# TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN Lehrstuhl für Massivbau

# Einfluss bauteilspezifischer Effekte auf die Bemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Stahlbetonbauteilen

Wolfgang Finckh

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs** 

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:	UnivProf. DrIng. O. Fischer
Prüfer der Dissertation:	1. UnivProf. DrIng. habil., DrIng. E.h. K. Zilch (i.R.)
	2. UnivProf. DrIng. H. Budelmann, Technische Universität Braunschweig
	3. PrivDoz. DrIng. R. Niedermeier

Die Dissertation wurde am 22.09.2011 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 23.03.2012 angenommen.

# Kontakt (Hochschule):

Lehrstuhl für Massivbau Institut für Baustoffe und Konstruktion Technische Universität München Theresienstraße 90, Gebäude N6 80333 München Tel.: +49 (0) 89 289 23039 Fax: +49 (0) 89 289 23046

# Kontakt (privat):

E-Mail: wolfgang@finckh.net

# Einfluss bauteilspezifischer Effekte auf die Bemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Stahlbetonbauteilen

#### Kurzfassung:

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Tragverhalten von mit kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff Lamellen (CFK-Lamellen) biegeverstärkten Betonbauteilen. Ein wesentlicher Fokus dieser Arbeit liegt dabei auf dem Verbundverhalten aufgeklebter CFK-Lamellen und der damit verbundenen Verbundkraftübertragung am Bauteil. Dazu werden auf Grundlage von zahlreichen eigenen experimentellen Untersuchungen verschiedene bekannte Modelle miteinander kombiniert und um bauteilspezifische Effekte erweitert. Dadurch kann erstmals ein geschlossenes, realitätsnahes sowie vollständig mechanisch begründetes Bemessungsmodell für mit aufgeklebten CFK-Lamellen biegeverstärkte Betonbauteile angegeben werden. Im Rahmen der Arbeit wird gezeigt, dass das so entwickelte Bemessungsmodell das Tragverhalten von zahlreichen Bauteilversuchen an unterschiedlichen statischen Systemen mit unterschiedlichsten Bauteilabmessungen und Bewehrungsführungen gut beschreiben kann. Aufbauend auf dem entwickelten Bemessungsmodell werden mithilfe von Simulationen auf der sicheren Seite liegende vereinfachte Ingenieurmodelle für eine schnelle und einfache Bemessung angegeben.

Neben der Verbundkraftübertragung der aufgeklebten CFK-Lamellen, welche erstmals in Abhängigkeit der Bauteilverformungen und der Querkrafteinflüsse beschrieben wird, werden in der Arbeit auch das Querkrafttragverhalten, die Rissbildung sowie die Schnittgrößenumlagerung von mit aufgeklebten und in Schlitze verklebten CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen betrachtet. Somit steht mit dieser Arbeit ein vollständiges Bemessungskonzept für mit CFK-Lamellen biegeverstärkten Betonbauteilen unter statischer Belastung zur Verfügung.

# Influence of member-specific effects on the design of reinforced concrete members strengthened using CFRP strips

#### Abstract:

This thesis deals with the structural behaviour of structural members reinforced using Carbon-fibre-reinforced polymer (CFRP) strips for flexure with a focus on the bonding behaviour of the adhesively applied strips and the associated bond force transfer at the member interface. Based on numerous experimental investigations different known models are combined and expanded by member-specific effects. This makes it possible for the first time to present a closed realistic and completely mechanically founded design model for structural members reinforced for flexure with adhesively bonded CFRP strips. As part of this research it is shown that the thus developed design model describes the structural behaviour of various structural members tested using different structural systems with varying cross-sections and reinforcement arrangements rather well. Building on this design model simulations are used to construct engineering models for quick and simple design while making certain simplifying assumptions and always remaining on the safe side.

Aside from the bond force transfer of the adhesively applied CFRP strips which for the first time is described in relation to member deflections and shear influence, the shear behaviour, crack formation and internal force redistribution are considered for reinforced structural members strengthened with externally bonded or near surface mounted CFRP strips. This contribution thus offers a comprehensive design concept for structural members strengthened for flexure subject to static loading using CFRP strips.

# Vorwort:

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner vierjährigen Tätigkeit am Lehrstuhl für Massivbau der Technischen Universität München. Anlass zu dieser Arbeit war unter anderem die Erstellung einer allgemeinegültigen Bemessungsrichtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung. Die Arbeit entstand im Rahmen von vier Forschungsvorhaben, welche durch den Deutschen Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), das Deutschen Institut für Bautechnik (DIBt); das Bundesamt für Bau und Raumordnung (BBSR) sowie von allen Zulassungsinhaber gefördert wurde. Besondere Erwähnung verdient hier die Firma Laumer Bautechnik, welche unkompliziert Unterstützung gewährte.

Mein Dank gilt besonders meinem Doktorvater Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch, der mir stets das Vertrauen entgegenbrachte und die Möglichkeit eröffnet am Lehrstuhl für Massivbau zu forschen und diese Arbeit zu Erstellen. Mit dem Anvertrauen von zahlreiche Aufgaben, Herausforderungen und Anregungen bot er mir die Glegenheit viel zu lernen und mich weiterzuentwickeln.

Danken möchte ich auch Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Harald Budelmann für die Übernahem des Koreferates und der guten Zusammenarbeit im Rahmen des Forschungsvorhabens und Richtlinienerstellung.

Auch bei meinem Mentor und dritten Berichterstatter Herrn PD Dr.-Ing. habil. Roland Niedermeier bedanke ich mich an dieser Stelle ganz herzlich für die stetige Diskussionsbereitschaft sowie die Unterstützung in den Forschungsvorhaben.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Wirtsch.-Ing. Oliver Fischer möchte ich für den Prüfungsvorsitz und die Unterstützung bei der Fortführung unserer Forschungstätigkeiten am Lehrstuhl danken.

Meinen Kollegen am Lehrstuhl für Massivbau, dem Materialprüfungsamt für das Bauwesen sowie den Mitarbeitern im gemeinsamen Laborbetrieb der Technischen Universität München danke ich an dieser Stelle für die tolle Zusammenarbeit und deren Unterstützung ganz herzlich. Hervorheben möchte ich Herrn Dipl.-Ing. Wolfgang Scheufler für die Beratung bei den experimentellen Arbeiten.

Außerdem gilt mein Dank den Studenten Georges Besenius, Mathias Ellinger, Juho Haikala, Markus Kresser, Zheng Li, Alexander Schkarlat, Alexander Schmidt, Andreas Schneider, Remus Tecusan, Vincent Wellan, Duan Xiaoyun, Tian Yi die mich entweder als studentische Hilfskraft unterstützen oder im Rahmen der Anfertigung einer Diplomarbeit, Master oder Bachelor Thesis wertvolle Anregungen und Beiträge für diese Arbeit lieferten.

Nicht zuletzt gebührt meiner Familie mein besonderer Dank für stetigen Rat und Unterstützung sowie die Möglichkeit diesen Bildungsweg wahrzunehmen.

München, April 2012

Wolfgang Finckh

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:	UnivProf. DrIng. O. Fischer
Prüfer der Dissertation:	1. UnivProf. DrIng. habil., DrIng. E.h. K. Zilch (i.R.)
	2. UnivProf. DrIng. H. Budelmann
	Technische Universität Braunschweig
	3. PrivDoz. DrIng. R. Niedermeier

Die Dissertation wurde am 22.09.2011 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 23.03.2012 angenommen.

# Inhalt:

0	Beze	ichnu	ngen	XI				
1	Einle	Einleitung						
	1.1	.1 Problemstellung und Ziel						
	1.2	Abgre	enzung der Arbeit	. 2				
	1.3	Verhä	iltnis der Arbeit zur DAfStb-Richtlinie	. 3				
	1.4	Aufba	u und Gliederung	. 3				
2	Finfi	ibrund	n in die Thematik	5				
2	2 1		neines	.5				
	22	Versa	Idensmechanismen	6				
	2.2	2.2.1	Versagensarten von biegeverstärkten Bauteilen	6				
		2.2.2	Ablösen der aufgeklebten Bewehrung am Biegeträger	7				
		2.2.3	Querkraftversagen	11				
	23	Bishe	rige Ansätze zur Beschreibung der Versagensarten	13				
	2.0	2.3.1	Allgemeines	13				
		2.3.2	Biegeversagen	13				
		2.3.3	Querkraftversagen	13				
		2.3.4	Versatzbruch	.15				
		2.3.6	Verbundversagen in Schlitze verklebter Bewehrung	20				
		2.3.7	Fazit	20				
3	Expe	rimen	telle Untersuchungen	23				
	3.1	Versu	ichsprogramm	23				
	3.2	Mater	ialien und Verarbeitung	23				
		3.2.1	Beton	23				
		3.2.2	CEK-I amellen	26				
		3.2.4	Stahllaschen	28				
		3.2.5	Epoxidharzklebstoff	29				
	<b>。</b> 。	3.2.6 Endu		31				
	3.3	3.3.1	Versuche zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung	32				
		3.3.2	Versuche zum Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung	. 34				
	3.4	Versu	Iche am idealisierten Zwischenrisselement	35				
		3.4.1	Allgemeines	35				
		3.4.2 3.4.3	Serie 2	30				
	3.5	Versu	che am Zwischenrisselement im Bauteil	42				
		3.5.1	Durchgeführte Versuche	42				
		3.5.2	Probekörper und Versuchsaufbau	42				
	3.6	Querk	straftversuche	44				
	0.0	3.6.1	Durchgeführte Versuche	44				
		3.6.2	Probekörper und Versuchsaufbau	45				
	37	3.6.3 Route	ilversuche	47 70				
	5.7	3.7.1	Durchgeführte Versuche	48				
		3.7.2	Probekörper und Versuchsaufbau	48				
		3.7.3	Messtechnische Ausrüstung	50				
4	Grun	dlage	n der Modellbildung	51				
	4.1	Allger	neines	51				
		4.1.1	Abgrenzung	51				
	12	4.1.2	Versuchsauswertung und Bildung von charakteristischen Werten	51 52				
	4.2	421	Beton	52				
		4.2.2	Betonstahl	56				
		4.2.3	CFK-Lamellen	57				
	4.3	Verbu	Indverhalten aufgeklebter Bewehrung	57				
		4.3.1 4.3.2	Angemeines	57 58				
		4.3.3	Verbundkraftübertragung am idealisierten Zwischenrisselement	.74				
	4.4	Verbu	Indverhalten einbetonierter Bewehrung	87				
		4.4.1	Allgemeines	87				
		4.4.2 4.4.3	Einnusse auf das verbundvernalten	88 91				
		4.4.4	Auswertung der eigenen Verbundversuche	93				

	4.5	Verb	undverhalten in Schlitze verklebter Bewehrung	
		4.5.1	Allgemeines	
		4.5.2	Einflusse auf das Verbundvernalten	
	16	4.0.0 7000	mmenwirken der verschiedenen Bewehrungsstränge	
	4.0	Zusa 461		100
		4.6.2	Aufgehlehte Bewehrung	
		4.6.3	In Schlitze verklebte Bewehrung	
	4.7	Risst	pildung	
		4.7.1	Allgemeines	
		4.7.2	Rissbildung im konventionellen Stahlbetonbau	
		4.7.3	Berücksichtigung der Wirkungsweise der geklebten Bewehrung	
		4.7.4	Verwendeter Ansatz	
	10	4.7.5 Ouor	vergleich mit den versuchsergebnissen	
	4.0		Alleamainas	
		4.8.2	Bauteile ohne Querkraftbewehrung	
		4.8.3	Bauteile mit Querkraftbewehrung	
_	-			400
5	Bau	tellspe	ezifische Einflusse auf die Verbundkraftubertragung	
	5.1	Krüm	imung	123
		5.1.1	Allgemeines	
		5.1.2 5.1.2	Einnuss der Krummung	
		5.1.4	Bestimmung der Größen aus den Versuchen	
		5.1.5	Betrachtung der negativ vorgekrümmten Platte	
		5.1.6	Bedeutung des Krümmungseinflusses für die Bemessung	
	5.2	Span	nbeton	135
		5.2.1	Allgemeines	135
		5.2.2	Veränderter Spannungszustand in der oberflächennahen Betonschicht	
		5.2.3	Einfluss auf die Rissbildung	
		5.2.4 5.2.5	Einituss des Krummungsvernaltens	
		5.2.6	Folgerung für Verstärkungen von Spannbetonbetonbauteilen	
	53	Schn	ittgrößenumlagerung in statisch unbestimmten Systemen	146
	0.0	5.3.1	Allgemeines	
		5.3.2	Vorschlag zur Schnittgrößenermittlung bei verstärkten statisch unbestimmten Systemen	
		5.3.3	Betrachtung der Versuche an Zweifeldträgern	150
	5.4	Intera	aktion mit der Querkraft	154
		5.4.1	Interaktion zwischen Biegung und Querkraft	154
		5.4.2	Einfluss von Querkraftrissversätzen	
	5.5	Einflu	uss von Bügelumschließungen	
		5.5.1	Allgemeines	
		5.5.2	verbundnachweise unter Berucksichtigung der Bugerumschlieisungen	
6	Einf	luss d	e das geklebten Bewehrung auf das weitere Tragverhalten	175
	6.1	Versa	atzbruchbildung	
		6.1.1	Allgemeines	
		6.1.2	Grenzwert des Auftretens eines Versatzbruches	178
		6.1.3	Bemessung und Konstruktion der Endverbügelung	
	6.2	Einflu	uss der geklebten Biegeverstärkung auf die Querkrafttragfähigkeit	183
		6.2.1	Allgemeines	
		6.2.2	Bewertung der experimentellen Untersuchungen	
		624	Numerische Simulationen	107
		6.2.5	Fazit	
	6.3	Baute	eilspezifische Einflüsse auf die Querkraftverstärkung	202
	0.0	6.3.1	Allgemeines	
		6.3.2	Versuche mit Querkraftverstärkung	
		6.3.3	Versagensformen	205
		6.3.4	Einflussfaktoren	
		6.3.5	Fazit	
7	Bem	essur	ngsmodelle	
	7.1	Zusa	mmenfassendes Bemessungsmodell für aufgeklebte CFK-Lamellen	
		7.1.1	Kräfteermittlung	
		7.1.2	Biegenachweis	
		7.1.3	Verbundnachweis	
		7.1.4	Querkraftnachweis	
	7.0	7.1.5	Versatzbruchnachweis	
	1.2	vere	Infaction des Nachweises der Verbundkrattubertragung am ZRE	
		1.2.1 722	Allgemeines Konstante Verbundkraftänderung mit Grenzdebrung	
		1.2.2	Renotante verbanaktanaerang mit erenzaelinding	<u>~</u> 10

		7.2.3 7.2.4 7.2.5	Konstante Verbundkraftänderung ohne Grenzdehnung Vereinfachung ohne Ermittlung des Rissabstandes Ermittlung einer Grenzdehnung für Feldmomentenverstärkungen	220 222 223
8	Vera	leich d	des Bemessungsmodelles mit Bauteilversuchen	229
-	8.1	Allger	neines	229
	8.2	Eigen	e Bauteilversuche	229
		8.2.1	Versuche an Einfeldträgern	. 229
		8.2.2	Versuche an Mehrfeldträgern	. 232
	8.3	Ausge	ewahlte Bauteilversuche aus der Literatur	233
9	Zusa	mmer	nfassung und Ausblick	237
Lite	ratur	/erzei	chnis	241
Anh	ang /	4 - Vei	rsuchsergebnisse	261
۸nh	ona l	> ^	iswortung von Vorsusbon aus der Literatur	205
Ann	iang i	5 – Au	iswertung von versuchen aus der Literatur	295

# 0 Bezeichnungen

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Formelzeichen, soweit möglich gemäß der (DIN EN 1992-1-1 2011) verwendet. Die für die Verstärkung mit geklebter Bewehrung zusätzlich nötigen Formelzeichen werden gemäß der DAfStb-Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung" (DAfStb-RiLi VBgB 2011) verwendet. Soweit im Text nicht anders erläutert, gelten in dieser Arbeit die folgenden Bezeichnungen. Prinzipiell werden die Bezeichnungen aus einer Kombination der nachfolgenden lateinischen und griechischen Buchstaben sowie den nachfolgenden Indizes und Hochzeigern gebildet.

#### Große lateinische Buchstaben

Α	Querschnittsfläche; Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes;
В	Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes; Beiwert zur nummerischen Beschreibung
Ε	Elastizitätsmodul
F	Kraft
G	Schubmodul; Verbundbruchenergie
Ι	Flächenträgheitsmoment
М	Moment
Ν	Normalkraft
U	Umfang
V	Querkraft
W	Widerstandsmoment

#### Kleine lateinische Buchstaben

a	Abstand, Längenmaß
С	Betondeckung
b	Breite
d	Statische Nutzhöhe; Durchmesser des Größkorns
e	Ausmitte
f	Festigkeit
h	Höhe
k	Beiwert, Faktor
r	Radius
n	Anzahl
t	Dicke; Wandstärke; Zeitpunkt
x	Druckzonenhöhe; Laufkoordinate
S	Abstand; Schlupf
W	Durchbiegung; Rissbreite
ν	Vertikalverschiebung; Versatz; Querdehnzahl
Z	Innerer Hebelarm

#### Große griechische Buchstaben

Δ	Änderung; Differenz
Σ	Summe

Kleine griechische Buchstaben	
α	Verbundexponent; Verhältnis der Elastizitätsmodule; Winkel der Schubbewehrung
δ	Verhältnis der tatsächlichen Dehnungen
ε	Dehnung

$\phi$	Durchmesser
γ	Sicherheitsbeiwert
K	Krümmung
η	Abminderungsfaktor
ρ	Bewehrungsgrad
σ	Spannung
τ	Verbundspannung; Schubspannung
ω	Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes
ξ	Verhältnis der realen Dehnung zu den Dehnungen nach der Hypothese der ebenbleibenden Querschnitte

Indizes	
a	Abgeschlossenes Rissbild
b	Verbund
c	Beton; Druck
conv	Umrechnung
cube	Würfel
d	Bemessungswert
e	Einleitungslänge; Einzelriss
E	Einwirkung
F	Reibung
f	Reibung
fl	Biegung
g	Größtkorn
G	Klebstoff
i	Ideell
k	Charakteristischer Wert
L	Geklebte Bewehrung
	(CFK-Lamelle, Stahllasche, CFK-Gelege)
LE	Lamellenende, Linear-elastisch
m	Mittelwert
NL	Nichtlinear
p	Spannstahl
r	Riss
R	Widerstand
RVE	Repräsentatives Volumenelement
S	Betonstahl
spec	Versuchskörper
surf	Oberfläche
sys	System
t	Zug
u	Ultimate; Grenzwert; Bruchwert
w	Bügel /Querkraftbewehrung
У	Fließgrenze
K	Krümmung
Hochzeiger	
	gerissener Zustand

-	-	_	_	-	 _	-	J	_	ľ
I	I								

genosener Zustana
Zustand III (Betonstahl im Fließen)

III

Abkürzungen: Bezeichnung Bez. bzw. Beziehungsweise Rechnerisch calc. CF Kohlenstofffaser CFK Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff d.h. das heißt DGL Differentialgleichung DMS Dehnmessstreifen END Endverankerung et al. et alii (und andere) etc. et cetera (und so weiter) exp. Experimentell FEM Finite Element Methode GEWI® Gewindestab der Firma DSI GZG Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit GZT Grenzzustand der Tragfähigkeit KMD Kraftmessdose Mgl. Möglichkeit QS Querschnitt vgl. Vergleiche ZFT Zweifeldträger Zwischenrisselement ZRE

#### Einheiten:

а

In alle Gleichungen werden, falls diese nicht dimensionsrein sind und nichts anderes angegeben ist, die Werte in den folgenden SI-Einheiten eingesetzt:

im Querschnitt des äußersten Biegerisses

Längen	mm
Kräfte	Ν
Druck/Spannungen	N/mm²
Dehnungen	mm/mm

# 1 Einleitung

# 1.1 Problemstellung und Ziel

Eine wesentliche Aufgabe der Baubranche in den kommenden Jahren wird es sein, unsere Bausubstanz zu erhalten und diese an unsere sich ständig ändernden Anforderungen anzupassen (vgl. Curbach 2007). Dazu müssen Bestandsbauwerke instandgesetzt und verstärkt werden. Im Gegensatz zu Instandsetzungen sind Verstärkungsmaßnahmen stets in ihrer Wirkung quantitativ beschreibbar und somit immer auf ihre Tragfähigkeit hin statisch nachzuweisen. Zur nachträglichen Verstärkung stehen verschiedenste Verfahren zur Verfügung. Ein Überblick wird z.B. in (Schäfer 1996) gegeben. Beim Bauen im Bestand muss häufig die Nutzung oder eine Teilnutzung während der Baumaßnahmen aufrechterhalten werden. Hier bietet die geklebte Bewehrung durch ihre kurzen Ausführungszeiten und wegen der geringen Baustelleneinrichtung einige Vorteile. Für Betonbauwerke steht mit der geklebten Bewehrung ein bewährtes Verfahren zur Verfügung, welches eine nachträgliche Erhöhung bzw. Wiederherstellung der Tragfähigkeit sowie eine Verbesserung der Gebrauchstauglichkeit ermöglicht. Als zusätzliche Bewehrung werden Stahllaschen und Faserverbundwerkstoffe in Form von Lamellen und Gelegen aus kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen in Verbindung mit Epoxidharzklebern eingesetzt.

Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe weisen eine hohe Zugfestigkeit auf. Sie werden bei der Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen als zusätzliche Biegezugbewehrung mit Epoxidharzklebern entweder auf die Bauteiloberfläche aufgeklebt oder in Schlitzen verklebt, die im Bereich der Betondeckung in die Bauteiloberfläche gesägt werden.

Im Versagensfall löst sich die aufgeklebte Bewehrung meist vor dem Erreichen der Zugfestigkeit von der Bauteiloberfläche. Die Ablösung der Klebearmierung kann auf mehrere Ursachen zurückzuführen sein und in verschiedenen Bereichen eines Biegeträgers auftreten. Bei der Bemessung von Betonbauteilen mit aufgeklebter Bewehrung werden im Regelfall ähnliche Bemessungsmodelle wie im konventionellen Stahlbetonbau verwendet. Jedoch sind aufgrund des spröden und mäßigen Verbundverhaltens, welches durch die Zugfestigkeit der oberflächennahen Schichten charakterisiert wird, einige Besonderheiten zu beachten. Da nach einem bestimmten Schlupf der Lamelle im Gegensatz zum Betonstahl keine weiteren wesentlichen Verbundspannungen mehr übertragen werden können, kommt es nach einem lokalen Verbundversagen meist kurz darauf zu einem globalen Verbundversagen. Ursache ist, dass die aufgrund der lokalen Entkopplung frei werdenden Verbundspannungen im restlichen Bauteil nicht mehr weiter aufgenommen werden können. Eine plastische Reserve und ein Ankündigungsverhalten von Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung sind aufgrund dieses spröden Verbundes sowie des linear elastischen Materialverhaltens der in den meisten Fällen verwendeten Faserverbundwerkstoffe sehr geringfügig vorhanden.

Im Wesentlichen lässt sich der Unterschied zwischen konventionellen Stahlbetonbauteilen und Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung auf die folgenden Punkte reduzieren:

- Die Kräfte in der aufgeklebten Bewehrung müssen aufgrund des mäßigen Verbundes kontinuierlich nachgewiesen werden, ein alleiniger Endverankerungsnachweis wie im konventionellen Stahlbetonbau ist nicht ausreichend. Mit einer Erhöhung des Lamellenquerschnittes treten aufgrund der ansteigenden Dehnsteifigkeit der Lamelle höhere Kräfte auf, welche wiederum über Verbund in den Beton eingeleitet werden müssen.
- Durch das stark unterschiedliche Verbundverhalten der aufgeklebten und der einbetonierten Bewehrung sind die Umlagerungs- und Interaktionseffekte zwischen den Bewehrungen an einigen Stellen bemessungsrelevant.
- Plastische Reserven und die damit verbundene Rotationsf\u00e4higkeiten sind bei den Bauteilen mit geklebter Bewehrung sehr gering.
- Auch nach dem Fließen der internen Bewehrung (Zustand III) kann die aufgeklebte Bewehrung im Regelfall noch Kräfte aufnehmen, wodurch in der aufgeklebten Bewehrung höhere Kräfte als im Zustand II auftreten.
- Der Plastizitätssatz, wonach mehr Bewehrung / mehr Querschnitt zu keiner geringeren Tragfähigkeit führt, gilt aufgrund des spröden Verbundverhaltens der aufgeklebten Bewehrung nicht. So sind zum Beispiel im Falle einer Querkraftverstärkung auch Fälle bekannt, bei welchen das Hinzufügen der aufgeklebten Querkraftverstärkung die Tragfähigkeit des Bauteils im Versuch verringert hat.
- Bei vielen Ansätzen ist der Widerstand des Bauteils abhängig von der Einwirkung, wodurch das Superpositionsprinzip nicht mehr gilt.

Des Weiteren wird die geklebte Bewehrung im Regelfall zur Verstärkung von Bauteilen im Bestand verwendet, wodurch eine Kenntnis der im Bestandsbauteil vorhandenen Bewehrungsführungen und Materialien von entscheidender Bedeutung ist. Da sich die Baustoffeigenschaften im Laufe der letzten 100 Jahre im Regelfall deutlich verbessert (vgl. Kupfer 2000) haben, können die derzeit gültigen Werte für die Festigkeiten und Verbundwerte des Betonstahls etc. teilweise nicht verwendet werden. Hier sind entweder gezielte Untersuchungen durchzuführen oder es können durch ausreichende Sachkenntnis geeignete Werte aus der Literatur entnommen werden (vgl. z.B. DBV :2008a; DBV :2008b). Da die Bestandsbauteile in vielen Fällen nicht nach den heutigen Normen bemessen und konstruiert worden sind, sind im Regelfall die heutigen Konstruktionsregeln nicht eingehalten. Eine Anwendung der Konzepte heutiger Normen auf das Bestandsbauteil kann aus diesem Grund nur nach ausreichender Prüfung erfolgen (vgl. z.B. DIN EN 1990:2002).

Wie aus dem Vorherigen ersichtlich sind für eine sichere und wirtschaftliche Bemessung eines Bauteils mit geklebter Bewehrung einige Besonderheiten zu beachten. Aufgrund des mäßigen Verbundverhaltens der aufgeklebten Bewehrung müssen hier alle negativ wie auch positiv wirkenden Effekte im gesamten Bauteil betrachtet werden. In Abhängigkeit von der Bauteilgeometrie, dem statischen System, der Bewehrungsanordnung und der Belastung müssen die am Zugkraftaufbau beteiligten Phänomene bestimmt und berücksichtigt werden. So haben die bisherigen Modellansätze entweder eine stark konservative Abschätzung der Tragfähigkeit von Bauteilversuchen oder eine unsichere Bemessung für Systeme, welche von den statischen Systemen der meist durchgeführten Einfeldträgerversuche abweichen, geliefert (vgl. z.B. Zilch et al. 2011b, Finckh, Zilch 2012).

Im Hinblick auf ein in sich geschlossenes Bemessungskonzept für die geklebte Bewehrung ist neben der Biege- und Verbundtragfähigkeit auch die Querkrafttragfähigkeit zu beachten. Hier stellt sich nun auch die Frage, in wie weit die Regelungen der neuen Normengeneration im Stahlbetonbau (DIN 1045-1:2008 und DIN EN 1992-1-1:2004) übernommen werden können bzw. wie diese gegebenenfalls modifiziert werden müssen. Ergänzende Regelungen für Bauteile mit geklebter Bewehrung sind nötig, da neben den klassischen, aus dem konventionellen Stahlbetonbau bekannten Versagensarten - Druckstrebenbruch und Fließen der Querkraftbewehrung - zusätzlich noch systembedingte Versagensformen wie der Versatzbruch, d.h. die Ablösung der nicht umschnürten geklebten Biegezugbewehrung bei verstärkten Balken durch die Ausbildung einer Bruchebene auf Höhe der einbetonierten Längsbewehrung, auftreten können. Desweiteren kann auch ein auf Querkraft hochbeanspruchter Querschnitt durch querkraftbedingte Verformungen und Risse das Verbundverhalten beeinflussen.

Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag dazu liefern, eine realitätsnahe Bemessung durch eine Berücksichtigung der Effekte, die sich durch die Bauteilgeometrie, das statische System, die Bewehrungsanordnung und der Belastung des Bestandsbauteiles ergeben, durchführen zu können. Dazu werden im Rahmen dieser Arbeit neue Effekte aufgedeckt und zahlreiche aus der Literatur bekannte Effekte mit den zugehörigen Modellen untereinander verknüpft, so dass erstmals ein geschlossenes Bemessungsmodell für mit CFK-Lamellen verstärkte Betonbauteile entsteht.

Außerdem werden die Ansätze für die Anwendung in der Praxis auf der sicheren Seite liegend nachfolgend vereinfacht, damit die Bemessung für Standardfälle auch dem praktisch tätigen Ingenieur möglich ist.

#### 1.2 Abgrenzung der Arbeit

Die Einflüsse auf die Bemessung bzw. die Tragfähigkeit von mit CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen können in die folgenden drei Kategorien unterteilt werden:

#### 1. Bauteilspezifische Einflüsse:

Hierbei sind die konstruktionsbedingten Einflüsse des Bauteils auf die Tragfähigkeit des verstärkten Bauteils gemeint. Dies bedeutet, welchen Einfluss haben das statische System, die Vorspannung, die geometrische Abmessung des Bauteils bzw. des Querschnitts, die Menge und die Art der einbetonierten und aufgeklebten Längs- und Querkraftbewehrung auf das statische Kurzzeittragverhalten.

#### 2. Baustoffspezifische Einflüsse:

Damit ist gemeint, in welcher Größenordnung die Veränderung der mechanischen und chemischen Eigenschaften der beteiligten Materialien wie Beton, Klebstoff und CFK-Lamellen die Tragfähigkeit und Dauerhaftigkeit der Bauteile beeinflussen.

#### 3. Einflüsse der Betriebsbelastung:

Hierbei ist gemeint, welchen Einfluss die Betriebsbelastung und die Belastungsgeschichte auf die Tragfähigkeit der Bauteile hat. Hier wäre zum Beispiel zu klären, welchen Einfluss Dauerbelastungen, schwingende Belastungen oder Temperaturbelastungen auf die Tragfähigkeit haben.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich im Wesentlichen mit den bauteilspezifischen Einflüssen auf die Bemessung bzw. auf die Tragfähigkeit von mit CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen. Da jedoch alle genannten Einflüsse mehr oder weniger zusammenhängen, werden gerade die baustoffspezifischen Einflüsse des Öfteren gestreift. Zu diesen Problemstellungen sind jedoch in dieser Arbeit wenig eigene Untersuchungen durchgeführt worden. Daher wird zu diesen Problemstellungen auf bekannte Untersuchungen und Modelle aus der Literatur verwiesen.

# 1.3 Verhältnis der Arbeit zur DAfStb-Richtlinie

Da diese Arbeit unter anderem während der Erarbeitung der DAfStb-Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung" (DAfStb-RiLi VBgB:2011) entstanden ist, bei welcher der Autor maßgeblich beteiligt war, sind wesentliche Erkenntnisse dieser Arbeit schon in dieser Richtlinie enthalten (vgl. z.B. Zilch et al. 2011a). Die vorliegende Arbeit gibt deshalb sowohl Hintergründe zu der Bemessung an sowie weitere Ergänzungen, Verbesserungsvorschläge und Kritikpunkte, welche bei der Anwendung der Richtlinie oder einer Überarbeitung aufgenommen werden können. Die vorliegende DAfStb-Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung" bietet nach Meinung des Autors ein geschlossenes, sicheres und wirtschaftliches Bemessungskonzept, was jedoch an einigen Stellen etwas generalisiert werden könnte, wodurch gewisse Fallunterscheidungen und Sonderregelungen wegfallen könnten. Die hier vorgeschlagenen Pauschalisierungen und Verbesserungen konnten jedoch aufgrund einer zeitnahen Einführung der Richtlinie nicht mehr vollständig eingebracht werden. Trotzdem werden die hier herausgefunden zusätzlichen Erkenntnisse dargestellt, um einen Beitrag für zukünftige Innovationen in der Bemessung zu liefern (vgl. Markl 2000).

# 1.4 Aufbau und Gliederung

In dieser Arbeit werden zunächst in Kapitel 2 über die Beschreibung der Versagensmechanismen die Wirkungsweise und die verfahrensspezifischen Besonderheiten der geklebten Bewehrung verdeutlicht. Nachfolgend wird dann kurz kritisch auf die für diese Versagensmechanismen zur Verfügung stehenden Bemessungsansätze eingegangen und die Lücken und Widersprüche dieser Ansätze werden aufgezeigt.

Das Kapitel 3 beschreibt die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen, die nötig waren, um die Widersprüche und Lücken in den bisherigen Bemessungsansätzen zu klären. In Kapitel 4 wird auf die für die im Weiteren betrachteten bauteilspezifischen Effekte benötigte Modellierung eingegangen und die zur Beschreibung des Materialverhaltens benötigten Versuche aus Kapitel 3 ausgewertet.

Das Kapitel 5 bildet den Hauptbestandteil der Arbeit und beschäftigt sich mit den bauteilspezifischen Effekten auf die Verbundkraftübertragung der aufgeklebten Bewehrung. Hier wird neben dem Einfluss der Krümmung, der Vorspannung des zu verstärkenden Bauteils auch der Einfluss der Querkraft auf die Verbundkraftübertragung betrachtet. Neben diesen Effekten wird zusätzlich die Möglichkeit der Schnittgrößenumlagerung bei verstärkten statisch unbestimmten Systemen betrachtet.

In Kapitel 6 werden bauteilspezifische Effekte auf das weitere Tragverhalten des verstärkten Bauteils betrachtet. Dabei werden im Wesentlich die Einflüsse der geklebten Bewehrung auf verschiedene querkraftbedingte Versagensformen behandelt.

Die in den Kapitel 4, 5 und 6 erarbeiteten Teilaspekte der Bemessung werden in Kapitel 7 zu einem vollständigen Bemessungsmodell zusammengefasst. Aufgrund der Komplexität des Verbundnachweises für die aufgeklebten CFK-Lamellen werden verschiedene Möglichkeiten zur Vereinfachung dieses Nachweises erläutert und durchgeführt. Dieses Bemessungsmodell wird dann in Kapitel 8 mit den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Bauteilversuchen und mit Bauteilversuchen aus der Literatur verglichen.

In Kapitel 9 wird das Ergebnis dieser Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf noch offene Fragestellungen über die Bemessung von Bauteilen mit geklebter Bewehrung gegeben.

# 2 Einführung in die Thematik

# 2.1 Allgemeines

Beim Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung können Stahl, CFK-Lamellen oder CF-Gelege mit Epoxidharzklebstoff auf die vorbehandelte Betonoberfläche aufgeklebt werden. Eine weitere Möglichkeit ist, bei ausreichender Betondeckung die CFK-Lamelle in Schlitze einzukleben. Die Faserverbundwerkstoffe weisen hervorragende Materialeigenschaften auf. Dazu gehören unter anderem eine hohe Zugfestigkeit, bei linear elastischen Materialverhalten, gute Ermüdungseigenschaften, hohe Korrosionsbeständigkeit und ein geringes Gewicht. Besondere Bedeutung kommt bei dem Verfahren der geklebten Bewehrung dem Verbundverhalten zu. In Schlitze verklebte CFK-Lamellen zeigen ein sehr effektives Verbundverhalten, das qualitativ mit dem Verbundverhalten einbetonierter, gerippter Betonstähle vergleichbar ist. Am Einzelriss kann im Regelfall die volle Zugfestigkeit der Lamelle verankert werden. Oberflächig aufgeklebte Bewehrung hingegen weist eine geringere Verbundtragfähigkeit auf, die durch die geringe Zugfestigkeit oberflächennaher Betonschichten geprägt ist. Am Einzelriss können nur geringe Verbundbruchkräfte verankert werden, wobei die CF-Gelege sich gegenüber den Stahllaschen und CFK-Lamellen durch ein günstigeres Verhältnis von verbundwirksamer Oberfläche und Verstärkungsquerschnitt auszeichnen.

Die aufgeklebten und die in Schlitze verklebten CFK-Lamellen zeigen, wie im Vorherigen erläutert, ein stark unterschiedliches Verbundverhalten, was eine Unterscheidung beider notwendig macht. Zur Verdeutlichung wird deshalb in Bild 2.1 die Zugspannung nivelliert über die Bruchspannung der Lamelle beziehungsweise über die Fließgrenze des Stahls schematisch über die Verbundlänge aufgetragen.



**Bild 2.1:** Vergleich der Verbundeigenschaften verschiedener Applizierungsarten als eine über die Materialfestigkeit bezogene Darstellung

In diesem Kapitel wird zunächst in Abschnitt 2.2 das Tragverhalten von Betonbauteilen, welche mit geklebter Bewehrung verstärkt worden sind, anhand der Versagensmechanismen der Bauteile erläutert. Dazu werden in Abschnitt 2.2.1 zunächst die verschiedenen Versagensarten von mit geklebter Bewehrung biegeverstärkten Betonbauteilen aufgelistet. Darauffolgend werden in den Abschnitten 2.2.2 bis 2.2.4 die einzelnen Mechanismen der Versagensarten näher erläutert, wobei auf die Erläuterung der allgemein bekannten Versagensarten des Biegebruches mit Betondruckversagen bzw. Zugversagen der Längsbewehrung verzichtet wird.

Im Abschnitt 2.3 wird dann kurz auf die bisher verwendeten Ansätze zur Beschreibung der verschiedenen Versagensarten eingegangen und diese kritisch bewertet.

# 2.2 Versagensmechanismen

#### 2.2.1 Versagensarten von biegeverstärkten Bauteilen

Die Bemessung einer Verstärkung muss so gestaltet sein, dass die möglichen Versagensformen vermieden werden. Um das Bauteil so bemessen zu können, dass ein dem Sicherheitsniveau entsprechender ausreichender Abstand zu der kritischen Last der jeweilig maßgebenden Versagensform vorhanden ist, müssen die verschiedenen Versagensformen sowie deren kritische Lasten bekannt sein. Ein Überblick über die auftretenden Versagensformen ist in Bild 2.2 dargestellt. Zunächst können die aus dem konventionellen Stahlbetonbau bekannten Versagensarten um die Wirkungsweise der CFK-Lamelle erweitert werden:

- Betonversagen in der Druckzone
- Fließen der inneren Bewehrung gefolgt vom Betonbruch
- Querkraftversagen
- Fließen der aufgeklebten Stahllasche

Es treten neben diesen aus dem konventionellen Stahlbetonbau gut bekannten und relativ gut beschreibbaren Versagensformen noch weitere besondere Versagensformen auf. Hier ist zunächst das Fließen der inneren Bewehrung gefolgt vom Lamellenbruch zu nennen, welches jedoch ebenfalls bei Einhaltung der Bruchdehnung der CFK-Lamelle gut mit den vorhandenen Modellen beschrieben werden kann. Als eine weitere spezielle Versagensform ist der Versatzbruch zu nennen, bei welchem sich am Lamellenende die Betondeckung ablöst. Dies tritt aufgrund des zusätzlichen vertikalen Versatzes zwischen Bügelbewehrung und Lamelle auf, da die Zugspannungen aus der Lamelle nicht bis in die Druckzone des Balkens hochgehängt werden können. Diese Versagensform entspricht somit einem Schubversagen im horizontalen Schnitt im Bereich zwischen geklebter und einbetonierter Bewehrung.

Bei der Verwendung von aufgeklebter Bewehrung tritt oft ein Versagen des Verbundes zwischen Klebstoff und Beton auf. Bei einem Versagen des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung brechen die oberflächennahen Betonschichten aus, wenn die Zugfestigkeit des Betons überschritten wurde. Aufgrund der mäßigen Zugfestigkeit der oberflächennahen Betonschichten kommt es bei aufgeklebter Bewehrung nach einer lokalen Verbundentkopplung meist zu einem gesamten Versagen des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung, da die freigesetzten Kräfte im Regelfall nicht durch noch intakte Verbundbereiche aufgenommen werden können (Reißverschlusseffekt). Dieses Verhalten macht eine intensive Betrachtung des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung erforderlich.

Im Gegensatz dazu zeigen die in Schlitze verklebten CFK-Lamellen ein sehr effektives Verbundverhalten, das mit dem der gerippten Betonstahlbewehrung vergleichbar ist. Aus diesem Grund können sehr ähnliche Konzepte wie bei Bauteilen mit konventioneller Betonstahlbewehrung verwendet werden.





#### 2.2.2 Ablösen der aufgeklebten Bewehrung am Biegeträger

#### 2.2.2.1 Allgemeines

Bei der Verwendung von aufgeklebter Bewehrung kann das Ablösen der geklebten Bewehrung in verschiedenen Bereichen eines verstärkten Trägers auftreten. Dies kann auf verschiedene Ursachen zurück geführt werden. (Blaschko 1997; Niedermeier 2001) und auch (Neubauer 2000) geben für die Ablösung der geklebten Bewehrung verschiedene Bereiche oder Ursachen an. So unterscheidet (Blaschko 1997) die folgenden vier Gründe für lokale Entkopplungen:

- Unebenheiten
- Schubrisse
- Biegerisse
- Verankerungsbereich

Die Gründe von (Blaschko 1997) sind gut nachvollziehbar, da es bei jeder dieser Stellen zu einer Überschreitung der maximalen Verbundspannung kommen kann, sie sind jedoch sehr pauschal und lassen sich nur sehr schwer bzw. gar nicht ermitteln. (Neubauer 2000) hingegen unterscheidet nur drei Nachweisstellen, an denen seiner Ansicht nach eine Verbundentkopplung möglich ist:

- Fall E am Endverankerungsbereich, welcher mit dem auflagernächsten Biegerriss endet.
- Fall F an der Einzellast bzw. Lasteinleitung, womit auch ein Innenauflager eines Mehrfeldträgers gemeint ist.

 Fall Y an der Stelle, an der die Betonstahlbewehrung die Streckgrenze überschreitet und zu fließen beginnt.

Die Nachweisstellen nach (Neubauer 2000) sind zwar prinzipiell Orte für eine wahrscheinliche Entkopplung, sie vernachlässigen jedoch viele mögliche Entkopplungsstellen, welche nachfolgend noch näher erläutert werden.

(Niedermeier 2001) fordert aus diesem Grund einen kontinuierlichen Nachweis und gibt zusätzlich sechs verschiedene Bereiche für eine mögliche lokale Verbundentkopplung an, welche das gesamte Bauteil abdecken:

- Bereich 1: Laschenende
- Bereich 2: äußerster Biegeriss
- Bereich 3: querkraftbeanspruchter Bereich
- Bereich 4: maximale Momentenbeanspruchung
- Bereich 5: vertikale Rissuferversätze
- Bereich 6: lokale Unebenheiten

(Niedermeier 2001) geht davon aus, dass beginnend am äußersten Biegeriss die Zugkraft zwischen den folgenden Biegerissen sukzessiv bis zum Ort der maximalen Momentenbeanspruchung aufgebaut wird. Die von ihm angegebenen Bereiche sind kritische Bereiche für diesen Zugkraftaufbau. Durch diese Betrachtung, den Widerstand vom momentennullpunktnächsten Biegeriss sukzessiv aufbauen zu lassen ist immer eine sichere Bemessung gewährleistet. Auch die Ausbildung eines Versatzbruches ist mit einer Verankerung der Lamellen hinter dem momentennullpunktnächsten Biegeriss nicht möglich, da sich danach aufgrund des ungerissenen Querschnittes kein kombinierter Biegeschubriss ausbilden wird. Die Betrachtungsweise von (Niedermeier 2001) führt zwar zu einer sicheren, jedoch unwirtschaftlichen Bemessung.

In der vorliegenden Arbeit wird im Gegensatz zu (Niedermeier 2001) von einem sukzessiven Abbau der Zugkraft von dem Ort der maximalen Zugkraft bis zum Lamellenende hin ausgegangen, was den wirklichen Verhältnissen und der Belastungsgeschichte im Bauteil eher entspricht. Dies hat unter anderem zur Folge, dass die Lamelle nicht zwangsläufig hinter dem momentennullpunktnächsten Biegeriss verankert werden muss. Dadurch kann es am Lamellenende zur Ausbildung eines kombinierten Biegeschubrisses kommen, was zu einem Versatzbruch führen kann. Aus diesem Grund werden im Folgenden zwei Fälle unterschieden:

- Der Verbund- bzw. Schubriss wächst an einem Steifigkeitssprung des Bauteils beginnend von der geklebten Bewehrung in Richtung Momentenmaximum, meist entlang der inneren Betonstahlbewehrung. Dies wird auch als Versatzbruch bezeichnet.
- Der Verbundriss wächst beginnend von einer lokalen Überschreitung der aufnehmbaren Verbundkraft bis hin zum Lamellenende.

Diese zwei Möglichkeiten werden nachfolgend näher erläutert und es werden weitere Hinweise auf das Auftreten dieser beiden Fälle gegeben.

#### 2.2.2.2 Ablösung beginnend an einem Steifigkeitssprung des Bauteils

Bedingt durch den Steifigkeitssprung tritt am Laschenende ein kombinierter Biegeschubriss auf, der sich, wenn keine geklebten Schubbügel angeordnet wurden, parallel zur Klebefuge entweder oberflächennah oder auf Höhe der einbetonierten Bewehrung im Beton fortsetzt und zum Ausfall der geklebten Bewehrung samt der Betondeckung im Endbereich führt. Dieser Bruch wird im Weiteren als Versatzbruch bezeichnet und wird im Regelfall etwas anders als die anderen Verbundbrucharten betrachtet, da hier die Interaktion zwischen Querkraft und Verbund eine wesentliche Rolle spielt. Beobachtet wurde diese Art der Ablösung ausschließlich bei Balken bzw. Bauteilen mit Schubbewehrung vor allem bei großen Abständen des Laschenendes vom Auflager oder bei Schrägaufbiegungen der inneren Zugbewehrung. Dieser Bruch kann auch bei in Schlitze verklebten CFK-Lamellen auftreten. Das Verhalten des Ablösevorgangs beginnend an einem Steifigkeitssprung des Bauteils ist in Bild 2.3 dargestellt.



Bild 2.3: Risswachstum beginnend an einem Steifigkeitssprung des Bauteils

#### 2.2.2.3 Ablösevorgang ausgehend von einer lokalen Überschreitung der aufnehmbaren Verbundkraft

Nach einer lokalen Überschreitung der aufnehmbaren Verbundbruchkraft in einem bestimmten Bereich des Bauteils kommt es meist kurz darauf zu einem globalen Ablösevorgang der geklebten Bewehrung, da die benachbarten Bereiche die zusätzliche Kraft aus dem bereits entkoppelten Verbundbereich nicht übernehmen können. Anschließend wandert ein Verbundriss in der oberflächennahen Betonschicht bis zum Ende der geklebten Bewehrung. Wenn der Verbundriss das Ende der Lamelle erreicht hat, löst sich die Lamelle vom Träger ab und ist somit nicht mehr wirksam. Das Verhalten beim Ablösevorgang ausgehend von einer lokalen Überschreitung der aufnehmbaren Verbundkraft ist in Bild 2.4 dargestellt.



#### Bild 2.4: Verbundrisswachstum beginnend an einer lokalen Überschreitung der aufnehmbaren Verbundkraft

Aus den Beobachtungen und Messungen der zahlreichen Bauteilversuche, welche mit geklebter Bewehrung durchgeführt wurden, lassen sich bestimmte Bereiche beobachten, bei welchen eine Entkopplung der aufgeklebten Bewehrung vermehrt auftritt. In den durchgeführten Versuchen können jedoch nicht alle in der Baupraxis denkbaren Fälle abgedeckt werden. Gefährdet sind Stellen, bei welchen die Lamellenkräfte aufgrund von äußeren Einwirkungen, systemspezifischer oder bauteilspezifischer Effekte lokal stark anwachsen. Nachfolgend sind die Stellen aufgelistet, bei welchen eine Entkopplung der aufgeklebten Lamelle in den Versuchen beobachtet wurde:

- Einleitung konzentrierter Lasten: Im Bereich der Einleitung von Einzellasten kommt es an dieser Stelle zu einer hohen Querkraft bei gleichzeitig relativ hohe Moment und somit auch zu einer hohen Lamellenkraftänderung bei relativ hoher Lamellengrundkraft. Aufgrund der hohen Querkraft kann es auch im Abstand von circa einer Bauteilhöhe (Am Ende des D-Bereichs vgl. z.B. Schlaich, Schäfer 2001) zu einer Ausbildung von Schubrissen kommen, was ebenfalls zu einer Entkopplung aufgrund des vertikalen Rissuferversatzes dieses Schubrisses führen kann.
- Stützmomentenbereich als besondere Form der Einleitung konzentrierter Lasten: Der Stützmomentenbereich eines Mehrfeldträgers ist aufgrund des Zusammenkommens des maximalen Momentes sowie der maximalen Querkraft ein kritischer Bereich für den Ablösevorgang. So ist an dieser Stelle der Zugkraftzuwachs der geklebten Bewehrung aufgrund der hohen Querkraft sehr hoch. Aber auch die Basiszugkraft der geklebten Bewehrung ist aufgrund des hohen Momentes hoch.
- Überschreitung der Fließgrenze der inneren Bewehrung: Kommt es zum Überschreiten der Fließgrenze der inneren Bewehrung, ist mit einem lokalen Anstieg der Lamellenkraft zu rechnen, da

nun der gesamte Zugkraftzuwachs auf die geklebte Bewehrung entfällt. Dies tritt vor allem bei der Verwendung von Faserverbundwerkstoffen ein, da hier die Bruchdehnung deutlich höher ist als die Dehnung, bei welcher der Stahl zu fließen anfängt. Durch das Vorhandensein einer Vordehnung aufgrund des Eigengewichtes des zu verstärkenden Bauteils wird die Fließgrenze schneller erreicht.

Abstufungen in der inneren oder der aufgeklebten Bewehrung: Bei einer Abstufung der inneren oder der aufgeklebten Bewehrung kommt es an dem Abstufungspunkt aufgrund des Steifigkeitssprungs bzw. des Sprunges der vorhandenen Bewehrung zu einem lokalen Kraftzuwachs in der verbleibenden geklebten und einbetonierten Bewehrung. Dieser lokale Kraftzuwachs muss über den Verbund in das Bauteil eingeleitet werden.

Es sind jedoch noch weitere Stellen denkbar, bei welchen eine Entkopplung der aufgeklebten Lamelle auftreten könnte. Diese sind nachfolgend aufgelistet:

- Momentennullpunktnächster Biegeriss: Die geklebte Bewehrung kann in den meisten Anwendungsfällen nicht über das Endauflager geführt werden und endet dann im Feldbereich. Insbesondere bei einer Beanspruchung durch Gleichlasten, von der für beinahe alle Anwendungen auszugehen ist, müssen am momentennullpunktnächsten Biegeriss große Zugkräfte von der geklebten Bewehrung aufgenommen werden, da das Moment und somit auch die Zugkraft der geklebten Bewehrung parabolisch verläuft und in diesem Bereich eine hohe Steigung aufweist.
- Änderungen der Querschnittsgeometrie: Aufgrund einer Änderung der Querschnittsabmessungen in Höhe oder Breite oder aufgrund von Aussparungen können sich die inneren Hebelarme verändern, was unter Umständen zu einem erhöhten Zugkraftzuwachs in der geklebten Bewehrung führen kann.
- Veränderung des Momentes aus der Vorspannung: Bei nachträglich vorgespannten Betonbauteilen, welche mit geklebter Bewehrung verstärkt werden sollen, kommt es aufgrund des gekrümmten Verlaufes des Spanngliedes zu einer ständigen Veränderung des Moments und der Querkraft aus der Vorspannung. Durch die Überlagerung mit dem Moment und der Querkraft aus der Einwirkung können Bereiche entstehen, in den denen ein hoher Zugkraftzuwachs in der geklebten Bewehrung auftritt.

Aufgrund der Beschaffenheit des Bestandsbauteils und der Ausführung kann es ebenfalls zu einer Entkopplung der geklebten Bewehrung kommen. Die nachfolgenden Fälle sollten jedoch durch Anforderungen und Regeln zur Ausführung sowie durch eine Qualitätskontrolle ausgeschlossen sein. In den Deutschen Regelwerken der ehemaligen Zulassungen (vgl. z.B. Z- 36.12-70:2008) sowie in dem Ausführungsteil der DAfStb-Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung" (DAfStb-RiLi VBgB:2011) ist dies auch der Fall.

- Konkave Umlenkungen der geklebten Bewehrung: Infolge eines nicht geradlinigen Verlaufes der geklebten Bewehrung treten Umlenkkräfte auf, die im Falle einer konkaven Umlenkung Zugspannungen senkrecht zur Klebefuge bewirken. Diese Zugspannungen begünstigen ein Ablösen der geklebten Bewehrung.
- Lokale Unebenheiten in Bauteilen: Ein nicht gerader Verlauf der Achse der geklebten Bewehrung kann sich auch aufgrund von lokalen Unebenheiten der Betonoberfläche einstellen. Dieser nicht geradlinige Verlauf bewirkt wie vorher Umlenkkräfte, welche Zug- oder Druckspannungen senkrecht zur Klebefuge verursachen, die eine Entkopplung begünstigen.
- Fehlstellen in der Klebstoffschicht: Bei großen Fehlstellen in der Klebstoffschicht kann es aufgrund des fehlenden Verbundes in den angrenzenden Bereichen zu hohen Beanspruchung des Verbundes kommen.

Unter Umständen lassen sich auch noch weitere Fälle konstruieren. Aus den aufgelisteten Fällen wird ersichtlich, dass es kaum möglich ist, für alle in der Baupraxis vorkommenden Fälle eine Nachweistelle zu definieren.

# 2.2.2.4 Arten des Verbundbruches

Je nach Klebstoff, Verstärkungsverfahren und Umgebungsbedingungen kann die Verbundentkopplung an verschiedenen lokalen Schnittebenen zwischen Beton und Verstärkung auftreten, welche im Folgenden erläutert werden und in Bild 2.5 dargestellt sind.



- **Bild 2.5:** Die verschiedenen Grenzflächen, in welchen eine Ablösung der geklebten Bewehrung im Querschnitt stattfinden kann (in Anlehnung an fédération internationale du béton 2001)
  - Verbundentkopplung aufgrund eines Betonbruches: Kann entweder in der oberflächennahen Betonschicht oder direkt unter der einbetonierten Bewehrung auftreten, wie es auch Bild 2.6 zeigt. Die Bruchebene in der oberflächennahen Betonschicht bildet sich im Regelfall ausgehend von einer lokalen Überschreitung der aufnehmbaren Verbundkraft aus. Die Bruchebene außerhalb der einbetonierten Bewehrung bildet sich im Regelfall bei Ablösung beginnend an einem Steifigkeitssprung des Bauteils aus. Da bei Normalbeton die Oberflächenzugfestigkeit deutlich niedriger als die Zug/Scherfestigkeit des Klebstoffes ist, stellt die Ablösung der oberflächennahen Betonschichten den Regelfall bei aufgeklebter Bewehrung dar. Die Bemessungskonzepte für aufgeklebte Bewehrung gehen deshalb im Allgemeinen von dieser Bruchart aus.
  - Verbundentkopplung in der Klebschicht (Kohäsionsversagen): Tritt im Allgemeinen bei in Schlitzen verklebten Lamellen auf.
  - Verbundentkopplung zwischen Lamelle und Klebschicht (Adhäsionsversagen): Tritt im Allgemeinen bei in Schlitzen verklebten Lamellen auf.<sup>1</sup>
  - Verbundentkopplung in der Lamelle (Delamination): Lösen der Fasern gegeneinander, welches durch eine gute Verarbeitung des Laminates ausgeschlossen werden sollte.





#### 2.2.3 Querkraftversagen

In Anlehnung an (Kordina, Blume 1985) können beim Querkraftversagen die folgenden Brüche unterschieden werden, welche auch in Bild 2.7 dargestellt sind:

- Scherbruch: Ein Scherbruch tritt bei kleinen Schubschlankheiten (*a*/*h* ≤ 1,5) (Balken mit auflagernahen Einzellasten) auf. Hierbei bildet sich ein Querkraftriss zwischen der Lasteinleitung und dem Auflager aus. Der Balken versagt bei weiterer Laststeigerung entweder durch ein Absprengen der Druckzone oder einem Versagen der Verankerung der Bewehrung.
- Schubdruckbruch: Bei Schubschlankheiten *a/h* ≥1,5 kann ein Schubdruckbruch erfolgen. Bei diesem Bruch verlängert sich im Regelfall ein Biegeriss bis in die Biegedruckzone. Wenn keine Querkraftbewehrung vorhanden ist, verdreht sich der Balken leicht, bis es entweder zu einem Versagen der Biegedruckzone oder zur Bildung eines Sekundärisses in der Druckzone kommt. Bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung kommt es, nachdem sich der Biegerisse bis in die Druckzone verlängert hat, zu einer Aktivierung der Querkraftbewehrung. Nach dem Fließen dieser kommt es wieder zu einer Verdrehung des Balkens und zu einem Versagen der Druckzone.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Klebstoffe sind im Regelfall so eingestellt, dass ein Adhäsionsund Kohäsionsversagen nahezu gleichzeitig auftreten.

- Schrägzugbruch: Der Schrägzugbruch, welcher im Regelfall bei Schubschlankheit a/h ≥ 3,0 auftritt, wird bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung durch das Versagen der Dübelwirkung der Längsbewehrung eingeleitet. Daraufhin bilden sich Sekundärrisse, wodurch die Rissverzahnung sich weiter in die Biegedruckzone verlagern muss. Diese Reduzierung der Druckzone führt dann zum Versagen. Bei einer schwachen Verbügelung wird die Ausbildung der Sekundärrisse verhindert, bis es zu einem Versagen der Bügel auf Zug kommt.
- Schrägdruckbruch: Der Schrägdruckbruch kann bei hohen Querkraftbewehrungsgraden unabhängig vom *a/h*-Verhältnis besonders bei dünnen Stegen entstehen. Das Versagen tritt ohne Fließen der Querkraftbewehrung durch die Überschreitung der Druckfestigkeit der geneigten Betonzähne ein, was durch Betonabplatzungen an den Stegoberflächen bemerkbar wird.



Bild 2.7: Die verschiedenen Querkraftbrucharten auf Grundlage von (Kordina, Blume 1985)

Neben diesen Versagensarten kann es bei Querkraftaufbiegungen der Längsbewehrung noch zu einem Aufspalten des Steges kommen, wie es zum Beispiel bei den Versuchen von (Bach, Graf 1911b) aufgetreten ist, wenn nicht zusätzlich zu den Querkraftaufbiegungen Bügel angeordnet sind, welche die Zugzone umschließen.

Desweiteren kann es bei ungenügender Verankerung der Längs- und Querkraftbewehrung zu einem schlagartigen Verbundbruch gefolgt vom Bauteilversagen kommen. Bei Neubauten werden diese beiden Brucharten durch die Konstruktionsregeln in der (DIN EN 1992-1-1:2004) abgedeckt. In ähnlicher Weise existieren jedoch schon frühere Konstruktionsregeln. Seit der Einführung der Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton (DAFEb :1932) im Jahre 1932 wurde das Aufspalten des Steges bei Querkraftaufbiegungen durch zusätzliche Bügel ausgeschlossen. Seit der Einführung (DIN 1045:1978) im Jahre 1978 wurde durch die Bewehrungsrichtlinien (vgl. auch Rehm et al. 1979) die Verankerung der Stäbe an den Auflagern in ähnlicher Weise wie die heutige Verankerung bemessen.

# 2.2.4 Versagensmechanismen bei aufgeklebten Bügeln

Bei der Verwendung von aufgeklebten Bügeln kann es je nach verwendetem Material und der Applizierungsart zu unterschiedlichen Versagensformen kommen. Bei der Verwendung von Bügeln, welche nicht geschlossen ausgeführt sind, sondern ihre Verankerung durch Klebeverbund erlangen (halbgeschlossene Bügel), kommt es in der Regel zu einem Verbundversagen und zum Ablösen der Bügel. Bei der Verwendung von geschlossenen Bügeln wird im Regelfall entweder die Materialfestigkeit der Bügel maßgebend oder es tritt ein Versagen von eventuell vorhandenen Übergreifstößen bzw. Stoßstellen auf.

Wenn die aufgeklebte Biegeverstärkung durch einen Bügel umschlossen ist, kann es neben dem Ablösen des Bügels auch zu einem Ausziehen der Biegeverstärkung zwischen dem Bügel und dem Beton kommen, was durch das Modell von (Husemann 2009) beschrieben wird.

# 2.3 Bisherige Ansätze zur Beschreibung der Versagensarten

# 2.3.1 Allgemeines

An der Tragweise der geklebten Bewehrung wird seit den 1960er Jahren intensiv geforscht. Die erste bauaufsichtliche Zulassung wurde 1979 vom DIBt (Z- 36.1-1:1979) erteilt. Seit dieser Zulassung wurden mithilfe zahlreicher Versuche immer neue Modelle zur Beschreibung der Tragweise entwickelt, welche die in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Versagensarten verhindern sollen. Nachfolgend wird auf verschiedene Bemessungsansätze aus der Literatur bzw. aus verschiedenen Bemessungsvorschriften eingegangen, wobei die Modelle nicht im Gesamten wiedergegeben werden, sondern vielmehr auf die Art der Nachweisführung eingegangen wird. Diese Nachweisführung wird in den Abschnitten ebenfalls kritisch beurteilt. Die meisten der hier zitierten Modelle sind in (Zilch et al. 2011b) mit allen zugehörigen Formeln genauer beschrieben. Des Weiteren sind in (Zilch et al. 2011b) diese Modelle mit einer umfangreichen Versuchsdatenbank überprüft worden.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, macht das stark unterschiedliche Verbundverhalten der aufgeklebten und in Schlitze geklebten Bewehrung eine Unterscheidung nötig. Aus diesem Grund wird bei der Beschreibung der Versagensart des Verbundversagens im Folgenden in Abschnitt 2.3.5 auf die aufgeklebte Bewehrung und in Abschnitt 2.3.6 auf die in Schlitze verklebte Bewehrung eingegangen. Die Beschreibungen der Ansätze für die anderen Versagensarten - dem Biegeversagen, dem Querkraftversagen und dem Versatzbruch - sind sowohl für die aufgeklebte wie auch für die in Schlitze verklebte Bewehrung gültig.

# 2.3.2 Biegeversagen

Mit der Einführung der Neuausgabe der (DIN 1045:1972) im Jahre 1972 wurde das n-Werte-Verfahren durch das meist iterativ gelöste Verfahren zur Bestimmung der inneren Kräfte über die Gleichgewichtsbetrachtung der inneren und äußeren Kräfte mit Hilfe des Parabel-Rechteck-Diagramms für den Beton nach (Grasser 1968) eingeführt. Der zugehörige Formelapparat sowie die sich daraus ergebenden Bemessungsdiagramme sind erstmals in (DAfStb 1972) aufgelistet. Dieses Verfahren hat sich seitdem bewährt und wurde in alle neueren Normengeneration wie auch der (DIN EN 1992-1-1:2011) übernommen. Eine genaue Beschreibung des Verfahrens mit allen Regelungen der aktuellen Normengeneration findet sich zum Beispiel in (Zilch, Zehetmaier 2010) wieder.

Dieses Verfahren zur Ermittlung der Biegetragfähigkeit über die Bestimmung der inneren und äußeren Kräfte kann auch für die aufgeklebte Bewehrung angewendet werden. Der erweiterte Formelapparat findet sich zum Beispiel in (fédération internationale du béton 2001) und in der DAfStb Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung" (DAfStb-RiLi VBgB:2011), welche den aktuellen Bezug zur (DIN EN 1992-1-1:2011) hat, wieder. Es hat sich hier ebenfalls gezeigt, dass das Biegeversagen in Form des Zugversagens der aufgeklebten Bewehrung und des Druckversagens des Betons gut über die Bestimmung der inneren und äußeren Kräfte beschrieben werden kann.

# 2.3.3 Querkraftversagen

# 2.3.3.1 Allgemeines

Das Querkraftversagen bzw. die Querkrafttragfähigkeit ist eine viel diskutierte Problemstellung, was dazu geführt hat, dass zur Beschreibung des Querkraftversagens unzählige verschiedene Modelle vorliegen. An dem Tragverhalten von Betonbalken unter Querkraftbeanspruchung sind viele verschiedene Tragwirkungen beteiligt. Nach (Zink 2000) können die folgenden beschriebenen Tragwirkungen und der Einfluss Maßstabs (size-effect) unterschieden werden:

- Dübelwirkung der Längsbewehrung
- Rissverzahnung und Reibung
- Anteil der Vorspannung
- Anteil der Querkraftbewehrung

Diese werden auch in vielen Modellen zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit herangezogen, wobei über die Gewichtung der verschiedenen Anteile Uneinigkeit herrscht. Die meisten der vorliegenden Modelle, insbesondere die Bemessungsnormen, unterscheiden bei der Berechnung der Querkrafttragfähigkeit zwischen Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung.

# 2.3.3.2 Bauteile ohne Querkraftbewehrung

Aufgrund der komplexen Vorgänge, welche bei einem Biegeschubversagen auftreten, ist es bisher noch nicht gelungen, ein allgemein anerkanntes mechanisch begründetes Querkraftmodell für Bauteile ohne

Querkraftbewehrung zu entwickeln (vgl. Zilch, Zehetmaier 2010). Einen Überblick über zahlreiche der verschiedenen Modelle geben zum Beispiel (Feix 1993), (Specht, Scholz 1995) sowie (Zink 2000). In den ehemaligen und aktuellen Normen dominieren empirische Bemessungsmodelle, welche sich von festen Grenzwerten auf Gleichungen mit zahlreichen Einflussfaktoren weiterentwickelt haben. In der (DIN EN 1992-1-1:2011) werden die Zugfestigkeit des Betons, der Längsbewehrungsgrad, die Steggeometrie sowie die Längskraftbeanspruchung als Einflussgrößen angegeben. Im (Model Code 2010-2:2010) wird anstatt der Längskraftbeanspruchung die Längsdehnung in Höhe der Querschnittsmitte angeben, wodurch auch das einwirkende Moment einen Einfluss auf die Tragfähigkeit hat.

Zur Ermittlung des Einflusses der geklebten Längsbewehrung gibt es lediglich den Ansatz von (Schmidhuber 2004), welcher ein Zahnmodel nach (Reineck 1990) teilweise um die Wirkungsweise der aufgeklebten Bewehrung erweitert. Aufbauend auf die Ergebnisse seiner Simulation gibt (Schmidhuber 2004) eine Modifikation der Werte aus der (DIN 1045:1988) an, welche er in Abhängigkeit der Lamellendehnung abmindert. In (Schmidhuber 2005) wird auch eine Formel angegeben, welche für die Querkrafttragfähigkeit nach der (DIN 1045-1:2001) angewendet werden kann.

#### 2.3.3.3 Bauteile mit konventioneller Querkraftbewehrung

Für Bauteile mit konventioneller Querkraftbewehrung haben sich zur Beschreibung der Querkrafttragfähigkeit Spannungsfelder (vgl. z.B. Muttoni et al. 1997) und Stabwerkmodelle (vgl. z.B. Reineck 2002), welche sich lediglich im Bezug auf die Idealisierung unterscheiden, durchgesetzt (vgl. Sigrist, Hackbarth 2010). In den Bemessungsnormen wurden diese Fachwerkmodelle nach und nach immer weiter erweitert und verbessert. Nach anfänglichen Festlegungen in den deutschen Bemessungsnormen (DAI, DBV:1904; DAfEb :1916) wurde ab 1932 in den deutschen Bemessungsnormen (DAfEb :1925; DAfEb :1932; DIN 1045:1943; DIN 1045:1959) die volle Schubdeckung unter einem 45°-Fachwerk nach (Mörsch 1905) verlangt. Ab dem Jahre 1972 wurde in den deutschen Normen (DIN 1045:1972; DIN 1045:1978; DIN 1045:1988) eine Bemessung mit einem 45°-Fachwerk mit verminderter Schubdeckung in Anlehnung an (Leonhardt 1965) gefordert. Mit der CEB/FIP Mustervorschrift Modelcode 1972 (CEB/FIP :1978) wurde neben der Methode der verminderten Schubdeckungen erstmals als verfeinerte Methode die Methode der variablen Druckstrebenneigung nach (Thürlimann 1978) aufgenommen. Die Formulierungen der CEB/FIP Mustervorschrift Modelcode 1972 (CEB/FIP :1978) wurden dann weitergehend in die Vorversion des Eurocode 2 der (DIN V ENV 1992-1-1:1992) aufgenommen. In den Bemessungsansätzen des Modelcode 1990 (CEB/FIP :1993), welche weitestgehend in den Eurocode 2 der (DIN EN 1992-1-1:2004) aufgenommen wurden, ist nur noch der Ansatz mit den variablen Druckstrebenneigungen zwischen  $1,0 \le \cot \theta \le 2,5$  enthalten. Die Methode der variablen Druckstrebenneigung ist auch in die Deutschen Normen (DIN 1045-1:2001; DIN 1045-1:2008) aufgenommen worden, allerdings darf der Druckstrebenwinkel nicht frei gewählt werden, sondern soll mit einer Gleichung bestimmt werden, welche anhand eines mechanisch begründeten Fachwerkmodells mit Rissreibung nach (Reineck 2001) abgeleitet ist. Diese Beschränkung ist ebenfalls in den deutschen Nationalen Anhang (DIN EN 1992-1-1/NA:2008) aufgenommen worden.

Im Modelcode 2010 (Model Code 2010-2:2010) wurde erstmals die Modified Compression Field Theory (MCFT) nach (Bentz, Collins 2006) aufgenommen. Diese Theorie wählt den Druckstrebenwinkel in Abhängigkeit der Längsdehnung in Höhe der Querschnittsmitte und berücksichtigt somit auch das einwirkende Moment und die einwirkende Normalkraft.

# 2.3.3.4 Bauteile mit geklebter Querkraftbewehrung

Prinzipiell ist es möglich, durch aufgeklebte Bügel die Querkrafttragfähigkeit zu erhöhen. Diese aufgeklebten Bügel können so ausgeführt werden, dass sie entweder sowohl die Zug- als auch die Druckzone des Querschnitts umschließen (geschlossene Bügel) oder lediglich die Zugzone umschließen (halb geschlossener Bügel). Auch sind Versuche bekannt, bei welchen seitlich applizierte geklebte Bewehrung als eine Art Querkraftzulage eine Steigerung der Querkrafttragfähigkeit verursacht hat.

Bei allen Ansätzen zur Erhöhung der Querkrafttragfähigkeit wird immer der Anteil der zusätzlich applizierten Bewehrung additiv zu der Querkrafttragfähigkeit aus den konventionellen Stahlbetonnormen hinzugezählt. Bei den aufgeklebten Bügeln, bei welchen sowohl die Biegezug- wie Biegedruckzone umschlossen ist können prinzipiell die gleichen Ansätze wie für konventionelle Querkraftbewehrung Anwendung finden, wenn bei der Tragfähigkeit der Bügel die negativen Einflüsse der Umlenkungen auf die Festigkeit der Faserverbundwerkstoffe (vgl. z.B. Niedermeier 2011; Campione, Miraglia 2003) bzw. die Festigkeiten der Überlappungsstöße und Verbindung bei aufgeklebten Stahllaschen (vgl. z.B. Zilch, Borchert 2006) berücksichtigt werden.

Bei den halbgeschlossenen Bügeln und der rein seitlich applizierten Bewehrung muss jedoch das Verbundverhalten und die Interaktion mit den vorhandenen Bügeln mitberücksichtigt werden. Für diese Applizierungsarten stehen zahlreiche rein empirische Ansätze wie z.B. (Chen, Teng 2003a, Chen, Teng 2003b; Triantafillou, Antonopoulos 2000, Khalifa et al. 1998) zu Verfügung. Diese Ansätze haben jedoch alle die Schwäche, dass die Querkrafttragfähigkeit aus der Summe eines Anteils aus der geklebten Bewehrung und des Anteils des unverstärkten Bauteils nach einer jeweils anderen Bemessungsnorm für den konventionellen Stahlbetonbau ermittelt werden. Dies führt dazu, dass aufgrund der deutlich unterschiedlichen Formulierungen und Ergebnisse der Bemessungsnormen für den konventionellen Stahlbetonbau die Ansätze im Regelfall nicht auf andere bzw. neuere Normenkonzepte übertragen werden können. Des Weiteren haben diese Ansätze teilweise eine sehr große Streuung und beschreiben somit die Versuchsergebnisse nur unbefriedigend. Dies kann unter anderem daran liegen, dass alle Ansätze eine Interaktion mit der vorhandenen Bügelbewehrung des unverstärkten Stahlbetonbauteils nicht berücksichtigen. Einen semiempirischen Ansatz, welcher unter anderem die Verbundbruchenergie der aufgeklebten Querkraftbewehrung wie auch deren Verbundlänge berücksichtigt, wird in (Monti, Liotta 2007) angegeben. Auch hier wird jedoch die Interaktion der aufgeklebten Querkraftbewehrung nicht berücksichtigt, was ebenfalls zu einer eher unbefriedigenden Beschreibung der Versuchsergebnisse führt.

In den letzten Jahren sind auch immer mehr Ansätze für die Querkrafttragfähigkeit für an den Seitenflächen des Querschnitts in Schlitze verklebte Querkraftbewehrung (vgl. z.B.: Kotynia 2011, Dias, Barros 2010, Bianco et al. 2009) entstanden, welche teilweise umfangreiche semiempirische Formelapparate zur Verfügung stellen. Bei einigen dieser Ansätze wird auch die einbetonierte Querkraftbewehrung über die Betondeckung und den Querkraftbewehrungsgrad in eingeschränktem Umfang berücksichtigt.

# 2.3.4 Versatzbruch

Zur Vermeidung des Versatzbruches werden von (Jansze 1997) und von (Zilch et al. 2000) Grenzwerte angegeben, ab welcher eine Verbügelung des Endes der geklebten Bewehrung vorzusehen ist.

(Jansze 1997) gibt ein Modell an, welches den kritischen Querkraftrissbereich nach (Kim, White 1991) für Bauteile mit aufgeklebter Bewehrung adaptiert, wodurch die Versagenslast aufgrund des Versatzbruches vorausgesagt werden kann. Dabei errechnet er sich die Schubspannung, ab welcher ein Versatzbruch eintritt, mit einer empirischen Formel, kalibriert an seinen Versuchen und an mehreren FE-Berechnungen. Die Formel ist dabei abhängig von dem Abstand der geklebten Bewehrung vom Auflager, dem Bewehrungsgrad, der Betonfestigkeit sowie den statischen Nutzhöhen der inneren Bewehrung.

An der Technischen Universität München wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens (Zilch et al. 2000) unter anderem sechs Schubversuche zur Querkraftbiegung von mittels Stahllaschen verstärkten Betonbauteilen durchgeführt. Auf Grundlage dieser Versuche und einer Auswertung zusätzlicher Versuche aus der Literatur wird die Grenze festgelegt, welche sich auf (DIN 1045:1988) bezieht, ab der kein Versatzbruch stattfinden wird.

Das Modell von (Jansze 1997) wurde in (Zilch et al. 2012a) mithilfe einer numerischen Umformung auf eine Formel transferiert, welche sich auf die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) mit der zugehörigen (DIN EN 1992-1-1/NA:2008) bezieht.

Sowohl das Modell von (Jansze 1997) wie auch der Grenzwert nach (Zilch et al. 2000) sind stark empirisch gekennzeichnet und haben keinerlei Interaktion mit der Verbundwirkung der aufgeklebten und in Schlitze verklebten Bewehrung.

# 2.3.5 Verbundversagen aufgeklebter Bewehrung

# 2.3.5.1 Allgemeines

Das Verbundversagen ist bei der Verwendung von aufgeklebter Bewehrung die häufigste auftretende Versagensform, welche sich von den Versagensformen des konventionellen Stahlbetonbaus wesentlich unterscheidet. Aus diesen Gründen ist das Verbundversagen eine viel diskutierte Problemstellung, zu welcher zahlreiche Bemessungsvorschläge gemacht worden sind. Prinzipiell lassen sich diese Bemessungsvorschläge in die folgenden fünf Gruppen unterteilen:

- Endverankerungsnachweis der geklebten Bewehrung
- Dehnungsbegrenzung der geklebten Bewehrung
- Nachweis der Entkopplungen an Schubrissversätzen
- Kontinuierlicher Nachweis mit konstantem Betrag der Zugkraftänderung
- Nachweis der Verbundbeanspruchung am Zwischenrisselement

In den meisten Vorschriften und Bemessungsansätzen sind jedoch diese Nachweise nicht alleinständig enthalten, sondern sind immer in einer Kombination, was eine Bemessung im Regelfall für den Anwender unübersichtlich und schwer durchschaubar macht. Nachfolgend sind die gängigsten Kombinationen der Bemessungsvorschriften, Richtlinien bzw. Empfehlungen aufgelistet:

- Alleinstehende **Dehnungsbegrenzung**, z.B. enthalten in: (ACI 440.2R-02:2002)

- Alleinstehender Endverankerungsnachweis, z.B. enthalten in: (Ranisch 1982), (Holzenkämpfer 1994), (Z-26.1-4:1985), (Tausky 1993), (ISIS :2008)
- Endverankerungsnachweis und eine Dehnungsbegrenzung, z.B. enthalten in: (Z-36.12-29:1997), (CNR-DT 200:2004), (CS-TR 55:2004), (Teng et al. 2002)
- Endverankerungsnachweis; Nachweis der Entkopplungen an Schubrissversätzen sowie eine Dehnungsbegrenzung: (fédération internationale du béton 2001) Ansatz 1, (Oehlers, Seracino 2004)
- Endverankerungsnachweis; Nachweis der Entkopplungen an Schubrissversätzen sowie ein kontinuierlicher Nachweis mit festem Betrag der Zugkraftänderung, z.B. enthalten in: (fédération internationale du béton 2001) Ansatz 2; (CUR-Aanbeveling 91:2007)
- Endverankerungsnachweis und Dehnungsbegrenzung sowie ein kontinuierlicher Nachweis mit festem Betrag der Zugkraftänderung, z.B. enthalten in: (SIA 166:2004)
- Endverankerungsnachweis; Nachweis der Entkopplungen an Schubrissversätzen sowie ein Nachweis der Verbundbeanspruchung am Zwischenrisselement, z.B. enthalten in: (fédération internationale du béton 2001) Ansatz 3
- Endverankerungsnachweis und Nachweis der Verbundbeanspruchung am Zwischenrisselement, z.B. enthalten in: (ÖVBB :2002), (Neubauer 2000), (Niedermeier 2001), (Oller 2005)<sup>2</sup>

Wie aus dieser Auflistung ersichtlich ist, besteht keine allgemein anerkannte Bemessungsphilosophie. Dies ist größtenteils darauf zurückzuführen, dass die meisten Ansätze empirisch bestimmt sind und somit aus jeder Versuchsserie unterschiedliche Schlüsse gezogen wurden. Eine Ausnahme bildet hier der Nachweis am Zwischenrisselement, welcher sich jedoch aufgrund seines unterschiedlichen Konzeptes und der geringen internationalen Veröffentlichung international nicht durchgesetzt hat.

In den nachfolgenden Abschnitten werden die einzelnen Bemessungskonzeptteile nochmals näher erläutert.

# 2.3.5.2 Endverankerungsnachweise

Im konventionellen Stahlbetonbau wird zum Nachweis des Verbundes üblicherweise ein Endverankerungsnachweis durchgeführt, welcher auf Verbundwerten aus Ausziehversuchen basiert. Aus diesem Grund war dies auch einer der ersten Nachweise, welcher für die geklebte Bewehrung gefordert war. Anhand von Versuchen an mit Stahllaschen verstärkten Einfeldträgern und anhand von Endverankerungsversuchen entwickelte zunächst (Ranisch 1982) einen Endverankerungsnachweis für aufgeklebte Stahllaschen, welcher dann auch in die Zulassungen (vgl. Z- 26.1-4:1985) übernommen wurde. Da der Nachweis unter anderem an den Bauteilversuchen kalibriert wurde, ging (Ranisch 1982) von einem Verbundgesetz aus, bei welchem die Verbundbruchenergie mit steigender Verbundlänge immer größer wurde. (Iványi, Buschmeyer 1992) weisen jedoch darauf hin, dass die Annahme eines mit der Verbundlänge ansteigenden Schlupfes mechanisch nicht begründet werden kann.

Aufgrund von weiteren Versuchen an Endverankerungskörpern entwickelt (Holzenkämpfer 1994) danach ein Verbundgesetz mit einem festgelegten maximalen Schlupf und kommt damit zum allgemein anerkannten bilinearen Ansatz<sup>3</sup>. Dies hat jedoch zur Folge, dass nach einer bestimmten Verbundlänge die aufnehmbare Verbundbruchkraft nicht weiter gesteigert werden kann. Gerade bei aufgeklebten Faserverbundwerkstoffen führt die alleinige Betrachtung eines solchen Endverankerungsnachweises dann zu einer stark unwirtschaftlichen Bemessung, welche im Widerspruch zu den Ergebnissen der zahlreichen Bauteilversuche steht. Die meisten Bemessungsansätze bedienen sich daher einer Kombination aus einem Endverankerungsnachweis und einem weiteren Nachweiskriterium, wie einer Grenzdehnung der geklebten Bewehrung, einer Beschränkung der Zugkraftänderung der aufgeklebten CFK-Lamelle oder einem zusätzlichen Nachweis am Zwischenrisselement.

Die wesentliche Unterscheidung zwischen den Endverankerungsnachweisen der verschiedenen Bemessungsmodelle liegt in den Größen des bilinearen Ansatzes, welche mit 10 bis 20 % jedoch im Vergleich zu anderen Nachweisproblemen relativ gering sind, und in der Wahl der Nachweisstelle. Prinzipiell werden die in Bild 2.8 aufgezeigten drei verschiedenen Nachweisstellen unterschieden:

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> (Oller 2005) überführt die Ansätze aus dem (fédération internationale du béton 2001), welche auf (Niedermeier 2001) zurückgehen in Momenten-Querkraft-Interaktionsdiagramme zur Bemessung.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Der bilineare Ansatz, welcher die Verbundspannungsschlupfbeziehung der aufgeklebten Bewehrung beschreibt wird in Abschnitt 4.3 näher erläutert.

- Nachweispunkt an dem momentennullpunktnächsten Biegeriss<sup>4</sup>, wie es zum Beispiel (ÖVBB :2002), (Neubauer 2000), (Niedermeier 2001) und (Zilch et al. 2004) fordern. Die verschiedenen Ansätze unterscheiden sich jedoch noch in der Bestimmung dieses Risses und der Nachweisführung in dem Punkt. So fordert zum Beispiel (Niedermeier 2001) einen Nachweis zwischen dem oberen und unteren Fraktilwert des Ortes des Biegerisses, (Neubauer 2000) hingegen nur einen Nachweis an einem mittleren Wert des Ortes des Biegerisses.
- Nachweis an dem Punkt, ab welchem die geklebte Bewehrung nicht mehr f
  ür die Tragf
  ähigkeit des Bauteils ben
  ötigt wird, wie es zum Beispiel (CS-TR 55:2004) und die (Z- 36.12-29:1997) fordern.
- Nachweis an einem beliebig gewählten Punkt wie es zum Beispiel (CNR-DT 200:2004) und (Teng et al. 2002) zulassen.





In Abhängigkeit der Nachweisstellen ergeben sich teilweise sehr unterschiedliche Ergebnisse. Alle Nachweise, bis auf den Nachweis von (Zilch et al. 2004), ermitteln die Kräfte der geklebten Bewehrung unter Annahme der ebenbleibenden Dehnungsverteilung im Querschnitt nach Bernoulli. Gerade jedoch im Endverankerungsbereich, welcher nahe dem ungerissenen Bereich liegt, kommt es bei der Rissbildung nicht zu einer Verteilung der Kräfte nach der Annahme von Bernoulli, die Kräfte werden vielmehr aufgrund des Schlupfes in der Bewehrung, welcher durch den Riss verursacht wird, aktiviert. Dadurch kommt es zu einer anderen Verteilung der Kräfte, was im Bereich der Endverankerung eine große Auswirkung hat. Dies wird bislang nur durch den Nachweis von (Zilch et al. 2004) berücksichtigt.

# 2.3.5.3 Dehnungsbegrenzungen

In den verschiedenen Richtlinien und Veröffentlichungen werden je nach Konzept unterschiedliche Dehnungsbegrenzungen zur Vermeidung eines Verbundbruches und eines Zugversagens der aufgeklebten Bewehrung gefordert:

- Feste Dehnungsbegrenzung der Lamelle (Z- 36.12-29:1997); (SIA 166:2004), (CS-TR 55:2004)
- Feste Dehnungsbegrenzung des Betonstahls (CS-TR 55:2004)
- Dehnungsbegrenzung in Abhängigkeit der Verbundbruchenergie der Endverankerungsversuche (CNR-DT 200:2004), (Smith, Teng 2001, Smith, Teng 2002a, Smith, Teng 2002b)
- Empirische Formulierungen f
  ür die Dehnungsbegrenzung, ermittelt aus zahlreichen Bauteilversuchen (ACI 440.2R-02:2002)

Das prinzipielle Problem aller Ansätze mit einer Grenzdehnung ist, dass es Fälle gibt, wie die Stützmomentenverstärkung<sup>5</sup>, an denen der Verbund bei deutlich geringeren Dehnungen versagt. Bei einem Nachweis mit einer Grenzdehnung müsste also in verschiedene Fälle unterschieden werden, da der Nachweis sonst unsicher oder stark unwirtschaftlich wird.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> In vielen Veröffentlichungen wird hier auch vom auflagernächsten Biegeriss gesprochen, diese Formulierung ist jedoch nur bei Feldmomentenverstärkungen korrekt.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Aus diesem Grund wurde auch ein weiterer Nachweis im Stützmomentenbereich mit der Änderung der Zulassungen (Z- 36.12-70:2008) eingeführt

### 2.3.5.4 Ansätze zur Entkopplung an Querkraftrissversätzen

Bei den Ursachen für das Entkoppeln wird oft auch die Ablösung an einem Schubriss genannt. Zur Berechnung einer Entkopplung an Schubrissversätzen werden von (Kaiser 1989), (Deuring 1993), (Blaschko 1997), (Matthys 2000) und (Mohamed Ali et al. 2001) Modelle angeben. Die Modelle von (Kaiser 1989), (Deuring 1993), (Blaschko 1997) und (Matthys 2000) geben empirische Formeln zur Berechnung einer kritischen Schubspannung an, ab welcher diese Entkopplung eintreten soll. (Kaiser 1989) bestimmt als Eingangsparameter lediglich die axiale Dehnsteifigkeit  $\Sigma(EA)$  der gesamten Längsbewehrung. Auch (Matthys 2000) gibt ähnlich wie (Kaiser 1989) nur den gesamten Bewehrungsgrad als Einflussparameter an.

(Deuring 1993) gibt eine semiempirische Formel an, in welche zusätzlich zu der axialen Dehnsteifigkeit  $\Sigma(EA)$  der gesamten Längsbewehrung auch noch die Druckzonenhöhe wie auch die Lamellendehnung eingehen. Die Formel von (Deuring 1993) hängt jedoch auch von drei rein empirischen Größen ab, welche er aus den Versuchen bestimmt.

(Blaschko 1997) schlägt deshalb aufbauend auf die Untersuchungen von (Kerschensteiner 1996) als eine untere Grenze die Gleichung für die Querkrafttragfähigkeit  $V_{Rk1}$  der (DIN V ENV 1992-1-1:1992) für Bauteile ohne Querkraftbewehrung mit modifizierten Eingangsgrößen vor.

(Mohamed Ali et al. 2001) geben ein weiteres Berechnungsmodell für das Entkoppeln von aufgeklebten Stahllaschen aufgrund von Schubrissen an. Im Wesentlichen basiert das Modell von (Mohamed Ali et al. 2001) auf einer Modifikation des Querkraftmodells von (Zhang 1997), welcher ein semiempirisches Modell für Bauteile ohne Querkraftbewehrung angibt. Das Modell von (Zhang 1997) beruht darauf, dass der Widerstand des Querschnitts gegen Schubrissbildung in Abhängigkeit einer Laufkoordinate einem Schubwiderstand in Abhängigkeit der Rissposition gegenübergestellt wird. Wo sich diese beiden Kurven schneiden entsteht der kritische Schubriss mit der zugehörigen ablesbaren Last. (Mohamed Ali et al. 2001) benutzen das Modell von (Zhang 1997), da dieses den kritischen Schubriss berechnet, bei welchem nach seiner Aussage immer das Ablösen beginnt. Nach (Mohamed Ali et al. 2001) wird dieser Schubriss nicht durch Bügelbewehrung beeinflusst. Zur Berechnung der Versagenslasten nach (Mohamed Ali et al. 2001) muss zunächst der Widerstand des Querschnitts gegen Schubrissbildung ausgerechnet werden und anschließend mit dem Schubwiderstand in Abhängigkeit der Rissposition verglichen werden, dabei gehen als Eingangsgrößen die Betonfestigkeit, die Druckzonenhöhe, die Verbundbruchkraft der Endverankerung der geklebten Bewehrung sowie die Schubspannweite der Bauteile ein.

Die Modelle für die Entkopplung an Schubrissen besitzen nahezu alle einen reinen empirischen Charakter. Aus diesem Grund unterscheiden sich die Ergebnisse der Ansätze sehr stark, da diese immer an unterschiedlichen Versuchen kalibriert wurden. In vielen Versuchen ist es außerdem sehr fraglich, ob der Schubriss wirklich die Ursache oder die Folge des Verbundversagens war. Des Weiteren ist es verwunderlich, dass in keinem Modell die vorhandene Querkraftbewehrung als Einflussparameter bestimmt wird, was vermutlich darauf zurückzuführen ist, dass in den Versuchen, welche zur Kalibrierung der Modelle dienten, der Querkraftbewehrungsgrad nicht variiert wurde.

# 2.3.5.5 Kontinuierlicher Nachweis mit festem Betrag der Zugkraftänderung

In der (SIA 166:2004) und in (Matthys 2000) wird ein kontinuierlicher Nachweis vorgeschlagen, bei welchem die Zugkraftänderung der Lamelle einen festen Betrag nicht überschreitet, so wie es das Bild 2.9 zeigt.



Bild 2.9: Prinzip eines Nachweises der Zugkraftänderung

Der Zugkraftänderungswiderstand beschränkt somit die über eine bestimmte Länge gemittelten Verbundspannungen, die zwischen der Klebebewehrung und dem Untergrund übertragen werden können. (Matthys 2000) berechnet diesen Grenzwert der aufnehmbaren mittleren Verbundspannungen aus dem Mohr-Coulombschen Bruchkriterium unter der Annahme, dass keine Normalkräfte im Beton sind. In der (SIA 166:2004) wird diese mittlere Verbundspannung als ein Vielfaches des Bemessungswertes einer Schubspannungsgrenze nach (SIA 262:2003) angegeben. Eine experimentelle oder mechanische Begründung dieses Wertes in der (SIA 262:2003) ist nicht bekannt. Vergleicht man diesen Wert, entspricht er ungefähr dem Wert nach (Matthys 2000).

Da dieser Wert circa der maximalen Verbundspannung nach (Holzenkämpfer 1994) oder (Neubauer 2000) entspricht, mit diesem Wert bei den Ansätzen von (Matthys 2000) und der (SIA 166:2004) jedoch keine bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung sondern eine konstante Verbundspannung unabhängig vom Schlupf beschrieben wird, ist dieser Wert für einige Fälle prinzipiell zu hoch.

Das Konzept einer festen Spannungsänderung hat jedoch den Vorteil, dass es sowohl recht anschaulich und leicht verständlich ist als auch den Rechenaufwand begrenzt.

In (Matthys 2000) und der (SIA 166:2004) ist die freie Wahl des Abstandes, in welchem die Lamellenkraftänderung betrachtet wird, ein unsicheres Kriterium. Bei einer Wahl von großen Betrachtungsabständen wird der Rechenaufwand reduziert und es kommt zu wirtschaftlicheren, aber eventuell unsicheren Ergebnissen.

# 2.3.5.6 Nachweis der Verbundbeanspruchung am Zwischenrisselement

Erstmalig formuliert (Niedermeier 1997) grundlegende Gedanken zur Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement, für welche (Niedermeier 1999) erstmalig eine theoretische Lösung auf Grundlage der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes angibt. Auch (Neubauer 2000) gibt kurz darauf eine solche theoretische Lösung für die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement an.

Bei der Verbundkraftübertragung bzw. dem Zugkraftaufbau über die Zwischenrisselemente wird das Bauteil anhand der Biegerisse in mehrere Elemente unterteilt. Nach (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) sind zwei Bereiche zu unterscheiden: der Endverankerungsbereich und der restliche Bereich des Bauteils, wie es Bild 2.10 zeigt. Am Endverankerungspunkt müssen die Lamellenkräfte verankert werden, welche sich am auflagernächsten Biegeriss einstellen. Die aufnehmbaren Verbundkräfte am Endverankerungsbereich werden durch sogenannte idealisierte Endverankerungsversuche bestimmt, bei welchen die aufgeklebte Bewehrung in Längsrichtung abgezogen wird.

Im restlichen Bereich des Bauteils kann die Verbundkraft an Elementen, welche durch Biegerisse getrennt werden, den sogenannten Zwischenrisselementen, übertragen werden. An einem solchen Zwischenrisselement herrschen immer eine Grundlamellenkraft am niedrig beanspruchten Rissufer und diese Grundlamellenkraft mit einer zusätzlichen Kraft am höher beanspruchten Rissufer. Diese zusätzliche Lamellenkraft muss über Verbund ins Bauteil übertragen werden.



#### Bild 2.10: Prinzip des Zugkraftaufbaus über Zwischenrisselemente

Auf Grundlage der bilinearen Verbundspannungsschlupfbeziehung, welche aus den Endverankerungsversuchen ermittelt worden ist, lösen (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingungen des Zwischenrisselements. (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) erhalten zwar etwas unterschiedliche Formulierungen, welche jedoch ineinander übergeführt werden können, wie es in (Niedermeier 2005) und (Zilch et al. 2011b) gemacht worden ist. Der wesentliche Unterschied zwischen den Ansätzen von (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) besteht jedoch darin, dass nach (Niedermeier 2001) der Nachweis über jedes Zwischenrisselement erfolgen muss, nach (Neubauer 2000) reicht es aus nur die Zwischenrisselemente nahe von Einzellasten, das Zwischenrisselement, bei welchem der Betonstahl zu fließen beginnt, und den Endverankerungsbereich zu betrachten.

Ein Konzept mit diskreten Nachweisstellen für den Verbund, wie es von (Neubauer 2000) vorgeschlagen wird, reduziert den Rechenaufwand einer Handrechnung erheblich. Bei einer Rechnung unter Zuhilfenahme von EDV ist der Vorteil des geringeren Rechenaufwandes unbedeutend. Die einzelnen Nachweisstellen machen jedoch zahlreiche Fallunterscheidungen notwendig, was den Programmieraufwand deutlich erhöht. Wie aus Abschnitt 2.3.5.1 hervorgeht, sind jedoch noch zahlreiche andere Fälle einer Entkopplung denkbar, so dass durch eine Angabe von einzelnen Stellen eventuell andere entkopplungsgefährdete Stellen übersehen werden können.

# 2.3.6 Verbundversagen in Schlitze verklebter Bewehrung

Zur Beschreibung des Verbundversagens der in Schlitze verklebten Bewehrung reicht es aufgrund des guten Verbundes im Regelfall aus, einen Endverankerungsnachweis zu führen. Für die in Deutschland üblichen und auch im Ausland weit verbreiteten in Schlitze geklebten CFK-Lamellen entwickelt (Blaschko 2001) auf Grundlage von zahlreichen Ausziehverbundversuchen einen Endverankerungsnachweis, welcher an dem Punkt, ab dem die Lamelle nicht mehr für die Tragfähigkeit des Bauteils benötigt wird, zu führen ist. Dieser Nachweis ist in die Zulassungen (Z- 36.12-73:2009) aufgenommen worden und hat sich seitdem bewährt.

# 2.3.7 Fazit

Für die Beschreibung des Biegeversagens sowie der Beschreibung des Verbundversagens von in Schlitze verklebten CFK-Lamellen stehen bewährte und allgemein anerkannte Bemessungsmodelle zur Verfügung. Das Querkraftversagen von Stahlbetonbauteilen kann durch zahlreiche mechanische und semiempirische

Modelle und Vorschriften in den meisten Fällen ausreichend genau beschrieben werden. Jedoch ist der Einfluss der geklebten Bewehrung als Biegeverstärkung auf das Querkrafttragverhalten teilweise noch nicht vollständig geklärt. Eine Querkraftverstärkung durch aufgeklebte Bewehrung kann für aufgeklebte geschlossene Bügel durch die bewährten Fachwerkmodelle beschrieben werden. Im Fall einer Querkraftzulage durch geklebte Bewehrung (halbgeschlossene Bügel und seitlich verklebte Querkraftverstärkung) stehen derzeit keine Bemessungsansätze zur Verfügung, welche die Tragfähigkeit geeignet beschreiben.

Bei der Verwendung von aufgeklebter Bewehrung als Biegeverstärkung stellt die Entkopplung der aufgeklebten Bewehrung die häufigste Versagensursache dar. Dieses Entkoppeln kann in Versatzbruchversagen und in Verbundversagen unterteilt werden.

Das Versatzbruchversagen kann durch ein semiempirisches Modell in vielen Fällen ausreichend beschrieben werden. Für die Beschreibung des Verbundversagens wurden zahlreiche Modelle entwickelt und untereinander kombiniert. Das einzige mechanisch begründete Modell, welches das Verbundtragverhalten der aufgeklebten Bewehrung derzeit sicher beschreibt, ist die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement. Dieses Konzept berücksichtigt jedoch einige im Bauteil auftretenden Effekte nicht. Des Weiteren gehen die Modelle von einem Zugkraftaufbau aus, was an einigen Stellen im Gegensatz zu den Beobachtungen in den Bauteilversuchen steht, wo es eher zu einem Zugkraftabbau kommt. Eine Verknüpfung des Versatzbruchversagens und des Verbundversagens erfolgte bislang ebenfalls noch nicht.
# 3 Experimentelle Untersuchungen

# 3.1 Versuchsprogramm

Die experimentellen Untersuchungen sind darauf ausgelegt, die bisher unberücksichtigten bauteilspezifischen Effekte zu untersuchen. Dazu mussten zunächst die verwendeten Materialien mit Begleitversuchen sowie deren Grundwerte des Verbundverhaltens mit Endverankerungsversuchen untersucht werden. Die Materialien sowie deren Verarbeitung sind in Abschnitt 3.2 dokumentiert und die durchgeführten Endverankerungsversuche an der aufgeklebten und einbetonierten Bewehrung sind in Abschnitt 3.3 dokumentiert. Aufbauend auf die Material- und grundlegenden Verbunduntersuchungen wurden Verbundversuche am idealisierten Zwischenrisselement (Abschnitt 3.4) durchgeführt, um weitere Hintergründe der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement herauszufinden. Ausgehend von diesen Untersuchungen wurden mit den Verbundversuchen am Zwischenrisselement im Bauteil die bauteilspezifischen Effekte auf die Verbundkraftübertragung untersucht. Diese Versuche sind in Abschnitt 3.5 beschrieben. Neben der reinen Verbundkraftübertragung wurde auch die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen, welche mit geklebter Bewehrung verstärkt wurden, untersucht. Dazu wurden Querkraftversuche an verstärkten Stahlbetonbauteilen durchgeführt, welche in Abschnitt 3.6 beschrieben sind. Um zusammen mit den Querkraftversuchen die Interaktion zwischen Querkrafttragfähigkeit und Verbundkraftübertragung sowie weitere bauteilspezifische Effekte zu untersuchen, wurden zusätzlich einige Bauteilversuche durchgeführt, die in Abschnitt 3.7 beschrieben sind.

Die nachfolgend beschriebenen Versuche sind im Rahmen der Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2012b), (Zilch et al. 2012a), (Zilch et al. 2012c), (Zilch et al. 2012d) sowie den Master- und Bachelorarbeiten von (Ellinger 2010) und (Schkarlat 2011) durchgeführt worden. Diese Versuche werden nachfolgend kurz erläutert, da diese eine Grundlage für die Modellbildung und die Ableitung der bauteilspezifischen Effekte bilden, eine genauere Beschreibung des Versuchsverlaufes sowie die Darstellung aller experimentellen Ergebnisse finden sich in den bereits erwähnten Versuchsberichten. In Anhang A sind die Ergebnisse der einzelnen Versuche tabellarisch aufgelistet.

# 3.2 Materialien und Verarbeitung

## 3.2.1 Beton

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche wurden drei unterschiedliche Betonrezepte mit den Zusammensetzungen nach Tabelle 3.1 verwendet. Angestrebt wurden die Betongüten C12/15, C20/25 und C40/50 nach (DIN EN 206-1:2001) in Verbindung mit (DIN 1045-2:2008). Da in dieser Arbeit im Wesentlichen die bauteilspezifischen Effekte und weniger die baustoffspezifischen Eigenschaften untersucht werden sollten, sind die meisten Versuche mit der Betonmischung C20/25 nach Tabelle 3.1 durchgeführt worden. Um zu gewährleisten, dass man durch die Versuche einen unteren Grenzwert der Verbundkrafttragfähigkeit und der Querkrafttragfähigkeit erhält, wurde ein Zuschlag mit einem 8 mm Größtkorn verwendet, um die Effekte aus Verbundreibung und Rissverzahnung zu verringern.

Bei allen Zuschlägen handelte es sich um ungebrochenes Material aus süd- oder niederbayerischen Vorkommen in den Korngruppen 0/4a und 4/8, die nach der in Bild 3.1 dargestellten Sieblinie verwendet wurden. Die wesentlichen Frischbetoneigenschaften sind in Tabelle 3.1 wiedergegeben.

Angestrebte Festigkeit	C 12/15	C 20/25	C 40/50								
Ausgangsstoffe											
Zement <sup>6</sup>	CEM I 32,5 R	CEM I 32,5 R	CEM I 42,5 R								
Zuschlag	0/8 aus si	id- oder niederbayerischer	n Vorkommen								
Betonzusatzmittel	Keine	Keine	Keine								
Betonzusatzstoffe	Keine	Keine	Keine								
	Betonzusammer	nsetzung [kg/m³]									
Wasser	210	210	210								
Zement	247	339	438								
Zuschlag	1925	1845	1758								
Sieblinie	A/B 8	A/B 8	A/B 8								

 Tabelle 3.1:
 Betonrezeptur und Frischbetoneigenschaften der drei verwendeten Betone

<sup>6</sup> Nach (DIN EN 197-1:2004)

Angestrebte Festigkeit	C 12/15	C 20/25	C 40/50						
Korngruppen									
0/4	1347	1291	1231						
4/8	577	553	528						
	Eigenso	chaften							
w/z Wert	0,85	0,62	0,48						
Ausbreitmaß <sup>7</sup>	400	480	470						
Rohdichte <sup>8</sup>	2320	2340	2380						

Die Betonmischungen wurden bei den Versuchen, die im Rahmen von (Zilch et al. 2012b) und (Zilch et al. 2012a; Ellinger 2010) durchgeführt worden sind, durch das Personal des gemeinsamen Laborbetriebes des Instituts für Baustoffe und Konstruktion der Technischen Universität München hergestellt und verarbeitet. Bei den Versuchen im Rahmen von (Schkarlat 2011) und (Zilch et al. 2012c) wurden die Versuchskörper im Fertigteilwerk der Firma Laumer Bautechnik GmbH hergestellt und verarbeitet. Die Betonkörper wurden nach der Betonage eine Woche mit Plastikplanen abgedeckt, anschließend in annäherndem Normalklima (20 °C, 60 %RH) gelagert. Aus jeder Betonmischung wurden parallel zu den Versuchskörpern in Anlehnung an (DIN EN 12390-1:2001) Probekörper in Form von Würfeln der Kantenlänge 150 mm, Zylindern mit Durchmesser/Höhe 150 mm/300 mm und/oder Betonprismen der Größe 700 mm/150 mm/150 mm hergestellt. Zur Sicherstellung annähernder Konformität zwischen den an Probekörpern ermittelten mechanischen Kennwerten und den Eigenschaften der Versuchskörper wurde auf eine Normenlagerung nach (DIN EN 12390-5:2009) zugunsten einer Lagerung analog zu den Versuchskörpern verzichtet.



Bild 3.1: Für die Betonmischungen verwendete Sieblinie AB8

#### Druckfestigkeit

Die zum Zeitpunkt der Prüfung vorliegende Betondruckfestigkeit wurde zeitgleich zu den Versuchen als Mittelwert der Ergebnisse an mindestens drei der gesondert hergestellten Würfel mit Kantenlänge 150 mm oder an Betonzylindern mit Durchmesser/Höhe 150 mm/300 mm in Anlehnung an (DIN EN 12390-3:2009) bestimmt.

#### Elastizitätsmodul

Je Betonierserie der Bauteilversuche/Querkraftversuche und der Verbundversuche am Zwischenrisselement am Bauteil wurde der E-Modul an drei gesondert hergestellten Betonzylindern mit Durchmesser/Höhe 150 mm/300 mm als Sekanten-Modul in Anlehnung an (DIN 1048-5:1991) nach zehn Lastwechseln mit der Oberlast von 1/3 der vorher an drei Zylinder ermittelten Betondruckfestigkeit bestimmt.

## Biegezugfestigkeit

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Nach (DIN EN 12350-5:2009)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Nach (DIN EN 12350-6:2009)

In ausgewählten Versuchen wurde die Biegezugfestigkeit an drei gesondert hergestellten Betonprismen der Größe 700 mm/150 mm/150 mm mit zwei Lasteinleitungspunkten in Anlehnung an (DIN EN 12390-5:2009) bestimmt.

## Spaltzugfestigkeit

In ausgewählten Versuchen wurde die Biegezugfestigkeit an drei gesondert hergestellten Würfel mit Kantenlänge 150 mm in Anlehnung an (DIN EN 12390-6:2009) bestimmt.

## Zentrische Zugfestigkeit

Im Rahmen von den Versuchen in (Schkarlat 2011) wurde die zentrische Zugfestigkeit des Betons als Mittelwert der Ergebnisse von Prüfungen an sechs knochenförmigen Körpern mit den in Bild 3.2 angegebenen Maßen nach (Fitik, Niedermeier 2009) ermittelt.



Bild 3.2: Maße der zur Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit des Betons verwendeten Zugknochen

## Oberflächenzugfestigkeit

An allen Probekörpern wurde im Bereich neben den Klebflächen nach Abschluss der Versuchsdurchführung die Oberflächenzugfestigkeit nach (DIN EN 1542:1999) mit Stahlstempeln des Durchmessers 50 mm an einer durch eine Ringnut begrenzten Prüffläche ermittelt. Die Prüffläche war wie die mit Klebearmierung versehene Oberfläche vorbereitet worden. In den einzelnen Versuchsberichten finden sich zu jedem Versuch die entsprechenden Werte als Mittelwert wieder. Der Mittelwert stellt hier das arithmetische Mittel aus den an einem Versuchskörper durchgeführten Messungen dar, auf eine Ermittlung von oberen oder unteren Grenzwerten des Mittelwertes nach (DIN 1048-2:1991) wurde jedoch verzichtet. Der Zusammenhang zwischen Betondruck- und Oberflächenzugfestigkeit ist in Bild 3.3 in Abhängigkeit von der Betonierfläche für die Versuchsserien aus allen Versuchen angegeben.





#### Überblick über die mittleren Festbetoneigenschaften

In der Tabelle 3.2 sind ermittelten Festbetoneigenschaften der verwendeten Betone nach 28 Tagen aufgelistet. Diese Auflistung dient jedoch nur als Übersicht. Die Auswertung der Versuche erfolgt über die Festbetoneigenschaften, welche passend zu den jeweiligen Versuchen ermittelt worden sind und in den einzelnen Versuchsberichten dokumentiert sind und sich ebenfalls im Anhang A wiederfinden. Die Werte in der Tabelle 3.2 stellen aufgrund der leicht unterschiedlichen Festigkeiten der einzelnen Mischungen und des zeitlichen Einflusses auf die Festigkeitsentwicklung des Betons nur eine grobe Übersicht über die Eigenschaften der verwendeten Betone dar.

Angestrebte Festigkeit	C 12/15	C 20/25	C 40/50							
Druckfestigkeit										
Würfel [N/mm <sup>2</sup> ]	19,8	31,7	51,4							
Zylinder [N/mm <sup>2</sup> ]	17,9	29,1	44,2							
Zu	gfestigkeit									
Spaltzugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	1,6	2,9	3,7							
Biegezugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	3,6	5,2	6,9							
Zentrische Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	2,0	2,8	3,6							
Oberfläc	henzugfestigkeit									
Schalseite [N/mm <sup>2</sup> ]	2,0	2,5	3,6							
Schalunterseite [N/mm <sup>2</sup> ]	2,3	2,9	4,2							
Betonieroberseite [N/mm <sup>2</sup> ]	1,6	2,1	2,6							
Verformungsgrößen										
E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	20300	25200	29700							

 Tabelle 3.2:
 Mittlere Festbetoneigenschaften der verwendeten Betone

#### 3.2.2 Betonstahl

Für die Versuche wurden sowohl gerippte als auch glatte Betonstähle verwendet, welche in Tabelle 3.3 zusammen mit ihren mechanischen Eigenschaften als Mittelwerte der Ergebnisse aus den entnommenen Stahlproben aufgelistet sind. Die mechanischen Eigenschaften wurden in Zugversuchen nach (DIN EN 10002-1:2001) bestimmt.

Die gerippten Betonstähle sollten dabei einem BSt500 nach (DIN 488-1:2009) entsprechen. Die gerippten Betonstähle mit einem Nenndurchmesser  $\phi_s = 6 \text{ mm}$  und  $\phi_s = 10 \text{ mm}$  waren Betonstähle BSt 500A von Ringen

nach (DIN 488-3:2009) und die größeren gerippten Nenndurchmesser waren Betonstabstähle BSt 500B nach (DIN 488-2:2009). Die Rippengeometrie der Stäbe entsprach der (DIN 488-2:2009) bzw. (DIN 488-3:2009).

Das Bauteil VVBV1 wurde mit einem 32 mm GEWI®-Stab der Firma DSI nach (Z- 13.2-3:2002) verbundlos vorgespannt.

Für die Versuche mit glattem Bewehrungsstahl wurden warmgewalzte glatte Rundstähle der Güte S235JR+AR nach (DIN EN 10025-2:2005) bzw. (DIN EN 10027-1:2005) verwendet. Die Oberfläche der Rundstähle wurde bei den Versuchen nicht verändert und war somit mit der Walzhaut überzogen.

 Tabelle 3.3:
 Mechanische Eigenschaften der in den Versuchen verwendeten Betonstähle und Spannstähle

Nr.	Verwendet in	Art	Profil	ø <sub>s</sub>	$A_{\rm s}$	$f_{\rm y} = R_{\rm eH}$	$f_{\rm t} = R_{\rm m}$	Es	$\mathcal{E}_{st} = A_{gt}$
				mm	mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm <sup>2</sup>	%
1	(Schkarlat 2011)	BSt500A	Gerippt	6	28,27	566,7	615,4	205,8	5,3
2	(Zilch et al. 2012a)	BSt500A	Gerippt	6	28,27	528,3	576,6	198,7	2,5
3	(Zilch et al. 2012a)	BSt500B	Gerippt	10	78,5	445,6	572,6	196,6	7,9
4	(Zilch et al. 2012d)	BSt500B	Gerippt	12	113,1	566,0	646,0	206,4	9,8
5	(Zilch et al. 2012a)	BSt500B	Gerippt	16	201,1	510,0	646,5	203,3	12,9
	(Zilch et al. 2012b)								
6	(Zilch et al. 2012a)	BSt500B	Gerippt	20	314,2	513,3	616,2	204,0	13,0
	(Zilch et al. 2012b)								
7	(Zilch et al. 2012a)	Spannstahl	GEWI®	32	804	986,5	1093,5	207,1	9,1
8	(Zilch et al. 2012c)	S235JR +AR	Glatt	10	78,5	375,9	476,2	209,1	30,2
9	(Zilch et al. 2012c)	S235JR +AR	Glatt	16	201,1	304,5	433,9	204,3	33,4
10	(Zilch et al. 2012c)	S235JR +AR	Glatt	20	314,2	344,9	494,6	205,7	28,2

Da die Betonstahlnorm (DIN 488-1:2009) zwar die mechanischen Grenzwerte, wie sie in Tabelle 3.3 angeben sind sowie die Rippengeometrie regelt, jedoch nicht mehr das Herstellverfahren, kann auf die Spannungs-Dehnungs-Linie der Betonstähle nur bedingt zurückgeschlossen werden. Aus diesem Grund sind in Bild 3.4 und Bild 3.5 die Spannungs-Dehnungs-Linie für die verwendeten gerippten und glatten Betonstähle an je einer Probe je Durchmesser dargestellt.



Bild 3.4: Gemessene Spannungs-Dehnungs-Linie der gerippten Betonstähle



Bild 3.5: Gemessene Spannungs-Dehnungs-Linie der glatten Betonstähle

## 3.2.3 CFK-Lamellen

Für die Versuche kamen drei verschiedene CFK-Lamellen - unidirektionale, kohlenstofffaserverstärkte Kunststofflaminate - zum Einsatz. Für die Versuche mit aufgeklebten CFK-Lamellen kamen nach (Z- 36.12-70:2008) allgemein bauaufsichtlich zugelassene Sto S&P CFK-Lamellen 150/2000 mit Nennabmessungen von  $b_L/t_L = 50 \text{ mm/}1.4 \text{ mm}$  und  $b_L/t_L = 100 \text{ mm/}1.4 \text{ mm}$  zum Einsatz. Für die in Schlitzen verklebten Lamellen kam eine nach (Z- 36.12-73:2009) allgemein bauaufsichtlich zugelassene Carboplus<sup>®</sup> 160/2800 CFK-Lamelle mit der Nennabmessung  $b_L/t_L = 20 \text{ mm/}2 \text{ mm}$  zum Einsatz. Alle Lamellen wurden einer Rolle entnommen. Die mechanischen Eigenschaften der CFK-Lamellen wurden entsprechend (DIN EN 2561:1995) an 20 mm breiten Proben in Zugversuchen ermittelt und sind in Tabelle 3.4 zusammengestellt. Für die Versuche mit der Lamelle 50x1,4 wurde zwei verschieden Chargen verwendet, wobei Charge Nr.1 bei den Versuchen im Rahmen von (Zilch et al. 2012b) und (Zilch et al. 2012a) und Charge Nr. 2 bei den Versuchen von (Ellinger 2010), (Schkarlat 2011) und (Zilch et al. 2012c) verwendet wurde.

Da die Spannungs-Dehnungs-Linie abweichend vom unterstellten linear-elastischen Verhalten einen konkaven, verfestigenden Verlauf aufweist, der vornehmlich auf die Ausrichtung von Faserbündeln bei steigenden Zugkräften zurückzuführen ist, wird in (DIN EN 2561:1995) der E-Modul als Sekanten-Modul zwischen 10% und 50% der Bruchspannung definiert.

Nr	Lamelle	b <sub>L</sub>	t <sub>L</sub>	<b>b</b> <sub>L</sub>	t <sub>L</sub>	<i>6</i> L10%	$\sigma_{ m L10\%}$	£L50%	$\sigma_{\! L50\%}$	<i>€</i> LU%	$\sigma_{ m LU\%}$	$E_{\rm L}$
-	-	mm	mm	mm	mm	‰	N/mm <sup>2</sup>	‰	N/mm <sup>2</sup>	‰	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm²
1	50x1.4	50	1,4	49,9	1,4	2,0	307,3	9,2	1536,5	18,0	3073,0	170,8
2	50x1.4	50	1,4	49,9	1,4	1,78	301,6	7,68	1326,9	17,3	3003,3	174,6
3	100x1.4	100	1,4	99,8	1,4	2,0	312,1	9,5	1560,7	18,5	3121,4	168,4
4	20x2	20	2	20,1	2,2	2,2	312,6	9,3	1488,0	19,3	3233,5	165,3

Tabelle 3.4: Mechanische Eigenschaften der in den Versuchen verwendeten CFK-Lamellen

#### 3.2.4 Stahllaschen

Zur Querkraftverstärkung der Versuche in Abschnitt 3.6 und in einem Bauteilversuch in Abschnitt 3.7 wurden Stahllaschen der Güte S235 JR nach (DIN EN 10025-2:2005) bzw. (DIN EN 10027-1:2005) verwendet. Bei den Versuchen mit Querkraftverstärkung wurden die Stahllaschen 40 mm x 5 mm oder 80 mm x 5 mm und bei dem Bauteilversuch wurden die Stahllaschen 150 mm x 10 mm oder 100 mm x 15 mm verwendet. In Tabelle 3.5 sind die mechanischen Eigenschaften der verwendeten Stahlproben zusammengestellt. Der Elastizi-

tätsmodul  $E_s$  wurde neben den anderen mechanischen Kenngrößen an Proportionalproben nach (DIN EN 10002-1:2001) ermittelt.

Lasche	$b_{\rm L}$	t <sub>L</sub>	$f_{\rm y} = R_{\rm eH}$	$f_t = R_m$	$E_{\rm s}$	$\varepsilon_{\rm st}=A_{\rm gt}$
-	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm²	%
40 x 5	40	5	335,6	436,5	205,8	27,6
80 x 5	80	5	375,4	488,3	206,3	27,6
200x10	150	10	295,0	450,3	209,1	18,5
150x15	100	15	256,3	437,0	206,3	20,3

Tabelle 3.5: Mechanische Eigenschaften der in den Versuchen verwendeten Stahllaschen

# 3.2.5 Epoxidharzklebstoff

Zur Verklebung der aufgeklebten CFK-Lamellen wurde der allgemein bauaufsichtlich zugelassene Zweikomponenten-Epoxidharzklebstoff Sikadur 30 DUE nach (Z- 36.12-80:2010) bzw. (DIN EN 1504-4:2005) verwendet. Die in Schlitze verklebten CFK-Lamellen wurden mit dem allgemein bauaufsichtlich zugelassenen Zweikomponenten-Epoxidharzklebstoff MC-DUR 1280 nach (Z- 36.12-79:2009) bzw. (DIN EN 1504-4:2005) eingeklebt. Die Verarbeitung beider Klebstoffe erfolgte gemäß der technischen Merkblätter (MC-Bauchemie 2008; Sika Chemie 2010).

Zu jeder Klebstoffmischung wurden an Prismen mit l/b/h = 160 mm/40 mm/40 mm in Anlehnung an (DIN EN 196-1:2005) die Biegezug- und Druckfestigkeit bestimmt. Diese sind zusammen mit dem jeweiligen Alter der Verklebung in den Versuchsberichten und im Anhang A angegeben. In Tabelle 3.6 sind die mittleren mechanischen Eigenschaften der verwendeten Klebstoffe zusammengefasst. Dabei wurden die Biegezug- und Druckfestigkeiten als Mittel aller Mischungen bestimmt. Der E-Modul in Tabelle 3.6 wurde an drei Prismen als Sekanten-Modul in Anlehnung an (DIN 1048-5:1991) nach zehn Lastwechseln mit der Oberlast von 1/3 der vorher ermittelten Druckfestigkeit bestimmt. Die Haftzugwerte auf Stahl in Tabelle 3.6 wurden an sechs Stahlstempeln des Durchmessers von 20 mm gemäß (DIN EN 1542:1999) bzw. (Z- 36.12-79:2009) bestimmt.

Klebestoff	Rohdichte	Biegezugfestigkeit	Druckfestigkeit	Haftzugfestigkeit auf Stabl	E-Modul
-	g/cm <sup>3</sup>	N/mm²	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	N/mm²
MC-DUR 1280	1,5-1,6	47	77	22	9108
Sikadur 30 DUE	1,75-1,85	58	104	31	13424

Tabelle 3.6: Mittlere mechanische Eigenschaften der in den Versuchen verwendeten Klebstoffe

Den größten Einfluss auf die Klebstofffestigkeit hat die Rohdichte und somit die Luftporen, welche in der Klebstoffmischung durch die Verarbeitung bzw. Herstellung enthalten sind. In Bild 3.6 sind die Druckfestigkeiten aller Klebstoffmischungen, der Versuche in Abhängigkeit der Rohdichte dargestellt. Aus dem Bild lässt sich ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Rohdichte und Festigkeit erkennen.



Bild 3.6: Druckfestigkeit der Klebstoffmischungen in Abhängigkeit der Rohdichte

Bei dem Klebstoff Sikadur 30 DUE wurde in Anlehnung an (DIN EN 12617-1:2003) das Schwinden des Klebstoffes während des Aushärtens gemessen. Nach den (DIN EN 12617-1:2003) wird das Schwinden an winkelförmigen Rinnen mit einem Winkelprofil 30 mm x 4 mm mit einer Länge von 1000 mm bei 70 °C gemessen. Nimmt man nun ein flächenäquivalentes Rechteckprofil mit der gleichen Breite wie die Hypotenuse des Winkelprofils an, so erhält man eine Klebschichtstärke von circa 8 mm, was einen oberen Grenzwert der Klebschichtdicke darstellt, so dass dieser Versuch circa die Verhältnisse am Bauteil abbildet. Da jedoch im Bauteil keine 70 °C herrschen, wurden die Versuche beim Normklima für Kunststoffe nach (DIN EN ISO 291:2008) bei 23 °C und 50 %RH durchgeführt. Die Ergebnisse der Messungen sind in Bild 3.7 dargestellt. Man erkennt, dass man circa eine Schwindverformung von  $\varepsilon_{Gs} = 0.2 \text{ mm/m}$  erreicht. Das technische Merkblatt geht von einer etwa doppelt so großen Schwindverformung von circa 0,4 mm/m aus. Der Unterschied ist wahrscheinlich auf die unterschiedliche Prüftemperatur zurückzuführen.



Bild 3.7: Verkürzung des Klebstoffes in Abhängigkeit der Aushärtezeit

## 3.2.6 Verarbeitung

Die Herstellung der Prüfkörper erfolgte durch das Personal des gemeinsamen Laborbetriebes des Instituts für Baustoffe und Konstruktion der Technischen Universität München.

Bei den Bauteilen mit aufgeklebten CFK-Lamellen wurde an der Unterseite der Bauteile durch Druckluftstrahlen mit trockenem Strahlgut die oberste Zementsteinschicht abgetragen bis der Grobzuschlag sichtbar wurde. Die Seitenflächen wurden an den Stellen der Verklebung für die Stahllaschenwinkel mit einer Nadelpistole so bearbeitet, dass ebenfalls der Grobzuschlag sichtbar war. Nach dem Entstauben und Reinigen der Oberflächen wurden die Stahllaschen bzw. CFK-Lamellen innerhalb der zulässigen Verarbeitungszeit des verwendeten Klebstoffes Sikadur 30 DUE verklebt. Nachdem die Komponenten des Epoxidharzklebstoffes nach Vorgabe des (Sika Chemie 2010) vermischt wurden, wurde auf die Lamellen ie eine dachförmige, im Profil gleichschenklige Klebstoffschicht mit einer Überhöhung in der Lamellenmitte aufgebracht, womit Lufteinschlüsse in der Klebstoffschicht zwischen Betonoberfläche und CFK-Lamelle reduziert werden sollten. Auf die Betonoberfläche wurde eine dünne Klebstoffschicht aufgetragen, um vorhandene Rautiefen und Fehlstellen auszugleichen. Zur Gewährleistung einer konstanten Dicke der Klebstoffschicht wurden Abstandshalter verwendet, woraufhin sich, wie in Bild 3.8 zu sehen ist, eine Schichtdicke von 1-1,5 mm über dem herausstehenden Korn einstellt. Durch ein aufgelegtes Stahlprofil wurde die Ebenheit der CFK-Lamelle gewährleistet (siehe auch Bild 3.9). Um sicher zu stellen, dass tatsächlich nur die angegebene Verbundfläche aktiviert wird, wurde der Bereich um die vorgegebene Verbundfläche auf der Betonoberfläche mit Klebeband abgeklebt, wie in Bild 3.9 zu sehen ist.

CFK-Lamelle

Epoxidharzklebstoff

oberflächenbehandelter Beton 1-1,5 mm

Bild 3.8: Einstellen der Klebstoffdicke durch Abstandshalter





**Bild 3.9:** Einstellen der Klebstoffdicke durch Abstandshalter und Ebenhalten der Klebfläche durch Stahlprofile In jeden Probekörper für die in Schlitzen verklebten CFK-Lamellen wurden drei Schlitze mit einer Tiefe von 22-25 mm und einer Breite von 4 mm mit einer mobilen Betonsäge von der Firma SKB, München, eingeschnitten (Bild 3.10 links). Nachdem die Komponenten des Epoxidharzklebstoffs nach Vorgabe des (MC-Bauchemie 2008) vermischt wurden, wurden diese Schlitze dem für das Kleben von Verstärkungen allgemein bauaufsichtlich zugelassenen Klebstoff MC-DUR 1280 verfüllt. Anschließend wurde die CFK-Lamelle in den Klebstoff eingedrückt.

Die aufgeklebte Querkraftverstärkung wurde aus zwei aufgeklebten Stahllaschenwinkeln gebildet, welche an der Unterseite 158 mm überlappten. Hierbei wurde auf den Endwinkel nach Zulassung verzichtet. Die sich aus der unterschiedlichen Geometrie der Querschnitte mit aufgeklebter und in Schlitzen verklebter CFK-Lamellen ergebenden Abmessungen sind in Bild 3.10 rechts dargestellt.



**Bild 3.10:** Vorbereitung der Bauteile mit in Schlitze verklebten CFK-Lamellen (links) und Anordnung zweier Stahllaschenwinkel zur Querkraftverstärkung der Versuchsquerschnitte (rechts)

Die Klebstoffe wurden in den Räumen des gemeinsamen Laborbetriebs des Instituts für Baustoffe und Konstruktion der Technischen Universität München unter annäherndem Normalklima von 20 °C und 65 %RH verarbeitet und ausgehärtet.

## 3.3 Endverankerungsversuche

#### 3.3.1 Versuche zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung

#### 3.3.1.1 Versuchsprogramm

Da das Verbundverhalten der einbetonierten Bewehrung einen Einfluss auf die Verbundkraftübertragung der CFK-Lamellen am Bauteil hat, wie zum Beispiel auf die Länge der Zwischenrisselemente, wurden im Rahmen dieser Arbeit Ausziehversuche an den verwendeten gerippten und glatten Betonstählen durchgeführt. Diese sind in Anlehnung an (RILEM TC9-RC 1994b) durchgeführt worden. Die Anzahl der durchgeführten Versuche sowie die verschiedenen Parameter sind in Tabelle 3.7 aufgelistet.

	Betonfestigkeit			
Betonstahldurchmesser	C20/25	C40/50		
6 (gerippt)	3	-		
10 (gerippt)	3	-		
12 (gerippt)	3	3		
16 (gerippt)	7	4		
20 (gerippt)	3	3		
10 (glatt)	3	-		
16 (glatt)	3	-		
20 (glatt)	3	-		

Tabelle 3.7: Anzahl und Versuchsparameter der Ausziehversuche nach (RILEM TC9-RC 1994b)

## 3.3.1.2 Versuchsdurchführung

Die Ausziehkörper wurden in sieben Betonierserien liegend erstellt. Die Abmessungen sowie die Verbundlänge, welche vom Durchmesser abhängen, wurden gemäß (RILEM TC9-RC 1994b) bzw. (DIN EN 10080:2005) gewählt und sind in Bild 3.11 dargestellt. Bei den glatten Betonstählen wurde aufgrund des geringen Verbundes von einer verbundfreien Vorlänge abgesehen, um eine exakt definierte längere Verbundlänge zu erhalten.



#### Bild 3.11: Abmessungen der Versuchskörper für die Ausziehversuche

Die Versuche wurden in einer hydraulischen Universalprüfmaschine der Firma Zwick, Ulm, durchgeführt. Dabei wurden die Stäbe weggesteuert mit einer durchmesserabhängigen Geschwindigkeit ausgezogen, um auch das Reibverbundverhalten ermitteln zu können. Die über den Weg geregelte Geschwindigkeit wurde so gewählt, dass die Laststeigerung im ansteigenden Ast der Verbundkraft der Laststeigerung nach (RILEM TC9-RC 1994b) entspricht. Bei jedem Versuch wurden neben der aufgebrachten Kraft der Weg der Maschine sowie der Schlupf des Betonstahls am oberen Ende des Verbundkörpers aufgezeichnet. Ein Foto des Versuchsaufbaus ist in Bild 3.12 dargestellt.



Bild 3.12: Versuchsdurchführung der Ausziehversuche

## 3.3.2 Versuche zum Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung

## 3.3.2.1 Versuchsprogramm

Um die Grundwerte des Verbundes der aufgeklebten CFK-Lamellen am idealisierten Endverankerungspunkt zu bestimmen, wurden sechs Versuche an Doppellaschenkörpern gemäß Bild 3.13 links durchgeführt, welche in Tabelle 3.8 aufgelistet sind. Obwohl sich in der Literatur zahlreiche Versuche mit CFK-Lamellen am Endverankerungspunkt finden, waren diese sechs Versuche nötig, da für die verwendete Systemkombination aus Beton, Lamelle und Klebstoff keine Werte vorlagen.

Bezeichnung	Betonmischung	<b>b</b> <sub>L</sub>	t <sub>L</sub>	l <sub>Lb</sub>	Optische <sup>9</sup> Messung
-	-	mm	mm	mm	-
DLK 20-1	C20/25	50	1,4	880	Pontos
DLK 20-2	C20/25	50	1,4	880	Pontos
DLK 20-3	C20/25	50	1,4	880	Aramis
DLK 40-1	C40/50	50	1,4	880	Aramis
DLK 40-2	C40/50	50	1,4	880	Aramis
DLK 40-3	C40/50	50	1,4	880	Aramis

 Tabelle 3.8:
 Im Forschungsvorhaben durchgeführte Endverankerungsversuche an Doppellaschenkörpern

## 3.3.2.2 Versuchsdurchführung

Zur Ermittlung der Verbundbruchenergie der verwendeten Kombination aus Beton, Klebstoff und CFK-Lamellen wurden sechs Verbundversuche an Doppellaschenkörpern durchgeführt.

Die Verbundversuche wurden gemäß den Empfehlungen von (Zilch, Niedermeier 2008) durchgeführt.

Als Probekörper dienten sogenannte Doppellaschenkörper, welche beidseitig mit CFK-Lamellen der Abmessungen 50 mm x 1,4 mm verklebt waren. Die Probekörper hatten einen quadratischen Querschnitt und wurden durch ein Rissblech in einen oberen und einen unteren Teil getrennt. Die Abmessungen sind in Bild 3.13 dargestellt. Im Versuch wurde die CFK-Lamelle im oberen Teil aktiv angepresst, so dass ein Verbundversagen nur im unteren Teil des Probekörpers auftrat, welcher eine verbundfreie Vorlänge von 100 mm und eine Verbundlänge von 880 mm hatte.

Die Versuchskörper wurden kontinuierlich weggesteuert mit einer Geschwindigkeit von 0,01 mm/s in einer servohydraulischen Prüfmaschine der Firma Zwick, Ulm bis zum Bruch belastet. Bei allen Versuchskörpern wurden die Verschiebungen und Dehnungen von der einen Seite optisch gemessen, wodurch die Verschiebungen und Dehnungen flächig bestimmt werden konnten. Ein weiterer Vorteil dieser Messmethode ist, dass die Verschiebungen der Lamelle, welche normal zur Ebene des Probekörpers auftraten, bestimmt werden konnten. Weitere Informationen zur dieser Messmethode finden sich zum Beispiel in (Finckh 2009a) und (Scheufler, Zilch 2009)

Zusätzlich wurde auf der zweiten Seite die Dehnung mit acht Dehnmesstreifen und die Verschiebung zwischen Beton und Lamelle am lastseitigen Beginn der Verbundlänge mit zwei Wegaufnehmern gemessen.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Pontos : Optisches Messverfahren mit definierten Messmarken Aramis: Optisches Messverfahren mit vollflächiger Oberflächenbemusterung



Bild 3.13: Abmessungen der Probekörper (Doppellaschenkörper) und der Versuchsaufbau für die idealisierten Endverankerungsversuche im Foto

## 3.4 Versuche am idealisierten Zwischenrisselement

## 3.4.1 Allgemeines

Um die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement zu klären, wurden im ersten Schritt Verbundversuche am idealisierten Zwischenrisselement durchgeführt. In der ersten Serie wurden kraftgeregelte Versuche in ähnlicher Weise durchgeführt wie sie bereits (Thorenfeldt 2001) und (Seim, Schilde 2004) durchgeführt hatten. Der wesentliche Unterschied zwischen der Versuchsdurchführung in der Serie 1 und der Versuchsserie von (Seim, Schilde 2004) ist die Belastungsgeschichte. In den Versuchen von (Seim, Schilde 2004) wurde an den Zwischenrisselementen erst die Lamellengrundspannung symmetrisch aufgebracht. Erst danach wurde eine Lamellenkraftdifferenz aufgebracht. Diese Lastaufbringung entspricht nicht der Belastungsgeschichte, die bei einem üblichen Biegebauteil auftritt. Deshalb wurde in der Serie 1 die Lamellenkraftänderung zusammen mit der Lamellengrundspannung kontinuierlich gleichzeitig gesteigert, wie dies auch bei den Versuchen von (Thorenfeldt 2001) der Fall war. Da jedoch der Versuchsumfang von (Thorenfeldt 2001) äußerst gering war und somit viele Parameter nicht untersucht wurden, war es auch aufgrund von anderen Kritikpunkten an den Versuchsserien (vgl. Zilch et al. 2012b) nötig, die eigenen Versuche in der Serie 1 durchzuführen.

Neben den Versuchen in der Serie 1 wurden im Rahmen der Masterarbeit von (Ellinger 2010) sechs Tastversuche mit einem etwas geänderten Prüfaufbau durchgeführt, bei welchen die Kraft weggeregelt aufgebracht wurde und eine verbundfreie Vorlänge zur Vermeidung eines Ausbruchs einer gesamten Betonecke auf jeder Seite der Zwischenrisselemente eingefügt wurde.

Ein Überblick über die unterschiedlichen Versuchsaufbauten mit ihrer Belastungsgeschichte zeigt Bild 3.14.





#### 3.4.2 Serie 1

#### 3.4.2.1 Durchgeführte Versuche

Es wurden Versuche mit drei unterschiedlichen Betonfestigkeiten und zwei unterschiedlichen Risselementlängen durchgeführt. Desweiteren wurde in den Versuchen das Verhältnis der Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  an den beiden Rissufern variiert.  $F_1$  ist dabei die Kraft am Riss mit der höheren Beanspruchung und  $F_2$  die Kraft am Riss mit der niedrigeren Beanspruchung. Alle Versuche am idealisierten Zwischenrisselement sind in Tabelle 3.9 zusammengestellt.

Bezeichnung	s <sub>r</sub>	Beton	Verhältnis <i>F</i> <sub>1</sub> / <i>F</i> <sub>2</sub>	Optische Messung
-	mm	-	-	-
ZRE-200-40-1-1	200	C40/50	2,00	Pontos
ZRE-200-40-1-2	200	C40/50	1,99	Pontos
ZRE-300-20-2-1	300	C20/25	1,79	Pontos
ZRE-200-20-2-3	200	C20/25	1,71	Pontos
ZRE-200-20-2-4	200	C20/25	1,22	Pontos
ZRE-300-20-3-1	300	C20/25	1,04	Pontos
ZRE-200-20-3-2	200	C20/25	1,62	Pontos
ZRE-200-20-3-3	200	C20/25	1,62	Pontos
ZRE-200-20-3-4	200	C20/25	1,06	Pontos
ZRE-300-20-4-1	300	C20/25	1,02	Pontos
ZRE-200-20-4-2	200	C20/25	1,02	Pontos
ZRE-200-20-4-3	200	C20/25	1,70	Pontos
ZRE-200-20-4-4	200	C20/25	2,87	Pontos
ZRE-300-20-5-1	300	C20/25	1,16	Pontos
ZRE-200-20-5-3	200	C20/25	1,02	Pontos
ZRE-200-20-5-4	200	C20/25	1,71	Aramis
ZRE-300-20-6-1	300	C20/25	1,06	Pontos
ZRE-200-20-6-2	200	C20/25	1,37	Pontos
ZRE-200-20-6-3	200	C20/25	1,37	Pontos
ZRE-200-20-6-4	200	C20/25	1,02	Aramis
ZRE-300-20-7-1	300	C20/25	1,02	Pontos
ZRE-200-20-7-2	200	C20/25	1,68	Pontos

 Tabelle 3.9
 In der Serie 1 durchgeführte Versuche am idealisierten Zwischenrisselement

Bezeichnung	s <sub>r</sub>	Beton	Verhältnis F <sub>1</sub> / F <sub>2</sub>	Optische Messung
-	mm	-	-	-
ZRE-200-20-7-3	200	C20/25	1,02	Pontos
ZRE-200-20-7-4	200	C20/25	1,03	Pontos
ZRE-300-40-8-1	300	C40/50	1,10	Aramis
ZRE-200-40-8-2	200	C40/50	1,10	Pontos
ZRE-200-40-8-3	200	C40/50	1,11	Pontos
ZRE-200-40-8-4	200	C40/50	1,04	Pontos
ZRE-300-12-9-1	300	C12/15	1,05	Pontos
ZRE-200-12-9-2	200	C12/15	1,57	Pontos
ZRE-200-12-9-3	200	C12/15	1,56	Pontos
ZRE-200-12-9-4	200	C12/15	1,04	Pontos
ZRE-300-12-10-1	300	C12/15	1,98	Pontos
ZRE-200-12-10-2	200	C12/15	1,05	Pontos
ZRE-200-12-10-3	200	C12/15	1,04	Pontos
ZRE-200-12-10-4	200	C12/15	1,56	Pontos

## 3.4.2.2 Versuchsdurchführung

Zur Ermittlung des Verbundverhaltens am Zwischenrisselement wurden 38 Versuche am idealisierten Zwischenrisselement durchgeführt.

Bei diesen Versuchen wird ein Betonkörper beidseitig mit CFK-Lamellen der Abmessungen 50 mm x 1,4 mm verklebt. An beiden Enden wird so lange mit unterschiedlichen Kräften gezogen, bis es zu einer vollständigen Ablösung der CFK-Lamelle kommt.

In Bild 3.15 ist der Versuchsaufbau schematisch dargestellt. In der Mitte des Versuchsaufbaus befindet sich der Betonkörper, welcher das Zwischenrisselement darstellen soll und beidseitig mit CFK-Lamellen verklebt ist.

Die Enden der Lamellen wurden mittels Verschraubung an zwei Stahlbauteile geklemmt. An diesen Klemmvorrichtungen setzten die Hydraulikzylinder an, welche sich auf ein Stahlwiderlager stützten, das am Versuchsunterbau befestigt war. Somit konnten in die Lamellen unterschiedliche Kräfte eingebracht werden. Da sich die Hydraulikzylinder auf ein Widerlager stützten, wurde nur die Differenzkraft der beiden Kräfte in den Betonkörper als Druckkraft eingebracht. Bild 3.15 zeigt ein Foto des Versuchsaufbaus. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen wurde darauf geachtet, dass auch die Belastungsgeschichte der Versuche aufgrund einer proportionalen Steuerung der beiden Kräfte der Hydraulikzylinder mit der Belastungsgeschichte im Bauteil übereinstimmt.





**Bild 3.15:** Schematischer Aufbau der Versuche am idealisierten Zwischenrisselement der Serie 1 und Foto dieses Versuchsaufbaus

#### 3.4.2.3 Messtechnische Ausrüstung

Alle Versuche wurden kraftgesteuert mit zwei 30 t Hydraulikzylindern kontinuierlich zu Bruch gefahren. Dabei wurden die Kräfte mit einer Steuerung der Firma National Instruments, Austin (Texas), geregelt. Zur Messung der Kräfte der Hydraulikzylinder wurden zwei 200 kN Kraftmessdosen C6 der Firma HBM, Darmstadt, verwendet. Auf Grundlage der Messwerte dieser Kraftmessdosen wurde der Versuchsstand geregelt. Zusätzlich wurde an jeder Lamelle ein Feindehnungsmesser DD1 der Firma HBM, Darmstadt angeklemmt, um Kraftunterschiede in den Lamellen quantifizieren zu können. Zur Messung der Dehnungen sowie der Verschiebung am Zwischenrisselement selbst wurde die eine Seite des Körpers mittels optischer 3-D-Verformungsmessung der Firma GOM, Braunschweig, gemessen. Die andere Seite wurde mit Dehnmessstreifen ausgerüstet. Zusätzlich wurden die Verschiebungen zwischen Beton und Lamelle mit induktiven Wegaufnehmern gemessen. Die Messeinrichtungen der Zwischenrisselementversuche ist in Bild 3.16 schematisch dargestellt.





## 3.4.3 Serie 2

## 3.4.3.1 Durchgeführte Versuche

Im Rahmen der Masterarbeit von (Ellinger 2010) wurden insgesamt sechs Verbundversuche am idealisierten Zwischenrisselement durchgeführt. Diese sollten die bereits durchgeführten Versuche aus Serie 1 ergänzen. Die Versuche wurden alle mit den gleichen Abmessungen, der gleichen Betonrezeptur und der gleichen Lamellengeometrie durchgeführt. Die entsprechenden Werte sind der Tabelle 3.10 zu entnehmen. Die Versuchsaufbauten wurden variiert. Zwei Versuche, ZRE-2 und ZRE-3, wurden ohne Kraftdifferenz mit dem Aufbau A und die restlichen vier Versuche wurden mit einer geringen Differenz von ca. zehn Prozent der Grundlast mit dem Aufbau B geprüft.

Bezeichnung	<i>s</i> <sub>r</sub>	Beton	Verbundfreie Vorlänge	Lamelle	Versuchsaufbau
-	mm	-	mm	mm x mm	-
ZRE-1	200	C20/25	50	50x1,4	Aufbau B
ZRE-2	200	C20/25	50	50x1,4	Aufbau A
ZRE-3	200	C20/25	50	50x1,4	Aufbau A
ZRE-4	200	C20/25	50	50x1,4	Aufbau B
ZRE-5	200	C20/25	50	50x1,4	Aufbau B
ZRE-6	200	C20/25	50	50x1,4	Aufbau B

 Tabelle 3.10
 In der Serie 2 durchgeführte Versuche am idealisierten Zwischenrisselement

Bei den Versuchen am idealisierten Zwischenrisselement wurden jeweils zwei CFK-Lamellen auf einen Betonquader mit den Abmessungen 240 mm x 240 mm x 300 mm verklebt. Die Länge des Verbundes der CFK-Lamellen betrug dabei auf beiden Seiten des Quaders 200 mm. Um ein Ausbrechen eines Betonbruchkeils am Ende der Verbundlänge zu vermeiden, wurde eine verbundfreie Vorlänge von 50 mm auf beiden Seiten des Verbundes angeordnet. Die Versuche wurden so lange belastet, bis es zu einer vollständigen Ablösung der Lamelle kam.

## 3.4.3.2 Aufbau A

Für die Versuche ZRE-2 und ZRE-3 wurde das idealisierte Zwischenrisselement mittig zwischen zwei HEB 240 Profile eingebaut und die Lamellen mittels einer verschraubten Stahlplatte an diese angepresst. Anschließend wurde der gesamte Versuch in eine servohydraulische Prüfmaschine der Firma Zwick, Ulm, eingebaut. Der gesamte Aufbau wurde in der Prüfmaschine unten gehalten und am oberen Ende gezogen. Durch eine kardanische Aufhängung des gesamten Aufbaus in der Maschine kommt es zu einer gleich großen Kraft in beiden Lamellen. Da an beiden Seiten der Lamelle die gleichen Kräfte herrschten, war auch die Spannung an allen Rissufern des Zwischenrisslementes gleich groß. Der Versuchsaufbau A der Serie 2 ist in Bild 3.17 abgebildet.

Der Versuch wurde so lange belastet, bis es zum vollständigen Versagen des Verbundes kam und sich die Lamelle auf der gesamten Länge abgelöst hatte, oder sich ein Zugversagen der Lamelle einstellte. Ein Problem des Versuches war jedoch, dass es bei sehr hohen Lamellenspannungen zu einem Schlupf der Lamelle in der Verankerung der beiden HEB Profile kam. Zu diesem Zeitpunkt war jedoch die Lamelle schon in Teilen entkoppelt, so dass eine Überprüfung des Verbundgesetzes mithilfe der in der Masterarbeit von (Ellinger 2010) durchgeführten Simulation möglich war.





**Bild 3.17:** Schematischer Aufbau der Versuche am idealisierten Zwischenrisselement der Serie 2 A und Foto dieses Versuchsaufbaus

#### 3.4.3.3 Aufbau B

Bei den Versuchen ZRE-1, -4, -5 und -6 wurde zusätzlich zu dem vorher beschriebenen Aufbau A noch eine Konstruktion aus Gewindestangen und einer Tellerfeder auf einer Seite des Betonquaders angeordnet, um so eine Differenzkraft in den Betonkörper einleiten zu können. Die Konstruktion hält den Betonquader mit Hilfe der Feder elastisch zurück. So wird eine mit dem Verformungsweg steigende Kraft in den Betonquader eingeleitet. Für den Aufbau B kam eine Tellerfeder mit den Abmessungen 150 mm x 71 mm x 8 mm nach (DIN 2093:2006) zum Einsatz. Um die gewünschte geringe Lamellenkraftänderung zu erhalten, muss die Federsteifigkeit der Tellerfeder mit der Steifigkeit des oberen Teils der Lamelle im Verhältnis  $k_{\text{Feder}}/k_{\text{Lamelle}} = \Delta F/F$  stehen. Um sicher zu gehen, dass die Feder richtig gewählt ist, wurde die Last-Verformungs-Linie der Feder zuvor in einer Prüfmaschine überprüft. Der Versuchsaufbau B der Serie 2 ist in Bild 3.18 abgebildet.

Es wurde darauf geachtet, dass sowohl die Grundlast und die Differenzkraft bei null starten und mit unterschiedlichen Steigungen ansteigen, um so die tatsächliche Belastungsgeschichte möglichst genau abbilden zu können.





**Bild 3.18:** Schematischer Aufbau der Versuche am idealisierten Zwischenrisselement der Serie 2 B und Foto dieses Versuchsaufbaus

#### 3.4.3.4 Messtechnische Ausrüstung

Die Versuche wurden in einer servohydraulischen Prüfmaschine der Firma Zwick, Ulm, weggesteuert mit einer Prüfgeschwindigkeit von 0,01 mm/s bis zum vollständigen Versagen des Verbundes belastet. Gemessen wurden in allen Versuchen die Lamellendehnung mittels Dehnmessstreifen (DMS) und die Verschiebungen am Rissufer der Lamelle mittels Wegaufnehmern.

Bei den Dehnungsmessungen wurde ein DMS in der Mitte der Lamelle und jeweils zwei DMS kurz nach dem Ende der Verbundlänge in der verbundfreien Vorlänge angeordnet. Die schematische Anordnung der DMS ist in Bild 3.19 dargestellt. Mit dieser Anordnung kann an dem wichtigsten Punkt des Verbundes die Dehnung der Lamelle gemessen werden und mit den DMS in der verbundfreien Vorlänge auf die Lamellenkräfte zurückgeschlossen werden.



**Bild 3.19:** Messtechnische Ausrüstung der Versuche am idealisierten Zwischenrisselement der Serie 2 und schematische Anordnung der Dehmessstreifen

Zusätzlich zu den DMS wurden noch an jeder Lamelle zwei Wegaufnehmer zur Messung des Lamellenschlupfes angebracht. Diese waren am Ende des jeweiligen Verbundes so angeordnet, dass ihre Spitze auf einem auf die Lamelle aufgeklebten Aluminiumwinkel auflag. Der Wegaufnehmer selbst wurde an dem Betonquader befestigt. So konnten die Verschiebungen der Lamelle gegen den Beton gemessen werden. Die gesamte eingeleitete Kraft bzw. der eingeleitete Weg wurden ebenfalls durch die Prüfmaschine erfasst.

# 3.5 Versuche am Zwischenrisselement im Bauteil

## 3.5.1 Durchgeführte Versuche

Um das Verbundverhalten am Bauteil zu klären, wurden Verbundversuche am Zwischenrisselement im Bauteil durchgeführt. Hierbei wurden an den Bauteilen mehrere Versuche durchgeführt. In einem Versuch wurde ein Bereich aus vier bis fünf Zwischenrisselementen geprüft, danach wurden weitere Bereiche geprüft, bis das Bauteil eine Schädigung erreicht hatte, ab welcher weitere Versuche nicht aussagekräftig gewesen wären. Die durchgeführten Versuche an den verschiedenen Bauteilen sind in Tabelle 3.11 in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter aufgelistet. So wurden zwei Bauteile mit Plattenquerschnitt (VVP1 und VVP3) geprüft. Desweiteren wurden drei Balken (VVBS1, VVBS2 und VVBV1) geprüft, von denen einer (VVBV1) vorgespannt war.

Bez.	Beton	b	h	Längs- bewehrung	Anzahl Versuche	Vorspannung	Verstärkung	Optische Messung
-	-	mm	mm	-	-	-	-	-
VVBS1	C20/25	200	450	2Ø16	4	Nein	Feldbereich	Pontos
VVBS2	C20/35	200	450	2Ø16	3	Nein	Feldbereich	Pontos
VVBV1	C40/50	200	450	2Ø16 +	2	Ja	Feldbereich	Pontos
				1Ø32				
VVP1	C20/25	500	200	4Ø10	3	Nein	Feldbereich	Pontos
VVP3	C20/25	500	200	4Ø10	3	Nein	Feldbereich	Pontos

Tabelle 3.11: Durchgeführte Versuche am Zwischenrisselement am Bauteil

Die Versuchsergebnisse, die Bewehrungspläne sowie die Beschreibung des Versuchsverlaufs jedes einzelnen Versuches finden sich in (Zilch et al. 2012b) wieder.

## 3.5.2 Probekörper und Versuchsaufbau

Zur Bestimmung der Verbundkraftübertragung am Bauteil wurden Dreipunktbiegeversuche an sieben Bauteilen mit einem speziellen Versuchskonzept durchgeführt, so dass mehrere Bereiche geprüft werden konnten. Bei diesem Versuchskonzept, welches in Bild 3.20 dargestellt ist, werden immer verschiedene Bereiche am Träger untersucht, im restlichen Träger wird eine Verbundschädigung der Lamelle durch einen aktiven Anpressdruck verhindert. Der Anpressdruck wurde durch Stahlprofile, welche mit Gewindestangen verbunden waren, aufgebracht. Die Gewindestangen M20 zwischen den Stahlprofilen wurden definiert mit einem Drehmoment von 200 Nm vorgespannt, um eine Vorschädigung dieses Bereiches zu vermeiden. Um punktuelle schädigende Spannungsspitzen in der Lamelle zu verhindern, wurden Elastomerlager zwischen Anpressvorrichtung und Lamelle gelegt. Nach der Durchführung eines Versuches wurde in dem geprüften Bereich die Lamelle angepresst und in einem anderen Bereich wurde die Anpressvorrichtung abgenommen, um diesen Bereich prüfen zu können. In der Regel konnten so drei bis vier Bereiche pro Bauteil geprüft werden. Danach hatte das Bauteil eine so große Schädigung, dass weitere Versuche nicht möglich bzw. sinnvoll waren. Ein geprüfter Bereich beinhaltet zwischen vier und fünf Zwischenrisselemente, welche durch Biegerisse getrennt wurden, die entweder durch Rissbleche induziert wurden oder von selber entstanden. Von diesen vier bis fünf Zwischenrisselementen waren jedoch immer die äußersten Zwischenrisselemente des geprüften Bereiches von den Anpressvorrichtungen beeinflusst, so dass in der Regel nur zwei bis drei Risselemente für die Modellbildung herangezogen werden können. Die Abmessungen der geprüften Bereiche und die Abstände der Risselemente zu den Anpressvorrichtungen sind bei den einzelnen Versuchen in (Zilch et al. 2012b) angegeben. Da am Auflager ein Anpressen mit den Anpressvorrichtungen geometrisch nicht möglich war, wurden bei diesen Versuchen die Lamellen über das Auflager geführt und somit verankert. Auf die Prüfergebnisse hat dies keinen Einfluss, da in den Versuchen das Verhalten am Zwischenrisselement geprüft werden sollte. Bei einer Prüfung des Endverankerungsversagens wäre die Verankerung der Lamelle über das Auflager hinweg allerdings nicht zielführend. Eine Prüfung am Endverankerungspunkt ist jedoch mit diesen Versuchen nicht angestrebt worden, da hierzu schon zahlreiche Untersuchungen vorliegen.





## 3.5.3 Messtechnische Ausrüstung

Alle Versuche wurden weggesteuert mit einem 80 t Hydraulikzylinder belastet. Dabei wurde der Weg servohydraulisch mit einer Steuerung der Firma National Instruments geregelt. Bei allen Versuchen wurde die Klebefläche des zu prüfenden Bereiches komplett mittels optischer Deformationsmessung mit dem System PONTOS der Firma GOM gemessen. Diese Messtechnik kann berührungslos und flächig die Verschiebungen in alle Raumrichtungen bestimmen, was den Vorteil bietet, die Verschiebungen immer am geometrisch entscheidenden Punkt auswerten zu können und zusätzlich Effekte zu beobachten, die durch konventionelle Messverfahren nur schwierig zu erfassen sind.

Zusätzlich zu der optischen Messung wurde auch konventionelle Messtechnik zur Messung der Kraft, der Lamellendehnung, der Durchbiegung sowie der Betonstauchung eingesetzt. Die Dehnungen der Lamelle wurden mittels Dehnmessstreifen (DMS) der Firma TML zum Abgleich des optischen Messsystems gemessen. Einen Überblick über die Messtechnik zeigt Bild 3.21.



Bild 3.21: Schematische und fotografische Darstellung der Messtechnik am Zwischenrisselement am Bauteil

## 3.6 Querkraftversuche

## 3.6.1 Durchgeführte Versuche

Neben den Verbundversuchen wurden auch Querkraftversuche mit Betonbauteilen, welche durch aufgeklebte und in Schlitzen verklebte CFK-Lamellen verstärkt wurden, durchgeführt. Dabei wurden sowohl die Betonfestigkeit, die Verbundeigenschaften der inneren Betonstahlbewehrung als auch die Verstärkung variiert. Bei den Versuchen wurde auch der Abstand der Lamelle vom Auflager variiert, um den Einfluss dieses Abstandes auf die Tragfähigkeit zu ermitteln sowie die Ausbildung eines sogenannten Versatzbruches zu erreichen. An einem Bauteil wurden immer mindestens zwei Versuche durchgeführt. Insgesamt wurden somit an 11 Bauteilen 23 Versuche durchgeführt. Die durchgeführten Versuche sind in Tabelle 3.12 aufgelistet. In der Bezeichnung in Tabelle 3.12 kennzeichnet der vierte Buchstabe die Verstärkungsart des Bauteils, wobei A für aufgeklebte CFK-Lamellen, E für in Schlitze verklebte CFK-Lamellen und R für den unverstärkten Referenzversuch steht. Die letzte Ziffer steht für die Nummer des Versuches am Bauteil.

Zwei Bauteile, welche mit glattem Betonstahl bewehrt wurden, dienten als Referenzbauteile, bei welchem jeweils eine Trägerhälfte ohne Verstärkung ausgeführt wurde

Bez.	Beton/	Abstand der	Schub-	CFK- Lamelle			Bauteilquerschnitt			
	Betonstahl	Lamelle vom Auflager	laschen	$b_{\mathrm{L}}$	Lagen	Anzahl	h x b			
-	-	mm	-	mm	-	-	mm x mm			
	Aufgeklebte CFK-Lamellen									
QVBA1-1	C20/25 Gerippt	Über das Auf- lager geführt	Ja	50	2	1	Balken (450 x 200)			
QVBA1-2	C20/25 Gerippt	Über das Auf- lager geführt	Ja	50	2	1	Balken (450 x 200)			
QVBA2-1	C40/50 Gerippt	Über das Auf- lager geführt	Nein	50	2	1	Balken (450 x 200)			
QVBA2-2	C40/50 Gerippt	100	Ja	50	2	1	Balken (450 x 200)			
QVPA1-1	C20/25 Gerippt	100	Nein	100	2	2	Platte (200 x 500)			
QVPA1-2	C20/25 Gerippt	Über das Auf- lager geführt	Nein	100	2	2	Platte (200 x 500)			
QVPA1-3	C20/25 Gerippt	geklemmt	Nein	100	2	2	Platte (200 x 500)			
QVBA3-1	C20/25 Glatt	Über das Auf- lager geführt	Nein	50	1	3	Balken (450 x 200)			
QVBA3-2	C20/25 Glatt	150	Nein	50	1	3	Balken (450 x 200)			

Tabelle 3.12: Durchgeführte Querkraftversuche

Bez.	Beton/	Abstand der	Schub-	CFK- Lamelle			Bauteilquerschnitt	
	Betonstahl	Lamelle vom Auflager	laschen	$b_{\mathrm{L}}$	Lagen	Anzahl	h x b	
-	-	mm	-	mm	-	-	mm x mm	
QVBR1-1	C20/25	-	Nein	-	-	-	Balken	
	Glatt						(450 x 200)	
QVBA4-2	C20/25	250	Nein	50	1	3	Balken	
(QVBR1-2)	Glatt						(450 x 200)	
QVPA2-1	C20/25	Über das Auf-	Nein	100	1	3	Platte	
	Glatt	lager geführt					(200 x 500)	
QVPA2-2	C20/25	150	Nein	100	1	3	Platte	
	Glatt						(200 x 500)	
QVPR1-1	C20/25		Nein	-	-	-	Platte	
	Glatt						(200 x 500)	
QVPA4-2	C20/25	150	Nein	100	1	2	Platte	
(QVPR1-2)	Glatt						(200 x 500)	
In Schlitze verklebte CFK-Lamellen								
QVBE1-1	C20/25		Nein	20	-	3	Balken	
	Gerippt						(450 x 200)	
QVBE1-2	C20/25		Ja	20	-	3	Balken	
	Gerippt						(450 x 200)	
QVBE2-1	C40/50		Nein	20	-	3	Balken	
	Gerippt						(450 x 200)	
QVBE2-2	C40/50		Ja	20	-	3	Balken	
	Gerippt						(450 x 200)	
QVBE3-1	C20/25	Über das Auf-	Nein	20	-	4	Balken	
	Glatt	lager geführt					(450 x 200)	
QVBE3-2	C20/25	150	Nein	20	-	4	Balken	
	Glatt						(450 x 200)	
QVPE1-1	C20/25	Über das Auf-	Nein	20	-	9	Platte	
	Glatt	lager geführt					(200 x 500)	
QVPE1-2	C20/25	150	Nein	20	-	9	Platte	
	Glatt						(200 x 500)	

Die Versuchsergebnisse, die Bewehrungspläne sowie die Beschreibung des Verlauf jedes einzelnen Versuches finden sich in (Zilch et al. 2012a) und (Zilch et al. 2012c) wieder.

## 3.6.2 Probekörper und Versuchsaufbau

Zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit wurde ein Dreipunktbiegeversuch durchgeführt, wie er schematisch in Bild 3.22 dargestellt ist. Die geometrischen Abmessungen sowie die Schubspannweite a/h sind in Tabelle 3.13 zusammengestellt.





Bezeichnung	$l_0$	l	b	h	a	a/h
	mm	mm	mm	mm	mm	-
QVBA1-1	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBA1-2	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBA2-1	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBA2-2	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBE1-1	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBE1-2	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBE2-1	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVBE2-2	3700	4300	200	450	1230	2,78
QVPA1-1	3700	4300	500	200	600	3
QVPA1-2	3700	4300	500	200	600	3
QVPA1-3	3700	4300	500	200	1500	7,5
QVBA3-1	4000	4400	200	450	1230	2,78
QVBA3-2	4000	4400	200	450	1230	2,78
QVBE3-1	4000	4400	200	450	1230	2,78
QVBE3-2	4000	4400	200	450	1230	2,78
QVBR1-1	4000	4400	200	450	1230	2,78
QVBA4-2	4000	4400	200	450	1230	2,78
QVPA2-1	4000	4400	500	200	600	3
QVPA2-2	4000	4400	500	200	600	3
QVPE1-1	4000	4400	500	200	600	3
QVPE1-2	4000	4400	500	200	600	3
QVPR1-1	4000	4400	500	200	600	3
QVPA4-2	4000	4400	500	200	600	3

 Tabelle 3.13
 Geometrische Abmessungen der Versuche

An einem Träger wurden im Regelfall zwei Versuche an den gegenüberliegenden Enden des Bauteils durchgeführt. Bei der Platte QVPA1 wurden jedoch drei Versuche durchgeführt. Ein Versagen oder eine Vorschädigung des ungeprüften Bereiches wurde durch Stahlprofile, welche mit Gewindestangen verbunden waren und somit als externe Bügel wirkten, verhindert. Der Versuchsaufbau mit den extern aufgeschraubten Stahlprofilen ist in Bild 3.23 schematisch dargestellt. Die Gewindestangen M 20 zwischen den Stahlprofilen wurden definiert mit einem Drehmoment von 200 Nm vorgespannt, um eine Vorschädigung dieses Bereiches zu vermeiden.

Der Abstand des ungeprüften Bereiches, in dem externe Bügel angeordnet wurden, betrug immer 300 mm zum Hydraulikzylinder. Nach dem Versuch wurden die Position des Hydraulikzylinders verändert und die Stahlprofile ummontiert.





#### 3.6.3 Messtechnische Ausrüstung

Die Versuche mit gerippter Bewehrung, welche im Rahmen von (Zilch et al. 2012a) durchgeführt worden sind, wurden weggesteuert mit einem 80 t Hydraulikzylinder zu Bruch gefahren. Dabei wurde der Weg servohydraulisch mit einer Steuerung der Firma National Instruments geregelt. Die Versuche mit glattem Betonstahl, welche im Rahmen von (Zilch et al. 2012c) durchgeführt worden sind, wurden druckgeregelt mit einem 60 t Hydraulikzylinder zu Bruch gefahren. Bei allen Versuchen wurde eine Seitenfläche komplett mittels optischer Deformationsmessung mit den Systemen PONTOS oder ARAMIS der Firma GOM gemessen. Diese Messtechnik kann berührungslos und flächig die Verschiebungen in alle Raumrichtungen bestimmen, was den Vorteil bietet, die Verschiebungen immer am geometrisch entscheidenden Punkt auswerten zu können und zusätzlich Effekte zu beobachten, die durch konventionelle Messverfahren nur schwierig zu erfassen sind.

Zusätzlich zu der optischen Messung wurde auch konventionelle Messtechnik zur Messung der Kraft und der Lamellendehnungen bzw. Laschendehnungen eingesetzt. Die Dehnungen der Lamelle wurden mittels Dehnmessstreifen (DMS) der Firma TML, Tokyo bestimmt. Einen Überblick über die Messtechnik zeigt Bild 3.24.



**Bild 3.24:** Schematische Darstellung der Messtechnik und fotografische Darstellung der optischen Messung

# 3.7 Bauteilversuche

## 3.7.1 Durchgeführte Versuche

Im Rahmen der Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2012b, Zilch et al. 2012c, Zilch et al. 2012d) und der Bachelorarbeit von (Schkarlat 2011) wurden insgesamt vier Bauteilversuche an Einfeldträgern und vier Bauteilversuche an Zweifeldträgern durchgeführt. Diese Bauteilversuche hatten die Zielsetzung, unterschiedliche bauteilspezifische Effekte auf die Tragfähigkeit von mit geklebter Bewehrung verstärkten Stahlbetonbauteilen zu untersuchen. So sollte in den beiden Versuchen im Rahmen des Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2012b) im Wesentlichen die Übertragbarkeit der Bemessungsansätze aus den Verbundversuchen auf das Bauteil überprüft werden.

Die drei Bauteilversuche im Rahmen der Bachelorarbeit von (Schkarlat 2011) hatten die Zielsetzung, den Einfluss von Bewehrungsabstufungen und Gleichlasten auf die Verbundkraftübertragung zu untersuchen. Des Weiteren sollte mit diesen Versuchen der Einfluss des Versatzmaßes bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung untersucht werden.

Bei den Bauteilversuchen an zwei Zweifeldträgern im Rahmen von (Zilch et al. 2012c) sollte der Fall simuliert werden, dass unter einem weit gespannten Einfeldträger nachträglich in der Feldmitte eine Stütze eingezogen wird. Somit hatten die zu prüfenden Platten keinerlei Stützmomentenbewehrung außer der geklebten Bewehrung. Damit konnte die direkte Wirkungsweise der geklebten Bewehrung ohne wesentlichen Einfluss der einbetonierten Bewehrung auf die verschiedenen Tragmechanismen im kritischen Bereich von Stützmomenten untersucht werden.

Im Rahmen des Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2012d) wurde anhand eines Zweifeldträgers mit zwei unterschiedlichen Stahllaschen untersucht, ob eine hohe Druckstauchung im Bereich der Endverankerung von sehr steifen Stahllaschen im Stützmomentenbereich einen Einfluss auf die Tragfähigkeit hat.

## 3.7.2 Probekörper und Versuchsaufbau

Insgesamt wurden acht Bauteilversuche mit unterschiedlichen Versuchsaufbauten und Bauteilen durchgeführt. Eine Übersicht über die Bauteilversuche mit ihren Abmessungen, Systemen und Versuchsaufbauten ist in Tabelle 3.14 enthalten.

Bezeichnung	Bericht	System	Versuch	lo	a	Bauteilquerschnitt. <i>h</i> x <i>b</i>
-		_		mm	mm	mm x mm
BV1 (VVBS2)	(Zilch et al. 2012b)	Einfeld	3-Punkt	3700	1850	Balken (450 x 200)
BV2 (VVP2)	(Zilch et al. 2012b)	Zweifeld	ZFT-Versuch	2000	1050	Platte (200 x 500)
BV3 (VVP4)	(Schkarlat 2011)	Einfeld	Exzentrischer 4-Punkt	4000	800	Platte (160 x 500)
BV4 (VVP5)	(Schkarlat 2011)	Einfeld	Exzentrischer 4-Punkt	4000	800	Platte (160 x 500)
BV5 (VVP6)	(Schkarlat 2011)	Einfeld	6-Punkt	4000	800	Platte (160 x 500)
BV6 (QVPA3)	(Zilch et al. 2012c)	Zweifeld	ZFT-Versuch	3000	1500	Platte (200 x 500)
BV7 (QVPE2)	(Zilch et al. 2012c)	Zweifeld	ZFT-Versuch	3000	1500	Platte (200 x 500)
BV8 (VVPS)	(Zilch et al. 2012d)	Zweifeld	ZFT-Versuch	3000	1500	Platte (200 x 500)

 Tabelle 3.14:
 Übersicht über die Abmessungen der Bauteilversuche

Bei den acht Bauteilversuchen wurde vier verschiedene Versuchsaufbauten wie sie in Bild 3.23 dargestellt sind verwendet:

- Zweifeldträgerversuche: Bei den Versuchen an Zweifeldträgern wurden die beiden gleichlangen Felder des Träger jeweils mit der gleichen Einzellast im Abstand von *a* nach Tabelle 3.14 belastet. Der Abstand *a* war im Bereich der Mitte eines Feldes.
- Exzentrische 4-Punkt-Biegeversuche: Bei diesen Versuchen wurde ein Einfeldträger durch zwei gleich große Einzellasten exzentrisch belastet, mit dem Ziel im Bereich der Belastung einen möglichst gleichlastaffinen Verlauf des Momentes und der Querkraft zu erhalten.
- 3-Punkt-Biegeversuch: Bei diesem Versuch wurde ein Einfeldträger mittig mit einer Last belastet.

 6-Punkt-Biegeversuch: Bei diesem Versuch wurde ein Einfleldträger mit vier Einzellasten symmetrisch belastet um ähnlich wie beim exzentrischen 4-Punkt Biegeversuche einen gleichlastaffinen Verlauf des Momentes und der Querkraft zu erhalten.





Die Bauteile hatten unterschiedliche Abmessungen, wie sie in Tabelle 3.14 aufgelistet sind, unterschiedliche Bewehrungsmengen und Anordnungen der geklebten und einbetonierten Bewehrung. Die Menge und Art der inneren Bewehrung ist in Tabelle 3.15 aufgelistet. Die Bauteile BV1 bis BV6 wurden alle mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkt. Das Bauteil BV7 wurde mit neun in Schlitze verklebten CFK-Lamellen im Bereich der Stützmomente verstärkt und das Bauteil BV8 wurde im Bereich der Stützmomente je Feld mit einer unterschiedlichen Stahllasche verstärkt. Die Menge und Art der geklebten Bewehrung ist ebenfalls in Tabelle 3.15 aufgelistet. Die Beschreibung der Ereignisse beim Versuch finden sich in den einzelnen Versuchsberichten, welche in Tabelle 3.14 aufgelistet sind.

Bez.	Beton	Abstand	Feld-	Stütz-	Stütz- Querkraft-		CFK- L	amel	le/
		le <sup>10</sup>	beweinung	beweinung	beweinung	<b>b</b> <sub>L</sub>		<i>n</i> <sup>11</sup>	Art <sup>12</sup>
-	-	mm	-	-	-	mm	mm	-	-
BV1 (VVBS2)	C20/25		2Ø16 (gerippt) + Lamelle	-	Ø10/20 (gerippt)	100	1,4	1	ACL
BV2 (VVP2)	C40/50	100	4Ø20 (gerippt)	4Ø10 (gerippt) + Lamelle	-	100	1,4	2	ACL
BV3 (VVP4)	C20/25	100	6Ø6 (gerippt; abgestuft) + Lamellen	-	-	50	1,4	2	ACL
BV4 (VVP5)	C20/25	100	6Ø6 (gerippt; abgestuft) + Lamelle	-	-	50	1,4	1	ACL
BV5 (VVP6)	C20/25	370/350	6Ø6 (gerippt; abgestuft) + Lamellen	-	-	50	1,4	2	ACL
BV6 (QVPA3)	C20/25	300	6Ø16 (glatt; abgestuft)	Lamellen	-	100	1,4	3	ACL
BV7 (QVPE2)	C20/25	300	6Ø16 (glatt; abgestuft)	Lamellen	-	20	2	9	ECL
BV8 (VVPS)	C20/25		4Ø12 (gerippt)	5Ø12 (gerippt) + Lasche	-	100/ 150	15/ 10	1	ASL

 Tabelle 3.15:
 Übersicht über die einbetonierte und geklebte Bewehrung der Bauteilversuche

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Abstand der Lamelle zum Endauflager bzw. zur Lasteinleitung bei den Zweifeldträgern

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> n= Anzahl der Lamellen

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Art der Verstärkung: ACL = aufgeklebte CFK-Lamelle; ECL = in Schlitze verklebte CFK-Lamelle; ASL = aufgeklebte Stahllaschen

## 3.7.3 Messtechnische Ausrüstung

Die Versuchskörper wurden druckgesteuert mit einem Hydraulikpendel zu Bruch gefahren. Die Kräfte wurden hierbei mit Kraftmessdosen gemessen, die jeweils zwischen den Hydraulikzylindern und den zur gleichmäßigen Verteilung der Last über den Querschnitt benötigten verfüllten Stahlhohlprofilen angebracht waren. Bild 3.26 zeigt ein Foto des Aufbaus der Lastaufbringung.

Bei allen Versuch wurden das Gesamtrissbild und die Durchbiegung im Versuchsbereich mit dem optischen Messsystem GOM Aramis gemessen. Zusätzlich waren an mehreren aussagekräftigen Orten Wegaufnehmer zur Messung der vertikalen Verformung der Bauteile angebracht. Die Dehnungen der Lamellen bzw. Laschen wurden im zu prüfenden Bereich mit Hilfe von zahlreichen Dehnmessstreifen (DMS) gemessen. Außerdem wurden die Versuche und die Lamellen im Bereich des erwarteten Versagens mit einer Videokamera gefilmt. Eine Übersicht über die messtechnische Ausrüstung ist in Bild 3.26 am Beispiel des Bauteilversuchs BV 5 abgebildet.



**Bild 3.26:** Schematische Darstellung der Messtechnik und fotographische Darstellung der Bemusterung für die optisch Messung am Beispiel des Bauteilversuchs BV 5

# 4 Grundlagen der Modellbildung

# 4.1 Allgemeines

# 4.1.1 Abgrenzung

Im Rahmen dieser Arbeit wird nur das Tragverhalten von mit geklebter Bewehrung verstärkten Betonbauteilen unter statischer Kurzzeitbelastung betrachtet. Aus diesem Grund werden die zeitabhängigen Effekte wie:

- Kriechen des Betons unter Druck (vgl. z.B. Rüsch et al. 1968; Grasser, Kraemer 1985)
- Kriechen des Betons unter Zugbelastung (vgl. z.B. Heilmann et al. 1969; Kordina et al. 2000)
- Verbundkriechen der aufgeklebten Bewehrung (vgl. z.B. Wu, Diab 2007; Meshgin et al. 2007; Mazzotti, Savoia 2007, Mazzotti, Savoia 2005)
- Verbundkriechen der einbetonierten Bewehrung (vgl. z.B. Franke 1976)
- Verbundkriechen der in Schlitze verklebten Bewehrung (vgl. z.B. Borchert 2009)

nicht betrachtet bzw. vernachlässigt. Ebenfalls wird nicht auf die Dauerstandfestigkeit der Verstärkung, wie sie von (Franke, Deckelmann 2003) und (Ladner et al. 1990) untersucht wurde, eingegangen. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass das Schwinden des Betons in den zu verstärkenden Bauteilen bereits abgeschlossen ist und wird deshalb ebenfalls nicht berücksichtigt.

Bei den Verstärkungssystemen werden im Regelfall Klebstoffe auf Epoxidharzbasis verwendet. Diese verändern ab einer bestimmten Temperatur, dem Beginn des Glasübergangsbereiches (vgl. DIN EN 12614:2005), welcher circa 20-30 °C über der Aushärtetemperatur liegt (vgl. Hülder et al. 2006), ihre mechanischen Eigenschaften wesentlich. Durch die Veränderung der mechanischen Eigenschaften des Klebstoffes wird auch das Gesamttragverhalten der geklebten Bewehrung beeinflusst, wie sie zum Beispiel von (Borchert 2009) und (Palmieri et al. 2011) für in Schlitze verklebte Bewehrung und von (Branco et al. 2003) und (Klamer 2009) für aufgeklebte Bewehrung untersucht wurden. Deshalb wird bei der Modellierung des Tragverhaltens ebenfalls davon ausgegangen, dass die Bauteile unter der Beanspruchung der statischen Kurzzeitbelastung keinen erhöhten Temperarturen ausgeliefert sind.

## 4.1.2 Versuchsauswertung und Bildung von charakteristischen Werten

In dieser Arbeit wird bei der Versuchsauswertung und der Bildung von charakteristischen Werten anlog vorgegangen wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011). In der Arbeit wird wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) für verschiedene Nachweise unterschiedlich vorgegangen. Im Folgenden werden die drei verschiedenen verwendeten Vorgehensweisen aufgezeigt, sowie die entsprechenden Nachweise und Quellen aufgelistet.

 Verfahren, bei welchen die Festigkeiten direkt in einen Nachweis eingehen (z.B. DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 6.1: Biegung mit oder ohne Normalkraft und Normalkraft allein) Bei einem Nachweis in welchem die Festigkeitsgrößen direkt in ein mechanisches Modell eingehen werden die charakteristischen Festigkeiten bzw. der Bemessungswert der Festigkeit direkt in den Nachweis eingesetzt. Das zugrundeliegende mechanische Modell wurde jedoch nicht an Versuchen kalibriert sonder lediglich überprüft.

Dieses Verfahren wird im Rahmen dieser Arbeit lediglich bei der Nachrechnung der Versuche in Abschnitt 8 im Bezug auf den Biegenachweis verwendet.

2. Verfahren welche auf Bauteilversuchen beruhen und bei welchen die Festigkeiten indirekt eingeht (z.B. DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 6.2: Querkraft; Abschnitt 6.4: Durchstanzen). Aufgrund von Versuchsdatenbanken wurden semi-empirische Gleichungen festgelegt. Diese Gleichungen wurden so überprüft, dass mit diesen Bauteilversuchen ein 5% Quantil erreicht wird. Für eine einheitliche Bemessung werden in den semiempirischen Gleichungen in der Norm dann jedoch die charakteristischen Festigkeiten eingesetzt. Bei der Überprüfung wird im Regelfall die aus den Versuchen bekannten Mittelwerte der Festigkeit der zu den Bauteilversuchen zugehörigen Begleitversuchen auf eine äquivalente charakteristische Festigkeit umgerechnet<sup>13</sup>. (vgl. Hegger et al. 1999; Reineck et al. 2005). Dieses Verfahren wird im Rahmen dieser Arbeit im Rahmen der Überprüfung der Querkraftansätze in Abschnitt 6 verwendet.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> In (Hegger et al. 1999; Reineck et al. 2005) wird zur Umrechnung  $f_{ck} = f_{cm}$ -4 N/mm<sup>2</sup> verwendet. Dies wird auch in dieser Arbeit so durchgeführt.

3. Verfahren, bei welchen die Festigkeiten indirekt in eine aus Kleinversuchen ermittelte Größe eingehen (DIN EN 1992-1-1:2011 Verbundfestigkeiten in Abschnitt 8). Mithilfe von zahlreichen Versuchen wird eine neue Festigkeitsgröße z.B. Verbundfestigkeit über eine Korrelation aus der Betonfestigkeit beschrieben. Zur Ermittlung eines charakteristischen Wertes wird dann auf Grundlage der Stichprobenanzahl und des Mittelwerts für die verwendete Betonfestigkeit ein 5% Quantil bestimmt. Dies ist für die Verbundfestigkeiten in Abschnitt 8 der DIN EN 1992-1-1 zum Beispiel im (fédération internationale du béton 1999a, fédération internationale du béton 1999b) beschrieben. Dieses Verfahren ist auch in der (DIN EN 1990:2010) Anhang D.7 geregelt.

Dieses Verfahren wird bei der Auswertung der Verbundversuche in Abschnitt 4 und 5 verwendet.

Das letzt genannte Verfahren, welches zu der Verbundversuche in Abschnitt 4 und 5 verwendet wird, stellt die zentrale Vorgehensweise bei der Ermittlung von charakteristischen Werten in dieser Arbeit dar. Aus diesem Grund wird diese im Folgenden nochmals wiedergeben. Der bei der der Auswertung angegebene Mittelwert stellt das reine arithmetische Mittel gemäß Gleichung (4.1).

$$x_{\rm m} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_1 + \dots + x_n}{n}$$
(4.1)

Zur Ermittlung des charakteristischen Werts wird das Verfahren der (DIN EN 1990:2010) Anhang D.7 unter Annahme einer Normalverteilung verwendet. Dies entspricht bis auf marginale Abweichungen auch den Empfehlungen von (DIBt 1986). Der charakteristische Wert wird hierbei in Abhängigkeit Stichprobenanzahl n, der Standardabweichung  $\sigma_x$  und des Mittelwertes mit Gleichung (4.2) bestimmt. Der Faktor  $k_n$  nach Tabelle 4.1 berücksichtigt dabei die Stichprobenanzahl und somit die Aussagewahrscheinlichkeit.

$$x_{\rm k} = x_{\rm m} - k_{\rm n} \cdot \sigma_{\rm x} \tag{4.2}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - x_m)^2}{(n-1)}}$$
(4.3)

**Tabelle 4.1:** Werte  $k_n$  für charakteristische Werte (5-%-Fraktile) gemäß (DIN EN 1990:2010)

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	$\infty$
k <sub>n</sub>	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

#### 4.2 Materialverhalten

#### 4.2.1 Beton

#### 4.2.1.1 Allgemeines

Da es sich beim Werkstoff Beton um eine Mischung aus Zement, Zuschlägen, Wasser und eventuellen Zusatzmitteln handelt, werden die Eigenschaften sowohl durch die Ausgangsstoffe als auch durch die Mischung beeinflusst. Im Rahmen dieser Arbeit ist an vielen Stellen die idealisierte mechanische Beschreibung des Werksstoffes Beton im erhärteten Zustand nötig. Die mechanischen Eigenschaften des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Betons wurden so weit möglich anhand von zahlreichen Begleitversuchen bestimmt. Bei den zur Nachrechnung verwendeten Versuchen sowie im Falle einer Bemessung liegen im Regelfall nicht so umfangreiche Untersuchungen zum Beton vor. Im Weiteren wird auf die für die Bemessung bzw. Nachrechnung benötigten mechanischen Eigenschaften des Betons eingegangen und die für die Bemessung und Nachrechnung verwendeten Annahmen angegeben, wobei im Regelfall die in der (DIN EN 1992-1-1:2011) allgemein anerkannten Annahmen bzw. Formulierungen verwendet werden. Falls diese jedoch für die Beschreibung des Tragverhaltens verstärkter Betonbauteile nicht ausreichend sind, werden diese im Weiteren ergänzt bzw. abgeändert.

Im Rahmen dieser Arbeit wird von Normalbeton im Bereich der Festigkeitsklassen C12/15 - C50/60 gemäß (DIN EN 206-1:2001) in Verbindung mit (DIN 1045-2:2008) ausgegangen. Alle angegeben Beziehungen sowie die erarbeiteten Verbundgesetze gelten deshalb nur für diese Betone. Für eine Anwendung der im Rahmen dieser Arbeit erarbeiteten Ansätze auf Faserbetone, Schwerbetone, Leichtbetone, Porenbetone oder höher feste Betone etc. sind deshalb weitere Untersuchungen erforderlich.

#### 4.2.1.2 Beton unter Druckbeanspruchung

Im Rahmen dieser Arbeit ist im Wesentlichen das Verhalten von Beton unter einachsiger Beanspruchung von Interesse. Das Verhalten von Beton unter zwei- und dreiachsiger Beanspruchung, wie es zum Beispiel von (Kupfer 1973; Rogge 2003) untersucht wird, wird in dieser Arbeit nicht betrachtet bzw. vernachlässigt, da es bei den im Wesentlichen betrachteten einachsigen Biegeverstärkungen nur an einzelnen Stellen, wie

zum Beispiel der Lasteinleitung, zur mehrachsigen Beanspruchung des Betons kommt. Aus diesem Grund wird im Weiteren nur auf die einachsige Festigkeit und die einachsige Spannungs-Dehnungs-Beziehung eingegangen.

#### Einachsige Druckfestigkeit

Im Rahmen der Arbeit wird wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) davon ausgegangen, dass die Betonfestigkeit ( $f_{cm}$  bzw.  $f_{ck}$ ) durch die Zylinderfestigkeit, bestimmt an 150 mm/300 mm Zylindern gemäß (DIN EN 12390-1:2001) ausreichend genau beschrieben wird. In (Reineck et al. 2005) wird darauf hingewiesen, dass diese Zylinderdruckfestigkeit gemäß (Rüsch et al. 1968) und (Grasser 1968) etwa 5 % höher ist als die tatsächliche Festigkeit, welche an schlanken Prismen ermittelt wurde. Da sich jedoch die hier erstellten Bemessungsansätze auf die (DIN EN 1992-1-1:2011) beziehen sollen, wird dieser Effekt nicht berücksichtigt.

Im Gegensatz zur (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) wird bei der Versuchsauswertung und Versuchsnachrechnung die Betondruckfestigkeit nicht aufgrund des Faktors  $\alpha_{ct}$  abgemindert, welcher neben dem Einfluss des Dauerstandes auch die Abweichung der Zylinderdruckfestigkeit von der Festigkeit im tatsächlichen Bauwerk berücksichtigt (vgl. Zilch, Zehetmaier 2010). Die Abminderung auf Grund des Dauerstandes (vgl. Rüsch et al. 1968) ist bei den hier durchgeführten und nachgerechneten statischen Kurzzeitversuchen nicht erforderlich. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass aufgrund der Herstellung der Probekörper im Labor bzw. im Fertigteilwerk die Zylinderdruckfestigkeit auch der Festigkeit im Bauwerk entspricht und eine Abminderung, wie sie zum Beispiel von (Henzel, Grube 1966) vorgeschlagen wurde, nicht erforderlich ist.

Im Rahmen der Bemessung einer Verstärkungsmaßnahme sollte der Abminderungsfaktor  $\alpha_{ct}$  jedoch berücksichtigt werden, auch wenn die Festigkeit gemäß (DIN EN 13791:2008) am Bestandsbauwerk ermittelt wurde, da nicht davon ausgegangen werden kann, dass eine Reduktion aufgrund des Dauerstandes bereits eingetreten ist.

Da im Rahmen dieser Arbeit Versuche aus der Literatur nachgerechnet bzw. ausgewertet werden, ist es unter Umständen nötig, die an Würfeln bzw. Zylindern mit anderen Abmessungen ermittelten Werte umzurechnen. Dies wird im Rahmen dieser Arbeit mit der Gleichung (4.4) durchgeführt, dabei werden die Werte  $k_{c,conv}$  gemäß Tabelle 4.2 verwendet, welche im Wesentlichen auf (Reineck et al. 2005) beruhen. An dieser Stelle sei drauf hingewiesen, dass neben den hier verwendeten Umrechnungsfaktoren auch zahlreiche andere Umrechnungsfaktoren zur Verfügung stehen (vgl. z.B. Rüsch et al. 1969; Schickert 1981; Rogge 2003), welche sich teilweise von den hier verwendeten Umrechnungsfaktoren unterscheiden, was darauf hinweist, dass eine Umrechnung auch abhängig von der Betonzusammensetzung ist. Auf eine Umrechnung aufgrund der Lagerbedingungen (vgl. Grübel et al. 2001) wird verzichtet, da diese im Regelfall die gleichen wie bei den Versuchskörpern waren oder nicht dokumentiert wurden.

$$f_{\rm c} = k_{\rm c,conv} \cdot f_{\rm c,spec} \tag{4.4}$$

Prüfkörper	Abmessungen	k <sub>c,conv</sub>
Würfel	300 mm	0,92
	200 mm	0,83
	150 mm	0,79
	100 mm	0,71
Zylinder	150 mm /300 mm	1,00
	100 mm /200 mm	0,92
	70 mm /150 mm	0,90
	120 mm/360 mm	1,00

Tabelle 4.2:	Umrechnungsfaktoren der verschiedenen Prüfkörper

#### Spannungs-Dehnungs-Linie

Zur Beschreibung des Betons unter Druckbeanspruchung wird zum Beispiel zur Ermittlung der Höhe der Biegedruckzone bzw. zur Ermittlung der Spannungsverteilung in der Biegedruckzone neben der einachsigen Betondruckfestigkeit auch der Zusammenhang zwischen der Dehnung und der Spannung in Form einer Spannungs-Dehnungs- bzw. Arbeitslinie des Betons benötigt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird im Regelfall das für die Bemessung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 3.1.7 vorgesehene Parabel-Rechteckdiagramm gemäß Gleichung (4.5) verwendet, wobei bei der Nachrechnung der Versuche immer der Mittelwert für die Betondruckfestigkeit verwendet wird ( $f_c = f_{cm}$ ).

$$\sigma_{\rm c} = \begin{cases} f_{\rm c} \cdot \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm c2}} \right)^n \right) & \text{für } 0 \le \varepsilon_{\rm c} \le \varepsilon_{\rm c2} \\ f_{\rm c} & \text{für } \varepsilon_{\rm c2} \le \varepsilon_{\rm c} \le \varepsilon_{\rm cu2} \end{cases}$$
(4.5)

Da in dieser Arbeit nur normalfeste Betone bis C50/60 betrachtet werden, kann hier n = 2,  $\varepsilon_{c2} = -2,0$  mm/m und  $\varepsilon_{cu2} = -3,5$  mm/m gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) verwendet werden.

Falls eine genauere Betrachtung der Verformungen bzw. der Druckdehnungen erforderlich ist, wird die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Linie gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 3.1.6 verwendet:

$$\sigma_{\rm c} = f_{\rm c} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \tag{4.6}$$

Die entsprechenden Größen können gemäß der (DIN EN 1992-1-1:2011) mit den Gleichungen (4.7) bis (4.9) bestimmt werden.

$$\eta = \frac{\varepsilon_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm c1}} \tag{4.7}$$

$$\varepsilon_{\rm c1} = 0.7 \cdot f_{\rm c} \cdot {}^{0.31}$$
 (4.8)

$$k = \frac{E_{\rm c0} \cdot \left|\varepsilon_{\rm c1}\right|}{f_{\rm c}} \tag{4.9}$$

Der E-Modul wird im Rahmen dieser Arbeit wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) als Sekante zwischen dem Nullpunkt und 40 % der Druckfestigkeit betrachtet. Falls keine anderen Werte vorliegen, wird dieser gemäß der (DIN EN 1992-1-1:2011) berechnet. Eine genauere Betrachtung über die Gesteinskörnung gemäß (Deutscher Ausschuss für Stahlbeton 2010) oder (Model Code 2010-1:2010) ist aufgrund der meist unbekannten Gesteinskörnung der nachgerechneten Versuche im Regelfall nicht möglich. Der in Abschnitt 3.2.1 geprüfte Wert für den E-Modul, welcher nach zehn Lastwechseln als Sekante zwischen 0,5 N/mm<sup>2</sup> und 33% der Druckfestigkeit bestimmt wurde, wird ebenfalls als Sekantenmodul gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) angesehen.

$$E_{\rm cm} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{\rm cm}}{10}\right)^{0.3} \tag{4.10}$$

Der Tangentenmodul, welcher für die Gleichung (4.9) benötigt wird, ergibt sich nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) zu:

$$E_{\rm c0} = 1,05 \cdot E_{\rm cm} \tag{4.11}$$

Einen Vergleich des Parabel-Rechteckdiagramms gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 3.1.7 mit der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Linie gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 3.1.6 zeigt Bild 4.1.



Bild 4.1: Vergleich des Parabel-Rechteckdiagramms mit der nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Linie

Da im Rahmen dieser Arbeit die Belastung der Versuche nicht in Stufen erfolgte, sondern kontinuierlich gesteigert wurde, sind die Kriecheffekte, welche sich aus der zu den Begleitversuchen unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeit ergeben und die gemäß (DIN EN 12390-3:2009) zwischen 0,2 N/(mm<sup>2</sup>·s) und 1 N/(mm<sup>2</sup>·s) durchgeführt werden sollen, äußerst gering und werden deshalb vernachlässigt. Da in nahezu allen Versuchen aus der Literatur, welche zur Nachrechnung herangezogen werden, ebenfalls die Belastungsgeschwindigkeit unbekannt ist, werden diese Kriecheffekte, welche nach (Rasch 1962) zu einer völligeren Spannungs-Dehnungs-Linie führen würden, hier ebenfalls vernachlässigt.

## 4.2.1.3 Beton unter Zugbeanspruchung

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Zugfestigkeit direkt für die Bestimmung des Rissbildes sowie für das Verbundverhalten der aufgeklebten Bewehrung benötigt. Bei anderen Tragmechanismen hat die Zugfestigkeit zwar ebenfalls einen Einfluss, wird jedoch in der Regel indirekt über Korrelationen erfasst. Das Verformungsverhalten des Betons unter Zug ist im Rahmen dieser Arbeit von geringerer Bedeutung, da die Risse hier diskret abgebildet werden.

Im Weiteren wird kurz auf die für die weitere Modellierung benötigten Kenngrößen des Betons unter Zugbeanspruchung eingegangen.

## Zentrische Zugfestigkeit

Die zentrische Zugfestigkeit beschreibt als zentrale Größe die direkte Zugfestigkeit des Betons. Da diese versuchstechnisch schwierig zu bestimmen ist, werden im Regelfall Spalt- und Biegezugversuche durchgeführt, durch die über entsprechende Korrelationen wieder auf die zentrische Zugfestigkeit umgerechnet werden kann. Falls im Rahmen der Versuchsnachrechnung keine Kenngröße für die Zugfestigkeit vorlag, wird diese mithilfe der Relation von (Heilmann 1969) über die Druckfestigkeit des Betons bestimmt. Mit einer Umrechnung von Würfeldruckfestigkeit auf die Zylinderdruckfestigkeit erhält man für diese Relation die folgende Gleichung:

$$f_{\rm ctm} = 0.26 \cdot f_{\rm cm}^{2/3} \tag{4.12}$$

Diese Beziehung ist in ähnlicher Form auch in der (DIN EN 1992-1-1:2011) enthalten.

## Biegezugfestigkeit

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Biegezugfestigkeit zur Bestimmung des Rissbildes benötigt. Von besonderem Einfluss auf die Biegezugfestigkeit ist die Größe, insbesondere die Höhe, eines Biegebalkens. So nimmt mit steigender Balkenhöhe die Biegezugfestigkeit ab und nähert sich bei sehr großen Balkenhöhen der zentrischen Zugfestigkeit (vgl. Müller, Reinhardt 2009). Dieser Effekt wird in der Literatur als "Size Effect" bzw. Maßstabseinfluss bezeichnet (vgl. Bazant, Kim 1984). Im Wesentlichen lassen sich die zur Berechnung der Biegezugfestigkeit des Beton zur Verfügung stehenden Ansätze in zwei Kategorien unterteilen:

- Mit Berücksichtigung des größten Korns der verwendeten Gesteinskörnung (Jahn 1983; Reineck 1990)
- Ohne Berücksichtigung des größten Korns der verwendeten Gesteinskörnung (Mayer 1967; Noakowski 1988; CEB/FIP :1993; Model Code 2010-1:2010; DIN EN 1992-1-1:2011)

Vergleicht man nun die verschiedenen Relationen mit dem Mittelwert der Biegezugprüfungen für den hier verwendeten Beton C20/25, so ergibt sich das Bild 4.2.



**Bild 4.2:** Vergleich der Biegezugfestigkeit des verwendeten Betons mit der verschiedenen Ansätzen zur Berechnung der Biegezugfestigkeit

Man erkennt, dass die Relationen, welche den Einfluss des größten Korns der verwendeten Gesteinskörnung nicht berücksichtigen, die hier geprüften Betone besser beschreiben. Im Rahmen dieser Arbeit wird deshalb, als eine Vereinfachung des (CEB/FIP :1993)-Ansatzes der Ansatz der (DIN EN 1992-1-1:2011) gewählt.

$$f_{\rm ctm,fl} = (1,6 - h/1000) \cdot f_{\rm ctm} \ge f_{\rm ctm}$$
 (4.13)

Da im Rahmen der hier durchgeführten Versuche sowie in weiteren Versuchen die Oberflächenzugfestigkeit und im Regelfall nicht die zentrische Zugefestigkeit bestimmt wurde, wird angenommen, dass zur Berechnung der Biegezugfestigkeit ebenfalls die Oberflächenzugfestigkeit herangezogen werden kann.

$$f_{\rm ctm,fl} = (1,6 - h/1000) \cdot f_{\rm ctm,surf} \ge f_{\rm ctm,surf}$$
 (4.14)

#### Oberflächenzugfestigkeit

Im Rahmen einer Verstärkungsmaßnahme mit aufgeklebter Bewehrung (vgl. Z- 36.12-70:2008; DAfStb-RiLi VBgB:2011) wie auch bei einer Instandsetzungsmaßnahme (vgl. DAfStb-RiLi SIB:2001; ZTV-ING :2007<sup>14</sup>) muss die Oberflächenzugfestigkeit bestimmt werden. Zur Prüfung der Oberflächenzugfestigkeit stehen verschiedene Vorschriften zur Verfügung (vgl. z.B. Mann 2011). Im Rahmen einer Verstärkungsmaßnahme hat sich das in der (DIN EN 1542:1999) beschriebene Prüfverfahren als geeignet herausgestellt. Allerdings wird auch in der (DIN EN 1542:1999) der Einfluss der Vorbehandlung der Oberflächen sowie der Einfluss des zur Prüfung verwendeten Klebstoffes nicht betrachtet. Aus Laborversuchen ist bekannt, dass gerade bei niedrigfesten Betonen, welche ein nicht so dichtes Gefüge haben, die Wahl des Klebstoffes das Prüfergebnis im Mittel um bis zu 20 % verändern kann. So führt ein Klebstoff auf Epoxidharzbasis meist zu einem höheren Prüfergebnis als die schneller erhärtenden Klebstoffe auf Polymethylmetacrylatbasis (PMMA-Kleber) und Polyurethanbasis (PU-Kleber). Neben dem Klebstoff kann auch die Oberflächenbehandlung, durch welche teilweise das Betongefüge der oberflächennahen Betonschicht leicht geschädigt wird, das Ergebnis der Oberflächenzugfestigkeitsprüfung beeinflussen.

Für eine wirklichkeitsnahe Abschätzung der Oberflächenzugfestigkeit, welche als Eingangsbasis für den Verbund der aufgeklebten Bewehrung dient, sollte deshalb die Oberflächenzugfestigkeit immer mit dem gleichen Klebstoff wie die Verstärkungsmaßnahme und auf einer Oberfläche, die wie die Oberfläche für die Verstärkungsmaßnahme vorbehandelt wurde, durchgeführt werden.

Im Rahmen der Nachrechnung von Versuchen aus der Literatur ist in einigen Versuchsberichten die Oberflächenzugfestigkeit des Betons nicht bestimmt bzw. dokumentiert worden. (Niedermeier 2001) stellt fest, dass im Rahmen des hier betrachteten Normalbetons die Oberflächenzugfestigkeit im Mittel der zentrischen Zugfestigkeit entspricht, welche ebenfalls nach Relation von (Heilmann 1969) bestimmt werden kann. (Niedermeier 2001) stellt jedoch auch einen erheblichen Einfluss der Lage der Fläche zur Betonierrichtung fest. So hat die Betonierunterseite die höchste und die Einfüllseite die niedrigste Oberflächenzugfestigkeit. Bei den Versuchen, bei welchen die Oberflächenzugfestigkeit nicht vorlag, wird diese gemäß Gleichung (4.15) aus der zentrischen Zugfestigkeit bestimmt.

$$f_{\rm ctm,surf} = k_{\rm surf} \cdot f_{\rm ctm} \tag{4.15}$$

Der Faktor  $k_{surf}$  beschreibt dabei den Einfluss der Oberfläche auf die Zugfestigkeit. Dieser Faktor wurde aus den hier durchgeführten Versuchen im Mittel zu den Werten nach Tabelle 4.3 ermittelt. Diese Werte stellen jedoch nur Anhaltswerte dar, die im Rahmen der Versuchsnachrechnung verwendet werden. Bei der Ausführung einer Verstärkungsmaßnahme sollte jedoch, wie bereits beschrieben und durch die Vorschriften festgelegt, die Zugfestigkeit immer an der zu verstärkenden Oberfläche bestimmt werden.

Oberfläche	Vorbehandlung	k <sub>surf</sub>
Schalunterseite	beliebig	1,0
Schalseite	beliebig	0,9
Oberseite/Abziehseite	beliebig	0,7

 Tabelle 4.3:
 Berücksichtigung des Einflusses der Oberfläche bei der Versuchsnachrechnung

#### 4.2.2 Betonstahl

Bei den hier durchgeführten Versuchen wurden sowohl kaltverformte wie auch warmgewalzte Betonstähle verwendet. Für die Nachrechnung der Versuche wurden die in Abschnitt 3.2.2 ermittelten Streckgrenzen  $f_{sym} = R_{eH}$  und Elastizitätsmoduli  $E_m$  verwendet. Als Beziehung zwischen der Betonstahldehnung und der sich daraus ergebenden Spannung werden die Spannungs-Dehnungs-Linien der (DIN EN 1992-1-1:2011) mit den ermittelten Werten aus Abschnitt 3.2.2 benutzt. Dabei wird sowohl für den warmgewalzten Betonstahl als auch für den kaltverformten Betonstahl eine ideal elastisch-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Teil 3 Massivbau; Abschnitt 4: Schutz und Instandsetzung von Betonbauteilen

angenommen. Auf eine Betrachtung mit einer ideal elastisch-plastisch verfestigenden Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird verzichtet, da die Verfestigung im Bereich der maximalen Dehnung der geklebten Bewehrung im Allgemeinen gerade bei warmgewalzten Betonstählen relativ gering ist.

Die maximale Dehnung des Betonstahls wird bei der Nachrechnung und Bemessung wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) mit  $\varepsilon_{su} = 25 \text{ mm/m}$  festgelegt, um den Rechenaufwand und die Eingabeparameter etwas zu begrenzen. Die Grenze von  $\varepsilon_{su} = 25 \text{ mm/m}$  ist bei der Berechnung der Kräfte des verstärkten Querschnitts im Rahmen dieser Arbeit ausreichend, da die hier verwendeten CFK-Lamellen eine Bruchdehnung von  $\varepsilon_{Lu} \leq 20 \text{ mm/m}$  besitzen und somit selbst bei einer hohen Vordehnung des Bauteils die maximale Dehnung des Betonstahls von  $\varepsilon_{su} = 25 \text{ mm/m}$  nicht erreicht wird.

## 4.2.3 CFK-Lamellen

Die für die geklebte Bewehrung verwendeten CFK-Lamellen werden im Rahmen der Auswertung und der Nachrechnung als linear elastisch mit dem mittleren Elastizitätsmodul angenommen, welcher in Abschritt **3.2.3** aufgrund des in der (DIN EN 2561:1995) festgelegten Verfahrens als Sekantenmodul zwischen 10 % und 50 % der Bruchspannung bestimmt wurde. Aus den Zugversuchen an den CFK-Lamellen ist zwar bekannt, dass die CFK-Lamellen bis zur Bruchdehnungen aufgrund der Ausrichtung der Fasern im Harz um bis zu 5 % ansteifen, dies ist jedoch gerade für die aufgeklebten CFK-Lamellen von untergeordneter Bedeutung, da bei den verwendeten Materialien aufgrund der hohen Bruchdehnung und der moderaten Verbundtragfähigkeit des Systems im Regelfall keine Dehnung größer als 60 % der Bruchdehnung erreicht wird.

Eine Bestimmung des E-Moduls nach (DIN EN ISO 527-5:2010), wie es lediglich die Zulassung (Z- 36.12-73:2009) fordert, zwischen 0,5 mm/m und 2,5 mm/m Lamellendehnung, würde aufgrund der Verfestigung zu einem zu kleinen E-Modul für den Grenzzustand der Tragfähigkeit führen. Aus diesem Grund werden die E-Module verwendet, welche nach (DIN EN 2561:1995) ermittelt wurden.

## 4.3 Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung

## 4.3.1 Allgemeines

Die im Abschnitt 2.2 dargestellten Versagensmechanismen verdeutlichen, dass das Verbundversagen bei Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung eine entscheidende Rolle spielt und somit die Beschreibung des Verbundes eine wesentliche Aufgabe ist.

Der Verbund aufgeklebter Bewehrung wird durch die Zugfestigkeit der oberflächennahen Schicht bestimmt. Bereits in den 70er Jahren wurden erste Verbundansätze entwickelt. Die Verbundgesetze wurden, bis auf das von (Schilde 2005), alle an idealisierten Endverankerungskörpern bestimmt. Da sich jedoch herausgestellt hat, dass an den Endverankerungskörpern nur eine begrenzte Verbundkraftübertragung möglich ist, die Bauteilversuche jedoch auf eine höhere Verbundkraftübertragung schließen lassen, findet eine Verbundkraftübertragung auch im restlichen Bauteil statt. Als eine anschauliche realitätsnahe Beschreibung hat sich dabei die Verbundkraftübertragung an Elementen zwischen den Biegerissen, sogenannten Zwischenrisselementen, herausgestellt, wie sie in Bild 4.3 dargestellt sind.



**Bild 4.3:** Prinzip der Verbundkraftübertragung bei Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung unterteilt in Endverankerung und Zwischenrisselement

(Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) beschäftigten sich nach grundsätzlichen Überlegungen von (Holzenkämpfer 1994) erstmals intensiv mit dieser Problemstellung. Die übertragbaren Kräfte am Zwischenrisselement wurden jedoch theoretisch ermittelt und nur in geringem Umfang durch Versuche an Biegeträgern überprüft. (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) machten erstmals Versuche am Zwischenrisselement, validierten diese jedoch nicht an Bauteilen. Neben den bereits erwähnten Modellen wurden von zahlreichen Forschern Modelle für den Verbund aufgeklebter Bewehrung anhand von unzähligen Versuchen aufgestellt. Ein Überblick über diese Modelle wird in z.B. in (Holzenkämpfer 1997; Teng et al. 2002; Zilch et al. 2011b) gegeben.

Nahezu alle Modelle basieren auf der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, welche bereits 1938 von (Volkersen 1938) für genietete Verbindungen aufgestellt wurde.

Der Verbund aufgeklebter Bewehrung wurde erstmals konsequent nach (Holzenkämpfer 1994) unter Vernachlässigung der Betonverformungen mit der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, wie sie in Gleichung (4.16) dargestellt ist, über den Lamellenschlupf  $s_L$ , die Verbundspannungsschlupfbeziehung  $\tau(s_L)$ , die Lamellendicke  $t_L$  und den Elastizitätsmodul  $E_L$  der Lamelle beschrieben.

$$s_{\rm L}'' - \frac{b_{\rm L}}{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}} \cdot \tau(s_{\rm L}) = 0 \quad \Rightarrow \quad s_{\rm L}'' - \frac{1}{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}} \cdot \tau(s_{\rm L}) = 0 \tag{4.16}$$

In diesem Abschnitt werden zunächst in Abschnitt 4.3.2 die Grundlagen der Modellierung des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung am Einzelriss in Zusammenhang mit den Endverankerungsversuchen aus Abschnitt 3.3.2 dargestellt. Diese werden dann in Abschnitt 4.3.3 aufgrund bekannter Untersuchungen, mechanischer Überlegungen und den Versuchen am idealisierten Zwischenrisselement aus Abschnitt 3.4 für das Zwischenrisselement erweitert.

#### 4.3.2 Verbundkraftübertragung am Einzelriss

## 4.3.2.1 Grundlagen

Die Verbundkraftübertragung am Einzelriss beschreibt den idealisierten Endverankerungsbereich nach dem momentennullpunktnächsten Biegeriss. Zur Beschreibung des Verbundes aufgeklebter Bewehrung hat sich der bilineare Verbundansatz, wie er in Bild 4.4 dargestellt ist, mit einem linear elastischen Ast und einem plastisch entfestigten Ast als brauchbare, näherungsweise Beschreibung für den idealisierten Endverankerungsversuch herausgestellt.


# **Bild 4.4:** Bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung<sup>15</sup> zur Beschreibung des Verbundes aufgeklebter Bewehrung

Die drei Parameter dieses Verbundansatzes, die maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$ , die zugehörige Verschiebung  $s_{L1}$  sowie die Grenzverschiebung  $s_{L0}$ , werden an idealisierten Endverankerungsversuchen bestimmt. Hierfür gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Es wird die Differentialgleichung (Gleichung (4.16)) f
  ür die in den Verbundversuchen vorliegenden Randbedingungen allgemein gel
  öst. Mit dieser speziellen L
  ösung kann anschlie
  ßend der Verlauf der Relativverschiebungs-L
  ängsdehnungskurve f
  ür ideale Kombination der Parameter des bilinearen Verbundansatzes bestimmt werden. Eine genaue Beschreibung der Durchf
  ührung sowie der Auswertung wird von (Zilch, Niedermeier 2008) gegeben. Diese Auswertmethode wird z.B. von (Niedermeier 2001), (Zehetmaier 2006) und (Nizic 2011) verwendet.
- 2. Der Parameter  $s_{L1}$  wird über theoretische Überlegungen bestimmt. Häufig erfolgt die Bestimmung über die elastische Verformung des Betons und des Klebstoffes. Mit dem bekannten Paramater  $s_{L1}$  kann nun die Bestimmung der Parameter  $s_{L0}$  und  $\tau_{L1}$  über die Linearisierung des bilinearen Verbundansatzes erfolgen. Dies wird z. B. in den Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2012b; Budelmann, Leusmann 2012) durchgeführt.
- Aus zahlreichen Verbundversuchen wird die maximale Verbundbruchkraft und zugehöriger effektive Verbundlänge bestimmt. Über die Linearisierung des bilinearen Verbundansatzes wird über den direkten Zusammenhang zwischen der maximaler Verbundbruchkraft und der zugehörigen effektiven Verbundlänge auf die Größen des bilinearen Ansatzes zurückgeschlossen. Dies wird zum Beispiel von (Chen, Teng 2001), (Ulaga 2003), (Seracino et al. 2007a) durchgeführt.
- 4. Bestimmung zweier Parameter aus theoretischen Überlegungen und Bestimmung des letzten Parameters aus der Gesamtkraft. Diese Auswertung wird zum Beispiel von (Holzenkämpfer 1994) und (Neubauer 2000) verwendet.
- 5. Bestimmung der Verbundspannungsschlupfbeziehung aus direkter Messung über zahlreiche Dehnmessstreifen, wie es zum Beispiel von (Nakaba et al. 2001), (Lorenzis et al. 2001), (Savoia et al. 2003) durchgeführt wird. (Faella et al. 2009) kommt jedoch bei dem Vergleich dieser Möglichkeit mit der Möglichkeit 1 zu dem Schluss, dass die direkte Messung aufgrund der eindimensionalen Messungen der DMS und der begrenzten Anzahl der Messungen zu sehr großen Streuungen und ungenauen Ergebnissen führt.

Ähnlich wie bei der Auswertungsmöglichkeit 1, besteht auch bei der Verwendung von anderen geschlossenen mathematischen Formulierungen für die Verbundspannungsschlupfbeziehung wie z.B. Exponentialfunktionen (vgl. Dai et al. 2005a) die Möglichkeit, die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an die in den Verbundversuchen vorliegenden Randbedingungen anzupassen. Dies kann entweder numerisch oder durch eine einfache Regressionsanalyse bei einer geschlossenen Lösung der Differentialgleichung wie z.B. bei

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Eigentlich handelt es sich bei dem sogenannten bilinearen Verbundansatz, eher um einen trilinearen Ansatz, da es drei Bereiche gibt: den elastischen, den plastisch entfestigend und den abschließenden konstanten Bereich, in welchem keine Verbundspannungen mehr übertragen werden können. Da der Begriff des bilineare Verbundansatzes sich jedoch in der Literatur durchgesetzt hat wird dieser im Weiteren ebenfalls verwendet.

(Dai et al. 2005a) erfolgen. Nachfolgend wird die Auswertungsmethode 1 sowie der daraus resultierende Ansatz von (Niedermeier 2001) und (Zehetmaier 2006) kurz erläutert, da dieser auch die Grundlage für die Auswertung der Endverankerungsversuche in Abschnitt 4.3.2.3 sowie die Modellbildung in Abschnitt 4.3.2.6 bildet.

## Modell von Niedermeier

Wie auch (Holzenkämpfer 1994) beschreibt (Niedermeier 2001) sein Verbundmodell über die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes mit dem bilinearen Ansatz als Verbundspannungsschlupfbeziehung. Im Gegensatz zu (Holzenkämpfer 1994) beschreibt er die Randwerte des bilinearen Ansatzes nicht primär über bruchmechanische Überlegungen, sondern über die tatsächlich in den Versuchen vorkommenden Werte. Zur Ermittlung der Randwerte des bilinearen Verbundansatzes wertet er deshalb erstmals die im Versuch auftretenden Lamellenschlüpfe aus. Dazu löst er zunächst die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes für den bilinearen Verbundansatz unter Vernachlässigung der Betonverformungen allgemein. Mit dieser Lösung kann anschließend der Verlauf der Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve für verschiedene Kombinationen der Parameter des bilinearen Verbundansatzes bestimmt werden. Über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate hat (Niedermeier 2001) dann die Parameterkombination festgelegt, die in ausgewählten Stützpunkten die geringste Abweichung zu der experimentell ermittelten Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve aufweist. Bild 4.5 zeigt seinen prinzipiellen Ablauf der Auswertung.



**Bild 4.5:** Bestimmung der Randwerte des bilinearen Verbundansatzes über die Auswertung der auftretenden Lamellenverschiebungen der Verbundversuche, aus (Niedermeier 2001)

Mit dieser Methode ist es (Niedermeier 2001) möglich, als erster alle Randwerte statistisch hinsichtlich eines 5% Fraktiles aus seinen Versuchen zu bestimmen. Daraus ergeben sich für die charakteristischen Werte auch andere maximale Verbundlängen, was bei dem Ansatz von (Holzenkämpfer 1994) und (Neubauer 2000) nicht der Fall ist.

Auf Grundlage zahlreicher Verbundversuche an idealisierten Endverankerungskörpern mit aufgeklebten Stahllaschen und der im vorherigen beschriebenen Auswertemethode ermittelt sich (Niedermeier 2001) im Rahmen eines DIBt Forschungsvorhabens (Zilch, Niedermeier 1999) die Parameter für den bilinearen Verbundansatzes. Damit ist er in der Lage, die Einflussgrößen der Betonfestigkeit zu bestimmen. Bei einer Kombination aus der Oberflächenzugfestigkeit nach (DIN EN 1542:1999) und der Druckfestigkeit, welche er mit dem Rückprallhammer nach E. Schmidt (Gaede, Schmidt 1964) ermittelt, erhält er die geringsten Standardabweichungen zwischen den einzelnen Versuchen. Aufbauend auf dieser Beziehung wertet er seine Versuche statistisch aus und ermittelt sich aus seinen Versuchen Mittel- und Fraktilwerte. Somit kommt er auf die Faktoren für den bilinearen Ansatz, welche in Tabelle 4.4 gegeben sind.

Maßzahl	laßzahl 🛛 👘 🖓 🖓		s <sub>L1</sub>	s <sub>L0</sub>
-	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	mm	mm
Mittelwerte	$3,9363\cdot10^{-1}\cdot\sqrt{f_{\mathrm{c,cube},200}\cdot f_{\mathrm{ctm,surf}}}$	$0,432 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	3,4858.10-2	1,9517.10-1
5 % Fraktilwert	$2,7349\cdot10^{-1}\cdot\sqrt{f_{\rm c,cube,200}\cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$0,300 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	1,9420.10-2	$1,8472 \cdot 10^{-1}$

 Tabelle 4.4:
 Parameter des bilinearen Verbundansatzes nach Niedermeier für Stahllaschen

Aus den Werten der Tabelle 4.4 kann die Verbundbruchenergie  $G_F$  des bilinearen Verbundansatzes über die Fläche nach Gleichung (4.17) bestimmt werden.

$$G_{\rm F} = \frac{s_{\rm L0} \cdot \tau_{\rm L1}}{2} \tag{4.17}$$

Über eine linearisierte Zurückrechnung kann die maximal aufnehmbare Lamellenspannung  $\sigma^{a}_{LR,max}$  am idealisierten Endverankerungspunkt mit Gleichung (4.18) bestimmt werden. Die zugehörige effektive Verbundlänge  $l_{Lb,max}$ , nach der die bruchmechanisch begrenzte Lamellenspannung am Endverankerungspunkt nicht mehr ansteigt, kann mit Gleichung (4.19) bestimmt werden. Der Bereich vor der maximalen Verbundlänge wird von (Niedermeier 2001) über eine Parabel der exakten Lösung aus dem bilinearen Verbundansatz mit Gleichung (4.20) angenähert. Um eine bessere Übereinstimmung dieser Näherung mit den Versuchswerten zu erreichen, wurde noch der empirische Faktor k = 1,128 von (Niedermeier 2001) in die Gleichung für die maximale Verbundlänge eingeführt.

$$\sigma_{\text{LR,max}}^{a} = \sqrt{\frac{E_{\text{L}} \cdot \tau_{\text{L1}} \cdot s_{\text{L0}}}{t_{\text{L}}}}$$
(4.18)

$$l_{\rm Lb,max} = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L} \cdot s_{\rm L0}}{\tau_{\rm L1}}} \quad \text{mit} \quad k = 1,128$$
 (4.19)

$$\sigma_{LR}^{a} = \begin{cases} \sigma_{LR,max}^{a} \cdot \frac{l_{Lb}}{l_{Lb,max}} \left( 2 - \frac{l_{Lb}}{l_{Lb,max}} \right) & l_{Lb} < l_{Lb,max} \\ \sigma_{LR,max}^{a} & l_{Lb} \ge l_{Lb,max} \end{cases}$$
(4.20)

Setzt man nun die Größen für das 5 % Fraktil aus Tabelle 4.4 in die Gleichungen (4.18)-(4.20) ein und rechnet man die Würfeldruckfestigkeit mit  $f_{c,cube} = 1,18 \cdot f_{cm}$  in die Zylinderdruckfestigkeit um, so erhält man die Beziehung, welche auch in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen (Z- 36.12-70:2008) enthalten war (Gleichungen (4.21)-(4.23)). Hierbei ist noch die Spannung durch die Multiplikation mit der Lamellendicke und der Lamellenbreite in die Kraft umgerechnet.

$$F_{\text{Lbk,max}} = 0,24 \cdot b_{\text{L}} \sqrt{E_{\text{Lk}} \cdot t_{\text{L}} \cdot \sqrt{f_{\text{cm}} \cdot f_{\text{ctm,surf}}}}$$
(4.21)

$$l_{\rm Lb,max} = 1.4 \cdot \sqrt{\frac{E_{\rm Lk} \cdot t_{\rm L}}{\sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}}}$$
(4.22)

$$F_{\text{Lbk}} = \begin{cases} F_{\text{Lbk,max}} \cdot \frac{l_{\text{Lb}}}{l_{\text{Lb,max}}} \left( 2 - \frac{l_{\text{Lb}}}{l_{\text{Lb,max}}} \right) & l_{\text{Lb}} < l_{\text{Lb,max}} \\ F_{\text{Lbk,max}} & l_{\text{Lb}} \ge l_{\text{Lb,max}} \end{cases}$$
(4.23)

#### Modell von Zehetmaier

(Zehetmaier 2006) adaptiert das Verbundmodell von (Niedermeier 2001) auf CFK-Lamellen. Er wertet hierfür sechs Endverankerungsversuche und 32 Dehnkörperversuche, welche im Rahmen eines DFG (Zilch et al. 2002) und eines DIBt Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2004) durchgeführt wurden, auf die gleiche Weise wie (Niedermeier 2001) aus und kommt somit auf die Faktoren für den bilinearen Ansatz in Tabelle 4.5.

Tabelle 4.5: Parameter des bilinearen Verbundansatzes nach (Zehetmaier 2006) für CFK-Lamellen

Maßzahl	$ au_{ m L1}$	$\tau_{L1}$ (umgerechnet)	s <sub>L1</sub>	SL0
-	N/mm²	N/mm²	mm	mm
Mittelwerte	$4,80\cdot10^{-1}\cdot\sqrt{f_{\rm c,cube,200}\cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$0,527 \cdot \sqrt{f_{ m cm} \cdot f_{ m ctm,surf}}$	6,33·10 <sup>-3</sup>	2,12 <sup>-1</sup>
5 % Fraktilwert	$1,93 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{f_{c,cube,200} \cdot f_{ctm,surf}}$	$0,212 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	2,89.10-4	3,07 <sup>-1</sup>

#### 4.3.2.2 Diskussion der Auswertemethoden

Die Auswertemethode von (Niedermeier 2001) bzw. (Zilch, Niedermeier 2008), wie sie Bild 4.5 zeigt, bei welcher aus dem Verlauf der Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve die Parameter des bilinearen Ansatzes über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate bestimmt werden, bietet, wie auch (Faella et al. 2009) feststellen, die realitätsnaheste Auswertemethode. Allerdings treten auch hierbei die Probleme auf, dass Kraftzuwächse nach der ersten bereichsweisen Entkopplung vernachlässigt werden und die Ableitung des elastischen Astes äußerst sensitiv ist. Des Weiteren hat es somit auch einen großen Einfluss, wo man die erste Entkopplung festlegt, da ab dieser Entkopplung die Kraft nach dem bilinearen Ansatz nicht mehr ansteigen kann und für die Auswertung ab dieser Entkopplung die Stützstellen in der Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve immer die gleiche Kraft bzw. Dehnung besitzen.

Durch den bilinearen Ansatz kann nur eine Relativverschiebungs-Lamellenkraftkurve abgebildet werden, welche von einem ansteigend und nach und nach abflachenden Ast in eine konstante Lamellenkraft übergeht. Aus diesem Grund werden alle Kraftzuwächse nach der ersten Entkopplung stets vernachlässigt, wie es Bild 4.6 zeigt. Somit stellt die Auswertung über den reinen bilinearen Ansatz immer einen unteren auf der sicheren Seite liegenden Grenzwert der Verbundtragfähigkeit an der idealen Endverankerung dar.



**Bild 4.6:** Grenzen der akkuraten Beschreibung der Relativverschiebungs-Lamellenkraftkurve durch den bilinearen Ansatz am Beispiel des Versuchskörpers DLK 20-3-2

Aus diesem Grund wird bei der Versuchsauswertung in Abschnitt 4.3.2.3 neben den Größen aus dem bilinearen Ansatz noch eine Reibverbundspannung<sup>16</sup>  $\tau_{LF}$  ermittelt, welche zwischen den rauen Bruchflächen an den bereits entkoppelten Stellen der Verbundlänge wirkt. Die Reibverbundspannung kann über die Differenz der idealisierten Größen zu den wahren Größen gemäß Gleichung (4.24) bestimmt werden.

$$\tau_{\rm LF} = \frac{F_{\rm Lb,versuch} - F_{\rm Lb,max,bilinear}}{b_{\rm L} \cdot \left(l_{\rm Lb,versuch} - l_{\rm Lb,max,bilinear}\right)} = \frac{F_{\rm Lb,versuch} - b_{\rm L} \cdot \sqrt{E_{\rm L} \cdot \tau_{\rm L1} \cdot s_{\rm L0}}}{b_{\rm L} \cdot \left(l_{\rm Lb,versuch} - \frac{2}{k}\sqrt{\frac{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L} \cdot s_{\rm L0}}{\tau_{\rm L1}}}\right)}$$
(4.24)

Ein weiteres Problem der Auswertung nach (Zilch, Niedermeier 2008) stellt die Ermittlung des elastischen Astes bei sehr geringen Schlüpfen der geklebten Bewehrung dar, wie sie bei dünner aufgeklebter Bewehrung wie z.B. CFK-Lamellen vorkommt. Wie Bild 4.7 zeigt, beeinflusst die Größe des elastischen Astes im relevanten Bereich lediglich die Anfangssteigung der Relativverschiebungs-Lamellenkraftkurve. In diesem Anfangsbereich sind jedoch die Schlüpfe extrem klein und schwierig zu messen. Dies führt zu extrem großen Schwankungen aufgrund von kaum zu verhindernden Messungenauigkeiten, was wiederum zu extrem niedrigen charakteristischen Werten wie bei (Zehetmaier 2006) führt. Dies ist einerseits unglaubwürdig, da im sonstigen Betonbau im Regelfall die Streuung bei geeigneten Modellen deutlich kleiner ist, anderseits sind solche Schwankungen für eine Bemessung und akkurate Auswertung nicht brauchbar.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Eine genauere Betrachtung der Reibverbundspannungen erfolgen in Abschnitt 0.3.3.2 bei der Auswertung der Versuche am idealisierten Zwischenrisselement



Bild 4.7: Einfluss der Wahl der Größe des elastischen Astes auf die Lamellendehnung-Schlupf-Beziehung

Aus diesem Grund wird bei der nachfolgenden Auswertung zur Bestimmung des elastischen Astes sowohl die Methode nach (Niedermeier 2001) durchgeführt und zusätzlich der elastische Ast anhand mechanischen Überlegungen festgelegt. Der elastische Ast kann bei dem bilinearen Verbundansatz über die Steigung bestimmt werden, welche sich über die Schubverformung einer mitwirkenden Schicht der Dicke *t*<sub>Lb</sub> ergibt.

$$s_{\rm L1} = \frac{t_{\rm Lb}}{G_{\rm Lb}} \cdot \tau_{\rm L1} \tag{4.25}$$

Die mitwirkende Schicht wird von (Ulaga 2003) rein über die Klebschicht bestimmt. Im Gegensatz dazu bestimmen (Holzenkämpfer 1994), (Hankers 1995) und (Neubauer 2000) diese über eine mitwirkende Schicht des Betons. Die Hypothese der mitwirkenden Schicht des Betons von (Holzenkämpfer 1994) wurde durch optische Messungen von Verbundrissen an Endverankerungskörpern von (Czaderski et al. 2010) bestätigt. Somit kann die Schubverformung über den Schubmodul des Betons sowie über eine mitwirkende Dicke unter Zug bestimmt werden. Der Schubmodul kann über den E-Modul und die Querdehnzahl bestimmt werden. Nimmt man als Querdehnzahl für den Beton v = 0,2 nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) an, so erhält man den Zusammenhang zwischen Schubmodul und E-Modul gemäß Gleichung (4.26).

$$G_{\rm Lb} = \frac{E_{\rm c}}{2 \cdot (1+\nu)} \approx \frac{E_{\rm c}}{2 \cdot (1+0,2)} = \frac{E_{\rm c}}{2,4}$$
(4.26)

Die mitwirkende Dicke unter Zug kann bei Beton nach (Eibl, Ivanyi 1976) über das sogenannte repräsentative Volumenelement beschrieben werden. Zur Beschreibung der Kantenlänge dieses repräsentative Volumenelements  $d_{RVE}$  stehen verschiedene Ansätze zur Verfügung (vgl. z.B. Reineck 1990, Jahn 1983). Die Formulierung von (Holzenkämpfer 1994) scheint für die Anwendung des repräsentativen Volumenelements auf die aufgeklebte Bewehrung am treffensten zu passen (vgl. Czaderski et al. 2010). Diese Beziehung wird durch Gleichung (4.27) über den Durchmesser des Größtkorns des Betons  $d_g$  beschrieben

$$t_{\rm Lb} = d_{\rm RVE} = 2.5 \,\,{\rm mm} + 3 \cdot d_{\rm g} \tag{4.27}$$

Somit ergibt sich der elastische Ast zu Gleichung (4.28).

$$s_{\rm L1} = \frac{6 \,\,\mathrm{mm} + 7.2 \cdot d_g}{E_{\rm c}} \cdot \tau_{\rm L1} \tag{4.28}$$

#### 4.3.2.3 Auswertung verschiedener Verbundversuche

Im Folgenden werden die hier durchgeführten Endverankerungsversuche sowie weitere Endverankerungsversuche aus der Literatur an aufgeklebten CFK-Lamellen ausgewertet, bei welchen eine ausreichende Versuchsdokumentation sowie eine Messung des Lamellenschlupfes vorlag. Dabei werden nur Versuche ausgewertet, welche weggesteuert durchgeführt worden sind, da bei den kraft- bzw. druckgeregelten Versuchen die Messung des Lamellenschlupfes aufgrund des schlagartigen Versagens im Bereich der Bruchlast nicht mehr ausreichend genau aufgezeichnet wird.

#### Im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Versuche

Die Versuche an Doppellaschenkörpern aus Abschnitt 3.3.2 wurden analog zu der Methode von (Niedermeier 2001) bzw. (Zilch, Niedermeier 2008), wie sie Bild 4.5 zeigt, ausgewertet. Hierbei werden aus dem Verlauf der Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve die Parameter des bilinearen Ansatzes über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate bestimmt.

Dabei werden in den Verlauf der Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve des Versuchs einzelne Stützpunkte gelegt, um den Rechenaufwand zu verringern. Um eine bestmögliche Übereinstimmung des rechnerischen Verlaufes mit dem Verlauf des Versuches zu erhalten, werden die Versuche nur in einem Schlupfbereich von bis zu 0,5 mm ausgewertet. Des Weiteren werden Kraft- und Dehnungssteigerung der Lamelle nach dem ersten Kraftabfall vernachlässigt, da diese nicht mehr mit dem bilinearen Ansatz beschrieben werden können. Auftretende Reibeffekte werden aus den gerade genannten Gründen demnach bei dieser Auswertung, welche auch der Bemessung der ehemaligen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen (Z-36.12-70:2008) zugrunde liegt, nicht mit berücksichtigt. Aus diesem Grund wird die Reibverbundspannung der einzelnen Versuche im Nachgang wie in Abschnitt 4.3.2.2 beschrieben bestimmt.

Um den Einfluss der Definition des elastischen Astes auf die gesamte Auswertung zu prüfen, wurden die Versuche sowohl mit sich änderndem elastischen Ast als auch mit dem fest definierten elastischen Ast nach Abschnitt 4.3.2.2 ausgewertet. Bei der Ermittlung des elastischen Astes wurde der E-Modul der verwendeten Betone aus Abschnitt 3.2.1 verwendet. Die Werte, die sich für die einzelnen Versuche ergeben, sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Dabei wurden immer die Messwerte beider Seiten der Doppellaschenkörper ausgewertet. In der drittletzten Spalte der Tabelle 4.6 ist noch das Verhältnis aus der Bruchenergie für die Auswertung mit variablem elastischen Ast und festem elastischen Ast aufgelistet. Dabei wurde die Verbundbruchenergie  $G_F$  aus der Fläche des bilinearen Ansatzes nach Gleichung (4.17) bestimmt.

Versuch <i>f</i> <sub>ctm.surf</sub>		$f_{\rm cm}$ $E_{\rm cm}$	1. Au varii	1. Auswertung mit variierendem <i>s</i> <sub>L1</sub>		2. Auswertung mit definiertem s <sub>L1</sub>			$G_{\rm F1}/G_{\rm F2}$	$F_{\rm BI}/F_{\rm exp}$	$ au_{ m LF}$	
		-		s <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	SL0	s <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	SL0			
-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm <sup>2</sup>	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	-		N/mm <sup>2</sup>
20-1-1	2,64	26,75	25,31	0,025	10,00	0,14	0,001	8,60	0,17	1,01	0,80	0,19
20-1-2	2,64	26,75	25,31	0,009	3,76	0,39	0,008	3,73	0,39	1,00	0,81	0,23
20-2-1	2,51	26,75	25,31	0,018	7,28	0,25	0,008	6,65	0,28	1,02	1,00	0,00
20-3-1	2,51	26,75	25,31	0,018	7,00	0,16	0,007	6,57	0,17	1,00	0,79	0,18
20-3-2	2,81	26,75	25,31	0,019	7,56	0,16	0,008	6,94	0,17	1,01	0,82	0,16
MW C20	2,62	26,75	25,31	0,018	7,12	0,22	0,006	6,50	0,24	1,01	0,84	0,15
40-1-1	3,88	47,17	30,11	0,020	9,50	0,20	0,008	8,41	0,23	1,01	0,96	0,04
40-1-2	3,88	47,17	30,11	0,013	6,15	0,22	0,008	5,65	0,24	1,01	0,80	0,20
40-2-1	3,57	47,17	30,11	0,017	8,07	0,21	0,001	7,33	0,23	1,02	0,97	0,02
40-3-1	3,57	47,17	30,11	0,029	13,82	0,10	0,004	14,48	0,10	1,03	0,84	0,13
MW C40	3,73	47,17	30,11	0,020	9,39	0,18	0,005	8,97	0,20	1,02	0,89	0,10

 Tabelle 4.6
 Parameter des Verbundansatzes für aufgeklebte Bewehrung, welche aus den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Endverankerungsversuchen bestimmt wurden

Aus der Auswertung und der Gegenüberstellung der Verbundbruchenergie ist ersichtlich, dass die Wahl des elastischen Astes auf die statische Bemessung fast keinen Einfluss hat. Die Schwankungen sind im Bereich von 0 - 3 %, was gerade im Bezug auf die sonstige Streuung der Eingangsgrößen sowie der Versuchswerte vernachlässigbar ist.

Die Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve des Versuches DLK-20-3-2 ist zusammen mit den im Vorherigen beschriebenen Stützstellen sowie den rechnerischen Verläufen in Bild 4.8 dargestellt.



**Bild 4.8:** Relativverschiebungs-Lamellenkraftkurve des Versuches DLK-20-3-2 mit Stützstellen und den rechnerischen Verläufen

Aus der Auswertung der Größen in Tabelle 4.6 und der Annahme des Einflusses der Betonfestigkeit gemäß (Niedermeier 2001) können die folgenden Größen des bilinearen Verbundansatzes im Mittel für die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Materialkombination aus Beton, Klebstoff und Lamellen abgeleitet werden:

$$\tau_{L1} = 0.788 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}} \tag{4.29}$$

$$s_{1,0} = 2,02 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$$
 (4.30)

$$\tau_{\rm LF} = 0.019 \cdot \tau_{\rm L1} \tag{4.31}$$

#### Weitere an der Technischen Universität München durchgeführten Endverankerungsversuche

Da bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen an CFK-Lamellen eine bestimmte Klebstoff-Lamellenkombination und ein Beton mit einem kleinen Größtkorn verwendet wurde, werden nachfolgend noch die Endverankerungsverbundversuche aus den Untersuchungen an aufgeklebten CFK-Lamellen, welche an der Technischen Universität München im Rahmen des DFG-Forschungsvorhaben (Zilch et al. 2002) durchgeführt wurden, ausgewertet. Im Gegensatz zu den Versuchen, welche in Abschnitt 3.3.2 wurden hatten die Versuche im Rahmen von (Zilch et al. 2002) ein 16 mm Größtkorn. Die Sieblinie sowie die Endfestigkeit der Betonmischungen waren bei beiden Versuchen relativ ähnlich. Auch die Zuschläge der Betone sind aus dem gleichen Werk im Münchner Raum bezogen worden. Als Verstärkungssystem wurde der gleiche Klebstoff mit einer anderen, jedoch im Bezug auf die mechanischen Eigenschaften ähnliche CFK-Lamelle verwendet. Die Größen, welche sich aus der Auswertung der Endverankerungsversuche von (Zilch et al. 2002) ergeben, sind in Tabelle 4.7 aufgelistet.

Tabelle 4.7Parameter des Verbundansatzes für aufgeklebte Bewehrung, welche aus Endverankerungs-<br/>versuchen in (Zilch et al. 2002) bestimmt wurden

Versuch	$f_{\rm ctm, surf}$	tm.surf f.m	f <sub>cm</sub> E <sub>cm</sub>	1. Au varii	1. Auswertung mit variierendem s <sub>L1</sub>		2. Auswertung mit definiertem s <sub>L1</sub>			$G_{\rm F1}$	$F_{\rm BL}$	$ au_{ m LF}$
	- ,			s <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	s <sub>L0</sub>	s <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	s <sub>L0</sub>	$G_{F2}$	<b>F</b> <sub>exp</sub>	
-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm <sup>2</sup>	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	-		N/mm <sup>2</sup>
CFK1-1	3,03	27,70	28,1	0,019	4,51	0,29	0,003	4,13	0,32	1,00	0,64	0,42
CFK1-2	3,03	27,70	28,1	0,031	7,18	0,17	0,008	6,21	0,20	1,02	0,62	0,39
CFK3-1	2,77	27,70	28,1	0,018	4,22	0,26	0,001	4,12	0,27	1,00	0,64	0,38
CFK3-2	2,77	27,70	28,1	0,012	2,77	0,36	0,001	2,64	0,38	1,01	0,61	0,47
CFK4-1	4,00	44,20	36,4	0,020	6,14	0,30	0,008	5,75	0,32	1,01	0,75	0,28
CFK4-2	4,00	44,20	36,4	0,035	10,46	0,17	0,001	8,72	0,21	1,01	0,74	0,26
CFK5-1	4,22	44,20	36,4	0,011	3,39	0,39	0,001	3,21	0,41	1,01	0,68	0,38
CFK5-2	4,22	44,20	36,4	0,041	12,42	0,10	0,001	11,82	0,11	0,99	0,67	0,30

Versuch	ch $f_{\rm ctm,surf}$ $f_{\rm cm}$ $E_{\rm cm}$		E <sub>cm</sub>	1. Auswertung mit variierendem $s_{L1}$			2. Auswertung mit definiertem s <sub>L1</sub>			$G_{\rm F1}/G_{\rm F2}$	$\begin{bmatrix} F_{\rm BL} \\ F_{\rm exp} \end{bmatrix} \tau_{\rm LF}$	$ au_{ m LF}$
				s <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	SL0	S <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	SL0	$\sigma_{F2}$	I exp	
-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm <sup>2</sup>	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	-		N/mm <sup>2</sup>
CFK6-1	4,57	44,20	36,4	0,013	4,03	0,25	0,008	3,84	0,26	1,00	0,64	0,36
CFK6-2	4,57	44,20	36,4	0,026	7,67	0,17	0,008	7,07	0,18	1,00	0,73	0,24

Aus der Auswertung der Größen in Tabelle 4.7 können die folgenden Größen des bilinearen Verbundansatzes im Mittel für die in (Zilch et al. 2002) verwendete Materialkombination aus Beton, Klebstoff und Lamellen abgeleitet werden:

$$\tau_{\rm L1} = 0.530 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}} \tag{4.32}$$

$$s_{10} = 2,45 \cdot 10^{-1} \tag{4.33}$$

$$\tau_{\rm LF} = 0.073 \cdot \tau_{\rm L1} \tag{4.34}$$

#### Versuche an der Technischen Universität Braunschweig

Neben der Technischen Universität München wird auch an der Technischen Universität Braunschweig seit Langem umfangreich an der Wirkungsweise der geklebten Bewehrung geforscht. Nach den ersten Tastversuchen an aufgeklebter Faserverbundbewehrung von (Rostásy, Ranisch 1984) wurden umfangreiche Verbundversuche an CFK-Lamellen von (Neubauer 2000) bzw. (Rostásy, Neubauer 1996, Rostásy, Neubauer 1998) durchgeführt. Da diese Versuche jedoch kraftgesteuert durchgeführt worden sind und nicht von allen Relativverschiebungs-Längsdehnungskurven vorlagen, werden diese Versuche nachfolgend nicht ausgewertet. Im Rahmen des Forschungsvorhabens von (Budelmann, Leusmann 2012) wurden neben den zahlreichen dynamischen Versuchen auch statische Versuche an Endverankerungskörpern in Anlehnung an die Empfehlung von (Zilch, Niedermeier 2008), mit drei verschiedenen Betonmischungen mit dem gleichen Verstärkungssystem aus Klebstoff und Lamelle wie in dieser Arbeit durchgeführt. Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurden die Versuche auf die gleiche Weise ausgewertet, wie die Versuche an der Technisch Universität München. Da in den Versuchen der E-Modul des Betons nicht geprüft wurde, wird für die Ermittlung des elastischen Astes der Tangentenmodul des Betons nach Gleichung (4.35) gemäß (Hankers 1995) verwendet. Dieser trifft für die Betone mit dem lokalen Zuschlag aus dem Raum Braunschweig gut zu.

$$E_{\rm cm} = 18200 \cdot \sqrt{f_{\rm ctm}}$$
 (4.35)

Die Größen des bilinearen Ansatzes, welche in (Budelmann, Leusmann 2012) ermittelt wurden, sind für eine Betonmischung, die etwa einem C20/25 entsprach, in Tabelle 4.8 aufgelistet. Dieser Beton hatte eine ähnliche Zusammensetzung wie der Beton in (Zilch et al. 2002), jedoch auf Grund der lokalen Verhältnisse einen anderen Zuschlag.

	1. Auswertung mit 2. Auswertung mit a , a ,								
Tabelle 4.8	Para deln	ameter de nann, Leu	es Verbund Ismann 20	lansatzes für aufgeklebte 12) ermittelt wurden	e Bewehrung, welche im	Rahmen von (Bu-			

Versuch	$f_{\rm ctm, surf}$ $f_{\rm cm}$		$f_{\rm cm}$ $E_{\rm cm}$		1. Auswertung mit variierendem s <sub>L1</sub>		2. Auswertung mit definiertem s <sub>L1</sub>			$G_{\rm F1}$	$F_{\rm BL}/F$	$ au_{ m LF}$
	- ,			S <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	SL0	S <sub>L1</sub>	$ au_{ m L1}$	SL0	$G_{F2}$	<b>r</b> <sub>exp</sub>	
-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	kN/mm <sup>2</sup>	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	-		N/mm <sup>2</sup>
C20-1	1,30	29,17	20,75	0,072	7,20	0,19	0,054	8,93	0,15	1,00	0,87	0,09
C20-2	1,40	33,67	21,53	0,008	8,96	0,17	0,041	7,15	0,21	0,99	0,97	0,02
C20-3	1,60	33,67	23,02	0,012	7,95	0,25	0,047	8,03	0,25	1,00	1,00	0,00

Aus der Auswertung der Größen in Tabelle 4.8 können die folgenden Größen des bilinearen Verbundansatzes im Mittel für die von (Budelmann, Leusmann 2012) verwendete Materialkombination aus Beton, Klebstoff und Lamellen abgeleitet werden:

$$\tau_{\rm L1} = 1,186 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}} \tag{4.36}$$

$$s_{\rm L0} = 2,03 \cdot 10^{-1} \tag{4.37}$$

# 4.3.2.4 Diskussion der Ansätze

Stellt man die Ergebnisse aus den drei Versuchsreihen gegenüber, so ergibt sich das Ergebnis aus der Tabelle 4.9.

Serie	$ au_{ m L1}$	SL0	Sieblinie	Zuschlag
-	N/mm²	mm		
C20/25	$0,850 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm \ surf}}$	$2.19 \cdot 10^{-1}$	A/B 8	Ungebrochenes Material aus
Eigene versuche	V eni eni,sur	,		wunchner vorkommen
C20/25	0.510, $f$ , $f$	$2.70 \ 10^{-1}$	A/B 16	Ungebrochenes Material aus
(Zilch et al. 2002)	$0,519$ $\sqrt{J_{\rm cm}}$ $J_{\rm ctm,surf}$	2,70.10		Münchner Vorkommen
C20/25			A/B 16	Ungebrochenes Material aus
(Budelmann, Leusmann	$1,186 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm \ surf}}$	$2.03 \cdot 10^{-1}$		Braunschweiger Vorkommen
2012)	V	,		ç
C40/50	$0.711 \int f f$	1.01.10 <sup>-1</sup>	A/B 8	Ungebrochenes Material aus
Eigene Versuche	$0,711$ , $\sqrt{J_{\rm cm}}$ , $J_{\rm ctm,surf}$	1,81.10		Münchner Vorkommen
C40/50	0.528 [f f	2 20 10-1	A/B 16	Ungebrochenes Material aus
(Zilch et al. 2002)	$0,338 \cdot \sqrt{J_{\rm cm}} \cdot J_{\rm ctm,surf}$	2,30.10		Münchner Vorkommen

 Tabelle 4.9:
 Parameter des bilinearen Verbundansatzes aus den verschiedenen Versuchsserien

Mithilfe der Werte aus Tabelle 4.9 lassen sich folgende Vermutungen äußern:

- Der Wert für den maximalen Schlupf  $s_{L0}$  hat im Vergleich zur maximalen Verbundspannung  $\tau_{L1}$  nur eine relativ geringe Abweichung zwischen den verschiedenen Versuchsserien und liegt circa bei 0,2 mm.
- Der Wert f
  ür die maximale Verbundspannung τ<sub>L1</sub> ist stark abh
  ängig vom verwendeten Beton. Die Beschreibung der maximalen Verbundspannung 
  über die Druck- und Oberfl
  ächenzugfestigkeit des Betons nach (Niedermeier 2001) scheint zumindest f
  ür die M
  ünchner Zuschl
  äge eine brauchbare N
  äherung.
- Die niedrigfesten Zuschläge aus dem Braunschweiger Raum scheinen sich positiv auf die maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$ , jedoch negativ auf eventuell auftretende Reibeffekte auszuwirken.
- Ein kleineres Zuschlagskorn scheint sich ebenfalls positiv auf die maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$  und negativ auf eventuell auftretende Reibeffekte auszuwirkend.

Für eine genaue Quantifizierung der Einflüsse der Betonzusammensetzung wäre jedoch eine umfangreiche Anzahl von standardisierten Verbundversuchen mit unterschiedlichsten Mischungen notwendig. Dies müsste jedoch eher im Rahmen einer Untersuchung der baustoffspezifischen Effekte auf das Tragverhalten von mit CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen erfolgen.

Abschließend lässt sich aus dem Vergleich der Werte in Tabelle 4.9 sagen, dass die Betonzusammensetzung einen erheblichen Einfluss auf das Verbundverhalten der aufgeklebten CFK-Lamellen hat, ähnlich wie dies von (Martin 1984) für den Verbund gerippter Bewehrung und von (Müller 2009) für den Beton-Beton Verbund festgestellt wurde. Aus diesem Grund ist es auch nötig, für jeden Bauteilversuch standardisierte statische Verbundversuche mit der verwendeten Betonmischung durchzuführen, um die auftretenden Effekte beschreiben zu können. Die fordert auch (Martin 1984) für die einbetonierte Bewehrung.

Neben den Einflüssen der Betonmischung kann auch die Steifigkeit der Klebstoffschicht einen Einfluss haben. In (Zilch, Niedermeier 2006) wird jedoch festgestellt, dass dieser Einfluss relativ klein ist. Der Einfluss des Klebstoffalters, wie er von (Zilch, Niedermeier 2006) aus einem Vergleich zwischen mehreren Verbundversuchen vermutet wird, wird jedoch eher auf die Betonzusammensetzung zurückzuführen sein, da das Schwindmaß des Klebstoffs wie in Abschnitt 3.2.5 gemessen, deutlich unter den vermuten Werten von (Zilch, Niedermeier 2006) liegt.

Weitere, kleinere Einflüsse auf die Verbundtragfähigkeit können aus den verschiedenen Untersuchungen vermutet werden:

- Einfluss des Materials der aufgeklebten Bewehrung bzw. zusätzlicher Effekt der Steifigkeit der aufgeklebten Bewehrung, welcher nicht durch die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes abgedeckt ist.
- Einfluss des Verhältnisses zwischen der Breite der aufgeklebten Bewehrung und des Betonbauteils
- Einfluss der Vorbehandlung der Betonoberflächen, die verklebt werden soll

Diese Effekte können jedoch nicht aus den im Vorherigen ausgewerteten Untersuchungen abgelesen werden, da diese Parameter kaum bzw. gar nicht variiert wurden. Die Effekte werden deshalb auf Grundlage von anderen experimentellen und theoretischen Untersuchungen diskutiert.

#### Einfluss des Materials der aufgeklebten Bewehrung

Der Einfluss des Materials der aufgeklebten Bewehrung lässt sich bereits daran erkennen, dass die Ansätze aus der Literatur immer für die Art des Materials der aufgeklebten Bewehrung am besten stimmen, an denen diese kalibriert sind, wie es ein Vergleich verschiedener Ansätze aus der Literatur mit einer breiten Versuchsbasis von Verbundversuchen in (Finckh 2009b) zeigt. So liefern die Ansätze von (Holzenkämpfer 1994) und (Niedermeier 2001), welche an Verbundversuchen mit aufgeklebten Stahllaschen kalibriert wurden, teilweise deutlich niedrigere Verbundbruchkräfte als die Ansätze von (Neubauer 2000) und (Zehetmaier 2006), welche an Verbundversuchen mit aufgeklebten CFK-Lamellen kalibriert wurden.

Vergleicht man die Verbundversuche, welche an der Technischen Universität München an aufgeklebten CFK-Lamellen und Stahllaschen durchgeführt wurden, (Zilch et al. 1998; Schwindl 1999; Zilch, Niedermeier 1999; Zilch et al. 2002; Borchert, Zehetmaier 2003b; Zilch, Niedermeier 2006) untereinander und trägt sich die über die rechnerische Verbundkraft gemäß (Niedermeier 2001) nivellierte Verbundbruchkraft über die Steifigkeit der aufgeklebten Bewehrung auf, so erhält man Bild 4.9.



**Bild 4.9:** Über die rechnerische Verbundkraft gemäß (Niedermeier 2001) nivellierte Verbundbruchkraft der Verbundversuche, welche an der Technischen Universität München durchgeführt wurden, in Abhängigkeit der Steifigkeit der aufgeklebten Bewehrung

Aus dem Bild 4.9 lässt sich erkennen, dass die weniger steifen CFK-Lamellen höhere Verbundbruchkräfte haben als die steiferen Stahllaschen. Diesen Zusammenhang kann man auch an den Versuchswerten und Ansätzen für aufgeklebte CF-Gelege erkennen, welche im Regelfall eine noch geringere Steifigkeit haben und auf noch höhere bezogene Verbundbruchkräfte kommen. Die leichte Zunahme der bezogenen Verbundbruchenergie kann auf die höheren Dehnungen und somit auf die höheren Querstauchungen zurückgeführt werden. Durch die höheren Querstauchungen der weniger steifen CFK-Lamellen gibt es einen leichten Querdruck in der Verbundfläche der CFK-Lamelle, was zu einer leichten Erhöhung der Behinderung des Ablösens der Zuschlagskörner führt. Dieser Zusammenhang ist in Bild 4.10 dargestellt.



**Bild 4.10:** Bessere Verzahnungswirkung der Zuschlagskörner bei aufgeklebter Bewehrung mit geringer Steifigkeit durch die höhere Querdehnung

#### Einfluss des Verhältnisses der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils

In vielen Verbundansätzen (Holzenkämpfer 1994; Neubauer 2000; CNR-DT 200:2004; Chen, Teng 2001; Lu et al. 2005; Toutanji et al. 2007) wird ein Einfluss des Verhältnisses der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils vermutet, was im Regelfall durch den Faktor  $k_b$  ausgedrückt wird. Für diesen Faktor gibt es im Wesentlichen zwei Formulierungen, zum einen die nach (Holzenkämpfer 1994) (Gleichung (4.38)) sowie die nach (Chen, Teng 2001) (Gleichung (4.39)).

$$k_{\rm b} = 1,06 \sqrt{\frac{2 - \frac{b_{\rm L}}{b_{\rm c}}}{1 + \frac{b_{\rm L}}{400}}} \tag{4.38}$$

$$k_{\rm b} = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_{\rm L}}{b_{\rm c}}}{1 + \frac{b_{\rm L}}{b_{\rm c}}}}$$
(4.39)

Im Gegensatz dazu gehen andere Verbundansätze (Niedermeier 2001; Zehetmaier 2006; Ulaga 2003; Dai et al. 2005b) von einem nicht vorhandenen bzw. untergeordneten Einfluss dieses Verhältnisses aus. Aus vollflächigen optischen Verformungsmessungen an Verbundversuchen kann man, wie es Bild 4.11 zeigt, zwei Fälle unterscheiden. Zum einen kommt es zu keiner nennenswerten Mitwirkung des umliegenden Betons bei dem Vorhandensein einer verbundfreien Vorlänge, wie es das Bild 4.11 links zeigt. Somit wird auch das Verhältnis der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils keinen wesentlichen Einfluss haben. Im anderen Fall, wie es das Bild 4.11 rechts zeigt ohne dem Vorhandensein einer verbundfreien Vorlänge kommt es zu einem keilförmigen Mitwirken des Betons, was dann zu einem Ausbruch eines Bruchkeils führen kann. Da in diesem Fall die mitwirkende Breite des Keils bzw. die Bruchfläche diese Keils von dem Verhältnis der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils abhängig ist, werden auch die Bruchkräfte einen gewissen Einfluss haben.

Bei der Auswertung der Endverankerungsverbundversuche, welche an der Technischen Universität München durchgeführt worden sind, lässt sich aufgrund des Vorhandenseins einer verbundfreien Vorlänge kein Einfluss der Breite feststellen. So liegt die Standardabweichung bei der Berücksichtigung des Faktors  $k_b$  in der gleichen Größenordnung wie ohne dessen Berücksichtigung. Die von (Niedermeier 2001) getroffene Feststellung, dass das Verhältnis der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils keinen wesentlichen Einfluss bei den Verbundversuchen hat, ist also begründet. Bei den Versuchen an Bauteilen tritt weder der Fall einer verbundfreien Vorlänge noch die komplett unbehinderte Verformungsmöglichkeit am Riss auf, wie es bei einem Verbundversuch ohne verbundfreie Vorlänge der Fall ist. Aus diesem Grund würde der Ansatz des Faktors  $k_b$  welcher auf Versuche ohne verbundfreie Vorlänge zurückzuführen ist, zu einer Überschätzung der Verbundtragfähigkeit im Bauteil führen und die vollständige Vernachlässigung zu einer Unterschätzung der Tragfähigkeit im Bauteil führen. Im Rahmen der Aufstellung eines Bemessungsansatzes wird in dieser Arbeit der Einfluss des Verhältnisses der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt. Bei allen Verbundversuchen wurde darauf geachtet, dass das Verhältnis der Breite der aufgeklebten Bewehrung zu der des Betonbauteils immer etwa gleich war.





## Einfluss der Vorbehandlung der Betonoberflächen

Vor der Verklebung der aufgeklebten Bewehrung muss die Betonoberfläche von allen arteigenen (Zementschlempe) sowie artfremden Stoffen (Putz- und Malerrückstände) durch geeignete Maßnahmen gereinigt bzw. vorbehandelt werden, da diese Schichten nahezu keine Festigkeit besitzen. Zur Vorbehandlung stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung:

- Sandstrahlen
- Wasserstrahlen
- Vorbehandlung mit Nadelpistole
- Vorbehandlung mit Stockgerät
- Schleifen mit Diamanttellermaschine

Aus Untersuchungen zum Beton-Beton-Verbund (Müller 2009; Lenz, Zilch 2009; Kuloyants 2011) ist bekannt, dass die Vorbehandlung des Altbetons durch die verschiedenen Maßnahmen unterschiedliche Schädigungsgrade in Form von Mikrorissen im Betongefüge verursachen. Gerade das Vorbehandeln mit einer Nadelpistole oder einem Stockgerät kann durch den hohen mechanischen Impuls zu einer Verringerung der Festigkeit der oberflächennahen Schichten führen. Der Effekt der Vorbehandlung ist jedoch im Wesentlichen berücksichtigt, wenn die Oberflächenzugfestigkeit an einer Fläche ermittelt wurde, welche auf die gleiche Weise vorbehandelt wurde wie die zu verklebende Fläche.

Neben den soeben genannten Effekten haben sicherlich auch der Versuchsaufbau sowie die Versuchsdurchführung der Verbundversuche einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis der Verbundversuche. Für die Durchführung von solchen Versuchen stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung, welche nachfolgend kurz beschrieben und in Bild 4.12 dargestellt sind:

- Doppellaschenkörper: Der Doppellaschenkörper stellt bei Verbundversuchen mit aufgeklebter Bewehrung den häufigsten Versuch dar. Dabei wird ein Betonkörper beidseitig mit den jeweiligen Bewehrungselementen verklebt, was den Vorteil bietet, dass das Kräftegleichgewicht alleinig über den Beton hergestellt werden kann. Der Verbundversuch am Doppellaschenkörper kann entweder als Zug-Druck-Körper oder als Zug-Zug-Körper durchgeführt werden.
  - **Zug-Druck-Körper:** Hierbei wird die Lamelle von einem unbewehrten Betonkörper abgezogen, wobei die Zugkräfte der Lamellen über den Versuchsaufbau wieder in den Beton als

Druckkraft eingeleitet werden. Durch diesen Versuchsaufbau kann über eine nicht zentrische Einleitung der Druckkraft das Problem entstehen, dass die Kräfte in beiden Laschen/ Lamellen nicht ganz identisch sind und kleine Kräfte normal zur Klebefläche auftreten, was zu Veränderungen der aufnehmbaren Verbundspannung führt.

- Zug-Zug-Körper: Beim Zug-Zug-Körper wird die Lamelle auf einen durch ein Blech getrennten Betonkörper, welcher an jeder Seite mit einer Verankerungskonstruktion bewehrt ist, verklebt. In einer Hälfte des Köpers wird das Entkoppeln der Lamelle durch Anpressen verhindert, auf der anderen Seite wird der Verbundversuch durchgeführt. Mithilfe der Verankerungskonstruktionen wird der Versuchskörper mit einer Standardprüfmaschine auseinander gezogen. Dieser Versuchskörper stellt nach Meinung des Autors den realitätsnahesten und am genauesten durchführbaren Endverankerungsverbundversuch dar.
- Einzellaschenkörper: Für die Durchführung wird ein unbewehrter Versuchskörper z.B. auf den Tisch einer Prüfmaschine gespannt und die Lamelle dann mithilfe der Festhalterung durch Klemmbacken mit der Prüfmaschine abgezogen. Der Versuch bietet den Vorteil, dass die Maschine anhand der Verschiebungen oder Dehnungen einer Lasche gesteuert werden kann. Ein Nachteil ist jedoch, dass eine kleine Momentenbeanspruchung im Versuchskörper entsteht.
- Biegeverbundversuch: In Anlehnung an (RILEM TC9-RC 1994a) können auch Biegeverbundversuche durchgeführt werden. Allerdings tritt hier das Problem auf, dass neben den reinen Scherkräften auch Kräfte normal zur Klebefläche auftreten, was zu Veränderungen der aufnehmbaren Verbundspannung führt.

Wichtige Paramater bei der Durchführung von Endverankerungsverbundversuchen sind neben der Verbundlänge und den verwendeten Materialien die verbundfreie Vorlänge und die Geschwindigkeit der Lastaufbringung bei der Durchführung der Verbundversuche. Wenn die verbundfreie Vorlänge nicht vorhanden oder nicht lang genug ist, kommt es zu einer Ausbildung eines Betonbruchkeiles innerhalb der definierten Verbundlänge. In Bauteilversuchen wurde die Ausbildung dieser Bruchkeile im Endverankerungsbereich seltener beobachtet als in Verbundversuchen ohne verbundfreie Vorlängen und sollte deshalb vermieden werden. Das Ergebnis der Verbundversuche wird auch mit der Prüfgeschwindigkeit in Zusammenhang stehen. (Zilch, Niedermeier 2008) schlagen für die Durchführung von Verbundversuchen eine verformungsgesteuerte Lastaufbringung von 0,01 mm/s vor.





#### 4.3.2.5 Vergleich der Ansätze mit weiteren Versuchen

Wie aus dem Vorherigen ersichtlich, beschreibt der Ansatz von (Niedermeier 2001) das Verbundverhalten der aufgeklebten Stahllaschen hinreichend. Auch die von ihm vorgeschlagene Ermittlung der Verbundgrößen sowie deren Beschreibung über die mechanischen Eigenschaften des Betons stellt eine gute Näherung

dar. Da im Rahmen dieser Arbeit jedoch im Wesentlichen Versuche mit CFK-Lamellen betrachtet werden, werden die Modifikationen des (Niedermeier 2001)-Ansatzes von (Zehetmaier 2006) sowie die Modifikation, welche sich aus der Auswertung der eigenen Versuche in Abschnitt 4.3.2.3, ergibt nachfolgend noch einmal mit weiteren Versuchen an CFK-Lamellen aus der Literatur verglichen. Für die Gegenüberstellung dienen neben den Untersuchungen, welche bereites in Abschnitt 4.3.2.3 ausgewertet wurden, die anderen wesentlichen Versuchsserien, welche an CFK-Lamellen in Deutschland durchgeführt wurden:

- Versuche im Rahmen der Diplomarbeit von (Schwindl 1999) bzw. im Rahmen des Untersuchungsberichtes (Zilch, Blaschko 1999)
- Versuche im Rahmen der Untersuchungen (Rostásy, Neubauer 1996)
- Versuche im Rahmen der Untersuchungen (Rostásy, Neubauer 1998)
- Versuche im Rahmen des Untersuchungen (Borchert, Zehetmaier 2003b)

Da es sich bei einigen Untersuchungsberichten um Eigentum von bestimmten Firmen handelt, wird im Vergleich nicht dargestellt, welche Werte aus welchen Berichten stammen. Da einige Versuche kraftgesteuert durchgeführt wurden oder keine Relativverschiebungs-Längsdehnungskurven vorlagen, können hier nur die Lamellenkräfte mit den Ansätzen verglichen werden. Diese Kräfte sind höher, da hier auch eventuelle Reibeffekte enthalten sind, welche der bilineare Verbundansatz nicht berücksichtigt. Diese Reibeffekte werden zusätzlich durch die in dem Abschnitt 4.3.2.2 ermittelten Reibgrößen ergänzt. Der Ansatz sowie die Versuchswerte sind nivelliert über die maximale rechnerische Verbundkraft nach Zehetmaier im Bild 4.13 links dargestellt und über die maximale rechnerische Verbundkraft, welche sich aus den Versuchen aus Abschnitt 4.3.2.3 ergab, im Bild 4.13 rechts dargestellt. Für die Darstellung des charakteristischen Wertes wurde das Verhältnis von (Niedermeier 2001) gewählt, womit der charakteristische Wert bei circa 66 % des Mittelwertes liegt.



**Bild 4.13:** Vergleich der maximalen Lamellenkräfte nahezu aller Verbundversuche an CFK-Lamellen, welche in Deutschland durchgeführt wurden, mit dem Ansatz nach (Zehetmaier 2006) (links) und dem Ansatz, welcher sich aus den Versuchen aus Abschnitt 4.3.2.3 ergibt (rechts)

Aus Bild 4.13 ist zu erkennen, dass der Ansatz von (Zehetmaier 2006) eine relativ konservative Abschätzung der Versuche ergibt. Die Modifikation durch den Reibeffekt welcher aus den zugehörigen Versuchen abgelesen wurde, scheint jedoch die Reibung zu überschätzen. Der Effekt der Reibung ist jedoch an den Endverankerungsversuchen nicht immer gut quantifizierbar. Im Gegensatz dazu scheint der Ansatz, welcher sich aus den Versuchen aus Abschnitt 3.3.2 ergibt, die Verbundbruchkräfte leicht zu überschätzen.

Ermittelt man sich nun für die gesamte Datenbasis das ideale Verbundgesetz mit der kleinsten Standardabweichung, so ergeben sich die folgenden Größen:

$$\tau_{\rm L1} = 0.644 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}} \tag{4.40}$$

$$s_{\rm L0} = 0,2 \,\,\rm{mm}$$
 (4.41)

$$\tau_{\rm LF} = 0.03 \cdot \tau_{\rm L1} \tag{4.42}$$

In Bild 4.14 ist der Vergleich dieser Größen mit den Verbundbruchkräften aus der Datenbasis dargestellt.





#### 4.3.2.6 Verwendeter Ansatz

Als Grundwert für den Verbund aufgeklebter Bewehrung wird die bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung verwendet, wie sie in Bild 4.4 dargestellt ist. Die Reibung wird bei der Verankerung am Einzelriss vernachlässigt, da der Effekt der Reibung an den Endverankerungsversuchen nicht immer gut quantifizierbar ist. Für die Auswertung der eigenen Versuche wird die in Abschnitt 4.3.2.3 an den eigenen Versuchen ermittelte Beziehung verwendet. Für die Auswertung bzw. Nachrechnung anderer Versuche aus der Literatur und für einen Bemessungsvorschlag werden die Parameter für den maximalen Schlupf  $s_{L0}$  sowie die maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$  des bilinearen Verbundansatzes von (Niedermeier 2001) für Stahllaschen und des mittleren Ansatzes aus Abschnitt 4.3.2.5 für CFK-Lamellen verwendet. Die Werte, die sich aus den Ansätzen ergeben, sind in Tabelle 4.10 aufgelistet.

Die Werte beruhen auf der Auswertung von (Zilch, Niedermeier 2008), bei welcher auf Grundlage von Verschiebungsmessungen zwischen Lamelle und Beton die Randwerte des bilinearen Ansatzes bestimmt wurden. Aus den in Abschnitt 4.3.2.2 beschriebenen Problemen ist ersichtlich, dass die Bestimmung des elastischen Ansatzes  $s_{L1}$  besonders bei CFK-Lamellen einige Probleme bereitet. Aus diesem Grund wird für die Bestimmung des elastischen Astes die Gleichung (4.43) verwendet.

$$s_{\rm L1} = \frac{6 \,\,\mathrm{mm} + 7.2 \cdot d_{\rm g}}{E_{\rm c}} \cdot \tau_{\rm L1} \tag{4.43}$$

Da im Regelfall der bilineare Ansatz linearisiert wird, ist die Größe des elastischen Astes bei statischen Bruchversuchen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit ausgewertet werden, nicht von Bedeutung.

Material	Statistische Größe	$ au_{ m L1}$	S <sub>L0</sub>	$G_{ m F}$
-	-	N/mm²	mm	N/mm
Stabilasaban	Mittelwert	$0,432 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$1,95 \cdot 10^{-1}$	$0,042 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$
Stanllaschen	Charakteristisch	$0,300 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$1,85 \cdot 10^{-1}$	$0,028 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$
CEK Lamollon	Mittelwert	$0,644 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$2,0\cdot 10^{-1}$	$0,064 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$
CFK-Lamellen	Charakteristisch	$0,431 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$2,0.10^{-1}$	$0,043 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$

 
 Tabelle 4.10:
 Randwerte des verwendeten bilinearen Verbundansatzes für Stahllaschen und CFK-Lamellen

# 4.3.3 Verbundkraftübertragung am idealisierten Zwischenrisselement

## 4.3.3.1 Grundlagen

Wie aus Abschnitt 4.3.1 bzw. Bild 4.3 ersichtlich ist, ist bei aufgeklebter Bewehrung neben der Verbundkraftübertragung im Endverankerungsbereich auch eine Verbundkraftübertragung am Bauteil nötig. In Deutschland und anderen europäischen Ländern hat sich zur Verbundkraftübertragung am Bauteil die Betrachtung eines Elements zwischen den Biegerissen, des sogenannten Zwischenrisselements, weitestgehend durchgesetzt. Erstmalig formuliert (Niedermeier 1997) grundlegende Gedanken zur Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement, für welche (Niedermeier 1999) erstmalig eine theoretische Lösung auf Grundlage der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes angibt. Auch (Neubauer 2000) gibt kurz darauf eine solche theoretische Lösung für die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement an. Die Ansätze von (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) sind wie in (Niedermeier 2005) und (Zilch et al. 2011b) gezeigt wurde, ineinander überführbar. Nachfolgend wird die Lösung von (Niedermeier 2001) verwendet.

# Allgemeine Lösung der Differentialgleichung (DGL) am Zwischenrisselement:

Auf Grundlage der bilinearen Verbundspannungsschlupfbeziehung löst (Niedermeier 2001) die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingungen des Zwischenrisselements. Dafür stellt er acht verschiedene Fälle auf. Bei den Fällen eins bis fünf wirkt der Beton zwischen den Rissen mit. Bei den Fällen sechs bis acht, welche den Grenzzustand der Tragfähigkeit darstellen, kommt es zu keiner Mitwirkung des Betons. Er gibt für alle Fälle die Rand- und Übergangsbedingungen an. Da der maximale Zugspannungszuwachs nur ohne Mitwirkung des Betons zustande kommt, werden hier nur die Fälle sechs bis acht wiedergegeben. Für diese Fälle löst Niedermeier die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingungen nach Bild 4.15.



Bild 4.15: Randbedingungen am Zwischenrisselement nach Niedermeier für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) (Fälle 6-8)

Für den Fall 6 und den Fall 7 kann keine explizite Lösung gefunden werden, da entweder die Relativverschiebung  $s_{L,el}$  oder die Spannung  $\sigma_L^{i}$  unbekannt ist. In diesen Fällen muss die Lösung iterativ ermittelt werden. Lediglich für den Fall 8 lässt sich eine explizite Lösung finden.

#### Lösung für den durch Verbund aufnehmbaren Spannungszuwachs

Da sich die Beziehungen in Bild 4.15, wie beschrieben mit Hilfe der DGL des verschieblichen Verbundes nicht geschlossen lösen lassen, linearisiert (Niedermeier 2001) den bilinearen Verbundansatz für die Fälle 6-8 und erhält daraus die in Bild 4.16 dargestellte Lösung für das Zwischenrisselement.



**Bild 4.16:** Durch Verbund aufnehmbarer Spannungszuwachs am Zwischenrisselement nach (Niedermeier 2001) (linearisierter bilinearer Verbundansatz ohne Verbundreibung)

Mit der dargestellten Beziehung am Zwischenrisselement kann in Abhängigkeit der Lamellengrundspannung  $\sigma_{LE}$  die zusätzlich aufnehmbare Lamellenspannung  $\Delta\sigma_{LR}$  berechnet werden. Diese Beziehung gliedert sich prinzipiell in zwei Bereiche, einen Bereich 1 bei niedrigerer Lamellengrundspannung, in welchen der Einfluss der Rissabstände eingeht, und einen Bereich 2, in welchem der Rissabstand für die aufnehmbare Verbundspannung an einem Zwischenrisselement keinen Einfluss mehr hat. Mit einer Linearisierung des bilinearen Ansatzes erhält Niedermeier den durch Verbund aufnehmbaren Zuwachs der Lamellenspannung  $\Delta\sigma_{LR}$  für den Bereich 2 (Gleichung (4.44)). Diese Gleichung hängt ausschließlich von der Verbundbruchenergie, den Lamellenkennwerten sowie von der Spannung am geringer beanspruchten Rissufer ab.

$$\Delta \sigma_{\rm LR,BL} = \sqrt{\frac{2 \cdot G_{\rm F} \cdot E_{\rm L}}{t_{\rm L}} + \sigma_{\rm LE}^2} - \sigma_{\rm LE}$$
(4.44)

Der Bereich 1, bei welchem die Länge des Zwischenrisselementes  $s_r$  berücksichtigt werden muss, tritt nur auf, wenn der Rissabstand kleiner ist als die maximale Verbundlänge  $l_{Lb,max}$  nach Gleichung (4.19). Der aufnehmbare Spannungszuwachs kann durch eine Gerade (Gleichung (4.45)) zwischen dem Punkt G und dem Punkt D beschrieben werden. Der Punkt G ist der Punkt, an dem keine Lamellengrundspannung herrscht. Die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung errechnet sich nach den Gleichungen (4.18) bis (4.20), wobei statt der Verbundlänge in Gleichung (4.20) der Rissabstand eingesetzt wird.

$$\Delta \sigma_{\text{LR,BL}} = \Delta \sigma_{\text{LR,BL}}{}^{G} - \frac{\Delta \sigma_{\text{LR,BL}}{}^{G} - \Delta \sigma_{\text{LR,BL}}{}^{D}}{\sigma_{\text{L}}{}^{D}} \cdot \sigma_{\text{LE}}$$
(4.45)

Der Punkt D stellt die Grundspannung dar, ab der der Rissabstand keinen Einfluss mehr auf die Verbundtragfähigkeit hat. Dieser errechnet sich nach Gleichung (4.46). Die zugehörige aufnehmbare Lamellenspannung kann mit Gleichung (4.44) ermittelt werden.

$$\sigma_{\rm L}^{\ D} = \frac{s_{\rm L0} \cdot E_{\rm L}}{s_{\rm r}} - \tau_{\rm L1} \cdot \frac{s_{\rm r}}{4 \cdot t_{\rm L}}$$
(4.46)

Zusätzlich wird die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung sowie die Grundspannung noch durch die Zugfestigkeit der CFK-Lamelle bzw. der Fließgrenze der Stahllasche begrenzt.

#### 4.3.3.2 Auswertung verschiedener Versuche am idealisierten Zwischenrisselement

Aus jedem im Rahmen diese Arbeit durchgeführten Versuch am idealisierten Zwischenrisselement (ZRE) erhält man eine aufnehmbare Lamellenkraftdifferenz  $\Delta \sigma_{LR}$ , welche in einem Diagramm wie z.B. Bild 4.16 aufgetragen werden kann. Durch die Wahl unterschiedlicher Verhältnisse beider Kräfte am Ende der Lamelle erreicht man jeweils einen anderen Bereich in der Kurve.

In Bild 4.17 sind die Versuchswerte am idealisierten Zwischenrisselement aus Abschnitt 3.4 der Gleichung (4.44) mit der Verbundbruchenergie  $G_F$  der Endverankerungsversuche nach Gleichung (4.47) gegenübergestellt.

$$G_{\rm F} = 0.079 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}} \tag{4.47}$$

Dabei sind sowohl die Kurve wie auch die Versuchswerte durch die Größen, von denen diese abhängen, nivelliert. Nur so können die verschiedenen Betonfestigkeiten, die in den Versuchen vorlagen, in einem Diagramm mit dem zugehörigen Ansatz dargestellt werden.



**Bild 4.17:** Vergleich der eigenen Versuchsergebnisse aus Abschnitt 3.4 am idealisierten Zwischenrisselement mit dem Ansatz von (Niedermeier 2001) mit der Verbundbruchenergie der Endverankerungsversuche

Aus dem Diagramm erkennt man, dass die Beziehung am Zwischenrisselement nach (Niedermeier 2001) mit der Verbundbruchenergie der Endverankerungsversuche die Versuchsergebnisse am idealisierten Zwischenrisselement im Mittel nahezu exakt trifft. Da die in den Versuchen verwendete Materialkombination aus CFK-Lamelle, Klebstoff und dem Beton mit dem 8 mm Größtkorn schon bei den Endverankerungsversuchen im Gegensatz zu anderen Versuchsserien keine Reibeffekte zeigte, werden nachfolgend noch weitere Versuche am Zwischenrisselement mit einem anderen Größtkorn betrachtet.

Bei den Versuchen am idealisierten Zwischenrisselement von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) wurde ein Beton mit einem größeren Korn (Durchmesser 16 mm) verwendet. Die wesentlichen Parameter sowie die Versuchsaufbauten von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) sind in (Zilch et al. 2012b) ebenfalls dargestellt. In Bild 4.18 sind alle Versuchsergebnisse der verschiedenen Serien der Gleichung (4.44) mit der Verbundenergie  $G_F$  nach Abschnitt 4.3.2.6 gegenübergestellt.

Aus dem Vergleich in Bild 4.18 lässt sich erkennen, dass aufgrund der geringeren Verbundbruchenergie des mittleren Ansatzes in Abschnitt 4.3.2.6 nun nahezu alle Versuche über der Gleichung (4.44) liegen. Besonders die Versuche mit dem 16 mm Größtkorn liegen deutlich über dem Ansatz.



**Bild 4.18:** Vergleich der verschiedenen Versuchsserien am idealisierten Zwischenrisselement mit der Gleichung (4.44) und der Verbundenergie nach Abschnitt 4.3.2.6

Die höheren Bruchkräfte werden im Folgenden auf den Effekt der Reibung zwischen den bereits vor dem vollständigen Verbundversagen bereichsweise ausgebildeten Verbundbruchflächen zurückgeführt, der in dem bilinearen Verbundansatz nicht enthalten ist. Diese Verbundreibung resultiert aus der Kornverzahnung der rauen Bruchflächen, welche im Regelfall durch die oberflächennahe Betonschicht verläuft und eine maximale Tiefe bis zum Größtkorndurchmesser des Betons aufweist.

Da es sich bei dem Reibverbund um ähnliche Effkte wie bei der Rissverzahnung handelt, ist anzunehmen, dass dieser Effekt umso größer wird, je größer das verwendete Größtkorn des Betons ist (vgl. z.B. Walraven 1980; Nissen 1987).

#### Erweiterte Modellvorstellung

Aufgrund der zusätzlich aufnehmbaren Spannungszuwächse am idealisierten Zwischenrisselement wird der bilineare Verbundansatz um die Reibung erweitert, wie es in Bild 4.19 dargestellt ist. Dazu muss nun aus den Versuchen die Reibverbundspannung  $\tau_{LF}$  ermittelt werden.





Setzt man diese Verbundspannungsschlupfbeziehung in die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes ein, so erhält man ein System mit drei gekoppelten Differentialgleichungen. Dieses kann man zwar einzeln mit den Randbedingungen des Zwischenrisselementes algebraisch lösen, das so entstehende Gleichungssystem für die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung am Zwischenrisselement lässt sich jedoch nicht mehr geschlossen beschreiben. Linearisert man die bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung wieder und löst man die DGL des verschieblichen Verbundes für die zusätzlichen Reibverbundspannungen, so kann man durch die Addition der verschiedenen Effekte das System wieder beschreiben.

Die zusätzlich durch Verbundreibung am idealisierten Zwischenrisselement aufnehmbare Lamellenspannung  $\Delta \sigma_{LR,BF}$  erhält man aus der Multiplikation der Reibverbundspannung mit der bereits entkoppelten Fläche, welche man aus der Differenz der Risselementlänge  $s_r$  und der wirksamen Verbundlänge erhält. Die wirksame Verbundlänge  $s_{r,eff}$  setzt sich aus der elastischen  $s_{r,el}$  und der plastisch entfestigenden Länge  $s_{r,pl}$  zusammen. Somit erhält man Gleichung (4.48).

$$\Delta \sigma_{\mathrm{LR,BF}} = \frac{\tau_{\mathrm{LF}} \cdot (s_{\mathrm{r}} - s_{\mathrm{r,el}} - s_{\mathrm{r,pl}})}{t_{\mathrm{L}}} = \frac{\tau_{\mathrm{LF}} \cdot (s_{\mathrm{r}} - s_{\mathrm{r,eff}})}{t_{\mathrm{L}}}$$
(4.48)

Die wirksame Verbundlänge, welche mit zunehmender Grundspannung abnimmt, erhält man wieder aus der Linearisierung des bilinearen Verbundansatzes nach (Niedermeier 2001) mit Gleichung (4.49).

$$(s_{r,el} + s_{r,pl}) = s_{r,eff} = \frac{2 \cdot t_L \cdot E_L}{\tau_{L1}} \cdot \left( \sqrt{\frac{\tau_{L1} \cdot s_{L0}}{t_L \cdot E_L} + \frac{\sigma_L^2}{E_L^2}} - \frac{\sigma_L}{E_L} \right)$$
(4.49)

#### Auswertung der eigenen Versuche

Für die Auswertung der Versuche und somit auch für die Ermittlung der Reibverbundspannung gibt es nun zwei Möglichkeiten:

- Abschnittsweises Lösen der DGL des verschieblichen Verbundes und die Ermittlung der vier Parameter des um die Reibung erweiterten bilinearen Verbundansatzes am Zwischenrisselement über die Lamellendehnungen und die Verschiebungen aus den Versuchen. Dieses Verfahren ist ähnlich dem Verfahren, welches von (Zilch, Niedermeier 2008) für die Ermittlung der drei Parameter des bilinearen Verbundansatzes für den Endverankerungspunkt vorgeschlagen wird (vgl. auch Abschnitt 4.3.2.2).
- Man setzt die Parameter des bilinearen Verbundansatzes als bekannt voraus (z.B. aus den Endverankerungsversuchen oder aus dem mittleren Verbundansatz nach Abschnitt 4.3.2.6) und ermittelt sich die Reibverbundspannung über die Gleichung (4.48) aus der Differenz der Versuchsergebnisse zu dem bisherigen Ansatz aus den Gleichungen (4.44) und (4.45).

Im Weiteren ist die zweite Möglichkeit forciert worden, die Auswertung des Reibverbundes über die bekannten Ansätze mit den Gleichungen (4.44) (4.45), (4.48) und (4.49) durchzuführen. Bei dieser Auswertung wird stets vom mittleren Verbundansatz nach Abschnitt 4.3.2.6 ausgegangen, da dieser im Mittel die Versuche am besten beschreiben wird. Auf die Auswertung der eigenen Versuche mit den aus den Endverankerungsversuchen ermittelten Werten wird verzichtet, da sich hier der Reibverbund zu Null ergibt (vgl. auch Bild 4.17). Die erste Möglichkeit wird nur exemplarisch an einigen Versuchen aus Abschnitt 3.4 durchgeführt. Nun stellt sich noch die Frage, welchen Einfluss die Betonfestigkeit auf den Reibverbund hat. Zur Beschreibung des Einflusses der Betonfestigkeit werden drei Möglichkeiten untersucht. Zum einen die Beschreibung der Reibverbundspannung über die bisherige Kombination der Betondruck- und der Betonzugfestigkeit (Gleichung (4.50)), welche von (Niedermeier 2001) vorgeschlagen wurde. Zum anderen rein über die Oberflächenzugfestigkeiten (Gleichung (4.51)), wie dies von (Holzenkämpfer 1994) und (Neubauer 2000) vorgeschlagen wurde. Im Folgenden wird noch ein weiterer Ansatz über eine Potenzfunktion der Betondruckfestigkeit untersucht (Gleichung (4.52)).

$$\tau_{\rm LF} = c \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm, surf}} \tag{4.50}$$

$$\tau_{\rm LF} = c \cdot f_{\rm ctm, surf} \tag{4.51}$$

$$\tau_{\rm LF} = c \cdot f_{\rm cm}^{\ a} \tag{4.52}$$

Der dritte Ansatz wird untersucht, da bei der Analyse der Ausbruchflächen der Versuche am Zwischenrisselement beobachtet wurde, dass die Ausbruchtiefen bei dem niedrig festeren Beton deutlich tiefer sind als bei dem höher festen Beton. Es wird angenommen, dass eine tiefere Ausbruchfläche sich günstig auf den Reibverbund auswirkt, was nur mit Gleichung (4.52) beschrieben werden kann.

Die Mittelwerte und charakteristischen Werte, die sich für die Reibverbundspannung aus den Versuchen ergeben, sind in Tabelle 4.11 angegeben.

 
 Tabelle 4.11:
 Aus den Versuchen bestimmte Mittelwerte und charakteristische Werte für den Reibverbund in Abhängigkeit des gewählten Ansatzes

	Gleichung (4.50)	Gleichung (4.51)	Gleichung (4.52)
Mittelwert	$\tau_{\rm LF} = 3.9 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm, surf}}$	$\tau_{\rm LF} = 0,14 \cdot f_{\rm ctm,surf}$	$\tau_{LF} = 4,32 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$
Charakteristischer Wert	$\tau_{\rm LF} = 2.2 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm, surf}}$	$\tau_{\rm LF} = 0.08 \cdot f_{\rm ctm, surf}$	$\tau_{LF} = 2.95 \cdot f_{\rm cm}^{-0.89}$

In Bild 4.20 sind für alle durchgeführten Versuche am idealisierten Zwischenrisselement das Verhältnis zwischen Versuchswert und rechnerischem Wert der Mittelwertgleichung nach Tabelle 4.11 dargestellt. Es fällt auf, dass die Gleichung (4.52) im Schnitt die geringste Abweichung liefert.



**Bild 4.20:** Auswertung der Verbundversuche aus Abschnitt 3.4 über die drei verschiedenen Ansätze aus Tabelle 4.11

# Einbeziehung der Versuche von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005)

Wie bereits erwähnt, wurde bei den hier vorgestellten Versuchen ein Beton mit einem Größtkorndurchmesser von 8 mm verwendet, um eine untere Abschätzung des Reibverbundes zu erhalten. Bezieht man nun die Versuchsserien von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) mit ein, bei welchen ein Beton mit einem Größtkorndurchmesser von 16 mm verwendet wurde, so erhält man eine Abschätzung über den Einfluss des Größtkorndurchmesser auf den Reibverbund.

Die Mittelwerte und charakteristischen Werte, die sich für die Reibverbundspannung aus den Versuchsserien von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) ergeben, sind in Abhängigkeit des gewählten Ansatzes für den Einfluss der Betonfestigkeit in Tabelle 4.12 angegeben.

 
 Tabelle 4.12:
 Mittelwerte und charakteristische Werte für den Reibverbund in Abhängigkeit der gewählten Ansätze für die Versuchsserien von Thorenfeld und Schilde

	Gleichung (4.50)	Gleichung (4.51)	Gleichung (4.52)					
(Thorenfeld 2002)								
Mittelwert	$\tau_{\rm LF} = 8.6 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm, surf}}$	$\tau_{\rm LF} = 0,32 \cdot f_{\rm ctm,surf}$	$\tau_{LF} = 20,94 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$					
Charakteristischer Wert	$\tau_{\rm LF} = 4.2 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm, surf}}$	$\tau_{\rm LF} = 0.16 \cdot f_{\rm ctm, surf}$	$\tau_{LF} = 10,25 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$					
	(Schilde )	2005)						
Mittelwert	$\tau_{\rm LF} = 13, 1 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm, surf}}$	$\tau_{\rm LF} = 0,45 \cdot f_{\rm ctm,surf}$	$\tau_{LF} = 19,40 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$					
Charakteristischer Wert	$\tau_{\rm LF} = 8.2 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$\tau_{\rm LF} = 0.30 \cdot f_{\rm ctm, surf}$	$\tau_{LF} = 13,61 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$					

In Bild 4.21 sind für alle Versuche am idealisierten Zwischenrisselement das Verhältnis zwischen Versuchswert und rechnerischem Wert der Mittelwertgleichung nach Tabelle 4.12 und Tabelle 4.11 dargestellt.



**Bild 4.21:** Auswertung aller Verbundversuche am idealisierten Zwischenrisselement über die drei verschiedenen Ansätze aus Tabelle 4.12 und Tabelle 4.11

Vergleicht man nun die Werte aus der Tabelle 4.11 und Tabelle 4.12 der verschiedenen Ansätze für den Einfluss der Betonfestigkeit untereinander, so ergibt sich für die Gleichung (4.50) exemplarisch das Bild 4.22 rechts. Für die Gleichung (4.52) ergeben sich für die Versuchsserien die Werte, wie sie in Bild 4.22 links dargestellt sind. In dem Bild 4.22 fällt auf, dass die Gleichung (4.52) die geringsten Abweichungen zwischen den Versuchen von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) liefert.



**Bild 4.22:** Vergleich der Werte aus der Versuchsauswertung für die verschiedenen Versuchsserien am Zwischenrisselement für die Gleichungen (4.50) (links) und (4.52) (rechts)

# Beispielhafte numerische Nachrechnung

## Vorgehen

In der Master's Thesis von (Ellinger 2010) wurden die Versuche mit Hilfe einer numerischen Simulation nachgerechnet. Dabei wird der Verbund zwischen Lamelle und Beton durch nichtlineare Federn abgebildet. Es werden dafür im Verbundbereich Abschnitte mit geeigneter Größe definiert, die jeweils durch eine Feder beschrieben werden. Auf diese Weise gelingt es, die Verbundbeziehung auch für höherwertige Ansätze zu lösen. Den Federn wird hier die Beziehung zwischen Schlupf aus Verbundspannungen hinterlegt und mit der Fläche eines Elementes multipliziert. Damit erhält man das Gesetz, das den Federn in der Rechnung hinterlegt wird. Die Versuche am Zwischenrisselement wurden mit dem Federmodell nach Bild 4.23 in das Finite Element Programm (Marc 2007) eingegeben. Hierbei wurde die Last in circa 1500 Zeitschritten aufgebracht, wobei Lamellengrundkraft und die Lamellenkraftdifferenz je Zeitschritt kontinuierlich erhöht wurden, wie es bei den Versuchen auch der Fall gewesen ist.



**Bild 4.23:** Modell für den idealisierten Zwischenrisselementversuch aus Federn zur numerischen Beschreibung des Versuche mithilfe finiter Elemente

Aufgrund der Belastungen im Versuch sowie im Modell kommt es in bestimmten Bereichen zu einer Umkehr der Verbundbelastung. Dies geschieht am niedriger beanspruchten Rissufer, da sich aufgrund der Verträglichkeit eine Verbundbeanspruchung entgegengesetzt der nachherigen Entkopplungsrichtung aufbaut. Dieses Phänomen führt zu einer gewissen Vorschädigung, die bei einer nachträglichen Rückrechnung der Verformungen berücksichtigt werden muss. Diese Vorschädigung ist umso größer, je geringer die Lamellenkraftdifferenz am Zwischenrisselementversuch ist. Jedoch darf dieser Effekt der Vorschädigung nicht voll auf das Bauteil übertragen werden, da die Randbedingungen im Bauteil leicht unterschiedlich zu den Randbedingungen im Versuch sind. Eine plastische Betrachtung wie von (Niedermeier 2001) ohne Vorschädigung scheint am Bauteil durchaus gerechtfertigt, da aufgrund des Rissbildungsprozesses zuerst der Kraftunterschied auftritt und dann die Basiskraft zusammen mit dem Kraftunterschied in einem gewissen Verhältnis anwachsen wird. Der Kraftunterschied, ab welchem die Basiskraft im Bauteil mit ansteigt, ist stark vom Rissbildungsprozess abhängig und wird deshalb auch eine stark streuende und rechnerisch schwer richtig zu erfassende Größe sein. Aus diesem Grund und dem versuchstechnisch erheblichen Mehraufwand stellt die kontinuierliche Steigerung der Basiskraft sowie der Lamellenkraftdifferenz eine geeignete Näherung des Versuches dar.

Bei der Rückrechnung der Verschiebungen der Versuche muss jedoch diese Vorschädigung mit berücksichtigt werden. Dies geschieht durch die Verbundspannungsschlupfbeziehung, wie sie beispielhaft in Bild 4.24 für die Verbundspannungsschlupfbeziehung mit Reibung dargestellt ist. Falls in der Rechnung eine Feder vor dem Umkehrpunkt den elastischen Bereich des Verbundgesetzes überschritten hat, tritt hier eine Vorschädigung ein. Dies wird in Bild 4.24 mit den grauen Linien dadurch beschrieben, dass der letzte Wert der Verbundspannung der Vorbelastung nicht mehr überschritten werden darf. Der Verlauf der Verbundspannungen während des Umkehrens der Belastung geht immer durch den Nullpunkt, was damit erklärt wird, dass die Körner der Betonmatrix in ihre ursprüngliche Lage zurückwandern und erst dann wieder in der entgegengesetzten Richtung eine Kraft aufgebaut werden kann.



**Bild 4.24:** Bilineare Federkennlinie mit der Erweiterung durch einen Reibblock und einer Vorschädigung, wie sie zur numerischen Berechnung verwendet wurde

## Beispielhafte Betrachtung eines idealisierten Zwischenrisselementes

Um die Modellierung zu überprüfen und zu veranschaulichen, wurden von (Ellinger 2010) zunächst Endverankerungsversuche mit dem bilinearen Ansatz nach Kapitel 4.3.2.6 modelliert und danach ideale Zwischenrisselementversuche ebenfalls mit den bilinearen Ansätzen aus Kapitel 4.3.2.6 und dem erweiterten bilinearen Ansatz modelliert. Die Modellierungen wurden beispielhaft mit einem idealen C20/25 und einer Reibverbundspannung von 1,0 N/mm<sup>2</sup> durchgeführt. Damit ergeben sich die Randwerte für die Verbundspannungsschlupfbeziehungen nach Tabelle 4.13.

	$ au_{ m L1}$	S <sub>L1</sub>	SL0	$ au_{ m LF}$
	N/mm²	mm	mm	N/mm²
Ansatz	$0,644 \cdot \sqrt{f_{ m cm} \cdot f_{ m ctm,surf}}$	$\frac{6 \text{ mm} + 7,2 \cdot d_{g}}{E_{c}} \cdot \tau_{L1}$	0,2	1,0
Wert	5,05	0,02	0,2	1,0

Mit diesen Werten wird hier exemplarisch ein 200 mm langes Zwischenrisselement mit einem Kraftunterschied zwischen den beiden Rissufern von 20 Prozent für den bilinearen Ansatz mit und ohne Reibung berechnet und in Bild 4.25 dargestellt. In Bild 4.25 sind links oben die Lamellenkräfte über die Verschiebungen dargestellt, welche sich aus der Berechnung am Zwischenrisselement ohne Reibung ergeben. Darunter sind die Verbundspannungen über die Länge dargestellt, welche sich bei den im oberen Bild markierten Laststufen einstellen. Im rechten Teil des Bild 4.25 sind die gleichen Diagramme dargestellt, wie sie sich für eine Berechnung mit Reibung ergeben.



**Bild 4.25:** Berechnete Lamellenkraft-Schlupf-Beziehung und die sich daraus ergebenden Verbundspannungen zu verschiedenen Laststufen über die Risselementlänge eines idealen Zwischenrisselementversuches für eine Verbundspannungsschlupfbeziehung mit und ohne Reibung<sup>17</sup>

Aus Bild 4.25 ist zu erkennen, dass der Ansatz der Reibverbundspannung bei kleinen Kraftdifferenzen eine deutliche Steigerung der gesamten aufnehmbaren Kraftdifferenz gegenüber dem Ansatz ohne Reibung bringt. Dies wird auch deutlich, wenn man sich die Verbundspannungen der letzten Lastschritte ansieht. Hier existiert bei dem Ansatz mit Reibung ein Plateau von 1 N/mm<sup>2</sup>, aus dem erkennbar ist, dass die Fläche unter der Kurve deutlich größer ist als ohne Reibung. Integriert man die Verbundspannungen über die Fläche wieder zurück, so erhält man den aufnehmbaren Lamellenkraftzuwachs.

## Beispielhafte Nachrechnung verschiedener Versuche

Aufgrund der zahlreichen Versuche wird auf eine Darstellung der Nachrechnung aller Versuche verzichtet und nur exemplarisch die Möglichkeit und Durchführbarkeit dieser Nachrechnung anhand einzelner Veruche gezeigt. Die Parameter aus der Verbundspannungsschlupfbeziehung wurden hier, wie von (Zilch, Niedermeier 2008) für die Auswertung der Endverankerungsversuche vorgeschlagen variiert, bis sich eine bestmögliche Übereinstimmung zwischen berechneter Kurve und Versuchskurve ergibt. Das Ergebnis dieser Nachrechnung ist in Bild 4.26 dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> In diesem Bild sind bei der Lamellenkraft-Schlupf-Beziehung unterschiedliche Skalen bei den Diagrammen für die Verbundspannungsschlupfbeziehung mit und ohne Reibung verwendet.



**Bild 4.26:** Ergebnis der Nachrechnung des Zwischenrisselementversuches ZRE 200-20-4-3 (links) und des Versuches ZRE 1-1 mit dem numerischen Model und der um die Reibung erweiterten Verbundspannungsschlupfbeziehung<sup>18</sup>

Man kann erkennen, dass der Verlauf der experimentellen Kurve gut nachgebildet werden kann, wobei der Fokus der Nachrechnung auf das höher belastete Rissufer gelegt wurde. In der Tabelle 4.9 sind die Werte die sich aus der Auswertung von (Ellinger 2010) über die Anpassung der Relativverschiebungs-Lamellenkraftkurve ergaben, angeben.

Tabelle 4.14:	Ermittelte Kenngrößen des erweiterten bilinearen Ansatzes über die Anpassung der Relativ-
	verschiebungs-Lamellenkraftkurve

Versuchsserie	$ au_{ m L1}$	S <sub>L1</sub>	SL0	$ au_{ m LF}$	
-	-	N/mm²	mm	mm	N/mm²
(Ellinger 2010)	ZRE 1-1	5,80	0,016	0,15	0,90
	ZRE 1-2	6,00	0,005	0,19	0,70
	ZRE 4-1	6,60	0,000	0,16	0,30
	ZRE 4-2	7,00	0,006	0,15	0,85
	ZRE 5-1	8,10	0,005	0,19	0,90
	ZRE 5-2	9,20	0,003	0,10	1,10
	ZRE 6-2	6,00	0,009	0,15	0,10
(Zilch et al. 2012b)	ZRE-200-Z-4-3	4,80	0,003	0,26	0,50
Mittelwert		6,69	0,006	0,17	0,67

Die Werte sind etwas höher als die, welche aus den Bruchkräften bestimmt wurden, da bei der Simulation die Vorschädigung am niedriger beanspruchten Rissufer mit berücksichtigt wurde.

Aus der Nachrechnung der Versuche lässt sich schließen, dass die Erweiterung des bilinearen Ansatzes um die Reibung, den wirklichen Gegebenheiten in den idealisierten Zwischenrisselementen entspricht.

# 4.3.3.3 Verwendeter Ansatz

Der nachfolgende verwendete Ansatz bezieht sich auf die in Auswertung über die Bruchkräfte, da hier die größte Anzahl der Versuchswerte vorliegt. Wertet man die Standardabweichung für die Gleichungen (4.50), (4.51) und (4.52) für die verschiedenen Versuchsserien aus, so erhält man Bild 4.27.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> In diesem Bild sind unterschiedliche Skalen für die beiden Versuche verwendet.



**Bild 4.27:** Standardabweichung der Gleichungen (4.50), (4.51) und (4.52) bei den verschiedenen Versuchsserien

Aus Bild 4.27 ist ersichtlich, dass bei allen Versuchsserien, welche eine unterschiedliche Betonfestigkeit hatten, die Gleichung (4.52) die geringste Standardabweichung ergibt. Bei der Versuchsserie von (Thorenfeld 2002) ergeben sich keine Unterschiede für die Gleichungen, da bei allen Versuchen nur eine Betonfestigkeit angegeben war. Ein weiterer Grund, welcher für die Verwendung von Gleichung (4.52) spricht, ist, dass bei geringeren Betonfestigkeiten die Ausbruchtiefen größer sind und somit größere Reibflächen entstehen, was durch diese Gleichung berücksichtigt wird.

Auf Grundlage der eigenen Versuche sowie der Versuche von (Thorenfeld 2002) und (Schilde 2005) wird die nachfolgende Gleichung für die Ermittlung der Reibverbundspannung verwendet.

$$\tau_{\rm LF} = k_1 \cdot k_2 \cdot f_{\rm cm}^{-0.89} \tag{4.53}$$

Dabei ist:

 $k_1 = 1$  für 8 mm Größtkorndurchmesser und  $k_1 = 4,5$  für 16 mm Größtkorndurchmesser

 $k_2 = 4,3$  für Mittelwerte und

 $k_2 = 3,0$  für charakteristische Werte

Es wird jedoch empfohlen, für eine Bemessung die Effekte eines größeren Zuschlagkornes, welche vermutlich einen Einfluss haben, auf der sicheren Seite liegend zu vernachlässigen, da dieser Faktor aus Versuchsserien bestimmt wurde, welche nicht im eigenen Labor durchgeführt worden sind und auch einen etwas anderen Versuchsaufbau hatten. Um einen zuverlässigen Wert für die Erhöhung des Reibverbundes infolge größerer Zuschlagskörner zu erhalten, wäre eine Versuchsserie nötig, welche gezielt diesen Effekt untersucht. Jedoch wird der Einfluss des Größtkorns für die Verstärkungspraxis weniger relevant sein, da eine Korngruppenanalyse des Bestandsbetons bei jeder Verstärkungsmaßnahme recht aufwändig ist.

Setzt man nun die Verbundspannung aus Gleichung (4.53) in Gleichung (4.48) ein, so erhält man die durch Reibung aufnehmbare Lamellenspannung am Zwischenrisselement  $\Delta \sigma_{LR,BL}$ . Durch die Addition dieser Gleichung mit der Gleichung (4.44) erhält man die gesamte aufnehmbare Lamellenspannungsänderung am Zwischenrisselement.

In Bild 4.28 sind die Versuche am idealisierten Zwischenrisselement dem Bemessungsmodell gegenübergestellt. In diesem Diagramm kann jedoch der charakteristische Wert nicht eindeutig angegeben werden, da dieser sowohl von der Verbundenergie  $G_F$  nach Gleichung (4.17) sowie von der Reibverbundspannung aus Gleichung (4.53) abhängig ist. Da diese je nach Spannungsniveau immer in einem unterschiedlichen Verhältnis stehen, kann hier nur ein unterer und ein oberer Wert angegeben werden.



Bild 4.28: Vergleich des Bemessungsansatzes mit den Versuchswerten

Da bei der hier durchgeführten Auswertung eine größere Verbundbruchenergie aus dem bilinearen Ansatz, welche in Abschnitt 4.3.2.6 ermittelt wurde, zugrunde gelegt wurde als bei der Auswertung in (Zilch et al. 2012b), bei welcher die bilineare Verbundbruchenergie von (Zehetmaier 2006) verwendet wurde, ergeben sich hier etwas geringere Reibverbundwerte. Aufgrund der Auswertung der Größen aus den gleichen Versuchen bleibt jedoch die rechnerische Gesamtbruchkraft am idealisierten Zwischenrisselement nahezu gleich. So wurde hier eine größere Verbundbruchenergie aus dem bilinearen Ansatz mit einer kleineren Reibverbundspannung ermittelt, in (Zilch et al. 2012b) jedoch eine kleinere Verbundbruchenergie aus dem bilinearen Ansatz mit einer größeren Reibverbundspannung. Die Ansätze aus (DAfStb-RiLi VBgB:2011), welche auf den Werten aus (Zilch et al. 2012b) beruhen, liefern somit ebenfalls eine realitätsnahe Bemessung, da die Gesamtbruchkraft am idealisierten Zwischenrisselement nahezu gleich mit der hier ermittelten ist.

# 4.4 Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung

## 4.4.1 Allgemeines

Das Verbundverhalten der einbetonierten Betonstahlbewehrung beeinflusst das Tragverhalten verstärkter und unverstärkter Betonbauteile wesentlich. So wird bei einem Stahlbetonbauteil durch den Verbund der einbetonierten Bewehrung neben der Gebrauchstauglichkeit, wie zum Beispiel Rissbreiten und Durchbiegungen, auch der Grenzzustand der Tragfähigkeit, bei z.B. ungenügenden Verankerungslängen, beeinflusst. Für ein verstärktes Bauteil ist der Verbund der einbetonierten Bewehrung ebenfalls von großer Bedeutung, da er in direktem Zusammenhang mit dem Verbund der aufgeklebten und in Schlitze verklebten Bewehrung steht. So werden die Rissbildung (vgl. Abschnitt 4.7) und somit auch die Rissabstände, welche für die Verbundkraftübertragung der aufgeklebten Bewehrung eine wichtige Rolle spielen, stark durch den Verbund der einbetonierten Bewehrung im Zustand II stark vom Verbund der einbetonierten Bewehrung beeinflusst, da sich die Kräfte in den verschiedenen Bewehrungssträngen über die Rissöffnungen verbundabhängig verteilen. Dadurch kommt es zu einem Zusammenwirken der einbetonierten und geklebten Bewehrung (vgl. Abschnitt 4.6).

Da der Verbund der einbetonierten Bewehrung ein wichtiger Einflussfaktor auf das Tragverhalten von Betonbauteilen, welche mit geklebter Bewehrung verstärkt sind, ist, wird dieser nachfolgend genauer betrachtet. Diese Betrachtung stellt jedoch nur eine kurze Zusammenfassung der wesentlichen Effekte dar, welche für die spätere Modellierung notwendig sind. Eine umfangreichere Beschreibung des Verbundes der einbetonierten Bewehrung findet sich zum Beispiel in (fédération internationale du béton 2000), (Eligehausen, Mayer 2000; Mainz 1993) sowie in (Rußwurm 1993).

Zunächst werden zur Beschreibung des Verbundes in Abschnitt 4.4.2 die Einflüsse auf das Verbundverhalten der einbetonierten Bewehrung kurz diskutiert. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 4.4.3 das im Weiteren verwendete Modell beschrieben. Mit diesem Modell werden dann mithilfe der Verbundversuche aus Abschnitt 3.3.1 der Verbund der durchgeführten Bauteil- und Querkraftversuche beschrieben.

# 4.4.2 Einflüsse auf das Verbundverhalten

Der Verbund der einbetonierten Bewehrung kann wie der Verbund der aufgeklebten Bewehrung über die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes beschrieben werden, wie es erstmalig von (Rehm 1961) durchgeführt wurde. Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes für die einbetonierte Bewehrung kann mit Gleichung (4.54) über den Schlupf des Stabes  $s_s$ , den Stabumfang  $U_s$ , die Dehnsteifigkeit des Stabes  $E_sA_s$  und des Betons  $E_cA_c$  sowie über die Verbundspannungsschlupfbeziehung  $\tau(s_s)$  beschrieben werden.

$$s_{s}'' - \left(\frac{U_{s}}{E_{s} \cdot A_{s}} + \frac{U_{s}}{E_{c} \cdot A_{c}}\right) \cdot \tau(s_{s}) = 0$$
(4.54)

Unter Vernachlässigung der Betonverformungen erhält man die folgende Vereinfachung.

$$s_{\rm s}^{"} - \frac{U_{\rm s}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}} \cdot \tau(s_{\rm s}) = 0 \tag{4.55}$$

Der Verbund bzw. die Verbundspannungsschlupfbeziehung der einbetonierten Bewehrung ist wie der Verbund der aufgeklebten Bewehrung von zahlreichen, nachfolgend genannten Einflussfaktoren abhängig.

- Betonfestigkeit und Betonzusammensetzung
- Oberflächengestaltung der Betonstähle
- Lage der Stabes im Querschnitt: Verbundbereich, Betondeckung, Querbewehrung und Bügel
- Querdruck und Querzug
- Umlenkungen / Aufbiegungen der Stäbe
- Beanspruchungsart: Zug oder Druck

Neben diesen aus der Literatur bekannten Einflussfaktoren kann auch die aufgeklebte Bewehrung und die in Schlitze verklebte Bewehrung durch die Veränderung des Spannungszustandes in der Betondeckung das Verbundverhalten der einbetonierten Bewehrung leicht beeinflussen. Dieser Effekt wird jedoch im Regelfall von untergeordneter Bedeutung sein.

Zu den meisten der genannten Einflussfaktoren der einbetonierten Bewehrung finden sich auch Parallelen bei der aufgeklebten und in Schlitze verklebten Bewehrung. Die wenigsten dieser Effekte sind jedoch aufgrund der untergeordneten baupraktischen Bedeutung der geklebten Bewehrung, im Vergleich zur einbetonierten Bewehrung, in der gleichen Genauigkeit wie bei der einbetonierten Bewehrung untersucht worden. Nachfolgend werden die genannten Einflussfaktoren kurz beschrieben.

## Betonfestigkeit und Betonzusammensetzung

Die Betonfestigkeit sowie die Betonzusammensetzung haben einen wesentlichen Einfluss auf den Verbund der einbetonierten Bewehrung. So gehen nahezu alle Ansätze davon aus, dass die Betonfestigkeit den wesentlichen Einflussparameter auf die Verbundspannung der einbetonierten Bewehrung bildet. Je nach Ansatz wird der Einfluss der Betonfestigkeit direkt auf die Betondruckfestigkeit  $f_c$  (Rehm 1961; Martin 1973; Noakowski 1978) oder auf einen Potenzwert der Betondruckfestigkeit  $f_c^k$  bezogen. Verbreitet ist die Relation  $f_c^{2/3}$  (Noakowski 1988) oder die Relation  $f_c^{1/2}$  (Eligehausen et al. 1982; CEB/FIP :1993; Model Code 2010-1:2010<sup>19</sup>). Ein Überblick über die verschiedenen Relationen wird zum Beispiel in (Mainz 1993) gegeben. Neben der Betonfestigkeit haben nach (Martin 1984) auch die Korngrößenverteilung, die Zuschlagsart sowie das Verdichtungsmaß einen Einfluss auf das Verbundverhalten. Dies ist jedoch aufgrund der schwierigen baupraktischen Handhabung in keinem Ansatz enthalten. Im Rahmen der Nachrechnung von (Eligehausen et al. 1982) zwischen Verbundwirkung und Betondruckfestigkeit ausgegangen.

## Oberflächenbeschaffenheit der Betonstähle

Die Oberflächenbeschaffenheit der Betonstähle, welche in den Oberflächenzustand und in die Oberflächengestaltung unterteilt werden kann, hat einen wesentlichen Einfluss auf das Verbundverhalten dieser Betonstähle. Der Oberflächenzustand beschreibt die direkte Rauigkeit des Stahls, welcher sich zum Beispiel durch Rost oder andere Stabüberzüge wie Verzinkungen oder Beschichtungen verändert. Der Rost wirkt sich hierbei gerade bei glatten Stäben leicht positiv auf die Verbundfestigkeit aus (vgl. z.B. Müller 1979). Im Gegensatz dazu wirken sich die meisten Beschichtungen durch die glatte Oberfläche und Ausrundung der Rippen

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> In (Model Code 2010-1:2010) wird diese Beziehung nur noch für den Ausziehkörper angeben. Im Falle eines Sprengrisses wird hier die Beziehung  $f_c^{1/4}$  angeben. Aus Sicht einer geschlossen Lösung welche das normale Verbundversagen und die Sprengrissbildung berücksichtigt, führt dies jedoch zu Widersprüchen.

teilweise erheblich vermindernd auf die Verbundfestigkeit aus (vgl. z.B. Rehm et al. 1989). Da im Rahmen dieser Arbeit keine beschichteten Stäbe betrachtet werden und der Grad der Rostbildung der Betonstähle nur schwer zu erfassen ist, werden die Effekte des Oberflächenzustandes hier nicht weiter verfolgt.

Einen weit größeren Einfluss auf die Verbundwirkung der Betonstähle hat die Oberflächengestaltung meist, in Form von Rippen. Im Allgemeinen wird die Oberflächengestaltung der Betonstähle durch die bezogene Rippenfläche $f_R$  ausgedrückt.

$$f_{\rm R} = \frac{A_{\rm R}}{\pi \cdot \phi_{\rm s} \cdot s_{\rm R}} \tag{4.56}$$

Mit der Erhöhung der bezogenen Rippenfläche nimmt die Anfangssteifigkeit des Verbundes wie auch die maximale Verbundspannung deutlich zu, jedoch wird die Bruchverschiebung aufgrund von Verbundrissbildung reduziert. Neben der bezogenen Rippenfläche, welche bei Weitem den größten Einfluss hat, haben auch die Flankenneigungen, Rippenabstände sowie die Einzelprofilierungen geringen Einfluss (vgl. z.B. Rehm et al. 1970; Soretz, Hölzenbein 1980) auf das Verbundverhalten. Aus diesem Grund wäre es vorteilhaft, das wahre Verbundverhalten produktspezifisch zu bestimmen. Gerade bei der Verstärkung von alten Betonbauteilen gibt es jedoch unzählige historische Betonstahlprodukte, für die nicht in allen Fällen Verbundspannungsschlupfbeziehungen bzw. Ausziehversuche allgemein verfügbar vorliegen. Für einige damals gängige Betonstähle führen (Martin, Noakowski 1981) zahlreiche Ausziehversuche durch und bilden somit für die meisten in Deutschland in der Nachkriegszeit verwendeten Betonstähle eine für das Bauen im Bestand wertvolle Versuchsbasis.

Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch bei der Versuchsnachrechnung und der Erarbeitung von Bemessungsvorschlägen lediglich zwischen glattem und geripptem Betonstahl unterschieden. Bei der Nachrechnung von Versuchen aus der Literatur ist dies nicht anders möglich, da in nahezu keinem Versuchsbericht detaillierte Informationen zu den Verbundeigenschaften der verwendeten Betonstähle dokumentiert sind. Jedoch wird die Gleichbehandlung aller gerippten Betonstähle kaum Einflüsse haben, da in den Bauteilversuchen mit geklebter Bewehrung, welche ab circa 1990 aus der Literatur entnommen wurden, in der Regel aktuelle Betonstähle verwendet werden. Aufgrund der globalen Ausrichtung der Betonstahlindustrie und den Forderungen bezüglich der bezogenen Rippenflächen in den europäischen Normen<sup>20</sup> unterscheiden sich die europäischen Betonstähle kaum. Auch die amerikanischen und kanadischen Betonstähle werden sich bezüglich der bezogenen Rippenfläche kaum unterscheiden, da die Anforderungen an die Verankerungslängen der Betonstähle nach (CAN/CSA- A23.3-04:2004) sowie nach dem (ACI 318M-05:2005) sehr ähnliche Werte wie die (DIN EN 1992-1-1:2011) liefern. Bei der Erarbeitung von Bemessungsvorschlägen für die Verstärkung mit geklebter Bewehrung wird durch die Unterscheidung zwischen glattem und geripptem Betonstahl ein großer Teil der Bestandsbauteile erfasst. Für Bauteile mit anderen Betonstählen müssen entweder Werte aus der Literatur entnommen werden oder auf der sicheren Seite liegend der Betonstahl als glatt angenommen werden.

## Lage der Stabes im Querschnitt

Die Lage des Stabes im Querschnitt beeinflusst auf mehrere Weisen die Verbundwirkung der einbetonierten Bewehrung. Zum Einen aufgrund der Lage des Stabes während des Betonierens, zum Anderen aufgrund der Lage des Stabes bezüglich des Querschnittrandes und anderer Stäbe.

Die Lage des Stabes während des Betonierens beeinflusst die Verbundwirkung der einbetonierten Stäbe wesentlich. So nimmt das Verbundverhalten der Betonstähle mit zunehmender oberhalbliegender Betonmasse auf Grund des hydrostatischen Druckes zu (vgl. Martin, Noakowski 1981). Zur Beschreibung dieses Effektes hat sich in den Bemessungsnormen die Beschreibung über Verbundbereiche, der untere Verbundbereich I mit gutem Verbund und der oben liegende Verbundbereich II mit mäßigem Verbund, als geeignet herausgestellt. Die Abminderung zwischen dem guten und dem mäßigen Verbund wird in der Literatur (vgl. z.B. Model Code 2010-1:2010) bei Sprengrissbildung um die 30 % (vgl. z.B. Noakowski 1988) und bei konventionellem Verbundversagen um die 50 % (vgl. z.B. Martin, Noakowski 1981) angegeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird für den gerippten Betonstahl eine Abminderung von 30% nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) angenommen, da hier oft die Sprengrissbildung maßgebend wird. Für den glatten Betonstahl wird jedoch die höhere Abminderung mit 50 % angenommen, da es hier auf Grund des schlechten Verbundes und der somit geringeren eingeleiteten Kräfte im Regelfall zu keiner Sprengrissbildung kommt.

Die Lage des Stabes bezüglich des Querschnittrandes bzw. die Größe der Betondeckung hat ebenfalls einen erheblichen Einfluss auf das Verbundverhalten der Betonstähle. So tritt bei kleinen Betondeckungen die sogenannte Sprengrissbildung ein, wodurch die gleichmäßige Umschnürung des Betonstahls durch den umliegenden Beton gestört wird. Mit zunehmender Betondeckung wird der entstehende Sprengriss kleiner oder entsteht erst gar nicht. (Kreller 1989) gibt deshalb ein Modell an, bei welchem die maximale Verbundspannung in Abhängigkeit der Betondeckung bestimmt wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird dieses Modell

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Vergleiche zum Beispiel (DIN EN 1992-1-1:2011) Anhang C

adaptiert. Neben der Lage des Stabes im Querschnitt bzw. dem Einfluss der Betondeckung beeinflussen auch Querstäbe und Bügel die Sprengrissbildung und somit die Verbundtragfähigkeit leicht. So wird in (Model Code 2010-1:2010) und in (Kreller 1989) ein Veränderung des Einflusses der Sprengrissbildung bzw. der Betondeckung aufgrund von Bügelbewehrung angegeben, was jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt wird.

#### Querdruck und Querzug

Die Querbeanspruchung des Betons beeinflusst neben den bereits erwähnten Effekten die Verbundwirkung der einbetonierten Bewehrung erheblich. So wirkt sich ein Querdruck / eine Querpressung, wie in den Versuchen von (Schmidt-Thrö et al. 1988a, Schmidt-Thrö et al. 1988b) gezeigt wurde, erhöhend auf die Verbundfestigkeiten aus. Diese Situation einer Querpressung kann unter anderem am Endauflager auftreten. Hierfür gibt (Schmidt-Thrö 1987) veränderte Verbundfestigkeiten an. Im Rahmen dieser Arbeit sind jedoch die Einflüsse von Querdruck von untergeordneter Bedeutung, da der Verbund der einbetonierten Bewehrung zur Modellierung der Rissabstände sowie des Zusammenwirkens der einbetonierten und geklebten Bewehrung dient. Da die Rissbildung und das Zusammenwirken in einem gewissen Abstand zum Auflager stattfinden, hat dort der Querdruck nahezu keinen Einfluss mehr. Die Betrachtung der Erhöhung der Verbundfestigkeiten aufgrund der Querpressung im Auflagerbereich<sup>21</sup> ist jedoch gerade für die Beschreibung des Verbundversagens der einbetonierten Bewehrung, wie es zum Beispiel bei Querkraftversuchen eintreten kann, von Bedeutung. Für das Verbundversagen der einbetonierten Bewehrung werden jedoch im Rahmen dieser Arbeit keine neuen Betrachtungen angestellt.

Im Gegensatz zum Querdruck reduziert der Querzug, wie dieser zum Beispiel bei indirekten Auflagern oder bei mehrachsig beanspruchten Platten vorkommt, die Verbundfestigkeit der einbetonierten Bewehrung. Die Untersuchungen und Ansätze zum Verbundverhalten unter Querzug sind in (Zilch et al. 2008) zusammengefasst. Im Wesentlichen wird Verbundverhalten unter Querzug von (Idda 1999) geeignet beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit ist jedoch auch der Einfluss des Querzuges auf das Verbundverhalten der einbetonierten Bewehrung von untergeordneter Bedeutung, da im Rahmen dieser Arbeit weder mehrachsig beanspruchte Platten noch Bauteile mit indirekten Auflagern betrachtet werden. Bei einer Verstärkung solcher Bauteile müssten jedoch der Einfluss des Querzuges sowohl auf die innere wie auch auf die geklebte Bewehrung berücksichtigt werden. Untersuchungen zum Einfluss des Querzuges auf die geklebte Bewehrung sind derzeit jedoch nicht bekannt.

## Umlenkungen / Aufbiegungen der Stäbe

Aufgrund der durch Umlenkungen bzw. Aufbiegungen entstehenden Querpressungen auf die Stäbe erhöht sich die Verbundkraftübertragung. Dieses wird auch in den aktuellen Bemessungsnormen durch die Reduzierung der Verankerungslänge<sup>22</sup> berücksichtigt. Zur genauen Bestimmung des Einflusses der Umlenkungen bzw. der Haken auf den Schlupf und auf die Verbundspannungen liegen lediglich die unveröffentlichten, umfangreichen Untersuchungen von (Rehm et al. 1968) vor. Diese sind auszugsweise für Betonrippenstahl in (Rehm 1969) veröffentlicht. Im Rahmen dieser Arbeit sind jedoch gerade die Hakenversuche an glattem Betonstahl von (Rehm et al. 1968) für die Betrachtung der durchgeführten Querkraftversuche von Interesse.

#### Beanspruchungsart

Der Verbund der einbetonierten Bewehrung wird auch leicht durch die Beanspruchung beeinflusst. Die meisten Verbundversuche sind unter Zugbeanspruchung mit einem freien Ende im elastischen Bereich des Betonstahls durchgeführt. Überschreitet jedoch die Stahlspannung den elastischen Bereich, so werden aufgrund der Rippenverformungen auch die Verbundspannungen reduziert. Für diesen Fall stellen (Den Uijl, Bigaj 1996) einen Ansatz auf, welcher auch in (Model Code 2010-1:2010) durch einen Abminderungsfaktor berücksichtigt wird. Dieser Fall wäre im Rahmen dieser Arbeit nur für die kaltverformten Betonstähle von Interesse, da nur diese nach Überschreiten der Fließgrenze noch weitere Kräfte in einem für die Verstärkungsmaßnahme relevanten Dehnungsbereich aufnehmen. Da auch hier die Effekte gering sind, werden diese im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt.

Neben der Zugbeanspruchung können die Betonstähle auch durch Druck beansprucht werden. (Rußwurm 1993) geht auf Grundlage der Untersuchungen von (Müller, Eisenbiegler 1981) von geringfügig höheren Verbundwirkungen wie bei gezogenen Stäben aus. Zur Beschreibung des Verbundverhaltens druckbeanspruchter Betonstähle stellt (Eisenbiegler 1975) ein Modell auf, welches jedoch mit dem Hintergrund für gedrückte Betonstähle in Stützen erstellt wurde. Im Rahmen dieser Arbeit ist das Verbundverhalten der ge-

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Dies wird auch durch die Reduzierung der Verankerungslänge  $l_{bd}$  durch den Faktor  $\alpha_5$  nach (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 4.4.4 bzw. der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) Abschnitt 9.2.1.4 berücksichtigt.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Dies wird durch die Reduzierung der Verankerungslänge  $l_{bd}$  durch den Faktor  $\alpha_1$  nach (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 4.4.4 berücksichtigt.

drückten Stäbe, wie sie bei den Versuchen als Druckbewehrung vorkamen, von untergeordneter Bedeutung und wird deshalb nicht für die Modellbildung herangezogen.

Neben den beschriebenen Effekten hat, wie beim Verbundverhalten der aufgeklebten Bewehrung auch die Versuchsdurchführung der Verbundversuche einen Einfluss auf die Verbundspannungsschlupfbeziehung. In Abhängigkeit der Versuchskörper werden teilweise die im Vorherigen beschriebenen Effekte simuliert. Jedoch hat auch die Prüfgeschwindigkeit einen Einfluss auf das Ergebnis. Um vergleichbare Werte für den Verbund der einbetonierten Bewehrung zu erhalten, wurden der Ausziehversuch (RILEM TC9-RC 1994b) und ein Balkenversuch (RILEM TC9-RC 1994a) sowie die zugehörigen Prüfgeschwindigkeiten genormt. Diese sind auch als Konformitätsversuche in die (DIN EN 10080:2005) aufgenommen worden. Neben den genormten Versuchen stehen je nach Untersuchungshintergrund auch noch zahlreiche andere Verbundversuche als Ausziehversuche, Balkenversuche oder Dehnkörperversuche zur Verfügung. Erwähnenswert erscheinen hierbei vor allem die Körper nach (Rehm 1961), bei welchen der Stab neben der verbundfreien Vorlänge auch eine verbundfreie Nachlänge hat, um den Spannungszustand in der freien Balkenlänge abzubilden und die Körper nach (Janovic 1979), bei denen der Verbund unter Sprengrissbildung geprüft wird. Ein Vergleich und eine Umrechnung verschiedener damals bekannter Verbundversuche ist zum Beispiel in (Schmidt-Thrö et al. 1986) enthalten.

# 4.4.3 Verwendeter Ansatz

## 4.4.3.1 Allgemeines

Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich zwischen geripptem Betonstahl und glattem Betonstahl unterschieden. Dabei wird als Betonrippenstahl ein Betonstahl mit einer bezogenen Rippenfläche nach den in der (DIN EN 1992-1-1:2011) festgelegten Werten verstanden. Andere, ältere Stähle werden aufgrund der immensen Produktvielfalt der älteren Betonstähle nicht betrachtet. Die im Folgenden angegebene Modellierung wird sowohl als Grundlage für die Auswertung der eigenen Betonstahlverbundversuche aus Abschnitt 3.3.1 verwendet sowie zur späteren Nachrechnung von Bauteilversuchen aus der Literatur. Auch das im Späteren entwickelte Bemessungsmodell beruht auf diesem Modell. Die eigenen Bauteilversuche werden jedoch mit einem anderen Ansatz nachgerechnet, bei welchem der im Folgenden beschriebene Ansatz an die tatsächlichen Werte aus den Verbundversuchen angepasst wurde. Dieser wird in Abschnitt 4.4.4 ermittelt und angegeben.

# 4.4.3.2 Gerippter Betonstahl

Im Wesentlichen wird für die Modellierung des Verbundes der gerippten Betonstahlbewehrung der Verbundansatz verwendet, welcher in (Zehetmaier 2006) angegeben ist. Dieser Verbundansatz ist eine Verknüpfung der Verbundansätze von (Rehm 1961; Martin 1973; Noakowski 1978) für kleine Verschiebungen mit den Verbundansätzen von (Eligehausen et al. 1982) bzw. (Kreller 1989) für große Verschiebungen. Dabei wird der Einfluss der Betonfestigkeit und der Betondeckung ebenfalls nach (Kreller 1989) bestimmt. Die Verbundspannungsschlupfbeziehung kann analytisch über die Gleichung (4.57) beschrieben werden. Für diesen Ansatz sind in Abhängigkeit des Verbundbereiches (I=guter Verbund; II=mäßiger Verbund) die Werte für die Gleichung (4.57) auf Mittelwertbasis in Tabelle 4.15 angeben.

$$\tau_{s}(s_{s}) = \begin{cases} k_{s} \cdot \sqrt{f_{c}} \cdot s_{s}^{\alpha_{s}} & 0 \le s_{s} \le s_{s1} \\ \tau_{s,\max} = k_{s,\max} \cdot \sqrt{f_{c}} & 0 < s_{s} \le s_{s2} \\ \tau_{s,\max} - \frac{\tau_{s,\max} - \tau_{sF}}{s_{s3} - s_{s2}} \cdot (s_{s} - s_{s2}) & 0 < s_{s} \le s_{s3} \\ \tau_{sF} & s_{s} > s_{s3} \end{cases}$$
(4.57)

	Tabelle 4.15:	Werte für den	Verbundansatz für	gerippten	Betonstahl nach	(Zehetmaier 2006	)
--	---------------	---------------	-------------------	-----------	-----------------	------------------	---

	k <sub>s</sub>	$k_{ m s,max}$	$ au_{ m sF}$	$\alpha_{\rm s}$	s <sub>s1</sub>	s <sub>s2</sub>	\$ <sub>\$3</sub>
	-	-	N/mm²	-	mm	mm	mm
Verbundbereich I	2	$0,5 \cdot c/\phi_s + 0,7 \le 2,4$	$0,15 \cdot k_{s,max} \cdot f_c^{1/2}$	0,25	$(k_{\rm s,max}/k_{\rm s})^{1/\alpha_{\rm s}}$	$s_{s1}+0,1$	Rippenabstand
Verbundbereich II	1	$0,35 \cdot c/\phi_s + 0,5 \le 1,7$	$0,15 \cdot k_{s,max} \cdot f_c^{1/2}$	0,25	$(k_{\rm s,max}/k_{\rm s})^{1/\alpha_{\rm s}}$	$s_{s1}+0,2$	Rippenabstand

Die sich aus Gleichung (4.57) und den Werten nach Tabelle 4.15 ergebende Verbundspannungsschlupfbeziehung ist in Bild 4.29 dargestellt.



**Bild 4.29:** Verwendete Verbundspannungsschlupfbeziehung für die einbetonierte Bewehrung für den Verbundbereich I (guter Verbund)

Nach (Zehetmaier 2006) ergeben sich die charakteristischen Werte für den Verbund der einbetonierten gerippten Bewehrung zu 60 % des Ansatzes für die Mittelwerte.

#### 4.4.3.3 Glatter Betonstahl

Auch für den Verbund des glatten Betonstahls wird der Vorschlag von (Zehetmaier 2006) verwendet. (Zehetmaier 2006) geht dabei vereinfachend von einer konstanten, vom Schlupf unabhängigen Verbundspannung aus. Diese wird mit Gleichung (4.58) bestimmt.

$$\overline{r}_{\rm s} = k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm c}} \tag{4.58}$$

Dabei ist  $k_s = 0.25$  für den Verbundbereich I und  $k_s = 0.13$  für den Verbundbereich II. Die charakteristischen Werte für den Verbund der einbetonierten glatten Bewehrung ergeben sich nach (Zehetmaier 2006) zu 50% des Ansatzes für die Mittelwerte.

## 4.4.3.4 Spannstahl

Da im Abschnitt 5.1.6 auch das Verstärken von Spannbetonbauteilen betrachtet wird, wird im Rahmen dieser Betrachtung auch die Modellierung des Verbundverhaltens von Spannstählen benötigt. Aus den Untersuchungen von (Trost et al. 1980) ist bekannt, dass das Verbundverhalten von Spannstählen in Abhängigkeit des Spannverfahrens und des verwendeten Spannstahls gegenüber dem der gerippten Betonstahlbewehrung etwas schlechter ist und abgemindert werden muss. Aus diesem Grund wird im Folgenden das Modell für den gerippten Betonstahl mit entsprechenden Abminderungsfaktoren versehen.

Nach (Tue 1993) beträgt die Völligkeit des ansteigenden Astes des Verbundes des Spannstahls annähernd die des Betonstahlverbundes.

$$\alpha_{\rm p} = \alpha_{\rm s} \tag{4.59}$$

Die maximale Verbundspannung sowie die Steigung des ansteigenden Astes müssen abgemindert werden. Dies wird im Rahmen dieser Arbeit mit dem Abminderungsfaktor  $\eta_p$  durchgeführt.

$$k_{\rm p} = k_{\rm s} \cdot \eta_{\rm p} \tag{4.60}$$

$$k_{\rm p,max} = k_{\rm s,max} \cdot \eta_{\rm p} \tag{4.61}$$

Der Abminderungsfaktor  $\eta_p$  wird vereinfacht gemäß der in der (DIN EN 1992-1-1:2011) vorgeschlagenen Verhältniswerte für die mittlere Verbundspannung in Tabelle 4.16 gewählt.

**Tabelle 4.16:** Abminderungsbeiwert  $\eta_{\rm p}$  für den Verbund des Spannstahls gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011)

Spannstahl	Sofortiger Verbund	Nachträglicher Verbund
Litzen	0,6	0,5
Profilierte Drähte	0,7	0,6
Gerippte Stäbe	0,8	0,7

#### 4.4.4 Auswertung der eigenen Verbundversuche

## 4.4.4.1 Gerippter Betonstahl

Die in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Ausziehversuche an (RILEM TC9-RC 1994b) Versuchskörpern an gerippter Bewehrung werden im Folgenden gemäß des in Abschnitt 4.4.3.2 beschriebenen Ansatzes ausgewertet. Zur Auswertung wurde als Vereinfachung die Verbundspannung konstant über die Verbundlänge angenommen und die Relativverschiebung, welche am Stabende gemessen wurde, als Bewehrungsschlupf angenommen. Damit ergibt sich die Verbundspannung mit Gleichung (4.62).

$$\tau_{\rm s} = \frac{F_{\rm s}}{\phi_{\rm s} \cdot \pi \cdot l_{\rm bs}} \tag{4.62}$$

Aus den während der Verbundversuche aufgezeichneten Messgrößen Zugkraft  $F_s$  und Schlupf  $s_s$  kann somit die Verbundspannungsschlupfbeziehung der Versuche dargestellt werden. Zur Auswertung der Versuche wird wie in Gleichung (4.57) die Verbundspannungsschlupfbeziehung in vier Bereiche unterteilt.

Zur Beschreibung des ersten ansteigenden Astes wird über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate die Gleichung (4.63) an die Versuchskurve angepasst. Über die maximale Verbundspannung  $\tau_{s,max}$ , welche über die maximale Last bestimmt werden kann, ergibt sich dann über die Beziehung in Tabelle 4.15 der Schlupf des ansteigenden Astes  $s_1$ .

$$\tau_{\rm s}(s_{\rm s}) = k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm c}} \cdot s_{\rm s}^{\alpha_{\rm s}} \tag{4.63}$$

Der Schlupfwert  $s_{s2}$ , ab welchem der abfallende Ast beginnt, wird so festgelegt, dass die rechnerische Kurve und die Versuchskurve an der gleichen Stelle abfallen. Der Schlupf  $s_{s3}$ , ab welchem der Reibverbund startet, wurde gemäß Tabelle 4.15 mit dem lichten Rippenabstand festgelegt. Die Reibverbundspannung  $\tau_{sF}$  wurde wiederum bei 1,5-fachem lichten Rippenabstand bestimmt, da die Reibverbundspannung in den Versuchen auch nach dem Wert  $s_{s3}$  weiter abnahm.

In Bild 4.30 ist die rechnerische Anpassung der gemessenen Verbundspannungsschlupfbeziehung bei kleinen und mittleren Schlüpfen am Beispiel des Versuches 4-4-20-20 gegenübergestellt. Aus diesem Bild ist ersichtlich, dass das Verbundverhalten für diesen Bereich gut mit dem gewählten Ansatz beschrieben werden kann.



**Bild 4.30:** Gegenüberstellung der rechnerischen Anpassung mit der gemessenen Verbundspannungsschlupfbeziehung bei kleinen und mittleren Schlüpfen am Beispiel des Versuches 4-4-20-20

In Bild 4.31 ist die rechnerische Anpassung der gemessenen Verbundspannungsschlupfbeziehung im gesamten gemessenen Schlupfbereich am Beispiel des Versuches 4-4-20-20 gegenübergestellt. Aus diesem Bild ist erkennbar, dass bis 5 mm Schlupf das Verhalten nahezu exakt beschrieben werden kann. Bei großem Schlupf stellt die gewählte Beziehung eher eine grobe Näherung dar. Der Bereich großer Schlüpfe ist



jedoch im Rahmen dieser Arbeit von untergeordneter Bedeutung, da bei den Bauteilversuchen maximal Rissbreiten von circa 2 mm gemessen wurden, was einem Schlupf von circa 1 mm entspricht.



Nach der im Vorherigen beschriebenen Auswertung ergeben sich die Werte, welche für den Verbundansatz nach Tabelle 4.17.

Versuch	<b>ø</b> s	Beton	$f_{\rm cm}$	k <sub>s</sub>	$k_{\rm s,max}$	$ au_{ m s,max}$	$ au_{ m sF}$	$\alpha_{\rm s}$	s <sub>s1</sub>	s <sub>s2</sub>	\$ <sub>83</sub>
	mm	-		-	-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-	mm	mm	mm
6-6-20-6	6	C20	21,6	2,4	2,1	9,8	3,3	0,22	0,6	0,8	5,0
6-7-20-6	6	C20	21,6	2,6	2,0	9,3	3,3	0,38	0,5	0,7	5,0
6-8-20-6	6	C20	21,6	2,5	2,1	9,8	3,2	0,20	0,5	1,0	5,0
Mittelwert	6	C20	21,6	2,5	2,1	9,6	3,3	0,26	0,5	0,8	5,0
7-1-20-10	10	C20	23,8	4,1	3,4	16,7	5,6	0,15	0,3	0,4	6,5
7-2-20-10	10	C20	23,8	4,4	2,8	13,7	4,4	0,21	0,1	0,3	6,5
7-3-20-10	10	C20	23,8	4,9	3,2	15,8	5,1	0,20	0,1	0,3	6,5
Mittelwert	10	C20	23,8	4,4	3,2	15,4	5,0	0,19	0,2	0,3	6,5
1-1-20-12	12	C20	23,4	4,7	3,9	18,8	4,1	0,37	0,6	0,9	7,2
1-2-20-12	12	C20	23,4	3,3	3,0	14,7	4,3	0,36	0,8	1,2	7,2
1-3-20-12	12	C20	23,4	2,8	2,7	14,4	4,3	0,31	0,9	1,1	7,2
Mittelwert	12	C20	23,4	3,6	3,2	16,0	4,2	0,35	0,8	1,1	7,2
2-1-40-12	12	C40	47,2	3,3	3,0	20,7	8,6	0,30	0,7	1,3	7,2
2-2-40-12	12	C40	47,2	2,9	2,6	17,9	6,5	0,32	0,7	1,2	7,2
2-3-40-12	12	C40	47,2	2,0	1,7	10,6	3,6	0,35	0,6	1,3	7,2
Mittelwert	12	C40	47,2	2,7	2,4	16,4	6,2	0,32	0,7	1,3	7,2
1-4-20-16	16	C20	23,4	3,3	3,1	14,8	3,6	0,16	0,6	1,4	9,6
1-5-20-16	16	C20	23,4	2,8	2,8	13,5	3,3	0,39	1,0	1,6	9,6
3-5-20-16	16	C20	27,9	2,5	2,4	12,9	3,3	0,37	0,9	1,7	9,6
4-1-20-16	16	C20	22,4	2,2	2,2	10,6	1,9	0,44	1,0	1,8	9,6
4-2-20-16	16	C20	22,4	2,4	2,4	11,5	2,3	0,41	1,0	2,4	9,6
Mittelwert	16	C20	23,9	2,7	2,6	12,7	2,9	0,36	0,9	1,8	9,6
2-4-40-16	16	C40	47,2	2,5	2,8	19,0	3,9	0,41	1,2	1,8	9,6
2-5-40-16	16	C40	47,2	2,0	2,5	16,9	2,9	0,39	1,7	2,3	9,6
5-1-40-16	16	C40	40,1	2,1	1,9	12,0	1,9	0,39	0,8	1,4	9,6

Tabelle 4.17:Werte für den Verbund einbetonierter gerippter Bewehrung, welche sich aus der Auswertung<br/>der (RILEM TC9-RC 1994b)Verbundversuche ergeben
Versuch	ø <sub>s</sub>	Beton	$f_{ m cm}$	k <sub>s</sub>	k <sub>s,max</sub>	$ au_{ m s,max}$	$ au_{ m sF}$	$\alpha_{\rm s}$	s <sub>s1</sub>	<i>s</i> <sub>s2</sub>	\$ <sub>83</sub>
	mm	-		-	-	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-	mm	mm	mm
5-2-40-16	16	C40	40,1	1,9	2,1	13,0	2,6	0,24	1,5	2,4	9,6
Mittelwert	16	C40	43,6	2,1	2,3	15,2	2,8	0,36	1,3	2,0	9,6
4-3-20-20	20	C20	22,4	2,5	2,8	13,5	2,7	0,40	1,4	2,1	12,0
4-4-20-20	20	C20	22,4	2,3	2,8	13,3	3,7	0,33	2,0	2,6	12,0
4-5-20-20	20	C20	22,4	2,6	2,8	13,4	2,6	0,50	1,2	2,3	12,0
Mittelwert	20	C20	22,4	2,4	2,8	13,4	3,0	0,41	1,5	2,3	12,0
5-3-40-20	20	C40	40,1	2,8	2,9	18,4	4,5	0,33	1,2	1,8	12,0
5-4-40-20	20	C40	40,1	2,0	2,4	15,1	2,7	0,39	1,6	2,4	12,0
5-5-40-21	20	C40	40,1	2,5	2,7	17,1	3,5	0,37	1,2	1,4	12,0
Mittelwert	20	C40	40,1	2,4	2,7	16,9	3,6	0,36	1,3	1,9	12,0

# 4.4.4.2 Glatter Betonstahl

Die in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Ausziehversuche an (RILEM TC9-RC 1994b) Versuchskörpern an glatter Bewehrung werden im Folgenden gemäß dem in Abschnitt 4.4.3.3 beschriebenen Ansatzes ausgewertet. Zur Auswertung wurde als Vereinfachung die Verbundspannung konstant über die Verbundlänge angenommen und die Relativverschiebung, welche am Stabende gemessen wurde, als Bewehrungsschlupf angenommen. Damit ergibt sich die Verbundspannung wie bei den gerippten Betonstählen mit Gleichung (4.62).

Im Ansatz in Abschnitt 4.4.3.3 wird von einer konstanten vom Schlupf unabhängigen Verbundspannung bei den glatten Betonstählen ausgegangen. Da im Versuch die Verbundspannung nur annähernd konstant ist, wird die Verbundspannung für die Auswertung als Mittelwert der Verbundspannung bei einem Schlupf von 0,01 mm und 0,5 mm bestimmt. Nach dieser Auswertung ergeben sich die Werte für den Verbundansatz nach Tabelle 4.18.

Tabelle 4.18:	Werte für den Verbund einbetonierter glatter Bewehrung, welche sich aus der Auswertung
	der (RILEM TC9-RC 1994b) Verbundversuche ergeben

Versuch	<b>ø</b> s	Beton	$f_{\rm cm}$	k <sub>s</sub>	$ au_{ m s}$
	mm	-		-	N/mm <sup>2</sup>
7-4-20-10p	10	C20	21.65	0.19	0.89
7-5-20-10p	10	C20	21.65	0.21	0.99
7-6-20-10p	10	C20	21.65	0.40	1.84
Mittelwert	10	C20	21.65	0.27	1.24
7-7-20-16p	16	C20	21.65	0.23	1.05
6-1-20-16p	16	C20	23.78	0.31	1.52
6-2-20-16p	16	C20	23.78	0.23	1.14
Mittelwert	16	C20	23.07	0.26	1.24
6-3-20-20p	20	C20	23.78	0.22	1.05
6-4-20-20p	20	C20	23.78	0.26	1.29
6-5-20-20p	20	C20	23.78	0.20	0.96
Mittelwert	20	C20	23.78	0.23	1.10

# 4.5 Verbundverhalten in Schlitze verklebter Bewehrung

# 4.5.1 Allgemeines

Bei der in Schlitze verklebten Bewehrung werden Bewehrungselemente mit einem Klebstoff in einen eingeschnittenen oder eingefrästen Schlitz in den Beton eingeklebt. Prinzipiell können hier alle denkbaren Bewehrungselemente aus den unterschiedlichsten Materialien mit mineralischen und nicht mineralischen Klebstoffen in die Schlitze verklebt werden. So beschreibt zum Beispiel (Iványi 1996) die Verstärkung durch mithilfe von Spritzbeton in Schlitzen eingemörtelte Betonstähle.

Da jedoch im Regelfall die Fläche, die für das Einschlitzen der Bewehrung zur Verfügung steht, relativ knapp ist, haben sich als Materialien die CFK-Werkstoffe aufgrund ihrer hohen Zugfestigkeit durchgesetzt, welche im Regelfall mit Epoxidharzklebstoff eingeklebt werden. Des Weiteren ist die Sicherstellung des Korrosionsschutzes bei den mithilfe Spritzbetons eingemörtelten Betonstählen nur mit einer entsprechend dicken Betondeckung und damit verbundenen tiefen Schlitzen möglich. Bei der Verwendung von CFK-Werkstoffen kann aufgrund des Wegfallens der Korrosionsproblematik auf die Betondeckung verzichtet werden und es sind geringere Schlitztiefen möglich.

Weltweit erstmalig wurde das in Schlitze Verkleben von CFK-Werkstoffen von (Zilch, Blaschko 1998) anhand von CFK-Lamellen durchgeführt und umfangreich untersucht. In Deutschland hat sich die CFK-Lamelle bei der Verwendung von in Schlitze verklebter Bewehrung durchgesetzt und ist bauaufsichtlich zugelassen. Im Ausland werden jedoch auch häufig CFK-Rundprofile in Schlitze verklebt, da hierfür im Regelfall eine geringe Betondeckung notwendig ist. In Bild 4.32 ist eine CFK-Lamelle und ein Rundprofil mit gleicher Querschnittsfläche dargestellt. Allerdings stellt sich bei den CFK-Lamellen aufgrund des günstigen Spannungszustandes und der größeren Verbundfläche, wie es Bild 4.32 zeigt, eine deutlich bessere Verbundwirkung ein.





Die nachfolgenden Modelle sowie die im Weiteren für die in Schlitze verklebte Bewehrung Modellierung beschränken sich auf die in Deutschland übliche Verklebung von CFK-Lamellen. Die verwendeten Ansätze sind bis zu einem Lamellendicken / -breitenverhältnis von  $b_L/t_L = 6/1$  bestätigt.

## 4.5.2 Einflüsse auf das Verbundverhalten

Ähnlich wie bei dem Verbundverhalten der aufgeklebten CFK-Lamellen und der einbetonierten Bewehrung haben zahlreiche Faktoren bzw. Eigenschaften Einfluss auf den Verbund in Schlitze verklebter Bewehrung.

- Mechanische Eigenschaften des Klebstoffes
- Abstand der CFK-Lamellen vom Rand
- Klebstoffdicke
- Betonfestigkeit
- Lamellenbreiten/ -dickenverhältnis
- Oberflächengestaltung der Lamelle
- Oberfläche des Schlitzes (geschnitten oder gestemmt)

Nachfolgend werden die genannten Einflussfaktoren kurz beschrieben:

#### Mechanische Eigenschaften des Klebstoffes

Da es bei den hier betrachteten in Schlitze verklebten CFK-Lamellen ab einer Betonfestigkeit von circa C20/25 bei einem Verbundversagen zu einem Versagen des Klebstoffes kommt, sind die mechanischen Eigenschaften des Klebstoffes von zentraler Bedeutung. Von (Blaschko 2001) wird die Scherfestigkeit des Klebstoffes als zentralen Parameter für die maximale Verbundfestigkeit der in Schlitze verklebten CFK-Lamellen identifiziert. Diese Scherfestigkeit bestimmt er sich über den Mohr-Coulombschen Spannungskreis aus zentrischer Zugfestigkeit und der zentrischen Druckfestigkeit. Neben den Festigkeiten des Klebstoffes sind auch die Haftung des Klebstoffes auf der CFK-Lamelle sowie das Verformungsverhalten des Klebstoffes für das Verbundverhalten von Bedeutung.

#### Abstand der CFK-Lamellen vom Rand

Falls die CFK-Lamellen keinen ausreichenden Abstand zum Rand des Querschnitts haben, kann es, ähnlich wie beim Betonstahl, zu einer Sprengrissbildung im Beton kommen, was bis zu einem Abplatzen der Randleiste führen kann. (Blaschko 2001) führt hierzu umfangreiche Versuche durch und berücksichtigt auf Grundlage der Versuchsergebnisse den Randabstand der CFK-Lamelle in seinem Ansatz für die Verbundtragfähigkeit.

# Klebstoffdicke

Da die Verformungseigenschaften des Klebstoffes für das Verbundverhalten von Bedeutung sind führt eine dickere Klebschicht bei gleicher Kraft zu einer größeren Verformung bzw. zu einem größeren Schlupf. Im Verbundansatz von (Borchert 2009) sind deshalb die Verformungsgrößen / Schlupfgrößen abhängig von der einseitigen Klebstoffdicke der in Schlitze verklebten CFK-Lamellen beschrieben.

# Betonfestigkeit

Bei sehr geringen Betonfestigkeiten, welche circa unterhalb eines C20/25 liegen, kommt es zu einem Versagen im Beton. Dabei bricht im Bereich der Lamelle ein- oder beidseitig ein Betonkeil entlang der Lamelle heraus, dessen Wurzel im Betonkörper in einer Tiefe entsprechend des Schlitzgrundes liegt (siehe Bild 4.33).



Bild 4.33: Betonausbruch bei in Schlitze verklebten CFK-Lamellen

Diese Versagensart ist bei den Versuchen von (Borchert, Zehetmaier 2003a) und (Bergmeister, Rieder 2004) aufgetreten und wurde in (Finckh, Niedermeier 2011) systematisch untersucht. Ein Problem stellt jedoch bei allen Versuchen der für die Erstellung des niedrigfesten Betons benötigte hohe w/z Wert dar. Durch diesen unüblich hohen w/z Wert erhält man ein porenreiches Betongefüge und dies führt zu einer insbesondere im maßgebenden oberflächennahen Bereich signifikant reduzierten Betonqualität. Dies entspricht im Regelfall jedoch nicht den Altbetonen, welche im Bestand vorhanden sind, da diese mit niedrigen Zementfestigkeitsklassen hergestellt wurden, welche jedoch nicht mehr produziert werden. Die Versuche haben auch gezeigt, dass die Ergebnisse wie bei den aufgeklebten CFK-Lamellen abhängig von der Seitenfläche des Betons sind. So führt die Betonieroberseite mit den geringeren Oberflächenzugfestigkeiten zu geringeren Verbundfestigkeiten als die Betonierunterseite mit den höheren Oberflächenzugfestigkeiten.

# Lamellenbreiten / -dickenverhältnis

Mit geringerem Verhältnis zwischen Lamellenbreite und -dicke verändert sich der günstige Spannungszustand bei der in Schlitze verklebten CFK-Lamelle. So erreichen quadratische und Rundprofile mit einem deutlich geringeren Lamellendicken / -breitenverhältnis von  $b_L/t_L = 1/1$  deutlich geringere Verbundfestigkeiten als die in Schlitze verklebten CFK-Lamellen, welche üblicherweise ein Verhältnis von  $b_L/t_L = 10/1$  besitzen (vgl. auch Bilotta et al. 2011). Dies zeigt auch das Verbundmodell von (Seracino et al. 2007b), welches einen Übergang von in Schlitze geklebter zur aufgeklebter Bewehrung beschreibt. Die in der Praxis in Deutschland und im Folgenden verwendeten Ansätze sind bis zu einem Lamellendicken / -breitenverhältnis von  $b_L/t_L = 6/1$  experimentell bestätigt. Nach (Z- 36.12-73:2009) darf jedoch auch ein Lamellendicken / breitenverhältnis von circa  $b_L/t_L = 3/1$  im Bauteil verwendet werden.

# Oberflächengestaltung der Lamelle

Die Oberflächengestaltung der CFK-Lamellen wird teilweise (vgl. z.B. Kleist, Krams 2006) als Einflussfaktor auf das Verbundverhalten von in Schlitze verklebten CFK-Lamellen angegeben. Auf die reine Adhäsion zwischen Klebstoff und Lamelle scheint jedoch eine Aufrauhung oder andere Oberflächengestaltung der Lamelle, wie die Untersuchungen von (Husemann et al. 2002; Gutsch, Neubauer 2004) zeigen keinen Einfluss zu haben. Eine Verbesserung könnte deshalb nur auf eine bessere Verzahnung zwischen dem Klebstoff und der CFK-Lamelle zurückzuführen sein. Da es beim Verbundversagen jedoch im Regelfall zu einem Kohäsionsversagen des Klebstoffes im Schlitz kommt und nur selten zu einem Adhäsionsversagen auf der Lamelle, scheint dieser Effekt von untergeordneter Bedeutung zu sein.

### 4.5.3 Verwendeter Ansatz

Nach (Blaschko 2001) kann das Verbundverhalten der in Schlitze verklebten CFK-Lamellen mit der Differentialgeleichung des verschieblichen Verbundes modelliert werden.

$$s_{\rm L}'' - 2 \cdot b_{\rm L} \cdot \left(\frac{EA_{\rm L} + EA_{\rm C}}{EA_{\rm L} \cdot EA_{\rm C}}\right) \cdot \tau(s_{\rm L}) = 0$$
(4.64)

Unter Vernachlässigung der Betonverformung ergibt sich als Vereinfachung Gleichung (4.65)

$$s_{\rm L}''' - \frac{2}{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}} \cdot \tau(s_{\rm L}) = 0 \tag{4.65}$$

Als Beziehung zwischen Verbundspannung und Schlupf setzt (Blaschko 2001) in die Differentialgleichung eine Parabel mit anschließendem konstanten Ast ein. Diese Verbundspannungsschlupfbeziehung wird von (Borchert 2009) modifiziert. Dazu nähert er die Verbundspannungsschlupfbeziehung von in Schlitze verklebten CFK-Lamellen mit einem von (Eligehausen et al. 1982) für gerippten Betonstahl entwickelten, abschnittsweise definierten Verbundmodell, das den fülligen, ansteigenden Ast bis hin zum Reibungsplateau nach Zerstörung des Klebstoffgefüges umfasst, an. Die Parameter des Ansatzes bestimmt er unter Vernachlässigung der Betonverformungen aus den Versuchen von (Blaschko 2001) sowie weiterer Versuche aus der Literatur.

Die Verbundspannungsschlupfbeziehung beschreibt er wie (Eligehausen et al. 1982) mit Gleichung (4.66), welche schematisch in Bild 4.34 dargestellt ist.

$$\tau_{\rm L}(s_{\rm L}) = \begin{cases} \tau_{\rm L,max} \cdot \left(\frac{s_{\rm L}}{s_{\rm L1}}\right)^{\alpha_{\rm L}} & 0 \le s_{\rm L} \le s_{\rm L1} \\ \tau_{\rm L,max} & 0 < s_{\rm L} \le s_{\rm L2} \\ \tau_{\rm L,max} - \frac{\tau_{\rm L,max} - \tau_{\rm Lf}}{s_{\rm L3} - s_{\rm L2}} \cdot (s_{\rm L} - s_{\rm L2}) & 0 < s_{\rm L} \le s_{\rm L3} \\ \tau_{\rm Lf} & s_{\rm L} > s_{\rm L3} \end{cases}$$
(4.66)



**Bild 4.34:** Verbundspannungsschlupfbeziehung nach (Eligehausen et al. 1982), welche (Borchert 2009) auf in Schlitze verklebte CFK-Lamellen adaptiert

Um ein Modell zu erhalten, welches kongruent zum Verbundmodell der einbetonierten gerippten Bewehrung nach Abschnitt 4.4.3 ist, wird der Verbund im Rahmen dieser Arbeit leicht modifiziert mit Gleichung (4.67) beschrieben.

$$\tau_{\rm L}(s_{\rm L}) = \begin{cases} k_{\rm L} \cdot s_{\rm L}^{\alpha_{\rm L}} & 0 \le s_{\rm L} \le s_{\rm L1} \\ \tau_{\rm L,max} & 0 < s_{\rm L} \le s_{\rm L2} \\ \tau_{\rm L,max} - \frac{\tau_{\rm L,max} - \tau_{\rm Lf}}{s_{\rm L3} - s_{\rm L2}} \cdot (s_{\rm L} - s_{\rm L2}) & 0 < s_{\rm L} \le s_{\rm L3} \\ \tau_{\rm Lf} & s_{\rm L} > s_{\rm L3} \end{cases}$$
(4.67)

Der Faktor  $k_{\rm L}$  ergibt sich somit zu Gleichung (4.68).

$$k_{\rm L} = \tau_{\rm L,max} \cdot \left(\frac{1}{s_{\rm L1}}\right)^{\alpha_{\rm L}} \tag{4.68}$$

Die anderen Faktoren ergeben sich nach (Borchert 2009). Die maximale Verbundspannung unter Annahme eines Klebstoffversagens wird danach über die Klebstofffestigkeit mit Gleichung (4.69) bestimmt. Zusätzlich führt er noch einen Faktor  $k_{sys}$  zur Beschreibung systemspezifischer Effekte ein. Der Faktor  $k_{sys}$  beträgt nach (Borchert 2009) für die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Materialkombination 0,63.

$$\tau_{\rm L,max} = k_{\rm sys} \cdot \sqrt{\left(2 \cdot f_{\rm Gt} - 2 \cdot \sqrt{\left(f_{\rm Gt}^2 + f_{\rm Gc} \cdot f_{\rm Gt}\right) + f_{\rm Gc}}\right) \cdot f_{\rm Gt}}$$
(4.69)

Da bei den hier betrachteten Versuchen als niedrigste Betonfestigkeit für die in Schlitze verklebten CFK-Lamellen ein C20/25 verwendet wurde, sollte immer das Klebstoffversagen maßgebend werden und somit die mit Gleichung (4.69) ermittelte Festigkeit zur Beschreibung ausreichend sein. Für die niedrigeren Betonfestigkeiten wird in (DAfStb-RiLi VBgB:2011) eine maximale Verbundspannung bezüglich der Endverankerungskraft angegeben. Diese stellt, wie die Versuche von (Finckh, Niedermeier 2011) zeigen, auch eine sichere Bemessung dar, eine komplette Verbundspannungsschlupfbeziehung wie für das Klebstoffversagen steht jedoch nicht zur Verfügung.

Die Reibverbundspannung beschreibt (Borchert 2009) in Abhängigkeit der maximalen Verbundspannung mit Gleichung (4.70).

$$\tau_{\rm Lf} = 0.416 \cdot \eta_{\rm ar} \cdot \tau_{\rm L,max} \tag{4.70}$$

In Gleichung (4.70) beschreibt  $\eta_{ar}$  den Einfluss randnaher CFK-Lamellen. Dieser Faktor wird mit Gleichung (4.71) in Abhängigkeit des Randabstandes  $a_r$  bestimmt.

$$\eta_{\rm ar} = \begin{cases} 1,0 & a_{\rm r} \ge 150 \text{ mm} \\ \tanh\left(\frac{a_{\rm r}}{80}\right) & a_{\rm r} < 150 \text{ mm} \end{cases}$$
(4.71)

Die Völligkeit des ansteigenden Astes bildet (Borchert 2009) in Abhängigkeit von der Klebschichtdicke  $t_G$  mit Gleichung (4.72) ab.

$$\alpha_{\rm L} = 0.38 \cdot t_{\rm G} - 0.11 \le 0.31 \tag{4.72}$$

Den Verschiebungswert  $s_{L2}$ , ab dem die Verbundspannung abnimmt, beschreibt (Borchert 2009) in Abhängigkeit der Dicke der Klebstoffschicht  $t_G$  und der Klebstoffsteifigkeit sowie der maximalen Verbundspannung mit Gleichung (4.73).

$$s_{L2} = \frac{2 \cdot \tau_{L,\max} \cdot \eta_{ar} \cdot t_{G}}{G_{G} \cdot (0.076 \cdot t_{G} - 0.008)} = \frac{4 \cdot \tau_{L,\max} \cdot \eta_{ar} \cdot t_{G} \cdot (1 - 0.38)}{E_{G} \cdot (0.076 \cdot t_{G} - 0.008)}$$
(4.73)

Den Verschiebungswert  $s_{L1}$ , ab welcher die Verbundspannung nicht mehr ansteigt, wählt (Borchert 2009) zu 80% der Verschiebung  $s_{L2}$ .

$$s_{\rm L1} = 0.8 \cdot s_{\rm L2} \tag{4.74}$$

Die Verschiebung, ab welchem nur noch die konstante Reibverbundspannung wirkt, wird nach (Borchert 2009) wieder über die Klebstoffschicht und Klebstoffsteifigkeit bestimmt.

$$s_{L3} = s_{L2} + \frac{\left(\tau_{L,\max} - \tau_{Lf}\right) \cdot t_G}{G_G \cdot (0.025 \cdot t_G - 0.01)} = s_{L2} + \frac{\left(\tau_{L,\max} - \tau_{Lf}\right) \cdot t_G \cdot 2 \cdot (1 - 0.38)}{E_G \cdot (0.025 \cdot t_G - 0.01)}$$
(4.75)

Der Verbundkraftwiderstand kann nun nach (Blaschko 2001) mit Gleichung (4.76) und (4.77) in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge berechnet werden.

für 
$$l_{Lb} \le 115 \,\mathrm{mm} : F_{Lb,k} = b_L \cdot \tau_{g,k} \cdot \sqrt[4]{a_r} \cdot l_{Lb} \cdot (0,4-0,0015 \cdot l_{Lb})$$
 (4.76)

für 
$$l_{Lb} > 115 \,\mathrm{mm}: F_{Lb,k} = b_L \cdot \tau_{g,k} \cdot \left(26.2 + 0.065 \cdot \tanh\left(\frac{a_r}{70}\right) \cdot (l_{Lb} - 115)\right)$$
 (4.77)

Die Beziehung aus Gleichung (4.76) und (4.77) ist exemplarisch in Bild 4.35 dargestellt.



**Bild 4.35:** Durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannungen in Abhängigkeit der Verbundlänge nach (Blaschko 2001)

### 4.6 Zusammenwirken der verschiedenen Bewehrungsstränge

#### 4.6.1 Allgemeines

Für die Biegebemessung wie auch die Ermittlung der Verbundbeanspruchung ist die Kenntnis der Zugkräfte von entscheidender Bedeutung. Aufgrund externer Zugkräfte oder einer Momentenbeanspruchung nehmen die geklebte Bewehrung und die interne Bewehrung Zugkräfte auf. Die Verteilung der Zugkräfte in den verschiedenen Bewehrungssträngen kann aufgrund des unterschiedlichen Verbundverhaltens nicht mit der Voraussetzung der ebenen Dehnungsverteilung<sup>23</sup> über den Querschnitt erfolgen. Ähnlich wie bei teilweise vorgespannten Bauteilen müssen die unterschiedlichen Verbundeigenschaften der Bewehrungsstränge berücksichtigt werden. Dies wird auch in der (DIN EN 1992-1-1:2011) bei den Nachweisen der Ermüdung und der Rissbreite auf Grundlage von (König, Fehling 1988a) mit Gleichung (4.78) berücksichtigt.

$$\frac{\Delta \varepsilon_{p2}}{\varepsilon_{s2}} = \xi_1 = \sqrt{\frac{\tau_{pm}}{\tau_{sm}} \cdot \frac{E_s \cdot d_s}{E_s \cdot d_p}} \approx \sqrt{\frac{\tau_{pm}}{\tau_{sm}} \cdot \frac{d_s}{d_p}} = \sqrt{\xi \cdot \frac{d_s}{d_p}}$$
(4.78)

Diese Modelle für die vorgespannten Bauteile können nicht einfach für alle Fälle auf die geklebte Bewehrung adaptiert werden, da insbesondere bei der aufgeklebten Bewehrung der Verbund im Verhältnis zum Betonstahl deutlich geringer ist und somit die Umlagerungseffekte auch für den Grenzzustand der Tragfähigkeit, insbesondere im Endverankerungsbereich, relevant sind und die Annahme der konstanten Verbundspannung bei beginnender Verbundentkopplung die Realität zu ungenau abbildet.

In den vorgestellten Ansätzen zur geklebten Bewehrung sowie in den Ansätzen zu teilweise vorgespannten Bauteilen wird das Zusammenwirken oft mit unterschiedlichen Verhältnisfaktoren beschrieben:

- Verhältnis der tatsächlichen Dehnungen der unterschiedlichen Bewehrungsstränge:

$$\delta_{\rm L} = \frac{\varepsilon_{\rm Lr}}{\varepsilon_{\rm sr}} \tag{4.79}$$

– Verhältnis der tatsächlichen Dehnungen zu den rechnerischen Dehnungen nach Dehnungsebenheit:

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Bei üblichen verstärkten Bauteilen ist dieser Effekt im Wesentlichen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit von Bedeutung. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit stellt sich aufgrund des duktilen Verhaltens des Betonstahls (Fließen) und des linear elastischen Verhaltens der CFK-Lamelle meist der Zustand der ebenen Dehnungsverteilung ein.

$$\eta_{\rm L} = \frac{\varepsilon_{\rm Lr}}{\varepsilon_{\rm L}^{\rm II}} \quad \text{bzw.} \quad \eta_{\rm s} = \frac{\varepsilon_{\rm sr}}{\varepsilon_{\rm s}^{\rm II}} \tag{4.80}$$

- Verhältnis der mittleren Dehnungen einer Bewehrung zu den tatsächlichen Dehnungen:

$$\kappa_{\rm L} = \frac{\varepsilon_{\rm Lm}}{\varepsilon_{\rm Lr}} \quad \text{bzw.} \quad \kappa_{\rm s} = \frac{\varepsilon_{\rm sm}}{\varepsilon_{\rm sr}}$$
(4.81)

#### 4.6.2 Aufgeklebte Bewehrung

Für die aufgeklebte Bewehrung wurden von (Rostásy et al. 1996), (Ulaga 2003) und (Zehetmaier 2006) Modelle für das Zusammenwirken der einbetonierten und aufgeklebten Bewehrung entwickelt.

Die Ansätze von (Rostásy et al. 1996), (Ulaga 2003) und (Zehetmaier 2006) werden beispielhaft anhand eines konkreten Zugstabes in Bild 4.36 verglichen. Dabei ist in Bild 4.36 links der Umlagerungsbeiwert in Abhängigkeit der Lamellendehnung nach Balkentheorie (Bernoulli) dargestellt und in Bild 4.36 rechts die tatsächliche Dehnung über die Lamellendehnung nach Bernoulli dargestellt. Man kann erkennen, dass sich der Ansatz von (Rostásy et al. 1996) von den Ansätzen von (Ulaga 2003) und (Zehetmaier 2006) erheblich unterscheidet und teilweise ein Ergebnis auf der unsicheren Seite gegenüber den anderen beiden Ansätzen liefert. Die Ansätze von (Ulaga 2003) und (Zehetmaier 2006) unterscheiden sich bei geringen Dehnungen erheblich, bei zunehmender Dehnung gleichen sie sich jedoch weiter an.



Bild 4.36: Vergleich der Ansätze zur Zugkraftaufteilung anhand eines konkreten Zugstabes

Im Weiteren wird das Modell von (Zehetmaier 2006) verwendet, da es das einzige Modell ist, das ausreichend experimentell verifiziert ist und als einziges Modell auch die unterschiedlichen Abstände der Bewehrung von der neutralen Achse berücksichtigt.

(Zehetmaier 2006) stellt in seiner Arbeit ein numerisches, ein analytisches und ein Ingenieurmodell vor. Im Rahmen dieser Arbeit wird das analytische Modell verwendet, da dies am besten mit den anderen Modellen kombiniert werden kann. In diesem analytischen Modell werden die Verhältnisse der tatsächlichen Dehnungen der unterschiedlichen Bewehrungsstränge (vgl. Gleichung (4.79)) angegeben. Mit diesem Verhältniswert lässt sich aus der Dehnung, welche unter Annahme der Hypothese von Bernoulli bestimmt wurde, die wahre Dehnung im Riss mit den Gleichungen (4.82) und (4.83) berechnen.

$$\varepsilon_{\mathrm{Lr}} = \frac{\left(1 + \frac{E_{\mathrm{L}} \cdot A_{\mathrm{L}}}{E_{\mathrm{s}} \cdot A_{\mathrm{s}}} \cdot \frac{z_{\mathrm{L}}}{z_{\mathrm{s}}} \cdot \frac{d_{\mathrm{L}} - x}{d_{\mathrm{s}} - x}\right) \cdot \delta_{\mathrm{L}}}{1 + \frac{E_{\mathrm{L}} \cdot A_{\mathrm{L}}}{E_{\mathrm{s}} \cdot A_{\mathrm{s}}} \cdot \frac{z_{\mathrm{L}}}{z_{\mathrm{s}}} \cdot \frac{d_{\mathrm{L}} - x}{d_{\mathrm{s}} - x} \cdot \delta_{\mathrm{L}}} \cdot \varepsilon_{\mathrm{L}}^{\mathrm{II}}$$
(4.82)

$$\varepsilon_{\rm sr} = \frac{\left(1 + \frac{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}} \cdot \frac{z_{\rm s}}{z_{\rm L}} \cdot \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm L} - x}\right) \cdot \delta_{\rm s}}{1 + \frac{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}} \cdot \frac{z_{\rm s}}{z_{\rm L}} \cdot \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm L} - x} \cdot \delta_{\rm s}} \cdot \varepsilon_{\rm s}^{\rm II} = \frac{\left(1 + \frac{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}} \cdot \frac{z_{\rm s}}{z_{\rm L}} \cdot \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm L} - x}\right) \cdot \frac{1}{\delta_{\rm L}}}{1 + \frac{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}} \cdot \frac{z_{\rm s}}{z_{\rm L}} \cdot \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm L} - x} \cdot \varepsilon_{\rm s}^{\rm II}}$$
(4.83)

(Zehetmaier 2006) gibt als Vereinfachung seines numerischen Modelles in seinem analytischen Modell die Umlagerungsfaktoren in bestimmten Stadien an. Im Wesentlichen lässt sich die Umlagerung in drei Stadien unterteilen:

- Erstrissbildung
- Übergangsbereich
- Entkopplungsbeginn

Im Folgenden werden diese Stadien näher erläutert und die Gleichungen zur Bestimmung der Umlagerungsfaktoren nach (Zehetmaier 2006) angegeben. Dabei werden nur die Gleichungen angeben, welche im Weiteren verwendet werden. In einzelnen Fällen wurden noch kleine Vereinfachungen eingeführt und die Gleichungen in (Zehetmaier 2006) an die hier verwendeten Formelbezeichnungen angepasst. Das Bild 4.37 zeigt den sich aus den nachfolgenden Gleichungen ergebenden Umlagerungsfaktor für zwei verschiedene Fälle, für übliche CFK-Lamellen und übliche Stahllaschen.



Bild 4.37: Umlagerungsbeiwerte nach dem analytischen Modell von (Zehetmaier 2006)

### Erstrissbildung

Bei der Erstrissbildung wird der maximale Umlagerungsbeiwert  $\delta_{Li,max}$  angesetzt, welcher sich in Anhängigkeit der Steifigkeiten und der Verbundbeiwerte der aufgeklebten Bewehrung ( $\tau_{L1} s_{L1} s_{L0}$ ) und der einbetonierten Bewehrung ( $\alpha_s$ ,  $k_s$ ) zu Gleichung (4.84) berechnet

$$\delta_{\text{Li,max}} = \sqrt{\frac{E_{\text{s}} \cdot \phi_{\text{s}} \cdot \tau_{\text{L1}}}{E_{\text{L}} \cdot t_{\text{L}} \cdot \sqrt{f_{\text{cm}}}}} \cdot k_{\delta i}^{(\alpha_{\text{s}}+1)/2} \cdot \left(\frac{d_{\text{s}} - x}{d_{\text{L}} - x}\right)^{(\alpha_{\text{s}}-1)/2} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_{\text{s}}+1}{8 \cdot k_{\text{s}}}} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot s_{\text{L}}^* - s_{\text{L1}} - \frac{\left(s_{\text{L}}^* - s_{\text{L1}}\right)^2}{s_{\text{L0}} - s_{\text{L1}}}}}{\left(s_{\text{L}}^*\right)^{(\alpha_{\text{s}}+1)/2}}$$
(4.84)

Diese maximale Umlagerung stellt sich bei dem zugehörigen Lamellenschlupf  $s_{L}^{*}$  ein, welcher sich aus folgender Gleichung ergibt.

$$s_{\rm L}^* = \frac{\alpha_{\rm s} \cdot s_{\rm L0} - \sqrt{\alpha_{\rm s}^2 \cdot s_{\rm L0}^2 - s_{\rm L1} \cdot s_{\rm L0} \cdot (\alpha_{\rm s}^2 - 1)}}{\alpha_{\rm s} - 1}$$
(4.85)

Neben den Verbundbeiwerten der Bewehrung ist die Gleichung (4.84) zusätzlich noch von dem empirischen Korrekturfaktor für die Umlagerung  $k_{\delta i}$  abhängig, welcher sich mit den Werten aus Tabelle 4.19 zu Gleichung (4.86) ergibt.

$$k_{\delta i} = \left(k_{\delta i,c1} + k_{\delta i,c2} \frac{f_{cm}}{30 \text{N/mm}^2}\right) \cdot \left(k_{\delta i,L1} + k_{\delta i,L2} \frac{E_{\text{L}} \cdot t_{\text{L}}}{1 \cdot 10^6 \text{N/mm}}\right) \cdot \left(k_{\delta i,s1} + k_{\delta i,s2} \frac{E_{\text{s}} \cdot \phi_{\text{s}}}{2 \cdot 10^6 \text{N/mm}}\right)$$
(4.86)

Tabelle 4.19:	Koeffizienten für	den empirischen	Korrekturfaktor n	ach Gleichung (4.86
---------------	-------------------	-----------------	-------------------	---------------------

Betonstahl	$k_{\delta i,c1}$	$k_{\delta i,c2}$	$k_{\mathrm{\delta i},\mathrm{L1}}$	$k_{\mathrm{\delta i},\mathrm{L2}}$	$k_{\delta i,s1}$	$k_{\mathrm{\delta i},\mathrm{s2}}$
gerippt	1,91	-0,68	1,24	0,70	0,76	-0,17
glatt	4,94	-2,35	0,31	0,70	1,00	0,00

Die nach Bernoulli bestimmte Lamellendehnung, bei der der maximale Umlagerungsbeiwert zustande kommt, kann mit Gleichung (4.87) ausgerechnet werden. Diese ist abhängig von der wahren Lamellendehnung, welche mit Gleichung (4.88) bestimmt werden kann.

$$\varepsilon_{\rm L}^{\rm II}(\delta_{\rm Li,max}) = \frac{1 + \frac{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}} \cdot \frac{z_{\rm L}}{z_{\rm s}} \cdot \frac{d_{\rm L} - x}{d_{\rm s} - x} \cdot \delta_{\rm Li,max}}{\left(1 + \frac{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}} \cdot \frac{z_{\rm L}}{z_{\rm s}} \cdot \frac{d_{\rm L} - x}{d_{\rm s} - x}\right) \cdot \delta_{\rm Li,max}} \cdot \varepsilon_{\rm Lr}(\delta_{\rm Li,max})$$
(4.87)

$$\varepsilon_{\rm Lr}(\delta_{\rm Li,max}) = \sqrt{\frac{\tau_{\rm L1}}{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}} \cdot \sqrt{2 \cdot s_{\rm L}^* - s_{\rm L1} - \frac{\left(s_{\rm L}^* - s_{\rm L1}\right)^2}{s_{\rm L0} - s_{\rm L1}}}$$
(4.88)

#### Übergangsbereich

Nach der Lamellendehnung, bei der der maximale Umlagerungsbeiwert zustande kommt, mindert sich der Umlagerungsbeiwert ab. Die Steigung der Gerade ab dem Punkt  $\varepsilon_{L}^{II}(\delta_{Li,max})$  bis zum Entkopplungsbeginn ergibt sich zu Gleichung (4.89).

$$\frac{d \,\delta_{\rm L}(\varepsilon_{\rm L}^{\rm II})}{d \,\varepsilon_{\rm L}^{\rm II}} = -E_{\rm s} \cdot \phi_{\rm s} \cdot \sqrt{\frac{\tau_{\rm L1}}{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L} \cdot f_{\rm cm}}} \cdot k_{\delta \rm i}^{(\alpha_{\rm s}+1)} \cdot \left(\frac{d_{\rm s}-x}{d_{\rm L}-x}\right)^{\alpha_{\rm s}} \cdot \frac{\alpha_{\rm s}+1}{8 \cdot k_{\rm s}} \cdot s_{\rm L0}^{-\alpha_{\rm s}} \cdot \frac{E_{\rm L} \cdot A_{\rm L} + E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}$$
(4.89)

#### Entkopplungsbeginn

Für die Ermittlung des Umlagerungsbeiwerts zu Entkopplungsbeginn müssen zwei Fälle unterschieden werden. Falls die wirksame Einleitungslänge am Einzelriss nach Gleichung (4.91) kleiner ist als der halbe Rissabstand, so kommt es zur Entkopplung am Einzelriss. Andernfalls findet die Entkopplung am Zwischenrisselement statt. Der Umlagerungsbeiwert für beide Fälle kann in Abhängigkeit der wirksamen Einleitungslänge am Einzelriss mit Gleichung (4.90) bestimmt werden.

$$\delta_{\mathrm{L},\mathrm{e}} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{\mathrm{Lr,max}}^{\mathrm{a}} / \sin(\omega \cdot s_{\mathrm{r}} / 2)}{\frac{2 \cdot s_{\mathrm{L0}}}{s_{\mathrm{r}}} \cdot \frac{1}{k_{\delta}} + \frac{s_{\mathrm{r}}}{E_{\mathrm{s}} \cdot \phi_{\mathrm{s}}} \cdot \frac{k_{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{f_{\mathrm{cm}}}}{\alpha_{\mathrm{s}} + 1} \cdot s_{\mathrm{L0}}^{\alpha_{\mathrm{s}}} \cdot k_{\delta}^{-\alpha_{\mathrm{s}}} \cdot \left(\frac{d_{\mathrm{s}} - x}{d_{\mathrm{L}} - x}\right)^{(1 - \alpha_{\mathrm{s}})} & \text{für } s_{\mathrm{r}} / 2 \leq \tilde{l}_{\mathrm{Lb,max}} \\ \frac{\varepsilon_{\mathrm{Lr,max}}^{\mathrm{a}}}{\sqrt{\frac{8 \cdot k_{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{f_{\mathrm{cm}}}}{\sqrt{\frac{8 \cdot k_{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{f_{\mathrm{cm}}}}{(\alpha_{\mathrm{s}} + 1) \cdot E_{\mathrm{s}} \cdot \phi_{\mathrm{s}}}}} \cdot s_{\mathrm{L0}}^{(\alpha_{\mathrm{s}} + 1) / 2} \cdot k_{\delta \mathrm{i}}^{-(\alpha_{\mathrm{s}} + 1) / 2} \cdot \left(\frac{d_{\mathrm{s}} - x}{d_{\mathrm{L}} - x}\right)^{(1 - \alpha_{\mathrm{s}}) / 2}} & \text{für } s_{\mathrm{r}} / 2 > \tilde{l}_{\mathrm{Lb,max}} \\ \tilde{l}_{\mathrm{Lb,max}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_{\mathrm{L}} \cdot t_{\mathrm{L}} \cdot s_{\mathrm{L0}}}{\tau_{\mathrm{L1}}}} \cdot & (4.91) \end{cases}$$

Der empirische Umlagerungsfaktor  $k_{\delta}$  im oberen Teil der Gleichung (4.90) stellt einen lastabhängigen bzw. Rissbildabhängigen Faktor dar, welcher nach (Zehetmaier 2006) iterativ bestimmt werden muss. Geht man jedoch vom abgeschlossenen Rissbild aus, ergibt sich der Faktor zu 1,0. Im Rahmen dieser Arbeit wird näherungsweise davon ausgegangen, dass der Entkopplungsbeginn bei abgeschlossenen Rissbild stattfindet. Die sich daraus ergebenden Abweichungen sind im Regelfall klein und vernachlässigbar.

### 4.6.3 In Schlitze verklebte Bewehrung

Wie bei der aufgeklebten Bewehrung kommt es auch bei der in Schlitze verklebten Bewehrung zu einem Zusammenwirken mit der einbetonierten Bewehrung. Das Verhältnis der tatsächlichen Dehnungen der unterschiedlichen Bewehrungsstränge kann nach (Zehetmaier, Zilch 2008) mit Gleichung (4.92) berechnet werden. Mit diesem Umlagerungsbeiwert kann die Dehnung, welche unter Annahme der Hypothese von Bernoulli bestimmt wurde, in die wahre Dehnung im Riss mit den Gleichungen (4.82) und (4.83) umgerechnet werden.

$$\delta_{\rm L} = \frac{\varepsilon_{\rm L}}{\varepsilon_{\rm s}} = \frac{2 \cdot \xi_{\rm L}^2}{\xi_{\rm L}^2 + 1} \tag{4.92}$$

Der am Einzelriss abgeleitete Verbundbeiwert ergibt sich nach (Zehetmaier, Zilch 2008) bzw. (König, Fehling 1988a) mit Gleichung (4.93) über die mittleren Verbundspannungen und Dehnsteifigkeiten.

$$\xi_{\rm L} = \sqrt{\frac{\tau_{\rm Lm}}{\tau_{\rm sm}}} \cdot \frac{E_{\rm s} \cdot d_{\rm s}}{2 \cdot E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}$$
(4.93)

Nach (Zehetmaier, Zilch 2008) berechnen sich die mittleren Verbundspannungen in Abhängigkeit der Verbundbeiwerte für den Betonstahl und den CFK-Lamellen, welche beide von der Relativverschiebung im Rissufer abhängig sind, mit den Gleichungen (4.94) und (4.95).

$$\tau_{\rm Lm} = \frac{k_{\rm L}}{\alpha_{\rm L} + 1} \cdot s_{\rm Lr}^{\ \alpha_{\rm L}} \cdot (1 - \alpha_{\rm L}) \tag{4.94}$$

$$\tau_{\rm sm} = \frac{k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}}}{\alpha_{\rm s} + 1} \cdot s_{\rm sr}^{\alpha_{\rm s}}$$
(4.95)

Das Verhältnis der Relativverschiebungen am Rissufer kann unter Annahme einer linearen Rissöffnung von der Druckzonen *x* bis zum gezogenen Querschnittsrand mit Gleichung (4.96) berechnet werden:

$$\frac{s_{\rm sr}}{s_{\rm Lr}} = \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm L} - x} \tag{4.96}$$

Das Modell ist abhängig vom Schlupf der Bewehrung und der CFK-Lamelle. Der Schlupf kann entweder über die Rissbreite gemäß Abschnitt 4.7.4.3 ausgerechnet werden oder vereinfacht zu  $s_{Lr} = 0,05 \text{ mm}$  als konstant angenommen werden, da der absolute Betrag des Schlupfes keinen großen Einfluss auf den Umlagerungsbeiwert hat. Dies zeigt zum Beispiel Bild 4.38, in welchem der Umlagerungsbeiwert für die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Produktkombination aus Klebstoff und Lamelle dargestellt ist. Man erkennt, dass der unter Annahme eines Schlupfes von  $s_{Lr} = 0,05 \text{ mm}$  ermittelte Umlagerungsbeiwert den Gesamtbereich im Mittel gut beschreibt.



**Bild 4.38:** Einfluss des Schlupfes auf den Umlagerungsbeiwert  $\delta_L$  für in Schlitze verklebte CFK-Lamellen

# 4.7 Rissbildung

### 4.7.1 Allgemeines

Die Rissbildung eines Stahlbetonbauteils kann im Allgemeinen in Anlehnung an (Rehm, Martin 1968) über den Rissabstand, die mittlere Dehnung und die Rissbreite beschrieben werden.

 $w_{\rm m} = s_{\rm rm} \cdot \varepsilon_{\rm m} \tag{4.97}$ 

Im Wesentlichen wird die Betrachtung der Rissbildung bei Bauteilen mit geklebter Bewehrung aus zwei Gründen benötigt:

- Für die Verbundnachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit werden die Rissbildung bzw. die Rissabstände s<sub>r</sub> für die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement benötigt.
- Für die Nachweise der Rissbreite und der Verformungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird die Ermittlung des Rissbildes ebenfalls benötigt.

Im Gegensatz zu reinen Stahlbetonbauteilen wird bei Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung die Berechnung eines Rissbildes bzw. eines Rissabstandes auch für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit benötigt. Die meisten Ansätze im konventionellen Stahlbetonbau dienen jedoch der Ermittlung der auftretenden Rissbreiten unter Last bzw. Zwangsbeanspruchung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Aus diesem Grund kommt der Berechnung des Rissbildes bzw. der Rissbildung eine zentrale Bedeutung zu und es sind besondere Betrachtungsweisen erforderlich.

Prinzipiell kann die Rissbildung nach (König, Fehling 1988a) und (Zehetmaier 2006) für ein gemischt bewehrtes Bauteil in die vier Stadien gemäß Bild 4.39 unterteilt werden:

- a) Initialriss (F < F<sub>cr</sub>) bzw. (M < M<sub>cr</sub>)
   Es liegen nur vereinzelt, zum Beispiel aufgrund der Streuung der Betonzugfestigkeit, Initialrisse vor.
   Die zugehörigen Einleitungslängen überschneiden sich im Regelfall nicht.
- b) Erst- bzw. Einzelriss ( $F = F_{cr}$ ) bzw. ( $M = M_{cr}$ ) Bei Erreichen des Einzelrisszustandes überschneiden sich die Einleitungslänge der Einzelrisse noch nicht. Die Einleitungslänge  $l_{ee}$  wird durch den verbundweicheren Bewehrungsstrang charakterisiert. Im Allgemeinen gilt:  $1 \cdot l_{ee} \le s_{rm} \le 2 \cdot l_{ee}$
- c) **Primärrissblid** ( $F = F_{ra} \ge F_{cr}$ ) bzw. ( $M = M_{ra} \ge M_{cr}$ ) Mit Zunahme der Beanspruchung überschneiden sich die Eintragungslängen des verbundweicheren Bewehrungsstranges. Das Primärrissbild bzw. das abgeschlossene Erstrissbild wird mit der Berührung der Einleitungslängen des verbundsteiferen Bewehrungsstranges erreicht. Im Allgemeinen gilt für den Rissabstand:  $1 \cdot l_{ea} \le s_{rm} \le 2 \cdot l_{ea}$
- d) Sukzessive Rissbildung ( $F > F_{ra}$ ) bzw. ( $M > M_{ra}$ ) Übersteigt die Beanspruchung die der Primärrissbildung, ist nach (König, Fehling 1988b) zwar ein weiteres Ausbilden von Rissen noch möglich, falls die eingeleitete Verbundkraft noch gesteigert werden kann, die wesentliche Dehnung wird jedoch in den Primärrissen stattfinden.





Bei der Verstärkung eines realen Bauteils in der Baupraxis muss im Gegensatz zu den im Vorherigen betrachteten idealisierten Zuständen des gemischt bewehrten Zugstabes davon ausgegangen werden, dass sich das Bauteil bereits vor dem Verstärken im gerissenen Zustand befindet. Zwar wird in den Ausführungsrichtlinien (vgl. z.B. DAfStb-RiLi SIB:2001; DAfStb-RiLi VBgB:2011) ein Verpressen korrosionsrelevanter bzw. wasserführender Risse verlangt, diese sind jedoch gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) je nach Expositionsklasse zwischen 0,2 und 0,4 mm groß, so dass nie eine Verpressung aller Risse erfolgt bzw. in einem richtig bemessenen Bauteil, bei welchem der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht überschritten wurde, ein Verpressen der Risse nicht stattfinden muss. In einem solchen Bauteil wird die weitere Rissentwicklung nach der Verstärkung durch die bereits vorhandene Rissteilung wesentlich gesteuert. Konkrete experimentelle Untersuchungen zum Rissverhalten eines vorgerissenen Zugstabes stehen derzeit jedoch nicht zur Verfügung. Die Untersuchungen an verstärkten, vorgerissenen Stahlbetonbauteilen (vgl. z.B. Arduini, Nanni 1997; Bonacci, Maalej 2000; Buyukoztuk, Hearing 1998; Hussain et al. 1995) beschränken sich lediglich auf die Biegetragfähigkeit. Eine Erfassung des Rissbildes fand im Rahmen dieser Untersuchungen nicht statt.

Aus diesem Grund werden im Folgenden die beiden Grenzfälle der Rissbildung betrachtet, also das reine Stahlbetonbauteil in Abschnitt 4.7.2 sowie das gemischt bewehrte bzw. verstärkte Stahlbetonbauteil in Abschnitt 4.7.3. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 4.7.4 der verwendete Ansatz für die Rissbildung angegeben, welcher dann in Abschnitt 4.7.5 mit den hier durchgeführten Versuchen verglichen wird.

# 4.7.2 Rissbildung im konventionellen Stahlbetonbau

# 4.7.2.1 Allgemeines

Wie im Vorherigen beschrieben, ist die Rissbildung ein stetiger Prozess, bei welchem nach Überschreiten der Risslast des Betons bzw. des Rissmomentes sich zunächst viele Risse, bei steigender Belastung aber nur noch wenige Risse bilden. Im Allgemeinen können die Ansätze zu Ermittlung des Rissbildes bzw. der Rissbreite im konventionellen Stahlbetonbau nach (Eligehausen, Kreller 1988) in die sogenannte klassische und die kontinuierliche Risstheorie unterteilt werden. Die klassische Risstheorie geht entweder bei Lastbeanspruchung vom abgeschlossenen Rissbild (vgl. z.B. Rehm, Martin 1968; Martin et al. 1980) oder bei Zwangs- bzw. Temperaturbeanspruchung vom Einzelrisszustand aus (vgl. z.B. Falkner 1969; Schießl 1978; Leonhardt 1979; Noakowski 1978). Im Gegensatz dazu geht die kontinuierliche Risstheorie (vgl. Noakowski 1988; Krips 1984; Schober 1984) von einem Übergang zwischen der Erstrissbildung, dem Primärrissbild und der sukzessiven Rissbildung aus.

Da alle Modelle, mit Ausnahme von (Noakowski 1988) und (Krips 1984) unter konsequenter Anwendung der Zugstabanalogie erstellt wurden, müssen diese noch über die wirksame Zugfläche  $A_{c,eff}$  auf ein Sekundärstabmodell (vgl. Noakowski 1985) transferiert werden. Diese wirksame Zugfläche  $A_{c,eff}$  hängt von vielen Faktoren wie der Beanspruchungshöhe, der Bauteilgeometrie und dem Rissabstand ab und wurde in den Ansätzen stark unterschiedlich aufgefasst (vgl. Eligehausen, Kreller 1988).

Die nachfolgende Betrachtung basiert, aufgrund der einfachen Übertragung auf Biegebauteile und der kontinuierlichen Betrachtung im Wesentlichen auf den Arbeiten von (Noakowski 1988) und (Krips 1984).

Prinzipiell bleiben nach (Eligehausen, Kreller 1988) bei allen Modellen die mögliche rissauslösende Wirkung der Querbewehrung sowie auftretende Verbundhystereseeffekte unberücksichtigt. Des Weiteren sind die angewendeten mittleren Verbundgesetze gerade bei gemischt bewehrten Betonbauteilen mehr oder weniger stark vereinfacht.

# 4.7.2.2 Erst- bzw. Einzelriss

Im Erstrisszustand<sup>24</sup> ist aufgrund des zufälligen Auftretens der Risse kein Rissabstand berechenbar. Da die Eintragungslängen des Betonstahls sich im Regelfall im Erstrisszustand nicht überschneiden, ergibt sich nach (Noakowski 1988) die Rissbreite über die mittlere Gesamtdehnung und die doppelte Eintragungslänge des Betonstahls.

$$v_{\rm m} = 2 \cdot l_{\rm esr} \cdot \varepsilon_{\rm m} \tag{4.98}$$

Die Eintragungslänge des Betonstahls ergibt sich in Abhängigkeit der Zugkraft beim Reißen des Betons  $F_{cr}$  bei Zugstäben bzw. in Abhängigkeit des Rissmomentes bei Biegebauteilen über die mittlere Verbundkraft zu Gleichung (4.99).

$$l_{\rm esr} = \frac{F_{\rm cr}}{F_{\rm bsm}} \text{ bzw. } l_{\rm esr} = \frac{M_{\rm cr}}{z_{\rm m} \cdot F_{\rm bsm}}$$
(4.99)

Die mittlere Verbundkraft der Bewehrung ergibt sich über den Umfang der Betonstahlbewehrung und der mittleren Verbundspannung zu Gleichung (4.100).

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Der Erstrisszustand entspricht in dieser Betrachtung dem des nicht gemischt bewehrten Bauteils dem Initialrisszustand gemäß Bild 4.39

$$F_{\rm bsm} = U_{\rm s} \cdot \tau_{\rm sm} = \sum_{i=1}^{n} n_{\rm s,i} \cdot \phi_{\rm s,i} \cdot \pi \cdot \tau_{\rm sm}$$
(4.100)

Die mittlere Verbundspannung ergibt sich nach der Lösung von (Noakowski 1988) mit dem Verbundansatz aus Abschnitt 4.4.3 zu Gleichung (4.101).

$$\tau_{\rm sm} = \left[2^{-3\alpha_{\rm s}} \cdot \frac{(1-\alpha_{\rm s})^{1+\alpha_{\rm s}}}{(1+\alpha_{\rm s})} \cdot \frac{k_{\rm s}}{E_{\rm s}^{\alpha_{\rm s}}} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}} \cdot \phi_{\rm s}^{\alpha_{\rm s}} \cdot \sigma_{\rm sr}^{2\alpha_{\rm s}}\right]^{1/(1+\alpha_{\rm s})}$$
(4.101)

Die mittleren Dehnungen ergeben sich in Abhängigkeit des Verbundwertes  $\alpha_s$  und der Dehnung im Erstriss zu Gleichung (4.102).

$$\varepsilon_{\rm m} = \frac{(1-\alpha_{\rm s})}{2} \cdot \varepsilon_{\rm sr} \tag{4.102}$$

### 4.7.2.3 Primärrissbild

Nach (Noakowski 1985) geht das Bauteil mit steigender Beanspruchung von der Ersrissbildung kontinuierlich in das Primärrissbild bzw. in das abgeschlossene Rissbild über. Dies geschieht nach (Noakowski 1985) rasch, innerhalb eines kleinen Spannungsbereiches oberhalb der Rissspannung. Oft wird die Belastung, in welchem das Primärrissbild eintritt, in Abhängigkeit der Streuung der Betonzugfestigkeit beschrieben. Die Belastung bei abgeschlossenen Rissbild ergibt sich dabei dann mit der Annahme der Streuung der Zugfestigt nach (DIN EN 1992-1-1:2011) zu ( $F_{ra} = 1,3 F_{cr}$ ) bzw. ( $M_{ra} = 1,3 M_{cr}$ ) (vgl. Zilch, Zehetmaier 2010).

Die Rissbreite bei abgeschlossenem Rissbild bzw. Primärrissbild ergibt sich aus dem Rissabstand und der mittleren Gesamtdehnung.

$$w_{\rm m} = s_{\rm rm} \cdot \varepsilon_{\rm m} \tag{4.103}$$

Der mittlere Rissabstand befindet sich zwischen der einfachen und doppelten Eintragungslänge des Betonstahls. Der genaue Abstand wird jedoch in den unterschiedlichen Ansätzen immer zu einem unterschiedlichen Verhältnis bestimmt. So geht zum Beispiel (Noakowski 1988) von der 1,5-fachen, (Krips 1984) von der 1,44-fachen<sup>25</sup> und (Kreller 1989) von der 1,31-fachen Eintragungslänge des Betonstahls aus.

Die mittlere Gesamtdehnung ergibt sich nach (Noakowski 1988) in Abhängigkeit des mittleren Rissabstandes zu Gleichung (4.104).

$$\varepsilon_{\rm m} = \varepsilon_{\rm s}^{\rm II} - \left(1 - \frac{(1 - \alpha_{\rm s})}{2} \cdot \varepsilon_{\rm sr}\right) \cdot \frac{s_{\rm rm}}{2 \cdot l_{\rm esr}}$$
(4.104)

### 4.7.2.4 Sukzessive Rissbildung

Bei der sukzessiven Rissbildung kann sich bei Steigerung der Verbundkraft der Rissabstand noch weiter verringern. Bei den Ansätzen von (Noakowski 1988) wird die sukzessive Rissbildung nicht weiter betrachtet. (Krips 1984) hingegen stellt eine lastabhängige Beziehung für den Rissabstand unter sukzessiver Rissbildung in Abhängigkeit des Rissabstandes im Primärissbild  $s_{rm,a}$  auf.

$$s_{\rm rm} = s_{\rm rm,a} \cdot \left( \left( \frac{\varepsilon_{\rm s}^{\rm II}}{\varepsilon_{\rm sr}} \right)^{\frac{(1-\alpha_{\rm s})}{2} \cdot \frac{(2+\alpha_{\rm s})}{2}} - \left( \frac{\varepsilon_{\rm s}^{\rm II}}{\varepsilon_{\rm sr}} \right) \right)$$
(4.105)

(König, Fehling 1988b) gehen für den Fall der sukzessiven Rissbildung pauschal von einem Rissabstand des 1,18-fachen Eintragungslänge des Betonstahls aus.

### 4.7.3 Berücksichtigung der Wirkungsweise der geklebten Bewehrung

#### 4.7.3.1 Klassische Risstheorie / Empirische Ansätze

Zur Berechnung der Rissbreite und des Rissabstandes für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wurden im Bezug auf Betonbauteile mit aufgeklebten Faserverbundwerkstoffen zahlreiche, rein empirische Formulierungen (vgl. z.B. Tan, Saha 2008; ACI 440.2R-02:2002) vorgeschlagen. In (Rostásy et al. 1996) wird ein semiempirischer Vorschlag basierend auf der Rissbreitenbegrenzung von Spannbeton-

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Er geht hierbei von einer Verteilungsfunktion aus, bei der der kleinste Rissabstand doppelt so oft vorkommt wie der größte Rissabstand.

bauteilen gemäß (König, Fehling 1988a) ausgearbeitet. Dafür wird für den Betonstahl und die aufgeklebte Bewehrung eine spannungs- bzw. schlupfunabhängige, mittlere Verbundspannung ausgerechnet. Der mittlere Rissabstand wird darin in Anlehnung an (König, Fehling 1988a) mit Gleichung (4.106) über das Bewehrungsverhältnis  $\eta_{L}$  und das Verhältnis des Verbundes  $\xi_{1}$  aus Gleichung (4.107) bestimmt.

$$s_{\rm rm} \approx 50 + 0.1 \cdot \frac{f_{\rm ctm}}{\tau_{\rm sm}} \cdot \frac{\phi_{\rm s}}{\rho_{\rm sw} \cdot (1 + \eta_{\rm L} \cdot \xi_{\rm l})}$$
(4.106)

$$\xi_{1} = \sqrt{\frac{\tau_{\rm Lm}}{\tau_{\rm sm}} \cdot \frac{E_{\rm s} \cdot \phi_{\rm s}}{4 \cdot E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}} \approx \sqrt{0.7 \frac{E_{\rm s} \cdot \phi_{\rm s}}{4 \cdot E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}} \quad \text{und} \quad \eta_{\rm L} = \frac{A_{\rm L}}{A_{\rm s}}$$
(4.107)

Die mittlere Rissbreite wird dann mit Gleichung (4.108) über die Gesamtzugkraft F und die Zugkraft beim Erstriss  $F_r$  abgeschätzt.

$$w_{\rm m} \approx \frac{F}{E_{\rm s}A_{\rm s} + E_{\rm L}A_{\rm L}} \cdot \left(1 - \frac{F_{\rm r}}{2F}\right) \cdot s_{\rm rm}$$
(4.108)

Zahlreiche der im Vorherigen erwähnten Ansätze werden in (Ceroni, Pecce 2007) mit Versuchen verglichen. Darauf aufbauend wird in (Ceroni, Pecce 2009) ein Modell basierend auf der (DIN EN 1992-1-1:2011) angegeben. Der mittlere Rissabstand berechnet sich nach Gleichung (4.109), damit schließen (Ceroni, Pecce 2007) auf den charakteristischen Rissabstand zurück.

$$s_{\rm rm} = s_0 + k \cdot \frac{A_{\rm c,eff}^{\ \gamma} \cdot \phi^{\rm u}}{A_{\rm s}^{\ \delta} + \left(\frac{A_{\rm L} \cdot E_{\rm L}}{E_{\rm s}}\right)^{\beta}} \tag{4.109}$$

$$s_{r,max} = s_{rm,k} = 1.60 \cdot s_{rm}$$
 (4.110)

Die Werte für die Wirkungsfläche der Bewehrung  $A_{c,eff}$  und den effektiven Durchmesser  $\phi_{s,eff}$  können dabei der (DIN EN 1992-1-1:2011) entnommen werden. Aus der Auswertung zahlreicher Versuche ergaben sich für die Gleichung (4.109) die folgenden Werte für aufgeklebte Faserverbundwerkstoffe.

$$\mu_0 = 20 \text{ mm}, k = 4; \ \alpha = 1; \ \beta = 0.75; \ \gamma = 0.5; \ \delta = 0.75$$
 (4.111)

Mithilfe der Größe  $\mathcal{E}_{sm}$ - $\mathcal{E}_{cm}$  nach (DIN EN 1992-1-1:2011) Gleichung (7.9) kann über die Gleichung (7.8) in der (DIN EN 1992-1-1:2011) bzw. Gleichung (4.97) die Rissbreite bestimmt werden. Dabei kann der effektive Bewehrungsgrad zu Gleichung (4.112) angenommen werden.

$$\rho_{\text{eff,eq}} = \rho_{\text{p,eff}} + \rho_{\text{L,eff,eq}} = \frac{A_s}{A_{\text{L,eff}}} + \frac{E_{\text{L}}}{E_s} \cdot \frac{A_{\text{L}}}{A_{\text{c,eff}}}$$
(4.112)

### 4.7.3.2 Ansatz von Niedermeier bzw. Neubauer

(Niedermeier 2001) sowie (Neubauer 2000) benutzen für die Ermittlung des Rissbildes die Risstheorie nach (Noakowski 1988) und erweitern diese um die Wirkungsweise der Lamelle. Der Rissabstand ergibt sich dabei wie bei der Risstheorie nach (Noakowski 1988) aus der Einleitungslänge der Bewehrungen. Der maximale Rissabstand ergibt sich dabei zur 2-fachen Eintragungslänge und der Minimale zur Eintragungslänge. Der mittlere Rissabstand ergibt sich aus dem Mittel der beiden Fälle zur 1,5-fachen Eintragungslänge.

$$s_{r,\max} = 2 \cdot l_{e,0}$$
 (4.113)

$$s_{\rm rm} = 1.5 \cdot l_{\rm e,0}$$
 (4.114)

Die Eintragungslänge ergibt sich bei den beiden Ansätzen nach (Noakowski 1988) aus dem Rissmoment  $M_{\rm cr}$ , dem inneren Hebelarm  $z_{\rm m}$  sowie der mittleren Verbundkraft  $F_{\rm bm}$  bei Rissbildung.

$$l_{\rm e,0} = \frac{M_{\rm cr}}{z_{\rm m} \cdot F_{\rm bm}} \tag{4.115}$$

Die mittlere Verbundbruchkraft ergibt sich bei dem Ansatz von (Niedermeier 2001) sowie dem von (Neubauer 2000) durch Addition der mittleren Verbundkraft der inneren und der aufgeklebten Bewehrung.

(Neubauer 2000) betrachtet dazu die aufgeklebte Bewehrung pauschal als äquivalente Betonstahlbewehrung mit der Verbundfläche, der Breite der aufgeklebten Bewehrung  $b_{\rm L}$  und eine, bezüglich des gerippten Betonstahls um circa 50% reduzierte mittlere Verbundspannung.

(Niedermeier 2001) betrachtet den Anteil der aufgeklebten und einbetonierten Bewehrung getrennt und addiert danach die beiden Anteile. Den Anteil der aufgeklebten Bewehrung berechnet er über die mittleren Verbundspannungen nach Gleichung (4.117), welche er von dem bilinearen Verbundansatz ableitet und mit der Lamellenbreite multipliziert.

$$F_{\rm bm} = \sum_{i=1}^{n} n_{\rm s,i} \cdot \phi_{\rm s,i} \cdot \pi \cdot \tau_{\rm sm} + \sum_{i=1}^{n} n_{\rm L,i} \cdot b_{\rm L,i} \cdot \tau_{\rm Lm}$$
(4.116)

$$\tau_{\rm Lm} = 0,0036 \cdot \sigma_{\rm L,r} \sqrt{t_{\rm L} \cdot \sqrt{f_{\rm c,cube} \cdot f_{\rm ctm,surf}}}$$
(4.117)

Die mittleren Verbundspannungen für den Betonstahl ergeben sich gemäß einer Vereinfachung des Ansatzes von (Noakowski 1988) nach (Niedermeier 2001) zu Gleichung (4.118).

$$\tau_{\rm sm} = 0.2 \cdot \sqrt{f_{\rm c,cube} \cdot \sqrt{\sigma_{\rm s}}} \tag{4.118}$$

Die Konzepte von (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) gehen von einer gemeinsamen Eintragungslänge des Betonstahls und der aufgeklebten Bewehrung aus, was jedoch nicht den Rissbildungsstadien nach Abschnitt 4.7.1 für ein gemischt bewehrtes Bauteil nach (König, Fehling 1988a) bzw. (Zehetmaier 2006) entspricht. Die Ansätze reduzieren sich deshalb nach (Zehetmaier 2006) rein auf die Erstrissbildung. Des Weiteren gehen beide Ansätze von einer Rissdehnung aus, welche sich gemäß der Hypothese von Bernoulli ergibt, was den im Abschnitt 4.6 beschriebenen Ansätzen von (Zehetmaier 2006) widerspricht. Bei einer nicht vorhandenen Betonstahlbewehrung stellt der Ansatz von (Niedermeier 2001) jedoch eine gute Möglichkeit dar, den Rissabstand zu ermitteln.

### 4.7.3.3 Ansatz von Zehetmaier

(Zehetmaier 2006) erweitert in seiner Arbeit die Modelle von (Noakowski 1988) aufgrund der Betrachtungsweise von (König, Fehling 1988a) sowie des Zusammenwirkens der Bewehrungsstränge. Da dieses Modell weitestgehend dem verwendeten Ansatz für die Ermittlung des Rissabstandes für Bauteile mit aufgeklebter Bewehrung in Abschnitt 4.7.4.2 entspricht, wird hier zugunsten einer besseren Lesbarkeit auf die explizite Wiedergabe des Modelles verzichtet.

### 4.7.4 Verwendeter Ansatz

### 4.7.4.1 Allgemeines

Wie bereits in Abschnitt 4.7.1 erläutert, ist die Berechnung der Rissbildung bei Bauteilen mit geklebter Bewehrung sowohl für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch für den Verbundnachweis der aufgeklebten Bewehrung von Bedeutung. Da der Verbundnachweis der aufgeklebten Bewehrung im Rahmen dieser Arbeit von zentraler Bedeutung ist und die Modelle vom Rissabstand abhängig sind, wird in Abschnitt 4.7.4.2 explizit das verwendete Modell zur Berechnung der Rissabstände angegeben. In Abschnitt 4.7.4.3 wird dann auf das empfohlene und verwendete Modell zur Berechnung der Rissbreiten und Rissabstände für Bauteile mit geklebter Bewehrung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit eingegangen.

### 4.7.4.2 Ermittlung des Rissabstandes für aufgeklebte Bewehrung

Im Rahmen der Rissbildung der zu verstärkenden Bauteile kann zwischen zwei Fällen unterschieden werden:

- Das Bauteil ist zum Zeitpunkt der Verstärkung im ungerissenen Zustand (Dies wird bei nahezu allen Bauteilversuchen zutreffen).
- Das Bauteil ist zum Zeitpunkt der Verstärkung im gerissenen Zustand (Dies wird bei den meisten Fällen in der Baupraxis zutreffen).

Da das Rissverhalten eines vorgerissenen Bauteils, wie bereits in Abschnitt 4.7.1 erläutert nicht abschließend geklärt und experimentell verifiziert ist, werden im Folgenden für die Ermittlung der Rissabstände ein realitätsnahes Modell und ein Modell für die Bemessung auf der sicheren Seite liegend angegeben. Dabei wird das realitätsnahe Rissmodell für die Nachrechnung der Versuche und die anschließenden Parameterstudien verwendet.

#### Realitätsnahe Rissabstandsermittlung

Im Wesentlichen wird im Rahmen dieser Arbeit für die Nachrechnung der Versuche das Rissmodell von (Zehetmaier 2006) verwendet. Im Gegensatz zu (Zehetmaier 2006) wird hier das Modell konsequent für das Biegebauteil wiedergegeben.

Wie bei dem Modell von (Zehetmaier 2006) wird zwischen dem Erst- bzw. Einzelrisszustand und dem Primärrissbild bzw. dem abgeschlossenen Rissbild unterschieden. Für die weitere sukzessive Rissbildung wird ebenfalls das abgeschlossene Rissbild angenommen.

#### Einzelriss

Für den Einzelriss kann nach (Zehetmaier 2006) bzw. (Noakowski 1988) die Rissgröße, welche im Falle der Biegung das Rissmoment  $M_{cr}$  ist, gleich der eingetragenen Verbundkraft mit dem zugehörigen Hebelarm gesetzt werden. Das Rissmoment bestimmt sich in diesem Fall über das Widerstandsmoment des ideellen Querschnitts  $W_{ci}$  und der Biegezugfestigkeit. Die eingetragene Verbundkraft bestimmt sich in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundenergien der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit des jeweiligen Schlupfes der Bewehrung.

$$M_{\rm cr} = f_{\rm ct,fl} \cdot W_{\rm ci} = \sqrt{\frac{8 \cdot G_{\rm bs}(s_{\rm s})}{\phi_{\rm s} \cdot E_{\rm s}}} \cdot z_{\rm s} \cdot E_{\rm s} \cdot A_{\rm s} + \sqrt{\frac{2 \cdot G_{\rm bL}(s_{\rm L})}{t_{\rm L} \cdot E_{\rm L}}} \cdot z_{\rm L} \cdot E_{\rm L} \cdot A_{\rm L}$$
(4.119)

Die Verbundenergie der einbetonierten Bewehrung ergibt sich in Abhängigkeit des Schlupfes gemäß (Zehetmaier 2006) zu Gleichung (4.120).

$$G_{\rm bs}(s_{\rm s}) = \frac{k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}} s_{\rm s}^{(\alpha_{\rm s}+1)}}{\alpha_{\rm s}+1}$$
(4.120)

Für die aufgeklebte Bewehrung ergibt sich in ähnlicher Weise die Verbundenergie zu Gleichung (4.121).

$$G_{bL}(s_{L}) = \begin{cases} \frac{\tau_{L1}}{2 \cdot s_{L1}} \cdot s_{L}^{2} & \text{für } 0 \le s_{L} \le s_{L1} \\ \frac{\tau_{L1}}{2} \cdot \left( 2 \cdot s_{L} - 2 \cdot s_{L1} - \frac{(s_{L} - s_{L1})^{2}}{s_{L0} - s_{L1}} \right) & \text{für } s_{L1} \le s_{L} \le s_{L0} \end{cases}$$
(4.121)

Mithilfe des Verhältnisses der Relativverschiebungen am Rissufer kann unter Annahme der Gleichung (4.122) der Schlupf der Bewehrung iterativ mit den Gleichungen (4.119) bis (4.122) erfolgen.

$$\frac{s_{\rm s}}{s_{\rm L}} = \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm L} - x}$$
 (4.122)

Mithilfe des Schlupfes lassen sich gemäß (Zehetmaier 2006) die mittleren Verbundspannungen für die aufgeklebte und einbetonierte Bewehrung berechnen.

$$\tau_{\rm sm} = \frac{k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot s_{\rm s}}^{\alpha_{\rm s}}}{\alpha_{\rm s} + 1} \cdot (1 - \alpha_{\rm s}) \tag{4.123}$$

$$\tau_{\rm Lm} = \begin{cases} \frac{\tau_{\rm L1}}{2 \cdot s_{\rm L1}} \cdot s_{\rm L} & \text{für } 0 \le s_{\rm L} \le s_{\rm L1} \\ \frac{\tau_{\rm L1} \cdot \left(s_{\rm L}^2 - 2 \cdot s_{\rm L} \cdot s_{\rm L0} + s_{\rm L1} \cdot s_{\rm L0}\right)}{2 \cdot s_{\rm L} \cdot \left(s_{\rm L1} - s_{\rm L0}\right)} & \text{für } s_{\rm L1} \le s_{\rm L} \le s_{\rm L0} \end{cases}$$
(4.124)

Die Eintragungslänge der verschiedenen Bewehrungskräfte ergibt sich dann aus dem Quotienten aus der Kraft der Bewehrung im Riss und der mittleren Verbundkraft.

$$l_{\rm eL} = \frac{\varepsilon_{\rm Lr} \cdot E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}{\tau_{\rm Lm}} \quad \text{bzw.} \quad l_{\rm es} = \frac{\varepsilon_{\rm sr} \cdot E_{\rm s} \cdot \phi_{\rm s}}{4 \cdot \tau_{\rm sm}}$$
(4.125)

Da aufgrund der Interaktion der Bewehrungsstränge die Kraft des jeweiligen Bewehrungsstranges nicht bekannt ist, muss über eine Betrachtung der Verbundenergie auf die jeweiligen Eintragungslängen zurückgeschlossen werden. Gemäß (Zehetmaier 2006) ergeben sich diese dann für die aufgeklebte Bewehrung zu Gleichung (4.126) und für die einbetonierte Bewehrung zu Gleichung (4.127).

$$l_{eL} = \begin{cases} 2 \cdot \sqrt{\frac{s_{L1} \cdot E_{L} \cdot t_{L}}{\tau_{L1}}} & \text{für } 0 \le s_{L} \le s_{L1} \\ 2 \cdot \sqrt{\frac{E_{L} \cdot t_{L} \cdot (s_{L1} - s_{L0}) \cdot s_{L}^{2}}{\tau_{L1} \cdot (s_{L}^{2} - 2 \cdot s_{L} \cdot s_{L0} + s_{L1} \cdot s_{L0})}} & \text{für } s_{L1} \le s_{L} \le s_{L0} \end{cases}$$

$$l_{es} = \frac{2}{1 - \alpha_{s}} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{sr}^{(1 - \alpha_{s})} (1 + \alpha_{s}) E_{s} \cdot \phi_{s}}{8 \cdot k_{s} \cdot \sqrt{f_{cm}}}\right)^{\frac{1}{1 + \alpha_{s}}}$$

$$(4.126)$$

1

Zu Berechnung der Eintragungslänge der einbetonierten Bewehrung ist noch die Berechnung der wahren Betonstahldehnung im Riss notwendig.

$$\varepsilon_{\rm sr} = \sqrt{\frac{8 \cdot \tau_{\rm sm} \cdot s_{\rm s}}{\phi_{\rm s} \cdot E_{\rm s}}} \tag{4.128}$$

Die maßgebende Eintragungslänge für den Einzelriss ergibt sich dann aus der maximalen Eintragungslänge der Bewehrungsstränge.

$$l_{\rm ee} = \max \begin{cases} l_{\rm es} \\ l_{\rm eL} \end{cases}$$
(4.129)

Der mittlere Rissabstand im Einzelrisszustand ergibt sich dann nach (Noakowski 1988) zur 1,5 fachen Eintragungslänge.

$$s_{\rm rm} = 1.5 \cdot l_{\rm ee} \tag{4.130}$$

#### Primärrissbild

Nach (Zehetmaier 2006) ist das abgeschlossene Rissbild dann erreicht, wenn sich die Eintragungslängen des verbundsteiferen Bewehrungsstranges berühren.

$$M_{\rm cr} = f_{\rm ct,fl} \cdot W_{\rm c} = \Delta \varepsilon_{\rm s} \cdot A_{\rm s} \cdot z_{\rm s} \cdot E_{\rm s} + \Delta \varepsilon_{\rm L} \cdot A_{\rm L} \cdot z_{\rm L} \cdot E_{\rm L}$$
(4.131)

Die über Verbund eingetragene Dehnungsdifferenz des Betonstahls kann gemäß (Zehetmaier 2006) über eine Näherungslösung nach Gleichung (4.132) berechnet werden. Dabei ist die maßgebende Eintragungslänge der Bewehrungsstränge gemäß Gleichung (4.134) zu verwenden.

$$\Delta \varepsilon_{\rm s} = \frac{4 \cdot l_{\rm ea}}{\phi_{\rm s} \cdot E_{\rm s}} \cdot \frac{k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}}}{\alpha_{\rm s} + 1} s_{\rm s}^{\alpha_{\rm s}}$$
(4.132)

Die über Verbund eingetragene Dehnungsdifferenz der aufgeklebten Bewehrung kann gemäß (Zehetmaier 2006) näherungsweise über die Gleichung (4.133) bestimmt werden. Dabei ist in dieser Gleichung die mittlere Verbundspannung nach Gleichung (4.124) zu verwenden.

$$\Delta \varepsilon_{\rm L} = \frac{\tau_{\rm Lm} \cdot l_{\rm ea}}{t_{\rm L} \cdot E_{\rm L}} \tag{4.133}$$

Die maßgebende Eintragungslänge der Bewehrungsstränge ergibt sich dann aus dem Minimum der Eintragungslänge des Betonstahls nach Gleichung (4.127) und der der aufgeklebten Bewehrung nach Gleichung (4.126).

$$l_{\rm ea} = \min \begin{cases} l_{\rm eL} \\ l_{\rm es} \end{cases}$$
(4.134)

Damit kann mithilfe der Gleichung (4.122) der Schlupf der Bewehrung iterativ über die Gleichungen (4.131) bis (4.134) bestimmt werden und es ergibt sich dann die maßgebende Einleitungslänge I<sub>ea</sub>. Der mittlere Rissabstand im Einzelrisszustand ergibt sich dann nach (Noakowski 1988) zur 1,5-fachen Eintragungslänge.

$$s_{\rm rm} = 1.5 \cdot l_{\rm ea}$$
 (4.135)

Das zugehörige Lastniveau kann dann näherungsweise über den hinteren Teil der Gleichung (4.119) bestimmt werden.

#### Rissabstände für ein Bemessungsmodell

Prinzipiell müsste sich im Rahmen der Verstärkung eines bereits gerissen Bauteils ebenfalls der angenommene Rissabstand einstellen, wenn sich während des Verstärkens die Risse vollständig geschlossen hätten. Dies wird jedoch im Regelfall aufgrund der Belastung während des Verstärkens sowie aufgrund von eventuell vorhandenen Zwangskräften nicht der Fall sein. Um das im Vorherigen dargestellte Model zu verwenden müsste, die vorhandene Rissbreite bei Stahlschlupf zusätzlich berücksichtigt werden. Dazu müssten die Rissbreiten mit einer sehr hohen Genauigkeit aufgenommen werden, was in der Praxis zu einem unverhältnismäßig großen Aufwand führt. Im Rahmen eines Bemessungsmodelles sollte aus diesem Grund und aufgrund der komplexen iterativen Ermittlung über das Zusammenwirken der Bewehrungsstränge auf der sicheren Seite liegend die geklebte Bewehrung nicht angesetzt werden und des Rissabstand der reinen Stahlbetonbauteils gemäß Abschnitt 4.7.2.3 verwendet werden, wie dies im Wesentlichen auch in der (DAfStb-RiLi VBgB:2011) enthalten ist.

#### 4.7.4.3 Ermittlung von Rissbreiten und Rissabständen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Das im Weiteren vorgestellte Modell basiert im Wesentlichen auf dem Nachweis der Rissbreiten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit der (DIN EN 1992-1-1:2011) sowie dem Vorschlag des Nachweises der Rissbreiten mit in Schlitze verklebten CFK-Lamellen gemäß (Zehetmaier, Zilch 2008). Dieser Nachweis wurde jedoch auf die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Verbundbeziehungen angepasst und für aufgeklebte CFK-Lamellen erweitert.

Wie bei dem Nachweis gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 7.3.4 kann die Rissbreite im Gebrauchszustand mit Gleichung (4.136) über die Lamellendehnungen berechnet werden.

$$w_{\rm k} = s_{\rm r,max} \cdot (\varepsilon_{\rm Lm} - \varepsilon_{\rm cm}) \text{ bzw. } w_{\rm m} = s_{\rm rm} \cdot (\varepsilon_{\rm Lm} - \varepsilon_{\rm cm})$$

$$(4.136)$$

Die Rissabstände ergeben sich für Mittelwerte gemäß (Noakowski 1988) zur 1,5-fachen Eintragungslänge und für charakteristische Werte gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) zur zweifachen Eintragungslänge der Bewehrungsstränge (vgl. Zilch, Zehetmaier 2010, Curbach et al. 2010).

$$s_{\rm rm} = 1,5 \cdot l_{\rm ea} \text{ bzw. } s_{\rm rm} = 2 \cdot l_{\rm ea}$$
 (4.137)

Wenn die Risszugkraft durch den Verbund in den Querschnitt übertragen werden kann, entsteht ein neuer Riss. Somit ergibt sich die Eintragungslänge der Bewehrungsstränge aus der Risszugkraft, welche gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) über die effektiv gezogene Fläche  $A_{c,eff}$  und durch die mittlere Verbundkraft bestimmt wird, welche über die Verbundfläche im Schnitt  $U_b$  und die mittlere Verbundspannung beschrieben wird.

$$l_{\text{ea}} = \frac{A_{\text{c,eff}} \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot (1 - \rho_{\text{eff}})}{\tau_{\text{m}} \cdot U_{\text{b}}}$$
(4.138)

Die effektiv gezogene Fläche  $A_{c,eff}$  bestimmt sich in Analogie zur (DIN EN 1992-1-1:2011) zu Gleichung (4.139).

$$A_{\rm c,eff} = b \cdot h_{\rm c,eff}$$
 mit  $h_{\rm c,eff} = \min \left[ 2.5 \cdot \left( d_{\rm s} - h \right), \left( \frac{h - x}{3} \right), \frac{h}{2} \right]$  (4.139)

Gemäß (Zehetmaier, Zilch 2008) kann die Eintragungslänge der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit der Interaktion der Bewehrungsstränge, welche durch den Umlagerungsfaktor  $\zeta_L$  beschrieben wird, berechnet werden.

$$l_{\text{ea}} = \frac{A_{\text{c,eff}} \cdot f_{\text{ct,eff}}}{\tau_{\text{Lm}}} \cdot \frac{k_{\text{Lb}} \cdot E_{\text{L}} \cdot t_{\text{L}} \cdot \xi_{\text{L}}^2}{E_{\text{s}}A_{\text{s}} + E_{\text{L}}A_{\text{L}} \cdot \xi_{\text{L}}^2}$$
(4.140)

$$\xi_{\rm L} = \sqrt{\frac{\tau_{\rm Lm}}{\tau_{\rm sm}} \cdot \frac{E_{\rm s} \cdot \phi_{\rm s}}{k_{\rm Lb} \cdot E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}} \tag{4.141}$$

Der Faktor  $k_{Lb}$  beschreibt dabei die unterschiedlichen Verbundflächen der aufgeklebten und in Schlitze verklebten CFK-Lamellen, welche sich für in Schlitze verklebte CFK-Lamelle zu 2,0 und für aufgeklebte CFK-Lamellen zu 4,0 bestimmt. Die mittlere Verbundspannung in Gleichung (4.141) kann für den Betonstahl zu Gleichung (4.95), für in Schlitze verklebte CFK-Lamellen zu Gleichung (4.94) und für aufgeklebte CFK-Lamellen zu Gleichung (4.124) bestimmt werden.

Die mittleren Dehnungen der Lamelle und des Betons ergeben sich in Analogie zu (DIN EN 1992-1-1:2011) gemäß (Zehetmaier, Zilch 2008) zu Gleichung (4.142) und (4.143)

$$\varepsilon_{\rm Lm} = \varepsilon_{\rm L}^{\rm II} \cdot \eta_{\rm L} - k_{\rm t} \cdot f_{\rm ct, eff} \cdot A_{\rm ct, eff} \cdot \left(\frac{\xi_{\rm L}^2}{E_{\rm s}A_{\rm s} + E_{\rm L}A_{\rm L} \cdot \xi_{\rm L}^2}\right)$$
(4.142)

$$\varepsilon_{\rm cm} = k_{\rm t} \cdot \frac{f_{\rm ct, eff}}{E_{\rm cm}} \tag{4.143}$$

Der Faktor  $k_t$  kann dabei nach (DIN EN 1992-1-1:2011) zu 0,6 für kurzzeitige Belastungen und zu 0,4 für lang andauernde Belastungen gewählt werden. Der Umlagerungsfaktor  $\eta_L$  bestimmt sich gemäß (Zehetmaier, Zilch 2008) zu Gleichung (4.144).

$$\eta_{\rm L} = \frac{\left(E_{\rm s}A_{\rm s} + E_{\rm L}A_{\rm L}\right) \cdot \delta_{\rm L}}{E_{\rm s}A_{\rm s} + E_{\rm L}A_{\rm L} \cdot \delta_{\rm L}} \tag{4.144}$$

$$\delta_{\rm L} = \frac{\varepsilon_{\rm L}}{\varepsilon_{\rm s}} = \frac{2 \cdot \xi_{\rm L}^2}{\xi_{\rm L}^2 + 1} \tag{4.145}$$

Über die Beziehung zwischen der Rissbreite und dem Schlupf aus Gleichung (4.146) kann nun die Rissbreite iterativ über den dargestellten Formelapparat bestimmt werden.

$$w_{\rm k} = 2 \cdot s_{\rm s} = 2 \cdot s_{\rm L} \tag{4.146}$$

### 4.7.5 Vergleich mit den Versuchsergebnissen

Die Rissabstände, welche sich in den Bauteilversuchen und den Verbundversuchen am Zwischenrisselement am Bauteil einstellten, wurden aus den optischen Messungen bestimmt. Der sich daraus ergebenden Mittelwert für die Rissabstände der einzelnen Bauteile wird in Bild 4.40 mit den maximalen und minimalen rechnerischen Rissabständen gemäß dem verwendeten Ansatz für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach (Zehetmaier 2006) (Abschnitt 4.7.4.2), mit dem Ansatz für den reinen Betonstahlquerschnitt nach (Noakowski 1988) (Abschnitt 4.7.2.3), mit dem empirischen Ansatz für aufgeklebte Faserverbundwerkstoffe nach (Ceroni, Pecce 2009) (Abschnitt 4.7.3.1) und mit dem Ansatz für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit in Anlehnung an (Zehetmaier, Zilch 2008) (Abschnitt 4.7.4.3) verglichen. Dabei wurden bei den Berechnungen nach den Ansätzen die Verbundwerte verwendet, welche sich aus der Auswertung der Verbundversuche am Betonstahl in Abschnitt 4.4.4 und aus der Auswertung der Verbundversuche an den aufgeklebten CFK-Lamellen in Abschnitt 4.3.2.3 ergaben.



**Bild 4.40:** Vergleich der mittleren Rissabstände mit den maximalen und minimalen rechnerischen Rissabständen gemäß der verschiedenen Ansätze

Aus Bild 4.40 ist zu erkennen, dass eine reine Betrachtung des Betonstahls gemäß des Ansatzes von (Noakowski 1988) zu einer sehr konservativen Abschätzung der Rissabstände führt, bei welcher die Rissabstände deutlich zu groß angenommen werden. Die Ansätze unter Berücksichtigung der CFK-Lamelle treffen die Rissabstände besser, wobei der verwendete Ansatz von (Zehetmaier 2006) aus Abschnitt 4.7.4.2 die Rissabstände mit der geringsten Standardabweichung beschreibt und zu einem mittleren Rissabstand von circa 1,55-mal der Eintragungslänge führt, was in etwa der Annahme von (Noakowski 1988) entspricht. Der empirische Ansatz von (Ceroni, Pecce 2009) trifft die Rissabstände im Mittel auch recht gut, die Standardabweichung ist jedoch deutlich größer als bei dem verwendeten Ansatz. Die rechnerischen Rissabstände gemäß des Ansatzes für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit in Anlehnung an (Zehetmaier, Zilch 2008) aus Abschnitt 4.7.4.3 führen zu einer leichten Unterschätzung der Rissabstände bei den aufgeklebten CFK-Lamellen, was jedoch darauf zurückzuführen ist, dass dieser Ansatz den Fokus der Berechnung auf die Vorhersage der Rissbreiten legt.

Die einzelnen Rissabstände, welche sich in den Versuchen ergeben, sind in Bild 4.41 nochmals dem verwendeten Ansatz von (Zehetmaier 2006) aus Abschnitt 4.7.4.2 für die mittleren Rissabstände gegenübergestellt. Aus Bild 4.41 lässt sich erkennen, dass bei den im Rahmen dieser Arbeit geprüften Bauteilen alle Rissabstände zwischen 50 und 200 mm lagen. Des Weiteren lässt sich erkennen, dass der Mittelwert der Rissabstände sich näherungsweise mit dem verwendeten Ansatz beschreiben lässt. Die Abweichungen sind auf die sich überlagernden Streuungen der verschiedenen Verbundwerte und Zugfestigkeiten zurückzuführen, sowie auf nicht berücksichtigten Einflüsse von Querbewehrung und Bügeln.



Bild 4.41: Vergleich der einzelnen gemessenen Rissabstände mit dem verwendeten Ansatz für den mittleren Rissabstand

# 4.8 Querkrafttragfähigkeit

# 4.8.1 Allgemeines

Im Rahmen dieser Arbeit soll kein neues Querkraftmodell für den Stahlbetonbau erstellt werden. Jedoch ist an einigen Stellen die Betrachtung der Querkrafttragfähigkeit bzw. das Verhalten der verstärkten Bauteile unter Querkraft von Bedeutung. Soweit es möglich ist, werden hierzu die Formulierungen der (DIN EN 1992-1-1:2011) verwendet. Jedoch werden im Rahmen der Betrachtung der bauteilspezifischen Einflüsse auch die Effekte von querkraftbedingten Verformungen betrachtet. Da eine Berechnung von querkraftbedingten Verformungen normativ in der (DIN EN 1992-1-1:2011) nicht vorgesehen ist, werden in der Arbeit hierzu andere Ansätze aus der Literatur verwendet.

Im Rahmen dieser Arbeit wird wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) zwischen Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung unterschieden. Die verwendete Modellierung für die Bauteile ohne Querkraftbewehrung wird in Abschnitt 4.8.2 erläutert, wobei zunächst in Abschnitt 4.8.2.1 für die Berechnung der Tragfähigkeit das Modell der (DIN EN 1992-1-1:2011) beschrieben wird und darauffolgend in Abschnitt 4.8.2.2 auf die querkraftbedingte Rissentwicklung und Verformung eingegangen wird.

Auf die Bauteile mit Querkraftbewehrung wird in Abschnitt 4.8.3 eingegangen, wobei wieder zunächst in Abschnitt 4.8.3.1 auf die Tragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) und darauffolgend in Abschnitt 4.8.3.2 auf die querkraftbedingte Rissentwicklung und Verformung eingegangen wird.

# 4.8.2 Bauteile ohne Querkraftbewehrung

# 4.8.2.1 Tragfähigkeit

Für gerissene Bauteile ohne Querkraftbewehrung fehlt bislang ein allgemein anerkanntes, mechanisch begründetes Versagensmodel. Aus diesem Grund werden sowohl in dieser Arbeit wie auch in der (DIN EN 1992-1-1:2011) semi-empirische Ansätze verwendet, welche auf den (CEB/FIP :1993) zurückgehen. Dabei werden die identifizierten Haupteinflussgrößen - Zugfestigkeit des Betons, Längsbewehrungsgrad, Steggeometrie und Längskraftbeanspruchung - deterministisch zu einem Bemessungsansatz verknüpft, dessen Freiwerte mit Hilfe einer Regressionsanalyse an die Versuchsergebnisse angepasst wurden. Daraus ergibt sich die Gleichung (4.147).

$$V_{\rm Rd,c} = \left[ C_{\rm Rd,c} \cdot \eta_1 \cdot k \cdot (100\rho_1 f_{\rm ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{\rm cp} \right] \cdot b_{\rm w} \cdot d$$
(4.147)

Da hier eine multiplikative Verknüpfung der Einflussgrößen gewählt wurde, ergibt sich für Bauteile mit geringer bzw. ohne Längsbewehrung eine sehr geringe bzw. keine Querkrafttragfähigkeit. Aus diesem Grund wird eine untere Grenze der Querkrafttragfähigkeit, die sich aus der Biegezugfestigkeit des jeweiligen Querschnittes ergibt, angegeben.

$$V_{\text{Rd,c}} = (v_{\min} \cdot \eta_1 + k_1 \cdot \sigma_{\text{cp}}) \cdot b_{\text{w}} \cdot d$$
(4.148)

Die Werte  $C_{\text{Rd,c}}$ ,  $k_1$  und  $v_{\min}$  sind Parameter, welche durch die Nationalen Anwendungsdokumente festgelegt werden können. Dabei werden die folgenden Empfehlungen gegeben.

$$C_{\rm Rd,c} = 0.18 / \gamma_{\rm c} \tag{4.149}$$

$$k_1 = 0.15$$
 (4.150)

$$\nu_{\min} = 0.035 \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{\rm ck}}$$
 (4.151)

In der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) werden die Werte  $C_{\text{Rd},c}$  und  $k_1$  in Abänderung der Empfehlungen wie folgt festgelegt. Leider sind in der Norm keine Werte für  $C_{\text{Rd},c}$  auf Mittewertnivea angeben<sup>26</sup>.

$$C_{\rm Rd,c} = 0.15 / \gamma_{\rm c} \tag{4.152}$$

$$k_1 = 0,12$$
 (4.153)

Für  $v_{min}$  wurde aufgrund einer Überprüfung der Mindestquerkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) anhand von Versuchsergebnissen (vgl. Reineck 2007) die folgende Formel festgelegt, da festgestellt wurde, dass das geforderte Sicherheitsniveau für Balken mit d > 0.6 m nicht mehr erreicht wird.

$$\upsilon_{\min} = \frac{\kappa_1}{\gamma_c} \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{ck}}$$
(4.154)

Dabei ist: 27

$$\kappa_1 = \begin{cases} 0,0525 & \text{für } d \le 600 \text{ mm} \\ 0,0375 & \text{für } d > 800 \text{ mm} \end{cases}$$
(4.155)

#### 4.8.2.2 Querkraftbedingte Rissentwicklung und Verformungen

Wie im Vorherigen bereits erwähnt, ist es bisher noch nicht gelungen ein allgemein anerkanntes Tragmodell zur Berechnung der Querkrafttragfähigkeit für Bauteile ohne Querkraftbewehrung zu entwickeln. Da das Auftreten der Schubrisse sowie deren Versätze eng mit den Tragmechanismen der Querkraft zusammenhängen, gibt es derzeit ebenfalls kein allgemein anerkanntes Modell zur Berechnung von Schubrissversätzen von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung.

Die für die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung vorhandenen Ansätze lassen sich in Bogen-Zugband-Modelle, Kamm- bzw. Zahnmodelle, Fachwerk- bzw. Spannungsfeldmodelle mit Zugstreben, weitere mehrteilige Modelle sowie rein empirische Modelle, wie sie derzeit in nahezu in allen Bemessungsvorschriften enthalten sind, unterteilen. Für die Ermittlung eines Rissversatzes sind lediglich die Kamm- bzw. Zahnmodelle und andere mehrteilige Modelle, welche zum Beispiel das Kräftegleichgewicht am Schrägriss bilden, geeignet. Im Allgemeinen werden in diesen Modellen für die Querkrafttragfähigkeit verschiedene Anteile zur Kraftübertragung addiert. Die folgenden Querkrafttraganteile, welche nach dem Reißen des Betons auftreten, wurden in verschiedenen Arbeiten identifiziert und zum Beispiel von (Zilch, Zehetmaier 2010) und (Muttoni, Fernández Ruiz 2010) zusammengefasst.

- Querkraftanteil der Druckzone
- Rissreibung bzw. Rissverzahnung
- Dübelwirkung der Längsbewehrung

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> In (Hegger et al. 1999) wird für die Auswertung der Querkraftversuchsdatenbank mit der Gleichung der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) ein Mittelwert von 1,312 angegeben. Somit kann für eine Querkrafttragfähigkeit auf Mittelwertniveau  $C_{\text{Rm,c}} = 0,197$  angenommen werden.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Zwischen *d*=600 mm und *d*=800 mm darf nach (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) linear interpoliert werden

- Biegung der Zahn bzw. Risselemente
- Beton auf Zug, bei kleinen Rissbreiten

Die Anteile der Rissverzahnung sowie der Dübelwirkung sind direkt vom Rissversatz abhängig. Somit können aus Modellen die Rissversätze ermittelt werden. Die Ermittlung der verschiedenen Traganteile erfolgt jedoch im Regelfall iterativ, weshalb es keine vereinfachten, ingenieurmäßigen Ansätze für die auftretenden Rissversätze in Abhängigkeit der vorhanden Querkraft im Bauteil gibt.

Im Bezug auf die auftretenden Rissversätze ist zusätzlich das Problem vorhanden, dass in Anhängigkeit der Modellbildung die verschiedenen Anteile teilweise erheblich unterschiedlich gewichtetet sind. So kommt zum Beispiel (Fischer 1997), dessen Ansatz auf einem Kräftegleichgewicht am Schrägriss beruht auf einen sehr geringen Anteil der Rissverzahnung und somit auch auf einen sehr geringen bis nahezu keinen Rissuferversatz der Schrägrisse. Im Gegensatz dazu kommt jedoch (Reineck 1990) mit der Modellierung eines Betonzahnmodelles zu dem Ergebnis, dass nahe dem Bruchzustand die Rissverzahung einen wesentlichen Anteil an der Tragfähigkeit hat. Auch (Schmidhuber 2004), welcher das Modell von (Reineck 1990) in Abhängigkeit von der Lamellendehnung und angenommenen Rissabständen und Rissbreiten beschreibt, kommt auf dieses Ergebnis. Aufgrund dieser Abhängigkeit und den bei großen Lamellendehnungen vorhandenen großen Rissbreiten schließt (Schmidhuber 2004) auf die Reduktion der Rissreibung und somit auch auf die Reduktion der Querkrafttragfähigkeit. Sowohl (Reineck 1990) wie auch (Fischer 1997) gelingt es durch ihre Modelle, Versuche nachzurechnen, wodurch eine Aussage über ein richtiges oder falsches Modell nicht getroffen werden kann.

Ein weiteres Problem der Ermittlung der Schubrissversätze ist, dass sich die verschiedenen Traganteile in Abhängigkeit der Belastungshöhe im Regelfall stark ändern. Dies wird zum Beispiel von (Reineck 1990) durch ein belastungsabhängiges iteratives Nachrechnen von Versuchen festgestellt. Dies wird auch von (Görtz 2004) bestätigt, welcher aufgrund von verschiedenen theoretischen und experimentellen Untersuchungen die folgende Modellvorstellung, welche auch in Bild 4.42 dargestellt ist, für Bauteile ohne Querkraftbewehrung ableitet.

- Bei niedrigen Beanspruchungen liegt ein relativ steifes Querkrafttragverhalten mit geringen Rissbreiten vor. Durch die Kornverzahnung ist in diesem Zustand eine ausgeprägte Kraftübertragung über die Risse hinweg möglich.
- Bei weiterer Laststeigerung tritt der kritische Querkraftriss auf und es kommt damit zum Ausfall der Rissreibung, was durch die Querkrafttragfähigkeit der ungerissenen Druckzone und die Dübelwirkung der Längsbewehrung ausgeglichen wird. In den benachbarten Bereichen liegt weiterhin ein relativ steifes Querkrafttragverhalten vor.
- Die anwachsende Dübelbeanspruchung führt schließlich zur Ausbildung eines Horizontalrisses entlang der Längsbewehrung. Hierdurch wird die Dübeltragfähigkeit vermindert, so dass eine Umlagerung der Schubkräfte in die Druckzone stattfindet. Eine Tragfähigkeitssteigerung kann hierbei nur durch eine Umlagerung in ein Sprengwerk erzielt werden, was auch die Änderung der Rissneigung in Richtung der Lasteinleitung belegt. Die Aktivierung dieser relativ weichen Sprengwerkwirkung ist mit einem Aufklaffen des Versagensrisses und einem Risswachstum in die Druckzone hinein verbunden. Das Sprengwerk kann den sukzessiven Ausfall der Dübelwirkung nicht in allen Fällen kompensieren, so dass die Maximallast meistens im Übergangsbereich der beiden Systeme liegt.

(Reineck 1990) kommt jedoch bei seinen Berechnungen im Gegensatz zu (Görtz 2004) zu einer anderen Gewichtung aus Druckzone und Rissreibung. Gemeinsam ist beiden Modellvorstellungen jedoch, dass sich nach dem Nachgeben der Dübelwirkung der Schubriss in die Druckzone fortsetzen kann und es zum Schubbruch kommt.





Aus der Betrachtung von (Görtz 2004) und den Berechnungen von (Reineck 1990) lässt sich schließen, dass es bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung erst kurz vor Erreichen der Querkrafttragfähigkeit zu einem nennenswerten Rissversatz kommt. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit davon ausgegangen, dass die querkraftbedingten Risse und Verformungen bei Bauteilen von untergeordneter Bedeutung sind. Sie werden aus diesem Grund nicht berücksichtigt.

# 4.8.3 Bauteile mit Querkraftbewehrung

### 4.8.3.1 Tragfähigkeit

Die Bemessung von Bauteilen mit Querkraftbewehrung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) basiert auf einem Fachwerkmodell. Hierbei kann die Neigung der Druckstrebe aufbauend auf der Plastizitätstheorie frei innerhalb der Grenzen nach Gleichung (4.156) gewählt werden.

$$l \le \cot \theta \le 2,5 \tag{4.156}$$

Die Querkrafttragfähigkeit errechnet sich mit dem gewählten Druckstrebenwinkel aus dem Minimum der Tragfähigkeit der Zugstrebe und der Betondruckstrebe des Fachwerks. Die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung (Zugstrebe) wird mit Gleichung (4.157) bestimmt.

$$V_{\rm Rd,s} = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot z \cdot f_{\rm ywd} \cdot \left(\cot\theta + \cot\alpha\right) \cdot \sin\alpha$$
(4.157)

Die durch die Tragfähigkeit der Betondruckstrebe begrenzte Querkrafttragfähigkeit  $V_{\text{Rd,max}}$  ist durch Gleichung (4.158) für Bauteile mit Querkraftbewehrung rechtwinklig zur Bauteilachse gegeben.

$$V_{\rm Rd,max} = \frac{\alpha_{\rm cw} \cdot b_{\rm w} \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{\rm cd}}{\left(\cot\theta + \tan\theta\right)}$$
(4.158)

In Gleichung (4.158) ist  $\alpha_{cw}$  der Beiwert zur Berücksichtigung des Spannungszustandes bzw. des Ausnutzungsgrades der Druckzone und wird für Stahlbeton zu 1,0 vorgeschlagen. Der Wert  $v_1$  ist ein Festigkeitsabminderungsbeiwert für den unter Querkraft gerissenen Beton, für dessen Berechnung die Gleichung (4.159) empfohlen wird.

$$y_1 = 0.6 \cdot (1 - f_{ck} / 200)$$
 ( $f_{ck} \text{ in N/mm}^2$ ) (4.159)

Im Gegensatz zu der Empfehlung der (DIN EN 1992-1-1:2011) darf in Deutschland nach (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) der Druckstrebenwinkel nicht frei gewählt werden, sondern soll mit Gleichung (4.160) bestimmt werden. Diese Gleichung ist anhand eines mechanisch begründeten Fachwerkmodells mit Rissreibung abgeleitet (vgl. Reineck 2001).

$$0,58 \le \cot \theta \le \frac{1,2}{1 - V_{\text{Rd,cc}} / V_{\text{Ed}}} \le 3,0$$
(4.160)

Der Betontraganteil V<sub>Rd,cc</sub> wurde empirisch aus Versuchsergebnissen zu Gleichung (4.161) abgeleitet.

$$V_{\rm Rd.cc} = 0.24 \cdot f_{\rm ck}^{-1/3} \cdot b_{\rm w} \cdot z \tag{4.161}$$

Bei der Tragfähigkeit der Betondruckstreben wird der Festigkeitsabminderungsbeiwert  $v_1$  für den unter Querkraft gerissenen Beton für Normalbeton zu 0,75 bestimmt.

# 4.8.3.2 Querkraftbedingte Rissentwicklung und Verformungen

## Allgemeines

Der Querkraftwiderstand von Bauteilen mit Querkraftbewehrung wird im Allgemeinen mit einem Fachwerkmodell beschrieben. In den Ansätzen für die Berechnung des Querkraftwiderstandes in den verschiedenen internationalen Bemessungsnormen und den verschiedenen Modellen finden sich jedoch teilweise sehr unterschiedliche Formulierungen zur Beschreibung des Fachwerkes sowie deren aufnehmbare Kräfte.

So beschreibt der (DIN EN 1992-1-1:2011) den Gesamtquerkraftwiderstand über ein reines Fachwerk, wobei der Druckstrebenwinkel hier flacher geneigt ist als die Querkraftrissneigung. Die Traganteile der Querkraft werden über den Anteil der Querkraftbewehrung durch die Plastizitätstheorie und somit über eine weitgehend freie Wahl des Druckstrebenwinkels berücksichtigt. In der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) wird jedoch zusätzlich der Druckstrebenwinkel aufgrund von in Versuchen aufgetretenen Rissneigungen von circa 40° beschränkt und ein zusätzlicher, empirisch bestimmter Betontraganteil eingeführt. Durch diese Beschränkung entfällt die zusätzliche Abminderung der effektiven Festigkeit der Betondruckstrebe, wie sie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) gefordert wird (vgl. z. B. Zilch, Zehetmaier 2010).

In der (DIN 1045:1988) ist man im Gegensatz dazu einen anderen Weg gegangen. Hier erfolgte eine Bemessung des Fachwerkes unter 45° und eine direkte Anrechnung des Betontraganteils über die verminderte Schubdeckung.

Einen nochmals anderen Weg schlägt der (Model Code 2010-1:2010) bzw. (Model Code 2010-2:2010) vor. Dieser Ansatz beruht auf der Modified Compression Field Theory von (Collins et al. 1996), welche den Betontraganteil und den Anteil der Neigung des Fachwerkes in Abhängigkeit der Längsdehnung beschreibt und somit den Einfluss von Biegerissen auf die Festigkeit berücksichtigt (vgl. Bentz 2010).

Neben den Ansätzen in den Bemessungsvorschriften sind jedoch noch zahlreiche weitere Ansätze in der Literatur zu finden. Wie bei den Bemessungsansätzen für Bauteile ohne Querkraftbewehrung ist auch bei den Bemessungsansätzen für Bauteile mit Querkraftbewehrung teilweise ein deutlicher Einfluss der Modellierung auf die Größe der unterschiedlichen Querkrafttraganteile vorhanden und somit auch auf die berechneten Rissuferversätze.

Aufgrund der höheren Bauteile und der höheren Querkraftbeanspruchung kommt es jedoch bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung gegenüber den Bauteilen ohne Querkraftbewehrung zu höheren Stegdehnungen und somit auch zu deutlich höheren Rissuferversätzen. Zur direkten Berechnung der Rissuferversätze können entweder Modelle herangezogen werden, welche aufgrund der schon genannten Effekte die Querkrafttragfähigkeit direkt berechnen, wie es zum Beispiel beim Modell von (Reineck 1990) der Fall ist oder es können Modelle zur Beschränkung der Schrägrissbreiten verwendet werden. Bei den Modellen zur Berechnung der Querkrafttragfähigkeit treten jedoch die gleichen Probleme wie bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung auf. So kann die Rissuferverschiebung meist nur iterativ bestimmt werden und die auftretenden Rissuferverschiebungen sind stark von der Modellbildung abhängig. Zur direkten Berechnung der Schrägrissbreiten von Bauteilen mit Querkraftbewehrung stehen nur wenige Ansätze zur Verfügung, da die Schrägrissbreite im Gebrauchslastbereich meist sehr niedrig ist und eine Beschränkung normativ meist über die Konstruktionsregeln bzw. die Mindestquerkraftbewehrung erfolgt. Im Weiteren wird das Modell von (Kirmair 1987), welcher das Modell von (Leonhardt, Mönnig 1984b) erweitert, sowie das Modell von (Görtz 2004), welches sich auf die (DIN 1045-1:2001) bezieht, vorgestellt.

### Modell zur Berechnung der Schrägrissbreiten von (Görtz 2004)

(Görtz 2004) stellt mit Hilfe seines Querkraftmodelles ein Modell zur Beschränkung der Schubrissbreiten unter Gebrauchslastniveau auf. Das Modell basiert auf dem Modell der Rissbreitenbeschränkung nach (DIN 1045-1:2001), somit kann die Rissbreite  $w_k$  aus dem Rissabstand  $s_{r,max}$  und den mittleren Betonstahllängsdehnungen  $\varepsilon_{sm}$  abzüglich der Betondehnungen  $\varepsilon_{cm}$  nach Gleichung (4.162) bestimmt werden.

$$w_{\rm k} = s_{\rm r,max} \cdot \left(\varepsilon_{\rm sm} - \varepsilon_{\rm cm}\right) \tag{4.162}$$

Der Rissabstand  $s_{r,max}$  kann nach (Görtz 2004) in Abhängigkeit des Durchmessers  $\phi_s$ , des effektiven Bewehrungsgrades  $\rho_{eff}$  und der Beiwerte  $k_b$ ,  $k_v$  und  $k_{ct}$  mit der Gleichung (4.163) berechnet werden.

$$s_{\rm r,max} = \frac{\phi_{\rm s}}{3.6 \cdot \rho_{\rm eff}} \cdot k_{\rm \beta} \cdot k_{\rm v} \cdot k_{\rm ct}$$
(4.163)

Die mittleren Betonstahllängsdehnungen abzüglich der Betondehnungen können nach (Görtz 2004) in Abhängigkeit des Querkraftrisswinkels  $\beta_{\rm r}$ , der Betonstahlspannungen  $\sigma_{\rm s}$  der Längsbewehrung, der Zugfestigkeit  $f_{\rm ct,eff}$  sowie des effektiven Bewehrungsgrades  $\rho_{\rm eff}$  der Längsbewehrung mit Gleichung (4.164) berechnet werden.

$$\varepsilon_{\rm sm} - \varepsilon_{\rm cm} = \frac{\sigma_{\rm s} \cdot \cos^2 \beta_{\rm r} - 0.4 \cdot k_{\rm ct} \cdot f_{\rm ct, eff} / \rho_{\rm eff} \cdot (1 + \alpha_{\rm e} \cdot \rho_{\rm eff})}{E_{\rm s}}$$
(4.164)

In der Gleichung (4.163) wird durch den Faktor  $k_{\beta}$  der Einfluss der Abweichung zwischen Rissnormalen und Wirkungsrichtung der Verbundspannungen auf den Rissabstand berücksichtigt. Dieser kann mit Gleichung (4.165) in Abhängigkeit des Querkraftrisswinkels  $\beta_r$  berechnet werden.

$$k_{\beta} = \begin{cases} \cos^{-1.6}(\beta_{\rm r}) & \text{fir } f_{\rm cm} < 85 \text{ N/mm}^2\\ \cos^{-1.79}(\beta_{\rm r}) & \text{fir } f_{\rm cm} > 85 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$
(4.165)

Durch den Faktor  $k_v$ , welcher mit Gleichung (4.166) berechnet werden kann, wird die Erhöhung der Verbundfestigkeit durch Querdruckbeanspruchung berücksichtigt.

$$k_{\rm v} = \frac{1}{\left(1,3 - 0,3 \cdot e^{-0,15 \cdot \sigma_2 \cdot \cos^2 \beta_{\rm r}}\right) \cdot \left(1 - 0,833 \cdot e^{-1,61 \cdot (c/d_{\rm b})}\right)}$$
(4.166)

Durch den Faktor  $k_{ct}$ , welcher mit Gleichung (4.167) berechnet werden kann, wird die Verminderung der Zugfestigkeit des Betons durch Querdruckbeanspruchung berücksichtigt.

$$k_{\rm ct} = \sqrt[k]{1 - \frac{\sigma_2}{f_{\rm cm}}} \quad \text{dabei ist}: \quad k = \begin{cases} 3,75 - 0,0375 \cdot f_{\rm cm} & \text{für} & f_{\rm cm} < 60 \text{ N/mm}^2 \\ 1,5 & \text{für} & f_{\rm cm} > 60 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$
(4.167)

Die beiden Beiwerte  $k_v$  und  $k_{ct}$  hängen von der Druckbeanspruchung im Steg ab, welche mit Gleichung (4.168) berechnet werden kann.

$$\sigma_2 = \rho_{\rm w} \cdot \sigma_{\rm s} \cdot \cot \beta_{\rm r} \cdot (\tan \beta_{\rm r} + \cot \beta_{\rm r}) < \alpha \cdot f_{\rm cd}$$
(4.168)

In nahezu allen Gleichungen wird der Risswinkel  $\beta_r$  benötigt. Dieser kann mit der Gleichung (4.169) in Anhängigkeit der Längsspannung  $\sigma_x$  und des auf die Betonzugfestigkeit bezogene Querkraftbewehrungsgrades  $\omega_{w,ct}$  berechnet werden.

$$\cot \beta_{\rm r} = 1 + 0.15 / \omega_{\rm w,ct} - 0.18 \cdot \sigma_{\rm x} / f_{\rm ctm}$$

$$\leq 2.15 \qquad (4.169)$$

$$\leq a / d \text{ bei Einzellastbeanspruchung}$$

Der auf die Betonzugfestigkeit bezogene Querkraftbewehrungsgrad berechnet sich mit Gleichung (4.170).

$$\omega_{\rm w,ct} = \rho_{\rm w} \cdot f_{\rm y} / f_{\rm ctm} \tag{4.170}$$

Mit dem Modell von (Görtz 2004) ist es möglich, Rissbreiten und Risswinkel eines Bauteils unter Querkraftbeanspruchung auszurechen. Ein Rissversatz kann damit jedoch nicht ausgerechnet werden, da das Modell die Querkraftrisse und die Längsrisse verschmiert betrachtet und somit auch die Längsdehnungen in den Gleichungen enthalten sind.

#### Modell zur Berechnung der Schrägrissbreiten von (Kirmair 1987)

(Kirmair 1987) stellt ein Querkraftmodell auf, bei welchem sich in Åbhängigkeit der sich ergebenden Rissuferverschiebungen die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen mit Querkraftbewehrung berechnen lässt. Aufbauend auf diesem Modell schlägt er ebenfalls eine Berechnung der Rissbreite in Abhängigkeit der Bügeldehnung vor. Das gesamte Modell von (Kirmair 1987) hängt vom Winkel des Querkraftrisses ab. Dieser wird im Rahmen der Berechnung der Querkraftrissbreiten und Verschiebungen gemäß der Empfehlung von (Kirmair 1987) zu 45° =  $\pi/4$  bestimmt. Somit kann über die mittlere Schrägrissbreite  $w_{m,w}$  der mittlere Rissversatz  $v_{m,w}$  berechnet werden.

$$v_{\rm m,w} = \frac{w_{\rm m,w}}{\sqrt{2}}$$
(4.171)

Die Schrägrissbreite  $w_{m,w}$  berechnet sich über den mittleren Schrägrissabstand  $s_{rm,w}$  (Gleichung (4.173)), die verschmierte Bügeldehnung  $\varepsilon_{sm,w}$  (Gleichung (4.179)) sowie einen Faktor zur Berücksichtigung der Bügelneigung  $k_{\beta}$  (Gleichung (4.178)).

$$w_{\rm m,w} = \frac{s_{\rm rm,w}}{\sqrt{2}} \cdot k_{\beta} \cdot \varepsilon_{\rm sm,w}$$
(4.172)

Der mittlere Schrägrissabstand  $s_{\rm rm,w}$  ergibt sich gemäß (Kirmair 1987) in Abhängigkeit des Verbundes und der gezogenen Fläche zu Gleichung (4.173). Hierbei wird ebenfalls die Neigung  $\alpha$  der Querkraftbewehrung zur Schwereachse berücksichtigt.

$$s_{\rm rm,w} = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \cdot \left(c + \frac{s_{\rm sw}}{10} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\phi_{\rm sw}}{\rho_{\rm sw,eff}} \cdot \frac{f_{\rm ctm}}{\tau_{\rm swm}} \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}\right)$$
(4.173)

Die mittlere Verbundspannung kann gemäß (Noakowski 1988) mit Gleichung (4.174) berechnet werden.

$$\tau_{\rm swm} = \left[2^{-3\alpha_{\rm s}} \cdot \frac{\left(1-\alpha_{\rm s}\right)^{1+\alpha_{\rm s}}}{\left(1+\alpha_{\rm s}\right)} \cdot \frac{k_{\rm s}}{E_{\rm sw}} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}} \cdot \phi_{\rm sw}^{\alpha_{\rm s}} \cdot \sigma_{\rm sw}^{2\alpha_{\rm s}}\right]^{1/(1+\alpha_{\rm s})}$$
(4.174)

Der auf die effektive gezogene Fläche bezogene Querkraftbewehrungsgrad berechnet sich gemäß Gleichung (4.175), wobei die gezogene Fläche gemäß Bild 4.43 bzw. gemäß den Gleichungen (4.176) und (4.177) bestimmt wird.

$$\rho_{\rm sw,eff} = \frac{A_{\rm sw}}{A_{\rm cw,eff}} = \frac{A_{\rm sw}}{b_{\rm w,eff} \cdot s_{\rm w,eff}}$$
(4.175)



**Bild 4.43:** Effektiv durch die Querkraftbewehrung gezogene Betonfläche A<sub>c,eff</sub> gemäß (Kirmair 1987)

$$b_{\rm w,eff} = c + 8 \cdot \phi_{\rm s} \le \frac{b_{\rm w}}{2} \tag{4.176}$$

$$s_{\rm w,eff} = 15 \cdot \phi_{\rm s} \le s_{\rm w} \tag{4.177}$$

Der Faktor zur Berücksichtigung der Bügelneigung  $k_{\beta}$ , welche in Gleichung (4.172) benötigt wird, berechnet sich zu:

$$k_{\beta} = \begin{cases} 1,0 & \text{für } \alpha = \frac{\pi}{4} \\ 1,0+20 \cdot \rho_{\text{sw}} & \text{für } \alpha = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
(4.178)

Die verschmierte Bügeldehnung  $\varepsilon_{sm,w}$  berechnet sich in Abhängigkeit des Völligkeitsbeiwerts  $\beta_{sw}$ , der Bügeldehnung im Riss  $\varepsilon_{sw}$  sowie der Dehnung  $\varepsilon_{smw,ss}$ , welche sich aus dem Schlupf der Haken der Querkraftbewehrung ergibt.

$$\varepsilon_{\rm sm,w} = \varepsilon_{\rm sw} \cdot \beta_{\rm s,w} + \varepsilon_{\rm smw,ss} \tag{4.179}$$

Der Völligkeitsbeiwert  $\beta_{sw}$  der Bügeldehnung berechnet sich zu Gleichung (4.180).

$$\beta_{\rm sw} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{\rm sw} \cdot E_{\rm sw} \cdot \phi_{\rm sw}}{4 \cdot \tau_{\rm swm}} \frac{\sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{\theta} & \text{für } \beta_{\rm sw} < 0,5 \\ 1 - \frac{s_{\rm rm,w} \cdot \tau_{\rm swm}}{\varepsilon_{\rm sw} \cdot E_{\rm sw} \cdot \phi_{\rm sw} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} & \text{für } \beta_{\rm sw} \ge 0,5 \end{cases}$$

$$(4.180)$$

Die Bügeldehnungen im Riss ergeben sich nach (Kirmair 1987) wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) zu Gleichung (4.181).

$$\varepsilon_{\rm sw} = \frac{s_{\rm w}}{A_{\rm sw} \cdot z} \cdot \frac{V_{\rm Ed}}{\left(\cot\theta + \cot\alpha\right) \cdot \sin\alpha \cdot E_{\rm sw}}$$
(4.181)

Die Dehnung, welche sich aus dem Schlupf der Haken der Querkraftbewehrung ergibt, berechnet sich aus dem Schlupf des unteren und oberen Hakens geteilt durch den Hebelarm.

$$\varepsilon_{\rm smw,ss} = \frac{s_{\rm sw,h}}{z} \cdot \sin \alpha \tag{4.182}$$

Den Schlupf der Haken bestimmt sich (Kirmair 1987) aus den Untersuchungen von (Rehm et al. 1968). Für gerippten Betonstahl ergibt sich dieser zu Gleichung (4.183).

$$s_{\rm swh,o} = s_{\rm swh,o} + s_{\rm swh,u} = \left( \left( \frac{\sigma_{\rm sw,h}}{f_{\rm cm}} - 1,5 \right) \cdot \frac{1}{13} \right)^{\frac{10}{7}} + \left( \left( \frac{\sigma_{\rm sw,h}}{f_{\rm cm}} - 1,5 \right) \cdot \frac{1}{19} \right)^{\frac{10}{7}}$$
(4.183)

(Kirmair 1987) bestimmt lediglich den Schlupf der gerippten Haken, für glatte Haken ergibt sich mit einer Auswertung der Versuche von (Rehm et al. 1968) Gleichung (4.184).

$$s_{\rm swh,o} = s_{\rm swh,o} + s_{\rm swh,u} = \left( \left( \frac{\sigma_{\rm sw,h}}{f_{\rm cm}} - 1, 0 \right) \cdot \frac{1}{12} \right)^{\frac{10}{7}} + \left( \left( \frac{\sigma_{\rm sw,h}}{f_{\rm cm}} - 1, 0 \right) \cdot \frac{1}{15} \right)^{\frac{10}{7}}$$
(4.184)

Die Bügelspannung am Haken ergibt sich dabei gemäß (Kirmair 1987) zu Gleichung (4.185).

$$\sigma_{\rm sw,h} = \varepsilon_{\rm sw} \cdot E_{\rm s} - 2 \cdot \tau_{\rm swm} \cdot \frac{s_{\rm rm,w}}{\phi_{\rm sw}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}$$
(4.185)

### **Verwendeter Ansatz**

Im Rahmen dieser Arbeit wird als Abschätzung der Rissversätze in Abschnitt 5.4.2 das im Vorherigen dargestellte Model von (Kirmair 1987) verwendet.

# 5 Bauteilspezifische Einflüsse auf die Verbundkraftübertragung

# 5.1 Krümmung

# 5.1.1 Allgemeines

In den Versuchen am Zwischenrisselement am Bauteil wurde eine deutliche Steigerung der Verbundkraft sowohl gegenüber dem bisherigen Ansatz als auch gegenüber den Versuchen am idealisiert ebenen Zwischenrisselement beobachtet. Die Lamellenspannungen aus den Versuchen am Bauteil sind zusammen mit dem bilinearen Verbundansatz für aufgeklebte CFK-Lamellen nach Abschnitt 4.3.2.6 zusammen mit der Erweiterung der Reibung nach Abschnitt 4.3.3.3 in Bild 5.1 dargestellt. Die Kurve für die Reibung am idealisierten Zwischenrisselement beruht dabei auf dem Mittelwert der Betonfestigkeit und dem Mittelwert des Abstandes der Biegerisse aus den Bauteilversuchen.

Da der Rissabstand  $s_r$  kleiner als die maximale Verbundlänge  $l_{Lb,max}$  (vgl. Abschnitt 4.3.3) ist, gibt es einen Bereich bei niedriger Grundspannung, in dem die Reibung keinen Einfluss hat.



**Bild 5.1:** Vergleich der Versuchswerte am Bauteil mit dem Ansatz, welcher aus den Versuchen am idealisierten Zwischenrisselement <sup>28</sup> abgeleitet wurde

Aus Bild 5.1 geht auch hervor, dass sich dünnere Bauteile (Platten) günstiger verhalten als dickere Bauteile (Balken). Dies ist auf die günstige Wirkung der Bauteilkrümmung zurückzuführen.

Dieser Éffekt ist auch an den deutlich niedrigeren Versuchswerten der konkav (gegensinnig) vorgekrümmten Platte VVP1 zu erkennen. Auch in anderen Versuchen an Bauteilen ist dieser Effekt der positiven Wirkung der Krümmung zu beobachten. Aufgrund der Krümmung kommt es zu einem selbstinduzierten Anpressdruck ähnlich dem Anpressdruck, der nach (Husemann 2009) bei der Umschließung der CFK-Lamellen durch aufgeklebte Bügel entsteht.

Die Veränderung des Verbund- und Bauteilverhaltens durch die Krümmung ist auch an Versuchen zur Umlenkung von einbetonierten Bewehrungsstäben an Bögen von (Neuner, Stöckl 1981) zu erkennen. Auch Versuche an mit aufgeklebter Bewehrung verstärkten Bögen (vgl. Witzany et al. 2011) zeigen einen erheblichen Einfluss der Krümmung, welche im Regelfall so groß ist, dass eine unterseitige Verstärkung zu keiner Traglaststeigerung führt.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Der Vergleich hier stellt nur einen Trend dar, da bei den einzelnen Bauteilen nicht exakt die gleiche Betonfestigkeit herrschte und sich in jedem Versuch ein leicht unterschiedlicher Rissabstand eingestellt hat. Desweiteren stellen die Linien bei den einzelnen Versuchen eine Regression dar, welche den Unterschied zwischen den verschiedenen Versuchen verdeutlichen sollen.

### 5.1.2 Einfluss der Krümmung

### 5.1.2.1 Berechnung der Bauteilkrümmung

Die Krümmung, welche man in den Anteil der Vorkrümmung und den der Verkrümmung aus der Bauteilverformung unterteilen kann, stellt den zentralen Parameter für den selbstinduzierten Anpressdruck dar. Betrachtet man zunächst den ebenen spannungsfreien Körper, kann die Verkrümmung am gerissenen Stahlbetonquerschnitt vereinfacht nach Gleichung (5.1) hergeleitet werden (vgl. z.B. Zilch, Zehetmaier 2010). Setzt man die darin enthaltene Druckzonenhöhe, welche über die Dehnung nach Gleichung (5.2) bestimmt werden kann, in Gleichung (5.1) ein, so erhält man die Beziehung in Gleichung (5.3).

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{\rm L}}{h - x} = \frac{1}{r} \tag{5.1}$$

$$x = \frac{\varepsilon_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm c} - \varepsilon_{\rm L}} \cdot h \tag{5.2}$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{\rm L} - \varepsilon_{\rm c}}{h} = \frac{1}{r} \tag{5.3}$$

Geht man nun davon aus, dass die Betondehnung bei nicht voll ausgenutzter Druckzone  $\varepsilon_c = -2 \text{ mm/m}$  und die Lamelle die halbe Bruchdehnung  $\varepsilon_L = 8 \text{ mm/m}$  erreicht, so ergibt sich die Kurve in der Krümmungsbeziehung aus Bild 5.2.



Bild 5.2: Einfluss der Bauteilhöhe auf die Verkrümmung des Bauteils

Betrachtet man nun die beiden geprüften Querschnitte, also den Plattenquerschnitt und den Balkenquerschnitt, so ergibt sich das Dehnungsverhältnis am Querschnitt bei 8 mm/m Lamellendehnung aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte und des äußeren Momentes nach Bild 5.3. Die Krümmung für den Balken ergibt sich zu  $\kappa = 0.021$  1/m und für die Platte zu  $\kappa = 0.049$  1/m.



Bild 5.3: Verhältnis der Dehnungen am gerissenen Versuchsquerschnitt (Balken und Platte)

Da diese Verkrümmung am Einzelriss hergeleitet ist, muss diese noch um die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen abgemindert werden. Anhand einer vereinfachten Modellierung des gemischt bewehrten Zuggliedes leitet (Ulaga 2003) Umlagerungsfaktoren zwischen Betonstahl, CFK-Lamellen und dem Zugglied her. Für den Zustand III, ab welchem die innere Bewehrung zu fließen beginnt, kommt er auf eine sehr geringe Mitwirkung des Betons zwischen 0 % und 5 % in Abhängigkeit der Bewehrungsverhältnisse.

$$\varepsilon_{\rm m}^{\rm III} = \kappa_{\rm L}^{\rm III} \cdot \varepsilon_{\rm L} \approx 0.95 \cdot \varepsilon_{\rm L} \tag{5.4}$$

Nach Gleichung (5.4) wird im Folgenden der ungünstigste Fall mit 5 % Mitwirkung des Betons betrachtet.

### 5.1.2.2 Rückstellkraft der aufgeklebten Bewehrung

Aus der Beziehung zwischen Moment und Krümmung lässt sich mit der Lamellensteifigkeit das Rückstellmoment nach Gleichung (5.5) berechnen.

$$M_{\rm Rückstellung} = \kappa \cdot EI_{\rm L} \tag{5.5}$$

Betrachtet man einen Einfeldträger, so ergibt sich durch die Rückstellkraft der Lamelle der Anpressdruck in der Feldmitte aus Gleichung (5.6).

$$\sigma_{\rm N} = \frac{\kappa \cdot E I_{\rm L} \cdot 8}{t_{\rm L} \cdot l_0^{\ 2}} \tag{5.6}$$

In der Feldmitte wirkt dieser Effekt günstig. Aufgrund der geringen Steifigkeit der CFK-Lamellen wird dieser Effekt vernachlässigt. Bei einer üblichen CFK-Lamelle und einem Rissabstand von 100 mm kommt es hier lediglich zu einer Anpressung von circa 6·10<sup>-5</sup> N/mm<sup>2</sup>.

## 5.1.2.3 Selbstinduzierte Drucknormalspannung aufgrund der Umlenkung

Betrachtet man die geometrischen Verformungen aufgrund der Krümmung an einem einzelnen Risselement, so ergeben sich mit dem Krümmungsradius nach Gleichung (5.7) die geometrischen Verhältnisse in Bild 5.4.



Bild 5.4: Schematische Darstellung der geometrischen Verhältnisse an einem Zwischenrisselement

Mit dem bekannten Rissabstand  $s_r$  kann nun der Verkrümmungswinkel  $\varphi$  des einzelnen Elementes am Kreissegment nach Gleichung (5.8) berechnet werden.

$$\frac{\varphi}{2} = \arcsin\left(\frac{s_{\rm r}}{2 \cdot r}\right) \tag{5.8}$$

Die Lamellenkraft  $F_{\rm L}$  am Rissufer kann nun in einen radialen und in einen tangentialen Anteil aufgeteilt werden. Der radiale Teil  $F_{\rm LN}$  kann nach Gleichung (5.9), welche mit der Kleinwinkelnäherung vereinfacht wurde, berechnet werden.

$$F_{\rm LN} = \tan(\varphi) \cdot F_{\rm L} \approx \frac{s_{\rm r}}{r} \cdot F_{\rm L}$$
(5.9)

(5.7)

Aus der Lamellenkraft normal zur Lamelle kann nun der selbstinduzierte Anpressdruck  $\sigma_N$  nach Gleichung (5.10) berechnet werden, indem die Kraft durch die Lamellenfläche am Risselement geteilt wird. Somit kürzt sich in der Gleichung (5.10) der Rissabstand und man kommt auf die bekannte Kesselformel.

$$\sigma_{\rm N} = \frac{F_{\rm N}}{b_{\rm L} \cdot s_r} = \frac{\frac{s_{\rm r}}{r} \cdot F_{\rm L}}{b_{\rm L} \cdot s_r} = \frac{\varepsilon_{\rm L} \cdot E_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}{r}$$
(5.10)

Diese Spannung wirkt als Anpressung der Lamelle auf den Beton. Für die Versuchsquerschnitte ergibt sich der Anpressdruck in Bild 5.5 in Abhängigkeit der Lamellendehnung, welche sich aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte ergibt. Eine Vorkrümmung wurde hierbei nicht berücksichtigt.



**Bild 5.5:** Selbstinduzierter Anpressdruck der Versuchsquerschnitte in Abhängigkeit der Lamellendehnungen<sup>29</sup>

Die Ansätze zur Verbundkrafterhöhung infolge eines aktiv aufgebrachten Anpressdrucks, wie von (Pichler 1993) oder von (Zilch, Zehetmaier 2003), sind für die Beschreibung des selbstinduzierten Anpressdruckes nicht geeignet. Diese Ansätze sind auf Grundlage von Endverankerungsversuchen mit aktiv angepressten Stahllaschen gewonnen worden. Hierbei waren die Anpressdrücke größtenteils deutlich höher als die, die sich aus der Bauteilkrümmung ergeben. Da die Ansätze an Stahllaschen im Endverankerungspunkt ermittelt worden sind, liegt den Ansätzen ein deutlich geringeres Dehnungsniveau als bei dem selbstinduzierten Anpressdruck zugrunde. Ein höheres Dehnungsniveau wirkt sich jedoch gerade auf den Reibverbund günstig aus, da ein Herübergleiten der CFK-Lamelle über die raue Bruchfläche erschwert wird.

### 5.1.3 Erweiterung des vorhandenen Modells

Zur Beschreibung der Verbundkrafterhöhung infolge des selbstinduzierten Anpressdruckes sollte der Effekt direkt in das Verbundgesetz eingearbeitet werden. Hierbei müssen die Effekte aus der Krümmung sowie weitere Reibeffekte in die Verbundspannungsschlupfbeziehung eingearbeitet werden, wie dies in Bild 5.6 dargestellt ist. Die Verbundenergie am Zwischenrisselement am Bauteil setzt sich hier aus drei Teilen zusammen.

- 1. Der Anteil aus der Verbundenergie aus dem bilinearen Verbundansatz  $G_{\rm F}$ , welcher an Endverankerungsverbundversuchen bestimmt wurde und in Abschnitt 4.3.2 vorgestellt wird.
- 2. Der Anteil aus der Verbundreibung  $\tau_{LF}$  aus der Kornverzahnung am idealisierten Zwischenrisselement aus dem Abschnitt 4.3.3.
- 3. Eine Veränderung der Verbundenergie, welche in Abhängigkeit zur Bauteilkrümmung steht.

Die Gesamtbeziehung für die zusätzlich durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung am Zwischenrisselement am Bauteil ergibt sich durch das Zusammenführen der drei Teile.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Im Gegensatz zu Bild 5.2 wurden die Betonstauchung der Druckzone iterativ für die vorliegenden Querschnitte aus Bild 5.3 ermittelt. Somit ergibt sich bei einer Berechnung mit den Werten aus Bild 5.2 ein leichter Unterschied zu Bild 5.5.

$$\Delta \sigma_{\rm LR} = \Delta \sigma_{\rm LR,BL} + \Delta \sigma_{\rm LR,BF} \pm \Delta \sigma_{\rm LR}(\kappa)$$
(5.11)

Die durch Verbundreibung am idealisierten Zwischenrisselement zusätzlich aufnehmbare Lamellenspannung ist in Abschnitt 4.3.3 bereits gelöst worden. Die zusätzliche Veränderung in Folge der Krümmung wird nun aus den Versuchen bestimmt und kann durch Addition bzw. Subtraktion ergänzt werden.

Prinzipiell stehen zur Auswertung mehrere Möglichkeiten zur Verfügung. Im Folgenden werden zwei unterschiedliche Möglichkeiten untersucht.

- 1. Ein additiver Anteil in Form einer konstanten mittleren Verbundspannung über den gesamten Schlupf (Bild 5.6 links).
- 2. Eine additive Veränderung der maximalen Verbundspannung und der Reibverbundspannung (Bild 5.6 rechts).



Bild 5.6: Verbundbruchenergie am Zwischenrisselement erweitert um den Einfluss der Krümmung

### 5.1.4 Bestimmung der Größen aus den Versuchen

Wie im vorherigen Abschnitt erläutert, stehen prinzipiell zwei Möglichkeiten zur Beschreibung der Erhöhung der Verbundkraftübertragung über die Krümmung zur Verfügung. Im Folgenden werden die Versuche an den bewehrten, nicht vorgekrümmten Bauteilen mit diesen zwei Ansätzen ausgewertet. Dafür wurden die Werte aus Abschnitt 4.3.2.6 und 4.3.3.3 verwendet. Die angegebenen Lamellendehnungen stellen den Punkt dar, bei welchem die Verbundkraftübertragung ihr Maximum erreicht hat, das heißt, wenn die maximale Dehnungsdifferenz am Zwischenrisselement aufgetreten ist. Die Betondehnung wurde in der Tabelle 5.1 über das Gleichgewicht am getesteten Querschnitt bestimmt. Die Krümmung setzt sich dann aus der mittleren Dehnung, der Höhe und der Betonstauchung zusammen (vgl. Gleichung (5.3)).

Tabelle 5.1:	Eingangswerte aus den Versuchen für die Bestimmung der Veränderung der Verbundkraft
	infolge der Krümmung

Versuch	<b>Rissabstand</b> s <sub>r</sub>	<b>E</b> L1	$\mathcal{E}_{L2}$	<b>E</b> Lm	Ecm	к
-	mm	mm/m	mm/m	mm/m	mm/m	1/m
VVBS1-1-1	98	5,09	4,07	4,58	-1,55	0,0136
VVBS1-2-1	140	4,40	3,17	3,79	-1,37	0,0115
VVBS1-2-2	146	3,94	2,62	3,28	-1,25	0,0101
VVBS1-3-1	138	3,26	1,79	2,52	-0,99	0,0078
VVBS1-3-2	83	3,69	2,64	3,16	-1,22	0,0097
VVBS2-1-1	69	5,07	3,99	4,53	-1,10	0,0125
VVBS2-1-2	101	5,17	4,01	4,59	-1,11	0,0127
VVBS2-2-1	132	4,20	3,10	3,65	-0,98	0,0103
VVBS2-2-2	144	3,85	2,50	3,17	-0,91	0,0091
VVBS2-3-1	144	4,00	2,58	3,29	-0,93	0,0094
VVP3-1-1	98	6,56	5,27	5,92	-1,28	0,0360
VVP3-1-3	140	6,54	5,30	5,92	-1,28	0,0360
VVP3-2-3	146	4,40	3,07	3,73	-0,88	0,0231
VVP3-3-1	138	3,33	1,64	2,49	-0,62	0,0155
VVP3-3-2	83	4,35	2,54	3,44	-0,83	0,0214

Zur Auswertung der Versuche wird nun zuerst die theoretische mittlere durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung nach Abschnitt 4.3.3.1 und den Verbundwerten nach Abschnitt 4.3.2.6 bestimmt. Ebenso wird die zusätzlich durch Reibverbund aufnehmbare Lamellenspannung nach Abschnitt 4.3.3.3 bestimmt. Beide werden dann von der im Versuch aufgetretenden, maximalen Lamellenspannungsänderung abgezogen, wie in Gleichung (5.12) dargestellt.

$$\Delta \sigma_{\rm LR, Versuch} - \Delta \sigma_{\rm LR, BL} - aufn \Delta \sigma_{\rm LR, BF} = \Delta \sigma_{\rm LR}(\kappa)$$
(5.12)

Für die Möglichkeit 1, die Modellierung durch eine konstante Verbundspannung, ergibt sich die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung zu Gleichung (5.13).

$$\Delta \sigma_{\rm LR}(\kappa) = \frac{s_{\rm r} \cdot \tau_{\rm Lm,\kappa} \cdot \kappa}{t_{\rm L}}$$
(5.13)

Für die Möglichkeit 2 werden die maximale Verbundspannung sowie die Reibverbundspannung erhöht.

$$\Delta \sigma_{\mathrm{LR}}(\kappa) = \frac{\tau_{\mathrm{LF},\kappa} \cdot \kappa \cdot \left(s_{\mathrm{r}} - \left(s_{\mathrm{r},\mathrm{el}} + s_{\mathrm{r},\mathrm{pl}}\right)\right)}{t_{\mathrm{L}}} + \sqrt{\frac{\tau_{\mathrm{L1},\kappa} \cdot \kappa \cdot s_{\mathrm{L0}} \cdot E_{\mathrm{L}}}{t_{\mathrm{L}}}} + \sigma_{\mathrm{L}}^{2} - \sigma_{\mathrm{L}}$$
(5.14)

Hierbei wurde auch die Veränderung durch  $\tau_{L1}$  auf die wirksame Risselementlänge nach Abschnitt 4.3.3.2 berücksichtigt.

Mit den Werten aus Tabelle 5.1 und den Formeln (5.13) und (5.14) ergeben sich bei dem minimalen Fehler der Abstandsquadrate die Werte aus Tabelle 5.2. Darin sind auch die 5 % Fraktile angegeben, welche sich aus der Standardabweichung der Versuche und der Anzahl der Versuche (15 Stück) gemäß Abschnitt 4.1.2 mit Gleichung (5.15)<sup>30</sup> ergeben.

$$x_{\rm k} = x_{\rm m} - k_{\rm n} \cdot \sigma_{\rm x} = x_{\rm m} - 1,84 \cdot \sigma_{\rm x} \tag{5.15}$$

Tabelle 5.2:	Faktoren zur Berücksichtigung der Bauteilkrümmung, die sich aus der Auswertung der Ver-
	suche ergeben

	Möglichkeit 1	Möglichkeit	2
	$ au_{\mathrm{Lm},\kappa}$	$ au_{\mathrm{L1},\kappa}$	$\tau_{\mathrm{LF},\kappa}$
	N/m	N/m	N/m
Mittelwert	45,6	183,5	42,7
5% Frakil	32,2	136,2	31,7
Mittelwert <i>x</i> <sub>m</sub>	1,0 1,0		
Standardabweichung $\sigma_{\rm x}$	0,16	0,14	

Aus Tabelle 5.2 ist erkennbar, dass bei der Modellierung mit Möglichkeit 2 ohne Reibverbundspannungen die geringste Abweichung zwischen den Versuchen erreicht werden kann. Aber auch die Modellierung mit der konstanten Verbundspannung liefert akzeptable Ergebnisse.

In Bild 5.7 ist für jedes Risselement der Quotient aus Versuchswert und rechnerischem Wert zusammen mit dem Mittelwert, welcher aufgrund der Fehlerquadratoptimierung nahezu bei 1,0 liegt, und den 5 % Fraktilen dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Hierbei wurde der Wert  $k_n$  aus Tabelle 4.1 ermittelt, wobei zwischen dem Wert 10 und 20 linear interpoliert wurde.





# 5.1.5 Betrachtung der negativ vorgekrümmten Platte

# 5.1.5.1 Versuchswerte

Die Risselemente der vorgekrümmten Platte werden auf die gleiche Weise ausgewertet wie die der nicht vorgekrümmten Bauteile mit der unterschiedlichen Berücksichtigung des Ausgangszustandes. Die Werte, die sich aus den Versuchen ergaben und zur Auswertung herangezogen werden, sind in Tabelle 5.3 aufgelistet.

Tabelle 5.3:	Eingangswerte aus den Versuchen für die Bestimmung der Veränderung der Verbundkraft
	infolge der Krümmung der vorgekrümmten Platte

Versuch	<b>Rissabstand</b> s <sub>r</sub>	Vorkrümmung <i>ĸ</i>	$\mathcal{E}_{L1}$	$\mathcal{E}_{L2}$	$\mathcal{E}_{Lm}$	<b>E</b> <sub>cm</sub>
-	mm	1/m	mm/m	mm/m	mm/m	mm/m
VVP1-1-1	150	0,015	6,92	6,11	6,52	-1,22
VVP1-1-2	100	0,015	5,94	5,14	5,54	-1,06
VVP1-2-1	136	0,015	2,65	1,77	2,21	-0,48
VVP1-2-2	161	0,015	2,01	2,01	2,01	-0,44
VVP1-3-1	90	0,015	3,65	2,90	3,28	-0,70
VVP1-3-3	130	0,015	3,32	2,40	2,86	-0,63

Um die negative Krümmung zu berücksichtigen, muss diese von der Krümmung des Bauteils, welche sich aus der Lamellendehnung errechnet, abgezogen werden. Allerdings ist bei dieser Betrachtung ein negativer Effekt aus der Belastungsgeschichte nicht berücksichtigt. Die Krümmungen, die sich somit ergeben und mit denen die Gleichungen aus dem vorherigen Kapitel 5.1.4 überprüft wurden, sind in Tabelle 5.4 aufgelistet.

Tabelle 5.4Krümmung	g für di	e Auswertung	der	vorgekrümmten	Platte
---------------------	----------	--------------	-----	---------------	--------

Versuch	κ aus Dehnungen	Modifiziertes k
-	1/m	1/m
VVP1-1-1	0,0387	0,0257
VVP1-1-2	0,0330	0,0200
VVP1-2-1	0,0134	0,0004
VVP1-2-2	0,0122	-0,0008
VVP1-3-1	0,0199	0,0069
VVP1-3-3	0,0175	0,0045

Mit diesen Krümmungen ergibt sich für jedes Risselement der Quotient aus Versuchswert und rechnerischem Wert in Bild 5.8. In diesem Bild ist ebenfalls der Mittelwert aus den Versuchen an nicht vorgekrümmten Bauteilen dargestellt. Man erkennt, dass die Versuche trotz des Abzuges der Vorkrümmung unterhalb der Versuche an ebenen Bauteilen liegen. Dies kann sowohl auf die Belastungsgeschichte als auch auf die Schwierigkeit der exakten Bestimmung der Vorkrümmung zurückgeführt werden. Aus diesem Grund werden in den nächsten Abschnitten noch weitere theoretische Untersuchungen zum Einfluss einer negativen Vorkrümmung durchgeführt.



Bild 5.8: Vergleich der Versuche an vorgekrümmten schlaff bewehrten Bauteilen mit dem Modell

# 5.1.5.2 Theoretische Überlegungen zum Einfluss der negativen Vorkrümmung

### **Theoretischer unterster Grenzwert**

Geht man davon aus, dass sich der ermittelte Effekt der Krümmung bei negativer Krümmung im gleichen Verhältnis vermindernd auswirkt, wie sich der Effekt bei positiver Krümmung erhöhend auswirkt, kann man mit der vereinfachten Modellierung nach Abschnitt 5.1.4 einfach auf einen theoretischen Grenzwert kommen, ab welchem es nicht mehr möglich ist, Verbundkräfte zu übertragen. Keine Verbundkräfte können mehr übertragen werden, wenn die Verbundspannung über die gesamte Risselementlänge null ist. Dies ist der Fall, wenn der Effekt der negativen Krümmung genauso groß ist wie die maximale Verbundspannung nach dem bilinearen Ansatz.

$$\tau_{\rm L1} = \kappa_{\rm min} \cdot \tau_{\rm Lm,\kappa} \tag{5.16}$$

Geht man nun von der Relation von (Heilmann 1969) zwischen Betondruck- und Zugfestigkeit aus, so ergibt sich für CFK-Lamellen der Zusammenhang in Gleichung (5.17) für die maximale Vorkrümmung, ab welcher keine Verbundkräfte mehr übertragen werden können, wobei alle Werte in N/mm<sup>2</sup> eingesetzt werden müssen und die Krümmung sich in 1/m ergibt.

$$\kappa_{\min} = -0.007 \cdot f_{\rm cm}^{5/6} \approx -0.004 \cdot f_{\rm cm} \tag{5.17}$$

Bei der vorgekrümmten Platte kommt man somit auf ein  $\kappa_{min} = -0.15$  1/m. Die vorhandene Vorkrümmung entspricht somit circa 10 % der maximal theoretisch möglichen Vorkrümmung.

# Numerische Untersuchung zum Verhalten oberhalb des Grenzwertes

Wie bei den Versuchen zu sehen war, überschätzt die reine Betrachtung der Endkrümmung die Bruchlasten leicht. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Belastungsgeschichte eines negativ vorgekrümmten Bauteils betrachtet. Die Belastungsgeschichte kann hier einen großen Einfluss haben, da die anfänglichen Verbundbeanspruchungen aufgrund des hier geringen Verbundwiderstandes, welcher aufgrund der Initialkrümmung des Bauteils abgemindert ist, zu einer Vorschädigung der Verbundschicht führen können.
Der Einfluss der Belastungsgeschichte wird numerisch an einem idealen, 200 mm langen Zwischenrisselement mit einem C20/25 untersucht. Für diese Untersuchung wird, wie in Abschnitt 4.3.3.2 und in der Master's Thesis von (Ellinger 2010), der Verbund zwischen Beton und CFK-Lamelle mit nichtlinearen Federn modelliert, welche als Federkennlinie die Verbundspannungsschlupfbeziehung hinterlegt haben. Der Ablauf der numerischen Berechnung ist in Bild 5.9 schematisch dargestellt.



**Bild 5.9:** Vorgehen zur Bestimmung des Einflusses der Belastungsgeschichte auf die Verbundkraftübertragung bei negativ vorgekrümmten Bauteilen mithilfe eines numerischen Modells

Bei dieser Berechnung wird die Verbundspannungsschlupfbeziehung je Lastschritt des Finiten Element Programms wegen der sich verändernden Krümmung angepasst. Die Veränderung der Krümmung resultiert aus der Verkrümmung des Bauteils und wird im Modell vereinfacht über die Lamellengrundkraft und die Bauteilhöhe mit Gleichung (5.18) bestimmt. Dabei soll der Faktor 1,35 die Betondehnungen simulieren, wenn angenommen wird, dass bei 10 mm/m Lamellendehnung die volle Druckstauchung von 3,5 mm/m erreicht ist.

$$\kappa_{\rm B} = 1.35 \cdot \frac{F_{\rm L}}{b_{\rm L} \cdot t_{\rm L} \cdot E_{\rm L} \cdot h}$$
(5.18)

Als Verbundspannungsschlupfbeziehung wurde der um die Reibung erweiterte bilineare Ansatz aus Abschnitt 5.1.3 verwendet. Hierbei wurde die Verbundspannung in Abhängigkeit von der Krümmung über die Gleichungen (5.19) und (5.20) beschrieben. Dabei wurde der Wert  $\tau_{Lm,\kappa}$  nach Tabelle 5.2 bestimmt und die Werte  $\tau_{L1}$  und  $\tau_{LF}$  nach Abschnitt 4.3.2.6 und 4.3.3.3. Die Werte für den Schlupf wurden bei dieser Rechnung nicht durch die Krümmung verändert und wurden ebenfalls nach Abschnitt 4.3.2.6 bestimmt.

$$\tau_{L1,\kappa} = \tau_{L1} + \kappa_i \cdot \tau_{Lm,\kappa} + \kappa_B \cdot \tau_{Lm,\kappa}$$
(5.19)

$$\tau_{\mathrm{LR},\kappa} = \tau_{\mathrm{LR}} + \kappa_{\mathrm{i}} \cdot \tau_{\mathrm{Lm},\kappa} + \kappa_{\mathrm{B}} \cdot \tau_{\mathrm{Lm},\kappa} \ge 0 \tag{5.20}$$

Es wurden 33 virtuelle Zwischenrisselemente berechnet, wobei die Vorkrümmung sowie das Verhältnis zwischen der Basiskraft am Zwischenrisselement und der Kraftänderung am Zwischenrisselement variiert wurde. Der Beton wurde mit einem C 20/25 und die Bauteilhöhe zu 200 mm in allen Rechnungen gleich gewählt. Es wurden drei Verhältnisse zwischen der Basiskraft am Zwischenrisselement und der Kraftänderung am Zwischenrisselement untersucht.

- Die Kraftdifferenz betrug 20 % der Lamellenkraft am niedriger beanspruchten Rissufer.
- Die Kraftdifferenz betrug 60 % der Lamellenkraft am niedriger beanspruchten Rissufer.
- Die Lamellenkraft am niedriger beanspruchten Rissufer war null (Endverankerung).

Es wurden jeweils zehn verschiedene Vorkrümmungen sowie jeweils ein ideal eben bleibendes Zwischenrisselement untersucht. Die Vorkrümmung wurde gleichmäßig zwischen  $\kappa = 0$  und dem Grenzwert  $\kappa_{\min}$  nach Gleichung (5.17) variiert. Als Ergebnis dieser Rechnung erhält man jeweils eine Last-Verformungskurve und die maximal aufnehmbare Lamellenkraftänderung. Die maximal aufnehmaren Lamellenkraftänderungen der Rechnungen sind in Bild 5.10 über die Vorkrümmung dargestellt.



**Bild 5.10:** Einfluss der Vorkrümmung auf die Verbundkraftübertragung als Ergebnis der numerischen Analyse zur Berücksichtigung der Belastungsgeschichte

Aus Bild 5.10 erkennt man, dass bei den Bauteilen mit Kraftunterschied erst bei einer Vorkrümmung von circa 10 % des Grenzwertes  $\kappa_{min}$  die aufnehmbare Kraft eines ideal ebenbleibenden Elementes erreicht wird. Dies bedeutet, dass die Belastungsgeschichte hier einen erheblichen Einfluss hat und berücksichtigt werden muss. Des Weiteren ist zu erkennen, dass am Endverankerungselement die Kraft des ebenbleibenden Elementes erst erreicht wird, wenn keine Vorkrümmung vorhanden ist. Dies ist damit zu erklären, dass im Modell die Verkrümmung des Elementes über die Basiskraft am Zwischenrisselement beschrieben wird, diese ist jedoch beim Endverankerungselement gleich null. Das Verhalten der negativ vorgekrümmten Elemente wird noch deutlicher, wenn man die Ergebnisse über die jeweilige aufnehmbare Kraft am ideal eben bleibenden Element nivelliert, wie es in Bild 5.11 dargestellt ist.



**Bild 5.11:** Abweichung der Verbundkraftübertragung von negativ vorgekrümmten Bauteilen zu einem ideal ebenbleibenden Bauteil

Betrachtet man die Kurven aus Bild 5.11, so ist bei allen Kurven eine Erhöhung der Steigung zwischen 30 und 10 Prozent Verkrümmung zu erkennen. Diese Zunahme der Steigung ist damit zu erklären, dass ab diesem Punkt auch die Reibverbundspannungen einen Anteil für die aufnehmbare Kraft liefern. Es ist jedoch auch zu erkennen, dass das Verhalten mit den durchgeführten Untersuchungen zwar für die untersuchten Fälle beschrieben werden kann, die Fälle sich jedoch alle etwas unterschiedlich verhalten. Eine zu findende algebraische Beschreibung müsste folglich von Betongüte, Vorkrümmung, Bauteilhöhe sowie von dem Verhältnis von Basiskraft zur Kraftänderung am Zwischenrisselement abhängen. Da jedoch das Verhältnis von Basiskraft zur Kraftänderung am Zwischenrisselement an jedem Zwischenrisselement am Bauteil anders ist und sich in der Bemessung durch die Anpassung der Lamellenfläche ständig ändert, stellt eine solche Beschreibung keine praxisgerechte Formulierung dar. Aus diesem Grund werden im folgenden Kapitel Annahmen auf der sicheren Seite liegend getroffen, wie die negative Vorkrümmung berücksichtigt werden kann.

## 5.1.5.3 Beschreibung des Einflusses der negativen Vorkrümmung

## Allgemeines

Anhand der Ergebnisse der Untersuchungen und Überlegungen aus dem vorherigen Kapitel muss die vorhandene negative Vorkrümmung in drei Bereiche, welche sich an dem  $\kappa_{\min}$  Wert nach Gleichung (5.17) orientieren, unterteilt werden:

- 1. Große negative Vorkrümmung mit  $\kappa_i < \kappa_{min}$
- 2. Mittlere negative Vorkrümmung mit  $\kappa_{min} \leq \kappa_i < 0.1 \kappa_{min}$
- 3. Leichte negative Vorkrümmung mit  $\kappa_i > 0,1 \kappa_{min}$

## $\kappa_{i} < \kappa_{min}$

Bei einer Vorkrümmung, welche kleiner als der Grenzwert nach Gleichung (5.17) ist, sollte keine Verstärkung mittels geklebter Bewehrung mehr durchgeführt werden, da hier mit dem Ansatz rechnerisch keine Verbundkräfte bei Belastungsbeginn übertragen werden können. Da die Berechnung von einer Extrapolation der Versuchsergebnisse an nicht vorgekrümmten Bauteilen ausgeht, kann es durchaus sein, dass die Effekte in Wirklichkeit hier etwas günstiger wirken. Da derzeit jedoch keine Versuche an so stark negativ vorgekrümmten Bauteilen bekannt sind, muss davon ausgegangen werden, dass  $\kappa_{min}$  den unteren Grenzwert einer möglichen Verstärkung darstellt.

## $\kappa_{\min} \leq \kappa_i < 0,1 \kappa_{\min}$

Hier ist eine Verstärkung möglich, wobei auf der sicheren Seite liegend nur der bilineare Ansatz mit einem der Initialkrümmung angepassten Wert  $\tau_{L1}$  angesetzt werden sollte. Der angepasste Wert  $\tau_{L1}$  kann mit Gleichung (5.21) berechnet werden.

$$\tau_{L1,\kappa i} = \tau_{L1} + \kappa_i \cdot \tau_{Lm,\kappa} \tag{5.21}$$

Die Gleichung (5.21) stellt den ungünstigsten Fall dar, der eintritt, wenn ein Bauteil unendlich steif wäre und sich somit nicht verkrümmen würde.

## $\kappa_{\rm i} > 0,1 \kappa_{\rm min}$

Bei einer Verkrümmung kleiner als  $0,1 \kappa_{min}$  ist eine Verstärkung möglich und es kann davon ausgegangen werden, dass bei Bauteilen, welche nicht dicker als 200 mm sind, der volle Wert der Verbundkraftübertragung für ein ebenbleibendes Bauteil angesetzt werden kann.

## Vergleich mit der Platte VVP1

Die Platte VVP1 hatte eine leichte Vorkrümmung von circa  $0,1 \kappa_{min}$ . Folgt man hier der vorgestellten Empfehlung auf Mittelwertniveau, so ergibt sich für den Vergleich zwischen Rechenmodell und Versuch Bild 5.12. Hieraus kann man erkennen, dass der Ansatz den Versuch zu circa 97 % trifft und die Streuung der üblichen Streuung bei Verbundversuchen entspricht. Außerdem ist ersichtlich, dass ein charakteristischer Wert, welcher hier circa bei 60 % liegen würde, nicht unterschritten wird.



**Bild 5.12:** Vergleich der Versuche an der Platte VVP1 mit dem Bemessungsmodell nach Kapitel 5.1.5.3 für vorgekrümmte Bauteile

## 5.1.6 Bedeutung des Krümmungseinflusses für die Bemessung

Die Berücksichtigung des Einflusses der Krümmung auf die Verbundkraftübertragung ist im Grenzzustand der Tragfähigkeit sowohl aus Gründen einer sicheren und wirtschaftlichen Bemessung nötig. Durch die Berücksichtigung der durch die Durchbiegung verursachten konvexen Krümmung des Bauteils, können gerade bei dünnen Plattenbauteilen beim Nachweis der Verbundkraftübertragung höhere Kräfte übertragen werden. Dies führt zu einer wirtschaftlichen Bemessung. Wie weit sich eine wirtschaftlichere Bemessung einstellt, ist neben der Bauteilhöhe auch von dem Lastbild abhängig. So ist die wirtschaftliche Verbesserung des Verbundnachweises bei einer Berücksichtigung der Krümmung bei einer Einzellast in Feldmitte am größten, bei den im Regelfall im Hochbau vorherrschenden Gleichlasten ist die wirtschaftliche Verbesserung kleiner, da sich im Regelfall das maßgebende Zwischenrisselement aufgrund der Querkraftverteilung nicht an der Stelle des Krümmungsmaximums befindet.

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist der Einfluss der Krümmung auf die Verbundkraftübertragung gering, da sich der Betonstahl nicht im Fließen befinden soll und somit auch die Krümmungen gering sind.

Wie im vorherigen Abschnitt ebenfalls gezeigt wirken sich konkav, gegensinnige Krümmungen negativ auf die Verbundkraftübertragung aus. Dies führt dazu, dass eine Verstärkung eines mittel bis stark konkav vorgekrümmten Bauteils mit geklebter Bewehrung wirkungslos ist.

# 5.2 Spannbeton

## 5.2.1 Allgemeines

Zur Verstärkung von Spannbetonbauteilen gibt es nur wenige Untersuchungen. Neben dem Versuch von (Rostásy, Neubauer 1995) an einer mittels CFK-Lamellen verstärkten, vorgespannten Balkonplatte des Typs WBS 70 sind kaum Versuche zu verstärkten Spannbetonträgern bekannt. Diese besitzen außer der Vorspannbewehrung in Form von Ovaldrähten keine weitere Bewehrung. Es existieren auch noch Untersuchungen von (Derflinger, Müller 1993) an vorgespannten, spannungsrisskorrosionsgefährdeten Viehstalldecken (vgl. auch Niedermeier 1993), bei welchen jedoch die Stahllaschen direkt auf die Ziegelschalung, welche bei der Herstellung der Träger als verlorene Schalung dienten, verklebt wurden. Damit sind diese Untersuchungen an verstärkten Spannbetonbauteilen wurde von (Schnellenbach-Held, Buschmeyer 2006) das Verhalten theoretisch und rechnerisch untersucht. Da in (Schnellenbach-Held, Buschmeyer 2006) jedoch zahlreiche Effekte unberücksichtigt bleiben und die Untersuchungen nicht mehr dem aktuellen Stand des Wissens entsprechen, wird im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls theoretisch, auf Grundlage des aktuellen Stands des Wissens auf die Besonderheiten beim Verstärken von Spannbetonbauteilen eingegangen.

Bei dem Verstärken von Spannbetonträgern können sich theoretisch mehrere Effekte verändernd auf die Verbundkraftübertragung auswirken:

- Veränderter Spannungszustände in der oberflächennahen Betonschicht
- Verändertes Krümmungsverhalten
- Verändertes Rissverhalten der Spannbetonbauteile gegenüber nicht vorgespannten Betonbauteilen

Des Weiteren sind der Verstärkungszeitpunkt und die Belastung während des Verstärkens bei Spannbetonträgern von einer deutlich größeren Bedeutung als bei nicht vorgespannten Betonbauteilen. Auch eine Interaktion zwischen den drei verschiedenen Bewehrungssträngen gemäß (Zehetmaier 2006) (vgl. Abschnitt 4.6) tritt auf. Eine genaue Lösung dieses Problems für drei Bewehrungsstränge gemäß Abschnitt 4.6.2 führt jedoch zu sehr unübersichtlichen, teilweise analytisch nicht mehr lösbaren Gleichungen. Des Weiteren ist nicht geklärt, wie der experimentelle Korrekturbeiwert  $k_{\delta i}$  gewählt werden soll. Näherungsweise kann jedoch die Umlagerung gemäß (Schnellenbach-Held, Buschmeyer 2006) getrennt, zunächst zwischen Betonstahl und geklebter Bewehrung und dann zwischen Betonstahl und Spannstahl betrachtet werden.

Im Folgenden wird in den Abschnitten 5.2.2 bis 5.2.4 auf die beschriebenen Effekte einzeln eingegangen und der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Versuch sowie der Versuch von (Rostásy, Neubauer 1995) in Abschnitt 5.2.5 ausgewertet.

## 5.2.2 Veränderter Spannungszustand in der oberflächennahen Betonschicht

Bezüglich des Spannungszustandes des Spannbetonträgers sind neben den verschiedenen Lastzuständen (I: ungerissen; II: gerissen; IIIa: Betonstahl im Fließen, IIIb: Spannstahl im Fließen) auch zwei verschiedene Bereiche des Trägers zu unterscheiden: der Normalbereich und der Verankerungsbereich.

## Spannungszustand im Normalbereich

Im Normalbereich des Spannbetonträgers steht die oberflächennahe Betonschicht während der Verstärkung im Regelfall unter Druckbeanspruchung. Nach dem Mohr Coulomb Kriterium ergibt sich die Abminderung der Zugspannung aufgrund der gleichzeitig wirkenden Druckkraft (vgl. Kupfer 1973).

$$\sigma_3 = -f_c + \sigma_1 \cdot \frac{f_c}{f_{ct}}$$
(5.22)

$$\sigma_1 = \frac{f_c + \sigma_3}{f_c} \cdot f_{ct}$$
(5.23)

Allerdings gilt dieser Spannungszustand nur für den unbelasteten Zustand, da bei einer Belastung die Druckspannung aus der Vorspannung durch das einwirkende Moment abgebaut wird und sich in einem normal bemessenen Bauteil zur Zugspannung wandelt. Da die großen Dehnungen in der Lamelle und somit auch die großen Spannungen erst nach dem Erreichen des Zustandes II auftreten, wird hier davon ausgegangen, dass die anfangs wirkenden Druckspannungen keinen Einfluss auf die Verbundkraftübertragung kurz vor dem Bruch haben.

## Spannungszustand im Verankerungsbereich

Im Bereich der Lasteinleitung bzw. der Verankerung des Spanngliedes kann es aufgrund der Einleitung der konzentrierten Lasten aus dem Spannglied zu Querzugspannungen kommen (vgl. z.B. Gläser 2007). Die

Verankerung von Spanngliedern kann im Wesentlichen in zwei Fälle unterschieden werden, in die Verankerung von Spanngliedern beim Vorspannen gegen den erhärteten Beton und in die Verankerung der Spannglieder bei der Vorspannung im sofortigen Verbund.

Bei der Verankerung von Spanngliedern beim Vorspannen gegen den erhärteten Beton werden die konzentrierten Lasten über Ankerscheiben etc. in den Beton eingeleitet. Aufgrund der Teilflächenbelastung des Betons können Spaltzugkräfte in diesem Bereich auftreten. Diese können näherungsweise mit einem in (Grasser, Thielen 1991) vorgeschlagenen Verfahren berechnet werden. Alternativ können die auftretenden Querzugspannungen auch mithilfe einer linear elastischen FEM-Analyse berechnet werden. Dies ist für den Versuch VVBV1 mithilfe des Finten Element Programm (InfoCAD 2008) durchgeführt worden. Das Ergebnis ist in Bild 5.13 links dargestellt. Eine solche Berechnung kann für jedes beliebige System erfolgen. In (Rombach 2010) werden für verschiedene Geometrieverhältnisse Kurven für die Spaltzugkraft angegeben. Ein solches Diagramm ist für einen symmetrischen Körper in Bild 5.13 rechts dargestellt.



**Bild 5.13:** Höhenlinien an der Lasteinleitung der Vorspanneinrichtung aus dem Versuch VVBV1 (links) und Querspannungsverlauf an der Lasteinleitung für verschiedene Geometrieverhältnisse gemäß (Jyengar 1960), entnommen aus (Zilch, Zehetmaier 2010) (rechts)

Aus Bild 5.13 ist ersichtlich, dass Querzugspannungen nur sehr lokal an der Lasteinleitung bis maximal zu einer Länge, die ungefähr der einfachen Bauteilhöhe entspricht, vorkommen. Bei Einfeldträgern wird dieser Bereich üblicherweise am Auflager sein und der Querschnitt aufgrund der geringen Momentenbelastung in diesem Bereich ungerissen sein, so dass die aufgeklebte Bewehrung dort nicht angebracht werden kann oder nur sehr geringe Kräfte erhält. Bei abschnittsweise hergestellten Mehrfeldträgern kann hingegen eine solche Verankerungsstelle in der freien Länge des Trägers vorkommen. Auf eine Verstärkung mit aufgeklebter Bewehrung sollte in diesem Bereich jedoch aufgrund der unbekannten Auswirkungen der Querzugspannungen auf die Verbundkraftübertragung der aufgeklebten Bewehrung verzichtet werden.

Bei der Verankerung von Spanngliedern bei der Vorspannung im sofortigen Verbund kommt es im Bereich der Eintragungslänge des Spannstahls aufgrund der eingeleiteten Verbundkräfte ebenfalls zum Auftreten von Spaltzugkräften. Diese sind schematisch in Anlehnung an (Rombach 2010) in Bild 5.14 dargestellt.



**Bild 5.14:** Auftretende Spaltzugkräfte in der Verankerung von Spanngliedern im sofortigen Verbund, in Anlehnung an (Rombach 2010)

Man erkennt, dass die Spaltzugkräfte nur im Bereich der Verankerungslänge auftreten. Diese befindet sich aufgrund der geraden Spanngliedführungen bei Bauteilen im sofortigen Verbund im Regelfall im ungerissenen Bereich, so dass der geklebten Bewehrung hier keine Kräfte zugewiesen werden.

Wie aus dem Vorherigen ersichtlich, tritt ein veränderter Spannungszustand in der oberflächennahen Betonschicht nur in Sonderfällen auf und hat somit nur im Einzelfall einen Einfluss auf die Verbundkraftübertragung.

## 5.2.3 Einfluss auf die Rissbildung

Die geklebte Bewehrung beginnt wie die einbetonierte Bewehrung im Wesentlichen erst zu wirken, wenn sich Risse im Beton bilden. Ohne die Ausbildung von Rissen bleibt die geklebte Bewehrung demzufolge wirkungslos. Da ein Spannbetonträger im Regelfall aufgrund der Dauerhaftigkeitsanforderungen so bemessen ist, dass dieser im Gebrauchszustand ungerissen bleibt, hat die geklebte Bewehrung im Regelfall nur einen Einfluss, wenn dieser Zustand überschritten wird.

Bezüglich der Rissbildung bei Spannbetonbauteilen treten im Wesentlichen zwei Effekte auf, durch die Vorspannkraft wird das Rissmoment erhöht und durch die unterschiedlichen Verbundeigenschaften der Vorspannung wird ebenfalls die Rissbildung beeinflusst. Dies hat sowohl einen Einfluss auf die Erstrissbildung wie auch auf die Rissabstände, welche für den Verbundnachweis am Zwischenrisselement benötigt werden. Auf den Einfluss der Vorspannung auf diese beiden Mechanismen wird im Folgenden eingegangen.

## Erstrissbildung

Die Erstrissbildung tritt bei Spannbetonbauteilen wie bei Stahlbetonbauteilen ein, wenn das Rissmoment überschritten ist. Das Rissmoment ist neben der Betonzugfestigkeit bei Spannbetonbauteilen von der Vorspannung und somit von der vorhandenen Druckspannung in der späteren Zugzone abhängig. Die Rissbildung tritt ein, sobald am Querschnittsrand Zug herrscht und die Biegezugfestigkeit des Betons überschritten ist. Im Gegensatz zu den Stahlbetonbauteilen kann es bei Spannbetonbauteilen aufgrund des durch die Vorspannung erhöhten Rissmomentes bereits bei der Erstrissbildung zu einer Entkopplung der geklebten Bewehrung kommen, wenn die auf die geklebte Bewehrung bei der Rissbildung einwirkende Kraft größer ist als die Verbundkraft, die am Einzelriss gemäß Abschnitt 4.3.2.6 aufgenommen werden kann. Hierbei ist zusätzlich zu berücksichtigen, dass aufgrund der Vorspannung der Betonstahl vorgedrückt ist und somit nur wenig zur Aufnahme des Rissmomentes beiträgt.

In der weiteren Rechnung wird lediglich der vorgespannte Querschnitt betrachtet. Günstig wirkende Effekte im Bauteil wie zusätzliche Lasten während des Verstärkens, welche die Verbundspannungen reduzieren sowie sich ändernde Spanngliedführung, welche das Rissmoment verändern bleiben somit unberücksichtigt. Desweiteren wird davon ausgegangen, dass das gesamte Rissmoment mit der Vorspannung bei Rissbildung durch alle Bewehrungsstränge aufgenommen werden muss. Die Kräfte, welche auf die Bewehrungsstränge entfallen wurden iterativ unter Berücksichtigung des Vordehnungszustandes und der Vorspannung am gerissen Querschnitt ermittelt. Aufgrund dieser Kräfte wurde die Verbundbeanspruchung ermittelt. Eine solche Rechnung überschätzt die Beanspruchung des Verbundes, da bis zum Erreichen der Dekompression des Querschnittes die Verbundbeanspruchung der Lamelle sich wie in einem idealen Verbundträger am Ende abbauen und nicht direkt an dem voraussichtlich entstehenden Riss. Bei einer Überschreitung des elastischen Astes des bilinearen Verbundgesetzes ist jedoch auch der Zustand des idealen Verbundträgers nicht mehr eingehalten, da nicht mehr von einem starren Verbund ausgegangen werden kann. Die im Weiteren dargestellte Rechnung stellt somit eine Abschätzung eines oberen auf der sicheren Seite liegenden Grenzwert für den Einfluss der Vorspannung auf die Erstrissbildung als dar.

In Bild 5.15 ist für einen verstärkten und vorgespannten Rechteckquerschnitt das Verhältnis zwischen der Lamellenspannung zum Zeitpunkt der Rissbildung und der aufnehmbaren Lamellenspannung am Einzelriss für verschiedene Dicken und Breiten der aufgeklebten Bewehrung dargestellt. Der Querschnitt ist dabei so vorgespannt, dass die Normalspannung am oberen Rand (spätere Druckzone) null und am unteren Rand circa 45 % der charakteristischen Betondruckfestigkeit ist.



**Bild 5.15:** Verhältnis zwischen der Lamellenspannung zum Zeitpunkt der Rissbildung und der aufnehmbaren Lamellenspannung am Einzelriss für verschiedene Dicken (links) und Breiten (rechts) der aufgeklebten Bewehrung<sup>31</sup>

Aus Bild 5.15 ist zu erkennen, dass, je dicker die aufgeklebte Bewehrung ist, umso größer ist die Entkopplungsgefahr am Einzelriss, was auf die geringere aufnehmbaren Spannung am Einzelriss der dickeren aufgeklebten Bewehrung zurückzuführen ist. Von einer Verstärkung von Spannbetonträgern mit Stahllaschen, welche aufgrund der niedrigen Fließgrenze und gemäß Zulassung (vgl. Z- 36.12-70:2008) eine Mindestdicke von 5 mm haben müssen, ist aufgrund der hohen Ausnutzung am Einzelriss deshalb prinzipiell abzuraten. Aus Bild 5.15 ist ebenfalls zu erkennen, dass eine Erhöhung der Lamellenbreite nahezu keinen Einfluss hat, da durch die höhere Breite sowohl die Einwirkung wie auch der Widerstand zunehmen. Die geringe Erhöhung ist auf die leichte Erhöhung des Widerstandsmomentes des Ideellen Querschnittes aufgrund des größeren Querschnittes der aufgeklebten Bewehrung zurückzuführen.

In Bild 5.16 ist das Verhältnis zwischen der Lamellenspannung zum Zeitpunkt der Rissbildung und der aufnehmbaren Lamellenspannung am Einzelriss für unterschiedliche Vorspannungen dargestellt. Dabei ist in Bild 5.16 links der Vorspanngrad von 0 bis 50 % der mittleren Betondruckfestigkeit in der unteren Faser variert und in Bild 5.16 die Position des Spanngliedes von dem oberen Querschnittsrand bis zum unteren Querschnittsrand verändert. Aus Bild 5.16 ist zu erkennen, dass, je höher die Vorspannung bzw. je höher die initiale Druckspannung am zu verstärkenden Bauteilrand desto größer ist die Entkopplungsgefahr am Einzelriss. Auffällig ist das Minimum in Bild 5.16. Dieses Minimum ist genau zu dem Zeitpunkt, wenn aufgrund des Vorspanngrades die Spannung im Betonstahl zum Zeitpunkt der Rissbildung null ist. Das Ansteigen bei geringeren Vorspanngraden ist zusätzlich auf die niedrigere Spannstahlbewehrung zurückzuführen, da im Bild 5.16 nicht die Vorspannung der einzelnen Spannstränge, sondern die Fläche der Spannstahlbewehrung verändert worden ist.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Die aufnehmbaren Lamellenspannung am Einzelriss  $f_{bL,max}$  ist ohne Reibung gemäß Abschnitt 4.3.2 mit den Werten nach Abschnitt 4.3.2.6 für CFK-Lamellen berechnet worden. Die Betonfestigkeiten wurden für einen C40/50 nach (DIN EN 1992-1-1:2011) angenommen wobei die Oberflächenzugfestigkeit gleich der Zugfestigkeit gesetzt wurde.



**Bild 5.16:** Verhältnis zwischen der Lamellenspannung zum Zeitpunkt der Rissbildung und der aufnehmbaren Lamellenspannung am Einzelriss für unterschiedliche Vorspanngrade (links) und Spanngliedpositionen (rechts)

#### Rissabstände

Aufgrund des im Vorherigen erläuterten höheren Rissmomentes bei Einzelrissbildung ergeben sich in den verschiedenen Bewehrungssträngen auch höhere Eintragungslängen (vgl. Abschnitt 4.7.2 bzw. Noakowski 1988). In (Schnellenbach-Held, Buschmeyer 2006) wird vorgeschlagen, den Rissabstand im Vergleich zu Stahlbetonbauteilen um 60 % zu erhöhen. Diese Aussage ist jedoch sehr pauschal, da der Rissabstand neben dem Vorspanngrad auch von den Verbundeigenschaften des Spannstahls abhängt. Im Allgemeinen kann der Rissabstand wie in Abschnitt 4.7.4 über das Rissmoment und die Verbundeigenschaften der verschiedenen Bewehrungsstränge berechnet werden. Bei der Berechnung des Rissmomentes ist jedoch die Normalspannung aus der Vorspannung zu berücksichtigen. In Erweiterung des Abschnitts 4.7.4.2 können für den Fall der Erstrissbildung die Verbundenergien in Abhängigkeit des jeweiligen Schlupfes der Bewehrungsstränge mit Gleichung (5.24) berechnet werden. Die Verbundenergie des Spannstahls ergibt sich wie die des Betonstahls mit den Abminderungsfaktoren in Abschnitt 4.7.4.2 berechnet werden.

$$M_{\rm cr} = \left(f_{\rm ct,fl} + \sigma_{\rm p0,u}\right) \cdot W_{\rm ci} = \sqrt{\frac{8 \cdot G_{\rm bs}(s_{\rm s})}{\phi_{\rm s} \cdot E_{\rm s}}} \cdot A_{\rm s} \cdot z_{\rm s} \cdot E_{\rm s} + \sqrt{\frac{2 \cdot G_{\rm bL}(s_{\rm L})}{t_{\rm L} \cdot E_{\rm L}}} \cdot A_{\rm L} \cdot z_{\rm L} \cdot E_{\rm L} + \sqrt{\frac{8 \cdot G_{\rm bp}(s_{\rm p})}{\phi_{\rm p} \cdot E_{\rm p}}} \cdot A_{\rm p} \cdot z_{\rm p} \cdot E_{\rm p}$$
(5.24)

Für das abgeschlossene Rissbild ergibt sich nach Abschnitt 4.7.4.2 die Bestimmungsgleichung (5.25) für die Spannbetonbauteile. Auch hier kann der Anteil des Spannstahles wie der des Betonstahls mit den Abminderungsfaktoren gemäß Abschnitt 4.4.3.4 berechnet werden.

$$M_{\rm cr} = (f_{\rm ct,fl} + \sigma_{\rm p0,u}) \cdot W_{\rm c} = \Delta \varepsilon_{\rm s} \cdot A_{\rm s} \cdot z_{\rm s} \cdot E_{\rm s} + \Delta \varepsilon_{\rm L} \cdot A_{\rm L} \cdot z_{\rm L} \cdot E_{\rm L} + \Delta \varepsilon_{\rm p} \cdot A_{\rm p} \cdot z_{\rm p} \cdot E_{\rm p}$$
(5.25)

Da dieser Formelapparat mit den zugehörigen Iterationen im Rahmen einer Bemessung in der Praxis zu aufwändig ist, sollten, wie bei nicht vorgespannten Bauteilen, geeignete Vereinfachungen getroffen werden. Eine Berechnung, wie diese in (Zilch, Zehetmaier 2010) in Anlehnung an (Tue 1993) für den vorgespannten Zugstab vorgeschlagen wird, ist im Rahmen einer Ermittlung der Rissabstände unter Biegung nicht zwangsläufig auf der sicheren Seite liegend, da der Schlupf beim Spannstahl aufgrund der geringeren Höhenlage als die einbetonierte Bewehrung überschätzt wird. Somit wird auch die Verbundwirkung überschätzt. Der Schlupf in der Spannstahlbewehrung ergibt sich über die Druckzone und die statischen Nutzhöhen der Bewehrungsstränge.

$$\frac{s_{\rm s}}{s_{\rm p}} = \frac{d_{\rm s} - x}{d_{\rm p} - x} \tag{5.26}$$

Wie aus der Gleichung (5.26) ersichtlich ist, ergibt sich bei einer nahen Lage des Spannstahls zur Druckzone unter Erstrissbildung kaum ein Schlupf in der Spannstahlbewehrung. Betrachtet man die Druckzone der verstärkten Spannbetonquerschnitte aus dem vorherigen Abschnitt aus Bild 5.16 im Vergleich zu der Lage des Spannstahls, so erhält man Bild 5.17.



**Bild 5.17:** Druckzonenhöhe unter Erstrissbildung und Lage der Spannstahlbewehrung für unterschiedliche Vorspanngrade (links) und Spanngliedpositionen (rechts)

Aus Bild 5.17 ist zu erkennen, dass für übliche Abmessungen und Vorspanngrade die Spannstahlbewehrung recht nah an der Druckzone liegt und somit kaum einen Schlupf erhält und somit auch kaum bei der Rissbildung mitwirkt. Vereinfacht kann somit auf der sicheren Seite liegend davon ausgegangen werden, dass bei Erstrissbildung der Spannstahl aufgrund der meist höheren Lage im Querschnitt nahezu keinen Beitrag zum Abbau der Erstrisskräfte über Verbund liefert und somit nur der Betonstahl und die geklebte Bewehrung einen Beitrag liefern.

# 5.2.4 Einfluss des Krümmungsverhaltens

Aufgrund der Vorspannung wird auch das Krümmungsverhalten des Bauteils beeinflusst. Im Folgenden wird auf das Krümmungsverhalten von verstärkten Spannbetonbauteilen eingegangen, wobei zunächst auf die Initialkrümmung und dann auf das Krümmungsverhalten des Querschnitts unter Momentenbelastung eingegangen wird. Sowohl die Initialkrümmung wie auch das Krümmungsverhalten haben einen Einfluss auf die Verbundkraftübertragung. Auf diesen Einfluss wird nach der Beschreibung der Initialkrümmung und des Krümmungsverhaltens des Querschnitts eingegangen

## Initialkrümmung

Durch ein exzentrisches Vorspannen des Querschnittes entsteht eine konkave Vorkrümmung. Wie in Abschnitt 5.1.5 bereits beschrieben, wirkt sich eine solche Vorkrümmung ungünstig auf die Verbundkraftübertragung aus. Das Maß der Vorkrümmung eines Spannbetonbauteils ist in der Praxis nur näherungsweise zu bestimmen, da hier die Kriech- und Schwindverformungen mit berücksichtigt werden müssen und in vielen Fällen die genauen Vorspannkräfte unbekannt sind. Das Kriechen und Schwinden wirkt sich hierbei sowohl vermindernd, durch die Reduktion der Vorspannkraft, wie auch erhöhend, durch die erhöhte Verkürzung des höher unter Druck stehenden Querschnittsrand aus. Dieser Zusammenhang ist in Bild 5.18 anhand eines Querschnittes mit Vorspannung im sofortigen Verbund dargestellt. In diesem Bild 5.18 ist zusätzlich das Ergebnis einer FEM Berechnung mit dem Programm (InfoCAD 2008) für den Vorspannlastfall und für die Überlagerung aus Vorspannung, Kriechen und Schwinden dargestellt. Für den Kriech- und Schwindlastfall wurden die Gleichungen aus der (DIN EN 1992-1-1:2011) als Grundlage angenommen. Dabei wurde die Belastung 5 Tage nach dem Betonieren aufgebracht, ein schnellerhärtender Zement verwendet und ein Außenbauteil unter 80 % Luftfeuchte vorausgesetzt. Das Ergebnis für das Kriechen und Schwinden ist nach 10 Jahren dargestellt.

Man erkennt aus dem Bild 5.18, dass die Krümmung, welche sich im Falle des dargestellten Trägers im sofortigen Verbund als Konstante mit dem doppelten Parabelstich der dargestellten Druchbiegung ergibt, nach dem Kriechen und Schwinden deutlich erhöht ist und fast doppelt so groß ist wie kurz nach dem Vorspannen.





Bezüglich der maximalen Größe der Initialkrümmung müssen zwei Fälle unterschieden werden:

- Das Bauteil ist aufgrund der zentrischen oder exzentrischen Vorspannung im Bauzustand ungerissen. Dies wird der Standardfall sein, da gerade bei alten Bauteilen nach den damals gültigen Regelungen (DIN 4227:1953; DAfStb-RiLi Spann:1973; DIN 4227:1979; DIN 4227:1988) im Bau und Gebrauchszustand das Bauteil an jeder Stelle überdrückt sein musste. Da sich der Beton damit im ungerissenen Zustand I befindet, sind die Vorkrümmungen relativ klein, da der volle Betonquerschnitt mit seinem E-Modul mitwirkt.
- 2. Das Bauteil ist aufgrund der exzentrischen Vorspannung im Bauzustand auf der späteren Druckseite angerissen. Dies wird eher selten der Fall sein, da erst mit der Einführung der (DIN 1045-1:2001) bzw. (DIN-Fachbericht 102:2003) der jetzige Nachweis der Dekompression eingeführt wurde, bei welchem der Betonquerschnitt unter der maßgebenden Einwirkungskombination im Bauzustand am Rand der infolge Vorspannung vorgedrückten Zugzone unter Druckspannungen stehen muss. Die spätere Druckzone darf jedoch im Bauzustand gerissen sein. Im Endzustand müssen jedoch nach der (DIN 1045-1:2001) sowohl die Druckzone wie auch die Zugzone unter Druck stehen<sup>32</sup>. Der (DIN-Fachbericht 102:2003) sowie (Deutscher Ausschuss für Stahlbeton 2010) fordern dies jedoch nicht.

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Dies gilt nur, wenn der Nachweis für Dekompression zu führen ist, was bei Vorspannung ohne Verbund jedoch nicht der Fall ist. Bei Vorspannung im nachträglichen und sofortigen Verbund ist im Regelfall immer der Nachweis zu führen, da in den meisten Fällen mindestens die Expositionsklasse XC2 vorhanden ist.

Der Dekompressionsnachweis wurde mit der (DIN EN 1992-1-1:2011) weiter gelockert. Hier wird nur noch gefordert, dass alle Teile des Spanngliedes mindestens 22 mm im überdrückten Beton liegen. Die (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) erhöht zwar diesen Wert auf 100 mm bzw. 1/10 der Bauteilhöhe, trotzdem darf die Druckzone im Bau- und Endzustand im gerissen Zustand sein, wenn die Tragfähigkeit und die Nachweise für Rissbreite erfüllt sind. Der sich so ergebende Grenzbereich ist in Bild 5.19 dargestellt.



**Bild 5.19:** Grenzbereich des Dekompressionsnachweises nach (DIN EN 1992-1-1/NA:2011), entnommen aus (Zilch, Wingenfeld 2011)

Im Regelfall werden bei Bestandsbauteilen die zu verstärkenden Spannbetonbauteile bei der Belastung während des Verstärkens (Eigengewicht) vollständig überdrückt sein, da bis zur Einführung der (DIN 1045-1:2001) bzw. (DIN-Fachbericht 102:2003) dies nachzuweisen war. Für spätere Bauteile wurde dies zwar durch die Einführung dieser Normen nicht immer gefordert und durch die (DIN EN 1992-1-1:2011) weiter gelockert, jedoch werden trotzdem nahezu alle Bauteile unter Eigengewicht vollständig überdrückt sein, da sonst erhebliche Mengen Betonstahl in die Druckzone eingelegt werden müssten, was zu einem unwirtschaftlichen Bauteil führen würde. In Sonderfällen kann dies jedoch eventuell auch einen wirtschaftlichen Vorteil bringen. Demzufolge wird die Initialkrümmung aufgrund des vollständig überdrückten Querschnittes im Regelfall gering sein. Bei neueren Bauteilen können jedoch in Sonderfällen aufgrund der derzeitigen Nachweisführung des Dekompressionsnachweises erhebliche Vorkrümmungen vorhanden sein.

## Krümmungsverhalten

Das Krümmungsverhalten des Bauteils unter Momentenbeanspruchung hat durch den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Einfluss der Krümmung eine direkte Auswirkung auf die Verbundkraftübertragung. Bei der Verbundkraftübertragung ist neben dem jeweiligen Krümmungswert unter der jeweiligen Momentenbeanspruchung am Zwischenrisselement auch die gesamte Momentenkrümmungsbeziehung des Querschnittes von Bedeutung, da dadurch die Beanspruchung in Form des Lamellenkraftzuwachses der einzelnen Zwischenrisselemente beeinflusst wird. In Bild 5.20 ist für einen mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkten Querschnitt der Höhe h=450 mm die Momentenkrümmungsbeziehung dargestellt. Dabei ist ein Querschnitt nicht vorgespannt, ein Querschnitt gering vorgespannt und ein Querschnitt hoch vorgespannt. Die Momententragfähigkeit ist für alle Querschnitte circa die gleiche.



Bild 5.20: Momentenkrümmungsbeziehung von verstärkten Querschnitten mit unterschiedlichem Vorspanngrad

Aus dem Bild 5.20 ist zu erkennen, dass der Stahlbetonquerschnitt einen direkten Übergang zwischen dem Zustand II und dem Zustand III hat. Dies führt dazu, dass das Zwischenrisselement, welches sich in dem Übergangsbereich zwischen Zustand II und III befindet, eine hohe Lamellenkraftänderung hat. Aus dem Bild 5.20 erkennt man des Weiteren, dass, umso mehr man den Querschnitt vorspannt, der Übergang zwischen Zustand II und III gleichmäßiger wird, was sowohl auf die höhere Fließgrenze des Spannstahls wie auch auf die Vorspannung zurückzuführen ist. Man erkennt jedoch auch, dass mit steigender Vorspannung das Maß der Endkrümmung aufgrund des Erreichens der maximalen Betonstauchung in der Druckzone abnimmt.

## Einfluss des Kümmungsverhaltens und der Spanngliedführung

Wie im Vorherigen erläutert, hat das Krümmungsverhalten einen Einfluss auf die Verbundkraftübertragung. Jedoch hat neben dem Krümmungsverhalten auch die Spanngliedführung einen Einfluss. In Bild 5.21 sind für verschiedene 4 m lange Einfeldträger die Lamellendehnungslinien eines verstärkten Querschnittes unter Gleichlast dargestellt. Dabei ist ein Querschnitt nicht vorgespannt, ein Querschnitt im sofortigen Verbund mit gerader Spanngliedführung vorgespannt und ein Querschnitt im nachträglichen Verbund mit parabolischer Spanngliedführung vorgespannt. Die verschiedenen Querschnitte haben dabei circa die gleiche Momententragfähigkeit. Die Dehnung ist in Bild 5.21 hierbei nivelliert über die maximale Dehnung aufgrund der Tragfähigkeit am Zwischenrisselement gemäß Abschnitt 5.1 dargestellt. Dabei ist die maximal erreichte Dehnung bei Lamellenentkopplung der Berechnung des Spannbetonbauteils im sofortigen Verbund circa 2 % größer und die des Spannbetonbauteils im nachträglichen Verbund circa 11 % größer als die des nicht vorgespannten Bauteils.





Aus Bild 5.21 ist bei dem nicht vorgespannten Bauteil klar der Bereich zu erkennen, ab welchem der Betonstahl zu Fließen beginnt. Dieser Bereich ist auch der Bereich, in dem es bei der Berechnung aufgrund der hohen Lamellenkraftänderung zu einer Entkopplung am Zwischenrisselement kommt.

Bei dem vorgespannten Bauteil im sofortigen Verbund ist dieser Knick in der Lamellendehnungslinie kaum noch zu erkennen. Jedoch hat diese Lamellendehnungslinie aufgrund des konstanten Vorspannmomentes einen relativ steilen Verlauf, da die Stelle, an welchem der Träger in den gerissenen Zustand übergeht, deutlich weiter im Feld liegt.

Das Spannbetonbauteil mit nachträglichem Verbund zeigt aufgrund des parabolischen Spanngliedverlaufes eine deutlich flachere Neigung der Lamellendehnungslinie. Auch der Übergang zwischen Zustand II und III ist kaum zu erkennen. Aus diesem Grund erreicht das Bauteil auch bei der Berechnung eine etwas höhere Tragfähigkeit beim Nachweis der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich das Krümmungsverhalten der Spannbetonbauteile aufgrund einer Initialkrümmung und einer geringeren maximalen Krümmung bei hoch vorgespannten Bauteilen sich negativ auf die Verbundkraftübertragung auswirken kann. Der sanftere Übergang zwischen Zustand II und III bei einem vorgespannten Bauteil sowie eine eventuell im Vergleich zur Momentenkurve gleich gesinnte Krümmung des Spanngliedes kann sich jedoch positiv auf die Verbundkraftübertragung auswirken.

## 5.2.5 Auswertung von Versuchen an verstärkten Spannbetonbauteilen

Eine systematisch gezielte experimentelle Untersuchung zur Verstärkung von Spannbetonträgern ist nicht vorhanden. Es existiert lediglich der Bauteilversuch von (Rostásy, Neubauer 1995). Des Weiteren wurden im Rahmen dieser Arbeit Versuche am Zwischenrisselement an vorgespannten Bauteilen gemacht (vgl. Abschnitt 3.5 und Zilch et al. 2012b). Im Weiteren wird zunächst auf den eigenen Versuch und dann auf den Versuch von (Rostásy, Neubauer 1995) eingegangen.

## Auswertung des hier durchgeführten Versuches

Bei dem Bauteil VVBV1 handelte es sich um einen verbundlos vorgespannten Stahlbetonbalken. Die Risselemente an dem Spannbetonträger VVBV1 wurden auf die gleiche Weise gemessen und ausgewertet wie die nicht vorgespannten Bauteile in Abschnitt 5.1.4. Die Vorkrümmung wurde hierbei wie bei der konkav vorgekrümmten Platte berücksichtigt. In Tabelle 5.5 sind die Eingangswerte aus dem Versuch für die Auswertung angegeben. Hierbei wurde die Betondehnung über das Gleichgewicht am Querschnitt mit der Drucknormalkraft, die der zu Versuchsbeginn vorliegenden Vorspannung von 160 kN entsprach, berechnet.

Versuch	<b>Rissabstand</b> s <sub>r</sub>	Vorkrümmung	<b>E</b> L1	$\mathcal{E}_{L2}$	<b>E</b> Lm	Ecm
-	mm	1/mm	mm/m	mm/m	mm/m	mm/m
VVBV1-1-1	70	0,002	7,53	6,96	7,24	-3,50
VVBV1-2-1	131	0,002	5,75	4,96	5,35	-2,62
VVBV1-2-2	144	0,002	4,83	3,36	4,10	-2,10

Tabelle 5.5:	Eingangswerte aus den	Versuchen für die	Auswertung des	vorgespannten	Trägers
--------------	-----------------------	-------------------	----------------	---------------	---------

Mit den Eingangsgrößen aus Tabelle 5.5 ergeben sich für die zwei unterschiedlichen Auswertungsmethoden die Quotienten aus Versuchswert und rechnerischem Wert nach Bild 5.22.





Man erkennt, dass das Modell unter Berücksichtigung der Krümmung auch die Versuche am Spannbetonträger im Mittel gut beschreibt. Allerdings ist hier die Standardabweichung etwas größer als bei den nicht vorgespannten Bauteilen.

## Auswertung des Versuches von (Rostásy, Neubauer 1995)

4,14

42,5

 $f_{\rm ctm, surf}$ 

 $f_{cm,cube}$ 

N/mm<sup>2</sup>

 $N/mm^2$ 

 $f_{py}$ 

 $E_{\rm p}$ 

In (Rostásy, Neubauer 1999) wird unter anderem von Versuchen an zwei Spannbetonplatten des Typs WBS 70, welche im Spannbettverfahren mit zehn profilierten Ovaldrähten vorgespannt waren, berichtet. Die Versuche sind in (Rostásy, Neubauer 1995) mit allen zugehörigen Materialkennwerten dokumentiert. Neben der Spannbewehrung hatten die Platten keine weitere innere Betonstahlbewehrung. Die Platten mit der Stützweite von 4,74 m wurden im Vierpunktbiegeversuch mit einem Abstand der Last zum Auflager von 1,42 m geprüft. Die weiteren geometrischen Abmessungen sowie die in (Rostásy, Neubauer 1995) dokumentierten Materialkenngrößen sind in Tabelle 5.6 aufgelistet. Eine der Platten wurde als Referenzversuch getestet. Die andere Platte wurde mit drei CFK-Lamellen 50x1,2 mm verstärkt und geprüft. Die im Versuch verwendeten CFK-Lamellen sind in (Rostásy, Neubauer 1995) nicht geprüft worden. Stattdessen wurden in (Rostásy, Neubauer 1995) ähnliche Lamellen der Lamellendicke 1,0 mm geprüft. Da das gleiche Fabrikat der Lamellendicke 1,2 mm auch bei (Rostásy, Neubauer 1996) verwendet wurde und dort die Materialkenngrößen ermittelt wurden, wird hier davon ausgegangen, dass es sich um dieselbe Produktionscharge der Lamellen handelt.

Beton			Spannstahl			CFK-Lamelle		
h	141	mm	$n_{\rm p}$	10	-	n <sub>L</sub>	3	-
b	1160	mm	$A_{p1}$	40	mm <sup>2</sup>	$b_{\mathrm{L}}$	50	mm
С	32,1	mm	$\sigma_{ m p0}$	799,5	N/mm <sup>2</sup>	t <sub>L</sub>	1,2	mm

1456

205

**Tabelle 5.6:**Materialkenngrößen des Versuches von (Rostásy, Neubauer 1995)

Zur Ermittlung der Entkopplung am Zwischenrisselement wird der Rissabstand benötigt. Dieser wurde gemäß Abschnitt 4.7 bzw. 5.2.3 mit den Verbundwerten für den profilierten Spannstahl nach Abschnitt 4.4.3.4 bestimmt und ist in Tabelle 5.7 aufgelistet. Dabei wurde sowohl der Rissabstand für den unverstärkten

 $E_{\rm L}$ 

f

N/mm<sup>2</sup>

kN/mm<sup>2</sup>

181.0

2891

kN/mm<sup>2</sup>

N/mm<sup>2</sup>

Spannbetonträger nach Abschnitt 4.7.2 wie auch für den verstärkten Querschnitt bestimmt. Beim verstärkten Querschnitt wurde gemäß Abschnitt 4.7.4.2 sowohl der Rissabstand für das Erstrissbild wie auch für das abgeschlossene Rissbild ermittelt.

Unverstärkter Spannbetonträger			Verstärkter Spannbetonträger Erstrissbild			Verstärkter Spannbetonträger abgeschlossenes Rissbild		
$l_{e0}$	369	mm	l <sub>ee</sub>	262	mm	l <sub>ea</sub>	147	mm
s <sub>r</sub> 554 mm		<i>S</i> <sub>r</sub>	393	mm	<i>S</i> <sub>r</sub>	221	mm	

Taballa 5 7	Parachaoto Dissobetändo für der	Spannhatanträgar aug	(Postány, Noubouar 1005)
	Derechnete Rissaustande für der	i Spannbelonilager aus	(Rusiasy, Neubauer 1995)

Ein Wert für den mittleren Rissabstand kann aus (Rostásy, Neubauer 1995) nicht entnommen werden. Aus den Rissbildern lässt sich jedoch unter der Annahme, dass diese maßstabsgetreu sind, ein Rissabstand von circa 150 mm heraus messen.

Der Versuch wurde unter Berücksichtigung der Vorkrümmung und der Verkrümmung mit den mittleren Verbundwerten nach Abschnitt 4.3 und 5.1 nachgerechnet. Dabei wurde auf eine Berechnung der Interaktion zwischen den Bewehrungssträngen verzichtet. Mit dem Rissabstand für den unverstärkten Spannbetonträger von 554 mm ergibt sich eine Lamellenentkopplung am Zwischenrisselement bei 50,4 kN. Mit dem Rissabstand von 221 mm für das abgeschlossene Rissbild ergibt sich eine leicht höhere Entkopplungskraft von 56,4 kN. Dies trifft den Versuchswert von 55 kN nahezu exakt, obwohl die Verbundwerte nicht exakt bekannt waren, sondern gemäß Abschnitt 4.3 angenommen wurden.

## 5.2.6 Folgerung für Verstärkungen von Spannbetonbetonbauteilen

Aus den vorherigen Abschnitten ist zum einen ersichtlich, dass es prinzipiell möglich ist Spannbetonbauteile mit aufgeklebter Bewehrung zu verstärken. Zum anderen ist jedoch auch ersichtlich, dass zur Berechnung eines Spannbetonträgers eine deutlich bessere Kenntnis des Verhaltens des zu verstärkenden Bauteils vorhanden sein muss und somit eine Verstärkung äußerst sensitiv ist. Aufgrund des im Gebrauchszustandes meist ungerissen Spannbetonbauteils wird die geklebte Bewehrung, welche zur Aktivierung Risse benötigt, im Regelfall erst im Grenzzustand der Tragfähigkeit wirken<sup>33</sup>. Dies macht eine Verstärkung mit den Verhältnismäßig teuren CFK-Lamellen im Regelfall recht unwirtschaftlich. Desweiteren wird es in den meisten Fällen aufgrund der hohen Tragfähigkeit des bestehenden Spannbetonbauteils und des späten Mitwirkens der CFK-Lamellen sowie der im Regelfall äußerst geringen Verbundflächen bei Spannbetonträgern die Verstärkungsgrade äußerst gering sein. In einem geschädigten Bauteil wird es somit im Regelfall auch nicht möglich sein, den Ausfall eines Spanngliedes mit dem Hinzufügen der geklebten Bewehrung abzudecken, da die hier freiwerden hohen Zugkräfte nicht durch den Verbund alleine aufgenommen werden können.

Eine Verstärkung mit aufgeklebten Stahllaschen wird in den meisten Fällen aufgrund des hohen Rissmomentes und der damit verbundenen hohen Dehnungen und Kräfte am Einzelriss nicht möglich sein.

Die Verstärkung von Spannbetonbauteilen mit aufgeklebter Bewehrung stellt somit aus praktischer Sicht eine selten sinnvolle Möglichkeit dar.

## 5.3 Schnittgrößenumlagerung in statisch unbestimmten Systemen

## 5.3.1 Allgemeines

In einem statisch unbestimmten System kann es aufgrund der vorhandenen Systemreserven zu einer Umlagerung der Schnittgrößen kommen (vgl. z.B.: Graubner 1989). In statisch unbestimmten Systemen kann die Schnittgrößenverteilung exakt nicht mehr allein durch Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden sondern, wird durch das nichtlineare Trageverhalten des Stahlbetons beeinflusst. Das Tragverhalten eines statisch unbestimmten Mehrfeldträgers kann nach (Muttoni 1990) in fünf charakteristische Phasen unterteilt werden:

- 1. Ungerissener Zustand
- 2. Rissbildung im Stützmomentenbereich
- 3. Rissbildung im Feldmomentenbereich
- 4. Fließgelenkbildung über der Zwischenstütze

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Bei dicken Stahllaschen können aufgrund der deutlich höheren Steifigkeit auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit kleine Traglasteffekte sowie eine Verbesserung des Durchbiegeverhaltens erwartet werden. Bei den in der Praxis vorkommenden Balkenquerschnitten werden diese im Regelfall jedoch auch von unter geordneter Bedeutung sein.

## 5. Fließgelenkbildung im Feldbereich

Bei einem verstärkten Stahlbetonquerschnitt kommt es wie bei einem reinen Stahlbetonquerschnitt zur Rissbildung. Die Ausbildung von Fließgelenken setzt jedoch eine ausreichende plastische Verformbarkeit der hochbeanspruchten Bereiche voraus. Dies bedeutet, dass zur Ausbildung von Fließgelenken eine ausreichende Rotationsfähigkeit vorhanden sein muss. Aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens der im Allgemeinen zur Verstärkung verwendeten Faserverbundwerkstoffe sowie aufgrund des spröden Verbundverhaltens der aufgeklebten CFK-Lamellen ist die Rotationsfähigkeit des verstärkten Querschnittes eingeschränkt. Die Rotationsfähigkeit kann zum Beispiel über die maximale Krümmung beschrieben werden. (Bergmeister 2009) leitet diese maximale Krümmung und somit die Rotationsfähigkeit über die maximalen Dehnungen des Betons und der Bewehrung ab.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\max} = \frac{\frac{\mathcal{E}_{su}}{\mathcal{E}_{Lu}} + \mathcal{E}_{cu}}{h}$$
(5.27)

Er kommt mit der Bruchdehnung von Betonstahl ~12 % und der Bruchdehnung von CFK ~2 % auf folgendes Diagramm in Bild 5.23.



**Bild 5.23:** Maximale Krümmung von mit aufgeklebter Bewehrung verstärkten Querschnitten<sup>34</sup> nach (Bergmeister 2009)

Aus Bild 5.23 sowie der vorherigen Betrachtung lässt sich folgern, dass es in einem mit geklebter Bewehrung verstärkten Bereich nicht zu einer Ausbildung von Fließgelenken kommt. Jedoch kommt es aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten des gerissenen Querschnittes ebenfalls zu einer Momentenumlagerung, wie dies auch anhand von Versuchen von verschiedenen Forschern festgestellt wurde (vgl. Oehlers et al. 2004a, Oehlers et al. 2004b; El-Ghandour et al. 2005; Liu et al. 2006; Vasseur et al. 2007; Aiello et al. 2007; Vasseur et al. 2008; Breveglieri et al. 2011). Daraus lässt sich für die in der (DIN EN 1992-1-1:2011) festgelegten Verfahren zur Schnittgrößenermittlung folgern:

- Linear-elastische Berechnung (DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 5.4): Eine Berechnung der Schnittgrößen unter der Annahme eines linear-elastischen Materialverhalten führt nach dem statischen Grenzwertsatz (vgl. z.B. Prager 1955) zu einer unteren Abschätzung der Traglast und somit zu einer sicheren, jedoch teilweise unwirtschaftlichen Bemessung.
- 2. Verfahren nach der Plastizitätstheorie (DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 5.6): Die Schnittgrößenermittlung nach der Plastizitätstheorie setzt die Anwendung des statischen und des kinematischen Grenzwertsatzes voraus. Beim kinematischen Grenzwertsatz wird die Bildung von Fließgelenken vorausgesetzt, bei welchen eine ausreichende Rotationsfähigkeit vorhanden ist. Nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) wird zum Nachweis der Rotationsfähigkeit die Druckzonenhöhe begrenzt und ein hochduktiler Betonstahl vorausgesetzt. Dies ist für den mit geklebter Bewehrung verstärkten Stahlbetonquerschnitt per se aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens der Faserverbundwerkstoffe nicht erfüllt. Eine Anwendung der Verfahren der Plastizitätstheorie kann somit nur mit ei-

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> Das Bild bezieht sich aufgeklebte und in Schlitze verklebte CFK-Lamellen. Bei Stahllaschen würde sich bei intaktem Verbund theoretisch dasselbe Bild wie für Betonstahl ergeben.

ner Fließgelenkbildung im unverstärkten Bereich unter Voraussetzung der Erfüllung der Erfordernisse der (DIN EN 1992-1-1:2011) erfolgen.

- 3. Linear-elastische Berechnung mit begrenzter Umlagerung (DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 5.5): Bei der linear-elastischen Berechnung mit begrenzter Umlagerung darf auf Grundlage der Plastizitätstheorie vereinfacht, ausgehend von der linear elastischen Berechnung die Schnittgrößen zwischen dem Feld- und Stützmomentenbereich, umgelagert werden. Hier wird jedoch auch in Abhängigkeit der Größe der Umlagerung eine bestimmte Rotationsfähigkeit des Stahlbetonquerschnittes vorausgesetzt. Nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) ist die geringste Umlagerung von 15 % bei einem normalfesten Beton mit einem niedrig duktilen Betonstahl der Klasse A möglich. Da die Faserverbundwerkstoffe jedoch im Regelfall die Dehngrenzen des niedrig duktilen Betonstahls ebenfalls nicht erreichen, kann eine begrenzte Umlagerung von dem verstärkten Querschnitt auf einen anderen Bereich auf Grundlage der (DIN EN 1992-1-1:2011) ebenfalls nicht erfolgen.
- 4. Nichtlineare Verfahren (DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 5.7): Bei der Ermittlung der Schnittgrößen mit nichtlinearen Verfahren wird die Steifigkeit des Querschnittes aufgrund des nichtlinearen Verhaltens des Stahlbetonbauteils in Abhängigkeit von der Belastung angepasst. Somit entsteht ein durchgängiges, belastungsabhängiges Modell zur Ermittlung der Schnittgrößen in statisch unbestimmten Systemen. Prinzipiell kann dieses Verfahren unter Berücksichtigung der Wirkungsweise der aufgeklebten Bewehrung auch für den verstärkten Querschnitt erfolgen. Hierbei muss wie im konventionellen Stahlbetonbau auch, die Bewehrungsmenge und -art bekannt sein, was dieses Verfahren für die Bemessung recht aufwändig macht. Eine genaue Abschätzung verlangt jedoch zusätzlich eine Berücksichtigung des Betons auf Zug (Tension-Stiffening) zwischen den Rissen, diese ist jedoch im starken Maße von den Verbundeigenschaften der verschiedenen Bewehrungsstränge abhängig. Eine Simulation der Verbundeigenschaften ist jedoch nur bei wenigen auf dem Markt befindlichen Programmen möglich und ist im Regelfall mit einem erheblichen Aufwand verbunden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass es bei einem verstärkten Stahlbetonbauteil, wie auch bei einem konventionellen Stahlbeton zu einer Schnittgrößenumlagerung im Vergleich zur linear-elastischen Berechnung kommt. Die Verfahren der Plastizitätstheorie sowie die darauf beruhende begrenzte Umlagerung können jedoch aufgrund der mangelnden Rotationsfähigkeit des verstärkten Querschnittes nicht angewendet werden. Aus diesem Grund sollte die Schnittgrößenermittlung entweder linear elastisch, durch nicht-lineare Verfahren oder durch andere geeignet Hilfsmittel bzw. Überlegungen erfolgen. Ein solches Hilfsmittel wird nachfolgend in Abschnitt 5.3.2 zur vereinfachten Berechnung vorgeschlagen. Dieses Verfahren wird dann in Abschnitt 5.3.3 anhand von Versuchen überprüft.

## 5.3.2 Vorschlag zur Schnittgrößenermittlung bei verstärkten statisch unbestimmten Systemen

Wie aus dem Vorherigen ersichtlich, kommt es auch bei den verstärkten statisch unbestimmten Systemen aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten des gerissenen Querschnittes zu einer Momentenumlagerung im Vergleich zur linear elastischen Berechnung. Die exakte Schnittgrößenverteilung kann mithilfe von nicht linearen Berechnungen erfolgen. Vereinfacht kann diese jedoch auch mithilfe des Kraftgrößenverfahrens an einem Träger mit veränderlicher Steifigkeit gemäß Bild 5.24 ermittelt werden. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass diese Rechnung nur gilt, solange keine Verbundentkopplung eingetreten ist und solange noch kein Fließen der inneren oder aufgeklebten Bewehrung<sup>35</sup> stattgefunden hat.

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Das Fließen der aufgeklebten Bewehrung kann natürlich nur erfolgen, wenn Stahllaschen verwendet wurden.



Bild 5.24: Träger mit unterschiedlicher Steifigkeit im Stütz- und Feldbereich zur Berechnung der Schnittgrößen

Zur hier vorgeschlagenen Schnittgrößenermittlung muss zunächst die Biegesteifigkeit des gerissenen Querschnittes berechnet werden. Das Flächenträgheitsmoment kann für den verstärkten Stahlbetonquerschnitt gemäß Gleichung (5.28) bestimmt werden (vgl. z.B. Zilch, Zehetmaier 2010).

$$I^{\rm II} = \frac{b \cdot x^3}{12} + b \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \alpha_{\rm s} \cdot A_{\rm s1} \cdot (d_{\rm s} - x)^2 + \alpha_{\rm L} \cdot A_{\rm L} \cdot (d_{\rm L} - x)^2$$
(5.28)

Mit den Steifigkeiten für den gerissenen Querschnitt im Stütz- und Feldmomentenbereich kann nun über das Kraftgrößenverfahren (vgl. z.B. Hirschfeld 2007) das Stütz- und Feldmoment berechnet werden. Für einen Zweifeldträger unter Gleichlast gemäß Bild 5.24 ergibt sich für das Kraftgrößenverfahren der Zusammenhang gemäß Bild 5.25.



Bild 5.25: Beispiel für die Anwendung des Kraftgrößenverfahrens bei Trägern mit unterschiedlicher Steifigkeit

Das Moment kann dann gemäß Gleichung (5.29) berechnet werden.

1

$$M = M_0 + X_a \cdot M_a \tag{5.29}$$

Hierbei kann die Unbekannte  $X_a$ , welche die Auflagerkraft *B* darstellt, über die Gleichung (5.30) berechnet werden.

$$X_{a} = -\frac{\delta_{a0}}{\delta_{aa}}$$
(5.30)

Die Durchbiegungsbeiwerte für den Belastungszustand und die Zustandsgröße können hierbei über numerische Integration mit der Gleichung (5.31) und (5.32) berechnet werden.

$$\delta_{a0} = 2 \cdot \left( \int_{0}^{l_{\rm F}} M_{\rm a} \cdot M_{0} \cdot \frac{dx}{EI_{\rm F}} + \int_{l_{\rm F}}^{l_{0}} M_{\rm a} \cdot M_{0} \cdot \frac{dx}{EI_{\rm S}} \right)$$
(5.31)

$$\delta_{a0} = 2 \cdot \left( \int_{0}^{l_{\rm F}} M_{\rm a} \cdot M_{\rm a} \cdot \frac{dx}{EI_{\rm F}} + \int_{l_{\rm F}}^{l_{\rm 0}} M_{\rm a} \cdot M_{\rm a} \cdot \frac{dx}{EI_{\rm S}} \right)$$
(5.32)

## 5.3.3 Betrachtung der Versuche an Zweifeldträgern

Die Momentenumlagerung kann experimentell an Mehrfeldträgern bestimmt werden. Dabei kann die Momentenumlagerung bzw. die Schnittgrößenverteilung direkt über mehrere Kraftmessdosen an den Auflagern bestimmt werden oder aus den Dehnungsmessungen zurückgeschlossen werden. Bei dem Rückschluss aus den Dehnungsmessungen muss zusätzlich noch die verbundbedingte Umlagerung zwischen den Bewehrungssträngen gemäß (Zehetmaier 2006) bzw. Abschnitt 4.6 berücksichtigt werden. Im Folgenden werden zunächst die eigenen Versuche an Zweifeldträgern bezüglich der Momentenumlagerung und

dann die Versuche aus der Literatur von (El-Refaie et al. 2003; Liu et al. 2006) und (Vasseur et al. 2007) ausgewertet.

## **Eigene Versuche**

Im Rahmen der Arbeit sind vier Zweifeldträger geprüft worden, welche in Abschnitt 3.7 beschrieben wurden. Da bei den Versuchen lediglich die Kräfte an den Pressen gemessen wurden, kann auf die wirkliche Momentenverteilung nur aus den Messungen der Lamellendehnungen<sup>36</sup> zurückgeschlossen werden. Dazu muss jedoch auch die verbundbedingte Umlagerung zwischen den Bewehrungssträngen gemäß (Zehetmaier 2006) bzw. Abschnitt 4.6 berücksichtigt werden. Im Folgenden werden die durchgeführten Versuche an Zweifeldträgern bezüglich der Momentenumlagerung ausgewertet. Dazu wird zunächst auf die Auswertung anhand des Versuches BV2 ausführlich eingegangen und danach die Ergebnisse der Auswertung der weiteren Versuche tabellarisch aufgelistet.

Bei dem Versuch BV2 war der Querschnitt im Bereich der Stützmomente schwächer bewehrt als im Feldbereich, deshalb wurden Momente vom Stützbereich in den Feldbereich umgelagert. Die Platte BV2 war im Stützmomentenbereich mit zwei CFK-Lamellen der Abmessungen 100 mm x1,4 mm verstärkt. Da es vor Erreichen der Maximallast weder zu einer Ausbildung eines Fließgelenkes im Feld noch zu einer bereichsweisen Entkopplung kam, wird die Momentenumlagerung aufgrund der Maximallast betrachtet. Berechnet man sich die Lamellendehnungen eines Moments von -61 kNm, welches sich unter Annahme des linear elastischen Materialverhaltens und konstanter Biegesteifigkeit ergibt, so erhält man über der Stütze bei Maximallast eine Dehnung von 4,1 mm/m. Dies steht jedoch im Widerspruch zu der gemessen Dehnung von 2,5 mm/m. Berechnet man sich jetzt aufgrund des geringeren Momentes von -49 kNm, welches sich nach dem Verfahren nach Abschnitt 5.3.2 ergibt, so erhält man eine Lamellendehnung von 2,8 mm/m. Berücksichtigt man nun noch die verbundbedingte Umlagerung zwischen den Bewehrungssträngen gemäß Abschnitt 4.6, so erhält man eine Lamellendehnung von 2,7 mm/m, welche annähernd der gemessen Dehnung entspricht.

Neben der linear-elastischen Berechnung und der Berechnung nach Abschnitt 5.3.2 wurde noch eine materiell nichtlineare Berechnung unter Annahme des starren Verbundes mit dem Programmpaket SOFiSTiK<sup>37</sup> und den Materialgrößen des Versuches durchgeführt, wobei bei der Berechnung die Lamelle als äquivalente Betonstahlbewehrung eingegeben wurde.

Einen Vergleich der Momente und der Maximallasten der linear-elastischen Berechnung mit denen der FEM-Berechnung, der Berechnung mit den Steifigkeiten der gerissenen Querschnitte sowie der Momente, welche aus der Lamellendehnung zurückgerechnet werden können, zeigt Bild 5.26.



Bild 5.26: Schnittgrößen des Zweifeldträgers BV2 kurz vor der Maximallast

 <sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Da bei den Versuchen aufgrund des Versuchsaufbaus die Auflagerkräfte nicht gemessen wurden, muss der Rückschluss an dieser Stelle über die Lamellendehnung und somit die Kraft in der Lamelle erfolgen.
 <sup>37</sup> Hier wurden die SOFiSTiK Programme (SOFiSTiK AG 2009a), (SOFiSTiK AG 2009d), (SOFiSTiK AG 2009c) sowie (SOFiSTiK AG 2009b) verwendet

Aus Bild 5.26 ist zu erkennen, dass sowohl die Berechnung nach Abschnitt 5.3.2 als auch die nichtlineare FEM-Berechnung die auftretenden Momente des Versuches BV2 gut beschreiben. Die linear-elastische Berechnung führt zu einer Überschätzung des Momentes im Bereich der Stützmomente und somit zu einer Abschätzung der Momente auf der sicheren Seite. Für die weiteren Versuche ist der Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Dehnungen in Tabelle 5.8 aufgelistet. Hierbei wird aufgrund des linear-elastischen Momentes  $M_{S,LE}$  zum Zeitpunkt der Kraft *F* die Dehnung  $\varepsilon_{L,IL,LE}$  auf Grundlage der Hypothese der ebenbleibenden Querschnitte berechnet. Ausgehend von dem Moment  $M_{S,NL}$  welches sich nach dem Verfahren nach Abschnitt 5.3.2 ergibt, werden die Dehnung  $\varepsilon_{L,IL,LE}$  auf Grundlage der Hypothese der ebenbleibenden Querschnitte und die Dehnung  $\varepsilon_{L,IL,E}$  nach der Umlagerung gemäß Abschnitt 4.6 berechnet. Der Versuch BV8 ist hierbei nicht mit in den Vergleich aufgenommen, da die Steifigkeiten der beiden Felder im Stützmomentenbereich aufgrund der unterschiedlichen Stahllaschen leicht unterschiedlich waren.

Versuch	$F$ bzw. $F_{\rm max}$	M <sub>S,LE</sub>	$\mathcal{E}_{\mathrm{L,II,LE}}$	$M_{\rm S,NL}$	$\mathcal{E}_{\mathrm{L,II,NL}}$	<b>E</b> Lr,LE	EL.Messung	EI <sub>S</sub> /EI <sub>F</sub>
-	kN	kNm	mm/m	kNm	mm/m	mm/m	mm/m	-
BV2	175,2	-61,0	4,1	-49,0	2,8	2,7	2,5	0,64
BV6	78,0	-44,0	2,9	-29,9	2,1	2,1	2,0	0,58
BV7	80,0 <sup>38</sup>	-45,0	4,2	-34,5	3,2	3,2	3,0	0,49

Tabelle 5.8:	Vergleich der gen	nessenen und	berechneten L	amellendehnungen

Man erkennt, dass mithilfe der Schnittgrößenermittlung und der verbundbedingten Umlagerung zwischen den Bewehrungssträngen die in den Versuchen aufgetretenen Dehnungen gut beschrieben werden können.

## Versuche aus der Literatur

Mittlerweile gibt es zahlreiche Versuche an Zweifeldträgen, welche mit geklebter Bewehrung verstärkt wurden. Die im Weiteren verwendeten Versuche aus der Literatur sind in Anhang B aufgelistet. Hierbei werden lediglich die Versuche mit aufgeklebten CFK-Lamellen, Stahllaschen und in Schlitze verklebten CFK-Lamellen von (Vasseur et al. 2007), (Liu et al. 2006) und (El-Ghandour et al. 2005) ausgewertet. Die Versuche in (Ashour et al. 2004) und (Dalfré, Barros 2011b)<sup>39</sup> können aufgrund der nicht vorhandenen Angaben der Kräfte in den Auflagern nicht ausgewertet werden und die Versuche von (El-Refaie et al. 2003) werden nicht ausgewertet, da es sich hierbei um mit CF-Gelegen verstärkte Zweifeldträger handelt und diese im Rahmen dieser Arbeit nicht ausführlich behandelt werden.

Ein Vergleich des in den Versuchen gemessen Feldmomentes  $M_{\rm F,exp}$  mit dem, unter Annahme des linearelastischen Materialverhaltens, berechneten Feldmoment  $M_{\rm F,calc,LE}$  und dem auf Grundlage des Verfahrens nach Abschnitt 5.3.2 berechneten Feldmomentes  $M_{\rm F,calc,NL}$  ist in Tabelle 5.9 aufgelistet. Hierbei wurde das Moment unter der Kraft F bestimmt, bei welcher in dem jeweiligen Versuch weder eine großflächige Verbundentkopplung noch eine Fließgelenkbildung stattgefunden hat.

Quelle	Versuch	Verstärkung <sup>40</sup>	Querschnitt	F	$M_{\rm F, calc, LE}$	$M_{\rm F,exp}$	M <sub>F,calc,NL</sub>	EI <sub>S</sub> /EI <sub>F</sub>
	-	-	-	kN	kNm	kNm	kNm	-
(Vasseur et	CB1	CA; F	Platte	102,0	88,1	79,3	76,6	2,19
al. 2007)	CB2	CA; F+S	Platte	131,3	113,5	114,3	114,7	0,93
	CB3	CA; S	Platte	76,7	66,2	70,8	69,5	0,71
(Liu et al.	SS1	SA; S	Platte	32,0	12,0	12,9	12,5	0,82
2006)	SS2	SA; S	Platte	43,0	16,1	17,5	16,9	0,81
	SS3	SA; S	Platte	16,3	6,1	6,6	6,4	0,81
	SF1	CA; S	Platte	26,7	10,0	11,3	11,5	0,47
	SF2	CA; S	Platte	26,7	10,0	11,4	11,5	0,47
	SF3	CA; S	Platte	27,3	10,3	11,7	11,6	0,52
	NS_F1	CE; S	Platte	44,2	16,6	17,9	17,5	0,77

 
 Tabelle 5.9:
 In den Versuchen an Zweifeldträgern aus der Literatur gemessene Feldmomente und die berechneten Feldmomente

<sup>38</sup> Da sich ab circa 100 kN Pressenkraft ein Fließgelenk im Feld gebildet hat, wird bei dem Versuch BV7 nicht die Maximallast verwendet.

<sup>39</sup> Zwar sind in (Dalfré, Barros 2011a) für zwei Versuche der in (Dalfré, Barros 2011b) vorhandenen Lamellendehnungskurven angeben, die Zuordnung zu den einzeln Versuchen wird jedoch aus der Veröffentlichung nicht klar.

<sup>40</sup> Hierbei bedeutet: CA: CFK-Lamelle aufgeklebt; CE: CFK-Lamelle in Schlitze verklebt; SA: Stahllasche aufgeklebt; S = Stützmomentenverstärkung; F: Feldmomentenverstärkung

Quelle	Versuch	Verstärkung <sup>40</sup>	Querschnitt	F	$M_{\rm F, calc, LE}$	M <sub>F,exp</sub>	M <sub>F,calc,NL</sub>	EI <sub>S</sub> /EI <sub>F</sub>
	-	-	-	kN	kNm	kNm	kNm	-
	NS_F2	CE; S	Platte	42,7	16,0	18,2	18,0	0,53
	NS_F3	CE; S	Platte	40,7	15,3	17,6	17,5	0,48
	NS_F4	CE; S	Platte	38,7	14,5	17,0	16,4	0,53
	NB_F2	CE; S	Balken	162,7	61,0	76,1	74,7	0,27
(El-	B2	CA; S	Plattenbalken	78,3	26,3	22,4	22,8	1,79
Ghandour et	B3	CA; F	Plattenbalken	85,0	28,6	26,0	26,5	1,36
al. 2005)	B5	CA; F	Plattenbalken	83,3	28,0	24,8	26,3	1,31
	B6	CA; F	Plattenbalken	93,3	31,4	28,4	29,5	1,30

Die Ergebnisse der Berechnung aus Tabelle 5.9 sind in Bild 5.27 gegenübergestellt.



**Bild 5.27:** Vergleich der in den Versuchen an Zweifeldträgern aus der Literatur gemessenen Feldmomente mit den berechneten Feldmomenten

Man erkennt zunächst, dass die aufgetretenen Schnittgrößen mit dem Verfahren nach Abschnitt 5.3.2 gut beschrieben werden können und dass es aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten der Stütz- und Feldquerschnitte in den betrachtet Versuche zu einer Momentenumlagerung bis zu 25 % kam.

Allerdings gilt dieser Vergleich nur bis zu dem Zeitpunkt, wo weder große Entkopplungen noch ein Fließen der Bewehrung stattgefunden hat. So haben die Versuche von (Liu et al. 2006) gezeigt, dass es nach einer großen bereichsweisen Entkopplung der aufgeklebten Bewehrung im Stützmomentenbereich aufgrund der Systemreserven im Feld zu einer weiteren erheblichen Umlagerung der Momente in das Feld kam. In den Versuchen von (El-Ghandour et al. 2005) fand nach dem Fließen der Bewehrung im Feld auch noch mit der im Feld intakten CFK-Lamelle eine erhebliche Umlagerung in das Feld statt. Eine genaue Betrachtung der Kräfte im Bruchzustand kann somit mit dem Verfahren nach Abschnitt 5.3.2 dort nicht gewährleistet werden. sondern es müssen zum Beispiel nichtlineare Systemanalysen mit den wirklichen Verbundeigenschaften und Fließgrenzen durchgeführt werden, was jedoch aufgrund der komplexen Modellierung und des erheblichen Rechenaufwandes der materiell nichtlinearen Berechnungen nur im Bereich der Forschung sinnvoll angewendet werden kann. Alternativ kann vereinfacht davon ausgegangen werden, dass nach einer bereichsweisen Entkopplung die Lamellen nicht mehr wirksam sind. Für den Fall des Fließens der Betonstahlbewehrung kann im Fall eines unverstärkten Querschnittes von einem Fließgelenk ausgegangen werden. Im Falle des Fließens der Betonstahlbewehrung beim verstärkten Querschnitt können die Schnittgrößen ab diesem Zeitpunkt mit dem Verfahren nach Abschnitt 5.3.2 und einer reduzierten Steifigkeit des verstärkten Querschnittes im Zustand III berechnet werden. Bei der Ermittlung der Steifigkeit des verstärkten Querschnittes im Zustand III kann der Verformungsmodul des Betonstahls im Fließen näherungsweise zu 10 % des E-Moduls gesetzt werden. Dies haben unter anderem die Verformungsnachrechnungen von Versuchen an verstärkten Querschnitten von (Haikala 2011) gezeigt.

## 5.4 Interaktion mit der Querkraft

#### 5.4.1 Interaktion zwischen Biegung und Querkraft

In einem auf Querkraft beanspruchten Bauteilabschnitt werden die Kräfte des Zug- und Druckgurtes eines gerissenen Bauteils aufgrund der Querkraft beeinflusst. Auf Grundlage der Fachwerkanalogie werden bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung die Kraft des Zuggurtes durch die Querkraft erhöht und die Kraft des Druckgurtes vermindert. Dieser Zusammenhang ist in Bild 5.28 dargestellt.



**Bild 5.28:** Gurtkräfte eines auf Querkraft beanspruchten gerissenen Bauteilabschnittes in Anlehnung an (König et al. 2008)

Nach Bild 5.28 werden die Zug- und Druckkräfte des Fachwerkes wie folgt verändert:

$$\Delta F_{\rm c} = -\frac{V}{2} \cdot \left(\cot\theta - \cot\alpha\right) \tag{5.33}$$

$$\Delta F_{\rm t} = \frac{V}{2} \cdot \left(\cot\theta - \cot\alpha\right) \tag{5.34}$$

Wie aus den Gleichungen (5.33) und (5.34) ersichtlich, ist die Veränderung der Zugkraft im Wesentlichen von der Druckstrebenneigung 0 abhängig. Bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung ergibt sich diese für den Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit aus Abschnitt 4.8. Für Bauteile ohne Querkraftbewehrung schlägt (Zehetmaier 2006) auf Grundlage der Untersuchungen von (Reineck 1999)  $\cot \theta = 1.16$  vor. Allerdings gelten diese Winkel nur für den Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit und bilden sich erst sukzessive mit dem Schubrisswachstum aus. Dies hat zur Folge, dass eine Betrachtung mit dem Winkel aus der Querkraftbemessung im Regelfall zu einer auf der sicheren Seite liegenden Überschätzung der Gurtkräfte führt. Eine genaue Abschätzung der Gurtkräfte müsste also durch eine durchgehende Modellierung der Querkrafttragmechanismen, wie es zum Beispiel (Reineck 1990), (Fischer 1997) und (Görtz 2004) machten, erfolgen. Dies müsste dann wiederum mit den anderen Nachweisen für Biegung und Verbund verknüpft werden. Da jedoch alle diese Berechnungen mehrfache Iterationen und einen erheblichen Modellierungsaufwand mit sich bringen würden, ist eine solche Berechnung im Rahmen einer Bemessung und der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Nachrechnung von auf Biegung verstärkten Bauteilversuchen nicht zielführend. Im Rahmen dieser Arbeit wird deshalb mit dem vorgeschlagenen Druckstrebenwinkel die zusätzliche Zugstrebenkraft nach Gleichung (5.34) ermittelt. Die zusätzlich auf die Bewehrungsstränge entfallende Zugkraft kann dann vereinfacht nach (Zehetmaier 2006) gemäß den Gleichungen (5.35) und (5.36) bestimmt werden.

$$\Delta F_{\rm L} = \frac{V}{2} \cdot \left(\cot\theta - \cot\alpha\right) \cdot \frac{F_{\rm L}}{F_{\rm L} + F_{\rm s}}$$
(5.35)

$$\Delta F_{\rm s} = \frac{V}{2} \cdot \left(\cot\theta - \cot\alpha\right) \cdot \frac{F_{\rm s}}{F_{\rm L} + F_{\rm s}}$$
(5.36)

Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Gesamtzugkraft in der Bewehrung gemäß Bild 5.28 nicht größer werden kann, als diese sich am Momentenmaximum aufgrund der Biegung ( $M_{max}/z_m$ ) ergibt. Im Allgemeinen wird im Rahmen einer Bemessung die Veränderung der Zuggurtkraft durch die Ermittlung des Momentes im Abstand des Versatzmaßes  $a_1$  erfasst. Dieses ergibt sich vereinfacht gemäß der (DIN EN 1992-1-1:2011) zu Gleichung (5.37).

$$a_1 = \frac{z}{2} \cdot \left(\cot\theta - \cot\alpha\right) \tag{5.37}$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird dieses Versatzmaß mit dem Druckstrebenwinkel nach Abschnitt 4.8.3.1 verwendet. Für Bauteile ohne Querkraftbewehrung wird im Gegensatz zu (DIN EN 1992-1-1:2011) ebenfalls die Gleichung (5.37) mit einem Druckstrebenwinkel von  $\cot \theta = 1,16$  verwendet. Dieses Versatzmaß entspricht demzufolge circa der Hälfte der Bauteilhöhe und somit circa der Hälfte des in der (DIN EN 1992-1-1:2011) vorgeschlagenen Versatzmaßes für Bauteile ohne Querkraftbewehrung.

## 5.4.2 Einfluss von Querkraftrissversätzen

## 5.4.2.1 Allgemeines

Bei der Verstärkung von Betonbauteilen mit aufgeklebter Bewehrung kann es aufgrund von hohen Querkräften zu einer frühzeitigen Entkopplung der aufgeklebten Bewehrung an Querkraftrissen kommen. Betrachtet man zum Beispiel ein Bauteil im querkraftbeanspruchten Bereich, wie es in Bild 5.29 dargestellt ist, so erkennt man vier Traganteile, welche zur Querkrafttragtragfähigkeit des Bauteiles beitragen:

- Die Druckzone
- Die Rissreibung, durch die die Druckspannungen über den Schrägriss hinweg übertragen werden können, was dazu führt, dass die Druckstrebenneigung geringer ist als die Rissneigung, wie es Bild 5.29 zeigt
- Die Dübeltragwirkung der Zugbewehrung
- Die Querkraftbewehrung

Für die Aktivierung der Tragwirkungen der Dübelwirkung, der Rissverzahung sowie der Querkraftbewehrung ist die Verschiebung der Rissufer in schräg zur Bauteilachse verlaufenden Schubrissen erforderlich. Diese auftretenden Rissuferverschiebungen in der Zugzone hängen im Wesentlichen von dem Dehnungszustand des Steges ab. Dieser wird von mehreren Anteilen bestimmt. Die Längsdehnung infolge reiner Biegung erzeugt nur eine Rissöffnung w und die vertikale Dehnung infolge der Querkraft erzeugt nur einen Rissversatz v.



**Bild 5.29:** Aufgrund der Querkrafttragwirkungen auftretende Rissverätze in Anlehnung an (Neubauer 2000) und Entkopplung am Rissversatz des Versuches QVBA3-2

Die für die Querkraftabtragung notwendige Verschiebung der Rissufer gegeneinander führt zu vertikalen Versätzen an der Bauteiloberfläche. Durch die Biegesteifigkeit der geklebten Bewehrung entstehen an den Rissflanken Zug- und Druckspannungen senkrecht zur Klebefuge. Diese auftretenden Zugspannungen können die Ablösung der geklebten Bewehrung begünstigen. Eine solche Entkopplung wurde in einigen Versuchen kurz vor der Gesamtentkopplung beobachtet.

Für den Beginn des Abschälens sind in Bild 5.30 an einem Zwischenrisselement die vorhandenen Spannungen eingezeichnet. Die Verbundspannung  $\tau_L$  ist an dieser Stelle, falls noch keine bereichsweise Entkopplung stattgefunden hat, maximal. Ebenfalls wird aufgrund des Querkraftrissversatzes die senkrecht zur Klebschicht wirkende Normalspannung  $\sigma_N$  minimal. Aus Bild 5.30 ist ersichtlich, dass sich das Maximum der Verbundspannungen und das Maximum der Zugnormalspannung am gleichen Ort befinden, was zu einer sehr ungünstigen Kombination führt.





Im Folgenden wird ein Modell zur Berücksichtigung des Einflusses von Querkraftrissversätzen auf die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement vorgestellt. Dazu wird zunächst in Abschnitt 5.4.2.2 die Modellbildung zur Veränderung der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement dargestellt. In Abschnitt 5.4.2.3 wird darauffolgend auf experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Verändertung der Verbundkraftübertragung am idealisierten Zwischenrisselement von (Schilde 2005) eingegangen. In Abschnitt 5.4.2.4 wird dann aufgrund von Parameterstudien die Bedeutung des Einflusses von Querkraftrissversätzen auf die Verbundkraftübertragung untersucht. Auf Grundlage dieser Parameterstudien wird in Abschnitt 5.4.2.5 ein vereinfachtes Bemessungsmodell vorgeschlagen.

# 5.4.2.2 Modellbildung

## Allgemeines

Im Rahmen der hier durchgeführten Modellbildung zur Simulation des Einflusses von Querkraftrissversätzen auf die Verbundkraftübertragung wird der Ablauf gemäß Bild 5.31 angenommen.



**Bild 5.31:** Prinzipielles Vorgehen bei der Modellbildung zur Simulation des Einflusses von Querkraftrissversätzen auf die Verbundkraftübertragung

Dabei wird davon ausgegangen, dass an einem Querkraftriss aufgrund der im Vorherigen erläuterten Querkrafttragmechanismen ein Rissversatz entsteht. Der Rissversatz verursacht eine Zugkraft normal zur Klebefläche der aufgeklebten Bewehrung. Die Zugkräfte führen dann zu einer Zugspannung normal zur Klebefläche, welche eine Veränderung der Verbundspannungsschlupfbeziehung bewirkt. Diese veränderte Verbundspannungsschlupfbeziehung bewirkt wiederum eine Veränderung der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement. Im Folgenden wird auf die Modellbildung der in Bild 5.31 dargestellten einzelnen Schritte zur Gesamtmodellbildung eingegangen. Wie aus Bild 5.31 zu erkennen ist, wurde auch von (Schilde 2005) der Querkraftrissversatz untersucht. Allerdings beschränken sich die Untersuchungen auf die experimentelle und empirische Beschreibung eines auftretenden Versatzes in Form einer geneigten Kraft am idealisierten Zwischenrisselement.

# Querkraftrisse<sup>41</sup>

Zur Aktivierung einiger Querkrafttragmechanismen sowie der Querkraftbewehrung ist die Entstehung von Schubrissen notwendig. Im Rahmen der Modellierung wird angenommen, dass die Querkraftrisse als eine Erweiterung der bereits bestehenden Biegerisse entstehen. Der Biegeriss wird sich bereits an der Stelle ausgebildet haben, an der die lokale Spannung in der unteren Betonfaser die lokale Betonzugfestigkeit als erstes überschritten hat. Da die lokale Streuung der Betonzugfestigkeit nicht durch die Belastung und Rissbildung verändert wird und da sich aufgrund von Bewehrungsstößen, -abstufungen und Bügelbewehrung vorhandene Spannungsspitzen in der unteren Betonfaser zu Beginn des Querkraftrisswachtums sich durch die allmählich ansteigende Querkraft nur geringfügig ändern werden, wird der Querkraftriss als eine Verlängerung eines Biegerisses entstehen. Somit scheint diese Annahme im Wesentlichen, bis auf einige Sonderfälle, das wirkliche Bauteilverhalten zu beschreiben. Die Annahme, dass die Querkraftrisse als eine Erweiterung der bereits bestehenden Biegerisse entstehen, zeigten auch die Querkraftversuche in Abschnitt 3.6 bzw. die genaue Versuchsbeschreibungen in (Zilch et al. 2012a) und (Zilch et al. 2012c).

Somit können im Rahmen der Modellierung die Rissabstände für die Verbundkraftübertragung beibehalten werden und es kommt nicht zur Bildung von neuen Zwischenrisselementen.

#### Rissversatz<sup>41</sup>

Im Rahmen der Modellbildung wird der Rissversatz gemäß Abschnitt 4.8.3.2 bestimmt. In diesem Abschnitt wird davon ausgegangen, dass es im Wesentlichen nur bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung zu einem nennenswerten Rissversatz vor dem Erreichen der Tragfähigkeit kommt. Die Rissversätze aufgrund der Querkraft werden in Abschnitt 4.8.3.2 nach (Kirmair 1987) bestimmt. Jedoch wird hier davon ausgegangen, dass sich erst ab dem Überschreiten der minimalen Querkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) bzw. (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) Gleichung (6.2b) (vgl. auch Abschnitt 4.8.2.1) Querkraftrisse und somit auch Rissversätze ausbilden.

## Zugkraft normal zur Klebefläche

Aufgrund der Vertikalverschiebung am Querkraftriss kommt es zu einer Zugkraft normal zur Klebefläche, welche näherungsweise nach der Modellvorstellung gemäß Bild 5.32 bestimmt werden kann.



**Bild 5.32:** Modellvorstellung zur Bestimmung der Zugkraft normal zur Klebefläche aufgrund der Vertikalverschiebung am Querkraftriss<sup>42</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Die Modellierung der Querkraftrisse sowie der Rissversätze gilt im Wesentlichen für Reckteckquerschnitte und Plattenbalkenquerschnitte. Bei Bauteilen mit einem Zugflansch ist die Annahme, dass die Schubrisse sich als Verlängerung der Biegerisse ausbilden nicht gegeben. Desweitern führt die höhere Steifigkeit des Zugflansches zu einer Reduktion der Querkraftrissversätze, welche im Modell nicht berücksichtigt sind.

In Bild 5.32 wird davon ausgegangen, dass die aufgeklebte Bewehrung an den Bereichen, wo der Verbund noch intakt ist, biegesteif eingespannt ist. Im Bereich der Rissöffnung sowie der bereits entkoppelten Verbundlänge wirkt die Lamelle als eingespannter Einfeldträger mit ihrer Biegesteifigkeit. Die Zugkraft kann somit über das Verschiebungsgrößenverfahren (vgl. z.B. Hirschfeld 2007) über Gleichung (5.38) bestimmt werden.

$$F_{\mathrm{LN},v} = \frac{12 \cdot E_{\mathrm{L}} \cdot I_{\mathrm{L}}}{\left(s_{\mathrm{r}\,\mathrm{ent}} + w\right)^{3}} \cdot v = \frac{E_{\mathrm{L}} \cdot t_{\mathrm{L}}^{3} \cdot b_{\mathrm{L}}}{\left(s_{\mathrm{r}\,\mathrm{ent}} + w\right)^{3}} \cdot v \tag{5.38}$$

Die bereits entkoppelte Verbundlänge  $s_{r,ent}$  kann dabei nach Abschnitt 4.3.3 bestimmt werden, da im Grenzzustand der Tragfähigkeit nur noch die effektiv wirkende Risselementlänge  $s_{r,eff}$  für die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement benötigt wird und eine Entkopplung bis zu dieser Länge stattfinden kann und sich somit die Zugkraft normal zur Klebefläche  $F_{LN,v}$  durch eine Entkopplung bis zu dieser Länge reduzieren kann. Da im Rahmen der Bestimmung des Querkraftrissversatzes in Abschnitt 4.8.3.2 eine Neigung des Risses von 45° angenommen wurde, kann auch bei der Gleichung (5.38) die Rissbreite *w* vereinfacht gleich dem Rissversatz *v* gesetzt werden. Diese Annahme trifft nur exakt zu wenn die Bauteilhöhe der Risselementlänge entspricht. Eine im Regelfall größere Bauteilhöhe als die Risselementlänge führt hierbei zu einem kleineren Rissversatz. Somit stellt diese Annahme eine Abschätzung auf der sicher liegenden Seite dar.

Die bereits entkoppelte Verbundlänge  $s_{r,ent}$  ist in diesem Zusammenhang jedoch eher in dem Sinn eines gestörten Bereiches anzusehen. Geht man davon aus, dass bei der Rissbildung jeweils ein sogenanntes repräsentatives Volumenelement gemäß Abschnitt 4.3.2.2 gestört wird, so ergibt sich links und rechts vom Riss jeweils ein halbes gestörtes Risselement, welches eine gewisse Schädigung erhält und somit zu der Stützweite nach Bild 5.32 beiträgt. Unter der Annahme eines 8 mm Größtkorns muss die entkoppelte Verbundlänge  $s_{r,ent}$  in diesem Zusammenhang folglich mindestens 32 mm betragen.

$$s_{\rm r,ent} \ge 0.5 \cdot d_{\rm RVE} \approx 32 \text{ mm}$$
(5.39)

#### Zugspannung normal zur Klebefläche

Aufgrund der im Vorherigen ermittelten Zugkraft kommt es am Rissufer der aufgeklebten Bewehrung zu Zugspannungen normal zur Klebefläche, wie dies Bild 5.33 exemplarisch für ein Zwischenrisselement zeigt.



#### **Bild 5.33:** Auftretende Zugspannungen normal zur Klebefläche am Rissufer aufgrund des Querkraftrissversatzes

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> Aus Gleichgewichtsgründen tritt die abhebende Kraft auf die Lamelle an dem einen Rissufer als anpressende Kraft auf die Lamelle an dem anderen Rissufer auf. Dieser günstig wirkende Effekt wird im Rahmen der hier durchgeführten Modellierung vernachlässigt, da nicht zwangsläufig davon ausgegangen werden kann, dass ein gleich großer Rissversatz auch an dem nächsten Riss eintritt und diese Kraft somit auf das gleiche Zwischenrisselement positiv wirkt.

Die auftretende Zugspannung ist neben der einwirkenden Zugkraft abhängig von den Abmessungen der aufgeklebten Bewehrung, der Steifigkeit sowie der Verformbarkeit des Betonuntergrundes. Vereinfacht kann die auftretende Zugspannung über die elastische Bettung der aufgeklebten Bewehrung bestimmt werden. Dazu wird ein elastisch gebetteter Balken angenommen, bei welchem die Bettung dem Elastizitätsmodul des Betons entspricht. Diese Annahme liegt auf der sicheren Seite, da die Bettung aufgrund des geringen Elastizitätsmoduls des Klebstoffes in Wirklichkeit etwas weicher ist. Diese höhere Bettungssteifigkeit führt somit zu größeren lokalen Pressungen, welche den Zugspannungen normal zur Klebefläche entsprechen. Die lokale Pressung wird vereinfacht über einen unendlich langen, elastisch gebetteten Balken unter Einzellast gemäß (Zimmermann 1888) bestimmt (vgl. z.B. Hahn 1985). Die lokale Pressung ergibt sich somit zu Gleichung (5.40):

$$\sigma_{\rm N}(x) = \frac{a \cdot F_{\rm LN,v}}{2 \cdot b_{\rm I}} \cdot \frac{\cos(a \cdot x) + \sin(a \cdot x)}{\exp(a \cdot x)}$$
(5.40)

Der Parameter *a* kann dabei in Abhängigkeit der Steifigkeit der aufgeklebten Bewehrung und des E-Moduls des Betons mit Gleichung (5.41) bestimmt werden.

$$a = 4 \sqrt{\frac{E_{\rm c}}{4 \cdot E_{\rm L} \cdot I_{\rm L}}} \tag{5.41}$$

Mit dem Zusammenhang aus den Gleichungen (5.38) und (5.40) kann nun die Zugspannung normal zur Klebefläche bestimmt werden. Für eine Stahllasche und eine CFK-Lamelle ergibt sich exemplarisch die Zugspannung in Bild 5.34. Die Rissabstände wurden hierbei für die Stahllasche und die CFK-Lamelle so gewählt, dass die maximale Zugspannung für beide Systeme in einem ähnlichen Spektrum ist.





Aus Bild 5.34 ist zu erkennen, dass die deutlich steifere Stahllasche die Zugspannungen über eine größere Länge verteilt, jedoch aufgrund des Zusammenhanges aus Gleichung (5.38) insgesamt größere Zugkräfte abbauen muss.

Da, wie aus Bild 5.34 ersichtlich die Zugspannungen sehr lokal auftreten, wird im Rahmen der weiteren Modellierung die Zugspannung verschmiert unter der Annahme einer Lastausbreitung von 45° mit Gleichung (5.42) betrachtet.

$$\sigma_{\rm LN,v} = \frac{\sigma_{\rm N}(0) + \sigma_{\rm N}(0, 5 \cdot b_{\rm L})}{2}$$
(5.42)

Dies ist als Vereinfachung nötig, da ansonsten die Verbundspannungsschlupfbeziehung in jedem Punkt des Risselementes anders bestimmt werden muss. Die Vereinfachung erscheint gerechtfertigt, da eine lokale Zugspannungsspitze wie am Anfang des Rissufers zu einer lokal begrenzten Entkopplung führt, was wiederum zu einer Reduktion der Zugkraft gemäß Gleichung (5.38) führt.

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Der negative Spannung normal zur Klebefläche, welche eine Anpresskraft darstellt, ergibt sich aus der Berechnung am elastisch gebeten Balken (Gleichung (5.40)).

## Veränderung der Verbundspannungsschlupfbeziehung

Aufgrund der Zugspannungen wird die Verbundspannungsschlupfbeziehung verändert. Die Zugspannungen führen zu einer Reduktion der maximalen Verbundbruchspannung  $\tau_{L1}$  sowie der aufnehmbaren Reibverbundspannungen und des Anteils der Krümmung, wie dies Bild 5.35 zeigt. Durch diese Reduktionen wird auch die Schlupfgröße  $s_{L0}$  verändert.



# **Bild 5.35:** Veränderung der Verbundspannungsschlupfbeziehung am Zwischenrisselement aufgrund der auftretenden Zugspannungen normal zur Klebefläche

Die Reduktion der Größen hängt wie das Verbundspannungsmaximum mit der Frage der Scherfestigkeit des Betons zusammen. Für diese umfangreich diskutierte Frage existiert eine Vielzahl von Hypothesen (vgl. z.B. Kupfer 1973; Eibl, Ivanyi 1976). Im Weiteren wird die Formulierung der Hüllparabel für das Mohrsche Bruchkriterium gemäß (Leon 1935) verwendet, wie diese im Rahmen der Modellierung der Auswirkung eines aktiven Anpressdrucks in (Zilch, Zehetmaier 2003) für die aufgeklebte Bewehrung angepasst wurde. Die Reduktion der gesamten Verbundspannungsschlupfbeziehung aufgrund der Zugspannungen am Zwischenrisselement normal zur Klebfläche aufgrund des Querkraftrissversatzes ergibt sich somit zu Gleichung (5.43).

$$\tau_{\text{LN},v}(s_{\text{L}}) = \tau_{\text{L}}(s_{\text{L}}) \cdot \sqrt{1 - c \cdot \frac{\sigma_{\text{LN},v}}{f_{\text{ctm,surf}}}}$$
(5.43)

In dieser Gleichung dient der Faktor *c* gemäß (Zilch, Zehetmaier 2003) zur Anpassung des Mohrschen Bruchkriteriums an den Verbund der aufgeklebten Bewehrung. Dieser Faktor wird von (Zilch, Zehetmaier 2003) an eigenen Versuchen mit aktivem Anpressdruck und den Versuchen von (Pichler 1993) bzw. (Pichler, Wicke 1994) zu *c* = 2,7 ermittelt. Dieser wird ebenfalls für die Betrachtung der Zugspannung angenommen, jedoch existieren derzeit keine Ergebnisse aus Versuchen, bei denen der Klebeverbund mit konstanter Zugspannung normal zur Klebefläche beansprucht wurde, wodurch diese Annahme derzeit nicht experimentell bestätigt werden kann.

## Veränderung der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement

Die Veränderung der Verbundspannungsschlupfbeziehung wirkt sich auf die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement aus. Da die Modellierung der Verbundspannungsschlupfbeziehung gemäß Bild 5.35 im vorherigen Abschnitt zahlreiche Fallunterscheidungen notwendig macht und die Ermittlung der Zugkraft normal zur Klebefläche aufgrund der Abhängigkeit der entkoppelten Verbundlänge  $s_{r,ent}$  ein iteratives Vorgehen erfordert, können keine zusammenhängenden Gleichungen für die aufnehmbare Lamellenspannungsänderung, wie es zum Beispiel für den Krümmungseinfluss der Fall ist, angegeben werden. Die aufnehmbare Lamellenspannungsänderung muss gemäß Abschnitt 4.3.3 und Abschnitt 5.1.3 mit den abgeminderten Größen gemäß Bild 5.35 durchgeführt werden. Für ein mit CFK-Lamellen verstärktes Bauteil mit der Höhe von 400 mm unter einem konstanten Rissversatz der Größe von 0,2 mm ergibt sich das Bild 5.36. In diesem Bild ist neben der aufnehmbaren Lamellenspannungsänderung mit Rissversatz, welche sich aus den Anteilen aus dem bilinearen Ansatz der Reibung sowie der Krümmung ergibt, auch die aufnehmbare Lamellenspannungsänderung ohne Rissversatz dargestellt.



**Bild 5.36:** Aufnehmbare Lamellenspannungsänderung am Zwischenrisselement für eine CFK-Lamelle für den Fall eines konstanten Rissversatzes und für den Fall ohne Rissversatz

Aus Bild 5.36 lässt sich erkennen, dass unter Annahme eines konstanten Rissversatzes, dieser nur einen Einfluss bis zu einem Lamellengrundspannung von  $\sigma_L \approx 400 \text{ N/mm}^2$  hat, darüber sind die Kurven aufgrund der längeren, bereits entkoppelten Verbundlänge nahezu deckungsgleich. Unter einem Lamellengrundspannung von  $\sigma_L \approx 150 \text{ N/mm}^2$  können keine bzw. nur sehr geringe Lamellenspannungensänderungen über den Verbund übertragen werden, was daran liegt, dass keine bzw. nur eine sehr kurze bereits entkoppelte Länge am Zwischenrisselement vorhanden ist, was zu einer sehr großen Zugkraft normal zur Klebefläche gemäß der hier durchgeführten Modellierung führt. Die Annahme, dass die Lamelle bei dem Nichtvorhandensein einer bereits entkoppelten Länge wie ein eingespannter Träger über die Rissbreite wirkt, liegt wahrscheinlich stark auf der sicheren Seite.

Wie in den vorherigen Abschnitten ersichtlich war, hängen die Zugkräfte und Zugspannungen, welche sich aufgrund des Rissversatzes normal zur Klebefläche ergeben, stark von der Steifigkeit der aufgeklebten Bewehrung ab. Aus diesem Grund wird in Bild 5.37 die Beziehung am Zwischenrisselement, wie sie in Bild 5.36 für eine CFK-Lamelle dargestellt wurde, nochmals für eine sehr steife Stahllasche mit der Dicke von 15 mm dargestellt.



**Bild 5.37:** Aufnehmbare Lamellenspannungsänderung am Zwischenrisselement für eine Stahllasche für den Fall eines konstanten Rissversatzes und für den Fall ohne Rissversatz

Aus dem Bild 5.37 ist ersichtlich, dass die Rissversätze aufgrund der längeren Eintragungslängen der höheren Steifigkeit bei Stahllaschen einen erheblich größeren Einfluss als bei den biegeweichen CFK-Lamellen haben.

Die Annahme eines konstanten Rissversatzes wird im Rahmen einer Betrachtung des Bauteils nicht zutreffen. Aus diesem Grund ist in Bild 5.38 für eine CFK-Lamelle (links) und eine Stahllasche (rechts) die aufnehmbare Lamellenspannungsänderung mit einem ansteigenden Rissversatz dargestellt.



**Bild 5.38:** Aufnehmbare Lamellenspannungsänderung am Zwischenrisselement für eine CFK-Lamelle (links) sowie für eine Stahllasche (rechts) für den Fall eines ansteigenden Rissversatzes

Auch in Bild 5.38 ist, wie bereits im Vorherigen, ersichtlich, dass der Rissversatz bei mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen einen deutlich geringeren Einfluss als bei mit steifen Stahllaschen verstärkten Stahllaschen hat. In Bild 5.38 hat der ansteigende Rissversatz für die Verbundkraftübertragung der CFK-Lamelle sogar nahezu gar keinen Einfluss.

## 5.4.2.3 Beurteilung der Untersuchungen von (Seim, Schilde 2004)

## Allgemeines

(Seim, Schilde 2004) führen, neben zahlreichen Versuchen am idealisiert ebenen Zwischenrisselement, auch Versuche an Zwischenrisselementen durch, bei welchen sie durch eine Umlenkung der CFK-Lamelle einen Rissversatz simulieren. Der Versuchsaufbau ist in Bild 5.39 dargestellt.



**Bild 5.39:** Versuchsaufbau nach (Seim, Schilde 2004) zur Simulation eines Rissuferversatzes am Zwischenrisselement, entnommen aus (Seim, Schilde 2004)

Ihre Versuche führten sie mit CFK-Lamellen der Abmessungen 50 mm x 1,2 mm durch, welche einen E-Modul von 188 kN/mm<sup>2</sup> hatten. Die Betonkörper, an welchen die CFK-Lamellen verklebt wurden, entstammten aus verschiedenen Betonierserien und hatten leicht unterschiedliche Festigkeiten. Bei allen Versuchen wurde ein Beton mit einem 16 mm Größtkorn verwendet. Zur Steuerung der Versuche brachten sie zunächst mit den Hydraulikzylindern  $F_1$  und  $F_2$  jeweils die gleiche Kraft auf, bis ihre gewünschte Lamellengrundspannung erreicht war. Danach brachten sie mit den Schrauben am Umlenkrahmen einen Rissversatz auf und steigerten die Kraft im Hydraulikzylinder  $F_1$  bis es zu einer vollständigen Verbundentkopplung kam, wobei sie die Kraft im Hydraulikzylinder  $F_2$  konstant bei der Lamellengrundspannung ließen. Einen Überblick über die Ergebnisse der Versuche von (Seim, Schilde 2004) an Zwischenrisselementen mit Rissuferversatz gibt Tabelle 5.10.

 Tabelle 5.10:
 Ergebnisse der Versuche von (Seim, Schilde 2004) an Zwischenrisselementen mit Rissuferversatz

Versuch	Versatzneigung	Last	Last	Spannung	Spannung	$f_{ m c,cube}$	$f_{\rm ctm, surf}$
	v/w	$F_{2}/2$	$(F_1 - F_2)/2$	$\sigma_{\! m L}$	$\Delta\sigma_{ m L}$		
-	mm/mm	kN	kN	N/mm²	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
END 6-1	0,080	0,0	13,2	0,0	220,0	2,8	32,4
END 6-2	0,020	0,0	36,1	0,0	601,7	2,8	32,4
ZRE 6-1	0,020	43,0	15,2	716,7	253,3	2,8	32,4
ZRE 6-2	0,033	41,9	15,1	698,3	251,7	2,8	32,4
ZRE 6-3	0,033	39,8	8,4	663,3	140,0	2,8	32,4
ZRE 6-4	0,020	52,5	15,2	875,0	253,3	2,8	32,4
ZRE 6-5	0,033	50,5	7,4	841,7	123,3	2,8	32,4
ZRE 6-6	0,020	59,6	4,9	993,3	81,7	2,8	32,4
ZRE 7-1	0,020	61,0	9,5	1016,7	158,3	2,4	28,0
ZRE 7-2	0,020	71,3	13,0	1188,3	216,7	2,4	28,0
ZRE 7-3	0,020	81,9	5,1	1365,0	85,0	2,4	28,0
ZRE 7-4	0,033	70,8	3,0	1180,0	50,0	2,4	28,0
ZRE 7-5	0,033	60,3	10,5	1005,0	175,0	2,4	28,0
ZRE 7-6	0,020	60,9	14,3	1015,0	238,3	2,4	28,0
ZRE 7-7	0,047	41,0	6,7	683,3	111,7	2,4	28,0
ZRE 7-8	0,047	50,7	7,2	845,0	120,0	2,4	28,0

Versuch	Versatzneigung	Last	Last	Spannung	Spannung	$f_{ m c,cube}$	$f_{\rm ctm, surf}$
	v/w	$F_{2}/2$	$(F_1 - F_2)/2$	$\sigma_{\! m L}$	$\Delta\sigma_{ m L}$		
-	mm/mm	kN	kN	N/mm²	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
ZRE 8-1	0,047	38,2	0,0	636,7	0,0	2,4	29,4
ZRE 8-2	0,047	60,2	4,1	1003,3	68,3	2,4	29,4
ZRE 8-3	0,033	60,5	13,1	1008,3	218,3	2,4	29,4
ZRE 8-4	0,033	60,5	13,0	1008,3	216,7	2,4	29,4
ZRE 8-5	0,033	42,7	13,3	711,7	221,7	2,4	29,4
ZRE 8-6	0,033	50,6	9,2	843,3	153,3	2,4	29,4
ZRE 8-7	0,033	70,6	3,2	1176,7	53,3	2,4	29,4
ZRE 8-8	0,033	51,4	15,7	856,7	261,7	2,4	29,4
ZRE 9-1	0,047	40,2	2,8	670,0	46,7	2,5	31,6
ZRE 9-2	0,047	50,6	4,2	843,3	70,0	2,5	31,6
ZRE 9-3	0,047	60,5	3,8	1008,3	63,3	2,5	31,6
ZRE 9-4	0,047	41,0	2,3	683,3	38,3	2,5	31,6
ZRE 9-5	0,047	41,7	0,0	695,0	0,0	2,5	31,6
ZRE 9-6	0,047	40,3	5,8	671,7	96,7	2,5	31,6
ZRE 9-7	0,047	50,0	7,3	833,3	121,7	2,5	31,6
ZRE 9-8	0,047	59,9	6,2	998,3	103,3	2,5	31,6

## Modellbildung (Schilde 2005)

(Schilde 2005) untersucht auf Grundlage der in (Seim, Schilde 2004) durchgeführten Versuche den Einfluss des Rissuferversatzes auf die Verbundkraftübertragung. Er berücksichtigt die Verminderung der Verbundbruchenergie aufgrund der durch die Rissuferneigung auftretenden Zugspannungen normal zur Klebefläche durch die Unterteilung der Verbundbruchenergie in ein Modus 1 und Modus 2 Versagen.

$$G_{\rm F} = G_{\rm F,I} + G_{\rm F,II} \tag{5.44}$$

Der Modus 2 beschreibt hier nach (Neubauer 2000) das Abscheren der aufgeklebten Bewehrung, wie es im ideal ebenen Endverankerungskörper auftritt. Der Modus 1 beschreibt das Abziehen der Lamelle normal zur Klebefläche. Zur Verbundkraftübertragung kann folglich nur der Modus 2 herangezogen werden. Die Aufteilung der Verbundbruchenergie des Modus 1  $G_{\rm F,I}$  und des Modus 2  $G_{\rm F,II}$  in Abhängigkeit der Rissuferneigung leitet er aus den Versuchen her. Die Aufteilungen dieser Verbundbruchenergien sind in Bild 5.40 in Abhängigkeit der Rissuferneigung dargestellt.



**Bild 5.40:** Berücksichtigung des Rissversatzes am Zwischenrisselement über die Reduzierung der Verbundbruchenergie nach (Schilde 2005)

Mit dieser modifizierten Verbundbruchenergie kann (Schilde 2005) die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung am Zwischenrisselement in Abhängigkeit der Rissuferneigung, der Risselementlänge sowie der Grundspannung angeben. Dazu modelliert er die Verbundspannungsschlupfbeziehung nach Bild 5.41 nach der Vereinfachung von (Holzenkämpfer 1994) als linear ansteigend. Die Rissuferneigung berücksichtigt er durch eine Reduktion des Grenzschlupfes  $s_{L0}$  sowie einer Reduktion der maximalen Verbundspannung  $\tau_{L1}$ , welche jedoch immer im gleichen Verhältnis zum Grenzschlupf  $s_{L0}$  steht, so dass der Winkel  $\alpha_{bL}$  konstant bleibt.



**Bild 5.41:** Modellierung der Verbundspannungsschlupfbeziehung nach (Schilde 2005) zur Berücksichtigung des Einflusses von Schubrissversätzen

Mit der Vorgabe eines konstanten Rissuferversatzes und der Risselementlänge berechnet (Schilde 2005) die Rissuferneigung über die bereits entkoppelte Länge, welche er mit einem Algorithmus und dem Ansatz von (Neubauer 2000) bestimmt und kann somit über das Bild 5.40 und mithilfe des Ansatzes von (Neubauer 2000) die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung in Abhängigkeit des Rissuferversatzes angeben, wie es beispielhaft in Bild 5.42 dargestellt ist.



**Bild 5.42:** Durch Verbund aufnehmbare Spannung am Zwischenrisselement unter Berücksichtigung des Rissversatzes nach (Schilde 2005)

#### Beurteilung der Untersuchungen von (Seim, Schilde 2004)

Die experimentellen Untersuchungen von (Seim, Schilde 2004) sind zur Beurteilung der Reduktion der Verbundbruchenergie aufgrund der abhebenden Kräfte, die der Versatz am Querkraftriss erzeugt, deutlich besser geeignet als die Rückschlüsse aus den Verschiebungen bei den ideal ebenen Endverankerungsversuchen nach (Neubauer 2000). In Bild 5.43 sind die Lamellenspannungen beim Verbundbruch der Versuche von (Seim, Schilde 2004) zusammen mit dem Verbundansatz nach Abschnitt 4.3 dargestellt. Man erkennt, dass die Versuche hauptsächlich bei einer sehr hohen Lamellengrundspannung durchgeführt worden sind und einer relativ hohen Streuung unterliegen. Aus dem Bild 5.43 ist weiter ersichtlich, dass mit zunehmendem Rissversatz bzw. mit zunehmender Neigung die derzeitigen Ansätze zur Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement unterschritten werden, wobei der rein bilineare Verbundansatz nur von den Versuchen mit sehr großer Neigung unterschritten wird. Dies wird noch deutlicher, wenn man den Mittelwert aus den



Ergebnissen der Versuche mit unterschiedlicher Neigung nochmals den Ansätzen gegenüberstellt, wie dies in Bild 5.44 dargestellt ist.

**Bild 5.43:** Darstellung der Versuchsergebnisse von (Seim, Schilde 2004) an Zwischenrisselementen mit Rissuferversatz bezogen auf den Verbundansatz nach Abschnitt 4.3



**Bild 5.44:** Gegenüberstellung der mittleren Versuchsergebnisse von (Seim, Schilde 2004) an Zwischenrisselementen mit Rissuferversatz mit dem Verbundansatz nach Abschnitt 4.3 in Abhängigkeit der Größe des Rissversatzes

Anhand der Versuchsergebnisse von (Seim, Schilde 2004) lässt sich gut erkennen, dass mit zunehmender Rissneigung die Verbundkraftübertragung nahezu linear abnimmt, wie dies auch die Berechnung in Abschnitt 5.4.2.2 ergibt. Allerdings werden die Versuche im Weiteren nicht für eine Auswertung herangezogen, da die Relativverschiebungen zwischen Beton und Lamelle nicht gemessen worden sind und eine Auswertung über die kontinuierliche Veränderung der Parameter des bilinearen Ansatzes somit nicht nachvollzogen werden kann. Des Weiteren entspricht auch die Steuerung der Versuche nicht der Realität, da sowohl die Lamellengrundkraft am Zwischenrisselement als auch der Rissuferversatz zuerst aufgebracht wurden und erst danach die Lamellenkraftdifferenz aufgebracht wurde. Im Bauteil wird jedoch die Lamellengrundkraft mit der Lamellenkraftdifferenz kontinuierlich ansteigen und sich ab einer gewissen Querkraftbeanspruchung in Abhängigkeit des Querkraftwiderstandes des Querschnittes nach und nach ein Schubrissversatz ausbilden. Gerade bei den auftretenden Spannungen normal zur Klebefläche, wie sie bei dem Schubriss entstehen, kann die Belastungsgeschichte eine erhebliche Rolle spielen. Dies zeigt sich ebenfalls bei der Betrachtung von negativ vorgekrümmten Bauteilen in Abschnitt 5.1.5.2, wo ebenfalls Spannungen normal zur Klebefläche
Die Modellierung von (Schilde 2005), die Verbundbruchenergie aufgrund der Größe des Rissuferversatzes zu wählen, entspricht auch der gewählten Modellierung in Abschnitt 5.4.2.2. Ein Problem der Modellierung von (Schilde 2005) ist, dass sich im Bauteil die Reduktion der Verbundbruchenergie erst ab dem Auftreten des Schubrisses auswirken wird und nicht ab Beginn der Erstbelastung, wie es von (Schilde 2005) modelliert wird. Das Hauptproblem des Modelles von (Schilde 2005) ist jedoch, dass das Verbundverhalten am Zwischenrisselement nicht mit den auftretenden Schubrissversätzen im Bauteil gekoppelt ist und somit nur schwer auf das Bauteil zu übertragen ist.

#### 5.4.2.4 Parametrische Beurteilung des Einflusses der Querkraftrissversätze

Wie aus Abschnitt 5.4.2.2 ersichtlich, ist die Modellbildung zur Berücksichtigung des Querkraftrissversatzes auf die Verbundkraftübertragung sowie die damit verbundene Ermittlung der Querkraftrissversätze in Abschnitt 4.8.3.2 recht aufwändig. Aus diesem Grund wird im Folgenden eine parametrische Analyse des Modelles in Abschnitt 5.4.2.2 durchgeführt, um darauf aufbauend eine vereinfachte Formulierung für die Bemessung anzugeben. Dazu wird ein Zwischenrisselement eines Plattenbalkenquerschnittes, wie es in Bild 5.45 dargestellt ist, betrachtet. Bei diesem Zwischenrisselement werden die Größen, welche in Tabelle 5.11 aufgelistet sind, in den dort angegeben Grenzen variiert.



**Bild 5.45:** Zur parametrischen Analyse betrachtetes Zwischenrisselement mit dem zugehörigen Plattenbalkenquerschnitt

 Tabelle 5.11:
 Betrachtete Parameter zur Untersuchung des Einflusses der Querkraftrissversätze auf die Verbundkraftübertragung

Grenze	$h_{\rm c}$	$b_{\rm w}/h_{\rm c}$	M/Q	s <sub>r</sub>	$ ho_{ m s1}$	$\phi_{\rm sw}$	Sw	$b_{\rm L}/b_{\rm c}$
-	mm	-	-	mm	-	mm	mm	-
Minimum	200	0,1	1	50	0,001	6	20	0,1
Maximum	2000	1	1500	300	0,02	20	300	1

Die weiteren Größen des Querschnittes wurden konstant gewählt, wobei die Breite der Platte als maximal mitwirkende Plattenbreite gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) unter Annahme einer effektiven Stützweite von  $l_0 = 2,0$  m bestimmt wurde. Die parametrische Analyse wurde nur für CFK-Lamellen mit den Eigenschaften  $E_L = 170 \text{ kN/mm}^2$  und  $t_L = 1,4$  mm durchgeführt, um die Parameteranzahl klein zu halten. Bezüglich der Bügelbewehrung wurden zwei Fälle unterschieden:

- Gerippte Bügel mit der Fließgrenze von  $f_{sy,w}$  = 500 N/mm<sup>2</sup>
- Glatte Bügel mit der Fließgrenze von  $f_{sy,w}$  = 240 N/mm<sup>2</sup>

Die Betonfestigkeit wurde ebenfalls konstant zu einem C20/25 gewählt. Die Verbundbeiwerte für die aufgeklebte und einbetonierte Bewehrung wurden gemäß Abschnitt 4.3 und 4.4 gewählt. Die Rissversätze und die Querkrafttragfähigkeit wurden gemäß Abschnitt 4.8.3.2 bestimmt und der Einfluss der Rissversätze auf die Verbundkraftübertragung wurde gemäß Abschnitt 5.4.2.2 modelliert. Die Berechnung erfolgte dabei in mehreren Stufen.

- 1. Bestimmung der Querkraft aufgrund der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement ohne Berücksichtigung der Querkraftrissversätze. Dies ist die Querkraft, bei welcher die aufnehmbare Lamellenspannung  $\Delta \sigma_{LR}$  gleich der Lamellenspannungsänderung  $\Delta \sigma_{LE}$  am Zwischenrisselement ist.
- 2. Falls unter der im Vorherigen ermittelten Querkraft ein Biegeversagen eingetreten ist, wird die Querkraft reduziert, bis die Biegetragfähigkeit erreicht wird.

- 3. Falls diese Querkraft wiederum größer ist, als die maximale Querkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011), wird die Querkraft auf diese Querkrafttragfähigkeit reduziert.
- 4. Bestimmung der aufnehmbaren Lamellenspannung  $\Delta \sigma_{LR}$  ohne und mit Berücksichtigung der Querkraftrissversätze.

Zur parametrischen Analyse des Einflusses der Querkraftrissversätze auf die Verbundkraftübertragung von Bauteilen mit gerippten Bügeln wurden 5000 zufällig ausgewählte Parameterkombination gemäß Tabelle 5.11 untersucht. Das Ergebnis der Berechnung ist in Bild 5.46 dargestellt.

In Bild 5.46 links ist das Verhältnis der am Zwischenrisselement aufnehmbaren Lamellenspannungen aus der Berechnung ohne und mit Berücksichtigung der Querkraftrissversätze über die vorhandene Bügelspannung dargestellt. In Bild 5.46 rechts ist das Verhältnis über den Ausnutzungsgrad der Druckstrebe ( $V_{R,max}/V_E$ ) dargestellt.

Aus dem Bild 5.46 erkennt man, dass sowohl mit zunehmender Bügelspannung wie auch mit zunehmendem Ausnutzungsgrad der Druckstrebe die Gefahr einer Entkopplung aufgrund eines Querkraftrissversatzes zunimmt.



**Bild 5.46:** Ergebnis der parametrischen Analyse des Einflusses der Querkraftrissversätze auf die Verbundkraftübertragung von Bauteilen mit gerippten Bügeln

Zur parametrischen Analyse des Einflusses der Querkraftrissversätze auf die Verbundkraftübertragung von Bauteilen mit glatten Bügeln wurden ebenfalls 5000 zufällig ausgewählte Parameterkombinationen gemäß Tabelle 5.11 untersucht. Das Ergebnis dieser Berechnung ist in Bild 5.47 in Analogie zum Bild 5.46 dargestellt.



**Bild 5.47:** Ergebnis der parametrischen Analyse des Einflusses der Querkraftrissversätze auf die Verbundkraftübertragung von Bauteilen mit glatten Bügeln

Aus Bild 5.47 erkennt man, dass im Vergleich zu Bild 5.46 die glatte Bügelbewehrung ungünstiger wirkt als die gerippte Bügelbewehrung.

#### 5.4.2.5 Einfluss der Querkraftrissversätze auf die Bemessung

Der Einfluss von Querkraftverformungen bzw. Querkraftrissversätzen auf die Verbundkraftübertragung wird schon länger diskutiert. Aufgrund dieser Vermutungen wurden von (Zilch et al. 2000) sechs Schubversuche an mit Stahllaschen biegeverstärkten Plattenbalken durchgeführt. Mit diesen Versuchen wurde das Schubtragverhalten der verstärkten Plattenbalken hinsichtlich des Verzichts auf zusätzlich angeklebte Schublaschen bei ausreichend dimensionierter innerer Betonstahlbügelbewehrung untersucht. Bei den durchgeführten Versuchen konnte bei der Bruchlast die Bildung sehr flach verlaufender Risse im untersten Bereich des Steges beobachtet werden, die entweder zur Ablösung der gesamten Betondeckung führte oder ausgehend von großen vertikalen Rissuferversatzmaßen eine alleinige Ablösung der Lasche zur Folge hatte. Die einbetonierte Schubbewehrung war in den Versuchen so dimensioniert, dass ohne die Anordnung von zusätzlich geklebten Schubbeanspruchung  $\tau_{02}$  an der Obergrenze des Schubbereiches 2 nach (DIN 1045:1988) des verstärkten Balkens rechnerisch aufgenommen werden konnte. Allerdings konnte in keinem der sechs Schubversuche dieser Grenzwert erreicht werden.

Aufgrund dieser Versuchsergebnisse und den Versuchsergebnissen aus einer Literaturrecherche wurden in Anlehnung an die Bestimmungen der (DIN 1045:1988) Grenzwerte festgelegt bis zu welchen auf zusätzlich geklebte Schublaschen verzichtet werden darf, wenn die innere Schubbewehrung für den verstärkten Zustand ausreichend dimensioniert ist.

$$\tau_{0,\min} = \begin{cases} \tau_{012} = 0.41 \cdot \tau_{02} & \text{für Plattenbalken} \\ \tau_{011} \approx 0.25 \cdot \tau_{02} & \text{für Rechteckquerschnitte} \end{cases}$$
(5.45)

Des Weiteren wurde aufgrund dieses Berichtes die Grenze  $\tau_{02}$  als obere Grenze für eine Biegeverstärkung festgelegt. Diese Grenzwerte wurden in die bauaufsichtlichen Zulassungen ab der (Z- 36.12-57:2002) übernommen, bei der Umstellung der Zulassungen auf die (DIN 1045-1:2008) wurden die Formulierungen wie nachfolgend aus (Z- 36.12-70:2008) angepasst:

Bei einer Beanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit kann auf Stahllaschenbügel verzichtet werden, sofern die innere Querkraftbewehrung zur Deckung der Gesamtquerkraft  $V_{Ed}$  ausreichend dimensioniert ist.

$$V_{\rm Ed} \le \begin{cases} 0.9 \cdot \tau_{012} \cdot b_{\rm w} \cdot z_{\rm s} & \text{für Plattenbalken} \\ 0.9 \cdot \tau_{011} \cdot b_{\rm w} \cdot z_{\rm s} & \text{für Rechteckquerschnitte} \end{cases}$$
(5.46)

Andernfalls ist der durch die Stahllaschenbügel abzudeckende Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit  $V_{\text{EdL}}$  nach Gleichung (5.47) zu berechnen.

$$V_{\rm Ed,L} \le \max \begin{cases} \frac{\eta_{\rm B} - 1}{\eta_{\rm B}} \cdot V_{\rm Ed} \\ V_{\rm Ed} - \gcd V_{\rm Eds} \end{cases}$$
(5.47)

In der Gleichung (5.47) ist  $\eta_{\rm B}$  der Biegeverstärkungsgrad und ged  $V_{\rm Eds}$  der von der inneren Querkraftbewehrung abgedeckte Querkraftanteil.

Dieses Vorgehen wie in der (Z- 36.12-70:2008) kann man auch auf die Ergebnisse aus Abschnitt 5.4.2.4 anwenden. Geht man davon aus, dass es zu keiner Verbundentkopplung kommt, wenn die Verbundkraftübertragung mit Berücksichtigung des Querkraftrissversatzes den charakteristischen Wert der Verbundkraftübertragung ohne Berücksichtigung des Querkraftrissversatzes nicht unterschreitet, so kann man aus Bild 5.46 für gerippte Bügel rechts ablesen<sup>44</sup>, dass es bis zu einer Ausnutzung von 25 % von  $V_{R,max}$  nicht zu einer Entkopplung kommt. Diese Betrachtung scheint gerechtfertigt, da es sich bei der Entkopplung an Schubrissen um Einzelphänomene handelt, die im Regelfall nur ein Zwischenrisselement betreffen und es somit nicht zwangsläufig zur Gesamtentkopplung kommen muss. In Bild 5.48 sind die Formulierung der (Z- 36.12-70:2008) mit der Grenze, welche aus den Ergebnissen aus Abschnitt 5.4.2.4 ermittelt wurde, gegenübergestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Nach Abschnitt 4.3 ist der charakteristische Wert circa 70 % des Mittelwertes.



**Bild 5.48:** Gegenüberstellung der Formulierung der (Z- 36.12-70:2008) mit der im Vorherigen ermittelten Grenze in Bezug auf die maximale Druckstrebentragfähigkeit

Aus Bild 5.48 erkennt man, dass die in den Zulassungen festgelegten Grenzen sich in einer ähnlichen Größenordnung befinden wie die im Vorherigen ermittelte Grenze.

Die Modellierung aus der (Z- 36.12-70:2008) jedoch etwas unbefriedigend, da diese sehr pauschal ist und für viele Fälle stark unwirtschaftlich ist. Wie in Abschnitt 5.4.2.4 festgestellt wurde, hatte neben der Ausnutzung der Druckstrebe auch die Ausnutzung der Zugstrebe einen Einfluss. Multipliziert man den Ausnutzungsgrad der Druckstrebe mit der Bügelspannung, so erhält man für die Ergebnisse aus Abschnitt 5.4.2.4 das Bild 5.49. In das Bild 5.49, welches links die Ergebnisse für die gerippten und rechts die Ergebnisse für die glatten Bügel darstellt, kann man nun eine Grenzgerade hineinlegen.



**Bild 5.49:** Ergebnis der parametrischen Analyse des Einflusses der Querkraftrissversätze auf die Verbundkraftübertragung von Bauteilen mit glatten Bügeln

Der Schnittpunkt der Grenzgeraden mit dem charakteristischen Niveau von 70 % ergibt nun den maximalen Ausnutzungsgrad der Zug- und Druckstrebe nach Gleichung (5.48).

$$\frac{V_{\rm E} \cdot \sigma_{\rm sw}}{V_{\rm R,max}} \le \begin{cases} 75 \text{ N/mm}^2 & \text{für gerippte Bügel} \\ 25 \text{ N/mm}^2 & \text{für glatte Bügel} \end{cases}$$
(5.48)

Bei einer Überschreitung dieses Ausnutzungsgrades müssen durch aufgeklebte Bügel die Spannungen in den einbetonierten Bügeln soweit reduziert werden, dass die Grenze wieder eingehalten wird. Da die aufgeklebten Bügel neben der Reduzierung der Bügelspannung auch zu einer Verbesserung der Verbundkraftübertragung führen, könnte bei der Anwendung der aufgeklebten Bügel in Abhängigkeit des Querkraftbewehrungsgrades der aufgeklebten Bügel der Ausnutzungsgrad noch erhöht werden. Eine Aussage über die Größe dieser Erhöhung des Ausnutzungsgrad der Zug- und Druckstrebe ist äußert komplex, da neben der Art und Steifigkeit der aufgeklebten Bügel auch das Zusammenwirken der inneren und aufgeklebten Bewehrung in Abhängigkeit der Position der Bügel eine Rolle spielen wird. Alternativ kann jedoch auch eine Entkopplung an Schubrissversätzen verhindert werden, falls die Lamellenkraft in jedem Zwischenrisselement gemäß eines Querkraftfachwerkes über die aufgeklebten Bügel in die Druckzone eingeleitet wird.

Mit der Gleichung (5.48) ist es somit möglich, für Bauteile ohne Querkraftverstärkung das Auftreten der Entkopplung an einem Querkraftriss auf der sicheren Seite liegenden deutlich wirtschaftlicher als nach (Z-36.12-70:2008) abzuschätzen. Für eine genaue wirtschaftliche Abschätzung des Einflusses der Querkraftrissversätze muss jedoch eine Modellierung gemäß Abschnitt 5.4.2.2 erfolgen.

## 5.5 Einfluss von Bügelumschließungen

#### 5.5.1 Allgemeines

Durch die Umschließung der geklebten Bewehrung durch aufgeklebte Bügel wird das Auftreten verschiedener Versagensmechanismen beeinflusst:

- Die aufgeklebten Bügel verhindern eine Entkopplung an Schubrissen, wie dies zum Beispiel die Versuche von (Neubauer 2000) bzw. (Rostásy, Neubauer U. 1996) gezeigt haben (vgl. auch Abschnitt 5.4.2).
- Durch die aufgeklebten Bügel entsteht ein selbstinduzierter Anpressdruck, welcher die Verbundkraftübertragung im Bereich des Bügels verbessert (vgl. auch Abschnitt 5.5.2).
- Die Ausbildung eines Versatzbruches wird durch die aufgeklebten Bügel unter Umständen verhindert (vgl. auch Abschnitt 6.1).
- Die aufgeklebten Bügel können bei richtiger Anordnung die Querkrafttragfähigkeit erhöhen (vgl. auch Abschnitt 6.3).

Auf die Auswirkung der aufgeklebten Bügel auf die Entkopplung an Schubrissen ist bereits im vorherigen Abschnitt 5.4.2 kurz eingegangen worden. Im Weiteren wird in Abschnitt 5.5.2 auf die Verbundkrafterhöhung durch den selbstinduzierten Anpressdruck durch die Bügelumschließung und ihren Einfluss auf den Verbundnachweis eingegangen. Auf die Verhinderung des Versatzbruches wird im nachfolgenden Kapitel in Abschnitt 6.1 eingegangen. Die Querkraftverstärkung wird im Rahmen dieser Arbeit nur prinzipiell im nachfolgenden Kapitel in Abschnitt 6.3 betrachtet.

#### 5.5.2 Verbundnachweise unter Berücksichtigung der Bügelumschließungen

Durch die Umschließung der aufgeklebten Bewehrung durch aufgeklebte Bügel zur Querkraftverstärkung kommt es zu einer selbstinduzierten Anpressung. Dieser Effekt wurde bereits von (Neubauer 2000) anhand von Balkenversuchen festgestellt. Aufgrund von fehlenden systematischen Untersuchungen wurde dieser Effekt jedoch lange Zeit nicht in der Bemessung berücksichtigt (vgl. Niedermeier 2001). Aus diesem Grund untersucht (Husemann 2009) erstmals systematisch den Einfluss dieser Umschließung der aufgeklebten Bewehrung durch Bügel auf die aufnehmbare Verbundkraft von aufgeklebten Stahllaschen und CFK-Lamellen. Er baut seine Untersuchungen auf die Rissverzahnungswirkung des Betons gemäß (Walraven 1980) auf. Dazu untersucht er zunächst die Behinderung der Verbundrissöffnung in Abhängigkeit der Umschließungsart des Bügels, danach untersucht er den Zusammenhang zwischen der Verbundbruchkraft und dem selbstinduzierten Anpressdruck mit speziellen Versuchen. Abschließend führt er Verbundversuche an verschiedensten umschlossenen CFK-Lamellen und Stahllaschen durch. Aufbauend auf all diesen Versuchen erstellt er ein Berechnungs- und Bemessungsmodell.

Eine verbundsteigernde Wirkung der Bügel tritt nach (Husemann 2009) nur auf, wenn es zu einer Verbundentkopplung vor dem Bügel kommt. Durch die Behinderung des Aufsteigens der Lamelle kommt es zu einer Rissverzahnung in der Bügelfläche und die Verbundkraft kann um den Betrag  $\Delta F_{L,1}$  nach Bild 5.50 gesteigert werden.



**Bild 5.50:** Effekt der Steigerung der aufnehmbaren Verbundkraft durch Bügelumschließung in Anlehnung an (Husemann 2009)

Die Steigerung der Verbundkraft aufgrund der Umschließung ist nach (Husemann 2009) von der Steifigkeit der Bügelumschließung abhängig. (Husemann 2009) unterscheidet deshalb zwischen den relativ steifen Stahllaschenbügeln und der relativ weichen Umwicklung durch Kohlefasergelege.

Je nach Verhältnis zwischen der Breite der Lamelle/Stahllasche und dem Bauteil stellt sich nach (Husemann 2009) eine andere selbstinduzierte Anpresskraft  $F_u(\alpha_b)$  ein. In Abhängigkeit dieser selbstinduzierten Anpresskraft  $F_u(\alpha_b)$  kann die Verbundkrafterhöhung aufgrund der Bügelumschließung  $\Delta F_{L,1}$  nach (Husemann 2009) mit der Gleichung (5.49) berechnet werden.

$$\Delta F_{\mathrm{L},1} = \frac{t_{\mathrm{L}} \cdot b_{\mathrm{L}} \cdot b_{\mathrm{L}w}}{120} \cdot \frac{\sqrt{f_{\mathrm{ctm,surf}}}}{1,33} \cdot \left[ 230 \cdot \kappa_{\mathrm{l}} \cdot \frac{F_{\mathrm{u}}(\alpha_{\mathrm{b}})}{b_{\mathrm{L}} \cdot b_{\mathrm{L}w}} - 23 \cdot \left(\kappa_{\mathrm{l}} \cdot \frac{F_{\mathrm{u}}(\alpha_{\mathrm{b}})}{b_{\mathrm{L}} \cdot b_{\mathrm{L}w}}\right)^{2} \right]$$
(5.49)

Dabei ist  $\kappa_1$  der Faktor zur Beschreibung des Einflusses der Anzahl der umschlossen Stahllaschenquerschnitte oder CFK-Lamellenquerschnitte. Dieser wird bei einer Stahl- oder CFK-Lamelle zu 1,0 gesetzt und zu 0,48 bzw. 0,52 für mehrere nebeneinander verklebte CFK-Lamellenquerschnitte oder Stahllaschenquerschnitte.

Das Modell von (Husemann 2009) ist anhand der Verbundkrafterhöhung an einer Umschließung des idealisierten Endverankerungsbereiches hergeleitet und auch gut dafür geeignet, diesen Bereich zu beschreiben. Da sich, wie bereits in Abschnitt 2.3.5 dargestellt die Zugkräfte der Lamelle vom Zugkraftmaximum hin zum Lamellenende abbauen und es zu einer Entkopplung nach der Überschreitung des Zugkraft- und krümmungsabhängigen Verbundkraftwiderstandes kommt, ist das Modell in der Form, wie es auch in (DAfStb-RiLi VBgB:2011) aufgenommen wurde, nur zur Beschreibung des Einflusses eines am Ende angebrachten Laschenbügels geeignet. Eine Umschließung der aufgeklebten Bewehrung in mehreren Bereichen, wie es eventuell die Querkraftbemessung des Bauteils vorsieht, kann jedoch einen noch größeren wirtschaftlichen Effekt bringen. Im Folgenden wird beschrieben, wie das Modell von (Husemann 2009) auf die Verbundkraftübertragung im gesamten Bereich des Bauteils angewendet werden kann.

Wie im Vorherigen bereits beschrieben, fängt die Verbundkrafterhöhung durch die Bügelumschließung nach (Husemann 2009) im Wesentlichen an zu wirken, wenn es zu einer bereichsweisen Entkopplung vor dem Bügel kommt. Eine Überlagerung aller Effekte der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement mit der Verbundkrafterhöhung durch die Bügelumschließung in allen Bereichen ist deshalb per se nicht möglich. Kommt es somit aufgrund einer hohen Beanspruchung bei einzelnen Zwischenrisselementen zu einer Ent-kopplung, kann diese bereichsweise Entkopplung durch die Bügelumschließung gestoppt werden. Zur Berechnung eines Bauteils mit mehreren Bügelumschließungen muss deshalb zunächst überprüft werden, ob es in dem Bereich zwischen den Bügeln zu einer Entkopplung kommt. Dies ist der Fall wenn, der Nachweis am Zwischenrisselement gemäß der vorherigen Abschnitte nicht erfüllt ist. Die durch die Entkopplung freigesetzten Lamellenkräfte können dann im Regelfall nicht durch die benachbarten, niedriger beanspruchten

Zwischenrisselemente aufgenommen werden, so dass es zu einer Entkopplung bis zum Bügel kommt. An der Stelle des Bügels wird durch diese Verbundkrafterhöhung die Lamellenkraft wieder in das Bauteil eingeleitet. Jedoch kommt es auch an den bereits entkoppelten Flächen aufgrund der Reibung der rauen Bruchflächen zu einer Verbundkraftübertragung. Einen Überblick über die Zusammenhänge an einem mit Bügel umschlossenen Bauteil nach der bereichsweisen Entkopplung zeigt Bild 5.51.





An der bereits entkoppelten Fläche wirkt neben dem Reibverbund am ideal flachen Zwischenrisselement nach Abschnitt 4.3.3.3 ebenfalls eine zusätzliche Erhöhung des Reibverbundes aufgrund der Krümmung. Dieser Einfluss kann gemäß Abschnitt 5.1.3 nach der Modellierungsmöglichkeit 2 bestimmt werden. Die Reibverbundspannung zwischen den Bügeln ergibt sich somit zu Gleichung (5.50). In dieser Gleichung ist der Reibverbund am idealisiert ebenen Zwischenrisselement  $\tau_{LF}$  nach Abschnitt 4.3.3.3 zu bestimmen und der Reibverbund aufgrund der Krümmung  $\tau_{LFx}$  nach Tabelle 5.2.

$$\tau_{\mathrm{LF},\mathrm{sw}} = \tau_{\mathrm{LF}} + \tau_{\mathrm{LF},\kappa} \cdot \kappa \tag{5.50}$$

Da die genaue Lage des Risses nicht bekannt ist und somit die genaue Lage des Zwischenrisselementes ebenfalls nicht, kann für die Bemessung vereinfacht, auf der sicheren Seite liegend, angenommen werden, dass, falls es zu einer Entkopplung eines Zwischenrisselementes im Bereich zwischen zwei Bügeln kommt, es auch zu einer Gesamtentkopplung zwischen diesen beiden Bügeln kommt. Somit ist die Kraft, welche über die Verbundwirkung des Bügels sowie den Reibverbund übertragen werden, muss gleich der Lamellenkraftdifferenz zwischen zwei Bügeln nach Gleichung (5.51).

$$\Delta F_{\text{LEd, sLw}} = F_{\text{LEd}}(x = s_{\text{Lw}}^{i}) - F_{\text{LEd}}(x = s_{\text{Lw}}^{i+1})$$
(5.51)

Diese Kraft muss nun kleiner sein als die Kraft. die durch die Verbundwirkung des Bügels und durch den Reibverbund aufnehmbar ist.

$$\Delta F_{\text{LEd, sLw}} \leq \frac{\Delta F_{\text{L,1}}}{\gamma_{\text{BA}}} + \frac{\left(s_{\text{Lw}} - b_{\text{Lw}}\right) \cdot b_{\text{L}} \cdot \tau_{\text{LF,sw}}}{\gamma_{\text{BA}}}$$
(5.52)

Bei der Bemessung der Bügel nach (Husemann 2009) tritt aufgrund der Verbundkrafterhöhung die selbstinduzierte Anpresskraft  $F_u$  auf (vgl. Gleichung (5.49)). Es muss ebenfalls sichergestellt sein, dass diese Kraft auch durch den Bügel aufgenommen werden kann.

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Hierbei bedeutet:  $\Delta F_{LR,BF}$ : Über Reibverbund aufnehmbare Lamellenkraftänderung;  $\Delta F_{LR,I}$ : Verbundkrafterhöhung aufgrund der Bügelumschließung

## 6 Einfluss de das geklebten Bewehrung auf das weitere Tragverhalten

## 6.1 Versatzbruchbildung

#### 6.1.1 Allgemeines

Bei dem sogenannten Versatzbruch löst sich die Betondeckung am Ende der geklebten Bewehrung von der internen Bewehrung ab. Je nachdem wie weit die geklebte Bewehrung verklebt wurde und in Abhängigkeit von Querkraftaufbiegungen etc. kann dieser Bruch an verschiedenen Orten auftreten.

Aufgrund des zusätzlichen, vertikalen Versatzes zwischen Bügelbewehrung und Lamelle bilden sich Zugkräfte zwischen der inneren Bewehrung und der aufgeklebten Bewehrung. Diese Problemstellung ist ähnlich der bei ausgeklinkten Auflagern, welche bei der Fertigteilbauweise häufig verwendet werden. Hierfür geben (Steinle, Hahn 1995), (Schlaich, Schäfer 2001) sowie (Reineck 2005) zahlreiche Bemessungsempfehlungen an. Ein wesentlicher Unterschied ist jedoch, dass die Fertigteile so konstruiert werden, dass die auftretenden Kräfte ideal weitergeleitet werden können, bei den zu verstärkenden Bauteilen ist jedoch schon die interne Bügel- und Längsbewehrung vorgegeben. Zur Verhinderung des Bruches stehen hier also nur die Betonzugstrebe sowie eventuell aufgeklebte Bügel zur Verfügung.

Zur Veranschaulichung der Problematik kann ein Betondruckbogenmodell analog zu (Steinle, Hahn 1995) dienen, wie es in Bild 6.1 dargestellt ist.



**Bild 6.1:** Bogentragwirkung in Anlehnung an (Steinle, Hahn 1995)

Die einwirkenden Kräfte können mit einem Fachwerk, wie es in Bild 6.2 dargestellt ist, bestimmt werden. Dazu wird die Querkraft nach dem Fachwerkmodell gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) auf die Betondruckstrebe und die Zugstrebe in Form der Bügel für den unverstärkten Querschnitt verteilt. Nun wird noch für den Anteil der Zugkraft der aufgeklebten Bewehrung ein ähnliches Fachwerk erstellt und die beiden Systeme zum Gesamtsystem überlagert. Zu einem Versatzbruch kommt es dann, wenn die Zugstrebe im Beton nicht mehr durch die Zugfestigkeit des Betons aufgenommen werden kann. Im Regelfall wird dieser kritische Spannungszustand erst erreicht, wenn auch das Rissmoment am unteren Querschnittsrand am Ende der geklebten Bewehrung als kritischer Punkt überschritten wurde.



Bild 6.2: Modellierung des Versatzbruches mit einem Fachwerkmodell in Anlehnung an (Schäfer, Bäätjer 1996)

Wie aus Bild 6.2 ersichtlich kann es nur in der Zugzone und nicht im überdrückten Bereich, wie er zum Beispiel bei der Verankerung von Lamellen im Stützmomentenbereich vorhanden ist, zu einem Versatzbruch kommen. Die Kräfte, welche aufgrund des Fachwerkes in der Betondeckung einwirken, können aus der Querkraft und der Zugkraft in der einbetonierten und aufgeklebten Bewehrung bestimmt werden. Die Kraft in der Betondruckstrebe kann gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) zu Gleichung (6.1) bestimmt werden.

$$F_{\rm c} = V_{\rm E} \cdot \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cot \theta + \cot \alpha} \tag{6.1}$$

Die Kraft, welche noch in der Betondruckstrebe in der Betondeckung vorhanden ist, kann über das Verhältnis der Kräfte der geklebten Bewehrung zur einbetonierten Bewehrung an dem Riss  $x_{r2}$  bestimmt werden, welcher circa einem Rissabstand von der kritischen Versatzbruchstelle entfernt ist (vgl. auch Bild 6.3).

$$F_{c,L} = F_c \cdot \frac{F_{L,M}(x_{r2})}{F_{L,M}(x_{r2}) + F_{s,M}(x_{r2})}$$
(6.2)

Zusätzlich wird noch die Kraft in der geklebten Bewehrung benötigt, welche sich aus der Summe der Kraft der geklebten Bewehrung an dem Riss  $x_{r2}$  und der Kraft, welche aufgrund des Querkraftfachwerkes in der aufgeklebten Bewehrung ist, zusammensetzt.

$$F_{\rm L}(x_{\rm r2}) = F_{\rm L,M}(x_{\rm r2}) + \frac{F_{\rm L,M}(x_{\rm r2})}{F_{\rm L,M}(x_{\rm r2}) + F_{\rm s,M}(x_{\rm r2})} \cdot \frac{V_{\rm E}}{2} \cdot \left(\cot\theta + \cot\alpha\right)$$
(6.3)

Betrachtet man nun mit diesen Kräften einen einzelnen Betonzahn der Betondeckung am Ende der geklebten Bewehrung, wie es Bild 6.3 zeigt, so kann man die Spannungen in dem Schnitt auf Höhe der einbetonierten Bewehrung ermitteln.





In Bild 6.3 wird für eine elastische Betrachtung der Materialien die Spannungen in dem Schnitt auf Höhe der einbetonierten Bewehrung schematisch dargestellt, wenn das Rissmoment am Ende der geklebten Bewehrung überschritten wurde. In dieser Betrachtung sind jedoch die Schubspannungen, welche sich aufgrund der Verbundwirkung der einbetonierten Bewehrung ergeben, nicht mit berücksichtigt. Die Abbildung der Spannungen ist nur eine schematische Darstellung auf Grundlage einer elastischen Berechnung, da in der Fuge die wirklichen Spannungen aufgrund des nichtlinearen Verhaltens des Betons bei der Rissbildung nur schwer abgeschätzt werden können. Man erkennt jedoch, dass die Zugspannungen am Ende der geklebten Bewehrung am höchsten sind. Aus diesem Grund wird bei der Versagensart des Versatzbruches der Riss auch auf Höhe der Betondeckung vom Riss am Ende der aufgeklebten Bewehrung beginnen. Dies ist auch anhand der Versuche zu beobachten. In Bild 6.4 ist die optische Deformationsmessung in zwei verschiedenen Belastungsstufen von dem Versuch QVBA4-2, bei welchem ein Versatzbruch auftrat, zu sehen. In diesem Bild stellen die einzeln auftretenden Striche die Risse dar, welche mit zunehmender Rissbreite immer dunkler werden.





<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> Die Spannungen in der Fuge sind unter Vernachlässigung der Verbundwirkung des einbetonierten Betonstahls sowie unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens schematisch ermittelt worden.

Man erkennt, dass ausgehend vom Riss am Lamellenende ein Riss auf Höhe der Betondeckung hin zum nächsten Riss wandert. Der eigentliche Versatzbruch fand dann jedoch kurz vor dem nächsten Riss statt, an welchem eine Querkraftaufbiegung war.

Zusammenfassend lassen sich zum Versatzbruch folgende allgemeine Aussagen treffen:

- Die wahrscheinlichste Stelle eines Versatzbruches ist am Ende der geklebten Bewehrung, jedoch sind auch Stellen mit Querkraftaufbiegungen bzw. abgestufter innerer Bewehrung gefährdet.
- Mit einem Zahnbiegemodell können die Spannungen in der Höhe der einbetonierten Bewehrung qualitativ verdeutlicht werden. Die genauen Spannungen lassen sich jedoch nicht ohne Weiteres berechnen. Des Weiteren ist aufgrund des komplexen Spannungszustandes aus Schubspannung, Normalspannung und Verbundspannung der einbetonierten Bewehrung sowie des Einflusses der Bewehrungsmenge und Art der Widerstand kaum zu bestimmen.
- Der Versatzbruch wird im Regelfall nur in der Zugzone und nicht im überdrückten Bereich auftreten. Aus diesem Grund sind im Wesentlichen das Ende der geklebten Bewehrung im Bereich der Endauflager sowie das Lamellenende an Kragträgern für eine Versatzbruchbildung gefährdet. Bei einem Innenfeld eines Durchlaufträgers wird sich aufgrund eines annähernden Kräftegleichgewichtes zwischen linkem und rechtem Feld und aufgrund der Lage der Lamelle in der Druckzone kein für den Versatzbruch kritischer Spannungszustand ausbilden.

#### 6.1.2 Grenzwert des Auftretens eines Versatzbruches

Aus dem vorherigen Abschnitt ist ersichtlich, dass zu einer Beschreibung eines Grenzwertes des Auftretens ein rein mechanisches Modell nur schwierig zu erstellen ist.

(Jansze 1997) gibt ein semi-empirisches Modell an, welches den kritischen Querkraftrissbereich nach (Kim, White 1991) für Bauteile mit aufgeklebter Bewehrung adaptiert, wodurch die Versagenslast aufgrund des Versatzbruches vorausgesagt werden kann. Dieses Modell kalibriert er an zahlreichen Versuchen und einer FE-Simulation. Die maximal ertragbare Querkraft kann mit dem Modell nach Gleichung (6.4) berechnet werden.

$$V_{\rm cum} = \tau_{\rm cum} \cdot b_{\rm w} \cdot d \tag{6.4}$$

Dabei errechnet er sich die maximale Schubspannung mit der empirischen Formel für die Mittelwerte aus den Versuchen. Für ein Bemessungsmodell schlägt er vor, statt dem Faktor von 0,18 den Wert 0,15 einzusetzen, sowie statt der mittleren die charakteristische Betonfestigkeit einzusetzen.

$$\tau_{\rm cum} = 0.18 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \frac{d}{a_{\rm V}}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{\rho_{\rm s1} \cdot 100 \cdot f_{\rm cm}}$$
(6.5)

Die fiktive Schubspannweite  $a_V$  berechnet sich dabei in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades, der statischen Nutzhöhe sowie des Abstandes der Lamelle vom Auflager ( $a_L$ ) mit Gleichung (6.6).

$$a_{\rm V} = \sqrt[4]{\frac{\left(1 - \sqrt{\rho_{\rm s1}}\right)^2}{\rho_{\rm s1}} \cdot d \cdot a_{\rm L}}$$
(6.6)

Das Modell von (Jansze 1997) zur Vermeidung des Versatzbruches wird nachfolgend mit der Versuchsdatenbank aus (Zilch et al. 2011b) verglichen. Aus dieser Datenbank wurden 46 Versuche mit einem Versatzbruch entnommen und mit dem Modell von (Jansze 1997) verglichen. Dieser Vergleich ist in Bild 6.5 dargestellt.

Die Eingangswerte der Versuche für das Modell sowie die rechnerisch ermittelten Ergebnisse sind in Anhang B aufgelistet.



Bild 6.5: Vergleich des Modells von (Jansze 1997) mit der Versuchsdatenbank auf Mittelwertniveau

Aus Bild 6.5 ist erkennbar, dass das Modell eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen zeigt. Im Mittel liegt das Modell auf Mittelwertniveau 11 % über dem direkten Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen (exp. V / calc. V = 1,11).

Das Modell von (Jansze 1997) zeigt eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen und wurde anhand eines mechanisch begründeten Modelles hergeleitet. Jedoch ist die Formulierung zur Querkrafttragfähigkeit nicht kongruent zu denen aus der (DIN EN 1992-1-1:2011). Aus diesem Grund wird nachfolgend eine andere Formel gefunden, welche in Übereinstimmung zur (DIN EN 1992-1-1:2011) steht.

Zunächst wird ähnlich zu (Zilch et al. 2000) ein Grenzwert vorgeschlagen, unterhalb dessen keine Verbügelung notwendig ist. Als geeignete Ausgangsgröße bietet sich  $V_{\text{Rd,c}}$  nach (DIN EN 1992-1-1:2011) Kapitel 6.2.2 an, da ab diesem Wert keine innere Querkraftbewehrung notwendig ist.

Um zu überprüfen, ob die Verssuchwerte unter diesem Ausgangswert liegen, wurden die Versuchswerte mit der Querkrafttragfähigkeit  $V_{Rk,c}$  nach (DIN EN 1992-1-1:2011; DIN EN 1992-1-1/NA:2011), wie sie in Gleichung (6.7) dargestellt ist, verglichen. Da in der (DIN EN 1992-1-1:2011; DIN EN 1992-1-1/NA:2011) keine Gleichungen auf Mittelwertniveau angeben sind, wird hier nur eine Überprüfung anhand des charakteristischen Wertes erfolgen. In Gleichung (6.7) wurde die gleiche Umrechnung wie in (Hegger et al. 1999; Reineck et al. 2005) zwischen der im Versuch ermittelten mittleren Betondruckfestigkeit und der charakteristischen Betondruckfestigkeit, wie diese in der Gleichung der (DIN EN 1992-1-1:2011) verwendet wird, angewendet.

$$V_{\rm Rk,c} = 0.15 \cdot k \cdot (100 \rho_{\rm ls} (f_{\rm cm} - 4))^{1/3} \cdot b_{\rm w} \cdot d$$
(6.7)

In Bild 6.6 ist dieser Vergleich dargestellt und es zeigt sich, dass alle Versuchswerte deutlich über dem Wert  $V_{Rk,c}$  liegen. Aus diesem Grund beziehen sich die nachfolgenden Modifizierungen auf diesen Grundwert. Desweiteren ist somit gewährleistet, dass unterhalb des Wertes  $V_{Rk,c}$  kein Versatzbruch eintritt und somit bei nicht Querkraftbewehrten Bauteilen nicht mit einem Versatzbruch zu rechnen ist.



**Bild 6.6:** Vergleich der Versuchswerte mit der Querkrafttragfähigkeit biegebewehrter Bauteile ohne Querkraftbewehrung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011)

Um zu überprüfen, ob die Formulierung von  $V_{Rk,c}$  für alle Fälle auch unter dem Modell von (Jansze 1997) liegt und somit auch eine Vergrößerung des Abstandes der Lamelle zum Auflager keinen negativen Einfluss auf den Grenzwert hat, wurden 32 000 Zufallszahlen für die Parameter mit den oberen und unteren Grenzwerten nach Tabelle 6.1 kombiniert. Mit diesen Zufallszahlen wurde das Modell von (Jansze 1997) und die Formulierung von  $V_{Rk,c}$  gegengerechnet.

Tabelle 6.1: Parameter und Grenzwerte für die durchgeführte Zufallsanalyse

	$f_{ m ck}$	$a_{ m L}$	$ ho_{ m ls}$	b <sub>w</sub>	ds
	N/mm²	mm	-	mm	mm
Untere Grenze	12	1	0,001	10	10
Ober Grenze	58	500	0,03	1000	1000

Aus der Analyse ergab sich, dass kein Wert der Berechnung von (Jansze 1997) unter dem Wert  $V_{Rk,c}$  lag. Exemplarisch ist die Differenz aus  $V_{Rk,c}$  und V nach (Jansze 1997) auf Mittelwertniveau für einige Kombinationen in Bild 6.7 über den Abstand zwischen Auflager und Lamellenende dargestellt. Auch hier ist erkennbar, dass kein Wert unter  $V_{Rk,c}$  liegt.



**Bild 6.7:** Einfluss des Abstandes des Lamellenendes vom Auflager auf den Grenzwert  $V_{Rk,c}^{47}$ 

Um eine Formulierung zu finden, welche auch für Bauteile mit interner Querkraftbewehrung einen wirtschaftlichen und sicheren Grenzwert ergibt, wurde die Formulierung für  $V_{Rk,c}$  modifiziert, um das Modell von (Jansze 1997) zu berücksichtigen. Dabei wurde der Grundwert  $V_{Rk,c}$  vorausgesetzt, welcher in ähnlicher Weise auch in (Jansze 1997) enthalten ist, und zusätzlich ein Term addiert, der neben dem Grundwert  $V_{Rk,c}$ auch von dem Abstand der Lamelle und dem Längsbewehrungsgrad abhängt. Daraus ergibt sich die Formulierung in Gleichung (6.8).

$$V_{\mathrm{R,c,LE}} = \left(1 + k_{\mathrm{j}} \frac{(100\rho_{\mathrm{ls}})^{\mathrm{Cp}}}{a_{\mathrm{L}}^{\mathrm{CaL}}}\right) \cdot V_{\mathrm{Rk,c}}$$
(6.8)

Diese Gleichung wurde ebenfalls mit 32 000 Zufallszahlen an das Modell von (Jansze 1997) angepasst. Dabei wurden die drei Faktoren ( $k_j$ , <sup>CaL</sup> und <sup>Cp</sup>) solange variiert bis sich mit der Methode der kleinsten Abstandsquadrate die geringste Abweichung zwischen der Gleichung (6.8) und dem Model von (Jansze 1997) ergab. Aus dieser Analyse ergeben sich die Koeffizienten und Exponenten in Gleichung (6.9) für das Modell von (Jansze 1997) auf Mittelwertniveau und die Gleichung (6.10) das Modell von (Jansze 1997) auf charakteristischem Niveau.

$$V_{\rm Rm,c,LE} = \left(1 + 19.6 \cdot \frac{(100\rho_{\rm ls})^{0.16}}{a_{\rm L}^{0.36}}\right) \cdot V_{\rm Rk,c}$$
(6.9)

$$V_{\rm Rk,c,LE} = k_{\rm k} \cdot \left( 1 + 19,0 \cdot \frac{(100\rho_{\rm ls})^{0,18}}{a_{\rm L}^{0,40}} \right) \cdot V_{\rm Rk,c}$$
(6.10)

Zusätzlich wurde in Gleichung (6.10) auch noch der Korrekturfaktor  $k_k$  eingeführt, damit kein Wert unter dem Modell von (Jansze 1997) liegt<sup>48</sup>. Die Übereinstimmung der Gleichung (6.10) mit dem Modell von (Jansze 1997) ist exemplarisch für 10 000 Zufallszahlen in Bild 6.8 dargestellt. Der Korrekturfaktor  $k_k$  ergibt sich für charakteristische Werte zu 0,72 und ist als gestrichelte Gerade in Bild 6.8 dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> Aufgrund der Lesbarkeit wurde auf eine Darstellung aller 32000 Punkte verzichtet und es wurden lediglich 8000 Werte verwendet.

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> Die Einführung des Korrekturfaktor  $k_k$  ist notwendig, da die Optimierung als Reduktion der kleinsten Abstandsquadrate erfolgte. Somit liegen, wie in Bild 6.8 ersichtlich, auch einige Werte unterhalb der ermittelten Gleichung. Der Korrekturfaktor  $k_k$  wurde so ermittelt, dass keiner der 32000 Zufallszahlen unterhalb der Grenze liegt. Eine Ermittlung eines 5% Quantils, welches bei  $k_k = 0,88$  liegen würde, wäre an dieser Stelle nicht richtig, da hier keine Versuche ausgewertet werden sonder lediglich eine Umrechnung stattfindet.



Bild 6.8: Vergleich der Gleichung (6.10) mit dem Modell von (Jansze 1997)

Um die so gewonnene Formel nochmals zu überprüfen, wurden die Ergebnisse mit den Versuchswerten aus der Datenbank verglichen und in Bild 6.9 dargestellt. In diesem Bild ist sowohl das Modell von (Jansze 1997), wie auch das hier vorgestellte Modell auf charakteristischem Niveau den Versuchen gegenübergestellt. Dabei wurde für die Betonfestigkeit wieder die Umrechnung. wie bei Gleichung (6.7) verwendet. Die sich für die Versuche ergebenden Werte für die Gleichung (6.10) sind in Anhang B aufgelistet. Aus dem Bild 6.9 ist ersichtlich, dass bei der hier durchgeführten Modellierung alle Versuchswerte über den rechnerischen Werten liegen. Somit liegt das Modell für diese Versuche auf der sicheren Seite.



**Bild 6.9:** Vergleich der Versuchswerte mit Gleichung (6.10)

Als Bemessungswert für die Vermeidung eines Versatzbruches wird ausgehend von der Querkrafttragfähigkeit biegebewehrter Bauteile ohne Querkraftbewehrung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) die Gleichung (6.11) bzw. die Gleichung (6.12) vorgeschlagen. Die Querkrafttragfähigkeit darf jedoch ebenfalls nicht überschritten werden.

$$V_{\rm Rk,c,LE} = 0,72 \cdot \left(1 + 19,0 \cdot \frac{(100\rho_{\rm ls})^{0,18}}{a_{\rm L}^{0,40}}\right) \cdot V_{\rm Rk,c}$$
(6.11)

$$V_{\rm Rd,c,LE} = 0.72 \cdot \left(1 + 19.0 \cdot \frac{(100\rho_{\rm ls})^{0.18}}{a_{\rm L}^{0.40}}\right) \cdot V_{\rm Rd,c}$$
(6.12)

Mit:

- *V*<sub>Rd,c</sub> nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011)
- $\rho_{\rm sl}$  Längsbewehrungsgrad der internen Betonstahlbewehrung (nach DIN EN 1992-1-1:2011 Abschnitt 10.3.3)
- *a*<sub>L</sub> Abstand der Lamelle von der Auflagerachse

#### 6.1.3 Bemessung und Konstruktion der Endverbügelung

Der Verankerungsbereich der geklebten Bewehrung ist bei Überschreiten des Grenzwertes nach Abschnitt 6.1.2 mit einem Laschenbügel aus Stahl oder schubfest verklebten CF-Gelegen gemäß Bild 6.10 zu umschließen. Die Verankerung des Bügels kann durch Klebeverbund oder durch eine Verankerung in der Druckzone erfolgen. Die Bemessung des Bügels kann gemäß der Fachwerkmodellierung in Abschnitt 6.1.3 erfolgen. Die Bügelkraft ergibt sich danach aus der Vertikalkomponente der Druckstrebe in der Betondeckung.

$$F_{\rm LW} = F_{\rm c,L} \cdot \sin\theta \tag{6.13}$$

$$F_{c,L} = F_c \cdot \frac{F_{L,M}(x_{r2})}{F_{L,M}(x_{r2}) + F_{s,M}(x_{r2})}$$
(6.14)

$$F_{\rm c} = V_{\rm E} \cdot \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cot \theta + \cot \alpha}$$
(6.15)

Der Punkt  $x_{r2}$ , an welchem die Kraft in der geklebten und einbetonierten Bewehrung ermittelt wird, sollte in einem Rissabstand  $s_r$  entfernt von dem Ende der geklebten Bewehrung bestimmt werden.

Falls bei dem Bügel zusätzlich eine Verbundkrafterhöhung gemäß (Husemann 2009) angesetzt wird (vgl. Abschnitt 5.5), muss der Bügel zusätzlich die selbstinduzierte Anpresskraft  $F_u(\alpha_b)$  aufnehmen können, damit verhindert wird, dass die Lamelle unter dem Bügel hindurch gezogen wird.



Bild 6.10: Anordnung des Laschenbügels am Lamellenende

#### 6.2 Einfluss der geklebten Biegeverstärkung auf die Querkrafttragfähigkeit

#### 6.2.1 Allgemeines

Für die Querkraftbemessung von mit geklebter Bewehrung verstärkten Bauteilen sind im Hinblick auf die wirtschaftliche und sichere Anwendung der Verstärkungsverfahren zwei Fragestellungen bezüglich der Querkrafttragfähigkeit von Bedeutung und werden im Folgenden beantwortet.

- 1. Welche Auswirkungen haben die infolge der lokalen Ablösung der aufgeklebten Bewehrung auftretenden größeren Rissbreiten auf den Betontraganteil infolge Rissverzahnung, Dübelwirkung und Druckzone?
- Kann die Bemessung für die Querkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) angewendet werden oder sind Einschränkungen nötig, wie dies in den (Z- 36.12-70:2008; Z- 36.12-73:2009) der Fall war, bei welchen Schubbereich 3 nach (DIN 1045:1988) ausgeschlossen war?

Hinsichtlich der Querkrafttragfähigkeit sind wie bei konventionellen Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen auch bei geklebter Bewehrung im Grundsatz Bauteile ohne Querkraftbewehrung und mit Querkraftbewehrung zu unterscheiden. Das Tragverhalten kann durch die bekannten Modellvorstellungen beschrieben werden. Entsprechend wird die vom Bauteilquerschnitt aufnehmbare Querkraft durch die Tragfähigkeit des Betonquerschnitts und der Bewehrungsanordnung bestimmt.

Das besondere Verbundverhalten der aufgeklebten Bewehrung, das in den Abschnitten 4.3 und 5 ausführlich beschrieben wurde, muss auch im Hinblick auf das Querkrafttragverhalten berücksichtigt werden, so dass die Rechenmodelle, die für die Querkrafttragfähigkeit betonstahlbewehrter Bauteile formuliert wurden, nicht ohne zusätzliche Überlegungen angewendet werden können.

In Schlitzen verklebte CFK-Lamellen zeichnen sich durch ein effizientes und zugleich duktiles Verbundverhalten aus und können deshalb hinsichtlich ihrer Wirkungsweise mit einbetonierter Betonstahlbewehrung verglichen werden. Es ist deshalb auch von einem Querkrafttragverhalten auszugehen, das im Grundsatz dem konventioneller Stahlbetonbauteile entspricht. Infolge des effizienten Verbundverhaltens stellen sich bei mit in Schlitzen verklebten CFK-Lamellen im Vergleich zu ausschließlich betonstahlbewehrten Bauteilen geringere Rissbreiten ein, die sogar zu einer erhöhten Querkrafttragfähigkeit führen könnten.

Im Folgenden wird in Abschnitt 6.2.2 zunächst auf die Ergebnisse der in Abschnitt 3.6 beschriebenen Querkraftversuche eingegangen. In Abschnitt 6.2.3 wird dann auf das Querkraftmodell von (Schmidhuber 2004) eingegangen, welches als einziges Querkraftmodell die Wirkungsweise der aufgeklebten Bewehrung zur Biegeverstärkung berücksichtigt. Aufbauend auf die durchgeführten Querkraftversuche werden in Abschnitt 6.2.4 weitere Versuche mithilfe von Finiten Element Berechnungen simuliert. Auf Grundlage all dieser Untersuchungen wird in Abschnitt 6.2.5 eine Aussage zu dem Einfluss der geklebten Biegeverstärkung auf die Querkrafttragfähigkeit gemacht und eine Bemessungsempfehlung angegeben.

#### 6.2.2 Bewertung der experimentellen Untersuchungen

#### 6.2.2.1 Versuche an Bauteilen ohne Querkraftbewehrung

In Abschnitt 3.6 wurden die Querkraftversuche an biegeverstärkten Bauteilen kurz dargestellt, welche im Rahmen von (Zilch et al. 2012a) und (Zilch et al. 2012c) durchgeführt wurden. Im Rahmen dieser Berichte wurden sowohl Bauteile mit geripptem sowie mit glattem Bewehrungsstahl geprüft. In Bild 6.11 sind alle Lastverformungskurven der Versuche an allen Einfeldträgern ohne Querkraftbewehrung in einem Diagramm zusammen dargestellt.



Bild 6.11: Last-Verformungskurven der Versuche an Bauteilen ohne Querkraftbewehrung an Einfeldträgern

Bei dem Vergleich der Versuche fällt auf, dass es im Wesentlichen drei verschiedene Verhaltensweisen gibt:

 Das Biegeversagen des Referenzversuches QVPR1-1. Hierbei fällt auf, dass das Bauteil durch die fehlende geklebte Bewehrung deutlich weicher ist und nach dem Überschreiten des Fließmoments kein Kraftzuwachs mehr erfolgt.

- Die Versuche QVPA2-1 und QVPE1-1, welche mit Glattstahl bewehrt waren und die Lamellen über das Auflager geführt waren erreichen eine deutlich höhere Last. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich aufgrund des fehlenden Verbundes der inneren Bewehrung eher eine Bogen-Zugband-Tragweise einstellt. Diese Tragweise wird durch den weichen Verbund der geklebten Bewehrung anscheinend nur geringfügig verändert, wobei sich hier die in Schlitze verklebte Bewehrung aufgrund des besseren Verbundverhaltens negativ auswirkt.
- Die Bauteile QVPA2-2, QVPE1-2, QVPA4-2, und QVPA1-1 bei welchen die Lamelle vor dem Auflager endet sowie der Versuch QVPA1-2 mit gerippter Bewehrung und nach dem Auflager verankerter geklebten Bewehrung zeigen nahezu das gleiche Verhalten, welches dem klassischen Querkraftversagen am nächsten kommt. Im Gegensatz zu den Versuchen QVPA2-1 und QVPE1-1 stellt sich aufgrund der gerippten Bewehrung bzw. der Eintragung aller Kräften der geklebten Bewehrung vor dem Endauflager eine typische Schubbeanspruchung ein, was zum klassischen Querkraftversagen führt.

In Bild 6.12 sind die Bruchlasten der Versuche ohne Querkraftbewehrung, bei welchen es zu einem Querkraftversagen kam, den rechnerischen Werten gegenübergestellt, die sich theoretisch für die Querschnitte nach den nach (DIN EN 1992-1-1:2011) sowie der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) ergeben würden. Dabei wurde der BV7 (QVPE2) aus Abschnitt 3.7, welcher an den Zweifeldträgern durchgeführt wurde, ebenfalls in den Vergleich aufgenommen, da es bei diesem Versuch ebenfalls zu einem Querkraftversagen kam.

Der rechnerische Wert stellt in diesem Vergleich einen charakteristischen Wert dar, weil in den Normen keine Gleichung für die Mittelwerte angeben ist. Da aus den Versuchen nur die mittleren Betondruckfestigkeiten bekannt sind in den Gleichungen der Vorschriften jedoch der charakteristische Wert der Betondruckfestigkeit benötigt wird wurden die Festigkeiten gemäß (Hegger et al. 1999; Reineck et al. 2005)<sup>49</sup> umgerechnet. Die CFK-Lamellen wurden bei allen Versuchen nicht mit in den Längsbewehrungsgrad eingerechnet.



**Bild 6.12:** Vergleich der Versuche ohne Querkraftbewehrung mit den verschiedenen Bemessungsnormen<sup>50</sup>

# $\frac{49}{10}f_{\rm ck} = (f_{\rm cm} - 4)$

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> Bei diesem Vergleich handelt es sich um einen Vergleich mit der Versuchswerte (Mittelwerte) mit den charakteristischen Werten der Bemessungsnormen. Der Vergleich stellt somit keine wirkliche Statistik dar, sondern ist lediglich eine Abschätzung, ob die Bemessungsnormen im Wesentlichen auch für Bauteile mit geklebter Bewehrung angewendet werden können. Für einen richtigen statischen Vergleich wären deutlich mehr Versuche sowie ein Einbezug der Streubreite der Querkraftversuche, welcher der Ermittlung der Gleichungen in den Bemessungsnormen dienten, notwendig. Mit den in (Hegger et al. 1999) angegebenen statistischen Größen für die Auswertung der Querkraftdatenbank wäre zweitgenanntes für die (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) möglich.

Aus Bild 6.12 ist zu erkennen, dass alle Versuchswerte über den Werten nach der Berechnung der verschiedenen Vorschriften liegen. Gerade die berechneten Werte, welche sich nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) ergeben, unterschätzen die Bruchlast bei allen hier durchgeführten Versuchen deutlich. Die experimentellen Ergebnisse werden durch die (DIN EN 1992-1-1:2011) am realitätsnächsten beschrieben. Bei Betrachtung der hier durchgeführten Versuche kann eine Bemessung mit einem ausreichenden Sicherheitsabstand mit der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) erfolgen. Bei der Zweifeldplatte, welche keine Betonstahlbewehrung hatte, ist jedoch die Bemessung nach den Vorschriften nur knapp auf der sicheren Seite.

## 6.2.2.2 Versuche an Bauteilen mit Querkraftbewehrung

In Abschnitt 3.6 wurden die Querkraftversuche an biegeverstärkten Bauteilen kurz dargestellt, welche im Rahmen von (Zilch et al. 2012a) und (Zilch et al. 2012c) durchgeführt wurden. Im Rahmen dieser Berichte wurden sowohl Bauteile mit geripptem sowie mit glattem Bewehrungsstahl geprüft, jedoch kam es lediglich bei den Bauteilen mit gerippter Bewehrung in (Zilch et al. 2012a) zu einem Querkraftversagen. In Bild 6.13 sind die Lastverformungskurven der Versuche an Balken ohne Querkraftverstärkung in einem Diagramm zusammen dargestellt.



Bild 6.13: Gegenüberstellung der Versuche an den Balken ohne Querkraftverstärkung

Die beiden Versuche mit in Schlitzen verklebter Bewehrung sowie der Versuch mit aufgeklebter Bewehrung zeigen ein sehr ähnliches Verhalten. Die leicht unterschiedlichen Steigungen der Kurven für die verschiedenen Balken sind auf die unterschiedlichen Festigkeiten zurückzuführen, da der Beton somit einen unterschiedlichen E-Modul besaß. Der Versuch mit aufgeklebter Bewehrung zeigt zum Bruch hin ein etwas weicheres Verhalten als die Versuche mit in Schlitzen verklebter Bewehrung, da sich hier die Querkraftrisse langsamer öffneten. Die unterschiedliche Steigung am Anfang in Bezug auf den Versuch QVBE2-1, welcher die gleiche Betonfestigkeit wie der Versuch QVBA2-1 hatte, ist auf den unterschiedlichen Bügelabstand der internen Querkraftbewehrung zurückzuführen.

In Bild 6.14 sind die Bruchlasten der Versuche ohne Querkraftverstärkung den Werten gegenübergestellt, welche sich theoretisch für die Querschnitte nach (DIN EN 1992-1-1:2011) sowie der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) ergeben würden.

Bei allen Gleichungen wurden statt den charakteristischen Festigkeiten die Mittelwerte der im Versuch gemessenen Baustoffwerte eingesetzt. Des Weiteren wurde für den Sicherheitsbeiwert 1,0 eingesetzt, um einen Vergleich auf Mittelwertniveau zu gewährleisten.

Bei den Berechnungen nach den Empfehlungen der (DIN EN 1992-1-1:2011) wurde immer die Druckstrebe möglichst flach gewählt (cot  $\theta$ =2,5), um einen möglichst hohen Wert für die Querkrafttragfähigkeit zu erhalten. Für die Berechnungen nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) wurde für die Druckstrebenneigung die Gleichung (6.7aDE) verwendet, wobei für V<sub>Ed</sub> die Bruchlast des Versuches eingesetzt wurde.



**Bild 6.14:** Vergleich<sup>51</sup> der Bruchlasten der Versuche mit den mittleren rechnerischen Werten nach (DIN EN 1992-1-1:2011) sowie der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011)

Aus Bild 6.14 ist zu erkennen, dass alle Versuchswerte über den Werten nach der Berechnung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) und der Berechnung (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) liegen. Gerade die Werte, die mit der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) verglichen werden, liegen zwischen 18 und 70 % über den Bemessungswerten.

#### 6.2.3 Bewertung des Modelles von Schmidhuber

#### 6.2.3.1 Allgemeines

(Schmidhuber 2004) untersucht den Einfluss von CFK-Lamellen zur Biegeverstärkung auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen. Dazu leitet er anhand von theoretischen Überlegungen ein Querkraftmodell her, welches sich prinzipiell aus der Dübelwirkung, der Übertragung in der Druckzone und der Rissreibung zusammensetzt.

In dem Modell geht (Schmidhuber 2004) davon aus, dass es zu einer verminderten Querkrafttragfähigkeit aufgrund von erhöhten Rissweiten kommt, welche aufgrund der höheren Dehnungen der CFK-Lamellen im Vergleich zu den Dehnungen bei Stahlbetonbauteilen nach dem alten Normenkonzept (DIN 1045:1988), bei welchem lediglich 5 mm/m Betonstahldehnung zugelassen waren, auftreten sollen.

(Schmidhuber 2004) leitet auf Grundlage des Verbundmodells von (Niedermeier 2001) zunächst die Rissbreiten her. Dabei betrachtet er rein klebearmierte Bauteile bei einer Vernachlässigung der Betonstahlbewehrung. Daraus ergibt sich der Zusammenhang zwischen Rissbreite und Lamellendehnung, welche in Bild 2.10 dargestellt ist.

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Der Vergleich stellt an dieser Stelle weder einen Vergleich zwischen den Mittelwerten aus dem Versuchen mit den charakteristischen Werten aus der Bemessungsnorm dar noch eine einen Vergleich der Mittelwerte aus dem Versuchen mit den Gleichungen aus den Bemessungsnormen auf Mittelwertniveau. Dies ist so, da bei dem Vergleich in die Gleichungen der Bemessungsnormen die Mittelwerte der Fließgrenze des Betonstahls aus den Versuchen eingesetzt wurden und in den Bemessungsnormen die Bildung eines charakteristischen Wertes sowohl über das Einsetzen der charakteristischen Werts der Fließgrenze des Betonstahls sowie über die Beschränkung des Druckstrebenwinkels, vor allem in der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011), erfolgt. Der Vergleich stellt somit lediglich eine Abschätzung dar, ob die Bemessungsnormen im Wesentlichen auch für Bauteile mit geklebter Bewehrung angewendet werden können





Auf Grundlage dieses Bildes benutzt er für die weitere Modellierung nur noch die Zugbandlinie, welche sich mit Formel (6.16) ergibt.

$$w_{\rm r} = s_{\rm r} \cdot \varepsilon_{\rm L} \tag{6.16}$$

Auf Grundlage des Querkraftmodells von (Reineck 1990) und des Rissverzahnungsmodells von (Walraven 1980) errechnet er sich mit dieser Beziehung die Querkrafttragfähigkeit mit CFK-Lamellen verstärkter Bauteile. Aufgrund der erhöhten Rissbreiten, welche sich in Abhängigkeit des Rissabstandes nach (Niedermeier 2001) ergeben, nimmt die Kraft, welche durch Rissverzahnung aufnehmbar ist, ab und es kommt zu einer verminderten Querkrafttragfähigkeit.

Diese stellt er auf Grundlage der Schubbereiche 1 und 2 nach (DIN 1045:1988) in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse nach (DIN 1045:1988) in Diagrammen dar, wie sie in Bild 6.16 links für Bauteile ohne Querkraftbewehrung und in Bild 6.16 rechts für Bauteile mit Querkraftbewehrung abgebildet sind.



**Bild 6.16:** Abminderung der Querkrafttragfähigkeit von mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen ohne Querkraftbewehrung (links) und mit Querkraftbewehrung (rechts) nach (Schmidhuber 2004)

Stellt man die Kurve für Bauteile mit Querkraftbewehrung über die Schubspannungen dar, ergibt sich das Diagramm in Bild 6.17.



**Bild 6.17:** Abminderung der Querkrafttragfähigkeit von mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen nach Schmidhuber im Vergleich zur (DIN 1045:1988)

In (Schmidhuber 2005) werden Gleichungen angegeben, um das Modell aus (Schmidhuber 2004) auf die (DIN 1045-1:2001) anwenden zu können. Hierfür führt er ein Kurvenfitting für sein Modell durch. Für Bauteile ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung kommt er somit auf Gleichung (6.17).

$$V_{\rm Rd,c} = f_{\rm ck} \cdot (0.3129 \cdot s_{\rm r}^{\ 4} - 0.8216 \cdot s_{\rm r}^{\ 3} + 0.7847 \cdot s_{\rm r}^{\ 2} - 0.3308 \cdot s_{\rm r} + 0.0591) - 3.8925 \cdot s_{\rm r}^{\ 4} + 9.0611 \cdot s_{\rm r}^{\ 3} - 7.0426 \cdot s_{\rm r}^{\ 2} + 1.9275 \cdot s_{\rm r} - 0.0435$$
(6.17)

Bei Bauteilen mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung modifiziert er den Druckstrebenwinkel wie folgt.

$$1,0 \le \cot \theta = \frac{1}{1-\nu} \le 3,0 \tag{6.18}$$

Dabei ergibt sich die Größe v in Abhängigkeit der auf die Querschnittsfläche bezogenen einwirkenden Größe  $v_{\text{Ed}}$ , der Risselementlänge  $s_r$  und der charakteristischen Betonfestigkeit  $f_{ck}$  mit Gleichung (6.19).

$$v = (0,0031 \cdot f_{ck} + 0,0571) \cdot s_r^{-0,0051 \cdot f_{ck} - 0,74174} \cdot v_{Ed}^{-0,1738 \cdot f_{ck} - 1,1527}$$
(6.19)

#### 6.2.3.2 Auftretende Rissabstände und Rissbreiten

Aufgrund der Annahme eines geraden Verlaufes des Risses weist (Schmidhuber 2004) der Rissreibung einen sehr großen Anteil zu. Aus diesem Grund sind das Rissverhalten des verstärkten Querschnittes und die sich somit einstellenden Rissbreiten von entscheidender Bedeutung. (Schmidhuber 2004) betrachtet zunächst die Rissabstände aus dem Stahlbetonbau und die sich einstellenden Rissbreiten aus der geklebten Bewehrung getrennt. Dies ist nicht ganz korrekt, da sich die interne und die aufgeklebte Bewehrung gegenseitig beeinflussen und es zu Umlagerungen kommt. Nachfolgend wird jedoch ebenfalls die getrennte Betrachtungsweise der beiden Einflussfaktoren auf die Rissbreite fortgeführt, um kongruent zu dem Modell von (Schmidhuber 2004) zu bleiben. Des Weiteren sind die Komplexität und der Berechnungsaufwand einer Betrachtung mit Interaktion bedeutend höher.

Zunächst werden die Rissabstände betrachtet, welche sich im konventionellen Stahlbetonbau einstellen können. Aufgrund des Rissmodells von (Schießl 1989), welches ein einfaches, allgemein anerkanntes und gut mit Versuchswerten übereinstimmendes Rissmodell darstellt, wird eine Parameterstudie über die Einflussfaktoren durchgeführt. Neben den Verbundeigenschaften der verwendeten Betonstähle, welche allgemein in die drei Gruppen gerippt, profiliert und glatt unterteilt werden, hat die gezogene Fläche und der verwendete Durchmesser einen Einfluss auf den Rissabstand nach (Schießl 1989).

Das Modell von (Schießl 1989) ist in Gleichung (6.20) angegeben. Hierbei berechnet sich der mittlere Rissabstand in ähnlicher in Abhängigkeit des Betonstahldurchmessers und dem Bewehrungsgrad der effektiven Zugzone. Die k-Faktoren beschreiben dabei die Verbundeigenschaften sowie die Beanspruchung.

$$s_{\rm rm} = k_1 \cdot c + 0.25 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{\phi_{\rm s}}{\rho_{\rm eff}}$$
(6.20)

Bei der Verwendung von Rippenstahl und biegebeanspruchten Bauteilen ergibt sich die vereinfachte Gleichung (6.21).

$$s_{\rm rm} = 50 + 0.1 \cdot \frac{\phi_{\rm s}}{\rho_{\rm eff}}$$
 (6.21)

Die Grenzen der Parameterstudie werden nach Bild 6.18 für die geometrischen Einflussfaktoren festgelegt. Für die Verbundeigenschaften werden die Werte nach (Schießl 1989) verwendet. Des Weiteren wird von biegebeanspruchten Bauteilen ausgegangen, da reine Zugglieder für die Querkrafttragfähigkeit nicht relevant sind.



Bild 6.18: Grenzen der Parameterstudie für den Rissabstand

Mit den Grenzen aus Bild 6.18, welche den baupraktisch möglichen Bereich abdecken sollen, ergeben sich die Grenzwerte des Rissabstandes in Abhängigkeit des verwendeten Betonstahls in Tabelle 6.2.

 Tabelle 6.2:
 Minimale und maximale Werte des Rissabstandes aus der Parameterstudie

Betonstahl	min	max		
-	mm	mm		
Gerippt	50	210		
Glatt	60	370		

Als eine weitere Überlegung für den Rissabstand können die Regelungen der alten und derzeitigen Stahlbetonvorschrift betrachtet werden. Seit der (DIN 1045:1972) wird ein Nachweis der Rissbreite gefordert. Als größte Rissbreite wird hier 0,4 mm festgelegt. (Leonhardt 1979) gibt aufbauend auf die (DIN 1045:1972) für die Rissbreitenbegrenzung und den gerippten Betonstahl in Anhängigkeit des Durchmessers Bewehrungsgrade in der Zugzone des Querschnittes an. Betrachtet man sich diese Bewehrungsgrade mit der Formel nach (SchießI 1989), so kommt man ebenfalls auf maximale mittlere Rissabstände von 200 mm.

(Schmidhuber 2004) untersucht in Kapitel 4 seiner Dissertation die Auswirkungen des Verbundes der geklebten Bewehrung auf die Rissbreiten von verstärkten Stahlbetonbauteilen mit einem fixen Rissabstand. Dazu löst er die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingung für das Zwischenrisselement nach (Niedermeier 2001) und löst die so entstehenden Gleichungen nach dem Schlupf auf. Den doppelten Schlupf setzt er als Rissbreite an. Er stellt einen erheblichen Einfluss der geklebten Bewehrung auf die Rissbreite bis circa 2 mm/m Dehnung der Lamelle fest. Ab 2 mm/m Dehnung geht er davon aus, dass die Lamelle keinen Einfluss auf die Rissbreite hat. Aus diesem Grund vernachlässigt er die Lamelle und betrachtet nur die Zugbandlinie, bei welcher sich die Rissbreite aus der Multiplikation von Dehnung und Rissabstand ergibt. Die Gleichungen von (Schmidhuber 2004) wurden nochmals mit dem Verbundmodell aus Abschnitt 4.3 durchgerechnet. Mit diesem Verbundmodell ergibt sich die Beziehung aus Rissbreite und Lamellendehnung wie sie in Bild 6.19 dargestellt ist.



Bild 6.19: Einfluss des Verbundmodells auf die Rissbreite nach (Schmidhuber 2004)

Man erkennt, dass bei großen Dehnungen nur noch der Reibverbund zu einer Veränderung der Rissbreite gegenüber der Zugbandlinie beiträgt. Die prozentuale Abweichung von der Zugbandlinie durch das Verbundmodell ist in Bild 6.20 dargestellt. Aus den Diagrammen erkennt man ebenfalls, dass das Modell von Schmidhuber erst ab einer Lamellendehnung von 2 mm/m einen Einfluss haben kann.



**Bild 6.20:** Abweichung der Rissbreite nach dem Verbundmodell nach Abschnitt 4.3 und der Zugbandline, welche von (Schmidhuber 2004) verwendet wird

#### 6.2.3.3 Folgerung für das Querkraftmodell

Mit den Erkenntnissen aus den vorherigen beiden Kapiteln wird nun das Modell von (Schmidhuber 2004) exemplarisch für Bauteile ohne Querkraftbewehrung neu berechnet. Dazu wird die Modellbildung<sup>52</sup> genau auf die gleiche Weise wie von (Schmidhuber 2004) durchgeführt und eine anschließende Parameterstudie über das Modell wie ebenfalls von (Schmidhuber 2004)<sup>53</sup> durchgeführt. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist in Bild 6.21 für einen B15, im Bild 6.22 für einen B35 und im Bild 6.23 für B55 dargestellt. Die Betonfestig-keitsklassen wurden nach (DIN 1045:1988) gewählt, um einen Vergleich mit den Kurven von (Schmidhuber 2004) zu erleichtern. In den Diagrammen ist jedoch anders als in (Schmidhuber 2004) auf der X-Achse nicht der Rissabstand, sondern die Lamellendehnung dargestellt, da nur die maximalen Rissabstände für die verschiedenen Betonstähle verwendet werden. In den Diagrammen ist für jeden Betonstahl die entsprechende Kurve dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> Vergleiche (Schmidhuber 2004) Kapitel 7.7

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> Vergleiche (Schmidhuber 2004) Anhang F



**Bild 6.21:** Querkrafttragfähigkeit für Bauteile ohne Querkrafttragfähigkeit nach dem modifizierten Modell nach (Schmidhuber 2004) bei einem B15



**Bild 6.22:** Querkrafttragfähigkeit für Bauteile ohne Querkrafttragfähigkeit nach dem modifizierten Modell nach (Schmidhuber 2004) bei einem B35



**Bild 6.23:** Querkrafttragfähigkeit für Bauteile ohne Querkrafttragfähigkeit nach dem modifizierten Modell nach (Schmidhuber 2004) bei einem B55

In den Bildern wird zusätzlich zu dem Modell von (Schmidhuber 2004) die Schubbereichsgrenze nach (DIN 1045:1988) sowie die sich für die Betonfestigkeit, welche gemäß (DBV :2008a) umgerechnet wurde,

ergebende aufnehmbare Schubspannung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) dargestellt. Der Maßstabsfaktor<sup>54</sup> wurde hierbei zu 2 gesetzt.

Aus den Bildern erkennt man, dass bei der Verwendung von geripptem Baustahl das Modell nur bei geringen Betonfestigkeiten und hohen Lamellendehnungen die Grenzen der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) unterschreitet, die Grenzen der (DIN 1045:1988) werden jedoch nie unterschritten.

## 6.2.3.4 Maßgeblicher Punkt

Das Modell von (Schmidhuber 2004) unterschreitet das Modell nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) nur bei hohen Lamellendehnungen. Es tritt folglich nur an Stellen ein, wo gleichzeitig ein hohes Moment sowie eine hohe Querkraft herrschen. Dies ist entweder im Stützmomentenbereich von Mehrfeldträgern der Fall oder an einem 3-Punkt-Biegeversuch. In beiden Fällen wird lokal an der Stelle des höchsten Momentes eine Einzellast eingetragen. Diese Bereiche stellen jedoch zusätzlich den D-Bereich (vgl. Schlaich, Schäfer 2001) des Bauteils und einen kritischen Bereich für die Verbundkraftübertragung dar (vgl. Neubauer 2000; Niedermeier 2001). Zunächst wird hier der D-Bereich betrachtet, die Überlegungen zum Verbund werden im nachfolgenden Kapitel vorgestellt.

Nach Schmidhuber<sup>55</sup> gilt sein Modell nicht im D-Bereich, welcher sich im Bereich der Lasteinleitung befindet und circa die Länge der Bauteilhöhe hat (vgl. Schlaich, Schäfer 2001). Betrachtet man den baupraktisch relevanteren Fall, den Zweifeldträger unter Gleichlast im Stützmomentenbereich, so erhält man in Abhängigkeit der Biegeschlankheit ein anderes Ende des D-Bereichs mit den zugehörigen Schnittgrößen. Diese Beziehung ist in Bild 6.24 für einen Zweifeldträger für drei verschiedene Biegeschlankheiten dargestellt. Die Biegeschlankheit 1/35 ergibt sich aus der Verformungsbeschränkung der (DIN 1045-1:2008), welche auf (Mayer, Rüsch 1967) zurückgeht. Diese Biegeschlankheit wird folglich für die Platten den Grenzwert der vorkommenden Bauteile darstellen.



Bild 6.24: Darstellung des D-Bereiches bei einem Zweifeldträger mit üblichen Biegeschlankheiten

Die Biegeschlankheit 1/14 ergibt sich aus der Verformungsbeschränkung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) für Bewehrungsgrade größer 1,5 %. Für Balken, welche im Regelfall höher beansprucht sind, stellt dies einen praxisnahen Grenzwert dar. Aus dieser Überlegung folgt, dass bei Balkentragwerken an der Nachweisstelle nach (Schmidhuber 2004) nur 2/3 der maximalen Lamellendehnungen auftreten. Geht man nun von einer Grenzdehnung von 8 mm/m aus, so ergeben sich nur noch 5,3 mm/m Lamellendehnung an der Nachweisstelle, an dieser Stelle wird für Bauteile mit gerippter Bewehrung der Nachweis gegenüber dem normalen

<sup>54</sup> Maßstabsfaktor nach (DIN EN 1992-1-1:2011):  $\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2,0$ 

<sup>&</sup>lt;sup>55</sup> Vergleiche (Schmidhuber 2004) Kapitel 7.5

Nachweis nicht mehr maßgebend. Aus diesem Grund werden nachfolgend für den Verbund nur Platten bzw. Bauteile ohne Querkraftbewehrung betrachtet.

## 6.2.3.5 Gegenüberstellung des Modells und des Verbundnachweises

Der Querkraftnachweis und der Nachweis der Verbundkraftänderung am Zwischenrisselement können in Abhängigkeit des Verhältnisses von Lamellenbreite zu Bauteilbreite gegenübergestellt werden. Betrachtet man ein Zwischenrisselement, bei welchem der Betonstahl im Fließen ist<sup>56</sup>, so muss die gesamte Zugkraftänderung, welche sich aus der Momentendifferenz ergibt, über Verbund am Zwischenriss übertragen werden. Diese Beziehung am Zwischenrisselement ist schematisch in Bild 6.25 dargestellt.



#### **Bild 6.25:** Kräfte an einem Zwischenrisselement, bei welchem der Betonstahl die Streckgrenze überschritten hat

Die Momentenänderung ergibt sich an diesem Zwischenrisselement über die Querkraft multipliziert mit dem Rissabstand. Aus der Momentenänderung kann man mit dem mittleren Hebelarm, welcher mit 0,9-mal der statischen Nutzhöhe angenommen wird, die Lamellenkraftänderung berechnen. Setzt man diese zwei Beziehungen ineinander ein, so erhält man Gleichung (6.24), aus welcher ersichtlich ist, dass im Vergleich die Bauteilhöhe keine Rolle spielt.

$$\Delta M = V \cdot s_{\rm r} \tag{6.22}$$

$$\Delta F_{\rm L} = \frac{\Delta M}{z_{\rm m}} \tag{6.23}$$

$$\Delta F_{\rm L} = \frac{V \cdot s_{\rm r}}{z_{\rm m}} = \frac{\tau \cdot b \cdot d \cdot s_{\rm r}}{0.9 \cdot d} = \frac{\tau \cdot b \cdot d \cdot s_{\rm r}}{0.9 \cdot d} = 1.1 \cdot \tau \cdot b \cdot s_{\rm r}$$
(6.24)

Aufbauend auf Gleichung (6.24), den charakteristischen Werten des Verbundmodelles aus Abschnitt 4.3 und den charakteristischen Werten des Modelles nach (Schmidhuber 2004) lassen sich nun der Querkraftnachweis und der Verbundnachweis gegenüberstellen. Dieser Vergleich ist für gerippten Betonstahl in Bild 6.26 und für glatten Bewehrungsstahl in Bild 6.27 dargestellt. Bei diesem Vergleich wurde der Rissabstand  $s_r$  zu dem ungünstigsten und somit größten Werte nach Tabelle 6.2 verwendet.

<sup>&</sup>lt;sup>56</sup> Aus Abschnitt 6.2.3.3 wird ersichtlich, dass erst ab diesem Punkt das Modell von (Schmidhuber 2004) maßgebend werden kann.



**Bild 6.26:** Gegenüberstellung des Nachweises der Querkrafttragfähigkeit und der Verbundtragfähigkeit für ein Bauteil mit geripptem Betonstahl<sup>57</sup>



**Bild 6.27** Gegenüberstellung des Nachweises der Querkrafttragfähigkeit und der Verbundtragfähigkeit für Bauteile mit glattem Betonstahl<sup>57</sup>

Aus den Diagrammen kann man erkennen, dass der Nachweis der Verbundtragfähigkeit für gerippten, profilierten und glatten Betonstahl immer maßgebend wird und der Nachweis nach (Schmidhuber 2004) nie maßgebend wird.

#### 6.2.3.6 Vergleich mit Versuchswerten

Versuche, bei welchen es unter hohen Lamellendehnungen zu einem Querkraftversagen gekommen ist, sind dem Autor nicht bekannt. In der Datenbank aus (Zilch et al. 2011b) finden sich lediglich zwei Versuche, an welchen das Modell nach (Schmidhuber 2004) mit der Rissweite nach (Z- 36.12-70:2008) maßgebend hätte werden müssen. Bei beiden Trägern kam es jedoch zum Verbundversagen. Die zwei Versuche, die betrachtet werden, sind ein im Stützmomentenbereich verstärkter Zweifeldträger von (Ashour et al. 2004) und ein 3-Punkt Biegeversuch von (Kotynia 2005). Die Versuche sind in Tabelle 6.3 den rechnerischen Werten gegen-

<sup>&</sup>lt;sup>57</sup> Die Wahl der Lamellendicke  $t_L$  wurde zu der derzeit üblichen Dicke von 1,4 mm gewählt. Eine Veränderung der Lamellendicke hat jedoch kaum einen Einfluss auf das Ergebnis, da mit einer dickeren Lamelle aufgrund des größeren Querschnitts die Kraft zunimmt, jedoch aufgrund der Verbundgesetzt auch die über Verbund übertragbare Spannung abnimmt. Diese beiden Effekten heben sich nahezu auf, so dass der Einfluss der Lamellendicke nahezu verschwindet.

übergestellt, dabei sind sowohl die Werte für die Lamellendehnungen sowie der Wert für den Rissabstand *s*<sub>r</sub> rechnerisch ermittelt. Der Wert des Rissabstandes ist dabei nach dem Modell der Zulassung ermittelt. Bei beiden Versuchen führte nicht ein Querkraftversagen zum Bruch, sondern ein Verbundversagen.

Versuch	System	h	b	$ ho_{s}$	$\rho_{L}$	$f_{ m cm}$	ε <sub>L</sub>	s <sub>r</sub>	V <sub>calc</sub>	Vexp	$V_{\rm exp}/V_{\rm calc}$
-	-	mm	mm	%	%	N/mm <sup>2</sup>	mm/m	mm	kN	kN	-
E4	ZFT <sup>58</sup>	250	150	1,3	0,4	38,3	9,3	244	30,2	79,5	2,64
BF-06/S	3P <sup>59</sup>	300	150	0,5	0,1	32,5	11,5	183	36,7	43,0	1,17

 Tabelle 6.3:
 Vergleich von Versuchswerten mit dem Modell von (Schmidhuber 2004)

Wie man aus Tabelle 6.3 erkennt, sind die Versuchswerte deutlich größer als die Werte aus dem Modell von (Schmidhuber 2004). Die Gründe, warum die Versuchswerte so viel höher liegen als die rechnerischen Werte, sind genau auf die Gründe aus den vorherigen Kapiteln zurückzuführen:

- Modell wird im D-Bereich angewendet, wo es nicht gültig ist.
- Der angenommene Rissabstand stimmt nicht mit dem wirklichen Rissabstand überein (Der wahre Rissabstand geht jedoch leider aus den Veröffentlichungen nicht hervor).
- Zusätzlich ist beim Zweifeldträger noch die Abweichung der linear elastisch berechneten Schnittgrößen von den wirklich auftretenden zu nennen (vgl. auch Abschnitt 5.3).

## 6.2.3.7 Fazit

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass aufbauend auf eine Ermittlung der auftretenden Rissabstände in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen das Modell von (Schmidhuber 2004) nicht maßgebend wird. Das Modell wird nicht maßgebend, da es entweder keinen kritischen Punkt im Gültigkeitsbereich des Modells gibt, an welchem die Querkrafttragfähigkeit von (Schmidhuber 2004) kleiner wird als die Querkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011), oder es zum Verbundversagen der aufgeklebten CFK-Lamellen kommt.

Abschließend kann man noch das Modell von (Schmidhuber 2004) mit dem aktuellen Normenkonzept vergleichen. In der (DIN EN 1992-1-1:2011) wird eine Grenzdehnung von 25 mm/m des Betonstahls festgelegt, welche die maximal auftretende Lamellendehnung von 8 bis 10 mm/m bei weitem übersteigt. Von (Spitra 2008) wurde festgestellt, dass es aufgrund der sonstigen Bewehrungsregeln der (DIN 1045-1:2001) bzw. der (DIN EN 1992-1-1:2011) nicht zu einer Abminderung der Querkrafttragfähigkeit kommt. Dieses Argument lässt sich auch auf zu verstärkende Bauteile übertragen, wenn diese nach 1972 gebaut worden sind, da ab der (DIN 1045:1972) Rissbreitenbeschränkungen und Konstruktionsregeln in ähnlicher Form enthalten waren und in der Regel nicht mehr mit Glattstahl gebaut wurde. Bei Bauteilen vor 1972 waren solche Regeln nicht enthalten, des Weiteren wurde dort vermehrt mit Glattstahl gebaut, was sich negativ auf die auftretende Rissabstände auswirkt. Jedoch werden die Rissabstände und Rissbreiten bei Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung geringer sein als die bei reinen Stahlbetonbauteilen, die sich im Fließen befinden, da ab dem Fließen der inneren Bewehrung das Risswachstum bei unverstärkten Stahlbetonbauteilen nur noch in dem Riss stattfindet, in welchem der Betonstahl fließt. Bei Bauteilen, welche mit geklebter Bewehrung verstärkt sind, wird sich jedoch das Risswachstum aufgrund der noch intakten CFK-Lamelle verteilen.

#### 6.2.4 Numerische Simulationen

#### 6.2.4.1 Allgemeines

Im Rahmen der Masterarbeit von (Tecusan 2011) wurden ausgewählte Versuche aus Abschnitt 3.6 mithilfe des nichtlinearen Finiten Elemente Programm (Athena 3D 2011) mit der im Folgenden beschriebenen Modellierung nachgerechnet. Da diese Nachrechnung, welche in Abschnitt 6.2.4.2 beschrieben ist, eine gute Übereinstimmung mit den Versuchen zeigte, wurden weitere Simulationen, welche in Abschnitt 6.2.4.3 beschrieben sind, durchgeführt, um den Einfluss des Verbundes der geklebten Bewehrung sowie der einbetonierten Bewehrung auf die Querkrafttragfähigkeit gezielt zu untersuchen

Zu Modellierung wurde das Finite-Element Programm (Athena 3D 2011) verwendet. Dabei wurde der Betonkörper mit 3D-Volumenelementen modelliert, in welchen die Betonstahlbewehrung und die geklebte Bewehrung diskret mit CCBarWithBond-Elements modelliert wurde. Dadurch wird eine Koppelung der einzelnen Betonelemente an die Bewehrungselemente über Verbundspannungsschlupfbeziehungen erreicht, welche in Abschnitt 4.3, 4.4 und 4.5 beschrieben sind. Das Finite Element Programm (Athena 3D 2011) berücksichtigt

<sup>&</sup>lt;sup>58</sup> ZFT = Zweifeldträger

<sup>&</sup>lt;sup>59</sup> 3P = 3-Punkt-Biegeversuch

auch das nichtlineare Verhalten des Betons mit Rissbildung, welches nachfolgend beschrieben wird. Dabei werden die Risse verschmiert über das jeweilige gerissene Element betrachtet. Der Beton wurde durch das Material CC3DNonLinCementitious2 beschrieben. Durch die so durchgeführte Modellierung werden gemäß (Cervenka, Cervenka 2010) folgende Effekte berücksichtigt:

- non-linear behavior in compression including hardening and softening (nicht lineares Materialverhalten unter Druck unter Berücksichtigung der Verfestigung und Entfestigung)
- fracture of concrete in tension based on the nonlinear fracture mechanics (Reißen des Betons auf Zug auf Basis nichtlinearer Bruchmechanik)
- biaxial strength failure criterion (Zweiaxiales Bruchkriterium des Betons)
- reduction of compressive strength after cracking (Reduktion der Druckfestigkeit nach dem Reißen des Betons)
- tension stiffening effect
   (Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen)
- reduction of the shear stiffness after cracking (variable shear retention) (Reduktion der Schubsteifigkeit nach dem Reißen des Betons)
- two crack models: fixed crack direction and rotated crack direction (zwei Rissmodelle: feste Rissrichtung und gedrehte Rissrichtung)

Die Materialkennwerte der einzelnen Materialmodelle wurden, soweit aus den Begleitversuchen bekannt in das Programm eingegeben. Die restlichen Werte wurden auf Grundlage der jeweiligen Druckfestigkeit des Betons angenommen und sind in Tabelle 6.4 aufgelistet.

Kennwerte	Einheit	Wert
Elastic modulus <i>E</i> <sub>c</sub>	N/mm <sup>2</sup>	Nach Prüfung
E-Modul des Betons		
Poisson's ratio v [–]	-	0,20
Querdehnzahl		
Tensile strength $f_t$	N/mm <sup>2</sup>	Nach Prüfung
Zugfestigkeit		
Compressive strength $f_{\rm c}$	N/mm²	Nach Prüfung
Druckfestigkeit		
Specific fracture energy $G_{\rm F}$	MN/m	6,372E-05
Spezifische Bruchenergie		
Critical compressive displacement w <sub>d</sub>	m	-5,000E-04
Kritische Druck Verformung		
Plastic strain at compressive strength $\varepsilon_{cp}$	-	-2,200E-03
Plastische Betondehnung bei Erreichen der Betondruckfes-		
tigkeit		
Reduction of compressive strength due to cracks $r_{c,lim}$	-	0,8
Reduktion der Druckfestigkeit aufgrund von Rissen		
Crack shear stiffness factor s <sub>F</sub>	-	20,0
Riss Schubsteifigkeitsfaktor		
Aggregate size	-	0,01
Korngröße		

 Tabelle 6.4:
 Kennwerte der Modellierung des nichtlinearen Betonverhaltens

#### 6.2.4.2 Validierung der Modellierung anhand der Versuche

Im Rahmen dieser Untersuchung werden die Versuche an Bauteilen ohne Querkraftbewehrung modelliert. Dabei werden nur die baupraktisch relevanten Fälle betrachtet, bei welchen die Lamelle nicht über das Auflager geführt wurde. Insgesamt wurden somit die folgenden vier Versuche nachgerechnet:

- QVPA1-2
- QVPA2-2

- QVPE1-2
- QVPR

#### Versuch QVPA1-2

Der Versuch QVPA1-2 aus (Zilch et al. 2012a), welcher mit gerippter Bewehrung (4Ø16) und zwei aufgeklebten CFK-Lamellen, welche 150 mm vor dem Auflager endeten, bewehrt war, wurde gemäß der in Abschnitt 6.2.4.1 beschriebenen Modellierung berechnet. Nach der Höchstlast von 115 kN an der Lasteinleitung stieg die Kraft nicht weiter an und fiel mit Zunahme des Weges ab. Die bei Maximallast berechneten Dehnungen sind mit den zugehörigen Rissen im verformten Zustand in Bild 6.28 links dargestellt. Ein Vergleich zwischen der Lastverformungskurve aus der Finte Elemente Berechnung und der Lastverformungskurve des Versuches zeigt Bild 6.28 rechts. Man erkennt, dass die Spitzenlast des ersten Lastabfalles gut getroffen wird, dass Verhalten nach dem ersten Bruch kann jedoch nicht mehr durch die Berechnung erfasst werden.





#### Versuch QVPA2-2

Der Versuch QVPA2-2, welcher im Rahmen von (Zilch et al. 2012c) geprüft wurde, ist ebenfalls mithilfe der Finiten Elemente Berechnung nachgerechnet worden. Im Gegensatz zu dem vorherigen Versuch QVPA1-2 war dieser Versuch mit glatten Bewehrungsstählen (4Ø16) bewehrt und mit drei CFK-Lamellen verstärkt, welche ebenfalls 150 mm vor dem Auflager endeten. Bei dieser Nachrechnung konnte nach der Kraft von 113 kN die Kraft nicht weiter gesteigert werden. Die bei Maximallast berechneten Dehnungen sind mit den zugehörigen Rissen im verformten Zustand in Bild 6.29 links dargestellt. Der Vergleich zwischen der Lastverformungskurve des Versuches QVPA2-2 und der zugehörigen Nachrechnung ist in Bild 6.29 rechts dargestellt. Man erkennt, dass das Verhalten des Bauteils mit der Simulation nahezu exakt abgebildet werden kann.



**Bild 6.29:** Verformter Dehnungszustand mit Rissen bei Maximallast der Simulation des Versuches QVPA2-2 sowie Vergleich der Last-Verformungskurven des Versuches mit der Finiten Elemente Berechnung des Versuches QVPA2-2

#### Versuch QVPE1-2

Wie der Versuch QVPA2-2 wurde der Versuch QVPE1-2, welcher mit neun in Schlitze verklebten CFK-Lamellen verstärkt war, nachgerechnet. Das Rissbild mit der zugehörigen Verformung und Dehnung ist in Bild 6.30 links dargestellt. Der Vergleich zwischen der Lastverformungskurve des Versuches QVPA2-2 und der zugehörigen Nachrechnung ist in Bild 6.30 rechts dargestellt. Man erkennt, dass das Verhalten des Bauteils bis zum Bruch mit der Simulation ebenfalls nahezu exakt abgebildet werden kann.



**Bild 6.30:** Verformter Dehnungszustand mit Rissen bei Maximallast der Simulation des Versuches QVPE2-1 sowie Vergleich der Last-Verformungskurven des Versuches mit der Finiten Elemente Berechnung des Versuches QVPE1-2<sup>60</sup>

#### Versuch QVPR-1

Der mit 4Ø16 glatten Bewehrungsstählen bewehrte Versuch QVPR-1, welcher im Rahmen von (Zilch et al. 2012c) geprüft wurde, wurde ebenfalls nachrechnet. Dieser Versuch war unverstärkt und versagte auf Biegung. Das Biegeversagen zeigt auch das Rissbild der Simulation unter Maximallast, welches in Bild 6.31

<sup>&</sup>lt;sup>60</sup> Das Nachbruchverhalten kann durch das FEM-Programm leider nicht richtig abgebildet werden. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass das komplexe Materialverhalten im Nachbruchverhalten extrem hohe Anzahlen an Iterationen erfordert und somit die nummerischen Fehler der Näherungslösung immer weiter aufaddiert werden.

links dargestellt ist. Wie bei dem Versuch bilden sich aufgrund des schlechten Verbundes der glatten Bewehrungsstähle bei der Simulation ebenfalls nur wenige, breite Risse. Der Vergleich zwischen der Lastverformungskurve des Versuches QVPR-1 und der zugehörigen Nachrechnung ist in Bild 6.31 rechts dargestellt. Man erkennt, dass das Verhalten des Bauteils bis zum Bruch mit der Simulation ebenfalls gut abgebildet werden kann. Auch das Verhalten des Bauteils nach dem Fließen der Bewehrung wird gut beschrieben.



**Bild 6.31:** Verformter Dehnungszustand mit Rissen bei Maximallast der Simulation des Versuches QVPR-1 sowie Last-Verformungskurve des Versuches QVPR-1

Aus der Nachrechnung ist ersichtlich, dass sowohl das Tragverhalten der Bauteile mit gerippter wie auch mit glatter Bewehrung und einer Biegeverstärkung gut erfasst werden kann. Aufgrund dieser Nachrechnung werden nachfolgend weitere virtuelle Fälle simuliert.

## 6.2.4.3 Simulation ausgewählter Bauteile

Im Rahmen der Masterarbeit von (Tecusan 2011) wurden gemäß des hier verwendeten Versuchsaufbaus Platten ohne Querkraftbewehrung mit exakt den gleichen Materialeigenschaften, mit unterschiedlichen Verbundeigenschaften der einbetonierten Bewehrung und unterschiedlichen Verstärkungen numerisch auf die gleiche Art wie die Nachrechnung simuliert. Alle Bauteile wurden mit einem C20/25 nach (DIN EN 1992-1-1:2011) und einem Betonstahl mit einer Streckgrenze von 500 N/mm<sup>2</sup> simuliert. Die Bauteile hatten die gleichen Abmessungen wie die hier geprüften Bauteile ( $b_c = 500 \text{ mm} h_c = 200 \text{ mm}$ ), wurden jedoch mit 4Ø20 bewehrt, welche eine statische Nutzhöhe von d = 165 mm hatten. Folgende Bauteile wurden simuliert:

- Unverstärkte Platte mit gerippter Betonstahlbewehrung
- Mit neun in Schlitze verklebten CFK-Lamellen (20 mm x 2 mm) verstärkte Platte mit gerippter Betonstahlbewehrung
- Mit drei aufgeklebten CFK-Lamellen (100 mm x 1,4 mm) verstärkte Platte mit gerippter Betonstahlbewehrung
- Unverstärkte Platte mit glatter Betonstahlbewehrung
- Mit neun in Schlitze verklebten CFK-Lamellen (20 mm x 2 mm) verstärkte Platte mit glatter Betonstahlbewehrung
- Mit drei aufgeklebten CFK-Lamellen (100 mm x 1,4 mm) verstärkte Platte mit glatter Betonstahlbewehrung

Bei den Bauteilen wurden die gleichen Verbundeigenschaften und Materialkenngrößen der Verstärkung verwendet wie bei den hier durchgeführten Versuchen bzw. wie bei der Nachrechnung aus Abschnitt 6.2.4.2. In Bild 6.32 sind die Rissbilder mit den zugehörigen Verformungen und Dehnungen der verschiedenen Simulationen dargestellt.

Unverstärkt mit geripptem Betonstahl bewehrt

Unverstärkt mit glattem Betonstahl bewehrt



Mit in Schlitze verklebten CFK-Lamellen verstärkt und mit geripptem Betonstahl bewehrt



Mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkt und mit geripptem Betonstahl bewehrt



Mit in Schlitze verklebten CFK-Lamellen verstärkt und mit glattem Betonstahl bewehrt



Mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkt und mit glattem Betonstahl bewehrt



Bild 6.32: Verformter Dehnungszustand mit Rissen bei Maximallast der verschiedenen Simulationen

Wie auch bei den Versuchen erhält man bei der Simulation ebenfalls eine Lastverformungskurve, welche für die verschiedenen Simulationen in Bild 6.33 dargestellt ist. Zusätzlich ist im Bild 6.33 die rechnerische Querkrafttragfähigkeit nach der (DIN EN 1992-1-1:2011) sowie der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) dargestellt.



Bild 6.33: Last-Verformungskurve der numerischen Simulationen

Aus Bild 6.33 ist zu erkennen, dass die Bauteile mit glattem Betonstahl zu einer teilweise deutlich höheren Querkrafttragfähigkeit kommen, als die Bauteile mit gerippter Bewehrung. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Verstärkung zu einer leichten Reduktion der Querkrafttragfähigkeit und zu einem etwas steiferen Verhalten führt. Wie aus Bild 6.33, ersichtlich liegen alle Simulationen über dem rechnerischen Wert (charak-

teristischer Wert) der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011). Der rechnerische Wert nach (DIN EN 1992-1-1:2011) ohne NAD wird lediglich von dem Bauteil mit aufgeklebten CFK-Lamellen und gerippter Betonstahlbewehrung leicht unterschritten.

Die durchgeführten numerischen Simulationen an Bauteilen ohne Querkraftbewehrung zeigen, dass sich die Bauteile mit glattem Bewehrungsstahl günstiger verhalten als die gleichen Bauteile mit gerippter Bewehrung. Dies ist schon von (Leonhardt, Walther 1962) sowie von (Kani 1969) festgestellt worden. Diese führen dies auf die Veränderung der Tragmechanismen zurück. So führt eine glatte Bewehrung eher zu einer Bogen-Zugband- bzw. Sprengwerk-Zugband-Tragwirkung und eine gerippte Bewehrung aufgrund der eingetragenen Verbundkräfte zu einer echten Schubbeanspruchung im Steg.

Des Weiteren haben die numerischen Simulationen gezeigt, dass eine Verstärkung, welche nicht über das Auflager geführt wird, im Vergleich zu einem unverstärkten Bauteil zu einer leichten Reduktion der Querkrafttragfähig führt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass am Ende der Verstärkung eine Spannungsspitze entsteht, welche einen Riss verursacht, welcher sich dann zu einem Querkraftfriss ausbilden kann. Die so entstehende Situation führt dann zu einem ungünstigeren Spannungszustand im querkraftbeanspruchten Bereich. Diese Reduktion wurde auch bei Querkraftversuchen mit abgestufter Bewehrung von (Collins 2010) festgestellt und wurde auch in ehemaligen Normen (vgl. z.B. DIN 1045:1988) durch eine verminderte aufnehmbare Schubspannung berücksichtigt. Bei allen simulierten Fällen wurde jedoch die rechnerische Querkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) erreicht. Die Einflüsse der Verbundeigenschaften der Bewehrungsstähle sowie der Einfluss der nicht über das Auflager geführten Bewehrung sind somit vermutlich durch die relativ große Streubreite des empirischen Modelles der (DIN EN 1992-1-1:2011) erfasst.

## 6.2.5 Fazit

Anhand der Auswertung der hier durchgeführten Versuche in Abschnitt 6.2.2, der Betrachtung des Modelles von (Schmidhuber 2004) in Abschnitt 6.2.3 sowie der numerischen Simulation in Abschnitt 6.2.4 können die folgenden Aussagen bezüglich der Querkrafttragfähigkeit von mit geklebter Bewehrung biegeverstärkten Bauteilen getroffen werden:

- Die Versuche zeigten, dass die Querkrafttragf\u00e4higkeit der (DIN EN 1992-1-1:2011) sowie der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) in allen F\u00e4llen erreicht wurde.
- Die Reduktion der Querkrafttragf\u00e4higkeit aufgrund der hohen Dehnungen der CFK-Lamellen gem\u00e4\u00df (Schmidhuber 2004) kann aufgrund der vorherigen Verbundentkopplung der aufgeklebten Bewehrung sowie aufgrund der Konstruktionsregeln der Bemessungsnormen ausgeschlossen werden.
- Anhand der numerischen Simulation an Einfeldträgern hat sich gezeigt, dass sich eine Verstärkung, welche nicht über das Auflager der Einfeldträger<sup>61</sup> geführt ist, wie es in nahezu allen Fällen in der Praxis der Fall sein wird, zu keiner Verbesserung der Querkrafttragfähigkeit sondern zu einer leichten Reduktion der Querkrafttragfähigkeit führt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass lediglich die nicht vorhandene Verankerung der Bewehrung hinter dem Endauflager zu einer kleinen Reduktion der Querkrafttragfähigkeit führt, wie dies ebenfalls bei einer konventionellen abgestuften Bewehrung der Fall ist. Dies ist jedoch durch die relativ große Streubreite der empirischen Ansätze in der (DIN EN 1992-1-1:2011) berücksichtigt, so dass eine Bemessung gemäß der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) auf der sicheren Seite erfolgen kann.

## 6.3 Bauteilspezifische Einflüsse auf die Querkraftverstärkung

#### 6.3.1 Allgemeines

Da neben der Biegetragfähigkeit von zu verstärkenden Bestandsbauteilen auch in einigen Fällen deren Querkrafttragfähigkeit nicht ausreichend ist, existieren zahlreiche Untersuchungen zur Querkraftverstärkung von Stahlbetonbauteilen mit geklebter Bewehrung. Im Regelfall wird bei den experimentellen und theoretischen Untersuchungen dazu aufgeklebte Bewehrung verwendet (vgl. z.B. Chajes et al. 1995; Pellegrino, Modena 2002; Carolin, Täljisten 2005; Cao et al. 2005; Leung et al. 2007), jedoch wird in der letzten Zeit

<sup>&</sup>lt;sup>61</sup> Bei einem Querkraftnachweis an der Innenstütze von Mehrfeldträgern wird die Situation günstiger sein als am Endauflager von Einfeldträgern, da die Lamelle im ungerissenen Bereich verankert werden kann. Hier kann unter Umständen vor allem die in Schlitze verklebte CFK-Lamelle eine Steigerung der Querkrafttragfähigkeit bewirken.
auch vermehrt in Schlitze verklebte Bewehrung verwendet (vgl. z.B. Lorenzis, Nanni 2001; Kotynia 2007; Dias, Barros 2008; Dias, Barros 2010).

Die Verstärkungssysteme können in Abhängigkeit der Applizierungsart am Querschnitt in drei verschiedene Gruppen unterteilt werden. Alle drei verschiedenen Arten sind nachfolgend kurz erläutert und in Bild 6.34 dargestellt.

seitlich halb geschlossen verklebt geschlossen







- Rein seitliche Verklebung: Hier werden an beiden Seitenflächen Verstärkungen aufgeklebt, welche untereinander keine Verbindung besitzen. Im Regelfall wird die rein seitliche Verklebung die ineffizienteste und am stärksten streuende Querkraftverstärkung sein, da hier der Verbund zwischen Beton und Verstärkung den größten Einfluss hat. Der Verbund wird hier sowohl von den Betonfestigkeiten und der Verstärkungssteifigkeit als auch von der Rissbildung des Trägers beeinflusst. Letzteres ist wiederum eine stark streuende, schwer voraussagbare Größe.
- Halbgeschlossene Bügel: Bei halbgeschlossenen Bügeln sind sowohl die Seitenflächen als auch die Unterseite verklebt. Im Regelfall werden bei vorgefertigten Systemen wie Stahllaschen und CFK-Lamellen Winkel verwendet, welche dann unterseitig überlappend verklebt werden. Bei der Verwendung von Gelegen wird hier meist eine geschlossene Bahn aufgeklebt.
- Geschlossene Bügel: Die geschlossene Bügelform stellt die effektivste und am wenigsten streuende Verstärkungsart dar, da hier der Verbund zwischen Beton und Verstärkung eine untergeordnete Rolle spielt. Von Bedeutung sind hier neben der Materialfestigkeit die Aufrundung der Ecken sowie die Überlappung der Stöße. Eine Anwendung der umschlossenen Umwicklung ist in der Praxis häufig mit Schwierigkeiten verbunden, da es sich bei vielen Unterzügen um Plattenbalken handelt. Bei einem Plattenbalken muss für eine voll umschlossene Verstärkung die Platte durchbohrt werden.

Neben den, bei den hier vorgestellten Versuchen verwendeten Stahllaschen stehen auch zahlreiche Faserverbundmaterialien zur Verfügung. Es werden zur Querkraftverstärkung sowohl vorgefertigte Laminate, meist in L-Form (vgl. Czaderski 2002), wie auch Gelege verwendet. Bei den Faserverbundwerkstoffen stehen neben den Kohlenstofffasern auch Glasfasern und Aramidfasern zur Verfügung. Je nach Hersteller weisen die Gelege unterschiedliche Eigenschaften auf. Neben den rein mechanischen Eigenschaften kann aber auch die Verwebung der Fasern untereinander einen Einfluss haben, da bei mäßiger Verwebung ein faltenfreies Aufbringen der Gelege erschwert ist. Bei der Verwendung von Gelegen hat die Ausrundung der Ecken einen großen Einfluss auf die Fasertragfähigkeit, da bei zu kleinen Ausrundungen hohe Querdruckspannungen entstehen, was sich negativ auf die Faserfestigkeit, insbesondere, bei Kohlenstofffasern auswirkt. Neben den Applizierungsarten im Querschnitt gibt es noch mehrere Möglichkeiten, die Verstärkungen über die Länge anzuordnen. So können die Verstärkungen sowohl flächig wie auch in Streifen verklebt werden (vgl. Bild 6.35).



Bild 6.35: Vollflächige Querkraftverstärkung und in Streifen

Neben der Lage der Verstärkung hat auch der Winkel der Verstärkung einen Einfluss auf die Tragwirkung, wie dies auch bei geneigten internen Betonstahlbügeln der Fall ist. Bei Gelegen kann neben der Neigung der Verklebung auch der Faserwinkel variieren, wobei parallel zur Bauteilachse verlaufende Fasern kaum einen Einfluss auf die Tragfähigkeit haben werden.

#### 6.3.2 Versuche mit Querkraftverstärkung

In Abschnitt 3.6 wurden neben den Querkraftversuchen an rein biegeverstärkten Bauteilen auch Querkraftversuche mit seitlich aufgeklebten, halb geschlossenen Stahllaschenbügeln durchgeführt. In Bild 6.36 sind diese fünf Versuche mit aufgeklebter Querkraftverstärkung als Querkraftverformungskurve dargestellt.



Bild 6.36: Vergleich der verschiedenen Versuche mit aufgeklebter Querkraftbewehrung

Prinzipiell lassen sich aus Bild 6.36 zwei verschiedene Versuchsverläufe beobachten. Zum einen die Querschnitte QVBA1-1 und QVBE-1-2, bei welchen der interne Betonstahl nicht die Fließgrenze erreicht hat. Man kann auch erkennen, dass diese Querschnitte nicht so steif waren wie die anderen drei Querschnitte. Zum anderen die Querschnitte, wo der Zustand III erreicht wurde, bei welchen auch das stufenweise Entkoppeln der aufgeklebten Querkraftbewehrung klar zu erkennen ist.

Der Grund des unterschiedlichen Verhaltens dieser Querschnitte ist die verschiedene Anordnung der Querkraftverstärkung. Bei den Versuchen, welche eine höhere Last erreicht hatten und zuerst ein steiferes Verhalten im Zustand II zeigten, war die aufgeklebte Querkraftverstärkung immer relativ mittig zu den internen Bügeln angeordnet. Bei den anderen zwei Versuchen war die aufgeklebte Querkraftverstärkung in der Nähe der internen Querkraftbewehrung aufgeklebt. Dieses Verhalten wird auch ersichtlich, wenn man Bild 6.37 betrachtet, in dem die Traglaststeigerung durch die aufgeklebte Querkraftverstärkung im Vergleich zum rechnerischen Wert nach (DIN EN 1992-1-1:2011) aufgetragen ist.





Der in den Versuchen aufgetretene Effekt wird in Abschnitt 6.3.4 näher erläutert.

### 6.3.3 Versagensformen

In Abhängigkeit der Querkraftverstärkungsart, des Querkraftverstärkungsgrades und des verwendeten Materials kann es bei aufgeklebter Querkraftverstärkung zu vier Versagensformen kommen:

- Bruch der Verstärkung nach dem Fließen der internen Querkraftbewehrung (Tritt im Regelfall bei geschlossenen Verstärkungsbügeln aus Faserverbundwerkstoffen ein)
- Bruch der Verstärkung vor dem Fließen der internen Querkraftverstärkung (Bei vorgespannten geschlossenen Verstärkungsbügeln aus Stahl möglich)
- Verbundbruch nach dem Fließen der internen Querkraftverstärkung (Bei halbgeschlossener Querkraftverstärkung aus Faserverbundwerkstoffen möglich)
- Verbundbruch vor dem Fließen der internen Querkraftverstärkung (Tritt bei halbgeschlossener Querkraftverstärkung aus Stahl ein)

Um die Versagensformen und deren Konsequenzen zu verdeutlichen, werden diese nachfolgend einzeln erläutert und die Kräfteanteile der verschiedenen Querkrafttragmechanismen schematisch dargestellt. Die Kräfteanteile stammen aus theoretischen Überlegungen und aus Messwerten der Spannungen der internen und aufgeklebten Bügel aus (Sato et al. 1997) und (Boussselham, Chaallal 2008) Um diese Vorgehensweise zu verdeutlich, wurden für ein unverstärktes Bauteil mit Querkraftbewehrung die Traganteile von Beton und Betonstahlbewehrung unter Annahme eines 45° Fachwerkes in Bild 6.38 dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>62</sup> Die schematisch dargestellte Bewehrungsanordnung stellt den Versagensort der Versuche dar und spiegelt sich im Mittel im gesamten Bauteil wieder eine genau Darstellung der Bewehrungsanordnung ist in (Zilch et al. 2012a) enthalten.





In Bild 6.38 ist ersichtlich, dass erst nach dem Querkraftriss die interne Querkraftbewehrung zu Tragen beginnt und ab dem Fließen keine weitere Kraft mehr aufnimmt. Jedoch kann nach dem Fließen die Last noch weiter gesteigert werden, was auf Rissreibung und Dübelwirkung zurückzuführen ist. Die Größen der einzelnen Anteile hängen jedoch stark von der Querschnittsform sowie vom Bewehrungsgrad ab (vgl. auch Leonhardt, Mönnig 1984a).

#### Bruch der Verstärkung nach dem Fließen der internen Querkraftverstärkung

Bei der Verwendung von faserverstärkten Kunstoffen als geschlossene Bügel kommt es im Regelfall zum Fließen der Betonstahlbügel bevor die Verstärkung versagt, da die aufgeklebten Bügel höhere Dehnungen zulassen sowie schubfest ohne Schlupf verklebt sind. Nach dem Fließen der Betonstahlbügelbewehrung kann diese keine zusätzliche Kraft mehr aufnehmen. Bei weiterer Laststeigerung muss die zusätzliche Kraft durch den aufgeklebten Bügel aufgenommen werden. Aufgrund der sich öffnenden Risse kommt es wieder zu einer Steigerung des Betontraganteils durch Rissverzahnung und Dübelwirkung. Schematisch sind die einzelnen Phasen sowie die Traganteile in Bild 6.39 dargestellt.



Bild 6.39: Querkrafttragmechanismen eines Bauteils mit Querkraftverstärkung bei Bruch der Faserverbundverstärkung

### Verbundbruch nach dem Fließen der internen Querkraftverstärkung

Bei halbgeschlossenen Bügeln zur Querkraftverstärkung aus Faserverbundwerkstoffen kommt es aufgrund der Dehnungsverhältnisse sowie der Steifigkeitsverhältnisse zwischen internen Bügeln und aufgeklebter Verstärkung meist vor dem Ablösen der Verstärkung zum Fließen der inneren Betonstahlbügel. Nach dem Fließen der inneren Betonstahlbügel treten deutlich höhere Dehnungen in der Verstärkung am Riss auf. Dadurch kommt es nach kurzer Zeit meist in zwei Stufen zur getrennten Entkopplung aufgrund der geringen Eintragungslängen der dünnen Faserverbundwerkstoffe. Während dieser Phasen kann aufgrund der vertikalen Rissverschiebungen auch noch der Traganteil des Betons erhöht werden. Die einzelnen Phasen sowie die Traganteile sind schematisch in Bild 6.40 dargestellt.





#### Verbundbruch vor dem Fließen der internen Querkraftverstärkung

Bei sehr hohen Steifigkeiten der Querkraftverstärkung, wie es bei Stahllaschen der Fall ist, kommt es meist zu einer Entkopplung oder einem Versagen der Querkraftverstärkung vor dem Fließen der inneren Betonstahlbügel. Dies hat zur Folge, dass nach der Entkopplung die Kraft schlagartig auf die Betonstahlbügel wirkt und diese sofort durchreissen und es somit zum schlagartigen Versagen kommt.

Die einzelnen Phasen sowie die Traganteile dieser Versagensart sind schematisch in Bild 6.41 dargestellt.



Bild 6.41: Querkrafttragmechanismen eines Bauteils mit Querkraftverstärkung bei Verbundentkopplung von dicken Stahllaschen

#### 6.3.4 Einflussfaktoren

In nahezu allen Ansätzen für die Bemessung einer Querkraftverstärkung (vgl. z.B. Khalifa et al. 1998; Triantafillou, Antonopoulos 2000; Chen, Teng 2003a, Chen, Teng 2003b; CNR-DT 200:2004) wird der Anteil der Querkraftverstärkung auf den Anteil der Querkrafttragfähigkeit nach einer bestimmten Bemessungsnorm für das unverstärkte Bauteil aufaddiert. In den Anteil, welchen die Querkraftverstärkung liefert, gehen im Regelfall lediglich die geometrischen Eigenschaften und die Materialeigenschaften der Verstärkung sowie die Betonfestigkeit und Abmessungen des Altbetonbauteils ein. Bei einer geschlossenen Querkraftverstärkung kann dies mit einer geeigneten Materialfestigkeit der Querkraftverstärkung nach der Plastizitätstheorie (vgl. z.B. Muttoni et al. 1997) auch näherungsweise erfolgen. Bei einer Verstärkung in Form von rein seitlich verklebten Querkraftzulagen oder halbgeschlossenen Bügeln ist dies aufgrund des spröden Verbundversagens der aufgeklebten Bewehrung nicht möglich.

Neben der korrekten Berücksichtigung des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung (vgl. Abschnitt 4.3) müssen hier auch weitere bauteilspezifische Effekte beachtet werden. Zur Übertragung von Kräften der aufgeklebten Querkraftbewehrung ist wie bei der aufgeklebten Biegeverstärkung eine Rissbildung erforderlich.

Diese wird sich bei der Querkraftverstärkung in Form von Schrägrissen einstellen. In Abhängigkeit dieser Rissbildung bilden sich dann unter der Annahme, dass lediglich ein Schrägriss die Querkraftverstärkung kreuzt, unterschiedliche Verbundlängen oberhalb und unterhalb dieses Schrägrisses. In Abhängigkeit der Verstärkungsart wird erstmals von (Monti, Liotta 2007) eine solche Betrachtungsweise verschmiert über den Träger betrachtet. Bei diesem Modell wird jedoch der Einfluss der internen Bügelbewehrung nicht berücksichtigt. Die einbetonierten Bügel haben neben der verbundbedingten Umlagerung auch einen großen Einfluss auf die Rissbildung und die Querkraftrissbreiten. Aus den durchgeführten Versuchen lässt sich ein großer Einfluss der Anordnung der aufgeklebten Bügel zu den internen Betonstahlbügeln erkennen. Dies kann schematisch mit Bild 6.42 erklärt werden.



Bild 6.42: Schematische Aktivierung des Bügels in Abhängigkeit der Position<sup>63</sup>

Aus Bild 6.42 ist ersichtlich, dass je weiter der Bügel in die Mitte zwischen die internen Bügel verklebt wird, desto höhere Verbundflächen können aktiviert werden, da ab dem Auftreten des Querkraftrisses die Kraft über den Riss geführt werden muss. Wird jedoch die Querkraftverstärkung in die Nähe des internen Bügels verklebt, so kann es sein, dass die ersten Querkraftrisse nie die Verstärkung kreuzen. Des Weiteren wird auch bei einem anderen Verlauf des Querkraftrisses die Position des aufgeklebten Bügels zu der einbetonierten Bewehrung von entscheidender Bedeutung sein, da bei einem geringen Abstand des aufgeklebten Bügels zum einbetonierten Bügel aufgrund der geringeren Querkraftrissbreiten in diesem Bereich beide Bügel weniger aktiviert werden.

Bei Plattenbalken ist eine weitere gesonderte Betrachtung notwendig, da die Druckzone im Allgemeinen in der Platte liegt und die halb geschlossenen Bügel dort nicht verankert werden können. Der Verlauf der Druckzone kann in Anlehnung an (Leonhardt, Mönnig 1984a) über den Träger bei einem querkraftbeanspruchten Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitt wie in Bild 6.43 dargestellt werden.





<sup>&</sup>lt;sup>63</sup> Die hier dargestellten extremen Abstände zwischen den Bügeln sind durch die Konstruktionsregeln in den Zulassungen (vgl. z.B. Z- 36.12-70:2008) sowie in der (DAfStb-RiLi VBgB:2012) ausgeschlossen, da der Bügelabstand nicht größer als die Bauteilhöhe sein darf. Eine genaue Überlappung der inneren und aufgeklebten Bewehrung ist in den Zulassungen jedoch nicht ausgeschlossen. In der (DAfStb-RiLi VBgB:2012) wird dieser Effekt näherungsweise durch die Beschreibung der aufnehmbaren Bügelspannung der Querkraftverstärkung in Abhängigkeit des Abstandes der aufgeklebten Bügel erfasst.

Bei Plattenbalken können die auftretenden Schubrisse zwar eventuell durch die aufgeklebten halbgeschlossenen Bügel überbrückt werden, eine Verankerung der Kräfte in dem aufgeklebten Bügel in der Druckzone ist jedoch nicht möglich. Dies hat zur Folge, dass die Kräfte in der Verstärkung sich zwar über dem Schubriss verankern, die in den Beton eingeleiteten Zugspannungen jedoch von dem dünnen Stegquerschnitt nicht aufgenommen werden können, so dass ein weiterer Riss entstehen wird (vgl. Bild 6.44).

Durch den genannten Prozess können eventuell kleine Traglaststeigerungen erreicht werden, die jedoch schwer zu quantifizieren sind.

Aus diesem Grund sollte von der Verwendung von halbgeschlossenen Bügeln bei Plattenbalken abgesehen werden.





### 6.3.5 Fazit

Im Rahmen eines sicheren und einfachen Bemessungskonzeptes sollten nur geschlossene Querkraftverstärkungen verwendet werden. Für diese geschlossenen Querkraftverstärkungen kann der Anteil der Querkraftverstärkung gemäß der Plastizitätstheorie zu den Anteilen des unverstärkten Bauteils aufaddiert werden. Der Anteil der geschlossenen Querkraftverstärkung kann wie der Anteil der einbetonierten Bügel ermittelt werden, wobei als Festigkeit der Verstärkung das Minimum aus der Materialfestigkeit und vorhandener Überlappungsstöße verwendet werden sollte. Bei der Verwendung von Faserverbundwerkstoffen muss bei der Materialfestigkeit auch eine Abminderung der Festigkeit aufgrund von Querpressung an Umlenkungen an den Querschnittsecken berücksichtigt werden. Dies kann zum Beispiel nach (Niedermeier 2011) oder (Campione, Miraglia 2003) erfolgen. Die Festigkeit und die erforderlichen Abmessungen der Überlappungsstöße können für Stahllaschen gemäß (Zilch, Borchert 2006) ermittelt werden und für Faserverbundwerkstoffe können diese zum Beispiel gemäß (Niedermeier 2011) ermittelt werden.

Auf eine Anwendung von halbgeschlossener oder rein seitlich verklebter Verstärkung als Querkraftzulage sollte im Rahmen eines sicheren und einfachen Bemessungskonzeptes verzichtet werden, da für die genaue Berechnung eine zuverlässige Aussage über den Verlauf und die Größe der Querkraftrisse in Abhängigkeit des Ortes und der Lage der einbetonierten und aufgeklebten Querkraftbewehrung notwendig wäre. Dies ist jedoch durch alle normativen Konzepte derzeit nicht möglich. Bei den nicht genormten Querkraftmodellen gibt es zwar Modelle (vgl. z.B. Kirmair 1987; Fischer 1997; Görtz 2004), welche die Querkraftrisse diskret betrachten. Eine Aussage über die genaue Lage der Risse im Verhältnis zu der Bügelbewehrung fehlt jedoch auch in diesen Modellen.

## 7 Bemessungsmodelle

### 7.1 Zusammenfassendes Bemessungsmodell für aufgeklebte CFK-Lamellen

#### 7.1.1 Kräfteermittlung

Die Kräfte in den verschiedenen Bewehrungssträngen werden sich gemäß (Zehetmaier 2006) (vgl. Abschnitt 4.6) in Abweichung von der Dehnungsebenheit verbundbedingt verteilen. Zur Ermittlung der Kräfte können die in Abschnitt 4.6 angegebenen Gleichungen verwendet werden. Da diese jedoch recht komplex sind, können zur Ermittlung der Kräfte für die im Weiteren angegeben Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit auch die Dehnungsebenheiten des Querschnittes angenommen werden. Diese Annahme liegt für den Biegenachweis auf der sicheren Seite, da ab dem Fließen des Betonstahls dieser kaum mehr Kräfte aufnehmen kann und sich somit die Kräfte nur noch geringfügig umlagern können. Bei den Verbundnachweisen führt eine Nichtberücksichtigung der verbundbedingten Umlagerung aufgrund des weicher werdenden Verbundes durch die Schädigung im plastisch entfestigten Ast kurz vor der Entkopplung zu einer leichten Überschätzung der Kräfte in der Lamelle, da hier der steifere Betonstahlverbund im Regelfall zu einer Umlagerung auf die innere Bewehrung führt. Diese etwas höheren Kräfte führen somit durch die Überschätzung der Lamellenkräfte zu einem auf der sicheren Seite liegenden Verbundnachweis.

Die verbundbedingte Verteilung der Kräfte ist jedoch gerade bei Nachweisen des Dauerstandes sowie der Ermüdung nicht zu vernachlässigen, da hier aufgrund der nicht gewollten Schädigung des Verbundes sowie des nicht gewollten Fließen des Betonstahls die vorherigen Betrachtungen nicht zulässig sind.

Bei der Ermittlung der Kräfte ist die zusätzliche Kraft im Zuggurt aufgrund der Querkrafttragwirkung gemäß Abschnitt 5.4.1 zu berücksichtigen. Dies kann zum Beispiel über die Ermittlung des Momentes verschoben um das Versatzmaß, erfolgen. Das Versatzmaß kann mit dem Druckstrebenwinkel der Querkraftbemessung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) gemäß Gleichung (7.1) ermittelt werden.

$$a_{1} = \frac{z}{2} \cdot \left(\cot\theta - \cot\alpha\right) \tag{7.1}$$

Dabei kann für Bauteile ohne Querkraftbewehrung gemäß (Zehetmaier 2006) der Druckstrebenwinkel zu  $\cot \theta = 1,16$  gesetzt werden.

#### 7.1.2 Biegenachweis

Der Biegenachweis kann wie in der (DIN EN 1992-1-1:2011) unter Berücksichtigung der Wirkungsweise der Lamelle geführt werden. Hierbei dürfen die in der (DIN EN 1992-1-1:2011) angegebenen Festigkeiten und Dehnungen für den Beton und den Betonstahl nicht überschritten werden. Aufgrund des linear-elastischen Materialverhaltens der CFK-Lamellen darf bei dem Biegenachweis sowohl die Festigkeit der CFK-Lamelle wie auch die zugeordnete Dehnung nicht überschritten werden.

$$f_{\rm Lud} = \frac{f_{\rm Luk}}{\gamma_{\rm LL}} \tag{7.2}$$

$$\varepsilon_{\rm Lud} = \frac{f_{\rm Lud}}{E_{\rm L}} \tag{7.3}$$

Der Sicherheitsbeiwert  $\chi_L$  für vorgefertigte Kohlenstofffaserverbundlaminate wird in den verschiedenen Vorschriften zwischen 1,3 und 1,2 angeben. In der (Z- 36.12-70:2008) und der (Z- 36.12-73:2009) wird, wie auch in der (DAfStb-RiLi VBgB:2011),  $\chi_L$  zu 1,2 gemäß den Empfehlungen von (Daus 2007) angenommen.

#### 7.1.3 Verbundnachweis

### Allgemeines

Wie bereits in Abschnitt 2.3.5 erläutert, müssen die Lamellenkräfte kontinuierlich über Verbund von dem Ort der maximalen Beanspruchung bis zum Lamellenende hin abgebaut werden. Dabei muss an jedem Riss die Lamellenkraftdifferenz bis zum nächsten Riss bzw. zum Lamellenende abgebaut werden.

Für den Nachweis sind deshalb zunächst der Rissabstand und das sich daraus ergebende Rissbild zu ermitteln. Es kann dabei davon ausgegangen werden, dass sich der erste Riss an der Stelle der höchsten Belastung ausbildet. Als zweiten Schritt müssen nun die Lamellenkräfte in jedem Riss ermittelt werden. Nun muss nachgewiesen werden, dass die Lamellenkraftdifferenz zwischen den benachbarten Rissen bzw. zwischen dem letzten Riss und dem Lamellenende aufgenommen werden kann. Der letzte Fall kann auch als Endverankerung betrachtet werden. Zusätzlich ist noch die Entkopplung aufgrund von Querkraftrissversätzen auszuschließen. Zusammenfassend ist der Nachweise in Bild 7.1 dargestellt.



Bild 7.1: Schematische Darstellung des Verbundnachweiskonzeptes

#### Ermittlung des Rissabstandes

Zunächst muss der Rissabstand ermittelt werden. Dieser kann entweder unter Berücksichtigung der Wirkungsweise der Lamelle gemäß Abschnitt 4.7.4.2 oder vereinfacht auf der sicheren Seite liegend rein über den Betonstahl gemäß Abschnitt 4.7.2 bestimmt werden. Vereinfacht ergibt sich damit der Rissabstand zu der 1,5-fachen Eintragungslänge des Betonstahls:

$$s_{\rm r} = 1.5 \cdot l_{\rm esr} \tag{7.4}$$

Die Eintragungslänge des Betonstahls kann über das Rissmoment, den mittleren Hebelarm und die mittlere Verbundkraft der Betonstahlbewehrung bestimmt werden.

$$l_{\rm esr} = \frac{M_{\rm cr}}{z_{\rm m} \cdot F_{\rm bsm}}$$
(7.5)

Das Rissmoment wird über die Biegezugfestigkeit des Betons und das Widerstandsmoment des ideellen Querschnittes bestimmt. Zusätzlich sind bei der Ermittlung des Rissmomentes die Spannungen aufgrund der Vorspannung zu berücksichtigen.

Die mittlere Verbundkraft errechnet sich über die Betonstahlbewehrung und die mittlere Verbundspannung.

$$F_{\rm bsm} = U_{\rm s} \cdot \tau_{\rm sm} = \sum_{i=1}^{n} n_{\rm s,i} \cdot \phi_{\rm s,i} \cdot \pi \cdot \tau_{\rm sm}$$
(7.6)

Die mittlere Verbundspannung ergibt sich mit den Verbundwerten nach Abschnitt 4.7.2 zu:

$$\tau_{\rm sm} = \begin{cases} \left[ 0,33 \cdot \frac{k_{\rm s}}{E_{\rm s}^{0,25}} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}} \cdot \phi_{\rm s}^{0,25} \cdot \sigma_{\rm sr}^{0,5} \right]^{0,8} & \text{für gerippten Betonstahl} \\ k_{\rm s} \cdot \sqrt{f_{\rm cm}} & \text{für glatten Betonstahl} \end{cases}$$
(7.7)

Der Faktor  $k_s$  ergibt sich dabei in Abhängigkeit des Betonstahls und der Verbundbedingungen nach Tabelle 7.1.

**Tabelle 7.1:**Verbundwerte  $k_s$  für den Betonstahl

Betonstahl	guter Verbund	mäßiger Verbund
Gerippter Betonstahl	2	1
Glatter Betonstahl	0,25	0,13

Die Zwischenrisselemente sollten nun so angeordnet werden, dass diese am Momentenmaximum beginnen und bis zum ungerissenen Bereich mit dem jeweiligen Rissabstand versetzt angeordnet werden. Im ungerissenen Bereich, welcher nach dem auflagernächsten Biegeriss beginnt, sollte das letzte Zwischenrisselement enden.

#### Verbundnachweis an jedem diskreten Zwischenrisselement

An jedem Zwischenrisselement muss nun nachgewiesen werden, dass die Lamellenkraftänderung nach Gleichung (7.9) kleiner ist als die aufnehmbare Lamellenkraftänderung am Zwischenrisselement nach Gleichung (7.10).

$$\Delta F_{\rm LEd} \le \Delta F_{\rm LbRd} \tag{7.8}$$

$$\Delta F_{\mathsf{LEd}} = F_{\mathsf{LEd}}(x + s_{\mathsf{r}}) - F_{\mathsf{LEd}}(x) \tag{7.9}$$

Die durch Verbund aufnehmbare Lamellenkraftänderung an einem Zwischenrisselement berechnet sich mit Gleichung (7.10). Der Sicherheitsbeiwert für den Verbund der aufgeklebten Bewehrung ergibt sich aufgrund des Bruches in der oberflächennahen Betonschicht gemäß (Daus 2007) zu  $\gamma_{BA} = 1,5$ .

$$\Delta F_{\rm LbRd} = \frac{\Delta F_{\rm Lk,BL} + \Delta F_{\rm Lk,BF} + \Delta F_{\rm Lk,KF}}{\gamma_{\rm BA}}$$
(7.10)

Die Gleichung (7.10) wird aus drei Teilen zusammen gesetzt:

- ΔF<sub>Lk,BL</sub>: Anteil aus dem bilinearen Verbundansatz gemäß (Niedermeier 2001) nach Gleichung (7.11) (vgl. Abschnitt 4.3.2)
- $-\Delta F_{Lk,BF}$ : Anteil aus der Verbundreibung nach Gleichung (7.16) (vgl. Abschnitt 4.3.3)
- $-\Delta F_{Lk,KF}$ : Anteil aus der Krümmung des Bauteils nach Gleichung (7.17) (vgl. Abschnitt 5.1)

Der Anteil aus dem bilinearen Verbundansatz der aufgeklebten Bewehrung berechnet sich gemäß (Niedermeier 2001) (vgl. Abschnitt 4.3) in Abhängigkeit der Lamellenkraft  $F_{LEd}$  am niedriger beanspruchten Rissufer des Zwischenrisselements mit Gleichung (7.11).

$$\Delta F_{\text{Lk,BL}} = \begin{cases} \Delta F_{\text{Lk,BL}}^{G} - \Delta F_{\text{Lk,BL}}^{D} - \Delta F_{\text{Lk,BL}}^{D}}{F_{\text{Lk,BL}}^{D}} F_{\text{Led}} & \text{für } F_{\text{Led}} \leq F_{\text{Lk,BL}}^{D} \\ \sqrt{b_{\text{L}}^{2} \tau_{\text{L1}} s_{\text{L0}} E_{\text{L}} t_{\text{L}} + F_{\text{Led}}^{2}} - F_{\text{Led}} & \text{für } F_{\text{Lk,BL}}^{D} < F_{\text{Led}} \end{cases}$$
(7.11)

In Gleichung (7.11) werden die folgenden Werte benötigt:

$$\Delta F_{\text{Lk,BL}}^{G} = \begin{cases} \sqrt{\frac{E_{\text{L}} \cdot \tau_{\text{L1}} \cdot s_{\text{L0}}}{t_{\text{L}}}} \cdot b_{\text{L}} t_{\text{L}} \cdot \frac{s_{\text{r}}}{l_{\text{Lb,max}}} \left( 2 - \frac{s_{\text{r}}}{l_{\text{Lb,max}}} \right) & s_{\text{r}} < l_{\text{Lb,max}} \\ \sqrt{\frac{E_{\text{L}} \cdot \tau_{\text{L1}} \cdot s_{\text{L0}}}{t_{\text{L}}}} \cdot b_{\text{L}} t_{\text{L}} & s_{\text{r}} \ge l_{\text{Lb,max}} \end{cases}$$
(7.12)

$$l_{\rm Lb,max} = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{E_{\rm L} \cdot t_{\rm L} \cdot s_{\rm L0}}{\tau_{\rm L1}}}$$
(7.13)

$$F_{\rm Lk,BL}^{D} = \frac{s_{\rm L0} E_{\rm L} b_{\rm L} t_{\rm L}}{s_{\rm r}} - \tau_{\rm L1} \frac{s_{\rm r} b_{\rm L}}{4}$$
(7.14)

$$\Delta F_{\rm Lk,BL}^{D} = \sqrt{b_{\rm L}^{2} \tau_{\rm L1} s_{\rm L0} E_{\rm L} t_{\rm L} + F_{\rm Lk,BL}^{D}^{2}} - F_{\rm Lk,BL}^{D}$$
(7.15)

Der Anteil aus dem Reibverbund ergibt sich zu Gleichung (7.16).

$$\Delta F_{\text{Lk,BF}} = \begin{cases} 0 & \text{für } F_{\text{LEd}} \leq F_{\text{Lk,BL}}^{D} \\ \tau_{\text{LF}} \cdot b_{\text{L}} \cdot \left( s_{\text{r}} - \frac{2 \cdot t_{\text{L}} \cdot E_{\text{L}}}{\tau_{\text{L1}}} \cdot \left( \sqrt{\frac{\tau_{\text{L1}} \cdot s_{\text{L0}}}{t_{\text{L}} \cdot E_{\text{L}}} + \frac{F_{\text{LEd}}}{b_{\text{L}}^{2} \cdot t_{\text{L}}^{2} \cdot E_{\text{L}}^{2}}} - \frac{F_{\text{LEd}}}{b_{\text{L}} \cdot t_{\text{L}} \cdot E_{\text{L}}}} \right) \end{cases} \quad \text{für } F_{\text{Lk,BL}}^{D} < F_{\text{LEd}}$$
(7.16)

Der Anteil der Krümmung ergibt sich ohne Vorkrümmung aus der Lamellendehnung am niedriger beanspruchten Rissufer  $\varepsilon_{Lr1}$  sowie der Betondehnung am niedriger beanspruchten Rissufer zu Gleichung (7.17). Bei einer vorhandenen Vorkrümmung ist diese gemäß Abschnitt 5.1.5 zu berücksichtigen.

$$\Delta F_{\mathrm{Lk,KF}} = s_{\mathrm{r}} \cdot \tau_{\mathrm{Lm,\kappa}} \cdot \frac{\varepsilon_{\mathrm{Lrl}} - \varepsilon_{\mathrm{crl}}}{h} \cdot b_{\mathrm{L}}$$
(7.17)

Die Verbundwerte für die aufgeklebten CFK-Lamellen ergeben sich nach den Abschnitten 4.3.2.6, 4.3.3.3 und 5.1.3 zu den Werten in Tabelle 7.2.

Größe	Einheit	Mittelwert	Charakteristischer Wert
s <sub>L0</sub>	mm	0,2	0,2
$ au_{ m L1}$	N/mm <sup>2</sup>	$0,644 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$	$0,431 \cdot \sqrt{f_{\rm cm} \cdot f_{\rm ctm,surf}}$
$ au_{ m LF}$	N/mm²	$4,3 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$	$3,0 \cdot f_{\rm cm}^{-0,89}$
TIMK	N/mm	$45.6 \times 10^3$	33.7 x 10 <sup>3</sup>

 Tabelle 7.2:
 Verbundwerte f
 ür aufgeklebte CFK-Lamellen

Da der Nachweis von der Einwirkung in Form der Lamellenkraft am niedriger beanspruchten Rissufer abhängt, ist das Superpositionsprinzip nicht gültig und es muss somit jede Lastfallkombination untersucht werden.

#### Betrachtung am Lamellenende

Am Lamellenende sind zwei Fälle zu unterscheiden:

- Die Lamelle endet im gerissenen Bereich (Abstand der Lamelle zum Momentennullpunkt nächsten Biegeriss *l*<sub>Lb</sub> < *s*<sub>r</sub>). In diesem Fall muss der Nachweis wie im vorherigen Absatz mit der Gleichung (7.10) unter Annahme des Rissabstandes erfolgen.
- Die Lamelle endet im ungerissenen Bereich (Abstand der Lamelle zum Momentennullpunkt nächsten Biegeriss *l*<sub>Lb</sub> > *s*<sub>r</sub>). In diesem Fall kann der Nachweis wie im vorherigen Absatz mit der Gleichung (7.10) unter Annahme der Verbundlänge *l*<sub>Lb</sub> erfolgen.

#### Nachweis gegen Entkopplung an Querkraftrissversätzen

Für Bauteile mit Querkraftbewehrung muss zusätzlich zu den Nachweisen am Zwischenrisselement sichergestellt werden, dass es nicht zu einer Entkopplung an Schubrissen kommt. Diese tritt gemäß Abschnitt 5.4.2.5 nicht auf, falls die nachfolgende Bedingung eingehalten ist.

$$\frac{V_{\rm Ed} \cdot \sigma_{\rm sw}}{V_{\rm Rd,max}} \le \begin{cases} 75 \text{ N/mm}^2 & \text{für gerippte Bügel} \\ 25 \text{ N/mm}^2 & \text{für glatte Bügel} \end{cases}$$
(7.18)

### 7.1.4 Querkraftnachweis

Die Querkraft kann wie in Abschnitt 6.2 gezeigt, für das verstärkte Bauteil gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) bestimmt werden. Bei den Nachweisen für Bauteile ohne Querkraftbewehrung sollte die geklebte Bewehrung nicht in dem Längsbewehrungsgrad  $\rho_{\rm sl}$  berücksichtigt werden. Da bei den derzeitigen Bemessungsregeln (DIN EN 1992-1-1:2011) die Versagensart des Stegaufspaltens bei aufgebogener Querkraftbewehrung durch die Forderung ausgeschlossen wird, dass mindestens 50 % der Querkraftbewehrung durch Bügel zu erfolgen hat, sollte zusätzlich darauf geachtet werden, dass auch bei den zu verstärkenden Bauteilen diese Konstruktionsregel eingehalten ist und die eventuell fehlenden Bügel durch aufgeklebte Bügel ergänzt werden. Des Weiteren sollte darauf geachtet werden, dass auch die Verankerung der vorhanden Querkraftbewehrung ausreichend ist, da dies bei alten Bügelformen, wie sie zum Beispiel in (Bach, Graf 1911a) verwendet wurden, nicht immer gewährleistet ist.

### 7.1.5 Versatzbruchnachweis

Wie in Abschnitt 6.1 gezeigt wurde, tritt der sogenannte Versatzbruch nicht auf, wenn die Querkraft am Endauflager nicht größer als der folgende Grenzwert wird. Falls der Grenzwert überschritten wird, ist eine Endverbügelung gemäß Abschnitt 6.1.3 vorzusehen.

$$V_{\rm Rd,c,LE} = 0.72 \cdot \left(1 + 19.0 \cdot \frac{(100\rho_{\rm ls})^{0.18}}{a_{\rm L}^{0.40}}\right) \cdot V_{\rm Rd,c}$$
(7.19)

Dabei ist:

 $\mathit{V}_{\rm Rd,c}$   $\,$  nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011)  $\,$ 

 $ho_{\rm sl}$  der Längsbewehrungsgrad der internen Betonstahlbewehrung nach (DIN EN 1992-1-1:2011) Abschnitt 10.3.3 *a*<sub>L</sub> Abstand der Lamelle von der Auflagerachse

## 7.2 Vereinfachungen des Nachweises der Verbundkraftübertragung am ZRE

### 7.2.1 Allgemeines

Wie aus Abschnitt 2.3.5 ersichtlich ist, stellt der kontinuierliche Nachweis über alle Zwischenrisselemente ein wirklichkeitsnahes, mechanisch begründetes Nachweiskonzept dar. Durch den kontinuierlichen Nachweis werden alle Diskontinuitätsstellen berücksichtigt.

Der Nachweis erscheint jedoch wenig praxisfreundlich, da der maßgebende Punkt der Bemessung nicht klar erkennbar ist, sondern sich erst durch die gesamte Nachweisführung ergibt. Betrachtet man zum Beispiel einen Zweifeldträger unter Gleichlast, so bereitet hier das Finden des maßgeblichen Lastfalls für die ungünstigste Kombination am maßgebenden Zwischenrisselement erheblichen Aufwand. Daraus folgt ein immenser Rechenaufwand, was diesen Nachweis für eine Handrechnung unbrauchbar macht. Für eine EDV-Berechnung eignet sich dieser Nachweis jedoch relativ gut, da kaum Fallunterscheidungen notwendig sind. Zur Vereinfachung sind folgende Möglichkeiten denkbar, wobei die Genauigkeit und somit die Wirtschaftlichkeit in der Reihenfolge der Nennungen abnimmt:

- 1. Bestimmung einer konstanten aufnehmbaren Verbundkraftänderung am Zwischenrisselement unabhängig von der Lamellenkraft am niedriger beanspruchten Rissufer mit einer festgelegten Grenzdehnung (Abschnitt 7.2.2) und ohne eine Grenzdehnung (Abschnitt 7.2.3)
- 2. Bestimmung einer konstanten Verbundkraftänderung unabhängig von der Lamellenkraft und der Risselemente (Abschnitt 7.2.4)
- 3. Bestimmung einer Grenzdehnung für einen Verbundnachweis ohne Nachweis der Verbundkraftänderung (Abschnitt 7.2.5)

Zur Verdeutlichung, dass eine solche Vereinfachung möglich ist, bestimmt man sich nun exemplarisch die aufnehmbaren Spannungen für ein 110 mm langes Zwischenrisselement und einen Beton C20/25 für die nachfolgenden Fälle,

- Ideal ebenes Bauteil ohne Reibung
- Ideal ebenes Bauteil mit Reibung
- Platte der Stärke 200 mm negativ vorgekrümmt
- Platte der Stärke 200 mm
- Balken der Stärke 450 mm

so ergibt sich daraus Bild 7.2.



Bild 7.2: Exemplarische Darstellung des erweiterten Ansatzes für einige Fälle

Betrachtet man nun diese Bild 7.2, so fällt auf, dass für Bauteile ab einer gewissen Grundspannung die aufnehmbare Spannung nahezu konstant ist und für sehr dünne Bauteile infolge der Krümmung sogar wieder leicht ansteigt.

Diese konstante Spannung stellt die erste Möglichkeit zur Vereinfachung dar. Mit einer konstanten Spannung verringert sich der rechnerische Aufwand erheblich, da hier nur noch nachgewiesen werden muss, ob sich die Lamellenspannung über eine bestimmte Länge mehr ändert als ein fixer Wert. Eine Betrachtung von vorgekrümmten Bauteilen ist so jedoch kaum möglich, da sich mit der Vorkrümmung die betrachtete Kurve sowohl seitlich verschiebt als auch ihre Steigerung ändert. Betrachtet man nun die Kurven aus Bild 7.2 noch einmal und ermittelt sich den minimalen Wert jeder Kurve, so erhält man die konstanten Verbundspannungen in Bild 7.3. Die Vereinfachungen in Abschnitt 7.2.2, 7.2.3 und 7.2.4 basieren alle auf dieser Überlegung.



Bild 7.3: Exemplarische Darstellung der Möglichkeit der Vereinfachung des erweiterten Ansatzes

### 7.2.2 Konstante Verbundkraftänderung mit Grenzdehnung

#### 7.2.2.1 Randbedingungen

Eine weitere Vereinfachung mit geringeren Abweichungen kann mit der Festlegung einer Grenzdehnung der Lamelle erreicht werden. Hierfür werden im Folgenden eine Grenzdehnung von 8 mm/m und 10 mm/m betrachtet. Des Weiteren wird im Folgenden von den nachfolgenden Annahmen ausgegangen:

- Nicht vorgekrümmte Bauteile
- Stärke der Lamelle von 1 bis 3 mm
- Bauteilstärken über 150 mm
- E-Modul der Lamelle von 150 bis 210 kN/mm<sup>2</sup>
- Festgelegte Grenzdehnung von  $8\ mm/m$  bzw.  $10\ mm/m$  mit zugehörgier Betondehnung von  $1,12\ mm/m$  bzw.  $1,4\ mm/m^{64}$
- Betonkennwerte von C12/15 bis C50/60
- Mittelwerte bzw. charakteristische Werte des hier präsentierten Krümmungseinflusses
- Mittelwerte bzw. charakteristische Werte des hier präsentierten maximalen Schlupfes
- Risselementlängen von 50 bis 400 mm

<sup>&</sup>lt;sup>64</sup> Bei der Festlegung der zugehörigen Betonstauchung wurde ein linearer Zusammenhang zwischen Betondehnung und Lamellendehnung zugrunde gelegt. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass in Anlehnung an das derzeitige Normenkonzept bei 25 mm/m Zugdehnung 3,5 mm/m Druckdehnungen des Betonquerschnitts erreicht werden.

Eine Anwendung der nachfolgenden Formeln darf nur unter Einhaltung der definierten Randbedingungen erfolgen.

### 7.2.2.2 Parameterstudie

Mit den Randbedingungen aus dem vorherigen Abschnitt lässt sich nun eine Parameterstudie über die Gesetzmäßigkeit des Modelles aus Abschnitt 7.1 durchführen. Mit diesen Randbedingungen bleiben noch die folgenden Parameter übrig.

- 1. Bauteilhöhe h
- 2. Maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$
- 3. Reibverbundspannung  $\tau_{LF}$
- 4. Rissabstand s<sub>r</sub>
- 5. Steifigkeit der Lamelle  $E_{\rm L}t_{\rm L}$

Betrachtet man nun den Zusammenhang der Parameter und der Gesetzmäßigkeit, so ergeben sich für die verschiedenen Einflussgrößen die Zusammenhänge aus Bild 7.4.



**Bild 7.4:** Einfluss der verschiedenen Parameter auf die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement bei  $\varepsilon_L = 10 \text{ mm/m}$ 

Aus Bild 7.4 lässt sich erkennen, dass die maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$  und die Reibverbundspannung  $\tau_{LF}$  annähernd linear in das Modell einfließen. Der Rissabstand  $s_r$  scheint ebenfalls annähernd linear in das Modell einzugehen, wobei dieser in Abhängigkeit der anderen Einflüsse zur Verbundkraftübertragung steht. Die Bauteilhöhe wird als Quotient in die Gleichung eingehen, wie diese auch bei der Krümmung eingeht. Die Steifigkeit der Lamelle scheint innerhalb der Grenzen annähernd keinen Einfluss zu haben. Aus diesen Überlegungen ergibt sich für die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung am Zwischenrisselement die Gleichung (7.20).

$$\Delta \sigma_{\rm LbR} = \frac{\left(\tau_{\rm L1} \cdot k_{\rm L1} + \tau_{\rm LF} \cdot k_{\rm LF} + \frac{k_{\rm h}}{h}\right) \cdot s_{\rm r}}{t_{\rm L}}$$
(7.20)

#### 7.2.2.3 Vereinfachte Formel

Auf Grundlage einer Zufallsanalyse von 32 000 Werten wird der Formelapparat aus Kapitel 5.2.2 betrachtet. Da sich das Minimum einer Kurve, wie in Bild 7.2, dargestellt in Abhängigkeit der Werte immer an einer anderen Stelle befindet, wurden auf jeder der sich aus den Zahlenwerten ergebenden Kurven 10 Stützpunkte gewählt und das Minimum aus diesen Punkten verwendet.

Mit dieser Zahlenmenge und der Methode der kleinsten Abstandsquadrate wurden die Werte in Tabelle 7.3 berechnet. Betrachtet man nun die Werte, die sich für die Zufallsanalyse für die exakte Lösung und für die Näherungsformel ergeben, so erhält man für die Mittelwerte und eine Grenzdehnung von 8 mm/m die Ergebnisse in Bild 7.5.



**Bild 7.5:** Vergleich von 10 000 Werten aus der Zufallsanalyse mit der Näherungsformel (7.20)<sup>65</sup>

Aus Bild 7.5 ist erkennbar, dass das Modell die Ergebnisse passabel trifft. An einigen Stellen wird jedoch die Traglast unterschätzt oder überschätzt. Aus diesem Grund wurde noch der Minimalwert aus dem Quotienten von exakter Lösung und Näherungsformel bestimmt und in die Gleichung (7.21) wieder als Faktor  $k_k^{66}$  eingefügt.

$$\Delta \sigma_{\rm LbR} = \frac{k_{\rm k} \cdot \left(\tau_{\rm L1} \cdot k_{\rm L1} + \tau_{\rm LF} \cdot k_{\rm LF} + \frac{k_{\rm h}}{h}\right) \cdot s_{\rm r}}{t_{\rm r}}$$
(7.21)

Mit dieser Auswertung ergeben sich für die Grenzdehnungen 8 mm/m und 10 mm/m die Werte in Tabelle 7.3 für die Vorfaktoren der Gleichung für die Mittelwerte und die charakteristischen Werte.

**Tabelle 7.3:**Faktoren für die vereinfachte Bemessungsgleichung (7.21) in Abhängigkeit der Grenzdehnungen für Mittelwerte und charakteristische Werte

	Grenzdehnung	$k_{\rm L1}$	$k_{\rm LF}$	$k_{ m h}$	k <sub>k</sub>	k <sub>k</sub> bei 5% Quantil <sup>66</sup>
	mm/m	-	-	N/mm	-	
Mittelwerte	8	1,39	13,87	2747	0,69	0,84
	10	1,35	10,75	1993	0,79	0,87
Charakteristische	8	1,61	12,79	1975	0,66	0,77
Werte	10	1,66	13,11	1753	0,66	0,73

<sup>&</sup>lt;sup>65</sup> In diesem Bild wurden aufgrund der Lesbarkeit nur 10 000 Werte der 32 000 Werte dargestellt. Die Größen für  $k_{L1}$ ,  $k_{LF}$ ,  $k_h$  und  $k_k$  sind aus der Tabelle 7.3 Zeile 1 entnommen.

<sup>&</sup>lt;sup>66</sup> Die Einführung des Korrekturfaktor  $k_k$  ist notwendig, da die Optimierung als Reduktion der kleinsten Abstandsquadrate erfolgte. Der Korrekturfaktor  $k_k$  wurde so ermittelt, dass keiner der 32 000 Zufallszahlen unterhalb der Grenze liegt. Eine Ermittlung eines 5% Quantils wäre an dieser Stelle nicht richtig, da hier keine Versuche ausgewertet werden sonder lediglich eine Umrechnung stattfindet. Um zu sehen, dass der Ansatz von  $k_k$  eine sichere Abschätzung erlaubt als ein 5% Quantil wurde diese in Tabelle 7.3 in der letzten Zeile ebenfalls angegeben

Da bei Gleichung (7.21) teilweise sehr hohe Abweichungen zum wahren Modell auftreten und somit ein starker Verlust der Wirtschaftlichkeit eintritt, wird nachfolgend die Gleichung (7.22) auf die gleiche Weise wie die vorherige Gleichung (7.21) untersucht.

$$\Delta \sigma_{\rm LbR} = \frac{k_{\rm k} \cdot \left(\tau_{\rm L1} \cdot k_{\rm L1} \cdot s_r^{\ C_{\rm L1}} + \tau_{\rm LF} \cdot k_{\rm LF} \cdot s_r^{\ C_{\rm LF}} + \frac{k_{\rm h}}{h} \cdot s_r^{\ C_{\rm h}}\right)}{t_{\rm I}}$$
(7.22)

Die Gleichung (7.22) ist nicht dimensionsrein, es muss der Rissabstand  $s_r$  in mm eingesetzt werden. Mit dieser Zahlenmenge und der Methode der kleinsten Abstandsquadrate wurden die Werte in Tabelle 7.4 berechnet. Betrachtet man nun die Werte, die sich für die Zufallsanalyse für die exakte Lösung und für die Näherungsformel ergeben, so erhält man für die Mittelwerte und eine Grenzdehnung von 8 mm/m die Ergebnisse in Bild 7.6.



Bild 7.6: Vergleich von 10 000 Werten aus der Zufallsanalyse mit der Näherungsformel (7.22)<sup>67</sup>

Aus Bild 7.6 ist erkennbar, dass die Gleichung (7.22) die Ergebnisse deutlich besser trifft als die Gleichung (7.21).

Mit dieser Auswertung ergeben sich für die Grenzdehnungen 8 mm/m und 10 mm/m die Werte in Tabelle 7.4 für die Vorfaktoren der Gleichung (7.22) für die Mittwerte und die charakteristischen Werte.

 Tabelle 7.4:
 Faktoren f
 ür die vereinfachte Bemessungsgleichung (7.22) in Abh
 ängigkeit der Grenzdehnungen f
 ür Mittelwerte und charakteristische Werte

	Grenzdehnung	k <sub>L1</sub>	<i>C</i> <sub>L1</sub>	$k_{\rm LF}$	C <sub>LF</sub>	k <sub>h</sub>	C <sub>h</sub>	k <sub>k</sub>	$k_{ m k}$ bei 5% Quantil <sup>66</sup>
	mm/m	-		-		N/mm		-	
Mittelwerte	8	2,06	0,43	0,25	1,18	3043	0,49	0,78	0,90
	10	1,18	0,54	0,76	0,99	3168	0,44	0,72	0,84
Charakteristi-	8	2,52	0,40	0,14	1,28	2311	0,47	0,76	0,85
sche Werte	10	1,47	0,51	0,17	1,25	2505	0,43	0,71	0,82

Die Gleichung (7.22) wird wie folgt vereinfacht:

$$\Delta \sigma_{\rm LbR} = \frac{\tau_{\rm L1} \cdot k_{\rm L1} \cdot s_{\rm r}^{0,4} + \tau_{\rm LF} \cdot k_{\rm LF} \cdot s_{\rm r}^{1,2} + \frac{k_{\rm h}}{h} \cdot \sqrt{s_{\rm r}}}{t_{\rm L}}$$
(7.23)

Da diese Gleichung ebenfalls nicht dimensionsrein ist, muss der Rissabstand  $s_r$  in mm eingesetzt werden. Mit dieser Zahlenmenge und der Methode der kleinsten Abstandsquadrate wurden die Werte in Tabelle 7.5 berechnet. Betrachtet man nun die Werte, die sich für die Zufallsanalyse für die exakte Lösung und für die

<sup>&</sup>lt;sup>67</sup> In diesem Bild wurden aufgrund der Lesbarkeit nur 10 000 Werte der 32 000 Werte dargestellt. Die Größen für  $k_{L1}$ ,  $k_{LF}$ ,  $k_h$  und  $k_k$  sind aus der Tabelle 7.4 Zeile 1 entnommen.

Näherungsformel ergeben, so erhält man für die Mittelwerte und eine Grenzdehnung von 8 mm/m die Ergebnisse in Bild 7.7.



Bild 7.7: Vergleich von 10 000 Werten aus der Zufallsanalyse mit der Näherungsformel (7.23)

**Tabelle 7.5:** Faktoren für die vereinfachte Bemessungsgleichung (7.23) in Abhängigkeit der Grenzdehnungen für Mittelwerte und charakteristische Werte

	Grenzdehnung	$k_{\rm L1}$	k <sub>LF</sub>	$k_{ m h}$	Mittelwert $\Delta \sigma_{LR,Exakt} / \Delta \sigma_{LR,Näherung}$
	mm/m	mm	-	Ν	-
Mittelwerte	8	1,86	0,178	2195	1,32
	10	1,83	0,166	1697	1,41
Charakteristi-	8	1,97	0,173	1465	1,33
sche Werte	10	1,90	0,157	1253	1,42

#### 7.2.3 Konstante Verbundkraftänderung ohne Grenzdehnung

Bei diesem Konzept ermittelt man an der Stelle der höchsten Momentenbeanspruchung die maximale Lamellendehnung, welche auch für den Biegenachweis benötigt wird. Mit dieser Lamellendehnung kann dann eine konstante aufnehmbare Lamellenspannungsänderung nach Abschnitt 7.2.1 bestimmt werden. Aufbauend auf den Überlegungen aus den vorherigen Abschnitt wird eine parametrisierte Zufallsanalyse mit 32 000 Zufallswerten und den folgenden Randbedingungen und den Grenzen nach Tabelle 7.6 durchgeführt.

- Nicht vorgekrümmte Bauteile
- Stärke der Lamelle von 1 bis 3 mm
- Bauteilstärken über 100 mm
- E-Modul der Lamelle von 150 bis 210 kN/mm<sup>2</sup>
- Linearer Zusammenhang zwischen Betondehnung und Lamellendehnung
- Betonkennwerte von C12/15 bis C50/60
- Mittelwerte bzw. charakteristische Werte des hier präsentierten Krümmungseinflusses
- Mittelwerte bzw. charakteristische Werte des hier präsentierten maximalen Schlupfes
- Risselementlängen von 50 bis 400 mm

Tabelle 7.6:	Parameter für die nachfolgend durchgeführten Zufallsanalysen
--------------	--

	$f_{ m cm}$	$f_{\rm ctm}$	$E_{ m L}$	t <sub>L</sub>	h	s <sub>r</sub>
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm²	mm	mm	mm
Untere Grenze	12	1	150000	1	100	50
Ober Grenze	58	4,1	210000	3	2000	400

Für diese Zufallsanalyse wird der Formelapparat aus Abschnitt 7.1 betrachtet. Da sich das Minimum einer Kurve, wie in Bild 7.2 dargestellt, in Abhängigkeit der Werte immer an einer anderen Stelle befindet, wurden auf jeder der sich aus den Zahlenwerten ergebenden Kurven 10 Stützpunkte gewählt und das Minimum aus diesen Punkte verwendet.

Die sich aus dieser Analyse ergebende Zahlenmenge soll nun durch eine Gleichung bestimmt werden. Dafür wurde die Gleichung (7.24) verwendet.

$$\Delta \sigma_{\rm LbR} = \frac{\left(\tau_{\rm L1} \cdot k_{\rm L1} \cdot \varepsilon_{\rm L,max}^{C_{\rm L1}} + \tau_{\rm LF} \cdot k_{\rm LF} \cdot \varepsilon_{\rm L,max}^{C_{\rm LF}} \cdot s_{\rm r} + \frac{k_{\rm h}}{h} \cdot s_{\rm r} \cdot \varepsilon_{\rm L,max}^{C_{\rm h}}\right) \cdot k_{\rm k}}{t_{\rm I}}$$
(7.24)

Über die Optimierung der kleinsten Abstandsquadrate erhält man für die Faktoren aus Gleichung (7.24) die Werte nach Tabelle 7.7. Vergleicht man nun die Gleichung (7.24) mit den Werten aus der Zufallsanalyse, so ergibt sich für das Mittelwertmodell Bild 7.8.

 Tabelle 7.7:
 Faktoren f
 ür die vereinfachte Bemessungsgleichung (7.24) f
 ür Mittelwerte und charakteristische Werte

	$k_{\rm L1}$	<i>C</i> <sub>L1</sub>	$k_{ m LF}$	$C_{\rm LF}$	$k_{ m h}$	$C_{\mathbf{h}}$	<i>k</i> <sub>k</sub> (MW)	k <sub>k</sub> (MIN)	k <sub>k</sub> bei 5% Quantil <sup>66</sup>
Mittelwerte	2,86	-0,42	2,97	0,23	488	0,23	0,99	0,52	0,78
Charakteristi- sche Werte	2,88	-0,43	3,44	0,26	323	0,21	0,99	0,52	0,77



**Bild 7.8:** Vergleich von 5 000 Werten aus der Zufallsanalyse mit der Näherungsformel (7.24) für Mittelwerte<sup>68</sup>

Wie aus Bild 7.8 erkennbar ist, gibt es auch Werte, welche unter der Näherungslösung liegen. Deshalb muss der Faktor  $k_k$  aus Gleichung (7.24) zu den Minima von 0,52 nach Tabelle 7.7 bestimmt werden, um eine Gleichung zu erhalten, welche für alle Fälle auf der sicheren Seite liegt<sup>69</sup>.

Da die Gleichung (7.24) von einigen Parametern abhängt, welche für Mittelwerte und charakteristische Werte sehr ähnlich sind, wird diese Gleichung zu Gleichung (7.25) vereinfacht. Hierbei wurde der Faktor  $k_k$  zur Berücksichtigung des Minimums bereits in die anderen Faktoren hinein multipliziert. Aus einer erneuten Analyse der Zahlenmenge ergeben sich die Werte aus Tabelle 7.8 für die Gleichung (7.25).

<sup>&</sup>lt;sup>68</sup> In diesem Bild wurden aufgrund der Lesbarkeit nur 5 000 Werte der 32 000 Werte dargestellt. Die Größen für  $k_{L1}$ ,  $C_{L1}$ ,  $k_{LF}$ ,  $C_{LF}$ ,  $k_h$ ,  $C_h$  und  $k_k$  sind aus der Tabelle 7.7 Zeile 1 entnommen.

<sup>&</sup>lt;sup>69</sup> Eine Ermittlung eines 5% Quantils wäre an dieser Stelle nicht richtig, da hier keine Versuche ausgewertet werden sonder lediglich eine Umrechnung stattfindet. Um zu sehen, dass der Ansatz von  $k_k$  eine sichere Abschätzung erlaubt als ein 5% Quantil wurde diese in Tabelle 7.7 in der letzten Zeile ebenfalls angegeben.

$$\Delta \sigma_{\rm LbR} = \frac{\tau_{\rm L1} \cdot k_{\rm L1} \cdot e_{\rm L,max}^{-0,4} + \left(\tau_{\rm LF} \cdot k_{\rm LF} + \frac{k_{\rm h}}{h}\right) \cdot s_{\rm r} \cdot e_{\rm L,max}^{0,2}}{t_{\rm I}}$$
(7.25)

Da die dargestellte Formel nicht dimensionsrein ist, müssen die Längen in  $\mathrm{mm}$  und die Dehnungen in  $\mathrm{m/m}$  eingesetzt werden.

 Tabelle 7.8:
 Faktoren f
 ür die vereinfachte Bemessungsgleichung (7.25) f
 ür Mittelwerte und charakteristische Werte

	$k_{\rm L1}$	k <sub>LF</sub>	k <sub>h</sub>
	mm	-	Ν
Mittelwerte	1,64	1,38	226
Charakteristische Werte	1,69	1,31	155

2

Stellt man die Beziehung aus Gleichung (7.25) für einen C20/25 und einen Rissabstand von 100 mm für verschiedene Bauteile in Abhängigkeit der maximalen Lamellendehnung dar, so ergibt sich Bild 7.9. Aus Bild 7.9 ist erkennbar, dass ab einer Lamellendehnung von 10 mm/m die Beziehung annähernd konstant ist.



**Bild 7.9:** Auswirkung der maximalen Dehnungen der CFK-Lamelle und der Bauteilhöhe auf die vereinfachte Formel

#### 7.2.4 Vereinfachung ohne Ermittlung des Rissabstandes

Bei der Anwendung der im Vorherigen dargestellten Vereinfachung ist es nötig, den Rissabstand und die Kräfte an jedem Riss zu ermitteln. Im Folgenden wird die in Abschnitt 7.2.2 vorgestellte Vereinfachung nochmals vereinfacht, so dass eine Beziehung unabhängig vom Rissabstand entsteht. Bei dieser Beziehung muss, wie in der (SIA 166:2004) und in (Matthys 2000), nur noch nachgewiesen werden, dass eine bestimmte mittlere Verbundfestigkeit nicht überschritten wird. Um eine solche mittlere Verbundfestigkeit zu erhalten, wird die aufnehmbare Lamellenkraftänderung am Zwischenrisselement durch die Verbundfläche des Zwischenrisselementes geteilt.

$$f_{\rm bL,IC} = \frac{\Delta F_{\rm LbR}}{A_{\rm Lb}} = \frac{\Delta \sigma_{\rm LbR} \cdot b_{\rm L} \cdot t_{\rm L}}{b_{\rm L} \cdot s_{\rm r}} = \frac{\Delta \sigma_{\rm LbR} \cdot t_{\rm L}}{s_{\rm r}}$$
(7.26)

Wie aus Gleichung (7.26) ersichtlich ist, muss zur Ermittlung der mittleren Verbundfestigkeit die aufnehmbare Lamellenspannung am Zwischenrisselement, zum Beispiel nach Gleichung (7.23), durch den Rissabstand dividiert werden und mit der Lamellendicke multipliziert werden. In Bild 7.10 ist die Gleichung (7.23) dividiert durch den Rissabstand und multipliziert mit der Lamellendicke über den Rissabstand dargestellt. Zusätzlich sind noch die rissabstandunabhängigen mittleren Verbundfestigkeiten nach der (SIA 166:2004) und (Matthys 2000) dargestellt.



**Bild 7.10:** Mittlere Verbundfestigkeit in Abhängigkeit des Rissabstandes für Mittelwerte (links) und charakteristische Werte (rechts)

Aus Bild 7.10 ist zu erkennen, dass die mittlere Verbundfestigkeit nach (SIA 166:2004) und (Matthys 2000) deutlich höher liegt als das Ergebnis aus Gleichung (7.23), was neben dem Wirtschaftlichkeitsverlust durch die Vereinfachung (bis zu 60 %) vor allem auf die willkürlich im Mittel zu hoch festgelegten Werte der (SIA 166:2004) und (Matthys 2000) zurückzuführen ist.

Des Weiteren erkennt man aus Bild 7.10, dass die mittlere Verbundfestigkeit mit steigendem Rissabstand sich einem konstanten Wert annähert. Dieser konstante Wert kann mit Gleichung (7.27) in Abhängigkeit der Verbundwerte und der Bauteilhöhe beschrieben werden.

$$f_{\rm bL,IC} = k_{\rm L1} \cdot \tau_{\rm L1} + k_{\rm LF} \cdot \tau_{\rm LF} + \frac{k_{\rm h}}{h}$$
(7.27)

Die Faktoren werden, wie in Abschnitt 7.2.2 unter der Annahme ermittelt, dass der Rissabstand von 400 mm der größte auftretende Rissabstand ist. Des Weiteren wird der Rissabstand so bestimmt, dass der Wert nach Gleichung (7.27) den Mittelwert aus Gleichung (7.23) trifft (vgl. Tabelle 7.5), um ein ähnliches Niveau des Abschätzungsfehlers wie die Gleichung (7.23) zu erreichen. Unter diesen Annahmen ergeben sich für die Gleichung (7.27) die Werte aus Tabelle 7.9. Zusätzlich ist in Tabelle 7.5 noch der Rissabstand angegeben, welcher zu dem gleichen mittleren Fehler bei einem 400 mm großen Rissabstand führt wie die Gleichung (7.23).

	Grenzdehnung	s <sub>r</sub>	$k_{\rm L1}$	k <sub>LF</sub>	$k_{\rm h}$
	mm/m	mm	-	-	-
Mittelwerte	8	213	0,075	0,52	150,38
	10	183	0,080	0,47	125,43
Charakteristi-	8	214	0,079	0,51	100,24
sche Werte	10	185	0,083	0,45	92,07

 Tabelle 7.9:
 Faktoren f
 ür die vereinfachte Bemessungsgleichung (7.27)

Mithilfe der Gleichung (7.27) ist in Analogie zu (Matthys 2000) ein vereinfachter Verbundnachweis über die Querkraft mithilfe der Gleichungen (7.28) und (7.29) möglich.

$$\varepsilon_{\rm s} < \varepsilon_{\rm yd}: \qquad \frac{V_{\rm d}}{0.95 \cdot d \cdot b_{\rm L} \cdot \left(1 + \frac{A_{\rm s1}E_{\rm s}}{A_{\rm L} \cdot E_{\rm L}}\right)} \le f_{\rm bL, IC}$$
(7.28)

$$\varepsilon_{\rm s} \ge \varepsilon_{\rm yd}: \qquad \frac{V_{\rm d}}{0.95 \cdot d \cdot b_{\rm L}} \le f_{\rm bL,IC}$$
(7.29)

#### 7.2.5 Ermittlung einer Grenzdehnung für Feldmomentenverstärkungen

Die einfachste Nachweismöglichkeit ist die Einhaltung einer Grenzdehnung unter der eine Entkopplung ausgeschlossen ist. Aufgrund der vielen Parameter, die in die maximale Dehnung der Lamelle bei der Verbundentkopplung eingehen, stellt diese Nachweismöglichkeit auch die realitätsfremdeste und somit unwirtschaftlichste Nachweismöglichkeit dar. Im Folgenden wird für eine Feldmomentenverstärkung eine solche Grenzdehnung ermittelt. Auf die Ermittlung einer Grenzdehnung für die Stützmomentenverstärkung wird verzichtet, da die Parameterzahl hier nochmals ansteigt und somit auch die Grenzdehnung zu noch unwirtschaftlichen Ergebnissen führen würde, wodurch eine Verstärkung keinen wirtschaftlichen Sinn mehr machen würde. Bei der Verstärkung im Stützmomentenbereich sollte deshalb entweder das genaue Verfahren oder eine der vorherigen Vereinfachungen benutzt werden.

Zur Ermittlung der Grenzdehnung für eine Feldmomentenverstärkung wird die Hälfte eines Einfleldträgers unter einer Gleichlast und unter einer Einzellast mit Plattenbalkenquerschnitt nach Bild 7.11 betrachtet. Der Träger ist kontinuierlich mit geripptem Betonstahl der Güte Bst500s bewehrt und mit CFK-Lamellen der Stärke 1,4 mm und einem E-Modul von 170 kN/mm<sup>2</sup> verstärkt. Die Lamelle ist bei dem Träger bis kurz vor das Auflager geführt. Die Abmessungen des Plattenbalkens werden so gewählt, dass die Plattenbreite immer das 3-fache der Stegbreite  $b_w$  beträgt und die Höhe der Platte immer genau der Druckzone entspricht. Somit kann in den meisten Fällen ein Versagen der Druckzone ausgeschlossen werden, die bei der Simulation nicht erreicht werden soll.



Bild 7.11: Der zur Ermittlung der Grenzdehnung für die Feldmomentenverstärkung betrachtete halbe Einfeldträger

Die restlichen Größen werden zufällig gemäß den Grenzen in Tabelle 7.10 gewählt, dabei wurde als Bewehrungsgrad immer mindestens die Mindestbewehrung gewählt. Diese Mindestbewehrung wurde wie in der (DIN 1045-1:2008) so bestimmt, dass es beim ersten Riss gerade nicht zu einem schlagartigen Versagen des Querschnittes kommt, sondern die Bewehrung sich im Fließen befindet.

 Tabelle 7.10:
 Obere und untere Grenzen der Zufallsgrößen, die für die Simulation der Ermittlung der Grenzdehnung die für Feldmomentenverstärkung verwendet wurden

	h	<i>l</i> <sub>0</sub> / <i>h</i>	b <sub>w</sub> /h	$a/l_0$	<i>b</i> <sub>L</sub> / <i>b</i>	<b>ø</b> s	$ ho_{ m sl}$	Festigkeits- klasse <sup>70</sup>	ALR <sub>p</sub> /ALR <sub>F</sub>
	mm	-	-	-	-	mm	-	N/mm²	
Untere Grenze	100	4	1/3	0,1	0,1	6	$\rho_{\rm s1,min}$ +0	C12/15	0,1
Obere Grenze	1000	40	3/1	0,5	1,0	28	$\rho_{s1,min}$ +0,02	C50/60	10

Zur Ermittlung der Dehnung, bei welcher der Verbund versagt, werden vier verschiedene Modelle betrachtet:

- 1. Vereinfachtes Modell nach Abschnitt 7.1.3 auf Gebrauchstauglichkeitsniveau ( $\gamma_{BA} = 1,0$ )
- 2. Vereinfachtes Modell nach Abschnitt 7.1.3 auf Tragfähigkeitsniveau ( $\gamma_{BA} = 1,5$ )
- 3. Modell nach Abschnitt 7.1.3 unter Berücksichtigung der Rissbildes nach Abschnitt 4.7.4.2 und der verbundbedingten Umlagerung gemäß Abschnitt 4.6.2 auf Gebrauchstauglichkeitsniveau ( $\gamma_{BA} = 1,0$ )

<sup>&</sup>lt;sup>70</sup> Alle Betonfestigkeitswerte wurden gemäß (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) bzw. Abschnitt 4.2.1 dieser Arbeit gewählt dabei wurde die Oberflächenzugfestigkeit gleich der zentrischen Zugfestigkeit gesetzt. Die Betonfestigkeiten wurden jedoch auch zwischen den Klassen variiert.

4. Modell nach Abschnitt 7.1.3 unter Berücksichtigung der Rissbildes nach Abschnitt 4.7.4.2 und der verbundbedingten Umlagerung gemäß Abschnitt 4.6.2 auf Tragfähigkeitsniveau ( $\gamma_{BA} = 1,5$ )

Bei allen Modell wurden die Verbundgrößen auf charakteristischem Niveau gewählt. Für jedes dieser vier Modelle werden 10 000 Simulation mit den Zufallsgrößen gemäß Tabelle 7.10 durchgeführt und die maximale Dehnung für jede Simulation ermittelt, bei welcher der Verbund versagt. Als ein Ergebnis ist in Bild 7.12 für das vereinfachte Modell nach Abschnitt 7.1.3 auf Tragfähigkeitsniveau die erreichte Dehnung in Abhängigkeit der Anzahl der vorhandenen Zwischenrisselemente je Trägerhälfte dargestellt. Man erkennt, dass mit steigender Anzahl der Zwischenrisselemente höhere Dehnungen erreicht werden. Die minimale Dehnung stellt sich jedoch ab circa 15 Risselementen aufgrund des Einflusses der anderen Parameter zu 3 mm/m ein.



**Bild 7.12:** Erreichte Dehnung für das vereinfachte Modell nach Abschnitt 7.1.3 auf Tragfähigkeitsniveau in Abhängigkeit der Anzahl der vorhandenen Zwischenrisselemente je Trägerhälfte

Um den Einfluss der anderen Parameter besser beurteilen zu können, wird anhand des Modelles nach Abschnitt 7.1.3 unter Berücksichtigung des Rissbildes nach Abschnitt 4.7.4.2 und der verbundbedingten Umlagerung gemäß Abschnitt 4.6.2 in Bild 7.13 die mittlere erreichte Dehnung von 1500 Trägern auf Tragfähigkeitsniveau als exponentielle Ausgleichsfunktion dargestellt.



**Bild 7.13:** Mittlere erreichte Dehnung nach dem Modell nach Abschnitt 7.1.3 unter Berücksichtigung der Rissbildes nach Abschnitt 4.7.4.2 und der verbundbedingten Umlagerung gemäß Abschnitt 4.6.2 auf Tragfähigkeitsniveau in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter

Aus Bild 7.13 ist ersichtlich, dass die Stützweite und das Verhältnis  $l_0/h$  den größten Einfluss haben. Des Weiteren sind diese zwei Parameter, die im Gegensatz zum Durchmesser, Bewehrungsgrad und zur Betonfestigkeit an einem Bestandsbauteil ohne aufwändige Messungen sicher bekannt. Des Weiteren ist mit diesen Parametern bei der Bemessung auch keine Iteration erforderlich, wie es bei dem Verhältniswert aus Bauteilbreite und Lamellenbreite der Fall ist. Aus diesem Grund wird in Bild 7.14 für diese beiden Parameter ein unterer Grenzwert für die Dehnung zur Verbundentkopplung beispielhaft anhand des vereinfachten Modells nach Abschnitt 7.1.3 auf Tragfähigkeitsniveau bestimmt. Man erkennt, dass der untere Grenzwert im Falle des Verhältnisses  $l_0/h$  über eine Gerade und im Falle der Stützweite über eine Parabel mit anschließendem konstantem Wert beschrieben werden kann.



**Bild 7.14:** Bestimmung des unteren Grenzwertes für die Lamellendehnung in Abhängigkeit des Verhältnisses  $l_0/h$  (links) und der Stützweite (rechts) am Beispiel des vereinfachten Modelles nach Abschnitt 7.1.3 auf Tragfähigkeitsniveau

Die Grenzdehnung, welche die kleinste auftretende Dehnung ist, bei der es zu einer Verbundentkopplung kommt, kann somit über die zwei Parameter mit Gleichung (7.30) bestimmt werden.

$$\varepsilon_{\text{L,max}} = \max \begin{cases} k_{\varepsilon 0} + k_{\varepsilon 1} \cdot \frac{l_0}{h} \\ \varepsilon_{\text{L,IC,eff}} \cdot \frac{l_0}{l_{0,\text{IC,eff}}} \cdot \left(2 - \frac{l_0}{l_{0,\text{IC,eff}}}\right) & \text{für } l_0 \le l_{0,\text{IC,eff}} \\ \varepsilon_{\text{L,IC,eff}} & \text{für } l_0 > l_{0,\text{IC,eff}} \end{cases}$$
(7.30)

Die Faktoren für die Gleichung (7.30) sind in Tabelle 7.11 in Abhängigkeit des verwendeten Modelles aufgelistet.

Simulation	k <sub>ε0</sub>	k <sub>ε1</sub>	<b>E</b> L,IC,eff	$l_{0,\mathrm{IC},\mathrm{eff}}$
	mm/m	mm/m	mm/m	mm
1. Vereinfachtes Modell GZG	1,5	0,06	3,3	4400
2. Vereinfachtes Modell GZT	0,5	0,08	3,0	9700
3. Genaues Modell GZG	1,7	0,06	3,4	2900
4. Genaues Modell GZT	1,7	0,04	2,7	3500

**Tabelle 7.11:** Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung
 Faktoren f
 ür die Gleichung (7.30) zur Ermittlung der Grenzdehnung

# 8 Vergleich des Bemessungsmodelles mit Bauteilversuchen

## 8.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden sowohl die eigenen Bauteilversuche aus Abschnitt 3.7 wie auch zahlreiche Bauteilversuche aus der Literatur mit dem Bemessungsmodell verglichen, welches in Rahmen dieser Arbeit erstellt worden ist und in Abschnitt 7.1 zusammengefasst ist. Dieser Vergleich dient nicht der Kalibrierung oder der Anpassung, sondern zur Verifizierung und Überprüfung des erarbeiteten Modelles. Im Rahmen dieses Vergleiches werden nur Versuche mit aufgeklebten CFK-Lamellen betrachtet, da die Arbeit sich im Wesentlichen damit beschäftigt.

Zunächst wird in Abschnitt 8.2 auf die eigenen Bauteilversuche aus Abschnitt 3.7 eingegangen. Hier ist eine genauere Betrachtung möglich, da alle benötigten Materialkenngrößen sowie der Versagensablauf und alle benötigten Messdaten kontinuierlich vorliegen. Darauffolgend wird in Abschnitt 8.3 das Bemessungsmodell mit zahlreichen Versuchen aus der Literatur verglichen. Hierbei wird nur die Versagenslast des Gesamtbauteils mit der Versagenslast nach dem Bemessungsmodell verglichen. Eine genaue Aufteilung in die verschiedenen Versagensarten ist aufgrund der teilweise mangelhaften Dokumentation von verschiedenen Versuchen aus der Literatur nicht möglich.

### 8.2 Eigene Bauteilversuche

### 8.2.1 Versuche an Einfeldträgern

Im Rahmen dieser Arbeit wurden vier Bauteilversuche an mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkten Einfeldträgern durchgeführt welche nachfolgend mit den Bemessungsansätzen dieser Arbeit verglichen werden. Zusätzlich wurden im Rahmen dieser Arbeit noch zahlreiche Querkraftversuche durchgeführt. Die meisten dieser Querkraftversuche wurden bereits in Abschnitt 6.2.2 ausgewertet, allerdings kam es bei drei Querkraftversuchen mit aufgeklebten CFK-Lamellen nicht zu einem Querkraftversagen. Aus diesem Grund werden diese Versuche nachfolgend ebenfalls ausgewertet.

#### Bauteilversuche

Die vier Bauteilversuche an mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkten Einfeldträgern, welche bereits in Abschnitt 3.7 beschrieben wurden, sind mit dem jeweiligen Versagen und der zugehörigen Versagenslast in Tabelle 8.1 aufgelistet. In dieser Tabelle ist zusätzlich der Versuchsbericht angegeben, in welchem sich eine genaue Beschreibung des Versuchsablaufes sowie zahlreiche Messungen wiederfinden.

Tabelle 8.1:	Übersicht über die Versagensart und die Bruchkräfte der Bauteilversuche an Einfeldträgern
	aus Abschnitt 3.7

Bez.	Bericht	Versuch	l <sub>0</sub>	Bauteilqs. h x b	Versagen	F <sub>max</sub>
-			mm	mm x mm		kN
BV1 (VVBS3)	(Zilch et al. 2012b)	3-Punkt	3700	Balken (450 x 200)	Verbund	168,8
BV3 (VVP4)	(Schkarlat 2011)	Exzentrischer 4-Punkt	4000	Platte (160 x 500)	Querkraft	2x <b>36,5</b>
BV4 (VVP5)	(Schkarlat 2011)	Exzentrischer 4-Punkt	4000	Platte (160 x 500)	Verbund am ZRE	2x <b>25,4</b>
BV5 (VVP6)	(Schkarlat 2011)	6-Punkt	4000	Platte (160 x 500)	Verbund am letzten ZRE	2x <b>30,6</b> bzw. 4x 15,3

Die Bauteilversuche werden im Folgenden mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bemessungsansatz, welcher in Abschnitt 7.1 zusammengefasst wurde, verglichen. Bei diesem Vergleich werden bezüglich des Verbundes der aufgeklebten CFK-Lamellen die folgenden Fälle bzw. Möglichkeiten unterschieden:

- 1. Möglichkeit: Verbundnachweis nach Abschnitt 7.1.3 ohne verbundbedingte Umlagerungen und mit einem ohne Berücksichtigung der Lamelle ermittelten Rissabstand
- **2. Möglichkeit:** Verbundnachweis nach Abschnitt 7.1.3 ohne verbundbedingte Umlagerungen und mit einem unter Berücksichtigung der Lamellen nach Abschnitt 4.7.4.2 ermittelten Rissabstand

**3. Möglichkeit:** Verbundnachweis nach Abschnitt 7.1.3 unter Berücksichtigung der verbundbedingten Umlagerungen nach Abschnitt 4.6.2 und mit einem unter Berücksichtigung der Lamellen nach Abschnitt 4.7.4.2 ermittelten Rissabstand

In diesem Vergleich werden die Versagenslasten mit den Verbundgesetzen für Mittelwerte und mit den Mittelwerten der Baustoffkenngrößen aus den Begleitversuchen berechnet. Bei der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung wurden die mittleren Festigkeiten gemäß (Hegger et al. 1999; Reineck et al. 2005)<sup>71</sup> auf charakteristische Wert der Betondruckfestigkeit umgerechnet. Die so ermittelten rechnerischen Bruchkräfte sind in Tabelle 8.2 für alle Bauteilversuche aufgelistet. In dieser Tabelle ist jeweils die Versagensart, welche zum Bruch geführt hat, hervorgehoben.

Nachwe	BV1	BV3	BV4	BV5	
Biegung	199,5	51,0	30,2	57,1	
Querkra	471,2	33,7	33,6	48,8	
Versatzbru	238,3	-	-	-	
Verbund Möglichkeit 1	ZRE	130,6	25,4	17,4	31,3
	letztes ZRE	228,2	25,5	26,3	26,2
	Schubrissversatz	368,8	-	-	-
Verbund Möglichkeit 2	ZRE	140,5	28,0	18,3	38,3
	letztes ZRE	282,9	32,6	31,5	22,9
	Schubrissversatz	368,8	-	-	-
Verbund Möglichkeit 3	ZRE	126,5	27,6	18,3	37,7
	letztes ZRE	240,4	30,5	28,8	21,2
	Schubrissversatz	368,8	-	-	-

 Tabelle 8.2:
 Theoretische Bruchkräfte der verschiedenen Nachweise der Bauteilversuche an Einfeldträgern

Aus Tabelle 8.2 erkennt man, dass bei allen Versuchen, außer bei dem Versuch BV3, die Versagensart durch die jeweils niedrigste rechnerische Bruchkraft nach dem Bemessungsmodell vorhergesagt wird. Die rechnerischen Bruchkräfte für das aufgetretene Versagen aus Tabelle 8.2 sind den experimentellen Bruchkräften aus Tabelle 8.1 in Bild 8.1 gegenübergestellt.



**Bild 8.1:** Vergleich der berechneten Bruchkräfte für den aufgetretenen Versagensfall mit den Versuchswerten der Bauteilversuche an Einfeldträgern

 $f_{ck}^{71} = (f_{cm} - 4)$ ; Vergleiche auch Abschnitt 4.1.2 und 6.2.2.1

Aus Bild 8.1 ist zu erkennen, dass bei den Bauteilen BV1 und BV4, bei denen eine Entkopplung am Zwischenrisselement aufgetreten ist, nur geringe Unterschiede zwischen den drei Möglichkeiten auftreten. Bei dem Bauteil BV5, bei welchem eine Entkopplung am letzten Zwischenrisselement eingetreten ist, ist hingegen eine größere Abweichung zwischen den drei Möglichkeiten zu erkennen. Insgesamt liegen alle experimentellen Werte der Bauteile, bei denen ein Verbundversagen eingetreten ist, leicht über der auf Mittelwertbasis berechneten Versagenslast. Lediglich der Versuch BV3 bei, welchem ein Querkraftversagen direkt am Auflager eingetreten ist, trifft die Versagenlast für den aufgetretenen Versagensfall nahezu exakt.

#### Querkraftversuche

Da es bei den Bauteilen mit glatter Längs- und Querkraftbewehrung (vgl. Zilch et al. 2012c) nicht zu einem direkten Querkraftbruch kam, werden nachfolgend die Versuchsergebnisse mit dem gesamten Bemessungskonzept wie im vorherigen Abschnitt gegenübergestellt. Dabei werden lediglich die im Vorherigen aufgelisteten Möglichkeiten 1 und 3 für den Nachweis des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung betrachtet. Bei dem Bauteil QVBA3-1, bei welchem die Lamelle über das Auflager geführt wurde, wird auf den Nachweis am letzen Zwischenrisselement sowie auf den Nachweis zur Vermeidung des Versatzbruches verzichtet.

Der Vergleich zwischen der Bruchkraft bzw. der Kraft, bei welcher sich die Lamelle entkoppelte, mit den berechneten Versagens- bzw. Entkopplungskräften nach den Nachweisen des Bemessungskonzept ist in Bild 8.2 dargestellt. Für den Vergleich sind, wie bei den Bauteilversuchen, die aus den Referenzversuchen bestimmten Materialkenngrößen als Mittelwerte eingesetzt.



**Bild 8.2:** Vergleich der berechneten Bruch- bzw. Entkopplungskraft nach den verschiedenen Nachweisen des Bemessungskonzeptes mit den Versuchswerten der Versuche mit glatter Längs- und Querkraftbewehrung und aufgeklebter Biegeverstärkung

Aus dem Vergleich in Bild 8.2 lasen sich für die Versuche mit aufgeklebter Bewehrung folgende Feststellungen treffen:

- Versuch QVBA 3-1: Bei dem Versuch QVBA3-1 wird das aufgetretene Biegeversagen nahezu exakt durch den Biegenachweis beschrieben. Auch die vorhergegangene Entkopplung am Zwischenrisselement wird durch den Nachweis gut getroffen. Aufgrund des eingetretenen Biegeversagens erreicht der Versuch die Querkrafttragfähigkeit nach (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit dem (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) nicht.
- Versuch QVBA 3-2: Bei dem Versuch QVBA3-2, bei welchem ein Versatzbruch eintrat, wird dieser durch den Nachweis des Bemessungskonzeptes mit einer Überschätzung der Bruchkraft vorhergesagt. Etwa gleichzeitig hätte auch eine Entkopplung am Zwischenrisselement nach der Möglichkeit 1 und 3 eintreten müssen. Die berechnete Bruchlast für die Entkopplung am letzten Zwischenrisselement nach der Möglichkeit 3 unterschätzt die Bruchlast aufgrund der großen Umlagerung auf die aufgeklebte Bewehrung und des relativ großen Versatzmaßes leicht (vgl. auch Anmerkung in Abschnitt 5.4.1).

 Versuch QVBR-2: Bei dem Versuch QVBR-2 trat, wie beim Versuch QVBA3-2, ein Versatzbruch ein. Dieser wird auch durch das Modell vorhergesagt. Die anderen Nachweise verhalten sich aufgrund der sehr ähnlichen Bauteilabmessungen wie bei dem Versuch QVBA3-2.

Abschließend lässt sich feststellen, dass mit dem Bemessungskonzept die Bauteilversuche sowie Querkraftversuche gut beschrieben werden können und die Versagenslast immer annähernd getroffen wurde. Bei allen Bauteilen wird jedoch die Versagenslast aufgrund einiger Vereinfachungen, welche auf der sicheren Seite lagen, leicht unterschätzt.

### 8.2.2 Versuche an Mehrfeldträgern

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Bauteilversuche an mit aufgeklebten CFK-Lamellen im Stützmomentenbereich verstärkten Zweifeldträgern durchgeführt, welche nachfolgend mit den Bemessungsansätzen dieser Arbeit verglichen werden. Diese Versuche, welche bereits in Abschnitt 3.7 beschrieben wurden, sind mit dem jeweiligen Versagen und der zugehörigen Versagenslast in Tabelle 8.3 aufgelistet. In dieser Tabelle ist zusätzlich der Versuchsbericht angegeben, in welchem sich eine genaue Beschreibung des Versuchsablaufes sowie zahlreiche Messungen wiederfinden.

Tabelle 8.3:Übersicht über die Versagensarten und die Bruchkräfte der Bauteilversuche an Zweifeldträgern aus Abschnitt 3.7

Bezeichnung	Bericht	$l_0$	Bauteilquerschnitt	Versagen	Versagenslast	
			h x b			
-		mm	mm x mm			
BV2	(Zilch et al.	2000	Platte	Verbund am	172	
(VVP2)	2012b)	2000	(200 x 500)	ZRE		
BV6	(Zilch et al.	2000	Platte	Verbund am	80	
(QVPA3)	2012c)	3000	(200 x 500)	ZRE		

Die Bauteilversuche werden im Folgenden mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bemessungsansatz, welcher in Abschnitt 7.1 zusammengefast wurde, verglichen. Bei diesem Vergleich werden, wie in Abschnitt 8.2.1, drei Möglichkeiten für den Nachweis des Verbundes unterschieden. In diesem Vergleich werden die Versagenslasten mit den Verbundgesetzen für Mittelwerte und mit den Mittelwerten der Baustoffkenngrößen aus den Begleitversuchen berechnet. Auf eine Umrechnung der Materialkenngrößen auf charakteristische Werte wurde auf der sicheren Seite liegend verzichtet. Die so ermittelten rechnerischen Bruchkräfte sind in Tabelle 8.4 für alle Bauteilversuche aufgelistet, dabei wurden die Schnittgrößen sowohl unter der Annahme eines linear-elastischen Verhaltens sowie mit Hilfe der nicht-linearen Berechnung über die Steifigkeiten des gerissenen Querschnittes gemäß Abschnitt 5.3.2 ermittelt. In dieser Tabelle ist jeweils die Versagensart, welche zum Bruch geführt hat, hervorgehoben.

 Tabelle 8.4:
 Theoretische Bruchkräfte der verschiedenen Nachweise der Bauteilversuche an Zweifeldträgern

Nachwei	BV2-LE <sup>72</sup>	BV2-NL	BV6-LE	BV6-NL	
Querkra	147,3	154,0	113,4	123,2	
Verbund Möglichkeit 1	ZRE	151,1	174,9	-	
_	letztes ZRE	258,9	271,1	-	
Verbund Möglichkeit 2 ZRE		170,7	189,6	111,1	122,9
	letztes ZRE	355,8	362,8	113,1	122,7
Verbund Möglichkeit 3	ZRE	172,5	190,3	-	
	letztes ZRE	357,6	364,7	-	

Bei den in Tabelle 8.4 ermittelten Bruchkräften ist auf die Ermittlung des Bruchmomentes verzichtet worden, da sich ab einer bestimmten Belastung Fließgelenke im Feld ausbilden würden und dies nicht mit den Berechnungsmethoden der anderen Nachweise zusammenpasst. Des Weiteren ist die kritische Last des Biegeversagens deutlich höher als die der anderen Versagensarten und somit nicht maßgebend.

Aus der Tabelle 8.4 lässt sich erkennen, dass das Verbundversagen für den Träger BV2 recht gut beschrieben wird, wobei die Bruchkraft bei der linear-elastischen Berechnung leicht unterschätzt und bei der nichtlinearen Berechnung leicht überschätzt wird. Man erkennt des Weiteren, dass sowohl bei dem Versuch BV2 wie auch bei dem Versuch BV6 das Verbund- und Querkraftversagen sehr nahe zusammenliegen, wobei

<sup>&</sup>lt;sup>72</sup> LE=Linear-Elastisch; NL = Nicht-Linear

beim Versuch BV2 die Querkrafttragfähigkeit durch die (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit dem (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) leicht unterschätzt wird. Beim Versuch BV6, welcher neben der geklebten Bewehrung im Stützmomentenbereich keine weitere Betonstahlbewehrung hatte, überschätzt der Nachweis des Verbundes die Tragfähigkeit. Der Nachweis des Verbundes des Trägers BV6 reagiert auf den Rissabstand aufgrund der fehlenden Betonstahlbewehrung sehr sensibel, da die kritische Stelle somit nicht durch das Fließen der Betonstahlbewehrung verursacht wird. Der Rissabstand ist jedoch aufgrund der fehlenden Betonstahlbewehrung verursacht wird. Der Rissabstand ist jedoch aufgrund der fehlenden Betonstahlbewehrung verursacht 4.7.3.2 zu berechnen und wird aufgrund der großen Streuung der Zugfestigkeit in der oberflächennahen Betonschicht deutlich größer streuen als bei den Versuchen mit Betonstahlbewehrung, was auch die Messungen im Versuch zeigten. Die Überschätzung der Tragfähigkeit durch den Nachweis des Verbundes wird deshalb wahrscheinlich auf die vorhandenen größeren Streuungen des Rissabstandes des Versuches BV6 zurückzuführen sein.

### 8.3 Ausgewählte Bauteilversuche aus der Literatur

Die im Folgenden gezeigten Vergleiche zwischen den Versuchswerten aus Bauteilversuchen aus der Literatur, welche im Rahmen des Sachstandsberichtes (Zilch et al. 2011b) gesammelt wurden, mit dem Bemessungsmodell sind nicht absolut zu bewerten, sondern stellen vielmehr einen Trend dar. Ein absoluter Vergleich ist nicht möglich, da es sich bei den wenigsten Versuchen um Versuche handelt, die im eigenen Labor durchgeführt worden sind, sondern um solche, die aus der Literatur entnommen sind. Auf die Bewertung der Versuchsergebnisse können folgende Gründe bzw. Größen einen Einfluss haben:

- Gerade bei Verbundproblemen kann die Pr
  üfgeschwindigkeit einen erheblichen Einfluss haben (vgl. z.B. RILEM TC9-RC 1994bund Zilch, Niedermeier 2008), welche bei den wenigsten Versuche dokumentiert ist, aber h
  öchstwahrscheinlich fast 
  überall unterschiedlich war.
- Art der Versuchsdurchführung (Kraftsteuerung, Wegsteuerung oder Aufbringen der Last in Stufen)
- Die Betonzusammensetzung (Größtkorn, Zuschlagsfestigkeiten) kann teilweise erhebliche Einflüsse auf Verbundfestigkeiten sowie die Verhältnisse zwischen die verschiedenen Betonkenngrößen haben.
- Durch die verschiedenen Messapparaturen können Streuungen auftreten (z.B. Induktive /Optische Wegmessung, unterschiedlich gute Kalibrierung, unterschiedliche Messraten, Messgenauigkeit).
- Mangelhafte Dokumentation, teilweise fehlende Werte mussten durch Annahmen ergänzt werden (z.B. E-Modul der Betonstahlbewehrung, Verbundbedingungen der Betonstahlbewehrung)
- Die Art der angegebenen Baustoffkenngrößen ist unbekannt. (Mittelwerte, Fraktile oder nur einzelne Stichproben)
- Die Art der Ermittlung der Baustoffkenngrößen wurde nicht immer dokumentiert (Betonfestigkeit am Würfel oder Zylinder, Probekörpergröße, Art der Prüfung, Prüfnorm)
- Klimatische Streuung (unterschiedliche Luftfeuchte und Temperatur in den Laboren)
- Unterschiedliche Rippungen der Stäbe auf dem internationalen Markt und eine damit verbundene abweichende Verbundenergie.
- Angabe des Bewehrungsstabes in Nenndurchmesser oder echtem Durchmesser
- Unterschiedliche Klebstoffdicken
- Verschieden viskose Klebstoffe
- Teilweise stark unterschiedliche Verstärkungsmaterialien, gerade bei den Faserverbundwerkstoffen
- Unterschiedliche Ausführungsqualität
- Eventuelle Manipulation der Versuchswerte

Aus diesen Gründen kann es bei solchen Vergleichen zwischen den Versuchen und Rechenmodellen teilweise zu erheblichen Streuungen kommen.

Im Rahmen des nachfolgenden Vergleiches wird nur die Versagenslast des Gesamtbauteils mit der Versagenslast nach dem Bemessungsmodell verglichen. Eine genaue Aufteilung in die verschiedenen Versagensarten ist aufgrund der teilweise mangelhaften Dokumentation von verschiedenen Versuchen aus der Literatur nicht möglich.

Die Versuchsdatenbank des Sachstandsberichtes (Zilch et al. 2011b) beinhaltet unter anderem 473 Versuche an mit geklebter Bewehrung verstärkten Einfeldträgern. Von diesen Versuchen sind 151 Stück mit aufgeklebten CFK-Lamellen verstärkt und können für eine Vergleichsberechnung herangezogen werden. Bei den anderen Versuchen handelt es sich um Versuche, welche mit Stahllaschen, Gelegen oder in Schlitze verklebten Lamellen verstärkt wurden. Die in den vorherigen Kapiteln aufgestellten Ansätze sind an CFK-Lamellen aufgestellt. Prinzipiell müssten die CF-Gelege ein sehr ähnliches Verhalten zeigen. Da jedoch die Verbundbeiwerte der einzelnen Gelegetypen deutlich stärker streuen als die der CFK-Lamellen und zu den meisten Versuchen keine Vergleichsverbundversuche vorhanden sind, werden diese Versuche hier nicht nachgerechnet. Auf die Nachrechnung von Versuchen mit Stahllaschen wird hier ebenfalls verzichtet, da hier aufgrund der geringen Dehnungen der Stahllaschen kaum Veränderungen aus Reibung und Krümmung zu erwarten sind.

Da die Versagensart bei einigen Versuchen mehrdeutig beschrieben ist oder die genaue Verbundentkopplungsstelle unbekannt ist, wird im Folgenden das gesamte Nachweiskonzept auf die Versuche angewendet.

Die Bauteilversuche aus der Literatur werden im Folgenden mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bemessungsansatz, welcher in Abschnitt 7.1 zusammengefasst wurde, verglichen. Bei diesem Vergleich werden bezüglich des Verbundes der aufgeklebten CFK-Lamellen drei Fälle bzw. Möglichkeiten, wie in Abschnitt 8.2, unterschieden:

- 1. Möglichkeit: Verbundnachweis nach Abschnitt 7.1.3 ohne verbundbedingte Umlagerungen und mit einem ohne Berücksichtigung der Lamelle ermittelten Rissabstand
- **2. Möglichkeit:** Verbundnachweis nach Abschnitt 7.1.3 ohne verbundbedingte Umlagerungen und mit einem unter Berücksichtigung der Lamellen nach Abschnitt 4.7.4.2 ermittelten Rissabstand
- **3. Möglichkeit:** Verbundnachweis nach Abschnitt 7.1.3 unter Berücksichtigung der verbundbedingten Umlagerungen nach Abschnitt 4.6.2 und mit einem unter Berücksichtigung der Lamellen nach Abschnitt 4.7.4.2 ermittelten Rissabstand

Die Berechnung wurde für die 151 Versuche automatisiert mithilfe einer Kombination aus Microsoft Excel, VBA und C++ Addins für die rechenaufwändigen Operationen durchgeführt. Die Ergebnisse aus den einzelnen Nachweisen sind in Anhang B aufgelistet.

Der Vergleich der berechneten Bruch- bzw. Entkopplungskraft nach dem Bemessungskonzept auf Mittelwertbasis mit den Versuchswerten der Versuche aus der Literaturdatenbank ist in Bild 8.3 für die Möglichkeiten 1 und 2 sowie für die Möglichkeit 3 in Bild 8.4 dargestellt.



**Bild 8.3:** Vergleich der berechneten Bruch bzw. Entkopplungskraft nach dem Bemessungskonzept für Mittelwerte mit den Versuchswerten der Versuche aus der Literaturdatenbank für die Möglichkeit 1 und 2



**Bild 8.4:** Vergleich der berechneten Bruch- bzw. Entkopplungskraft nach dem Bemessungskonzept für Mittelwerte mit den Versuchswerten der Versuche aus der Literaturdatenbank für die Möglichkeit 3

In Bild 8.5 ist der Mittelwert und die Standardabweichung aus dem Quotienten von Versuchswert und rechnerisch ermitteltem Versagenswert dargestellt. Dabei wird zwischen den Nachweismöglichkeiten unterschieden.



Bild 8.5: Vergleich der Mittelwerte und die Standardabweichungen aus dem Quotienten aus Versuchswert und rechnerisch ermitteltem Versagenswert nach den verschiedenen Nachweismöglichkeiten

Aus dem Vergleich aus Bild 8.3, Bild 8.4 und Bild 8.5 ist zu erkennen, dass mit steigender Genauigkeit die Versuchswerte besser beschrieben werden können. Des Weiteren ist zu erkennen, dass eine alleinige Betrachtung der kleineren Rissabstände in der Möglichkeit 2 ohne die verbundbedingte Umlagerung zu einer

größeren Streuung führt als eine Betrachtung ohne die Wirkungsweise der CFK-Lamelle wie in der Möglichkeit 1 oder mit einer vollständigen Betrachtung der Wirkungsweise der CFK-Lamelle wie in Möglichkeit 3. Aus diesem Grund sollte bei einem Bemessungskonzept entweder die Wirkungsweise der CFK-Lamelle bei der Ermittlung der Kräfte und der Rissabstände konsequent berücksichtigt oder konsequent vernachlässigt werden. Eine Berücksichtigung in Teilbereichen ist nicht zielführend und kann unter Umständen zu einer unsicheren Bemessung führen.

Zusammenfassend lässt sich aus den Vergleichen eine recht gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten aus der Literaturdatenbank erkennen. Dies lässt sich auch mit dem Vergleich mit anderen Bemessungsansätzen verdeutlichen, welche im Rahmen von (Zilch et al. 2011b) mit der gleichen Datenbasis verglichen wurden. Der Vergleich des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bemessungsansatzes der Möglichkeit 3 mit den Ansätzen aus (ACI 440.2R-02:2002), (Z- 36.12-70:2008), (SIA 166:2004), (fédération internationale du béton 2001), (Niedermeier 2001), (Neubauer 2000) und (Teng et al. 2002) ist in Bild 8.6 dargestellt.

Da im Gegensatz zu den anderen genannten Modellen und Vorschrift bieten die Modelle von (Niedermeier 2001) und (Neubauer 2000) kein vollständiges Bemessungskonzept sondern nur ein Verbundnachweis. Aus diesem Grund wurde bei dem Vergleich dieser Konzepte für das Querkraft-, Biege- und Versatzbruchversagen das Konzept aus Abschnitt 7 angewendet. Für das Verbundversagen wurde dann das Konzept von (Niedermeier 2001) bzw. (Neubauer 2000) verwendet.



**Bild 8.6:** Vergleich der Mittelwerte und der Standardabweichungen aus dem Quotienten von Versuchswert und rechnerisch ermitteltem Versagenswert nach verschiedenen Ansätzen aus der Literatur

Man erkennt, dass das vollständig mechanisch begründete Bemessungskonzept dieser Arbeit sowohl den Mittelwert der Versuche am besten trifft, als auch die geringste Standardabweichung liefert.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit werden die bauteilspezifischen Effekte auf die Bemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Betonbauteilen betrachtet. Aufgrund des spröden und mäßigen Verbundverhaltens ist es nötig für eine sichere und wirtschaftliche Bemessung zahlreiche bauteilspezifische Effekte bei der Bemessung einer Verstärkungsmaßnahme zu berücksichtigen.

Zur Entwicklung eines solchen Bemessungskonzeptes wurden zunächst (Kapitel 2) die Versagensarten von mittels geklebter Bewehrung biegeverstärkten Bauteile betrachtet und die für diese Versagensarten zur Verfügung stehenden Bemessungsansätze beurteilt. Zur Beurteilung des Biegeversagens und des Querkraftversagens stellen die Bemessungsansätze für den konventionellen Stahlbetonbau eine gute Ausgangsbasis dar. Für die Betrachtung und die Bemessung des Verbundes der aufgeklebten Bewehrung, welcher im Regelfall maßgebend wird, ist eine realitätsnahe Beschreibung nur durch die kontinuierliche Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement nach (Niedermeier 2001) möglich. Jedoch muss für eine realitätsnahe Betrachtung im Gegensatz zu dem in (Niedermeier 2001) betrachteten Aufbau des Zugkraftwiderstandes von einem Abbau der Zugkräfte aufgrund der Verbundwirkung von jedem Riss aus ausgegangen werden und noch weitere bauteilspezifische Effekte, welche einen Einfluss auf die Verbundkraftübertragung, haben berücksichtigt werden.

Um die bauteilspezifischen Effekte aufdecken und quantifizieren zu können, wurden im Rahmen dieser Arbeit zahlreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt (Kapitel 3). Dazu wurden neben den zahlreichen Untersuchungen an den verwendeten Ausgangsmaterialien zahlreiche Versuchsserien zur Quantifizierung des Grundwertes des Verbundes der aufgeklebten und einbetonierten Bewehrung und der bauteilspezifischen Effekte durchgeführt:

- Idealisierte Endverankerungsversuche zur Bestimmung des Grundwertes des Verbundes an dem ideal ebenen Endverankerungskörper (6 Versuche an aufgeklebten CFK-Lamellen und 38 Versuche an den verwendeten Betonstählen)
- Versuche am idealisiert ebenen Zwischenrisselement zur Überprüfung der theoretischen Ansätze (38 Versuche mit unterschiedlichen Betonen, Risselementlängen und Kraftniveaus)
- Versuche am Zwischenrisselement am Bauteil zur Untersuchung des Einflusses der Krümmung auf das Verbundverhalten am Zwischenrisselement (18 Versuche mit mehreren Zwischenrisselementen)
- Querkraftversuche zur Untersuchung des Einflusses der Querkraftverformung auf das Verbundverhalten sowie zur Untersuchung des Einflusses der geklebten Biegeverstärkung auf die Querkrafttragfähigkeit (22 Versuche mit zahlreichen unterschiedlichen Parametern)

Aufbauend auf zahlreichen bekannten Untersuchungen wurde die im Weiteren verwendete Modellierung bezüglich der Materialien sowie des Verbundes der aufgeklebten, einbetonierten und in Schlitze verklebten Bewehrung erarbeitet (Kapitel 4). Dabei wurden bekannte Ansätze aufgrund neuerer Untersuchungen sowie aufgrund der durchgeführten experimentellen Untersuchungen modifiziert. Des Weiteren wurde die verwendete Modellierung bezüglich der Interaktion zwischen den Bewehrungssträngen, der Rissbildung sowie der Querkrafttragfähigkeit auch die durch die Querkraft verursachte Rissbildung und Verformung betrachtet wurde.

Mithilfe der Modellierung der durchgeführten Versuche wurden die bauteilspezifischen Effekte auf das Verbundverhalten der aufgeklebten Bewehrung betrachtet (Kapitel 5). Dabei wurde zunächst der Effekt der Krümmung des Bauteils betrachtet. Aufbauend auf den Versuchen am Zwischenrisselement am Bauteil, bei welchen durch einen neuen Versuchsaufbau unterschiedliche Bereiche und somit unterschiedliche Zwischenrisselemente direkt am Bauteil untersucht werden konnten, war es möglich, die auftretenden Einflüsse auf die Verbundkraftübertragung direkt am Bauteil zu bestimmen. Unter anderem wurde festgestellt, dass sich dünnere Bauteile günstiger als dickere Bauteile verhalten. Dies ist auf die Wirkung der Krümmung zurückzuführen. Die Krümmung kann prinzipiell in eine Vorkrümmung und eine Verkrümmung durch die Durchbiegung des Bauteils unterteilt werden. Eine positive konvexe Krümmung wirkt auf die Verbundkraft immer positiv, da durch die Umlenkkräfte eine selbstinduzierte Anpressung der CFK-Lamelle erfolgt. Eine negative Krümmung bewirkt jedoch eine abhebende Zugspannung an der Lamelle und muss deshalb auch berücksichtigt werden. Der Effekt der Krümmung muss deshalb sowohl aus wirtschaftlichen Gründen wie auch aus Gründen der Sicherheit mit einbezogen werden. Durch die durchgeführten Versuche konnte sowohl die positive wie auch die negative Wirkung der Krümmung dargestellt und quantifiziert werden.

Aufbauend auf dem Krümmungseffekt und der im Vorherigen erarbeiteten Modellierung wurde der Einfluss der Vorspannung des zu verstärkenden Bauteils auf die Verbundkraftübertragung der aufgeklebten CFK-Lamellen theoretisch betrachtet. Diese theoretische Betrachtung wurde dann an den eigenen experimentellen Untersuchungen sowie an einem aus der Literatur bekannten Versuch überprüft.

Als ein weiterer Effekt auf die Verbundkraftübertragung der aufgeklebten Bewehrung wurde die Möglichkeit der Schnittgrößenumlagerung in statisch unbestimmten System betrachtet und ein Ansatz zur Berücksichtigung von Umlagerungen auf der sicheren Seite liegend angegeben, welcher nachfolgend an Versuchen an Zweifeldträgern überprüft wurde.

Da in der Vergangenheit der Einfluss von querkraftbedingten Verformungen und Rissversätzen auf das Verbundverhalten immer wieder zu Diskussionen geführt hat, wurde dieser Einfluss anhand von zahlreichen mechanischen Überlegungen modelliert. Aufgrund der Komplexität des Modelles wurde mit einer nachfolgenden Parameterstudie ein Bemessungsmodell angegeben.

Abschließend wurde aufbauend auf einem Modell aus der Literatur der Einfluss von Bügelumschließungen auf die Verbundkraftübertragung von aufgeklebten CFK-Lamellen am Bauteile angegeben.

Neben den bauteilspezifischen Effekten auf die Verbundkraftübertragung von Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung wurden im Rahmen dieser Arbeit in Kapitel 6die Einflüsse der geklebten Bewehrung auf die Querkrafttragfähigkeit betrachtet. Dabei wurde zunächst der spezielle Querkraftbruch, der sogenannte Versatzbruch, betrachtet und ein Bemessungsmodell angegeben. Nachfolgend wurde der Einfluss der geklebten Biegeverstärkung auf die Querkrafttragfähigkeit betrachtet. Dazu wurden neben den experimentellen Untersuchungen auch ein aus der Literatur bekanntes Modell sowie eine nichtlineare Finite Elemente Berechnung betrachtet. Mithilfe dieser Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass das Modell der (DIN EN 1992-1-1:2011) in Verbindung mit der (DIN EN 1992-1-1/NA:2011) auch für Bauteile mit geklebter Bewehrung angewendet werden kann. Abschließend wurden noch verschiedene Einflüsse auf die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen mit geklebter Querkraftverstärkung diskutiert.

Das im Rahmen dieser Arbeit erarbeitete Bemessungsmodell wurde in Kapitel 7 zusammengefasst. Aufgrund der Komplexität des Nachweises der Verbundkraftübertragung wurden einige Möglichkeiten der Vereinfachung vorgestellt und durchgeführt. Dabei ist festzustellen, dass je einfacher der Nachweis ist, desto unwirtschaftlichere Ergebnisse liefert dieser.

Das im Rahmen dieser Arbeit erarbeite Bemessungsmodell für die Verstärkung von Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung wurde abschließend (Kapitel 8) mit den eigenen durchgeführten Bauteilversuchen sowie mit zahlreichen Versuchen aus der Literatur verglichen. Dabei zeigte sich, dass mithilfe des Modelles die Bruchlasten der Versuche gut beschrieben werden können und deutlich bessere Ergebnisse als mit bisherigen Bemessungsmodellen erzielt werden können.

Mit dem hier erarbeiteten Modell ist es möglich, eine einachsige Biegeverstärkung mit geklebter Bewehrung unter statischer Belastung realitätsnah zu bemessen. Dabei ist das Modell für CFK-Lamellen kalibriert worden. Eine Anpassung an Bauteile mit CF-Gelege oder Stahllaschen kann durch die Anpassung der Verbundbeiwerte jedoch ohne großen Aufwand erfolgen. Jedoch bleiben bezüglich der Verstärkung von Bauteilen mit geklebter Bewehrung noch weitere Fragen offen, welche im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden konnten. Diese Fragestellungen lassen sich, wie in Kapitel 1 bereits erläutert in drei Kategorien einteilen:

- Bauteilspezifische Einflüsse
- Baustoffspezifische Einflüsse
- Einflüsse der Betriebsbelastung

Bezüglich der bauteilspezifischen Effekte auf eine Verstärkung mit geklebter Bewehrung unter statischer Belastung sind folgende Fragestellungen noch nicht vollständig geklärt, wobei es zu allen Teilgebieten bereits kleinere Untersuchungen gibt:

- Ein komplett mechanisch begründetes Konzept zur Wirkungsweise der Querkraft und Torsionsverstärkung
- Einfluss von Querzug oder Querdruck auf die Verbundtragfähigkeit von geklebter Bewehrung
- Wirkungsweise von zweiachsig verstärkten Biegebauteilen und Einfluss auf den Verbund der aufgeklebten Bewehrung
- Wirkungsweise der geklebten Bewehrung bei Durchstanzproblemen

Bezüglich der baustoffspezifischen Einflüsse ist vor allem die Temperaturempfindlichkeit der verwendeten Epoxidharzklebstoffe das größte Problem. Hierzu lassen sich die folgenden Fragestellungen als Wesentlichste festhalten:

- Thermisches Verhalten der Epoxidharzklebstoffe in Abhängigkeit der Aushärtebedingungen und der thermischen Lagerungsbedingungen
- Entwicklung temperaturresistenterer Klebstoffe
- Geeignete Brandschutzmaßnahmen für die geklebte Bewehrung

Bei den Einflüssen der Betriebsbelastung auf das Verhalten der geklebten Bewehrung sind die meisten noch offenen Fragestellungen vorhanden:

- Verbundkriechverhalten von aufgeklebter Bewehrung
- Zeitabhängige Umlagerungen zwischen den Bewehrungselementen
- Umlagerungseffekte bei einer nicht ruhenden Belastung
- Einflüsse der Belastungsgeschichte auf die Verbundkraftübertragung
- Verbundverhalten der geklebten Bewehrung im Zug Druck Wechselbereich

Die aufgelisteten Probleme sind jedoch bis auf die Probleme mit dem Brandschutz im Hochbau im Regelfall von untergeordneter Bedeutung, so dass eine sichere und wirtschaftliche Bemessung mit den vorgestellten Ansätzen erfolgen kann. Bei der Anwendung der geklebten Bewehrung im Brücken- und Ingenieurbau sind jedoch gerade die Einflüsse der Betriebsbelastung von einer größeren Bedeutung, so dass eine Klärung der aufgelisteten Fragestellungen wünschenswert wäre.

#### Literaturverzeichnis

ACI 318M-05 2005 ACI 318M-05: Metric Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute, 2005

**ACI 440.2R-02 2002** ACI 440.2R-02: *Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures.* American Concrete Institute, 2002

**Aiello et al. 2007** AIELLO, M. ; VALENTE, L. ; RIZZO, A.: *Moment redistribution in continuous reinforced concrete beams strengthened with carbon-fiber-reinforced polymer laminates.* In: *Mechanics of composite materials* 43 (2007), Nr. 5, S. 453–466

AQUA 2009a AQUA : Materialien und Querschnitte, Version: 15.62, SOFiSTiK AG, 2009

**Aram et al. 2008** ARAM, M.; CZADERSKI, C.; MOTAVALLI, M.: Debonding failure modes of flexural FRPstrengthened RC beams. In: Composites Part B: engineering 39 (2008), S. 826–841

Arduini et al. 1997 ARDUINI, M. ; TOMMASO, A. ; NANNI, A.: Brittle failure in FRP plate and Sheet bonded beams. In: ACI Structural Journal 94 (1997), S. 363–370

**Arduini, Nanni 1997** ARDUINI, M.; NANNI, A.: Behaviour of precracked RC beams strengthened with Carbon FRP sheets. In: Journal of Composites for Construction 1 (1997), S. 63–70

ASE 2009b ASE : Allgemeine Statik Finiter Element Strukturen, Version: 16.51, SOFiSTiK AG, 2009

**Ashour et al. 2004** ASHOUR, A. F. ; EL-REFAIE, S. A. ; GARRITY, S. W.: Flexural Strengthening of RC continuous beams using CFRP laminates. In: Cement and Concrete Composites 26 (2004), S. 765–775

Athena 3D 2011 ATHENA 3D, Version: 4.2.7.5844, Cervenka Consult, 2011

**Bach, Graf 1911a** BACH, C. ; GRAF, O.: Versuche mit Eisenbeton-Balken zur Ermittlung der Widerstandsfähigkeit verschiedener Bewehrung gegen Schubkräfte, Erster Teil, Ernst und Sohn, 1911 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 10)

**Bach, Graf 1911b** BACH, C. ; GRAF, O.: Versuche mit Eisenbeton-Balken zur Ermittlung der Widerstandsfähigkeit verschiedener Bewehrung gegen Schubkräfte. Zweiter Teil. Berlin, Ernst und Sohn, 1911 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 12)

**Bazant, Kim 1984** BAZANT, Z. P.; KIM, J.-K: Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. In: *ACI Journal* 81 (1984), S. 456–468

**Bentz 2010** BENTZ, E. C.: Shear strength of beams and implications of the new approaches : Shear and punching shear in RC and FRC elements. In: FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (HRSG.): Shear and punching shear in RC and FRC elements, 2010 (fib-bulletin, 54), S. 15–30

**Bentz, Collins 2006** BENTZ, E.; COLLINS, M.: Development of the 2004 CSA A23.3 shear provisions for reinforced concrete. In: Canadian journal of civil engineering (2006)

**Bergmeister 2009** BERGMEISTER, K.: Ertüchtigung im Bestand - Verstärkung mit Kohlenstofffasern. In: BERGMEISTER, K.; FINGERLOOS, F.; WÖRNER, J.-D (Hrsg.): *Betonkalender 2009.* Berlin : Ernst und Sohn, 2009, S. 187–230

**Bergmeister, Rieder 2004** BERGMEISTER, K. ; RIEDER, A.: *Prüfungen an in Schlitzen eingeklebten CFK-Lamellen S&P 150/2000 für die Verstärkung von Betonbauteilen.* Untersuchungsbericht. 2004 (Nr. 875-04-005)

**Bianco et al. 2009** BIANCO, V. ; BARROS, J. A.O. ; MONTI, G.: Three dimensional mechanical model for simulating the NSM FRP strips shear strength contribution to RC beams. In: Engineering Structures 31 (2009), S. 815–826

**Bilotta et al. 2011** BILOTTA, A. ; CERONI, F. ; DI LUDOVICO, M. ; NIGRO, E. ; PECCE, M. ; MANFREDI, G.: Bond Efficiency of EBR and NSM FRP Systems for Strengthening Concrete Members. In: Journal of Composites for Construction 15 (2011), Nr. 5, S. 757–772

Blaschko 1997 BLASCHKO, M.: Verstärken mit CFK. In: ZILCH, K. (Hrsg.): Münchner Massivbau-Seminar 1997 : Massivbau heute und morgen - Anwendungen und Entwicklungen, 1997, S. XVI.1-XVI.8

Blaschko 2001 BLASCHKO, M.: Zum Tragverhalten von Betonbauteilen mit in Schlitze eingeklebten CFK Lamellen. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2001

**Bolduc et al. 2003** BOLDUC, M. ; SHAHROOZ, B. ; MILLER, R.: Use of fiber reinforced composites for repair or retrofit of prestressed box girders. Forschungsbericht. 2003

**Bonacci, Maalej 2000** BONACCI, J. ; MAALEJ, M.: *Externally bonded fiber-reinforced polymer for rehabilitation of corrosion damaged concrete beams.* In: *ACI Structural Journal* 97 (2000), S. 703–711

**Borchert 2009** BORCHERT, K.: Verbundverhalten von Klebebewehrung unter Betriebsbedingungen. Berlin, Beuth, 2009 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 575)

**Borchert, Zehetmaier 2003a** BORCHERT, K. ; ZEHETMAIER, G.: *Bericht über Versuche zur Verklebung von CFK-Lamellen in Schlitzen.* Untersuchungsbericht. 2003 (bo-2103813)

**Borchert, Zehetmaier 2003b** BORCHERT, K. ; ZEHETMAIER, G.: *Bericht über Zulassungsversuche für das MC-System zur Verklebung von Stahlaschen und CFK-Lamellen auf Beton bzw. von CFK-Lamellen in Schlitzen.* Untersuchungsbericht. 2003 (bo-2103802)

**Boussselham, Chaallal 2008** BOUSSSELHAM, A. ; CHAALLAL, O.: Mechanisms of shear resistance of concrete beams strengthened in shear with externally bonded FRP. In: Journal of Composites for Construction 12 (2008), S. 499–512

**Branco et al. 2003** BRANCO, F.J.F.G ; TADEU, A.J.B ; NOGUEIRA, J.A.D: Bond Geometry and Shear strength of Steel Plates bonded to Concrete on Heating. In: Journal of Materials in Civil Engineering 15 (2003), Nr. 6, S. 586–593

**Brena, Macri 2004** BRENA, S.; MACRI, B.: *Effect of carbon-fiber-reinforced polymer laminate configuration on the behaviour of strengthened reinforced concrete beams.* In: *Journal of Composite structures* 8 (2004), S. 229–240

**Breveglieri et al. 2011** BREVEGLIERI, M. ; BARROS, J. ; DALFRÉ, G. ; APRILE, A.: Assessment of The Effectiveness of NSM-CFRP Flexural Strengthening Configurations for Continuous RC Slabs. In: ŠRŮMA, V. (Hrsg.): *fib Symposium PRAGUE 2011 : Concrete engineering for excellence and effi ciency,* 2011. – ISBN 978-80-87158-29-6

**Budelmann, Leusmann 2012** BUDELMANN, H. ; LEUSMANN, T.: *Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung - Verbundtragfähigkeit unter dynamischer Belastung.* Berlin, Beuth, 2012 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 593)

**Buyukoztuk, Hearing 1998** BUYUKOZTUK, O. ; HEARING, B.: Failure behavior of precracked concrete beams retrofitted with FRP. In: Journal of Composites for Construction 2 (1998), S. 138–144

**Campione, Miraglia 2003** CAMPIONE, G. ; MIRAGLIA, N.: Strength and strain capacities of concrete compression members reinforced with FRP. In: Cement and Concrete Composites 25 (2003), S. 31–41

CAN/CSA- A23.3-04 2004 CAN/CSA- A23.3-04: Design of concrete structures. Canadian Standards Association, 2004

**Cao et al. 2005** CAO, S. ; CHEN, J. ; TENG, J. ; HAO, Z.: Debonding in reinforced concrete beams shear strengthened with complete fiber reinforced polymer wraps. In: Journal of Composites for Construction 9 (2005), S. 1–11

**Carolin, Täljisten 2005** CAROLIN, A. ; TÄLJISTEN, B.: *Experimental study of strengthening for increased shear bearing capacity.* In: *Journal of Composites for Construction* 9 (2005), S. 488–495

**CEB/FIP 1978** CEB/FIP: *CEB/FIP-Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton.* Telford, London: Comité Européen du Béton; Fédération Internationale de la Précontrainte, 1978

**CEB/FIP 1993** CEB/FIP: *Model Code 1990: design code.* Telford, London: Comité Européen du Béton; Fédération Internationale de la Précontrainte, 1993

**Ceroni, Pecce 2007** CERONI, F. ; PECCE, M.: Cracking Behaviour of RC Beams Externally Strengthened with Emerging Materials. In: Construction and Building Materials 21 (2007), Nr. 4, S. 736–745

**Ceroni, Pecce 2009** CERONI, F.; PECCE, M.: Design provisions for crack spacing and width in RC elements externally bonded with FRP. In: Composites Part B: engineering 40 (2009), Nr. 1, S. 17–28

**Cervenka, Cervenka 2010** CERVENKA, V. ; CERVENKA, J: *ATENA Program Documentation : Part 2-2.* User's Manual for ATENA 3D Version 4.2.6. Prag, 2010

**Chajes et al. 1995** CHAJES, M. ; JANUSZKA, T. ; R., Mertz ; THOMSON, T. ; FINCH, W.: Shear Strengthening of reinforced concrete beams using externally applied composite fabrics. In: ACI Structural Journal 92 (1995), Nr. 3, S. 295–303

**Chen, Teng 2001** CHEN, J.; TENG, J.: Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. In: Journal of Structural Engineering July 2001 (2001), Nr. 127, S. 784–791

**Chen, Teng 2003a** CHEN, J. F.; TENG, J. G.: Shear capacity of Fiber-Reinforced Polymer-Strengthened Reinforced Concrete Beams: Fiber Reinforced Polymer Rupture. In: Journal of Structural Engineering 129 (2003), S. 615–625

**Chen, Teng 2003b** CHEN, J. F.; TENG, J. G.: Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: FRP debonding. In: Construction and Building Materials 17 (2003), S. 27–42

**CNR-DT 200 2004** CNR-DT 200: *Guide for Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures.* Rom: Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction, 2004

**Collins 2010** COLLINS, M. P.: Improving analytical models for shear deign and evaluation of reinforced concrete structures. In: FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (HRSG.): Shear and punching shear in RC and FRC elements, 2010 (fib-bulletin, 54), S. 77–92

Collins et al. 1996 COLLINS, M. P.: Mitchell D. ; ADEBAR, P. ; VECCHIO, F. J.: General Shear Design Method. In: ACI Structural Journal (1996), Nr. 93, S. 36–45

**CS-TR 55 2004** CS-TR 55: Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composites materials, second edition. Concrete Society, 2004

**CUR-Aanbeveling 91 2007** CUR-AANBEVELING 91: Versterken van gewapendbetonconstructies met uitwendig gelijmde koolstofvezelwapening. Gouda: Betonvereniging, 2007

**Curbach 2007** CURBACH, Manfred: Vom Wert des Bauens. In: DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (HRSG.): *Gebaute Visionen - 100 Jahre Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.* Berlin : Beuth, 2007, S. 222–283

**Curbach et al. 2010** CURBACH, M. ; TUE, N. ; ECKFELDT, L. ; SPECK, K.: Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung gemäß DIN 1045-1. In: DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (HRSG.): *Erläuterungen zu DIN 1045-1.* 2. überarbeitete Auflage. Berlin : Beuth, 2010 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton, Heft 525), S. 190–198

**Czaderski 2002** CZADERSKI, C.: Shear strengthening with prefabricated CFRP L-shaped plates. In: *IABSE* symposium Melbourne 2002 : Towards a better built environment - innovation, sustainability, information technology. Zürich : IABSE, 2002 (IABSE reports, 86). – ISBN 3-85748-107-2, S. 324–325

**Czaderski et al. 2010** CZADERSKI, C. ; SOUDKI, K. ; MOTAVALLI, M.: Front and Side View Image Correlation Measurements on FRP to Concrete Pull-Off Bond Tests. In: Journal of Composites for Construction 14 (2010), Nr. 4, S. 451–463

**DAfEb 1916** DAFEB: *Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton.* Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1916

**DAfEb 1925** DAFEB: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton - Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1925

**DAfEb 1932** DAFEB: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton - Teil A: Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1932

**DAfStb 1972** DAFSTB: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen : nach DIN 1045, Ausgabe Januar 1972 Biegung mit Längskraft, Schub, Torsion, Nachweis der Knicksicherheit. Berlin, Ernst und Sohn, 1972 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 220)

DAfStb-RiLi SIB 2001 DAFSTB-RILI SIB: *Richtline "Schutz und Instandsetzung von Betonbauteilen"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2001

**DAfStb-RiLi Spann 1973** DAFSTB-RILI Spann: *Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauteilen.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1973

**DAfStb-RiLi VBgB 2011** DAFSTB-RILI VBgB: *Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung", Entwurf März 2011 (Gelbdruck).* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2011

**DAfStb-RiLi VBgB 2012** DAFSTB-RILI VBgB: *Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung".* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2012

**Dai et al. 2005a** DAI, J. ; UEDA, T. ; SATO, Y.: Development of the nonlinear baond stress-slip model of fiber reinforced plastics sheet concrete interfaces with a simple method. In: Journal of Composites for Construction 9 (2005), S. 52–62

**Dai et al. 2005b** DAI, J. ; UEDA, T. ; SATO, Y.: Development of the nonlinear bond stress-slip model of fiber reinforced plastics sheet-concrete interface with a simple methode. In: Journal of Composites for Construction Jan/Feb (2005), S. 52–62

**DAI, DBV 1904** DAI, DBV: Vorläufigen Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten,. Verbande Deutscher Architekten und Ingenieur- Vereine und dem Deutschen Beton-Verein, 1904

**Dalfré, Barros 2011a** DALFRÉ, G. ; BARROS, J.: Assessing the effectiveness of a NSM-CFRP flexural strengthening technique for continuous RC slabs by experimental research. In: MOTAVALLI, M.; HAVRANEK, B.; SAQAN, E. (Hrsg.): *Proceedings of SMAR 2011, the 1st Middle East Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures : 8 - 10 February 2011, Dubai, UAE.* Dübendorf : EMPA, 2011. – ISBN 978-3-905594-58-4

**Dalfré, Barros 2011b** DALFRÉ, G. ; BARROS, J.: Experimental and Numerical Analysis of RC Two-Span Slabs strengthened with NSM CFRP Laminates. In: SEN, R.; SERACINO, R.; SHIELD, C.; GOLD, W. (Hrsg.): ACI SP-275: Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete : Structures 10th International Symposium (FRPRCS 10), 2011. – ISBN 0-87031-412-2

**Daus 2007** DAUS, S.: *Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen.* Dissertation. Technische Universität Darmstadt, Institut für Massivbau, Darmstadt. 2007

**DBV 2008a** DBV: *DBV-Merkblatt "Bauen im Bestand - Beton und Betonstahl"*. Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein, 2008

**DBV 2008b** DBV: *DBV-Merkblatt "Bauen im Bestand - Leitfaden.* Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein, 2008

**Den Uijl, Bigaj 1996** DEN UIJL, J. ; BIGAJ, A.: A Bond Model for Ribbed Bars Based on Concrete Confinement. In: Heron 41 (1996), Nr. 3, S. 201–226

**Derflinger, Müller 1993** DERFLINGER, F. ; MÜLLER, H. H.: Sanierung von korrosionsgeschädigten Spannbetondeckenträgern in Viehställen durch Klebearmierung. Untersuchungsbericht. 1993 (Nr. 1000/De/K und Nr. 1066/De/K)

**Deuring 1993** DEURING, M.: Verstärken von Stahlbeton mit gespannten Faserverbundwerkstoffen. 1993 (EMPA Bericht 233)

**Deutscher Ausschuss für Stahlbeton 2010** DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (Hrsg.): *Erläuterungen zu DIN 1045-1.* 2. überarbeitete Auflage. Berlin, Beuth, 2010 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 525)

**Dias, Barros 2008** DIAS, S. J. E. ; BARROS, J. A. O.: Shear strengthening of *T* cross section reinforced concrete beams by near surface mounted technique. In: Journal of Composites for Construction 12 (2008), S. 300–311

**Dias, Barros 2010** DIAS, S. J.E.; BARROS, J. A.O.: Performance of reinforced concrete t beams strengthened in shear with NSM CFRP. In: Engineering Structures 32 (2010), S. 373–384

**DIBt 1986** DIBT: Grundlagen zur Beurteilung von Baustoffen, Bauteilen und Bauarten im Prüfzeichen- und Zulassungsverfahren. Berlin, Deutsches Institut für Bautechnik, 1986

**DIN EN 12390-3 2009** DIN EN 12390-3: *Prüfung von Festbeton – Teil 3: Druckfestigkeit von Probekörpern.* Deutsches Institut für Normung, 2009

**DIN EN 12390-5 2009** DIN EN 12390-5: *Prüfung von Festbeton –Teil 5: Biegezugfestigkeit von Probekörpern ; Deutsches Institut für Normung.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2009

**DIN 1045 1943** DIN 1045: *Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton.* Deutsches Institut für Normung, 1943

DIN 1045 1959 DIN 1045: Bauwerke aus Stahlbeton. Deutsches Institut für Normung, 1959

**DIN 1045 1972** DIN 1045: *Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung.* Deutsches Institut für Normung, 1972

**DIN 1045 1978** DIN 1045: *Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung.* Deutsches Institut für Normung, 1978

**DIN 1045 1988** DIN 1045: *Beton und Stahlbetonbau - Bemessung und Ausführung.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1988

**DIN 1045-1 2001** DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2001

**DIN 1045-1 2008** DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2008

**DIN 1045-2 2008** DIN 1045-2: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 2: Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität - Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2008

**DIN 1048-2 1991** DIN 1048-2: *Prüfverfahren für Beton; Festbeton in Bauwerken und Bauteilen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1991

**DIN 1048-5 1991** DIN 1048-5: *Prüfverfahren für Beton; Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1991

**DIN 2093 2006** DIN 2093: *Tellerfedern - Qualitätsanforderungen - Maße*. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2006

**DIN 4227 1953** DIN 4227: Spannbeton - Richtlinie für Ausführung und Bemessung. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1953

**DIN 4227 1979** DIN 4227: Spannbeton; Bauteile aus Normalbeton, mit beschränkter oder voller Vorspannung. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1979

**DIN 4227 1988** DIN 4227: Spannbeton - Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1988

**DIN 488-1 2009** DIN 488-1: *Betonstahl - Teil 1: Stahlsorten, Eigenschaften, Kennzeichnung.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2009

DIN 488-2 2009 DIN 488-2: Betonstahl - Teil 2: Betonstabstahl. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2009

DIN 488-3 2009 DIN 488-3: Betonstahl - Teil 3: Betonstahl in Ringen. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2009

**DIN EN 10002-1 2001** DIN EN 10002-1: *Metallische Werkstoffe - Zugversuch - Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2001

**DIN EN 10025-2 2005** DIN EN 10025-2: *Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen - Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2005

**DIN EN 10027-1 2005** DIN EN 10027-1: *Bezeichnungssysteme für Stähle - Teil 1: Kurznamen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2005

**DIN EN 10080 2005** DIN EN 10080: *Stahl für die Bewehrung von Beton - Schweißgeeigneter Betonstahl.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2005

DIN EN 12350-5 2009 DIN EN 12350-5: Prüfung von Frischbeton - Teil 5: Ausbreitmaß. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2009

DIN EN 12350-6 2009 DIN EN 12350-6: Prüfung von Frischbeton - Teil 6: Frischbetonrohdichte. Deutsches Institut für Normung, 2009

**DIN EN 12390-1 2001** DIN EN 12390-1: *Prüfung von Festbeton - Teil 1: Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2001

**DIN EN 12390-6 2009** DIN EN 12390-6: *Prüfung von Festbeton – Teil 6: Spaltzugfestigkeit von Probekörpern.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2009 **DIN EN 12614 2005** DIN EN 12614: Produkte und Systeme für den Schutz und die Instandsetzung von Betontragwerken - Prüfverfahren - Bestimmung der Glasübergangstemperatur von Polymeren. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2005

**DIN EN 12617-1 2003** DIN EN 12617-1: *Produkte und Systeme für den Schutz und die Instandsetzung von Betontragwerken - Prüfverfahren - Teil 1: Bestimmung des linearen Schrumpfens von Polymeren und Oberflächenschutzsystemen (OS).* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2003

**DIN EN 13791 2008** DIN EN 13791: *Bewertung der Druckfestigkeit von Beton in Bauwerken oder in Bauwerksteilen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2008

**DIN EN 1504-4 2005** DIN EN 1504-4: *Produkte und Systeme für den Schutz und die Instandsetzung von Betontragwerken - Definitionen, Anforderungen, Qualitätsüberwachung und Beurteilung der Konformität - Teil 4: Kleber für Bauzwecke.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2005

**DIN EN 1542 1999** DIN EN 1542: *Produkte und Systeme für den Schutz und die Instandsetzung von Betontragwerken - Prüfverfahren - Messung der Haftfestigkeit im Abreißversuch.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1999

**DIN EN 196-1 2005** DIN EN 196-1: *Prüfverfahren für Zement - Teil 1: Bestimmung der Festigkeit.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2005

**DIN EN 197-1 2004** DIN EN 197-1: Zement - Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien von Normalzement. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2004

**DIN EN 1990 2002** DIN EN 1990: *Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung.* Deutsches Institut für Normung, 2002

**DIN EN 1990 2010** DIN EN 1990: *Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010.* Deutsches Institut für Normung, 2010

**DIN EN 1992-1-1 2004** DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetragwerken - Teil1-1: Allgemeine Bemessungsregeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung, 2004

**DIN EN 1992-1-1 2011** DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetragwerken - Teil1-1: Allgemeine Bemessungsregeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010. Deutsches Institut für Normung, 2011

**DIN EN 1992-1-1/NA 2008** DIN EN 1992-1-1/NA: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter -Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung, 2008

**DIN EN 1992-1-1/NA 2011** DIN EN 1992-1-1/NA: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter -Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung, 2011

**DIN EN 206-1 2001** DIN EN 206-1: *Beton - Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität;.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2001

**DIN EN ISO 291 2008** DIN EN ISO 291: *Kunststoffe - Normalklimate für Konditionierung und Prüfung.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2008

**DIN EN ISO 527-5 2010** DIN EN ISO 527-5: *Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 5: Prüfbedingungen für unidirektional faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2010

**DIN V ENV 1992-1-1 1992** DIN V ENV 1992-1-1: *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau.* Deutsches Institut für Normung, 1992

**DIN-Fachbericht 102 2003** DIN-FACHBERICHT 102: *Betonbrücken.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2003

**DIN EN 2561 1995** DLN EN 2561: *Luft- und Raumfahrt - Kohlenstoffaserverstärkte Kunststoffe - Unidirektionale Laminate - Zugprüfung parallel zur Faserrichtung.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1995

**Eibl, Ivanyi 1976** EIBL, J. ; IVANYI, G.: *Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton.* Berlin, Beuth, 1976 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 260)

**Eisenbiegler 1975** EISENBIEGLER, W.: *Das Verbundverhalten druckbeanspruchter Betonrippenstähle im Beton.* Dissertation. Universität Karlsruhe, Kalsruhe. 1975

**EI-Ghandour et al. 2005** EL-GHANDOUR, A. ; ABDELRAHMAN, A. ; NASR, E. ; ALY, H.: Moment redistribution in RC continuous beams strengthened in flexure by CFRP laminates. In: SERACINO, R. (Hrsg.): *FRP composites in civil engineering : CICE 2004.* Leiden : Balkema, 2005. – ISBN 90 5809 638 6

**Eligehausen et al. 1982** ELIGEHAUSEN, R.; POPOV, E.; BERTERO, V.: *Local Bond stress slip relationship of deformed bars under generalized excitations.* Forschungsbericht. Berkley, 1982

**Eligehausen, Kreller 1988** ELIGEHAUSEN, R. ; KRELLER, H.: *Querschnittsbericht zur Rissbildung in Stahlund Spannbetonkonstruktionen.* Berlin, Beuth, 1988 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 393)

**Eligehausen, Mayer 2000** ELIGEHAUSEN, R. ; MAYER, U.: Untersuchungen zum Einfluss der bezogenen *Rippenfläche von Bewehrungsstäben auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Gebrauchs- und Bruchzustand.* Berlin, Beuth, 2000 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 503)

**Ellinger 2010** ELLINGER, M.: *Analyse des Reibverbundes geklebter Bewehrung.* Master's Thesis. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2010

**EI-Refaie et al. 2003** EL-REFAIE, S. A. ; ASHOUR, A. F. ; GARRITY, S. W.: Sagging and Hogging Strengthening of continous reinforced Concrete Beams using Carbon Fiber-Reinforced Polymer Sheets. In: ACI Structural Journal 100 (2003), Nr. 4, S. 446–453

Faella et al. 2009 FAELLA, C. ; MARTINELLI, E. ; NIGRO, E.: Direct versus Indirect Method for Identifying FRPto-Concrete Interface Relationships. In: Journal of Composites for Construction 13 (2009), Nr. 3, S. 226–233

**Falkner 1969** FALKNER, H.: *Zur Frage der Rissbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen.* Berlin, Ernst und Sohn, 1969 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 208)

**Fanning, Kelly 2001** FANNING, P.; KELLY, O.: Ultimate response of RC beams strengthened with CFRP plates. In: Journal of Composites for Construction 5 (2001), S. 122–127

fédération internationale du béton 1999a FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (Hrsg.): Structural Concrete: Textbook on behavior, design and performance. Lausanne, 1999 (fib-bulletin 1)

fédération internationale du béton 1999b FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (Hrsg.): Structural Concrete: Textbook on behavior, design and performance. Lausanne, 1999 (fib-bulletin 2)

fédération internationale du béton 2000 FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (Hrsg.): Bond of reinforcement in concrete. Lausanne, 2000 (fib-bulletin 10)

fédération internationale du béton 2001 FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (Hrsg.): Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. Lausanne, 2001 (fib-bulletin 14)

**Feix 1993** FEIX, J.: *Kritische Analyse und Darstellung der Bemessung für Biegung mit Längskraft, Querkraft und Torsion nach Eurocode 2 Teil 1.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1993

**Finckh 2009a** FINCKH, W.: *Measurement of bond performance of reinforced concrete strengthened with CFRP-strips (*GOM Conference). Braunschweig, 2009

**Finckh 2009b** FINCKH, W.: Verstärken mit geklebter Bewehrung - Sachstand und neue Entwicklungen. In: ZILCH, K. (Hrsg.): 13. Münchner Massivbauseminar, 2009

**Finckh, Niedermeier 2011** FINCKH, W. ; NIEDERMEIER, R.: Verbundversuche an Schlitze verklebten CFK-Lamellen bei niedriger Betonfestigkeit. Untersuchungsbericht. 2011 (WF-21114xy)

**Finckh, Zilch 2012** FINCKH, W. ; ZILCH, K.: Specific structural influences on the bond force transfer of externally bonded CFRP-strips. In: UEDA, T. (Hrsg.): *The Third Asia-Pacific Conference on FRP in Structures* (APFIS 2012) : The Official Regional Conference of the International Institute for FRP in Construction for the Asia-Pacific Region, 2012

**Fischer 1997** FISCHER, J.: Versagensmodell für schubschlanke Balken. Berlin, Beuth, 1997 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 480)

**Fitik, Niedermeier 2009** FITIK, B. ; NIEDERMEIER, R.: UHPC-Ermüdung im Zug-Druck-Wechselbereich. In: GEHLEN, C.; HEINZ, D.; ZILCH, K. (Hrsg.): *Beiträge zum 50. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton,* 2009, S. 63–70

**Franke 1976** FRANKE, L.: *Einfluss der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen).* Berlin, Ernst und Sohn, 1976 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 268)

**Franke, Deckelmann 2003** FRANKE, L. ; DECKELMANN, G.: Die Biegebemessung von Stahlbetonbauteilen mit nachträglich aufgeklebter Bewehrung unter Gesichtpunkten einer ausreichenden Dauerhaftigkeit. In: *Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. Peter Schießl.* München, 2003 (Schriftenreihe Baustoffe, Heft 2), S. 181–187

**Gaede, Schmidt 1964** GAEDE, K. ; SCHMIDT, E.: *Rückprallprüfung von Beton mit dichtem Gefüge,* Ernst und Sohn, 1964 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 158)

**Gao et al. 2005** GAO, B. ; LEUNG, C ; KIM, J.: Prediction of concrete cover separation failure for RC beams strengthened with CFRP strips. In: Engineering Structures 27 (2005), S. 177–189

**Garden et al. 1998** GARDEN, H. ; QUANTRILL, R. ; HOLLAWAY, L. ; THORNE, A. ; PARKE, G.: An experimental study of the anchorage length of carbon fibre composite plates used to strengthen reinforced concrete beams. In: Construction and Building Materials 12 (1998), S. 203–219

**Gläser 2007** GLÄSER, C.: Lastübertragung der Vorspannkraft auf den Beton unter Berücksichtigung der Ausbildung der Verankerungskomponenten. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2007

**Görtz 2004** Görtz, S.: *Zum Schubrissverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus Normal- und Hochleistungsbeton.* Dissertation. Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Aachen. 2004

**Grace et al. 1999** GRACE, N. ; SOLIMAN, A. ; ADBDLE-SAYED, G. ; SALEH, K.: Strengthening of continuous beams using fiber reinforced polymer laminates. In: DOLAN, C. W.; RIZKALLA, S.; NANNI, A. (Hrsg.): *Proceedings of the Fourth International Symposium on Fiber reinforced polymer reinforcement for reinforced concrete structures : (FRPRCS 4).* ACI SP-188, 1999, S. 647–657

**Grasser 1968** GRASSER, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1968

**Grasser, Kraemer 1985** GRASSER, E. (Hrsg.); KRAEMER, U. (Hrsg.): *Kriechen von Beton unter hoher zentrischer und exzentrischer Druckbeanspruchung.* Berlin, Ernst und Sohn, 1985 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 358)

**Grasser, Thielen 1991** GRASSER, E. ; THIELEN, G.: *Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken : Nach DIN 1045, Ausg. Juli 1988.* 3., überarb. Berlin, Beuth, 1991 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 240)

**Graubner 1989** GRAUBNER, C.-A: Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Stahlbetonbalken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1989

Grübel et al. 2001 GRÜBEL, P. ; WEIGLER, H. ; SIEGHART, P.: *Beton.* KUPFER, H. (Hrsg.), Ernst und Sohn, 2001

**Gutsch, Neubauer 2004** GUTSCH, A. ; NEUBAUER, U.: *Haftzugfestigkeit von CFK-Lamellen Typ Sika CarboDur ohne werkseitige Aufrauung nach 6-monatiger Lagerung bei unterschiedlichen Klimabedingungen.* Untersuchungsbericht. 2004 (Nr. 1144/ 6864)

Hahn 1985 HAHN, J.: Durchlaufträger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung. 14., überarb. Aufl. Düsseldorf, Werner, 1985

Haikala 2011 HAIKALA, J.: Durchbiegungsuntersuchungen an nachträglich verstärkten Stahlbetonquerschnitten. Bacherlor Thesis. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2011

**Hankers 1995** HANKERS, C.: *Zum Verbundtragverhalten laschenverstärkter Betonbauteilen unter nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung.* Dissertation. Technische Universität Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz. 1995

**Hegger et al. 1999** HEGGER, J. ; KÖNIG, G. ; ZILCH, K. ; REINECK, K.-H ; GÖRTZ, S. ; BEUTEL, R. ; SCHENCK, G. ; KLIVER, J. ; DEHN, F. ; STALLER, M.: Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1. Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98. Aachen, 1999

**Heilmann 1969** HEILMANN, H.: *Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons.* In: *Beton* 2 (1969), S. 68–70

**Heilmann et al. 1969** HEILMANN, H. ; HILFSDORF, H. ; FINSTERWALDER, K.: *Festigkeit und Verformung unter Zugbeanspruchung.* Berlin, Ernst und Sohn, 1969 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 203)

**Henzel, Grube 1966** HENZEL, J. ; GRUBE, H.: Festigkeitsuntersuchungen an Bauwerksbeton und zugehörigen Gütewürfeln. In: MEHMEL, A. (Hrsg.): Über die Ermittlung der Betondruckfestigkeit im Bauwerk. Darmstadt, 1966 (Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, Heft 12).

**Hirschfeld 2007** HIRSCHFELD, K.: *Baustatik : Theorie und Beispiele.* 5., unveränderte Auflage. Berlin, Springer, 2007 (Klassiker der Technik)

**Holzenkämpfer 1994** HOLZENKÄMPFER, P.: *Ingenieurmodelle des Verbunds geklebter Bewehrung für Betonbauteile.* Dissertation. Technische Universität Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Braunschweig. 1994

Holzenkämpfer 1997 HOLZENKÄMPFER, P: Ingenieurmodelle des Verbunds geklebter Bewehrung für Betonbauteile, Beuth, 1997 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 473)

Hülder et al. 2006 HÜLDER, G. ; DALLNER, C. ; EHRENSTEIN, G.: Aushärtung von Epoxidharzklebstoffen zur nach träglichen Verstärkung von Tragwerken mit CFK-Lamellen. In: Bauingenieur 81 (2006), S. 449–454

**Husemann 2009** HUSEMANN, U.: Erhöhung der Verbundtragfähigkeit von nachträglich aufgeklebten Lamellen durch Bügelumschließungen. Dissertation. Technischen Universität Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Braunschweig. 2009

**Husemann et al. 2002** HUSEMANN, U. ; NEUBAUER, U. ; GUTSCH, A.: Vergleichende Untersuchung des Verbundtragverhaltens von CFK-Lamellen Typ Sika CarboDur S und M mit und ohne werkseitige Aufrauung und Beurteilung einer Erweiterung der bestehenden Zulassung auf Lamellen ohne werkseitige Aufrauung. Untersuchungsbericht. 2002 (1526/3242)

**Hussain et al. 1995** HUSSAIN, M. ; SHARIF, A. ; BASUNBUL, I. ; BALUCH, M. ; AL-SULAIMANI, G.: *Flexural be*havior of precracked reinforced concrete beams strengthened externally by steel plates. In: ACI Structural Journal 92 (1995), S. 14–22

**Idda 1999** IDDA, Klaus: *Verbundverhalten von Betonrippenstählen bei Querzug.* Dissertation. Universität Karlsruhe, Braunschweig. 1999

InfoCAD 2008 INFOCAD, Version: 8.0, InfoGraph GmbH, 2008

**ISIS 2008** ISIS: *FRP Rehabilitation of Reinforced Concrete Structures, Design Manual No.4, Version 2.* Manitoba: Intelligent Sensing for Innovative Structures Canada, 2008

**Iványi 1996** IVÁNYI, G.: Verstärken mit eingeschlitzter Bewehrung, In: Verstärken von Betonbauteilen. In: SCHÄFER, H. (Hrsg.): *Verstärken von Betonbauteilen - Sachstandsbericht :* Beuth, 1996 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton, Heft 467).

**Iványi, Buschmeyer 1992** IVÁNYI, G. ; BUSCHMEYER, W.: Verstärkung von Spannbetonbrücken durch Stahlaschen – Anwendungskriterien. In: Beton- und Stahlbetonbau 87 (1992), S. 265 - 271; 305 - 311

**Jahn 1983** JAHN, M.: Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von unbewehrten und bewehrten Betonbauteilen, Ernst und Sohn, 1983 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 341)

**Janovic 1979** JANOVIC, K.: Bericht über den neuen konsolenförmigen Ausziehkörper als Vorschlag für ein allgemeingültiges Verbundprüfverfahren. Forschungsbericht. 1979

**Jansze 1997** JANSZE, W.: Strengthening of Reinforced Concrete Members in Bending by Externally Bonded Steel Plates : Design for beam shear and plate anchorage. Dissertation. Delft University of Technology. 1997

**Jyengar 1960** JYENGAR, K.: *Der Spannungszustand in einem elastischen Halbstreifen und seine technischen Anwendungen.* Dissertation. Technische Hochschule Hannover. 1960

**Kaiser 1989** KAISER, H.: *Bewehren von Stahlbeton mit kohlenstofffaserverstärkten Epoxidharzen.* Dissertation. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich. 1989

Kani 1969 KANI, G. N. J.: A Rational Theory for the Function of Web Reinforcement. In: ACI Journal 66 (1969), S. 185–197

**Kerschensteiner 1996** KERSCHENSTEINER, M.: Verstärken von Stahlbeton-Biegebalken mit faserverstärkten Kunststoffen. Diplomarbeit. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1996

**Khalifa et al. 1998** KHALIFA, A. ; GOLD, W. J. ; NANNI, A. ; AZIZ, A.: Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members. In: Journal of Composites for Construction 2 (1998), S. 195–202

Khomwan et al. 2005 KHOMWAN, N. ; FOSTER, S. ; SMITH, S.: Debonding failure in CFRP strengthened concrete beams. In: SERACINO, R. (Hrsg.): *FRP composites in civil engineering : CICE 2004.* Leiden : Balkema, 2005. – ISBN 90 5809 638 6

**Kim, White 1991** KIM, W. ; WHITE, R.: Initiation of shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement. In: ACI Structural Journal 88 (1991), S. 301–308

**Kirmair 1987** KIRMAIR, H.: Das Schubtragverhalten schlanker Stahlbetonbalken – Theoretische und experimentelle Untersuchungen für Leicht- und Normalbeton. Berlin, Ernst und Sohn, 1987 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 385)

**Klamer 2009** KLAMER, E.-L: *Influence of temperature on concrete beams strengthened in flexure with CFRP.* PhD-Thesis. Eindhoven University of Technology, Department of Structural Design, Eindhoven. 2009

Kleist, Krams 2006 KLEIST, A.; KRAMS, J.: Nachträgliche Rißbreitenbeschränkung mit CFK-Lamellen. In: Beton- und Stahlbetonbau 101 (2006), Nr. 3, S. 205–206

König et al. 2008 König, G.; TUE, N. V.; SCHENCK, G.: Grundlagen des Stahlbetonbaus : Einführung in die Bemessung nach DIN 1045-1. 3., aktualisierte Aufl. Wiesbaden, Vieweg + Teubner, 2008

König, Fehling 1988a König, G.; FEHLING, E.: Grundlagen zur Rissbreitenbeschränkung im Spannbetonbau. In: Beton- und Stahlbetonbau (1988), Nr. 83, S. 317–323

König, Fehling 1988b König, G.; FEHLING, E.: Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau. In: Betonund Stahlbetonbau (1988), Nr. 83, S. 161–167

Kordina et al. 2000 KORDINA, K. ; SCHUBERT, L. ; TROITZSCH, U.: *Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung.* Berlin, Beuth, 2000 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 498)

**Kordina, Blume 1985** KORDINA, K. ; BLUME, F.: *Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente.* Berlin, Ernst und Sohn, 1985 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 364)

**Kotynia 2005** KOTYNIA, R.: Debonding failures of RC beams strengthened with externally bonded strips. In: TENG, J. G.; CHEN, J. F. (Hrsg.): *Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures : BBFS 2005,* 2005, S. 247–252

**Kotynia 2007** KOTYNIA, R.: Shear strengthening of RC beams with NSM CFRP laminates. In: TRIANTAFILLOU, T. C. (Hrsg.): 8th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS 8), 2007

**Kotynia 2011** KOTYNIA, R.: NSM FRP shear contribution in the strengthened RC beams. In: MOTAVALLI, M.; HAVRANEK, B.; SAQAN, E. (Hrsg.): *Proceedings of SMAR 2011, the 1st Middle East Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures : 8 - 10 February 2011, Dubai, UAE.* Dübendorf : EMPA, 2011. – ISBN 978-3-905594-58-4

**Kreller 1989** KRELLER, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last - und Zwangeinwirkung. Dissertation. Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Stuttgart. 1989

**Krips 1984** KRIPS, M.: *Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton.* Dissertation. Technische Universität Darmstadt, Darmstadt. 1984

**Kuloyants 2011** KULOYANTS, V.: Oberflächenbehandlung von Beton und die möglichen Auswirkungen auf den Haftverbund. Bachelor's Thesis. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2011

**Kupfer 1973** KUPFER, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung, Ernst und Sohn, 1973 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 229)

Kupfer 2000 KUPFER, H.: Entwicklungen im Betonbau seit 1920. In: Bauingenieur 75 (2000), S. 342–353

Ladner et al. 1990 LADNER, M. ; PRALONG, J. ; WEDER CH.: *Geklebte Bewehrung : Bemessung und Erfahrungen.* Forschungs- und Arbeitsbericht. 1990 (Nr. 116/5)

Lenz, Zilch 2009 LENZ, P. ; ZILCH, K.: Beton-Beton-Verbund Potenziale für Neubau und Ertüchtigung. In: Bauingenieur 82 (2009), S. 466–471

Leon 1935 LEON, A.: Über die Scherfestigkeit von Beton. In: Beton und Eisen 54 (1935), Nr. 8, S. 130–136

**Leonhardt 1965** LEONHARDT, F.: *Die verminderte Schubdeckung bei Stahlbeton-Tragwerken.* In: *Bauingenieur* 40 (1965), Nr. 1, S. 1–15

**Leonhardt 1979** LEONHARDT, F.: Das Bewehren von Stahlbetonbauteilen. In: FRANZ, G. (Hrsg.): *Betonkalender 1979 Teil II.* Berlin : Ernst und Sohn, 1979. – ISBN 3433008280

Leonhardt, Mönnig 1984a LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E.: Vorlesungen über Massivbau : Teil1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbeton. 3. Aufl. Berlin, Springer, 1984

Leonhardt, Mönnig 1984b LEONHARDT, F. ; MÖNNIG, E.: Vorlesungen über Massivbau : Teil 4: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit. 2. Aufl. Berlin, Springer, 1984

**Leonhardt, Walther 1962** LEONHARDT, F. ; WALTHER, R.: Versuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. Berlin, Ernst und Sohn, 1962 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton)

**Leung et al. 2007** LEUNG, C ; CHEN, Z. ; LEE, S. ; NG, M. ; XU, M. ; TANG, J.: *Effect of size on the failure of geometrically similar concrete beams strengthened in shear with FRP strips.* In: *Journal of Composites for Construction* 11 (2007), S. 487–496

**Liu et al. 2006** LIU, I.; OEHLERS, D.; SERACINO, R.: Moment redistribution in FRP and steel-plated reinforced concrete beams. In: Journal of Composites for Construction 10 (2006), S. 115–124

Lorenzis et al. 2001 LORENZIS, L. ; MILLER, B. ; NANNI, A.: Bond of fiber-reinforced polymer laminates to concrete. In: ACI Materials Journal May/June 2001 (2001), S. 256–264

**Lorenzis, Nanni 2001** LORENZIS, L. ; NANNI, A.: Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams with Near- Surface Mounted Fiber-Reinforced Polymer Rods. In: ACI Structural Journal 98 (2001), Nr. 1, S. 60–68

Lu et al. 2005 LU, X.Z; TENG, J.G; YE, L.P; JIANG, J.J: Bond–slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete. In: Engineering Structures 27 (2005), Nr. 6, S. 920–937

**Mainz 1993** MAINZ, J.: *Modellierung des Verbundtragverhaltens von Betonrippenstählen.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1993

Mann 2011 MANN, O.: Prüfung der Oberflächenzugfestigkeit von Beton. In: Beton 61 (2011), 1+2, S. 14–18

Marc 2007 MARC, Version: 2007 R1, MSC.Software Corporation, 2007

Markl 2000 MARKL, H.: Leben unter Innovationszwang. In: Beton- und Stahlbetonbau 95 (2000), Nr. 1

**Martin 1973** MARTIN, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. Berlin, Ernst und Sohn, 1973 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 228)

**Martin 1984** MARTIN, H.: Einfluß der Betonzusammensetzung auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstählen. In: ELIGEHAUSEN, R.; RUßWURM, D. (Hrsg.): *Fortschritte im konstruktiven Ingenieurbau : Gallus Rehm* / *Festschrift.* Berlin : Ernst und Sohn, 1984, S. 161–166

**Martin et al. 1980** MARTIN, H. ; SCHIEßL, P. ; SCHWARZKOPF. M.: Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen, 1980 (Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 309)

**Martin, Noakowski 1981** MARTIN, H.; NOAKOWSKI, P.: Verbundverhalten von Betonstählen, Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen. Berlin, Ernst und Sohn, 1981 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 319)

**Matthys 2000** MATTHYS, S.: Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement. Dissertation. Universität Gent. 2000

**Mayer 1967** MAYER, H.: *Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen,* Ernst und Sohn, 1967 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 194)

**Mayer, Rüsch 1967** MAYER, H. ; RÜSCH, H.: *Bauschäden als Folge der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen.* Berlin, Ernst und Sohn, 1967 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 193) **Mazzotti, Savoia 2005** MAZZOTTI, C. ; SAVOIA, M.: Long term properties of bond between concrete and FRP. In: CHEN, J. F.; TENG, J.G (Hrsg.): *International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005),* 2005, S. 531–538

**Mazzotti, Savoia 2007** MAZZOTTI, C. ; SAVOIA, M.: Long-term behaviour of FRP-strengthened beams. In: TRIANTAFILLOU, T. C. (Hrsg.): 8th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS 8), 2007

**MC-Bauchemie 2008** MC-BAUCHEMIE: Produktdatenblatt MC-DUR 1280, Duromerklebstoff für CFK-Lamellen und Stahllaschen zur Verstärkung von Bauwerken. 2008

**Meshgin et al. 2007** MESHGIN, P. ; CHOI, K. ; TAHA, M. ; MAJI, A.: Investigating long-term behaviour of epoxy at the concrete-FRP interfaces. In: TRIANTAFILLOU, T. C. (Hrsg.): 8th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS 8), 2007

**Model Code 2010-1 2010** MODEL CODE 2010-1: *Model Code 2010 – First complete draft, Volume 1, fib bulletin 55.* Lausanne: fédération internationale du béton, 2010

**Model Code 2010-2 2010** MODEL CODE 2010-2: *Model Code 2010 – First complete draft, Volume 2, fibbulletin 56.* Lausanne: fédération internationale du béton, 2010

**Mohamed Ali et al. 2001** MOHAMED ALI, M. ; OEHLERS, J. D. ; BRADFORD, M. A.: Shear peeling of steel plates bonded to tension faces of RC beam. In: Journal of Structural Engineering 127 (2001), S. 1453–1459

**Monti, Liotta 2007** MONTI, G.; LIOTTA, M.: Test an design equations for FRP-strengthening in shear. In: Construction and Building Materials 21 (2007), S. 799–809

**Mörsch 1905** Mörsch, E.: *Der Eisenbetonbau seine Theorie und Anwendung.* Zweite Auflage. Stuttgart, Konrad Wittwer, 1905

**Müller 1979** MÜLLER, H.-H: *Einfluss von Korrosionsschäden auf die Festigkeitseigenschaften von Betonstählen.* Untersuchungsbersicht. 1979 (Nr. 1345)

**Müller 2009** MÜLLER, A.: *Zum Zug- und Schubtrageverhalten von Betonfugen.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 2009

**Müller, Eisenbiegler 1981** MÜLLER, F.P ; EISENBIEGLER, W.: *Ermittlung der Verbundspannungen an gedrückten einbetonierten Betonstählen.* Berlin, Ernst und Sohn, 1981 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 319)

**Müller, Reinhardt 2009** MÜLLER, H. ; REINHARDT, H.-W: Beton. In: BERGMEISTER, K.; FINGERLOOS, F.; WÖR-NER, J.-D (Hrsg.): *Betonkalender 2009.* Berlin : Ernst und Sohn, 2009, S. 3–149

**Muttoni 1990** MUTTONI, A.: *Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton.* Dissertation. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion, Zürich. 1990

**Muttoni et al. 1997** MUTTONI, A. ; SCHWARTZ, J. ; THÜRLIMANN, B.: *Bemessung von Betontragwerken mit Spannungsfeldern.* Basel, Birkhäuser, 1997

**Muttoni, Fernández Ruiz 2010** MUTTONI, A. ; FERNÁNDEZ RUIZ, M.: Shear in slabs and beams: should they be treated in the same way? In: FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (HRSG.): Shear and punching shear in RC and FRC elements, 2010 (fib-bulletin, 54), S. 105–128

**Nakaba et al. 2001** NAKABA, K. ; KANAKUBO, T. ; FURUTA, T. ; YOSHIZAWA, H.: Bond behavior between fiberreinforced polymer laminates and concrete. In: ACI Structural Journal May/June 2001 (2001), Nr. 98, S. 359–367

**Neubauer 2000** NEUBAUER, U.: Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstofffaserverbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen. Dissertation. Technischen Universität Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Braunschweig. 2000

**Neuner, Stöckl 1981** NEUNER, J. ; STÖCKL, S.: Versuche zur Aufnahme der Umlenkkräfte von gekrümmten Bewehrungsstäben durch Betondeckung und Bügel. Berlin, Ernst und Sohn, 1981 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 322)

**Nguyen et al. 2001** NGUYEN, D. ; CHAN, T. ; CHEOUNG, H.: Brittle failure and bond development length of CFRP-Concrete beams. In: Journal of Composites for Construction 5 (2001), S. 12–17

**Niedermeier 1993** NIEDERMEIER, R.: Schadenspotential von Spannbetonfertigteildecken in Viehställen, die infolge von Herstellungsmängeln möglicherweise kein ausreichende Dauerfestigkeit besitzen. Diplomarbeit. Technische Universität München, Lehrtsuhl für Massivbau, München. 1993

**Niedermeier 1997** NIEDERMEIER, R.: Gemischte Bewehrung bei klebearmierten Bauteilen. In: ZILCH, K. (Hrsg.): *Münchner Massivbau-Seminar 1997 : Massivbau heute und morgen - Anwendungen und Entwicklungen,* 1997, S. XV.1-XV.13

**Niedermeier 1999** NIEDERMEIER, R.: Verbundtragfähigkeit aufgeklebter Bewehrung. In: ZILCH, K. (Hrsg.): 3. *Münchner Massivbau Seminar*, 1999

**Niedermeier 2001** NIEDERMEIER, R.: *Zugkraftdeckung bei klebearmierten Bauteilen.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2001

**Niedermeier 2005** NIEDERMEIER, R.: Überprüfung der Verbundtragfähigkeit bei klebearmierten Stahlbetonbauwteilen. In: NIEDERMEIER, R. (Hrsg.): *Massivbau in ganzer Breite : Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof.Dr.-Ing. Konrad Zilch.* Berlin : Springer, 2005. – ISBN 978-3540225416, S. 223–230

**Niedermeier 2011** NIEDERMEIER, R.: Verstärkung von Stahlbetondruckgliedern durch Umschnürung. Habilitationsschrift. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 2011

**Nissen 1987** NISSEN, I.: *Rissverzahnung des Betons - Gegenseitige Rissuferverschiebungen und Übertragene Kräfte.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1987

**Niu et al. 2006** NIU, H.; VASQUEZ, A.; KARBHARI, V.: Effect of material configuration on strengthening of concrete slabs by CFRP composites. In: Composites Part B: engineering 37 (2006), S. 213–226

**Nizic 2011** Nizic, A.: *Low Cycle Fatigue bei aufgeklebter Bewehrung.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2011

**Noakowski 1978** NOAKOWSKI, P.: *Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur.* Berlin, Ernst und Sohn, 1978 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 296)

**Noakowski 1985** NOAKOWSKI, P.: Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rißbreite. In: Beton- und Stahlbetonbau 80 (1985), Nr. 7,8, S. 185-190, 215-221

**Noakowski 1988** NOAKOWSKI, P.: Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangsbeanspruchung und Rissbreite. Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug. Rechenhilfen für die Praxis. Berlin, Beuth, 1988 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 394)

**Oehlers et al. 2004a** OEHLERS, D. ; JU, G. ; LIU, I. ; SERACINO, R.: *Moment redistribution in continuous plated RC flexural members - Part 1: neutral axis depth approach and tests.* In: *Engineering Structures* 26 (2004), S. 2197–2207

**Oehlers et al. 2004b** OEHLERS, D. ; JU, G. ; LIU, I. ; SERACINO, R.: *Moment redistribution in continuous plated RC flexural members - Part 2: Flexural rigidity approach.* In: *Engineering Structures* 26 (2004), S. 2209– 2218

**Oehlers, Seracino 2004** OEHLERS, D. ; SERACINO, R.: *Design of FRP and Steel plated RC structures,* Elsevier, 2004

**Oller 2005** OLLER, E.: *Peeling failure in beams strengthened by plate bonding. A design proposal.* Dissertation. Universität Politécnica de Catalunya. 2005

**ÖVBB 2002** ÖVBB: *Richtlinie - Nachträgliche Verstärkung von Betonbauwerken mit geklebter Bewehrung.* Wien: Österreichischen Vereinigung für Beton- und Bautechnik (ÖVBB), 2002

**Palmieri et al. 2011** PALMIERI, A. ; MATTHYS, S. ; TAERWE, L.: Fire testing of RC beams strengthened with NSM reinforcement. In: SEN, R.; SERACINO, R.; SHIELD, C.; GOLD, W. (Hrsg.): *ACI SP-275: Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete : Structures 10th International Symposium (FRPRCS 10),* 2011. – ISBN 0-87031-412-2

**Pellegrino, Modena 2002** PELLEGRINO, C. ; MODENA, C.: Fiber reinforced polymer shear strengthening of reinforced concrete beams with transverse steel reinforcement. In: Journal of Composites for Construction 6 (2002), S. 104–111

**Pichler 1993** PICHLER, D.: *Die Wirkung von Anpressdrücken auf die Verankerung von Klebelamellen.* Dissertation. Universität Innsbruck, Innsbruck. 1993

**Pichler, Wicke 1994** PICHLER, D. ; WICKE, M.: Verstärken von Betonbauteilen durch angeklebte Stahllamellen mit angepreßter Endverankerung. In: Beton- und Stahlbetonbau 89 (1994), Nr. 10, S. 261–265

Prager 1955 PRAGER, W.: Probleme der Plastizitätstheorie. Basel, Birkhäuser, 1955

**Quantrill et al. 1996** QUANTRILL, R. ; HOLLAWAY, L. ; THORNE, A.: Experimental and analytical investigation of FRP strengthened beam response: Part I. In: Magazine of concrete research 48 (1996), S. 331–342

**Quattlebaum et al. 2005** QUATTLEBAUM, J. ; HARRIES, K. ; PETROU, M.: Comparison of three flexural retrofit systems under monotonic and fatigue loads. In: Journal of Bridge Engineering 10 (2005), S. 731–740

**Rahimi, Hutchinson 2001** RAHIMI, H.; HUTCHINSON, A.: Concrete Beams Strengthened with Externally Bonded FRP Plates. In: Journal of Composites for Construction 5 (2001), S. 44–56

**Ranisch 1982** RANISCH, E.: *Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton - Geklebte Bewehrung -*. Dissertation. Technische Universität Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Braunschweig. 1982

**Rasch 1962** RASCH, C.: Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. Berlin, Ernst und Sohn, 1962 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 154)

**Reeve 2003** REEVE, B.: Effect of adhesive stiffness and CFRP geometry on the behaviour of externally bonded CFRP retrofit measures subject to monotonic loads. Master thesis. University of Pittsburgh, Pittsburgh. 2003

**Rehm 1961** REHM, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Berlin, Ernst und Sohn, 1961 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 138)

**Rehm 1969** REHM, G.: Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund. In: KNITTEL, G.; KUPFER, H. (Hrsg.): *Stahlbetonbau. Berichte aus Forschung und Praxis. : Festschrift Rüsch.* Berlin : Ernst und Sohn, 1969, S. 79–96

**Rehm et al. 1968** REHM, G. ; MARTIN, H. ; MÜLLER, H.-H: *Ausziehversuche mit Betonstahlhaken.* Untersuchungsbericht. 1968 (Nr. 1975)

**Rehm et al. 1970** REHM, G. ; MARTIN, H. ; NOAKOWSKI, P.: *Einfluss der Profilierung und des Betons auf die Verbundqualität von Stahl und Beton - Ausziehversuche an gefrästen Stählen.* Untersuchungsbericht. 1970 (Nr. 2203)

**Rehm et al. 1979** REHM, G. ; ELIGEHAUSEN, R. ; NEUBERT, B.: *Erläuterung der Bewehrungsrichtlinien.* Berlin, Ernst und Sohn, 1979 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 300)

**Rehm et al. 1989** REHM, G. ; BLUM, R. ; FIELKER, E. ; FREY, R. ; JUNGINGER, D. ; KIPP, B. ; LANGER, P. ; MENZEL, K. ; NAGEL, F.: *Kunststoffbeschichtete Betonstähle.* Berlin, Beuth, 1989 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 402)

**Rehm, Martin 1968** REHM, G.; MARTIN, H.: *Zur Frage der Rissbegrenzung im Stahlbetonbau.* In: *Beton-und Stahlbetonbau* 63 (1968), Nr. 8, S. 175–182

**Reineck 1990** REINECK, K.-H.: *Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen.* Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart. 1990

**Reineck 1999** REINECK, K.-H.: Querkraftbemessung von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung in DIN 1045-1. In: Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbetonund Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1. Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98. Aachen, 1999.

**Reineck 2001** REINECK, K.-H.: *Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung.* In: *Bauingenieur* 76 (2001), S. 168–179

**Reineck 2002** REINECK, K.-H: *Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models :* Sessions at the fall convention in Phoenix, October 27 to November 1, 2003. Farmington Hills, ACI International, 2002 (ACI International SP 208)

**Reineck 2005** REINECK, K.-H.: Modellierung der D-Bereiche von Fertigteilen, Band II. In: BERGMEISTER, K.; WÖRNER, J.-D (Hrsg.): *Betonkalender 2005.* Berlin : Ernst und Sohn, 2005, S. 243–296

**Reineck 2007** REINECK, K.-H.: Überprüfung des Mindestwertes der Querkrafttragfähigkeit in EN 1992-1-1. Forschungsbericht. 2007

**Reineck et al. 2005** REINECK, K.-H. ; KUCHMA, D. ; FITIK, B.: *Erweiterte Datenbank zur Überprüfung der Querkraftbemesseung für Konstruktionsbauteile mit und ohne Bügel.* Abschlussbericht zum DAfStb- Forschungsvorhaben V423. Stuttgart, 2005

**RILEM TC9-RC 1994a** RILEM TC9-RC: RC5: Bond test for reinforcement steel. 1. beam-test. In: INTERNA-TIONAL UNION OF TESTING AND RESEARCH LABORATORIES (HRSG.): *RILEM Technical recommendations for testing and use of construction materials.* London : E& FN SPON, 1994, S. 213–217

**RILEM TC9-RC 1994b** RILEM TC9-RC: RC6: Bond test for reinforcement steel. 2. Pull-out-test. In: INTER-NATIONAL UNION OF TESTING AND RESEARCH LABORATORIES (HRSG.): *RILEM Technical recommendations for testing and use of construction materials.* London : E& FN SPON, 1994, S. 218–220

**Ritchie et al. 1991** RITCHIE, P. ; THOMAS, D. ; LU, L. ; CONNELLY, G.: *External Reinforcement of Concrete Beams Using Fiber Reinforced Plastics.* In: *ACI Structural Journal* (1991), Nr. 88, S. 490–500

**Rogge 2003** Rogge, A.: *Materialverhalten von Beton unter mehrachsichger Beanspruchung.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2003

Rombach 2010 ROMBACH, G.: Spannbetonbau. 2., aktualisierte. Berlin, Ernst und Sohn, 2010

**Rostásy et al. 1996** ROSTÁSY, F. ; HOLZENKÄMPFER, P. ; HANKERS, C.: Geklebte Bewehrung für die Verstärkung von Betonbauteilen. In: *Betonkalender 1996 Teil 2.* Berlin : Ernst und Sohn, 1996, S. 547–576

**Rostásy, Holzenkämpfer 1989** ROSTÁSY, F. ; HOLZENKÄMPFER, P.: Ingenieurmodell für das Verbundsystem Stahlbeton + Klebelasche Teil 1 Statische Grundversuche an durch angeklebte Stahllaschen verstärke Stahlbetonbalken. Forschungsbericht. 1989

**Rostásy, Neubauer 1995** ROSTÁSY, F. ; NEUBAUER, U.: Bauteilversuche an vorgespannten Balkonplatten, Typ WBS 70 zur Beurteilung einer Verstärkung mit Laschen aus kohlefaserverstärktem Kunststoff. Untersuchungsbericht. 1995 (Nr. 1448/325 -Neu-)

**Rostásy, Neubauer 1996** ROSTÁSY, F. ; NEUBAUER, U.: Verbundversuche an Doppellaschenkörpern mit CFK-Lamellen und Biegeversuche an mit CFK-Lamellen verstärkten Platten. Untersuchungsbericht. Braunschweig, 1996 (Nr. 8511/8511 -Neu-)

**Rostásy, Neubauer 1998** ROSTÁSY, F. ; NEUBAUER, U.: Versuche zur Bestimmung der Werkstoffeigenschaften, der Verbundtragfähigkeit, des Entkoppelungsverhaltens von CFK-Lamellen sowie Biegeschubversuche an mit CFK-Lamellen verstärkten Platten. Untersuchungsbericht. 1998 (Nr. 8524/5247 - Neu -)

**Rostásy, Neubauer 1999** ROSTÁSY, F.; NEUBAUER, U.: *Grundlagen zur Verstärkung von Balkonplatten von Plattenbauten mit CFK-Lamellen.* Forschungsbericht. 1999

**Rostásy, Neubauer U. 1996** ROSTÁSY, F. ; NEUBAUER U.: *Biege- und Schubtragverhalten eines mit geklebten CFK-Lamellen und Stahllaschenbügeln verstärkten Stahlbetonträgers.* Untersuchungsbericht. 1996 (Nr. 8516/8516 - Neu -)

**Rostásy, Ranisch 1984** ROSTÁSY, F. ; RANISCH, E.: *Sanierung von Betontragwerken durch Ankleben von Faserverbundwerkstoffen.* Forschungsbericht. Braunschweig, 1984

**Rüsch et al. 1968** RÜSCH, H. ; SELL, R. ; RASCH, C. ; GRASSER, E. ; HUMMEL, A. ; WESCHE, K. ; FLATTEN, H.: *Festigkeit und Verformung von unbewehrten Beton unter konstanter Dauerlast,* Ernst und Sohn, 1968 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 198)

**Rüsch et al. 1969** RÜSCH, H.; SELL, R.; RACKWITZ, R.: *Statistische Analyse der Betonfestigkeit.* Berlin, Ernst und Sohn, 1969 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 206)

**Rußwurm 1993** RUßWURM, D.; MARTIN, H. (Mitarb.): *Betonstähle für den Stahlbetonbau.* Wiesbaden, Bauverlag, 1993

**Saber et al. 2008** SABER, N. ; HASSAN, T. ; FAYAD, A.: Flexural behaviour of concrete beams strengthened with steel reinforced polymer. In: MOTAVALLI, M. (Hrsg.): *4th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2008),* 2008

**Said, Wu 2008** SAID, H.; WU, Z. S.: IC debonding in FRP-strengthened structures: experimental study. In: MOTAVALLI, M. (Hrsg.): *4th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2008),* 2008

**Sato et al. 1997** SATO, Y.; UEDA, T.; KAKUTA, Y.; ONO, S.: Ultimate shear capacity of reinforced concrete beams with carbon fiber sheet. In: JAPAN CONCRETE INSTITUT (HRSG.): *Third International Symposium on Non* 

Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS 3). Tokyo, 1997. – ISBN 4-931451-00-4, S. 499–506

**Savoia et al. 2003** SAVOIA, M.; FERRACUTI, B.; MAZZOTTI, C.: Non linear bond-slip law for FRP-concrete interface. In: TAN, K (Hrsg.): *Fibre-reinforced polymer reinforcement for concrete structures : Proceedings of the Sixth International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-6), Singapore, 8-10 July, 2003.* Singapore : World Scientific, 2003. – ISBN 981-238-401-4

**Schäfer 1996** SCHÄFER, H. (Hrsg.): Verstärken von Betonbauteilen - Sachstandsbericht, Beuth, 1996 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 467)

**Schäfer, Bäätjer 1996** SCHÄFER, H. ; BÄÄTJER, G.: Bemessung und konstruktive Durchbildung spritzbetonverstärkter Stahlbetonbalken. In: SCHÄFER, H. (Hrsg.): *Verstärken von Betonbauteilen - Sachstandsbericht :* Beuth, 1996 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton, Heft 467).

**Scheufler, Zilch 2009** SCHEUFLER, W. ; ZILCH, K.: Einsatz von optischen Messsystemen bei der Bauteilprüfung. In: GEHLEN, C.; HEINZ, D.; ZILCH, K. (Hrsg.): *Beiträge zum 50. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton,* 2009, S. 191–198

**Schickert 1981** SCHICKERT, G.: Formfaktoren der Betondruckfestigkeit. In: Bautechnik 58 (1981), Nr. 2, S. 52–57

**Schießl 1978** SCHIEßL, P.: *Zur Frage der zulässigen Rissbreite und der erforderlichen Betondeckung im Stahlbetonbau unter besonderer Berücksichtigung der Karbonatisierungstiefe des Betons.* Berlin, Ernst und Sohn, 1978 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 255)

**Schießl 1989** SCHIEßL, P.: *Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite.* Berlin, Beuth, 1989 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 400)

**Schilde 2005** SCHILDE, K.: Untersuchungen zum Verbund zwischen Beton und nachträglich aufgeklebten CFK-Lamellen am Zwischenrisselement. Dissertation. Universität Kassel. 2005

**Schkarlat 2011** SCHKARLAT, A.: *Experimentelle Überprüfung des Endverankerungsnachweises nach der DAfStb-Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung"*. Bachelor´s Thesis. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2011

Schlaich, Schäfer 2001 SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau, Band II. In: EIBL, J. (Hrsg.): *Betonkalender 2001*. Berlin : Ernst und Sohn, 2001, S. 311–492

**Schmidhuber 2004** SCHMIDHUBER, C.: *Neumodellierung des Schubtrageverhaltens mit CFK-Lamellen verstärkter Stahlbetonbauteilen.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2004

**Schmidhuber 2005** SCHMIDHUBER, C.: Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit mit CFK-Lamellen verstärkter Bauteile in Anlehnung an DIN 1045-1. Forschungsbericht. 2005

**Schmidt-Thrö 1987** SCHMIDT-THRÖ, G.: Verbundverhalten von Rippenstählen im Beton unter besonderer Berücksichtigung einer einachsigen Querpressung. Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1987

**Schmidt-Thrö et al. 1986** SCHMIDT-THRÖ, G. ; STÖCKL, S. ; KUPFER, H.: *Einfluss der Probekörperform und der Meßpunktanordnung auf die Ergebnisse von Ausziehversuche.* Berlin, Ernst und Sohn, 1986 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 378)

**Schmidt-Thrö et al. 1988a** SCHMIDT-THRÖ, G. ; STÖCKL, S. ; KUPFER, H.: *Einfluß einer einachsigen Querpressung und der Verankerungslänge auf das Verbundverhalten von Rippenstählen im Beton.* Berlin, Beuth, 1988 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 389)

**Schmidt-Thrö et al. 1988b** SCHMIDT-THRÖ, G. ; STÖCKL, S. ; KUPFER, H.: *Verankerung der Bewehrung am Endauflager bei einachsiger Querpressung.* Berlin, Beuth, 1988 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 389)

**Schnellenbach-Held, Buschmeyer 2006** SCHNELLENBACH-HELD, M. ; BUSCHMEYER, W.: Verbundsicherung bei klebearmierten Spannbetonbauteilen. Forschungsbericht. 2006

**Schober 1984** SCHOBER, H.: *Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton.* Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart. 1984

**Schwindl 1999** SCHWINDL, K.: *Zum Tragverhalten einer mechanischen Endverankerung für CFK-Klebebewehrung.* Diplomarbeit. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 1999 **Seim et al. 2003** SEIM, W. ; VASQUEZ, A. ; KARBHARI, V. ; SEIBLE, F.: Poststrengthening of concrete slabs: Full-Scale Testing and Design Recommendations. In: Journal of Structural Engineering 129 (2003), Nr. 6, S. 743–752

**Seim, Schilde 2004** SEIM, W. ; SCHILDE, K.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Verbund zwischen Betonbauteilen und nachträglich aufgeklebten hochfesten Kohlefaserlamellen.* Forschungsbericht. 2004

**Seracino et al. 2007a** SERACINO, R. ; JONES, N. M. ; ALI, M. S. M. ; PAGE, M. W. ; OEHLERS, D. J.: Bond strength of Near-surface Mounted FRP Sptrip-to-Concrete Joints. In: Journal of Composites for Construction 11 (2007), S. 401–409

**Seracino et al. 2007b** SERACINO, R. ; RAIZAL SAIFULNAZ, M. R. ; OEHLERS, D. J.: *Generic Debonding Resistance of EB and NSM Plate-to-Concrete Joints.* In: *Journal of Composites for Construction* (2007), Nr. 11, S. 62–70

SIA 166 2004 SIA 166: Klebebewehrung. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, 2004

SIA 262 2003 SIA 262: Betonbau. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, 2003

**Sigrist, Hackbarth 2010** SIGRIST, V. ; HACKBARTH, B.: Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonträgern, Bemessung, Überprüfung, Beurteilung. In: Beton- und Stahlbetonbau 105 (2010), Nr. 11, S. 686–694

Sika Chemie 2010 SIKA CHEMIE: Produktdatenblatt Sikadur®-30 DUE, 2-Komponenten-Klebemörtel. 2010

Smith, Teng 2001 SMITH, S.; TENG, J.: Interfacial stresses in plated beams. In: Engineering Structures 23 (2001), S. 857–871

**Smith, Teng 2002a** SMITH, S.; TENG, J.: *FRP-strengthened RC beams. I: rewiew of debonding strength models.* In: *Engineering Structures* 24 (2002), S. 385–395

**Smith, Teng 2002b** SMITH, S.; TENG, J.: *FRP-strengthened RC beams. II: assessment of debonding strength models.* In: *Engineering Structures* 24 (2002), S. 397–417

**SOFiLOAD 2009c** SOFiLOAD : *Lastgenerator für Finite Elemente und Stabwerke,* Version: 13.69, SOFiSTiK AG, 2009

**SOFiMSHA 2009d** SOFIMSHA : *Import und Export Finiter Elemente und Stabwerke,* Version: 14.25, SOFiSTiK AG, 2009

**Soretz, Hölzenbein 1980** SORETZ, S. ; HÖLZENBEIN, H.: *Einfluss der Rippenabmessungen von Betonbewehrungsstäben auf den Verbund und die Biegefähigkeit.* Luxenburg, 1980 (Tor-Isteg Steel Corp. Heft 69)

**Spadea et al. 1998** SPADEA, G. ; BENCARDINO, F. ; SWAMY, R.: Structural behavior of composite RC beams with externally bonded CFRP. In: Journal of Composites for Construction (1998), Nr. 2, S. 132–137

**Specht, Scholz 1995** SPECHT, M. ; SCHOLZ, H.: *Ein durchgängiges Ingenieurmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand von Bauteilen aus Stahlbeton mit und ohne Vorspannung der Festigkeitsklassen C12 bis C115.* Berlin, Beuth, 1995 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 453)

**Spitra 2008** SPITRA, F.: *Einfluss der Betonzugfestigkeit auf die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und im Grenzzustand der Tragfähigkeit.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2008

**Steinle, Hahn 1995** STEINLE, A. ; HAHN, V.: Bauen mit Betonfertigteilen im Hochbau, Band 2. In: EIBL, J. (Hrsg.): *Betonkalender 1995 :* Ernst und Sohn, 1995, S. 459–629

Tan, Saha 2008 TAN, K. ; SAHA, M.: Cracking characteristics of RC beams strengthened with FRP system. In: Journal of Composites for Construction Sep./Oct. 2008 (2008), S. 513–521

**Tann et al. 2004** TANN, D. ; DELPAK, R. ; DAVIES, P.: Ductility and deformability of fibre-reinforced polymerstrengthened reinforced concrete beams. In: Structures and Buildings 157 (2004), S. 19–30

Tausky 1993 TAUSKY, R.: Betontragwerke mit Außenbewehrung, Birkhäuser, 1993

**Tecusan 2011** TECUSAN, R.: *Einfluss des Verbundes der Bewehrung auf das Querkraftversagens von Stahlbetonbauteilen.* Master's Thesis. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2011

Teng et al. 2002 TENG, J. ; CHEN, J. ; SMITH, S. ; LAM, L.: *FRP strengthened RC structures.* Chichester, Wiley, 2002

**Teng et al. 2006** TENG, J. ; LORENZIS, L. ; WANG, B. ; LI, R. ; WONG, T. ; LAM, L.: Debonding failures of RC beams strengthened with near surface mounted CFRP strips. In: Journal of Composites for Construction 10 (2006), S. 92–105

**Thorenfeld 2002** THORENFELD, E.: Anchor capacity of tension loaded CFRP plates bonded to concrete. In: BALÁZS, G.; BARTOS, P.; CAIRNS, C.; BOROSNYÓI, A. (Hrsg.): *In Bond in Concrete – From Research to Standards, Budapest,*, 2002, S. 638–647

**Thorenfeldt 2001** THORENFELDT, E.: Forankringskapasitet av CFAP-band limt til betong : (Anchor capacity of CFRP plates bonded to concrete). Forschungsbericht. 2001 (SINTEF Report STF22 A01616)

**Thürlimann 1978** THÜRLIMANN, B.: Shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. In: COMITÉ EUROPÉEN DU BÉTON (HRSG.): CEB Bulletin No. 126 : Shear and Torsion – Explanatory and Viewpoint papers on Model Code 78. Lausanne, 1978, S. 16–38

**Toutanji et al. 2007** TOUTANJI, H. ; SAXENA, P. ; ZHAO, L. ; OOI, T.: Prediction of Interfacial Bond Failure of FRP–Concrete Surface. In: Journal of Composites for Construction 11 (2007), Nr. 4, S. 427–436

**Triantafillou, Antonopoulos 2000** TRIANTAFILLOU, T. C. ; ANTONOPOULOS, P.: Design of concrete flexural members strengthened in shear with frp. In: Journal of Composites for Construction 4 (2000), Nr. 4, S. 198–205

**Trost et al. 1980** TROST, H.; CORDES, H.; THORMAEHLEN, U.; HAGEN, H.: *Teilweise Vorspannung – Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung.* Berlin, Beuth, 1980 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 310)

**Tue 1993** TUE, N. V.: *Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statischer und wiederholter Belastung.* Berlin, Beuth, 1993 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 435)

**Ulaga 2003** ULAGA, T.: *Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung: Verbund- und Zuggliedmodellierung.* Dissertation. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich. 2003

**Ulaga, Meier 2002** ULAGA, T.; MEIER, U.: *Kohlenstofffaserverstärkte thermoplastische Lamellen für die Verstärkung von Betontragwerken.* Forschungsbericht. Dübendorf, 2002 (EMPA Bericht 260)

**Valcuende et al. 2003** VALCUENDE, M. ; BENLLOCH, J. ; PARRRA, C.: Ductility of reinforced concrete beams strengthened with CFRP strips and fabric. In: TAN, K (Hrsg.): *Fibre-reinforced polymer reinforcement for concrete structures : Proceedings of the Sixth International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-6), Singapore, 8-10 July, 2003.* Singapore : World Scientific, 2003. – ISBN 981-238-401-4, S. 337–346

**Vasseur et al. 2007** VASSEUR, L. ; MATTHYS, S. ; TAERWE, L.: Load tests on 2-span reinforced concrete beams strengthened with fibre reinforced polymer. In: DARBY, A.; IBELL, T. (Hrsg.): *Third International Conference on Advanced Composites in Construction (ACIC 2007),* 2007, S. 422–429

**Vasseur et al. 2008** VASSEUR, L. ; MATTHYS, S. ; TAERWE, L.: An analytical study on the bond behaviour between an externally bonded FRP and concrete in the case of continuous beams. In: Mechanics of composite materials 44 (2008), S. 269–278

**Volkersen 1938** VOLKERSEN, O.: Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten. In: Luftfahrtforschung 15 (1938), S. 41–47

**Walraven 1980** WALRAVEN, J.: *Aggregate interlock: A theoretical and experimental analysis.* Dissertation. Delft University of Technology, Delft. 1980

Witzany et al. 2011 WITZANY, J.; CEJKA, J.; ZIGLER, R.: Strengthening of Historical Masonry Vaults and Pillars with Carbon Fabric. In: MOTAVALLI, M.; HAVRANEK, B.; SAQAN, E. (Hrsg.): *Proceedings of SMAR 2011, the 1st Middle East Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures : 8 - 10 February 2011, Dubai, UAE.* Dübendorf : EMPA, 2011. – ISBN 978-3-905594-58-4

**Wu, Diab 2007** WU, Z.; DIAB, H.: Constitutive Model for Time-Dependent Behavior of FRP-Concrete Interface. In: Journal of Composites for Construction 11 (2007), Nr. 5, S. 477–486

**Z-13.2-3 2002** Z-13.2-3: *DYWIDAG-Spannverfahren ohne Verbund (Stabverfahren).* Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 2002

**Z- 26.1-4 1985** Z- 26.1-4: *Schubfeste Klebeverbindung zwischen Stahlplatten und Stahlbetonbauteilen.* Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 1985 **Z- 36.1-1 1979** Z- 36.1-1: Schubfeste Klebeverbindung zwischen Stahlplatten und Stahlbetonbauteilen. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 1979

**Z- 36.12-29 1997** Z- 36.12-29: Verstärkungen von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen 'Sika CarboDur'. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 1997

**Z- 36.12-57 2002** Z- 36.12-57: Verstärken von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen Carboplus. Deutsches Institut für Bautechnik, 2002

**Z- 36.12-70 2008** Z- 36.12-70: Verstärkung von Stahlbetonteilen durch mit dem Baukleber "StoPox SK 41" schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen "Sto S&P CFK Lamellen" nach DIN 1045-1:2008-08. Deutsches Institut für Bautechnik, 2008

**Z-36.12-73 2009** Z-36.12-73: Verstärken von Stahlbetonbauteilen durch in Schlitze verklebte Kohlefaserlamellen Carboplus nach DIN 1045-1:2008-08. Deutsches Institut für Bautechnik, 2009

**Z- 36.12-79 2009** Z- 36.12-79: Verstärken von Stahlbetonbauteilen durch in Schlitze verklebte MC-Dur CFK-Lamellen nach DIN 1045-1:2008-08. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 2009

**Z- 36.12-80 2010** Z- 36.12-80: Verstärken von Stahlbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen "Sika CarboDur" nach DIN 1045-1:2008-08. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 2010

**Zehetmaier 2006** ZEHETMAIER, G.: *Zusammenwirken einbetonierter Bewehrung mit Klebearmierung bei verstärkten Betonbauteilen.* Dissertation. Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau, München. 2006

**Zehetmaier, Zilch 2008** ZEHETMAIER, G. ; ZILCH, K.: *Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung bei Verstärkung mit CFK-Lamellen.* In: *Bauingenieur* 83 (2008), S. 19–26

**Zhang 1997** ZHANG, J. P.: Diagonal cracking and shear strength of reinforced concrete beams. In: Magazine of concrete research 49 (1997), Nr. 178, S. 55–65

**Zilch et al. 1998** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R. ; BLASCHKO, M.: *Bericht über Versuche zum Verstärken von Betonbauteilen mit CFK.* Untersuchungsbericht. 1998 (Nr. 1310/BI/515)

**Zilch et al. 2000** ZILCH, K. ; SCHMIDHUBER, C. ; NIEDERMEIER, R.: *Bauteilversuche zur Querkraftbiegung an mittels Klebearmierung verstärkten Betonbauteilen.* Forschungsbericht. 2000

**Zilch et al. 2002** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G. ; NIEDERMEIER, R.: *Zusammenwirken von einbetonierter Bewehrung mit Klebearmierung bei verstärkten Betonbauteilen.* Forschungsbericht. 2002

**Zilch et al. 2004** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G. ; NIEDERMEIER, R.: *Zugkraftdeckung im Bereich von Endauflagern bei klebearmierten Biegebauteilen.* Forschungsbericht. München, 2004

**Zilch et al. 2008** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R. ; HAAS, A.: Verbundverhalten und Rissbreitenbeschränkung *unter Querzug.* Forschungsbersicht. 2008

**Zilch et al. 2011a** ZILCH, K. ; FINCKH, W. ; NIEDERMEIER, R. ; WIENS, U.: DAfStb-Richtlinie: Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. In: Bauingenieur 86 (2011), Nr. 5, S. S. 197-206

**ZILCH**, K.; NIEDERMEIER, R.; FINCKH, W.: Sachstandbericht "Geklebte Bewehrung". Berlin, Beuth, 2011 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 591)

**Zilch et al. 2012a** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R. ; FINCKH, W.: *Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung - Querkrafttragfähigkeit.* Berlin, Beuth, 2012 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 594)

**Zilch et al. 2012b** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R. ; FINCKH, W.: *Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung - Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung.* Berlin, Beuth, 2012 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuß für Stahlbeton Heft 592)

**Zilch et al. 2012c** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R. ; FINCKH, W.: Querkrafttragfähigkeit von historisch mit Betonstabstahl bewehrten und mit geklebter Bewehrung biegeverstärkten Betonbauteilen". Forschungsbericht. 2012

**Zilch et al. 2012d** ZILCH, K.; NIEDERMEIER, R.; FINCKH, W.: Verankerung von Stahllaschen im Bereich von Biegemomenten mit wechselnden Vorzeichen. Forschungsbericht. 2012

**Zilch, Blaschko 1998** ZILCH, K. ; BLASCHKO, M.: Verstärken mit eingeschlitzten CFK-Lamellen. In: SCHNEL-LENBACH-HELD, M.; WÖRNER, J.-D; BERGMEISTER, K. (Hrsg.): *Kreative Ingenieurleistungen: Innovative Bauwerke - Zukunftsweisende Bewehrungs- und Verstärkungsmöglichkeiten.* Darmstadt und Wien, 1998

**Zilch, Blaschko 1999** ZILCH, K. ; BLASCHKO, M.: Bericht über Versuche zur Verstärkung von Stahlbeton und Spannbetonbauteil durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen "B+B Carboplus". Untersuchungsbericht. 1999 (Nr. 599715)

**Zilch, Blaschko 2000** ZILCH, K. ; BLASCHKO, M.: Bericht über Versuche zum Tragverhalten von Biegeträgern mit in Schlitze eingeklebten CFK-Lamellen (Eingeschlitze CFK-Lamellen). Untersuchungsbericht. 2000 (Nr. 599722)

**Zilch, Borchert 2006** ZILCH, K.; BORCHERT, K.: *Geklebte Übergreifungsstöße von Schubbügeln und Stahllaschen.* Forschungsbericht. 2006

**Zilch, Niedermeier 1999** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R.: *Ermittlung der charakteristischen Verbundbruchkraft für auf Betonbauteilen aufgeklebten Stahllaschen.* Forschungsbericht. 1999

**Zilch, Niedermeier 2006** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R.: *Festlegung von Anforderungen an die Klebschichtdicke bei Prüfkörpern für Verbundversuche mit oberflächig aufgeklebten Stahllaschen und CFK-Lamellen.* Forschungsbericht. 2006

**Zilch, Niedermeier 2008** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R.: *Formulierung von Prüfgrundsätzen bei Verbundversuchen mit oberflächig aufgeklebten Stahlaschen und CFK-Lamellen.* Forschungsbericht. München, 2008

**Zilch, Wingenfeld 2011** ZILCH, K. ; WINGENFELD, D.: *Eurocode 2 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken.* In: *Bauingenieur* 86 (2011), S. 327–335

**Zilch, Zehetmaier 2003** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G.: Auswirkungen eines Anpressdrucks auf die Verbundtragfähigkeit von aufgeklebten Stahllaschen im Endverankerungsbereich. Forschungsbericht. 2003

**Zilch, Zehetmaier 2010** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau : Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2).* 2., neu bearb. und erw. Aufl. Berlin, Heidelberg, Springer, 2010

**Zimmermann 1888** ZIMMERMANN, H.: *Die Berechnung des Eisenbahnoberbaus.* Berlin, Ernst und Sohn, 1888

**Zink 2000** ZINK: *Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung.* Dissertation. Universtät Leipzig, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Leipzig. 2000

**ZTV-ING 2007** ZTV-ING: *Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen und Richtlinien für Ingenieurbauten.* Bundesanstalt für Straßenwesen, 2007

## Anhang A - Versuchsergebnisse

#### Verbundversuche an Betonstählen

 Tabelle A.1:
 Betonkenngrößen zum Versuchszeitpunkt der Verbundversuche an Betonstählen

Bezeichnung	Alter	$f_{ m c,cube}$	ø <sub>s</sub>
-	d	N/mm²	mm
1-1-20-12	48	29,6	12
1-2-20-12	48	29,6	12
1-3-20-12	48	29,6	12
1-4-20-16	48	29,6	16
1-5-20-16	48	29,6	16
2-1-40-12	41	59,8	12
2-2-40-12	41	59,8	12
2-3-40-12	41	59,8	12
2-4-40-16	41	59,8	16
2-5-40-16	41	59,8	16
3-5-20-16	33	35,3	16
4-1-20-16	23	28,4	16
4-2-20-16	23	28,4	16
4-3-20-20	23	28,4	20
4-4-20-20	23	28,4	20
4-5-20-20	23	28,4	20
5-1-40-16	22	50,7	16
5-2-40-16	22	50,7	16
5-3-40-20	22	50,7	20
5-4-40-20	22	50,7	20
5-5-40-20	22	50,7	20
6-1-20-16p	20	30,1	16
6-2-20-16p	20	30,1	16
6-3-20-20p	20	30,1	20
6-4-20-20p	20	30,1	20
6-5-20-20p	20	30,1	20
6-6-20-6	20	30,1	6
6-7-20-6	20	30,1	6
6-8-20-6	20	30,1	6
7-1-20-10	17	27,4	10
7-2-20-10	17	27,4	10
7-3-20-10	17	27,4	10
7-4-20-10p	17	27,4	10
7-5-20-10p	17	27,4	10
7-6-20-10p	17	27,4	10
7-7-20-16p	17	27,4	16







Bild A.2: Zugkraft-Schlupf-Diagramm des Versuches 1-4-20-16 und 1-5-20-16









Bild A.5: Zugkraft-Schlupf-Diagramm des Versuches 2-5-40-16 und 3-5-20-16











Bild A.8: Zugkraft-Schlupf-Diagramm des Versuches 4-5-20-20 und 5-1-40-16











Bild A.11: Zugkraft-Schlupf-Diagramm des Versuches 6-1-20-16p und 6-2-20-16p











Bild A.16: Zugkraft-Schlupf-Diagramm des Versuches 7-3-20-10 und 7-4-20-10p





**Bild A.18:** Zugkraft-Schlupf-Diagramm des Versuches 7-7-20-16p

### Verbundversuche an aufgeklebten CFK-Lamellen

Beton:

<b>Tabelle A.2:</b> Betonkenngrößen der Endverankerungsverbundversuche zum Versuchszeit
---

		DLK 20-1	DLK 20-2	DLK 20-3	DLK 40-1	DLK 40-2	DLK 40-3
Alter	d	99			99		
$f_{\rm c,cube}$	N/mm²	32,1			56,6		
Spaltzug	N/mm²	2,9			3,9		
$f_{\rm ctm}$	N/mm <sup>2</sup>	2,64	2,51	2,81	3,88	3,57	3,53

Klebstoff:

Alter	30 d
Haftzug auf Stahl	22,35 N/mm <sup>2</sup>
Rhodichte	1,69 g/cm <sup>3</sup>
Biegezugfestigkeit	45,1 N/mm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit	85,3 N/mm²













Lamellenkraft-Schlupf-Diagramm DLK 40-1-1 und DLK 40-1-2 Bild A.22:







### Verbundversuche am idealisierten Zwischenrisselement Baustoffkenngrößen zum Versuchszeitpunkt

Bezeichnung	Betonk	enngrößer	ngrößen Klebstoffwerte				
_	Alter	$f_{\rm cm}$	$f_{\rm ctm, surf}$	Alter	Rohdichte	Biegezug	Druck
-	d	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	d	g/cm <sup>3</sup>	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>
ZRE-200-40-1-1	115	54,50	3,44	6	1,76	52,90	97,00
ZRE-200-40-1-2	130	54,50	3,88	16	1,83	61,10	104,60
ZRE-300-20-2-1	143	32,87	2,04	10	1,82	56,50	102,32
ZRE-200-20-2-2	120	32,87	1,75	20	1,76	52,90	97,00
ZRE-200-20-2-3	122	32,87	1,85	18	1,84	67,40	108,10
ZRE-200-20-2-4	121	32,87	2,27	16	1,83	61,10	104,60
ZRE-300-20-3-1	113	34,90	2,73	11	1,78	58,22	99,56
ZRE-200-20-3-2	76	34,90	2,21	6	1,76	52,90	97,00
ZRE-200-20-3-3	76	34,90	2,37	6	1,76	52,90	97,00
ZRE-200-20-3-4	91	34,90	2,72	17	1,84	67,40	108,10
ZRE-300-20-4-1	107	31,40	2,01	11	1,78	58,22	99,56
ZRE-200-20-4-2	86	31,40	2,65	11	1,70	53,60	84,00
ZRE-200-20-4-3	86	31,40	3,19	11	1,70	53,60	84,00
ZRE-200-20-4-4	86	31,40	2,66	11	1,70	53,60	84,00
ZRE-300-20-5-1	100	35,80	2,70	12	1,78	58,22	99,56
ZRE-200-20-5-2	99	35,80	3,25	10	1,82	56,50	102,32
ZRE-200-20-5-3	99	35,80	3,12	10	1,82	56,50	102,32
ZRE-200-20-5-4	99	35,80	3,25	10	1,82	56,50	102,32
ZRE-300-20-6-1	96	34,86	2,90	12	1,78	58,22	99,56
ZRE-200-20-6-2	74	34,86	2,62	11	1,70	53,60	84,00
ZRE-200-20-6-3	95	34,86	3,37	4	1,81	54,30	106,60
ZRE-200-20-6-4	95	34,86	2,74	4	1,81	54,30	106,60
ZRE-300-20-7-1	89	31,60	2,12	10	1,82	56,50	102,32
ZRE-200-20-7-2	88	31,60	2,41	3	1,81	54,30	106,60
ZRE-200-20-7-3	88	31,60	2,96	3	1,81	54,30	106,60
ZRE-200-20-7-4	88	31,60	2,37	3	1,81	54,30	106,60
ZRE-300-40-8-1	85	54,70	4,27	10	1,82	56,50	102,32
ZRE-200-40-8-2	84	54,70	4,02	3	1,81	54,30	106,60
ZRE-200-40-8-3	84	54,70	4,05	3	1,81	54,30	106,60
ZRE-200-40-8-4	84	54,70	4,06	3	1,81	54,30	106,60
ZRE-300-12-9-1	83	23,30	2,11	12	1,78	58,22	99,56
ZRE-200-12-9-2	61	23,30	1,61	17	1,83	61,10	104,60
ZRE-200-12-9-3	61	23,30	1,82	11	1,70	53,60	84,00
ZRE-200-12-9-4	61	23,30	1,92	17	1,83	61,10	104,60
ZRE-300-12-10-1	79	21,63	1,49	12	1,78	58,22	99,56
ZRE-200-12-10-2	56	21,63	1,66	16	1,83	61,10	104,60
ZRE-200-12-10-3	57	21,63	1,51	11	1,70	53,60	84,00
ZRE-200-12-10-4	56	21,63	1,67	16	1,83	61,10	104,60

 Tabelle A.3:
 Baustoffkenngrößen der idealisierten Zwischenrisselementversuche zum Versuchszeitpunkt

Bezeichnung	Betonkei	nngrößen	Bruchdehnungen		Bruchbild	
	$f_{\rm cm}$	$f_{\rm ctm, surf}$	<i>E</i> L1	EL2	optische Seite	Zweite Seite
-	N/mm²	N/mm <sup>2</sup>	mm/m	mm/m	-	-
ZRE-200-40-1-1	54,50	3,44	1,60	3,21	BB+BK	AC
ZRE-200-40-1-2	54,50	3,88	0,35	2,55	AC+BB	BB
ZRE-300-20-2-1	32,87	2,04	1,92	3,07	BB	BB
ZRE-200-20-2-2	32,87	1,75	Ventile ver	tauscht		
ZRE-200-20-2-3	32,87	1,85	1,66	3,08	AC+BB	BB
ZRE-200-20-2-4	32,87	2,27	2,22	3,19	BB	BB
ZRE-300-20-3-1	34,90	2,73	4,23	4,90	BB+BK	BB
ZRE-200-20-3-2	34,90	2,21	1,60	3,05	BB+BK	BB
ZRE-200-20-3-3	34,90	2,37	1,72	2,72	BB+BK	BB
ZRE-200-20-3-4	34,90	2,72	Schief gez	ogen		
ZRE-300-20-4-1	31,40	2,01	Verschieb	ung des Körper l	bei 2/3 des Versuo	chs
ZRE-200-20-4-2	31,40	2,65	Sehr ungle	eichmäßiges Ent	koppel der Seiten	
ZRE-200-20-4-3	31,40	3,19	1,59	3,07	BB	BB
ZRE-200-20-4-4	31,40	2,66	1,09	2,74	AC+BB	BB+BK
ZRE-300-20-5-1	35,80	2,70	2,53	3,32	AC+BB	BB
ZRE-200-20-5-2	35,80	3,25	Beim Transport beschädigt			
ZRE-200-20-5-3	35,80	3,12	3,61	4,47	BB	BB+BK
ZRE-200-20-5-4	35,80	3,25	1,60	3,02	BB+AC	BB
ZRE-300-20-6-1	34,86	2,90	Extreme U	nterschiede in E	Beiden Seiten	
ZRE-200-20-6-2	34,86	2,62	1,86	3,01	BB	BB
ZRE-200-20-6-3	34,86	3,37	3,37	4,43	BB+BK	BB+BK
ZRE-200-20-6-4	34,86	2,74	3,50	3,95	BB	BB
ZRE-300-20-7-1	31,60	2,12	3,89	4,38	BB+BK	BB+BK
ZRE-200-20-7-2	31,60	2,41	1,84	2,80	BB+BK	AC
ZRE-200-20-7-3	31,60	2,96	5,16	5,83	AC+BB	BB
ZRE-200-20-7-4	31,60	2,37	3,54	4,19	BB	BB
ZRE-300-40-8-1	54,70	4,27	3,25	4,04	AC+BB	BB
ZRE-200-40-8-2	54,70	4,02	Schief verklebt			
ZRE-200-40-8-3	54,70	4,05	3,14	3,94	BB	BB+AC
ZRE-200-40-8-4	54,70	4,06	5,63	6,66	BB+AC	BB
ZRE-300-12-9-1	23,30	2,11	Entkopplung kann aus Messdaten nicht festgestellt werder			gestellt werden
ZRE-200-12-9-2	23,30	1,61	1,65	2,71	BB	BB
ZRE-200-12-9-3	23,30	1,82	2,20	3,29	BB	BB
ZRE-200-12-9-4	23,30	1,92	4,29	4,91	BB	BB+BK
ZRE-300-12-10-1	21,63	1,49	1,56	2,98	BB	BB
ZRE-200-12-10-2	21,63	1,66	Durch Feh	lversuch stark v	orbelastet und vor	geschädigt
ZRE-200-12-10-3	21,63	1,51	2,56	3,35	BB	BB
ZRE-200-12-10-4	21,63	1,67	1,35	2,43	BB	BB

 Tabelle A.4:
 Versuchsergebnisse am idealisierten Zwischenrisselement

# Verbundversuche an Zwischenrisselement VVBS1

Klebstoff:	
Alter:	46 d
Rohdichte:	1,85 g/cm <sup>3</sup>
Druckfestigkeit:	114,9 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug:	60,4 N/mm²
Beton:	
Alter:	64 d
E-Modul:	28707 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	43,0 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	36,3 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	3,14 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.25: Lamellendehnungen VVBS1-1 am Rissufer des Risselementes 1



Bild A.26: Lamellendehnungen VVBS1-2 am Rissufer des Risselementes 1 und des Risselementes 2



Bild A.27: Lamellendehnungen VVBS1-3 am Rissufer Risselement 1 und des Risselementes 2



Klebstoff: Alter: Rohdichte: Druckfestigkeit: Biegezug:	11 d 1,79 g/cm² 102,6 N/mm² 55,6 N/mm²
Beton: Alter: E-Modul: Würfeldruck: Zylinderdruck: Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	20 d 24015 N/mm² 27 N/mm² 28,16 N/mm² 2,9 N/mm²







Bild A.29: Lamellendehnungen VVBS2-2 am Rissufer des Risselement 1 und Risselement 2



Bild A.30: Lamellendehnungen VVBS2-3 am Rissufer des Risselement 1

4 d

1,83 g/cm<sup>2</sup> 108,2 N/mm<sup>2</sup>

61,4 N/mm<sup>2</sup>

#### VVBV1

Klebstoff:

Alter: Rohdichte: Druckfestigkeit: Biegezug:

Beton:

Alter:	18 d
E-Modul:	29366 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	49,3 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	48,5 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	3,9



Bild A.31: Lamellendehnungen VVBV1-1 am Rissufer Risselement 1



Bild A.32: Lamellendehnungen VVBV1-2 am Rissufer des Risselement 1 und des Risselement 2

### VVP1

Klebstoff:

Alter:	64 d
Rohdichte:	1,84 g/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	99,1 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug:	51,7 N/mm²

Beton:

Alter:	82 d
E-Modul:	28707 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	42,9 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	36,3 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,98 N/mm <sup>2</sup>










Bild A.35: Lamellendehnungen VVP1-3 am Rissufer des Risselement 1 und des Risselement 2

#### VVP3

Klebstoff:

Alter:	23 d
Rohdichte:	1,82 g/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	106,1 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug:	57,2 N/mm²

Alter:	32 d
E-Modul:	24015 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	30,2 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	28,2 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,4 N/mm <sup>2</sup>







Bild A.37: Lamellendehnungen VVP3-2 am Rissufer des Risselement 1



Bild A.38:

## Querkraftversuche

# QVBA1

Klebstoff:

	Rohdichte	Druckfestigkeit	Biegezug	Alter
CFK-Lamelle 1. Lage	1,80	103,1	59,8	56
CFK-Lamelle 2. Lage	1,82	108,6	67,2	54
Stahllaschen	1,85	109,9	56,8	17

Alter:	74 d
E-Modul:	28707 N/mm²
Würfeldruck:	42,2 N/mm²
Zylinderdruck:	36,3 N/mm²
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,4 N/mm²
Oberflächenzugfestigkeit Seitenfläche:	1,9 N/mm²
300 250 200 150 100 5 10 15 20 Durchbiegung [mm]	$\begin{array}{c} 1230 \\ 12$

Bild A.39: Versuch QVBA1-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.40: Versuch QVBA1-2: Lastverformungskurve und Rissbild

### QVBA2

Klebstoff:

	Rohdichte	Druckfestigkeit	Biegezug	Alter
CFK-Lamelle 1. Lage	1,83	110,1	59,8	7
CFK-Lamelle 2. Lage	1,88	110,5	67,3	7
Stahllaschen	1,86	109,7	55,6	5

Alter:	21d
E-Modul:	29366 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	50,1 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	48,5 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	3,35 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Seitenfläche:	2,71 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.41: Versuch QVBA2-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.42: Versuch QVBA2-2: Lastverformungskurve und Rissbild

## QVBE1

Klebstoff:

	Rohdichte	Druckfestigkeit	Biegezug	Alter
CFK-Lamellen	1,46	67,6	43	12
Stahllaschen	1,57	78,9	47,4	4

Alter:	27 d
E-Modul:	27279 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	28,5 N/mm²
Zylinderdruck:	25,9 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Seitenfläche:	1,74 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.43: Versuch QVBE1-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.44: Versuch QVBE1-2: Lastverformungskurve und Rissbild

## QVBE2

Klebstoff:

	Rohdichte	Druckfestigkeit	Biegezug	Alter
CFK-Lamellen	1,53	74,8	43,8	5
Stahllaschen	1,60	83,4	42,7	4

Alter:	20 d
E-Modul:	30843 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	45,2 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	44,2 N/mm²
Oberflächenzugfestigkeit Seitenfläche:	2,91 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.45: Versuch QVBE2-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.46: Versuch QVBE2-2Lastverformungskurve und Rissbild

### QVPA1

Klebstoff:

	Rohdichte	Druckfestigkeit	Biegezug	Alter
CFK-Lamelle 1. Lage	1,85	110,7	63,4	14
CFK-Lamelle 2. Lage	1,76	95,5	49,3	13

Alter:	29 d
E-Modul:	27279 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	27,8 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	25,9 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,68 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.47: Versuch QVPA1-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.48: Versuch QVPA1-2: Lastverformungskurve und Rissbild

#### QVBA3

Klebstoff:

Altor	1 d
	4 U
Rohdichte:	1,9 g/cm²
Druckfestigkeit:	117,6 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	58,6 N/mm <sup>2</sup>

Serie	3
Alter:	48
E-Modul:	25155 N/mm²
Würfeldruck:	35,4 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	30,3 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,2 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	4,06 N/mm <sup>2</sup>
Spaltzugfestigkeit	2,64 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.49: Versuch QVBA3-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.50: Versuch QVBA3-2: Lastverformungskurve und Rissbild

### QVBE3

Klebstoff:

Alter: Rohdichte: Druckfestigkeit: Biegezugfestigkeit:	2 d 1,54 g/cm² 49,4 N/mm² 72,3 N/mm²
Beton:	
Serie Alter: E-Modul: Würfeldruck: Zylinderdruck: Biegezugfestigkeit: Spaltzugfestigkeit	1 73 24208 N/mm² 35,4 N/mm² 30,5 N/mm² 4,18 N/mm² 2,97 N/mm²
100 100 100 00 00 00 00 00 00 0	$\begin{array}{c} & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\$
DatensieBenB (min)	

Bild A.51: Versuch QVBE3-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.52: Versuch QV BE3-2: Lastverformungskurve und Rissbild

#### QVBR1

Klebstoff:

9 d
1,89 g/cm <sup>2</sup>
120,4 N/mm <sup>2</sup>
54,3 N/mm <sup>2</sup>

Serie	2
Alter:	57
E-Modul:	26512 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	43,3 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	37,3 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,6 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	4,73 N/mm <sup>2</sup>
Spaltzugfestigkeit	2,68 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.53: Versuch QV BR1-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.54: Versuch QV BR1-1 (QVBA4-2): Lastverformungskurve und Rissbild

## QVPA2

Klebstoff:

Alter:	8 d
Rohdichte:	1,75 g/cm²
Druckfestigkeit:	92,5 N/mm²
Biegezugfestigkeit:	501 N/mm²
Beton:	
Serie	2
Alter:	77
E-Modul:	26512 N/mm²
Zylinderdruck:	37,3 N/mm²
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	2,7 N/mm²
Biegezugfestigkeit:	4,72 N/mm²
Spaltzugfestigkeit	2,68 N/mm²
200 100 100 100 100 100 100 100	$200 \times 600 \times 10^{1}$

Bild A.55: Versuch QVPA2-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.56: Versuch QVPA2-2: Lastverformungskurve und Rissbild

### QVPE1

Klebstoff:

Alter:	9 d
Druckfestigkeit:	74,3 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	49,5 N/mm²

Serie	1
Alter:	80
E-Modul:	24208 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	30,4 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	4,18 N/mm <sup>2</sup>
Spaltzugfestigkeit	2,97 N/mm²



Bild A.57: Versuch QVPE1-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.58: Versuch QVPE1-2: Lastverformungskurve und Rissbild

#### QVPR1

Klebstoff:

Alter:	11 d
Rohdichte:	1,75 g/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	92,5 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	50,1 N/mm <sup>2</sup>

3
76
25155 N/mm <sup>2</sup>
30,3 N/mm <sup>2</sup>
2,6 N/mm <sup>2</sup>
4,06 N/mm <sup>2</sup>
2,63 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.59: Versuch QVPR1-1: Lastverformungskurve und Rissbild



Bild A.60: Versuch QVPR1-2 (QVPA4-2): Lastverformungskurve und Rissbild

14 d

1,88 g/cm<sup>2</sup> 116,4 N/mm<sup>2</sup>

68,9 N/mm<sup>2</sup>

#### Bauteilversuche

BV1 (VVBS3)

Klebstoff:

Alter: Rohdichte: Druckfestigkeit: Biegezug:

Beton:

Alter:	23 d
E-Modul:	24015 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	29,6 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	28,16 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Unterseite:	3,05 N/mm <sup>2</sup>



Bild A.61: Last-Verformungskurve des Versuches BV1



Bild A.62: Dehnung der Lamelle beim Versuch BV1

# BV2 (VVP2)

Klebstoff:

Alter:	32 d
Rohdichte:	1,89 g/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	119,7 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug:	66,4 N/mm²

Beton:

Alter:
E-Modul:
Würfeldruck:
Zylinderdruck:
Oberflächenzugfestigkeit Oberseite:

46 d 29366 N/mm<sup>2</sup> 55,3 N/mm<sup>2</sup> 48,5 N/mm<sup>2</sup> 1,3 N/mm<sup>2</sup>



Bild A.63: Last-Verformungskurve des Versuches BV2



### BV3 (VVP4)

Klebstoff:

Rohdichte:	1,89 g/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	114,1 N/mm²
Biegezug:	50,4 N/mm²

Beton:

E-Modul:	2
Würfeldruck:	3
Zylinderdruck:	2
Oberflächenzugfestigkeit Oberseite:	2
Spaltzug	2
Biegezug	3

22704 N/mm<sup>2</sup> 31,9 N/mm<sup>2</sup> 28,4 N/mm<sup>2</sup> 2,4 N/mm<sup>2</sup> 2,7 N/mm<sup>2</sup> 3,7 N/mm<sup>2</sup>







Bild A.66: Dehnung der Lamelle beim Versuch BV2

# BV4 (VVP5)

Klebstoff:

Rohdichte:	1.86 g/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	108,3 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug:	53,9 N/mm <sup>2</sup>
0 0	

Beton:

E-Modul:	22704 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	31,9 N/mm <sup>2</sup>
Zylinderdruck:	28,4 N/mm <sup>2</sup>
Oberflächenzugfestigkeit Oberseite:	2,4 N/mm <sup>2</sup>
Spaltzug	2,7 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug	3,7 N/mm <sup>2</sup>

 $\mathbf{y}_{\mathbf{z}}^{25}$ 





#### BV5 (VVP6)

Klebstoff:

Rohdichte:	1.87 a/cm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit:	115,4 N/mm <sup>2</sup>
Biegezug:	67,4 N/mm <sup>2</sup>

Beton:

E-Modul: Würfeldruck: Zylinderdruck: Oberflächenzugfestigkeit Oberseite: Spaltzug Biegezug 22704 N/mm<sup>2</sup> 31,9 N/mm<sup>2</sup> 28,4 N/mm<sup>2</sup> 2,4 N/mm<sup>2</sup> 2,7 N/mm<sup>2</sup> 3,7 N/mm<sup>2</sup>



Bild A.69: Last-Verformungskurve des Versuches BV2



Bild A.70: Dehnung der Lamelle beim Versuch BV2

### BV6 (QVPA3)

Klebstoff:

Druckfestigkeit:	Alter: Rohdichte:	
	Druckfestigkeit:	

Beton:

3 d 1,86 g/cm<sup>2</sup> 116,8 N/mm<sup>2</sup> 64,3 N/mm<sup>2</sup>

2 89 26512 N/mm<sup>2</sup> 44,9 N/mm<sup>2</sup> 2,4 N/mm<sup>2</sup> 4,73 N/mm<sup>2</sup> 2,68 N/mm<sup>2</sup>



Bild A.71: Last-Verformungskurve des Versuches BV6



Bild A.72: Dehnung der Lamelle beim Versuch BV6

#### BV7 (QVPE2)

Klebstoff:

Alter: Rohdichte: Druckfestigkeit: Biogezugfestigkeit:	17 d 1,55 g/cm² 79,9 N/mm²
Biegezugfestigkeit:	50,9 N/mm²

Serie	1
Alter:	88
E-Modul:	24208 N/mm <sup>2</sup>
Würfeldruck:	33,7 N/mm²
Biegezugfestigkeit:	4,18 N/mm²
Spaltzugfestigkeit	2,97 N/mm²



Bild A.73: Last-Verformungskurve des Versuches BV7



Bild A.74: Lamellendehnung über dem Mittelauflager über die Kraft der des Versuchs BV7

# Anhang B – Auswertung von Versuchen aus der Literatur

# Versuche an Mehrfeldträgern

Ausgangswerte

Quelle	Versuch	Verstärkung <sup>73</sup>	QS	h	$b_{\mathrm{w}}$	$f_{\rm cm}$	$\rho_{L,o}$	$\rho_{L,u}$	$\rho_{s,o}$	$\rho_{\rm s,u}$
	-	-	-	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	%	%	%	%
(Vasseur et al. 2007)	CB1	CA; F	Platte	400	200	31,7	0,00	0,15	1,29	0,48
	CB2	CA; F+S	Platte	400	200	30,0	0,15	0,15	0,60	0,68
	CB3	CA; S	Platte	400	200	29,4	0,15	0,00	0,28	0,68
(Liu et al. 2006)	SS1	SA; S	Platte	120	375	39,0	0,50	0,00	0,50	1,79
	SS2	SA; S	Platte	120	375	48,0	0,50	0,00	0,50	1,79
	SS3	SA; S	Platte	120	375	48,0	0,50	0,00	0,50	1,79
	SF1	CA; S	Platte	120	375	32,5	0,13	0,00	0,50	1,79
	SF2	CA; S	Platte	120	375	39,0	0,13	0,00	0,50	1,79
	SF3	CA; S	Platte	120	375	39,0	0,21	0,00	0,50	1,79
	NS_F1	CE; S	Platte	120	375	37,1	0,28	0,00	0,50	1,79
	NS_F2	CE; S	Platte	120	375	37,1	0,09	0,00	0,50	1,79
	NS_F3	CE; S	Platte	120	375	37,1	0,04	0,00	0,50	1,79
	NS_F4	CE; S	Platte	120	375	37,1	0,10	0,00	0,50	1,79
	NB_F2	CE; S	Balken	240	220	35,0	0,07	0,00	0,43	5,62
(EI-Ghandour et al.	B2	CA; S	PB	300	150	33,4	0,27	0,00	0,75	0,43
2005)	B3	CA; F	PB	300	150	33,4	0,00	0,27	0,75	0,43
	B5	CA; F	PB	300	150	33,4	0,00	0,13	0,85	0,50
	B6	CA; F	PB	300	150	31,0	0,00	0,27	0,85	0,50

<sup>&</sup>lt;sup>73</sup> Hierbei bedeutet: CA: CFK-Lamelle aufgeklebt; CE: CFK-Lamelle in Schlitze verklebt; SA: Stahllasche aufgeklebt; S = Stützmomentenverstärkung; F: Feldmomentenverstärkung

# Auswertung Versatzbruch

### Ausgangswerte

Quelle	Bez.	QS <sup>74</sup>	Art <sup>75</sup>	$a_{\rm L}$	h	$b_{\mathrm{w}}$	fcm	EIL	$\rho_{\rm s1}$
-	-	-	-	mm	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	Nm <sup>2</sup>	%
(Said, Wu 2008)	B700-3D6/1	RQ	ACG	50	200	150	25,7	0,03	0,33
	B700-2D12/1	RQ	ACG	50	200	150	25,7	0,03	0,89
	B700-none/2	RQ	ACG	50	200	150	28,6	0,03	0,00
	B700-3D6/2	RQ	ACG	50	200	150	28,6	0,03	0,33
	B700-2D12/2	RQ	ACG	50	200	150	28,6	0,03	0,89
	B700-2D16/2	RQ	ACG	50	200	150	28,6	0,03	1,58
	B500-2D12/2	RQ	ACG	50	200	150	28,6	0,03	0,89
	B900-2D12/2	RQ	ACG	50	200	150	28,6	0,03	0,89
(Rostásy, Holzenkämpfer 1989)	SB02	RQ	ASL	250	270	200	37,4	134,40	0,33
(Saber et al. 2008)	B2	RQ	ACL	50	300	150	33,2	2,16	0,58
	B3	RQ	ACL	50	300	150	33,2	2,16	0,58
	B4	RQ	ACL	50	300	150	33,2	17,25	0,58
	B5	RQ	ACL	50	300	150	33,2	58,22	0,58
(Garden et al.	Beam 1U,1m	RQ	ACL	20	100	100	45,9	0,34	1,01
1998)	Beam 2U,1m	RQ	ACL	20	100	100	45,9	0,34	1,01
	Beam 1U,2.3m	RQ	ACL	40	230	130	40,0	1,81	0,88
(Ritchie et al. 1991)	С	RQ	ACL	204	305	152	47,0	16,01	0,66
	D	RQ	ACL	204	305	152	47,0	15,91	0,66
	G	RQ	ACL	50	305	152	51,0	11,00	0,66
	M	RQ	ACL	50	305	152	51,0	3,06	0,66
	0	RQ	ASL	204	305	152	51,0	45,11	0,66
	B2	RQ	ACL	20	100	100	45,1	0,56	1,00
(Quantrill et al.	B4	RQ	ACL	20	100	100	45,1	1,00	1,00
1996)	B6	RQ	ACL	20	100	100	45,1	1,37	1,00
	A1c	RQ	ACL	20	100	100	59,5	0,56	1,00
	A2b	RQ	ACL	20	100	100	35,7	0,56	1,00
	A2c	RQ	ACL	20	100	100	35,7	0,56	1,00
(Gao et al. 2005)	1T6LN	RQ	ACG	20	200	150	47,8	0,81	0,65
	2T6LN	RQ	ACG	20	200	150	62,1	0,81	0,65
	2T4LN	RQ	ACG	20	200	150	62,1	0,24	0,65
(Brena, Macri 2004)	A3-I	RQ	ACG	25	102	102	53,3	0,12	0,78
	A3-II	RQ	ACG	25	102	102	53,3	0,12	1,56
	A4-I	RQ	ACG	25	102	102	53,3	0,05	0,78
	A4-II	RQ	ACG	25	102	102	53,3	0,05	1,56
	A5-I	RQ	ACG	25	102	102	53,3	0,01	0,78
	A5-II	RQ	ACG	25	102	102	53,3	0,01	1,56
	A6-I	RQ	ACL	25	102	102	47,7	1,11	0,78
(Teng et al. 2006)	F5	RQ	ACG	25	300	200	50,3	0,14	1,13
	F6	RQ	ACG	25	300	200	49,5	0,48	1,13
(Zilch, Blaschko 2000)	BTr1	RQ	ECL	150	500	200	46,7	680,00	0,75
(Jansze 1997)	A-L1	RQ	ASL	100	200	100	34,0	218,75	0,59
	A-L2	RQ	ASL	100	200	100	38,3	218,75	0,59
	A-L3	RQ	ASL	200	200	100	36,6	218,75	0,59
	A-L4	RQ	ASL	200	200	100	45,1	218,75	0,59
	A-L5	RQ	ASL	300	200	100	45,1	218,75	0,59
	A-L6	RQ	ASL	300	200	100	36,6	218,75	0,59

<sup>74</sup> Betonquerschnitt: RQ = Rechteckquerschnitt; PB = Plattenbalken
 <sup>75</sup> Art der Biegeverstärkung: ASL = aufgeklebte Stahllasche ; ACG = Aufgeklebtes Kohlenstoffasergelege;
 ACL = Aufgeklebte CFK-Lamellen; ECL = in Schlitze verklebte CFK-Lamelle

# Rechenergebnisse

Bez.	aL	τ <sub>cum.k</sub>	V <sub>cum</sub>	$V_{\rm Rk,c}$	$V_{\rm Rk,c,LE}$	Vexp
-	mm	N/mm <sup>2</sup>	kN	kN	kN	kN
B700-3D6/1	274,44	0,62	20,05	8,24	14,54	33,80
B700-2D12/1	210,56	0,94	30,36	11,42	22,42	45,35
B700-none/2	-	-	-	-	-	25,50
B700-3D6/2	274,44	0,64	20,77	8,59	15,07	31,50
B700-2D12/2	210,56	0,97	31,47	11,91	23,24	40,60
B700-2D16/2	179,16	1,24	40,23	14,43	30,05	55,75
B500-2D12/2	210,56	0,97	31,47	11,91	23,24	60,05
B900-2D12/2	210,56	0,97	31,47	11,91	23,24	32,95
SB02	1004,61	0,47	28,40	17,28	21,93	45,00
B2	262,98	0,85	42,27	16,52	30,50	59,00
B3	262,98	0,85	42,27	16,52	30,50	54,50
B4	262,98	0,85	42,27	16,52	30,50	74,50
B5	262,98	0,85	42,27	16,52	30,50	89,00
Beam 1U,1m	85,66	1,55	16,49	4,93	12,55	18,25
Beam 2U,1m	85,66	1,55	16,49	4,93	12,55	16,00
Beam 1U,2.3m	187,29	1,14	38,89	13,67	28,60	50,15
С	721,32	0,71	34,59	19,92	26,12	55,35
D	721,32	0,71	34,59	19,92	26,12	59,58
G	251,27	1,04	50,52	20,52	36,60	62,84
Μ	251,27	1,04	50,52	20,52	36,60	71,97
0	721,32	0,73	35,55	20,52	26,84	46,68
B2	86,20	1,53	16,49	4,90	12,54	17,00
B4	86,20	1,53	16,49	4,90	12,54	17,50
B6	86,20	1,53	16,49	4,90	12,54	20,40
A1c	86,20	1,68	18,09	5,42	13,76	22,00
A2b	86,20	1,41	15,26	4,49	11,60	18,35
A2c	86,20	1,41	15,26	4,49	11,60	18,65
1T6LN	114,11	1,27	39,14	12,79	29,15	58,10
2T6LN	114,11	1,38	42,71	14,05	31,81	67,95
2T4LN	114,11	1,38	42,71	14,05	31,81	66,65
A3-I	110,30	1,37	15,83	5,04	11,86	15,95
A3-II	90,87	1,85	21,28	6,34	16,29	19,70
A4-I	110,30	1,37	15,83	5,04	11,86	14,35
A4-II	90,87	1,85	21,28	6,34	16,29	20,50
A5-I	110,30	1,37	15,83	5,04	11,86	13,50
A5-II	90,87	1,85	21,28	6,34	16,29	18,95
A6-I	110,30	1,32	15,26	4,84	11,43	17,40
F5	128,77	1,55	98,41	31,71	73,05	139,00
F6	128,77	1,54	97,88	31,53	72,66	155,50
BTr1	630,61	0,82	87,65	44,89	63,28	179,70
A-L1	395,62	0,73	15,73	7,41	11,67	23,40
A-L2	395,62	0,76	16,36	7,75	12,13	23,90
A-L3	665,34	0,63	13,55	7,62	10,37	16,10
A-L4	665,34	0,67	14,53	8,23	11,11	18,90
A-L5	901,81	0,61	13,13	8,23	10,32	14,70
A-L6	901,81	0,57	12,25	7,62	9,62	14,30

# Auswertung Bemessungsmodel - Einfeldträger

# Ausgangswerte

Quelle	Versuch	Art	F	h	$b_{\mathrm{w}}$	$f_{\rm cm}$	$\rho_{\rm L}$	$\rho_{\rm sl}$
-	-		kN	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	%	%
(Ulaga, Meier 2002)	PS1	4 Punkt	55.0	200	500	34.5	0.12	0.25
(=-3-,	PS2	4 Punkt	63.6	200	500	35.5	0.12	0.25
	PS4	4 Punkt	54.9	200	500	33.4	0.12	0.25
(Zilch et al. 1998)	BALK-A1	4 Punkt	11.0	150	350	23.1	0.11	0.16
	BALK-A2	3 Punkt	19.8	150	350	23.1	0.11	0.16
	BALK-A3	3 Punkt	20.0	150	350	24.7	0.11	0.16
	BALK-B1	3 Punkt	43.0	350	150	34.5	0.11	0.11
(Neubauer 2000)	P1	4 Punkt	44.7	150	500	29.9	0.19	0.47
(11000000)	P2	4 Punkt	51.1	150	500	29.9	0.19	0.47
	P3	4 Punkt	13.0	150	500	21.6	0.08	0.23
	P4	4 Punkt	23.0	150	500	34.0	0.16	0.42
(Rahimi Hutchinson 2001)	ΔΛ	4 Punkt	31.0	150	200	44.8	0.40	0.52
	Δ5	4 Punkt	31.6	150	200	44.8	0,40	0.52
	A6	4 Punkt	29.7	150	200	44.8	0,40	0.52
	Δ7	4 Punkt	25,7	150	200	44,0	0,00	0,52
	48	4 Punkt	32.6	150	200	44.8	0,00	0,52
	A0 A0	4 Punkt	32,0	150	200	44,0	0,40	0,52
	A10	4 Punkt	32,0	150	200	44,0	0,40	0,52
	A10	4 Funkt	247	150	200	44,0	0,40	0,52
	P2	4 Fuliki 4 Dupkt	34,7	150	200	44,0	0,40	0,52
		4 Fuliki 4 Dupkt	27,0	150	200	44,0	0,20	0,52
	D4 R5	4 FULIKL	20,3	150	200	44,0	0,20	0,52
	D0 D6	4 Punkt	34,9	150	200	44,0	0,60	0,52
	D0	4 FUIIKI	34,0	150	200	44,0	0,00	0,32
	C3	4 Punkt	37,5	150	200	44,8	0,20	1,34
	04	4 Punkt	30,0	150	200	44,0	0,20	1,34
	00	4 Punkt	51,6	150	200	44,8	0,60	1,34
(Marthur 0000)		4 Punkt	50,7	150	200	44,8	0,60	1,34
(Matthys 2000)	BF2	4 Punkt	185,0	450	200	30,3	0,13	0,89
	BF3	4 Punkt	186,0	450	200	29,0	0,13	0,89
	BF4	4 Punkt	184,2	450	200	25,6	0,13	0,89
	BF5	4 Punkt	177,0	450	200	31,0	0,13	0,89
	BF6	4 Punkt	183,0	450	200	29,8	0,13	0,89
(T ( ) 0000 ()	BF8	4 Punkt	111,3	450	200	32,7	0,13	0,45
(Tann et al. 2004)	A1	4 Punkt	38,1	200	100	45,6	0,64	0,79
	A2	4 Punkt	36,9	200	100	37,0	0,64	0,79
	A3	4 Punkt	45,0	200	100	40,6	0,64	0,79
	A4	4 Punkt	37,2	200	100	41,2	0,64	0,79
	A5	4 Punkt	41,0	200	100	41,2	0,64	0,79
(Zehetmaier 2006)	B2-01-B2C	4 Punkt	12,5	150	300	51,5	0,15	0,50
	B2-02-B2C	4 Punkt	12,0	150	300	51,5	0,15	0,50
	B2-03-B2C	4 Punkt	12,5	150	300	43,7	0,15	0,50
	B2-07-B2C	4 Punkt	12,4	150	300	56,8	0,15	0,50
	B2-08-B2C	4 Punkt	10,9	150	300	57,5	0,15	0,50
	B2-09-B2C	4 Punkt	12,5	150	300	57,5	0,15	0,50
(Rostasy, Neubauer 1998)	P1 (S&P)	4 Punkt	44,6	150	500	20,3	0,19	0,47
	P2 (S&P)	4 Punkt	51,4	150	500	20,3	0,19	0,47
(Rostasy, Neubauer 1996)	P1	4 Punkt	13,0	150	500	21,6	0,08	0,23
(((	P2	4 Punkt	23,0	150	500	34,0	0,16	0,17
(Kaiser 1989)	B10	4 Punkt	32,5	150	250	36,9	0,27	0,27
	B11	4 Punkt	32,5	150	250	36,9	0,27	0,27
	B12	4 Punkt	30,0	150	250	36,9	0,27	0,27
	B13	4 Punkt	34,8	150	250	36,9	0,27	0,27
	B14	4 Punkt	37,5	150	250	36,9	0,40	0,27
	B15	4 Punkt	42,5	150	250	36,6	0,53	0,27
	B16	4 Punkt	43,2	150	250	36,6	0,53	0,27
	B17	4 Punkt	40,0	150	250	36,6	0,53	0,27
	B18	4 Punkt	40,0	150	250	36,6	0,53	0,27
	B19	4 Punkt	37,9	150	250	36,6	0,40	0,27
	B20	4 Punkt	38,5	150	250	34,7	0,40	0,27
	B21	4 Punkt	40,0	150	250	32,7	0,40	0,27
	GB1	4 Punkt	79,5	250	300	37,3	0,27	0,13
	GB2	4 Punkt	80,0	250	300	37,3	0,27	0,13
	GB3	4 Punkt	75,0	250	300	37,7	0,20	0,13
	GB4	4 Punkt	70,0	250	300	37,7	0,20	0,13
	GB5	4 Punkt	67,5	250	300	38,0	0,13	0,13

Quelle	Versuch	Art	F	h	$b_{\mathrm{w}}$	$f_{\rm cm}$	$\rho_{\rm L}$	$ ho_{ m sl}$
-	-		kN	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	%	%
	GB6	4 Punkt	63,5	250	300	38,0	0,13	0,13
(Nguyen et al. 2001)	A950	4 Punkt	28,1	150	120	26,6	0,53	1,31
	A1100	4 Punkt	28,7	150	120	26,6	0,53	1,31
	A1150	4 Punkt	29,5	150	120	26,6	0,53	1,31
	A1500	4 Punkt	59,0	150	120	37,0	0,53	1,31
	B1	4 Punkt	24,6	150	120	37,0	0,53	0,31
	B2	4 Punkt	65,1	150	120	37,0	0,53	3,49
	C5	4 Punkt	35,5	150	120	20,8	0,53	1,31
	C10	4 Punkt	34,0	150	120	20,8	0,53	1,31
	C20	4 Punkt	31,5	150	120	20,8	0,53	1,31
(Oller 2005)	1/D	3 Punkt	100,9	200	300	29,2	0,23	0,67
	1/D #2	3 Punkt	104,0	200	300	29,2	0,23	0,67
	1/C	3 Punkt	100,4	200	300	29,2	0,23	0,67
	1/0	3 PUNKL	109,0	200	300	29,2	0,23	0,67
	1/A 2/D	3 PUNKL	128,0	200	300	29,2	0,23	1,05
	2/D 2/D #2	3 Punkt	142.9	200	300	29,2	0,47	1,05
	2/0 #2	J Punkt	37 /	200	140	29,2	0,23	1,05
(Spadea et al. 1998)	Δ3.1	4 Punkt	55.0	200	200	23,5	0,23	0,30
(Arduini et al. 1997)	Δ4	4 Punkt	45.0	200	200	33,0	0,43	0,77
	A5	4 Punkt	18 3	100	100	44.8	0.55	0.85
(Garden et al. 1998)	Beam 111 1m	4 Punkt	16.0	100	100	44.8	0.55	0.85
	Beam 211 1m	4 Punkt	17.0	100	100	44.8	0.55	0.85
	Beam 3U, 1m	4 Punkt	17.3	100	100	44.8	0.55	0.85
	Beam 4U, 1m	4 Punkt	17.3	100	100	44.8	0.55	0.85
	Beam 5U, 1m	4 Punkt	50,2	230	130	39.0	0,39	0,79
	Beam 1U, 2.3m	4 Punkt	30,0	230	145	39,0	0,35	0,68
	Beam 1U, 4.5m	4 Punkt	61,3	305	152	47,0	0,42	0,55
(Ritchie et al. 1991)	L	4 Punkt	72,0	305	152	51,0	0,42	0,55
	М	4 Punkt	223,5	700	350	37,0	0,14	0,51
(Khomwan et al. 2005)	B2	4 Punkt	210,0	700	350	37,0	0,14	0,51
	B3	4 Punkt	238,5	700	350	53,0	0,14	0,51
	B6	4 Punkt	241,0	700	350	53,0	0,14	0,51
	B7	4 Punkt	20,4	100	100	44,0	0,96	0,85
(Quantrill et al. 1996)	B6	4 Punkt	110,9	240	155	80,0	0,39	0,91
(Fanning, Kelly 2001)	F3	4 Punkt	118,5	240	155	80,0	0,39	0,91
	F4	4 Punkt	100,0	240	155	80,0	0,39	0,91
	F5	4 Punkt	103,0	240	155	80,0	0,39	0,91
	F6	4 Punkt	97,5	240	155	80,0	0,39	0,91
	F7	4 Punkt	64,0	240	155	80,0	0,39	0,91
	F8	4 Punkt	62,0	240	155	80,0	0,39	0,91
	F9	4 Punkt	82,0	240	155	80,0	0,39	0,91
	F10	4 Punkt	64,0	203	960	29,9	0,12	0,44
(Seim et al. 2003)	SF 1	4 Punkt	66,0	203	960	29,9	0,12	0,39
	SF 2	4 Punkt	67,0	203	960	29,9	0,12	0,46
	SF 3	4 PUNKt	00,0	203	960	29,9	0,12	0,44
		4 Punkt	72,0	203	960	29,9	0,12	0,44
	SF 5 SF 6	4 FULIKE	13,5	203	300	29,9 20 5	0.12	0,39
(Quattlebaum et al. 2005)	C-S	J Punkt	40,9	254	152	29,5	0,10	1,03
(Grace et al 1999)	Plate Baseline 1	4 Punkt	65.6	254	152	31.0	0.24	1.04
	Plate Raseline 2	3 Punkt	170.0	305	254	66 1	0.15	1 47
(Bolduc et al. 2003)	Beam 2	3 Punkt	167.0	305	254	66 1	0.15	1 47
	Beam 3	3 Punkt	48.0	300	150	33.0	0.21	0.35
(Kotynia 2005)	BF-04/0.5S	3 Punkt	86.0	300	150	32.5	0.13	0.50
()	BF-06/S	4 Punkt	70.0	300	150	37.3	0.37	0.75
	B-08/M	4 Punkt	47.0	300	150	32.3	0.11	0.75
	B-08/S2	3 Punkt	39,9	254	152	23,3	0,09	0,98
(Reeve 2003)	L1	3 Punkt	44,3	254	152	23,3	0,18	0,98
	L2	3 Punkt	45,5	254	152	23,3	0,18	0,98
	L2x1	3 Punkt	51,8	254	152	23,3	0,37	0,98
	L4	3 Punkt	37,7	254	152	23,3	0,09	0,98
	H1	3 Punkt	43,5	254	152	23,3	0,18	0,98
	H2	3 Punkt	45,1	254	152	23,3	0,18	0,98
	H2x1	3 Punkt	49,2	254	152	23,3	0,37	0,98
	H4	3 Punkt	127,8	203	960	31,6	0,13	0,44
(Niu et al. 2006)	A1	3 Punkt	130,4	203	960	33,4	0,12	0,44
	A2	3 Punkt	102,7	203	960	35,2	0,21	0,44
	A3	3 Punkt	133,7	203	960	34,4	0,39	0,44
	A4	3 Punkt	107,4	203	960	35,9	0,26	0,44

Quelle	Versuch	Art	F	h	$b_{ m w}$	$f_{\rm cm}$	$ ho_{ m L}$	$ ho_{ m sl}$
-	-		kN	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	%	%
	A5	3 Punkt	93,7	203	960	35,1	0,14	0,44
	A6	4 Punkt	71,9	203	960	35,2	0,13	0,44
	B1	4 Punkt	56,7	203	960	34,5	0,21	0,44
	B2	4 Punkt	54,2	203	960	34,7	0,13	0,44
	B3	3 Punkt	133,8	203	960	33,3	0,13	0,46
	C2	3 Punkt	107,2	203	960	34,1	0,21	0,46
	C3	3 Punkt	90,5	203	960	34,5	0,14	0,46
	C4	4 Punkt	30,0	150	250	49,0	0,16	0,40
(Aram et al. 2008)	B2	4 Punkt	31,4	150	250	49,0	0,16	0,40
	B3	4 Punkt	29,2	150	250	52,0	0,16	0,40
	B4	4 Punkt	17,4	102	102	47,7	0,58	0,68
(Brena, Macri 2004)	A6-I	4 Punkt	40,0	150	100	39,5	0,40	1,05
(Valcuende et al. 2003)	A-S1	4 Punkt	42,9	150	100	39,5	0,40	1,05
	A-S2	4 Punkt	35,8	150	100	41,6	0,40	1,05
	B-S1	4 Punkt	38,6	150	100	41,6	0,40	1,05
	B-S2	4 Punkt	55,0	200	500	34,5	0,12	0,25

#### Rechenwerte

Versuch	<i>s</i> <sub>r</sub> (Mgl.2+3)	$s_{\rm r}({\rm Mgl.1})$	$F_{\text{Biegung}}$	F <sub>Querkraft</sub>	F <sub>Rissversatz</sub>	F <sub>Versatzbruch</sub>
-	mm	mm	kN	kN	kN	kN
PS1	124,0	191,9	54,8	210,1	167,0	178,9
PS2	124,7	189,8	64,9	210,9	169,3	180,6
PS4	125,9	194,4	78,1	209,2	164,5	177,0
BALK-A1	96,4	171,5	26,3	11,2	29,4	-
BALK-A2	93,2	164,9	38,3	22,4	58,9	-
BALK-A3	137,9	242,8	38,6	22,4	60,9	-
BALK-B1	90,4	202,2	104,1	59,0	124,4	-
P1	99,1	152,8	48,6	50,7	-	147,0
P2	104,1	152,8	53,9	50,7	-	147,0
P3	125,1	193,7	23,0	43,8	-	96,7
P4	129,7	198,1	39,5	54,1	-	145,9
A4	43,9	172,7	42,2	52,1	49,3	71,0
A5	43,9	172,7	42,2	52,1	49,3	71,0
A6	50,9	172,7	48,5	52,1	49,3	71,0
A7	50,9	172,7	48,5	52,1	49,3	71,0
A8	43,9	172,7	42,2	52,1	49,3	71,0
A9	43,9	172,7	42,2	52,1	49,3	71,0
A10	43,9	172,7	42,2	52,1	49,3	-
A11	43,9	172,7	42,2	52,1	49,3	-
B3	37,2	172,7	38,8	76,5	66,7	71,0
B4	37,2	172,7	38,8	76,5	66,7	71,0
B5	50,9	172,7	48,5	76,5	66,7	71,0
B6	50,9	172,7	48,5	76,5	66,7	71,0
C3	36,0	143,1	41,4	76,5	66,7	108,7
C4	36,0	143,1	41,4	76,5	66,7	108,7
C5	50,5	143,1	53,8	76,5	66,7	108,7
C6	50,5	143,1	53,8	76,5	66,7	108,7
BF2	64,6	127,0	185,4	344,6	214,0	243,0
BF3	85,9	183,9	182,1	343,4	209,4	239,4
BF4	87,0	184,1	173,4	340,1	197,2	229,6
BF5	87,5	188,9	187,2	345,3	216,5	245,0
BF6	87,0	187,0	184,2	344,2	212,3	241,7
BF8	113,3	291,0	152,8	346,8	222,0	182,1
A1	57,5	132,6	77,4	79,6	58,4	59,4
A2	59,3	132,6	61,1	78,3	52,8	55,4
A3	58,5	132,6	58,3	78,9	55,2	57,1
A4	58,3	132,6	58,8	79,0	55,6	57,4
A5	58,3	132,6	58,8	79,0	55,6	57,4
B2-01-B2C	85,8	173,8	19,7	38,7	-	105,5
B2-02-B2C	85,3	171,9	19,6	38,4	-	104,7
B2-03-B2C	111,7	225,9	18,4	36,8	-	103,2
B2-07-B2C	88,4	182,3	20,1	41,3	-	110,9
B2-08-B2C	92,8	187,8	19,8	39,9	-	106,8
B2-09-B2C	84,1	169,5	19,8	39,9	-	106,8
P1 (S&P)	101,5	153,0	41,5	41,8	-	-
P2 (S&P)	107,1	153,0	44,6	41,8	-	-

Versuch	$s_{\rm r}$ (Mgl.2+3)	$s_r(Mgl.1)$	$F_{\text{Biegung}}$	Fouerkraft	FRissversatz	Fversatzbruch
-	mm	mm	kN	kN	kN	kN
P1	98,8	149,9	23,2	43,8	-	96,7
P2	113,5	151,1	36,9	54,1	-	96,9
B10	38,5	215,9	38,7	44,1	41,8	-
B11	38,5	215,9	38,7	44,1	41,8	-
B12	38,5	215,9	38,7	44,1	41,8	-
B13	38,5	215,9	38,7	44,1	41,8	-
B14	42,9	215,9	49,7	44,1	41,8	-
B15	47,9	215,9	55,8	44,1	41,6	-
B16	47,9	215,9	55,8	44,1	41,6	-
B17	47,9	215,9	55,8	44,1	41,6	-
B18	47,9	215,9	55,8	44,1	41,6	-
B19	42,9	215,9	49,4	44,1	41,6	-
B20	43,3	215,9	47,9	44,1	40,5	-
GR1	43,7	213,9	40,3	260.2	39,3	-
GB1 GB2	65.9	313.5	122,0	209,2	194,2	-
GB3	64.2	313.5	94.5	269.5	194,2	_
GB4	64.2	313.5	94.5	269.5	195.4	_
GB5	64.9	313.5	69.0	269.7	196.0	
GB6	64.9	313.5	69.0	269.7	196.0	1
A950	64,9	99,7	40,6	70,2	46,9	43,3
A1100	64,9	99,7	40,6	70,2	46,9	49,7
A1150	64,9	99,7	40,6	70,2	46,9	53,3
A1500	61,8	99,7	50,1	71,8	55,0	-
B1	61,9	155,9	46,4	74,2	55,0	29,3
B2	61,8	96,3	80,6	83,9	55,0	86,6
C5	67,3	99,7	38,5	80,6	48,6	53,5
C10	67,3	99,7	37,5	77,8	46,8	51,5
C20	67,3	99,7	35,5	72,0	43,4	47,7
1/D #2	112,5	211,7	107,8	415,5	257,6	214,4
1/C	86,8	211,7	127,7	415,5	257,6	274,5
1/B	86,8	211,7	127,7	415,5	257,6	274,5
1/A	86,8	211,7	127,7	415,5	257,6	274,5
2/D	83,6	193,7	143,4	566,4	304,8	331,7
2/D #2	83,6	193,7	143,4	566,4	304,8	331,7
2/C	104,7	193,7	128,1	566,4	304,8	331,7
A3.1	73,3	164,0	39,4	51,8	49,5	136,1
A4	90,9	174,0	80,7	69,7	57,9	00,0 00 E
AD Boom 111 1m	390,9	99.1	25.6	19.5	20.4	00,3 47.7
Beam 211 1m	38.9	88.1	25,0	18.5	20,4	47,7
Beam 3U 1m	38.9	88.1	22,6	18.5	20,4	47,7
Beam 4U, 1m	38.9	88.1	19.2	18.5	20,4	47.7
Beam 5U, 1m	38.9	88.1	19.2	18.5	20.4	47.7
Beam 1U, 2.3m	54,0	131,8	57,5	76,1	62,1	112,6
Beam 1U, 4.5m	59,1	166,9	33,3	79,1	65,7	116,9
L	45,7	190,5	63,8	155,0	138,1	-
М	53,1	190,5	110,9	156,2	143,7	-
B2	100,3	201,7	255,7	813,5	589,6	267,3
B3	100,3	201,7	255,7	813,5	589,6	267,3
B6	92,8	191,0	261,2	843,1	700,8	301,4
B7	92,8	191,0	261,2	843,1	700,8	301,4
B6	48,7	88,1	31,1	18,8	20,7	48,0
F3	51,8	130,4	90,3	96,7	103,3	-
F4	51,8	130,4	90,3	90,7	103,3	-
F0 E6	51.0	130,4	90,3	90,7	103,3	90,3
F7	51.8	130,4	90,3 90 3	90,7	103,3	90,3
F8	51.8	130,4	90,3	96.7	103,3	92.1
F9	51.8	130.4	90.3	96.7	103,3	88.2
F10	51.8	130.4	90.3	96.7	103.3	88.2
SF 1	174,1	310,8	58.6	131,0	-	248,1
SF 2	205.5	373.9	55,3	130.2	-	235.0
SF 3	132,1	219,6	60,5	133,3	-	257,1
SF 4	205,9	310,8	46,5	131,0	-	248,1
SF 5	174,1	310,8	75,4	131,0	-	279,9
SF 6	205,5	373,9	65,7	130,2	-	264,9
C-S	73,6	135,7	47,4	30,8	-	195,3
Plate Baseline 1	68,8	159,2	62,8	177,9	116,1	96,0
Plate Baseline 2	68.8	159.2	62.8	177.9	116.1	96.0

Versuch	<i>s</i> <sub>r</sub> (Mgl.2+3)	$s_{\rm r}({\rm Mgl.1})$	F <sub>Biegung</sub>	F <sub>Querkraft</sub>	F <sub>Rissversatz</sub>	F <sub>Versatzbruch</sub>
-	mm	mm	kN	kN	kN	kN
Beam 2	69,2	161,8	179,0	459,2	466,5	717,6
Beam 3	69,2	161,8	179,0	459,2	466,5	717,6
BF-04/0.5S	80,9	204,1	93,4	31,0	-	143,8
BF-06/S	93,0	189,0	84,9	30,7	-	167,8
B-08/M	73,9	151,8	75,6	34,3	-	127,8
B-08/S2	85,9	151,8	45,7	32,7	-	121,8
L1	87,0	136,9	37,5	28,7	-	270,3
L2	77,3	136,9	42,7	28,7	-	270,3
L2x1	87,0	136,9	37,5	28,7	-	270,3
L4	68,0	136,9	49,3	28,7	-	270,3
H1	87,0	136,9	37,5	28,7	-	270,3
H2	77,3	136,9	42,7	28,7	-	270,3
H2x1	87,0	136,9	37,5	28,7	-	270,3
H4	68,0	136,9	49,3	28,7	-	270,3
A1	174,1	309,2	114,1	135,0	-	503,1
A2	206,0	309,2	85,7	138,8	-	512,5
A3	175,5	309,2	77,6	142,5	-	521,5
A4	175,2	309,2	98,2	140,9	-	517,6
A5	175,2	309,2	98,4	143,9	-	525,0
A6	175,5	309,2	77,6	142,3	-	521,0
B1	174,3	309,2	75,4	142,5	-	260,8
B2	175,2	309,2	50,9	141,1	-	259,0
B3	175,8	309,2	50,1	141,5	-	259,5
C2	132,5	219,4	117,2	141,2	-	531,0
C3	124,9	219,4	80,3	142,9	-	535,2
C4	124,9	219,4	80,4	143,7	-	537,3
B2	95,4	169,3	28,0	59,2	58,3	-
B3	89,7	169,3	37,2	59,2	58,3	-
B4	85,6	169,3	45,7	59,2	60,0	-
A6-I	54,9	144,3	29,4	31,6	29,7	44,4
A-S1	58,6	114,0	44,9	53,2	40,1	-
A-S2	58,6	114,0	44,9	53,2	40,1	-
B-S1	58,5	114,0	46,2	53,5	41,1	-
B-S2	58.5	114.0	46.2	53.5	41.1	-

Versuch	$F_{\rm ZRE}$ (Mgl. 3)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 3)	$F_{\text{ZRE}}$ (Mgl. 2)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 2)	$F_{\text{ZRE}}(\text{Mgl. 1})$	$F_{\rm END}$ (Mgl. 1)
-	kN	kN	kN	kN	kN	kN
PS1	35,5	51,7	28,1	61,1	27,7	50,8
PS2	37,4	51,0	29,4	57,0	28,9	47,8
PS4	35,4	50,7	28,1	60,4	27,7	50,2
BALK-A1	16,0	17,6	16,6	18,3	9,4	14,6
BALK-A2	32,3	34,8	33,3	36,1	18,9	29,0
BALK-A3	33,3	38,4	33,6	39,9	19,1	30,5
BALK-B1	68,2	49,3	64,1	50,1	31,3	42,1
P1	37,3	41,2	26,2	47,8	25,9	41,9
P2	39,8	39,3	27,8	42,7	27,5	38,0
P3	18,6	20,7	17,1	23,3	11,9	20,0
P4	23,6	35,0	19,4	36,3	16,2	31,3
A4	79,3	58,7	89,9	67,1	24,9	46,5
A5	79,3	58,7	89,9	67,1	24,9	46,5
A6	78,8	59,5	80,7	64,2	27,7	45,7
A7	78,8	59,5	80,7	64,2	27,7	45,7
A8	79,3	58,7	89,9	67,1	24,9	46,5
A9	79,3	58,7	89,9	67,1	24,9	46,5
A10	79,3	88,6	89,9	94,7	24,9	58,3
A11	79,3	88,6	89,9	94,7	24,9	58,3
B3	65,1	66,3	105,1	91,5	22,7	51,8
B4	65,1	66,3	105,1	91,5	22,7	51,8
B5	78,8	68,9	80,7	75,1	27,7	50,9
B6	78,8	68,9	80,7	75,1	27,7	50,9
C3	43,1	117,2	90,7	187,3	28,1	115,9
C4	43,1	117,2	90,7	187,3	28,1	115,9
C5	52,9	107,9	62,4	127,7	35,3	92,5
C6	52,9	107,9	62,4	127,7	35,3	92,5
BF2	167,5	254,3	111,6	299,2	111,2	262,9
BF3	166,7	269,1	111,8	335,9	111,2	277,8
BF4	163,8	250,6	109,4	316,2	108,9	261,7
BF5	168,2	281,1	113,0	349,9	112,4	288,0
BF6	167,4	274,2	112,3	342,2	111,7	282,2
BF8	101,1	161,3	76,8	196,3	68,3	145,4

Versuch	$F_{\rm ZRE}$ (Mgl. 3)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 3)	$F_{\rm ZRE}$ (Mgl. 2)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 2)	$F_{\rm ZRE}$ (Mgl. 1)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 1)
-	kN	kN 64.6	kN .	kN	kN	kN
A1 A2	51,6	64,6 56,6	41,5	70,8	24,9	56,5
A2 A3	40,2	59.9	36.9	66.9	22,0	53.6
A4	48,1	60,5	39,2	67,4	23,9	53,9
A5	48,1	60,5	39,2	67,4	23,9	53,9
B2-01-B2C	25,6	38,8	25,2	41,0	12,5	33,2
B2-02-B2C	25,9	38,3	25,2	40,5	12,5	32,8
B2-03-B2C	20,7	36,3	23,0	41,8	11,5	32,6
B2-07-B2C	27,4	43,2	26,4	44,5	12,8	35,7
B2-00-B2C	20,0	41,7	26,2	42,5	12,9	34,0
P1 (S&P)	36.1	45.4	25.3	51.4	25.1	43.7
P2 (S&P)	38,4	42,0	26,8	45,5	26,5	39,4
P1	18,8	19,6	17,1	21,3	11,3	18,8
P2	22,4	22,8	20,1	21,6	15,1	19,8
B10	95,4	66,9	131,0	71,9	23,3	40,8
B11	95,4	66,9	131,0	71,9	23,3	40,8
B12	95,4	66,9	131,0	71,9	23,3	40,8
B13 B14	95,4	66.3	131,0	71,9	23,3	40,8
B15	103,8	67.0	107.6	69.1	24,0	40,5
B16	104.2	67.0	107,6	69.1	27.0	41.4
B17	104,2	67,0	107,6	69,1	27,0	41,4
B18	104,2	67,0	107,6	69,1	27,0	41,4
B19	103,1	66,0	117,7	69,1	24,8	40,3
B20	99,5	64,0	114,7	67,1	24,2	39,2
B21	96,0	62,0	111,6	65,1	23,7	38,1
GB1 CB2	121,7	119,0	139,6	125,5	38,9	63,9
GB2 GB3	121,7	119,0	139,0	120,0	30,9	63.6
GB4	110,1	116,3	141,5	126,1	34.4	63.6
GB5	92,3	114,1	139,4	130,7	30,4	63.9
GB6	92,3	114,1	139,4	130,7	30,4	63,9
A950	38,3	31,3	26,3	36,6	25,9	33,2
A1100	38,3	40,6	26,3	47,0	25,9	41,5
A1150	38,3	45,1	26,3	51,8	25,9	45,3
A1500	42,2	92,5	32,2	99,7	28,6	80,1
B1 B2	41,5	29,9	30,0	30,6	19,2	22,9
C5	37.2	41 1	25.3	51.4	25.2	46.0
C10	36.5	39.2	24.7	48.3	24.6	43.1
C20	35,0	35,7	26,1	42,5	23,4	37,9
1/D #2	89,7	82,3	90,9	115,1	89,5	95,7
1/C	105,5	160,9	108,0	202,2	103,9	145,2
1/B	105,5	160,9	108,0	202,2	103,9	145,2
1/A	105,5	160,9	108,0	202,2	103,9	145,2
2/D 2/D #2	137.2	220,1	138,7	286.5	136.3	209,2
2/D #2 2/C	123.5	179.1	124.2	245.8	123.4	192.0
A3.1	33,3	88,1	34,8	100,9	24,9	85,8
A4	48,6	41,1	34,9	50,2	34,2	42,1
A5	48,6	41,1	34,9	50,2	34,2	42,1
Beam 1U, 1m	30,1	38,1	34,4	42,6	15,7	32,8
Beam 2U, 1m	30,1	38,1	34,4	42,6	15,7	32,8
Beam 30, 1m	30,1	38,1	34,4	42,6	15,7	32,8
Beam 511 1m	30,1	38.1	34.4	42,0	15,7	32,0
Beam 1U, 2.3m	46.7	104.9	50.7	120.6	34.9	95.3
Beam 1U, 4.5m	44,7	96,0	51,7	111,5	20,4	82,6
L	93,5	216,1	148,0	243,9	40,5	156,7
M	125,4	196,3	127,2	205,3	51,6	137,4
B2	194,9	186,2	164,6	238,5	164,0	221,9
B3	194,9	186,2	164,6	238,5	164,0	221,9
80 87	199,0	245,1	1/1,6	273,9	166,6	255,6
B6	34.5	240,1	35.2	213,9 41 2	100,0	200,0 33.6
F3	102.6	208.5	103.3	208.7	52.1	163.2
F4	102,6	208,5	103,3	208,7	52,1	163,2
F5	102,6	87,7	103,3	87,9	52,1	78,5
F6	102,6	87,7	103,3	87,9	52,1	78,5

Versuch	$F_{\rm ZRE}$ (Mgl. 3)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 3)	$F_{\text{ZRE}}$ (Mgl. 2)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 2)	$F_{\text{ZRE}}$ (Mgl. 1)	$F_{\rm END}$ (Mgl. 1)
-	kN	kN	kN	kN	kN	kN
F7	102,6	78,5	103,3	78,7	52,1	71,1
F8	102,6	78,5	103,3	78,7	52,1	71,1
F9	102,6	70,1	103,3	70,3	52,1	64,2
F10	102,6	70,1	103,3	70,3	52,1	64,2
SF 1	41,9	48,2	39,0	66,6	38,5	57,7
SF 2	38,7	43,0	36,0	59,0	35,4	49,8
SF 3	43,6	54,9	42,0	73,2	40,0	66,3
SF 4	37,8	41,4	34,7	58,3	34,5	52,3
SF 5	49,7	62,2	39,0	83,6	38,5	70,0
SF 6	45,7	54,8	36,0	73,4	35,4	59,7
C-S	42,3	112,5	45,6	136,2	40,4	122,4
Plate Baseline 1	49,6	80,7	39,8	108,7	34,9	87,3
Plate Baseline 2	49,6	80,7	39,8	108,7	34,9	87,3
Beam 2	161,8	1008,9	165,2	1038,6	145,0	829,8
Beam 3	161,8	1008,9	165,2	1038,6	145,0	829,8
BF-04/0.5S	95,5	80,3	101,5	88,2	50,0	74,1
BF-06/S	53,3	81,7	61,9	95,0	54,1	82,7
B-08/M	70,0	95,1	62,8	100,0	42,0	87,8
B-08/S2	32,5	69,1	24,8	80,2	22,2	71,8
L1	34,0	115,9	34,3	137,2	34,3	123,8
L2	37,2	130,3	40,7	149,9	37,8	132,4
L2x1	34.0	115.9	34.3	137.2	34.3	123.8
L4	50,4	155,9	58,0	173,3	46,5	150,1
H1	34.0	115.9	34.3	137.2	34.3	123.8
H2	37.2	130.3	40.7	149.9	37.8	132.4
H2x1	34.0	115.9	34.3	137.2	34.3	123.8
H4	50.4	155.9	58.0	173.3	46.5	150.1
A1	78.0	96.2	79.8	128.1	78.7	111.4
A2	69,4	85,7	70,2	117,5	69,8	105,7
A3	70.3	107.5	79.4	184.2	84.6	160.3
A4	81.3	101.0	82.5	126.0	81.2	109.8
A5	81.5	103.9	82.7	128.6	81.4	112.0
A6	70.3	107.3	173.2	183.9	72.3	160.1
B1	51.2	51.6	40.1	67.4	39.6	58.6
B2	45.9	53.0	42.9	91.3	42.2	79.4
B3	45,6	53,4	48,1	94,7	42,0	82,5
C2	79,9	115,0	88,3	147,0	81,0	133,6
C3	72.0	124.0	90.5	205.1	74.1	184.6
C4	72.1	125.0	90.5	206.2	74.2	185.6
B2	39,4	40.6	27,3	40,1	27,1	32.0
B3	28,5	42,0	26,1	42,4	16,7	33,1
B4	27,7	45.6	27,0	46,9	15,2	36.0
A6-I	24,7	33,4	23,1	36.0	15,1	23.2
A-S1	36,7	67,3	30,5	73,9	29,4	55,1
A-S2	36,7	67.3	30,5	73,9	29,4	55,1
B-S1	37,1	69.3	30,8	75,7	29,7	56.5
B-S2	37,1	69,3	30,8	75,7	29,7	56,5