TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN INSTITUT FÜR ENERGIETECHNIK MW7

Lehrstuhl für Fluidmechanik

Numerische Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion fluidgesteuerter Ventile in oszillierenden Verdrängerpumpen

> Danijel Anciger München 2012

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN INSTITUT FÜR ENERGIETECHNIK MW7

Lehrstuhl für Fluidmechanik

Numerische Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion fluidgesteuerter Ventile in oszillierenden Verdrängerpumpen

Danijel Anciger

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:	UnivProf. DrIng. M. Hajek
Prüfer der Dissertation:	
1.	UnivProf. DrIng. DrIng. habil. Dr. h.c. R. Schilling (i.R.)
2.	UnivProf. DrIng. E. Schlücker
	Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
3.	UnivProf. DrIng. Th. Sattelmayer

Die Dissertation wurde am 06.12.2011 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 19.03.2012 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Fluidmechanik der Technischen Universität München.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. hc Rudolf Schilling, der mir diese Arbeit ermöglichte und wesentlich zu ihrem Gelingen beitrug. Seine hilfreichen Anregungen und die zahlreichen fachlichen Diskussionen mit ihm waren mir stets eine wertvolle Hilfe während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Eberhard Schlücker und Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer danke ich für die Übernahme des Koreferates ebenso wie Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Hajek, der freundlicherweise als Vorsitzender der Prüfungskommission zur Verfügung stand.

Gerne möchte ich an dieser Stelle auch all meinen Kollegen für die stets außerordentlich gute Zusammenarbeit und Hilfsbereitschaft danken. Hervorheben möchte ich meinen langjährigen Zimmerkollegen und Freund Stefan Herrmann, dessen fachlichen aber auch erheiternden Beiträge mir stets willkommen waren. Meinem Diplomanden und Nachfolger am Lehrstuhl, Julian Schneider, danke ich besonders für die vielfältige Unterstützung fachlicher und organisatorischer Art.

Ganz herzlich möchte ich meiner Ehefrau Kathrin danken, die mich insbesondere während der schriftlichen Phase dieser Arbeit bestärkt und mir den Rücken freigehalten hat. Meinen Kindern Philipp, Levin und Johanna verspreche ich, die manchmal fehlende Zeit für sie aufzuholen.

Garching bei München, Juli 2011

Danijel Anciger

Inhaltsverzeichnis

Vorwort						
Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen XII						
ısamı	nenfas	sung			x	VIII
Einl	eitung					2
1.1	Proble	emstellung			•	2
1.2	Stand	des Wissens		•		3
	1.2.1	Entwicklung druckgesteuerter Ventile				3
	1.2.2	Numerische Strömungsberechnung				4
1.3	Zielset	zung		•	•	5
The	oretiscl	he Grundlagen				7
2.1	Grund	lgleichungen			•	7
2.2	Mittel	ung der Grundgleichungen			•	9
	2.2.1	Reynolds'scher Separationsansatz			•	9
	2.2.2	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichungen				9
2.3	Turbu	lenzmodellierung				11
	2.3.1	k - ε -Modelle		•		12
	2.3.2	k - ω -Modelle		•		13
	2.3.3	Shear-Stress-Transport-Modell (SST)				13
	2.3.4	Wandbehandlung		•		15
	2.3.5	Verwendete Turbulenzmodelle		•	•	17
Nun	nerisch	e Verfahren				21
3.1	Ström	ungsberechnung				21
	3.1.1	Finite-Volumen-Diskretisierung				21
	erwen isami Einl 1.1 1.2 1.3 The 2.1 2.2 2.3	erwendete F sammenfas Einleitung 1.1 Proble 1.2 Stand 1.2.1 1.2.2 1.3 Zielset Theoretisc 2.1 Grund 2.2 Mittel 2.2.1 2.3 Turbu 2.3.1 2.3.2 2.3.3 2.3.4 2.3.5 Numerisch 3.1 Ström 3.1.1	prwort erwendete Formelzeichen und Abkürzungen asammenfassung Einleitung 1.1 Problemstellung 1.2 Stand des Wissens 1.2.1 Entwicklung druckgesteuerter Ventile 1.2.2 Numerische Strömungsberechnung 1.3 Zielsetzung 1.3 Zielsetzung 2.1 Grundgleichungen 2.2.1 Reynolds'scher Separationsansatz 2.2.2 Reynolds'scher Separationsansatz 2.2.1 Reynolds'scher Separationsansatz 2.2.2 Reynolds'scher Separationsansatz 2.3.1 $k - \varepsilon$ -Modelle 2.3.3 Shear-Stress-Transport-Modell (SST) 2.3.4 Wandbehandlung 2.3.5 Verwendete Turbulenzmodelle 3.1 Strömungsberechnung 3.1.1 Finite-Volumen-Diskretisierung	prwort prwendete Formelzeichen und Abkürzungen usammenfassung Einleitung 1.1 Problemstellung	srwort sammenfassung Einleitung 1.1 Problemstellung	prword X issammenfassung X Einleitung 1.1 1.1 Problemstellung 1.2 1.2 Stand des Wissens 1.2.1 1.2.1 Entwicklung druckgesteuerter Ventile 1.2.1 1.2.2 Numerische Strömungsberechnung 1.3 Zielsetzung

		3.1.2	Randbedingungen	22
		3.1.3	Schwach kompressible Strömung	24
	3.2	Starrk	örperbewegung	27
		3.2.1	Wirkende Kräfte	27
		3.2.2	Kopplung des Strömungsvorganges mit der Ventilbewegung	29
		3.2.3	Netzdeformation	33
	3.3	Space	Conservation Law	35
4	Vali	dierung		40
	4.1	Schwa	ch kompressible Strömungen	40
	4.2	Space	Conservation Law	41
	4.3	Kolber	ngetriebene Zylinderströmung	42
5	Anw	endung	g	50
	5.1	Versuc	hsstand Simplexplungerpumpe	50
	5.2	Station	när durchströmtes Ventil	53
		5.2.1	Beschreibung des Testfalls	53
		5.2.2	Simulation ohne FSI - Methode A	59
		5.2.3	Simulation mit FSI - Methode C $\ \ldots \ \ldots$	62
	5.3	Instati	onär durchströmtes Ventil	74
		5.3.1	Beschreibung des Testfalls	74
		5.3.2	Ergebnisse	75
	5.4	Verein	fachtes Pumpenmodell	77
		5.4.1	Beschreibung des Testfalls	77
		5.4.2	Ergebnisse	78
	5.5	Ström	ungssimulation des gesamten Pumpenkopfs	86
		5.5.1	Beschreibung des Testfalls	87
		5.5.2	Ergebnisse	88
6	Bew	ertung	und Ausblick	91
Α	Kolt	oenkine	matik	93
Lit	eratı	urverzei	ichnis	97

Abbildungsverzeichnis

1.1	Druckgesteuerte Ventile: Platten- und Kegelventil (befedert) sowie ein	
	Kugelventil (unbefedert)	2
2.1	Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht, aus $[36]$	16
3.1	Kontrollvolumen 2D, aus [10]	21
3.2	Barotrope Zustandsgleichung nach [6]	26
3.3	Kräftegleichgewicht am Ventil	28
3.4	Vergleich Prädiktor-Korrektor mit expliziter Methode	30
3.5	Fluid-Struktur-Interaktion mit dem Prädiktor-Korrektor Verfahren	32
3.6	Netzdeformation	34
3.7	Ausgangsnetz im UT (links) und deformiertes Netz im OT (rechts)	34
3.8	3D-Kontrollvolumen mit Bezeichnung der Seiten, aus [37]	36
3.9	Rechteckiges Kontrollvolumen, dessen Größe aufgrund der unterschiedli-	
	chen Gittergeschwindigkeiten an den Rändern mit der Zeit anwächst, aus	
	[37]	37
3.10	Kontrollvolumen, dessen Position und Größe sich während eines Zeit-	
	schritts ändert, und von der east-Seite überstrichenes Volumen, aus $\left[37\right]$.	38
4.1	Stosswellenrohr	41
4.2	Kanal mit bewegten Netzlinien; Start- und Endposition (unten) des Re-	
	chengebiets	42
4.3	Geometriebeschreibung für den Testfall kolbengetriebener Zylinderströmung	43
4.4	Kolbengeschwindigkeit (oben) und Kolbenhub (unten) als Funktion der	
	Zeit	44
4.5	Grobes Rechengitter für den Testfall der kolbengeführten Zylinderströmung	45
4.6	Axiale Strömungsgeschwindigkeit bei $x_p = 34.847 \ mm$ für unterschiedli-	
	che Diskretisierungen	46

4.7	Axiale Strömungsgeschwindigkeit bei $x_p = 34.847 \ mm$ für unterschiedli-	
	che Netzfeinheiten	47
4.8	Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten axialen Strömungs-	
	geschwindigkeiten für die Kolbenstellung $x_p = 34.847 \ mm$	48
4.9	Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten radialen	
	Strömungsgeschwindigkeiten für die Kolbenstellung $x_p = 34.847\ mm$	49
5.1	Hydraulischer Schaltplan des Simplexplungerversuchsstandes aus $\left[25\right]$	51
5.2	LEWA Versuchskopf EH/HS 70 aus [25]	51
5.3	Vergleich unterschiedlicher Messungen: oben Kolbenhub, unten Ventilhub	53
5.4	Hydraulischer Schaltplan des Versuchsstandes für Ventildurchströmung	
	aus [25] \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	54
5.5	Pumpenkopf und vergrößerte Ansicht des Ventilkäfigs mit einem Platten-	
	ventil	55
5.6	Simulationsmodell - rotationssymmetrisches Rechengebiet mit Einlass-	
	und Auslassrandbedingung	56
5.7	Vernetzung des Strömungsraumes mit einem Kegelventil in gespiegelter	
	Ansicht. Schwarz: unbewegtes Gitter. Rot: nachgeführtes Gitter. Blau:	
	Gitter folgt exakt der Ventilbewegung	57
5.8	Vernetzung des Strömungsraumes mit einem Plattenventil in gespiegelter	
	Ansicht. Schwarz: unbewegtes Gitter. Rot: nachgeführtes Gitter. Blau:	
	Gitter folgt exakt der Ventilbewegung	58
5.9	Vernetzung des Strömungsraumes mit einem Kugelventil in gespiegelter	
	Ansicht. Schwarz: unbewegtes Gitter. Rot: nachgeführtes Gitter. Blau:	
	Gitter folgt exakt der Ventilbewegung	58
5.10	Kegelventil mit grober (oben) und feiner (unten) Vernetzung sowie Block-	
	grenzen (blau)	60
5.11	Ventilkraft $F_V(Q)$ für unterschiedliche Turbulenzmodelle und konstanten	
	Ventilhub $h_V = 2 \ mm$ am Beispiel des Kegelventils mit 0,1 bar Federvor-	
	druck; Gleichgewichtskraft für den eingestellten Hub (gestrichelte Linie) .	61
5.12	Vergleich des gemessenen und mit dem Modell A simulierten Ventilhubes	
	für das Kugelventil mit 0,1 bar Federvordruck $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	62
5.13	Stromlinien für das grobe (oben, $k\mathchar`e\mathcha$	
	ten LCL -Modell)	63

5.14	Druckfeld für das grobe (oben, k - ε -Modell) und feine Rechengitter (unten, LCL -Modell)	63
5.15	Turbulente kinetische Energie für das grobe (oben, k - ε -Modell) sowie das	
	feine Rechengitter (unten; <i>lcl</i> -Modell); unterschiedliche Skalen	63
5.16	Simulierter Ventileinschwingvorgang am Beispiel des Plattenventils; Ven-	
	tilhub L_V und Volumenstrom Q als Funktion der Zeit t	64
5.17	Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Kegelventil über dem	
	Volumenstrom mit 0,1 bar Federvordruck	66
5.18	Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Kegelventil über dem	
	Volumenstrom mit 0,3 bar Federvordruck	67
5.19	Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Plattenventil über	
	dem Volumenstrom mit 0,1 bar Federvordruck $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	69
5.20	Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Plattenventil über	
	dem Volumenstrom mit 0,3 bar Federvordruck $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	70
5.21	Simulierter Ventilhub (oben) sowie gemessener und simulierter Druckver-	
	lust (unten) für das Kugelventil	72
5.22	Übersicht der durchgeführten quasistationären Berechnungen für das	
	Platten- und Kegelventil mit jeweils 0,1 und 0,3 bar Federvordruck $~$	73
5.23	Geschwindigkeitsrandbedingung am Eintritt für ein einzelnes Ventil	
	abhängig vom Kolbenhub L_P	74
5.24	Hubverlauf des Plattenventils mit 0,1 bar Federvordruck und $n=150$	
	U/min (links) bzw. $n = 270 U/min$ (rechts)	75
5.25	Theoretisch angenommener und realer Durchfluss durch das Ventil	76
5.26	Halbschnitt des Pumpenkopfs (links) und abgewickeltes rotationssymme-	
	trisches Modell mit zwei Ventilen (rechts)	77
5.27	Vergleich der simulierten Hubverläufe für ein bzw. zwei Ventile mit $0,1$	
	bar Federvordruck und $n = 270 \ U/min$ mit dem Experiment	78
5.28	Zeitlicher Druckverlauf in Förder- und Saugleitung sowie im Arbeitsraum	
	(oben); Kolbenhub (mitte); gemessener und Simulierter Ventilhub (unten)	
	mit 0,1 bar Federvordruck und $n = 150 U/min \dots \dots \dots \dots$	79
5.29	Zeitlicher Druckverlauf in Förder- und Saugleitung sowie im Arbeitsraum	
	(oben); Kolbenhub (mitte); gemessener und Simulierter Ventilhub (unten)	
	mit 0,1 bar Federvordruck und $n = 270 \ U/min \dots \dots \dots \dots \dots$	80

5.30	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Plattenventils mit $0,1$ bar	
	Federvordruck und $n = 150 \ U/min$	81
5.31	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Plattenventils mit 0,3 bar	
	Federvordruck und $n = 150 \ U/min$	81
5.32	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kegelventils mit 0,3 bar Fe-	
	dervordruck und $n = 150 \ U/min$	82
5.33	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kegelventils mit $0,1 \ bar$ Fe-	
	dervordruck und $n = 270 \ U/min$	83
5.34	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kegelventils mit $0,1 \ bar$ Fe-	
	dervordruck und $n = 270 \ U/min$ für zwei verschiedene Saugdrücke 4 und	
	6 bar	84
5.35	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kugelventils bei $n=150\;U/min$	85
5.36	Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kugelventils bei $n=270U/min$	85
5.37	Symmetrisches Modell der Gesamtpumpe	86
5.38	Verwendete Blockaufteilung im Halbschnitt des Pumpenkopfs (links),	
	Ventilgitterausschnitt (oben rechts) und Gitterdetail zur Kopplung des	
	Arbeitsraums mit der Ventilzuleitung (unten rechts)	87
5.39	Ergebnis der stationären Simulation der Gesamtpumpe für das Platten-	
	ventil mit $h_v = 1 \ mm$ und 0,1 bar Federvordruck; Konturfarbe entspricht	
	Druck; rot: hoher Druck, blau: niedriger Druck	89
5.40	Ventilkraft als Funktion des Volumenstromes bei konstantem Ventilhub	
	$h_V = 1 \ mm$ für den gesamten Pumpenkopf mit Plattenventil bei 0,1 bar	
	Federvordruck; gestrichelte Linie: Gleichgewichtskraft für den eingestell-	
	ten Hub	90
5.41	Vergleich der gemessenen und berechneten Ergebnisse für das Plattenven-	
	til bei 0,1 bar Federvordruck; rotationssymmetrisches Modell mit FSI und	
	Gesamtpumpenkopf mit Modell A berechnet	90
Λ 1	Kurbaltriah	0.5
А.1 Д Э	Dimensionalogo Verläufe von Kolbenwag – geschwindigkeit	93
A.Z	Dimensionsiose vertaule von Koldenweg, -geschwindigkeit	0.0
	und -beschleunigung	90

Tabellenverzeichnis

2.1	Konstanten des Standard- k - ω -Modells $\ldots \ldots \ldots$	13
2.2	Modellkonstanten der k - ε -Modelle	20
2.3	Dämpfungsfunktionen der k - ε -Modelle	20
2.4	Modellkonstanten nichtlineares k - ε -Modell	20
2.5	Modellkonstanten des SST-Modells	20
4.1	Abmessungen der Testanordnung	43
5.1	Verwendete Modellparameter	56
5.2	Ventilparameter	57
5.3	Federparameter	57
5.4	Verwendete Modellparameter	75

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen

Abkürzungen

2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
ARSM	Algebraische Reynolds-Spannungsmodelle
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direkte numerische Simulation
LES	Large Eddy Simulation
NS3D	Dreidimensionale Navier-Stokes Strömungsrechnung
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichungen
RNG	Renormalization Group Theory
RSM	Reynolds-Spannungsmodelle
SIP	Strongly Implicit Procedure
SIMPLE	Semi Implicit Methode for Pressure Linked Equations
SIMPLER	Semi Implicit Methode for Pressure Linked Equations Revised
UDS	Upwind Differencing Scheme
TU	Technische Universität

Lateinische Zeichen

A	Fläche; Flächenintegral; Koeffizientenmatrix
В	Bottom, Konstante in der Taitgleichung
C	Konstante
D	Diffusionszahl
E	East
F	Fluss durch eine Zellgrenzfläche; Funktion
L	Turbulentes Längenmaß; Hub
N	North; Anzahl Gitterpunkte
OT	Oberer Totpunkt
Р	Punkt; Produktionsterm
Q	Quellterm; Volumenstrom
Re	Reynolds-Zahl
S	South; Fläche; Quellterm der Impulsgleichungen; Tensor der Ver-
	formungsgeschwindigkeiten
Т	Top; Größtes Zeitmaß
Tu	Turbulenzgrad
UT	Unterer Totpunkt
V	Volumen
W	West
\vec{a}	Vektor der Beschleunigung
\vec{c}	Vektor der Absolutgeschwindigkeit
\vec{f}	Flussvektor
\vec{i}	Einheitsvektor

\vec{n}	Einheitsnormalenvektor
\vec{q}	Vektor der Erhaltungsgrößen
\vec{r}	Ortsvektor
\vec{t}	Einheitstangentialvektor
\vec{x}	Lösungsvektor; Ortsvektor
a	Schallgeschwindigkeit; Koeffizient; Beschleunigung
b	Bottom-Zellgrenzfläche
С	Absolutgeschwindigkeit; Spezifische Wärmekapazität
e	East-Zellgrenzfläche; Spezifische innere Energie
f	Allgemeine Funktion; Hilfsfunktion bei Turbulenzmodellen
g	Erdbeschleunigung
i	Erste Index-Richtung
j	Zweite Index-Richtung
k	Dritte Index-Richtung; Spezifische turbulente kinetische Energie
l	Größtes Längenmaß
mm	Millimeter
n	North-Zellgrenzfläche; Normalenrichtung; Iterationszähler, Kon-
	stante in der Taitgleichung
p	Druck
q	Quellterm
r	r - Koordinate; Radius
s	South-Zellgrenzfläche; Quelle (rechte Seite)
t	Top-Zellgrenzfläche; Zeit;
u	Geschwindigkeitskomponente
v	Geschwindigkeitskomponente
w	Geschwindigkeitskomponente; West-Zellgrenzfläche
x	x - Koordinate; Referenzlänge
y	y - Koordinate; Wandnormaler Abstand
z	z - Koordinate

Griechische Zeichen		
\bigtriangleup	Differenzenwert; Laplace-Operator	
Ω	Rotationstensor	
lpha	Relaxationsfaktor; Konstante im Turbulenzmodell	
β	Konstante im Turbulenzmodell	
δ	Schichtdicke; Differentialoperator; Kronecker-Symbol	
δx	Abstand zweier Zellmittelpunkte	
ε	Dissipationsrate; Abbruchkriterium	
ζ	Körperorientierte Koordinate	
μ	Dynamische Viskosität	
ν	Kinematische Viskosität	
ξ	Körperorientierte Koordinate	
Q	Dichte	
χ	Hilfsfunktion im Turbulenzmodell	
σ	Konstante im Turbulenzmodell	
τ	Viskose Normal- und Schubspannungen; Kleinstes Zeitmaß	
ϕ	Allgemeine Variable	
ω	Spezifische Dissipationsrate	

Deichen
Referenz
an der Zellfläche b
c_i Impuls gleichung mit $i = x, y, z$
an der Zellfläche e
effektiv
hydraulisch
Am Einströmrand
Erste Index-Richtung; Laufindex
Zweite Index-Richtung; Laufindex
Dritte Index-Richtung; Laufindex, Kolben
laminar
Maximalwert
Normalkomponente; an der Zellfläche n
benachbart
Druck, Plunger
Referenz
Spalt
turbulent; tangential; total; an der Zellfläche t
Ventil
x-Komponente
y-Komponente
z-Komponente
Dissipationsrate
viskos
Dichte
Schubspannung
Allgemeine Variable
Spezifische Dissipationsrate

Tiefgestellte Zeichen

+	Dimensionslose Werte der Turbulenzmodelle			
*	Aus den diskretisierten Impulsgleichungen berechnete Werte;			
	Dimensionsbefreite Werte; Konstanten im Turbulenzmodell			
/	Werte der Schwankungsbewegung bei Reynolds-Mittelung			
с	konvektiv			
d	diffusiv			
high	hoher Ordnung			
lin	linear			
low	niedriger Ordnung			
m	Iterationszähler			
mod	modifiziert			
neu	neuer Wert			
num	numerisch			
rel	im Relativsystem			
turb	turbulent			

Hochgestellte Zeichen

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der numerischen Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion in oszillierenden Verdrängerpumpen. Als Basis dient der am Lehrstuhl entwickelte und auf inkompressiblen Reynolds-gemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS) basierende CFD-Solver NS3D. Da die Kompressibilität der geförderten Flüssigkeit einen Einfluss auf das Arbeitsverhalten der Pumpe hat, wird das Verfahren zunächst um die Behandlung der schwachen Kompressibilität von Flüssigkeiten erweitert.

Die Berechnung der Strömung der in Kolbenpumpen häufig verwendeten fluidgesteuerten Ventile erfordert eine zeitechte Auflösung der Ventilbewegung. Dazu wird das Ventil als Starrkörper betrachtet, d.h. Ventilverformungen bleiben unberücksichtigt. Die Bewegung des Ventils ergibt sich aus dem zweiten Newtonschen Gesetz. Im wesentlichen bestimmen die Ventilmasse, -befederung und -form sowie das Druckfeld um das Ventil die Ventilhublinie. Das vorgestellte Prädiktor-Korrektor Verfahren stellt die Einhaltung des Kräftegleichgewichtes am Ventilkörper sicher.

Die zeitliche Änderung der Ventilposition erfordert eine Gitternachführung. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein effizientes algebraisches Verfahren entwickelt, das eine automatische Deformation der Ausgangsgitter in einer sehr guten Netzqualität ermöglicht.

Das vorgestellte Verfahren wird mit Messungen verglichen. Dabei liefern verschiedene Abstraktionsgrade der Modellierung und unterschiedliche Ventilbauformen einen Einblick in die Leistungsfähigkeit des Verfahrens. Zunächst wird die quasistationäre Berechnung eines einzelnen Ventils betrachtet. Das mit konstantem Volumenstrom durchströmte rotationssymmetrische Ventil muss sich durch das Kräftegleichgewicht aus der Schließstellung in eine konstante Position öffnen. Der Ventilhub zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Als nächstes wird das einzelne Ventil mit einem veränderlichen Volumenstrom beaufschlagt, der sich aus der gemessenen Kolbenbewegung ergibt. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist insbesondere im zweiten Teil der Ventilhubkurve sehr gut. Lediglich die Öffnungsverzögerung kann mit diesem Modell nicht korrekt vorhergesagt werden, da durch die Vorgabe der Randbedingung kurz unterhalb des Ventils keine Arbeitsraumelastizität berücksichtigt wird.

Aus diesem Grund wird ein weiteres rotationssymmetrisches Modell eingeführt, das sowohl das Saug- als auch das Druckventil enthält. Der Kolben wird als Eintrittsrandbedingung modelliert. Die Abstände zwischen Saugventil, Kolben und Druckventil entsprechen den abgewickelten Abständen der gemessenen Kolbenpumpe. Die Simulationsergebnisse stimmen sehr gut mit den Messungen überein.

Die stationäre Simulation des gesamten Pumpenkopfs unter Ausnutzung der Symmetrie zeigt die prinzipielle Anwendbarkeit des Verfahrens auf komplexe Geometrien.

Das vorgestellte Verfahren stellt somit eine effiziente Methode zur Berechnung und Optimierung der Ventile in Kolbenpumpen dar. Abhängig vom Einsatzgebiet der Pumpe lassen sich optimale Kombinationen aus Ventilform, -masse und -befederung identifizieren.

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Oszillierende Verdrängerpumpen spielen eine wichtige Rolle in verfahrenstechnischen Anlagen. Aufgrund ihrer drucksteifen Kennlinie, der hohen Wirkungsgrade und der betrieblichen Sicherheit werden sie zum Fördern und Dosieren von Flüssigkeiten gegen hohe Drücke eingesetzt. Hermetisch dichte Membranpumpen ermöglichen zudem die Förderung von aggressiven, explosiven, toxischen und radioaktiven Fluiden.

Druckgesteuerte Ventile oszillierender Verdrängerpumpen beeinflussen im wesentlichen Maße den Wirkungsgrad, die Dosiergenauigkeit und die Standfestigkeit des Aggregats. Am häufigsten kommen Platten-, Kegel- und Kugelventile (Abb. 1.1) zum Einsatz. Neben der Ventilform werden befederte und unbefederte Ventile unterschieden. Die Vorspannkraft und Steifigkeit der eingesetzten Feder bestimmen maßgeblich das Öffnungsverhalten und die Hubkinematik des Ventils, wohingegen bei unbefederten Ventilen die Öffnungskraft der Gewichtskraft des Ventilkörpers entspricht.



Abb. 1.1: Druckgesteuerte Ventile: Platten- und Kegelventil (befedert) sowie ein Kugelventil (unbefedert)

Die optimale Auslegung von Ventilen zielt auf eine niedrige Öffnungs- und Schließverzögerung, geringe Schließenergie, minimale Geräuschentwicklung und niedrige Druckverluste sowie eine geringe Kavitationsanfälligkeit ab. Oftmals wiedersprechen sich jedoch diese Auslegungskriterien. So ist z.B. eine möglichst kleine Dichtfläche vorteilhaft in Bezug auf die Offnungsverzögerung wegen der geringeren Adhäsionskräfte im Spalt. Beim Schließen des Ventils muss die Schließenergie jedoch durch die kleinere Fläche aufgenommen werden. Dadurch erhöhen sich der Ventilverschleiß und die Geräuschentwicklung.

Die Anwendung von CFD-Codes eröffnet in diesem Spannungsfeld neue Möglichkeiten. Je nach Abstraktionsgrad lassen sich viele Varianten schnell berechnen. Die Entwicklungskosten können erheblich reduziert werden, indem der immer noch nötige Prototypenbau minimiert werden kann. Darüber hinaus lassen sich alle berechneten Strömungsgrößen an Orten analysieren, die experimentell nicht oder nur sehr schwer erreichbar sind. Für einen erfolgreichen industriellen Einsatz im Entwicklungs- und Optimierungsprozess muss der CFD-Code verschiedene Anforderungen erfüllen. Zum einen müssen alle wesentlichen physikalischen Phänomene wie Impuls-, Massen- und Energieerhaltung sowie Kompressibilität und Reibungseffekte durch das Rechenmodell berücksichtigt werden. Zudem muss das verwendete Verfahren größtmögliche Flexibilität bezüglich der Geometrieaufbereitung zulassen, um lokale Effekte wie Spaltströmungen zu ermöglichen. Aufgrund der zeitlich variierenden Geometrie durch die Bewegung des Ventils muss der CFD-Code selbsständig die neue Position des Ventils berechnen können und gegebenenfalls das Berechnungsgitter automatisiert anpassen. Um ein interaktives Arbeiten zu ermöglichen, sollte auf kurze Rechenzeiten geachtet werden. Für den praktischen Einsatz bedeutet dies, dass ein Kompromiss aus bestmöglicher Modellierung und der benötigten Rechenzeit gefunden werden muss.

1.2 Stand des Wissens

1.2.1 Entwicklung druckgesteuerter Ventile

Für die optimale Auslegung druckgesteuerter Ventile ist die Vorhersage der Ventilhubkinematik von entscheidender Bedeutung. Aus der Öffnungs- und Schließverzögerung lassen sich Rückschlüsse über die zu erwartenden Wirkungsgrade ziehen. Die Schließgeschwindigkeit bestimmt im hohen Maße die Geräuschentwicklung und den Verschleiß des Ventils. Aus diesem Grund entwickelte WESTPHAL [46] schon 1893 eine analytische Methode, um aus dem Kräftegleichgewicht am Ventil und der Kontinuitätsgleichung im Ventilspalt die Bewegungsgleichung zu ermitteln. THIEL [42] beschreibt in seiner Arbeit die historische Entwicklung der analytischen Methoden und stellt eine nichtlineare Differenzialgleichung auf, mit der sich die Ventilhubkurve im Vergleich zum Experiment relativ gut vorhersagen lässt. Lediglich in der Öffnungsphase entstehen zu große Amplituden in der Hubkinematik. GRAU [13] erweitert dieses Verfahren um die sogenannte scheinbare Adhäsion, um die bei THIEL noch zu hoch vorhergesagten Öffnungsspitzen genauer zu berechnen.

Alle oben genannten Verfahren erfordern die Einführung von empirschen Beiwerten, wie z.B. Verlustkoeffizienten, Ausflussziffern oder Kraftbeiwerten. Diese Beiwerte müssen für unterschiedliche Ventilformen und Reynoldszahlen experimentell ermittelt werden und sind oft nicht allgemein gültig. Eine Geometrieoptimierung ist somit ausgeschlossen, da jede Geometrievariation die empirischen Beiwerte ändert.

1.2.2 Numerische Strömungsberechnung

Hierin besteht der große Vorteil der numerischen Strömungsberechnung. In vielen Anwendungsfällen können mit Hilfe der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS) integrale Größen wie Druckverluste und Wirkungsgrade in ausreichender Genauigkeit vorhergesagt werden. So wird z.B. bei der Entwicklung von Turbomaschinen immer stärker auf den sog. numerischen Prüfstand zurückgegriffen, s. z.B. SCHILLING ET AL. [30, 31]. Neben den integralen Größen liefert die CFD-Methode Einblicke in die Strömungsverhältnisse. Dadurch lassen sich kritische Bereiche oft optisch untersuchen und entsprechend optimieren.

Die numerische Strömungsberechnung im Bereich der oszillierenden Verdrängerpumpen steht noch ganz am Anfang. Am weitesten verbreitet ist die Berechnung der stationären Strömung durch Ventile, bei der die Position des Ventils konstant gehalten wird. LILEK ET AL. [21] berechnen z.B. die Geschwindigkeitsprofile an einem Sitzventil und vergleichen sie mit experimentellen Daten, die sie erst später erhalten. Der Vergleich der Geschwindigkeitsprofile zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. RISTIĆ ET AL. [29] reduzieren erfolgreich die nötige Betätigungskraft und den Druckverlust eines Schieberventils, indem sie ein parametriertes Ventilmodell mit Hilfe evolutionärer Algorithmen optimieren, s. z.B. [12] sowie [27].

Am weitesten verbreitet ist die instationäre Berechnung von bewegten Gittern bei Einspritzvorgängen in Zylindern von Verbrennungsmotoren, s. z.B. JASAK ET AL. [18]. STRÖLL ET AL. [38, 39, 40] untersuchen die kolbengetriebene Strömung in einem Modellzylinder. Sie erzielen sehr gute Ergebnisse im Vergleich mit dem Experiment.

1.3 Zielsetzung

Instationäre Ventilbewegungen stellen die heutigen CFD-Pakete noch vor große Herausforderungen. Dabei sind weniger die physikalischen Vorgänge problematisch als viel mehr die Behandlung der bewegten Gitter. BLENDINGER [4] stellt erste Berechnungsergebnisse vor, die er an einer auf zwei Dimensionen reduzierten Kolbenpumpe durchführt. Die darin erzielten Ergebnisse zeigen sowohl für die weggesteuerte als auch für die fluidgesteuerte Ventilbewegung richtige Tendenzen, wenngleich die Reduktion auf zwei Dimensionen eine erhebliche Einschränkung bedeutet. Es wird zudem klar, wie viel Aufwand nötig ist, um die Bewegung durch einen problemangepassten Netzgenerator im CFD-Solver zu implementieren. Deswegen wurde im AiF-Forschungsvorhaben "Simulation oszillierender Verdrängerpumpen", s. [25], aus dem diese Arbeit hervorgegangen ist, als zentrales Ziel erkannt, dass Benutzerinteraktionen auf ein Minimum reduziert werden müssen. Insbesondere soll der Solver im Stande sein, selbständig von einem Ausgangsgitter die bei bewegten Rändern nötige Gitternachführung zu berechnen.

Der am Lehrstuhl für Fluidmechanik der TU München von SKODA [36] entwickelte und von EINZINGER [10] weiterentwickelte Strömungsberechnungscode NS3D dient dabei als solide Basis. Neben der Gitternachführung ist die Entwicklung und Implementierung der Behandlung von schwach kompressiblen Strömungen von entscheidender Bedeutung, da ein Teil der volumetrischen Verluste in Kolbenpumpen durch die Kompressibilität des Förderfluids verursacht wird. Als Basis für das graphische Benutzerinterface dient das von KRONSCHNABL [31] und SCHMALHORST [33] entwickelte Integrated Design System (IDS).

Ferner soll der Simulationscode dahingehend erweitert werden, dass die zeitechte Fluid-Struktur-Interaktion des Ventils mit dem Fluid simuliert werden kann. Dabei wird das Ventil vereinfachend als Starrkörper modelliert. Neben der fluidgesteuerten Bewegung soll der Starrkörper eine beliebige mathematisch vorgeschriebene, d.h. weggesteuerte, Bewegung ausführen können, wie sie zum Beispiel bei geführten Ventilen oder dem motorgetriebenen Kolben auftritt.

Die numerischen Ergebnisse sollen mit Messungen verglichen werden. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten experimentellen Ergebnisse wurden alle im Rahmen des vom VDMA Fachverband Pumpen und Systeme initiierten AiF-Forschungsvorhabens am Lehrstuhl für Prozessmaschinen und Anlagentechnik der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg erarbeitet, s. [25]. Das Hauptaugenmerk in dieser ersten Forschungs-

1 Einleitung

phase liegt auf der Fluid-Struktur-Interaktion des Ventils mit dem Förderfluid, das von einem Kolben bzw. Plunger angetrieben wird. Am deutlichsten lässt sich die Interaktion zwischen Kolben- und Ventilbewegung an dem zeitechten Ventilhub beobachten. Die auftretende Öffnnungs- und Schließverzögerung des Ventils sowie der maximale Ventilhub dienen dabei als Vergleichskriterien. Da das zu entwickelnde Softwarepaket künftig die Optimierung von Ventilen in Kolbenpumpen ermöglichen soll, werden die Ergebnisse für drei unterschiedliche Ventilformen verglichen: Platten-, Kegel- und Kugelventil. Neben der Geometrievariation soll der Einfluss unterschiedlicher Federvorspannkräfte untersucht werden. Das Kugelventil ist völlig unbefedert, womit bei dieser Ventilform den Massenträgheitskräften eine größere Bedeutung zukommt.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit liegt in der Modellbildung selbst. Durch Anwendung verschiedener Abstraktionsstufen soll identifiziert werden, wie die Ventilbewegung möglichst genau und mit vertretbarem Aufwand berechnet werden kann.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Grundgleichungen

Die dreidimensionale Strömung eines inkompressiblen Fluids ist gekennzeichnet durch die drei Komponenten eines Geschwindigkeitsvektors $\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)^T$ und den statischen Druck p. Diese zunächst unbekannten Größen lassen sich durch vier Erhaltungsgleichungen berechnen, die Kontinuitätsgleichung sowie drei Impulserhaltungsgleichungen. Für ein kartesisches Inertialsystem stellen sich die Erhaltungsgleichungen unter Verwendung der Einsteinschen Summationskonvention wie folgt dar, s. z.B. SCHLICHTING [32]:

$$\frac{\partial c_j}{\partial x_j} = 0, \tag{2.1}$$

$$\varrho \, \frac{\partial c_i}{\partial t} + \varrho \, \frac{\partial (c_j \, c_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j},$$
(2.2)

mit dem viskosen Spannungstensor

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right).$$
(2.3)

Dabei entspricht t der Zeit, ρ der Dichte und μ der dynamischen Viskosität des Fluids. Da der statische Druck p in Gleichungen 2.1 und 2.2 nicht explizit, sondern nur in Form eines Gradienten auftritt, nimmt das absolute Druckniveau hier keinen Einfluß auf die Lösung der Gleichungen.

Das Gleichungssystem 2.1 und 2.2 gilt uneingeschränkt sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen. In den seltensten Fällen lässt sich dieses System von Gleichungen jedoch analytisch lösen. Aus diesem Grund werden zur Lösung der Gleichungen numerische Verfahren herangezogen.

Die genaueste Methode zur Berechung des Strömungsfelds ist die Direkte Numerische Simulation (DNS). Bei der DNS werden die originären dreidimensionalen instationären Navier-Stokes-Gleichungen gelöst. Um alle Skalen der Turbulenz zu erfassen, müssen mit der Diskretisierung in Raum und Zeit auch die kleinsten Wirbel aufgelöst werden. Nach TENNEKES UND LUMLEY [41] lässt sich die erforderliche Anzahl der Knoten Neines Rechengitters über das Verhältnis des integralen turbulenten Längenmaßes L_T zur Kolmogorov-Länge η_T abschätzen:

$$\frac{L_T}{\eta_T} \sim \left(\frac{u_T \cdot L_T}{\nu}\right)^{\frac{3}{4}} \sim Re_T^{\frac{3}{4}} \quad \Rightarrow \quad N \sim \left(\frac{L_T}{\eta_T}\right)^3 \sim Re_T^{\frac{9}{4}} . \tag{2.4}$$

Die turbulente Reynolds-Zahl Re_T basiert auf der Stärke der Geschwindigkeitsschwankungen, d.h. dem turbulenten Geschwindigkeitsmaß u_T sowie dem integralen Längenmaß L_T . Nach FERZIGER UND PERIĆ [11] ist die turbulente Reynolds-Zahl Re_T etwa um den Faktor 100 kleiner als die makroskopische Reynolds-Zahl Re, wie sie im Allgemeinen zur Beschreibung technischer Strömungsvorgänge verwendet wird. Bei technisch relevanten Strömungen liegt die turbulente Reynolds-Zahl in der Größenordnung von \mathcal{O} (10⁴). Der daraus resultierende enorme Bedarf an Arbeitsspeicher und Rechenzeit stellt selbst für moderne Großrechner eine nahezu unüberwindbare Hürde dar, weshalb die DNS heute fast ausschließlich bei der Entwicklung von Turbulenzmodellen Anwendung findet.

Das globale Strömungsfeld wird im wesentlichen durch die energietragenden großen Wirbel beeinflußt. Die Grobstruktursimulation oder Large Eddy Simulation (LES) löst die dreidimensionale, instationäre Entwicklung dieser großen Wirbel auf. Im Gegensatz zur DNS werden die kleinen, dissipativen Wirbel durch ein Subgrid-Scale-Modell (SGS) berücksichtigt. Dadurch ergibt sich eine erhebliche Einsparung an Rechenzeit.

Die resultierenden Rechenzeiten sind bei der LES für die meisten technischen Anwendungen immer noch zu hoch. Die momentan verbreitetste Methode ist die Anwendung der Reynolds-gemittelten bzw. Reynolds-Averaged-Navier-Stokes Gleichungen (RANS). Hierbei werden alle turbulenten Skalen statistisch modelliert, wodurch sich erhebliche Einsparungen in der Rechenzeit ergeben. Als einzige Methode erlaubt sie zudem die direkte Berechnung von stationären Strömungszuständen.

2.2 Mittelung der Grundgleichungen

2.2.1 Reynolds'scher Separationsansatz

Die Mittelung der Grundgleichungen geht auf den Separationsansatz von REYNOLDS [28] zurück. Danach läßt sich für stationäre Problemstellungen die lokal an einem Ort vorherrschende Strömungsgröße ϕ aufteilen in einen zeitlichen Mittelwert $\overline{\phi}$ und einen Schwankungsanteil ϕ' :

$$\phi(\vec{x},t) = \overline{\phi}(\vec{x}) + \phi'(\vec{x},t). \tag{2.5}$$

Die zeitlich gemittelte Größe ergibt sich nach Gl. 2.6 zu

$$\overline{\phi}(\vec{x}) = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t + \Delta t} \phi(\vec{x}, t) dt \quad .$$
(2.6)

Der zeitliche Mittelwert des Schwankungsanteils $\overline{\phi'}(\vec{x},t)$ verschwindet:

$$\overline{\phi'}(\vec{x},t) = 0. \tag{2.7}$$

Diese Vorgehensweise läßt sich auch auf instationäre Strömungen anwenden, solange die Voraussetzung erfüllt ist, daß die globale zeitliche Änderung der Strömung wesentlich langsamer verläuft als die turbulenten Schwankungen. In diesem Fall lautet der Separationsansatz

$$\phi(\vec{x},t) = \overline{\phi}(\vec{x},t) + \phi'(\vec{x},t). \tag{2.8}$$

Die Vorschrift zur Mittelwertbildung entspricht

$$\overline{\phi}(\vec{x},t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} \phi(\vec{x},t) dt \quad , \qquad (2.9)$$

wobei die Integrationszeit Δt groß genug ist, um einen repräsentativen Mittelwert zu bestimmen, jedoch klein gegenüber der globalen Zeitskala.

2.2.2 Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichungen

Wendet man den Separationsansatz nach Gl. 2.5 bzw. 2.8 auf die für inkompressible Fluide gültigen Navier-Stokes Gleichungen 2.1 und 2.2 für die Geschwindigkeitskomponenten und den statischen Druck an und mittelt diese zeitlich, s. z.B. WILCOX [49], so erhält man die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes Gleichungen in der Form:

$$\frac{\partial \overline{c}_j}{\partial x_j} = 0, \qquad (2.10)$$

$$\varrho \frac{\partial \overline{c}_i}{\partial t} + \varrho \frac{\partial (\overline{c}_j \, \overline{c}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \varrho \frac{\partial \overline{c'_i \, c'_j}}{\partial x_j}.$$
(2.11)

Diese Gleichungen beschreiben im Gegensatz zu den originären Erhaltungsgleichungen nun den Transport der mittleren Stromfeldgrößen. Sie enthalten zusätzliche Korrelationen der Form $-\rho c_i c_j c_j$. Bei diesen Termen handelt es sich um die Komponenten des Reynolds-Spannungstensors, die aus der Mittelung der konvektiven Terme hervorgehen und zunächst unbekannt sind. Das betrachtete Gleichungssystem ist somit unterbestimmt.

Zur Lösung dieses Schließungsproblems stehen zwei Ansätze zur Verfügung. Entweder lassen sich die unbekannten Korrelationen über sog. Reynolds-Spannungsmodelle direkt modellieren oder man verknüpft die Komponenten des Reynolds-Spannungstensor über den Wirbelviskositätsansatz nach BOUSSINESQ [5] mit dem mittleren Stromfeld. Hierfür ergibt sich im Falle inkompressibler Fluide

$$- \varrho \overline{c'_i c'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{c}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \varrho \, k \, \delta_{ij}$$

$$(2.12)$$

mit

$$k = \frac{1}{2} \overline{c'_i c'_i} \tag{2.13}$$

als spezifischer turbulenter kinetischer Energie.

Der Wirbelviskositätsansatz reduziert zwar die Anzahl der zu modellierenden Unbekannten, es liegt aber nach wie vor ein Schließungsproblem vor, da die Verteilungen der neu eingeführten turbulenten Viskosität μ_t und der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k nicht bekannt sind. Die Berechnung einer sinnvollen Verteilung für μ_t und kist Aufgabe der Turbulenzmodellierung, die in Kap. 2.3 beschrieben wird.

Für alle folgenden Kapitel wird aus Gründen der vereinfachten Darstellung auf die besondere Kennzeichnung von Reynolds-gemittelten Mittelwerten verzichtet, so dass ϕ gleichbedeutend mit $\overline{\phi}$ ist.

2.3 Turbulenzmodellierung

Das nach Reynolds gemittelte Gleichungssystem, Gl. 2.10 und 2.11, ist nicht geschlossen. Die unbekannten Terme, der Reynolds-Spannungstensor $-\rho \overline{c'_i c'_j}$, die Dissipationsrate ε und die turbulente Viskosität μ_T werden durch geeignete Turbulenzmodelle approximiert. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich Wirbelviskositätsmodelle verwendet. Die Grundlage dieser Modelle bildet der Ansatz von BOUSSINESQ [5]:

$$-\rho \overline{c'_i c'_j} = 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\mu_T \frac{\partial \overline{c}_k}{\partial x_k} + \overline{\rho} k \right) + \rho \overline{c'_i c'_j}^{HOT}.$$
(2.14)

In Gl. 2.14 bezeichnen die sog. High-Order-Terms $\rho \overline{c_i c_j'}^{HOT}$ quadratische und kubische Approximationen des Reynolds-Spannungstensors in Abhängigkeit des Deformationstensors S_{ij} und des Rotationstensors Ω_{ij} , siehe Gl. 2.15 und 2.16. Die Terme höherer Ordnung nehmen beim originären Boussinesq-Ansatz den Wert Null an. Turbulenzmodelle, die High-Order-Terms beinhalten, werden in Kap. 2.3.5 behandelt. Der Deformationstensor S_{ij} und der Rotationstensor Ω_{ij} sind wie folgt definiert:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{c}_j}{\partial x_i} \right), \qquad (2.15)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{c}_j}{\partial x_i} \right).$$
(2.16)

Das Schließungsproblem wird somit auf die Bestimmung der turbulenten Viskosität μ_T und der Dissipationsrate ε reduziert. Die turbulente Viskosität lässt sich auf ein turbulentes Zeitmaß T_T und ein integrales Längenmaß L_T zurückführen, d.h. $\mu_T \propto \rho \frac{L_T^2}{T_T}$. Die Unbekannten T_T und L_T werden üblicherweise durch die turbulente kinetische Energie k und die Dissipationsrate ε bzw. die spezifische Dissipation ω ausgedrückt:

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \quad \text{mit} \quad \beta^* = 0.09, \tag{2.17}$$

$$T_T = \frac{k}{\varepsilon} = \frac{1}{\beta^* \omega}, \qquad (2.18)$$

$$L_T = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega}.$$
(2.19)

Die Größen k und ε bzw. ω lassen sich mit entsprechenden Transportgleichungen bestimmten. Die turbulente Viskosität ergibt sich mit Hilfe von Gl. 2.18 bzw. 2.19 und

einer Proportionalitätskonstanten C_{μ} zu:

$$\mu_T = C_\mu \rho \ kT_T. \tag{2.20}$$

Dabei entspricht die turbulente kinetische Energie dem turbulentes Geschwindigkeitsmaß $u_T = \sqrt{k}$.

2.3.1 k- ε -Modelle

Zu den bekanntesten und häufig verwendeten Turbulenzmodellen zählen die k- ε -Modelle. Aus Gl. 2.18 und 2.20 ergibt sich die turbulente Wirbelviskosität

$$\mu_T = C_\mu f_\mu \rho \; \frac{k^2}{\varepsilon},\tag{2.21}$$

wobei f_{μ} als Dämpfungsfunktion fungiert. Eine exakte Gleichung für die Dissipationsrate ε lässt sich nach WILCOX [49] ähnlich wie die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie k aus den Navier-Stokes Gleichungen ableiten. Da die Schließung der exakten ε -Gleichung bei weitem schwieriger als die der turbulenten kinetischen Energie ist, muss die Transportgleichung für die Dissipationsrate ε als eine Modellgleichung angesehen werden, s. FERZIGER UND PERIĆ [26] . Die Transportgleichungen für k und ε lauten:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon, \qquad (2.22)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{c}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon}{T_T}.$$
 (2.23)

Das turbulente Zeitmaß ist wie in Gl. 2.18 definiert. Das Standard-Modell nach LAUN-DER UND SPALDING [19] ist nur für hohe Reynolds-Zahlen gültig. Die Dämpfungsfunktionen f_{μ} , f_1 und f_2 stellen sicher, dass das korrekte asymptotische Wandverhalten, siehe Kap. 2.3.4, durch das Turbulenzmodell wiedergegeben wird. Sie sind für jedes Turbulenzmodell individuell definiert. In weiter Entfernung von Wänden nehmen sie den Wert Eins an. Nach DURBIN UND REIF [9] entspricht die Dämpfungsfunktion f_{μ} einer Korrektur des turbulenten Geschwindigkeitsmaßes u_T . Die Funktion f_1 erzwingt ein lokales Maximum der Dissipation im Übergangsbereich der viskosen Wandschicht zur logarithmischen Schicht. Die Funktion f_2 reduziert den Abfall der Turbulenz durch Dissipation in Wandnähe und verhindert eine Singularität in der ε -Gleichung. Die Modellkonstanten und die Dämpfungsfunktionen der verwendeten k- ε -Modelle werden in Kap. 2.3.5 angegeben.

2.3.2 k- ω -Modelle

Beim k- ω -Modell nach WILCOX [48] wird anstelle einer Transportgleichung für die Dissipationrate ε eine Transportgleichung für die spezifische Dissipation ω gelöst. Die Wirbeliskosität wird beim k- ω -Modell wie folgt ausgedrückt:

$$\mu_T = \rho \; \frac{k}{\omega}.\tag{2.24}$$

Die Transportgleichungen für k bzw. ω lauten mit den Definitionen aus den Gl. 2.17, 2.18 und $\beta^* = C_{\mu}$:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \beta^* k \omega, \qquad (2.25)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{c}_j\omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\varepsilon}\mu_T) \frac{\partial\omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\frac{\alpha}{k}P_k - \rho\beta\omega}{C_{\mu}T_T}.$$
 (2.26)

Die spezifische Dissipation ω gibt im Gegensatz zur Größe ε ohne Verwendung von Dämpfungsfunktionen das korrekte asmyptotische Wandverhalten $\omega = \mathcal{O}(y^{-2})$ wider, siehe Kap. 2.3.4. Das k- ω -Modell lässt sich somit ohne Verwendung von Dämpfungsfunktionen bis an die Wand integrieren, siehe SKODA [36].

α	β^*	β	σ^*	σ
$\frac{5}{9}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Tab. 2.1: Konstanten des Standard-k- ω -Modells

2.3.3 Shear-Stress-Transport-Modell (SST)

Zusätzlich zu den oben genannten Modellen wird in dieser Arbeit das im kommerziellen CFD-Programmpaket ANSYS CFX v12 [2] enthaltene SST Turbulenzmodell nach MENTER [23, 45, 24] verwendet. Dieses Modell kombiniert die Vorteile verschiedener Turbulenzmodelle miteinander. Die wesentliche Idee ist eine bereichsweise Gewichtung der Modell-Koeffizienten. In Wandnähe wird das k- ω -Modell und in der Hauptströmung das weiter oben vorgestellte k- ε -Modell verwendet. Die Transportgleichungen des SST-Modells lauten:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_{j} k)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{T}}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + P_{k} - \beta^{*} k \omega, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_{j} \omega)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{T}}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_{j}} \right] \alpha_{3} \frac{\omega}{\rho k} P_{k} - \rho \beta_{3} \omega^{2} + (1 - F_{1}) \frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \frac{\partial \omega}{\partial x_{j}}. \quad (2.28)$$

Die turbulente Wirbelviskosität μ_T aus Gl. 2.24 wird modifiziert zu:

$$\mu_T = \frac{\rho a_1 k}{\max\left(a_1 \omega, \Omega F_2\right)} \quad \text{mit} \quad a_1 = 0.31.$$
(2.29)

Dabei entspricht Ω dem Absolutwert der Wirbelstärke und F_2 einer vom Wandabstand y_P abhängigen Funktion:

$$F_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right) \tag{2.30}$$

mit
$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta \cdot \omega y_P}, \frac{500\nu}{y_P^2}\right).$$
 (2.31)

Die Funktion F_1 hängt im Wesentlichen von den Strömungsgrößen und dem Abstand zur nächstgelegenen Wand ab:

$$F_1 = \tanh\left(\arg_1^4\right) \tag{2.32}$$

mit
$$\arg_2 = \min\left(\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta \cdot \omega y_P}, \frac{500\nu}{y_P^2}\right), \frac{4\rho k \sigma_{\omega 2}}{CD_{k\omega} y_P^2}\right),$$
 (2.33)

$$CD_{k\omega} = \max\left(\frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right).$$
(2.34)

Die Koeffizienten des SST-Modells setzen sich aus den korrespondierenden Koeffizienten der beiden zu Grunde liegenden Modelle zusammen:

$$\phi_3 = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2. \tag{2.35}$$
Die Funktion F_1 nimmt in Wandnähe den Wert 1 an, womit die k- ω -Formulierung an Bedeutung gewinnt. In weiter Entfernung von Wänden geht F_1 gegen Null. Dadurch wird die k- ε -Formulierung aktiviert.

2.3.4 Wandbehandlung

Die asymptotischen Betrachtungen der Komponenten des Reynolds-Spannungstensors zeigen nach DURBIN UND REIF [9] für $y \to 0$ folgendes Abklingverhalten:

$$\overline{c'_x c'_x} = \mathcal{O}(y^2), \quad \overline{c'_y c'_y} = \mathcal{O}(y^4), \quad \overline{c'_z c'_z} = \mathcal{O}(y^2), \quad (2.36)$$

$$\overline{c'_x c'_y} = \mathcal{O}(y^3), \quad \overline{c'_x c'_z} = \mathcal{O}(y^2), \quad \overline{c'_y c'_z} = \mathcal{O}(y^3).$$

Dabei bezeichnet die x-Richtung die Strömungsrichtung und die y-Richtung die Wandnormale. Die z-Richtung verläuft parallel zur Wand und senkrecht zur Strömung. Aus der Definition der kinetischen turbulenten Energie 2.13 und Gl. 2.36 folgt $k = \mathcal{O}(y^2)$. Damit gilt für $y \to 0$:

$$k \to 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial k}{\partial y} \to 0.$$
 (2.37)

Für die k-Gleichung 2.47 ergibt sich im Grenzfall $y \to 0$ die Beziehung:

$$\varepsilon = \mu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2}.\tag{2.38}$$

Durch zweimaliges Integrieren von Gl. 2.38 folgt mit Gl. 2.37:

$$k \to \frac{\varepsilon y^2}{2\nu}$$
 bzw. $\varepsilon_W = \lim_{y \to 0} \frac{2\nu k}{y^2}$. (2.39)

Damit ist der Wert von ε an der Wand festgelegt. Aus Gl. 2.17 ergibt sich die Wandrandbedingung für die spezifische Dissipation ω :

$$\omega_W \to \infty. \tag{2.40}$$

Die Wandbehandlung wurde bei der Erläuterung der Turbulenzmodelle bereits angesprochen. Falls k- ε -Modelle bis in die viskose Grenzschicht integriert werden, müssen sie um geeignete Dämpfungsfunktionen erweitert werden. k- ω -Modelle benötigen dagegen keine Dämpfungsfunktionen. Die vollentwickelte, turbulente Strömung gliedert sich in drei Bereiche: die viskose Unterschicht, der logarithmische Bereich und die turbulente Kernströmung, siehe Abb. 2.1.



Abb. 2.1: Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht, aus [36]

Die verwendeten dimensionslosen Größen u^+ und y^+ sind über die wandtangentiale Geschwindigkeitskomponente \overline{u}_t , die Schubspannungskomponente u_{τ} und den Wandabstand y_P des wandnächsten Rechenpunktes definiert:

$$y^{+} = \frac{y_{P}u_{\tau}}{\nu}, \quad u^{+} = \frac{\overline{u}_{t}}{u_{\tau}}, \quad u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_{W}}{\rho}}.$$
 (2.41)

In der viskosen Unterschicht gilt die Beziehung

$$u^+ = y^+,$$
 (2.42)

während im logarithmischen Bereich die Formulierung

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln y^{+} + C = \frac{1}{\kappa} \ln \left(E_{ln} y^{+} \right)$$
(2.43)

ihre Gültigkeit hat. In Gl. 2.43, dem sog. Universellen Logarithmischen Wandgesetz nehmen die Konstanten folgende Werte an: $\kappa = 0.41$, C = 5.2 und $E_{ln} = e^{\kappa C}$. Nach FERZIGER UND PERIĆ [26] herrscht im logarithmischen Bereich der Strömungsgrenzschicht ein Gleichgewicht zwischen Produktion P_k und Dissipation ε , also etwa $P_k \approx \rho \varepsilon$. Mit dieser Annahme lässt sich u_{τ} durch

$$u_{\tau} = C_{\mu}^{1/4} \sqrt{k}.$$
 (2.44)

ausdrücken. Mit der Bedingung des Gleichgewichts zwischen P_k und ε , einer Näherung des Produktionsterms in Wandnähe $P_k \approx \tau_W \frac{\partial \overline{u}_t}{\partial y}$ und Gl. 2.43, ergibt sich für ε im logarithmischen Bereich:

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y}.$$
 (2.45)

Bei Turbulenzmodellen, die bis in die viskose Unterschicht integriert werden, ist für die wandnächste Zelle ein dimensionsloser Wandabstand von $y^+ < 5$ einzuhalten. Wird dagegen die Wandfunktion verwendet sollte der dimensionslose Wandabstand im Bereich $30 < y^+ < 500$ liegen.

2.3.5 Verwendete Turbulenzmodelle

In dieser Arbeit finden ausschließlich $k-\varepsilon$ basierte Turbulenzmodelle Anwendung. Im Einzelnen sind dies das Standard $k-\varepsilon$ -Modell nach LAUNDER UND SPALDING [19] ($k-\varepsilon$ **STD**) sowie das nichtlineare Low-Reynolds-Modell nach LIEN ET AL. [20] (**LCL**).

Beim k- ε -Modell wird die turbulente Viskosität mit Gl. 2.18 und 2.20 sowie einer Dämpfungsfunktion f_{μ} ausgedrückt:

$$\mu_T = C_\mu f_\mu \rho \; \frac{k^2}{\varepsilon}.\tag{2.46}$$

Die Transportgleichungen für k und ε lauten:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon, \qquad (2.47)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\overline{c}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon}{T_T}.$$
 (2.48)

Gl. 2.48 ist nach FERZIGER UND PERIĆ [26] als Modellgleichung für die Dissipationsrate ε zu verstehen. Das $k-\varepsilon$ **STD** Modell ist nur für hohe Reynolds-Zahlen gültig. Die Dämpfungsfunktionen f_{μ} , f_1 und f_2 sind für jedes Turbulenzmodell individuell definiert. Beim

 $k-\varepsilon$ **STD** Modell nehmen sie den Wert Eins an. Bei *low-Re-k-* ε -Modellen, wie dem **LCL** Modell, geben sie die zur Wand hin abklingenden Reynolds-Spannungskomponenten wider, siehe DURBIN UND REIF [9].

Die High-Order-Terms werden nach Gl. 2.49 modelliert. Beim **LCL** Modell werden die High-Order-Terms aus einer Reihenentwicklung des Reynolds-Spannungstensors abgeleitet.

Die Modellkonstanten und die Dämpfungsfunktionen sind in Tab. 2.2, 2.3, 2.4 und 2.5 zusammengefasst. Die Reihenentwicklung des Reynolds-Spannungstensors ergibt:

$$-\rho \overline{c_i' c_j'}^{HOT} = -4C_1 \mu_T \frac{k}{\varepsilon} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{lk} \delta_{ij} \right)$$

$$-4C_2 \mu_T \frac{k}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki} \right)$$

$$-4C_3 \mu_T \frac{k}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \delta_{ij} \right)$$

$$-8C_4 \mu_T \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left(S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li} \right) S_{kl}$$

$$-8C_5 \mu_T \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left(\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij} \right)$$

$$-8C_6 \mu_T \frac{k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{lk} - 8C_7 \mu_T \frac{k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl}.$$

$$(2.49)$$

Die Invarianten \tilde{S} und $\tilde{\Omega}$ des Dehnungs- und des Rotationstensors sowie die turbulenten Reynolds-Zahlen Re_T und Re_y sind wie folgt definiert:

$$\tilde{S} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \qquad (2.50)$$

$$\tilde{\Omega} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \qquad (2.51)$$

$$Re_T = \frac{k^2}{\varepsilon\nu}, \qquad (2.52)$$

$$Re_y = \frac{\sqrt{ky}}{\nu}.$$
 (2.53)

Zur Bestimmung der turbulenten Viskosität, Gl. 2.46 bzw. 2.24 wird C_{μ} durch die modifizierte Konstante \tilde{C}_{μ} ersetzt. Diese ergibt sich mit Hilfe der Invarianten η und ξ

zu:

$$\tilde{C}_{\mu} = \frac{3(1+\eta^2)\alpha_1}{3+\eta^2+6\xi^2\eta^2+6\xi^2},$$
(2.54)

$$\eta^2 = \alpha_2 T_T^2 S_{ij} S_{ij}, \qquad (2.55)$$

$$\xi^2 = \alpha_3 T_T^2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}. \tag{2.56}$$

Modell	C_{μ}	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	$\sigma_{arepsilon}$
STD	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
LCL	$\frac{2/3}{4+\tilde{S}+0.9\tilde{\Omega}}$	1.44 $(1 + P'_k/P_k)$	1.92	1.0	1.3
		$P'_k = 1.33 \left[1 - 0.3\right]$	$\exp\left(-\right)$	Re_T^2	$\left[\left(P_k + 2\nu \frac{k}{y^2}\right) \exp\left(-0.00375 Re_y^2\right)\right]$

Tab. 2.2: Modellkonstanten der $k\text{-}\varepsilon\text{-}\mathrm{Modelle}$

Modell	f_{μ}	f_1	f_2
STD	1.0	1.0	1.0
LCL	$\left[1 - \exp\left(-0.0198 Re_y\right)\right] \left(1 + \frac{5.29}{Re_y}\right)$) 1.0	$1 - 0.3 \exp(-Re_T^2)$

Tab. 2.3: Dämpfungsfunktionen der $k{-}\varepsilon{-}\mathrm{Modelle}$

Modell	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
LCL	$\frac{3/4}{C_{\mu}\left(1000+\tilde{S}^{3}\right)}$	$\frac{15/4}{C_{\mu}\left(1000+\tilde{S}^{3}\right)}$	$\frac{19/4}{C_{\mu}\left(1000+\tilde{S}^3\right)}$	$-10 C_{\mu}^{2}$	0	$-2C_{\mu}^2$	$2 C_{\mu}^2$

Tab. 2.4: Modellkonstanten nichtlinearer $k{\text -}\varepsilon{\text -}{\rm Modelle}$

β^*	α_1	α_2	β_1	β_2	σ_{k1}	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$
0.09	$\frac{5}{9}$	0.44	$\frac{3}{40}$	0.0828	2	1	2	0.856

Tab. 2.5: Modellkonstanten des SST-Modells

3 Numerische Verfahren

3.1 Strömungsberechnung

3.1.1 Finite-Volumen-Diskretisierung



Abb. 3.1: Kontrollvolumen 2D, aus [10]

Mit den in Kapitel 2 beschriebenen strömungsmechanischen partiellen Differentialgleichungen lassen sich die Änderungen der Variablen kontinuierlich in den drei Raumrichtungen und in der Zeit ausdrücken. Um diese Gleichungen einer numerischen Berechnung zugänglich zu machen, müssen sie von der kontinuierlichen in eine diskrete Form, basierend auf den Knoten eines Rechengitters, überführt werden. Die diskretisierte Form der Gleichung benötigt lediglich die Information über die zeitlich und räumlich veränderlichen Strömungsgrößen in den Rechenknoten.

Dem CFD-Strömungscode NS3D liegt eine Finite-Volumen-Diskretisierung (FVM) zu Grunde. Dabei wird das zu analysierende Strömungsfeld durch ein geeignetes Rechennetz in kleine Teilvolumina aufgeteilt. Die Transportgleichungen werden auf jedes dieser Teilvolumina in integraler Form angewendet. Die dabei entstehende Bilanzgleichung einer jeden Zelle koppelt die lokale Änderung einer Erhaltungsgröße mit den über die Zellflächen ein- und austretenden Flüsse sowie den im Volumen wirkenden Quellen und Senken. Eine ausführliche Beschreibung der Finite-Volumen-Methode findet sich z.B. in VERSTEEG UND MALALASEKERA [44] bzw. FERZIGER UND PERIC [11]. Die Implementierung im NS3D ist z.B. bei SKODA [36] oder EINZINGER [10] beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit kommt für die Diskretisierung der konvektiven Flüsse über die Zellflächen ein Flux-Limiter-Verfahren nach HARTEN [15] (MINMOD) zum Einsatz. Flux-Limiter-Verfahren passen ihre Genauigkeit dem lokalen Strömungszustand an. Um eine stabile Lösung zu erhalten, ist es oft notwendig, eine Linearkombination mit einem konstanten Flux-Blending-Faktor β zwischen dem Verfahren höherer Ordnung (MINMOD) und der Stromauf-Interpolation (UDS, engl.: upwind differencing scheme) zu verwenden:

$$\phi = \beta \phi^{MINMOD} + (1 - \beta) \phi^{UDS}. \tag{3.1}$$

3.1.2 Randbedingungen

Die verwendete Finite-Volumen Methode arbeitet auf nicht versetzten, nicht überlappenden, blockstrukturierten Gittern. Das Rechengebiet wird in quadrilaterale Gitterblöcke aufgeteilt. Damit lassen sich komplexe Strömungsgebiete strukturiert vernetzen. An allen Randflächen eines jeden Rechenblocks müssen geeignete Randbedingungen gesetzt werden. Dabei wird prinzipiell zwischen den sog. Dirichlet- und Neumann-Randbedingungen unterschieden. Während bei der Dirichlet-Randbedingung die entsprechenden Variablen am Rand direkt vorgegeben werden, wird durch eine Neumann-Randbedingung der Gradient der betreffenden Variable am Rand festgelegt.

Einströmrandbedingung

Der Einströmrand zählt zu den Dirichlet- Randbedingungen. Hier werden die drei Geschwindigkeitskomponenten, die turbulente kinetische Energie k und die Dissipationsrate ε bzw. die spezifische Dissipation ω vorgegeben. Die turbulente kinetische Energie am Eintritt k_{in} berechnet sich über den Turbulenzgrad Tu und die absolute Strömungsgeschwindigkeit u_{in} zu:

$$k_{in} = \frac{3}{2}Tu^2 u_{in}^2. \tag{3.2}$$

Bei den auf k- ϵ basierenden Modellen kann die Dissipationsrate ε_{in} durch Vorgabe eines charakteristischen Längenmaßes L_{char} und unter Verwendung von Gleichung 2.46 wie folgt berechnet werden:

$$\epsilon_{in} = \frac{k_{in}^{\frac{3}{2}}}{L_{char}}.$$
(3.3)

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein mittlerer Turbulenzgrad von 5% angenommen. Wenn nicht anders angegeben, entspricht das charakteristische Längenmaß dem Durchmesser der Ventilzuleitung.

Für den statischen Druck p wird eine Neumann-Randbedingung entlang der Netzlinien verwendet. Der statische Druck am Einströmrand wird aus den Druckwerten des Feldes linear extrapoliert.

Ausströmrandbedingung

Der Geschwindigkeitsvektor ist am Ausströmrand unbekannt und somit Teil der Lösung. Die Geschwindigkeitswerte und Turbulenzgrößen am Ausströmrand müssen daher mittels Extrapolation aus den Werten des Strömungsfeldes bestimmt werden. Der statische Druck p kann entweder als konstanter oder als flächengemittelter Wert über der Austrittsfläche vorgegeben werden, wobei in dieser Arbeit ausschließlich die Flächenmittelung eingesetzt wird. Um zu große Rückwirkungen auf die Strömung zu vermeiden, sollte der Ausströmrand soweit wie möglich stromab vom interessierenden Bereich angeordnet werden.

Reibungsbehaftete Wand

Bei undurchlässigen Wänden verschwindet der Massenfluss. Der konvektive Fluss durch die Wandzellfläche nimmt somit den Wert Null an. Die Relativgeschwindigkeit der Wand wird wegen der Haftbedingung ebenfalls zu Null gesetzt. Der statische Druck p an der Wand wird aus dem Strömungsfeld linear extrapoliert. Die turbulente kinetische Energie wird an der Wand ebenfalls zu Null gesetzt. Eine Neumann-Bedingung erzwingt einen Nullgradienten der turbulenten kinetischen Energie. Die Umsetzung für die einzelnen Turbulenzmodelle ist z.B. bei SKODA [36] beschrieben

Reibungsfreie Wand

Die reibungsfreie Wand wird oft als Symmetrierandbedingung verwendet. Der Massenfluss und der konvektive Fluss durch die Wand nehmen ähnlich wie bei der reibungsbehafteten Wand den Wert Null an. Der Impulsaustausch erfolgt ebenfalls über den diffusiven Fluss. Neben dem statischen Druck werden auch die Geschwindigkeitskomponenten an der reibungsfreien Wand aus den Werten des Stömungsfeldes linear extrapoliert.

3.1.3 Schwach kompressible Strömung

Nach den vorliegenden Messungen und aus der Arbeit von BLENDINGER [3] muss die Kompressibilität von Wasser berücksichtigt werden, um realistische Vorhersagen über den Ventilhub zu erhalten. Der Abstand zwischen Ventil und Plunger sowie die Arbeitsraumelastizität beeinflussen maßgeblich die Öffnungs- und Schließverzögerung der Ventile. Nach einer Idee von SCHMIDT ET AL. [34] wird im Rahmen dieser Arbeit die barotrope Tait Gleichung verwendet, um die schwache Kompressibilität von Flüssigkeiten zu modellieren:

$$\rho = \rho_{ref} \left(\frac{p+B}{p_{ref}+B} \right)^{\frac{1}{n}}.$$
(3.4)

Die Schallgeschwindigkeit eines Fluids ergibt sich bei isentroper Strömung s = const.zu, s. z.B. ZIEREP [51]:

$$a_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}.$$
(3.5)

Aus Gl. 3.4 und 3.5 folgt für die Schallgeschwindigkeit:

$$a_{s} = \sqrt{n \frac{(p_{ref} + B)}{\rho_{ref}^{n}} \rho^{n-1}}.$$
(3.6)

Die in der Taitgleichung enthaltenen Stoffkonstanten nehmen für Wasser folgende Werte an: $p_{ref} = 10^5 Pa$, $\rho_{ref} = 1000 kg/m^3$, $B = 3.3 \cdot 10^8 Pa$ und n = 7.15.

Das im NS3D-Code verwendete Druckkorrekturverfahren kann nach einer Idee von DEMIRDŽIĆ ET AL. [7] durch Einführung einer künstlichen Kompressibilität erweitert werden. Aus der Approximation

$$\frac{p'}{\rho'} \approx \frac{\partial p}{\partial \rho} \tag{3.7}$$

und der für isentrope Strömungen gültigen Beziehung

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = a_s^2 = \frac{1}{C_\rho} \tag{3.8}$$

folgt der direkte Zusammenhang zwischen Druck- und Dichtekorrektur

$$\rho' = C_{\rho} p'. \tag{3.9}$$

Darin entspricht C_{ρ} der Kompressibilität des Fluids.

Prinzipiell lässt sich diese Methode auch um die Behandlung der Kavitation erweitern. Dazu muss Gl. 3.4 so abgeändert wird, dass die Dichte im Bereich des Dampdrucks auf die Dampfdichte abnimmt. Die Schallgeschwindigkeit ergibt sich aus der Ableitung der Dichtegleichung nach dem Druck. Diese sog. barotrope Zustandsgleichung wird z.B. von [6] erfolgreich angewendet. Abb. 3.2 veranschaulicht die barotrope Zustandsgleichung. Die Berücksichtigung der Kavitation erfordert jedoch sehr kleine Zeitschritte. Aus Zeitgründen wurde im Rahmen dieser Arbeit darauf verzichtet. Dies ist Teil eines weiteren Forschungsvorhabens am Lehrstuhl für Fluidmechanik der TU München.



Abb. 3.2: Barotrope Zustandsgleichung nach [6]

3.2 Starrkörperbewegung

3.2.1 Wirkende Kräfte

Die Strömungskraft, die auf einen Körper wirkt, setzt sich aus der Druck- und Reibungskraft zusammen. Es gilt:

$$\vec{F}_{str} = \vec{F}_P + \vec{F}_R \tag{3.10}$$

Druckkräfte wirken immer senkrecht auf einen Körper und berechnen sich zu

$$\vec{F}_p = \int_A p \vec{n} dA = \sum_{i=1}^n p_i \vec{n}_i dA_i.$$
 (3.11)

Reibungskräfte wirken tangential zur Oberfläche und werden mit

$$\vec{F}_r = \int_A \tau \vec{t} dA = \sum_{i=1}^n \tau_i \vec{t}_i dA_i \tag{3.12}$$

bestimmt. Die Kräfte werden also für alle
n Flächen summiert. Die auftretende Schubspannung τ in Newton
sche Fluiden ist wie folgt definiert:

$$\tau = \mu \frac{\delta \vec{u}}{\delta \vec{n}}.\tag{3.13}$$

Die fluidgesteuerten Ventile werden als Starrkörper idealisiert. Kipp- und Taumelbewegungen der Ventile werden ausgeschlossen. Neben den Strömungskräften müssen zusätzlich die Federkraft \vec{F}_F , die Gewichtskraft \vec{F}_G und die Trägheitskraft \vec{F}_T berücksichtigt werden. Das Kräftegleichgewicht am Ventil ist im Bild 3.3 dargestellt. Das Kräftegleichgewicht resultiert zu

$$\vec{F}_T + \vec{F}_{str} = \vec{F}_G + \vec{F}_F.$$
 (3.14)

Darin sind die Feder und Gewichtskraft wie folgt definiert:

$$\vec{F}_F = \vec{F}_0 + c_F \vec{x}_F, \tag{3.15}$$

$$\vec{F}_G = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} m_v \vec{g}.$$
(3.16)

Für die spätere Diskrtetisierung ist es von Vorteil, Gl. 3.14 nach der Trägheitskraft

3 Numerische Verfahren

aufzulösen:

$$\vec{F}_T = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_G + \vec{F}_F - \vec{F}_{str} = \vec{F}_{ges}.$$
(3.17)



Abb. 3.3: Kräftegleichgewicht am Ventil

Dabei entspricht m der bewegten Masse $m = m_v + \frac{1}{3}m_F$. Der darin enthaltene empirische Faktor $\frac{1}{3}$ wird z.B. von THIEL [42] und GRAU [13] verwendet. Er berücksichtigt, dass die Feder an einer Seite fest eingespannt ist und somit nur ein Teil ihrer Gewichtskraft auf das Kräftegleichgewicht wirkt. Die Gesamtkraft wird im Folgenden der Einfachheit halber mit F bezeichnet. Das Vorzeichen der Strömungskraft ändert sich je nach Durchströmrichtung.

THIEL [42] beschreibt in seiner Arbeit die historische Entwicklung der analytischen Methoden und stellt eine nichtlineare Differenzialgleichung auf, mit der sich die Ventilhubkurve im Vergleich zum Experiment relativ gut vorhersagen lässt. Lediglich in der Öffnungsphase entstehen zu große Amplituden in der Hubkinematik. GRAU [13]

3.2.2 Kopplung des Strömungsvorganges mit der Ventilbewegung

Die so definierte Gleichung für das Kräftegleichgewicht muss zunächst in geeigneter Weise diskretisiert werden. Differenzieren der Gl. 3.17 führt zu folgender Beziehung:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{\vec{v}_{n+1} - \vec{v}_n}{\Delta t} m = \vec{F}_n.$$
(3.18)

Der Index n kennzeichnet den aktuellen und n+1 den nächsten Zeitschritt. Damit ergibt sich die Geschwindigkeit des Ventils zum neuen Zeitpunkt n+1:

$$\vec{v}_{n+1} = \vec{v}_n + \frac{\vec{F}_n}{m} \Delta t. \tag{3.19}$$

Den Ort des Ventils zum neuen Zeitschritt erhält man somit:

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + \vec{v}_n \Delta t. \tag{3.20}$$

Hierbei handelt es sich um eine explizite Methode 1. Ordnung. Zeitliche Diskretisierungsmethoden werden als explizit bezeichnet, wenn die gesuchte Größe zum neuen Zeitschritt nur durch bekannte Größen aus alten Zeitschritten ausgedrückt werden kann. Bei zu großen Zeitschritten führt diese Methode zu hohen Unstetigkeiten im Bewegungsverlauf. Da die Strömungsgleichungen für jeden Zeitschritt iterativ gelöst werden, ist es denkbar, die Gleichung 3.19 iterativ zu korrigieren. Eine gängige Methode ist das sog. Prädiktor-Korrektor Verfahren, mit dem die Gleichung umformuliert werden kann:

$$\vec{v}_{n+1}^{i+1} = \vec{v}_n + \frac{\left(\vec{F}_n + \vec{F}_{n+1}^{i+1}\right)}{2m} \Delta t$$

$$= \underbrace{\vec{v}_n + \frac{\vec{F}_n}{m} \Delta t}_{Pr \ddot{a} diktor} + \underbrace{\frac{\left(\vec{F}_{n+1}^{i+1} - \vec{F}_n\right)}{2m} \Delta t}_{Korrektor}.$$
(3.21)

Darin bezieht sich der hochgestellte Index i+1 auf die äußere Iteration im Lösungsprozess. Es wird eine Mittelung aus alter Kraft und neuer Kraft in der aktuellen Iteration i + 1 gebildet. Nach einer Umformung wird in Gleichung 3.21 auf der rechten Seite ersichtlich, dass das explizite Verfahren, Gl. 3.19, als Vorhersage dient und eine zusätzliche Korrektur eingeführt wird. Der Ort des Ventils zum Zeitschritt n + 1 und äußerer Iteration i + 1 berechnet sich schließlich wie folgt:

$$\vec{x}_{n+1}^{i+1} = \vec{x}_n + (\vec{v}_n + \vec{v}_{n+1}^{i+1}) \frac{\Delta t}{2} = \underbrace{\vec{x}_n + \vec{v}_n \Delta t}_{Pr\ddot{a}diktor} + \underbrace{\frac{(\vec{v}_{n+1}^{i+1} - \vec{v}_n)}{2} \Delta t}_{Korrektor}.$$
(3.22)

Die Verschiebung des Ventils zum neuen Zeitschritt ergibt sich somit:

$$\Delta \vec{x}_{n+1}^{i+1} = \vec{x}_{n+1}^{i+1} - \vec{x}_{n+1}^{i}. \tag{3.23}$$



Abb. 3.4: Vergleich Prädiktor-Korrektor mit expliziter Methode

Bild 3.4 zeigt qualitativ den Vergleich zwischen der expliziten Methode und dem Prädiktor-Korrektor Verfahren. Der sich einstellende Verlauf ist im Falle der korrigierenden Variante wesentlich glatter. Die Kopplung zwischen der Strömungssimulation und der Starrkörperbewegung wird in Abb. 3.5 verdeutlicht. Nach der Initialisierung werden die Strömungsgleichungen sequentiell gelöst. Dieser iterative Prozess erfolgt solange, bis sich die Kraft auf das Ventil nicht mehr wesentlich ändert. Dazu wird nach jeder äußeren Iteration das Kräfteresiduum

$$R_F^{i+1} = \frac{||F_{n+1}^{i+1} - F_{n+1}^i||}{||F_{n+1}^i||} < \epsilon_F$$
(3.24)

bestimmt. Ein Residuum mit einem Konvergenzkriterium $\epsilon_F < 0.5$ bedeutet, dass sich die Differenz der Kräfte in zwei aufeinander folgenden Iterationen um weniger als 50% unterscheiden darf. Dadurch ist sichergestellt, dass der Netzdeformationsalgorithmus nur dann ausgeführt wird, wenn die Strömungskräfte nicht mehr allzu stark variieren, was gerade in den Anfangsiterationen eines jeden Zeitschritts zutreffen kann. Ist dieses Residuum unterschritten, wird die Bewegungsgleichung gelöst und das Ventil entsprechend Gl. 3.23 verschoben. Dann wird das Residuum der Geschwindigkeiten

$$R_v^{i+1} = \frac{||v_{n+1}^{i+1} - v_{n+1}^i||}{||v_{n+1}^i||} < \epsilon_v \tag{3.25}$$

berechnet. Fällt dieses unter das Konvergenzkriterium $\epsilon_v < 10^{-3}$, gilt die Bewegung des Ventils als bestimmt. Die Netzdeformation muss für diesen Zeitschritt nicht mehr durchgeführt werden. Ist zusätzlich auch das Residuum R_{ϕ} für die Impuls- und Druckkorrekturgleichungen unter einen bestimmten Wert, z.B. $R_{\phi} < 10^{-5}$, gesunken, dann gilt die Lösung für den aktuellen Zeitschritt als konvergiert, und das Programm springt zum nächsten Zeitschritt.

Numerische Verfahren





3.2.3 Netzdeformation

Die Bewegung eines Körpers im Rechengebiet erfordert eine Nachführung des dazugehörigen Finite Volumen Netzes. Prinzipiell können algebraische oder iterative Verfahren, die ein lineares Gleichungssystem lösen, angewandt werden [47, 50, 22]. Algebraische Verfahren erlauben die direkte Berechnung der inneren Knoten aus der Position der Randknoten. Die iterative Lösung von Gleichungssystemen führt im Allgemeinen zur glatteren Gittern. Dieser Vorteil muss allerdings durch einen erheblichen zeitlichen Mehraufwand erkauft werden. Im vorgestellten Verfahren muss die Gitternachführung pro Zeitschritt bis zu 15 mal wiederholt werden. Aus Zeitgründen kommen deswegen nur algebraische Methoden in Frage.

Für blockstrukturierte Netze bietet sich prinzipiell die transfinite Interpolation (TFI) als Netzdeformationsalgorithmus an [43]. In dieser Arbeit wird diese Methode zur Netzgenerierung verwendet. Für einfache Geometrien kann der Algorithmus auch für die Netzdeformation herangezogen werden. Im Allgemeinen kommt jedoch eine weitere Methode zur Anwendung, die im Folgenden vorgestellt wird. Der verwendete Algorithmus verschiebt jeden inneren Gitterpunkt P_g^n (s. Abb. 3.6) abhängig vom Verhältnis der Abstände vom nächsten bewegten Ventilpunkt P_v^n zum nächsten stehenden Wandpunkt P_w^n . Das Verhältnis

$$w = \frac{s_w}{s_w + s_v} \tag{3.26}$$

stellt einen Gewichtungsfaktor dar. Im betrachteten Beispiel bewegt sich der Knoten P_g^n um die Länge $x_g = w\Delta x_v$. Die Länge x_v repräsentiert die Verschiebung des nächstgelegenen bewegten Knotens P_v^n . Die Gewichtungsfaktoren und der zu jedem Knoten gehörende nächste bewegte bzw. stehende Knoten werden einmalig in der Initialisierungsphase des Codes berechnet und als Variablen hinterlegt. Dazu werden alle stehenden bzw. alle bewegten Knoten über Blockgrenzen hinweg gesammelt. Nun muss zu jedem Gitterpunkt der nächstgelegene bewegte sowie stehende Knotenpunkt gefunden werden. Die einfachste und gleichzeitig zeitaufwendigste Variante ist die Berechnung des Abstandes zu allen betreffenden Punkten, wobei der Ort und Abstand des jeweils nächsten Punktes gespeichert werden muss. Deswegen wird im vorliegenden Verfahren ein digitaler Suchbaum verwendet, durch den sich die Suchdauer auf bis zu ein Hundertstel der Zeit, die bei obiger Methode notwendig wäre, verkürzt. Die so gefundenen Punkte müssen zusätzlich über Prozessgrenzen hinweg gesammelt werden, da der Strömungsberechnungscode parallelisiert ist. Da die Interpolationsfaktoren nur einmalig berechnet werden, ist es sichergestellt, dass das Rechennetz nach erreichen der Ausgangslage wieder dem Originalnetz entspricht.



Abb. 3.6: Netzdeformation



Abb. 3.7: Ausgangsnetz im UT (links) und deformiertes Netz im OT (rechts)

3.3 Space Conservation Law

Für eine Finite-Volumen Berechnung muss das Rechengebiet in eine geeignete Anzahl hexaederförmiger Kontrollvolumina unterteilt werden, s. Kapitel 3.1.1. In vielen Anwendungsgebieten, wie z.B. bei der hier behandelten Ventil- und Kolbenströmung, bewegt sich das Rechengitter, da sich die Berandung zeitlich ändert. Solange sich die Netzlinien des Rechengitters nicht verformen, können die Massenströme an den Zellgrenzflächen mit der Relativgeschwindigkeit zwischen Fluid und Rechengitter gebildet werden. Verformen sich jedoch die Netzlinien aufgrund von Geometrieverformungen, ist nach FERZIGER UND PERIĆ [11] die Massenkonservativität des Verfahrens im Allgemeinen nicht gewährleistet. STEINBRECHER [37] hat die Raumerhaltungsgleichung (*engl.* : space conservation law) nach der Veröffentlichung von DEMIRDŽIĆ UND PERIĆ [17] in den bestehenden NS3D-Code implementiert, um genau dieser Problematik zu begegnen.

In den folgenden Gleichungen wird die sog. Kompassnotation verwendet, die anhand Abbildung 3.8 erläutert werden soll. Das Bild zeigt ein typisches 3D-Kontrollvolumen mit dem Rauminhalt ΔV . Der Zellmittelpunkt P wird als arithmetisches Mittel aus den Eckpunkten gebildet. Die Nachbarzellen werden in *i*-Indexrichtung mit West und East, in *j*-Indexrichtung mit South und North, und in *k*-Indexrichtung mit Bottom und Top bezeichnet. Die jeweils benachbarten Zellflächen A werden entsprechend mit den Kleinbuchstaben w, e, s, n, b und t benannt.

Abbildung 3.9 stellt ein rechteckiges, zweidimensionales Kontrollvolumen dar, dessen Seiten sich mit konstanten, aber unterschiedlichen, Geschwindigkeiten $u_b = \frac{\delta x}{\Delta t}$ und $v_b = \frac{\delta y}{\Delta t}$ bewegen. Die Größe des Kontrollvolumens nimmt folglich mit der Zeit zu. Ferner wird angenommen, dass sich das Fluid mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt.

Die implizit diskretisierte Kontinuitätsgleichung wird zeitlich erster Ordnung aufgelöst und lautet:

$$\frac{\rho \left[(\Delta V)^{n+1} - (\Delta V)^n \right]}{\Delta t} + \rho \left[(u - u_b)_e - (u - u_b)_w \right]^{n+1} (\Delta y)^{n+1} + \rho \left[(v - v_b)_n - (v - v_b)_s \right]^{n+1} (\Delta x)^{n+1} = 0.$$
(3.27)

Unter der oben getroffenen Annahme, dass die Fluidgeschwindigkeit konstant ist, verschwindet ihr Anteil in Gleichung 3.27. Es bleiben nur die Unterschiede in der Geschwin-

3 Numerische Verfahren



Abb. 3.8: 3D-Kontrollvolumen mit Bezeichnung der Seiten, aus [37]

digkeit der Seiten des Rechennetzes bestehen:

$$\frac{\rho[(\Delta V)^{n+1} - (\Delta V)^n]}{\Delta t} - \rho[(u_{b,e} - u_{b,w}]^{n+1} (\Delta y)^{n+1} - \rho[v_{b,n} - v_{b,s}]^{n+1} (\Delta x)^{n+1} = 0.$$
(3.28)

Weiterhin lassen sich mit den oben getroffenen Annahmen die Gittergeschwindigkeiten an den gegenüberliegenden Kontrollvolumenseiten und das Kontrollvolumen selbst wie folgt ausdrücken, s. Bild 3.9:

$$(u_{b,e} - u_{b,w}) = \frac{\delta x}{\Delta t}, \qquad (v_{b,n} - v_{b,s}) = \frac{\delta y}{\Delta t}$$
(3.29)

$$(\Delta V)^{n+1} = (\Delta x \Delta y)^{n+1}, \qquad (\Delta V)^n = (\Delta x \Delta y)^n. \tag{3.30}$$

Werden diese Terme in Gleichung 3.28 eingesetzt, zeigt sich, dass die diskretisierte Kontinuitätsgleichung nicht massenkonservativ ist. Die Massenquelle ergibt sich zu:



Abb. 3.9: Rechteckiges Kontrollvolumen, dessen Größe aufgrund der unterschiedlichen Gittergeschwindigkeiten an den Rändern mit der Zeit anwächst, aus [37]

$$\delta \dot{m} = \frac{\rho \, \delta x \delta y}{\Delta t} = \rho(u_{b,e} - u_{b,w}) \left(v_{b,n} - v_{b,s} \right) \Delta t. \tag{3.31}$$

Der sich einstellende Diskretisierungsfehler in Zeitrichtung verhält sich erster Ordnung genau. Dadurch können die Genauigkeit und vor allem die Stabilität des Verfahrens beeinträchtigt werden, da sich die Massenfehler mit der Zeit summieren. Nach DEMIRDŽIĆ UND PERIĆ [17] kann dieser Fehler nur durch kleinere Zeitschritte reduziert werden. Ein feineres Rechengitter dagegen nimmt keinen Einfluss auf den auftretenden Massenfehler. Aus Gl. 3.31 wird ersichtlich, dass der Massenfehler verschwindet, wenn sich das gesamte Kontrollvolumen oder gegenüberliegende Seiten eines Kontrolvolumens mit gleicher Geschwindigkeit bewegen.

Die Massenerhaltung kann durch das im Folgenden vorgestellte Space Conservation Law sichergestellt werden. Die Änderung der Kontrollvolumengröße und -position wird mit der folgenden Gleichung berücksichtigt:

$$\frac{d}{dt} \iint_{V(t)} \int dV - \iint_{A(t)} \vec{c_b} \cdot \vec{n} \, dA = 0.$$
(3.32)

Diskretisiert man Gleichung 3.32 in Zeitrichtung mit dem impliziten Euler Verfahren, so ergibt sich:

3 Numerische Verfahren

$$\frac{(\Delta V)^{n+1} - (\Delta V)^n}{\Delta t} = \sum_i (c_b \cdot n)_i A_i, \qquad i = e, w, n, s...$$
(3.33)

Die Volumenänderung zwischen dem neuen Zeitpunkt $(\Delta V)^{n+1}$ und dem alten $(\Delta V)^n$ kann durch die Summe der von den Seitenflächen des Kontrollvolumens überstrichenen Volumina ausgedrückt werden. Bild 3.10 verdeutlicht das anhand der *east*-Seite.



Abb. 3.10: Kontrollvolumen, dessen Position und Größe sich während eines Zeitschritts ändert, und von der east-Seite überstrichenes Volumen, aus [37]

Die zeitliche Änderung des Kontrollvolumens ergibt sich somit aus der Summe aller während eines Zeitschritts überstrichenen Seitenflächen:

$$\frac{(\Delta V)^{n+1} - (\Delta V)^n}{\Delta t} = \frac{\sum_i \delta V_i}{\Delta t}, \qquad i = e, w, n, s...$$
(3.34)

Wird Gleichung 3.33 in Gleichung 3.34 eingesetzt, ergibt sich das von der *east*-Zellfläche überstrichene Volumen:

$$\dot{V}_e = (c_b \cdot n)_e A_e = \frac{\delta V_e}{\Delta t}.$$
(3.35)

Für einfache Bewegungen, wie z.B. die eindimensionale Bewegung des Ventils, wird die Geschwindigkeit der Zellfläche wie folgt berechnet:

$$c_{b,e} \approx \frac{r_e^{n+1} - r_e^n}{\Delta t}.$$
(3.36)

Damit ergibt sich der gesuchte Massenstrom durch die Zellfläche, s. DEMIRDŽIĆ UND PERIĆ [17]:

$$\dot{m_e} = \int_{A_e} \rho(c - c_b)_e \cdot n \, dA.$$
 (3.37)

Bewegt sich das Gitter jedoch in mehr als in eine Raumrichtung gleichzeitig, muss nach [17] der Massenstrom durch eine Zellfläche durch das von ihr überstrichene Volumen berechnet werden, damit der weiter oben beschriebene Massenfehler vermieden wird:

$$\dot{m_e} \approx \rho (c \cdot n)_e A_e - \rho \dot{V_e}. \tag{3.38}$$

Im *NS3D*-Code wird durchgängig der allgemeine Ansatz nach Gl. 3.38 verwendet, s. [37].

4 Validierung

In diesem Kapitel werden die vorgestellten numerischen Verfahren anhand von Beispielen aus der Literatur validiert. Als erstes wird die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und in den NS3D-Code implementierte Behandlung schwach kompressibler Flüssigkeiten untersucht. Von wesentlichem Interesse ist die Darstellung des Wellencharakters von kompressiblen Flüssigkeiten, da die Strömung in oszillierenden Verdrängerpumpen starken Druckschwankungen unterliegt.

Danach wird die Implementierung des Space Conservation Laws untersucht. Eine korrekte Implementierung ist Grundvoraussetzung für die zeitechte Berechnung der Ventilumströmung und -bewegung, bei der sich die Rechengitter zeitlich ändern.

Im dritten Abschnitt wird ein konkretes Beispiel aus der Literatur untersucht.

4.1 Schwach kompressible Strömungen

Zur Validierung des Verfahrens hat sich das eindimensionale Stoßwellenrohr bewährt, s. z.B. SEZAL [35]. Ein Rohr von einem Meter Länge ist mit einem schwach kompressiblen Fluid gefüllt. Das Rohr ist zunächst in der Mitte durch eine Membran geteilt. Das Volumen links von der Membran wird mit einem Druck von 20 *bar* beaufschlagt. Auf der rechten Seite beträgt der Druck 1 *bar*, s. Abb. 4.1 unten. Mit diesem Versuch lässt sich zeigen, ob ein CFD-Code die Wellendynamik kompressibler Fluide darstellen kann.

Wird die Membran zum Zeitpunkt t_0 entfernt, breitet sich nach rechts eine Stoßwelle und nach links eine Expansionswelle aus. Genau dieses Verhalten ist in Abb. 4.1 oben am Beispiel des Drucks zu sehen. Die Linien zeigen das Druckprofil zu verschiedenen Zeitpunkten to bis t3. Die Dichte stellt sich entsprechend der Gl. (1) ein.



Abb. 4.1: Stosswellenrohr

4.2 Space Conservation Law

Der folgende Testfall für das Space Conservation Law (SCL) ist angelehnt an die Veröffentlichung von DEMIRDŽIĆ UND PERIĆ [8] und STEINBRECHER [37]. Ein dreidimensionaler, rechteckiger Kanal wird mit 11 Knoten in x-und in y-Richtung und 6 Knoten in z-Richtung orthogonal aufgelöst. Die Berandungen des Kanals bleiben gleich. Lediglich das Rechengitter vollführt eine konstante Bewegung innerhalb der Zeitspanne Δt von einer äquidistanten Startposition zu einer in allen drei Raumrichtungen unterschiedlich stark verzerrten Endposition. Als Folge ändern sich die Zellvolumina z.T. stark. Damit soll die Implementierung des SCL auch an den Rändern des Rechengebiets überprüft werden. Die Start- und Endposition des Rechengebiets in der x-y-Ebene stellt Abb. 4.2 dar.

Alle Gitterlinien, bis auf die Berandungs- und Symmetrielinien, vollführen eine Bewegung konstanter Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit hängt dabei maßgeblich von der

Abb. 4.2: Kanal mit bewegten Netzlinien; Start- und Endposition (unten) des Rechengebiets

Verzerrung der jeweiligen Gitternetzlinie und der Zeitschrittweite Δt ab. Alle Berandungen sind als reibungsbehaftete Wand definiert. Da sich die Berandungen mit der Zeit nicht ändern, muss die Lösung des Strömungsfeldes für alle Geschwindigkeitskomponenten und den statischen Druck den Wert Null beibehalten, der als Startlösung vorgegeben wird. Das Fluid hat eine Dichte von 10 kg/m³ und eine dynamische Viskosität von 1 Ns/m². DEMIRDŽIĆ UND PERIĆ [17] weisen für diesen Testfall nach, dass sich bei falscher Implementierung des *SCL* aufgrund der Gitterbewegung Geschwindigkeits- und Druckgradienten im Rechengebiet einstellen. Durch systematische Variation der Zeitschrittund Gitterweite finden sie heraus, dass der maximale Fehler der Lösung sich proportional mit dem Zeitschritt vergrößert. Ein feineres Rechengitter hat dagegen keinen Einfluss auf den Fehler.

Die Implementierung des SCL im NS3D zeigt das erwartete Verhalten. Mit eingeschaltetem SCL bleibt die Startlösung wie initialisiert erhalten.

4.3 Kolbengetriebene Zylinderströmung

Ein sehr guter Testfall für bewegte Netze ist der von STRÖLL ET AL. [38, 39, 40] durchgeführte Versuch in einem Modellzylinder. STRÖLL untersucht in seiner Arbeit sowohl experimentell als auch numerisch die laminare, kolbengetriebene Strömung in einem sich plötzlich verengenden Zylinder. Die hier betrachteten experimentellen Ergebnisse sind entnommen aus [40].



Abb. 4.3: Geometriebeschreibung für den Testfall kolbengetriebener Zylinderströmung

Abb. 4.3 zeigt die Geometrie und die Hauptabmessungen des Rechengebiets. Die Strömung ist getrieben durch den Kolben, der sich periodisch zwischen dem oberen und dem unteren Totpunkt in dem größeren Zylinder bewegt. Die Abmessungen der Testanordnung sind in Tab. 4.1 gegeben.

a	100,0	[mm]
d	19,0	[mm]
D	45,0	[mm]
$x_{p,min}$	21,0	[mm]
$x_{p,max}$	41,0	[mm]

Tab. 4.1: Abmessungen der Testanordnung

Die zeitliche Änderung der Kolbengeschwindigkeit und des Kolbenhubs für eine gesamte Umdrehung ist in Abb. 4.4 dargestellt. Der Kolben befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0 \ s$ im oberen Totpunkt bei $x_p = 21 \ mm$ und wird in den ersten 0.05 s auf eine Geschwindigkeit von $u_p = 6.22 \ mm/s$ beschleunigt. Diese Geschwindigkeit bleibt konstant bis 0.05 s vor dem Ende des Saughubs. Im Druckhub dauert die Beschleunigungsphase 0.18 s, und der Kolben erreicht die bis 0.18 s vor Ende des Druckhubs konstante Geschwindigkeit von $u_p = -26.5 \ mm/s$. Die Kolbengeschwindigkeit lässt sich mit folgender abschnittsweise definierten Gleichung beschreiben:

4 Validierung

$$u_{p}(t) = \begin{cases} 124.4t, & 0 \leq t \leq 0.05, \\ 6.22, & 0.05 \leq t \leq (t_{OT} - 0.05), \\ 124.4(t - t_{OT}), & (t_{OT} - 0.05) \leq t \leq t_{OT} \\ -147.222(t - t_{OT}), & t_{OT} \leq t \leq (t_{OT} + 0.18) \\ -26.5, & (t_{OT} + 0.18) \leq t \leq (t_{UT} - 0.18) \\ 147.222(t - t_{UT}), & (t_{OT} + 0.18) \leq t \leq t_{UT}. \end{cases}$$
(4.1)

Damit ergibt sich durch Integration und unter Berücksichtigung aller Randbedingun-



Abb. 4.4: Kolbengeschwindigkeit (oben) und Kolbenhub (unten) als Funktion der Zeit

gen der Kolbenweg:

$$x_{p}(t) = \begin{cases} 62.2t^{2}, & 0 \leq t \leq 0.05, \\ 6.22t - 0.1555, & 0.05 \leq t \leq (t_{OT} - 0.05), \\ -124.4(\frac{1}{2}t^{2} - t_{OT}t) + 20 - 62.2t_{OT}^{2}, & (t_{OT} - 0.05) \leq t \leq t_{OT} \\ -147.222(\frac{1}{2}t^{2} - t_{OT}t) + 20 - 73.611t_{OT}^{2}, & t_{OT} \leq t \leq (t_{OT} + 0.18) \\ -26.5x + 17.615 + (26.5(t_{OT} + 0.18)), & (t_{OT} + 0.18) \leq t \leq (t_{UT} - 0.18) \\ 147.222(\frac{1}{2}t^{2} - t_{UT}t) + 73.611t_{UT}^{2}, & (t_{OT} + 0.18) \leq t \leq t_{UT}. \end{cases}$$

$$(4.2)$$

Der gesamte Strömungsvorgang ist laminar und achsensymmetrisch. Die Dichte $\rho = 1$ kg/m^3 und die dynamische Viskosität $\mu = 3.89 \cdot 10^{-6}$ des Fluids sind so gewählt, dass sich eine auf den größeren Durchmesser D bezogene Reynoldszahl im Saughub von 72 und im Druckhub von 306 einstellt, s. [40]. Die Länge des kleineren Rohrs beträgt 100 mm. Es wird ein achsensymmetrisches Kreissegment von 30° untersucht. Dabei werden die Symmetrieachse und die Umfangsbegrenzungen des Rechengebiets jeweils als reibungsfreie Wand modelliert. Die Zylinderwände und der Kolben sind als reibungsbehaftete, undurchlässige Wände modelliert. An der Kolbenwand entspricht die Geschwindigkeit der Gl. 4.1, an den übrigen Wänden nimmt sie den Wert Null an. Abb. 4.5 zeigt das verwendete grobe Gitter.



Abb. 4.5: Grobes Rechengitter für den Testfall der kolbengeführten Zylinderströmung

Um die Genauigkeit des Verfahrens zu prüfen, wird das Rechennetz systematisch verfeinert. Die konvektiven Flüsse werden mit dem MINMOD-Verfahren [15] diskretisiert. Vergleichend wurde für das grobe Gitter eine Rechnung mit dem UDS Verfahren erster Ordnung durchgeführt. Der Zeitschritt beträgt während der gesamten Simulation 0.00125 s. Die Netznachführung erfolgt nach dem in Kapitel 3.2.3 erläuterten Verfahren. Im Folgenden wird ausschließlich der Strömungszustand in dem Zeitpunkt dargestellt, in



dem der Kolben sich in der Position $x_p = 34.847 \ mm$ während des Druckhubs befindet.

Abb. 4.6: Axiale Strömungsgeschwindigkeit bei $x_p = 34.847 \ mm$ für unterschiedliche Diskretisierungen

Abb. 4.6 stellt den gemessenen und simulierten axialen Strömungsgeschwindigkeitsverlauf für unterschiedliche Diskretisierungen gegenüber. Dabei wird das grobe Gitter verwendet, denn für grobe Gitter ist der Einfluss der Diskretisierung am ausgeprägtesten. Beide Verläufe unterscheiden sich kaum voneinander und geben das Messergebnis qualitativ sehr gut wieder. Entsprechend gut ist die simulierte Vorhersage für die feineren Netze, die jeweils zweiter Ordnung genau diskretisiert sind, s. Bild 4.7.

Die Abbildungen 4.8 und 4.9 zeigen die axialen und radialen Geschwindigkeitskomponenten an verschiedenen Messebenen im Kolbenzylinder. Auch hier ist der Vergleich mit der Messung sehr gut und entspricht den simulierten Ergebnissen anderer Autoren, s. z.B. STROELL ET AL. [39] oder HADŽIC [14].



Abb. 4.7: Axiale Strömungsgeschwindigkeit bei $x_p = 34.847 \ mm$ für unterschiedliche Netzfeinheiten



Abb. 4.8: Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten axialen Strömungsgeschwindigkeiten für die Kolbenstellung $x_p = 34.847 \ mm$



Abb. 4.9: Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten radialen Strömungsgeschwindigkeiten für die Kolbenstellung $x_p = 34.847 \ mm$

5 Anwendung

5.1 Versuchsstand Simplexplungerpumpe

Die in dieser Arbeit vorgestellten experimentellen Ergebnisse wurden an einem Versuchsstand des Lehrstuhls für Prozessmaschinen und Anlagentechnik (iPAT), Erlangen, im Rahmen des AiF Forschungsvorhabens Nr. 15022 "Simulation oszillierender Verdrängerpumpen", s. [25], ermittelt. Im Mittelpunkt des Versuchsstands steht eine Simplexplungerpumpe der Firma LEWA. Bild 5.1 zeigt den hydraulischen Schaltplan der Versuchsanordnung. Aus dem Vorlagebehälter wird die Förderflüssigkeit durch einen Mikrofilter gefördert, um frei von kleinsten Partikeln in den Pumpenkopf gelangen zu können. Ein Membranschieber und ein Regelventil ermöglichen die Regelung des Saugdrucks. Der Förderdruck lässt sich über eine Druckhaltedrossel einstellen. Ein Wärmetauscher sorgt für eine konstante Fluidtemperatur. Die gegebenenfalls notwendige Pulsationsdämpfung kann sowohl in der Saug- als auch in der Druckleitung unabhängig von einander zugeschaltet werden.

Der LEWA Versuchskopf EH/HS 70 ist modular aufgebaut, s. Abb. 5.2. An den Arbeitsraum können beliebige Ventilkäfige verschiedenster Ventiltypen angeflanscht werden. Der Versuchskopf ist zusätzlich mit Sichtfenstern im Saug- und Druckventilkäfig sowie im Arbeitsraum ausgestattet. Eine Hochgeschwindigkeitskamera nimmt die zeitlich veränderlichen Kavitationserscheinungen und Ventilbewegungen auf. Durch eine automatische Nachbearbeitung der Videosequenzen lässt sich der zeitliche Ventilhubverlauf ermitteln. Der maximale Messfehler zu jedem Zeitpunkt des Ventilhubs wird vom iPAT mit 0,3 mm angegeben, [1]. Dies ist insbesondere bei kleinen Ventilöffnungen von Bedeutung. Zur Dokumentation der zeitlichen Druckverläufe sind Sensoren in der Saugleitung, am Druck- und Saugflansch, im Arbeitsraum der Pumpe, in Strömungsrichtung hinter dem saugseitigen Pulsationsdämpfer sowie im Saug- und Druckventilkäfig angebracht. Durch eine Lichtschranke (Trigger) an der Antriebswelle des Motors ist es möglich, die Videoaufnahmen der Hochgeschwindigkeitskamera mit der Kolbenbewegung synchron zu


Abb. 5.1: Hydraulischer Schaltplan des Simplexplungerversuchsstandes aus [25]



Abb. 5.2: LEWA Versuchskopf EH/HS 70 aus [25]

starten. Der Asynchronantriebsmotor hat eine Leistung von 30 kW und eine Nenndrehzahl von 740 $Umin^{-1}$. Das Kipphebeltriebwerk ist höhenverstellbar, womit Hübe von 0 bis 45 mm möglich sind. Mit Hilfe eines Frequenzumrichters kann die Motordrehzahl nahezu beliebig variiert werden. Es ist zu beachten, dass die eingestellte Drehzahl nur im Saughub exakt gehalten wird. Bedingt durch die hohen Gegenkräfte im Druckhub tritt ein bei Asynchronmotoren üblicher Schlupf auf. Der Schlupf wird größer, je höher der eingestellte Gegendruck ist und je mehr die Motordrehzahl von der Nenndrehzahl nach unten abweicht. Abbildung 5.3 stellt zwei unterschiedliche Messungen gegenüber. Messung 1 wurde mit einem geringeren Gegendruck gemessen als Messung 2. Während der Saughub bei beiden Messungen gleich lang dauert, ist beim Druckhub der Unterschied im Schlupf deutlich zu erkennen.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Simulationsergebnisse sind jeweils mit einem konstant angenommenen Schlupf berechnet worden. Deshalb muss der simulierte Saughub mit dem Beginn des experimentell ermittelten Saughubs synchronisiert werden, um die Schließverzögerungen miteinander vergleichen zu können.



Abb. 5.3: Vergleich unterschiedlicher Messungen: oben Kolbenhub, unten Ventilhub

5.2 Stationär durchströmtes Ventil

5.2.1 Beschreibung des Testfalls

Um den numerischen Strömungscode zu validieren, wird ein Ventil zunächst stationär, also mit konstantem Volumenstrom, durchströmt. Die sich abhängig vom Volumenstrom einstellenden konstanten Ventilhübe und Druckdifferenzen werden gemessen und mit der Simulation verglichen. Dazu muss die obige Versuchsanordnung umgebaut werden, s. Bild 5.4. Statt des Pumpenkopfes wird nur ein Ventilkäfig in den Kreislauf montiert.

5 Anwendung

Den nötigen konstanten Volumenstrom stellt eine ebenfalls in den Kreislauf integrierte Kreiselpumpe ein. Die für diesen Versuch nicht benötigten Filter und Membranschieber werden ausgebaut, um höhere maximale Volumenströme zu ermöglichen.



Abb. 5.4: Hydraulischer Schaltplan des Versuchsstandes für Ventildurchströmung aus [25]

Abbildung 5.5 zeigt den untersuchten Teil des Pumpenkopfs. Der Ventilkäfig ist vergrößert dargestellt. Die Federhalterung zentriert die Feder, die ihrerseits auf dem Plattenventil aufsitzt. In der Ruheposition drückt die Feder das Ventil, hier ein Plattenventil, gegen den Ventilsitz.

Das rotationssymetrische Simulationsmodell, s. Abb. 5.6, enthält einige Vereinfachungen, die erfahrungsgemäß einen sehr geringen Einfluss auf die Ventilverluste und -kräfte haben. So werden z.B. die Ventilfeder und Federhalterung nicht modelliert. Dies ist zulässig, da nahezu der gesamte Druckverlust im Ventilspalt auftritt. Am Einlass unterhalb des Ventils bestimmt eine Geschwindigkeitsrandbedingung den Volumenstrom durch das Ventil. Am Auslass aus dem Rechengebiet wird der statische Druck vorgegeben.

Das vorgestellte System soll zunächst an einem möglichst einfachen Fall validiert werden. Zu diesem Zweck wird eine konstante Durchströmung des Pumpenkopfes angenommen, d.h. der Kolben der Pumpe steht still. Eine in den Kreislauf integrierte Kreisel-



Abb. 5.5: Pumpenkopf und vergrößerte Ansicht des Ventilkäfigs mit einem Plattenventil

pumpe hält den gewünschten Volumenstrom konstant. Zudem ist jeweils nur ein Ventil entweder auf der Druck- oder Saugseite eingebaut. Durch das Kräftegleichgewicht am Ventil stellt sich ein konstanter Hub ein. Der Vergleich zwischen Messung und Simulation soll zeigen, ob das Simulationsverfahren plausible Ergebnisse liefert. Es werden drei verschiedene Ventiltypen untersucht: ein Platten-, ein Kegel- und ein Kugelventil. Zudem werden zwei unterschiedliche Federn mit 0,1 bar bzw. 0,3 bar Federvordruck verwendet. Die Bezeichnung 0,1 bar bezieht sich dabei auf die zum Öffnen des Ventils notwendige Druckdifferenz und entspricht somit der Vorspannkraft der Feder bezogen auf die Kreisfläche des Ventils mit Nenndurchmesser 32 mm. Das Kugelventil ist nicht befedert. In Abb. 5.6 ist das zu simulierende Rechengebiet am Beispiel eines Plattenventils dargestellt. Die Rotationssymmetrie des Ventils wird vorausgesetzt und ein 15° Segment simuliert. Ziel der Untersuchung ist es, die Ventilkennlinie für Hub und Druckverlust abhängig von dem Volumenstrom zu ermitteln.

Dazu wird am Einlass der Volumenstrom vorgegeben, am Auslass der statische Druck. Tab. 5.1 fasst alle verwendeten Parameter zusammen. Die Tabellen 5.2 und 5.3 geben einen Überblick über die wichtigsten Parameter der verwendeten Ventil- und Federtypen.

Referenzdichte	$ ho_{ref}$	1000,0	$[kg/m^3]$
Ventildichte	$ ho_V$	7500,0	$[kg/m^3]$
Viskosität	μ	$1,\!189\cdot 10^{-3}$	$[Pa \cdot s]$
Bezugsdruck für Tait-Gleichung	B	$3,3\cdot 10^8$	[Pa]
Konstante für Tait-Gleichung	N	$7,\!15$	[—]
Druck am Auslass	p_{out}	$1,\!0\cdot 10^5$	[Pa]
Turbulenzgrad	Tu	5,0	[%]
Zeitschritt	Δt	$9{,}0\cdot10^{-5}$	[s]
min. Ventilhub	$h_{V,min}$	$8,\!0\cdot10^{-6}$	[m]
max. Ventilhub	$h_{V,max}$	$6{,}5\cdot10^{-3}$	[m]
Eintrittsdurchmesser	D_{in}	$3,\!2\cdot10^{-2}$	[m]

 Tab. 5.1:
 Verwendete
 Modell
 <thM





Abb. 5.6: Simulationsmodell - rotationssymmetrisches Rechengebiet mit Einlass- und Auslassrandbedingung

		Platte	Kegel	Kugel	
Ventilmasse	m_V	0,06759	0,14645	0,3682	[kg]
Gewichtskraft	F_{g}	$0,\!663$	$1,\!437$	3,612	[N]
Gewichtskraft abzgl. Auftrieb	$F_g - F_A$	$0,\!575$	1,245	3,13	[N]

Tab.	5.2:	Ventilparameter
------	------	-----------------

		$0.1 \ bar$	$0.3 \ bar$	
Federvorspannkraft	$F_{F,0}$	8,04	$24,\!13$	[N]
Federsteifigkeit	c_F	5000	$6406,\!25$	[N/m]
Federmasse	m_F	0,01976	0,02235	[kg]
Federgewichtskraft	F_g	0,1938	0,2193	[N]

Tab. 5.3: Federparameter

Die Abbildungen 5.7 bis 5.9 geben einen Überblick über die verwendeten Rechengitter für die unterschiedlichen Ventilgeometrien. Die Blockgrenzen sind mit blauen Linien dargestellt, und stehende Blöcke sind schwarz und deformierbare rot eingefärbt. Bei einzelnen Blöcken ist es sinnvoll, die Ventilbewegung aufzuprägen. Diese mitbewegten Blöcke, in den Abbildungen blau eingefärbt, führen exakt die gleiche Bewegung aus wie das Venil. Ihre Berandungsflächen werden für den Gitterdeformationsalgorithmus, s. Kap. 3.2.3, automatisch zu Ventilwänden, damit die umliegenden Blöcke die besondere Netzdeformation jener blauen Blöcke erfassen können.



Abb. 5.7: Vernetzung des Strömungsraumes mit einem Kegelventil in gespiegelter Ansicht. Schwarz: unbewegtes Gitter. Rot: nachgeführtes Gitter. Blau: Gitter folgt exakt der Ventilbewegung

Prinzipiell sind drei verschiedene Verfahren denkbar, die Strömung durch ein Ventil sowie den daraus resultierenden Hub und den Druckverlust zu berechnen. Jedem Verfah-

5 Anwendung



Abb. 5.8: Vernetzung des Strömungsraumes mit einem Plattenventil in gespiegelter Ansicht. Schwarz: unbewegtes Gitter. Rot: nachgeführtes Gitter. Blau: Gitter folgt exakt der Ventilbewegung

ren liegt das Kräftegleichgewicht zugrunde, s. Gl. 3.14. Die Trägheitskräfte verschwinden für den stationären Ventilhub, da das Ventil in der Endstellung stillsteht. Nur wenn Gl. 3.14 erfüllt ist, liegt der berechnete Punkt tatsächlich auf der Ventilkennlinie.

Methode A: Fixierte Ventilposition bei variablem Volumenstrom

Die einfachste Methode besteht darin, für eine fest vorgegebene Ventilstellung den Volumenstrom zu variieren. Aus der stationären CFD-Lösung ergibt sich das Strömungsfeld um das Ventil und damit die auf das Ventil wirkende Strömungskraft bestehend aus den Druck- sowie Reibungskräften. Mit diesem Verfahren lässt sich für eine vorgegebene Ventilöffnung nach einigen Iterationen der dazu passende Volumenstrom finden.



Abb. 5.9: Vernetzung des Strömungsraumes mit einem Kugelventil in gespiegelter Ansicht. Schwarz: unbewegtes Gitter. Rot: nachgeführtes Gitter. Blau: Gitter folgt exakt der Ventilbewegung

Methode B: Bewegliche Ventilposition bei konstant vorgegebenem Volumenstrom

Soll dagegen zu einem konstant vorgegebenen Volumenstrom die Ventilöffnung berechnet werden, muss der Ventilhub variiert werden. Abhängig von dem verwendeten CFD-Solver und Vernetzungsprogramm kann dieser Schritt zeitaufwändig sein, da eine Hubvariation immer ein neues Rechengitter erfordert.

Methode C: Instationäre Simulation mit FSI

Bei der dritten Methode wird eine zeitechte Simulation des Ventilhubs aus einer beliebigen Ausgangsstellung und unter Berücksichtigung der Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) durchgeführt. Damit lässt sich ähnlich wie bei Methode B zu jedem gegebenen Volumenstrom die exakte Ventilöffnung bestimmen. Der rechnerische Aufwand ist größer als bei der zweiten Methode. Dafür entfällt die manuelle Neuvernetzung des Rechengitters, die ihrerseits zeitaufwendig sein kann.

In den folgenden beiden Abschnitten werden die Methoden A und C untersucht.

5.2.2 Simulation ohne FSI - Methode A

Die erste Methode erfordert nur die stationäre Lösung der Navier-Stokes Gleichungen. Damit eignet sie sich hervorragend dazu, das Verfahren zu überprüfen. Speziell interessiert hier die Leistungsfähigkeit der verwendeten Turbulenzmodelle.

Im Folgenden wird das Kegelventil mit 0,1 *bar* Federvordruck untersucht. Der Ventilhub beträgt $h_V = 2 \ mm$. Für diese Konfiguration beträgt die Kraft auf das Ventil 19,3 N. Sie ergibt sich aus der Ventilgewichtskraft abzüglich der Auftriebskraft und der Federkraft . Die Federkraft wiederum besteht aus der Federvorspannkraft $F_{F,0}$ und der Kraft, die sich aus dem vorgegebenen Hub ergibt. Es werden drei unterschiedliche Turbulenzmodelle untersucht: das k- ε -, LCL- und SST-Modell. Der erste Volumenstrom wird jeweils mit 90 l/min eingestellt.

Abb. 5.10 stellt die zwei verwendeten Rechengitter gegenüber. Gut zu erkennen ist die Blockstruktur des Gitters. Für das k- ε -Modell kommt das grobe Gitter zum Einsatz, während das *LCL*- und *SST*-Modell das feine Gitter erfordern. Das grobe Gitter besteht aus ca. 65000 Knoten, das feine Gitter aus etwa 320000 Knoten. Im Bereich des Ventilsitzes beträgt die Zahl der Knoten quer zur Hauptströmungsrichtung beim groben Gitter $n_i = 10$ und beim feinen $n_i = 50$.



Abb. 5.10: Kegelventil mit grober (oben) und feiner (unten) Vernetzung sowie Blockgrenzen (blau)

Die Ergebnisse der Untersuchung mit Methode A sind in Abb. 5.11 dargestellt. Bei allen Turbulenzmodellen steigt die auf das Ventil wirkende Fluidkraft durch eine Erhöhung des Volumenstroms quadratisch an. Dies ist plausibel, da der Druckverlust über das Ventil quadratisch mit dem Volumenstrom gekoppelt ist. Es fällt auf, dass die beiden *Low-Re*-Modelle sehr ähnliche Ergebnisse liefern, wohingegen das k- ε -Modell einen deutlich höheren Volumenstrom benötigt, um die erforderliche Kraft zu erzielen.

Ein Vergleich mit den Messergebnissen (Abb. 5.12) zeigt, dass die beiden Low-Re-Modelle die Messergebnisse sehr gut wiederspiegeln, während das Ergebnis für das k- ε -Modell weit unter der Ventilkennlinie liegt.

Im folgenden soll die Ursache für diese Verhalten anhand der Ergebnisse des k- ε und LCL-Modells erörtert werden. Dargestellt ist die Strömungslösung für $Q = 90 \ l/min$. Das Ergebnis des SST-Modells wird nicht weiter betrachtet, da es dem LCL-Modell ähnelt. Die Stromlinien in Abb. 5.13 verdeutlichen die sich einstellenden Eckenwirbel, die das LCL-Modell etwas stärker vorhersagt. Im dazugehörigen Druckfeld ist bei dem feinen Gitter ein höherer Druckverlust erkennbar, s. Abb. 5.14.

Die Ursache für den höheren Druckverlust ist die höhere turbulente kinetische Energie k beim *LCL*-Modell, s. Abb. 5.14, und die höhere Dissipationsrate. Das grobe Gitter unterdrückt die Produktion der turbulenten kinetischen Energie, während die für das k- ε -Modell sehr niedrigen y^+ -Werte sich zwischen 5 und 20 im Spalt bewegen. Sie liegen damit weit unter der Empfehlung für die logarithmische Wandfunktion von etwa 30 bis 500 und befinden sich somit genau im Umschlagsbereich zwischen der laminaren Grenzschicht und der tubulenten Kernströmung. Eine Erhöhung der y^+ -Werte lässt sich nur durch eine weitere Vergröberung des Gitters im Spalt realisieren. Ein gröberes Gitter



Abb. 5.11: Ventilkraft $F_V(Q)$ für unterschiedliche Turbulenzmodelle und konstanten Ventilhub $h_V = 2 \ mm$ am Beispiel des Kegelventils mit 0,1 *bar* Federvordruck; Gleichgewichtskraft für den eingestellten Hub (gestrichelte Linie)

im Spalt unterdrückt jedoch die Bildung der turbulenten kinetischen Energie und in der Folge der turbulenten Dissipation noch stärker. Zudem können mit einem groben Gitter die steilen Geschwindigkeitsgradienten nicht ausreichend genau modelliert werden.

Diskussion der Ergebnisse

Das oben beschriebene Verhalten lässt sich sowohl beim Kegel- als auch beim Kugelventil beobachten, die beide eine doppelt gekrümmte Fläche besitzen. Beide Ventilformen besitzen keinen exakt definierten Ablösepunkt. Die Vorhersage des Ablösepunktes hat jedoch einen wesentlichen Einfluss auf die berechneten Druckverluste, und sie hängt somit stark vom verwendeten Turbulenzmodell ab. Das Plattenventil hat dagegen eine klar definierte Ablösekante bedingt durch die diskontinuierliche Änderung der Geometrie am Außendurchmesser des Ventils. Bei dieser Ventilform erzielt sogar das k- ε -Modell gute Ergebnisse, weswegen es in den folgenden Abschnitten immer wieder Anwendung findet.



Abb. 5.12: Vergleich des gemessenen und mit dem Modell A simulierten Ventilhubes für das Kugelventil mit 0,1 *bar* Federvordruck

5.2.3 Simulation mit FSI - Methode C

Die Vernetzung der Geometrie erfolgt im unteren Totpunkt, da in dieser fast geschlossenen Stellung die Anforderungen an die Netzqualität besonders hoch sind. Insbesondere sollten die Netzlinien möglichst orthogonal verlaufen. Der Mindestabstand zwischen Ventil und Ventilsitz wird mit 8 μm festgelegt.

Die Berechnung erfolgt instationär mit einem Zeitschritt von $\Delta t = 9,0 \cdot 10^{-5} s$. Alle weiteren Parameter sind in Tab. 5.1 aufgelistet. Der Volumenstrom wird solange konstant gehalten, bis sich ein stationärer Hub des Ventils eingestellt hat, s. Bild 5.16. Ändert sich die Ventilstellung nicht mehr, wird die Berechnung angehalten und mit dem nächst höheren Durchfluss neu gestartet. Dabei dient die vorherige Strömungslösung und Ventilstellung als Startlösung für die folgende Berechnung.

Die folgenden Unterkapitel stellen die experimentell ermittelten und simulierten Hübe bei unterschiedlichen Volumenströmen für die jeweilige Ventil-Federkombination gegenüber.



Abb. 5.13: Stromlinien für das grobe (oben, $k\mathchar`e$ -Modell) und feine Rechengitter (unten LCL-Modell)



Abb. 5.14: Druckfeld für das grobe (oben, $k{-}\varepsilon{-}\mathrm{Modell})$ und feine Rechengitter (unten, $LCL-\mathrm{Modell})$



Abb. 5.15: Turbulente kinetische Energie für das grobe (oben, k- ε -Modell) sowie das feine Rechengitter (unten; *lcl*-Modell); unterschiedliche Skalen



Abb. 5.16: Simulierter Ventile
inschwingvorgang am Beispiel des Plattenventils; Ventilhub
 L_V und Volumenstrom Q als Funktion der Zei
tt

Kegelventil

Die Simulationsergebnisse des Kegelventils zeigen im laminaren Bereich bis zu einer Spaltreynoldszahl von etwa $Re_{sp} = 2300$ eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Das entspricht einenem Volumenstrom von 10 l/min. Für größere Volumenströme wird der Hub deutlich unterschätzt. Die Reynoldszahl im Spalt wird berechnet mit folgender Formel:

$$Re_{sp} = \frac{c_{sp}d_h}{\nu}.$$
(5.1)

Darin bezeichnen c_{sp} die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Spalt, d_h den hydraulischen Durchmesser und ν die kinematische Viskosität.

Ein ähnliches Bild ergibt sich für den simulierten Druckverlust. Die Ergebnisse für das Plattenventil stimmen relativ gut mit dem Experiment überein. Beim Kegelventil ist die Übereinstimmung im laminaren Bereich zunächst gut. Bei höheren Volumenströmen steigt der simulierte Druckverlust deutlich höher an als der gemessene. Der höhere Druckverlust lässt sich durch den geringeren Hub in der Simulation erklären. Die sich dadurch ergebende höhere Geschwindigkeit im Spalt führt zu höheren Druckverlusten.

Der Vergleich zwischen Experiment und Simulation zeigt ähnliche Tendenzen wie mit Modell A. Die Simulationsergebnisse mit dem k- ε -Turbulenzmodell für das Kegelventil repräsentieren für beide Federtypen die Messergebnisse zunächst gut, s. Abb. 5.17 sowie 5.18. Mit größeren Volumenströmen stellt sich in der Simulation jedoch ein deutlich geringerer Ventilhub ein. Der dimensionslose Wandabstand y^+ nimmt ausnahmslos Werte kleiner fünf ein und liegt damit weit unter dem empfohlenen Bereich für das k- ε -Turbulenzmodell von 30 bis 500, s. Kap. 2.3.4. Während es beim Plattenventil an der scharfen Kante der Ventilplatte einen definierten Ablösepunkt gibt, hängt der Ort der Ablösung am balligen Kegelventil maßgeblich vom verwendeten Turbulenzmodell und Rechengitter ab. Deswegen wird im Folgenden das Low – Reynolds LCL-Turbulenzmodell verwendet. Die Anzahl der Gitterlinien senkrecht zum Spalt wird von 10 auf 50 erhöht, um y^+ -Werte kleiner eins auch für größere Öffnungen zu garantieren.

Die Ergebnisse für das **LCL**-Turbulenzmodell sind dagegen sehr zufriedenstellend. Sie treffen für beide Ventilfedern den Ventilhub im Rahmen der Messgenauigkeit. Die Messunsicherheit wird anhand zweier unterschiedlicher Messreihen sichtbar. Selbst innerhalb einer einzelnen Messreihe ergeben sich Sprünge von ca. 0,3 mm im Ventilhub.



Abb. 5.17: Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Kegelventil über dem Volumenstrom mit 0,1 *bar* Federvordruck



Abb. 5.18: Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Kegelventil über dem Volumenstrom mit 0,3 *bar* Federvordruck

5 Anwendung

Plattenventil

Die simulierten Ventilhübe des Plattenventils stimmen sehr gut mit den Messwerten überein. Aus Abb. 5.21 oben wird ersichtlich, dass die Simulations- und Messergebnisse, insbesondere für Volumenströme bis etwa 90 $\frac{l}{min}$, sehr gut übereinstimmen. Darüber hinaus bleibt der Unterschied in der mit 0,3 mm angegebenen Messtoleranz, [1]. Bei den Messergebnissen fällt bei beiden Federn ein Umschlagspunkt auf, bei dem sich die Steigung der stationären Ventilhubkurve plötzlich ändert. Für die 0,1 bar Feder liegt dieser Punkt bei ca. 25 $\frac{l}{min}$ und bei der 0,3 bar Variante bei ca. 45 $\frac{l}{min}$, s. Abb. 5.20. Der Umschlag tritt bei beiden Federn bei einem Ventilhub von ca. einem Millimeter auf. Dieses Verhalten lässt sich entweder durch einen Umschlag vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand oder durch das Verkippen des Ventils erklären. Beim geführten Kegelventil tritt dagegen kein Umschlagspunkt auf, s. oben. Deswegen kann davon ausgegangen werden, dass der Umschlag durch das Verkippen des Ventils hervorgerufen wird. In der Simulation wird ein Verkippen des Ventils modellbedingt ausgeschlossen, wodurch sich dieses Verhalten im simulierten Ventilhubverlauf nicht widerspiegelt.



Abb. 5.19: Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Plattenventil über dem Volumenstrom mit 0,1barFedervordruck



Abb. 5.20: Ventilhub (oben) und Druckverlust (unten) für das Plattenventil über dem Volumenstrom mit 0,3 *bar* Federvordruck

Kugelventil

Zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit lagen für das Kugelventil lediglich Druckverlustmessungen in Abhängigkeit vom Volumenstrom vor. Die Simulationsergebnisse lassen sich deshalb nur über den Druckverlust mit dem Experiment vergleichen. Beim k- ε -Modell fällt der Ventilhub ähnlich wie schon beim Kegelventil deutlich niedriger aus und der Druckverlust wird deutlich überschätzt. Deswegen kann hier davon ausgegangen werden, dass der mit dem LCL-Modell berechnete Ventilhub der Realität näher kommt. Dies ist jedoch durch Folgemessungen noch zu beweisen.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Abb. 5.22 gibt einen Überblick über die Simulationsergebnisse für das Platten- und Kegelventil. Für diese Ventilformen liegen Messungen sowohl für den Druckverlust als auch für den Ventilhub vor.



Abb. 5.21: Simulierter Ventilhub (oben) sowie gemessener und simulierter Druckverlust (unten) für das Kugelventil



Abb. 5.22: Übersicht der durchgeführten quasistationären Berechnungen für das Platten- und Kegelventil mit jeweils 0,1 und 0,3 *bar* Federvordruck

5.3 Instationär durchströmtes Ventil

5.3.1 Beschreibung des Testfalls

Im Folgenden werden die Ergebnisse der instationären Durchströmung mit den Simulationsergebnissen verglichen. Die Pumpe wird nun durch den Kolben angetrieben. Das Simulationsmodell entspricht dem Modell im vorhergehenden Abschnitt. Lediglich die Eintrittsrandbedingung ändert sich. Statt eines konstanten wird ein zeitlich veränderlicher Volumenstrom vorgegeben, s. Abb. 5.23. Die Kolbenbewegung $x_p(t)$ ist gegeben durch Gl. A.9, s. Anhang A. Die Kolbengeschwindigkeit ergibt sich aus der Ableitung der Kolbenbewegungsgleichung, s. Gl. A.10.



Abb. 5.23: Geschwindigkeitsrandbedingung am Eintritt für ein einzelnes Ventil abhängig vom Kolbenhub ${\cal L}_P$

Die Kolbengeschwindigkeit und die Geschwindigkeit der Strömung am Eintritt des Rechengebiets sind direkt gekoppelt über die Kontinuitätsgleichung. Mit der Kolbenfläche A_P und der Eintrittsfläche A_{in} ergibt sich die zeitlich veränderliche Strömungsgeschwindigkeit am Eintritt:

$$v_{in}(t) = \frac{A_P}{A_{in}} v_P(t).$$
(5.2)

Da im Simulationsmodell nur ein Ventil betrachtet wird, ist es sinnvoll, lediglich eine Hubrichtung zu modellieren. Die Modellparameter entsprechen weitestgehend Tab. 5.1. Die neu hinzugekommenen Parameter, die die Kolbenbewegung und somit die Eintrittsrandbedingung definieren, sind in Tab. 5.4 zusammengefasst.

Drehzahl	n	150 bzw. 270	[U/min]
Schubstangenverhältnis	λ_s	0,3	[—]
Plungerdurchmesser	D_P	$7,0 \cdot 10^{-2}$	[m]
Rohrdurchmesser am Eintritt	D_{in}	$3,2 \cdot 10^{-2}$	[m]
Kolbenfläche	A_P	$1,539\cdot 10^{-2}$	$[m^2]$
Rohrquerschnittsfläche am Eintritt	A_{in}	$3,217 \cdot 10^{-3}$	$[m^2]$

Tab. 5.4: Verwendete Modellparameter

5.3.2 Ergebnisse

Die resultierenden Ventilkinematiken aus Simulation und Experiment sind in der Abb. 5.24 für das Plattenventil mit unterschiedlichen Drehzahlen dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und numerischer Berechnung ist relativ gut. Insbesondere die maximale Auslenkung des Ventils wird in der Simulation sehr gut vorhergesagt.



Abb. 5.24: Hubverlauf des Plattenventils mit 0,1 bar Federvordruck und $n = 150 \ U/min$ (links) bzw. $n = 270 \ U/min$ (rechts)

Lediglich in der Öffnungsphase ergeben sich ein deutlicher Unterschied zwischen Simulation und Experiment. Dieser Unterschied ist darauf zurückzuführen, dass mit einem einzelnen Ventil keine Leckageverluste simuliert werden können. So muss das gesamte

5 Anwendung



Abb. 5.25: Theoretisch angenommener und realer Durchfluss durch das Ventil

vom Kolben verdrängte Fluid durch das Ventil strömen. In der Realität treten jedoch immer Leckageverluste durch das Gegenventil auf, die ein späteres Öffnen und Schließen des Ventils bedingen. Abbildung 5.25 stellt den theoretisch angenommenen und realen Volumentstrom durch das Ventil gegenüber, s. [1] und [25].

5.4 Vereinfachtes Pumpenmodell

5.4.1 Beschreibung des Testfalls

Der im vorherigen Abschnitt beschriebene Mangel, Leckagevolumenströme in der Simulation zu berücksichtigen, ist modellbedingt und kann nur umgangen werden, indem beide Ventile und somit die Interaktion von Druck- und Saugventil simuliert werden. Abb. 5.26 zeigt den Pumpenkopf im Halbschnitt sowie ein vereinfachtes Modell. Der Abstand zwischen den beiden Ventilen im vereinfachten Modell entspricht dem abgewickelten Abstand im realen Pumpenkopf. Der Kolben befindet sich in etwa in der Mitte zwischen den beiden Ventilen und wird ähnlich wie im vorherigen Abschnitt durch eine radial einströmende, instationäre Geschwindigkeitsrandbedingung modelliert. Die Geschwindigkeit stellt sich entsprechend Gl. 5.2 ein.



Abb. 5.26: Halbschnitt des Pumpenkopfs (links) und abgewickeltes rotationssymmetrisches Modell mit zwei Ventilen (rechts)

5.4.2 Ergebnisse

Plattenventil

Abbildung 5.27 stellt den sich einstellenden Hubverlauf des Saugventils vergleichend für das Experiment und die Simulation mit einem bzw. zwei Ventilen für 0,1 *bar* Federvordruck und $n = 270 \ U/min$ gegenüber. Die Phasenverschiebung wird mit zwei Ventilen wesentlich besser getroffen. Der gesamte Hubverlauf entspricht in weiten Teilen den Messergebnissen. In der numerischen Berechnung öffnet das Ventil etwas früher. Dies ist auf das im Modell fehlende nicht zu komprimierende Kolbenvolumen zurückzuführen.



Abb. 5.27: Vergleich der simulierten Hubverläufe für ein bzw. zwei Ventile mit 0,1 *bar* Federvordruck und $n = 270 \ U/min$ mit dem Experiment

In den Abbildungen 5.28 und 5.29 sind die simulierten Druck-, Kolbenhub- und Ventilhubverläufe für zwei unterschiedliche Drehzahlen dargestellt. Der Druck ist jeweils für die Förderleitung (FL), die Saugleitung (SL) und den Arbeitsraum (AR) aufgetragen. Der simulierte Ventilhub bei einer Drehzahl von $n = 150 \ U/min$ liefert einen ähnlich guten Verlauf wie bei einer Drehzahl von $n = 270 \ U/min$.



Abb. 5.28: Zeitlicher Druckverlauf in Förder- und Saugleitung sowie im Arbeitsraum (oben); Kolbenhub (mitte); gemessener und Simulierter Ventilhub (unten) mit 0,1 *bar* Federvordruck und $n = 150 \ U/min$



Abb. 5.29: Zeitlicher Druckverlauf in Förder- und Saugleitung sowie im Arbeitsraum (oben); Kolbenhub (mitte); gemessener und Simulierter Ventilhub (unten) mit 0,1 *bar* Federvordruck und $n = 270 \ U/min$



Abb. 5.30: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Plattenventils mit 0,1 bar Federvordruck und $n = 150 \ U/min$



Abb. 5.31: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Plattenventils mit 0,3 bar Federvordruck und $n = 150 \ U/min$

Kegelventil

Die Ergebnisse für das Kegelventil zeigen sowohl für den maximalen Hub als auch für den Öffnungs- und Schließzeitpunkt eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment, s. Abb. 5.32 und 5.32.



Abb. 5.32: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kegelventils mit 0,3 bar Federvordruck und $n = 150 \ U/min$



Abb. 5.33: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kegelventils mit 0,1 bar Federvordruck und $n = 270 \ U/min$

Beim Kegelventil wurde zusätzlich der Saugdruck variiert. Während die experimentellen Ergebnisse für die unterschiedlichen Vordrücke die übliche Schwankung zwischen zwei Messreihen aufweisen unterscheiden sich die Simulationsergebnisse lediglich in der Öffnungsphase, s. Abb. 5.34. Nach der Öffnungsspitze verlaufen die beiden simulierten Ventilhübe synchron zueinander.



Abb. 5.34: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kegelventils mit 0,1 bar Federvordruck und $n = 270 \ U/min$ für zwei verschiedene Saugdrücke 4 und 6 bar

Kugelventil

Beim Kugelventil fällt der Vergleich zwischen Messung und Simulation ebenfalls sehr zufriedenstellend aus. Für beide Drehzahlen wird der Ventilhub richtig vorhergesagt, s. Abb. 5.35 und 5.36. Für die höhere Drehzahl prallt die Kugel auf die definierte Ventilbegrenzung bei $h_V = 6,5 \ mm$. Die Simulation gibt den für das Kugelventil typischen höckerförmigen Verlauf mit den drei Maxima wider.



Abb. 5.35: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kugelventils bei $n = 150 \ U/min$



Abb. 5.36: Gemessener und simulierter Hubverlauf des Kugelventils bei $n = 270 \ U/min$

5.5 Strömungssimulation des gesamten Pumpenkopfs



Abb. 5.37: Symmetrisches Modell der Gesamtpumpe

In diesem Kapitel soll abschließend die prinzipielle Anwendbarkeit des Simulationssystems auf die Gesamtpumpe nachgewiesen werden, s. Abb. 5.37. Dazu wird der Halbschnitt des Pumpenkopfs mit dem Plattenventil betrachtet, da für das Plattenventil auch mit groben Gittern sinnvolle Ergebnisse erzielt werden können, s. Abb. 5.38 links. Die rotationssymmetrischen Ventile werden in dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Designsystem vernetzt, s. Abb. 5.38 rechts oben. Die Vernetzung der nicht rotationssymmetrischen Teile erfolgt mit dem kommerziellen Vernetzungsprogramm ICEM - Hexa[2]. Das gesamte Multiblockgitter besteht aus 50 Blöcken und etwa 800000 Knoten. Die Kopplung der einzelnen Gitter erfolgt mit einem allgemeinen, nichtangepassten Kopp-
lungsalgorithmus, s. HERRMANN [16], das die Kopplung beliebiger Geometrien miteinander ermöglicht. Abb. 5.38 rechts unten verdeutlicht das allgemeine Interface am Beispiel der Kopplung zwischen dem Arbeitsraum und der Ventilzuleitung.



5.5.1 Beschreibung des Testfalls

Abb. 5.38: Verwendete Blockaufteilung im Halbschnitt des Pumpenkopfs (links), Ventilgitterausschnitt (oben rechts) und Gitterdetail zur Kopplung des Arbeitsraums mit der Ventilzuleitung (unten rechts)

Wegen der hohen CPU-Zeiten wird auf die Fluid-Struktur-Interaktion verzichtet. Die Ventilöffnung beträgt 1 mm. Es soll das stationäre Verfahren zur Bestimmung des Punktes auf der Ventilkennlinie verwendet werden, s. Methode A in Kap. 5.2.2. Die Berechnungsparameter entsprechen ebenfalls denen der Methode A. Aus der Ventilkennlinie für

das Plattenventil mit 0,1 bar Federvordruck lässt sich für die Ventilöffnung von 1 mm ein Volumenstrom von etwa 25 l/min ablesen, s. Abb. 5.21. Der Volumenstrom wird als Eintrittrandbedingung vorgegeben, wobei die Eintrittsfläche der Kolbenfläche mit einem Durchmesser von 70 mm entspricht. Am Auslass nach dem Druckventil wird eine statische Druckrandbedingung vorgegeben. Der Auslass unterhalb des Saugventils wird geschlossen, damit der gesamte Volumenstrom nur durch das Druckventil entweichen kann. Dazu wird der Auslass unterhalb des Saugventils als reibungslose Wand modelliert.

5.5.2 Ergebnisse

Das Ergebnis der Simulation ist in Abb. 5.39 als Druckverlauf dargestellt. Im gesamten Pumpenkopf unterhalb des Druckventils ist der Druck konstant. Nahezu der gesamte Druckverlust entsteht im Ventilspalt. Nach dem Ventilspalt ist der Druck ebenfalls nahezu konstant. Die auf das Ventil wirkende Fluidkraft ergibt sich bei einem Volumenstrom von 25 l/min zu 18.25 N und ist damit höher als die durch die Feder voreingestellte Kraft von 13.61 N, s. Abb. 5.40. Aus dem berechneten Punkt lässt sich leicht die quadratische Funktion $F(Q) = 0,0292Q^2$ ableiten, die durch den Ursprung verläuft, da die Fluidkraft verschwindet, wenn kein Fluid durch das Ventil strömt. Aus der Umkehrung obiger Funktion folgt der Volumenstrom für die gewünschte Fluidkraft von 13,65 N und ist damit hinreichend genau bestimmt. Der berechnete Punkt liegt genau auf der Ventilkennlinie, s. Abb. 5.41, die mit dem verinfachten Simulationsmodell in Kap. 5.2.3 berechnet wurde.



Abb. 5.39: Ergebnis der stationären Simulation der Gesamtpumpe für das Plattenventil mit $h_v = 1 mm$ und 0,1 bar Federvordruck; Konturfarbe entspricht Druck; rot: hoher Druck, blau: niedriger Druck



Abb. 5.40: Ventilkraft als Funktion des Volumenstromes bei konstantem Ventilhub $h_V = 1$ mm für den gesamten Pumpenkopf mit Plattenventil bei 0,1 bar Federvordruck; gestrichelte Linie: Gleichgewichtskraft für den eingestellten Hub



Abb. 5.41: Vergleich der gemessenen und berechneten Ergebnisse für das Plattenventil bei 0,1 *bar* Federvordruck; rotationssymmetrisches Modell mit FSI und Gesamtpumpenkopf mit Modell A berechnet

6 Bewertung und Ausblick

Der lehrstuhleigene Strömungsberechnungscode NS3D konnte erfolgreich erweitert werden, so dass die Berechnung der Strömungsvorgänge und der Fluid-Struktur-Interaktion für beliebige Körper möglich ist. Durch die oszillierende Bewegung des Plungers in der Verdrängerpumpe entstehen Druckstöße, die sich auf die Arbeitsweise der Ventile auswirken. Aus diesem Grund wurde die Behandlung von Flüssigkeiten um den Einfluss schwacher Kompressibilität erweitert, der mit der Tait-Gleichung beschrieben wird.

Der Plunger einer Verdrängerpumpe führt eine definierte, weggesteuerte Bewegung aus, die sich aus der Kinematik des Kolbengestänges ergibt. Die Bewegung der zumeist befederten Ventile ergibt sich als Interaktion aus den gegeben Ventilformen, -massen und Federparametern sowie der Strömungsantwort auf das Ventil. Aus diesem Grund wurde ein Bewegungsmodul entwickelt, das sowohl die weggesteuerte als auch die fluidgesteuerte translatorische Bewegung von beliebigen Körpern zulässt. Das Verkippen des Ventils wurde nicht implementiert. Bei ungeführten Ventilen können sich jedoch Taumelund Verkippungsbewegungen ergeben, die die gesamte Systemantwort wesentlich beeinflussen. Aus diesem Grund sollte das bestehende Bewegungsmodul künftig neben der Translation auch die Rotation von Körpern um alle drei Raumachsen berücksichtigen.

Die Bewegung eines Körpers in einem Finite-Volumen Gitter erfordert eine zuverlässige und qualitativ hochwertige Gitternachführung. Für die hier gezeigten Anwendungsfälle, Platten-, Kegel- und Kugelventil, erfüllte das entwickelte Verfahren diese Anforderungen zuverlässig.

Die Fluid-Struktur-Interaktion in den Ventilen der Verdrängerpumpe wurde in verschiedenen Abstraktionsgraden durchgeführt. Die konstante, quasi-stationäre Durchströmung eines einzelnen, rotationssymetrischen Ventils zeigte eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass ein Einzelventil unter Anwendung einer instationären Einlassrandbedingung qualitativ richtige Ventilhübe vorhersagt. Allerdings kann dieses Modell die Öffnungs- und Schliessverzögerung des Ventils nicht korrekt widergeben. Deswegen wurde ein weiteres, rotationssymetrisches Modell der Verdrängerpumpe entwickelt, dass sowohl das Druck- als auch das Saugventil enthält. Die Abstände zwischen Druckventil, Plunger und Saugventil entsprechen den abgewickelten Längen im realen Versuchskopf. Die Ergebnisse zeigen eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit dem Experiment. Die Öffnungs- und Schliessverzögerungen werden tendenziell richtig vorhergesagt.

Prinzipiell konnte die Anwendbarkeit des 3D Strömungsberechnungscodes auf den realen Pumpenkopf mit einem stationären Modell bestätigt werden. Auf die instationäre Berechung des gesamten Versuchskopfs musste wegen der hohen CPU-Zeit verzichtet werden.

Der in dieser Arbeit erweiterte Strömungsberechnungscode NS3D liefert einen Beitrag zur realitätsnahen Berechnung der Ventilbewegung in oszillierenden Verdrängerpumpen. Die vorgestellte CFD-Methode bietet dabei wesentliche Einblicke in die Strömungsvorgänge, die eine gezielte Optimierung der gesamten Pumpe ermöglichen.

A Kolbenkinematik

Dieses Kapitel beschreibt die Kolbenkinematik, wie sie typischerweise in Kolbenpumpen auftritt. Sie bestimmt als wesentliche Einflussgröße die Strömung in der Pumpe. Die vorgestellten kinematischen Beziehungen stellen die Grundlage für die in den transienten Simulationen verwendeten Randbedingungen dar.



Abb. A.1: Kurbeltrieb

Abbildung A.1 verdeutlicht schematisch den Zusammenhang zwischen dem Motordrehwinkel φ , dem Pleuelschwenkwinkel β und dem Kolbenweg $s(\varphi)$:

$$s(\varphi) = r(1 - \cos(\varphi)) + l(1 - \cos(\beta)). \tag{A.1}$$

Zwischen den beiden Winkeln besteht folgender Zusammenhang:

$$l\sin(\beta) = r\sin(\varphi). \tag{A.2}$$

Mit der trigonometrischen Beziehung

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2(\varphi)}$$
(A.3)

93

A Kolbenkinematik

und der Einführung des Schubstangenverhältnisses $\lambda_s = \frac{r}{l}$ lässt sich der Kolbenweg beschreiben durch:

$$s(\varphi) = r \left[1 + \frac{l}{r} - \cos(\varphi) - \frac{l}{r} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2(\varphi)} \right]$$
(A.4)

bzw.
$$s(\varphi) = r \left[1 - \cos(\varphi) + \frac{1}{\lambda_s} \left(1 - \sqrt{1 - \lambda_s^2 \sin^2(\varphi)} \right) \right].$$
 (A.5)

Der Wurzelausdruck lässt sich in einer Potenzreihe folgendermaßen entwickeln:

$$\sqrt{1 - \lambda_s^2 \sin^2(\varphi)} = 1 - \frac{1}{2}\lambda_s^2 \sin^2(\varphi) - \frac{1}{8}\lambda_s^4 \sin^4(\varphi) - \frac{1}{16}\lambda_s^6 \sin^6(\varphi) - \dots$$
(A.6)

Die Terme ab dem 3. Glied können mit einer hinreichend großen Genauigkeit vernachlässigt werden. Unter Verwendung der trigonometrischen Beziehung $\sin^2(\varphi) = \frac{1}{2}\cos(2\varphi)$ und nach einigen Umwandlungen ergibt sich die im Kolbenmaschinenbau übliche Schreibweise für den Kolbenweg:

$$s(\varphi) \approx r \left[(1 - \cos(\varphi)) + \frac{\lambda_s}{4} (1 - \cos(2\varphi)) \right].$$
 (A.7)

Für die Vorgabe als Eintrittsrandbedingung ist es zweckmäßig, Gl. über die Beziehung $\varphi = \omega t$ umzuschreiben:

$$x_P(t) \approx r \left[(1 - \cos(\omega t)) + \frac{\lambda_s}{4} (1 - \cos(2\omega t)) \right].$$
 (A.8)

Ist die Amplitude der Kolbenbewegung $\Delta x_P = 2r$ bekannt, lässt sich nach einigen trigonometrischen Umformungen auch schreiben:

$$x_P(t) \approx \frac{\Delta x_P}{2} \left[1 - \cos(\omega t) + \frac{\lambda_s}{2} \sin^2(\omega t) \right].$$
 (A.9)

Die Kolbengeschwindigkeit ergibt sich nach Ableitung zu:

$$v_P(t) \approx \frac{\Delta x_P}{2} \omega \left[\sin(\omega t) + \frac{\lambda_s}{2} \sin(2\omega t) \right].$$
 (A.10)

Dabei kann die Winkelgeschwindigkeit ω über die Beziehung

$$\omega = \frac{2\pi}{60}n\tag{A.11}$$

direkt aus der Drehzahl n berechnet werden.

Abb. A.2 veranschaulicht den Einfluss des Schubstangenverhältnisses λ_s auf den Kolbenweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung. Für $\lambda_s = 0$ geht die Kolbenbewegung in eine einfache Cosinusschwingung über.



Abb. A.2: Dimensionslose Verläufe von Kolbenweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung

Literaturverzeichnis

- [1] ANCIGER, D.; SCHILLING, R.; OPITZ, K.; SCHLÜCKER, E.: Numerical prediction of the piston driven valve motion in positive displacement pumps. In: *Conference* on Modelling Fluid Flow, CMFF. Budapest, 2009
- [2] ANSYS, CFX: Release 12.0, 2008
- [3] BLENDINGER, S.: Strömungsinteraktionen, Kinematik und Verschleiß fluidgesteuerter Pumpenventile, Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 2010
- [4] BLENDINGER, Stefan: CFD-Berechnung oszillierender Verdrängerpumpen. Essen : Vulkan Verlag, 3 2004
- [5] BOUSSINESQ, J.: Essai sur La Théorie Des Eaux Courantes. In: Mem. Présenté Acad. Sci. 23 (1877), S. 46. – Paris
- [6] COUTIER-DELGOSHA, O.; REBOUD, JL; DELANNOY, Y.: Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flows. In: International journal for numerical methods in fluids 42 (2003), Nr. 5, S. 527–548
- [7] DEMIRDŽIĆ, I.; Ž. LILEK; PERIĆ, M.: A colocated finite volume method for predicting flows at all speeds. In: International Journal of Numerical Methods in Fluids 16 (1993), S. 1029–1050
- [8] DEMIRDZIC, I.; PERIC, M.: Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow. In: International Journal for Numerical Methods in Fluids 8 (1988), S. 1037–1050. – ISSN 0271–2091
- [9] DURBIN, P. A.; REIF, B. A. P.: Statistical theory and modelling for turbulent flows.
 Wiley, New York, 2000

- [10] EINZINGER, J.: Numerische Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion in Turbomaschinen, Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, Dissertation, 2006
- [11] FERZIGER, J.H.; PERIĆ, M.: Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, Berlin, 1997
- [12] GOLDBERG, D.E.: Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. (1989)
- [13] GRAU, U.: Haftkräfte und deren Einfluss auf die Kinematik selbsttätiger Ventile oszillierender Verdrängerpumpen, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 1996
- [14] HADZIC, H.: Development and Application of Finite Volume Method for the Computation of Flows Around Moving Bodies on Unstructured, Overlapping Grids, Technische Universität Hamburg-Harburg, Dissertation, 2005
- [15] HARTEN, A.: High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. In: Journal of Computational Physics Bd. 49, 1983, S. 357–393
- [16] HERRMANN, Stefan: Allgemeine Blockinterfaces. 2008. Interner FLM-Bericht
- [17] I. DEMIRDŽIĆ, M. P.: Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow. In: International Journal for Numerical Methods in Fluids 8 (1988), S. 1037– 1050
- [18] JASAK, H. ; WELLER, H.G. ; NORDIN, N.: In-cylinder CFD simulation using a C++ object-oriented toolkit. In: SAE SP (2004), S. 81–188
- [19] LAUNDER, B.P.; SPALDING, D.B.: The numerical computation of turbulent flows.
 In: Computer Methods in applied mechanics and engineering 3 (1974), S. 269–289
- [20] LIEN, F. S.; CHEN, W. L.; LESCHZINER, M. A.: Low-Reynolds-number eddyviscosity modelling based on non-linear stress-strain/vorticity relations. In: RODI, W. et a. (Hrsg.): Proceedings of the 3rd Int. Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Experiments, Kreta. Elsevier, Amsterdam u.a., 1996, S. 91–100

- [21] LILEK, Z.; NADARAJAH, S.; PERIC, M.; TINDAL, MJ; YIANNESKIS, M.: Measurements and simulation of the flow around a poppet valve. In: 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, Volume 1 Bd. 1, 1991, S. 13–2
- [22] LIPPOLD, Felix: Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit flexiblen Kopplungsverfahren, Universität Stuttgart, Dissertation, 2010
- [23] MENTER, F.R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. In: AIAA Journal 32 (1994), S. 1598–1605
- [24] MENTER, F.R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R.: Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, 2003, S. 2003
- [25] OPITZ, K. ; ANCIGER, D. ; SCHLÜCKER, E. ; SCHILLING, R.: Simulation oszillierender Verdrängermaschinen. In: AiF Forschungsvorhaben (2009), Nr. 15022 N
- [26] PERIĆ, M. ; SCHEUERER, G.: CAST A Finite Volume Method for Predicting Two-Dimensional Flow and Heat Transfer Phenomena. Gesellschaft für Reaktorsicherheit, 1989 (GRS Technische Notiz SRR-89-01)
- [27] RECHENBERG, I.: Evolutionsstrategie '94. (1994)
- [28] REYNOLDS, O.: On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A* 186 (1895), S. 123
- [29] RISTIĆ, M. ; ANCIGER, D. ; THUM, S. ; SCHILLING, R.: CFD gestützte numerische Optimierung eines hydraulischen Schieberventils. In: *FLUENT User Conference* (2004)
- [30] SCHILLING, R. ; EINZINGER, J. ; WUNDERER, R.: Numerische Simulation des stationären und instationären Betriebsverhaltens sowie der Strömungsphänomene in Kreiselpumpen beliebiger spezifischer Drehzahl. In: AiF Forschungsvorhaben (2005), Nr. Nr. 12921 N/1
- [31] SCHILLING, R. ; MÜLLER, N. ; EINZINGER, J. ; JUSUF, J. ; KRONSCHNABL, F. ; WUNDERER, R.: Numerische Simulation des Ventilatorbetriebes in realen Einbausituationen. In: AiF Forschungsvorhaben (2005), Nr. 13243 N/1

Literaturverzeichnis

- [32] SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K.: Grenzschicht-Theorie. Springer, Berlin, 1997
- [33] SCHMALHORST, C. W.: Ein modulares System zur Nachrechnung und Optimierung hydraulischer Turbomaschinen radialer Bauweise. München, Technische Universität München, Dissertation, 2010
- [34] SCHMIDT, S. J. ; SEZAL, I. H. ; SCHNERR, G. H.: Compressible Simulation of High-Speed Hydrodynamics with Phase Change. In: ECCOMAS CFD 2006. Delft, 2006
- [35] SEZAL, Ismail H.: Compressible Dynamics of Cavitating 3-D Multi-Phase Flows. München, Technische Universität München, Dissertation, 2009
- [36] SKODA, R.: Numerische Simulation abgelöster und transitionaler Strömungen in Turbomaschinen, Technische Universität München, Diss., 2003
- [37] STEINBRECHER, C.: Numerische Simulation eines berührungsfrei gelagerten Rotors für eine Blutpumpe, Technische Universität München, Diss., 2004
- [38] STRÖLL, H.: Entwicklung eines effizienten Verfahrens zur Berechnung instationärer laminarer Kolben-Zylinder-Strömungen, Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 1989
- [39] STRÖLL, H.; DURST, F.; PERIC, M.; PEREIRA, JCF; SCHEUERER, G.: Study of laminar, unsteady piston-cylinder flows. In: *Journal of fluids engineering* 115 (1993), Nr. 4, S. 687–693. – ISSN 0098–2202
- [40] STRÖLL, H.; DURST, F.; PERIC, M.; SCHEUERER, G.: Numerical study of a piston-driven unsteady flow in a pipe with sudden expansion. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 21 (1995), S. 237–251. – ISSN 0271–2091
- [41] TENNEKES, H.; LUMLEY, J.L.: A first course in turbulence. The MIT press, 1972
- [42] THIEL, E.: Kinematik und Druckverlust selbsttätiger Ventile oszillierender Verdrängerpumpen, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 1990
- [43] THOMPSON, J.F.; SONI, B.K.; WEATHERILL, N.P.: Handbook of Grid Generation. CRC Press, London, 1999

- [44] VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W.: An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method. Prentice Hall, 2007. – ISBN 0131274988
- [45] VIESER, W.; ESCH, T.; MENTER, F.: Heat Transfer Prediction using Advanced Two-Equation Turbulence Models. CFX Technical Memorandum, 2002
- [46] WESTPHAL, M.: Beitrag zur Größenbestimmung von Pumpenventilen. In: Zeitschr.
 d. Ver. deutscher Ing (1893), S. 381
- [47] WICK, A.: Ein numerisches Verfahren zur Strömungssimulation in zeitveränderlichen Gebieten mit integriertem Modul zur Gitternachführung, Technische Universität Berlin, Dissertation, 2003
- [48] WILCOX, D.C.: Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models. In: AIAA Journal 26 (1988), S. 1299–1310
- [49] WILCOX, D.C.: Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, La Canada, California., 1998
- [50] WUNDERER, Roland: Numerische Simulation der aktiven Strömungsbeeinflussung in Turbomaschinen, Technische Universität München, Dissertation, 2009
- [51] ZIEREP, J.: Theoretische Gasdynamik. G. Braun, Karlsruhe, 1991. ISBN 3765020427