit von der Zeit beschrieben. Sie beinhalten bereits den Offset zwischen dem GCRS und dem mittleren raumfesten Äquatorsystem zur Epoche J2000. Der IERS bietet tägliche Korrekturterme δX und δY an, die hauptsächlich den Effekt der in dem Modell vernachlässigten FCN enthalten. KAPLAN (2005a) erläutert, wie die Korrekturterme δX und δY in Korrekturterme der Nutationsparameter $\Delta\psi$ und $\Delta\epsilon$ umgewandelt werden können. Aufgrund der Bewegung des CIP verändert sich auch die Lage der x-Achse des intermediären raumfesten Systems (engl.: *Celestial Intermediate Reference System*, CIRS), die durch den CIO definiert ist. Der Winkel s beschreibt in Abhängigkeit von Präzession und Nutation die Position des CIO im GCRS.

Die Transformation vom CIRS in das TIRS ist festgelegt über den Erdrotationswinkel (engl.: *Earth Rotation Angle*, θ_{ERA}), der die Rotation der Erde um ihre Rotationsachse beschreibt. Der Erdrotationswinkel ist eine

²In den IAU 2000 Resolutionen wurde der TIO noch als *Terrestrial Ephemeris Origin* (TEO) bezeichnet in Anlehnung an den *Celestial Ephemeris Pole* (CEP). Da der CEP durch den CIP ersetzt wurde, wurde die Nomenklatur angepasst (TEO=TIO)

Funktion der Weltzeit $UT1$ und wird nicht, wie der Winkel GST , von der Nutation beeinflusst. Folglich erlaubt der auf dem CIO basierende Transformationsansatz eine klare Trennung der von den äußeren und inneren Kräften verursachten Erdrotationschwankungen. Die Transformation vom TIRS in das ITRS erfolgt analog zum Äquinoktien basierenden Transformationsansatz.

2.3. Mathematische Beschreibung geophysikalischer Anregungsmechanismen der Erdrotation

Ziel dieser Arbeit ist es, mit Hilfe einer Vielzahl von geodätischen Beobachtungen einzelne Beiträge dynamischer Prozesse im System Erde zu Erdrotationschwankungen zu identifizieren. In diesem Kapitel wird die allgemeine mathematische Beschreibung von geophysikalischen Anregungsmechanismen vorgestellt. Mit Hilfe der Euler-Liouville-Gleichung kann das Rotationsverhalten der nicht starren Erde bezüglich eines erdgebundenen rotierenden Bezugssystems dargestellt werden. Sie beruht auf der engen Beziehung zwischen der momentanen Erdrotationsachse und den von geophysikalischen Massenverlagerungen und -bewegungen induzierten Drehimpulsen und Relativedrehimpulsen (vgl. Kapitel 2.1). Die mathematische Formulierung geophysikalischer Anregungsmechanismen gewinnt man durch Auflösen der Euler-Liouville-Gleichung nach den einzelnen Komponenten des Erdrotationsvektors. Es gibt zwei Ansätze zur Lösung dieses nichtlinearen Differentialgleichungssystems. Mit Hilfe bestimmter Annahmen kann die Euler-Liouville-Gleichung linearisiert werden und somit direkt nach dem Erdrotationsvektor und seiner zeitlichen Ableitung aufgelöst werden. Dies ist die klassische Methode, die häufig auch als analytischer Lösungsansatz bezeichnet wird. In SEITZ (2004) wird ein numerischer Lösungsansatz vorgestellt der keine Linearisierung voraussetzt. Lediglich der analytische Lösungsansatz liefert eine mathematische Beschreibung der zugrundeliegenden geophysikalischen Anregungsmechanismen.

2.3.1. Linearisierung der Euler-Liouville-Gleichung

In Kapitel 2.1 wurde die allgemein gültige Euler-Liouville-Gleichung 2.12

$$\dot{\mathbf{I}}(t)\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{I}(t)\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) + \dot{\mathbf{h}}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{I}(t)\boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{h}(t) = \mathbf{L}(t)$$

bereits für einen nicht starren Körper vorgestellt. Im Folgenden wird diese Gleichung zur Beschreibung des Rotationsverhaltens der Erde verwendet. Massenverlagerungen im System Erde beeinflussen die Erdrotation und werden mit Hilfe des zeitvariablen Trägheitstensors der Erde

$$\mathbf{I}(t) = \mathbf{I}_0 + \Delta\mathbf{I}(t) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta I_{11}(t) & \Delta I_{12}(t) & \Delta I_{13}(t) \\ \Delta I_{12}(t) & \Delta I_{22}(t) & \Delta I_{23}(t) \\ \Delta I_{13}(t) & \Delta I_{23}(t) & \Delta I_{33}(t) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

berücksichtigt. Vergleicht man die äquatorialen Hauptträgheitsmomente A und B der Erde, so stellt man fest, dass diese nur um 0.0025 Prozent voneinander abweichen ($\frac{A-B}{A} \cdot 100$). Auf diese Tatsache stützt sich die folgende Annahme: Die Gestalt der Erde ist axialsymmetrisch, d.h. A und B entsprechen dem Mittelwert $A' = \frac{A+B}{2}$ (GROSS 2007). Die Erdrotation wird gegenüber einem mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\Omega}$ rotierenden erdgebundenen Bezugssystem beschrieben. Der momentane Erdrotationsvektor des erdgebundenen Referenzsystems

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}_0 + \Delta\boldsymbol{\omega}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta w_1(t) \\ \Delta w_2(t) \\ \Delta w_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} m_1(t) \\ m_2(t) \\ m_3(t) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

ist über die konstante Rotation $\boldsymbol{\omega}_0$ und die zeitlichen Abweichungen $\Delta\boldsymbol{\omega}$ dargestellt. Die äquatorialen Komponenten m_1 und m_2 repräsentieren die Polbewegung, wohingegen die axiale Komponente m_3 Aufschluss über die Tageslängenschwankungen

$$\Delta LOD(t) = -m_3(t) \cdot LOD \quad (2.15)$$

gibt. Die Lage der momentanen Erdrotationsachse kann mit geodätischen Raumverfahren nur indirekt über die Koordinaten x_P und y_P des zälestrischen intermediären Pols CIP in Bezug auf den IRP beschrieben werden, siehe Kapitel 2.2. Der kinematische Zusammenhang ist in GROSS (1992) ausführlich erklärt. Die zeitliche Änderung der Orientierung des erdgebundenen Referenzsystems gegenüber dem intermediären raumfesten Referenzsystem ist definiert über

$$\dot{\mathbf{e}}_{ITRS} = \dot{\mathbf{A}}\mathbf{e}_{CIRS} = \dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T \mathbf{e}_{ITRS}. \quad (2.16)$$

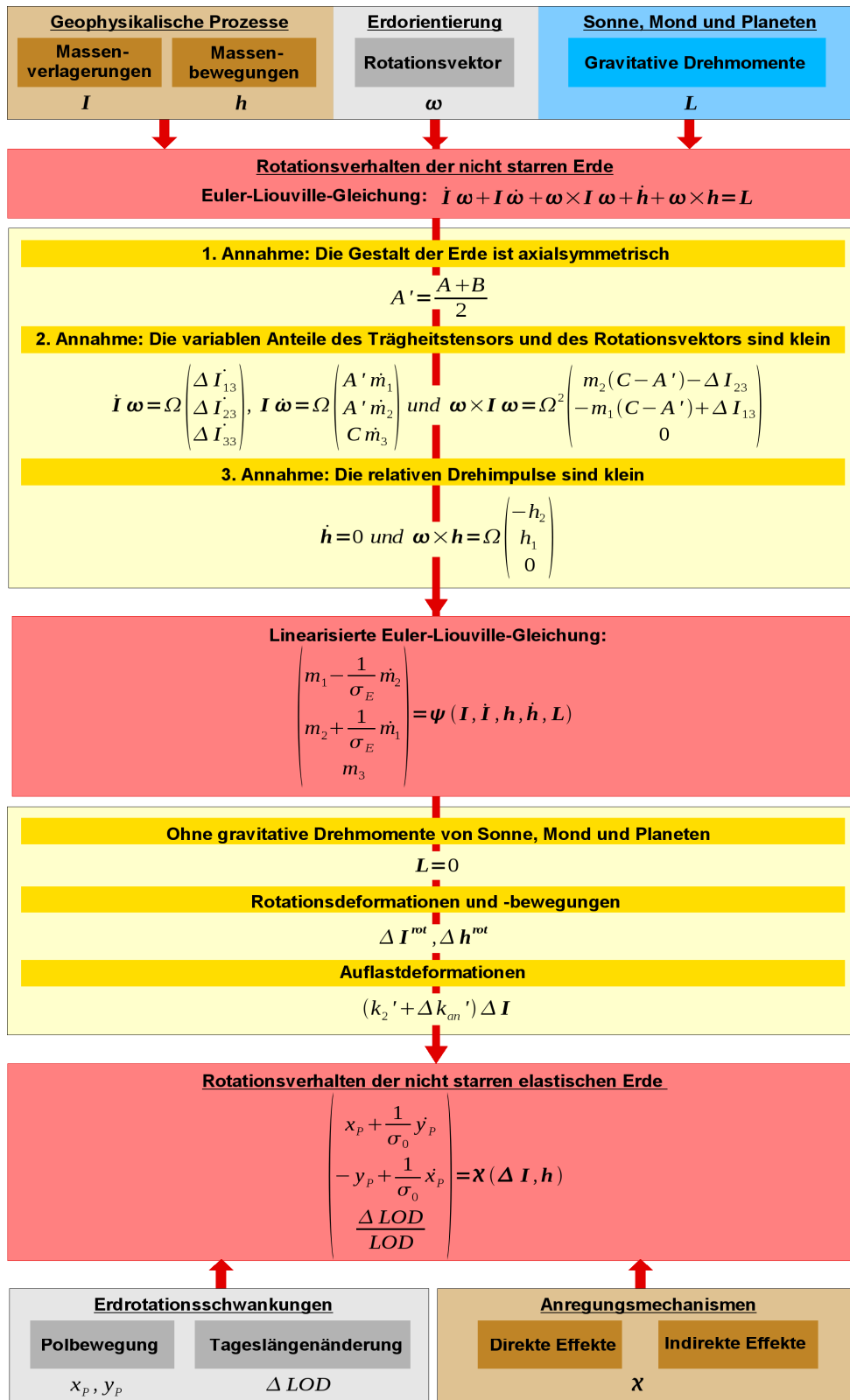


Abbildung 2.6: Trennung zweier Aspekte der Euler-Liouville-Gleichung: Die mathematische Beschreibung der geophysikalischen Anregungsmechanismen und der induzierten Erdrotationsschwankungen.

Die Transformationsmatrix \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_2(-x_P)\mathbf{R}_1(-y_P)\mathbf{R}_3(s')\mathbf{R}_3(\theta_{ERA}) \quad (2.17)$$

beschreibt den Übergang vom CIRS in das ITRS (siehe Anhang B.1). Die Elemente der antisymmetrischen Matrix $\dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T$ entsprechen zu jedem Zeitpunkt den Koordinaten des momentanen Rotationsvektors im erdgebundenen Referenzsystem. Das bedeutet, der Erdrotationsvektor ist ein Eigenvektor dieser Transformation. Es gilt:

$$\dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Den Zusammenhang zwischen der geodätisch beobachteten und tatsächlichen Polbewegung erhält man durch Auflösung dieser Gleichung nach den Komponenten des Rotationsvektors $\boldsymbol{\omega}$. Wandelt man die trigonometrischen Funktionen in Potenzreihen um und vernachlässigt die kleinen Produkte, dann ergeben sich gemäß BRZEZIŃSKI und CAPITAINE (1993) folgende Gleichungen:

$$\omega_1 = -\dot{y}_P + \Omega x_P \quad \text{bzw.} \quad m_1 = -\frac{1}{\Omega}\dot{y}_P + x_P \quad \text{und} \quad \omega_2 = -\dot{x}_P - \Omega y_P \quad \text{bzw.} \quad m_2 = -\frac{1}{\Omega}\dot{x}_P - y_P. \quad (2.19)$$

Später werden in dieser Arbeit x_P und y_P auch mit Hilfe der Koordinaten $p_1 = x_P$ und $p_2 = -y_P$ im Rechtssystem beschrieben. Es gilt somit:

$$m_1 = \frac{1}{\Omega}\dot{p}_2 + p_1 \quad \text{und} \quad m_2 = -\frac{1}{\Omega}\dot{p}_1 + p_2. \quad (2.20)$$

Die konstanten und zeitvariablen Anteile sowohl des Trägheitstensors als auch des Erdrotationsvektors werden getrennt dargestellt, um folgende Annahmen treffen zu können: Die variablen Anteile des Trägheitstensors und der Rotationsachse sind klein, d.h. $|\Delta\mathbf{I}(t)| \ll C$ und $|\mathbf{m}(t)| \ll 1$. Der Relativdrehimpuls $\mathbf{h}(t)$ muss nicht in verschiedene Anteile zerlegt werden, da angenommen wird: Der Relativdrehimpuls ist verhältnismäßig klein, d.h. $|\mathbf{h}(t)| \ll \Omega C$. Entsprechend der letzten drei Annahmen sind die Produkte dieser Größen sowie ihrer zeitlichen Ableitungen in der ausmultiplizieren Euler-Liouville-Gleichung 2.12 vernachlässigbar. Die Terme höherer Ordnung sind ebenfalls vernachlässigbar, da sie wie in DILL (2002) gezeigt wurde, keinen signifikanten Beitrag (weniger als 0.05%) leisten. Die hervorgehende linearisierte Euler-Liouville-Gleichung kann nach den Komponenten m_1 , m_2 und m_3 des Rotationsvektors

$$\frac{1}{\sigma_E}\dot{m}_1(t) + m_2(t) = \psi_2(t) \quad (2.21)$$

$$\frac{1}{\sigma_E}\dot{m}_2(t) - m_1(t) = -\psi_1(t) \quad (2.22)$$

$$\dot{m}_3(t) = \dot{\psi}_3(t) \quad (2.23)$$

aufgelöst werden (MUNK und MACDONALD 1960). Die linken Seiten der Gleichungen 2.21 und 2.22 beinhalten die Eigenschwingung des Rotationspols (freie Polbewegung), die einer ungedämpften Bewegung entlang eines Kreiskegels mit der Eulerfrequenz $\sigma_E = \frac{C-A'}{A'}\Omega$ entspricht, sofern die Elastizität der Erde nicht berücksichtigt wird (siehe Abbildung 2.2). Die rechten Seiten der Gleichungen liefern die mathematische Beschreibung, der den Erdrotationsschwankungen zugrundeliegenden geophysikalischen Anregungsmechanismen in Form von Anregungsfunktionen:

$$\psi_2(t) = \frac{1}{\Omega^2(C-A')} \left(\Omega^2 \Delta I_{23}(t) - \Omega \Delta \dot{I}_{13}(t) + \Omega h_2(t) - \dot{h}_1(t) + L_1(t) \right) \quad (2.24)$$

$$\psi_1(t) = \frac{1}{\Omega^2(C-A')} \left(\Omega^2 \Delta I_{13}(t) + \Omega \Delta \dot{I}_{23}(t) + \Omega h_1(t) + \dot{h}_2(t) - L_2(t) \right) \quad (2.25)$$

$$\psi_3(t) = \frac{1}{\Omega C} \left(-\Omega \Delta I_{33}(t) - h_3(t) \right). \quad (2.26)$$

Aufgrund der Linearisierung sind die Anregungsfunktionen nur noch von drei Trägheitsmomenten des Trägheitstensors und den ersten beiden Komponenten des lunisolaren Drehmomentes \mathbf{L} abhängig. Die externen gravitativen Drehmomente von Sonne, Mond und Planeten bewirken eine erzwungene Bewegung der Erdrotationsachse (siehe Kapitel 2.1.1). Die Amplitude der erzwungenen Polbahn ist klein. In dieser Arbeit wird das Rotationsverhalten der Erde auf monatlichen bis mehrjährigen Zeitskalen untersucht, ohne Berücksichtigung der Gezeiteneffekte, da diese sich vorrangig auf subtäglichen und täglichen Zeitskalen abspielen. Deshalb werden die lunisolaren Drehmomente in dieser Arbeit gleich Null gesetzt. Somit sind die Anregungsfunktionen nicht

mehr von den lunisolaren Drehmomenten abhängig und können über die Drehimpulsfunktionen χ_1 , χ_2 und χ_3 beschrieben werden. BARNES *et al.* (1983) hat die Drehimpulsfunktionen eingeführt, da diese entgegen den Anregungsfunktionen einen einheitlichen physikalischen Charakter aufweisen und mit Hilfe von geophysikalischen Datensätzen besser bestimmt werden können. Die Drehimpulsfunktionen sind wie folgt definiert:

$$\left. \begin{aligned} \chi_1(t) &= \frac{1}{\Omega(C - A')} (\Omega \Delta I_{13}(t) + h_1(t)) \\ \chi_2(t) &= \frac{1}{\Omega(C - A')} (\Omega \Delta I_{23}(t) + h_2(t)) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} \psi_2(t) &= \chi_2(t) - \frac{1}{\Omega} \dot{\chi}_1(t) \\ \psi_1(t) &= \chi_1(t) + \frac{1}{\Omega} \dot{\chi}_2(t) \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\chi_3(t) = \frac{1}{\Omega C} (\Omega \Delta I_{33}(t) + h_3(t)) \rightarrow \psi_3(t) = -\chi_3(t). \quad (2.28)$$

Die äquatorialen Komponenten m_1 und m_2 des Rotationsvektors sowie die der Drehimpulsfunktionen χ_1 und χ_2 bzw. die der Anregungsfunktionen ψ_1 und ψ_2 sind miteinander gekoppelt und lassen sich deshalb in komplexer Form kompakter darstellen: $m = m_1 + im_2$, $p = p_1 + ip_2$, $\chi = \chi_1 + i\chi_2$ und $\psi = \psi_1 + i\psi_2$. Die komplexe Darstellung der Beziehung zwischen m und p ergibt sich aus den Gleichungen 2.20 gemäß:

$$m_1 + im_2 = p_1 + \frac{1}{\Omega} \dot{p}_2 + i \left(p_2 - \frac{1}{\Omega} \dot{p}_1 \right) \rightarrow m = p - \frac{i}{\Omega} \dot{p}. \quad (2.29)$$

Die komplexe Anregungsfunktion für die Polbewegung kann in Abhängigkeit von dem momentanen Erdrotationsvektor mit Hilfe der Gleichungen 2.21 und 2.22 dargestellt werden, oder in Abhängigkeit von den Drehimpulsfunktionen unter Berücksichtigung der Gleichungen 2.27:

$$\psi_1 + i\psi_2 = -\frac{1}{\sigma_E} \dot{m}_2 + m_1 + i \left(\frac{1}{\sigma_E} \dot{m}_1 + m_2 \right) \rightarrow \psi = m + \frac{i}{\sigma_E} \dot{m} \quad (2.30)$$

$$\psi_1 + i\psi_2 = \chi_1 + \frac{1}{\Omega} \dot{\chi}_2 + i \left(\chi_2 - \frac{1}{\Omega} \dot{\chi}_1 \right) \rightarrow \psi = \chi - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi}. \quad (2.31)$$

GROSS (1992) leitete aus den drei Gleichungen 2.29, 2.30 und 2.31 die Beziehung zwischen den Koordinaten x_P und y_P des zälestrischen intermediären Pols CIP bezüglich des IRP und den zugrundeliegenden Drehimpulsen und Relativdrehimpulsen ab:

$$\chi - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi} = p + \frac{i}{\sigma_E} \dot{p} - \frac{i}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(p + \frac{i}{\sigma_E} \dot{p} \right) \rightarrow \chi = p + \frac{i}{\sigma_E} \dot{p}. \quad (2.32)$$

Diese Erkenntnis ist verantwortlich dafür, dass die geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotationschwankungen auf Basis der Drehimpulsfunktionen untersucht werden. Deshalb werden die von BARNES *et al.* (1983) definierten Drehimpulsfunktionen auch häufig Anregungsfunktionen genannt. Es existiert diesbezüglich leider keine einheitliche Nomenklatur.

2.3.2. Berücksichtigung der Elastizität der Erde

In den oben aufgeführten Bewegungsgleichungen ist die Elastizität der Erde nicht berücksichtigt. Die Elastizität der Erde ist verantwortlich dafür, dass externe Kräfte – wie Auflasten, Gezeiten- und Zentrifugalpotential – Massenbewegungen und Deformationen hervorrufen, die in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt werden müssen.

Permanente Gezeitendeformationen der festen Erde

Die gravitativen Anziehungskräfte von Sonne, Mond und Planeten sind verantwortlich dafür, dass die elastische Erde stets deformiert ist. Die permanente Gezeitendeformation wirkt sich auf die mittlere Massenverteilung der Erde aus, die mit Hilfe der Hauptträgheitsmomente A , B und C beschrieben wird. In dieser Arbeit soll die permanenten Gezeitendeformationen nicht Bestandteil der Bewegungsgleichungen sein, da geophysikalische Anregungsmechanismen der Erdrotation bestimmt und untersucht werden, die nicht auf Gezeiten zurückzuführen sind. Die Hauptträgheitsmomente einer nicht durch Gezeiten deformierten Erde wurden gemäß GROTEN (2004) berechnet über:

$$C = \frac{J_2}{H} \frac{GM}{G} a^2, \quad A = -(J_2 + 2J_{2,2}) \frac{GM}{G} a^2 + C \quad \text{und} \quad B = -(J_2 - 2J_{2,2}) \frac{GM}{G} a^2 + C. \quad (2.33)$$

Alle Konstanten, die zur Berechnung der Hauptträgheitsmomente benötigt werden, und sowohl die Form als auch das Schwerfeld der Erde im konventionellen gezeitenfreien Bezugssystem beschreiben, sind in Tab. 2.1 aufgelistet. Die permanente Gezeitendeformation der Erde ist geometrisch beschrieben durch die Abplattung der Erde beziehungsweise über die große und kleine Halbachse des Referenzellipsoids der Erde. Die Auswirkung auf das Schwerfeld gibt der dynamische Formfaktor $J_2 = -C_{20}$, der sich aus dem zonalen Potentialkoeffizienten zweiten Grades C_{20} ergibt, wieder. Da die permanente Gezeitendeformation der festen Erde axialsymmetrisch ist, wirkt sie sich nicht auf die äquatorialen Drehimpulsfunktionen und die Polbewegung aus, sondern nur auf die axiale Drehimpulsfunktion und die Rotationsgeschwindigkeit der Erde. Der Effekt der permanenten Gezeitendeformation beträgt etwa 0.01 ms in χ_3 .

Tabelle 2.1: Konstanten zur Beschreibung der Form und des Schwerfeldes der Erde (konventionelles gezeitenfreies Bezugssystem)

| Parameter | Wert | Quelle |
|--|---|------------------------------|
| Definitionskonstanten eines Erdmodells: | | |
| Äquatorialer Erdradius a | 6378136.3 m | GROTEN (2004) |
| Geozentrische Gravitationskonstante GM | $3.986004418 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ | MCCARTHY und PETIT (2004) |
| Dynamischer Formfaktor J_2 | $1082.6267 \cdot 10^{-6}$ | GROTEN (2004) |
| Mittlere Winkelgeschwindigkeit der Erde Ω | $7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$ | MCCARTHY und PETIT (2004) |
| Physikalische Konstanten: | | |
| Newtonsche Gravitationskonstante G | $6.673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ | MCCARTHY und PETIT (2004) |
| Astronomische dynamische Abplattung H | $3.2737804 \cdot 10^{-3}$ | GROTEN (2004) |
| $J_{2,2} = \sqrt{C_{22}^2 + S_{22}^2}$ | $1815.5 \cdot 10^{-9}$ | GROTEN (2004) |
| Erdkern: | | |
| Hauptträgheitsmoment des Kerns A_c | $9.1168 \cdot 10^{36} \text{ kg m}^2$ | MATHEWS <i>et al.</i> (1991) |
| Hauptträgheitsmoment des Kerns C_c | $9.1401 \cdot 10^{36} \text{ kg m}^2$ | MATHEWS <i>et al.</i> (1991) |
| Elliptizität des Kerns ϵ_c | $2.546 \cdot 10^{-3}$ | MATHEWS <i>et al.</i> (1991) |
| Abgeleitete Konstanten: | | |
| Hauptträgheitsmoment der Erde A | $8.0095 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ | Diese Arbeit |
| Hauptträgheitsmoment der Erde B | $8.0097 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ | Diese Arbeit |
| Hauptträgheitsmoment der Erde C | $8.0359 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$ | Diese Arbeit |

Rotationsbedingte Massenbewegungen und -verlagerungen

Störpotentiale rufen aufgrund der Elastizität der Erde Deformationen hervor. In LOVE (1909) wurde erstmals der lineare Zusammenhang zwischen dem Störpotential ΔV^s und dem Deformationspotential ΔV^d dargestellt mit Hilfe der Love'schen Zahlen k . Es gilt:

$$\Delta V^d(r, \theta, \lambda) = k \cdot \Delta V^s(r, \theta, \lambda). \quad (2.34)$$

Die Love'schen Zahlen beschreiben in Abhängigkeit von der Frequenz des Störpotentials das elastische Verhalten der Erde. Das Zentrifugalpotential der Erde wird hauptsächlich durch die Bewegung der Rotationsachse gestört, die Schwankungen aufgrund der Änderungen der Drehgeschwindigkeit sind vernachlässigbar klein (WAHR 1985). Die Variationen des Zentrifugalpotentials

$$\Delta V^z(r, \theta, \lambda) = -\frac{\Omega^2 r^2}{2} \sin 2\theta (\Delta x_P \cos \lambda - \Delta y_P \sin \lambda). \quad (2.35)$$

sind in Abhängigkeit vom Ort (geozentrischer Radius r , geographische Breite θ und Länge λ) definiert über die Polbewegung der Erde (MUNK und MACDONALD 1960; MCCARTHY und PETIT 2004). Die hervorgerufenen Rotationsdeformationen werden häufig auch als Polgezeiten der festen Erde bezeichnet. Sie sind durch die Chandler- und Jahresschwingung der Polbewegung dominiert. Im Vergleich dazu treten Variationen des Gezeitenpotentials von Sonne und Mond mit Perioden von Stunden bis hin zu 18.6 Jahren auf. Deshalb werden die resultierenden Gezeitendeformationen durch andere Love'sche Zahlen beschrieben als die Rotationsdeformationen. Die Bestimmung der Love'schen Zahlen stützt sich auf Modelle, die den Aufbau und die rheologischen Eigenschaften der Erde beschreiben, wie zum Beispiel das 1066A Erdmodell (GILBERT und DZIEWONSKI 1975) oder das *Preliminary Earth Model* (PREM) (DZIEWONSKI und ANDERSON 1981). Es handelt sich hierbei um

elliptische, rotierende, elastische Erdmodell ohne Ozeane (MCCARTHY und PETIT 2004). Die Rotationsdeformationen können in den Bewegungsgleichungen über die Love'sche Zahl k_2 berücksichtigt werden, da sich die Änderungen des Zentrifugalpotentials hauptsächlich in den Potentialkoeffizienten zweiten Grades widerspiegeln. Die Love'schen Zahlen sind nicht nur frequenzabhängig, sondern auch abhängig vom Grad der Kugelfunktionsentwicklung des Störpotentials. In Tabelle 2.2 sind die von SMITH und DAHLEN (1981) und WAHR (1982) ermittelten Werte für k_2 aufgelistet. Da die Ozeanpolgezeiten nicht in k_2 berücksichtigt sind, muss dieser Anteil noch hinzugefügt werden. Wobei sich die ozeanische Love'sche Zahl für die Polbewegung $\Delta k_{ocn,w}$ (GROSS 2007) von der ozeanischen Love'schen Zahl für die Tageslängenänderung $\Delta k_{ocn,l}$ (DICKMAN 2003) unterscheidet, aufgrund der ungleichmäßigen Verteilung der Ozeane (siehe Tabelle 2.2). Da die Erde nicht, wie in den Erdmodellen angenommen, vollkommen elastische ist, muss das anelastische Verhalten des Mantels, welches dissipative ist, mit Hilfe der komplexen Love-Zahl Δk_{an} zusätzlich berücksichtigt werden. Gemäß MATHEWS *et al.* (2002) kann Δk_{an} abgeleitet werden über

$$\Delta k_{an} = \frac{3GA}{\Omega^2 a^5} \Delta \kappa^{AE} \quad (2.36)$$

mit $\Delta \kappa^{AE} = 4.381 \cdot 10^{-5} - 1.205 \cdot 10^{-5}i$ dem Kompressionsmodul für eine Periode von 430 Tagen. Der imaginäre Anteil des Kompressionsmoduls führt zur Dämpfung der Deformationsenergie (WAHR und BERGEN 1986). Alternativ hierzu kann die effektive Love-Zahl $k_2^* = k_2 + \Delta k_{ocn} + \Delta k_{an}$ zur Beschreibung der Rotationsdeformation auch direkt von der beobachteten Chandlerperiode mit Hilfe des dynamischen Erdsystemmodells (engl.: *Dynamic Model for Earth Rotation and Gravity*, DyMEG) empirisch abgeleitet werden, wie in SEITZ (2004) beschrieben. Tabelle 2.2 zeigt, dass die Werte für die effektive Love-Zahl zwischen $0.3504 - 0.0042i$ und $0.3611 - 0.0034i$ schwanken. Inwiefern die Wahl des Wertes für k_2^* die Berechnung der Anregungsmechanismen der Polbewegung beeinflusst, wird später erläutert.

Tabelle 2.2: Love'sche Zahlen die zur Beschreibung der Rotationsdeformation eingesetzt werden. Es sind vier Möglichkeiten (a), (b), (c) und (d) aufgeführt zur Ermittlung der effektiven Love-Zahl für die Polbewegung $k_{2,w}^*$ und für die Tageslängenänderung $k_{2,l}^*$, die auf verschiedenen Quellen: (I) Smith und Dahlen (1981), (II) Mathews *et al.* (2002), (III) Gross (2007), (IV) Dickmann (2003), (V) Wahr (1982), (VI) McCarthy und Petit (2004) und (VII) Seitz (2004) basieren.

| | k_2 | Δk_{an} | $\Delta k_{ocn,w}$ | $\Delta k_{ocn,l}$ | $k_{2,w}^*$ | $k_{2,l}^*$ |
|-----|--------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| (a) | 0.3009 (I) | $0.0125 - 0.0034i$ (II) | 0.047715 (III) | 0.043228 (IV) | $0.3611 - 0.0034i$ | $0.3566 - 0.0034i$ |
| (b) | 0.2980 (V) | $0.0125 - 0.0034i$ (II) | 0.047715 (III) | 0.043228 (IV) | $0.3582 - 0.0034i$ | $0.3537 - 0.0034i$ |
| (c) | $0.3077 + 0.0036i$ (VI) | | 0.047715 (III) | 0.043228 (IV) | $0.3554 - 0.0036i$ | $0.3504 - 0.0036i$ |
| (d) | $0.3520 - 0.0042i$ (VII) | | | | $0.3520 - 0.0042i$ | $0.3520 - 0.0042i$ |

Der Effekt der Rotationsdeformation kann in den dynamischen Bewegungsgleichungen über die verursachten Trägheitstensorvariationen berücksichtigt werden. DAHLEN (1976) beschreibt wie diese Trägheitstensorvariationen mit Hilfe des sogenannten quasistatischen Rotationsresponsetensors (engl.: *quasi-static rotational response tensor*) \mathbf{D} abgeleitet werden können:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{13}^{rot} \\ \Delta I_{23}^{rot} \\ \Delta I_{33}^{rot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D + \delta D & \delta D_{12} & \delta D_{13} \\ \delta D_{12} & D - \delta D & \delta D_{23} \\ \delta D_{13} & \delta D_{23} & \tilde{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$

Aufgrund der ungleichmäßigen Verteilung der Ozeane ist die Rotationsgeschwindigkeit mit der Polbewegung gekoppelt, das heißt, die Nebendiagonalelemente von \mathbf{D} sind ungleich Null. Der Kopplungsmechanismus ist jedoch verhältnismäßig klein, so dass die Komponenten δD_{13} und δD_{23} vernachlässigt werden dürfen. Die relevanten Parameter D und \tilde{D} ergeben sich aus den Gleichungen:

$$D = \frac{a^5 \Omega^2}{3G} \cdot (k_2 + \Delta k_{ocn,w} + \Delta k_{an}) \quad \text{und} \quad \tilde{D} = \frac{a^5 \Omega^2}{3G} \cdot \left(n_0 + \frac{4}{3} (k_2 + \Delta k_{ocn,l} + \Delta k_{an}) \right). \quad (2.38)$$

Die axiale Komponente wird zusätzlich beeinflusst von der Änderung des mittleren Trägheitsmomentes der Erde $n_0 = 0.15505$, die von den Rotationsschwankungen hervorgerufen wird (GROSS 2007). Variationen der Erdrotation rufen auch Massenbewegungen hervor. Meist werden die Erdrotationsberechnungen in einem Koordinatensystem durchgeführt, in dem im Mittel keine Bewegungen im Erdmantel auftreten (Tisserand-System des mittleren Erdmantels), siehe zum Beispiel MORITZ und MÜLLER (1987). Setzt man zusätzlich voraus, dass sich die Ozeane in einem Gleichgewichtszustand befinden, dann treten rotationsbedingte Massenbewegungen hauptsächlich im Erdkern auf (GROSS 2007). HOUGH (1895) setzte voraus, dass der flüssige äußere Erdkern vollständig entkoppelt ist vom Erdmantel. Der Erdkern nimmt somit nicht an der Polbewegung und der indu-

zierten Rotationsdeformation des Mantels teil. Demzufolge rufen Rotationsschwankungen Bewegungen im Kern hervor, die wie folgt mathematisch beschrieben werden können

$$\Delta h_1^{rot} + i\Delta h_2^{rot} = (\sigma_E^2 \Omega^{-1} A_c - \sigma_E (1 - \epsilon_c) A_c) (m_1 + im_2) \quad \text{und} \quad \Delta h_3^{rot} = -\Omega C_c m_3. \quad (2.39)$$

Diese Bewegung ist unter anderem abhängig von der Elliptizität ϵ_c und den Hauptträgheitsmomenten A_c und C_c des Kerns. Die Rotationsdeformationen und -bewegungen können in der linearisierten Euler-Liouville-Gleichung durch Addition von ΔI_{13}^{rot} , ΔI_{33}^{rot} und ΔI_{33}^{rot} zu ΔI_{13} , ΔI_{33} und ΔI_{33} und Δh_1^{rot} , Δh_2^{rot} und Δh_3^{rot} zu h_1 , h_2 und h_3 in den Gleichungen 2.27 und 2.28 berücksichtigt werden. Entsprechend WAHR (2005) dürfen Terme zweiter und höherer Ordnung vernachlässigt werden, ebenso wie sehr kleine Terme erster Ordnung (z.B.: $\delta D/(C - A')$ und $\delta D_{12}/(C - A')$). Nach GROSS (2007) ergeben sich folgende Gleichungen:

$$p + \frac{i}{\sigma_c} \dot{p} = \chi \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \chi_1 = \frac{\Omega \Delta I_{13}(t) + h_1(t)}{(C - A' - D)\Omega} \\ \chi_2 = \frac{\Omega \Delta I_{23}(t) + h_2(t)}{(C - A' - D)\Omega} \end{cases} \quad (2.40)$$

$$\dot{m}_3 = -\dot{\chi}_3 \quad \text{mit} \quad \chi_3 = \frac{\Omega \Delta I_{33}(t) + h_3(t)}{\Omega(C - C_c + \bar{D})} \quad (2.41)$$

Aufgrund der Elastizität der Erde entspricht die Eigenbewegung des Rotationspols nicht mehr der Eulerschwingung sondern der Chandlerschwingung. Die Chandlerfrequenz σ_c kann theoretisch bestimmt werden über:

$$\sigma_c = \frac{C - A' - D}{A' - A_c + \epsilon_c A_c + D} \cdot \Omega. \quad (2.42)$$

Somit ist die theoretisch bestimmte Chandlerperiode T_c abhängig von der effektiven Lovezahl für die Rotationsdeformation. Die Chandlerperiode beträgt für die Werte in Tabelle 2.2 (a) $438.4 - 2.5893i$, (b) $436.2 - 2.5635i$, (c) $434.1 - 2.5389i$ und (d) $431.5 - 3.0998i$ Sonnentage. WILSON und VICENTE (1990) haben mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode aus geodätischen Beobachtungen der Polbewegung die Periode $T = 433$ Sonnentage und den Dämpfungsfaktor $Q = 179$ der Chandlerschwingung geschätzt. Die komplexe Chandlerperiode T_0 erhält man über die bekannte Gleichung (LAMBECK 1980):

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sigma_0} = 433 - 1.2095i \text{ [Sonnentage]} \quad \text{mit} \quad \sigma_0 = \frac{2\pi}{T} \left(1 + \frac{1}{2Q}i\right) \left[\frac{\text{rad}}{\text{Sonnentage}}\right]. \quad (2.43)$$

Während der Realteil Information über das elastische und anelastische Verhalten der Erde liefert, gibt der Imaginärteil Auskunft über die vom Reibungseffekt im anelastischen Erdmantel hervorgerufene Energiedissipation. Letzteres Phänomen ist verantwortlich für die Dämpfung der Chandlerschwingung. Tabelle 11 in GROSS (2007) zeigt, dass die Schätzung von Q noch mit großen Unsicherheiten behaftet ist. Der Unterschied zwischen der theoretisch bestimmten und beobachteten Chandlerperiode stammt hauptsächlich aus den Unsicherheiten bei der Ermittlung der Love'schen Zahlen k_2 , $\Delta k_{ocn,w}$ und Δk_{an} . Insbesondere die Love'sche Zahl Δk_{an} zur Beschreibung des anelastischen Verhaltens des Mantels ist mit großen Fehlern behaftet, da derzeit keine adäquaten Modelle für die Mantelanelastizität existieren. Deshalb wird D häufig mit der beobachteten komplexen Chandlerfrequenz σ_0 beschrieben und nicht mit der effektiven Lovezahl für die Rotationsdeformation. Das bedeutet, Gleichung 2.42 wird nach D aufgelöst und in Gleichung 2.40 eingesetzt. Tauscht man die theoretische Chandlerfrequenz σ_c durch die beobachtete Chandlerfrequenz σ_0 aus, so ergibt sich nach Umformungen folgende dynamische Bewegungsgleichung für die Polbewegung:

$$p + \frac{i}{\sigma_0} \dot{p} = \chi \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \chi_1 = \frac{\Omega \Delta I_{13}(t) + h_1(t)}{(C - A_c + \epsilon_c A_c)\sigma_0} \\ \chi_2 = \frac{\Omega \Delta I_{23}(t) + h_2(t)}{(C - A_c + \epsilon_c A_c)\sigma_0} \end{cases}. \quad (2.44)$$

Am Beispiel von monatlichen Massenverlagerungen und -bewegungen der atmosphärischen Reanalysen des nationalen Zentrums für Umweltvorhersagen (engl.: *National Centers for Environmental Prediction*, NCEP) wird untersucht, wie sensibel die Drehimpulsfunktionen χ_1 , χ_2 und χ_3 auf den Umgang mit der Rotationsdeformation reagieren. Es werden folgende Fragestellungen erörtert:

Muss der Imaginärteil von k_2^ bzw. σ_0 in den Drehimpulsfunktionen berücksichtigt werden?*

Zu diesem Zweck wird bei der Berechnung der Drehimpulsfunktionen χ_1 und χ_2 der Imaginärteil der effektiven Lovezahl beziehungsweise der beobachteten Chandlerfrequenz einmal berücksichtigt und einmal vernachlässigt. Die Ergebnisse werden miteinander verglichen. Demnach betragen die imaginären Anteile von χ_1 und χ_2 je nach Wahl von $k_{2,w}^*$ bzw. σ_0 lediglich 0.3 bis 0.7% der reellen Anteile (Abbildung 2.7). Der Imaginärteil von χ_3 ist noch kleiner, er beträgt nur 0.002% des Realteils. Folglich bewirkt eine Vernachlässigung des Imaginärteils einen Fehler von weniger als 1% in den Drehimpulsfunktionen, vergleiche hierzu WAHR (1982). Aufgrund der erreichbaren Genauigkeit der Drehimpulsfunktionen ist die Vernachlässigung des imaginären Anteils legitim.

Wie groß sind die Diskrepanzen in den Drehimpulsfunktionen aufgrund der Unsicherheiten in k_2^ bzw. σ_0 ?*

Die Drehimpulsfunktionen χ_1, χ_2 werden unter Vernachlässigung des imaginären Anteils mit den verschiedenen Werte (a) bis (d) für die effektive Lovezahl $k_{2,w}^*$ (Tabelle 2.2) berechnet, sowie mit der beobachteten Chandlerfrequenz σ_0 . Abbildung 2.7 zeigt, dass die prozentualen Abweichungen zwischen 0.1 und 1.6% liegen. Das bedeutet, es wird eine Unsicherheit von weniger als 0.4 mas in χ_1 hervorgerufen, bzw. 1.3 mas in χ_2 . Folglich hängt die Berechnung der Drehimpulsfunktionen χ_1 und χ_2 nicht wesentlich von dem Umgang mit der Rotationsdeformation ab. Da der Realteil der Chandlerfrequenz von geodätischen Beobachtungen abgeleitet werden kann, ohne Annahmen über das rheologische Verhalten der Erde, wird in dieser Studie mit der von WILSON und VICENTE (1990) berechneten Chandlerperiode gearbeitet. Die Drehimpulsfunktionen χ_3 wird unter Vernachlässigung des imaginären Anteils mit den verschiedenen Werte (a) bis (d) für die effektive Lovezahl $k_{2,l}^*$ (Tabelle 2.2) berechnet. Die prozentualen Abweichungen liegen unter 0.003%. Es spielt folglich keine Rolle, welchen Wert der Tabelle 2.2 man für $k_{2,l}^*$ für die Berechnung der axialen Drehimpulsfunktion wählt.

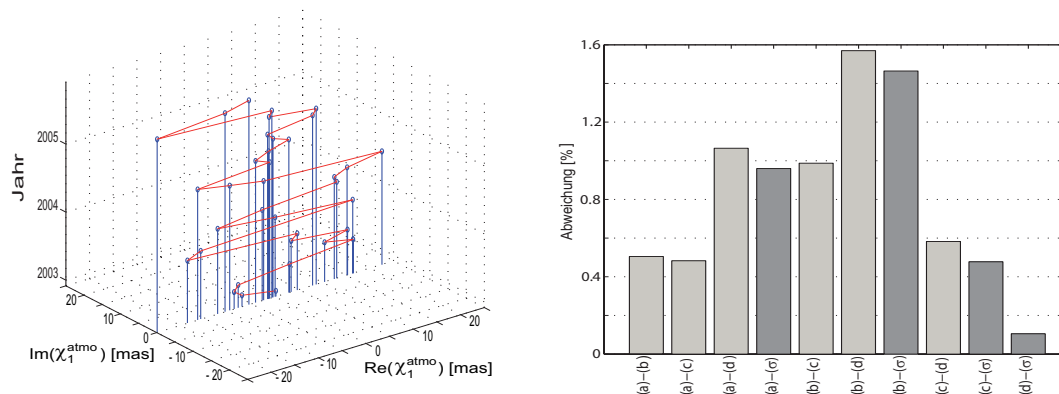


Abbildung 2.7: Links: Die komplexe Darstellung der atmosphärischen Drehimpulsfunktion χ_1 (Massen- und Bewegungsterm) zeigt, dass der Imaginärteil wesentlich kleiner ist als der Realteil. Rechts: Die prozentualen Abweichungen des Realteils der atmosphärischen Drehimpulsfunktion χ_1 (Massen- und Bewegungsterm) aufgrund der unterschiedlichen Behandlung der Rotationsdeformation mit verschiedenen Werte (a) bis (d) für die effektive Lovezahl oder der beobachteten Chandlerfrequenz σ .

Auflastdeformationen

Ein weiterer Effekt, der sich aus der Elastizität der Erde ergibt, ist die Auflastdeformation. Die hervorgerufenen Trägheitstensorvariationen können mit Hilfe der sogenannten Love'schen Auflastzahl $k_2' = -0.308$ bestimmt werden (MCCARTHY und PETIT 2004) oder über die Greenschen Funktionen und ein Plattendurchbiegungsmodell (DILL 2002). In FARRELL (1972) ist die Theorie der Love'schen Auflastzahlen und Greenschen Funktionen beschrieben. Vorteil des zuletzt genannten Ansatzes ist, dass nicht nur Deformationen am Ort der Auflast berücksichtigt werden können, sondern auch Ausgleichsdeformationen aufgrund des nahezu konstanten Volumens der Erde. Dieser Effekt beeinflusst insbesondere die Tageslängenschwankungen, da Massenverlagerungen am Äquator eine starke Auswirkung auf die Rotationsgeschwindigkeit der Erde haben (DILL 2002). Aufgrund des unregelmäßigen und regional begrenzten Verhaltens der Auflastdeformationen sind die derzeitigen Modellsätze noch mit großen Unsicherheiten behaftet. Die Spezialabteilung für Auflasten (engl.: *Special Bureau for Loading*, SBL) des IERS stellt derzeit keine globalen Felder von auflastinduzierten Massenverlagerungen für den Zeitraum der Satelliten Mission GRACE zur Verfügung. Aufgrund der Recheneffizienz werden bei Schwerefeld- und Erdrotationsstudien die Auflastdeformationen meistens über den sphärisch harmonischen Ansatz mit Hilfe der Love'schen Auflastzahlen beschrieben. Analog wie bei der Rotationsdeformation muss die Anelastizität des Erdmantels über eine entsprechende Love'sche Auflastzahl $\Delta k_{an}' = -0.011 + 0.003i$ berücksichtigt werden (WAHR

1982). Es ergeben sich folgende Formeln für die Drehimpulsfunktionen:

$$\chi_1 = \frac{\Omega(1 + k'_2 + \Delta k'_{an})\Delta I_{13}(t) + h_1(t)}{(C - A_c + \epsilon_c A_c)\sigma_0}, \quad \chi_2 = \frac{\Omega(1 + k'_2 + \Delta k'_{an})\Delta I_{23}(t) + h_2(t)}{(C - A_c + \epsilon_c A_c)\sigma_0} \quad \text{und} \quad (2.45)$$

$$\chi_3 = \frac{\Omega(1 + \alpha_3(k'_2 + \Delta k'_{an}))\Delta I_{33}(t) + h_3(t)}{\Omega(C - C_c + \tilde{D})}. \quad (2.46)$$

Wobei $\alpha_3 = 0.792$ den Effekt der Kern-Mantel-Kopplung auf die axiale Komponente beschreibt (MERRIAM 1980).

Am Beispiel von monatlichen atmosphärischen Massenverlagerungen und -bewegungen (NCEP) wird untersucht, ob der imaginäre Anteil der Love'schen Auflastzahlen $\Delta k'_{an}$ in den Drehimpulsfunktionen berücksichtigt werden muss. Zu diesem Zweck wird bei der Berechnung der Drehimpulsfunktionen einmal der Imaginärteil berücksichtigt und einmal vernachlässigt. Die Ergebnisse werden miteinander verglichen. Die imaginären Anteile von χ_1 , χ_2 und χ_3 betragen im Mittel nur etwa 0.4% der reellen Anteile. Folglich darf der Imaginärteil auch hier vernachlässigt werden.

3. Geodätische Raumbereobachtungen

Mit Hilfe von geodätischen Raumbereobachtungsverfahren können unter anderem Erdrotationsschwankungen, Gravitationsfeldänderungen der Erde und Meereshöhenänderungen der Ozeane präzise bestimmt werden. Erdrotationsschwankungen werden von Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde hervorgerufen und erlauben somit einen Rückschluss auf diesen integralen Anregungsmechanismus. Gravitationsfeldänderungen der Erde beruhen auf Massenverlagerungen innerhalb und zwischen den Subsystemen der Erde. Bedingt durch die Modellierung der Gravitationsfeldvariationen können nicht nur geophysikalische Anregungen der Erdrotation aufgrund von integralen Massenverlagerungen identifiziert werden, sondern auch aufgrund von ozeanischen und hydrologischen Massenvariationen. Meereshöhenänderungen werden unter anderem von ozeanischen Massenverlagerungen verursacht und ermöglichen einen Rückschluss auf den Beitrag der Ozeane zu Erdrotationsänderungen. In diesem Kapitel werden die geodätischen Raumbereobachtungsverfahren vorgestellt, ebenso wie die in dieser Arbeit verwendeten Datensätze, einschließlich der zugrundeliegenden Berechnungsstrategien. Desweiteren werden die einzelnen Rechenschritte erläutert, die notwendig sind zur Bestimmung von äquatorialen Drehimpulsfunktionen, die die verschiedenen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung beschreiben.

3.1. Erdrotationsschwankungen

Polbewegungen und Tageslängenänderungen spiegeln den integralen Effekt aller Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde wider. In diesem Kapitel werden vier geometrische Raumverfahren beschrieben mit deren Hilfe die zeitvariable Orientierung der Erde bestimmt werden kann. Strenggenommen können diese Beobachtungsverfahren nicht die tatsächliche Erdrotation überwachen, sondern nur die Rotation des Netzes der Beobachtungsstationen, die sich auf der deformierbaren Erdkruste befinden. Bis heute ist es jedoch, aufgrund der Schwierigkeit alle Massenverlagerungen und -bewegungen innerhalb und zwischen den Subsystemen der Erde mit der notwendigen Genauigkeit zu erfassen, nicht möglich die Diskrepanz zwischen Erdrotation und Netzrotation zu quantifizieren. Es ist aber davon auszugehen, dass der Unterschied zwischen tatsächlicher Erdrotation und beobachteter Netzrotation gering ist. Es werden drei Lösungen der EOP vorgestellt, die sich sowohl bezüglich der Eingangsdaten als auch der Berechnungsstrategie unterscheiden. Anschließend wird die Anregung der Polbewegung aufgrund aller Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde abgeleitet. Diesen Anregungsmechanismus der Erdrotation bezeichnet man deshalb auch als integralen Effekt.

3.1.1. Geometrische Raumbereobachtungsverfahren

Geometrische Raumbereobachtungsverfahren beruhen auf Strecken-, Streckendifferenz- und Richtungsmessungen zwischen den Beobachtungsstationen auf der Erde und extra-terrestrischen Objekten (z.B. Satelliten, Mond, Quasaren). Mit Hilfe dieser Messverfahren können Stationspositionen auf der Erdoberfläche und ihre zeitlichen Veränderungen bestimmt werden sowie Satellitenbahnen und Quasarpositionen. Weitere wichtige geodätische Anwendungen sind die Bestimmung der Erdorientierung und der niederen harmonischen Potentialkoeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung des Erdschwerefeldes. In dieser Arbeit werden EOP verwendet, die von Beobachtungen der geodätischen Messverfahren SLR (Laserentfernungsmessung zu Satelliten, engl.: *Satellite Laser Ranging*), VLBI (Radiointerferometrie auf langen Basislinien, engl.: *Very Long Baseline Interferometry*), GNSS (Globales Navigationssatellitensystem, engl.: *Global Navigation Satellite Systems*) und DORIS (engl.: *Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite*) abgeleitet wurden. Im Folgenden werden diese Raumbereobachtungsverfahren kurz vorgestellt.

Laserentfernungsmessung zu Satelliten - SLR

SLR ist vom Konzept her das einfachste satellitengestützte Raumbereobachtungsverfahren. Laserimpulse werden von Bodenstationen ausgesendet, von Retroreflektoren auf Satelliten reflektiert und von den Bodenstationen wieder empfangen. Die gemessene Laufzeit des Signals gibt Aufschluss über die Entfernung zwischen dem Satelliten und der Bodenstation. Bei starker Wolkenbedeckung kann nicht beobachtet werden, da es sich um

ein optisches Messverfahren handelt. Die Laufzeitverzögerung der optischen Signale in der Atmosphäre kann aufgrund der günstigen Ausbreitungseigenschaften gut modelliert werden. Derzeit liegt die Genauigkeit der Laserbeobachtungen bei wenigen Millimetern. Es gibt zahlreiche passive Satelliten, die nur für SLR-Messungen konzipiert wurden. Diese Satelliten (Ajisai, Etalon-1/-2, Lageos-1/-2 siehe Kapitel 3.2.1, Stella, Starlett, ...) sind kugelförmig und besitzen somit ein günstiges Oberflächen/Massen-Verhältnis. Auf diese Weise können die Störkräfte: Atmosphärenwiderstand und Strahlungsdruck der Sonne minimiert und besser modelliert werden (SEEBER 1989). Da es sich um ein kostengünstiges Messverfahren handelt, existiert eine große Anzahl von Satelliten (CHAMP, Envisat, GRACE-A/-B, Jason-1/-2, ...), die Laserretroreflektoren an Bord tragen, zur Bestimmung ihrer Satellitenbahnen. In der Geodäsie wird diese Satellitentechnik eingesetzt zur Bestimmung von Satellitenbahnen, des langwelligen Anteils des Gravitationsfeldes der Erde, Positionen und Geschwindigkeiten von Bodenstationen sowie zur Bestimmung von EOP (ROTHACHER 2000). Der internationale SLR Service (engl.: *International Laser Ranging Service*, ILRS) bietet globale Laserentfernungsmessungen zu Satelliten und dem Mond an sowie zahlreiche Produkte: Geozentrumsvariationen, fundamentale geophysikalische Konstanten, Positionen und Geschwindigkeiten von ILRS-Stationen und EOP (siehe Website <http://ilrs.gsfc.nasa.gov>).

Radiointerferometrie auf langen Basislinien - VLBI

Im Gegensatz zu anderen geometrischen Raumbereobachtungsverfahren wird die Radiointerferometrie auf langen Basislinien nicht von Satelliten unterstützt, sondern basiert auf der Beobachtung von Quasaren im Weltraum. Somit können die Ergebnisse nicht von Fehlern, die bei der Satellitenbahnbestimmung auftreten, negativ beeinflusst werden. Die Quasare senden Radiowellen auf breiten Frequenzbändern. Im Gegensatz zu optischen Signalen durchdringen Radiowellen die Wolken. Der Zustand der Atmosphäre hat jedoch einen starken Einfluß auf die Ausbreitung der Radiowellen in der Atmosphäre. Große VLBI-Teleskope auf der Erde können diese Signale empfangen. In der Geodäsie werden vor allem die Frequenzen 8.4 GHz (X-Band) und 2.3 GHz (S-Band) genutzt (SOVERS *et al.* 1998). Die Radiowellen eines Quasars treffen mit zeitlichem Versatz an zwei VLBI-Stationen ein. Die Signale werden deshalb mit sehr genauen Zeitmarken auf elektronischen Speichermedien aufgezeichnet. Mit Hilfe von Korrelatoren werden die Signale eines Quasars zur Interferenz gebracht und die Phasen- bzw. Laufzeitdifferenzen ermittelt. Sie geben unter anderem Aufschluss über den Abstand der zwei VLBI-Stationen zueinander (Basislänge) und die Richtungen zu den Quasaren (ROTHACHER 2000). Ein Nachteil von diesem Verfahren ist, dass es aufgrund der hohen Kosten nur eine geringe Anzahl von Bodenstationen gibt und folglich keine optimale geometrische Verteilung existiert. Die Durchführung der Beobachtungen muss deshalb genauestens geplant werden und findet nicht kontinuierlich statt. Die VLBI wird in der Astronomie, Geodäsie und Geophysik eingesetzt zur Bestimmung der relativen Positionen von Bodenstationen und Quasaren sowie zur Bestimmung des raumfesten Referenzsystems und der zeitlichen Änderung der Erdorientierung (Präzession, Nutation und UT1). Es ist das einzige Raumbereobachtungsverfahren, das eine präzise Bestimmung der Bewegung der Erde im Raum erlaubt. Der internationale VLBI Service (engl.: *International VLBI Service for Geodesy and Astronomy*, IVS) bietet Daten und die Produkte: ICRF, TRF und EOP an (siehe Website <http://ivscc.gsfc.nasa.gov>).

Globale Navigationssatellitensysteme - GNSS

GNSS sind globale Navigationssatellitensysteme wie zum Beispiel das US-amerikanische GPS (Globales Positionierungssystem, engl.: *Global Positioning System*), das russische GLONASS (engl.: *Global Navigation Satellite System*) und in naher Zukunft auch das europäische Galileo. Da sich diese Systeme im Aufbau und in der Signalstruktur ähneln, wird die Funktionsweise dieser Satellitentechnik am Beispiel von GPS kurz erläutert. Das Raumsegment besteht aus mindestens 24 Satelliten, die auf 6 Bahnebenen mit einer Bahnneigung von jeweils 55° , die die Erde innerhalb von etwa 12 Stunden einmal umkreisen. Die Orbits sind nahezu kreisförmig, und die Flughöhe der Satelliten beträgt etwa 20200 km (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005). In dieser Höhe ist der Widerstand der Atmosphäre gering, ebenso wie der Einfluss des hochfrequenten Anteils des Gravitationsfeldes der Erde. Diese Satellitenkonstellation stellt sicher, dass zu jeder Zeit an jedem Ort mindestens 4 Satelliten sichtbar sind. Die GPS-Satelliten senden Mikrowellensignale aus, die ebenso wie Radiowellen die Wolken durchdringen können. Den zwei Trägerwellen mit den Frequenzen $L1 = 1575.42$ MHz und $L2 = 1227.60$ MHz sind zwei Code-Signale und ein Datensignal aufmoduliert (TORGE 2003). GPS-Empfänger leitet aus den gemessenen Zeit- oder Phasendifferenzen sogenannte Pseudoentfernungen (engl.: *pseudoranges*) ab, die abhängig sind von Satelliten- und Empfängeruhrenfehlern. Die Position der Bodenstation ergibt sich aus der Schnittmenge von drei Kugeln um drei GPS-Satelliten mit bekannter Position. Die vierte Entfernungsmessung wird zur Ermittlung des Synchronisationsfehlers der Uhren benötigt (SEEBER 1989). Das Hauptziel dieser Satellitentechnik ist die globale Bestimmung von Positionen und Geschwindigkeiten sowohl auf der Erde, als auch in der Luft und im Weltraum. Da es sich im Vergleich zu VLBI und SLR um ein kostengünstiges Beobachtungsverfahren

handelt, existiert global eine gute Verteilung von permanenten Bodenstationen die kontinuierliche Messungen durchführen. Diese Informationen sind für zahlreiche Anwendungsgebiete von großem Interesse. In der Geodäsie wird diese Beobachtungstechnik unter anderem eingesetzt zur Realisierung des ITRS, zur Bestimmung der EOP sowie zur Bestimmung von Bahnen niedrig fliegender Satelliten. Der internationale GNSS Service (engl.: *International GNSS Service*, IGS) bietet Messdaten und Produkte, wie zum Beispiel GNSS Orbits, Erdorientierungs- und Atmosphärenparameter, an (siehe Website <http://igsb.jpl.nasa.gov>).

Dopplersystem DORIS

DORIS ist ein französisches Raumverfahren, das auf Dopplermessungen beruht. Dieses Messsystem zeichnet sich dadurch aus, dass die Empfänger sich nicht wie bei den anderen Beobachtungsverfahren auf der Erde befinden, sondern an Bord von Altimeter- und Erderkundungssatelliten, wie zum Beispiel TOPEX/Poseidon, Envisat, Jason und SPOT. Auf diese Weise können alle Messdaten zentral an den Satelliten gesammelt und an die Auswertezentrale in Toulouse (Frankreich) übertragen werden. Das hat den Vorteil, dass die Bodenstationen auch in abgeschiedenen Gegenden der Erde aufgestellt werden konnten und somit eine optimale geometrische Verteilung der Sendestationen gewährleistet ist (ROTHACHER 2000). Die aktiven Bodenstationen senden kontinuierlich Radiowellensignale mit zwei verschiedenen Frequenzen 2.03 und 0.40 GHz aus, die von den Empfängern an Bord der Satelliten aufgezeichnet werden. Die Entfernungsdifferenz zwischen einer Bodenstation und einem Satelliten kann aus der Frequenzverschiebung der Signale (Dopplereffekt) zwischen zwei Zeitpunkten abgeleitet werden. Somit ist die Berechnung von Satellitenbahnen und Stationskoordinaten möglich sowie die Generierung von Zeitreihen des Geozentrums, der Erdorientierungs- und der Ionosphärenparameter. Der internationale DORIS Service (engl.: *International DORIS Service*, IDS) bietet diese Produkte via Internet <http://ids.cls.fr/> an.

3.1.2. Überblick über verwendete Datensätze

Die vorgestellten geometrischen Raumverfahren stellen eine Verknüpfung dar zwischen den Positionen der Bodenstation, die im erdgebundenen Referenzsystem beschrieben sind, und den Satelliten- bzw. Quasarpositionen, welche im raumfesten Bezugssystem gegeben sind. Die Transformation zwischen den beiden Referenzsystemen erfolgt, wie bereits in Abschnitt 2.2 erklärt wurde, über die EOP. Folglich können die EOP über eine umfangreiche Auswertung der Rohmessungen der geometrischen Raumverfahren geschätzt werden. Grundlage sind die technikspezifischen Beobachtungsgleichungen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen den Beobachtungen und den unbekanntem Zielparametern (z.B. EOP) beschreiben. Im Folgenden wird der Aufbau der Beobachtungsgleichungen der geometrischen Raumverfahren SLR, VLBI, GNSS und DORIS vorgestellt, für mehr Details siehe z.B. THALLER (2008) und SEITZ (2009). Die allgemeine Beobachtungsgleichung lautet:

$$b = |\mathbf{R}_{EOP} \cdot \mathbf{r}_B - \mathbf{r}^S| + \delta\rho_{atmo} + \delta\rho_{rel} + \delta\rho_{inst} + \epsilon. \quad (3.1)$$

Auf der linken Seite der Gleichung steht die vorverarbeitete Beobachtung b (Entfernung bzw. Phasendifferenz) des jeweiligen Raumverfahrens und auf der rechten Seite steht die modellierte Beobachtung inklusive der zu schätzenden Parameter. Die Position \mathbf{r}_B der Bodenstation zu einem beliebigen Zeitpunkt t wird abgeleitet gemäß

$$\mathbf{r}_B(t) = \mathbf{r}_B(t_0) + \mathbf{v}_B(t - t_0) + \Delta\mathbf{r}_{tide}(t) + \Delta\mathbf{r}_{load}(t) + \Delta\mathbf{r}_{rot}(t) \quad (3.2)$$

von der Position \mathbf{r}_B der Station im erdgebundenen konventionellen gezeitenfreien Referenzsystem ITRS zur Referenzepoche t_0 und der Geschwindigkeit \mathbf{v}_B der Station, hauptsächlich hervorgerufen von tektonischen Plattenbewegungen, die mit kinematischen Modellen, wie zum Beispiel das Modell NNR-NUVEL-1A (DEMETS *et al.* 1994) und APKIM (eng.: *Actual Plate Kinematic and Crustal Deformation Model*) (DREWES 1998), beschrieben werden. Angesichts der Elastizität der Erde müssen zusätzlich die zeitlichen Änderungen der Position der Station aufgrund von Deformationen der Erde berücksichtigt werden. Neben den permanenten und zeitvariablen Gezeitendeformationen $\Delta\mathbf{r}_{tide}$ sind dies auch Auflastdeformationen $\Delta\mathbf{r}_{load}$ und Rotationsdeformationen $\Delta\mathbf{r}_{rot}$. Die Position der Bodenstation wird mit Hilfe der Rotationsmatrix \mathbf{R}_{EOP} der EOP (siehe Abbildung 2.5) in das raumfeste Referenzsystem, in dem die Position \mathbf{r}^S des Satelliten gegeben ist, transformiert. Desweiteren werden in der Beobachtungsgleichung mit $\delta\rho_{atmo}$, $\delta\rho_{rel}$ und $\delta\rho_{inst}$ die atmosphärischen, relativistischen und instrumentellen Einflüssen auf die technikspezifischen Messungen berücksichtigt sowie die Messfehler ϵ (SEITZ 2009). Zu atmosphärischen Einflüssen zählen troposphärische und ionosphärische Laufzeitverzögerungen. Troposphärische Laufzeitverzögerungen sind für optische Signale frequenzabhängig, nicht aber für Mikrowellen. Während der hydrostatische Anteil der Troposphäre gut modelliert werden kann, ist der feuchte Anteil aufgrund der starken Variationen nur schwer modellierbar. Optische Signale (wie sie bei SLR verwendet werden) besitzen den Vorteil, dass sie nur geringfügig vom feuchten Anteil der Atmosphäre beeinflusst werden. Ionosphärische

Laufzeitverzögerungen sind hingegen für Mikrowellen frequenzabhängig und können über die Anzahl der freien Elektronen entlang des Signalweges bestimmt werden. Aus diesem Grund werden die Messungen sowohl bei VLBI als auch bei GPS auf mindestens zwei unterschiedlichen Frequenzen durchgeführt. Relativistische Einflüsse gliedern sich in allgemein-relativistische Effekte auf die Signalausbreitung und den Gang einer Uhr im Gravitationsfeld der Erde sowie in speziell-relativistische Effekte, zum Beispiel auf bewegte Uhren. Zu instrumentellen Einflüssen gehören zum Beispiel Exzentrizitäten (SLR), Antennendeformationen (VLBI) und Variationen des Antennenphasenzentrums (GNSS). Für VLBI muss die allgemeine Beobachtungsgleichung 3.1 modifiziert werden, da bei diesem Verfahren die Entfernung zwischen zwei Bodenstationen bestimmt wird. Mit Hilfe der Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung können unter Berücksichtigung des stochastischen Modells unbekannte Parameter der Beobachtungsgleichungen der geometrischen Raumverfahren geschätzt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden keine Einzellösungen der Beobachtungstechniken genutzt, sondern kombinierte Lösungen. Eine gemeinsame Auswertung der Beobachtungen verschiedener Messverfahren hat den Vorteil, dass verfahrensspezifische Stärken genutzt und Schwächen kompensiert werden können. Die Kombination der Beobachtungsverfahren kann auf Parameter-, Normalgleichungs- oder Beobachtungsebene durchgeführt werden (SEITZ 2009). Eine vollständig konsistente Kombination ist nur auf Beobachtungsebene möglich, da hier die Beobachtungen mit einer Software gemeinsam ausgewertet werden und somit bezüglich der verwendeten a-priori Modelle und Parametrisierung gemeinsamer geodätischer Parameter übereinstimmen. Durch die gemeinsame Auswertung aller Beobachtungen können Ausreißer besser identifiziert werden und eine optimale Gewichtung der Beobachtungen ist möglich. Bislang konnte keine rigorose Kombination auf Beobachtungsebene mit hinreichender Genauigkeit realisiert werden, da keine adäquate Software zur gemeinsamen Verarbeitung von GNSS, SLR, VLBI und DORIS existiert. Eine gute Näherung stellt die Kombination auf Normalgleichungsebene dar, sofern die vorangehenden getrennten Auswertungen der Beobachtungen mit verschiedenen Softwares in Bezug auf die Modellierung und Parametrisierung gemeinsamer geodätischer Parameter übereinstimmen. Inkonsistenzen bei der Bestimmung der einzelnen Normalgleichungssysteme können in der Ausgleichung nicht mehr identifiziert werden und schlagen sich in den geschätzten Parametern nieder. Nachteilig ist, dass bei der Kombination auf Normalgleichungsebene keine Ausreißer identifiziert werden können, da die ursprünglichen Beobachtungen nicht mehr zur Verfügung stehen. Ferner kann die Gewichtung der Beobachtungen innerhalb eines Raumverfahrens nicht mehr optimiert werden. Ein Vorteil der Kombination auf Normalgleichungsebene gegenüber der Kombination auf Parameterebene ist, dass Verbesserungen zu den ursprünglichen Beobachtungen geschätzt werden können. Bei der Kombination auf Parameterebene können hingegen nur Zuschläge zu den Parametern bestimmt werden. In dieser Arbeit werden drei EOP Zeitreihen analysiert. In Abbildung 3.1 sind die unterschiedlichen Berechnungsstrategien dargestellt. Die Übersicht zeigt, dass Unterschiede bezüglich der Konsistenz der Eingangsdaten vorliegen als auch in Bezug auf die Konsistenz der EOP mit dem terrestrischen Referenzrahmen. Im Folgenden werden die drei EOP Zeitreihen an Hand von Abbildung 3.1 diskutiert.

IERS EOP 08 C04

Das Produktzentrum für EOP (engl.: *Earth Orientation Product Center*) des IERS bietet als internationale Referenz für die EOP die IERS EOP 08 C04 Zeitreihe an. Die Berechnungsstrategie dieser Zeitreihe ist auf der linken Seite von Abbildung 3.1 veranschaulicht. In GAMBIS (2004) und BIZOUARD und GAMBIS (2011) sind die einzelnen Rechenschritte ausführlich erläutert. Die EOP Zeitreihe basiert auf der Kombination operationeller EOP Zeitreihen der geometrischen Beobachtungsverfahren GNSS, SLR und VLBI auf Parameterebene. Eingangsdaten sind die kombinierten Lösungen der offiziellen Technikzentren der Services ILRS, IVS und IGS, sowie die VLBI Lösung des Analysezenters Observatorium von Paris (fr.: *Observatoire de Paris*) und die VLBI *intensive solution* des Analysezenters Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. Da bei der Datenprozessierung der operationellen EOP Zeitreihen die IERS Konventionen berücksichtigt werden, sind die Lösungen in Bezug auf die verwendeten Standards und Modelle weitestgehend konsistent. Die Bestimmung der EOP Input-Zeitreihen stützt sich zum Teil nicht auf den internationalen erdgebundenen und raumfesten Referenzrahmen (ITRF und ICRF). Diese Inkonsistenzen müssen nachträglich bereinigt werden durch Schätzung und Reduktion von zeitlichen linearen Änderungen der Input-Zeitreihen gegenüber ausgewählten Referenzreihen, die konsistent in Bezug auf das ITRF und ICRF sind. Zur Minimierung der Fehler bei den Interpolationen, Filterungen und numerischen Berechnungen wird eine ausgewählte Referenzzeitreihe von den Input-Zeitreihen abgezogen. Unter Berücksichtigung der skalierten Formalenfehler erfolgt die gewichtete Mittelbildung der einzelnen Differenzzeitreihen. Anschließend wird die kombinierte Differenzzeitreihe nach VONDRAK (1969) und (1977) geglättet und auf Tagesintervalle interpoliert. Nach Addition der ausgewählten Referenzzeitreihe erhält man die kombinierte EOP Zeitreihe.

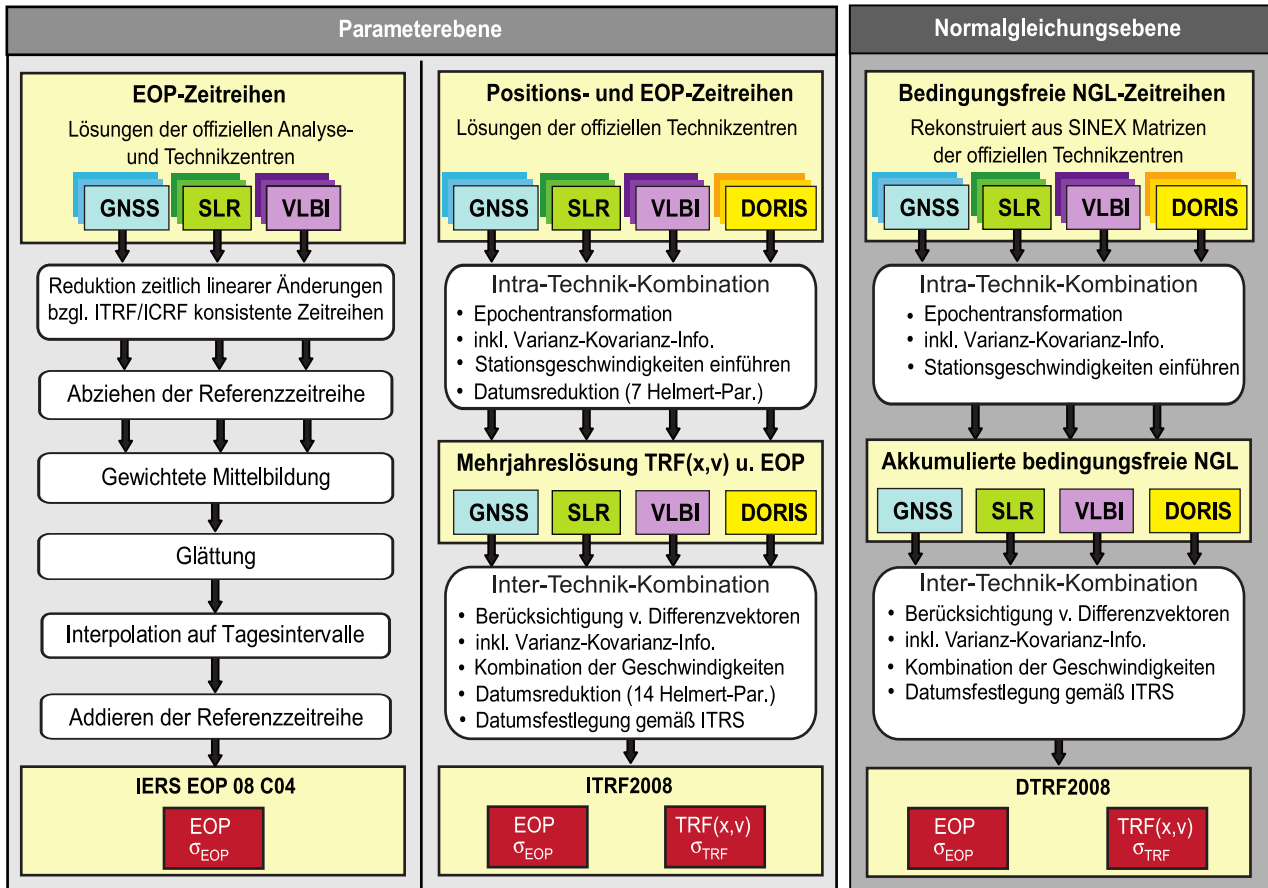


Abbildung 3.1: Gegenüberstellung von drei verschiedenen Berechnungsstrategien zur Berechnung der EOP Zeitreihen. In den cremefarbenen eckigen Kästen sind die Eingangsdaten, Zwischenprodukte und die geschätzten Ergebnisse dargestellt. Die einzelnen Rechenschritte sind in den weißen Kästen aufgelistet.

ITRF2008

Das ITRS Produktzentrum des IERS am IGN (fr.: *Institut Géographique National*) des IERS stellt sowohl Stationspositionen und -geschwindigkeiten als auch EOP der offiziellen ITRF2008 Lösung zur Verfügung. Der ITRF2008 basiert auf neuen Daten der offiziellen Technikzentren der Services ILRS, IVS, IGS und IDS, die mit Hilfe verbesserter physikalischer Modelle bezüglich der ITRF2005 Eingangsdaten berechnet wurden. In SEITZ *et al.* (2012) sind die Verbesserungen der Reduktionsmodelle gegenüber dem ITRF2005 und die Eingangsdaten für den ITRF2008 in Tabellen aufgelistet. Der ITRF2008 beruht auf derselben Berechnungsstrategie wie der ITRF2005, die in ALTAMIMI *et al.* (2007) ausführlich beschrieben ist. Abbildung 3.1 dient zur Veranschaulichung und Gegenüberstellung dieser Prozessierungsstrategie. Wie beim ITRF2005 wurden die Stationspositionen und -geschwindigkeiten gemeinsam mit den EOP auf Parameter Ebene geschätzt. Das hat den großen Vorteil, dass die EOP konsistent mit dem ITRF2008 sind. Die Berechnungen gliedern sich in zwei Schritte. Im ersten Schritt werden die reprozessierten Wochen- bzw. Tageslösungen der offiziellen Technikzentren des ILRS, IVS, IGS und IDS zu jeweils einer technikspezifischen Mehrjahreslösung kombiniert. Diese sogenannten Intra-Technik-Kombinationen beinhalten jeweils eine Epochentransformation auf die Referenzepeche der Gesamtlösung und eine Ähnlichkeitstransformation auf die Gesamtlösung. Bei jeder Lösung müssen somit zusätzlich 7 Helmert-Parameter (3 Translationen, 3 Rotationen, 1 Skalierungsfaktor) mitgeschätzt werden. Auf diese Weise kann das individuelle geodätische Datum jeder Einzellösung reduziert werden. Es besteht die Gefahr, dass tatsächliche Bewegungen der Stationen nicht in den Geschwindigkeiten aufgefangen werden, sondern fälschlicherweise als Translation der Helmerttransformation interpretiert werden und somit die geschätzten Stationspositionen und -geschwindigkeiten verfälschen (SEITZ 2009). Bei den Schätzungen der technikspezifischen Mehrjahreslösungen wird jeweils die volle Varianz-Kovarianz-Information berücksichtigt. Im zweiten Schritt werden die Mehrjahreslösungen der vier Beobachtungsverfahren kombiniert. Dieser Schritt wird deshalb Inter-Technik-Kombination genannt. Die Verknüpfung der technikspezifischen Mehrjahreslösungen gelingt aufgrund der Existenz von Kollationsstationen an denen mehrere Beobachtungsverfahren vertreten sind. Da die Referenzpunkte der Instrumente an diesen Stationen nicht identisch sind, werden die Differenzvektoren gemessen und als zusätzliche

unabhängige Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt. Analog zu der Intra-Technik-Kombination werden für jede Mehrjahreslösung zur Datumsreduktion Parameter einer Ähnlichkeitstransformation eingeführt. Da die Stationsgeschwindigkeiten in den Lösungen enthalten sind, müssen zusätzlich zu den 7 Helmert-Parameter auch deren zeitlichen Ableitungen berücksichtigt werden. Das geodätische Datum wird nach den Bestimmungen des ITRS festgelegt (McCARTHY und PETIT 2004). Die EOP werden gemeinsam mit den Positionen und Geschwindigkeiten der Stationen unter Berücksichtigung der vollen Varianz-Kovarianz-Information geschätzt, inklusive aller Standardabweichungen.

DTRF2008

Zur Validation und Qualitätskontrolle des ITRF2008 wurde am ITRS Kombinationszentrum DGFI (Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut) der DTRF2008 berechnet. Im Gegensatz zu der IGN Lösung basiert die DGFI Lösung auf der Kombination von bedingungsfreien Normalgleichungen (NGL). Der DTRF2008 (SEITZ *et al.* 2012) wurde nach demselben Verfahren berechnet wie der ITRF2005D (ANGERMAN *et al.* 2009). In Abbildung 3.1 ist die Berechnungsstrategie auf der rechten Seite dargestellt. Da die offiziellen Technikzentren der Services ILRS, IGS und IDS keine bedingungsfreien Normalgleichungen zur Verfügung stellen, müssen diese gemäß SEITZ *et al.* (2012) von den Wochenlösungen rekonstruiert werden. Das Technikzentrum des IVS bietet hingegen bedingungsfreie Normalgleichungen an. Im ersten Schritt werden jeweils die bedingungsfreien Normalgleichungen eines Beobachtungsverfahrens kombiniert. Dazu müssen zunächst die Parameter der VLBI-Normalgleichungen mit Hilfe der Epochentransformation auf die volle Stunde transformiert werden. Die zeitlich linearen Änderungen der Stationspositionen werden durch Einführung der Stationsgeschwindigkeiten als zusätzliche Parameter in den Normalgleichungen berücksichtigt. Mit Hilfe von Minimalbedingungen wird das geodätische Datum realisiert, so dass die akkumulierten Normalgleichungen gelöst werden können. Mittels Analyse der Stationspositionszeitreihen können Unstetigkeiten und Ausreißer identifiziert und in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Eine Analyse der Datumparameterzeitreihen gibt Aufschluss darüber, welches Beobachtungsverfahren zur Realisierung des Datums des DTRF2008 beiträgt. Im zweiten Schritt werden im Rahmen der Inter-Technik-Kombination die Normalgleichungen aller vier Beobachtungsverfahren kombiniert. Die Stationspositionen können nur durch Einführen zusätzlicher Beobachtungen in Form von Differenzvektoren zwischen benachbarten Instrumenten an Kolokationsstationen bestimmt werden. Eine sorgfältige Auswahl der Differenzvektoren ist maßgebend für die Genauigkeit und Konsistenz des TRF. Um die Konsistenz des TRF über die Zeit gewährleisten zu können, müssen die Stationsgeschwindigkeiten der Kolokationsstationen kombiniert werden. Mit Hilfe der EOP können die Beobachtungsverfahren zusätzlich zu jeder Epoche miteinander verknüpft werden. Die EOP der Beobachtungsverfahren werden intensiv miteinander verglichen, bevor sie kombiniert werden dürfen. Zur Beschreibung der Genauigkeitsverhältnisse zwischen den verschiedenen Beobachtungstechniken müssen Varianzfaktoren bestimmt und in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Zur Lösung des Normalgleichungssystems wird das geodätische Datum gemäß der IERS Konventionen festgelegt. Die EOP werden gemeinsam mit den Stationspositionen und -geschwindigkeiten geschätzt.

3.1.3. Drehimpulsfunktionen - Integraler Effekt

Die Polbewegung wird von Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde hervorgerufen und erlaubt somit einen Rückschluss auf den integralen Anregungsmechanismus. In Kapitel 2.3.2 wurde die dynamische Bewegungsgleichung 2.44

$$p + \frac{i}{\sigma_0} \dot{p} = \chi$$

vorgestellt, die den Zusammenhang zwischen der Polbewegung und der komplexen Drehimpulsfunktion beschreibt. Ersetzt man p durch $x_P - y_P i$ und χ durch $\chi_1 + \chi_2 i$ und setzt für die komplexe Chandlerfrequenz σ_0 Gleichung 2.43 ein, dann ergibt sich folgende Gleichung:

$$x_P - y_P i + \frac{1}{\frac{2\pi}{T}} \cdot \frac{i}{1 + \frac{1}{2Q}i} \cdot (\dot{x}_P - \dot{y}_P i) = \chi_1 + \chi_2 i. \quad (3.3)$$

Der komplexe Bruch dieser Gleichung lässt sich umwandeln in:

$$\frac{i}{1 + \frac{1}{2Q}i} = \frac{2Q}{1 + 4Q^2} \cdot (1 + 2Qi). \quad (3.4)$$

Durch Einsetzen dieser Gleichung in 3.3, Ausmultiplizieren und Auflösen nach χ_1 und χ_2 ergeben sich die Formeln:

$$\chi_1 = x_P + \frac{2Q}{\frac{2\pi}{T}(1+4Q^2)} \cdot (\dot{x}_P + 2Q\dot{y}_P) \quad \text{und} \quad \chi_2 = -y_P + \frac{2Q}{\frac{2\pi}{T}(1+4Q^2)} \cdot (2Q\dot{x}_P - \dot{y}_P). \quad (3.5)$$

Neben den Polkoordinaten x_P und y_P werden auch die zeitlichen Ableitungen der Polkoordinaten \dot{x}_P und \dot{y}_P zur Berechnung der Drehimpulsfunktionen benötigt. Für den Fall, dass die EOP Zeitreihe keine zeitlichen Ableitungen der Polkoordinaten enthält, können diese mittels numerischer Differenzierung von den Polkoordinaten abgeleitet werden:

$$\dot{x}_P(t) = \frac{x_P(t+1) - x_P(t-1)}{2\Delta t} \quad \text{und} \quad \dot{y}_P(t) = \frac{y_P(t+1) - y_P(t-1)}{2\Delta t}. \quad (3.6)$$

In dieser Arbeit wurden die täglichen Drehimpulsfunktionen der Gesamtanregung der Polbewegung von den Polkoordinaten der IERS EOP 08 C04, ITRF2008 und DTRF2008 Zeitreihen abgeleitet. Da die täglichen Variationen aufgrund der halbtäglichen Nutationsbewegungen nicht in den Zeitreihen von x_P und y_P berücksichtigt sind, wurden diese gemäß der Empfehlung von MCCARTHY und PETIT (2004) berechnet und an die Zeitreihen angebracht. Die von der Nutation hervorgerufenen Polbewegungen liegen zwischen $\pm 0.04 \text{ mas}$. Polbewegungen aufgrund der Ozeangezeiten mit Perioden größer als einen Tag sind in den Zeitreihen von x_P und y_P enthalten. Da in dieser Arbeit nicht die Beiträge der Gezeiten zur Polbewegung untersucht werden, wurden diese Variationen mit Hilfe des empirischen Gezeitenmodells von GROSS (2009) reduziert. Die Polbewegungen aufgrund der neuntägigen (**mtm**, **Mtm**), vierzehntägigen (**mf**, **Mf**) und monatlichen (**Mm**) Ozeangezeiten liegen zwischen $\pm 0.3 \text{ mas}$. Die Berücksichtigung des Nutations- und Ozeangezeiteneffektes auf die Polbewegung ist wichtig für Untersuchungen des integralen Anregungsmechanismus der Polbewegung, da eine Vernachlässigung dieser beiden Effekte Abweichungen bis zu $\pm 7 \text{ mas}$ in täglichen Drehimpulsfunktionen hervorruft. Aus Vergleichsgründen wurden die abgeleiteten täglichen sogenannten geometrischen Drehimpulsfunktionen in Monatsmittelwerte umgewandelt, d.h. die Werte vom ersten bis zum letzten Tag eines Monats wurden gemittelt. Da in dieser Arbeit geophysikalische Anregungsmechanismen untersucht werden, die zu Erdrotationsänderungen führen, werden die geometrischen Drehimpulsfunktionen zentriert. Die geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt werden um den linearen Trend reduziert. Auf diese Weise kann sichergestellt werden, dass der integrale Effekt nahezu keine Masseneffekte des Erdkerns und Erdmantels enthält. Das ist wichtig, weil derzeit mit Hilfe der geodätischen Raumberechnungen die Massenverlagerungen im Erdkern und Erdmantel nicht adäquat identifiziert werden können. Auf diese Weise werden jedoch auch die dekadischen Massenverlagerungen und -bewegungen in den anderen Subsystemen der Erde reduziert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Die drei Lösungen für den integralen Anregungsmechanismus der Polbewegung weisen hohe Übereinstimmungen auf. Die Abweichungen zwischen $\chi_1^{IERSEOP0804}$ und $\chi_1^{ITRF2008}$ oder $\chi_1^{DTRF2008}$ liegen zwischen $\pm 1.5 \text{ mas}$, für $\chi_2^{IERSEOP0804}$ und $\chi_2^{ITRF2008}$ oder $\chi_2^{DTRF2008}$ liegen sie zwischen $\pm 2.5 \text{ mas}$. Die beiden ITRF Lösungen weisen hingegen nur Abweichungen bis zu $\pm 0.4 \text{ mas}$ für χ_1 auf und ± 0.5 für χ_2 . In Kapitel 4.3.1 werden die empirischen Varianzen dieser Lösungen vorgestellt und in Kapitel 5.2.1 werden diese Lösungen mit Modelllösungen verglichen.

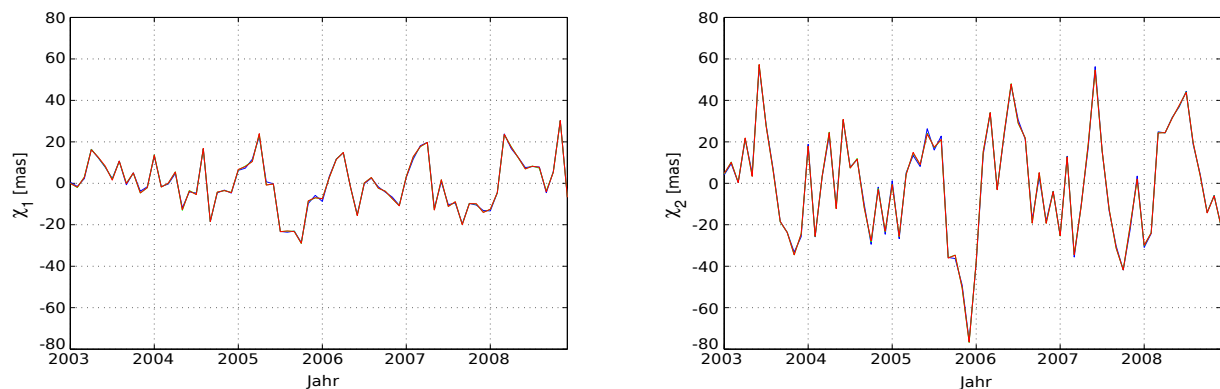


Abbildung 3.2: Monatliche geometrische Drehimpulsfunktionen abgeleitet von den Polkoordinaten der IERS EOP 08 C04 (blau), ITRF2008 (grün) und DTRF2008 (rot) Zeitreihen.

3.2. Gravitationsfeldvariationen der Erde

Massenverlagerungen im System Erde rufen nicht nur Erdrotationsschwankungen, sondern auch Änderungen des Gravitationsfeldes der Erde hervor. Das zeitvariable Gravitationsfeld der Erde erlaubt somit Rückschlüsse auf geophysikalische Anregungsmechanismen der Erdrotation. Im Folgenden werden zwei Satellitenmissionen vorgestellt mit deren Hilfe das zeitvariable Gravitationsfeld der Erde bestimmt werden kann. Es gibt zahlreiche Gravitationsfeldlösungen, die sich sowohl in ihrer zeitlichen und räumlichen Auflösung unterscheiden als auch in Bezug auf die Eingangsdaten und Prozessierungsstrategien. In dieser Arbeit wurden insgesamt sechs verschiedene zeitvariable Gravitationsfeldlösungen verwendet, die in diesem Kapitel vorgestellt werden. Durch entsprechende Modellierung der Gravitationsfeldvariationen können nicht nur Anregungen der Polbewegung aufgrund von integralen Massenverlagerungen bestimmt werden, sondern auch aufgrund von Massenverlagerungen in den Ozeanen oder der kontinentalen Hydrosphäre. Diese Anregungsmechanismen der Erdrotation bezeichnet man als integrale, ozeanische und hydrologische Masseneffekte.

3.2.1. Satellitenmission GRACE und LAGEOS

Die Satellitenmissionen GRACE (engl.: *Gravity Recovery and Climate Experiment*) und LAGEOS (engl.: *Laser Geodynamics Satellite*) beruhen sowohl auf Streckenmessungen zwischen Beobachtungsstationen auf der Erde und Satelliten als auch auf Streckenmessungen zwischen zwei Satelliten. In dieser Arbeit werden zeitvariable Gravitationsfeldlösungen genutzt, die von Beobachtungen der Satellitenmission GRACE und/oder LAGEOS abgeleitet wurden. Im Folgenden werden diese beiden Satellitenmissionen kurz vorgestellt.

GRACE

Die Schwerefeldmission GRACE wird von der NASA (engl.: *National Aeronautics and Space Administration*) und dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) betrieben. Die Mission besteht aus zwei baugleichen Satelliten, die am 17. März 2002 mit einer ROCKOT Rakete von Plesetzsk in den Weltraum befördert worden sind. Die Satelliten fliegen im Abstand von etwa 220 km (+/- 50 km) auf einer nahezu kreisförmigen Keplerbahn (Bahnhöhe anfangs 500 km, Inklination 89.5°, Exzentrizität ≈ 0.001) um die Erde. Das Gravitationsfeld der Erde ist neben den nicht-gravitativen externen Kräften verantwortlich dafür, dass sich die Entfernung zwischen den beiden Satelliten, die verschiedenen lokalen Anziehungskräften ausgesetzt sind, ändert. Mit Hilfe eines hochgenauen K-Band-Mikrowellenentfernungsmesssystems wird der Abstand sowie die Abstandsänderung zwischen den beiden Satelliten mit μm -Genauigkeit beobachtet. Das niedrig-niedrig SST (engl.: *low-low Satellite-to-Satellite Tracking*) Messprinzip wurde erstmals bei dieser Satellitenmission installiert und ist bis heute einzigartig (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005). Diese Beobachtungen werden zusammen mit den Positionsbeobachtungen der GPS-Empfänger an Bord der Satelliten, auch hoch-niedrig SST (engl.: *high-low Satellite-to-Satellite Tracking*) genannt, genutzt zur hoch genauen Bestimmung sowohl des statischen als auch des zeitvariablen Erdschwerefeldes. Ein weiteres Missionsziel ist die Atmosphären- und Ionosphärensondierung entlang von Profilen. Mehr Information über die Mission GRACE findet man zum Beispiel in SCHMIDT (2007), TAPLEY *et al.* (2004) und WARD (2002). Es gibt drei wissenschaftliche GRACE Datenprozessierungszentren CSR (engl.: *University of Texas Center for Space Research*), JPL (engl.: *Jet Propulsion Laboratory*) und GFZ (GeoForschungsZentrum Potsdam), die Gravitationsfeldberechnungen durchführen. Die Datenarchivierung wird vom *Physical Oceanography Distributed Active Data Center* (PO.DAAC) und *Integrated System Data Center* (ISDC) übernommen.

LAGEOS

Im Gegensatz zu GRACE ist dies eine passive Satellitenmission, d.h. die kugelförmigen Satelliten LAGEOS 1 und 2 reflektieren mit Hilfe von 426 Laserretroreflektoren die Laserstrahlen der SLR Bodenstationen, siehe Kapitel 3.1.1. LAGEOS 1 wird ausschließlich von der NASA betrieben, wohingegen LAGEOS 2 zusätzlich von der ASI (engl.: *Agenzia Spaziale Italiana*) unterstützt wird. LAGEOS 1 wurde am 4. Mai 1976 mit der Delta2913 Rakete von Vandenburg in Kalifornien gestartet. LAGEOS 2 wurde 16 Jahre später am 22. Oktober 1992 mit der STS52 Raumfähre vom *Kennedy Space Center* in Florida in den Weltraum befördert. Die Umlaufbahnen der Satelliten unterscheiden sich in ihrer (1) Bahnhöhe 5858 - 5958 km bei LAGEOS 1 und 5616 - 5950 km bei LAGEOS 2, (2) Inklination 109.84° bei LAGEOS 1 und 52.64° bei LAGEOS 2 und (3) Exzentrizität von etwa 0.0045 bei LAGEOS 1 und 0.0135 bei LAGEOS 2. Die SLR Messungen zu den beiden Satelliten werden nicht nur zur Bestimmung des Gravitationsfeldes der Erde genutzt, sondern auch zur Untersuchung von tektonischen Plattenbewegungen

sowie der Figur und des Rotationsverhaltens der Erde (SEEBER 1989). Die große Flughöhe der beiden Satelliten ist verantwortlich dafür, dass die Satellitenbahnen nur sensitive sind für langwellige Erdschwerefeldänderungen bis Grad und Ordnung 10.

3.2.2. Überblick über verwendete Datensätze

Die Bahnen der LAGEOS und GRACE Satelliten, die mit SLR, GPS und dem K-Band-Mikrowellenentfernungsmesssystem beobachtet werden, sind gemäß dem zweiten Newtonschen Gesetz sensitiv gegenüber Gravitationsfeldänderungen der Erde. Die Bestimmung des Gravitationsfeldes der Erde beruht auf der Newton-Eulerschen Bewegungsgleichung

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}, \quad (3.7)$$

die den Zusammenhang zwischen der Satellitenbewegung und den angreifenden Kräften beschreibt. Unter der Annahme, dass sich die Masse m des Satelliten nicht verändert, bewirken externe Kräfte \mathbf{F} ausschließlich eine Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}$ des Satelliten gegenüber dem raumfesten Referenzsystem. Die Satellitenbeschleunigung ist folglich definiert über die Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a} = \mathbf{F}/m$. Das Gravitationsfeld der Erde kann aus der Bahnanalyse von Satelliten bestimmt werden, dieser Ansatz ist auch bekannt als dynamische Satellitenmethode (REIGBER 1989). Gravitationsfeldlösungen, die rein auf Satellitenbeobachtungen beruhen, bezeichnet man als *satellite-only models*. Aus gemessenen Satellitenpositionen können Bahnstörungen abgeleitet werden. Die größten Beschleunigungen sind auf das (zeitvariable) Gravitationsfeld der Erde zurückzuführen. Je kleiner der Abstand der Satelliten zur Erdoberfläche, desto größer sind die gravitativen Beschleunigungen und desto kleinere Strukturen des Erdschwerefeldes können identifiziert werden. Die dynamische Gravitationsfeldbestimmung beruht auf den Beobachtungsgleichungen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen den Satellitenpositionen und den unbekanntem Gravitationsfeldparametern beschreiben. Da die analytische Lösung der Newton-Eulerschen Bewegungsgleichung sehr aufwendig ist und nicht den Genauigkeitsansprüchen der heutigen Beobachtungstechniken genügt, werden in der Geodäsie numerische Lösungsansätze zur Satellitenbahn- und Gravitationsfeldbestimmung eingesetzt. Die numerische Integration der Bewegungsgleichung kann als Anfangswertproblem (Volterrasche Integralgleichung)

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_A + \dot{\mathbf{r}}_A(t - t_A) + \int_{t'=t_A}^t (t - t')\mathbf{a}(t')dt' \quad (3.8)$$

oder Randwertproblem (Fredholmsche Integralgleichung 2. Art)

$$\mathbf{r}(\tau) = (1 - \tau)\mathbf{r}_A + \tau\mathbf{r}_B - T^2 \int_{\tau'=0}^1 K(\tau, \tau')\mathbf{a}(\tau')d\tau' \quad \text{mit} \quad K(\tau, \tau') = \begin{cases} \tau'(1 - \tau) & \text{für } \tau' \leq \tau \\ \tau(1 - \tau') & \text{für } \tau' > \tau \end{cases} \quad (3.9)$$

formuliert werden (EICKER 2006). Hierbei werden die Anfangspositionen und -geschwindigkeiten des Satelliten mit \mathbf{r}_A und $\dot{\mathbf{r}}_A$ bezeichnet und die Endpositionen mit \mathbf{r}_B . Bei der Lösung der Randwertaufgabe wird die normierte Zeit $\tau = (t - t_A)/T$ verwendet, die in Abhängigkeit von der zeitlichen Länge $T = t_B - t_A$ eines Bahn Bogens definiert ist. t_A steht für den Anfangszeitpunkt und t_B für den Endzeitpunkt. In den Beobachtungsgleichungen werden die Beschleunigungen in gravitative \mathbf{a}_g^i und nicht-gravitative Anteile \mathbf{a}_{ng}^i gemäß

$$\mathbf{a} = \Delta\mathbf{a}_g^{static} + \Delta\mathbf{a}_g^{tide} + \Delta\mathbf{a}_g^{rot} + \Delta\mathbf{a}_g^{AOD} + \Delta\mathbf{a}_g^{hydro} + \Delta\mathbf{a}_g^{rest} + \Delta\mathbf{a}_{ng}^L + \Delta\mathbf{a}_{ng}^{SR} + \Delta\mathbf{a}_{ng}^{ER} + \Delta\mathbf{a}_{ng}^{rel} \quad (3.10)$$

aufgeteilt. Die größten Beschleunigungen werden vom quasi-statischen Gravitationsfeld der Erde $\Delta\mathbf{a}_g^{static}$ hervorgerufen. Hinzukommen gezeitenbedingte periodische Beschleunigungen von Sonne, Mond und Planeten die hier mit $\Delta\mathbf{a}_g^{tide}$ bezeichnet werden. Sie beinhalten aufgrund der Elastizität der Erde nicht nur die direkten Ozean- und Atmosphärengezeiten, sondern auch die Gezeitendeformationen der festen Erde sowie die Auflastdeformationen der Ozean- und Atmosphärengezeiten. Die Rotation der Erde ruft Deformationen der festen Erde und der Ozeane hervor, die zu Gravitationsfeldänderungen führen und über die Beschleunigung $\Delta\mathbf{a}_g^{rot}$ in den Beobachtungsgleichungen berücksichtigt werden. Gravitative Beschleunigungen $\Delta\mathbf{a}_g^{AOD}$, die auf nicht gezeitenbedingte aperiodische Kurzzeitmassenvariationen der Atmosphäre und der Ozeane zurückzuführen sind, werden bei der zeitvariablen Gravitationsfeldbestimmung mit Hilfe von geophysikalischen Modellen berücksichtigt, da diese Effekte andernfalls die Lösungen durch Aliasing verfälschen würden. In FLECHTNER (2007a) sind die sogenannte AOD-Produkte (engl.: *Atmosphere-Ocean-De-Aliasing-Productes*) beschrieben, die am häufigsten bei der Gravitationsfeldbestimmung berücksichtigt werden. Die Beschleunigungen $\Delta\mathbf{a}_g^{hydro}$ und $\Delta\mathbf{a}_g^{rest}$ aufgrund von Massenverlagerungen in der kontinentalen Hydrosphäre und anderen Subsystemen der Erde werden bei der Gravitationsfeldbestimmung nicht mit Hilfe von geophysikalischen Modellen berücksichtigt. Nicht gravitative Kräfte, wie zum Beispiel der Luftwiderstand der Hochatmosphäre, solare Strahlendruck und Erdalbedo, rufen

ebenfalls Beschleunigungen $\Delta \mathbf{a}_{ng}^L$, $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{SR}$ und $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{ER}$ hervor. Die nicht-gravitativen Kräfte sind kleiner als die gravitativen Kräfte und können mit Hilfe von Modellen für die LAGEOS Satelliten aufgrund ihrer einfachen Kugelform gut bestimmt werden (FLOHRER 2008) oder mit Akzelerometern (engl.: *Accelerometer*, ACC) an Bord der GRACE Satelliten gemessen werden. Akzelerometer sind drei-achsige Beschleunigungsmesser, die im Massenzentrum des Satelliten gelagert sind. Sie messen die Steuerungsspannungen, die notwendig sind um die freibewegliche Testmasse in einem Käfig, der fest mit dem Satellitenbus verbunden ist, bewegungslos zu halten. Während der Käfig von gravitativen und nicht-gravitativen Kräften beeinflusst wird, wirken auf die Testmasse nur gravitative Kräfte. Die gemessenen Steuerungsspannungen sind proportional zu den nicht-gravitativen Beschleunigungen (SCHMIDT 2007). Aufgrund der hohen Messgenauigkeit müssen in der Newton-Eulerschen Bewegungsgleichung Korrekturen $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{rel}$ angebracht werden, die den allgemein-relativistischen Effekt, der durch die Raumkrümmung großer Massen verursacht wird, berücksichtigen. Bei der Mission GRACE wird die Position der beiden Satelliten von GPS-Phasenmessungen abgeleitet. Der Abstand ρ (engl.: *K-Band-Range*, KBR) zwischen den beiden Satelliten sowie die Entfernungsänderung $\dot{\rho}$ (engl.: *K-Band-Range-Rate*, KBRR) und die Relativbeschleunigung $\ddot{\rho}$ (engl.: *K-Band-Range-Acceleration*, KBRA) werden von K-Band-Phasenmessungen berechnet. Diese Beobachtungen können zusätzlich für die dynamische Gravitationsfeldbestimmung genutzt werden. Die Beobachtungsgleichungen basieren auf der geometrischen Beziehung zwischen der Relativbewegung und den Bewegungen der Satelliten. Es gilt:

$$\rho = \mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{r}_{12}, \quad \dot{\rho} = \mathbf{e}_{12} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{12} \quad \text{und} \quad \ddot{\rho} = \mathbf{e}_{12} \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{\rho}(\dot{\mathbf{r}}_{12}^2 - \dot{\rho}^2) \quad (3.11)$$

mit $\mathbf{e}_{12} = \mathbf{r}_{12}/|\mathbf{r}_{12}|$ dem Einheitsvektor des Abstandsvektors $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ zwischen den beiden Satelliten 1 und 2, deren Positionen über die Ortsvektoren \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 beschrieben sind (EICKER 2006). Die Satellitenpositionen werden in Form der Volterraschen Integralgleichung oder Fredholmschen Integralgleichung 2. Art als Funktion der unbekanntem Gravitationsfeldparameter beschrieben. Die niedrig-niedrig SST Beobachtungen ermöglichen eine Identifizierung von kleineren Strukturen des Gravitationsfeldes der Erde. Mit Hilfe der Methode der Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung von hoch-niedrig und niedrig-niedrig SST Beobachtungen können unbekanntem Parameter der Beobachtungsgleichungen geschätzt werden. Es gibt zwei Gruppen von unbekanntem Parametern. Parameter, die nur von Beobachtungen eines bestimmten Bahn Bogens abgeleitet werden können, wie zum Beispiel Anfangsposition und -geschwindigkeit des Satelliten, ACC- und KBR-Parameter sowie GPS-Phasen-Ambiguitäten nennt man interne bogenspezifische Parameter. Die zweite Gruppe bilden die externen bogenunabhängigen Parameter, wie beispielsweise Gravitationsfeldparameter, die von Beobachtungen mehrerer Bahnbögen geschätzt werden. Aufgrund der Recheneffizienz und Stabilität der Lösungen werden meistens die Parameter der Satellitenbahnen bei der Bestimmung des Gravitationsfeldes der Erde aus dem Gleichungssystem der Ausgleichung reduziert. Auf diese Weise kann die Dimension des Gleichungssystems verringert werden, ohne die Lösung der geschätzten Gravitationsfeldparameter zu verändern (SEITZ 2009). Die Gravitationsfeldbestimmung verläuft in mehreren Schritten:

- (1) Elimination von Ausreißern in den Beobachtungen und Bestimmung von Näherungswerten für die Satellitenpositionen und -geschwindigkeiten (\mathbf{r}_A , $\dot{\mathbf{r}}_A$, \mathbf{r}_B), ACC- und KBR-Parameter sowie GPS-Ambiguitäten und -Uhren pro Bahnbogen,
- (2) iterative Bestimmung von Näherungsbahnen der niedrig fliegenden Satelliten (engl.: *Low Earth Orbit Satellites*, LEOS),
- (3) Aufstellen von Normalgleichungen je Bahnbogen,
- (4) Akkumulation der bogenweisen Normalgleichungen einer gewählten Zeitspanne (Woche, 10-Tage, Monat, Jahre)
- (5) Reduktion von bogenspezifischen Parametern (z.B. Anfangs- und Endpositionen sowie Geschwindigkeiten der LEOS) des Normalgleichungssystems zur Minimierung des Rechenaufwands und
- (6) iterative Bestimmung der Gravitationsfeldparameter mit Hilfe der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate (SCHMIDT 2007).

Die Normalgleichungen werden für jeden Bahnbogen aufgestellt. Je kürzer die Bogenlänge ist, desto kleiner ist der Einfluss der nicht modellierten Bahnstörungen und desto geringer sind die Datenlücken innerhalb eines Bahn Bogens. Je länger der Bahnbogen ist, desto besser kann der langwellige Anteil des Gravitationsfeldes der Erde bestimmt werden. Die Wahl der Bogenlänge ist folglich ein Kompromiss zwischen den Vorteilen kurzer und langer Bahnbögen. Die Beschleunigungen $\Delta \mathbf{a}_g^{tide}$, $\Delta \mathbf{a}_g^{rot}$, $\Delta \mathbf{a}_g^{AOD}$, $\Delta \mathbf{a}_{ng}^L$, $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{SR}$, $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{ER}$ und $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{rel}$ sind verhältnismäßig gut bekannt und werden aus den Beobachtungsdaten reduziert. Die Summe der gravitativen Beschleunigungen $\Delta \mathbf{a}_g^{static}$, $\Delta \mathbf{a}_g^{hydro}$ und $\Delta \mathbf{a}_g^{rest}$ wird in den Beobachtungsgleichungen parametrisiert als Funktion

des Gravitationspotentials \mathbf{V} . Die Gravitationsbeschleunigung ist der Gradient des Gravitationspotentials (SIGL 1973):

$$\Delta \mathbf{a}_g^{static}(\theta, \lambda, r) + \Delta \mathbf{a}_g^{hydro}(\theta, \lambda, r) + \Delta \mathbf{a}_g^{rest}(\theta, \lambda, r) = \nabla \mathbf{V}(\theta, \lambda, r) = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{V} / \partial \theta \\ \partial \mathbf{V} / \partial \lambda \\ \partial \mathbf{V} / \partial r \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Das Gravitationspotential der Erde wird gewöhnlich in Form von sphärisch harmonischen normierten Kugelfunktionskoeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} ausgedrückt, siehe Kapitel 3.2.3. Die Gravitationsfeldbestimmung entspricht somit der Bestimmung von Kugelfunktionskoeffizienten, die das Gravitationsfeld der Erde repräsentieren, auch Potentialkoeffizienten genannt. In der Ausgleichung werden die Zuschläge $\Delta \bar{C}_{nm}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}$ zu dem a-priori eingeführten statischen Gravitationspotential der Erde \bar{C}_{nm}^0 und \bar{S}_{nm}^0 geschätzt, die im Idealfall auf unbekannte Anteile des statischen Feldes und zeitliche Variationen zurückzuführen sind. Aufgrund von

- Fehlern der Messinstrumente (GPS, K-Band-Mikrowellenentfernungsmesssystem, Akzelerometer, Sternkamera, ...) der GRACE Satelliten,
- Fehlern der Hintergrundmodelle, die zur Bestimmung der Beschleunigungen $\Delta \mathbf{a}_g^{tide}$, $\Delta \mathbf{a}_g^{rot}$, $\Delta \mathbf{a}_g^{AOD}$ und $\Delta \mathbf{a}_{ng}^{rel}$ verwendet werden,
- Diskretisierungsfehlern wegen des eingeschränkten räumlich-zeitlichen Abtastens des Signals,
- Abbruchfehlern der Kugelfunktionsentwicklung und
- Parametrisierungsfehler der Beobachtungsgleichungen

enthalten die geschätzten Zuschläge $\Delta \bar{C}_{nm}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}$ systematische Fehler (SCHMIDT 2007). Als Ergebnis der Gravitationsfeldbestimmung werden im Allgemeinen die normalisierten dimensionslosen Potentialkoeffizienten $\bar{C}_{nm} = \bar{C}_{nm}^0 + \Delta \bar{C}_{nm}$ und $\bar{S}_{nm} = \bar{S}_{nm}^0 + \Delta \bar{S}_{nm}$ der Erde angeboten, ohne die Beiträge der Gezeiten und der Kurzzeitmassenvariationen in der Atmosphäre und den Ozeanen (Level-2-GSM-Produkt).

In dieser Arbeit werden sechs Gravitationsfeldlösungen zur Bestimmung von geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation verwendet. Die Gravitationsfeldlösungen unterscheiden sich bezüglich der verwendeten Beobachtungen, modellierten Beschleunigungen und der zugrundeliegenden Berechnungsstrategien. Abbildung 3.3 gibt einen Überblick über die Prozessierungsstrategien und in Tabelle 3.1 sind die Modelle zur Berechnung der Beschleunigungen aufgelistet. Im Folgenden werden die sechs Gravitationsfeldlösungen kurz vorgestellt.

GFZ RL04, CSR RL04 und JPL RL04

PO.DAAC und ISDC bieten monatliche Gravitationsfeldlösungen der wissenschaftlichen GRACE Datenprozessierungszentren GFZ, CSR und JPL an. Die Prozessierungsstrategien der drei Institutionen weisen große Gemeinsamkeiten auf und sind in FLECHTNER (2007b), BETTADPUR (2007) und WATKINS und YUAN (2007) beschrieben. An allen drei Zentren werden die Gravitationsfelder mit Hilfe der dynamischen Satellitenmethode von GPS-SST und KB-SST Beobachtungen abgeleitet. Während am CSR und JPL für die Auswertung der GPS-SST Beobachtungen präzise Bahnen der GPS Satelliten vom IGS verwendet werden, werden am GFZ institutsinterne GPS Bahnen eingesetzt. Vorteil der am GFZ bestimmten GPS Bahnen ist, dass sie in Bezug auf die verwendeten Referenzsysteme, Hintergrundmodelle und Konstanten konsistent mit der Gravitationsfeldbestimmung sind (SCHMIDT 2007). An allen drei Institutionen basieren die Beobachtungsgleichungen auf der Volterraschen Integralgleichung. Zur Reduktion bekannter Beschleunigungen werden nahezu die gleichen Hintergrundmodelle und Beobachtungen eingesetzt, siehe hierzu Tabelle 3.1. Am CSR und JPL wird das quasi-statische Gravitationsfeldmodell GIF22a (BETTADPUR 2007; TAPLEY *et al.* 2005) als a-priori Information in die Ausgleichung eingeführt. Die Gravitationsfeldlösung des GFZ stützt sich hingegen auf das quasi-statische Gravitationsfeldmodell EIGEN_GL04C (FÖRSTE *et al.* 2006). Es handelt sich hierbei um kombinierte Gravitationsfeldmodelle, die nicht nur von Satellitendaten, sondern auch terrestrischen Daten abgeleitet werden. Das GIF22a beinhaltet keine Gezeiteneffekte (*tide-free system*), wohingegen das EIGEN_GL04C die permanenten Gezeitendeformationen der festen Erde berücksichtigt (*zero-tide system*). Bei der Berechnung der gravitativen Beschleunigungen der festen Erdzeiten wird dies entsprechend berücksichtigt. Die Monatslösungen des GFZ, CSR und JPL sind jeweils im gleichen System definiert wie die zugrundeliegenden quasi-statischen Gravitationsfeldmodelle. Neben den GPS-SST und KB-SST Beobachtungen werden für die Gravitationsfeldbestimmung die Näherungsbahnen der GRACE Satelliten benötigt. Zu diesem Zweck werden an jedem Institut diese Satellitenbahnen bestimmt. Für jeden Bahnbogen mit der Bogenlänge von einem Tag werden die Normalgleichungen aufgestellt. Für die Berechnung der Monatslösungen werden die Normalgleichungen eines Monats akkumuliert und um bogenspezifische Parameter reduziert. Mit Hilfe einer Ausgleichung werden die Potentialkoeffizienten des zeitvariablen Gravitationsfeldes am GFZ, CSR und JPL monatsweise bestimmt. Am GFZ werden auch

wöchentliche Gravitationsfeldlösungen berechnet. Während am GFZ und JPL Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 120 geschätzt werden, werden am CSR nur Kugelfunktionskoeffizienten bis Grad und Ordnung 60 bestimmt. Ein Überblick über die gemeinsame Prozessierungsstrategie der drei Zentren GFZ, CSR und JPL ist in der linken Spalte von Abbildung 3.3 gegeben. Die Gravitationsfeldlösungen werden in Form von sogenannten Level-2-Produkten zur Verfügung gestellt:

- Monatslösungen des Gravitationsfeldes der Erde ohne die Anteile der Gezeiten und der Kurzzeitmassenvariationen in der Atmosphäre und den Ozeanen (GSM-Produkte),
- Monatslösungen des nicht gezeitenbedingten Gravitationsfeldes der Atmosphäre (GAA-Produkte),
- Monatslösungen des nicht gezeitenbedingten Gravitationsfeldes der Ozeane (GAB-Produkte),
- Monatslösungen des nicht gezeitenbedingten Gravitationsfeldes der Atmosphäre (vertikale Integration) und der Ozeane (GAC-Produkte) und
- Monatslösungen des nicht gezeitenbedingten Gravitationsfeldes des ozeanischen Bodendrucks (GAD-Produkte).

Es gibt verschiedene Versionen (engl.: *Release*) von Gravitationsfeldlösungen, die sich bezüglich der Referenz-, Kräfte- und Beobachtungsmodelle unterscheiden. In dieser Arbeit werden jeweils die sogenannten Release 04 Monatslösungen verwendet.

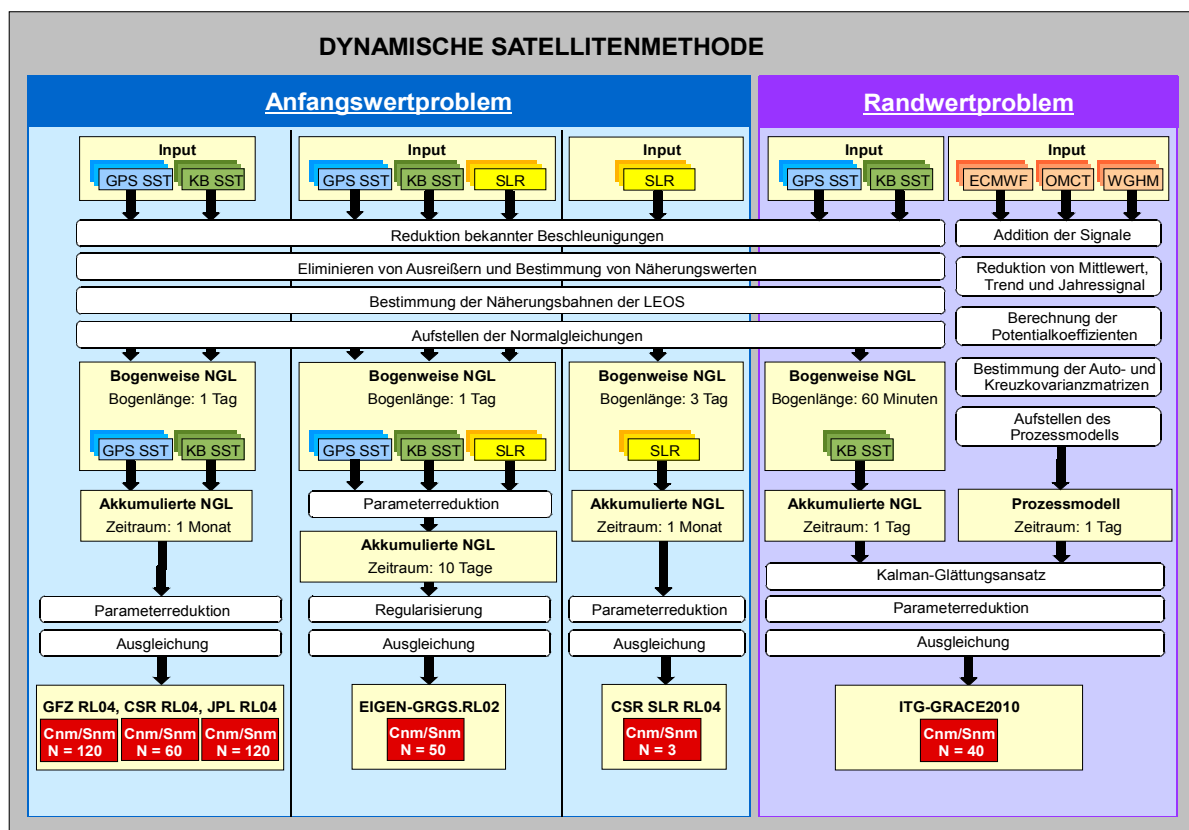


Abbildung 3.3: Gegenüberstellung von Verfahren zur Berechnung der Kugelfunktionskoeffizienten des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde. In den cremefarben eckigen Kästen sind die Eingangsdaten, Zwischenprodukte und die geschätzten Ergebnisse dargestellt. Die einzelnen Rechenschritte sind in den weißen Kästen aufgelistet. Die Beobachtungen des K-Band-Mikrowellenentfernungsmesssystems sind hier mit KB SST abgekürzt und die Beobachtungen zu den GPS Satelliten mit GPS SST. Zur Berechnung des ITG-Grace2010 wurden Daten des Atmosphärenmodells ECMWF (engl.: European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, ECMWF (2008)), Ozeanmodells OMCT (engl.: Ocean Model for Circulation and Tides, Thomas (2002), Dobslaw und Thomas (2007)) und Hydrologiemodells WGHM (engl.: Water GAP Hydrology Model, Döll et al. (2003), Hunger und Döll(2008)) verwendet.

Tabelle 3.1: In dieser Tabelle sind die Hintergrundmodelle und Beobachtungen externer Kräfte aufgelistet, die die Institutionen GFZ, CSR, JPL, GRGS und IGG der Universität Bonn bei der Gravitationsfeldbestimmung berücksichtigen. Externe gravitative (hellgrau) und nicht-gravitative Kräfte (dunkelgrau) beeinflussen Satellitenbahnen in Form von Beschleunigungen.

| | | | | |
|--|-----------------------------|---------------------------------|------------------|------------------|
| Kräfte | GFZ, CSR, JPL RL04 | EIGEN-GRGS.RL02 | ITG-Grace2010 | CSR SLR RL04 |
| Quasi-statisches Gravitationsfeld der Erde: | | | | |
| Gravitationsfeld | EIGEN_GL04C, GIF22a | EIGEN-GRGS.RL02.- MEAN-FIELD | ITG-Grace2010s | GGM02C |
| Bezugssystem | <i>tide free, zero tide</i> | <i>tide free</i> | <i>zero tide</i> | <i>zero tide</i> |
| Gezeitenkräfte von Sonne und Mond: | | | | |
| Feste Erdgezeiten | McCARTHY und PETIT (2004) | | | |
| Ozeangezeiten | FES2004 | EOT08a | FES2004 | FES2004 |
| Atmosphärengezeiten | BIANCALE und BODE (2006) | | | |
| Gezeitenkräfte von Planeten: | | | | |
| Drittkörper Gezeiten | DE-405 | DE-403 | DE-405 | DE-405 |
| Polgezeiten: | | | | |
| Feste Erde | McCARTHY und PETIT (2004) | | | |
| Ozeane | DESAI (2002) | FES2004 | DESAI (2002) | FES2004 |
| Kurzzeitmassenvariationen: | | | | |
| Atmosphäre | ECMWF | ECMWF | ECMWF | ECMWF |
| Ozeane | OMCT | MOG2D | OMCT | OMCT |
| Oberflächenkräfte: | | | | |
| Luftwiderstand | ACC | ACC & Modelle | ACC | Modelle |
| Solarer Strahlendruck | ACC | ACC & Modelle | ACC | Modelle |
| Erdalbedo | ACC | ACC & Modelle | ACC | Modelle |
| Relativistischer Effekt: | | | | |
| Relativistischer Effekt | McCARTHY und PETIT (2004) | | | |

EIGEN-GRGS.RL02

Am *Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale* (CNES/GRGS) werden 10-Tage Gravitationsfeldlösungen berechnet und zur Verfügung gestellt. Diese Gravitationsfeldbestimmung basiert ebenfalls auf der dynamischen Satellitenmethode, formuliert als Anfangswertproblem. Die Berechnungsstrategie unterscheidet sich jedoch deutlich von der der GRACE Datenprozessierungszentren GFZ, CSR und JPL. Neben den GPS-SST und KB-SST Beobachtungen der Mission GRACE werden am GRGS zur Stabilisierung des langwelligen Anteils der Gravitationsfeldlösungen auch SLR Beobachtungen der LAGEOS Satelliten verwendet. Aufgrund der großen Flughöhe der LAGEOS Satelliten und ihrer einfachen Kugelform können die Bahnen der LAGEOS Satelliten mit Hilfe von SLR genauer bestimmt werden als die Bahnen der GRACE Satelliten mit GPS-SST und ACC Beobachtungen. Die absolute Position der LAGEOS Satelliten kann mit 2 cm Genauigkeit bestimmt werden, die Position der GRACE Satelliten hingegen nur mit 5 cm Genauigkeit. Je genauer die Bahnen von Satelliten bestimmt werden können, desto genauer können auch die Kugelfunktionskoeffizienten des Gravitationsfeldes der Erde bestimmt werden. Da die LAGEOS Satelliten wesentlich weiter von der Erdoberfläche entfernt sind als die GRACE Satelliten, können sie nur zur Bestimmung von Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 10 genutzt werden (LEMOINE *et al.* 2007). Insbesondere der größte Term C_{20} , der die Abplattung der Erde beschreibt, kann mit LAGEOS besser bestimmt werden als mit GRACE (FÖRSTE *et al.* 2006). Deshalb tragen bei der Gravitationsfeldbestimmung die SLR Beobachtungen der LAGEOS Satelliten etwa 90% zur Schätzung des Koeffizienten C_{20} bei, während die anderen Potentialkoeffizienten beinahe zu 100% von GPS-SST und KB-SST Beobachtungen abgeleitet werden. Am GRGS werden für die Gravitationsfeldbestimmung nicht nur Näherungsbahnen der GRACE sondern auch der LAGEOS Satelliten benötigt. Zur Reduktion bekannter Beschleunigungen werden zum Teil andere Hintergrundmodelle eingesetzt als am GFZ, CSR und JPL, siehe Tabelle 3.1. Die Beschleunigungen aufgrund der nicht gezeitenbedingten Kurzzeitmassenvariationen der Ozeanen werden vom Ozeanmodell MOG2D (CARRÈRE und LYARD 2003) abgeleitet. Im Gegensatz zum Ozeanmodell OMCT, dem De-Aliasing-Produkt des GFZ, CSR und JPL, handelt es sich bei MOG2D nicht um

ein baroklines Zirkulationsmodell sondern um ein barotropes Zirkulationsmodell. Barotorpe Ozeanmodelle sind einfacher und schneller zu berechnen als barokline Modelle. Im Gegensatz zu baroklinen Ozeanmodellen wird bei barotropen Modellen der Niederschlag und die Verdunstung nicht zur Beschreibung von thermodynamischen Effekten berücksichtigt. Sie sind folglich realitätsferner. Für Perioden kleiner als 100 Tage sind die Unterschiede der modellierten ozeanischen Massenvariationen allerdings vernachlässigbar klein. Deshalb eignen sich beide Ozeanmodelle als De-Aliasing-Produkte für die Gravitationsfeldbestimmung (FLECHTNER *et al.* 2006). Die Oberflächenkräfte, die die Satellitenbahnen der LAGEOS Satelliten stören, werden nicht wie bei der Mission GRACE mit Hilfe von Akzelerometern gemessen, sondern mit Hilfe von Modellen modelliert. Am GRGS wird das mittlere periodische Gravitationsfeldmodell EIGEN-GRGS.RL02.MEAN-FIELD als a-priori Modell verwendet. Es basiert auf GRACE und LAGEOS Daten von 4.5 Jahren (*satellite-only model*) und beinhaltet keine Gezeiteneffekte (*tide-free system*). Die gravitativen Beschleunigungen aufgrund der festen Erdzeiten beinhalten deshalb den Anteil der permanenten Gezeitendeformation. Nach der Bestimmung der Näherungsbahnen werden für jeden Bahnbogen mit der Bogenlänge von einem Tag die Normalgleichungen aufgestellt und um bogenspezifische Parameter reduziert. Im Gegensatz zum GFZ, CSR und JPL werden am GRGS 10-Tageslösungen berechnet, das bedeutet, die Normalgleichungen von 10 Tagen werden akkumuliert. Mit Hilfe einer Regularisierung basierend auf den formalen Fehlern der Potentialkoeffizienten wird die Lösung der Ausgleichung auf das mittlere periodische Gravitationsfeldmodell EIGEN-GRGS.RL02.MEAN-FIELD gezwungen (BRUINSMA *et al.* 2010). Mit Hilfe der Ausgleichung werden die Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 50 des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde bestimmt. Ein Überblick über die Prozessierungsstrategie am GRGS gibt Abbildung 3.3. Ähnlich wie am GFZ, CSR und JPL werden die Produkte GSM, GAA und GAB angeboten. Für die Untersuchungen dieser Arbeit wurden die Release 02 10-Tageslösungen genutzt.

CSR SLR RL04

Am CSR werden auch monatliche Lösungen für die Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 3 berechnet, die auf SLR Beobachtungen zu den fünf Satelliten: Starlette, Ajisai, Stella, LAGEOS 1 und 2 beruhen. In Abbildung 3.3 ist die Berechnungsstrategie dargestellt. Sie beruht auf der dynamischen Satellitenmethode, formuliert als Anfangswertproblem. Im ersten Schritt werden die Näherungsbahnen der fünf SLR-Satelliten bestimmt. Es werden nahezu die gleichen Hintergrundmodelle eingesetzt, die auch am GFZ, JPL und CSR zur Bestimmung der RL04 Gravitationsfeldlösungen verwendet werden (CHENG *et al.* 2011). Als a-priori Gravitationsfeldmodell wurde hier das kombinierte Gravitationsfeldmodell GGM02C benutzt, das von GRACE und terrestrischen Beobachtungen abgeleitet wurde. Da das GGM02C im *zero tide system* definiert ist, muss bei der Berechnung der Beschleunigungen aufgrund der festen Erdzeiten der permanente Anteil nicht berücksichtigt werden. Im nächsten Schritt werden die Normalgleichungen für jeden Bahnbogen mit der Bogenlänge von 3 Tagen aufgestellt. Zur Berechnung der Monatslösungen werden die Normalgleichungen eines Monats akkumuliert und um Parameter reduziert. Mit Hilfe einer Ausgleichung werden die Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 3 gemeinsam mit den Luftwiderstandsparametern oder den empirischen Beschleunigungsparametern entlang der Satellitenbahn bestimmt (CHENG *et al.* 2011). Derzeit werden am CSR nur die Potentialkoeffizienten zweiten Grades angeboten.

ITG-Grace2010

Das Institut für Geodäsie und Geoinformation (IGG) der Universität Bonn bietet tägliche und monatliche Gravitationsfeldlösungen an. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die täglichen Gravitationsfeldlösungen verwendet, da diese mit Hilfe eines Kalman-Filters geglättet werden und somit keine Ausreißer in den Potentialkoeffizienten zweiten Grades enthalten. Im Gegensatz zu den anderen Instituten (GFZ, CSR, JPL und GRGS) beruht die Gravitationsfeldbestimmung auf der Fredholmschen Integralgleichung 2. Art (Randwertaufgabe). Die Prozessierungsstrategie ist in der rechten Spalte von Abbildung 3.3 dargestellt. In EICKER (2006) und MAYER-GÜRR *et al.* (2007) ist das Prinzip des Berechnungsverfahrens, das am IGG der Universität Bonn eingesetzt wird, ausführlich beschrieben. Auf der Internetseite <http://www.igg.uni-bonn.de/apmg/index.php?id=itg-grace2010> und in KURTENBACH *et al.* (2012) sind die Details zur Berechnung der täglichen Gravitationsfeldlösungen gegeben. Im ersten Schritt werden mit Hilfe der GPS-SST Beobachtungen die Näherungsbahnen der GRACE Satelliten berechnet. Im Gegensatz zu den anderen Gravitationsfeldlösungen werden hier die Näherungsbahnen der GRACE Satelliten nicht dynamisch sondern kinematisch bestimmt. Das hat den Vorteil, dass keine dynamischen Vorinformationen aus einem Referenzschwerefeld benötigt werden. Ferner werden die Normalgleichungen für die KB-SST Beobachtungen für Bahnbögen mit einer Bogenlänge von 60 Minuten aufgestellt. Zur Reduktion bekannter Beschleunigungen werden ähnliche Hintergrundmodelle verwendet wie am GFZ, CSR und JPL bis auf das quasi-statische Gravitationsfeldmodell und das Ozeangezeitenmodell, siehe hierzu Tabelle 3.1. Am IGG

wird das Satellitenmodell ITG-Grace2010s als a-priori Modell verwendet, das im *zero tide system* definiert ist. Dementsprechend wird bei der Berechnung der Beschleunigungen aufgrund der festen Erdzeiten der permanente Anteil nicht berücksichtigt. Am IGG wird nicht das hydrodynamische Ozeangezeitenmodell FES2004 (LYARD *et al.* 2006), sondern das empirische Ozeangezeitenmodell EOT08a (SAVCENKO und BOSCH 2008) verwendet. Ein Vorteil des EOT08a ist, dass es auf Daten zahlreicher Altimetermissionen beruht. Anschließend werden die Normalgleichungen eines Tages akkumuliert. Damit bei der Berechnung von täglichen Gravitationsfeldlösungen aufgrund der hohen zeitlichen Auflösung und der geringeren Redundanz keine Genauigkeitsverluste auftreten, werden zusätzlich räumliche und zeitliche Korrelationen eingeführt, die von geophysikalischen Modellen abgeleitet werden. Zur Bestimmung des sogenannten Prozessmodells werden die Daten des Atmosphärenmodells ECMWF, Ozeanmodells OMCT und Hydrologiemodells WGHM für den Zeitraum 1976 bis 2000 verwendet. Nach Reduktion von Mittelwert, Trend und Jahressignal werden sphärisch harmonische Koeffizienten abgeleitet, die zur Berechnung der empirischen Auto- und Kreuzkorrelationsmatrizen benötigt werden, welche die Matrix des dynamischen Verfahrens beschreiben. Mit Hilfe des Kalman-Glättungsansatzes werden die Gravitationsfeldbeobachtungen und das Prozessmodell vereinigt. Nach Reduktion bogenspezifischer Parameter wird das Normalgleichungssystem gelöst. Das IGG der Universität Bonn bietet unter anderem tägliche Kugelfunktionskoeffizienten bis Grad und Ordnung 40 des Gravitationsfeldes der Erde an. Neben den GSM-Produkten werden auch die Produkte GAA, GAB und GAC angeboten.

3.2.3. Modellierung des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde

Das Gravitationsfeld der Erde wird über das Gravitationspotential dargestellt. Das Gravitationspotential ist eine skalare Größe, die die potentielle Energie eines Körpers im Gravitationsfeld beschreibt. Es wird geometrisch in Form von Äquipotentialflächen dargestellt. Äquipotentialflächen sind Gleichgewichtsfelder entlang denen keine Beschleunigungen wirken, da sie ein konstantes Schwerepotential $W = konst$ besitzen (GERLACH 2003). Häufig wird das Geoid zur Schwerefeldrepräsentation verwendet, da es die Äquipotentialfläche des Erdschwerefeldes ist, die den mittleren Meeresspiegel am besten approximiert (TORGE 2003). Das Gravitationspotential kann mit Hilfe von geodätischen Raumberechnungen, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, bestimmt werden oder von der Massenbeziehungweise Dichteverteilung der Erde abgeleitet werden. Gemäß dem Newton'schen Gravitationsgesetz ist das Gravitationspotential V der Erde für einen Punkt P zum Zeitpunkt t definiert als Integral über alle infinitesimalen Volumenelemente $d\Sigma_Q = r_Q^2 \sin \theta_Q d\lambda_Q d\theta_Q dr_Q$ des Erdkörpers Σ mit der Dichte ρ_Q .

$$V(\theta_P, \lambda_P, r_P, t) = G \iiint_{\Sigma} \frac{\rho(\theta_Q, \lambda_Q, r_Q, t)}{l_{PQ}} d\Sigma_Q \quad (3.13)$$

Der Berechnungspunkt P sowie die Integrationspunkte Q sind über die geozentrischen sphärischen Koordinaten θ (Kobreite), λ (Länge) und r (radialer Abstand) festgelegt. Der Abstand zwischen dem Berechnungsort und dem jeweiligen Volumenelement wird über l_{PQ} berücksichtigt. Änderungen $\Delta V(\theta_P, \lambda_P, r_P, t) = V(\theta_P, \lambda_P, r_P, t) - \bar{V}(\theta_P, \lambda_P, r_P)$ des Gravitationspotentials V gegenüber einem langjährigen Mittelwert \bar{V} können analog aus den zugrundeliegenden Dichteänderungen $\Delta \rho(\theta_P, \lambda_P, r_P, t) = \rho(\theta_P, \lambda_P, r_P, t) - \bar{\rho}(\theta_P, \lambda_P, r_P)$ der einzelnen Volumenelemente der Erde abgeleitet werden. Da die Dichteverteilung der Erde nicht hinreichend bekannt ist, wird das Gravitationspotential im Außenraum der Erde gewöhnlich durch eine konvergierende Kugelfunktionsentwicklung repräsentiert, die die Laplacesche Differentialgleichung $\nabla^2 V = 0$ erfüllt. Das Gravitationspotential entspricht somit im Außenraum der Erde einer harmonischen Funktion, das bedeutet, es ist eine stetige Funktion mit stetigen ersten und zweiten Ableitungen (TORGE 2003).

Kugelfunktionsentwicklung von Gravitationspotentialänderungen

Die Reihenentwicklung des Gravitationspotentials in Kugelfunktionen entspricht einer Fourier-Reihe auf der Kugel. Die Kugelfunktionsentwicklung des Gravitationspotentials beruht auf der Kugelfunktionsentwicklung des reziproken Abstandes l_{PQ} . In HEISKANEN und MORITZ (1967) ist die Herleitung der Kugelfunktionsentwicklung ausführlich beschrieben. Die Kugelfunktionsentwicklung der Gravitationspotentialänderungen auf einer Kugelschale mit Radius $r_P = R$ (mittlerer Erdradius, äquatorialer Erdradius, ...) lautet:

$$\Delta V(\theta_P, \lambda_P, t) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta_P) [\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda_P + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda_P]. \quad (3.14)$$

Dabei bezeichnet $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$ die vollständig normierten zugeordneten Legendre Polynome von Grad n und der Ordnung m . Die zeitvariablen vollständig normierten dimensionslosen Potentialkoeffizienten $\Delta \bar{C}_{nm}(t)$ und

$\Delta\bar{S}_{nm}(t)$ repräsentieren die Dichteänderungen der Erde und sind definiert über

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\bar{C}_{nm}(t) \\ \Delta\bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{(1+k'_n)}{(2n+1)} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}_e} \iint_{\sigma} \Delta\sigma(\theta_Q, \lambda_Q, t) \bar{P}_{nm}(\cos\theta_Q) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda_Q \\ \sin m\lambda_Q \end{array} \right\} d\sigma_Q. \quad (3.15)$$

In dieser Gleichung wird die Masse M der Erde über das Volumen einer Kugel mit Radius R und mittlerer Dichte $\bar{\rho}_e = 5517 \frac{kg}{m^3}$ der Erde beschrieben ($M = \frac{4}{3}R^3\pi\rho_e$). Die Änderungen der Potentialkoeffizienten sind definiert als Integral über alle sphärischen Oberflächenelemente $d\sigma_Q = \sin\theta_Q d\theta_Q d\lambda_Q$ mit zeitvariabler Oberflächendichteänderung $\Delta\sigma$. Es wird angenommen, dass Dichteänderungen $\Delta\rho$ im System Erde innerhalb einer dünner Schicht mit Dicke H auf der näherungsweise sphärischen Erdoberfläche stattfinden. Die Oberflächendichteänderungen lassen sich durch radiale Integration der Dichteänderungen $\Delta\rho$ über eine dünne Schicht ableiten. Wie bereits in Kapitel 2.3.2 erwähnt wurde, rufen Massenverlagerungen aufgrund der Elastizität der Erde Auflastdeformationen hervor, die das Gravitationspotential der Erde zusätzlich beeinflussen. Mit Hilfe der gradabhängigen Love'schen Auflastzahlen k'_n kann dieser indirekte Effekt berücksichtigt werden. Die Love'schen Auflastzahlen basieren auf den globalen rheologischen Eigenschaften der Erdkruste und des oberen Erdmantels. Es gibt zahlreiche Lösungen für die Love'schen Auflastzahlen, die sich bezüglich des zugrundeliegenden Erdmodells, der Integration der Bewegungsgleichung und der Randbedingungen unterscheiden, siehe hierzu zum Beispiel FARRELL (1972) und WAHR *et al.* (1998).

Am Beispiel von äquivalenten Wasserhöhen wird in dieser Arbeit untersucht, inwiefern die Ergebnisse von der Wahl der Love'schen Auflastzahlen abhängen. Äquivalente Wasserhöhen beschreiben die Massenverteilung und werden häufig zur Schwerefeldrepräsentation verwendet. Die Formeln zur Berechnung der äquivalenten Wasserhöhen werden im anschließenden Abschnitt vorgestellt. Abbildung 3.4 zeigt die Ergebnisse von FARRELL (1972) und WAHR *et al.* (1998) für die Love'schen Auflastzahlen bis Grad 100 sowie deren prozentuale Abweichungen zu einander. Beide Lösungen berücksichtigen die Anelastizität des Erdmantels nicht. Diese Vernachlässigung bewirkt allerdings nur einen kleinen Fehler bei der Bestimmung von äquivalenten Wasserhöhen (WAHR *et al.* 1998). Die prozentualen Abweichungen der beiden Lösungen schwanken zwischen $\pm 4\%$ und liegen im Mittel bei etwa 0.3%. Diese Abweichungen bewirken Unterschiede in äquivalenten Wasserhöhen von ± 0.02 cm, siehe hierzu Abbildung 3.5. Folglich hat die Wahl der Love'schen Auflastzahlen keinen signifikanten Einfluss auf die Bestimmung der äquivalenten Wasserhöhen, vergleiche VAN DAM *et al.* (2003).

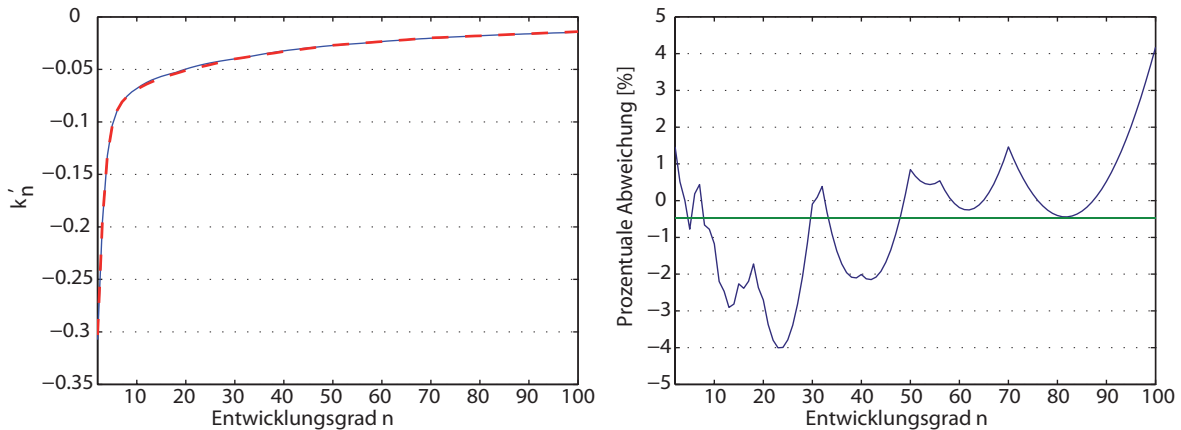


Abbildung 3.4: Auf der linken Seite sind die Love'schen Auflastzahlen von (blau) und (rot) dargestellt. Auf der rechten Seite sind prozentualen Abweichungen der beiden Lösungen zu einander aufgetragen sowie die mittlere prozentuale Abweichung.

Darstellung von Gravitationspotentialänderungen in Form von äquivalenten Wasserhöhen

Mit Hilfe von geophysikalischen Modellen werden Massenstörungen in den Ozeanen und der kontinentalen Hydrosphäre häufig über Variationen Δ von äquivalenten Wasserhöhen ewh dargestellt. Es handelt sich hierbei um eine Einheit zur Messung von Druckänderungen, die den einfachen Bezug zu den zugrundeliegenden Massenvariationen erlaubt. Ein Meter Wassersäule entspricht zum Beispiel einer Oberflächendichte von 1000 kg/m^2 ($\sigma = ewh \cdot \bar{\rho}_w$) und einem Druck von 98 mbar für eine Wasserdichte $\bar{\rho}_w$ von 1000 kg/m^3 und eine Schwere g von 9.8 m/s^2 ($p = ewh \cdot \bar{\rho}_w \cdot g$), siehe PETERS (2007). Die äquivalenten Wasserhöhen können mit Hilfe der globalen sphärisch harmonischen Synthese GSHS von den normierten dimensionslosen Potentialkoeffizienten des

Gravitationsfeldes berechnet werden:

$$\Delta ewh(\theta_P, \lambda_P, t) = \frac{R\bar{\rho}_e}{3\bar{\rho}_w} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{(2n+1)}{(1+k'_n)} \bar{P}_{nm}(\cos \theta_P) [\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda_P + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda_P]. \quad (3.16)$$

Ersetzt man in Gleichung 3.15 die Oberflächendichteänderungen durch $\Delta ewh \cdot \bar{\rho}_w$ so können die normierten dimensionslosen Potentialkoeffizienten auch über die globale sphärisch harmonische Analyse GSHA von den äquivalenten Wasserhöhen abgeleitet werden:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{C}_{nm}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}(t) \end{aligned} \right\} = \frac{(1+k'_n)}{(2n+1)} \cdot \frac{3\bar{\rho}_w}{4\pi R\bar{\rho}_e} \iint_{\sigma} \Delta ewh(\theta_Q, \lambda_Q, t) \bar{P}_{nm}(\cos \theta_Q) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda_Q \\ \sin m\lambda_Q \end{Bmatrix} d\sigma_Q. \quad (3.17)$$

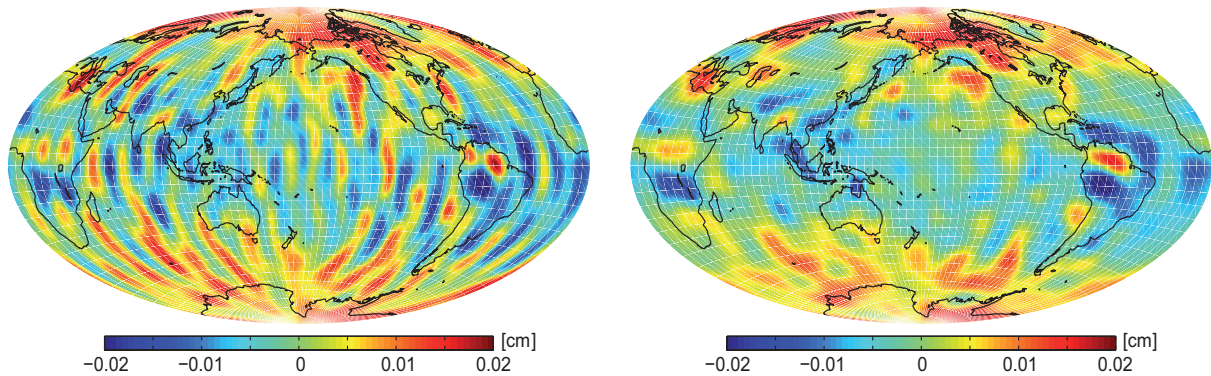


Abbildung 3.5: Differenzen der äquivalenten Wasserhöhen aufgrund unterschiedlicher Love'scher Auflastzahlen, die vom GRACE GFZ RL04 Schwerefeldmodell (GSM+GAD) für Februar 2003 mit dem Gauß-Filter mit 500 km Filtrerradius (links) abgeleitet wurden und mit dem DDK1-Filter mit Glättungsparameter $a = 10^{14}$ (rechts). Die unterschiedlichen Filtertechniken werden in einem späteren Abschnitt erklärt.

Trennung kontinentaler und ozeanischer Gravitationsfeldänderungen

Eine Trennung der integralen Gravitationsfeldänderungen in die einzelnen Beiträge der kontinentalen Hydrosphäre und der Ozeane erfordert den Einsatz von Filtertechniken und Land-Ozean-Masken. Die Fehler der Kugelfunktionsentwicklung steigen mit zunehmendem Grad an, weil die Signalstärke des Gravitationsfeldes der Erde mit zunehmendem Grad der Kugelfunktionsentwicklung abnimmt (FARRELL 1972). Deshalb dürfen die Potentialkoeffizienten höheren Grades nicht vollständig bei der Berechnung von Gravitationsfeldfunktionalen, wie zum Beispiel äquivalenten Wasserhöhen, berücksichtigt werden. Mit Hilfe von Filtern können die hochfrequenten Anteile des Gravitationsfeldes der Erde im Ortsbereich oder im Spektralbereich reduziert werden. Im Ortsbereich entspricht die Filterung einer rechenintensiven Faltung des Signals mit einer Gewichtsfunktion und im Spektralbereich einer einfachen Multiplikation von Gewichtskoeffizienten. In dieser Arbeit wurde die Filterung im Spektralbereich durchgeführt. Die Gewichtskoeffizienten isotroper Filter (Tiefpassfilter, Pellinen-Filter, Gauß-Filter, Hann-Filter, ...) hängen nur vom sphärischen Abstand zwischen dem Berechnungs- und Integrationspunkt ab sowie vom Grad der Kugelfunktionsentwicklung (PETERS 2007). Es handelt sich folglich um richtungsunabhängige Glättungsfilter. In dieser Arbeit wurde der Gauß-Filter zur Trennung kontinentaler und ozeanischer Gravitationsfeldänderungen eingesetzt, da dieser isotrope Filter am häufigsten zur Glättung der zeitvariablen GRACE Gravitationsfeldlösungen verwendet wird. In WAHR *et al.* (1998) sind die Formeln zur Berechnung der Gewichtskoeffizienten des Gauß-Filters W_n gegeben. Die geglätteten äquivalenten Wasserhöhen erhält man durch entsprechende Multiplikation der Gewichtskoeffizienten, gemäß

$$\Delta ewh(\theta_P, \lambda_P, t) = \frac{R\bar{\rho}_e}{3\bar{\rho}_w} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{(2n+1)}{(1+k'_n)} W_n \bar{P}_{nm}(\cos \theta_P) [\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda_P + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda_P]. \quad (3.18)$$

In Abbildung 3.6 sind auf der linken Seite äquivalente Wasserhöhen dargestellt, die mit Hilfe des Gauß-Filters mit 500 km Filtrerradius von Gravitationsfeldänderungen (GSM + GAD) abgeleitet wurden. Da bei der Berechnung der äquivalenten Wasserhöhen der lineare Trend der zeitvariablen Gravitationsfeldänderungen abgezogen wurde, spiegeln sie über Land die Gravitationsfeldänderungen der kontinentalen Hydrosphäre wieder und über den Ozeanen die Gravitationsfeldänderungen aufgrund des ozeanischen Bodendrucks. Durch die Verwendung

des Level-2-Produktes GAD wird die inverse Reaktion des Ozeans auf Luftdruckänderungen (inverser Barometereffekt) berücksichtigt. Die äquivalenten Wasserhöhen spiegeln keine Gravitationsfeldänderungen aufgrund von post-glazialen isostatischen Landhebungen und Massenverlagerungen im Erdkern und Erdmantel wider, weil sie mit Hilfe des linearen Trends weitestgehend reduziert wurden. Gemäß der Empfehlungen von BETTADPUR *et al.* (2006) werden die Potentialkoeffizienten nullten und ersten Grades der GAD Produkte gleich Null gesetzt. Da die Potentialkoeffizienten \bar{C}_{20} mit GRACE nicht so genau bestimmt werden können, werden diese durch SLR Zeitreihen ersetzt (CHENG und TAPLEY 2004). Die äquivalenten Wasserhöhen weisen deutliche Streifenstrukturen in Nord-Süd-Richtung auf, die nicht auf geophysikalischen Massenverlagerungen beruhen, sondern auf die Geometrie der GRACE Mission und Prozessierungsfehler der Gravitationsfeldbestimmung zurückzuführen sind. Da die Modellfehler nicht richtungsunabhängig sind, eignen sich anisotrope Filter, wie zum Beispiel von HAN *et al.* (2005), SWENSON und WAHR (2006), CHAMBERS (2006) und KUSCHE (2007), besser zur Glättung der Gravitationsfeldlösungen der Mission GRACE. Die Gewichtskoeffizienten dieser Filter sind vom Ort des Berechnungspunktes abhängig sowie vom Grad und der Ordnung der Kugelfunktionsentwicklung. Mit Hilfe dieser Filter können fehlerhafte Korrelationen der Potentialkoeffizienten reduziert werden. In dieser Arbeit wurde der anisotrope Filter DDK, der in KUSCHE (2007) und (2009) beschrieben ist, verwendet. Im Gegensatz zu den anderen anisotropen Filtern ist bei diesem Filter anschließend keine zusätzliche Glättung mehr notwendig. In Abbildung 3.6 sind auf der rechten Seite äquivalente Wasserhöhen dargestellt, die mit Hilfe des DDK1-Filters mit Glättungsparameter $a = 10^{14}$ von einer GRACE Gravitationsfeldlösung abgeleitet wurden. Diese äquivalenten Wasserhöhen weisen keine Streifenstrukturen auf.

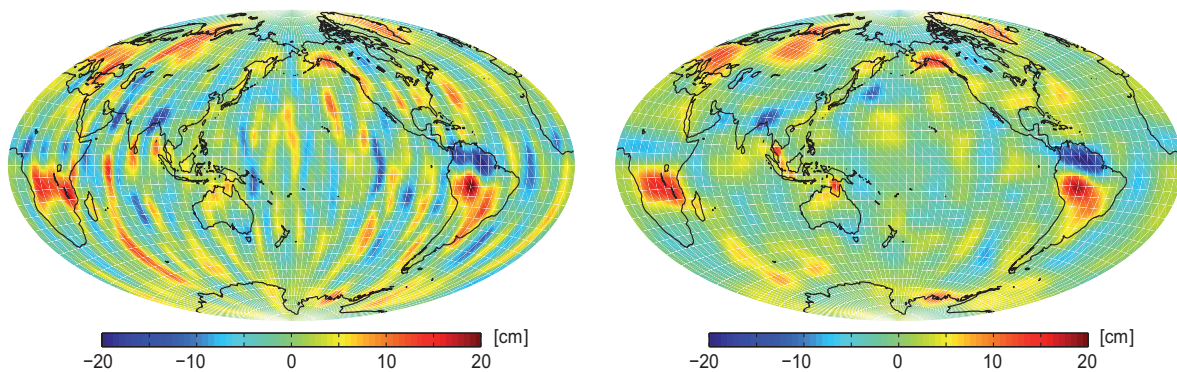


Abbildung 3.6: Äquivalente Wasserhöhen abgeleitet vom GRACE GFZ RL04 Schwerefeldmodell (GSM + GAD) für Februar 2003 mit dem Gauß-Filter mit 500 km Filtrerradius (links) und mit dem DDK1-Filter mit Glättungsparameter $a = 10^{14}$ (rechts).

Ein Nachteil der Filterung von Gravitationsfeldänderungen ist, dass sie nicht nur eine Glättung des Signals bewirkt, sondern auch eine Reduktion. Das bedeutet, reale Anteile des Signals aufgrund von geophysikalischen Prozessen im System Erde gehen verloren. Nach dem Prinzip das in Abbildung 3.7 dargestellt ist, wurde untersucht, welcher Filter besser zur Trennung von kontinentalen und ozeanischen Beiträgen geeignet ist.

Die Potentialkoeffizienten der Gravitationsfeldprodukte GSM und GAD werden mit dem Gauß-Filter und DDK1-Filter gefiltert. Mit Hilfe der globalen sphärisch harmonischen Synthese werden geglättete äquivalente Wasserhöhen $\Delta ewh^{Gau\beta}$ und Δewh^{DDK1} abgeleitet. Anschließend werden mit Hilfe von Land-Ozean-Masken ($maske_l$, $maske_o$) die Land- bzw. Ozeangebiete separiert. Hier wurden Land-Ozean-Masken verwendet, die aus Nullen und Einsen bestehen und somit Sprünge entlang der Küsten bewirken. An diesen Unstetigkeitsstellen treten bei Fourier-Reihenentwicklungen Über- und Unterschwingen auf. Dieses Verhalten wird in der Mathematik als Gibbsches Phänomen bezeichnet. Ferner tritt bei der Fourier-Reihenentwicklung der sogenannte Leck-Effekt (engl.: *Leakage effect*) auf, das bedeutet Signalanteile innerhalb und außerhalb des betrachteten Gebietes beeinflussen jeweils die angrenzenden Regionen. Es wurde überprüft, ob der Gibbsche-Effekt und/oder der Leck-Effekt durch verwenden einer Land-Ozean-Maske ($maske_l^{Gau\beta}$, $maske_o^{Gau\beta}$) mit sanfteren Übergängen von Null zu Eins verringert werden kann. Dazu wurde die Land-Ozean-Maske, wie in SWENSON und WAHR (2002) beschrieben, mit Hilfe des Gauß-Filter mit 200 km Filtrerradius gefiltert. Abbildung 3.8 zeigt, dass mit Hilfe der geglätteten Land-Ozean-Masken zwar die Auswirkungen des Gibbschen-Phänomens reduziert werden können, dafür nimmt aber der Leck-Effekt entlang der Küsten zu. Da der Gibbsche-Effekt kleiner ist als der Leck-Effekt, sind Land-Ozean-Masken bestehend aus Nullern und Einsern für globale Untersuchungen inklusive der Küstengebiete besser geeignet.

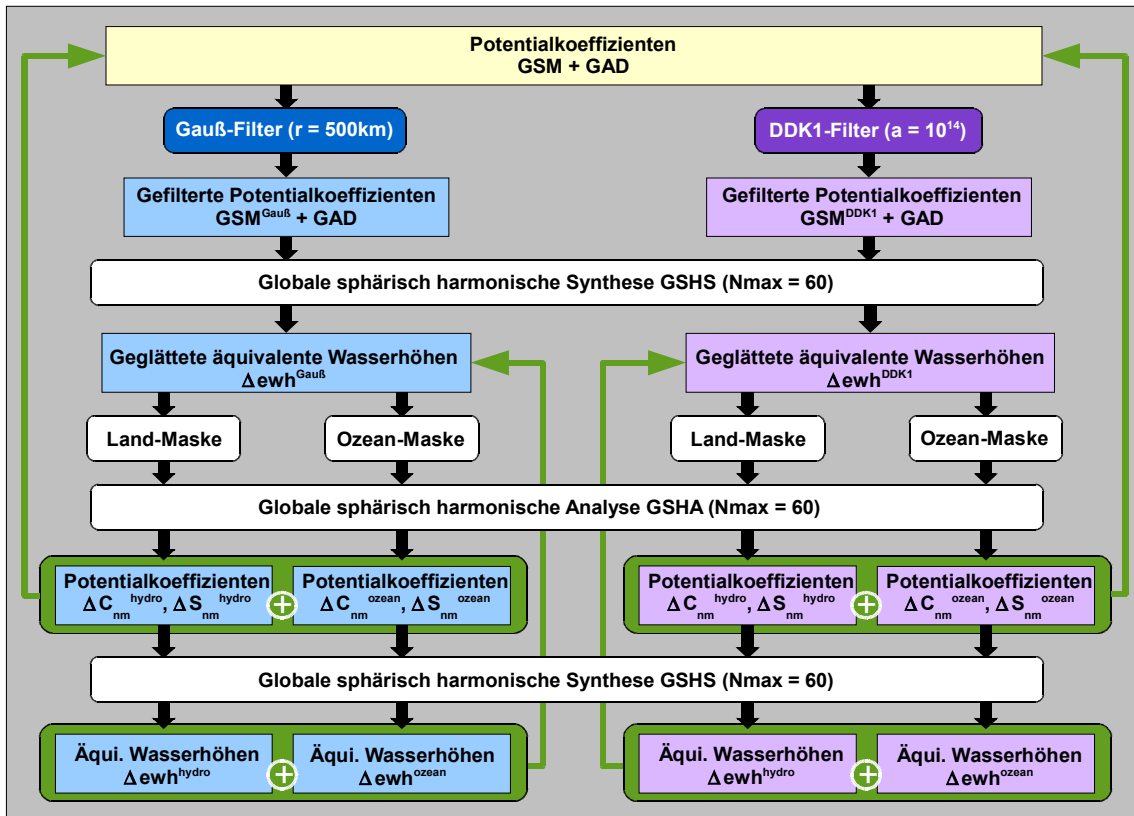


Abbildung 3.7: Untersuchung von Fehlereinflüsse der Filter und Masken bei der Bestimmung kontinentaler und ozeanischer Gravitationsfeldänderungen.

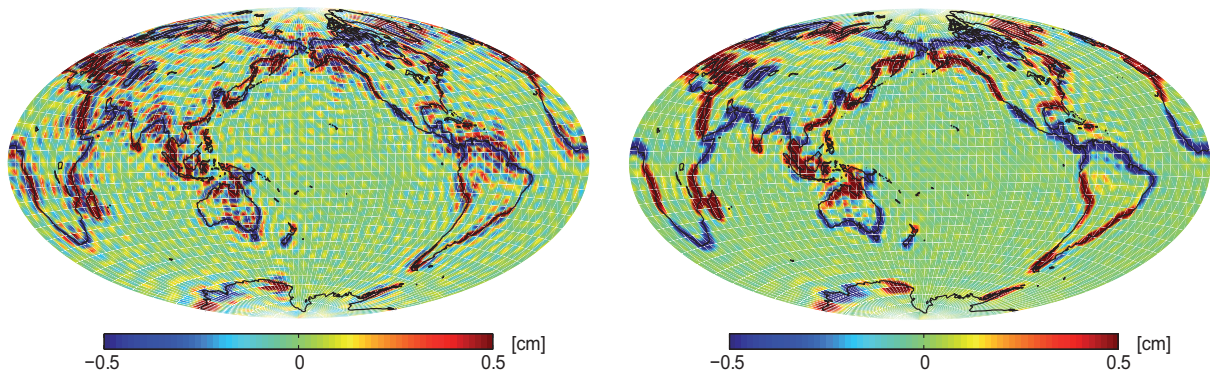


Abbildung 3.8: Differenzen geglätteter äquivalenter Wasserhöhen abgeleitet vom GRACE GFZ RL04 Schwerefeldmodell (GSM+GAD) für Februar 2003: Links $\Delta ewh^{DDK1} - (\Delta ewh_{ozean}^{maske_o} + \Delta ewh_{land}^{maske_i})$ und rechts $\Delta ewh^{DDK1} - (\Delta ewh_{ozean}^{maske_o^{Gau\beta}} + \Delta ewh_{land}^{maske_i^{Gau\beta}})$.

Anschließend wurden mit Hilfe der globalen sphärisch harmonischen Analyse die Potentialkoeffizienten $\Delta \bar{C}_{nm}^{hydro}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}^{hydro}$, die die Massenverlagerungen der kontinentalen Hydrosphäre repräsentieren, berechnet ebenso wie die Potentialkoeffizienten $\Delta \bar{C}_{nm}^{ozean}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}^{ozean}$, die auf Massenverlagerungen in den Ozeangebieten zurückzuführen sind. Ein Vergleich der Summe der kontinentalen und ozeanischen Potentialkoeffizienten ($\Delta \bar{C}_{nm}^{hydro} + \Delta \bar{C}_{nm}^{ozean}$, $\Delta \bar{S}_{nm}^{hydro} + \Delta \bar{S}_{nm}^{ozean}$) mit den ursprünglichen ungefilterten Potentialkoeffizienten gibt Aufschluss über die Auswirkungen von Filtern und Masken auf das Signal. Da in dieser Arbeit nur die Potentialkoeffizienten $\Delta \bar{C}_{21}$ und $\Delta \bar{S}_{21}$ zur Berechnung der Anregungsmechanismen benötigt werden, werden hier nur die prozentualen Abweichungen dieser Koeffizienten angegeben. Für den Gauß-Filter liegen sie im Mittel bei 1.3% und für den DDK1-Filter bei 0.3%. Das bedeutet, bei der Verwendung des DDK1-Filters in Kom-

bination mit Land-Ozean-Masken gehen weniger reale Signalanteile verloren als beim Gauß-Filter. Aufgrund der Ergebnisse dieser Untersuchungen werden die kontinentalen und ozeanischen Potentialkoeffizienten in dieser Arbeit mit Hilfe des DDK1-Filters und den ungeglätteten Land-Ozean-Masken von den zahlreichen GRACE Gravitationsfeldlösungen abgeleitet.

3.2.4. Drehimpulsfunktionen - Integraler, ozeanischer und hydrologischer Masseneffekt

Die Gravitationsfeldänderungen werden von Massenverlagerungen im System Erde hervorgerufen und erlauben somit einen Rückschluss auf Anregungsmechanismen der Polbewegung, die mit Hilfe der Drehimpulsfunktionen χ_1 und χ_2 beschrieben werden. Die Gleichungen 2.45 zur Berechnung der Drehimpulsfunktionen wurden bereits in Kapitel 2.3.2 vorgestellt. Zur Berechnung der äquatorialen Drehimpulsfunktionen, die sich aufgrund von Massenverlagerungen ergeben, benötigt man die zeitabhängigen Trägheitsmomente $\Delta I_{1,3}$ und $\Delta I_{2,3}$. Die relativen Drehimpulse h_1 und h_2 werden gleich Null gesetzt. Die Trägheitsmomente $\Delta I_{1,3}$ und $\Delta I_{2,3}$ können gemäß LAMBECK (1980) von den normalisierten dimensionslosen Potentialkoeffizienten zweiten Grades $\Delta \bar{C}_{21}$ und $\Delta \bar{S}_{21}$ abgeleitet werden:

$$\Delta I_{1,3}(t) = -\frac{GM}{G} R^2 \sqrt{\frac{5}{3}} \Delta \bar{C}_{21}(t) \quad \text{und} \quad \Delta I_{2,3}(t) = -\frac{GM}{G} R^2 \sqrt{\frac{5}{3}} \Delta \bar{S}_{21}(t). \quad (3.19)$$

In dieser Arbeit werden die Potentialkoeffizienten der zeitvariablen Gravitationsfeldmodelle GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02, CSR SLR RL04 und ITG-Grace2010 zur Bestimmung des integralen Masseneffektes sowie der ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte verwendet. Da hier nur die äquatorialen Drehimpulsfunktionen berechnet werden, spielt es keine Rolle, ob die zeitvariablen Gravitationsfeldmodelle im *tide-free* oder *zero-tide system* gegeben sind, siehe hierzu Kapitel 2.3.2. Im Folgenden wird erläutert, wie der integrale Masseneffekt sowie die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte mit Hilfe von gravimetrischen Raumbereobachtungen bestimmt werden.

Integraler Masseneffekt

Der integrale Masseneffekt wird von den Potentialkoeffizienten der Level-2-Produkte GSM und GAC abgeleitet. Für den Fall, dass die Potentialkoeffizienten nicht als Monatsmittelwerte gegeben sind, müssen zunächst Monatsmittelwerte berechnet werden. Nach Addition der Potentialkoeffizienten \bar{C}_{21} bzw. \bar{S}_{21} der Level-2-Produkte GSM und GAC wird der Mittelwert der Zeitreihen subtrahiert. Im nächsten Schritt werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen mit Hilfe der Formeln 3.19 und 2.45 berechnet. Die gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt werden um den linearen Trend reduziert, analog wie die geometrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt. In Abbildung 3.9 sind die Ergebnisse für den integralen Masseneffekt dargestellt. Der integrale Masseneffekt kann mit Hilfe von geodätischen Messverfahren nicht so genau bestimmt werden wie der integrale Effekt. Im Mittel betragen die RMS-Differenzen der sechs gravimetrischen Lösungen für den integralen Masseneffekt $\pm 8 \text{ mas}$. Es kommen aber auch Abweichungen bis zu 25 mas vor. In Kapitel 4.3.2 werden die empirischen Varianzen dieser Lösungen vorgestellt und in Kapitel 5.2.2 werden sie mit Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen verglichen.

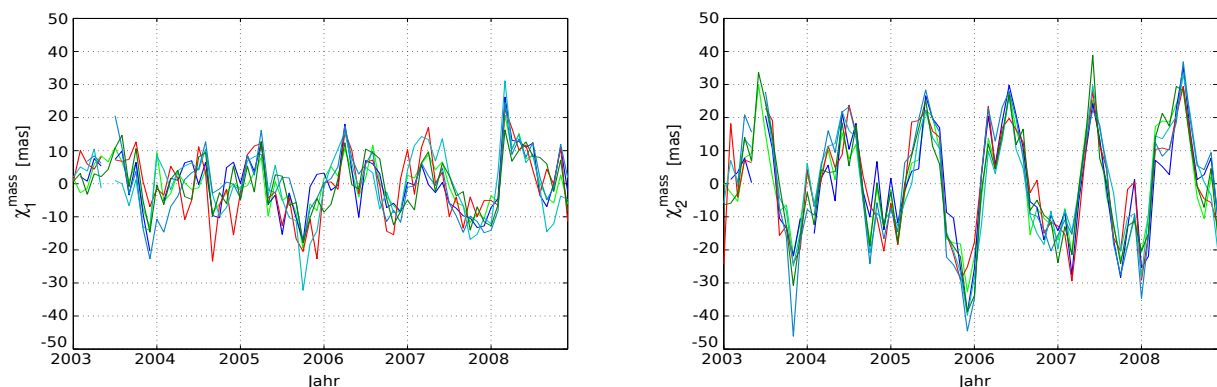


Abbildung 3.9: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt abgeleitet von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04 (dunkelblau), JPL RL04 (hellblau), CSR RL04 (rot), EIGEN-GRGS.RL02 (blau), ITG-Grace2010 (hellgrün) und CSR SLR RL04 (dunkelgrün).

Ozeanischer Masseneffekt

Der ozeanische Masseneffekt wird von den Potentialkoeffizienten der Level-2-Produkte GSM und GAD bzw. GAC abgeleitet. Falls die Potentialkoeffizienten nicht als Monatsmittelwerte gegeben sind, werden zunächst die Monatsmittelwerte berechnet. Anschließend werden nach dem Prinzip, das in Kapitel 3.2.3 beschrieben ist, die ozeanischen Potentialkoeffizienten ΔC_{nm}^{ocean} und ΔS_{nm}^{ocean} abgeleitet. Da für die Gravitationsfeldlösungen ITG-Grace2010 und EIGEN-GRGS.RL02 keine GAD Produkte zur Verfügung gestellt werden, müssen hier die GAC Produkte verwendet werden. Von der Gravitationsfeldlösung CSR SLR RL04 kann der ozeanische Masseneffekt nicht abgeleitet werden, da sie nur Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 3 enthält. Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen werden mit Hilfe der Gleichungen 3.19 und 2.45 von den ozeanischen Potentialkoeffizienten abgeleitet. Die gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt werden um den lineare Trend reduziert, weil die geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Gesamteffekt und integralen Masseneffekt keine dekadischen Variationen sowohl des Erdmantels und Erdkerns enthalten als auch der Atmosphäre, Ozeane und der kontinentalen Hydrosphäre. In Abbildung 3.10 sind die Ergebnisse für den ozeanischen Masseneffekt dargestellt. Die RMS-Differenzen der gravimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt betragen im Mittel $\pm 6 mas$. Die maximale Abweichung beträgt $20 mas$. Vergleicht man den Wertebereich des integralen und ozeanischen Masseneffektes, so stellt man fest, dass der integrale Masseneffekt deutlich größer ist als der ozeanische Masseneffekt. Demzufolge ist der integrale Masseneffekt besser bekannt als der ozeanische Masseneffekt. In Kapitel 4.3.3 werden die empirischen Varianzen dieser Lösungen vorgestellt und in Kapitel 5.2.3 werden sie mit Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen verglichen.

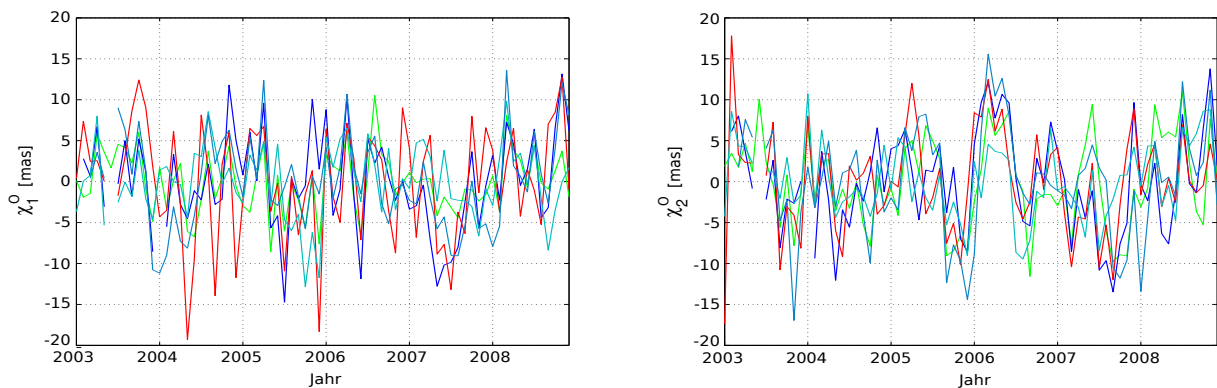


Abbildung 3.10: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt abgeleitet von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04 (dunkelblau), JPL RL04 (hellblau), CSR RL04 (rot), EIGEN-GRGS.RL02 (blau), ITG-Grace2010 (hellgrün).

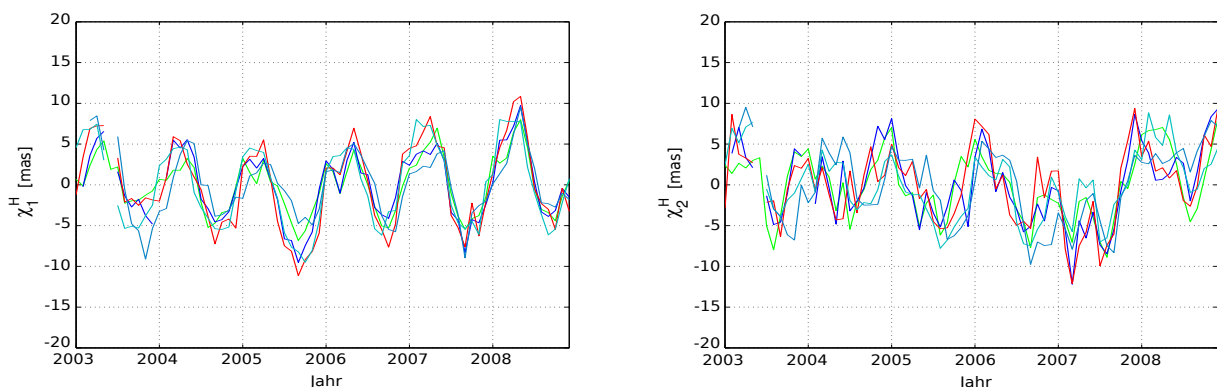


Abbildung 3.11: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt abgeleitet von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04 (dunkelblau), JPL RL04 (hellblau), CSR RL04 (rot), EIGEN-GRGS.RL02 (blau), ITG-Grace2010 (hellgrün).

Hydrologischer Masseneffekt

Der hydrologische Masseneffekt wird von den Potentialkoeffizienten des Level-2-Produktes GSM abgeleitet. Für den Fall, dass die Potentialkoeffizienten nicht als Monatsmittelwerte gegeben sind, müssen zunächst Monatsmittelwerte berechnet werden. In nächsten Schritt werden die kontinentalen Potentialkoeffizienten ΔC_{nm}^{hydro} und

$\Delta \bar{S}_{nm}^{hydro}$, die die Massenverlagerungen der kontinentalen Hydrosphäre repräsentieren, bestimmt (siehe hierzu Kapitel 3.2.3). Mit Hilfe der Gleichungen 3.19 und 2.45 werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen abgeleitet. Analog zum integralen Masseneffekt und ozeanischen Masseneffekt wird auch hier der lineare Trend abgezogen. In Abbildung 3.11 sind die Ergebnisse für den hydrologischen Masseneffekt dargestellt. Im Mittel betragen die RMS-Differenzen der gravimetrischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt $\pm 4 mas$. Es kommen aber auch Abweichungen bis zu $11 mas$ vor. Der hydrologische Masseneffekt kann mit etwa der gleichen Genauigkeit bestimmt werden wie der ozeanische Masseneffekt. In Kapitel 4.3.4 werden die empirischen Varianzen dieser Lösungen vorgestellt und in Kapitel 5.2.4 werden sie mit Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen verglichen.

3.3. Meereshöhenänderungen des Weltozeans

Meereshöhenänderungen des Weltozeans erlauben Rückschlüsse auf Erdrotationsschwankungen, die von Massenverlagerungen in den Ozeanen hervorgerufen werden. In diesem Kapitel wird das geodätische Raumverfahren Satellitenaltimetrie beschrieben, mit dem die Meereshöhenänderungen der Ozeane präzise bestimmt werden können. Es werden zwei Lösungen für globale Meereshöhenänderungen vorgestellt, die in dieser Arbeit verwendet werden. Da Meereshöhenänderungen nicht nur von Massenverlagerungen sondern auch von Volumenänderungen (sterischer Effekt) des Meerwassers hervorgerufen werden, müssen die sterischen Meereshöhenänderungen zur Bestimmung von Erdrotationsschwankungen reduziert werden. Der sterische Effekt kann von dreidimensionalen Temperatur- und Salzgehaltfeldern der Ozeane, die mit Hilfe von hydrographischen Messinstrumenten ermittelt werden, abgeleitet werden. Aus Vergleichsgründen werden in dieser Studie zwei Lösungen für sterische Meereshöhenänderungen bestimmt. Die nicht-sterischen Meereshöhenänderungen werden genutzt zur Bestimmung der Anregungen der Polbewegung aufgrund von Massenverlagerungen in den Ozeanen. Diesen Anregungsmechanismus der Polbewegung bezeichnet man auch als ozeanischen Masseneffekt.

3.3.1. Satellitenaltimetrie

Die Satellitenaltimetrie beruht auf der Streckenmessung zwischen einem Satelliten und der Meeresoberfläche. Wetterunabhängige Mikrowellenimpulse im Radarfrequenzbereich (Ku-Band) werden von einem Radaraltimeter an Bord eines Satelliten senkrecht zur Erde ausgesendet, von der Meeresoberfläche reflektiert und am Satelliten wieder empfangen. Aufgrund der Strahlungsbreite des Altimeters wird der Radarstrahl nicht von einem Punkt sondern von einem kreisförmigen Gebiet (engl.: *footprint*) der Meeresoberfläche reflektiert. Aus der Messung der Laufzeit ergibt sich die Höhe des Satelliten über der momentanen mittleren Meeresoberfläche des Reflektionsgebietes. Mit Hilfe von geometrischen Raumverfahren SLR, GPS oder DORIS an Bord des Satelliten wird die Höhe des Satelliten über dem Referenzellipsoid bestimmt. Durch Subtraktion, der mit dem Altimeter bestimmten Höhe, ergibt sich die ellipsoidische Höhe der Meeresoberfläche (SEEBER 1989). In der Geodäsie wird die Satellitenaltimetrie zur Bestimmung der Meerestopographie, des Meeresspiegelanstiegs und Geoidhöhen eingesetzt. Neuerdings können auch Oberflächen von großen Seen und Flüssen mit der Satellitenaltimetrie erfasst werden. Im Bereich der Ozeanographie dient die Satellitenaltimetrie zur Ermittlung von Wellenhöhen und Windgeschwindigkeiten an der Meeresoberfläche. Diese Größen können aus der Laufzeit, Intensität und Form der reflektierten Radarimpulse abgeleitet werden. Gegenwärtig gibt es fünf Radaraltimeter Missionen: Jason-1/-2, ERS-2 (*European Remote Sensing*), GFO und Envisat (*Environmental Satellite*). Es wurde ein internationaler Altimeter Service (engl.: *International Altimetry Service*, IAS) eingerichtet, der eine einheitliche und weitgehend konsistente Datenbasis aller Altimetermissionen gewährleisten soll (siehe Website <http://ias.dgfi.badw.de/index.php?id=2>).

3.3.2. Überblick über verwendete Datensätze

Mit Hilfe der Satellitenaltimetrie wird, über die Laufzeitmessung Δt der Radarimpulse, der vertikale Abstand zwischen dem Satelliten und der momentanen mittleren Meeresoberfläche ρ beobachtet:

$$\rho = \frac{\Delta t}{2} c. \quad (3.20)$$

Das Signal breitet sich im Idealfall mit Lichtgeschwindigkeit c aus. Beim Durchlaufen der Atmosphäre kommt es zu Laufzeitverzögerungen, die bei der Bestimmung der Entfernung berücksichtigt werden müssen. Anders, als bei den in Kapitel 3.1.1 vorgestellten geometrischen Raumverfahren, wird hier das Signal nicht punktförmig reflektiert. Der ausgesendete Impuls berührt die Wasseroberfläche zunächst in einem Punkt und wird punktförmig

reflektiert, im Laufe der Zeit verändert sich das Reflexionsgebiet, es wächst zu einem Kreis an und nimmt anschließend zu einem Ring ab. Die Messung der Laufzeit erfolgt bei halber Rückstrahlenergie und bezieht sich somit auf eine vom Wellengang befreite Meeresoberfläche (SEEBER 1989).

Altimetermessungen werden in Kombination mit Positionsmessungen des Satelliten durchgeführt und ermöglichen somit die Bestimmung von Meereshöhenanomalien (engl.: *sea level anomalies*, *sla*) durch einfache Differenzbildung:

$$sla = h_{sat} - \delta h_{sat} - h_{mss} - (\rho + \delta\rho_{inst} + \delta\rho_{iono} + \delta\rho_{topo} + \delta\rho_{ssb} + \delta\rho_{otide} + \delta\rho_{etide} + \delta\rho_{ptide} + \delta\rho_{IB}). \quad (3.21)$$

Subtrahiert man von der ellipsoidischen Höhe h_{sat} des Satelliten die korrigierte Altimetermessung und die ellipsoidische Höhe h_{mss} der mittleren Meeresoberfläche, so ergibt sich die momentane Meereshöhenanomalie. Die Genauigkeit der Meereshöhenbestimmung wird immer noch durch den radialen Bahnfehler δh_{sat} der Satellitenbahnbestimmung beschränkt, siehe hierzu Tabelle 1 und 11 in FU und CAZENAWE (2001). Mit Hilfe der Kreuzungspunktanalyse kann der radiale Bahnfehler geschätzt werden. An Kreuzungspunkten von auf- und absteigenden Bahnbögen werden Meereshöhen zu zwei verschiedenen Zeitpunkten bestimmt. Liegen die Messzeitpunkte nur wenige Tage auseinander, so müssten die altimetrisch bestimmten Meereshöhen übereinstimmen. Aufgrund von systematischen Fehler bei der Satellitenbahnbestimmung sowie bei allen anderen Hintergrundmodellen treten jedoch Differenzen in den Meereshöhen auf. Während die geographisch unkorrelierten Bahnfehler mit Hilfe der Kreuzungspunktanalyse einer Mission berechnet werden können, können die geographisch korrelierten Bahnfehler nur mittels Kreuzungspunktanalyse mehrerer Missionen bestimmt werden. Die Altimetermessungen werden durch instrumentelle Fehlereinflüsse $\delta\rho_{inst}$ verfälscht. Mit Hilfe von Korrekturen können Fehlereinflüsse aufgrund von Instrumentenbias und -drift, Satellitenuhrfehler und Abweichung des Phasenzentrums der Altimeterantenne vom Massenzentrum des Satelliten reduziert werden (BAUMGARTNER 2001). Beim Durchlaufen der Atmosphäre kommt es aufgrund der Ionosphäre sowie der trockenen und feuchten Troposphäre zu Laufzeitverzögerungen, die mit Hilfe der Korrekturen $\delta\rho_{iono}$ und $\delta\rho_{topo}$ berücksichtigt werden müssen. In der Ionosphäre werden die Mikrowellenimpulse in Abhängigkeit von ihrer Wellenlänge durch die Anzahl der freien Elektronen beeinflusst. Bei Zweifrequenzaltimetern kann die Ionosphärenkorrektur aufgrund der Frequenzabhängigkeit weitestgehend direkt bestimmt werden. Der trockene Anteil der Troposphäre bewirkt die größte Laufzeitverzögerung und kann nicht mit dem Zweifrequenzaltimeter bestimmt werden, da die Verzögerung unabhängig von der Wellenlänge des Signals ist. Deshalb wird diese Laufzeitkorrektur vom Luftdruck, der mit Atmosphärenmodellen beschrieben wird, abgeleitet. Zur Ermittlung der Signalverzögerungskorrektur der feuchten Troposphäre haben die meisten Altimetermissionen ein Mikrowellenradiometer an Bord, mit dem der Wasserdampfgehalt ermittelt werden kann. Starke Regenzellen können die Entfernungsmessungen erheblich verfälschen. Diese Messungen werden nicht bei der Auswertung der Altimetermessungen verwendet. Neben der Atmosphäre wirkt sich auch der Wellengang auf die Entfernungsmessung aus. Wellentäler sind flacher als Wellenberge und reflektieren deshalb einen größeren Anteil des Signals. Folglich scheint die mittlere Meeresoberfläche tiefer zu liegen, als dies tatsächlich der Fall ist. Diesen Unterschied bezeichnet man als *sea state bias*. Die Entfernungskorrektur $\delta\rho_{ssb}$ kann in Abhängigkeit von der signifikanten Wellenhöhe bestimmt werden. Die größten Meereshöhenschwankungen werden von den Gezeiten hervorgerufen. Wenn die Altimetermessungen nicht explizit zur Bestimmung von Gezeitenmodellen genutzt werden, reduziert man die Gezeiteneffekte. In der Regel werden nur die zeitvariablen Gezeiteneffekte der festen Erde und der Ozeane reduziert und nicht die permanenten Anteile. Die Korrekturen der festen Erdgezeiten $\delta\rho_{etide}$ und der Ozeangezeiten $\delta\rho_{otide}$ beinhalten die Auflastdeformationen der elastischen Erde. Die Rotationsdeformationen der festen Erde und der Ozeane aufgrund des sich ändernden Zentrifugalpotentials (Polgezeiten) werden mit der Korrektur $\delta\rho_{ptide}$ reduziert. Aufgrund von Luftdruckänderungen werden Schwankungen der Meeresoberfläche hervorgerufen. Je größer die atmosphärischen Auflasten desto stärker wird der Meeresspiegel nach unten gedrückt. Diese isostatische Ausgleichsreaktion des Ozeans bezeichnet man als inversen Barometereffekt (IB). Insbesondere in den Breiten $|\phi| > 40^\circ$ treten große Variationen infolge des inversen Barometereffektes auf (STUBENVOLL 2000). Reduziert man diese Schwankungen nicht mit Hilfe der IB-Korrektur $\delta\rho_{IB}$, dann weisen die geschätzten globalen Meereshöhenänderungen eine hohe Spurenabhängigkeit auf und besitzen große Standardabweichungen. Deshalb wird der inverse Barometereffekt meistens bei der Schätzung von Meereshöhenänderungen reduziert. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass bei Untersuchungen des Drucks am Meeresgrund (engl.: *ocean bottom pressure*) keine zusätzlichen Informationen über den Atmosphärendruck benötigt werden, da dieser bereits in den Meereshöhenänderungen berücksichtigt ist. Der inverse Barometereffekt weist einen großen statischen und einen kleinen dynamischen Anteil auf. Während zur Berechnung des statischen inversen Barometereffektes lediglich der Atmosphärendruck benötigt wird, kann der dynamische Anteil nur mit Hilfe eines hydrodynamischen Modells ermittelt werden. Insbesondere für die Schätzung von Meereshöhenänderungen in hohe Breiten und im Flachwasser ist das Anbringen der dynamischen Atmosphärenkorrektur (DAC) von großer Bedeutung sowie für Untersuchungen von mesoskalaren Schwankungen (CARRÈRE und LYARD 2003).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden keine Einzellösungen einer Altimetermission genutzt, sondern kombinierte Lösungen. Eine gemeinsame Auswertung der Beobachtungen verschiedener Altimetermissionen hat den Vorteil, dass die räumliche und zeitliche Auflösung verbessert werden kann. Die Kombination der Altimeterdaten wird auf Parameterebene durchgeführt. Die Bestimmung von globalen Meereshöhenänderungen auf einem regelmäßigen Gitter verläuft in mehreren Schritten (CLS 2011; DUCET *et al.* 2000):

- (1) Homogenisierung der Altimeterdaten bezüglich der verwendeten Entfernungskorrekturen.
- (2) Qualitätskontrolle der Altimeterdaten, Eliminieren von Ausreißern und Berechnung von Kreuzungspunkten einer und mehrerer Altimetermissionen.
- (3) Bestimmung und Reduktion von Satellitenbahnfehlern der einzelnen Altimetermissionen.
- (4) Relative Kalibrierung der Altimetermissionen mit Hilfe der gemeinsamen Kreuzungspunktanalyse (BOSCH und SAVCENKO 2007). Zeitnahe Meereshöhendifferenzen an Kreuzungspunkten verschiedener Altimetermissionen geben Aufschluss über relative Entfernungsbias der Missionen, aufgrund von unterschiedlichen systematischen Fehlern bei den Satellitenbahnbestimmungen. Als Referenz dient die Altimetermission mit der am genauesten bestimmten Satellitenbahn.
- (5) Bestimmung und Reduktion des *Long Wavelength Error* (LWE), der nicht nur Aliasing-Effekte hochfrequenter Signalanteile enthält sondern auch verbleibende Gezeiten- und Bahnfehler.
- (6) Berechnung der Meereshöhenänderungen entlang der Bodenspuren der Altimetermissionen (engl.: *along-track*).
- (7) Interpolation der homogenisierten und kalibrierten Meereshöhenänderungen entlang der Satellitenbahns Spuren auf ein regelmäßiges Gitter mit Hilfe der Methode der gewichteten kleinsten Quadrate Ausgleichung (FU und CAZENAVE 2001; STEIGENBERGER 2002).

In dieser Arbeit werden zur Berechnung von Erdrotationsschwankungen zwei verschiedene kombinierte Lösungen für die Meereshöhenänderungen verwendet. Im Folgenden werden die beiden Multi-Mission Lösungen für Meereshöhenänderungen kurz vorgestellt.

Ssalto/Duacs Multi-Mission Meereshöhenänderungen

Am CNES/CLS (engl.: *Collecte Localisation Satellites*) werden mit Hilfe der Software SSALTO/DUACS (engl.: *Data Unification and Altimeter Combination System*) Meereshöhenänderungen bestimmt. In dieser Arbeit werden Monatslösungen für die globalen Meereshöhenänderungen verwendet, die von mehreren Altimetersatelliten: Topex/Poseidon, Jason-1, Jason-2, ERS-2 und Envisat abgeleitet werden. AVISO (engl.: *Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic data*) bietet *near real time* und *delayed time* Produkte an. Hier werden die *delayed time* Lösungen benutzt, da sie aufgrund der besser bestimmten Ephemeriden der Satelliten und der Verwendung eines optimalen Berechnungszeitfensters genauer sind. Es werden zwei *delayed time* Produkte angeboten Ref (engl.: *Reference*) und Upd (engl.: *Updated*). In dieser Arbeit werden die Ref Lösungen verwendet, da sie entgegen den Upd Lösungen eine Langzeitstabilität aufweisen. Die Ref Produkte basieren meistens auf Beobachtungen zweier Altimetersatelliten: Topex/Poseidon und ERS, Jason-1 und Envisat oder Jason-2 und Envisat. Im ersten Schritt werden die Daten der Altimetersatelliten homogenisiert, in Bezug auf die neuesten Entfernungskorrekturen, Modelle und Referenzen. In CLS (2011) sind die verwendeten Korrekturen und Modelle aufgelistet. Nach einer umfangreichen Qualitätskontrolle erfolgt die Multi-Mission Kreuzkalibrierung mit deren Hilfe die Satellitenbahnfehler und LWE reduziert werden, ebenso wie große Biase und Unstimmigkeiten zwischen den Daten verschiedener Altimetermissionen CLS (2011). Nach der Analyse von Wiederholungsbahnen erfolgt eine letzte Datenselektion. Anschließend wird mit Hilfe des Lanczos Filters das Eigenrauschen entfernt. Nach diesen Vorverarbeitungsschritten werden die homogenisierten und kalibrierten Meereshöhenänderungen entlang der Satellitenbahns Spuren der verschiedenen Altimetersatelliten bestimmt. Mit Hilfe der sogenannten Abbildungsprozedure (DUCET *et al.* 2000) werden die Meereshöhenänderungen der Satellitenmissionen auf ein $1^\circ \times 1^\circ$ -Mercator-Gitter interpoliert.

DGFI Multi-Mission Meereshöhenänderungen

Am DGFI wurden speziell für diese Erdrotationsstudie Monatslösungen für globale Meereshöhenänderungen berechnet. Im Gegensatz zur Ssalto/Duacs Multi-Mission Lösung für Meereshöhenänderungen basiert die DGFI Multi-Mission Lösung auf Raumberechnungen der Altimetersatelliten: Topex/Poseidon, Jason-1, Envisat und GFO. Hier werden keine ERS-2 Daten verwendet, weil sich diese wegen des Ausfalls der Bandaufzeichnungen im

August 2003 nicht für globale Untersuchungen eignen. Dafür werden am DGFI die GFO Daten berücksichtigt. Im ersten Schritt werden die Daten der Altimetersatelliten mit Hilfe der Entfernungskorrekturen und Modelle, die in Anhang C zusammengefasst sind, homogenisiert. Die Korrekturen und Modelle stimmen weitestgehend mit den Korrekturen und Modellen, die am CNES/CLS eingesetzt werden, überein. Der Hauptunterschied besteht darin, dass am DGFI nicht das GOT4v7 Ozeangezeitenmodell verwendet wird, sondern das EOT11a Ozeangezeitenmodell, das am DGFI entwickelt wurde. Am DGFI wird jede Mission einem Upgrade unterzogen, indem die genauesten missionsspezifischen Parameter in die Datenbank integriert werden. Die relative Kalibration der Altimetermissionen wird mit Hilfe der Multi-Mission Kreuzungspunktanalyse MMXO12 durchgeführt. Auf diese Weise werden die radialen Fehler, die hauptsächlich auf den Satellitenbahnfehlern beruhen, reduziert. Im nächsten Schritt wird mit Hilfe von Editierkriterien die Qualität der Messungen überprüft. Anschließend werden die Meereshöhenänderungen entlang der Satellitenbahnsuren der Altimetersatelliten berechnet. Mittels der gewogenen Mittelwertbildung werden die Meereshöhenänderungen auf ein $1^\circ \times 1^\circ$ Gitter interpoliert. Aufgrund der unterschiedlichen räumlichen und zeitlichen Auflösung der Altimetermissionen ist der Informationsgehalt der Meereshöhenänderungen für die einzelnen Gitterpunkte nicht einheitlich.

3.3.3. Bestimmung von Massenverlagerungen im Weltozean

Massenverlagerungen in den Ozeanen können von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen durch Reduktion von sterischen Meereshöhenänderungen *ssla* abgeleitet werden. Die Variationen der äquivalenten Wasserhöhen

$$\Delta ewh = sla - ssla \quad (3.22)$$

repräsentieren die Massenanomalien der Ozeane. Die sterischen Meereshöhenänderungen werden durch vertikale Integration über die Dichteänderungen des Meerwassers bestimmt (LOMBARD *et al.* 2005):

$$ssla = - \int_{-H}^0 \frac{\rho(S, T, p) - \rho(\bar{S}, \bar{T}, p)}{\rho(\bar{S}, \bar{T}, p)} dz. \quad (3.23)$$

Da die Dichte des Meerwassers nicht mit Hilfe von hydrographischen Messinstrumenten beobachtet werden kann, leitet man sie vom Salzgehalt S , der Temperatur T und dem Druck p des Meerwassers ab. Der Salzgehalt von Wasser gibt die Masse von gelösten Salz in einem Kilogramm Wasser an. Der mittlere Salzgehalt \bar{S} der Ozeane liegt bei etwa 34.7 ‰. In den mittleren Breitengraden ist der Salzgehalt größer, da dort mehr Wasser verdunstet. In den hohen Breiten und am Äquator ist der Salzgehalt aufgrund des größeren Frischwasserzuflusses von Schneeschmelze und Regen geringer. Mit Hilfe von hydrographischen Messinstrumenten wird nicht der Salzgehalt sondern der prozentuale Chlorgehalt oder die elektrische Leitfähigkeit des Wassers entlang von Profilen gemessen. Diese Größen stehen im direkten Zusammenhang mit dem Salzgehalt (STEWART 2006). Die Temperatur des Meerwassers kann direkt mit Quecksilberthermometern oder elektrischen Widerstandsthermometern gemessen werden. Die mittlere Temperatur \bar{T} der Ozeane beträgt $3.5^\circ C$. Am Äquator ist die Temperatur größer als an den Polen. Der Druck kann in Abhängigkeit von der Tiefe, Dichte und breitenabhängigen Schwerkbeschleunigung bestimmt werden. Die Dichte des Meerwassers wird mit der nicht linearen internationalen Zustandsgleichung des Meerwassers berechnet. Die Dichte des Meerwassers nimmt mit steigender Temperatur ab und steigt mit zunehmenden Salzgehalt und Druck an, siehe hierzu POND und PICKARD (1983) und FOFONOFF und MILLARD (1983).

In dieser Arbeit werden zur Berechnung der sterischen Meereshöhenänderungen zwei Lösungen von dreidimensionalen Temperatur- und Salzgehaltfelder der Ozeane verwendet. Der Welt-Ozean-Atlas 2009 (engl.: *World Ocean Atlas 2009*, WOA09) besteht aus jährlichen, saisonalen und monatlichen Klimatologien für ozeanische Größen, wie zum Beispiel die Temperatur und der Salzgehalt in verschiedenen Standardtiefen des Weltozeans¹. Klimatologien beschreiben den mittleren Zustand von Größen, die das Klima der Erde beeinflussen. Sie werden aus lokalen Langzeitbeobachtungen mit Hilfe von statistischen Methoden abgeleitet und stellen langjährige Mittelwerte dar. Die dreidimensionalen Temperatur- und Salzgehaltfelder beruhen auf historischen Temperatur bzw. Salzgehalt-Daten der Welt-Ozean-Datenbank 2009 (engl.: *World Ocean Database 2009*, WOD09), die entlang von Profilen in verschiedenen Tiefen gemessen wurden. Die Daten werden in einer ausführlichen Qualitätskontrolle selektiert und auf die Standardtiefen der Ozeane interpoliert. Anschließend werden mit Hilfe der objektiven Analyse, die in LOCARNINI *et al.* (2010) und ANTONOV *et al.* (2010) umfassend erklärt ist, globale Gitterwerte mit 1° Auflösung berechnet. Masayoshi Ihsii bietet monatliche sterische Meereshöhenänderungen an, die von dreidimensionalen Temperatur- und Salzgehaltfeldern abgeleitet werden. Die Temperatur- und Salzgehaltfelder beruhen auf Daten der WOD09, des GTSP (engl.: *Global Temperatur-Salinity Profile*

¹Standardtiefen des WOA09 ($H = [0 \ 10 \ 20 \ 30 \ 50 \ 75 \ 100 \ 125 \ 150 \ 200 \ 250 \ 300 \ 400 \ 500 \ 600 \ 700 \ 800 \ 900 \ 1000 \ 1100 \ 1200 \ 1300 \ 1400 \ 1500]$)

Program) und des GDAC (engl.: *Global Data Assembly Centre*) Argo, die am japanischen ozeanographischen Datenzentrum gesammelt wurden. Während bei WOA09 nur monatliche Mittelwerte bestimmt werden, die für jedes Jahr repräsentative sind, werden bei Ishii für jedes Jahr individuelle monatliche Mittelwerte berechnet. Die dreidimensionalen Temperatur- und Salzgehaltfelder werden ebenfalls mit Hilfe der objektiven Analyse, die in ISHII *et al.* (2006) und ISHII und KIMOTO (2009) beschrieben ist, abgeleitet. Die objektive Analyse, die Ishii einsetzt, unterscheidet sich in ihrer Methodik deutlich von der, die bei der Berechnung des WOA09 eingesetzt wird (LOMBARD *et al.* 2005). Ein Unterschied besteht zum Beispiel darin, dass die Fehler der Beobachtungen berücksichtigt werden. Im Gegensatz zum WOA09 werden die Temperatur- und Salzgehaltmessungen nicht auf 24 Tiefenlevel sondern nur auf 16 Tiefenlevel² interpoliert.

3.3.4. Drehimpulsfunktionen - Ozeanischer Masseneffekt

Die Meereshöhenänderungen des Weltozeans werden unter anderem von Massenverlagerungen in den Ozeanen hervorgerufen und erlauben somit einen Rückschluss auf Anregungsmechanismen der Polbewegung. Zur Bestimmung der äquatorialen Drehimpulsfunktionen werden die altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen, wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben, um die sterischen Meereshöhenänderungen reduziert. Da in dieser Arbeit die Schwankungen bezüglich des Mittelwertes von 2003 bis 2008 betrachtet werden, muss sowohl der Mittelwert der *sla* als auch der *ssla* abgezogen werden. Auf diese Weise werden vier Lösungen: CW (*sla* von CLS und *ssla* von WOA09), CI (*sla* von CLS und *ssla* von Ishii), DW (*sal* von DGFI und *ssla* von WOA09) und DI (*sla* von DGFI und *ssla* von Ishii) für die äquivalenten Wasserhöhen, die die Massenanomalien der Ozeane repräsentieren, berechnet. Im nächsten Schritt werden mit Hilfe der globalen sphärischen Analyse (Gleichung 3.17) die dimensionslosen normierten Potentialkoeffizienten abgeleitet. Anschließend werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen von den Potentialkoeffizienten zweiten Grades $\Delta\bar{C}_{21}$ und $\Delta\bar{S}_{21}$, nach dem Prinzip, das in Kapitel 3.2.4 beschrieben ist, abgeleitet. Das bedeutet, es werden die Formeln 3.19 und 2.45 angewendet. Im letzten Schritt wird von den altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen der lineare Trend abgezogen, analog wie bei den geometrisch und gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen. In Abbildung 3.12 sind die altimetrischen Ergebnisse für den ozeanischen Masseneffekt dargestellt. Im Mittel betragen die RMS-Differenzen der altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt ± 3 mas. Die maximale Abweichung beträgt 12 mas. Vergleicht man die altimetrischen Ergebnisse für den ozeanischen Masseneffekt mit den gravimetrischen Ergebnissen, so stellt man fest, dass die altimetrischen Lösungen höhere Übereinstimmungen aufweisen. Daraus lässt sich jedoch nicht ableiten, dass der altimetrisch bestimmte ozeanische Masseneffekt genauer ist, als der gravimetrisch bestimmte ozeanische Masseneffekt, da die altimetrischen Lösungen auf gleichen Datensätzen für die sterischen Meereshöhenänderungen basieren. In Kapitel 4.3.3 werden die empirischen Varianzen dieser Lösungen vorgestellt und in Kapitel 5.2.3 werden diese Lösungen mit Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen verglichen.

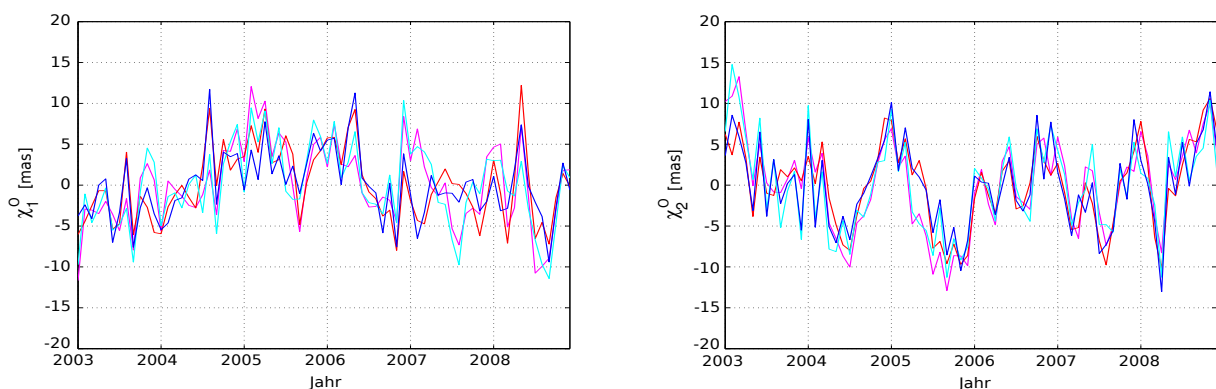


Abbildung 3.12: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt abgeleitet von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen und sterischen Meereshöhenänderungen: CW (magenta), CI (rot), DW (cyan), DI (blau).

²Standardtiefen der Temperatur- und Salzgehaltfelder von Ishii ($H = [0\ 10\ 20\ 30\ 50\ 75\ 100\ 125\ 150\ 200\ 250\ 300\ 400\ 500\ 600\ 700]$)

4. Kombination geodätischer Raubeobachtungen

Eine Kombination von äquatorialen Drehimpulsfunktionen, die von geodätischen Raubeobachtungen abgeleitet werden, hat zum Ziel, die Schwächen in der Prozessierung auszugleichen. Für den Fall, dass Lösungen von verschiedenen Raubeobachtungsverfahren kombiniert werden, können zusätzlich die verfahrensspezifischen Stärken für das kombinierte Produkt genutzt werden. Die Kombination von geometrisch, gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ermöglicht erstmals die Trennung des integralen Effektes in die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie den integralen Bewegungseffekt der Polbewegung. In diesem Kapitel werden die mathematischen Grundlagen für die Kombination geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen vorgestellt. Im Anschluss daran, werden Kombinationsmodelle zur Bestimmung (1) des integralen Effektes, (2) des integralen Masseneffektes, (3) des ozeanischen Masseneffektes und (4) des hydrologischen Masseneffektes beschrieben, ebenso wie ein Kombinationsmodell zur Bestimmung der atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte und des integralen Bewegungseffektes.

4.1. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate

Die Kombination geodätisch bestimmter äquatorialer Drehimpulsfunktionen basiert in dieser Arbeit auf dem linearen Gauß-Markoff-Ausgleichungsmodell. In diesem Kapitel werden die mathematischen Grundlagen der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate beschrieben. Die angegebenen Gleichungen basieren hauptsächlich auf der Publikation von NIEMEIER (2002). Die Ausgleichsrechnung stützt sich auf die Formulierung des funktionalen und stochastischen Modells. Das funktionale Modell beschreibt die funktionalen Beziehungen zwischen den bekannten, unbekanntem \mathbf{x} und den beobachteten Parametern \mathbf{b} . Die Beobachtungen sind mit Unsicherheiten behaftet, sie stellen somit stochastische Größen dar. Deshalb wird für jede Beobachtung eine Verbesserung \mathbf{v} eingeführt. Das lineare funktionale Modell bzw. die Beobachtungsgleichung lautet damit

$$\mathbf{b} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (4.1)$$

\mathbf{A} ist die Koeffizientenmatrix des linearen Gleichungssystems. Wenn die Anzahl der Beobachtungen n größer ist als die Anzahl der Unbekannten u , dann liegt ein überbestimmtes Gleichungssystem vor. Mit Hilfe des stochastischen Modells werden die Varianzen und Kovarianzen der beobachteten Parameter in der Ausgleichsrechnung berücksichtigt. Auf diese Weise können mit Hilfe der Ausgleichung die unbekanntem Parameter nicht nur optimal von den Beobachtungen abgeleitet werden, sondern es kann auch die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ausgleichungsergebnisse ermittelt werden. Das stochastische Modell wird durch die Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen $\mathbf{K}_{\mathbf{bb}}$ beschrieben

$$\mathbf{K}_{\mathbf{bb}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}. \quad (4.2)$$

Mit dem unbekanntem Varianzfaktor der Gewichtseinheit σ_0^2 wird das Varianzniveau aller Parameter festgelegt. Die Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ enthält die Varianzen und Kovarianzen der Beobachtungen. Die Inverse der Kofaktormatrix der Beobachtungen bezeichnet man als Gewichtsmatrix $\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}^{-1}$. Mit Hilfe der Gewichtsmatrix \mathbf{P} wird festgelegt, welchen Einfluss die einzelnen Beobachtungen bei der Berechnung der Unbekanntem haben. Je größer die Varianz der Beobachtung, desto geringer ist ihr Gewicht. Die Lösung des Ausgleichsproblems kann mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate gefunden werden. Somit erhält man die optimale Lösung des linearen Gleichungssystems, wenn die gewichtete Verbesserungsquadratsumme minimal ist:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \doteq Min. \quad (4.3)$$

Die Gleichung zur Berechnung der Unbekanntem lautet dann

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}. \quad (4.4)$$

Durch Einführen der Normalgleichungsmatrix $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ und $\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}$ kann die Gleichung für den Lösungsvektor kompakt dargestellt werden

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n}. \quad (4.5)$$

Zur Bestimmung der Unbekannten muss nur die Kofaktormatrix der Beobachtungen bekannt sein, der Varianzfaktor wird im Rahmen des Auswerteprozesses mitgeschätzt

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u}. \quad (4.6)$$

Nach dem Fehler-Fortpflanzung-Gesetz lässt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix der unbekannt Parameter von der Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen ableiten

$$\hat{\mathbf{K}}_{\mathbf{xx}} = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{N}^{-1}. \quad (4.7)$$

Die Genauigkeiten der Ausgleichungsergebnisse werden in dieser Arbeit in Form von formalen Fehlern (Quadratwurzel der Hauptdiagonalelemente der Varianz-Kovarianz-Matrix $\hat{\mathbf{K}}_{\mathbf{xx}}$) angeben.

4.2. Kofaktormatrix der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen

Mit Hilfe der Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ wird die Gewichtung der Beobachtungen bei der Ausgleichung festgelegt. Häufig stellt die Gewichtung der Beobachtungen ein Problem dar, weil die Varianzen und Kovarianzen der Beobachtungen nicht bekannt sind. In dieser Arbeit werden mit Hilfe der Ausgleichung äquatoriale Drehimpulsfunktionen kombiniert, die von geodätischen Raumbereobachtungen abgeleitet werden (siehe Kapitel 3). Im Folgenden werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen mit $\chi_{j,p}^e(t_k)$ mit $j \in \{1, 2\}$ angegeben. Mit Hilfe von e wird definiert, welcher geophysikalische Anregungsmechanismus der Erdrotation mit der Drehimpulsfunktion beschreiben wird. Die Zeitreihen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen stehen für die diskreten Zeitpunkte t_k mit $k = 1, \dots, K$ zur Verfügung. Mit $p \in \{1, \dots, P\}$ wird angegeben, von welchem Prozessierungszentrum die Daten zur Bestimmung der Drehimpulsfunktionen genutzt wurden. Mit Hilfe dieser Definitionen kann das lineare Gauß-Markoff-Modell (Gleichung 4.1 und 4.2) folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} x \quad \text{mit} \quad \mathbf{K}_{\mathbf{bb}} = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{1,1} & \mathbf{Q}_{1,2} & \cdots & \mathbf{Q}_{1,P} \\ & \mathbf{Q}_{2,2} & \cdots & \mathbf{Q}_{2,P} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{sym.} & & & \mathbf{Q}_{P,P} \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Der $P \cdot K \times 1$ Beobachtungsvektor \mathbf{b} enthält die $K \times 1$ Beobachtungsvektoren $\mathbf{b}_p = (\chi_{j,p}^e(t_1), \chi_{j,p}^e(t_2), \dots, \chi_{j,p}^e(t_K))^T$. Die $P \cdot K \times P \cdot K$ Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ setzt sich dann aus $K \times K$ Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i, j = 1, \dots, P$ zusammen. Die Hauptdiagonalelemente der Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ enthalten die Varianzen der Beobachtungen. Für den Fall, dass die Beobachtungsvektoren \mathbf{b}_p von gleichen Eingangsdaten abgeleitet werden, reflektieren die Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i \neq j$ die Korrelationen des Rauschens der Beobachtungen. Mit Hilfe der Nebendiagonalelemente der Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i = j$ können die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Je exakter die Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ aufgestellt werden kann, desto realistischer kann die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ausgleichungsergebnisse geschätzt werden. In diesem Kapitel wird ausführlich erläutert, wie die Varianzen, Kovarianzen und Autokovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen bestimmt beziehungsweise festgelegt werden.

4.2.1. Varianzen

Die Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen können nicht mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes abgeleitet werden, weil der Fehler aufgrund der Linearisierung der Euler-Liouville-Gleichung nicht bekannt ist, ebenso wie die Genauigkeitsmaße der physikalischen Parameter der Erde und der geodätisch bestimmten Massenverlagerungen und -bewegungen. Aus diesem Grund müssen die Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen empirisch berechnet werden. Da mit Hilfe der Varianzen der Beobachtung hauptsächlich die Gewichtung der Beobachtungen bei der Ausgleichung festgelegt wird, ist es wichtig, dass die Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen möglichst genau bestimmt werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden drei Methoden zur Bestimmung der empirischen Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen vorgestellt und mit Hilfe von Simulationen überprüft.

Methode 1: Klassischer Ansatz zur Bestimmung von empirischen Varianzen

Die empirische Varianzen können nach der einfachsten klassischen Methode mit

$$\sigma(\chi_{j,p}^e)^2 = \frac{\sum_{k=1}^K [\chi_{j,p}^e(t_k) - \bar{\chi}_j^e(t_k)]^2}{K-1} = \sigma_{Methode1}^2 \quad \text{mit} \quad \bar{\chi}_j^e(t_k) = \frac{\sum_{p=1}^P \chi_{j,p}^e(t_k)}{P} \quad (4.9)$$

bestimmt werden.

Methode 2: Ansatz zur Bestimmung von zeitvariablen empirischen Varianzen

Es ist davon auszugehen, dass die Fehler der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen nicht zeitlich konstant, sondern variabel sind. Mit folgender Formel können zeitvariablen empirische Varianzen:

$$\sigma(\chi_{j,p}^e(t_k))^2 = \frac{\sum_{q=1}^P [\chi_{j,p}^e(t_k) - \chi_{j,q}^e(t_k)]^2}{P-1} = \sigma_{Methode2}^2 \quad (4.10)$$

bestimmt werden. Hierbei steht q wie p für die verschiedenen Prozessierungszentren ($q, p = 1, \dots, P$).

Methode 3: N-cornered-hat Methode

Mit Hilfe der *N-cornered-hat* (NCH) Methode können die empirischen Varianzen ebenfalls bestimmt werden (TAVELLA und PREMOLI 1994). Im Gegensatz zur klassischen empirischen Varianzbestimmung (Methode 1) wird bei der NCH-Methode berücksichtigt, dass das Rauschen der Zeitreihen nicht unkorreliert ist. Wie aus Kapitel 3 bekannt ist, beruhen die geodätischen Daten, die zur Berechnung der Drehimpulsfunktionen verwendet werden, zum Teil auf den selben Eingangsdaten, Hintergrundmodellen und Prozessierungsstrategien. Das Rauschen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist folglich korreliert. Die Höhe der Korrelation sowie das stochastische Modell des Rauschens ist nicht bekannt. Im folgenden Abschnitt werden die mathematischen Grundlagen der NCH-Methode erklärt, für mehr Information siehe KOOT *et al.* (2006) und GALINDO *et al.* (2001).

Im ersten Schritt werden die Differenzzeitreihen

$$\Delta\chi_{j,p}^e(t_k) = \chi_{j,p}^e(t_k) - \chi_{j,P}^e(t_k) = \epsilon_p - \epsilon_P, \quad p = 1, \dots, P-1 \quad (4.11)$$

gebildet. Da sich das gemeinsame Signal bei der Differenzbildung herauskürzt, spiegeln die Differenzzeitreihen die Differenzen des individuellen Rauschens ϵ_p wider. Nach TAVELLA und PREMOLI (1994) ist die Referenzzeitreihe $\chi_{j,P}^e$ frei wählbar. Im zweiten Schritt wird die Varianz-Kovarianz-Matrix der Differenzzeitreihen

$$\mathbf{S}_{\mathbf{p},\mathbf{q}} = Cov(\Delta\chi_{j,p}^e, \Delta\chi_{j,q}^e), \quad p, q = 1, \dots, P-1 \quad (4.12)$$

berechnet. Die Matrixelemente $s_{p,q}$ repräsentieren für $p = q$ die Varianzen der Differenzzeitreihen und für $p \neq q$ die Kovarianzen der Differenzzeitreihen. Die $(P-1) \times (P-1)$ Varianz-Kovarianz-Matrix der Differenzzeitreihen $\mathbf{S}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}$ steht über die $P \times P-1$ Matrix \mathbf{H} in direktem Zusammenhang mit der $P \times P$ Varianz-Kovarianz-Matrix des Rauschens $\mathbf{R}_{\mathbf{p},\mathbf{q}} = Cov(\epsilon_p, \epsilon_q)$, es gilt:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{p},\mathbf{q}} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}_{\mathbf{p},\mathbf{q}} \mathbf{H}, \quad \text{mit} \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & \dots & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Es ergibt sich somit folgende Gleichung zur Berechnung der Matrixelemente der Varianz-Kovarianz-Matrix des Rauschens:

$$r_{p,q}(r_{1,P}, \dots, r_{P,P}) = s_{p,q} - r_{P,P} + r_{p,P} + r_{q,P}, \quad p, q = 1, \dots, P-1 \quad (4.14)$$

Das lineare Gleichungssystem 4.14 enthält $(P+1)P/2$ Unbekannte und $(P-1)P/2$ Gleichungen, es ist unterbestimmt. Eine eindeutige Lösung ist nur möglich, wenn die freien Parameter $r_{1,P}, \dots, r_{P,P}$ festgelegt werden. Die freien Parameter müssen die Bedingung erfüllen, dass die Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{R}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}$ positiv definit ist. Das bedeutet, dass die Determinante positiv sein muss:

$$Det(\mathbf{R}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}) > 0. \quad (4.15)$$

Mit Hilfe dieser Bedingung wird der Lösungsraum für die freien Parameter eingeschränkt, sie lassen sich allerdings noch nicht bestimmen. Zur Berechnung der freien Parameter muss eine weitere Annahme über die Korrelation des Rauschens der einzelnen Zeitreihen getroffen werden. Es wird angenommen, dass die Korrelation des Rauschens klein ist. Die freien Parameter sollen so festgelegt werden, dass die Korrelation des Rauschens minimal ist. In GALINDO *et al.* (2001) wurde gezeigt, dass durch Minimierung der Zielfunktion

$$f(r_{1,P}, \dots, r_{P,P}) = \sum_{p < q}^P \frac{r_{p,q}(r_{1,P}, \dots, r_{P,P})^2}{r_{p,p}(r_{1,P}, \dots, r_{P,P})r_{q,q}(r_{1,P}, \dots, r_{P,P})} \quad (4.16)$$

die freien Parameter berechnet werden können. Mit Hilfe der freien Parameter und der Komponenten der Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{S}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}$ können mit Gleichung 4.14 alle Komponenten der Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{R}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}$ bestimmt werden. Für den Fall, dass die Korrelation des Rauschens gering ist, können die Varianzen

$$\sigma(\chi_{j,p}^e)^2 = r_{p,p} = \sigma_{Methode3}^2 \quad (4.17)$$

mit Hilfe der NCH-Methode gut bestimmt werden, wohingegen die Kovarianzen mit großen Unsicherheiten behaftet sind GALINDO *et al.* (2001). Im Rahmen dieser Arbeit wurde festgestellt, dass für den Fall, dass die Ergebnisse der NCH-Methode von der Wahl der Referenzzeitreihe abhängen, die Korrelation des Rauschens der Beobachtungen nicht gering ist. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methode, aufgrund der Verwendung von verschiedenen Referenzzeitreihen, kann mit folgender Gleichung:

$$f_{NCH} = \frac{\sigma(\sigma_{Methode3}^2)}{\sigma_{Methode1}^2} \cdot 100\% \quad (4.18)$$

berechnet werden.

Überprüfung mit Simulationen

Anhand von simulierten Datensätzen wurde untersucht, wie genau die Varianzen mit Hilfe der drei Methoden bestimmt werden können. Dazu wurden die prozentualen Abweichungen der empirisch bestimmten Varianzen von den tatsächlichen Varianzen berechnet. Da die Zeitreihen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen nur eine monatliche Abtastrate besitzen, wurde überprüft wie stark sich die Höhe der Abtastung der Zeitreihen auf die Qualität der Ergebnisse auswirkt. Das Rauschen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist nicht klein. Deshalb wurde in dieser Arbeit untersucht, ob die drei Methoden zur empirischen Varianzbestimmung auch für stark verrauschte Zeitreihen genutzt werden können. Die geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sind korreliert aufgrund der Verwendung von teilweise gleichen Eingangsdaten, Hintergrundmodellen und Prozessierungsstrategien. Da die Höhe der Korrelation des Rauschens nicht bekannt ist, wurde überprüft wie stark sich die Korrelation des Rauschens auf die Qualität der Ergebnisse auswirkt.

Simulationsszenario 1: Hohe Abtastung, geringes Rauschen und geringe Korrelation des Rauschens

Es werden 6 Datensätze für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A für einen Zeitraum von 6 Jahren und einer Abtastrate von 6 Stunden simuliert. Jede Zeitreihe besitzt ein geringes weißes Rauschen. Die Korrelation des Rauschens der Zeitreihen ist kleiner als 3%. Die empirischen Varianzen werden mit Hilfe der drei Methoden bestimmt. Für 100 Simulationen liegen die prozentualen Abweichungen der empirisch bestimmten Varianzen des Rauschens von den tatsächlichen Varianzen im Bereich von 10% – 23% (Methode 1), 82% – 149% (Methode 2) und 0.4% – 1.6% (Methode 3), siehe Tabelle 4.1. Die zeitvariablen empirischen Varianzen können nicht so genau bestimmt werden wie die konstanten empirischen Varianzen und eignen sich deshalb nicht zur Aufstellung der Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$. Die konstanten empirischen Varianzen können mit Hilfe der NCH-Methode wesentlich genauer berechnet werden als mit Hilfe der klassischen Methode. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methode, aufgrund der Verwendung von verschiedenen Referenzzeitreihen, beträgt im Mittel 1%. Folglich sind die Ergebnisse der NCH-Methode für hoch abgetastete Zeitreihen mit geringem Rauschen und geringer Korrelation des Rauschens als unabhängig von der Wahl der Referenzzeitreihe zu betrachten.

Simulationsszenario 2: Geringe Abtastung, geringes Rauschen und geringe Korrelation des Rauschens

Es werden 6 Datensätze für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A für einen Zeitraum von 6 Jahren mit monatlicher Abtastung generiert. Jede Zeitreihe besitzt ein geringes weißes Rauschen. Die Korrelation des Rauschens der Zeitreihen ist kleiner als 20%. Für 100 Simulationen werden die empirischen Varianzen mit Hilfe der klassischen Methode und der NCH-Methode berechnet. Die prozentualen Abweichungen der empirisch bestimmten Varianzen des Rauschens von den tatsächlichen Varianzen liegen im Bereich von 3% – 28% bei der klassischen

Methode und im Bereich von 3% – 21% bei der NCH-Methode, siehe Tabelle 4.1. Die empirischen Varianzen können für gering abgetastete Zeitreihen mit der NCH-Methode nur noch etwas genauer bestimmt werden als mit der klassischen Methode. Das liegt daran, dass sich die Abtastung der Zeitreihen nur geringfügig auf die Qualität der Ergebnisse der empirischen Varianzbestimmung mit der klassischen Methode auswirkt, wohingegen die empirischen Varianzen mit Hilfe der NCH-Methode, aufgrund der geringen Abtastung, wesentlich ungenauer berechnet werden können. Es gilt: Je geringer die Abtastung der Zeitreihen, desto ungenauer können die empirischen Varianzen bestimmt werden. Die Ergebnisse der NCH-Methode sind für gering abgetastete Zeitreihen nicht mehr als unabhängig von der Wahl der Referenzzeitreihe zu betrachten, die prozentuale Abweichung beträgt im Mittel 13%.

Simulationsszenario 3: Geringe Abtastung, hohes Rauschen und geringe Korrelation des Rauschens

Es werden 6 Zeitreihen für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A für einen Zeitraum von 6 Jahren mit monatlicher Abtastung simuliert. Jede Zeitreihe besitzt ein hohes weißes Rauschen. Die Korrelation des Rauschens der Zeitreihen ist kleiner als 20%. Die empirischen Varianzen werden wieder mit der klassischen Methode und der NCH-Methode bestimmt. Für 100 Simulationen liegen die prozentualen Abweichungen der empirisch bestimmten Varianzen des Rauschens von den tatsächlichen Varianzen im Bereich von 4% – 25% bei der klassischen Methode und im Bereich von 4% – 21% bei der NCH-Methode, siehe Tabelle 4.1. Die Höhe des Rauschens der Zeitreihen wirkt sich folglich nicht auf die Qualität der empirischen Varianzbestimmung aus. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methode, aufgrund der Verwendung von verschiedenen Referenzzeitreihen, beträgt im Mittel 14%. Die Ergebnisse der NCH-Methode für gering abgetastete Zeitreihen mit hohem Rauschen und geringer Korrelation des Rauschens sind somit ebenfalls als abhängig von der Wahl der Referenzzeitreihe zu betrachten.

Simulationsszenario 4: Geringe Abtastung, hohes Rauschen und hohe Korrelation des Rauschens

Es werden 6 Datensätze für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A für einen Zeitraum von 6 Jahren mit monatlicher Abtastung generiert. Jede Zeitreihe besitzt ein hohes weißes Rauschen. Das Rauschen der Zeitreihen ist bis zu 60% korreliert. Für 100 Simulationen werden die empirischen Varianzen mit Hilfe der klassischen Methode und der NCH-Methode berechnet. Die prozentualen Abweichungen der empirisch bestimmten Varianzen des Rauschens von den tatsächlichen Varianzen liegt im Bereich von 3% – 37% bei der klassischen Methode und im Bereich von 8% – 41% bei der NCH-Methode, siehe Tabelle 4.1. Die Qualität der empirischen Varianzbestimmung nimmt ab, je stärker das Rauschen der Zeitreihen korreliert ist. Für Zeitreihen mit geringer Abtastung und hoher Korrelation des Rauschens können die empirischen Varianzen mit Hilfe der klassischen Methode genauer bestimmt werden als mit Hilfe der NCH-Methode. Bei der NCH-Methode wird angenommen, dass die Korrelation des Rauschens klein ist. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, dann können die Varianzen mit der NCH-Methode nicht adäquat bestimmt werden. Die Ergebnisse der NCH-Methode sind dann als stark abhängig von der Wahl der Referenzzeitreihe zu betrachten, die prozentuale Abweichung beträgt im Mittel 36%. In Abbildung 4.1 wird die Korrelation des Rauschens der simulierten Zeitreihen mit der prozentualen Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methode, aufgrund der Verwendung von verschiedenen Referenzzeitreihen ($f_{NCH}/100\%$), verglichen. Meistens gilt: Je höher die Korrelation des Rauschens, desto stärker hängen die Ergebnisse der NCH-Methode von der Wahl der Referenzzeitreihe ab. Mit Hilfe von f_{NCH} kann abgeschätzt werden, wie stark das Rauschen der Zeitreihen mindestens korreliert ist.

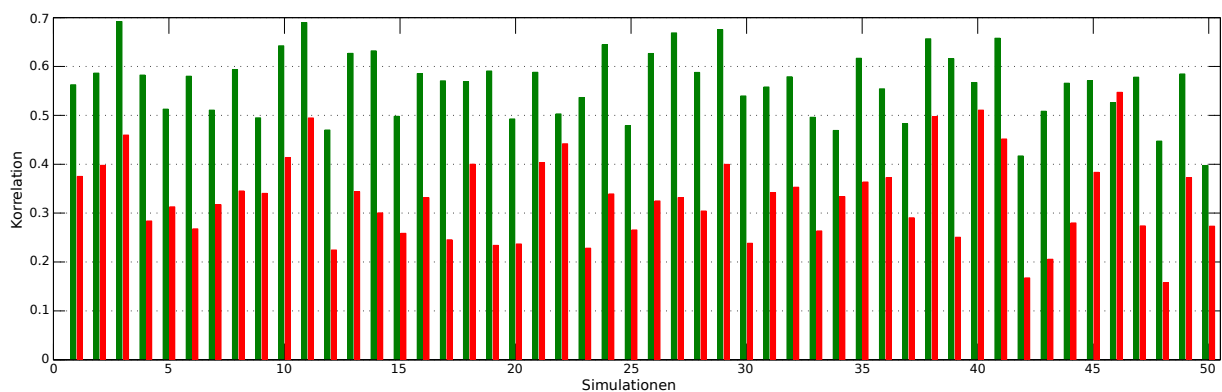


Abbildung 4.1: Maximale Korrelation des Rauschens der Zeitreihen (grün) und prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methode korr_{NCH} (rot). Zur besseren Veranschaulichung der Ergebnisse werden nur 50 Simulationen von 100 Simulationen gezeigt.

Tabelle 4.1: Prozentuale Abweichung der empirisch bestimmten Varianzen des Rauschens von den tatsächlichen Varianzen für 100 Simulationen.

| | Methode 1 | Methode 2 | Methode 3 |
|-----------------------|-----------|------------|-------------|
| Simulationsszenario 1 | 10% – 23% | 82% – 149% | 0.4% – 1.6% |
| Simulationsszenario 2 | 3% – 28% | | 3% – 21% |
| Simulationsszenario 3 | 4% – 25% | | 4% – 21% |
| Simulationsszenario 4 | 3% – 37% | | 8% – 41% |

In dieser Arbeit werden die empirischen Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen mit Hilfe der klassischen Methode und der NCH-Methode bestimmt. In Kapitel 4.3 sind die Ergebnisse für die empirischen Varianzen aufgeführt und diskutiert. Demzufolge liegt die Korrelation des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen im Bereich von 0.31 bis 0.65. Die Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen können mit Hilfe der NCH-Methode nicht adäquat berechnet werden, weil die Korrelation des Rauschens nicht gering ist. Die Hauptdiagonalelemente der Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ werden deshalb mit den empirischen Varianzen, die mit Hilfe der klassischen Methode berechnet werden können, festgelegt.

Varianzkomponentenschätzung

Für den Fall, dass Beobachtungen von verschiedenen Raumverfahren kombiniert werden, müssen die Genauigkeitsniveaus zwischen den verschiedenen Beobachtungsgruppen berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit besteht darin, Varianzkomponenten direkt in der Ausgleichung mitzuschätzen. In NIEMEIER (2002) ist das Verfahren zur Schätzung von Varianzkomponenten ausführlich beschrieben. Das stochastische Modell kann um die unbekanntes Varianzkomponenten σ_{0i}^2 und die bekannten Gewichtseinheitsmatrizen $\bar{\mathbf{P}}_i$ der k Beobachtungsgruppen gemäß

$$\mathbf{K}_{\mathbf{bb}} = \sum_{i=1}^k \sigma_{0i}^2 \bar{\mathbf{P}}_i^{-1} \quad (4.19)$$

erweitert werden. Die Gewichtseinheitsmatrizen $\bar{\mathbf{P}}_i$ besitzen folgende Struktur:

$$\bar{\mathbf{P}}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{P}}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{P}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots, \quad \bar{\mathbf{P}}_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{P}_k \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

Zwischen den Gewichtseinheitssubmatrizen \mathbf{P}_i liegen somit keine Überlappungen vor. Bei diesem vereinfachten Modell werden keine Kovarianzkomponenten σ_{0ij} berücksichtigt. Die Varianzkomponenten können in der Ausgleichung iterativ bestimmt werden, indem die Näherungswerte α_{0i}^2 gemäß

$$\mathbf{K}_{\mathbf{bb}} = \sum_{i=1}^k \sigma_{0i}^2 \alpha_{0i}^2 \bar{\mathbf{P}}_i^{-1} \quad (4.21)$$

eingeführt werden. Im Gegensatz zu Gleichung 4.19 entsprechen in Gleichung 4.21 die σ_{0i}^2 nicht den Varianzkomponenten sondern die verbesserten Näherungswerte α_{0i}^2 . Für den ersten Iterationsschritt werden die Startwerte $\sigma_{0i,0}^2$ und $\alpha_{0i,0}^2$ nahe 1 gewählt. Im Zuge der Ausgleichung wird $\hat{\sigma}_{0i}^2$ bestimmt, indem die gewichtete Verbesserungsquadratsumme jeder Gruppe durch die Redundanz r_i der jeweiligen Gruppe dividiert wird:

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}_i^T \mathbf{P}_i \hat{\mathbf{v}}_i}{r_i}. \quad (4.22)$$

Die Redundanz einer Beobachtungsgruppe kann nach KOCH und KUSCHE (2002) mit:

$$r_i = n_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{spur}(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i \mathbf{N}^{-1}) \quad (4.23)$$

berechnet werden. Wobei n_i für die Anzahl der Beobachtungen einer Beobachtungsgruppe steht. Mit Hilfe von

$\hat{\sigma}_{0i}^2$ können die Näherungswerte α_{0i}^2 folgendermaßen

$$\alpha_{0i,1}^2 = \alpha_{0i,0}^2 \cdot \hat{\sigma}_{0i,1}^2 \quad (4.24)$$

verbessert werden. Die Iteration ist beendet, wenn alle $\hat{\sigma}_{0i}^2$ gleich Eins sind. Die bis dahin verbesserten Näherungswerte α_{0i}^2 entsprechen den Varianzkomponenten.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Varianzkomponentenschätzung bei der Kombination von gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt eingesetzt. In Kapitel 4.3.3 werden die Ergebnisse für die Varianzkomponenten vorgestellt und diskutiert. Mit Hilfe der Varianzkomponentenschätzung können die Varianzkomponenten nicht adäquat bestimmt werden, weil die empirischen Varianzen der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen systematisch zu klein sind und weil die Kovarianzen der Beobachtungen in der Ausgleichung nicht berücksichtigt werden. Aus diesem Grund werden die empirischen Varianzen für die gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen gemeinsam mit Hilfe der klassischen Methode bestimmt. Auf diese Weise können die Genauigkeitsrelationen zwischen den beiden Beobachtungsverfahren realistischer beschrieben werden.

4.2.2. Kovarianzen

Die Kovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sind nicht bekannt. Wenn die Korrelation des Rauschens der Beobachtungen gering ist, dann dürfen die Kovarianzen der Beobachtungen bei der Ausgleichung vernachlässigt werden. Deshalb wird in dieser Arbeit mit Hilfe der NCH-Methode die Höhe der Korrelation des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen abgeschätzt, siehe Kapitel 4.2.1. Die Korrelation des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist nicht gering, aufgrund der Verwendung von teilweise gleichen Eingangsdaten, Hintergrundmodellen und Prozessierungsstrategien. Sie liegt etwa im Bereich von 0.31 bis 0.65. Die Kovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sollten deshalb bei der Ausgleichung berücksichtigt werden.

Mit Hilfe des *Operator-Software Impact* (OSI) Modells können die Kovarianzen von Beobachtungen empirisch bestimmt werden. Dieser Ansatz zur Bestimmung von empirischen Kovarianzen ist in FANG (2007) und KUTTERER *et al.* (2009) ausführlich beschrieben. Bei dem OSI Modell wird berücksichtigt, dass die Beobachtungen auf gleichen Eingangsdaten aber auf unterschiedlichen Softwarepaketen, Parametrisierungen und Hintergrundmodellen beruhen. Die empirischen Kovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen können mit Hilfe des OSI Modells nicht adäquat bestimmt werden. In FANG (2007) findet man einen Hinweis darauf, dass das OSI Modell nur für lange beziehungsweise hoch abgetastete Zeitreihen sinnvoll eingesetzt werden kann. Die Zeitreihen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen besitzen nur 72 Werte und sind somit zu kurz beziehungsweise zu gering abgetastet, um mit dem OSI Modell realistische Kovarianzen bestimmen zu können.

Im Rahmen dieser Arbeit ist es nicht gelungen, das Rauschen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen zu identifizieren und Kovarianzen der Beobachtungen zu berechnen. Das Hauptproblem besteht darin, dass das gemeinsame Rauschen der Zeitreihen im Gegensatz zu dem individuellen Rauschen der Zeitreihen nicht von dem rauschfreiem Signal getrennt werden kann. Deshalb werden bei der Ausgleichung die Kovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen nicht berücksichtigt. Die Vernachlässigung der Kovarianzen der Beobachtungen wirkt sich nur geringfügig auf das Ausgleichungsergebnis aus. Wohingegen der formale Fehler des Ausgleichungsergebnis signifikant von der Wahl des stochastischen Modells abhängt, siehe zum Beispiel HEINKELMANN *et al.* (2011). Ein realistisches Genauigkeitsmaß für das Ausgleichungsergebnis erhält man, indem man den formalen Fehler skaliert. Es gilt: Je höher die Korrelation des Rauschens der Beobachtungen, desto stärker wirkt sich die Vernachlässigung der Kovarianzen der Beobachtungen auf die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse aus. In dieser Arbeit werden die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse deshalb in Abhängigkeit von der Korrelation des Rauschens der Beobachtungen skaliert. Die Korrelation kann mit Hilfe der NCH-Methode abgeschätzt werden. Untersuchungen haben ergeben, dass die formalen Fehler σ mit

$$\sigma^* = \sigma + \frac{f_{NCH}}{100\%} \cdot \sigma \quad (4.25)$$

sinnvoll skaliert werden können.

Überprüfung mit Simulationen

Anhand von simulierten Datensätzen wurde untersucht, wie genau die formalen Fehler und die skalierten formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse bei Vernachlässigung der Kovarianzen der Beobachtungen bestimmt

werden können. Dazu wurden die prozentualen Abweichungen der (skalierten) formalen Fehler von den tatsächlichen Fehler der Ausgleichungsergebnisse berechnet.

Es werden 6 Datensätze für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A für einen Zeitraum von 6 Jahren mit monatlicher Abtastung generiert. Jede Zeitreihe besitzt ein hohes weißes Rauschen. Die Korrelation des Rauschens der Zeitreihen liegt im Bereich von 40%– 60%. Mit Hilfe der Ausgleichungsrechnung werden die 6 Zeitreihen für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A kombiniert. Die Kofaktormatrix der Beobachtungen wird mit Hilfe der empirischen Varianzen, die mit der klassischen Methode bestimmt werden, aufgestellt. Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung vernachlässigt. Für die Skalierung der formalen Fehler wird die Korrelation des Rauschens der Zeitreihen mit Hilfe der NCH-Methode abgeschätzt. In Abbildung 4.2 sind für 50 Simulationen die tatsächlichen Fehler, formalen Fehler und skalierten formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse dargestellt. Die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse sind zu optimistisch, weil die Kovarianzen der Beobachtungen bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt werden. Für 100 Simulationen liegt die prozentuale Abweichung der formalen Fehler von den tatsächlichen Fehlern der Ausgleichungsergebnisse im Bereich von 17% – 31%. Durch Skalierung der formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse erhält man ein realistisches Genauigkeitsmaß. Für 100 Simulationen liegt die prozentuale Abweichung der skalierten formalen Fehler von den tatsächlichen Fehler der Ausgleichung im Bereich von 1% – 19%.

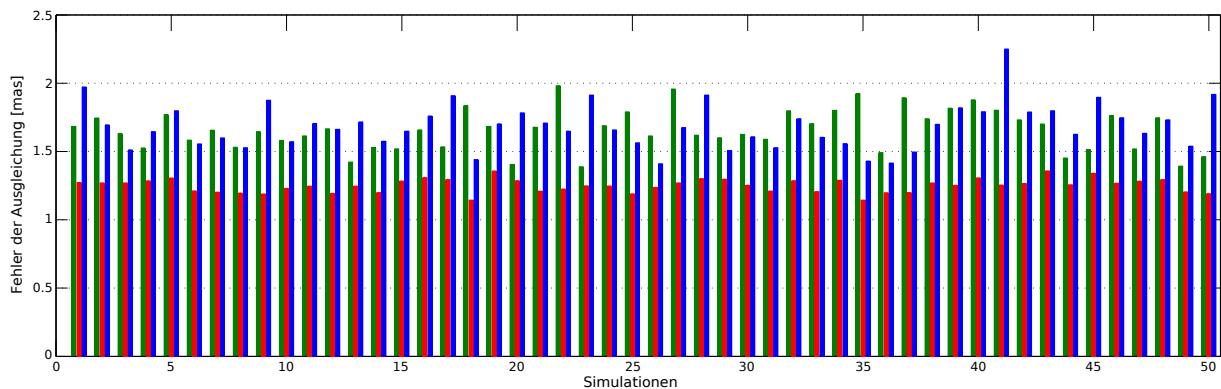


Abbildung 4.2: Tatsächlicher Fehler des Ausgleichungsergebnis (grün), formaler Fehler (rot) und skaliertes formaler Fehler (blau). Zur besseren Veranschaulichung der Ergebnisse werden nur 50 Simulationen von 100 Simulationen gezeigt.

4.2.3. Autokovarianzen

Die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen können mit Hilfe der Autokovarianzfunktionen bestimmt werden. Mit Hilfe der Autokovarianzfunktion $C_{xx}(\tau)$ werden die Kovarianzen zwischen zeitlich aufeinander folgenden Beobachtungen derselben Zufallsvariablen x bestimmt (BOX und JENKINS 1976):

$$C_{xx}(\tau) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-\tau} x_i x_{i+\tau}. \quad (4.26)$$

Damit bei größerem Zeitabstand $\tau = |t_i - t_j|$ und geringerer Anzahl der Beobachtungspaare die zunehmenden Schätzfehler automatisch gedämpft werden, muss immer durch die konstante Anzahl der Beobachtungen k dividiert werden. Da in dieser Arbeit die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen berechnet werden, müssen vor der Bestimmung der Autokovarianzfunktion deterministische Signalanteile reduziert werden. Die geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen weisen häufig ein signifikantes Jahressignal auf (siehe Kapitel 4.3), das bei der Berechnung der Autokovarianzfunktion reduziert werden muss. Die Autokovarianzen können nicht direkt zum Aufstellung der Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ verwendet werden. Sie müssen mit der Varianz $C_{xx}(0)$ normiert werden, da nur dann ein Vergleich verschiedener Autokovarianzfunktionen möglich ist. Die normierte Autokovarianzfunktion bezeichnet man als Autokorrelationsfunktion

$$R_{xx}(\tau) = \frac{C_{xx}(\tau)}{C_{xx}(0)}. \quad (4.27)$$

Sie liefert Information darüber, wie stark das Rauschen einer Beobachtungszeitreihe untereinander korreliert ist. Mit Hilfe dieser Korrelationen können vergleichbare Autokovarianzen des Rauschens der Beobachtungen abgeleitet werden, gemäß

$$\sigma_{xx}(t_i, t_j) = R_{xx}(\tau) \sigma_x(t_i) \sigma_x(t_j). \quad (4.28)$$

Für den Fall, dass die empirischen Standardabweichungen der Beobachtungen zeitlich konstant sind, ist $\sigma_x(t_i) = \sigma_x(t_j)$. Mit den empirisch bestimmten Autokovarianzen $\sigma_{xx}(t_i, t_j)$ kann die Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ der Ausgleichungsmodelle zur Kombination geodätisch bestimmter Drehimpulsfunktionen aufgestellt werden.

Überprüfung mit Simulationen

Mit Hilfe von simulierten Datensätzen wurde untersucht, wie sich die Berücksichtigung von zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen bei der Ausgleichung auf die Ausgleichungsergebnisse und die formalen Fehler auswirkt. Dazu wurden wieder die prozentualen Abweichungen der formalen Fehler von den tatsächlichen Fehler der Ausgleichungsergebnisse berechnet.

Es werden 6 Datensätze für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A für einen Zeitraum von 6 Jahren mit monatlicher Abtastung generiert. Jede Zeitreihe besitzt ein hohes weißes Rauschen. Das Rauschen der Zeitreihen ist bis zu 60% korreliert. Die 6 Zeitreihen für den atmosphärischen Masseneffekt χ_1^A werden mit Hilfe der Ausgleichungsrechnung kombiniert. Mit der klassischen Methode werden die Varianzen der Zeitreihen empirisch bestimmt. Sie werden zum Aufstellen der Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ verwendet. Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt, weil sie nicht adäquat bestimmt werden können. Die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen werden mit den Autokorrelationsfunktionen abgeleitet. Sie werden zum Aufstellen der Kofaktormatrix der Beobachtungen $\mathbf{Q}_{\mathbf{bb}}$ eingesetzt. Die Berücksichtigung der Autokovarianzen des Rauschens der Beobachtungen wirkt sich nur geringfügig auf das Ausgleichungsergebnis aus, aber signifikant auf den formalen Fehler des Ausgleichungsergebnisses. In Abbildung 4.3 sind die tatsächlichen und formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen für 50 Simulationen dargestellt. Die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse ohne Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen sind zu optimistisch, wie bereits in Kapitel 4.2.2 gezeigt wurde. Für 100 Simulationen liegt die prozentuale Abweichung der formalen Fehler von den tatsächlichen Fehlern im Bereich von 25% - 28%. Wenn bei der Bestimmung der Autokovarianzfunktionen das signifikante Jahressignal der Beobachtungen nicht reduziert wird, dann sind die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse zu pessimistisch. Für 100 Simulationen liegt die prozentuale Abweichung der formalen Fehler von den tatsächlichen Fehlern dann im Bereich von 23% - 66%. Wird bei der Bestimmung der Autokovarianzfunktionen das signifikante Jahressignal der Beobachtungen reduziert, dann sind die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse realistisch. Für 100 Simulationen liegt die prozentuale Abweichung der formalen Fehler von den tatsächlichen Fehlern im Bereich von 2% - 16%. Eine Skalierung der formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse ist dann nicht mehr nötig. Wichtig ist, dass bei der Bestimmung der Autokovarianzfunktionen die signifikanten deterministischen Signalanteile reduziert werden.

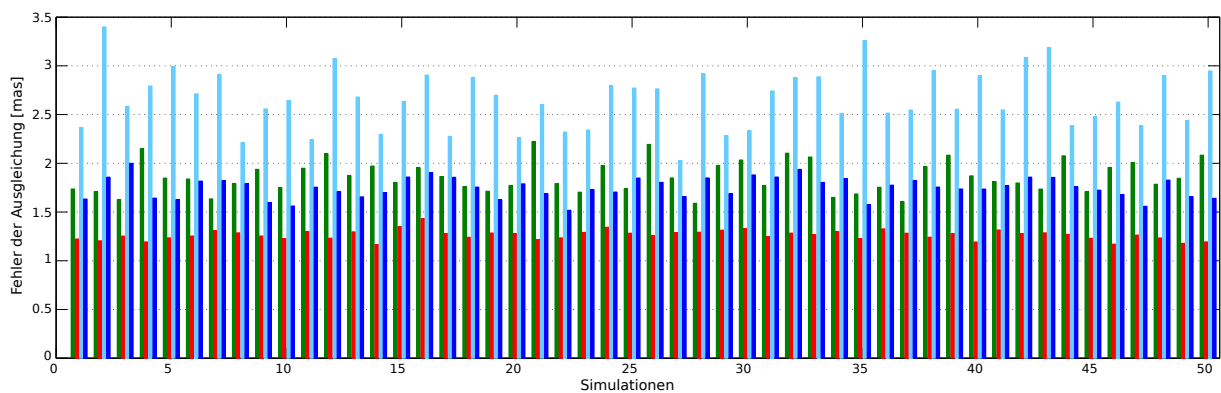


Abbildung 4.3: Tatsächlicher Fehler der Ausgleichung (grün), formaler Fehler der Ausgleichung ohne Berücksichtigung der Autokorrelation (rot) und mit Berücksichtigung der Autokorrelation ohne Reduktion des signifikanten Jahressignals (hellblau) und mit Reduktion des signifikanten Jahressignals (blau). Zur besseren Veranschaulichung der Ergebnisse werden nur 50 Simulationen von 100 Simulationen gezeigt.

4.3. Kombinationsmodelle zur Bestimmung einzelner geophysikalischer Anregungsmechanismen der Polbewegung

In diesem Kapitel werden Kombinationsmodelle zur Bestimmung (1) des integralen Effektes, (2) des integralen Masseneffektes, (3) des ozeanischen Masseneffektes und (4) des hydrologischen Masseneffektes beschrieben. Für jedes Kombinationsmodell wird erläutert, welche geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt werden, wie die Beobachtungen mit Hilfe von empirisch bestimmten Varianzen gewichtet werden und mit welcher Autokorrelationsfunktion die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen berücksichtigt werden. Desweiteren wird für jedes Kombinationsmodell das Ausgleichungsergebnis und der formale Fehler vorgestellt.

4.3.1. Integraler Effekt

Die Polbewegung wird von Massenverlagerungen und -bewegungen im System Erde hervorgerufen und erlaubt somit einen Rückschluss auf den integralen Anregungsmechanismus, siehe Kapitel 3.1. Im Rahmen dieser Arbeit werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt von den Polkoordinaten der Zeitreihen IERS EOP 08 C04, ITRF2008 und DTRF2008 berechnet. Da die Polbewegung mit Hilfe der geometrischen Raumverfahren SLR, VLBI, GNSS und DORIS sehr genau bestimmt werden kann (0.03 mas), zeigen die drei Lösungen für den integralen Effekt ebenfalls sehr hohe Übereinstimmungen (1 mas). Die geodätischen Lösungen für den integralen Effekt werden mit Hilfe des linearen Gauß-Markoff-Ausgleichungsmodell kombiniert. Ziel der Kombination ist es, Schwächen in der Prozessierung auszugleichen. Im Folgenden wird beschrieben, wie die Kofaktormatrix der Beobachtungen aufgestellt wird, und es werden die Ausgleichungsergebnisse und die formalen Fehler vorgestellt.

Varianzen: Die Hauptdiagonalelemente der Kofaktormatrix der Beobachtungen werden mit Hilfe der empirischen Varianzen der Zeitreihen, die mit Hilfe der klassischen Methode oder der NCH-Methode bestimmt werden können, festgelegt. In Abbildung 4.4 sind die Ergebnisse der empirischen Varianzbestimmungen dargestellt. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methoden, aufgrund der Verwendung von unterschiedlichen Referenzzeitreihen, beträgt bis zu 42% für χ_1 und 45% für χ_2 . Das ist ein Hinweis darauf, dass das Rauschen der Zeitreihen stark korreliert ist. Die NCH-Methode kann deshalb nicht zur Bestimmung der empirischen Varianzen eingesetzt werden. Die Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} wird mit den empirischen Varianzen, die mit Hilfe der klassischen Methode berechnet werden, aufgestellt. Die Ergebnisse der klassischen Methode sind in Tabelle 4.2 aufgelistet. Demzufolge sind die äquatorialen Drehimpulsfunktionen, die von der IERS EOP 08 C04 Zeitreihe abgeleitet werden, am genauesten.

Kovarianzen: Die Korrelation des Rauschens der Beobachtungen wird bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt, weil sie nicht adäquat bestimmt werden kann. Das bedeutet, die Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i \neq j$ der Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} werden gleich Null gesetzt.

Autokovarianzen: Mit Hilfe der Autokorrelationsfunktionen können die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen berechnet werden, siehe Kapitel 4.2.3. Bei der Berechnung der Autokorrelationsfunktionen wird das Jahressignal der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt einmal reduziert und einmal nicht reduziert. In Abbildung 4.5 sind die Ergebnisse dargestellt. Während χ_2 ein signifikantes Jahressignal aufweist, das bei der Bestimmung der Autokorrelationen reduziert werden muss, weist χ_1 kein signifikantes Jahressignal auf. Mit Hilfe der Autokovarianzen des Rauschens der Beobachtung werden die Nebendiagonalelemente der Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i = j$ der Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} festgelegt.

Ausgleichungsergebnisse: In Abbildung 4.6 sind die Ergebnisse der Kombination der geodätischen Einzellösungen für den integralen Effekt dargestellt. In Kapitel 5.2.1 werden sowohl die geodätischen Einzellösungen für den integralen Effekt als auch die kombinierten Lösungen mit Ergebnissen von geophysikalischen Modellen verglichen.

Formale Fehler: Zum Vergleich sind in Tabelle 4.3 die formalen und skalierten formalen Fehler (σ und σ^*) der Ausgleichungsergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen aufgelistet. Wie aus Kapitel 4.2.2 bereits bekannt ist, sind die formalen Fehler der Ausgleichung ohne Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen, aufgrund der Vernachlässigung der Kovarianzen der Beobachtungen, zu optimistisch. Skaliert man diese formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse in Abhängigkeit von der Korrelation der Beobachtungen, die mit Hilfe der NCH-Methode abgeschätzt werden kann, dann erhält man ein realistischeres Genauigkeitsmaß für die Ausgleichungsergebnisse. Wenn man bei der Ausgleichung die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen berücksichtigt, dann ist eine Skalierung der formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse nicht mehr nötig.

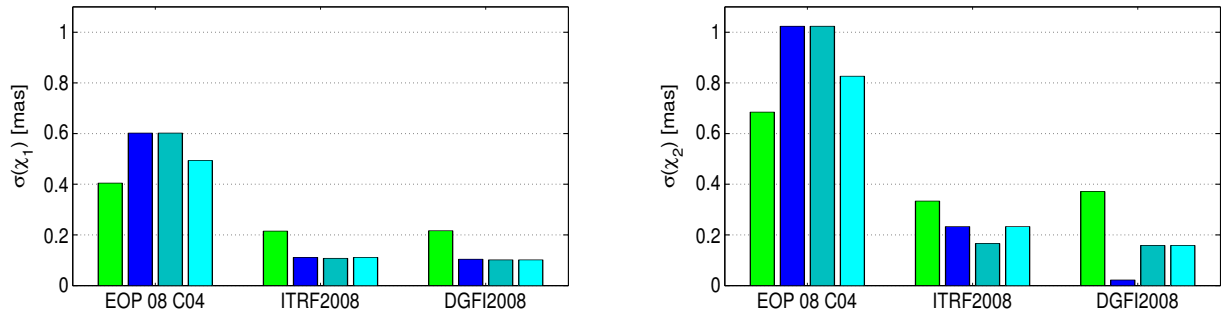


Abbildung 4.4: Empirische Standardabweichungen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt, die mit der klassischen Methode (grün) und der NCH-Methode (blau) bei Verwendung verschiedener Referenzzeitreihen bestimmt werden.

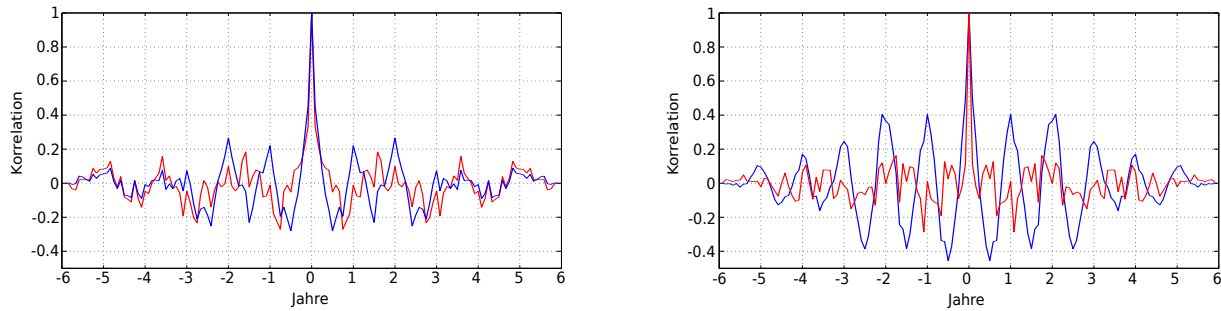


Abbildung 4.5: Mittlere Autokorrelationsfunktionen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt: Mit Jahressignal (blau) und ohne Jahressignal (rot). Links: Ergebnisse für χ_1 und rechts: Ergebnisse für χ_2 .

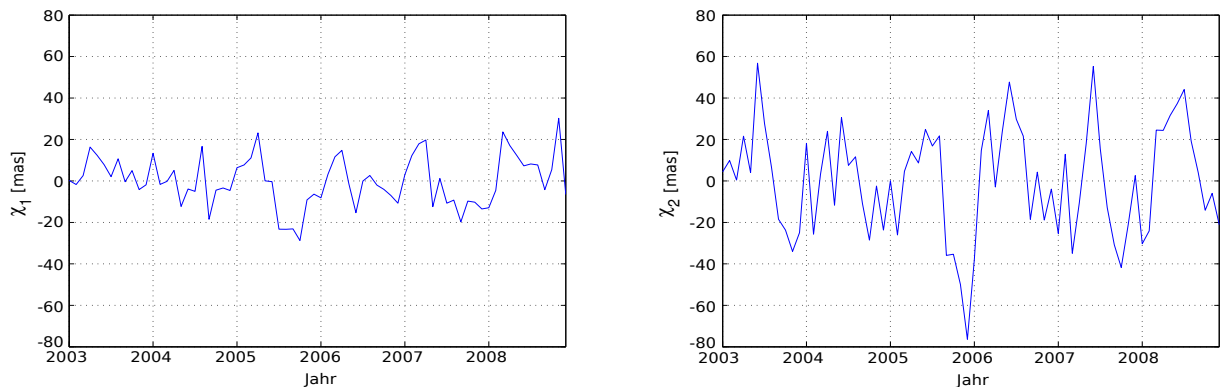


Abbildung 4.6: Monatliche geodätisch bestimmte Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt abgeleitet durch Kombination der geodätischen Einzellösungen.

Tabelle 4.2: Empirische Standardabweichungen (klassische Methode) der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt.

| | IERS EOP 08 C04 | ITRF2008 | DTRF2008 |
|------------------------|-----------------|----------|----------|
| $\sigma(\chi_1)$ [mas] | 0.40 | 0.22 | 0.22 |
| $\sigma(\chi_2)$ [mas] | 0.68 | 0.33 | 0.37 |

Tabelle 4.3: Formale und skalierte formale Fehler der Ausgleichsergebnisse ohne (Kombi1) und mit Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschen der Beobachtungen (Kombi2).

| | Kombi1: σ | Kombi1: σ^* | Kombi2: σ |
|------------------------|------------------|--------------------|------------------|
| $\sigma(\chi_1)$ [mas] | 0.22 | 0.31 | 0.30 |
| $\sigma(\chi_2)$ [mas] | 0.36 | 0.52 | 0.44 |

4.3.2. Integraler Masseneffekt

Der integrale Masseneffekt kann von den zeitvariablen Gravitationsfeldänderungen der Erde abgeleitet werden, siehe Kapitel 3.2. In dieser Arbeit werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02, ITG-Grace2010 und CSR SLR RL04 abgeleitet. Mit Hilfe der Satellitenmission GRACE kann der langwellige Anteil des Gravitationsfeldes der Erde nicht so genau bestimmt werden wie der kurzwellige Anteil. Das liegt daran, dass sich Defizite in der Parametrisierung bei der Bestimmung des zeitvariablen Gravitationsfeldes der Erde vor allem auf den langwelligen Anteil auswirken. Deshalb zeigen die sechs gravimetrischen Lösungen für den integralen Masseneffekt große Abweichungen (8 mas). Der integrale Masseneffekt kann mit Hilfe von geodätischen Raumbereobachtungen nicht so genau bestimmt werden wie der integrale Gesamteffekt. Die geodätischen Lösungen für den integralen Masseneffekt werden mit Hilfe der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate kombiniert. Ziel der Kombination ist es, Schwächen in der Prozessierungskette auszugleichen. Analog zu Kapitel 4.3.1 werden im Folgenden nur noch kurz die Ergebnisse für die Varianzen und die Autokorrelationsfunktionen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt vorgestellt sowie die Ausgleichungsergebnisse und formalen Fehler.

Varianzen: In Abbildung 4.7 sind die empirischen Standardabweichungen, die mit Hilfe der klassischen Methode und der NCH-Methode bestimmt wurden, dargestellt. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methoden, aufgrund der Verwendung von unterschiedlichen Referenzzeitreihen, beträgt bis zu 31% für χ_1 und 13% für χ_2 . Folglich ist auch das Rauschen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt insbesondere für χ_1^{mass} nicht gering korreliert. Im Vergleich zum integralen Gesamteffekt ist die Korrelation des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt jedoch kleiner. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Unterschiede bezüglich der Eingangsdaten, Hintergrundmodelle und Prozessierungsstrategien größer sind. In Tabelle 4.4 sind die empirischen Standardabweichungen, die mit der klassischen Methode bestimmt wurden, aufgelistet. Demzufolge weist die ITG-Grace2010 Lösung für χ_1^{mass} die kleinste empirische Standardabweichung auf. Wohingegen für χ_2^{mass} die CSR SLR RL04 Lösung die kleinste empirische Standardabweichung besitzt. Die Drehimpulsfunktionen, die von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen CSR RL04 und GRGS RL02 abgeleitet werden, sind am ungenaueren. Im Gegensatz zu dem Potentialkoeffizienten $\Delta\bar{C}_{20}$ können die Potentialkoeffizienten $\Delta\bar{C}_{21}$ und $\Delta\bar{S}_{21}$ mit Hilfe der Satellitenmission GRACE ebenso gut bestimmt werden wie mit Hilfe von SLR-Beobachtungen (LEMOINE *et al.* 2006).

Kovarianzen: Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt.

Autokovarianzen: In Abbildung 4.8 sind die Autokorrelationsfunktionen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt dargestellt. Die geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt weisen ein signifikantes Jahressignal auf, das bei der Bestimmung der Autokorrelationsfunktionen reduziert werden muss.

Ausgleichungsergebnisse: In Abbildung 4.9 sind die geodätischen Kombinationslösungen für den integralen Masseneffekt dargestellt. In Kapitel 5.2.2 werden sowohl die geodätischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt als auch die kombinierten Lösungen mit Ergebnissen von geophysikalischen Modellen verglichen.

Formale Fehler: Die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse für den integralen Masseneffekt sind eine Größenordnung größer als die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse für den integralen Gesamteffekt, siehe Tabelle 4.5.

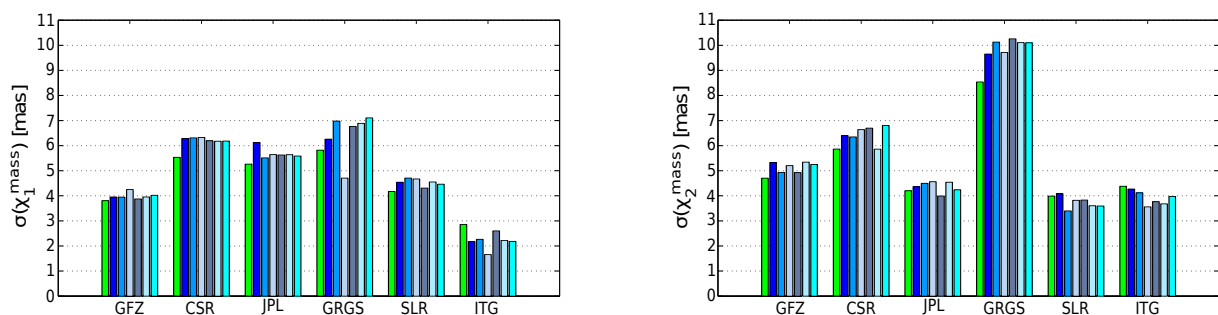


Abbildung 4.7: Empirische Standardabweichungen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode (grün) und der NCH-Methode bei Verwendung verschiedener Referenzzeitreihen (blau) bestimmt werden.

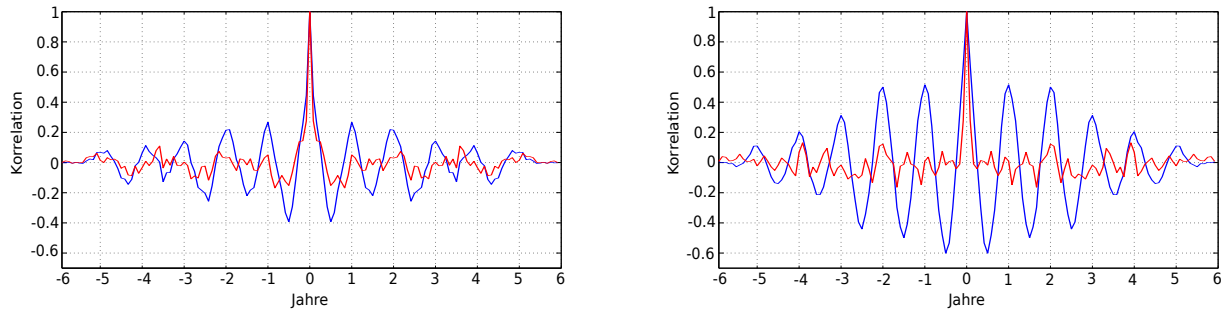


Abbildung 4.8: Mittlere Autokorrelationsfunktionen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt: Mit Jahressignal (blau) und ohne Jahressignal (rot). Links: Ergebnisse für χ_1 und rechts: Ergebnisse für χ_2 .

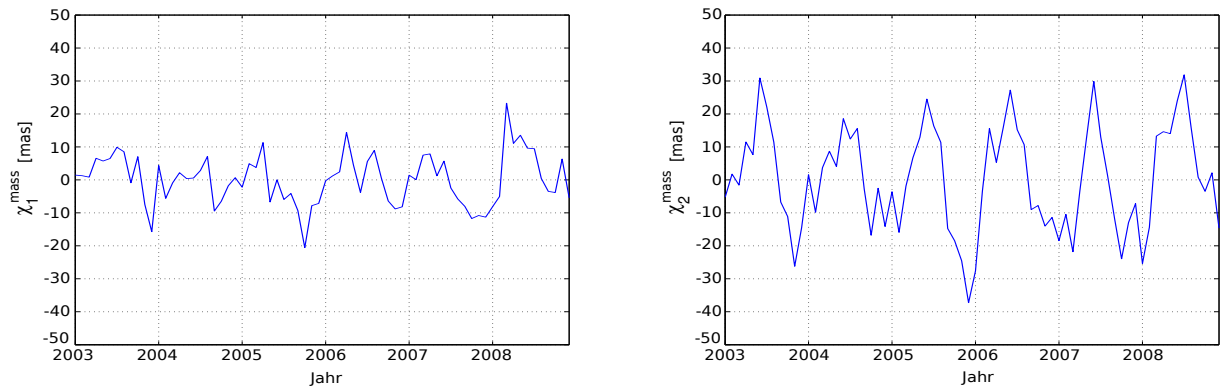


Abbildung 4.9: Monatliche geodätisch bestimmte Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt abgeleitet durch Kombination der geodätischen Einzellösungen.

Tabelle 4.4: Empirische Standardabweichungen (klassische Methode) der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt.

| | GFZ | CSR | JPL | GRGS | SLR | ITG |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| $\sigma(\chi_1^{mass}) [mas]$ | 3.80 | 5.53 | 5.26 | 5.82 | 4.17 | 2.86 |
| $\sigma(\chi_2^{mass}) [mas]$ | 4.70 | 5.86 | 4.20 | 8.54 | 3.99 | 4.38 |

Tabelle 4.5: Formale und skalierte formale Fehler der Ausgleichsergebnisse ohne (Kombi1) und mit Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschen der Beobachtungen (Kombi2).

| | Kombi1: σ | Kombi1: σ^* | Kombi2: σ |
|-------------------------------|------------------|--------------------|------------------|
| $\sigma(\chi_1^{mass}) [mas]$ | 1.80 | 2.36 | 2.70 |
| $\sigma(\chi_2^{mass}) [mas]$ | 2.06 | 2.32 | 3.08 |

4.3.3. Ozeanischer Masseneffekt

Der ozeanische Masseneffekt kann sowohl von zeitvariablen Gravitationsfeldänderungen der Erde abgeleitet werden als auch von Meereshöhenänderungen der Ozeane, siehe Kapitel 3.2 und 3.3. In dieser Arbeit werden äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02 und ITG-Grace2010 abgeleitet sowie von den altimetrischen Lösungen CLS und DGFI für die Meereshöhenänderungen in Kombination mit den Lösungen WOA09 und Ishii für den sterischen Effekt. Die neun Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt weisen große Abweichungen (6 mas) auf. Der ozeanische Masseneffekt kann mit Hilfe der Satellitenmission GRACE nicht so genau bestimmt werden wie der integrale Masseneffekt, weil bei der Bestimmung der äquatorialen Drehimpulsfunktionen Filter und Masken eingesetzt werden müssen. Die Bestimmung des ozeanischen Masseneffektes mit Hilfe der Altimeter-Missionen ist vor allem mit Unsicherheiten behaftet, weil der schlecht bestimmte sterische Effekt reduziert werden muss. Die geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt werden mit Hilfe der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate kombiniert. Ziel der Kombination ist es Schwächen in der Prozessierung auszugleichen und verfahrensspezifische Stärken zu nutzen. Im Folgenden werden drei

Ausgleichungsmodelle: Kombination der (1) gravimetrischen Lösungen, (2) altimetrischen Lösungen und (3) gravimetrischen und altimetrischen Lösungen vorgestellt.

Kombination der gravimetrischen Lösungen

Varianzen: In Abbildung 4.10 werden die empirischen Standardabweichungen der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode und der NCH-Methode berechnet wurden, verglichen. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methoden, aufgrund der Verwendung von unterschiedlichen Referenzzeitreihen, beträgt bis zu 49% für χ_1 und 48% für χ_2 . Folglich ist das Rauschen der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt stärker korreliert als das Rauschen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt. Das liegt daran, dass bei der Bestimmung des ozeanischen Masseneffektes die gleichen Filter und Masken eingesetzt werden müssen. In Tabelle 4.6 sind die empirischen Standardabweichungen der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt, die mit Hilfe der klassischen Methode bestimmt wurden, aufgelistet. Analog zum integralen Masseneffekt besitzt die ITG-Grace2010 Lösung die kleinsten Standardabweichungen. Die Drehimpulsfunktionen, die von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen CSR RL04 und GRGS RL02 abgeleitet werden, sind wiederum am ungenauesten.

Kovarianzen: Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt.

Autokovarianzen: In Abbildung 4.11 sind die Autokorrelationsfunktionen dargestellt. Die gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt weisen kein signifikantes Jahressignal auf, das bei der Bestimmung der Autokorrelationen reduziert werden muss.

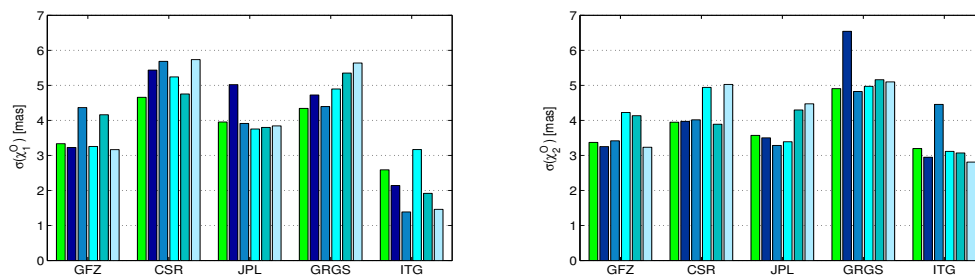


Abbildung 4.10: Empirische Standardabweichungen der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode (grün) und der NCH-Methode bei Verwendung verschiedener Referenzzeitreihen (blau) bestimmt werden.

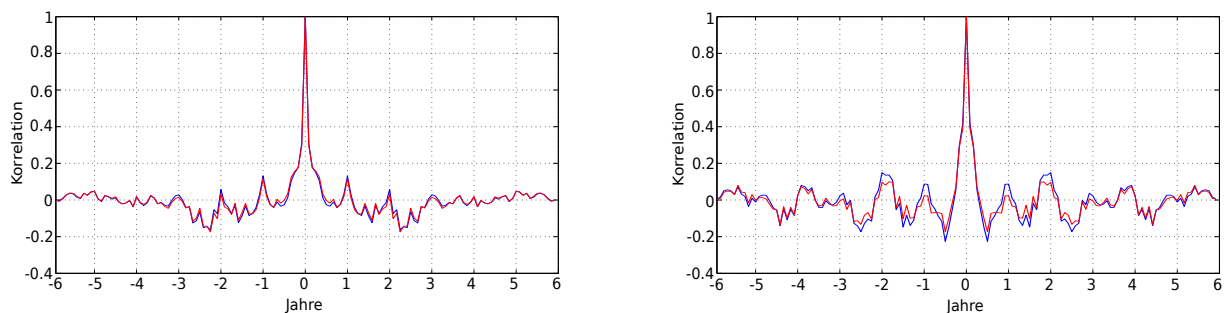


Abbildung 4.11: Mittlere Autokorrelationsfunktionen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt: Mit Jahressignal (blau) und ohne Jahressignal (rot). Links: Ergebnisse für χ_1 und rechts: Ergebnisse für χ_2 .

Tabelle 4.6: Empirische Standardabweichungen (klassische Methode) der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt.

| | GFZ | CSR | JPL | GRGS | ITG |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| $\sigma(\chi_1^O)[mas]$ | 3.34 | 4.66 | 3.95 | 4.34 | 2.59 |
| $\sigma(\chi_2^O)[mas]$ | 3.37 | 3.95 | 3.57 | 4.91 | 3.20 |

Kombination der altimetrischen Lösungen

Varianzen: In Abbildung 4.12 sind empirischen Standardabweichungen der altimetrisch bestimmten Zeitreihen für den ozeanischen Masseneffekt, die mit Hilfe der klassischen Methode und der NCH-Methode bestimmt wurden, dargestellt. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methoden, aufgrund der Verwendung von unterschiedlichen Referenzzeitreihen, beträgt bis zu 133% für χ_1 und 110% für χ_2 . Das Rauschen der altimetrisch bestimmten Zeitreihen für den ozeanischen Masseneffekt ist stärker korreliert als das Rauschen der gravimetrisch bestimmten Zeitreihen für den ozeanischen Masseneffekt. Das ist darauf zurückzuführen, dass für die Bestimmung des ozeanischen Masseneffektes die Meereshöhenänderungen um den sterischen Effekt reduziert werden müssen. Da in dieser Arbeit zum Teil gleich Datensätze für den sterischen Effekt verwendet werden, ist das Rauschen der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sehr stark korreliert. In Tabelle 4.7 sind die empirischen Standardabweichungen der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt, die mit Hilfe der klassischen Methode bestimmt wurden, aufgelistet. Demzufolge sind die altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt nahezu gleich genau. Laut der empirischen Varianzbestimmung können mit Hilfe der Beobachtungen der Altimeter-Missionen die Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt genauer bestimmt werden als mit Hilfe der Beobachtungen der Satellitenmission GRACE. In Kapitel 5.2.3 wird gezeigt, dass die gravimetrischen Lösungen höhere Übereinstimmungen mit den Modelllösungen aufweisen als die altimetrischen Lösungen. Der ozeanische Masseneffekt kann mit Hilfe von altimetrischen Beobachtungen nicht so genau bestimmt werden, weil der sterische Effekt nicht so genau bekannt ist. Die empirischen Varianzen der altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt sind systematisch zu klein, weil bei der Varianzbestimmung nicht berücksichtigt wird, dass zum Teil gleiche Datensätze für den sterischen Effekt verwendet werden.

Kovarianzen: Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt.

Autokovarianzen: Die altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt weisen kein signifikantes Jahressignal auf, das bei der Bestimmung der Autokorrelationen reduziert werden muss, siehe Abbildung 4.11.

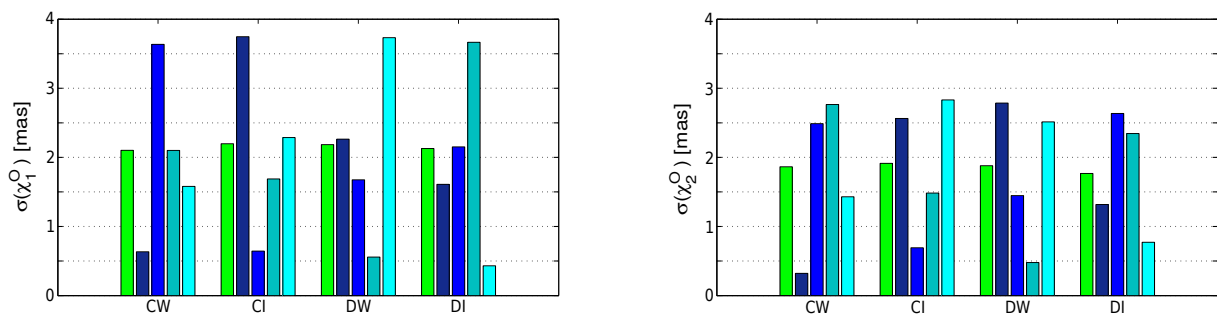


Abbildung 4.12: Empirische Standardabweichungen der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode (grün) und der NCH-Methode bei Verwendung verschiedener Referenzzeitreihen (blau) bestimmt werden.

Tabelle 4.7: Empirische Standardabweichungen (klassische Methode) der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt. CW: sla von CLS und ssla von WOA09; CI: sla von CLS und ssla von Ishii; DW: sla von DGFI und ssla von WOA09 und DI: sla von DGFI und ssla von Ishii.

| | CW | CI | DW | DI |
|-------------------------|------|------|------|------|
| $\sigma(\chi_1^O)[mas]$ | 2.10 | 2.20 | 2.18 | 2.13 |
| $\sigma(\chi_2^O)[mas]$ | 1.86 | 1.91 | 1.88 | 1.77 |

Kombination der gravimetrischen und altimetrischen Lösungen

Varianzen: In Tabelle 4.6 und 4.7 wurden bereits die empirischen Varianzen der gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt vorgestellt. Bei der Kombination von gravimetrischen und altimetrischen Raumbesobachtungen müssen die unterschiedlichen Genauigkeitsniveaus der beiden Beobachtungsgruppen in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Mit Hilfe der Varianzkomponentenschätzung können die Varianzkomponenten der beiden Beobachtungsgruppen geschätzt werden (Kapitel 4.2.1). Nach 22 Iterationsschritten ist die Konvergenz erreicht. Die Varianzkomponenten für die gravimetrischen Lösungen ($\alpha_{0G,22}^2(\chi_1^O) = 4.03$ und $\alpha_{0G,22}^2(\chi_2^O) = 6.37$) sind größer als die Varianzkomponenten für die

altimetrischen Lösungen ($\alpha_{0A,22}^2(\chi_1^O) = 3.11$ und $\alpha_{0A,22}^2(\chi_2^O) = 1.91$). Das bedeutet, dass gemäß der Varianzkomponentenschätzung die altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt genauer sind als die gravimetrischen Lösungen. In Kapitel 5.2.3 werden die geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt mit Modellösungen verglichen. Die gravimetrischen Lösungen zeigen höhere Übereinstimmungen mit den Modellösungen als die altimetrischen Lösungen. Demzufolge sind nicht die altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt genauer sondern die gravimetrischen Lösungen. Das ist darauf zurückzuführen, dass bei der Berechnung des ozeanischen Masseneffektes von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen der sterische Effekt reduziert werden muss. Die ozeanischen Zustandsgrößen können derzeit noch nicht flächendeckend mit ausreichender Genauigkeit beobachtet werden. Die Varianzkomponentenschätzung liefert keine plausiblen Ergebnisse, weil die empirischen Varianzen der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen systematisch zu klein sind und weil die Kovarianzen der Beobachtungen nicht in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit die empirischen Varianzen der gravimetrischen und altimetrischen Lösungen gemeinsam mit der klassischen Methode bestimmt. In Tabelle 4.8 sind diese empirischen Varianzen aufgelistet. Durch die gemeinsame Schätzung der empirischen Varianzen können die Genauigkeitsrelationen zwischen den beiden Beobachtungsverfahren realistischer beschrieben werden. Die empirischen Varianzen der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sind bei der gemeinsamen Varianzbestimmung nicht immer kleiner als die der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen. Die kleinsten empirischen Standardabweichungen besitzt die altimetrische Lösung DI. Die Drehimpulsfunktionen, die von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen CSR RL04 und GRGS RL02 abgeleitet werden, sind wiederum am ungenauesten.

Kovarianzen: Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt.

Autokovarianzen: Die gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt weisen kein signifikantes Jahressignal auf, das bei der Bestimmung der Autokorrelationen reduziert werden muss, siehe Abbildung 4.11.

Ausgleichungsergebnisse: In Abbildung 4.13 sind die Ergebnisse der Kombination der (1) gravimetrischen Lösungen, (2) altimetrischen Lösungen und (3) gravimetrischen und altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt dargestellt. Die gravimetrischen Kombinationslösungen unterscheiden sich deutlich von den altimetrischen Kombinationslösungen. Die Korrelationen der gravimetrischen und altimetrischen Kombinationslösungen für den ozeanischen Masseneffekt betragen nur 0.16 für χ_1^O und 0.55 für χ_2^O und die RMS-Differenzen betragen 5.22 mas für χ_1^O und 4.68 mas für χ_2^O . Gegenüber der gravimetrischen und altimetrischen Kombinationslösung zeigen die Kombinationslösungen (1) und (2) höhere Übereinstimmungen. Die Korrelationen liegen im Bereich 0.73 bis 0.91 und die RMS-Differenzen liegen im Bereich 2.06 mas bis 2.71 mas. In Kapitel 5.2.3 werden sowohl die geodätischen Einzellösungen für den ozeanischen Masseneffekt als auch die drei verschiedenen Kombinationslösungen mit Ergebnissen von Ozeanmodellen verglichen.

Formale Fehler: Die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse für den ozeanischen Masseneffekt weisen die gleiche Größenordnung auf wie die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse für den integralen Masseneffekt, siehe Tabelle 4.9. Die formalen Fehler der drei verschiedenen Kombinationslösungen weichen nicht stark voneinander ab.

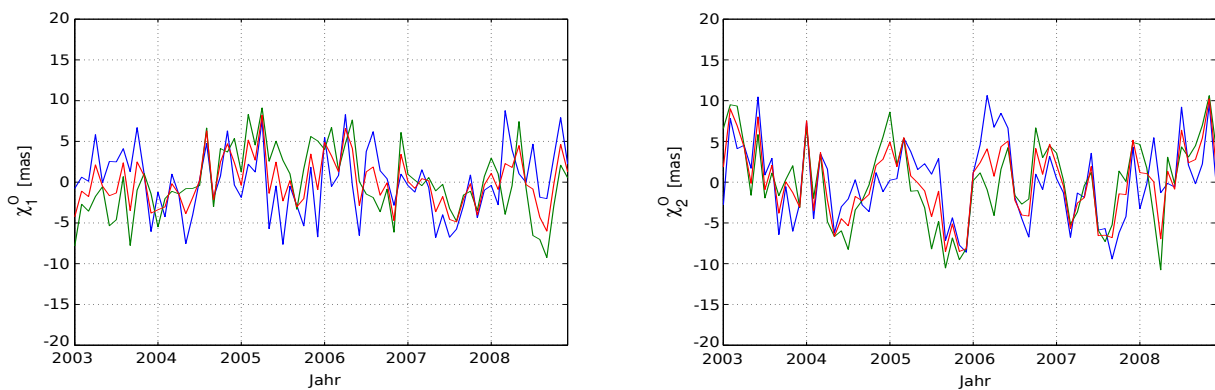


Abbildung 4.13: Monatliche geodätisch bestimmte Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt abgeleitet durch Kombination der (1) gravimetrischen Lösungen (blau), (2) altimetrischen Lösungen (grün) und (3) gravimetrischen und altimetrischen Lösungen (rot).

Tabelle 4.8: Empirischen Standardabweichungen (klassische Methode) der gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt.

| | GFZ | CSR | JPL | GRGS | ITG | CW | CI | DW | DI |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\sigma(\chi_1^O)[mas]$ | 4.13 | 5.64 | 3.85 | 5.28 | 3.27 | 4.03 | 3.63 | 3.81 | 3.14 |
| $\sigma(\chi_2^O)[mas]$ | 3.41 | 4.44 | 3.01 | 6.39 | 4.16 | 3.80 | 3.54 | 3.06 | 2.84 |

Tabelle 4.9: Formale und skalierte formale Fehler der Ausgleichungsergebnisse ohne (Kombi1) und mit Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rausches der Beobachtungen (Kombi2).

| $\sigma(\chi_1^O)[mas]$ | Kombi1: σ | Kombi1: σ^* | Kombi2: σ | $\sigma(\chi_2^O)[mas]$ | Kombi1: σ | Kombi1: σ^* | Kombi2: σ |
|-------------------------|------------------|--------------------|------------------|-------------------------|------------------|--------------------|------------------|
| grav. | 1.71 | 2.55 | 2.37 | grav. | 1.81 | 2.68 | 3.81 |
| alti. | 1.68 | 3.91 | 2.66 | alti. | 1.06 | 2.23 | 2.23 |
| grav. & alti. | 1.31 | 2.16 | 2.11 | grav. & alti. | 1.18 | 1.72 | 2.45 |

4.3.4. Hydrologischer Masseneffekt

Der hydrologische Masseneffekt der Polbewegung kann von den zeitvariablen Gravitationsfeldänderungen der Erde abgeleitet werden, siehe Kapitel 3.2. In dieser Arbeit werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt von den zeitvariablen Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02 und ITG-Grace2010 abgeleitet. Die fünf gravimetrischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt weisen ebenfalls große Abweichungen (4 mas) auf. Der hydrologische Masseneffekt kann mit Hilfe der Satellitenmission GRACE mit gleicher Genauigkeit bestimmt werden wie der ozeanische Masseneffekt, da auch hier bei der Bestimmung der äquatorialen Drehimpulsfunktionen Filter und Masken eingesetzt werden müssen. Die geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt werden mit Hilfe der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate kombiniert. Ziel der Kombination ist es wiederum die Schwächen in der Prozessierung auszugleichen. Im Folgenden wird vorgestellt wie die Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} für dieses Ausgleichungsmodell aufgestellt wird.

Varianzen: In Abbildung 4.14 sind die empirischen Standardabweichungen der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode und der NCH-Methode berechnet wurden, dargestellt. Die prozentuale Abweichung der Ergebnisse der NCH-Methoden, aufgrund der Verwendung von unterschiedlichen Referenzzeitreihen, beträgt bis zu 33% für χ_1 und χ_2 . Das Rauschen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt ist nicht so stark korreliert wie das Rauschen der Zeitreihen für den ozeanischen Masseneffekt. Mögliche Gründe dafür könnte sein, dass (1) der Landanteil der Erde wesentlich geringer ist als der Ozeananteil, (2) die Signalstärke der hydrologischen Massenverlagerungen größer ist als die der ozeanischen Massenverlagerungen und dass (3) die hydrologischen Massenverlagerungen größere Schwankungen aufweisen. In Tabelle 4.10 sind die empirischen Standardabweichungen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode bestimmt wurden, aufgelistet. Im Gegensatz zum integralen und ozeanischen Masseneffekt weist hier die GFZ RL04 Lösung für den hydrologischen Masseneffekt die kleinsten empirischen Standardabweichungen auf. Die GRGS RL02 Lösung ist wiederum am ungenauesten.

Kovarianzen: Die Kovarianzen der Beobachtungen werden bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt.

Autokovarianzen: In Abbildung 4.15 werden die Autokorrelationsfunktionen gezeigt. Die gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt weisen ein signifikantes Jahressignal auf, das bei der Bestimmung der Autokorrelationen reduziert werden muss.

Ausgleichungsergebnisse: In Abbildung 4.16 sind die Ergebnisse der Kombination der geodätischen Einzellösungen für den hydrologischen Masseneffekt dargestellt. In Kapitel 5.2.4 werden sowohl die geodätischen Einzellösungen für den hydrologischen Masseneffekt als auch die Kombinationslösungen mit Ergebnissen von geophysikalischen Modellen verglichen.

Formale Fehler: In Tabelle 4.11 sind die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse für den hydrologischen Masseneffekt aufgelistet. Sie weisen die gleiche Größenordnung auf wie die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse für den integralen Masseneffekt und den ozeanischen Masseneffekt.

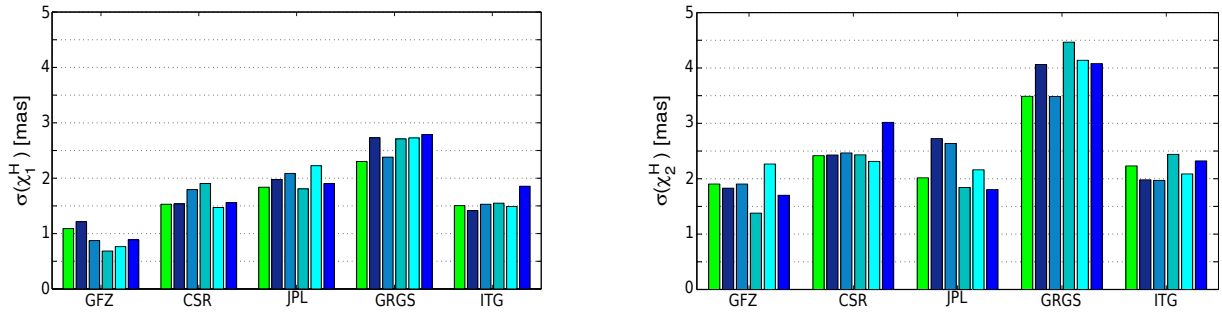


Abbildung 4.14: Empirische Standardabweichungen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt, die mit der klassischen Methode (grün) und der NCH-Methode bei Verwendung verschiedener Referenzzeitreihen (blau) bestimmt werden.

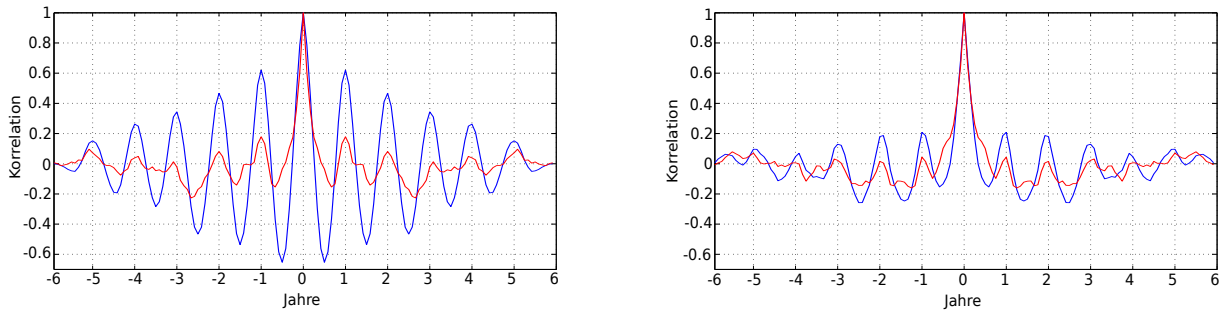


Abbildung 4.15: Mittlere Autokorrelationsfunktionen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt: Mit Jahressignal (blau) und ohne Jahressignal (rot). Links: Ergebnisse für χ_1 und rechts: Ergebnisse für χ_2 .

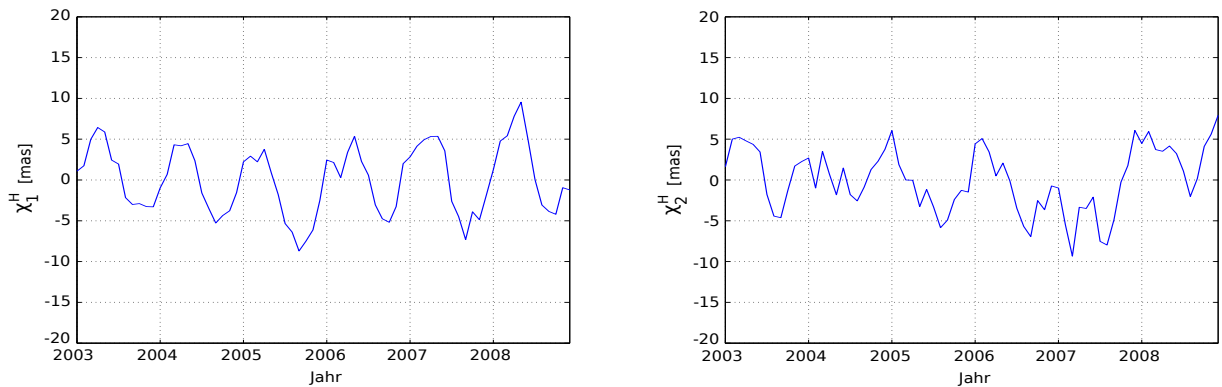


Abbildung 4.16: Monatliche geodätisch bestimmte Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt abgeleitet durch Kombination der geodätischen Einzellösungen.

Tabelle 4.10: Empirische Standardabweichungen (klassische Methode) der gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt.

| | GFZ | CSR | JPL | GRGS | ITG |
|--------------------------|------|------|------|------|------|
| $\sigma(\chi_1^H)$ [mas] | 1.09 | 1.53 | 1.84 | 2.30 | 1.50 |
| $\sigma(\chi_2^H)$ [mas] | 1.90 | 2.42 | 2.02 | 3.49 | 2.23 |

Tabelle 4.11: Formale und skalierte formale Fehler der Ausgleichsergebnisse ohne (Kombi1) und mit Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschen der Beobachtungen (Kombi2).

| | Kombi1: σ | Kombi1: σ^* | Kombi2: σ |
|--------------------------|------------------|--------------------|------------------|
| $\sigma(\chi_1^H)$ [mas] | 0.73 | 0.97 | 1.93 |
| $\sigma(\chi_2^H)$ [mas] | 1.10 | 1.46 | 2.88 |

4.4. Kombinationsmodell zur Bestimmung verschiedener geophysikalischer Anregungsmechanismen der Polbewegung

Hauptziel dieser Arbeit ist es, verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung mit Hilfe von hochgenauen geodätischen Raumbereobachtungen zu bestimmen. Durch die Kombination von geometrisch, gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist erstmals die Trennung des integralen Effektes in die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie den integralen Bewegungseffekt der Polbewegung möglich. In diesem Kapitel wird das Kombinationsmodell zur Bestimmung verschiedener geophysikalischer Anregungsmechanismen der Polbewegung vorgestellt. Es beruht auf der Verknüpfung der vier Kombinationsmodelle zur Bestimmung des integralen Effektes, des integralen Masseneffektes, des ozeanischen Masseneffektes und des hydrologischen Masseneffektes, die in Kapitel 4.3 ausführlich beschrieben sind. Im Folgenden wird geschildert, welche geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt werden und wie das funktionale und stochastische Modell aufgebaut ist. Desweiteren werden die Ausgleichungsergebnisse und die formalen Fehler vorgestellt.

Mit Hilfe von diesem Kombinationsmodell werden alle äquatorialen Drehimpulsfunktionen, die in dieser Arbeit von geodätischen Raumbereobachtungen abgeleitet wurden, kombiniert. Der integrale Effekt kann nur in die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie den integralen Bewegungseffekt aufgespalten werden, wenn neben den hochgenauen geodätischen Raumbereobachtungen auch Schätzungen von Atmosphärenmodellen in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Der atmosphärische Masseneffekt kann mit Hilfe von Atmosphärenmodellen sehr genau bestimmt werden (siehe Kapitel 5.1.1) und darf deshalb mit den geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Gesamteffekt, integralen Masseneffekt, ozeanischen Masseneffekt und hydrologischen Masseneffekt kombiniert werden. In Tabelle 4.12 sind alle äquatorialen Drehimpulsfunktionen aufgelistet, die als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt werden.

Tabelle 4.12: Äquatoriale Drehimpulsfunktionen, die als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt werden.

| $\chi_j^e(t_k)$ | Beobachtungen / Modelle | Lösungen | Kapitel |
|----------------------|-------------------------|--|----------|
| $\chi_j(t_k)$ | SLR, VLBI, GNSS, DORIS | IERS EOP 08 C04, ITRF2008, DTRF2008 | 3.1 |
| $\chi_j^{mass}(t_k)$ | SLR, GRACE | CSR SLR RL04, GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02, ITG-Grace2010 | 3.1, 3.2 |
| $\chi_j^O(t_k)$ | GRACE, Altimetrie | GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02, ITG-Grace2010, CW, CI, DW, DI | 3.2, 3.3 |
| $\chi_j^H(t_k)$ | GRACE | GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02, ITG-Grace2010 | 3.2 |
| $\chi_j^A(t_k)$ | Atmosphärenmodell | NCEP, ECMWF | 5.1.1 |

Das funktionale Modell besteht aus fünf verschiedenen linearen Beobachtungsgleichungen für den integralen Gesamteffekt, integralen Masseneffekt, ozeanischen Masseneffekt, hydrologischen Masseneffekt und atmosphärischen Masseneffekt. In Abbildung 4.17 sind die Beobachtungsgleichungen des linearen Gauß-Markoff-Ausgleichungsmodells dargestellt.

| | |
|---------------------------|--|
| SLR, VLBI, GNSS, Doris | $\chi(t) = \chi^A(t) + \chi^O(t) + \chi^H(t) + \chi^{motion}(t)$ |
| SLR, GRACE | $\chi^{mass}(t) = \chi^A(t) + \chi^O(t) + \chi^H(t)$ |
| GRACE, Altimetrie | $\chi^O(t) = \chi^O(t)$ |
| GRACE | $\chi^H(t) = \chi^H(t)$ |
| Modell | $\chi^A(t) = \chi^A(t)$ |

Abbildung 4.17: Beobachtungsgleichungen des Ausgleichungsmodells zur Kombination geometrischer, gravimetrischer und altimetrischer Raumbereobachtungen (hellgrau). Geschätzt wird der atmosphärische, ozeanische und hydrologische Masseneffekt χ^A , χ^O und χ^H sowie der integrale Bewegungseffekt χ^m (dunkelgrau).

In dem funktionalen Modell werden keine Anregungen der Polbewegung aufgrund von Massenverlagerungen im Erdkern und Erdmantel, der Kryosphäre und der Biosphäre der Erde berücksichtigt. Das hat zur Folge, dass der "integrale Bewegungseffekt" des Ausgleichsmodells auch die nicht parametrisierten Masseneffekte enthält. Der Masseneffekt des Erdkerns und Erdmantels ist sehr klein, da keine dekadischen Variationen in den geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen enthalten sind, wegen der Reduktion der linearen Trends. Die Masseneffekte der Kryosphäre und der Biosphäre der Erde zählen zu den Sekundäreffekten der Erdrotation, die meist kleiner als 0.1 *mas* sind (DILL 2002). Somit spiegelt der "integrale Bewegungseffekt" des Ausgleichsmodells hauptsächlich den integralen Bewegungseffekt wider.

Das stochastische Modell wird mit Hilfe der Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} beschrieben. Die Hauptdiagonalelemente werden mit Hilfe der Varianzen der Beobachtungen, die mit der klassischen Methode bestimmt werden können, festgelegt. Die empirisch bestimmten Varianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen beziehungsweise der modellierten Drehimpulsfunktionen sind in den Tabellen 4.2, 4.4, 4.8, 4.10 und 5.1 aufgelistet. Die Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i \neq j$ der Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} werden gleich Null gesetzt. Folglich wird die Korrelation des Rauschens der Beobachtungen, aufgrund der Verwendung von teilweise gleichen Eingangsdaten, Hintergrundmodellen und Prozessierungsstrategien, nicht bei der Ausgleichung berücksichtigt. Dafür werden die zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen bei der Ausgleichung berücksichtigt. Die Blockmatrizen $\mathbf{Q}_{i,j}$ mit $i = j$ der Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{bb} werden mit Hilfe der Autokovarianzen des Rauschens der Beobachtungen festgelegt. In den Abbildungen 4.5, 4.8, 4.11 und 4.15 sind die Autokorrelationsfunktionen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen dargestellt, die zur Berechnung der Autokovarianzen verwendet werden. Die Autokorrelationsfunktionen für die modellierten Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt werden in Abbildung 4.18 gezeigt. Die modellierten Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt weisen ein signifikantes Jahressignal auf, das bei der Bestimmung der Autokorrelationen reduziert werden muss.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde überprüft, ob zwischen den unbekanntem Größen χ^A , χ^O , χ^H und χ^m stochastische Abhängigkeiten vorliegen. Die Korrelationen $p_{x_i x_j}$ können mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix der unbekanntem Parameter $\hat{\mathbf{K}}_{\mathbf{xx}}$ mit:

$$p_{x_i x_j} = \frac{\sigma_{x_i x_j}}{\sigma_{x_i} \sigma_{x_j}} \quad (4.29)$$

berechnet werden. In Abbildung 4.19 ist die Korrelationsmatrix der Unbekannten dargestellt. Die stärksten Korrelationen bestehen zwischen den Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt und den integralen Bewegungseffekt sowie zwischen den Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt und den integralen Bewegungseffekt. Da die Korrelationen der unbekanntem Parameter jedoch meistens klein sind ($|p_{x_i x_j}| < 0.5$), besteht kein funktionaler Zusammenhang zwischen den unbekanntem Parametern. Somit können die unbekanntem Parameter mit Hilfe der Ausgleichung zuverlässig bestimmt werden.

In Abbildung 4.20 sind die Ergebnisse der Kombination der geometrisch, gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen dargestellt. Die Kombinationslösungen für den ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt unterscheiden sich nicht stark von den Kombinationslösungen, die in Kapitel 4.3.3 und 4.3.4 vorgestellt wurden. Die Korrelation zwischen der gravimetrischen und altimetrischen Kombinationslösung für den ozeanischen Masseneffekt und der geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Kombinationslösung beträgt 0.94 für χ_1^O und 0.96 für χ_2^O und die RMS-Differenzen betragen 1.14 *mas* für χ_1^O und 1.23 *mas* für χ_2^O . Die Korrelation der gravimetrischen Kombinationslösung für den hydrologischen Masseneffekt und der Gesamtkombinationslösung beträgt 1 für χ_1^H und 0.97 für χ_2^H und die RMS-Differenzen betragen 0.37 *mas* für χ_1^H und 1.03 *mas* für χ_2^H . In Kapitel 5.2.5 werden die geodätischen Lösungen für die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie für den integralen Bewegungseffekt mit Ergebnissen von geophysikalischen Modellen verglichen.

In Tabelle 4.13 sind die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse ohne und mit Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der Beobachtungen aufgelistet. Der atmosphärische Masseneffekt kann am genauesten bestimmt werden, wohingegen der integrale Bewegungseffekt am ungenauesten bestimmt werden kann. Die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte können etwa mit der gleichen Genauigkeit berechnet werden. Durch die Kombination aller verfügbaren geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen können die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte etwas genauer bestimmt werden, als nur durch die Kombination von altimetrischen und/oder gravimetrischen Raumbearbeitungen.

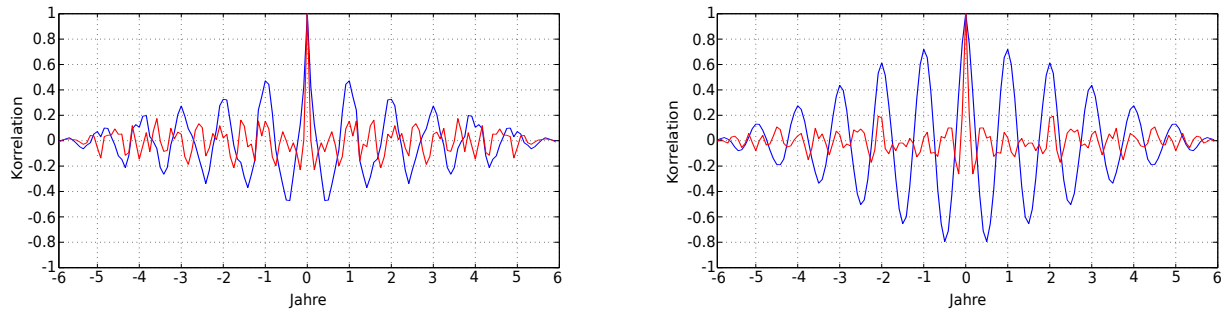


Abbildung 4.18: Mittlere Autokorrelationsfunktionen der äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt: Mit Jahressignal (blau) und ohne Jahressignal (rot). Links: Ergebnisse für χ_1 und rechts: Ergebnisse für χ_2 .

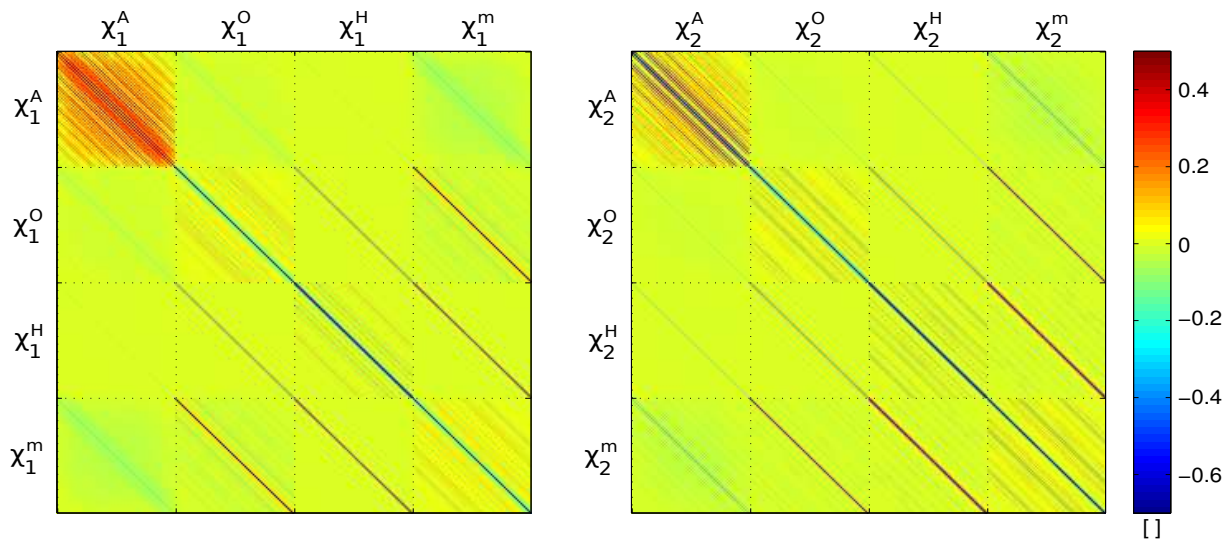


Abbildung 4.19: Korrelationsmatrix der unbekannt Parameter χ^A , χ^O , χ^H und χ^m .

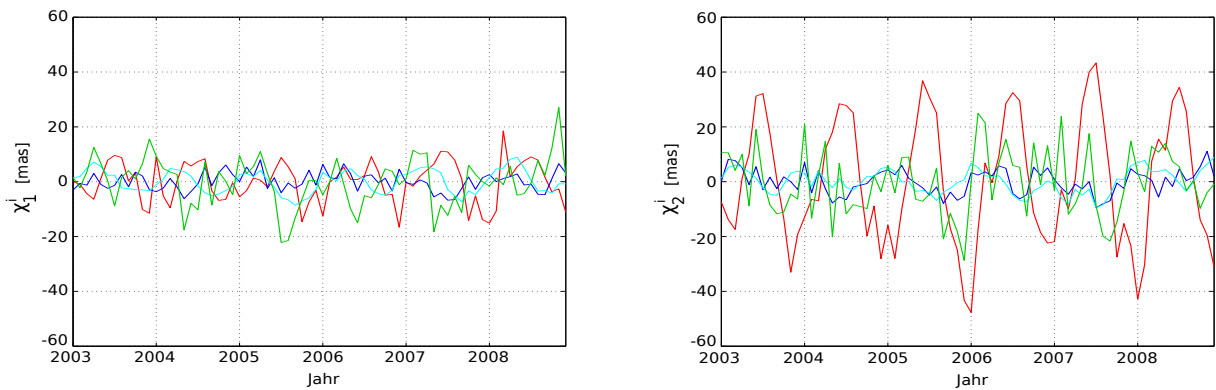


Abbildung 4.20: Monatliche geodätisch bestimmte Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen (rot), ozeanischen (blau) und hydrologischen Masseneffekt (cyan) sowie für den integralen Bewegungseffekt (grün) abgeleitet durch Kombination aller geodätischen Lösungen.

Tabelle 4.13: Formale Fehler der Ausgleichungsergebnisse ohne (Kombi1) und mit Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschen der Beobachtungen (Kombi2).

| | Kombi1: σ | Kombi2: σ | | Kombi1: σ | Kombi2: σ |
|-------------------------|------------------|------------------|-------------------------|------------------|------------------|
| $\sigma(\chi_1^A)[mas]$ | 0.28 | 0.57 | $\sigma(\chi_2^A)[mas]$ | 0.72 | 1.44 |
| $\sigma(\chi_1^O)[mas]$ | 1.18 | 1.88 | $\sigma(\chi_2^O)[mas]$ | 1.29 | 2.32 |
| $\sigma(\chi_1^H)[mas]$ | 0.72 | 1.43 | $\sigma(\chi_2^H)[mas]$ | 1.14 | 2.39 |
| $\sigma(\chi_1^m)[mas]$ | 1.25 | 2.04 | $\sigma(\chi_2^m)[mas]$ | 1.58 | 2.89 |

5. Vergleich der geodätischen Ergebnisse mit Modelllösungen

Die einzelnen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation werden traditionell mit Hilfe von geophysikalischen Modellen für die Atmosphäre, Ozeane und kontinentale Hydrosphäre bestimmt. Die Modellierung von Massenverlagerungen und -bewegungen in den einzelnen Subsystemen der Erde ist schwierig, weil die zahlreichen atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Zustandsgrößen nicht mit ausreichender Genauigkeit, räumlicher und zeitlicher Auflösung global beobachtet werden können. In dieser Arbeit werden erstmals zahlreiche geophysikalische Anregungsmechanismen der Erdrotation durch unterschiedliche Kombinationen von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbeobachtungen berechnet. Ein Vergleich der geodätischen Ergebnisse und der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen gibt Aufschluss darüber, ob durch die Kombination von geodätischen Raumbeobachtungen die Übereinstimmung mit den Modelllösungen beziehungsweise mit den geodätisch reduzierten Lösungen verbessert werden kann. Diese Vergleiche dienen nicht nur zur Validation der geodätischen Ergebnisse sondern auch zur Validation der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen. Mit Hilfe der formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse wird gezeigt, dass durch die Kombination von geodätischen Raumbeobachtungen verbesserte geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung bestimmt werden können. In diesem Kapitel werden zunächst die Modelllösungen für die atmosphärischen und ozeanischen Massen- und Bewegungseffekte sowie für den hydrologischen Masseneffekt vorgestellt. Im Anschluss daran, werden die geodätischen Ergebnisse und die Modelllösungen beziehungsweise die geodätisch reduzierten Lösungen für (1) den integralen Effekt, (2) den integralen Masseneffekt, (3) den ozeanischen Masseneffekt, (4) den hydrologischen Masseneffekt und (5) die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie den integralen Bewegungseffekt miteinander verglichen.

5.1. Äquatoriale Drehimpulsfunktionen abgeleitet von geophysikalischen Modellen

Aus Vergleichsgründen werden jeweils zwei geophysikalische Modelle für die Atmosphäre, Ozeane und kontinentale Hydrosphäre vorgestellt. Es wird erläutert, mit welchen Beobachtungen die geophysikalischen Modelle angetrieben und gegebenenfalls assimiliert werden und welche räumliche und zeitliche Auflösung die Modelle besitzen. Desweiteren wird beschrieben, wie mit Hilfe der geophysikalischen Modelle die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen und ozeanischen Massen- und Bewegungseffekt sowie den hydrologischen Masseneffekt bestimmt werden können. Ein Vergleich der Modelllösungen gibt Aufschluss über die Qualität der modellierten Drehimpulsfunktionen.

5.1.1. Atmosphärischer Massen- und Bewegungseffekt

Atmosphärische Massenverlagerungen und Bewegungen liefern den größten Beitrag zu den Erdrotationsänderungen. Sie machen etwa 80% der Gesamtanregung aus und stellen den größten Primäreffekt der Erdrotation dar (DILL 2002). Die atmosphärischen Massenverlagerungen haben einen starken Einfluss auf die Polbewegung, wohingegen die atmosphärischen Winde sich vor allem auf die Tageslänge auswirken. Die Atmosphäre trägt zu Erdrotationsschwankungen auf den Zeitskalen zwischen wenigen Tagen und mehreren Jahren bei (SCHUH *et al.* 2003).

Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekt können von den absoluten Drehimpulsen

$$aam_1(t) = \Delta I_{1,3}(t)\Omega \quad \text{und} \quad aam_2(t) = \Delta I_{2,3}(t)\Omega \quad (5.1)$$

sowie den relativen Drehimpulsen (h_1^a und h_2^a) der Atmosphäre abgeleitet werden. Die Bestimmung der äquatorialen Drehimpulsfunktionen basiert auf der Gleichung 2.45, die bereits in Kapitel 2.3.2 vorgestellt wurde. Das IERS Spezialbüro für Atmosphäre (SBA) bietet Zeitreihen für atmosphärische Drehimpulse an, die von verschiedenen globalen Atmosphärenmodellen abgeleitet werden.

NCEP

In dieser Arbeit werden die atmosphärischen Drehimpulszeitreihen, die von NCEP-NCAR 1 (engl.: *National*

Centers for Environmental Prediction - National Center for Atmospheric Research) Reanalysen berechnet werden, verwendet. Die Daten werden mit einer zeitlichen Auflösung von vier Stunden zur Verfügung gestellt. In SALSTEIN *et al.* (1993) und ZHOU *et al.* (2006) ist die Datenprozessierung ausführlich beschrieben. Informationen über das NCEP-NCAR 1 Reanalyse Projekt findet man in KALNAY *et al.* (1996). Die NCEP Reanalysen enthalten atmosphärische Daten, die mit Hilfe des globalen, vielschichtigen Atmosphärenmodell NCEP über einen langen Zeitraum berechnet wurden. Dabei wurden qualitätsgeprüfte dreidimensionale in-situ Beobachtungen, wie zum Beispiel Windgeschwindigkeiten, Druck-, Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilungen, in das Atmosphärenmodell assimiliert. Die atmosphärischen Zustandsdaten können mit Hilfe von Radiosonden, Flugzeugen und Satelliten mit unterschiedlicher Genauigkeit, Zuverlässigkeit, räumlicher und zeitlicher Verteilung gemessen werden. Die horizontale Auflösung des Atmosphärenmodells NCEP ist T62, das entspricht etwa 210 km. Es besteht aus 28 vertikalen Schichten, die sich im Mittel bis etwa 980 hPa erstrecken. Ziel der NCEP Reanalysen ist es, zeitlich und räumlich hochaufgelöste, homogene atmosphärische Datensätze zu bestimmen.

ECMWF

Das GFZ in Potsdam bietet atmosphärische Drehimpulszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von vier Stunden an, die von operationellen Analysen des Atmosphärenmodells ECMWF abgeleitet werden. Wie diese Daten berechnet werden, ist in DOBSLAW *et al.* (2010) ausführlich beschrieben. Informationen über das globale Atmosphärenmodell ECMWF findet man auf der Website <http://www.ecmwf.int/research/ifsdocs/index.html>. Die horizontale Auflösung des Atmosphärenmodells ECMWF ist T799, das entspricht etwa 25 km. Es besteht aus 91 vertikalen Schichten, die sich von 0 bis 1013.25 hPa erstrecken. Das Atmosphärenmodell ECMWF ist wesentlich höher aufgelöst als das Atmosphärenmodell NCEP. Damit die modellierten Drehimpulsfunktionen möglichst konsistent mit den geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sind, werden hier nicht die atmosphärischen Drehimpulse der ECMWF Reanalysen: ERA-40 oder ERA Interim verwendet, sondern die atmosphärischen Drehimpulse der operationellen ECMWF Analysen. Bei der GRACE Gravitationsfeldprozessierung werden ebenfalls die operationellen Analysen von ECMWF eingesetzt. Vorteil der operationellen Analysen ist, dass die atmosphärischen Daten nach kurzer Wartezeit zur Verfügung stehen. Nachteil der operationellen Analysen ist, dass nur operationelle Beobachtungsdaten in das Atmosphärenmodell assimiliert werden können. Somit können die atmosphärischen Datensätze mit Hilfe von operationellen Analysen nicht so genau bestimmt werden wie mit Hilfe von Reanalysen.

Die modellierten Drehimpulsfunktionen müssen konsistent mit den geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sein. Da bei der Berechnung des ozeanischen Masseneffektes mit Hilfe von GRACE und Altimeter Beobachtungen der inverse Barometereffekt berücksichtigt wird (Kapitel 3.2 und 3.3), muss auch bei der Bestimmung des atmosphärischen Masseneffektes mit Hilfe von Atmosphärenmodellen der inverse Barometereffekt berücksichtigt werden. Das bedeutet, dass die Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt um den Effekt des atmosphärischen Oberflächenluftdruckes reduziert werden müssen. Die geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt werden in dieser Arbeit um den linearen Trend reduziert, damit die Masseneffekte des Erdmantels und Erdkerns, die derzeit nicht mit Hilfe von geodätischen Raumberechnungen bestimmt werden können, weitestgehend eliminiert werden (Kapitel 4.4). Auf diese Weise werden jedoch auch alle dekadischen Variationen der atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Massen- und Bewegungseffekte reduziert. Deshalb müssen auch die modellierten Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekt um den linearen Trend reduziert werden. Aus Vergleichsgründen werden alle Zeitreihen für die äquatorialen Drehimpulsfunktionen zentriert und gegebenenfalls Monatsmittelwerte berechnet.

In Abbildung 5.1 und 5.2 sind die Modelllösungen für den atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekt dargestellt. Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt betragen maximal etwa $\pm 19 \text{ mas}$ für χ_1^A und $\pm 51 \text{ mas}$ für χ_2^A . Während χ_1 vor allem von Massenverlagerungen im östlichen Atlantik und im Zentralpazifik beeinflusst wird, sind die Variationen in χ_2 hauptsächlich auf Massenverlagerungen in Nord- und Südamerika und in Zentralasien zurückzuführen. Weil die Atmosphärenmodelle aufgrund der IB Annahme keine Luftdruckvariationen über den Ozeanen enthalten, sind die atmosphärischen Masseneffekte für χ_1^A kleiner als für χ_2^A , ebenso wie das Jahressignal in den atmosphärischen Drehimpulsfunktionen. Der atmosphärische Bewegungseffekt ist kleiner, er beträgt maximal etwa $\pm 14 \text{ mas}$ für χ_1^a und $\pm 24 \text{ mas}$ für χ_2^a . Das ist darauf zurückzuführen, dass sich die Beiträge der starken zonalen Windbänder größtenteils kompensieren, wegen der gegenläufigen positiven und negativen Wichtung auf der Nord- und Südhalbkugel der Erde.

Mit Hilfe der klassischen Methode, die in Kapitel 4.2.1 beschrieben wurde, können empirische Varianzen der atmosphärischen Drehimpulsfunktionen bestimmt werden. Da nur zwei Zeitreihen für die empirische Varianzbestimmung vorliegen, sind die empirischen Varianzen der beiden Lösungen identisch. Tabelle 5.1 enthält die empirischen Standardabweichungen der modellierten atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekte. Der atmosphärische Masseneffekt kann mit Hilfe der Atmosphärenmodelle NCEP und ECMWF deutlich besser be-

stimmt werden als der atmosphärische Bewegungseffekt. Das liegt daran, dass der Luftdruck mit Hilfe von Barometern mit hoher Genauigkeit, räumlicher und zeitlicher Auflösung gemessen werden kann. Wohingegen die Windgeschwindigkeiten nur mit geringer räumlicher und zeitlicher Auflösung mit aufsteigenden Sonden und Satellitenfilmen von Wolkenbewegungen gemessen werden kann. Die atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekte können für χ_1 und χ_2 mit der gleichen Genauigkeit bestimmt werden, das wird deutlich, wenn man die empirischen Standardabweichungen ins Verhältnis zu den entsprechenden Wertebereichen setzt.

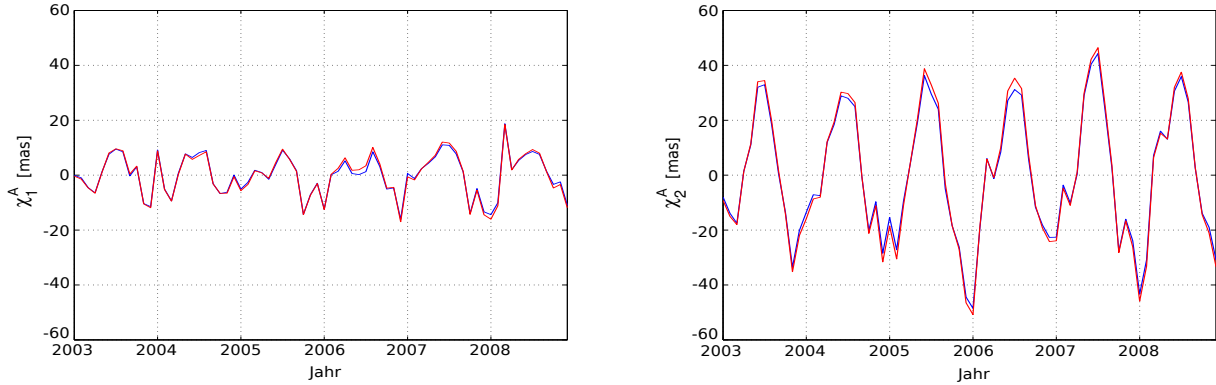


Abbildung 5.1: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt abgeleitet von den absoluten Drehimpulsen der Atmosphärenmodelle NCEP (blau) und ECMWF (rot).

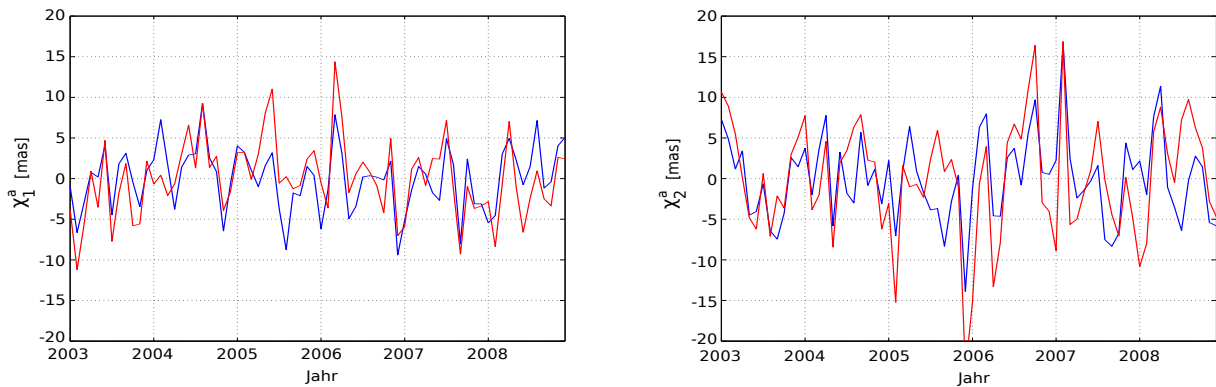


Abbildung 5.2: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Bewegungseffekt abgeleitet von den relativen Drehimpulsen der Atmosphärenmodelle NCEP (blau) und ECMWF (rot).

Tabelle 5.1: Empirische Standardabweichungen der modellierten Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekt.

| | Masseneffekt | Bewegungseffekt |
|------------------------|--------------|-----------------|
| $\sigma(\chi_1)$ [mas] | 0.13 | 2.97 |
| $\sigma(\chi_2)$ [mas] | 0.73 | 7.79 |

5.1.2. Ozeanischer Massen- und Bewegungseffekt

Ozeanische Massenverlagerungen und Bewegungen liefern den zweitgrößten Beitrag zu den Erdrotationsänderungen. Sie machen etwa 18% der Gesamtanregung aus und zählen wie die Atmosphäre zu den Primäreffekten der Erdrotation (DILL 2002). Die Polbewegung wird im gleichen Maß von den ozeanischen Massenverlagerungen und Strömungen beeinflusst. Die Weltozeane tragen wie die Atmosphäre zu Erdrotationschwankungen auf den Zeitskalen zwischen wenigen Tagen und mehreren Jahren bei (SCHUH *et al.* 2003).

Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Massen- und Bewegungseffekt können von den absoluten Drehimpulsen (oam_1 und oam_2) und den relativen Drehimpulsen (h_1^o und h_2^o) der Ozeane abgeleitet werden, analog wie die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Massen- und Bewegungseffekt (Kapitel 5.1.1). In dieser Arbeit wird der ozeanische Massen- und Bewegungseffekt mit Hilfe von zwei

verschiedenen Ozeanmodellen abgeleitet.

ECCO

Das IERS Spezialbüro für Ozeane (SBO) bietet Zeitreihen für ozeanische Drehimpulse an, die hauptsächlich von dem quasiglobalen baroklinen Ozeanzirkulationsmodell ECCO (engl.: *Estimating the Circulation and Climate of the Ocean*) abgeleitet werden. In dieser Arbeit werden die täglichen ozeanischen Drehimpulszeitreihen des Modelllaufes kf_066a2 von dem freien Ozeanmodell ECCO verwendet. Bei der freien Modellierung des Ozeans werden neben den direkten Modellantrieben keine zusätzlichen Randbedingungen eingeführt. Das heißt, es werden keine dreidimensionalen in-situ Beobachtungen in das Ozeanmodell assimiliert. Vorteil der freien Ozeanmodellierung ist, dass keine Gezeiteneffekte in das Ozeanmodell assimiliert werden. In GROSS (2009) ist ausführlich beschrieben, wie die ozeanischen Drehimpulszeitreihen bestimmt werden. Informationen über das barokline Ozeanzirkulationsmodell ECCO findet man in STAMMER *et al.* (2003). Das Ozeanmodell ECCO wird durch Windschubspannungen, Meeresoberflächentemperaturen und Frischwasserzuträgen angetrieben, die mit Hilfe der NCEP-NCAR 1 Reanalysen bestimmt werden. Die isostatische Ausgleichsreaktion des Ozeans auf atmosphärische Luftdruckänderungen wird nicht berücksichtigt. Eine konsistente Modellkombination des Ozeanmodells ECCO ist nur mit dem Atmosphärenmodell NCEP möglich. Das Ozeanmodell ECCO besitzt größtenteils eine horizontale Auflösung von $1^\circ \times 1^\circ$ zwischen 80° nördlicher und 80° südlicher Breite. In den Tropen ist die meridionale Auflösung des Modells größer, bis zu 0.3° am Äquator. Das Ozeanmodell ECCO besteht aus 46 vertikalen Schichten, die sich bis in 5815 m Wassertiefe erstrecken.

OMCT

Das GFZ in Potsdam bietet ozeanische Drehimpulszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von vier Stunden an, die von dem baroklinen Ozeanzirkulationsmodell OMCT abgeleitet werden. Informationen über das barokline Ozeanmodell OMCT findet man in THOMAS (2002). OMCT ist ein freies Ozeanmodell. Hier wird ein Lauf des Ozeanmodells verwendet, der nur durch Windschubspannungen, Meeresoberflächentemperaturen und Frischwasserzuträgen angetrieben wurde. Im Gegensatz zu dem Ozeanmodell ECCO beruhen hier die atmosphärischen Antriebsdaten nicht auf NCEP-NCAR 1 Reanalysen, sondern auf operationellen ECMWF Analysen. Bei diesem Lauf des Ozeanmodells OMCT werden wie bei ECCO keine atmosphärischen Luftdruckänderungen berücksichtigt. Neben den atmosphärischen Antriebsgrößen werden hier auch Frischwasserzuträge berücksichtigt, die mit Hilfe des Hydrologiemodells LSDM (engl.: *Land Surface Discharge Model*) simuliert werden. Folglich ist eine vollständig konsistente Modellkombination des Ozeanmodells OMCT nur mit dem Atmosphärenmodell ECMWF und dem Hydrologiemodell LSDM möglich. Das OMCT besitzt eine konstante horizontale Auflösung von $1.875^\circ \times 1.875^\circ$. Es besteht aus 13 Schichten, die sich bis in 6000 m Wassertiefe erstrecken. Das Modell OMCT besitzt eine deutlich geringere räumliche Auflösung als das Modell ECCO. Dafür ist die zeitliche Auflösung von 30 Minuten des Modells OMCT höher, als die des Modells ECCO.

Die modellierten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Massen- und Bewegungseffekt sind konsistent mit den atmosphärischen Drehimpulsfunktionen, da auch hier bei der Berechnung der inverse Barometereffekt berücksichtigt wird. Die ozeanischen Drehimpulsfunktionen werden wie die atmosphärischen Drehimpulsfunktionen zentriert und um den linearen Trend reduziert.

In Abbildung 5.3 und 5.4 sind die monatlichen modellierten Lösungen für den ozeanischen Massen- und Bewegungseffekt dargestellt. Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt betragen maximal etwa $\pm 13 \text{ mas}$ für χ_1^O und χ_2^O . Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Bewegungseffekt betragen maximal etwa $\pm 15 \text{ mas}$ für χ_1^O und $\pm 10 \text{ mas}$ für χ_2^O . Die Wertebereiche der ozeanischen Drehimpulsfunktionen sind kleiner als die der atmosphärischen Drehimpulsfunktion, weil aufgrund der IB Annahme keine atmosphärischen Luftdruckänderungen in den Ozeanmodellen berücksichtigt werden. Deshalb weisen die ozeanischen Drehimpulsfunktionen auch kein signifikantes Jahressignal auf.

Tabelle 5.2 enthält die empirischen Standardabweichungen der Modelllösungen für den ozeanischen Massen- und Bewegungseffekt. Mit Hilfe der Ozeanmodelle ECCO und OMCT kann der ozeanische Bewegungseffekt etwas genauer bestimmt werden, als der ozeanische Masseneffekt. Der ozeanische Masseneffekt ist wesentlich schlechter bekannt als der atmosphärische Masseneffekt. Das liegt daran, dass die ozeanischen Zustandsgrößen nicht so genau und flächendeckend beobachtet werden können wie die atmosphärischen Zustandsgrößen.

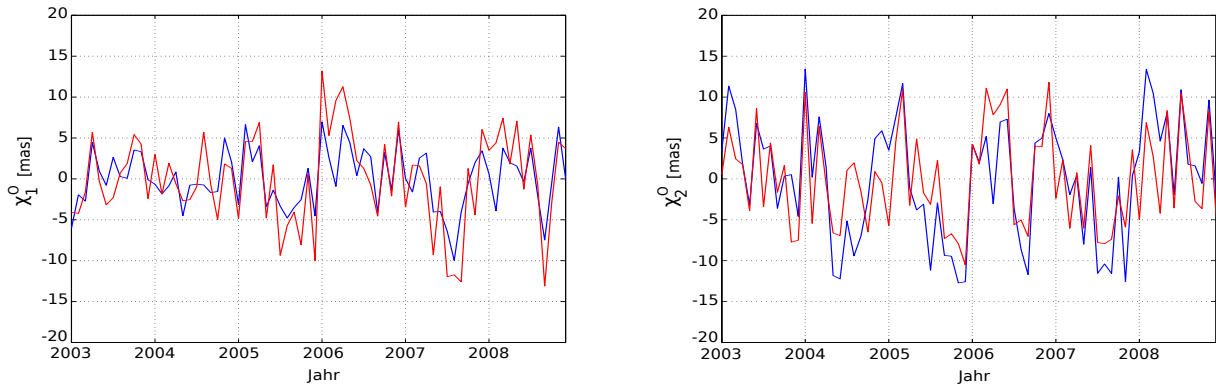


Abbildung 5.3: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt abgeleitet von den absoluten Drehimpulsen der Ozeanmodelle ECCO (blau) und OMCT (rot).

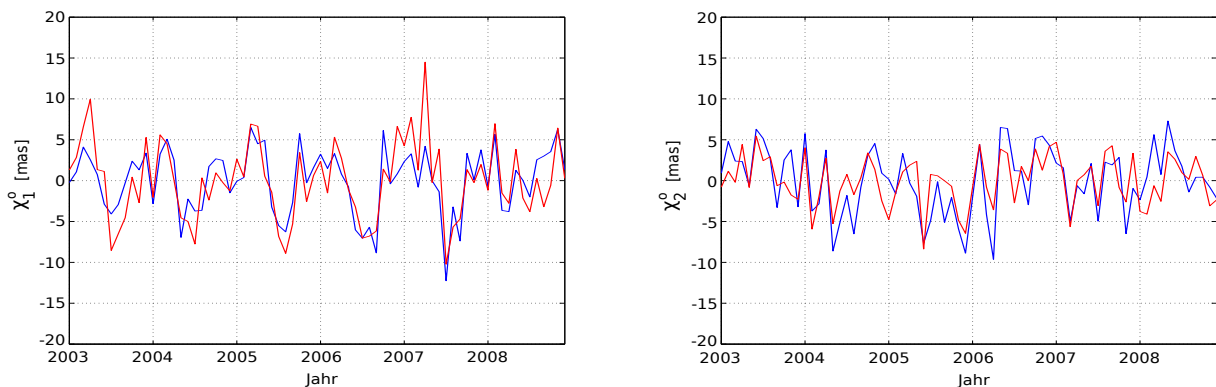


Abbildung 5.4: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Bewegungseffekt abgeleitet von den relativen Drehimpulsen der Ozeanmodelle ECCO (blau) und OMCT (rot).

Tabelle 5.2: Empirische Standardabweichungen der modellierten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Massen- und Bewegungseffekt.

| | Masseneffekt | Bewegungseffekt |
|------------------------|--------------|-----------------|
| $\sigma(\chi_1) [mas]$ | 3.19 | 2.34 |
| $\sigma(\chi_2) [mas]$ | 5.57 | 2.02 |

5.1.3. Hydrologischer Masseneffekt

Massenverlagerungen in der kontinentalen Hydrosphäre liefern den drittgrößten Beitrag zu den Erdrotationsänderungen. Sie machen maximal 8% der Gesamtanregung der Polbewegung aus und zählen zu den Sekundäreffekten der Erdrotation (DILL 2002). Hydrologische Massenbewegungen in Flüssen und unterirdischen Flusssystemen tragen aufgrund der geringen Masse der kontinentalen Wassermassen (nur 3.5% der globalen Wassermassen) nur minimal zu Erdrotationsschwankungen bei ebenso wie die geringen Fließgeschwindigkeiten von Gletschern. Deshalb wird in dieser Arbeit der hydrologische Bewegungseffekt nicht untersucht. Die kontinentale Hydrologie trägt vor allem auf den Zeitskalen zwischen mehreren Monaten und mehreren Jahren zu Erdrotationsschwankungen bei (DILL 2008).

In dieser Arbeit werden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt unter anderem von äquivalenten Wasserhöhen abgeleitet. Mit Hilfe der globalen sphärisch harmonischen Analyse (Gleichung 3.17) werden zunächst die dimensionslosen normierten Potentialkoeffizienten bestimmt. Anschließend werden die Potentialkoeffizienten zweiten Grades $\Delta\bar{C}_{21}$ und $\Delta\bar{S}_{21}$ mit Hilfe der Formeln 3.19 und 2.45 in die äquatorialen Drehimpulsfunktionen transformiert. Desweiteren können die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt von den absoluten Drehimpulsen (ham_1 und ham_2) berechnet werden, analog wie die atmosphärischen Masseneffekte (Kapitel 5.1.1). In dieser Arbeit wird der hydrologische Masseneffekt mit Hilfe von zwei verschiedenen Hydrologiemodellen abgeleitet.

GLDAS

Das IERS Spezialbüro für Hydrologie (SBH) bietet monatliche äquivalente Wasserhöhen des globalen Landoberflächenmodells GLDAS (engl.: *Global Land Data Assimilation System*), das von der NASA und NOAA (engl.: *National Oceanic and Atmospheric Administration*) entwickelt wurde, an. Informationen über das operationelle assimilierte Landoberflächenmodell GLDAS findet man in *RODELL et al. (2004)*. Das Landoberflächenmodell GLDAS kann mit den folgenden vier Landoberflächenmodellen: Mosaic, CLM, Noah und VIC betrieben werden. Hier werden die äquivalenten Wasserhöhen des Modells GLDAS-Noah verwendet. Das Landoberflächenmodell GLDAS wird durch die hydrologischen Zustandsgrößen: Niederschlag, Sonneneinstrahlung, Oberflächentemperatur, Luftfeuchte, Windgeschwindigkeit und Luftdruck angetrieben, die von Satellitenbeobachtungen und atmosphärischen Analysen (NCEP, ECMWF) abgeleitet werden. Einen genauen Überblick über die Antriebsdaten des GLDAS gibt die Webseite <http://ldas.gsfc.nasa.gov/gldas/GLDASforcing.php>. Desweiteren werden qualitätsgeprüfte in-situ Beobachtungen der Oberflächentemperatur und der Schneedecke in das Modell assimiliert. Das Landoberflächenmodell GLDAS kann mit verschiedenen horizontalen Auflösungen: $0.25^\circ \times 0.25^\circ$, $0.5^\circ \times 0.5^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ und $2.0^\circ \times 2.6^\circ$ zwischen 90° nördlicher und 60° südlicher Breite betrieben werden. Das Modell GLDAS-Noah besteht aus 4 vertikalen Schichten, die Information über die Wasserspeicherung des Bodens bis zu einer Tiefe von 2 m enthalten. Die äquivalenten Wasserhöhen des Modells GLDAS geben Auskunft über die Menge des Stauwassers in der Bodenbedeckung, dem Schnee und dem Erdboden. Das Modell GLDAS liefert keine Information über die Wasserspeicherung im Grundwasser, Flüssen, Seen und Feuchtgebieten.

LSDM

Das GFZ in Potsdam bietet tägliche hydrologische Drehimpulszeitreihen an, die von dem Hydrologiemodell LSDM (engl.: *Land Surface Discharge Model*) abgeleitet werden. Wie diese Daten berechnet werden, ist wiederum in *DOBSLAW et al. (2010)* ausführlich beschrieben. Informationen über das operationelle Hydrologiemodell LSDM findet man in *DILL (2008)*. Im Gegensatz zum Modell GLDAS werden in das Modell LSDM keine Beobachtungen assimiliert. Das hat den Vorteil, dass die Erhaltungsgleichungen in dem Modell nicht gestört werden. Es wird durch Niederschlag, Verdunstung und Oberflächentemperatur angetrieben, die mit Hilfe der operationellen ECMWF Analysen bestimmt werden. Da die Verdunstung direkt als Beobachtung in das Modell eingeführt wird, benötigt es keine weiteren Informationen über die Sonneneinstrahlung, Luftfeuchte und Windgeschwindigkeit. Durch Kombination der Modelle ECMWF, OMCT und LSDM können konsistente atmosphärische und hydrologische Massenverlagerungen bestimmt werden, die das Massenerhaltungsgesetz erfüllen. Das Modell LSDM beschreibt global hydrologische Prozesse exklusive der Massenanomalien im Bereich der kontinentalen Eisschilde. Es besitzt eine horizontale Auflösung von $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ und besteht aus 3 vertikalen Schicht, die sich bis in 10 m Bodentiefe erstrecken. Das Modell LSDM besitzt eine geringere räumliche und zeitliche Auflösung als das Modell GLDAS. Die hydrologischen Drehimpulszeitreihen repräsentieren nicht nur Massenverlagerungen im Stauwasser der Bodenbedeckung, des Schnees und des Erdbodens sondern auch in Grundwasser, Flüssen, Seen und Feuchtgebieten.

Damit die hydrologischen Drehimpulsfunktionen wie auch die atmosphärischen und ozeanischen Drehimpulsfunktionen konsistent mit den geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sind, werden sie zentriert und um den linearen Trend reduziert.

Die Modelllösungen für den hydrologischen Masseneffekt sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt weisen je nach Hydrologiemodell unterschiedlich große Wertebereiche auf. χ_1^H beträgt gemäß dem Hydrologiemodell GLDAS maximal etwa $\pm 5 \text{ mas}$, wohingegen laut dem Hydrologiemodell LSDM sich der Wertebereich auf $\pm 11 \text{ mas}$ beläuft. χ_2^H beträgt gemäß dem Modell GLDAS maximal etwa $\pm 7 \text{ mas}$, laut dem Modell LSDM beträgt χ_2^H maximal etwa $\pm 23 \text{ mas}$. Das ist darauf zurückzuführen, dass bei dem Hydrologiemodell LSDM auch die Massenverlagerungen in Grundwasser, Flüssen, Seen und Feuchtgebieten berücksichtigt werden. Ein Vergleich der beiden Hydrologiemodell ist schwierig, weil sie nicht die gleichen Massenverlagerungen repräsentieren. Das Jahressignal in χ_2^H ist ausgeprägter als in χ_1^H , weil χ_2^H auf hydrologischen Massenverlagerungen in Nord- und Südamerika und in Zentralasien beruht, wohingegen χ_1^H auf hydrologische Massenverlagerungen in Nordafrika zurückzuführen ist.

In Tabelle 5.3 sind die empirischen Standardabweichungen des modellierten hydrologischen Masseneffektes aufgelistet. χ_2^H kann mit Hilfe der Hydrologiemodelle wesentlich schlechter bestimmt werden als χ_1^H . Die Unterschiede in den Hydrologiemodellen wirken sich stärker auf χ_2^H aus, weil χ_2^H die hydrologischen Massenverlagerungen entlang der Meridiane $\pm 90^\circ$ repräsentiert. Der hydrologische Masseneffekt kann mit Hilfe von geophysikalischen Modellen wesentlich schlechter bestimmt werden, als die atmosphärischen und ozeanischen Masseneffekte. Das liegt daran, dass die atmosphärischen und ozeanischen Zustandsgrößen besser bekannt sind, als die hydrologischen Zustandsgrößen.

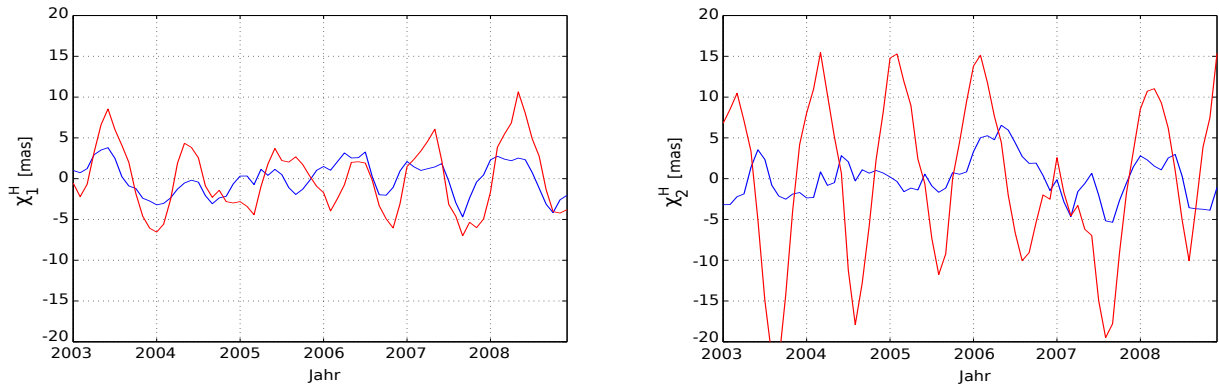


Abbildung 5.5: Monatliche Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt abgeleitet von den absoluten Drehimpulsen der Hydrologiemodelle GLDAS (blau) und LSDM (rot).

Tabelle 5.3: Empirische Standardabweichungen der modellierten Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt.

| | Masseneffekt |
|------------------------|--------------|
| $\sigma(\chi_1) [mas]$ | 2.53 |
| $\sigma(\chi_2) [mas]$ | 23.44 |

| Geodätische Raumverfahren | Geophysikalische Modelle | Geodätisch reduzierte Lösungen |
|---|---|--|
| SLR, VLBI, GNSS, DORIS χ | $\chi^A + \chi^a + \chi^O + \chi^o + \chi^H$ NEG, EOL | |
| SLR, GRACE χ^{mass} | $\chi^A + \chi^O + \chi^H$ NEG ^{mass} , EOL ^{mass} | $\chi - \chi^a - \chi^o$ INE ^{mass} , IEO ^{mass} |
| GRACE, Altimetrie χ^O | χ^O ECCO, OMCT | $\chi - \chi^A - \chi^a - \chi^o - \chi^H$ INEG ^o , IEOL ^o |
| GRACE χ^H | χ^H GLDAS, LSDM | $\chi - \chi^A - \chi^a - \chi^o - \chi^o$ INE ^H , IEO ^H |
| SLR, VLBI, GNSS, Doris, GRACE, Altimetrie χ^A | χ^A NCEP, ECMWF | $\chi - \chi^a - \chi^O - \chi^o - \chi^H$ INEG ^A , IEOL ^A |
| SLR, VLBI, GNSS, Doris, GRACE, Altimetrie χ^{motion} | $\chi^a + \chi^o$ NE ^{motion} , EO ^{motion} | $\chi - \chi^A - \chi^O - \chi^H$ INEG ^{motion} , IEOL ^{motion} |

Abbildung 5.6: Bestimmung von geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegungen mit Hilfe von geodätischen Raumberechnungen und geophysikalischen Modellen. Die zahlreichen Abkürzungen werden in den anschließenden Kapiteln erklärt.

5.2. Geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung: Geodätische Ergebnisse versus Modelllösungen

In diesem Kapitel werden die geodätischen Ergebnisse für verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung mit Modelllösungen und sogenannten geodätisch reduzierten Lösungen verglichen. Abbildung 5.6 gibt einen Überblick über die geodätischen, modellierten und geodätisch reduzierten Lösungen für die verschiedenen Drehimpulsfunktionen. Es wird zunächst gezeigt wie stark die geodätischen Einzellösungen von der jeweiligen Kombinationslösung abweichen. Anschließend wird erläutert, welche Modelllösungen bzw. Modellkombinationslösungen für den Vergleich herangezogen werden und welche Unsicherheiten diese Lösungen aufweisen. Desweiteren werden geodätisch reduzierte Lösungen vorgestellt, die durch entsprechende Reduktionen des integralen Effektes abgeleitet werden können, und es wird gezeigt, wie groß die Unterschiede dieser Lösungen sind. Mit Hilfe der Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen mit den Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen wird gezeigt, ob mit Hilfe der Kombination die geodätischen Ergebnisse verbessert werden können und welche Modelllösungen bzw. geodätisch reduzierte Lösungen am realistischen sind.

5.2.1. Integraler Effekt

Geodätische Lösungen: Der integrale geophysikalische Anregungsmechanismus der Erdrotation kann mit Hilfe von Beobachtungen der geometrischen Raumverfahren: SLR, VLBI, GNSS und DORIS bestimmt werden, siehe Kapitel 3.1. In dieser Arbeit wurde der integrale Effekt von den Polkoordinaten der Zeitreihen: IERS EOP 08 C04, ITRF2008 und DTRF2008 abgeleitet. Die geodätischen Einzellösungen für den integralen Effekt wurden in Kapitel 3.1.3 vorgestellt. Mit Hilfe der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden die geodätischen Einzellösungen für den integralen Effekt kombiniert (Kapitel 4.3.1). Die geodätischen Einzellösungen und die Kombinationslösung sind, wegen der hohen Genauigkeit mit der die Polbewegung bestimmt werden kann, nahe zu identisch. Die Korrelation der geodätischen Einzellösungen und der Kombinationslösung ist 1 und die RMS-Differenzen betragen im Mittel 0.31 mas für χ_1 und 0.48 mas für χ_2 .

Modelllösungen: Durch Addition der atmosphärischen und ozeanischen Massen- und Bewegungseffekte sowie des hydrologischen Masseneffektes kann der integrale Anregungsmechanismus der Erdrotation mit geophysikalischen Modellen berechnet werden. Hier werden die Ergebnisse der konsistenten Modellkombinationen: NCEP, ECCO und GLDAS (NEG) sowie ECMWF, OMCT und LSDM (EOL) untersucht. Die Lösungen der geophysikalischen Modellkombinationen für den integrale Effekt weisen große Unterschiede auf, siehe Abbildung 5.7. Die Korrelation der Modellkombinationslösungen NEG und EOL beträgt 0.87 für χ_1 und 0.94 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen im Mittel 6.92 mas für χ_1 und 8.94 mas für χ_2 .

Validation: In Abbildung 5.7 werden die geodätischen Lösungen und die Modelllösungen verglichen. Eine Validation der geodätischen Ergebnisse für den integralen Effekt mit Modelllösungen ist, aufgrund der Ungenauigkeit der geophysikalischen Modelle, nicht möglich. Die geodätischen Lösungen für den integralen Effekt sind um ein Vielfaches (ca. Faktor 20) genauer als die Modelllösungen.

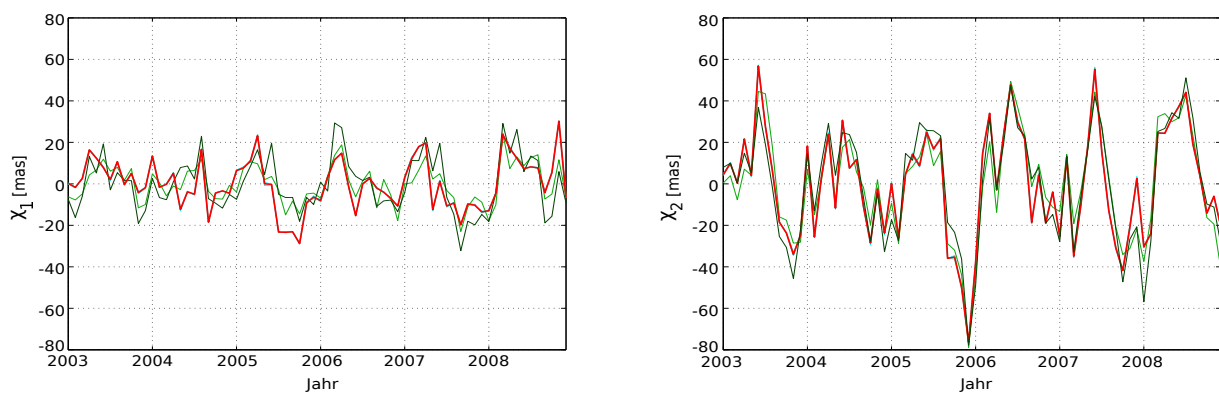


Abbildung 5.7: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt: Geodätische Einzellösungen (hellblau) und Kombinationslösung (rot) sowie geophysikalische Modellkombinationslösungen NEG (dunkelgrün) und EOL (hellgrün).

In Tabelle 5.4 sind die Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen mit den modellierten Drehimpulsfunktionen für den integrale Masseneffekt aufgelistet. Die geophysikalische Modellkombinationslösung NEG zeigt etwas höhere Übereinstimmungen mit den geodätischen Lösungen als die

Modellkombinationslösung EOL. Dieser Vergleich dient somit zur Validierung der modellierten Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt.

Tabelle 5.4: Korrelationen (hellgrau) und RMS-Differenzen ([mas], dunkelgrau) der geodätischen Lösungen für den integralen Effekt mit den geophysikalischen Modelllösungen.

| χ_1 | IERS EOP 08 C04 | | ITRF2008 | | DGFI2008 | | Kombi | |
|----------|-----------------|-------|----------|-------|----------|-------|-------|-------|
| NEG | 0.78 | 7.51 | 0.77 | 7.62 | 0.77 | 7.64 | 0.77 | 7.56 |
| EOL | 0.67 | 10.28 | 0.67 | 10.31 | 0.67 | 10.30 | 0.67 | 10.29 |
| χ_2 | IERS EOP 08 C04 | | ITRF2008 | | DGFI2008 | | Kombi | |
| NEG | 0.94 | 9.14 | 0.94 | 9.23 | 0.94 | 9.24 | 0.94 | 9.18 |
| EOL | 0.94 | 9.54 | 0.94 | 9.53 | 0.94 | 9.56 | 0.94 | 9.53 |

5.2.2. Integraler Masseneffekt

Geodätische Lösungen: Mit Hilfe von Beobachtungen der Satellitenmission GRACE und der SLR Satelliten kann der integrale Masseneffekt berechnet werden, siehe Kapitel 3.2. In dieser Arbeit wurden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt von den Gravitationsfeldlösungen: GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02, ITG-Grace2010 und CSR SLR RL04 abgeleitet. Die Ergebnisse der geodätischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt wurden in Kapitel 3.2.4 vorgestellt. Die geodätischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt wurden mit Hilfe der Ausgleichsrechnung kombiniert, siehe Kapitel 4.3.2. In Abbildung 5.8 werden die geodätischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt mit der Kombinationslösung verglichen. Die geodätischen Lösungen weichen zum Teil stark voneinander ab. Die Korrelation der geodätischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt und der Kombinationslösung beträgt im Mittel 0.88 für χ_1 und 0.96 *mas* für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen im Mittel 4.52 *mas* für χ_1 und 5.17 *mas* für χ_2 .

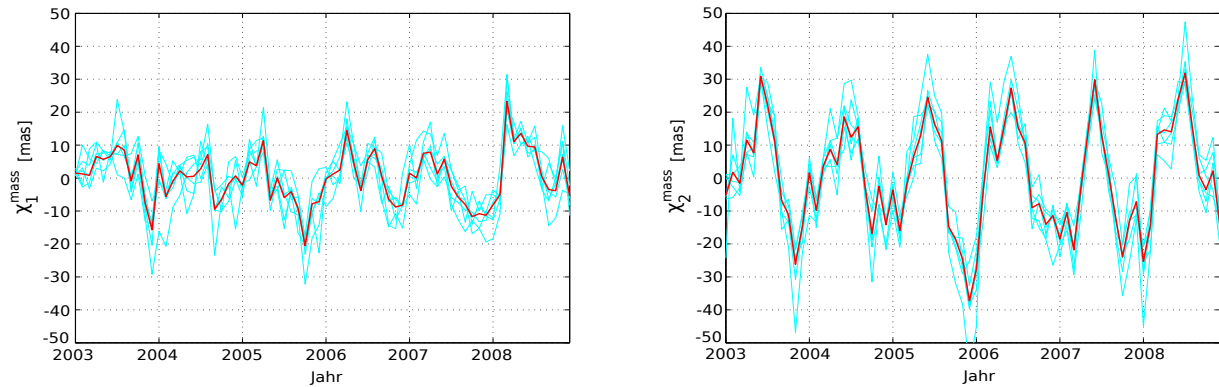


Abbildung 5.8: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt: Gravimetrische Einzellösungen (hellblau) und Kombinationslösung (rot).

Modelllösungen: Der integrale Masseneffekt kann auch mit Hilfe von geophysikalischen Modellen bestimmt werden, durch Addition der atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte. Zur Bestimmung des integralen Masseneffektes werden die geophysikalischen Modelle NCEP, ECCO und GLDAS (NEG) sowie die Modelle ECMWF, OMCT und LSDM (EOL) konsistent kombiniert. Damit es nicht zu Verwechslungen kommt, werden die Modelllösungen für den integralen Masseneffekt mit NEG^{mass} und EOL^{mass} bezeichnet. Die kombinierten Modelllösungen hängen stark von der Wahl der geophysikalischen Modelle ab. Die Korrelation der Modelllösungen NEG^{mass} und EOL^{mass} beträgt 0.92 für χ_1 und 0.94 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen 4.63 *mas* für χ_1 und 7.93 *mas* für χ_2 .

Geodätisch reduzierte Lösungen: Desweiteren kann der integrale Masseneffekt vom integralen Effekt, der mit Hilfe von geodätisch bestimmten Erdrotationsparameter bestimmt werden kann, abgeleitet werden durch Subtraktion der atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte, die mit geophysikalischen Modellen berechnet werden können. Da die geodätischen Lösungen für den integralen Effekt nahezu identisch sind, spielt es keine Rolle, welche Lösung man zur Berechnung des integralen Masseneffektes wählt. Hier wird die ITRF2008 (I) Lösung für den integralen Anregungsmechanismus der Polbewegung verwendet. Die geophysikalischen Modelllösungen für die atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte weisen hingegen große Unterschiede

auf. Deshalb wird hier der integrale Bewegungseffekt von den konsistenten Modellkombinationen NCEP plus ECCO (NE) und ECMWF plus OMCT (EO) berechnet. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den integralen Masseneffekt werden deshalb mit INE^{mass} und IEO^{mass} bezeichnet. Die geodätisch reduzierten Lösungen weisen große Unterschiede auf. Die Korrelation der geodätisch reduzierten Lösungen INE^{mass} und IEO^{mass} beträgt 0.90 für χ_1 und 0.96 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen 4.87 mas für χ_1 und 6.32 mas für χ_2 . Die geodätisch reduzierten Lösungen sind nicht genauer als die kombinierten Modelllösungen, weil insbesondere der atmosphärische Bewegungseffekt wesentlich schlechter bestimmt ist als der atmosphärische Masseneffekt.

Validation: In Abbildung 5.9 ist die geodätische Kombinationslösung für den integralen Masseneffekt dargestellt sowie die geophysikalischen Modelllösungen und die reduzierten geodätischen Lösungen. Da die Unterschiede der geodätischen Lösungen ähnlich groß sind wie die Unterschiede der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen, dient der Vergleich dieser Lösungen nicht nur zur Validation der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen, sondern auch zur Validation der geodätischen Einzel- und Kombinationslösungen. Betrachtet man in Abbildung 5.10 die Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen für den integralen Masseneffekt mit den geophysikalischen Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen so stellt man fest, dass auch hier die geophysikalische Modellkombination NEG meist etwas höhere Übereinstimmungen mit den geodätischen Lösungen zeigt als die Modellkombination EOL. Gleiches gilt für die geodätisch reduzierten Lösungen, INE zeigt höhere Übereinstimmungen mit den geodätischen Lösungen als IEO. In Tabelle 5.5 sind die Mittelwerte der Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen für den integralen Masseneffekt mit den Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen zusammengefasst. Die geodätische Einzellösung CSR RL04 für den integralen Masseneffekt zeigt die größten Abweichungen zu den Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen. Das steht im Einklang mit der empirischen Varianzbestimmung, der zufolge die Standardabweichungen der CSR RL04 Lösung sehr groß sind. Von den geodätischen Einzellösungen besitzt die ITG-Grace2010 Lösung die größten Übereinstimmungen mit den Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen für χ_1^{mass} . Das deckt sich wiederum mit der empirischen Varianzbestimmung, der zufolge die ITG-Grace2010 Lösung für χ_1^{mass} die kleinsten Standardabweichungen aufweist. Für χ_2^{mass} zeigt die geodätische Einzellösung EIGEN-GRGS.RL02 die größten Übereinstimmungen mit den geophysikalischen Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen. Das steht nicht im Einklang mit der empirischen Varianzbestimmung, der zufolge die EIGEN-GRGS.RL02 Lösung die größten Standardabweichungen besitzt. Mit Hilfe der Kombination der geodätischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt kann die Übereinstimmung mit den geophysikalischen Modelllösungen und den reduzierten geodätischen Lösungen verbessert werden. Das ist ein Beweis dafür, dass die Schwächen der Prozessierung mit Hilfe der Ausgleichung minimiert werden können. Die formalen Fehler der geodätischen Kombinationslösungen für den integrale Masseneffekt betragen 2.70 mas für χ_1^{mass} und 3.08 mas für χ_2^{mass} (Kapitel 4.3.2). Die formalen Fehler sind im Mittel um den Faktor 2.2 kleiner als die RMS-Differenzen der beiden Modelllösungen und um den Faktor 2 kleiner als die RMS-Differenzen der geodätisch reduzierten Lösungen. Durch Kombination von gravimetrischen Raumbewachtungen kann der integrale Masseneffekt der Polbewegung derzeit am genauesten bestimmt werden.

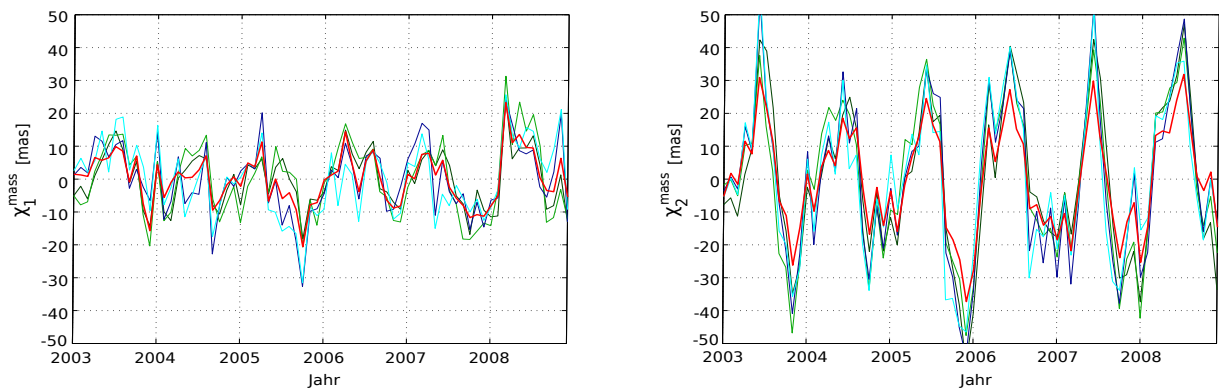


Abbildung 5.9: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den integralen Masseneffekt: Geodätische Kombinationslösung (rot), geophysikalische Modellkombinationslösungen NEG^{mass} (dunkelgrün) und EOL^{mass} (hellgrün) sowie geodätisch reduzierte Lösungen INE^{mass} (dunkelblau) und IEO^{mass} (hellblau).

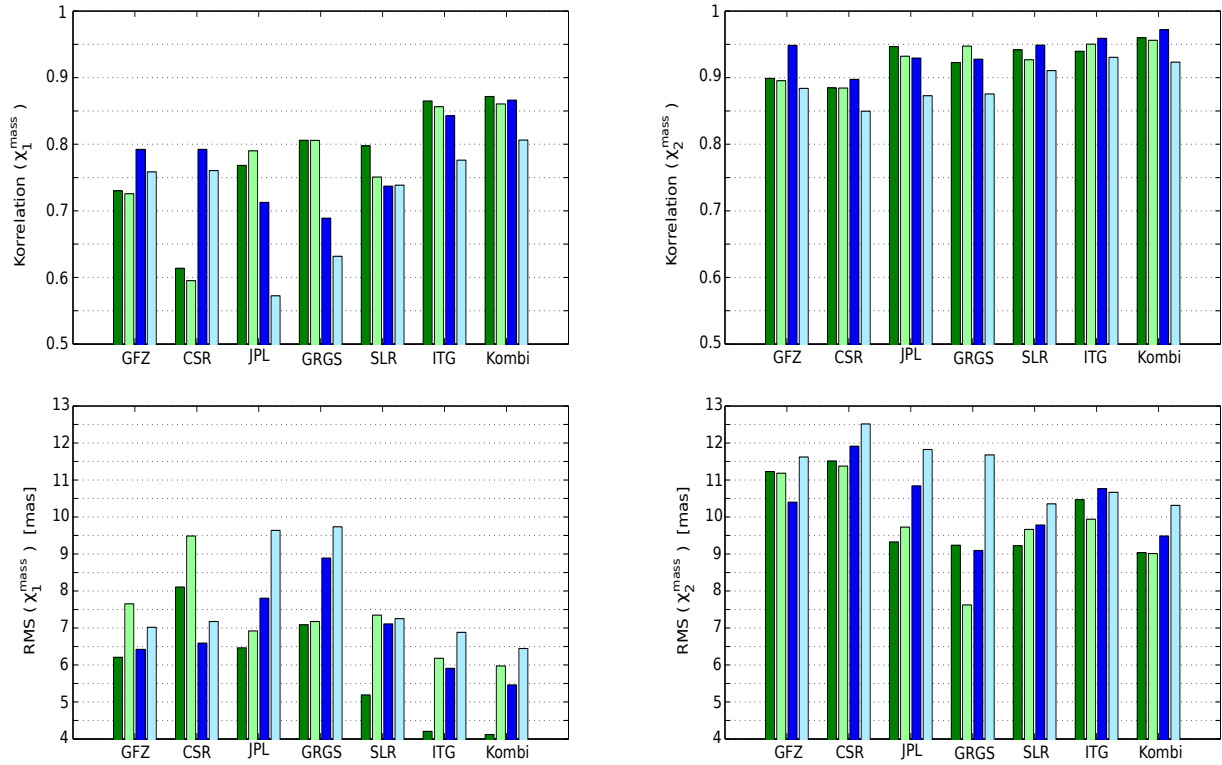


Abbildung 5.10: Korrelationen (oben) und RMS-Differenzen (unten) der geodätischen Lösungen für den integralen Masseneffekt mit den geophysikalischen Modellkombinationslösungen NEG^{mass} (dunkelgrün) und EOL^{mass} (hellgrün) sowie mit den geodätisch reduzierten Lösungen INE^{mass} (dunkelblau) und IEO^{mass} (hellblau).

Tabelle 5.5: Mittlere Korrelationen (hellgrau) und RMS-Differenzen ([mas], dunkelgrau) der geodätischen Lösungen für den integralen Masseneffekt mit den geophysikalischen Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen.

| | GFZ | CSR | JPL | GRGS | SLR | ITG | Kombi | | | | | | | |
|-----------------|------|-------|------|-------|------|-------|-------|------|------|------|------|-------|------|------|
| χ_1^{mass} | 0.75 | 6.83 | 0.69 | 7.84 | 0.71 | 7.71 | 0.73 | 8.22 | 0.76 | 6.73 | 0.84 | 5.79 | 0.85 | 5.50 |
| χ_2^{mass} | 0.91 | 11.11 | 0.88 | 11.83 | 0.92 | 10.43 | 0.92 | 9.41 | 0.93 | 9.76 | 0.94 | 10.46 | 0.95 | 9.46 |

5.2.3. Ozeanischer Masseneffekt

Geodätische Lösungen: Der ozeanische Masseneffekt kann sowohl mit Hilfe von Beobachtungen der Satelliten Mission GRACE als auch der Altimetersatelliten bestimmt werden, siehe Kapitel 3.2 und 3.3. In dieser Arbeit wurden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt von den Gravitationsfeldlösungen: GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02 und ITG-Grace2010 abgeleitet. In Kapitel 3.2.4 wurden die gravimetrischen Einzellösungen für den ozeanischen Masseneffekt vorgestellt. Desweiteren wurden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt von den Meereshöhenänderungen der altimetrischen Lösungen: CLS und DGFI abgeleitet. Dabei wurde der sterische Effekt der Lösungen: WOA09 und Ishii reduziert. Die altimetrischen Einzellösungen für den ozeanischen Masseneffekt wurden in Kapitel 3.3.4 gezeigt. Mit Hilfe der Ausgleichsrechnung wurden (1) die gravimetrischen Lösungen, (2) die altimetrischen Lösungen und (3) die gravimetrischen und altimetrischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt kombiniert (Kapitel 4.3.3). Abbildung 5.11 zeigt die gravimetrischen und altimetrischen Einzellösungen für den ozeanischen Masseneffekt im Vergleich mit den drei Kombinationslösungen. Die geodätischen Lösungen weichen zum Teil stark von einander ab. Die Korrelationen zwischen den geodätischen Einzellösungen für den ozeanischen Masseneffekt und den Kombinationslösungen betragen im Mittel 0.53 für χ_1 und 0.70 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen im Mittel 4.39 mas für χ_1 und 4.09 mas für χ_2 .

Modelllösungen: Der ozeanische Masseneffekt kann auch mit Hilfe der Ozeanmodelle ECCO und OMCT bestimmt werden. Die Modelllösungen für den ozeanischen Masseneffekt weisen ebenfalls große Unterschiede auf. Die Korrelation der Modelllösungen beträgt 0.79 für χ_1 und 0.76 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen 3.55 mas für χ_1 und 4.69 mas für χ_2 .

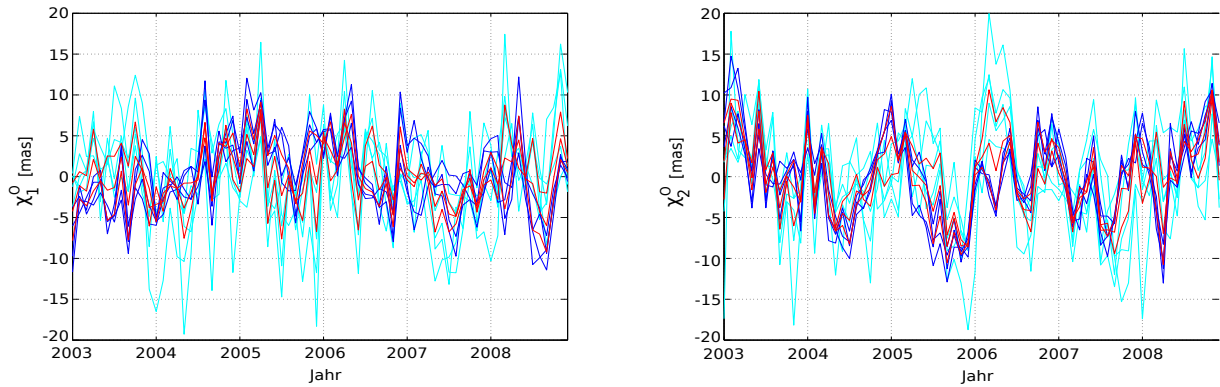


Abbildung 5.11: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt: Gravimetrische Einzellsösungen (hellblau), altimetrische Einzellsösungen (dunkelblau) und Kombinationslösungen (rot).

Geodätisch reduzierte Lösungen: Durch Reduktion der atmosphärischen und hydrologischen Masseneffekte sowie der atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte kann der ozeanische Masseneffekt von dem integralen Effekt abgeleitet werden. Hier wird für den integralen Effekt wieder die ITRF2008 (I) Lösung verwendet. Von dieser werden jeweils die konsistenten Modellkombinationen NCEP, ECCO und GLDAS (NEG) sowie ECMWF, OMCT und LSDM (EOL) abgezogen. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt werden deshalb mit $INEG^O$ und $IEOL^O$ bezeichnet. Die geodätisch reduzierten Lösungen weisen größere Unterschiede auf als die Modelllösungen. Die Korrelation der geodätisch reduzierten Lösungen beträgt 0.86 für χ_1 und 0.81 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen 5.78 mas für χ_1 und 7.63 mas für χ_2 . Die geodätisch reduzierten Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt sind ungenauer als die Lösungen der Ozeanmodelle, weil derzeit insbesondere der atmosphärische Bewegungseffekt und der hydrologische Masseneffekt mit geophysikalischen Modellen nicht so genau bestimmt werden können.

Validation: In Abbildung 5.12 werden die drei geodätischen Kombinationslösungen für den ozeanischen Masseneffekt mit Lösungen von den Ozeanmodellen ECCO und OMCT verglichen sowie mit den geodätisch reduzierten Lösungen $INEG^O$ und $IEOL^O$. Während die RMS-Differenzen der beiden Modelllösungen ungefähr so groß sind wie die RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen, sind die RMS-Differenzen der geodätisch reduzierten Lösungen deutlich größer. Die geodätisch reduzierten Lösungen können deshalb nicht zur Validierung der gravimetrisch und altimetrisch bestimmten äquatorialen Drehimpulsfunktionen eingesetzt werden. Dies wird auch deutlich, wenn man die Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt mit den Lösungen der Ozeanmodelle und den geodätisch reduzierten Lösungen betrachtet (Abbildung 5.13). Die RMS-Differenzen der gravimetrischen Lösungen und der geodätisch reduzierten Lösungen sind deutlich größer als die RMS-Differenzen der gravimetrischen Lösungen und der Modelllösungen. Das ist ein weiterer Hinweis darauf, dass der ozeanische Masseneffekt mit Hilfe von Ozeanmodellen besser bestimmt werden kann als durch Reduktion des integralen Effektes um die atmosphärischen und hydrologischen Masseneffekte sowie die atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte. Während für χ_1^O die Modelllösung ECCO stets besser zu den geodätischen Lösungen passt als die Modelllösung OMCT, gilt dies für χ_2^O nicht immer. In Tabelle 5.6 sind die Mittelwerte der Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt mit den Modelllösungen zusammengefasst. Von den gravimetrischen Einzellsösungen zeigt die Lösung EIGEN-GRGS.RL02 die größten Abweichungen zu den Modelllösungen, wohingegen die JPL RL04 Lösung die größten Übereinstimmungen aufweist. Das steht zum Teil im Einklang mit den Ergebnissen der empirischen Varianzbestimmung, der zufolge die Lösung EIGEN-GRGS.RL02 die größten Standardabweichungen aufweist und die Lösung ITG-Grace2010 die kleinsten Standardabweichungen besitzt. Von den altimetrischen Einzellsösungen zeigt die Lösung CI die größten Differenzen zu den Lösungen der Ozeanmodelle, wohingegen die Lösung DW die kleinsten Differenzen aufweist. Laut der empirischen Varianzbestimmung sind die altimetrischen Lösungen nahezu gleich genau. Durch Kombination der gravimetrischen Einzellsösungen für den ozeanischen Masseneffekt kann die Übereinstimmung mit den Modelllösungen signifikant verbessert werden. Im Gegensatz dazu liefert die Kombination der altimetrischen Einzellsösungen nur eine geringfügige Verbesserung. Obwohl die altimetrische Kombinationslösung geringere Übereinstimmungen mit den Modelllösungen zeigt als die gravimetrische Kombinationslösung, führt die Kombination der gravimetrischen und altimetrischen Lösungen zu einer weiteren Verbesserung der geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt. Das ist ein Beweis dafür, dass die verfahrensspezifischen Stärken für das kombinierte Produkt genutzt werden können. Die formalen Fehler der gravimetrischen und altimetrischen Kombinationslösungen für den ozeanischen Masseneffekt betragen 2.11 mas für χ_1^O und 2.45 mas für χ_2^O (Kapitel 4.3.3). Die formalen Fehler sind im Mittel um den Faktor 1.8 kleiner als die RMS-Differenzen der beiden Modelllösungen und um den Faktor 2.9 kleiner als die RMS-Differenzen

der geodätisch reduzierten Lösungen. Demzufolge kann der ozeanische Masseneffekt der Polbewegung durch Kombination von gravimetrischen und altimetrischen Raumberechnungen am genauesten bestimmt werden.

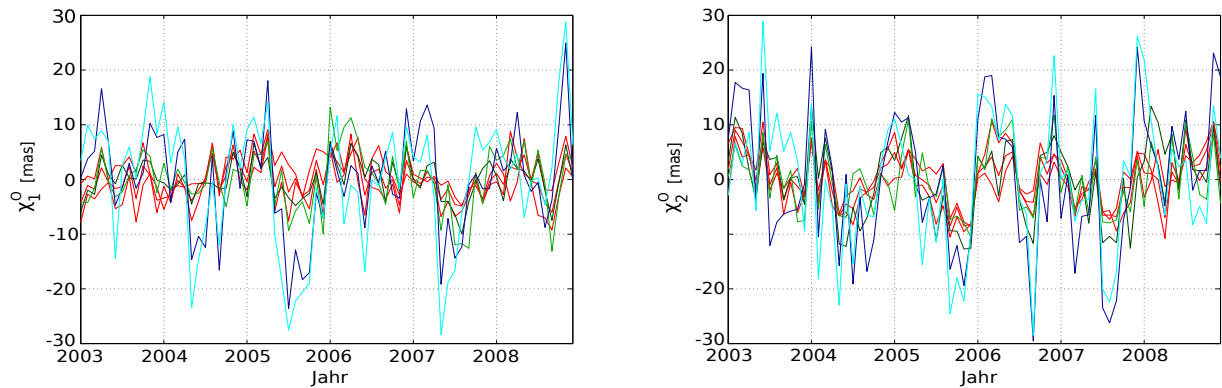


Abbildung 5.12: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt: Geodätische Kombinationslösungen (rot), Ozeanmodelllösung ECCO (dunkelgrün) und OMCT (hellgrün) sowie geodätisch reduzierte Lösungen INEG (dunkelblau) und IEOL (hellblau).

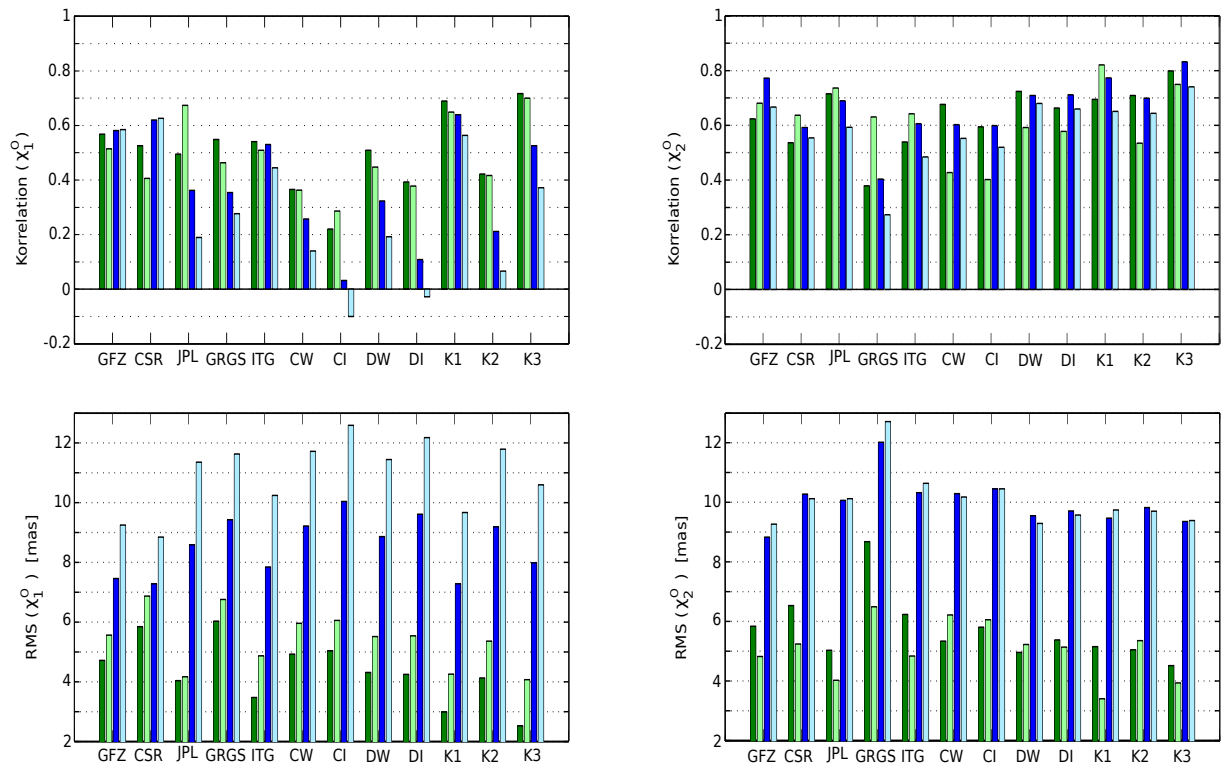


Abbildung 5.13: Korrelationen (oben) und RMS-Differenzen (unten) der geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt mit den Ozeanmodelllösungen ECCO (dunkelgrün) und OMCT (hellgrün) sowie mit den geodätisch reduzierten Lösungen INEG (dunkelblau) und IEOF (hellblau). Hier wird die gravimetrische Kombinationslösung mit K1 bezeichnet, die altimetrische Kombinationslösung mit K2 und die gravimetrische und altimetrische Kombinationslösung mit K3.

5.2.4. Hydrologischer Masseneffekt

Geodätische Lösungen: Der hydrologische Masseneffekt kann ebenfalls mit Hilfe der Gravitationsfeldlösungen der Satellitenmission GRACE berechnet werden, siehe Kapitel 3.2. In dieser Arbeit wurde der hydrologische Masseneffekt analog wie der ozeanische Masseneffekt von den Gravitationsfeldlösungen: GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02 und ITG-Gra2010 abgeleitet. Die gravimetrischen Einzelslösungen für den hydrologischen Masseneffekt wurden in Kapitel 3.2.4 präsentiert. Mit Hilfe der Ausgleichsrechnung wurden die gravimetrischen Lösungen kombiniert (Kapitel 4.3.4). In Abbildung 5.14 sind die gravimetrischen Einzelslösungen und Kombinationslösung für den hydrologischen Masseneffekt dargestellt. Die geodätischen Lösungen weisen

Tabelle 5.6: Mittlere Korrelationen (hellgrau) und RMS-Differenzen ([mas], dunkelgrau) der geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt mit den Ozeanmodelllösungen ECCO und OMCT. Hier wird die gravimetrische Kombinationslösung mit K1 bezeichnet, die altimetrische Kombinationslösung mit K2 und die gravimetrische und altimetrische Kombinationslösung mit K3.

| | GFZ | | CSR | | JPL | | GRGS | | ITG | | K1 | |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| χ_1^O | 0.54 | 5.14 | 0.47 | 6.36 | 0.58 | 4.10 | 0.51 | 6.40 | 0.53 | 4.17 | 0.67 | 3.62 |
| χ_2^O | 0.65 | 5.33 | 0.59 | 5.89 | 0.73 | 4.53 | 0.50 | 7.58 | 0.59 | 5.53 | 0.76 | 4.27 |

| | K3 | |
|------------|------|------|
| χ_1^O | 0.71 | 3.30 |
| χ_2^O | 0.77 | 4.22 |

| | CW | | CI | | DW | | DI | | | | K2 | |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|--|------|------|
| χ_1^O | 0.36 | 5.44 | 0.25 | 5.55 | 0.48 | 4.91 | 0.39 | 4.89 | | | 0.42 | 4.74 |
| χ_2^O | 0.55 | 5.78 | 0.50 | 5.93 | 0.66 | 5.09 | 0.62 | 5.26 | | | 0.62 | 5.20 |

insbesondere für χ_2^H große Unterschiede auf. Die Korrelation der geodätischen Einzellösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit der Kombinationslösung beträgt im Mittel 0.94 für χ_1 und 0.86 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen im Mittel 1.63 mas für χ_1 und 2.37 mas für χ_2 .

Modelllösungen: Desweiteren kann der hydrologische Masseneffekt von Hydrologiemodellen abgeleitet werden. Hier werden die Hydrologiemodelle GLDAS und LSDM verwendet. Die Modelllösungen unterscheiden sich insbesondere für χ_2^H deutlich voneinander. Gemäß dem Hydrologiemodell LSDM ist der hydrologische Masseneffekt für χ_2^H deutlich größer als laut dem Hydrologiemodell GLDAS. Die Korrelation der Modelllösungen beträgt 0.65 für χ_1 und 0.23 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen 3.16 mas für χ_1 und 9.62 mas für χ_2 .

Geodätisch reduzierte Lösungen: Wie der ozeanische Masseneffekt kann auch der hydrologische Masseneffekt von dem integralen Effekt berechnet werden. Dabei müssen die atmosphärischen und ozeanischen Massen- und Bewegungseffekte subtrahiert werden. Zur Bestimmung des hydrologischen Masseneffektes wird ebenfalls die ITRF2008 (I) Lösung für den integralen Effekt verwendet sowie die Modellkombinationen NCEP plus ECCO (NE) und ECMWF plus OMCT (EO). Damit die geodätisch reduzierten Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt nicht mit denen für den integralen Masseneffekt verwechselt werden, werden diese mit INE^H und IEO^H bezeichnet. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt weisen ebenfalls große Unterschiede auf. Die Korrelation der geodätisch reduzierten Lösungen beträgt 0.71 für χ_1 und 0.70 für χ_2 und die RMS-Differenzen betragen 6.50 mas für χ_1 und 10.85 mas für χ_2 .

Validation: Abbildung 5.15 zeigt die gravimetrische Kombinationslösung für den hydrologischen Masseneffekt sowie die geophysikalischen Modelllösungen GLDAS und LSDM und die geodätisch reduzierten Lösungen INE^H und IEO^H . Die Abweichungen der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen sind deutlich größer als die Abweichungen der geodätischen Lösungen. Ein Vergleich dieser Lösungen dient somit nicht zur Validation der geodätischen Einzel- und Kombinationslösungen, sondern zur Validation der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen. Betrachtet man die Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit den Lösungen der Hydrologiemodelle und den geodätisch reduzierten Lösungen so stellt man fest, dass die geodätisch reduzierten Lösungen ungenauer sind als die Modelllösungen (Abbildung 5.16). Die Modelllösung GLDAS zeigt für χ_1^H die größten Übereinstimmungen mit den gravimetrischen Lösung. Für χ_2^H sind die Korrelationen mit der Modelllösung LSDM höher, während die RMS-Differenzen mit der Modelllösung GLDAS kleiner sind. Das bedeutet, mit dem Modell LSDM werden die hydrologischen Massenverlagerungen überschätzt. Die zeitlichen Änderungen der hydrologischen Massenverlagerungen können jedoch mit dem Modell LSDM besser beschrieben werden als mit dem Modell GLDAS. In Tabelle 5.7 sind die Mittelwerte der Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit den Modelllösungen dargestellt. Durch die Kombination der gravimetrischen Einzellösungen kann die Übereinstimmung mit den Lösungen der Hydrologiemodelle nicht verbessert werden. Das bedeutet jedoch nicht, dass die Kombination der gravimetrischen Einzellösungen zu keiner Verbesserung führt. Eine Validation der gravimetrischen Einzel- und Kombinationslösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit Hilfe von Modelllösungen ist nicht möglich, weil die Hydrologiemodelle noch zu große Unsicherheiten aufweisen. Die formalen Fehler der geodätischen Kombinationslösungen für den hydrologischen Masseneffekt betragen 1.93 mas für χ_1^H und 2.88 mas für χ_2^H (Kapitel 4.3.4). Die formalen Fehler der Kombinationslösungen sind deutlich kleiner als die RMS-Differenzen der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen. Folglich kann der hydrologischen Masseneffekt der Polbewegung durch Kombination von gravimetrischen Raubeobachtungen um den Faktor 2.5 genauer bestimmt werden als mit Hilfe von Hydrologiemodellen und um den Faktor 3.5 genauer bestimmt werden als durch die Reduktion des integralen Effektes um die atmosphärischen und ozeanischen Massen- und Bewegungseffekte.

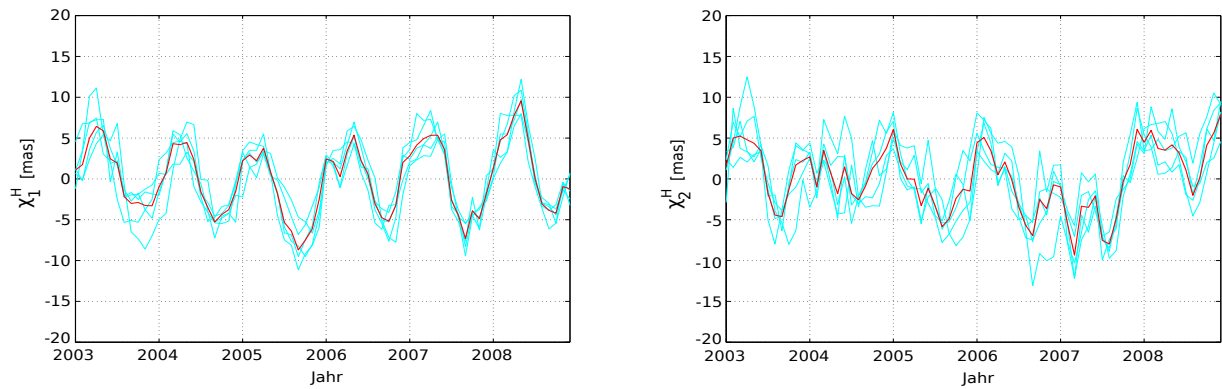


Abbildung 5.14: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt: Gravimetrische Einzellösungen (hellblau) und Kombinationslösung (rot).

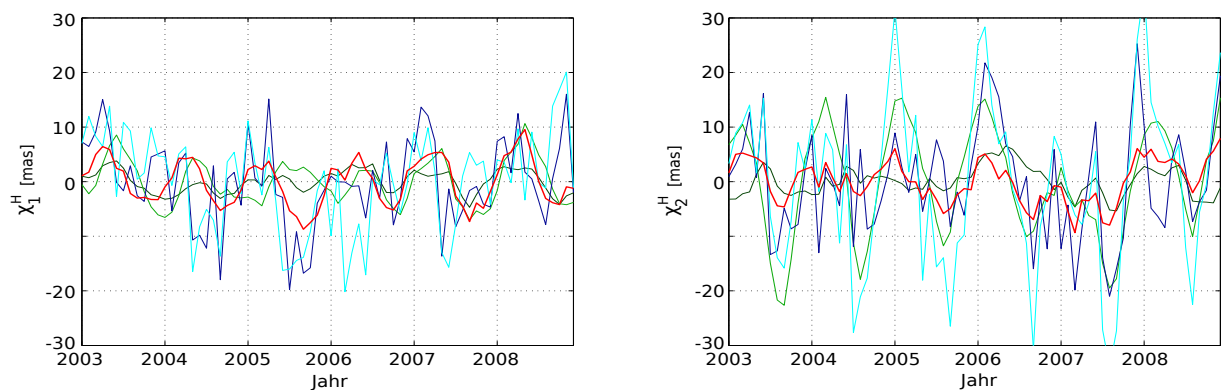


Abbildung 5.15: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den hydrologischen Masseneffekt: Geodätische Kombinationslösung (rot), Hydrologiemodelllösungen GLDAS (dunkelgrün) und LSDM (hellgrün) sowie geodätisch reduzierte Lösungen INE^H (dunkelblau) und IEO^H (hellblau).

Tabelle 5.7: Mittlere Korrelationen (hellgrau) und RMS-Differenzen ([mas], dunkelgrau) der geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit den Hydrologiemodelllösungen GLDAS und LSDM.

| | GFZ | | CSR | | JPL | | GRGS | | ITG | | Kombi | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| χ_1 | 0.60 | 3.57 | 0.55 | 4.49 | 0.45 | 4.66 | 0.71 | 3.70 | 0.62 | 3.02 | 0.61 | 3.56 |
| χ_2 | 0.42 | 6.33 | 0.43 | 6.31 | 0.43 | 6.09 | 0.42 | 6.98 | 0.51 | 5.78 | 0.50 | 5.78 |

5.2.5. Atmosphärischer, ozeanischer und hydrologischer Masseneffekt und integraler Bewegungseffekt

Geodätische Lösungen: Durch die Kombination von geometrisch, gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist erstmals die Trennung des integralen Effektes in die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie den integralen Bewegungseffekt der Polbewegung möglich. Die Kombinationsstrategie sowie die Ergebnisse der Kombination wurden in Kapitel 4.4 vorgestellt.

Modelllösungen: Bisher wurden die einzelnen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation hauptsächlich mit Hilfe von geophysikalischen Modellen bestimmt. Die Modellierung von Massenverlagerungen und -bewegungen in den einzelnen Subsystemen der Erde ist schwierig, weil die zahlreichen Zustandsgrößen nicht mit ausreichender Genauigkeit, räumlicher und zeitlicher Auflösung global beobachtet werden können. In dieser Arbeit werden folgende Modelllösungen verwendet.

- **Atmosphärischer Masseneffekt:** NCEP, ECMWF
- **Ozeanischer Masseneffekt:** ECCO, OMCT
- **Hydrologischer Masseneffekt:** GLDAS, LSDM
- **Integraler Bewegungseffekt:** Addition der atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte von den Modellkombinationen: NCEP plus ECCO (NE) und ECMWF plus OMCT (EO). Die Modelllösungen für den integralen Bewegungseffekt werden mit NE^{motion} und EO^{motion} bezeichnet.

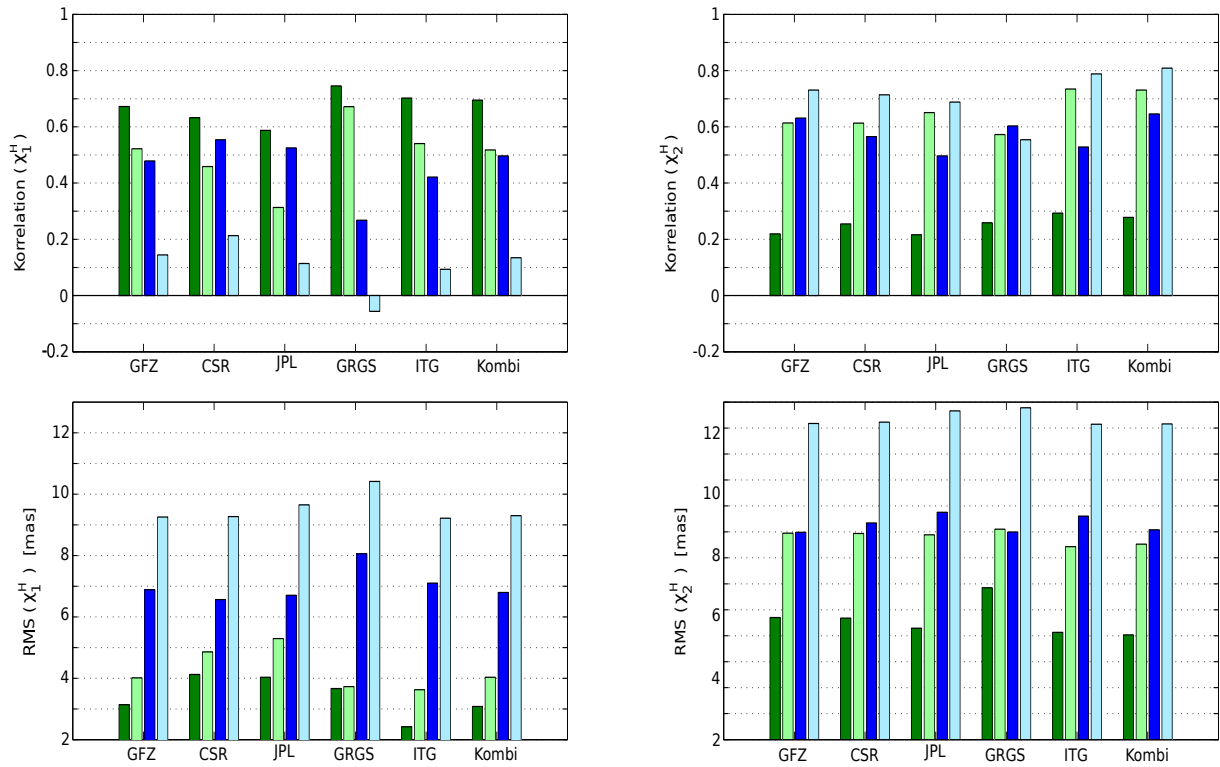


Abbildung 5.16: Mittlere Korrelationen (oben) und RMS-Differenzen (unten) der geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit den Hydrologiemodelllösungen GLDAS (dunkelgrün) und LSDM (hellgrün) sowie mit den geodätisch reduzierten Lösungen INE^H (dunkelblau) und IEO^H (hellblau).

In Tabelle 5.8 sind die Korrelationen und RMS-Differenzen, der jeweils zwei geophysikalischen Modelllösungen für die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie für den integralen Bewegungseffekt, zusammengefasst. Der atmosphärische Masseneffekt kann mit Hilfe von geophysikalischen Modellen wesentlich genauer bestimmt werden als die anderen Massen- und Bewegungseffekte. Der integrale Bewegungseffekt und der hydrologische Masseneffekt können derzeit mit geophysikalischen Modellen nicht adäquat bestimmt werden.

Geodätisch reduzierte Lösungen: Desweiteren können die verschiedenen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation durch entsprechende Reduktionen des integralen Effektes berechnet werden. In Abbildung 5.6 ist dargestellt, wie die geodätisch reduzierten Lösungen für die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie den integralen Bewegungseffekt bestimmt werden können.

- **Atmosphärischer Masseneffekt:** Von der ITRF2008 (I) Lösung für den integralen Effekt werden die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie die atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte der Modellkombinationen: NCEP, ECCO, GLDAS (NEG) und ECMWF, OMCT, LSDM (EOL) abgezogen. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den atmosphärischen Masseneffekt werden deshalb mit $INEG^A$ und $IEOL^A$ bezeichnet.
- **Ozeanischer Masseneffekt:** Von der ITRF2008 (I) Lösung für den integralen Effekt werden die atmosphärischen und hydrologischen Masseneffekte sowie die atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte der konsistenten Modellkombinationen NCEP, ECCO, GLDAS (NEG) und ECMWF, OMCT, LSDM (EOL) abgezogen. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt werden deshalb mit $INEG^O$ und $IEOL^O$ bezeichnet.
- **Hydrologischer Masseneffekt:** Von der ITRF2008 (I) Lösung für den integralen Effekt werden die atmosphärischen und ozeanischen Massen- und Bewegungseffekte der Modellkombinationen NCEP plus ECCO (NE) und ECMWF plus OMCT (EO) reduziert. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt werden mit INE^H und IEO^H bezeichnet.
- **Integrale Bewegungseffekt:** Von der ITRF2008 (I) Lösung für den integralen Effekt werden die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte der Modellkombinationen: NCEP, ECCO, GLDAS (NEG) und ECMWF, OMCT, LSDM (EOL) reduziert. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den integralen Bewegungseffekt werden mit $INEG^{motion}$ und $IEOL^{motion}$ bezeichnet.

In Tabelle 5.8 sind auch die Korrelationen und RMS-Differenzen der jeweils zwei geodätisch reduzierten Lösungen für die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie für den integralen Bewegungseffekt aufgelistet. Die geodätisch reduzierten Lösungen weichen zum Teil stark von einander ab. Die geodätisch reduzierten Lösungen für den integralen Bewegungseffekt weisen die größten Übereinstimmungen auf, wohingegen die geodätisch reduzierten Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt die größten Abweichungen zeigen. Die RMS-Differenzen der geodätisch reduzierten Lösungen für die drei Masseneffekte sind deutlich größer als die entsprechenden RMS-Differenzen der geophysikalischen Modelllösungen wohingegen die RMS-Differenzen der geodätisch reduzierten Lösungen für den integralen Bewegungseffekt ungefähr so groß sind wie die RMS-Differenzen der Modelllösungen.

Tabelle 5.8: Korrelationen (hellgrau) und RMS-Differenzen (dunkelgrau) der jeweils zwei geophysikalischen Modelllösungen χ_{Modell}^i bzw. geodätisch reduzierten Lösungen $\chi_{geod.red.}^i$ für den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt sowie für den integralen Bewegungseffekt.

| | | χ^1 | | χ^2 | |
|---------------------------------|----------------------|-------------|-----------|-------------|-----------|
| | | Korrelation | RMS [mas] | Korrelation | RMS [mas] |
| Atmosphärischer Masseneffekt | χ_{Modell}^A | 1.00 | 0.71 | 1.00 | 1.69 |
| | $\chi_{geod.red.}^A$ | 0.76 | 6.75 | 0.93 | 8.86 |
| Ozeanischer Masseneffekt | χ_{Modell}^O | 0.79 | 3.55 | 0.76 | 4.69 |
| | $\chi_{geod.red.}^O$ | 0.86 | 5.78 | 0.81 | 7.63 |
| Hydrologischer Masseneffekt | χ_{Modell}^H | 0.65 | 3.16 | 0.23 | 9.62 |
| | $\chi_{geod.red.}^H$ | 0.71 | 6.50 | 0.70 | 10.85 |
| Integraler Bewegungseffekt | χ_{Modell}^m | 0.68 | 4.87 | 0.69 | 6.32 |
| | $\chi_{geod.red.}^m$ | 0.91 | 4.64 | 0.76 | 7.93 |

Validation: In Abbildung 5.17 werden die geodätischen Kombinationslösungen für die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte mit den Modelllösungen verglichen. Die geodätischen Kombinationslösungen für den integralen Bewegungseffekt werden sowohl mit den Modelllösungen als auch mit den geodätisch reduzierten Lösungen verglichen. Die geodätischen Kombinationslösungen und Modelllösungen für den atmosphärischen Masseneffekt zeigen sehr hohe Übereinstimmungen. Wohingegen die geodätische Lösung für den ozeanischen Masseneffekt häufig zwischen den beiden Modelllösungen verläuft. Die Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt unterscheiden sich zum Teil stark. Betrachtet man die Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Kombinationslösungen für den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt sowie den integralen Bewegungseffekt mit den entsprechenden Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen, so stellt man fest, dass die geodätischen Kombinationslösungen für den integralen Bewegungseffekt höhere Übereinstimmungen mit den geodätisch reduzierten Lösungen aufweisen als mit den Modelllösungen (Abbildung 5.18). Der integrale Bewegungseffekt kann durch Reduktion des integralen Effektes um die Masseneffekte besser bestimmt werden als durch Kombination der atmosphärischen und ozeanischen Bewegungseffekte. Mit Hilfe von geophysikalischen Modellen können die Masseneffekte wesentlich besser bestimmt werden als die Bewegungseffekte. Tabelle 5.9 enthält die Mittelwerte der Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Kombinationslösungen für den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt mit den Modelllösungen und die mittleren Korrelationen und RMS-Differenzen der geodätischen Kombinationslösung für den integralen Bewegungseffekt mit den geodätisch reduzierten Lösungen. Der atmosphärische Masseneffekt ist derzeit am genauesten bestimmt, gefolgt vom ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt. Der integrale Bewegungseffekt ist mit den größten Unsicherheiten behaftet. Durch die Kombination aller verfügbaren geodätischen Raubeobachtungen kann der ozeanische Masseneffekt etwas besser bestimmt werden als nur durch die Kombination gravimetrischer und altimetrischer Raubeobachtungen, vergleiche hierzu Tabelle 5.6. Mit Hilfe der Hydrologiemodelle kann nicht überprüft werden, ob die geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt ebenfalls durch die Kombination aller verfügbaren geodätischen Raubeobachtungen verbessert werden können. Die formalen Fehler der Gesamtkombinationslösungen für den hydrologischen Masseneffekt (1.43 mas für χ_1^H und 2.39 mas für χ_2^H) sind etwas kleiner als die formalen Fehler der gravimetrischen Kombinationslösungen (1.93 mas für χ_1^H und 2.88 mas für χ_2^H). Folglich können durch die Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raubeobachtungen auch die geodätischen Lösungen für den hydrologischen Masseneffekt verbessert werden. Im Folgenden sind die formalen Fehler der geodätischen Gesamtkombinationslösungen nochmal aufgelistet (Kapitel 4.4).

- **Atmosphärischer Masseneffekt:** 0.57 mas für χ_1^A und 1.44 mas für χ_2^A
- **Ozeanischer Masseneffekt:** 1.88 mas für χ_1^O und 2.32 mas für χ_2^O
- **Hydrologischer Masseneffekt:** 1.43 mas für χ_1^H und 2.39 mas für χ_2^H

- **Integraler Bewegungseffekt:** 2.04 mas für χ_1^{motion} und 2.89 mas für χ_2^{motion}

Die formalen Fehler der geodätischen Gesamtkombinationslösungen sind kleiner als die RMS-Differenzen der beiden Modelllösungen beziehungsweise der beiden geodätisch reduzierten Lösungen (Tabelle 5.8). Die einzelnen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung können durch die Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumberechnungen wesentlich genauer bestimmt werden als mit Hilfe von geophysikalischen Modellen.

- **Atmosphärischer Masseneffekt:** Faktor 1.3 genauer als die Modelllösungen, Faktor 9.0 genauer als die geodätisch reduzierten Lösungen.
- **Ozeanischer Masseneffekt:** Faktor 2.0 genauer als die Modelllösungen, Faktor 3.2 genauer als die geodätisch reduzierten Lösungen.
- **Hydrologischer Masseneffekt:** Faktor 3.1 genauer als die Modelllösungen, Faktor 4.5 genauer als die geodätisch reduzierten Lösungen.
- **Integraler Bewegungseffekt:** Faktor 2.3 genauer als die Modelllösungen, Faktor 2.5 genauer als die geodätisch reduzierten Lösungen.

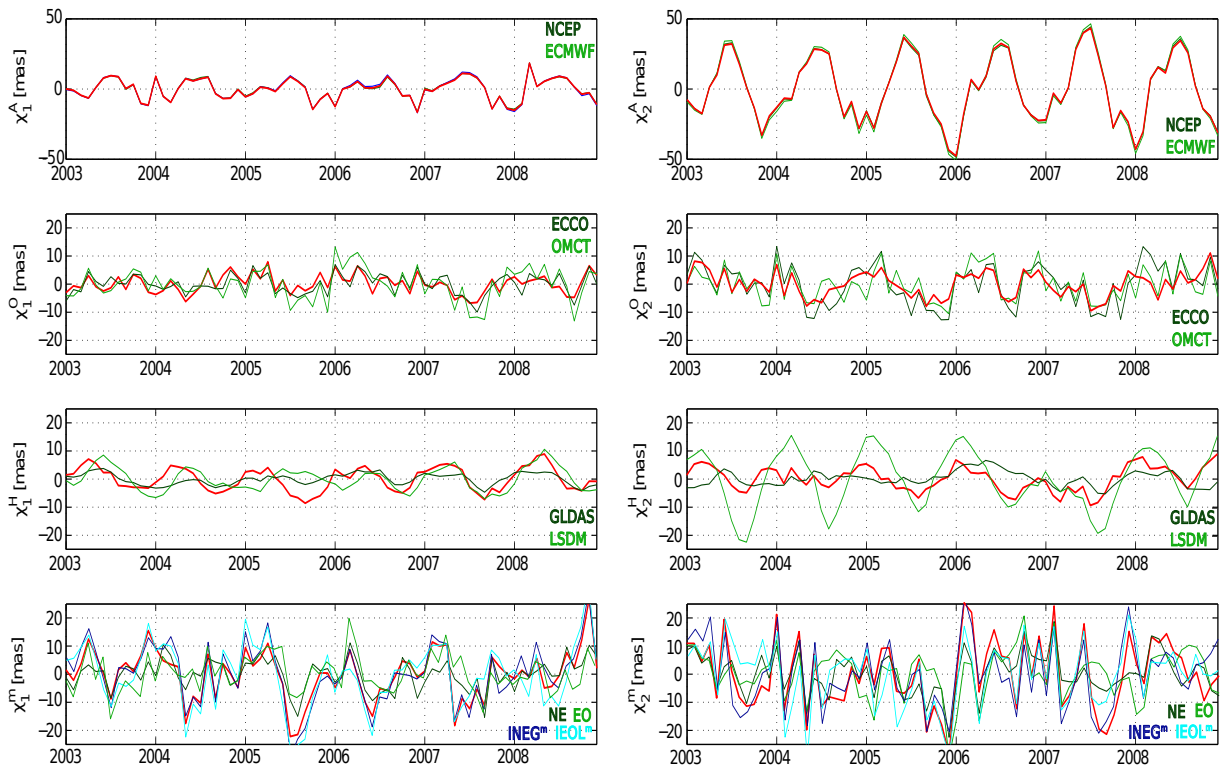


Abbildung 5.17: Monatliche äquatoriale Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt sowie den integralen Bewegungseffekt: Geodätische Kombinationslösungen (rot), Modelllösungen (dunkel- und hellgrün) und geodätisch reduzierte Lösungen (dunkel- und hellblau).

Tabelle 5.9: Korrelationen (hellgrau) und RMS-Differenzen ([mas], dunkelgrau) der geodätischen Kombinationslösungen für den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt und den integralen Bewegungseffekt mit den Modelllösungen bzw. mit den geodätisch reduzierten Lösungen für den integralen Bewegungseffekt.

| | χ^A | | χ^O | | χ^H | | χ^m | |
|------------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|
| χ_1^i | 1.00 | 0.42 | 0.74 | 3.19 | 0.60 | 3.58 | 0.93 | 4.13 |
| χ_2^i | 1.00 | 1.32 | 0.78 | 4.20 | 0.50 | 5.85 | 0.83 | 6.78 |

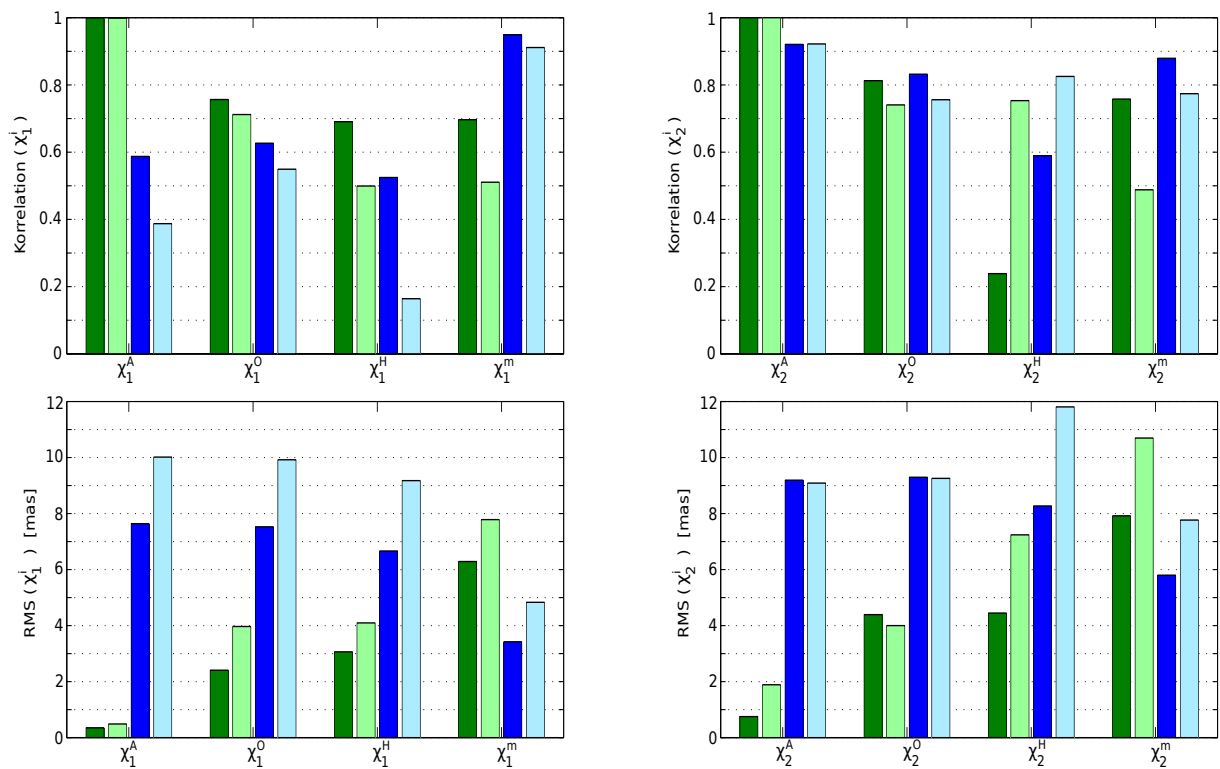


Abbildung 5.18: Korrelationen (oben) und RMS-Differenzen (unten) der geodätischen Kombinationslösungen für den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekt sowie den integralen Bewegungseffekt mit den Modelllösungen (dunkel- und hellgrün) sowie mit den geodätisch reduzierten Lösungen (dunkel- und hellblau).

6. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden erstmals verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung durch Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumberechnungen bestimmt. Diese verbesserten äquatorialen Drehimpulsfunktionen für die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie für den integralen Bewegungseffekt können zur Erforschung von geophysikalischen Prozessen und Zusammenhängen, die die Erdrotation beeinflussen, genutzt werden.

In Kapitel 2 wurden die physikalischen, geometrischen und mathematischen Grundlagen vorgestellt, die zur Berechnung von geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung benötigt werden. Der physikalische Hintergrund der Erdrotation und ihrer Eigenarten beruht auf der Kreiseltheorie. Mit Hilfe von raumfesten und erdgebundenen Referenzsystemen ist eine eindeutige konventionelle geometrische Interpretation der Erdrotation möglich. Auf diesen Erkenntnissen aufbauend, können die geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation mit den Drehimpulsfunktionen mathematisch beschrieben werden. Aufgrund der Elastizität der Erde müssen die Gezeiten-, Rotations- und Auflastdeformationen in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt werden. Die permanenten Gezeitendeformationen der festen Erde wurden in dieser Arbeit nicht in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt, weil geophysikalische Anregungsmechanismen der Erdrotation bestimmt werden, die nicht auf Gezeiten zurückzuführen sind. Deshalb wurden Konstanten, die die Form und das Schwerfeld der Erde im konventionellen gezeitenfreien Bezugssystem beschreiben, verwendet. Die Rotationsdeformationen können über die komplexe effektive Love-Zahl k_2^* oder die komplexe Chandlerfrequenz σ_0 in den dynamischen Bewegungsgleichungen berücksichtigt werden. Die Ergebnisse für die effektive Love-Zahl k_2^* weisen starke Unterschiede auf ($0.3504 - 0.0042i$ bis $0.3611 - 0.0034i$), weil insbesondere das anelastische Verhalten des Erdmantels nicht adäquat modelliert werden kann. Die Schätzung des Dämpfungsfaktors Q der Chandlerschwingung ist ebenfalls noch mit großen Unsicherheiten behaftet; die Werte liegen im Bereich zwischen 63 und 179. Im Rahmen dieser Arbeit wurde untersucht, ob die Dämpfung der Deformationsenergie aufgrund der Reibungseffekte im anelastischen Erdmantel in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt werden muss. Dieser Effekt darf bei der Berechnung der Anregungsmechanismen der Polbewegung vernachlässigt werden, weil der Imaginärteil der Drehimpulsfunktionen kleiner als 1% des Realteils ist. Desweiteren wurde gezeigt, dass die Berechnung der Anregungsmechanismen der Polbewegung nicht stark von der Wahl der reellen Werte für die effektive Love-Zahl k_2^* und der Chandlerfrequenz σ_0 abhängen (0.1 bis 1.6%). Da der Realteil der Chandlerfrequenz von geodätischen Beobachtungen abgeleitet werden kann, ohne Annahmen über das rheologische Verhalten der Erde, wurden in dieser Arbeit die Rotationsdeformationen mit Hilfe der Chandlerfrequenz σ_0 in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt. Die Auflastdeformationen können mit den Love'schen Auflastzahlen k_2' und $\Delta k_{an}'$ beschrieben werden. Es wurde untersucht, ob auch hier der Imaginärteil vernachlässigt werden darf. Die imaginären Anteile der Drehimpulsfunktionen aufgrund der Auflastdeformationen betragen nur etwa 0.4% der reellen Anteile, somit darf der Imaginärteil der Love'schen Auflastzahl $\Delta k_{an}'$ auch bei der Berechnung der Anregungsmechanismen der Erdrotation vernachlässigt werden.

In Kapitel 3 wurden die geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumberechnungsverfahren vorgestellt, mit deren Hilfe verschiedene geophysikalische Anregungsmechanismen der Polbewegung bestimmt wurden. Der integrale Anregungsmechanismus der Polbewegung kann direkt von den Polkoordinaten abgeleitet werden, die mit Hilfe der geometrischen Raumberechnungsverfahren SLR, VLBI, GNSS und DORIS sehr genau bestimmt werden können. In dieser Arbeit wurden die äquatorialen Drehimpulsfunktionen für den integralen Effekt von den Polkoordinaten der Zeitreihen IERS EOP 08 C04, ITRF2008 und DTRF2008 berechnet. Die geodätischen Lösungen für den integralen Effekt zeigen sehr hohe Übereinstimmungen (1 mas). Aufgrund der Modellierung der Gravitationsfeldvariationen, die mit Hilfe der Satellitenmissionen GRACE und LAGEOS beobachtet werden können, kann nicht nur der integrale Masseneffekt, sondern auch die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte bestimmt werden. Während bei der Berechnung des integralen Masseneffektes nur die Potentialkoeffizienten \bar{C}_{21} bzw. \bar{S}_{21} der Level-2-Produkte GSM und GAC addiert werden müssen, bedarf die Berechnung der ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte den Einsatz von Filtertechniken, Land-Ozean-Masken und globaler sphärisch harmonischer Synthese und Analyse. Es wurde überprüft, wie stark sich die Verwendung von Filtern und Masken auf die ursprünglichen Potentialkoeffizienten auswirkt. Dazu wurden mit Hilfe des Gauß-Filters und des DDK1-Filters geglättete äquivalente Wasserhöhen berechnet. Mit Hilfe einer Land-Ozean-Maske wurden die Land- bzw. Ozeangebiete separiert, um kontinentale und ozeanische Potentialkoeffizienten zu bestimmen. Anschließend wurde die Summe dieser Potentialkoeffizienten mit den ursprünglichen Potentialkoeffizienten verglichen. Verwendet man eine geglättete Land-Ozean-Maske, dann kann die Auswirkung

des Gibbschen-Phänomens reduziert werden, dafür nimmt jedoch der Leck-Effekt (engl.: *Leakage effect*) entlang der Küsten zu. Da der Gibbsche-Effekt kleiner ist als der Leck-Effekt, eignen sich Land-Ozean-Masken bestehend aus Nullen und Einsen besser für globale Untersuchungen, inklusive der Küstengebiete. Bei Verwendung des DDK1-Filters gehen wesentlich weniger reale Signalanteile verloren als beim Gauß-Filter. Deshalb wurde bei der Berechnung der ozeanischen und hydrologischen Potentialkoeffizienten der DDK1-Filter in Kombination mit der ungeglätteten Land-Ozean-Maske verwendet. Die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte wurden von den Gravitationsfeldlösungen GFZ RL04, JPL RL04, CSR RL04, EIGEN-GRGS.RL02 und ITG-Grace2010 abgeleitet; der integrale Masseneffekt wurde zusätzlich noch von der Gravitationsfeldlösung CSR SLR RL04 berechnet. Die gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen weisen wesentlich größere Unterschiede auf als die geometrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen (integraler Masseneffekt: 8 *mas*; ozeanischer Masseneffekt: 6 *mas*; hydrologischer Masseneffekt: 4 *mas*). Die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte können mit Hilfe der Satellitenmission GRACE nicht so genau berechnet werden wie der integrale Masseneffekt, weil bei der Bestimmung der äquatorialen Drehimpulsfunktionen Filter und Masken eingesetzt werden müssen. Der ozeanische Masseneffekt kann auch mit Hilfe von Meereshöhenänderungen bestimmt werden, die mit Altimeter-Missionen beobachtet werden. Dabei muss der sterische Effekt, der in dieser Arbeit von dreidimensionalen Temperatur- und Salzgehaltfeldern der Ozeane abgeleitet wurde, reduziert werden. Der ozeanische Masseneffekt wurde von den altimetrischen Lösungen CLS und DGFI für die Meereshöhenänderungen in Kombination mit den Lösungen WOA09 und Ishii für den sterischen Effekt berechnet. Die altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen für den ozeanischen Masseneffekt zeigen höhere Übereinstimmungen als die gravimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen (3 *mas*). Das ist darauf zurückzuführen, dass bei der Bestimmung des ozeanischen Masseneffektes zum Teil gleiche Datensätze für den sterischen Effekt verwendet werden.

In Kapitel 4 wurden Kombinationsmodelle zur Bestimmung (1) des integralen Effektes, (2) des integralen Masseneffektes, (3) des ozeanischen Masseneffektes und (4) des hydrologischen Masseneffektes vorgestellt, ebenso wie ein Kombinationsmodell zur Bestimmung der atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte und des integralen Bewegungseffektes. Ziel der Kombinationen ist es, Schwächen in der Prozessierung auszugleichen und verfahrensspezifische Stärken für das kombinierte Produkt zu nutzen. Die Kombinationen geodätisch bestimmter Drehimpulsfunktionen basieren in dieser Arbeit auf der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Mit Hilfe der Kofaktormatrix der Beobachtungen wird die Gewichtung der Beobachtungen bei der Ausgleichung festgelegt. Es wurde untersucht, mit welchen empirischen Methoden die Varianzen, Kovarianzen und Autokovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen am genauesten bestimmt werden können. Simulationen haben gezeigt, dass die zeitvariablen empirischen Varianzen nicht so genau bestimmt werden können wie die konstanten empirischen Varianzen. Für hoch abgetastete Zeitreihen mit geringem Rauschen und geringer Korrelation des Rauschens können die empirischen Varianzen mit der NCH-Methode wesentlich genauer berechnet werden als mit Hilfe der klassischen Methode. Wohingegen für gering abgetastete Zeitreihen die NCH-Methode nur noch etwas genauere Ergebnisse liefert als die klassische Methode. Allgemein gilt: Je geringer die Abtastung der Zeitreihen, desto ungenauer können die empirischen Varianzen bestimmt werden. Im Gegensatz dazu wirkt sich die Höhe des Rauschens der Zeitreihen nicht auf die Qualität der empirischen Varianzbestimmung aus. Wenn die Korrelation des Rauschens nicht gering ist, dann können mit der NCH-Methode die empirischen Varianzen nicht mehr genauer bestimmt werden als mit Hilfe der klassischen Methode. Das ist darauf zurückzuführen, dass die NCH-Methode auf der Annahme beruht, dass die Korrelation des Rauschens der Zeitreihen gering ist. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde festgestellt, dass die Ergebnisse der NCH-Methode umso mehr von der Wahl der Referenzzeitreihe abhängen, je stärker die Korrelation des Rauschens ist. Mit Hilfe der NCH-Methode kann deshalb abgeschätzt werden, wie stark das Rauschen der Zeitreihen mindestens korreliert ist. Da die Höhe der Korrelationen des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen aufgrund der Verwendung von teilweise gleichen Eingangsdaten, Hintergrundmodellen und Prozessierungsstrategien nicht bekannt ist, wurden die empirischen Varianzen mit Hilfe der klassischen Methode und der NCH-Methode bestimmt. Es hat sich gezeigt, dass die Korrelationen des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen nicht gering sind (0.31 bis 0.65). Deshalb wurden zum Aufstellen der Kofaktormatrix der Beobachtungen die empirischen Varianzen verwendet, die mit Hilfe der klassischen Methode berechnet wurden. Wegen der geringen Abtastung der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist es nicht gelungen, die Kovarianzen adäquat zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden die Kovarianzen bei der Ausgleichung nicht berücksichtigt. Das hat zu Folge, dass die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse zu optimistisch sind. Im Rahmen dieser Arbeit wurde festgestellt, dass man durch Skalierung der formalen Fehler in Abhängigkeit von den Korrelationen des Rauschens der Beobachtungen ein wesentlich realistischeres Genauigkeitsmaß erhält. Mit Hilfe von Autokorrelationsfunktionen können die Autokovarianzen des Rauschens der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen berechnet werden. Wichtig ist, dass signifikante deterministische Signalanteile (z.B. Jahressignal) vor der Bestimmung der Autokorrelationsfunktionen reduziert werden müssen. Simulationen haben gezeigt, dass durch die Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten des Rauschens der

Beobachtungen bei der Ausgleichung, die formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse wesentlich realistischer sind. Eine Skalierung der formalen Fehler ist dann nicht mehr nötig.

In Kapitel 5 wurden sowohl die geodätischen Einzellösungen als auch die Kombinationslösungen für den integralen Gesamteffekt, den integralen Masseneffekt, die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte und den integralen Bewegungseffekt mit geophysikalischen Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen verglichen. Diese Vergleiche dienen nicht nur zur Validation der geodätischen Einzel- und Kombinationslösungen, sondern auch zur Validation der Modelllösungen beziehungsweise der geodätisch reduzierten Lösungen. In dieser Arbeit wurden die Drehimpulsfunktionen von den Atmosphärenmodellen NCEP und ECMWF abgeleitet sowie von den Ozeanmodellen ECCO und OMCT und den Hydrologiemodellen GLDAS und LSDM. Der atmosphärische Masseneffekt kann mit den Atmosphärenmodellen sehr genau bestimmt werden (1 *mas*), wohingegen die anderen geophysikalischen Anregungsmechanismen der Polbewegung mit Hilfe von geophysikalischen Modellen nicht so genau bestimmt werden können (2 bis 8 *mas*). Die Modellierung von Massenverlagerungen und -bewegungen in den einzelnen Subsystemen der Erde ist schwierig, weil die zahlreichen atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Zustandsgrößen nicht mit ausreichender Genauigkeit sowie räumlicher und zeitlicher Auflösung global beobachtet werden können.

Integraler Effekt: Die geodätischen Einzel- und Kombinationslösungen für den integralen Effekt sind wesentlich genauer als die Modellkombinationslösungen (ca. Faktor 20). Deshalb ist eine Validation der geodätischen Ergebnisse für den integralen Effekt mit Modelllösungen nicht möglich. Die Modellkombination NCEP, ECCO und GLDAS zeigt höhere Übereinstimmungen mit den geodätischen Lösungen als die Modellkombination ECMWF, OMCT und LSDM. Die formalen Fehler der geodätischen Kombinationslösungen für den integralen Effekt betragen 0.30 *mas* für χ_1 und 0.44 *mas* für χ_2 .

Integraler Masseneffekt: Durch Kombination der gravimetrischen Einzellösungen für den integralen Masseneffekt kann die Übereinstimmung mit den Modelllösungen und den geodätisch reduzierten Lösungen verbessert werden. Das ist ein Beweis dafür, dass die Schwächen der Prozessierung mit Hilfe der Ausgleichung minimiert werden können. Auch hier weist die Modellkombination NCEP, ECCO und GLDAS etwas höhere Übereinstimmungen mit den geodätischen Lösungen auf als die Modellkombination ECMWF, OMCT und LSDM. Die formalen Fehler der geodätischen Kombinationslösungen für den integralen Masseneffekt betragen 2.70 *mas* für χ_1^{mass} und 3.08 *mas* für χ_2^{mass} . Mit Hilfe der Satellitenmissionen GRACE und LAGEOS kann der integrale Masseneffekt um den Faktor 2.0 genauer bestimmt werden als mit Hilfe von geophysikalischen Modellen.

Atmosphärischer Masseneffekt: Durch die Kombination von geometrisch, gravimetrisch und altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen sowie modellierten Drehimpulsfunktionen für den atmosphärischen Masseneffekt, kann der atmosphärische Masseneffekt bestimmt werden. Da die Ausgleichungsergebnisse hauptsächlich auf den Lösungen der Atmosphärenmodelle NCEP und ECMWF beruhen, unterscheiden sie sich nicht stark von den Modelllösungen. Die formalen Fehler der geodätischen Kombinationslösungen für den atmosphärischen Masseneffekt betragen 0.57 *mas* für χ_1^A und 1.44 *mas* für χ_2^A . Die geodätische Kombinationslösung für den atmosphärischen Masseneffekt ist um den Faktor 1.3 genauer als die Modelllösungen.

Ozeanischer Masseneffekt: Die geodätisch reduzierten Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt sind ungenauer als die Modelllösungen, weil der atmosphärische Bewegungseffekt und der hydrologische Masseneffekt mit geophysikalischen Modellen nicht so genau bestimmt werden kann. Durch Kombination der gravimetrischen Einzellösungen für den ozeanischen Masseneffekt kann die Übereinstimmung mit den Modelllösungen signifikant verbessert werden, wohingegen die altimetrischen Kombinationslösungen nur etwas höhere Übereinstimmungen mit den Modelllösungen zeigen als die altimetrischen Einzellösungen. Obwohl die altimetrischen Kombinationslösungen geringere Übereinstimmungen mit den Modelllösungen zeigt als die gravimetrischen Kombinationslösungen, führt die Kombination der gravimetrischen und altimetrischen Lösungen zu einer weiteren Verbesserung der geodätischen Lösungen für den ozeanischen Masseneffekt. Durch die Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbereobachtungen kann die Übereinstimmung mit den Modelllösungen nochmals verbessert werden. Meistens zeigt die Modelllösung ECCO höhere Übereinstimmungen mit den geodätischen Lösungen als die Modelllösung OMCT. Die formalen Fehler der geodätischen Gesamtkombinationslösungen für den ozeanischen Masseneffekt betragen 1.88 *mas* für χ_1^O und 2.32 *mas* für χ_2^O . Mit Hilfe von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbereobachtungen kann der ozeanische Masseneffekt um den Faktor 2.0 genauer bestimmt werden als mit Hilfe von Ozeanmodellen.

Hydrologischer Masseneffekt: Eine Validation der geodätischen Einzel- und Kombinationslösungen für den hydrologischen Masseneffekt mit Modelllösungen und geodätisch reduzierten Lösungen ist nicht möglich, weil die Unsicherheiten der geophysikalischen Modelle zu groß sind. Durch Kombination der gravimetrischen Einzellösungen für den hydrologischen Masseneffekt sowie durch Kombination der geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbereobachtungen kann die Übereinstimmung mit den Modelllösungen nicht verbessert

werden. Die formalen Fehler der geodätischen Gesamtkombinationslösungen für den hydrologischen Masseneffekt sind kleiner (1.43 *mas* für χ_1^H und 2.39 *mas* für χ_2^H) als die formalen Fehler der gravimetrischen Kombinationslösungen (1.93 *mas* für χ_1^H und 2.88 *mas* für χ_2^H). Das ist ein Hinweis darauf, dass durch die Kombination zahlreicher geodätischer Raumbenachrichtungsverfahren die verfahrensspezifischen Stärken optimal genutzt werden können. Die zeitlichen Änderungen der hydrologischen Massenverlagerungen können mit dem Modell LSDM genauer beschrieben werden als mit dem Modell GLDAS. Jedoch wird der hydrologische Masseneffekt mit dem Modell LSDM überschätzt. Mit Hilfe von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbenachrichtungen kann der hydrologische Masseneffekt um den Faktor 3.1 genauer bestimmt werden als mit Hilfe von Hydrologiemodellen.

Integraler Bewegungseffekt: Die geodätischen Lösungen für den integralen Bewegungseffekt zeigen höhere Übereinstimmungen mit den geodätisch reduzierten Lösungen als mit den Modelllösungen, weil die Masseneffekte mit geophysikalischen Modellen besser beschrieben werden können als die Bewegungseffekte. Die formalen Fehler der geodätischen Kombinationslösungen für den integralen Bewegungseffekt betragen 2.04 *mas* für χ_1^m und 2.89 *mas* für χ_2^m . Der integrale Bewegungseffekt kann mit Hilfe von geodätischen Raumbenachrichtungen um etwa den Faktor 2.3 genauer bestimmt werden als mit Hilfe von geophysikalischen Modellen.

Mit Hilfe der formalen Fehler der Ausgleichungsergebnisse wird gezeigt, dass durch die Kombination von geometrischen, gravimetrischen und altimetrischen Raumbenachrichtungen die atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte sowie der integrale Bewegungseffekt der Polbewegung wesentlich genauer bestimmt werden können als mit Hilfe von geophysikalischen Modellen. Die neuen verbesserten Erkenntnisse über die einzelnen Beiträge der Subsysteme der Erde zu Erdrotationschwankungen können genutzt werden, um ein besseres Verständnis von geophysikalischen Prozessen und Zusammenhängen zu erreichen.

In künftigen Arbeiten sollten folgende Problemstellungen untersucht werden:

- (1) Verwendung neuer Datensätze für die Erdorientierungsparameter, das zeitvariable Gravitationsfeld der Erde und die Meereshöhenänderungen der Ozeane. Die neuen Datensätze sollten nach folgenden Aspekten ausgewählt werden:
 - Erweiterung der Zeitspanne
 - Verbesserung der zeitlichen Auflösung:
 - Die Zeitreihen für die EOP stehen mit täglicher Auflösung zur Verfügung.
 - Am GFZ werden zeitvariable Gravitationsfeldlösungen mit wöchentlicher Auflösung angeboten und die ITG-Grace2010 Gravitationsfeldlösung liegt sogar mit täglicher Auflösung vor. Desweiteren könnten wöchentliche SLR Lösungen für die Potentialkoeffizienten zweiten Grades verwendet werden, die am DGFI berechnet werden.
 - Am CNES/CLS werden die altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen auch mit täglicher und wöchentlicher Auflösung zur Verfügung gestellt.
 - Ein Problem bei der Verbesserung der zeitlichen Auflösung der altimetrisch bestimmten Drehimpulsfunktionen ist, dass die sterischen Meereshöhenänderungen derzeit nur mit monatlicher Auflösung berechnet werden können.
 - Verbesserung der Konsistenz der Datensätze:
 - Im Rahmen von GGOS wurde das Büro für Standards und Konventionen (engl.: *Bureau for Standards and Conventions*) eingerichtet, mit dem Ziel, dass einheitliche Standards und Konventionen bei der Berechnung von geodätischen und geophysikalischen Produkten verwendet werden. Auf diese Weise soll international die Genauigkeit, Zuverlässigkeit und Konsistenz der Daten sichergestellt werden. Derzeit kann nicht abgeschätzt werden, wie lange es dauern wird, dieses Ziel zu erreichen.
 - Ähnlich, wie bei dem deutschen Projekt GGOS-D (ROTHACHER *et al.* 2011), könnte man versuchen auf nationaler Ebene die Erdrotationsparameter, Gravitationsfeldänderungen und Meereshöhenänderungen durch Vereinheitlichung der Standards und Konventionen konsistent zu bestimmen.
 - Höhere Genauigkeit der Datensätze:
 - Der kurzwellige Anteil des Gravitationsfeldes der Erde kann derzeit mit Hilfe der Satellitenmission GRACE noch nicht so genau bestimmt werden wie der langwellige Anteil. Durch Weiterentwicklung der Parametrisierung bei der Berechnung von zeitvariablen Gravitationsfeldänderungen könnte die Genauigkeit verbessert werden.

-
- Die Unsicherheiten bei der Bestimmung der sterischen Meereshöhenänderungen sind hauptsächlich darauf zurückzuführen, dass die ozeanischen Zustandsgrößen wie zum Beispiel Temperatur und Salzgehalt nicht mit ausreichender Genauigkeit, Zuverlässigkeit und räumlicher und zeitlicher Auflösung beobachtet werden können. Mit Hilfe des internationalen ozeanographischen Beobachtungssystems Argo kann die Temperatur und der Salzgehalt der Ozeane immer flächendeckender beobachtet werden. Diese Beobachtungen könnten eingesetzt werden, um die Bestimmung des sterischen Effektes eventuell zu verbessern. Die Satellitenmission SMOS (engl.: *Soil Moisture and Ocean Salinity*) trägt nicht zur Verbesserung der Berechnung des sterischen Effektes bei, weil mit Hilfe dieser Satellitenmission nur der Oberflächensalzgehalt der Ozeane beobachtet werden kann.
- (2) Weiterentwicklung des Ausgleichsmodells zur Kombination von geometrisch, gravimetrisch und altimetrisch bestimmter Drehimpulsfunktionen.
- Funktionales Modell:
 - Berücksichtigung von weiteren Massen- und Bewegungseffekten, wie zum Beispiel in der festen Erde, Kryosphäre und Biosphäre.
 - Parametrisierung der Drehimpulsfunktionen in Form von mathematischen oder physikalischen Modellparametern. Auf diese Weise könnten die geophysikalischen Modelle verbessert werden.
 - Aufstellen der Beobachtungsgleichungen nicht nur für äquatoriale Drehimpulsfunktionen, sondern auch für axiale Drehimpulsfunktionen.
 - Stochastisches Modell:
 - Bestimmung der Genauigkeit der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen mit Hilfe der vollständigen Varianz-Kovarianz-Information der zugrundeliegenden geodätischen Raumbeobachtungen.
 - Berücksichtigung der Kovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen. Wenn längere beziehungsweise höher abgetastete Zeitreihen vorliegen, dann müssten mit Hilfe des OSI Modells (FANG 2007; KUTTERER *et al.* 2009) die Kovarianzen der geodätisch bestimmten Drehimpulsfunktionen adäquat bestimmt werden können.
- (3) Die genauere Bestimmung der geophysikalischen Anregungsmechanismen der Erdrotation ermöglicht eine verbesserte Modellierung der Massenverlagerungen und -bewegungen in den Subsystemen der Erde.
- Im Rahmen der deutschen Forschergruppe „Erdrotation und globale dynamische Prozesse“ wurde gezeigt, dass ozeanische Drehimpulse in ein Ozeanmodell assimiliert werden können. Vorteil dieser Assimilation ist, dass die Erhaltungsgleichungen in dem Ozeanmodell nicht gestört werden, weil es sich bei den ozeanischen Drehimpulsen um globale Größen handelt (SAYNISCH *et al.* 2011).
 - Parametrisierung der Drehimpulsfunktionen in dem Ausgleichsmodell in Form von physikalischen Modellparametern (siehe oben).

Anhang

A. Geschichte der Erforschung der Erdrotation

Die Geschichte der wissenschaftlichen Untersuchungen zur Erdrotation reicht bis in die Zeit vor Christus zurück, schon damals wurde erkannt, dass die Erde sich dreht. Im Folgenden wird die Entdeckung der Erdrotation kurz beschrieben sowie die geschichtliche Entwicklung der Beobachtungsmethoden. Dieser fragmentarische Überblick dient zum besseren Verständnis der Theorie der Erdrotation und der Motivation, die diese Arbeit hervorgebracht hat (CAZENAVE 1986; MIKOLAISKI 1989; MUNK und MACDONALD 1960; YOKOYAMA *et al.* 2000; HÖPFNER 1999; GUINOT 2000).

- 270 v.Chr.** propagierte Aristarchos von Samos als Erster das heliozentrische Weltbild. Demnach bewegen sich die Planeten um die Sonne und nicht die Erde, sondern die Sonne befindet sich im Zentrum des Universums. Die Theorie konnte sich jedoch nicht allgemein durchsetzen.
- 250 v.Chr.** erkannte Eratosthenes von Kyrene, dass die Erde sich um ihre Polachse dreht. Es gelang ihm allerdings nicht die Menschen von seiner Erkenntnis zu überzeugen.
- 1509** beschrieb Nikolaus Kopernikus in seinem Werk *Commentariolus* die Bewegung der Planeten um die Sonne und die scheinbaren Bewegungen der Fixsterne, die hervorgerufen werden durch die Drehung der Erde. Er vertrat folglich das heliozentrische Weltbild und stellte das geozentrische Weltbild von Ptolemäus in Frage.
- 1609** formulierte Johannes Kepler in seinem Buch *Astronomia Nova* das erste und zweite Gesetz der Planetenbewegung.
- 1619** publizierte Johannes Kepler das dritte Gesetz der Planetenbewegung in der Schrift *Harmonices Mundi*.
- 1661** führte Vincentino Viviani den ersten erfolgreichen Pendelversuch durch, zum Beweis der Existenz der Erdrotation. Es gelang ihm nicht seine Studien zu veröffentlichen.
- 1687** erklärte Sir Isaac Newton in seiner Abhandlung *Philosophiae Naturales Principia Mathematica* die Theorie der Schwerkraft und legte den Grundstein für die klassische Mechanik und die Entdeckung des Foucaultschen Effektes.
- 1725** entdeckte James Bradley die Aberration des Lichtes, die auf die Umlaufbahn der Erde um die Sonne zurückzuführen ist und lieferte somit einen experimentellen Beweis für die Richtigkeit des heliozentrischen Weltbildes.
- 1758** formulierte Leonhard Paul Euler die eulerschen Kreiselgleichungen, die Bewegungen von starren rotierenden Körpern beschreiben.
- 1765** erläuterte Leonhard Paul Euler, dass die Rotationsachse der festen, rotationssymmetrischen, ellipsoidischen Erde keine Symmetrieachse ist. Deshalb nahm er an, dass die Rotationsachse eine Kreiselbewegung um die Symmetrieachse mit der 10 monatigen Eulerperiode beschreibt.
- 1835** gab Gustave Coriolis in seinem Werk *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps* bekannt, dass Objekte von ihrer geradlinigen Bewegung abzuweichen scheinen, wenn sie von einem rotierenden System aus beobachtet werden.
- 1851** lieferte Jean Bernard Léon Foucault den ersten experimentellen öffentlichen Beweis für die Rotation der Erde mit dem Foucaultpendel.
- 1885** beobachtete Karl Friedrich Küstner Breitenvariationen am Observatorium Königsberg (Deutschland), während seiner Studien bezüglich der Aberrationskonstanten. Astronomische Breiten werden hinsichtlich der Rotationsachse der Erde gemessen. Zeitliche Schwankungen sind folglich auf Änderungen der Lage des geographischen Nordpols zurückzuführen. Auf diese Weise konnte die Polbewegung endgültig bewiesen werden.
- 1891** stellte Seth Carlo Chandler bei Zeitreihenanalysen von astronomischen Breiten, Schwankungen mit der 14 monatigen Chandelperiode fest und nicht mit der Eulerperiode.
- 1892** führte Simon Newcomb die Chandelperiode auf die Elastizität der Erde und auf Ozeanauflasten zurück.

- 1895** wurde der Internationale Breitenservice (engl.: *International Latitude Service (ILS)*) von der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) gegründet, zur Bestimmung und Untersuchung der Polbewegung. An sechs internationalen Stationen entlang eines Breitenkreises wurden dafür mit Hilfe von optischen Zenitteleskopen astronomische Breiten bestimmt.
- 1919** erfolgte die Gründung des *Bureau International de l'Heure (BIH)*. Diese Institution war verantwortlich für die Kombination aller Messungen der *Universal Time (UT)* sowie für die Nachbardisziplinen Erdrotation und Referenzrahmen.
- 1955** führt das BIH den *Service International Rapid (SIR)* ein, zur effektiveren Bestimmung der Polschwankung und UT mit dem photographischen Zenitteleskop und Danjon's Astrolab. Das zuletzt genannte Instrument zeichnete erstmalig die momentane Breite und die Differenz zwischen UT und der *Coordinated Universal Time (UTC)* auf. Die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit konnte somit in Form von Tageslängenvariationen gemessen werden.
- 1960** veröffentlichten Walter Munk und Gordon MacDonald ihr Werk *The Rotation of the Earth; a geophysical discussion*, indem die dynamischen Grundlagen der Erdrotation, ihre mathematische Formulierungen und Erklärungen einzelner zugrunde liegender geodynamischer Prozesse enthalten sind.
- 1962** fand die Umbenennung des ILS in *International Polar Motion Service (IPMS)* statt.
- Ende der 60er Jahre** konnte die Polbewegung mit einer Genauigkeit von 0.02 Bogensekunden (") bestimmt werden und die Tageslängenschwankung mit einer Genauigkeit von 0.001 Sekunden (s).
- 1970** lieferten die ersten *Lunar Laser Ranging (LLR)* Stationen Lösungen für UT und das erste satellitengestützte Navigationssystem TRANSIT wurde eingesetzt zur Berechnung von Polkoordinaten mit einer Genauigkeit von 6 *milliarcseconds (mas)*.
- 1975** startete der erste *Laser Geodynamics Satellite (LAGEOS)* zu dem Laserentfernungsmessung (engl.: *Satellite Laser Ranging (SLR)*) durchgeführt wurden. Dank dieser neuen Beobachtungstechnik konnte die Position des Nordpols bis auf 3 mas genau ermittelt werden und die *Universal Time No.1 (UT1)* konnte bis auf 0.0005 s präzise abgeleitet werden.
- 1978** lief das internationale Projekt *Monitor Earth Rotation and Intercompare the Techniques of observation and analysis (MERIT)* an, um zahlreiche Beobachtungstechniken bezüglich ihrer abgeleiteten Lösungen für die Polbewegung und UT zu vergleichen. In diesem Jahr wurde der erste Erdbeobachtungssatellit zur Fernerkundung der Ozeane gestartet. Der Satellit Seasat war unter anderem mit einem Radar-Altimeter ausgestattet, das zur Bestimmung von Meereshöhen eingesetzt wurde.
- 1980** publizierte Kurt Lambeck in seinem Buch *The Earth's Variable Rotation; geophysical causes and consequences* neue Erkenntnisse zum Rotationsverhalten der Erde.
- 1983** begann der IPMS tägliche Erdrotationsparameter zu veröffentlichen mit einer Genauigkeit von 2 mas für die Polbewegung und 0.0002 s für die Tageslängenschwankungen.
- 1984** erlaubten Beobachtungen von fünf VLBI (Radiointerferometrie auf langen Basislinien, engl.: *Very Long Baseline Interferometry*) Stationen eine genaue Bestimmung von Polkoordinaten und UT1.
- 1987** wurde der *International Earth Rotation Service (IERS)* gegründet von der *International Astronomical Union (IAU)* und der *International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG)*, um den IPMS und die Abteilung für Erdrotation des BIH zu ersetzen. Diese neue Institution berücksichtigte nur die exakten geodätischen Raumbesobachtungstechniken: SLR, LLR und VLBI. In diesem Jahr publizierten Helmut Moritz und Ivan Müller ihr Werk *Earth Rotation; Theory and Observation* mit der Absicht die theoretische und beobachtungsspezifische Basis für weitere geophysikalische Diskussionen der Erdrotation zu schaffen.
- 1990** verwendete der IERS Beobachtungen des Globalen Positionierungssystems (engl.: *Global Positioning System GPS*) zur Bestimmung der Erdorientierungsparameter (EOP).
- 1994** akzeptierte der IERS auch Messungen des *Doppler Orbitography by Radiopositioning Integrated on Satellite (DORIS)* Beobachtungssystems.
- 1998** richtete der IERS ein *Global Geophysical Fluids Centrum (GGFC)* ein, zur Erforschung und Bereitstellung von absoluten und relativen Drehimpulszeitreihen, die aus modellierten Massenverlagerungen und -bewegungen innerhalb und zwischen den Subsystemen der Erde abgeleitet werden und Erdrotationschwankungen hervorrufen.
- 2001** wurde der erster Laserkreisels auf der Fundermentalstation Wetzell eingeweiht. Er dient zur Messung von kurz periodischen Erdrotationsschwankungen.

- 2002** startete die Satellitenschwerefeldmission GRACE (engl.: *Gravity Recovery And Climate Experiment*). Sie liefert Informationen über das zeitvariable Gravitationsfeld der Erde und lässt auf Erdrotationsänderungen schließen.
- 2003** erfolgte die Umbenennung des IERS in *International Earth Rotation and Reference Systems Service*.
- 2004** wurde die Gravitationsfeldlösungen der Satellitenmission GRACE zum ersten Mal zur Bestimmung des integralen Masseneffektes genutzt.
- 2007** konnten die Erdorientierungsparameter und der ITRF (engl.: *International Terrestrial Reference Frame*) erstmals gemeinsam konsistent bestimmt werden durch Kombination zahlreicher geometrischer Raumverfahren. Die Polbewegung konnte mit einer Genauigkeit von 0.03 mas bestimmt werden und die Tageslängenschwankung mit einer Genauigkeit von 0.015 Millisekunden (ms).
- 2008** konnte der ozeanische Masseneffekt der Polbewegung von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen abgeleitet werden.
- 2010** wurde mit Hilfe von GRACE Gravitationsfeldlösungen erstmals auch die ozeanischen und hydrologischen Masseneffekte bestimmt.

B. Transformation vom raumfesten in das erdgebundene Referenzsystem

Rotationsmatrizen für rechtshändige Koordinatensysteme: Die Rotationsmatrix $\mathbf{R}_1(\alpha)$ beschreibt eine Drehung des Koordinatensystems um die x-Achse mit den Winkel α entgegen dem Uhrzeigersinn. Analog dazu beschreiben die Rotationsmatrizen $\mathbf{R}_2(\alpha)$ und $\mathbf{R}_3(\alpha)$ eine Drehung um die y- bzw. z-Achse. Ein negativer Drehwinkel steht im Folgenden für eine Drehung im Uhrzeigersinn.

$$\mathbf{R}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_2(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_3(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.1. Transformationsansatz basierend auf den Äquinoktien

„Frame-Bias“-Matrix: Wird benötigt für die Transformation des GCRS in das mittleren Äquatorsystem zur Epoche J2000. In KAPLAN (2005b) ist die „Frame-Bias“-Matrix \mathbf{B} definiert über drei Drehungen gemäß

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}_1(-\eta_0)\mathbf{R}_2(\xi_0)\mathbf{R}_3(d\alpha_0). \quad (\text{B.1})$$

Die Winkel ξ_0 und η_0 stellen den Offset des zälestrischen Pols zur Epoche J2000 im GCRS darstellen. Der Winkel $d\alpha_0$ gibt die Rektaszension des mittleren Äquinokx zur Epoche J2000 im GCRS an.

Präzessionsmatrix: Ermöglicht die Transformation vom mittleren raumfesten Äquatorsystem zur Epoche J2000 in das mittlere raumfeste Äquatorsystem zur Beobachtungsepoche t . In MCCARTHY und PETIT (2004) ist die Präzessionsmatrix \mathbf{P} nach Newcomb und Lieske definiert durch drei aufeinander folgende Drehungen

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_3(-z_A)\mathbf{R}_2(\theta_A)\mathbf{R}_3(-\zeta_A). \quad (\text{B.2})$$

Die Drehwinkel ζ_A , θ_A und z_A sind im IAU 2000 Präzessions-Nutations-Modell in Abhängigkeit von der Zeit modelliert.

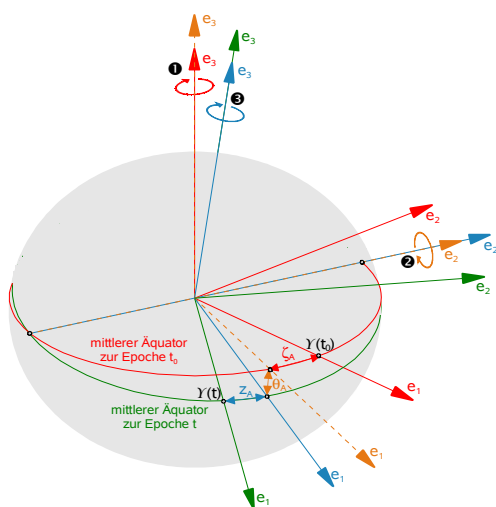


Abbildung B.1: Stellt die drei Drehungen der Präzessionsmatrix dar, die das mittlere raumfeste Äquatorsystem der Epoche J2000 (rot) in das mittlere raumfeste Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t (grün) überführen.

- ❶ Drehung im Uhrzeigersinn um die rote e_3 -Achse um den Winkel ζ_A .
- ❷ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die orange e_2 -Achse mit dem Winkel θ_A .
- ❸ Drehung im Uhrzeigersinn um die blaue e_3 -Achse mit den Winkel z_A .

Nutationsmatrix: Steht für die Umwandlung des mittleren raumfesten Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t in das momentane wahre raumfeste Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t . Die Nutationsmatrix \mathbf{N} ist in KAPLAN (2005b) beschrieben durch drei aufeinander folgende Drehungen entsprechend

$$\mathbf{N} = \mathbf{R}_1(-\epsilon')\mathbf{R}_3(-\Delta\psi)\mathbf{R}_1(\epsilon). \quad (\text{B.3})$$

Der Winkel ϵ entspricht der Schiefe der Ekliptik, $\Delta\psi$ ist die Nutation in der Länge (entlang der Ekliptik) und ϵ' stellt die Nutation in der Ekliptikschiefe dar. Diese Drehwinkel werden ebenfalls im IAU 2000 Präzessions-Nutations-Modell beschrieben.

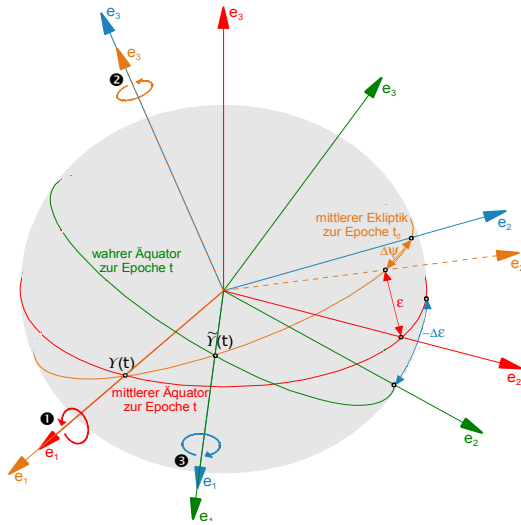


Abbildung B.2: Stellt die drei Drehungen der Nutationsmatrix dar, die das mittlere raumfeste Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t (rot) in das wahre raumfeste Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t (grün) überführen.

- ❶ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die rote e_1 -Achse um den Winkel ϵ .
- ❷ Drehung im Uhrzeigersinn um die orange e_3 -Achse mit dem Winkel $\Delta\psi$.
- ❸ Drehung im Uhrzeigersinn um die blaue e_1 -Achse mit den Winkel $\epsilon' = \epsilon + \Delta\epsilon$.

Sternzeitmatrix und Polbewegungsmatrix: Die Sternzeitmatrix $\mathbf{R}_3(GST)$ beschreibt die Rotation der Erde um ihre momentane Rotationsachse. In MCCARTHY und PETIT (2004) ist GST als Funktion des Erdrotationswinkels und der sogenannten *Equation of the Origins* (EO), die von der Präzession und Nutation abhängt, dargestellt. Mit Hilfe der Sternzeitmatrix wird die Transformation vom wahren raumfesten Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t in das TIRS durchgeführt. Die Umwandlung in das vereinbarte erdfeste Äquatorsystem ITRS erfolgt über die Polbewegungsmatrix \mathbf{W} . Sie gibt die Lage der momentanen Erdrotationsachse und der x -Achse in Bezug auf das erdfeste Referenzsystem an. Gemäß MCCARTHY und PETIT (2004) ist die Polbewegungsmatrix wie folgt definiert:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_2(-x_P)\mathbf{R}_1(-y_P)\mathbf{R}_3(s'). \quad (\text{B.4})$$

x_P und y_P beschreiben die Lage des CIP in Bezug auf den IRP und der sehr kleine Winkel s' gibt die Position des TIO im ITRS an.

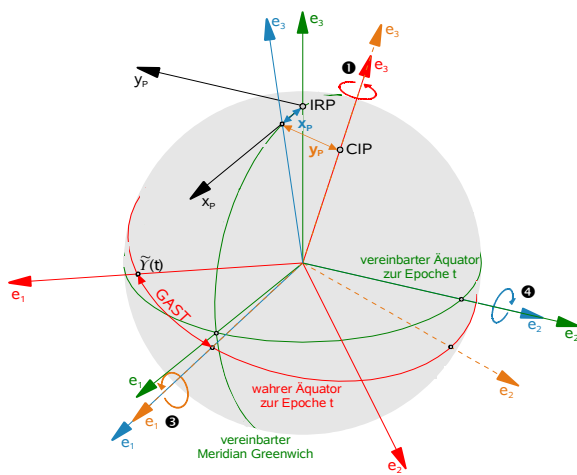


Abbildung B.3: Stellt die Drehungen der Sternzeit- und Polbewegungsmatrix dar, die das wahre raumfeste Äquatorsystem der Beobachtungsepoche t (rot) in das vereinbarte erdfeste Äquatorsystem ITRS der Epoche t überführen.

- ❶ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die rote e_3 -Achse um den Winkel GST .
- ❷ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die rote e_3 -Achse um den Winkel s' ist hier nicht dargestellt.
- ❸ Drehung im Uhrzeigersinn um die orange e_1 -Achse mit dem Winkel y_P .
- ❹ Drehung im Uhrzeigersinn um die blaue e_2 -Achse mit den Winkel x_P .

B.2. Transformationsansatz basierend auf dem CIO

Präzessions-Nutations-Matrix: Erlaubt die Umwandlung des raumfesten Äquatorsystems GCRS in das intermediäre raumfeste System CIRS der Beobachtungsepoche t . In MCCARTHY und PETIT (2004) ist die

Präzessions-Nutations-Matrix \mathbf{Q} definiert gemäß

$$\mathbf{Q} = \mathbf{R}_3(-s)\mathbf{Q}_0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_0 = \begin{bmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & X \\ -aXY & 1 - aY^2 & Y \\ -X & -Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{bmatrix}; \quad a \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(X^2 + Y^2) \quad (\text{B.5})$$

$$\text{oder} \quad \mathbf{Q}_0 = \mathbf{R}_3(-E)\mathbf{R}_2(d)\mathbf{R}_3(E); \quad E = \arctan \frac{Y}{X}; \quad d = \arctan \sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{1 - (X^2 + Y^2)}} \quad (\text{B.6})$$

über die kartesischen Koordinaten X und Y des CIP im GCRS und den Winkel s , der die Position des CIO im GCRS beschreibt. Die einzelnen Drehungen die von der Präzessions-Nutations-Matrix beschrieben werden, lassen sich mit Hilfe der Polarkoordinaten E und d besser veranschaulichen.

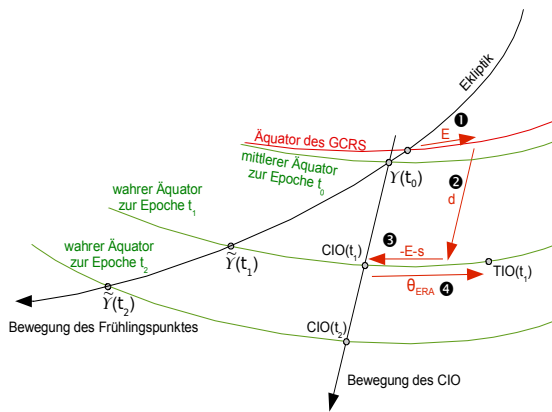


Abbildung B.4: Stellt die Drehungen der Präzessions-Nutations-Matrix und der Erdrotationsmatrix dar, die das GCRS zunächst in das CIRS und anschließend in das TIRS überführen.

- ❶ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die e_3 -Achse um den Winkel E .
- ❷ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die e_2 -Achse um den Winkel d .
- ❸ Drehung im Uhrzeigersinn um die e_3 -Achse um dem Winkel $E + s$.
- ❹ Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn um die e_3 -Achse mit den Winkel θ_{ERA} .

Erdrotationsmatrix: Die Erdrotationsmatrix $\mathbf{R}_3(\theta_{ERA})$ ermöglicht die Transformation vom CIRS in das TIRS zur Beobachtungsepoche t . Im Gegensatz zur Sternzeitmatrix hängt sie nicht von der Präzessions- und Nutationsbewegung ab.

C. DGFI Multi-Mission Meereshöhenänderungen: Entfernungskorrekturen und Modelle

Tabelle C.1: In dieser Tabelle sind die Entfernungskorrekturen und Modelle aufgelistet, die am DGFI bei der Berechnung der Meereshöhenänderungen verwendet wurden.

| | ENVISAT | GFO | TOPEX | Jason 1 |
|---------------------------|--|-----------------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| Produkt | GDR(A, B, C) | GDR | MGDR-B | GDR-C |
| Satellitenbahn | GDR-C | Original | GSFC | Original |
| Ionosphäre | Zweifrequenzmessungen, mit IRI skalierten JPL-GIM Modell | Mit IRI skaliertes JPL-GIM Modell | Zweifrequenzmessungen | Zweifrequenzmessungen |
| Trockene Troposphäre | Originaldaten | Originaldaten | Originaldaten | Originaldaten |
| Feuchte Troposphäre | MWR | MWR / ECMWF Reanalyse | MWR(TMR) | MWR(JMR) |
| DAC | MOG2D | MOG2D | MOG2D | MOG2D |
| Ozeangezeiten | EOT11a | EOT11a | EOT11a | EOT11a |
| Polgezeiten | Originaldaten | Originaldaten | Originaldaten | Originaldaten |
| Auflastgezeiten | EOT11a | EOT11a | EOT11a | EOT11a |
| Sea State Bias | Originaldaten | Originaldaten | (CHAMBERS <i>et al.</i> 2003) | Originaldaten |
| Mittlere Meeresoberfläche | CLS01 | CLS01 | CLS01 | CLS01 |
| Radialer Bahnfehler | MMXO12 | MMXO12 | MMXO12 | MMXO12 |

D. Abkürzungsverzeichnis

| | |
|-----------|---|
| ACC | Accelerometer |
| AOD | Atmosphere-Ocean-De-Aliasing |
| APKIM | Actual Plate Kinematic and Crustal Deformation Model |
| AVISO | Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic data |
| BCRS | Barycentric Celestial Reference System |
| BIH | Bureau de International de l'Heure |
| CEO | Celestial Ephemeris Origin |
| CEP | Celestial Ephemeris Pole |
| CHAMP | Challenging Minisatellite Payload |
| CIO | Conventional International Origion und Conventional Intermediate Origin |
| CIP | Celestial Intermediate Pole |
| CIRS | Celestial Intermediate Reference System |
| CLS | Collecte Localisation Satellites |
| CNES/GRGS | Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale |
| CSR | University of Texas Center for Space Research |
| DGFI | Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut |
| DLR | Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt |
| DUACS | Data Unification and Altimeter Combination System |
| DORIS | Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite |
| DyMEG | Dynamic Model for Earth Rotation and Gravity |
| ECMWF | European Centre for Medium-Range Weater Forcasts |
| ECCO | Estimating the Circulation and the Climate of the Ocean |
| EOP | Earth Orientation Parameters |
| ERA | Earth Rotation Angle |
| FCN | Free Core Nutation |
| GDAC | Global Data Assembly Centre |
| GCRS | Geocentric Celestial Reference System |
| GFZ | GeoForschungsZentrum Potsdam |
| GGFC | Global Geophysical Fluids Centrum |
| GGOS | Global Geodetic Observing System |
| GLDAS | Global Land Data Assimilation System |
| GLONASS | Global Navigation Satellite System |
| GNSS | Global Navigation Satellite Systems |
| GPS | Global Positioning System |
| GRACE | Gravity Recobery and Climate Experiment |
| GSHA | Globale sphärisch harmonische Analyse |
| GSHS | Globale sphärisch harmonische Synthese |
| GST | Greenwich Sidereal Time |
| GTSP | Global Temperatur-Salinity Profile Program |
| IAG | International Association of Geodesy |
| IAS | International Altimetry Service |
| IAU | International Astronomical Union |
| IB | Inverser Barometereffekt |
| ICRF | International Celestial Reference Frame |
| ICRS | International Celestial Reference System |
| IDS | International DORIS Service |
| IERS | International Earth Rotation and Reference Systems Service |

| | |
|-----------|--|
| IGG | Institut für Geodäsie und Geoinformation |
| IGN | Institut Geographique National |
| IGS | International GNSS Service |
| ILRS | International Laser Ranging Service |
| ILS | International Latitude Service |
| IPMS | International Polar Motion Service |
| IRP | IERS Reference Pole |
| ISDC | Integrated System Data Center |
| ITRF | International Terrestrial Reference Frame |
| ITRS | International Terrestrial Reference System |
| IUGG | International Union of Geodesy and Geophysics |
| IVS | International VLBI Service for Geodesy and Astrometry |
| JPL | Jet Propulsion Laboratory |
| KBR | K-Band-Range |
| KBRA | K-Band-Range-Acceleration |
| KBRR | K-Band-Range-Rate |
| LAGEOS | Laser Geodynamics Satellite |
| LEOS | Low Earth Orbit Satellites |
| LLR | Lunar Laser Ranging |
| LOD | Length of Day |
| LSDM | Land Surface Discharge Model |
| LWE | Long Wavelength Error |
| MERIT | Monitor Earth Rotation and Intercompare the Techniques of observation and analysis |
| NASA | National Aeronautics and Space Administration |
| NCEP/NCAR | National Centers for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research |
| NCH | N-cornered-hat |
| NGL | Normalgleichungen |
| NNR | No-Net-Rotation |
| NOAA | National Oceanic and Atmospheric Administration |
| OMCT | Ocean Model for Circulation and Tides |
| OSI | Operator-Software impact |
| PO.DAAC | Physical Oceanography Distributed Active Data Center |
| PREM | Preliminary Earth Model |
| RMS | Root mean square |
| UT | Universal Time |
| UT1 | Universal Time No. 1 |
| UTC | Coordinated Universal Time |
| SIR | Service International Rapid |
| SBA | Special Bureau for the Atmosphere |
| SBH | Special Bureau for Hydrology |
| SBO | Special Bureau for the Oceans |
| SLA | Sea level anomalies |
| SLR | Satellite Laser Ranging |
| SST | Satellite-to-Satellite Tracking |
| TEO | Terrestrial Ephemeris Origin |
| TIO | Terrestrial Intermediate Origin |
| TIRS | Terrestrial Intermediate Reference System |
| TRF | Terrestrial Reference Frame |
| VLBI | Very Long Baseline Interferometry |
| WOA09 | World Ocean Atlas 2009 |
| WOD09 | World Ocean Database 2009 |
| WGHM | Water GAP Hydrology Model |

Literatur

- ALTAMIMI, Z., X. COLLILIEUX, J. LEGRAND, B. GARAYT und C. BOUCHER (2007): *ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters*, Journal of Geophysical Research, 112 (B09401).
- ANGERMANN, D., H. DREWES, M. GERSTL, M. KRÜGEL und B. MEISEL (2009): *DGFI combination methodology for ITRF2005 computation*, In: DREWES, H. (Hrsg.), *Proceedings of the IAG Symposium Geodetic Reference Frames GRF*, 11–16, 134, Springer.
- ANTONOV, J. I., D. SEIDOV, T. P. BOYER, R. A. LOCARNINI, A. V. MISHONOV, H. E. GARCIA, O. K. BARANOVA, M. M. ZWENG und D. R. JOHNSON (2010): *Volume 2: Salinity*, In: LEVITUS, S. (Hrsg.), *World Ocean Atlas 2009*, 182, NOAA Atlas NESDIS 69, U.S. Government Printing Office, Washington.
- BARNES, R. T. H., R. HIDE, A. A. WHITE und C. A. WILSON (1983): *Diurnal and subdiurnal terms of nutation: a simple theoretical model for a nonrigid Earth*, Proceedings of the Royal Society of London Series A, 387: 31–73.
- BAUMGARTNER, M. (2001): *Simultane Schätzung von Schwerefeldkorrekturen und großskaligen Meeresspiegel-schwankungen aus Satellitenaltimeterdaten*, Reihe C 545, DGK, München.
- BETTADPUR, S. (2007): *UTCSR Level-2 Proceedings Standards Document For Level-2 Product Release 0004*, Technical Report GRACE 327-742, Center for Space Research, The University of Texas at Austin.
- BETTADPUR, S., F. FLECHTNER und R. SCHMIDT (2006): *Technical Note 04: Usage Guidelines for GFZ RL03 and JPL RL02 GRACE Gravity Fields and Atmosphere/Ocean Background Models*, Technical Note GRACE, Center for Space Research, The University of Texas at Austin.
- BIANCALE, R. und A. BODE (2006): *Mean Annual and Seasonal Atmospheric Tide Models Based on 3-hourly and 6-hourly ECMWF Surface Pressure Data*, Scientific Technical Report 06/01, Geoforschungszentrum Potsdam.
- BIZOUARD, C. und D. GAMBIS (2011): *The combined solution C04 for Earth Orientation Parameters consistent with International Reference Frame 2008*, <ftp://hpiers.obspm.fr/eop-pc/eop/eopc04/C04.guide.pdf>.
- BOSCH, W. und R. SAVCENKO (2007): *Satellite Altimetry: Multi-Mission Cross Calibration*, In: TREGONING, P. und C. RIZOS (Hrsg.), *Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools*, 51–56, Proceedings IAG Symposia 130, Springer, Berlin, Heidelberg.
- BOX, G. und G. JENKINS (1976): *Time series analysis forecasting and control*, Time series analysis and digital processing, Holden-Day, California.
- BRUINSMA, S., J. M. LEMOINE, R. BIANCALE und N. VALÉS (2010): *CNES/GRGS 10-day gravity field models (release 2) and their evaluation*, Advances in Space Research, 45: 587–601.
- BRZEZIŃSKI, A. und N. CAPITAIN (1993): *The use of the precise observations of the celestial ephemeris pole in the analysis of geophysical excitation of Earth rotation*, Journal of Geophysical Research, 98: 6667–6675.
- CARRÈRE, L. und F. LYARD (2003): *Modeling the barotropic response of the global ocean to atmospheric wind and pressure forcing - comparisons with observations*, Geophysical Research Letters, 30 (1275).
- CAZENAVE, A. (1986): *Earth rotation: Solved and unsolved problems*, Series C, Nato ASI Series.
- CHAMBERS, D. P. (2006): *Evaluation of New GRACE Time-Variable Gravity Data over the Ocean*, Geophysical Research Letters, 33 (L17603).
- CHAMBERS, D. P., S. A. HAYES, J. C. RIES und T. J. URBAN (2003): *New TOPEX sea state bias models and their effect on global mean sea level*, Journal of Geophysical Research, 108 (3305).
- CHENG, M., J. C. RIES und B. D. TAPLEY (2011): *Variations of the Earth's figure axis from satellite laser ranging and GRACE*, Journal of Geophysical Research, 116 (B01409).
- CHENG, M. und B. D. TAPLEY (2004): *Variations in the Earth's oblateness during the past 28 years*, Journal of Geophysical Research, 109 (B9).
- CLS (2011): *SSALTO/DUACS User Handbook: (M)SLA and (M)ADT Near-Real Time and Delayed Time Products*, http://www.aviso.oceanobs.com/fileadmin/documents/data/tools/hdbk_duacs.pdf.
- DAHLEN, F. A. (1976): *The passive influence of the oceans upon the rotation of the Earth*, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 46: 363–406.
- DEMETS, C., R. G. GORDON, D. F. ARGUS und S. STEIN (1994): *Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimate of current plate motions*, Geophysical Research Letters, 21.
- DESAI, S. D. (2002): *Observing the pole tide with satellite altimetry*, Journal of Geophysical Research, 107 (3186).
- DICKMAN, S. R. (2003): *Evaluation of 'effective angular momentum function' formulations with respect to core-mantle coupling*, Journal of Geophysical Research, 108: 2150–2157.
- DILL, R. (2002): *Der Einfluß von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde*, Reihe C 550, DGK, München.
- DILL, R. (2008): *Hydrological model LSDM for operational Earth rotation and gravity field variations*, Scientific Technical Report 08/09, Geoforschungszentrum Potsdam.
- DOBSLAW, H., R. DILL, A. GROETZSCH, A. BRZEZIŃSKI und M. THOMAS (2010): *Seasonal polar motion excitation from numerical models of atmosphere, ocean, and continental hydrosphere*, Journal of Geophysical Research, 115 (B10406).

- DREWES, H. (1998): *Combination of VLBI, SLR and GPS determined station velocities for actual plate kinematics and crustal deformation models*, In: FEISSEL, M. (Hrsg.), *Geodynamics*, IAG Symposia, Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- DUCET, N., P. Y. L. TRAON und G. REVERDIN (2000): *Global high-resolution mapping of ocean circulation from TOPEX/Poseidon and ERS-1 and -2*, *Journal of Geophysical Research*, 105 (C8).
- DZIEWONSKI, A. M. und D. L. ANDERSON (1981): *Preliminary reference Earth model*, *Physics of the Earth Planet Interiors*, 25: 297–356.
- EICKER, A. (2006): *Gravitationsfeldbestimmung aus der Analyse kurzer Bahnbögen am Beispiel der Satellitenmissionen CHAMP und GRACE*, Schriftenreihe des Instituts für Geodäsie und Geoinformation, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- FANG, X. (2007): *Statistische Analyse von Ausgleichungsergebnissen auf der Basis teilweise identischer Messwerte*, Diplomarbeit im Studiengang Geodäsie und Geoinformation, Geodätisches Institut der Leibniz Universität Hannover, Hannover.
- FARRELL, W. E. (1972): *Deformation of the Earth by surface loads*, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 10: 761–797.
- FLECHTNER, F. (2007a): *AOD1B Product Description Document for Product Releases 01 to 04*, Technical Report GRACE 327-750, Geoforschungszentrum Potsdam.
- FLECHTNER, F. (2007b): *GFZ Level-2 Processing Standards Document For Level-2 Product Release 0004*, Technical Report GRACE 327-743, Geoforschungszentrum Potsdam.
- FLECHTNER, F., R. SCHMIDT und U. MEYER (2006): *De-aliasing of Short-term Atmospheric and Oceanic Mass Variations for GRACE*, In: FLURY, J., R. RUMMEL, C. REIGBER, M. ROTHACHER, G. BOEDECKER und U. SCHREIBER (Hrsg.), *Observation of the Earth System from Space*, 83–97, Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- FLOHRER, C. (2008): *Mutual Validation of Satellite-Geodetic Techniques and its Impact on GNSS Orbit Modeling*, Dissertation am astronomischen Institut, Universität Bern, Bern.
- FOFONOFF, N. P. und R. C. MILLARD (1983): *Algorithms for computation of fundamental properties of seawater*, *Unesco technical papers in marine science*, 44: 1–53.
- FU, L. L. und A. CAZENAVE (2001): *Satellite altimetry and Earth sciences: A Handbook of Techniques and Applications*, International Geophysics Series, Academic press, London, San Diego.
- FÖRSTE, C., F. FLECHTNER, R. SCHMIDT, R. KÖNIG, U. MEYER, R. STUBENVOLL, M. ROTHACHER, F. BARTHELMES, H. NEUMAYER, R. BIANCALE, S. BRUINSMA, J. M. LEMOINE und S. LOYER (2006): *A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface data: EIGEN-GL04C*, *Geophysical Research Abstracts*, 8: 761–797.
- GALINDO, F. J., J. J. RUIZ, E. GIACHINO, A. PREMOLI und P. TAVELLA (2001): *Estimation of the covariance matrix of individual standards by means of comparison measurements*, In: CIARLINI, P., M. G. COX, E. FILIPE, F. PAVESE und D. RICHTER (Hrsg.), *Advanced mathematical and computational tolls in metrology 5*, 179–183, Series on advances in Mathematics for applied sciences 57, World Scientific, Singapore.
- GAMBIS, D. (2004): *Monitoring Earth orientation using space-geodetic techniques: state-of-the-art and prospective*, *Journal of Geodesy*, 78: 295–303.
- GERLACH, C. (2003): *Zur Höhensystemumstellung und Geoidberechnung in Bayern*, Reihe C 571, DGK, München.
- GILBERT, F. und A. M. DZIEWONSKI (1975): *An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A278: 187–269.
- GONTIER, A., F. ARIAS und C. BARACHE (2006): *The maintenance of the ICRF using the most stable sources*, In: SOUCHAY, J. und M. FEISSEL (Hrsg.), *The International Celestial Reference System and Frame - ICRS Center Report for 2001-2004*, 7–19, IERS Technical Note 34, Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- GROSS, R. (1992): *Correspondence between theory and observations of polar motion*, *Geophysical Journal International*, 109: 162–170.
- GROSS, R. (2007): *Earth rotation variations - long period*, In: SCHUBERT, G. (Hrsg.), *Treatise on Geophysics: Volume 3 - Geodesy*, Elsevier.
- GROSS, R. (2009): *An improved empirical model for the effect of long-period ocean tides on polar motion*, *Journal of Geodesy*, 83: 635–644.
- GROTEN, E. (2004): *Fundamental parameters and current (2004) best estimates of the parameters of common relevance to astronomy, geodesy, and geodynamics*, *Journal of Geodesy*, 77: 724–731.
- GUINOT, B. (2000): *History of the Bureau International de l'Heure*, ASP Conference Series, 208: 175–184.
- HAN, S. C., C. SHUM, C. JEKELI, C. Y. KUO, C. WILSON und K. W. SEO (2005): *Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement*, *Geophysical Journal International*, 163: 18–25.
- HEINKELMANN, R., J. BÖHM, S. BOLOTIN, G. ENGELHARDT, R. HAAS, R. LANOTTE, D. S. MACMILLAN, M. NEGUSINI, E. SKURIKHINA, O. TITOV und H. SCHUH (2011): *VLBI-derived troposphere parameter during CONT08*, *Journal of Geodesy*, 85: 377–393.
- HEISKANEN, W. und H. MORITZ (1967): *Physical Geodesy*, W.H. Freeman and Company.
- HEITZ, S. (1980): *Mechanik fester Körper: Mit Anwendungen in Geodäsie, Geophysik und Astronomie; Band 1 Grundlagen, Dynamik starrer Körper*, Ferd Dümmers Verlag, Bonn.

- HOFMANN-WELLENHOF, B. und H. MORITZ (2005): *Physical geodesy*, Springer Verlag, Wien, New York.
- HOUGH, S. S. (1895): *The oscillations of a rotating ellipsoidal shell containing fluid*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, 186: 469–505.
- HÖPFNER, J. (1999): *On the contribution of the geodetic institute Potsdam to the International Latitude Service*, Geoforschungszentrum Potsdam, Scientific Technical Report 99/08.
- ISHII, M. und M. KIMOTO (2009): *Reevaluation of historical ocean heat content variations with time-varying XBT and MBT depth bias corrections*, Journal of Oceanography, 65: 287–299.
- ISHII, M., M. KIMOTO, K. SAKAMOTO und S. I. IWASAKI (2006): *Steric sea level changes estimated from historical ocean subsurface temperature and salinity analyses*, Journal of Oceanography, 62: 155–170.
- KALNAY, E., M. KANAMITSU, R. KISTLER, W. COLLINS, D. DEAVEN, L. GANDIN, M. IREDELL, S. SAHA, G. WHITE, J. WOLLEN, Y. ZHU, M. CHELLIAH, W. EBISUZAKI, W. HIGGINS, J. JANOWIAK, K. C. MO, C. ROPELEWSKI, J. WANG, A. LEETMAA, R. REYNOLDS, R. JENNE und D. JOSEPH (1996): *The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project*, Bulletin of the American Meteorological Society, 77: 437–471.
- KAPLAN, G. H. (2005a): *Celestial pole offsets: Conversion from (dX, dY) to $(d\psi, d\epsilon)$* , U. S. Naval Observatory Technical Note.
- KAPLAN, G. H. (2005b): *The IAU resolutions on astronomical reference systems, time scales, and Earth rotation models*, Circular Note, 179.
- KOCH, K. R. und J. KUSCHE (2002): *Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components*, Journal of Geodesy, 76: 259–268.
- KOOT, L., O. DE VIRON und V. DEHANT (2006): *Atmospheric angular momentum time-series: characterization of their internal noise and creation of a combined series*, Journal of Geodesy, 79: 663–674.
- KURTENBACH, E., A. EICKER, T. MAYER-GÜRR, M. HOLSCHNEIDER, M. HAYN, M. FUHRMANN und J. KUSCHE (2012): *Improved daily GRACE gravity field solutions using a Kalman smoother*, Journal of Geodynamics.
- KUSCHE, J. (2007): *Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable GRACE-type gravity field models*, Journal of Geodesy, 81: 733–749.
- KUSCHE, J., R. SCHMIDT, S. PETROVIC und R. RIETBROEK (2009): *Decorrelated GRACE time-variable gravity solutions by GFZ and their validation using a hydrological model*, Journal of Geodesy, 83: 903–913.
- KUTTERER, H., M. KRÜGEL und V. TESMER (2009): *Towards an improved assessment of the quality of terrestrial reference frames*, In: DREWES, H. (Hrsg.), *Geodetic Reference Frames*, 67–72, International Association of Geodesy Symposia 134, Springer Verlag, Heidelberg.
- LAMBECK, K. (1980): *The Earth's variable rotation: geophysical causes and consequences*, Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge.
- LEMOINE, F., S. KLOSKO, C. COX und T. JOHNSON (2006): *Time-variable gravity from SLR and DORIS tracking*, 15th International Laser Ranging Workshop.
- LEMOINE, J. M., S. BRUINSMA, S. LOYER, R. BIANCALE, J. C. MARTY, F. PEROSANZ und G. BALMINO (2007): *Temporal gravity field models inferred from GRACE data*, Advances In Space Research, 39: 1620–1629.
- LOCARNINI, R. A., A. V. MISHONOV, J. I. ANTONOV, T. P. BOYER, H. E. GARCIA, O. K. BARANOVA, M. M. ZWENG und D. R. JOHNSON (2010): *Volume 1: Temperature*, In: LEVITUS, S. (Hrsg.), *World Ocean Atlas 2009*, NOAA Atlas NESDIS 68, U.S. Government Printing Office, Washington.
- LOMBARD, A., A. CAZENAVE, P. Y. L. TRAON und M. ISHII (2005): *Contribution of thermal expansion to present-day sea-level change revisited*, Global and Planetary Change, 47: 1–16.
- LOVE, A. E. H. (1909): *The yielding of the Earth to disturbing forces*, Proceedings of the Royal Society of London Serie A, 82: 73–88.
- LYARD, F., F. LEFEVRE, T. LETELLIER und O. FRANCIS (2006): *Modelling the global ocean tides: modern insights from FES2004*, Ocean Dynamics, 56: 394–415.
- MAGNUS, K. (1971): *Kreisel: Theorie und Anwendungen*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- MATHEWS, P. M., B. A. BUFFETT, T. A. HERRING und I. I. SHAPIRO (1991): *Forced nutations of the Earth: Influence of inner core dynamics, 2. Numerical results and comparisons*, Journal of Geophysical Research, 96: 8243–8257.
- MATHEWS, P. M., T. HERRING und B. A. BUFFETT (2002): *Modeling of nutation and precession: New nutation series for nonrigid Earth and insights into the Earth's interior*, Journal of Geophysical Research, 107 (2068).
- MAYER-GÜRR, T., A. EICKER und K. ILK (2007): *ITG-Grace02s: a GRACE gravity field derived from range measurements of short arcs*, In: *Proceedings of the 1 st International Symposium of the International Gravity Field Service*, 193–198, Istanbul.
- MCCARTHY, D. D. und G. PETIT (2004): *IERS Conventions (2003)*, IERS Technical Note, 32.
- MERRIAM, J. B. (1980): *Zonal tides and changes in the length of day*, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 62: 551–562.
- MIKOLAISKI, H. W. (1989): *Synthetische Modelle zur Polbewegung eines deformierbaren Erdkörpers*, Reihe C 354, DGK, München.
- MORITZ, H. und I. MÜLLER (1987): *Earth rotation: Theory and observations*, Ungar Pub Company, New York.
- MUNK, W. H. und G. J. F. MACDONALD (1960): *The rotation of the Earth*, Univ Press Cambridge.
- NIEMEIER, W. (2002): *Ausgleichsrechnung*, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- PETERS, T. (2007): *Modellierung zeitlicher Schwerevariationen und ihre Erfassung mit Methoden der Satellitengravimetrie*, Reihe C 606, DGK, München.

- PLAG, H. P. und M. PEARLMAN (2009): *Global Geodetic Observing System*, Springer, Berlin, Heidelberg.
- POND, S. und G. L. PICKARD (1983): *Introductory Dynamical Oceanography*, Butterworth Heinemann, Oxford.
- REIGBER, C. (1989): *Gravity Field Recovery from Satellite Tracking Data*, In: SANSONO, F. und R. RUMMEL (Hrsg.), *Theory of Satellite Geodesy and Gravity Field Determination*, 197–234, Lecture Notes in Earth Sciences, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- RODELL, M., P. R. HOUSER, U. JAMBOR, J. GOTTSCHALCK, K. MITCHELL, C. J. MENG, K. ARSENAULT, B. COSGROVE, J. RADAKOVICH, J. K. ENTIN, M. BOSILOVICH, J. P. WALKER, D. LOHMANN und D. TOLL (2004): *The Global Land Data Assimilation System*, Bulletin of the American Meteorological Society, 85: 381–394.
- ROTHACHER, M. (2000): *Raumfeste und erdfest Bezugssysteme*, In: BAUCH, A., M. ROTHACHER und R. RUMMEL (Hrsg.), *Bezugssysteme in Lage und Höhe. Tutorial zum Kursus Ingenieurvermessung 2000*, Schriftenreihe IAPG/FESG 7, Institut für astronomische und physikalische Geodäsie, München.
- ROTHACHER, M., D. ANGERMANN, T. ARTZ, W. BOSCH, H. DREWES, M. GERSTL, R. KELM, D. KÖNIG, R. KÖNIG, B. MEISEL, H. MÜLLER, A. NOTHNAGEL, N. PANAFIDINA, B. RICHTER, S. RUDENKO, W. SCHWEGMANN, M. SEITZ, P. STEIGENBERGER, S. TESMER, V. TESMER und D. THALLER (2011): *GGOS-D: homogeneous reprocessing and rigorous combination of space geodetic observations*, Journal of Geodesy, 85: 679–705.
- ROUTH, E. J. (1905): *Advanced dynamics of a system of rigid bodies*, Macmillan, London.
- RUMMEL, R., M. ROTHACHER und G. BEUTLER (2005): *Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS) - science rationale*, Journal of Geodynamics, 40: 357–362.
- SALSTEIN, D. A., D. M. KANN, A. J. MILLER und R. D. ROSEN (1993): *The Sub-bureau for Atmospheric Angular Momentum of the International Earth Rotation Service: A Meteorological Data Center with Geodetic Applications*, Bulletin of the American Meteorological Society, 74: 67–80.
- SAVCENKO, R. und W. BOSCH (2008): *EOT08a - empirical ocean tide model from multi-mission satellite altimetry*, Report 81, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, München.
- SAYNISCH, J., M. WENZEL und J. SCHRÖTER (2011): *Assimilation of Earth rotation parameters into a global ocean model: excitation of polar motion*, Journal of Nonlinear Processes in Geophysics, 18: 581–585.
- SCHMIDT, R. (2007): *Zur Bestimmung des cm-Geoids und dessen zeitlicher Variationen mit GRACE*, Geoforschungszentrum Potsdam, Scientific Technical Report 07/04.
- SCHOEDLBAUER, A. (2000): *Geodätische Astronomie: Grundlagen und Konzepte*, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- SCHUH, H., R. DILL, H. GREINER-MAI, H. KUTTERER, J. MÜLLER, A. NOTHNAGEL, B. RICHTER, M. ROTHACHER, U. SCHREIBER und M. SOFFEL (2003): *Erdrotation und globale dynamische Prozesse*, Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt/Main.
- SEEBER, G. (1989): *Satellitengeodäsie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- SEITZ, F. (2004): *Atmosphärische und ozeanische Einflüsse auf die Rotation der Erde: Numerische Untersuchungen mit einem dynamischen Erdsystemmodell*, Reihe C 578, DGK, München.
- SEITZ, M. (2009): *Kombination geodätischer Raumberechnungsverfahren zur Realisierung eines terrestrischen Referenzsystems*, Reihe C 630, DGK, München.
- SEITZ, M., D. ANGERMANN, M. BLOSSFELD, H. DREWES und M. GERSTL (2012): *The DGFII Realization of ITRS: DTRF2008*, Journal of Geodesy, (accepted).
- SIGL, R. (1973): *Einführung in die Potentialtheorie*, Wichmann, Karlsruhe.
- SMITH, M. L. und F. A. DAHLEN (1981): *The period and Q of the Chandler wobble*, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 64: 223–281.
- SOMMERFELD, A. (1943): *Vorlesungen über theoretische Physik; Band 1 Mechanik*, Akademische Verlagsgesellschaft Becker & Erler, Leipzig.
- SOVERS, O., J. FANSELOW und C. JACOBS (1998): *Astrometry and geodesy with radio interferometry: experiments, models, results*, Reviews of Modern Physics, 70: 1393–1454.
- STAMMER, D., C. W. UND R. GIERING, C. ECKERT, P. HEIMBACH, J. MAROTZKE, A. ADCROFT, C. HILL und J. MARSHALL (2003): *Volume, heat and freshwater transports of the global ocean circulation 1993-2000, estimated from a general circulation model constrained by World Ocean Circulation Experiment (WOCE) data*, Journal of Geophysical Research, 108 (3007).
- STEIGENBERGER, P. (2002): *MATLAB-Toolbox zur TOPEX/POSEIDON Altimeterdatenverarbeitung*, Schriftenreihe IAPG/FESG, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, München.
- STEWART, R. H. (2006): *Introduction to physical oceanography*, Department of Oceanography Texas A & M University, Texas.
- STUBENVOLL, R. (2000): *Alongtrack-/Crossover-Verfahren und Spektralanalyse zur Trennung geodätisch-geophysikalischer Signale in Altimeterdaten*, Reihe C 524, DGK, München.
- SWENSON, S. und J. WAHR (2002): *Methods for inferring regional surface-mass anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) measurements of time-variable gravity*, Journal of Geophysical Research, 107 (2193).
- SWENSON, S. und J. WAHR (2006): *Post-processing removal of correlated errors in GRACE data*, Geophysical Research Letters, 33 (L08402).
- TAPLEY, B., J. RIES, S. BETTADPUR, D. CHAMBERS, M. CHENG, F. CONDI, B. GUNTER, Z. KANG, P. NAGEL, R. PASTOR, T. PEKKER, S. POOLE und F. WANG (2005): *GGM02-An Improved Earth Gravity Field Model*

- from *GRACE*, *Journal of Geodesy*, 79: 467–478.
- TAPLEY, B. D., S. BETTADPUR, M. WATKINS und C. REIGBER (2004): *The gravity recovery and climate experiment: mission overview and early results*, *Geophysical Research Letters*, 31 (L09607).
- TAVELLA, P. und A. PREMOLI (1994): *Estimating the Instabilities of N Clocks by Measuring Differences of their Readings*, *Journal of Metrologia*, 30: 479–486.
- THALLER, D. (2008): *Inter-technique combination based on homogeneous normal equation systems including station coordinates, Earth orientation and troposphere parameters*, <http://mediatum2.ub.tum.de/doc/635109/document.pdf>, München.
- THOMAS, M. (2002): *Ozeanisch induzierte Erdrotationsschwankungen: Ergebnisse eines Simultanmodells für Zirkulation und ephemeridische Gezeiten im Weltozean*, Dissertation, Fachbereich Geowissenschaften der Universität Hamburg, Hamburg.
- TORGE, W. (2003): *Geodäsie*, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- VAN DAM, T., H.-P. PLAG, O. FRANCIS und P. GEGOUT (2003): *GGFC Special Bureau for Loading: Current status and plans*, *IERS Technical Note*, 30: 180–198.
- VONDRAK, J. (1969): *A contribution to the problem of smoothing observational data*, *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, 20: 349–355.
- VONDRAK, J. (1977): *Problem of smoothing observational data II*, *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, 28: 84–89.
- WAHR, J. (1982): *The effects of the atmosphere and oceans on the Earth's wobble - I. Theory*, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 70: 349–372.
- WAHR, J. (1985): *Deformation induced by polar motion*, *Journal of Geophysical Research*, 90: 9363–9368.
- WAHR, J. (2005): *Polar motion models: Angular momentum approach*, In: PLAG, H. P., B. F. CHAO, R. S. GROSS und T. V. DAM (Hrsg.), *Forcing of polar motion in the Chandler frequency band: A contribution to understanding international climate change*, 89–102, 24, *Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie*, Luxembourg.
- WAHR, J. und Z. BERGEN (1986): *The effects of mantel anelasticity on nutations, earth tides, and tidal variations in rotation rate*, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 87: 633–668.
- WAHR, J., M. MOLENAAR und F. BRYAN (1998): *Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE*, *Journal of Geophysical Research*, 103: 30205–30229.
- WARD, A. (2002): *GRACE: Gravity Recovery and Climate Experiment*, NASA, Technical Reports.
- WATKINS, M. und D. YUAN (2007): *JPL Level-2 Processing Standards Document For Product Release 04*, Technical Report GRACE 327-744, Geoforschungszentrum Potsdam.
- WILSON, C. R. und R. O. VICENTE (1990): *Maximum likelihood estimates of polar motion parameters*, In: MCCARTHY, D. D. und W. E. CARTER (Hrsg.), *Variations in Earth rotation*, 151–155, 59, *AGU Geophysical Monograph Series*.
- YOKOYAMA, K., S. MANABE und S. SAKAI (2000): *History of the International Polar Motion Service/International Latitude Service*, *ASP Conference Series*, 208: 147–162.
- ZHOU, Y. H., D. A. SALSTEIN und J. L. CHEN (2006): *Revised atmospheric excitation function series related to Earth variable rotation under consideration of surface topography*, *Journal of Geophysical Research*, 111 (D12108).

Lebenslauf

12.11.1980 Geboren in München

Ausbildung:

1987 - 1989 Grundschule an der Fernpaßstraße, München

1989 - 1991 Grundschule an der Sambergerstraße, München

1991 - 2000 Thomas-Mann-Gymnasium, München
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife (Abitur), Juni 2000

2000 - 2006 Studium des Vermessungswesens an der Technischen Universität München
Abschluss: Diplom, März 2006

Beruflicher Werdegang:

2002 - 2004 Studentische Hilfskraft am Lehrstuhl für Photogrammetrie und Fernerkundung, Technische Universität München

Seit April 2006 Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut (DGFI) bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München

Danksagung

Ich bedanke mich recht herzlich bei Herrn Prof. Dr. phil. nat. Urs Hugentobler für die Betreuung der Arbeit als Doktorvater. Die zahlreichen ausführlichen Diskussionen haben zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael Schmidt danke ich für die Unterstützung der Arbeit durch viele fachliche und persönliche Gespräche während der letzten sechs Jahre. Durch seine konstruktiven Anregungen wurde die Arbeit entscheidend mitgestaltet.

Dem Korreferenten Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald Schuh danke ich herzlich für die Übernahme des dritten Gutachtens.

Ein herzlicher Dank gilt meinen Kollegen am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut (DGFI) für die freundliche Atmosphäre und die Hilfsbereitschaft bei auftretenden Schwierigkeiten. Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Hermann Drewes, dem ehemaligen Direktor des DGFI, und Dr.-Ing. Wolfgang Bosch für die Möglichkeit, durch Teilnahme an zahlreichen Tagungen, meinen Wissenshorizont zu erweitern. Besonders danken möchte ich Dr.-Ing. Detlef Angermann, der sich dafür eingesetzt hat, dass ich Familie und Beruf gut vereinbaren konnte. Ebenso danke ich Dr.-Ing. Manuela Seitz für die Klärung meiner Fragen bezüglich der Kombination von geodätischen Raumbeobachtungsverfahren und Roman Savcenko für die Bereitstellung von altimetrisch bestimmten Meereshöhenänderungen.

Die Arbeit ist im Rahmen der Forschergruppe „Erdrotation und globale dynamische Prozesse“, die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert wurde, entstanden. Meinen Projektpartnern Prof. Dr.-Ing. Hansjörg Kutterer, Prof. Dr.-Ing. Florian Seitz, Dipl.-Ing. Andrea Heiker und Dipl.-Geophys. Stephanie Kirschner möchte ich für die fruchtbare Zusammenarbeit und die zahlreichen Diskussionen danken. Ebenso danke ich für den regen Austausch innerhalb der Forschergruppe. Besonders zu erwähnen sind Prof. Dr. Maik Thomas und Dr. Henryk Dobsław, die mich hinsichtlich geophysikalischer Anregungsmechanismen der Erdrotation beraten haben und die mir atmosphärische, ozeanische und hydrologische Drehimpulsfunktionen zur Verfügung gestellt haben.

Ich danke meinen Eltern, die mir meine Ausbildung ermöglicht und mich immer tatkräftig unterstützt haben. Ganz besonders danke ich ihnen neben der Betreuung ihrer Enkelkinder für das Korrekturlesen der Arbeit.